

X
การศึกษาดูสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาสถิติ ของนักเรียนฝึกหัดกลุ่ม.กศ. โดยใช้
วิธีสอนแบบธรรมชาติ กับวิธีสอนที่ใช้บทเรียนแบบโปรแกรม

ปริญญาพันธ์

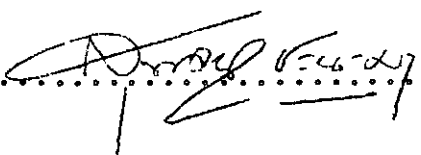
ของ

มานะ เอกเจริญวงศ์

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาค้นคว้า
ปัญหาการศึกษาตามบัณฑิต
3 มีนาคม 2520

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำตัวนิสิต ได้พิจารณาปัญหานี้จนบัดนี้แล้ว
เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

.....อ.ธีร์ ศุภมงคล..... ประธาน

.......... กรรมการ

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ เนื่องจากผู้เขียนได้รับคำแนะนำและความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจาก ศาสตราจารย์ ดร.อาร์ สีนทวี่ และ ศาสตราจารย์ สุพจน์ ษะมะมา จึงขอกราบขอบพระคุณอย่างสูง

ผู้เขียนขอขอบคุณ อาจารย์ไพศาล หวังวาระ และอาจารย์ เชิดศักดิ์ โมวารินทร์ ที่ให้ความช่วยเหลือเกี่ยวกับแบบทดสอบที่ใช้ในการวิจัย และขอขอบคุณ อาจารย์ลมชาย แลงทอง ที่ให้ความช่วยเหลือในการเก็บรวบรวมข้อมูล มา ณ โอกาสนี้ด้วย

ชานะ เอกจริยวงศ์

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
คำนำ	1
✓ความมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้า	3
ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า	3
ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า	4
คำนิยามศัพท์เฉพาะ	4
✓สมมุติฐาน	5
2 เอกสารและการค้นคว้าวิจัยที่เกี่ยวข้อง	6
ความหมายของการสอนแบบโปรแกรม	6
ประวัติของการสอนแบบโปรแกรม	7
ทฤษฎีพื้นฐานของการสอนแบบโปรแกรม	8
ลักษณะของการสอนแบบโปรแกรม	9
ชนิดของการสอนแบบโปรแกรม	10
บทบาทของครูในการสอนแบบโปรแกรม	12
ข้อดีและประโยชน์ของการสอนแบบโปรแกรม	13
ขอบเขตของการใช้การสอนแบบโปรแกรม	15
การเปรียบเทียบการสอนแบบโปรแกรมกับการสอนแบบอื่นๆใน ต่างประเทศ	15
การสอนแบบโปรแกรมในประเทศไทย	20

3	วิธีดำเนินการ	24
	กลุ่มตัวอย่าง	24
	เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ..	24
	วิธีดำเนินการทดลอง	27
	การวิเคราะห์ข้อมูล	27
4	ผลการทดลอง ..	30
	สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	30
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	31
5	สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	39
	ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	39
	สมมุติฐานของการศึกษาค้นคว้า ...	39
	กลุ่มตัวอย่าง	39
	เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	39
	การดำเนินการทดลอง	40
	การวิเคราะห์ข้อมูล	40
	ผลการทดลอง	40
	อภิปรายผล	40
	ข้อเสนอแนะ	42
	บรรณานุกรม ..	44
	ภาคผนวก	53
	ภาคผนวก ก.	54
	ภาคผนวก ข.	76

บัญชีการวาง

การวาง	หน้า
1 แสดงการกระจายของคะแนนจากแบบทดสอบฉบับที่ 1	
ของนักเรียนกลุ่มที่ 1	31
2 แสดงการกระจายของคะแนนจากแบบทดสอบฉบับที่ 1	
ของนักเรียนกลุ่มที่ 2	32
3 แสดงการกระจายของคะแนนจากแบบทดสอบฉบับที่ 1	
ของนักเรียนกลุ่มที่ 3	33
4 ผลการเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย	
จากแบบทดสอบฉบับที่ 1 ..	34
5 แสดงการกระจายของคะแนนจากแบบทดสอบฉบับที่ 2	
ของนักเรียนกลุ่มที่ 1 . . .	35
6 แสดงการกระจายของคะแนนจากแบบทดสอบฉบับที่ 2	
ของนักเรียนกลุ่มที่ 2 .	36
7 แสดงการกระจายของคะแนนจากแบบทดสอบฉบับที่ 2	
ของนักเรียนกลุ่มที่ 3	37
8 ผลการเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย	
จากแบบทดสอบฉบับที่ 2	38
9 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r)	
ของแบบทดสอบฉบับที่ 1 ..	61
10 แสดงการกระจายของคะแนนที่ใช้ในการวิเคราะห์ หาค่าความเชื่อมั่น	
ของแบบทดสอบฉบับที่ 1	62
11 แสดงค่า p , q และ pq ของแบบทดสอบฉบับที่ 1	63

ตาราง	หน้า
12 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (x) ของแบบทดสอบฉบับที่ 2	72
13 แสดงการกระจายของคะแนนที่ใช้ในการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบฉบับที่ 2	73
14 แสดงค่า p , q และ pq ของแบบทดสอบฉบับที่ 2	74

คำนำ

ชาติต่างๆทั่วโลกได้เล็งเห็นความสำคัญของการศึกษาแล้วว่า เป็นปัจจัยสำคัญที่จะช่วยพัฒนาประเทศให้มีความเจริญก้าวหน้าทั้งในด้านเศรษฐกิจและสังคม ด้วยเหตุนี้แต่ละประเทศจึงพยายามจัดระบบการศึกษาของตน ให้สามารถส่งผลที่ต้องการได้มากที่สุด แม้ว่าจะต้องเผชิญกับอุปสรรคหลายอย่างหลายประการก็ตาม อุปสรรคหรือปัญหาในการจัดการศึกษาที่สำคัญ ที่นานาประเทศต่างประสมร่วมกัน (Hartley, 1972 : 10) ได้แก่

1. การเพิ่มจำนวนประชากรในอัตราที่สูง
2. ความเจริญทางด้านวิชาการที่รุดหน้าไปอย่างรวดเร็ว
3. ความต้องการที่จะศึกษาในระดับสูง ที่เพิ่มมากขึ้น
4. การขาดแคลนครู
5. งบประมาณและทรัพยากรมีจำกัด

เมื่อมาพิจารณาปัญหาทั้ง 5 ประการ ก็จะพบว่า ปัญหาเรื่องความเจริญทางด้านวิชาการนั้น เป็นปัญหาที่ทุกชาติประสบในภาวะที่คล้ายคลึงกัน แต่ปัญหาที่เหลืออีก 4 ประการนั้น บางประเทศก็มีปัญหามาก ในขณะที่บางประเทศมีปัญหาน้อยหรือไม่สู้มีปัญหา นัก สำหรับประเทศไทยนั้นได้ประสบกับปัญหาทั้ง 4 ประการอย่างมาก ทั้งนี้เพราะอัตราการเพิ่มของประชากรของประเทศอยู่ในอัตราที่เกือบจะสูงที่สุดในโลก

(กระทรวงสาธารณสุข , 2516 : 8) คือเพิ่มขึ้นในอัตราร้อยละ 3.0 ต่อปี และแม้ว่าจะมีโครงการวางแผนครอบครัวเกิดขึ้นมาแล้ว แต่ตามเป้าหมายของแผนงาน 5 ปี ของโครงการนี้ ก็จะช่วยลดอัตราการเพิ่มของประชากรได้เพียงเล็กน้อยเท่านั้น คือทำให้เพิ่มขึ้นในอัตราเพียงร้อยละ 2.5 ต่อปี ส่วนความต้องการที่จะศึกษาในระดับสูงนั้น จะเห็น

ว่า ได้มีการเรียกร้องที่จะให้รัฐบาลขยายการศึกษาจนถึงระดับปริญญาในสาขาที่ยังไม่มีปริญญา อยู่บ่อยครั้ง และในหลายๆสาขาวิชาด้วย ทั้งๆที่บางสาขาวิชาที่ยังขาดบุคลากร โดยเฉพาะครู อาจารย์ ที่จะเป็นผู้ให้ความรู้ด้วย

เมื่อกล่าวถึงการขาดแคลนครูแล้ว ไม่เพียงแต่ครูในบางสาขาวิชาของการศึกษาในระดับสูงที่กล่าวถึงข้างต้นเท่านั้น แต่การขาดแคลนครูในชนบทหรือท้องถิ่นที่อยู่ห่างไกล หรือทุรกันดาร ก็ยังมีอยู่มาก ในหลายๆจังหวัดของแต่ละภาคของประเทศ จำนวนครูกับจำนวนนักเรียนยังไม่ได้สัดส่วนกัน บางโรงเรียนยังมีครูเพียง 1 - 2 คน ในขณะที่มีนักเรียนถึง 4 ชั้นเรียน เป็นต้น สำหรับปัญหาเรื่องงบประมาณและทรัพยากรของประเทศที่มีจำกัดนั้น ประเทศไทยยังต้องกู้เงินจากต่างประเทศ เพื่อนำมาใช้จ่ายในด้านต่างๆ รวมทั้งด้านการศึกษาอยู่ทุกปี และยังคงขอความช่วยเหลือจากองค์การระหว่างชาติ ที่ให้ความช่วยเหลือแบบยืมให้เปล่า อยู่在这个时候ด้วย ตัวอย่างองค์การระหว่างชาติที่ให้ความช่วยเหลือแก่ประเทศไทยในด้านการศึกษา โดยให้ความช่วยเหลือทั้งในด้านการเงินทุนและกำลังคน ได้แก่ องค์การ UNICEF และ องค์การ UNESCO เป็นต้น

เนื่องจากปัญหาดังกล่าว วงการศึกษาจึงได้มีการ เปลี่ยนแปลงใหม่ๆเกิดขึ้น เพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาหรือลดความรุนแรงของปัญหาดังกล่าวลงไป มีการนำเอาเทคโนโลยีใหม่ๆเข้ามาใช้ในงานด้านการศึกษา นำมาเป็นเครื่องมือของครูและนักบริหาร การศึกษา เพื่อช่วยปรับปรุงให้การเรียนการสอนและการจัดการศึกษามีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ทั้งในด้านคุณภาพและปริมาณ เทคโนโลยีที่นำมาใช้ในงานด้านการศึกษา ได้แก่ สื่อมวลชนจำพวกโทรทัศน์และวิทยุ การใช้โสตทัศนอุปกรณ์ การเรียนทางไปรษณีย์ และการสอนแบบโปรแกรม

การสอนแบบโปรแกรมเป็นเทคนิคการสอนแบบหนึ่ง ซึ่งช่วยแบ่งเบาภาระของครู ในกรณีที่จำนวนนักเรียนไม่ได้สัดส่วนกับจำนวนครู คือช่วยแก้ปัญหาการขาดแคลนครูไปได้ และเนื่องจากการสอนแบบโปรแกรมเป็นการสอนที่ช่วยให้ นักเรียนมีความกระตือรือร้นที่จะเข้าร่วมในกระบวนการของการเรียนการสอนทุกคน (Elzey , 1966 : IV) และ ทำให้นักเรียนทุกคนได้พัฒนาตนเองไปทางความฉลาดของแต่ละบุคคล เป็นการสอนที่

คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ทำให้คุณภาพของการเรียนการสอนสูงขึ้น นอกจากนี้การสอนแบบโปรแกรมยังช่วยส่งเสริมในเรื่องของการศึกษานอกระบบ (Nonformal Education) คือช่วยให้ผู้ที่ไม่มีโอกาสมาเรียนในระบบโรงเรียนสามารถศึกษาหาความรู้ในสิ่งที่เขาต้องการได้จากการสอนแบบโปรแกรม เช่น อ่านจากแบบเรียนโปรแกรมที่มีผู้สร้างและวิเคราะห์ไว้แล้ว เป็นต้น

จากประโยชน์ของการสอนแบบโปรแกรมนี้นี้ ทำให้ผู้วิจัยมีความเห็นว่า น่าจะมีการส่งเสริมการใช้บทเรียนแบบโปรแกรมให้แพร่หลายกว้างขวางยิ่งขึ้น เพราะประเทศไทยมีปัญหาที่สามารถนำเอาการสอนแบบโปรแกรมเข้าไปช่วยแก้ไขได้ ผู้วิจัยจึงได้ทำการสร้างบทเรียนแบบโปรแกรม วิชาสถิติ ระดับป.กศ. ขึ้นใช้สอน เพื่อเปรียบเทียบว่า การสอนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรม วิชาสถิติ ให้ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาสถิติแตกต่างกับการสอนแบบธรรมดาหรือไม่

ความมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมวิชาสถิติ ในระดับป.กศ. เรื่องการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางและการวัดการกระจาย
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาสถิติ ของนักเรียนฝึกหัดครูป.กศ. โดยใช้วิธีสอนแบบธรรมดา กับวิธีสอนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรม

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

1. การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ จะเป็นแนวทางในการสร้างและใช้บทเรียนแบบโปรแกรม ในการสอน
2. การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ จะเป็นแนวทางให้มีการนำเอาบทเรียนแบบโปรแกรมไปใช้ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆให้แพร่หลายยิ่งขึ้น
3. การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ทำให้ได้บทเรียนแบบโปรแกรมวิชาสถิติ ระดับป.กศ. เรื่องการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางและการวัดการกระจาย

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

1. บทเรียนแบบโปรแกรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ได้เลือกเอาเนื้อหาบางตอนในวิชาคณิตศาสตร์ 4 (สถิติ) ของหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาการศึกษา เนื้อหาที่ใช้คือ การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง (Measures of Central Tendency) และการวัดการกระจาย (Measures of Variability)
2. กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนเฝ้าหัดครูบ.กศ.ปีที่ 2 วิทยาลัยครูเทพสตรี ลพบุรี ปีการศึกษา 2519 จำนวน 90 คน โดยแบ่งออกเป็น 3 กลุ่มๆละ 30 คน
3. ระยะเวลาที่ใช้ในการเรียนของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม กำหนดตามเวลาที่ได้รับไว้ในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ 4 ระดับบ.กศ. ตามเนื้อหาที่ทำการวิจัย คือ 11 ชั่วโมง

ค่านิยามศัพท์เฉพาะ

1. บทเรียนแบบโปรแกรม หมายถึง บทเรียนแบบโปรแกรมวิชาสถิติ เรื่อง การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางและการวัดการกระจาย
2. นักเรียน หมายถึง นักเรียนเฝ้าหัดครูบ.กศ.ปีที่ 2 วิทยาลัยครูเทพสตรี ลพบุรี ปีการศึกษา 2519 ที่ใช้เป็นกลุ่มตัวอย่าง
3. นักเรียนในกลุ่มที่ 1 หมายถึง นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่สอนโดยใช้วิธีสอนที่ใช้บทเรียนแบบโปรแกรมและมีครูคอยควบคุม
นักเรียนในกลุ่มที่ 2 หมายถึง นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่สอนโดยใช้วิธีสอนที่ใช้บทเรียนแบบโปรแกรมโดยไม่มีครูคอยควบคุม
นักเรียนในกลุ่มที่ 3 หมายถึง นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่สอนโดยใช้วิธีสอนแบบธรรมชาติ
4. วิธีสอนที่ใช้บทเรียนแบบโปรแกรมและมีครูคอยควบคุม หมายถึง การสอนแบบที่ให้นักเรียนศึกษาจากบทเรียนแบบโปรแกรมในห้องเรียนโดยมีครูคอยให้ความช่วยเหลือ

วิธีสอนที่ใช้บทเรียนแบบโปรแกรมโดยไม่มีครูคอยควบคุม หมายถึง การสอน

แบบที่ให้นักเรียนฝึกหัดจากบทเรียนแบบโปรแกรมในห้องเรียนด้วยตนเอง โดยไม่มีครูคอยให้ความช่วยเหลือ

วิธีสอนแบบธรรมชาติ หมายถึง การสอนแบบครูบรรยายในห้องเรียน

5. แบบทดสอบ หมายถึง แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องการวัดแวนนำวเข้าสู่ส่วนกลางและการวัดการกระจาย ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและทำการวิเคราะห์แล้ว

จำนวน 2 ฉบับ

6. แบบทดสอบฉบับที่ 1 หมายถึง แบบทดสอบที่วัดความสามารถในการคิด

คำนวณ (Calculation)

แบบทดสอบฉบับที่ 2 หมายถึง แบบทดสอบที่วัดความคิดรวบยอด (Concepts)

สมมุติฐาน

ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาสถิติของนักเรียนที่เรียนจากวิธีสอน 3 แบบคือ วิธีสอนที่ใช้บทเรียนแบบโปรแกรมและปฏิกิริยาตอบกลับ วิธีสอนที่ใช้บทเรียนแบบโปรแกรม โดยไม่มีครูคอยควบคุม และวิธีสอนแบบธรรมชาติ แตกต่างกัน

เอกสารและการค้นคว้าวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การสอนแบบโปรแกรมเป็นเทคนิคใหม่ทางการศึกษาที่พยายามนำเอาผลการทดลองที่ค้นพบในห้องปฏิบัติการจิตวิทยาและ เทคโนโลยีใหม่ๆ มาใช้ในห้องเรียน

(Callender, 1969: 1) เป็นความพยายามของนักการศึกษาที่จะพัฒนาและปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น (Smith, 1962: V) และเป็นเครื่องมือที่สำคัญที่จะช่วยแก้ปัญหาเกี่ยวกับการขาดแคลนครู ช่วยนักเรียนที่มีปัญหาในด้านสติปัญญาให้เกิดการเรียนรู้เท่าที่ตัวเขาสมาารถรับไว้ได้ และช่วยผู้ที่ไม่มีโอกาสเรียนในระบบโรงเรียนให้ได้เรียนรู้ตามที่เขาค้นต้องการ (Calvin, 1969: 201)

การสอนแบบโปรแกรมเป็นวิธีสอนแบบใหม่ที่ไม่ใช้วิธีบังคับเกี่ยวข้องเช่นให้เด็กเรียนแต่หันมาใช้วิธีให้กำลังใจ ให้คุณค่าตอบแทนแก่เด็กแทน (Fine, 1962: 54)

ความหมายของการสอนแบบโปรแกรม

แชรรม (Brown, 1969: 247) ได้ให้ความหมายของการสอนแบบโปรแกรมไว้ว่า การสอนแบบโปรแกรมเป็นการจัดประสบการณ์ในการเรียนรู้อย่างมีระเบียบและเป็นไปตามลำดับขั้น โดยที่โปรแกรมทำหน้าที่เหมือนหนึ่งครูประจำตัวของนักเรียน โปรแกรมจะชักจูงผู้เรียนเข้าสู่กระบวนการของพฤติกรรมที่วางเรารณอย่างใดอย่างหนึ่ง ที่โปรแกรมจัดสรรไว้ให้ และจะทำให้ผู้เรียนได้แสดงออกซึ่งพฤติกรรมนั้น จนกระทั่งเกิดความเชื่อมั่นได้ว่า ผู้เรียนจะปฏิบัติเช่นนั้นต่อไปอีกในอนาคต หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า ผู้เรียนจะได้เรียนรู้ในสิ่งที่โปรแกรมจัดเตรียมไว้ให้

วิททิช (Wittich and others, 1962: 463) ได้ให้ความหมายของการสอนแบบโปรแกรมไว้ว่า การสอนแบบโปรแกรมหมายถึง วิธีการนำเสนออย่างมีระเบียบที่ละเอียดถี่ถ้วน ในสิ่งที่จะเรียนแก่ผู้เรียน ในแต่ละตอนจะมีเรื่องที่จะให้เรียนรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่งโดยเฉพาะ จะมีปัญหามาเกี่ยวกับเรื่องนั้นโดยตรง แล้วให้ผู้เรียนตอบปัญหานั้น

จากนั้นก็เลยกำหนดสิ่งที่ถูกต้องไว้ โปรแกรมแต่ละตอนจะประกอบไปด้วย กรอบปัญหา (frame) ซึ่งกรอบปัญหาในลำดับขั้นๆ จะเชื่อมโยงชักนำไปสู่กรอบปัญหาต่อไปเสมอ

ประวัติของการออกแบบโปรแกรม

การสอนแบบโปรแกรมมีกำเนิดขึ้นในสหรัฐอเมริกา ผู้ที่ได้รับการยกย่องว่าเป็นผู้บุกเบิกการออกแบบนี้คือศาสตราจารย์เพรสซี่ (Sidney L. Pressey) แห่งมหาวิทยาลัยโอไฮโอสเตท (Pereira, 1971: 5) โดยเพรสซี่ได้ประดิษฐ์เครื่องช่วยสอน (Teaching Machine) ขึ้นมา สำหรับทดลองนักเรียนของเขาในปีค.ศ.1920 และเขียนบทความเกี่ยวกับเครื่องช่วยสอนของเขาลงในวารสารชื่อ School and Society ในปีค.ศ.1926 (Fry, 1963: 17) เพรสซี่ได้ทำการปรับปรุงเครื่องช่วยสอนของเขาและนำออกเผยแพร่ในปีค.ศ.1929 (Pereira, 1971: 5) เครื่องช่วยสอนของเพรสซี่ไม่เหมือนกับเครื่องช่วยสอนในปัจจุบัน คือคล้ายกับเครื่องมือทดสอบนักเรียน ซึ่งสามารถตรวจคำตอบและให้คะแนนได้ แต่เนื่องจากสมัยนั้นคนทั่วไปยังมองไม่เห็นความจำเป็นของเครื่องช่วยสอนนัก จึงทำให้เครื่องช่วยสอนของเพรสซี่ไม่พัฒนาไปเท่าที่ควร (Epstein and Sam, 1961: 35)

การสอนแบบโปรแกรมเริ่มเป็นที่สนใจของคนทั่วไป เมื่อปีค.ศ.1950 และมีคนให้ความสนใจเพิ่มมากขึ้นในปีค.ศ.1954 เมื่อสกินเนอร์ (B.F. Skinner) แห่งมหาวิทยาลัยฮาร์วาร์ด ได้เขียนบทความอธิบายหลักการเรียนรู้ซึ่งนำไปสู่การสอนแบบโปรแกรม ลงใน Harvard Education Review (Pereira, 1971: 5) โดยใช้ชื่อบทความนี้ว่า "ศาสตร์แห่งการเรียนรู้และศิลปะของการสอน" (The Science of Learning and the Art of Teaching) (Smith, 1962: V) สกินเนอร์ได้ประดิษฐ์และทดลองเครื่องช่วยสอนของเขาต่อมา และตีพิมพ์ผลการค้นคว้าทดลองลงในวารสาร Science เมื่อปีค.ศ.1957 ทำให้เทคนิคการสอนแบบโปรแกรมแพร่หลายไปทั่วสหรัฐอเมริกาและประเทศอื่นๆ เช่น แคราดานาจักร เป็นต้น ผลการค้นคว้าทดลองของสกินเนอร์ ทำให้เขาได้รับการยกย่องว่า เป็นผู้ให้กำเนิดโปรแกรมการสอนแบบเส้นตรง (Pereira, 1971: 6)

นักจิตวิทยาอีกคนหนึ่งที่ได้รับการยกย่องว่า เป็นผู้ทำให้การสอนแบบโปรแกรมได้รับความนิยมแพร่หลายมากยิ่งขึ้นคือ โครว์เคอร์ (Norman Crowder) แห่งมหาวิทยาลัยชิคาโก โครว์เคอร์ได้ทำการค้นคว้าทดลองเกี่ยวกับโปรแกรมการสอนแบบสาขา ในช่วงเวลาที่เขาได้เข้าไปช่วยแก้ปัญหาลูกเกี่ยวกับการฝึกช่างฝีมือให้กับกองทัพอากาศสหรัฐ ซึ่งเป็นช่วงเวลาหลังจากการค้นคว้าทดลองของสกินเนอร์เพียงเล็กน้อย ความสำเร็จของโครว์เคอร์ ทำให้เขาได้รับการยกย่องว่า เป็นผู้ให้กำเนิดโปรแกรมการลงแบบสาขา (Pereira, 1971. 6)

การพัฒนาการสอนแบบโปรแกรมได้กระทำกันต่อมา โดยอาศัยแนวคิดของสกินเนอร์และโครว์เคอร์ ในสหรัฐอเมริกาและประเทศต่างๆที่สนใจการสอนแบบโปรแกรม ได้จัดตั้งองค์การเพื่อทำการวิจัยและเผยแพร่การสอนแบบโปรแกรมขึ้น ตัวอย่างเช่น Center for Programmed Instruction ของมหาวิทยาลัยโคลัมเบีย National Society for Programmed Instruction ของมหาวิทยาลัยทรินิตี้ National Center for Programmed Learning ของมหาวิทยาลัยเบอร์มิงแฮม และ Association for Programmed Learning ในลอนดอน เป็นต้น (Leith, 1966 : 135)

ในระยะหลังๆการลงแบบโปรแกรมได้รับการพัฒนาไปสู่แนวทางใหม่ๆมากยิ่งขึ้น โปรแกรมที่สร้างขึ้นมีแนวโน้มที่จะใช้การวิเคราะห์งาน (Task Analysis) เกี่ยวกับกระบวนการของการเรียนรู้ทางหลักจิตวิทยามาใช้เป็นเครื่องนำทาง และแทนที่จะใช้เพียงภาษาและสัญลักษณ์ในการสอน ก็ได้มีการรวบรวมเอากิจกรรมต่างๆที่ต้องปฏิบัติในการเรียนการสอนปกติ มาเตรียมเป็นบทเรียนโปรแกรม มีการนำเอาอุปกรณ์ทดสอบจนการทดลองต่างๆเข้ามาไว้ในโปรแกรมด้วย (Leith, 1966 : 97)

ทฤษฎีพื้นฐานของการสอนแบบโปรแกรม

การสอนแบบโปรแกรมเป็นการจัดประสบการณ์ในการเรียนรู้โดยอาศัยหลักจิตวิทยาพฤติกรรม ที่กล่าวถึง ความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งเร้า (Stimulus) กับการตอบสนอง (Response) และการเสริมแรง (Reinforcement) หลักจิตวิทยาพฤติกรรมที่นำมา

ใช้ในการสอนแบบโปรแกรม เป็นผลสืบเนื่องมาจากการค้นคว้าทดลองของสกินเนอร์ ในเรื่องการปรับภาวะแบบแสดงอาการกระทำ (Operant Conditioning) และอาจกล่าวได้ว่าอาศัยเรื่องของการปรับภาวะ (Conditioned Response) ในทฤษฎีการปรับภาวะ (Conditioning Theory) ของพาฟลอฟ (Ivan Pavlov) กับกฎแห่งผล (Law of Effect) ในทฤษฎีความต่อเนื่อง (Theory of Connection) ของธอร์นไดค์ (Edward L. Thorndike) เป็นแนวทางค้ำยัน (Callender, 1969: 2-6)

การสอนแบบโปรแกรมจะยึดหลักผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง โดยมุ่งให้ผู้เรียนได้รับผลที่สำคัญ 4 ประการ (นิพนธ์ คุชปรีดี, 2519: 46) คือ

1. ให้ผู้เรียนได้มีโอกาสดำเนินการกิจกรรมขณะเรียน
2. ให้ผู้เรียนทราบผลการเรียนของตนเอง
3. ให้ผู้เรียนได้รับความพอใจในความสำเร็จของการเรียนเป็นระยะๆ
4. การเรียนเป็นขั้นตอนที่ละน้อย ต่อเนื่องกัน

ลักษณะของการสอนแบบโปรแกรม

จากหลักจิตวิทยาพฤติกรรมดังกล่าว การสอนแบบโปรแกรมจึงมีลักษณะที่สำคัญ (Fry, 1963: 2) ดังนี้คือ

1. เนื้อหาวิชาถูกแตกออกเป็นหน่วยเล็กๆ เรียกว่า กรอบปัญหา (frame) ในแต่ละกรอบปัญหามันจะบรรจุไปด้วยถ้อยคำที่ยาวสั้นต่างกัน บางกรอบอาจใช้ถ้อยคำเพียงประโยคเดียว ในขณะที่บางกรอบใช้ถ้อยความเป็นบทสั้นๆ (paragraph)
2. แต่ละกรอบปัญหาคงให้ผู้เรียนได้ตอบสนอง เช่น ตอบคำถามหรือทำกิจกรรมที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหา การตอบสนองโดยการตอบคำถามนี้ (Calvin, 1969: 3-4) อาจให้ทำโดยการเติมข้อความลงในช่องว่างหรือให้เลือกคำตอบจากตัวเลือกที่กำหนดให้
3. ผู้เรียนได้รับการเสริมแรงแบบตอบกลับทันที (Immediate Feedback Reinforcement) คือ มีคำตอบที่ถูกต้องให้ผู้เรียนตรวจสอบกับคำตอบของเขา

4 . กรอบปัญหาจะต้องถูกจัดเรียงลำดับแบบต่อเนื่อง โดยยึดเอาลำดับชั้นของการเรียนรู้ในเนื้อหาเป็นสำคัญ

5 . โปรแกรมการสอนจะยึดเอาผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง โปรแกรมที่จะนำมาใช้ต้องผ่านการทดลองสอนกับผู้เรียนจำนวนหนึ่ง เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องจนเชื่อมั่นได้ว่าสามารถใช้สอนให้เกิดผลตามจุดมุ่งหมายของเนื้อหาแล้ว

6 . ผู้เรียนแต่ละคนมีอิสระที่จะเรียนไปตามขีดความสามารถของเขา คือ ไม่มีการจำกัดเวลาในการทำโปรแกรมของผู้เรียน

บุเกลสกี (บุเกลสกี, 2513: 306-307) ได้ชี้ให้เห็นถึงลักษณะของโปรแกรมการสอนที่ดีไว้ 5 ประการคือ

1 . ไม่มีการจำกัดเวลา ผู้เรียนแต่ละคนจะดำเนินการไปตามอัตราความสามารถของตน (Self-pacing)

2 . นักเรียนถูกกระตุ้นให้สร้าง ทำ ประกอบ หรือสร้างสรรค์คำตอบขึ้นมา แล้วเขียนลงไป

3 . การเสริมแรงนั้นกระทำทันที ขณะที่ผู้เรียนเขียนคำตอบลงไป เขาอาจทำให้ตนเองแน่ใจได้ โดยดูคำตอบที่มีไว้ให้

4 . การเรียนรู้ดำเนินไปที่ละน้อยๆ ทีละขั้น และมีข้อเพียงแต่ค่อยๆ ดำเนินไปที่ละขั้นเท่านั้น ยังมีการย้ำ ทบทวน และทดสอบตนเองอยู่เป็นอันมากทีเดียว

5 . คำตอบนั้นทำให้มีการเขียนบันทึก การเขียนบันทึกเช่นนั้นอาจทำให้มีการตรวจสอบได้ว่า แต่ละข้อที่ทำนั้น ยากไปหรือมีความจำเป็นหรือไม่

ชนิดของการสอนแบบโปรแกรม

การแบ่งชนิดของการสอนแบบโปรแกรมนั้น เราพิจารณาจากลักษณะของการตอบสนองของผู้เรียน ซึ่งแบ่งออกได้ดังนี้คือ

- โปรแกรมแบบเส้นตรง (Linear Programming) เป็นโปรแกรมการสอนที่พัฒนามาจากผลการค้นคว้าของสกินเนอร์และผู้ร่วมงานของเขา คือ ฮอลแลนด์

(James Holland) (Fry, 1963 : 4) ลักษณะที่สำคัญของโปรแกรมแบบนี้ (Stolurrow , 1961 : 12) คือ การเรียนรู้จากโปรแกรม ผู้เรียนจะต้องทำโปรแกรม ตั้งแต่กรอบปัญหาแรกไปจนถึงกรอบปัญหาสุดท้าย ที่โปรแกรมได้จัดลำดับไว้ให้ โดยไม่มีการข้ามกรอบปัญหาใดๆเลย เหมือนกันทุกคน ไม่ว่าผู้เรียนจะมีขีดความสามารถแตกต่างกับอย่างไรก็ตาม เพราะโปรแกรมแบบนี้มีความเชื่อว่า ผู้ที่เรียนจากโปรแกรมจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทัดเทียมกัน แต่ผู้เรียนแต่ละคนจะใช้เวลาในการทำโปรแกรมแตกต่างกันเท่านั้น

- โปรแกรมแบบสาขา (Branching Programming or Intrinsic Programming) โปรแกรมแบบนี้เป็นผลมาจากการค้นคว้าทดลองของ โกรว์เดอร์ ที่มีความเชื่อว่า ในการเรียนรู้โดยการใช้โปรแกรมการสอนนี้ ถ้าผู้เรียนตอบสนองผิด เราควรจะได้รับการแก้ไขหรือมีการอธิบายเพิ่มเติม เพื่อให้เขาได้เข้าใจ และทำการตอบสนองได้อย่างถูกต้อง ก่อนที่เขาจะเรียนรู้เรื่องใหม่ต่อไป (Pereira , 1971 : 6) ด้วยเหตุนี้ จำนวนกรอบปัญหาที่ผู้เรียนจากโปรแกรมแบบสาขาแต่ละคนต้องตอบสนอง จะมีจำนวนไม่เท่ากัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับขีดความสามารถของเขา

เนื่องจากผู้เรียนที่ตอบสนองต่อกรอบปัญหาไม่ถูกต้อง จำเป็นจะต้องได้รับการแก้ไข กรอบปัญหาจึงแบ่งออกเป็น 2 ชนิดคือ

1. กรอบย้อน จะบรรจุเนื้อหาหลักของเรื่องที่ย้อน และกำหนดไว้ในกรอบปัญหา จะเป็นกำหนดแบบให้เลือก กรอบย้อนนี้เป็นกรอบปัญหาที่ผู้เรียนทุกคนต้องผ่าน

2. กรอบสาขา เป็นกรอบปัญหาที่มีไว้สำหรับช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจ เมื่อตอบสนองกรอบย้อนผิด ในกรอบสาขาจะมีคำแนะนำหรือคำอธิบาย เพื่อช่วยแก้ความเข้าใจผิดให้แก่ผู้เรียน แล้วจึงให้กลับมายังกรอบย้อนตามเดิม เพื่อเลือกคำตอบอื่นต่อไป สำหรับกรอบสาขานี้ ผู้เรียนที่มีความสามารถสูง อาจไม่ต้องผ่านเลยก็ได้

(Stolurrow , 1961 : 13)

โปรแกรมแบบสาขาที่ดี ผู้สร้างโปรแกรมจะต้องมีประสบการณ์ในการสอนเนื้อหา

นั้นอย่างดี เพื่อจะได้ทราบถึงความเข้าใจผิดที่ผู้เรียนจะตอบสนองต่อการอธิบาย ทำให้สามารถจัดกรอนสาขาไว้ในโปรแกรมได้อย่างเหมาะสม (Taber, 1965: 129)

นอกจากโปรแกรมแบบเส้นตรงและแบบสาขาแล้ว ก็ยังมีโปรแกรมการสอนแบบอื่นๆ อีก เช่น โปรแกรมการสอนแบบดัดแปลง (Adaptive Programming) ซึ่งคิดขึ้นโดยวิศวกรไฟฟ้าชาวอังกฤษชื่อ พาสก์ (Gordon Pask) พาสก์ได้ทำการค้นคว้าวิจัยเครื่องมือของเขาอยู่ที่มหาวิทยาลัยวิสคอนซิน ในช่วงปี ค.ศ. 1950 ครั้นปี ค.ศ. 1958 เขาก็นำเอาเครื่องมือที่เขาประดิษฐ์ และเรียกชื่อว่า SAKI ออกเผยแพร่ (Pereira, 1971 : 6) โปรแกรมการสอนที่พาสก์คิดค้นขึ้นนี้ ใช้กับการสอนในเรื่องที่เกี่ยวกับการฝึกทักษะ เช่น การจับผิดคำ เป็นต้น (Pereira, 1971. 31)

สื่อการสอนที่ใช้โปรแกรมการสอนแต่ละแบบใช้ เมื่อก่อให้เกิดการเรียนรู้แก่ผู้เรียนแบ่งออกได้เป็น 2 ชนิด คือ

- สื่อการสอนที่อยู่ในรูปของหนังสือหรือรูปภาพ เรียกว่าบทเรียนโปรแกรม (Programmed Text)
- สื่อการสอนที่อยู่ในรูปเครื่องช่วยสอน เรียกว่า เครื่องช่วยสอน (Teaching Machine)

โปรแกรมการสอนแบบเส้นตรงและแบบสาขา สามารถใช้สื่อการสอนทั้ง 2 ชนิด ส่วนโปรแกรมการสอนแบบดัดแปลง ใช้ได้กับสื่อการสอนที่เป็นเครื่องช่วยสอนเท่านั้น

(Pereira, 1971: 7)

บทบาทของครูในการออกแบบโปรแกรม

ฟีล (E.A. Peel) กล่าวว่า ผู้เข้าใจผิดว่า การออกแบบโปรแกรมทำให้ผู้เรียนไม่มีอิสระในการตอบสนอง จากความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และครูไม่มีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนการสอนเลย ความเข้าใจผิดประการนี้นั้น ฟีลให้ความเห็นว่า มิใช่เป็นเพราะการออกแบบโปรแกรม แต่อยู่ที่ผู้ออกแบบสร้างโปรแกรมต่างหากว่า สร้างโปรแกรมไปจำกัดความคิดของผู้เรียนหรือส่งเสริมให้ผู้เรียนคิด (Leith, 1966. 7) ส่วนความเข้าใจผิดที่ว่า ครูไม่มีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนการสอนนั้น สไครเวน

(Calvin, 1969: 24) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการสอนแบบโปรแกรมไว้ว่า
ครูมีบทบาทสำคัญในส่วนที่โปรแกรมการสอนไม่สามารถช่วยผู้เรียนได้คือ

1 . ให้กำลังใจแก่ผู้เรียน ให้ขอมลพิเศษนอกเหนือไปจากที่มีในโปรแกรม และ
ชี้ให้ผู้เรียนเห็นประโยชน์ที่จะได้รับ ซึ่งจะช่วยสร้างความสนใจให้เกิดขึ้นแก่ผู้เรียน ทั้ง
ยังทำให้ผู้เรียนเรียนด้วยความสนุกสนานด้วย

2 . ช่วยแก้ไขความยุ่งยากให้ผู้เรียนเป็นรายบุคคล นับตั้งแต่ความยุ่งยากที่พบ
ในโปรแกรม ความยุ่งยากที่พบนอกเหนือไปจากในโปรแกรม และความยุ่งยากเกี่ยวกับการ
การสอน

3 . ให้การตอบสนองต่อปัญหาในด้านอารมณ์ ปัญหาเกี่ยวกับการขาดเรียนของ
ผู้เรียนเป็นรายบุคคลและอื่นๆ โดยให้ความช่วยเหลือที่เหมาะสมและให้การควบคุมดูแล
อย่างดี

4 . ประเมินการแสดงออกของผู้เรียนโดยอาศัยการพิจารณาทุกด้าน

ข้อดีและประโยชน์ของการสอนแบบโปรแกรม

เพอเวรา (Pereira, 1971: 3-4) ได้กล่าวถึงข้อดีของการสอนแบบ
โปรแกรมไว้ดังนี้คือ

1 . การสอนแบบโปรแกรม ได้รับการออกแบบโดยอาศัยหลักเกณฑ์ที่จะทำให้
แนวการสอนเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียนที่จะรับความรู้เข้าไป แบบเรียนได้
ผ่านการทดสอบ เปลี่ยนแปลง แก้ไข จนกระทั่งเป็นที่ยอมรับแล้ว

2 . การสอนแบบโปรแกรม ได้รับการออกแบบเพื่อที่จะให้สอดคล้องกับความ
ต้องการของกลุ่มผู้เรียนแต่ละกลุ่ม และผ่านการทดสอบกับผู้เรียนในกลุ่มดังกล่าวมาแล้ว

3 . จากผลการทดลองที่โคกระทำกันมา สรุปได้ว่าภายใต้เงื่อนไขและวิชาที่
แน่นอน ผู้เรียนสามารถเรียนได้เร็วโดยอาศัยการสอนแบบนี้ มากกว่าอาศัยการสอน
แบบอื่น และยังได้รับความรู้อย่างมีประสิทธิภาพด้วย

4. ผู้เรียนแต่ละคนสามารถศึกษาและได้รับความรู้ไปตามระดับความสามารถของตน แต่นักเรียนอ่อนก็สามารถเรียนรู้ได้เท่ากับนักเรียนที่เก่ง แต่ต้องใช้เวลาในการเรียนมากกว่า

5. ช่วยประหยัดเวลาให้แก่ครูผู้สอนที่กองการ สอนในเนื้อหาวิชาที่เป็นพื้นฐาน

6. ช่วยให้ผู้เรียนปี๋กำลังใจในการ เรียน เมื่อผู้เรียนได้ทราบว่า สิ่งที่เขาทำไปนั้นถูกต้อง

สำหรับประโยชน์ที่ได้รับจากการสอนแบบโปรแกรมนี้ คาลวิน (Calvin , 1969 : 211) และรัชตัน (Calvin , 1969 : 172-173) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการสอนแบบโปรแกรม พอสรุปได้ดังนี้คือ

1. โน้แห่งของหลักสูตร สามารถขยายหลักสูตรได้กว้างขวางถือเปิดวิชาให้เลือกเรียนได้มากวิชา

2. โน้แห่งของผู้บริหารการศึกษา

ก. ช่วยแก้ปัญหาการขาดแคลนครู

ข. ช่วยแก้ปัญหานักเรียนไม่ร้ที่เรียน

ค. ช่วยแก้ปัญหาโรงเรียนที่มีนักเรียนน้อย จนไม่อาจจัดการมาสอนได้

3. โน้แห่งของครู

ก. ครูมีเวลาพอที่จะได้ทำปรึกษาแก่เด็กเป็นรายบุคคล สามารถมีส่วนร่วมในการอธิบายถึงปัญหาการ กับผู้เรียน ที่อาจแบ่งเป็นกลุ่ม ทั้งเล็กและใหญ่

ข. ครูมีเวลาที่จะให้ความช่วยเหลือแก่เด็กที่เรียนช้า และในขณะ เดียวกัน ก็สามารถส่งเสริมเด็กที่เรียนเก่งได้ด้วย

ค. ครูมีเวลาสร้างสรรค์งานสอนและปรับปรุงการ ของมากขึ้น

4. โน้แห่งของผู้เรียน

ก. ผู้เรียนมีความเอาใจใส่และสนใจในการ เรียนมากขึ้น

ข. ผู้เรียนสามารถเรียนได้อย่างต่อเนื่อง โดยไม่ต้องพักการเรียนไปโดยกรณีที่ไม่ม่เวลาเรียนในเวลาปกติ

ค. ประหยัดเวลาในการเรียนรู้เนื้อหาในบทเรียนแก่ผู้เรียน

ง. โปรแกรมเป็นเสมือนหนึ่งครูประจำตัว (tutor) ที่ดีของผู้เรียน นอกจากประโยชน์ดังกล่าวแล้ว การออกแบบโปรแกรมยังมีประโยชน์ต่อการศึกษาผู้ใหญ่และการศึกษาออกโรงเรียนอีกด้วย

ขอบเขตของการใช้การสอนแบบโปรแกรม

แม้ว่าการสอนแบบโปรแกรมจะมีประโยชน์มากมาย แต่ก็มิใช่ว่าจะใช้แก้ปัญหาได้ทุกเรื่องเสมอไป (บูเกลสกี, 2513 : 329) และเนื่องจากโปรแกรมการสอนที่สร้างขึ้นมานั้น ได้จัดขึ้นมาเฉพาะสำหรับบุคคลบางกลุ่ม ดังนั้นในบางสถานการณ์ โปรแกรมการสอนก็จะส่งผลที่ดี แต่ในบางสถานการณ์ก็อาจได้ผลไม่ดีเท่าที่ควร (Poreira, 1971: 4) ฉะนั้นการใช้โปรแกรมการสอนจึงมีขอบเขตดังนี้คือ

1. การสอนแบบโปรแกรมเหมาะสำหรับสอนเนื้อหาที่เน้นเรื่องของความจริง (fact) เช่น วิชาคณิตศาสตร์และวิชาเทคนิคต่างๆ มากกว่าที่จะใช้สอนในเนื้อหาที่ต้องใช้การแสดงความกึกก้อง
2. ในกรณีที่ผู้เรียนมีจำนวนมากและอยู่ในห้องเรียนที่ต่างกัน ภาษาที่ใช้ในโปรแกรมอาจเป็นปัญหาสำหรับผู้เรียนในบางห้องเรียนได้ ดังนั้นโปรแกรมการสอนจะเหมาะกับผู้ที่มีความเข้าใจภาษาที่ใช้ในโปรแกรม
3. โปรแกรมการสอนเหมาะสำหรับสอนเนื้อหาที่เป็นความรู้พื้นฐานของวิชาต่างๆ มากกว่าที่จะใช้สอนเนื้อหาที่ลึกซึ้งมากๆ

การเปรียบเทียบการสอนแบบโปรแกรมกับการสอนแบบอื่นๆ ในต่างประเทศ

เพื่อเป็นการวิเคราะห์ข้อดีที่จะได้รับจากการสอนแบบโปรแกรม ในต่างประเทศ จึงมีผู้ทำการวิจัยเปรียบเทียบการสอนแบบโปรแกรมกับการสอนแบบอื่นๆ ดังนี้คือ

ริกส์ (Riggs, 1967 : 748-A) ได้เปรียบเทียบการสอนแบบโปรแกรมกับการสอนแบบธรรมดาในวิชาจิตวิทยาสำหรับนักเรียนเกรด 5 โดยแบ่งกลุ่มการทดลองออกเป็น 3 กลุ่มคือ กลุ่มที่ 1 เรียนจากแบบเรียนโปรแกรมอย่างเดียว

กลุ่มที่ 2 เรียนจากแบบเรียนโปรแกรมและได้รับการสอนเพิ่มเติมจากครู กลุ่มที่ 3 เรียนจากการสอนของครูอย่างเดี่ยว ผลปรากฏว่า นักเรียนในกลุ่มที่เรียนจากแบบเรียนโปรแกรม ทั้งกลุ่มที่เรียนด้วยตนเองและกลุ่มที่ได้รับการสอนเพิ่มเติมจากครู มีการพัฒนาทักษะในการเรียนเรื่องกราฟ สูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนของครูอย่างเดี่ยว

แคมป์เวอร์ธ (Kampwerth, 1971: 5828-A) ได้เปรียบเทียบการสอนโดยใช้แบบเรียนโปรแกรมกับการสอนโดยให้ครูสอนในห้องเรียน ในการสอนอ่านสำหรับเด็กที่เรียนช้า กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองมี 3 กลุ่มคือ กลุ่มที่เรียนจากแบบเรียนโปรแกรมด้วยตนเอง กลุ่มที่เรียนจากครูในห้องเรียน และกลุ่มที่เรียนจากแบบเรียนโปรแกรมร่วมกับการสอนของครูในห้องเรียน ผลปรากฏว่า นักเรียนในกลุ่มที่เรียนจากแบบเรียนโปรแกรมทั้ง 2 กลุ่มคือ กลุ่มที่เรียนด้วยตนเองและกลุ่มที่เรียนร่วมกับการสอนของครู มีประสิทธิภาพดีกว่ากลุ่มที่เรียนจากครูในห้องเรียน และกลุ่มที่เรียนจากแบบเรียนโปรแกรมร่วมกับการสอนของครูในห้องเรียน มีประสิทธิภาพในการจำศัพท์ได้ดีกว่ากลุ่มที่เรียนจากแบบเรียนโปรแกรมด้วยตนเอง

วีเบ (Webe, 1966: 1001-A) ได้เปรียบเทียบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แก่นักเรียนเกรด 9 ซึ่งเรียนอ่อน โดยให้การสอนแบบครูบรรยาย และการสอนที่ใช้แบบเรียนโปรแกรมแบบเส้นตรง และอาศัยเทคนิคการเสริมแรงประกอบการสอนแต่ละประเภท การทดลองครั้งนี้ กลุ่มตัวอย่างมี 3 กลุ่มคือ กลุ่มที่ 1 ส่วนใครที่ใช้แบบเรียนโปรแกรมและให้การเสริมแรงทันที กลุ่มที่ 2 สอนโดยครูบรรยายครึ่งหนึ่งกับใช้แบบเรียนโปรแกรมครึ่งหนึ่งและให้การเสริมแรงทันที กลุ่มที่ 3 สอนเหมือนกลุ่มที่ 2 แต่ให้การเสริมแรงช้าไป 1 วัน ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในกลุ่มที่ 3 สูงกว่ากลุ่มอื่น และสำหรับนักเรียนที่เรียนช้าและความสามารถในการอ่านกับการคิดคำนวณต่ำ การสอนของครูจะดีกว่าการสอนโดยใช้แบบเรียนโปรแกรม

ชราวน (Schramm, 1964: 26) ได้เปรียบเทียบวิธีสอนแบบธรรมชาติกับวิธีสอนที่ใช้แบบเรียนโปรแกรมร่วมกับการสอนของครู ในวิชาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนเกรด 8 และ เกรด 9 ผลปรากฏว่า วิธีสอนที่ใช้แบบเรียนโปรแกรมร่วมกับการสอน

ของครู ให้ผลดีกว่าการสอนแบบธรรมดา

สมิทและมัวร์ (Schramm, 1964: 98) ได้เปรียบเทียบการสอนโดยใช้เครื่องช่วยสอนและแบบเรียนโปรแกรมกับการสอนแบบธรรมดา ในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกราฟและพีลค์ สำหรับนักเรียนมัธยมในชนบทที่เรียนดี ผลปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนจากเครื่องช่วยสอนและแบบเรียนโปรแกรม มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนแบบธรรมดา

คอลลาแกน (Collagan, 1969: 1071-A) ได้เปรียบเทียบการสอนแบบโปรแกรมกับการสอนแบบธรรมดา ในวิชาเคมีศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานของวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนระดับวิทยาลัย ผลปรากฏว่า การสอนแบบโปรแกรมให้ผลดีกว่าการสอนแบบธรรมดา ทั้งยังช่วยประหยัดเวลาในการเรียนรู้ด้วย

บีทตี้ (Beattie, 1970: 1313-A) ได้เปรียบเทียบการสอนแบบโปรแกรมกับการสอนแบบธรรมดา ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับฝึกหัดครู ผลปรากฏว่า การสอนแบบโปรแกรมให้ผลดีกว่าการสอนแบบธรรมดา คือนอกจากจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าแล้ว ยังช่วยสร้างทัศนคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้วย

เอมลิง (Emling, 1975: 1378-A) ได้เปรียบเทียบการสอน 3 แบบ คือ การสอนโดยครูบรรยาย การสอนโดยใช้แบบเรียนโปรแกรม และการสอนโดยใช้โปรแกรมที่เป็นไปได้ประกอบแบบ สำหรับนักศึกษาชั้นมหาวิทยาลัย 3 กลุ่ม ผลปรากฏว่า นักศึกษาที่เรียนจากแบบเรียนโปรแกรมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างจากนักศึกษาที่เรียนจากโปรแกรมสไลด์ประกอบแบบ และสูงกว่านักศึกษาที่เรียนจากการฟังคำบรรยาย นอกจากนี้ นักศึกษาที่เรียนจากการสอนแบบโปรแกรมทั้ง 2 กลุ่ม ยังใช้เวลาเรียนน้อยกว่านักศึกษาที่เรียนจากการฟังคำบรรยายด้วย

ซีล (Seul, 1970: 4803-A) ได้เปรียบเทียบการสอนแบบโปรแกรมกับการสอนแบบธรรมดา ในการเรียนรู้วิชาทักษะถือ การเชื่อมโลหะ ผลปรากฏว่า นักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกัน แต่นักเรียนที่เรียนจากวิธีสอนแบบโปรแกรม มีประสบการณ์ในการเชื่อมโลหะในระยะแรกๆ และมีผลงานการเชื่อมโลหะที่

น่าพอใจ สูงกว่านักเรียนที่เรียนจากวิธีสอนแบบธรรมดา

แลช (Lach, 1970: 512-515) ได้ศึกษาผลการใช้แบบฝึกหัดแบบโปรแกรม วิชาคณิตศาสตร์ เป็นส่วนประกอบในการสอนวิชาคณิตศาสตร์แก่นักเรียนเกรด 7 เปรียบเทียบกับการสอนที่ไม่มีแบบฝึกหัดแบบโปรแกรม ผลปรากฏว่า

- จากการทดสอบโดยใช้แบบทดสอบวัดมโนภาพทางคณิตศาสตร์ของ Stanford ปรากฏว่า การสอนแบบที่มีแบบฝึกหัดโปรแกรมประกอบ ให้ผลดีกว่า
- จากการทดสอบโดยใช้แบบทดสอบที่ครูผู้สอนสร้างขึ้น ปรากฏว่า วิธีสอนทั้ง 2 แบบ ให้ผลไม่แตกต่างกัน
- นักเรียนที่เรียนจากการสอนที่มีแบบฝึกหัดแบบโปรแกรมประกอบ มีความสนใจ และมีทัศนคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นกว่าเดิม

ไวท์ (White, 1970: 3373-A) ได้เปรียบเทียบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แก่นักเรียนในระดับวิทยาลัยที่ต้องเรียนซ่อมเสริม โดยใช้การสอนแบบโปรแกรมกับการสอนแบบธรรมดา ผลปรากฏว่า วิธีสอนทั้ง 2 แบบให้ผลไม่แตกต่างกัน แต่การสอนแบบโปรแกรมช่วยให้นักเรียนแต่ละคนก้าวหน้าไปตามขีดความสามารถของเขา

คลาวด์ (Cloud, 1971: 5574-A) ได้เปรียบเทียบการสอนแบบโปรแกรมกับการสอนแบบธรรมดาในวิชาหลักการบัญชี เขาต้องการทราบถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่วัดได้จากวิธีสอนทั้ง 2 วิธี โดยคำนึงถึงเวลาเรียนที่ต่างกันคือ ภาคเช้าและภาคบ่าย ผลปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนจากวิธีสอนทั้ง 2 วิธี มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกัน และเวลาเรียนที่ต่างกันก็ไม่ได้ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่างกันด้วย

รีด (Reed, 1971: 1989-A) ได้เปรียบเทียบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แผนใหม่ สำหรับนักเรียนระดับปริญญาตรี โดยใช้วิธีสอนที่เน้นแบบเรียนโปรแกรมเพิ่มเติมจากการบรรยายของครู กับวิธีสอนที่ครูบรรยายและใช้แบบเรียนธรรมดา ปรากฏว่า วิธีสอนทั้ง 2 แบบให้ผลไม่แตกต่างกัน ไม่ว่าจะวัดกันตามความสามารถหรือจำแนกตามเพศ

เพียช (Pierce, 1970: 4692-A) ได้เปรียบเทียบการสอน 3 แบบคือ

การสอนแบบธรรมดา การสอนแบบที่ใช้แบบเรียนโปรแกรม และการสอนแบบที่ใช้โปรแกรมโสตทัศนวัสดุ ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่เรียนอ่อน ผลปรากฏว่า

- นักเรียนที่มีความสามารถในการอ่านสูง จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการอ่านต่ำ ไม่ว่าจะสอนด้วยวิธีใดใน 3 วิธี
- นักเรียนที่มีความสามารถในการอ่านต่ำ จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงเมื่อสอนโดยใช้แบบเรียนโปรแกรม
- วิธีสอนแบบธรรมดา ช่วยให้ให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนระยะแรกๆ ที่ที่สุด

วาร์นอน (Varnon, 1973: 3244-A) ได้เปรียบเทียบการสอนแบบโปรแกรมกับการสอนที่เรียนจากครูโดยตรง ในการสอนพิมพ์ดีดเบื้องต้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ผลปรากฏว่า วิธีสอนทั้ง 2 แบบให้ผลไม่แตกต่างกัน และกลุ่มที่เรียนจากการสอนแบบโปรแกรมจะพิมพ์ได้เร็วกว่า ในขณะที่กลุ่มที่เรียนจากครูจะพิมพ์ผิดน้อยกว่า การสอนทั้ง 2 แบบใช้สอนได้ทั้งเด็กที่เรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อน

คอนรอย (Conroy, 1972: 5102-A) ได้เปรียบเทียบการสอนแบบโปรแกรมกับการสอนแบบธรรมดา ในวิชาพีชคณิตระดับวิทยาลัย ผลปรากฏว่า วิธีสอนทั้ง 2 แบบให้ผลไม่แตกต่างกัน

แมคแฮนนี่ (McHaney, 1970: 4077-A) ได้เปรียบเทียบการสอนแบบโปรแกรมกับการสอนแบบธรรมดา ในวิชาสถิติสำหรับนักศึกษามหาวิทยาลัย โดยใช้กลุ่มตัวอย่าง 6 กลุ่ม และใช้ครูสอน 3 คน โดยครูแต่ละคนจะสอนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม คนละ 2 กลุ่ม ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของการสอนแบบธรรมดาของครูคนหนึ่งสูงกว่าการสอนแบบโปรแกรม ส่วนการสอนของครูอีก 2 คนนั้น ให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกัน

เบค (Beck, 1971: 6270-A) ได้เปรียบเทียบการสอนวิชาพีชคณิตระดับวิทยาลัย โดยใช้วิธีสอน 3 แบบคือ การสอนแบบธรรมดา การสอนแบบโปรแกรม และ

การสอนแบบที่ใช้สื่อการสอนหลายอย่าง (Multi-media Method) แล้วเปรียบเทียบ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้ (Retention) ความไม่สำเร็จ (Failure) และการถอนตัว (Withdrawal) ของนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากการสอนแบบธรรมชาติและการสอนแบบที่ใช้ สื่อการสอนหลายอย่างไม่แตกต่างกัน และสูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนแบบโปรแกรม แต่อัตราเฉลี่ยของความไม่สำเร็จและการถอนตัวของนักเรียนที่เรียนจากการสอนแบบ โปรแกรม มีน้อยที่สุด สำหรับความคงทนในการเรียนรู้นั้น นักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม ไม่แตกต่างกัน

การสอนแบบโปรแกรมในประเทศไทย

การสอนแบบโปรแกรมในประเทศไทย ปัจจุบันยังไปแพร่หลายนัก ยังไม่มีสถาบัน หรือองค์การที่ทำหน้าที่เกี่ยวกับการค้นคว้าวิจัย เรื่องการสอนแบบโปรแกรมนี้โดยเฉพาะ แต่อย่างไรก็ตาม ก็มีผู้พยายามเผยแพร่ความรู้เรื่องนี้ โดยเขียนออกมาในรูปของตำรา หรือบทความ เช่น การสร้างบทเรียนสำเร็จรูป ของดร.เบญจ ภูมิ ภูมิ การใช้ โสตทัศนวัสดุ ของสมพงษ์ ภิริเจริญและคณะ จิตวิทยาการเรียนรู้กับการสอน ซึ่งเป็น เรื่องแปลของจอมพล อภัยพันธุ์ นวัตกรรมเทคโนโลยีทางการศึกษา ของนิพนธ์ ฤทธิรัตน์ บทเรียนสำเร็จรูป ในชุมนุมวิชาการ ของประทีป ลายชัย และเทคนิควิทยาทางการ ศึกษา ในศูนย์ศึกษา ของดร.วิจิตร ศรีสะอ้าน นอกจากการเผยแพร่ความรู้โดยอาศัย ตำราและบทความแล้ว ก็ยังมีงานวิจัยเกี่ยวกับการสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมและการ เปรียบเทียบการสอนโดยใช้การสอนแบบโปรแกรมกับการสอนแบบอื่น ๆ เพื่อเสนอแนะวิธี สร้างและใช้การสอนแบบโปรแกรม รวมทั้งชี้ให้เห็นถึงประโยชน์ที่จะได้รับจากการสอน แบบโปรแกรมอีกด้วย

งานวิจัยที่เกี่ยวกับการสร้างบทเรียนแบบโปรแกรม ได้แก่ การสร้างแบบเรียน โปรแกรมวิชาพีชคณิต ชั้นม.1 ของกรมวิชาการ ซึ่งต่อมา พลรัตน์ ลักขณีนาวิน (พลรัตน์ ลักขณีนาวิน, 2514) ได้นำไปทดลองสอนเปรียบเทียบกับการสอนแบบปกติ

ผลปรากฏว่า ให้ผลที่ดีกว่าการสอนแบบปกติ การสร้างบทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง "การใช้สูตรหาพื้นที่สามเหลี่ยม" ชั้นป.7 ขอมมาลี คันคิณุทธ การสร้างบทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง "สมบัติของทะเล" ชั้นป.7 ของเรไร แหวนเกตุ การสร้างบทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง "แรงลม แรงแม่เหล็ก" ชั้นป.6 ของบรรณิการ์ พวงเกษม และการสร้างบทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง "การบวก ลบ เกษส่วน" ชั้นป.5 ของสุทธิ สนิทประ-
ชากร

สำหรับการเปรียบเทียบการสอนแบบโปรแกรมกับการสอนแบบอื่นๆ มีดังนี้คือ
เชื้อน ปิ่นเงิน (เชื้อน ปิ่นเงิน, 2518) ได้เปรียบเทียบการสอนโดยใช้
บทเรียนโปรแกรมแบบสาขากับการสอนตามปกติ ในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลิมิตและความ
ต่อเนื่อง ระดับป.กศ.สูง ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียน
จากบทเรียนแบบโปรแกรม สูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ

ปรีดา เพชรมีศรี (ปรีดา เพชรมีศรี, 2518) ได้เปรียบเทียบการสอนโดยใช้
บทเรียนแบบโปรแกรมกับการสอนตามปกติ ในวิชาวิทยาศาสตร์ ชั้นมศ.1 ผลปรากฏ
ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากบทเรียนแบบโปรแกรม สูงกว่า
นักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ

มานพ ชัยศิริเรก (มานพ ชัยศิริเรก, 2519) ได้เปรียบเทียบการสอนแบบ
โปรแกรมกับการสอนแบบธรรมดา ในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเซตและความสัมพันธ์ ระดับ
มหาวิทยาลัยปีที่ 1 ผลปรากฏว่า วิธีสอนแบบโปรแกรมให้ผลดีกว่าการสอนแบบธรรมดา

นิรันดร์ แนนชิด (นิรันดร์ แนนชิด, 2519) ได้เปรียบเทียบการสอนแบบ
โปรแกรมกับการสอนตามปกติ ในวิชาวิทยาศาสตร์ ชั้นมศ.3 ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนและการเปลี่ยนแปลงให้มีทัศนคติที่ดีต่อวิทยาศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจาก
การสอนแบบโปรแกรม สูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ

จิตติมา เหมกิตติวัฒน์ (จิตติมา เหมกิตติวัฒน์, 2519) ได้เปรียบเทียบการ
สอนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมกับการสอนตามปกติ ในวิชาวิทยาศาสตร์ ชั้นป.6
ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากบทเรียนแบบโปรแกรม

สูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ

ธานี จันทรา (ธานี จันทรา, 2519) ได้เปรียบเทียบการสอนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมกับการสอนตามปกติ ในวิชาวิทยาศาสตร์ ป้องชั้น ชั้นป.7 ผลปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนจากบทเรียนแบบโปรแกรมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ

วิวัฒน์ วัชรนิธิ (วิวัฒน์ วัชรนิธิ, 2519) ได้เปรียบเทียบการสอนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมกับการสอนตามปกติ ในวิชาวิทยาศาสตร์ ชั้นม.3 ผลปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนจากบทเรียนแบบโปรแกรมนอกจากจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติแล้ว ยังมีทัศนคติในทางสนับสนุนค่าบทเรียนแบบโปรแกรมและการสอนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมอีกด้วย

อุดม มุ่งเกษม (อุดม มุ่งเกษม, 2513) ได้เปรียบเทียบการสอนโดยใช้เครื่องช่วยสอนกับการสอนตามปกติ ในการสอนภาษาอังกฤษ ชั้นป.7 ผลปรากฏว่า วิธีสอนทั้ง 2 แบบให้ผลไม่แตกต่างกัน แต่นักเรียนที่เรียนจากเครื่องช่วยสอนมีความกระตือรือร้น และบางคนก็ใช้เวลาเรียนน้อยกว่าปกติด้วย

ปรีชา กุณวลี (ปรีชา กุณวลี, 2515) ได้เปรียบเทียบการสอนแบบโปรแกรมกับการสอนตามปกติ ในวิชาวิทยาศาสตร์ ชั้นป.5 ผลปรากฏว่า วิธีสอนทั้ง 2 แบบ ให้ผลไม่แตกต่างกัน

วรรณา เจียมทะวงษ์ (วรรณา เจียมทะวงษ์, 2515) ได้เปรียบเทียบการสอนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมกับการสอนตามปกติ ในวิชาเลขคณิต ชั้นป.5 ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความตรงใจของนักเรียนที่เรียนจากการสอนทั้ง 2 แบบไม่แตกต่างกัน แต่การสอนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมช่วยให้ครูมีเวลาว่างพอสำหรับจัดเตรียมกิจกรรมอื่น และไม่ป้ญหาในการปกครองชั้นด้วย

สมพงษ์ ธรรมพงษา (สมพงษ์ ธรรมพงษา, 2518) ได้เปรียบเทียบการสอนแบบโปรแกรมกับการสอนตามปกติ ในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกรุป ระดับป.กศ.สูง ผลปรากฏว่า วิธีสอนทั้ง 2 แบบให้ผลไม่แตกต่างกัน

สมวงษ์ ทรัพย์เจริญ (สมวงษ์ ทรัพย์เจริญ, 2518) ได้เปรียบเทียบการสอนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมกับการสอนปกติ ในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเซต ชั้นมศ.1 ผลปรากฏว่า วิธีสอนทั้ง 2 แบบให้ผลไม่แตกต่างกัน

วิศา กิริเสรีวรรณ (วิศา กิริเสรีวรรณ, 2518) ได้เปรียบเทียบการสอนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมกับการสอนปกติ ในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมศ.3 ผลปรากฏว่า วิธีสอนทั้ง 2 แบบให้ผลไม่แตกต่างกัน

ปรีปติ ฉิมแจ่ม (ปรีปติ ฉิมแจ่ม, 2518) ได้เปรียบเทียบการสอนแบบโปรแกรมกับการสอนตามปกติ ในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์สัญลักษณ์เบื้องต้น ชั้นมศ.1 ผลปรากฏว่า วิธีสอนทั้ง 2 แบบให้ผลไม่แตกต่างกัน

มยุเรศ ผาติเสนะ (มยุเรศ ผาติเสนะ, 2518) ได้เปรียบเทียบการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมแบบสาขากับการสอนตามปกติ ในวิชาภาษาอังกฤษ ระดับป.กศ. ผลปรากฏว่า วิธีสอนทั้ง 2 แบบให้ผลไม่แตกต่างกัน

จากผลของการเปรียบเทียบระหว่างการสอนแบบโปรแกรมกับการสอนตามปกติ เท่าที่ผู้วิจัยมาแล้ว พบว่า ส่วนใหญ่การสอนแบบโปรแกรมช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีกว่าหรือใกล้เคียงกับการสอนตามปกติ นอกจากนี้การสอนแบบโปรแกรมยังมีผลดีที่พอสรุปได้คือ

1. นักเรียนมีความเอาใจใส่และกระตือรือร้นในการเรียน
2. นักเรียนใช้เวลาเรียนน้อยกว่าปกติ
3. ไม่มีปัญหาในการปกครองชั้น
4. ครูมีเวลาที่จะเตรียมกิจกรรมอื่น หรือให้ความช่วยเหลือนักเรียนเป็นรายบุคคล มากยิ่งขึ้น
5. สามารถใช้สอนนักเรียนได้คราวละหลายๆ

บทที่ 3

วิธีดำเนินการ

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างในการทดลอง เป็นนักเรียนฝึกหัดครูป.กศ.ปีที่ 2 วิทยาลัยครู
เทพสตรี จ.บุรีรัมย์ ปีการศึกษา 2519 จำนวน 90 คน ที่เลือกมาแบบสุ่ม จากนักเรียน
ทั้งหมด 249 คน และแบ่งออกเป็น 3 กลุ่มๆละ 30 คน โดยใช้วิธีสุ่มอีกครั้งหนึ่ง

กลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่มคือ

กลุ่มที่ 1 สอนโดยใช้วิธีสอนที่จับทบทวนแบบโปรแกรมและมีครูคอย
ควบคุม

กลุ่มที่ 2 สอนโดยใช้วิธีสอนที่จับทบทวนแบบโปรแกรมโดยไม่มีครูคอย
ควบคุม

กลุ่มที่ 3 สอนโดยใช้วิธีสอนแบบธรรมชาติ

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1. บทเรียนแบบโปรแกรม บทเรียนแบบโปรแกรมที่ผู้วิจัยใช้ในการศึกษาค้น
คว้าครั้งนี้ เป็นบทเรียนโปรแกรมแบบเส้นตรง ที่ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตามลำดับขั้น
ดังนี้คือ

1.1 การวางแผนและการวิเคราะห์

ผู้วิจัยได้ศึกษาวิธีเขียนบทเรียนโปรแกรมแบบเส้นตรงจากตำราที่ว่าด้วยการสร้าง
บทเรียนแบบโปรแกรม เช่น การสร้างบทเรียนสำเร็จรูป (เบรื่อง ภูมิ, 2516)

Programmed Instruction: Bold New Venture (Calvin, 1969) และ

A Handbook of Programmed Learning (Leith, 1966) และศึกษาตัวอย่าง
บทเรียนโปรแกรมแบบเส้นตรงที่มีผู้สร้างไว้แล้ว เช่น บทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง
"การใช้สูตรหาพื้นที่สามเหลี่ยม (มาลี คันทัญทข, 2516) บทเรียนแบบโปรแกรม

เรื่อง"การบวก ลบ คูณ ส่วน" (ชูศรี ส. ปรชกร, 2516) แบบเรียนโปรแกรมวิชา พิชคณิต ชั้นมศ.1 (กรมวิชาการ, 2510) และ A Programmed Introduction to Statistics (Elzey, 1966) จากนั้นจึงเขียนบทเรียนแบบโปรแกรมในเนื้อหาที่จะ ทำการศึกษาคนควา แล้ววิเคราะห์บทเรียนดังกล่าว ดังน้ือ

ครั้งที่ 1 ทดลองบทเรียนกับนักเรียนฝึกหัดกรุป.กศ.ปีที่ 2 ของวิทยาลัยครู เทพสตรี ลพบุรี จำนวน 2 คน เพื่อปรับปรุงแก้ไข

ครั้งที่ 2 นำบทเรียนที่แก้ไขแล้วในครั้งที่ 1 มาทดลองกับนักเรียนฝึกหัดกรุป. กศ.ปีที่ 2 ของวิทยาลัยครูเทพสตรี ลพบุรี กลุ่มใหม่ จำนวน 5 คน เพื่อปรับปรุง แก้ไขอีกครั้งหนึ่ง

ครั้งที่ 3 ทดลองบทเรียนแบบโปรแกรมที่ปรับปรุงแก้ไขในครั้งที่ 2 แล้ว กับ นักเรียนฝึกหัดกรุป.กศ.ปีที่ 2 ของวิทยาลัยครูเทพสตรี ลพบุรี จำนวน 35 คน แล้ว จึงนำผลมาทรววิเคราะห์ เพื่อทำให้บทเรียนแบบโปรแกรมมีคุณภาพตามเกณฑ์ของการ วิเคราะห์คือ ถือหลักว่า แต่ละกรอบปัญหาของบทเรียน จะต้องมียุตอบถูกไม่ต่ำกว่า 90% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

1.2 การจัดเรียงลำดับเนื้อหาในบทเรียนโปรแกรม ผู้วิจัยได้จัดเรียง ลำดับของเนื้อหาในบทเรียนแบบโปรแกรม โดยแบ่งออกเป็น 2 เรื่องใหญ่ๆ ดังนี้คือ

- | | |
|-------------|---|
| เรื่องที่ 1 | การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง |
| เนื้อหา | <ul style="list-style-type: none"> - มัชฌิมเลขาคณิตหรือค่ากลางเลขคณิต (Arithmetic Mean) - มัชฌิมฐาน (Median) - ฐานนิยม (Mode) |
| เรื่องที่ 2 | การวัดการกระจาย |
| เนื้อหา | <ul style="list-style-type: none"> - พิสัย (Range) - ส่วนเบี่ยงเบนควอเตอร์ (Quartile Deviation) - ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (Mean Deviation) - ความแปรปรวนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
(Variance and Standard Deviation) |

จากการตรวจวิเคราะห์แบบเรียน หลังจากทดลองในครั้งที่ 3 แล้ว ได้บทเรียนแบบโปรแกรมที่ประกอบไปด้วยกรอบปัญหาทั้งสิ้น 346 กรอบ โดยแบ่งเป็นกรอบปัญหาของเรื่องที่ 1 จำนวน 215 กรอบ และกรอบปัญหาของเรื่องที่ 2 จำนวน 131 กรอบ

2. แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผู้วิจัยได้ศึกษาการออกแบบทดสอบ และการวิเคราะห์แบบทดสอบตามแนวทางในหนังสือเทคนิคการวัดผล (ชวาล แพทย์กุล, 2509) แล้วสร้างแบบทดสอบชนิด 5 คำเลือกขึ้นมามี 2 ฉบับ คือ

ฉบับที่ 1 เป็นแบบทดสอบที่วัดความเข้าใจในเรื่องการคิดคำนวณ

ฉบับที่ 2 เป็นแบบทดสอบที่วัดความเข้าใจเรื่องยอ

แล้วนำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นมาทั้ง 2 ฉบับ ไปทดสอบกับนักเรียนฝึกหัดครู ป.กศ.ปีที่ 2 วิทยาลัยครูเพชรบุรี เฉลิมพระเกียรติ จำนวน 83 คน จากนั้นนำผลมาวิเคราะห์ตามหลักการ 27% กลุ่มสูงและ 27% กลุ่มต่ำ แล้วใช้ตารางสำเร็จของจุง-เทห์ ฟาน (Fan, 1952) เลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ .20-.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป ฉบับละ 30 ข้อ นำมาหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson 20) คือ

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum pq}{s^2} \right)$$

เมื่อ r_{tt} แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

s^2 แทน ค่าความแปรปรวนของคะแนน

p แทน อัตราของคนที่ตอบถูกในแต่ละข้อของแบบทดสอบ

q แทน อัตราของคนที่ตอบผิดในแต่ละข้อของแบบทดสอบ

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้ง 2 ฉบับคือ

แบบทดสอบฉบับที่ 1 มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.8040

แบบทดสอบฉบับที่ 2 มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.8032

วิธีดำเนินการทดลอง

ในการดำเนินการทดลอง ผู้วิจัยดำเนินการดังต่อไปนี้คือ

1. สอนนักเรียนในกลุ่มที่ 1 โดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและวิเคราะห์แล้ว และผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นครูคอยให้ความช่วยเหลือแก่นักเรียนที่มีปัญหา

สอนนักเรียนในกลุ่มที่ 2 โดยผู้วิจัยมอบบทเรียนแบบโปรแกรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและวิเคราะห์แล้ว ให้นักเรียนทุกคนในกลุ่มนี้ และมอบหมายให้นักเรียนเรียนจากบทเรียนแบบโปรแกรมด้วยตนเอง ผู้วิจัยได้ติดตามผลงานที่มอบหมายให้นักเรียนกลุ่มนี้ โดยเรียกตรวจแบบฝึกหัดในบทเรียนแบบโปรแกรมทุกระยะ

ส่วนนักเรียนในกลุ่มที่ 3 ผู้วิจัยให้อาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์ของวิทยาลัยครูเทศบาล สุพรรณบุรี เป็นผู้ทำการสอน วิธีสอนที่ใช้คือ การสอนแบบบรรยายในห้องเรียน โดยสอนในเนื้อหาเดียวกันกับกลุ่มตัวอย่างอีก 2 กลุ่ม ซึ่งเป็นเนื้อหาที่กำหนดไว้ในหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาการศึกษา

เวลาที่กลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม ใช้ในการศึกษาเนื้อหาที่ทำการวิจัยคือ 11 ชั่วโมง เท่ากันทุกกลุ่ม

2. เมื่อเสร็จสิ้นการเรียนแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการทดสอบนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม ด้วยแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและทำการวิเคราะห์แล้วทั้ง 2 ฉบับ โดยใช้เวลาสอบรวมทั้งสิ้น 1 ชั่วโมง 30 นาที นับเป็นสอบฉบับละ 45 นาที

การวิเคราะห์ข้อมูล

นำคะแนนที่ได้จากการทดสอบนักเรียนทั้ง 3 กลุ่มด้วยแบบทดสอบแต่ละฉบับ มาวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบ Single Classification Analysis of Variance ซึ่งมีสูตรดังนี้คือ

Source of Variation	df	SS	MS
Between Groups	k-1	$SS_B = \sum_{j=1}^k \left[\frac{\sum_{i=1}^n X_{1j}^2}{n} \right] - \frac{(\sum_{i=1}^N X_1)^2}{N}$	$MS_B = \frac{SS_B}{k-1}$
Within Groups	N-k	$SS_W = SS_T - SS_B$	$MS_W = \frac{SS_W}{N-k}$
Total	N-1	$SS_T = \sum_{i=1}^N X_1^2 - \frac{(\sum_{i=1}^N X_1)^2}{N}$	

เมื่อ	SS	หมายถึง	Sum of Squares
	SS_B	หมายถึง	Between Sum of Squares
	SS_W	หมายถึง	Within Sum of Squares
	SS_T	หมายถึง	Total Sum of Squares
	MS	หมายถึง	Mean Square
	MS_B	หมายถึง	Mean Square for Between Groups
	MS_W	หมายถึง	Mean Square for Within Groups
	k	หมายถึง	จำนวนกลุ่มตัวอย่าง
	n	หมายถึง	จำนวนหน่วยตัวอย่างในกลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่ม
	N	หมายถึง	$\sum_{i=1}^k n_i$
	df	หมายถึง	degree of freedom

ให้นำค่าที่ได้จากตารางมาเปรียบเทียบกับหาความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย
จากสูตร

$$F = \frac{MS_B}{MS_W}$$

บทที่ 4

ผลการทดลอง

ในบทนี้จะได้เสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล พร้อมทั้งการแปลความหมาย และเพื่อให้เกิดความเข้าใจในการแปลความหมายตรงกัน ผู้วิจัยขอเสนอสัญลักษณ์ต่างๆที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้คือ

X	หมายถึง	คะแนนดิบ
f	หมายถึง	ความถี่ของคะแนนดิบ
n	หมายถึง	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
$\bar{X}$	หมายถึง	คะแนนเฉลี่ย โดยที่

$$\bar{X} = \frac{\sum fX}{n}$$

SS	หมายถึง	Sum of Squares
MS	หมายถึง	Mean Square
df	หมายถึง	degree of freedom
F	หมายถึง	F-test
P	หมายถึง	ระดับความเชื่อมั่น

ผลจากการทดสอบกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม โดยใช้แบบทดสอบฉบับที่ 1 ปรากฏว่า มีการกระจายของคะแนน ดังแสดงในตารางต่อไปนี้คือ

ตาราง 1 แสดงการกระจายของคะแนนจากแบบทดสอบฉบับที่ 1
 ของนักเรียนกลุ่มที่ 1

x	f	fx	x^2	fx^2
12	3	36	144	432
13	1	13	169	169
14	2	28	196	392
15	2	30	225	450
17	1	17	289	289
18	6	108	324	1944
19	4	76	361	1444
20	2	40	400	800
21	5	105	441	2205
22	2	44	484	968
25	1	25	625	625
26	1	26	676	676
	30	548		10394

$$\bar{x} = 18.26$$

ตาราง 2 แสดงการกระจายของคะแนนจากแบบทดสอบครั้งที่ 1
ของนักเรียนกลุ่มที่ 2

X	f	fX	X ²	fX ²
8	1	8	64	64
9	3	27	81	243
10	1	10	100	100
11	2	22	121	242
12	2	24	144	288
13	1	13	169	169
14	2	28	196	392
15	3	45	225	675
17	4	68	289	1156
18	5	90	324	1620
20	1	20	400	400
21	2	42	441	882
23	1	23	529	529
24	1	24	576	576
26	1	26	784	784
	30	172		8120

$$\bar{X} = 15.73$$

ตาราง 3 แสดงการกระจายของคะแนนจากแบบทดสอบฉบับที่ 1
 ของนักเรียนกลุ่มที่ 3

X	f	fX	X ²	fX ²
8	1	8	64	64
10	1	10	100	100
11	2	22	121	242
12	3	36	144	432
13	2	26	169	338
14	2	28	196	392
15	1	15	225	225
16	2	32	256	512
17	1	17	289	289
18	3	54	324	972
19	1	19	361	361
20	3	60	400	1200
21	3	63	441	1323
22	1	22	484	484
23	2	46	529	1058
24	1	24	576	576
28	1	28	784	784
	30	510		9352

$$\bar{X} = 17$$

คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบฉบับที่ 1 ของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม ปรากฏว่า
 กลุ่มที่ 1 ได้คะแนนเฉลี่ย 18.26 กลุ่มที่ 2 ได้คะแนนเฉลี่ย 15.73 และ
 กลุ่มที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ย 17.0 เมื่อเราไปเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย
 โดยใช้ F-test จะปรากฏดังตาราง 4

ตาราง 4 ผลการเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย
 จากแบบทดสอบฉบับที่ 1

Source of Variation	df	SS	MS	F	P
Between Groups	2	96.26	48.13	2.3796	< .05
Within Groups	87	1750.73	20.2268		
Total	89				

$$(F_{.05} = 3.09)$$

จากตาราง 4 แสดงว่าคะแนนจากแบบทดสอบฉบับที่ 1 ของกลุ่มตัวอย่างทั้ง
 3 กลุ่ม แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับความเชื่อมั่น .05 ซึ่งขัดแย้งกับ
 สมมุติฐาน

นั่นคือ ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาสถิติของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม ในด้าน
 ความสามารถในการคิดคำนวณ (Calculation) ไม่แตกต่างกัน

ในการทดสอบโดยใช้แบบทดสอบฉบับที่ 2 คะแนนจากแบบทดสอบของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม มีการกระจายของคะแนน ดังแสดงในตารางต่อไปนี้คือ

ตาราง 5 แสดงการกระจายของคะแนนจากแบบทดสอบฉบับที่ 2
ของนักเรียนกลุ่มที่ 1

x	f	fx	x^2	fx^2
5	1	5	25	25
6	1	6	36	36
8	3	24	64	192
9	1	9	81	81
10	1	10	100	100
11	3	33	121	363
12	3	36	144	432
13	2	26	169	338
14	4	56	196	784
16	3	48	256	768
17	3	51	289	867
18	1	18	324	324
20	1	20	400	400
21	1	21	441	441
23	1	23	529	529
27	1	27	729	729
	30	413		6409

$$\bar{X} = 13.76$$

ตาราง 6 แสดงการกระจายของคะแนนจากแบบทดสอบฉบับที่ 2
 ของนักเรียนกลุ่มที่ 2

X	f	fX	X ²	fX ²
6	2	12	36	72
7	1	7	49	49
8	1	8	64	64
9	3	27	81	243
10	2	20	100	200
11	3	33	121	363
12	2	24	144	288
13	2	26	169	338
14	3	42	196	588
16	5	80	256	1280
17	1	17	289	289
18	1	18	324	324
19	1	19	361	361
20	1	20	400	400
21	2	42	441	882
	30	395		5741

$$\bar{X} = 13.16$$

ตาราง 7 แสดงการกระจายของคะแนนจากแบบทดสอบฉบับที่ 2
 ของนักเรียนกลุ่มที่ 3

X	f	fX	X ²	fX ²
5	1	5	25	25
7	3	21	49	147
8	2	16	64	128
9	3	27	81	243
10	1	10	100	100
11	4	44	121	484
12	1	12	144	144
13	4	52	169	676
14	3	42	196	588
15	3	45	225	675
16	1	16	256	256
18	1	18	324	324
22	1	22	484	484
24	1	24	576	576
25	1	25	625	625
	30	379		5475

$$\bar{X} = 12.63$$

คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบฉบับที่ 2 ของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม ปรากฏว่า
 กลุ่มที่ 1 ได้คะแนนเฉลี่ย 13.76 กลุ่มที่ 2 ได้คะแนนเฉลี่ย 13.16 และ
 กลุ่มที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ย 12.63 เมื่อนำไปเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย
 โดยใช้ F-test จะปรากฏผลดังตาราง 8

ตาราง 8 ผลการเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย
 จากแบบทดสอบฉบับที่ 2

Source of Variation	df	SS	MS	F	P
Between Groups	2	19.26	9.64	0.4534	< .05
Within Groups	87	1750.50	21.2701		
Total	39				

$$(F_{.05} = 3.09)$$

จากตาราง 8 แสดงว่า คะแนนจากแบบทดสอบฉบับที่ 2 ของกลุ่มตัวอย่าง
 ทั้ง 3 กลุ่ม แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับความเชื่อมั่น .05 ซึ่งขัดแย้ง
 กับสมมติฐาน

นั่นคือ ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาสถิติของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม ในด้าน
 ความคิดรวบยอด (Concepts) ไม่แตกต่างกัน

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมวิชาสถิติ ในระดับป.กศ. เรื่องการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางและการวัดการกระจาย
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ในการ เรียนวิชาสถิติ ของนักเรียนฝึกหัดครูป.กศ. โดยใช้วิธีสอนแบบธรรมชาติ กับวิธีสอนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรม

สมมุติฐานของการศึกษาค้นคว้า

ผลสัมฤทธิ์ในการ เรียนวิชาสถิติของนักเรียน ที่เรียนจากวิธีสอน 3 แบบคือ วิธีสอนที่ใช้บทเรียนแบบโปรแกรมจะมีผลสูงกว่าวิธีสอนที่ใช้บทเรียนแบบโปรแกรม โดยไม่มีครูคอยควบคุม และวิธีสอนแบบธรรมชาติ แตกต่างกัน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างในการทดลองเป็นนักเรียนฝึกหัดครูป.กศ.ปีที่ 2 วิทยาลัยครู เทพสตรี ลพบุรี ปีการศึกษา 2519 จำนวน 90 คน ที่เลือกมาแบบสุ่มจากนักเรียนทั้งหมด 249 คน และแบ่งออกเป็น 3 กลุ่มละ 30 คน โดยใช้วิธีสุ่มอีกครั้งหนึ่ง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1. บทเรียนโปรแกรมแบบเน้นแรง วิชาสถิติ เรื่องการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางและการวัดการกระจาย ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ 4 (สถิติ) ระดับป.กศ.

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางและการวัดการกระจาย จำนวน 2 ฉบับคือ ฉบับที่ 1 เป็นแบบทดสอบที่วัดความสามารถในการคิดคำนวณ และฉบับที่ 2 เป็นแบบทดสอบที่วัดความคิดรวบยอด ซึ่งผู้วิจัยได้ทำการ

วิเคราะห์แล้ว

การดำเนินการทดลอง

1. ผู้วิจัยสอนนักเรียนในกลุ่มที่ 1 โดยมีบทเรียนแบบโปรแกรมและผู้วิจัยคอยให้ความช่วยเหลือ ส่วนกลุ่มที่ 2 ผู้วิจัยมอบหมายให้นักเรียนอ่านบทเรียนแบบโปรแกรมที่ผู้วิจัยแจกให้ ด้วยตนเอง โดยผู้วิจัยติดตามงานที่มอบหมายอยู่ทุกระยะ และกลุ่มที่ 3 ให้อาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์ ของวิทยาลัยครูเทศบาล เป็นผู้สอน โดยสอนในเนื้อหาเดียวกัน สำหรับเวลาที่กลุ่มตัวอย่างใช้ในการเรียนคือ 11 ชั่วโมง เท่ากันทุกกลุ่ม
2. ผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนทั้ง 3 กลุ่มด้วยแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการวัดแนวน้ำเข้าสู่ส่วนกลางและการวัดการกระจาย จำนวน 2 ฉบับ โดยทดสอบหลังจากเรียนจบเนื้อหาที่ทำการศึกษากันแล้ว และใช้เวลาในการทดสอบทั้งสิ้น 1 ชั่วโมง 30 นาที

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากการทดสอบกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม มาเปรียบเทียบหาความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย โดยใช้ F-test

ผลการทดลอง

ผลสัมฤทธิ์ในการ เรียนวิชาสถิติ เรื่องการวัดแนวน้ำเข้าสู่ส่วนกลางและการวัดการกระจาย ของนักเรียนฝึกหัดครูบ.กศ. ที่เรียนจากวิธีสอนที่ใช้บทเรียนแบบโปรแกรม และมีครูคอยควบคุม วิธีสอนที่ใช้บทเรียนแบบโปรแกรมโดยไม่มีครูคอยควบคุม และวิธีสอนแบบธรรมชาติ ไม่แตกต่างกัน ที่ระดับความเชื่อมั่น .05

อภิปรายผล

ผลการทดลองปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ในการ เรียนวิชาสถิติของนักเรียนที่เรียนจากวิธีสอนทั้ง 3 วิธี ไม่แตกต่างกัน แต่อย่างไรก็ตาม ถ้าพิจารณาจากคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่ม จากแบบทดสอบทั้ง 2 ฉบับ จะพบว่า วิธีสอนที่ใช้บทเรียนแบบ

โปรแกรมและมีครูคอยควบคุม มีแนวโน้มที่จะเป็นวิธีสอนที่ดีที่สุด เพราะคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบทั้ง 2 ฉบับ สูงกว่าคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างที่เรียนจากวิธีสอนอีก 2 วิธีที่เหลือ ส่วนวิธีสอนที่ใช้บทเรียนแบบโปรแกรมโดยไม่มีครูคอยควบคุมและวิธีสอนแบบธรรมดานั้น คะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบด้วยแบบทดสอบฉบับที่ 1 ของกลุ่มตัวอย่างที่เรียนจากวิธีสอนแบบธรรมดากว่า สูงกว่าคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างที่เรียนจากวิธีสอนที่ใช้บทเรียนแบบโปรแกรมโดยไม่มีครูคอยควบคุม แต่ในทางตรงกันข้าม เมื่อทดสอบด้วยแบบทดสอบฉบับที่ 2 วิธีสอนที่ใช้บทเรียนแบบโปรแกรมโดยไม่มีครูคอยควบคุมให้ค่าเฉลี่ยสูงกว่า

จากผลการทดลองที่ได้นี้ สรุปได้ว่า การสอนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมเป็นวิธีสอนที่ช่วยให้เด็กเรียนเกิดการเรียนรู้ได้คือพอๆกับการสอนแบบธรรมดา และมีแนวโน้มที่จะให้ผลที่ดีกว่า ถ้าครูให้คะแนนช่วยเหลือเพิ่มเติมจากการเรียนด้วยบทเรียนแบบโปรแกรม นอกจากนี้ การสอนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรม ยังมีคุณค่าอีกหลายประการคือ

1. เป็นกระบวนการซึ่งให้นักเรียนมีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
2. เป็นกระบวนการซึ่งให้นักเรียนมีนิสัยรักการอ่านและสามารถศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง โดยที่ไม่ต้องคอยพึ่งแต่ครูผู้สอน
3. ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาตนเองไปตามระดับความสามารถของแต่ละบุคคล ไม่ทำให้นักเรียนที่เรียนเก่งต้องเบื่อหน่าย และไม่ทำให้นักเรียนที่เรียนอ่อนเกิดความท้อแท้
4. ช่วยให้ครูมีเวลาว่างพอที่จะตรวจสอบแบบฝึกหัด หรือให้ความช่วยเหลือแก่นักเรียนเรียนรวมบุคคล
5. ช่วยตอบสนองต่อความพร้อมและความสนใจของนักเรียนแต่ละคน เพราะนักเรียนสามารถที่จะเรียนได้ทุกเวลาที่เขามีความพร้อมและความสนใจ ไม่เฉพาะแต่ในช่วงเวลาเรียนตามปกติเท่านั้น

ข้อเสนอแนะ

ก. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1) จากผลการทดลองพบว่า การสอนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรม ไม่ว่าจะมีความถูกต้องหรือไม่ก็ตาม ช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดีพอๆกับการสอนแบบธรรมดา ดังนั้นจึงควรที่จะมีการส่งเสริมให้มีการสร้าง วิเคราะห์ และใช้บทเรียนแบบโปรแกรมให้แพร่หลายยิ่งขึ้น

2) ลมควรที่จะมีหน่วยงานเพื่อการส่งเสริมการสอนแบบโปรแกรมโดยเฉพาะ เพื่อทำหน้าที่วิจัยเกี่ยวกับการสอนแบบโปรแกรม และเผยแพร่ความรู้เกี่ยวกับการสอนแบบนี้ นับตั้งแต่กระบวนการสร้าง วิเคราะห์ และใช้การสอนแบบโปรแกรม จนถึงผลงานวิจัยที่ได้กระทำกันมาแล้ว เพื่อจะได้ใช้การออกแบบโปรแกรมอย่างเหมาะสม

3) เพื่อเป็นการส่งเสริมการใช้การสอนแบบโปรแกรม และช่วยลดภาระในการสร้างโปรแกรมการสอน คณะที่จะให้มีเอกสาร เผยแพร่โปรแกรมการสอนที่มีผู้สร้างและวิเคราะห์ไว้แล้ว

ข. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยต่อไป

1) ควรนำบทเรียนแบบโปรแกรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปทดลองสอนกับนักเรียนฝึกหัดครู ป. กศ. ของวิทยาลัยครูแห่งอื่น

2) เนื่องจากผู้วิจัยยังมีประสบการณ์ในการสอนเนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยไม่มากพอที่จะทราบถึงข้อบกพร่องและความเข้าใจผิดของนักเรียนได้อย่างกว้างขวาง บทเรียนแบบโปรแกรมที่ใช้ในการทดลองจึงเป็นโปรแกรมการสอนแบบเส้นตรง แต่สำหรับผู้ที่มีประสบการณ์ในการสอนมากพอ ควรสร้างโปรแกรมการสอนแบบสาขาสั้นๆ เพื่อใช้ในการทดลองสอนเปรียบเทียบกับการสอนแบบธรรมดาและ เปรียบเทียบกับการสอนโดยใช้โปรแกรมการสอนแบบเส้นตรง

3) ในการทดลองเปรียบเทียบการสอนของผู้วิจัย วิธีสอนที่ใช้บทเรียนแบบโปรแกรมและมีความถูกต้องนั้น ครูผู้สอนทำหน้าที่แค่เพียงคอยให้ความช่วยเหลือเมื่อนักเรียนมีปัญหาเท่านั้น มิได้ทำการสอนในเนื้อหาที่ทำการวิจัยทั้งหมดแก่นักเรียน

จึงควรมีการทดลองสอนเปรียบเทียบโดยวิธีสอนที่ครูสอนในเนื้อหาที่ทำการวิจัยทั้งหมด และมีบทเรียนแบบโปรแกรม กับวิธีสอนที่ใช้แบบเรียนโปรแกรมโดยไม่มีครูคอยควบคุม และวิธีสอนแบบธรรมชาติ

4) ควรมีการทดลองสอนเปรียบเทียบโดยใช้ชนิดของโปรแกรมการสอนที่ต่างกัน กับนักเรียนในระดับความสามารถต่างๆ เพื่อพิจารณาว่า โปรแกรมการสอนแต่ละชนิด เหมาะกับนักเรียนในระดับความสามารถใด

5) ควรมีการทดลองสอนเปรียบเทียบโดยใช้ชนิดของโปรแกรมการสอนที่ต่างกัน กับนักเรียนในระดับชั้นเรียนต่างๆ เพื่อพิจารณาว่า โปรแกรมการสอนแต่ละชนิด เหมาะกับนักเรียนในระดับชั้นใด

6) ควรศึกษาเปรียบเทียบทัศนคติของนักเรียนที่เรียนจากการสอนแบบโปรแกรมกับการสอนแบบอื่นๆ

7) ควรศึกษาว่า การสอนแบบโปรแกรมช่วยให้นักเรียนเกิดทัศนคติที่ดีต่อวิชาที่สอนหรือไม่

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- คณิต อินจันทร์ณรงค์ สถิติขั้นมูลฐาน อักษรเจริญทัศน์ 2509, 163 หน้า.
- จิตติมา เหมกิตติวัฒน์ การศึกษารเปรียบเทียบผลการสอนวิทยาศาสตร์ เรื่องพืชและการขยายพันธุ์พืช ในระดับชั้นป 6 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนตามปกติ ปรินฎานิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ 2519, 217 หน้า.
- ซวาล แพร์คกุล เทคนิคการวัดผล วัฒนาพานิช 2509, 452 หน้า.
- สุตรี สนิทประชากร การสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่อง "การบวก ลบเศษส่วน" สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ปรินฎานิพนธ์ ค.ม. บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2516.
- ธานี จันทรา การศึกษารเปรียบเทียบผลการสอนวิชาวิทยาศาสตร์เบื้องต้น เรื่องสิ่งที่มีชีวิต ชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนตามปกติ ปรินฎานิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ 2519, 68 หน้า.
- นิกร วรวิรัช การเปรียบเทียบผลการเรียนสะกดคำภาษาอังกฤษจากแบบเรียนโปรแกรม ระหว่างแบบบอกค่าความทันที กับแบบบอกค่าตอบล่าช้า ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปรินฎานิพนธ์ กศ.ม. วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร 2515, 87 หน้า.
- นิพนธ์ ศุขปรีดี นวัตกรรมเทคโนโลยีทางการศึกษา โรงพิมพ์พิมพ์เนศ 2519, 175 หน้า.
- นิรันดร์ แนนชิด การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาวิทยาศาสตร์บางหัวข้อ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนตามปกติ ปรินฎานิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ 2519, 34 หน้า.
- บุเกสส์กี บี อาร์ จิตวิทยาการเรียนรู้กับการสอน สมควร อภัยพันธุ์ แปลและเรียบเรียง นิครสยาม 2513, 375 หน้า.

- ประทีป สยามชัย "บทเรียนสำเร็จรูป" ชุมชนทางวิชาการ รายงานการประชุมที่ ๑๑
วิชาการครั้งที่ 1 1-5 สิงหาคม 2510 กรมสามัญศึกษา หน้า 221-225
 สหกรณ์ชายฝั่ง 2510 306 หน้า.
- ปรีดา เพชรมีศรี การทบทวนเปรียบเทียบผลการสอนวิทยาศาสตร์ ชั้นมศ.1 ในบาง
หัวข้อ โดยใช้แบบเรียนโปรแกรมกับการสอนตามปกติ ปรินิพนธ์ กศ.ม.
 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ 2518, 36 หน้า.
- ปรีดี ฉิมแจ่ม การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์
สัญลักษณ์เบื้องต้น ในระดับชั้นมศ.1 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ
 ปรินิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ 2518, 32 หน้า.
- ปรีชา คุณวัลย์ การศึกษาเปรียบเทียบการสอนวิชาวิทยาศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5
โดยใช้แบบเรียนโปรแกรมกับการสอนตามปกติ ปรินิพนธ์ กศ.ม. วิทยาลัย
 วิชาการศึกษา ประสานมิตร 2515, 42 หน้า.
- เปื้อง กุมท การสร้างบทเรียนสำเร็จรูป พิมพ์ครั้งที่ 2 ศูนย์โสตทัศนศึกษา วิทยาลัย
วิชาการศึกษา ประสานมิตร 2516, 131 หน้า.
- พลรัตน์ ดัชนียานาวิน การทดลองสอนพีชคณิตโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป ปรินิพนธ์
 ว.ม. บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2514.
- มยุเรศ ผาติเสนอ การศึกษาเปรียบเทียบผลการสอนเรื่องกาล (Tenses) โดยใช้
บทเรียนโปรแกรมกับการสอนตามปกติ ในระดับชั้นป.กศ.ปีที่ 1 ปรินิพนธ์
 กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ 2518, 54 หน้า.
- มานพ ชัยดิเรก การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเซตและ
ความสัมพันธ์ แก่นสี่ชั้นปีที่ 1 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ โดยใช้บทเรียน
โปรแกรมกับการสอนตามปกติ ปรินิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทร
 วิโรฒ 2519, 61 หน้า

- มาลี ตันติยุทธ การสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่อง "การใช้สูตรหาพื้นที่สามเหลี่ยม"
สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 ปริญฐานิพนธ์ ค.ม. บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย 2516
- ล้วน สายยศ และอังคณา ตันศิริตานนท์ สถิติวิทยาทางการศึกษา วัฒนาพานิช
2515, 276 หน้า.
- ลิขิต เทออสถิรศักดิ์ หลักสถิติ สีส้มการพิมพ์ 2513, 373 หน้า.
- วรรณา เจริญทะวงศ์ การศึกษาเปรียบเทียบการสอนวิชาเลขคณิต ชั้นประถมศึกษา
ปีที่ 5 ระหว่างการใช้แบบเรียนสำเร็จรูป (Programmed Textbook) กับ
การสอนตามปกติ ปริญฐานิพนธ์ กศ.ม. วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร
2515, 71 หน้า.
- วิทยา ศิริเสรีวรรณ การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความ
น่าจะเป็น (Probability) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้บทเรียน
โปรแกรมกับการสอนปกติ ปริญฐานิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2518, 40 หน้า.
- วิวัฒน์ วัชรหิรัญ การศึกษาเปรียบเทียบผลการสอนวิชาวิทยาศาสตร์ เรื่องทัศนอุปกรณ์
อย่างง่าย ชั้นมศ.3 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนตามปกติ ปริญฐานิพนธ์
กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ 2519, 45 หน้า.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง กรมวิชาการ พีชคณิต มศ.1 A Programmed Textbook
โรงพิมพ์คุรุสภา 2510, 256 หน้า
- สมพงษ์ ธรรมพงษ์ การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกรุป
(Group) ในระดับชั้นประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง โดยใช้บทเรียน
โปรแกรมกับการสอนปกติ ปริญฐานิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2518, 158 หน้า.
- สมพงษ์ ศิริเจริญและคณะ คู่มือการใช้โสตทัศนวิเทศน์ โครงการพัฒนาการศึกษา
กระทรวงศึกษาธิการ 2506, 422 หน้า.

- สมวงษ์ ทรัพย์เจริญ การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเซต
ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ
 ปริญาณพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ 2518, 63 หน้า.
- สาธารณสุข, กระทรวง การเพิ่มของประชากรกับการวางแผนครอบครัวในประเทศไทย
 โรงพิมพ์พัฒนศิลป์ 2516, 84 หน้า.
- อุดม มุ่งเกษม การทดลองใช้เครื่องสอนประกอบการสอนวิชาภาษาอังกฤษ ในระดับชั้น
ประถมปีที่ 7 ปริญาณพนธ์ กศ.ม. วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร 2513,
 180 หน้า.
- เอื้อน ปิ่นเงิน การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลิมิต
(Limits) และความต่อเนื่อง (Continuity) ในระดับชั้นป.กศ.สูง วิชาเอก
คณิตศาสตร์ โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนตามปกติ ปริญาณพนธ์ กศ.ม.
 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ 2518, 150 หน้า.
- อาไพวรรณ เป้าอารีย์ สถิติเบื้องต้น โรงพิมพ์สามมิตร 2514, 143 หน้า.
- Beattie, Ian David, "The Effects of Supplementary Programmed
 Instruction in Mathematics on the Mathematical Attitudes and
 Abilities of Prospective Teachers", Dissertation Abstracts,
 30(8): 3343-A, February, 1970.
- Beck, Marilyn Clark, "A Comparative Analysis of Three Methods of
 Teaching Remedial Algebra on the Junior College Level",
Dissertation Abstracts, 31(12): 6270-A, June, 1971.
- Brown, W. James, and others, A.V. Instruction: Method and Teaching,
 McGraw-Hill, New York, 1969, 621 pp.
- Callender, Patricia, Programmed Learning: Its Development and
Structure, Longmans, Green and Co. Ltd., London, 1969, 120 pp.

- Calvin, Allen D., Programmed Instruction: Bold New Venture, Indiana University Press, Bloomington and London, 1969, 250 pp.
- Cloud, Charles Douglas, "An Experimental Study Comparing the Effectiveness of Programmed Instruction and the Conventional Method of Teaching First-Semester Principles of Accounting", Dissertation Abstracts, 31(11): 5574-A, May, 1971.
- Collagan, Robert Bruce, "The Construction and Evaluation of a Programmed Course in Mathematics Necessary for Success in Collegiate Physical Science", Dissertation Abstracts, 30(3): 1070-A, September, 1969.
- Conroy, David E., "The Effects of Age and Sex upon a Comparison between Achievement Gains in Programmed Instruction and Conventional Instruction in Remedial Algebra I at Northern Virginia Community College", Dissertation Abstracts, 32(9): 5102-A, March, 1972.
- Downie, N. M., Heat, R. W., Basic Statistical Method, Harper & Row Publishers, New York, 1970, 356 pp.
- Elzey, Freeman F., A Programmed Introduction to Statistics, Wadsworth Publishing Company, Inc., Belmont, California, 1966, 376 pp.
- Emling, Robert C., "An Evaluation of the Use of Programmed Instruction at Six Dental Schools", Dissertation Abstracts, 36(3): 1378-A, September, 1975.
- Epstein, Beryl, and Sam, The First Book of Teaching Machines, Franklin Watts, Inc., New York, 1961, 50 pp.

- Fan, Churg-Teh, Item Analysis Table, Educational Testing Service, 1952, 32 pp.
- Fine, Benjamin, Teaching Machines, Sterling Publishing Co., Inc., New York, 1962, 176 pp.
- Fry, Edward B., Teaching Machines and Programmed Instruction, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1963, 244 pp.
- Hartley, J., Strategies for Programmed Instruction: An Educational Technology, Wilmer Brothers Limited, Birkenhead, 1972, 231 pp.
- Kampwerth, Leonard Cornelius, "An Experimental Study of Programmed Tutoring for Reading Instruction of Mental Retardates", Dissertation Abstracts, 31(11): 5888-A, May, 1971.
- Lach, Ivan John, "Report of a Study on the Use of Programed Workbooks to Provide for Partially Individualized Mathematics Instruction in the Junior High", The Mathematics Teacher, 63(6): 512-515, October, 1970.
- Leith, G.O.M., and others, A Handbook of Programmed Learning, Robert Cunningham and Sons Ltd., Alva, 1966, 152 pp.
- McHaney, John Howard, "An Experimental Study in the Use of Programmed Instructional Materials in Business and Economic Statistics I at Auburn University", Dissertation Abstracts, 30(11): 4877-A, May, 1970.
- Pereira, P. D., Introduction to Programmed Learning, Management Development Branch, Human Resources Department, Geneva, 1971, 65 pp.

- Pierce, David Randall, "A Comparison of the Conventional, Printed Programmed and Audio-Programmed Methods of Teaching Remediation-Oriented Mathematics", Dissertation Abstracts, 30(11): 4692-A, May, 1970.
- Reed, Jorly Franklin, "The Relative Effectiveness of Programmed and Conventional Textbooks as Supplements to Classroom Lecture in the Teaching of Elementary Modern Mathematics", Dissertation Abstracts, 30(4): 1989-A, October, 1971.
- Riggs, Corinne Whitlow, "The Construction and Evaluation of a Programmed Text on the Interpretation of Graphs for Grade Five", Dissertation Abstracts, 27(9): 2748-A, March, 1967.
- Schramm, Wilbur, The Reserch on Programmed Instruction: An Annotated Bibliography, U S. Department of Health Education and Welfare, Washington D.C., 1964, 114 pp.
- Seel, Michael Ronald, "An Experiment to Compare Student Achievement in Beginning Welding when Taught by Lecture-Demonstration Versus Modified Programmed Instruction", Dissertation Abstracts, 30(11): 4803-A, May, 1970.
- Smith, Wendell I., and Moore, William J., Programmed Learning: Theory and Reserch, D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, 1968, 240 pp.
- Stolurow, Lawrence M., Teaching by Machine, U.S. Government Printing Office, Washington, 1961, 173 pp.

- Taber, Julian I., and others, Learning and Programmed Instruction, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Massachusetts, 1965, 182 pp.
- Varnon, Mary Sue, "A Comparison of Self-Paced, Programmed Instruction and Teacher-Directed, Nonprogrammed Instruction in Problem Typewriting in the Beginning Secondary School Course", Dissertation Abstracts, 34(6): 3244-A, December, 1973.
- Walpole, E. Ronald, Introduction to Statistics, The Macmillan Company, New York, 1968, 365 pp.
- White, Charles Colven, "The Use of Programmed Texts for Remedial Mathematics Instruction in College", Dissertation Abstracts, 30(8): 3373-A, February, 1970.
- Wiebe, Arthur John, "The Comparative Effects of Three Methods of Utilizing Programmed Mathematics Materials with Low-Achievers", Dissertation Abstracts, 27(4): 1002-A, October, 1966.
- Wittich, Walter Arno, and others, Audio-Visual Materials: Their Nature and Use, Harper & Brothers Publishers, New York, 1962, 500 pp.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก.

แบบทดสอบที่ใช้ในการวิจัย

แบบทดสอบฉบับที่ 1

คำชี้แจง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. จงหาคะแนนที่ขาดหายไปตัวหนึ่ง จากข้อมูล 6 , 13 , 9 , 10 , 17 , ...
เมื่อมัธยิมเลขคณิตเท่ากับ 11

ก. 14 ข. 13 ค. 12 ง. 11 จ. 10

2. มัธยิมเลขคณิตของข้อมูล 1426 , 1365 , 1397 , 1458 , 1406 , 1384
มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 1404.5 ข. 1405.83 ค. 1406

ง. 1406.16 จ. 1412.66

3. ก. ต้องการหามัธยิมเลขคณิตของข้อมูลชุดหนึ่ง แต่เนื่องจากคะแนนแต่ละตัวมีค่ามาก
ก. จึงเอา 34 ไปหักออกจากคะแนนทุกตัวในข้อมูลชุดนั้น ปรากฏว่าคะแนนชุดใหม่คือ
-7 , -6 , -4 , 0 , 2 , 3 , 5 จงหามัธยิมเลขคณิตของข้อมูลชุดเดิม

ก. 27 ข. 33 ค. 35 ง. 41 จ. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

4. จงหาคะแนนที่ขาดหายไปจากข้อมูลข้างล่างนี้ เมื่อมัธยิมเลขคณิตเท่ากับ 5.4

x	f
3	2
5	4
...	3
10	1

ก. 6

ข. 7

ค. 8

ง. 9

จ. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

คำชี้แจง ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 5 - 7

x	f	d
108	2	...
...	3	-8
118	6	0
127	4	9
130	1	12

5. คะแนนตัวที่ขาดหายไปคือ

ก. 115 ข. 114 ค. 112 ง. 111 จ. 110

6. d ที่ขาดหายไปเท่ากับ

ก. -13 ข. -12 ค. -11 ง. -10 จ. -9

7. มัชฌิมเลขคณิตของข้อมูล มีค่าเท่ากับ

ก. 118.375 ข. 118.25 ค. 118.125

ง. 118 จ. 117.875

8. จงหามัชฌิมเลขคณิตของข้อมูลต่อไปนี้

i	f
1 $\frac{2}{3}$	3
4 $\frac{5}{6}$	5
7 $\frac{4}{9}$	9
10 $\frac{11}{12}$	2
13 $\frac{14}{15}$	1

ก. 5.95

ข. 6.45

ค. 6.90

ง. 6.95

จ. 7.0

คำชี้แจง ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 9 - 13

x	f	d
10 - 13	2	-12
18 - 21	5	-4
22 - 25	8	0
26 - 29	4	4
30 - 33	1	8

9. a มีค่าเท่ากับ

ก. 21.5 ข. 22 ค. ~~23.5~~ ง. 25 จ. 25.5

10. d ของชั้นคะแนน 30 - 33 เท่ากับ

ก. 2 ข. 4 ค. 6 ง. ~~8~~ จ. 10

11. d ของชั้นคะแนน 10 - 13 เท่ากับ

ก. -4 ข. -6 ค. ~~-8~~ ง. -10 จ. ~~-12~~

12. $\sum fd$ มีค่าเท่ากับ

ก. 68 ข. 24 ค. 20 ง. -20 จ. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

13. มัชฌิมเลขคณิต มีค่าเท่ากับ

ก. 24.5 ข. 24.1 ค. 23.4 ง. 22.9 จ. 22.5

14. มัชฐานของข้อมูล 58 , 15 , 4 , 103 , 36 , 103 มีค่าเท่ากับ

ก. 36 ข. 47 ค. 58 ง. 103 จ. ไม่มีมัชฐาน

คำชี้แจง ใช้ตารางแจกแจงความถี่ที่กำหนดให้ ตอบคำถามข้อ 15 - 17

i	f
2 - 5	2
6 - 9	3
10 - 13	4
14 - 17	1

15. คะแนนที่เป็นมัธยฐาน อยู่ในตำแหน่งที่

- ก. 9 ข. 8 ค. 7 ง. 6 จ. 5

16. ชั้นคะแนนที่มีฐานตกอยู่คือ

- ก. 2 - 5 ข. 6 - 9 ค. 10 - 13 ง. 14 - 17

จ. ยังสรุปแน่นอนไม่ได้

17. มัธยฐานมีค่าเท่ากับ

- ก. 5 ข. 5.5 ค. 9.5 ง. 13.5 จ. หาค่าไม่ได้

18. ฐานนิยมของข้อมูล 2 , 4 , 5 , 6 , 10 มีค่าเท่ากับ

- ก. 0 ข. 2 ค. 5 ง. 10 จ. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

คำชี้แจง ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 19 - 20

i	f
12 - 15	2
16 - 19	3
20 - 23	4
24 - 27	1

19. ฐานนิยมมีค่าอยู่ระหว่างคะแนน

- ก. 16 - 19 ข. 20 - 23 ค. 24 - 27
ง. 19.5 - 23.5 จ. 20.5 - 23.5

20. ฐานนิยมกับมัธยฐานของข้อมูล ค่าใดมากกว่า

ก. ฐานนิยม ข. มัธยฐาน ค. มีค่าเท่ากัน

ง. ยังสรุปแน่นอนไม่ได้ จ. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

21. จงหาส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ของข้อมูลชุดหนึ่ง ซึ่งควอไทล์ที่ 3 มากกว่าควอไทล์ที่ 1 อยู่ 4.7

ก. 4.7 ข. 3.7 ค. 2.7 ง. 2.35 จ. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

22. ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 3, 5, 6, 10 หามัธยิมเลขคณิตได้เท่ากับ 6

ดังนั้นส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ

ก. 0 ข. 1 ค. 2 ง. 3 จ. 4

23.

x	f	$ x - \mu $
1	2	1.4
2	3	2.4
3	4	3.6
4	1	1.6

จากข้อมูลที่กำหนดให้ μ เท่ากับ

ก. 2.6

ข. 2.4

ค. 1.6

ง. 1.4

จ. 0.4

24. จากข้อมูลในข้อ 23 $\sum [f|x - \mu|]$ มีค่าเท่ากับ

ก. 4

ข. 6

ค. 8

ง. 10

จ. 12

25. ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลในข้อ 23 มีค่าเท่ากับ

ก. 8

ข. 4

ค. 2

ง. 1

จ. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

26. ข้อมูลชุดหนึ่งหาค่าความแปรปรวนได้เท่ากับ 3.24 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ

ก. 1.62

ข. 1.80

ค. 6.48

ง. 10.49

จ. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

27. จากข้อมูลที่กำหนดให้ $\sum d$ และ $\sum d^2$ มีค่าเท่ากับ

x	d
163	...
164	...
165	0
167	...

ก. -5 และ 9

ข. -1 และ 9

ค. 0 และ 9

ง. 1 และ 9

จ. 5 และ 9

28. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลในข้อ 27 มีค่าเท่ากับ

ก. $\sqrt{2}$

ข. $\sqrt{5}$

ค. $\sqrt{\frac{11}{16}}$

ง. $\sqrt{\frac{35}{16}}$

จ. $\sqrt{\frac{37}{16}}$

29. จากข้อมูลที่กำหนดให้ $\sum fd^2$ มีค่าเท่ากับ

x	f	d
1 ² 3	2	...
4 ² 6	5	0
7 ⁵ 9	3	...

ก. 1

ข. 3

ค. 5

ง. 9

จ. 45

30. จากข้อมูลในข้อ 29 ความแปรปรวนมีค่าเท่ากับ

ก. .0441

ข. .441

ค. 4.41

ง. 44.1

จ. 441

ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบฉบับที่ 1

ข้อที่	P_H	P_L	p	r	ข้อที่	P_H	P_L	p	r
1	.77	.22	.49	.54	16	.81	.31	.57	.51
2	.86	.59	.73	.33	17	.72	.27	.49	.45
3	.72	.18	.44	.54	18	.91	.36	.66	.59
4	.68	.13	.59	.57	19	.59	.04	.27	.66
5	.81	.50	.66	.34	20	.50	.04	.23	.61
6	.91	.63	.78	.39	21	.86	.41	.65	.49
7	.77	.27	.52	.50	22	.72	.18	.44	.54
8	.68	.18	.42	.51	23	.59	.09	.31	.56
9	.91	.59	.77	.42	24	.54	.04	.25	.63
10	.95	.63	.80	.52	25	.50	.04	.23	.61
11	.59	.09	.31	.56	26	.81	.18	.49	.62
12	.45	.04	.21	.59	27	.91	.50	.73	.50
13	.45	.04	.21	.57	28	.63	.18	.40	.47
14	.86	.45	.67	.45	29	.50	.18	.33	.36
15	.91	.50	.73	.50	30	.45	.04	.21	.57

ค่าความยากง่ายเฉลี่ย = 0.4863

ค่าอำนาจจำแนกเฉลี่ย = 0.5160

ตารางแสดงการกระจายของคะแนนที่ใช้ในการวิเคราะห์ หาค่าความเชื่อมั่น
ของแบบทดสอบฉบับที่ 1

X	f	fX	fX ²
5	1	5	25
6	3	18	108
7	6	42	294
8	5	40	320
9	3	27	243
10	2	20	200
11	2	22	242
12	16	192	2304
13	3	39	507
14	2	28	392
15	1	15	225
16	4	64	1024
17	13	221	3757
18	2	36	648
19	3	57	1083
20	3	60	1200
21	3	63	1323
22	4	88	1936
23	4	92	2116
24	2	48	1152
26	1	26	676
	83	1203	19775

วิเคราะห์หาค่าความแปรปรวน

จากสูตร

$$s^2 = \frac{N \cdot \sum fX^2 - (\sum fX)^2}{N(N-1)}$$

$$= \frac{83 \times 19775 - (1203)^2}{83 \times 82}$$

$$= \frac{1641325 - 1447209}{6806}$$

$$= \frac{194116}{6806}$$

$$= 28.5213$$

ตารางแสดงค่า p , q และ pq ของแบบทดสอบฉบับที่ 1

ข้อที่	p	q	pq	ข้อที่	p	q	pq
1	.45	.54	.2482	16	.53	.46	.2490
2	.72	.27	.2003	17	.43	.56	.2456
3	.44	.55	.2470	18	.59	.40	.2418
4	.37	.62	.2339	19	.28	.71	.2055
5	.65	.34	.2273	20	.21	.78	.1698
6	.74	.25	.1889	21	.56	.43	.2456
7	.54	.45	.2482	22	.46	.53	.2490
8	.39	.60	.2395	23	.27	.72	.2003
9	.73	.26	.1948	24	.22	.77	.1765
10	.74	.25	.1889	25	.19	.80	.1556
11	.27	.72	.2003	26	.38	.61	.2368
12	.20	.79	.1628	27	.65	.34	.2273
13	.19	.80	.1556	28	.34	.65	.2273
14	.65	.34	.2273	29	.27	.72	.2003
15	.65	.34	.2273	30	.15	.84	.1320
							6.3527

หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบฉบับที่ 1 จากสูตร

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum pq}{s^2} \right)$$

$$\begin{aligned} r_{tt} &= \frac{30}{29} \left(1 - \frac{6.3527}{28.5213} \right) \\ &= \frac{30}{29} (1 - 0.2227352) \\ &= \frac{30 \times 0.7772648}{29} \\ &= \frac{23.3179440}{29} \\ &= 0.8040 \end{aligned}$$

แบบทดสอบฉบับที่ 2

คำชี้แจง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. เหตุใดจึงต้องมีการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง

- ก. เพราะต้องการทราบความแตกต่างของคะแนน
- ข. เพราะต้องการหาลำดับของคะแนน
- ค. เพราะต้องการประเมินคุณค่าของคะแนนในข้อมูล
- ง. เพราะต้องการทราบค่าแห่งของคะแนนแต่ละตัว
- จ. ~~เพราะต้องการหาตัวแทนของข้อมูล~~

2. การกระทำใด เป็นการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง

- ก. แบ่งพิสัยออกเป็น 2 ส่วนเท่าๆกัน
- ข. หาคะแนนตรงตำแหน่งที่แบ่งพื้นที่ของโค้งความถี่ออกเป็น 2 ส่วนเท่าๆกัน
- ค. หาคะแนนตรงตำแหน่งที่แบ่งช่วงคะแนนในโค้งความถี่เป็น 2 ส่วนเท่าๆกัน
- ง. ~~หาคะแนนตรงตำแหน่งกลางของแท่ง Histogram แท่งที่มีคะแนนมากที่สุด~~
- จ. หาคะแนนตรงตำแหน่งกลางของแท่ง Histogram แท่งที่มีความถี่น้อยที่สุด

3. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องก.และห้องข. ปรากฏว่าตัวแทนของคะแนนของนักเรียนทั้งสองห้องเท่ากับ 45 และ 55 คะแนนตามลำดับ ผลสรุปที่ได้คือ

- ก. นักเรียนที่สอบได้คะแนนมากที่สุดอยู่ห้องข.
- ข. นักเรียนที่สอบได้คะแนนน้อยที่สุดอยู่ห้องก.
- ค. นักเรียนที่เก่งที่สุดของห้องข. เก่งกว่านักเรียนที่เก่งที่สุดของห้องก.
- ง. นักเรียนที่อ่อนที่สุดของห้องข. เก่งกว่านักเรียนที่อ่อนที่สุดของห้องก.
- จ. ผลสรุปในข้อก. , ข. , ค. และ ง. ไม่มีข้อใดถูกต้อง

4. ก. สอบวิชาสถิติ 5 ครั้ง ได้คะแนน 12 , 10 , 15 , 14 และ 16 ถ้าต้องการหาตัวแทนของคะแนนของก. ตัวแทนที่เหมาะสมคือ

- ก. มัชฌิมเลขคณิต ข. มัชฌิมฐาน ค. ฐานนิยม
ง. ใช้ได้ทั้ง ก. , ข. และ ค. จ. ไม่มีข้อใดถูกต้อง

คำชี้แจง ให้ใช้ผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ ภาษาอังกฤษ และภาษาไทย ของนักเรียนกลุ่มหนึ่งต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 5 - 8

	คณิตศาสตร์	ภาษาอังกฤษ	ภาษาไทย
มัธยม เลขคณิต	80	70	65
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	20	10	5

5. ถ้าก. สอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 78 คะแนน และสอบภาษาอังกฤษได้ 74 คะแนน แล้วจะสรุปได้อย่างไร

- ก. ก. เรียนคณิตศาสตร์ได้ดีกว่าภาษาอังกฤษ
ข. ก. เรียนภาษาอังกฤษได้ดีกว่าคณิตศาสตร์
ค. ก. มีความสามารถในการวิชาทั้งสองพอๆกัน
ง. ก. เก่งคณิตศาสตร์แต่อ่อนภาษาอังกฤษ
จ. ข้อมูลที่ได้ไม่เพียงพอสำหรับการสรุปใดๆ

6. จากคะแนนวิชาภาษาอังกฤษของก. ในข้อ 5 จะสรุปได้อย่างไร

- ก. คนที่ได้คะแนนน้อยกว่าก. มีน้อยกว่าคนที่ได้คะแนนมากกว่าก.
ข. คนที่ได้คะแนนน้อยกว่าก. มีมากกว่าคนที่ได้คะแนนน้อยกว่าก.
ค. มีคนได้คะแนนมากกว่าก. อยู่จำนวนหนึ่ง
ง. มีคนได้คะแนนน้อยกว่าก. อยู่จำนวนหนึ่ง
จ. ยังไม่สามารถสรุปแน่นอนได้

7. จากการสอบดังกล่าว คะแนนของวิชาใดเกาะกลุ่มกันมากที่สุด

- ก. คณิตศาสตร์ ข. ภาษาอังกฤษ ค. ภาษาไทย
ง. เกาะกลุ่มพอๆกันทั้ง 3 วิชา จ. ยังสรุปแน่นอนไม่ได้

8. ถ้าช.สอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 75 คะแนน ภาษาอังกฤษได้ 70 คะแนน และภาษาไทยได้ 69 คะแนน ถ้าจะให้ค่าแนะนำแก่ช. ในการเลือกเรียนเพียง 2 วิชา ควรให้ช. เรียนวิชาใดบ้าง

- ก. คณิตศาสตร์กับภาษาอังกฤษ ข. คณิตศาสตร์กับภาษาไทย
- ค. ภาษาอังกฤษกับภาษาไทย
- ง. เลือกคณิตศาสตร์แล้วเลือกอีก 1 วิชาจาก 2 วิชาที่เหลือ วิชาใดก็ได้
- จ. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

9. กำหนดที่จ่ายให้เด็ก 8 คน เรียงลำดับจากน้อยไปหามาก เป็นดังนี้คือ

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ บาท

ถ้าตัวแทนที่เหมาะสมของข้อมูลชุดนี้คือ มัชฌิมเลขคณิต แล้ว ผลสรุปเกี่ยวกับมัชฌิมเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้คือ

- ก. มัชฌิมเลขคณิต $> x_1$ ข. มัชฌิมเลขคณิต $< x_8$
- ค. $x_1 < \text{มัชฌิมเลขคณิต} < x_8$ ง. มัชฌิมเลขคณิต $> x_4$
- จ. มัชฌิมเลขคณิต $< x_5$

10. ถ้าให้ค่าขนมของเด็กในข้อ 9 เพิ่มขึ้นอีกคนละ 2 บาทเท่ากันทุกคน แล้วมัชฌิมเลขคณิตของค่าขนมที่ให้ใหม่ เท่ากับเท่าใด.

- ก. เท่ากับมัชฌิมเลขคณิตของข้อมูลชุดเดิม
- ข. มากกว่ามัชฌิมเลขคณิตของข้อมูลชุดเดิมอยู่จำนวนหนึ่ง
- ค. มากกว่ามัชฌิมเลขคณิตของข้อมูลชุดเดิมอยู่ 2
- ง. น้อยกว่ามัชฌิมเลขคณิตของข้อมูลชุดเดิมอยู่จำนวนหนึ่ง
- จ. น้อยกว่ามัชฌิมเลขคณิตของข้อมูลชุดเดิมอยู่ 2

11. จากข้อมูลในข้อ 9 ถ้าหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าขนมได้เท่ากับ s แล้ว อยากทราบว่า ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าขนมในข้อ 10 เท่ากับเท่าไร

- ก. s ข. $s + 2$ ค. $s - 2$
- ง. $2s$ จ. $\frac{s}{2}$

12. เด็กกลุ่มหนึ่งอายุโดยเฉลี่ย 18 ปี ก. เป็นสมาชิกคนหนึ่งของเด็กกลุ่มนี้ และมีอายุเท่ากับ 13 ปี ผลสรุปข้อใดถูกต้องที่สุด

ก. ก.อายุน้อยที่สุดในกลุ่ม

ข. มีคนอายุน้อยกว่าก.

ค. เด็กกลุ่มนี้มีคนอายุมากกว่า 18 ปี

ง. เด็กทุกคนในกลุ่มนี้อายุน้อยกว่า 22 ปี

จ. ข้อมูลไม่เพียงพอในการสรุป

13. บริษัทแห่งหนึ่ง ผู้จัดการได้เงินเดือนๆละ 12,000 บาท ส่วนคนงานทำความสะอาดได้เงินเดือนๆละ 850 บาท และมีฐานของรายได้ของคนทำงานในบริษัทนี้ เท่ากับ 1,750 บาท ถ้าก.มีรายได้เดือนละ 2,500 บาท แล้วจะสรุปได้ว่า

ก. คนที่มีรายได้มากกว่าก. มีน้อยกว่าคนที่มีรายได้น้อยกว่าก.

ข. คนที่มีรายได้มากกว่าก. มีมากกว่าคนที่มีรายได้น้อยกว่าก.

ค. คนที่มีรายได้มากกว่าก. มีจำนวนเท่ากับคนที่มีรายได้น้อยกว่าก.

ง. ก.จัดอยู่ในกลุ่มของคนงานที่มีรายได้ค่อนข้างน้อย

จ. ข้อมูลไม่เพียงพอในการสรุป

14. จากข้อมูลในข้อ 13 ถ้าบริษัทให้ค่าครองชีพแก่คนที่ทำงานในบริษัทนี้ทุกคนๆละ 300 บาท แล้วรายได้ของก. เมื่อเทียบกับมาตรฐานของรายได้ใหม่ จะเป็นอย่างไร

ก. รายได้ของก.มากกว่ามาตรฐานใหม่อยู่ 1,050 บาท

ข. รายได้ของก.มากกว่ามาตรฐานใหม่อยู่ 750 บาท

ค. รายได้ของก.มากกว่ามาตรฐานใหม่อยู่ 350 บาท

ง. รายได้ของก.จะกลับน้อยกว่ามาตรฐานใหม่อยู่จำนวนหนึ่ง

จ. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

15. คะแนนในข้อมูลชุดหนึ่งมีอยู่ 5 ตัว และข้อมูลชุดนี้ประกอบไปด้วยคะแนนที่แตกต่างกัน 4 ตัว ถ้า a เป็นฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้ แล้ว ค่ากล่าวใดที่ถูกต้องที่สุด

ก. a ต้องเป็นจำนวนเต็ม

ข. a คือความถี่ของคะแนนตัวหนึ่ง

ค. a มีความถี่เท่ากับ 2

ง. a มีค่าน้อยกว่า 5

จ. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

คำชี้แจง จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 16 - 19

ข้อมูลชุดที่ 1 มี $N = 8$: 2 , 2 , 3 , 4 , 4 , 4 , 5 , 6

ข้อมูลชุดที่ 2 มี $N = 7$: 10 , 12 , 36 , 81 , 125 , 214 , 308

ข้อมูลชุดที่ 3 มี $N = 6$: 22 , 22 , 26 , 29 , 32 , 34

ข้อมูลชุดที่ 4 มี $N = 7$: 44 , 46 , 49 , 50 , 54 , 57 , 60

ข้อมูลชุดที่ 5 มี $N = 7$: 19 , 23 , 36 , 45 , 67 , .. , ..

16. ตัวแทนที่เหมาะสมของข้อมูลชุดที่ 1 คืออะไร

- ก. มัชฌิมเลขคณิต ข. มัชยฐาน ค. ฐานนิยม
ง. ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย จ. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

17. ตัวแทนที่เหมาะสมของข้อมูลชุดที่ 3 คืออะไร

- ก. มัชฌิมเลขคณิต ข. มัชยฐาน ค. ฐานนิยม
ง. ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย จ. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

18. ข้อมูลชุดใดที่ควรใช้มัชยฐาน เป็นตัวแทน

- ก. ชุดที่ 1 ข. ชุดที่ 3 ค. ชุดที่ 4
ง. ชุดที่ 1 กับ ชุดที่ 5 จ. ชุดที่ 2 กับ ชุดที่ 5

19. ข้อมูลชุดใดที่ควรใช้มัชฌิมเลขคณิต เป็นตัวแทน

- ก. ชุดที่ 1 กับ ชุดที่ 2 ข. ชุดที่ 2 กับ ชุดที่ 3
ค. ชุดที่ 3 กับ ชุดที่ 4 ง. ชุดที่ 4 กับ ชุดที่ 5
จ. ชุดที่ 1 กับ ชุดที่ 5

20. คะแนนในการสอบคราวหนึ่งหาค่าการกระจายได้เท่ากับ 0 แสดงว่าอย่างไร

- ก. นักเรียนห้องนี้สอบตกทุกคน ข. นักเรียนห้องนี้สอบได้คะแนนดีทุกคน
ค. นักเรียนในห้องนี้มีความสามารถพอกันทุกคน
ง. นักเรียนห้องนี้มีคนสอบได้คะแนนเต็ม ในขณะที่เดียวกันก็มีคนได้ 0
จ. นักเรียนในห้องนี้สอบได้คะแนนเท่ากันเป็นส่วนใหญ่

21. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แสดงถึงสิ่งใด

- ก. ความแตกต่างของคะแนนในข้อมูล ข. มาตรฐานของคะแนนในข้อมูล
ค. ค่าโดยเฉลี่ยของคะแนนในข้อมูล ง. ตัวแทนของข้อมูลที่มีมาตรฐานที่สุด
จ. ความคลาดเคลื่อนของข้อมูล

22. ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนชุดหนึ่งมีค่าน้อย แสดงว่า

- ก. นักเรียนในห้องนี้มีความสามารถค่อนข้างต่ำ
ข. นักเรียนในห้องนี้มีความสามารถค่อนข้างสูง
ค. นักเรียนในห้องนี้มีความสามารถปานกลาง
ง. นักเรียนในห้องนี้มีความสามารถใกล้เคียงกัน
จ. นักเรียนในห้องนี้มีความสามารถแตกต่างกันมาก

คำชี้แจง ให้ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 23 - 28

ในการวิจัยทางการศึกษาราวหนึ่ง ปรางค์ว่า

วิธีสอนก. เหมาะสำหรับสอนนักเรียนในชั้นที่มีความสามารถไม่แตกต่างกัน

วิธีสอนข. เหมาะสำหรับสอนนักเรียนในชั้นที่มีความแตกต่างกันมาก

วิธีสอนค. เหมาะสำหรับสอนนักเรียนในชั้นที่ค่อนข้างอ่อน

ครูผู้หนึ่งก่อนทำการสอน ได้ใช้แบบทดสอบมาตรฐานทดสอบนักเรียน 4 ห้อง
ได้ผลออกมาดังนี้คือ

	ห้องที่ 1	ห้องที่ 2	ห้องที่ 3	ห้องที่ 4
มัธยมศึกษา	65	60	36	35
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	15	5	3	10

23. ควรสอนนักเรียนในห้องที่ 1 ด้วยวิธีสอนใด

- ก. วิธีสอนก. ข. วิธีสอนข. ค. วิธีสอนค.
ง. วิธีสอนก. หรือ ค. ก็ได้ จ. สอนได้ทั้ง 3 วิธี

24. นักเรียนในห้องที่ 2 ควรสอนด้วยวิธีสวนใด

- ก. วิธีสอนก. ข. วิธีสอนข. ค. วิธีสอนค.
ง. วิธีสอนข. หรือค. ก็ได้ จ. สอนได้ทั้ง 3 วิธี

25. นักเรียนในห้องที่ 3 ควรสอนด้วยวิธีสอนใด

- ก. วิธีสอนก. ข. วิธีสอนข. ค. วิธีสอนค.
ง. วิธีสอนก. หรือข. ก็ได้ จ. วิธีสอนก. หรือค. ก็ได้

26. วิธีสอนก. เหมาะที่จะใช้สอนห้องใด

- ก. ห้องที่ 1 ข. ห้องที่ 2 ค. ห้องที่ 4
ง. ห้องที่ 1 และ ห้องที่ 4 จ. ห้องที่ 2 และ ห้องที่ 3

27. วิธีสอนข. เหมาะที่จะใช้สอนห้องใด

- ก. ห้องที่ 1 ข. ห้องที่ 2 ค. ห้องที่ 3
ง. ห้องที่ 1 และ ห้องที่ 4 จ. ห้องที่ 2 และ ห้องที่ 3

28. วิธีสอนค. เหมาะที่จะใช้สอนห้องใด

- ก. ห้องที่ 1 ข. ห้องที่ 2 ค. ห้องที่ 3
ง. ห้องที่ 4 จ. ห้องที่ 3 และ ห้องที่ 4

29. ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 20 , 16 , 14 , 23 , 19 , 17 และ คะแนนตัวหนึ่งขาดหายไป ถ้าพิสัยของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 12 และคะแนนที่หายไปน้อยกว่า 30 แล้ว ผลที่ได้คือ

- ก. คะแนนที่ขาดหายไปมีค่ามากที่สุดในการข้อมูล
ข. คะแนนที่ขาดหายไปมีค่าน้อยที่สุดในการข้อมูล
ค. คะแนนที่ขาดหายไปเป็นมัธยิมเลขคณิตของข้อมูล
ง. คะแนนที่ขาดหายไปเป็นมัธยฐานของข้อมูล
จ. คะแนนที่ขาดหายไปเป็นฐานนิยมของข้อมูล

30. ควรใช้ค่าสถิติใด ในการตรวจสอบว่าเครื่องจักรใด ผลผลิตสินค้าที่มีคุณภาพดีเหมือนกัน

- ก. มัธยิมเลขคณิต ข. มัธยฐาน ค. ฐานนิยม
ง. ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย จ. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบฉบับที่ 2

ข้อที่	p_H	p_L	p	r
1	.86	.54	.71	.38
2	.59	.13	.34	.50
3	.72	.13	.41	.60
4	.91	.31	.64	.63
5	.63	.22	.44	.42
6	.54	.09	.23	.52
7	.59	.18	.38	.43
8	.54	.09	.29	.52
9	.68	.18	.42	.51
10	.86	.45	.67	.45
11	.59	.13	.34	.50
12	.54	.09	.29	.52
13	.81	.22	.52	.58
14	.54	.18	.35	.39
15	.59	.22	.40	.39

ข้อที่	p_H	p_L	p	r
16	.81	.27	.55	.54
17	.91	.36	.66	.59
18	.77	.41	.60	.37
19	.77	.22	.49	.54
20	.63	.13	.36	.53
21	.50	.09	.27	.50
22	.59	.09	.31	.56
23	.63	.09	.33	.59
24	.63	.13	.34	.50
25	.54	.04	.25	.63
26	.59	.18	.38	.43
27	.59	.13	.34	.50
28	.72	.27	.49	.45
29	.68	.18	.42	.51
30	.50	.13	.30	.43

ค่าความยากง่ายเฉลี่ย = 0.4186

ค่าอำนาจจำแนกเฉลี่ย = 0.5003

ตารางแสดงการกระจายของคะแนนที่ใช้ในการวิเคราะห์ หาค่าความเชื่อมั่น
ของแบบทดสอบฉบับที่ 2

X	f	fX	fX ²
4	5	20	80
5	6	30	150
6	5	30	180
7	1	7	49
8	2	16	128
9	1	9	81
10	2	20	200
11	12	132	1452
12	2	24	288
13	1	13	169
14	3	42	588
15	7	105	1575
16	14	224	3584
17	1	17	289
18	4	72	1296
19	6	114	2166
20	5	100	2000
21	1	21	441
22	2	44	968
23	1	23	529
24	2	48	1152
	83	1111	17365

วิเคราะห์หาค่าความแปรปรวน

จากสูตร

$$s^2 = \frac{N \cdot \sum fX^2 - (\sum fX)^2}{N(N-1)}$$

$$= \frac{83 \times 17365 - (1111)^2}{83 \times 82}$$

$$= \frac{1441295 - 1234321}{6806}$$

$$= \frac{206974}{6806}$$

$$= 30.4105$$

ตารางแสดงค่า p , q และ pq ของแบบทดสอบฉบับที่ 2

ข้อที่	p	q	pq	ข้อที่	p	q	pq
1	.73	.26	.1948	16	.63	.36	.2308
2	.36	.63	.2308	17	.67	.32	.2194
3	.45	.54	.2482	18	.65	.34	.2273
4	.66	.33	.2235	19	.56	.43	.2470
5	.45	.54	.2482	20	.39	.60	.2395
6	.27	.72	.2003	21	.31	.68	.2151
7	.37	.62	.2339	22	.34	.65	.2273
8	.27	.72	.2003	23	.37	.62	.2339
9	.43	.56	.2456	24	.37	.62	.2339
10	.69	.30	.2104	25	.26	.73	.1948
11	.39	.60	.2395	26	.38	.61	.2368
12	.28	.71	.2053	27	.36	.63	.2308
13	.57	.42	.2438	28	.59	.40	.2418
14	.32	.67	.2194	29	.50	.49	.2499
15	.36	.63	.2308	30	.26	.73	.1948
							6.7981

หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบฉบับที่ 2 จากสูตร

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum pq}{s^2} \right)$$

$$\begin{aligned} \therefore r_{tt} &= \frac{30}{29} \left(1 - \frac{6.7981}{30.4105} \right) \\ &= \frac{30}{29} (1 - 0.2235444) \\ &= \frac{30 \times 0.7764556}{29} \\ &= \frac{23.2936680}{29} \\ &= 0.8032 \end{aligned}$$

ภาคผนวก ข.

บทเรียนแบบโปรแกรมที่ได้ปรับปรุงแล้ว

คำชี้แจงในการใช้บทเรียนแบบโปรแกรม

บทเรียนแบบโปรแกรมฉบับนี้คือ บทเรียนแบบโปรแกรมวิชาสถิติ เรื่องการวัด
แนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางและการวัดการกระจาย เป็นบทเรียนที่สร้างขึ้นเพื่อให้ นักเรียน
เรียนด้วยตนเอง นักเรียนจะได้รับความรู้ในเนื้อหาที่อยู่ในบทเรียน ถ้า นักเรียนอ่านบท
เรียนด้วยความตั้งใจและใช้ความสามารถตอบคำถามแต่ละข้อให้ถูกต้อง คำตอบของ
นักเรียนจะตรวจสอบได้จากคำตอบที่อยู่ท้ายนั้นๆ

สิ่งที่นักเรียนต้องปฏิบัติตามอย่างเคร่งครัดคือ

1. นักเรียนต้องมีความซื่อสัตย์คือ ไม่ดูคำตอบก่อนตอบคำถาม เพราะ
คำถามที่ถามนักเรียนนั้น ต้องการทราบว่านักเรียนเข้าใจหรือไม่ มิได้ต้องการให้
นักเรียนลอกคำตอบที่ถูกต้องลงไป การที่นักเรียนอ่านด้วยความตั้งใจและสามารถตอบ
คำถามได้ถูกต้อง แสดงว่านักเรียนมีความเข้าใจดี ซึ่งเป็นผลดีแก่นักเรียนคือ ทำให้
นักเรียนสามารถที่จะอ่านและตอบคำถามข้อต่อไปได้อีก แต่ถ้านักเรียนเพียงแต่ลอก
คำตอบที่ถูกต้องลงไป โดยที่ไม่มีความเข้าใจนั้น จะทำให้นักเรียนไม่ได้รับความรู้อะไรเลย

ด้วยเหตุนี้ นักเรียนควรหากระดาษปิดคำตอบของข้อที่นักเรียนกำลังอ่านไว้
ก่อน (คำตอบจะอยู่ใต้ข้อที่อ่าน) เมื่อนักเรียนตอบคำถามแล้ว จึงค่อยเปิดคำตอบ
ตรวจสอบคำตอบของนักเรียน

2. นักเรียนต้องเริ่มอ่านตั้งแต่ ข้อ 1 แล้วตอบคำถามที่มีอยู่ เมื่อตอบ
คำถามได้ถูกต้องแล้ว จึงค่อยอ่าน ข้อ 2 พร้อมทั้งตอบคำถามข้อใหม่ ทำเช่นนี้เรื่อยไป
ตามลำดับ โดยที่นักเรียนจะข้ามข้อใดข้อหนึ่งไปไม่ได้เลย และจะอ่านข้อหลังก่อนข้อแรก
ก็ไม่ได้

ในกรณีที่นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง ให้นักเรียนอ่านข้อนั้นซ้ำอีก เพื่อที่ว่า
นักเรียนเข้าใจผิดตรงไหน ถ้ายังไม่เข้าใจแจ่มแจ้งพอ นักเรียนก็อาจอ่านย้อนกลับไปยัง
ข้อต้นๆที่ผ่านมา เพื่อให้เข้าใจอย่างแท้จริง

3. คำถามที่จะให้นักเรียนตอบ มีวิธีการดังนี้คือ

3.1 เลือกหัวเลือกจากหัวเลือกหลายๆหัวเลือกในวงเล็บที่มีมาให้ เพียงหัวเลือกเดียว โดยการขีดเส้นใต้หัวเลือกที่ต้องการ

3.2 เติมข้อความลงในช่องว่างที่เว้นไว้ให้ ในบางกรณีช่องว่างที่เว้นไว้ให้อาจมีคำสั่งใส่ไว้ในวงเล็บข้างท้าย ก็ให้นักเรียนปฏิบัติตามคำสั่งในวงเล็บนั้น เช่น

..... (สัญลักษณ์) แสดงว่า ช่องว่างที่เว้นไว้ให้นักเรียนจะต้องเติมคำตอบจำพวกที่เป็น สัญลักษณ์

4. นักเรียนพึงระลึกอยู่เสมอว่า ข้อที่นักเรียนอ่านและตอบคำถามแล้วข้างต้น จะต้องนำไปใช้ในข้อต่อไป ดังนั้นนักเรียนต้องไม่อ่านผ่านๆเพียงเพื่อตอบคำถามในข้อนั้นๆเท่านั้น แต่นักเรียนจะต้องเก็บเอาความรู้ในข้อที่อ่านมาแล้วไว้ให้ได้ ความรู้อย่างประเภทเป็นความรู้ที่นักเรียนจำเป็นต้องจำ เช่น นิยามต่างๆ หรือ สูตรที่สรุปได้ เป็นต้น

5. นักเรียนไม่ควรไปกังวลกับจำนวนข้อที่นักเรียนอ่านได้ ว่าไม่เท่ากับเพื่อนคนอื่น เพราะแบบเรียนฉบับนี้มีได้กำหนดว่า นักเรียนทุกคนจะต้องอ่านได้เท่ากันในเวลาเท่ากัน การที่นักเรียนจะอ่านได้ช้าหรือเร็วขึ้น ขึ้นอยู่กับความตั้งใจและความสามารถของแต่ละบุคคล สิ่งที่นักเรียนควรสนใจคือ ความเข้าใจของนักเรียนเองในเนื้อหาที่อ่าน

6. ในแต่ละช่วงของเนื้อหา จะมีแบบฝึกหัดที่วัดความเข้าใจของนักเรียน เป็นการตรวจสอบว่า นักเรียนเข้าใจจริงหรือไม่ ฉะนั้นนักเรียนจะต้องทำแบบฝึกหัดทุกชุดที่ให้ได้ด้วย

บทที่ ๑

การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง

(The Measures of Central Tendency)

บทที่ 1

การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง

จุดมุ่งหมายของบทเรียน

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทที่ 1 แล้ว จะมีความสามารถดังต่อไปนี้คือ

1. สามารถบอกจุดประสงค์ของการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง
2. สามารถเขียนนิยามของมัธยฐาน เลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมได้อย่างถูกต้อง
3. สามารถใช้มัธยฐาน เลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมกับข้อมูลลักษณะต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม
4. สามารถเขียนสูตรในการหามัธยฐาน เลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลชนิดที่ไม่แจกแจงความถี่และชนิดที่แจกแจงความถี่ ทั้งแบบ Ungrouped data และ Grouped data ได้อย่างถูกต้อง
5. สามารถคำนวณค่าของมัธยฐาน เลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลชนิดที่ไม่แจกแจงความถี่และชนิดที่แจกแจงความถี่ ทั้งแบบ Ungrouped data และ Grouped data ได้อย่างถูกต้อง
6. สามารถบอกความสัมพันธ์ของมัธยฐาน เลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม และสามารถคำนวณค่ามัธยฐาน เลขคณิต มัธยฐาน หรือฐานนิยมจากความสัมพันธ์นั้น
7. สามารถอธิบายลักษณะของคะแนนในข้อมูล และคำนวณค่าคะแนนในข้อมูล เมื่อกำหนด มัธยฐาน เลขคณิต มัธยฐาน หรือฐานนิยมมาให้

1. ในการคัดเลือกบุคคลเพื่อเป็นตัวแทนของกลุ่มไปแข่งขันกับกลุ่มอื่น เราจะเลือกเอาบุคคลที่เก่งที่สุดของกลุ่มเป็นตัวแทน เพราะเราหวังให้ตัวแทนของเราสามารถเอาชนะตัวแทนของกลุ่มอื่น แต่การที่ตัวแทนของกลุ่มหนึ่งชนะตัวแทนของอีกกลุ่มหนึ่งนั้น เราไม่อาจสรุปให้แน่นอนลงไปได้ว่า บุคคลส่วนใหญ่ของกลุ่มชนะจะมีความสามารถเหนือกว่าบุคคลส่วนใหญ่ของกลุ่มที่แพ้ เราจะสรุปได้แค่เพียงว่าบุคคลที่เก่งที่สุดของกลุ่มชนะ เก่งกว่าบุคคลที่เก่งที่สุดของกลุ่มที่แพ้ เท่านั้น

ฉะนั้นการที่เราต้องการทราบว่า บุคคลส่วนใหญ่ของกลุ่มบุคคลหนึ่ง มีความสามารถเหนือกว่าบุคคลส่วนใหญ่ของอีกกลุ่มบุคคลหนึ่งนั้น เราจะพิจารณาจากตัวแทนของกลุ่มซึ่งคัดมาจากรายชื่อที่เก่งที่สุด (ได้ / ไม่ได้)

ไม่ได้

2. ในทำนองเดียวกัน การเปรียบเทียบข้อมูลทางสถิติ 2 ชุด เพื่อสรุปว่าคะแนนส่วนใหญ่ของข้อมูลชุดหนึ่งสูงกว่าคะแนนส่วนใหญ่ของข้อมูลอีกชุดหนึ่งนั้น เราจะ (ใช้ / ไม่ใช้) คะแนนสูงสุดของข้อมูลแต่ละชุด เป็นตัวแทน

ไม่ใช่

3. แสดงว่าในการ เปรียบเทียบ เพื่อต้องการทราบถึงลักษณะของคะแนนส่วนใหญ่ของข้อมูล คะแนนสูงสุดไม่อาจใช้เป็น ของข้อมูล

ตัวแทน

4. ค่ายเหตุผลท่านเองเดียวกัน คะแนนต่ำสุดของข้อมูลก็ไม่อาจใช้เป็น
..... ของข้อมูล

ตัวแทน

5. ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 10 , 7 , 13 , 19 , 16
คะแนนสูงสุดคือ คะแนนต่ำสุดคือ

19 / 7

6. จากข้อมูลในข้อ 5 19 (เป็น / ไม่เป็น) ตัวแทนของข้อมูล
และ 7 (เป็น / ไม่เป็น) ตัวแทนของข้อมูล

ไม่เป็น / ไม่เป็น

7. คะแนนตัวที่ใช้เป็นตัวแทนของข้อมูลคือ คะแนนตัวที่คะแนนส่วนใหญ่ไป
เกาะกลุ่มกันอยู่ ซึ่งในที่นี้คือ คะแนนที่มีค่ากลางๆ ไม่ใช่คะแนนสูงสุดหรือคะแนน
ต่ำสุดของข้อมูล
ฉะนั้น คะแนนที่มีค่ากลางๆนี้เองเป็นคะแนนตัวที่เราใช้เป็น
ของข้อมูล

ตัวแทน

8. ในการหาคะแนนสูงสุดและคะแนนต่ำสุดของข้อมูล เรากระทำได้โดยจัดเรียงลำดับคะแนนในข้อมูลทั้งหมด ก็จะทำให้เราได้คะแนนสูงสุดและคะแนนต่ำสุด แสดงว่า คะแนนสูงสุดและคะแนนต่ำสุด มีปรากฏอยู่แล้ว ในข้อมูลทุกชุด เช่น
- ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 18 , 23 , 21 , 17 , 25 , 20 , 22
- เรียงลำดับคะแนนใหม่ได้เป็น ;... ..
- และ คะแนนสูงสุดคือ คะแนนต่ำสุดคือ

17 , 18 , 20 , 21 , 22 , 23 , 25 (หรือเรียงจากมากไปหาน้อย)

25 / 17

9. สำหรับตัวแทนของข้อมูลหรือคะแนนที่มีค่ากลางๆนั้น ข้อมูลบางชุดเมื่อหาตัวแทนของข้อมูลได้มา จะพบว่า ตัวแทนของข้อมูลตรงกับคะแนนตัวหนึ่งในข้อมูล แต่ข้อมูลบางชุด ตัวแทนของข้อมูลเป็นคะแนนตัวใหม่ที่ไม่ปรากฏอยู่ในข้อมูล แสดงว่า คะแนนตัวที่เป็นตัวแทนของข้อมูล (มี / อาจจะมีหรือไม่มี / ไม่มี) ปรากฏอยู่ในข้อมูล

อาจจะมีหรือไม่มี

10. การหาตัวแทนของข้อมูลหรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า การหา
 ของข้อมูล มีวิธีการที่แตกต่างไปจากการหาคะแนนสูงสุด
 และคะแนนต่ำสุด วิธีการดังกล่าวมีชื่อเรียกว่า "การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง"
 (Measures of Central Tendency) ดังนั้นการที่เราหาคะแนนสูงสุด
 และคะแนนต่ำสุดมาได้นั้น เราถือว่า วิธีการดังกล่าว (เป็น / ไม่เป็น)
 การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง

ค่ากลางๆ (หรือคะแนนตัวที่คะแนนส่วนใหญ่ไปเกาะกลุ่มกันอยู่) / ไม่เป็น

11. การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง หมายถึง

การหาตัวแทนของข้อมูล (หรือการหาคะแนนที่มีค่ากลางๆของข้อมูล หรือ
 การหาคะแนนตัวที่คะแนนส่วนใหญ่ไปเกาะกลุ่มกันอยู่)

12. เนื่องจากการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางเป็นการหาตัวแทนของข้อมูล
 ดังนั้นถ้าเรารู้ตัวแทนของข้อมูลชุดหนึ่ง แสดงว่า รู้คะแนนตัวที่
 ไปเกาะกลุ่มกันอยู่ หรือรู้คะแนนตัวที่มีค่า ของข้อมูล

คะแนนส่วนใหญ่ / กลางๆ

13. การที่เรารู้ตัวแทนของข้อมูล ไม่อาจทำให้เรารู้ได้ว่า คะแนนสูงสุดและคะแนนต่ำสุดของข้อมูลเท่ากับเท่าไร เช่น แดงบอกกับคำว่า ตัวแทนของข้อมูลที่แดงรวบรวมมามีค่าเท่ากับ 50 คำก็จะรู้แต่เพียงว่า คะแนนตัวที่คะแนนส่วนใหญ่ไปเกาะกลุ่มกันอยู่ หรือคะแนนตัวที่มีค่ากลางๆของข้อมูลของแดง เท่ากับ 50 แต่คำไม่อาจรู้ได้ว่า คะแนนสูงสุดและคะแนนต่ำสุดของข้อมูลของแดงเท่ากับเท่าไร สรุปได้ว่า ตัวแทนของข้อมูลไม่อาจทำให้เรารู้ และ ของข้อมูล

คะแนนสูงสุด / คะแนนต่ำสุด

14. ประโยชน์ของตัวแทนของข้อมูลคือ ใช้ในการเปรียบเทียบข้อมูลตั้งแต่ 2 ชุดขึ้นไป การเปรียบเทียบดังกล่าวเป็นการเปรียบเทียบให้เห็นถึง ลักษณะส่วนใหญ่ของข้อมูลเท่านั้น เช่น นักเรียนห้องก.และข. สอบวิชาคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบฉบับเดียวกัน ได้ตัวแทนของคะแนนของทั้งสองห้อง เป็น 48 และ 54 คะแนนตามลำดับ

ผลที่ได้จากการเปรียบเทียบคือ นักเรียนส่วนใหญ่ของห้องข. เรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้ดีกว่าห้องก. แต่ไม่ได้หมายความว่า คนเก่งที่สุดต้องอยู่ห้องข. หรือคนอ่อนที่สุดต้องอยู่ห้องก. คนเก่งที่สุดและอ่อนที่สุดอาจอยู่ห้องก.หรือข.ก็ได้

ในทำนองเดียวกัน ถ้าวัดความสูงของนักเรียนห้องก.และข. แล้วได้ตัวแทนของความสูงของนักเรียนทั้งสองห้องเป็น 165 และ 156 ซม.ตามลำดับ ผลสรุปที่ได้คือ และ คนสูงที่สุด (อยู่ห้องก. / อยู่ห้องข. / ยังสรุปแน่นอนไม่ได้ว่าอยู่ห้องใด) คนเตี้ยที่สุด (อยู่ห้องก. / อยู่ห้องข. / ยังสรุปแน่นอนไม่ได้ว่าอยู่ห้องใด)

นักเรียนส่วนใหญ่ของห้องก. สูงกว่าห้องข.

ยังสรุปแน่นอนไม่ได้ว่าอยู่ที่ใด / ยังสรุปแน่นอนไม่ได้ว่าอยู่ที่ใด

15. เนื่องจากข้อมูลทางสถิติทั้งหลายแบ่งออกได้หลายลักษณะ ดังนั้นเพื่อให้ได้
ตัวแทนของข้อมูลที่เหมาะสมกับข้อมูล ตัวแทนของข้อมูลจึงจำแนกออกได้หลายชนิด
ด้วยกัน แต่ละชนิดก็มีวิธีการหาเฉพาะตัวของมัน ด้วยเหตุนี้วิธีวัดแนวโน้ม
เข้าสู่ส่วนกลางจึงกระทำได้หลายวิธี ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับชนิดของ ของข้อมูล

ตัวแทน

16. การที่จะเลือกใช้ตัวแทนของข้อมูลแต่ละชนิด เราจะคำนึงถึงลักษณะของ
..... เป็นสำคัญ

ข้อมูล

17. ตัวแทนของข้อมูลชนิดแรก มีชื่อเรียกว่า ตัวกลางเลขคณิตหรือมัธยิมเลขคณิต
(Arithmetic Mean) ตัวแทนชนิดนี้เหมาะสำหรับข้อมูลที่กะแนนแต่ละตัว มี
ความแตกต่างกัน ไม่มากนัก เมื่อเทียบกับค่าของคะแนนในข้อมูล เช่น
ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 2 , 14 , 36 , 59 , 106 ข้อมูลชุดนี้ คะแนนมีความ
แตกต่างกันค่อนข้างมาก เมื่อเทียบกับค่าของคะแนนแต่ละตัว ด้วยเหตุนี้จึงไม่
เหมาะที่จะใช้ เป็นตัวแทนของข้อมูล

ตัวกลางเลขคณิต (หรือ มัธยิมเลขคณิต)

18. ข้อมูลอีกชุดหนึ่งคือ 302 , 314 , 336 , 359 , 408
ข้อมูลชุดนี้ คะแนนแตกต่างกันไม่มากนัก เมื่อเทียบกับค่าของคะแนนในข้อมูล
ดังนั้นเราสามารถที่จะใช้ตัวกลางเลขคณิตเป็น ของข้อมูลชุดนี้

ตัวแทน

19. การที่เราไม่ใช้มัธยิมเลขคณิตเป็นตัวแทนของข้อมูลชุดหนึ่ง แสดงว่า
ข้อมูลชุดนั้น

คะแนนมีความแตกต่างกันมาก เมื่อเทียบกับค่าของคะแนนในข้อมูล

20. ถ้าต้องการหาตัวแทนของข้อมูลชุดหนึ่ง ซึ่งคะแนนแต่ละตัวในข้อมูล ไม่แตก
ต่างกันนัก ตัวแทนที่เหมาะสมคือ

ตัวกลางเลขคณิต (หรือ มัธยิมเลขคณิต)

21. นักสถิติให้นิยามของมัธยิมเลขคณิต ไว้ว่า "มัธยิมเลขคณิต คือค่าเฉลี่ย (Average) ที่ได้จากการหารผลรวมของคะแนนทั้งหมดด้วยจำนวนของคะแนน"

เช่น ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 1 , 3 , 3 , 5

$$\text{ผลรวมของคะแนนทั้งหมด} = 1 + 3 + 3 + 5 = 12$$

$$\text{จำนวนของคะแนน} = 4$$

$$\text{มัธยิมเลขคณิต} = \frac{12}{4} = 3$$

ถ้า ข้อมูลอีกชุดหนึ่งคือ 2 , 4 , 6 , 8 แล้ว

$$\text{ผลรวมของคะแนนทั้งหมด} = \dots\dots\dots$$

$$\text{จำนวนของคะแนน} = \dots\dots\dots$$

$$\therefore \text{มัธยิมเลขคณิต} = \dots\dots\dots$$

$$2 + 4 + 6 + 8 = 20 \quad / \quad 4 \quad / \quad \frac{20}{4} = 5$$

22. แดงสอบวิชาคณิตศาสตร์ 3 ครั้ง ได้คะแนน 64 , 60 และ 65

ฉะนั้น คะแนนเฉลี่ยหรือมัธยิมเลขคณิตของคะแนนของแดง

$$\frac{64 + 60 + 65}{3} = \frac{189}{3} = 63$$

23. สรุปได้ว่า การหามัธยิมเลขคณิต อาจเขียนเป็นสูตรได้ดังนี้คือ

$$\frac{\text{มัธยิมเลขคณิต}}{\text{จำนวนของคะแนนทั้งหมด}} = \frac{\text{ผลรวมของคะแนนทั้งหมด}}{\text{จำนวนของคะแนน}}$$

นั่นคือ ถ้าข้อมูลชุดหนึ่ง หาผลรวมของคะแนนทั้งหมดได้ 90 โดยที่จำนวนของคะแนนเป็น 12 แล้วจะหามัธยิมเลขคณิตโดยการแทนค่าในสูตร ได้ว่า

$$\text{มัธยิมเลขคณิต} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{90}{12} = 7.5$$

24. นักเรียนเคยทราบมาแล้วว่า ถ้าเราใช้ x เป็นสัญลักษณ์ แทน คะแนน แล้ว ผลรวมของคะแนนคือ $\sum x$ และ จำนวนของคะแนนคือ N ดังนั้น จากข้อมูลในข้อ 23 $\sum x = \dots\dots\dots$ และ $N = \dots\dots\dots$

$$90 \quad / \quad 12$$

25. สัญลักษณ์ที่ใช้แทน มัธยิมเลขคณิต คือ μ (อ่านว่า มิว)
ฉะนั้น สูตรที่ใช้หามัธยิมเลขคณิต เมื่อเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ทั้งหมด คือ

.....

$$\mu = \frac{\sum x}{N}$$

26. คะแนนสอบของเด็กกลุ่มหนึ่งได้ผลดังนี้คือ

13 , 11 , 15 , 17 , 12 , 10

$$\sum x = \dots\dots\dots$$

$$N = \dots\dots\dots$$

และ $\mu = \dots\dots\dots$

$$13 + 11 + 15 + 17 + 12 + 10 = 78 \quad / \quad 6 \quad / \quad \frac{78}{6} = 13$$

27. จากสูตรการหามัชฌิมเลขคณิตดังกล่าว จะพบว่า ในสูตรมีตัวแปรอยู่ด้วยกัน 3 ตัวคือ μ , $\sum x$ และ N จากข้ออื่นๆที่ผ่านมา จะเห็นได้ว่า เราสามารถหาค่าของ μ ได้ เมื่อเราแทนค่า $\sum x$ และ N ลงไปในสูตร หรือกล่าวได้ว่า ทราบค่าตัวแปร 2 ตัว นั้นแสดงว่า สูตรนี้มีได้จำกัดอยู่ แต่เพียงใช้หา μ เท่านั้น อาจใช้หาค่าตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งในสูตรได้ ถ้าทราบค่าตัวแปร 2 ตัวที่เหลือ เช่น

ถ้าข้อมูลชุดหนึ่งมี $\mu = 13$ และ $\sum x = 78$ แล้ว จะหา N ได้ โดยการแทนค่าตัวแปรที่ทราบลงในสูตรคือ

$$13 = \frac{78}{N}$$

จากนั้น จัดสมการหาค่า N ได้ว่า $N = \frac{78}{13} = 6$

ดังนั้น ถ้าข้อมูลอีกชุดหนึ่งมี $\mu = 12$ และ $\sum x = 192$ แล้ว

แทนค่าในสูตรได้ว่า $\dots\dots\dots$

และ จัดสมการหาค่า N ได้ว่า $N = \dots\dots\dots$

$$12 = \frac{192}{N} \quad / \quad \frac{192}{12} = 16$$

28. ในทำนองเดียวกันกับข้อ 27 จะสามารถหาค่า $\sum x$ ได้ ถ้าทราบ
..... และ

$$\mu / N$$

29. ข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์ชุดหนึ่ง ประกอบไปด้วยคะแนนคือ 8 , 11 , 13 ,
7 , 10 , ... และมีคะแนนที่หนึ่งขาดหายไป ข้อมูลชุดนี้ $N = \dots\dots\dots$

$$6$$

30. จากข้อมูลในข้อ 29 ถ้า $\mu = 9$ เราหา $\sum x$ ได้
โดยการแทนค่า μ และ N ลงไปในสูตร ได้ว่า

.....
และ จัดสมการหาค่า $\sum x$ ได้ $\sum x = \dots\dots\dots$

$$9 = \frac{\sum x}{6} / 9 \times 6 = 54$$

31. จากข้อ 29 และ 30 เมื่อหาค่า $\sum x$ ได้แล้ว ก็จะหาคะแนนตัวที่
ขาดหายไปได้ โดยนำเอาคะแนนเฉพาะที่ทราบไปหาผลรวม แล้วไปหักออกจาก
 $\sum x$ ในที่นี้ ผลรวมของคะแนนเฉพาะที่ทราบ =
และ คะแนนตัวที่ขาดหายไป =

$$8 + 11 + 13 + 7 + 10 = 49 / 54 - 49 = 5$$

32. ข้อมูลที่ไม่สมมาตรชุดหนึ่ง ประกอบไปด้วยคะแนนคือ 7 , 4 , 5 , 6 , 5 , 9 , ... และมีคะแนนตัวหนึ่งขาดหายไป ถ้า μ เท่ากับ 6 แล้ว
- $\sum x = \dots\dots\dots$
- และ คะแนนตัวที่ขาดหายไป = $\dots\dots\dots$

$$6 \times 7 = 42 \quad / \quad 42 - 36 = 6$$

ทำแบบฝึกหัดชุดที่ 1

33. ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 202 , 198 , 183 , 197

คิงนิล  =

$$\frac{202 + 198 + 183 + 197}{4} = \frac{780}{4} = 195$$

34. ข้อมูลในข้อ 33 เป็นตัวอย่างของข้อมูลที่คะแนนแต่ละตัวมีค่ามาก ซึ่งทำให้เกิดปัญหาในการหา n คือ เมื่อจะหาผลรวมของคะแนนทั้งหมด ต้องบวกเลขที่มีค่ามาก อันอาจทำให้เกิดความผิดพลาดได้ ดังนั้นเราจึงหาวิธีที่จะหา n โดยการลดภาระในการบวกเลขลงไป วิธีการดังกล่าวมีขั้นตอนดังนี้คือ

ข้อที่ 1 ให้นำเวลาจำนวนหนึ่งไปหักออกจากคะแนนเดิมทุกตัว
จำนวนดังกล่าวเป็นเท่าไรก็ได้ แต่เมื่อนำไปหักออกแล้ว จะช่วยให้การหาผลรวม
ของคะแนนที่ถูกหักออกแล้ว ไม่ต้องบวกเลขมาก เช่น

จากข้อมูลในข้อ 33 ไ้จำนวนที่นำไปหักออกจากคะแนนเดิมทุกตัว คือ "180" เพราะฉะนั้น คะแนนชุดใหม่ที่เกิดจากการนำเอา 180 ไปหักออกแล้ว คือ . . . , . . . , . . . , . . .

22 / 18 / 3 / 17

35. ชั้นที่ 2 นำเอากะแนนชุดใหม่ไปหาค่าเฉลี่ย (หรือ มัชฌิมเลขคณิต)

จากข้อ 34 ค่าเฉลี่ยของคะแนนชุดใหม่ =

$$\frac{22 + 18}{1} + \frac{3 + 17}{4} = \frac{60}{4} = 15$$

36. ขั้นที่ 3 นำเอาจำนวนที่ไปหักออกจากคะแนนชุดเดิม บวกกับค่าเฉลี่ยของคะแนนชุดใหม่ ก็จะได้เป็น ของข้อมูลชุดเดิม และ เขียนเป็นสูตรได้ว่า

$$* * \mu = \text{จำนวนที่ไปหักออก} + \text{ค่าเฉลี่ยของคะแนนชุดที่ถูกหักออกแล้ว}$$

ดังนั้น จากข้อ 33 - 35

$$\mu = \dots\dots\dots$$

$$180 + 15 = 195$$

37. จากข้อมูลในข้อ 33 ถ้าให้จำนวนที่นำไปหักออกเป็น "183" แล้ว

คะแนนชุดใหม่ที่ถูกหักออกด้วย 183 คือ ... , ... , ... , ...

และ ค่าเฉลี่ยของคะแนนชุดใหม่ =

$$19 / 15 / 0 / 14 / \frac{19 + 15 + 0 + 14}{4} = \frac{48}{4} = 12$$

38. จากข้อ 37 $\mu = \dots\dots\dots$

$$183 + 12 = 195$$

39. ค่าของ μ ที่ได้จากข้อ 33 , 36 และ 38 (แตกต่างกัน / ไม่แตกต่างกัน)

ไม่แตกต่างกัน

40. จำนวนที่นำไปหักออกจากคะแนนแต่ละตัว มีชื่อเรียกว่า "มัธยิมสมมุติ"

(Assumed Mean) และ ใช้สัญลักษณ์คือ " a "

จากข้อ 34 $a = \dots$ และ ข้อ 37 $a = \dots$

$$180 \quad / \quad 183$$

41. คะแนนชุดใหม่แต่ละตัว ซึ่งเกิดจากการเอา a ไปหักออกจากคะแนนชุดเดิม เรียกว่า "ค่าเบี่ยงเบนไปจาก a " และ ใช้สัญลักษณ์คือ " d "

เพราะฉะนั้น จากข้อ 34 ชุดของ $d = \dots, \dots, \dots, \dots$

จากข้อ 37 ชุดของ $d = \dots, \dots, \dots, \dots$

$$22 \quad / \quad 18 \quad / \quad 5 \quad / \quad 17 \quad / \quad 19 \quad / \quad 15 \quad / \quad 0 \quad / \quad 14$$

42. ค่าเฉลี่ยของคะแนนชุดใหม่ บ่งบอกหมายถึง ค่าเฉลี่ยของ $\dots$ (สัญลักษณ์)

$$a$$

43. การหาค่าเฉลี่ยของ a หรือ มัชฌิมเลขคณิตของ a ย่อมปฏิบัติเช่นเดียวกันกับการหาค่าเฉลี่ยของคะแนน ที่นักเรียนได้เรียนผ่านมาแล้ว คือ นำเอาผลรวมของ a หาค่ายจำนวนของ a ซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ได้ว่า

ค่าเฉลี่ยของ $a = \dots$ (สัญลักษณ์)

$$\frac{\sum a}{N}$$

44. ดังนั้น สูตรในการหา μ ในข้อ 36 เมื่อเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์
ทั้งหมด จะได้ว่า

$$\begin{aligned} & * \\ & * * \mu = \dots\dots\dots \\ & \text{-----} \\ & a + \frac{\sum d}{N} \\ & \text{-----} \end{aligned}$$

45. จากข้อมูลต่อไปนี้ ถ้าให้ $a = 190$ จงหา หักของ d

x	d
202	.
128	...
183	..
197	...
$N = 4$	$\sum d = \dots$

$$\text{-----}$$

$$12 \quad / \quad 8 \quad / \quad -7 \quad / \quad 7$$

$$\text{-----}$$

46. จากข้อ 45 ผลรวมของ d หรือ $\sum d = \dots\dots\dots$

$$\text{-----}$$

$$12 + 8 + (-7) + 7 = 20$$

$$\text{-----}$$

47. จากข้อมูลในข้อ 45 $\mu = \dots\dots\dots$

$$\text{-----}$$

$$190 + \frac{20}{4} = 190 + 5 = 195$$

48.

x	d
238	...
264	...
325	0
376	...
402	...
N = 5	$\sum d = \dots$

จากข้อมูล และค่า d ที่กำหนดให้

$$a = \dots\dots$$

$$\frac{325}{5} = 65$$

49.

จากข้อมูลในข้อ 48

เมื่อ $x = 238$ แล้ว $d = \dots\dots$

$x = 264$ แล้ว $d = \dots\dots$

$x = 376$ แล้ว $d = \dots\dots$

$x = 402$ แล้ว $d = \dots\dots$

และ $\sum d = \dots\dots\dots$

$$\frac{-87 + (-61) + 51 + 77}{4} = \frac{-20}{4} = -5$$

50.

จากข้อมูลในข้อ 48 $\mu = \dots\dots\dots$

$$325 + \frac{(-20)}{5} = 325 + (-4) = 321$$

51. นักสถิติร่างสูตรที่ใช้หา μ ที่สรุปได้ในข้อ 4' ขึ้นมา เพื่อ

.....

ช่วยลดภาระในการหาผลรวมของคะแนนในกรณีที่คะแนนแต่ละตัว มีค่ามาก

52. ประโยชน์อีกประการหนึ่งที่ได้จากแนวคิดเกี่ยวกับ การนำเอาจำนวนๆหนึ่ง ไปหักออกจากคะแนนทุกตัวคือ "ช่วยให้หามัธยิมเลขคณิตของข้อมูลชุดที่เกิดจากการเพิ่มหรือลดคะแนนทุกตัวในข้อมูลชุดที่ทราบมัธยิมเลขคณิตแล้ว ด้วยจำนวนๆหนึ่งที่กำหนดให้ ได้ง่ายขึ้น"

แสดงว่า เราจะได้ประโยชน์จากแนวคิดดังกล่าวก็คือเมื่อ เรามีข้อมูลชุดหนึ่งซึ่งทราบ แล้ว และต้องการหามัธยิมเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่ซึ่งเกิดจากการนำเอาจำนวนๆหนึ่งที่กำหนดให้ ไป จากคะแนนทุกตัวในข้อมูลชุดแรก

มัธยิมเลขคณิต / เพิ่มหรือลด (หรือ บวกหรือลบออก)

53. ในการหามัธยิมเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่ เราทำได้โดยไม่จำเป็นต้องนำเอาจำนวนที่จะไปเพิ่มหรือลด ไปบวกหรือลบออกจากคะแนนทุกตัวในข้อมูลชุดเดิม แต่เราจะพิจารณาจากมัธยิมเลขคณิตของข้อมูลชุดเดิม กับ จำนวนที่จะนำไปเพิ่มหรือลด แทน

แสดงว่า การหามัธยิมเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่ เราจะใช้ค่าเพียง 2 ค่า ในการพิจารณาคือ กับ

มัธยิมเลขคณิตของข้อมูลชุดเดิม / จำนวนที่นำไปเพิ่มหรือลด

54. ข้อมูลในข้อ 48 คือ 238 , 264 , 376 , 402
 ถ้าให้นำเอาคะแนน "79" ไปเพิ่มให้กับคะแนนทุกตัวในข้อมูลชุดข้างต้น แล้วหา
 มัชฌิมเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่

ในการหามัชฌิมเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่ เนื่องจาก 79 ต้องเพิ่มให้กับ
 คะแนนทุกตัว ฉะนั้นให้คิดว่า ข้อมูลในข้อ 48 ข้างต้น เป็นข้อมูลที่เกิดจากการ
 นำเอา 79 ไปหักออกจากคะแนนทุกตัวในข้อมูลชุดใหม่แล้ว คือถือเสมือนว่า
79 เป็นจำนวนที่นำไปหักออกจากคะแนนทุกตัวในข้อมูลชุดใหม่ และ ข้อมูลในข้อ 48
เป็นข้อมูลที่คะแนนทุกตัวถูกหักออกด้วย 79 แล้ว

เพราะฉะนั้น จากความรู้ที่ว่า

มัชฌิมเลขคณิต = จำนวนที่นำไปหักออก + ค่าเฉลี่ยของคะแนนชุดที่ถูกหักออก
 สรุปได้ว่า

$$\text{มัชฌิมเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่} = \dots (\text{จำนวน}) + \dots \text{ของ} - \\ - \text{ข้อมูลข้อ 48}$$

$$79 \quad / \quad \text{ค่าเฉลี่ย (หรือ มัชฌิมเลขคณิต)}$$

55. แสดงความหมายเดิมของ 79 คือ จำนวนที่นำไปเพิ่มให้กับคะแนนทุกตัวใน
ข้อมูลข้อ 12

$$\therefore \text{มัชฌิมเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่} = \dots + \text{ค่าเฉลี่ยของข้อมูลข้อ 48}$$

$$\text{จำนวนที่นำไปเพิ่มให้กับคะแนนทุกตัวในข้อมูลข้อ 48}$$

56. สรุปได้ว่า ในกรณีที่ข้อมูลชุดใหม่เกิดจากการนำเอาจำนวนๆหนึ่งไปเพิ่มให้กับคะแนนทุกตัวของข้อมูลที่เราหามัธยิมเลขคณิตแล้ว เราจะหามัธยิมเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่ได้จากสูตร

$$\begin{aligned} * * \quad \text{มัธยิมเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่} &= \text{จำนวนที่นำไปเพิ่ม} + \\ &\quad \text{ค่าเฉลี่ยของข้อมูลชุดเดิม} \end{aligned}$$

และ ข้อมูลในข้อ 48 เราทราบแล้วว่า มัธยิมเลขคณิต = 321
เพราะฉะนั้น จากข้อ 54

$$\begin{aligned} \text{มัธยิมเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่} &= \dots\dots\dots (\text{จำนวน}) \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$79 + 321 \quad / \quad - \quad 400$$

57. จากข้อมูลในข้อ 48 ถ้าต้องการให้คะแนนแต่ละตัวในข้อมูลชุดนี้ ลดลง "21" ทุกตัว แล้วหามัธยิมเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่ ก็เหมือนกับ การหามัธยิมเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่ซึ่ง เกิดจากการ เพิ่มหรือบวกคะแนนทุกตัวในข้อมูลข้อ 48 ด้วย "-21" นั้นเอง

ด้วยเหตุนี้ เมื่อใช้สูตรที่สร้างขึ้นในข้อ 56 หามัธยิมเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่ที่ต้องการเพิ่มคะแนนทุกตัวในข้อมูลข้อ 48 ด้วย "-21" จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{มัธยิมเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่} &= \dots\dots\dots \dots (\text{จำนวน}) \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$(-21) + 321 \quad / \quad 300$$

58. ข้อมูลชุดหนึ่งมีมัธยิมเลขคณิตเท่ากับ a ถ้าต้องการหามัธยิมเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่ ซึ่งเกิดจากการลดคะแนนทุกตัวในข้อมูลชุดแรกลง " b " แล้ว
 $\therefore$ มัธยิมเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่ =

$$a - b \quad (\text{ หรือ } -b + a \quad)$$

ทำแบบฝึกหัดชุดที่ 2

59. ข้อมูลที่แจกแจงความถี่ชนิด Ungrouped data ชุดหนึ่งคือ

x	f
1	2
3	5
4	3

จากข้อมูลข้างต้น แสดงว่า คะแนน 1 มีอยู่ 2 ตัว
 คะแนน 3 มีอยู่ ... ตัว
 และ คะแนน 4 มีอยู่ ... ตัว

$$5 \quad / \quad 3$$

60. เมื่อเราต้องการหาผลรวมของคะแนนทั้งหมดของข้อมูลในข้อ 59 สิ่งที่เราต้องทำอันดับแรกคือ หาผลรวมเฉพาะของคะแนนแต่ละตัวเสียก่อน

ในที่นี้ ผลรวมของคะแนน 1 = $1+1$ หรือ $2 \times 1 = 2$
 ผลรวมของคะแนน 3 = $3+3+3+3+3$ หรือ $5 \times 3 = 15$
 และ ผลรวมของคะแนน 4 = หรือ $\boxed{\dots} = \dots$

$$4 + 4 + 4 \quad / \quad 3 \times 4 \quad / \quad 12$$

61. เมื่อเราหาผลรวมเฉพาะของคะแนนแต่ละตัวได้แล้ว การหาผลรวมทั้งหมด ก็ทำได้โดย นำเอาผลรวมเฉพาะของคะแนนแต่ละตัว มารวมกันอีกทีหนึ่ง ฉะนั้น จากข้อมูลในข้อ 59

ผลรวมของคะแนนทั้งหมด =

$$2 + 15 + 12 = 29$$

62. จากข้อ 60 การหาผลรวมเฉพาะของคะแนนแต่ละตัว อาจทำได้โดยนำเอาคะแนนแต่ละตัวมาบวกกันเท่ากับจำนวนความถี่ของคะแนนตัวนั้นๆ หรือ ที่ง่ายกว่านั้นคือ นำเอาความถี่ (f) คูณกับคะแนน (x) ตัวนั้นเลย ดังที่ปรากฏใน

นั่นแสดงว่า ถ้ากำหนดข้อมูลที่แจกแจงความถี่ชนิด Ungrouped data มาให้ สิ่งที่เราต้องหาค้นหาค้นแรก เพื่อนำไปสู่การหาผลรวมทั้งหมด คือ หา fx จากข้อมูลในข้อ 59 ชุดของ fx คือ

x	f	fx
1	2	...
3	5	...
4	3	...

$$2 \quad / \quad 15 \quad / \quad 12$$

63. เมื่อได้ชุดของ fx มาแล้ว การหาผลรวมทั้งหมด ก็คือ การหาผลรวมของ (สัญลักษณ์) นั้นเอง

$$fx$$

64. สัญลักษณ์ที่ใช้แทน ผลรวมของ fx คือ (สัญลักษณ์)

$$\sum fx$$

65. จากข้อ 62 $\sum fx = \dots\dots\dots$

$$2 + 15 + 12 = 29$$

66. จากข้อมูลในข้อ 59 การหาจำนวนของคะแนนในข้อมูล ทำได้โดยการนำเอาความถี่ของคะแนนแต่ละตัวมารวมกัน หรือ หาผลรวมของความถี่ นั่นเอง ฉะนั้น จำนวนของคะแนนในข้อมูล ข้อ 59 =

$$2 + 5 + 3 = 10$$

67. สัญลักษณ์ที่ใช้แทนความถี่คือ f เพราะฉะนั้น ผลรวมของความถี่แทนด้วยสัญลักษณ์คือ (สัญลักษณ์)

$$\sum f$$

68. นั่นคือ จำนวนของคะแนน เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์คือ

$$\sum f$$

69. จากนิยามของมัธยิมเลขคณิตที่ว่า มัธยิมเลขคณิต หมายถึง ค่าเฉลี่ยที่ได้จากการหารผลรวมของคะแนนทั้งหมดด้วยจำนวนของคะแนน เรานำมาสรุปสูตรในการหา μ ของข้อมูลที่แจกแจงความถี่ชนิด Ungrouped data ได้ว่า

* * $\mu = \dots\dots\dots$ (สัญลักษณ์)

$$\frac{\sum fx}{\sum f}$$

- 70 จากข้อมูลในข้อ 59 $\mu = \dots\dots\dots$

$$\frac{29}{10} = 2.9$$

71.

x	f
20	7
21	8
22	10
23	6
24	5
25	4
$\sum f = \dots$	

จากข้อมูลที่กำหนดให้

$$\sum f = \dots\dots$$

72.

x	f	fx
20	7	...
21	8	...
22	10	...
23	6	...
24	5	...
25	4	...
$\sum f = 40$		$\sum fx = \dots$

จงหาชุดของ fx

140 , 168 , 220 , 138 , 120 , 100

73.

จากข้อ 72 $\sum fx = \dots \dots \dots$

$$140 + 168 + 220 + 138 + 120 + 100 = 886$$

74.

จากข้อมูลในข้อ 72 สูตรที่ใช้ในการหา μ คือ

และหาค่า μ ได้ว่า $\mu = \dots \dots \dots$

$$\mu = \frac{\sum fx}{\sum f} \quad / \quad \frac{886}{40} = 22.15$$

75. จากข้อมูลในข้อ 71 จะเห็นได้ว่า คะแนน (x) แต่ละตัว มีค่ามาก ย่อมทำให้การหา $\sum fx$ และ $\sum fx^2$ เพื่อนำไปสู่การหา μ ต้องยุ่งอยู่กับ ตัวเลขที่มีค่ามากและอาจทำให้เกิดข้อผิดพลาดได้ง่าย ด้วยเหตุนี้ เราจึงหาวิธีที่ จะลดภาระดังกล่าว วิธีการที่จะใช้มี วิธีปฏิบัติเช่นเดียวกันกับวิธีการที่ใช้ในการ ลดภาระในการบวกเลข เมื่อเราหา μ ของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ ซึ่งมี อยู่ด้วยกัน 3 ขั้นตอน คือ

- ขั้นที่ 1 กำหนดจำนวนๆหนึ่งขึ้นมา แล้วนำไปหักออกจากคะแนนทุกตัว
 ขั้นที่ 2
 ขั้นที่ 3

- ขั้นที่ 2 นำคะแนนชุดใหม่ไปหาค่าเฉลี่ย (หรือ มัชฌิมเลขคณิต) /
 ขั้นที่ 3 นำเอาจำนวนที่ไปหักออก บวกกับค่าเฉลี่ยของข้อมูลชุดใหม่ ก็จะได้ เป็น μ ของข้อมูลชุดเดิม

76. สัญลักษณ์ที่แทนจำนวนที่นำไปหักออกคือ " a " และ สัญลักษณ์ที่แทน คะแนน (x) ซึ่งถูกหักออกด้วย a คือ " d " เพราะฉะนั้น $d = \dots\dots\dots$ (สัญลักษณ์)

$$x - a$$

77. $x - a$ หมายถึง $\dots\dots\dots$ (คำอธิบาย)

คะแนน (x) ที่ถูกหักออกด้วย a

78. คะแนน d แต่ละตัวที่เกิดขึ้น จะมีค่าเท่าไรนั้น ย่อมขึ้นอยู่กับค่าของ a และ คะแนน (x) ในข้อมูลชุดเดิม เช่น
จากข้อมูลในข้อ 71 ถ้ากำหนดให้ $a = 20$ ชุดของ d คือ

x	f	d
20	7	...
21	8	...
22	10	...
23	6	...
24	5	...
25	4	...
$\sum f = 40$		

0 / 1 / 2 / 3 / 4 / 5

79. เนื่องจาก ค่าของคะแนน d ต้องเป็นไปตามค่าของคะแนน (x) ในข้อมูลชุดเดิม ดังนั้นถ้าในข้อมูลชุดเดิมมีคะแนน (x) ที่แตกต่างกัน n ตัว ชุดของคะแนน d ที่ได้มาก็จะมีคะแนน d ที่แตกต่างกัน ด้วย

 n

80. ข้อมูลในข้อ 71 มีคะแนน (x) ที่แตกต่างกันอยู่ 6 ตัว คือ 20 , 21 , 22 , 23 , 24 , 25 เพราะฉะนั้น ชุดของคะแนน d ก็จะมีคะแนน d ที่แตกต่างกัน ตัวอย่าง และจากข้อ 78 ชุดของคะแนน d คือ
- ... , ... , ... , ... , ... , ...

6 / 0 / 1 / 2 / 3 / 4 / 5

81. ลักษณะของคะแนน d อีกประการหนึ่งที่เป็นไปตามลักษณะของคะแนน (x) ในข้อมูลชุดเดิมคือ ความถี่ของคะแนน d จะต้องเท่ากับความถี่ของคะแนน (x) ในข้อมูลชุดเดิม ตัวที่ทำให้เกิดคะแนน d ตัวนั้นๆ เช่น

จากข้อมูลในข้อ 71 เมื่อกำหนด $a = 20$

ความถี่ของคะแนน 20 เท่ากับ 7	$\therefore d = 0$	มีความถี่	=	7
ความถี่ของคะแนน 21 เท่ากับ 8	$\therefore d = 1$	มีความถี่	=	...
ความถี่ของคะแนน 22 เท่ากับ 10	$\therefore d = 2$	มีความถี่	=	...
ความถี่ของคะแนน 23 เท่ากับ 6	$\therefore d = 3$	มีความถี่	=	...
ความถี่ของคะแนน 24 เท่ากับ 5	$\therefore d = 4$	มีความถี่	=	...
ความถี่ของคะแนน 25 เท่ากับ 4	$\therefore d = 5$	มีความถี่	=	...

8 / 10 / 6 / 5 / 4

82. จากข้อ 81 แสดงว่า ชุดของคะแนน d มีลักษณะเป็นข้อมูลที่แจกแจงความถี่ชนิด Ungrouped data ชุดหนึ่ง ดังนั้นในการหาค่าเฉลี่ยของชุดคะแนน d (ในชั้นที่ 2) จะต้องกระทำใ้ท่านเองเดียวกันกับการหาค่าเฉลี่ย (มัชฌิมเลขคณิต) ของข้อมูลที่แจกแจงความถี่ ชนิด Ungrouped data ทั่วๆไป นั่นคือ

เมื่อคะแนนในข้อมูลที่แจกแจงความถี่ชนิด Ungrouped data ใช้สัญลักษณ์ว่า x แล้ว สูตรที่ใช้ในการหามัชฌิมเลขคณิต คือ

$$\mu = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

เพราะฉะนั้น ถ้าชุดคะแนนที่จะหาค่าเฉลี่ยคือ ชุดของคะแนน d แล้ว

ค่าเฉลี่ยของชุดคะแนน d = (สัญลักษณ์)

$$\frac{\sum fd}{\sum f}$$

83. สรุปได้ว่า การหาค่าเฉลี่ยของชุดคะแนน d ต้องปฏิบัติเช่นเดียวกันกับการหาค่าเฉลี่ย (มัชฌิมเลขคณิต) ของข้อมูลชนิด

Ungrouped data

84. จากข้อ 78 จงหา $\sum fd$ และ $\sum f$

x	f	d	fd
20	7	0	...
21	8	1	...
22	10	2	...
23	6	3	...
24	5	4	...
25	4	5	...
$\sum f = 40$			$\sum fd = \dots$

$$0 / 8 / 20 / 18 / 20 / 20 \quad / \quad 86$$

85. จากข้อ 84 ค่าเฉลี่ยของทุกคะแนน d หรือ (สัญลักษณ์)
มีค่าเท่ากับ

$$\frac{\sum fd}{\sum f} \quad / \quad \frac{86}{40} = 2.15$$

86. ในชั้นที่ 3 เมื่อจะหา μ เรานำเอา ... (สัญลักษณ์)
มาบวกกับ (สัญลักษณ์)

$$a \quad / \quad \frac{\sum fd}{\sum f}$$

87. ดังนั้น สูตรในการหา μ โดยการกำหนด a ขึ้นมา คือ

*
** $\mu = \dots\dots\dots$ (สัญลักษณ์)

$$a + \frac{\sum fd}{\sum f}$$

88. จากข้อ 78 , 84 และ 85 เราสรุปค่าของ μ ของข้อมูลข้อ 71

ได้ดังนี้คือ $\mu = \dots\dots\dots$

$$20 + 2.15 = 22.15$$

89.

x	f	d	fd
235	6	...	...
237	9	..	...
240	13	...	...
245	7	..	...
246	5	...	...
$\sum f = \dots$			$\sum fd = \dots$

จากข้อมูลที่กำหนดให้

$$\sum f = \dots\dots$$

และ ถ้ากำหนดให้

$$a = 240$$

แล้ว จงหาหาคของ d

$$40 \quad / \quad -5 \quad / \quad -3 \quad / \quad 0 \quad / \quad 5 \quad / \quad 6$$

90. จุดของ fd ของข้อมูลในข้อ 89 คือ

และ $\sum fd =$

$$-30, -27, 0, 35, 30 \quad / \quad (-30) + (-27) + 0 + 35 + 30 = 8$$

91. สูตรในการหา μ โดยการกำหนด a คือ

.....

และ จากข้อมูลในข้อ 90

$$\mu =$$

$$\mu = a + \frac{\sum fd}{\sum f} \quad / \quad 240 + \frac{8}{40} = 240 + .2 = 240.2$$

ทำแบบฝึกหัดชุดที่ 4

92.

ข้อมูลแจกแจงความถี่ Grouped data ทุกหนึ่งคือ

~		f
2	4	6
5	7	10
8	10	13
11	13	7
14	16	4
		$\sum f = \dots$

เมื่อเราต้องการหา $\sum f$ นักเรียนต่างก็ทราบแล้วว่า เราต้องหาผลรวมของคะแนนทั้งหมดและจำนวนของคะแนนให้ได้ จากข้อมูลข้างบนการหาจำนวนของคะแนน เราพิจารณาได้จาก (สัญลักษณ์)

ในที่นี้ จำนวนของคะแนน = (จำนวน)

$$\sum f = 40$$

93

ส่วนการหาผลรวมของคะแนนทั้งหมดในข้อมูลข้อ 92 นั้น เนื่องจากข้อมูลเป็นแบบแจกแจงความถี่ การหาผลรวมของคะแนนทั้งหมดย่อมาได้จาก การนำเอาผลรวมเฉพาะของคะแนนแต่ละชั้นมารวมกัน นั่นก็คือ เราต้องหาผลรวมเฉพาะของคะแนนแต่ละชั้นได้ก่อนเสียก่อน

ในการหาผลรวมเฉพาะของคะแนนแต่ละชั้นนั้น สิ่งที่ต้องทำอันดับแรกคือหาคะแนนที่เป็นตัวแทนที่ดีที่สุดของชั้นคะแนนแต่ละชั้น ในที่นี้ คะแนนที่เป็นตัวแทนที่ดีที่สุดของชั้นคะแนนแต่ละชั้นคือ จุดกึ่งกลาง ของชั้นคะแนนนั้นๆ

(ข้อ 93 ยังมีอีก)

(ข้อ 93 ต่อ)

เพราะฉะนั้น จากข้อมูลในข้อ 92

จุดกลางชั้นของชั้นคะแนน	2 - 4	คือ	
จุดกลางชั้นของชั้นคะแนน	5 - 7	คือ	
จุดกลางชั้นของชั้นคะแนน	8 - 10	คือ	
จุดกลางชั้นของชั้นคะแนน	11 - 13	คือ	
จุดกลางชั้นของชั้นคะแนน	14 - 16	คือ	

3 / 6 / 9 / 12 / 15

94. เมื่อเราได้จุดกลางชั้นซึ่งเป็นตัวแทนของแต่ละชั้นแล้ว เราจะใช้จุดกลางชั้นเหล่านี้ แทนช่วงคะแนนของแต่ละชั้นคะแนนคือ จะใช้จุดกลางชั้นเป็นค่าที่ใช้ในการหา u โดยไม่หอนำเอา ของแต่ละชั้นคะแนนมาพิจารณาอีก

ช่วงคะแนน

95. เนื่องจากคะแนนแต่ละชั้นมีความถี่เฉพาะของมัน ดังนั้นเมื่อเราใช้จุดกลางชั้นเป็นตัวแทนของช่วงคะแนนแต่ละชั้นคะแนน ความถี่ของช่วงคะแนนแต่ละชั้น ก็จะกลายมาเป็น ของจุดกลางชั้นของชั้นคะแนนชั้นนั้นๆไป

ความถี่

96. เพราะฉะนั้น จากข้อ ๙3

จุดกลางชั้น 3 มีความถี่ ... , จุดกลางชั้น 6 มีความถี่ ... ,
 จุดกลางชั้น 9 มีความถี่ ... , จุดกลางชั้น 12 มีความถี่ ... ,
 จุดกลางชั้น 15 มีความถี่ ...

 6 / 10 / 13 / 7 / 4

97. นั่นคือ ส่วนของข้อมูลที่จะใช้ในการหา μ ก่อนจากนี้ไป มีอยู่ด้วยกัน
 2 ส่วนคือ ส่วนของ และ ส่วนของ

 จุดกลางชั้น / ความถี่

98. สัญลักษณ์ที่ใช้แทน จุดกลางชั้นของคะแนนแต่ละชั้นคือ " x " (ตัวพิมพ์ใหญ่)
 เพราะฉะนั้น จงหา $\bar{x}$ จากตารางต่อไปนี้

(1) (2) (3)

x	f	X
2 - 4	6	...
5 - 7	10	...
8 - 10	13	...
11 - 13	7	...
14 - 16	4	...
$\sum f = 40$		

 3 / 6 / 9 / 12 / 15

99. จากข้อ 98 ให้ส่วนขอ ๒ เป็น ส่วนที่ (1) ส่วนของ f เป็น ส่วนที่ (2) และส่วนของ X เป็นส่วนที่ (3)

ข้อมูลส่วนที่เราจะนำไปใช้ในการหา μ คือไปคือ ส่วนที่
และ ส่วนที่ โดยไม่ต้องนำส่วนที่ มาพิจารณาอีก

$$2 \quad / \quad 3 \quad / \quad 1$$

100. จากข้อ 98 และ 99 ส่วนที่เรานำไปใช้ในการหา μ คือ
ชุดของ f และ ชุดของ X ซึ่งข้อมูล 2 ส่วนนี้ประกอบกันเข้าแล้ว มีลักษณะ
เสมือนหนึ่งเป็น ข้อมูลที่แจกแจงความถี่ชนิด Ungrouped data คือ
มีคะแนน (X) และความถี่ (f) เพียงแต่ว่า คะแนน (X) ในที่นี้ หมายถึง
..... ของคะแนนแต่ละชั้น

จุดกลางชั้น

101. ดังนั้น เราสามารถใช้สูตรในการหา μ ของข้อมูลชนิด
Ungrouped data ที่ว่า $\mu = \frac{\sum fx}{\sum f}$ มาหาค่า
ต่อจากข้อ 98 ได้ แต่เราจะต้องแทน x ซึ่งในสูตรของข้อมูลชนิด
Ungrouped data หมายถึง คะแนนเดิมในข้อมูล ด้วย x ซึ่งในข้อมูลชนิด
Grouped data หมายถึง และ แทน $\sum fx$
ด้วย (สัญลักษณ์)

$$\text{จุดกลางชั้น} \quad / \quad \sum fx$$

102. สรุปได้ว่า สูตรในการหา μ ของข้อมูลแบบ Grouped data

คือ

$$\frac{\sum fX}{\sum f} \quad \text{เมื่อ } X \text{ หมายถึง } \dots\dots\dots ,$$

$$\frac{\sum fX}{\sum f} \quad / \quad \text{จุดกึ่งกลางชั้น}$$

103. เพราะฉะนั้น จากข้อ 98 ขั้นตอนต่อไปของการหา μ ต่อจากขั้นที่หาได้มาแล้วคือ หา $\dots\dots$ (สัญลักษณ์) และ $\dots\dots\dots$ (สัญลักษณ์)

$$fX \quad / \quad \sum fX$$

104. จากข้อ 98 ชุดของ fX คือ $\dots\dots\dots$
และ $\sum fX = \dots\dots\dots$

$$18 , 60 , 117 , 84 , 60 \quad / \quad 18 + 60 + 117 + 84 + 60 = 339$$

105. เพราะฉะนั้น μ ของข้อมูลในข้อ 92 = $\dots\dots\dots$

$$\frac{339}{40} = 8.475$$

106.

i	f	X	fX
20 - 23	7	...	...
24 - 27	11	..	
28 - 31	15	...	
32 - 35	9	...	
36 - 39	8	...	
$\sum f = ..$			$\sum fX =$

จากข้อมูลที่กำหนดให้ จงหา $\sum f$ และ จุดของ X

50 / 21.5 , 25.5 , 29.5 , 33.5 , 37.5

107.

ก่อนที่จะเราจะหาผลรวมของคะแนนทั้งหมด หรือ (สัญลักษณ์)
เราต้องหา จุดของ (สัญลักษณ์) ให้ได้ก่อน

$$\frac{\sum fX}{fX}$$

108.

จากข้อ 106 จุดของ fX คือ

และ $\sum fX =$

150.5 , 280.5 , 442.5 , 301.5 , 300 / 1475

109. จากข้อมูลในข้อ 106 μ =

$$\frac{1475}{50} = 29.5$$

ทำแบบฝึกหัดที่ 5

110. ถ้าเราจะหา μ ของข้อมูลในข้อ 106 โดยหลีกเลี่ยงภาระเรื่อง การคิดเลขที่มีค่ามาก เราสามารถทำได้โดยอาศัยความรู้ทางสถิติเกี่ยวกับ สูตรที่ใช้เพื่อลดภาระในการคิดเลข ของข้อมูลแบบ Ungrouped data ที่ว่า

$$\mu = \dots\dots\dots,$$

เมื่อ $a = \dots\dots\dots$ (สัญลักษณ์)

$$a + \frac{\sum fd}{\sum f} / x - a$$

111. a ในข้อมูลแบบ Ungrouped data นั้นคือ ค่าที่ได้จากการเอา a ไปหักออกจาก x ซึ่งเป็นคะแนนดิบในข้อมูล แก่สำหรับข้อมูลชนิด Grouped data นั้น คะแนนแต่ละชั้นมีลักษณะเป็นช่วงคะแนน โดยที่มีจุดกึ่งกลางชั้น (X) เป็นตัวแทนของคะแนนแต่ละชั้น ดังนั้น a ในข้อมูลแบบ Grouped data จะหาได้จาก "การนำเอา a ที่กำหนดขึ้นมา ไปหักออกจาก (สัญลักษณ์) ซึ่งเป็น ของชั้นคะแนนแต่ละชั้น"

$$X \quad / \quad \text{จุดกึ่งกลางชั้น}$$

112. นั่นคือ ในข้อมูลแบบ Grouped data
- $$d = \dots \dots \dots \text{(สัญลักษณ์)}$$

$$X - a$$

113. เพราะฉะนั้น สูตรในการหา μ สำหรับข้อมูลแบบ Grouped data ก็คือ

$$\mu = a + \frac{\sum fd}{\sum f}$$

เมื่อ $d = \dots \dots \dots \text{(สัญลักษณ์)}$

$$X - a$$

114. สรุปได้ว่า งานขั้นแรกที่เราจะหา μ ของข้อมูลแบบ Grouped data ก็คือ หา หรือ (สัญลักษณ์) ก่อน

$$\text{จุดกึ่งกลางชั้น} \quad / \quad x$$

115. ขั้นต่อมา คือ การกำหนด a ขึ้น โดยทั่วไปเรากำหนดให้มีค่าเป็นเท่าไรก็ได้ แต่เพื่อให้เกิดความสะดวกในการคำนวณ เรานิยมกำหนดให้ a มีค่าเท่ากับจุดกึ่งกลางชั้นของชั้นคะแนนที่อยู่ตรงกลางๆของข้อมูล เช่น ข้อมูลในข้อ 106 ก็คือ

1	f	X	d	fd
20 - 23	7	21.5	...	...
24 - 27	11	25.5	..	...
28 - 31	15	29.5	...	...
32 - 35	9	33.5	..	...
36 - 39	8	37.5	..	...
$\sum f = 50$				$\sum fd = \dots$

เราควรกำหนดให้ $a = \dots$

29.5

116. เมื่อกำหนด a แล้ว ขั้นตอนต่อไปก็เริ่มหา d โดยนำเอา
(สัญลักษณ์) ไปหักออกจาก (สัญลักษณ์)

$$\frac{a}{X}$$

117. จากข้อ 115 ชุดของ d =

$$-8, -4, 0, 4, 8$$

118. เมื่อได้ชุดของ d มาแล้ว ก่อนที่เราจะหา $\sum fd$ เราต้องหา (สัญลักษณ์) ก่อน

เพราะฉะนั้น จากข้อ 115

ชุดของ fd คือ
และ $\sum fd = \dots\dots\dots$

$$\begin{aligned} fd & / \quad -56, -44, 0, 36, 64 \quad / \\ (-56) + (-44) + 0 + 36 + 64 & = \quad 0 \end{aligned}$$

119. ใช้สูตรที่สร้างไว้ในข้อ 113 หาค่า μ ได้ว่า
 $\mu = \dots\dots\dots$

$$29.5 + \frac{0}{50} = 29.5 + 0 = 29.5$$

120. คำ น ที่หาโดยใช้รูปแรก ซึ่งเป็นคำตอบข้อ 109 กับ
คำ น ที่หาโดยใช้รูปหลัง ซึ่งเป็นคำตอบข้อ 119 มีค่า
(เท่ากัน / แตกต่างกัน)

เท่ากัน

ทำแบบฝึกหัดชุดที่ 6

121. ตัวแทนของข้อมูลชนิดที่ 2 มีชื่อเรียกว่า มัธยฐาน (Median)
ตัวแทนของข้อมูลชนิดนี้เหมาะสำหรับข้อมูลที่มีลักษณะของคะแนนมีความแตกต่างกัน
มาก จนไม่อาจใช้ เป็นตัวแทนได้

มัชฌิมเลขคณิต (หรือ ตัวกลางเลขคณิต)

122. จากการพิจารณาข้อมูลชุดหนึ่ง ปรากฏว่า ตัวแทนที่เหมาะสมสำหรับ
ข้อมูลชุดนี้คือ มัธยฐาน ฉะนั้น ผลสรุปเกี่ยวกับข้อมูลชุดดังกล่าวคือ
.....

คะแนนในข้อมูลมีลักษณะแตกต่างกันมาก

123. ถ้ามีข้อมูลซึ่งคะแนนมีลักษณะแตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัด และต้องการหา
ตัวแทนที่เหมาะสมของข้อมูล แล้ว ตัวแทนที่ควรเลือกใช้คือ

มัธยฐาน

124. ในกรณีของข้อมูลที่ไม่สมมาตร เช่น ข้อมูลชุดหนึ่งมีคะแนนทั้งหมด
15 ตัว แต่มีคะแนนขาดหายไป 3 ตัว ตัวแทนที่เหมาะสมของข้อมูลประเภทนี้
ก็คือ มัธยฐาน เช่นกัน
แสดงว่า มัธยฐานเป็นตัวแทนที่เหมาะสมสำหรับข้อมูล ... ประเภท

125. ประเภทข้อมูลที่ใช้มัธยฐานเป็นตัวแทน คือ

1)

2)

1) ข้อมูลที่คะแนนมีลักษณะแตกต่างกันมาก

2) ข้อมูลที่คะแนนไม่สมมาตร

126. นิยามของมัธยฐานคือ "มัธยฐาน หมายถึง คะแนนตัวที่อยู่ตรง
ตำแหน่งกลางของข้อมูล คือ เป็นคะแนนตัวที่ทำให้ จำนวนของคะแนนที่มีค่าน้อยกว่ามัน มีจำนวนเท่ากับ จำนวนของคะแนนที่มีค่ามากกว่ามัน"

จากนิยามของมัธยฐาน จะพบว่า เราใช้ (ค่า / ตำแหน่ง)
ของคะแนนในข้อมูล ในการพิจารณาหาคะแนนตัวที่เป็นมัธยฐาน

ตำแหน่ง

127. ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 3 , 4 , 15 , 56 , 97

คะแนนในข้อมูลชุดนี้มีลักษณะแตกต่างกันมาก ด้วยเหตุนี้ ตัวแทนของข้อมูลที่เหมาะสมเลือกใช้คือ

มัธยฐาน

128.

จากข้อมูลในข้อ 127

คะแนน 3 อยู่ในตำแหน่งที่ไม่มีคะแนนน้อยกว่ามันเลย แต่คะแนนที่มากกว่ามัน
มีอยู่ 4 จำนวน เพราะฉะนั้น 3 (เป็น / ไม่เป็น) มาตรฐานของข้อมูล
ส่วนคะแนน 15 อยู่ในตำแหน่งที่มีคะแนนน้อยกว่ามันอยู่ 2 จำนวนคือ 3 และ 4
และคะแนนที่มากกว่ามันก็มีอยู่ 2 จำนวนเช่นกันคือ 56 และ 97

เพราะฉะนั้น 15 (เป็น / ไม่เป็น) มาตรฐานของข้อมูล

ไม่เป็น / เป็น

129.

จากข้อมูลในข้อ 127 15 ซึ่งเป็นมาตรฐาน อยู่ในตำแหน่งที่

เมื่อเรียงลำดับคะแนนที่มีอยู่ 5 ตัวแล้ว

3

130.

แสดงว่า ถ้าข้อมูลมีอยู่ 5 จำนวน คะแนนัวที่เป็นมาตรฐาน จะอยู่ใน
ตำแหน่งที่ 3 . เพราะจำนวนคะแนนที่น้อยกว่ามันมีอยู่ ... จำนวน และ
คะแนนที่มากกว่ามันก็มีอยู่ . . จำนวน เช่นกัน

2 / 2

131. ถ้าจำนวนคะแนนในข้อนี้มีอยู่ 7 จำนวน แล้ว คะแนนตัวที่เป็นมัธยฐาน จะอยู่ในตำแหน่งที่ . . . เช่น ข้อมูลชุดหนึ่งคือ

10 , 12 , 45 , 65 , 106 , 218 , 346

มัธยฐานของข้อมูลข้างต้น =

$$4 \quad / \quad 65$$

132. ในการหาตำแหน่งของคะแนนที่เป็นมัธยฐาน เมื่อจำนวนคะแนนในข้อมูล เป็น เลขี่ เราทำได้โดย บวกจำนวนคะแนนทั้งหมดของข้อมูลด้วย 1 แล้วหารด้วย 2 เช่น

ถ้าข้อมูลมีอยู่ 5 จำนวน

ตำแหน่งของมัธยฐานคือ ตำแหน่งที่ $\frac{5 + 1}{2} = \frac{6}{2} = 3$

และ ถ้าข้อมูลมีอยู่ 7 จำนวน

ตำแหน่งของมัธยฐานคือ ตำแหน่งที่ $\frac{7 + 1}{2} = \frac{8}{2} = 4$

เพราะฉะนั้น ถ้าข้อมูลมีอยู่ 9 จำนวน

ตำแหน่งของมัธยฐานคือ ตำแหน่งที่

$$\frac{9 + 1}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

133. จากข้อ 132 ถ้า N เป็นจำนวนคะแนนในข้อมูล และ N เป็น เลขี่ แล้ว ตำแหน่งของมัธยฐานของข้อมูลชุดนี้คือ ตำแหน่งที่

$$\frac{N + 1}{2}$$

134. สำหรับการที่เราจะทราบได้ว่า คะแนนตัวใด อยู่ในตำแหน่งที่เท่าไร เมื่อคะแนนในข้อมูลยังไม่ได้เรียงลำดับมาให้นั้น เราจะทราบได้ก็ต่อเมื่อ เรา จัด ลำดับคะแนนในข้อมูลก่อน

เรียงลำดับ

135. ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 33 , 361 , 140 , 85 , 27
เมื่อเราจะหามัธยฐาน เราต้อง เสียก่อน ซึ่งได้เป็น
ดังนี้คือ

จัดเรียงลำดับคะแนน / 27 , 33 , 85 , 140 , 361

136. ข้อมูลในข้อ 135 ปี่คะแนนทั้งหมด ... จานวน เพราะฉะนั้น
คะแนนตัวที่เป็นมัธยฐานอยู่ในตำแหน่งที่ และ บัณฑิต =

5 / 3 / 85

๐

137. สัญลักษณ์ที่ใช้แทนมัธยฐานคือ " Mdn "
ฉะนั้น คะแนน 65 ในข้อ 131 เป็น (สัญลักษณ์) ของข้อมูล

Mdn

138. Man ของข้อมูลในข้อ 135 =

85

139. จากข้อมูลในข้อ 127 , 131 และ 135 คะแนนที่เป็น Man
(มี / ไม่มี) ปรากฏอยู่ในข้อมูล

มี

140. ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 4 , 8 , 26 , 77
ในการหา Man จะพบว่า 4 ไม่ใช่ Man เพราะ จำนวนคะแนนที่น้อยกว่า
4 ไม่มี แต่จำนวนคะแนนที่มากกว่า 4 มีอยู่ 3 จำนวนคือ 8 , 26 และ 77
ในห้านองเดียวกัน คะแนน 8 , 26 และ 77 ก็ไม่ใช่ Man เพราะ
จำนวนคะแนนที่ป้ค่ามากกว่าคะแนน 8 , 26 และ 77 กับ จำนวนคะแนนที่มีค่า
น้อยกว่า 8 , 26 และ 77

มีจำนวนไม่เท่ากัน

141. จากข้อมูลในข้อ 140 คะแนนตัวที่เป็นมัธยฐานต้อง (เป็น / ไม่เป็น)
คะแนนที่มีปรากฏอยู่แล้วในข้อมูล

ไม่เป็น

142. ข้อมูลในข้อ 140 คะแนนที่เป็นมัธยฐาน เป็นคะแนนตัวใหม่ที่ไม่ปรากฏ
อยู่ในข้อมูลชุดนี้

สำหรับข้อมูลประเภทนี้

$$* * \text{ มัธยฐาน } = \frac{\text{ผลบวกของคะแนนคู่กลาง}}{2}$$

แสดงว่า ในการหามัธยฐานของข้อมูลประเภทนี้ เราต้องหา
ให้ได้เสียก่อน

คะแนนคู่กลาง

143. จากข้อมูลในข้อ 140 คะแนนคู่กลางคือ และ
เพราะฉะนั้น $\text{Median} = \dots\dots\dots$

$$8 / 26 \quad / \quad \frac{8 + 26}{2} = \frac{34}{2} = 17$$

144. ข้อมูลอีกชุดหนึ่งคือ 0 , 15 , 32 , 44 , 83 , 176
ข้อมูลชุดนี้ มัธยฐาน (มี / ไม่มี) ปรากฏอยู่ในข้อมูล

ไม่มี

145. ข้อมูลในข้อ 144 จัดอยู่ในประเภทเดียวกับกับ ข้อมูลในข้อ 140
เพราะฉะนั้น เมื่อจะหา Mdn เราต้องหา เสียก่อน

คะแนนกึ่งกลาง

146. คะแนนกึ่งกลางของข้อมูลในข้อ 144 คือ และ
เพราะฉะนั้น $Mdn =$

$$32 / 44 / \frac{32 + 44}{2} = \frac{76}{2} = 38$$

147. จำนวนคะแนนของข้อมูลในข้อ 140 มีอยู่ จำนวน
และ จำนวนคะแนนของข้อมูลในข้อ 144 มีอยู่ จำนวน

$$4 / 6$$

148. จำนวนคะแนนของข้อมูลในข้อ 140 และ 144 เป็นเลขคู่ แสดงว่า
ถ้าเราต้องการหา Mdn ของข้อมูลที่มีจำนวนคะแนนเป็นเลขคู่ แล้ว ใช้สูตรว่า

.....

$$Mdn = \frac{\text{ผลบวกของคะแนนกึ่งกลาง}}{2}$$

149. คะแนนศูนย์กลางของข้อมูลในข้อ 140 อยู่ในตำแหน่งที่ ... และ ...
 ส่วน คะแนนศูนย์กลางของข้อมูลในข้อ 144 อยู่ในตำแหน่งที่ ... และ ...

$$2 \quad / \quad 3 \quad \quad / \quad \quad 3 \quad / \quad 4$$

- 150 จะเห็นได้ว่า เมื่อจำนวนคะแนนในข้อมูลมีอยู่ 4 จำนวน แล้ว
 คะแนนศูนย์กลางตัวแรก อยู่ในตำแหน่งที่ 2 ซึ่งตำแหน่งของคะแนนศูนย์กลางตัวแรก
 คือ ตำแหน่งที่ 2 นี้ หามาได้จาก $\frac{4}{2}$ คือ เอาจำนวนคะแนนทั้งหมดในข้อมูล
 หารด้วย 2

 ในทำนองเดียวกัน เมื่อจำนวนคะแนนในข้อมูลมีอยู่ 6 จำนวน แล้ว
 คะแนนศูนย์กลางตัวแรก จะอยู่ในตำแหน่งที่ ... ซึ่งหามาได้จาก

$$3 \quad / \quad \frac{6}{2}$$

- 151 สรุปได้ว่า ถ้าหาตำแหน่งของคะแนนศูนย์กลางตัวแรก เพื่อนำไปสู่การหา
 นั้น ตำแหน่งของคะแนนศูนย์กลางตัวแรก =

$$\frac{\text{จำนวนคะแนนทั้งหมด}}{2}$$

- 152 ถ้าให้ N เป็นจำนวนคะแนนในข้อมูล และ N เป็นเลขคู่ แล้ว
 ตำแหน่งของคะแนนศูนย์กลางตัวแรก =

$$\frac{N}{2}$$

153. ข้อมูลที่มีจำนวนคะแนนในข้อมูลเท่ากับ 8
- ตำแหน่งของคะแนนกึ่งกลางตัวแรก =
- และ ตำแหน่งของคะแนนกึ่งกลางอีกตัวหนึ่ง =
- เช่น ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 3 , 6 , 15 , 24 , 41 , 82 , 107 , 198
- คะแนนกึ่งกลางตัวแรกคือ
- คะแนนกึ่งกลางอีกตัวหนึ่งคือ
- และ $Mdn = \dots\dots\dots$

$$\frac{8}{2} = 4 \quad / \quad 5 \quad / \quad 24 \quad / \quad 41 \quad / \quad \frac{24 + 41}{2} = \frac{65}{2} = 32.5$$

154. ในกรณีของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ชนิด Ungrouped data
- การหา Mdn ก็กระทำได้น่าสนใจเกี่ยวกับการหา Mdn ของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ที่กล่าวถึงข้างต้นคือ จะต้องพิจารณาว่า จำนวนคะแนนในข้อมูล เป็นเลขคู่ หรือ เลขคี่ แล้ว หาคำแหน่งที่ต้องการให้ได้ จากนั้นจึงค่อยหา Mdn อีกทีหนึ่ง เช่น ข้อมูลชุดหนึ่งคือ

x	f
2	1
13	2
34	3
41	2
76	3
107	2
$\sum f = \dots$	

จำนวนคะแนนในข้อมูล หรือ

(สัญลักษณ์) =

และเป็น (เลขคู่ / เลขคี่)

$$\sum f \quad / \quad 13 \quad / \quad \text{เลขคี่}$$

155. ตำแหน่งของ Man ข้างข้อมูลในข้อ 154 คือ ตำแหน่งที่

$$\frac{13 + 1}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

156. เมื่อเราได้ตำแหน่งของ Man คือ 7 มาแล้ว เราก็นำไปพิจารณาในตารางแจกแจงความถี่ว่า ตำแหน่งที่ 7 ตรงกับคะแนนอะไร โดยดูจากช่องของ ความถี่ (f)

จากข้อ 154

ความถี่ของ 2 เท่ากับ 1 แสดงว่า คะแนน 2 อยู่ในตำแหน่งที่ 1

ความถี่ของ 13 เท่ากับ 2 แสดงว่า คะแนน 13 อยู่ในตำแหน่งที่ 2 และ 3

ความถี่ของ 34 เท่ากับ 3 แสดงว่า คะแนน 34 อยู่ในตำแหน่งที่ 4 , 5

และ 6

ความถี่ของ 41 เท่ากับ 2 แสดงว่า คะแนน 41 อยู่ในตำแหน่งที่ 7 และ 8

ในที่นี้ ตำแหน่งที่ 7 ตรงกับ คะแนน

∴ Man =

$$41 / 41$$

157.

ข้อมูลชนิด Ungrouped data อีกชุดหนึ่งคือ

x	f
8	1
15	2
31	4
63	3
124	2
269	2
$\sum f = \dots$	

จำนวนคะแนนในข้อมูล = และ เป็น (เลขคู่ / เลขคี่)

14 / เลขคู่

158.

จากข้อ 157 คะแนนที่จะใช้ในการหา Mad อยู่ในตำแหน่งที่
และ ตำแหน่งที่

$$\frac{14}{2} = 7 / 8$$

159.

จากข้อมูลในข้อ 157 และ อาศัยวิธีทำนองเดียวกันกับข้อ 156
ตำแหน่งที่ 7 ตรงกับคะแนน และ ตำแหน่งที่ 8 ตรงกับคะแนน

31 / 63

160. จากข้อมูลในข้อ 157 Man =

$$\frac{31 + 63}{2} = \frac{94}{2} = 47$$

ทำแบบฝึกหัดชุดที่ 7

ในการนี้ของข้อมูลที่แจกแจงความถี่ชนิด Grouped data

เราจะหา Mdn ได้จากสูตร

$$Mdn = L_m + \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{\sum f}{2} - F_b \right)}{f_m}$$

เมื่อ L_m หมายถึง ขีดจำกัดล่างของชั้นคะแนนที่ Mdn ตกอยู่
 1 หมายถึง อัตราภาคส่วนของชั้นคะแนนที่ Mdn ตกอยู่
 $\sum f$ หมายถึง จำนวนคะแนนทั้งหมด หรือ ผลรวมของความถี่
 F_b หมายถึง ความถี่สะสมของชั้นคะแนนก่อนถึงชั้นคะแนนที่ Mdn ตกอยู่

f_m หมายถึง ความถี่ของชั้นคะแนนที่ Mdn ตกอยู่

จากสูตรข้างต้นนี้ สิ่งที่น่านักเรียนจะต้องทำเป็นอันดับแรกคือ

หาให้ได้ว่า Mdn ตกอยู่ในชั้นคะแนนชั้นใด ซึ่งจะเป็นการนำไปสู่การหาค่า
 ของ L_m , 1 , f_m และ F_b ส่วน $\sum f$ นั้น จะหาได้โดย
 การนำเอาความถี่ทั้งหมดมารวมกัน

เช่น ข้อมูลชุดหนึ่งคือ

1	f
2 - 4	5
5 - 7	7
8 - 10	9
11 - 13	6
14 - 16	3

$$\sum f = \dots\dots$$

162. ข้อมูลในข้อ 161 ถ้าเราหาได้ว่า ชั้นคะแนนที่ Mdn ตกอยู่คือ
ชั้นคะแนน 8 - 10 แล้ว

L_m ซึ่งหมายถึง
จะมีค่าเท่ากับ

1 ซึ่งหมายถึง
จะมีค่าเท่ากับ

และ f_m ซึ่งหมายถึง
จะมีค่าเท่ากับ

ขีดจำกัดกลางของชั้นคะแนนที่ Mdn ตกอยู่ / 7.5

อันตรภาคชั้นของชั้นคะแนนที่ Mdn ตกอยู่ / 3

ความถี่ของชั้นคะแนนที่ Mdn ตกอยู่ / 9

163. จากข้อมูลในข้อ 161 การที่เราจะหา F_b ซึ่งหมายถึง

..... เราจำเป็นต้องสร้างตารางแจกแจง
ความถี่เพิ่มเติม ในส่วนของความถี่สะสมขึ้นมา ซึ่งจะได้เป็น

1	f	F
2 - 4	5	..
5 - 7	7	...
8 - 10	9	...
11 - 13	6	..
14 - 16	3	...
$\sum f = 30$		

$$\frac{5}{12} / \frac{21}{27} / \frac{30}{\dots}$$

164. จากข้อ 163 ชั้นคะแนนก่อนชั้นคะแนน 8 - 10 คือ
และ มีความถี่สะสมเท่ากับ

$$\therefore F_b = \dots$$

$$\frac{5 - 7}{12} / \frac{12}{12}$$

165. เมื่อทราบค่าของ L_m , u , f_m , F_b และ $\sum f$
แล้ว ก็นำไปแทนค่าในสูตร จะได้ว่า

$$Mdn = \dots$$

$$7.5 + \frac{3(\frac{30}{2} - 12)}{9} = 7.5 + 1 = 8.5$$

166. ข้อมูลอีกชุดหนึ่งคือ

z	f	F
10 - 13	7	...
14 - 17	9	...
18 - 21	12	...
22 - 25	8	...
26 - 29	4	...

จงหา $\sum f$
และจุดของ F

$$40 \quad / \quad 7 \quad / \quad 16 \quad / \quad 28 \quad / \quad 36 \quad / \quad 40$$

167. ข้อมูลในข้อ 166 ถ้าหาได้ว่า ชั้นคะแนนที่ Mdn ตกอยู่คือ 18 - 21

แล้ว $L_m = \dots$, $i = \dots$, $f_m = \dots$

และ $F_b = \dots$

$$17.5 \quad / \quad 4 \quad / \quad 12 \quad / \quad 16$$

168. ข้อมูลในข้อ 166 สูตรในการหา Mdn ที่ใช้คือ

.....

และ แทนค่าในสูตรหา Mdn ได้ว่า

$$Mdn = \dots$$

$$Mdn = L + \frac{1 \left(\frac{\sum f}{2} - F_b \right)}{f_m}$$

$$17.5 + \frac{4 \left(\frac{40}{2} - 16 \right)}{12} = 17.5 + \frac{4}{3} = 18.8\dot{3}$$

169. จากข้อมูลในข้อ 161 และ 166 จะเห็นได้ว่า ถ้าเราทราบว่า Mdn ตกอยู่ในชั้นคะแนนชั้นใดแล้ว เราก็สามารถหาค่าของ Mdn ได้โดยการหา L_m , u , f_m , F_b และ $\sum f$ แล้วนำไปแทนค่าในสูตร

ด้วยเหตุนี้ จึงจำเป็นที่จะต้องเรียนรู้วิธีที่จะหาชั้นคะแนนที่ Mdn ตกอยู่
เนื่องจาก นิยามของ Mdn กล่าวว่า Mdn เป็นคะแนนตรงตำแหน่ง
กลางของข้อมูล ดังนั้น เมื่อมีข้อมูลอยู่ชุดหนึ่ง เราต้องหาให้ได้เสียก่อนว่า
ตำแหน่งกลางอยู่ตรงไหน

$$\begin{aligned}\text{ในที่นี้} \quad \text{ตำแหน่งกลางของข้อมูล} &= \frac{\text{จำนวนคะแนน}}{2} \\ &= \frac{\sum f}{2}\end{aligned}$$

∴ ตำแหน่งกลางของข้อมูลในข้อ 161 และ 166 มีค่าเท่ากับ ...
และ ... ตามลำดับ

$$\frac{30}{2} = 15 \quad / \quad \frac{40}{2} = 20$$

170.

เมื่อทราบตำแหน่งกลางของข้อมูลแล้ว เราก็พิจารณาต่อไปว่า
ตำแหน่งกลางนี้ตกอยู่ในชั้นคะแนนชั้นใด ชั้นคะแนนที่ตำแหน่งกลางของข้อมูล
ตกอยู่นี้คือ ชั้นคะแนนที่ Mdn ตกอยู่

ในการพิจารณาว่า ตำแหน่งกลางของข้อมูลตกอยู่ในชั้นคะแนนชั้นใดนั้น
เราพิจารณาได้จาก ความถี่สะสมของชั้นคะแนนแต่ละชั้น

เช่น จากข้อมูลในข้อ 161

i	f	F
2 - 4	5	5
5 - 7	7	12
8 - 10	9	21
11 - 13	6	27
14 - 16	3	30

ความถี่สะสมของชั้นคะแนน 2 - 4 เท่ากับ 5 แสดงว่า ชั้นคะแนนนี้
คะแนนอยู่ในตำแหน่งที่ 1 - 5

ความถี่สะสมของชั้นคะแนน 5 - 7 เท่ากับ 12 แสดงว่า ชั้นคะแนนนี้
คะแนนอยู่ในตำแหน่งที่ 6 - 12

ความถี่สะสมของชั้นคะแนน 8 - 10 เท่ากับ 21 แสดงว่า ชั้นคะแนนนี้
คะแนนอยู่ในตำแหน่งที่ 13 - 21

เมื่อตำแหน่งกลางของข้อมูล เท่ากับ 15 แสดงว่า

ตำแหน่งกลางของข้อมูลครั้งนี้ ตกอยู่ในชั้นคะแนน

และ ชั้นคะแนนที่ Mdn ตกอยู่คือ

8 - 10 / 8 - 10

171.

จากข้อมูลในข้อ 166

l	f	p
10 - 13	7	7
14 - 17	9	16
18 - 21	12	28
22 - 25	8	36
26 - 29	4	40

ความถี่สะสมของชั้นคะแนน 10 - 13 เท่ากับ 7 แสดงว่า ชั้นคะแนนนี้
คะแนนอยู่ในตำแหน่งที่

ความถี่สะสมของชั้นคะแนน 14 - 17 เท่ากับ 16 แสดงว่า ชั้นคะแนนนี้
คะแนนอยู่ในตำแหน่งที่

ความถี่สะสมของชั้นคะแนน 18 - 21 เท่ากับ 28 แสดงว่า ชั้นคะแนนนี้
คะแนนอยู่ในตำแหน่งที่

1 - 7 / 8 - 16 / 17 - 28

172.

จากข้อ 171 แสดงว่า ค่าแห่งกลางของข้อมูลตกอยู่ในชั้นคะแนน
..... .. ซึ่งเป็นชั้นคะแนนที่ (สัญลักษณ์) ตกอยู่นั่นเอง

18 - 21 / Md

173. สรุปได้ว่า การหาชั้นะแนที่ Mdn ตกอยู่ หรือ ชั้นะแนที่

.....

ในชั้นแรก จะต้องหา ตำแหน่งกลางของข้อมูลก่อน ซึ่งในที่นี้
ตำแหน่งกลางของข้อมูล = (สัญลักษณ์)

$$\text{ตำแหน่งกลางของข้อมูลตกอยู่} / \frac{\sum f}{2}$$

174. เมื่อได้ตำแหน่งกลางของข้อมูลมาแล้ว ชั้นที่ 2 ก็พิจารณาว่า
ตำแหน่งกลางของข้อมูลตกอยู่ในชั้นะแนชั้นใด โดยดูจากความถี่สะสมของ
ชั้นะแนแต่ละชั้น

ตำแหน่งกลางของข้อมูล จะต้องตกอยู่ในชั้นะแนที่ความถี่สะสมของ
ชั้นะแนนั้น เป็นความถี่สะสมตัวแรกที่มีค่ามากกว่าตำแหน่งกลางของข้อมูล
หรือ อยู่ในชั้นะแนที่ มีความถี่สะสมเท่ากับตำแหน่งกลางของข้อมูล

เช่น จากข้อมูลในข้อ 161 ตำแหน่งกลางของข้อมูลคือ 15
ความถี่สะสมตัวแรกที่มีค่ามากกว่า 15 คือ และเป็นความถี่สะสมของ
ชั้นะแน

∴ ชั้นะแน เป็นชั้นะแนที่ Mdn ตกอยู่

$$21 / 8 - 10 / 8 - 10$$

175. จากข้อมูลในข้อ 166 ตำแหน่งกลางของข้อมูลคือ 20
 ความถี่สะสมตัวแรกที่มีค่ามากกว่า 20 คือ และเป็นความถี่สะสมของ
 ชั้นคะแนน
 ∴ ชั้นคะแนน เป็นชั้นคะแนนที่ Median ตกอยู่

$$(28 \quad / \quad 18 - 21 \quad / \quad 18 - 21$$

176. ข้อมูลชุดหนึ่งคือ

x	f	F
25 - 29	6	...
30 - 34	7	...
35 - 39	15	...
40 - 44	9	...
45 - 49	8	...
50 - 54	5	...
$\sum f = \dots$		

จงหา $\sum f$
 และหาคะแนนของ F

$$50 \quad / \quad 6 / 13 / 28 / 37 / 45 / 50$$

177. จากข้อมูลในข้อ 176
 ตำแหน่งกลางของข้อมูล หรือ (สัญลักษณ์)

$$\frac{\sum f}{2} \quad / \quad \frac{50}{2} = 25$$

178. จากข้อมูลในข้อ 176 ชั้นคะแนนที่ Mdn ตกอยู่คือ

$$35 - 39$$

179. จากข้อมูลในข้อ 176

$$L_m = \dots, \quad u = \dots, \quad f_m = \dots \quad \text{และ} \quad F_b = \dots$$

$$34.5 \quad / \quad 5 \quad / \quad 15 \quad / \quad 13$$

180. จากข้อมูลในข้อ 176 แทนค่าในสูตรหาค่า Mdn ได้ว่า

$$Mdn = \dots$$

$$34.5 + \frac{5 \left(\frac{50}{2} - 13 \right)}{15} = 34.5 + 4 = 38.5$$

ทำแบบฝึกหัดชุดที่ 8

181. ตัวแทนของข้อมูลชนิดที่ 5 มีชื่อเรียกว่า รูนียม (Node)
 ตัวแทนของข้อมูลชนิดนี้เหมาะสำหรับข้อมูลซึ่งคะแนนในข้อมูลไปทั่วกันที่คะแนน
 ตัวหนึ่งอย่างเห็นได้ชัด

เช่น ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 1 , 3 , 3 , 3 , 4 , 5
ข้อมูลชุดนี้ คะแนนไปซ้ำกันที่ คะแนน 3 เพราะฉะนั้น
ตัวแทนที่เหมาะสมของข้อมูลชุดนี้คือ

ฐานนิยม

182. ข้อมูลอีกชุดหนึ่งคือ 2 , 6 , 8 , 9 , 12
ข้อมูลชุดนี้ ไม่เหมาะที่จะใช้ฐานนิยม เป็นตัวแทน เพราะ

คะแนนในข้อสอบไม่ได้ต่างกันที่คะแนนตัวหนึ่ง

183. นักสถิติให้นิยามของฐานนิยม ไว้ว่า
 "ฐานนิยมของข้อมูล คือ คะแนนตัวที่มีความถี่มากที่สุดในข้อมูล"
 คำกล่าวที่ว่า คะแนนตัวที่มีความถี่มากที่สุด มีความหมายเช่นเดียวกับ
 คะแนนตัวที่คะแนนในข้อมูลไป มากที่สุด

๒
ธำมัญ

184. จากข้อมูลในข้อ 181 คะแนนตัวที่คะแนนในข้อ 181 ไปซ้ำกันมากที่สุดคือ 3 เพราะฉะนั้น 3 เรียกว่า ของข้อมูล

ฐานนิยม

185. ข้อมูลอีกชุดหนึ่งคือ

2 , 2 , 4 , 5 , 6 , 6 , 6 , 6 , 7 , 7 , 9
คะแนนตัวที่คะแนนไปซ้ำกันมากที่สุด หรือ คะแนนตัวที่มี มากที่สุด
คือ

นั่นคือ ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้ =

ความถี่ / 6 / 6

186. สัญลักษณ์ที่ใช้แทน ฐานนิยม คือ " Mo "

∴ Mo ของข้อมูลในข้อ 181 =

และ คะแนน 6 ของข้อมูลในข้อ 185 คือ (สัญลักษณ์)

3 / Mo

187. ข้อมูลชุดหนึ่งคือ

9 , 11 , 15 , 15 , 15 , 15 , 18 , 18 , 23 , 23 , 23 , 23 ,
28 , 32

ข้อมูลชุดนี้ คะแนนตัวที่มีความถี่มากที่สุด มีความถี่ =

188. จากข้อมูลในข้อ 187
คะแนนตัวที่มีความถี่มากที่สุด มีอยู่ ... ตัว คือ

2 / 15 และ 23

189. จากนิยามของ Mo สรุปได้ว่า
ข้อมูลในข้อ 187 มี Mo อยู่ 2 ตัวคือ ..., และ
เพราะคะแนนทั้งสองตัว เป็น คะแนนที่มี ของข้อมูล

15 / 23 / ความถี่มากที่สุด

190. ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 7 , 7 , 10 , 10 , 13 , 13 , 18 , 18
ข้อมูลชุดนี้ คะแนนทุกตัวมีความถี่เท่ากันหมดคือ ... ซึ่งทำให้
ไม่มีคะแนนตัวใดเลยที่มีความถี่มากที่สุด

เพราะฉะนั้น คะแนน 7 , 10 , 13 และ 18 จะเป็น
ของข้อมูลไม่ได้

นั่นคือ ข้อมูลชุดนี้ (มี / ไม่มี) Mo

2 / ไม่มี

191.

ข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ UNGROUPED DATA ชุดหนึ่งคือ

x	f
10	5
11	8
12	6
13	7
14	4

คะแนนตัวที่มีความถี่มากที่สุดคือ

และ คะแนนตัวนี้ เรียกว่า (สัญลักษณ์) ของข้อมูล

11 / Mo

192.

ในทำนองเดียวกันกับการหา Mo ของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ที่กล่าวมาแล้วข้างต้น Mo ของข้อมูลชนิด UNGROUPED DATA อาจจะมีมากกว่า 1 ค่าก็ได้ เช่น จากข้อมูลในข้อ 191 ถ้าความถี่ของคะแนน 13 เป็น 8 แทนที่จะเป็น 7 แล้ว

Mo ของข้อมูลชุดใหม่ =

11 และ 13

193.

จากข้อมูลในข้อ 191

ถ้าความถี่ของคะแนนทุกตัวในข้อมูลเป็น 8 แล้ว
ผลสรุปเกี่ยวกับ Mo ของข้อมูลชุดใหม่คือ

ข้อมูลชุดใหม่ ไม่มี Mo

◁ ท้าแบบฝึกหัดชุดที่ 9

i	f
2 - 4	5
5 - 7	7
8 - 10	9
11 - 13	6
14 - 16	3

ในการหา Mo ของข้อมูลประเภทนี้ ในขั้นแรก เรายังไม่อาจหาคะแนน
 ตัวที่เป็น Mo ออกมาได้ทันที เพราะ Mo จะต้องเป็นคะแนนตัวหนึ่งในชั้น
 คะแนนชั้นใดชั้นหนึ่ง นั่นก็คือ เราต้องหาชั้นคะแนนที่ Mo ไปตกอยู่ให้ได้
 จากนั้นยามของ Mo ชั้นคะแนนที่ Mo ไปตกอยู่ ต้องเป็นชั้นคะแนนที่มี
 ความถี่มากที่สุด

แสดงว่า จากข้อมูลข้างต้น ชั้นคะแนนที่ Mo ไปตกอยู่คือ

8 - 10

15.

จากข้อ 194

ชั้นคะแนน 8 - 10 เป็นชั้นคะแนนที่ Mo ไปตกอยู่ เพราะ

.....

เป็นชั้นคะแนนที่มีความถี่มากที่สุด

196. เมื่อทราบชั้นคะแนนที่ Mo ไปตกอยู่แล้ว การหา Mo ก็ยังแบ่งออกเป็น 2 แบบคือ การหา Mo อย่างคร่าวๆ และ การหา Mo อย่างละเอียด
การหา Mo ทั้งสองแบบนี้ ใช้กับข้อมูลชนิด เท่านั้น

Grouped data

197. การหา Mo อย่างคร่าวๆ คือ การหาตัวแทนที่ดีที่สุดของชั้นคะแนนที่
 Mo ตกอยู่ ตัวแทนของชั้นคะแนนนี้คือ Mo
เพราะฉะนั้น จากข้อมูลในข้อ 194
 Mo ที่หาอย่างคร่าวๆคือ ตัวแทนที่ดีที่สุดของชั้นคะแนน

8 - 10

198. จากความรู้ที่นักเรียนได้เรียนผ่านมาแล้ว ตัวแทนที่ดีที่สุดของชั้นคะแนน
แต่ละชั้น คือ ของชั้นคะแนนนั้น

จุดกลางชั้น

199. ขวัญเหตูนี้ จึงสรุปได้ว่า ในการหา Mo อย่างคร่าวๆนั้น
 Mo คือ

จุดกลางชั้นของชั้นคะแนนที่ Mo ตกอยู่

200. จากข้อมูลในข้อ 194
- จุดกลางชั้นของชั้นกะแนนที่ Mo ตกอยู่ =
- $\therefore$ Mo =

$$\frac{8 + 10}{2} = 9 \quad / \quad 9$$

201. จากข้อมูลในข้อ 194
- ถ้าความถี่ของชั้นกะแนน 5 - 7 เป็น 9 แทนที่จะเป็น 7 แล้ว
- ชั้นกะแนนที่ Mo ตกอยู่ จะมี ... ชั้น คือ ชั้นกะแนน

$$2 \quad / \quad 5 - 7 \text{ และ } 8 - 10$$

202. จากข้อ 201
- เมื่อชั้นกะแนนที่ Mo ตกอยู่ที่ 2 ชั้น แสดงว่า Mo มี ... ค่า

$$2$$

203. Mo ตัวหนึ่งคือ จุดกลางชั้นของชั้นกะแนน 8 - 10 ที่หามาได้แล้ว
- ในข้อ 200 คือ 9
- ส่วน Mo อีกตัวหนึ่งคือ
- ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$\text{จุดกลางชั้นของชั้นกะแนน } 5 - 7 \quad / \quad \frac{5 + 7}{2} = 6$$

204. สำหรับการหา M_o แบบ ที่ 2 คือ การหา M_o อย่างละเอียดนั้น นักสถิติได้พิสูจน์และสรุปสูตรในการหา M_o ได้ว่า

$$* * \quad M_o = L_{mo} + 1 \cdot \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \quad (\Delta \text{ อ่านว่า เดลต้า})$$

เมื่อ L_{mo} หมายถึง ชั้นค่ากึ่งกลางของชั้นคะแนนที่ I_o ตกอยู่
 1 หมายถึง อัตราภาคส่วนของชั้นคะแนนที่ I_o ตกอยู่
 Δ_1 หมายถึง ผลต่างระหว่างความถี่ของชั้นคะแนนที่ I_o ตกอยู่ กับความถี่ของชั้นคะแนนที่มีคะแนนน้อยกว่าชั้นคะแนนที่ M_o ตกอยู่ ถัดไป
 Δ_2 หมายถึง ผลต่างระหว่างความถี่ของชั้นคะแนนที่ M_o ตกอยู่ กับความถี่ของชั้นคะแนนที่มีคะแนนมากกว่าชั้นคะแนนที่ M_o ตกอยู่ ถัดไป

จากความหมายของ L_{mo} , 1 , Δ_1 และ Δ_2 จะพบว่า ค่าทั้งสี่ จะหามาได้ ก็ต่อเมื่อ เราทราบ ชั้นคะแนนที่ แล้ว

 M_o ตกอยู่

205. นั่นก็คือ ในขั้นแรก ต้องหา ให้ได้

 ชั้นคะแนนที่ M_o ตกอยู่

206. ชั้นคะแนนที่ Mo ตกอยู่ก่อน ชั้นคะแนนที่ .. .
 และ จากข้อมูลในข้อ 194 ชั้นคะแนนดังกล่าวคือ
 ซึ่งมีความถี่เท่ากับ

มีความถี่มากที่สุด / 8 - 10 / 9

207. จากข้อ 206
 I_{mo} ซึ่งหมายถึง มีค่าเท่ากับ
 i ซึ่งหมายถึง มีค่าเท่ากับ

สีจางกึ่งกลางของชั้นคะแนนที่ Mo ตกอยู่ / 7.5 /
 อัตราภาคชั้นของชั้นคะแนนที่ Mo ตกอยู่ / 3

208. จากข้อมูลในข้อ 194
 ชั้นคะแนน 5 - 7 เป็นชั้นคะแนนที่มีคะแนนน้อยกว่าชั้นคะแนน 8 - 10
 ถัดไป เพราะฉะนั้น
 ชั้นคะแนน เรียกว่า เป็นชั้นคะแนนที่มีคะแนนน้อยกว่า
 ชั้นคะแนนที่ Mo ตกอยู่ ถัดไป

209. จากข้อมูลในข้อ 194

ชั้นกะแนน 5 - 7 มีความถี่ =

เพราะฉะนั้น Δ_1 ซึ่งหมายถึง

..... จะมีค่า =

7 / ผลต่างระหว่างความถี่ของชั้นกะแนนที่ Mo ตกอยู่ กับความถี่
ของชั้นกะแนนที่มีกะแนนน้อยกว่าชั้นกะแนนที่ Mo ตกอยู่ ถัดไป /

$$9 - 7 = 2$$

210. จากข้อมูลในข้อ 194

ในทำนองเดียวกับข้อ 208 ชั้นกะแนนที่มีกะแนนมากกว่าชั้นกะแนนที่ Mo
ตกอยู่ ถัดไป คือ ชั้นกะแนน ซึ่งมีความถี่ =

$$11 - 13 / 6$$

211. จากข้อมูลในข้อ 194

Δ_2 ซึ่งหมายถึง

..... จะมีค่า =

ผลต่างระหว่างความถี่ของชั้นกะแนนที่ Mo ตกอยู่ กับความถี่ของชั้นกะแนนที่มี
กะแนนมากกว่าชั้นกะแนนที่ Mo ตกอยู่ ถัดไป / $9 - 6 = 3$

212.

เมื่อได้ค่าของ L_{mo} , Δ_1 และ Δ_2 มาแล้ว
เราก็นำเอาค่าที่ได้เหล่านี้ ไปแทนค่าในสูตร เพื่อหา Mo โดยใช้สูตรว่า

.....

จากข้อมูลในข้อ 194 และ ค่าทั้งสี่ ที่หามาได้แล้ว

$$Mo = \dots \dots \dots$$

$$Mo = L_{mo} + 1. \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}$$

$$7.5 + 3. \frac{2}{2 + 3} = 7.5 + 1.2 = 8.7$$

ทำแบบฝึกหัดชุดที่ 10

213. จากตัวแทนของข้อมูล ในเรื่องการวัดแนวนาว 'เข้าสู่' ส่วนกลาง
 ตัวแทนของข้อมูลทั้งสามคือ μ , Mdn และ Ho มีความแตกต่าง
 กัน ดังนั้นคือ

μ หมายถึง
 Mdn หมายถึง
 และ Mo หมายถึง

ค่าเฉลี่ยที่ได้จากการหารผลรวมของคะแนนด้วยจำนวนคะแนน /
 คะแนนที่อยู่ตรงตำแหน่งกลางของข้อมูล / คะแนนตัวที่มีความถี่มากที่สุด

214. อย่างไรก็ตาม μ , Mdn และ Ho ก็มีความสัมพันธ์กัน
 สูตรที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของตัวแทนของข้อมูลทั้งสาม คือ

$$* * \quad \mu - Mo = 3(\mu - Mdn)$$

สูตรดังกล่าว เป็นสูตรที่ใช้หาตัวแทนของข้อมูลตัวใดตัวหนึ่ง เมื่อทราบ
 ตัวแทนของข้อมูลอีก 2 ตัวที่เหลือ

เช่น เราสามารถหา μ ได้ เมื่อทราบ Mdn และ Ho
 หา Mdn ได้ เมื่อทราบ ... และ
 หา Mo ได้ เมื่อทราบ และ

$$\mu / Mo \quad / \quad \mu / Mdn$$

215. ข้อมูลชุดหนึ่ง $\mu = 17.5$ และ $\text{Hid} = 17.8$
 เมื่อจะหา Mo ก็แทนค่า μ และ Mad ลงในสูตร ซึ่งได้เป็นดังนี้

.....

จากนั้น จัดสมการหาค่า Mo ได้ว่า

$$\text{Mo} = \dots\dots\dots$$

$$17.5 - \text{Mo} = 3 (17.5 - 17.8) /$$

$$17.5 + 0.9 = 18.4$$

ทำแบบฝึกหัดชุดที่ 11

บทที่ 2

การวัดการกระจาย

(The Measures of Variability)

บทที่ 2

การวัดการกระจาย

จุดมุ่งหมายของบทเรียน

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทที่ 2 แล้ว จะมีความสามารถดังต่อไปนี้คือ

1. สามารถบอกจุดประสงค์ของการวัดการกระจาย
2. สามารถบอกชนิดของการกระจาย และจัดอันดับค่าการกระจาย

ตามความละเอียดที่วัดการกระจายได้

3. สามารถเขียนนิยามของ พิสัย ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานกับความแปรปรวนได้อย่างถูกต้อง
4. สามารถเขียนสูตรในการหา พิสัย ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานกับความแปรปรวน ของข้อมูลชนิดต่างๆ
5. สามารถคำนวณค่าของ พิสัย ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานกับความแปรปรวน ของข้อมูลชนิดต่างๆ ได้อย่างถูกต้อง
6. สามารถอธิบายลักษณะ ของข้อมูล เมื่อทราบค่าการกระจายของข้อมูล
7. สามารถเปรียบเทียบลักษณะ ของข้อมูลตั้งแต่ 2 จุดขึ้นไป เมื่อทราบค่าการกระจายชนิดเดียวกันของข้อมูล

1. จากความรู้เรื่องการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง นักเรียนทราบว่า
ตัวแทนของข้อมูลเป็นคะแนนตัวที่คะแนนส่วนใหญ่ไปเกาะกลุ่มกันอยู่ ดังนั้น ถ้ามีข้อมูล
2 ชุด ซึ่งตัวแทนของข้อมูลทั้งสองชุดนี้ มีค่าเท่ากัน แสดงว่า การเกาะกลุ่มของ
..... ของข้อมูลแต่ละชุด ไม่ได้เกาะกลุ่มที่คะแนนตัว
เดียวกัน

2. การที่คะแนนส่วนใหญ่ของข้อมูล 2 ชุด ไม่ได้เกาะกลุ่มที่คะแนนตัวเดียวกัน
แสดงว่า ข้อมูล 2 ชุดนี้แตกต่างกัน เพราะฉะนั้น ถ้าข้อมูล 2 ชุด มีตัวแทน
ของคะแนนที่แตกต่างกันแล้ว ย่อมแสดงว่า ข้อมูล 2 ชุดนี้

แตกต่างกัน

3. สำหรับข้อมูล 2 ชุด ที่ตัวแทนของข้อมูล เช่น มัชฌิมเลขคณิต มีค่าเท่ากัน
นั้น ผลสรุปที่ได้คือ ของข้อมูลแต่ละชุด ไปเกาะ
กลุ่มที่คะแนนตัวเดียวกัน

คะแนนส่วนใหญ่

4. แต่การที่คะแนนส่วนใหญ่ของข้อมูล 2 ชุด ไปเกาะกลุ่มที่คะแนนตัวเดียวกัน หรือ ตัวแทนของข้อมูล 2 ชุด มีค่าเท่ากันนั้น มิได้หมายความว่า ข้อมูลทั้งสองชุด จะมีลักษณะเหมือนกันเสมอไป เช่น

ข้อมูลชุดที่ 1 คือ 6 , 7 , 7 , 8 มี $\mu = 7$

ข้อมูลชุดที่ 2 คือ 3 , 5 , 8 , 12 มี $\mu = 7$

ข้อมูล 2 ชุดข้างต้น แม้จะมี μ เท่ากัน แต่จะเห็นได้ว่า ข้อมูลชุดที่ 1 มีความแตกต่างของคะแนนในข้อมูล น้อยกว่า ข้อมูลชุดที่ 2 ด้วยเหตุนี้ จึงสรุปได้ว่า ข้อมูลชุดที่ 1 กับ ข้อมูลชุดที่ 2 แตกต่างกัน แม้จะมีตัวแทนของข้อมูลเท่ากัน

แสดงว่า สิ่งที่เราใช้ในการพิจารณาว่า ข้อมูล 2 ชุด แตกต่างกันหรือไม่นั้น นอกจากจะต้องพิจารณาจากตัวแทนของข้อมูลแล้ว ยังต้องพิจารณาจาก อีกอย่างหนึ่งด้วย

ความแตกต่างของคะแนนในข้อมูล

5. ในการพิจารณาว่า ข้อมูลตั้งแต่ 2 ชุดขึ้นไป มีความแตกต่างกันหรือไม่อย่างไร สิ่งที่เราใช้ในการพิจารณาเมื่อมีอยู่ 2 อย่างคือ

1)

2)

ตัวแทนของข้อมูล / ความแตกต่างของคะแนนในข้อมูล

6. นักสถิติให้ความหมายของ การกระจายของข้อมูล ไว้ว่า
"การกระจายของข้อมูล หมายถึง ความแตกต่างของคะแนนในข้อมูล"
เพราะฉะนั้น การที่เราพิจารณาความแตกต่างของคะแนนในข้อมูลแต่ละ
ชุด ก็คือ การพิจารณา ของข้อมูลแต่ละชุด นั่นเอง

การกระจาย

7. ถ้าข้อมูลมีการกระจายมาก สรุปได้ว่า ความแตกต่างของคะแนนใน
ข้อมูลมีมาก ในทางตรงกันข้าม ถ้าข้อมูลมีการกระจายน้อย จะสรุปได้ว่า
.. .. .

ความแตกต่างของคะแนนในข้อมูลมีน้อย

8. จากข้อมูลทั้งสองชุด ในข้อ 4 สรุปได้ว่า
ข้อมูลชุดที่ 1 มีการกระจายของข้อมูล (น้อย / มาก) กว่า ข้อมูลชุดที่ 2

น้อย

9. การที่การกระจายของข้อมูล หรือ มีมาก
แสดงว่า คะแนนในข้อมูลเกาะกลุ่มกันน้อย และ ถ้าการกระจายของข้อมูลมี
น้อย ย่อมแสดงว่า คะแนนในข้อมูลเกาะกลุ่มกัน

ความแตกต่างของคะแนนในข้อมูล / มาก

10. จากข้อมูล ในข้อ 4

คะแนนของข้อมูลชุดที่ 1 เกาะกลุ่มกัน (น้อยกว่า / มากกว่า / พอๆกันกับ)
ข้อมูลชุดที่ 2

มากกว่า

11. ในวิชาสถิติ การที่เราพิจารณาว่า ข้อมูลแต่ละชุดมีการกระจายของข้อมูลเป็นอย่างไรนั้น เรามีค่าทางสถิติที่จะใช้ในการสรุปผลดังกล่าว

ค่าทางสถิติที่อ่าน จึงขอเรียกว่า ค่าการกระจาย

นั่นคือ ถ้าเราต้องการพิจารณา ความแตกต่างของคะแนนในข้อมูล หรือ การเกาะกลุ่มของคะแนนในข้อมูล เราพิจารณาจากค่าทางสถิติคือ

1
ការកាត់ក្រចក

12. การหาค่าการกระจาย , มาถึง

การพิจารณาว่า คะแนนในข้อมูลมีความแตกต่างกันอย่างไร (หรือ การพิจารณาว่า คะแนนในข้อมูลเกาะกลุ่มกันเพียงไร หรือ การพิจารณาว่า ข้อมูลมีการกระจายเป็นอย่างไ)

13. ถ้าค่าการกระจายมีค่ามาก แสดงว่า ข้อมูลมีการกระจายมาก หรือ
มี ของคะแนนในข้อมูลมาก แต่ถ้าค่าการกระจายมีค่า
น้อย บอมน้อยว่า ข้อมูลมีการกระจาย

ความแตกต่าง / น้อย

14. จากข้อมูล ในข้อ 4 สรุปได้ว่า
ค่าการกระจายของข้อมูลชุดที่ 1 มีค่า (น้อย / มาก) กว่า ค่าการกระจาย
ของข้อมูลชุดที่ 2 ,

๖
น้อย

15. นักสถิติให้ความหมายของการวัดการกระจาย (Measures of Variability) ไว้ว่า "การวัดการกระจาย- หมายถึง การหาค่าการกระจาย"

ฉะนั้น จากความหมายของ การหาค่าการกระจาย สรุปได้ว่า
การวัดการกระจาย หมายถึง

การพิจารณาว่า คะแนนในข้อมูลมีความแตกต่างกันอย่างไร (หรือ การพิจารณาว่า คะแนนในข้อมูลเกาะกลุ่มกันเพียงไร หรือ การพิจารณาว่า ข้อมูลมีการกระจายเป็นอย่างไ)

16. ค่าการกระจายมีหลายชนิด ฉะนั้น การวัดการกระจายจึงกระทำได้หลายวิธี ทั้งขึ้นอยู่กับ ของค่าการกระจาย

ชนิด

17. ค่าการกระจายชนิดแรก มีชื่อเรียกว่า "พิสัย" (Range) ซึ่งหมายถึง "ผลต่างระหว่างคะแนนสูงสุดกับคะแนนต่ำสุดของข้อมูล"

จากนิยามของพิสัย แสดงว่า เราใช้คะแนน 2 ตัว ในการหาพิสัย คือ และ

คะแนนสูงสุด / คะแนนต่ำสุด

18. ถ้าเราเอาคะแนนสูงสุดของข้อมูล ลบออกด้วยคะแนนต่ำสุดของข้อมูล ค่าที่ได้ เรียกว่า

พิสัย

19. จากข้อมูล ในข้อ 4

พิสัยของข้อมูลชุดที่ 1 =

พิสัยของข้อมูลชุดที่ 2 =

8 - 6 = 2 / 12 - 3 = 9

20. จากข้อ 19 พิสัยของข้อมูลชุดที่ 1 มีน้อยกว่า พิสัยของข้อมูลชุดที่ 2 แสดงว่า คะแนนของข้อมูลชุดที่ 1 มี
น้อยกว่าคะแนนของข้อมูลชุดที่ 2

การกระจาย (หรือ ความแตกต่างของคะแนนในข้อมูล)

21. ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 3 , 31 , 31 , 32 , 33
พิสัยของข้อมูลชุดนี้ =

$$33 - 3 = 30$$

22. จากข้อมูลในข้อ 21 ถ้าเราพิจารณาจากค่าพิสัยที่ได้ จะเห็นว่าพิสัยมีค่ามาก ซึ่งทำให้เราคิดไปได้ว่า ข้อมูลชุดนี้มีการกระจายมากเหลือเกิน แต่แท้ที่จริงแล้ว คะแนนในข้อมูลชุดนี้ส่วนใหญ่เกาะกลุ่มกัน มีเพียง คะแนน 3 ซึ่งเป็นคะแนนต่ำสุดตัวเดียวเท่านั้น ที่แตกต่างไปจากคะแนนตัวอื่นมาก
จากตัวอย่างดังกล่าว พิสัยจึงเป็นค่าการกระจายที่ใช้วัดการกระจายได้ไม่ละเอียดพอ เพราะใช้คะแนนเพียง ... ตัว คือ

2 / คะแนนสูงสุดและคะแนนต่ำสุด

23. ค่าการกระจายชนิดที่ 2 ซึ่งวัดการกระจายได้ละเอียดกว่าพิสัย คือ ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ (Quartile Deviation) ซึ่งหมายถึง ผลต่างระหว่างควอไทล์ (Quartile) ที่ 3 กับ ควอไทล์ที่ 1 หารด้วย 2 แสดงว่า ถ้าเราจะหาส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ เราจะต้องหา กับ ได้แล้ว

$$\text{ควอไทล์ที่ 3} \quad / \quad \text{ควอไทล์ที่ 1}$$

24. สัญลักษณ์ที่ใช้แทน ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ คือ " Q.D. "
 สัญลักษณ์ที่ใช้แทน ควอไทล์ที่ 3 คือ " Q_3 "
 และ สัญลักษณ์ที่ใช้แทน ควอไทล์ที่ 1 คือ " Q_1 "

$$* * \quad Q.D. = \dots\dots\dots (\text{สัญลักษณ์})$$

$$\frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

25. Q_3 และ Q_1 ของข้อมูลชุดหนึ่งเท่ากับ 21.5 และ 12.3 ตามลำดับ

$$\therefore Q.D. = \dots\dots\dots (\text{จำนวน})$$

$$\frac{21.5 - 12.3}{2} = \frac{9.2}{2} = 4.6$$

26. Q_3 และ Q_1 ของข้อมูลอีกชุดหนึ่งเท่ากับ 18.7 และ 13.9 ตามลำดับ

$$\therefore Q.D. = \dots\dots\dots (\text{จำนวน})$$

$$\frac{18.7 - 13.9}{2} = \frac{4.8}{2} = 2.4$$

27. จากข้อ 25 และ ข้อ 26 สรุปได้ว่า
ข้อมูลในข้อ 25 มีการกระจาย (น้อย / มาก) กว่า ข้อมูลในข้อ 26
ทั้งนี้เพราะ ของข้อมูลในข้อ 25 มีค่ามากกว่า
ของข้อมูลในข้อ 26

มาก / ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์

ทำแบบฝึกหัดชุดที่ 12

28. แม้ว่าส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์จะเป็นค่าการกระจายที่ละเอียดกว่าพิสัย แต่ก็ยังมีค่าการกระจายที่ใช้วัดการกระจายได้ละเอียดกว่าส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ ค่าการกระจายนี้จัดเป็นค่าการกระจายชนิดที่ 3 และมีชื่อเรียกว่า

ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (Mean or Average Deviation)

ดังนั้น ถ้าเราจะเลือกค่าการกระจาย 3 ชนิดที่กล่าวมาแล้ว เพื่อใช้ในการวัดการกระจาย ค่าการกระจายที่ควรเลือกคือ

ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย

29. ก่อนที่นักเรียนจะเรียนรู้ความหมายของ ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย นักเรียนจำเป็นต้องเรียนรู้เครื่องหมายทางคณิตศาสตร์บางอย่างก่อน เพื่อช่วยให้เกิดความเข้าใจและสามารถหา ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยได้อย่างถูกต้อง

เครื่องหมายดังกล่าวคือ ค่าสัมบูรณ์ (Absolute Values) ซึ่งใช้สัญลักษณ์ว่า $| \quad |$ โดยที่ภายใน $| \quad |$ จะมีจำนวนอยู่จำนวนหนึ่ง เช่น

$ 2 $	อ่านว่า	ค่าสัมบูรณ์ของ 2
$ -3 $	อ่านว่า	ค่าสัมบูรณ์ของ -3
$ 1.8 $	อ่านว่า	
$ -\frac{1}{2} $	อ่านว่า	

ค่าสัมบูรณ์ของ 1.8 / ค่าสัมบูรณ์ของ $-\frac{1}{2}$

30. ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนๆหนึ่ง หมายถึง ค่าที่เป็นบวกของจำนวนนั้นๆ

เพราะฉะนั้น $|2|$ มีค่าเท่ากับ 2
 $|-3|$ มีค่าเท่ากับ 3
 $|1.8|$ มีค่าเท่ากับ
 $|- \frac{1}{2}|$ มีค่าเท่ากับ

$$1.8 \quad / \quad \frac{1}{2}$$

31. $|-2|$ อ่านว่า และ มีค่าเท่ากับ
 $|-1.8|$ อ่านว่า และ มีค่าเท่ากับ

ค่าสัมบูรณ์ของ -2 / 2 / ค่าสัมบูรณ์ของ -1.8 / 1.8

32. ค่าสัมบูรณ์ของ 5 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ว่า และ
 มีค่าเท่ากับ

 ค่าสัมบูรณ์ของ -5 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ว่า และ
 มีค่าเท่ากับ

$$|5| \quad / \quad 5 \quad / \quad |-5| \quad / \quad 5$$

33. นอกจากค่าสัมบูรณ์แล้ว สิ่งที่นักเรียนต้องเรียนรู้อีกอย่างหนึ่งคือ

"ค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ "

จากเรื่องการวัดแนวนำเข้าสู่ส่วนกลาง นักเรียนเคยทราบมาแล้วว่า
ค่าเบี่ยงเบนไปจาก a หมายถึง ค่าที่ได้จากการเอาคะแนน (x) หักออก
ด้วย a เพราะฉะนั้น ค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ ย่อมหมายถึง ค่าที่
ได้จากการเอา หักออกด้วย

หรือ เขียนในรูปสัญลักษณ์ได้ว่า

ค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ = (สัญลักษณ์)

คะแนน (x) / μ / $x - \mu$

34. ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 10 , 12 , 13 , 15 , 15

μ =

$$\frac{10 + 12 + 13 + 15 + 15}{5} = \frac{65}{5} = 13$$

35. จากข้อ 34

ชุดของค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ =

-3 , -1 , 0 , 2 , 2

36. นักสถิติได้ให้นิยามของ ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย ไว้ว่า
 "ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย หมายถึง ค่าที่ได้จากการหารผลรวมของ ค่าสัมบูรณ์ของ
 ค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ ด้วยจำนวนของคะแนน"
 และ ใช้สัญลักษณ์แทนส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยว่า " M.D. "

$$\therefore \text{M.D.} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{\text{ผลรวมของ ค่าสัมบูรณ์ของค่าเบี่ยงเบนไปจาก } \mu}{\text{จำนวนของคะแนน}}$$

37. เนื่องจาก $x - \mu$ เป็นสัญลักษณ์แทน ค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ
 เพราะฉะนั้น ค่าสัมบูรณ์ของค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ แทนด้วยสัญลักษณ์ว่า
 $\dots\dots\dots$ (สัญลักษณ์)

และ ผลรวมของค่าสัมบูรณ์ของค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ แทนด้วยสัญลักษณ์
 ว่า $\dots\dots\dots$ (สัญลักษณ์)

$$|x - \mu| \quad / \quad \sum |x - \mu|$$

38. สัญลักษณ์ที่ใช้แทน จำนวนของคะแนนคือ N
 เพราะฉะนั้น สูตรที่ใช้หา M.D. เมื่อเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ทั้งหมด คือ

$$\text{** M.D.} = \dots\dots\dots \text{ (สัญลักษณ์)}$$

$$\frac{\sum |x - \mu|}{N}$$

39. สรุปได้ว่า ขั้นตอนในการหา M.D. ของข้อมูลชุดหนึ่ง มีดังนี้คือ

- ขั้นที่ 1 หา μ
- ขั้นที่ 2 หาค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ หรือ (สัญลักษณ์)
- ขั้นที่ 3 หาค่าสัมบูรณ์ของค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ หรือ
(สัญลักษณ์)
- ขั้นที่ 4 หาผลรวมของค่าสัมบูรณ์ของค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ หรือ
... (สัญลักษณ์)
- ขั้นที่ 5 หาจำนวนคะแนน หรือ (สัญลักษณ์)
- ขั้นที่ 6 นำเอา $\sum |x - \mu|$ และ N ที่หาได้ ไปแทนค่าในสูตร
การหา M.D. ที่ว่า

.....

$$x - \mu / |x - \mu| / \sum |x - \mu| / N /$$

$$\text{M.D.} = \frac{\sum |x - \mu|}{N}$$

40. จากข้อมูลในข้อ 34 และชุดของ $x - \mu$ ที่หาได้ในข้อ 35
นำมาหา ชุดของ $|x - \mu|$ ใกล้เคียงนี้คือ

x	$x - \mu$	$ x - \mu $
10	-3	
12	-1	
13	0	
15	2	
15	2	
		$\sum x - \mu = \dots$

และ $\sum |x - \mu| = \dots$

3 / 1 / 0 / 2 / 2 / 3 + 1 + 0 + 2 + 2 = 8

- 41 M.D. ของข้อมูลในข้อ 34 =

$$\frac{8}{5} = 1.6$$

- 42 ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 23 , 25 , 28 , 31 , 32 , 35

$\mu = \dots$

43. จากข้อมูลในข้อ 42 ชุดของ $|x - \mu|$ คือ

x	$ x - \mu $
23	
25	
28	
31	
32	
35	
$\Sigma x - \mu = \dots$	

และ $\Sigma |x - \mu| = \dots$

$$6 / 4 / 1 / 2 / 3 / 6 \quad / \quad 6 + 4 + 1 + 2 + 3 + 6 = 22$$

44. ข้อมูลในข้อ 42 จำนวนคะแนนในข้อมูล หรือ ... (สัญลักษณ์)
มีค่าเท่ากับ

และ N.D. =

$$N / 6 / \frac{22}{6} = 3.\dot{6}$$

45.

ข้อมูลที่แจกแจงความถี่ไม่ Uingrouned data ชุดหนึ่งคือ

x	f	
6	2	
7	5	
9	8	
10	4	
11	1	
$\Sigma f = 20$		

จงหา μ โดยแสดงวิธีหาคู่จากตารางที่กำหนดให้

$\mu = \dots\dots\dots$

8.5

46.

จากข้อมูลในข้อ 45 จงหาชุดของ $|x - \mu|$

x	f	$ x - \mu $
6	2	
7	5	
9	8	
10	4	
11	1	
$\Sigma f = 20$		

$$2.5 \quad / \quad 1.5 \quad / \quad 0.5 \quad / \quad 1.5 \quad / \quad 2.5$$

47. ในการหาผลรวมของค่าสัมบูรณ์ของค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ นั้น เราไม่อาจนำเอา $|x - \mu|$ ที่หาได้แต่ละตัว มารวมกันทันที เพราะ $|x - \mu|$ ที่หาได้แต่ละตัว มิได้มีเพียงค่าละ 1 ตัว แต่มีจำนวนเท่ากับ ความถี่ของคะแนน (x) ที่ทำให้เกิด $|x - \mu|$ ตัวนั้นๆ คือ

$$\begin{array}{llll} |x - \mu| = 2.5 & \text{เมื่อ } x = 6 & \text{มีอยู่} & 2 \text{ ตัว} \\ |x - \mu| = 1.5 & \text{เมื่อ } x = 7 & \text{มีอยู่} & 5 \text{ ตัว} \\ |x - \mu| = 0.5 & \text{เมื่อ } x = 9 & \text{มีอยู่} & \dots \text{ตัว} \\ |x - \mu| = 1.5 & \text{เมื่อ } x = 10 & \text{มีอยู่} & \dots \text{ตัว} \\ |x - \mu| = 2.5 & \text{เมื่อ } x = 11 & \text{มีอยู่} & \dots \text{ตัว} \end{array}$$

$$8 \quad / \quad 4 \quad / \quad 1$$

48. แสดงว่า ในการหาผลรวมของค่าสัมบูรณ์ของค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ เราต้องนำเอา f มาคูณกับ $|x - \mu|$ แต่ละตัวเสียก่อน ซึ่งในที่นี้จะได้ว่า

x	f	$ x - \mu $	$f x - \mu $
6	2	2.5	
7	5	1.5	
9	8	0.5	
10	4	1.5	
11	1	2.5	
$\Sigma f = 20$			$\Sigma [f x - \mu] = \dots$

$$5.0 \quad / \quad 7.5 \quad / \quad 4.0 \quad / \quad 6.0 \quad / \quad 2.5$$

49. ผลรวมของค่าสัมบูรณ์ของค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ ของข้อมูลชนิด Ungrouped data จะหาได้จากการนำเอา $f|x - \mu|$ แต่ละตัวมารวมกัน หรือ หา (สัญลักษณ์) นั้นเอง

$$\Sigma [f|x - \mu|]$$

50. ข้อมูลในข้อ 45 $\Sigma [f|x - \mu|] = \dots\dots\dots$
-

$$5.0 + 7.5 + 4.0 + 6.0 + 2.5 = 25.0$$

51. ในข้อมูลชนิด Ungrouped data จำนวนคะแนนแทนด้วย (สัญลักษณ์)

ดังนั้น สูตรที่ใช้ในการหา M.D. สำหรับข้อมูลชนิด Ungrouped data คือ

$$\frac{\Sigma f}{\Sigma [f|x - \mu|]} \times \text{M.D.} = \dots\dots\dots$$

$$\Sigma f \quad / \quad \frac{\Sigma [f|x - \mu|]}{\Sigma f}$$

52. ข้อมูลในข้อ 45 $\Sigma f = 20$ และ $\Sigma [f|x - \mu|] = 25.0$
 $\therefore$ M.D. = $\dots\dots\dots$
-

$$\frac{25.0}{20} = 1.25$$

53.

ข้อมูลชนิด Ungrouped data ชุดหนึ่งคือ

x	f	$ x - \mu $	$f x - \mu $
26	2	...	
27	4	.. .	
28	6	.. .	
29	9	..	
30	5	..	
31	3		
32	1	.. .	
$\Sigma f = 30$		$\Sigma [f x - \mu] = \dots$	

μ ของข้อมูลข้างบน น่าเท่ากับ 28.8

.. ชุดของ $|x - \mu|$ คือ

2.8 / 1.6 / 0.8 / 0.2 / 1.2 / 2.2 / 3.2

54. จากข้อมูลในข้อ 53 เมื่อได้ชุดของ $|x - \mu|$ มาแล้ว
 เรา (สามารถ / ไม่อาจ) นำชุดของ $|x - \mu|$ มารวมกันทันที
 เพราะ ผลที่ได้ (เป็น / ยังไม่เป็น) ผลรวมทั้งหมดของค่าสัมบูรณ์ของ
 ค่าเบี่ยงเบนไปจาก

ผลรวมทั้งหมดของค่าสัมบูรณ์ของค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ มาจาก
 การนำเอา (สัญลักษณ์) แต่ละตัวมารวมกัน

 ไม่อาจ / ยังไม่เป็น / $f|x - \mu|$

55. จากข้อมูลในข้อ 53
 ชุดของ $f|x - \mu| =$
 และ ผลรวมของค่าสัมบูรณ์ของค่าเบี่ยงเบนไปจาก
 หรือ (สัญลักษณ์) =

 $5.6, 7.2, 4.8, 1.8, 6.0, 6.6, 3.2 / \frac{\sum [f|x - \mu|]}{35.2}$

56. จากข้อมูลในข้อ 53
 จำนวนคะแนน หรือ (สัญลักษณ์) =
 $\therefore$ M.D. =

 $\frac{\sum f}{30} / \frac{35.2}{30} = 1.17\bar{3}$

57. จากข้อ 33 นักเรียนทราบมาแล้วว่า การหาค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ เพื่อนำไปสู่การหา M.D. นั้น กระทำได้โดยการนำเอา μ ไปหักออกจากคะแนนแต่ละตัว

ดังนั้น เมื่อเราต้องการหาค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ ของข้อมูลชนิด Grouped data คะแนนแต่ละตัวที่เราจะนำเอา μ ไปหักออก จะต้องเป็น ตัวแทนของชั้นคะแนนแต่ละชั้น ทั้งนี้เพราะ คะแนนแต่ละชั้นของข้อมูลชนิด Grouped data มีลักษณะ เป็นช่วงคะแนน แทนที่จะเป็นคะแนนแต่ละตัว

แสดงว่าสำหรับข้อมูลชนิด Grouped data ชั้นคะแนนแต่ละชั้น จะมีคะแนนตัวหนึ่งที่ใช้เป็น ของชั้นคะแนน

ตัวแทน

58. ตัวแทนของชั้นคะแนนแต่ละชั้นสำหรับข้อมูลชนิด Grouped data คือ ของชั้นคะแนนชั้นนั้น

จุดกึ่งกลางชั้น

59. แสดงว่า เราจะใช้ แทนช่วงคะแนนของชั้นคะแนนแต่ละชั้น ในการหาค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่า คะแนนตัวที่เราจะนำเอา μ ไปหักออกคือ ของชั้นคะแนนแต่ละชั้น

จุดกึ่งกลางชั้น / ' จุดกึ่งกลางชั้น

60. นักเรียนทราบมาแล้วว่า สัญลักษณ์ที่ใช้แทนจุดกลางชั้นคือ
(สัญลักษณ์)

X

61. ข้อมูลชนิด Grouped data ชุดหนึ่งคือ

i	f	X
1 - 5	2	...
6 - 10	5	..
11 - 15	8	...
16 - 20	4	...
21 - 25	1	...
$\Sigma f = 20$		

ชุดของ X ก็คือ

3 , 8 , 13 , 18 , 23

62. จากข้อ 61 เมื่อเราได้ชุดของ X แทนช่วงคะแนน (i) แล้ว
ข้อมูลที่ไ้ใหม่ จะประกอบไปด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วนคือ
ชุดของ ... (สัญลักษณ์) และ ชุดของ (สัญลักษณ์)

f / X

63. จุดข้อมูลที่ได่มาใหม่ในข้อ 62 นั้น มีลักษณะเช่นเดียวกับ ข้อมูลชนิด Ungrouped data ก็อ ประกอบไปด้วย จุดของความถี่ (f) และ จุดของคะแนนแต่ละตัว เพียงแต่ว่า คะแนนแต่ละตัวของข้อมูลที่ได้มาใหม่ ไม่ใช่คะแนนเดิมในข้อมูล แต่เป็น ของชั้นคะแนนแต่ละชั้น -

จุดกกลางชั้น

64. แสดงว่า ในการหา M.D. ก่อจากที่เราให้จุดกกลางชั้นแทนช่วงคะแนนแต่ละชั้นคะแนน สามารถหาได้โดยอาศัยสูตรท่ำนองเดียวกันกับ สูตรที่ใช้ในการหา M.D. ของข้อมูลชนิด Ungrouped data ที่ว่า

$$M.D. = \frac{\sum [f | x - \mu]}{\sum f}$$

เพียงแต่ว่า เราต้องแทน x ซึ่งหมายถึงคะแนนเดิมในข้อมูลของข้อมูลชนิด Ungrouped data ด้วย (สัญลักษณ์) ซึ่งหมายถึง ของชั้นคะแนนแต่ละชั้นของข้อมูลชนิด Grouped data

x / จุดกกลางชั้น

65. นั่นคือ สูตรที่ใช้ในการหา M.D. ของข้อมูลชนิด Grouped data คือ

* * M.D. = ,
เมื่อ x หมายถึง

$$\frac{\sum [f | x - \mu]}{\sum f} / \text{จุดกกลางชั้น}$$

66.

ข้อมูลในข้อ 61 เราหา μ ได้จากสูตร

$$\mu = \frac{\sum fX}{\sum f}$$

x	f	X	fX	$ X - \mu $	$f X - \mu $
1 - 5	2	3	..	...	
6 - 10	5	8	...	...	
11 - 15	8	13	...	...	
16 - 20	4	18	...	...	
21 - 25	1	23	...	...	
$\sum f = 20$			$\sum fX = \dots$		$\sum [f X - \mu] = \dots$

จากตารางข้างต้น จงหาผลของ fX แล้วหา $\sum fX$

$$\therefore \mu = \dots\dots\dots$$

$$6 / 40 / 104 / 72 / 23 \quad / \quad 245 \quad / \quad \frac{245}{20} = 12.25$$

67.

เมื่อได้ μ มาแล้ว นำไปหาผลของ $|X - \mu|$ ในตาราง
จะได้ว่า ผลของ $|X - \mu|$ คือ

$$9.25 , 4.25 , 0.75 , 5.75 , 10.75$$

68. จากข้อ 66 และ 67

ค่าของ $f|X - \mu|$ คือ
 และ $\sum [f|X - \mu|] = \dots\dots\dots$

18 50 , 21.25 , 6.00 , 23.00 , 10.75 / 79.50

69. M.D. ของข้อมูลในข้อ 61 =

$$\frac{79.50}{20} = 3.975$$

70. ข้อมูลชนิด Grouped data อีกชุดหนึ่งคือ

1	f	X	fX	$ X - \mu $	$f X - \mu $
9 - 11	3	...	...	...	
12 - 14	4	..	...	...	
15 - 17	7	...	...	...	
18 - 20	9	...	...	...	
21 - 23	5	..	..	...	
24 - 26	2	...	...	...	
$\sum f = 30$			$\sum fX = \dots$		$\sum [f X - \mu] = \dots$

ค่าของ X คือ

ค่าของ fX คือ

$\sum fX = \dots\dots\dots$

และ $\mu = \dots\dots\dots$

10 , 13 , 16 , 19 , 22 , 25 / 30, 52, 112, 171, 110, 50 /

$$525 \quad / \quad \frac{525}{30} = 17.5$$

71. จากข้อมูลในข้อ 70

หาค่าของ $|X - \mu|$ คือ

หาค่าของ $f|X - \mu|$ คือ

$$\sum [f|X - \mu|] =$$

และ M.D. =

7.5 , 4.5 , 1.5 , 1.5 , 4.5 , 7.5 /

22.5 , 18.0 , 10.5 , 13.5 , 22.5 , 15.0 /

$$102 \quad / \quad \frac{102}{30} = 3.4$$

ทำแบบฝึกหัดชุดที่ 13

72. แม้ว่าส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยจะเป็นค่าการกระจายที่ใช้วัดการกระจายได้
 ละเอียดยกกว่า พิสัยและส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ แต่ก็ยังไม่ใช่ค่าการกระจายที่ดีที่สุด
 ค่าการกระจายที่ดีที่สุดและนิยมใช้ในการวัดการกระจายมากที่สุดคือ
 "ความแปรปรวน (Variance) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard
 Deviation)"

ดังนั้น ถ้าจัดอันดับของค่าการกระจายตามความละเอียดในการวัดการ
 กระจาย จากละเอียดไปหาหยาบ แล้ว จะได้ดังนี้คือ

- อันดับที่ 1
 อันดับที่ 2
 อันดับที่ 3
 อันดับที่ 4

ความแปรปรวนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน / ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย /
 ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ / พิสัย

73. ความแปรปรวนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เป็นค่าการกระจายที่มีความ
 สัมพันธ์กัน ดังนี้คือ

" ความแปรปรวน = (ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน)² "

หรือ " ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = $\sqrt{\text{ความแปรปรวน}}$ "

เช่น ข้อมูลชุดหนึ่งหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานได้เท่ากับ 3

∴ ความแปรปรวน =

และ ข้อมูลอีกชุดหนึ่งหาความแปรปรวนได้เท่ากับ 4

∴ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน =

$$3^2 = 9 \quad / \quad \sqrt{4} = 2$$

74. จากความสัมพันธ์ในข้อ 73 แสดงว่า
 เราจะหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานได้ เมื่อทราบค่า
 และ จะสามารถหาค่าความแปรปรวนได้ เมื่อทราบค่า
-

ความแปรปรวน / ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

75. สัญลักษณ์ที่ใช้แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ " 6 "
 ดังนั้น จากความสัมพันธ์ในข้อ 73 และอาศัยสัญลักษณ์ของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 ความแปรปรวน จะแทนด้วยสัญลักษณ์คือ (สัญลักษณ์)
-

$$6^2$$

76. นักสถิติให้นิยามของความแปรปรวนไว้ดังนี้คือ
 " ความแปรปรวน หมายถึง ค่าที่ได้จากการหาร ผลรวมของค่าเบี่ยงเบนไป
 จาก μ ยกกำลังสอง ด้วย จำนวนคะแนน "

เพราะฉะนั้น

$$6^2$$

=

.....

ผลรวมของค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ ยกกำลังสอง
จำนวนคะแนน

77. จากนิยามของความแปรปรวนในข้อ 76 เมื่อเปรียบเทียบกับ นิยามของ ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย ในข้อ 36 จะเห็นได้ว่า ค่าการกระจายทั้งสอง ใช้ ค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ เป็นค่าที่นำไปสู่การหาค่าการกระจายทั้งสอง
- นิยามของค่าการกระจายทั้งสอง ต่างกันตรงที่ว่า ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย ใช้ ค่าสัมบูรณ์ของค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ แต่ ความแปรปรวน ใช้

ค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ ยกกำลังสอง

78. นักเรียนทราบมาแล้วว่า ค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ คือ $x - \mu$ ฉะนั้น ค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ ยกกำลังสอง จะแทนด้วยสัญลักษณ์คือ
- (สัญลักษณ์)
- และ ผลรวมของค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ ยกกำลังสอง แทนด้วย
- (สัญลักษณ์)

$$(x - \mu)^2 / \sum (x - \mu)^2$$

79. เนื่องจาก จำนวนคะแนนที่ใช้เป็นตัวหาร ในการหาค่าความแปรปรวน แทนด้วย N ดังนั้นสูตรในการหาค่าความแปรปรวน เขียนได้ว่า
- * * * $\sigma^2 =$ (สัญลักษณ์)

$$\frac{\sum (x - \mu)^2}{N}$$

80. จากข้อ 79 สูตรที่ใช้ในการหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานคือ

$$s = \dots\dots\dots (\text{สัญลักษณ์})$$

$$\sqrt{\frac{\sum (x - \mu)^2}{N}}$$

81. จากข้อมูลและ μ ที่หาได้ในข้อ 34 กับชุดของ $x - \mu$ ที่หาได้ในข้อ 35 นำมาหาชุดของ $(x - \mu)^2$ และ $\sum (x - \mu)^2$ ได้ดังนี้คือ

x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
10	-3	...
12	-1	...
13	0	...
15	2	...
15	2	...
		$\sum (x - \mu)^2 = \dots$

$$9 / 1 / 0 / 4 / 4 \quad / \quad 9 + 1 + 0 + 4 + 4 = 18$$

82. จากข้อ 81 $s^2 = \dots\dots\dots$
 และ $s = \dots\dots\dots (\text{ทศนิยม 2 ตำแหน่ง})$

$$\frac{18}{5} = 3.6 \quad / \quad \sqrt{3.6} = 1.89$$

83. ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 13 , 15 , 18 , 20 , 24 , 27

μ =

19.5

84. จากข้อ 83 จงหาผลของ $x - \mu$, ผลของ $(x - \mu)^2$
และ $\sum (x - \mu)^2$

x	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$
13	...	
15	...	
18	..	
20	...	
24	...	
27	...	
		$\sum (x - \mu)^2 = \dots$

-6.5 , -4.5 , -1.5 , 0.5 , 4.5 , 7.5 /

42.25 , 20.25 , 2.25 , 0.25 , 20.25 , 56.25 / 141.50

85.

จากข้อ 84

$$6^2 = \dots \dots \dots \text{(ทศนิยม 4 ตำแหน่ง)}$$

และ $6 = \dots \dots \dots \text{(ทศนิยม 2 ตำแหน่ง)}$

$$\frac{141.5}{6} = 23.5833 \quad / \quad \sqrt{23.5833} = 4.85$$

86.

จากข้อมูลในข้อ 63 นักเรียนจะพบว่า ในการหา 6^2 นอกจากจะ
 ต้องหา μ ให้ได้เสียก่อนแล้ว ยังต้องพบกับปัญหาเกี่ยวกับการคิดเลขที่มีค่า
 มาก เมื่อจะหา $(x - \mu)^2$ และ $\sum (x - \mu)^2$

ดังนั้นนักสถิติจึงได้สร้างสูตรขึ้นมาใหม่อีกสูตรหนึ่ง เพื่อใช้ในการหา 6^2
 โดยนักเรียนไม่จำเป็นต้องหา μ และอาจทำให้เกิดเลขน้อยลงกว่าเดิม
 สูตรดังกล่าวสร้างขึ้นมาโดยอาศัยสูตรเดิมในข้อ 79 เป็นหลัก

สูตรที่สร้างขึ้นมาใหม่นี้ คือ

$$** \quad 6^2 = \frac{N \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2}{N^2}$$

$$\therefore 6 = \dots \dots \dots$$

$$\sqrt{\frac{N \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2}{N^2}}$$

87. จากสูตรที่สร้างขึ้นใหม่ใบข้อ 86

$\sum x$ หมายถึง ผลรวมของ

$\sum x^2$ หมายถึง ผลรวมของ

และ N หมายถึง

คะแนนทั้งหมด / คะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง / จำนวนคะแนน

88. จากข้อมูลในข้อ 83 ถ้าหา G^2 โดยใช้สูตรในข้อ 86 แล้ว

x	x^2
13	
15	...
18	
20	
24	
27	
$\sum x = \dots$	$\sum x^2 = \dots$

$N = \dots$
 $\sum x = \dots$
 และ $\sum x^2 = \dots$

 $6 / 117 / 169 + 225 + 324 + 400 + 576 + 729 = 2423$

89. จากข้อ 88 แทนค่าเพื่อหา 6^2 ในสูตรที่สร้างใหม่ จะได้ว่า

$$6^2 = \dots\dots\dots (ทศนิยม 4 ตำแหน่ง)$$

และ $6 = \dots\dots\dots (ทศนิยม 2 ตำแหน่ง)$

$$\frac{6 \times 2423 - (117)^2}{6^2} = 23.5833 \quad / \quad \sqrt{23.5833} = 4.85$$

90. ค่า 6^2 ที่ได้ในข้อ 85 กับ ข้อ 89 มีค่า (เท่ากัน / ไม่เท่ากัน)

เท่ากัน

91. แม้ว่าสูตรในข้อ 86 จะช่วยลดภาระในการหา μ เมื่อต้องการหา 6^2 แต่จากการหา 6^2 ในข้อ 88 และ 89 จะเห็นว่า สูตรที่สร้างขึ้นมาสสูตรหลัง ก็ยังทำให้ต้องคิดเลขมากพอสมควร ด้วยเหตุนี้นักสถิติจึงพยายามที่จะสร้างสูตรในการหา 6^2 ให้ได้สูตรที่สั้นกว่า 2 สูตรแรก คือ ทำให้ไม่ต้องคิดเลขมาก

แสดงว่า สูตรที่จะสร้างขึ้นใหม่ต่อจากนี้ไป จะช่วยให้ $\dots\dots\dots$
น้อยกว่า 2 สูตรแรกที่มีอยู่แล้ว และนับเป็นสูตรอันดับที่ ... ที่ใช้หา 6^2

คิดเลข / 3

92. ก่อนที่นักเรียนจะรู้จักสูตรที่ 3 ที่ใช้หา 6^2 นักเรียนควรทราบถึง
 ทฤษฎีของ 6^2 ซึ่งจะนำมาใช้สร้างสูตรที่ 3 เสียก่อน
 ทฤษฎีของ 6 ที่นักเรียนควรทราบนี้ กล่าวว่า
 " ความแปรปรวนของข้อมูลชุดหนึ่ง จะมีค่าเท่ากับ ความแปรปรวนของข้อมูล
 ชุดใหม่ซึ่งเกิดจากการนำเอาจำนวนใดๆหนึ่งไปบวกหรือลบกับคะแนนทุกตัวในข้อมูล
 ชุดแรก "

เช่น ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 101 , 102 , 103 , 104 , 105
 ถ้าเอา "100" ลบออกจากคะแนนทุกตัวในข้อมูลชุดแรก แล้ว
 ข้อมูลชุดใหม่คือ

 1 , 2 , 3 , 4 , 5

93. จากทฤษฎีและข้อมูล ในข้อ 92 สรุปได้ว่า
 ของข้อมูล 101 , 102 , 103 , 104 , 105
 = ของข้อมูล 1 , 2 , 3 , 4 , 5

 ความแปรปรวน / ความแปรปรวน

94. จากข้อมูลชุดเดิมในข้อ 92
 ถ้าเอา "103" ไปหักออกจากคะแนนทุกตัวในข้อมูลชุดเดิม แล้ว ผลสรุปคือ
 ความแปรปรวนของข้อมูล 101 , 102 , 103 , 104 , 105

=

 ความแปรปรวนของข้อมูล -2 , -1 , 0 , 1 , 2

95. ข้อมูลชุดหนึ่งคือ -56 , -54 , -53 , -50 , -49
ถ้าเอา "56" บวกกับคะแนนทุกตัวในข้อมูลชุดนี้แล้ว ผลสรุปเกี่ยวกับ
ความแปรปรวน คือ

.....
.....

$$\begin{aligned} \text{ความแปรปรวนของข้อมูล} & -56 , -54 , -53 , -50 , -49 \\ = & \text{ความแปรปรวนของข้อมูล} \quad 0 , 2 , 3 , 6 , 7 \end{aligned}$$

96. จากข้อมูลชุดเดิมในข้อ 95
ถ้าเอา "53" ไปบวกกับคะแนนทุกตัวในข้อมูลชุดเดิม แล้ว ผลสรุปเกี่ยวกับ
ความแปรปรวน คือ

.....
.....

$$\begin{aligned} \text{ความแปรปรวนของข้อมูล} & -56 , -54 , -53 , -50 , -49 \\ = & \text{ความแปรปรวนของข้อมูล} \quad -3 , -1 , 0 , 3 , 4 \end{aligned}$$

97. จากข้อมูลชุดใหม่ที่ได้ในข้อ 92 , 94 , 95 และ 96 นักเรียนจะพบว่า การหา σ^2 กระทำได้สะดวกกว่าการหา σ^2 ของข้อมูลชุดเดิม เพราะคะแนนแต่ละตัวในข้อมูลชุดใหม่ มีค่าน้อย จึงทำให้ไม่กังวลคิเลขนมาก เหมือนกับคะแนนในข้อมูลชุดเดิม

นั่นคือ ความรู้ที่ได้จากทฤษฎีของ σ^2 ที่กล่าวมาแล้ว ช่วยลดภาระในการ นั่นเอง

คิดเลข

98. จากความรู้ในเรื่องการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง จำนวนที่สมมุติขึ้นมา เพื่อนำไปหักออกจากคะแนนทุกตัวในข้อมูลชุดเดิม แทนด้วยสัญลักษณ์คือ
..... (สัญลักษณ์) และคะแนนชุดใหม่แต่ละตัว แทนด้วยสัญลักษณ์คือ
..... (สัญลักษณ์)

a / d

99. แสดงว่าในการหา σ^2 โดยวิธีที่จะช่วยลดภาระในการคิดเลขนั้น แทนที่จะใช้ ชุดของคะแนน (x) เดิม เราจะใช้คะแนนชุดใหม่ คือ ชุดของคะแนน (สัญลักษณ์) แทน

d

100. จากสูตรการหา σ^2 ในข้อ 86 และผลสรุปในข้อ 99 นำมาสร้าง
สูตรในการหา σ^2 สูตรที่ 3 ได้ว่า

$$\sigma^2 = \frac{N \cdot (\sum d^2) - (\sum d)^2}{N^2}$$

เมื่อ $d = \dots\dots\dots$ (สัญลักษณ์)

$$x - a$$

101. จากข้อมูลในข้อ 83 ถ้าสมมติให้ $a = 20$

จงหาชุดของ d , $\sum d$, ชุดของ d^2 และ $\sum d^2$

x	d	d ²
13	...	
15	...	
18	...	
20	...	
24	...	
27	...	
$\sum d = \dots$		$\sum d^2 = \dots\dots$

-7 , -5 , -2 , 0 , 4 , 7 / -3 /
49 , 25 , 4 , 0 , 16 , 49 / 143

102. จากข้อ 101 ใช้สูตรที่สรุปได้ในข้อ 100 หา 6^2 ได้ว่า
- $$6^2 = \dots\dots\dots \text{(ทศนิยม 4 ตำแหน่ง)}$$
- ขอให้นักเรียนเปรียบเทียบค่าของ 6^2 ที่หาได้ในข้อนี้กับข้อ 85 และ 89

$$\frac{6 \times 143 - (-3)^2}{6^2} = 23.5833 \cdot$$

103. สรุปได้ว่า สูตรที่นักสถิติสร้างขึ้นมาเพื่อใช้ในการหา 6^2 สำหรับข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ มีอยู่ด้วยกัน 3 สูตรคือ

- 1) $6^2 = \dots\dots\dots$
- 2) $6^2 = \dots\dots\dots$
- 3) $6^2 = \dots\dots\dots$

$$\frac{\sum (x - \mu)^2}{N} \quad /$$

$$\frac{N \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2}{N^2} \quad /$$

$$\frac{N \cdot (\sum d^2) - (\sum d)^2}{N^2}$$

ทำแบบฝึกหัดชุดที่ 14

นักเรียนเคยทราบมาแล้วว่า

ในการหา μ ของข้อมูลชนิด Ungrouped data เมื่อนักเรียนต้องการหาผลรวมทั้งหมดของคะแนน (x) นักเรียนต้องนำเอา f มาคูณกับ x แต่ละตัวก่อน แล้วหาผลรวมทั้งหมดได้เป็น $\sum fx$

หรือ ในการหา M.D. ของข้อมูลชนิด Ungrouped data เมื่อนักเรียนต้องการหาผลรวมทั้งหมดของค่าสัมบูรณ์ของค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ นักเรียนต้องนำเอา f มาคูณกับ $|x - \mu|$ แต่ละตัวก่อน แล้วหาผลรวมทั้งหมด ได้เป็น $\sum [f |x - \mu|]$

สำหรับการหา σ^2 ของข้อมูลชนิด Ungrouped data ก็ปฏิบัติทำนองเดียวกันกับการหา μ และ M.D. ของข้อมูลชนิด Ungrouped data คือ เมื่อต้องการหาผลรวมทั้งหมดของค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ ยกกำลังสอง นักเรียนต้องนำเอา (สัญลักษณ์) มาคูณกับ (สัญลักษณ์) แต่ละตัวก่อน และหาผลรวมทั้งหมด ซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ได้ว่า
..... (สัญลักษณ์)

$$\frac{f}{(x - \mu)^2} / \sum [f (x - \mu)^2]$$

105. ในข้อมูลชนิด Ungrouped data จำนวนคะแนนในข้อมูลคือ (สัญลักษณ์) ดังนั้น จากนิยามของ σ^2 สรุปสูตรในการหา σ^2 ของข้อมูลชนิด Ungrouped data ได้ว่า

$$\sigma^2 = \dots\dots\dots (สัญลักษณ์)$$

$$\frac{\sum f}{\frac{\sum f (x - \mu)^2}{\sum f}}$$

106.

ข้อมูลชนิด Ungrouped data ชุดหนึ่งคือ

x	f	
12	2	
13	3	
14	4	
17	1	
$\Sigma f = 10$		

$$\mu = \dots\dots\dots$$

13.6

107.

จากข้อมูลในข้อ 106 จงหาชุดของ $x - \mu$, ชุดของ $(x - \mu)^2$, ชุดของ $f(x - \mu)^2$ และ $\Sigma [f(x - \mu)^2]$

x	f	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$	$f(x - \mu)^2$
12	2	...	...	
13	3	...	...	
14	4	...	...	
17	1	...	...	
$\Sigma f = 10$				$\Sigma [f(x - \mu)^2] = \dots$

$$\therefore \sigma^2 = \dots\dots\dots$$

$$\text{และ } \sigma = \dots\dots\dots (\text{ทศนิยม 2 ตำแหน่ง})$$

$$\begin{aligned}
 & -1.6, -.6, .4, 3.4 \quad / \quad 2.56, .36, .16, 11.56 \\
 & 5.12, 1.08, .64, 11.56 \quad / \quad 18.40 \quad / \\
 & \frac{18.40}{10} = 1.84 \quad / \quad \sqrt{1.84} = 1.35
 \end{aligned}$$

108. ข้อมูลชนิด Ungrouped data ชุดหนึ่งคือ

x	f	
6	2	
7	4	
8	7	
9	5	
10	2	
$\Sigma f = 20$		

$$\mu = \dots\dots\dots$$

8.05

109.

จากข้อมูลในข้อ 109

จงหาจุดของ $x - \mu$

จุดของ $(x - \mu)^2$, จุดของ $f(x - \mu)^2$ และ

$$\sum [f(x - \mu)^2]$$

x	f	$x - \mu$	$(x - \mu)^2$	$f(x - \mu)^2$
6	2	..	...	
7	4	..	...	
8	7	...	...	
9	5	...	...	
10	2	...	...	
$\sum f = 20$		$\sum [f(x - \mu)^2] = \dots$		

$$\therefore 6^2 = \dots\dots\dots$$

$$\text{และ } 6 = \dots\dots\dots (\text{ทศนิยม 2 ตำแหน่ง})$$

$$-2.05, -1.05, -.05, .95, 1.95 \quad / \quad 4.2025, 1.1025,$$

$$.0025, .9025, 3.3025 \quad / \quad 8.4050, 4.4100, .0175,$$

$$4.5125, 7.6050 \quad / \quad 24.95 \quad /$$

$$\frac{24.95}{20} = 1.2475 \quad / \quad \sqrt{1.2475} = 1.11$$

110. สูตรในการหา σ^2 สำหรับข้อมูลชนิด Ungrouped data ที่สร้างขึ้น
มาในข้อ 105 นั้น มีลักษณะคล้ายกับสูตรในการหา σ^2 ของข้อมูลที่ไม่แจก
แจงความถี่ที่สร้างขึ้นมาในข้อ 79 คือ เมื่อจะหา σ^2 ต้องหา μ ให้
ได้เสียก่อน

ดังนั้นเพื่อลดภาระในการหา μ เมื่อจะหา σ^2 นักสถิติจึง
สร้างสูตรสำหรับหา σ^2 ของข้อมูลชนิด Ungrouped data ขึ้นมาอีกสูตร
หนึ่ง ซึ่งมีลักษณะคล้ายกับสูตรในการหา σ^2 ของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่
ที่สร้างไว้แล้วในข้อ 86 และเพื่อให้รูปแบบของสูตรดูง่ายเข้า เราจะแทน

$\sum f$ ซึ่งหมายถึง จำนวนคะแนนในข้อมูล ด้วย N

ฉะนั้น ถ้าเราต้องการทราบค่าของ N เมื่อข้อมูลเป็นแบบ
Ungrouped data เราจะได้จาก (สัญลักษณ์)

$$\sum f$$

111. สูตรในการหา σ^2 ที่จะช่วยลดภาระในการหา μ สำหรับข้อมูล
ชนิด Ungrouped data คือ

$$\sigma^2 = \frac{N \cdot (\sum fx^2) - (\sum fx)^2}{N^2}$$

$$\therefore \sigma = \dots\dots\dots (สัญลักษณ์)$$

$$\sqrt{\frac{N \cdot (\sum fx^2) - (\sum fx)^2}{N^2}}$$

112. จากข้อมูลในข้อ 106 จงหาชุดของ fx , $\sum fx$,
ชุดของ fx^2 และ $\sum fx^2$

x	f	fx	fx^2
12	2		
13	3		
14	4	..	
17	1		
$\sum f(N)=10$		$\sum fx = ..$	$\sum fx^2 =$

แล้วแทนค่าในสูตรหา σ^2 ในข้อ 111 ได้ว่า

$$\sigma^2 =$$

และ $\sigma = (ทศนิยม 2 ตำแหน่ง)$

$$24, 39, 56, 17 \quad / \quad 136 \quad / \quad 288, 507, 784, 289 \quad /$$

$$1868 \quad / \quad \frac{10 \times 1868 - (136)^2}{10^2} = 1.84 \quad / \quad \sqrt{1.84} = 1.35$$

113. จากข้อมูลในข้อ 108 จงหาชุดของ fx , $\sum fx$
ชุดของ fx^2 และ $\sum fx^2$

x	f	fx	fx ²
6	2		
7	4		
8	7	...	
9	5		
10	2		
$\sum f(N)=20$		$\sum fx = \dots$	$\sum fx^2 = \dots$

แล้วแทนค่าในสูตรหา C^2 ได้ว่า

$$C^2 = \dots\dots\dots$$

และ $C = \dots\dots\dots$ (ทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

$$12, 28, 56, 45, 20 \quad / \quad 161 \quad /$$

$$72, 198, 448, 405, 200 \quad / \quad 1321 \quad /$$

$$\frac{20 \times 1321 - (161)^2}{20^2} = 1.2475 \quad / \quad \sqrt{1.2475} = 1.11$$

14. จากข้อ 113 นักเรียนจะพบว่า σ^2 ที่หาได้โดยใช้สูตรในข้อ 111 ช่วยหา σ^2 ได้สะดวกกว่าใช้สูตรในข้อ 105 มาก แต่อย่างไรก็ตาม สูตรในข้อ 111 ก็ยังไม่ใช้สูตรที่ช่วยให้คิดเลขน้อยที่สุด ยังมีสูตรอีกสูตรหนึ่งที่นักสถิตินำเอาทฤษฎีของ σ^2 ที่กล่าวไว้ในข้อ 92 มาสร้างสูตร เพื่อให้คิดเลขได้สะดวกที่สุด

สูตรดังกล่าวคือ

$$s^2 = \frac{N \cdot (\sum fd^2) - (\sum fd)^2}{N^2}$$

เมื่อ $d = x - a$

และ a หมายถึง

จำนวนที่สมมุติขึ้น เพื่อว่าไม่หักออกจากคะแนน (x) ทุกตัว

115. จากข้อมูลในข้อ 106 ถ้าให้ $a = 14$ จงหาชุดของ d , ชุดของ fd , $\sum fd$, ชุดของ fd^2 และ $\sum fd^2$

x	f	d	fd	fd^2
12	2	...		
13	3	...		
14	4	...		
17	1	...		
$\sum f(N) = 10$			$\sum fd = \dots$	$\sum fd^2 = \dots$

(ข้อ 115 ยังไม่ทำ)

(ข้อ 115 ต่อ)

แล้วแทนค่าในสูตรหา σ^2 ในข้อ 114 ได้ว่า

$$\sigma^2 = \dots\dots\dots$$

และ $\sigma = \dots\dots\dots$ (ทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

$$\begin{aligned} & -2, -1, 0, 3 \quad / \quad -4, -3, 0, 3 \quad / \quad -4 \quad / \\ & 8, 3, 0, 9 \quad / \quad 20 \quad / \quad \frac{10 \times 20 - (-4)^2}{10^2} = 1.84 \\ & \sqrt{1.84} = 1.35 \end{aligned}$$

116. จากข้อมูลในข้อ 108 ถ้าให้ $a = 8$ จงหาชุดของ d ,
ชุดของ fd , $\sum fd$, ชุดของ fd^2 และ $\sum fd^2$

x	f	d	fd	fd ²
6	2	...		
7	4	...		
8	7	...		
9	5	...		
10	2	...		
$\sum f(N) = 20$			$\sum fd = \dots\dots$	$\sum fd^2 = \dots\dots$

แล้วแทนค่าในสูตรหา σ^2 ในข้อ 114 ได้ว่า

$$\sigma^2 = \dots\dots\dots$$

และ $\sigma = \dots\dots\dots$ (ทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

-2 , -1 , 0 , 1 , 2 / -4 , -4 , 0 , 5 , 4 / 1 /
8 , 4 , 0 , 5 , 3 / 25 /

$$\frac{20 \times 25 - (1)^2}{20^2} = 1.2475 \quad / \quad \sqrt{1.2475} = 1.11$$

หาแบบฝึกหัดจุดที่ 15

117. ในการหา σ^2 ของข้อมูลที่แจกแจงความถี่ชนิด Grouped data
เนื่องจาก ค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ สำหรับข้อมูลชนิดนี้คือ $X - \mu$
เมื่อ X หมายถึง ของชั้นคะแนนแต่ละชั้น
∴ ค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ ยกกำลังสองคือ
(สัญลักษณ์)

$$\text{จุดกลางชั้น} \quad / \quad (X - \mu)^2$$

118. ในทำนองเดียวกันกับ การหาผลรวมทั้งหมดของค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ ยกกำลังสอง ของข้อมูลแบบ Ungrouped data ในข้อ 104 เมื่อจะหาผลรวมทั้งหมดของค่าเบี่ยงเบนไปจาก μ ยกกำลังสอง ของข้อมูลแบบ Grouped data เราต้องนำเอา (สัญลักษณ์) มาคูณกับ (สัญลักษณ์) แต่ละตัวก่อน เพื่อหาผลรวมทั้งหมดซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ได้ว่า (สัญลักษณ์)

$$\frac{f}{\sum f} \cdot \frac{\sum (x - \mu)^2}{\sum f} = \frac{\sum f(x - \mu)^2}{(\sum f)^2}$$

119. นั่นคือ จากนิยามของ σ^2 สูตรในการหา σ^2 ของข้อมูลแบบ Grouped data คือ

$$\sigma^2 = \frac{\sum f(x - \mu)^2}{\sum f} \quad \text{(สัญลักษณ์)}$$

เมื่อ x หมายถึง

$$\frac{\sum f(x - \mu)^2}{\sum f} \quad / \quad \text{จุดกลางชั้น}$$

120.

ข้อมูลชนิด Grouped data ทุกหนึ่งคือ

x	f	X	fX
2 - 4	1	...	
5 - 7	5	...	
8 - 10	3	...	
11 - 13	3	...	
$\sum f = 12$			$\sum fX =$

จงหาทุกของ X , ทุกของ fX และ $\sum fX$

$\therefore \mu = \dots\dots\dots$

$$3, 6, 9, 12 \quad / \quad 3, 30, 27, 36 \quad / \quad 96 \quad /$$

$$\frac{96}{12} = 8$$

121.

จากข้อมูลในข้อ 120 จงหาหาคของ $X - \mu$,
 หาคของ $(X - \mu)^2$, หาคของ $f(X - \mu)^2$ และ
 $\sum [f(X - \mu)^2]$

1	f	X	fX	$X - \mu$	$(X - \mu)^2$	$f(X - \mu)^2$
2 - 4	1	3	3	...	...	
5 - 7	5	6	30	...	...	
8 - 10	3	9	27	...	...	
11 - 13	3	12	36	...	...	
$\sum f = 12$		$\sum fX = 96$		$\sum [f(X - \mu)^2] = \dots$		

แล้วแทนค่าในสูตรหา σ^2 ในข้อ 119 ได้ว่า

$$\sigma^2 = \dots\dots\dots$$

และ $\sigma = \dots\dots\dots$ (ทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

$$\begin{aligned} & -5, -2, 1, 4 \quad / \quad 25, 4, 1, 16 \quad / \\ & 25, 20, 3, 48 \quad / \quad 96 \quad / \quad \frac{96}{12} = 8 \quad / \\ & \sqrt{8} = 2.82 \end{aligned}$$

122.

ข้อมูลชนิด Grouped Data จุดหนึ่งคือ

L	f	X	fX
4 - 7	2	...	...
8 - 11	3	...	
12 - 15	9	...	.. .
16 - 19	4	...	
20 - 23	2	...	
$\sum f = 20$			$\sum fX =$

จงหาจุดของ X , จุดของ fX และ $\sum fX$

$\therefore \mu =$

$$5.5 , 9.5 , 13.5 , 17.5 , 21.5 / 11.0 , 28.5 , 121.5 ,$$

$$70.0 , 43.0 / 274 / \frac{274}{20} = 13.7$$

123. จากข้อมูลในข้อ 122 จงหาจุดของ $X - \mu$,
จุดของ $(X - \mu)^2$, จุดของ $f(X - \mu)^2$ และ

$$\sum [f(X - \mu)^2]$$

1	f	X	fX	$X - \mu$	$(X - \mu)^2$	$f(X - \mu)^2$
4 - 7	2	5.5	11.0	...	...	...
8 - 11	3	9.5	28.5	...	...	...
12 - 15	9	13.5	121.5	...	...	...
16 - 19	4	17.5	70.0	...	...	...
20 - 23	2	21.5	43.0	...	...	...
$\sum f = 20$		$\sum fX = 274$		$\sum [f(X - \mu)^2] = \dots$		

แล้วแทนค่าในสูตรหา σ^2 ในข้อ 119 ได้ว่า

$$\sigma^2 = \dots\dots\dots$$

และ $\sigma = \dots\dots\dots$ (ทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

$$\begin{array}{l} -8.2, -4.2, -0.2, 3.8, 7.8 \quad / \quad 67.24, 17.64, .04, 14.44, \\ 60.84 \quad / \quad 134.48, 52.92, 0.36, 57.76, 121.68 \quad / \\ 367.2 \quad / \quad \frac{367.2}{20} = 18.36 \quad / \quad \sqrt{18.36} = 4.28 \end{array}$$

124. วากวิธีการหา σ^2 ของข้อมูลในข้อ 120 และ 122 โดยใช้สูตรในข้อ 119 นักเรียนจะพบว่า ข้อมูลในข้อ 120 นั้น เมื่อหา μ มาได้ค่าของ μ ที่ได้ ช่วยให้หา σ^2 ได้สะดวก แต่ข้อมูลในข้อ 122 ค่าของ μ ที่หามาได้ ทำให้การหา σ^2 ต้องคิดเลขมาก ดังนั้นนักสถิติจึงได้สร้างสูตรในการหา σ^2 สำหรับข้อมูลชนิด Grouped data สูตรที่ 2 เพื่อลดภาระในการหา μ ลงไป

สูตรที่สร้างขึ้นนี้คือ

$$** \sigma^2 = \frac{N \cdot (\sum fX^2) - (\sum fX)^2}{N^2}$$

ในที่นี้ N มีความหมายเช่นเดียวกับ (สัญลักษณ์)

$$\sum f$$

125. จากข้อมูลในข้อ 120 จงหาชุดของ fX^2 และ $\sum fX^2$

1	f	X	fX	fX ²
2 - 4	1	3	3	
5 - 7	5	6	30	
8 - 10	3	9	27	
11 - 13	3	12	36	
$\sum f = 12$			$\sum fX = 96$	$\sum fX^2 = \dots$

แล้วแทนค่าในสูตรหา σ^2 สูตรที่ 2 ได้ว่า

$$\sigma^2 = \dots\dots\dots$$

และ $\sigma = \dots\dots\dots$ (ทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

$$\frac{9, 180, 243, 432}{12^2} \quad / \quad \frac{864}{\sqrt{8}} = 2.82$$

126. จากข้อมูลในข้อ 122 จงหาทุกของ fx^2 และ $\sum fx^2$

1	f	X	fx	fx ²
4 - 7	2	5.5	11.0	
8 - 11	3	9.5	28.5	
12 - 15	9	1 .5	121.5	
16 - 19	4	17.5	70.0	
20 - 23	2	21.5	43.0	
$\sum f(N)=20$			$\sum fx = 274$	$\sum fx^2 = \dots$

แล้วแทนค่าในสูตรหา σ^2 สูตรที่ 2 ได้ว่า

$$\sigma^2 = \dots\dots\dots$$

และ $\sigma = \dots\dots\dots$ (ทศนิยม.2 ตำแหน่ง)

$$\frac{60.50, 270.75, 1640.25, 1225.00, 924.50}{20^2} \quad / \quad \frac{4121}{\sqrt{18.36}} = 4.28$$

127. ในทำนองเดียวกันกับการหา σ^2 ของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่ และข้อมูลที่แจกแจงความถี่ชนิด Ungrouped data การหา σ^2 ของข้อมูลชนิด Grouped data ก็มีสูตรที่จะใช้ในการหา σ^2 ในกรณีที่ต้องการหลีกเลี่ยงปัญหาในการคิดเลขมากมาย

สูตรนี้จึงจัดเป็นสูตรอันดับที่ ... ของการหา สำหรับข้อมูลชนิด Grouped data ซึ่งสูตรดังกล่าวคือ

$$* * \quad \sigma^2 = \frac{N \cdot (\sum f d^2) - (\sum f d)^2}{N^2}$$

เมื่อ $d = X - a$

โดยที่ X หมายถึง

และ a หมายถึง เพื่อนำไปหักออกจาก X

3 / จุดกลางชั้น / จำนวนที่ลมนุติขึ้น

128. ในการสมมุติ a เพื่อนำไปใช้ในสูตรการหา σ^2 จะปฏิบัติทำนองเดียวกันกับ การลมนุติ a เพื่อใช้ในการหา μ ของข้อมูลชนิด Grouped data คือ สมมุติให้ a มีค่าเท่ากับ ของชั้นคะแนนตรงกลางๆของตารางแจกแจงความถี่

จุดกลางชั้น

129. จากข้อมูลในข้อ 120 ถ้าสมมติให้ $a = 6$ แล้ว จงหา
 หักของ d , หักของ fd , $\sum fd$, หักของ fd^2 และ $\sum fd^2$

1	f	x	d	fd	fd^2
2 - 4	1	3	...		
5 - 7	5	6	...		
8 - 10	3	9	...		
11 - 13	3	12	...		
$\sum f(N) = 12$			$\sum fd = \dots$		$\sum fd^2 = \dots$

แล้วแทนค่าหา σ^2 ในสูตรที่ 3 ได้ว่า

$$\sigma^2 = \dots\dots\dots$$

และ $\sigma = \dots\dots\dots$ (ทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

$$\begin{array}{r} -3, 0, 3, 6, \quad / \quad -3, 0, 9, 18 \quad / \\ 24 \quad / \quad 9, 0, 27, 108 \quad / \quad 144 \quad / \\ \hline \frac{12 \times 144 - (24)^2}{12^2} = 8 \quad / \quad \sqrt{8} = 2.82 \end{array}$$

130. จากข้อมูลในข้อ 120 ถ้าสมมติให้ $a = 9$ แล้ว จงหา
 จุดของ d , จุดของ fd , $\sum fd$, จุดของ fd^2 และ $\sum fd^2$

1	f	X	d	fd	fd^2
2 - 4	1	3	...	...	
5 - 7	5	6	...	...	
8 - 10	3	9	...	...	
11 - 13	3	12	...	...	
$\sum f(N) = 12$				$\sum fd = \dots$	$\sum fd^2 = \dots$

แก้แทนค่าหา σ^2 ในสูตรที่ 3 ได้ว่า

$$\sigma^2 = \dots\dots\dots$$

และ $\sigma = \dots\dots\dots$ (ทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

$$\begin{array}{l} -6, -3, 0, 3 \quad / \quad -6, -15, 0, 9 \quad / \\ -12 \quad / \quad 36, 45, 0, 27 \quad / \quad 108 \quad / \\ \frac{12 \times 108 - (-12)^2}{12^2} = 8 \quad / \quad \sqrt{8} = 2.82 \end{array}$$

131. จากข้อมูลในข้อ 122 ถ้าให้ $a = 13.5$ แล้ว จงหา
 จุดของ d , จุดของ fd , $\sum fd$, จุดของ fd^2 และ $\sum fd^2$

x	f	x	d	fd	fd^2
4 - 7	2	5.5	...	...	
8 - 11	3	9.5	...	...	
12 - 15	9	13.5	...	...	
16 - 19	4	17.5	...	...	
20 - 23	2	21.5	..	...	
$\sum f(N) = 20$				$\sum fd = \dots$	$\sum fd^2 = \dots$

แล้วแทนค่าหา σ^2 ในสูตรที่ 3 ได้ว่า

$$\sigma^2 = \dots\dots\dots$$

และ $\sigma = \dots\dots\dots$ (ทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

$$\begin{aligned} & -8, -4, 0, 4, 8 \quad / \quad -16, -12, 0, 16, 16 \quad / \\ & 4 \quad / \quad 128, 48, 0, 64, 128 \quad / \quad 368 \quad / \\ & \frac{20 \times 368 - (4)^2}{20^2} = 18.36 \quad / \quad \sqrt{18.36} = 4.28 \end{aligned}$$

ทำแบบฝึกหัดชุดที่ 15

.....

จบบทเรียนเพียงเท่านั้น

.....

แบบฝึกหัดชุดที่ 1

1. จงเติมข้อความลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

- 1.1 การวัดแวนนาวเข้าสู่ส่วนกลาง มีจุดประสงค์เพื่อ
- 1.2 ปกติตัวแทนของข้อมูลทางสถิติ ไม่ใช่คะแนนสูงสุดและคะแนนต่ำสุด แต่เป็นคะแนนตัวที่มีค่ากลางๆ ซึ่งเป็นคะแนนตัวที่
 - 1.3 ตัวแทนของข้อมูลมีหลายชนิด ดังนั้นในการเลือกใช้ตัวแทนของข้อมูลแต่ละชนิด จะคำนึงถึง เป็นสำคัญ
 - 1.4 ตัวแทนของข้อมูลที่ได้จากการหารยอดรวมของคะแนนด้วยจำนวนคะแนน คือ
 - 1.5 มัชฌิมเลขคณิตเหมาะสำหรับใช้เป็นตัวแทนของข้อมูลชนิดที่มีลักษณะข้อมูล คือ

2. จงทำเครื่องหมาย ✓ ลงหน้าข้อที่ถูกต้อง และ ✕ ลงหน้าข้อที่ผิด

- 2.1 คะแนนตัวที่ใช้เป็นตัวแทนของข้อมูล ไม่จำเป็นต้องเป็นคะแนนตัวใดตัวหนึ่งในข้อมูลชุดนั้น
- 2.2 ถ้าเราทราบตัวแทนของข้อมูลชุดหนึ่งแล้ว ผลที่ได้คือ สามารถหาได้ทั้งคะแนนสูงสุดและคะแนนต่ำสุดของข้อมูล
- 2.3 ถ้าเลือกเอามัชฌิมเลขคณิตเป็นตัวแทนของข้อมูลชุดหนึ่ง แสดงว่าข้อมูลชุดนั้นหามัชฌิมเลขคณิตได้สะดวกที่สุด
- 2.4 ในการสอบคราวหนึ่ง มัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 20 ก.สอบได้ 15 คะแนน แสดงว่า ต้องมีคนที่สอบได้คะแนนมากกว่า 20 คะแนน
- 2.5 ในการสอบคราวหนึ่ง มัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ 20 ก.สอบได้ 15 คะแนน แสดงว่า ต้องมีคนที่สอบได้คะแนนต่ำกว่า 20 คะแนน

3. จงหามัธยิมเลขคณิตของข้อมูลต่อไปนี้

3.1 $17, 8, 13, 6, 19, 12, 16$

3.2 $42, 26, 49, 36, 29, 18, 55, 21, 32$

3.3 $49, 67, 54, 48, 59, 72, 66, 86$

3.4 $135, 157, 128, 162, 154, 143, 155, 149$

3.5 $238, 196, 267, 324, 361$

4. จงหา N จาก

4.1 ข้อมูลที่มี $\mu = 58$ และ $\sum x = 522$

4.2 ข้อมูลที่มี $\mu = 2.08$ และ $\sum x = 31.2$

5. จงหาคะแนนตัวหนึ่งที่ขาดหายไป จากข้อมูลต่อไปนี้

5.1 $25, 19, 28, 34, 24, 22, 26, \dots$

เมื่อ $\mu = 26$

5.2 $119, 125, 98, 131, \dots$

เมื่อ $\mu = 120$

6. ข้อมูลชุดหนึ่ง หาผลรวมของคะแนนได้เท่ากับ 200 และหามัธยิมเลขคณิตได้

เท่ากับ 25 ถ้าเพิ่มคะแนนตัวหนึ่งคือ 16 ลงไปในข้อมูลชุดนี้ แล้ว จงหา

มัธยิมเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่

7. ข้อมูลชุดหนึ่ง หาผลรวมของคะแนนได้เท่ากับ 90 ถ้าเพิ่มคะแนนตัวหนึ่งคือ 14

ลงไปในข้อมูลชุดนี้ แล้วทำให้ มัธยิมเลขคณิตของข้อมูลชุดใหม่เพิ่มขึ้นจากมัธยิมเลขคณิต

ของข้อมูลชุดเดิมเท่ากับ 0.5 จงหามัธยิมเลขคณิตและจำนวนคะแนนของข้อมูล

ชุดเดิม

แบบฝึกหัดชุดที่ 2

1. จงหาหัศนิยมเลขคณิตของข้อมูลต่อไปนี้ โดยใช้วิธีการสมมุติ a

1.1 49 , 67 , 54 , 48 , 59 , 72 , 66 , 86

1.2 135 , 157 , 128 , 162 , 154 , 143 , 155 , 149

1.3 238 , 196 , 267 , 324 , 361

2. จงหาหัศนิยมเลขคณิตของข้อมูลที่เกิดจากการ

2.1 เพิ่มคะแนนทุกตัวในข้อ 1.1 ด้วยคะแนน 7.375

2.2 เพิ่มคะแนนทุกตัวในข้อ 1.2 ด้วยคะแนน 12.125

2.3 ลดคะแนนทุกตัวในข้อ 1.3 ด้วยคะแนน 27.2

จงหาค่าของ a และ d ที่ขาดหายไป แล้วจงหา n จาก

3.1

x	d
134	-23
146	...
157	...
163	...
171	..

3.2

x	d
72	...
78	...
84	0
86	...
90	...
91	...

4. จงหาค่าของ a และ x ที่ขาดหายไป แล้วจงหา n จาก

4.1

x	d
69	-8
...	-5
...	0
..	12
...	16

4.2

x	d
...	-5
...	-3
125	0
...	4
...	9

แบบฝึกหัดชุดที่ 3

1. จงหา μ จากข้อมูลต่อไปนี้

1.1

x	f
8	3
9	5
10	8
11	2
12	2

1.2

x	f
6	8
7	10
8	16
9	9
10	7

1.3

x	f
18	4
19	5
20	8
21	5
22	3

1.4

x	f
26	6
27	9
28	13
29	7
30	5

1.5

x	f
128	5
135	7
142	11
149	4
156	3

2. จงหา $\sum f$ ของข้อมูลต่อไปนี้

2.1

x	f
3	4
4	5
5	...
6	3
7	1
$\sum f = \dots$	

2.2

x	f
12	5
13	...
14	8
15	4
16	2
$\sum f = \dots$	

2.3

x	f
35	4
38	6
40	12
44	...
49	3
$\sum f = \dots$	

เมื่อ $\mu = 4.6$

เมื่อ $\mu = 13.68$

เมื่อ $\mu = 40.5$

3. จงหา $\bar{x}$ ที่ขาดหายไป ในข้อมูลต่อไปนี้

3.1

x	f
6	2
...	3
9	6
10	5
13	4
$\sum f = 20$	

เมื่อ $\bar{x} = 9.6$

3.2

x	f
15	3
17	4
....	7
23	6
25	5
$\sum f = 25$	

เมื่อ $\bar{x} = 20.8$

3.3

x	f
35	6
38	7
41	9
...	5
49	3
$\sum f = 30$	

เมื่อ $\bar{x} = 40.9$

แบบฝึกหัดชุดที่ 4

1. จงหา μ ของข้อมูล ข้อ 1.1 - 1.5 ในแบบฝึกหัดชุดที่ 3 โดยวิธีสมมุติ a

2. จงหา a และ d ที่ขาดหายไป แล้วจงหา μ จากข้อมูลต่อไปนี้

2.1

x	f	d
167	6	-2
168	8	...
169	10	...
170	7	...
171	5	...
172	4	...

2.2

x	f	d
234	5	...
238	7	...
241	9	...
247	15	0
250	8	...
256	6	...

3. จงหา a และ x ที่ขาดหายไป แล้วจงหา μ จากข้อมูลต่อไปนี้ ✓

3.1

x	f	d
364	4	-5
...	5	-2
...	7	0
...	6	3
...	3	4

3.2

x	f	d
....	3	-12
....	6	-5
1256	11	0
....	8	8
....	2	11

4. จงหา $\bar{x}$ ที่ขาดหายไป จากข้อมูลต่อไปนี้

4.1

x	f	d
136	...	-5
139	5	-2
141	6	0
145	4	4
148	2	7

$$\text{เมื่อ } \bar{x} = 141.25$$

4.2

x	f	d
429	4	-11
435	5	-5
440	..	0
447	6	7
453	2	13

$$\text{เมื่อ } \bar{x} = 439.96$$

แบบฝึกหัดชุดที่ 5

1. จงหา μ ของข้อมูลต่อไปนี้

1.1

x	f
2-4	12
5-7	16
8-10	23
11-13	15
14-16	14

1.2

x	f
3.2-3.6	5
3.7-4.1	9
4.2-4.6	13
4.7-5.1	7
5.2-5.6	6

1.3

x	f
36-37	3
38-39	7
40-41	10
42-43	6
44-45	4

1.4

x	f
2.51-2.59	2
2.60-2.68	5
2.69-2.77	8
2.78-2.86	4
2.87-2.95	1

1.5

x	f
.10-.21	2
.22-.33	3
.34-.45	5
.46-.57	5
.58-.69	4
.70-.81	1

2. จงหา f ที่ขาดหายไป จากข้อมูลต่อไปนี้

2.1

i	f
10-12	1
13-15	3
16-18	8
19-21	...
22-24	3
25-27	2

เมื่อ $\mu = 18.75$

2.2

i	f
1.5-1.9	2
2.0-2.4	...
2.5-2.9	9
3.0-3.4	6
3.5-3.9	3

เมื่อ $\mu = 2.76$

2.3

i	f
2.36-2.46	3
2.47-2.57	4
2.58-2.68	...
2.69-2.79	5
2.80-2.90	2

เมื่อ $\mu = 2.625$

2.4

i	f
34-37	1
38-41	2
42-45	9
46-49	5
50-53	...

เมื่อ $\mu = 44.9$

.....

แบบฝึกหัดชุดที่ 6

1. จงหา μ ของข้อมูล ข้อ 1.1 - 1.5 ในแบบฝึกหัดชุดที่ 5 โดยวิธีสมมุติ a
2. จงหา f ที่ขาดหายไปของข้อมูล ข้อ 2.1 - 2.5 ในแบบฝึกหัดชุดที่ 5 โดยวิธีสมมุติ a ✓

แบบฝึกหัดชุดที่ 7

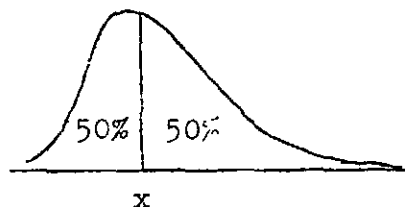
1. จงเติมข้อความลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1.1 ข้อมูลที่ลักษณะของคะแนนในข้อมูลมีความแตกต่างกันมาก เราจะไม่ใช้ เป็นตัวแทนของข้อมูล เพราะข้อมูลประเภทนี้ ตัวแทนที่เหมาะสมคือ

1.2 ข้อมูลชุดหนึ่ง $N = 7$ แต่คะแนนเท่าที่ทราบได้แก่ 15 , 26 , 34 , 59 และ 87 ถ้าต้องการหาตัวแทนของข้อมูลชุดนี้ ตัวแทนที่เหมาะสมคือ และมีค่าเท่ากับ

1.3 การหาตัวแทนของข้อมูลโดยพิจารณาจากค่าของคะแนน จะได้ตัวแทนของข้อมูลที่เรียกว่า แต่ถ้าพิจารณาจากตำแหน่งของคะแนน จะได้ตัวแทนของข้อมูลที่เรียกว่า

1.4 การแจกแจงของข้อมูลชุดหนึ่งได้เป็นโค้งความถี่ ดังนี้



คะแนน x ในโค้งความถี่เป็น (คะแนนที่มีค่ากึ่งกลางระหว่างคะแนนสูงที่สุดกับคะแนนต่ำสุด / มัชยฐาน / มัชฌิมเลขคณิต)

1.5 ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 193 , 87 , 25 , 8 , 144 , 269 , 53

มัชยฐาน =

1.6 ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 97 , 13 , 50 , 38 , 375 , 191 , 147 ,

284

มัชยฐาน =

1.7 ตัวแทนที่เหมาะสมของข้อมูลเกี่ยวกับบุคคลกลุ่มหนึ่งคือ มัธยฐาน ถ้าคะแนนของก.ในข้อมูลชุดนี้ มากกว่ามัธยฐานอยู่จำนวนหนึ่ง แล้วจะสรุปได้ว่า คนที่ได้คะแนนมากกว่าก.มีจำนวน (มากกว่า / น้อยกว่า / เท่ากับ / ยังสรุปแน่นอนไม่ได้เมื่อเทียบกับ) คนที่ได้คะแนนน้อยกว่าก.

1.8 จากข้อมูลในข้อ 1.7 ถ้าคะแนนของข.อยู่ในตำแหน่งที่มีคนได้คะแนนน้อยกว่าเขาอยู่ 40% แล้วจะสรุปได้ว่า ข.ได้คะแนน (มากกว่า / น้อยกว่า / เท่ากับ / ยังสรุปแน่นอนไม่ได้เมื่อเทียบกับ) มัธยฐาน

1.9 จากข้อมูลในข้อ 1.7 เมื่อใช้มัธยฐานเป็นตัวแทนของข้อมูล ฉะนั้น ผลสรุปเกี่ยวกับคะแนนในข้อมูลชุดนี้คือ

1.10 วิธีวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางโดยใช้มัธยฐานเลขคณิต ทำได้โดยหาคะแนนตัวที่เกิดจากการนำเอาผลรวมของคะแนนมาหารด้วยจำนวนคะแนน ส่วนวิธีวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางโดยใช้มัธยฐาน ทำได้โดย

2. จงหา Mdn ของข้อมูลต่อไปนี้

2.1

x	f
2	1
9	2
18	4
36	6
73	3
114	1

2.2

x	f
850	5
1320	10
2750	4
4860	3
7200	2
13500	1

2.3

x	f
24	3
63	2
108	5
235	8
547	4

2.4

x	f
7	1
39	9
56	5
114	2
180	2
264	1

แบบฝึกหัดชุดที่ 8

1. จงหา Mdn ของข้อมูลต่อไปนี้

1.1

i	f
1-8	3
9-16	7
17-24	4
25-32	3
33-40	2
41-48	1

1.2

1	f
121-146	2
147-172	6
173-198	13
199-224	5
225-250	3
251-276	1

1.3

i	f
650-849	1
850-1049	2
1050-1249	4
1250-1449	3
1450-1649	8
1650-1849	5
1850-2049	2

1.4

1	f
3-29	4
30-56	5
57-83	8
84-110	3
111-137	7
138-164	6
165-191	2

2. จงหา f ที่ขาดหายไป จากข้อมูลต่อไปนี้

2.1

i	f
3-9	5
10-16	8
17-23	7
24-30	..
31-37	5
38-44	4

เมื่อ $Mdn = 19.5$

2.2

i	f
12-35	2
36-59	3
60-83	6
84-107	...
108-131	7
132-155	2

เมื่อ $Mdn = 89.5$

2.3

i	f
236-289	2
290-343	..
344-397	6
398-451	3
452-505	1

เมื่อ $Mdn = 366$

2.4

i	f
8-28	...
29-49	7
50-70	3
71-91	5
92-112	4
113-133	1

เมื่อ $Mdn = 53$

แบบฝึกหัดชุดที่ 9

จงเติมข้อความลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. จำนวนบรรทัดส่วนใหญ่ในแต่ละหน้าของหนังสือเล่มหนึ่งเท่ากับ 22 บรรทัด ดังนั้น
ตัวแทนของจำนวนบรรทัดในแต่ละหน้าของหนังสือเล่มนี้เท่ากับ และเรียก
ตัวแทนนี้ว่า

2. จากข้อ 1 การที่เราทราบตัวแทนของข้อมูลดังกล่าว แสดงว่าเราทราบคะแนนตัว
ที่ ซึ่ง (ทำให้ / ไม่อาจทำให้)
เราทราบค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

3. ในการพิมพ์คัดสรรานหนึ่ง นับจำนวนคำที่พิมพ์ได้นาทีละครั้ง เป็นเวลา 10 นาที
ปรากฏว่า ความสามารถของก.ในการพิมพ์คัดเป็นดังนี้คือ

นาทีที่	จำนวนคำ	
1	45	ถ้าต้องการหาตัวแทนของ
2	48	จำนวนคำที่ก.พิมพ์ได้ใน 1 นาที
3,4,6,7,8	57	ตัวแทนที่เหมาะสมคือ
5	62	และมีค่าเท่ากับ
9	54	
10	51	

4. จากข้อ 3 การที่เราเลือกใช้ตัวแทนดังกล่าวเพราะ
.....

5. น้าหนักของชายคนหนึ่ง ทาการชั่ง 10 ครั้งในช่วง 3 เดือน ได้ออกมาดังนี้

65 , 62 , 60 , 62 , 63 , 64 , 62 , 59 , 62 , 61

ตัวแทนที่เหมาะสมของน้ำหนักของชายคนนี้คือ และมีค่าเท่ากับ

6. ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 22 , 16 , 20 , 9 , 20 , 22 , 24 , 19 , 22 ,
26 , 21 , 17 , 20 , 23 , 22 , 24 , 19 , 20

ผลสรุปเกี่ยวกับฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้คือ

และ ฐานนิยมมีค่าเท่ากับ

7. ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 50 , 48 , 61 , 48 , 50 , 65 , 61

ผลสรุปเกี่ยวกับฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้คือ

8. รายได้ของคนงานในโรงงานแห่งหนึ่ง จำนวน 16 คน เป็นดังนี้คือ

รายได้	จำนวนคน	
750	1	ถ้าต้องการตัวแทนที่เหมาะสม
820	2	ของรายได้ของคนงานกลุ่มนี้ ควรใช้
1080	3	 ซึ่งมีค่าเท่ากับ
1225	9	
1645	1	

9. ความกว้างของถนนในเมืองๆหนึ่ง มีตั้งแต่ 6-20 เมตร เมื่อนับจำนวนดูแล้ว

ปรากฏผลดังนี้คือ

ความกว้าง	จำนวนถนน	
6	3	ตัวแทนที่เหมาะสมของความ
8	10	กว้างของถนนในเมืองนี้คือ
10	48	ซึ่งมีค่าเท่ากับ
12	15	
14	8	
16	48	
18	4	
20	1	

10. ฐานนิยมของข้อมูลชุดหนึ่งเท่ากับ c แสดงว่า (มี / ไม่มี / ° ไม่แน่ว่า
จะมีหรือไม่มี) ค่ะแน่นอนกว่า c

.....

แบบฝึกหัดชุดที่ 10

1. จงหา M_o ของข้อมูลต่อไปนี้ โดย

ก. คิดอย่างคร่าวๆ

ข. คิดอย่างละเอียด

1.1

i	f
6-13	1
14-21	3
22-29	4
30-37	11
38-45	2

1.2

j	f
1.5-1.9	4
2.0-2.4	26
2.5-2.9	8
3.0-3.4	5
3.5-3.9	1

1.3

i	f
2.01-2.16	1
2.17-2.32	12
2.33-2.48	3
2.49-2.64	12
2.65-2.80	5
2.81-2.96	4

2. จงหา f ที่ขาดหายไป จากข้อมูลต่อไปนี้

2.1

x	f
10-13	3
14-17	1
18-21	4
22-25	13
26-29	...
30-33	2

$$\text{เมื่อ } Mo = 23.75$$

2.2

x	f
1.3-1.7	1
1.8-2.2	3
2.3-2.7	...
2.8-3.2	18
3.3-3.7	4
3.8-4.2	2

$$\text{เมื่อ } Mo = 3.0$$

แบบฝึกหัดชุดที่ 11

1. ข้อมูลชุดหนึ่ง มีดัชนีเลขคณิตเท่ากับ 8.6 และฐานนิยมเท่ากับ 8.3 จงหามัธยฐาน
2. ถ้าฐานนิยมของข้อมูลชุดหนึ่ง เท่ากับ 18.7 โดยที่มีมัธยฐานเท่ากับ 19.1 แล้ว

จงหามัธยิมเลขคณิต

3. ถ้ามัธยิมเลขคณิตของข้อมูลชุดหนึ่งมีค่ามากกว่ามัธยฐานอยู่ 0.25 และฐานนิยมเท่ากับ 3.25 แล้ว จงหาค่าของมัธยิมเลขคณิตและมัธยฐาน

4. ถ้าฐานนิยมของข้อมูลชุดหนึ่งมีค่ามากกว่ามัธยิมเลขคณิตอยู่ 1.5 และมัธยฐานเท่ากับ 26.8 แล้ว จงหาค่าของมัธยิมเลขคณิตและฐานนิยม

5. จงหาตัวแทนที่เหมาะสมของข้อมูลต่อไปนี้ และหาค่าตัวแทนเหล่านั้น

5.1 ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 8 , 5 , 10 , 8 , 6 , 4 , 8 , 5 , 12 , 8
ตัวแทนที่เหมาะสมคือ และมีค่าเท่ากับ

5.2 ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 18 , 13 , 16 , 21 , 15 , 19
ตัวแทนที่เหมาะสมคือ และมีค่าเท่ากับ

5.3 ข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์ชุดหนึ่ง กระดาษที่ปีค่ามากที่สุดขาดหายไปตัวหนึ่ง ทำให้
คะแนนที่เหลือในข้อมูลชุดนี้คือ 23 , 28 , 36 , 42 , 68
ตัวแทนที่เหมาะสมคือ และมีค่าเท่ากับ

5.4 ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 114 , 114 , 123 , 129 , 132 , 132 ,
146 , 149 , 149
ตัวแทนที่เหมาะสมคือ และมีค่าเท่ากับ

5.5 ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 164 , 319 , 101 , 73 , 59 , 24 , 238 ,
247 , 31
ตัวแทนที่เหมาะสมคือ และมีค่าเท่ากับ

แบบฝึกหัดชุดที่ 12

จงเติมข้อความลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. ค่าทางสถิติที่ใช้พิจารณาความแตกต่างของคะแนนในข้อมูลคือ
2. ถ้าคะแนนในข้อมูลชุดหนึ่งเกาะกลุ่มกันมาก แล้ว ค่าการกระจายของข้อมูลจะมีค่า (มาก / น้อย / ไม่แน่นอน)
3. ค่าการกระจายที่ได้จากการหาผลต่างระหว่างคะแนนสูงสุดกับคะแนนต่ำสุดของข้อมูล เรียกว่า
4. ถ้าพิสัยของข้อมูลชุดหนึ่งมีค่าเท่ากับ 0 แล้ว ผลสรุปที่ได้คือ
.....
5. ถ้าข้อมูลชุดหนึ่งมีการกระจายมาก แล้ว พิสัยของข้อมูลชุดนี้จะมีค่า (มาก / น้อย / ไม่แน่นอน)
6. พิสัยของข้อมูลชุดที่ 1 มีค่ามากกว่าพิสัยของข้อมูลชุดที่ 2 ถ้าพิสัยเป็นค่าการกระจายที่เหมาะสมของข้อมูล 2 ชุดดังกล่าว แล้ว ข้อมูลชุดที่ 1 มีการกระจาย (มากกว่า / น้อยกว่า / ไม่อาจสรุปได้เมื่อเทียบกับ) ข้อมูลชุดที่ 2
7. ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 17 , 26 , 15 , 18 , 31 , 24 , 23 , 29
พิสัยมีค่าเท่ากับ
8. ข้อมูลชุดหนึ่งหาพิสัยได้เท่ากับ a ถ้าเพิ่มคะแนนทุกตัวในข้อมูลชุดนี้ด้วย b แล้ว พิสัยของข้อมูลชุดใหม่จะเท่ากับ แต่ถ้าลดคะแนนทุกตัวในข้อมูลชุดเดิมด้วย c แล้ว พิสัยของข้อมูลชุดใหม่จะเท่ากับ
9. ควอไทล์ที่ 1 และควอไทล์ที่ 3 ของข้อมูลชุดหนึ่งเท่ากับ 13.45 และ 18.75 ตามลำดับ ฉะนั้นส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์เท่ากับ
10. ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ของข้อมูลชุดหนึ่งเท่ากับ 4.8 ถ้าควอไทล์ที่ 3 ของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 31.25 แล้ว ควอไทล์ที่ 1 จะมีค่าเท่ากับ

แบบฝึกหัดชุดที่ 13

จงหา M.D. ของข้อมูลต่อไปนี้

1. 8 , 13 , 15 , 16 , 19 , 21

2. 46 , 48 , 50 , 53 , 54 , 58 , 60 , 61 , 65 , 68

3.

x	f
6	2
8	3
9	6
10	5
13	4

4.

x	f
364	4
367	5
369	7
372	6
373	3

5.

1	f
10-12	1
13-15	3
16-18	8
19-21	7
22-24	3
25-27	2

6.

1	f
3.2-3.6	5
3.7-4.1	9
4.2-4.6	13
4.7-5.1	7
5.2-5.6	6

แบบฝึกหัดชุดที่ 14

1. จงหา σ^2 (ทศนิยม 4 ตำแหน่ง) และ σ (ทศนิยม 2 ตำแหน่ง) ของข้อมูล

1.1 4 , 7 , 9 , 11 , 12 , 13 , 14 , 14

1.2 20 , 21 , 22 , 23 , 24 , 25 , 26

1.3 1.5 , 1.6 , 1.8 , 2.0 , 2.4 , 2.7 , 2.9 , 3.1 , 3.6

1.4 3.6 , 3.9 , 4.0 , 4.3 , 4.7 , 5.0

1.5 1.05 , 1.12 , 1.26 , 1.30 , 1.42

1.6 2.36 , 2.49 , 2.85 , 3.04 , 3.17 , 3.52 , 3.71

2. จงหา σ^2 และ σ ของข้อมูลที่เกิดจาก

2.1 เพิ่มคะแนนทุกตัวในข้อมูล ข้อ 1.1 ด้วย 4.75

2.2 ลดคะแนนทุกตัวในข้อมูล ข้อ 1.2 ด้วย 3

2.3 ลดคะแนนทุกตัวในข้อมูล ข้อ 1.3 ด้วย .1111

2.4 เพิ่มคะแนนทุกตัวในข้อมูล ข้อ 1.4 ด้วย .0208

2.5 ลดคะแนนทุกตัวในข้อมูล ข้อ 1.5 ด้วย .0072

2.6 เพิ่มคะแนนทุกตัวในข้อมูล ข้อ 1.6 ด้วย .0366

แบบฝึกหัดชุดที่ 15

จงหา σ^2 (ทศนิยม 4 ตำแหน่ง) และ σ (ทศนิยม 2 ตำแหน่ง) ของข้อมูล

1.

x	f
6	2
8	3
9	6
10	5
13	4

2.

x	f
364	4
367	5
369	7
372	6
373	3

3.

x	f
2.3	3
2.5	2
2.7	9
2.9	5
3.1	1

แบบฝึกหัดชุดที่ 16

จงหา 6^2 (ทศนิยม 4 ตำแหน่ง) และ 6 (ทศนิยม 2 ตำแหน่ง) ของข้อมูล

1.

1	f
10-12	1
13-15	3
16-18	8
19-21	7
22-27	2

2.

1	f
3.2-3.6	5
3.7-4.1	9
4.2-4.6	13
4.7-5.1	7

3.

1	f
1.36-1.60	2
1.61-1.85	5
1.86-2.10	9
2.11-2.35	6
2.36-2.60	3

คำเฉลย

แบบฝึกหัดชุดที่ 1

- 1) 1.1 หาตัวแทนของข้อมูล 1.2 คะแนนส่วนใหญ่ไปเกาะกลุ่มกันอยู่
 1.3 ลักษณะของข้อมูล 1.4 มัถกิมเลขคณิต
 1.5 คะแนนแต่ละตัวไม่แตกต่างกันนัก เมื่อเทียบกับค่าของคะแนน
- 2) 2.1 ✓ 2.2 ✗ 2.3 ✗ 2.4 ✓ 2.5 ✗
- 3) 3.1 13 3.2 34.2 3.3 62.625 3.4 147.875 2.5 277.2
- 4) 4.1 9 4.2 15
- 5) 5.1 30 5.2 127
- 6) 24
- 7) 6 , $\frac{15}{5}$ หรือ $\frac{7.5}{1.5}$, 12

แบบฝึกหัดชุดที่ 2

- 1) 1.1 62.625 1.2 147.875 1.3 277.2
- 2) 2.1 70 2.2 160 1.3 250
- 3) 3.1 $\bar{x} = 157$, $\bar{a}$ ที่ขาดหายไปคือ -11 , 0 , 6 , 14
 $\mu = 154.2$
- 3.2 $\bar{a} = 84$, $\bar{a}$ ที่ขาดหายไปคือ -12 , -6 , 2 , 6 , 7
 $\mu = 83.5$
- 4) 4.1 $\bar{a} = 77$, $\bar{x}$ ที่ขาดหายไปคือ 72 , 77 , 89 , 93
 $\mu = 80$
- 4.2 $\bar{a} = 125$, $\bar{x}$ ที่ขาดหายไปคือ 120 , 122 , 129 , 134
 $\mu = 126$

แบบฝึกหัดชุดที่ 3

- | | | | | | | |
|----|-----|------|-----|--------|-----|-------|
| 1) | 1.1 | 9.75 | 1.2 | 7.94 | 1.3 | 19.92 |
| | 1.4 | 27.9 | 1.5 | 140.36 | | |
| 2) | 2.1 | 20 | 2.2 | 25 | 2.3 | 30 |
| 3) | 3.1 | 8 | 3.2 | 18 | 2.4 | 47 |

แบบฝึกหัดชุดที่ 4

- 1) คำตอบเหมือนข้อ 1) แบบฝึกหัดชุดที่ 3
- 2) 2.1 $a = 169$, d ที่ขาดหายไปคือ $-1, 0, 1, 2, 3$
 $\mu = 169.225$
- 2.2 $a = 247$, d ที่ขาดหายไปคือ $-13, -9, -6, 3, 9$
 $\mu = 244.92$ ✓
- 3) 3.1 $a = 369$, x ที่ขาดหายไปคือ $367, 369, 372, 373$
 $\mu = 369$
- 3.2 $a = 1256$, x ที่ขาดหายไปคือ $1244, 1251, 1264, 1267$
 $\mu = 1256.6$
- 4) 4.1 3 4.2 8

แบบฝึกหัดชุดที่ 5

- | | | | | | | |
|----|-----|--------|-----|-------|-----|-------|
| 1) | 1.1 | 9.1125 | 1.2 | 1.4 | 1.3 | 40.56 |
| | 1.4 | 2.7165 | 1.5 | 0.449 | | |
| 2) | 2.1 | 7 | 2.2 | 5 | 2.3 | 8 |
| | | | | | 2.4 | 3 |

แบบฝึกหัดชุดที่ 6

- 1) และ 2) คำตอบเหมือนข้อ 1) และข้อ 2) แบบฝึกหัดชุดที่ 5 ตามลำดับ

แบบฝึกหัด ชุดที่ 7

- 1) 1.1 มัชฌิมเลขคณิต / มัธยมฐาน 1.2 มัธยมฐาน / 59
 1.3 มัชฌิมเลขคณิต / มัธยมฐาน 1.4 มัธยมฐาน
 1.5 87 1.6 122 1.7 น้อยกว่า 1.8 น้อยกว่า
 1.9 ลักษณะของคะแนนในข้อมูลมีความแตกต่างกันมาก
 1.10 หาคะแนนตัวที่อยู่ตรงตำแหน่งกลางของข้อมูล
- 2) 2.1 36 2.2 1320 2.3 235 2.4 47.5

แบบฝึกหัดชุดที่ 8

- 1) 1.1 16.5 1.2 186.5 1.3 1512 1.4 88
- 2) 2.1 3 2.2 4 2.3 3 2.4 5

แบบฝึกหัดชุดที่ 9

- 1) 22 / ฐานนิยม 2) มีความถี่มากที่สุด / ไม่อาจทำได้
- 3) ฐานนิยม / 57 4) คะแนนในข้อมูลไปซ้ำกันที่ 57 อย่างเห็นได้ชัด
- 5) ฐานนิยม / 62 6) ข้อมูลชุดนี้มีฐานนิยม 2 ค่า / 20 และ 22
- 7) ข้อมูลชุดนี้ไม่มีฐานนิยม 8) ฐานนิยม / 1225
- 9) ฐานนิยม / 10 และ 16 10) ไม่แน่ว่าจะปัดหรือไม่มี

แบบฝึกหัดชุดที่ 10

- 1) 1.1 ก) 33.5 ข) 33 1.2 ก) 2.2 ข) 2.225
 1.3 ก) 2.245 และ 2.565 ข) 2.253 และ 2.575
- 2) 2.1 6 2.2 4

แบบฝึกหัดชุดที่ 11

- 1) 8.5 2) 19.3 3) $\mu = 4$, $Mdn = 3.75$
 4) $\mu = 26.3$, $Mdn = 27.8$
 5) 5.1 ฐานนิยม / 8 5.2 มัธยฐานเลขคณิต / 17
 5.3 มัธยฐาน / 39 5.4 มัธยฐานเลขคณิต / 132
 5.5 มัธยฐาน / 101

แบบฝึกหัดชุดที่ 12

- 1) ค่าการกระจาย 2) น้อย 3) พิสัย
 4) คะแนนทุกตัวในข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่ากันหมด 5) มาก
 6) มากกว่า 7) 16 8) a / a
 9) 2.65 10) 21.65

แบบฝึกหัดชุดที่ 13

- 1) 3.3 2) 6.1 3) 1.56
 4) 2.4 5) 3 6) 0.475

แบบฝึกหัดชุดที่ 14

- 1) 1.1 11.25 / 3.35 2.2 4 / 2
 1.3 .4711 / .68 2.4 .2292 / .47
 1.5 .0172 / .13 2.6 .2134 / .46
 2) คำตอบเหมือนกับข้อ 1) ตั้งแต่ 1.1 - 1.6

แบบฝึกหัดชุดที่ 15

1) $4.14 / 2.03$

2) $8.88 / 2.97$

3) $.0459 / .21$

แบบฝึกหัดชุดที่ 16

1) $13.4375 / 3.66$

2) $.375 / .61$

3) $.0766 / .27$

.....