

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง
เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ปริญญานิพนธ์
ของ
เทอดเกียรติ วงศ์สมบูรณ์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

พฤษภาคม 2547

ลิขสิทธิ์เป็นของ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง
เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

บทคัดย่อ
ของ
เทอดเกียรติ วงศ์สมบูรณ์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2547

เทอดเกียรติ วงศ์สมบูรณ์. (2547). *กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินทิพนิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: อาจารย์ เมตต์ แยมวงษ์, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ รวีวรรณ งามสันติกุล.

การวิจัยในครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนตามเกณฑ์ 70/70 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยออกแบบขึ้น

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ ที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 40 คน

ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยออกแบบขึ้นเป็นเวลา 16 คาบๆ ละ 50 นาที มีการเก็บคะแนนจากใบกิจกรรมระหว่างเรียน และเมื่อสอนครบทั้ง 16 คาบแล้วทำการประเมินผลด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรที่วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง

ผลการวิจัยพบว่า

1. ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง เท่ากับ 82.9/70.1 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงสามารถสอบผ่านเกณฑ์ที่มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

LEARNING ACTIVITIES TO DEVELOP MATHEMATICAL PROBLEM-SOLVING AND
CONNECTION ABILITY ON "SURFACE AREAS AND VOLUMES" FOR
MATHAYOMSUKSA III STUDENTS

AN ABSTRACT
BY
TERDKIAT WONGSOMBOON

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree in Mathematics
at Srinakharinwirot University

May 2004

Terdkiat Wongsomboon. (2004). *Learning Activities to Develop Mathematical Problem-Solving and Connection Ability on "Surface Areas and Volumes" for Mathayomsuksa III students*. Master thesis, M.Ed. (Mathematics). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Mr. Mate Yamwong, Asst.Prof. Raweewan Ngamsuntikul.

There have been many skills that students in mathematics need to develop, among them are problem-solving and the ability to connect what is learned to the real world, as commonly known as connection ability.

A set of learning activities on "Surface Areas and Volumes" were designed to develop problem-solving and connection ability at Mathayomsuksa III. The purposes of this research were to study the efficiency of the learning activities and to study students' achievement under these learning activities.

Subjects were 40 Mathayomsuksa III students (1 class) of Bangkaewprachasan School in Samutprakarn province during the second semester of the 2003. They were randomly selected from 7 classes by cluster sampling.

Learning activities were designed to teach for a total of 16 periods of 50 minutes each. Subjects' tasks during the experiment were collected for evaluating learning activities' efficiency. The achievement test was given at the end of learning activities.

The findings revealed that :

1. The efficiency rate of learning activities was 82.9/70.1 which was above the acceptable criterion
2. The number of students who scored since 50% on the achievement test was more than 70% of the total number of students. The statistical test was analyzed at .01 level of significance.

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง
เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ของ

นายเทอดเกียรติ วงศ์สมบูรณ์

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.นภาพร หะวานนท์)

วันที่ 14 เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2547

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

..... ประธาน

(อาจารย์ เมตต์ แยมวงษ์)

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ รวีวรรณ งามสันติกุล)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชุตีวรรณ เพ็ญเพียร)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(อาจารย์ รัชชัย ภูอุดม)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ ด้วยความกรุณาจากอาจารย์เมตต์ แยมวงษ์ ประธานควบคุม
ปริญญานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์วิวรรณ งามสันติกุล กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ที่อุทิศเวลา
อันมีค่า กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำอย่างดียิ่ง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ทำให้ได้ปริญญานิพนธ์ที่มี
ความสมบูรณ์และมีคุณค่าขึ้นมาก ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้ง และขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณอาจารย์สุวรรณา คล้ายกระแสน อาจารย์ธนชัย ภูอุดม และอาจารย์เอนก
จันทร์จรรยา ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ขอขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ชุตินันท์ เพ็ญเพียร และอาจารย์ธนชัย ภูอุดม ที่กรุณา
ร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่า และให้ข้อคิดเห็นในสิ่งที่เป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัย และขอขอบพระคุณ
รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล วัฒนวิทย์กิจ ที่กรุณาสละเวลาตรวจแก้ไขบทคัดย่อภาษาอังกฤษจนถูกต้องและ
สมบูรณ์

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ รองผู้อำนวยการ ตลอดจนคณะครูโรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์
ทุกท่านที่สนับสนุนและให้กำลังใจในการทดลองเก็บข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยจนสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ขอขอบคุณเพื่อนๆ นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ที่แนะนำและให้กำลังใจโดยตลอดใน
การทำปริญญานิพนธ์

คุณค่าและประโยชน์ทั้งหลายที่เกิดขึ้นจากปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาแด่
บิดา มารดา ตลอดจนครูบาอาจารย์และผู้มีพระคุณทุกท่าน

เทอดเกียรติ วงศ์สมบูรณ์

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	4
ความสำคัญของการวิจัย.....	4
ขอบเขตของการวิจัย.....	5
ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....	5
ตัวแปรที่ศึกษา.....	5
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย.....	5
ขอบเขตของเนื้อหา.....	5
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	6
สมมุติฐานการวิจัย.....	7
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	8
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน.....	9
การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน.....	9
วิธีคำนวณหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน.....	9
การทดลองหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน.....	9
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	10
ความหมายและประเภทของปัญหา.....	10
ความหมายและความสำคัญของการแก้ปัญหา.....	12
กระบวนการแก้ปัญหา.....	12
ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา.....	12
มาตรฐานการแก้ปัญหา.....	14
การพัฒนาทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหา.....	16
แนวทางการจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาในเกรด 9-12.....	19
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	21
งานวิจัยในต่างประเทศ.....	21
งานวิจัยภายในประเทศ.....	24
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	27
การเชื่อมโยง.....	27
มาตรฐานการเชื่อมโยง.....	30
การพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยง.....	32
แนวทางการจัดการเรียนการสอนการเชื่อมโยงในเกรด 9-12.....	33

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
ลักษณะของการเชื่อมโยงในรูปแบบต่างๆ.....	37
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	39
งานวิจัยในต่างประเทศ.....	39
งานวิจัยภายในประเทศ.....	40
 3 วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	 41
การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง.....	41
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	41
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	45
การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล.....	46
 4 ผลการศึกษาค้นคว้า.....	 47
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	47
 5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	 50
สังเขปความมุ่งหมาย สมมุติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัย.....	50
สรุปผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	51
อภิปรายผล.....	52
ข้อสังเกตจากการวิจัย.....	53
ข้อเสนอแนะ.....	53
 บรรณานุกรม.....	 54
 ภาคผนวก.....	 61
ภาคผนวก ก.....	62
ภาคผนวก ข.....	64
ภาคผนวก ค.....	77
 ประวัติย่อผู้วิจัย.....	 200

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำ ไปกิจกรรมระหว่างเรียน.....	47
2	แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	48
3	ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 40 คน ที่ทำ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของ คะแนนเต็ม.....	49
4	แสดงผลการทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบ ผ่านเกณฑ์ในการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่ใช้ความสามารถในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยง.....	49
5	ผลการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่วัด ความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยผู้เชี่ยวชาญ.....	67
6	ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่วัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในส่วนที่เป็นปรนัย.....	69
7	คะแนนจากการทำไปกิจกรรมระหว่างเรียนจำนวน 13 กิจกรรม และคะแนนจากการทำ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่วัด ความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	71

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 แสดงการใช้แผนภาพในการหาคำตอบ.....	18
2 แสดงการใช้ตารางในการหาคำตอบ.....	18
3 กระดานตารางหมากรุก 8 x 8.....	20
4 สีเหลี่ยมมุมฉากทั้งหมดในตาราง 2 x 2.....	20
5 แสดงการใช้สมบัติการแจกแจงหาพื้นที่แรงแเง.....	29
6 แสดงภาพสเกตซ์จากคอมพิวเตอร์ของเจนนิเฟอร์.....	34
7 แสดงภาพผลงานการพิสูจน์ 4 แบบของนักเรียน.....	35
8 แสดงวิถีทางเดินของจุดยอดมุมฉาก และจุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉาก.....	36

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาประเทศ เพราะเป็นพื้นฐานของวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและอุตสาหกรรม เป็นเครื่องนำทางไปสู่ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์ ดังคำกล่าวของ คาร์ล ฟรีดริช เกาส์ (Carl Friedrich Gauss) นักคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ที่ยิ่งใหญ่ที่สุดคนหนึ่งของโลกในช่วงคริสต์ศตวรรษที่ 19 ว่าคณิตศาสตร์เปรียบเสมือนราชินีของวิทยาศาสตร์ (Eves. 1964 : 375) จึงเป็นที่ตระหนักกันโดยทั่วไปว่า ความเจริญของแขนงวิชาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี ตลอดจน สังคมวิทยา ต่างก็ต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่

เมื่อประเทศรัสเซียได้ส่งยานสปุตนิก (Sputnik) ขึ้นสู่อวกาศในปี ค.ศ. 1957 ทำให้ประเทศต่างๆ โดยเฉพาะประเทศสหรัฐอเมริกาตื่นตัวและหันมาสนใจที่จะเปลี่ยนแปลงหลักสูตร และพิจารณาระบบการศึกษาใหม่ (พิชากร แปลงประสพโชค. 2540 : 2) โดยในปี ค.ศ. 1989 ประธานาธิบดีของสหรัฐอเมริกาได้ประกาศชัดเจนว่า “ภายในปี ค.ศ. 2000 ประเทศสหรัฐอเมริกาจะต้องเป็นผู้นำทางด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี” ทำให้สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics : NCTM) ซึ่งมีบทบาทในการปรับปรุงเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อกระตุ้นความสนใจและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนของสหรัฐอเมริกา ได้สนองนโยบายด้วยการจัดทำมาตรฐานการศึกษาคณิตศาสตร์ของประเทศ โดยในปี ค.ศ. 1989 ได้กำหนดมาตรฐาน (Standards) ทางคณิตศาสตร์ในระดับชั้นอนุบาลถึงเกรด 12 (ปานทอง กุลนาถศิริ. 2543 : 6) ไว้ดังนี้

1. การแก้ปัญหา (Problem Solving)
2. การสื่อสาร (Communicating)
3. การให้เหตุผล (Reasoning)
4. การเชื่อมโยง (Connection)

จากการพัฒนาความก้าวหน้าทางด้านเทคโนโลยีอย่างรวดเร็ว ทำให้จำเป็นต้องมีการปรับปรุง วิสัยทัศน์การจัดการศึกษา ดังนั้นในปี ค.ศ. 2000 สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกาจึงได้จัดทำ เอกสาร Principles and Standards for School Mathematics โดยเสนอหลักการ (Principles) และ มาตรฐาน (Standards) เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ดังนี้

หลักการ มี 6 หลักการ ได้แก่

1. ความเสมอภาค (Equity)
2. หลักสูตรคณิตศาสตร์ (Mathematics Curriculums)
3. การสอน (Teaching)
4. การเรียนรู้ของนักเรียน (Learning)
5. การประเมินผล (Assessment)
6. เทคโนโลยี (Technology)

มาตรฐานมี 10 มาตรฐาน แบ่งเป็น มาตรฐานเนื้อหาคณิตศาสตร์ (Mathematics Content Standards) 5 มาตรฐาน และมาตรฐานกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Process Standards) 5 มาตรฐาน ตามลำดับ ดังนี้

1. จำนวนและการดำเนินการ
2. พีชคณิต
3. เรขาคณิต
4. การวัด
5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น
6. การแก้ปัญหา (Problem Solving)
7. การให้เหตุผล และการพิสูจน์ (Reasoning and Proof)
8. การสื่อสาร/การสื่อความหมาย (Communication)
9. การเชื่อมโยง (Connection)
10. การนำเสนอ (Representation)

การเปลี่ยนแปลงหลักสูตรคณิตศาสตร์ในประเทศไทย เกิดจากปัญหาคุณภาพการเรียนการสอน วิชาคณิตศาสตร์ไม่อยู่ในระดับที่น่าพอใจ ซึ่งได้จากการประเมินคุณภาพการสอนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ที่ผ่านมา โดยกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการได้ทำการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลปรากฏว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำกว่าทุกรายวิชา และได้คะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าร้อยละ 50 ของ คะแนนเต็ม กล่าวคือ การทดสอบในปี พ.ศ. 2531, 2533, 2535 และ 2536 ได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 40.793, 39.976, 42.416 และ 43.123 ตามลำดับ (สมชาย วรภิเกษมสกุล. 2540 : 5-6 ; อ้างอิงจาก กรมวิชาการ. 2538. รายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2536. หน้า 36) และการทดสอบในปี พ.ศ. 2540 ได้คะแนนเฉลี่ยเพียงร้อยละ 36.9 ซึ่งสอดคล้องกับการประเมิน ผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยสมาคมนานาชาติเพื่อการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (International Association for Evaluation of Educational Achievement : IEA) ในการศึกษาวิจัยและประเมินผลวิชา คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์นานาชาติ ครั้งที่ 3 (วิจัยซ้ำ) หรือโครงการ TIMSS-R ซึ่งดำเนินการในปี พ.ศ. 2542 เฉพาะกับนักเรียนเกรด 8 โดยแบ่งการศึกษาความสามารถในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ออกเป็น 5 ด้าน ได้แก่ เศษส่วนและความรู้สึกเชิงจำนวน การวัด การนำเสนอข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล และความน่าจะเป็น เรขาคณิต และพีชคณิต พบว่า คะแนนรวมของนักเรียนไทยอยู่ในอันดับที่ 27 และมีคะแนนต่ำกว่า คะแนนเฉลี่ยรวมของประเทศต่างๆ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2544 : 4-7) และเมื่อ พิจารณาความสามารถในเนื้อหาด้านการวัดซึ่งมีเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรรวมอยู่ด้วย พบว่า คะแนนทดสอบ ของนักเรียนไทยยังคงต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยรวมของประเทศต่างๆ (Mullis and others. 2000 : 341)

จากปัญหาดังกล่าวทำให้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้กล่าวถึงหลักสูตร เดิมคือ หลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) และหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ซึ่งใช้มานานกว่า 10 ปีว่า มีข้อจำกัดหลายประการไม่สามารถส่งเสริมให้สังคม ไทยก้าวไปสู่สังคมความรู้ได้ทันการณ์ การจัดหลักสูตรการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี ยังไม่สามารถผลักดันให้ประเทศไทยเป็นผู้นำด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในภูมิภาคได้

จึงจำเป็นต้องปรับปรุงกระบวนการเรียนการสอนให้คนไทยมีทักษะกระบวนการและเจตคติที่ดีทางคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี มีความคิดสร้างสรรค์ ดังนั้นในจุดหมายข้อ 4 ของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน จึงกำหนดให้มีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ทักษะการคิด การสร้างปัญหา และทักษะในการดำเนินชีวิต (กรมวิชาการ. 2544 :1-4) มีการจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มวิชาคณิตศาสตร์ออกเป็น 6 สาระการเรียนรู้ โดยสาระที่ 1-5 เป็นสาระการเรียนรู้ในเชิงเนื้อหา ประกอบด้วย

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

สาระที่ 2 การวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

สำหรับสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยง และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ที่จะทำให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2544 : 5-7)

สำหรับการเรียนการสอนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรได้มีการศึกษาเพื่อพัฒนาการสอนให้ดีขึ้น โดยนำวิธีสอนแบบต่าง ๆ มาใช้ แต่เมื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างการใช้วิธีสอนที่ผู้วิจัยเหล่านั้นสร้างหรือพัฒนาขึ้น กับการสอนตามปกติแล้วได้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีทั้งที่ไม่แตกต่างกัน และสูงกว่า โดยที่ได้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 ได้แก่ การศึกษาของณัฐ จันแยม (2529 : 54-60) ใช้บทเรียนโปรแกรม สมศักดิ์ ภักดี (2536 : 64-68) ใช้การเรียนแบบศูนย์การเรียน และรุ่งรัตน์ นภาคนาพร (2544 : 66-70) ใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมัลติมีเดีย โดยสรุปข้อวิจารณ์ของผู้วิจัยทั้งสามได้ว่า เป็นเพราะวิธีสอนดังกล่าวมีจุดอ่อนตรงที่ผู้เรียนไม่ค่อยมีโอกาสได้ซักถาม หรือแสดงความคิดเห็นนอกเหนือไปจากที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ในบทเรียน ศึกษาและทำความเข้าใจประเด็นสำคัญด้วยตนเอง ส่วนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่า ได้แก่ การศึกษาของสังเวียน ปิยะกาลัง (2540 : 58-61) ใช้การสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ และจิราภรณ์ สุนทรา (2541 : 48-50) ใช้การสอนแบบปฏิบัติการ สำหรับเทพนริศ สุภนกร (2536 : 67-70) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างการเรียนรู้เป็นกลุ่มย่อยด้วยตนเอง การเรียนเป็นกลุ่มย่อยจากเพื่อน และการเรียนเป็นกลุ่มใหญ่จากครู ปรากฏว่าการเรียนเป็นกลุ่มย่อยจากเพื่อนให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าการเรียนเป็นกลุ่มย่อยด้วยตนเองอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับนัยสำคัญ .05 และทั้งการเรียนเป็นกลุ่มย่อยจากเพื่อนและการเรียนเป็นกลุ่มย่อยด้วยตนเอง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่เรียนเป็นกลุ่มใหญ่จากครูอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากผลการศึกษาดังกล่าวข้างต้นทำให้พบว่า การพัฒนาวิธีการสอนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร หากเปลี่ยนแปลงเฉพาะวิธีการนำเสนอเนื้อหาเท่านั้น อาจไม่ได้ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีกว่าเดิม แต่ถ้าให้ผู้เรียนได้ทำกิจกรรมร่วมกัน มีโอกาสได้ซักถาม ได้คิดและแสดงความคิดเห็นที่หลากหลายจะทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น ซึ่งวิธีการดังกล่าวยังสอดคล้องกับส่วนหนึ่งของวิธีการพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้เกิดกับผู้เรียนตามจุดหมายของหลักสูตร

จากการที่หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานกำหนดให้ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ต้องทำให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ซึ่งผู้สอนจะต้องบูรณาการเนื้อหาและทักษะ/กระบวนการเข้าด้วยกัน (กรมวิชาการ. 2544 : 205) ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะนำทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหา และทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยง มาบูรณาการกับเนื้อหาเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง เหตุผลที่สำคัญประการหนึ่งคือ นักการศึกษาคณิตศาสตร์ต่างยอมรับว่า การแก้ปัญหาเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องอาศัยความคิดรวบยอด ทักษะการคิดคำนวณ หลักการ กฎ และสูตรต่างๆนำไปใช้แก้ปัญหา (สิริพร ทิพย์คง. 2544 : 4) ผู้เรียนส่วนใหญ่จะพัฒนาได้ดีในทักษะการคิดคำนวณ แต่เมื่อพบโจทย์ปัญหาจะมีปัญหาในการอ่านทำความเข้าใจโจทย์ การวิเคราะห์โจทย์รวมถึงการหารูปแบบแนวคิดในการแก้ปัญหานั้น (กรมวิชาการ. 2544 : 191) สอดคล้องกับการศึกษาของเจษฎ์สุตา จันทรเอี่ยม (2542 : 98-100) พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 3 ของโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 7 ต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ทั้งสามระดับชั้น และอีกประการหนึ่ง จากการที่การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมายังไม่บรรลุผลเท่าที่ควรอาจมีสาเหตุมาจากการขาดความเชื่อมโยง การผสมผสานความรู้ไปประยุกต์ใช้ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540 : 2) ซึ่งการเรียนรู้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่มีการเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้พบเห็น หรือมีอยู่ในชีวิตประจำวันเป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างต่อเนื่องจากตัวอย่างที่สัมผัสได้ทำให้รู้สึกว่าการศึกษาคณิตศาสตร์มีประโยชน์ และสามารถนำไปใช้ได้ในชีวิตจริง (ปรีชา เนาว่าเย็นผล. 2545 : 56) จากเหตุผลดังกล่าวประกอบกับยังไม่มีผู้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงมาก่อน ทำให้ผู้วิจัยมีความประสงค์ที่จะศึกษาเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. ออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. หาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงตามเกณฑ์ 70/70
3. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้กิจกรรมการเรียนการสอน ที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เป็นแนวทางสำหรับโรงเรียน และผู้สอนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่จะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาวิจัยในครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2546 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ ตำบลบางแก้ว อำเภอบางพลี จังหวัดสมุทรปราการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ ตำบลบางแก้ว อำเภอบางพลี จังหวัดสมุทรปราการ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โดยการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Sampling) 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน จากนักเรียนทั้งหมด 7 ห้องเรียน จำนวน 290 คน ซึ่งการจัดห้องเรียนเป็นแบบความสามารถ มีทั้งนักเรียนที่มีความสามารถในการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเดียวกัน

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ตัวแปรตาม ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทดลองสอนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลาดทดลองในชั่วโมงเรียนของชั้นเรียนตามปกติเป็นเวลาทั้งหมด 16 คาบๆละ 50 นาที ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546

ขอบเขตของเนื้อหา

ผู้วิจัยได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ในช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1) ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 จำนวน 16 คาบ ซึ่งผู้วิจัยได้กำหนดหัวข้อดังต่อไปนี้

- | | |
|---|-------|
| 1. ทรงสามมิติ | 1 คาบ |
| 2. พื้นที่ผิวของปริซึม | 2 คาบ |
| ✓ 3. พื้นที่ผิวของพีระมิด | 2 คาบ |
| ✓ 4. พื้นที่ผิวของทรงกระบอก | 1 คาบ |
| ✓ 5. พื้นที่ผิวกรวย | 1 คาบ |
| ✓ 6. พื้นที่ผิวทรงกลม | 1 คาบ |
| 7. ปริมาตรของปริซึม | 1 คาบ |
| ✓ 8. ปริมาตรของทรงกระบอก | 1 คาบ |
| ✓ 9. ปริมาตรของพีระมิด | 1 คาบ |
| ✓ 10. ปริมาตรของกรวย | 1 คาบ |
| ✓ 11. ปริมาตรของทรงกลม | 1 คาบ |
| 12. หน่วยการวัดปริมาตร | 1 คาบ |
| 13. การประยุกต์ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตร | 2 คาบ |

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หมายถึง นักเรียนที่กำลังศึกษาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ อำเภอบางพลี จังหวัดสมุทรปราการ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546
2. กิจกรรมการเรียนการสอน หมายถึง ชุดกิจกรรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ และสื่อการสอน เช่น ใบกิจกรรม แบบฝึกทักษะ แผ่นภาพ แบบจำลอง และอุปกรณ์ต่างๆ เป็นต้น
3. การแก้ปัญหา หมายถึง กระบวนการที่ต้องใช้ความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบให้กับปัญหา ทั้งปัญหาธรรมดา และปัญหาแปลกใหม่ โดยมีขั้นตอนตามแนวคิดของโพลยา (Polya) 4 ขั้นตอน คือ
 - 2.1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา
 - 2.2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา
 - 2.3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา
 - 2.4 ขั้นตรวจสอบผล
4. ความสามารถในการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาของนักเรียนตามกระบวนการแก้ปัญหา
5. การเชื่อมโยง หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์กันเพื่อให้เกิดการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ การเชื่อมโยงแบ่งเป็นการเชื่อมโยงเนื้อหาในคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง
6. ความสามารถในการเชื่อมโยง หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นโดยเห็นความเชื่อมโยงเนื้อหาในคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตจริง
7. ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน หมายถึง คุณภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ทำให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยผู้วิจัยกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพคือ 70/70 ดังนี้
 - 70 ตัวแรก หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรมที่จัดไว้ในกิจกรรมการเรียนการสอนระหว่างเรียน คิดเป็นร้อยละ 70 ของคะแนนกิจกรรมทั้งหมดในระหว่างเรียน
 - 70 ตัวหลัง หมายถึง คะแนนที่ได้จากการประเมินผลหลังจากที่เรียนโดยกิจกรรมการเรียนการสอน คิดเป็นร้อยละ 70 ของคะแนนทั้งหมด
8. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงของนักเรียนในการเรียน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตาม que ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
9. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนในการทำแบบทดสอบซึ่งคิดเป็นร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม กล่าวคือ ถ้าผู้เรียนได้คะแนนในการทำแบบทดสอบตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ถือว่าผู้นั้นสอบผ่านเกณฑ์ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535 : 21)

สมมุติฐานการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอน เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงสามารถสอบผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของนักเรียนทั้งหมด

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
 - 1.1 การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
 - 1.2 วิธีการคำนวณหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
 - 1.3 การทดลองหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายและประเภทของปัญหา
 - 2.2 ความหมายและความสำคัญของการแก้ปัญหา
 - 2.3 กระบวนการแก้ปัญหา
 - 2.4 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
 - 2.5 มาตรฐานการแก้ปัญหา
 - 2.6 การพัฒนาทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหา
 - 2.7 แนวทางการจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาในเกรด 9-12
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 3.1 งานวิจัยในต่างประเทศ
 - 3.2 งานวิจัยในประเทศ
4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 4.1 การเชื่อมโยง
 - 4.2 มาตรฐานการเชื่อมโยง
 - 4.3 การพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยง
 - 4.4 แนวทางการจัดการเรียนการสอนการเชื่อมโยงในเกรด 9-12
 - 4.5 ลักษณะของการเชื่อมโยงในรูปแบบต่างๆ
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
 - 5.1 งานวิจัยในต่างประเทศ
 - 5.2 งานวิจัยในประเทศ

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1.1 การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ฉลองชัย สุรวัฒนบุรณ (2528 : 213) กล่าวว่า สื่อการสอนทุกประเภทจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องนำไปทดสอบหาประสิทธิภาพ เพื่อเป็นหลักประกันว่า สื่อการสอนนั้นมีประสิทธิผลในการเรียนการสอน โดยจะต้องมีเกณฑ์ประสิทธิภาพของสื่อ ที่ได้จากการประเมินพฤติกรรมต่อเนื่องซึ่งเป็นกระบวนการ กับ พฤติกรรมขั้นสุดท้ายซึ่งเป็นผลลัพธ์ โดยกำหนดค่าประสิทธิภาพของสื่อเป็น E_1/E_2 ซึ่งหมายความว่า จะต้องกำหนดเป็นเปอร์เซ็นต์ของผลเฉลี่ยของคะแนนการทำงานหรือการประกอบกิจกรรมของผู้เรียนทั้งหมด (E_1) ต่อเปอร์เซ็นต์ของผลการสอนหลังเรียนของผู้เรียนทั้งหมด (E_2)

การที่จะกำหนดเกณฑ์ E_1/E_2 ให้มีค่าเท่าใดนั้น ให้ผู้สอนเป็นผู้พิจารณาตามความพอใจ โดยปกติ เนื้อหาที่เป็นความรู้ความจำจะตั้งไว้ 80/80 85/85 หรือ 90/90 ส่วนเนื้อหาที่เป็นทักษะหรือเจตคติศึกษาอาจตั้งไว้ต่ำกว่านี้ เช่น 75/75 เป็นต้น (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. 2533 : 495)

1.2 วิธีการคำนวณหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

การคำนวณหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ใช้สูตรต่อไปนี้

$$\text{สูตรที่ 1} \quad E_1 = \frac{\bar{X}_1}{A} \times 100$$

เมื่อ E_1 คือ ค่าร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตเทียบกับคะแนนเต็มจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน
 $\bar{X}_1$ คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน
 A คือ คะแนนเต็มของใบกิจกรรมระหว่างเรียน

$$\text{สูตรที่ 2} \quad E_2 = \frac{\bar{X}_2}{B} \times 100$$

เมื่อ E_2 คือ ค่าร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตเทียบกับคะแนนเต็มจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 $\bar{X}_2$ คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 B คือ คะแนนเต็มของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

1.3 การทดลองหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

การทดลองหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน จะต้องนำกิจกรรมการเรียนรู้การสอนนั้นไปทดลองใช้ (Try out) เพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปทดลองสอนจริง (Trial run) เมื่อนำผลที่ได้มาปรับปรุงแก้ไขเสร็จแล้วจึงนำมาผลิตเป็นจำนวนมากหรือใช้สอนในชั้นเรียนปกติต่อไป การทดลองมีขั้นตอนดังนี้ (ฉลองชัย สุรวัฒนบุรณ. 2528 : 214-215) คือ

1. ทดลองกับผู้เรียนแบบ 1 : 1 โดยทดลองใช้กับผู้เรียน 1 คน ซึ่งมีระดับความรู้ความสามารถ อ่อน ปานกลาง และเก่ง คำนวณหาประสิทธิภาพของสื่อแล้วปรับปรุงให้ดีขึ้น
2. ทดลองกับผู้เรียนเป็นกลุ่ม (แบบ 1 : 10) ตั้งแต่ 6 – 10 คน ทั้งผู้เรียนเก่งและอ่อน คำนวณหาประสิทธิภาพของสื่อแล้วปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้น
3. ทดลองภาคสนาม (แบบ 1 : 100) เป็นการทดลองกับนักเรียนทั้งชั้น 40-100 คน คำนวณหาประสิทธิภาพของสื่อแล้วปรับปรุงแก้ไข ผลลัพธ์ที่ได้ควรใกล้เคียงกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ต่ำกว่าเกณฑ์ได้ไม่เกิน 2.5%

สำหรับเกณฑ์ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน กำหนดไว้ 3 ระดับ (ฉลองชัย สุรวัฒนบุรณ. 2528 : 215) คือ

1. สูงกว่าเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ มีค่าเกิน 2.5% ขึ้นไป
2. เท่าเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนเท่ากัน หรือสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ไม่เกิน 2.5%
3. ต่ำกว่าเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนต่ำกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ แต่ไม่น้อยกว่า 2.5% ถือว่ายังมีประสิทธิภาพที่ยอมรับได้

2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายและประเภทของปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 12) กล่าวว่า ปัญหา หมายถึง สถานการณ์ที่บุคคลหรือกลุ่มบุคคลเผชิญและต้องการคำตอบ ซึ่งยังไม่รู้วิธีการของการได้คำตอบของปัญหาในทันที ต้องใช้ความรู้และวิธีการต่างๆ ที่มีอยู่ผสมผสานเป็นแนวทางหรือวิธีใหม่เพื่อใช้ในการหาคำตอบของปัญหา โดยแบ่งประเภทของปัญหาได้ ดังนี้

2.1.1 พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท (สมเดช บุญประจักษ์. 2543 : 2 ; อ้างอิงจาก Polya. 1957. *How to Solve It*. p. 23–29) คือ

2.1.1.1 ปัญหาให้ค้นคว้า เป็นปัญหาที่ค้นคว้าหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณหรือให้หาวิธีการและคำอธิบายในการให้เหตุผล

2.1.1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่ต้องการให้แสดงการให้เหตุผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ

2.1.2 พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท (สมเดช บุญประจักษ์. 2543 : 2 ; อ้างอิงจาก Reys, Suydam and Lindquist. 1992. *Helping Children Learn Mathematics*. p. 29) คือ

2.1.2.1 ปัญหาธรรมดา (routine problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้ประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหาที่มีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา เมื่อพบปัญหาสามารถแก้ปัญหาได้ในทันที

2.1.2.2 ปัญหาแปลกใหม่ (nonroutine problems) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนและผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยกับปัญหานั้น ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันจึงจะแก้ปัญหาได้

2.1.3 พิจารณาตามลักษณะของปัญหา แบ่งออกได้เป็น 3 ลักษณะ (สมเดช บุญประจักษ์. 2543 : 3 ; อ้างอิงจาก Bitter, Hatfield and Edwards. 1989. *Mathematics Method for the Elementary and Middle School*. p. 37) คือ

2.1.3.1 ปัญหาปลายเปิด (open-ended) เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ขึ้นอยู่กับสภาวะแวดล้อมและวิธีการแก้ปัญหา ปัญหาลักษณะนี้จะให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหา มากกว่าคำตอบ

2.1.3.2 ปัญหาให้ค้นพบ (discovery) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ต้องดำเนินการตามสถานการณ์หรือเหตุการณ์ที่กำหนด สืบค้นไปจนกระทั่งได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา มักเป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลากหลายวิธี

2.1.3.3 ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (guided discovery) เป็นปัญหาที่มีรายละเอียดของปัญหา เช่น มีคำชี้แนะ (clues) และคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาสามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามคำชี้แนะได้เลยโดยไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

2.1.4 พิจารณาตามเป้าหมายของการฝึก จำแนกประเภทของปัญหา (สมเดช บุญประจักษ์. 2543 : 3-5 ; อ้างอิงจาก Charles and Lester. 1982. *Teaching Problem Solving*. p. 6-10) ดังนี้

2.1.4.1 ปัญหาที่ใช้ฝึก (drill exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น

2.1.4.2 ปัญหาข้อความอย่างง่าย (simple translation problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบมาก่อน เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ มักเป็นปัญหาขั้นตอนเดียวที่มุ่งให้เกิดความเข้าใจในโมติทางคณิตศาสตร์ และพัฒนาความสามารถในการคิดคำนวณ

2.1.4.3 ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (complex translation problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอนหรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ

2.1.4.4 ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (process problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อยๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหา เน้นการพัฒนายุทธวิธีต่างๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจ มีการวางแผนแก้ปัญหาและประเมินผลคำตอบ

2.1.4.5 ปัญหาการประยุกต์ (applied problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบอาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การรวบรวม การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ จัดระบบ ประมวลผล และแปลผลเพื่อตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลนั้นๆ ปัญหาการประยุกต์เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้แก้ปัญหาได้ใช้ทักษะ กระบวนการ มโนคติ และข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหา โดยเฉพาะปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้ผู้แก้ปัญหาเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์

2.1.4.6 ปัญหาปริศนา (puzzle problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มองได้หลายแง่มุม ปัญหาปริศนามักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ผู้ที่มีทักษะในการแก้ปัญหาจะแก้ปัญหาลักษณะนี้ได้ดี

สำหรับงานวิจัยนี้ พิจารณาแบ่งปัญหาออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. ปัญหาธรรมดา คือ ปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหาที่มีความคุ้นเคยกับโครงสร้าง และวิธีแก้ปัญหานั้นอยู่แล้ว

2. ปัญหาแปลกใหม่ คือ ปัญหาที่มีความซับซ้อนมากกว่าปัญหาธรรมดา ผู้แก้ปัญหาจะต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน จึงจะแก้ปัญหาเหล่านั้นได้

2.2 ความหมายและความสำคัญของการแก้ปัญหา

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000 : 52) ได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาว่า การแก้ปัญหา คือ การทำงานที่ยังไม่รู้วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบในทันที ซึ่งการหาคำตอบนักเรียนต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปเข้าสู่กระบวนการแก้ปัญหาที่จะทำให้เกิดความรู้ใหม่ๆ การแก้ปัญหาไม่ได้มีเป้าหมายเพียงการหาคำตอบแต่อยู่ที่วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ นักเรียนควรได้ฝึกฝน ได้แก้ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้นและให้มีการสะท้อนความคิดในการแก้ปัญหาออกมาด้วย

ดอสเซย์ และคนอื่นๆ (Dossey and others. 2002 : 72) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาว่า การแก้ปัญหา คือ กระบวนการหาคำตอบให้คำถาม หรือการจัดการกับสถานการณ์ต่างๆ ปัญหาที่ยากและน่าเบื่อสำหรับคนหนึ่ง อาจจะเป็นปัญหารธรรมดาๆ สำหรับอีกคนหนึ่ง กระบวนการแก้ปัญหาจึงต้องใช้การสร้างองค์ความรู้ตามวิถีทางใหม่ๆ ที่แตกต่างจากเดิม ใช้หลักในการวางแผนหรือยุทธวิธีที่จะนำไปสู่เป้าหมายที่ต้องการ และเป็นการได้มาซึ่งความรู้ใหม่จากสถานการณ์นั้นๆ กระบวนการนี้อาจยุ่งยากซับซ้อนขึ้นเมื่อมีการขยายไปสร้างการเชื่อมโยง ซึ่งนักเรียนจะได้ประสบการณ์จากกระบวนการนี้ และสามารถพัฒนายุทธวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

กล่าวโดยสรุปสำหรับงานวิจัยนี้ การแก้ปัญหา คือ กระบวนการที่ต้องใช้ทั้งความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบให้กับปัญหา กระบวนการดังกล่าวมีการดำเนินการที่เป็นขั้นตอน และมีการใช้ยุทธวิธีเพื่อนำไปสู่ความสำเร็จ

2.3 กระบวนการแก้ปัญหา

กระบวนการแก้ปัญหาย่อมมีร่วมกันโดยทั่วไปคือ กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya. 1957 : XVI-XVII) ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ได้แก่

- 1.3.1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understand the problem)
- 1.3.2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา (Devise a plan)
- 1.3.3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา (Carry out the plan)
- 1.3.4 ขั้นตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ (Look back)

สำหรับงานวิจัยนี้ถือว่า กระบวนการแก้ปัญหาเป็นขั้นตอนการฝึกทักษะแก้ปัญหาที่สำคัญ ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้ดี และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

2.4 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

ยุทธวิธีเป็นแนวทางหรือกระบวนการที่จะนำมาใช้ในการหาคำตอบของปัญหา ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไม่ใช่แนวทางเฉพาะสำหรับปัญหาใดปัญหาหนึ่ง แต่จะเป็นการผสมผสานระหว่างขั้นตอนวิธีกับวิธีการต่างๆ ซึ่งจะได้จากการอ่าน การสำรวจ การคาดเดาและการวิเคราะห์จากขั้นตอนในการวางแผนแก้ปัญหา สิ่งที่ยากในการแก้ปัญหาก็คือ จะเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหานั้นๆ ได้อย่างไร ประสบการณ์ในการแก้ปัญหาจึงเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับนักแก้ปัญหา กล่าวคือ นักแก้ปัญหาก็ควรมียุทธวิธีในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งจะออกมาใช้ได้ทันที เมื่อพบปัญหาสามารถปรับเปลี่ยนยุทธวิธีที่เหมาะสมได้อย่างคล่องแคล่ว (สมเดช บุญประจักษ์. 2543 : 9)

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy and Tipps. 1997 : 11-23) ได้เสนอยุทธวิธีที่สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ได้แก่

2.4.1 การแสดงออก (Act it out) เป็นยุทธวิธีที่เหมาะสมกับเด็กเล็ก เป็นการแสดงออกในรูปแบบของละครหรือบทบาทสมมุติในเรื่องราวชีวิตจริงหรือสถานการณ์ที่จินตนาการขึ้น เช่น จำลองสถานการณ์การค้าขาย โดยสมมุติให้ห้องเรียนเป็นร้านค้า มีการซื้อขายอาหารและเครื่องใช้ต่างๆ หรือสมมุติห้องเรียนเป็นธนาคาร มีการฝากหรือถอนเงิน เป็นต้น

2.4.2 การหาและใช้แบบรูป (Look for and use a pattern) เป็นการนำความรู้ในคณิตศาสตร์มาค้นหาความสัมพันธ์ สร้างการเชื่อมโยงและทำเป็นกรณีทั่วไป เพื่อทำนายสิ่งที่จะเกิดขึ้นต่อไป เช่น การค้นหารูปที่จะเกิดขึ้นต่อไปของ ♣ ○ ♣ ○ ○ ♣ ○ ♣ ○ ○ ...

2.4.3 การสร้างแบบจำลอง (Make a model) เป็นการนำสิ่งของที่เป็นรูปธรรม เช่น หนังสือ ตุ๊กตาหมี ลูกพลาสติกต่างๆ มาเป็นแบบจำลองแทนของจริง เพื่อให้นำเข้าสู่บทเรียนสร้างความเข้าใจในโมเดลแก่นักเรียน

2.4.4 การเขียนแผนผังหรือภาพประกอบ (Draw a picture or diagram) เป็นการใช้ภาพหรือแผนภาพมาจัดทำรายละเอียดของปัญหา แล้วประยุกต์เข้ากับจำนวนและวิธีการทางคณิตศาสตร์ต่างๆ เช่น ใช้แผนภาพเวนโนในการแก้ปัญหาเรื่องเซต

2.4.5 การคาดเดาและตรวจสอบ (Guess and check) เป็นการใช้เหตุผลในการพิจารณาตัวเลือกต่างๆ นำมาทดสอบกับปัญหา แล้วทำการตัดตัวเลือกที่ไม่สอดคล้องกับปัญหาออกไป จนเหลือตัวเลือกที่สอดคล้องกับปัญหาเพียงเล็กน้อยหรือเพียงหนึ่งเดียว เช่น ปัญหา $20 \div \square - \square = 1$ ให้หาจำนวนเดียวกันมาใส่ใน $\square$ เพื่อให้สมการเป็นจริง ซึ่งต้องใช้ความพยายามสุ่มหาจำนวนมาแทน จนได้จำนวนที่สอดคล้องกับสมการดังกล่าว

2.4.6 แจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด (Account for all possibilities) เป็นการสืบเสาะหาคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา เช่น ในการเรียนเรื่องการบวก เด็กๆ สามารถหาจำนวนเต็มบวกที่รวมกันได้ 7 มาได้ทั้งหมด ในการเรียนรู้เรื่องเงิน สามารถจัดหมู่เหรียญชนิดต่างๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่รวมกันได้ 46 เซนต์ ในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ สามารถหาเซตของคู่อันดับที่เกิดจากผลคูณคาร์ทีเซียนได้

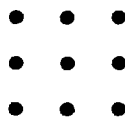
2.4.7 แก้ปัญหาที่ลดขนาดลง หรือแบ่งปัญหาออกเป็นส่วนๆ (Solve a simpler problem or break into parts) เป็นยุทธวิธีที่ใช้กับปัญหาที่มีจำนวนมีค่ามากและยุ่งยาก โดยเป็นการกำหนดจำนวนในปัญหาให้น้อยลง เพื่อสร้างความเข้าใจในการแก้ปัญหา เช่น เมื่อนักเรียนทำการหาร $347 \div 46$ เป็นการยากที่จะทำความเข้าใจว่า ทำไมเศษจากการหารจึงต้องน้อยกว่า 46 ดังนั้น จึงทำการศึกษากับจำนวนที่น้อยกว่าเสียก่อน เช่น $14 \div 7$, $15 \div 7$, $16 \div 7$, $17 \div 7$, $18 \div 7$, $19 \div 7$, $20 \div 7$ และ $21 \div 7$ ทำให้ทราบว่า เศษจากการหารไม่มีโอกาสเป็นไปได้ที่จะมากกว่าหรือเท่ากับตัวหาร เป็นต้น

2.4.8 การดำเนินการแบบย้อนกลับ (Work backward) เป็นการศึกษารายละเอียดของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มา และสิ่งที่โจทย์ให้หาให้ละเอียดถี่ถ้วน การดำเนินการกับข้อมูลที่โจทย์ให้มา มีการทำย้อนกลับเพื่อไปหถึงสิ่งที่โจทย์ถาม ปัญหาที่ใช้ยุทธวิธีนี้ เช่น เซนมีเงิน 20 ดอลลาร์ เมื่อไปถึงร้านขายของชำเขาซื้อไก่ 2.09 ดอลลาร์ ผักชี 0.79 ดอลลาร์ นม 1.39 ดอลลาร์ และขนมปัง 1 แถว เขาได้รับเงินทอน 13.96 ดอลลาร์ อยากทราบว่า ขนมปังราคาเท่าไร

2.4.9 เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ (Write a mathematical sentence) เป็นยุทธวิธีที่ช่วยให้นักเรียนได้สื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย โดยใช้ประโยคสัญลักษณ์ เช่น $4 + 5 = 9$ ใช้แทนประโยคที่ว่า นาตาสามีผลไม้ที่ผล เมื่อเธอมีแอปเปิล 4 ผล และส้ม 5 ผล

2.4.10 สร้างตารางและ/หรือกราฟ (Make a table and/or a graph) เป็นการใช้อยู่ตารางและกราฟในการจัดการข้อมูลให้เป็นระบบเพื่อใช้แสดงรายละเอียดต่างๆ ช่วยแก้ปัญหาและรายงานข้อมูลต่างๆ

2.4.11 เปลี่ยนมุมมองของปัญหา (Change your point of view) เป็นการเปลี่ยนวิธีคิดในการมองปัญหา ในบางปัญหาอาจต้องใช้วิธีคิดที่ฉีกแนวไปจากเดิม ปัญหาที่ใช้ยุทธวิธีนี้ เช่น ให้ลากเส้นตรง 4 เส้น ให้ผ่านจุดทั้ง 9 จุด (ดังรูป) ในขั้นต้นหากความคิดจำกัดอยู่กับการลากเส้นตรงให้อยู่เฉพาะภายในจุดทั้ง 9 ก็จะไม่สามารถทำได้ แต่ถ้าเปลี่ยนมุมมองในการลากเส้นตรงให้ยาวออกนอกจุดทั้ง 9 บ้าง ก็จะสามารถแก้ปัญหาได้



สำหรับงานวิจัยนี้ ยุทธวิธีมีส่วนสำคัญในการผลักดันการดำเนินการแก้ปัญหาให้ประสบความสำเร็จ หากเป็นยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหานั้นๆ ปัญหาหนึ่งๆอาจเลือกใช้ยุทธวิธีได้หลากหลาย ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับประสบการณ์และความสามารถของผู้แก้ปัญหาที่จะเลือกนำมาใช้ หรือคิดค้นพัฒนาขึ้นมาใช้เอง

2.5 มาตรฐานการแก้ปัญหา

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000 : 52–55) ได้กำหนดมาตรฐานการแก้ปัญหา ดังนี้

โปรแกรมการสอนตั้งแต่ชั้นอนุบาลถึงเกรด 12 มุ่งให้นักเรียนสามารถ

- สร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ๆโดยใช้การแก้ปัญหา
- แก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่นๆ
- ประยุกต์และปรับปรุงยุทธวิธีที่หลากหลายมาใช้แก้ปัญหา
- ตรวจสอบและสะท้อนความคิดในกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.5.1 สร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ๆโดยใช้การแก้ปัญหา

การแก้ปัญหาช่วยในการเรียนคณิตศาสตร์ ปัญหาที่ดีช่วยให้เกิดความเข้าใจในเนื้อหาที่ชัดเจนขึ้นและช่วยขยายความรู้เดิมออกไปซึ่งมีส่วนส่งเสริมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้มาก การสร้างมโนคติของคณิตศาสตร์ในนักเรียนระดับเด็กเล็กส่วนใหญ่ใช้ปัญหาที่มาจากสิ่งรอบตัว ตัวอย่างเช่น นักเรียนเกรด 2 ต้องการทราบว่าในห้องเรียนเกรด 2/4 เด็กผู้ชายหรือเด็กผู้หญิงฝ่ายไหนมีจำนวนที่มากกว่ากัน การแก้ปัญหานี้นักเรียนจะได้เรียนรู้การรวบรวมรายละเอียดต่างๆ จดบันทึกข้อมูล และรู้จักการบวกจำนวนหลายจำนวน ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นสร้างมโนคติเรื่องสัดส่วนจากส่วนผสมของน้ำฟุ้ง ระหว่างน้ำกับน้ำตาลไม้ ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายหลายๆเรื่องสามารถนำมาเป็นปัญหาได้ทั้งจากในคณิตศาสตร์และประยุกต์จากสิ่งที่อยู่รอบตัว

การแก้ปัญหาช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะต่างๆ พิจารณาจากปัญหาต่อไปนี้ “ฉันมีเหรียญเพนนี ไดม์ และนิเกิลในกระเป๋า ถ้าฉันหยิบออกมา 3 เหรียญอยากทราบว่าจะเป็นเงินเท่าไร”

ความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหานี้ ได้แก่ค่าของเงินเพนนี ไดม์ และนิเกิล และมีความเข้าใจในเรื่องของการบวก ซึ่งปัญหานี้สามารถใช้ฝึกทักษะการบวกได้เป็นอย่างดี แต่เป้าหมายสำคัญอยู่ที่วิธีการคิดและการสร้างองค์ความรู้ ปัญหานี้ใช้ได้โดยไม่จำเป็นต้องรอจนนักเรียนมีความสามารถในการบวกได้อย่างคล่องแคล่วแล้ว

บทบาทของครูคือเลือกปัญหาที่มีคุณค่า ให้งานที่จำเป็นและมีการวิเคราะห์ปรับปรุงปัญหา อยู่เสมอ พยายามให้นักเรียนนำความรู้ออกมาใช้แก้ปัญหาที่งานนั้น สิ่งนี้นักเรียนเกิดความรู้สึกในปัญหา ทำให้ครูสามารถตัดสินได้ว่าปัญหานั้นจะช่วยนำไปสู่เป้าหมายการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้หรือไม่ มีปัญหา จำนวนมากที่น่าสนใจและสนุกแต่อาจจะไม่ช่วยพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน การเลือก ปัญหาอย่างมีรูปแบบ รู้จักใช้และปรับปรุงปัญหาให้เข้ากับเครื่องมือที่มีอยู่ เป็นสิ่งที่ยากแต่ท้าทายสำหรับการสอนคณิตศาสตร์

2.5.2 แก่ปัญหาที่เกิดขึ้นในคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่นๆ

คนที่มองโลกเป็นคณิตศาสตร์มักทำงานแบบคณิตศาสตร์ นักแก้ปัญหาที่ดีจะวิเคราะห์ สถานการณ์ต่างๆ ด้วยความรอบคอบในแบบของคณิตศาสตร์ซึ่งมักเป็นปัญหาที่มาจากสถานการณ์ต่างๆ ที่พบ เห็นกันเสมอ สิ่งแรกคือควรพยายามทำสิ่งที่ง่ายกว่าให้สำเร็จก่อนแล้วจึงไปพยายามทำในสิ่งที่ซับซ้อนขึ้น เป็นการฝึกการวิเคราะห์ ตัวอย่างเช่น งานของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่เสนอข้อมูลของบริษัท ผู้ให้บริการรถพยาบาล 2 บริษัทและมีคำถามว่าบริษัทใดมีความน่าเชื่อถือมากกว่ากัน คำตอบแรกได้อย่าง รวดเร็วคือให้ดูที่เวลาเฉลี่ยที่ลูกค้าเสียเวลารอคอยจากการทำงานผิดพลาด แต่เมื่อให้เวลาวิเคราะห์ต่อไป จะได้ความเห็นว่าควรไปดูที่การกำหนดระยะเวลาในการตอบสนองต่อลูกค้า กับการทำงานที่เห็นผลแตกต่าง จากบริษัทคู่แข่ง ตลอดจนการเรียนครูช่วยให้นักเรียนได้สร้างสิ่งนี้โดยตั้งคำถามที่ให้นักเรียนค้นหาคณิตศาสตร์ ในชีวิตจริงเพื่อสร้างเสริมประสบการณ์โดยกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจด้วยปัญหาที่ท้าทาย

การตั้งคำถามที่เป็นธรรมชาติของเด็ก ได้แก่ “ฉันสงสัยว่าจะใช้เวลานานเท่าไรฉันจึงจะนับ จำนวนได้ถึงหนึ่งล้าน” “ในคืนนี้สามารถนำโชดการกระป๋องมาเก็บไว้ได้มากเท่าไร” ครูและผู้ปกครองสามารถ ช่วยนักเรียนโดยสร้างปัญหาที่มาจากสิ่งที่อยู่รอบตัว ครูสามารถแสดงบทบาทสำคัญในการพัฒนาทักษะการ แก่ปัญหาของนักเรียนโดยจัดบรรยากาศในห้องเรียน เริ่มตั้งแต่ชั้นอนุบาลส่งเสริมให้นักเรียนได้สำรวจ ลองผิดลองถูกกับปัญหา ให้ได้รู้จักทั้งความล้มเหลวและความสำเร็จ และรู้จักตั้งคำถาม การจัดบรรยากาศ การเรียนการสอนที่ดีทำให้นักเรียนเกิดความมั่นใจเมื่อพบปัญหา สมควรใจที่จะเผชิญหน้าและสำรวจปัญหา ขอบที่จะตั้งคำถาม และไม่ย่อท้อต่อปัญหาที่ท้าทาย

2.5.3 ประยุกต์และปรับปรุงยุทธวิธีที่หลากหลายมาใช้แก้ปัญหา

มีคำอธิบายเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหามากมาย หนึ่งในนั้นคือยุทธวิธีของโพลยา ได้แก่ ยุทธวิธีในการใช้แผนภาพ (Using diagrams) สร้างแบบรูป (Looking for patterns) แจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด (Listing all possibilities) ทาค่าหรือกรณีพิเศษ (Trying special values or cases) การดำเนินการแบบย้อนกลับ (Working backward) การคาดเดาและการตรวจสอบ (Guessing and checking) สร้าง ปัญหาลักษณะเดียวกัน (Creating an equivalent problem) และสร้างปัญหาที่ลดขนาดของจำนวนลง (Creating a simpler problem) โดยคำถามที่มักจะพบคือ ยุทธวิธีเหล่านี้จะสอนอย่างไรถึงจะได้รับความสนใจ จากนักเรียนและสามารถนำไปบูรณาการกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ได้อย่างไร ในระดับชั้นเด็กเล็กครูสามารถ ช่วยเด็กแสดงวิธี จัดประเภทและเปรียบเทียบยุทธวิธีต่างๆ โดยยุทธวิธีจะต้องผนวกอยู่กับมาตรฐานด้าน เนื้อหาของหลักสูตร เมื่อนักเรียนเรียนมาถึงระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นควรเกิดทักษะที่จะนึกถึงยุทธวิธีที่ เหมาะสมในการนำมาใช้ และตัดสินได้ว่าจะใช้เมื่อไรและจะใช้อย่างไร ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายควร เข้าถึงยุทธวิธีต่างๆ ด้วยการสามารถตัดสินได้ว่ายุทธวิธีไหนสามารถนำมาใช้กับปัญหาแบบใด และสามารถ ปรับปรุงและคิดค้นยุทธวิธีขึ้นใช้เองได้

ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์หลังสุดที่เด็กเล็กได้รับคือแก้ปัญหา ยุทธวิธีต่างๆจำเป็นสำหรับปัญหาอันหลากหลาย นักเรียนจะรู้ยุทธวิธีเมื่อจะต้องใช้ การทำงานกับปัญหาในระหว่างทำกิจกรรม ครูควรสอนให้นักเรียนรู้จักตั้งข้อสังเกต ตัวอย่างเช่น หลังจากได้อภิปรายแลกเปลี่ยนคำตอบและวิธีการได้มาซึ่งคำตอบแล้วผู้สอนอาจจะพูดถึงยุทธวิธีโดยบอกว่า “มีรูปแบบของยุทธวิธีในการหาคำตอบซึ่งเหมือนกับสิ่งที่เรากำลังทำอยู่ มีใครแก้ปัญหาด้วยวิธีอื่นอีกไหม” สิ่งนี้ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาการใช้ภาษา และทักษะการนำเสนอ และช่วยให้นักเรียนอื่นๆเข้าใจในความคิดและสิ่งที่เพื่อนผู้อภิปรายกำลังกระทำ ไม่มีการใช้ยุทธวิธีใดตายตัวมีแต่จะปรับปรุงให้ดีขึ้น และเปลี่ยนแปลงแก้ไขเพื่อที่สามารถนำไปใช้ในสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อนยิ่งขึ้นได้

2.5.4 ตรวจสอบและสะท้อนความคิดในกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพจะรู้จักตรวจสอบและปรับปรุงสิ่งที่ทำอยู่ ต้องแน่ใจว่าเข้าใจปัญหาเป็นอย่างดี ปัญหาที่เป็นข้อเขียนต้องอ่านอย่างละเอียดถี่ถ้วน ถ้าปัญหาถูกถามด้วยปากเปล่าจะต้องตั้งใจฟังคำถามจนเกิดความเข้าใจ นักแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพต้องมีการวางแผนสม่ำเสมอ แสดงความก้าวหน้าให้เห็นเป็นระยะๆตามแนวทางที่ถูกต้อง ถ้าต้องตัดสินใจบางอย่างจะหยุดเพื่อพิจารณาทางเลือกและไม่วิธีที่จะหาวิธีอื่นควบคู่ไปด้วย งานวิจัยชี้ว่าความล้มเหลวในการแก้ปัญหาของนักเรียนไม่ได้เกิดจากการขาดความรู้ แต่เกิดจากการขาดประสิทธิภาพในการนำความรู้ไปใช้

นักแก้ปัญหาที่ดีรู้ว่าพวกเขากำลังกระทำอะไร มีการตรวจสอบและประเมินความก้าวหน้าของตนเองหรือปรับยุทธวิธีขณะพบกับปัญหา การสะท้อนความคิดในการแก้ปัญหาเป็นการสร้างบรรยากาศการเรียนการสอนที่ได้อย่างหนึ่ง ครูมีบทบาทสำคัญที่จะพัฒนานิสัยละเอียดรอบคอบให้กับผู้เรียนด้วยคำถาม เช่น “ก่อนที่จะทำต่อ เราแน่ใจหรือไม่ว่าได้เข้าใจโจทย์ดีแล้ว” “ทางเลือกของเราคืออะไร” “เราได้วางแผนหรือไม่” “เราได้แสดงหรือพิจารณาสิ่งใดทำลงไปอีกครั้งหรือไม่” “ทำไมเราคิดว่ามันถูก” คำถามเช่นนี้ช่วยฝึกนิสัยของนักเรียนให้มีการตรวจสอบเมื่อต้องไปแก้ปัญหาตามลำพัง การสร้างนิสัยนี้ควรเริ่มตั้งแต่ชั้นเล็กๆ ครูจัดบรรยากาศการเรียนการสอนให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในการตรวจสอบ ซึ่งนักเรียนสามารถเรียนรู้ได้จากการทำงานเพื่อจะได้รู้จักปรับตัวเท่าที่จำเป็นเมื่อต้องทำการแก้ปัญหา

กล่าวโดยสรุป การเรียนการสอนตามมาตรฐานการแก้ปัญหาของ NCTM ใช้สถานการณ์หรือปัญหาที่มีคุณค่าในการช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้ชัดเจนขึ้น นำไปสู่การสร้างความรู้ใหม่ สามารถนำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันและในวิชาอื่นๆ รู้จักเลือกใช้ยุทธวิธี และปรับปรุงเปลี่ยนแปลงให้เข้ากับปัญหาที่แก้ และสร้างความรอบคอบในการแก้ปัญหาด้วยการตรวจสอบสิ่งที่ทำ และสามารถอธิบายสิ่งที่คิดออกมาได้

๒.๖ การพัฒนาทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหา

กรมวิชาการ (2544 : 191-195) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหาได้ ผู้สอนต้องให้โอกาสผู้เรียนได้ฝึกคิดด้วยตนเองให้มาก โดยจัดสถานการณ์หรือปัญหาหรือเกมที่ น่าสนใจ ทำท่าย่อยยากคิด เริ่มด้วยปัญหาที่เหมาะสมกับศักยภาพของผู้เรียนแต่ละคนหรือผู้เรียนแต่ละกลุ่ม โดยอาจเริ่มด้วยปัญหาที่ผู้เรียนสามารถรู้ที่เรียนมาแล้วมาประยุกต์ก่อน ต่อจากนั้นจึงเพิ่มสถานการณ์หรือปัญหาที่แตกต่างจากที่เคยพบมา สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถสูงผู้สอนควรเพิ่มปัญหาที่ยากซึ่งต้องใช้ความรู้ที่ซับซ้อนหรือมากกว่าที่กำหนดไว้ในหลักสูตรให้นักเรียนได้ฝึกคิดด้วย

ในการเริ่มต้นพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะในกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนจะต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอนก่อน แล้วจึงฝึกทักษะในการแก้ปัญหา ซึ่งกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนนี้ ยังอาศัยทักษะอื่นๆ ประกอบด้วย

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญและจำเป็นอีกหลายประการ เช่น ทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมายทางภาษา ซึ่งผู้เรียนควรแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ และโจทย์ต้องการให้หาอะไร หรือพิสูจน์ข้อความใด

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้หลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรูมาแล้ว ทักษะในการเลือกใช้ทฤษฎีที่เหมาะสม เช่น เลือกใช้การเขียนรูปหรือแผนภาพ ตาราง การสังเกตหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ เป็นต้น ในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า การคาดเดา หรือคาดเดาคำตอบมาประกอบด้วย ผู้สอนจะต้องหาวิธีฝึกวิเคราะห์แนวคิดในขั้นนี้ให้มาก

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ หรือมองย้อนกลับ ต้องอาศัยทักษะในการคำนวณ การประมาณค่าตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่ทำได้โดยอาศัยความรู้สึกเชิงจำนวน (number sense) หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ (spatial sense) ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์หรือปัญหา

การจัดการเรียนรู้ที่ใช้กระบวนการแก้ปัญหาดังกล่าวนี้ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้อย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยกำหนดประเด็นคำถามนำให้คิดและหาคำตอบเป็นลำดับเรื่อยไปจนผู้เรียนสามารถหาคำตอบได้ หลังจากนั้นในปัญหาต่อไป ผู้สอนจึงค่อยๆ ลดประเด็นคำถามลงจนสุดท้ายเมื่อเห็นว่าผู้เรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาเพียงพอแล้วก็ไม่จำเป็นต้องให้ประเด็นคำถามชี้นำก็ได้

ในการจัดให้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอนนี้ เมื่อผู้เรียนเข้าใจกระบวนการแล้ว การพัฒนาให้มีทักษะ ผู้สอนควรเน้นฝึกการวิเคราะห์แนวคิดอย่างหลากหลายในขั้นวางแผนแก้ปัญหาให้มาก เพราะเป็นขั้นตอนที่มีความสำคัญและยากสำหรับผู้เรียน

ตัวอย่างการแก้ปัญหา เช่น กำหนดสถานการณ์ปัญหา "ไก่กับกระต่าย" ดังนี้

พ่อของนิตยาเลี้ยงไก่กับกระต่ายไว้จำนวนหนึ่ง ปกติพ่อจะแยกเลี้ยงไก่ไว้ในเล้าและเลี้ยงกระต่ายไว้ในกรง วันหนึ่งพ่อปล่อยให้ไก่กับกระต่ายออกมาวิ่งเล่นในทุ่งหญ้าหลังบ้าน นิตยาออกมาเดินเล่นเห็นเข้าจึงเข้าไปถามพ่อ

นิตยา : คุณพ่อเลี้ยงไก่กับกระต่ายไว้อย่างละกี่ตัวคะ

พ่อ : ถ้าลูกอยากรู้ต้องหาคำตอบเองนะ พ่อรู้ว่านับไก่กับกระต่ายรวมกันได้ 30 ตัว ถ้านับขาไก่กับกระต่ายรวมกัน จะได้ 86 ขา

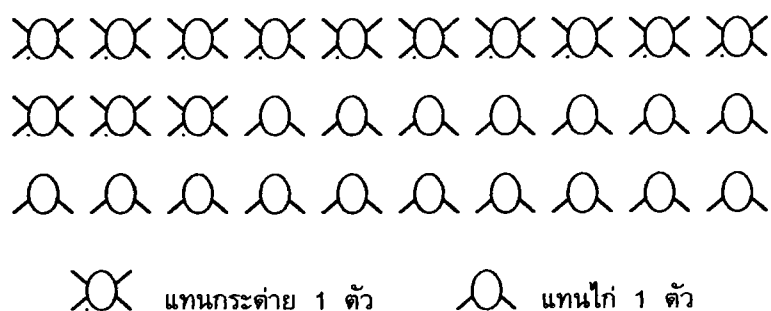
นิตยา : ไม่ยากเลยคะคุณพ่อ หนูหาคำตอบได้

ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนแต่ละคนหาคำตอบด้วยแนวคิดของตัวเอง หรืออาจจัดเป็นกิจกรรมกลุ่มให้ผู้เรียนช่วยกันคิดหาคำตอบก็ได้ ซึ่งปัญหานี้ผู้เรียนสามารถหาคำตอบได้โดยวิธีต่างกัน เช่น

วิธีที่ 1 : ใช้แผนภาพ ดังแสดงในภาพประกอบ 1 (กรมวิชาการ. 2544 : 193)

1. เริ่มด้วยการวาดภาพ 30 ภาพ แทนตัวของสัตว์ทั้งหมด

2. สมมุติว่าสัตว์ทุกตัวเป็นไก่โดยเขียนขาของทุกตัวเป็น 2 ขา แล้ววาดขาเพิ่มไปที่รูปแทนกระต่ายจนจำนวนขาครบตามที่กำหนด



ภาพประกอบ 1 แสดงการใช้แผนภาพในการหาคำตอบ

คำตอบ คือ มีกระต่าย 13 ตัว และไก่ 17 ตัว

วิธีที่ 2 : ใช้ตารางช่วยในการวิเคราะห์ ดังแสดงในภาพประกอบ 2 (กรมวิชาการ. 2544 : 194)

1. กำหนดจำนวนไก่ และกระต่ายรวมกันเป็น 30 ตัวก่อน
2. ค่อยๆ ลดหรือเพิ่มจำนวนตัวให้สอดคล้องกับจำนวนขาที่กำหนด

	จำนวนกระต่าย (ตัว)	จำนวนขาของ กระต่าย	จำนวนไก่ (ตัว)	จำนวนขาของ ไก่	จำนวนขา ทั้งหมด
	1	4	29	58	62
ข้ามชั้น	5	20	25	50	70
ข้ามชั้น	10	40	20	40	80
	11	44	19	38	82
	12	48	18	36	84
	13	52	17	34	86

↓
ได้จำนวนขาเท่ากับที่โจทย์กำหนด

ภาพประกอบ 2 แสดงการใช้ตารางในการหาคำตอบ

คำตอบ คือ มีกระต่าย 13 ตัว และไก่ 17 ตัว

จะสังเกตเห็นว่า ตามวิธีที่ 2 ผู้เรียนเริ่มต้นด้วยการจับคู่กระต่าย 1 ตัว และไก่ 29 ตัวก่อน แล้วหาจำนวนขาของสัตว์ทั้งหมด สังเกตผลลัพธ์ ใช้ทักษะการคาดเดา และการวิเคราะห์คำตอบโดยข้ามขั้นตอนบางขั้นตอน จนกระทั่งได้คำตอบตามต้องการ

วิธีที่ 3 : ใช้สมการ

สมมติให้มีไก่ออยู่ x ตัว

จะมีกระต่าย $30 - x$ ตัว

จะได้จำนวนขาของไก่ $2x$ ขา

และจำนวนขาของกระต่าย $4(30 - x)$ ขา

ปัญหาได้กำหนดให้จำนวนขาของไก่และกระต่ายรวมกัน 86 ขา

เขียนสมการและแก้สมการได้ดังนี้

$$\begin{array}{rcl}
 2x + 4(30 - x) & = & 86 \\
 2x + 120 - 4x & = & 86 \\
 -2x & = & 86 - 120 \\
 x & = & \frac{-34}{-2} \\
 x & = & 17
 \end{array}$$

คำตอบคือ มีไก่ 17 ตัว และกระต่าย 13 ตัว

จากสถานการณ์ปัญหา “ไก่และกระต่าย” ที่ให้เป็นตัวอย่างข้างต้นนี้ ผู้เรียนอาจแสดงแนวคิดที่แตกต่างจากนี้ได้อีก ผู้สอนจะต้องใช้ดุลพินิจพิจารณาวิธีการต่างๆ ที่ผู้เรียนแสดงแนวคิด โดยกล่าวชมเชยส่งเสริมแนวคิดนั้น ซึ่งข้อบกพร่อง ตลอดจนอธิบายและให้ความรู้เพิ่มเติม

ขั้นตอนที่สำคัญอีกขั้นตอนหนึ่งที่ผู้สอนจะต้องเน้นอยู่เสมอคือ ขั้นตอนการตรวจสอบคำตอบที่ ต้องคำนวณจำนวนขาของไก่และขาของกระต่ายจากจำนวนตัวที่ผู้เรียนหาได้ว่าสอดคล้องกับที่โจทย์หรือ ปัญหาที่กำหนดให้หรือไม่ ดังนี้

ไก่ 17 ตัว มี 34 ขา

กระต่าย 13 ตัว มี 52 ขา

รวมจำนวนตัวได้ 30 ตัว และจำนวนขาได้ 86 ขา ซึ่งสอดคล้องกับข้อกำหนดของปัญหา

กล่าวโดยสรุป สำหรับงานวิจัยนี้ การจะพัฒนาให้นักเรียนเกิดความสามารถในการแก้ปัญหา ครู ต้องจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจ ทำท่ายให้อยากคิด และเหมาะสมกับศักยภาพของนักเรียน และ ให้ดำเนินการตามกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนดังกล่าว

2.7 แนวทางการจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาในเกรด 9-12

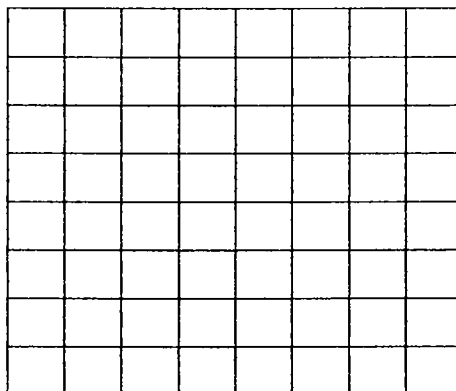
สมาคมครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000 : 334-337) กล่าวว่า การแก้ปัญหาใน หลักสูตรเกรด 9-12 มีสองบทบาท บทบาทหนึ่งการแก้ปัญหาเป็นการเลือกใช้ยุทธวิธี และสร้างองค์ความรู้ ซึ่งจะนำไปใช้ในการเรียนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ (ได้จากการเรียนการสอนเรื่อง การนับจำนวนรูปสี่เหลี่ยม มุมฉากที่จะกล่าวต่อไป) ในการออกแบบปัญหา ครูควรใช้ปัญหาที่ทำให้นักเรียนได้แนวคิดที่สำคัญนำไปสู่ ความเข้าใจที่ลึกซึ้งขึ้น มโนคติทางคณิตศาสตร์หรือรูปแบบกรณีทั่วไปส่วนใหญ่ได้มาจากการใช้สถานการณ์ ปัญหาที่ช่วยให้นักเรียนได้เห็นแนวคิดในแง่ที่จะนำไปสร้างกรณีทั่วไป ตัวอย่างเช่น แทนที่จะเริ่มต้น พิจารณาหาปริมาตรของรูปทรงกลมโดยบอกสูตร หรือเทคนิคการคำนวณหาปริมาตรกับนักเรียน ครูอาจจะ เริ่มตั้งคำถามว่า “เราจะหาปริมาตรของทรงกลมรัศมี 10 เซนติเมตรได้อย่างไร” ขณะที่นักเรียนพิจารณาหา วิธีการที่เป็นไปได้ ก็จะรู้สึกได้ว่ามีสิ่งที่แตกต่างอยู่ในคำถามนั้น

ส่วนอีกบทบาทหนึ่งการแก้ปัญหาเป็นเป้าหมายหลักของคณิตศาสตร์ในเกรด 9-12 คือ ให้ความรู้ และเครื่องมือที่จะทำให้นักเรียนสามารถใช้หลักการ วิธีการ และสามารถแก้ปัญหาจากสิ่งที่เคยเรียนมา นักเรียนควรได้พัฒนาความรู้ในเรื่องของยุทธวิธีการแก้ปัญหา (ยุทธวิธีอิวิริสติก) ให้กว้างขวาง ควรใช้ หลักการต่างๆ และรู้จักคิดแปลงปัญหา เพราะปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงไม่ได้มีรูปแบบเฉพาะที่ตายตัว ประสบการณ์จากปัญหาที่คล้ายกันและพูดคุยแลกเปลี่ยนความรู้ แล้วนำความรู้ที่ได้ไปใช้หาคำตอบ

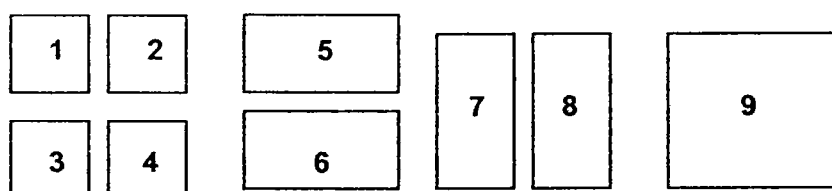
การเรียนการสอนควรใช้ปัญหา ทารายละเอียดเพิ่มเติมซึ่งอาจรวบรวมมาจากแหล่งต่างๆ ซึ่งรายละเอียดที่ได้จะต้องสามารถนำไปสู่ความสำเร็จในการแก้ปัญหา

ปัญหาต่อไปนี้มีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนได้สร้างความรู้ในกระบวนการแก้ปัญหา เรียนรู้และรู้จักใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา และรู้จักการเชื่อมโยงวิธีคิดที่หลากหลายในเนื้อหาเดียวกัน

มีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่รูปบนกระดานตารางหมากรุก 8×8 (รวมรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสด้วย) ตัวอย่าง เช่น มีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 9 รูปบนตาราง 2×2 ดังแสดงในภาพประกอบ 4 (NCTM. 2000 : 334)



ภาพประกอบ 3 กระดานตารางหมากรุก 8×8



ภาพประกอบ 4 สี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งหมดในตาราง 2×2

ที่เห็นกันบ่อยๆคือนักเรียนพยายามนับจำนวนรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกันตรงๆ ซึ่งมักเกิดผิดพลาดได้ง่ายเมื่อมีการนับซ้ำรูปที่ถูกนับไปแล้ว ทำให้เกิดความคิดว่าควรหาวิธีการที่เป็นระบบมาหาจำนวนรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก นักเรียนบางคนอาจหาวิธีทางโดยใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหา “แบ่งเป็นปัญหาย่อยๆ” โดยนับจำนวนสี่เหลี่ยมมุมฉากจากตารางที่เล็กกว่าก่อน เช่น จากตาราง 3×3 และ 4×4 เพื่อค้นหาแบบรูป ผลจากการหาจำนวนรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากจากตาราง 1×1 , 2×2 , 3×3 และ 4×4 คือ 1, 9, 36 และ 100 รูปตามลำดับ ผลลัพธ์นี้นำไปสู่การค้นพบแบบรูปของจำนวนรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากของตาราง $n \times n$ คือ $(1 + 2 + \dots + n)^2$ ส่วนนักเรียนบางคนพยายามหารูปแบบกรณีทั่วไปโดยเริ่มต้นลองที่ $n \times n$ แล้วเพิ่มเป็น $(n + 1) \times (n + 1)$ แต่เมื่อดูแล้วเห็นว่าแนวทางนี้ไม่น่าจะเป็นไปได้ จึงต้องย้อนกลับมาหาแนวทางใหม่ การเรียนรู้ที่เกิดจากการแก้ปัญหาจึงได้แนวคิดที่ว่า ไม่ใช่ทุกวิธีการแก้ปัญหาที่ประสบความสำเร็จทั้งหมด บางแนวทางอาจต้องเลือกตัดทิ้งไปบ้าง

ยุทธวิธีการแก้ปัญหา “แบ่งเป็นปัญหาย่อยๆ” นอกจากแบ่งปัญหาเป็นตารางจัตุรัสย่อยๆแล้ว นักเรียนบางคนมองไปที่การนับจำนวนสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยเริ่มจากตาราง 1×8 ก่อน ได้จำนวนสี่เหลี่ยมมุมฉาก $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8$ รูป เมื่อพิจารณาตาราง 2×8 พบว่า แถวบนของตารางมีจำนวน

สี่เหลี่ยมมุมฉากเช่นเดียวกับตาราง 1×8 และในแถวที่ 2 สิ่งที่จะต้องพิจารณาเพิ่มเติม คือ จำนวนสี่เหลี่ยมมุมฉากที่เกิดจากทั้งสองแถว ยุทธวิธีนี้นำไปใช้ต่อไปกับตาราง 3×8 และมากขึ้น นักเรียนจะเห็นคุณค่าของยุทธวิธีว่านำไปสู่การหารูปแบบกรณีทั่วไปได้ ครูอาจซักถามพูดคุยและให้นักเรียนแสดงยุทธวิธีที่ใช้เพื่อให้มั่นใจว่าสมเหตุสมผล เมื่อนักเรียนได้แบบรูปแล้วก็จะได้ทำการพิสูจน์เชิงเรขาคณิตต่อไป

ยุทธวิธีการแก้ปัญหาอื่นที่สามารถนำมาใช้พิสูจน์ นักเรียนบางคนอาจสังเกตว่า ตาราง 8×8 มีวิธีสร้างสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยตามแนวนอนมีจำนวนเส้นตรง 9 เส้น ถูกเลือกมาเพื่อสร้างสี่เหลี่ยมมุมฉาก 2 เส้น จำนวนวิธีทำงาน $\binom{9}{2}$ วิธี เช่นเดียวกับแนวตั้งจำนวนวิธีทำงาน $\binom{9}{2}$ วิธี ดังนั้นจำนวนสี่เหลี่ยมมุมฉากในตาราง 8×8 จึงมีทั้งสิ้น $\binom{9}{2} \cdot \binom{9}{2}$ รูป วิธีนี้นำไปสู่รูปแบบกรณีทั่วไปได้ว่า มีจำนวนสี่เหลี่ยมมุมฉาก $\binom{n+1}{2} \binom{m+1}{2}$ ในตาราง $n \times m$ ปัญหาช่วยฝึกเทคนิคการนับและเป็นการแสดงศักยภาพในตัวนักเรียน รู้จักสร้างองค์ความรู้มาใช้ในการแก้ปัญหา อย่างไรก็ดี กิจกรรมในชั้นเรียนอาจยังไม่จบเพียงเท่านี้ ครูอาจขยายปัญหาที่ใช้หลักการเดียวกันนี้ต่อไปอีก

ส่วนบทบาทของครูในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาในเกรด 9–12 นั้น เนื่องจากการแก้ปัญหาที่ประสบความสำเร็จต้องใช้ทั้งความรู้ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และความรู้ในยุทธวิธีการแก้ปัญหา รู้จักตรวจสอบด้วยตนเอง มีความสามารถในการตั้งปัญหาและแก้ปัญหา การสอนการแก้ปัญหาต้องให้ทั้งความรู้และทำให้นักเรียนเกิดทัศนคติที่ดีต่อการเรียน ดังนั้นครูจะต้องวางแผนสร้างปัญหาให้นักเรียนเรียนรู้เนื้อหาที่สำคัญ รู้จักสำรวจและใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา วางแผนบทเรียนที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดใหม่ๆ ในขณะแก้ปัญหา สังเกตหรือสำรวจข้อผิดพลาดใหม่ๆ ซึ่งนำไปสู่การสร้างรูปแบบกรณีทั่วไปที่สมเหตุสมผล ติดตามและแก้ไขทัศนคติของนักเรียนเพื่อให้เกิดความคิดใหม่ๆ อาจจะต้องยอมรับว่ามีบางที่ไม่บรรลุผล จึงเป็นงานยากที่ครูต้องสร้างบรรยากาศในการเรียนให้นักเรียนสมัครใจหรือเต็มใจที่จะทำงาน สรุปเป็นประเด็นสำคัญคือ การสอนกิจกรรมการแก้ปัญหา ครูที่จะสอนการแก้ปัญหาได้ดีต้องมีความรู้และการจัดการเช่นเดียวกับนักแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ

กล่าวโดยสรุป แนวทางจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหของ NCTM ในเกรด 9–12 เน้นการให้ครูออกแบบ และวางแผนสร้างสถานการณ์หรือปัญหาเพื่อให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ในการสำรวจปัญหา และรู้จักใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา เกิดการเรียนรู้และนำไปสู่ความเข้าใจในเนื้อหา และมโนคติในเรื่องนั้นๆ

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.1 งานวิจัยในต่างประเทศ

ฮอปคินส์ (Hopkins. 1985 : 2790-A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษารูปแบบของห้องเรียนที่ส่งผลต่อทักษะการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบของห้องเรียนที่ส่งผลต่อทักษะการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนจะต้องเป็นห้องเรียนที่มีข่าวสารน่าสนใจ นักเรียนได้อ่านและวิเคราะห์ข่าวสารอยู่เสมอ มีภาพอุปกรณ์หรือสัญลักษณ์ที่เอ่ยกล่าวจากข่าวสารนั้นๆ และนักเรียนมีโอกาสดแสดงความคิดเห็นของตนเองอย่างอิสระ เมื่อได้พบเห็นสิ่งเหล่านั้น จึงส่งผลต่อทักษะการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน

ฮาร์ท (Hart. 1993 : 169–170) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการแก้ปัญหา โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือในกลุ่มย่อย พบว่าองค์ประกอบที่ช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ดีมี 3 ประการ คือ

1. ความร่วมมือกันในกลุ่ม
2. ความช่วยเหลือกันในกลุ่ม
3. บรรทัดฐานทางสังคม (Social norms) ในกลุ่มย่อย

นอกจากนี้ ฮาร์ทยังพบว่า องค์ประกอบที่ขัดขวางพฤติกรรมในการแก้ปัญหา มี 4 ประการ คือ

1. ขาดประสบการณ์ในการแก้ปัญหา
2. มีข้อจำกัดเกี่ยวกับการแก้ปัญหา
3. ขาดการติดตามหรือวางระบบความคิด
4. เชื่อว่าจะไม่สามารถประสบผลสำเร็จ

เรโนลด์ (Reynolds. 1993 : 1274-A) ได้ศึกษาถึงจินตนาการของนักเรียนเกรด 4 และ 5 กับกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ พบว่า จินตนาการในการทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นหัวใจของการทำความเข้าใจและการแก้ปัญหา

กูยา (Gooya. 1994 : 2865-A) ได้ศึกษาถึงความเข้าใจในคณิตศาสตร์และความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหา จากการสอนที่เน้นการสังเคราะห์ความคิด และการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหากับนักศึกษาระดับปริญญาตรีที่ไม่ใช่สายวิทยาศาสตร์ โดยจัดกิจกรรมในการเรียนเป็น 3 ลักษณะ คือ การเขียนสรุป การใช้กลุ่มย่อยและการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น ซึ่งการเขียนสรุปเป็นช่องทางการสื่อสารระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน การเขียนสรุปช่วยให้ผู้เรียนเกิดความชัดเจนในแนวคิด สำหรับกลุ่มย่อยนักเรียนได้เรียนรู้และติดตามการทำงานของกลุ่ม ได้อภิปรายปัญหากับคนอื่น ๆ และทำงานร่วมกันทำให้เกิดการตัดสินใจที่เหมาะสม การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นทำให้นักเรียนได้พบจุดอ่อนและจุดเด่นของตนเอง การอภิปรายยังช่วยให้นักเรียนได้พิจารณาและตัดสินใจได้ดีขึ้น จากการศึกษาพบว่า การใช้สื่อเสริมและนวัตกรรมต่าง ๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่างไปจากเดิมที่เข้าใจว่าเป็นการประยุกต์ใช้กฎหรือสูตรต่าง ๆ มาเป็นกระบวนการทำความเข้าใจและสร้างความรู้ใหม่

เทลเลอร์ (Taylor. 1994 : 633-B) ได้ศึกษาถึงความเข้าใจในแนวคิดและการใช้ยุทธวิธีการสังเคราะห์ความคิด (Metacognition strategies) ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนรู้ที่เป็นการช่วยเหลือกันเชิงสังคม (Socially assisted learning) กับนักเรียนเกรด 4 จำนวน 36 คน โดยกิจกรรมของกลุ่มทดลองที่หนึ่ง ให้เรียนรู้ที่จะช่วยเหลือกันเชิงสังคม กลุ่มทดลองสองให้เป็นการเรียนแบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD ส่วนกลุ่มที่สามเป็นกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติ ในแต่ละกลุ่มย่อยของทั้งสามกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่มีความสามารถละกันกลุ่มละ 4 คน ผลการทดลองพบว่า คะแนนจากการสอบของกลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่มสูงกว่ากลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองที่หนึ่งได้คะแนนการสอบวัดการประยุกต์ใช้ความรู้และการยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาสูงกว่ากลุ่มทดลองที่สอง นอกจากนี้ยังพบว่ากลุ่มที่เป็นการช่วยเหลือกันเชิงสังคม มีการวางแผนการแก้ปัญหา และแสดงการได้คำตอบของปัญหาได้ชัดเจนกว่ากลุ่มที่ใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD

ทัฟกอร์ (Tougaw. 1994 : 2934-A) ได้ศึกษาถึงผลที่เกิดขึ้นจากการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาก็เป็นแบบเปิดกว้าง (Open approach) ในการสอนคณิตศาสตร์ โดยศึกษาถึงพฤติกรรมในการแก้ปัญหาและเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา โดยการแก้ปัญหาแบบเปิดกว้าง หมายถึงการสร้างข้อคาดเดา การสืบค้น การค้นพบ การอภิปราย การพิสูจน์ และการหาสรุปทั่วไป ในการแก้ปัญหาวาง

คณิตศาสตร์นักเรียนต้องใช้ความรู้ ทักษะ กระบวนการคิดและเจตคติทางบวกเป็นพื้นฐาน ผลการทดลองพบว่านักเรียนที่ผ่านการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาแบบเปิดกว้าง มีเจตคติทางบวกต่อการเรียน และเพศไม่มีความแตกต่างต่อพฤติกรรมในการแก้ปัญหา

เบอร์ก (Burks. 1994 : 4019-A-4020-A) ได้ศึกษาการเขียนกิจกรรมการสอนนักเรียนเกรด 8 โดยใช้กระบวนการในการปฏิบัติและใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาโดยให้ครู 5 คนใช้บทเรียนซึ่งออกแบบกิจกรรมการสอนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนดังนี้ การเข้าสู่ปัญหา (Enter) การวางแผน (Plan) การลงมือแก้ปัญหา (Attack) และการตรวจสอบ (Preview) ซึ่งคล้ายกับการแก้ปัญหาของโพลียา ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่ใช้คือการหาแบบรูป การสร้างแผนภาพและแจกแจงรายการหรือการสร้างตาราง การคาดเดาและการตรวจสอบ การแบ่งปัญหาเป็นส่วนย่อยๆ แล้วแก้ส่วนที่ง่ายก่อน โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มแรกเป็นกลุ่มทดลองได้รับการสอนการแก้ปัญหาโดยใช้กิจกรรมที่ออกแบบขึ้นมา สอนติดต่อกันเป็นเวลา 7 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 2 วัน อีกกลุ่มหนึ่งได้รับการสอนการแก้ปัญหาในหนังสือเรียนตามปกติ ผลการวิจัยสรุปว่า นักเรียนและครูเห็นด้วยว่ากิจกรรมที่เขียนขึ้นเพื่อฝึกให้นักเรียนได้ดำเนินการด้านกระบวนการคิดและการใช้ยุทธวิธีช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

ฟิกส์ดอล (Fiksdal. 1996 : 1064-A) ได้ศึกษาการสอนยุทธวิธี โดยใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหา โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งกลุ่มทดลองได้รับการสอนด้วยยุทธวิธี 5 ยุทธวิธีคือ สร้างแผนภาพ การแจกแจงรายการ การแบ่งปัญหาเป็นส่วนย่อยๆ แล้วแก้ส่วนที่ง่ายก่อน เขียนเป็นประโยคคณิตศาสตร์ การหาแบบรูป ผลการวิจัยปรากฏว่า ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาสามารถสอนกับกลุ่มทดลองได้ กลุ่มทดลองมีความชำนาญในการแก้ปัญหาและใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้เพิ่มขึ้น

เวียสท์ (Wiest. 1997 : 5091-A-5092-A) ได้ศึกษาถึงบทบาทของปัญหาแปลกใหม่และปัญหาในชีวิตจริง ที่มีผลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 4 และเกรด 6 โดยที่นักเรียนที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้เป็นนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาค่ำ ผลการวิจัยปรากฏว่ามีนักเรียนเกรด 4 จำนวน 58% ที่สามารถเลือกวิธีในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม และนักเรียนเกรด 6 ใช้วิธีในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม 76% ของปัญหาที่ทำการแก้

วิลเลียมส์ (Williams. 2003 : 185-187) ได้ศึกษาถึงการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาว่าสามารถช่วยเสริมการทำงานแก้ปัญหาได้ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่กำลังเริ่มต้นเรียนพีชคณิตจำนวน 42 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 22 คน และกลุ่มควบคุม 20 คน กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การเขียนตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้การแก้ปัญหาตามขั้นตอนแต่ไม่ต้องฝึกเขียน มีการทดสอบทั้งก่อนและหลังเรียน ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มทดลองสามารถทำงานแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม การเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาช่วยให้นักเรียนในกลุ่มทดลองเรียนรู้การใช้ขั้นตอนตามกระบวนการแก้ปัญหาได้เร็วกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มทดลองพบว่า นักเรียนจำนวน 75% มีความพอใจในกิจกรรมการเขียน และ นักเรียนจำนวน 80% บอกว่า กิจกรรมการเขียนจะช่วยให้เขาเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีขึ้นได้

3.2 งานวิจัยภายในประเทศ

กรองทิพย์ พงษ์ลิ้มศรี (2535 : 41–42) ได้ศึกษาวิธีสอนการพิสูจน์ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน ผู้วิจัยเป็นผู้สอนโดยใช้วิธีสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน มีครูประจำวิชาเป็นผู้สอนโดยวิธีปกติ ผลการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหาและนักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .01 โดยนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหามีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ

สมบัติ โพธิ์ทอง (2539 : 85–99) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงโดยกลวิธีเมตาคognition โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงจำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หลังการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คนธรส รสหวาน (2539 : 90–94) ได้พัฒนารูปแบบการสอนแบบกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาการบวกลบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนโครงการนำร่องศูนย์พัฒนาอัจฉริยภาพเด็กและเยาวชน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนโครงการนำร่องศูนย์พัฒนาอัจฉริยภาพเด็กและเยาวชน จำนวน 30 คน โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอน ใช้เวลาในการทดลอง 36 คาบ ผลการวิจัยสรุปว่า ประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนแบบกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ 80/80

สมชาย วรภิรมย์สกุล (2540 : 151–153) ได้พัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหา ผลการวิจัยปรากฏว่า รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหา มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 รูปแบบการสอนส่งผลให้ผู้เรียนมีพัฒนาการด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภายหลังได้รับการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน และรูปแบบการสอนนี้ส่งผลให้ผู้เรียนมีพัฒนาการทางเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้านภายหลังได้รับการสอนตามรูปแบบการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน

วิมล พงษ์पालิต (2541 : 88) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มทดลองสอนแบบแก้ปัญหา และกลุ่มควบคุมสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และเจตคติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุภิญญา พิทักษ์ศักดิ์การ (2541 : 43–44) ได้ศึกษาการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการแก้ปัญหาของโพลยาเรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ในโรงเรียนปิ่นสรวงแยลสัวิทยาชัย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนปิ่นสรวงแยลสัวิทยาชัย แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มทดลองมี 2 ห้องเรียน จำนวน 95 คน และกลุ่มควบคุมมี 9 ห้องเรียนจำนวน 415 คน ผู้วิจัยสอนกลุ่มทดลองตามแผนการสอนโดย

ใช้รูปแบบการแก้ปัญหาของโพลยา ส่วนกลุ่มควบคุมสอนตามปกติโดยอาจารย์ประจำวิชา ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องอัตราส่วนและร้อยละของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนแบบทดสอบมีจำนวน 76.85% และ 73.25% ตามลำดับ และนักเรียนกลุ่มทดลองส่วนใหญ่สามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้รูปแบบของโพลยาได้ แต่ในการดำเนินการตามแผนมีนักเรียนประมาณ 50% ยังไม่สามารถปฏิบัติตามขั้นตอนนี้ได้ดีเนื่องจากเข้าใจผิดเรื่องสัดส่วน นักเรียนส่วนใหญ่มีปัญหาในการตรวจคำตอบได้ไม่สมบูรณ์ตามแบบของโพลยา

จรุง ขำพงศ์ (2542 : 52) ได้ทำการศึกษาผลการใช้กลวิธีเมตาคอกนิชันที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาจากการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชันสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้ และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาหลังการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีเมตาคอกนิชันสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุนันท์ ฉิมวัย (2543 : 57-60) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษารูปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อนันต์ ไพฑูรย์ (2543 : 85-88) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการกับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมที่มีระดับความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ต่างกัน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุขจิตร ตั้งเจริญ (2543 : 35-37) ได้ศึกษาการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน จำนวน 49 คน และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียนจำนวน 49 คน โดยกลุ่มทดลองได้รับการฝึกการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหา 4 กลวิธี คือกลวิธีเดาและตรวจสอบ กลวิธีสร้างตาราง กลวิธีวาดภาพ และกลวิธีทำย้อนกลับ ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนตามปกติ โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนทั้ง 2 กลุ่ม ผลการวิจัยสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการฝึกการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฑารัตน์ จันทะนาม (2543 : 70-72) ได้ศึกษาพัฒนาชุดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองที่ใช้การดูประกอบสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยสรุปว่า ประสิทธิภาพของชุดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองที่ใช้การดูประกอบมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทาง

การเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบการแก้ปัญหาโดยใช้ชุดการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นกับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหาโดยใช้ชุดการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้นกับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544 : 112-125) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งผู้วิจัยพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดในลักษณะเป็นชุดกิจกรรมการแก้ปัญหา แบ่งเป็น 15 กิจกรรม ผลการวิจัยสรุปว่า กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 75/75 ผลการประเมินพฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหา ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองอยู่ในระดับ "ต้องแก้ไข" พฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหา ระหว่างเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับ "ดี" และ "ดีมาก" และในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา หลังเรียนพบว่า พฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหาของนักเรียนอยู่ในระดับ "ดี" ผลการประเมินเจตคติหลังเรียนพบว่า กลุ่มทดลองมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ค 101 พบว่า กลุ่มทดลองมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน

สมจิตร เพชรผา (2544 : 91-93) ได้พัฒนาชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก เรื่องสมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยสรุปว่า ประสิทธิภาพของชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติก ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ภายหลังการสอนโดยใช้ชุดการสอนสูงกว่าก่อนการสอนโดยใช้ชุดการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังการสอนโดยใช้ชุดการสอนสูงกว่าก่อนการสอนโดยใช้ชุดการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

มยุรี บุญเยี่ยม (2545 : 91-95) ได้พัฒนาชุดการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น โดยใช้วิธีการแก้ปัญหาเพื่อส่งเสริมความตระหนักในการรู้จัก ของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยาเขตจรัลพงษานุราช จำนวน 39 คน ผลการวิจัยสรุปว่า ชุดการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาเพื่อส่งเสริมความตระหนักในการรู้จักที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาหลังการทดลองใช้ชุดการเรียนสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความตระหนักในการรู้จักของนักศึกษาหลังการทดลองใช้ชุดการเรียนสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เอนก จันทรวงูญ (2545 : 50-51) ได้สร้างชุดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา โดยฝึกการแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา และแนวความคิดการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตรของวิลสัน เฟอ์นันเดซ และฮาตาเวย์ พร้อมทั้งฝึกยุทธวิธีการแก้ปัญหา 10 ยุทธวิธี กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสุเหร่าแสนแสบ เขตคลองสามวา กรุงเทพฯ จำนวน 33 คน ใช้เวลาทดลอง 18 คาบ ฤๅละ 60 นาที ผลการวิจัยพบว่า ประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีค่าเท่ากับ 54.21/46.36 ซึ่งต่ำกว่าที่คาดหวังไว้คือ 75/75 และความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังการใช้ชุดการเรียนการสอน สูงกว่าก่อนการใช้ชุดการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น ผู้ศึกษาได้ทดลองใช้วิธีการต่างๆ ได้แก่ การเรียนแบบร่วมมือในกลุ่มที่มีการอภิปราย การเขียนสรุปความคิด และช่วยเหลือซึ่งกันและกันในการเรียน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนตามกระบวนการแก้ปัญหา ศึกษาและใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาการสอนแบบปฏิบัติการ การสอนแบบบูรณาการ การสอนโดยใช้กลวิธีเมตาคognition หรือการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ปรากฏว่าสามารถช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาได้ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงเห็นว่า การจะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาได้นั้น ต้องมีการฝึกทักษะการแก้ปัญหา วิธีการคือ จัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนตามกระบวนการแก้ปัญหา โดยใช้ปัญหาที่ท้าทายให้นักเรียนได้ร่วมกันคิด และแลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน และเขียนสรุปออกมาเป็นความรู้ที่ได้

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

4.1 การเชื่อมโยง

เคนเนดี และทีปส์ (Kennedy and Tipps. 1994 : 194–198) กล่าวถึงการเชื่อมโยงดังนี้ การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญ นักเรียนจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เรียนรู้ได้แก่ รูปภาพ แผนภาพ สัญลักษณ์ และมโนคติ กับกระบวนการรวมเนื้อหาและวิธีการต่างๆทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน และจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

การเชื่อมโยงควรสร้างให้เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอในระหว่างการเรียนรู้การสอน คือให้นักเรียนปฏิบัติงานหรือทำกิจกรรมแล้วแปลงกิจกรรมเหล่านั้นออกมาเป็นรูปภาพ แผนภาพ แผนภูมิ แผนผัง กราฟและสัญลักษณ์ต่างๆ ตัวอย่างเช่นในชั้นเรียนเกรด 3 ครูได้สอนให้นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงระหว่าง "ลูกกอล์ฟ" กับเศษส่วน นักเรียนในชั้นเรียนนั้นได้รู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง ด้วยปัญหา "ลูกกอล์ฟ"

การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆและกับชีวิตจริงเกิดขึ้นได้มากมาย ครูสามารถให้นักเรียนปฏิบัติงานที่จะเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา ศิลปะ งานกิจกรรมเกี่ยวกับอาหาร และกิจกรรมในวิชาต่างๆ

ตัวอย่างต่อไปนี้แสดงถึงวิธีที่ครูจะสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์ต่างๆและสังคมรอบตัว ด้วยการให้นักเรียนทำโครงการที่บางโครงการอาจให้ทำร่วมกันทั้งชั้น รายบุคคล หรือทำโดยกลุ่มย่อย ดังนี้

1. คณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์

- การจดบันทึกอุณหภูมิ ความเร็วลม และแรงดันอากาศ
- การส่งมนุษย์ไปดวงจันทร์
- การโคจรของดาวเคราะห์
- การกำหนดมาตราส่วน และการสร้างแบบจำลองของระบบสุริยะจักรวาล

2. คณิตศาสตร์กับสังคมศึกษา

- นาฬิกาและนาฬิกาทราย
- การสร้างพีระมิดในอียิปต์
- ศึกษาการออกแบบพรม ถ้วยชาม และตะกร้าที่ใช้หลักการสมมาตร และรูปทรงลูกบาศก์

ของชาวอินเดียแดงทางตะวันตกเฉียงใต้ของสหรัฐ

- แยกประเภทของอาชีพต่างๆ เป็นอาชีพที่มีเครื่องแบบและไม่มีเครื่องแบบเช่น นักวิจัย ผู้ให้บริการ คนงานโรงงาน ทหาร และปศุสัตว์
- เปรียบเทียบส่วนที่สูงที่สุดและต่ำที่สุดเช่น จุดที่สูงที่สุดของพื้นโลกกับจุดที่ต่ำที่สุดของกัน ทะเล

3. คณิตศาสตร์กับศิลปะ

- วัดกระดาษเพื่อติดขอบผนัง
- กำหนดมาตราส่วนฉากละครในชั้นเรียน วัดและเตรียมกระดาษสร้างฉาก
- การวาดภาพทิวทัศน์ต่างๆ

4. คณิตศาสตร์กับสุขศึกษา

- วัดความสูงของนักเรียน บันทึกผลในรูปตารางและกราฟ
- หาปริมาณแคลอรีจากการอ่านฉลากข้อมูลโภชนาการข้างกล่องผลิตภัณฑ์ การวัดระดับ

กลอเรียเตอร์อล

5. คณิตศาสตร์กับการอ่านและศิลปะทางภาษา

- การหารูปแบบของคำ แยกประเภทของคำ
- วิจัยรากศัพท์ของภาษาคณิตศาสตร์
- วิจัยและเขียนเรื่องราวของนักคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียง
- จำนวน และความงามของตัวเลข
- วิเคราะห์ข้อความเพื่อบอกจำนวนพยัญชนะ (เรื่องนี้สามารถเชื่อมโยงกับรายการเกมโชว์

ทางโทรทัศน์ของสหรัฐที่ชื่อ Wheel of Fortune)

6. คณิตศาสตร์กับพลศึกษา

- การนับจำนวนรอบของการกระโดดเชือก
- การตัดสินว่ากีฬาโอลิมปิกเป็นการแข่งขันที่มีขนาดใหญ่หรือไม่
- จัดวางพื้นที่การเล่น
- การจับเวลาการแข่งขัน

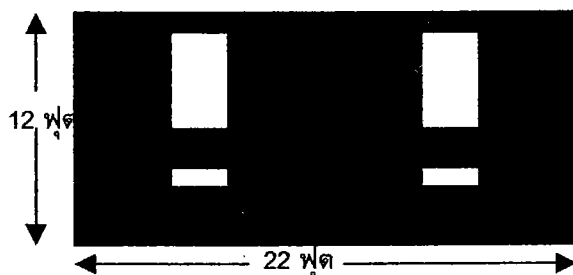
คณิตศาสตร์กับโลกปัจจุบันเชื่อมโยงกันในหลายๆด้าน จากบทความในหนังสือพิมพ์หรือนิตยสาร ไม่ว่าจะเป็นทางด้านธุรกิจ แนวโน้มทางเศรษฐกิจ สภาพอากาศ และข้อมูลทางวิทยาศาสตร์ การรายงานพิเศษทั้งในรูปบทความ และภาพข่าว แผนผังการเดินทางที่ท่าเรือ สถานีรถไฟ และสนามบินล้วนให้ข้อมูลที่ เป็นคณิตศาสตร์เพื่ออำนวยความสะดวกแก่ผู้คนทั้งสิ้น ปัญหาทางเศรษฐกิจ ปัญหาการจัดการขยะและมลพิษที่เกิดจากรถยนต์ ของเสียจากโรงงาน ได้ทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับการดำรงชีวิต ในปัจจุบัน ครูจึงควรสอนโดยบูรณาการคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆหรือกับปัญหาในชีวิตจริงที่เกิดขึ้นใน แต่ละวัน

ดังนั้นนักเรียนจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงเนื้อหาต่างๆในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อจะได้บูรณาการเนื้อหาทั้งหมด ครูจะประสบความสำเร็จเมื่อทำให้นักเรียนสามารถสร้างการเชื่อมโยงมโนติของเนื้อหาต่างๆเข้าด้วยกัน เช่น เศษส่วนและทศนิยมกับเรื่องของเปอร์เซ็นต์ การคูณกับการบวก การหารกับการลบ และ นำการวัดไปใช้ในเรขาคณิต นักเรียนต้องรู้จักเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง การเรียนการสอนที่จะทำให้เกิดการเชื่อมโยงทำได้เกือบทุกวัน การทำโครงการก็เป็นอีกวิธีหนึ่งที่ทำให้นักเรียนได้รู้จักการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงได้

ดอสเซย์ และคนอื่นๆ (Dossey and others. 2002 : 81–83) กล่าวถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า ความเข้าใจในคณิตศาสตร์สร้างขึ้นได้ทันทีขณะเกิดการเรียนรู้ โดยสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้ที่ส่วนหนึ่งเคยเรียนรู้มาแล้ว นักเรียนที่สามารถเชื่อมโยงมโนคติทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลายจะพัฒนาความเข้าใจในคณิตศาสตร์ได้มากยิ่งขึ้น การเชื่อมโยงทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหา และสามารถทำการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้คล่องแคล่วขึ้นนอกเหนือจากการใช้เครื่องมืออื่นๆ ในการแก้ปัญหา มโนคติหรือเนื้อหาในคณิตศาสตร์ที่มีการเชื่อมโยงช่วยให้นักเรียนมองคณิตศาสตร์แบบบูรณาการ เราเคยแยกคณิตศาสตร์เป็นวิชาย่อยๆ เช่น เรียน Pre-Algebra แล้วมาเรียนพีชคณิต และเรขาคณิตตามลำดับ

ทำให้นักเรียนมองวิชาในคณิตศาสตร์ไม่สัมพันธ์กัน แม้ว่าคอร์สเรียนก่อนหน้าจะเป็นพื้นฐานความเข้าใจในคณิตศาสตร์ระดับสูง การแยกเนื้อหาออกจากกันทำให้นักเรียนไม่สามารถสร้างการเชื่อมโยงที่ทำให้เข้าใจภาพรวมของคณิตศาสตร์ การเรียนที่เน้นการเชื่อมโยงจะทำให้นักเรียนสร้างความรู้สึกลึก (Sense) และเป็นการสร้างรากฐานอันแข็งแกร่งในการเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป

สมบัติการแจกแจงนับเป็นตัวอย่างที่ดีของมโนคติทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงหลายเนื้อหาเข้าด้วยกัน สมบัติการแจกแจงแสดงบทบาทสำคัญในเรื่อง การคูณจำนวนเต็มบวก การคูณที่ตัวคูณมีเลขโดดถึง 3 ตัว เช่น 8×172 ทำให้ง่ายขึ้นโดยใช้สมบัติการแจกแจงเป็น $(8 \times 100) + (8 \times 70) + (8 \times 2)$ นอกจากนี้สมบัติการแจกแจงยังช่วยนักเรียนในการหาพื้นที่แรเงาที่แสดงในภาพประกอบ 5 (Dossey and others. 2002 : 82) นอกจากนี้สมบัติการแจกแจงไม่ได้ใช้แยกตัวประกอบและแทนค่าในประโยคพีชคณิตเท่านั้น แต่ยังนำไปใช้กับผลคูณเชิงสเกลลาร์ในเวกเตอร์และเมตริกซ์ ในการเรียนคณิตศาสตร์ขั้นสูง ครูสามารถช่วยให้นักเรียนเชื่อมโยงเพื่อให้เกิดความเข้าใจคณิตศาสตร์ในภาพกว้างได้



$$\text{พื้นที่แรเงา} = (22)(12) - 2[(6)(3) + (3)(1)]$$

ภาพประกอบ 5 แสดงการใช้สมบัติการแจกแจงหาพื้นที่แรเงา

นักเรียนต้องรู้จักและเริ่มสร้างการเชื่อมโยงตั้งแต่ระดับประถมศึกษา ครูอาจชี้แนะให้นักเรียนเกิด การเชื่อมโยงเรขาคณิตในระบบพิกัดฉาก โดยให้พิสูจน์ว่าเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานตัดแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน สามารถใช้วิธีการหาจุดกึ่งกลางของเส้นทแยงมุมทั้งสองเพื่อพิสูจน์ข้อความดังกล่าว

ครูสามารถแนะนำกระบวนการเชื่อมโยงให้กับนักเรียนโดยการให้งานที่ครูออกแบบขึ้น งานที่แสดงการเชื่อมโยงกับมโนคติของเรื่องที่เคยเรียนมาแล้ว เช่น การสำรวจลำดับฟีโบนัชชี (Fibonacci Sequence) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... สามารถเชื่อมโยงกับแบบรูป และฟังก์ชันก่อกำเนิด เมื่อสำรวจต่อไป นำไปสู่ความรู้เรื่องอัตราส่วนทอง สี่เหลี่ยมมุมฉากทอง และประยุกต์เข้ากับงานศิลปะ โลกของการออกแบบ การเชื่อมโยงกับวิชาต่างๆ และสิ่งรอบตัวเป็นการช่วยส่งเสริมการเรียนคณิตศาสตร์

สำหรับงานวิจัยครั้งนี้ การเชื่อมโยง คือ การใช้ความรู้ในเนื้อหาและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาใช้เรียนรู้เนื้อหาเพิ่มเติมจากเดิม และแก้ปัญหาตามสถานการณ์ที่กำหนดขึ้น ซึ่งการเชื่อมโยงแบ่งเป็น เชื่อมโยงเนื้อหาต่างๆในคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับ ชีวิตจริง

4.2 มาตรฐานการเชื่อมโยง

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000 : 64–66) ได้กำหนดมาตรฐานการเชื่อมโยง (Connection Standard) ไว้ดังนี้

โปรแกรมการสอนตั้งแต่ชั้นอนุบาลถึงเกรด 12 มุ่งให้นักเรียนสามารถ

- ตระหนัก และรู้จักเชื่อมโยงความรู้ต่างๆในคณิตศาสตร์
- เข้าใจคณิตศาสตร์ว่าเชื่อมโยงกันได้อย่างไร และนำความรู้หนึ่งไปสร้างความรู้ใหม่ที่เกี่ยวข้องกันได้
- ตระหนักและรู้จักประยุกต์คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

4.2.1 ตระหนักและรู้จักเชื่อมโยงความรู้ต่างๆในคณิตศาสตร์

ความคิดที่ว่าคณิตศาสตร์สามารถเชื่อมโยงกันได้ควรสอดแทรกอยู่ในการเรียนการสอนในโรงเรียนในทุกระดับชั้น การให้ประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์กับเด็กในครั้งแรกที่เข้ามาในโรงเรียนไม่ควรแยกเป็นเรื่องๆ แต่ควรรวมคณิตศาสตร์เข้ากับหลายๆเหตุการณ์ ซึ่งเด็กสามารถเรียนรู้และจดจำแบบรูปของคณิตศาสตร์จากจังหวะดนตรีของเพลงที่ร้อง รูปทรงแปลกใหม่ในรูปร่าง นับจำนวนครั้งที่กระโดดเชือกได้ เมื่อขึ้นไปเรียนในระดับเกรด 3–5 กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรเป็นนามธรรมมากยิ่งขึ้น ซึ่งจะเริ่มเห็นการเชื่อมโยงระหว่างการดำเนินการทางเลขคณิต ตัวอย่างเช่น การคูณเป็นเหมือนการบวก จำนวนที่ซ้ำกัน รู้ว่าการดำเนินการทางคณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ในเหตุการณ์ต่างๆซึ่งจะเป็นการซึมซับความเป็นนามธรรมของคณิตศาสตร์ ในระดับเกรด 6–8 นักเรียนควรมองคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่เชื่อมโยงความรู้ถึงกัน ภูเขาสำคัญอยู่ที่การรู้จักเชื่อมโยงความรู้ต่างๆด้วยตนเองทั้งเรื่องจำนวนตรรกยะ สัดส่วน และความสัมพันธ์เชิงเส้นควรสอดแทรกเข้ามาในกิจกรรมการเรียนการสอนทุกครั้ง ในเกรด 9–12 นักเรียนไม่เพียงต้องเรียนรู้ถึงลักษณะของการเชื่อมโยงแต่ต้องสามารถหยั่งรู้ที่จะนำความรู้หนึ่งไปแก้ปัญหาต่างๆได้

ตลอดการเรียนตั้งแต่ระดับชั้นอนุบาลถึงเกรด 12 นักเรียนควรถามตนเองว่า “ปัญหานี้หรือคณิตศาสตร์เรื่องนี้เหมือนกับปัญหาอื่นหรือเรื่องอื่นที่เคยเรียนมาก่อนอย่างไรหรือไม่” การเชื่อมโยงเป็นการสร้างแนวคิดใหม่ๆขยายจากคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาแล้ว เรียนรู้ในการเตรียมตัวรับความรู้ใหม่ นักเรียนระดับประถมศึกษาควรรู้จักนำเรื่องการลบจำนวนเต็มบวกมาโยงเข้ากับการลบทศนิยมและเศษส่วน นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นตระหนักและรู้จักวิธีนำเสนอการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่มีแนวคิดเดียวกัน เช่น อัตราส่วนใช้ในการนำเสนออัตราส่วนการเปลี่ยนแปลงเพื่อหาความเอียงหรือความชันของเส้นตรง นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายรู้จักเชื่อมโยงแนวคิดในพีชคณิตและเรขาคณิต

กิจกรรมที่ใช้การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เช่นความสัมพันธ์ระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลางและเส้นรอบวงของวงกลม ทำการทดลองโดยนำวงกลมขนาดต่างๆหลายรูปมาวัดความยาวของเส้นรอบวงและเส้นผ่านศูนย์กลาง นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นอาจจะนำข้อมูลมาเขียนกราฟ 2 ตัวแปร เส้นรอบวง (c) และเส้นผ่านศูนย์กลาง (d) จะได้แนวเส้นตรงผ่านจุด (0,0) และอัตราส่วนของ c/d คงที่ เมื่อเฉลี่ยค่าของ c/d ที่ได้จะได้ค่าอยู่ระหว่าง 3.1 และ 3.2 ซึ่งเป็นค่าประมาณของ π ปัญหานี้ได้นำแนวคิดในเรื่องของการวัด การวิเคราะห์ข้อมูล เรขาคณิต พีชคณิตและจำนวนมาใช้

4.2.2 เข้าใจคณิตศาสตร์ว่าเชื่อมโยงกันได้อย่างไร และนำความรู้หนึ่งไปสร้างความรู้ใหม่ที่เกี่ยวข้องกันได้

เมื่อนักเรียนสัมผัสประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่โรงเรียนไปเรื่อย ๆ ความสามารถในการเห็นส่วนที่สามารถเกี่ยวข้องกันได้ ในคณิตศาสตร์ควรมีเพิ่มขึ้น นักเรียนในระดับชั้นอนุบาลถึงเกรด 2 จะได้ตระหนักในเรื่องการนับ รู้จักจำนวน และสัณฐานของวัตถุต่างๆ นักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาจะได้ค้นหาการดำเนินการทางเลขคณิตแบบต่างๆ และนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นจะได้ค้นหาตัวอย่างของจำนวนตรรกยะ รู้จักการสร้างสัดส่วน และความสัมพันธ์เชิงเส้น ส่วนนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจะได้ค้นหาการเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์ในเรื่องต่างๆ ดังตัวอย่างพีระมิดสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ถูกตัดยอดสามารถนำมาเป็นแนวทางในการหาสูตรการหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมคางหมูได้

4.2.3 กระหนักและรู้จักประยุกต์คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

ตลอดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ควรได้ทำงานกับปัญหาในวิชาอื่นๆบ้าง การเชื่อมโยงสามารถทำได้กับวิชาอื่นๆที่เป็นชีวิตประจำวันของนักเรียน ตั้งแต่ระดับชั้นอนุบาลถึงเกรด 2 นักเรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานที่มีการเชื่อมโยงกับชีวิตจริง นักเรียนในระดับชั้นเกรด 3 ถึงเกรด 5 ควรจะได้เรียนการประยุกต์ของคณิตศาสตร์ที่สำคัญๆกับวิชาอื่น และขยายเพิ่มเติมขึ้นไปอีกในระดับชั้นเกรด 6 ถึงเกรด 8 และในระดับชั้นเกรด 9–12 ควรจะได้ใช้คณิตศาสตร์ไปอธิบายปัญหาที่ประยุกต์ซับซ้อนขึ้น

การให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ด้วยการให้งานถือเป็นเรื่องสำคัญ คณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ในวิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ เกษตรศาสตร์ และบริหารธุรกิจ การเชื่อมต่อคณิตศาสตร์เข้ากับวิทยาศาสตร์ไม่ได้ทำแค่เฉพาะเนื้อหา แต่ยังรวมถึงกระบวนการ เนื้อหาและกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ได้นำไปประยุกต์ให้เข้ากับการเรียนคณิตศาสตร์ ดังในมาตรฐานการศึกษาวิทยาศาสตร์แห่งชาติ (National Science Education Standards) ที่ระบุไว้ใน 1 ปี โรงเรียนประถมศึกษาจะต้องสอนวิชาวิทยาศาสตร์เรื่องอากาศ การนำคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงกับกิจกรรมการสอนนี้ทำได้หลากหลาย เช่น นักเรียนอาจจะออกแบบเครื่องมือหรืออุปกรณ์วัดสภาพอากาศ วางแผนการจัดการ และการสื่อสารข้อมูล เป็นต้น

ตัวอย่างของการประยุกต์คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ เป็นเรื่องที่นักเรียนเกรด 11 ในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายแห่งหนึ่งได้ไปฝึกงานกับบริษัท ซีวีเอส คอปเปอร์เรชั่น ซึ่งกำลังขยายงานด้วยการตั้งสาขาใหม่ในย่านบอสตัน จากข้อมูลที่ทราบบริษัทไม่ได้คำนึงถึงแต่เฉพาะยอดขายที่จะได้นอกจากนี้ในการหาทำเลที่ตั้งร้านเท่านั้น ทีมงานของนักเรียนได้รับการช่วยเหลือให้คำปรึกษาจากผู้เชี่ยวชาญด้านการบริหารของบริษัท นักเรียนได้ทำการวิเคราะห์สถิติข้อมูลประชากร และข้อมูลทางเศรษฐกิจที่ทำให้ทราบถึงอุปสงค์ทางการตลาด นักเรียนได้ทำงานกับพนักงานของบริษัทและร่วมประเมินความเป็นไปได้ของทำเลที่ตั้งสาขาแห่งใหม่ นักเรียนได้ทำงานกับพนักงานในการออกแบบตัวร้าน และทำงานร่วมกับพนักงานบัญชีในการวางแผนในเรื่องการเงิน

โครงการสอนเหล่านี้นักเรียนจะได้เห็นความเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับโลกธุรกิจ และสาขาวิชาอื่นๆ และเห็นถึงการเชื่อมโยงในวิชาคณิตศาสตร์ขณะที่ได้ประยุกต์ใช้ความรู้ในเรื่องต่างๆ การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติช่วยให้นักเรียนนำไปสัมพันธ์กับชีวิตส่วนตัว นักเรียนระดับชั้นอนุบาลถึงเกรด 2 ทำกิจกรรมโดยใช้ปฏิทินในการเก็บรวบรวมข้อมูลสภาพอากาศ โดยจดบันทึกวันที่เกิดฝน มีเมฆมาก หรือวันที่อากาศแจ่มใส นักเรียนสามารถบันทึกข้อมูล นับจำนวนวันของแต่ละสภาพอากาศและทำการพยากรณ์อนาคตนักเรียนเกรด 3 ถึง 5 สามารถใช้อินเตอร์เนตร่วมกับนักเรียนชั้นอื่นๆในการค้นคว้าและวิเคราะห์

ข้อมูลในเรื่องของฝนกรด การตัดไม้ทำลายป่า และข้อเท็จจริงต่างๆ ส่วนนักเรียนเกรด 9–12 ควรสามารถนำความรู้ในเรื่องการวิเคราะห์ข้อมูลและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Modeling) ไปสร้างความเข้าใจในเรื่องของสังคมรอบตัวและปัญหาในการทำงานที่ต้องอธิบายด้วยเหตุผลที่ซับซ้อน

กล่าวโดยสรุป มาตรฐานการเชื่อมโยงของ NCTM ต้องการให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่างๆในคณิตศาสตร์ เข้าใจในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องเชื่อมโยงถึงกันได้คณิตศาสตร์ และรู้ว่าคณิตศาสตร์นำไปประยุกต์ใช้กับวิชาอื่นได้

4.3 การพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยง

กรมวิชาการ (2544 : 200–202) กล่าวว่า ในการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้และมีพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อจำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่างๆในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เช่น การใช้ความรู้ในเรื่องเซตในการให้คำจำกัดความหรือบทนิยามในเรื่องต่างๆ เช่น บทนิยามของฟังก์ชันในรูปของเซต บทนิยามของลำดับในรูปของฟังก์ชัน

นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่างๆในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และใช้ในการแก้ปัญหา เช่น ในเรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้ในเรื่องเลขยกกำลังและผลบวกของอนุกรม ในงานศิลปะและการออกแบบบางชนิดก็ใช้ความรู้เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

นอกจากนั้นแล้วยังมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในวิชาชีพบางอย่างโดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานเกษตรกรรมเกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบสร้างหีบห่อบรรจุภัณฑ์ต่างๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่ง ตวง วัด การคำนวณระยะทางและเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการออมเงินไว้ใช้ในวัยบั้นปลายของชีวิต

องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนาการเรียนรู้ทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆมีดังนี้

- 1) มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
- 2) มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่นๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
- 3) มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย
- 4) มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่ต้องเกี่ยวข้องด้วย
- 5) มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์กับชีวิตประจำวัน

เพื่อให้ผู้เรียนได้มีการปฏิบัติจริง และมีทักษะกระบวนการเชื่อมโยงนี้ ผู้สอนอาจมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้ผู้เรียนไปศึกษาค้นคว้าหาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมนั้น แล้วนำเสนองานต่อผู้สอนและผู้เรียน ให้มีการอภิปรายและหาข้อสรุปร่วมกัน

ตัวอย่างการเชื่อมโยง

กำหนดสถานการณ์ปัญหาดังนี้

บริษัทก่อสร้างต้องการเช่าที่ดินขนาด 2 ไร่ จำนวน 1 แปลง สำหรับเก็บวัสดุก่อสร้างทางในราคาประหยัด และมีผู้นำที่ดินมาเสนอให้เช่า 2 ราย ดังนี้

นายบุญ เสนอที่ดิน 2 ไร่ 1 งาน คิดราคาค่าเช่าที่ดินทั้งแปลงเดือนละ 7,000 บาท

นางล้วน เสนอที่ดิน 5 ไร่ 3 งาน แบ่งที่ดินให้เช่าได้ โดยคิดค่าเช่าตารางวาละ 100 บาทต่อปี

ถ้าผู้เรียนเป็นเจ้าของบริษัทก่อสร้าง ต้องเช่าที่ดินของใคร เพราะเหตุใด

จากสถานการณ์ปัญหาข้างต้น จะเห็นว่าผู้เรียนต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณค่าเช่าที่ดิน ต้องคำนึงถึงราคาที่ต้องการประหยัด ต้องใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ การนำเสนอเฉพาะคำตอบจากการคำนวณของผู้เรียนไม่ใช่สิ่งสำคัญที่สุด ผู้สอนจะต้องให้ความสำคัญต่อแนวคิดและเหตุผลของผู้เรียนแต่ละคนประกอบด้วย

ตัวอย่างคำตอบและเหตุผลของผู้เรียนอาจเป็นดังนี้

ด.ช.ก๊อ ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนายบุญ ซึ่งมีค่าใช้จ่ายปีละ 84,000 บาท ($7,000 \times 12 = 84,000$) และได้ที่ดินมากกว่าที่กำหนดไว้อีก 1 งาน

ด.ญ.นิตยา ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนางล้วน ซึ่งคิดค่าเช่า 2 ไร่ หรือ 800 ตารางวา เป็นเงิน 80,000 บาทต่อปี ซึ่งเป็นราคาเช่าที่ถูกกว่าเช่าที่ดินของนายบุญ

ด.ญ.นุช ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนายบุญ ซึ่งเมื่อคิดค่าเช่าเป็นตารางวาต่อปีแล้ว จะจ่ายเพียงตารางวาละ 93 บาท ($\frac{7000 \times 12}{900} \approx 93$) ซึ่งถูกกว่าค่าเช่าที่ดินของนางล้วน

ผู้สอนอาจเปิดประเด็นให้ผู้เรียนได้มีการอภิปรายต่อในเรื่องนี้ได้อีกในประเด็นที่ว่า ในชีวิตจริงแล้ว ก่อนตัดสินใจลงทุนทำกิจการใด ผู้ลงทุนจะไม่พิจารณาเฉพาะค่าเช่าเพียงอย่างเดียวต้องพิจารณาองค์ประกอบอื่นๆด้วย เช่น สภาพแวดล้อม ความสะดวกในการเข้าออก ที่ดินอยู่ใกล้หรือไกลจากบริษัทเพียงใด ประเด็นเหล่านี้จะช่วยทำให้ผู้เรียนมีความคิดพิจารณาในวงกว้างขึ้น สามารถนำความคิดเช่นนี้ไปประยุกต์ในชีวิตจริงได้ เป็นการส่งเสริมทักษะกระบวนการการให้เหตุผล ความคิดสร้างสรรค์ ส่งเสริมคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม ในด้านการคิดอย่างถี่ถ้วนรอบคอบ กล้าแสดงความคิดเห็น และคิดอย่างมีวิจารณญาณอีกด้วย

ในการจัดการเรียนรู้ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีการพัฒนาการเรียนรู้ ผู้สอนควรจัดกิจกรรม หรือให้ปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด สามารถบอกแนวคิด และแสดงเหตุผลได้ ผู้สอนไม่ควรดูเฉพาะคำตอบที่หาได้จากการคำนวณเท่านั้น คำตอบของปัญหาอาจมีมากกว่า 1 คำตอบ ขึ้นอยู่กับการให้เหตุผลประกอบที่สมเหตุสมผลด้วย

กล่าวโดยสรุป ในการจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยง ครูควรจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาที่ให้นักเรียนได้ปฏิบัติจริง เพื่อที่จะได้นำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้เรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำมาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ครูกำหนดขึ้น

4.4 แนวทางการจัดการเรียนการสอนการเชื่อมโยงในเกรด 9-12

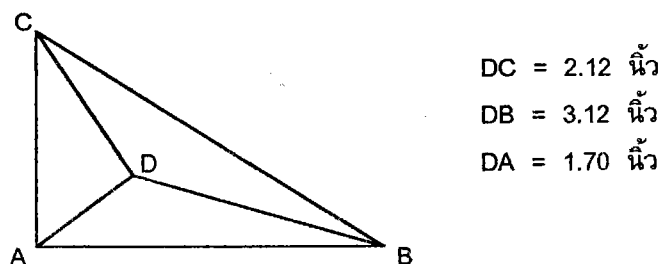
สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000 : 354-358) กล่าวว่า นักเรียนเกรด 9-12 ควรได้รับการพัฒนาในเรื่องของการโยงความคิดไปยังแง่มุมต่างๆทำให้เกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งขึ้น ดีกว่าคิดถึงวิธีการเดียวในการแก้ปัญหาที่นำไปสู่ผลลัพธ์ที่เหมือนกัน นักเรียนจะได้การหยั่งรู้ที่สามารถบอกได้ว่าปัญหาใดต้องพิสูจน์หรือปัญหาใดใช้เพียงการคาดคะเนไม่ต้องพิสูจน์ การโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

เข้าด้วยกันทำให้เกิดความเข้าใจในปัญหานั้นมากยิ่งขึ้น

ตัวอย่างของการเชื่อมโยงเพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนการเชื่อมโยง ซึ่งแสดงถึงการนำเสนอวิธีที่ต่างกันของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

นักเรียนเกรด 10 เริ่มต้นคิดแก้ปัญหาที่อาจารย์โรบินสันให้ “ครูมีปัญหาให้พวกเธอช่วยกันแก้ ครูมีสุนัขเชื่องอยู่ตัวหนึ่งและมีสนามรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่บ้าน เมื่อจะไปทำธุระสักครูจึงล่านโซ่มันไว้ที่สนาม ครูต้องการโซ่ที่สั้นที่สุดเท่าที่เป็นไปได้แต่ให้สุนัขสามารถเดินไปถึงทุกมุมในสนาม ครูควรล่านโซ่มันไว้ที่ตรงไหน” อาจารย์โรบินสันให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่มๆละ 3 คน ใช้อุปกรณ์ที่มีอยู่ตามปกติในการแก้ปัญหาได้แก่ วงเวียน ไม้บรรทัด เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์ที่ติดตั้งโปรแกรมเรขาคณิต

เจนนิเฟอร์พูดว่าเราลองสังเกตภาพในคอมพิวเตอร์ดูก่อน ซึ่งทุกคนในกลุ่มเห็นดีด้วยซึ่งผลที่ได้ดังแสดงในภาพประกอบ 6 (NCTM. 2000 : 354)



ภาพประกอบ 6 แสดงภาพสเกตซ์จากคอมพิวเตอร์ของเจนนิเฟอร์

อาจารย์โรบินสันเดินดูแต่ละกลุ่มทำงาน มาถึงกลุ่มของเจนนิเฟอร์ครั้งแรกสังเกตเห็นว่ามีการลองกำหนดจุด D ขึ้นภายในรูปสามเหลี่ยมแล้วลากเส้นไปยังมุมต่างๆ แต่เมื่ออาจารย์โรบินสันเดินมายังกลุ่มนี้อีกครั้งดูเหมือนจะเป็นรูปเป็นร่างมากขึ้น เขาถามถึงการทำงานของกลุ่ม

อาจารย์โรบินสัน : โจ กลุ่มของเธอคิดหน้าไปถึงไหนแล้ว

โจ : พวกเรากำลังพยายามหาตำแหน่งของจุด

เจฟฟี่ : จุดนั้นไม่ควรอยู่ใกล้มุมใดมุมหนึ่งของสามเหลี่ยมมากเกินไป

เจนนิเฟอร์ : เราต้องให้ได้ความยาวไปยังมุมทั้งสามเท่ากันด้วย

ก่อนที่อาจารย์โรบินสันจะเดินไปดูกลุ่มอื่นเขาได้ช่วยจัดระเบียบความคิดให้กับเด็กกลุ่มนี้เพื่อให้สามารถใช้ภาษาคณิตศาสตร์ที่ได้มาตรฐานยิ่งขึ้น และรู้จักตรวจสอบด้วยการแลกเปลี่ยนความคิดของตนให้เพื่อนคนอื่นเข้าใจ ทำให้เจนนิเฟอร์และเพื่อนในกลุ่มเห็นเป้าหมายที่ชัดเจนขึ้นว่า ต้องหาจุด D ที่ทำให้ส่วนของเส้นตรง DA, DB และ DC ยาวเท่ากัน เมื่ออาจารย์โรบินสันกลับมาหาอีกกลุ่มนี้จึงได้ข้อสรุปว่าจุดนั้นจะต้องอยู่ตรงกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉาก แต่ยังไม่สามารถบอกเหตุผลได้ ดังนั้นสิ่งที่ต้องทำต่อไปคือหาเหตุผลเพื่อมาพิสูจน์

อาจารย์โรบินสัน : เธอจะต้องรู้อะไรอีกบ้าง

เจฟฟี่ : ผมไม่แน่ใจว่าจุด D ที่ว่านี้ จะอยู่ห่างจากจุดยอดทั้งสามเท่ากันจริง

เจนนิเฟอร์ : แต่ฉันคิดว่าใช่ละ มันเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมได้ด้วย

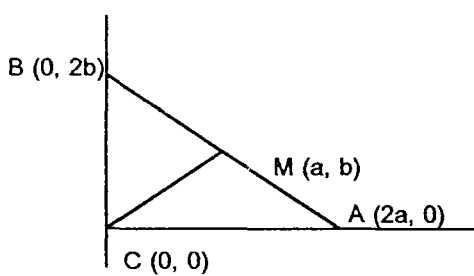
การอภิปรายของแต่ละกลุ่มยังคงดำเนินต่อไปจนหลายกลุ่มได้ข้อสังเกตและข้อคาดเดาคล้ายๆกับกลุ่มของเจนนิเฟอร์ อาจารย์โรบินสันจึงเขียนข้อคาดเดาซึ่งคล้ายกันทุกกลุ่มบนกระดาน

ข้อคาดเดา : จุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากอยู่ห่างจากจุดยอดมุมทั้งสามเท่ากัน

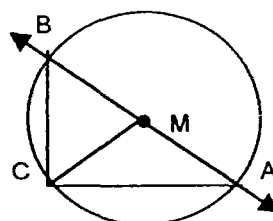
เขาให้แต่ละกลุ่มทำการพิสูจน์หรือยกตัวอย่างค้าน เลือกตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอที่เครื่องฉายภาพข้ามศีรษะ และบอกกับนักเรียนว่าวิธีพิสูจน์ข้อคาดเดานี้อาจทำได้หลายวิธี

ผลงานของนักเรียนแต่ละกลุ่มดังแสดงในภาพประกอบ 7 (NCTM. 2000 : 356) กลุ่มหนึ่งกำหนดโคออร์ดิเนตของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากในกราฟดังรูป (ก) แล้วใช้ทฤษฎีบทของพีทาโกรัสแสดงให้เห็นว่า $CM = MA$ แต่เนื่องจาก $BM = MA$ ดังนั้น $BM = MA = CM$

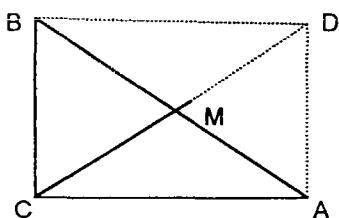
กลุ่มของเจนนิเฟอร์บอกว่าจุดสามจุดคือ A, B และ C นั้นอยู่บนวงกลมวงหนึ่ง ซึ่งอาจารย์โรบินสันแนะนำว่ากลุ่มนี้ได้ใช้สมบัติของมุมในครึ่งวงกลม (ดังรูป ข) พีโดรนำเสนอผลงานของกลุ่มด้วยการลากเส้นตรงต่อจากสามเหลี่ยมมุมฉากบรรจบกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก (ดังรูป ค) แล้วอ้างเหตุผลโดยใช้สมบัติของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แอนนานำเสนอผลงานโดยใช้การแปลงทางเรขาคณิต (ดังรูป ง) ซึ่งให้ M และ M' เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ และ $\overline{A'B'}$ ตามลำดับ สามเหลี่ยม MAM' คล้ายกับสามเหลี่ยม BAB' โดยแต่ละด้านที่สมนัยกันนั้นความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมที่เล็กกว่ามีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมที่ใหญ่กว่า ในทำนองเดียวกันจะได้ว่าสามเหลี่ยม BMC คล้ายกับสามเหลี่ยม BAB' แอนนาได้แสดงให้เห็นว่าสามเหลี่ยม MAM' เท่ากันทุกประการกับสามเหลี่ยม CMB ซึ่งทำให้ได้ว่า $CM = MA$



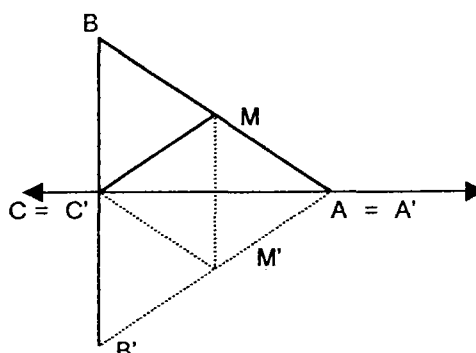
(ก)



(ข)



(ค)

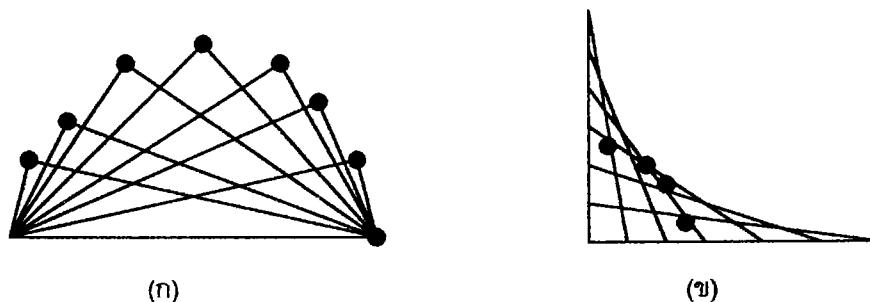


(ง)

ภาพประกอบ 7 แผนภาพผลงานการพิสูจน์ 4 แบบของนักเรียน

อาจารย์โรบินสันแสดงความชื่นชมในคุณภาพของงานที่นักเรียนแสดงวิธีทำได้หลากหลาย ซึ่งเป็นส่วนสำคัญของการเชื่อมโยงความรู้ในคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน นักเรียนได้เห็นว่าวิธีทำได้หลายวิธีไม่ว่าจะใช้ความรู้ในเรื่องเรขาคณิตในระบบแกนมุมฉาก เรขาคณิตในระบบยูคลิด หรือการแปลงทางเรขาคณิต สามารถเชื่อมโยงถึงกันได้ เขาได้ให้ความเห็นว่าเป็นเรื่องดีที่นักเรียนได้วิธีคิดเหล่านี้ เพื่อบางคนจะได้แนวคิดไปใช้แก้ปัญหาอื่นต่อไปในภายหน้า

กิจกรรมต่อไปที่อาจารย์โรบินสันเลือก ดังแสดงในภาพประกอบ 8 (NCTM. 2000 : 357) เป็นปัญหาน่าสนใจที่นักเรียนจะได้ใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมและวงกลม มีนักเรียนกลุ่มหนึ่งสนใจกลุ่มของสามเหลี่ยมมุมฉากใช้ด้านตรงข้ามมุมฉากร่วมกันและคู่อันดับของจุดยอดมุมฉาก (ดังรูป ก) ส่วนอีกกลุ่มหนึ่งสนใจกลุ่มของสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมฉากและด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งร่วมกัน (ดังรูป ข) เมื่อลงจุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉากของสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปแล้ว จะเห็นวิถีทางเดินของจุดเป็นส่วนโค้งของวงกลม ครั้งแรกนักเรียนขัดแย้งในความคิดว่าจะเป็นแบบรูปของวงกลมหรือไม่ แต่อาจารย์โรบินสันมองเห็นความเป็นไปได้ในการสร้างการเชื่อมโยงโดยตั้งคำถาม เช่น “ทำไมเธอคิดว่าเป็นแบบรูป” และ “วงกลมในแบบรูปของเธอนี้ใช้อธิบายอะไรบางอย่างกับวงกลมจากงานของกลุ่มของเจนนิเฟอร์ได้หรือไม่” เมื่อแต่ละกลุ่มเข้าใจสิ่งที่เขาถามก็เริ่มเห็นการเชื่อมโยงระหว่างวงกลมที่เกิดขึ้นนี้กับบทนิยามของวงกลม และความจริงจากปัญหาที่ล้วนนั้นคือระยะทางไปยังจุดทั้งสามเท่ากัน



ภาพประกอบ 8 แสดงวิถีทางเดินของจุดยอดมุมฉาก และจุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉาก

ท้ายสุดอาจารย์โรบินสันได้ให้งานท้าทายที่เชื่อมโยงกับปัญหานี้ (หรือปัญหาที่คล้ายกันนี้) กับสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือกับศาสตร์อื่นๆ โดยใช้กระดาษโปสเตอร์แสดงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่คล้ายคลึงกับปัญหาก่อนคือ หาจุดที่อยู่ห่างจากจุดยอดทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นระยะทางเท่ากัน ให้กลุ่มหนึ่งแสดงการทดลองในห้องเรียนที่ทำให้มีดโดยปิดหน้าต่างทุกบาน วางกระดาษโปสเตอร์รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสีขาวรูปหนึ่งลงบนพื้นห้อง จุดเทียนไขที่สูงเท่ากันตั้งไว้ที่จุดยอดทั้งสาม ตั้งวัตถุสิ่งหนึ่งที่สั้นกว่าเทียนไขไว้ภายในรูปสามเหลี่ยม สมาชิกคนหนึ่งของกลุ่มทำการเคลื่อนย้ายวัตถุนั้นไปเรื่อยๆ นักเรียนคนอื่นสังเกตเงาของวัตถุ ปรากฏว่าเงาทั้งสามของวัตถุยาวเท่ากันเมื่อวัตถุนั้นเคลื่อนย้ายมาอยู่ที่จุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉาก ปรากฏการณ์ดังกล่าวสร้างความยินดีแก่ทั้งอาจารย์โรบินสันและผู้เรียนในชั้น แต่เขายกกว่างานยังไม่จบเพียงเท่านี้ ปัญหาอาจจะมีต่อไปเช่น “ไม่ใช่ว่าลานบ้านของทุกคนจะมีมุมฉากหรือเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก” ข้อคิดนี้กำลังนำไปค้นหาสิ่งที่เป็นนามธรรมและเป็นกรณีทั่วไปเพื่อใช้กับงานอื่นๆ บางงานหรือไปสร้างการเชื่อมโยงให้มากขึ้น

เรื่องราวในชั้นเรียนของอาจารย์โรบินสันชี้ให้เห็นว่า มีหลายวิธีในการสอนที่จะช่วยให้นักเรียนค้นหาและสร้างทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะการเลือกปัญหาที่มีความสำคัญเนื่องจากนักเรียนคงไม่สามารถเชื่อมโยงได้เองนอกจากได้ทำงานกับปัญหาหรือกับสถานการณ์ต่างๆ ซึ่งจะนำไปสู่การโยงความรู้ต่างๆเข้าด้วยกัน ครูควรมีความคิดริเริ่มในการหาปัญหาที่บูรณาการความรู้ ซึ่งเมื่อก่อนการสอนเน้นที่เนื้อหา และหลักสูตรให้มีการศึกษาเนื้อหาแยกเป็นเรื่องๆ เช่น เรขาคณิต พีชคณิต และสถิติ แต่เมื่อหลักสูตรได้ให้มีการสอนโดยใช้ปัญหาซึ่งเป็นการทำลายขอบเขตเนื้อหาแบบเดิมลง ครูจึงต้องพัฒนาตนเองให้เกิดความชำนาญในการสร้างการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เพื่อจะได้นำไปพัฒนาความสามารถนั้นแก่นักเรียน

หลักการที่จำเป็นอันหนึ่งในการช่วยให้นักเรียนสร้างทักษะการเชื่อมโยงคือ กระตุ้นให้นักเรียนแสวงหาความรู้บวกกับการได้แก้ปัญหาที่ใกล้ตัว อาจารย์โรบินสันเริ่มต้นด้วยปัญหาที่มีทางแก้หลายวิธีและหลากหลายคำตอบ ในขณะที่ทำงานกับปัญหานักเรียนอาจถูกชักนำให้ไขว่เขวจนทำให้ไม่สามารถตัดสินใจได้และเกิดการโต้แย้ง เขาจะช่วยให้นักเรียนค้นหาแก่นแท้ที่นำมาซึ่งความคิดใหม่ๆ ที่สร้างการเชื่อมโยง นักเรียนจะได้รับการส่งเสริมให้สะท้อนความคิด และเปรียบเทียบคำตอบที่ได้ เป็นการสร้างทักษะการเชื่อมโยง เมื่อนักเรียนทำทุกอย่างกับปัญหาที่ให้มาได้แล้ว จึงให้ก้าวไปสู่การค้นหาคำตอบทั่วไป ปัญหาที่มีคุณค่าจะทำให้เกิดความคิดทางคณิตศาสตร์และเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้นักเรียนสามารถเห็นคณิตศาสตร์ได้เชื่อมโยงกันทั้งหมด

กล่าวโดยสรุป แนวทางการจัดการเรียนการสอนการเชื่อมโยงในระดับเกรด 9–12 ของ NCTM ควรให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ที่มีอยู่ในการสืบเสาะค้นหาความรู้เพิ่มเติม และเห็นถึงเนื้อหาที่เชื่อมโยงถึงกันโดยใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่ใกล้ตัวนักเรียนที่มีวิธีคิดหรือคำตอบที่หลากหลาย

4.5 ลักษณะของการเชื่อมโยงในรูปแบบต่างๆ

4.5.1 สร้างการเชื่อมโยงในเรขาคณิต

สกรอย และ สกรอย (Sgroi and Sgroi. 1993 : 569–570) กล่าวว่า การสอนพีชคณิตและเรขาคณิตในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาแต่เดิมแยกต่างหากจากกัน ต่อมาเมื่อบางรัฐในสหรัฐอเมริกามีการปรับปรุงหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยนำเอาการบูรณาการมาใช้กับพีชคณิตและเรขาคณิตเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการแสวงหาความรู้ต่อไป โดยที่จริงมันมโนคติของการเชื่อมโยงระหว่างพีชคณิตและเรขาคณิตไม่ใช่เรื่องใหม่ นักคณิตศาสตร์และนักปรัชญาชาวฝรั่งเศสชื่อเรเน่ เดสคาร์ตส์ (Rene' Descartes) (1596–1650) ได้พัฒนาเรขาคณิตที่รู้จักกันดี คือ เรขาคณิตวิเคราะห์ โดยการนำภาพเรขาคณิตเข้ามานำเสนอด้วยพีชคณิต โดยใช้ระบบจำนวนจริงและสมการ

4.5.2 การเก็บข้อมูลนอกสถานที่เพื่อสร้างการเชื่อมโยงกับชีวิตจริง

บาซิล (Basile. 1999 : 8–12) ได้กล่าวถึงการเก็บข้อมูลนอกสถานที่เพื่อให้นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงว่า ประสบการณ์ที่สนุกสนานสำหรับเด็กเกิดจากนอกห้องเรียน เมื่อพาเด็กไปเดินในป่าละเมาะ สวนสาธารณะในท้องถิ่น หรือสวนหย่อมรอบๆ โรงเรียน ขณะเดินสำรวจเด็กได้ค้นพบธรรมชาติ ได้รับความรู้และทักษะ ได้ใช้ความรู้สึก (Sense) ในการเก็บข้อมูลในสิ่งรอบตัว ซึ่งแต่เดิมเราเคยให้ประสบการณ์เรื่องนี้กับเด็กเฉพาะในชั้นเรียนวิทยาศาสตร์ อย่างไรก็ตาม การรู้จักสังเกตเป็นสิ่งสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ในการสร้างแบบรูปเพื่อพัฒนาไปสู่การแก้ปัญหา ความรู้สึกเชิงปริภูมิ และการให้เหตุผล

การเก็บข้อมูลจากการเรียนรู้นอกสถานที่ เป็นกระบวนการที่ทำให้เด็กสามารถเชื่อมโยงระหว่างมโนคติของเนื้อหาต่างๆในคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง โดยปรับวิธีการให้เข้ากับธรรมชาติความอยากรู้อยากเห็นของเด็ก โดยให้ประสบการณ์ที่สนับสนุนการเรียนรู้ ขณะที่เก็บข้อมูลเด็กได้สร้างองค์ความรู้ในเรื่องจำนวน ขนาด สัดส่วน และแบบรูปที่สัมพันธ์กับสิ่งรอบตัว เช่น ใช้ความรู้เรื่องจำนวนในการนับและบันทึกลูกไม้หลากสีหลากสีต่างชนิดกัน หรือใช้วิธีวัดความยาวรอบต้นไม้ แล้วเปรียบเทียบขนาด เป็นต้น ดังนั้น กระบวนการเก็บข้อมูลได้ให้โอกาสอันมีค่ากับเด็กเล็กในการคิดแบบเดียวกับนักคณิตศาสตร์ และประยุกต์การให้เหตุผลของข้อมูลสู่ชีวิตจริง เด็กสามารถได้ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมมากขึ้นจากการได้แยกชนิด ประเภทของข้อมูล เขียนกราฟ เปรียบเทียบข้อมูล ทดสอบแบบรูป และนำเสนอแนวคิดด้วยกราฟ

4.5.3 กรุปสมมาตรเชื่อมโยงศิลปะและประวัติศาสตร์กับคณิตศาสตร์

นัทเซาลัส (Natsaulas. 2000 : 364–370) ได้กล่าวถึงการเชื่อมโยงระหว่างกรุปสมมาตร (Symmetry Groups) ในคณิตศาสตร์ กับศิลปะและประวัติศาสตร์ว่า ที่ผ่านมามีการนำเอาวัฒนธรรมจากที่ต่างๆมาเป็นต้นแบบในการผลิตและออกแบบสิ่งประดับและตกแต่งต่างๆ หรือเป็นภาพสัญลักษณ์ของพิธีการหรือสัญลักษณ์ทางศาสนา ซึ่งหลายอย่างที่ถูกกล่าวมาเป็นคณิตศาสตร์โดยธรรมชาติ มีภาพที่สร้างมาจากการสะท้อนและการหมุนภาพบนระนาบ ดังนั้นประวัติศาสตร์และการผสมผสานทางศิลปะ ทำให้นักเรียนได้ศึกษาการสะท้อนและการหมุนภาพบนระนาบได้ เช่นเดียวกับมโนคติของกรุปสมมาตร การศึกษากรุปสมมาตรเพื่อให้เชื่อมโยงกับศิลปะและประวัติศาสตร์ ส่งเสริมความเข้าใจในการสร้างภาพบนระนาบ และแสดงโครงสร้างพื้นฐานของพีชคณิตและเรขาคณิต

4.5.4 การเชื่อมโยงระหว่างสมการและกราฟ

นุท (Knuth. 2000 : 48–53) กล่าวว่า การที่นักเรียนจะเข้าใจความหมายของฟังก์ชันที่ไม่เพียงแต่รู้ จะต้องกระตุ้นให้นักเรียนมีการนำเสนอวิธีที่ต่างกันในการหาคำตอบ ให้มีการแสดงสมการในรูปแบบต่างๆ เช่น ให้มีการนำเสนอสมการเชิงเส้นหนึ่งทั้งในรูป Point-slope และรูปมาตรฐาน วิธีที่จะเน้นการนำเสนอด้วยกราฟทำได้โดยให้งานที่แปลงกราฟไปเป็นสมการ และควรให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความรู้และอภิปรายถึงวิธีการได้มาซึ่งคำตอบในรูปแบบต่างๆ

4.5.5 เชื่อมโยงกับธรณีวิทยา

เวเชอร์ และ มิลรอย (Vacher and Mylroie. 2001 : 640–646) ได้กล่าวถึงการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับธรณีวิทยาเพื่อใช้สำรวจถ้ำว่า ถ้ามีความแตกต่างจากภูเขา ทะเลสาบ หรือแม่น้ำ ตรงที่เราไม่สามารถเห็นปากถ้ำได้ในระยะไกล ไม่สามารถทำแผนที่จากภาพถ่ายทางอากาศหรือภาพถ่ายดาวเทียม ไม่สามารถบอกลักษณะภายในถ้ำได้จนกว่าจะเดินเข้าไปสำรวจภายใน และยังพบว่าภายในถ้ำทอดยาวออกไปหลายทางจนไม่อาจทำนายส่วนปลายของถ้ำได้ นักสำรวจจึงมีวิธีการสำรวจเส้นทางเดินภายในถ้ำโดยหาความยาวของระยะทางในถ้ำเป็นส่วนๆและทิศทาง แล้วเขียนแทนด้วยเวกเตอร์ การเขียนแผนที่ของถ้ำจึงเป็นการแปลงข้อมูลของระยะทางและมุมออกมาเป็นเวกเตอร์ในระบบสามมิติ

4.5.6 เชื่อมโยงความเป็นอิสระกับสถิติไคสแควร์

ไวท์ (White. 2001 : 134–136) ได้ทำการสอนให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงระหว่างความเป็นอิสระกับสถิติไคสแควร์ โดยกล่าวว่า สถิติไคสแควร์ใช้เพื่อทดสอบความเหมาะสม (Goodness of fit) สัดส่วนของประชากร(Homogeneity of Proportion) และทดสอบความเป็นอิสระ (Independence) ในการสอนจะใช้การทดสอบความเหมาะสมของสถิติไคสแควร์ไปสัมพันธ์กับงานของการทดสอบความเป็นอิสระ

โดยวันแรกเป็นการนำเสนอเนื้อหาที่ครอบคลุมการทดสอบความเหมาะสมแล้วมอบหมายงาน ต่อมาวันที่สองเป็นการนำเสนอเนื้อหาเพื่อพิจารณาความเป็นอิสระตามรูปแบบของความน่าจะเป็นที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว จากนั้นนำสถิติไคสแควร์มาทดสอบความเป็นอิสระโดยมีตัวอย่างที่ชี้ให้เห็นถึงความสัมพันธ์กัน

จากลักษณะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่างๆดังกล่าวข้างต้น เป็นการแสดงให้เห็นว่าคณิตศาสตร์เชื่อมโยงกันในหลายเนื้อหาในคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงและสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับวิชาอื่นๆ และนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

5.1 งานวิจัยในต่างประเทศ

เดิร์กเซล (Drexel. 1997 : 2119-A) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงระหว่างเศษส่วนธรรมดา (Common Fraction) กับเศษส่วนทศนิยม (Decimal fraction) หรือเศษส่วนที่มีส่วนเป็นพหุคูณของ 10 เริ่มต้นที่เลือกนักเรียน 9 คนจากกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนเกรด 6 ที่อยู่ต่างห้องเรียนกันจำนวน 19 คน มาทดสอบความสามารถเชื่อมโยงเศษส่วนธรรมดาและเศษส่วนทศนิยม โดยให้ทำข้อสอบเศษส่วนแบบเขียนตอบ และสัมภาษณ์ถึงการเรียนเรื่องเศษส่วนที่ผ่านมา เพื่อจะได้ทราบระดับความรู้และมโนคติเรื่องเศษส่วนของนักเรียน ปรากฏว่า มโนคติเรื่องเศษส่วนของนักเรียนมีจำกัดมาก ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้บทเรียน 6 บทในการปูพื้นฐานมโนคติและทักษะเรื่องเศษส่วน และใช้บทเรียนเพียง 2 บทในการเชื่อมโยงมโนคติของเศษส่วนธรรมดาและทศนิยมกับกลุ่มตัวอย่าง หลังการใช้บทเรียนทำการสัมภาษณ์นักเรียนเป็นรายบุคคล ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถจำแนก เปรียบเทียบ ดำเนินการบวกและการลบเศษส่วนทศนิยมได้ สามารถนำหลักการของเศษส่วนธรรมดาไปใช้กับเศษส่วนทศนิยมได้ และนักเรียนยังสามารถจัดแปลงส่วนจาก 10 และ 100 เป็น 1,000 แต่ยังไม่สามารถแปลงการคูณเศษส่วนมาเป็นการคูณทศนิยมได้ ซึ่งข้อจำกัดนี้ชี้ว่าความรู้ของนักเรียนยังมีปัญหาต่อการนำมาใช้ แต่จากการที่นักเรียนสามารถโยงเศษส่วนธรรมดาและทศนิยมมาสัมพันธ์กันได้ อาจมีความหมายต่อความเข้าใจในมโนคติและการดำเนินการในทศนิยม

พอร์ซิโอ (Porzio. 1999 : 1-26) ได้ศึกษาผลการใช้วิธีนำเสนอเนื้อหาที่แตกต่างกันและการใช้เทคโนโลยีที่หลากหลายที่มีต่อการสร้างมโนคติทางคณิตศาสตร์ เป็นการศึกษาผลของความแตกต่างในการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยจัดนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่มคือ กลุ่มที่ 1 เรียนหลักสูตรแคลคูลัสแบบเดิม เน้นนำเสนอด้วยสัญลักษณ์ กลุ่มที่ 2 เรียนหลักสูตรแคลคูลัสที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ เน้นนำเสนอด้วยกราฟ และกลุ่มที่ 3 เรียนหลักสูตร Calculus & Mathematica ที่เน้นการนำเสนอที่หลากหลาย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนหลักสูตร Calculus & Mathematica มีทักษะในการแก้ปัญหาและสามารถแสดงมโนคติได้หลายวิธี ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาการเชื่อมโยงความรู้

นุธ (Knuth. 2000 : 500-508) ได้ศึกษาความเข้าใจในการสร้างการเชื่อมโยงในระบบพิกัดฉากของนักเรียน สืบเนื่องจากการนำเสนอเนื้อหาที่หลากหลายของฟังก์ชันในวิชาคณิตศาสตร์ของโรงเรียนระดับมัธยมศึกษา มีนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจำนวนมากไม่เข้าใจการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาเหล่านั้น โดยเฉพาะการเชื่อมโยงระหว่างพีชคณิตและกราฟของฟังก์ชัน จากนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 178 คน ที่ลงทะเบียนเรียนวิชาพีชคณิตของแคลคูลัสเป็นปีแรก ผลการวิจัยพบว่า มากกว่า 3 ใน 4 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเลือกทำแบบทดสอบโดยใช้วิธีทางพีชคณิต แม้ว่าการหาคำตอบโดยใช้กราฟของฟังก์ชันจะง่ายกว่าก็ตาม และน้อยกว่า 1 ใน 3 ที่ใช้วิธีของกราฟจะใช้วิธีพื้นๆ หรือไม่ก็วิธีที่มีทางเลือกอื่นอีก

ลอว์สันและชินนาพเพน (Lawson and Chinnappan. 2000 : 26–43) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการทำงานแก้ปัญหากับการสร้างองค์ความรู้ของนักเรียน และศึกษาต่อไปถึงตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหาและการเชื่อมโยงความรู้ในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ระหว่างนักเรียน 2 กลุ่มคือ กลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง กับกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีความสามารถในการสร้างองค์ความรู้ขึ้นเองได้มากกว่า และยังสามารถโยงความรู้ที่ครูจัดตามแผนการสอนมาสัมพันธ์กับความรู้เดิมที่มีอยู่ และตัวชี้วัดความสามารถด้านการเชื่อมโยงมีผลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาสูงกว่าตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหา จุดมุ่งหมายในการศึกษาครั้งนี้เพื่อให้ข้อมูลกับครูในการหาวิธีสอนเพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ที่มีคุณภาพได้

พูกาลี (Pugalee. 2001 : 236–243) ได้ศึกษาการเขียนของนักเรียนในกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แสดงรูปแบบของการรู้คิดที่ชัดเจน กับนักเรียนเกรด 9 จำนวน 20 คน ที่เรียนวิชาพีชคณิตโดยในการทำโจทย์ปัญหาให้เขียนอธิบายตามกระบวนการแก้ปัญหา ผลการวิจัยเชิงคุณภาพพบว่านักเรียนแสดงรูปแบบการรู้คิดของตนเองออกมาในการเขียนอธิบาย แสดงถึงการมีพฤติกรรมการรู้คิดที่หลากหลาย ทั้งการกำหนดทิศทาง การวางแผนจัดการ การดำเนินการ และรูปแบบการพิสูจน์ในการแก้ปัญหา ซึ่งพฤติกรรมการรู้คิดมีอิทธิพลอย่างมากในการแก้ปัญหา การศึกษานี้เน้นที่การเขียนเพื่อเป็นแนวทางในการบูรณาการหลักสูตรคณิตศาสตร์ และสนับสนุนความต้องการในการวิจัยเรื่องการเขียนในคณิตศาสตร์ที่มีมากขึ้น

แพนดิสซิโอ (Pandiscio. 2002 : 216–221) ได้สำรวจการโยงมโนติการพิสูจน์กับการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เรขาคณิตของนักศึกษาฝึกสอน โดยให้นักศึกษาฝึกสอน 4 คน (ชาย 2 คน หญิง 2 คน) แก้ปัญหาเรขาคณิตที่ไม่คุ้นเคยโดยใช้พื้นฐานมโนติของยูคลิดจำนวน 2 ข้อ ให้สร้างการพิสูจน์ตามรูปแบบที่ให้ผลออกมาเป็นรูปแบบกรณีทั่วไป และให้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต ผลปรากฏว่านักศึกษาฝึกสอนทั้ง 4 คนยอมรับว่า แม้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตจะไม่ได้ช่วยพิสูจน์ แต่ก็เป็นเครื่องมือช่วยสร้างความรู้สึก (Sense) ให้เกิดความเข้าใจความสัมพันธ์ในปัญหาหรือทฤษฎีบทเพื่อนำไปใช้ในการพิสูจน์ได้

5.2 งานวิจัยในประเทศ

สมบัติ แสงทองคำสุก (2545 : 97) ได้พัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา เขตบางบอน กรุงเทพมหานคร จำนวน 45 คน ผลการศึกษาพบว่ารูปแบบการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่าประสิทธิภาพ 89.84/82.32 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงดังกล่าว หลังได้รับการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากงานวิจัยดังกล่าวข้างต้น ผู้ศึกษาได้ทดลองใช้ปัญหาและการนำเสนอเนื้อหาที่เชื่อมโยงความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ ผลปรากฏว่า สามารถช่วยพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงได้ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงเห็นว่า การจะพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยง ควรควรเน้นการสร้างความรู้ให้สัมพันธ์กัน ด้วยการออกแบบวิธีนำเสนอเนื้อหา และกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่ให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ในคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมา สรุปเพื่อสร้างความรู้ใหม่ กิจกรรมดังกล่าวนี้นักเรียนจะได้เห็นการเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

บทที่ 3

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

การวิจัยเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้ดำเนินการตามลำดับขั้นตอนการวิจัยดังต่อไปนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างและหาประสิทธิภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. วิธีดำเนินการทดลอง
4. การวิเคราะห์ข้อมูล
5. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2546

โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ ตำบลบางแก้ว อำเภอบางพลี จังหวัดสมุทรปราการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ ตำบลบางแก้ว อำเภอบางพลี จังหวัดสมุทรปราการ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โดยการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Sampling) 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน จากนักเรียนทั้งหมด 7 ห้องเรียน จำนวน 290 คน ซึ่งการจัดห้องเรียนเป็นแบบคละความสามารถ มีทั้งนักเรียนที่มีความสามารถในการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเดียวกัน

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรที่วัดผลสัมฤทธิ์ตามเนื้อหาและความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยง ซึ่งมีรายละเอียดการดำเนินการดังนี้

➤ แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร

แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีขั้นตอนการสร้างและหาประสิทธิภาพ ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การเตรียมงานด้านวิชาการ

1. ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544
2. ศึกษาเนื้อหาเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรจากหนังสือต่อไปนี้
 - 2.1 หนังสือเรียนรายวิชา ค 204 คณิตศาสตร์ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของ สสท.
 - 2.2 หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ของ สสท.

2.3 Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics Addenda Series, Grades k-6 : Geometry and Spatial Sense ของ NCTM

2.4 Mathematics for Self-Study : Geometry for the Practical Man ของ J.E. Thompson

2.5 Elementary Geometry from an Advanced Standpoint ของ Edwin E. Moise

2.6 Geometry ของ Kenneth J. Travers, LeRoy C. Dalton & Katherine P. Layton

2.7 Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics ของ Douglas E. Cruikshank & Linda Jensen Sheffield

2.8 Math in My World ของ Douglas H. Clements and others

3. ศึกษาหลักการพัฒนาทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหา และทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยง และแนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยง จากหนังสือต่อไปนี้

3.1 คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของกรมวิชาการ

3.2 Principles and Standards for School Mathematics ของ NCTM

3.3 Guiding Children's Learning of Mathematics ของ Leonard M. Kennedy & Steve

Tipps

3.4 Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom. A Contemporary Approach to Teaching Grade 7-12 ของ John A. Dossey and others

4. วิเคราะห์และออกแบบสถานการณ์ปัญหาที่สอดคล้องกับเนื้อหาเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร และทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหา และทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยง

ขั้นที่ 2 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้

1. จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับเนื้อหาเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร และทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหาและทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยง โดยออกแบบกิจกรรมและกำหนดงานแก้ปัญหาตามสถานการณ์ที่กำหนดจำนวนทั้งสิ้น 13 แผนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

1.1 ทรงสามมิติ 1 คาบ

บทนิยามของทรงสามมิติ ได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลม

1.2 พื้นที่ผิวของปริซึม 2 คาบ

คาบที่ 1 การหาพื้นที่ผิวของปริซึม

คาบที่ 2 การหาพื้นที่ผิวของปริซึมฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า และฐานหกเหลี่ยมด้านเท่า

มุมเท่า

1.3 พื้นที่ผิวของพีระมิด 2 คาบ

คาบที่ 1 การหาพื้นที่ผิวของพีระมิด

คาบที่ 2 การหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า

1.4 พื้นที่ผิวของทรงกระบอก 1 คาบ

การหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก

1.5 พื้นที่ผิวของกรวย 1 คาบ

การหาพื้นที่ผิวของกรวย

1.6 พื้นที่ผิวทรงกลม	1 คาบ
การหาพื้นที่ผิวของทรงกลม	
1.7 ปริมาตรของปริซึม	1 คาบ
การหาปริมาตรของปริซึม	
1.8 ปริมาตรของทรงกระบอก	1 คาบ
การหาปริมาตรของทรงกระบอก	
1.9 ปริมาตรของพีระมิด	1 คาบ
การหาปริมาตรของพีระมิด	
1.10 ปริมาตรของกรวย	1 คาบ
การหาปริมาตรของกรวย	
1.11 ปริมาตรของทรงกลม	1 คาบ
การหาปริมาตรของทรงกลม	
1.12 หน่วยการวัดปริมาตร	1 คาบ
หน่วยวัดปริมาตร หน่วยการตวง และการเปลี่ยนหน่วย	
1.13 การประยุกต์ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตร	2 คาบ
คาบที่ 1 การนำความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตรไปใช้ในชีวิตประจำวัน	
คาบที่ 2 การประยุกต์การหาพื้นที่ผิวและปริมาตร	

สำหรับกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้
 ขั้นตอนที่ 1 นำเข้าสู่บทเรียน เพื่อสร้างความสนใจในการแก้ปัญหาและเพิ่มเติมความรู้ใหม่ที่
 เกี่ยวข้องกับปัญหาที่นำเสนอ

ขั้นตอนที่ 2 นำเสนอปัญหา โดยครูนำเสนอปัญหาพร้อมกันทั้งชั้น หรือกำหนดปัญหาให้แต่ละ
 กลุ่มจากใบกิจกรรม

ขั้นตอนที่ 3 ปฏิบัติการแก้ปัญหาในกลุ่มย่อย ซึ่งทุกคนมีส่วนร่วมและสามารถแก้ปัญหาได้

ขั้นตอนที่ 4 เสนอผลการแก้ปัญหา เป็นการนำเสนอการแก้ปัญหาของกลุ่ม โดยนำเสนอใน
 ลักษณะผลัดเปลี่ยนหมุนเวียน ส่วนกลุ่มที่ไม่ได้กำลังทำหน้าที่นำเสนอจะเปรียบเทียบผลการปฏิบัติกิจกรรม
 นั้นกับกลุ่มของตนเอง แล้วบอกส่วนที่แตกต่างรวมถึงข้อดีและข้อบกพร่องของแต่ละวิธี โดยการนำเสนอใช้
 เวลาประมาณกลุ่มละ 3-5 นาที

ขั้นตอนที่ 5 สรุปผล หลังจากนำเสนอผลการแก้ปัญหาจนครบทุกปัญหาแล้ว มีการสรุปผล
 การแก้ปัญหา ทั้งสรุปเป็นรายบุคคลหรือร่วมกันทั้งชั้น และอภิปรายเพิ่มเติมถึงความรู้ที่ได้หลังจาก
 แก้ปัญหา แล้วบันทึกผลสรุปเป็นความรู้ใหม่

ⓧ 2. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วพร้อมทั้งสื่อการสอนที่กำหนดไว้ในแผนการ
 จัดการเรียนรู้ ได้แก่ ใบกิจกรรม เอกสารทบทวน แบบฝึกทักษะ แผ่นภาพ แบบจำลองต่างๆ เป็นต้น ไป
 ให้กรรมการควบคุมปริณญาณิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเหมาะสม ความเป็นไปได้ของกิจกรรม
 พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงและแก้ไข

3. ปรับปรุงและแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ตามคำแนะนำของกรรมการควบคุมปริณญาณิพนธ์
 และผู้เชี่ยวชาญ

ขั้นที่ 3 หาประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้

หลังจากที่ผู้วิจัยได้ปรับปรุงและแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามข้อเสนอแนะของกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญแล้ว ผู้วิจัยได้ดำเนินการหาประสิทธิภาพตามลำดับดังนี้คือ

1. ผู้วิจัยได้นำแผนการจัดการเรียนรู้ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ โดยทดลองกับนักเรียนจำนวน 3 คนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างซึ่งมีระดับความรู้ความสามารถทั้งเก่ง ปานกลาง และอ่อน เพื่อทดสอบดูความเหมาะสมของภาษา กิจกรรม และเวลาที่ใช้ โดยการสังเกตอย่างใกล้ชิด สัมภาษณ์ผู้เรียน แล้วนำไปปรับปรุงและแก้ไข

2. ผู้วิจัยได้นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้ปรับปรุงและแก้ไขแล้วตามข้อ 1 ไปทำการทดลองกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 35 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ แล้วนำผลการเรียนมาวิเคราะห์เพื่อหาข้อบกพร่องด้านเนื้อหา ภาษา กิจกรรม ระยะเวลาที่ใช้ในการทำกิจกรรม และหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนซึ่งได้เท่ากับ 76.54/71.63

3. นำแผนการจัดการเรียนรู้ให้กรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบพิจารณาอีกครั้ง แล้วจึงนำไปใช้ทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

> แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรเป็นแบบทดสอบที่วัดผลสัมฤทธิ์ตามเนื้อหาและความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง โดยมีลำดับการสร้าง ดังนี้

1. ศึกษาทฤษฎีและหลักการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
2. วิเคราะห์พฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง รวมถึงเนื้อหา มโนคติ และจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของเนื้อหาที่ใช้ในการทดลองเพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร

3. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรเป็นข้อสอบแบบปรนัย
4. ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อและแบบอัตนัยจำนวน 6 ข้อให้ครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม และวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงตามที่กำหนด

4. นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญ เพื่อตรวจสอบคุณภาพความเที่ยงตรงของเนื้อหา โดยพิจารณาว่าแบบทดสอบที่สร้างขึ้นสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม และวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง โดยในส่วนของแบบทดสอบปรนัยใช้เกณฑ์การพิจารณาดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม และวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม และวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงหรือไม่

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม และวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง

ส่วนของแบบทดสอบอัตนัย ทำการปรับปรุงและแก้ไขตามข้อเสนอแนะของกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญแล้วคัดเลือกข้อสอบไว้ 3 ข้อ

5. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ในส่วนของแบบทดสอบปรนัยที่ได้รับการตรวจสอบจากกรรมการควบคุมปริญญาพันธ์และผู้เชี่ยวชาญมาคำนวณหาค่า IOC แล้ว คัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไปจำนวน 30 ข้อ

6. นำแบบทดสอบที่ได้จากข้อ 5 ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ จำนวน 35 คนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นกลุ่มเดิมที่ผู้วิจัยเคยสอนมาแล้ว

7. นำผลการสอบที่ได้มาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) คัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายระหว่าง .20 - .80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ขึ้นไป ได้ข้อสอบจำนวน 21 ข้อ

8. นำแบบทดสอบที่ผ่านการคัดเลือกในข้อ 7 มาคำนวณเพื่อหาค่าความเชื่อมั่น โดยใช้สูตร KR-20 ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson-20) ได้เท่ากับ .78

9. นำแบบทดสอบปรนัยที่ได้จากข้อ 7 รวมกับแบบทดสอบอัตนัยที่ได้จากข้อ 4 รวมเป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น การสอนดังกล่าวกระทำในเวลาเรียนปกติ วันละ 1 คาบ คาบละ 50 นาที รวม 16 คาบ

2. สำหรับการเรียนการสอนในแต่ละคาบจะมีการให้คะแนนจากใบกิจกรรม ซึ่งมีคะแนนรวมทั้งสิ้น 360 คะแนน เพื่อใช้ในการประเมินผลตามเกณฑ์การหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน

3. เมื่อเสร็จสิ้นการสอนกลุ่มตัวอย่างครบ 16 คาบแล้ว ทำการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร เป็นแบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือกจำนวน 21 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 3 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 80 นาที

* 4. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยแบบทดสอบปรนัย ข้อที่ตอบถูกให้ 1 คะแนน และข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบหรือตอบมากกว่า 1 คำตอบให้ 0 คะแนน ส่วนแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 3 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน ใช้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนภาพรวม (Holistic scoring) ดังนี้

ได้ 0 คะแนน เมื่อปรากฏข้อใดข้อหนึ่งต่อไปนี้

- กระดาษว่างเปล่า

- ลอกข้อมูลในปัญหา แต่ไม่ได้ใช้ข้อมูลเหล่านั้นแก้ปัญหา หรือนำมาใช้แต่ไม่ได้ทำให้เกิด

ความเข้าใจปัญหาที่ชัดเจน

- คำตอบไม่ถูกต้อง และไม่ได้แสดงสิ่งใดเลย

ได้ 1 คะแนน เมื่อปรากฏข้อใดข้อหนึ่งต่อไปนี้

- มีการแสดงถึงวิธีการหาคำตอบ โดยลอกข้อมูลที่บ่งบอกถึงความเข้าใจปัญหาบางอย่าง แต่แนวทางที่ใช้ไม่ได้นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง

- ใช้ยุทธวิธีไม่เหมาะสม และไม่มีการคิดหายุทธวิธีอื่น พยายามใช้วิธีการเดียวที่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้นั้น

- ได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ไม่มีการแสดงรายละเอียดของการแก้ปัญหา

ได้ 2 คะแนน เมื่อปรากฏข้อใดข้อหนึ่งต่อไปนี้

- ใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมแสดงถึงความเข้าใจปัญหา แต่ได้คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ได้ดำเนินการมากพอเพื่อให้ได้คำตอบ

- ได้คำตอบในปัญหาย่อยแต่ไม่ได้ดำเนินการต่อ

ได้ 3 คะแนน เมื่อปรากฏข้อใดข้อหนึ่งต่อไปนี้

- เลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมและดำเนินการจนได้คำตอบที่ถูกต้อง

- มีความผิดพลาดที่ไม่ได้ส่งผลต่อความเข้าใจในปัญหา แต่เป็นเพราะลอกโจทย์ผิด หรือคำนวณ

ผิด

4. นำผลการทดสอบที่ได้มาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมุติฐาน

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน โดยหาความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน กับคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรหลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนโดยคิดเป็นร้อยละ จากนั้นนำผลที่ได้มาเทียบหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70/70

2. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนด้วยการทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร ซึ่งใช้ค่าสถิติ Z ในการทดสอบ (Z – Test for Population Proportion)

3. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3.1 สถิติที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ

3.1.1 การหาค่าดัชนีความสอดคล้องจากความคิดเห็นของคณะกรรมการควบคุมปริมาณนิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญ ที่มีต่อความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมตามวิธีการของโรวินELLIและแฮมเบลตัน (Rowinelli and Hambleton)

3.1.2 หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

3.1.3 การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คำนวณจากสูตร KR-20 ของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน

3.1.4 การคำนวณหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ใช้สูตร E_1/E_2 เพื่อหาว่ากิจกรรมการเรียนรู้การสอนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70/70 หรือไม่

3.2 สถิติพื้นฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3.2.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic Mean)

3.2.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

3.3 สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมุติฐาน

สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ใช้สถิติทดสอบ Z (Z-test)

บทที่ 4

ผลการศึกษาค้นคว้า

ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 40 คน และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผู้วิจัยได้เสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับ ดังต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน
2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
3. ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงตามเกณฑ์ 70/70
4. ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ได้คะแนนผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม
5. ผลการทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์ในการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรที่ใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ ได้แก่ คะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน และคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัย จำนวน 21 ข้อ และแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ ผลการวิเคราะห์ข้อมูล เป็นดังนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน



ตาราง 1 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าร้อยละของ $\bar{x}$ เทียบกับคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษา ปีที่ 3	40	360	298.43	82.9	11.05

จากตาราง 1 แสดงให้เห็นว่า คะแนนจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 298.43 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 82.9 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 11.05 คะแนน

2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ตาราง 2 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าร้อยละของ $\bar{x}$ เทียบกับคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษา ปีที่ 3	40	30	21.03	70.1	3.94

จากตาราง 2 แสดงให้เห็นว่า คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 21.03 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 70.1 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.94 คะแนน

3. ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงตามเกณฑ์ 70/70 จากตาราง 1 และตาราง 2 แสดงให้เห็นว่า ร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียนเป็น 82.9 และร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็น 70.1 ดังนั้น E_1/E_2 จึงเป็น $82.9/70.1$ ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้

4. ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 40 คนที่ทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ได้คะแนนผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

ตาราง 3 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 40 คนที่ทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม (คน)	ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	40	36	90

จากตาราง 3 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้คะแนนผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็มมีจำนวนร้อยละ 90 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดในชั้น

5. ผลการทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์ในการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรที่ใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง โดยใช้สถิติทดสอบ Z (Z-Test)

ตาราง 4 แสดงผลการทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์ในการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรที่ใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง โดยใช้สถิติทดสอบ Z (Z-Test)

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม (คน)	ค่าสถิติ Z	ค่าวิกฤต
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	40	36	2.76**	2.33

** มีนัยสำคัญที่ระดับ .01

จากตาราง 4 แสดงให้เห็นว่า จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้คะแนนผ่านเกณฑ์จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรที่ใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. ออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. หาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงตามเกณฑ์ 70/70
3. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

สมมุติฐานการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง สามารถสอบผ่านเกณฑ์ที่มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของนักเรียนทั้งหมด

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ ที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 40 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการดำเนินการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ที่วัดผลสัมฤทธิ์ตามเนื้อหาและความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง เป็นแบบทดสอบแบบปรนัยจำนวน 21 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 3 ข้อ

วิธีดำเนินการทดลอง

1. ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 40 คน โดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น การสอนดังกล่าวกระทำในเวลาเรียนปกติ วันละ 1 คาบ คาบละ 50 นาที รวม 16 คาบ
2. สำหรับการเรียนการสอนในแต่ละคาบจะมีการให้คะแนนจากใบกิจกรรม ซึ่งมีคะแนนรวมทั้งสิ้น 360 คะแนน เพื่อใช้ในการประเมินผลตามเกณฑ์การหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

3. เมื่อเสร็จสิ้นการสอนครบ 16 คาบแล้ว ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ที่วัดผลสัมฤทธิ์ตามเนื้อหาและความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง เป็นแบบทดสอบแบบปรนัยจำนวน 21 ข้อ และแบบอัตนัยจำนวน 3 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 80 นาที แล้วนำผลที่ได้ไปดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

หลังจากเสร็จสิ้นการทดลองแล้ว ผู้วิจัยได้นำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์ผลโดยดำเนินการเพื่อศึกษาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอน และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดังนี้

1. หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน
2. หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
3. หาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงตามเกณฑ์ 70/70
4. หาค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม
5. ทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์ในการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรที่ใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง

สรุปผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลจากการศึกษาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร และผลจากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นดังนี้

1. คะแนนจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากคะแนนเต็ม 360 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 298.43 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 82.9 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 11.05 คะแนน
2. คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 21.03 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 70.1 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.94 คะแนน
3. ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงเป็นไปตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ เนื่องจากร้อยละของค่าเฉลี่ยของคะแนนจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียนเป็น 82.9 และร้อยละของค่าเฉลี่ยของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็น 70.1 ดังนั้นค่า E_1/E_2 จึงเป็น 82.9/70.1
4. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรที่ใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 ดังนั้นสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรที่ใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

อภิปรายผล

จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลปรากฏว่า นักเรียนสามารถผ่านเกณฑ์การเรียนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ทั้งนี้ อาจเป็นเพราะสาเหตุดังต่อไปนี้

1. กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเน้นการทดลองปฏิบัติจริง มีการใช้สื่อการสอนที่หลากหลายได้แก่ แผ่นโปร่งใส แบบจำลองรูปทรงต่างๆ อุปกรณ์ที่พบเห็นได้ในชีวิตประจำวัน ใบกิจกรรม แบบฝึกทักษะ มีการฝึกทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหาเพื่อให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบมากขึ้น และมีการฝึกทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงด้วยการนำเสนอเนื้อหาที่สร้างการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาที่เคยเรียนมาแล้วกับเนื้อหาใหม่ การเชื่อมโยงเนื้อหาที่เรียนกับชีวิตประจำวัน และการเชื่อมโยงเนื้อหาที่เรียนกับศาสตร์อื่นๆ ซึ่งสอดคล้องกับเอนก จันทระจูญ (2545 : 50-51) ที่ได้ทดลองฝึกการแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหา ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนสูงขึ้น และสมบัติแสงทองคำสุก (2545 : 97) ที่ทดลองใช้รูปแบบการสอนแบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อพัฒนาทักษะการเชื่อมโยง ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนก็สูงขึ้นเช่นกัน

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เน้นให้นักเรียนร่วมมือช่วยเหลือกันในการเรียน ใช้กระบวนการแก้ปัญหา ใช้การนำเสนอเนื้อหาที่มีการเชื่อมโยงทั้งระหว่างเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน มีการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะตอบคำถามและแก้ปัญหาตามที่กำหนด และใช้วิธีการเรียนทั้งแบบกลุ่มใหญ่ด้วยการบรรยาย แสดง สาธิต และแบบกลุ่มย่อยด้วยการทำกิจกรรมกลุ่ม ร่วมกันอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาต่างๆ ซึ่งสอดคล้องกับสมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 96) ที่ได้ทดลองพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการสื่อสาร โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ ผลการศึกษาพบว่า ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

3. นักเรียนให้ความสนใจและตั้งใจเรียนดี ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจากการนำเสนอปัญหาที่ท้าทายความสามารถของนักเรียน เป็นปัญหาที่พบเห็นได้จริงในชีวิตประจำวัน มีการเรียนรู้โดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม เช่น รูปภาพ อุปกรณ์ และแบบจำลองรูปทรงต่างๆ เป็นต้น ซึ่งสอดคล้องกับปรีชา เนาว์เย็นผล (2545 : 56) ที่กล่าวว่า การเรียนรู้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่มีการเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้พบเห็น หรือมีอยู่ในชีวิตประจำวันเป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างต่อเนื่องแท้จากตัวอย่างที่สัมผัสได้ ทำให้รู้สึกว่าการเรียนคณิตศาสตร์มีประโยชน์ และสามารถนำไปใช้ได้ในชีวิตจริง

ผลการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรที่ใช้การแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปรากฏว่า นักเรียนสามารถผ่านเกณฑ์การเรียนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 ทั้งนี้ อาจมีสาเหตุมาจากการที่ผู้วิจัยพยายามจัดและปรับเนื้อหาให้มีการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน มีใบกิจกรรม แบบฝึก มีการชี้แนะแนวทางให้นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ ไม่ว่าจะเป็นด้านการแก้ปัญหา การนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน ทำให้นักเรียนเห็นถึงคุณประโยชน์ในการเรียนและเอาใจใส่ในการเรียนมากขึ้น มีการช่วยกันคิดแก้ปัญหาภายในกลุ่มและนำเสนอผลงานของกลุ่ม มีการเปิดโอกาสให้กลุ่มอื่นๆ รวมทั้งครูได้แสดงความคิดเห็น เป็นการแลกเปลี่ยนความรู้ ประสบการณ์ ทำให้นักเรียนได้รับความรู้ที่กว้างขวางยิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาของบุคคลต่างๆ ที่กล่าวมาข้างต้น

ข้อสังเกตจากการวิจัย

จากการทดลองใช้กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้สื่อที่เป็นรูปธรรมทำให้นักเรียนเกิดความสนใจเป็นการสร้างบรรยากาศที่ดีในการเรียน
2. ในการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ ครูควรชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจวัตถุประสงค์ รูปแบบในการเรียน ตัวอย่างและประโยชน์ของการนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ทำให้นักเรียนเกิดความพยายามและตั้งใจในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย และปฏิบัติตามคำแนะนำที่เคร่งครัดมากขึ้น
3. การแบ่งงานภายในกลุ่มควรมีการหมุนเวียน เพื่อให้นักเรียนเกิดทักษะการทำงานในบทบาทและหน้าที่ต่างๆ
4. การนำเทคโนโลยีมาประกอบกระบวนการเรียนรู้มีส่วนสำคัญ เช่น เครื่องฉายภาพข้ามศีรษะ ช่วยให้ครูสามารถอธิบายเนื้อหาในบทเรียนได้รวดเร็วขึ้น และเครื่องคำนวณที่ทำให้นักเรียนสนใจกับกระบวนการแก้ปัญหา มากกว่าการคิดคำนวณตัวเลขที่ยุ่งยาก
5. การนำเสนอผลงานของกลุ่ม มีการให้นักเรียนในกลุ่มอื่นๆ รวมถึงครูได้แสดงความคิดเห็น เป็นการแลกเปลี่ยนประสบการณ์ ทำให้นักเรียนได้รับความรู้ที่กว้างขวางยิ่งขึ้น เป็นการเสริมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงได้เป็นอย่างดี
6. การตรวจใบกิจกรรม และแบบฝึกทักษะอย่างสม่ำเสมอ ทำให้นักเรียนได้ทราบข้อบกพร่องของนักเรียนแต่ละคนได้เป็นอย่างดี เพื่อจะได้ดำเนินการแก้ไขต่อไป

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

เนื่องจากกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพที่เหมาะสม จึงสามารถนำไปเป็นตัวอย่าง หรือแนวทางการจัดการเรียนการสอนในโรงเรียนต่อไป

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

2.1 ควรทำการศึกษาเพื่อวิจัยเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง กับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆต่อไปอีก

2.2 ควรทำการศึกษาเพื่อวิจัยเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ในด้านต่างๆ ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยง และการพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ กับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องต่างๆที่เหมาะสมในแต่ละระดับชั้น

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2544). คู่มือจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- กรรณิพย์ พงษ์ลิ้มศรี. (2535). การสอนการพิสูจน์เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหา. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2544). สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในหลักสูตร การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๔๔. กรุงเทพฯ : องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- กระทรวงศึกษาธิการ. กรมวิชาการ. (2535). คู่มือประเมินผลการเรียนตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช ๒๕๒๑ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๓๓). พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : กรุงเทพมหานคร. ถ่ายเอกสาร.
- กระทรวงศึกษาธิการ. กรมวิชาการ. (2544). หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๔๔. กรุงเทพฯ : องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- คณธรรส รสหวาน. (2539). การพัฒนารูปแบบการสอนแบบกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก ลบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนโครงการนำร่องศูนย์พัฒนาอัจฉริยะภาพเด็กและเยาวชน. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การศึกษาพิเศษ). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- จรุง ขำพงษ์. (2542). ผลการใช้กลวิธีเมตาคognition ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- จิราภรณ์ สุทธรา. (2541). การสอนแบบปฏิบัติการในวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา). เชียงใหม่ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. ถ่ายเอกสาร.
- จุฑารัตน์ จันทะนาม. (2543). การพัฒนาชุดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองที่ใช้การคูณประกอบ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เจนจิรา จันทร์เอี่ยม. (2542). การศึกษาความสามารถและกลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนมัธยมศึกษาสังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 7. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ฉลองชัย สุวัณนบูรณ์. (2528). การเลือกและการใช้สื่อการสอน. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. อัดสำเนา.
- ✓ ณัฐ จันแยม. (2529). ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิว โดยใช้บทเรียน โปรแกรมกับการสอนตามปกติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนชัยนิคมพัลลวิทยาكم กรุงเทพฯ ปีการศึกษา 2529. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (ศึกษาศาสตร์-การสอน). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.

- เทพนริศ ศุภนคร. (2536). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง "พื้นที่ผิวและปริมาตร" ระหว่างการเรียนเป็นกลุ่มย่อยด้วยตัวเอง การเรียนเป็นกลุ่มย่อยจากเพื่อน และการเรียนเป็นกลุ่มใหญ่จากครู โรงเรียนหนองสองห้องวิทยา จังหวัดขอนแก่น. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (ศึกษาศาสตร์-การสอน). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- . (2544–2545, พฤศจิกายน–มกราคม). "หีบสิ่งรอบกายมาใช้เรียนรู้คณิตศาสตร์ : แต่งโมทรงลูกบาศก์," วารสารคณิตศาสตร์. ปริมา 45(518–520) : 56.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2543, สิงหาคม–ตุลาคม). "ความเคลื่อนไหว...เกี่ยวกับ NCTM : Principles and Standards for School Mathematics," วารสารคณิตศาสตร์. ปริมา 44(503–505) : 6.
- พิชากร แปลงประสพโชค. (2540). การพัฒนาหลักสูตรพิเศษทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- มยุรี บุญเยี่ยม. (2545). การพัฒนาชุดการเรียนรู้เรื่อง"ความน่าจะเป็น" โดยใช้วิธีการแก้ปัญหา เพื่อส่งเสริมความตระหนักในการรู้จัก ของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. (2533). เอกสารการสอนชุดวิชา 21322 สื่อการสอนระดับประถมศึกษาหน่วยที่ 8–15. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- รุ่งรัตน์ นภาดณภาพร. (2544). การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมัลติมีเดียวิชาคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของพีระมิด ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ วท.ม. (เทคโนโลยีการจัดการระบบสารสนเทศ). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหิดล. ถ่ายเอกสาร.
- ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- . (2539). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- วิมล พงษ์ปาลิต. (2541). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2539). หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ : กรุงเทพมหานคร.
- . (2544). หนังสือเรียนรายวิชา ค 204 คณิตศาสตร์ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. พิมพ์ครั้งที่ 14. กรุงเทพฯ : กรุงเทพมหานคร.

สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ. ปรินิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

———. (2543). การแก้ปัญหา. กรุงเทพฯ : สถาบันราชภัฏพระนคร.

สมชาย วรกิจเกษมสกุล. (2540). การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวคิด เพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหา. ปรินิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สมจิตร เพชรผา. (2544). การพัฒนาชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาแบบอภิวรรดิ เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สมบัติ แสงทองคำสุก. (2545). การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงเรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สมบัติ โพธิ์ทอง. (2539). การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง โดยใช้เมตาคอกนิชัน. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

✓ สมศักดิ์ ภัคดี. (2536). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ระหว่างการเรียนรู้แบบศูนย์การเรียนรู้กับการเรียนแบบปกติ โรงเรียนกำแพงแสนวิทยา จังหวัดนครปฐม. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (ศึกษาศาสตร์-การสอน). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.

สิริพร ทิพย์คง. (2544). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : อรุณลาดพร้าว.

สุขจิตร ตั้งเจริญ. (2543). การใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สุนันท์ จิมวัย. (2543). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สุภิญ พัทธศักดิ์ดาก. (2541). การสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการแก้ปัญหาของโพลยาในโรงเรียนปิ่นเกล้าวิทยาลย์. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา). เชียงใหม่ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. ถ่ายเอกสาร.

✓ สังเวียน ปิ่นกาลัง. (2540). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนโดยรูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้กับการสอนตามปกติ. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (หลักสูตรและการสอน). ขอนแก่น : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.

- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2544). *การปฏิรูปการศึกษา : วาระแห่งชาติ จากพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 สู่การปฏิบัติ ยุทธศาสตร์ที่จะพาประเทศพ้นวิกฤต*. กรุงเทพฯ : ภาพพิมพ์.
- อนันต์ โพธิ์กุล. (2543). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการกับการสอนตามคู่มือครู*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เอนก จันทจรูญ. (2545). *การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการเรียนการสอน*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- Basile, Carole G. (1999, September). "Collecting Data Outdoors : Making Connections to the Real World," *Teaching Children Mathematics*. 6(1) : 8–9.
- Burks, Lindea Carol. (1994, May). "The Use of Writing as a Means of Teacher Eight-Grade Students to Use Executive Processes and Heuristic Strategies to solve Mathematics Problem," *Dissertation Abstracts International*. 54(11) : 4019-A–4020-A.
- Clements, Douglas H., et al. (1999). *Math in my World*. New York : McGraw-Hill.
- Cruikshank, Douglas E. & Sheffield, Linda Jensen. (1992). *Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics*. 2nd ed. New York : Macmillan.
- Drexel, Robert Earl. (1997). "Connecting Common and Decimal Fraction Concepts : A Common Fraction Perspective," *Dissertation Abstracts International*. 58(6) : 2119-A.
- Dossey, John A., et al. (2002). *Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom. A contemporary Approach to Teaching Grade 7–12*. Pacific Grove : BROOKS/COLE.
- Eves, Howard. (1964). *An Introduction to the History of Mathematics*. Holt, Rinehart and Winston : New York.
- Fiksdal, Janel Kay. (1996, September). "The effects of Instruction in Heuristic of the Use of Problem Solving Strategies and Problem Solving Performance of Preservice Elementary Education Majors," *Dissertation Abstracts International*. 57(3) : 1064-A.
- Gooya, Zahra. (1994, February). "Influences of Metacognition-Based Teaching and Teaching via Problem Solving on Students' Beliefs about Mathematics and Mathematical Problem-Solving," *Dissertation Abstracts International*. 54(8) : 2865-A.
- Grande, John Del., et al. (1995). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics Addenda Series, Grade k-6 : Geometry and Spatial Sense*. 3rd ed. Reston, Virginia : NCTM Inc.
- Hart, Lynn C. (1993, March). "Same Factors That Impede or Enhance Performance in Mathematical Problem Solving," *Journal for Research in Mathematics Education*. 24(2) : 169–170.

- Hopkins, Martha H. (1985, March). "A Classroom Model for Diagnosing the Problem Solving Skills of Elementary School Students," *Dissertation Abstracts International*. 45(9) : 2790-A.
- Kennedy, Leonard M. & Tipps, Steve. (1994). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. 7th ed. Belmont, California : Wadsworth.
- . (1997). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. 8th ed. Belmont, California : Wadsworth.
- Knuth, Eric J. (2000, January). "Understanding Connections between Equations and Graphs," *The Mathematics Teacher*. 93(1) : 48–53.
- . (2000, July). "Student Understanding of the Cartesian Connection : An Exploratory Study," *Journal for Research in Mathematics Education*. 31(4) : 501–507.
- Lawson, Michael J. & Chinnappan Mohan. (2000, January). "Knowledge Connectedness in Geometry Problem Solving," *Journal for Research in Mathematics Education*. 31(1) : 26–43.
- Moise, Edwin E. (1974). *Elementary Geometry from an Advanced Standpoint*. 2nd ed. New York : Addison-Wesley.
- Mullis, Ina V.S. et al. (2000). *TIMSS 1999 International Mathematics Report. Finding from IEA's Repeat of the Third International Mathematics and Science Study at the Eighth Grade*. Boston : Lynch School of Education.
- National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia : NCTM, Inc.
- Natsaulas, Anthula. (2000, May). "Group Symmetries Connect Art and History with Mathematics," *The Mathematics Teacher*. 93(5) : 364–370.
- Pandiscio, Eric A. (2002, May). "Exploring the Link Between Preservice Teachers' Conception of Proof and the Use of Dynamic Geometry Software," *School Science and Mathematics*. 102(5) : 216–220.
- Poya, George. (1957). *How To Solve It. A New Aspect of Mathematical Method*. Garden City, New York : Doubleday and Company.
- Porzio, Donald. (1999, October). "Effects of Differing Emphases in the use of Multiple Representations and Technology on Students' Understanding of Calculus Concept," *Focus on Learning Problems in Mathematics Summer Edition*. 21(3) : 1–26.
- Pugalee, David K. (2001, May). "Writing, Mathematics, and Metacognition : Looking for Connections Through Students' Work in Mathematical Problem Solving," *School Science and Mathematics*. 101(5) : 236–243.
- Reynolds, Anne Marie. (1993, October). "Imaging in Children's Mathematical Activity (Problem Solving)," *Dissertation Abstracts International*. 54(4) : 1274-A.
- Sgroi, Richard J. & Sgroi, Laura Shannon. (1993). *Mathematics for Elementary School Teachers Problem Solving Investigation*. Boston : PWS

- Taylor, Jill. (1994, August). "Socially Assisted Learning and Mathematical Problem-Solving (Vygotskian)," *Dissertation Abstracts International*. 55(2) : 633-B.
- Thompson, J.E. (1946). *Mathematics for Self-Study. Geometry for the Practical Man*. Princeton, New Jersey : D.Van Nostrand.
- Tougaw, Paul William. (1994, February). "A Study of the Effect of Using an 'Open Approach' to teaching Mathematics upon the Mathematical Problem-Solving Behaviors of Secondary School Students," *Dissertation Abstracts International*. 54(8) : 2934-A.
- Travers, Kenneth J., Dalton, LeRoy C. & Layton, Katherine P. (1987). *Geometry*. River Forest, Illinois : Laidlaw Brothers.
- Vacher, H.L. & Mylroie, John E. (2001, November). "Connecting with Geology : Where's the End of the Cave?," *Mathematics Teacher*. 94(8) : 640–641.
- White, Wes. (2001, February). "Connecting Independence and the Chi-Square Statistic," *Mathematics Teacher*. 94(2) : 134–136.
- Wiest, Lynda R. (1997, June). "The role of Fantasy and real-world problem contexts in fourth-and sixth-grade students' mathematical problem solving," *Dissertation Abstracts International*. 57(1) : 5091-A–5092-A.
- Williams, Kenneth M. (2003, March). "Writing about the Problem-Solving Process to Improve Problem-Solving Performance," *Mathematics Teacher*. 96(3) : 185–187.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ ที่ช่วยตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และความเหมาะสมของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง มีดังนี้

1. อาจารย์สุวรรณา คล้ายกระแสน
อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. อาจารย์ธนุชัย ภูอุดม
อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. อาจารย์เอนก จันทระจูญ
อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ภาคผนวก ข

- การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรที่วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง
- การหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงตามเกณฑ์ 70/70
- การทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์ในการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรที่ใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง

**การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและ
ปริมาตร ที่วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง**

การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง

การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรที่วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง ผู้วิจัยได้ดำเนินการ ดังนี้

1. วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของโรวินेलลีและแสมเบิลตัน (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2539 : 249) ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1.1 นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน พิจารณาแบบทดสอบแต่ละข้อว่าตรงตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม และวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงหรือไม่ โดยใช้เกณฑ์พิจารณา ดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม และวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม และวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงหรือไม่

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม และวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง

1.2 คำนวณค่า IOC เป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป

สูตรการคำนวณค่า IOC

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	IOC	คือ ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์
	$\sum R$	คือ ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
	N	คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

ตาราง 5 ผลการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่วัด
ความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยผู้เชี่ยวชาญ

แบบทดสอบ	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
แบบปรนัย						
1	1	1	1	3	1	ใช้ได้
2	1	1	1	3	1	ใช้ได้
3	1	1	1	3	1	ใช้ได้
4	1	1	1	3	1	ใช้ได้
5	1	1	1	3	1	ใช้ได้
6	1	1	1	3	1	ใช้ได้
7	1	1	1	3	1	ใช้ได้
8	1	1	1	3	1	ใช้ได้
9	1	1	1	3	1	ใช้ได้
10	1	1	1	3	1	ใช้ได้
11	1	1	1	3	1	ใช้ได้
12	1	1	1	3	1	ใช้ได้
13	1	1	1	3	1	ใช้ได้
14	1	1	1	3	1	ใช้ได้
15	1	1	1	3	1	ใช้ได้
16	1	1	1	3	1	ใช้ได้
17	1	1	1	3	1	ใช้ได้
18	1	1	1	3	1	ใช้ได้
19	1	1	1	3	1	ใช้ได้
20	1	1	1	3	1	ใช้ได้
21	1	1	1	3	1	ใช้ได้

สรุปผลการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่วัด
ความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยผู้เชี่ยวชาญพบว่า
ทุกข้อสอดคล้องกับจุดประสงค์

2. หาค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนพื้นที่ผิวและปริมาตร ที่วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง

2.1 ค่าความยากง่าย (p) หาได้จากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538 : 210)

$$p = \frac{R}{N}$$

เมื่อ p คือ ค่าความยากง่าย
R คือ จำนวนนักเรียนที่ทำข้อนั้นถูก
N คือ จำนวนนักเรียนที่ทำข้อนั้นทั้งหมด

2.2 ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบปรนัย ใช้ค่าสหสัมพันธ์แบบพอยท์-ไบซีเรียล (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538 : 212)

$$r_{p.bis} = \frac{\bar{x}_p - \bar{x}_f}{s_t} \sqrt{pq}$$

เมื่อ $r_{p.bis}$ คือ ค่าอำนาจจำแนก
 $\bar{x}_p$ คือ คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มนักเรียนที่ทำข้อนั้นได้
 $\bar{x}_f$ คือ คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มนักเรียนที่ทำข้อนั้นไม่ได้
 s_t คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของแบบทดสอบฉบับนั้น
p คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่ทำข้อนั้นได้
q คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่ทำข้อนั้นไม่ได้ หรือ $1 - p$

2.3 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ คำนวณจากสูตร KR-20 ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538 : 197-198)

$$r_k = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{s_t^2} \right]$$

เมื่อ r_k คือ ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
n คือ จำนวนข้อของแบบทดสอบทั้งหมด
p คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่ทำถูกในข้อหนึ่งๆ
q คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่ทำผิดในข้อหนึ่งๆ หรือ $1 - p$
 s_t^2 คือ ค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบ

ตาราง 6 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในส่วนที่เป็นแบบปรนัย

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	.63	.49	12	.37	.35
2	.24	.30	13	.57	.43
3	.26	.45	14	.63	.65
4	.47	.37	15	.61	.45
5	.68	.39	16	.39	.54
6	.76	.50	17	.58	.34
7	.66	.68	18	.45	.48
8	.76	.48	19	.42	.43
9	.68	.64	20	.53	.39
10	.68	.58	21	.68	.45
11	.47	.33			

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (KR-20) = .78

**การหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถ
ในการการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงตามเกณฑ์ 70/70**

ตาราง 7 คะแนนจากการทำไปกิจกรรมระหว่างเรียนจำนวน 13 กิจกรรม และคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

เลขที่	คะแนนจากการทำไปกิจกรรมระหว่างเรียน													คะแนนรวม		คะแนนผลสัมฤทธิ์ทาง	
	กิจกรรมที่ (คะแนนเต็ม)													คะแนนรวม (เต็ม 360 คะแนน)		การเขียนเรื่อง พื้นที่ผิวและ ปริมาตร (เต็ม 30 คะแนน)	
	1 (25)	2 (30)	3 (20)	4 (30)	5 (25)	6 (20)	7 (30)	8 (30)	9 (40)	10 (20)	11 (30)	12 (35)	13 (25)				
1	23	26	15	24	22	19	23	27	30	17	26	29	23	304		23	
2	23	26	15	19	21	19	23	20	32	15	24	31	21	289		24	
3	21	25	15	23	22	19	28	27	34	20	28	32	15	309		20	
4	24	25	15	21	24	19	25	27	34	16	27	32	21	310		19	
5	22	25	15	24	22	19	27	27	34	17	28	30	15	305		21	
6	22	25	15	25	22	17	27	23	34	20	25	33	15	303		21	
7	23	20	15	20	22	17	25	27	34	17	26	30	25	301		17	
8	22	26	14	25	22	17	22	27	33	18	23	29	15	293		20	
9	20	23	15	21	24	19	23	27	32	16	29	29	25	303		24	
10	23	25	15	25	22	19	24	27	34	17	28	31	21	311		23	
11	23	25	14	21	22	17	26	27	34	17	28	32	21	307		23	
12	21	22	14	25	20	19	27	27	34	17	26	32	15	299		22	
13	21	26	15	23	23	17	23	27	32	18	25	32	24	306		19	
14	22	25	0	28	22	18	25	27	34	17	23	29	15	285		21	

ตาราง 7 (ต่อ)

เลขที่	คะแนนจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน													คะแนนผลสัมฤทธิ์ทาง	
	กิจกรรมที่ (คะแนนเต็ม)													คะแนนรวม (เต็ม 360 คะแนน)	การเรียนรู้เรื่อง พื้นที่ผิวและ ปริมาตร (เต็ม 30 คะแนน)
	1 (25)	2 (30)	3 (20)	4 (30)	5 (25)	6 (20)	7 (30)	8 (30)	9 (40)	10 (20)	11 (30)	12 (35)	13 (25)		
15	23	27	14	22	22	19	24	20	31	17	20	24	23	286	29
16	22	22	15	22	24	19	25	27	32	17	25	28	21	299	26
17	23	26	14	23	22	17	23	27	32	18	26	32	24	307	19
18	18	25	14	25	20	16	12	27	36	16	25	32	0	266	15
19	22	20	14	20	22	20	24	25	30	12	24	23	21	277	20
20	21	25	15	21	22	16	22	23	36	16	25	28	23	293	26
21	22	26	15	23	23	19	25	27	35	13	25	32	23	308	21
22	22	26	15	19	24	19	22	27	32	17	26	28	21	298	26
23	20	26	15	18	15	17	26	27	36	16	24	31	21	292	19
24	23	23	15	20	24	19	25	27	30	15	25	28	21	295	25
25	22	26	18	24	22	19	26	27	34	20	28	33	15	314	28
26	22	25	15	25	22	17	23	27	34	17	25	30	24	306	22
27	22	26	18	0	22	17	25	27	32	18	25	31	15	278	24

ตาราง 7 (ต่อ)

เลขที่	คะแนนจากการทำไปกิจกรรมระหว่างเรียน													คะแนนผลสัมฤทธิ์ทาง	
	กิจกรรมที่ (คะแนนเต็ม)													คะแนนรวม (เต็ม 360 คะแนน)	การเรียนรู้เรื่อง ปริมาตร (เต็ม 30 คะแนน)
	1 (25)	2 (30)	3 (20)	4 (30)	5 (25)	6 (20)	7 (30)	8 (30)	9 (40)	10 (20)	11 (30)	12 (35)	13 (25)		
28	19	26	15	25	22	17	24	27	34	16	26	32	24	307	18
29	21	26	15	24	22	18	25	18	32	16	25	30	21	293	22
30	23	27	14	25	20	19	22	27	36	17	26	29	15	300	19
31	23	27	14	25	22	17	22	26	35	14	28	30	24	307	13
32	21	26	14	20	22	19	22	27	32	17	23	29	15	287	14
33	21	27	14	25	22	17	22	27	37	14	23	32	15	296	19
34	16	25	14	27	18	17	22	27	36	11	25	29	25	292	13
35	22	25	15	24	22	19	23	27	34	17	25	32	25	310	22
36	21	25	14	17	21	17	22	27	32	16	29	29	22	292	21
37	22	27	14	27	23	17	22	27	37	17	29	29	20	311	23
38	23	26	14	23	20	17	22	22	30	15	24	25	21	282	14
39	23	27	15	23	19	19	23	23	36	17	25	31	23	304	19
40	21	25	18	23	22	18	29	27	34	20	28	32	15	312	27
รวม														11937	841

จากข้อมูลในตาราง 7 ได้ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียนเท่ากับ 298.43 คะแนน และ 11.05 คะแนน ตามลำดับ
2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเท่ากับ 21.03 คะแนน และ 3.94 คะแนน ตามลำดับ
3. ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงตามเกณฑ์ 70/70 ใช้การคำนวณ E_1/E_2 ดังนี้

$$E_1 = \frac{\bar{X}_1}{A} \times 100$$

เมื่อ E_1 คือ ค่าร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตเทียบกับคะแนนเต็มจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน
 $\bar{X}_1$ คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน
 A คือ คะแนนเต็มของใบกิจกรรมระหว่างเรียน

$$\begin{aligned} \therefore E_1 &= \frac{298.43}{360} \times 100 \\ &= 82.9 \end{aligned}$$

$$E_2 = \frac{\bar{X}_2}{B} \times 100$$

เมื่อ E_2 คือ ค่าร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตเทียบกับคะแนนเต็มจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 $\bar{X}_2$ คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 B คือ คะแนนเต็มของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

$$\begin{aligned} \therefore E_2 &= \frac{21.03}{30} \times 100 \\ &= 70.1 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } E_1/E_2 = 82.9/70.1$$

**การทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบ
ผ่านเกณฑ์ในการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรที่ใช้ความสามารถในการ
แก้ปัญหาและการเชื่อมโยง**

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์
ในการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรที่ใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาและ
การเชื่อมโยง

$$H_0 : p \leq 0.7$$

$$H_1 : p > 0.7$$

โดยที่

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

เมื่อ $\hat{p}$ คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของ
คะแนนเต็ม

p_0 คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ต้องการทดสอบ

n คือ จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

เพราะว่า $\hat{p} = \frac{36}{40} = 0.9$, $p_0 = 0.7$ และ $n = 40$

ดังนั้น

$$Z = \frac{0.9 - 0.7}{\sqrt{\frac{(0.7)(0.3)}{40}}} = 2.76$$

เนื่องจาก $Z_{0.01} = 2.33$

และ $2.76 > 2.33$

เพราะฉะนั้น จึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรโดยใช้
กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงสามารถสอบผ่านเกณฑ์
มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

ภาคผนวก ค

- แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรที่วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง

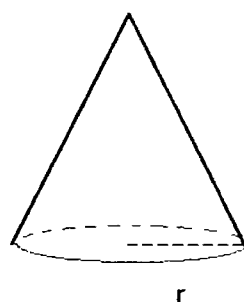
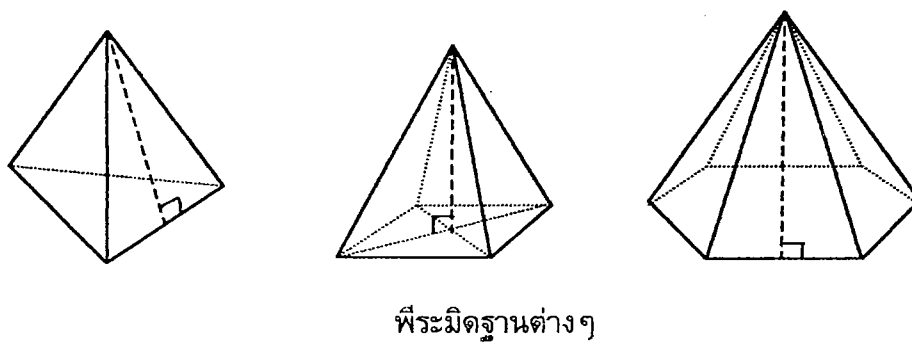
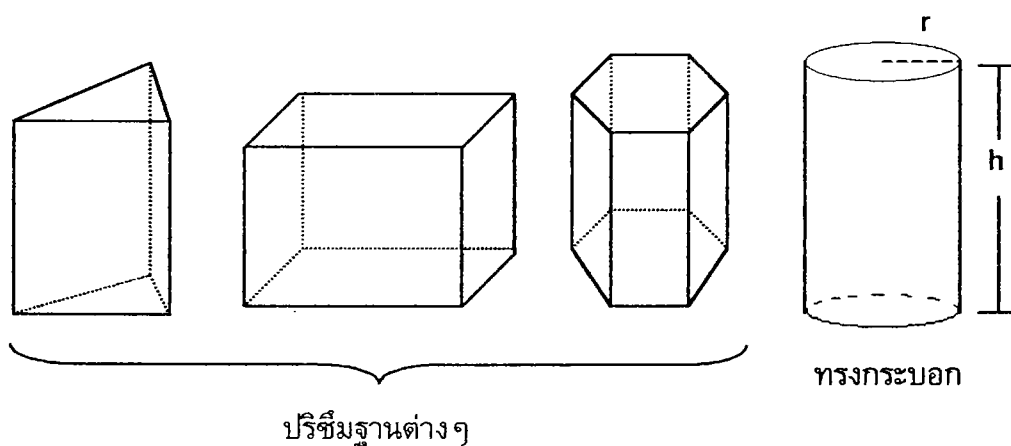
แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

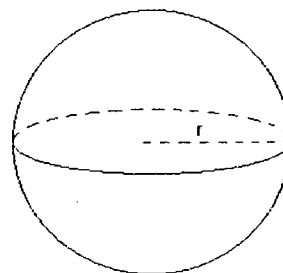
วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง ทรงสามมิติ

ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)
จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที

สาระการเรียนรู้



กรวย



ทรงกลม

รูปทรง หรือทรงสามมิติที่จะศึกษาในระดับนี้ ได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลม

ทรงสามมิติที่มีฐานสองฐานเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ และอยู่ในระนาบที่ขนานกัน ด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เรียกว่า ปริซึม

ทรงสามมิติที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใดๆ มียอดแหลมซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน และหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดรวมกันที่ยอดแหลมนั้น เรียกว่า พีระมิด

ทรงสามมิติที่มีฐานสองฐานเป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการ และอยู่ในระนาบที่ขนานกัน และเมื่อตัดทรงสามมิตินี้ด้วยระนาบที่ขนานกับฐานแล้วจะได้รอยตัดเป็นวงกลมที่เท่ากันทุกประการกับฐานเสมอ เรียกว่า ทรงกระบอก

ทรงสามมิติที่มีฐานเป็นรูปวงกลม มียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน และเส้นที่ต่อระหว่างจุดยอดและจุดใดๆบนขอบของฐานเป็นส่วนของเส้นตรง เรียกว่า กรวย

ทรงสามมิติที่มีผิวโค้งเรียบ และจุดทุกจุดบนผิวโค้งอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งเป็นระยะเท่ากัน เรียกว่า ทรงกลม ซึ่งจุดคงที่นั้นเรียกว่า จุดศูนย์กลางของทรงกลม และระยะที่เท่ากันนั้นเรียกว่า รัศมีของทรงกลม

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. เรียกชื่อทรงสามมิติต่างๆ ได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลม ได้อย่างถูกต้อง
2. บอกลักษณะและส่วนประกอบของ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้

ความรู้พื้นฐาน

ลักษณะพื้นฐานของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลม

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูลำเลียงของเครื่องใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น แก้วน้ำ กล่องบรรจุภัณฑ์ต่างๆ กรวยกรอกน้ำ ลูกปิงปอง ฯลฯ และภาพถ่ายของสิ่งก่อสร้างต่างๆ เช่น บ้าน อาคาร และพีระมิด มาเพื่อชี้ให้นักเรียนเห็นว่าสิ่งต่างๆ เหล่านี้ไม่ว่าจะเป็นสิ่งของที่ใช้ในชีวิตประจำวันหรือสิ่งก่อสร้าง มีโครงสร้างหลักของรูปทรงเป็นแบบต่างๆ เช่น มีโครงสร้างหลักเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก เป็นทรงกรวย เป็นทรงกระบอก เป็นทรงกลม เป็นพีระมิด เป็นปริซึมหรือเป็นรูปทรงที่ถูกดัดแปลง เช่น กรวยดัดปลาย พีระมิดดัดปลาย ทรงกลมถูกตัดบางส่วน เป็นต้น โดยครูจะยังไม่ระบุชื่อของรูปทรง แต่จะซักถามนักเรียนว่าเรียกชื่อรูปทรงเหล่านี้ว่า

อย่างไร เพื่อดูว่านักเรียนรู้จักรูปทรงใดมาแล้วบ้าง แล้วให้นักเรียนยกตัวอย่างรูปทรงอื่นๆ ที่พบเห็นในชีวิตประจำวันหรือที่รู้จัก จากนั้นแนะนำให้นักเรียนเรียกรูปทรงเหล่านี้ว่า “ทรงสามมิติ”

2. ครูนำทรงสามมิติจำลองส่วนหนึ่งประกอบด้วยปริซึม พีระมิดชนิดต่างๆ ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมให้นักเรียนช่วยกันจัดเป็นกลุ่ม พร้อมกับเสนอปัญหาว่า ทรงสามมิติเหล่านี้มีลักษณะเฉพาะ หรือคุณสมบัติอะไรเหมือนกันที่ทำให้สามารถจำแนกได้ว่า ทรงสามมิติที่กำหนดให้จัดอยู่ในชนิดใด

3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 4 คน แจกใบกิจกรรมที่ 1 ให้กับนักเรียนทุกคน และแจกอุปกรณ์คือทรงสามมิติจำลองประเภทต่างๆ ได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมให้กลุ่มละ 1 ชุด และตั้งข้อตกลงร่วมกันว่า เมื่อจบการอภิปรายภายในกลุ่ม แล้วจะมีการนำเสนอผลงานของกลุ่ม โดยหมุนเวียนกันออกมาตามลำดับหมายเลขของกลุ่มๆ ละ 1 ข้อ หรือ 1 สถานการณ์ และตัวแทนของกลุ่มที่ออกมานำเสนอผลงานในคราวต่อไปจะต้องผลัดเปลี่ยนหมุนเวียนกันภายในกลุ่มจนครบทุกคน

4. ครูซักถามและตกลงเกี่ยวกับการเรียกชื่อส่วนต่างๆ เช่น ฐาน ส่วนสูง สูงเอียง ผิวข้าง ขอบ และสัน ของทรงสามมิติให้ตรงกัน โดยใช้แผ่นภาพโป่งใสที่ 1-1 และทรงสามมิติจำลองมาแสดงประกอบ

5. ให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มช่วยกันตั้งประเด็นการสำรวจลักษณะของทรงสามมิติต่างๆ ที่ละส่วน เช่น ส่วนของฐานจะพิจารณาอะไร ผิวข้างจะพิจารณาอะไร และอื่นๆ (ในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถตั้งประเด็นได้เอง ครูก็กระตุ้นด้วยคำถามให้นักเรียนพิจารณาว่า ลักษณะของรูปทรงแต่ละส่วนมีอะไรบ้าง เช่น ฐาน ผิวข้าง หรือจุดยอด เป็นต้น) จากนั้นช่วยกันพิจารณาลักษณะหรือคุณสมบัติที่ทรงสามมิติหนึ่งที่มีเหมือนกับทรงสามมิติอื่นๆ พร้อมกับจดบันทึกผลการพิจารณาลงในใบกิจกรรมที่ 1 และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่จดบันทึก (ใช้เวลา 15-20 นาที)

6. ให้ตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอลักษณะหรือคุณสมบัติของทรงสามมิติต่างๆ กลุ่มละ 1 ชนิด ช่วงการนำเสนอนี้ครูใช้แผ่นโป่งใสที่ 1-1 แสดงภาพทรงสามมิติประกอบการนำเสนอของตัวแทนกลุ่ม

7. ครูใช้แผ่นโป่งใสที่ 1-2 แสดงบทนิยามของทรงสามมิติต่างๆ แล้วให้นักเรียนตรวจสอบดูว่า บทนิยามของทรงสามมิติแต่ละชนิดบอกลักษณะของรูปทรงเป็นไปตามที่นักเรียนบันทึกไว้หรือไม่

8. ครูแนะนำนักเรียนเพิ่มเติมถึงความแตกต่างระหว่างรูปทรงที่เป็นชนิดตรงและชนิดเอียง ได้แก่ ปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด และกรวย พร้อมกับแสดงแผ่นโป่งใสที่ 1-3 ประกอบ โดยเน้นว่ารูปทรงที่เราจะศึกษาต่อไป คือ ชนิดตรงเท่านั้น

9. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างสิ่งของที่พบในชีวิตประจำวันซึ่งมีโครงสร้างหลักเป็นทรงสามมิติต่างๆที่กล่าวถึงในคาบเรียนนี้ชนิดละ 1 ตัวอย่าง พร้อมทั้งวาดภาพและอธิบายประกอบนำมาส่งเป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. สิ่งของเครื่องใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น แก้วน้ำ บรรจุภัณฑ์ต่างๆ ลูกปิงปอง เป็นต้น
2. ภาพถ่ายอาคาร และสิ่งก่อสร้างต่างๆ
3. แผ่นโปสเตอร์ที่ 1-1 แสดงภาพทรงสามมิติชนิดต่างๆ
4. ทรงสามมิติจำลองประกอบด้วยปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลม
5. ใบกิจกรรมที่ 1
6. แผ่นโปสเตอร์ที่ 1-2 แสดงบทนิยามของทรงสามมิติต่างๆ
7. แผ่นโปสเตอร์ที่ 1-3 แสดงการเปรียบเทียบปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด และกรวยแบบตรง และแบบเอียง

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตความตั้งใจของนักเรียนในการร่วมกิจกรรม และการตอบคำถาม
2. ตรวจผลงานกลุ่มที่ได้
3. ตรวจการบ้าน

ใบกิจกรรมที่ 1

คำชี้แจง จงช่วยกันค้นหาลักษณะหรือคุณสมบัติของทรงสามมิติต่างๆให้ได้มากที่สุด
ผลการร่วมกันพิจารณาเป็นดังนี้

1. ปริซึม

ลักษณะเกี่ยวกับฐาน.....

.....

ลักษณะเกี่ยวกับผิวด้านข้าง.....

.....

ลักษณะอื่นๆ.....

.....

สรุปลักษณะของปริซึม.....

.....

ปริซึมมีชื่อเรียกตามลักษณะของฐาน ปริซึมที่นักเรียนเห็นอยู่นี้ เรียกว่า.....

เพราะ.....

.....

2. พีระมิด

ลักษณะเกี่ยวกับฐาน.....

.....

ลักษณะเกี่ยวกับผิวด้านข้าง.....

.....

ลักษณะอื่นๆ.....

.....

สรุปลักษณะของพีระมิด.....

.....

พีระมิดมีชื่อเรียกตามลักษณะของฐาน พีระมิดที่นักเรียนเห็นอยู่นี้ เรียกว่า.....

เพราะ.....

.....

ส่วนใดที่พีระมิดและปริซึมมีลักษณะเหมือนกัน.....

3. ทรงกระบอก

ลักษณะเกี่ยวกับฐาน.....

.....

ลักษณะเกี่ยวกับผิวด้านข้าง.....

.....

ลักษณะอื่นๆ.....

.....

สรุปลักษณะของทรงกระบอก.....

.....

ส่วนใดที่ทรงกระบอกกับปริซึมมีลักษณะเหมือนกัน.....

4. กรวย

ลักษณะเกี่ยวกับฐาน.....

.....

ลักษณะเกี่ยวกับผิวด้านข้าง.....

.....

ลักษณะอื่นๆ.....

.....

สรุปลักษณะของกรวย.....

.....

ส่วนใดที่กรวยกับทรงกระบอกมีลักษณะเหมือนกัน.....

ส่วนใดที่กรวยกับพีระมิดมีลักษณะเหมือนกัน.....

5. ทรงกลม

ลักษณะผิว.....

.....

ลักษณะอื่นๆ.....

.....

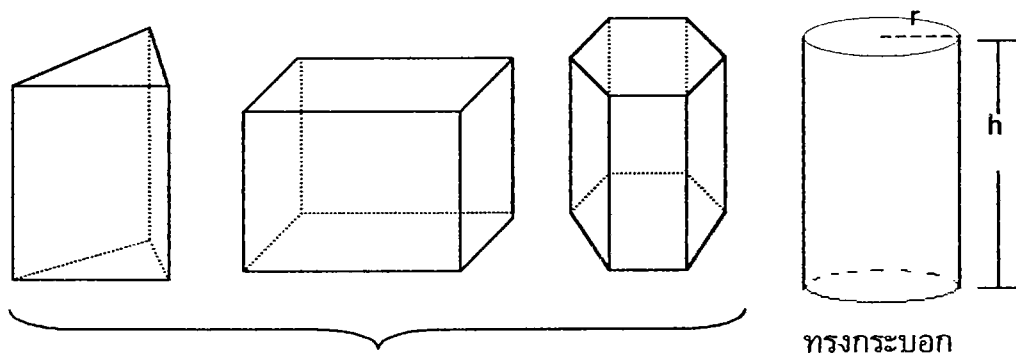
มีลักษณะต่างจากวงกลมอย่างไร.....

.....

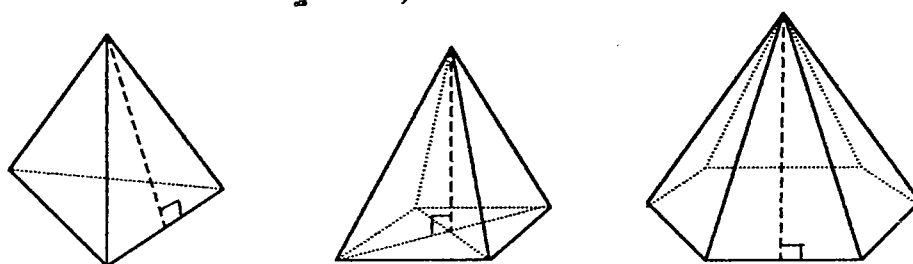
สรุปลักษณะทรงกลม.....

.....

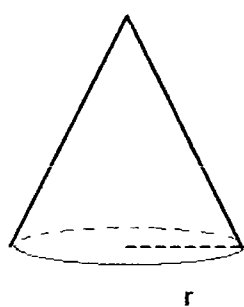
แผ่นโปร่งใสที่ 1-1



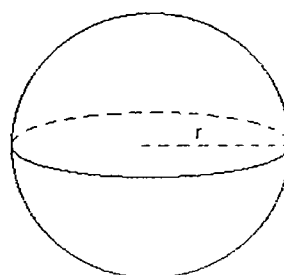
ปริซึมฐานต่างๆ



พีระมิดฐานต่างๆ



กรวย



ทรงกลม

แผ่นโปร่งใสที่ 1-2

บทนิยาม ทรงสามมิติที่มีฐานสองฐานเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ และอยู่ในระนาบที่ขนานกัน มีผิวข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เรียกว่า **ปริซึม**

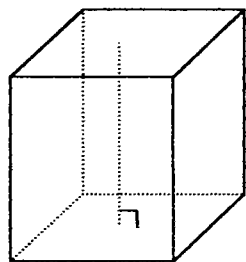
บทนิยาม ทรงสามมิติที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใดๆ มียอดแหลมซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน และหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดรวมกันที่ยอดแหลมนั้น เรียกว่า **พีระมิด**

บทนิยาม ทรงสามมิติที่มีฐานสองฐานเป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการ และอยู่ในระนาบที่ขนานกัน และเมื่อตัดทรงสามมิตินี้ด้วยระนาบที่ขนานกับฐานแล้วจะได้รอยตัดเป็นวงกลมที่เท่ากันทุกประการกับฐานเสมอ เรียกว่า **ทรงกระบอก**

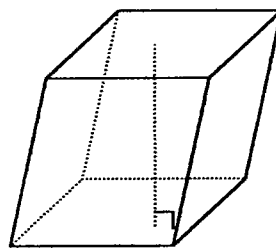
บทนิยาม ทรงสามมิติที่มีฐานเป็นรูปวงกลม มียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน และเส้นที่ต่อระหว่างจุดยอดและจุดใดๆบนขอบของฐานเป็นส่วนของเส้นตรง เรียกว่า **กรวย**

บทนิยาม ทรงสามมิติที่มีผิวโค้งเรียบ และจุดทุกจุดบนผิวโค้งอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งเป็นระยะเท่ากัน เรียกว่า **ทรงกลม** ซึ่งจุดคงที่นั้นเรียกว่าจุดศูนย์กลางของทรงกลม และระยะที่เท่ากันนั้นเรียกว่า รัศมีของทรงกลม

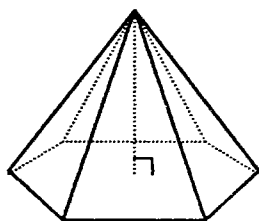
แผ่นโปร่งใสที่ 1-3



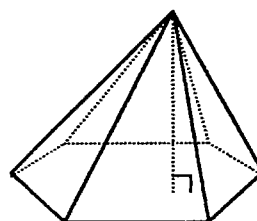
ปริซึมตรง



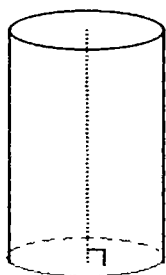
ปริซึมเอียง



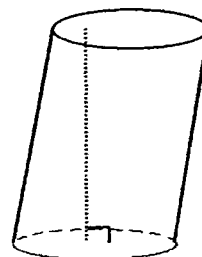
พีระมิดตรง



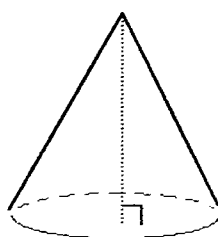
พีระมิดเอียง



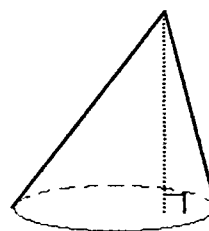
ทรงกระบอกตรง



ทรงกระบอกเอียง



กรวยตรง



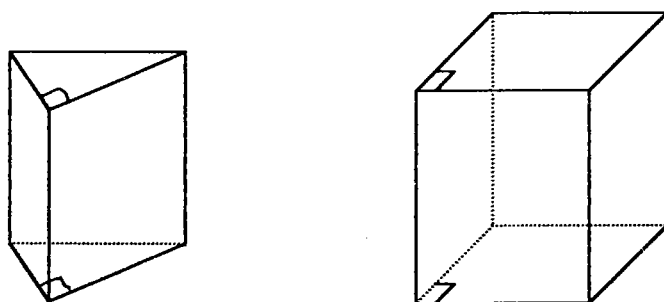
กรวยเอียง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง พื้นที่ผิวของปริซึม

ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)
จำนวน 2 คาบ เวลา 100 นาที

สาระการเรียนรู้



เนื่องจาก พื้นที่ผิวของทรงสามมิติ คือ ผลรวมของพื้นที่ที่ล้อมรอบทรงสามมิติ ดังนั้น พื้นที่ผิวของปริซึม คือ ผลรวมของพื้นที่ฐานทั้งสองและพื้นที่ผิวข้างของปริซึม

ฐานทั้งสองของปริซึมเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการและอยู่ในระนาบที่ขนานกัน ผิวข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน แต่สำหรับปริซึมตรง ผิวข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีจำนวนหน้าเท่ากับจำนวนเหลี่ยมของฐานของปริซึมนั้น เช่น ปริซึมฐานสามเหลี่ยมมีฐานทั้งสองเป็นรูปสามเหลี่ยม และผิวข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากจำนวน 3 รูป เป็นต้น

ในการหาพื้นที่ผิวของปริซึมฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า และฐานหกเหลี่ยมด้านเท่า มุมเท่าเมื่อต้องหาพื้นที่ฐาน จึงต้องใช้สูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าและหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ดังนี้

$$\text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{ความยาวด้าน})^2$$

$$\text{พื้นที่หกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times (\text{ความยาวด้าน})^2$$

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. หาความยาวและพื้นที่ของส่วนประกอบในปริซึม เพื่อนำไปสู่การหาพื้นที่ผิวของปริซึมได้
2. หาพื้นที่ผิวของปริซึมได้
3. นำความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึมไปแก้ปัญหาดังกล่าวได้

ความรู้พื้นฐาน

การหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตต่าง ๆ และทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

กิจกรรมการเรียนรู้

คาบเรียนที่ 1

1. ครูกล่าวถึงความสำคัญของกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นส่วนหนึ่งที่สามารถช่วยให้นักเรียนได้แก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ และนำเสนอแผ่นใสที่ 2-1 แสดงขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ที่นักเรียนจะนำไปใช้ในการเรียนคณิตศาสตร์

2. ครูซักถามนักเรียนถึงสูตรการหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมและสี่เหลี่ยมมุมฉาก นำเสนอแผ่นโปร่งใสที่ 2-2 แสดงลักษณะและส่วนประกอบต่างๆของปริซึม และแผ่นโปร่งใสที่ 2-3 แสดงตัวอย่างการหาพื้นที่ผิวของปริซึม

3. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียน และถามถึงนักเรียนที่จะออกมานำเสนอผลงานของกลุ่มตามข้อตกลงเมื่อคาบเรียนก่อน (เพื่อให้เกิดการเตรียมตัว) แจกใบกิจกรรมที่ 2 จากนั้นครูดำเนินกิจกรรม ดังนี้

3.1 ครูนำเสนอสถานการณ์ที่ 1 ด้วยการแจกกล่องสบู่ ยาสิฟัน และกล่องปริซึมฐานสามเหลี่ยมมุมฉาก ให้นักเรียนช่วยกันพิจารณาว่า หากครูขอให้นักเรียนช่วยกันทำกล่องกระดาษตามแบบที่ให้มานี้ นักเรียนต้องการกระดาษเพื่อสร้างกล่องแต่ละใบอย่างน้อยที่สุดเป็นพื้นที่เท่าไร (ยังไม่นับรวมส่วนที่พับซ้อนอยู่ด้านใน)

3.2 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันอภิปรายหาหนทางแก้ปัญหา โดยแนะนำให้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาดังที่กล่าวมาแล้ว จากนั้นบันทึกข้อมูลและวิธีการแก้ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 2 สถานการณ์ที่ 1 และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่จดบันทึก (ใช้เวลา 7-10 นาที)

4. ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรม ครูเดินดูการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียน พร้อมกับให้ข้อเสนอแนะและตอบคำถามของนักเรียนที่มีข้อสงสัย

5. ครูอาจแนะนำนักเรียนเพิ่มเติมถึงการที่โจทย์ให้หาพื้นที่ของกระดาษทำทรงปริซึม โดยยังไม่นับส่วนที่พับซ้อนด้านในว่า ในทางปฏิบัติจำเป็นต้องมีพื้นที่กระดาษส่วนหนึ่งซึ่งไม่นับรวมเป็นพื้นที่ผิว เพื่อทำให้รูปทรงที่ทำด้วยกระดาษมีความมั่นคงแข็งแรงหรือเพื่อความสวยงาม เป็นต้น

6. ครูให้ตัวแทนกลุ่มตามที่ได้ตกลงกันไว้ออกมานำเสนอผลงานการแก้ปัญหาในกลุ่มละ 1 แบบ จำนวน 3 กลุ่ม

7. เมื่อจบการนำเสนอผลงาน ครูและนักเรียนอื่นๆร่วมกันวิจารณ์ และสรุปผลที่ถูกต้องเป็นที่ยอมรับร่วมกัน

8. ครูใช้คำถามในการสรุปว่า ในชีวิตจริงนักเรียนเห็นกล่องบรรจุภัณฑ์ส่วนใหญ่เป็นรูปทรงใด และเป็นเพราะเหตุใด

9. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปวิธีการหาพื้นที่ผิวของปริซึมอีกครั้ง

10. นักเรียนทุกคนส่งใบกิจกรรมที่ 2 สถานการณ์ที่ 1 เพื่อประเมินผล

11. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 2-1 เป็นการบ้าน

คาบเรียนที่ 2

1. ครูซักถามนักเรียนถึงวิธีการหาพื้นที่ผิวของปริซึม และนำเสนอปัญหาว่า หากฐานของปริซึมเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า หรือหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่ทราบเฉพาะความยาวของแต่ละด้าน นักเรียนสามารถหาพื้นที่ฐานของปริซึมได้อย่างไร

2. ครูหยุดรอให้นักเรียนคิดสักครู่ จนกระทั่งมีนักเรียนตอบหรือแน่ใจว่าจะไม่มีนักเรียนคนใดตอบ ครูนำเสนอแผ่นโปรงใสที่ 2-4 แสดงวิธีการหาสูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

3. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มเช่นเดียวกับคาบเรียนก่อน นำเสนอวิธีการหาสูตรการหาพื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าด้วยการแจกกระดาษรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ากลุ่มละ 6 รูป ให้นักเรียนลองประกอบให้ได้รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า และหาสูตรการหาพื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

4. เมื่อมีนักเรียนตอบได้ ครูนำเสนอแผ่นโปรงใสที่ 2-5 สรุปสูตรการหาพื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

5. ครูถามถึงนักเรียนที่จะออกมาทำหน้าที่ตามข้อตกลงในการนำเสนอผลงานกลุ่ม (เพื่อให้เกิดการเตรียมตัว) แล้วนำเสนอสถานการณ์ที่ 2 ด้วยการแจกกล่องช็อกโกแลตเป็นปริซึมฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า และกล่องกระดาษเป็นปริซึมฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า อย่างละ 1 อันให้แต่ละกลุ่ม และนำเสนอปัญหาว่า หากครูต้องการให้นักเรียนใช้กระดาษแข็งทำปริซึมทั้งสอง นักเรียนต้องใช้กระดาษเป็นพื้นที่อย่างน้อยเท่าไร (ยังไม่นับรวมส่วนที่ทับซ้อนอยู่ด้านใน) ให้นักเรียนอภิปรายภายในกลุ่ม แล้วบันทึกผลในใบกิจกรรมที่ 2 สถานการณ์ที่ 2 และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่จดบันทึก (ใช้เวลา 7-10 นาที)

6. ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรม ครูเดินดูการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียน พร้อมกับให้ข้อเสนอแนะและตอบคำถามของนักเรียนที่มีข้อสงสัย

7. ครูให้ตัวแทนกลุ่มตามที่ได้ตกลงกันไว้ออกมานำเสนอผลงานการแก้ปัญหา กลุ่มละ 1 ปัญหา จำนวน 2 กลุ่ม

8. เมื่อจบการนำเสนอผลงาน ครูและนักเรียนอื่น ๆ ร่วมกันวิจารณ์ และสรุปผลที่ถูกต้องเป็นที่ยอมรับร่วมกัน

9. นักเรียนทุกคนส่งใบกิจกรรมที่ 2 สถานการณ์ที่ 2 เพื่อประเมินผล

10. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 2-2 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. แผ่นโปรงใสชุดที่ 2
 - แผ่นโปรงใสที่ 2-1 ขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา
 - แผ่นโปรงใสที่ 2-2 แสดงลักษณะและส่วนประกอบของปริซึม
 - แผ่นโปรงใสที่ 2-3 แสดงตัวอย่างการหาพื้นที่ผิวของปริซึม
 - แผ่นโปรงใสที่ 2-4 แสดงวิธีการหาสูตรการหาพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า
 - แผ่นโปรงใสที่ 2-5 แสดงวิธีการหาสูตรการหาพื้นที่หกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
2. ใบกิจกรรมที่ 2
3. กล่องสบู ยาสีฟัน และกล่องปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉาก
4. กระดาษรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า
5. กล่องช็อกโกแลตเป็นปริซึมฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า และกล่องเป็นปริซึมฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
6. ไม้บรรทัด
7. เครื่องคำนวณ
8. แบบฝึกทักษะที่ 2-1 และ 2-2

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตความตั้งใจของนักเรียนในการร่วมกิจกรรม และการตอบคำถาม
2. ตรวจผลงานกลุ่มที่ได้
3. ตรวจการบ้าน

ใบกิจกรรมที่ 2

สถานการณ์ที่ 1

หากครูต้องการให้นักเรียนช่วยกันทำกล่องกระดาษตามแบบที่ให้มานี้ นักเรียนต้องการกระดาษเพื่อสร้างกล่องแต่ละใบอย่างน้อยที่สุดเป็นพื้นที่เท่าไร (ยังไม่นับรวมส่วนที่ทับซ้อนอยู่ด้านใน) ให้เวลา 7-10 นาที (ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร

2. กล่องสบู่ ยาสีฟัน และกล่องปริซึมฐานสามเหลี่ยมมุมฉาก มีรูปร่างลักษณะอย่างไร

ขั้นที่ 2 วางแผน

3. ถ้าจะหาพื้นที่ของกระดาษที่จะมาทำกล่องทั้ง 3 ชนิด (ยังไม่นับรวมส่วนที่ทับซ้อนด้านใน) ควรจะหาพื้นที่ส่วนใดบ้าง และใช้สูตรใด

4. ในการหาพื้นที่ของส่วนต่างๆตามข้อ 3 ควรจะหาความยาวส่วนใดบ้าง และเมื่อวัดแล้วได้ความยาวเท่าไร

4.1 กล่องสบู่

4.2 กล่องยาสีฟัน

4.3 กล่องปริซึมฐานสามเหลี่ยมมุมฉาก

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

5. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา บันทึกวิธีการหาคำตอบและสรุปคำตอบที่ได้

[illegible]

ชั้นที่ 4 ตรวจสอบ

6. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่า คำตอบที่ได้มานั้นสมเหตุสมผลหรือถูกต้อง

.....

.....

.....

สถานการณ์ที่ 2

หากครูต้องการให้นักเรียนใช้กระดาษแข็งทำปริซึมทั้งสองดังตัวอย่างที่ให้มา นักเรียนต้องใช้กระดาษเป็นพื้นกี่อย่างน้อยเท่าไร (ยังไม่นับรวมส่วนที่ทับซ้อนอยู่ด้านใน) ให้นักเรียนอภิปรายภายในกลุ่ม บันทึกผลและตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่จดบันทึก (ใช้เวลา 7-10 นาที)
(ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

2. รูปทรงที่ให้มา มีชื่ออะไรบ้าง

.....

.....

ขั้นที่ 2 วางแผน

3. ถ้าจะหาพื้นที่ของกระดาษที่จะมาทำรูปทรงตัวอย่าง (ยังไม่นับรวมส่วนที่ทับซ้อนด้านใน) จะต้องหาพื้นที่ส่วนใดของรูปทรงบ้าง และใช้สูตรใด

.....

.....

4. ในการหาพื้นที่ของส่วนต่างๆตามข้อ 3 จะต้องหาความยาวของด้านใดบ้างเมื่อวัดแล้วได้ความยาวแต่ละด้านนั้นเท่าไร

.....

.....

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

5. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา บันทึกวิธีการหาคำตอบและสรุปคำตอบที่ได้

.....

.....

.....

This image shows a full page of a handwriting practice worksheet. It consists of multiple sets of three horizontal dashed lines, providing a guide for letter height and placement. The lines are evenly spaced across the entire page, which is otherwise blank.

ชั้นที่ 4 ตรวจสอบ

6. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบได้อย่างไรว่า คำตอบที่ได้มานั้นสมเหตุสมผลหรือถูกต้อง

.....

.....

.....

.....

.....

แผนโปร่งใสที่ 2-1

กระบวนการแก้ปัญหา ที่จะช่วยในการฝึกการแก้ปัญหอย่างเป็นระบบ มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา หรือวิเคราะห์ปัญหา

เป็นการแยกแยะให้ได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ และโจทย์ต้องการให้หาอะไร หรือพิสูจน์ข้อความใด

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

เป็นการนำความรู้ หลักการ หรือทฤษฎีที่เคยเรียนมาแล้ว และเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น เขียนรูป แผนภาพ ตาราง สังเกตแบบรูป เป็นต้น

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

เป็นการใช้ทักษะการคิดคำนวณ หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ในการ พิสูจน์ อธิบาย หรือแสดงเหตุผล

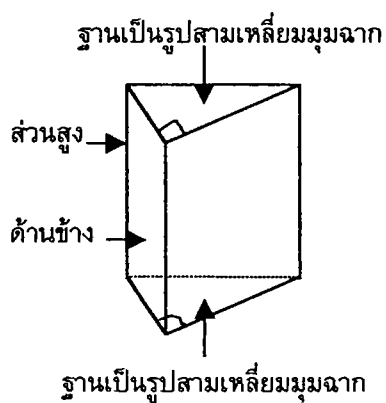
ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ หรือมองย้อนกลับ

เป็นการใช้ทักษะการคิดคำนวณมาประมาณคำตอบ ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ โดยใช้ความรู้สึกเชิงจำนวน หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิมาพิจารณาความสมเหตุสมผล ของคำตอบที่ได้

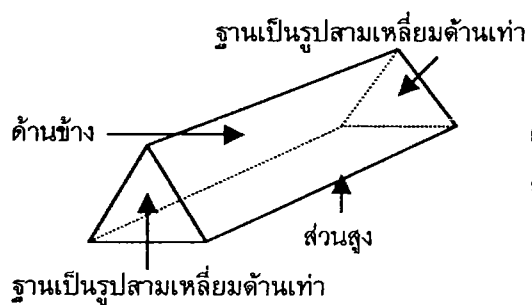
แผ่นโปร่งใสที่ 2-2

ตัวอย่างของปริซึม

ปริซึมสามเหลี่ยม

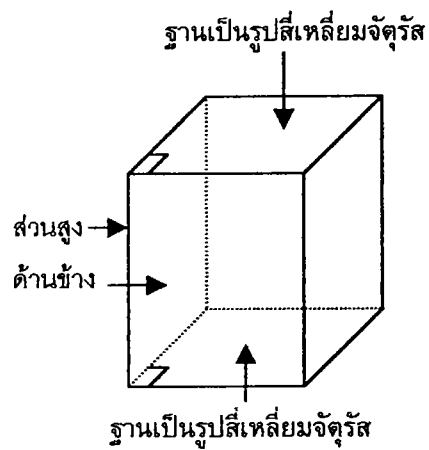


ปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉาก

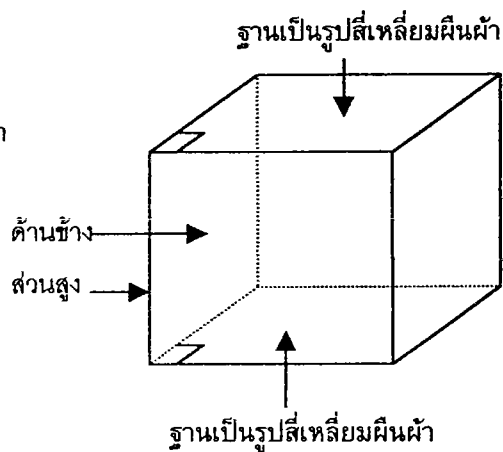


ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่า

ปริซึมสี่เหลี่ยม



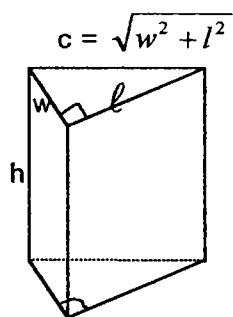
ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส



ปริซึมสี่เหลี่ยมผืนผ้า

แผ่นโปร่งใสที่ 2-3

ตัวอย่างการหาพื้นที่ผิวของปริซึม

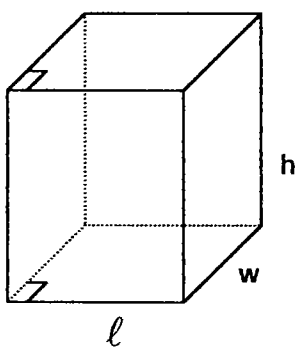


พื้นที่ผิวของปริซึมฐานสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$= 2\left(\frac{1}{2}wl\right) + wh + lh + ch$$

$$= wl + h(w + l + c)$$

$$= wl + h(w + l + \sqrt{w^2 + l^2})$$



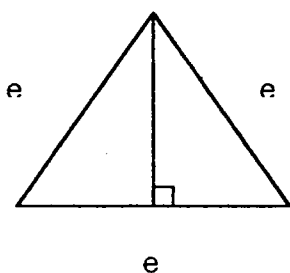
พื้นที่ผิวของปริซึมฐานสี่เหลี่ยมมุมฉาก

$$= 2wl + 2lh + 2wh$$

$$= 2wl + (2l + 2w)h$$

แผ่นโปรงใสที่ 2-4

ในการหาพื้นที่ฐานของปริซึมฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า เมื่อโจทย์กำหนดความยาวของด้านที่ฐานของปริซึมมาให้ จึงต้องใช้สูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ซึ่งแสดงดังต่อไปนี้



ให้สามเหลี่ยมด้านเท่ามีด้านยาว e หน่วย หาความสูงของสามเหลี่ยม โดยลากส่วนของเส้นตรงจากมุมยอดมาตั้งฉากกับฐาน จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส จะได้

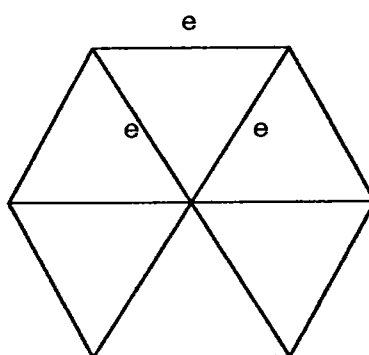
$$\begin{aligned}
 \text{ความสูงของสามเหลี่ยม} &= \sqrt{e^2 - \left(\frac{1}{2}e\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{3}{4}e^2} \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{2}e \\
 &= \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{ความสูง} \\
 &= \frac{1}{2} \times e \times \frac{\sqrt{3}}{2}e \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{4}e^2
 \end{aligned}$$

จากสูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม

$$\text{ดังนั้น สูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{ความยาวด้าน})^2$$

แผ่นโปรงใสที่ 2-5

สามเหลี่ยมด้านเท่า 6 รูปสามารถประกอบได้รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
ที่มีความยาวของด้านเท่ากันกับสามเหลี่ยมด้านเท่านั้น



$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น พื้นที่ของรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า} &= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{ความยาวด้าน})^2 \\
 &= \frac{3\sqrt{3}}{2} \times (\text{ความยาวด้าน})^2
 \end{aligned}$$

แบบฝึกทักษะที่ 2-1

1. ในการจัดรายการโต้วาทีในชั้นเรียน นักเรียนต้องทำป้ายชื่อตั้งโต๊ะสำหรับบอกตำแหน่งของผู้โต้วาทีแต่ละคน ได้แก่ ประธาน หัวหน้าฝ่ายเสนอ หัวหน้าฝ่ายค้าน และผู้สนับสนุนฝ่ายละ 2 คน รวมทั้งสิ้น 7 คน โดยใช้กระดาษแข็งพับเป็นปริซึมฐานสามเหลี่ยมด้านเท่ายาวด้านละ 10 เซนติเมตร ป้ายยาว 30 เซนติเมตร นักเรียนต้องใช้กระดาษแข็งทั้งสิ้นเป็นพื้นที่เท่าไร (ไม่นับรวมส่วนที่ทับซ้อนด้านใน)
2. ห้องเรียนกว้าง 5 เมตร ยาว 7 เมตร สูง 3 เมตร มีประตูกว้าง 1 เมตร สูง 2 เมตร จำนวน 2 บาน และบริเวณที่เป็นหน้าต่างกับบานเกร็ดเป็นพื้นที่ 10 ตารางเมตร ต้องการทาสีผนังห้องเรียนโดยยกเว้นประตู และบริเวณที่เป็นหน้าต่างกับบานเกร็ด บริเวณที่จะทาสีมีพื้นที่กี่ตารางเมตร
3. ต้องการทำกล่องกระดาษทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก กว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 15 เซนติเมตร สูง 5 เซนติเมตร จะต้องใช้กระดาษทำกล่องทั้งสิ้นกี่ตารางเซนติเมตร เมื่อคำนวณส่วนที่ทับซ้อนด้านในแล้วมีพื้นที่ 20 ตารางเซนติเมตร

แบบฝึกทักษะที่ 2-2

1. ต้องการทาสีอิฐปูถนนซึ่งเป็นปริซึมหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ายาวด้านละ 8 เซนติเมตร หนา 5 เซนติเมตรจำนวน 30 ก้อน เพื่อตกแต่งสวนหย่อม โดยเว้นไม่ต้องทาสีที่ฐานด้านหนึ่ง จะมีพื้นที่ที่จะทาสีรวมทั้งหมดเท่าไร
2. ต้องการทาสีแท่งไม้ซึ่งเป็นปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่ายาวด้านละ 8 เซนติเมตร แท่งไม้ยาว 20 เซนติเมตร เพื่อทำป้ายชื่อสำหรับวางบนโต๊ะทำงาน จะมีพื้นที่ในการทาสีกี่ตารางเซนติเมตร

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

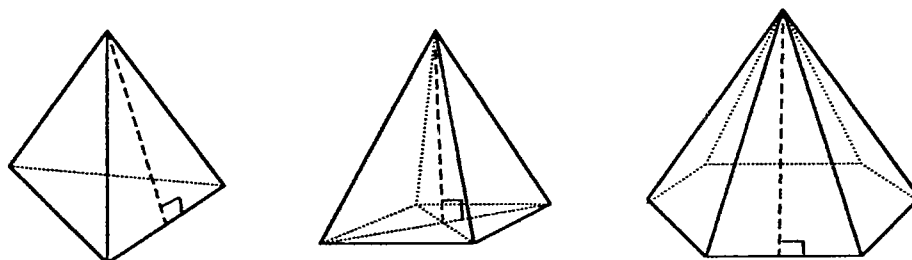
ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)

เรื่อง พื้นที่ผิวของพีระมิด

จำนวน 2 คาบ

เวลา 100 นาที

สาระการเรียนรู้



พื้นที่ผิวของพีระมิด ประกอบด้วยพื้นที่ฐานรวมกับพื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด ประกอบด้วยพื้นที่ของหน้าทุกหน้าของพีระมิดรวมกัน

เนื่องจากหน้าทุกหน้าของพีระมิดเป็นรูปสามเหลี่ยม ในการคำนวณจึงต้องใช้ความยาวของแต่ละด้านของฐานพีระมิด กับสูงเอียงของแต่ละหน้าในพีระมิดนั้น

การหาความสัมพันธ์ระหว่างสูงเอียง สูงตรง(ความสูง) และความยาวในแต่ละด้านของฐานพีระมิด ใช้ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. หาความยาวและพื้นที่ของส่วนประกอบในพีระมิดเพื่อนำไปสู่การหาพื้นที่ผิวของพีระมิดได้
2. หาพื้นที่ผิวของพีระมิดได้
3. นำความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของพีระมิดไปแก้ปัญหาต่างๆได้

ความรู้พื้นฐาน

ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส การหาพื้นที่รูปต่างๆ

กิจกรรมการเรียนรู้

คาบเรียนที่ 1

1. เมื่อนักเรียนหนึ่งเป็นกลุ่มเรียบร้อยแล้ว ครูแจกพีระมิดฐานต่างๆ ได้แก่ ฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า สี่เหลี่ยมจัตุรัส และหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ให้กับนักเรียนกลุ่มละ 1 ชุด และซักถามนักเรียนเกี่ยวกับลักษณะและส่วนประกอบของผิวของพีระมิด รจนกระทั่งมีนักเรียนตอบจนได้คำตอบที่น่าพอใจ จึงนำเสนอแผ่นโปรงใสที่ 3-1 แสดงส่วนต่างๆของพีระมิด และแผ่นโปรงใสที่ 3-2 แสดงตัวอย่างการหาพื้นที่ผิวของพีระมิด

2. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 3 และถามถึงนักเรียนที่จะออกมานำเสนอผลงานกลุ่ม (เพื่อให้เกิดการเตรียมตัว) จากนั้นครูนำเสนอสถานการณ์ที่ 1 ว่า “หากครูต้องการให้นักเรียนสร้างพีระมิดเหล่านี้ด้วยกระดาษแข็ง นักเรียนต้องการกระดาษแข็งสำหรับพีระมิดแต่ละอันเป็นพื้นที่เท่าไร โดยยังไม่นับรวมพื้นที่ส่วนที่ทับซ้อนด้านใน” ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันอภิปรายหาหนทางแก้ปัญหา โดยแนะนำให้ใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ดังที่เคยกล่าวมาแล้ว และบันทึกข้อมูลการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมที่ 3 สถานการณ์ที่ 1 และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่บันทึก (ใช้เวลาประมาณ 10-15 นาที)

3. ขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรม ครูเดินดูพร้อมกับให้ข้อเสนอแนะและตอบคำถามของนักเรียนที่มีข้อสงสัย

4. ครูให้ตัวแทนของกลุ่มตามที่ได้ตกลงกันไว้ ออกมานำเสนอการแก้ปัญหา จำนวน 3 กลุ่มๆละ 1 ปัญหา

5. เมื่อแต่ละกลุ่มแสดงผลงานของตนจบลง ครูและนักเรียนอื่นร่วมกันวิจารณ์ และสรุปผลที่ถูกต้องเป็นที่ยอมรับร่วมกัน

6. นักเรียนส่งใบกิจกรรมที่ 3 สถานการณ์ที่ 1 เพื่อประเมินผล

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 3-1 เป็นการบ้าน

คาบเรียนที่ 2

1. ครูซักถามนักเรียนถึงวิธีการหาพื้นที่ผิวของพีระมิด และส่วนประกอบของพีระมิดที่จำเป็นในการหาพื้นที่ผิว และเสนอปัญหาว่า หากต้องการหาพื้นที่ผิวของพีระมิดแต่ทราบข้อมูลเพียงความสูง และความยาวของด้านที่ฐานของพีระมิดเท่านั้น จะหาสูงเอียงได้อย่างไร

2. ครูหยุดรอสักครูจนกระทั่งมีนักเรียนตอบ หรือจนแน่ใจว่าจะไม่มีนักเรียนคนใดตอบ ครูนำโครงพีระมิดที่แสดงความสัมพันธ์ของสูงตรง (ความสูง) สูงเอียง ล้น และความยาวด้านของฐาน พร้อมกับนำเสนอแผ่นโปรงใสที่ 3-3 แสดงวิธีการหาสูงเอียงของพีระมิด

3. ครูนำเสนอสถานการณ์ที่ 2 ว่า “หากครูต้องการให้นักเรียนใช้กระดาษแข็งสร้างพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 6 เซนติเมตร ความสูง 4 เซนติเมตร และพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 12 เซนติเมตร ยาว 30 เซนติเมตร ความสูง 8 เซนติเมตร จะต้องใช้กระดาษทำพีระมิดแต่ละอันอย่างเป็นพื้นที่เท่าไร โดยยังไม่นับรวมพื้นที่ส่วนที่ทับซ้อนด้านใน”

ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายหาทางแก้ปัญหา โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ดังที่เคยกล่าวมา แล้วบันทึกข้อมูลการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมที่ 3 สถานการณ์ที่ 2 และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่บันทึก (ใช้เวลาประมาณ 10–15 นาที)

4. ขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรม ครูเดินดูพร้อมกับให้ข้อเสนอแนะและตอบคำถามของนักเรียนที่มีข้อสงสัย

5. ครูให้ตัวแทนของกลุ่มตามที่ได้ตกลงกันไว้ ออกมานำเสนอการแก้ปัญหา จำนวน 2 กลุ่มๆละ 1 ปัญหา

6. เมื่อแต่ละกลุ่มแสดงผลงานของตนจบลง ครูและนักเรียนอื่นร่วมกันวิจารณ์ และสรุปผลที่ถูกต้องเป็นที่ยอมรับร่วมกัน

7. นักเรียนส่งใบกิจกรรมที่ 3 สถานการณ์ที่ 2 เพื่อประเมินผล

8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 3-2 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. แผ่นโป่งไสชุดที่ 3
 - แผ่นโป่งไสที่ 3-1 แสดงส่วนต่างๆของพีระมิด
 - แผ่นโป่งไสที่ 3-2 แสดงตัวอย่างการหาพื้นที่ผิวของพีระมิด
 - แผ่นโป่งไสที่ 3-3 แสดงวิธีการหาสูงเอียงของพีระมิด
2. พีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า สีเหลี่ยมจัตุรัส และหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
3. ใบกิจกรรมที่ 3
4. โคร่งพีระมิดแสดงสูตรสูงตรง สูงเอียง และสัน
5. ไม้บรรทัด
6. เครื่องคำนวณ
7. แบบฝึกทักษะที่ 3-1 และ 3-2

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตความตั้งใจของนักเรียนในการร่วมกิจกรรม และการตอบคำถาม
2. ตรวจผลงานกลุ่มที่ได้
3. ตรวจการบ้าน

ใบกิจกรรมที่ 3

สถานการณ์ที่ 1

หากครูต้องการให้นักเรียนสร้างพีระมิดให้เหมือนกับตัวอย่างที่แจกให้ ด้วย
กระดาษแข็ง นักเรียนต้องการกระดาษแข็งสำหรับพีระมิดแต่ละอันเป็นพื้นที่เท่าไร โดยยัง
ไม่นับรวมพื้นที่ส่วนที่ทับซ้อนด้านใน (ให้เวลา 10–15 นาที)
(ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

2. รูปทรงที่ครูแจกให้ มีลักษณะใดที่เหมือนกันและแตกต่างกันอย่างไร

.....

ขั้นที่ 2 วางแผน

3. ถ้าจะหาพื้นที่ของกระดาษที่จะมาทำเป็นพีระมิด โดยไม่นับรวมพื้นที่ส่วนที่ทับซ้อน
ด้านใน หรือการหาพื้นที่ผิวของพีระมิดแต่ละอัน ควรหาพื้นที่ส่วนใดบ้าง และใช้สูตรใด

.....

4. การที่จะดำเนินการตามข้อ 3 ควรวัดความยาวด้านใดบ้าง และวัดได้ยาวเท่าไร

- 4.1 พีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า

.....

- 4.2 พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส

.....

- 4.3 พีระมิดฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

.....

สถานการณ์ที่ 2

“หากครูต้องการให้นักเรียนใช้กระดาษแข็งสร้างพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 6 เซนติเมตร ความสูง 4 เซนติเมตร และพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 12 เซนติเมตร ยาว 30 เซนติเมตร ความสูง 8 เซนติเมตร นักเรียนจะต้องใช้กระดาษทำพีระมิดแต่ละอย่างเป็นพื้นที่เท่าไร โดยยังไม่นับรวมพื้นที่ส่วนที่ทับซ้อนด้านใน” (ให้เวลา 10–15 นาที)
(ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

2. รูปทรงที่โจทย์กำหนด มีลักษณะใดที่เหมือนกันและแตกต่างกันอย่างไร

.....

ขั้นที่ 2 วางแผน

3. ถ้าจะหาพื้นที่ของกระดาษที่จะมาทำเป็นพีระมิด โดยไม่นับรวมพื้นที่ส่วนที่ทับซ้อนด้านใน หรือการหาพื้นที่ผิวของพีระมิดแต่ละอัน ควรหาพื้นที่ส่วนใดบ้าง และใช้สูตรใด

.....

4. การที่จะดำเนินการตามข้อ 3 เพื่อหาพื้นที่ผิวข้าง ควรต้องหาสูงเอียงก่อนหรือไม่ มีวิธีดำเนินการอย่างไร หรือใช้สูตรใด

.....

5. นักเรียนคิดว่าสูงเอียงของพีระมิดทั้งสองเป็นอย่างไร (เช่น เท่ากันทุกเส้น หรือเท่ากันเป็นคู่ หรือแต่ละเส้นไม่เท่ากันเลย เป็นต้น)

.....

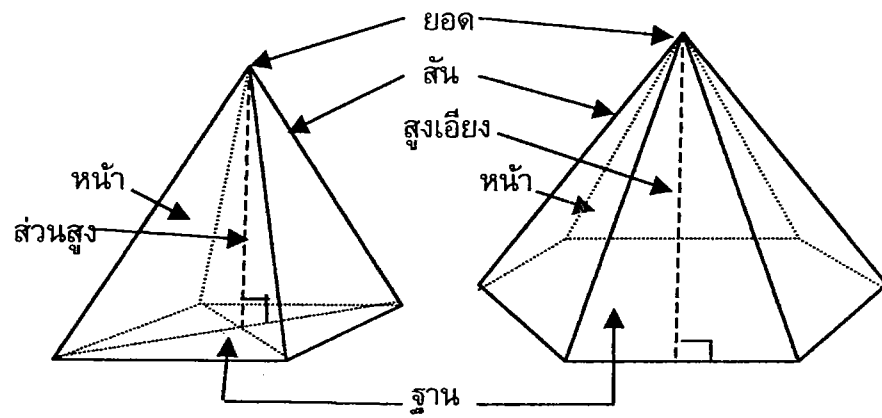
6. เมื่อได้สูงเอียงทุกเส้น เพื่อนำไปสู่การหาพื้นที่ผิวข้างแล้ว ยังมีพื้นที่ส่วนใดที่ต้องหาเพื่อนำไปสู่การหาพื้นที่ผิว และจะใช้วิธีการใด หรือสูตรใด

.....

.....

แผ่นโปร่งใสที่ 3-1

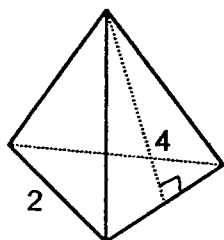
ส่วนต่าง ๆ ของพีระมิด



แผ่นโปรงใสที่ 3-2

ตัวอย่างการหาพื้นที่ผิวของพีระมิด

การหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่ายาวด้านละ 2 เซนติเมตร สูงเอียง 4 เซนติเมตร



เนื่องจาก พื้นที่ผิวของพีระมิด = พื้นที่ฐาน + พื้นที่ผิวข้าง

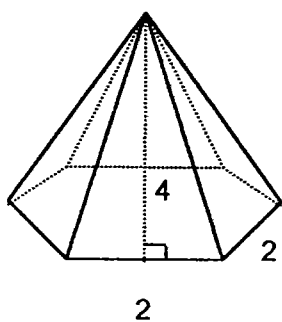
$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ฐาน (เป็นรูป } \triangle \text{ ด้านเท่า)} &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 \\ &= \sqrt{3} \\ &\approx 1.73 \quad \text{ตร.ซม.}\end{aligned}$$

พื้นที่ผิวข้าง (เป็นรูป $\triangle$ ที่มีพื้นที่เท่ากัน จำนวน 3 รูป)

$$\begin{aligned}&= 3 \times \frac{1}{2} \times \text{ความยาวฐาน} \times \text{ความสูงของ } \triangle \\ &= 3 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \\ &= 12 \quad \text{ตร.ซม.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น พื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า} &\approx 12 + 1.73 \\ &\approx 13.73 \quad \text{ตร.ซม.}\end{aligned}$$

การหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าฐานยาวด้านละ 2 เซนติเมตร สูงเอียง 4 เซนติเมตร



พื้นที่ฐาน (เป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า)

$$\begin{aligned}&= \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 2^2 \\ &= 6\sqrt{3} \\ &\approx 6 \times 1.73 \\ &\approx 10.38 \quad \text{ตร.ซม.}\end{aligned}$$

พื้นที่ผิวข้าง (เป็นรูป $\triangle$ ที่มีพื้นที่เท่ากัน 6 รูป)

$$\begin{aligned}&= 6 \times \frac{1}{2} \times \text{ความยาวฐาน} \times \text{ความสูงของ } \triangle \\ &= 6 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \\ &= 24 \quad \text{ตร.ซม.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น พื้นที่ผิวของพีระมิดฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า} &\approx 24 + 10.38 \\ &\approx 34.38 \quad \text{ตร.ซม.}\end{aligned}$$

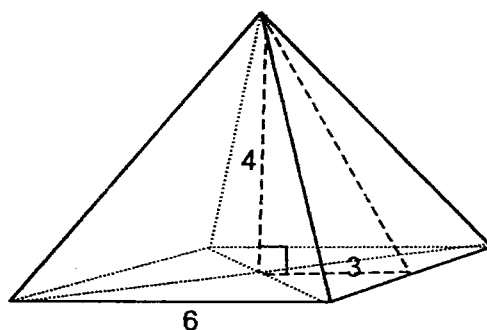
แผ่นโปร่งใสที่ 3-3

การหาความยาวสูงเอียงของพีระมิด

ในการหาความยาวของสูงเอียงของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อทราบ
ความสูง(สูงตรง)ของพีระมิด และความยาวแต่ละด้านของฐาน

ทำได้โดยประกอบเส้นสูงตรงและสูงเอียงเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดย
ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$(\text{ความยาวสูงเอียง})^2 = (\text{ความยาวสูงตรง})^2 + (\text{ครึ่งหนึ่งของความยาวด้านของฐาน})^2$$



$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น ความยาวสูงเอียง} &= \sqrt{4^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5 \quad \text{เซนติเมตร} \end{aligned}$$

แบบฝึกทักษะที่ 3-1

1. พืระมิตทำด้วยไม้ฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 6 เซนติเมตร สูงเอียง 12 เซนติเมตร ถ้าต้องการทาสีพืระมิตนี้บริเวณที่ทาสีมีพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร
2. พืระมิตฐานแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ายาวด้านละ 8 เซนติเมตร พื้นที่ผิวข้างเท่ากับ 320 ตารางเซนติเมตร พืระมิตนี้มีสูงเอียงยาวกี่เซนติเมตร
3. พืระมิตฐานห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า พื้นที่ผิวข้างเท่ากับ 60 ตารางเซนติเมตร สูงเอียงยาวด้านละ 8 เซนติเมตร ฐานยาวด้านละเท่าไร

แบบฝึกทักษะที่ 3-2

1. พืระมิตสามเหลี่ยมด้านเท่าฐานยาวด้านละ 6 เซนติเมตร สันยาว 5 เซนติเมตร จงหาพื้นที่ผิวของพืระมิตนี้
2. จะทำผ้าคลุมพืระมิตสี่เหลี่ยมจัตุรัสฐานยาวด้านละ 12 เซนติเมตร สูง 8 เซนติเมตร ผ้าที่มาทำควรมีพื้นที่อย่างน้อยกี่ตารางเซนติเมตร

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

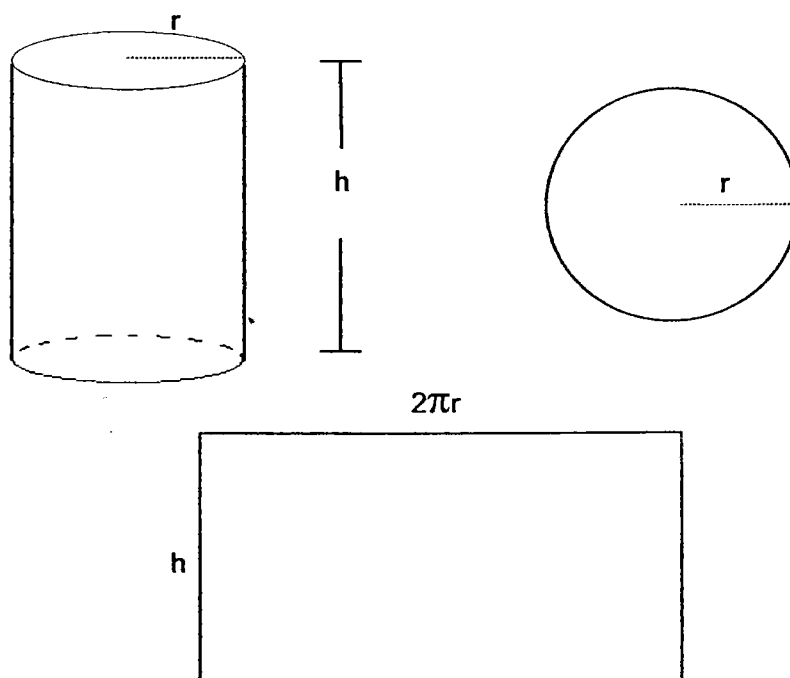
ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)

เรื่อง พื้นที่ผิวของทรงกระบอก

จำนวน 1 คาบ

เวลา 50 นาที

สาระการเรียนรู้



พื้นที่ผิวของทรงกระบอก คือ ผลรวมของพื้นที่ฐานทั้งสองและพื้นที่ผิวข้าง
ฐานของทรงกระบอกเป็นรูปวงกลม ในกรณีของทรงกระบอกตรงจะมีผิวข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

เมื่อ พื้นที่ผิวของทรงกระบอก = พื้นที่ฐานทั้งสอง + พื้นที่ผิวข้าง

ถ้าทรงกระบอกมีรัศมีที่ฐานยาว r หน่วย มีความสูง h หน่วย จะได้

$$\text{พื้นที่ฐานทั้งสอง} = 2\pi r^2$$

$$\text{ส่วนพื้นที่ผิวข้าง} = 2\pi rh$$

$$\text{ดังนั้น พื้นที่ผิวของทรงกระบอก} = 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

$$\text{หรือ พื้นที่ผิวของทรงกระบอก} = 2\pi r (r + h)$$

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกสูตรการหาพื้นที่ผิวทรงกระบอกได้
2. หาพื้นที่ผิวทรงกระบอกได้
3. นำความรู้เรื่องพื้นที่ผิวทรงกระบอกไปแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

ความรู้พื้นฐาน

การหาพื้นที่รูปวงกลม และรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

กิจกรรมการเรียนรู้

1. เมื่อนักเรียนเข้ากลุ่มเรียบร้อยแล้ว ครูซักถามนักเรียนถึงสูตรการหาพื้นที่ของวงกลมและสี่เหลี่ยมมุมฉาก เมื่อนักเรียนตอบได้แล้วครูถามนักเรียนต่อไปถึงส่วนต่างๆของทรงกระบอก และผิวของทรงกระบอกว่ามีรูปใดบ้าง
2. ครูหยุดรอสักครู่นักเรียนทั้งมีนักเรียนตอบ หรือจนแน่ใจว่าจะไม่มีนักเรียนคนใดตอบ ครูแจกกระป๋องนมทรงกระบอกยี่ห้อหนึ่งให้นักเรียนกลุ่มละ 1 ใบ ให้นักเรียนแกะฉลากติดข้างกระป๋องออกมาพิจารณา
3. ครูนำเสนอแผ่นโปรงใสที่ 4-1 แสดงส่วนต่างๆของทรงกระบอก และแผ่นโปรงใสที่ 4-2 แสดงวิธีการหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกจนได้สูตร
4. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 4 และถามถึงนักเรียนที่จะออกมาการนำเสนอผลงานของกลุ่ม (เพื่อให้เกิดการเตรียมตัว) แล้วนำเสนอสถานการณ์ว่า “หากในอนาคตนักเรียนจะทำธุรกิจผลิตอาหารกระป๋อง โดยต้องการกระป๋องขนาดเดียวกับกระป๋องนมนี้ นักเรียนจะต้องใช้กระดาษทำฉลากข้างกระป๋องแต่ละกระป๋องเป็นพื้นที่เท่าไร และถ้าใช้แผ่นสังกะสีมาผลิตกระป๋อง แต่ละกระป๋องจะต้องใช้แผ่นสังกะสีเป็นพื้นที่เท่าไร (ทั้งหมดยังไม่นับรวมส่วนที่ทับซ้อนด้านใน)”
5. ครูให้นักเรียนอภิปรายภายในกลุ่มเพื่อหาหนทางแก้ปัญหา โดยแนะนำให้ใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนตามที่เคยกล่าวมาแล้ว จากนั้นบันทึกข้อมูลการแก้ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 4 และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่จดบันทึก (ใช้เวลา 10-15 นาที)
6. ขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรม ครูเดินดูพร้อมกับให้ข้อเสนอแนะและตอบคำถามของนักเรียนที่มีข้อสงสัย
7. ครูให้ตัวแทนของกลุ่มตามที่ได้ตกลงกันไว้ ออกมานำเสนอการแก้ปัญหา จำนวน 1 กลุ่ม
8. เมื่อแต่ละกลุ่มแสดงผลงานของตนจบลง ครูและนักเรียนอื่นร่วมกันวิจารณ์ และสรุปผลที่ถูกต้องเป็นที่ยอมรับร่วมกัน
9. นักเรียนส่งใบกิจกรรมที่ 4 เพื่อประเมินผล

10. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 4 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. แผ่นโปรงใสชุดที่ 4
 - แผ่นโปรงใสที่ 4-1 แสดงส่วนต่างๆของทรงกระบอก
 - แผ่นโปรงใสที่ 4-2 แสดงวิธีการหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก
2. กระป๋องนมทรงกระบอกกลุ่มละ 1 ใบ
3. ใบกิจกรรมที่ 4
4. ไม้บรรทัด
5. เครื่องคำนวณ
6. แบบฝึกทักษะที่ 4

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตความตั้งใจของนักเรียนในการร่วมทำกิจกรรมและตอบคำถาม
2. ตรวจผลงานกลุ่มที่ได้
3. ตรวจการบ้าน

ใบกิจกรรมที่ 4

สถานการณ์

นักเรียนจะทำธุรกิจผลิตอาหารกระป๋อง โดยต้องการกระป๋องขนาดเดียวกับกระป๋องนมในตัวอย่างนี้ นักเรียนจะต้องใช้กระดาษทำฉลากข้างกระป๋องแต่ละกระป๋องเป็นพื้นที่เท่าไร และถ้าใช้แผ่นสังกะสีมาผลิตกระป๋อง แต่ละกระป๋องจะต้องใช้แผ่นสังกะสีเป็นพื้นที่เท่าไร (ทั้งหมดยังไม่นับรวมส่วนที่ทับซ้อนด้านใน) ให้อเวลา 10–15 นาที (ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

.....

2. พื้นที่ของฉลากข้างกระป๋อง เท่ากับพื้นที่ส่วนใดของผิวทรงกระบอก

.....

3. พื้นที่ของแผ่นสังกะสีที่มาทำกระป๋องแต่ละใบ (ยังไม่นับรวมส่วนที่ทับซ้อนเพื่อการประกอบเป็นกระป๋อง) เท่ากับพื้นที่ส่วนใดของทรงกระบอก

.....

ขั้นที่ 2 วางแผน

4. ถ้าจะหาพื้นที่ของกระดาษสำหรับทำฉลากข้างกระป๋อง ต้องใช้สูตรใด

.....

5. ถ้าจะหาพื้นที่แผ่นสังกะสีเพื่อทำกระป๋องแต่ละใบ ควรใช้สูตรใด

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

6. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา บันทึกวิธีการ และสรุปคำตอบที่ได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

7. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่า คำตอบที่ได้มานั้นสมเหตุสมผลหรือถูกต้อง

.....

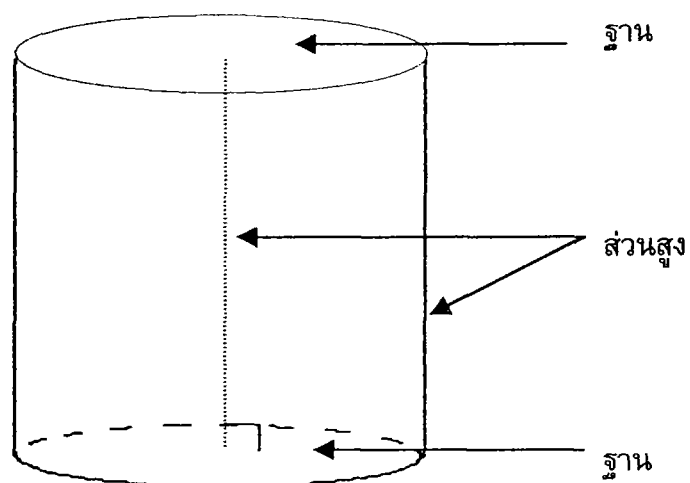
.....

.....

.....

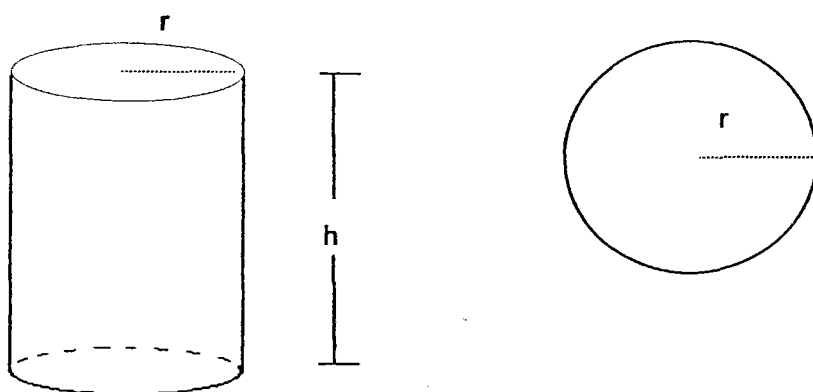
แผ่นโปร่งใสที่ 4-1

ส่วนต่างๆของทรงกระบอก



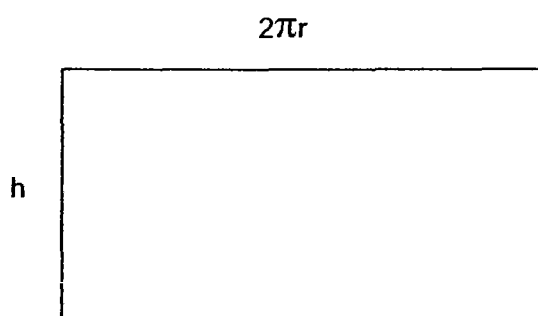
แผ่นโปร่งใสที่ 4-2

การหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก



พื้นที่ผิวของทรงกระบอก ประกอบด้วย พื้นฐานสองรูปรวมกับพื้นที่ผิวข้าง
ถ้าทรงกระบอกมีความยาวรัศมีของฐาน r หน่วย ความสูง h หน่วย

$$\text{พื้นที่ฐานทั้งสอง} = 2\pi r^2$$



ผิวข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีความกว้างและความยาว เท่ากับ h และ $2\pi r$ หน่วย

$$\text{ดังนั้น พื้นที่ผิวข้างของทรงกระบอก} = 2\pi rh \quad \text{ตารางหน่วย}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{พื้นที่ผิวของทรงกระบอก} &= 2\pi r^2 + 2\pi rh \\ &= 2\pi r (r + h) \quad \text{ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

แบบฝึกทักษะที่ 4

1. ปลากระป๋องยี่ห้อหนึ่ง มีเส้นผ่านศูนย์กลางของกระป๋องทรงกระบอก เท่ากับ 5.6 เซนติเมตร สูง 8 เซนติเมตร ฉลากข้างกระป๋องกว้างและยาวกี่ เซนติเมตร
2. แผ่นสังกะสีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 56 เซนติเมตร ยาว 88 เซนติเมตร นำมาตัดเป็นผิวข้างของถังทรงกระบอกได้พอดี โดยความสูงของถังคือความกว้าง ของแผ่นสังกะสี จงหาว่าต้องใช้แผ่นสังกะสีพื้นที่อย่างน้อยเท่าไรในการทำถัง
3. ในการจัดการรณรงค์ต่อต้านการสูบบุหรี่ ต้องการกระดาษแข็งทำรูปทรง บุหรี่เส้นผ่านศูนย์กลาง 1 ฟุต ยาว 4 ฟุต จะต้องใช้กระดาษกี่ตารางฟุตในการทำ รูปทรงบุหรี่แต่ละอัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

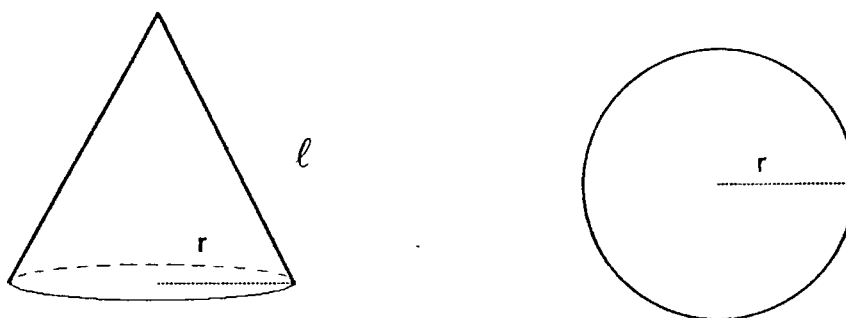
ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)

เรื่อง พื้นที่ผิวของกรวย

จำนวน 1 คาบ

เวลา 50 นาที

สาระการเรียนรู้



พื้นที่ผิวของกรวย ประกอบด้วยพื้นที่ฐานเป็นรูปวงกลม รวมกับพื้นที่ผิวข้างเป็นรูปสามเหลี่ยมฐานโค้ง

ถ้ากรวยมีรัศมีที่ฐานยาว r หน่วย สูงเอียงยาว l หน่วย

$$\text{พื้นที่ฐานของกรวย} = \pi r^2$$

$$\text{พื้นที่ผิวข้างของกรวย} = \pi r l$$

$$\text{ดังนั้นพื้นที่ผิวของกรวย} = \pi r^2 + \pi r l$$

$$= \pi r (r + l)$$

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกสูตรการหาพื้นที่ผิวของกรวยได้
2. หาพื้นที่ผิวของกรวยได้
3. นำความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของกรวยไปแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

ความรู้พื้นฐาน

พื้นที่วงกลม สัดส่วน

กิจกรรมการเรียนรู้

1. เมื่อนักเรียนหนึ่งเป็นกลุ่มเรียบร้อยแล้ว ครูซักถามนักเรียนถึงส่วนต่างๆของกรวย และเมื่อนักเรียนตอบได้แล้ว ครูนำเสนอแผ่นโป่งใสที่ 5-1 แสดงส่วนต่างๆของกรวย

2. ครูซักถามนักเรียนต่อไปถึงผิวของกรวยว่าเป็นรูปใดบ้าง เมื่อนักเรียนตอบได้บ้างแล้ว (ซึ่งอาจตอบถูกบ้าง ตอบผิดบ้าง โดยเฉพาะรูปของผิวข้างกรวย) จากนั้นครูแจกกระดาษรูปวงกลม 2 ขนาดให้นักเรียนกลุ่มละ 1 ชุด วงกลมรูปใหญ่ถูกตัดพื้นที่ส่วนหนึ่งออกเป็นรูปสามเหลี่ยมฐานโค้งมีจุดยอดมุมอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลม ครูให้นักเรียนใช้เชือกเส้นเล็กวัดความยาวฐานโค้งจะพบว่า มีความยาวเท่ากับความยาวของเส้นรอบวงกลมขนาดเล็กพอดี แล้วให้นักเรียนลองประกอบสามเหลี่ยมฐานโค้งรูปนั้นเข้ากับวงกลมรูปเล็ก จะได้เป็นรูปกรวย

3. ครูซักถามนักเรียนถึงสูตรการหาพื้นที่ของวงกลม และความหมายของสัดส่วน เมื่อนักเรียนตอบได้แล้วครูนำเสนอแผ่นโป่งใสที่ 5-2 ใช้ผลการทดลองตามข้อ 1 แสดงวิธีการหาพื้นที่ผิวของกรวย จนได้สูตร

4. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 5 จากนั้นครูดำเนินกิจกรรม ดังนี้

4.1 ครูนำเสนอสถานการณ์ด้วยการแจกกรวยกระดาษสำหรับดื่ม น้ำ สมมุติว่า “หากนักเรียนได้รับมอบหมายให้ทำกรวยกระดาษที่มีลักษณะและขนาดเดียวกันนี้ นักเรียนต้องการกระดาษสำหรับทำกรวยกระดาษแต่ละใบเป็นพื้นที่เท่าใด (ยังไม่นับรวมส่วนที่ทับซ้อนด้านใน) และกล่าวถึงแผนงานการทำกรวยกระดาษของนักเรียนพอให้เข้าใจ”

4.2 ครูให้นักเรียนอภิปรายภายในกลุ่มเพื่อหาหนทางแก้ปัญหา โดยแนะนำให้ใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน แล้วบันทึกผลลงในใบกิจกรรมที่ 5 และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่บันทึก (ใช้เวลา 7–10 นาที)

5. ขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรม ครูเดินดูพร้อมกับให้ข้อเสนอแนะและตอบคำถามของนักเรียนที่มีข้อสงสัย

6. ครูให้ตัวแทนของกลุ่มตามที่ได้ตกลงกันไว้ ออกมานำเสนอการแก้ปัญหา จำนวน 1 กลุ่ม

7. เมื่อกลุ่มแสดงผลงานของตนจบลง ครูและนักเรียนอื่นร่วมกันวิจารณ์ และสรุปผล ที่ถูกต้องเป็นที่ยอมรับร่วมกัน

8. นักเรียนส่งใบกิจกรรมที่ 5 เพื่อประเมินผล

9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 5 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. แผ่นโปรงใสชุดที่ 5
 - แผ่นโปรงใสที่ 5-1 แสดงส่วนต่างๆของกรวย
 - แผ่นโปรงใสที่ 5-2 แสดงวิธีการหาพื้นที่ผิวของกรวย
2. ใบกิจกรรมที่ 5
3. กรวยกระดาษสำหรับตักน้ำ
4. ไม้บรรทัด
5. เครื่องคำนวณ
6. แบบฝึกทักษะที่ 4

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตความตั้งใจของนักเรียนในการร่วมทำกิจกรรมและตอบคำถาม
2. ตรวจผลงานกลุ่มที่ได้
3. ตรวจการบ้าน

ใบกิจกรรมที่ 5

สถานการณ์

“หากนักเรียนได้รับมอบหมายให้ทำกรวยกระดาษที่มีลักษณะและขนาดเดียวกันกับตัวอย่างที่ให้มานี้ นักเรียนต้องการกระดาษสำหรับทำกรวยกระดาษแต่ละใบเป็นพื้นที่เท่าใด (ยังไม่นับรวมส่วนที่ทับซ้อนด้านใน) และกล่าวถึงแผนงานการทำกรวยกระดาษของนักเรียนพอให้เข้าใจ” (ให้เวลา 7–10 นาที)
(ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

ขั้นที่ 2 วางแผน

2. ในการหาพื้นที่กระดาษทำกรวย ต้องวัดความยาวส่วนใดบ้าง เมื่อวัดแล้วได้เท่าไร และจะใช้สูตรใดคำนวณ

.....

.....

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

3. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา บันทึกวิธีการ และสรุปคำตอบที่ได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

4. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่า คำตอบที่ได้มานั้นสมเหตุสมผลหรือถูกต้อง

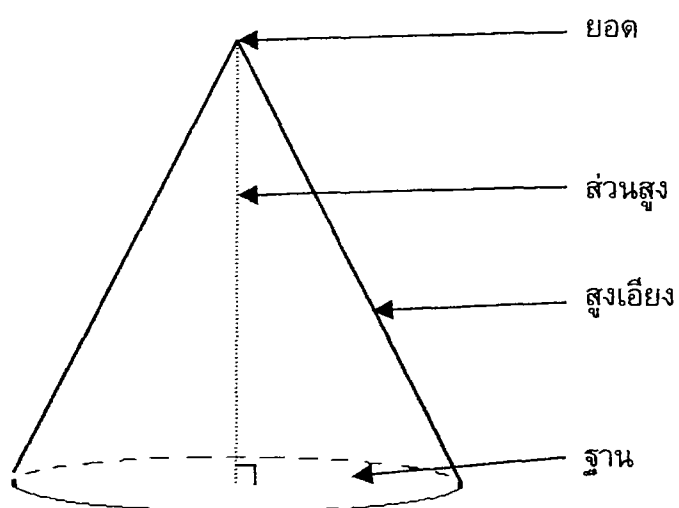
.....

.....

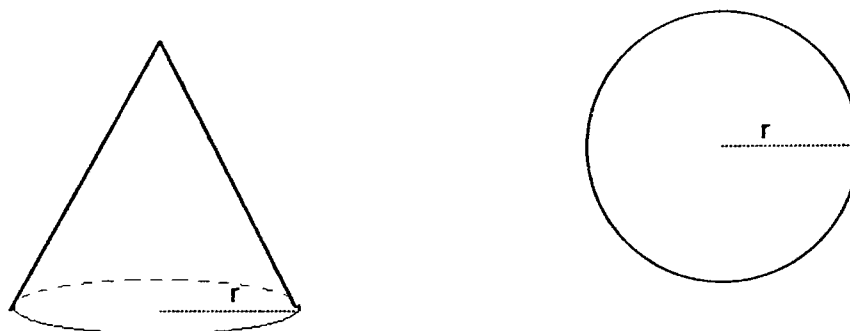
.....

.....

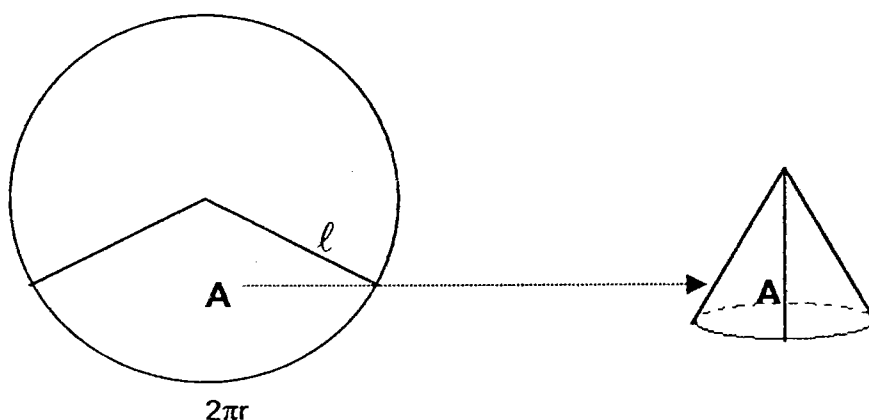
แผ่นโปร่งใสที่ 5-1



แผ่นโปรงใสที่ 5-2



พื้นที่ผิวของกรวย = พื้นที่ฐาน + พื้นที่ผิวข้าง
 ฐานกรวยเป็นรูปวงกลม รัศมี r หน่วย ดังนั้น พื้นที่ฐาน = πr^2 ตารางหน่วย



เนื่องจากผิวข้างของกรวยเป็นรูปสามเหลี่ยมฐานโค้ง (มีพื้นที่เท่ากับ A ตารางหน่วย) ที่ตัดมาจากวงกลมที่มีรัศมียาวเท่ากับ ความยาวสูงเอียงของกรวยนั้น (กำหนดเป็น l หน่วย) และความยาวฐานโค้งเท่ากับ ความยาวเส้นรอบวงของฐานกรวย (เท่ากับ $2\pi r$ หน่วย)

โดยการเทียบสัดส่วนระหว่างพื้นที่และความยาวของเส้นรอบวงในวงกลมรัศมี l

$$\begin{aligned} \text{หน่วย (ดังรูป) จะได้} \quad \frac{A}{\pi l^2} &= \frac{2\pi r}{2\pi l} \\ A &= \frac{2\pi r}{2\pi l} \times \pi l^2 \\ &= \pi r l \end{aligned}$$

ดังนั้น พื้นที่ผิวข้างของกรวย = $\pi r l$ ตารางหน่วย

$$\begin{aligned} \therefore \text{พื้นที่ผิวของกรวย} &= \pi r^2 + \pi r l \\ &= \pi r (r + l) \quad \text{ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

แบบฝึกทักษะที่ 5

1. นำกระดาษรูปวงกลมรัศมียาว 7 เซนติเมตร มาตัดเป็นรูปสามเหลี่ยมฐานโค้งที่มีจุดยอดมุมอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลมเพื่อทำผิวข้างของกรวย ถ้าฐานโค้งยาว 13.2 เซนติเมตร จะต้องใช้กระดาษรูปวงกลมเป็นพื้นที่อย่างน้อยกี่ตารางเซนติเมตร ในการทำผิวข้างของกรวยนี้
2. ในการทำหีบรูปกรวยสำหรับแต่งแฟนซี รัศมีของฐานหีบยาว 9 เซนติเมตร สูง 12 เซนติเมตร ใช้กระดาษทำหีบอย่างน้อยกี่ตารางเซนติเมตร
3. ในการทำกรวยสังกะสีสำหรับถ่ายน้ำมันลงถัง ต้องการกรวยที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 16 เซนติเมตร สูง 15 เซนติเมตร ต้องใช้แผ่นสังกะสีอย่างน้อยกี่ตารางเซนติเมตร

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

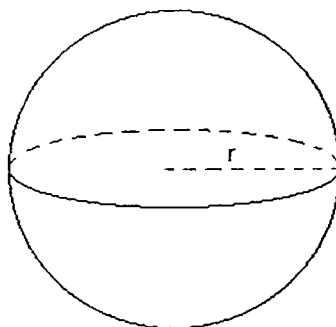
ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)

เรื่อง พื้นที่ผิวของทรงกลม

จำนวน 1 คาบ

เวลา 50 นาที

สาระการเรียนรู้



พื้นที่ผิวของทรงกลมเป็น 4 เท่าของพื้นที่ของรูปวงกลมที่มีรัศมีเท่ากับรัศมีของทรงกลมนั้น

เมื่อ วงกลมรัศมียาว r หน่วย พื้นที่ของวงกลม $= \pi r^2$ ตารางหน่วย

ดังนั้น ทรงกลมรัศมียาว r หน่วย พื้นที่ผิวของทรงกลม $= 4\pi r^2$ ตารางหน่วย

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกสูตรการหาพื้นที่ผิวของทรงกลมได้
2. หาพื้นที่ผิวของทรงกลมได้
3. นำความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของทรงกลมไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

ความรู้พื้นฐาน

พื้นที่วงกลม

กิจกรรมการเรียนรู้

1. เมื่อนักเรียนนั่งเป็นกลุ่มเรียบร้อยแล้ว ครูซักถามนักเรียนถึงส่วนต่างๆของทรงกลม เมื่อนักเรียนตอบ ครูนำเสนอแผ่นโปสเตอร์ที่ 6-1 แสดงส่วนต่างๆของทรงกลม

2. ครูซักถามนักเรียนต่อไปถึงสูตรการหาพื้นที่ของรูปวงกลม เมื่อมีนักเรียนตอบได้แล้ว ครูแจกลูกบอลซึ่งผิวมีลวดลายใกล้เคียงรูปเรขาคณิตให้นักเรียนกลุ่มละ 1 ลูก และเชือกเส้นบาง 1 เส้น พร้อมกับตั้งปัญหาว่า นักเรียนสามารถหาพื้นที่ของรูปวงกลมใหญ่ (วงกลมที่มีรัศมียาวเท่ากันกับความยาวรัศมีของทรงกลม) และพื้นที่ผิวของทรงกลมจากสิ่งที่มีนักเรียนมีอยู่ขณะนี้ได้หรือไม่ โดยไม่มีการผ่าลูกบอลออก

3. ครูหยุดรอสักครูจนกระทั่งมีนักเรียนตอบได้ (หรือจนแน่ใจว่าจะไม่มีนักเรียนตอบได้แล้ว ครูแนะนำให้วัดความยาวรอบวงกลมใหญ่ เพื่อนำไปสู่การหาความยาวรัศมี และลองวัดและคำนวณหาพื้นที่ผิวโดยประมาณของทรงกลมจากลวดลายที่มีลักษณะใกล้เคียงรูปเรขาคณิตบนลูกบอล) ครูให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มช่วยกันค้นหาและเปรียบเทียบอัตราส่วนระหว่างพื้นที่ผิวทรงกลมโดยประมาณ และพื้นที่รูปวงกลมใหญ่ที่หาได้ (ใช้เวลา 7–10 นาที) จากนั้นทุกกลุ่มรายงานอัตราส่วนที่ตนเองหาได้

4. เมื่อทุกกลุ่มรายงานจบ ครูสรุปให้ทราบว่าอัตราส่วนที่แต่ละกลุ่มหาได้น่าจะใกล้เคียง 4 : 1 วิธีการวัดของแต่ละคนอาจมีการคลาดเคลื่อนไปบ้าง จากนั้นครูนำเสนอแผ่นโป่งใสที่ 6-2 แสดงสูตรการหาพื้นที่ผิวของทรงกลม

5. ครูแจกลูกบอลพลาสติกกลุ่มละ 1 ลูก และนำเสนอสถานการณ์ว่า “โรงงานทำพลาสติกมีพลาสติกแผ่นและต้องการนำมาหลอมทำลูกบอลตามตัวอย่างโดยแผ่นพลาสติกกับผิวลูกบอลหนาเท่ากัน ทางโรงงานต้องการให้นักเรียนช่วยคำนวณว่าการทำลูกบอลพลาสติกแต่ละลูกจะใช้แผ่นพลาสติกเป็นพื้นที่เท่าไร (ไม่นับพลาสติกที่อาจสูญเสียไปจากการหลอม)”

6. ครูให้นักเรียนอภิปรายภายในกลุ่มเพื่อหาหนทางแก้ปัญหา โดยแนะนำให้ใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนตามที่เคยกล่าวมาแล้ว จากนั้นบันทึกข้อมูลการแก้ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 6 และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่จดบันทึก (ใช้เวลา 7–10 นาที)

7. ขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรม ครูเดินดูพร้อมกับให้ข้อเสนอแนะและตอบคำถามของนักเรียนที่มีข้อสงสัย

8. ครูให้ตัวแทนของกลุ่มตามที่ได้ตกลงกันไว้ ออกมานำเสนอการแก้ปัญหา จำนวน 1 กลุ่ม

9. เมื่อแต่ละกลุ่มแสดงผลงานของตนจบลง ครูและนักเรียนอื่นร่วมกันวิจารณ์ และสรุปผลที่ถูกต้องเป็นที่ยอมรับร่วมกัน

10. นักเรียนส่งใบกิจกรรมที่ 6 เพื่อประเมินผล

11. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 6 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. แผ่นโปรงใสชุดที่ 6
 - แผ่นโปรงใสที่ 6-1 แสดงส่วนต่างๆของทรงกลม
 - แผ่นโปรงใสที่ 6-2 แสดงวิธีการหาพื้นที่ผิวของทรงกลม
2. ลูกบอล และลูกบอลพลาสติก
3. ใบกิจกรรมที่ 6
4. ไม้บรรทัด และเชือกเส้นเล็ก
5. เครื่องคำนวณ
6. แบบฝึกทักษะที่ 6

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตความตั้งใจของนักเรียนในการร่วมทำกิจกรรมและตอบคำถาม
2. ตรวจผลงานกลุ่มที่ได้
3. ตรวจการบ้าน

ใบกิจกรรมที่ 6

สถานการณ์

“โรงงานทำพลาสติกมีพลาสติกแผ่นและต้องการนำมาหลอมทำลูกบอลตามตัวอย่าง โดยแผ่นพลาสติกกับผิวลูกบอลหนาเท่ากัน ทางโรงงานต้องการให้นักเรียนช่วยคำนวณว่าการทำลูกบอลพลาสติกแต่ละลูกจะใช้แผ่นพลาสติกเป็นพื้นที่เท่าไร (ไม่นับพลาสติกที่อาจสูญหายไปจากการหลอม)” (ให้เวลา 7-10 นาที)
(ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร

ขั้นที่ 2 วางแผน

2. ในการหาพื้นที่ของแผ่นพลาสติกที่จะทำลูกบอล 1 ลูก จะต้องใช้สูตรใด
3. การใช้สูตรในข้อ 2 จะต้องหาความยาวของส่วนใดก่อน และใช้วิธีใด

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

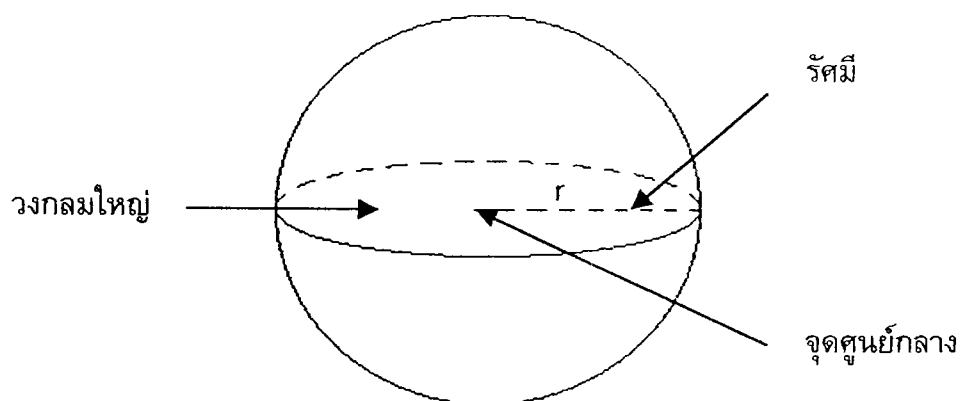
4. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา บันทึกวิธีการ และสรุปคำตอบที่ได้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

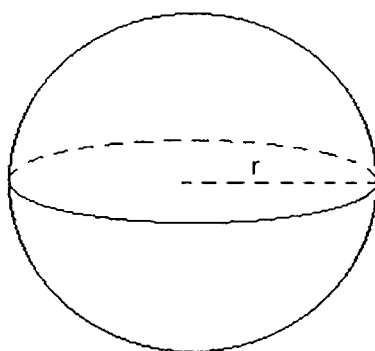
5. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่า คำตอบที่ได้มาสมเหตุสมผลหรือถูกต้อง

แผ่นโปร่งใสที่ 6-1

ส่วนต่างๆของทรงกลม



แผ่นโปร่งใสที่ 6-2



เนื่องจาก พื้นที่ผิวของทรงกลม เป็น 4 เท่าของพื้นที่วงกลมใหญ่ของ
ทรงกลมนั้น (ทรงกลมและวงกลมใหญ่มีความยาวของรัศมีเท่ากัน) ถ้าทรงกลมและ
วงกลมใหญ่มีรัศมียาว r หน่วย

$$\text{พื้นที่วงกลมใหญ่} = \pi r^2 \quad \text{ตารางหน่วย}$$

$$\text{ดังนั้น พื้นที่ผิวทรงกลม} = 4\pi r^2 \quad \text{ตารางหน่วย}$$



แบบฝึกทักษะที่ 6

1. ต้องการนำแผ่นโลหะมาตีขึ้นรูปเป็นชั้นครึ่งทรงกลม รัศมีวัดจากขอบชั้นภายนอกยาว 7 เซนติเมตร จะต้องใช้แผ่นโลหะเป็นพื้นที่เท่าไรมาทำชั้นนี้ ถ้าความหนาของแผ่นโลหะไม่มีการเปลี่ยนแปลง
2. ต้องการทาสีสถาปัตยกรรมรูปทรงกลม เส้นผ่านศูนย์กลางยาว 2 เมตร จะต้องใช้สีกี่ลิตร เมื่อสี 1 ลิตรทาได้ 1.5 ตารางเมตร
3. พื้นที่ผิวของทรงกลมลูกหนึ่งเท่ากับ 154 ตารางนิ้ว ทรงกลมนี้มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาวกี่นิ้ว
4. ในการปิดทองลูกนิมิตทรงกลมเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 80 เซนติเมตร จะต้องใช้ทองอย่างน้อยกี่แผ่นในการปิดทองทั้งลูกทรงกลมเพียงชั้นเดียว ถ้าทอง 1 แผ่นมีพื้นที่ 1.5 ตารางเซนติเมตร

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

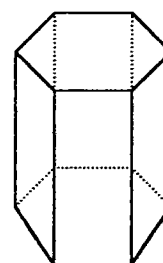
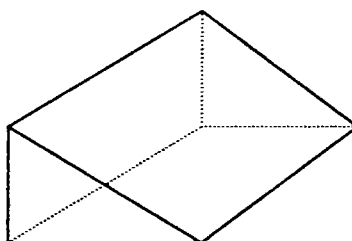
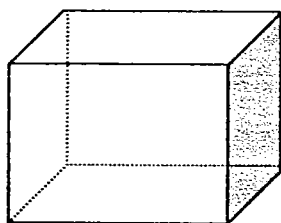
ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)

เรื่อง ปริมาตรของปริซึม

จำนวน 1 คาบ

เวลา 50 นาที

สาระการเรียนรู้



ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก = ความกว้าง x ความยาว x ความสูง

ปริมาตรของปริซึม = พื้นที่ฐาน x ความสูง

เนื่องจากทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอาจเรียกว่า ปริซึมฐานสี่เหลี่ยมมุมฉากก็ได้ ดังนั้น ในการหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก สามารถใช้สูตรการหาปริมาตรของปริซึมได้ (พื้นที่ฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากซึ่งหาได้จากความกว้างคูณกับความยาวเช่นกัน)

ในกรณีฐานของปริซึมเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า พื้นที่ฐานสามารถหาได้จากสูตรการหาพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า

$$\text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{ความยาวของด้าน})^2$$

หรือในกรณีฐานของปริซึมเป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า พื้นที่ฐานสามารถหาได้จากสูตรการหาพื้นที่หกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

$$\text{พื้นที่หกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times (\text{ความยาวของด้าน})^2$$

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกสูตรการหาปริมาตรของปริซึมได้
2. หาปริมาตรของปริซึมฐานต่างๆเท่าที่จำเป็นได้
3. นำความรู้เรื่องการหาปริมาตรของปริซึมไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

ความรู้พื้นฐาน

การหาพื้นที่รูปต่างๆ

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูซักถามถึงเรื่องการวัดว่า ในชีวิตประจำวันนักเรียนเคยคำนวณหรือหาความจุหรือปริมาตรของสิ่งของใดหรือไม่ ครูหยุ่ตรองจนกระทั่งอาจจะได้คำตอบที่หลากหลายจากนักเรียน จากนั้นครูนำเสนอแผ่นโปรงใสที่ 7-1 แสดงข้อตกลงเกี่ยวกับหน่วยการวัดปริมาตร และแสดงทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ประกอบขึ้นจากทรงลูกบาศก์ทำด้วยไม้ที่กำหนดให้มีปริมาตร 1 ลูกบาศก์หน่วย

2. ครูกล่าวถึงสิ่งที่นักเรียนควรจะได้เรียนรู้ต่อไปคือการคำนวณหรือการหาปริมาตรรูปทรงที่เรียกว่า ปริซึม และนำเสนอแผ่นโปรงใสที่ 7-2 แสดงวิธีการจนได้สูตรการหาปริมาตรของปริซึม

3. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียน แล้วแจกใบกิจกรรมที่ 7 ให้กับนักเรียนทุกคน จากนั้นครูดำเนินกิจกรรมดังนี้

3.1 ครูแจกกล่องบรรจุนมและน้ำผลไม้ยี่ห้อต่างๆ กลุ่มละ 1 ชุด และนำเสนอสถานการณ์ว่า เพื่อรักษาสีในฐานะผู้บริโภค นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อความใดที่ปรากฏอยู่ที่กล่องได้ด้วยตนเองว่าเป็นจริงหรือไม่บ้าง จนกระทั่งมีนักเรียนตอบว่า “ปริมาตรของนมและน้ำผลไม้ที่มีอยู่ในกล่อง” (ถ้าไม่มีนักเรียนตอบหรือตอบไปในเรื่องอื่น ครูใช้คำถามโน้มน้าวให้นักเรียนหันมาให้ความสนใจในเรื่องของปริมาตร)

3.2 ครูนำเสนอปัญหาว่า นมและน้ำผลไม้มีปริมาตรเป็นจริงตามที่ระบุหรือไม่ จะตรวจสอบอย่างไร

3.3 ครูให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มช่วยกันอภิปรายหาหนทางแก้ปัญหา โดยแนะนำให้ใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนตามที่เคยกล่าวมาแล้ว จากนั้นบันทึกข้อมูลและวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมที่ 7 และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่จดบันทึก (ใช้เวลา 7-10 นาที)

4. ขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรม ครูเดินดูพร้อมกับให้ข้อเสนอแนะและตอบคำถามของนักเรียนที่มีข้อสงสัย

5. ครูให้ตัวแทนของกลุ่มตามที่ได้ตกลงกันไว้ ออกมานำเสนอการแก้ปัญหา จำนวน 2 กลุ่ม

6. เมื่อแต่ละกลุ่มแสดงผลงานของตนจบลง ครูและนักเรียนอื่นร่วมกันวิจารณ์ และสรุปผลที่ถูกต้องเป็นที่ยอมรับร่วมกัน

7. นักเรียนส่งใบกิจกรรมที่ 7 เพื่อประเมินผล

8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 7 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. แผ่นโปรงใสชุดที่ 7
 - แผ่นโปรงใสที่ 7-1 แสดงข้อตกลงในการคำนวณหาปริมาตร และวิธีการหาสูตรการหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก
 - แผ่นโปรงใสที่ 7-2 แสดงวิธีการหาสูตรการหาปริมาตรของปริซึม
2. ชุดทรงลูกบาศก์ไม้
3. ใบกิจกรรมที่ 7
4. กล่องนมและน้ำผลไม้ยี่ห้อต่างๆ
5. ไม้บรรทัด
6. เครื่องคำนวณ
7. แบบฝึกทักษะที่ 7

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตความตั้งใจของนักเรียนในการร่วมทำกิจกรรมและตอบคำถาม
2. ตรวจผลงานกลุ่มที่ได้
3. ตรวจการบ้าน

ใบกิจกรรมที่ 7

สถานการณ์ที่ 1

กล่องนมและน้ำผลไม้ นักเรียนเชื่อได้อย่างไรว่าปริมาตรนํ้านมและน้ำผลไม้ในกล่องตรงกับข้อความที่ระบุที่กล่อง ให้นักเรียนอภิปรายในกลุ่ม บันทึกผลและวิธีการแก้ปัญหา และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่บันทึก (ใช้เวลา 7-10 นาที)
(ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

2. ปริมาตรของนํ้านมและน้ำผลไม้เท่ากับปริมาตรของกล่องที่บรรจุหรือไม่

.....

ขั้นที่ 2 วางแผน

3. ถ้าจะหาปริมาตรของนํ้านมและน้ำผลไม้เพื่อเปรียบเทียบกับข้อความที่บอกปริมาตรในฉลากควรทำอย่างไรหรือใช้สูตรใด และเมื่อหาได้แล้วจะสามารถตอบปัญหาที่ต้องการทราบได้หรือไม่

.....

4. ในการหาปริมาตรตามข้อ 3 จะต้องวัดความยาวส่วนใดของกล่องบ้าง และเมื่อวัดแล้วได้ความยาวเท่าไรบ้าง

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

5. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา บันทึกวิธีการหาคำตอบและสรุปคำตอบที่ได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

6. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบได้อย่างไรว่า คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือถูกต้อง

.....

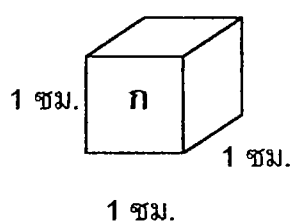
.....

.....

แผ่นโปรงใสที่ 7-1

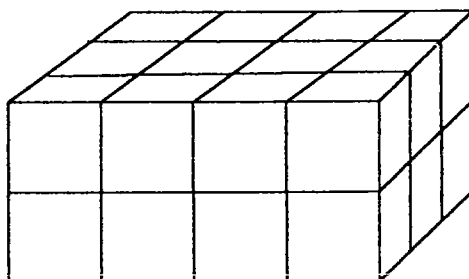
ข้อตกลง

ในการกำหนดหน่วยการวัดปริมาตร นักคณิตศาสตร์ใช้ทรงลูกบาศก์ซึ่งเป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความกว้าง ความยาว และความสูงเท่ากับ 1 หน่วย กำหนดเป็นปริมาตร 1 ลูกบาศก์หน่วย เช่น



ลูกบาศก์ ก มีปริมาตร 1 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ถ้าแบ่งทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก หรือปริซึมฐานสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 3 หน่วย ยาว 4 หน่วย และสูง 2 หน่วย ออกเป็นทรงลูกบาศก์ขนาด 1 ลูกบาศก์หน่วย จะได้ 24 ลูก หรือ 24 ลูกบาศก์หน่วย



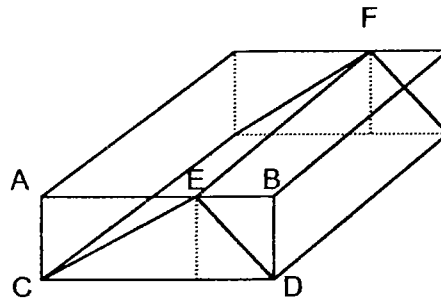
เราสามารถใช้กระทำทำนองเดียวกันนี้กับทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากอื่นๆ จนสามารถสรุปเป็นสูตรได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก หรือ ปริซึมฐานสี่เหลี่ยมมุมฉาก} \\ &= \text{ความกว้าง} \times \text{ความยาว} \times \text{ความสูง} \\ \text{หรือ} \quad &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ความสูง} \end{aligned}$$

(เนื่องจาก พื้นที่ฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังนั้น พื้นที่ฐาน = ความกว้าง $\times$ ความยาว)

แผ่นโปร่งใสที่ 7-2

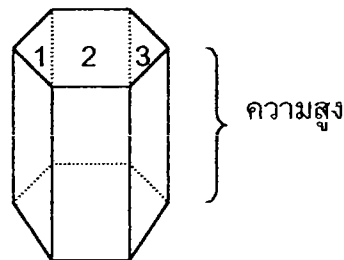
ในการหาปริมาตรของปริซึมฐานสามเหลี่ยม ECD ทำการสร้างปริซึมฐานสี่เหลี่ยมมุมฉาก ABCD ให้มีปริซึมฐานสามเหลี่ยม ECD เป็นส่วนหนึ่ง ดังรูป



$$\begin{aligned}
 \text{ปริมาตรของปริซึมฐานสามเหลี่ยม } \triangle ECD &= \frac{1}{2} \text{ ของปริมาตรของปริซึมฐานสี่เหลี่ยมมุมฉาก } ABCD \\
 &= \frac{1}{2} \times \text{พื้นที่ของ } \square ABCD \times EF \\
 &= \text{พื้นที่ของ } \triangle ECD \times EF \\
 &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ความสูง}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ปริมาตรของปริซึมฐานสามเหลี่ยมใดๆ = พื้นที่ฐาน x ความสูง

นอกจากนี้เราสามารถนำสูตรการหาปริมาตรของปริซึมฐานสี่เหลี่ยมมุมฉาก และฐานสามเหลี่ยมไปหาปริมาตรของปริซึมฐานอื่นๆ ได้แก่ ปริซึมฐานหกเหลี่ยม ดังนี้



ปริมาตรของปริซึมหกเหลี่ยม

$$\begin{aligned}
 &= \text{ปริมาตรของปริซึม 1} + \text{ปริมาตรของปริซึม 2} + \text{ปริมาตรของปริซึม 3} \\
 &= (\text{พื้นที่ฐาน}\triangle 1 \times \text{ความสูง}) + (\text{พื้นที่ฐาน}\square 2 \times \text{ความสูง}) + (\text{พื้นที่ฐาน}\triangle 3 \times \text{ความสูง}) \\
 &= (\text{พื้นที่ฐาน}\triangle 1 + \text{พื้นที่ฐาน}\square 2 + \text{พื้นที่ฐาน}\triangle 3) \times \text{ความสูง} \\
 &= \text{พื้นที่ฐานรูปหกเหลี่ยม} \times \text{ความสูง}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ในกรณีทั่วไปจึงสามารถสรุปเป็นสูตรการหาปริมาตรของปริซึม ได้ดังนี้

$$\text{ปริมาตรของปริซึมฐานใดๆ} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ความสูง}$$

แบบฝึกทักษะที่ 7

1. ขนมวลูกเต๋าทรงลูกบาศก์ยาวด้านละ 2 เซนติเมตร บรรจุในกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 12 เซนติเมตร ยาว 18 เซนติเมตร สูง 4 เซนติเมตร เต็มพอดีได้กี่ลูก

2. ปริซึมสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีปริมาตร $40\sqrt{3}$ ลูกบาศก์เซนติเมตร สูง 10 เซนติเมตร ฐานยาวด้านละกี่เซนติเมตร

3. ต้องการนำปูนซีเมนต์ผสมมาหล่อทำอิฐปูถนนเป็นปริซึมหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าฐานยาวด้านละ 8 เซนติเมตร หนา 5 เซนติเมตร จะต้องใช้ปูนซีเมนต์ผสมเป็นปริมาตรเท่าไรในการหล่อเป็นอิฐแต่ละก้อน

4. บ่อซีเมนต์สำหรับเลี้ยงปลาทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก กว้าง 2 เมตร ยาว 3 เมตร ลึก 1.25 เมตร ยังไม่มีน้ำในบ่อ ถ้าเปิดน้ำไหลลงบ่อนาทีละ 0.1 ลูกบาศก์เมตร นานเท่าใดน้ำจึงเต็มบ่อ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

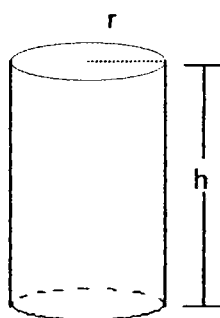
ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)

เรื่อง ปริมาตรของทรงกระบอก

จำนวน 1 คาบ

เวลา 50 นาที

สาระการเรียนรู้



เนื่องจากปริมาตรของปริซึม = พื้นฐาน $\times$ สูง

ปริมาตรของทรงกระบอกหาได้เช่นเดียวกับการหาปริมาตรปริซึม

นั่นคือ ปริมาตรของทรงกระบอก = พื้นฐาน $\times$ สูง

ถ้ากำหนดให้ทรงกระบอกมีความยาวรัศมีของฐาน r หน่วย สูง h หน่วย

ดังนั้น ปริมาตรของทรงกระบอก = $\pi r^2 h$

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกสูตรการหาปริมาตรของทรงกระบอกได้
2. หาปริมาตรของทรงกระบอกได้
3. นำความรู้เรื่องปริมาตรของทรงกระบอกไปแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

ความรู้พื้นฐาน

การหาพื้นที่ของวงกลม และการหาปริมาตรของปริซึม

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูซักถามนักเรียนถึงสูตรการหาปริมาตรของปริซึม และนำเสนอแผ่นโปสเตอร์ 8-1 แสดงการเปรียบเทียบลักษณะที่เหมือนกันของปริซึมและทรงกระบอก จนสามารถสรุปได้ว่า สูตรการหาปริมาตรทรงกระบอกหาได้จากสูตรการหาปริมาตรของปริซึม

2. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆละ 4 คน พร้อมกับแจกใบกิจกรรมที่ 8 จากนั้นครูดำเนินกิจกรรมดังนี้

2.1 ครูนำเสนอสถานการณ์ที่ 1 ด้วยการแจกน้ำอัดลมกระป๋องให้กับนักเรียนกลุ่มละ 1 กระป๋องและให้นักเรียนสังเกตข้อความต่างๆที่อยู่ข้างกระป๋องว่า มีข้อความใดน่าสนใจที่ทำให้ยากค้นหาความจริงหรือไม่ ครูรอจนกระทั่งนักเรียนตอบว่า “ปริมาตรสุทธิ 325 ซม.³” (ถ้าไม่มีนักเรียนตอบ หรือมีแต่ตอบเป็นอย่างอื่น ครูใช้คำถามโน้มน้าวความสนใจในเรื่องของปริมาตร)

2.2 ครูเสนอปัญหาว่า เราจะเชื่อได้อย่างไรว่า น้ำอัดลมในกระป๋องมีปริมาตร 325 ลูกบาศก์เซนติเมตรจริง

2.3 ครูให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มช่วยกันอภิปรายหาทางแก้ปัญหา โดยแนะนำให้ใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนตามที่ได้เคยกล่าวมาแล้ว จากนั้นบันทึกข้อมูลและวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมที่ 8 สถานการณ์ที่ 1 และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่จดบันทึก (ใช้เวลา 7– 10 นาที)

2.4 ครูนำเสนอสถานการณ์ที่ 2 ว่า “มีชาวบ้านตำบลหนึ่งมาประชุมเพื่อตกลงกันในเรื่องการผลิตและจำหน่ายสินค้าในโครงการ หนึ่งตำบล หนึ่งผลิตภัณฑ์ จากการประชุมครั้งที่แล้วตกลงกันว่าจะผลิตขนมพุสระหม่ม จึงได้มอบหมายให้ยายแม่และตามีซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญเรื่องขนมพุสระหม่มมากกว่าชาวบ้านคนอื่นๆไปศึกษาต้นทุน ภาชนะบรรจุ และราคาจำหน่ายที่เหมาะสม ในการประชุมวันนี้ยายแม่แสดงขนมพุสระหม่มบรรจุขวดพลาสติกทรงกระบอกให้ที่ประชุมดูและเสนอราคาขายขวดละ 80 บาท ตามีเสนอเพิ่มเติมว่าน่าจะให้มีขนมพุสระหม่มบรรจุขวดอีกขนาดหนึ่งให้ผู้บริโภคเลือกซื้อ เขามีขวดพลาสติกทรงกระบอกซึ่งเคยเทียบกับขวดที่ยายแม่นำมาแสดงแล้วเส้นผ่านศูนย์กลางกันขวดยาวเป็นครึ่งหนึ่งแต่สูงเท่ากัน ที่ประชุมเห็นดีด้วยกับทั้งสองข้อเสนอ จึงปรึกษากันในเรื่องราคาจำหน่ายขนมพุสระหม่มที่บรรจุในขวดที่ตามีเสนอ ป้าสมศรีเสนอให้ขาย 40 บาท โดยให้เหตุผลว่าเมื่อเส้นผ่านศูนย์กลางเหลือครึ่งหนึ่ง ความจุของขวดก็ควรเหลือครึ่งเดียวด้วย แต่ลุงสมคิดคัดค้านว่า จากประสบการณ์เขาเชื่อว่าแม่เส้นผ่านศูนย์กลางของขวดลดลงครึ่งหนึ่งแต่ความจุของขวดก็ไม่ได้ลดลงครึ่งหนึ่งด้วย ที่ประชุมเริ่มถกเถียงกัน ถ้านักเรียนนั่งประชุมอยู่ด้วยจะช่วยชาวบ้านตัดสินใจเรื่องนี้อย่างไร” ให้นักเรียนอภิปรายในกลุ่ม แล้วบันทึกผลในใบกิจกรรมที่ 8 สถานการณ์ที่ 2 และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่บันทึก (ใช้เวลา 7–10 นาที)

3. ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรม ครูเดินดูการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียน พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะ และตอบคำถามของนักเรียนที่มีข้อสงสัย

4. ครูให้ตัวแทนกลุ่มตามที่ตกลงกันไว้ออกมานำเสนอการแก้ปัญหา กลุ่มละ 1 สถานการณ์ จำนวน 2 กลุ่ม

5. เมื่อแต่ละกลุ่มนำเสนอผลงานของกลุ่มจบลง ครูและนักเรียนอื่นๆร่วมกันวิจารณ์

และสรุปผลที่ถูกต้องเป็นที่ยอมรับร่วมกัน

6. นักเรียนทุกคนส่งใบกิจกรรมที่ 8 เพื่อประเมินผลงานกลุ่ม
7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 8 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. แผ่นโปรงใสที่ 8-1 แสดงลักษณะที่เหมือนกันของรูปทรงระหว่างปริซึมฐานเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าและทรงกระบอก และสูตรการหาปริมาตรทรงกระบอก
2. น้ำอัดลมกระป๋อง
3. ใบกิจกรรมที่ 8
4. เครื่องคำนวณ
5. ไม้บรรทัด
6. แบบฝึกทักษะที่ 8

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตความตั้งใจของนักเรียนในการเข้าร่วมกิจกรรม และการตอบคำถาม
2. ตรวจผลงานกลุ่มที่ได้
3. ตรวจการบ้าน

ใบกิจกรรมที่ 8

สถานการณ์ที่ 1

น้ำอัดลมกระป๋องที่อยู่ในมือนักเรียนขณะนี้ นักเรียนเชื่อได้อย่างไรว่าปริมาณน้ำอัดลมตรงกับข้อความที่ระบุข้างกระป๋อง (ให้เวลา 7-10 นาที)
(ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....
2. น้ำอัดลมมีอยู่เต็มกระป๋องหรือไม่ ปริมาณน้ำอัดลมและปริมาณกระป๋องเป็นอย่างไร

.....
.....

3. โครงสร้างหลักของกระป๋องน้ำอัดลมเป็นรูปทรงใด

.....

ขั้นที่ 2 วางแผน

4. ถ้าจะหาปริมาณน้ำอัดลมในกระป๋องโดยไม่สนใจข้อความบอกปริมาตรที่ข้างกระป๋องควรทำอย่างไร หรือใช้สูตรใด และเมื่อหาได้แล้วจะสามารถตอบปัญหาที่ต้องการทราบได้หรือไม่

.....
.....

5. การหาปริมาตรในข้อ 4 จะต้องวัดความยาวส่วนใดบ้าง และเมื่อวัดแล้วได้ความยาวเท่าไร

.....
.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

6. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา บันทึกวิธีการหาคำตอบและสรุปคำตอบที่ได้

.....
.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

7. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรว่า คำตอบที่หาได้สมเหตุสมผลหรือถูกต้อง

.....

.....

.....

.....

สถานการณ์ที่ 2

มีชาวบ้านตำบลหนึ่งมาประชุมเพื่อตกลงกันในเรื่อง การผลิตและจำหน่ายสินค้าในโครงการ หนึ่งตำบล หนึ่งผลิตภัณฑ์ จากการประชุมครั้งที่แล้วตกลงกันว่า จะผลิตแชมพูสระผม จึงได้มอบหมายให้ยายมั่นและตามีซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญเรื่องแชมพูสระผมมากกว่าชาวบ้านคนอื่น ๆ ไปศึกษาต้นทุน ภาชนะบรรจุ และราคาจำหน่ายที่เหมาะสม ในการประชุมวันนี้ ยายมั่นแสดงแชมพูสระผมบรรจุขวดพลาสติกทรงกระบอกให้ที่ประชุมดูและเสนอราคาขายขวดละ 80 บาท ตามีเสนอเพิ่มเติมว่า น่าจะมีแชมพูบรรจุขวดอีกขนาดหนึ่งให้ผู้บริโภคเลือกซื้อ เขามีขวดพลาสติกทรงกระบอกซึ่งเคยเทียบกับขวดที่ยายมั่นนำมาแสดงแล้วเส้นผ่านศูนย์กลางกันขวดยาวเป็นครึ่งหนึ่งแต่สูงเท่ากัน ที่ประชุมเห็นดีด้วยกับทั้งสองข้อเสนอก็ปรึกษากันในเรื่องราคาจำหน่ายแชมพูสระผมที่บรรจุในขวดที่ตามีเสนอ ป้าสมศรีเสนอให้ขาย 40 บาท โดยให้เหตุผลว่าเมื่อเส้นผ่านศูนย์กลางเหลือครึ่งหนึ่ง ความจุของขวดก็ควรเหลือครึ่งเดียวด้วย แต่ลุงสมคิดคัดค้านว่า จากประสบการณ์เขาเชื่อว่าแม้เส้นผ่านศูนย์กลางของขวดลดลงครึ่งหนึ่งแต่ความจุของขวดก็ไม่ได้ลดลงครึ่งหนึ่งด้วย ที่ประชุมเริ่มถกเถียงกัน ถ้านักเรียนนั่งประชุมอยู่ด้วยจะช่วยชาวบ้านตัดสินใจเรื่องนี้อย่างไร”ให้นักเรียนอภิปรายในกลุ่มบันทึกผลและตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่บันทึก (ใช้เวลา 7-10 นาที)

(ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร เกี่ยวข้องกับการหาปริมาตรหรือไม่

.....

2. ขวดแชมพูสระผมมีกี่ขนาด แต่ละขนาดมีโครงสร้างหลักเป็นรูปทรงอะไร และแตกต่างกันอย่างไร

.....

ขั้นที่ 2 วางแผน

3. ถ้าต้องการหาปริมาตรของขวดแชมพูสระผมแต่ละขนาด ควรต้องกำหนดอะไรบ้าง

.....

4. ถ้าให้ขวดแชมพูสระผมของยายแม่นรัศมียาว r หน่วย ขวดแชมพูสระผมของตามีจะมีรัศมียาวกี่หน่วย.....

5. ถ้าให้ขวดแชมพูสระผมของยายแม่นสูง h หน่วย ขวดแชมพูสระผมของตามีจะสูง h หน่วยด้วย เนื่องจากสูงเท่ากันใช่หรือไม่

.....

6. จะเปรียบเทียบขวดแชมพูสระผมของยายแม่นว่ามีปริมาตรเป็นกี่เท่าของขวดแชมพูสระผมของตามีได้อย่างไร.....

.....

7. เมื่อทราบว่า ปริมาตรของขวดแชมพูสระผมของยายแม่นว่า เป็นกี่เท่าของขวดแชมพูสระผมของตามีแล้ว สามารถกำหนดราคาขายแชมพูสระผมที่บรรจุในขวดที่ตามีเสนอได้หรือไม่

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

8. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา บันทึกวิธีการหาคำตอบ และสรุปคำตอบที่ได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

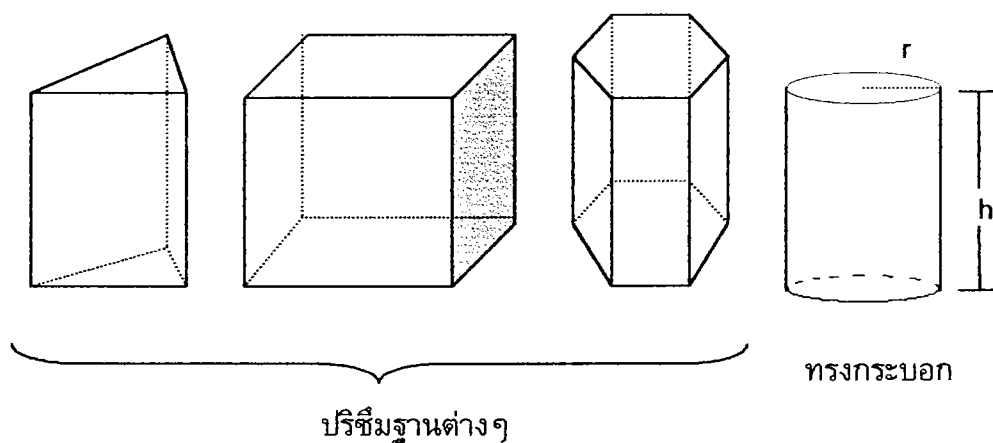
9. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่า ผลสรุปที่ได้นั้นสมเหตุสมผลหรือถูกต้อง

.....

.....

.....

แผ่นโปร่งใสที่ 8-1



เห็นได้ว่า ปริซึมและทรงกระบอกเป็นรูปทรงที่มีลักษณะเดียวกัน การหาปริมาตรจึงสามารถใช้สูตรเดียวกันได้

เนื่องจากปริมาตรของปริซึม = พื้นที่ฐาน $\times$ สูง

ปริมาตรของทรงกระบอกหาได้เช่นเดียวกับการหาปริมาตรปริซึม

นั่นคือ ปริมาตรของทรงกระบอก = พื้นที่ฐาน $\times$ สูง

ถ้ากำหนดให้ทรงกระบอกมีความยาวรัศมีของฐาน r หน่วย สูง h หน่วย

ดังนั้น ปริมาตรของทรงกระบอก = $\pi r^2 h$

แบบฝึกทักษะที่ 8

1. ถังทรงกระบอกใบหนึ่ง เส้นรอบวงของฐานยาว 88 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตร จุน้ำได้เท่าไร
2. จงหาปริมาตรของเนื้ปุ่นที่มาทำท่อ ซึ่งวัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน และภายนอกได้ยาว 10 และ 12 ฟุตตามลำดับ โดยที่ท่อมีความยาว 10 ฟุต
3. จงหาอัตราส่วนระหว่างทรงกระบอกและปริซึมหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ซึ่งมีความสูงเท่ากัน รัศมีของฐานทรงกระบอกยาวเท่ากับความยาวในแต่ละด้านของฐานปริซึม
4. พ่อค้าบรรจุน้ำพริกในขวดทรงกระบอก 2 ขนาด ใบหนึ่งสูงเป็น 2 เท่า ของอีกใบหนึ่ง แต่รัศมีของปากขวดใบสูงยาวเป็น $\frac{3}{4}$ ของขวดใบเตี้ย ถ้าน้ำพริกทั้งสองขนาดมีเต็มขวดและขายราคาเดียวกัน จงหาว่าน้ำพริกขวดใดราคาถูกกว่า

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

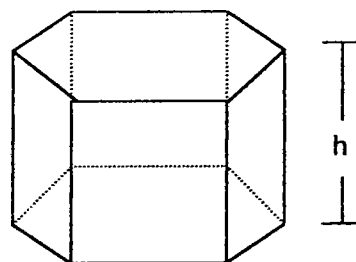
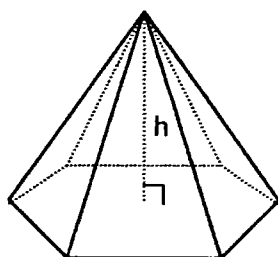
ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)

เรื่อง ปริมาตรของพีระมิด

จำนวน 1 คาบ

เวลา 50 นาที

สาระการเรียนรู้



พีระมิดที่มีพื้นที่ฐานและความสูงเท่ากับปริซึม จะมีปริมาตรเป็น $\frac{1}{3}$ ของปริซึมนั้น

เนื่องจาก ปริมาตรของปริซึม = พื้นที่ฐาน x ความสูง

ดังนั้น ปริมาตรของพีระมิด = $\frac{1}{3} \times$ พื้นที่ฐาน x ความสูง

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกสูตรการหาปริมาตรของพีระมิดได้
2. หาปริมาตรของพีระมิดได้
3. นำความรู้เรื่องปริมาตรของพีระมิดไปแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

ความรู้พื้นฐาน

การหาปริมาตรของปริซึม

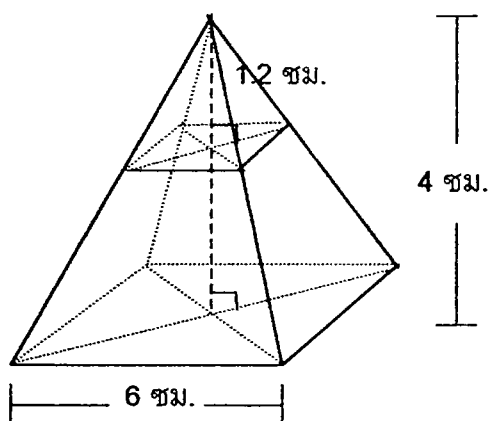
กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูซักถามนักเรียนถึงสูตรการหาปริมาตรของปริซึม และแสดงอุปกรณ์เพื่อเปรียบเทียบปริมาตรของปริซึมและพีระมิดที่มีพื้นที่ฐาน และความสูงเท่ากัน พร้อมกับแผ่นโปร่งใสที่ 9-1 จนสามารถสรุปเป็นสูตรการหาปริมาตรของพีระมิด
2. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียน แล้วแจกใบกิจกรรมที่ 9 จากนั้นครูดำเนินกิจกรรม ดังนี้

2.1 ครูแจกพีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า สีเหลืองจัตุรัส และหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า และนำเสนอสถานการณ์ที่ 1 ว่า “หากครูต้องการให้นักเรียนช่วยกันหล่อปูนปลาสเตอร์ให้ออกมาตามแบบที่แจกให้ นักเรียนต้องใช้ปูนปลาสเตอร์ในการหล่อแต่ละรูปทรงเป็นปริมาตรเท่าไร”

2.2 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันอภิปรายหาหนทางแก้ปัญหา โดยแนะนำให้ใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนตามที่เคยกล่าวมาแล้ว จากนั้นบันทึกข้อมูลและวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมที่ 9 สถานการณ์ที่ 1 และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่บันทึก (ใช้เวลา 10–15 นาที)

2.3 ครูนำเสนอสถานการณ์ที่ 2 ว่า “ฝ่ายออกแบบของบริษัทผลิตน้ำหอมได้ออกแบบขวดน้ำหอมปรับอากาศในรถยนต์เป็นพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส วัดจากภายในขวดฐานยาวด้านละ 6 เซนติเมตร ความสูงจากกันขวดด้านในถึงยอดเท่ากับ 4 เซนติเมตร ฝ่ายขวดเป็นส่วนยอดของพีระมิด (ดังรูป) สูง 1.2 เซนติเมตร แล้วส่งมาให้ นักเรียนซึ่งทำหน้าที่ในฝ่ายบรรจุขวด นักเรียนจะให้มีการบรรจุน้ำหอมลงไปในขวดเป็นปริมาตรเท่าไรให้เต็มขวดพอดี”



ให้นักเรียนอภิปรายกันภายในกลุ่ม แล้วบันทึกผลลงในใบกิจกรรมที่ 9 สถานการณ์ที่ 2 และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่บันทึก (ใช้เวลา 7–10 นาที)

3. ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรม ครูเดินดูการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียน พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะ และตอบคำถามของนักเรียนที่มีข้อสงสัย

4. ครูให้ตัวแทนกลุ่มตามที่ตกลงกันไว้ออกมานำเสนอการแก้ปัญหา กลุ่มละ 1 สถานการณ์ จำนวน 2 กลุ่ม

5. เมื่อแต่ละกลุ่มนำเสนอผลงานของกลุ่มจบลง ครูและนักเรียนอื่น ๆ ร่วมกันวิจารณ์ และสรุปผลที่ถูกต้องเป็นที่ยอมรับร่วมกัน

6. นักเรียนทุกคนส่งใบกิจกรรมที่ 9 เพื่อประเมินผลงานกลุ่ม

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 9 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. แผ่นโปรงใสที่ 9-1 แสดงภาพปริซึมและพีระมิดที่มีพื้นที่ฐานและส่วนสูงเท่ากัน
จนนำไปสู่สูตรการหาปริมาตรของพีระมิด
2. อุปกรณ์แสดงการเปรียบเทียบปริมาตรของปริซึมและพีระมิดที่มีพื้นที่ฐานและความสูงเท่ากัน
3. พีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า สีเหลี่ยมจัตุรัส และหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า
4. ใบกิจกรรมที่ 9
5. เครื่องคำนวณ
6. ไม้บรรทัด
7. แบบฝึกทักษะที่ 9

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตความตั้งใจของนักเรียนในการเข้าร่วมกิจกรรม และการตอบคำถาม
2. ตรวจผลงานกลุ่มที่ได้
3. ตรวจการบ้าน

ใบกิจกรรมที่ 9

สถานการณ์ที่ 1

ครูให้นักเรียนช่วยกันหล่อปูนปลาสเตอร์ให้ออกมาตามแบบดังตัวอย่างที่แจกให้
นักเรียนต้องใช้ปูนปลาสเตอร์ในการหล่อแต่ละรูปทรงเป็นปริมาตรเท่าไร (ให้เวลา 10–15 นาที)
(ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร และเกี่ยวข้องกับรูปทรงใด

.....

2. รูปทรงที่ครูแจกให้ มีลักษณะใดที่เหมือนกันและแตกต่างกันอย่างไร

.....

ขั้นที่ 2 วางแผน

3. ปริมาตรของรูปทรงตามตัวอย่าง กับปริมาตรของปูนปลาสเตอร์ที่จะทำการหล่อเป็นรูปทรงนั้น เท่ากันหรือไม่

.....

4. ถ้าจะหาปริมาตรของปูนปลาสเตอร์ที่จะมาทำเป็นพีระมิดควรวัดสูตรใด

.....

5. การที่จะดำเนินการตามข้อ 3 ควรวัดความยาวด้านใดบ้าง และวัดได้ยาวเท่าไร

- 5.1 พีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า

.....

- 5.2 พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส

.....

- 5.3 พีระมิดฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

6. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา บันทึกวิธีการหาคำตอบ และสรุปผลที่ได้

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

7. นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบอย่างไรว่า คำตอบที่ได้นั้นสมเหตุสมผลหรือถูกต้อง

.....

.....

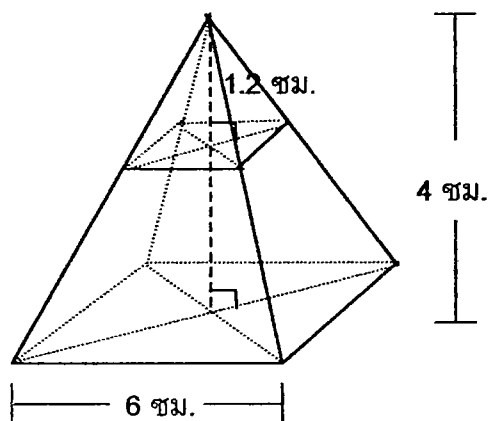
.....

.....

.....

สถานการณ์ที่ 2

ฝ่ายออกแบบของบริษัทผลิตน้ำหอมได้ออกแบบขวดน้ำหอมปรับอากาศในรถยนต์ เป็นพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส วัดจากภายในขวดฐานยาวด้านละ 6 เซนติเมตร ความสูงจาก ก้นขวดด้านในถึงยอดเท่ากับ 4 เซนติเมตร ฝาขวดเป็นส่วนยอดของพีระมิด (ดังรูป) สูง 1.2 เซนติเมตร แล้วส่งมาให้นักเรียนซึ่งทำหน้าที่ในฝ่ายบรรจุขวด นักเรียนจะให้มีการบรรจุ น้ำหอมลงในขวดเป็นปริมาตรเท่าไรให้เต็มขวดพอดี (ใช้เวลา 7–10 นาที)



ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร และเกี่ยวข้องกับรูปทรงใด

.....

2. ถ้าดูจากรูปพบว่า ขวดน้ำหอมถูกแยกเป็น 2 ส่วน คือส่วนบนและส่วนล่าง โจทย์ ต้องการหาปริมาตรในส่วนใด

ขั้นที่ 2 วางแผน

3. ถ้าจะหาปริมาตรเฉพาะส่วนที่บรรจุน้ำหอม จะต้องหาปริมาตรส่วนใดบ้าง แล้วมี การดำเนินการต่อไปอย่างไร

.....

.....

4. ในการดำเนินการตามข้อ 3 จะใช้วิธีใดหาความยาวที่ฐานของส่วนบนขวด

.....

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

5. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา บันทึกวิธีการหาคำตอบ และสรุปผลที่ได้

[illegible]

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

6. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่า คำตอบที่ได้นั้นสมเหตุสมผลหรือถูกต้อง

.....

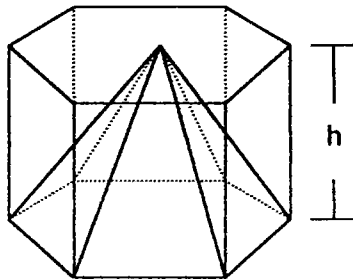
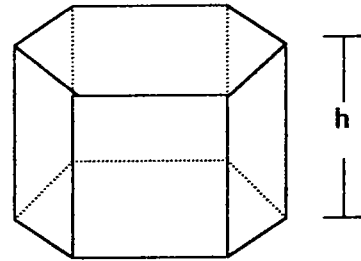
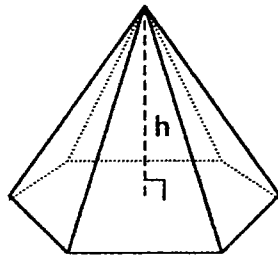
.....

.....

.....

.....

แผ่นโปร่งใสที่ 9-1



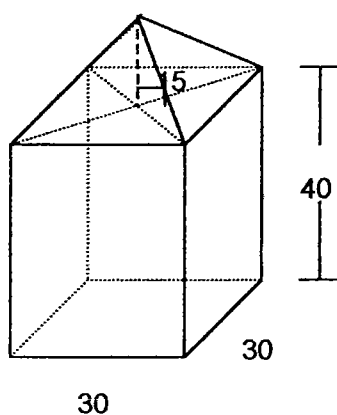
พีระมิดที่มีพื้นที่ฐานและความสูงเท่ากับปริซึม จะมีปริมาตรเป็น $\frac{1}{3}$ ของปริซึมนั้น

เนื่องจาก ปริมาตรของปริซึม = พื้นที่ฐาน $\times$ ความสูง

ดังนั้น ปริมาตรของพีระมิด = $\frac{1}{3} \times$ พื้นที่ฐาน $\times$ ความสูง

แบบฝึกทักษะที่ 9

1. ต้องการหล่อปูนปลาสเตอร์เป็นพีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า ยาวด้านละ 10 เซนติเมตร สูง 12 เซนติเมตร จะต้องใช้ปูนปลาสเตอร์กี่ลูกบาศก์เซนติเมตร
2. ต้องการทำขนมเทียนมีรูปทรงเป็นพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 2.5 เซนติเมตร สูงเอียง 3.25 เซนติเมตร จำนวน 1,000 ห่อ มีแป้งอยู่ $\frac{3}{5}$ ของเนื้อขนม จะต้องใช้แป้งกี่ลิตร (1 ลิตร เท่ากับ 1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร)
3. ในการหล่อรูปจำลองศิลาจารึกเพื่อใช้ประดับห้องภาษาไทย (ดังรูป) จะต้องใช้ปูนปลาสเตอร์ในการหล่อกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร (กำหนดความยาวเป็นเซนติเมตร)



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

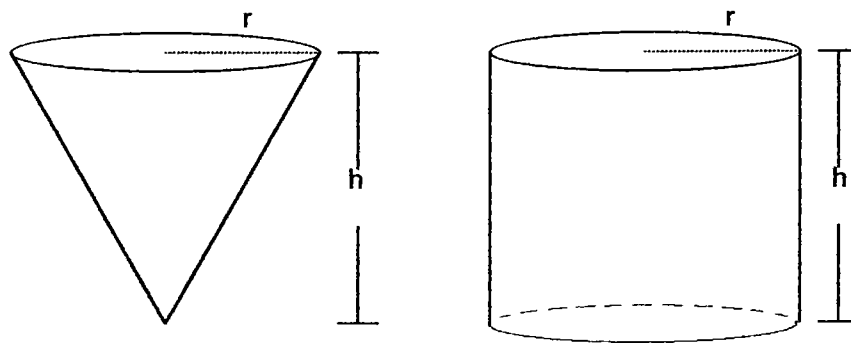
ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)

เรื่อง ปริมาตรของกรวย

จำนวน 1 คาบ

เวลา 50 นาที

สาระการเรียนรู้



กรวยที่มีพื้นที่ฐานและความสูงเท่ากับทรงกระบอก จะมีปริมาตรเป็น $\frac{1}{3}$ ของทรงกระบอกนั้น

$$\text{เมื่อ ปริมาตรทรงกระบอก} = \pi r^2 h$$

$$\text{ดังนั้น ปริมาตรกรวย} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

เมื่อ r เป็นความยาวของรัศมีของฐานทรงกระบอกและกรวย

และ h เป็นความสูงของทรงกระบอกและกรวย

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกสูตรการหาปริมาตรของกรวยได้
2. หาปริมาตรของกรวยได้
3. นำความรู้เรื่องปริมาตรของกรวยไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

ความรู้พื้นฐาน

การหาปริมาตรของทรงกระบอก

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูซักถามนักเรียนถึงสูตรการหาปริมาตรของทรงกระบอก และนำเสนอแผ่นโปสเตอร์ที่ 10-1 พร้อมทั้งแสดงอุปกรณ์ซึ่งเป็นกรวยและทรงกระบอกโปสเตอร์ที่มีพื้นที่ฐานและความสูงเท่ากัน กรวยมีน้ำบรรจุอยู่เต็ม เมื่อเทน้ำจากกรวยลงในทรงกระบอก ปริมาณน้ำมีเพียง 1 ใน 3 ของทรงกระบอกนั้น จึงสรุปเป็นสูตรการหาปริมาตรของกรวยได้

2. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนและแจกใบกิจกรรมที่ 10 จากนั้นครูดำเนินกิจกรรม ดังนี้

2.1 ครูนำเสนอสถานการณ์ที่ 1 ด้วยการแจกไอศกรีมรูปกรวยยี่ห้อมีหนึ่งกลุ่มละ 1 อัน ให้นักเรียนหาข้อความที่ทำให้เกิดความอยากรู้ค้นหาความจริง จนกระทั่งมีนักเรียนค้นพบข้อความ “ปริมาตรสุทธิ 120 ซม.³” (ถ้าไม่มีนักเรียนค้นพบข้อความดังกล่าว หรือค้นพบเป็นข้อความอื่น ครูใช้คำถามโน้มน้าวให้นักเรียนสนใจในเรื่องของปริมาตร)

2.2 ครูนำเสนอปัญหาว่า เนื้อไอศกรีมมีปริมาตรเป็นจริงตามนั้นหรือไม่ และตรวจสอบได้อย่างไร

2.3 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันอภิปรายหาหนทางแก้ปัญหา โดยแนะนำให้ใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนตามที่เคยกล่าวมาแล้ว จากนั้นบันทึกข้อมูลและวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมที่ 10 สถานการณ์ที่ 1 และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่บันทึก (ใช้เวลา 7–10 นาที)

2.4 ครูแจกกรวยกระดาษสำหรับตักน้ำให้กับนักเรียนกลุ่มละ 1 อัน และเสนอสถานการณ์ที่ 2 ว่า “พนักงานคนหนึ่งในห้องสรรพสินค้าแห่งหนึ่ง ต้องมาทำงานตามเวลาเปิดปิดของห้างฯ นั่นคือ 8.00–24.00 น. ตลอดเวลาทำงานเขารับประทานอาหารและตักน้ำเฉพาะที่ทางห้างฯ เตรียมไว้ให้เท่านั้น สำหรับที่ตักน้ำดื่มมีกรวยกระดาษเตรียมไว้ให้ หากเขามาขอคำแนะนำจากนักเรียนว่า ในวันหนึ่งๆ เขาควรตักน้ำในที่ทำงานกี่แก้วกรวยกระดาษจึงเพียงพอต่อความต้องการของร่างกาย นักเรียนควรให้คำแนะนำอย่างไร โดยข้อมูลในหนังสือเรียนวิชาสุขศึกษา (พ 101-102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กล่าวว่า ร่างกายคนเราควรได้น้ำประมาณวันละ 6-8 แก้ว หรือประมาณ 2 ลิตร จะมากหรือน้อยกว่านี้ก็ได้แล้วแต่ภาวะของร่างกาย และสิ่งแวดล้อม เช่น วันที่มีอากาศร้อน หรือมีการเล่นกีฬา หรือเวลาที่ใช้ร่างกายจะต้องการน้ำมากขึ้นเพื่อระบายความร้อนออกทางปัสสาวะและเหงื่อ เป็นต้น” ให้นักเรียนอภิปรายในกลุ่ม แล้วบันทึกผลลงในใบกิจกรรมที่ 10 สถานการณ์ที่ 2 และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่บันทึก (ใช้เวลา 7–10 นาที)

3. ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรม ครูเดินดูการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียน พร้อมกับให้ข้อเสนอแนะ และตอบคำถามของนักเรียนที่มีข้อสงสัย

4. ครูให้ตัวแทนกลุ่มตามที่ได้ตกลงกันไว้ออกมานำเสนอผลงานการแก้ปัญหาในกลุ่มละ 1 สถานการณ์ จำนวน 2 กลุ่ม

5. เมื่อจบการนำเสนอผลงาน ครูและนักเรียนอื่นๆ ร่วมกันวิจารณ์และสรุปผลที่ถูกต้องเป็นที่ยอมรับร่วมกัน (ในสถานการณ์ที่ 2 ถ้ามีนักเรียนตอบเฉพาะจำนวนแก้วกระดาษ ครูควรตั้งคำถามเสริมเพื่อให้นักเรียนเกิดความคิดที่รอบคอบว่า แก้วกระดาษต้องบรรจุน้ำเต็มทุกครั้งหรือไม่)

6. นักเรียนทุกคนส่งใบกิจกรรมที่ 10 เพื่อประเมินผล

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 10 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. แผ่นโปรงใส 10-1 แสดงภาพกรวยและทรงกระบอกที่มีพื้นที่ฐานและความสูงเท่ากัน นำไปสู่สูตรการหาปริมาตรของกรวย

2. กรวยและทรงกระบอกโปรงใส

3. ใบกิจกรรมที่ 10

4. ไอศกรีมรูปกรวย (แทนเนื้อไอศกรีมด้วยวัสดุอื่น)

5. กรวยกระดาษสำหรับต้มน้ำ

6. เครื่องคำนวณ

7. ไม้บรรทัด

8. แบบฝึกทักษะที่ 10

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตความตั้งใจของนักเรียนในการร่วมกิจกรรม และการตอบคำถาม

2. ตรวจผลงานกลุ่มที่ได้

3. ตรวจการบ้าน

ใบกิจกรรมที่ 10

สถานการณ์ที่ 1

ไอศกรีมรูปกรวยที่อยู่ในมือนักเรียนขณะนี้ นักเรียนเชื่อได้อย่างไรว่าปริมาตรของเนื้อไอศกรีมตรงกับข้อความที่ระบุในฉลาก ให้นักเรียนอภิปรายในกลุ่ม บันทึกผลและตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่บันทึก (ใช้เวลา 7–10 นาที)
(ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร และเกี่ยวข้องกับรูปทรงใด

.....

2. เนื้อไอศกรีมมีอยู่เต็มทรงกรวยหรือไม่ ปริมาตรเนื้อไอศกรีมและกรวยเป็นอย่างไร

.....

ขั้นที่ 2 วางแผน

3. ถ้าจะหาปริมาตรของเนื้อไอศกรีมเพื่อเปรียบเทียบกับข้อความที่บอกปริมาตรในฉลากควรทำอย่างไรหรือใช้สูตรใด และเมื่อหาได้แล้วจะสามารถตอบปัญหาที่ต้องการทราบได้หรือไม่

.....

4. การดำเนินการตามข้อ 3 ต้องวัดความยาวส่วนใดบ้าง และเมื่อวัดแล้วได้ความยาวเป็นเท่าไรบ้าง

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

5. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา บันทึกวิธีการหาคำตอบและสรุปคำตอบที่ได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

6. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบได้อย่างไรว่า คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือถูกต้อง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สถานการณ์ที่ 2

“พนักงานคนหนึ่งในห้องสรรพสินค้าแห่งหนึ่ง ต้องมาทำงานตามเวลาเปิด-ปิดของห้างฯ นั่นคือ 8.00–24.00 น. ตลอดเวลาทำงานเขารับประทานอาหารและดื่มน้ำเฉพาะที่ทางห้างฯ เตรียมไว้ให้เท่านั้น สำหรับที่ตู้น้ำดื่มมีกรวยกระดาษเตรียมไว้ให้ หากเขามาขอคำแนะนำจากนักเรียนว่า ในวันหนึ่งๆ เขาควรดื่มน้ำในที่ทำงานกี่แก้วกรวยกระดาษจึงเพียงพอต่อความต้องการของร่างกาย นักเรียนควรให้คำแนะนำอย่างไร โดยข้อมูลในหนังสือเรียนวิชาสุขศึกษา (พ 101-102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กล่าวว่า ร่างกายคนเราควรได้น้ำประมาณวันละ 6-8 แก้ว หรือประมาณ 2 ลิตร (2,000 ลบ.ซม.) จะมากหรือน้อยกว่านี้ก็ได้อแล้วแต่ภาวะของร่างกายและสิ่งแวดล้อม เช่น วันที่มีอากาศร้อน หรือมีการเล่นกีฬา หรือเวลาที่ใช้ร่างกายจะต้องการน้ำมากขึ้นเพื่อระบายความร้อนออกทางปัสสาวะและเหงื่อ เป็นต้น” ให้นักเรียนอภิปรายในกลุ่ม บันทึกผลและตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่บันทึก (ใช้เวลา 7–10 นาที)

(ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร และเกี่ยวข้องกับรูปทรงใด

.....

2. พนักงานห้างฯ คนนี้ควรดื่มน้ำวันละเท่าใด

.....

3. ปัญหาเกี่ยวข้องกับการหาปริมาตรของสิ่งใดบ้าง

.....

ขั้นที่ 2 วางแผน

4. ถ้าต้องการหาปริมาตรของกรวยกระดาศควรใช้วิธีการหรือสูตรใด

.....

5. ในการดำเนินการตามข้อ 5 ควรวัดความยาวส่วนใดบ้าง เมื่อวัดแล้วได้ความยาวเท่าไรบ้าง

.....

6. เมื่อได้ปริมาตรของกรวยกระดาศแล้ว ทำอย่างไรต่อไปจึงจะทราบว่าในวันหนึ่งๆ ร่างกายควรได้น้ำกี่แก้วกรวยกระดาศ

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

7. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา บันทึกวิธีการหาคำตอบ และสรุปคำตอบที่ได้

.....

.....

.....

.....

[illegible]

วันที่ 4 ตรวจสอบ

8. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่า คำตอบที่ได้นั้นสมเหตุสมผลหรือถูกต้อง

.....

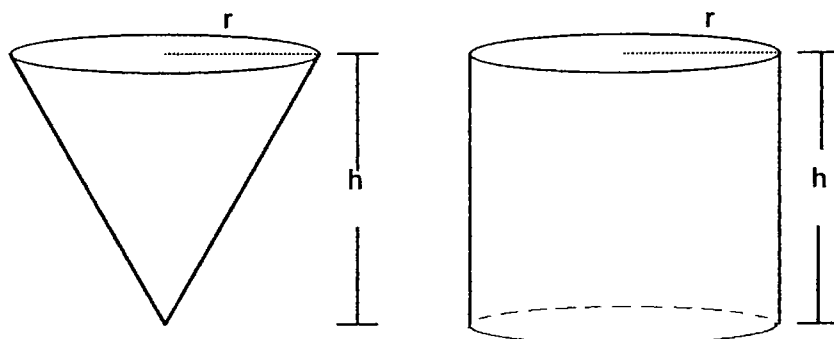
.....

.....

.....

.....

แผ่นโปร่งใสที่ 10-1



กรวยที่มีพื้นที่ฐาน (หรือรัศมี) และความสูงเท่ากับทรงกระบอก จะมีปริมาตรเป็น 1 ใน 3 ของทรงกระบอกนั้น

$$\text{เนื่องจาก ปริมาตรทรงกระบอก} = \pi r^2 h$$

$$\text{ดังนั้น ปริมาตรกรวย} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

เมื่อ r เป็นความยาวของรัศมีของฐานทรงกระบอกและกรวย

และ h เป็นความสูงของทรงกระบอกและกรวย

แบบฝึกทักษะที่ 10

1. จงหาปริมาตรของกรวยที่มีพื้นที่ผิวข้าง 23.1 ตารางเซนติเมตร สูงเอียง 3.5 เซนติเมตร
2. จงหาความสูงของกรวยที่มีปริมาตร 18π ลูกบาศก์เซนติเมตร และเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 6 เซนติเมตร
3. ใช้กรวยกระดาษตวงน้ำใส่แก้วทรงกระบอก ถ้าแก้วมีเส้นผ่านศูนย์กลางและความสูงเป็น 2 เท่าของกรวยกระดาษ จะต้องตวงน้ำเต็มกรวยกระดาษกี่ครั้ง จึงได้น้ำเต็มแก้ว
4. กรวยและพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีความสูงเท่ากัน เส้นผ่านศูนย์กลางของฐานกรวยเท่ากับความยาวในแต่ละด้านของฐานพีระมิด จงหาว่าปริมาตรกรวยเป็นเศษส่วนเท่าไรของปริมาตรพีระมิดนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

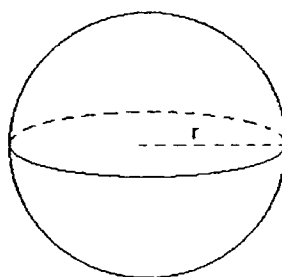
ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)

เรื่อง ปริมาตรของทรงกลม

จำนวน 1 คาบ

เวลา 50 นาที

สาระการเรียนรู้



$$\text{ปริมาตรของทรงกลม} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

เมื่อ r เป็นความยาวรัศมีของทรงกลม

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกสูตรการหาปริมาตรของทรงกลมได้
2. หาปริมาตรของทรงกลมได้
3. นำความรู้เรื่องปริมาตรของทรงกลมไปแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

ความรู้พื้นฐาน

การหาปริมาตรของทรงกระบอก

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูซักถามนักเรียนเกี่ยวกับสูตรการปริมาตรของทรงกระบอก และนำเสนออุปกรณ์ ได้แก่ ทรงกลม และทรงกระบอกซึ่งเส้นผ่านศูนย์กลาง (หรือรัศมี) ของฐานมีความยาวเท่ากับ ความยาวเส้นผ่านศูนย์กลาง (หรือรัศมี) ของทรงกลม ทรงกระบอกนี้มีความสูงเท่ากับเส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน ทำให้ทรงกลมสามารถบรรจุอยู่ภายในทรงกระบอกได้พอดี
2. ครูตั้งคำถามว่า นักเรียนจะทราบถึงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรของทรงกลม และทรงกระบอกใบนี้ได้อย่างไร ครูรอสักครูจนกระทั่งมีนักเรียนตอบได้ หรือจนแน่ใจว่าจะไม่มี

นักเรียนคนใดตอบได้ ครูเทน้ำลงในทรงกระบอกที่บรรจุทรงกลมนี้อยู่จนเต็ม (น้ำจะอยู่ในบริเวณส่วนต่างระหว่างปริมาตรของทรงกระบอกและทรงกลม) เมื่อนำลูกทรงกลมขึ้นมาจากทรงกระบอกพบว่า ปริมาณน้ำมีอยู่ 1 ใน 3 ของทรงกระบอก

3. ครูนำเสนอแผ่นโป่งใสที่ 11-1 แสดงการนำผลที่เกิดขึ้นไปสร้างความสัมพันธ์จนได้สูตรการหาปริมาตรของทรงกลม

4. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียน และแจกใบกิจกรรมที่ 11 จากนั้นครูดำเนินกิจกรรม ดังนี้

4.1 ครูนำเสนอสถานการณ์ด้วยการแจกลูกทรงกลมพลาสติกกลุ่มละ 1 ลูก ให้นักเรียนคำนวณปริมาตรของทรงกลมนี้ โดยไม่มีการผ่าลูกทรงกลมเพื่อหาความยาวของรัศมี

4.2 ครูให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มช่วยกันอภิปรายหาหนทางแก้ปัญหา โดยแนะนำให้ใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนตามที่เคยกล่าวมาแล้ว จากนั้นบันทึกข้อมูลและวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมที่ 11 และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่บันทึก (ใช้เวลา 7-10 นาที)

5. ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรม ครูเดินดูการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียนพร้อมกับให้ข้อเสนอแนะ และตอบคำถามของนักเรียนที่มีข้อสงสัย

6. ครูให้ตัวแทนกลุ่มตามที่ได้ตกลงกันไว้ออกมานำเสนอผลงานการแก้ปัญหาจำนวน 1 กลุ่ม

7. เมื่อจบการนำเสนอผลงาน ครูและนักเรียนอื่นๆ ร่วมกันวิจารณ์และสรุปผลที่ถูกต้องเป็นที่ยอมรับร่วมกัน

8. นักเรียนทุกคนส่งใบกิจกรรมที่ 11 เพื่อประเมินผล

9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 11 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. แผ่นโป่งใส 11-1 แสดงวิธีการหาสูตรการหาปริมาตรของทรงกลม
2. ทรงกลมและทรงกระบอกโป่งใสที่มีรัศมีและรัศมีของฐานยาวเท่ากัน โดยที่ทรงกระบอกสูงเท่ากับเส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน
3. ใบกิจกรรมที่ 11
4. ลูกทรงกลมพลาสติก
5. เครื่องคำนวณ
6. ไม้บรรทัด และเชือกเส้นเล็ก
7. แบบฝึกทักษะที่ 11

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตความตั้งใจของนักเรียนในการร่วมกิจกรรม และการตอบคำถาม
2. ตรวจผลงานกลุ่มที่ได้
3. ตรวจการบ้าน

ใบกิจกรรมที่ 11

สถานการณ์

ให้นักเรียนหาปริมาตรของลูกพลาสติกทรงกลมนี้ โดยไม่มีการผ่าลูกทรงกลมเพื่อหาความยาวของรัศมี (ให้เวลา 7–10 นาที)
(ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร

ขั้นที่ 2 วางแผน

2. ในการหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ จะต้องใช้วิธีการ หรือสูตรใด

3. ในการดำเนินการตามข้อ 2 จะต้องวัดความยาวส่วนใดบ้าง และเมื่อวัดแล้วได้ความยาวเท่าไร

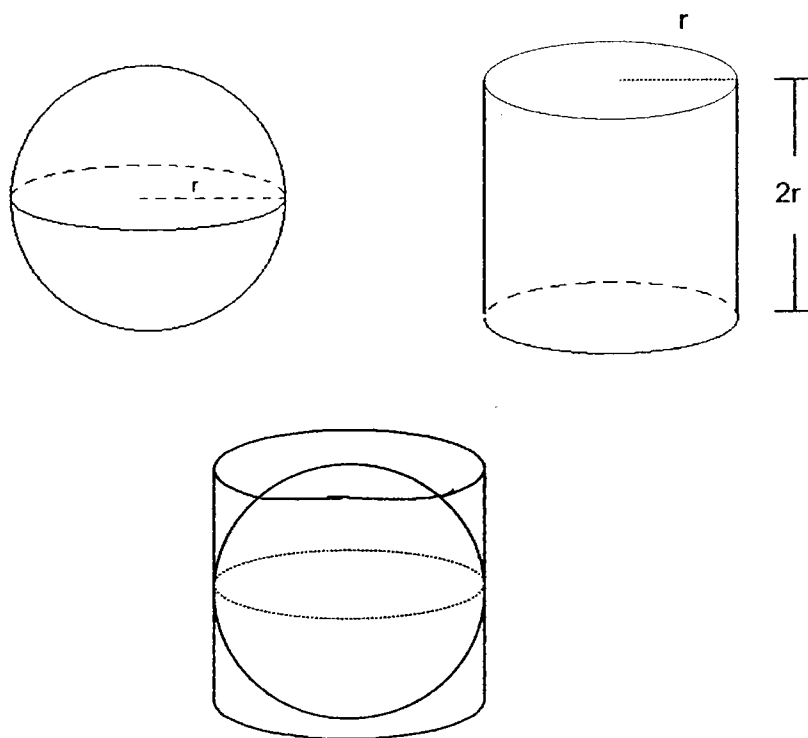
ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

4. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา บันทึกวิธีการหาคำตอบและสรุปคำตอบที่ได้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

5. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่า คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือถูกต้อง

แผ่นโปร่งใสที่ 11-1



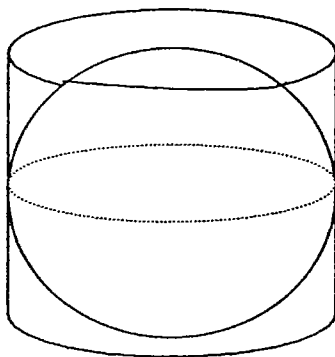
จากการเทน้ำลงไปในบริเวณส่วนต่างระหว่างปริมาตรของทรงกระบอกและทรงกลมที่กำหนด พบว่า ปริมาตรของส่วนต่างนั้นเท่ากับ $\frac{1}{3}$ ของปริมาตรทรงกระบอก นั่นคือ ทรงกลมมีปริมาตรเป็น $\frac{2}{3}$ ของทรงกระบอกดังกล่าว

$$\begin{aligned}\text{นั่นคือ ปริมาตรของทรงกลม} &= \frac{2}{3} \pi r^2 (2r) \\ &= \frac{4}{3} \pi r^3\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น ปริมาตรของทรงกลม} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

แบบฝึกทักษะที่ 11

1. แดงโมผลหนึ่งมีรูปร่างใกล้เคียงทรงกลมมาก เมื่อผ่าครึ่งออกมาแล้ววัดความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของเนื้อแดงได้ 21 เซนติเมตร อยากทราบว่าเนื้อแดงของแดงโมผลนี้มีปริมาตรเท่าไร
2. ลูกท่ม้วนน้ำหนักเหล็ก วัดความยาวรอบวงกลมใหญ่ได้ 33 เซนติเมตร จงหาปริมาตรของเนื้อเหล็กที่จะมาหล่อเป็นลูกท่ม้วนน้ำหนักนี้
3. ทรงกลมลูกหนึ่งสามารถบรรจุลงในทรงกระบอกใบหนึ่งได้พอดีดังรูป ทรงกลมมีปริมาตรเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของทรงกระบอกนี้



4. ดินน้ำมันมีปริมาตร 388.08 ลูกบาศก์เซนติเมตร นำมาปั้นเป็นทรงกลมลูกหนึ่งจะมีรัศมียาวเท่าไร

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)

เรื่อง หน่วยการวัดปริมาตร

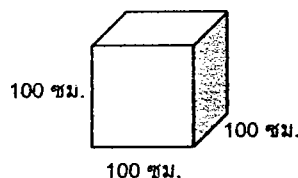
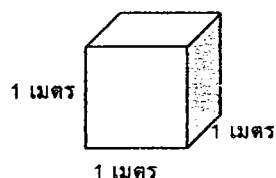
จำนวน 1 คาบ

เวลา 50 นาที

สาระการเรียนรู้

หน่วยวัดปริมาตร ใช้วัดความจุหรือปริมาตรในทรงสามมิติ มีหน่วยเป็นลูกบาศก์หน่วย เช่น ลูกบาศก์นิ้ว ลูกบาศก์ฟุต ลูกบาศก์เซนติเมตร (หรือ ซีซี) ลูกบาศก์เมตร ลูกบาศก์กิโลเมตร เป็นต้น ตัวอย่างเช่น ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีความกว้าง ความยาว และความสูงเป็นเมตร เมื่อคำนวณโดยสูตรจะได้ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้นมีหน่วยปริมาตรเป็นลูกบาศก์เมตร เป็นต้น

ในการเปลี่ยนหน่วยวัดปริมาตรต้องอาศัยทรงลูกบาศก์ เนื่องจากปริมาตร 1 ลูกบาศก์เมตร สามารถแทนด้วยทรงลูกบาศก์กว้าง 1 เมตร ยาว 1 เมตร และสูง 1 เมตร



$$\begin{aligned}
 \text{เพราะว่า } 1 \text{ เมตร} &= 100 \text{ เซนติเมตร} \\
 1 \text{ ลูกบาศก์เมตร} &= 1 \text{ เมตร} \times 1 \text{ เมตร} \times 1 \text{ เมตร} \\
 &= 100 \text{ ซม.} \times 100 \text{ ซม.} \times 100 \text{ ซม.} \\
 &= 100^3 \text{ ลบ.ซม.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{เช่นเดียวกับ } 1 \text{ ฟุต} &= 12 \text{ นิ้ว} \\
 \text{ดังนั้น } 1 \text{ ลูกบาศก์ฟุต} &= 12^3 \text{ ลูกบาศก์นิ้ว เป็นต้น}
 \end{aligned}$$

มีหน่วยวัดปริมาตรอีกชนิดหนึ่งที่ได้มาจากการตวงสิ่งของชิ้นเล็กๆ หรือของเหลว เช่น ข้าวสาร น้ำมัน เป็นต้น ด้วยภาชนะที่กำหนดขึ้น เรียกว่า หน่วยการตวง

การตวง คือ การนำสิ่งของที่ต้องการหาปริมาตรไปบรรจุในภาชนะสำหรับตวง ถ้าใส่ลงไปเต็มพอดี ปริมาตรของสิ่งของที่ต้องการตวงจะเท่ากับความจุของภาชนะนั้น

หน่วยการตวงที่นิยมใช้กันมาก คือ ลิตร ซึ่งเป็นหน่วยการตวงในมาตราเมตริก

$$\begin{aligned}
 1 \text{ ลิตร} &= 1,000 \text{ มิลลิลิตร} \\
 1,000 \text{ ลิตร} &= 1 \text{ กิโลลิตร}
 \end{aligned}$$

เมื่อเทียบกับหน่วยวัดปริมาตร

1 ลิตร = 1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร

1 มิลลิลิตร = 1 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ส่วนหน่วยการตวงในมาตราไทย มีดังนี้

1 ถัง = 20 ลิตร (ทะนานหลวง)

1 เกวียน = 100 ถัง

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกและใช้หน่วยการวัดปริมาตรได้อย่างถูกต้อง
2. เปลี่ยนหน่วยการวัดปริมาตรหนึ่งให้เป็นหน่วยวัดปริมาตรอื่นๆได้
3. นำความรู้เรื่องหน่วยการวัดปริมาตรไปแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

ความรู้พื้นฐาน

หน่วยวัดประเภทต่างๆ การหาปริมาตรของทรงลูกบาศก์

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูซักถามนักเรียนถึงหน่วยการวัดประเภทต่างๆที่เคยทราบหรือเคยเรียนรู้มา เมื่อได้คำตอบจากนักเรียนบ้างแล้ว ครูนำเสนอแผ่นโปสเตอร์ที่ 12-1 แสดงหน่วยการวัดประเภทต่างๆและการเปลี่ยนหน่วยระหว่างหน่วยการวัดปริมาตรต่างๆ จากนั้นครูนำเสนอแผ่นโปสเตอร์ที่ 12-2 แสดงหน่วยการตวง และการเปรียบเทียบหน่วยการตวงกับหน่วยวัดปริมาตรต่างๆ

2. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียน และแจกใบกิจกรรมที่ 12 จากนั้นครูดำเนินกิจกรรมดังนี้

2.1 ครูนำเสนอสถานการณ์จากข้อมูลราคาน้ำผลไม้บรรจุกล่องจำนวน 4 รายการ ที่ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่ง ซึ่งแต่ละรายการมี 2 ขนาด ดังนี้

(1) น้ำผักผลไม้รวม 100% ตรา Unif ขนาดบรรจุ 1 ลิตร ราคา 67.50 บาท ขนาดบรรจุ 200 มิลลิลิตร ราคา 16 บาท

(2) น้ำผลไม้ 100% ตรา Malee ขนาดบรรจุ 1 ลิตร ราคา 69 บาท ขนาดบรรจุ 250 ซีซี ราคา 18 บาท

(3) น้ำผักผลไม้รวม 40% ตรา Unif ขนาดบรรจุ 1 ลิตร ราคา 43 บาท ขนาดบรรจุ 250 มิลลิลิตร ราคา 11 บาท

(4) น้ำผลไม้รวม TIPCO COOL ขนาดบรรจุ 1 ลิตร ราคา 40 บาท ขนาดบรรจุ 250 ซีซี ราคา 10 บาท

2.2 ครูนำเสนอปัญหาว่า หากนักเรียนต้องการซื้อน้ำผลไม้ทั้ง 4 รายการ ควรเลือกซื้อขนาดบรรจุใดในแต่ละรายการที่ราคาถูกกว่า

2.3 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันอภิปรายหาหนทางแก้ปัญหา โดยแนะนำให้ใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนตามที่เคยกล่าวมาแล้ว จากนั้นบันทึกข้อมูลและวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมที่ 12 และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่บันทึก (ใช้เวลา 7-10 นาที)

3. ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรม ครูเดินดูการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียน พร้อมกับให้ข้อเสนอแนะ และตอบคำถามของนักเรียนที่มีข้อสงสัย

4. ครูให้ตัวแทนกลุ่มตามที่ได้ตกลงกันไว้ออกมานำเสนอผลงานการแก้ปัญหา จำนวน 1 กลุ่ม

5. เมื่อจบการนำเสนอผลงาน ครูและนักเรียนอื่นๆ ร่วมกันวิจารณ์และสรุปผลที่ถูกต้องเป็นที่ยอมรับร่วมกัน

6. นักเรียนทุกคนส่งใบกิจกรรมที่ 12 เพื่อประเมินผล

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 12 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. แผ่นโปสเตอร์ 12-1 แสดงหน่วยการวัดประเภทต่างๆ และการเปลี่ยนหน่วย
แผ่นโปสเตอร์ที่ 12-2 แสดงหน่วยการวัด และเปรียบเทียบกับหน่วยการวัดปริมาตรต่างๆ

2. ใบกิจกรรมที่ 12

3. เครื่องคำนวณ

4. แบบฝึกทักษะที่ 12

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตความตั้งใจของนักเรียนในการร่วมกิจกรรม และการตอบคำถาม

2. ตรวจผลงานกลุ่มที่ได้

3. ตรวจการบ้าน

ใบกิจกรรมที่ 12

สถานการณ์

จากข้อมูลราคาน้ำผลไม้บรรจุกล่องจำนวน 4 รายการ ที่ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่ง ซึ่งแต่ละรายการมี 2 ขนาด ดังนี้

- (1) น้ำผักผลไม้รวม 100% ตรา Unif ขนาดบรรจุ 1 ลิตร ราคา 67.50 บาท ขนาดบรรจุ 200 มิลลิลิตร ราคา 16 บาท
- (2) น้ำผลไม้ 100% ตรา Malee ขนาดบรรจุ 1 ลิตร ราคา 69 บาท ขนาดบรรจุ 250 ซีซี ราคา 18 บาท
- (3) น้ำผักผลไม้รวม 40% ตรา Unif ขนาดบรรจุ 1 ลิตร ราคา 43 บาท ขนาดบรรจุ 250 มิลลิลิตร ราคา 11 บาท
- (4) น้ำผลไม้รวม TIPCO COOL ขนาดบรรจุ 1 ลิตร ราคา 40 บาท ขนาดบรรจุ 250 ซีซี ราคา 10 บาท

หากนักเรียนต้องการซื้อน้ำผลไม้ทั้ง 4 รายการ ควรเลือกซื้อขนาดบรรจุใดในแต่ละรายการที่ราคาถูกลงกว่า (ใช้เวลา 7–10 นาที)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร และในปัญหามีหน่วยวัดปริมาตรใดบ้าง

.....

.....

2. หน่วยวัดปริมาตรดังกล่าวสัมพันธ์กันหรือเปรียบเทียบกันได้อย่างไร

.....

.....

ขั้นที่ 2 วางแผน

3. ถ้าจะดูว่าในแต่ละรายการขนาดบรรจุใดถูกกว่า ควรเปรียบเทียบราคาอย่างไร

.....

.....

4. การเปรียบเทียบราคาตามข้อ 3 ของน้ำผลไม้แต่ละรายการควรทำอย่างไร

- 4.1 รายการที่ (1)

.....

- 4.2 รายการที่ (2)

.....

4.3 รายการที่ (3)

4.4 รายการที่ (4)

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

5. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา บันทึกวิธีการหาคำตอบและสรุปคำตอบที่ได้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

6. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่า คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือถูกต้อง

แผ่นโปรงใสที่ 12-1

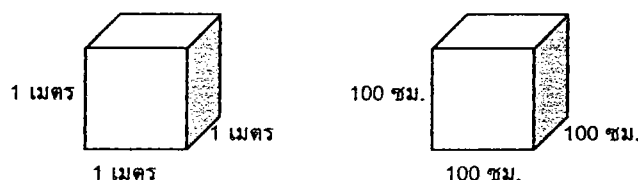
เราสามารถแบ่งหน่วยการวัดออกเป็น 3 ประเภท ตามมิติของการวัด ได้แก่

1. หน่วยการวัดความยาว ใช้วัดขนาดของสิ่งที่มี 1 มิติ (เช่น เส้นตรง) และเรียกผลลัพธ์ที่ได้ว่า ความยาว หน่วยที่นิยมใช้ เช่น นิ้ว ฟุต หลา ไมล์ เซนติเมตร เมตร กิโลเมตร เป็นต้น

2. หน่วยการวัดพื้นที่ ใช้วัดขนาดของบริเวณที่มี 2 มิติ และเรียกผลลัพธ์ที่ได้ว่า พื้นที่ มีหน่วยเป็นตารางหน่วย เช่น ตารางนิ้ว ตารางฟุต ตารางหลา ตารางไมล์ ตารางเซนติเมตร ตารางเมตร ตารางกิโลเมตร เป็นต้น

3. หน่วยวัดปริมาตร ใช้วัดขนาดของทรงสามมิติ และเรียกผลลัพธ์ที่ได้ว่า ปริมาตร หรือความจุ มีหน่วยเป็นลูกบาศก์หน่วย ได้แก่ ลูกบาศก์นิ้ว ลูกบาศก์ฟุต ลูกบาศก์เซนติเมตร (หรือ ซีซี) ลูกบาศก์เมตร ลูกบาศก์กิโลเมตร เป็นต้น

ในการเปลี่ยนหน่วยวัดปริมาตรดังกล่าวต้องอาศัยทรงลูกบาศก์ เนื่องจากปริมาตร 1 ลูกบาศก์เมตร สามารถแทนด้วยทรงลูกบาศก์กว้าง 1 เมตร ยาว 1 เมตร และสูง 1 เมตร



$$\begin{aligned}
 \text{เพราะว่า } 1 \text{ เมตร} &= 100 \text{ เซนติเมตร} \\
 1 \text{ ลูกบาศก์เมตร} &= 1 \text{ เมตร} \times 1 \text{ เมตร} \times 1 \text{ เมตร} \\
 &= 100 \text{ ซม.} \times 100 \text{ ซม.} \times 100 \text{ ซม.} \\
 &= 100^3 \text{ ลบ.ซม.} \\
 \text{เช่นเดียวกับ } 1 \text{ ฟุต} &= 12 \text{ นิ้ว} \\
 \text{ดังนั้น } 1 \text{ ลูกบาศก์ฟุต} &= 12^3 \text{ ลูกบาศก์นิ้ว} \quad \text{เป็นต้น}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างการเปลี่ยนหน่วยการวัด ตามประเภทของการวัดที่กล่าวมาข้างต้น

$$\begin{aligned}
 1 \text{ เมตร} &= 100 \text{ เซนติเมตร} \\
 1 \text{ ตารางเมตร} &= 100^2 = 10,000 \text{ ตารางเซนติเมตร} \\
 1 \text{ ลูกบาศก์เมตร} &= 100^3 = 1,000,000 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

แผ่นโปรงใสที่ 12-2

หน่วยการตวง

มีหน่วยวัดปริมาตรอีกชนิดหนึ่งที่ได้มาจากการตวงสิ่งของชิ้นเล็กๆ หรือของเหลว เช่น ข้าวสาร น้ำมัน เป็นต้น ด้วยภาชนะที่กำหนดขึ้น เรียกว่า หน่วยการตวง หน่วยการตวงที่นิยมใช้กันมาก คือ ลิตร ซึ่งเป็นหน่วยการตวงในมาตราเมตริก

$$1 \text{ ลิตร} = 1,000 \text{ มิลลิลิตร}$$

$$1,000 \text{ ลิตร} = 1 \text{ กิโลลิตร}$$

เมื่อเทียบกับหน่วยวัดปริมาตร

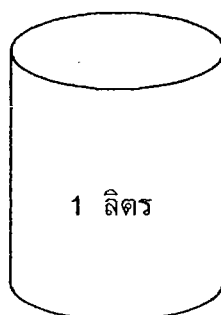
$$1 \text{ ลิตร} = 1,000 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

$$1 \text{ มิลลิลิตร} = 1 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

ส่วนหน่วยการตวงในมาตราไทย มีดังนี้

$$1 \text{ ถัง} = 20 \text{ ลิตร (ทะนานหลวง)}$$

$$1 \text{ เกวียน} = 100 \text{ ถัง}$$



แบบฝึกทักษะที่ 12

1. ขวดยากันขวดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 2.5 เซนติเมตร ยาว 6 เซนติเมตร ขวดสูง 12 เซนติเมตร ที่ฉลากข้างขวดบอกปริมาตร 180 มิลลิลิตร จงตรวจสอบว่าขวดสามารถบรรจุยาได้ตามที่ระบุหรือไม่
2. ถังบรรจุน้ำทรงกระบอกความยาวรอบฐาน 3.08 เมตร สูง 1.66 เมตร มีข้อความระบุข้างถังว่า เป็นถังบรรจุ 1,250 ลิตร จงตรวจสอบว่าเป็นจริงตามที่ระบุหรือไม่
3. รถบรรทุกข่าวมอเตอร์คันหนึ่งใช้บรรทุก กว้าง 2 เมตร ยาว 3.5 เมตร สูง 2.5 เมตร รถคันนี้บรรทุกข่าวน้ำได้ครั้งละกี่เกวียน
4. อ่างน้ำคอนกรีตทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก วัดขนาดภายในได้ความกว้าง 1.5 เมตร ความยาว 3 เมตร และความสูง 1 เมตร บรรจุน้ำเต็ม จงหาว่ามีน้ำเพียงพอสำหรับนักเรียนที่เข้าค่ายจำนวน 250 คน จะใช้อาบหรือไม่ ถ้าโดยเฉลี่ยแต่ละคน อาบน้ำคนละ 12 ลิตร

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 13

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)

เรื่อง การประยุกต์ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตร จำนวน 2 คาบ เวลา 100 นาที

สาระการเรียนรู้

ความรู้ในเนื้อหาเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร นับว่ามีประโยชน์มากในการดำเนินชีวิตประจำวัน ทั้งยังเกี่ยวข้องหรือนำไปใช้ในศาสตร์ต่างๆมากมาย เช่น ในเรื่องของการก่อสร้าง การตกแต่ง การออกแบบสถาปัตยกรรมต่างๆ การออกแบบบรรจุภัณฑ์ของสินค้า บรรจุภัณฑ์ และการบรรจุหีบห่อ เป็นต้น

ในชีวิตประจำวันเราซึ่งอยู่ในฐานะผู้บริโภค สามารถนำความรู้ที่ได้ไปตรวจสอบสินค้าอุปโภคบริโภคว่า ปริมาณสินค้าตามขนาดบรรจุภัณฑ์นั้นๆ เป็นไปตามที่ผู้ผลิตระบุที่ฉลากหรือไม่ เพื่อป้องกันการเอารัดเอาเปรียบและยังสามารถนำไปเปรียบเทียบราคาสินค้าที่วางขายหลากหลายยี่ห้อได้

ในวงการธุรกิจการผลิตบรรจุภัณฑ์ให้กับสินค้าทั้งอาหาร เครื่องดื่ม เครื่องสำอางประเภทต่างๆ ต้องใช้ความรู้ในเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรในการออกแบบบรรจุภัณฑ์ให้มีขนาดพอเหมาะต่อการอุปโภคบริโภคของกลุ่มเป้าหมายต่างๆ และให้มีรูปลักษณะที่สวยงามสะดุดตาลอดถึงการคำนวณต้นทุนของสินค้าเพื่อกำหนดราคาขายที่เหมาะสม

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกสูตรและหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของรูปทรงต่างๆได้
2. บอกประโยชน์ที่ได้รับจากการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรได้
3. นำความรู้เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

ความรู้พื้นฐาน

พื้นที่ผิวและปริมาตรของรูปทรงต่างๆ

กิจกรรมการเรียนรู้

คาบเรียนที่ 1

1. เมื่อนักเรียนนั่งเป็นกลุ่มเรียบร้อยแล้ว ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มกล่าวถึงสูตรหรือวิธีการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของรูปทรงต่างๆกลุ่มละ 1 สูตร (หรือ 1 วิธีการ) แล้วนำเสนอ

แผ่นโปร่งใสที่ 13-1 และ 13-2 แสดงสูตรการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของรูปทรงต่างๆที่เรียนมาทั้งหมด

2. ครูตั้งคำถามว่า “นักเรียนคิดว่าการเรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตประจำวันอย่างไร และนักเรียนเห็นว่าการนำความรู้เรื่องนี้ไปใช้ประโยชน์ในงานหรืออาชีพต่างๆอย่างไรบ้าง” จากนั้นครูให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันคิด และตอบคำถาม เมื่อได้รับคำตอบต่างๆที่หลากหลาย ครูนำเสนอแผ่นโปร่งใสที่ 13-3 สรุปว่า ความรู้เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรนำไปใช้ประโยชน์ได้อย่างไรบ้าง

3. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 13 จากนั้นครูดำเนินกิจกรรมดังนี้

3.1 ครูนำเสนอสถานการณ์ที่ 1 ว่า “นักเรียนเป็นผู้ได้รับมอบหมายให้ออกแบบกระป๋องน้ำผลไม้ทรงกระบอกขนาดบรรจุ 220 มิลลิลิตร นักเรียนจะออกแบบกระป๋องให้ส่วนต่างๆ มีความยาวเท่าใดบ้าง”

3.2 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันอภิปรายหาหนทางแก้ปัญหา โดยแนะนำให้ใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนตามที่เคยกล่าวมาแล้ว จากนั้นบันทึกข้อมูลและวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมที่ 13 สถานการณ์ที่ 1 และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่บันทึก (ใช้เวลา 7–10 นาที)

4. ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรม ครูเดินดูการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียน พร้อมกับให้ข้อเสนอแนะ และตอบคำถามของนักเรียนที่มีข้อสงสัย

5. ครูให้ตัวแทนกลุ่มตามที่ได้ตกลงกันไว้ออกมานำเสนอผลงานการแก้ปัญหา 1 จำนวน 1 กลุ่ม

6. เมื่อจบการนำเสนอผลงาน ครูและนักเรียนอื่นๆร่วมกันวิจารณ์และสรุปผลที่ถูกต้องเป็นที่ยอมรับร่วมกัน

7. นักเรียนทุกคนส่งใบกิจกรรมที่ 13 เพื่อประเมินผล

8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 13-1 เป็นการบ้าน

คาบเรียนที่ 2

1. เมื่อนักเรียนนั่งเป็นกลุ่มเรียบร้อยแล้ว ครูซักถามนักเรียนถึงสูตรหรือวิธีการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของรูปทรงต่างๆ เมื่อมีนักเรียนช่วยกันตอบแล้ว ครูสรุปด้วยแผ่นโปร่งใสที่ 13-1 และ 13-2 อีกครั้ง

2. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 13 จากนั้นครูดำเนินกิจกรรม ดังนี้

2.1 ครูนำเสนอสถานการณ์ที่ 2 ว่า “โรงเรียนมีนโยบายให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการพัฒนาสภาพแวดล้อมในห้องเรียนที่ใช้เรียนขณะนี้ ด้วยการช่วยกันทาสีผนังห้องและเพดาน (ยกเว้นประตู หน้าต่าง กระดานดำ และส่วนที่เป็นกระจก) โดยโรงเรียนจะจัดหาสีซึ่งเป็นสีขาวและแปร่งทาสีให้ ให้นักเรียนคำนวณปริมาตรของสีที่ต้องการใช้ตามความจำเป็น

โดยสีที่จัดให้เป็นถึงขนาด 5 แกลลอน และกระป๋องขนาด 1 แกลลอน (ถังบรรจุ 5 แกลลอน เท่ากับ 18.925 ลิตร ทาได้พื้นที่ประมาณ 35 ตารางเมตร)”

2.2 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันอภิปรายหาหนทางแก้ปัญหา โดยแนะนำให้ใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนตามที่เคยกล่าวมาแล้ว จากนั้นบันทึกข้อมูลและวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมที่ 13 สถานการณ์ที่ 2 และตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่บันทึก (ใช้เวลา 7 – 10 นาที)

3. ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรม ครูเดินดูการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียน พร้อมกับให้ข้อเสนอแนะ และตอบคำถามของนักเรียนที่มีข้อสงสัย

4. ครูให้ตัวแทนกลุ่มตามที่ได้ตกลงกันไว้ออกมานำเสนอผลงานการแก้ปัญหา จำนวน 2 กลุ่ม

5. เมื่อจบการนำเสนอผลงาน ครูและนักเรียนอื่นๆ ร่วมกันวิจารณ์และสรุปผลที่ถูกต้องเป็นที่ยอมรับร่วมกัน

6. นักเรียนทุกคนส่งใบกิจกรรมที่ 13 เพื่อประเมินผล

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 13-2 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. แผ่นโปสเตอร์ชุดที่ 13

- แผ่นโปสเตอร์ 13-1 แสดงการสรุปสูตรการหาพื้นที่ผิวของรูปทรงต่างๆ
- แผ่นโปสเตอร์ที่ 13-2 แสดงสูตรการหาปริมาตรของรูปทรงต่างๆ และ
- แผ่นโปสเตอร์ที่ 13-3 แสดงให้เห็นว่า ความรู้ในเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรนำไป

ใช้ประโยชน์อย่างไรบ้าง

2. ใบกิจกรรมที่ 13

3. ดลิပ်เมตร

4. เครื่องคำนวณ

5. แบบฝึกทักษะที่ 13-1 และ 13-2

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตความตั้งใจของนักเรียนในการร่วมกิจกรรม และการตอบคำถาม
2. ตรวจผลงานกลุ่มที่ได้
3. ตรวจการบ้าน

ใบกิจกรรมที่ 13

สถานการณ์ที่ 1

“ถ้านักเรียนเป็นผู้ได้รับมอบหมายให้ออกแบบกระป๋องน้ำผลไม้ทรงกระบอกขนาดบรรจุ 220 มิลลิลิตร นักเรียนจะออกแบบกระป๋องให้ส่วนต่างๆ มีความยาวเท่าใดบ้าง” (ให้เวลา 7–10 นาที)
(ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการอะไร

.....

2. เมื่อกล่าวถึงปริมาตรของทรงกระบอก จะต้องนึกถึงความยาวส่วนใดบ้าง

.....

ขั้นที่ 2 วางแผน

3. ถ้ากำหนดความยาวรัศมีของกระป๋อง จะหาความสูงของกระป๋องได้ด้วยสูตรใด หรือวิธีการใด

.....

4. เมื่อได้ความสูงของกระป๋องตามข้อ 3 และพิจารณาว่าไม่เหมาะสม ควรเปลี่ยนความยาวรัศมีของกระป๋องอย่างไร

.....

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

5. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา บันทึกวิธีการและผลสรุปที่ได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ชั้นที่ 4 ตรวจสอบ

6. นักเรียนจะตรวจสอบอย่างไรว่า คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือถูกต้อง

สถานการณ์ที่ 2

“โรงเรียนมีนโยบายให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการพัฒนาสภาพแวดล้อมในห้องเรียนที่ใช้เรียนขณะนี้ ด้วยการช่วยกันทาสีผนังห้องและเพดาน (ยกเว้นประตู หน้าต่าง กระจกดำนดำ และส่วนที่เป็นกระจก) โดยโรงเรียนจะจัดหาสีซึ่งเป็นสีขาวและแปร่งทาสีให้ ให้นักเรียนคำนวณ ปริมาตรของสีที่ต้องการใช้ตามความจำเป็น โดยสีที่จัดให้เป็นถังขนาด 5 แกลลอน และ กระป๋องขนาด 1 แกลลอน (ถังบรรจุ 5 แกลลอน เท่ากับ 18.925 ลิตร ทาได้พื้นที่ประมาณ 35 ตารางเมตร)” ให้เวลา 7–10 นาที

ชั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร

ชั้นที่ 2 วางแผน

2. ถ้าต้องหาพื้นที่ของผนังห้องและเพดานกับส่วนที่ยกเว้นไม่ต้องทาสี จะต้องใช้วิธีการหรือสูตรใด และวัดความยาวด้านใดบ้าง

3. หลังจากลงมือวัดความยาวตามข้อ 3 แล้ว ได้ความยาวด้านต่างๆเท่าไรบ้าง

4. เมื่อได้ขนาดของพื้นที่ส่วนที่จะทำสีแล้ว จะหาปริมาตรของสีจะดำเนินการอย่างไร

.....

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

5. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา บันทึกวิธีการและสรุปผลที่ได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

6. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่า คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือถูกต้อง

.....

.....

.....

แผ่นโปรงใสที่ 13-1

สูตรการพื้นที่ผิวของรูปทรงต่าง ๆ

พื้นที่ผิวของปริซึม คือ ผลรวมของพื้นที่ฐานทั้งสอง (รูปเหลี่ยมที่เท่ากัน
ทุกประการ 2 รูป) กับพื้นที่ผิวข้าง (ในกรณีปริซึมตรงเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก)

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น พื้นที่ผิวของปริซึม} &= (2 \times \text{พื้นที่ฐาน}) + \text{พื้นที่ผิวข้าง} \\ &= (2 \times \text{พื้นที่ฐาน}) + (\text{ความยาวรอบฐาน} \times \text{สูง})\end{aligned}$$

พื้นที่ผิวของพีระมิด คือ ผลรวมระหว่างพื้นที่ฐานและพื้นที่ผิวข้าง

$$\text{ดังนั้น พื้นที่ผิวของพีระมิด} = \text{พื้นที่ฐาน} + \text{พื้นที่ผิวข้าง}$$

พื้นที่ผิวของทรงกระบอก คือ ผลรวมระหว่างพื้นที่ฐานทั้งสอง (พื้นที่รูป
วงกลม 2 รูป) และพื้นที่ผิวข้าง (ในกรณีทรงกระบอกตรงเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก)

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น พื้นที่ผิวของทรงกระบอก} &= 2\pi r^2 + 2\pi rh \\ &= 2\pi r (r + h)\end{aligned}$$

เมื่อ r = ความยาวของรัศมีของฐานทรงกระบอก และ h = ความสูงของทรงกระบอก

พื้นที่ผิวของกรวย คือ ผลรวมระหว่างพื้นที่ฐาน (พื้นที่รูปวงกลม) และพื้นที่
ผิวข้าง(พื้นที่รูปสามเหลี่ยมฐานโค้ง)

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น พื้นที่ผิวของกรวย} &= \pi r^2 + \pi r \ell \\ &= \pi r (r + \ell)\end{aligned}$$

เมื่อ r = ความยาวของรัศมีของฐานกรวย และ h = ความสูงของกรวย

พื้นที่ผิวของทรงกลม เท่ากับ 4 เท่าของพื้นที่วงกลมใหญ่ในทรงกลมนั้น

$$\text{ดังนั้น พื้นที่ผิวของทรงกลม} = 4\pi r^2$$

เมื่อ r = ความยาวของรัศมีของทรงกลม

แผ่นโปรงใสที่ 13-2

สูตรการหาปริมาตรของรูปทรงต่าง ๆ

$$\text{ปริมาตรของปริซึม} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ความสูง}$$

พีระมิดที่มีพื้นที่ฐานและความสูงเท่ากับปริซึม จะมีปริมาตรเป็น 1 ใน 3 ของปริซึมนั้น

$$\text{ดังนั้น ปริมาตรของพีระมิด} = \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ความสูง}$$

ปริมาตรของทรงกระบอกหาได้เช่นเดียวกันปริมาตรของปริซึม โดยที่ฐานเป็นรูปวงกลม จึงได้ ปริมาตรทรงกระบอก $= \pi r^2 h$

เมื่อ r = ความยาวของรัศมีของฐานทรงกระบอก และ h = ความสูงของทรงกระบอก

กรวยที่มีพื้นที่ฐานและความสูงเท่ากับทรงกระบอก จะมีปริมาตรเป็น 1 ใน 3 ของทรงกระบอกนั้น

$$\text{ดังนั้น ปริมาตรของกรวย} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

เมื่อ r = ความยาวของรัศมีของฐานกรวย และ h = ความสูงของกรวย

ทรงกลมมีปริมาตรเป็น 2 ใน 3 ของทรงกระบอกที่มีรัศมีของฐานยาวเท่ากับรัศมีของทรงกระบอกและมีความสูงเท่ากับเส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกลม

$$\text{จะได้ ปริมาตรทรงกลม} = \frac{2}{3} \pi r^2 (2r)$$

$$\text{ดังนั้น ปริมาตรของทรงกลม} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

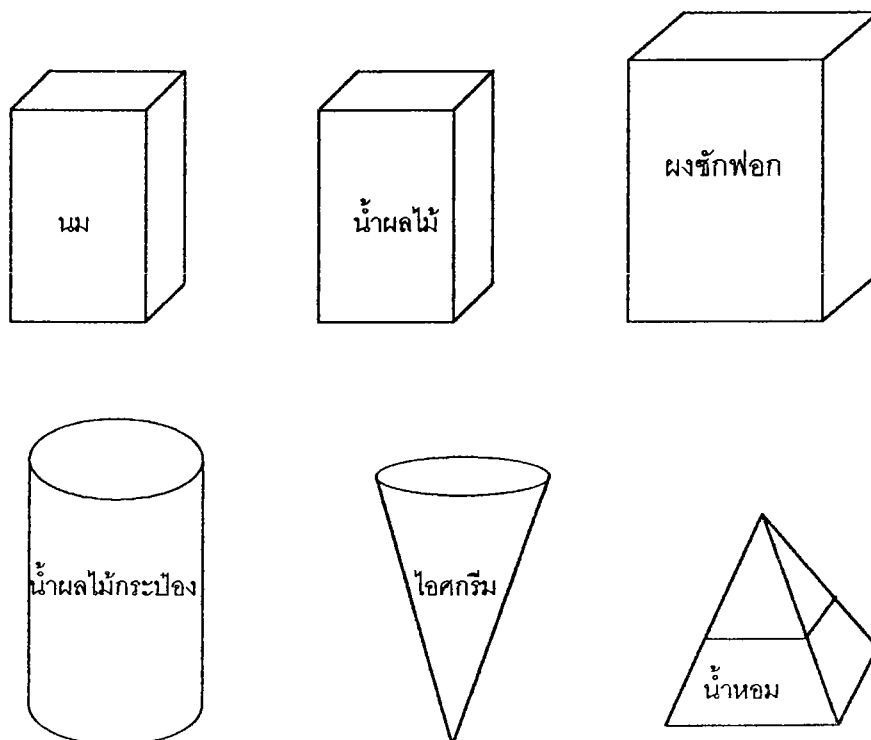
เมื่อ r = ความยาวของรัศมีของทรงกลม

แผ่นโปรงใสที่ 13-3

ความรู้ในเนื้อหาเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร นับว่ามีประโยชน์มากในการดำเนินชีวิตประจำวัน ทั้งยังเกี่ยวข้องหรือนำไปใช้ในศาสตร์ต่างๆ มากมาย เช่น ในเรื่องของการก่อสร้าง การตกแต่ง การออกแบบสถาปัตยกรรมต่างๆ การออกแบบรูปลักษณ์ของสินค้า บรรจุภัณฑ์ และการบรรจุหีบห่อ เป็นต้น

ในชีวิตประจำวันเราซึ่งอยู่ในฐานะผู้บริโภค สามารถนำความรู้ที่ได้ไปตรวจสอบสินค้าอุปโภคบริโภคว่า ปริมาณสินค้าตามขนาดบรรจุภัณฑ์นั้นๆ เป็นไปตามที่ผู้ผลิตระบุที่ฉลากหรือไม่ เพื่อป้องกันการเอารัดเอาเปรียบและยังสามารถนำไปเปรียบเทียบราคาสินค้าที่วางขายหลากหลายยี่ห้อได้

ในวงการธุรกิจการผลิตบรรจุภัณฑ์ให้กับสินค้าทั้งอาหาร เครื่องดื่ม เครื่องสำอางประเภทต่างๆ ต้องใช้ความรู้ในเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรในการออกแบบบรรจุภัณฑ์ให้มีขนาดพอเหมาะต่อการอุปโภคบริโภคของกลุ่มเป้าหมายต่างๆ และให้มีรูปลักษณ์ที่สวยงามสะดุดตา ตลอดจนการคำนวณต้นทุนของสินค้าเพื่อกำหนดราคาขายที่เหมาะสม

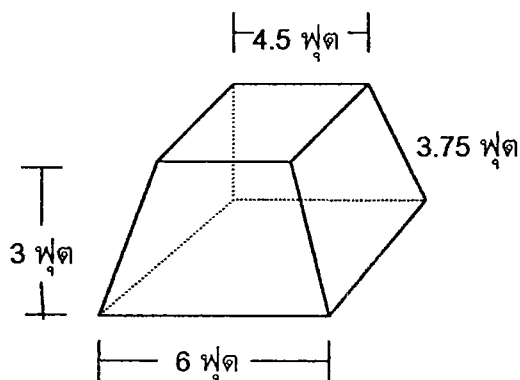


แบบฝึกทักษะที่ 13-1

1. โลหะทรงกระบอกอันหนึ่ง มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 14 เซนติเมตร หนา 10 เซนติเมตร นำไปหลอมทำลูกทรงกลมรัศมียาว 0.7 เซนติเมตร ได้กี่ลูก
2. จะใช้ชั้นทรงกระบอกเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 14 เซนติเมตร สูง 7 เซนติเมตร ตักน้ำเต็มชั้นใส่ลงในตุ้ปลาทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 30 เซนติเมตร ยาว 45 เซนติเมตร สูง 20 เซนติเมตรกี่ครั้ง น้ำจึงเต็มตุ้ปลา
3. ต้องการออกแบบกระป๋องทรงกระบอกบรรจุเครื่องดื่มให้มีปริมาตร 250 ลูกบาศก์เซนติเมตร ถ้ากำหนดให้กระป๋องสูง 10 เซนติเมตร ดังนั้นรัศมีของฐานกระป๋องควรยาวกี่เซนติเมตร
4. ต้องการทำกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากเพื่อใส่กระปุกเป็นปริซึมหกเหลี่ยม ด้านเท่ามุมเท่ายาวด้านละ 4 เซนติเมตร สูง 9 เซนติเมตร กล่องบรรจุควรมีความกว้าง ความยาว และความสูงเท่าไร

แบบฝึกทักษะที่ 13-2

1. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 6 ฟุตถูกตัดยอด ซึ่งรอยตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 4.5 ฟุตและขนานกับฐาน ระยะห่างระหว่างฐานของพีระมิดกับรอยตัดเท่ากับ 3 ฟุต ความยาวลาดเอียงตั้งแต่ขอบของรอยตัดถึงขอบของฐานเท่ากับ 3.75 ฟุต ดังนั้นปริมาตรของพีระมิดถูกตัดยอดเป็นเท่าไร



2. น้ำอัดลมบรรจุขวดพลาสติก ขนาดบรรจุ 1.25 ลิตร ราคา 25 บาท และขนาดบรรจุ 2 ลิตร ราคา 36 บาท ขนาดบรรจุใดถูกกว่าและถูกกว่ากี่เปอร์เซ็นต์

3. ห้องอาบน้ำวัดขนาดภายในกว้าง 1.5 เมตร ยาว 2 เมตร สูง 3 เมตร ต้องการปูกระเบื้องขนาด 10 เซนติเมตร x 10 เซนติเมตร โดยผนังห้องปูสูงจากพื้นเพียงครึ่งหนึ่งของความสูงผนังห้อง จะต้องซื้อกระเบื้องกี่กล่อง เป็นเงินเท่าไร ถ้ากระเบื้อง 1 กล่อง ราคา 180 บาท มี 25 แผ่น

**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรที่วัด
ความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง**

แบบทดสอบรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3)

เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

เวลา 80 นาที

คะแนนเต็ม 30 คะแนน

คำชี้แจง แบบทดสอบนี้มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (x) ตัวเลือกที่ถูกต้อง ในกระดาษคำตอบ

(21 คะแนน)

1. กล่องช็อกโกแลตเป็นปริซึมฐานสามเหลี่ยมด้านเท่ายาวด้านละ 1 นิ้ว ตัวกล่องยาว 6 นิ้ว ใช้กระดาษทำกล่องเป็นพื้นที่ประมาณกี่ตารางนิ้ว (ไม่นับรวมส่วนที่ทับซ้อน)
ก. 12.4 ข. 18.9 ค. 24 ง. 28
2. กระปุกเป็นปริซึมฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ายาวด้านละ 4 เซนติเมตร สูง 8 เซนติเมตร ตัดกระดาษมาปิดรอบกระปุก กระดาษมีพื้นที่อย่างน้อยกี่ตารางเซนติเมตร
ก. 332.16 ข. 275.14 ค. 193 ง. 83.14
3. ขนมหี้นเป็นพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 3 เซนติเมตร สูงเอียง 2.5 เซนติเมตร มีปริมาตรของเนื้อขนมกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร
ก. 6 ข. 7.5 ค. 18 ง. 22.5
4. ต้องการตัดกระดาษแข็งมาทำป้ายประกาศทรงพีระมิดสี่เหลี่ยมจัตุรัสฐานเปิดยาวด้านละ 12 เซนติเมตร สูง 8 เซนติเมตร จะต้องใช้กระดาษแข็งพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร (ไม่นับรวมส่วนที่ทับซ้อน)
ก. 96 ข. 120 ค. 240 ง. 360
5. พีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่ายาวด้านละ 12 เซนติเมตร สันยาว 10 เซนติเมตร พีระมิดนี้มีสูงเอียงยาวกี่เซนติเมตร
ก. 6 ข. 8 ค. 10 ง. 12
6. ใช้กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 7 เซนติเมตร ยาว 11 เซนติเมตร ทำเป็นผิวข้างของทรงกระบอก ถ้าทรงกระบอกนี้สูง 7 เซนติเมตร ฐานของทรงกระบอกมีรัศมียาวกี่เซนติเมตร
ก. 1.25 ข. 1.75 ค. 2.5 ง. 3.5
7. กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 22 เซนติเมตร นำมาทำผิวข้างของทรงกระบอกซึ่งสูง 10 เซนติเมตรได้พอดี ทรงกระบอกนี้มีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร
ก. 385 ข. 220 ค. 177 ง. 110
8. จะต้องใช้ชั้นทรงกระบอกเส้นผ่านศูนย์กลาง 7 เซนติเมตร สูง 5 เซนติเมตร ตักน้ำเต็มชั้น ใส่ลงในขวดจุ 750 ซี.ซี. ประมาณกี่ครั้งน้ำจึงเต็มขวด
ก. 4 ข. 3 ค. 2 ง. 1

9. เสาคอนกรีตทรงกระบอกรัศมี 14 เซนติเมตร สูง 2 เมตร ยอดเสาเป็นรูปกรวยพื้นที่ฐานเท่ากันกับเสา ความสูง 27 เซนติเมตร ปริมาตรคอนกรีตรวมกันประมาณกี่ลูกบาศก์เมตร
ก. 0.1287 ข. 1.287 ค. 12.87 ง. 128.7
10. กรวยปริมาตร 180 ลูกบาศก์เซนติเมตร นำไปวางบนทรงกระบอกซึ่งมีพื้นที่ฐานและความสูงเท่ากันกับกรวย ปริมาตรของกรวยและทรงกระบอกรวมกันได้กี่ลูกบาศก์เซนติเมตร
ก. 240 ข. 270 ค. 540 ง. 720
11. จะทาสีหลังคาซุ้มจำหน่ายบัตรในสวนสนุกเป็นรูปทรงกรวย รัศมีของฐานกรวยยาว 60 เซนติเมตร สูง 80 เซนติเมตร ทาเฉพาะภายนอกที่เป็นผิวข้างของกรวย จะมีพื้นที่ในการทาสีประมาณกี่ตารางเมตร
ก. 0.9 ข. 1.5 ค. 1.9 ง. 2.9
12. จะทำกรวยกระดาษเส้นผ่านศูนย์กลาง 7 เซนติเมตร สูงเอียง 10 เซนติเมตร เพื่อใช้ตักน้ำที่ตู้ทำน้ำเย็นของโรงเรียนจำนวน 2,000 อัน จะต้องใช้กระดาษอย่างน้อยกี่ตารางเมตร (ไม่นับรวมส่วนที่ทับซ้อน)
ก. 2.2 ข. 11 ค. 22 ง. 35
13. กรวยมีรัศมีที่ฐานและความสูงเท่ากันกับรัศมีของปากชั้นครึ่งทรงกลม ถ้ากรวยมีปริมาตร 380 ลูกบาศก์เซนติเมตร ชั้นมีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร
ก. 190 ข. 380 ค. 760 ง. 1,140
14. ไอศกรีมรูปกรวยเส้นผ่านศูนย์กลางภายในยาว 7 เซนติเมตร สูงเอียง 9.1 เซนติเมตร จูเนื่อไอศกรีมได้กี่มิลลิลิตร
ก. 107.8 ข. 116.8 ค. 323.4 ง. 431.2
15. ไวน์ขวดหนึ่งมีปริมาตร 750 ซี.ซี. รินใส่แก้วรูปกรวยกลมเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน 7 เซนติเมตร ลึก 10 เซนติเมตร เต็มแก้ว ได้ประมาณกี่แก้ว
ก. 6 ข. 7 ค. 8 ง. 9
16. นำหน่อไม้รูปทรงกรวย เส้นผ่านศูนย์กลาง 10 เซนติเมตร สูง 12 เซนติเมตร มาตัดโดยให้ให้รอยตัดเป็นระนาบที่ขนานกับฐานของหน่อไม้ ตรงกับกึ่งกลางระดับความสูงของหน่อไม้ ปริมาตรส่วนโคนของหน่อไม้มีกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร
ก. 39.3 ข. 275 ค. 314.3 ง. 353.6
17. ต้องการทาสีทรงกลม เส้นผ่านศูนย์กลาง 28 เซนติเมตร จำนวน 10 ลูก พื้นที่ที่ต้องทาสีมีกี่ตารางเมตร
ก. 2.464 ข. 246.4 ค. 2,464 ง. 24,640

18. ทรงกระบอกสูง 14 เซนติเมตร มีปริมาตร 2,156 ลูกบาศก์เซนติเมตร บรรจุทรงกลมลูกหนึ่งลงไปได้พอดี ทรงกลมนี้นี้รัศมียาวกี่เซนติเมตร
ก. 1.75 ข. 3.5 ค. 7 ง. 10.5
19. ทรงกลม A มีเส้นผ่านศูนย์กลางเป็น 2 เท่าของทรงกลม B จะมีปริมาตรเป็นกี่เท่าของทรงกลม B
ก. 2 ข. 3 ค. 6 ง. 8
20. ยุ้งข้าวทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 3 เมตร ยาว 4 เมตร สูง 1.5 เมตร เก็บข้าวเปลือกได้กี่เกวียน
ก. 9 ข. 18 ค. 90 ง. 180
21. ชาวนาคนหนึ่งทำนา 50 ไร่ ได้ผลผลิตเฉลี่ย 120 ถังต่อไร่ อยากทราบว่าเมื่อเกี่ยวข้าวทั้งหมดจะได้ข้าวเปลือกทั้งสิ้นกี่เกวียน
ก. 6 ข. 60 ค. 600 ง. 6,000

ตอนที่ 2 แสดงวิธีทำในกระดาษคำตอบ

(9 คะแนน)

- เสาคอนกรีตเป็นปริซึมหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่ายาวด้านละ 10 เซนติเมตร สูง 2 เมตร ตรงกลางกลวงหน้าตัดเป็นรูปวงกลมเส้นผ่านศูนย์กลาง 7 เซนติเมตร เนื้อคอนกรีตที่ใช้หล่อเสานี้มีปริมาตรเท่าไร
- ให้นักเรียนออกแบบถังอะลูมิเนียมทรงกระบอก ให้จุน้ำได้ 750 ลิตร โดยกำหนดรัศมีและความสูงของตัวเอง
- ในการใช้กระดาษพื้นที่ 24 ตารางเซนติเมตรห่อช็อกโกแลตที่ทำเป็นรูปทรงกลมเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 เซนติเมตร โดยใช้หมดแผ่นพอดี แสดงว่าในการห่อจะต้องเสียกระดาษให้กับส่วนที่ทับซ้อนไปเป็นพื้นที่เท่าไร

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นาย เทอดเกียรติ วงศ์สมบูรณ์
วันเดือนปีเกิด	1 สิงหาคม 2507
สถานที่เกิด	เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	171 ถนนจรัญสนิทวงศ์ แขวงบางบำหรุ เขตบางพลัด กรุงเทพมหานคร 10700
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	อาจารย์ 2 ระดับ 7
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ อำเภอบางพลี จังหวัดสมุทรปราการ
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2525	ม.ศ.5 โรงเรียนวัดมกุฏกษัตริย์
พ.ศ. 2529	ค.บ.(คณิตศาสตร์) วิทยาลัยครูสวนสุนันทา
พ.ศ. 2547	กศ.ม.(คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ