ข้อดีและข้อเสียของวิธีซิมเพลกเมื่อใช้กับข่ายงาน

ปริญญานิพนธ์
ของ
จันทร์วดี เขมะวิชานุรัตน์

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
เมษายน 2529

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำตัวนิสิตและคณะกรรมการสอบ ได้พิจารณาปริญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการที่ปรึกษา	คณะกรรมการสอบ
..........................ประธาน	..........................ประธาน
..........................กรรมการ	..........................กรรมการ
	..........................กรรมการ

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงด้วยดีโดยได้รับความกรุณาเป็นอย่างมากจาก อาจารย์ ดร.เพ็ชรรัตน์ จันทร์แสนวิไล และอาจารย์ ดร.ยศ กฤษณังกูร ผู้ให้เกียรติรับเป็นประธานและกรรมการปริญญานิพนธ์ ที่ได้กรุณาให้ข้อคิดเห็น แนะนำ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างดียิ่ง ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ในโอกาสนี้ และได้รับความกรุณาจากอาจารย์ปรีชา ล่ามช้าง ที่กรุณาสละเวลาในการเป็นกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอน้อมระลึกถึงพระคุณของบิดา มารดา และญาติพี่น้องที่ได้เมตตาเป็นกำลังใจ สนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยตลอดมา

จันทร์วดี เขมะวิชานุรัตน์

สารบัญ

บทที่ 1

บทนำ

<u>ภูมิหลัง</u>

การวิจัยดำเนินงาน (Operations Research O.R.) ถือกำเนิดขึ้นเมื่อสมัยสงครามโลกครั้งที่สอง โดยเข้ามามีบทบาทสำคัญในกิจการทหาร หลังจากความสำเร็จในการนำวิทยาการใหม่นี้มาใช้ในกิจการทหาร วงการอุตสาหกรรมและธุรกิจในโลกตะวันตกจึงเริ่มสนใจที่จะใช้การวิจัยดำเนินงานบ้าง ซึ่งทำให้การวิจัยดำเนินงานได้รับการพัฒนาไปอย่างรวดเร็วในช่วงหลังสงครามโลกครั้งที่สอง การวิจัยดำเนินงานเป็นวิชาที่นำหลักเกณฑ์จากศาสตร์สาขาต่าง ๆ มาแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน เพื่อให้การคำนวณในการดำเนินงานในกิจกรรมต่าง ๆ เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ โดยมุ่งที่จะใช้ทรัพยากรที่มีอยู่จำกัดให้เกิดประโยชน์สูงสุดนั่นเอง (สิงหา เจียมศิริ เชาวลิต เอกบุตร 2527 : 108 และสหัส พรหมสิทธิ์ 2528 : 19)

การวิจัยดำเนินงานอาจแยกตามประเภทของปัญหาเป็นประเภทดีเทอร์มินิสติก (Deterministic) และประเภทสโตแคสติก (Stochastic) ในที่นี้จะกล่าวถึงเฉพาะประเภทดีเทอร์มินิสติก ปัญหาซึ่งจัดอยู่ในประเภทของดีเทอร์มินิสติกได้แก่ โปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programming) การวิเคราะห์ข่ายงาน (Network Analysis) เป็นต้น ซึ่งจะกล่าวถึงความสำคัญตามลำดับ

โปรแกรมเชิงเส้นนำมาใช้กับการหาค่าต่ำสุดหรือสูงสุด โดยที่ตัวแปรต่าง ๆ เกี่ยวข้องกันเป็นลักษณะเชิงเส้นอันเป็นลักษณะที่เกิดขึ้นในปัญหาหลายด้าน เช่น ทางทหาร อุตสาหกรรม และอื่น ๆ การแก้ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นมีอยู่ด้วยกันหลายวิธี แต่วิธีที่นิยมใช้มี 2 วิธีคือ วิธีกราฟ (Graphical Method) และวิธีซิมเพลก (Simplex Method)

การวิเคราะห์ข่ายงานเป็นการใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กับระบบซึ่งแทนได้ด้วยรูปและแสดงเป็นข่ายงาน (Network) ปัญหาที่สามารถแก้ได้โดยอาศัยการวิเคราะห์ข่ายงานมีอยู่หลายด้าน เช่น ระบบการขนส่ง ระบบติดต่อสื่อสาร การวางแผนงาน การผลิตทางอุตสาหกรรม เป็นต้น

การแก้ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพลกจะใช้กับตัวแปรกี่ตัวก็ได้ และเป็นเทคนิคที่มีประสิทธิภาพมาก แต่ถ้าพิจารณาในกรณีที่มีตัวแปรเป็นจำนวนมาก การใช้วิธีซิมเพลกในการคิดหาคำตอบจะต้องใช้ตารางหลายตารางกว่าจะได้คำตอบ และเป็นการยุ่งยากในการคิดคำนวณ แต่เนื่องจากขบวนการเคลื่อนย้ายในข่ายงาน (Network Flow) มีลักษณะพิเศษบางอย่างซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการใช้วิธีซิมเพลกกับข่ายงานโดยไม่ต้องใช้ตาราง (Bazaraa and Jarvis. 1977:404) และโดยที่โปรแกรมเชิงเส้นและการวิเคราะห์ข่ายงานต่างก็เป็นส่วนหนึ่งของการวิจัยดำเนินงานซึ่งมีประโยชน์ในการแก้ปัญหาระบบงานต่าง ๆ อย่างกว้างขวาง ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาวิธีซิมเพลกกับข่ายงานจากตัวอย่างปัญหาและศึกษาข้อดีข้อเสียของวิธีซิมเพลกกับปัญหาข่ายงานโดยไม่ใช้ตาราง ซึ่งจะเป็นประโยชน์แก่ผู้ศึกษาและผู้เกี่ยวข้อง

ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อเปรียบเทียบข้อดีและข้อเสียของวิธีซิมเพลก เมื่อใช้ตารางและเมื่อนำไปใช้กับข่ายงานโดยดูจากตัวอย่างปัญหา

ความสำคัญของการวิจัย

1. ทำให้ทราบข้อดีและข้อเสียของวิธีซิมเพลกเมื่อใช้ตารางและเมื่อนำไปใช้กับปัญหาข่ายงาน

2. ทำให้ผู้ศึกษาและผู้เกี่ยวข้องเข้าใจเรื่องการแก้ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพลกและการวิเคราะห์ข่ายงานดีขึ้น

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ชาไมร์ กล่าวว่า วิธีซิมเพลกเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้น แต่ก็ยังมีข้อเสียอย่างมากเมื่อใช้กับปัญหาบางประเภท เขาจึงทำการศึกษาประสิทธิภาพของวิธีซิมเพลก (Sharmir. 1984 : 3051-B) แง่มุมหนึ่งของปัญหาซึ่งมีผู้พยายามค้นหาวิธีการแก้ ได้แก่ การเกิดย้อนซ้ำ (Degeneracy) ซึ่ง พาร์โตวิ อธิบายว่าการเกิดย้อนซ้ำในขั้นตอนของวิธีซิมเพลกอาจเกิดการวนไปอย่างไม่สิ้นสุด แต่ถ้าไม่เกิดการวนอาจได้คำตอบเดียวกันหลายครั้งกว่าจะได้คำตอบที่ดีที่สุด การศึกษาการเกิดย้อนซ้ำไม่ได้มีความสำคัญเพียงในการคำนวณเท่านั้น แต่ยังเป็นเรื่องสำคัญทางด้านทฤษฎีด้วย ปรากฏการณ์การเกิดย้อนซ้ำซึ่งมีผลต่อขั้นตอนของวิธีซิมเพลกในการแก้ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้น เป็นสิ่งที่พาร์โตวิทำการศึกษาในงานวิจัยดังกล่าว (Partovi. 1984 : 3915-B) อีกคนหนึ่งซึ่งศึกษาเกี่ยวกับการเกิดย้อนซ้ำคือ เอแลม เขาศึกษารูปแบบการเกิดย้อนซ้ำในปัญหาข่ายงาน ในการคำนวณเขาพบว่า เมื่อแก้ปัญหาเหล่านี้โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ซึ่งอาศัยวิธีซิมเพลกเป็นหลัก การเกิดย้อนซ้ำมีอยู่สูงถึง 90% ในข่ายงานใหญ่ ๆ และในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับข่ายงาน (Elam. 1977 : 6109-B)

กุบตา ศึกษาการใช้ขั้นตอนวิธีอย่างมีประสิทธิภาพสำหรับข่ายงานทั่วไป ซึ่งใช้ในการแก้ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นบางประเภท (Gupta. 1984 : 989-B) ริชาร์ด กล่าวว่า การสร้างรูปแบบของปัญหาการเคลื่อนย้ายในข่ายงานและการพัฒนาขั้นตอนวิธีที่มีประสิทธิภาพสำหรับแก้ปัญหาเหล่านี้เป็นเรื่องทางโปรแกรมคณิตศาสตร์ที่มีผู้วิจัยกันมาก นับตั้งแต่มีการพัฒนาวิธีซิมเพลกเป็นต้นมา เมื่อ 2 - 3 ปีที่ผ่านมา การวิจัยได้มีความก้าวหน้าขึ้นมาก ทำให้ได้ขั้นตอนวิธีใหม่ ๆ สำหรับปัญหาการเคลื่อนย้ายในข่ายงาน ขั้นตอนวิธีเหล่านี้อาศัยวิธีซิมเพลกเป็นหลักและใช้ประโยชน์จากลักษณะพิเศษ

ที่มีอยู่ในปัญหาการเคลื่อนย้ายในข่ายงาน ลักษณะพิเศษนี้ทำให้ขั้นตอนวิธีใหม่ ๆ ได้รับการพัฒนาให้มีประสิทธิภาพมากขึ้นเรื่อย ๆ (Richard. 1981 : 4169-B)

ฮัลทซ์ กล่าวว่า เทคนิคการวิจัยดำเนินงานที่มีประโยชน์และใช้กันอย่างกว้างขวาง ได้แก่ การจำลองแบบ (Simulation) และการหาค่าเหมาะที่สุด (Optimization) ปัญหาประเภทหนึ่งในโปรแกรมเชิงเส้นซึ่งได้รับความสนใจมากในระยะหลัง ๆ นี้เป็นปัญหาซึ่งแทนได้ด้วยข่ายงาน ทั้งนี้เนื่องจากปัญหาจริงหลายปัญหาสามารถสร้างเป็นรูปแบบของข่ายงานได้โดยง่าย นอกจากนี้แล้วข่ายงานยังเป็นเรื่องที่เข้าใจได้ง่าย และปัญหาข่ายงานมักจะมีเทคนิคการหาคำตอบที่เร็วและมีประสิทธิภาพ การวิจัยของเขาจึงมุ่งไปในการตรวจสอบและใช้เทคนิคที่มีประสิทธิภาพสำหรับการแก้ปัญหาข่ายงานทั่ว ๆ ไป และปัญหาซึ่งสร้างเป็นรูปแบบของข่ายงานทั่ว ๆ ไปได้ (Hultz. 1976 : 6291-B)

บทที่ 3

วิธีการและผลการวิจัย

ปัญหาที่สำคัญและมีรูปแบบเป็นโปรแกรมเชิงเส้น ได้แก่ ปัญหาการขนส่งสินค้า (Transportation Problems) และปัญหาการจัดสรรงาน (Assignment Problems) ปัญหาเหล่านี้ส่วนใหญ่จะประกอบด้วยตัวแปรตัดสิน (Decision Variables) และเงื่อนไขมากมายซึ่งต้องใช้เวลามากในการหาคำตอบเหมาะที่สุด Optimal Solution) โดยวิธีซิมเพลก แต่เนื่องจากสัมประสิทธิ์ของตัวแปรตัดสินในแต่ละเงื่อนไขจะมีลักษณะพิเศษ กล่าวคือจะมีค่าเป็นศูนย์เสียส่วนใหญ่ และมีค่าเป็นหนึ่งในส่วนที่เหลือ มีผลให้ทุ่นเวลาในการหาคำตอบเหมาะที่สุด ในที่นี้ผู้วิจัยจะศึกษาหาคำตอบเหมาะที่สุด โดยวิธีซิมเพลกสำหรับปัญหาการขนส่งสินค้า ซึ่งต้องใช้ตาราง และการหาคำตอบสำหรับปัญหาเดียวกันอีกวิธีหนึ่ง ซึ่งใช้วิธีซิมเพลกกับข่ายงานแทนการใช้ตาราง ผู้วิจัยนำวิธีการทั้งสองนี้มาเปรียบเทียบดูข้อดีและข้อเสีย ซึ่งจะได้กล่าวต่อไป

<u>สัญลักษณ์ที่ใช้ในปัญหาการขนส่งสินค้า</u>

C_{ij}	เป็นค่าใช้จ่ายต่อหน่วยสินค้าที่ส่งจากแหล่งส่งที่ i ไปยังจุดหมายปลายทางที่ j
X_{ij}	เป็นปริมาณสินค้าจากแหล่งส่งที่ i ไปยังจุดหมายปลายทางที่ j
S_i	เป็นปริมาณสินค้าที่สามารถส่งได้จากแหล่งส่งที่ i
D_j	เป็นปริมาณความต้องการสินค้าของจุดหมายปลายทางที่ j
Z	เป็นค่าใช้จ่ายทั้งหมด

U_i เป็นจำนวนที่นำไปคูณกับแถวนอน i ของตารางซิมเพลกอันแรก เพื่อนำมาปรับค่าของ Z ให้ได้ค่าที่ดีขึ้นในตารางซิมเพลกที่ได้ต่อไปจากตารางซิมเพลกอันแรก

V_j เป็นจำนวนที่นำไปคูณกับแถวนอน m+j ของตารางซิมเพลกอันแรก เพื่อนำมาปรับค่าของ Z ให้ได้ค่าที่ดีขึ้นในตารางซิมเพลกที่ได้ต่อไปจากตารางซิมเพลกอันแรก

$C_{ij}-U_i-V_j$ เป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงของ Z เมื่อ X_{ij} มีค่าเพิ่มขึ้นจากเดิมที่เป็นศูนย์

สมการเป้าหมาย Minimize $Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=m+1}^{m+n} C_{ij}X_{ij}$

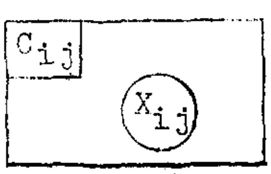
สมการเงื่อนไข $\sum_{j=m+1}^{m+n} X_{ij} = S_i \qquad i = 1,2,\ldots, m$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = D_j \qquad j = m+1, m+2, \ldots, m+n$$

$X_{ij} \geqslant 0$ สำหรับทุกค่า $i = 1,2,\ldots, m$ และ

$j = m+1, m+2, \ldots, m+n$

ในตารางการหาคำตอบเหมาะที่สุด จะใช้สัญลักษณ์ดังนี้



เป็นการบันทึกค่าของ X_{ij} ไว้ในช่องสำหรับ X_{ij} ซึ่งเป็นตัวแปรมูลฐาน (Basic Variables) และค่าในสี่เหลี่ยมมุมซ้ายมือเป็นค่าใช้จ่ายต่อหน่วยสินค้าที่ส่งจากแหล่งส่ง i ไปยังจุดหมายปลายทาง j

C_{ij}	เป็นการบันทึกค่าของ $C_{ij}-U_i-V_j$ ไว้ในช่องสำหรับ X_{ij}
$C_{ij}-U_i-V_j$	ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่เป็นมูลฐาน (Non-basic Variables)

<u>สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปของข่ายงาน</u>

C_{ij} เป็นค่าใช้จ่ายต่อหน่วยของการเคลื่อนย้ายบนกิ่ง (arc) (i,j)

X_{ij} เป็นปริมาณการเคลื่อนย้ายบนกิ่ง (i,j)

B_{ij} เป็นความจุของกิ่ง (i,j)

F_i เป็นปริมาณการเคลื่อนย้ายทั้งหมดซึ่งออกจากขั้ว (node)i หรือเข้ามาที่ขั้ว i

Z เป็นค่าใช้จ่ายทั้งหมด

ขั้ว i เป็นแหล่งส่ง ถ้า $F_i > 0$

ขั้ว i เป็นจุดหมายปลายทาง ถ้า $F_i < 0$

ขั้ว i เป็นจุดเปลี่ยนระหว่างทาง ถ้า $F_i = 0$

Y_i เป็นค่าใช้จ่ายต่อหน่วยของแหล่งส่ง i หรือจุดหมายปลายทาง i ในปัญหาคู่เสมอกัน (Dual Problems)

$C_{jk}-(Y_j-Y_k)$ เป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงของ Z เมื่อ X_{jk} มีค่าเพิ่มขึ้นจากเดิมที่เป็นศูนย์

สมการเป้าหมาย Minimize $Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} C_{ij}X_{ij}$

สมการเงื่อนไข $\sum_{j=m+1}^{m+n} X_{ij} - \sum_{j=m+1}^{m+n} X_{ji} = F_i$ สำหรับ $i = 1,2,\ldots,n$

$X_{ij} \leqslant B_{ij}$ สำหรับทุก ๆ กิ่ง (i,j)

$X_{ij} \geqslant 0$ สำหรับทุก ๆ กิ่ง (i,j)

$\sum_{j=m+1}^{m+n} X_{ij}$ แทน ผลรวมปริมาณการเคลื่อนย้ายออกจากขั้ว i

$\sum_{j=m+1}^{m+n} X_{ji}$ แทน ผลรวมปริมาณการเคลื่อนย้ายเข้าขั้ว i

วิธีซิมเพลกเมื่อใช้ตาราง

ผู้วิจัยศึกษาปัญหาการขนส่งสินค้า เพื่อหาคำตอบเหมาะที่สุดโดยใช้วิธีซิมเพลก ซึ่งต้องสร้างเป็นตารางแต่เป็นตารางที่มีขนาดเล็กกว่าการใช้วิธีซิมเพลกโดยตรง และไม่ต้องใช้ตัวแปรเทียม (Artificial Variables) นอกจากนี้แล้ว การหาคำตอบเหมาะที่สุดยังสามารถหาได้เร็วกว่าวิธีซิมเพลกที่ใช้กับปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นอื่น ๆ

1. วิธีซิมเพลกสำหรับปัญหาการขนส่งสินค้า

ขั้นตอนของวิธีซิมเพลกสำหรับปัญหาการขนส่งสินค้ามีดังนี้ (ดูรายละเอียดของ Hillier และ Lieberman)

1.1 หาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรก (Initial basic feasible solution) โดยใช้กฎมุมทิศตะวันตกเฉียงเหนือ (Northwest corner rule) หรือใช้วิธีการประมาณค่าของโวเกล (Vogel's approximation method) หรือใช้วิธีการประมาณค่าของรัซเซล (Russell's approximation method)

1.2 ตรวจสอบว่าได้คำตอบเหมาะที่สุดหรือยัง โดยการคำนวณค่า $C_{ij}-U_i-V_j$ (ค่า U_i และ V_j หาได้จากสมการ $C_{ij} = U_i + V_j$ สำหรับ X_{ij} ซึ่งเป็นตัวแปรมูลฐาน โดยให้ $U_i = 0$ ในแถวนอน i ซึ่งมีจำนวนตัวแปรมูลฐานมากที่สุด)

1.2.1 ถ้า $C_{ij}-U_i-V_j \geqslant 0$ สำหรับ X_{ij} ทุกตัว ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่เป็นมูลฐาน คำตอบที่ได้จะเป็นคำตอบเหมาะที่สุด

1.2.2 ถ้า $C_{ij}-U_i-V_j < 0$ สำหรับ X_{ij} ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่เป็นมูลฐาน แสดงว่ายังไม่ได้คำตอบเหมาะที่สุด ต้องหาคำตอบใหม่

1.3 หาคำตอบมูลฐานในข่ายอันใหม่

1.3.1 หาตัวแปรมูลฐานตัวเข้า (Entering basic variable)

ตัวแปรที่จะเข้ามาเป็นตัวแปรมูลฐานตัวใหม่ คือ ตัวแปร X_{ij} ที่มีค่า $C_{ij}-U_i-V_j$ เป็นค่าลบมากที่สุด

1.3.2 หาตัวแปรมูลฐานตัวออก (Leaving basic variable)

เนื่องจากตัวแปรมูลฐานตัวใหม่ที่เข้ามาเป็นตัวแปรซึ่งจะมีค่าเพิ่มขึ้นจากค่าเดิมที่เป็นศูนย์อยู่ จึงจำเป็นต้องเปลี่ยนค่าของตัวแปรมูลฐานเดิม เพื่อให้เป็นไปตามเงื่อนไขของปริมาณความต้องการและปริมาณการส่งที่มีอยู่ การเปลี่ยนค่าของตัวแปรเหล่านี้จะเกิดเป็นปฏิกิริยาลูกโซ่ต่อ ๆ กันไป ตัวแปรมูลฐานเดิมที่มีค่าเปลี่ยนเป็นศูนย์เป็นตัวแรกจะเป็นตัวแปรมูลฐานที่จะออกไปเป็นตัวแปรที่ไม่เป็นมูลฐาน (ถ้ามีตัวแปรมูลฐานตัวออกมากกว่า 1 ตัว ให้เลือกตัวใดตัวหนึ่งเพียงตัวเดียว)

1.3.3 ค่าของตัวแปรมูลฐานตัวเข้าจะเท่ากับค่าน้อยที่สุดของตัวแปรมูลฐานเดิม ซึ่งจะมีค่าลดลงภายในปฏิกิริยาลูกโซ่ ปฏิกิริยาลูกโซ่จะเริ่มจากตัวแปรมูลฐานตัวเข้ามีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ต้องลดค่าของตัวแปรมูลฐานเดิมซึ่งอยู่ในแถวนอนหรือตั้งเดียวกับตัวแปรมูลฐานตัวเข้า ส่งผลให้ต้องเพิ่มค่าตัวแปรมูลฐานอื่นซึ่งอยู่ในแถวนอนหรือตั้งเดียวกัน การลดและเพิ่มค่าตัวแปรสลับกันไปเช่นนี้ จะเกิดติดต่อกันไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งกลับมาที่ตัวแปรมูลฐานตัวเข้าเป็นอันครบวง ตัวแปรมูลฐานเดิมที่จะมีค่าเป็นศูนย์ หลังปฏิกิริยาลูกโซ่ และเป็นตัวแปรมูลฐานตัวออก ได้แก่ ตัวแปรที่มีค่าน้อยที่สุดในบรรดาตัวแปรมูลฐานในปฏิกิริยาลูกโซ่ที่ต้องมีค่าลดลง ค่าของตัวแปรมูลฐาน

ชุดใหม่จะเปลี่ยนไป แต่เฉพาะตัวแปรมูลฐานที่อยู่ในปฏิกิริยาลูกโซ่เท่านั้น โดยที่ตัวแปรที่มีค่าลดลงจะมีค่าลดลงเท่ากับค่าของตัวแปรมูลฐานตัวออก และตัวแปรที่มีค่าเพิ่มขึ้นจะมีค่าเพิ่มขึ้นเท่ากับค่าของตัวแปรมูลฐานตัวออกเช่นเดียวกัน

1.4 กระทำซ้ำขั้นที่ 1.2 และ 1.3 ไปจนกว่า $C_{ij}-U_i-V_j \geqslant 0$ สำหรับ X_{ij} ทุกตัวที่เป็นตัวแปรที่ไม่เป็นมูลฐาน

ตอนต่อไป ผู้วิจัยขอกล่าวถึงการหาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรก ซึ่งอาจใช้วิธีการประมาณค่าของโวเกล, รัซเซล และกฎมุมตะวันตกเฉียงเหนือ ถ้าเปรียบเทียบวิธีการทั้งสาม จะเห็นว่ากฎมุมตะวันตกเฉียงเหนือเป็นสิ่งที่ทำได้ง่ายและเร็ว แต่เนื่องจากในการเลือกตัวแปรตามกฎนี้ไม่ได้คำนึงถึงค่าใช้จ่าย C_{ij} ตัวแปรมูลฐานชุดแรกที่ได้จะเป็นค่าที่ต่างจากคำตอบเหมาะที่สุดอยู่มาก ทำให้ต้องเสียเวลากว่าจะได้คำตอบเหมาะที่สุด สำหรับวิธีการประมาณค่าของโวเกลและรัซเซล มุ่งที่จะให้ได้คำตอบที่ไม่ต่างจากคำตอบเหมาะที่สุดมากนัก โดยคำนึงถึงค่าใช้จ่าย C_{ij} ที่น้อยที่สุดก่อน วิธีการของรัซเซลเป็นวิธีการที่ใหม่กว่าของโวเกล แต่ก็ยังไม่อาจสรุปได้ว่าวิธีใดในสองวิธีนี้ใช้ได้ดีกว่ากัน ในที่นี้ผู้วิจัยเลือกใช้วิธีการประมาณค่าของโวเกล

2. <u>วิธีการประมาณค่าของโวเกล</u>

2.1 ในแต่ละแถวนอนและแต่ละแถวตั้ง ให้คำนวณผลต่างระหว่างค่า C_{ij} ที่มีค่าน้อยที่สุดในแถวนั้น และค่า C_{ij} ที่มีค่าใกล้เคียงกับค่านั้นที่สุด

2.2 จากข้อ 2.1 เลือกแถวนอนหรือแถวตั้งที่มีค่าผลต่างมากที่สุด และเลือกตัวแปรในแถวนั้นที่มีค่า C_{ij} น้อยที่สุด เป็นตัวแปรมูลฐาน ค่าของตัวแปรมูลฐานนี้เท่ากับค่าของปริมาณการส่งหรือปริมาณความต้องการที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรนี้แล้วแต่ว่าค่าใดจะน้อยกว่าและแถวที่ไม่มีปริมาณการส่งหรือปริมาณความต้องการเหลืออยู่ให้ตัดทิ้งไป ไม่ต้องนำมาพิจารณาต่อไปอีก

2.3 กระทำชั้น 2.1 และ 2.2 ไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะได้ตัวแปรมูลฐานครบ

ต่อไปเป็นตัวอย่างการหาคำตอบเหมาะที่สุดสำหรับปัญหาการขนส่งสินค้าตามวิธีซิมเพลกเมื่อใช้ตาราง

<u>ตัวอย่าง 1</u> พิจารณาปัญหาการขนส่งสินค้า ซึ่งมีตารางค่าใช้จ่าย ดังนี้

		จุดหมายปลายทาง 3	4	ปริมาณการส่ง
แหล่งส่ง	1	30	20	10
	2	40	25	20
ปริมาณความต้องการ		15	15	

จากปัญหาการขนส่งสินค้าดังตารางข้างบนนำมาหาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรก จะได้ดังตารางต่อไปนี้

		จุดหมายปลายทาง 3	4	ปริมาณการส่ง	ผลต่างตามแนวนอน
แหล่งส่ง	1	30	20	10	10
	2	40	25	20	15
ปริมาณความต้องการ		15	15		
ผลต่างตามแนวตั้ง		10	5		

เลือก $X_{24} = 15$ ตัดแถวตั้ง 4

		จุดหมายปลายทาง 3	ปริมาณการส่ง
แหล่งส่ง	1	30	10
	2	40	5
ปริมาณความต้องการ		15	

เลือก $X_{13} = 10$ และ $X_{23} = 5$

จะได้คำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกคือ $X_{24} = 15$, $X_{13} = 10$ และ $X_{23} = 5$

เมื่อได้คำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกนำมาหาคำตอบเหมาะที่สุดดังต่อไปนี้

		จุดหมายปลายทาง 3	4	ปริมาณการส่ง	U_i
แหล่งส่ง	1	30 10	20 +5	10	-10
	2	40 5	25 15	20	0
ปริมาณความต้องการ		15	15		
V_j		40	25		

จากตารางสุดท้ายนี้ จะเห็นว่าแถวนอนที่ 2 มีตัวแปรมูลฐานมากที่สุด จึงกำหนดให้ $U_2 = 0$ แล้วคำนวณ U_i และ V_j อื่น ๆ จาก $C_{ij} = U_i+V_j$ สำหรับ X_{ij} ที่เป็นตัวแปรมูลฐาน เช่น จาก $C_{23} = U_2+V_3$ จะได้ $V_3 = 40$ ในทำนองเดียวกันจะได้ $V_4 = 25$ และ $U_1 = -10$ แล้วคำนวณค่า $C_{ij}-U_i-V_j$ สำหรับตัวแปรที่ไม่เป็นมูลฐานในที่นี้ได้ $C_{ij}-U_i-V_j \geq 0$ สำหรับ X_{ij} ทุกตัว ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่เป็นมูลฐาน จึงได้คำตอบเหมาะที่สุดคือ $X^*_{13} = 10$, $X^*_{23} = 5$, $X^*_{24} = 15$ และ $X^*_{14} = 0$

$$\begin{aligned} \text{Minimum} \quad Z^* &= 30(10) + 20(0) + 40(5) + 25(15) \\ &= 875 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดสำหรับปัญหานี้คือ 875

<u>หมายเหตุ</u> สมการเป้าหมาย $Z = 30X_{13} + 20X_{14} + 40X_{23} + 25X_{24}$

สมการเงื่อนไข

$$X_{13} + X_{14} = 10$$

$$X_{23} + X_{24} = 20$$

$$X_{13} + X_{23} = 15$$

$$X_{14} + X_{24} = 15$$

$$X_{ij} \geq 0 \quad i=1,2;\ j=3,4$$

<u>วิธีซิมเพลกเมื่อไม่ใช้ตาราง</u>

ผู้วิจัยศึกษาการหาคำตอบเหมาะที่สุดสำหรับปัญหาการขนส่งสินค้า โดยวิธีซิมเพลกเมื่อไม่ใช้ตาราง วิธีการนี้จะเปลี่ยนปัญหาการขนส่งสินค้าให้อยู่ในรูปข่ายงาน แล้วใช้วิธีซิมเพลกกับข่ายงานนั้น

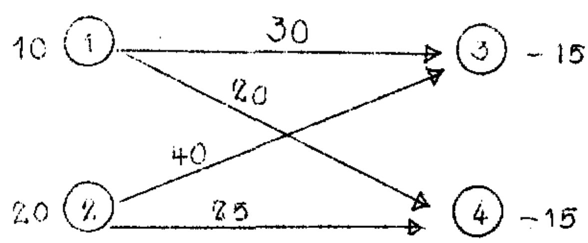
<u>ขั้นตอนการเปลี่ยนปัญหาการขนส่งสินค้าให้อยู่ในรูปข่ายงาน</u>

1. แต่ละสมการเงื่อนไขของปริมาณความต้องการจะต้องคูณด้วย -1 จากตัวอย่าง 1 จะได้ $-X_{13}-X_{23} = -15$ และ $-X_{14}-X_{24} = -15$

2. ถ้าแหล่งส่งมี m แหล่ง และจุดหมายปลายทาง n จุดหมายเมื่อเปลี่ยนเป็นข่ายงานจะได้แหล่งส่ง m ชั้ว และจุดหมายปลายทาง n ชั้ว

3. ค่าใช้จ่ายต่อหน่วยยังคงใช้ค่าเดิมในตารางค่าใช้จ่ายของปัญหาการขนส่งสินค้าและปริมาณการส่งใช้ค่าเดิม แต่ปริมาณความต้องการใช้ตามข้อ 1

<u>ตัวอย่าง 1</u> เมื่อเปลี่ยนให้อยู่ในรูปข่ายงานได้ดังนี้



รูปภาพ 1.1

ตัวเลขที่ปรากฏบนกิ่ง (i, j) คือ C_{ij}

ตัวเลขที่ปรากฏตามชั้ว i คือค่า F_i

1. <u>วิธีซิมเพลกสำหรับปัญหาการขนส่งสินค้า ซึ่งเปลี่ยนให้อยู่ในรูปข่ายงาน</u>

<u>ขั้นตอนวิธีซิมเพลกเมื่อใช้กับข่ายงาน</u> มีวิธีการดังนี้ (ดูรายละเอียดของ Bazaraa และ Jarvis)

1. หาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรก โดยใช้ Big-M Method หรือ Phase I ของ Two-phase method ในที่นี้จะใช้ Phase I

2. ตรวจสอบว่าได้คำตอบเหมาะที่สุดหรือยัง จากค่า $C_{jk}-(Y_j-Y_k)$ ซึ่งหาได้โดยกำหนดตัวแปร $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ สำหรับแต่ละขั้ว i และให้ค่าเริ่มต้น $Y_n = 0$ สำหรับ Y_i ที่เหลือจะหาได้จาก $C_{ij} = Y_i - Y_j$ เมื่อ X_{ij} เป็นตัวแปรมูลฐาน ค่า Y_i ที่ได้เหล่านี้จะใช้ในการหา $C_{jk} - (Y_j - Y_k)$ สำหรับ X_{jk} ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่เป็นมูลฐานแต่ละตัว

2.1 ถ้า $C_{jk} - (Y_j - Y_k) \geq 0$ สำหรับ X_{jk} ทุกตัว ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่เป็นมูลฐาน คำตอบที่ได้จะเป็นคำตอบเหมาะที่สุด

2.2 ถ้า $C_{jk} - (Y_j - Y_k) < 0$ สำหรับ X_{jk} ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่เป็นมูลฐาน แสดงว่ายังไม่ได้คำตอบเหมาะที่สุด ต้องหาคำตอบใหม่

3. หาคำตอบมูลฐานในข่ายอันใหม่

ทำเองเดียวกันกับข้อ 1.3 ในหัวข้อวิธีซิมเพลกสำหรับปัญหาการขนส่งสินค้า

4. กระทำซ้ำขั้นที่ 2 และ 3 ไปจนกระทั่ง $C_{jk} - (Y_j - Y_k) \geq 0$ สำหรับ X_{jk} ทุกตัว ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่เป็นมูลฐาน คำตอบที่ได้จะเป็นคำตอบเหมาะที่สุด

2. <u>การหาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรก</u>

<u>ขั้นตอนการหาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกสำหรับปัญหาการขนส่งสินค้า โดยใช้ Phase I</u> มีวิธีการหาดังนี้

1. เพิ่มขั้วเทียม (Artificial node) เข้าไปในข่ายงานเป็นขั้วที่ $n + 1$ และกำหนดให้ $F_{n+1} = 0$

2. สร้างกิ่งขึ้นใหม่ n กิ่ง กิ่งเหล่านี้จะเชื่อมแต่ละขั้วกับขั้วเทียม

2.1 ถ้า $C_{ij} \geqslant 0$ กิ่งที่เกิดขึ้นจะมีทิศทางจากขั้ว i ไปยังขั้ว $n + 1$

2.2 ถ้า $C_{ij} < 0$ กิ่งที่เกิดขึ้นจะมีทิศทางจากขั้ว $n+1$ ไปยังขั้ว i

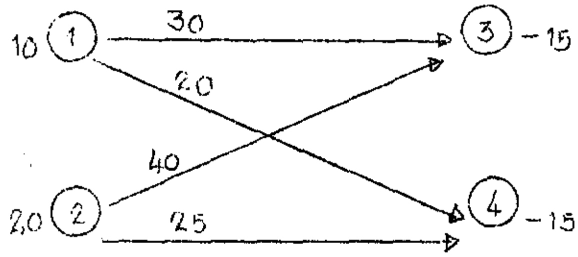
3. กิ่งใหม่ที่สร้างขึ้นนี้จะเรียกว่ากิ่งเทียม (Artificial arcs) ซึ่งใช้เป็นตัวแปรเทียม เพื่อหาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรก

4. เริ่มต้นจากตัวแปรมูลฐาน $X_{i,n+1} = F_i$, $X_{n+1,i} = -F_i$ โดย $C_{n+1,i} = 1$, $C_{i,n+1} = 1$ และ $C_{ij} = 0$ ทำข้อ 2 และ 3 ในหัวข้อวิธีซิมเพลก สำหรับปัญหาการขนส่งสินค้าซึ่งเปลี่ยนให้อยู่ในรูปข่ายงานไปจนกระทั่งขจัดกิ่งเทียมและขั้วเทียมออกไปหมด

5. จากข้อ 4 จะได้คำตอบมูลฐานในข่ายอันแรก เพื่อใช้ในการหาคำตอบเหมาะที่สุด

ตัวอย่างต่อไปนี้เป็นการหาคำตอบเหมาะที่สุดตามวิธีการในหัวข้อวิธีซิมเพลกเมื่อไม่ใช้ตาราง

<u>ตัวอย่าง 2</u> พิจารณาปัญหาการขนส่งสินค้าในตัวอย่าง 1 เมื่อเปลี่ยนให้อยู่ในรูปข่ายงาน



รูปภาพ 1.1

สมการเป้าหมาย Minimize $Z = 30X_{13}+20X_{14}+40X_{23}+25X_{24}$

สมการเงื่อนไข $X_{13}+X_{14} = 10$

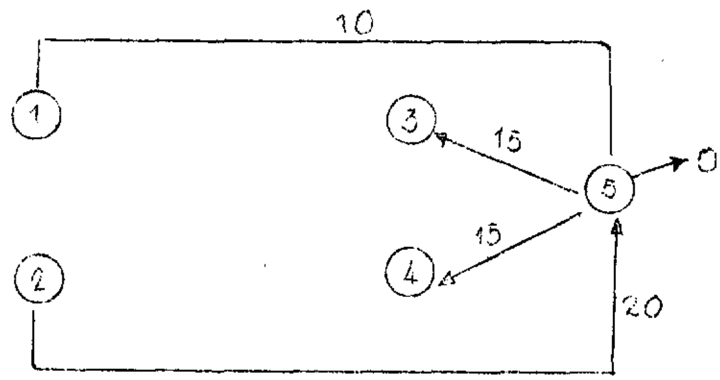
$X_{23}+X_{24} = 20$

$-X_{13}-X_{13} = -15$

$-X_{14}-X_{24} = -15$

$X_{13}, X_{14}, X_{23}, X_{24} \geqslant 0$

หาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรก โดยเพิ่มขั้วเทียม (ขั้วที่ 5) และให้ $F_5 = 0$ สร้างกิ่งขึ้นใหม่ 4 กิ่งคือกิ่ง (1, 5), กิ่ง (2, 5), กิ่ง (5,3) และกิ่ง (5, 4) ค่าตัวแปรเทียมที่ได้คือ $X_{15} = 10$, $X_{25} = 20$, $X_{53} = 15$ และ $X_{54} = 15$ ดังภาพ 1.2



รูปภาพ 1.2

ให้ $Y_5 = 0$

$C_{15} = Y_1 - Y_5 \longrightarrow 1 = Y_1 - 0 \longrightarrow Y_1 = 1$

$C_{25} = Y_2 - Y_5 \longrightarrow 1 = Y_2 - 0 \longrightarrow Y_2 = 1$

$C_{53} = Y_5 - Y_3 \longrightarrow 1 = 0 - Y_3 \longrightarrow Y_3 = -1$

$C_{54} = Y_5 - Y_4 \longrightarrow 1 = 0 - Y_4 \longrightarrow Y_4 = -1$

คำนวณค่า $C_{jk} - Z_{jk}$ สำหรับตัวแปรที่ไม่เป็นมูลฐาน

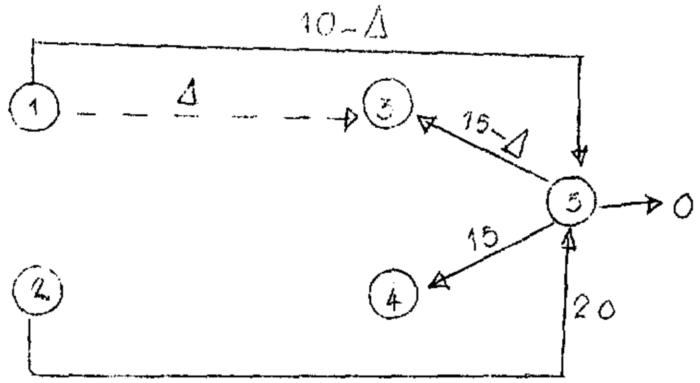
$C_{13} - Z_{13} = C_{13} - Y_1 + Y_3 = 0 - 1 - 1 = -2$

$C_{14} - Z_{14} = C_{14} - Y_1 + Y_4 = 0 - 1 - 1 = -2$

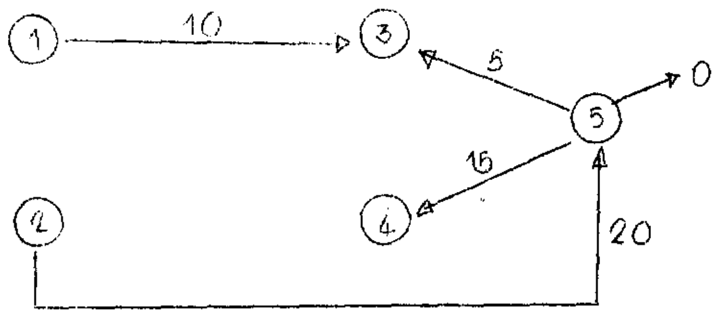
$C_{23} - Z_{23} = C_{23} - Y_2 + Y_3 = 0 - 1 - 1 = -2$

$C_{24} - Z_{24} = C_{24} - Y_2 + Y_4 = 0 - 1 - 1 = -2$

ตัวแปรที่จะเข้ามาเป็นตัวแปรมูลฐานมีถึง 4 ตัว จะต้องเลือกเพียงตัวใดตัวหนึ่ง ในที่นี้เลือก X_{13} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า ดังภาพ 1.3



รูปภาพ 1.3



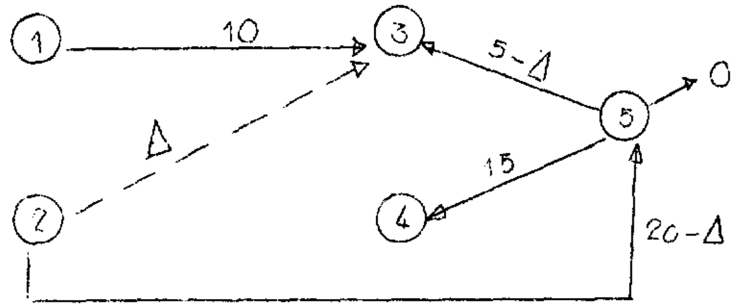
รูปภาพ 1.4

(Δ = min {ค่าของตัวแปรมูลฐานที่อยู่ภายในปฏิกิริยาลูกโซ่ที่จะมีค่าลดลง})

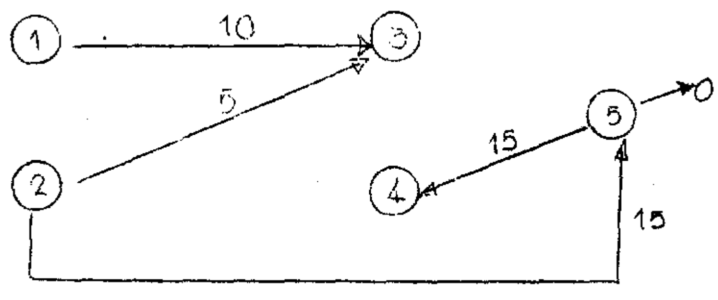
จากรูปภาพ 1.3 จะเกิดปฏิกิริยาลูกโซ่ โดย X_{13} เป็นตัวแปรที่จะเพิ่มค่าจากเดิมที่เป็น 0 ตัวแปรที่จะมีค่าลดลงมี 2 ตัว คือ X_{15} และ X_{53}

$\therefore \Delta = \min \{10, 15\} = 10$ หลังปฏิกิริยาลูกโซ่ $X_{13} = 10$, $X_{53} = 5$ และ X_{15} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวออก ดังรูปภาพ 1.4

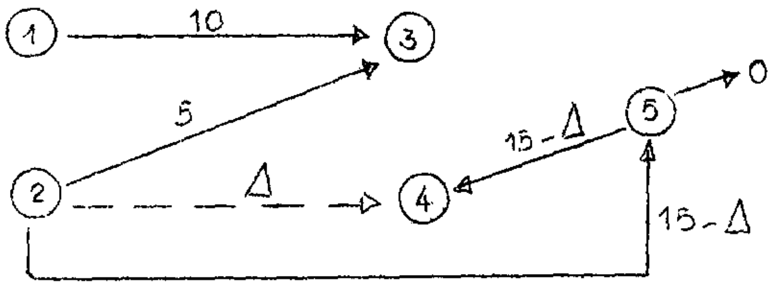
เมื่อทำตามข้อ 2 และ 3 ในหัวข้อวิธีซิมเพลกสำหรับปัญหาการขนส่งสินค้าซึ่งเปลี่ยนให้อยู่ในรูปข่ายงานไปเรื่อย ๆ จะได้ค่าตอบมูลฐานในข่ายอันแรกคือ $X_{13} = 10$, $X_{24} = 5$, $X_{14} = 15$ และ $X_{14} = 0$ ดังแสดงไว้ตามลำดับในรูปภาพ 1.5, 1.6, 1.7 และ 1.8



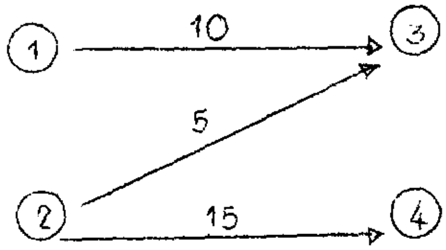
รูปภาพ 1.5



รูปภาพ 1.6



รูปภาพ 1.7



รูปภาพ 1.8

ต่อไปหาคำตอบเหมาะที่สุด

ให้ $Y_4 = 0$

$C_{24} = Y_2 - Y_4 \longrightarrow 25 = Y_2 - 0 \longrightarrow Y_2 = 25$

$C_{23} = Y_2 - Y_3 \longrightarrow 40 = 25 - Y_3 \longrightarrow Y_3 = -15$

$C_{13} = Y_1 - Y_3 \longrightarrow 30 = Y_1 - (-15) \longrightarrow Y_1 = 15$

คำนวณค่า $C_{jk} - (Y_j - Y_k)$ สำหรับตัวแปรที่ไม่เป็นมูลฐาน

$C_{14} - Y_1 + Y_4 = 20 - 15 + 0 = 5 > 0$

จึงได้คำตอบเหมาะที่สุดคือ

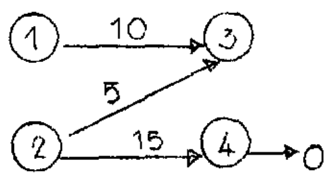
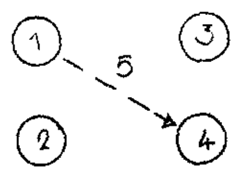
$X^*_{13} = 10$, $X^*_{23} = 5$, $X^*_{24} = 15$ $X^*_{14} = 0$

โดยมี Minimum $Z^* = 30(10)+40(5)+25(15)+20(0)$

$= 875$

ดังนั้น ค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดสำหรับปัญหานี้คือ 875

รูปภาพ 1.9 เป็นข่ายงานแสดงค่าที่เกี่ยวข้องในการหาคำตอบเหมาะที่สุด โดยเริ่มจากคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกที่ได้ในตอนต้น

Iteration	Primal Solution	$C_{jk}-(Y_j - Y_k)$	Pivot
			Optimal

$X^*_{13} = 10$, $X^*_{23} = 5$, $X^*_{24} = 15$, $X^*_{14} = 0$ และ $Z^* = 875$

รูปภาพ 1.9

<u>เปรียบเทียบวิธีซิมเพลกเมื่อใช้ตารางกับไม่ใช้ตาราง</u>

นอกจากตัวอย่างปัญหาข้างต้น ผู้วิจัยได้แก้ปัญหาการขนส่งสินค้าโดยวิธีซิมเพลกเมื่อใช้ตารางและไม่ใช้ตารางกับตัวอย่างปัญหาอื่น ๆ ดังต่อไปนี้

<u>ตัวอย่าง 3</u> พิจารณาปัญหาการขนส่งสินค้าตามตารางค่าใช้จ่ายต่อไปนี้

		จุดหมายปลายทาง 3	4	5	ปริมาณการส่ง
แหล่งส่ง	1	10	11	20	20
	2	6	9	8	20
ปริมาณความต้องการ		15	15	10	

จากปัญหาการขนส่งสินค้าดังตารางข้างบนนำมาหาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรก จะได้ดังตารางต่อไปนี้

		จุดหมายปลายทาง 3	4	5	ปริมาณการส่ง	ผลต่างตามแนวนอน
แหล่งส่ง	1	10	11	20	20	1
	2	6	9	$\boxed{8}$	20	2
ปริมาณความต้องการ		15	15	10		
ผลต่างตามแนวตั้ง		4	2	12		

เลือก $X_{25} = 10$ ตัดแถวนอน 2

		จุดหมายปลายทาง 3	4	ปริมาณการส่ง	ผลต่างตามแนวนอน
แหล่งส่ง	1	10	11	20	1
	2	$\boxed{6}$	9	10	3
ปริมาณความต้องการ		15	15		
ผลต่างตามแนวตั้ง		4	2		

เลือก $X_{23} = 10$ ตัดแถวนอน 2

	จุดหมายปลายทาง 3	4	ปริมาณการส่ง
1	10	11	20
ปริมาณความต้องการ	5	15	

เลือก $X_{13} = 5$ และ $X_{14} = 15$

จะได้คำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกคือ $X_{25} = 10$, $X_{23} = 10$, $X_{13} = 5$ และ $X_{14} = 15$

เมื่อได้คำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกนำมาหาคำตอบเหมาะที่สุดดังต่อไปนี้

		จุดหมายปลายทาง 3	4	5	ปริมาณการส่ง	U_i
แหล่งส่ง	1	$\boxed{10}$ 5	$\boxed{11}$ 15	$\boxed{20}$ +8	20	0
	2	$\boxed{6}$ 10	$\boxed{9}$ +2	$\boxed{8}$ 10	20	-4
ปริมาณความต้องการ		15	15	10		
V_j		10	11	12		

เนื่องจาก $C_{ij} - U_i - V_j \geq 0$ สำหรับ X_{ij} ทุกตัว ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่เป็นมูลฐาน จากค่า U_i, V_j ที่ได้จึงได้คำตอบเหมาะที่สุดคือ

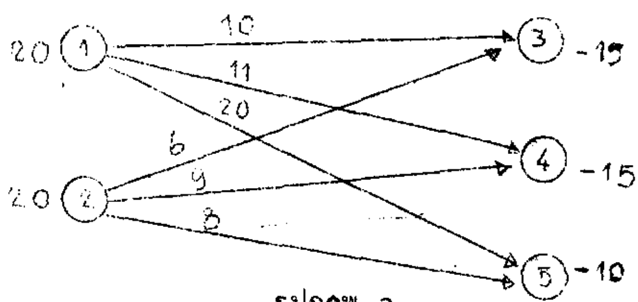
$X^*_{13} = 5, X^*_{14} = 15,\ X^*_{23} = 10,\ X^*_{25} = 10,\ X^*_{15} = 0$ และ $X^*_{24} = 0$

โดยมี Minimun $Z^* = 10(5) + 11(15) + 6(10) + 8(10)$

$= 355$

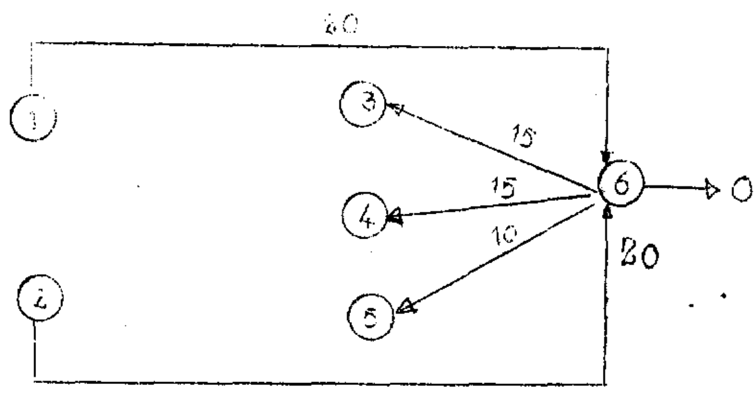
ดังนั้น ค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดสำหรับปัญหานี้คือ 355

<u>ตัวอย่าง 4</u> พิจารณาปัญหาการขนส่งสินค้าในตัวอย่าง 3 เมื่อเปลี่ยนให้อยู่ในรูปข่ายงาน



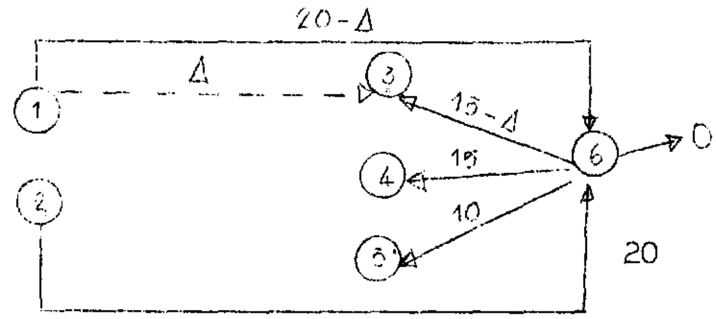
รูปภาพ 2

จากปัญหาการขนส่งสินค้าในตัวอย่าง 3 เมื่อเปลี่ยนให้อยู่ในรูปข่ายงานแล้ว นำมาหาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกดังต่อไปนี้

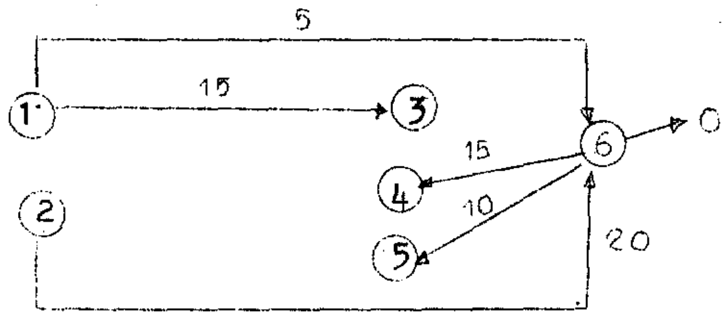


รูปภาพ 2.1

เลือก X_{13} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้าเพราะ $C_{13} - Z_{13} = -2 < 0$

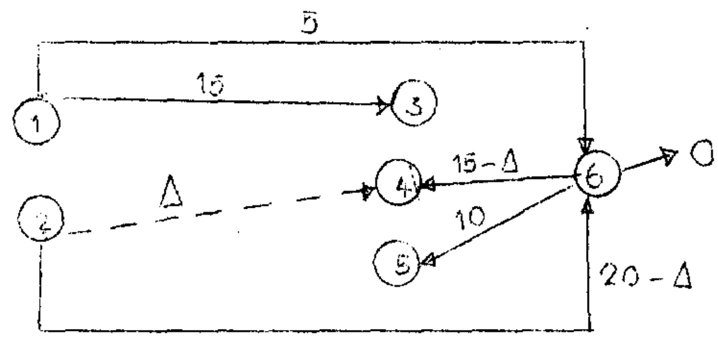


รูปภาพ 2.2

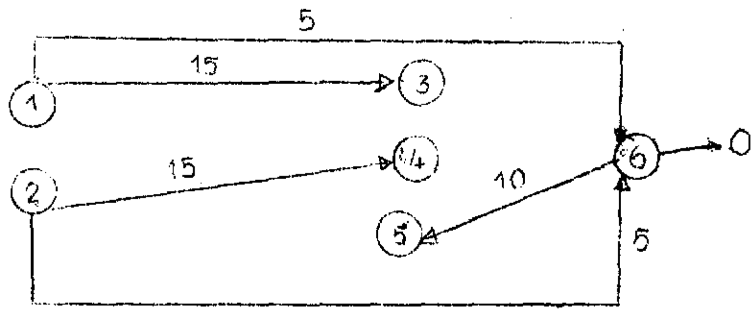


รูปภาพ 2.3

เลือก X_{24} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้าเนื่องจาก $C_{24} - Z_{24} = -2 < 0$

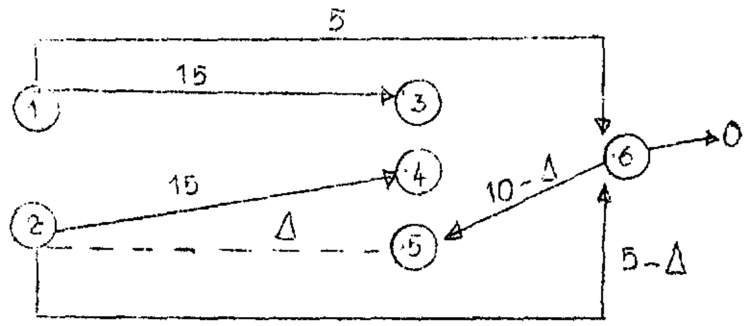


รูปภาพ 2.4

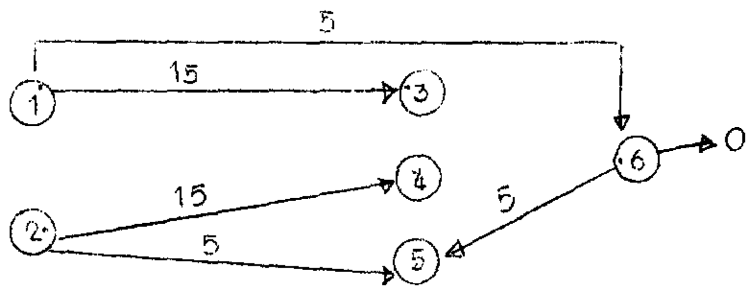


รูปภาพ 2.5

เลือก x_{25} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้าจาก $c_{25} - z_{25} = -2 < 0$

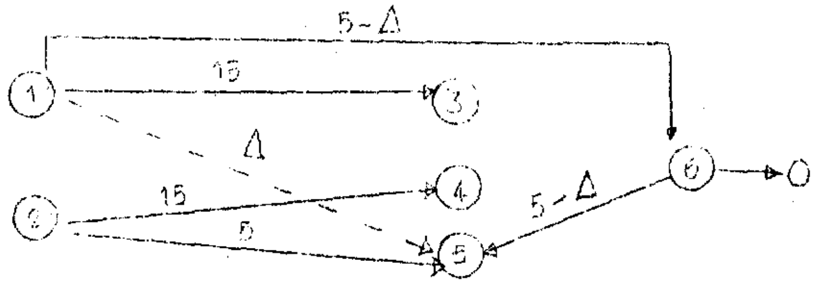


รูปภาพ 2.6

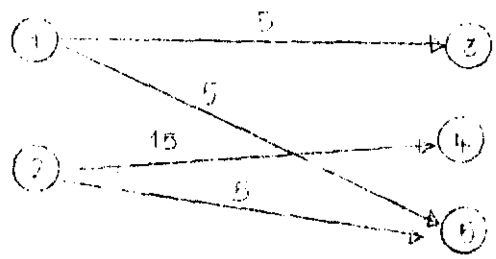


รูปภาพ 2.7

เลือก X_{15} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้าจาก $c_{15} - z_{15} = -2 < 0$

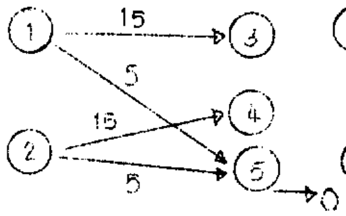
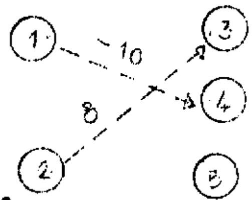
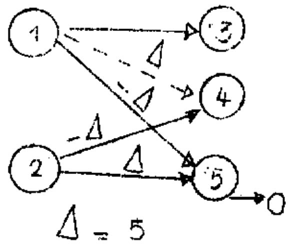
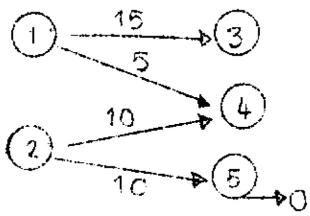
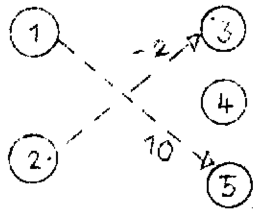
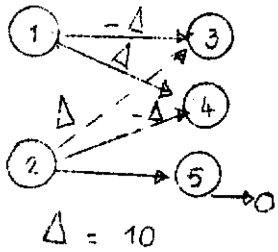
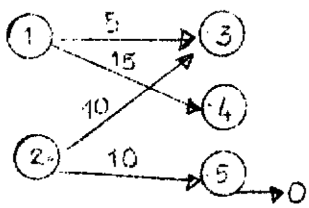
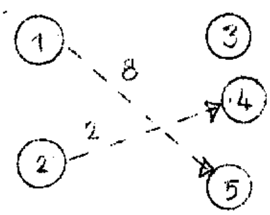


รูปภาพ 2.8



รูปภาพ 2.9

จึงได้คำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกคือ $X_{13} = 5$, $X_{15} = 5$, $X_{24} = 15$ และ $X_{25} = 5$ ซึ่งจะใช้ในการหาคำตอบเหมาะที่สุด ดังรายละเอียดตามรูปภาพ 3

Iteration	Primal Solution	Cjk-(Yj-Yk)	Pivot
1			
2			
3			Optimal

รูปภาพ 3

คำตอบเหมาะที่สุดคือ $X^*_{13} = 5$, $X^*_{14} = 15$, $X^*_{23}=10$, $X^*_{25}=10$, $X^*_{15}=0$ และ $X^*_{24} = 0$ โดยมี Minimum $Z^* = 355$

ดังนั้นค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดสำหรับปัญหานี้คือ 355

จากตัวอย่าง 3 และ 4 ซึ่งเป็นการหาคำตอบเหมาะที่สุด สำหรับปัญหาการขนส่งสินค้าปัญหาเดียวกันโดยวิธีซิมเพลกแบบใช้ตาราง (ตัวอย่าง 3) และแบบไม่ใช้ตาราง (ตัวอย่าง 4) จะเห็นว่า

1. ตัวอย่าง 4 ซึ่งเป็นวิธีซิมเพลกที่ไม่ใช้ตาราง เป็นการแก้ปัญหาที่น่าสนใจมากกว่า เนื่องจากสามารถแสดงด้วยรูปภาพที่เป็นข่ายงานต่าง ๆ ไม่ใช่มีแต่ตัวเลขทั้งหมด

2. การคำนวณต่าง ๆ ในตัวอย่าง 4 ทำได้ง่ายกว่า เช่น ในการหาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรก (ดูรูปภาพ 2.1) เมื่อ $y_6 = 0$ แล้วค่า y_i, y_j อื่น ๆ สำหรับ X_{ij} ที่เป็นตัวแปรมูลฐานจะหาได้ โดยการดูทิศทางของกิ่งที่เชื่อมขั้ว i กับขั้ว 6 กล่าวคือ ถ้าทิศทางของกิ่งอยู่ในทิศที่ออกจากขั้ว i ค่า y_i จะมีค่าเป็น 1 แต่ถ้าอยู่ในทิศที่เข้ามาขั้ว i ค่า y_i จะมีค่าเป็น -1 นอกจากนี้แล้วในการคำนวณค่า $c_{ij}-y_i+y_j$ สำหรับตัวแปร X_{ij} ที่ไม่เป็นมูลฐาน เพื่อหาตัวแปรมูลฐานตัวเข้า ค่าลบมากที่สุดที่เป็นไปได้คือ -2 เนื่องจาก $c_{ij} = 0$ สำหรับตัวแปร X_{ij} ที่ไม่เป็นมูลฐาน ดังนั้นตัวแปร X_{ij} ตัวใดที่มี $c_{ij} - y_i + y_j = -2$ ก็สามารถเป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้าได้เท่าเทียมกันหมด จึงเลือกตัวแปรใดเข้าก่อนก็ได้

<u>ตัวอย่าง 5</u> พิจารณาปัญหาการขนส่งสินค้า ซึ่งมีตารางค่าใช้จ่ายดังนี้

		จุดหมายปลายทาง				ปริมาณการส่ง
		4	5	6	7	
แหล่งส่ง	1	3	7	6	4	5
	2	2	4	3	2	2
	3	4	3	8	5	3
ปริมาณความต้องการ		3	3	2	2	

จากปัญหาการขนส่งสินค้าดังตารางข้างบนนำมาหาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรก จะได้ดังตารางต่อไปนี้

		จุดหมายปลายทาง				ปริมาณการส่ง	ผลต่างตามแนวนอน
		4	5	6	7		
แหล่งส่ง	1	3	7	6	4	5	1
	2	2	4	$\boxed{3}$	2	2	0
	3	4	3	8	5	3	1
ปริมาณความต้องการ		3	3	2	2		
ผลต่างตามแนวตั้ง		1	1	3	2		

		จุดหมายปลายทาง				ปริมาณ การส่ง	ผลต่างตาม แนวนอน
		4	5	6	7		
แหล่งส่ง	1	3	7	6	4	5	1
	3	4	$\boxed{3}$	8	5	3	1
ปริมาณความต้องการ		3	3	0	2		
ผลต่างตามแนวตั้ง		1	4	2	1		

		จุดหมายปลายทาง				ปริมาณ การส่ง
		4	5	6	7	
แหล่งส่ง	1	3	7	6	4	5
ปริมาณความต้องการ		3	0	0	2	

คำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกที่ได้คือ $X_{26} = 2$, $X_{35} = 3$, $X_{14}=3$, $X_{15}=0$ $X_{16} = 0$ และ $X_{17} = 2$

เมื่อได้คำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกนำมาหาคำตอบเหมาะที่สุดดังต่อไปนี้

	จุดหมายปลายทาง 4	5	6	7	ปริมาณการส่ง	U_i
1	3 3	7 0	6 0	4 2	5	0
2	2 +2	4 +0	3 2	2 +1	2	−3
3	4 +5	3 3	8 −6	5 +5	3	−4
ปริมาณความต้องการ	3	3	2	2		
V_j	3	7	6	4		

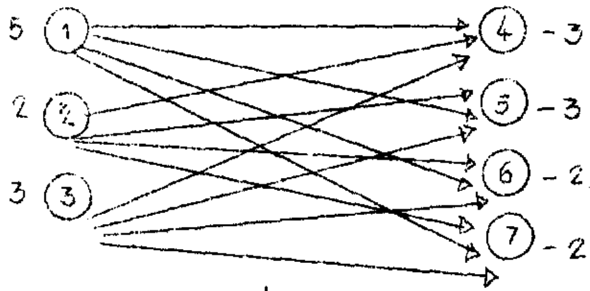
เนื่องจาก $C_{ij} - U_i - V_j \geq 0$ สำหรับ X_{ij} ทุกตัว ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่เป็นมูลฐาน จากค่า U_i, V_j ที่ได้จึงได้ค่าตอบเหมาะที่สุดคือ $X^*_{14} = 3$, $X^*_{15} = 0$ $X^*_{16} = 0$, $X^*_{17} = 2$, $X^*_{26} = 2$, $X^*_{35} = 3$ และ X^*_{ij} ที่เหลือมีค่าเป็นศูนย์

โดยมี Minimum $Z^* = 3(3)+7(0)+6(0)+4(2)+3(2)+3(3)$

$= 32$

ดังนั้นเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดสำหรับปัญหานี้คือ 32

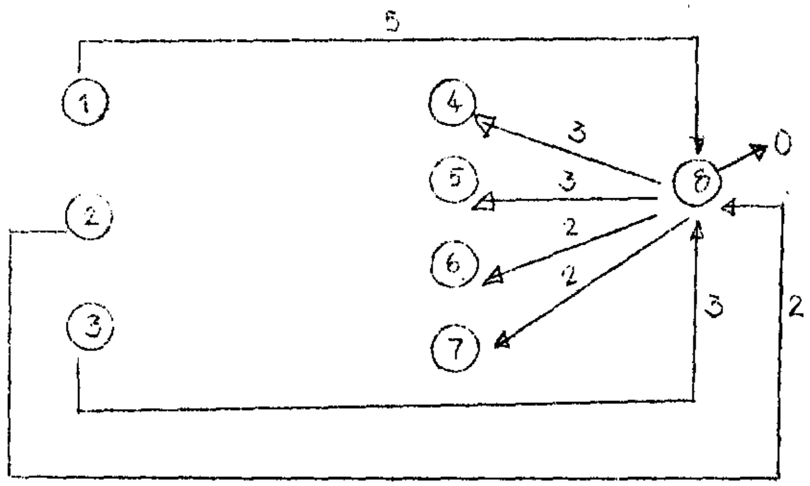
<u>ตัวอย่าง 6</u> พิจารณาปัญหาการขนส่งสินค้าในตัวอย่าง 5 เมื่อเปลี่ยนให้อยู่ในรูปข่ายงาน



รูปภาพ 3.1

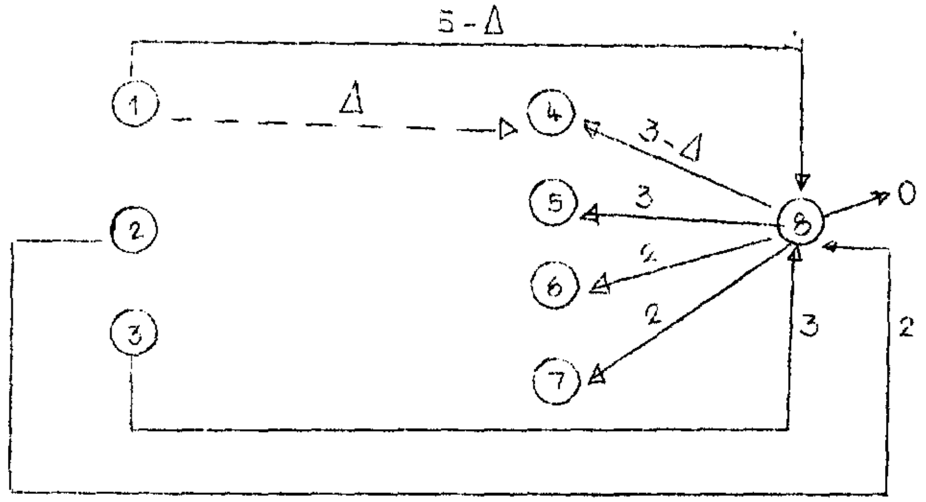
(ค่า C_{ij} ตามตารางค่าใช้จ่ายของปัญหาการขนส่งสินค้าในตัวอย่าง 5)

จากปัญหาการขนส่งสินค้าในตัวอย่าง 5 เมื่อเปลี่ยนให้อยู่ในรูปข่ายงานแล้วนำมาหาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกดังต่อไปนี้

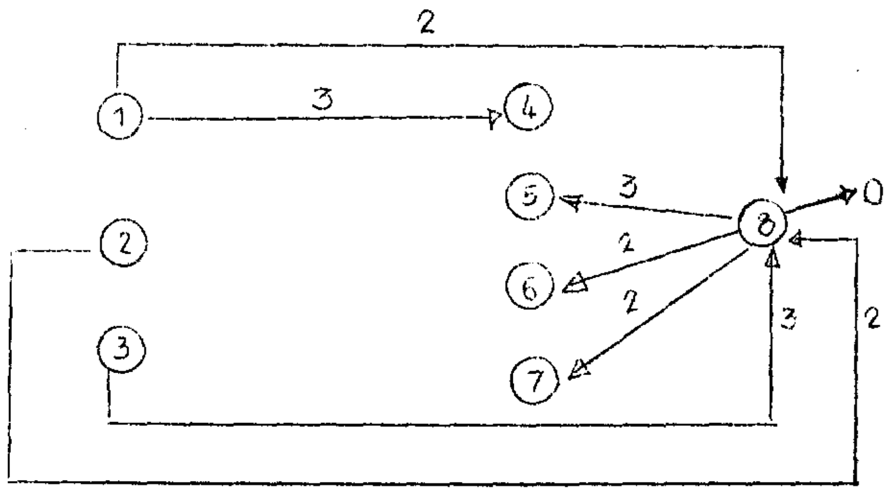


รูปภาพ 3.2

เลือก X_{14} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

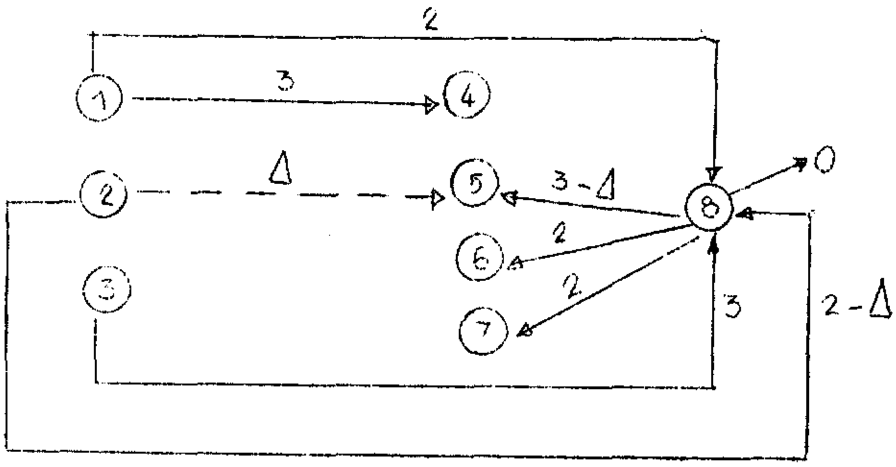


รูปภาพ 3.3

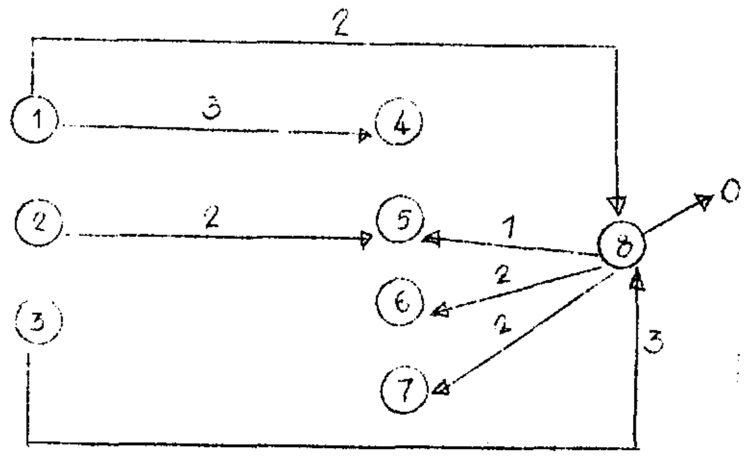


รูปภาพ 3.4

เลือก X_{25} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

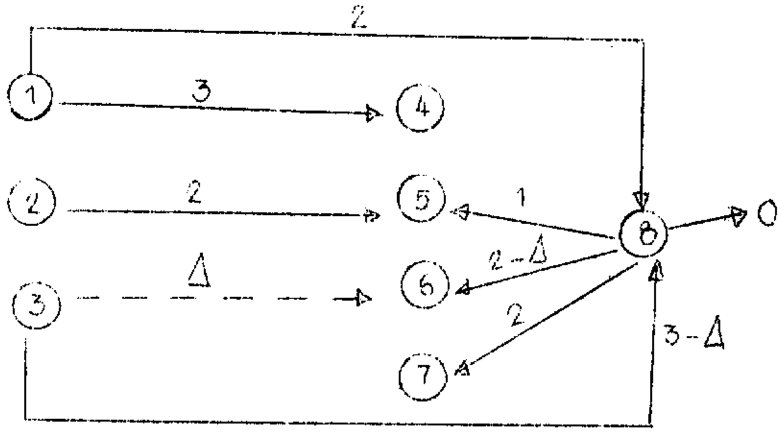


รูปภาพ 3.5

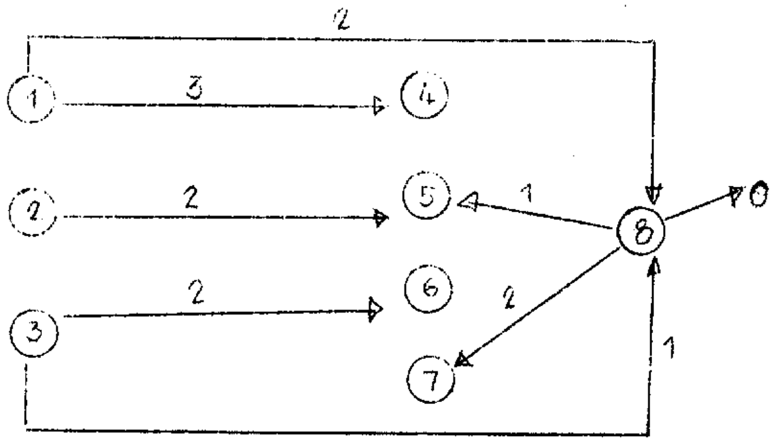


รูปภาพ 3.6

เลือก X_{36} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

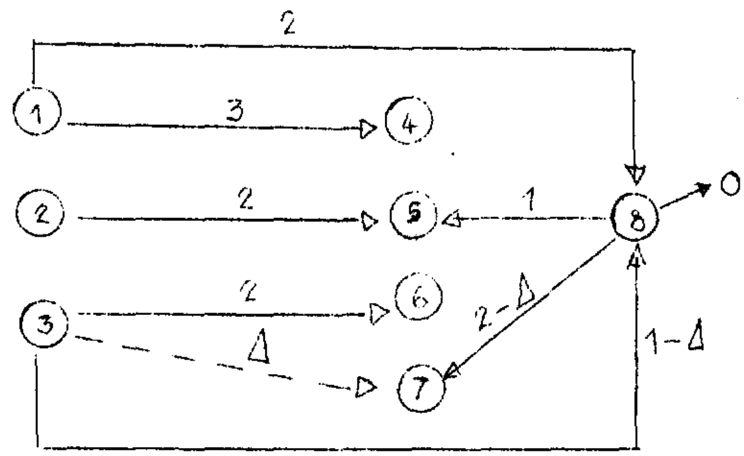


รูปภาพ 3.7

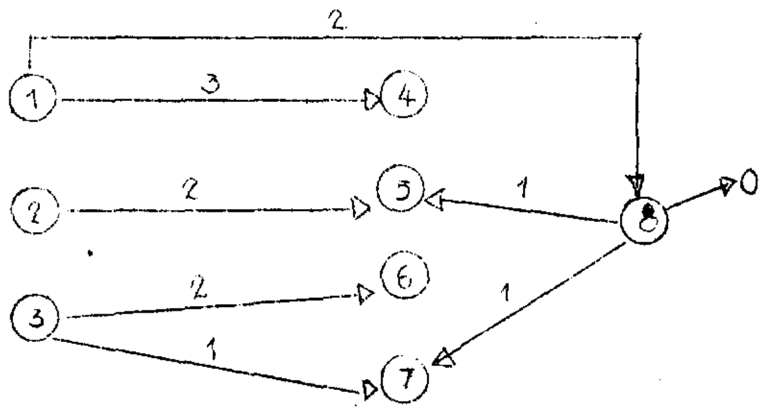


รูปภาพ 3.8

เลือก X_{37} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

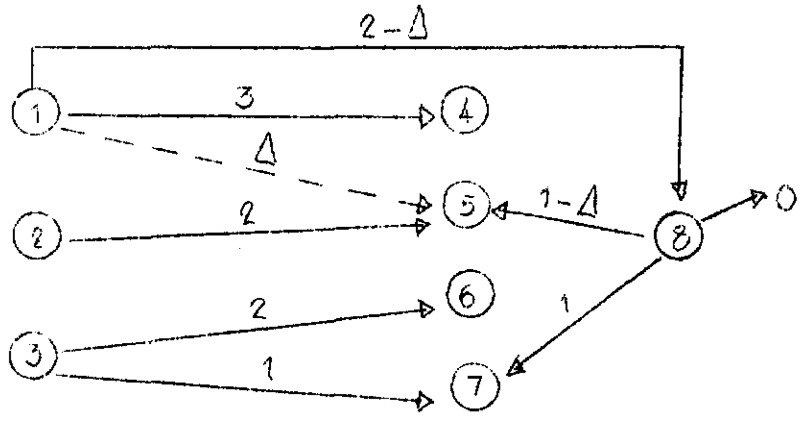


รูปภาพ 3.9

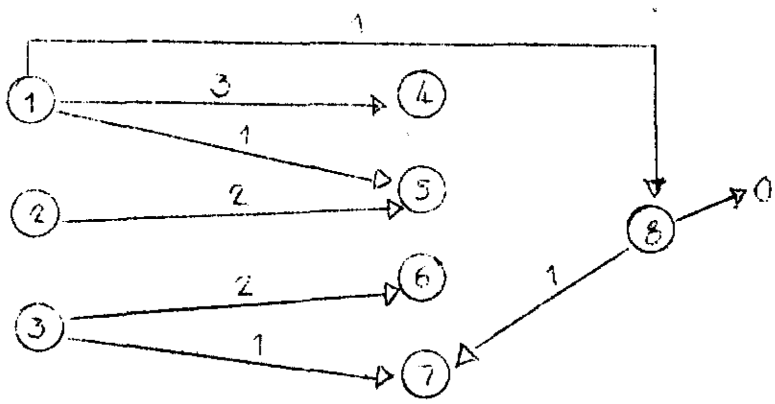


รูปภาพ 4

เลือก X_{15} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

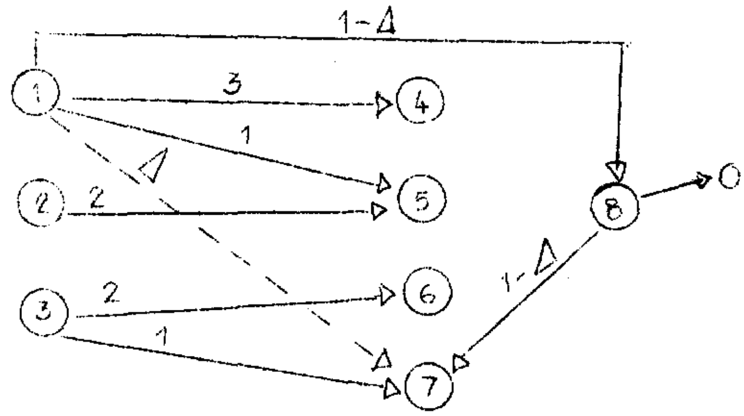


รูปภาพ 4.1

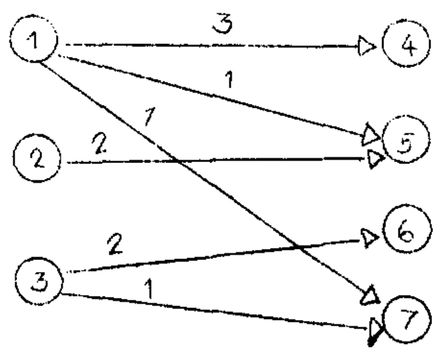


รูปภาพ 4.2

เลือก X_{17} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

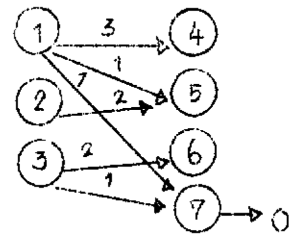
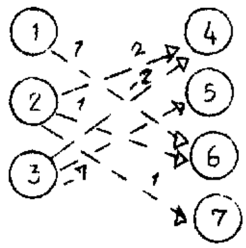
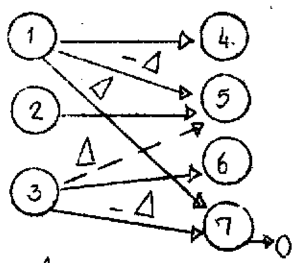
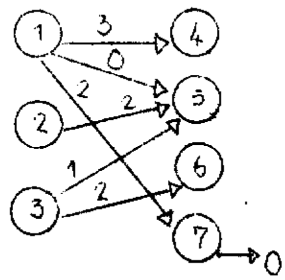
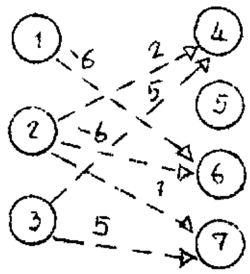
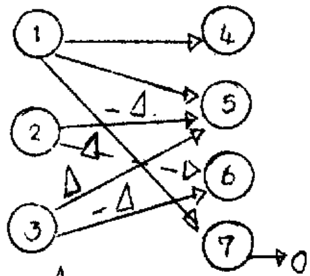
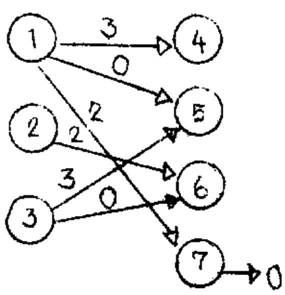
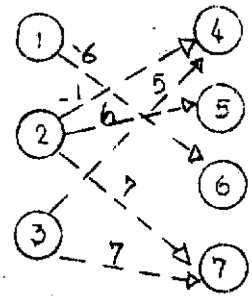
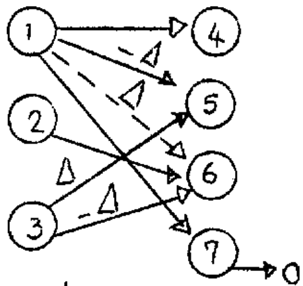


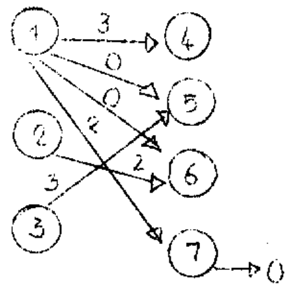
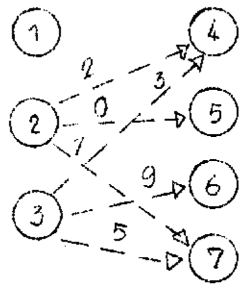
รูปภาพ 4.3



รูปภาพ 4.4

คำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกที่ได้คือ $X_{14} = 3$, $X_{15} = 1$, $X_{17} = 1$, $X_{25} = 2$, $X_{36} = 2$ และ $X_{37} = 1$ ซึ่งจะใช้ในการหาคำตอบเหมาะที่สุดดังรายละเอียดตามรูปภาพ 4.5

Iteration	Primal Solution	$C_{jk}-(y_j-y_k)$	Pivot
1			 $\Delta = 1$
2			 $\Delta = 2$
3			 $\Delta = 0$

Iteration	Primal Solution	$C_{jk}-(y_j-y_k)$	Pivot
4			Optimal

รูปภาพ 4.5

คำตอบเหมาะที่สุดคือ $X^*_{14} = 3$, $X^*_{15} = 0$, $X^*_{16} = 0$ $X^*_{17}=2$, $X^*_{26} =2$ $X^*_{35} = 3$ และ X^*_{ij} ที่เหลือมีค่าเป็น 0

โดยมี Minimum $Z^* = 3(3) + 4(2) + 3(2) + 3(3)$

$= 32$.

ดังนั้นค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดสำหรับปัญหานี้คือ 32

ตัวอย่าง 5 และ 6 เป็นการแก้ปัญหาการขนส่งสินค้าอีกปัญหาหนึ่งโดยวิธีการทั้งสองดังกล่าว โดยมีจำนวนตัวแปรมากขึ้น ความยุ่งยากในการคิดคำนวณก็มีมากขึ้น จะเห็นได้ว่า จำนวนครั้งในการหาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกและจำนวนครั้งของการหาคำตอบใหม่เพื่อให้ได้คำตอบเหมาะที่สุด สำหรับวิธีซิมเพลกแบบใช้ตารางจะน้อยกว่าวิธีซิมเพลกแบบไม่ใช้ตาราง เนื่องจากตัวแปรที่จะเป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้าตามการคำนวณในวิธีหลังมีอยู่หลายตัวแปรที่ให้ค่าเท่าเทียมกัน ทำให้ต้องหาคำตอบใหม่อยู่หลายครั้ง โดยการเปลี่ยนตัวแปรมูลฐานตัวเข้าเหล่านี้ไปจนกว่าจะได้คำตอบเหมาะที่สุด

<u>ตัวอย่าง 7</u> พิจารณาปัญหาการขนส่งสินค้าซึ่งมีตารางค่าใช้จ่ายดังนี้

		จุดหมายปลายทาง					ปริมาณการส่ง
		5	6	7	8	9	
แหล่งส่ง	1	16	16	13	22	17	50
	2	14	14	13	19	15	60
	3	19	19	20	23	M	50
	4	M	0	M	0	0	50
ปริมาณความต้องการ		30	20	70	30	60	

จากปัญหาการขนส่งสินค้าดังตารางข้างบนนำมาหาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรก จะได้ดังตารางต่อไปนี้

		จุดหมายปลายทาง					ปริมาณการส่ง	ผลต่างตามแนวนอน
		5	6	7	8	9		
แหล่งส่ง	1	16	16	13	22	17	50	3
	2	14	14	13	19	15	60	1
	3	19	19	20	23	M	50	0
	4	M	0	M	$\boxed{0}$	0	50	0
ปริมาณความต้องการ		30	20	70	30	60		
ผลต่างตามแนวตั้ง		2	14	0	19	15		

เลือก $X_{48} = 30$ ตัดแถวตั้ง 8

จุดหมายปลายทาง

	5	6	7	9	ปริมาณการส่ง	ผลต่างตามแนวนอน
แหล่งส่ง 1	16	16	13	17	50	3
2	14	14	13	15	60	1
3	19	19	20	M	50	0
4	M	0	M	$\boxed{0}$	20	0
ปริมาณความต้องการ	30	20	70	60		
ผลต่างตามแนวตั้ง	2	14	0	15		

เลือก $X_{49} = 20$ ตัดแถวนอน 4

จุดหมายปลายทาง

		5	6	7	9	ปริมาณการส่ง	ผลต่างตามแนวนอน
แหล่งส่ง	1	16	16	$\boxed{13}$	17	50	3
	2	14	14	13	15	60	1
	3	19	19	20	M	50	0
ปริมาณความต้องการ		30	20	70	40		
ผลต่างตามแนวตั้ง		2	2	0	2		

เลือก $X_{17} = 50$ ตัดแถวนอน 1

จุดหมายปลายทาง

		5	6	7	9	ปริมาณการส่ง	ผลต่างตามแนวนอน
แหล่งส่ง	2	14	14	13	$\boxed{15}$	60	1
	3	19	19	20	M	50	0
ปริมาณความต้องการ		30	20	20	40		
ผลต่างตามแนวตั้ง		5	5	7	M-15		

เลือก $X_{29} = 40$ ตัดแถวตั้ง 9

		จุดหมายปลายทาง			ปริมาณ	ผลต่างตาม
		5	6	7	การส่ง	แนวนอน
แหล่งส่ง	2	14	14	$\boxed{13}$	20	1
	3	19	19	20	50	0
ปริมาณความต้องการ		30	20	20		
ผลต่างตามแนวตั้ง		5	5	7		

เลือก $X_{27} = 20$ ตัดแถวนอน 2

		จุดหมายปลายทาง			ปริมาณ
		5	6	7	การส่ง
แหล่งส่ง	3	19	19	20	50
ปริมาณความต้องการ		30	20	0	

เลือก $X_{35}=30$, $X_{36}=20$ และ $X_{37}=0$

คำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกที่ได้คือ $X_{48} = 30$, $X_{49} = 20$, $X_{17} = 50$, $X_{29} = 40$, $X_{27} = 20$, $X_{35} = 30$, $X_{36} = 20$ และ $X_{37} = 0$

เมื่อได้คำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกนำมาหาคำตอบเหมาะที่สุดดังต่อไปนี้

	จุดหมายปลายทาง 5	6	7	8	9	ปริมาณการส่ง	U_i
แหล่งส่ง 1	16 +4	16 +4	13 (50)	22 +7	17 +2	50	-7
2	14 +2	14 +2	13 (20)	19 +4	15 (40)	60	-7
3	19 (30)	19 (20)	20 (0)	23 +1	M M-22	50	0
4	M +3	0 +1	M M+2	0 (30)	0 (20)	50	-22
ปริมาณความต้องการ	30	20	70	30	60		
V_j	19	19	20	22	22		

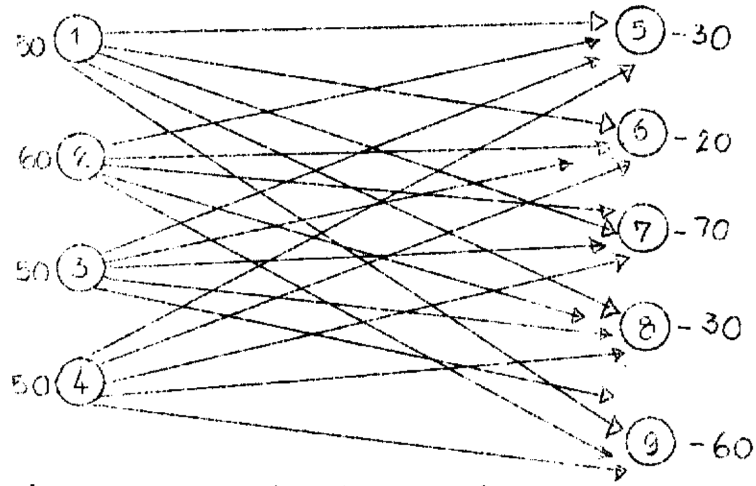
เนื่องจาก $C_{ij} - U_i - V_j \geq 0$ สำหรับ X_{ij} ทุกตัว ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่เป็นมูลฐาน จึงได้คำตอบเหมาะที่สุดคือ $X^*_{17} = 50$, $X^*_{27} = 20$, $X^*_{29} = 40$, $X^*_{35} = 30$, $X^*_{36} = 20$, $X^*_{37} = 0$, $X^*_{48} = 30$, $X^*_{49} = 20$ และ X^*_{ij} ที่เหลือมีค่าเป็น 0

โดยมี Minimum $Z^* = 13(50)+13(20)+15(40)+19(30)+19(20)+20(0)+0(30)+0(20)$

$= 2460$

ดังนั้นค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดสำหรับปัญหานี้คือ 2460

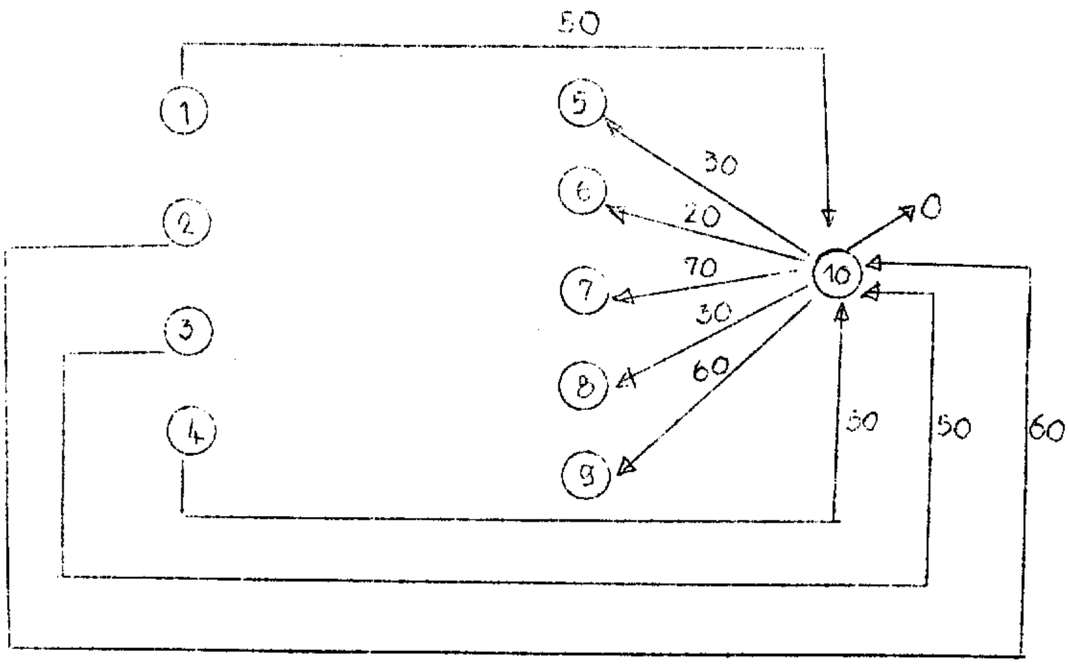
<u>ตัวอย่าง 8</u> พิจารณาปัญหาการขนส่งสินค้าในตัวอย่าง 7 เมื่อเปลี่ยนให้อยู่ในรูปข่ายงาน



รูปภาพ 4.6

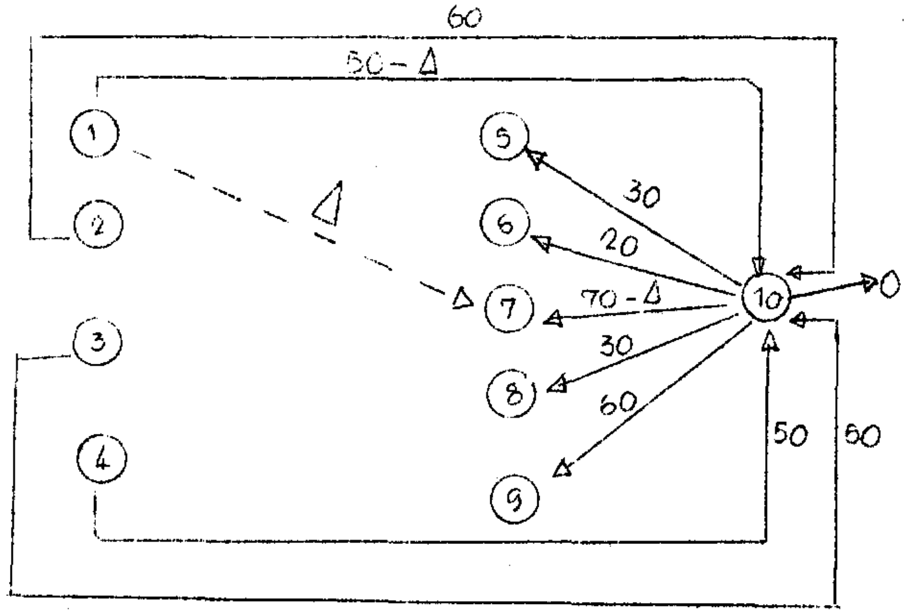
(ค่า C_{ij} ตามตารางค่าใช้จ่ายในตัวอย่าง 7)

จากปัญหาการขนส่งสินค้าในตัวอย่าง 7 เมื่อเปลี่ยนให้อยู่ในรูปข่ายงานแล้ว นำมาหาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกดังต่อไปนี้

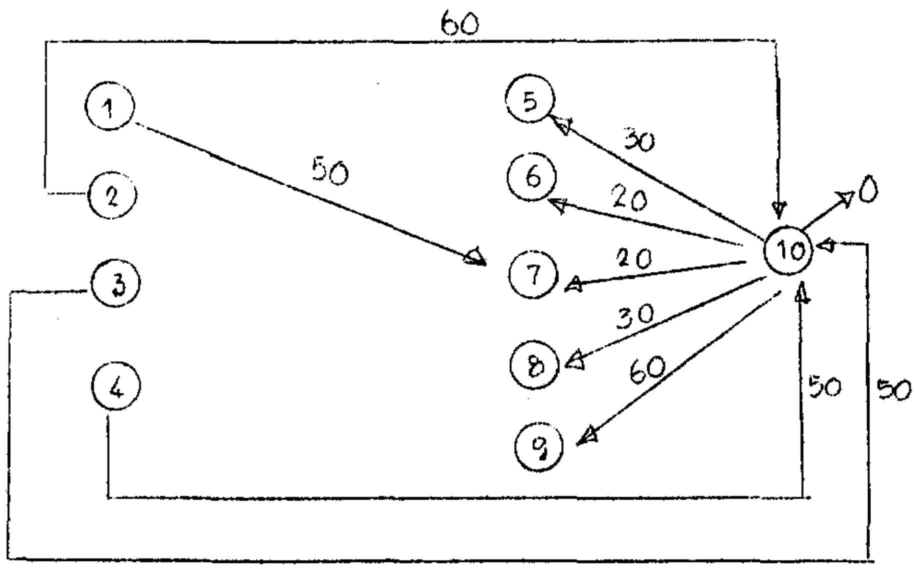


รูปภาพ 4.7

เลือก X_{17} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

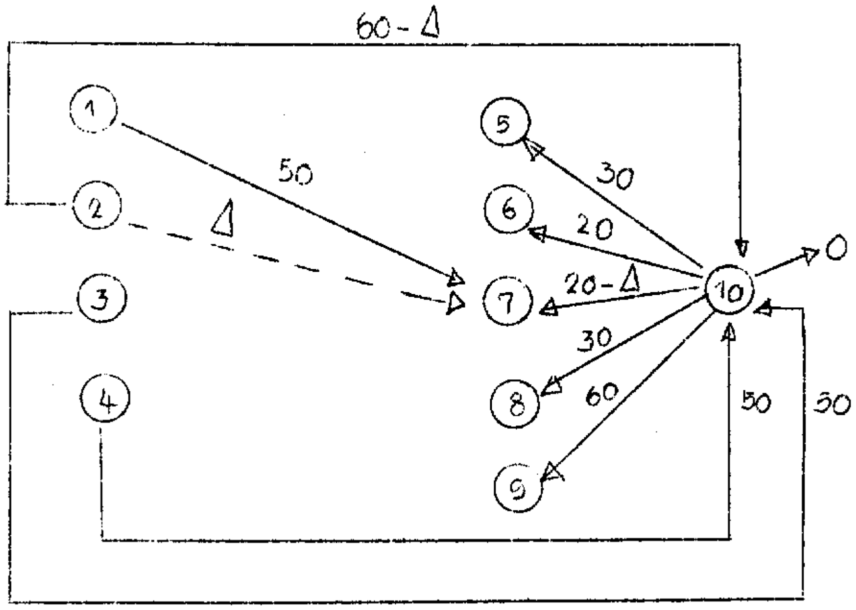


รูปภาพ 4.8

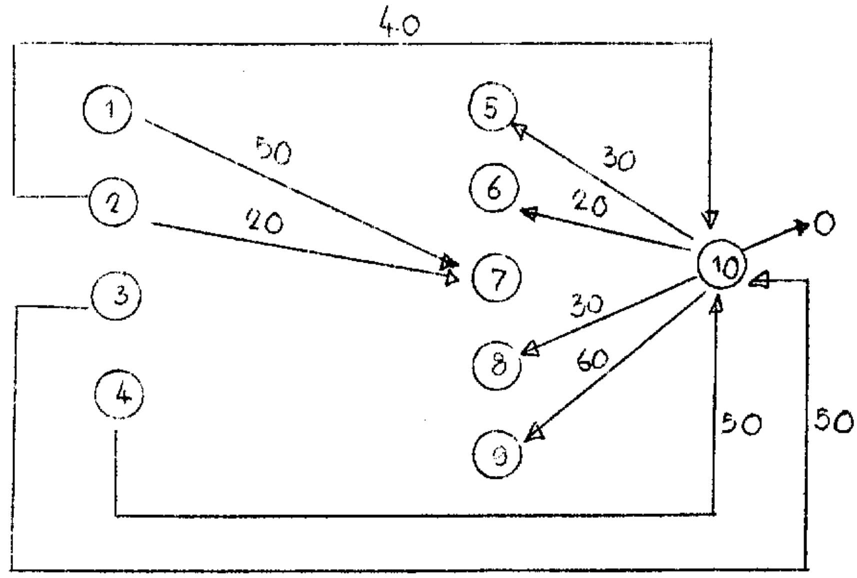


รูปภาพ 4.9

เลือก X_{27} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

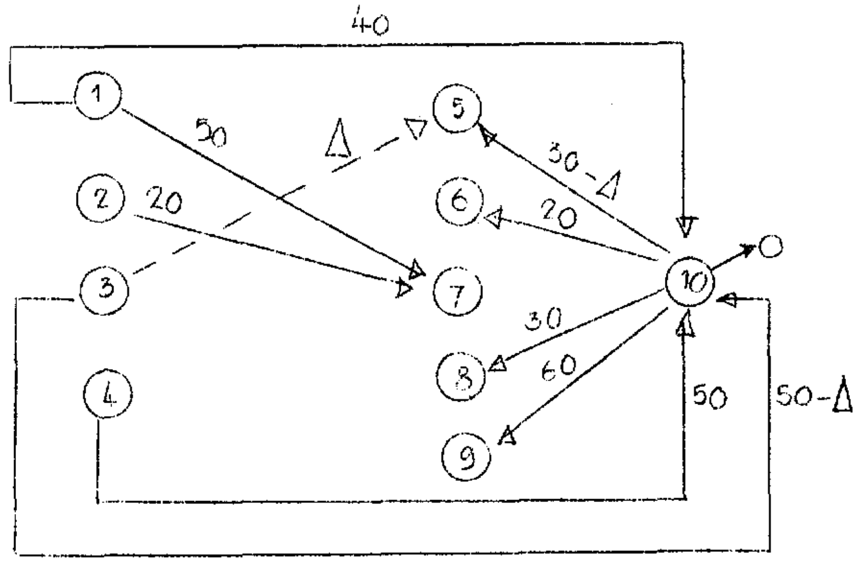


รูปภาพ 5

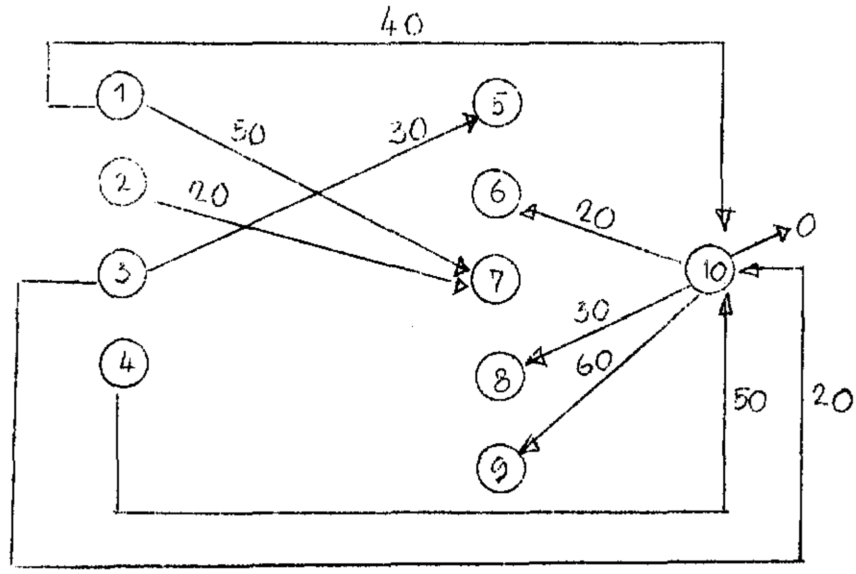


รูปภาพ 5.1

เลือก X_{35} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

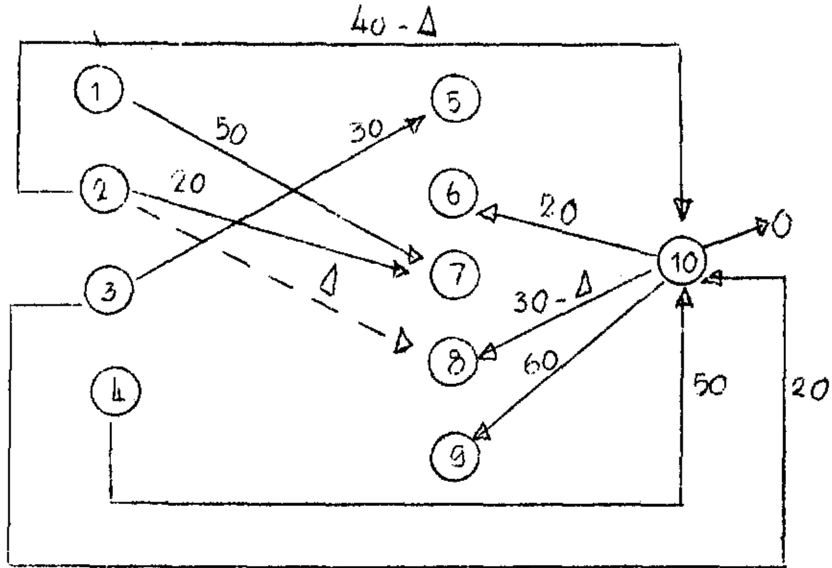


รูปภาพ 5.2

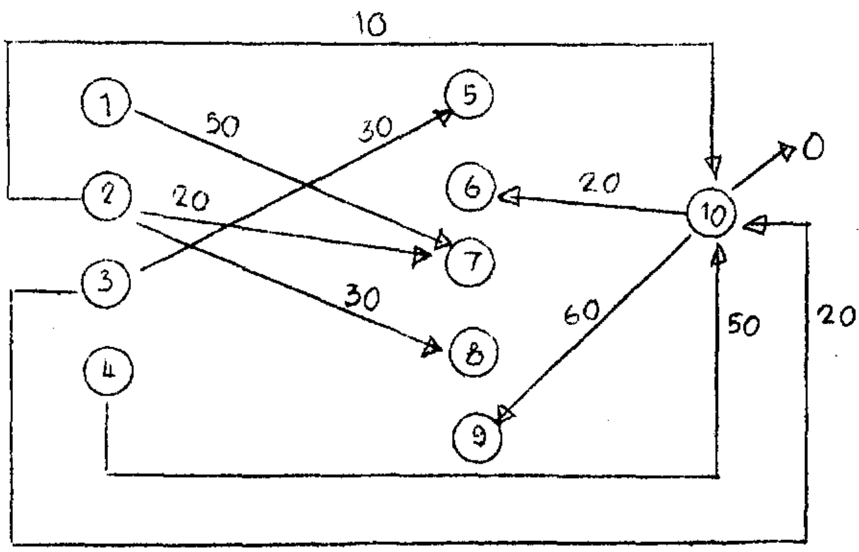


รูปภาพ 5.3

เลือก X_{28} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

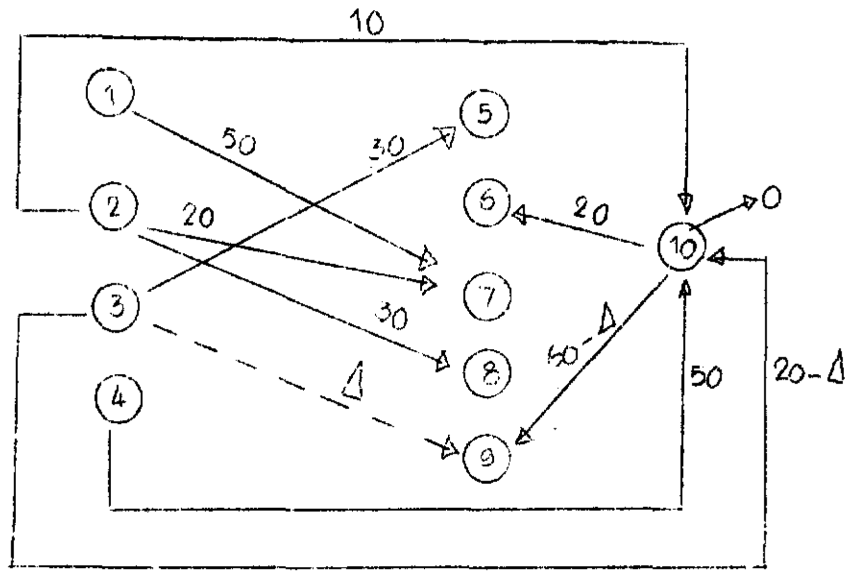


รูปภาพ 5.4

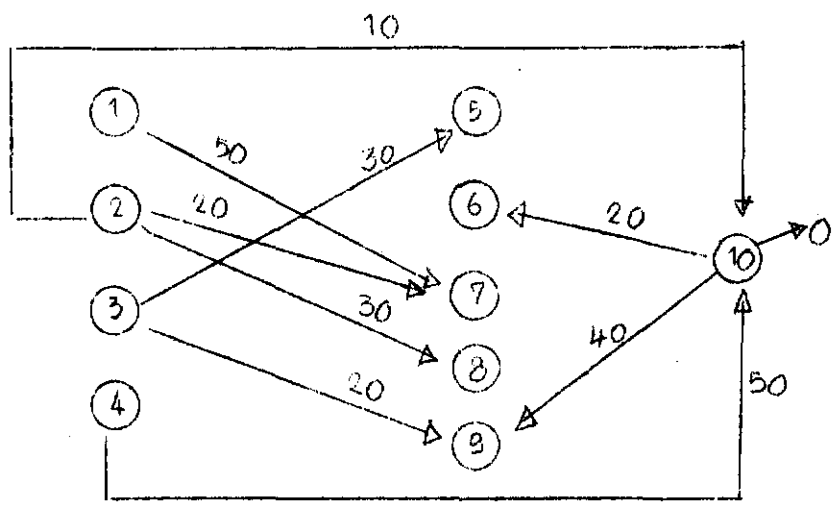


รูปภาพ 5.5

เลือก X_{39} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

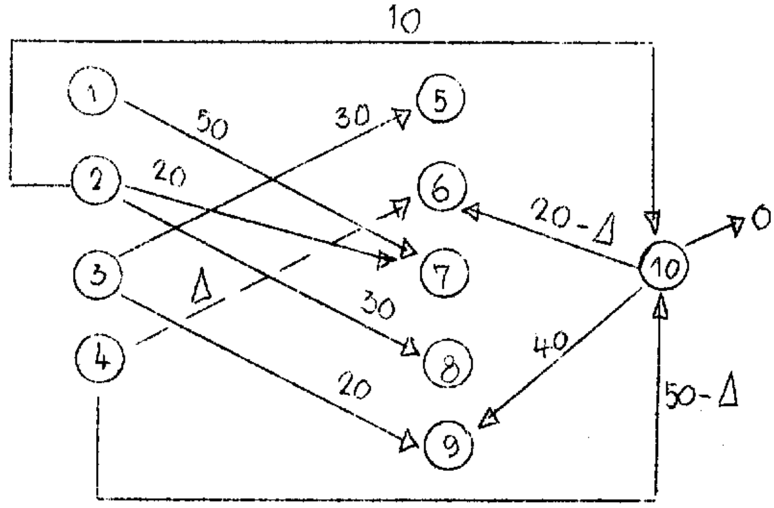


รูปภาพ 5.6

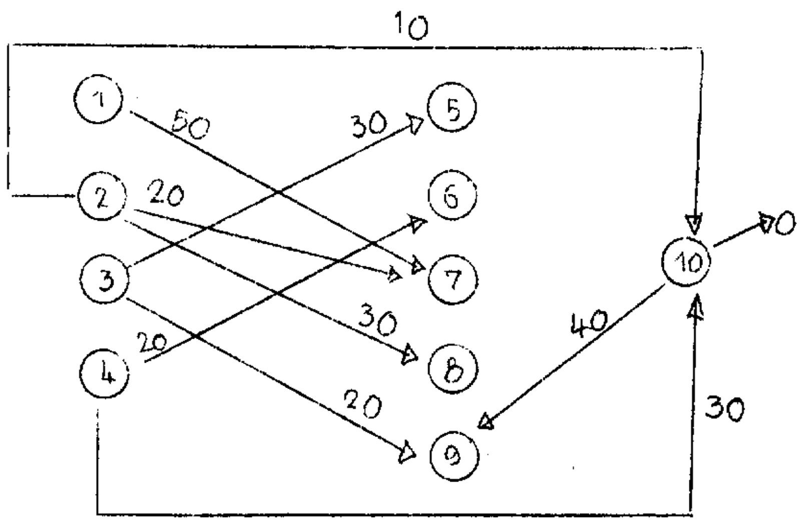


รูปภาพ 5.7

เลือก X_{46} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

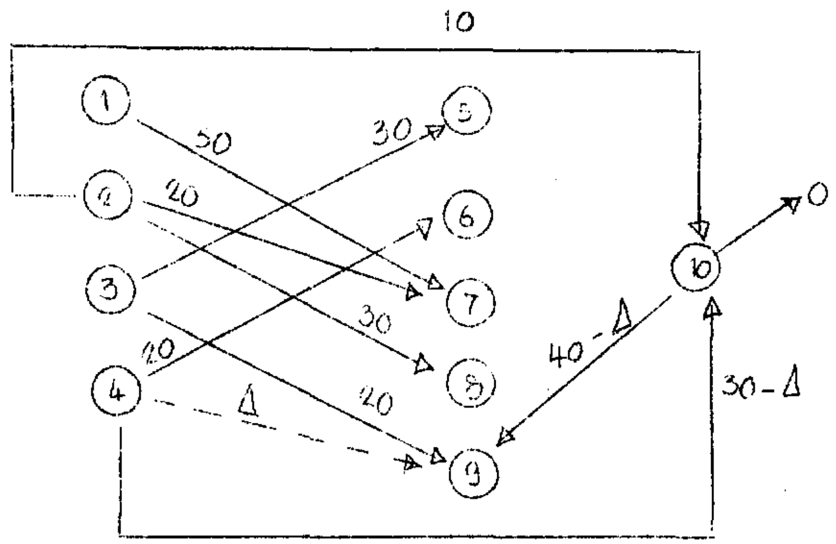


รูปภาพ 5.8

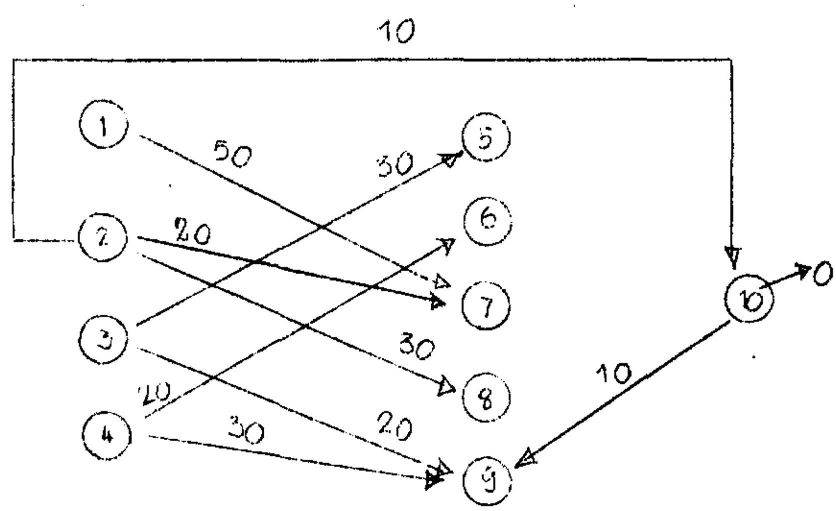


รูปภาพ 5.9

เลือก X_{49} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

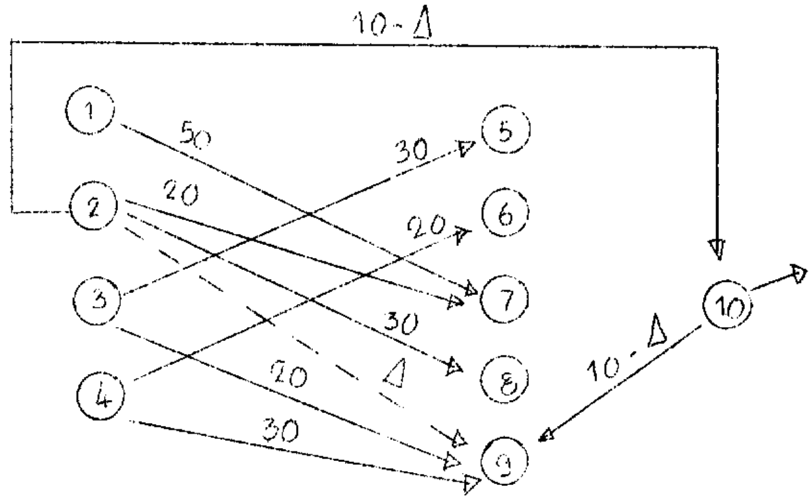


รูปภาพ 6

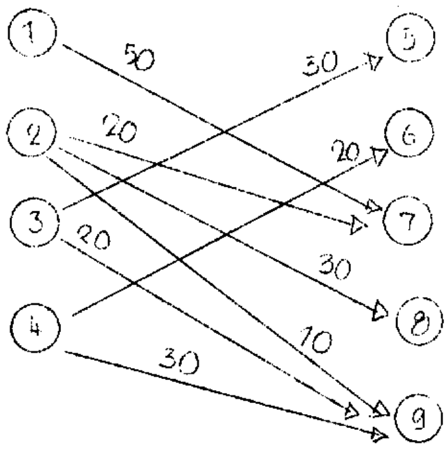


รูปภาพ 6.1

เลือก X_{29} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

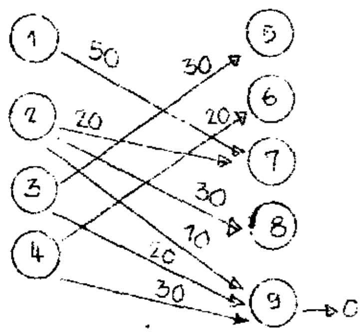
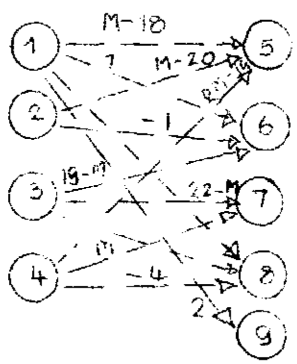
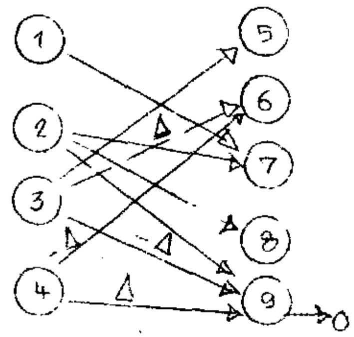
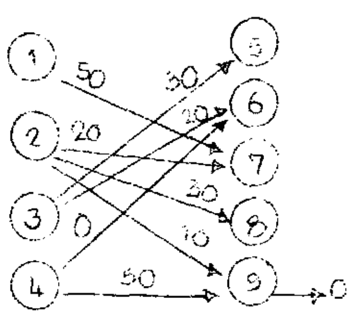
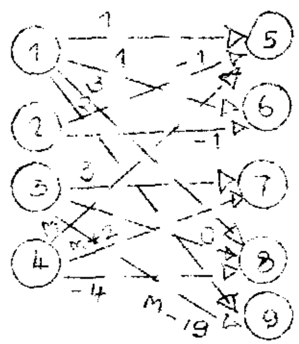
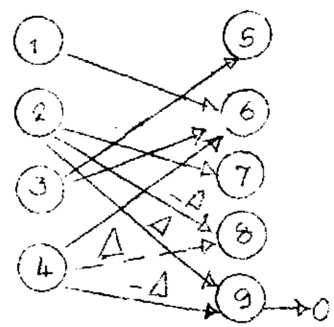


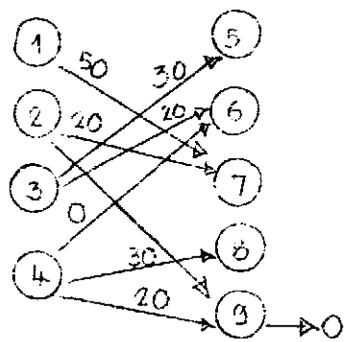
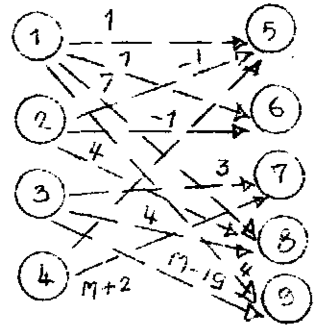
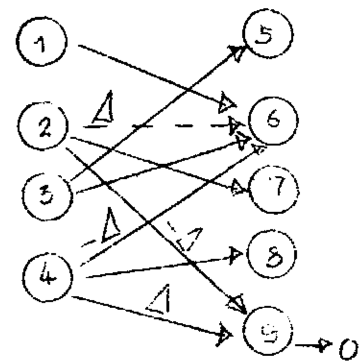
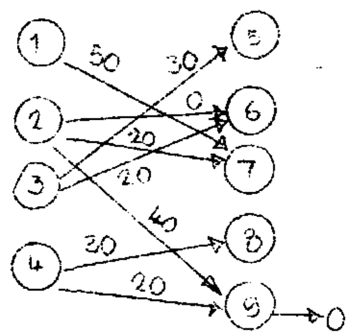
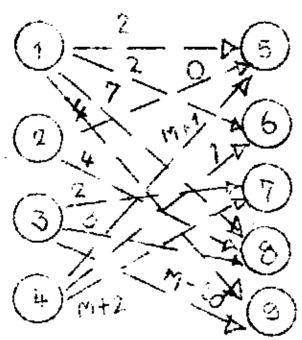
รูปภาพ 6.2



รูปภาพ 6.3

คำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกที่ได้คือ $X_{17} = 50$, $X_{27} = 20$, $X_{28} = 30$, $X_{29} = 10$, $X_{35} = 30$, $X_{39} = 20$, $X_{46} = 20$ และ $X_{49} = 30$ ซึ่งจะใช้ในการหาคำตอบเหมาะที่สุดดังรายละเอียดตามรูปภาพ 6.4

Iteration	Primal Solution	$c_{\bar{j}\bar{k}}(y_j - y_k)$	Pivot
1			 $\Delta = 20$
2			 $\Delta = 30$

Iteration	Primal Solution	$c_{jk}-(y_j-y_k)$	Pivot
3			 $\Delta = 0$
4			Optimal

รูปภาพ 6.4

คำตอบเหมาะที่สุดคือ $X_{17}^{*} = 50$, $X_{26}^{*} = 0$, $X_{27}^{*} = 20$, $X_{29}^{*} = 40$, $X_{35}^{*} = 30$, $X_{36}^{*} = 20$, $X_{48}^{*} = 30$, $X_{49}^{*} = 20$ และ X_{ij}^{*} ที่เหลือมีค่าเป็น 0

โดยมี Minimum $Z^{*} = 13(50)+13(20)+15(40)+14(0)+19(30)+$

$= 19(20)+0(30)+0(20)$

$= 2460$

ดังนั้นค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดสำหรับปัญหานี้คือ 2460

<u>ตัวอย่าง 9</u> พิจารณาปัญหาการขนส่งสินค้าซึ่งมีตารางค่าใช้จ่ายดังนี้

จุดหมายปลายทาง

		6	7	8	9	10	11	ปริมาณการส่ง
แหล่งส่ง	1	20	36	58	26	44	0	5
	2	26	M	42	28	32	0	6
	3	0	12	22	6	M	0	7
	4	18	22	46	36	38	0	4
	5	48	56	72	60	68	0	3
ปริมาณความต้องการ		5	6	5	3	4	2	

จากปัญหาการขนส่งสินค้าดังตารางข้างบนนำมาหาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรก จะได้ดังต่อไปนี้

จุดหมายปลายทาง

		6	7	8	9	10	11	ปริมาณการส่ง	ผลต่างตามแนวนอน
แหล่งส่ง	1	20	36	58	26	44	0	5	20
	2	26	M	42	28	32	0	6	26
	3	0	12	22	6	M	0	7	0
	4	18	22	46	36	38	0	4	18
	5	48	56	72	60	68	$\boxed{0}$	3	48
ปริมาณความต้องการ		5	6	5	3	4	2		
ผลต่างตามแนวตั้ง		18	10	20	20	6	0		

เลือก $X_{5,11}=2$ ตัดแถวตั้ง 11

จุดหมายปลายทาง

แหล่งส่ง	6	7	8	9	10	ปริมาณการส่ง	ผลต่างตามแนวนอน
1	20	36	58	26	44	5	6
2	26	M	42	28	32	6	2
3	0	12	22	$\boxed{6}$	M	7	6
4	18	22	46	36	38	4	4
5	48	56	72	60	68	1	8
ปริมาณความต้องการ	5	6	5	3	4		
ผลต่างตามแนวตั้ง	18	10	20	20	6		

เลือก $X_{39} = 3$ ตัดแถวตั้ง 9

		จุดหมายปลายทาง				ปริมาณ	ผลต่างตาม
		6	7	8	10	การส่ง	แนวนอน
แหล่งส่ง	1	20	36	58	44	5	16
	2	26	M	42	32	6	6
	3	0	12	$\boxed{22}$	M	4	12
	4	18	22	46	38	4	4
	5	48	56	72	68	1	8
ปริมาณความต้องการ		5	6	5	4		
ผลต่างตามแนวตั้ง		18	10	20	6		

เลือก $X_{38} = 4$ ตัดแถวนอน 3

		จุดหมายปลายทาง			ปริมาณการส่ง	ผลต่างตามแนวนอน
แหล่งส่ง 1	20	36	58	44	5	16
2	26	M	42	32	6	6
4	18	$\boxed{22}$	46	38	4	4
5	48	56	72	68	1	8
ปริมาณความต้องการ	5	6	1	4		
ผลต่างตามแนวตั้ง	2	14	4	6		

เลือก $X_{47} = 4$ ตัดแถวนอน 4

จุดหมายปลายทาง

	6	7	8	10	ปริมาณการส่ง	ผลต่างตามแนวนอน
แหล่งส่ง 1	20	36	58	44	5	16
2	26	M	42	32	6	6
5	48	56	72	68	1	8
ปริมาณความต้องการ	5	2	1	4		
ผลต่างตามแนวตั้ง	6	20	16	12		

เลือก $X_{17} = 2$ ตัดแถวตั้ง 7

จุดหมายปลายทาง

	6	8	10	ปริมาณการส่ง	ผลต่างตามแนวนอน
แหล่งส่ง 1	20	58	44	3	24
2	26	42	32	6	6
5	48	72	68	1	20
ปริมาณความต้องการ	5	1	4		
ผลต่างตามแนวตั้ง	6	16	12		

เลือก $X_{16} = 3$ ตัดแถวนอน 1

		จุดหมายปลายทาง 6	8	10	ปริมาณการส่ง	ผลต่างตามแนวนอน
แหล่งส่ง	2	26	42	$\boxed{32}$	6	6
	5	48	72	68	1	20
ปริมาณความต้องการ		2	1	4		
ผลต่างตามแนวตั้ง		22	30	36		

เลือก $X_{2,10} = 4$ ตัดแถวตั้ง 10

		จุดหมายปลายทาง 6	8	ปริมาณการส่ง	ผลต่างตามแนวนอน
แหล่งส่ง	2	26	$\boxed{42}$	2	16
	5	48	72	1	24
ปริมาณความต้องการ		2	1		
ผลต่างตามแนวตั้ง		22	30		

เลือก $X_{28} = 1$ ตัดแถวตั้ง 8

		จุดหมายปลายทาง 6	ปริมาณการส่ง
แหล่งส่ง	2	26	1
	5	48	1
ปริมาณความต้องการ		2	

เลือก $X_{26} = 1$ และ $X_{56} = 1$

ได้คำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกคือ $X_{5,11} = 2$, $X_{39} = 3$, $X_{38} = 4$, $X_{47} = 4$, $X_{17} = 2$, $X_{16} = 3$, $X_{2,10} = 4$, $X_{28} = 1$, $X_{26} = 1$ และ $X_{56} = 1$

เมื่อได้คำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกนำมาหาคำตอบเหมาะที่สุดดังต่อไปนี้

จุดหมายปลายทาง

แหล่งส่ง	6	7	8	9	10	11	ปริมาณการส่ง	U_i
1	$\boxed{20}$ 3	$\boxed{36}$ 2	$\boxed{58}$ +22	$\boxed{26}$ +6	$\boxed{44}$ +18	$\boxed{0}$ +16	5	-6
2	$\boxed{26}$ 1	$\boxed{M}$ M-42	$\boxed{42}$ 1	$\boxed{28}$ +2	$\boxed{32}$ 4	$\boxed{0}$ +22	6	0
3	$\boxed{0}$ -6	$\boxed{12}$ -10	$\boxed{22}$ 4	$\boxed{6}$ 3	$\boxed{M}$ M-12	$\boxed{0}$ +2	7	-20
4	$\boxed{18}$ +12	$\boxed{22}$ 4	$\boxed{46}$ +24	$\boxed{36}$ +30	$\boxed{38}$ +26	$\boxed{0}$ +2	4	-20
5	$\boxed{48}$ 1	$\boxed{56}$ -8	$\boxed{72}$ +8	$\boxed{60}$ +12	$\boxed{68}$ +14	$\boxed{0}$ 2	3	22
ปริมาณความต้องการ	5	6	5	3	4	2		
V_j	26	42	42	26	32	-22		

เนื่องจาก $C_{37} - U_3 - V_7 = -10 < 0$ เป็นค่าลบมากที่สุด จึงได้ X_{37} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า และเกิดการเปลี่ยนค่าตัวแปรเป็นปฏิกิริยาลูกโซ่ภายในวงขึ้นดังตารางข้างบน เมื่อปรับค่าภายในวงจะได้ค่าตัวแปรใหม่ดังตารางต่อไปนี้

จุดหมายปลายทาง

แหล่งส่ง	6	7	8	9	10	11	ปริมาณการส่ง	U_i
1	[20] 4 +	[36] 1 −	[58] +12	[26] −4	[44] +8	[0] +28	5	24
2	[26] +10	[M] M−32	[42] 2	[28] +2	[32] 4	[0] +32	6	20
3	[0] +4	[12] 1	[22] 3	[6] 3	[M] M−12	[0] +52	7	0
4	[18] +4	[22] 4	[44] +14	[36] +20	[38] +16	[0] +42	4	10
5	[48] 1 −	[56] $\boxed{+}$ −8	[72] −2	[60] +2	[68] +4	[0] 2	3	52
ปริมาณความต้องการ	5	6	5	3	4	2		
V_j	−4	12	22	6	12	−52		

เนื่องจาก $C_{57} - U_5 - V_7 = -8 < 0$ เป็นค่าลบมากที่สุด จึงได้ X_{57} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้าและเกิดการเปลี่ยนค่าของตัวแปร เป็นปฏิกิริยาลูกโซ่ภายในวงจะได้ค่าตัวแปรใหม่ดังตารางต่อไปนี้

จุดหมายปลายทาง

แหล่งส่ง	6	7	8	9	10	11	ปริมาณการส่ง	U_i
1	20 / (5)	36 / (0) −	58 / +12	26 / + −4	44 / +8	0 / +20	5	24
2	26 / +10	M / M−32	42 / (2)	28 / +2	32 / (4)	0 / +24	6	20
3	0 / +4	12 / + (1)	22 / (3)	6 / (3)	M / M−12	0 / +44	7	0
4	18 / +12	22 / (4)	46 / +14	36 / +20	38 / +16	0 / +34	4	10
5	46 / +8	56 / (1)	72 / +6	60 / +10	68 / +12	0 / (2)	3	44
ปริมาณความต้องการ	5	6	5	3	4	2		
V_j	−4	12	22	6	12	−44		

เนื่องจาก $C_{19} - U_1 - V_9 = -4 < 0$ เป็นค่าลบมากที่สุด จึงได้ X_{19} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้าและเกิดการเปลี่ยนค่าของตัวแปรเป็นปฏิกิริยาลูกโซ่ภายในวง ดังตารางข้างบน เมื่อปรับค่าภายในวงจะได้ค่าตัวแปรใหม่ดังตารางต่อไปนี้

		จุดหมายปลายทาง						ปริมาณการส่ง	U_i
		6	7	8	9	10	11		
แหล่งส่ง	1	20 / 5	36 / +4	58 / +16	26 / 0	44 / +12	0 / +24	5	20
	2	26 / +6	M / M-32	42 / 2	28 / +2	32 / 4	0 / +24	6	20
	3	0 / +0	12 / 1	22 / 3	6 / 3	M / M-12	0 / +44	7	0
	4	18 / +8	22 / 4	46 / +14	36 / +20	38 / +16	0 / +34	4	10
	5	48 / +4	56 / 1	72 / +6	60 / +10	68 / +12	0 / 2	3	44
ปริมาณความต้องการ		5	6	5	3	4	2		
V_j		0	12	22	6	12	-44		

เนื่องจาก $C_{ij} - U_i - V_j \geqslant 0$ สำหรับ X_{ij} ทุกตัว ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่เป็นมูลฐาน จึงได้คำตอบเหมาะที่สุดคือ $X^*_{16} = 5$, $X^*_{19} = 0$, $X^*_{28} = 2$, $X^*_{2,10} = 4$, $X^*_{37} = 1$, $X^*_{38} = 3$, $X^*_{39} = 3$, $X^*_{47} = 4$, $X^*_{57} = 1$, $X^*_{5,11} = 2$ และ X^*_{ij} ที่เหลือมีค่าเป็น 0

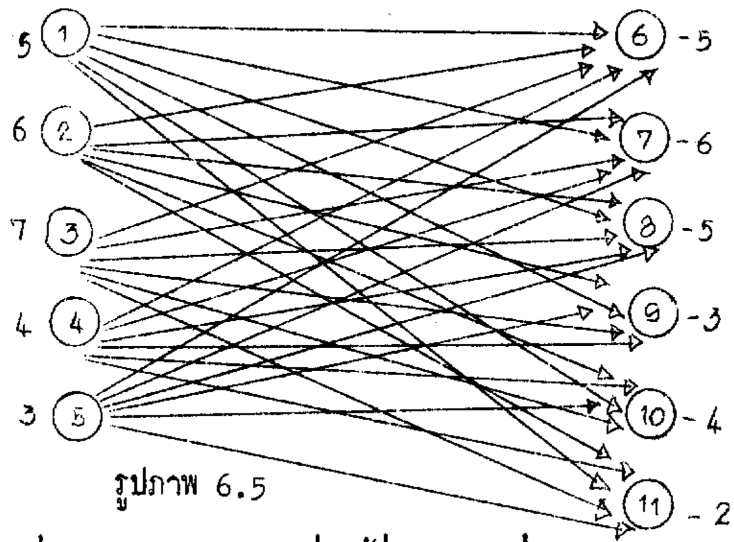
โดยมี Minimum $Z^* = 20(5)+26(0)+42(2)+32(4)+12(1)+$

$= 22(3)+6(3)+22(4)+56(1)+0(2)$

$= 552$

ดังนั้นค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดสำหรับปัญหานี้คือ 552

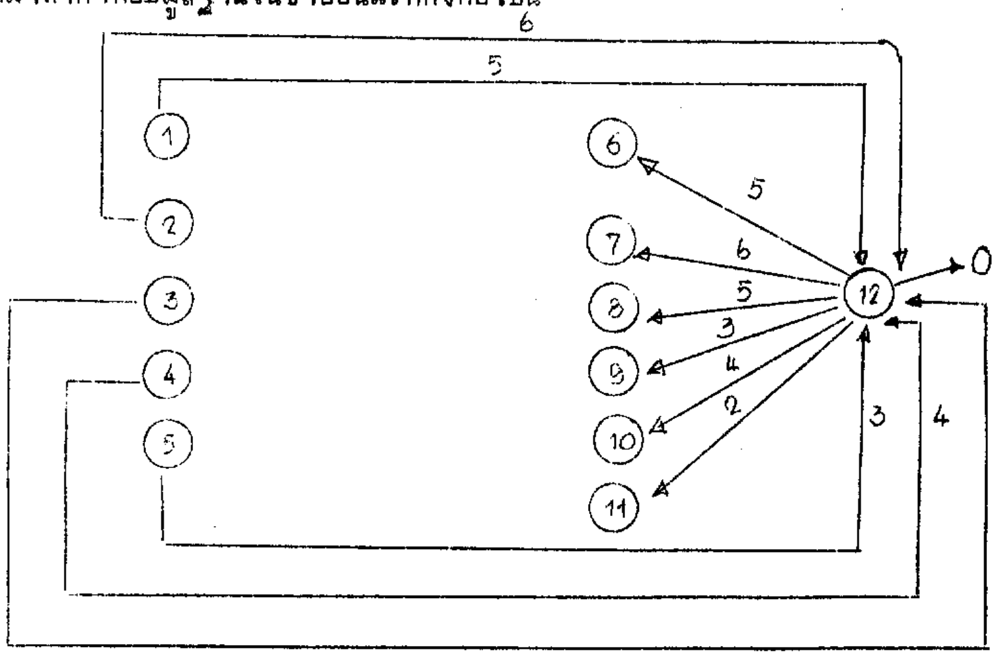
<u>ตัวอย่าง 10</u> พิจารณาปัญหาการขนส่งสินค้าในตัวอย่าง 9 เมื่อเปลี่ยนให้อยู่ในรูปข่ายงาน



รูปภาพ 6.5

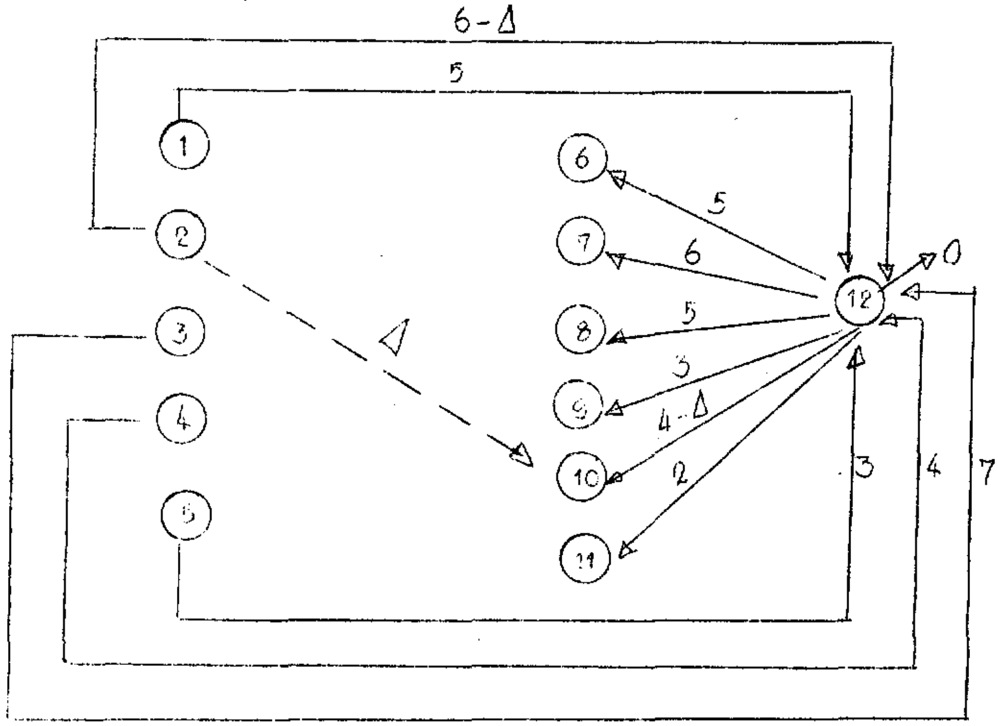
(ค่า c_{ij} ตามตารางค่าใช้จ่ายในตัวอย่าง 9)

จากปัญหาการขนส่งสินค้าในตัวอย่าง 9 เมื่อเปลี่ยนให้อยู่ในรูปข่ายงานแล้ว นำมาหาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกดังต่อไปนี้

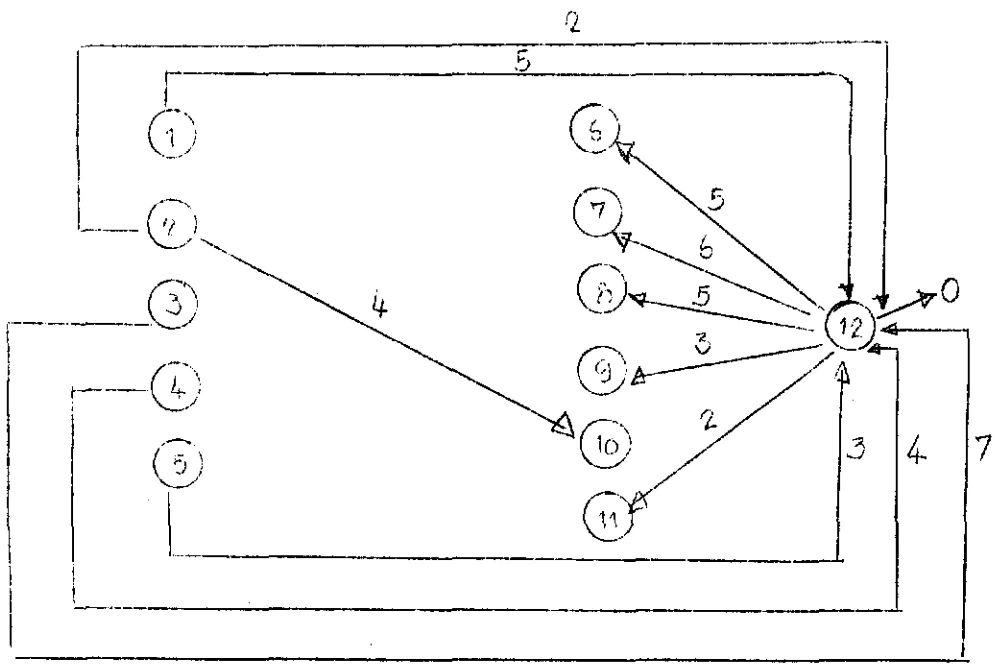


รูปภาพ 6.6

เลือก $X_{2, 10}$ เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

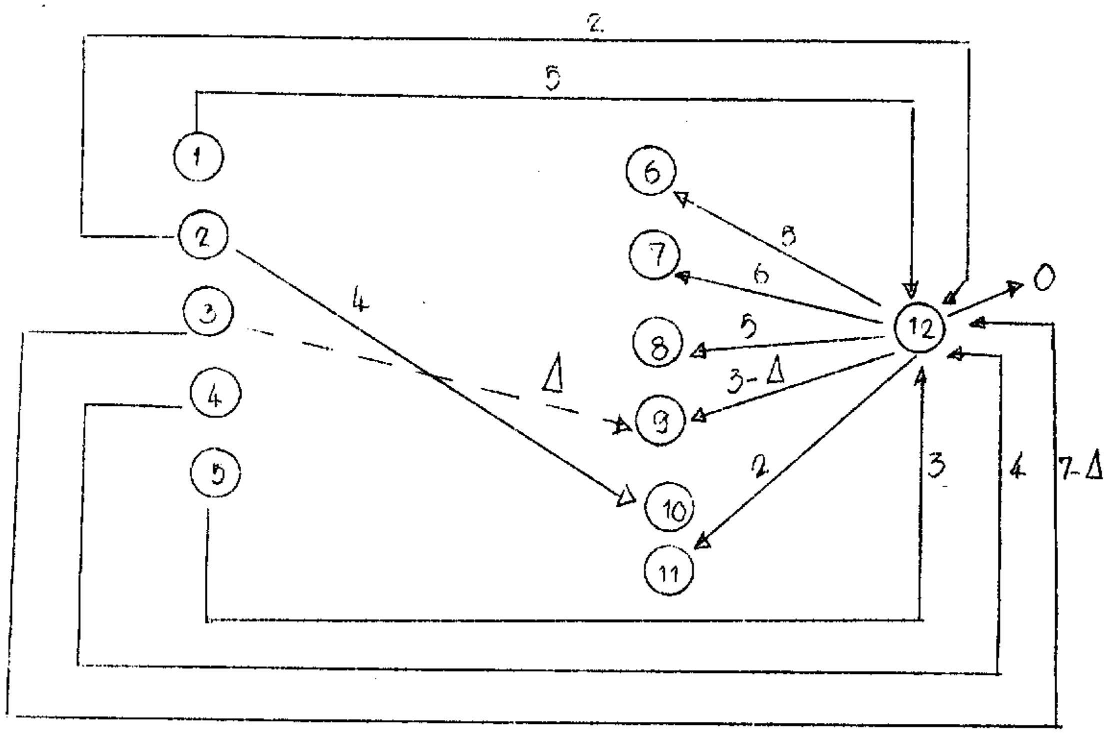


รูปภาพ 6.7

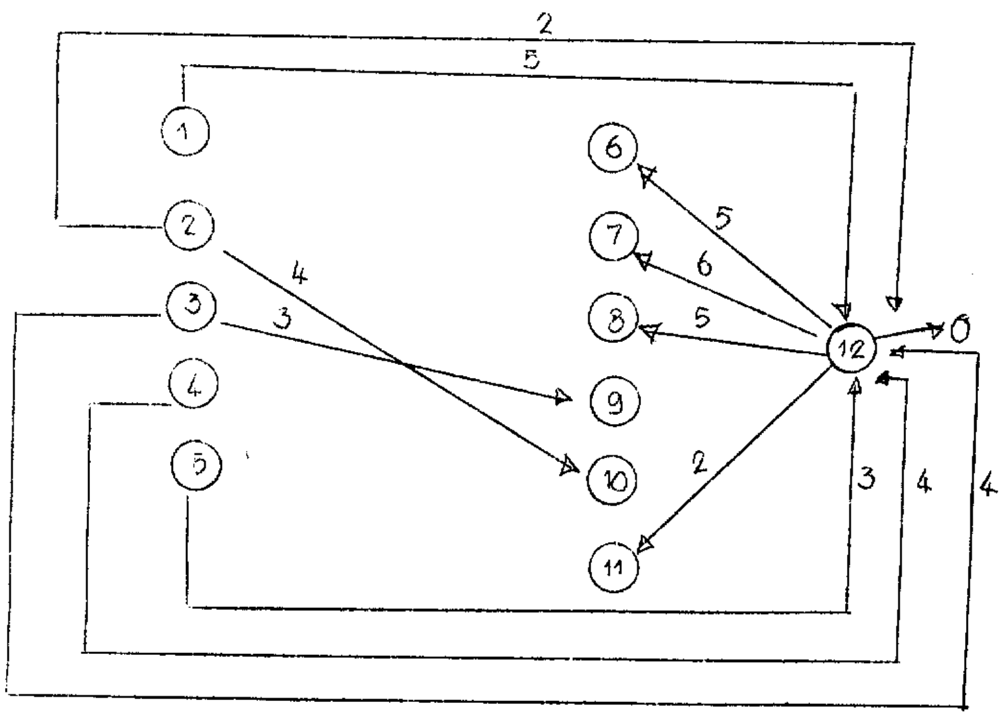


รูปภาพ 6.8

เลือก X_{39} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

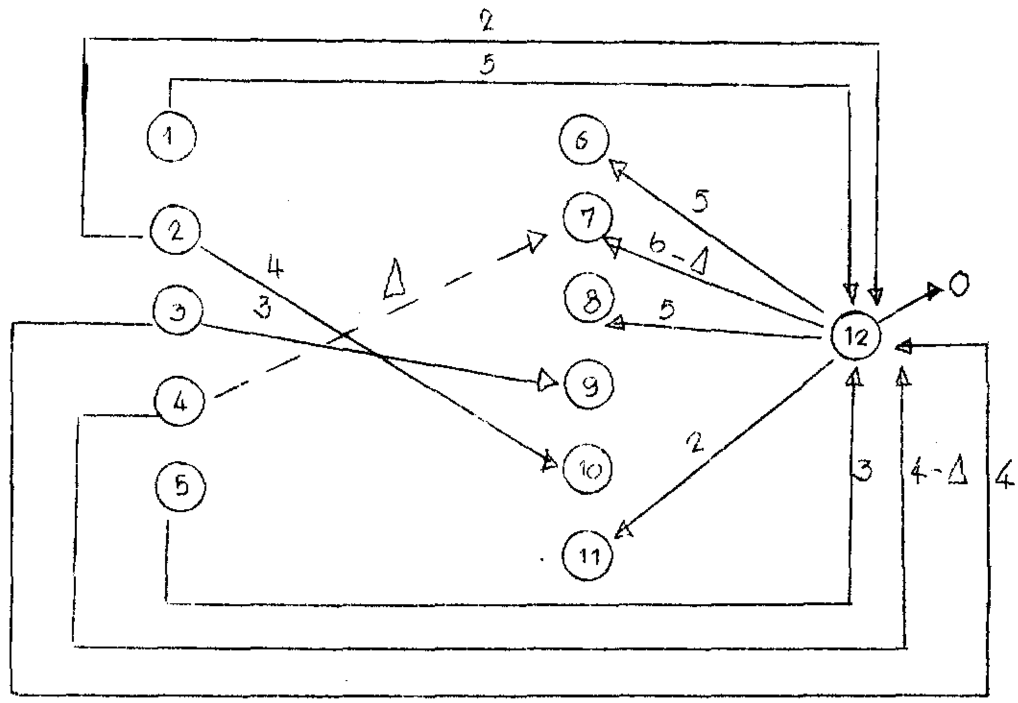


รูปภาพ 6.9

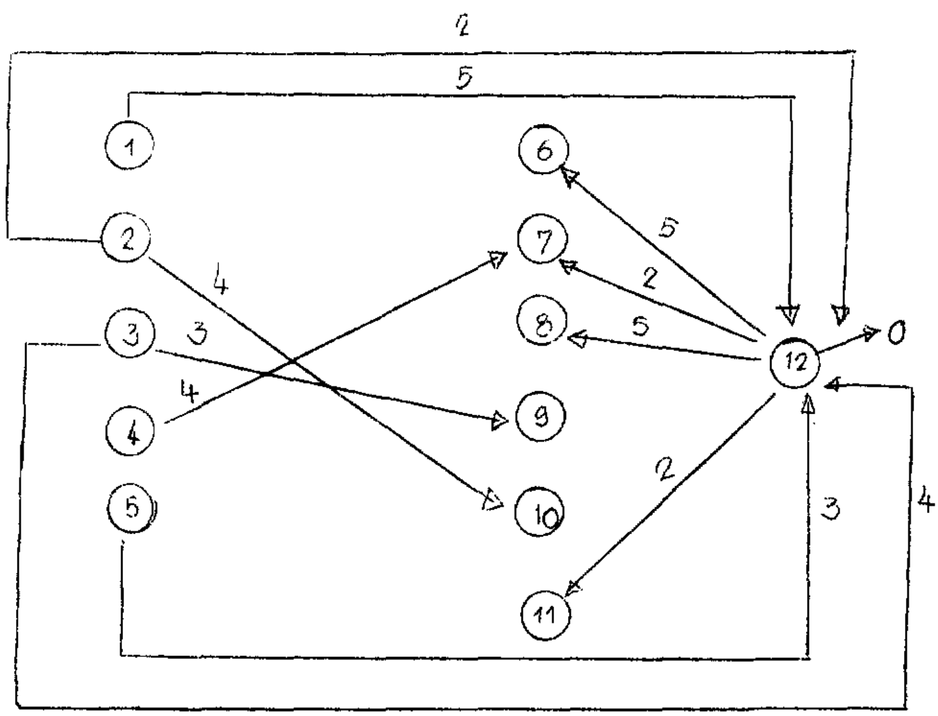


รูปภาพ 7

เลือก X_{47} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

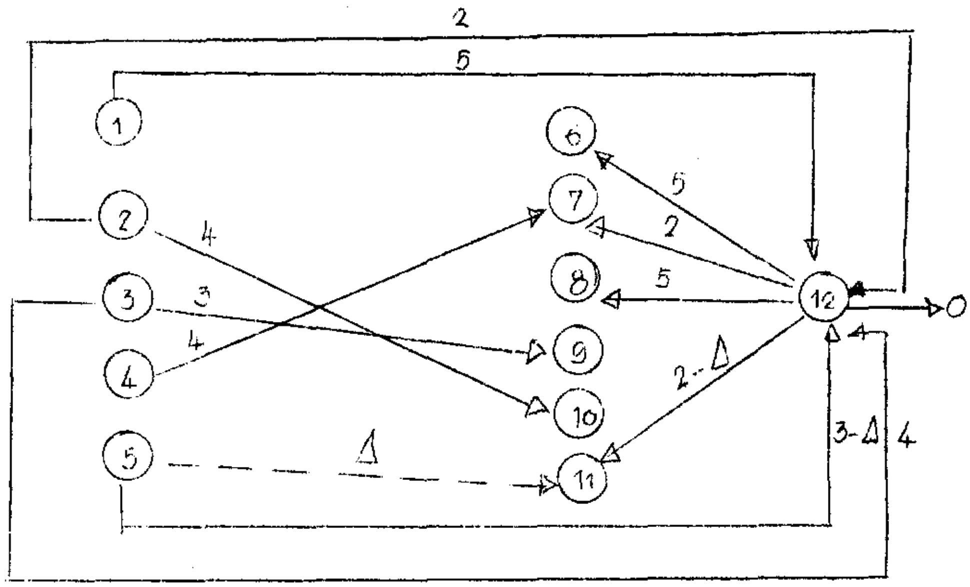


รูปภาพ 7.1

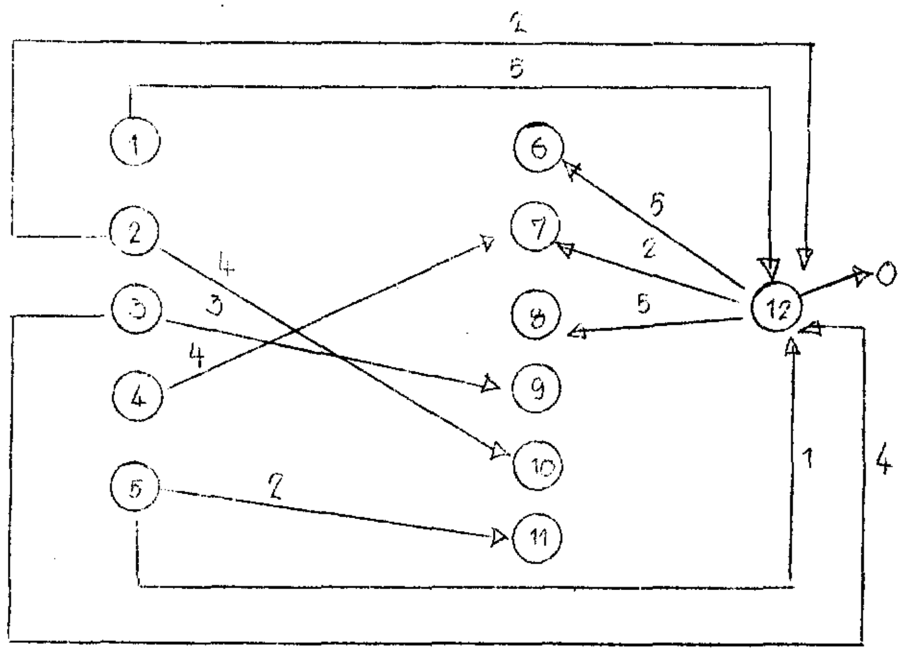


รูปภาพ 7.2

เลือก $X_{5,11}$ เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

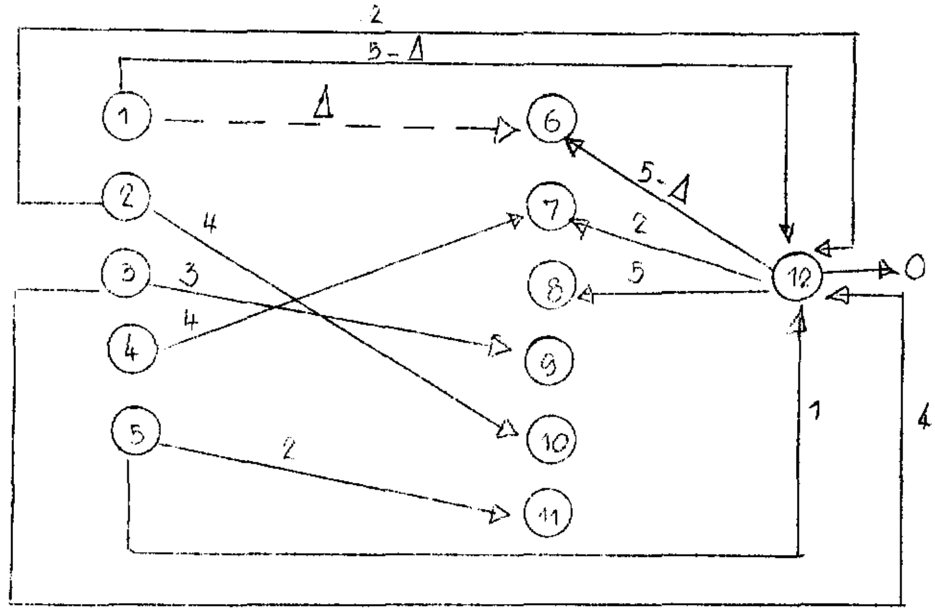


รูปภาพ 7.3

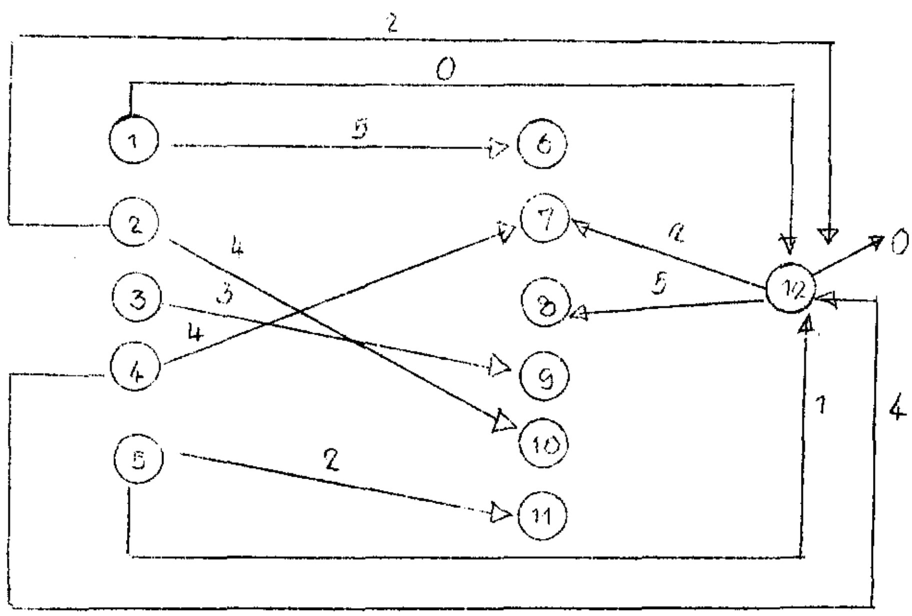


รูปภาพ 7.4

เลือก X_{16} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

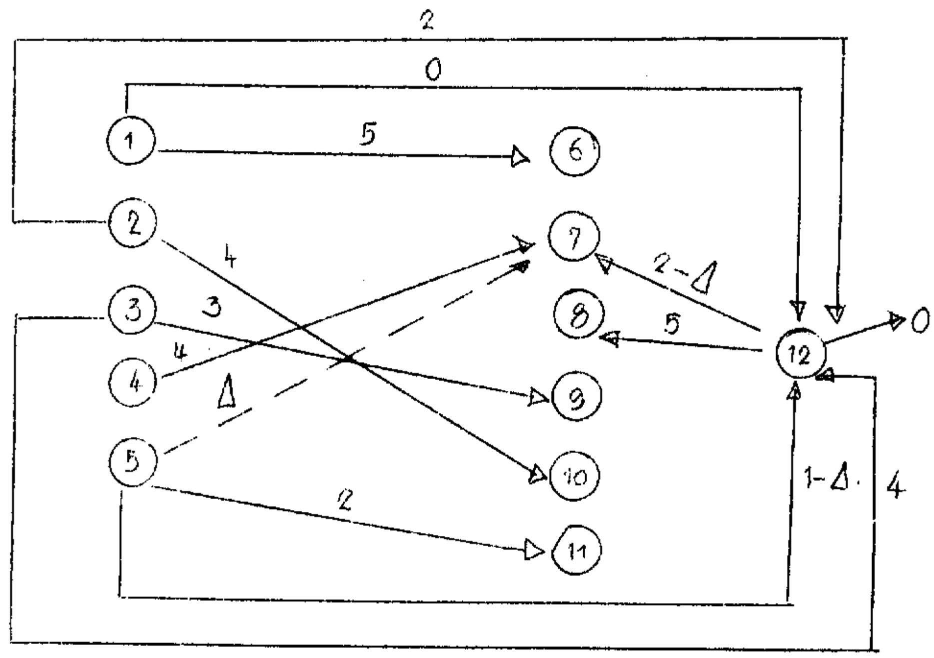


รูปภาพ 7.5

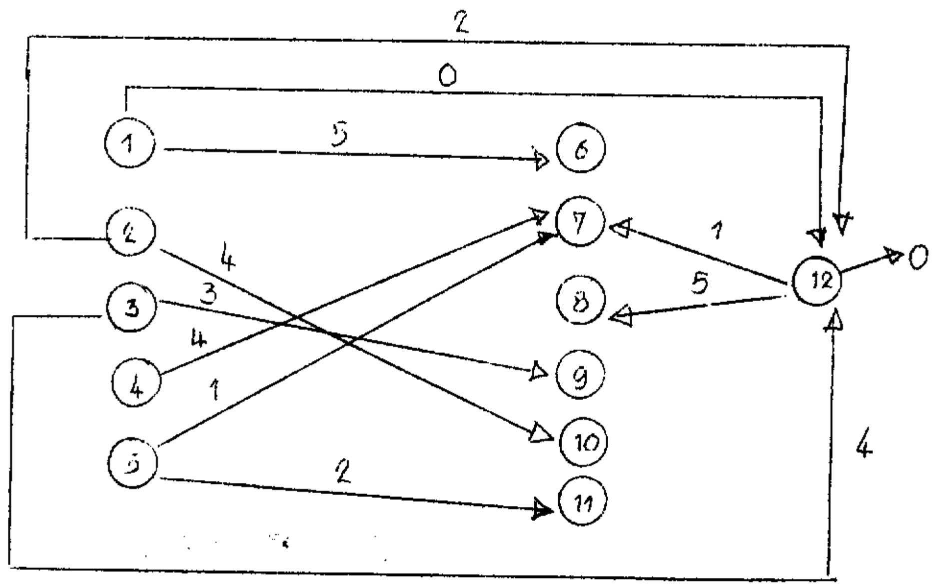


รูปภาพ 7.6

เลือก X_{57} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

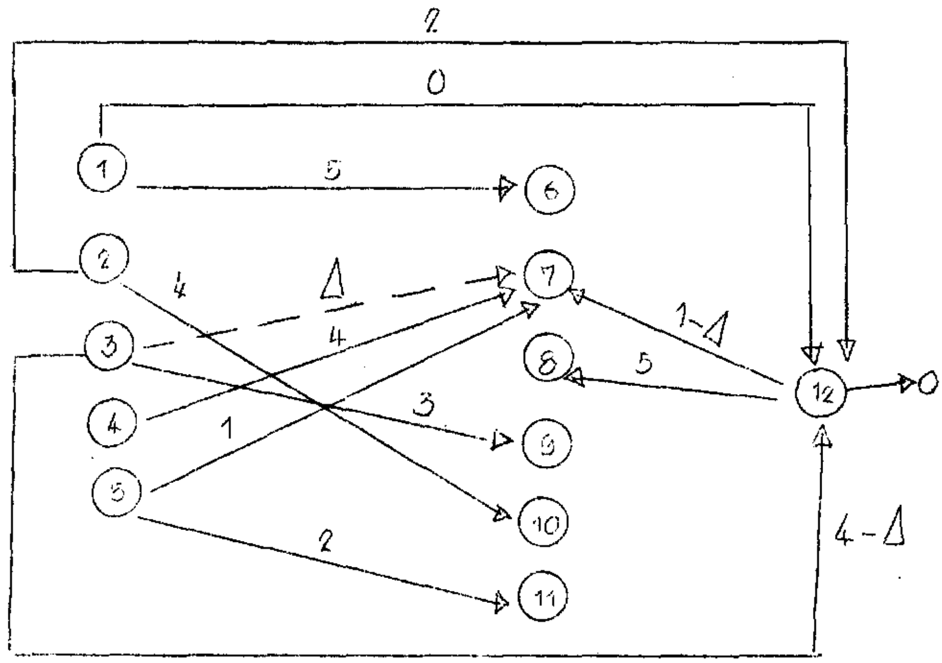


รูปภาพ 7.7

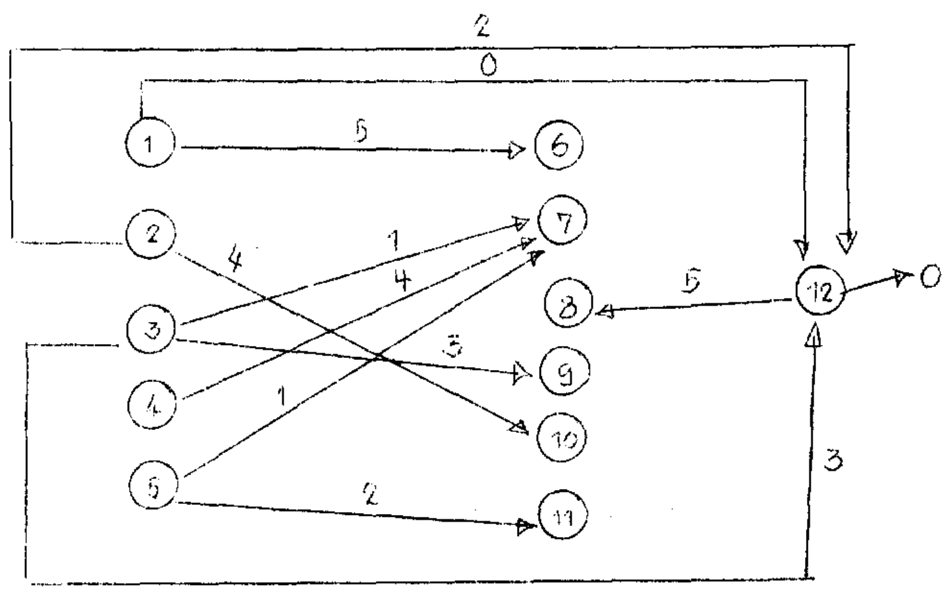


รูปภาพ 7.8

เลือก X_{37} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

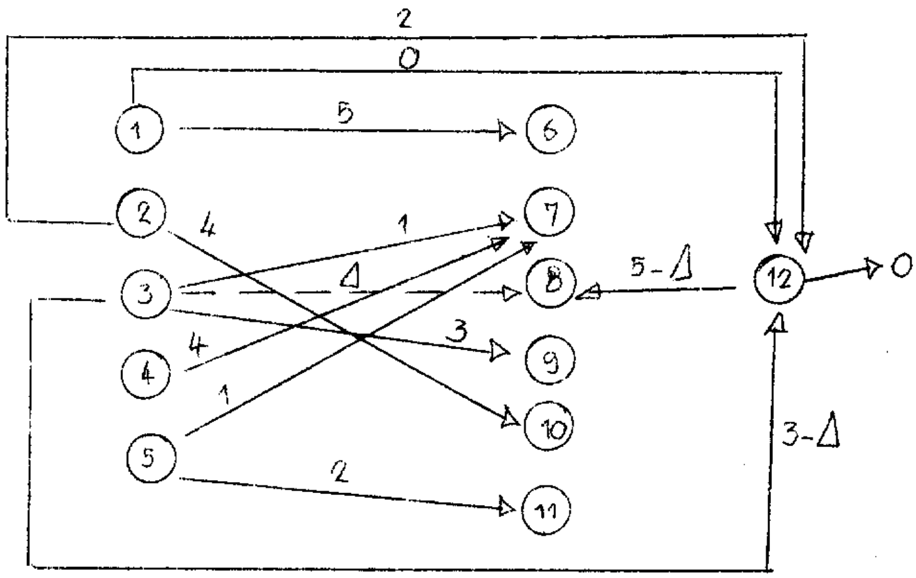


รูปภาพ 7.9

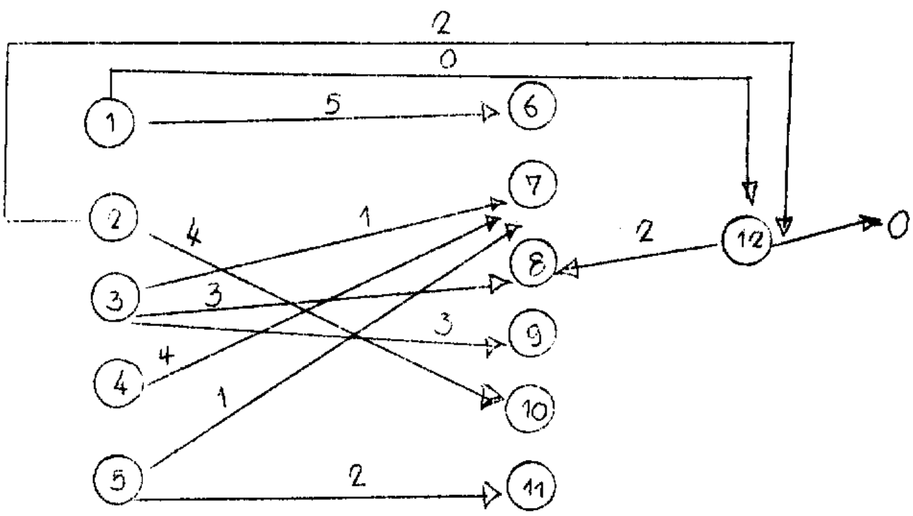


รูปภาพ 8

เลือก X_{38} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

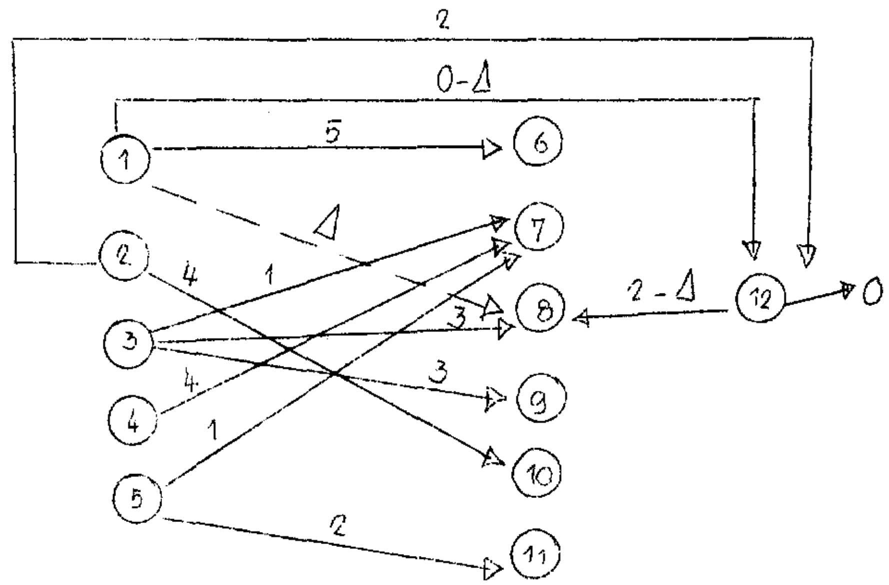


รูปภาพ 8.1

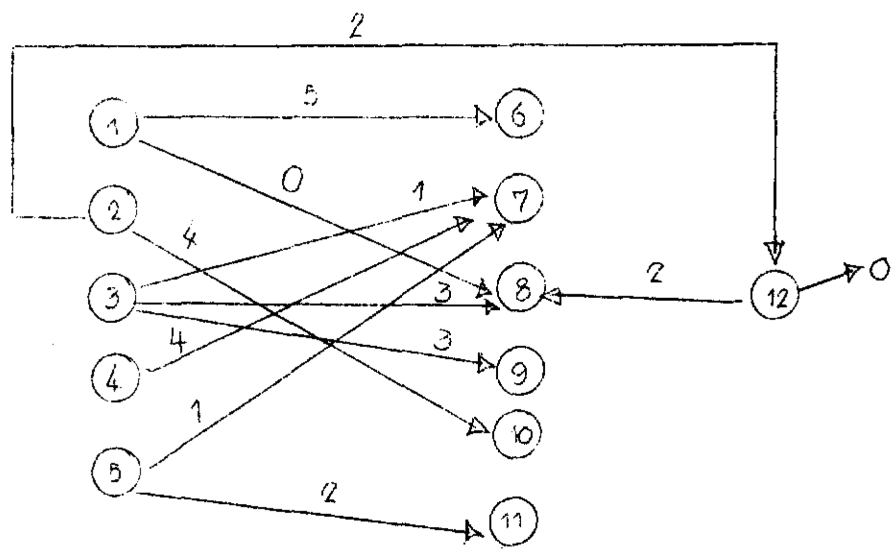


รูปภาพ 8.2

เลือก X_{18} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า

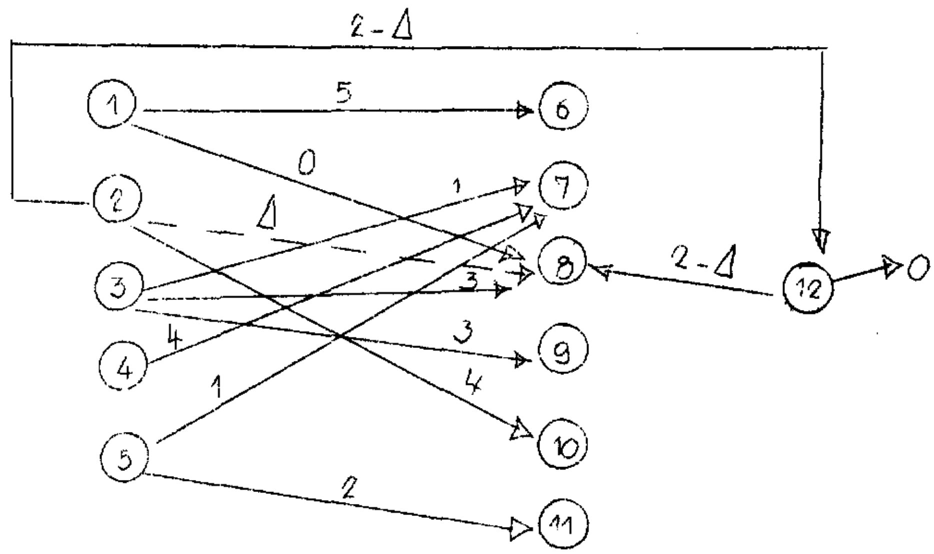


รูปภาพ 8.3

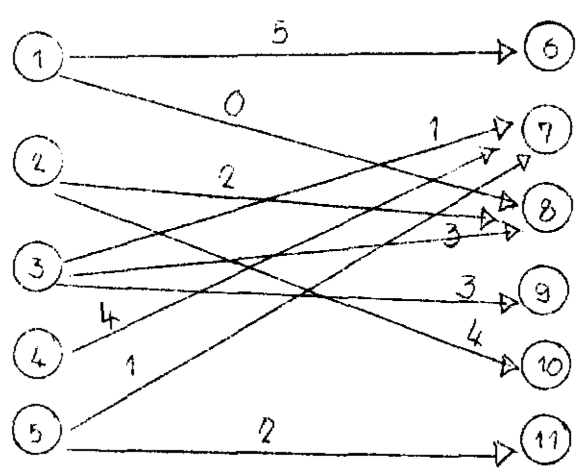


รูปภาพ 8.4

เลือก X_{28} เป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้า



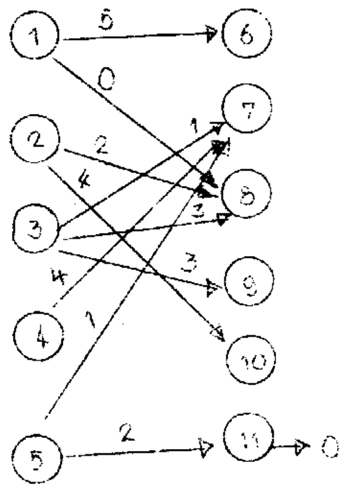
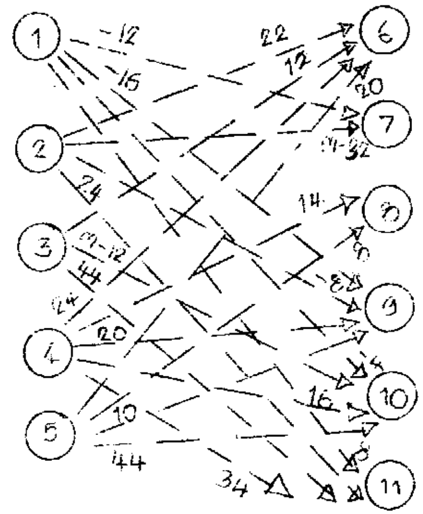
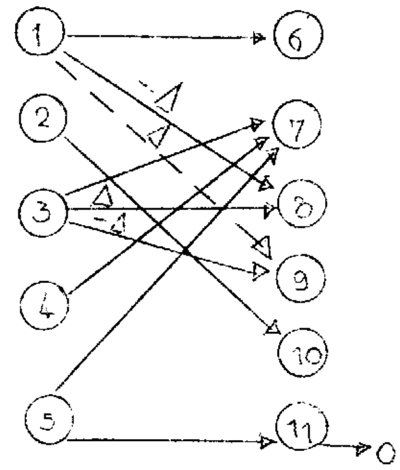
รูปภาพ 8.5

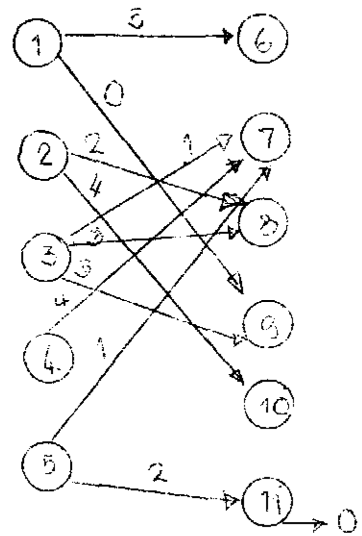
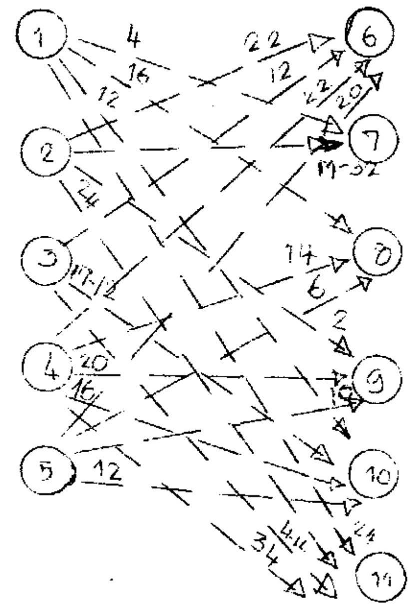


รูปภาพ 8.6

ได้คำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกคือ $X_{16} = 5$, $X_{18} = 0$, $X_{28} = 2$, $X_{2,10} = 4$, $X_{37} = 1$, $X_{38} = 3$, $X_{39} = 3$, $X_{47} = 4$, $X_{57} = 1$ $X_{5,11} = 2$

ซึ่งจะใช้ในการหาคำตอบเหมาะที่สุดดังรายละเอียดตามรูปภาพ 8.7

Iteration	Primal Solution	$C_{jk}-(y_j-y_k)$	Pivot
1			 $\Delta = 0$

Iteration	Primal Solution	$c_{jk}-(y_j-y_k)$	Pivot
2			Optimal

รูปภาพ 8.7

คำตอบเหมาะที่สุดคือ $X^*_{16} = 5$, $X^*_{19} = 0$, $X^*_{28} = 2$, $X^*_{2,10} = 4$
$X^*_{37} = 1$, $X^*_{38} = 3$, $X^*_{39} = 3$, $X^*_{47} = 4$, $X^*_{57} = 1$, $X^*_{5,11} = 2$
และ X^*_{ij} ที่เหลือมีค่าเป็น 0

$$\begin{aligned} \text{โดยมี Minimum } Z^* &= 20(5)+26(0)+42(2)+32(4)+12(1)+ \\ &\quad 22(3)+6(3)+22(4)+56(1)+0(2) \\ &= 552 \end{aligned}$$

ดังนั้นค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดสำหรับปัญหานี้คือ 552

จากตัวอย่าง 7 ถึงตัวอย่าง 10 จำนวนตัวแปรมากขึ้นเป็น 8 ตัวแปรและ 10 ตัวแปรตามลำดับ ขนาดตารางก็ใหญ่ขึ้น การคำนวณก็มีมากขึ้น ฉะนั้นถ้าหากมีการคำนวณผิดพลาด การหาตำแหน่งที่ผิดจากตารางที่มีแต่ตัวเลขทั้งหมดจะทำได้ยากกว่าเมื่อเทียบกับตัวเลขเพียงไม่กี่ตัวที่มีตามรูปข่ายงานต่าง ๆ แต่ละรูปที่ใช้ในวิธีซิมเพลกที่ไม่ใช้ตาราง

สรุปผลการวิจัย

ข้อดีของวิธีซิมเพลกเมื่อใช้ตาราง

การหาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกโดยวิธีการนี้ ใช้ค่าผลต่างตามแถวนอนและแถวตั้งเป็นหลักว่า ผลต่างในแถวใดมากที่สุด ให้เลือก x_{ij} ในแถวนั้นที่มีค่า c_{ij} น้อยที่สุดเป็นตัวแปรมูลฐาน ดังนั้นการหาคำตอบใหม่จนกว่าจะได้คำตอบเหมาะที่สุดจากคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกที่ได้ตามวิธีนี้จึงต้องการจำนวนครั้งน้อยกว่า

ข้อเสียของวิธีซิมเพลกเมื่อใช้ตาราง

การหาตำแหน่งที่ผิดในการคำนวณจากตารางที่มีแต่ตัวเลขทั้งหมด ทำได้ยากกว่าเมื่อเทียบกับวิธีไม่ใช้ตาราง

ข้อดีของวิธีซิมเพลกเมื่อไม่ใช้ตาราง

ขั้นตอนต่าง ๆ แสดงเป็นรูปข่ายงาน ซึ่งเป็นสิ่งที่น่าสนใจมากกว่าตารางที่มีแต่ตัวเลข นอกจากนี้แล้วการหาค่าต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องสามารถอาศัยทิศทางของกิ่งในข่ายงานช่วยในการคำนวณ และตัวเลขที่ใช้ในการคำนวณเพื่อหาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกจะมีแต่ ± 1, ± 2 และ 0 เท่านั้น

ข้อเสียของวิธีซิมเพลกเมื่อไม่ใช้ตาราง

ต้องการจำนวนครั้งในการหาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกและในการหาคำตอบใหม่ เพื่อให้ได้คำตอบเหมาะที่สุดมากกว่า เนื่องจากมีตัวแปรที่จะเป็นตัวแปรมูลฐานตัวเข้าได้เท่าเทียมกันอยู่หลายตัวแปร

<u>ข้อเสนอแนะ</u>

หากต้องการเปรียบเทียบวิธีการทั้งสองนี้ ในด้านเวลาที่ใช้จนกว่าจะได้คำตอบเหมาะที่สุดให้ได้ข้อสรุปที่แน่นอน ทางหนึ่งที่อาจทำได้คือเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับวิธีการทั้งสองเพื่อดูเวลาที่คอมพิวเตอร์ใช้ในการแก้ปัญหาเดียวกันด้วยวิธีการทั้งสองมาเปรียบเทียบกัน ในที่นี้ผู้วิจัยใช้การคำนวณด้วยมือ สิ่งที่จะนำมาเปรียบเทียบได้ในด้านเวลาอย่างคร่าว ๆ จึงมีเพียงจำนวนครั้งที่ใช้ในการหาคำตอบเท่านั้น

ตามความคิดเห็นของผู้วิจัยสำหรับผู้ไม่คุ้นเคยกับวิธีการทั้งสองนี้ ควรเลือกใช้วิธีซิมเพลกเมื่อไม่ใช้ตาราง เนื่องจากเป็นวิธีที่เข้าใจได้ง่ายกว่า

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

สิงหา เจียมศิริ และเชาวลิต เอกบุตร "การวิจัยดำเนินงานและบริการเพื่อชุมชนในกรุงเทพมหานคร" เอกสารวิชาการสภาอาจารย์สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์ 2 : 108 - 116 เมษายน - สิงหาคม 2527

สหัส พรหมสิทธิ์ "O.R.กับการธนาคาร" คอมพิวเตอร์สาร 55 : 19 - 23 มกราคม - กุมภาพันธ์ 2528

Bazaraa, Mokhtar S. and John J. Jarvis. Linear Programming and Network Flows. New York, 1977. 559 p.

Elam, Joyce Johnson. "Degeneracy Aspects and Minicomputer Applications of Network and Network - Related Problems," Dissertation Abstracts International. 38 : 6109-B, June, 1978.

Gupta, Anil Kumar. "Using Generalized Network Algorithms for Solving Large Scale Linear Programming-Models," Dissertation Abstracts International. 45 : 989-B, September, 1984.

Hillier, Frederick S. and Lieberman, Gerald J. Introduction to Operations Research. San Francisco, 1980. 829 p.

Hultz, John Wesley. "Algorithms and Applications for Generalized Networks," Dissertation Abstracts International. 37 : 6291-B, June, 1977.

Partovi, Mohammad Hassan. "A Study of Degeneracy in the Simplex Algorithm for Linear Programming and Network Flow Problems," Dissertation Abstracts International. 47 : 3915-B, June, 1985.

Richard, Victor Harold. "A Branch and Bound Embedded Network Optimizer," Dissertation Abstracts International. 42 : 4169-B, April, 1982.

Sharmir, Ron. "On the Efficiency of the Simplex Method," Dissertation Abstracts International. 45 : 3051-B, March, 1985.

ข้อดีและข้อเสียของวิธีซิมเพลกเมื่อใช้กับช่ายงาน

บทคัดย่อ

ของ

จันทร์วดี เขมะวิชานุรัตน์

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
เมษายน 2529

ปริญญานิพนธ์นี้ เปรียบเทียบข้อดีและข้อเสียของวิธีซิมเพลกเมื่อใช้ตาราง และเมื่อนำไปใช้กับข่ายงานโดยดูจากตัวอย่างปัญหา

จากผลที่ได้พบว่าจำนวนครั้งที่ใช้ในการหาคำตอบมูลฐานในข่ายอันแรกจนกระทั่งได้คำตอบเหมาะที่สุดของวิธีซิมเพลกเมื่อใช้ตารางน้อยกว่าของวิธีซิมเพลกเมื่อนำไปใช้กับข่ายงาน แต่วิธีซิมเพลกเมื่อนำไปใช้กับข่ายงานเป็นสิ่งที่น่าสนใจมากกว่าเนื่องจากสามารถแสดงด้วยรูปภาพ นอกจากนี้แล้วค่าต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องในการคำนวณมีเพียงไม่กี่ค่า การหาตำแหน่งที่ผิดที่เกิดจากการคำนวณจึงทำได้ง่ายกว่า

GOOD AND BAD POINTS OF SIMPLEX METHOD IN NETWORK

AN ABSTRACT

BY

CHANWADEE KAMAWICHANURAT

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree
at Srinakharinwirot University
April 1986

This thesis compares good and bad points of Simplex Method in tableau form and in Networks by considering certain examples

It is found that the numbers of iterations needed before reaching the optimum for Simplex Method in tableau form areless than those needed in Networks. However,Network Simplex is more appealing as it can be illustrated via figures. Furthermore, there are a few values involved in the calculations making it easier to locate miscalculation if any.