

การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง
เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4

ปริญญานิพนธ์
ของ
สุรางคณา ยาหยี

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
มิถุนายน 2549

การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง
เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4

ปริญญานิพนธ์
ของ
สุรางคณา ยาทย์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
มิถุนายน 2549
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง
เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4

บทคัดย่อ
ของ
สุรางคณา ยาหยี

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาโทบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
มิถุนายน 2549

สุรางคณา ยาทยี. (2549). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: รองศาสตราจารย์ ดร. จีวีวรรณ เศวตมาลย์, รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนรู้กับเกณฑ์

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สายวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนบ้านนานายก “นายกพิทยากร” ตำบลบ้านนา อำเภอบ้านนา จังหวัดนครนายก โดยการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียนทั้งหมด 44 คน ใช้เวลาในการสอน 19 ชั่วโมง แบบแผนการวิจัยครั้งนี้เป็นแบบ One-Group Pretest-Posttest Design วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าสถิติ t-test Dependent และค่าสถิติ t-test One Sample

ผลการวิจัยพบว่า

1. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่า 96.88/97.36
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
5. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICS LEARNING PACKAGES THROUGH
COOPERATIVE LEARNING CONCENTRATING ON CONNECTION SKILLS IN
“FUNDAMENTAL GRAPH THEORY” FOR THE FOURTH GRADE BAND

AN ABSTRACT
BY
SURANGKANA YAYEE

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University

June 2006

Surangkana Yayee. (2006). *The Development of Mathematics Learning Packages Through Cooperative Learning Concentrating on Connection Skills in "Fundamental Graph Theory" for the Fourth Grade Band*. Master thesis, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisory Committee: Assoc. Prof. Dr. Chaweewan Sawetamalya, Assoc. Prof. Nipa Sripairot.

The purposes of this research were to develop mathematics learning packages through cooperative learning concentrating on connection skills in fundamental graph theory for the fourth grade band, to compare students' achievement and connection skills before and after experimenting, and to compare students' achievement and connection skills after learning with a criterion.

The subjects of this study were 44 Matayomsuksa V students in science-mathematics stream enrolled in the second semester of 2005 academic year from Banna "Nayokpittayakorn" School, Banna, Nakornnayok. They were selected by cluster sampling technique. The experiment lasted for 19 hours. The One-group pretest-posttest design was used for this study. The data were analyzed by using t-test dependent and t-test one sample.

The findings were as follows:

1. The mathematics learning packages through cooperative learning concentrating on connection skills in "fundamental graph theory" for the fourth grade band had the efficiency of 96.88/97.36 higher than the 80/80 criteria.
2. The mathematics achievement of the experimental group after being taught by using mathematics learning packages through cooperative learning concentrating on connection skills was significantly higher than that before being taught at the .01 level of significance.
3. The mathematical connection skills of the experimental group after being taught by using mathematics learning packages through cooperative learning concentrating on connection skills was significantly higher than that before being taught at the .01 level of significance.
4. The mathematics achievement of the experimental group after being taught by using mathematics learning packages through cooperative learning concentrating on connection skills significantly passed at least 65 percent criterion at the .01 level of significance.

5. The mathematical connection skills of the experimental group after being taught by using mathematics learning packages through cooperative learning concentrating on connection skills significantly passed at least 65 percent criterion at the .01 level of significance.

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง
เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4

ของ

สุรางคณา ยาหยี

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เพ็ญสิริ จีระเดชากุล)

วันที่ เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2549

..... ประธานควบคุมปริญญานิพนธ์

(รองศาสตราจารย์ ดร. จีวีวรรณ เศวตมาลย์)

..... กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์

(รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดีด้วยความกรุณาและการให้คำปรึกษา แนะนำแนวทางในการทำวิจัยจาก รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมัลย์ ประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์ กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ สีสัจรสกุล กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม ซึ่งท่านได้เสียสละเวลาอันมีค่าเพื่อให้ คำปรึกษาแนะนำในการทำงานวิจัยนี้ทุกขั้นตอน ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. วณิดา เหมะกุล อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์ อาจารย์พีระ จิมคง ที่ได้กรุณาช่วยตรวจแก้ไขข้อบกพร่อง และให้คำแนะนำเป็นอย่างดีในเรื่องเครื่องมือที่ใช้ ในการวิจัยครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านนา “นายกพิทยากร” ผู้อำนวยการโรงเรียนนครนายก วิทยาคม จังหวัดนครนายก อาจารย์วันทนา อมรพัฒนา และคณะครูอาจารย์ทุกท่านที่คอยให้ความช่วยเหลือ และ สนับสนุนให้ผู้วิจัยทำการเก็บรวบรวมข้อมูลจนสำเร็จ ขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนบ้านนา “นายกพิทยากร” และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนนครนายกวิทยาคม ที่ให้ความร่วมมือในการวิจัยครั้งนี้เป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และครอบครัวผู้เป็นกำลังใจและให้การสนับสนุนแก่ผู้วิจัยจนประสบความสำเร็จ และขอขอบใจเพื่อนๆ นิสิตปริญญาโท สาขาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) ที่คอยให้กำลังใจ ตลอดเวลา ผู้วิจัยจะระลึกถึงพระคุณของท่านตลอดไป

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบให้เป็นเครื่องบูชาพระคุณของบิดา มารดา ครู อาจารย์ทุกท่าน ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย

สุรางคณา ยาหยี

งานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัย
จาก
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย	4
ความสำคัญของการวิจัย	4
ขอบเขตของการวิจัย	5
นิยามศัพท์เฉพาะ	5
กรอบและแนวคิดในการวิจัย	11
สมมติฐานของการวิจัย	12
2 เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	13
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ	14
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยง	42
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้	58
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์	77
3 วิธีดำเนินการวิจัย	87
การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง	87
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	88
การเก็บรวบรวมข้อมูล	103
การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล	104
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	110
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	110
การวิเคราะห์ข้อมูล	110
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	111

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	114
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	114
สมมติฐานของการวิจัย.....	114
วิธีดำเนินการวิจัย.....	115
สรุปผลการวิจัย.....	117
อภิปรายผล.....	117
ข้อสังเกตจากการวิจัย.....	121
ข้อเสนอแนะ.....	122
บรรณานุกรม.....	124
ภาคผนวก.....	134
ภาคผนวก ก.....	135
ภาคผนวก ข.....	139
ภาคผนวก ค.....	146
ภาคผนวก ง.....	183
ภาคผนวก จ.....	196
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	198

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	แบบบันทึกการประเมินผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายข้อ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.....	83
2	แบบบันทึกคะแนนการตัดสินผลการเรียนรู้รายปี กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่... แบบที่ 1.....	85
3	แบบบันทึกคะแนนการตัดสินผลการเรียนรู้รายปี กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่... แบบที่ 2.....	85
4	การวิเคราะห์การเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค STAD, TGT และ NHT เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น.....	90
5	ตัวอย่างการให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและ ทักษะการเชื่อมโยง.....	100
6	เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	102
7	เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	102
8	แบบแผนการวิจัย.....	103
9	ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือ ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4	111
10	ผลการวิเคราะห์การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และ ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง.....	112
11	ผลการวิเคราะห์การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และ ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือ ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น กับเกณฑ์.....	113

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
12 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์.....	136
13 ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น.....	137
14 ค่า $\sum x_i$ ค่า $\sum x_i^2$ ค่า σ_i^2 เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น.....	138
15 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่อง กราฟ.....	140
16 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่อง ดีกรีของจุดยอด.....	141
17 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 เรื่อง แนวเดิน.....	142
18 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 เรื่อง กราฟฮอยเลอร์.....	143
19 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชุดที่ 5 เรื่อง การประยุกต์ของกราฟ.....	144
20 คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และคะแนน ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....	145

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	11
2 แผนภาพแสดงลักษณะของการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน.....	15
3 การใช้สมบัติการแจกแจงหาพื้นที่แรเงา.....	44
4 ภาพสเกตช์จากคอมพิวเตอร์ของเจนนิเฟอร์.....	50
5 ผลงานการพิสูจน์หาจุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉากทั้ง 4 แบบ ของนักเรียน เกรด 10 ในชั้นเรียนของครูโรบินสัน (Mr.Robinson) ประเทศสหรัฐอเมริกา.....	52
6 วิธีทางเดินของจุดยอด และจุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉาก.....	53
7 องค์ประกอบที่สำคัญของชุดการเรียนรู้.....	65

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบทำให้สามารถคาดการณ์วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม (กรมวิชาการ. 2544ข: 1) ปัจจุบันเทคโนโลยีเจริญก้าวหน้าไปอย่างรวดเร็ว มนุษย์สามารถรับข้อมูลข่าวสารตลอดจนสามารถที่จะส่งข่าวถึงกันได้ในช่วงพริบตา โลกในยุคปัจจุบันจึงเปรียบเสมือนโลกไร้พรมแดน (ปานทองกุลนาคศิริ. 2543: 14-19) คณิตศาสตร์จึงเป็นเครื่องมือในการศึกษาเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง มีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนามนุษย์ให้สมบูรณ์มีความสมดุลทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญาและอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข คณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับแบบรูปและความสัมพันธ์เพื่อให้ได้ข้อสรุปและนำไปใช้ประโยชน์ คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นภาษาสากลที่ทุกคนเข้าใจตรงกันในการสื่อสาร สื่อความหมายและถ่ายทอดความรู้ระหว่างศาสตร์ต่าง ๆ

คณิตศาสตร์จึงเป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญอย่างยิ่งในการจัดการศึกษา แต่จากการรายงานของสำนักทดสอบทางการศึกษา (2548: ออนไลน์) ค่าของ GPA ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายทั่วประเทศ ปีการศึกษา 2547 ในวิชาคณิตศาสตร์มีค่า GPA อยู่ประมาณ 1.8-2.1 เท่านั้น อีกทั้งค่า GPA ของวิชาคณิตศาสตร์มีค่าต่ำกว่าทุกรายวิชาอีกด้วย จากผลการรายงานดังกล่าวแสดงให้เห็นถึงสภาพปัญหาในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งยุพิน พิพิธกุล (2539: 3-8) ได้เคยกล่าวถึงปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับตัวครูไว้ว่า ครูใช้วิธีการสอนแบบเก่า ซึ่งเป็นการบรรยายและฝึกเนื้อหา ครูเป็นผู้กำหนดรูปแบบการเรียนรู้ให้ผู้เรียน การสอนจะเน้นเนื้อหาเป็นศูนย์กลางไม่คำนึงถึงผู้เรียนและความแตกต่างระหว่างบุคคล ดังนั้นครูจึงเป็นผู้มีบทบาทสำคัญในการจัดการเรียนการสอนให้บรรลุตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ในหลักสูตร ครูจึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาให้มีความรู้ความสามารถยิ่งขึ้น เพราะครูที่มีสมรรถภาพสูงย่อมมีความสามารถในการจัดการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพซึ่งจะมีผลให้นักเรียนได้มีการพัฒนาเป็นไปตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ (วรภรณ์ มีหนัก. 2545ข: 58-59)

ชุดการเรียนเป็นสิ่งที่ช่วยในการจัดการเรียนการสอนของครูให้ดำเนินไปตามลำดับขั้น ผู้เรียนสามารถประกอบกิจกรรมร่วมกัน ซึ่งอาจจัดการเรียนในรูปแบบศูนย์การเรียน เป็นชุดการเรียนแบบกลุ่ม นักเรียนสามารถช่วยเหลือซึ่งกันและกันได้ ครูเป็นผู้คอยให้ความช่วยเหลือเท่านั้น ชุดการเรียนเป็นวิธีสอนในรูปแบบประสมมาช่วยส่งเสริมการเรียนรู้ให้ผู้เรียนมีประสิทธิภาพ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ สุภาภรณ์ ทิพย์สุวรรณ (2543: 61-64) ได้ทำการพัฒนาชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบเรียนเป็นคู่ ผลการศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความรับผิดชอบของนักเรียนที่ใช้ชุดการเรียนแบบรายคู่สูงกว่าการสอนตามคู่มือครู และงานวิจัยของสุวรรณมาลี นาคเสน (2544:

87-97) ได้ทำการพัฒนาชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการสอน Group Investigation ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน และความคิดเห็นของครูผู้สอนภายหลังใช้ชุดการเรียนรู้ในระดับ เห็นด้วยอย่างยิ่ง และงานวิจัยของพรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล (2547: 91-94) ได้ศึกษาพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้ สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในทักษะการพูดและการเขียน ภายหลังจากการเรียนด้วยชุดการเรียนรู้ปรากฏว่านักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยเฉลี่ยร้อยละ 79.94 นอกจากนี้วิธีสอนของครูก็มีบทบาทสำคัญในการให้การศึกษ เพื่อให้ให้นักเรียนเรียนรู้ได้รวดเร็ว รู้จักคิดหาเหตุผลตลอดจนนำความรู้ที่ได้ศึกษาไปใช้ให้เป็นประโยชน์ ดังนั้นครูจึงจำเป็นที่จะต้องคิดค้นหาวิธีการที่จะเชื่อมโยงความรู้ให้นักเรียนได้ประสบผลสำเร็จตามความสามารถของแต่ละบุคคล และในปัจจุบันนี้มีความรู้มากมายที่สามารถแสวงหาได้จากแหล่งต่าง ๆ ที่มีอยู่รอบตัวและความรู้เหล่านั้นก็มีการเปลี่ยนแปลงและเกิดขึ้นใหม่อยู่ตลอดเวลา การสอนที่มุ่งให้ความสำคัญในด้านเนื้อหาเพียงอย่างเดียวจึงไม่สอดคล้องกับสภาพปัจจุบัน (สิริพร ทิพย์คง. 2545: 27) ดังนั้นจึงต้องจัดการเรียนการสอนให้ผู้เรียนมีทักษะในการแสวงหาความรู้จากแหล่งการเรียนรู้อย่างหลากหลายเพราะการเรียนรู้เกิดได้จากแหล่งต่าง ๆ กัน ผู้เรียนไม่จำเป็นต้องรอรับความรู้จากผู้สอนเพียงฝ่ายเดียว ซึ่งผู้เรียนสามารถรู้ได้ด้วยตนเอง เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางและยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ (ยุพิน พิพิธกุล. 2543: 26)

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 หมวด 4 แนวทางการจัดการศึกษามาตราที่ 22 กล่าวถึงการจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด การจัดการศึกษาที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญมีหลักการที่มุ่งให้ผู้เรียนมีบทบาทรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของตนเองและมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ มีการปฏิสัมพันธ์ที่ดีในกลุ่มซึ่งเป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยส่งเสริมการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2544: 4-5) การสอนแบบร่วมมือเป็นการจัดการเรียนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันได้ทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพื่อให้บรรลุเป้าหมายของกลุ่ม ความสำเร็จของกลุ่มจะขึ้นอยู่กับความรับผิดชอบของนักเรียนทุกคนในกลุ่ม สมาชิกทุกคนมีบทบาทชัดเจน มีทักษะทางสังคม มีการพึ่งพาอาศัยกันจนทุกคนประสบความสำเร็จตามเป้าหมาย (Johnson, Johnson and Holubec. 1993: 1-3) ซึ่งการเรียนแบบร่วมมือสามารถนำมาใช้ได้กับการเรียนทุกวิชา และทุกระดับชั้นและจะมีประสิทธิผลยิ่งกับการกิจกรรมการเรียนรู้ที่มุ่งพัฒนาผู้เรียนในด้านการแก้ปัญหา การคิดแบบหลากหลาย การเน้นคุณธรรม จริยธรรม การเสริมสร้างประชาธิปไตยในชั้นเรียน การสร้างนิสัยความรับผิดชอบร่วมกัน และความร่วมมือภายในกลุ่ม (วัฒนาพร ระบับทุกข์. 2545: 174) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของจอยซ์ (Joyce. 2004: Online) ที่ได้ศึกษาการเรียนแบบร่วมมือ

โดยใช้กลุ่มย่อยเพื่อช่วยการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานการศึกษาผู้ใหญ่ ผลการศึกษาพบว่าวิธีการเรียนแบบร่วมมือทำให้นักศึกษาเกิดการเรียนรู้ และงานวิจัยของสมเดช บุญประจักษ์ (2540: 95-96) ได้ทำการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ ผลการศึกษาพบว่า ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม งานวิจัยของศรีภรณ์ ณะวงค์ษา (2542: 71-74) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนแบบ TGT และแบบ STAD และสอนตามคู่มือครู ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่สอนแบบ TGT และแบบ STAD สูงกว่านักเรียนที่สอนโดยใช้คู่มือครู งานวิจัยของนาฎยา บัณเฑาะ (2543: 91-95) ได้ศึกษาผลของการเรียนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิคแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์ที่มีต่อเชาวน์อารมณ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการเรียนแบบร่วมมือมีเชาวน์อารมณ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และงานวิจัยของเชี่ยวชาญ เทพกุล (2545: 84-88) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการเรียนแบบ STAD ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน ผลการศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียน สูงกว่าก่อนได้รับการสอนและความคิดเห็นของนักเรียนหลังการใช้ชุดการเรียนมีความคิดเห็นในระดับสูงกว่าเห็นด้วยขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 จากผลการวิจัยข้างต้นแสดงให้เห็นว่าการเรียนแบบร่วมมือช่วยพัฒนาทั้งในด้านความรู้ ด้านทักษะกระบวนการ และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียนสูงขึ้น

ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 สารการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีทักษะกระบวนการเชื่อมโยงเป็นทักษะที่สำคัญอย่างหนึ่งในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้และพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อซึ่งจำเป็นต้องมีการบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน นอกจากใช้การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันแล้วยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และใช้แก้ปัญหา (กรมวิชาการ, 2544: 200) การเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจภาษาคณิตศาสตร์ เป็นการเชื่อมโยงสาระหรือความคิดที่ไม่เป็นทางการหรือสามัญสำนึกไปสู่ภาษาที่เป็นนามธรรมและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และยังมีบทบาทสำคัญในการช่วยให้นักเรียนได้สร้างการเชื่อมโยงที่สำคัญระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับสื่อที่เป็นวัตถุ กราฟ สัญลักษณ์ต่าง ๆ และตัวแทนทางคณิตศาสตร์และยังช่วยให้ผู้เรียนมีความชัดเจนในแนวคิดและเกิดความเข้าใจลึกซึ้งกับสิ่งที่เรียน (NCTM, 1989: 26) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ลอร์สัน และชินนัพเพน (Lawson & Chinnappan, 2000: 26-43) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการแก้ปัญหากับการสร้างองค์ความรู้ของนักเรียนและความสามารถด้านเนื้อหา และการเชื่อมโยงความรู้ในการแก้ปัญหามทางเรขาคณิต ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีความสามารถในการสร้างองค์ความรู้ขึ้นเองได้มากกว่าและสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่ครูจัดตามแผนการสอนมาสัมพันธ์กับความรู้เดิมและตัวชี้วัดความสามารถด้าน

การเชื่อมโยงมีผลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาสูงกว่าตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหา และงานวิจัยของสมบัติ แสงทองคำสุก (2545: 94-97) ได้พัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาที่ส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง ผลการศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน สอดคล้องกับงานวิจัยของศศิธร แก้วรักษา (2547: 58-59) ได้พัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบซิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน ผลการศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน

เนื่องจากเหตุที่กล่าวมาข้างต้นทำให้ผู้วิจัยเกิดความสนใจที่จะพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงและพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและทักษะการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง
3. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง
4. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น กับเกณฑ์
5. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น กับเกณฑ์

ความสำคัญของการวิจัย

ผลของการวิจัยครั้งนี้เพื่อให้ครูผู้สอนสามารถใช้เป็นแนวทางการจัดการเรียนการสอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ และสร้างเสริมทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น อีกทั้งยังเป็นการพัฒนาชุดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพเพื่อสื่อการเรียนการสอนที่เป็นแนวทางให้ครูสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการสอนหรือสร้างชุดการเรียนรู้ในเรื่องอื่นๆ ได้อีกด้วย

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สายวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนบ้านนา “นายกพิทยากร” ตำบลบ้านนา อำเภอบ้านนา จังหวัดนครนายก จำนวน 2 ห้องเรียน รวมจำนวนนักเรียน 92 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนบ้านนา “นายกพิทยากร” ตำบลบ้านนา อำเภอบ้านนา จังหวัดนครนายก จำนวน 44 คน ซึ่งได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random sampling) จากนักเรียนทั้งหมด 2 ห้องเรียน แล้วจับสลากเลือกมา 1 ห้องเรียน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้เป็นเนื้อหาสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เรื่อง ทัศนียภาพเบื้องต้น

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 ใช้เวลาในการทดลอง 19 คาบ คาบละ 60 นาที โดยทดลองสอน 16 คาบ ทดสอบ 3 คาบ คือ ทดสอบก่อนเรียน 90 นาที และหลังเรียน 90 นาที

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ คือ ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทัศนียภาพเบื้องต้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ชุดการเรียนรู้ หมายถึง ชุดประสบการณ์สอนที่ครูสร้างขึ้นโดยใช้สื่อวัสดุอุปกรณ์และกิจกรรมหลายชนิด ผสมผสานกันเพื่อมุ่งให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในบทเรียนได้ดีและบรรลุตามเป้าหมายที่วางไว้ ซึ่งผู้เรียนสามารถ ศึกษาเนื้อหาการเรียนรู้ด้วยตนเอง และปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองตามความสามารถ โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ ช่วยเหลือ ในที่นี้หมายถึง สื่อการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา มีองค์ประกอบสำคัญ คือ

- 1.1 คู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้ เป็นส่วนที่อธิบายการใช้ชุดการเรียนรู้
- 1.2 ชื่อชุดการเรียนรู้ เป็นส่วนที่บอกให้ทราบว่าศึกษาเกี่ยวกับเรื่องอะไร
- 1.3 คำชี้แจง เป็นส่วนที่อธิบายลักษณะของกิจกรรมในชุดการเรียนรู้
- 1.4 จุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นส่วนที่ระบุเป้าหมายให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนหลังจากได้ศึกษาชุดการเรียนรู้
- 1.5 เวลา เป็นส่วนที่บอกเวลาที่ใช้ในการเรียนรู้ชุดการเรียนรู้
- 1.6 สื่อการเรียนรู้ เป็นส่วนที่ระบุอุปกรณ์ เครื่องมือ วัสดุต่าง ๆ ที่ใช้ในชุดการเรียนรู้
- 1.7 สารการเรียนรู้ เป็นส่วนที่อธิบายความรู้ให้กับนักเรียน
- 1.8 กิจกรรมการเรียนรู้ เป็นส่วนที่ระบุกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้เรียนปฏิบัติเพื่อให้บรรลุตามจุดประสงค์

การเรียนรู้ที่กำหนดไว้

- 1.9 แบบฝึกทักษะ เป็นส่วนที่ฝึกให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในสารการเรียนรู้ในระหว่างเรียนมากยิ่งขึ้น
- 1.10 การประเมินผลการเรียนรู้ เป็นส่วนที่ประเมินความรู้ความสามารถของนักเรียนตามสภาพจริงจาก การปฏิบัติกิจกรรม และมีแบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้ที่กำหนดขึ้นตามจุดประสงค์การเรียนรู้นำมาทดสอบนักเรียน หลังจากได้ศึกษาชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

2. การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนร่วมกันทำกิจกรรมเป็น กลุ่มเล็ก ๆ ประมาณ 4 คน คละระดับความสามารถ คือ นักเรียนที่มีความสามารถสูง 1 คน นักเรียนที่มีความสามารถ ปานกลาง 2 คน นักเรียนที่มีความสามารถต่ำ 1 คน ซึ่งผู้เรียนในกลุ่มจะเรียนรู้ร่วมกัน เกิดการร่วมมือ รับผิดชอบและ ช่วยเหลือกัน มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน และฝึกการทำงานร่วมกับผู้อื่น ความสำเร็จของตนเองถือเป็น ความสำเร็จของกลุ่มและความสำเร็จของกลุ่มถือเป็นความสำเร็จของตนเอง ซึ่งจะทำให้ให้นักเรียนช่วยเหลือซึ่งกันและกัน รับผิดชอบร่วมกันทั้งในส่วนตนและส่วนรวม เพื่อให้ตนเองและสมาชิกทุกคนในกลุ่มประสบความสำเร็จตาม เป้าหมายที่กำหนด ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้มีการจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิคแบ่งกลุ่มคละ ผลสัมฤทธิ์ (STAD) เทคนิคกลุ่มร่วมมือแข่งขัน (TGT) และเทคนิคกลุ่มร่วมกันคิด (NHT)

2.1 เทคนิคแบ่งกลุ่มคละผลสัมฤทธิ์ (Student Teams Achievement Divisions : STAD)

หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือที่มีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียนต่อชั้นเรียน

ครูเป็นผู้นำเสนอบทเรียนโดยใช้เทคนิคการเรียนการสอนที่เหมาะสมกับสาระการเรียนรู้ หรืออาจตั้งประเด็นปัญหาให้นักเรียนอภิปราย และเลือกใช้สื่อการเรียนการสอนที่น่าสนใจ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และเข้าใจในบทเรียน

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย

จัดนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน คละระดับความสามารถ ซึ่งมีระดับความสามารถสูง 1 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 1 คน ครูมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายค้นหาคำตอบร่วมกัน และทบทวนบทเรียนที่ครูนำเสนอ ซึ่งนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูงจะต้องช่วยอธิบายให้เพื่อนสมาชิกในกลุ่มเกิดการเรียนรู้ในเนื้อหาสาระและกิจกรรมที่เรียน เน้นการช่วยเหลือกันของสมาชิกในกลุ่มและการยอมรับสมาชิกในกลุ่มที่เรียนอ่อน เพื่อเตรียมความพร้อมในการทดสอบย่อยต่อไป

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย

ครูให้นักเรียนทำแบบทดสอบเป็นรายบุคคลตามความสามารถของตน ซึ่งนักเรียนไม่สามารถปรึกษาและช่วยเหลือกันได้

ขั้นที่ 4 การคิดคะแนนพัฒนาการ

นำคะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อยของนักเรียนแต่ละคนไปเปรียบเทียบกับคะแนนพื้นฐาน ซึ่งได้จากค่าเฉลี่ยจากการทดสอบย่อยหลาย ๆ ครั้งที่นักเรียนแต่ละคนทำได้ จะได้เป็นคะแนนพัฒนาการของนักเรียนแต่ละคน

ขั้นที่ 5 การยกย่องกลุ่ม

นำคะแนนพัฒนาการของนักเรียนแต่ละคนรวมเป็นคะแนนกลุ่ม กลุ่มที่ได้คะแนนรวมตามเกณฑ์ที่ครูกำหนดจะได้รับคำชมเชยหรือรางวัลที่ครูกำหนด ดังนั้นผลงานของกลุ่มจะประสบผลสำเร็จได้นั้นสมาชิกในกลุ่มต้องช่วยเหลือ และร่วมมือกันให้ทุกคนเกิดการเรียนรู้

2.2 เทคนิคกลุ่มร่วมมือแข่งขัน (Teams-Games-Tournaments : TGT) หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือที่มีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียนต่อชั้นเรียน

ครูเป็นผู้นำเสนอบทเรียนโดยใช้เทคนิคการเรียนการสอนที่เหมาะสมกับสาระการเรียนรู้ หรืออาจตั้งประเด็นปัญหาให้นักเรียนอภิปราย และเลือกใช้สื่อการเรียนการสอนที่น่าสนใจ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และเข้าใจในบทเรียน

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย

จัดนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน คละระดับความสามารถ ซึ่งมีระดับความสามารถสูง 1 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 1 คน ครูมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายค้นหาคำตอบร่วมกัน และทบทวนบทเรียนที่ครูนำเสนอ ซึ่งนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูงจะต้องช่วยอธิบายให้เพื่อนสมาชิกในกลุ่มเกิดการเรียนรู้ในเนื้อหาสาระและกิจกรรมที่เรียน เน้นการช่วยเหลือกันของสมาชิกในกลุ่มและการยอมรับสมาชิกในกลุ่มที่เรียนอ่อน เพื่อเตรียมสมาชิกทุกคนในกลุ่มให้พร้อมกับการแข่งขัน โดยการแข่งขันจะมีในท้ายบทเรียนหรือท้ายสัปดาห์

ขั้นที่ 3 การจัดเกมการแข่งขัน

ในแต่ละกลุ่มทุกกลุ่มจะส่งตัวแทนของกลุ่มที่มีความสามารถในระดับเดียวกันมาแข่งขัน นั่นคือนักเรียนที่มีความสามารถสูงจะแข่งกับนักเรียนที่มีความสามารถสูง นักเรียนที่มีความสามารถปานกลางจะแข่งกับนักเรียนที่มีความสามารถปานกลาง และนักเรียนที่มีความสามารถต่ำจะแข่งกับนักเรียนที่มีความสามารถต่ำ ซึ่งจะมีการแข่งกันตอบคำถามที่เกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียนมาแล้ว โดยคนแรกจับคำถามขึ้นมา 1 คำถามและอ่านให้กลุ่มฟัง ให้คนที่อยู่ซ้ายมือของผู้อ่านคำถามคนแรกตอบคำถามก่อนจึงให้คนต่อไปตอบจนครบ ผู้อ่านคำถามเปิดคำตอบแล้วอ่านเฉลยคำตอบที่ถูกให้กลุ่มฟัง จากนั้นคนที่สองจับคำถามแล้วอ่านให้เพื่อนฟังต่อเช่นนี้เรื่อยไปจนจับคำถามครบทุกคน

ขั้นที่ 4 การคิดคะแนนการแข่งขัน

ตอบถูกคนแรกได้ 2 คะแนน ตอบถูกคนต่อไปได้ 1 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน นักเรียนแต่ละคนรวมคะแนนของตนเอง แล้วกลับเข้ากลุ่มเดิมของตน

ขั้นที่ 5 การยกย่องกลุ่ม

นำคะแนนการแข่งขันของแต่ละคนมารวมกันเป็นคะแนนของกลุ่ม กลุ่มที่ได้คะแนนรวมหรือค่าเฉลี่ยสูงสุดจะได้รับคำชมเชยหรือรางวัล

2.3 เทคนิคกลุ่มร่วมกันคิด (Numbered Heads Together : NHT) หมายถึง การจัดกิจกรรม

การเรียนรู้แบบร่วมมือที่มีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 จัดกลุ่ม

ครูจัดนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน คละระดับความสามารถ ซึ่งมีระดับความสามารถสูง 1 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 1 คน แต่ละคนจะมีหมายเลขประจำตัว เช่น 1,2,3 และ 4

ขั้นที่ 2 มอบหมายงาน

ครูมอบหมายงานให้นักเรียนปฏิบัติ หรือตั้งประเด็นปัญหาถามนักเรียน

ขั้นที่ 3 ร่วมกันคิด

นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันปฏิบัติงาน หรืออภิปรายค้นหาคำตอบจนมั่นใจว่าสมาชิกในกลุ่มทุกคนเข้าใจ

ขั้นที่ 4 อธิบายผลงาน

ครูสุ่มเรียกนักเรียนคนใดคนหนึ่งในแต่ละกลุ่มจากหมายเลขประจำตัวให้อธิบายผลงาน หรือตอบปัญหา

ขั้นที่ 5 ยกย่องกลุ่ม

กลุ่มที่มีสมาชิกในกลุ่มอธิบายผลงาน หรือตอบคำถามได้ถูกต้องมากที่สุดจะได้รับคำชมเชยหรือรางวัล

3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การบูรณาการความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกันให้เป็นองค์รวม อาจเป็นการเชื่อมโยงภายในวิชาหรือการเชื่อมโยงกับวิชาอื่นๆ หรือการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน ซึ่งจะช่วยให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย ประเมินได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เป็นแบบอัตนัย 8 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

4. การสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง หมายถึง การสอนที่มีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีทักษะความสามารถในการเชื่อมโยง โดยมีการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ในสภาพปัญหาที่สามารถนำไปสู่การเชื่อมโยง และคำนึงถึงหลักกระบวนการคิดหาคำตอบของผู้เรียน มีผลทำให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอด และการบูรณาการทางความคิดเป็นองค์รวมซึ่งจะนำไปสู่การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบร่วมมือมีขั้นตอนการเรียนรู้ ดังนี้ คือ

- 1) ขั้นเตรียม เป็นการเตรียมความพร้อมในการเรียนซึ่งได้แก่ การจัดกลุ่มนักเรียน ชี้แจงวัตถุประสงค์การเรียนรู้ การแนะนำบทบาทหน้าที่ของสมาชิกทุกคนในกลุ่ม
- 2) ขั้นสอน เป็นขั้นที่ครูผู้สอนนำเสนอเนื้อหา และมอบหมายงานให้นักเรียนร่วมกันปฏิบัติ
- 3) ขั้นปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม เป็นขั้นที่นักเรียนได้ร่วมกันทำงานกลุ่มและทำหน้าที่ตามที่ได้รับมอบหมาย โดยมีการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือในเทคนิคที่เหมาะสม
- 4) ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ เป็นการตรวจความถูกต้องของผลงานกลุ่มที่นักเรียนได้ร่วมกันทำ โดยครูอาจให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอธิบายผลงานในกลุ่มให้เพื่อน ๆ ฟัง จากนั้นจึงทำการทดสอบความรู้ของนักเรียนเป็นรายบุคคลแล้วเฉลี่ยเป็นคะแนนกลุ่มซึ่งจะเป็นคะแนนของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มด้วย
- 5) ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม โดยให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงกระบวนการทำงานและข้อบกพร่องและแนวทางการแก้ไขในการทำงานร่วมกัน

5. ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง หมายถึง คุณภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เมื่อนำไปสอนแล้วทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ตรงตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 80/80 โดยมีความหมายดังนี้

80 ตัวแรก เป็นคะแนนจากการทำแบบฝึกทักษะระหว่างศึกษาในแต่ละกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละชุดการเรียนรู้ โดยคิดได้เป็นร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

80 ตัวหลัง เป็นคะแนนจากการทำแบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้ในแต่ละชุด โดยคิดได้เป็นร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

หลังการทดลอง คำนวณหาประสิทธิภาพแล้วปรับปรุงแก้ไข ผลลัพธ์ที่ได้ควรจะใกล้เคียงกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ต่ำกว่าเกณฑ์ได้ไม่เกิน 2.5 %

6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นปีที่ 4 จากการเรียนโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ซึ่งประเมินได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้และความคิด (Cognitive Domain) ดังที่วิลสัน (Wilson, 1971: 643-685) จำแนกไว้ 4 ระดับได้ ดังนี้

1. ความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ (Computation) ในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์ นิยาม และการใช้กระบวนการคิดคำนวณ
2. ความเข้าใจ (Comprehension) เกี่ยวกับกับมโนคติหลักการ กฎ การสรุป อ้างอิง และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปยังอีกแบบหนึ่ง การคิดตามแนวของเหตุผล การอ่าน และตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. การนำไปใช้ (Application) ประกอบด้วยความสามารถในการแก้ปัญหาที่ประสมอยู่ระหว่างเรียน ความสามารถในการเปรียบเทียบ ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูลและการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนและสมมาตรกัน
4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัด แต่อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาที่เรียน การค้นหาความสัมพันธ์ การพิสูจน์ การวิจารณ์การพิสูจน์ การสร้างและการทดสอบสูตร

7. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่จะยอมรับว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนสอบหลังเรียน แล้วนำคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเทียบกับเกณฑ์ โดยที่ผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไปของคะแนนรวม ซึ่งปรับปรุงมาจากเกณฑ์การตัดสินผลการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษา (2545: 126)

คะแนนร้อยละ 80 - 100 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการเชื่อมโยงอยู่ในระดับ ดีมาก

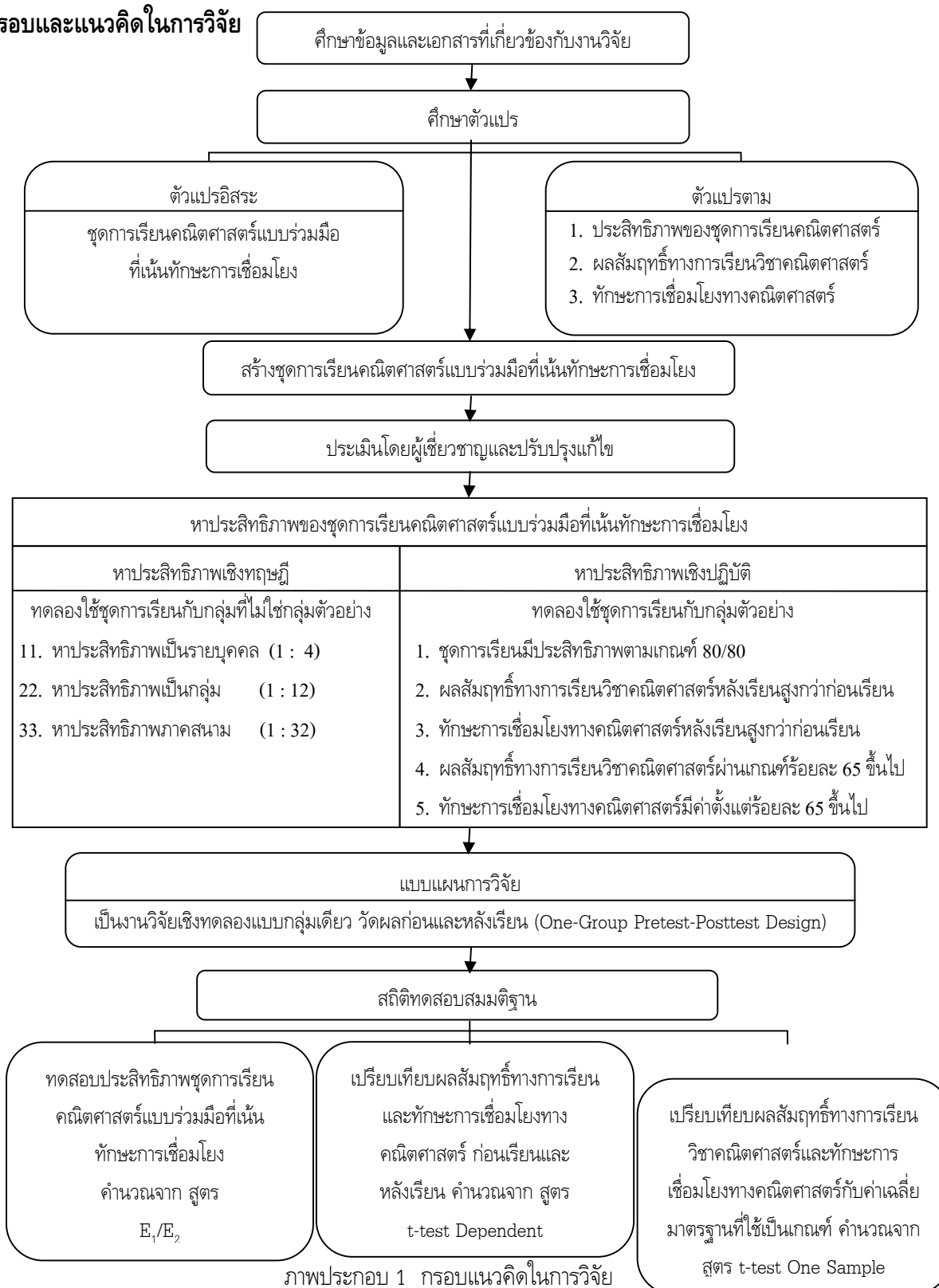
คะแนนร้อยละ 70 - 79 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการเชื่อมโยงอยู่ในระดับ ดี

คะแนนร้อยละ 60 - 69 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการเชื่อมโยงอยู่ในระดับ พอใช้

คะแนนร้อยละ 50 - 59 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการเชื่อมโยงอยู่ในระดับ ผ่านเกณฑ์

คะแนนต่ำกว่าร้อยละ 50 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการเชื่อมโยงอยู่ในระดับ ต่ำกว่าเกณฑ์

กรอบและแนวคิดในการวิจัย



สมมติฐานของการวิจัย

1. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงกว่าก่อนได้รับการสอน
3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงกว่าก่อนได้รับการสอน
4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไป
5. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไป

บทที่ 2

เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ
 - 1.1 ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือ
 - 1.2 องค์ประกอบของการเรียนแบบร่วมมือ
 - 1.3 ขั้นตอนการเรียนแบบร่วมมือ
 - 1.4 เทคนิควิธีการเรียนแบบร่วมมือ
 - 1.5 การเรียนแบบร่วมมือกับการสอนคณิตศาสตร์
 - 1.6 บทบาทของครูผู้สอนในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ
 - 1.7 ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ
 - 1.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือ
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยง
 - 2.1 ความหมายของการเชื่อมโยง
 - 2.2 คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง
 - 2.3 มาตรฐานการเชื่อมโยง
 - 2.4 การพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยง
 - 2.5 แนวทางการจัดการเรียนการสอนแบบเชื่อมโยง
 - 2.6 ลักษณะของการเชื่อมโยงในรูปแบบต่าง ๆ
 - 2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้
 - 3.1 ความหมายของชุดการเรียนรู้
 - 3.2 ประเภทของชุดการเรียนรู้
 - 3.3 องค์ประกอบของชุดการเรียนรู้
 - 3.4 หลักการ ทฤษฎี และจิตวิทยาที่นำมาสร้างชุดการเรียนรู้
 - 3.5 ขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนรู้
 - 3.6 การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้

- 3.7 การใช้ชุดการเรียนรู้
- 3.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้
- 4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 4.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
 - 4.2 ปัจจัยและองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 4.3 แนวทางการประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ

1.1 ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือ

มีผู้ให้ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือไว้ ดังนี้

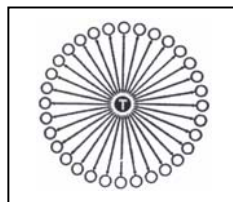
สลาวิน (Slavin. 1987: 8) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือ คือ การสอนแบบหนึ่งซึ่งนักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ปกติ 4 คน และการจัดกลุ่มต้องคำนึงถึงความสามารถของนักเรียน เช่น นักเรียนที่มีความสามารถสูง 1 คน ความสามารถปานกลาง 2 คน และความสามารถต่ำ 1 คน หน้าที่ของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มจะต้องช่วยกันทำงาน รับผิดชอบและช่วยเหลือในการเรียนซึ่งกันและกัน

อาโจสและจอยเนอร์ (AJose and Joyner. 1990: 198) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นกระบวนการที่นักเรียนมีความสามารถแตกต่างกันอยู่ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ ทำงานร่วมกันเพื่อบรรลุเป้าหมายเดียวกัน ซึ่งการเรียนแบบร่วมมือมีลักษณะที่สำคัญ 5 ประการ คือ

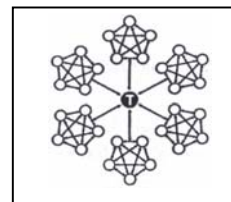
1. ใช้การพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน
2. ใช้ปฏิสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด
3. ใช้ความรับผิดชอบในตัวเองต่องานที่ได้รับมอบหมาย
4. ใช้ทักษะทางสังคม
5. ใช้ทักษะในกระบวนการกลุ่ม

อาทซ์และนิวแมน (Artzt and Newman. 1990: 448-449) ได้กล่าวถึงการเรียนแบบร่วมมือว่า เป็นแนวทางที่เกี่ยวกับการที่ผู้เรียนทำการแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ ซึ่งสมาชิกทุกคนในกลุ่มประสบความสำเร็จหรือบรรลุเป้าหมายร่วมกัน สมาชิกในกลุ่มทุกคนต้องระลึกเสมอว่าเขาเป็นส่วนสำคัญของกลุ่ม ความสำเร็จหรือความล้มเหลวของกลุ่มเป็นความสำเร็จหรือความล้มเหลวของทุกคนในกลุ่ม เพื่อให้บรรลุเป้าหมายสมาชิกทุกคนต้องแสดงความคิดเห็นและช่วยเหลือกันให้เกิดการเรียนรู้ในการแก้ปัญหา ครูมีบทบาทเป็นผู้คอยให้ความช่วยเหลือ จัดหาและชี้แนะแหล่งข้อมูลในการเรียนรู้ของนักเรียน นักเรียนเป็นแหล่งความรู้ซึ่งกันและกันในกระบวนการเรียนรู้

ดังแผนภาพ ต่อไปนี้



รูปที่ 1 ชั้นเรียนที่เป็นแบบครูเป็น
ศูนย์กลางการเรียนรู้



รูปที่ 2 ชั้นเรียนที่เป็นแบบการ
เรียนแบบร่วมมือ

ภาพประกอบ 2 แผนภาพแสดงลักษณะของการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน

ที่มา : Artzt, Alice F. and Newman, Claire M. (1990, September). “Cooperative Learning.”

The Mathematics Teacher. 83(6) : 452.

จอห์นสัน และ โฮลเบก (Johnson, Johnson and Holubec. 1993: 1-3) ได้กล่าวถึงการเรียนแบบร่วมมือว่า เป็นการจัดการเรียนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันได้ทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพื่อให้บรรลุเป้าหมายของกลุ่ม ความสำเร็จของกลุ่มจะขึ้นอยู่กับความรับผิดชอบของสมาชิกทุกคนในกลุ่ม สมาชิกทุกคนมีบทบาทชัดเจน มีทักษะทางสังคม มีการพึ่งพาอาศัยกันจนทุกคนประสบผลสำเร็จตามเป้าหมาย

สุรศักดิ์ หลาบมาลา (2531: 4) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง วิธีการสอนอีกแบบหนึ่งซึ่งกำหนดให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ โดยปกติจะมี 4 คน เป็นเด็กเรียนเก่ง 1 คน เรียนปานกลาง 2 คน และเรียนอ่อน 1 คน ผลการเรียนรู้ของเด็กจะพิจารณาเป็น 2 ตอน ตอนแรกจะพิจารณาค่าเฉลี่ยของทั้งกลุ่ม ตอนที่สองจะพิจารณาจากคะแนนสอบเป็นรายบุคคล การสอบทั้งสองครั้งนักเรียนต่างคนต่างสอบแต่เวลาเรียนต้องร่วมมือกัน ดังนั้นเด็กเก่งจึงพยายามช่วยเด็กอ่อนเพราะจะทำให้คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มดีขึ้น ครูจะให้การให้รางวัลเป็นการเสริมแรง โดยพิจารณาจากเกณฑ์ที่ครูกำหนดไว้

พรพรรณศรี เก้าธรรมสาร (2533: 35) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง การจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้ผู้เรียนเรียนเป็นกลุ่มเล็กๆ สมาชิกในกลุ่มจะมีความสามารถที่แตกต่างกัน ผู้เรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน และรับผิดชอบการทำงานของตนเองเท่าๆกับรับผิดชอบการทำงานของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่มด้วย

ชูศรี สนิทประชากร (2534: 46) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือนั้นเป็นการเรียนที่ไม่เหมือนกับการเรียนแบบแข่งขัน และการเรียนด้วยตนเอง เพราะการเรียนแบบร่วมมือเป็นการสอนที่มีแนวคิดว่า ครูจะทำการแนะนำนักเรียนให้เขาทำงานร่วมกันได้จนประสบความสำเร็จตามจุดมุ่งหมายของการเรียนนั้นร่วมกันทุกคน

ปาสสัน กงตาล (2535: 19) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง การจัดการเรียนการสอนแบบหนึ่งที่มีลักษณะจัดการให้ผู้เรียนจับกลุ่มกันเป็นกลุ่มย่อย สำหรับทำงานร่วมกันแก้ปัญหาและทำกิจกรรมให้บรรลุวัตถุประสงค์ตามที่ครูผู้สอนกำหนด โดยที่สมาชิกในกลุ่มตระหนักว่าแต่ละคนเป็นส่วนหนึ่งของกลุ่ม ความสำเร็จหรือความล้มเหลวที่เกิดขึ้นสมาชิกในกลุ่มนั้นต้องรับผิดชอบร่วมกัน สมาชิกจะพูดคุยและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน

กาญจนา สุจินะพงษ์ (2539: 8) กล่าวสรุปความหมายของการเรียนแบบร่วมมือว่า เป็นการสอนที่จัดผู้เรียนเป็นกลุ่มย่อย ปกติจะจัดกลุ่มละ 4 คน โดยที่สมาชิกในกลุ่มมีความสามารถแตกต่างกัน เป็นนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูง ความสามารถปานกลางและความสามารถต่ำ กลุ่มจะกำหนดหน้าที่สมาชิกแต่ละคนแตกต่างกัน ครูจะมอบหมายงานให้นักเรียนทุกคนในกลุ่มทำงานร่วมกัน หน้าที่ของนักเรียนจะต้องช่วยกันทำงาน รับผิดชอบและช่วยเหลือกันทำงาน เพื่อให้บรรลุจุดประสงค์ของกลุ่ม หลังจากมีการทดสอบแล้วครูจะให้การเสริมแรงแก่นักเรียนของกลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ยเกินเกณฑ์ที่ครูตั้งไว้

อารี สันหนวี (2539: 89) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง วิธีการเรียนที่ให้นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ เพื่อให้เกิดผลการเรียนรู้ทั้งทางด้านความรู้และทางด้านจิตใจ ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าในความแตกต่างระหว่างบุคคลของเพื่อนๆ เคารพความคิดเห็นและความสามารถของผู้อื่นที่แตกต่างจากตน ตลอดจนรู้จักช่วยเหลือและสนับสนุนเพื่อนๆ

กิดานันท์ มลิทอง (2536: 122) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง การเรียนในกลุ่มเล็กที่ใช้ได้ทั้งการศึกษาในระบบและนอกระบบโรงเรียนที่เกิดจากแรงผลักดันที่มาบรรจบกัน 2 อย่าง คือ 1) ชีวิตภายนอกห้องเรียน จำเป็นต้องมีกิจกรรมที่ร่วมมือกัน โดยการใช้ทีมงานในการทำงานในชีวิตประจำวันและ 2) การรู้คุณค่าในปฏิสัมพันธ์ทางสังคมที่ก่อให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายขึ้น

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 54) กล่าวสรุปความหมายของการเรียนแบบร่วมมือว่า เป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบหนึ่งที่กำหนดให้นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนแตกต่างกันทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ กลุ่มละประมาณ 4 คน แบบละความสามารถ เป็นนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และเรียนอ่อน 1 คน โดยที่สมาชิกทุกคนมีเป้าหมายในการเรียนร่วมกัน คือ เกิดการเรียนรู้หรือประสบความสำเร็จร่วมกัน เมื่อกลุ่มได้รับปัญหา ทุกคนในกลุ่มจะอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นแสดงเหตุผลโต้ตอบกันหรือสนับสนุนความคิดเห็นกัน และให้เป็นหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่มที่จะช่วยให้สมาชิกให้เข้าใจในงานให้ทุกคนสามารถอธิบายสิ่งที่ทำและให้เหตุผลได้อย่างชัดเจน มีการมอบหมายหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม อาจกล่าวโดยสรุปว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่ต้องการ เน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ร่วมกัน เกิดการร่วมมือ รับผิดชอบและช่วยเหลือกัน มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน และฝึกการทำงานร่วมกับผู้อื่น

ไสว พักขาว (2542: 132) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นการจัดการเรียนการสอนที่แบ่งผู้เรียนออกเป็นกลุ่มเล็ก ๆ สมาชิกในกลุ่มมีความสามารถแตกต่างกันมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นสนับสนุนซึ่งกันและกัน มีความรับผิดชอบร่วมกันทั้งในส่วนตน และส่วนรวม เพื่อให้กลุ่มได้รับความสำเร็จตามเป้าหมายที่กำหนด

สมศักดิ์ ภู่วิภาดารัตน์ (2544: 3) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นวิธีการเรียนที่มีการจัดกลุ่มการทำงานเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้และเพิ่มพูนแรงจูงใจทางการเรียน การเรียนแบบร่วมมือไม่ใช่วิธีการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มรวมกันแบบธรรมดา แต่เป็นการรวมรวมกลุ่มอย่างมีโครงสร้างที่ชัดเจน กล่าวคือ สมาชิกแต่ละคนในทีมจะมีปฏิสัมพันธ์ต่อการเรียนรู้ และสมาชิกทุกคนจะได้รับการกระตุ้นให้เกิดแรงจูงใจเพื่อที่จะช่วยเหลือและเพิ่มพูนการเรียนรู้ของสมาชิกในทีม

วัฒนาพร รัชบุทท์ (2545: 174) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นวิธีการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ แต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิกที่มีความสามารถแตกต่างกันโดยที่แต่ละคนมีส่วนร่วมอย่างแท้จริงในการเรียนรู้และในความสำเร็จของกลุ่ม โดยการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น การแบ่งปันทรัพยากร การเรียนรู้ รวมทั้งการเป็นกำลังใจแก่กันและกัน คนที่เรียนเก่งจะช่วยเหลือคนที่อ่อนกว่า สมาชิกในกลุ่มไม่เพียงแต่รับผิดชอบต่อการเรียนของตนเองเท่านั้น หากแต่จะต้องร่วมรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของเพื่อนสมาชิกทุกคนในกลุ่ม ความสำเร็จของแต่ละบุคคล คือ ความสำเร็จของกลุ่ม

จากความหมายของการเรียนแบบร่วมมือที่นักการศึกษากล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าวิธีการเรียนแบบร่วมมือหมายถึง วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนร่วมกันทำกิจกรรมเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ประมาณ 4 คน คละระดับความสามารถ คือ นักเรียนที่มีความสามารถสูง 1 คน นักเรียนที่มีความสามารถปานกลาง 2 คน นักเรียนที่มีความสามารถต่ำ 1 คน ซึ่งผู้เรียนในกลุ่มจะเรียนรู้ร่วมกัน เกิดการร่วมมือ รับผิดชอบและช่วยเหลือกัน มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน และฝึกการทำงานร่วมกับผู้อื่น ความสำเร็จของตนเองถือเป็นผลสำเร็จของกลุ่มและความสำเร็จของกลุ่มถือเป็นความสำเร็จของตนเอง ซึ่งจะทำให้นักเรียนช่วยเหลือซึ่งกันและกัน รับผิดชอบร่วมกันทั้งในส่วนตนและส่วนรวม เพื่อให้ตนเองและสมาชิกทุกคนในกลุ่มประสบความสำเร็จตามเป้าหมายที่กำหนด

1.2 องค์ประกอบของการเรียนแบบร่วมมือ

จอห์นสัน และจอห์นสัน (Johnson and Johnson, 1990: 105-107) ศาสตราจารย์ทางจิตวิทยาสังคม มีประสบการณ์ในการให้คำปรึกษาด้านการสอนแบบร่วมมือแก่โรงเรียนต่างๆกว่า 20 ปี และอีกท่านหนึ่งเป็นศาสตราจารย์ด้านหลักสูตรและการสอนด้านวิทยาศาสตร์ศึกษาในมหาวิทยาลัยมินนิโซตา มีชื่อเสียงด้านการเป็นที่ปรึกษาเกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือ ได้กล่าวสรุปองค์ประกอบของกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือไว้ 5 ประการ คือ

1. การพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันทางบวก (Positive Interdependence) นักเรียนต้องตระหนักว่างานที่ทำด้วยกันเป็นงานกลุ่ม การทำงานจะบรรลุจุดประสงค์หรือประสบความสำเร็จหรือไม่ขึ้นอยู่กับสมาชิกทุกคนในกลุ่มต้องช่วยเหลือกันทางการเรียนและต้องระลึกว่าทุกคนต้องพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันเพื่อให้บรรลุจุดประสงค์ของกลุ่ม ดังนั้นผลงานของกลุ่มคือผลสำเร็จของนักเรียนแต่ละคน และเช่นเดียวกันผลงานของนักเรียนแต่ละคนก็เป็นผลงานของกลุ่มด้วย ซึ่งความสำเร็จนี้จะขึ้นอยู่กับความร่วมมือร่วมใจของสมาชิกทุกคน จะไม่มีการยอมรับความสามารถของบุคคลเพียงคนเดียว

2. การติดต่อปฏิสัมพันธ์โดยตรง (Face – to – Face Interaction) การปฏิสัมพันธ์จะเกิดขึ้นเมื่อทุกคนในกลุ่มช่วยเหลือกันและให้กำลังใจซึ่งกันและกัน มีการสนับสนุนผลงานของสมาชิก การอธิบายขยายความในบทเรียนที่เรียนมาให้แก่เพื่อนในกลุ่มเข้าใจ การทำความเข้าใจ การสรุปเรื่องและการให้เหตุผลต่าง ๆ ตลอดจนมีการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันเพื่อเปิดโอกาสให้สมาชิกได้เสนอแนวคิดใหม่ ๆ เพื่อเลือกสิ่งที่ดีที่ถูกต้องและเหมาะสมที่สุด

3. การรับผิดชอบของงานกลุ่ม (Individual Accountability and Personal Responsibility) การเรียนแบบร่วมมือนั้นให้ความสำคัญเกี่ยวกับความสามารถและความรู้ที่แต่ละคนจะได้รับ กล่าวคือ การเรียนแบบร่วมมือจะถือว่าสำเร็จเมื่อทุกคนในกลุ่มเข้าใจในบทเรียนตรงกัน หรือได้รับความช่วยเหลือจากเพื่อนในกลุ่มให้เข้าใจในบทเรียนนั้น ดังนั้นเป็นหน้าที่ของแต่ละกลุ่มที่ต้องคอยตรวจสอบดูว่าสมาชิกทุกคนเข้าใจในบทเรียนหรือไม่ และครูอาจทำการทดสอบแต่ละกลุ่มได้โดยใช้วิธีสุ่มตัวแทนจากแต่ละกลุ่ม

4. ทักษะในความสัมพันธ์กับกลุ่มเล็กและผู้อื่น (Interpersonal and Small Group Skill) นักเรียนทุกคนต้องสามารถที่จะทำงานร่วมกันเข้ากันได้ทุกคน และสามารถทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อยได้เพื่อให้งานของกลุ่มบรรลุจุดมุ่งหมายและมีประสิทธิภาพ ครูต้องฝึกให้นักเรียนทำความรู้จักกันและไว้วางใจกัน พูดสื่อความหมายได้อย่างชัดเจน ยอมรับความคิดเห็นและให้การสนับสนุนซึ่งกันและกัน ช่วยกันแก้ปัญหาของความขัดแย้ง

5. กระบวนการกลุ่ม (Group Processing) ทุกคนในกลุ่มต้องรู้จักช่วยกันทำงาน อภิปรายออกความเห็น เมื่อทำงานเสร็จแล้วนักเรียนในกลุ่มสามารถบอกที่มาของผลลัพธ์ได้ สามารถวิเคราะห์การทำงานของกลุ่มและหาวิธีปรับปรุงการทำงานของกลุ่มให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

จากองค์ประกอบของการเรียนแบบร่วมมือ สามารถสรุปได้ว่ากิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการเรียนแบบร่วมมือจะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์ภายในกลุ่มในทางที่ดีช่วยเหลือและทำให้ผู้เรียนไม่สนใจแต่เฉพาะงานของตนเองเพียงอย่างเดียวแต่จะต้องรับผิดชอบงานของทั้งกลุ่ม อีกทั้งยังมีทักษะในการทำงานร่วมกับผู้อื่นทางสังคมในหลาย ๆ ด้านให้กับผู้เรียน จะทำให้ผู้เรียนสามารถออกไปสู่สังคมภายนอกได้อย่างมีประสิทธิภาพ

1.3 ขั้นตอนการเรียนแบบร่วมมือ

เปรมจิตต์ ขจรภัยลาร์เซน (2536: 8-9) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการเรียนแบบร่วมมือโดยทั่วไปไว้ ดังนี้

1) ขึ้นเตรียม

ครูสอนทักษะในการเรียนแบบร่วมมือกัน จัดกลุ่มนักเรียน บอกวัตถุประสงค์ของบทเรียนและบอกวัตถุประสงค์ของการทำงานร่วมกัน

2) ขึ้นสอน

ประกอบด้วยครูสอนเนื้อหาหรือบทเรียนใหม่ ด้วยวิธีสอนที่เหมาะสม มีการอธิบายเนื้อหาและสาธิตตัวอย่างให้นักเรียนทั้งห้องเข้าใจ เปิดโอกาสให้ซักถาม แล้วจึงมอบหมายงานให้นักเรียนทำเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ

3) ขั้นทำงานกลุ่ม

นักเรียนเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย แต่ละคนมีบทบาทหน้าที่ของตน ช่วยกันแก้ปัญหาอุปสรรคแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันเพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุดมากกว่าดูคำเฉลยหรือรอคำตอบจากครูผู้สอน

4) ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ มีรายละเอียดดังนี้

4.1) ตรวจสอบผลงาน ถ้าเป็นงานกลุ่มสมาชิกในกลุ่มเซ็นชื่อในผลงานที่ส่ง ครูอาจประเมินด้วยการหยิบผลงานกลุ่มขึ้นมาแล้วถามสมาชิกกลุ่มคนใดคนหนึ่งเกี่ยวกับงานชิ้นนั้น และถ้าเป็นงานเดี่ยวครูอาจให้นักเรียนคนใดคนหนึ่งในกลุ่มอธิบายวิธีการหาคำตอบของเขาที่ได้จากการเรียนรู้ร่วมกันภายในกลุ่ม

4.2) ครูทดสอบนักเรียนเป็นรายบุคคลโดยไม่มีการช่วยเหลือกัน เมื่อครูตรวจสอบผลการสอบแล้วจะคำนวณคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มให้นักเรียนทราบและถือว่าเป็นคะแนนของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มด้วย

5) ขั้นสรุปบทเรียน และประเมินผลการทำงานกลุ่ม ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม โดยอภิปรายผลการทำงานของนักเรียนและวิธีการทำงานของนักเรียนรวมถึงวิธีการปรับปรุงการทำงานของกลุ่มด้วย ซึ่งจะให้นักเรียนรู้ความก้าวหน้าของตนเองทั้งทางด้านวิชาการและด้านสังคม

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2545: 174-175) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการเรียนรู้แบบร่วมมือ ดังนี้

1) ขั้นเตรียม

แบ่งกลุ่ม แนะนำระเบียบของกลุ่ม บทบาทหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม แจกจุดประสงค์และการทำกิจกรรม

2) ขั้นสอน

นำเข้าสู่บทเรียน แนะนำเนื้อหา แนะนำแหล่งข้อมูลและมอบหมายงานให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม

3) ขั้นทำกิจกรรมกลุ่ม

3.1) ผู้เรียนเรียนรู้ร่วมกันในกลุ่มย่อยโดยแต่ละคนมีบทบาทหน้าที่ตามที่ได้รับมอบหมาย เป็นขั้นตอนที่สมาชิกในกลุ่มจะได้ร่วมกันรับผิดชอบต่อผลงานของกลุ่ม

3.2) ใช้เทคนิคต่าง ๆ ในการทำกิจกรรม ในการทำกิจกรรมแต่ละครั้ง เทคนิคที่ใช้จะต้องเหมาะสมกับวัตถุประสงค์ในการเรียนแต่ละเรื่อง ในการเรียนครั้งหนึ่ง ๆ อาจต้องใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือหลาย ๆ เทคนิคประกอบกัน เพื่อให้เกิดประสิทธิภาพในการเรียน

4) ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ

ตรวจสอบว่าผู้เรียนได้ปฏิบัติหน้าที่ครบถ้วนแล้วหรือยัง ผลการปฏิบัติเป็นอย่างไร เน้นการตรวจสอบผลงานกลุ่มและรายงานบุคคล ในบางกรณีผู้เรียนอาจเรียนซ่อมเสริมส่วนที่ขาดตกบกพร่องต่อจากนั้นเป็นการทดสอบความรู้

5) ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม

5.1) ครูและผู้เรียนช่วยกันสรุปบทเรียน ถ้ามีสิ่งที่ไม่เข้าใจครูควรอธิบายเพิ่มเติม

5.2) ครูและผู้เรียนร่วมกันประเมินผลการทำงานกลุ่มและพิจารณาว่า อะไรคือจุดเด่นของงาน และอะไรคือสิ่งที่ควรปรับปรุง

ทิตินา แซมมณี (2548: 65) ได้กล่าวถึงกระบวนการเรียนการสอนการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ว่า รูปแบบการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการเรียนรู้แบบร่วมมือมีหลายรูปแบบ ซึ่งแต่ละรูปแบบจะมีวิธีการดำเนินการหลัก ๆ ซึ่งได้แก่ การจัดกลุ่ม การศึกษาเนื้อหา การทดสอบ การคิดคะแนน และระบบการให้รางวัลแตกต่างกันออกไป เพื่อสนองวัตถุประสงค์เฉพาะ แต่ไม่ว่าจะเป็นรูปแบบใดต่างก็ใช้หลักการเดียวกัน คือ หลักการเรียนรู้แบบร่วมมือ 5 ประการ และมีวัตถุประสงค์และมุ่งตรงไปในทิศทางเดียวกัน คือ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ในเรื่องที่ศึกษาอย่างมากที่สุด โดยอาศัยการร่วมมือกัน ช่วยเหลือกัน และแลกเปลี่ยนความรู้ระหว่างกลุ่มผู้เรียนด้วยกัน ความแตกต่างของแต่ละรูปแบบจะอยู่ที่เทคนิคในการศึกษาเนื้อหาสาระ และวิธีการเสริมแรงและการให้รางวัล เป็นประการสำคัญ

จากขั้นตอนการเรียนรู้แบบร่วมมือที่นักการศึกษากล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยสรุปเป็นขั้นตอนได้ ดังนี้ คือ

- 1) ขั้นเตรียม เป็นการเตรียมความพร้อมในการเรียนซึ่งได้แก่ การจัดกลุ่มนักเรียน ซึ่งเจษฎาพรประสงค์การเรียนรู้ การแนะนำบทบาทหน้าที่ของสมาชิกทุกคนในกลุ่ม
- 2) ขั้นสอน เป็นขั้นที่ครูผู้สอนนำเสนอเนื้อหา และมอบหมายงานให้นักเรียนร่วมกันปฏิบัติ
- 3) ขั้นปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม เป็นขั้นที่นักเรียนได้ร่วมกันทำงานกลุ่มและทำหน้าที่ตามที่ได้รับมอบหมาย โดยมีการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือในเทคนิคที่เหมาะสม
- 4) ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ เป็นการตรวจสอบความถูกต้องของผลงานกลุ่มที่นักเรียนได้ร่วมกันทำ โดยครูอาจให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอธิบายผลงานในกลุ่มให้เพื่อน ๆ ฟัง จากนั้นจึงทำการทดสอบความรู้ของนักเรียนเป็นรายบุคคลแล้วเฉลี่ยเป็นคะแนนกลุ่มซึ่งจะเป็นคะแนนของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มด้วย
- 5) ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม โดยให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงกระบวนการทำงานและข้อบกพร่องและแนวทางการแก้ไขในการทำงานร่วมกัน

1.4 เทคนิควิธีการเรียนรู้แบบร่วมมือ

นักการศึกษาหลายท่านได้คิดค้นเทคนิควิธีการเรียนรู้แบบร่วมมือขึ้นมีมากมายหลายรูปแบบ ซึ่งเทคนิคต่าง ๆ ที่ได้ใช้หลักการเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นหัวใจหลักสำคัญ ซึ่งได้รวบรวมไว้ ดังนี้

สลาวิน (Slavin. 1995: 4-13) ได้กล่าวถึงเทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ ดังนี้

1. แบบแบ่งกลุ่มผลประโยชน์สัมฤทธิ์ (Student Teams Achievement Divisions : STAD)

การเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มผลประโยชน์สัมฤทธิ์จะแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มละ 4 คน คณะระดับความสามารถ เพศ และ

เชื้อชาติ ครูจะนำเสนอบทเรียน จากนั้นนักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มจนกว่าจะแน่ใจว่าสมาชิกทุกคนในกลุ่มเกิดการเรียนรู้ แล้วนักเรียนจะได้รับการทดสอบเป็นรายบุคคลโดยไม่มีการช่วยเหลือกัน คะแนนจากการทดสอบของนักเรียนแต่ละคนจะถูกนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนเฉลี่ยเดิมของนักเรียน (คะแนนฐาน) เป็นคะแนนพัฒนาการของนักเรียนแต่ละคน ซึ่งคะแนนพัฒนาการนี้จะไปคิดรวมเป็นคะแนนกลุ่ม กลุ่มที่ได้คะแนนรวมตามเกณฑ์ที่ครูกำหนดจะได้รับประกาศนียบัตรหรือรางวัลอื่นที่ครูกำหนด วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบ STAD สามารถใช้ได้กับทุกรายวิชา ไม่ว่าจะเป็นวิชาคณิตศาสตร์ ภาษา สังคมศึกษา หรือวิทยาศาสตร์ ตั้งแต่ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จนถึงระดับมหาวิทยาลัย แนวคิดสำคัญของวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบ STAD คือ การสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนช่วยเหลือเพื่อนสมาชิกในกลุ่มให้เกิดการเรียนรู้ ถ้านักเรียนต้องการให้กลุ่มของตนได้รับรางวัล (team rewards) นักเรียนจะต้องช่วยเหลือเพื่อนสมาชิกให้เกิดการเรียนรู้ เห็นความสำคัญของการเรียน และเกิดความสนุกสนานในการเรียนรู้ หลังจากครูนำเสนอบทเรียนนักเรียนจะทำงานร่วมกันอาจจะทำงานเป็นคู่แล้วเปรียบเทียบคำตอบกัน อภิปรายเมื่อมีความเห็นไม่ตรงกัน และช่วยอภิปรายเมื่อเพื่อนไม่เข้าใจ มีการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหา และมีการประเมินกันในกลุ่มว่าเกิดการเรียนรู้มากน้อยแค่ไหน เพื่อให้ทุกคนสามารถทำแบบทดสอบได้ แต่นักเรียนไม่สามารถช่วยเหลือกันเมื่อถึงเวลาทดสอบ ความรับผิดชอบของนักเรียนในการอธิบายความรู้ให้เพื่อนเข้าใจจะเป็นสิ่งที่ทำให้นักเรียนเรียนรู้ได้ดี ซึ่งกลุ่มจะประสบความสำเร็จได้ก็ต่อเมื่อสมาชิกทุกคนเกิดการเรียนรู้ เพราะคะแนนของกลุ่มจะมาจากคะแนนพัฒนาการของสมาชิกในกลุ่มทุกคน

2. แบบการแข่งขันระหว่างกลุ่มด้วยเกม (Teams-Games-Tournaments : TGT) วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบ TGT จะใช้กิจกรรมการเรียนเหมือนการเรียนแบบร่วมมือแบบ STAD แต่จะเปลี่ยนการทดสอบเป็นการแข่งขันตอบคำถามเป็นสัปดาห์ คะแนนที่สมาชิกในแต่ละกลุ่มทำจะนำมารวมเป็นคะแนนของกลุ่ม นักเรียนจะออกมาแข่งขันกันตอบปัญหาคราวละ 3 คน นักเรียนที่มีความสามารถต่ำจะแข่งขันกับนักเรียนที่มีระดับความสามารถต่ำ นักเรียนที่มีระดับความสามารถสูงก็จะแข่งขันกับนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูง ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีโอกาสประสบความสำเร็จได้เท่าเทียมกัน คะแนนที่นักเรียนแต่ละคนได้จะนำมารวมเป็นคะแนนของกลุ่ม กลุ่มที่ได้คะแนนมากที่สุดจะได้รับรางวัล การเรียนแบบร่วมมือจะเพิ่มความตื่นตันทันใจด้วยการใช้การแข่งขันเกม ในการแข่งขันสมาชิกทุกคนในกลุ่มจะต้องเตรียมสมาชิกทุกคนให้พร้อมสำหรับการแข่งขัน โดยการช่วยเหลือ อธิบายเนื้อหาในเอกสารที่ครูแจก แต่เมื่อมีการแข่งขันนักเรียนจะช่วยเหลือเพื่อนไม่ได้ ดังนั้นนักเรียนจะต้องมีความรับผิดชอบเพื่อจะทำให้เกิดการเรียนรู้

3. แบบจิ๊กซอว์ (Jigsaw II) วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบ Jigsaw II จะแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มละ 4 คน ที่มีลักษณะแตกต่างกัน นักเรียนจะถูกกำหนดให้ศึกษาหัวข้อย่อยของเรื่องที่จะเรียน ซึ่งสมาชิกแต่ละคนที่ได้รับหัวข้อย่อยใดก็จะเป็นผู้เชี่ยวชาญในเรื่องนั้น หลังจากอ่านเรื่องย่อยที่ตนได้รับแล้วสมาชิกจากแต่ละกลุ่มที่ได้รับหัวข้อย่อยเดียวกันจะเข้ากลุ่มเพื่อศึกษาอภิปรายเกี่ยวกับหัวข้อย่อยนั้น จากนั้นจึงกลับเข้ากลุ่มเดิมและอธิบายเกี่ยวกับสิ่งที่ตนไป

ศึกษามาให้เพื่อนสมาชิกในกลุ่มฟัง สุดท้ายจึงทำการทดสอบหรือประเมินแบบอื่นเกี่ยวกับเรื่องที่เรียนทั้งหมด ผลงานกลุ่มจะพิจารณาจากคะแนนพัฒนาการเหมือนวิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบ STAD

4. **แบบรายบุคคล (Team Accelerated Instruction : TAI)** วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบ TAI จะแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มละ 4 คน ที่มีระดับความสามารถแตกต่างกัน และมีการให้รางวัลกับกลุ่มที่มีคะแนนสูง การเรียนแบบร่วมมือแบบ TAI จะรวมเอาการเรียนแบบร่วมมือและการสอนเป็นรายบุคคลไว้ด้วยกัน และจะใช้กับวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3-6 จะมีการทดสอบเพื่อจัดระดับความสามารถของนักเรียน สมาชิกในกลุ่มจะศึกษาบทเรียนที่แตกต่างกันและจะช่วยกันตรวจสอบคำตอบของเพื่อนในกลุ่ม ช่วยเหลือเพื่อนหากเกิดปัญหาหรือไม่เข้าใจ และจะมีการทดสอบโดยไม่มี的帮助ช่วยเหลือจากเพื่อน และตรวจให้คะแนนโดยเพื่อนในกลุ่ม ในแต่ละสัปดาห์ครูจะรวมจำนวนบทเรียนที่นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มเรียนสำเร็จ และจะให้รางวัลแก่กลุ่มที่สามารถทำคะแนนเพิ่มหรือมีพัฒนาการตามเกณฑ์ที่ครูกำหนด และมีการให้คะแนนพิเศษสำหรับนักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดถูกต้องทุกข้อหรือทำการบ้านได้สมบูรณ์ นักเรียนมีความรับผิดชอบในการช่วยเหลือเพื่อนสมาชิกในกลุ่มและทำงานที่ครูกำหนดให้ ครูจะเรียกเด็กที่มีความสามารถเท่ากันมาสอนเป็นกลุ่มย่อย จากนั้นครูปล่อยนักเรียนเข้าทำงานในกลุ่มเดิม ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ เด็กที่เรียนล้าหน้าไปจะช่วยเด็กที่เรียนล้าหลังในการทำงานและตรวจแบบฝึกหัดให้ นักเรียนจะสนับสนุนและช่วยเหลือเพื่อนสมาชิกในกลุ่ม เพราะนักเรียนต้องการให้กลุ่มของตนประสบผลสำเร็จ นักเรียนจะเกิดความรับผิดชอบเพราะนักเรียนจะต้องทำแบบทดสอบด้วยตนเองโดยไม่มีการช่วยเหลือจากเพื่อน และมีโอกาสที่จะประสบผลสำเร็จเท่าเทียมกันเพราะนักเรียนต้องแข่งขันกับตัวเองโดยทำคะแนนให้สูงกว่าระดับความสามารถเดิมของนักเรียน

5. **โปรแกรมการร่วมมือในการอ่านและการเขียน (Cooperative Integrated Reading and Composition : CIRC)** การเรียนแบบร่วมมือแบบ CIRC เป็นโปรแกรมการเรียนรู้เพื่อความเข้าใจสำหรับสอนการอ่านและการเขียน ในระดับประถมศึกษาตอนปลายจนถึงระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยครูจะจัดนักเรียนกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อนจับคู่กัน นักเรียนจะจับคู่ทำงานร่วมกันในกิจกรรมต่าง ๆ อ่านให้เพื่อนฟัง ทำนายเรื่องที่อ่านว่าจะจบอย่างไร เล่าเรื่องย่อให้เพื่อนฟัง เขียนความรู้สึกที่มีต่อเรื่องที่อ่าน และฝึกสะกด ถอดความ และหาความหมายของคำศัพท์ในเรื่อง ในการทำงานกลุ่มนักเรียนจะต้องทำให้สมาชิกในกลุ่มเกิดทักษะ มีความเข้าใจและรู้ถึงใจความสำคัญของเรื่องที่อ่าน ในกิจกรรมการเรียนการสอนของการเรียนแบบร่วมมือแบบ CIRC จะเริ่มจากครูสอนบทเรียน นักเรียนทำงานกลุ่ม กลุ่มประเมินความพร้อม และการทดสอบ นักเรียนจะไม่ได้รับการทดสอบจนกว่าเพื่อนสมาชิกในกลุ่มตัดสินใจว่าทุกคนเข้าใจและพร้อมที่จะได้รับการทดสอบ นักเรียนกลุ่มใดที่ทำคะแนนเฉลี่ยทั้งกิจกรรมการอ่านและการเขียนได้สูงกว่าเกณฑ์จะได้รับรางวัล

6. **การตรวจสอบเป็นกลุ่ม (Group Investigation)** วิธีนี้จะแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มละ 2-6 คน ให้นักเรียนได้ร่วมมือกันในการค้นคว้า อภิปรายและร่วมมือกันวางแผนหรือสร้างโครงงาน กลุ่มจะเลือกหัวข้อที่จะศึกษาจากหัวข้อทั้งหมดที่ครูกำหนดไว้ในห้องเรียน เมื่อได้หัวข้อสมาชิกแต่ละคนจะเลือกหัวข้อย่อยไปศึกษาเป็นรายบุคคล

และทำกิจกรรมของตนเองจนสำเร็จแล้วรายงานต่อกลุ่มของตนเอง กลุ่มจะอภิปรายผลงานของสมาชิกแต่ละคนเพื่อ
รวมเป็นผลงานของกลุ่ม จากนั้นแต่ละกลุ่มจะนำเสนอผลงานของกลุ่มให้เพื่อนทั้งชั้นฟัง นอกจากนี้วิธีการเรียนแบบ
ร่วมมือที่มีลักษณะคล้ายกับ Group Investigation ได้แก่ วิธีการเรียนแบบร่วมมือแบบ Co-op Co-op

7. แบบการเรียนรู้ด้วยกัน (Learning Together) วิธีการเรียนแบบร่วมมือวิธีนี้จะแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม
ละ 4-5 คน กำหนดงานให้แต่ละกลุ่ม 1 อย่าง สมาชิกในกลุ่มจะร่วมมือกันทำงาน มีการให้รางวัลเมื่อผลงานกลุ่มสำเร็จ

คาแกน (Kagan, 1994: 12-15) ได้เสนอแนวการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนได้เกิดการร่วมมือ
ในการทำกิจกรรมกลุ่ม มีเทคนิคดังต่อไปนี้

1. กิจกรรมโต๊ะกลม (Roundrobin) เป็นวิธีการที่ครูให้นักเรียนทุกคนมีโอกาสเสนออะไรบางอย่างใน
ชั้นเรียนทีละคนจนครบทุกคน เช่น แสดงความคิดเห็น เล่านิทาน แนะนำตนเอง และอื่น ๆ วิธีนี้มีประโยชน์ในการ
สร้างความเป็นกันเอง ความรักหมู่คณะ และสร้างทีมงาน (teambuilding)

2. มุมสนทนา (Corners) นักเรียนกลุ่มหนึ่งหรือหลายกลุ่มก็ได้ถอยเข้าไปอยู่ในมุมห้อง ฟัง และบันทึก
การอภิปรายของนักเรียนที่อยู่กลางห้องแล้วรายงานผลต่อชั้นเรียน วิธีนี้มีประโยชน์ในการให้นักเรียนได้ฟังแนวคิดของ
ผู้อื่นที่ต่างไปจากตน ใช้กับการอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา ความคิดเกี่ยวกับค่านิยม การตั้งสมมติฐาน และการ
สรุปความ ซึ่งจะเป็นผลทำให้นักเรียนทราบและยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่นและรู้จักเพื่อนร่วมชั้นดีขึ้น (class
building)

3. การเล่นเกมแบบ (Match mine) ให้นักเรียนกลุ่มหนึ่งเรียงวัตถุ เช่น เรียงก๊วยตูปบนกระดาน
หมากรุก หรือแผ่นตารางที่คล้าย ๆ กัน แล้วบอกให้เพื่อนเรียงให้เหมือนกัน โดยไม่ให้ดูโดยให้ทำตามคำบอกเท่านั้น
วิธีนี้ใช้ประโยชน์ในการสร้างทักษะการสื่อสาร (communicationbuilding) ฝึกทักษะการใช้คำพูด และการเล่นเกม
เนื่องจากนักเรียนต้องเปลี่ยนกันเป็นผู้บอก

4. ร่วมกันคิด (Numbered heads together) ครูให้หมายเลขกับนักเรียนทุกกลุ่ม เช่น หมายเลข 1,2,3
และ 4 เป็นต้น ครูถามคำถามให้นักเรียนในกลุ่มปรึกษากัน แล้วเรียกให้นักเรียนคนใดคนหนึ่งในแต่ละกลุ่มตอบ วิธี
นี้ใช้ในการทบทวนความรู้ความเข้าใจในบทเรียนและทบทวนก่อนสอบทำให้นักเรียนจดจำได้แม่นยำยิ่งขึ้น

5. บัตรคำช่วยจำ (Color-code Co-op Cards) เป็นวิธีการที่ฝึกให้นักเรียนจดจำข้อมูล เช่น วิชา
คณิตศาสตร์และชีววิทยาศาสตร์ โดยให้นักเรียนเล่นเกมโดยใช้บัตรคำถาม บัตรคำตอบที่แต่ละกลุ่มไปเตรียมมา
ก่อน ครูอาจจะเป็นผู้ถามเองหรือให้กลุ่มที่เตรียมมาเป็นผู้ถาม และมีการให้คะแนนกลุ่มที่ตอบถูกต้องตามเฉลย แต่
ต้องให้โอกาสกลุ่มปรึกษาและช่วยเหลือกันในการตอบ เมื่อตอบถูกจะมีการปรบมือชมเชย ประโยชน์ที่ได้ คือ จดจำ
ได้มาก เกิดกำลังใจ และส่งเสริมการช่วยเหลือกัน

6. คู่ตรวจ (Pairs check) นักเรียนกลุ่มละ 4 คน จับคู่กันภายในกลุ่มเป็น 2 คู่ แต่ละคู่ให้คนหนึ่งทำแบบฝึกหัดอีกคนคอยช่วย เมื่อทำได้ 2 ข้อ แล้วเปรียบเทียบคำตอบกับอีกคู่หนึ่งในกลุ่มเดียวกัน แล้วเปลี่ยนคนทำต่อไปใหม่จนจบแบบฝึกหัด การได้ช่วยเหลือกัน การตรวจงานกันเองจะเป็นการสร้างเสริมกำลังใจในการทำงาน

7. การสัมภาษณ์ 3 ขั้น (Three step interview) นักเรียนในกลุ่มจับคู่กัน 2 คู่ แต่ละคนถามเพื่อนเกี่ยวกับเรื่องที่กำลังเรียน เช่น ความคิดเกี่ยวกับบทกลอนเรื่องที่อ่าน หรือการสรุปบทความ เป็นขั้นที่ 1 แล้วเปลี่ยนคนตอบมาเป็นคนถาม เป็นขั้นที่ 2 หลังจากนั้นผลัดกันเล่าให้กลุ่มฟังว่าเพื่อนพูดอะไรบ้าง เป็นขั้นที่ 3 วิธีนี้ส่งเสริมการมีส่วนร่วม การฟัง การแสดงความคิดเห็น ตลอดทั้งการพัฒนาความคิดรวบยอดด้วย

8. คิดอภิปรายคู่ (Think-Pair share) ให้นักเรียนจับคู่กันภายในกลุ่ม ต่างคนต่างคิดเกี่ยวกับหัวข้อหรือคำถามของครู อภิปรายกับคู่ของตนแล้วรายงานต่อชั้นเรียน วิธีนี้ใช้กับบทเรียนที่ต้องการสรุปความ ตั้งสมมติฐาน อนุมาน อุปมา และการประยุกต์ ซึ่งจะส่งผลต่อการมีส่วนร่วม และการพัฒนาความคิด

9. เครือข่ายความคิด (Team word-Webbing) นักเรียนแต่ละกลุ่มเขียนแนวความคิดหลักและองค์ประกอบย่อยของความคิดหลัก พร้อมกับแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความคิดหลักกับองค์ประกอบลงบนแผ่นกระดาษเป็นลักษณะของแผนภูมิความรู้ วิธีนี้ใช้ในการวิเคราะห์ทางความคิดหรือผลออกไปสู่องค์ประกอบย่อยหรือเหตุ ทำให้เกิดความเข้าใจในความสัมพันธ์ระหว่างความคิดและองค์ประกอบต่าง ๆ หรือระหว่างผลกับเหตุหลายประการ แล้วเสนอต่อชั้นเรียนหรือส่งครู ในทางสังคมแล้วทำให้นักเรียนรู้จักบทบาทหน้าที่ของตนมากขึ้น วิธีนี้ช่วยพัฒนาความคิดเช่นเดียวกับวิธีที่ 7-8

10. รอบโต๊ะ (Roundtable) ครูถามคำถามแล้วให้นักเรียนคนที่ 1 ตอบข้อที่ 1 คนที่ 2 ตอบข้อที่ 2 คนที่ 3 ตอบข้อที่ 3 และคนที่ 4 ตอบข้อที่ 4 ลงบนกระดาษ และให้มีการปรึกษากันได้ หลังจากนั้นจึงมีการตรวจจากการเฉลยของครู วิธีนี้เหมาะที่จะใช้กับการประเมินความรู้เก่า ทบทวนความจำ ถ้าเป็นชิ้นงานควรให้นักเรียนทำกันคนละส่วน ประโยชน์ทางสังคม คือ ทุกคนมีโอกาสทำและเป็นการสร้างทีมงาน

11. วงกลมซ้อน (Inside-Outside circle) ให้นักเรียนนั่งหรือยืนเป็นรูปวงกลม 2 วง จำนวนเท่ากัน วงในหันหน้าออก วงนอกหันหน้าเข้า คนอยู่ตรงกันจับคู่กัน เมื่อครูถามคำถามทั้ง 2 คนปรึกษากันแล้วตอบคำถามคำถามต่อไป ครูให้นักเรียนขยับเปลี่ยนที่กันทำอย่างนี้ต่อไป วิธีนี้ใช้กับบทเรียนที่ต้องการตรวจสอบความเข้าใจ ทบทวนความรู้เก่า ทำให้นักเรียนมีโอกาสนพบและปรึกษาเพื่อนแทบทุกคน

12. เพื่อนร่วมงาน (Partners) นักเรียนในกลุ่มจับคู่กันไปปรึกษากับอีกคู่ในกลุ่มอื่น แล้วนำความรู้ที่ได้มาปรึกษากับอีกคู่ในกลุ่มเดิมของตน วิธีนี้เหมาะกับการสอนบทเรียนใหม่ การพัฒนาแนวความคิด และเพิ่มความจำและนักเรียนมีโอกาสดึงทักษะการสื่อสารและการนำเสนอข้อมูลด้วย

13. สะสมความรู้ (Jigsaw) นักเรียนในกลุ่มไปทำงานในปัญหาใดปัญหาหนึ่งกับกลุ่มอื่น ๆ ไม่ซ้ำกัน เมื่องานเสร็จกลับมาเข้ากลุ่มเดิม แล้วสอนเพื่อนในสิ่งที่ตนได้รู้มา ทำให้ทั้งกลุ่มได้รับความรู้เพิ่มเติมโดยเท่าเทียมกัน

วิธีนี้ใช้กับการเรียนความรู้ใหม่ และการทบทวนความรู้เก่าเป็นวิธีการที่ส่งเสริมให้นักเรียนพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน อย่างเท่าเทียมกัน

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2545: 176-193) ได้กล่าวถึงเทคนิควิธีการเรียนแบบร่วมมือ ดังนี้

1. ปริศนาความคิด (Jigsaw)

เป็นเทคนิคที่พัฒนาขึ้นเพื่อส่งเสริมความร่วมมือ และการถ่ายทอดความรู้ระหว่างเพื่อนในกลุ่ม เทคนิคนี้ใช้กันมากในรายวิชาที่ผู้เรียนต้องเรียนเนื้อหาวิชาจากตำราเรียน เช่น สังคมศึกษา ภาษาไทย ขั้นตอนกิจกรรมประกอบด้วย

- 1) ครูแบ่งเนื้อหาที่จะเรียนออกเป็นหัวข้อย่อย ๆ ให้เท่ากับจำนวนสมาชิกในกลุ่ม
- 2) จัดผู้เรียนให้มีความสามารถละกัน เรียกว่า “กลุ่มบ้าน” (Home Groups) แล้วมอบหมายให้สมาชิกแต่ละคนศึกษาหัวข้อที่ต่างกัน
- 3) ผู้เรียนที่ได้รับหัวข้อเดียวกันจากแต่ละกลุ่มมานั่งด้วยกัน เพื่อทำงานและศึกษาร่วมกันในหัวข้อดังกล่าว เรียกว่า “กลุ่มผู้เชี่ยวชาญ” (Expert Groups)
- 4) สมาชิกแต่ละคนออกจากกลุ่มผู้เชี่ยวชาญกลับไปกลุ่มเดิมของตน ผลัดกันอธิบายเพื่อถ่ายทอดความรู้ที่ตนศึกษาให้เพื่อนฟังจนครบทุกหัวข้อ
- 5) ครูทดสอบเนื้อหาที่ศึกษาแล้วให้คะแนนรายบุคคล

2. ปริศนาความคิด 2 (Jigsaw II)

เป็นเทคนิคที่พัฒนาขึ้นจากเทคนิคเดิม โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีส่วนช่วยเหลือกันและพึ่งพาอาศัยกันในกลุ่มมากขึ้น กระบวนการของ Jigsaw II เหมือนเดิมทุกประการเพียง แต่ในช่วงของการประเมินผล ครูจะนำคะแนนของทุกคนในกลุ่มมารวมกันเป็นคะแนนของกลุ่ม กลุ่มที่ได้คะแนนรวมหรือค่าเฉลี่ยสูงสุดจะติดประกาศไว้ที่ป้ายประกาศของห้อง

3. กลุ่มร่วมมือแข่งขัน (Teams – Games - Tournaments) TGT

เป็นกิจกรรมที่เหมาะสมกับการเรียนการสอนในจุดประสงค์ที่ต้องการให้กลุ่มผู้เรียนได้ศึกษาประเด็นหรือปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องชัดเจน เช่น การคำนวณทางคณิตศาสตร์ การใช้ภาษา ภูมิศาสตร์และทักษะการใช้แผนที่ และความคิดรวบยอดทางวิทยาศาสตร์ ขั้นตอนของกิจกรรมประกอบด้วย

- 1) ครูนำเสนอบทเรียนหรือข้อความรู้ใหม่แก่ผู้เรียน โดยอาจนำเสนอด้วยสื่อการสอนที่น่าสนใจหรือใช้การอภิปรายทั้งห้องโดยครูเป็นผู้ดำเนินการ
- 2) แบ่งกลุ่มนักเรียนโดยจัดให้ละความสามารถและเพศ แต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิก 4-5 คน (เรียกกลุ่มนี้ว่า Study Group หรือ Home group) กลุ่มเหล่านี้จะศึกษาทบทวนเนื้อหาข้อความรู้ที่ครูนำเสนอ สมาชิก

กลุ่มที่มีความสามารถสูงกว่าจะช่วยเหลือสมาชิกที่มีความสามารถด้อยกว่าเพื่อเตรียมกลุ่มสำหรับการแข่งขันในช่วงท้ายสัปดาห์หรือท้ายบทเรียน

3) จัดการแข่งขันโดยจัดโต๊ะแข่งขันและทีมแข่งขัน (Tournament Teams) ที่มีตัวแทนของแต่ละกลุ่ม (ตามข้อ 2) ที่มีความสามารถใกล้เคียงมาร่วมแข่งขันกันตามรูปแบบและกติกาที่กำหนด ข้อคำถามที่ใช้ในการแข่งขันจะเป็นคำถามเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียนมาแล้วและมีการฝึกฝนเตรียมพร้อมในกลุ่มมาแล้ว ควรให้ทุกโต๊ะแข่งขันเริ่มแข่งขันพร้อมกัน

4) ให้คำคะแนนการแข่งขัน โดยให้จัดลำดับคะแนนผลการแข่งขันในแต่ละโต๊ะ แล้วผู้เล่นจะกลับเข้ากลุ่มเดิม (Study Group) ของตน

5) นำคะแนนการแข่งขันของแต่ละคนมารวมกันเป็นคะแนนของทีม ทีมที่ได้คะแนนรวมหรือค่าเฉลี่ยสูงสุดจะได้รับรางวัล

4. กลุ่มผลสัมฤทธิ์ (Student Teams and Achievement Divisions) STAD

เทคนิคนี้พัฒนาเพิ่มเติมจากเทคนิค TGT แต่จะการใช้การทดสอบรายบุคคลแทนการแข่งขัน มีขั้นตอนกิจกรรมดังนี้

1) ครูนำเสนอประเด็นหรือเนื้อหาใหม่ โดยอาจนำเสนอด้วยสื่อที่น่าสนใจโดยใช้การสอนโดยตรงหรือตั้งประเด็นอภิปราย

2) จัดผู้เรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4-5 คน ให้สมาชิกมีความสามารถต่างกัน มีทั้งความสามารถสูงปานกลางและต่ำ

3) แต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาบทวนเนื้อหาที่ครูนำเสนอจนเข้าใจ

4) ผู้เรียนทุกคนในกลุ่มทำแบบทดสอบ (Quiz) เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียน

5) ตรวจคำตอบของผู้เรียน นำคะแนนของสมาชิกทุกคนในกลุ่มมารวมกันเป็นคะแนนกลุ่ม

6) กลุ่มที่ได้คะแนนรวมสูงสุด (ในกรณีที่แต่ละกลุ่มมีจำนวนสมาชิกไม่เท่ากันให้ใช้คะแนนเฉลี่ยแทนคะแนนรวม) จะได้รับคำชมเชยโดยอาจติดประกาศไว้ที่บอร์ด หรือป้ายนิเทศของห้องเรียน

5. กลุ่มร่วมมือช่วยเหลือ (Team Assisted Individualization) TAI

กิจกรรมนี้เน้นการเรียนรู้ของผู้เรียนแต่ละบุคคล มากกว่าการเรียนรู้ในลักษณะกลุ่ม เหมาะสำหรับการสอนคณิตศาสตร์ การจัดกลุ่มผู้เรียนจะคล้ายกับเทคนิค STAD และ TGT แต่ในเทคนิคนี้ ผู้เรียนแต่ละคนจะเรียนรู้และทำงานตามระดับความสามารถของตน เมื่อทำงานในส่วนของตนเสร็จแล้วจึงไปจับคู่หรือเข้ากลุ่มทำงานขั้นตอนของกิจกรรมประกอบด้วย

1) จัดผู้เรียนเป็นกลุ่มเล็ก ๆ แบบละความสามารถกลุ่มละ 2-4 คน

2) ผู้เรียนทบทวนสิ่งที่เรียนมาแล้วหรือศึกษาประเด็น เนื้อหาใหม่ โดยการอภิปรายสรุปข้อความรู้หรือถามตอบ

3) ผู้เรียนแต่ละคนทำใบงานที่ 1 แล้วจับคู่กันภายในกลุ่มของตน เพื่อแลกเปลี่ยนกันตรวจใบงานที่ 1 และอธิบายข้อสงสัยและข้อผิดพลาดของคู่ตนเอง หากผู้เรียนคู่ใดทำใบงานที่ 1 ได้ถูกต้องร้อยละ 75 ขึ้นไป ให้ทำใบงานชุดที่ 2 แต่หากคนใดคนหนึ่งหรือทั้งคู่ได้คะแนนน้อยกว่าร้อยละ 75 ให้ผู้เรียนทั้งคู่ทำใบงานชุดที่ 3 หรือ 4 จนกว่าจะได้ถูกต้องร้อยละ 75 ขึ้นไปจึงจะผ่านได้

4) ผู้เรียนทุกคนทำการทดสอบ (Quiz)

5) นำคะแนนผลการทดสอบของแต่ละคนมารวมกันเป็นคะแนนกลุ่ม หรือใช้คะแนนเฉลี่ย (กรณีจำนวนคนแต่ละกลุ่มไม่เท่ากัน)

6) กลุ่มที่ได้คะแนนสูงสุดได้รับรางวัลหรือติดประกาศชมเชย

6. กลุ่มสืบค้น (Group Investigation) GI

เป็นเทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือที่สำคัญอีกรูปแบบหนึ่ง เป็นการจัดกลุ่มผู้เรียนเพื่อเตรียมการดำเนินงานกลุ่มหรือทำงานที่ครูมอบหมายก่อนใช้เทคนิคนี้ครูควรฝึกทักษะการสื่อสารและทักษะทางสังคมให้แก่ผู้เรียนก่อน เทคนิคนี้เหมาะสำหรับการสืบค้นความรู้หรือแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบในประเด็นหรือหัวข้อที่สนใจ เช่น การเรียนในวิชาชีววิทยา หรือสิ่งแวดล้อม ขั้นตอนการเรียนรู้ประกอบด้วย

1) ครูและผู้เรียนร่วมกันอภิปราย ทบทวนเนื้อหาหรือประเด็นที่กำหนด

2) แบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ระยะเวลาสามารถกลุ่มละ 2-4 คน

3) แบ่งเรื่องที่จะศึกษาเป็นหัวข้อย่อย แต่ละหัวข้อจะเป็นใบงานที่ 1 ใบงานที่ 2 ใบงานที่ 3 เป็นต้น

4) ผู้เรียนแต่ละกลุ่มเลือกทำหนึ่งหัวข้อ (ใบงานเพียงใบเดียว) โดยให้ผู้เรียนที่เรียนอ่อนในกลุ่มเลือกหัวข้อที่จะศึกษาหรืออาจให้ผู้เรียนในกลุ่มแบ่งกันหาคำตอบตามใบงาน แล้วนำคำตอบทั้งหมดมารวมกันเป็นคำตอบที่สมบูรณ์

5) ผู้เรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายเรื่องราวจากใบงานที่ศึกษาจนเป็นที่เข้าใจของทุกคนในกลุ่ม

6) ให้แต่ละกลุ่มรายงานผลการศึกษา โดยเริ่มจากกลุ่มที่ทำใบงานที่ 1 จนถึงกลุ่มที่ทำใบงานสุดท้าย แล้วชมเชยกลุ่มที่ทำงานได้ถูกต้องที่สุด

7. กลุ่มเรียนรู้ร่วมกัน (Learning Together) LI

วิธีนี้เป็นวิธีที่เหมาะสมกับการสอนวิชาที่มีโจทย์การคำนวณหรือการฝึกปฏิบัติการ โดยมีขั้นตอน ดังนี้

1) ครูและนักเรียน อภิปราย สรุปเนื้อหาในคาบเรียนที่แล้ว

2) แบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่มละความสามารถกัน กลุ่มละ 4-5 คน

3) ครูแจกใบงานกลุ่มละ 1 แผ่น

4) แบ่งหน้าที่ของผู้เรียนในกลุ่มดังนี้

คนที่ 1 อ่านคำสั่งหรือขั้นตอนในการดำเนินงาน

คนที่ 2 ฟังขั้นตอนและจดบันทึก

คนที่ 3 อ่านคำถามและหาคำตอบ

คนที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ (ข้อมูล)

5) แต่ละกลุ่มส่งกระดาษคำตอบเพียงแผ่นเดียวหรือส่งงานหนึ่งชิ้น ผลงานที่เสร็จและส่งเป็นผลงานที่ทุกคนในกลุ่มยอมรับ ซึ่งทุกคนในกลุ่มจะได้คะแนนเท่ากัน

6) ปิดประกาศชมเชยกลุ่มที่ได้คะแนนสูงสุด

8. กลุ่มร่วมกันคิด (Numbered Heads Together) NHT

เป็นกิจกรรมที่เหมาะสมสำหรับการทบทวนหรือตรวจสอบความเข้าใจ ขั้นตอนการเรียนรู้ประกอบด้วย

1) เตรียมประเด็นปัญหา ข้อคำถามที่จะให้ผู้เรียนศึกษา

2) แบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่ม ๆ กลุ่มละ 4 คน ประกอบด้วยผู้เรียนที่เก่งหนึ่งคน ผู้เรียนที่ปานกลางสองคน ผู้เรียนที่เรียนอ่อนหนึ่งคน แต่ละคนมีหมายเลขประจำตัว

3) ถามคำถาม มอบหมายงานให้ทำ

4) ให้ผู้เรียนอภิปรายในกลุ่มย่อยจนมั่นใจว่าสมาชิกในกลุ่มทุกคนเข้าใจคำตอบ

5) ครูถามคำถามในประเด็นที่กำหนดโดยเรียกหมายเลขประจำตัวผู้เรียนคนใดคนหนึ่งในกลุ่มตอบ

6) ให้คำชมเชยกลุ่มที่สมาชิกในกลุ่มสามารถตอบคำถามได้ถูกต้องมากที่สุด ผู้เรียนทุกคน

ตรวจสอบความถูกต้องของข้อคำตอบที่ตนและกลุ่มร่วมกันศึกษา ชักถาม ทำความเข้าใจข้อคำตอบจนกระจ่างชัดเจน

9. กลุ่มร่วมมือ (Co-op Co-op)

เป็นเทคนิคที่เน้นการร่วมกันทำงาน โดยสมาชิกในกลุ่มที่มีความสามารถและความถนัดต่างกันได้แสดงบทบาทหน้าที่ที่ตนถนัดได้เต็มที่ ผู้เรียนเก่งได้ช่วยเหลือเพื่อนที่เรียนอ่อน เป็นกิจกรรมเกี่ยวกับการคิดระดับสูงทั้งการวิเคราะห์ และสังเคราะห์และเป็นวิธีการที่สามารถนำไปใช้สอนในวิชาใดก็ได้ มีขั้นตอนกิจกรรมดังนี้

1) กำหนดขอบข่ายประเด็น หรือเนื้อหาตามจุดประสงค์ที่จะให้ผู้เรียนได้ศึกษา

2) ผู้เรียนทั้งชั้นเรียน ร่วมกันอภิปรายเพื่อกำหนดประเด็นหรือหัวข้อที่จะศึกษา

3) กำหนดกลุ่มย่อย โดยให้สมาชิกกลุ่มความสามารถคละกัน

4) แต่ละกลุ่มเลือกหัวข้อที่จะศึกษา

5) สมาชิกในแต่ละกลุ่มช่วยกันกำหนดหัวข้อย่อย แล้วแบ่งหน้าที่รับผิดชอบ โดยให้สมาชิกแต่ละคนเลือกศึกษาหัวข้อย่อยคนละหนึ่งหัวข้อ

6) สมาชิกนำผลงานมารวมกันเป็นผลงานกลุ่ม อาจมีการอ่านทบทวนและปรับแต่งภาษาให้ผลงานกลุ่มที่ทำงานร่วมกันมีความสละสลวยต่อเนื่อง เตรียมผู้ที่จะนำเสนอผลงานกลุ่ม

7) นำผลงานกลุ่มเสนอต่อชั้นเรียน

8) ทุกกลุ่มช่วยกันประเมินผล โดยประเมินทั้งกระบวนการทำงานกลุ่มและผลงานกลุ่ม

จากเทคนิควิธีการเรียนแบบร่วมมือที่นักการศึกษากล่าวมาข้างต้นแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือนั้นมีหลากหลายวิธี ในแต่ละวิธีจะมีลักษณะเด่นเฉพาะของตนและมีความเหมาะสมกับเนื้อหาและสามารถนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างเต็มตามศักยภาพ ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยมีความสนใจการเรียนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิคแบ่งกลุ่มผลประโยชน์สัมพันธ์ (STAD) เทคนิคกลุ่มร่วมมือแข่งขัน (TGT) และเทคนิคกลุ่มร่วมกันคิด (NHT) ซึ่งจากที่นักการศึกษากล่าวมาสรุปได้ดังนี้ คือ

1) เทคนิคแบ่งกลุ่มผลประโยชน์สัมพันธ์ (Student Teams Achievement Divisions : STAD)

เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่มีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียนต่อชั้นเรียน

ครูเป็นผู้นำเสนอบทเรียนโดยใช้เทคนิคการเรียนการสอนที่เหมาะสมกับสาระการเรียนรู้ หรืออาจตั้งประเด็นปัญหาให้นักเรียนอภิปราย และเลือกใช้สื่อการเรียนการสอนที่น่าสนใจ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และเข้าใจในบทเรียน

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย

จัดนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน คละระดับความสามารถ ซึ่งมีระดับความสามารถสูง 1 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 1 คน ครูมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายค้นหาคำตอบร่วมกัน และทบทวนบทเรียนที่ครูนำเสนอ ซึ่งนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูงจะต้องช่วยอธิบายให้เพื่อนสมาชิกในกลุ่มเกิดการเรียนรู้ในเนื้อหาสาระและกิจกรรมที่เรียน เน้นการช่วยเหลือกันของสมาชิกในกลุ่มและการยอมรับสมาชิกในกลุ่มที่เรียนอ่อน เพื่อเตรียมความพร้อมในการทดสอบย่อยต่อไป

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย

ครูให้นักเรียนทำแบบทดสอบเป็นรายบุคคลตามความสามารถของตน ซึ่งนักเรียนไม่สามารถปรึกษาและช่วยเหลือกันได้

ขั้นที่ 4 การคิดคะแนนพัฒนาการ

นำคะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อยของนักเรียนแต่ละคนไปเปรียบเทียบกับคะแนนพื้นฐาน ซึ่งได้จากค่าเฉลี่ยจากการทดสอบย่อยหลาย ๆ ครั้งที่นักเรียนแต่ละคนทำได้ จะได้เป็นคะแนนพัฒนาการของนักเรียนแต่ละคน

ขั้นที่ 5 การยกย่องกลุ่ม

นำคะแนนพัฒนาการของนักเรียนแต่ละคนรวมเป็นคะแนนกลุ่ม กลุ่มที่ได้คะแนนรวมตามเกณฑ์ที่ครูกำหนดจะได้รับประกาศนียบัตรหรือรางวัลอื่นที่ครูกำหนด ดังนั้นผลงานของกลุ่มจะประสบผลสำเร็จได้นั้นสมาชิกในกลุ่มต้องช่วยเหลือ และร่วมมือกันให้ทุกคนเกิดการเรียนรู้

2) เทคนิคกลุ่มร่วมมือแข่งขัน (Teams-Games-Tournaments : TGT) เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่มีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียนต่อชั้นเรียน

ครูเป็นผู้นำเสนอบทเรียนโดยใช้เทคนิคการเรียนการสอนที่เหมาะสมกับสาระการเรียนรู้ หรืออาจตั้งประเด็นปัญหาให้นักเรียนอภิปราย และเลือกใช้สื่อการเรียนการสอนที่น่าสนใจ เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และเข้าใจในบทเรียน

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย

จัดนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน คละระดับความสามารถ ซึ่งมีระดับความสามารถสูง 1 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 1 คน ครูมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายค้นหาคำตอบร่วมกัน และทบทวนบทเรียนที่ครูนำเสนอ ซึ่งนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูงจะต้องช่วยอธิบายให้เพื่อนสมาชิกในกลุ่มเกิดการเรียนรู้ในเนื้อหาสาระและกิจกรรมที่เรียน เน้นการช่วยเหลือกันของสมาชิกในกลุ่มและการยอมรับสมาชิกในกลุ่มที่เรียนอ่อน เพื่อเตรียมสมาชิกทุกคนในกลุ่มให้พร้อมกับการแข่งขัน โดยเกมการแข่งขันจะมีในท้ายบทเรียนหรือท้ายสัปดาห์

ขั้นที่ 3 การจัดเกมการแข่งขัน

ในแต่ละกลุ่มทุกกลุ่มจะส่งตัวแทนของกลุ่มที่มีความสามารถในระดับเดียวกันมาแข่งขัน นั่นคือนักเรียนที่มีความสามารถสูงจะแข่งกับนักเรียนที่มีความสามารถสูง นักเรียนที่มีความสามารถปานกลางจะแข่งกับนักเรียนที่มีความสามารถปานกลาง และนักเรียนที่มีความสามารถต่ำจะแข่งกับนักเรียนที่มีความสามารถต่ำ ซึ่งจะมีการแข่งขันตอบคำถามเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียนมาแล้ว โดยคนแรกจับคำถามขึ้นมา 1 คำถามและอ่านให้กลุ่มฟังให้คนที่อยู่ซ้ายมือของผู้อ่านคำถามคนแรกตอบคำถามก่อนจึงให้คนต่อไปตอบจนครบ ผู้อ่านคำถามเปิดคำตอบแล้วอ่านเฉลยคำตอบที่ถูกให้กลุ่มฟัง จากนั้นคนที่สองจับคำถามแล้วอ่านให้เพื่อนฟังต่อเช่นนี้เรื่อยไปจนจับคำถามครบทุกคน

ขั้นที่ 4 การคิดคะแนนการแข่งขัน

ตอบถูกคนแรกได้ 2 คะแนน ตอบถูกคนต่อไปได้ 1 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน นักเรียนแต่ละคนรวมคะแนนของตนเอง แล้วกลับเข้ากลุ่มเดิมของตน

ขั้นที่ 5 การยกย่องกลุ่ม

นำคะแนนการแข่งขันของแต่ละคนมารวมกันเป็นคะแนนของกลุ่ม กลุ่มที่ได้คะแนนรวมหรือค่าเฉลี่ยสูงสุดจะได้รับคำชมเชยหรือรางวัล

3) เทคนิคกลุ่มร่วมกันคิด (Numbered Heads Together : NHT) เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่มีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 จัดกลุ่ม

ครูจัดนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน คละระดับความสามารถ ซึ่งมีระดับความสามารถสูง 1 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 1 คน แต่ละคนจะมีหมายเลขประจำตัว เช่น 1,2,3 และ 4

ขั้นที่ 2 มอบหมายงาน

ครูมอบหมายงานให้นักเรียนปฏิบัติ หรือตั้งประเด็นปัญหาถามนักเรียน

ขั้นที่ 3 ร่วมกันคิด

นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันปฏิบัติงาน หรืออภิปรายค้นหาคำตอบจนมั่นใจว่าสมาชิกในกลุ่มทุกคนเข้าใจ

ขั้นที่ 4 อธิบายผลงาน

ครูสุ่มเรียกนักเรียนคนใดคนหนึ่งในแต่ละกลุ่มจากหมายเลขประจำตัวให้อธิบายผลงาน หรือตอบปัญหา

ขั้นที่ 5 ยกย่องกลุ่ม

กลุ่มที่มีสมาชิกในกลุ่มอธิบายผลงาน หรือตอบคำถามได้ถูกต้องมากที่สุดจะได้รับคำชมเชยหรือรางวัล

1.5 การเรียนแบบร่วมมือกับการสอนคณิตศาสตร์

จอห์นสัน และจอห์นสัน (Johnson and Johnson. 1989: 235-237) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือใช้ได้เป็นอย่างดีกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนคิดทางคณิตศาสตร์เข้าใจการเชื่อมโยงระหว่างมโนคติและกระบวนการและสามารถที่จะประยุกต์ใช้ความรู้อย่างคล่องแคล่วและมีความหมายด้วยเหตุผลดังนี้

1. มโนคติและทักษะทางคณิตศาสตร์สามารถเรียนได้ดีในกระบวนการที่เป็นพลวัต (Dynamic Process) ที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมอย่างเข้มข้น การเรียนคณิตศาสตร์ควรเป็นลักษณะที่ผู้เรียนเป็นผู้กระทำการมากกว่าที่จะเป็นเพียงผู้คอยรับความรู้ การสอนคณิตศาสตร์โดยปกติอยู่บนพื้นฐานที่ว่านักเรียนเป็นผู้ดูดซับข้อมูลความรู้จากการฝึกซ้ำและการให้แรงเสริม การมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างเข้มข้นเป็นการท้าทายสมองสำหรับนักเรียนทุกคนและการอยากรู้ อยากเห็นจะช่วยกระตุ้นให้มีการอภิปรายกับคนอื่น

2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการอาสาซึ่งกันและกัน (Interpersonal Enterprise) การพูดผ่านปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเพื่อนช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจอย่างชัดเจนว่าจะแก้ปัญหาให้ถูกต้องได้อย่างไร การอธิบายยุทธวิธีการแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการวิเคราะห์ปัญหากับเพื่อนจะทำให้เกิดการหยั่งรู้ (Insight)

มีวิธีการให้เหตุผลระดับสูงและเกิดการเรียนรู้ระดับสูง ในกลุ่มย่อยนักเรียนมีความสะดวกในการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นมากกว่าการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น

3. การเรียนเป็นกลุ่ม มีโอกาสในการสร้างความร่วมมือในการสื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพแต่ในโครงสร้างของการแข่งขัน และการเรียนรายบุคคลนักเรียนไม่มีการสื่อสารแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันจะทำให้ นักเรียนหลีกเลี่ยงการแลกเปลี่ยนการวิเคราะห์ปัญหาและเลือกยุทธวิธีร่วมกับคนอื่น ในการสื่อสารแลกเปลี่ยนข้อมูล อาจเป็นไปแบบไม่เต็มใจหรือให้ข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์

4. การร่วมมือส่งเสริมความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าการแข่งขัน และการเรียนแบบรายบุคคล การเรียนแบบร่วมมือส่งเสริมการค้นพบ การเลือกใช้ยุทธวิธี การให้เหตุผลที่มีประสิทธิภาพ การสร้างแนวคิดใหม่ การถ้อยแถลงยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์และข้อเท็จจริงกับปัญหาย่อย ๆ ไปสู่รายบุคคล (นั่นคือการถ้อยแถลงจากกลุ่มไปสู่รายบุคคล)

5. การทำงานร่วมมือกัน นักเรียนจะเพิ่มความมั่นใจในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเอง เป็นการสนับสนุนให้เกิดความพยายามในการเรียนรู้โมโนมิติ กระบวนการและยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้นักเรียนที่ทำงานร่วมกันในกลุ่มมีแนวโน้มที่จะชอบและเห็นคุณค่าของแต่ละคน และเห็นความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ของคนอื่น มีความสัมพันธ์กันทางบวกระหว่างเพื่อน เกิดการเรียนรู้ในระดับสูง ตระหนักในคุณค่าของตนเอง (Self - esteem) เกิดการยอมรับความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา

6. การเลือกรายวิชาเรียนและการเลือกอาชีพ เพื่อนมีอิทธิพลสูงต่อนักเรียนหากมีนักเรียนบางคนในชั้นเลือกวิชาเรียนไม่เหมาะสมกับตัวเขาการช่วยเหลือให้เขาได้พัฒนาจะเกิดขึ้นในสถานการณ์การเรียนแบบร่วมมือ นักเรียนมีแนวโน้มที่ชอบและสนุกกับการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าและได้รับการกระตุ้นอย่างต่อเนื่องในการเรียน ความสำเร็จที่เกิดขึ้นจากการทำงานร่วมกันของนักเรียนในการแก้ปัญหาก็จะทำให้เกิดการเรียนรู้โมโนมิติและการวิเคราะห์มากขึ้น ซึ่งเป็นความรู้ที่จำเป็นในการอภิปราย อธิบายและวางแผนในการเรียนรู้สถานการณ์ใหม่เป็นการเพิ่มความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การสนับสนุนกันการช่วยเหลือกันและการเชื่อมโยงกันภายในกลุ่มแบบร่วมมือมีผลทางบวกต่อความสัมพันธ์ในกลุ่ม เจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และความมั่นใจในตนเอง (Self - confidence)

จากความเกี่ยวเนื่องกันของการเรียนแบบร่วมมือกับการสอนคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษากล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าธรรมชาติของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์นั้นจะต้องอาศัยกระบวนการกลุ่มสัมพันธ์ที่มีการแลกเปลี่ยนและอภิปรายความคิดในการแก้ปัญหาร่วมกันซึ่งกันและกันรู้จักกลวิธีในการสื่อสารนำเสนอความคิดให้ผู้อื่นเข้าใจเป็นการถ้อยแถลงความรู้จากรายบุคคลสู่กลุ่มและจากกลุ่มสู่รายบุคคล มีการทำงานและช่วยเหลือกันซึ่งจะทำให้เกิดการเห็นคุณค่าในตัวเองและเกิดสายสัมพันธ์อันดีระหว่างเพื่อน

1.6 บทบาทของครูผู้สอนในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

วีลเลอร์ และไรอัน (Wheeler and Ryan, 1990: 402-407) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูผู้สอนในการเรียนแบบร่วมมือ ดังนี้

1. บทบาททางตรง คือ การให้ความรู้แก่นักเรียนในเรื่องของบทบาทหน้าที่ ความรับผิดชอบ การฝึกทักษะทางสังคมเพื่อให้งานกลุ่มมีประสิทธิภาพ ติดตามดูพฤติกรรมของนักเรียนในแต่ละกลุ่มว่าถูกต้องเหมาะสมเพียงใด ตลอดจนให้ความรู้เพิ่มเติมในส่วนที่นักเรียนไม่ได้อภิปราย ซึ่งเป็นเรื่องหรือจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้ในการสอนแต่ละครั้ง รวมทั้งเก็บผลงานของนักเรียนมาศึกษาปัญหาข้อบกพร่อง เพื่อปรับปรุงแก้ไขในชั่วโมงต่อไป

2. บทบาททางอ้อม คือ ครูคอยติดตามสังเกตการทำงานของแต่ละกลุ่ม คอยให้คำแนะนำเมื่อเด็กมีปัญหา และพยายามให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำงานหากมีปัญหาการไม่ยอมรับสมาชิกคนหนึ่งของกลุ่ม ครูต้องพยายามช่วยเหลือด้วยวิธีการต่าง ๆ เพื่อให้เกิดการยอมรับให้ได้ ครูต้องคอยให้กำลังใจและให้คำชมเชยแก่นักเรียนเมื่อนักเรียนสามารถทำงานได้ประสบผลสำเร็จ

กรมวิชาการ (2544ก: 23) กล่าวว่า ครูผู้สอนเป็นผู้มีบทบาทสำคัญคนหนึ่งในการจัดการเรียนการสอนไม่ว่าครูผู้สอนจะใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบใดก็ตามจะต้องมีการลำดับขั้นตอนในการสอนคล้ายคลึงกัน คือ ขั้นเตรียมการสอน การเริ่มบทเรียน การกำกับดูแลการสอนและการประเมินผลงานและกระบวนการทำงาน

1. ขั้นเตรียมการสอน ในขั้นนี้มีสิ่งที่จะต้องคำนึงถึง คือ

1.1 จุดประสงค์ ครูผู้สอนจะต้องแจ้งจุดประสงค์ให้นักเรียนทราบ

1.1.1 จุดประสงค์ทางด้านวิชาการ ได้แก่ เนื้อหาและทักษะต่างๆ

1.1.2 จุดประสงค์ทางด้านสังคม ได้แก่ ทักษะการปฏิสัมพันธ์รูปแบบต่างๆ และการปฏิบัติงานร่วมกันของนักเรียน

1.2 ขนาดของกลุ่ม ขนาดของกลุ่มจะมีผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งมีประเด็นที่จะต้องพิจารณา คือ

1.2.1 การจับคู่ ควรให้นักเรียนได้เริ่มทำกิจกรรมคู่ เพราะการทำกิจกรรมดังกล่าวจะไม่มีใครถูกทอดทิ้งออกจากกลุ่ม

1.2.2 กิจกรรมที่ต้องการทักษะและความคิดที่หลากหลายอาจจัดกลุ่มให้มีจำนวนนักเรียน เช่น กลุ่มละ 3 หรือ 4 คน

1.2.3 ถ้าหากสมาชิกในกลุ่มมีจำนวนสมาชิกหลายคน คือ ตั้งแต่ 3 คนขึ้นไป จะต้องแน่ใจว่าสมาชิกทุกคนในกลุ่มมีการปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน

1.2.4 การแบ่งกลุ่ม จะต้องคำนึงถึงกิจกรรมและสื่อการเรียนการสอนที่มีอยู่

1.2.5 ถ้าหากระยะเวลาการทำกิจกรรมสั้น ขนาดของกลุ่มที่แบ่งต้องมีขนาดเล็กเพื่อให้

ทุกคนมีส่วนร่วม

1.3 การจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม การจัดนักเรียนเข้ากลุ่มอย่างเหมาะสมจะช่วยให้การดำเนินกิจกรรมบรรลุความสำเร็จ ครูผู้สอนจะเป็นผู้จัดกลุ่มได้ดีที่สุด เพราะรู้จักนักเรียนในชั้นมากที่สุด และสามารถเตรียมการที่จะช่วยเหลือหรือสนับสนุนการปฏิบัติงานของกลุ่ม เช่น นักเรียนที่ต้องแยกออกมาสอนเป็นการเฉพาะ ซึ่งอาจเป็นนักเรียนเก่งหรืออ่อน อย่างไรก็ตามมีแนวทางที่จะเสนอแนะ ดังนี้

1.3.1 การจัดกลุ่มนักเรียนที่มีความแตกต่างกัน ความแตกต่างที่จะนำมาจัดรวมเข้าในกลุ่มเดียวกัน อาจจะเป็นทางด้านภูมิหลัง ความสามารถ วัฒนธรรม เพศ ฯลฯ

1.3.2 การสลับเปลี่ยนกลุ่มของนักเรียน การจะให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมนานเท่าใดขึ้นอยู่กับผลการปฏิบัติงานกลุ่มร่วมกัน อย่างไรก็ตาม ก็มีหลักทั่วไปว่าจะต้องรอให้กลุ่มได้ทำงานร่วมกันจนบรรลุความสำเร็จ แต่ถ้าหากกลุ่มประสบปัญหาในการทำงานร่วมกัน ครูผู้สอนต้องให้คำแนะนำในการแก้ปัญหา

1.4 การจัดชั้นเรียน โต๊ะ เก้าอี้ จะต้องดำเนินการให้พร้อมก่อนที่จะนักเรียนจะเข้าชั้นเรียน เพื่อความสะดวกและความเป็นระเบียบ การจัดสภาพห้องเรียนจะมีผลต่อปฏิสัมพันธ์ของนักเรียน

1.5 การจัดเตรียมสื่อการเรียนการสอน จะต้องเตรียมสื่อการเรียนการสอนต่างๆ ที่จะใช้ไว้ให้พร้อม

2. ชั้นเริ่มบทเรียน ในชั้นเริ่มบทเรียนมีสิ่งที่จะต้องพิจารณา ดังนี้

2.1 ความเกี่ยวข้องสัมพันธ์ในทางบวก การทำงานของกลุ่มจะดำเนินไปด้วยดี นักเรียนมีความรู้สึกที่ดีต่อกันและมีการพึ่งพาอาศัยกันและกัน จะทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนดำเนินไปสู่ความสำเร็จ

2.2 การอธิบายภาระงาน ครูผู้สอนอธิบายภาระงานที่จะต้องทำให้ชัดเจน เพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ถูกต้อง นอกจากนี้ ถ้าสามารถเชื่อมโยงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ของบทเรียนที่ผ่านมากับบทเรียนที่เรียนอยู่และบทเรียนที่จะเรียนต่อไปก็จะเป็นสิ่งที่ดีมาก

2.3 การประเมินความสำเร็จ นักเรียนควรรู้ว่าจะมีวิธีการประเมินผลงานในการทำงานกลุ่มอย่างไร ครูผู้สอนและนักเรียนอาจร่วมกันวางหลักเกณฑ์การประเมินผลในการพิจารณาความสำเร็จ เช่น

2.3.1 เพียงแต่ทำให้สำเร็จ เช่น ให้ช่วยกันวาดแผนที่ให้เสร็จภายใน 30 นาที

2.3.2 ตอบคำถามถูกต้อง เช่น ถ้าทำคะแนนได้ในระหว่าง 90-100 จะได้เกรด A

2.3.3 เสนอความคิดเห็นหรือการตัดสินใจในชั้นต่ำ เช่น ให้เหตุผลสนับสนุนในตำแหน่งของ

ท่านมา 10 ประการ

2.3.4 แสดงทักษะทางสังคมที่กำหนดให้ เช่น เตรียมข้อมูลที่จะแสดงให้เห็นว่ากลุ่มได้ใช้ทักษะวิจารณ์เชิงบวกในระหว่างการทำงานร่วมกัน

2.4 การเสริมสร้างความรับผิดชอบของสมาชิก สมาชิกแต่ละคนจะตื่นตัวและร่วมรับผิดชอบในการปฏิบัติงานกลุ่ม ถ้าหากว่าสมาชิกได้รู้ล่วงหน้าว่าจะมีการติดตามผลการปฏิบัติงาน และทักษะทางสังคมต่างๆ ที่แสดงออก

วิธีที่จะช่วยให้สมาชิกแต่ละคนมีความรับผิดชอบอาจทำได้โดยเรียนสมาชิกคนใดคนหนึ่งในกลุ่มตอบ ในขณะที่ปฏิบัติงาน ให้มีการเซ็นชื่อรับรองว่าทุกคนมีส่วนร่วมในการทำงาน ตลอดจนตรวจสอบกระบวนการทำงานในกลุ่ม

2.5 การระบุพฤติกรรมทางสังคมที่พึงปรารถนา ครูผู้สอนและนักเรียนควรร่วมกันระบุพฤติกรรมต่างๆ ทางสังคมที่ต้องการในการทำกิจกรรมร่วมกัน ถ้านักเรียนได้เข้าใจโอกาสที่จะแสดงพฤติกรรมต่างๆที่พึงปรารถนา จะมีมากขึ้นและยังเป็นการส่งเสริมให้รู้จักใช้ทักษะต่าง ๆ เหล่านั้นด้วย

3. ขั้นการกำกับดูแลการสอน ครูผู้สอนจะต้องมีหน้าที่ในการกำกับดูแลนักเรียนในขณะที่ปฏิบัติกิจกรรม ดังนี้

3.1 พฤติกรรมของนักเรียน เมื่อนักเรียนร่วมกันทำกิจกรรมครูผู้สอนจะต้องสังเกตความก้าวหน้าของนักเรียนและจะเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันปฏิบัติกิจกรรมที่ได้รับมอบหมาย ครูผู้สอนควรมีแบบสังเกตการณ์เพื่อบันทึกการปฏิบัติงานของกลุ่มและใช้ข้อมูลดังกล่าวในการติชมการทำงานของกลุ่ม นอกจากนี้ครูผู้สอนควรรู้ว่าเมื่อใดควรเข้าไปช่วยเหลือนักเรียน และในบางครั้งนักเรียนบางคนอาจมีบทบาทในการช่วยเหลือครู กำกับ ดูแล พฤติกรรมของเพื่อนด้วย

3.2 ครูผู้สอนสามารถมีส่วนร่วมในการจัดการเรียนการสอนได้ 2 กรณี คือ

3.2.1 แนะนำการเรียนรู้ทั่วไป เช่น อธิบายคำสั่งอย่างชัดเจน ทบทวนกระบวนการดำเนินงาน ฝึกทักษะต่างๆ ในขณะที่ครูผู้สอนเข้าไปมีส่วนร่วมในกิจกรรมและช่วยเหลือนักเรียน ครูผู้สอนจะต้องพยายามค้นหาทักษะความสามารถต่างๆของนักเรียนในกลุ่มต่างๆ ออกมาให้มากที่สุด เช่น ถ้านักเรียนคนใดคนหนึ่งถามคำถาม ครูผู้สอนอาจไม่ตอบเองแต่ถามคำถามนั้นกลับไปให้นักเรียนคนหนึ่งในกลุ่มได้เป็นคนตอบ

3.2.2 สอนทักษะการให้ความร่วมมือ ทักษะดังกล่าวมีความจำเป็นอย่างยิ่งในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เช่น ถ้านักเรียนคนใดคนหนึ่งไม่ได้ช่วยเหลืองานของกลุ่ม นักเรียนซึ่งเป็นสมาชิกในกลุ่มนั้นจะต้องเรียนรู้ที่จะต้องทำให้ทุกคนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม ครูผู้สอนควรเฝ้าปัญหาดังกล่าวกลับไปให้กลุ่มพิจารณาและหาทางแก้ไข ซึ่งจะทำให้เกิดการเรียนรู้มากขึ้น อย่างไรก็ตามครูผู้สอนไม่ควรเข้าไปมีส่วนร่วมในการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียนเกินความจำเป็น เพราะนักเรียนจะไม่ได้ใช้ความคิดของตนเองเท่าที่ควรและอาจคล้อยตามครูผู้สอน

4. ขั้นประเมินผลงานและกระบวนการในการทำงาน ครูผู้สอนสามารถประเมินความสำเร็จในการทำกิจกรรมของนักเรียนด้านวิชาการและทักษะทางสังคม

4.1 การประเมินผลงานด้านวิชาการ ได้แก่ การประเมินผลความก้าวหน้าและความสำเร็จของนักเรียน ซึ่งสะท้อนให้เห็นว่านักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้าง เช่น

4.1.1 ครูผู้สอนสุ่มเรียกนักเรียนกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งตอบคำถามหรือแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

4.1.2 นักเรียนกลุ่มต่างๆ ร่วมกันอภิปรายหลังจากการทดสอบย่อยหรือร่วมกันอภิปรายเพื่อ

แก้ไข

4.2 การประเมินผลทางด้านสังคม เป็นการประเมินผลเพื่อให้ทราบว่าสมาชิกของกลุ่มได้ใช้ทักษะทางสังคมอะไรบ้างและอย่างไร การทำงานของกลุ่มมีประสิทธิภาพเพียงใด และจะต้องปรับปรุงอะไรบ้างและอย่างไร เช่น

4.2.1 เล่าประสบการณ์ให้เพื่อนๆ ฟังเกี่ยวกับความสำเร็จของกลุ่ม

4.2.2 อภิปรายและมีข้อตกลงร่วมกันเกี่ยวกับสิ่งที่ต้องปรับปรุงการทำงานกลุ่มในครั้งต่อไป

จากบทบาทของครูผู้สอนในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่นักการศึกษากล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าครูผู้สอนจะต้องมีการเตรียมการสอนและรู้จักการวางแผนเลือกจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับลักษณะของผู้เรียนซึ่งไม่เพียงแต่ในด้านเนื้อหาวิชาเท่านั้นแต่จะต้องเสริมสร้างคุณลักษณะอันพึงประสงค์ให้เกิดแก่ผู้เรียนด้วย และควรเรียนรู้ที่จะแก้ปัญหาเฉพาะหน้าที่อาจเกิดขึ้นกับนักเรียนได้เป็นอย่างดี ปรับปรุงและแก้ไขข้อบกพร่องในการจัดการเรียนการสอน และช่วยเสริมสร้างกำลังใจแก่นักเรียนซึ่งจะทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

1.7 ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

เดวิดสัน (Davidson, 1990: 4-5) ผู้อำนวยการโครงการโรงเรียนประถมศึกษาที่ตั้งอยู่ศูนย์วิจัยโรงเรียนประถมศึกษาและมัธยมศึกษา มหาวิทยาลัยจอร์เจีย ได้กล่าวถึงความเหมาะสมของการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ดังนี้

1. การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์จะต้องแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ซักถามปัญหากันอย่างอิสระ อธิบายให้สมาชิกในกลุ่มได้เข้าใจถึงแนวความคิดและโมเมนต์ของตนเองให้กระจ่างชัดขึ้นตลอดจนได้สร้างความรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้ของเขา
2. การเรียนเป็นกลุ่มย่อยเปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนภายในกลุ่มไม่มีการแข่งขันกันในการแก้ปัญหา การปฏิสัมพันธ์ในกลุ่มนั้นช่วยให้นักเรียนทุกคนเรียนรู้โมเมนต์และยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้
3. คณิตศาสตร์แตกต่างไปจากวิชาอื่นในแง่ที่ครูสามารถประมาณเวลาได้ว่าในการแก้ปัญหาแต่ละข้อควรใช้เวลานานประมาณเท่าใด และเหมาะสมอย่างยิ่งในการอภิปรายกลุ่มเพื่อหาคำตอบที่พิสูจน์ได้จริง โดยที่นักเรียนสามารถโน้มน้าวเพื่อนให้ยอมรับได้โดยใช้เหตุผลประกอบ
4. ปัญหาคณิตศาสตร์หลายปัญหามีทางแก้ได้หลายวิธี และนักเรียนสามารถอภิปรายถึงข้อดีและข้อเสียของการหาคำตอบนั้นได้
5. นักเรียนสามารถช่วยเหลือสมาชิกในกลุ่มเกี่ยวกับความจริงที่เป็นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (Basic Fact) และกระบวนการคิดคำนวณที่จำเป็น ซึ่งสิ่งเหล่านี้สามารถนำไปใช้ในแง่ที่ตื้นตันและท้าทายทางคณิตศาสตร์ได้ เช่น เกม ปริศนา หรือการอภิปรายปัญหา

6. ในขอบเขตของวิชาคณิตศาสตร์เต็มไปด้วยความคิดที่ท้าทายและตื่นเต้น ซึ่งทำให้มีการอภิปรายถึงข้อดีข้อเสีย ผู้ที่เรียนโดยการพูดคุย การฟัง การอธิบายและการคิดร่วมกับผู้อื่นก็สามารถเรียนรู้ได้ดีเช่นเดียวกับการเรียนรู้ด้วยตนเอง

7. คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่เปิดโอกาสอย่างมากในการสร้างความคิด ค้นคว้าในสถานการณ์ต่าง ๆ มีการคาดคะเนและการตรวจสอบด้วยข้อมูล การตั้งปัญหาเพื่อกระตุ้นให้เกิดความสนใจอยากรู้ อยากเห็น และมีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ซึ่งไม่เคยพบเห็นมาก่อน ความพยายามของนักเรียนแต่ละคนในการหาคำตอบจากปัญหาเดียวกัน จะทำให้เกิดความก้าวหน้าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ และเป็นประสบการณ์ที่มีคุณค่า

พิมพันธ์ เดชะคุปต์ (2541: 40) กล่าวถึงประโยชน์ของการเรียนแบบร่วมมือ ดังนี้

1. สร้างความสัมพันธ์ที่ดีระหว่างสมาชิก เพราะทุก ๆ คนร่วมมือในการทำงานกลุ่ม ทุกคนมีส่วนร่วมเท่าเทียมกัน
2. สมาชิกทุกคนมีโอกาสคิด พูด แสดงออก แสดงความคิดเห็น ลงมือกระทำอย่างเท่าเทียมกัน
3. ส่งเสริมให้มีความช่วยเหลือกัน เช่น เด็กเก่งช่วยเด็กที่เรียนไม่เก่ง ทำให้เด็กเก่งภาคภูมิใจ รู้จักใช้เวลา ส่วนเด็กที่ไม่เก่งเกิดความซาบซึ้งในน้ำใจของเพื่อนสมาชิกด้วยกัน
4. ร่วมกันคิดทุกคน ทำให้เกิดการระดมความคิด นำข้อมูลที่ได้มาพิจารณาร่วมกันเพื่อประเมินคำตอบที่เหมาะสมที่สุด เป็นการส่งเสริมให้ช่วยกันค้นหาข้อมูลและวิเคราะห์การตัดสินใจเลือก
5. ส่งเสริมทักษะทางสังคม เช่น การอยู่ร่วมกันด้วยมนุษยสัมพันธ์ที่ดีต่อกันเข้าใจกันและกัน อีกทั้งเสริมทักษะการสื่อสาร ทักษะการทำงานเป็นกลุ่ม สิ่งเหล่านี้ล้วนส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้สูงขึ้น

กรมวิชาการ (2544ก: 41) กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือว่า มีประโยชน์ต่อนักเรียน ทั้งในด้านสังคม และวิชาการ ดังนี้

1. สร้างความสัมพันธ์ที่ดีระหว่างสมาชิก เพราะทุก ๆ คนร่วมมือในการทำงานกลุ่ม ทุก ๆ คนมีส่วนร่วมเท่าเทียมกัน ทำให้เกิดเจตคติที่ดีต่อการเรียน
2. ส่งเสริมให้สมาชิกทุกคนมีโอกาสคิด พูด แสดงออก แสดงความคิดเห็น ลงมือกระทำอย่างเท่าเทียมกัน
3. ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เช่น เด็กเก่งช่วยเด็กที่เรียนไม่เก่ง ทำให้เด็กเก่งภาคภูมิใจ รู้จักใช้เวลา ส่วนเด็กอ่อนเกิดความซาบซึ้งในน้ำใจของเพื่อนสมาชิกด้วยกัน
4. ทำให้รู้จักรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น การร่วมคิด การระดมความคิด นำข้อมูลที่ได้มาพิจารณาร่วมกัน เพื่อหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด เป็นการส่งเสริมให้ช่วยกันค้นหาข้อมูลให้มาก คิดวิเคราะห์และเกิดการตัดสินใจ

5. ส่งเสริมทักษะทางสังคม ทำให้ผู้เรียนรู้จักปรับตัวในการอยู่ร่วมกันด้วยมนุษยสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน เข้าใจกันและกัน

6. ส่งเสริมทักษะการสื่อสาร ทักษะการทำงานเป็นกลุ่ม สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ สิ่งเหล่านี้ล้วนส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้สูงขึ้น

จากประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่นักการศึกษากล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การเรียนแบบร่วมมือจะช่วยพัฒนาผู้เรียนทั้งในด้านความรู้ ด้านทักษะทางสังคม และในด้านคุณธรรม ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยสร้างเสริมให้ผู้เรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการดำเนินชีวิตได้อย่างมีคุณภาพ

1.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือ

งานวิจัยต่างประเทศ

โบนาพาร์ท (Bonaparte. 1990: 1911-A) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการจัดชั้นการเรียนของนักเรียนเกรด 2 จำนวน 240 คน ในพื้นที่แอตแลนติกตอนกลางของสหรัฐอเมริกา ผลการวิจัยพบว่าวิธีการเรียนแบบ STAD มีการจัดชั้นเรียนที่ดีกว่าและแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์อย่างสูงกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความภาคภูมิใจในตนเอง

สปูเลอร์ (Spuler. 1993: 1715-A) ได้สังเคราะห์งานวิจัยแบบเมตาดา เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบ STAD และ TGT ของนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ระดับอนุบาลถึงมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่าวิธีสอนแบบ TGT นั้นทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นกว่าวิธีสอนแบบ STAD อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ไซดี (Zaidi. 1994: 858-A) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างการเรียนรู้แบบร่วมมือกันและการสอนตามปกติ วิชาคณิตศาสตร์ระดับ 7 โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และกลวิธีการควบคุมตนเองระหว่างการเรียนแบบร่วมมือและการสอนแบบปกติในวิชาคณิตศาสตร์ การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาผลของตัวแปร 2 ตัว คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและกลวิธีการควบคุมตนเองของนักเรียนระดับ 7 โดยการสุ่มนักเรียนจำนวน 6 ห้องเรียน ครู 2 คน สอนคนละ 3 ห้อง จัดการเรียนการสอน 3 แบบ คือ การสอนแบบปกติ การเรียนแบบกลุ่ม และการส่งเสริมการเรียนแบบร่วมมือกัน โดยตั้งสมมติฐานว่าการส่งเสริมการเรียนแบบร่วมมือกันจะให้ผลดีกว่าการสอนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ ได้แก่ แบบทดสอบ 3 ฉบับ คือ แบบทดสอบด้านทักษะพื้นฐาน ด้านการตอบปัญหาและทักษะการคิด และการใช้แบบสอบถามในการวัดกลวิธีการควบคุมตนเอง ผลการวิจัยพบว่าวิธีสอนทั้งสามวิธีให้ผลแตกต่างกัน สำหรับผลการสอบถามเรื่องการทำงานกลุ่มในการวัดกลวิธีการควบคุมตนเองอยู่ในระดับค่อนข้างต่ำ

รพนา (Rupnow. 1997: 76-A) ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิคการเรียนรู้ร่วมกันที่มีต่อนักศึกษาศาสาพืชคณิตในวิทยาลัยศิลปากรขนาดเล็กของเอกชน กลุ่มทดลองเป็นนักศึกษาวิทยาลัยศิลปากรขนาดเล็กของเอกชน 4 แห่ง และกลุ่มควบคุมเป็นนักศึกษาวิทยาลัยศิลปากรขนาดเล็กของเอกชน 1 แห่ง สอนโดยใช้วิธีสอนแบบเก่า สถิติใช้

ค่าเฉลี่ยและการวิเคราะห์ ANOVA ผลการวิจัยพบว่า ตัวแปรผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งกลุ่มทดลองด้วยเทคนิคการเรียนรู้ร่วมกันมีผลการเรียนดีกว่ากลุ่มควบคุม สำหรับตัวแปรด้านความเข้าใจคณิตศาสตร์ด้วยตนเองและความเชื่อพื้นฐาน 5 อย่างเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

แรนดอล (Randall, 2003: Online) ได้ศึกษาความแตกต่างในความรู้ความเข้าใจของนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบร่วมมือ โดยครูในโรงเรียนชั้นประถมศึกษาที่อยู่ในเมืองบริเวณใกล้เคียงกันกับครูในโรงเรียนของรัฐในเมืองดีทรอยท์ รัฐมิชิแกน สหรัฐอเมริกา มีจุดมุ่งหมาย 1) เพื่อศึกษาความแตกต่างของครูโรงเรียนชั้นประถมศึกษา 5 โรงเรียนที่อยู่ในเมืองบริเวณใกล้เคียงกันกับครูโรงเรียนของรัฐในเมืองดีทรอยท์ รัฐมิชิแกน สหรัฐอเมริกา 5 โรงเรียน ในด้านความรู้เกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือและบทบาทของครูเกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือ 2) เพื่อศึกษาความเข้าใจของครูในการใช้การเรียนแบบร่วมมือและความเข้าใจของนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบร่วมมือ กลุ่มตัวอย่างเป็นครูทั้งหมด 200 คน ประกอบด้วยครูในโรงเรียนชั้นประถมศึกษาที่อยู่ในเมืองบริเวณใกล้เคียงกันจำนวน 110 คน และกับครูในโรงเรียนของรัฐในเมืองดีทรอยท์ รัฐมิชิแกนจำนวน 90 คน ผลการศึกษาพบว่าไม่มีความแตกต่างของครูโรงเรียนชั้นประถมศึกษาที่อยู่ในเมืองบริเวณใกล้เคียงกันกับครูโรงเรียนของรัฐในเมืองดีทรอยท์ รัฐมิชิแกน สหรัฐอเมริกาในด้านความรู้ ความเข้าใจ บทบาทหน้าที่ของครูเกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือ และความเข้าใจของนักเรียนที่ได้รับการเรียนแบบร่วมมือ การจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือที่มีความเหมาะสมนั้นครูผู้สอนและผู้บริหารจะต้องมีความเข้าใจในหลักการเรียนอย่างมีส่วนร่วม และสนับสนุนส่งเสริมยุทธศาสตร์การเรียนแบบร่วมมือให้ใช้ในชั้นเรียน ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไปควรศึกษาเปรียบเทียบผลของการเรียนแบบร่วมมือในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือกับนักเรียนที่ไม่เรียนแบบร่วมมือ

จอยซ์ (Joyce, 2004: Online) ได้ศึกษาการใช้กลุ่มย่อยเพื่อช่วยการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานการศึกษาผู้ใหญ่ การศึกษานี้ได้ใช้เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือในการสอนพื้นฐานการศึกษาผู้ใหญ่โดยผ่านทางแผนการเรียนในวิทยาลัยชุมชน ซึ่งนักศึกษาในแผนการเรียนนั้นมาจากชุมชนที่ต่างกัน และมีความเข้าใจในคณิตศาสตร์อยู่ในระดับที่แตกต่างกัน จำนวน 23 คน เรียนในหลักสูตรครึ่งปี การเรียนแบบร่วมมือทำให้นักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความรู้ทางคณิตศาสตร์และส่งเสริมทักษะทางสังคม การเสริมแรงด้วยคำพูดเป็นสิ่งที่ช่วยสร้างวิธีการเรียนให้เกิดการร่วมมือและการร่วมกันแก้ปัญหา ผลการศึกษาพบว่าจากการสำรวจความคิดเห็นของนักศึกษาซึ่งได้จากแบบสำรวจและแบบสังเกต แสดงให้เห็นว่าการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือทำให้นักศึกษาเกิดการเรียนรู้

งานวิจัยในประเทศ

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 95-96) ได้ทำการศึกษาการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ มีจุดมุ่งหมาย 1) เพื่อออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ 2) เพื่อเปรียบเทียบผล

การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ใน 3 ด้าน คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2538 โรงเรียนพระนารายณ์และโรงเรียนดงตาลวิทยา จำนวน 154 คน โดยสุ่มเป็นกลุ่มทดลองโรงเรียนละ 1 ห้อง จำนวนนักเรียน 75 คน และกลุ่มควบคุมโรงเรียนละ 1 ห้อง จำนวนนักเรียน 79 คน กลุ่มทดลองดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ กลุ่มควบคุมดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การเรียนการสอนตามปกติ เพื่อศึกษาพัฒนาการของศักยภาพทางคณิตศาสตร์ 3 ประการ คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ผลการวิจัยพบว่าแผนการสอนที่แสดงกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย (E_1/E_2) มีประสิทธิภาพ 66.31/59.12 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ที่คาดหวังไว้คือ 70/70 ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารหลังการทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วัฒนา มณีวงศ์ (2542: 70-76) ได้ทำการศึกษาผลของการเรียนแบบร่วมมือที่มีต่อความสามารถทางการเรียนเรขาคณิต และการเห็นคุณค่าในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาผลของการเรียนแบบร่วมมือที่มีต่อความสามารถทางการเรียนเรขาคณิต และการเห็นคุณค่าในตนเองของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน จังหวัดนครปฐม จำนวน 43 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลของการเรียนแบบร่วมมือที่มีต่อความสามารถทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่า 50% ของเกณฑ์การเรียนตามที่กระทรวงศึกษาธิการกำหนดคิดเป็นร้อยละ 60.5 และต่ำกว่า 50% ของเกณฑ์การเรียนตามที่กระทรวงศึกษาธิการกำหนด คิดเป็นร้อยละ 39.5 และการเห็นคุณค่าในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศรีภรณ์ ณะวงศ์ษา (2542: 71-74) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ TGT และแบบ STAD และการสอนตามคู่มือครู มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบ TGT แบบ STAD และการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบ TGT และแบบ STAD มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบ TGT กับแบบ STAD มีความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นาฏยา ปันอยู่ (2543: 91-95) ได้ศึกษาผลของการเรียนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิคแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์ที่มีต่อเชาวน์อารมณ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีจุดมุ่งหมายเพื่อ

ศึกษาผลของการเรียนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิคแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์ที่มีต่อเชาวน์อารมณ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการเรียนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิคแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์มีเชาวน์อารมณ์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 นักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการเรียนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิคแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์มีเชาวน์อารมณ์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการเรียนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิคแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ไพโรจน์ เบขุนทด (2544: 51-52) ได้ทำการศึกษาผลการเรียนแบบร่วมมือ 3 วิธีที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความร่วมมือในการทำงานกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือแบบกลุ่มเกมการแข่งขัน แบบกลุ่มช่วยรายบุคคล และแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ และศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีการเรียนแบบร่วมมือกับระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และเปรียบเทียบความร่วมมือในการทำงานกลุ่มของนักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือแบบกลุ่มเกมการแข่งขัน แบบกลุ่มช่วยรายบุคคล และแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนจระเข้วิทยาคม จังหวัดขอนแก่น ปีการศึกษา 2544 จำนวน 120 คน ผลการศึกษาพบว่า 1) นักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือแบบกลุ่มช่วยรายบุคคลมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่เรียนร่วมมือแบบกลุ่มเกมการแข่งขันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 นักเรียนที่เรียนร่วมมือแบบกลุ่มช่วยรายบุคคลมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกับนักเรียนที่เรียนร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 และนักเรียนที่เรียนร่วมมือแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ทาง

การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกับนักเรียนที่เรียนร่วมมือแบบกลุ่มเกมการแข่งขันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 2) ไม่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีเรียนกับระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 3) นักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือแบบกลุ่มเกมการแข่งขันแบบกลุ่มช่วยรายบุคคล และแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์มีความร่วมมือในการทำงานกลุ่มไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

สุพัตรา ฤกษ์บ้าย (2544: 109-113) ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือ และการใช้สัญญาณเงื่อนไขที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลของการใช้เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือและการใช้สัญญาณเงื่อนไข เพื่อพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนไทยนิยมสงเคราะห์ สำนักงานเขตบางเขนกรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2543 ที่มีเชาวน์ปัญญาระดับปานกลาง และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป ตามเกณฑ์ของกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการและมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่

50 ลงมา จำนวน 40 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองที่ 1 ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 20 คน และกลุ่มทดลองที่ 2 ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและการใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นรายบุคคล ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและการใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นกลุ่ม มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เพิ่มขึ้นหลังการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 นักเรียนที่ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและการใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นรายบุคคลมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นหลังการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและการใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นกลุ่ม มีความคิดสร้างสรรค์เพิ่มขึ้นไม่แตกต่างกับนักเรียนที่ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและการใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นรายบุคคล

เชียวชาญ เทพกุล (2545: 84-88) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการเรียนรู้แบบ STAD ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาชุดการเรียนรู้แบบ STAD ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้แบบ STAD และศึกษาความคิดเห็นของนักเรียน หลังการใช้ชุดการเรียนรู้แบบ STAD ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนอัสสัมชัญธนบุรี เขตบางแค กรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 50 คน ผลการศึกษาพบว่า ชุดการเรียนรู้แบบ STAD ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้ สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความคิดเห็นของนักเรียนหลังการใช้ชุดการเรียนรู้มีความคิดเห็นในระดับสูงกว่าเห็นด้วยขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาเอกสารงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น แสดงให้เห็นได้ว่าการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือมุ่งส่งเสริมให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น และสร้างเสริมคุณลักษณะที่ดีแก่นักเรียนทั้งในด้านความร่วมมือในการทำงานกลุ่ม ความสนใจในการเรียนที่เพิ่มขึ้น เห็นคุณค่าในตนเองอีกทั้งยังช่วยพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอีกด้วย

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยง

2.1 ความหมายของการเชื่อมโยง (Connections)

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM]. 1991: 102) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยงไว้ว่า คือ การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกัน ให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งแบ่งออกเป็น

2.1.1 การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกัน ไปสัมพันธ์กันให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้ และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยนักเรียนให้ทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชา รวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนรู้ของผู้เรียนมีความหมาย

2.1.2 การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่าง ๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไปภายใต้เนื้อเรื่องที่ เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคม กีฬา หรือศิลปะ เป็นการ เรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจและทักษะในวิชาต่าง ๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างลึกซึ้ง และตรงกับสภาพชีวิตจริง

จากความหมายของการเชื่อมโยงที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การเชื่อมโยง หมายถึง การบูรณาการ ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกันให้เป็นองค์รวมซึ่งอาจเป็นการเชื่อมโยงภายในวิชาหรือการเชื่อมโยงกับวิชาอื่น ๆ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมาย

2.2 คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง

เคนเนดี้ และทิปส์ (Kennedy and Tipps. 1994: 194-198) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มี ความสำคัญ นักเรียนจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เรียนรู้ได้แก่ รูปภาพ แผนภาพ สัญลักษณ์ และ มโนคติ กับกระบวนการรวมเนื้อหา และวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน และจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยง ระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

การเชื่อมโยงควรสร้างให้เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอในระหว่างการเรียนรู้การสอน คือ ให้นักเรียนปฏิบัติงาน หรือกิจกรรมแล้วแปลงกิจกรรมเหล่านั้น ออกมาเป็นรูปภาพ แผนภาพ แผนภูมิ แผนผัง กราฟและสัญลักษณ์ต่าง ๆ ตัวอย่างเช่น ในชั้นเรียนเกรด 3 ครูได้สอนให้นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงระหว่าง “ลูกกอล์ฟ” กับ เศษส่วน ให้นักเรียนในชั้น รู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง ด้วยปัญหา “ลูกกอล์ฟ”

การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และกับชีวิตจริง เกิดขึ้นมากมาย ครูสามารถให้นักเรียนปฏิบัติงาน ที่จะเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา ศิลปะ งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหารและกิจกรรมในวิชาต่าง ๆ

ตัวอย่างต่อไปนี้ แสดงถึงวิธีที่ครูจะสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์ต่าง ๆ และสังคม รอบตัว ด้วยการให้นักเรียนทำโครงการที่บางโครงการอาจให้ทำร่วมกันทั้งชั้น รายบุคคล หรือทำโดยกลุ่มย่อย ดังนี้

1. คณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ เช่น การจดบันทึกอุณหภูมิ ความเร็วลม แรงดันอากาศ การส่งมนุษย์ไป ดวงจันทร์ การโคจรของดาวเคราะห์ การกำหนดมาตราส่วน และการสร้างแบบจำลองของระบบสุริยะจักรวาล

2. คณิตศาสตร์กับสังคมศาสตร์ เช่น นาฬิกาและนาฬิกาทราย การสร้างพีระมิดในอียิปต์ ศึกษาการ ออกแบบพรม ถ้วยชาม และตะกร้าที่ใช้หลักการสมมาตร และทรงลูกบาศก์ของชาวอินเดียนแดงทางตะวันตกเฉียงใต้ ของสหรัฐ การแยกประเภทของอาชีพต่าง ๆ เป็นอาชีพที่มีเครื่องแบบและไม่มีเครื่องแบบ เช่น นักวิจัย ผู้ให้บริการ คนงานโรงงาน ทหาร และปศุสัตว์ การเปรียบเทียบส่วนที่สูงที่สุดและต่ำที่สุด เช่น จุดที่สูงที่สุดของพื้นโลกกับจุดที่ต่ำ ที่สุดของกันทะเล

3. คณิตศาสตร์กับศิลปะ เช่น การวัดกระดาษเพื่อติดขอบผนัง การกำหนดมาตราส่วนฉากละครใน ชั้นเรียน วัดและเตรียมกระดาษสร้างฉาก การวาดภาพทิวทัศน์ต่าง ๆ

4. คณิตศาสตร์กับสุขศึกษา เช่น การวัดความสูงของนักเรียน การบันทึกผลในรูปตารางและกราฟ การหาปริมาณแคลอรีจากการอ่านฉลากข้อมูลโภชนาการข้างกล่องผลิตภัณฑ์ การวัดระดับคอเลสเตอรอล

5. คณิตศาสตร์กับการอ่าน และศิลปะทางภาษา เช่น การหารูปแบบของคำ การแยกประเภทของคำ การวิจัยรากศัพท์ของภาษาคณิตศาสตร์ การวิจัยและเขียนเรื่องราวของนักคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียง จำนวน และความงามของตัวเลข การวิเคราะห์ข้อความเพื่อบอกจำนวนพยัญชนะ (เรื่องนี้สามารถเชื่อมโยงกับรายการเกมโชว์ทางโทรทัศน์ของสหรัฐที่ชื่อ **Wheel of Fortune**)

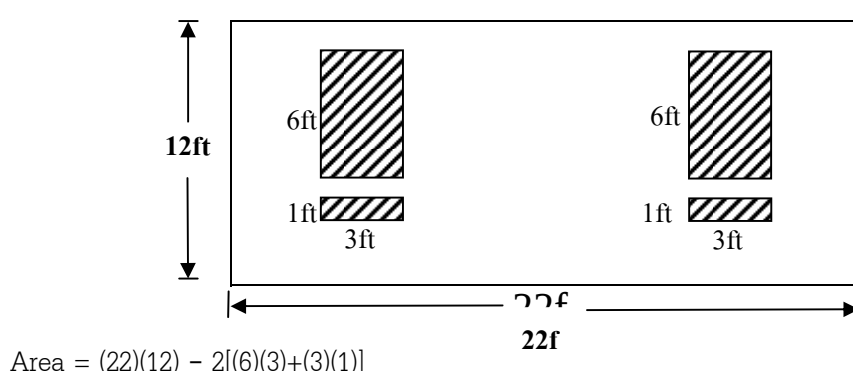
6. คณิตศาสตร์กับการศึกษาทางกายภาพ เช่น การนับจำนวนรอบของการกระโดดเชือก การแสดงให้เห็นว่าโอลิมปิกยิ่งใหญ่ การจัดวางพื้นที่การเล่น การจับเวลาการแข่งขัน

คณิตศาสตร์กับโลกปัจจุบันเชื่อมโยงกันในหลาย ๆ ด้าน จากบทความในหนังสือพิมพ์หรือนิตยสารไม่ว่าจะเป็นทางด้านธุรกิจ แนวโน้มทางเศรษฐกิจ สภาพอากาศ และข้อมูลทางวิทยาศาสตร์ การรายงานพิเศษทั้งในรูปแบบบทความ และภาพข่าว แผนผังการเดินทางที่ท่าเรือ สถานีรถไฟ และสนามบินล้วนให้ข้อมูลที่เป็นคณิตศาสตร์ เพื่ออำนวยความสะดวกแก่ผู้คนทั้งสิ้น ปัญหาทางเศรษฐกิจ ปัญหาการจัดการขยะและมลพิษที่เกิดจากรถยนต์ ของเสียจากโรงงานได้ทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับการดำรงชีวิตในปัจจุบัน ครูจึงควรสอนโดยบูรณาการคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือกับปัญหาในชีวิตจริงที่เกิดขึ้นในแต่ละวัน

ดังนั้นนักเรียนจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อจะได้บูรณาการเนื้อหาทั้งหมด ครูจะประสบความสำเร็จเมื่อทำหน้าที่ทำให้นักเรียนสามารถสร้างการเชื่อมโยงโมเมนต์ของเนื้อหาต่าง ๆ เข้าด้วยกัน เช่น เศษส่วนและทศนิยมกับเรื่องของเปอร์เซ็นต์ การคูณกับการบวก การหารกับการลบ และการนำการวัดไปใช้ในเรขาคณิต นักเรียนต้องรู้จักการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงได้

ดอสเซย์ และคนอื่น ๆ (Dossey, et al. 2002: 81-83) กล่าวถึง การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์สร้างขึ้นได้ทันทีขณะเกิดการเรียนรู้ โดยสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้ส่วนหนึ่งที่เคยเรียนรู้มาแล้ว นักเรียนที่สามารถเชื่อมโยงโมเมนต์ทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลายจะพัฒนาความเข้าใจในคณิตศาสตร์ได้มากยิ่งขึ้น การเชื่อมโยงทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหา และสามารถทำการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้คล่องแคล่วขึ้น นอกเหนือจากการใช้เครื่องมืออื่น ๆ ในการแก้ปัญหาโมเมนต์ หรือเนื้อหาในคณิตศาสตร์ที่มี การเชื่อมโยงช่วยให้นักเรียนมองคณิตศาสตร์แบบบูรณาการ การแยกคณิตศาสตร์ออกเป็นวิชาย่อย ๆ เช่น เรขาคณิต เบื้องต้น แล้วมาเรียนวิชาพีชคณิต และเรขาคณิตตามลำดับ ทำให้นักเรียนมองวิชาคณิตศาสตร์ว่าไม่สัมพันธ์กัน แม้ว่าบทเรียนก่อนหน้าจะเป็นพื้นฐานความเข้าใจในคณิตศาสตร์ระดับสูง การแยกเนื้อหาออกจากกันทำให้นักเรียนไม่สามารถสร้างการเชื่อมโยงที่ทำให้เข้าใจภาพรวมของคณิตศาสตร์ การเรียนที่เน้นการเชื่อมโยงจะทำให้ นักเรียนมีพื้นฐานที่แข็งแกร่งในการเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป

สมบัติการแจกแจงนับเป็นตัวอย่างที่ดีของมโนคติทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงหลายเนื้อหาเข้าด้วยกัน สมบัติการแจกแจงเป็นสิ่งสำคัญในการคูณจำนวนเต็มบวก การคูณที่ตัวคูณมีเลขโดดถึง 3 ตัว เช่น 8×172 ทำให้ง่ายขึ้นโดยใช้สมบัติการแจกแจงเป็น $(8 \times 100) + (8 \times 70) + (8 \times 2)$ นอกจากนี้ สมบัติการแจกแจงยังช่วยนักเรียนในการหาพื้นที่แรเงาที่แสดง ดังภาพประกอบ 3 (Dossey, et al. 2002: 82) ซึ่งสมบัติการแจกแจงไม่ได้ใช้แยกตัวประกอบ และแทนค่าในประโยคพีชคณิตเท่านั้น แต่ยังสามารถนำไปใช้กับผลคูณเชิงสเกลาร์ในเวกเตอร์และเมตริกซ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ขั้นสูงครูสามารถช่วยให้นักเรียนเชื่อมโยงเพื่อให้เกิดความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ในภาพกว้างได้



ภาพประกอบ 3 การใช้สมบัติการแจกแจงหาพื้นที่แรเงา

ที่มา : Dossey, John A., et al. (2002). *Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom. A Contemporary Approach to Teaching Grades 7-12.* : 82.

นักเรียนต้องรู้จักและเริ่มการสร้างการเชื่อมโยงตั้งแต่ระดับประถมศึกษา ครูอาจชี้แนะให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงเรขาคณิตในระบบพิกัดฉาก โดยให้พิสูจน์ว่าเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานตัดแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน สามารถใช้วิธีการหาจุดกึ่งกลางของเส้นทแยงมุมทั้งสอง เพื่อพิสูจน์ข้อความดังกล่าว

ครูสามารถแนะนำกระบวนการเชื่อมโยงให้กับนักเรียนโดยการให้งานที่ครูออกแบบขึ้น งานที่แสดงการเชื่อมโยงกับมโนคติของเรื่องที่เคยเรียนมาแล้ว เช่น การสำรวจลำดับฟีโบนacci (Fibonacci Sequence) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,... สามารถเชื่อมโยงกับแบบรูปและฟังก์ชันก่อกำเนิด เมื่อสำรวจต่อไปนำไปสู่ความรู้เรื่องอัตราส่วนของสี่เหลี่ยมมุมฉากทอง และประยุกต์เข้ากับงานศิลปะ โลกของการออกแบบ การเชื่อมโยงกับวิชาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

จากคณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยงที่นักการศึกษากล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า คณิตศาสตร์มีการเชื่อมโยงกับศาสตร์ต่าง ๆ ในโลกยุคปัจจุบันมากมาย ครูจึงเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการจัดการเรียนการสอนที่ทำให้

นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงอย่างสม่ำเสมอ โดยครูอาจเริ่มจากการเชื่อมโยงเนื้อหาความรู้เดิมที่มีอยู่กับเนื้อหาความรู้ในเรื่องใหม่ ให้นักเรียนแสดงความสัมพันธ์กันระหว่างเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เพื่อให้เกิดการบูรณาการทางคณิตศาสตร์ และมองเห็นคณิตศาสตร์ในภาพรวม แล้วจึงพัฒนาการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไปสู่ศาสตร์วิชาต่าง ๆ และนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้กับชีวิตประจำวัน

2.3 มาตรฐานการเชื่อมโยง

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 64-66) ได้กำหนดมาตรฐานการเชื่อมโยง (Connection Standard) ไว้ดังนี้

โปรแกรมการสอนตั้งแต่ชั้นอนุบาลถึงเกรด 12 มุ่งให้นักเรียนสามารถ

2.3.1 ตระหนัก และรู้จักเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์

ความคิดที่ว่า คณิตศาสตร์สามารถเชื่อมโยงกันได้ควรสอดแทรกอยู่ในการเรียนการสอนในโรงเรียนในทุก ระดับชั้น การให้ประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์กับเด็กในครั้งแรกที่เข้ามาในโรงเรียน ไม่ควรแยกเป็นเรื่อง ๆ แต่ควรรวมคณิตศาสตร์เข้ากับหลาย ๆ เหตุการณ์ซึ่งเด็กสามารถเรียนรู้ และจดจำแบบรูปของคณิตศาสตร์จากจังหวะดนตรีเพลงที่ร้อง รูปทรงแหลี่ยมในวงผึ้ง นับจำนวนครั้งที่กระโดดเชือกได้ เมื่อขึ้นไปเรียนในระดับเกรด 3-5 กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรเป็นนามธรรมมากยิ่งขึ้น ซึ่งจะเริ่มเห็นการเชื่อมโยงระหว่างการดำเนินการทางเลขคณิต ตัวอย่างเช่น การคูณเป็นเหมือนการบวกจำนวนที่ซ้ำกัน รู้ว่าการดำเนินการทางคณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ในเหตุการณ์ต่าง ๆ ซึ่งจะเป็นการซึมซับความเป็นนามธรรมของคณิตศาสตร์ในระดับเกรด 6-8 นักเรียนควรมองคณิตศาสตร์ว่า เป็นวิชาที่เชื่อมโยงความรู้ถึงกันอยู่อย่างสำคัญอยู่ที่การรู้จักเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ด้วยตนเอง ทั้งเรื่องจำนวนตรรกยะ สัดส่วน และความสัมพันธ์เชิงเส้น ควรสอดแทรกเข้ามาในกิจกรรมการเรียนการสอนทุกครั้งในเกรด 9-12 นักเรียนไม่เพียงต้องเรียนรู้ถึงลักษณะของการเชื่อมโยง แต่ต้องสามารถหยั่งรู้ที่จะนำความรู้หนึ่งไปแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้

ตลอดการเรียนตั้งแต่ระดับชั้นอนุบาลถึงเกรด 12 นักเรียนควรถามตนเองว่า “ปัญหานี้หรือคณิตศาสตร์เรื่องนี้ เหมือนกับปัญหาอื่นหรือเรื่องอื่นที่เคยเรียนมาก่อนหรือไม่ อย่างไร” การเชื่อมโยงเป็นการสร้างแนวคิดใหม่ ๆ ขยายจากคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาแล้ว เรียนรู้ในการเตรียมตัวรับความรู้ใหม่ นักเรียนระดับประถมศึกษาควรรู้จักนำเรื่องลบจำนวนเต็มบวกมาโยงเข้ากับการลบทศนิยม และเศษส่วน นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นตระหนัก และรู้จักวิธีนำเสนอการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่มีแนวคิดเดียวกัน เช่น อัตราส่วนใช้ในการนำเสนออัตราการเปลี่ยนแปลงเพื่อหาความเอียง หรือความชันของเส้นตรง นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายรู้จักเชื่อมโยงแนวคิดในพีชคณิต และเรขาคณิต

กิจกรรมที่ใช้การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลางและเส้นรอบวงของวงกลม ทำการทดลองโดยการนำวงกลมขนาดต่าง ๆ หลาย ๆ รูปมาวัดความยาวของเส้นรอบวงและเส้นผ่านศูนย์กลาง นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น อาจจะทำข้อมูลมาเขียนกราฟ 2 ตัวแปร เส้นรอบวง (c) และเส้นผ่าน

ศูนย์กลาง (d) จะได้แนวเส้นตรงผ่านจุด (0,0) และอัตราส่วนของ c/d ที่ได้จะได้ค่าอยู่ระหว่าง 3.1 และ 3.2 ซึ่งเป็นค่าประมาณของ π ปัญหาได้นำแนวคิดในเรื่องของการวัด การวิเคราะห์ข้อมูล เรขาคณิต พีชคณิตและจำนวนมาใช้

2.3.2 เข้าใจในคณิตศาสตร์ว่าเชื่อมโยงกันได้อย่างไร และนำความรู้หนึ่งไปสร้างความรู้ใหม่ที่เกี่ยวข้องกันได้

เมื่อนักเรียนสะสมประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่โรงเรียนไปเรื่อย ๆ ความสามารถในการเห็นส่วนที่สามารถเกี่ยวข้องกันได้ในคณิตศาสตร์ควรมีเพิ่มขึ้น นักเรียนในระดับชั้นอนุบาลถึงเกรด 2 จะได้ตระหนักในเรื่องการนับ รู้จักจำนวนและสัจฐานของวัตถุต่าง ๆ นักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาจะได้ค้นหาการดำเนินการทางเลขคณิตแบบต่างๆ และนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นจะได้ค้นหาตัวอย่างของจำนวนตรรกยะ รู้จักการสร้างสัดส่วนและความสัมพันธ์เชิงเส้น ส่วนนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจะได้ค้นหาการเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์ในเรื่องต่าง ๆ ตัวอย่างเช่น พีระมิดสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ถูกตัดยอด สามารถนำมาเป็นแนวทางในการหาสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูได้

2.3.3 ตระหนัก และรู้จักประยุกต์คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

ในการเรียนคณิตศาสตร์ควรได้ทำงานเกี่ยวกับปัญหาในวิชาอื่น ๆ บ้าง การเชื่อมโยงสามารถทำได้กับวิชาอื่นๆ ที่เป็นชีวิตประจำวันของนักเรียน ตั้งแต่ระดับชั้นอนุบาลถึงเกรด 2 นักเรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน ที่มีการเชื่อมโยงกับชีวิตจริง นักเรียนในระดับชั้นเกรด 3 ถึงเกรด 5 ควรจะได้เรียนการประยุกต์ของคณิตศาสตร์ที่สำคัญกับวิชาอื่น ๆ และขยายเพิ่มเติมขึ้นไปอีกในระดับชั้นเกรด 6 ถึงเกรด 8 และในระดับชั้นเกรด 9-12 ควรจะได้ใช้คณิตศาสตร์ไปอธิบายปัญหาประยุกต์ซับซ้อนขึ้น

การให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ด้วยการให้งานถือเป็นเรื่องสำคัญ คณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ได้ทั้งในวิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ ภาษาศาสตร์ และบริหารธุรกิจ การเชื่อมต่อกับคณิตศาสตร์เข้ากับวิทยาศาสตร์ ไม่ได้ทำแค่เฉพาะเนื้อหาแต่ยังรวมถึงกระบวนการเนื้อหา และกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ได้นำไปประยุกต์ให้เข้ากับการเรียนคณิตศาสตร์ดังในมาตรฐานการศึกษาวิทยาศาสตร์แห่งชาติ (National Science Education Standards) ที่ระบุไว้ใน 1 ปี โรงเรียนประถมศึกษาจะต้องสอนนิเวศวิทยาวิทยาศาสตร์ เรื่อง อากาศ การนำคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงกับการสอนนี้ ทำได้หลากหลาย เช่น นักเรียนอาจจะออกแบบเครื่องมือหรืออุปกรณ์วัดสภาพอากาศ วางแผนการจัดการและการสื่อสารข้อมูล เป็นต้น

ตัวอย่างของการประยุกต์คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ เป็นเรื่องที่นักเรียน เกรด 11 ในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายแห่งหนึ่ง ได้ไปฝึกงานกับบริษัทซีวีเอส คอปอเรชั่น ซึ่งกำลังขยายงานด้วยการตั้งสาขาใหม่ในย่านบอสตัน จากข้อมูลที่ทราบบริษัทไม่ได้คำนึงถึงแต่เฉพาะยอดขายที่จะได้ในอนาคตในการหาทำเลที่ตั้งร้านเท่านั้น ทีมงานของนักเรียนได้รับความช่วยเหลือให้คำปรึกษาจากผู้เชี่ยวชาญด้านการบริหารของบริษัท นักเรียนได้ทำการวิเคราะห์สถิติ ข้อมูลประชากร และข้อมูลทางเศรษฐกิจที่ทำให้ทราบถึงอุปสงค์ทางการตลาด นักเรียนได้ทำงานกับ

พนักงานของบริษัท และร่วมประเมินความเป็นไปได้ของทำเลที่ตั้งสาขาแห่งใหม่ นักเรียนได้ทำงานกับสถาปนิกในการออกแบบตัวร้าน และทำงานร่วมกับพนักงานบัญชีในการวางแผนในเรื่องการเงิน

กรมวิชาการ (2544ข: 26-27) ได้กล่าวถึงมาตรฐานการเชื่อมโยงในระดับมัธยมศึกษา ดังนี้

1. ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ช่วงชั้นที่ 3

1.1 เชื่อมโยงความรู้เนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

1.2 นำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิต

2. ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ช่วงชั้นที่ 4

2.1 เชื่อมโยงความคิดรวบยอด หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ เพื่ออธิบายข้อสรุปหรือเรื่องราวต่าง ๆ ได้

2.2 นำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในการเรียนรู้ในงานและในการดำรงชีวิต

จากมาตรฐานการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า มาตรฐานการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีความมุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปสร้างเป็นองค์ความรู้ใหม่และนำไปเชื่อมโยงกับศาสตร์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้

2.4 การพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยง

กรมวิชาการ (2544ข: 200-202) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้และมีพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อนั้น จำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เช่น การใช้ความรู้ในเรื่องเซตในการให้คำจำกัดความหรือบทนิยามในเรื่องต่าง ๆ เช่น บทนิยามของฟังก์ชันในรูปของเซต บทนิยามของลำดับในรูปของฟังก์ชัน

นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันแล้วยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์ในการเรียนรู้และใช้ในการแก้ปัญหา เช่น เรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ซึ่งอาศัยความรู้ในเรื่องเลขยกกำลัง ใช้เรื่องผลบวกของอนุกรมในงานศิลปะ และการออกแบบบางชนิดใช้ความรู้ในเรื่องเรขาคณิต

การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในวิชาชีพบางอย่างโดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบสร้างหีบห่อบรรจุภัณฑ์ต่าง ๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่ง ตวง วัด การคำนวณระยะทางและเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการออมเงินไว้ใช้ในชว่บั้นปลายชีวิต

วราภรณ์ มีหนัก (2545ก: 35-38) ได้เสนอเกี่ยวกับองค์ประกอบที่ช่วยในการพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ มีดังนี้

- 1) มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
- 2) มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่น ๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
- 3) มีทักษะในการมองเห็นเกี่ยวกับการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้อง
- 4) มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่เกี่ยวข้อง
- 5) มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้ หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอเพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้ในเนื้อหาใหม่หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์กับชีวิตประจำวัน

ตัวอย่างการเชื่อมโยง

กำหนดสถานการณ์ปัญหา ดังนี้

บริษัทก่อสร้างต้องการเช่าที่ดินขนาด 2 ไร่ จำนวน 1 แปลง สำหรับเก็บวัสดุก่อสร้างทางในราคาประหยัด และมีผู้นำที่ดินมาเสนอให้เช่า 2 ราย ดังนี้

นายบุญ เสนอที่ดิน 2 ไร่ 1 งาน คิดราคาเช่าที่ดินทั้งแปลง เดือนละ 7,000 บาท

นางล้วน เสนอที่ดิน 5 ไร่ 3 งาน แบ่งที่ดินให้เช่า โดยคิดค่าเช่าตารางวาละ 100 บาทต่อปี

ถ้าผู้เรียนเป็นเจ้าของบริษัทก่อสร้าง ต้องการเช่าที่ดินของใคร เพราะเหตุใด

ต้องคำนึงถึงราคาที่ประหยัด ใช้เหตุผลในการตัดสินใจ การนำเสนอเฉพาะคำตอบจากการคำนวณของผู้เรียนไม่ใช่สิ่งสำคัญที่สุด ผู้สอนจะต้องให้ความสำคัญต่อแนวคิดและเหตุผลของผู้เรียนแต่ละคนประกอบด้วย

ตัวอย่างคำตอบและเหตุผลของนักเรียนอาจเป็นดังนี้

ด.ช. ก่อ ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนายบุญซึ่งมีค่าใช้จ่ายปีละ 84,000 บาท ($7,000 \times 12 = 84,000$) และได้ที่ดินมากกว่าที่กำหนดไว้อีก 1 งาน

ด.ญ.นิตยา ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนางล้วน ซึ่งคิดค่าเช่า 2 ไร่ หรือ 800 ตารางวาเป็นเงิน 80,000 บาท ต่อปี ซึ่งเป็นราคาเช่าที่ถูกลงกว่าเช่าที่ดินของนายบุญ

ด.ญ.นุช ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนายบุญ ซึ่งเมื่อคิดค่าเช่าเป็นตารางวาต่อปีแล้วจะจ่ายเพียงตารางวาละ 93 บาท ($\frac{7000 \times 12}{900} \approx 93$) ซึ่งถูกกว่าค่าเช่าที่ดินของนางล้วน

ผู้สอนอาจเปิดประเด็นให้ผู้เรียนได้มีการอภิปรายต่อในเรื่องนี้ได้อีก ในประเด็นที่ว่าในชีวิตจริงแล้ว ก่อนตัดสินใจลงทุนทำการใด ผู้ลงทุนจะไม่พิจารณาค่าเช่าเพียงอย่างเดียวต้องพิจารณาองค์ประกอบอื่น ๆ ด้วย เช่น สภาพแวดล้อม ความสะดวกในการเข้าออกที่ดินอยู่ใกล้หรือไกลจากบริษัทเพียงใด ประเด็นเหล่านี้จะช่วยให้ผู้เรียนมีความคิดพิจารณาในวงกว้างขึ้นสามารถนำความคิดนี้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ เป็นการส่งเสริมทักษะกระบวนการให้เหตุผลความคิดสร้างสรรค์ ส่งเสริมคุณธรรม ค่านิยมในด้านการคิดอย่างถี่ถ้วนรอบคอบ กล้าแสดงความคิดเห็น และคิดอย่างมีวิจารณญาณอีกด้วย

ในการจัดการเรียนรู้ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีพัฒนาการเรียนรู้ ผู้สอนควรจัดกิจกรรม หรือให้ปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด สามารถบอกแนวคิด และแสดงเหตุผลได้ ผู้สอนไม่ควรดูเฉพาะคำตอบที่หาได้จากการคำนวณได้เท่านั้น คำตอบของปัญหาอาจมีมากกว่า 1 คำตอบ ขึ้นอยู่กับการให้เหตุผลประกอบที่สมเหตุสมผลด้วย

จากการพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงที่นักการศึกษากล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีการพัฒนาทักษะกระบวนการเชื่อมโยงในการเรียนรู้มีครูผู้สอนสอดแทรกเนื้อหาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันและนำสถานการณ์ปัญหาที่แปลกใหม่มาให้ผู้เรียนได้เรียนรู้อยู่เสมอ และควรให้ความสำคัญกับกระบวนการคิดและเหตุผลของนักเรียน

2.5 แนวทางการจัดการเรียนการสอนแบบเชื่อมโยง

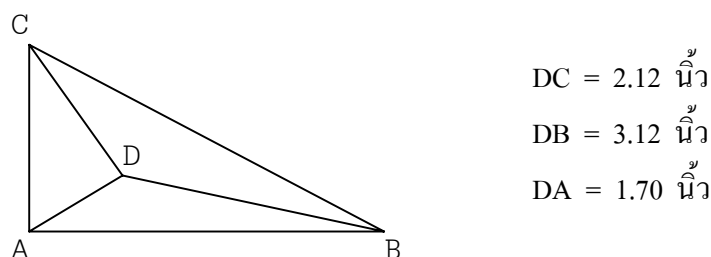
สภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 354-358) กล่าวว่า นักเรียนเกรด 9-12 ควรได้รับการพัฒนาในเรื่องของการเชื่อมโยงความคิดไปยังแง่มุมต่าง ๆ ทำให้เกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งขึ้น ดีกว่าคิดถึงวิธีการเดียวในการแก้ปัญหาที่นำไปสู่ผลลัพธ์ที่เหมือนกัน นักเรียนจะได้การหยั่งรู้ที่สามารถบอกได้ว่า ปัญหาใดต้องพิสูจน์ หรือปัญหาใดใช้เพียงการคาดคะเน ไม่ต้องพิสูจน์ การโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน ทำให้เกิดความเข้าใจในปัญหานั้นมากยิ่งขึ้น

ตัวอย่างการเชื่อมโยงที่ปรากฏให้เห็นถึงความแตกต่างอย่างมากของตัวแทนและวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 10 ในชั้นเรียนของครูโรบินสัน (Mr.Robinson) ประเทศสหรัฐอเมริกา ดังนี้

นักเรียนเกรด 10 คิดแก้ปัญหาที่อาจารย์โรบินสันให้ “ครูมีปัญหาให้พวกเธอช่วยกันแก้ ครูมีสุนัขเชื่องอยู่ตัวหนึ่ง และมีสนามรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่บ้าน เมื่อครูจะไปทำธุระซึ่งใช้เวลาไม่นาน ครูจะล่ามโซ่มันไว้ที่สนาม ครูต้องการล่ามโซ่มันให้สั้นที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ แต่ต้องให้สุนัขสามารถเดินไปได้ทุกมุมในสนาม ครูควรล่ามโซ่มันไว้

ตรงไหน” อาจารย์โรบินสันให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม ๆ ละ 3 คนใช้อุปกรณ์ตามที่มีปกติในการแก้ปัญหา ได้แก่ วงเวียน ไม้บรรทัด เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์ที่ติดตั้งโปรแกรมเรขาคณิต

เจนนิเฟอร์พูดว่าเราควรแสกนภาพในคอมพิวเตอร์ดูก่อน ซึ่งทุกคนในกลุ่มเห็นดีด้วย โดยผลที่ได้ ดังแสดงในภาพประกอบที่ 4



ภาพประกอบ 4 ภาพสเกตช์จากคอมพิวเตอร์ของเจนนิเฟอร์

ที่มา : National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. : 254.

อาจารย์โรบินสันเดินดูแต่ละกลุ่มทำงาน จนมาถึงกลุ่มของเจนนิเฟอร์ ครั้งแรกสังเกตเห็นว่ามีกรลอง กำหนดจุด D ขึ้นภายในรูปสามเหลี่ยม แล้วลากเส้นไปยังมุมต่าง ๆ แต่เมื่ออาจารย์โรบินสันเดินมายังกลุ่มนี้อีกครั้ง ดูเหมือนจะเป็นรูปเป็นร่างมากขึ้น เขาถามถึงการทำงานกลุ่ม

- อาจารย์โรบินสัน : โจ กลุ่มของเธอคิดหน้าไปถึงไหนแล้ว
 โจ : พวกเรากำลังพยายามหาตำแหน่งของจุด
 เจฟฟ์ : จุดนั้นไม่ควรอยู่ใกล้มุมใดมุมหนึ่งของสามเหลี่ยมมากเกินไป
 เจนนิเฟอร์ : เราต้องให้ความยาวไปยังมุมทั้งสามเท่ากันด้วย

ก่อนที่อาจารย์โรบินสันจะเดินไปดูกลุ่มอื่น เขาได้ช่วยจัดระเบียบความคิดให้กับเด็กกลุ่มนี้ เพื่อให้สามารถใช้ภาษาคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานขึ้น และรู้จักตรวจสอบด้วยการแลกเปลี่ยนความคิดของตนให้เพื่อนคนอื่น เข้าใจ ทำให้เพื่อนในกลุ่มเห็นเป้าหมายที่ชัดเจนขึ้นว่าต้องหาจุด D ที่ทำให้ส่วนของเส้นตรง DA, DB และ DC ยาว เท่ากัน เมื่ออาจารย์โรบินสันกลับมาใหม่กลุ่มนี้จึงได้ข้อสรุปว่า จุดนั้นจะต้องอยู่ตรงกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉาก แต่ยังไม่สามารถบอกเหตุผลได้ ดังนั้นสิ่งที่ต้องทำต่อไป คือ หาเหตุผลเพื่อมาพิสูจน์

- อาจารย์โรบินสัน : เธอจะต้องรู้อะไรบ้าง
 เจฟฟ์ : ผมไม่แน่ใจว่าจุด D ที่ว่านี้จะอยู่ห่างจากจุดยอดทั้งสามเท่ากันจริง
 เจนนิเฟอร์ : แต่คิดว่าใช่ละ เพราะมันเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมด้วย

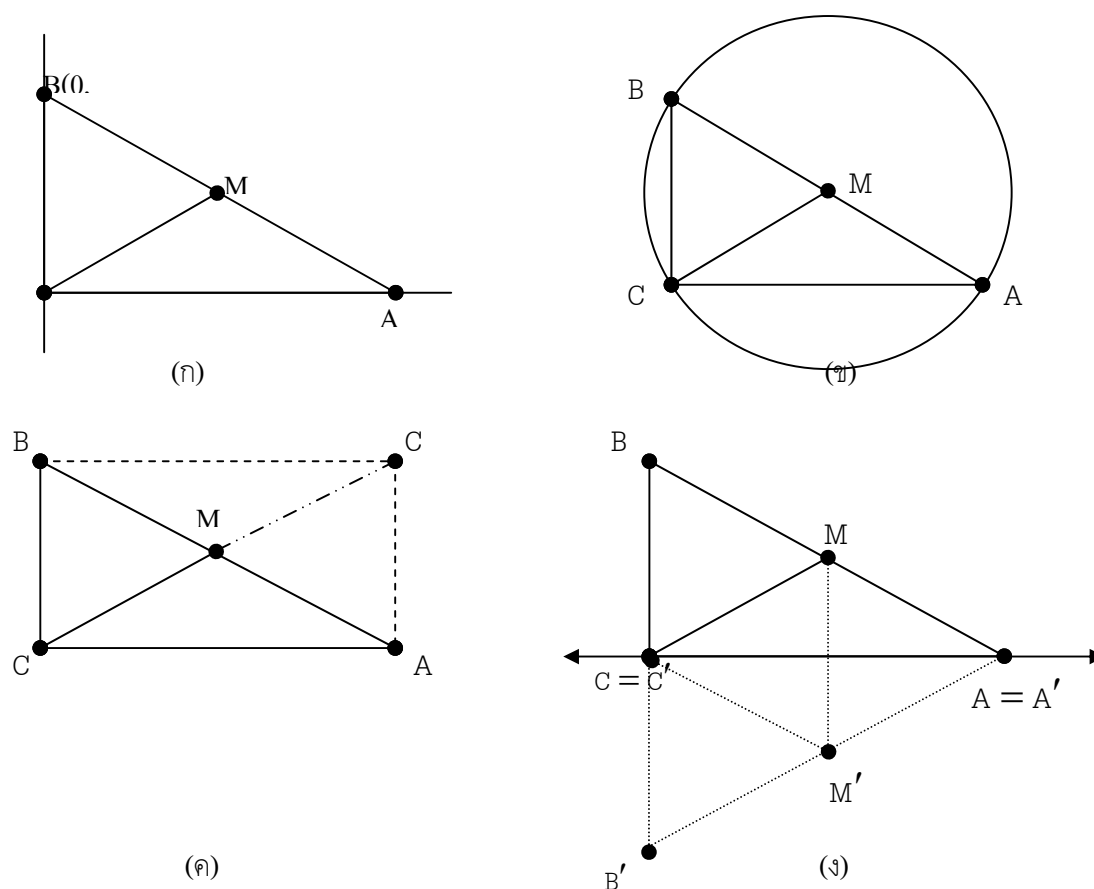
การอภิปรายของแต่ละกลุ่มกำลังดำเนินต่อไป จนกระทั่งหลายกลุ่มได้ข้อสังเกตและข้อาคัดเดาคัลย ๆ กับกลุ่มของเจนนิเฟอร์ อาจารย์โรบินสันจึงเขียนข้อาคัดเดา ซึ่งคล้ายกันทุกกลุ่มบนกระดาน

ข้อาคัดเดา : จุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมอยู่ห่างจากจุดยอดมุมทั้งสามเท่ากัน

อาจารย์โรบินสันให้แต่ละกลุ่มทำการพิสูจน์หรือยกตัวอย่างค้าน เลือกตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอที่เครื่องฉายภาพข้ามศีรษะ และบอกกับนักเรียนว่า วิธีพิสูจน์ข้อาคัดเดาอาจทำได้หลายวิธี

ผลงานของนักเรียนในแต่ละกลุ่ม ดังแสดงในภาพประกอบ 5 (NCTM, 2000: 356) โดยมีนักเรียนกลุ่มหนึ่งกำหนดโคออร์ดิเนตของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากในกราฟ (ดังรูป ก) แล้วใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส แสดงให้เห็นว่า $MC = MA$ แต่เนื่องจาก $BM = MA$ ดังนั้น $BM = MA = MC$

กลุ่มของเจนนิเฟอร์บอกว่าจุดสามจุด คือ A, B และ C นั้นอยู่บนวงกลมวงหนึ่ง ซึ่งอาจารย์โรบินสันแนะนำว่า กลุ่มนี้ได้ใช้สมบัติของมุมในครึ่งวงกลม (ดังรูป ข) พิสูจน์นำเสนอผลงานของกลุ่มด้วยการลากเส้นตรงต่อจากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก บรรจบกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก (ดังรูป ค) แล้วอ้างเหตุผล โดยใช้สมบัติของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แอนนาเสนอผลงานโดยการแปลงทางเรขาคณิต (ดังรูป ง) ซึ่งให้ M และ M' เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ และ $\overline{A'B'}$ ตามลำดับรูปสามเหลี่ยม MOM' คล้ายกับสามเหลี่ยม BOB' โดยแต่ละด้านที่สมนัยกันนั้น ความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมที่เล็กกว่ามีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมที่ใหญ่กว่า ในทำนองเดียวกันจะได้ว่าสามเหลี่ยม BMC คล้ายกับ BAB' แอนนาได้แสดงให้เห็นว่า สามเหลี่ยม MAM' เท่ากันทุกประการกับสามเหลี่ยม CMB ซึ่งทำให้ได้ว่า $CM = MA$



ภาพประกอบ 5 ผลงานการพิสูจน์หาจุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉากทั้ง 4 แบบ ของนักเรียนเกรด 10 ในชั้นเรียนของครูโรบินสัน (Mr.Robinson) ประเทศสหรัฐอเมริกา

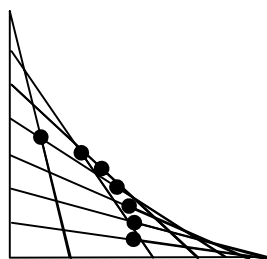
ที่มา : National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. : 356.

อาจารย์โรบินสันแสดงความชื่นชมในคุณภาพงาน ที่นักเรียนแสดงวิธีทำได้หลากหลายซึ่งเป็นส่วนสำคัญของการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน นักเรียนได้เห็นว่ามีวิธีทำได้หลายวิธีไม่ว่าจะใช้ความรู้ในเรื่องเรขาคณิตในระบบแกนมุมฉาก เรขาคณิตในระบบพิกัด หรือการแปลงทางเรขาคณิต สามารถเชื่อมโยงถึงกันได้ เขาได้ให้ความเห็นว่าเป็นเรื่องดีที่นักเรียนได้วิธีคิดเหล่านี้ เพื่อให้นักเรียนบางคนจะได้แนวคิดไปใช้แก้ปัญหาอื่นต่อไปในภายหน้า

กิจกรรมต่อไปที่อาจารย์โรบินสันเลือก ดังแสดงในภาพประกอบ 6 (NCTM. 2000: 357) เป็นปัญหาน่าสนใจที่นักเรียนจะได้ใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมและวงกลม มีนักเรียนกลุ่มหนึ่งสนใจกลุ่มของสามเหลี่ยมมุมฉาก

จึงใช้ด้านตรงข้ามมุมฉากร่วมกัน และดูวิถีทางเดินของจุดยอดมุมฉาก (ดังรูป ก) ส่วนอีกกลุ่มหนึ่งสนใจกลุ่มของสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุมฉากและด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งร่วมกัน (ดังรูป ข) เมื่อลงจุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉากของสามเหลี่ยมแต่ละรูปแล้วจะเห็นวิถีทางเดินของจุดเป็นส่วนโค้งของวงกลม ครั้งแรกนักเรียนขัดแย้งในความคิดว่าจะเป็นแบบรูปของวงกลมหรือไม่ แต่อาจารย์โรบินสันมองเห็นความเป็นไปได้ในการสร้างการเชื่อมโยง โดยตั้งคำถาม เช่น “ทำไมเธอคิดว่าเป็นแบบรูป” และ “วงกลมในแบบรูปของเธอใช้อธิบายอะไรบางอย่างกับวงกลมจากงานของกลุ่มเจนนิเฟอร์ได้หรือไม่” เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มเข้าใจในสิ่งที่อาจารย์ถามก็เริ่มเห็นการเชื่อมโยงระหว่างวงกลมที่เกิดขึ้นนี้กับนิยามของวงกลม และความจริงจากปัญหาที่แล้วนั้นคือ ระยะทางไปยังจุดทั้งสามเท่ากัน

(ก) แสดงวิถีทางเดินของจุดยอดมุมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านตรงข้ามมุมฉากร่วมกัน



(ข) แสดงวิถีทางเดินของจุดกึ่งกลางด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากันและมีมุมฉากร่วมกัน

ภาพประกอบ 6 วิถีทางเดินของจุดยอด และจุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉาก

ที่มา : National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. : 357.

สุดท้ายอาจารย์โรบินสันได้ให้งานที่ท้าทายที่เชื่อมโยงกับปัญหานี้ (หรือปัญหาที่คล้ายกันนี้) กับสถานการณ์ในชีวิตจริง หรือศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้กระดาษโปสเตอร์แสดงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่คล้ายคลึงกันกับปัญหา ก่อน คือ หากจุดที่อยู่ห่างจากจุดยอดทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นระยะทางเท่ากัน ให้กลุ่มหนึ่งแสดงการทดลองในห้องเรียนที่ทำให้มีด โดยปิดหน้าต่างทุกบานแล้ววางกระดาษโปสเตอร์รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสี่เหลี่ยมหนึ่งลงบนพื้นห้องจุดเทียนไขที่สูงเท่ากันตั้งไว้ที่จุดยอดทั้งสาม ตั้งวัตถุอันหนึ่งที่สั้นกว่าเทียนไขไว้ภายในรูปสามเหลี่ยม สมาชิกคนหนึ่งของกลุ่มทำการเคลื่อนย้ายวัตถุนั้นไปเรื่อย ๆ นักเรียนคนอื่นสังเกตเงาของวัตถุ เมื่อวัตถุนั้นเคลื่อนมาอยู่ที่จุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉากปรากฏว่าเงาทั้งสามของวัตถุยาวเท่ากันสร้างความยินดีให้แก่อาจารย์โรบินสันและผู้เรียนในชั้น อาจารย์โรบินสันบอกว่าปัญหายังไม่จบเพียงเท่านี้ยังคงมีอีกต่อไป เช่น “บริเวณบ้านของทุกคนอาจไม่ใช่มุมฉากหรือเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก” ข้อคิดนี้กำลังนำไปค้นหาสิ่งที่เป็นนามธรรมและเป็นกรณีทั่วไปเพื่อใช้กับงานอื่น ๆ บางงานหรือไปสร้างการเชื่อมโยงให้มากยิ่งขึ้น

เรื่องราวในชั้นเรียนของอาจารย์โรบินสันชี้ให้เห็นว่ามีหลายวิธีในการสอนที่จะช่วยให้นักเรียนค้นหา และ สร้างทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะการเลือกปัญหาที่มีความสำคัญเนื่องจากนักเรียนคงไม่อาจสร้างการ เชื่อมโยงได้ด้วยตนเองนอกจากจะได้ทำงานกับปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ซึ่งจะนำไปสู่การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ เข้า ด้วยกัน ครูควรมีความคิดริเริ่มในการแก้ปัญหาที่บูรณาการความรู้ ซึ่งเมื่อก่อนการสอนเน้นแต่เพียงเนื้อหาและหลักสูตร ให้มีการศึกษาเนื้อหาแยกเป็นเรื่อง ๆ เช่น เรขาคณิต พีชคณิต และสถิติ แต่เมื่อหลักสูตรได้ให้มีการสอนโดยใช้ปัญหาซึ่ง เป็นการทำลายขอบเขตเนื้อหาแบบเดิมลง ครูจึงต้องมีการพัฒนาตนเองให้เกิดความชำนาญในการสร้างการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์ เพื่อจะนำไปพัฒนาความสามารถนั้นแก่นักเรียน

หลักการที่จำเป็นอันหนึ่งในการช่วยให้นักเรียนสร้างการเชื่อมโยง คือ กระตุ้นให้นักเรียนแสวงหาความรู้ ร่วมกับการได้แก้ปัญหาที่ใกล้ตัว อาจารย์โรบินสันเริ่มต้นด้วยปัญหาที่มีทางแก้หลายวิธีและหลากหลายคำตอบ ในขณะที่ ทำการแก้ปัญหานักเรียนอาจถูกชักนำให้ไขว่เขวจนทำให้ไม่สามารถตัดสินใจได้และเกิดการโต้แย้ง อาจารย์จะช่วยให้ นักเรียนค้นหาแก่นแท้ของจะนำมาซึ่งความคิดใหม่ ๆ ที่สร้างการเชื่อมโยง นักเรียนจะได้รับการสะท้อนความคิดและ เปรียบเทียบคำตอบที่ได้เป็นการสร้างทักษะการเชื่อมโยง เมื่อนักเรียนทำทุกอย่างกับปัญหาที่หาได้แล้วจึงก้าวไปสู่การ ค้นหากรณีทั่วไป ปัญหาที่มีคุณค่าจะทำให้เกิดความคิดทางคณิตศาสตร์และเป็นเครื่องมือที่ช่วยทำให้นักเรียนสามารถ เห็นได้ว่าคณิตศาสตร์สามารถเชื่อมโยงกันได้หมด

จากแนวการจัดการเรียนการสอนแบบเชื่อมโยงที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า บทบาทของครูในระดับมัธยมศึกษา ตอนปลายจะต้องมีความรู้ในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี เพื่อให้สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนที่ มุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีทักษะความสามารถในการเชื่อมโยง ครูผู้สอนจึงควรสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ สภาพปัญหาที่สามารถนำไปสู่ การเชื่อมโยง และเลือกเทคนิควิธีการสอนที่เสริมสร้างบรรยากาศให้เกิดการเชื่อมโยง ให้แนวคิดที่ถูกต้องและคำนึงถึง กระบวนการคิดที่มาจากคำตอบของผู้เรียนแต่ละกลุ่มซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมองเห็นภาพรวมและเกิดการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

2.6 ลักษณะการเชื่อมโยงในรูปแบบต่าง ๆ

2.6.1 การสร้างการเชื่อมโยงในเรขาคณิต

สโครอย และ สโครอย (Sqroi & Sqroi. 1993: 569-570) กล่าวว่า เดิมการสอนพีชคณิตและเรขาคณิต ในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาเน้นการสอนโดยแยกออกจากกัน ต่อมาบางรัฐในสหรัฐอเมริกาได้มีการปรับปรุงหลักสูตร มัธยมศึกษาตอนปลายโดยมีการนำการบูรณาการมาใช้กับพีชคณิตและเรขาคณิต โดยแท้จริงมีโมเมนต์ของการเชื่อมโยง ระหว่างพีชคณิตและเรขาคณิตไม่ใช่เรื่องใหม่ นักคณิตศาสตร์และนักปรัชญาชาวฝรั่งเศส ชื่อเรเน่ เดส์คาร์ตส์ (Rene' Descartes) ได้พัฒนาเรขาคณิตที่รู้จักกันดี คือ เรขาคณิตวิเคราะห์ โดยการนำภาพเรขาคณิตเข้ามานำเสนอด้วยพีชคณิต ด้วยการใช้ระบบจำนวนจริงและสมการ

2.6.2 กลุ่มสมมาตรเชื่อมโยงศิลปะและประวัติศาสตร์กับคณิตศาสตร์

แนทเซาลัส (Natsaulas. 2000: 364-370) ได้กล่าวถึงการเชื่อมโยงระหว่างกลุ่มสมมาตร (Symmetry Groups) ในคณิตศาสตร์กับศิลปะและประวัติศาสตร์ว่า ที่ผ่านมามีการนำเอาวัฒนธรรมจากที่ต่าง ๆ มาเป็นต้นแบบในการผลิต ออกแบบสิ่งประดับและตกแต่งต่าง ๆ หรือเป็นภาพลักษณ์ของพิธีการหรือสัญลักษณ์ทางศาสนา ซึ่งเหล่านี้เป็นคณิตศาสตร์โดยธรรมชาติ การสร้างภาพจากการสะท้อนและการหมุนภาพบนระนาบ ดังนั้นประวัติศาสตร์และการผสมผสานทางศิลปะทำให้นักเรียนได้ศึกษาการสะท้อนและการหมุนภาพบนระนาบได้ เช่นเดียวกับมโนคติของรูปสมมาตร การศึกษารูปสมมาตรเพื่อให้เชื่อมโยงกับศิลปะและประวัติศาสตร์ส่งเสริมความเข้าใจในการสร้างภาพบนระนาบและแสดงโครงสร้างพื้นฐานของพีชคณิตและเรขาคณิต

2.6.3 การเชื่อมโยงระหว่างสมการและกราฟ

นัท (Knuth. 2000: 48-53) กล่าวว่า การที่นักเรียนจะเข้าใจความหมายของฟังก์ชันที่ไม่เพียงแคู้ ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนมีการนำเสนอวิธีที่ต่างกันในการหาคำตอบให้มีการแสดงสมการในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ให้มีการนำเสนอสมการเชิงเส้นทั้งในรูป Point-slope และรูปแบบต่าง ๆ วิธีการนำเสนอด้วยกราฟ การแปลงกราฟไปเป็นสมการ ซึ่งควรให้นักเรียนได้มีการแลกเปลี่ยนความรู้และอภิปรายถึงวิธีการได้มาซึ่งคำตอบ

2.6.4 การเชื่อมโยงกับธรณีวิทยา

เวเชอร์ และ มิลรอย (Vacher & Mylroie. 2001: 640-646) ได้กล่าวถึง การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับธรณีวิทยา เพื่อใช้สำรวจถ้ำว่าถ้ำมีความแตกต่างจากภูเขา ทะเลสาบหรือแม่น้ำตรงที่เราไม่สามารถเห็นปากถ้ำได้ในระยะไกล ไม่สามารถทำแผนที่จากภาพถ่ายทางอากาศ หรือภาพถ่ายดาวเทียม ไม่สามารถบอกลักษณะภายในถ้ำได้จนกว่าจะเดินเข้าไปสำรวจภายในและยังพบว่าภายในถ้ำทอดยาวลงไปหลายทางจนไม่อาจทำนายส่วนปลายของถ้ำได้ นักสำรวจจึงมีวิธีการสำรวจเส้นทางเดินภายในถ้ำ โดยหาความยาวของระยะทางในถ้ำเป็นส่วน ๆ และทิศทางแล้วเขียนแทนด้วยเวกเตอร์ การเขียนแผนที่ของถ้ำ จึงเป็นการแปลงข้อมูลของระยะทางและมุมออกมาเป็นเวกเตอร์ในระบบสามมิติ

2.6.5 การเชื่อมโยงความเป็นอิสระกับสถิติไคสแควร์

ไวท์ (White. 2001: 134-136) ได้ทำการสอนให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงระหว่างความเป็นอิสระกับสถิติไคสแควร์โดยกล่าวว่า สถิติไคสแควร์ใช้เพื่อทดสอบความเหมาะสม (Goodness of fit) สัดส่วนของประชากร (Homogeneity of Proportion) และทดสอบความเป็นอิสระ (Independence) ในการสอนจะการใช้การทดสอบความเหมาะสมของสถิติไคสแควร์ไปสัมพันธ์กับงานของการทดสอบความเป็นอิสระ โดยวันแรกเป็นการนำเสนอเนื้อหาที่ครอบคลุมการทดสอบความเหมาะสมแล้วมอบหมายงาน ต่อมาวันที่สองเป็นการนำเสนอเนื้อหาเพื่อพิจารณาความเป็นอิสระตามรูปแบบของความน่าจะเป็นที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว จากนั้นนำสถิติไคสแควร์มาทดสอบความเป็นอิสระโดยมีตัวอย่างให้เห็นถึงความสัมพันธ์กัน

จากการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่างๆ ดังที่นักการศึกษากล่าวข้างต้นการแสดงให้เห็นว่าคณิตศาสตร์มีความเชื่อมโยงกันอยู่ภายในเนื้อหาทั้งยังสามารถเชื่อมโยงไปยังศาสตร์ต่าง ๆ ในวิชาอื่น ๆ และสามารถประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

เดิร์กเซล (Drexel. 1997: 2119A) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงระหว่างเศษส่วนธรรมดา (Common Fraction) กับเศษส่วนทศนิยม (Decimal Fraction) หรือเศษส่วนที่มีพหุคูณของ 10 เริ่มต้นที่เลือกนักเรียน 9 คนจากกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนเกรด 6 ที่อยู่ต่างห้องเรียนกันจำนวน 19 คน มาทดสอบความสามารถเชื่อมโยงเศษส่วนธรรมดาและเศษส่วนทศนิยมโดยให้ทำข้อสอบเศษส่วนแบบเขียนตอบและสัมภาษณ์ถึงการเรียนเรื่องเศษส่วนที่ผ่านมาเพื่อให้ทราบระดับความรู้และมโนคติเรื่องเศษส่วนของนักเรียน ปรากฏว่ามโนคติเรื่องเศษส่วนของนักเรียนเมื่ออยู่จำกัด ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้บทเรียน 6 บท ในการปูพื้นฐานมโนคติและทักษะเรื่องเศษส่วน และใช้บทเรียนเพียง 2 บท ในการเชื่อมโยงมโนคติของเศษส่วนและทศนิยมกับกลุ่มตัวอย่าง หลังจากการใช้บทเรียน การสัมภาษณ์นักเรียนเป็นรายบุคคล ผลการวิจัยพบว่านักเรียนสามารถบวก ลบ และเปรียบเทียบเศษส่วนและทศนิยมได้ สามารถนำหลักการของเศษส่วนธรรมดาไปใช้กับเศษส่วนทศนิยม และนักเรียนยังสามารถดัดแปลงส่วนจาก 10 และ 100 เป็น 1,000 แต่ยังไม่สามารถแปลงการคูณเศษส่วนมาเป็นการคูณทศนิยมได้ ซึ่งชี้ให้เห็นว่าความรู้ของนักเรียนยังมีปัญหาในการนำมาใช้ จากการที่นักเรียนสามารถโยงเศษส่วนธรรมดาและทศนิยมมาสัมพันธ์กันได้แสดงว่านักเรียนมีความเข้าใจในมโนคติและการดำเนินการในทศนิยม

นัท (Knuth. 2000: 500-508) ได้ศึกษาความเข้าใจในการสร้างการเชื่อมโยงในระบบพิกัดฉากของนักเรียน เนื่องจากการนำเสนอเนื้อหาที่หลากหลายของฟังก์ชันในวิชาคณิตศาสตร์ของโรงเรียนระดับมัธยมศึกษา นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจำนวนมากไม่เข้าใจการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาเหล่านั้น โดยเฉพาะการเชื่อมโยงระหว่างพีชคณิตและกราฟของฟังก์ชันจากนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 178 คน ที่ลงทะเบียนเรียนวิชาแคลคูลัสซึ่งอยู่ในพีชคณิตเป็นปีแรก ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมากกว่า 3 ใน 4 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเลือกทำแบบทดสอบโดยใช้วิธีทางพีชคณิต แม้ว่าการหาคำตอบโดยใช้กราฟของฟังก์ชันจะง่ายกว่าก็ตาม และนักเรียนน้อยกว่า 1 ใน 3 ที่ใช้วิธีของกราฟจะใช้วิธีพื้นฐาน หรือไม่ก็วิธีที่มีทางเลือกอื่นอีก

ลอว์สัน และ ชินนาแพน (Lawson & Chinnappan. 2000: 26-43) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการแก้ปัญหาการสร้างองค์ความรู้ของนักเรียนและศึกษาต่อไปถึงตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหา และการเชื่อมโยงความรู้ในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตกับนักเรียน 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกับกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ จุดมุ่งหมายในการศึกษา คือ เพื่อให้ข้อมูลกับครูผู้สอนในการหาวิธีสอนที่ทำให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ที่มีคุณภาพ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีความสามารถในการสร้างองค์

ความรู้ขึ้นเองได้มากกว่าและสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่ครูจัดตามแผนการสอนมาสัมพันธ์กับความรู้เดิมที่มีอยู่ และตัวชี้วัดความสามารถด้านการเชื่อมโยงมีผลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาสูงกว่าตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหา

แพนดิสซิโอ (Pandiscio, 2002: 216-221) ได้สร้างการเชื่อมโยงมโนติการพิสูจน์กับการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เรขาคณิตของนักศึกษาฝึกสอน 4 คน (ชาย 2 คน หญิง 2 คน) แก้ปัญหาเรขาคณิตที่ไม่คุ้นเคยโดยใช้พื้นฐานมโนติของยูคลิดจำนวน 2 ข้อ ให้สร้างการพิสูจน์ตามรูปแบบที่ให้ผลออกมาเป็นแบบกรณีทั่วไปและให้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต ผลปรากฏว่านักศึกษาทั้ง 4 คน ยอมรับว่าแม้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตจะไม่ได้ช่วยพิสูจน์แต่ก็เป็นเครื่องมือช่วยสร้างความรู้สึกลึก (Sense) ให้เกิดความเข้าใจความสัมพันธ์ในปัญหาหรือทฤษฎีบท เพื่อนำไปใช้ในการพิสูจน์ได้

ฟิงจุง (Ping-Jung, 2004: Online) ได้ศึกษาการใช้เครื่องคำนวณกราฟในการเรียนพีชคณิตในวิทยาลัย : การวิเคราะห์รูปแบบการเรียนรู้ของนักศึกษาผู้ใหญ่และความเชื่อมั่นต่อตนเองในวิชาคณิตศาสตร์ โดยมีจุดมุ่งหมาย 1) เพื่อสำรวจผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟ (รุ่น TI-83 หรือ รุ่น TI-83+) ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาผู้ใหญ่ (อายุตั้งแต่ 18 ปีขึ้นไป) ในวิชาพีชคณิต 2) เพื่อสำรวจการเชื่อมโยงระหว่างความเชื่อมั่นต่อตนเองของนักศึกษา กับผลงานทางวิชาการของนักศึกษาที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟในการเรียนพีชคณิต 3) เพื่อพัฒนาความเชื่อมั่นต่อตนเองในวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาให้สูงขึ้น 4) เพื่อสำรวจความสัมพันธ์ระหว่างความเชื่อมั่นต่อตนเองในวิชาคณิตศาสตร์กับรูปแบบการเรียนรู้เป็นรายบุคคล งานวิจัยครั้งนี้สามารถใช้ในการเก็บข้อมูล GPA ของนักเรียน วิชาเอก เชื้อชาติ รูปแบบการเรียนรู้ และความเชื่อมั่นต่อตนเองในวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาที่เรียนวิชาพีชคณิตจากวิทยาลัย 6 แห่งในท้องถิ่น จำนวน 163 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่าง ใช้ระยะเวลาในการวิจัย 6 สัปดาห์ ผลการศึกษาพบว่า การใช้เครื่องคำนวณกราฟสามารถช่วยฝึกการแก้ปัญหาให้ได้ผลดียิ่งขึ้น โดยเฉพาะปัญหาที่ใช้การแสดงภาพกราฟจะมีความถูกต้องแม่นยำสูงซึ่งทำให้เกิดความเชื่อมั่นต่อตนเองสูงขึ้น

งานวิจัยในประเทศ

สมบัติ แสงทองคำสุก (2545: 94-97) ได้พัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์บูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์บูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา เขตบางบอน กรุงเทพมหานคร จำนวน 45 คน ผลการศึกษาพบว่ารูปแบบการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่าประสิทธิภาพ 89.84/82.32 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงดังกล่าวหลังได้รับการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จूरี่ตัน วงศ์วิริยะพันธ์ (2546: 62-66) ได้ทำการศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีสวัสดิ์วิทยาการ จังหวัดน่าน มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาและประเมินผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีสวัสดิ์วิทยาการ จังหวัดน่าน จำนวน 50 คน ผลการศึกษาพบว่านักเรียนมีพัฒนาการทางด้านความสามารถในการแก้ปัญหา การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ อยู่ในขั้นดี ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการทดลองของนักเรียนสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลองสูงกว่าการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศศิธร แก้วรักษา (2547: 58-59) การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนละหานทราย จังหวัดบุรีรัมย์ จำนวน 45 คน มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน และหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน ผลการศึกษาพบว่ากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่าประสิทธิภาพ 82.11/83.59 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาเอกสารงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น แสดงให้เห็นได้ว่าการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดทักษะการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ เข้าด้วยกันทำให้ผู้เรียนเห็นถึงการเชื่อมโยงศาสตร์ต่าง ๆ ที่อยู่ในชีวิตประจำวันได้ ซึ่งส่งผลทำให้การเรียนรู้ของผู้เรียนประสบผลที่ดีขึ้นและเป็นการเรียนรู้ที่มีคุณค่า

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้

3.1 ความหมายของชุดการเรียนรู้

ฮุสตัน และคณะ (Houston & others. 1972: 10-15) ได้กล่าวว่า ชุดการเรียนรู้เป็นชุดของประสบการณ์ที่จัดเตรียมไว้ให้กับผู้เรียน เพื่อให้บรรลุถึงเป้าหมายที่ตั้งไว้

แคปเฟอร์ และแคปเฟอร์ (Kapfer & Kapfer. 1972: 3-10) ได้กล่าวว่า ชุดการเรียนรู้เป็นรูปแบบของการสื่อสารระหว่างครูและนักเรียน ซึ่งประกอบด้วยคำแนะนำที่ให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมการเรียนรู้จนบรรลุพฤติกรรมที่เป็นผลของการเรียนรู้ การรวบรวมเนื้อหาที่นำมาสร้างชุดการเรียนนั้นได้มาจากขอบข่ายของความรู้ที่หลักสูตรต้องการให้นักเรียนได้เรียนรู้และเนื้อหาต้องตรงและชัดเจนที่จะสื่อความหมายให้ผู้เรียนได้เกิดพฤติกรรมตามเป้าหมายของการเรียน

ดอน (Duane. 1973: 169) ได้กล่าวว่า ชุดการเรียนเป็นชุดการเรียนรายบุคคลอีกรูปแบบหนึ่ง ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้สัมผัสทรัพยากรทางการเรียนตามเป้าหมาย ผู้เรียนจะเรียนไปตามอัตราความสามารถและความต้องการของตนเอง

กู๊ด (Good. 1973: 306) ได้กล่าวว่า ชุดการเรียน หมายถึง ชุดโปรแกรมการสอนแต่ละหน่วย ประกอบด้วยสื่อการสอน เครื่องมือการเรียนรู้ เครื่องมือแนะนำผู้สอนหรือคู่มือ แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน ข้อมูลที่มีความเที่ยงตรง คำบรรยายลักษณะของผู้เรียนที่ตั้งใจเรียน จุดประสงค์การเรียนรู้

มัวร์ และเบลนจ์เคนชิป (Moore & Blankenship. 1977: 24) ได้กล่าวว่า ชุดการเรียนเป็นการศึกษารายบุคคลที่เป็นระบบที่ผู้เรียนสามารถบรรลุเป้าหมายในการเรียนต่อเนื่องกันได้อย่างมีประสิทธิภาพโดยใช้สื่อและกิจกรรมที่จัดไว้

ฉลอง ทับศรี (2521: 55) กล่าวว่า ชุดการเรียน (Learning Package) มีชื่อเรียกต่าง ๆ กัน เช่น ชุดการสอน ชุดกิจกรรม ชุดการเรียนสำเร็จรูป ชุดการเรียนการสอน ชุดการเรียนรายบุคคล เป็นต้น สาเหตุที่ทำให้ชื่อแตกต่างกันก็เนื่องจากชุดการเรียนเกิดขึ้นในหลาย ๆ แห่ง ดังนั้นใครมีความเห็นอย่างไรก็ตั้งชื่อเอาอย่างนั้น เหตุนี้ชุดการเรียนไม่มีลักษณะที่แน่นอนตายตัว

วาสนา ชาวหา (2522: 32) ได้กล่าวว่า ชุดการเรียน หมายถึง การวางแผนการเรียนการสอนโดยใช้สื่อต่าง ๆ ร่วมกัน (Multi Media Approach) หรือ หมายถึง การใช้สื่อประสม (Multi Media) เพื่อสร้างประสบการณ์ในการเรียนรู้อย่างกว้างขวางและเป็นไปตามจุดมุ่งหมายที่วางไว้โดยจัดไว้เป็นชุดในลักษณะซองหรือกล่อง

กาญจนา เกียรติประวัติ (2524: 174-175) กล่าวว่า ชุดการเรียน เดิมทีเดียวมักใช้คำว่า ชุดการสอน เพราะเป็นสื่อที่ครูนำมาใช้ประกอบการสอน ต่อมาแนวคิดในการจัดการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางมีบทบาทมากขึ้น นักการศึกษาจึงเปลี่ยนมาใช้คำว่า ชุดการเรียน เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสใช้สื่อต่าง ๆ ในชุดการเรียนเพื่อการศึกษาด้วยตนเอง

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525: 185) ได้กล่าวว่า ชุดการเรียนเป็นการนำเอาวัสดุอุปกรณ์และวิธีการเรียนการสอนในรูปสื่อการเรียนแบบประสมมาช่วยส่งเสริมการเรียนรู้ให้ผู้เรียนมีประสิทธิภาพ

นิพนธ์ สุขปรีดี (2525: 74-75) ได้กล่าวว่า ชุดการเรียนด้วยตนเองเป็นการรวบรวมสื่อการเรียนสำเร็จรูปเพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเองจากชุดการเรียนด้วยความสะดวกสบาย เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายอย่างมีประสิทธิภาพ ชุดการเรียนจะต้องประกอบไปด้วยสื่อต่าง ๆ ที่จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจบทเรียนโดยอาจจะเป็นสื่อหลายอย่างตามความเหมาะสมโดยพิจารณาจาก

1. ใช้สื่อที่ตรงกับจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้
2. เหมาะสมกับประสบการณ์เดิมของผู้เรียน
3. เหมาะสมกับลักษณะการตอบสนองของผู้เรียนที่คาดหวังว่าจะได้รับ

4. เป็นสื่อที่พอจะจัดหาได้ไม่ยากนัก

ยุพิน พิพิธกุล และ อรพรรณ ตันบรรจง (2531: 181) ได้กล่าวว่า ชุดการเรียนเป็นชุดการเรียนที่ให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเอง ในชุดการเรียนจะประกอบด้วย บัตรคำสั่ง บัตรกิจกรรม บัตรเนื้อหา บัตรแบบฝึกหัด หรือบัตรงานพร้อมเฉลย และบัตรทดสอบพร้อมเฉลย ในชุดการเรียนนั้นจะมีสื่อการเรียนไว้พร้อมเพื่อผู้เรียนจะใช้ประกอบการเรียนเรื่องนั้น ๆ

สุกิจ ศรีพรหม (2541: 68) กล่าวว่า ชุดการเรียน หมายถึง การนำสื่อประสมที่สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์ของวิชามาใช้ในการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของผู้เรียนเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ

วรกิต วัดเข้าหลาม (2542: 6) กล่าวว่า ชุดการเรียน เป็นชุดสื่อประสมที่จัดเตรียมไว้ให้สอดคล้องกับเนื้อหาและประสบการณ์ของแต่ละวิชา เพื่อที่จะช่วยให้เกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งมักจะจัดไว้ในรูปของกล่องหรือซองเป็นหมวดหมู่ ภายในจะบรรจุคู่มือการใช้ชุดการเรียน แผนการสอน และสื่อประกอบอื่น ๆ ที่จะใช้ประกอบในหน่วยเนื้อหานั้น ๆ เพื่อให้ผู้เรียนมีประสบการณ์กว้างขวางขึ้น

จากการศึกษาความหมายของชุดการเรียนดังที่นักการศึกษาหลายท่านกล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่า ชุดการเรียน หมายถึง ชุดประสบการณ์สอนที่ครูสร้างขึ้นโดยใช้สื่อวัสดุอุปกรณ์และกิจกรรมหลายชนิดผสมผสานกัน เพื่อมุ่งให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในบทเรียนได้ดีและบรรลุตามเป้าหมายที่วางไว้ ซึ่งผู้เรียนสามารถศึกษาเนื้อหาการเรียนรู้ด้วยตนเอง และปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองตามความสามารถ โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำช่วยเหลือ ในที่นี้หมายถึง สื่อการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา

3.2 ประเภทของชุดการเรียน

ชุดการเรียนแต่ละประเภทมีจุดมุ่งหมายในการใช้แตกต่างกัน ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของชุดการเรียนไว้ดังนี้

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2523: 114) ได้จำแนกชุดการเรียนและแนวคิดในการผลิตชุดการเรียนออกเป็น 4 ประเภท ดังนี้คือ

1. ชุดการเรียนประกอบการบรรยาย เป็นชุดการเรียนที่มุ่งขยายเนื้อหาสาระการสอนแบบบรรยายให้ชัดเจนขึ้น โดยกำหนดกิจกรรมและสื่อการสอนให้ครูใช้ประกอบการบรรยายบางครั้งเรียกว่า “ชุดการเรียนการสอนสำหรับครู” ชุดการเรียนนี้จะมีเนื้อหาวิชาเพียงหน่วยเดียวและใช้กับผู้เรียนทั้งชั้น โดยแบ่งหัวข้อที่จะบรรยายและกิจกรรมไว้ตามลำดับขั้น ทั้งนี้เพื่ออำนวยความสะดวกแก่ครูผู้สอน และเพื่อเปลี่ยนบทบาทการพูดของครูให้น้อยลงเป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีส่วนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มากขึ้น ชุดการเรียนประกอบการบรรยายนี้นิยมใช้กับการฝึกอบรมและการสอนในระดับอุดมศึกษา สื่อการสอนที่ใช้อาจเป็น แผ่นคำสอน แผนภูมิ รูปภาพ ภาพยนตร์

โทรทัศน์ หรือกิจกรรมกลุ่ม เป็นต้น สื่อการสอนชุดการเรียนมักจะบรรจุในกล่องที่มีขนาดเหมาะสม แต่ถ้าเป็นวัสดุอุปกรณ์ที่มีราคาแพง หรือขนาดเล็ก หรือขนาดใหญ่เกินไป ตลอดจนเสียหายง่ายหรือเป็นสิ่งมีชีวิตก็จะไม่บรรจุในกล่อง แต่จะกำหนดไว้ในคู่มือครูเพื่อเตรียมการสอน

2. ชุดการเรียนสำหรับกิจกรรมแบบกลุ่ม เป็นชุดการเรียนที่มุ่งเน้นที่ตัวผู้เรียนได้ประกอบกิจกรรมร่วมกัน ครูจะเปลี่ยนบทบาทจากผู้บรรยายมาเป็นผู้แนะนำช่วยเหลือผู้เรียน ชุดการเรียนแบบกิจกรรมกลุ่มอาจจัดเรียนในห้องเรียนแบบศูนย์การเรียน ชุดการเรียนแต่ละชุดจะประกอบด้วยชุดการเรียนย่อยที่มีจำนวนเท่ากับจำนวนศูนย์ที่แบ่งไว้ในแต่ละหน่วย ในแต่ละศูนย์มีชื่อหรือบทเรียนครบชุดตามจำนวนในศูนย์กิจกรรมนั้น ๆ ซึ่งจัดไว้ในรูปสื่อประสมอาจใช้สื่อรายบุคคลหรือทั้งกลุ่มใช้ร่วมกันก็ได้ ในขณะที่ทำกิจกรรมการเรียนหากมีปัญหานักเรียนสามารถซักถามครูได้เสมอ เมื่อจบการเรียนในแต่ละศูนย์แล้วผู้เรียนสนใจที่จะเรียนเสริมก็สามารถศึกษาได้จากศูนย์สำรองที่จัดเตรียมไว้โดยไม่ต้องเสียเวลารอคอยผู้อื่น

3. ชุดการเรียนรายบุคคล เป็นชุดการเรียนที่จัดไว้ให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเองตามคำแนะนำที่ระบุไว้ อาจมีการปรึกษากันระหว่างเรียนได้และเมื่อสงสัยไม่เข้าใจบทเรียนตอนไหนสามารถได้ถามครูได้ การเรียนจากชุดการเรียนรายบุคคลนี้นิยมใช้ห้องเรียนที่มีลักษณะพิเศษแบ่งเป็นสัดส่วนสำหรับผู้เรียนแต่ละคน ซึ่งเรียกว่า “ห้องเรียนรายบุคคล” ชุดการเรียนรายบุคคลนี้ผู้เรียนอาจนำไปเรียนที่บ้านได้ด้วย โดยมีผู้ปกครองหรือบุคลากรคอยให้ความช่วยเหลือ ชุดการเรียนรายบุคคลนี้เน้นหน่วยการสอนย่อย จึงนิยมเรียกว่า บทเรียนโมดูล (Instructional module)

4. ชุดการเรียนทางไกล เป็นชุดการเรียนสำหรับผู้เรียนที่อยู่ต่างถิ่น ต่างเวลา มุ่งสอนให้ผู้เรียนศึกษาด้วยตนเองโดยไม่ต้องมาเข้าชั้นเรียน ประกอบด้วย สื่อประเภทสิ่งพิมพ์ รายการวิทยุกระจายเสียง วิทยุ โทรทัศน์ ภาพยนตร์ และการสอนเสริมตามศูนย์บริการการศึกษา เช่น ชุดการเรียนการสอนทางไกลของมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช เป็นต้น

คณะกรรมการการพัฒนาการสอนและผลิติดูปรองการสอนคณิตศาสตร์ (2524: 250-251) ได้แบ่งชุดการเรียนออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. ชุดการเรียนสำหรับครู เป็นชุดที่จัดให้ครูโดยเฉพาะมีคู่มือและเครื่องมือสำหรับครู ซึ่งพร้อมที่จะนำไปใช้สอนให้เด็กเกิดพฤติกรรมที่คาดหวัง ครูเป็นผู้ดำเนินการและควบคุมกิจกรรมทั้งหมด นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมภายใต้การดูแลของครู

2. ชุดการเรียนสำหรับนักเรียน เป็นชุดการเรียนสำหรับจัดให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง ครูมีหน้าที่เพียงจัดอุปกรณ์และมอบชุดการเรียนให้ แล้วคอยรับรายงานผลเป็นระยะ ๆ ให้คำแนะนำเมื่อมีปัญหาและประเมินผล ชุดการเรียนนี้จะฝึกการเรียนด้วยตนเอง เมื่อนักเรียนจบการศึกษาจากโรงเรียนไปแล้วก็สามารถเรียนรู้หรือศึกษาสิ่งต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง

3. ชุดการเรียนรู้ที่ครูและนักเรียนใช้ร่วมกัน ชุดนี้มีลักษณะผสมระหว่างชุดแบบที่ 1 และชุดแบบที่ 2 ครูเป็นผู้คอยดูแล และกิจกรรมบางอย่างครูต้องเป็นผู้แสดงนำให้นักเรียนดู และกิจกรรมบางอย่างนักเรียนต้องทำด้วยตนเอง ชุดการเรียนรู้แบบนี้เหมาะอย่างยิ่งที่จะใช้กับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาซึ่งจะเริ่มฝึกให้รู้จักเรียนด้วยตนเอง ภายใต้การดูแลของครู

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525: 185-186) ได้แบ่งชุดการเรียนรู้ตามลักษณะของการใช้ไว้ 3 ประเภท ดังนี้

1. ชุดการเรียนรู้สำหรับการบรรยาย หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า ชุดการเรียนรู้สำหรับครูใช้ คือ เป็นชุดการเรียนรู้สำหรับกำหนดกิจกรรมและสื่อการเรียนรู้ให้ครูใช้ประกอบคำบรรยายเพื่อเปลี่ยนบทบาทการพูดของครูให้ลดน้อยลง และเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกิจกรรมการเรียนรู้มากยิ่งขึ้น ชุดการเรียนรู้จะมีเนื้อหาเพียงหน่วยเดียวและใช้กับนักเรียนทั้งชั้น

2. ชุดการเรียนรู้สำหรับกิจกรรมแบบกลุ่ม ชุดการเรียนรู้นี้มุ่งเน้นที่ตัวนักเรียนได้ประกอบกิจกรรมร่วมกัน และอาจจัดการเรียนในรูปแบบการเรียนรู้ ชุดการเรียนรู้แบบกลุ่มจะประกอบด้วยชุดการเรียนรู้ที่มีจำนวนเท่ากับศูนย์ที่แบ่งไว้ในแต่ละหน่วย ในแต่ละศูนย์มีสื่อการเรียนรู้หรือบทเรียนครบชุดตามจำนวนนักเรียนในศูนย์กิจกรรมนั้น สื่อการเรียนรู้อาจจัดอยู่ในรูปของการเรียนรายบุคคล หรือนักเรียนทั้งศูนย์ใช้ร่วมกันก็ได้ นักเรียนที่เรียนจากชุดการเรียนรู้แบบกิจกรรมกลุ่มอาจจะต้องขอความช่วยเหลือจากครูเพียงเล็กน้อยในระยะเริ่มต้นเท่านั้น หลังจากเริ่มเคยชินต่อวิธีการใช้แล้วนักเรียนสามารถช่วยเหลือซึ่งกันและกันได้เอง ในขณะทำกิจกรรมการเรียนรู้หากมีปัญหานักเรียนสามารถซักถามครูได้เสมอ เมื่อจบการเรียนรู้แต่ละศูนย์แล้วนักเรียนอาจจะสนใจการเรียนรู้เสริมเพื่อเจาะลึกถึงสิ่งที่รู้ได้อีก จากศูนย์สำรองที่ครูจัดเตรียมไว้เพื่อเป็นการไม่เสียเวลาที่จะต้องรอคอยผู้อื่น

3. ชุดการเรียนรู้รายบุคคล เป็นชุดการเรียนรู้ที่จัดระบบขั้นตอนเพื่อให้ นักเรียนใช้เรียนด้วยตนเอง ตามลำดับขั้นความสามารถของแต่ละบุคคล เมื่อศึกษาครบถ้วนแล้วจะทำการทดสอบประเมินผลความก้าวหน้า และศึกษาชุดการเรียนรู้ชุดอื่นต่อไปตามลำดับ เมื่อมีปัญหานักเรียนจะปรึกษากันได้ในระหว่างนักเรียนและครูพร้อมที่จะช่วยให้ความช่วยเหลือทันทีในฐานะผู้ประสานงานหรือผู้ชี้แนะแนวทาง การเรียนรู้ด้วยชุดการเรียนรู้นี้จัดขึ้นเพื่อส่งเสริมศักยภาพการเรียนรู้ของแต่ละบุคคลให้พัฒนาการเรียนรู้ของตนเองไปจนถึงเต็มสุดขีดความสามารถโดยไม่ต้องเสียเวลารอคอยผู้อื่น ชุดการเรียนรู้แบบนี้บางครั้งเรียกว่า บทเรียนโมดูล

จากการที่นักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของชุดการเรียนรู้ออกเป็นประเภทต่าง ๆ ดังที่กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่า ชุดการเรียนรู้แต่ละประเภทนั้นจะเป็นสิ่งกำหนดบทบาทของครูและนักเรียนซึ่งจะมีแตกต่างกันไปตามรูปแบบของชุดการเรียนรู้ นั้น ๆ ซึ่งแนวทางในการสร้างชุดการเรียนรู้ของผู้วิจัยมุ่งเน้นให้นักเรียนได้ประกอบกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกันภายในกลุ่ม และครูเป็นผู้ชี้แนะแนวทางพร้อมให้คำปรึกษาเมื่อนักเรียนเกิดปัญหาหรือข้อสงสัยในการศึกษากิจกรรมการเรียนรู้ใช้ชุดการเรียนรู้

3.3 องค์ประกอบของชุดการเรียนรู้

ในการสร้างชุดการเรียนรู้เพื่อนำมาใช้ในการเรียนการสอนวิชาต่าง ๆ นั้น ผู้สร้างจะต้องศึกษาองค์ประกอบของชุดการเรียนรู้ว่าประกอบด้วยหลักการอะไรบ้าง เพื่อจะได้นำมาเป็นแนวทางในการกำหนดองค์ประกอบของชุดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

ฮุสตัน และคณะ (Houston & others. 1972: 10-15) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

1. คำชี้แจง (Prospectus) ส่วนนี้จะอธิบายถึงความสำคัญของจุดมุ่งหมายของชุดการเรียนรู้ สิ่งที่ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ก่อนเรียนและขอบข่ายของกระบวนการทั้งหมดในชุดการเรียนรู้
2. จุดมุ่งหมาย (Objectives) คือ ข้อความที่แจ่มชัดไม่กำกวมที่กำหนดว่า ผู้เรียนจะประสบความสำเร็จอะไรหลังจากเรียนแล้ว
3. การประเมินผลเบื้องต้น (Pre-Assessment) มีจุดประสงค์ 2 ประการ คือ เพื่อให้ทราบว่าผู้เรียนอยู่ในระดับใดจากการเรียนในชุดการเรียนรู้ และเพื่อดูว่าเขาได้สัมผัสผลตามจุดประสงค์เพียงใด การประเมินเบื้องต้นนี้อาจจะอยู่ในรูปของการทดสอบแบบข้อเขียนปากเปล่า การทำงานปฏิกิริยาตอบสนองต่อคำถามง่าย ๆ เพื่อให้รู้ถึงความต้องการและความสนใจ
4. การกำหนดกิจกรรม (Enabling Activities) คือ การกำหนดแนวทางและวิธีเพื่อไปสู่จุดประสงค์ที่ตั้งไว้โดยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมนั้นด้วย

5. การประเมินขั้นสุดท้าย (Post - Assessment) เป็นข้อทดสอบเพื่อวัดผลการเรียนหลังจากที่เรียนแล้ว คาร์ดาเรลลี (Cadarelli. 1973: 150) ได้กล่าวถึงโครงสร้างของชุดการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

1. หัวข้อ (Topic)
2. หัวข้อย่อย (Subtopic)
3. จุดมุ่งหมายหรือเหตุผล (Rationale)
4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม (Behavioral Objectives)
5. การทดสอบก่อนเรียน (Pretest)
6. กิจกรรมและการประเมินตนเอง (Activities and Self - Evaluation)
7. การทดสอบย่อย (Quiz หรือ Formative Test)
8. การทดสอบขั้นสุดท้าย (Posttest หรือ Summative Evaluation)

บุญเกื้อ คอรวาเวช (2530: 71) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดการเรียนรู้ไว้ว่าสามารถจำแนกออกได้เป็น

4 ส่วน ดังนี้

1. คู่มือ เป็นคู่มือสำหรับผู้เรียน ภายในจะมีคำชี้แจงถึงวิธีการใช้ชุดการเรียนรู้อย่างละเอียด อาจทำเป็นเล่มหรือแผ่นพับก็ได้

2. บัตรคำสั่งหรือคำแนะนำ จะเป็นส่วนที่บอกให้ผู้เรียนดำเนินการเรียนหรือประกอบกิจกรรมแต่ละอย่างตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ ประกอบด้วย คำอธิบายเรื่องที่จะศึกษา คำสั่งให้ผู้เรียนดำเนินการและการสรุปบทเรียน บัตรนี้นิยมใช้บัตรแข็งตัดเป็นขนาด 6×8 นิ้ว

3. เนื้อหาสาระและสื่อ จะบรรจุไว้ในรูปของสื่อการสอนต่าง ๆ อาจประกอบด้วยบทเรียนโปรแกรม สไลด์ แผ่นภาพ วัสดุกราฟิก เป็นต้น ผู้เรียนจะศึกษาจากสื่อการสอนต่าง ๆ ที่บรรจุอยู่ในชุดการเรียนตามบัตรคำสั่งที่กำหนดไว้

4. แบบประเมินผล ผู้เรียนจะทำการประเมินผลความรู้ของตนเองก่อนและหลังเรียนแบบประเมินผลอาจเป็นแบบฝึกหัดให้เติมคำลงในช่องว่าง เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด จับคู่ ดูผลจากการทดลองหรือกิจกรรม เป็นต้น

ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ตันบรรจง (2531: 182) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดการเรียนรายบุคคลไว้ ดังนี้

1. บัตรคำสั่ง จะชี้แจงรายละเอียดว่าผู้เรียนจะต้องปฏิบัติตามขั้นตอนอย่างไร
2. บัตรกิจกรรม เป็นบัตรที่บอกให้ผู้เรียนทำกิจกรรมต่าง ๆ สิ่งที่จะควรมีในบัตรกิจกรรม คือ หัวเรื่อง ระดับชั้น สื่อการเรียนการสอน กิจกรรมและเฉลยกิจกรรม
3. บัตรเนื้อหา เป็นบัตรที่บอกเนื้อหาทั้งหมดที่ต้องการให้เรียน สิ่งที่จะควรมีในบัตรเนื้อหาคือ หัวเรื่อง สูตร นิยาม เป็นต้น
4. บัตรแบบฝึกหัดหรือบัตรงาน เป็นแบบฝึกหัดที่ทำไว้ให้ผู้เรียนฝึกหัดทำหลังจากที่ได้ทำบัตรกิจกรรมและศึกษาเนื้อหาจนเข้าใจแล้ว ในบัตรแบบฝึกหัดนี้จะต้องทำบัตรเฉลยไว้พร้อมสิ่งที่ควรมีในแบบฝึกหัดหรือบัตรงาน คือ สูตร นิยาม กฎ ที่ต้องการใช้ในโจทย์แบบฝึกหัดให้นักเรียนตั้งโจทย์เองแล้วหาคำตอบ เฉลยแบบฝึกหัด
5. บัตรทดสอบหรือบัตรปัญหา เป็นข้อทดสอบตามเนื้อหาของแต่ละหน่วยย่อยและมีเฉลยไว้พร้อม อาจทำทั้งข้อทดสอบก่อนเรียน (Pretest) และข้อทดสอบหลังเรียน (Posttest)

กิดานันท์ มลิทอง (2536: 81) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดการเรียนไว้ ดังนี้

1. คู่มือ สำหรับผู้สอนในการใช้ชุดการเรียน และสำหรับผู้เรียนใช้ชุดการเรียน
2. คำสั่ง เพื่อกำหนดแนวทางในการเรียน
3. เนื้อหาบทเรียน จะจัดอยู่ในรูปของสื่อต่าง ๆ เช่น สไลด์ เทป ฯลฯ
4. กิจกรรมการเรียน เป็นการกำหนดกิจกรรมให้ผู้เรียนทำรายงาน หรือค้นคว้าต่อจากที่เรียนไปแล้ว เพื่อความรู้ที่กว้างขวางขึ้น
5. แบบทดสอบ เป็นแบบทดสอบที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาของบทเรียนนั้นเพื่อการประเมินผล

บุญชม ศรีสะอาด (2541: 95-96) ได้กล่าวว่า องค์ประกอบของชุดการเรียนรู้ที่สำคัญ 4 ด้าน ดังนี้



ภาพประกอบ 7 องค์ประกอบที่สำคัญของชุดการเรียนรู้

คู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้ เป็นคู่มือที่จัดทำขึ้นเพื่อให้ผู้ใช้ชุดการเรียนรู้ศึกษาและปฏิบัติตามเพื่อให้บรรลุผลอย่างมีประสิทธิภาพ อาจประกอบด้วย แผนการสอน สิ่งที่ต้องเตรียมก่อนสอน บทบาทของผู้เรียน การจัดชั้นเรียน (ในกรณีของชุดการเรียนรู้ที่มุ่งใช้กับกลุ่มย่อย เช่น ในศูนย์การเรียนรู้)

บัตรงาน เป็นบัตรที่มีคำสั่งว่าจะให้ผู้เรียนปฏิบัติอะไรบ้าง โดยระบุกิจกรรมตามลำดับขั้นตอนของการเรียน

แบบทดสอบวัดความก้าวหน้าของผู้เรียน เป็นแบบทดสอบที่ใช้สำหรับตรวจสอบว่าหลังจากเรียนชุดการเรียนรู้จบแล้วผู้เรียนเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่

สื่อการเรียนรู้ต่าง ๆ เป็นสื่อสำหรับผู้เรียนได้ศึกษามีหลายชนิดประกอบกันอาจเป็นประเภทสิ่งพิมพ์ เช่น บทความ เนื้อหาเฉพาะเรื่อง จุลสาร บทเรียนโปรแกรมหรือประสาทสัมผัสอุปกรณ์ เช่น รูปภาพ แผนภูมิต่าง ๆ เทปบันทึกเสียง ฟลิ์มสตริป สไลด์ ขนาด 2×2 นิ้ว ของจริง เป็นต้น

จากองค์ประกอบของชุดการเรียนรู้ที่นักการศึกษาหลายท่านกล่าวไว้ข้างต้นพอสรุปได้ว่าชุดการเรียนรู้มีองค์ประกอบที่สำคัญ คือ

1. คู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้ เป็นส่วนที่อธิบายการใช้ชุดการเรียนรู้
2. ชื่อชุดการเรียนรู้ เป็นส่วนที่บอกให้ทราบว่าศึกษาเกี่ยวกับเรื่องอะไร
3. คำชี้แจง เป็นส่วนที่อธิบายลักษณะของกิจกรรมในชุดการเรียนรู้
4. จุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นส่วนที่ระบุเป้าหมายให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนหลังจากได้ศึกษาชุดการเรียนรู้
5. เวลา เป็นส่วนที่บอกเวลาที่ใช้ในการเรียนรู้ชุดการเรียนรู้
6. สื่อการเรียนรู้ เป็นส่วนที่ระบุอุปกรณ์ เครื่องมือ วัสดุต่าง ๆ ที่ใช้ในชุดการเรียนรู้
7. สารการเรียนรู้ เป็นส่วนที่อธิบายความรู้ให้กับนักเรียน
8. กิจกรรมการเรียนรู้ เป็นส่วนที่ระบุกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้เรียนปฏิบัติเพื่อให้บรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้

9. แบบฝึกทักษะ เป็นส่วนที่ฝึกให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในสาระการเรียนรู้ในระหว่างเรียนมากยิ่งขึ้น
10. การประเมินผลการเรียนรู้ เป็นส่วนที่ประเมินความรู้ความสามารถของนักเรียนตามสภาพจริงจากการปฏิบัติกิจกรรม และมีแบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้ที่กำหนดขึ้นตามจุดประสงค์การเรียนรู้นำมาทดสอบนักเรียนหลังจากได้ศึกษาชุดการเรียนรู้

3.4 หลักการ ทฤษฎี และจิตวิทยาที่นำมาสร้างชุดการเรียนรู้

เพื่อให้ชุดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพในการเรียนการสอนในการสร้างชุดการเรียนรู้จะต้องดำเนินการตามหลักการ ทฤษฎี และจิตวิทยา ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้แนวคิดไว้ ดังนี้

บลูม (Bloom, 1976: 115-124) กล่าวว่า การสอนที่มีประสิทธิภาพจะต้องประกอบด้วยหลักการ 4 ประการ ดังนี้

1. การให้แนวทาง (Cues) คือ คำอธิบายของครูที่ทำให้นักเรียนเข้าใจชัดเจนว่าเมื่อเรียนเรื่องนั้น ๆ แล้วจะต้องมีความสามารถอย่างไร ต้องทำอะไรบ้าง
2. การมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ (Participation) เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้
3. การเสริมแรง (Reinforcement) ทั้งการเสริมแรงภายนอก เช่น สิ่งของการกล่าวชื่นชมหรือการเสริมแรงภายในตัวนักเรียนเอง เช่น ความอยากรู้อยากเห็น ฯลฯ
4. การให้ข้อมูลย้อนกลับและแก้ไขข้อบกพร่อง (Feedback and Corrections) จะต้องมีการแจ้งผลการเรียนและข้อบกพร่องให้นักเรียนทราบ

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2523: 119) ได้กล่าวถึงการจิตวิทยาการเรียนการสอนมาใช้ในการผลิตชุดการเรียนรู้ไว้ดังนี้

1. เพื่อสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล
2. เพื่อยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางด้วยการให้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
3. มีสื่อการเรียนรู้ใหม่ ๆ ที่ช่วยในการเรียนของนักเรียน เพื่อช่วยการสอนของครู
4. ปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียนที่เปลี่ยนไป

เสาวณีย์ ลีขาบัณฑิต (2528: 292) ได้กล่าวถึงหลักการและทฤษฎีที่นำมาใช้ในการผลิตชุดการเรียนรู้ มีดังนี้

1. ความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual Differences) นักการศึกษาได้นำหลักจิตวิทยาในด้านความแตกต่างระหว่างบุคคลมาใช้ เพราะถือว่าการสอนนั้นไม่สามารถปั้นผู้เรียนให้เป็นพิมพ์เดียวกันได้ในเวลาที่เท่ากันเพราะผู้เรียนแต่ละคนจะเรียนรู้ตามวิถีทางของเขาและใช้เวลาเรียนเรื่องหนึ่ง ๆ ที่แตกต่างกันออกไป ความแตกต่างเหล่านี้มีความแตกต่างในด้านความสามารถ (Ability) สติปัญญา (Intelligence) ความต้องการ (Need)

ความสนใจ (Interest) ร่างกาย (Physical) อารมณ์ (Emotion) และสังคม (Social) ด้วยเหตุผลที่คนเรามีความแตกต่างกันดังกล่าว ผู้สร้างชุดการเรียนจึงพยายามที่จะหาวิธีการที่เหมาะสมที่สุดในการที่จะทำให้ผู้เรียนได้เรียนอย่างบรรลุผลสำเร็จตามวัตถุประสงค์ที่วางไว้ในชุดนั้น ๆ ซึ่งวิธีที่เหมาะสมที่สุดวิธีหนึ่งก็คือ การจัดการสอนรายบุคคลหรือการจัดการสอนตามเอกัตภาพ หรือการศึกษาด้วยตนเอง ซึ่งล้วนแต่เป็นวิธีสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีอิสระในการเรียนตามความแตกต่างของแต่ละคน

2. การนำสื่อประสมมาใช้ (Multi – Media Approach) เป็นการนำเอาสื่อการสอนหลายประเภทมาใช้สัมพันธ์กันอย่างมีระบบ ความพยายามอันนี้ก็จะเปลี่ยนแปลงการเรียนการสอน จากเดิมที่เคยยึดครูเป็นแหล่งให้ความรู้หลักมาเป็นการจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนเรียนด้วยการใช้ความรู้จากสื่อประเภทต่าง ๆ

3. ทฤษฎีการเรียนรู้ (Learning Theory) จิตวิทยาการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนเรียนได้โดย

3.1 การเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยตนเอง

3.2 ตรวจสอบผลการเรียนของตนเองว่าถูกหรือผิดได้ทันที

3.3 มีการเสริมแรง คือ ผู้เรียนจะเกิดความภาคภูมิใจ ดีใจที่ตนเองทำถูกต้องต้องเป็นการให้กำลังใจที่จะเรียนต่อไป ถ้าตนเองทำไม่ถูกต้องจะได้ทราบเวลาที่ถูกต้องนั้นคืออะไรจะได้ไตร่ตรองพิจารณา ทำให้เกิดความเข้าใจซึ่งจะไม่ทำให้เกิดความท้อถอยหรือสิ้นหวังในการเรียนเพราะเขามีโอกาสที่จะสำเร็จได้เหมือนคนอื่น

3.4 เรียนรู้ไปทีละขั้นตามความสามารถและความสนใจของตนเอง

4. การใช้วิธีวิเคราะห์ระบบ (Systems Analysis) โดยจัดเนื้อหาวิชาให้สอดคล้องกับสภาพแวดล้อมและวัยของผู้เรียน ทุกสิ่งทุกอย่างที่จัดไว้ในชุดการเรียนจะสร้างขึ้นอย่างมีระบบมีการตรวจสอบเช็คทุกขั้นตอน และทุกอย่างจะต้องสัมพันธ์สอดคล้องกันเป็นอย่างดี มีการทดลองพัฒนาปรับปรุงจนมีประสิทธิภาพอยู่ในเกณฑ์มาตรฐานที่เชื่อถือจึงจะนำออกใช้

จากการศึกษาหลักการ ทฤษฎีและจิตวิทยาที่นำมาใช้ในการสร้างชุดการเรียนจะเห็นว่ายึดหลักการดำเนินการตามหลักจิตวิทยาที่ให้นักเรียนได้เรียนตามหลักจิตวิทยาโดยเน้นความแตกต่างระหว่างบุคคลให้นักเรียนได้เรียนตามความสามารถจากเรื่องง่าย ๆ ไปยาก ๆ ตามลำดับ นักเรียนได้รับรู้ผลการเรียนของตนเองนักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนยึดนักเรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียนโดยมีครูเป็นผู้คอยให้คำแนะนำปรึกษา เราความสนใจของนักเรียนด้วยสื่อต่าง ๆ มีการให้การเสริมแรงด้วยคำติชม ชุดการเรียนที่ได้ก็จะเป็นชุดการเรียนที่ดีมีประสิทธิภาพสามารถช่วยให้การเรียนการสอนมีคุณภาพมากขึ้น

3.5 ขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียน

ในการสร้างชุดการเรียนผู้สร้างควรทราบขั้นตอนการสร้างในแต่ละขั้นว่าควรทำอะไรก่อนหลังและมีการดำเนินการอย่างไรบ้าง ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้แนวคิดของขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนไว้ดังนี้

ฮีทเธอร์ (Heather, 1977: 342-344) ได้กล่าวถึงขั้นตอนที่สำคัญในการสร้างชุดการเรียนรู้ที่ครูเป็นผู้สร้างชุดการเรียนรู้ด้วยตนเอง คือ

1. ศึกษาหลักสูตร ตัดสินใจเลือกสิ่งที่จะให้ผู้เรียนได้ศึกษาแล้วจัดลำดับขั้นเนื้อหาให้ต่อเนื่องจากง่ายไปหายาก
2. ประเมินความรู้พื้นฐานประสบการณ์เดิมของผู้เรียน
3. เลือกกิจกรรมการเรียนรู้ วิธีสอน และสื่อการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับผู้เรียนโดยต้องคำนึงถึงความพร้อมและความต้องการของผู้เรียน

4. กำหนดรูปแบบของการเรียน

5. กำหนดหน้าที่ของผู้ประสานงาน หรือจัดอำนาจความสะดวกในการเรียน

6. สร้างแบบประเมินผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนว่าบรรลุเป้าประสงค์ในการเรียนหรือไม่

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525: 189-191) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนรู้ไว้ 10 ขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาเนื้อหาสาระของวิชาทั้งหมดอย่างละเอียดว่า สิ่งที่เราจะนำมาสร้างชุดการเรียนรู้ขึ้นนั้น ต้องการให้ผู้เรียนเรียนรู้อะไรบ้าง เพื่อไม่ให้เกิดความซ้ำซ้อนในหน่วยอื่น ๆ อันจะสร้างความสับสนให้กับผู้เรียนได้ ผู้วิจัยต้องทำการวิเคราะห์แล้วแบ่งหน่วยการเรียนรู้ในแต่ละหน่วยนั้นให้มีหัวเรื่องย่อย ๆ และควรเรียงลำดับขั้นตอนเนื้อหาสาระให้ถูกต้องว่าอะไรเป็นสิ่งที่จำเป็นที่ผู้เรียนต้องเรียนรู้ก่อน อันเป็นพื้นฐานตามขั้นตอนของความรู้และลักษณะธรรมชาติในวิชานั้น

2. ผู้สร้างจะต้องพิจารณาตัดสินว่า จะสร้างชุดการเรียนรู้แบบใด โดยคำนึงถึงข้อกำหนดว่า ผู้เรียนคือใคร (Who is Learner) จะทำอะไรให้ผู้เรียน (Give what Condition) จะทำกิจกรรมอะไร (Dose what Activities) จะทำได้ได้อย่างไร (How well Criterion) ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะเป็นเกณฑ์กำหนดการเรียน

3. กำหนดหน่วยการเรียนรู้ โดยประมาณเนื้อหาสาระที่เราจะสามารถถ่ายทอดความรู้ให้กับนักเรียนหาสื่อการเรียนรู้ พยายามศึกษาวิเคราะห์อีกครั้งหนึ่งว่าหน่วยการเรียนรู้นี้มีหลักการ หรือความคิดรวบยอดอะไร แต่ละหัวเรื่องย่อยมีความคิดรวบยอดหรือหลักการย่อย ๆ อะไรบ้างที่ต้องศึกษา พยายามดึงเอาแก่นหลักการเรียนรู้เอาออกมาให้ได้

4. กำหนดความคิดรวบยอด จะต้องสอดคล้องกับหน่วยการเรียนรู้แต่ละหัวเรื่องโดยสรุปแนวความคิดสาระ หลักเกณฑ์สำคัญ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกัน เพราะความคิดรวบยอดเป็นเรื่องของความเข้าใจ อันเกิดจากประสบการณ์สัมผัสกับสิ่งแวดล้อม เพื่อตีความหมายออกมาเป็นพฤติกรรมทางสมอง แล้วนำสิ่งใหม่ไปเชื่อมโยงกันกับประสบการณ์เดิมเกิดเป็นความคิดรวบยอด

5. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ จะต้องให้สอดคล้องกับความคิดรวบยอด โดยกำหนดจุดประสงค์เป็นเชิงพฤติกรรมซึ่งหมายถึงความสามารถของผู้เรียนที่แสดงออกมาให้เห็นได้ภายหลังการเรียนการสอนบทเรียนแต่ละเรื่องจบไปแล้ว โดยผู้สอนสามารถวัดได้ถ้าผู้สอนกำหนดหรือระบุให้ชัดเจนมากขึ้นเพียงใดก็ยิ่งประสบความสำเร็จใน

การสอบมากขึ้นเท่านั้น ดังนั้นจึงควรใช้เวลาตรวจสอบจุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อให้ถูกต้องและครอบคลุมเนื้อหาสาระของการเรียนรู้

6. การวิเคราะห์งาน คือ การนำจุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อมาทำการวิเคราะห์งาน เพื่อหา กิจกรรมการเรียนการสอนแล้วจัดลำดับกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมถูกต้อง สอดคล้องกับจุดประสงค์ที่กำหนดไว้แต่ละข้อ

7. เรียงลำดับกิจกรรมการเรียนภายหลังจากที่เรานำจุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อมาวิเคราะห์งานแล้ว เรียงลำดับกิจกรรมแต่ละข้อ เพื่อให้เกิดการประสานกลมกลืนของการเรียนการสอน และไม่ให้เกิดความซ้ำซ้อนในการเรียน โดยคำนึงถึงพฤติกรรมพื้นฐานของผู้เรียน (Entering Behavior) วิธีดำเนินการสอน (Instructional Procedures) ตลอดจนการติดตามผล และการประเมินผล

8. สื่อการเรียน คือ วัสดุอุปกรณ์และกิจกรรมการเรียนที่ครูและนักเรียนจะต้องกระทำเพื่อเป็นแนวทางในการเรียนรู้ ซึ่งครูจะต้องจัดทำขึ้นและจัดไว้ให้เรียบร้อย ถ้าสื่อการเรียนเป็นของที่ใหญ่โตหรือมีคุณค่าที่ต้องจัดเตรียมมาก่อน จะต้องเขียนบอกไว้ให้ชัดเจนในคู่มือครูเกี่ยวกับการใช้ชุดการเรียนว่าจะให้จัดหาได้ ณ ที่ใด เช่น เครื่องฉายสไลด์ เครื่องบันทึกเสียง และพวกสิ่งที่ไม่ได้มีไว้ ทนทาน เพราะอาจเกิดการนำเสีย เช่น ไขไม้ พืช สัตว์ เป็นต้น

9. การประเมินผล คือ การตรวจสอบดูว่า หลังจากการเรียนการสอนแล้วได้มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามที่จุดประสงค์การเรียนรู้กำหนดไว้หรือไม่ การประเมินผลนี้จะใช้วิธีใดก็ตามจะต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่เราตั้งไว้ ถ้าการประเมินผลไม่ตรงตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้เมื่อใด ความยุติธรรมก็จะไม่เกิดขึ้นกับผู้เรียน และไม่ตรงเป้าหมายที่กำหนดไว้ด้วย การเรียนรู้ในสิ่งนั้นจะไม่เกิดขึ้น ชุดการเรียนที่สร้างขึ้นมาก็คือเป็นการเสียเวลาและไม่มีคุณค่า

10. การทดลองใช้ชุดการเรียนเพื่อหาประสิทธิภาพ เพื่อพิจารณาถึงรูปแบบของชุดการเรียนและออกมาเป็นแฟ้มหรือกล่องชุดแล้วแต่ความสะดวกในการใช้ การเก็บรักษาและความสวยงาม การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียน เพื่อปรับปรุงให้เหมาะสมควรนำไปทดลองใช้กับกลุ่มเล็ก ๆ ดูก่อนเพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องและแก้ไขปรับปรุงอย่างดี แล้วจึงนำไปทดลองใช้กับเด็กทั้งชั้นหรือกลุ่มใหญ่ โดยมีการกำหนดขั้นตอนไว้ดังนี้

10.1 ชุดการเรียนนี้ต้องการความรู้เดิมของผู้เรียนหรือไม่

10.2 การนำเข้าสูบทเรียนของชุดการเรียนนี้เหมาะสมหรือไม่

10.3 การประกอบกิจกรรมการเรียนการสอนมีความสับสนวุ่นวายกับผู้เรียนและดำเนินไปตามขั้นตอนที่กำหนดไว้หรือไม่

10.4 การสรุปผลการเรียนการสอนเพื่อเป็นแนวทางไปสู่ความคิดรวบยอด หรือหลักสำคัญของการเรียนรู้ในหน่วยนั้น ๆ ดีหรือไม่หรือจะต้องตรวจปรับปรุงเพิ่มเติมอย่างไร

10.5 การประเมินผลหลังการเรียนรู้ เพื่อตรวจสอบดูว่าพฤติกรรมการเรียนรู้ที่เปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นนั้นให้ความเชื่อมั่นได้มากน้อยแค่ไหนกับผู้เรียน

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2533: 495) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนรู้ไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ ได้แก่ การกำหนดหน่วย หัวเรื่องและมโนคติ

ขั้นที่ 2 การวางแผน เป็นการวางแผนไว้ล่วงหน้าโดยกำหนดรายละเอียดไว้

ขั้นที่ 3 การผลิตสื่อการเรียนรู้ เป็นการผลิตสื่อประเภทต่างๆ ที่กำหนดไว้ในแผน

ขั้นที่ 4 หาประสิทธิภาพ เป็นการประเมินคุณภาพของชุดการสอน โดยนำไปทดลองใช้ ปรับปรุงให้มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

จากการศึกษาขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนดังที่นักการศึกษากล่าวมาข้างต้นสรุปขั้นตอนได้ดังนี้ คือ ศึกษาหลักสูตรและสาระการเรียนรู้ กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ให้สอดคล้องกับความคิดรวบยอด วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อเพื่อกำหนดกิจกรรม จัดเตรียมสื่อ วัสดุ อุปกรณ์ต่าง ๆ ที่ใช้ในกิจกรรม จัดทำแบบวัดและประเมินผลการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ที่กำหนดไว้

3.6 การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้

3.6.1 ความจำเป็นที่จะต้องหาประสิทธิภาพ

ฉลองชัย สุรวัฒนบุรณ (2528: 213) กล่าวว่า ชุดการเรียนรู้ที่ผลิตได้นั้นจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องนำไปทดสอบหาประสิทธิภาพเพื่อเป็นหลักประกันได้ว่า เป็นสื่อการสอนที่มีประสิทธิภาพในการเรียนการสอน ในการทดสอบประสิทธิภาพของชุดการเรียนตรงกับภาษาอังกฤษว่า “Development Testing” (การตรวจสอบพัฒนาการ เพื่อให้งานดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ) หมายถึง การนำชุดการเรียนรู้ไปทดลองใช้ (Try Out) เพื่อปรับปรุงแล้วนำไปทดลองสอนจริง (Trial Run) นำผลที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข เสร็จแล้วจึงผลิตออกมาเป็นจำนวนมาก

การทดลองใช้ หมายถึง การนำชุดการเรียนรู้ที่ผลิตขึ้นเป็นต้นแบบ (Prototype) ไปทดลองใช้ตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ในแต่ละระบบ เพื่อปรับปรุงประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ให้เท่ากับเกณฑ์ที่กำหนดไว้

การทดลองสอนจริง หมายถึง การนำชุดการเรียนรู้ที่ได้ทดลองใช้และปรับปรุงทุกหน่วยในแต่ละวิชาไปสอนจริงในชั้นเรียน หรือในสถานการณ์การเรียนรู้ที่แท้จริงเป็นเวลา 1 ภาคการศึกษาเป็นอย่างน้อย

อติพร ศรียมก (2537: 914) กล่าวถึงความจำเป็นที่จะต้องหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ไว้ดังนี้

1. เพื่อความมั่นใจว่าชุดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นมีคุณภาพ
2. เพื่อความมั่นใจว่าชุดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นทำให้การเรียนการสอนบรรลุวัตถุประสงค์ได้อย่างแท้จริง

3. ถ้าจะผลิตชุดการเรียนออกมาเป็นจำนวนมาก การทดสอบหาประสิทธิภาพจะเป็นหลักประกันว่าผลิตออกมาแล้วใช้ได้ มิฉะนั้นจะเสียเงิน เสียแรง เสียเวลาเปล่า เพราะผลิตออกมาแล้วใช้ประโยชน์ออกมาไม่ได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นนั้นเหตุที่จะต้องหาประสิทธิภาพของชุดการเรียน คือ เพื่อให้เกิดความเชื่อมั่นว่าชุดการเรียนที่สร้างขึ้นนั้นสอดคล้องกับวัตถุประสงค์การเรียนรู้ และมีคุณภาพมากน้อยเพียงใด โดยมีการนำไปทดลองใช้ก่อนที่จะนำชุดการเรียนนั้นไปใช้ทดลองสอนจริง

3.6.2 การทดลองหาประสิทธิภาพ

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2523: 494) กล่าวว่า การทดลองหาประสิทธิภาพของสื่อจะต้องนำสื่อไปทดลองใช้ (Try Out) เพื่อปรับปรุงแก้ไขแล้วนำไปทดลองสอนจริง (Trial Run) เพื่อนำผลที่ได้มาปรับปรุงแก้ไขเสร็จแล้วจึงดำเนินการผลิตเป็นจำนวนมาก หรือใช้สอนในชั้นเรียนปกติได้ ซึ่งการทดลองมีขั้นตอนดังนี้

1. สำหรับทดลองแบบเดี่ยว (1 : 1) เป็นการทดลอง ครู 1 คน ต่อเด็ก 1 คน ให้ทดลองกับเด็กก่อนเสียก่อน ทำการปรับปรุงแล้วนำไปทดลองกับเด็กปานกลาง และนำไปทดลองกับเด็กเก่งอย่างไรก็ตามหากเวลาไม่เอื้ออำนวย และสภาพการณ์ไม่เหมาะสมให้ทดลองกับเด็กอ่อนหรือปานกลาง
2. สำหรับทดลองแบบกลุ่ม (1 : 10) เป็นการทดลอง ครู 1 คน ต่อเด็ก 6-12 คน โดยให้เด็กคละกันทั้งเก่ง ปานกลาง และอ่อน ห้ามทดลองกับเด็กอ่อนล้วน หรือเด็กเก่งล้วน เวลาทดลองจะต้องจับเวลาด้วยว่า กิจกรรมแต่ละกลุ่มใช้เวลาเท่าไร
3. สำหรับทดลองแบบกลุ่ม (1 : 100) เป็นการทดลอง ครู 1 คน กับเด็กทั้งชั้น 30-40 คน (หรือ 100 คน สำหรับชุดการสอนรายบุคคล) ชั้นที่เลือกมาทดลอง จะต้องมียุทธวิธีนักเรียนคละกันทั้งเก่งและอ่อน ไม่ควรเลือกห้องที่มีเด็กเก่งหรืออ่อนล้วน

หลังการทดลอง คำนวณหาประสิทธิภาพแล้วปรับปรุงแก้ไข ผลลัพธ์ที่ได้ควรจะใกล้เคียงกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ต่ำกว่าเกณฑ์ได้ไม่เกิน 2.5 %

ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2533: 129-130) กล่าวถึงการหาประสิทธิภาพของสื่อทำได้ 2 วิธี คือ

1. ประเมินโดยอาศัยเกณฑ์ การประเมินชุดการเรียนนั้น เป็นการตรวจสอบหรือประเมินประสิทธิภาพของชุดการเรียนที่นำมาประเมิน จะเป็นชุดการสอนสำหรับกลุ่มกิจกรรมที่นำมาประเมินหรือชุดการสอนที่ใช้ในศูนย์การเรียน โดยใช้เกณฑ์มาตรฐาน 90/90 เป็นเกณฑ์การประเมินสำหรับเนื้อหาที่เป็นประเภทความรู้ ความจำ และใช้เกณฑ์มาตรฐาน 80/80 สำหรับเนื้อหาที่เป็นทักษะ ความหมายของตัวเลขเกณฑ์มาตรฐานมีความหมายดังนี้

80 ตัวแรก หมายถึง ค่าร้อยละประสิทธิภาพในด้านกระบวนการของชุดการสอน ซึ่งประกอบด้วยผลของการปฏิบัติภารกิจต่าง ๆ เช่น งานและแบบฝึกของผู้เรียน โดยนำคะแนนที่ได้จากการวัดผลภารกิจทั้งหลายทั้งรายบุคคลและกลุ่มย่อยทุกชั้นมารวมกัน แล้วคำนวณค่าร้อยละเฉลี่ย

80 ตัวหลัง หมายถึง คะแนนจากการทดสอบหลังเรียน (Post-Test) ของผู้เรียนทุกคนนำมาคำนวณหาค่าร้อยละเฉลี่ย ก็จะได้ค่าทั้งสองเพื่อนำไปเปรียบเทียบกับเกณฑ์มาตรฐานต่อไป

หลังการทดลอง คำนวณหาประสิทธิภาพแล้วปรับปรุงแก้ไข ผลลัพธ์ที่ได้ควรจะใกล้เคียงกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ต่ำกว่าเกณฑ์ได้ไม่เกิน 2.5 %

2. การประเมินโดยไม่ต้องตั้งเกณฑ์ไว้ล่วงหน้า เป็นการประเมินประสิทธิภาพของสื่อเพื่อการเปรียบเทียบผลการสอบของผู้เรียน ภายหลังจากที่เรียนจากสื่อชิ้นนั้นแล้ว (Post-Test) ว่าสูงกว่าผลการสอบก่อนเรียน (Pre-Test) อย่างมีนัยสำคัญหรือไม่ หากผลการเปรียบเทียบพบว่าผู้เรียนได้คะแนนสอบหลังเรียนสูงกว่าคะแนนสอบก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญก็แสดงว่าสื่อชิ้นนั้นมีประสิทธิภาพ

จากวิธีการทดลองหาประสิทธิภาพของสื่อที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงได้นำมาเป็นที่แนวทางในการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นในครั้งนี้ เพื่อให้ได้ชุดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ดังนี้

80 ตัวแรก เป็นคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดทักษะระหว่างศึกษาในแต่ละกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละชุดการเรียนรู้ โดยคิดได้เป็นร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

80 ตัวหลัง เป็นคะแนนจากการทำแบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้ในแต่ละชุด โดยคิดได้เป็นร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

หลังการทดลอง คำนวณหาประสิทธิภาพแล้วปรับปรุงแก้ไข ผลลัพธ์ที่ได้ควรจะใกล้เคียงกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ต่ำกว่าเกณฑ์ได้ไม่เกิน 2.5 %

3.7 การใช้ชุดการเรียนรู้

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525: 192) ได้เสนอแนะว่าการใช้ชุดการเรียนรู้จะประสบผลสำเร็จก็ต่อเมื่อได้มีการจัดสภาพแวดล้อมของห้องเรียนที่เอื้ออำนวยต่อการเรียนรู้ ดังต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแท้จริง
2. ให้นักเรียนมีโอกาสทราบผลการกระทำทันทีจากกิจกรรมการเรียนการสอน
3. มีการเสริมแรงนักเรียนจากประสบการณ์ที่เป็นความสำเร็จอย่างถูกจุดตามขั้นตอนของการเรียนรู้
4. คอยชี้แนะแนวทางตามขั้นตอนในการเรียนรู้ตามทิศทางที่ครูได้วิเคราะห์และกำหนดความสามารถ

พื้นฐานของนักเรียน

รุ่งทิพา จักรกร (2527: 91 - 92) กล่าวว่า การนำชุดการเรียนรู้ไปใช้มีขั้นตอนดังนี้ คือ

1. การทดสอบก่อนเรียน เพื่อดูพฤติกรรมเบื้องต้นอันเป็นพื้นฐานการเรียนรู้ของผู้เรียน
2. ชี้นำเข้าสู่บทเรียน เนื่องจากการนำเข้าสู่บทเรียนเป็นกาสร้างแรงจูงใจให้ผู้เรียนกระตือรือร้น มีความต้องการที่จะเรียน ซึ่งขึ้นอยู่กับเทคนิคของผู้สอนด้วย ในการที่จะนำเข้าสู่บทเรียนให้เข้าใจ
3. ขั้นประกอบกิจกรรม ครูต้องอธิบายให้นักเรียนเข้าใจในการทำกิจกรรมก่อนลงมือทำการสอน

4. สรุบทเรียน ครูนำในการสรุบทเรียน ซึ่งอาจทำได้โดยการถามหรือให้นักเรียนเล่าสรุปความเข้าใจหรือทำกิจกรรมอื่นที่ทำให้แน่ใจว่านักเรียนรู้มโนคติหรือหลักการตามที่กำหนด

5. ประเมินผลการเรียน โดยทำข้อสอบอีกครั้งหนึ่ง เพื่อประเมินดูว่านักเรียนบรรลุตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้หรือไม่ เพื่อจะได้ปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนในกรณีที่ไม่ผ่านจุดประสงค์ที่กำหนดข้อใดข้อหนึ่ง ถ้านักเรียนผ่านจุดประสงค์หมดทุกข้อก็ให้เรียนก้าวหน้าต่อไป

จากที่นักการศึกษากล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การใช้ชุดการเรียน ครูผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ บทบาทของครูจะเป็นเพียงผู้คอยชี้แนะให้ความช่วยเหลือให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์ที่วางไว้ ซึ่งจะต้องใช้หลักทางจิตวิทยาควบคู่ไปพร้อมกับการสอน ในการนำชุดการเรียนไปใช้นั้น ควรมีการทดสอบก่อนเรียนเพื่อครูผู้สอนจะได้ทราบพื้นฐานความรู้ของผู้เรียนว่าอยู่ในระดับใด แล้วจึงดำเนินการไปตามลำดับขั้นของการสอนซึ่งในตอนท้ายควรมีการประเมินผลเพื่อให้ทราบความก้าวหน้าของนักเรียนว่ามีมากน้อยเพียงใด หรือมีสิ่งใดที่ต้องปรับปรุงแก้ไขในการจัดการเรียนการสอน

3.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียน

เพื่อประโยชน์ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาค้นคว้างานวิจัยที่เกี่ยวกับการนำชุดการเรียน ชุดการเรียนการสอน หรือชุดกิจกรรม ดังได้มีผู้วิจัยไว้ดังต่อไปนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

วีวาส (Vivas. 1985: 603) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการออกแบบพัฒนาและประเมินค่าของการรับรู้ทางความคิดของนักเรียนเกรด 1 ในประเทศเวเนซุเอลา โดยใช้ชุดการสอนจากการศึกษาเกี่ยวกับความเข้าใจในการพัฒนาทักษะทั้ง 5 ด้าน คือ ด้านความคิด ด้านความพร้อมในการเรียน ด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ด้านเชาวน์ปัญญา และด้านการปรับตัวทางสังคม ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอน มีความสามารถเพิ่มขึ้นในด้านความคิด ด้านความพร้อมในการเรียน ด้านความคิดสร้างสรรค์ ด้านเชาวน์ปัญญาและด้านการปรับตัวทางสังคม หลังจากได้รับการสอนด้วยชุดการสอนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

วิลสัน (Wilson. 1989: 416) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการวิเคราะห์ผลการใช้ชุดการสอนของครูเพื่อแก้ปัญหาในการเรียนของเด็กเรียนช้าด้านคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวก การลบ ผลการวิจัยพบว่า ครูผู้สอนยอมรับว่าการใช้ชุดการสอนมีผลดีมากกว่าการสอนตามปกติ อันเป็นวิธีการหนึ่งที่ช่วยให้ครูสามารถแก้ปัญหาการสอนที่อยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์สำหรับเด็กเรียนช้า

ฮัลเลย์ (Hulley. 1998: Online) ได้ทำการวิจัยชุดการเรียนแบบบูรณาการทางวิทยาศาสตร์และการเรียนการสอนทางสังคมของนักเรียนเกรด 5 โดยบูรณาการวิชาสังคมศึกษา และวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ ซึ่งครูผู้สอนเป็นผู้ออกแบบชุดการเรียนแบบบูรณาการให้นักเรียนมีความสามารถทั้ง 15 ข้อ ตามองค์กรทางการศึกษา

หลักสูตรแห่งรัฐมิสซิสซิปปี และมีความสอดคล้องกับมาตรฐาน 3 ข้อของมาตรฐานการศึกษาวิทยาศาสตร์แห่งชาติ คือ 1) วิทยาศาสตร์กับเทคโนโลยี 2) วิทยาศาสตร์กับบุคคลและมุมมองทางสังคม 3) ประวัติศาสตร์และธรรมชาติของวิทยาศาสตร์ โดยมีการจัดทำออกเป็น 3 บทเรียน และแผนการเรียน 45 แผน ในแต่ละแผนจะประกอบด้วย วัตถุประสงค์ สาระการเรียนรู้ วิธีการปฏิบัติกิจกรรม และการประเมินผล โดยครูผู้สอนจะเป็นผู้สนับสนุนในการเรียน ในแต่ละแผนการเรียนให้สอดคล้องกันกับหลักสูตรของโรงเรียน ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัยในครั้งนี้จะทำให้ครูผู้สอนสามารถสร้างชุดการเรียนรู้แบบบูรณาการทางวิทยาศาสตร์และการเรียนการสอนทางสังคม และดำเนินการจัดทำหลักสูตรในโรงเรียนของตนเองได้

เฮิร์บสท์ (Herbst, 2004: Online) ได้ศึกษาการสร้างหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานที่เหมาะสมสำหรับนักเรียนที่มีความผิดปกติทางอารมณ์และพฤติกรรม จุดมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ คือ 1) เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดการเรียนรู้ที่เหมาะสมสำหรับนักเรียนที่มีความผิดปกติทางอารมณ์และพฤติกรรม 2) เพื่อศึกษาเจตคติของนักเรียนที่มีความผิดปกติทางอารมณ์และพฤติกรรมที่มีต่อการเรียนแบบมีส่วนร่วม 3) เพื่อศึกษาเจตคติของครูที่มีต่อวิธีการแก้สมการของนักเรียน ครูผู้เชี่ยวชาญพิเศษ 3 คน และครูทั่วไป 9 คน จากโรงเรียนระดับประถมศึกษา 3 โรงเรียน และนักเรียนในเกรด 3 จำนวน 10 คน ในจำนวนนี้มีนักเรียน 5 คน เป็นนักเรียนที่มีความสามารถในการควบคุมอารมณ์ด้วยตนเองและมีวิธีการแก้สมการในระดับที่เหมาะสม ชุดการเรียนรู้ที่นำมาใช้มีวิธีการสอนแบบทางตรง ซึ่งเปิดโอกาสให้นักเรียนมีการโต้ตอบอย่างต่อเนื่อง มีการเสริมแรง การวัดผล นักเรียนได้เรียนรู้สาระและพฤติกรรมจากจอมอนิเตอร์ และครูจะสังเกตการแสดงผลของนักเรียนผ่านทางจอมอนิเตอร์ ผลการศึกษาพบว่า 1) นักเรียนที่มีความผิดปกติทางอารมณ์และพฤติกรรมทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่านักเรียนปกติ 2) นักเรียนที่มีความผิดปกติทางอารมณ์และพฤติกรรมมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนการสอนแบบมีส่วนร่วม 3) ครูมีเจตคติที่ดีต่อวิธีการแก้สมการของนักเรียน

งานวิจัยในประเทศ

สุภาภรณ์ ทิพย์สุวรรณ (2543: 61-64) ได้ศึกษาพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบเรียนเป็นคู่ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความรับผิดชอบในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบเรียนเป็นคู่ และเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความรับผิดชอบในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้แบบเรียนเป็นคู่ กับการสอนตามคู่มือครู ผลการศึกษาพบว่า ชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้แบบเรียนเป็นคู่สูงกว่าการสอนตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความรับผิดชอบในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้แบบเรียนเป็นคู่สูงกว่าการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุภาพร บุญหนัก (2544: 72-78) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาชุดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์และศึกษาความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 โรงเรียนวัดนวลนรดิศ เขตภาษีเจริญ กรุงเทพมหานคร จำนวน 3 ห้องเรียน รวม 148 คน ที่ได้มาโดยการสุ่มอย่างง่าย ผลการวิจัยพบว่าชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีแก้ปัญหาเรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีแก้ปัญหาเรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุวรรณมาลี นาคเสน (2544: 87-97) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการสอน Group Investigation เรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการสอน Group Investigation เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์มาตรฐาน 80/80 เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง ใช้ชุดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และศึกษาความคิดเห็นของครูผู้สอนหลังการใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องวงกลม โดยใช้รูปแบบการสอน Group Investigation กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 โรงเรียนหนองแค “สริกิจพิทยา” อำเภอหนองแค จังหวัดสระบุรี โดยการสุ่มอย่างง่าย 4 ห้องเรียน จำนวน 160 คน ครูผู้สอนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนหนองแค “สริกิจพิทยา” อำเภอหนองแค จังหวัดสระบุรี จำนวน 3 คน ผลการวิจัยพบว่า การเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ Group Investigation มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์มาตรฐาน 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการสอน Group Investigation สูงกว่าก่อนได้รับการสอน โดยใช้รูปแบบการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความคิดเห็นของครูผู้สอนภายหลังใช้ชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอน Group Investigation อยู่ในระดับความคิดเห็น เห็นด้วยอย่างยิ่ง

พรชนก ช่วยสุข (2545: 100-105) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้เทคนิค TAI (TEAM ASSISTED INDIVIDUALIZATION) เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดคำนวณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้เทคนิค TAI เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดคำนวณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้ และศึกษาความคิดเห็นของนักเรียน หลังการใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้เทคนิค TAI เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดคำนวณ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา

ปีที่ 1 โรงเรียนสอาดเผดิมวิทยา จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 44 คน ผลการศึกษาพบว่าชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้เทคนิค TAI เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดคำนวณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนหลังการใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ อยู่ในระดับ เห็นด้วยอย่างยิ่ง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วัชร ชันเชื้อ (2545: 123-128) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยกระบวนการกลุ่มเพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยกระบวนการกลุ่มเพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถทางการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนพิบูลวิทยาลัย อำเภอเมือง จังหวัดลพบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 44 คน ผลการศึกษาพบว่าชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยใช้กระบวนการกลุ่ม เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการพูดและการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยใช้กระบวนการกลุ่ม เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสาร นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ร้อยละ 70

พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล (2547: 91-94) ได้ศึกษาพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง คณิตศาสตร์เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งวัดจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนวัดสุทธิวราชม แขวงยานนาวา เขตสาทร กรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 44 คน ผลการศึกษาพบว่าชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 90.32/90.20 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการพูดและการเขียน ภายหลังจากการเรียนด้วยชุดการเรียนรู้ เรื่อง

เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ปรากฏว่านักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยเฉลี่ยร้อยละ 79.94

สิริมา สารพล (2547: 117-125) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยใช้ตัวแทน (Representations) เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยใช้ตัวแทน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและพัฒนาศักยภาพของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยใช้ตัวแทนกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสตรีศรีสุริยา อำเภอเมือง จังหวัดศรีสะเกษ จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 50 คน ผลการศึกษาพบว่าชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยใช้ตัวแทนมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีประสิทธิภาพ 87.94/85.01 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สูงกว่าได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยใช้ตัวแทนมีพัฒนาการของความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

จากการศึกษาเอกสารงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น แสดงให้เห็นได้ว่าการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ชุดการเรียนมีผลทำให้ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นอีกทั้งยังส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความรับผิดชอบ มีกระบวนการคิดอย่างมีเหตุผล และชุดการเรียนยังเป็นเครื่องมือที่ช่วยครูในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพ

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

4.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

กู๊ด (Good. 1973: 7) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า หมายถึง การเข้าถึงความรู้ (Knowledge Attained) หรือการพัฒนาทักษะในการเรียน ซึ่งอาจพิจารณาจากคะแนนสอบที่กำหนดให้ คะแนนที่ได้จากงานที่ครูมอบหมายให้หรือทั้งสองอย่าง

วิลสัน (Wilson. 1971: 643-696) ได้แบ่งพฤติกรรมการเรียนรู้ที่พึงประสงค์ในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาออกเป็น 2 ด้าน

1. พฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย หรือความรู้และความคิด (Cognitive Domain)
2. พฤติกรรมด้านจิตพิสัย หรือด้านความรู้สึก (Affective Domain)

สำหรับพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางด้านพุทธิพิสัย (Cognitive Domain) ได้แบ่งพฤติกรรมตามกรอบแนวคิดของบลูม (Bloom's Taxonomy) ๖ 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ ความจำ ด้านการคิดคำนวณ (Computation)

พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุด แบ่งออกเป็น 3 ชั้น ดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นความสามารถที่ระลึกถึงข้อเท็จจริงต่างๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามจะเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สะสมมาเป็นระยะเวลานาน

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่างๆ ได้โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้แต่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ ต้องเป็นโจทย์ง่ายคล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension)

เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนมากขึ้น แบ่งได้เป็น 6 ชั้น ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concept) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคติเป็นนามธรรมซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่างๆ ต่างอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้น สามารถทำได้โดยใช้คำพูดของตนเองหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้โดยเขียนในรูปใหม่ หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียน มิฉะนั้นจะเป็นเพียงการวัดความจำเท่านั้น

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principle and Generalization) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหา ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรก อาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปอีกรูปแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements From One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความ

ใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นรูปสมการ ซึ่งมีความหมายคงเดิมโดยไม่รวมถึงกระบวนการคิดคำนวณ (Algorithms) หลังจากแปลแล้วอาจกล่าวได้ว่า เป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่วไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Mathematics Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่นๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application)

เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ระหว่างเรียนหรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนเลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้ไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ชั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องการอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่หรือต้องการแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วนๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns, Isomorphisms, and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งคุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาให้พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis)

เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็น โจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าว ต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมา รวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหาพฤติกรรมในระดับนี้ถือว่า เป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการ เรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งออกเป็น 5 ชั้น คือ

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine Problems) คำถามในชั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัย ความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจ มโนคติ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็น ความสามารถในการจัดส่วนต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา แทน การจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้ว มาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถในการพิสูจน์ โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนจะต้องอาศัยนิยามทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วมาช่วยในการแก้ปัญหา

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) ความสามารถในการ ใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่ความสามารถในการวิจารณ์เป็นพฤติกรรมที่ยุ่ยาก ซับซ้อนกว่า ความสามารถในการให้ให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใด ผิดพลาดไปจากมโนคติ หลักการ กฎ นิยามหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.5 ความสามารถเกี่ยวกับการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to Formulate and Validate Generalization) นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องเดิมและต้อง สมเหตุสมผลด้วย นั่นคือการถามให้หาและพิสูจน์ประโยคทางคณิตศาสตร์ หรืออาจถามให้นักเรียนสร้างกระบวนการ คิดคำนวณใหม่ พร้อมทั้งแสดงการใช้กระบวนการนั้น

จากความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่นักการศึกษาได้กล่าวมาข้างต้นแสดงให้เห็นว่าผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เป็นเกณฑ์อย่างหนึ่งที่ใช้ในการประเมินประสิทธิภาพในการเรียนการสอน ซึ่งผู้วิจัยได้ ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือ จึงกล่าวได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จากการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือ หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 จากการเรียนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ซึ่ง ประเมินได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้และความคิด (Cognitive Domain) ดังที่วิลสัน (Wilson, 1971: 643-685) จำแนกไว้ 4 ระดับ สรุปได้ ดังนี้

1. ความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ (Computation) ในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์ นิยาม และ การใช้กระบวนการคิดคำนวณ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เกี่ยวกับกับมโนคติหลักการ กฎ การสรุป อ้างอิง และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปยังอีกแบบหนึ่ง การติดตามแนวของเหตุผล การอ่าน และตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. การนำไปใช้ (Application) ประกอบด้วยความสามารถในการแก้ปัญหาที่ประกอบอยู่ระหว่างเรียน ความสามารถในการเปรียบเทียบ ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูลและการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนและสมมาตรกัน

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัด แต่อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาที่เรียน การค้นหาความสัมพันธ์ การพิสูจน์ การวิจารณ์การพิสูจน์ การสร้างและการทดสอบสูตร

4.2 ปัจจัยและองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เพรสคอตต์ (Prescott, 1961: 14 - 16) ได้ใช้ความรู้ทางชีววิทยา สังคมวิทยา จิตวิทยา และการแพทย์ ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนของนักเรียน และสรุปผลการศึกษาว່ว่าองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียนมีดังนี้

1. องค์ประกอบทางด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพทางกาย ข้อบกพร่องทางร่างกายและบุคลิกท่าทาง
2. องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ของบิดามารดา ความสัมพันธ์ของบิดามารดากับลูก ความสัมพันธ์ระหว่างลูกๆ ด้วยกัน และความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกทั้งหมดในครอบครัว
3. องค์ประกอบทางวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณีความเป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อมทางบ้าน การอบรมทางบ้าน และฐานะทางบ้าน
4. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของนักเรียนกับเพื่อนวัยเดียวกัน ทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน
5. องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สติปัญญา ความสนใจ เจตคติของนักเรียนต่อการเรียน
6. องค์ประกอบทางการปรับตัว ได้แก่ ปัญหาการปรับตัว การแสดงออกทางอารมณ์

ชญาธิษฐ์ พุกเถื่อน (2536: 16 - 17) พบว่า ปัจจัยที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้นมีองค์ประกอบมากมายหลายลักษณะดังต่อไปนี้ คือ

1. ด้านคุณลักษณะในการจัดระบบในโรงเรียนจะประกอบด้วย ขนาดโรงเรียนอัตราส่วนนักเรียนต่อครู อัตราส่วนนักเรียนต่อห้องเรียน และระยะทางจากโรงเรียนถึงสำนักงานการประถมศึกษาอำเภอ/กิ่งอำเภอ
2. ด้านคุณลักษณะของครู จะประกอบด้วย อายุ วุฒิครู ประสบการณ์ของครู การฝึกอบรมของครู จำนวนวันลาของครู จำนวนคาบที่สอนในหนึ่งสัปดาห์ ความเอาใจใส่ต่อหน้าที่ที่ตนคติเกี่ยวกับนักเรียน ฯลฯ
3. ด้านคุณลักษณะของนักเรียน เช่น เพศ อายุ สติปัญญา การเรียนพิเศษ การได้รับความช่วยเหลือเกี่ยวกับการเรียน สมาชิกในครอบครัว ความเอาใจใส่ในการเรียน ทักษะเกี่ยวกับการเรียนการสอน การขาดเรียน การเข้าร่วมกิจกรรมที่ทางโรงเรียนจัดขึ้น ฯลฯ

4. ด้านภูมิหลังทางเศรษฐกิจ สังคม และสิ่งแวดล้อมของนักเรียน ซึ่งประกอบด้วยขนาดครอบครัว ภาษาที่พูดในบ้าน ถิ่นที่ตั้งบ้าน การมีสื่อทางการศึกษาต่างๆ ระดับการศึกษาของบิดามารดา ฯลฯ

จากองค์ประกอบของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่นักการศึกษาได้กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่ามีปัจจัยหลายสิ่งที่มีผลกระทบต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งในด้านสิ่งแวดล้อมและในด้านตัวของนักเรียนเอง เนื่องจากนักเรียนจะเกิดเรียนรู้ได้ดีหรือไม่ขึ้นอยู่กับสิ่งทำให้เกิดผลโดยตรงนั่นคือ วิธีการจัดการเรียนการสอนของครู

4.3 แนวทางการประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สำนักงานเขตและพัฒนามาตรฐานการศึกษา (2545: 111-128) กล่าวว่า การประเมินผู้เรียนในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 มีเป้าหมายที่สำคัญ คือ เพื่อนำผลการประเมินไปพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุมาตรฐานการเรียนรู้และปรับปรุงแก้ไขกระบวนการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพ รวมทั้งใช้ในการพิจารณาตัดสินผลการเรียนรู้ของผู้เรียน ดังนั้นเพื่อให้ได้ผลการประเมินผู้เรียนมาดำเนินการตามเป้าหมายที่สำคัญดังกล่าว ครูผู้สอนควรได้ดำเนินการเกี่ยวกับการประเมินผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การประเมินผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายข้อกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

การประเมินผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เป็นการประเมินในระดับชั้นเรียน มุ่งตรวจสอบพัฒนาของผู้เรียนว่าบรรลุผลตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังในแผนการเรียนรู้ที่ครูได้วางแผนไว้หรือไม่ ดังนั้นในการจัดทำแผนการเรียนรู้ผู้สอนจะต้องระบุมาระงานที่จะทำให้ผู้เรียนบรรลุผลตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง แล้วประเมินชิ้นงาน/ภาระงานของผู้เรียนด้วยวิธีการและเครื่องมือที่หลากหลาย สอดคล้องกับภาระงานหรือกิจกรรมที่ผู้เรียนได้ปฏิบัติ จากนั้นจึงนำผลการประเมินเก็บสะสมไว้เพื่อสรุป และตัดสินให้ผ่านผลการเรียนรู้ที่คาดหวังในแต่ละข้อ ซึ่งลำดับขั้นตอนการสะสมผลการประเมินดังนี้

1.1 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังกับมาตรฐานช่วงชั้น

การประเมินผลระดับสถานศึกษา เป็นการประเมินผลการเรียนและพัฒนาการของผู้เรียน และเมื่อสิ้นสุดช่วงชั้น ต้องนำผลไปใช้เป็นข้อมูลในการปรับปรุงผู้เรียนให้มีคุณภาพตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น รวมทั้งรวมผลการประเมินไปพิจารณาตัดสินผลการเรียนของผู้เรียนรายวิชา ตัดสินการเลื่อนช่วงชั้นและการเทียบโอนการเรียน เมื่อมีการย้ายโอนสถานศึกษาผู้สอนจึงควรวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยการเรียนรู้ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังกับมาตรฐานช่วงชั้น

1.2 กำหนดเกณฑ์การประเมินผ่านผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายข้อ

การกำหนดเกณฑ์การประเมินการผ่านผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายข้อให้อยู่ในดุลพินิจของโรงเรียน โดยพิจารณาว่าผลที่คาดหวังแต่ละข้อมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กี่ครั้ง และมีการวัดผลกี่ครั้ง แล้วนำผลจากการวัดผลนั้นมาพิจารณากำหนดเกณฑ์เพื่อประเมินผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของผู้เรียนให้ได้คุณภาพตามที่สถานศึกษาต้องการ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง การบันทึกคะแนนการประเมินผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายข้อเป็น “ระดับคุณภาพ”

ตาราง 1 แบบบันทึกการประเมินผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายข้อ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ชั้นประถมศึกษาปีที่
หน่วยการเรียนรู้ที่ เรื่อง

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ข้อ 1. ข้อ 2.
ข้อ 3. ข้อ 4.

เลขที่	ชื่อ-สกุล	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายข้อ														
		ข้อ 1					ข้อ 2					ข้อ 3				
		ครั้งที่ 1 (10)	ครั้งที่ 2 (10)	ครั้งที่ 3 (10)	รวม (30)	ระดับ คุณภาพ	ครั้งที่ 1 (10)	ครั้งที่ 2 (10)	ครั้งที่ 3 (10)	รวม (30)	ระดับ คุณภาพ	ครั้งที่ 1 (10)	ครั้งที่ 2 (10)	ครั้งที่ 3 (10)	รวม ...	ระดับ คุณภาพ
1	ด.ช.	8	8	8	24	2	6	6	5	17	1	5	5	4	14	0
2																

ที่มา : สำนักเทคโนโลยีและพัฒนามาตรฐานการศึกษา. (2545). แนวทางการวัดและประเมินผลในชั้นเรียนกลุ่มสาระ
การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. : 117.

1.3 จัดทำแบบสรุปผลการประเมินการเรียนรู้ที่คาดหวังรายข้อ

1.4 ดำเนินการจัดกิจกรรมตามแผนการจัดการเรียนรู้แล้วประเมินผลหลังจากสอนจบตามแผนการ
จัดการเรียนรู้แต่ละแผน และเก็บสะสมข้อมูล

1.5 ซ้อมเสริมนักเรียนที่ประเมินไม่ผ่านผลการเรียนรู้ที่คาดหวังในแต่ละข้อจนสามารถผ่านเกณฑ์
การประเมิน

1.6 ตรวจสอบและสรุปผลการประเมินการผ่านผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายข้อของนักเรียนแต่ละคน
เมื่อสิ้นภาคเรียน/ปีการศึกษา

1.7 ตรวจสอบและสรุปการผ่านผลการเรียนรู้ที่คาดหวังทั้ง 6 สาระ

2. การประเมินเพื่อสรุปผลการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์รายปี

2.1 กำหนดสัดส่วนคะแนนระหว่างเรียนกับคะแนนปลายภาค/ปลายปี

ให้สถานศึกษากำหนดสัดส่วนคะแนนระหว่างเรียนกับคะแนนปลายภาค/ปลายปี โดยให้มีคะแนนระหว่างเรียนมากกว่าคะแนนปลายภาค/ปลายปี เช่น 60 กับ 40 หรือ 70 กับ 30 หรือ 80 กับ 20

คะแนนระหว่างเรียน เป็นคะแนนที่ได้จากการประเมินให้ครอบคลุมผลการเรียนรู้ที่คาดหวังทั้งหมดด้วยวิธีการวัดที่หลากหลาย โดยประเมินไปพร้อมกับการจัดกระบวนการเรียนการสอน ซึ่งผู้สอนอาจนำคะแนนมาจากแบบบันทึกการประเมินผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายข้อ

คะแนนปลายภาคเรียน/ปลายปี เป็นคะแนนที่ได้จากการนำผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปีที่สำคัญมาจัดทำเครื่องมือวัดปลายภาค/ปลายปี

2.2 กำหนดเกณฑ์การตัดสินผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้รายปี

สถานศึกษาอาจกำหนดเกณฑ์การตัดสินดังนี้

กรณีที่ 1 ตัดสิน “ได้-ตก” หรือ “ผ่าน-ไม่ผ่าน” โดยคิดจากร้อยละของคะแนนเต็ม เช่น ตัดสิน “ได้” หรือ “ผ่าน” เมื่อได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็มขึ้นไป และตัดสิน “ตก” หรือ “ไม่ผ่าน” เมื่อได้คะแนนต่ำกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม

กรณีที่ 2 ตัดสินผลการเรียนเป็นระดับคุณภาพ 5 ระดับ คือ 4,3,2,1 และ 0 โดยคิดจากร้อยละของคะแนนเต็ม เช่น

ได้ร้อยละ 80 -100 ได้ระดับคุณภาพ 4 หมายถึง ดีมาก

ได้ร้อยละ 70 - 79 ได้ระดับคุณภาพ 3 หมายถึง ดี

ได้ร้อยละ 60 - 69 ได้ระดับคุณภาพ 2 หมายถึง พอใช้

ได้ร้อยละ 50 - 59 ได้ระดับคุณภาพ 1 หมายถึง ผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ

ได้ร้อยละต่ำกว่า 50 ได้ระดับคุณภาพ 0 หมายถึง ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ

2.3 กำหนดและสร้างเครื่องมือประเมินผลปลายภาคเรียน/ปลายปีของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สร้างแบบสรุปผลเพื่อตัดสินผลการเรียนรู้กลุ่มสาระ ให้ผู้สอนกำหนดวิธีและสร้างเครื่องมือวัดผลปลายปีให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปีเฉพาะที่สำคัญ

2.4 เก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อสรุปและตัดสินผลการเรียนรู้รายปี

เมื่อผู้สอนวัดผลปลายภาค/ปลายปีแล้วให้นำคะแนนระหว่างเรียนและคะแนนปลายภาค/ปลายปี มาสรุปเพื่อตัดสินผลการเรียนปลายภาค/ปลายปี ลงในแบบบันทึกคะแนนสรุปผลการเรียนปลายภาค/ปลายปี ดังตัวอย่างที่ 1-2

ตัวอย่างที่ 1 แบบบันทึกคะแนนการตัดสินผลการเรียนรู้รายปี

แบบที่ 1 ประเมินทั้งสองภาคเรียน

ตาราง 2 แบบบันทึกคะแนนการตัดสินผลการเรียนรู้รายปีกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่...

เลขที่	ชื่อ-สกุล	ภาคเรียนที่ 1			ภาคเรียนที่ 2			ภาคเรียนที่ 3		
		คะแนน ระหว่าง เรียน (60)	คะแนน ปลาย ภาค (40)	รวม (100)	คะแนน ระหว่าง เรียน (60)	คะแนน ปลาย ภาค (40)	รวม (100)	รวม (100)	เฉลี่ย (100)	ตัดสิน ผลการ เรียน
1										
2										

แบบที่ 2 ประเมินปลายปี

ตาราง 3 แบบบันทึกคะแนนการตัดสินผลการเรียนรู้รายปีกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่...

เลขที่	ชื่อ-สกุล	คะแนนเก็บระหว่างเรียนตลอดปี							คะแนนปลายปี (40)	รวม (100)	ตัดสิน ผลการเรียน	หมายเหตุ
		ครั้งที่1	ครั้งที่2	ครั้งที่3	ครั้งที่4		รวม	เฉลี่ย (100)				

ที่มา : สำนักเทคโนโลยีและพัฒนามาตรฐานการศึกษา. (2545). แนวทางการวัดและประเมินผลในชั้นเรียนกลุ่มสาระ

การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. : 127-128.

หมายเหตุ คะแนนเก็บระหว่างเรียนแต่ละครั้งขึ้นอยู่กับดุลพินิจของครูผู้สอน

3. การประเมินเพื่อตัดสินผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นช่วงชั้น
ในการประเมินเพื่อตัดสินผลการเรียนรู้ช่วงชั้นดำเนินการ ดังนี้
 1. กำหนดเกณฑ์การให้ระดับผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 2. สร้างเครื่องมือประเมินผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ประจำช่วงชั้น
 3. ตรวจสอบผลการผ่านมาตรฐานกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทุกข้อ เมื่อครบ 3 ปี
 4. สรุปผลและตัดสินผลการเรียนและให้ระดับผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านช่วงชั้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า แนวทางการประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 ครูผู้สอนจะต้องประเมินผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายข้อ ประเมินเพื่อสรุปผลการเรียนรายปี และประเมินเพื่อตัดสินผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้เป็นช่วงชั้น เพื่อนำผลการประเมินที่ได้ไปพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุตามเกณฑ์มาตรฐานการเรียนรู้ อีกทั้งยังเป็นการประเมินกระบวนการจัดการเรียนการสอนว่าประสบผลสำเร็จมากน้อยเพียงใดและควรปรับปรุงแก้ไขกระบวนการจัดการเรียนการสอนในสาระการเรียนรู้เรื่องใด ซึ่งจะมีผลทำให้การจัดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สายวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนบ้านนา “นายกพิทยากร” ตำบลบ้านนา อำเภอบ้านนา จังหวัดนครนายก จำนวน 2 ห้องเรียน รวมจำนวนนักเรียน 92 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนบ้านนานายก “นายกพิทยากร” ตำบลบ้านนา อำเภอบ้านนา จังหวัดนครนายก จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 44 คน โดยมีขั้นตอนการเลือกกลุ่มตัวอย่างดังนี้

1. เลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้วิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random sampling) ซึ่งได้มาจากประชากรนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สายวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ที่มีความสามารถแตกต่างกันซึ่งทางโรงเรียนมีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถทั้งหมด 2 ห้องเรียน แล้วเลือกกลุ่มตัวอย่างมา 1 ห้องเรียน โดยใช้วิธีการจับสลาก

2. นำกลุ่มตัวอย่างที่สุ่มได้มาจัดกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน ตามระดับความสามารถสูง ปานกลาง ต่ำเป็นสัดส่วน 1 : 2 : 1 โดยใช้ผลการสอบภาคเรียนที่ 1 วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2548 ดังที่ชาวล แพรัตกุล (2516 : 374 - 377) เสนอเกณฑ์ไว้ดังนี้

ระดับความสามารถสูง คือ นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75 ขึ้นไป

ระดับความสามารถปานกลาง คือ นักเรียนที่ได้คะแนนระหว่างเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 – 75

ระดับความสามารถต่ำ คือ นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 ลงมา

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 ใช้เวลาในการทดลอง 19 คาบ คาบละ 60 นาที โดยทดลองสอน 16 คาบ ทดสอบ 3 คาบ คือ ทดสอบก่อนเรียน 90 นาที และหลังเรียน 90 นาที

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้เป็นเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ซึ่งประกอบด้วย

- | | |
|-----------------------|-------|
| 1. กราฟ | 3 คาบ |
| 2. ดีกรีของจุด | 3 คาบ |
| 3. แนวเดิน | 2 คาบ |
| 4. กราฟออยเลอร์ | 3 คาบ |
| 5. การประยุกต์ของกราฟ | 5 คาบ |

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น
2. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น
3. แบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้
4. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

รายละเอียดในการสร้างและพัฒนาเครื่องมือ มีดังนี้

1. ขั้นตอนการสร้างแผนการจัดการการเรียนรู้โดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4

1.1 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

1.2 ศึกษาสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 2 เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เกี่ยวกับ จุดประสงค์การเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี สาระการเรียนรู้ และศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง

1.3 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือแบบ STAD, TGT และ NHT

1.4 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

1.5 วิเคราะห์สาระการเรียนรู้ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น เพื่อกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ที่มีความสอดคล้องกับการเรียนแบบร่วมมือแบบ STAD, TGT, NHT และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

1.6 กำหนดสถานการณ์ปัญหาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในเรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

1.7 กำหนดรูปแบบของแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ระดับช่วงชั้นที่ 4 ซึ่งประกอบด้วย

1.7.1 จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1) ด้านความรู้
- 2) ด้านทักษะ / กระบวนการ
- 3) ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1.7.2 สาระการเรียนรู้

1.7.3 กิจกรรมการเรียนรู้

- 1) ขั้นเตรียม เป็นการเตรียมความพร้อมในการเรียนซึ่งได้แก่ การจัดกลุ่มนักเรียน ชี้แจงวัตถุประสงค์การเรียนรู้ การแนะนำบทบาทหน้าที่ของสมาชิกทุกคนในกลุ่ม
- 2) ขั้นสอน เป็นขั้นที่ครูผู้สอนนำเสนอเนื้อหาและมอบหมายงานให้นักเรียนร่วมกันปฏิบัติ
- 3) ขั้นปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม เป็นขั้นที่นักเรียนได้ร่วมกันทำงานกลุ่มและทำหน้าที่ตามที่ได้รับมอบหมาย โดยมีการดำเนินกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือในเทคนิคที่เหมาะสม
- 4) ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ เป็นการตรวจสอบความถูกต้องของผลงานกลุ่มที่นักเรียนได้ร่วมกันทำ โดยครูอาจให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอธิบายผลงานในกลุ่มให้เพื่อน ๆ ฟัง จากนั้นจึงทำการทดสอบความรู้ของนักเรียนเป็นรายบุคคลแล้วเฉลี่ยเป็นคะแนนกลุ่มซึ่งจะเป็นคะแนนของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มด้วย
- 5) ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียน และประเมินผลการทำงานกลุ่ม โดยให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงกระบวนการทำงานและข้อบกพร่องและแนวทางการแก้ไขในการทำงานร่วมกัน

1.7.4 สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1.7.5 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1.7.6 บันทึกหลังการสอน

1.7.7 ข้อเสนอแนะ

1.8 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น โดยแบ่งบทเรียนออกเป็น 16 คาบ ตามตาราง 2 ดังนี้

ตาราง 4 การวิเคราะห์การเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค STAD, TGT และ NHT เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

คาบที่	หัวเรื่อง	ลักษณะเนื้อหา	เทคนิคที่ใช้
1	กราฟ (1)	- แผนภาพจำลอง และบทนิยามของกราฟ (Graph) - ลักษณะและตัวอย่างของกราฟ (Graph) - การจำลองสถานการณ์ต่าง ๆ ด้วยกราฟ (Graph)	STAD
2	กราฟ (2)	- บทนิยามของเส้นเชื่อม (parallel edges) และ วงวน (loop) - ลักษณะและตัวอย่างของกราฟที่มีเส้นเชื่อม (parallel edges) และ วงวน (loop) - บทนิยามของกราฟเชิงเดียว (simple graph) และ กราฟหลายเชิง (multigraph) - สถานการณ์ปัญหาของกราฟที่มีลักษณะ เส้นเชื่อม (parallel edges) และ วงวน (loop)	STAD
3	กราฟ (3)	- บทนิยามของจุดยอดประชิด (adjacent vertices) และเกิดกับ (incident) - ลักษณะและตัวอย่างของกราฟที่มีจุดยอดประชิด (adjacent vertices) และเกิดกับ (incident) - สถานการณ์ปัญหาของกราฟที่มีลักษณะ จุดยอดประชิด (adjacent vertices) และเกิดกับ (incident)	STAD
4	ดีกรีของจุด (1)	- บทนิยามของดีกรี (degree) - ตัวอย่างกราฟที่อธิบายลักษณะของดีกรี (degree) - ทฤษฎีบท 1	TGT

ตาราง 4

คาบที่	หัวเรื่อง	ลักษณะเนื้อหา	เทคนิคที่ใช้
5	ดีกรีของจุด (2)	- บทนิยามจุดยอดคู่ (even vertex) และจุดยอดคี่ (odd vertex) - ตัวอย่างกราฟที่มีจุดยอดคู่ (even vertex) และจุดยอดคี่ (odd vertex) - ทฤษฎีบท 2 - สถานการณ์ปัญหาที่มีการนำทฤษฎีบท 1 และทฤษฎีบท 2 ไปใช้	TGT
6	ดีกรีของจุด (3)	- เกมร่วมมือแข่งขัน (1) เพื่อทดสอบความเข้าใจ เรื่อง ดีกรีของจุดยอด	TGT
7	แฉกเดิน (1)	- บทนิยามของแฉกเดิน u-v (u-v walk) - ตัวอย่างกราฟที่อธิบายลักษณะของแฉกเดิน u-v (u-v walk) - สถานการณ์ปัญหาของกราฟที่มีการนำแฉกเดิน u-v (u-v walk) ของกราฟไปใช้	NHT
8	แฉกเดิน (2)	- บทนิยามของกราฟเชื่อมโยง (connected graph) - ตัวอย่างกราฟที่อธิบายลักษณะของกราฟเชื่อมโยง (connected graph)	NHT
9	กราฟออยเลอร์ (1)	- บทนิยามของวงจร (circuit) วงจรออยเลอร์ (Euler circuit) และกราฟออยเลอร์ (eulerian graph) - ตัวอย่างกราฟที่อธิบายลักษณะของกราฟออยเลอร์ (eulerian graph) - ขั้นตอนการสร้างวงจรออยเลอร์ - สถานการณ์ปัญหาของกราฟที่มีการนำกราฟออยเลอร์ (eulerian graph) ไปใช้	NHT

ตาราง 4

คาบที่	หัวเรื่อง	ลักษณะเนื้อหา	เทคนิคที่ใช้
10	กราฟออยเลอร์ (3)	- ทฤษฎีบท 3 - สถานการณ์ปัญหาที่ใช้ทฤษฎีบท ตรวจสอบลักษณะของกราฟออยเลอร์ - ปัญหาสะพานเคอนิกส์เบิร์ก(Konigsberg Bridge Problem) - การนำกราฟออยเลอร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา	NHT
11	การประยุกต์ของกราฟ (1)	- บทนิยามของวิถี (path) และ วิถีที่สั้นที่สุด (shortest path) - ตัวอย่างกราฟที่อธิบายลักษณะของวิถี (path) และ วิถีที่สั้นที่สุด(shortest path) - สถานการณ์ปัญหาของกราฟที่มีการนำวิถี (path) และวิถีที่สั้นที่สุด (shortest path) ของกราฟไปใช้	TGT
12	การประยุกต์ของกราฟ (2)	เกมร่วมมือแข่งขัน (2) เพื่อทดสอบความเข้าใจ เรื่อง วิถีที่สั้นที่สุด	TGT
13	การประยุกต์ของกราฟ (3)	- บทนิยามของวัฏจักร (cycle) และ ต้นไม้ (tree) - ตัวอย่างกราฟที่อธิบายลักษณะของวัฏจักร (cycle) และ ต้นไม้ (tree) - สถานการณ์ปัญหาของกราฟที่มีการนำวัฏจักร(cycle) และ ต้นไม้ (tree) ของกราฟไปใช้	NHT
14	การประยุกต์ของกราฟ (4)	- บทนิยามของกราฟย่อย (subgraph) - บทนิยามของต้นไม้แผ่ทั่ว (spanning tree) - บทนิยามของต้นไม้แผ่ทั่วที่น้อยที่สุด (minimal spanning tree) - สถานการณ์ปัญหาของกราฟที่มีการนำต้นไม้แผ่ทั่วที่น้อยที่สุด (minimal spanning tree)ของกราฟไปใช้	STAD

ตาราง 4

คาบที่	ชื่อเรื่อง	ลักษณะเนื้อหา	เทคนิคที่ใช้
15	การประยุกต์ของกราฟ (5)	ปัญหาการเชื่อมโยง - ตัวอย่าง ปัญหาการวางสายโทรศัพท์ - ตัวอย่าง ปัญหาการวางเส้นทางคมนาคม - ตัวอย่าง ปัญหาการระบายสี	STAD
16	การประยุกต์ของกราฟ (6)	- ตัวอย่าง ปัญหาความน่าจะเป็น - สถานการณ์ปัญหาความน่าจะเป็นที่นำกราฟไปใช้ - สถานการณ์ปัญหาของกราฟที่นำความน่าจะเป็นไปใช้	NHT

1.9 นำแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริมาณนิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญในการตรวจเครื่องมือจำนวน 3 ท่าน รองศาสตราจารย์ ดร. วนิดา เหมะกุล อาจารย์ประจำ สอ้านวงศ์ และอาจารย์พีระ นิมคัง เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของจุดประสงค์การเรียนรู้ สารการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้ ระยะเวลาและภาษาที่ใช้

1.10 ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ตามคำแนะนำของประธานและผู้เชี่ยวชาญการจัดการเรียนรู้ แล้วนำไปสร้างเป็นชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

2. ขั้นตอนการสร้างชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4

ขั้นที่ 1 ศึกษาเอกสารด้านวิชาการที่เกี่ยวข้อง

1. ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ของสถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ในกลุ่มสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง

2. วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ สารการเรียนรู้ ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 2 เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 และความสอดคล้องกันระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับการเรียนแบบร่วมมือและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

3. ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวกับชุดการเรียนรู้และหลักการ ทฤษฎีและจิตวิทยาที่นำมาใช้ในการสร้างชุดการเรียนรู้เพื่อเป็นแนวทางในการจัดทำชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4. จัดแบ่งสาระการเรียนรู้ในเรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ออกเป็นชุดการเรียนรู้ 5 ชุด ดังนี้

ชุดที่ 1 กราฟ

ชุดที่ 2 ดิกรีของจุด

ชุดที่ 3 แนวเดิน

ชุดที่ 4 กราฟออยเลอร์

ชุดที่ 5 การประยุกต์ของกราฟ

ขั้นที่ 2 การสร้างชุดการเรียนรู้ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1. กำหนดองค์ประกอบของชุดการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยได้ผสมผสานแนวคิดที่เกี่ยวกับองค์ประกอบของ

ชุดการเรียนรู้ขององค์ประกอบของชุดการเรียนรู้ของฮุสตัน และคณะ (Houston and others. 1972: 10-15)

คาร์ดาเรลลี (Cadarelli. 1973: 150) บุญเกื้อ ควรหาเวช (2530: 71) ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ต้นบรรจง

(2531: 182) กิดานันท์ มลิทอง (2536: 81) และบุญชม ศรีสะอาด (2541: 95-96) ซึ่งมีองค์ประกอบ ดังนี้

1.1 คู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้ เป็นส่วนที่อธิบายการใช้ชุดการเรียนรู้

1.2 ชื่อชุดการเรียนรู้ เป็นส่วนที่บอกให้ทราบว่าศึกษาเกี่ยวกับเรื่องอะไร

1.3 คำชี้แจง เป็นส่วนที่อธิบายลักษณะของกิจกรรมในชุดการเรียนรู้

1.4 จุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นส่วนที่ระบุเป้าหมายให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนหลังจากได้ศึกษา

ชุดการเรียนรู้

1.5 เวลา เป็นส่วนที่บอกเวลาที่ใช้ในการเรียนรู้ชุดการเรียนรู้

1.6 สื่อการเรียนรู้ เป็นส่วนที่ระบุอุปกรณ์ เครื่องมือ วัสดุต่าง ๆ ที่ใช้ในชุดการเรียนรู้

1.7 สาระการเรียนรู้ เป็นส่วนที่อธิบายความรู้ให้กับนักเรียน

1.8 กิจกรรมการเรียนรู้ เป็นส่วนที่ระบุกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้เรียนปฏิบัติเพื่อให้บรรลุตาม

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้

1.9 แบบฝึกทักษะ เป็นส่วนที่ฝึกให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในสาระการเรียนรู้ในระหว่างเรียนมากยิ่งขึ้น

1.10 การประเมินผลการเรียนรู้ เป็นส่วนที่ประเมินความรู้ความสามารถของนักเรียนตามสภาพจริง

จากการปฏิบัติกิจกรรม และมีแบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้ที่กำหนดขึ้นตามจุดประสงค์การเรียนรู้ นำมาทดสอบ

นักเรียนหลังจากได้ศึกษาชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

2. ดำเนินการสร้างชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟ

เบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามขั้นตอน ดังนี้

2.1 ศึกษาสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 2 เรื่อง ทฤษฎีกราฟ

เบื้องต้น เพื่อกำหนดความคิดรวบยอดที่สอดคล้องกับชุดการเรียนรู้ในแต่ละชุด

2.2 กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ให้สอดคล้องกับความคิดรวบยอดในชุดการเรียนรู้แต่ละชุดซึ่งเป็นจุดประสงค์การเรียนรู้เชิงพฤติกรรมที่ผู้เรียนสามารถแสดงออกมาให้เห็นได้โดยครูผู้สอนสามารถวัดได้

2.3 วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อเพื่อกำหนดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เหมาะสมและสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้

2.4 จัดเตรียมสื่อ วัสดุ อุปกรณ์ต่าง ๆ ที่ใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละชุดการเรียนรู้

2.5 จัดทำแบบทดสอบและแบบประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้ตามสภาพจริงของนักเรียนเพื่อประเมินความรู้ความสามารถของนักเรียนภายหลังจากเรียนรู้ด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือแล้วมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้เพียงใด

3. นำชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่สร้างเสร็จแล้วพร้อมกับแผนการจัดการเรียนรู้ มาเสนอต่อประธานกรรมการควบคุมปริมาณหนี้ และผู้เชี่ยวชาญในการตรวจเครื่องมือ จำนวน 3 ท่าน คือ รองศาสตราจารย์ ดร. วนิดา เหมะกุล อาจารย์ประสาท สอนวงศ์ อาจารย์พีระ จิมคง เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงของสาระการเรียนรู้ ความถูกต้องของภาษาและความเหมาะสมของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในชุดการเรียนรู้

4. ปรับปรุงแก้ไขชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น และแผนการจัดการเรียนรู้ ตามคำแนะนำของประธานและผู้เชี่ยวชาญโดยปรับปรุงในเรื่องความถูกต้องของสาระการเรียนรู้ และภาษาที่ใช้แล้วนำมาเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริมาณหนี้อีกครั้ง นำชุดการเรียนรู้ไปทดสอบหาคุณภาพและประสิทธิภาพต่อไป

5. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนบ้านนา“นายกพิทยากร” ตำบลบ้านพร้าว อำเภอบ้านนา จังหวัดนครนายก เพื่อทดสอบหาคุณภาพและประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง

ขั้นที่ 3 การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ผู้วิจัยดำเนินการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ตามเกณฑ์ 80/80 โดยนำชุดการเรียนรู้ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนบ้านนา “นายกพิทยากร” ตำบลบ้านพร้าว อำเภอบ้านนา จังหวัดนครนายก ตามลำดับ ดังนี้

1. หาประสิทธิภาพเป็นรายบุคคล (1 : 4)

ผู้วิจัยนำชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทั้งหมด 20 ชุด ไปทดลองเป็นรายบุคคลกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนบ้านนา “นายกพิทยากร” ตำบลบ้านพร้าว อำเภอบ้านนา จังหวัดนครนายก จำนวน 4 คน ที่เรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง

เพื่อพิจารณาทางด้านภาษา กิจกรรมการเรียนการสอน และเวลาที่ใช้ในชุดการเรียนรู้ โดยเก็บรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ จากการสังเกตพฤติกรรม การสัมภาษณ์ การตรวจผลงานจากการทำแบบฝึกทักษะและการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ระหว่างเรียน โดยปรับปรุงสาระการเรียนรู้และเวลาที่ใช้ในชุดการเรียนรู้

2. หาประสิทธิภาพเป็นกลุ่ม (1 : 12)

ผู้วิจัยนำชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขจากการทดลองหาประสิทธิภาพเป็นรายบุคคลไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนบ้านนา “นายกพิทยากร” ตำบลบ้านพร้าว อำเภอบ้านนา จังหวัดนครนายก จำนวน 12 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างโดยจัดเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน ที่มีนักเรียนเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และนักเรียนอ่อน 1 คน จำนวน 3 กลุ่ม โดยสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้เพื่อพิจารณาหาข้อบกพร่องของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และความเหมาะสมของเวลาในการเรียน โดยปรับปรุงสาระการเรียนรู้ ภาษาและเวลาที่ใช้ในชุดการเรียนรู้

3. หาประสิทธิภาพภาคสนาม (1 : 32)

ผู้วิจัยนำชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขตามขั้นตอนการหาประสิทธิภาพเป็นรายบุคคลและการหาประสิทธิภาพเป็นกลุ่มแล้ว ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนบ้านนา “นายกพิทยากร” ตำบลบ้านพร้าว อำเภอบ้านนา จังหวัดนครนายก จำนวน 32 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง โดยจัดเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน ที่มีนักเรียนเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และนักเรียนอ่อน 1 คน เพื่อหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้โดยใช้เกณฑ์มาตรฐาน 80/80 หลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

4. นำชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไปปรับปรุงแก้ไขตามข้อบกพร่องที่พบในการทดลองภาคสนามให้เรียบร้อย แล้วนำเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญาบัตรเพื่อตรวจสอบความเหมาะสม โดยปรับปรุงสาระการเรียนรู้ ภาษาและเวลาที่ใช้ในการสอนด้วยชุดการเรียนรู้

5. นำชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ได้ไปปรับปรุงแก้ไขสมบูรณ์แล้วไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

3. ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้

แบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้ เป็นแบบทดสอบแบบปรนัยจำนวน 10 ข้อ มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

3.1 ศึกษาหนังสือเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 2 เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

3.2 ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

3.3 ศึกษาเทคนิควิธีการสร้างแบบทดสอบ หลักการตรวจให้คะแนน

3.4 สร้างแบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้แบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 5 ชุด ในแบบทดสอบแต่ละชุดมี 10 ข้อ โดยสร้างให้มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละชุดการเรียนรู้ แล้วนำไปให้

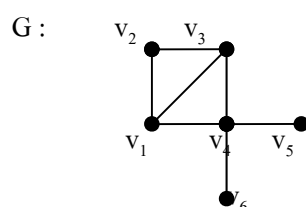
ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์และด้านการวัดและประเมินผลการศึกษา จำนวน 3 ท่าน คือ รองศาสตราจารย์ ดร. วนิตา เหมะกุล อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์ และอาจารย์พีระ นิมคัง เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ ความถูกต้องและความเหมาะสมของคำถาม โดยปรับปรุงภาษาที่ใช้ในคำถาม และความถูกต้องของคำตอบ

3.5 นำแบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วมาเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปฏิญาณิพนธ์เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะให้เรียบร้อย

3.6 นำแบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้ที่ได้ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

ตัวอย่างแบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้

ข้อ (0) จากกราฟ G ที่กำหนดให้ ข้อใดกล่าวถึง $E(G)$ ถูกต้อง



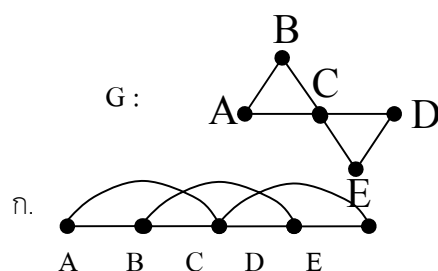
ก. $E(G) = \{v_1v_3, v_2v_3, v_3v_4, v_3v_5, v_4v_5, v_4v_6, v_5v_6\}$

ข. $E(G) = \{v_1v_2, v_1v_3, v_2v_3, v_3v_4, v_3v_5, v_4v_5, v_4v_6\}$

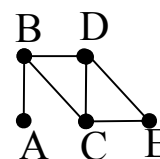
ค. $E(G) = \{v_1v_2, v_1v_3, v_1v_4, v_2v_3, v_3v_4, v_4v_5, v_4v_6\}$

ง. $E(G) = \{v_1v_2, v_1v_3, v_1v_4, v_3v_4, v_3v_5, v_4v_5, v_4v_6\}$

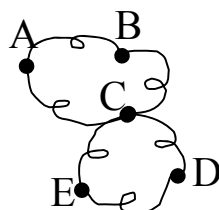
ข้อ (00) จากกราฟ G ที่กำหนดให้ กราฟในข้อใดต่อไปนี้ จำลองปัญหาเดียวกันกับกราฟ G



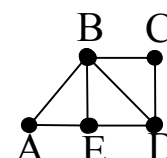
ข.



ค.



ง.



เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้

แบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้เป็นแบบทดสอบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก มีเกณฑ์การให้คะแนน คือ ข้อที่ตอบถูกให้ 1 คะแนน ส่วนข้อที่ตอบผิด หรือตอบไม่ถูก หรือตอบเกิน 1 ตัวเลือก ให้ 0 คะแนน

4. ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

4.1 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 หนังสือเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวัดและประเมินผล และวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

4.2 ศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปี และสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4.3 สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ที่สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

4.4 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แบบอัตนัย จำนวน 15 ข้อ โดยสร้างให้มีความสอดคล้องกับตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ แล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์และด้านการวัดและประเมินผลการศึกษา จำนวน 3 ท่าน คือ รองศาสตราจารย์ ดร. วนิดา เหมะกุล อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์ และอาจารย์พีระ นิมคัง เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ ความถูกต้องและความเหมาะสม โดยพิจารณาจากค่า $IOC \geq 0.5$ แล้วนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข ผลการพิจารณา IOC มีค่าตั้งแต่ 0.67 - 1

4.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วมาเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริมาณนิพนธ์เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะให้เรียบร้อย

4.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนนครนายกวิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดนครนายก ที่เรียน เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น มาแล้ว จำนวน 100 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

4.7 ตรวจแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่นำไปทดลองในข้อ 4.6 แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์หาความยาก (P_E) และหาความง่าย (D) โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยของ วิทนี และซาเบอร์ส (ลวิน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 199-201)

4.8 คัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เฉพาะข้อที่มีค่าความยาก (P_e) อยู่ระหว่าง .20 - .80 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป โดยได้ค่าความยาก (P_e) ตั้งแต่ 0.39 - 0.63 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.52 - 0.77 คัดเลือกให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ จำนวน 8 ข้อ

4.9 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จำนวน 8 ข้อ ที่คัดเลือกแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนนครนายกวิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดนครนายก จำนวน 100 คน ที่เรียนเรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น มาแล้ว เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (ลัวัน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 248) โดยได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ 0.76 แล้วนำแบบทดสอบที่หาความเชื่อมั่นที่ได้เสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริมาณนิพนธ์

4.10 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

4.11 ผู้วิจัยตรวจสอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน พร้อมให้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่ละข้อจนครบทุกคนอย่างต่อเนื่อง แล้วจึงตรวจข้อต่อไป

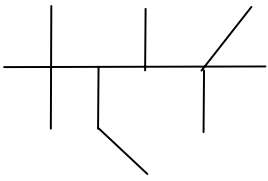
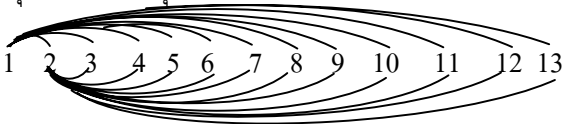
ตัวอย่างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

ข้อ (0) อำเภอบ้านนา มี 13 ตำบล ถ้าแต่ละตำบลมีถนนเชื่อมกับตำบลอื่น ๆ ทุกตำบล ตำบลละหนึ่งเส้นทาง จงหาว่า จะสามารถปิดถนนในอำเภอนี้เพื่อซ่อมแซมได้พร้อมกันมากที่สุดกี่เส้นทาง โดยที่ยังมีเส้นทางจากตำบลใด ๆ ไปยังอีกตำบลหนึ่งได้เสมอ (4 คะแนน)

ตัวอย่างการให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการเชื่อมโยง

ข้อ (0) อำเภอบ้านนา มี 13 ตำบล ถ้าแต่ละตำบลมีถนนเชื่อมกับตำบลอื่น ๆ ทุกตำบล ตำบลละหนึ่งเส้นทาง จงหาว่า จะสามารถปิดถนนในอำเภอนี้เพื่อซ่อมแซมได้พร้อมกันมากที่สุดกี่เส้นทาง โดยที่ยังมีเส้นทางจากตำบลใด ๆ ไปยังอีกตำบลหนึ่งได้เสมอ (4 คะแนน)

ตาราง 5 ตัวอย่างการให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการเชื่อมโยง

คำตอบที่	ระดับคะแนน	
	ผลสัมฤทธิ์	ทักษะการเชื่อมโยง
1. เหลือถนน 12 เส้นทาง <u>วิธีทำ</u>  แต่ละตำบลมีเส้นทางไปตำบลใด ๆ ได้เสมอ ดังนั้น มี 13 ตำบล จึงมีถนน 12 เส้น	ได้ 1 คะแนน วิธีทำไม่ถูกต้อง ชัดเจน มีความ เข้าใจที่ผิดพลาด ตอบถูกต้อง แต่ ไม่ตรงกับที่โจทย์ ถาม	ได้ 1 คะแนน มีการคิดเชื่อมโยง กับสาระการเรียนรู้ ยังไม่เหมาะสม แต่ อยู่ในแนวทางที่ ถูกต้อง ตอบไม่ ตรงกับที่โจทย์ถาม
2. ปิดถนนในอำเภอเพื่อซ่อมพร้อมกันมากที่สุด 64 เส้นทาง <u>วิธีทำ</u> จุดยอด มี 13 จุด  เส้นมี $12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1+0 = 78$ เส้นเชื่อม มี 78 เส้น ดังนั้น ถนนมี 78 สาย มีจุดยอด 13 จุด ตัดได้ 12 เส้น ดังนั้น ปิดถนนในอำเภอเพื่อซ่อมพร้อมกันมากที่สุด $78 - 12 = 64$ เส้นทาง	ได้ 2 คะแนน วิธีทำไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทาง ที่ถูก คำตอบไม่ ถูกต้อง ขาดความ รอบคอบ คำตอบที่ถูก คือ $78 - 12 = 66$	ได้ 3 คะแนน วิธีคิดจำนวนเส้น เชื่อม เชื่อมโยง ความรู้เรื่อง กฎการ นับเบื้องต้น ซึ่งอยู่ ใน สาระ ความน่าจะ เป็น แต่คำตอบไม่ ถูกต้อง
3. สามารถปิดถนนในอำเภอเพื่อซ่อมพร้อมกันมากที่สุด 66 เส้นทาง <u>วิธีทำ</u> เส้นเชื่อม มี $\binom{13}{2} = 78$ เส้น ฉะนั้น สามารถปิดถนนในอำเภอเพื่อซ่อมพร้อมกันมากที่สุด $78 - 12 = 66$ เส้นทาง	ได้ 3 คะแนน วิธีทำถูกต้องแต่ ไม่ชัดเจน คำตอบถูกต้อง	

ตาราง 5 (ต่อ)

คำตอบที่	ระดับคะแนน	
	ผลสัมฤทธิ์	ทักษะการเชื่อมโยง
4. สามารถปิดถนนในอำเภอเพื่อซ่อมพร้อมกันมากที่สุด 66 เส้นทาง <u>วิธีทำ</u> เขียนกราฟจำลองสถานการณ์ โดยกำหนดให้ จุดยอด แทน ตำบล เส้นเชื่อม แทน ถนนแต่ละสายที่เชื่อมตำบล จะได้ว่า จุดยอด มี 13 จุด และระหว่างจุดยอดในแต่ละคู่จะมีเส้นเชื่อมเสมอ ดังนั้น เส้นเชื่อม มี $C_2^{13} = \frac{13!}{11! \times 2!} = \frac{13 \times 12 \times 11!}{11! \times 2!} = 78$ เส้น นั่น คือ ถนนในอำเภอมี 78 สาย ถ้าจะปิดถนนให้มากที่สุดจะต้องปิดถนนแล้วมีเส้นทางเดินไประหว่างตำบล แสดงว่าเมื่อตัดเส้นเชื่อมออกแล้วกราฟที่เหลือนั้นจะต้องเป็นกราฟเชื่อมโยง และจะต้องไม่มีวัฏจักรนั่นคือต้นไม้ จะได้ว่า ต้นไม้ 13 จุด จะมีเส้นเชื่อม $13 - 1 = 12$ เส้น ฉะนั้น จะสามารถปิดถนนในอำเภอเพื่อซ่อมพร้อมกันมากที่สุด $78 - 12 = 66$ เส้นทาง	ได้ 4 คะแนน เนื่องจากมีการแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	ได้ 4 คะแนน เนื่องจากวิธีการคิดจำนวนเส้นเชื่อมได้เชื่อมโยงความรู้ในเรื่อง วิธีจัดหมู่ซึ่งอยู่ในสาระการเรียนรู้เรื่อง ความน่าจะเป็น และมีวิธีการคิดเชื่อมโยงระหว่างกราฟเชื่อมโยงกับวัฏจักร และต้นไม้ถูกต้องชัดเจน คำตอบถูกต้อง

เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2546: 121) ได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนผลการทำแบบทดสอบที่เป็นอัตนัย ที่พิจารณาจากการแสดงวิธีการในการหาคำตอบ และความถูกต้องของคำตอบ ดังนี้

ตาราง 6 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

คะแนน	ผลการทำข้อสอบที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน
3 ดี	การแสดงวิธีทำไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน
2 พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน หรือ การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ
1 ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงวิธีทำ และคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง
0 ต้องปรับปรุง	ทำไม่ได้ถึงเกณฑ์

ที่มา : ปรับปรุงจากกรมวิชาการ. (2546). การจัดสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. : 121.

เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2546: 124) ได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ดังนี้

ตาราง 7 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการเชื่อมโยงที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/ สาระอื่นในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา หรือประยุกต์ใช้ได้อย่าง สอดคล้องเหมาะสม
3 ดี	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/ สาระอื่นในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา หรือประยุกต์ใช้ได้บางส่วน

ตาราง 7 (ต่อ)

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการเชื่อมโยงที่ปรากฏให้เห็น
2 พอใช้	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์ได้บางส่วน
1 ต้องปรับปรุง	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงยังไม่เหมาะสม
0 ต้องปรับปรุง	ไม่มีการเชื่อมโยงกับสาระอื่นใด

ที่มา : ปรับปรุงจากกรมวิชาการ. (2546). การจัดสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. : 124.

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการพัฒนาและทดลองแบบกลุ่มเดียว คือ เลือกกลุ่มตัวอย่างมาหนึ่งกลุ่ม แล้วทำการทดสอบก่อนทำการทดลองแล้วหาค่าคะแนนเฉลี่ย ($\bar{X}_1$) จึงทดลองแล้วจึงทำการทดสอบอีกครั้งและหาค่าคะแนนเฉลี่ย ($\bar{X}_2$) จากนั้นนำมาทดสอบสมมติฐานหาค่าความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยด้วยค่าสถิติ t - test ซึ่งใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One-Group Pretest-Posttest Design มีลักษณะดังตาราง 9

ตาราง 8 แบบแผนการวิจัย

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E R	T ₁	X	T ₂

เมื่อ E แทน กลุ่มทดลอง (Experimental group)

R แทน การกำหนดกลุ่มตัวอย่างแบบสุ่ม (Random assignment)

X แทน การจัดกระทำ (Treatment)

T₁ แทน การสอบก่อนที่จะจัดกระทำทดลอง (Pretest)

T₂ แทน การสอบหลังจากที่จัดกระทำทดลอง (Posttest)

ที่มา : ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. : 249.

ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอน ดังนี้

1. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มาทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์และทักษะการเชื่อมโยงของนักเรียนก่อนเรียน (Pretest) กับกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนบ้านนา “นายกพิทยากร” ตำบลบ้านพร้าว อำเภอบ้านนา จังหวัดนครนายก จำนวน 44 คน โดยใช้เวลา 90 นาที
2. ดำเนินการสอนกับกลุ่มตัวอย่างโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 5 ชุดการเรียนรู้ เป็นระยะเวลา รวม 16 คาบ โดยภายหลังจากการสอนในแต่ละชุดการเรียนรู้จะให้นักเรียนทำแบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้
3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกันกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน มาทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์และทักษะการเชื่อมโยงของนักเรียนหลังเรียน (Posttest) กับกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนบ้านนา “นายกพิทยากร” ตำบลบ้านพร้าว อำเภอบ้านนา จังหวัดนครนายก จำนวน 44 คน โดยใช้เวลา 90 นาที
4. ตรวจสอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แล้วให้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์แล้วบันทึกผล แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์โดยวิธีการทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. หาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง โดยหาความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนในแต่ละชุดการเรียนรู้ กับคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้ในแต่ละชุดการเรียนรู้โดยคิดเป็นร้อยละ จากนั้นนำผลที่ได้เทียบหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์มาตรฐาน 80/80
2. วิเคราะห์ข้อมูลจากคะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้สถิติสำหรับการวิเคราะห์แบบ t - test Dependent และ t - test One Sample
3. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3.1 สถิติพื้นฐาน

- 3.1.1 หาคะแนนเฉลี่ย (Mean) โดยคำนวณได้จากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 306)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ $\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

3.1.2 หาค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของแบบทดสอบ (Standard Deviation) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 307)

$$s = \sqrt{\frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ s	แทน	ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
X	แทน	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน
$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของแต่ละคะแนนยกกำลังสอง
N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
$N-1$	แทน	ระดับขั้นแห่งความเป็นอิสระ (Degrees of freedom)

3.2 สถิติเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือ

3.2.1 หาค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 248-249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับลักษณะพฤติกรรม
$\sum R$	แทน	ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

3.2.2 หาค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยแบ่งนักเรียนที่เข้าสอบออกเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อนใช้เทคนิค 25 % ของนักเรียนที่เข้าสอบ

ทั้งหมด ใช้สูตรการวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยของ วิทนีย์ และซาเบอร์ส (ลัวิน สายยศ และอังคณา สายยศ.

2543: 199-201)

$$\text{หาค่าความยาก (P}_E\text{)} \quad P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	P _E	แทน	ค่าดัชนีความยาก
	S _U	แทน	ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
	S _L	แทน	ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
	X _{max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X _{min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$$\text{หาค่าอำนาจจำแนก (D)} \quad D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	D	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	S _U	แทน	ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
	S _L	แทน	ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
	X _{max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X _{min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

3.2.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบ

อัตนัย โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (ลัวิน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2543: 218)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma_t^2} \right\}$$

เมื่อ	α	แทน	สัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	k	แทน	จำนวนข้อสอบ
	σ_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนรายข้อ
	σ_t^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนของข้อสอบทั้งฉบับ

$$\text{โดยที่} \quad \sigma_i^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N^2}$$

$\sum X_i$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนในข้อที่ i

$\sum X_i^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสองในข้อที่ i

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

$$\text{โดยที่} \quad \sigma_t^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N^2}$$

$\sum X$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนข้อสอบทั้งฉบับ

$\sum X^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

3.3 สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

3.3.1 การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะ

การเชื่อมโยง โดยใช้สูตร E_1/E_2 เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ว่าชุดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ดังนี้ (เสาวณีย์ ลิกขาบัณฑิต, 2528: 295)

$$\text{สูตรที่ 1} \quad E_1 = \frac{\sum X}{A} \times 100$$

เมื่อ E_1 แทน ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดการเรียนรู้คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบฝึกหัดและ/หรือการประกอบกิจกรรมการเรียนรู้

$\sum X$ แทน คะแนนรวมของผู้เรียนจากการทำแบบฝึกหัดและ/หรือการประกอบกิจกรรมการเรียนรู้

A แทน คะแนนเต็มของแบบฝึกแบบฝึกหัดและ/หรือกิจกรรมการเรียนรู้

N แทน จำนวนผู้เรียนทั้งหมด

สูตรที่ 2

$$E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100$$

เมื่อ E_2	แทน	ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนในตัวผู้เรียนหลังจากการเรียนรู้ด้วยชุดการเรียนรู้) คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนและ/หรือการประกอบกิจกรรมการเรียนรู้
$\sum F$	แทน	คะแนนรวมของผู้เรียนจากการทดสอบหลังเรียน และ/หรือการประกอบกิจกรรมการเรียนรู้หลังเรียน
B	แทน	คะแนนเต็มของแบบทดสอบหลังเรียนและ/หรือกิจกรรมการเรียนรู้
N	แทน	จำนวนผู้เรียนทั้งหมด

3.3.2 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง โดยใช้สูตร t-test Dependent (ลัวัน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2540: 248)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N \sum D^2 - (\sum D)^2}{N - 1}}}$$

เมื่อ t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - Distribution
D	แทน	ความแตกต่างของคะแนนรายคู่
$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของผลต่างของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมของผลต่างของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
N-1	แทน	ระดับชั้นแห่งความเป็นอิสระ (Degrees of freedom)

3.3.3 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง โดยใช้สูตร t-test One Sample (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2540: 240)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{N}}}$$

เมื่อ t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t-Distribution
$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
μ	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม (μ) = 20.80)
s	แทน	ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
N	แทน	จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง
N -1	แทน	ระดับชั้นแห่งความเป็นอิสระ (Degrees of freedom)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลความหมายผลของการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
s	แทน	ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
E ₁	แทน	ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดการเรียนรู้คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบฝึกหัดและ/หรือหรือการประกอบกิจกรรมการเรียนรู้
E ₂	แทน	ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนในตัวผู้เรียนหลังจากการเรียนรู้ด้วยชุดการเรียนรู้) คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนและ/หรือการประกอบกิจกรรมการเรียนรู้
μ	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม (μ) = 20.80)
k	แทน	จำนวนข้อสอบ
n	แทน	คะแนนเต็ม
t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
N-1	แทน	ระดับชั้นแห่งความเป็นอิสระ (Degrees of freedom)

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลความหมายผลของการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยนำเสนอตามลำดับขั้นของสมมติฐาน ดังนี้

1. การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4
2. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง

3. การเปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง

4. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น กับเกณฑ์

5. การเปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น กับเกณฑ์

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4

ตาราง 9 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4

ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง	เกณฑ์ 80/80	
	E ₁	E ₂
ชุดที่ 1 กราฟ	96.82	94.55
ชุดที่ 2 ดีกรีของจุดยอด	91.81	98.18
ชุดที่ 3 แนวเดิน	99.66	94.55
ชุดที่ 4 กราฟออยเลอร์	97.05	99.77
ชุดที่ 5 การประยุกต์ของกราฟ	99.05	99.77
เฉลี่ย	96.88	97.36

จากตาราง 9 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 ทั้ง 5 ชุด มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่าเฉลี่ย 96.88/97.36 และเมื่อพัฒนาเป็นรายชุดก็ปรากฏผลเช่นเดียวกัน

2. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น โดยนำคะแนนก่อนและหลังการทดลองมาเปรียบเทียบ ใช้สูตร $t\text{-test Dependent}$

ตาราง 10 ผลการวิเคราะห์การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง

การเปรียบเทียบ	การทดลอง	N	n	$\bar{X}$	S	t
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	ก่อนการทดลอง	44	32	8.25	2.56	88.12**
	หลังการทดลอง	44	32	28.30	1.50	
ทักษะการเชื่อมโยง	ก่อนการทดลอง	44	32	11.55	2.26	44.14**
	หลังการทดลอง	44	32	25.57	2.73	

**มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(0.01; df 43)} = 2.418$)

จากตาราง 10 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น กับเกณฑ์ ใช้สูตร t-test One Sample

ตาราง 11 ผลการวิเคราะห์การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น กับเกณฑ์

คะแนน	N	k	$\mu(65\%)$	$\bar{X}$	S	t
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	44	32	20.80	28.30	1.50	33.17**
ทักษะการเชื่อมโยง	44	32	20.80	25.57	2.73	11.59**

**มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ($t_{(0.01; df 43)} = 2.418$)

จากตาราง 11 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ ดังนี้

1. เพื่อพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง
3. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง
4. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น กับเกณฑ์
5. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น กับเกณฑ์

สมมติฐานของการวิจัย

1. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงกว่าก่อนได้รับการสอน
3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงกว่าก่อนได้รับการสอน

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไป

5. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไป

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนบ้านนาหาย “นายกพิทยากร” ตำบลบ้านนา อำเภอบ้านนา จังหวัดนครนายก จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 44 คน โดยมีขั้นตอนการเลือกกลุ่มตัวอย่างดังนี้

1. เลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้วิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random sampling) ซึ่งได้มาจากประชากรนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สายวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ที่มีความสามารถแตกต่างกันซึ่งทางโรงเรียนมีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ ทั้งหมด 2 ห้องเรียน แล้วเลือกกลุ่มตัวอย่างมา 1 ห้องเรียน โดยใช้วิธีการจับสลาก

2. นำกลุ่มตัวอย่างที่สุ่มได้มาจัดกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน ตามระดับความสามารถสูง ปานกลาง ต่ำเป็นสัดส่วน 1 : 2 : 1 โดยใช้ผลการสอบภาคเรียนที่ 1 วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2548 ดังที่ชาว แพรัตกุล (2516 : 374 - 377) เสนอเกณฑ์ไว้ดังนี้

ระดับความสามารถสูง คือ นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75 ขึ้นไป

ระดับความสามารถปานกลาง คือ นักเรียนที่ได้คะแนนระหว่างเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 – 75

ระดับความสามารถต่ำ คือ นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 ลงมา

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น
2. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น
3. แบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้
4. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอน ดังนี้

1. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มาทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์และทักษะการเชื่อมโยงของนักเรียนก่อนเรียน (Pretest) กับกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนบ้านนา “นายกพิทยากร” ตำบลบ้านพร้าว อำเภอบ้านนา จังหวัดนครนายก จำนวน 44 คน โดยใช้เวลา 90 นาที
2. ดำเนินการสอนกับกลุ่มตัวอย่างในเดือนกุมภาพันธ์ถึงเดือนมีนาคมโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 5 ชุด เป็นระยะเวลา รวม 16 คาบ โดยภายหลังจากการสอนในแต่ละชุดการเรียนรู้จะให้นักเรียนทำแบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้
3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกันกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน มาทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์และทักษะการเชื่อมโยงของนักเรียนหลังเรียน (Posttest) กับกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนบ้านนา “นายกพิทยากร” ตำบลบ้านพร้าว อำเภอบ้านนา จังหวัดนครนายก จำนวน 44 คน โดยใช้เวลา 90 นาที
4. ตรวจสอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แล้วให้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์แล้วบันทึกผล แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์โดยวิธีการทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. วิเคราะห์คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้สถิติการวิเคราะห์

แบบ t-test Dependent

2. วิเคราะห์คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สถิติการวิเคราะห์แบบ t-test Dependent
3. วิเคราะห์คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เทียบกับเกณฑ์ โดยใช้สถิติการวิเคราะห์

แบบ t-test One Sample

4. วิเคราะห์คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เทียบกับเกณฑ์ โดยใช้สถิติการวิเคราะห์

แบบ t-test One Sample

สรุปผลการวิจัย

ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 มีคุณภาพ ดังนี้

1. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่า 96.88/97.36
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
5. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผล

จากการพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ ดังนี้

1. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีประสิทธิภาพ 96.88/97.36 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1 ทั้งนี้ อันเนื่องมาจาก

1.1 การสร้างชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นอย่างเป็นลำดับขั้นตอนที่ชัดเจนโดยได้ศึกษาหลักการสร้างชุดการเรียนรู้ วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ สารการเรียนรู้ วิเคราะห์การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ แบ่งสารการเรียนรู้ออกเป็นชุดการเรียนรู้ซึ่งในแต่ละชุดมีองค์ประกอบ ดังนี้ คือ

คู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้ ชื่อชุดการเรียนรู้ คำชี้แจง จุดประสงค์การเรียนรู้ เวลา สื่อกำหนดการเรียนรู้ สารการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ แบบฝึกทักษะ และการประเมินผลการเรียนรู้ ซึ่งสาระการเรียนรู้มีการเรียงลำดับจากง่ายไปยากทำให้ผู้เรียนเรียนรู้ไปตามลำดับขั้น และรับทราบผลการเรียนย้อนกลับได้ทันที จึงมีผลทำให้ชุดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ บลูม (Bloom, 1976: 115-124) กล่าวว่า การสอนที่มีประสิทธิภาพจะต้องมีการให้ข้อมูลย้อนกลับและแก้ไขข้อบกพร่อง (Feedback and Corrections) จะต้องมีการแจ้งผลการเรียนและข้อบกพร่องให้นักเรียนทราบ และสอดคล้องกับแนวคิดของ สุกิจ ศรีพรหม (2541: 72) กล่าวว่า ชุดการเรียนรู้ทำให้เกิดประสิทธิภาพอย่างเชื่อถือได้

1.2 ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 มีกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ให้นักเรียนร่วมกันทำกิจกรรมเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ประมาณ 4 คน ละครดับความสามารถ คือ นักเรียนที่มีความสามารถสูง 1 คน นักเรียนที่มีความสามารถปานกลาง 2 คน นักเรียนที่มีความสามารถต่ำ 1 คน ซึ่งผู้เรียนในกลุ่มจะเรียนรู้ร่วมกัน เกิดการร่วมมือ รับผิดชอบและช่วยเหลือกัน มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน และฝึกการทำงานร่วมกับผู้อื่น ความสำเร็จของตนเองถือเป็นผลสำเร็จของกลุ่มและความสำเร็จของกลุ่มถือเป็นความสำเร็จของตนเอง ซึ่งจะทำให้ให้นักเรียนช่วยเหลือซึ่งกันและกัน รับผิดชอบร่วมกันทั้งในส่วนตนและส่วนรวม จึงมีผลทำให้ชุดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ วัชรวิชันเชื้อ (2545: 123-128) พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล (2547: 91-94) และสิริมา สารพล (2547: 117-125) ได้พัฒนาชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่าชุดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2 ทั้งนี้อันเนื่องมาจาก

2.1 ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 มีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างมีส่วนร่วม โดยกระบวนการกลุ่มละครดับความสามารถ นักเรียนที่มีความสามารถสูงจะช่วยเหลือนักเรียนที่มีความสามารถต่ำเพื่อเป้าหมายของกลุ่ม ทำให้เกิดการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ทั้งยังเกิดการพึ่งพาอาศัยกันทางบวก ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ จอห์นสันและจอห์นสัน (Johnson and Johnson, 1990: 105-107) กล่าวว่า สมาชิกทุกคนในกลุ่มต้องช่วยเหลือกันทางการเรียนและต้องระลึกว่าทุกคนต้องพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันเพื่อให้บรรลุจุดประสงค์ของกลุ่ม ดังนั้นผลงานของกลุ่มคือผลสำเร็จของนักเรียนแต่ละคน และเช่นเดียวกันผลงานของนักเรียนแต่ละคนก็เป็นผลงานของกลุ่มด้วย จึงมีผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

2.2 ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ 3 เทคนิค คือ 1) เทคนิคแบ่งกลุ่มละคร

ผลสัมฤทธิ์ (STAD) เป็นการจัดการเรียนรู้แบบกลุ่มย่อยที่จัดนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน คณะระดับความสามารถ ซึ่งมีระดับความสามารถสูง 1 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 1 คน โดยครูจะมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้นักเรียนภายในกลุ่มร่วมกันหาคำตอบ ซึ่งนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูงจะต้องช่วยอธิบายให้เพื่อนสมาชิกในกลุ่มเกิดการเรียนรู้ในเนื้อหาสาระและกิจกรรมที่เรียน เน้นการช่วยเหลือกันของสมาชิกในกลุ่มและการยอมรับสมาชิกในกลุ่มที่เรียนอ่อน เพื่อเตรียมความพร้อมในการทดสอบย่อยเป็นรายบุคคลตามความสามารถของตน และนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบของนักเรียนแต่ละคนไปเปรียบเทียบกับคะแนนพื้นฐาน ซึ่งได้จากค่าเฉลี่ยจากการทดสอบย่อยหลาย ๆ ครั้งที่นักเรียนแต่ละคนทำได้ จะได้เป็นคะแนนพัฒนาการของนักเรียนแต่ละคน นำคะแนนพัฒนาการของนักเรียนแต่ละคนรวมเป็นคะแนนกลุ่ม ดังนั้นนักเรียนที่สามารถทำคะแนนให้กลุ่มสูงสุดอาจไม่ใช่นักเรียนที่มีความสามารถสูงก็ได้

2) เทคนิคกลุ่มร่วมมือแข่งขัน (TGT) เป็นการจัดการเรียนรู้แบบกลุ่มย่อยที่จัดนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน คณะระดับความสามารถเช่นเดียวกับเทคนิคแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) แต่จะแตกต่างกันอยู่ที่นักเรียนที่มีระดับความสามารถสูงจะช่วยเหลือเพื่อนที่เรียนอ่อนเพื่อเตรียมความพร้อมในกับเกมการแข่งขันระหว่างกลุ่มที่จะมีในท้ายบทเรียน ในการแข่งขันจะจัดให้นักเรียนที่มีระดับความสามารถเดียวกันจากแต่ละกลุ่มย่อยมาแข่งขันกัน ซึ่งนักเรียนจะต้องพยายามทำคะแนนให้ได้สูงสุดเพื่อนำคะแนนที่ได้ไปรวมเป็นคะแนนของกลุ่มตน

3) เทคนิคกลุ่มร่วมกันคิด (NHT) เป็นการจัดการเรียนรู้แบบกลุ่มย่อยที่มีลักษณะเช่นเดียวกับเทคนิคแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) และเทคนิคกลุ่มร่วมมือแข่งขัน (TGT) โดยครูจะมอบหมายสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายค้นหาคำตอบจนมั่นใจว่าสมาชิกในกลุ่มทุกคนเข้าใจ จากนั้นครูสุ่มเรียกนักเรียนคนใดคนหนึ่งในแต่ละกลุ่มให้อธิบายคำตอบของปัญหากลุ่มที่มีสมาชิกในกลุ่มอธิบายตอบคำถามได้ถูกต้องมากที่สุดจะได้รับคำชมเชย จากการเรียนแบบร่วมมือทั้ง 3 เทคนิคที่กล่าวมาข้างต้น แสดงให้เห็นถึงการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลาย ทำให้นักเรียนเกิดความสนใจในการปฏิบัติกิจกรรม สอดคล้องกับแนวคิดของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2544: 4-5) ที่กล่าวว่า การจัดการศึกษาที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญมีหลักการที่มุ่งให้ผู้เรียนมีบทบาทรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของตนเองและมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ มีการปฏิสัมพันธ์ที่ดีในกลุ่มซึ่งเป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยส่งเสริมการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกันด้วยเหตุผลดังกล่าวจึงมีผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 3 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

3.1 ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีการสอดแทรกสถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวันที่สามารถเชื่อมโยงความรู้กับวิชาคณิตศาสตร์ในสาระการเรียนรู้อื่น ๆ เช่น สมการ รูปเรขาคณิต ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ความคล้าย วงกลม และเซตมาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นสาระการเรียนรู้ที่ผู้เรียนได้เรียนรู้มาแล้ว ทำให้นักเรียนสร้างความสัมพันธ์ และเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชา

คณิตศาสตร์เข้าด้วยกันกับสถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ สอดคล้องกับแนวคิดของ ดอสเซย์ และคนอื่น ๆ (Dossey, et al. 2002: 81-83) ได้กล่าวถึง การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์สร้างขึ้นได้ทันทีขณะเกิดการเรียนรู้ โดยสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้ส่วนหนึ่งที่เคยเรียนรู้มาแล้ว นักเรียนที่สามารถเชื่อมโยงมโนคติทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลายจะพัฒนาความเข้าใจในคณิตศาสตร์ได้มากยิ่งขึ้น การเชื่อมโยงทำให้ให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหา และสามารถทำการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้คล่องแคล่วขึ้น นอกจากนี้เนื้อหาในคณิตศาสตร์ที่มีการเชื่อมโยงจะช่วยให้นักเรียนมองคณิตศาสตร์แบบบูรณาการ สามารถสร้างการเชื่อมโยงที่ทำให้เข้าใจภาพรวมของคณิตศาสตร์ การเรียนที่เน้นการเชื่อมโยงจะทำให้นักเรียนมีพื้นฐานที่แข็งแกร่งในการเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป ด้วยเหตุผลดังกล่าวจึงมีผลทำให้ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

3.2 ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 มีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือซึ่งเป็นวิธีการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ซึ่งประกอบไปด้วยการเรียนรู้แบบร่วมมือ 3 เทคนิค ซึ่งเป็นเทคนิควิธีการสอนที่แตกต่างกัน ทำให้นักเรียนเกิดความสนุกสนาน และไม่เบื่อหน่ายต่อการเรียน โดยนักเรียนจะเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มคละระดับความสามารถ ทำให้นักเรียนมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันในการแก้ปัญหา ทำให้เกิดความคิดที่หลากหลายส่งเสริมให้นักเรียนเกิดทักษะการเชื่อมโยง สอดคล้องกับแนวคิดของ วราภรณ์ มีหนัก (2545: 58-65) กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์นั้นจะต้องคำนึงถึงผู้เรียนเป็นสำคัญ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรมีหลากหลายไม่ว่าจะเป็นการเรียนรู้ร่วมกันทั้งชั้นเรียนเป็นกลุ่มย่อย เรียนเป็นรายบุคคล ผู้สอนควรฝึกให้ผู้เรียนรู้จักบูรณาการความรู้ต่าง ๆ เพื่อให้เกิดองค์ความรู้ใหม่ ตลอดจนสามารถนำความรู้และประสบการณ์ไปใช้ในชีวิต ด้วยเหตุผลดังกล่าวจึงมีผลทำให้ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากเรียนรู้ด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 4 ทั้งนี้เนื่องมาจาก ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 มีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีส่วนร่วม เกิดมุมมองทางความคิดที่หลากหลาย โดยมีการจัดการเรียนแบบกระบวนการกลุ่มคละระดับความสามารถ นักเรียนที่มีความสามารถสูงจะช่วยเหลือนักเรียนที่มีความสามารถต่ำ ทำให้นักเรียนที่มีความสามารถต่ำเกิดความเข้าใจในสาระการเรียนรู้มากยิ่งขึ้น สอดคล้องกับงานวิจัยของ จอยซ์ (Joyce. 2004: Online) ได้ศึกษาการใช้กลุ่มย่อยเพื่อช่วยการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานการศึกษาผู้ใหญ่ โดยใช้เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งมีผลทำให้นักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความรู้ทางคณิตศาสตร์และส่งเสริมทักษะทางสังคม ผลการศึกษาพบว่าการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือทำให้นักศึกษาเกิดการเรียนรู้ ด้วยเหตุผลดังกล่าวจึงมีผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65

5. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 5 ทั้งนี้เนื่องมาจาก ชุดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ซึ่งผู้เรียนจะเรียนรู้อย่างมีส่วนร่วม มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างกัน ผู้เรียนจะแก้ปัญหาและคิดค้นหาคำตอบด้วยตัวเอง ครูจะเป็นผู้คอยให้คำแนะนำ ปรีกษา เท่านั้น จึงมีผลส่งเสริมให้ผู้เรียนมีทักษะการเชื่อมโยงที่สูงขึ้น สอดคล้องกับแนวคิดของจอห์นสันและจอห์นสัน (Johnson and Johnson, 1989: 235-237.) ที่กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือใช้ได้เป็นอย่างดีกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนคิดทางคณิตศาสตร์เข้าใจการเชื่อมโยงระหว่างมโนคติและกระบวนการและสามารถที่จะประยุกต์ใช้ความรู้อย่างคล่องแคล่วและมีความหมายเนื่องจากมโนคติและทักษะทางคณิตศาสตร์สามารถเรียนได้ดีในกระบวนการที่เป็นพลวัต (Dynamic Process) ที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมอย่างเข้มข้น การเรียนคณิตศาสตร์ควรเป็นลักษณะที่ผู้เรียนเป็นผู้กระทำกิจกรรมมากกว่าที่จะเป็นเพียงผู้คอยรับความรู้ การมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างเข้มข้นเป็นการท้าทายสมองสำหรับผู้เรียนทุกคนและการอยากรู้ อยากเห็นจะช่วยกระตุ้นให้มีการอภิปรายกับคนอื่น สอดคล้องกับงานวิจัยของ จูริรัตน์ วงศ์วิริยะพันธ์ (2546: 66) ได้การพัฒนา กิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่านักเรียนมีพัฒนาการทางด้านความสามารถในการแก้ปัญหา การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ อยู่ในขั้นดี ด้วยเหตุผลดังกล่าวจึงมีผลทำให้ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65

ข้อสังเกตจากการวิจัย

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการจากการวิจัย ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในระยะแรก ๆ นักเรียนที่มีระดับความสามารถสูงบางคนในกลุ่มจะให้เพื่อนสมาชิกในกลุ่มลอกคำตอบโดยไม่อธิบายที่มาของคำตอบให้เพื่อนเข้าใจ ผู้วิจัยจึงอธิบายให้นักเรียนเข้าใจว่าการเรียนแบบร่วมมือจะประสบผลสำเร็จเมื่อทุกคนในกลุ่มเข้าใจในบทเรียนตรงกันซึ่งแต่ละกลุ่มที่ต้องตรวจสอบดูว่าสมาชิกทุกคนเข้าใจในบทเรียนหรือไม่ มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ช่วยเหลือกันเพื่อให้บรรลุจุดประสงค์ของกลุ่ม ดังนั้นผลงานของกลุ่มคือผลสำเร็จของนักเรียนแต่ละคน และผลงานของนักเรียนแต่ละคนก็เป็นผลงานของกลุ่มด้วย ซึ่งความสำเร็จนี้จะขึ้นอยู่กับความร่วมมือร่วมใจของสมาชิกทุกคน จะไม่มีการยอมรับความสามารถของบุคคลเพียงคนเดียว เมื่อนักเรียนได้ฟังเหตุผลที่ผู้วิจัยอธิบายแล้ว นักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถเรียนรู้กันได้อย่างร่วมมือและนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูงจะช่วยอธิบายบทเรียนให้เพื่อนสมาชิกในกลุ่มทุกคนเข้าใจ และรับฟังความคิดเห็นของเพื่อนมากยิ่งขึ้น

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เทคนิคแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) ในขั้นการทดสอบย่อย (quiz) นักเรียนบางกลุ่มมีการทำแบบทดสอบย่อยร่วมกัน ผู้วิจัยจึงอธิบายให้นักเรียนเข้าใจว่าการทำแบบทดสอบย่อยนั้นเป็นการทดสอบเป็นรายบุคคลให้นักเรียนทำตามความสามารถของตน ไม่สามารถปรึกษาและช่วยเหลือกันได้ ค่ะแผนที่ได้ของแต่ละคนจะนำมาคิดเป็นคะแนนพัฒนาการ และนำคะแนนพัฒนาการของนักเรียนแต่ละคนรวมเป็นคะแนนกลุ่ม และกลุ่มใดที่มีคะแนนกลุ่มมากจะได้รับรางวัล นักเรียนจึงมีความเข้าใจในการทดสอบย่อยมากยิ่งขึ้น และมีการปรับเปลี่ยนพฤติกรรมในการทำแบบทดสอบย่อย

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เทคนิคกลุ่มร่วมมือแข่งขัน (TGT) ขั้นการจัดเกมการแข่งขัน ในการตอบปัญหาคำถามแรก ๆ นักเรียนบางคนยังไม่เข้าใจขั้นตอนการแข่งขัน ผู้วิจัยจึงสุ่มเลือกกลุ่มแข่งขัน 1 กลุ่มมาเป็นตัวอย่างในการสาธิต โดยผู้วิจัยอธิบายขั้นตอนการแข่งขันและให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง สาธิตให้เพื่อน ๆ เข้าใจและมองเห็นภาพรวมของการแข่งขัน ทำให้นักเรียนทุกคนเข้าใจขั้นตอนเกมการแข่งขันและเกิดความสนุกสนานในการเล่น

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เทคนิคกลุ่มร่วมกันคิด (NHT) ในขั้นร่วมกันคิด นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันค้นหาคำตอบ และช่วยกันอธิบายคำตอบให้เพื่อนสมาชิกในกลุ่มทุกคนเข้าใจได้เป็นอย่างดีจึงมีผลทำให้ชั้นอธิบายผลงาน นักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถอธิบายที่มาของคำตอบได้อย่างถูกต้อง

5. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือในขั้นการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มซึ่งผู้เรียนจะร่วมกันทำงานที่ได้รับมอบหมาย ผู้วิจัยได้เดินพิจารณากระบวนการทำงานของแต่ละกลุ่มทำให้ทราบว่านักเรียนแต่ละกลุ่มมีการเรียนรู้ร่วมกันอย่างไรบ้าง และมีสิ่งใดที่จะต้องแก้ไขปรับปรุง อีกทั้งยังช่วยให้คำปรึกษา ชี้แนะข้อสงสัยของนักเรียนและเป็นการสร้างปฏิสัมพันธ์ที่ดีระหว่างผู้วิจัยกับนักเรียนอีกด้วย

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ครูผู้สอนควรให้นักเรียนศึกษาคู่่มือการใช้ชุดการเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนทราบส่วนประกอบต่าง ๆ ที่มีอยู่ในชุดการเรียนรู้ และเข้าใจบทบาทของตนเองในการเรียนแบบร่วมมือ

2. เนื่องจากชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง มีกระบวนการเรียนรู้แบบร่วมมือ 3 เทคนิค คือ เทคนิคแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) เทคนิคกลุ่มร่วมมือแข่งขัน (TGT) และเทคนิคกลุ่มร่วมกันคิด (NHT) ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละครั้งครูผู้สอนควรชี้แจงเทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ให้นักเรียนเข้าใจ เพื่อให้ นักเรียนสามารถปฏิบัติตามกิจกรรมการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยเฉพาะการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคกลุ่มร่วมมือแข่งขัน (TGT) ซึ่งมีนักเรียนบางคนเข้าใจกติกาเกมการแข่งขันไม่ชัดเจนจึงทำให้ใช้เวลามาก

3. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้เทคนิคกลุ่มร่วมมือแข่งขัน (TGT) ขั้นการจัดเกมการแข่งขันครูผู้สอนเพียงคนเดียวไม่สามารถควบคุมกลุ่มแข่งขันได้ครบทุกกลุ่ม ดังนั้นจึงควรมีครูผู้ช่วยมาช่วยครูผู้สอนควบคุมการแข่งขันในแต่ละกลุ่มให้ปฏิบัติตามเป็นไปตามกติกาของเกมที่กำหนด และในขั้นการคิดคะแนนการแข่งขัน ควรแบ่งคะแนนออกเป็น 2 ส่วน คือ คะแนนการปฏิบัติตามกฎกติกา และคะแนนการตอบคำถาม ซึ่งคะแนนการปฏิบัติตามกฎกติกาจะช่วยให้นักเรียนรักษากฎระเบียบในการเล่นเพื่อให้การเล่นการแข่งขันเป็นไปด้วยความเรียบร้อย

4. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ซึ่งในสาระการเรียนรู้โดยส่วนใหญ่จะมีบทนิยาม และทฤษฎีบทค่อนข้างมาก ดังนั้นในขั้นการสรุปบทเรียนครูผู้สอนอาจใช้การถาม-ตอบกับนักเรียนเพื่อตรวจสอบความเข้าใจในบทเรียนของนักเรียน

5. ครูผู้สอนควรกำหนดสถานการณ์ปัญหาที่นำความรู้และทักษะการเชื่อมโยงมาสอดคล้องในกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนมองเห็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในสาระการเรียนรู้ และช่วงชั้นอื่น ๆ
2. ควรมีการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญในรูปแบบอื่น ๆ ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เช่น แบบบูรณาการ แบบสืบสวนสอบสวน แบบซิปปา (CIPPA MODEL) และแบบค้นพบ เป็นต้น

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2544ก). เทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนสำคัญที่สุด การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์การศาสนา.
- . (2544ข). คู่มือจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- . (2546). การจัดสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุ.
- กาญจนา เกียรติประวัติ. (2524). วิธีสอนทั่วไปและทักษะการสอน. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- กาญจนา สุจินะพงษ์. (2539). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ร่วม. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- กิดานันท์ มลิทอง. (2536). เทคโนโลยีการศึกษาร่วมสมัย. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- คณะกรรมการการพัฒนการสอนและผลิตอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์. (2524). ชุดการเรียนการสอนสำหรับครูคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ทบวงมหาวิทยาลัย.
- จूरรัตน์ วงศ์วิริยะพันธ์. (2546). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีสวัสดิ์วิทยาการ จังหวัดน่าน. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (หลักสูตรและการสอน). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. ถ่ายเอกสาร.
- ฉลองชัย สุวัฒน์บุรณ์. (2528). การเลือกและการใช้สื่อการสอน. กรุงเทพฯ: ภาควิชาเทคโนโลยีการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ฉลอง ทับศรี. (2521, มิถุนายน). ชุดการเรียนการสอน. ศึกษาศาสตรสาร. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. 7(2): 55-58.
- ชญาธิษฐ์ พุกเถื่อน. (2536). การศึกษาตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา สังกัดสำนักงานการประถมศึกษา จังหวัดพิษณุโลก. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). พิษณุโลก: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร. ถ่ายเอกสาร.

- ชวาล แพทย์กุล. (2516). *เทคนิคการวัดผล*. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.
- ชูศรี สนิทประชากร. (2534, กรกฎาคม-ธันวาคม). การเรียนรู้โดยการร่วมมือ (Cooperative Learning). *วารสารจันทร์เกษมสาร*. 2(4): 45-49.
- เชี่ยวชาญ เทพกุล. (2545). การพัฒนาชุดการเรียนรู้แบบ STAD ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ทศนิยมและเศษส่วน. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์. (2523). กระบวนทัศน์แนวทางการและระบบสื่อการสอน. ใน *เอกสารการสอนชุดวิชาเทคโนโลยี และสื่อทางการศึกษา เล่ม 1 หน่วยที่ 1-8*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ไชยยศ เรืองสุวรรณ. (2533). *หลักการและเทคโนโลยีทางการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: เรือนแก้วการพิมพ์.
- ทิศนา ขัมมณี. (2548). *รูปแบบการเรียนรู้การสอน : ทางเลือกที่หลากหลาย*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นาฏยา ปันอยู่. (2543). ผลของการเรียนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิคแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์ที่มีต่อชาวน์อารมณ์และผล สัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (จิตวิทยาการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- นิพนธ์ สุขปรีดี. (2525). *เทคโนโลยีทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์พิมพ์เนต.
- บุญเกื้อ ควรวาเช. (2530). *นวัตกรรมการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: ภาควิชาเทคโนโลยีการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางเขน.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2541). *การพัฒนาการสอน*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.
- ปาสสน์ กงตาล. (2535, กันยายน). การร่วมมือกันเรียนรู้. *วารสารศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น*. 15(1-2): 19-26.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2543, มกราคม-มีนาคม). ความเคลื่อนไหวเกี่ยวกับ NCTM. *วารสารสสวท*. 28(108): 14-19.
- เปรมจิตต์ ขจรภัยลาร์เซน. (2536). *วิธีสอนแบบการเรียนรู้ร่วมกัน*. เอกสารประกอบการบรรยาย. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- พรชนก ช่วยสุข. (2545). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้เทคนิค TAI (TEAM ASSISTED INDIVIDUALIZATION) เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดคำนวณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 1. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พรณัฏฐ์ เ่งธรรมสาร. (2533, กุมภาพันธ์). การเรียนแบบทำงานรับผิดชอบร่วมกัน. *สารพัฒนาหลักสูตร*. 95: 35-37.

- พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล. (2547). การพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์. (2541, พฤษภาคม). การเรียนแบบร่วมมือ. *คุรุปริทัศน์*. 1: 36-46.
- ไพโรจน์ เบขุนทด. (2544). ผลการเรียนรู้แบบร่วมมือ 3 วิธีที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความร่วมมือในการทำงานกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (มัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2539). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บริษัทการพิมพ์ จำกัด.
- (2543, กรกฎาคม-กันยายน). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 กับการสอนคณิตศาสตร์. *วารสารสสวท*. 28(110): 24-31.
- ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ต้นบรรจง. (2531). *สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- รุ่งทิวา จักรกร. (2527). *วิธีการสอนทั่วไป*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์รุ่งเรืองธรรม.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- (2540). *สถิติวิทยาทางการวิจัย*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- (2543). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.
- วรกิต วัดเข้าหลาม. (2542, พฤษภาคม - สิงหาคม). หลักการแนวคิดการผลิตและใช้ชุดการเรียนรู้. *ส่งเสริมประสิทธิภาพการเรียนการสอน*. 8(2): 6.
- วราภรณ์ มีหนัก. (2545ก, พฤษภาคม-กรกฎาคม). การตั้งคำถาม ยุทธศาสตร์การจัดการเรียนการสอน. *วารสารคณิตศาสตร์*. 46(524-526): 35-38.
- (2545ข, กันยายน). การจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. *วารสารวิชาการ*. 5(9): 58-65.
- วัชร ชันเชื้อ. (2545). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยกระบวนการกลุ่มเพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วัฒนา มณีวงศ์. (2542). ผลของการเรียนแบบร่วมมือที่มีต่อความสามารถทางการเรียนเรขาคณิต และการเห็นคุณค่าในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ คศ.ม. (ศึกษาศาสตร์-การสอน). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.

- วัฒนาพร ระบับทุกซ์. (2545). *เทคนิคและกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ*. กรุงเทพฯ: พริกหวานกราฟฟิค.
- วาสนา ชาวหา. (2522). *เทคโนโลยีทางการศึกษา*. ชลบุรี: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางแสน.
- วิชัย วงษ์ใหญ่. (2525). *พัฒนาหลักสูตรและการสอน-มิติใหม่*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ศิริภรณ์ ณะวงศ์ษา. (2542). *การศึกษานวัตกรรมทางการเรียนคณิตศาสตร์และการให้ความร่วมมือต่อกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ TEAMS-GAMES-TOURNAMENT แบบ STUDENT TEAMS-ACHIEVEMENT DIVISION และการสอนตามคู่มือครู*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศศิธร แก้วรักษา. (2547). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมบัติ แสงทองคำสุก. (2545). *การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมศักดิ์ ภูวิภาดาวรรณ. (2544). *การยัดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางและการประเมินตามสภาพจริง*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: THE KNOWLEDGE CENTER.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *การวิจัยการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ปีการศึกษา 2521-2542*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- สิริมา สาระพล. (2547). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยใช้ตัวแทน (Representations) เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุกิจ ศรีพรหม. (2541, กันยายน). ชุดการสอนกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน. *วารสารวิชาการ*. 1(9) : 72.

สุโขทัยธรรมมาธิราช, มหาวิทยาลัย. (2533). เอกสารการสอนชุดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์หน่วยที่ 8-15.

กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุพัตรา ฤกษ์บ้าย. (2544). ผลของการใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือ และการใช้สัญญาณเงื่อนไขที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนไทยนิยมสงเคราะห์ สำนักงานเขตบางเขน กรุงเทพมหานคร. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (จิตวิทยาการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สุภาพร บุญหนัก. (2544). การพัฒนาชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สุภาภรณ์ ทิพย์สุวรรณ. (2543). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบเรียนเป็นคู่ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สุรศักดิ์ หลาบมาลา. (2531, กุมภาพันธ์). การเรียนการสอนแบบร่วมมือ. วิทยาสาร. 86(6): 4-8.

สุวรรณมาลี นาคเสน. (2544). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอน *Group Investigation* เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2544). ร่วมปฏิรูปการเรียนรู้กับครูต้นแบบ : การจัดกระบวนการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ การสอนแบบผู้เรียนเป็นสำคัญ. กรุงเทพฯ: กองทุนรางวัลเกียรติยศแห่งวิชาชีพครู สกศ.

สำนักนิเทศและพัฒนามาตรฐานการศึกษา. (2545). แนวทางการวัดและประเมินผลในชั้นเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

สำนักทดสอบทางการศึกษา. (2548). ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแยกตามกลุ่มสาระการเรียนรู้. สืบค้นเมื่อ 15 มีนาคม 2548. จาก <http://gened.moe.go.th/gpasearch/>.

ไสว ฟ้าขาว. (2542). การจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง. กรุงเทพฯ: เอมพันธ์.

เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต. (2528). เทคโนโลยีทางการศึกษา. กรุงเทพฯ: ภาควิชาครุศาสตร์เทคโนโลยี สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.

- อติพร ศรียมก. (2537). เอกสารการสอนชุดวิชาสื่อการสอนระดับมัธยมศึกษา เล่ม 2 หน่วยที่ 8-15. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- อารี สันทนต์. (2539). การเรียนแบบร่วมมือ. สารานุกรมศึกษาศาสตร์. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. 75(15): 89-93.
- Ajose, Sunday A. & Joyner, Virginia G. (1990, May). Cooperative Learning : The Rebirth of an Effective Teaching Strategy. *Educational Horizons*. 19(5): 198.
- Artzt, Alice F. & Newman, Claire M. (1990, September). Cooperative Learning. *The Mathematics Teacher*. 83(6): 448-452.
- Bloom, Benjamin S. (1976). *Teaching and Learning Mathematics (in secondary School)*. Dubuque, Iowa: Wm. C. Brown.
- Bonaparte, Edward Paul Christian. (1990, January). The Effects of Cooperative Versus Competitive Classroom Organization for Mastery Learning on Mathematical Achievement and Self-Esteem of Urban Second-Grade Pupils. *Dissertation Abstract International*. 50(7): 1991-A.
- Cardarelli, Sally M. (1973). *Individualized Instruction Programmed and Material*. New York: Englewood Cliffs.
- Davidson, Neil. (1990). Small-Group Cooperative Learning in Mathematics. In *Teaching and Learning Mathematics in the 1990s*. Thomas J. Coney and Christian R. Hirsch. pp.52-61. Boston, Virginia: NCTM.
- Dossey, John A. et al. (2002). *Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom. A Contemporary Approach to Teaching Grade 7-12*. Pacific Grove: BROOKS/COLE.
- Drexel, Robert Earl. (1997, July). Connecting Common and Decimal Fraction Concepts : A Common Fraction Perspective. *Dissertation Abstracts International*. 58(6): 2119A.
- Duane, James E. (1973). *Individualized Instruction-Programs and Materials*. Englewood Cliffs, New Jersey: Educational Technology.
- Good, Carter V. (1973). *Dictionary of Education*. 3rd ed. New York: McGraw-Hill Book.
- Heather, Glen. (1977, February). A Working Definition of Individualized Instruction. *Educational Leadership*. 34(5): 342-344.

- Herbst, Maria Hanahoe. (2004). *Facilitating access to the general education mathematics curriculum for students with emotional/behavioral disorders*. Retrieved September 15, 2005, from <http://wwwlib.umi.com/dissertations/fullcit/3142964> .
- Houston, Robert W. and others. (1972). *Development Instructional Modules: A Modular System for Writing Modules*. Texas: College of Education University of Houston.
- Hulley, Kathy Louise Sullivan. (1998). *An Instructional Package Integrating Science and Social Studies Instruction at the Fifth-Grade Level*. Retrieved April 8, 2005, from <http://wwwlib.umi.com/dissertations/fullcit/9842381>.
- Johnson, David W & Johnson, Roger T. (1989). Cooperative Learning in Mathematics Education. In *New Directions for Elementary School Mathematics. 1989 Yearbook*. pp. 235-237. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- , (1990). Using Cooperative Learning Package. In *American Education*. Englewood Cliffs, New Jersey: Educational Technology Publication.
- Johnson, D.W. ; Johnson, R.T. & Holubec, E.T. (1993). *Circle of Learning : Cooperative in the Classroom*. Minnesota: Interaction Book.
- Joyce, Gilchrist H. (2004). *The Use of Small Groups to Facilitate Learning in Adult Basic Education Mathematics*. Retrieved April 8, 2005, from <http://wwwlib.umi.com/Dissertations/fullcit/MQ90903>.
- Kagan, Spencer. (1994). *Cooperative Learning*. Publisher: Resources for Teachers.
- Kapfer, Philip G. & Kapfer, B. Mirian. (1972). Introduction to Learning Package. In *American Education*. Englewood Cliffs, New Jersey: Educational Technology Publication.
- Kennedy, Leonard M. & Tipps, Steve. (1994). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. 7th ed. Belmont, California: Wadsworth.
- Knuth, Eric J. (2000, January). Understanding Connections between Equations and Graphs. *Mathematics Teacher*. 93(1): 48-53.
- Lawson, Michael J. & Chinnappan, Mohan. (2000, January). Knowledge Connectedness in Geometry Problem Solving. *Journal for Research in Mathematics Education*. 31(1): 26-43.

- Moore, Kenneth D. & Blankenship, Jacob W. (1977, July-September). Teaching Basic Science Skills Through Realistic Science Experience in the Elementary School. *Science Education*. 61(3): 337-345.
- Natsaulas, Anthula. (2000, May). Group Symmetries Connect Art and History with Mathematics. *Mathematics Teacher*. 93(5) : 364-370.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- , (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, Va: NCTM.
- , (2000). *Principles and Standards for Mathematics*. Reston, Va: NCTM.
- Pandiscio, Eric A. (2002, October). Effects of Differing Emphases in the Use of Multiple Representation and Technology on Students' Understanding of Calculus Concept. *Focus on Learning Problems in Mathematics*. 21(3): 1-26.
- Ping-Jung, Tintera. (2004). *The Facilitative Role of Graphing Calculators in Learning College Algebra : An Analysis of Adult Learner's Learning Style and Self-efficacy in Mathematics*. Retrieved April 8, 2005, from <http://wwwlib.umi.com/dissertations/fullcit/3137270>.
- Prescott, Daniel A. (1961, February). Basic Techniques of Studying Children, from A Report of the Conference on Child Study. *Educational Bulletin*. 18(2): 14-16.
- Randall, Regina T. (2003). *Differences in Knowledge and Perceptions of Cooperative Learning Between Urban Elementary Teachers Assigned to Neighborhood School and Schools of Choice*. Retrieved April 8, 2005, from <http://wwwlib.umi.com/dissertations/fullcit/3116533>.
- Rupnow, Kenneth Clai. (1997, July). Effects of Cooperative Learning on Beginning Algebra Students in the Small Private Liberal Arts College (College Students). *Dissertation Abstracts International*. 58(1): 76-A.
- Slavin, Robert E. (1987, November). Cooperative Learning and Cooperative School. *Educational Leadership*. 45(3): 7-13.
- , (1995). *Cooperative Learning : Theory, Research and Practice*. Massachusetts: A Divisions of Simon & Schuster.

- Spuler, Frances Burton. (1993, November). A Meta-Analysis of the Relative Effectiveness of Two Cooperative Learning Models in Increasing Mathematics Achievement. *Dissertation Abstracts International*. 54(5): 1715-A.
- Sqroi, Richard J. & Sqroi, Laura Shannon. (1993). *Mathematics for Elementary School Teachers Problem Solving Investigation*. Boston: PWS.
- Vacher, H.L. & Mylroie, John E. (2001, November). Connecting with Geology : Where's The End of the Cave?. *Mathematics Teacher*. 94(8): 640-641.
- Vivas, David A. (1985, September). The Design and Evaluation of a Course in Thinking Operations for First Graders in Venezuela. *Dissertation Abstracts International*. 46(3): 603-A.
- Wheeler, R. & Ryan, F. L. (1990). *Effects of Cooperative and Comprehension*. Cambridge: Cambridge University press.
- White, Wes. (2001, February). Connecting Independence and the Chi – Square Statistic. *Mathematics Teacher*. 94(2): 134-136.
- Wilson, Cynthia Louise. (1989, August). An Analysis of a Direct Instruction Produce in Teaching Word Problem-solving to learning Disabled Students. *Dissertation Abstracts International*. 50(2): 416-A.
- Wilson, James W. (1971). Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics. In *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. Benjamin S. Bloom. pp. 643-696. New York: McGraw-Hill Book.
- Zaidi, H.A. (January 1994). Comparing Cooperative Learning Variation and Tradition Instruction in Seventh-grade Mathematics : Effects on Achievement and Self-Regulation Strategies. *Dissertation Abstracts International*. 54(7): 858-A.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
- ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

แบบอัตนัย เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

- ค่า $\sum x_i$ ค่า $\sum x_i^2$ ค่า σ_i^2 เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

ตาราง 12 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ผู้เชี่ยวชาญ	คะแนนความคิดเห็น ข้อที่														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
คนที่ 1	1	1	1	0	0	1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1
คนที่ 2	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
คนที่ 3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
IOC	1	0.67	1	0.67	0.67	0.67	0.33	1	1	1	1	1	1	1	1

คัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เฉพาะข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า $IOC \geq 0.5$ จึงคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 - 1 จำนวน 14 ข้อ

ตาราง 13 ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
แบบอัตนัย เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

ข้อที่	P_E	D	ผลการพิจารณา
1	0.59	0.53	คัดเลือก
2	0.60	0.60	คัดเลือก
3	0.72	0.28	คัดออก
4	0.63	0.62	คัดเลือก
5	0.62	0.63	คัดเลือก
6	0.39	0.34	คัดออก
7	0.80	0.32	คัดออก
8	0.82	0.23	คัดออก
9	0.49	0.77	คัดเลือก
10	0.54	0.59	คัดเลือก
11	0.61	0.60	คัดเลือก
12	0.40	0.22	คัดออก
13	0.45	0.49	คัดออก
14	0.39	0.52	คัดเลือก

คัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เฉพาะข้อที่มีค่าความยาก (P_E) อยู่ระหว่าง 0.39 - 0.63 ซึ่งมีความยากง่ายพอเหมาะ ไม่ยากหรือง่ายจนเกินไป และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.52 - 0.77 ซึ่งเป็นข้อที่แยกคนได้ และสามารถนำไปใช้ครั้งต่อไปได้ โดยคัดเลือกแบบทดสอบนี้ทั้งหมด จำนวน 8 ข้อ

ตาราง 14 ค่า $\sum x_i$ ค่า $\sum x_i^2$ ค่า σ_i^2 เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

ข้อที่	$\sum x_i$	$\sum x_i^2$	σ_i^2
1	206	510	0.85
2	214	560	1.02
3	200	496	0.96
4	222	580	0.87
5	209	521	0.84
6	223	549	0.52
7	196	456	0.72
8	211	533	0.88

หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบอัตนัย โดยใช้สูตรการหาค่า
สัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma_t^2} \right\}$$

เมื่อ	α	แทน	สัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	n	แทน	จำนวนข้อสอบ
	σ_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนรายข้อ
	σ_t^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนของข้อสอบทั้งฉบับ

จากตาราง จะได้ $n = 8$, $\sum \sigma_i^2 = 6.66$, $\sigma_t^2 = 19.90$

$$\alpha = \frac{8}{8-1} \left\{ 1 - \frac{6.66}{19.90} \right\}$$

$$= 0.76$$

ภาคผนวก ข

- คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่อง กราฟ
- คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่อง ดีกรีของจุดยอด
- คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 เรื่อง แนวเดิน
- คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 เรื่อง กราฟออยเลอร์
- คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชุดที่ 5 เรื่อง การประยุกต์ของกราฟ
- คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และคะแนนทักษะการเชื่อมโยงทาง

คณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ตาราง 15 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่อง กราฟ

คนที่	แบบฝึกทักษะ (X) (30 คะแนน)	แบบทดสอบประจำชุด (F) (10 คะแนน)	คนที่	แบบฝึกทักษะ (X) (30 คะแนน)	แบบทดสอบประจำชุด (F) (10 คะแนน)
1	29	10	23	29	10
2	29	10	24	29	10
3	29	10	25	29	10
4	29	10	26	29	10
5	29	10	27	29	10
6	29	8	28	29	10
7	29	10	29	29	10
8	29	10	30	29	8
9	29	8	31	29	8
10	29	10	32	29	8
11	29	8	33	29	10
12	29	10	34	29	10
13	29	10	35	29	8
14	29	8	36	29	10
15	29	10	37	30	10
16	29	10	38	29	10
17	29	10	39	29	10
18	29	10	40	29	10
19	29	10	41	29	10
20	29	8	42	30	8
21	29	10	43	29	10
22	29	6	44	29	10

$$E_1 = \frac{\sum X}{N} \times 100 = \frac{1278}{44} \times 100 = 96.82, E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100 = \frac{416}{44} \times 100 = 94.55$$

ตาราง 16 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่อง ดีกรีของจุดยอด

คนที่	แบบฝึกทักษะ (X) (20 คะแนน)	แบบทดสอบประจำชุด (F) (10 คะแนน)	คนที่	แบบฝึกทักษะ (X) (20 คะแนน)	แบบทดสอบประจำชุด (F) (10 คะแนน)
1	19	10	23	16	10
2	19	10	24	19	10
3	19	10	25	19	10
4	19	10	26	19	10
5	19	10	27	19	10
6	19	9	28	19	10
7	19	10	29	19	10
8	18	10	30	17	10
9	19	10	31	18	10
10	18	10	32	17	10
11	18	10	33	19	10
12	19	7	34	19	10
13	19	10	35	17	10
14	18	8	36	16	10
15	17	10	37	18	10
16	19	10	38	17	10
17	19	10	39	17	10
18	19	10	40	18	8
19	19	10	41	19	10
20	19	10	42	16	10
21	19	10	43	18	10
22	19	10	44	20	10

$$E_1 = \frac{\sum X}{N} \times 100 = \frac{808}{44} \times 100 = 91.81 \quad , \quad E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100 = \frac{432}{44} \times 100 = 98.18$$

ตาราง 17 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 เรื่อง แนวเดิน

คนที่	แบบฝึกทักษะ (X) (20 คะแนน)	แบบทดสอบประจำชุด (F) (10 คะแนน)	คนที่	แบบฝึกทักษะ (X) (20 คะแนน)	แบบทดสอบประจำชุด (F) (10 คะแนน)
1	20	10	23	20	9
2	20	10	24	20	7
3	20	10	25	20	10
4	20	10	26	20	10
5	20	10	27	20	10
6	20	10	28	20	10
7	20	9	29	20	10
8	19	10	30	20	9
9	20	10	31	20	9
10	20	10	32	20	10
11	20	9	33	20	10
12	19	10	34	20	9
13	20	9	35	20	10
14	20	9	36	20	10
15	20	10	37	20	10
16	20	7	38	20	10
17	20	9	39	20	9
18	20	7	40	20	7
19	20	9	41	20	10
20	20	10	42	20	10
21	19	9	43	20	10
22	20	10	44	20	10

$$E_1 = \frac{\sum X}{N} \times 100 = \frac{877}{44} \times 100 = 99.66 \quad , \quad E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100 = \frac{416}{44} \times 100 = 94.55$$

ตาราง 18 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 เรื่อง กราฟออยเลอร์

คนที่	แบบฝึกทักษะ (X) (20 คะแนน)	แบบทดสอบประจำชุด (F) (10 คะแนน)	คนที่	แบบฝึกทักษะ (X) (20 คะแนน)	แบบทดสอบประจำชุด (F) (10 คะแนน)
1	20	10	23	18	10
2	20	10	24	20	10
3	20	10	25	20	10
4	19	10	26	20	10
5	19	10	27	20	10
6	19	10	28	20	10
7	20	10	29	19	10
8	20	10	30	20	10
9	20	10	31	19	10
10	19	10	32	19	10
11	19	10	33	19	10
12	19	10	34	19	10
13	20	10	35	18	10
14	19	10	36	19	10
15	19	10	37	19	10
16	20	10	38	19	10
17	20	9	39	20	10
18	20	10	40	20	10
19	19	10	41	20	10
20	19	10	42	19	10
21	19	10	43	19	10
22	19	10	44	20	10

$$E_1 = \frac{\sum X}{N} \times 100 = \frac{854}{44} \times 100 = 97.05 \quad , \quad E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100 = \frac{439}{44} \times 100 = 99.77$$

ตาราง 19 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชุดที่ 5 เรื่อง การประยุกต์ของกราฟ

คนที่	แบบฝึกทักษะ (X) (50 คะแนน)	แบบทดสอบประจำชุด (F) (10 คะแนน)	คนที่	แบบฝึกทักษะ (X) (50 คะแนน)	แบบทดสอบประจำชุด (F) (10 คะแนน)
1	50	10	23	50	10
2	49	10	24	49	10
3	49	10	25	49	10
4	48	10	26	49	10
5	50	10	27	50	10
6	49	10	28	49	10
7	50	10	29	50	9
8	50	10	30	50	10
9	50	10	31	50	10
10	47	10	32	46	10
11	50	10	33	50	10
12	50	10	34	50	10
13	50	10	35	50	10
14	49	10	36	50	10
15	50	10	37	50	10
16	48	10	38	50	10
17	50	10	39	50	10
18	49	10	40	50	10
19	50	10	41	50	10
20	50	10	42	50	10
21	50	10	43	50	10
22	49	10	44	50	10

$$E_1 = \frac{\sum X}{N} \times 100 = \frac{2179}{44} \times 100 = 99.05, E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100 = \frac{439}{10} \times 100 = 99.77$$

ตาราง 20 คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และคะแนนทักษะการเชื่อมโยงทาง

คณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง ทฤษฎีกราฟ
เบื้องต้น ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 (32 คะแนน)

คนที่	ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน		ทักษะการเชื่อมโยง		คนที่	ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน		ทักษะการเชื่อมโยง	
	คะแนน ก่อนเรียน	คะแนน หลังเรียน	คะแนน ก่อนเรียน	คะแนน หลังเรียน		คะแนน ก่อนเรียน	คะแนน หลังเรียน	คะแนน ก่อนเรียน	คะแนน หลังเรียน
1	8	29	11	27	23	9	28	12	26
2	9	29	9	26	24	6	26	7	23
3	7	28	9	21	25	7	28	9	24
4	6	24	11	20	26	8	27	13	25
5	9	26	10	22	27	9	30	14	28
6	14	29	17	28	28	10	31	15	31
7	9	27	9	22	29	9	29	11	26
8	8	28	12	25	30	12	31	17	31
9	6	29	12	25	31	8	27	12	23
10	6	26	9	20	32	8	28	11	27
11	8	26	10	21	33	9	30	12	29
12	8	29	10	27	34	12	31	17	31
13	9	29	9	26	35	10	30	13	29
14	7	26	13	23	36	8	29	12	28
15	8	29	13	25	37	6	28	9	25
16	9	28	13	24	38	8	28	13	26
17	8	29	12	28	39	7	29	11	26
18	7	28	11	26	40	7	28	12	25
19	8	29	11	26	41	8	28	10	25
20	9	28	9	24	42	8	30	14	28
21	7	29	10	24	43	8	29	11	28
22	8	26	10	24	44	8	29	13	27

ภาคผนวก ค

1. ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 4
เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น
2. ตัวอย่างชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง
เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6)

เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น



โครงการสอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ระดับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2548

เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

จำนวน 19 คาบ

สาระการเรียนรู้ที่ 7 วิยุตคณิต

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. เขียนกราฟเมื่อกำหนดจุด (vertex) และเส้น (edge) ให้ และระบุได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟ
ออยเลอร์หรือไม่

2. นำความรู้เรื่องทฤษฎีกราฟไปแก้ปัญหาบางประการได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

ชุดที่ 1 กราฟ

1. หา $V(G)$ และ $E(G)$ ของกราฟที่กำหนดให้ได้
2. บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้จำลองสถานการณ์เดียวกันหรือไม่
3. เขียนกราฟจำลองสถานการณ์ปัญหา และตอบคำถามได้
4. หาเส้นเชื่อมขนาน(parallel edges)และวงวน(loop)ได้
5. บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟเชิงเดียว(simple graph)หรือกราฟหลายเชิง(multigraph)
6. หาจุดยอดประชิด(adjacent vertices) ในกราฟที่กำหนดให้ได้
7. หาเส้นเชื่อมที่เกิดกับ(incident) จุดยอด ในกราฟที่กำหนดให้ได้

ชุดที่ 2 ดีกรีของจุดยอด

8. หาดีกรีของจุดแต่ละจุดในกราฟได้
9. ใช้ทฤษฎีบท 1 แก้ปัญหาที่กำหนดได้
10. บอกได้ว่าจุดแต่ละจุดเป็นจุดยอดคู่ หรือจุดยอดคี่
11. ใช้ทฤษฎีบท 2 แก้ปัญหาที่กำหนดได้

ชุดที่ 3 แนวเดิน

12. หาแนวเดิน (walk) ของกราฟได้
13. บอกได้ว่ากราฟใดเป็นหรือไม่เป็นกราฟเชื่อมโยง

ชุดที่ 4 กราฟออยเลอร์

14. ระบุได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟออยเลอร์หรือไม่
15. ใช้ทฤษฎีบท 3 ในการแก้ปัญหบางประการได้

ชุดที่ 5 การประยุกต์ของกราฟ

16. ทหวิธีที่สั้นที่สุดของกราฟถ่วงน้ำหนักได้
17. อธิบายลักษณะของต้นไม้ (tree) ได้
18. หาต้นไม้แผ่ทั่วที่น้อยที่สุดของกราฟถ่วงน้ำหนักได้
19. นำความรู้เรื่องทฤษฎีกราฟไปแก้ปัญหบางประการได้

เนื้อหา

1. ทดสอบก่อนเรียน (Pretest)	$1\frac{1}{2}$ คาบ
2. กราฟ	3 คาบ
3. ดีกรีของจุดยอด	3 คาบ
4. แนวเดิน	2 คาบ
5. กราฟออยเลอร์	2 คาบ
6. การประยุกต์ของกราฟ	6 คาบ
7. ทดสอบหลังเรียน (Posttest)	$1\frac{1}{2}$ คาบ
รวม	19 คาบ

โครงการสอนรายคาบแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค STAD, TGT และ NHT

เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น

คาบที่	หัวเรื่อง	ลักษณะเนื้อหา	เทคนิคที่ใช้
1	กราฟ (1)	- แผนภาพจำลอง และบทนิยามของกราฟ (Graph) - ลักษณะและตัวอย่างของกราฟ (Graph) - การจำลองสถานการณ์ต่าง ๆ ด้วยกราฟ (Graph)	STAD
2	กราฟ (2)	- บทนิยามของเส้นเชื่อม (parallel edges) และ วงวน (loop) - ลักษณะและตัวอย่างของกราฟที่มีเส้นเชื่อม (parallel edges) และ วงวน (loop) - บทนิยามของกราฟเชิงเดียว (simple graph) และ กราฟหลายเชิง (multigraph) - สถานการณ์ปัญหาของกราฟที่มีลักษณะ เส้นเชื่อม (parallel edges) และ วงวน (loop)	STAD
3	กราฟ (3)	- บทนิยามของจุดยอดประชิด (adjacent vertices) และเกิดกับ (incident) - ลักษณะและตัวอย่างของกราฟที่มีจุดยอดประชิด (adjacent vertices) และเกิดกับ (incident) - สถานการณ์ปัญหาของกราฟที่มีลักษณะ จุดยอดประชิด (adjacent vertices) และเกิดกับ (incident)	STAD
4	ดีกรีของจุด (1)	- บทนิยามของดีกรี (degree) - ตัวอย่างกราฟที่อธิบายลักษณะของดีกรี (degree) - ทฤษฎีบท 1	TGT
5	ดีกรีของจุด (2)	- บทนิยามจุดยอดคู่ (even vertex) และจุดยอดคี่ (odd vertex) - ตัวอย่างกราฟที่มีจุดยอดคู่ (even vertex) และ จุดยอดคี่ (odd vertex) - ทฤษฎีบท 2 - สถานการณ์ปัญหาที่มีการนำทฤษฎีบท 1 และ ทฤษฎีบท 2 ไปใช้	TGT
6	ดีกรีของจุด (3)	เกมร่วมมือแข่งขัน (1) เพื่อทดสอบความเข้าใจ เรื่อง ดีกรีของจุดยอด	TGT

คาบที่	หัวเรื่อง	ลักษณะเนื้อหา	เทคนิคที่ใช้
7	แนวดิน (1)	- บทนิยามของแนวดิน $u-v$ ($u-v$ walk) - ตัวอย่างกราฟที่อธิบายลักษณะของแนวดิน $u-v$ ($u-v$ walk) - สถานการณ์ปัญหาของกราฟที่มีการนำแนวดิน $u-v$ ($u-v$ walk) ของกราฟไปใช้	NHT
8	แนวดิน (2)	- บทนิยามของกราฟเชื่อมโยง (connected graph) - ตัวอย่างกราฟที่อธิบายลักษณะของกราฟเชื่อมโยง (connected graph)	NHT
9	กราฟออยเลอร์ (1)	- บทนิยามของวงจร (circuit) วงจรออยเลอร์ (Euler circuit) และกราฟออยเลอร์ (eulerian graph) - ตัวอย่างกราฟที่อธิบายลักษณะของกราฟออยเลอร์ (eulerian graph) - ขั้นตอนการสร้างวงจรออยเลอร์ - สถานการณ์ปัญหาของกราฟที่มีการนำกราฟออยเลอร์ (eulerian graph) ไปใช้	NHT
10	กราฟออยเลอร์ (3)	- ทฤษฎีบท 3 - สถานการณ์ปัญหาที่ใช้ทฤษฎีบท ตรวจสอบลักษณะของกราฟออยเลอร์ - ปัญหาสะพานเคอนิกส์เบิร์ก (Konigsberg Bridge Problem) - การนำกราฟออยเลอร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา	NHT
11	การประยุกต์ของกราฟ (1)	- บทนิยามของวิถี (path) และ วิถีที่สั้นที่สุด (shortest path) - ตัวอย่างกราฟที่อธิบายลักษณะของวิถี (path) และ วิถีที่สั้นที่สุด (shortest path) - สถานการณ์ปัญหาของกราฟที่มีการนำวิถี (path) และวิถีที่สั้นที่สุด (shortest path) ของกราฟไปใช้	TGT

คาบที่	ชื่อเรื่อง	ลักษณะเนื้อหา	เทคนิคที่ใช้
12	การประยุกต์ของกราฟ (2)	เกมร่วมมือแข่งขัน (2) เพื่อทดสอบความเข้าใจ เรื่อง วิธีที่สั้นที่สุด	TGT
13	การประยุกต์ของกราฟ (3)	- บทนิยามของวัฏจักร (cycle) และ ต้นไม้ (tree) - ตัวอย่างกราฟที่อธิบายลักษณะของวัฏจักร (cycle) และ ต้นไม้ (tree) - สถานการณ์ปัญหาของกราฟที่มีการนำวัฏจักร(cycle) และ ต้นไม้ (tree) ของกราฟไปใช้	NHT
14	การประยุกต์ของกราฟ (4)	- บทนิยามของกราฟย่อย (subgraph) - บทนิยามของต้นไม้แผ่ทั่ว (spanning tree) - บทนิยามของต้นไม้แผ่ทั่วที่น้อยที่สุด (minimal spanning tree) - สถานการณ์ปัญหาของกราฟที่มีการนำต้นไม้แผ่ทั่วที่น้อยที่สุด (minimal spanning tree)ของกราฟไปใช้	STAD
15	การประยุกต์ของกราฟ (5)	ปัญหาการเชื่อมโยง - ตัวอย่าง ปัญหาการวางสายโทรศัพท์ - ตัวอย่าง ปัญหาการวางแผนทางคมนาคม - ตัวอย่าง ปัญหาการระบายสี	STAD
16	การประยุกต์ของกราฟ (6)	- ตัวอย่าง ปัญหาความน่าจะเป็น - สถานการณ์ปัญหาความน่าจะเป็นที่นำกราฟไปใช้ - สถานการณ์ปัญหาของกราฟที่นำความน่าจะเป็นไปใช้	NHT

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม
 ช่วงชั้นที่ 4 หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ภาคเรียนที่ 2

เรื่อง กราฟออยเลอร์

ระดับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ปีการศึกษา 2548

จำนวน 1 คาบ (60 นาที)

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1.1.1 ระบุได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟออยเลอร์หรือไม่

1.2 ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนสามารถ

1.2.1 เชื่อมโยง

1.2.2 แก้ปัญหา

1.2.2 สื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอ

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1.3.1 มีความรับผิดชอบ

1.3.2 มีระเบียบวินัย

1.3.3 ทำงานเป็นระบบรอบคอบ

2. สาระการเรียนรู้

กราฟออยเลอร์ (Eulerian graph)

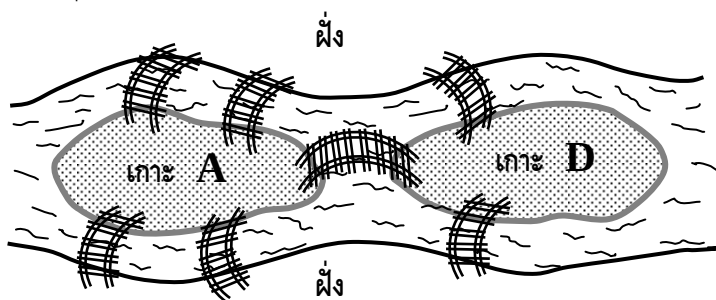
ประวัติเลออนฮาร์ด ออยเลอร์ (Leonhard Euler)



ออยเลอร์เกิดที่เมืองบาซิล (Basel) ในประเทศสวิตเซอร์แลนด์ ในปี ค.ศ. 1707 และได้ศึกษาคณิตศาสตร์กับ Johann Bernoulli ถึงแม้ท่านจะตาบอดข้างหนึ่งในช่วง 17 ปีสุดท้ายของท่าน และไฟไหม้บ้านเอกสารมากมายถูกทำลาย ท่านก็ไม่ได้หยุดยั้งการค้นคว้าในวิชาคณิตศาสตร์ ในปี ค.ศ. 1783 ท่านถึงแก่กรรมด้วยเส้นโลหิตในสมองแตกเมื่ออายุ 76 ปี ผลงานทางคณิตศาสตร์ตลอดชีวิตของท่านมีมากมาย อาทิเช่น ดีพิมพ์ตำราแคลคูลัสซึ่งเป็นตำราแคลคูลัสซึ่งใช้เป็นต้นแบบของตำราแคลคูลัสเล่มอื่นๆในสมัยต่อมา คิดค้น Euler's theorem และ Euler ϕ - function ในวิชาทฤษฎีจำนวน คิดค้นสัญลักษณ์ $f(x)$, e , $\sum$, I และเป็นผู้

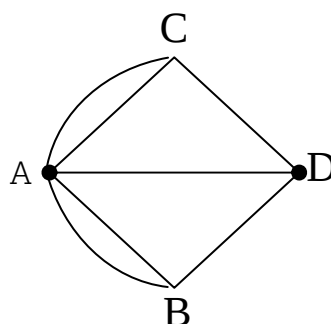
ก่อนำเนิบทฤษฎีกราฟจากการแก้ปัญหาสะพานเคอนิกส์เบิร์ก (Konigsberg Bridge Problem) จนได้ชื่อว่าเป็น “บิดาแห่งทฤษฎีกราฟ” ซึ่งปัญหาของสะพานนี้มีอยู่ว่า

ในเมืองเคอนิกส์เบิร์ก ตั้งอยู่ชายฝั่งแม่น้ำพรีเกิล (Pregel River) ซึ่งมีเกาะ 2 เกาะกลางแม่น้ำ และมีสะพาน 7 สะพาน เชื่อมเกาะทั้งสองกับชายฝั่งทั้งสองข้าง ดังรูปที่ 1 ซึ่งจัดไว้สำหรับเป็นที่พักผ่อนของชาวเมือง ในวันอาทิตย์ ชาวเมืองเคอนิกส์เบิร์กต้องการทราบว่าเป็นไปได้หรือไม่ที่จะเดินจากชายฝั่งผ่านทุกสะพานเพียงครั้งเดียวและกลับมายังจุดเริ่มต้น



รูปที่ 1

ในการแก้ปัญหา ออยเลอร์ได้จำลองสถานการณ์เป็นกราฟ โดยให้จุดยอด แทน ฝั่งและเกาะ ให้เส้นเชื่อม แทน สะพานระหว่างฝั่งกับเกาะ หรือสะพานระหว่างเกาะกับเกาะ ดังรูปที่ 2



รูปที่ 2

แนวคิด ในการตอบปัญหานี้ คือ

หาแนวเดินที่ผ่านเส้นเชื่อมทุกเส้นเพียงครั้งเดียวแล้วกลับมาที่จุดเริ่มต้น

ณ จุดใด ๆ ที่ไม่ใช่จุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุด เมื่อเดินตามเส้นเชื่อมแต่ละเส้นจะต้องเข้าจุดแล้วจะต้องออกจากจุดเสมอ ดังนั้น จำนวนเส้นเชื่อมที่เข้าจุด จะเท่ากับจำนวนเส้นเชื่อมที่ออกจากจุดนั้น แสดงว่า จุดยอดนั้นจะต้องมีดีกรีเป็นจำนวนคู่ จึงเป็นจุดยอดคู่

ณ จุดเริ่มต้น เมื่อมีเส้นเชื่อมออกแล้ว หากยังเดินไม่ครบทุกเส้นเชื่อมแล้วเดินเข้ากลับยังจุดเริ่มต้นอีก จะต้องเดินออกจากจุดนี้ไปจนกลับเข้ามาสิ้นสุดที่จุดนี้อีกครั้ง แสดงว่า จุดยอดนั้นจะต้องมีดีกรีเป็นจำนวนคู่ จึงเป็นจุดยอดคู่ด้วยเช่นกัน

เนื่องจากในกราฟจำลองสถานการณ์ปัญหาจุดยอดทุกจุดมีดีกรี 3 ซึ่งทุกจุดเป็นจุดยอดคี่ ดังนั้น จึงเป็นไปได้ที่ชาวเมืองจะเดินจากชายฝั่งผ่านทุกสะพานเพียงครั้งเดียวและกลับมายังจุดเริ่มต้น

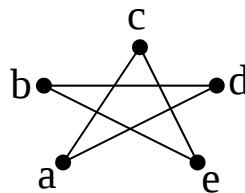
บทนิยาม

วงจร (circuit) คือ แนวเดินที่เส้นเชื่อมทั้งหมดแตกต่างกัน โดยมีจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายเป็นจุดยอดเดียวกัน

วงจรรอยเลอร์ (Euler circuit) คือ วงจรที่ผ่านจุดยอดทุกจุดและเส้นเชื่อมทุกเส้นของกราฟ
กราฟที่มีวงจรรอยเลอร์ เรียกว่า **กราฟออยเลอร์ (Eulerian graph)**

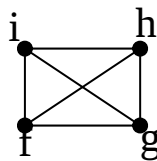
ตัวอย่างที่ 1 กราฟ G ต่อไปนี้เป็นกราฟออยเลอร์หรือไม่

G_1 :



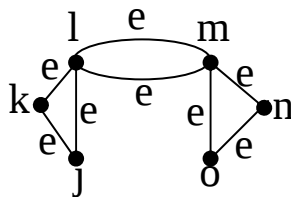
กราฟ G_1 มีแนวเดิน a, c, e, b, d, a ผ่านเส้นเชื่อมทุกเส้นไม่ซ้ำกัน และมีจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายเป็นจุดเดียวกัน ซึ่งเป็นวงจรรอยเลอร์ ดังนั้น กราฟ G_1 เป็นกราฟออยเลอร์

G_2 :



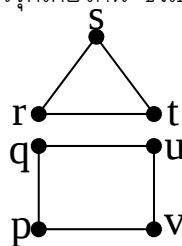
กราฟ G_2 ไม่มีแนวเดินที่ผ่านเส้นเชื่อมทุกเส้นเพียงครั้งเดียวแล้วจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดเป็นจุดเดียวกัน
กราฟ G_2 ไม่มีวงจรรอยเลอร์ ดังนั้น กราฟ G_2 ไม่เป็นกราฟออยเลอร์

G_3 :



กราฟ G_3 มีแนวเดิน $k, e_2, l, e_4, m, e_6, n, e_8, o, e_7, m, e_5, l, e_3, j, e_1, k$ ผ่านเส้นเชื่อมทุกเส้นไม่ซ้ำกัน และมีจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายเป็นจุดเดียวกัน ซึ่งเป็นวงจรรอยเลอร์
ดังนั้น กราฟ G_3 เป็นกราฟออยเลอร์

G_4 :



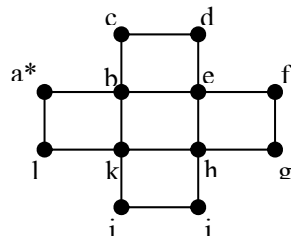
กราฟ G_4 ไม่มีแนวดิน $p-r$ ยังมีคู่จุดยอดอื่น ๆ อีกที่ไม่มีแนวดินซึ่งกราฟนี้ไม่เป็นกราฟเชื่อมโยงจึงไม่มีวงจรออยเลอร์ ดังนั้น กราฟ G_4 ไม่เป็นกราฟออยเลอร์

ข้อสังเกต กราฟออยเลอร์ จะมีคุณสมบัติดังนี้

1. เป็นกราฟเชื่อมโยง
2. จุดยอดทุกจุดเป็นจุดของคู่
3. มีวงจรออยเลอร์

ขั้นตอนการสร้างวงจรออยเลอร์

กำหนดกราฟ G ดังรูป



1. กำหนดให้จุดใดจุดหนึ่งเป็นจุดเริ่มต้น แล้วทำเครื่องหมาย * (ให้จุด a เป็นจุดเริ่มต้น)
2. ขั้นตอนการสร้างวงจร

2.1) สร้าง 1 วงจรจากจุดเริ่มต้น โดยใช้เส้นเชื่อมแต่ละเส้นเพียงครั้งเดียว

วิธีทำ สร้างวงจร $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, a$

2.2) ตรวจสอบ

2.2.1) วงจรนั้นไม่ผ่านจุดยอดทุกจุดและเส้นเชื่อมทุกเส้น

- สร้างวงจรใหม่ โดยเลือกจุดยอดหนึ่งจุดที่อยู่ในวงจรและมีเส้นเชื่อมอื่น ๆ ที่ไม่อยู่ในวงจรที่เชื่อมกับจุดนั้นแล้วให้จุดยอดนั้นเป็นจุดเริ่มต้นและสร้างวงจรใหม่อีก 1 วงจร โดยไม่ซ้ำกับวงจรเดิม

วิธีทำ ในที่นี้เลือกจุด b เป็นจุดเริ่มต้น และสร้างวงจรใหม่ 1 วงจร คือ b, e, h, k, b

- ต่อวงจร โดยนำวงจรใหม่ที่ได้ไปต่อกับวงจรเดิมโดยแทรกวงจรใหม่แทนจุดยอดที่เป็นจุดเริ่มต้นของวงจรใหม่ในวงจรเดิม แล้วกลับไปขั้นที่ 2.2 อีกครั้ง

วิธีทำ วงจรเดิม $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, a$ วงจรใหม่ b, e, h, k, b

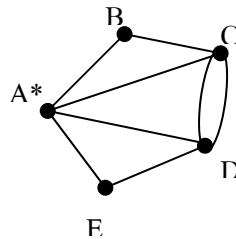
จะได้วงจรที่ต่อแล้วเป็น $a, b, e, h, k, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, a$ กลับไปตรวจสอบอีกครั้ง

2.2.2) วงจรนั้นผ่านจุดยอดทุกจุดและเส้นเชื่อมทุกเส้น แล้วจะเป็นวงจรออยเลอร์

วิธีทำ วงจรที่ต่อแล้วผ่านจุดยอดทุกจุดและเส้นเชื่อมทุกเส้น

ดังนั้น วงจร $a, b, e, h, k, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, a$ เป็นวงจรออยเลอร์

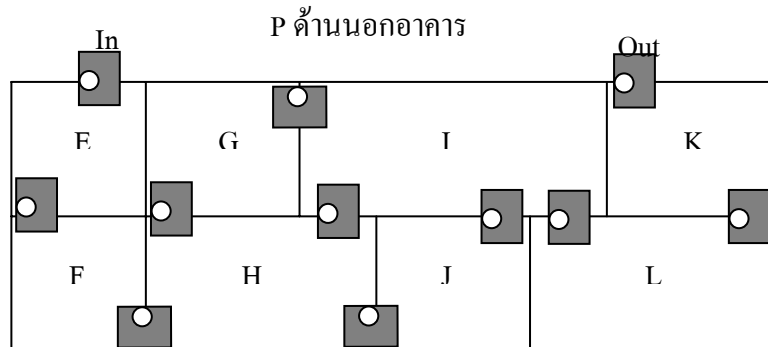
ตัวอย่างที่ 2 จงหาวงจรฮามิลตันจากกราฟ G ที่กำหนดให้



วิธีทำ

1. ให้ A เป็นจุดเริ่มต้น
 2. สร้างวงจร
 - 1) สร้าง 1 วงจรจากจุดเริ่มต้น A, B, C, D, E, A
 - 2) ตรวจสอบ วงจร A, B, C, D, E, A ไม่ผ่านเส้นเชื่อมทุกเส้น
 - 3) สร้างวงจรใหม่ เลือกจุด C เป็นจุดเริ่มต้น จะได้ วงจร C, D, A, C
 - 4) ต่อวงจรได้เป็น A, B, C, D, A, C, D, E, A
 - 5) ตรวจสอบ วงจร A, B, C, D, A, C, D, E, A ผ่านจุดยอดทุกจุดและเส้นเชื่อมทุกเส้น
- ดังนั้น วงจร A, B, C, D, A, C, D, E, A เป็นวงจรฮามิลตัน

ตัวอย่างที่ 3 บิดาเดินทางหาบุตรชายที่พลัดหลงในอาคารแสดงสินค้าภูมิปัญญาท้องถิ่น ดังรูป โดยเริ่มเดินทางด้านนอกอาคารแล้วเดินทางเข้าทางประตูทางเข้าและออกทางประตูทางออก เป็นไปได้หรือไม่ที่บิดาจะเดินทางหาบุตรโดยผ่านประตูทุกบานเพียงครั้งเดียวแล้วกลับมายังจุดเริ่มต้น



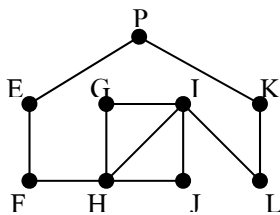
วิธีทำ

จำลองสถานการณ์นี้ด้วยกราฟ โดย

กำหนดให้ จุดยอด แทน ห้องแต่ละห้องและตำแหน่งด้านนอกของอาคาร

เส้นเชื่อม แทน ประตูที่เชื่อมห้อง 2 ห้อง หรือประตูที่เชื่อมห้องกับภายนอกอาคาร

จะได้กราฟ ดังรูป



เนื่องจาก จุดยอดทุกจุดในกราฟ G เป็นจุดยอดคู่

จะได้ว่า กราฟ G เป็นกราฟออยเลอร์

ดังนั้น บิดาสามารถหาบุตรโดยผ่านประตูทุกบานเพียงครั้งเดียวแล้วกลับมายังจุดเริ่มต้นได้

3. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นเตรียม (10 นาที)

ครูให้นักเรียนศึกษาประวัติเลออนฮาร์ด ออยเลอร์ (Leonhard Euler) และปัญหาของสะพานเคอนิกส์เบิร์ก ในใบความรู้ที่ 8 โดยครูนำภาพสะพานเคอนิกส์เบิร์กขนาดใหญ่ อธิบายเพิ่มเติม

ขั้นสอน (15 นาที)

- 1) ครูให้นักเรียนศึกษาบทนิยามของกราฟออยเลอร์ ตัวอย่างที่ 1 ในใบความรู้ที่ 8
- 2) ครูอธิบายขั้นตอนการสร้างวงจรออยเลอร์ และตัวอย่างที่ 2 โดยใช้แผ่นโปสเตอร์ และให้นักเรียนสรุปขั้นตอนการสร้างวงจรออยเลอร์
- 3) ครูอธิบายตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนเข้าใจ และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม

ขั้นปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม โดยใช้เทคนิค NHT (15 นาที)

- 1) ครูให้นักเรียนร่วมกันทำกิจกรรมกลุ่มในใบกิจกรรมที่ 8 เรื่อง เกมลากดินสอดตามรูป โดยสุ่มเรียกนักเรียน 1 คนในแต่ละกลุ่ม มาเฉลยคำตอบบนกระดานดำให้เพื่อน ๆ พิจารณา
- 2) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนที่ 8 โดยให้สมาชิกในกลุ่มช่วยอธิบายให้เพื่อนสมาชิกในกลุ่มทุกคนเข้าใจในแบบฝึกทักษะเพื่อเตรียมความพร้อมสำหรับการทดสอบ

ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ (15 นาที)

- 1) ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนที่ 8 ใช้เวลา 10 นาที โดยสุ่มนักเรียน 1 คน จากแต่ละกลุ่มให้ตอบคำถามในแบบฝึกทักษะ 1 ข้อ โดยอธิบายให้เพื่อน ๆ ฟัง ครูให้คะแนนกลุ่มที่สมาชิกตอบได้ถูกต้อง ทำเช่นนี้กับทุก ๆ กลุ่ม
- 2) ครูรวมคะแนนของแต่ละกลุ่ม และยกย่องกลุ่มที่ทำคะแนนได้สูงที่สุด

ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม (5 นาที)

ครูถามนักเรียนว่าในคาบเรียนนี้นักเรียนสามารถนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างไรบ้าง และให้นักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียน และประเมินผลการทำงานกลุ่ม โดยให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงกระบวนการทำงานและข้อบกพร่องและแนวทางการแก้ไขในการทำงานร่วมกัน

4. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

- 1) ใบความรู้ที่ 8
- 2) ใบกิจกรรมที่ 8
- 3) แบบฝึกทักษะระหว่างเรียนที่ 8
- 4) แผ่นโปสเตอร์
- 5) ภาพสะพานคอนกรีตเสริมเหล็ก

5. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้
1. ตรวจสอบการทำใบกิจกรรมที่ 8	ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป	ใบกิจกรรมที่ 8
2. ตรวจสอบการทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนที่ 8	ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป	แบบฝึกทักษะระหว่างเรียนที่ 8
3. สังเกตการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้	คะแนนรวมร้อยละ 80 ขึ้นไป	1. แบบประเมินผลงานกลุ่ม 2. แบบประเมินคุณลักษณะ 3. แบบประเมินทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์

6. บันทึกหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

7. ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม
 ช่วงชั้นที่ 4 หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ภาคเรียนที่ 2

เรื่อง กราฟออยเลอร์

ระดับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ปีการศึกษา 2548

จำนวน 1 คาบ (60 นาที)

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1.1.1 ใช้ทฤษฎีบท 3 ในการแก้ปัญหามางประการได้

1.2 ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนสามารถ

1.2.1 การเชื่อมโยง

1.2.2 การแก้ปัญหา

1.2.2 สื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอ

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1.3.1 มีความรับผิดชอบ

1.3.2 มีระเบียบวินัย

1.3.3 ทำงานเป็นระบบรอบคอบ

2. สาระการเรียนรู้

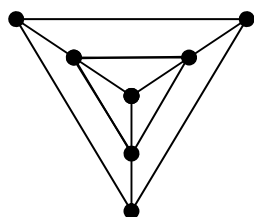
ทฤษฎีบท 3

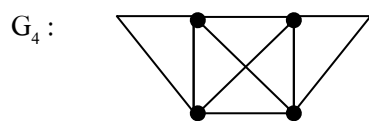
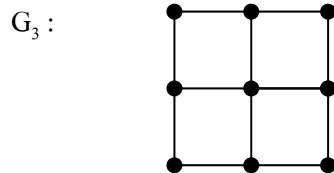
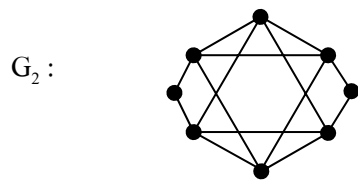
กำหนดให้ G เป็นกราฟเชื่อมโยง

G จะเป็นกราฟออยเลอร์ ก็ต่อเมื่อจุดยอดทุกจุดของ G เป็นจุดยอดคู่

ตัวอย่างที่ 4 จงตรวจสอบกราฟต่อไปนี้ กราฟใดเป็นกราฟออยเลอร์

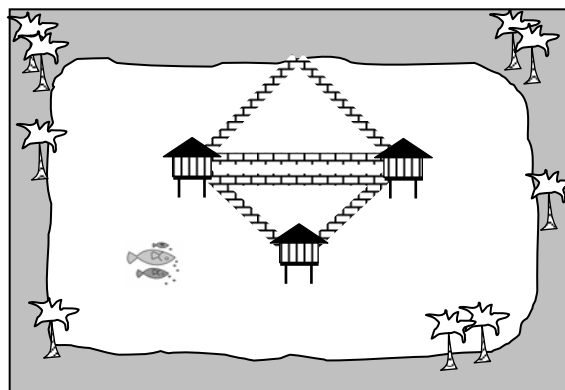
G_1 :



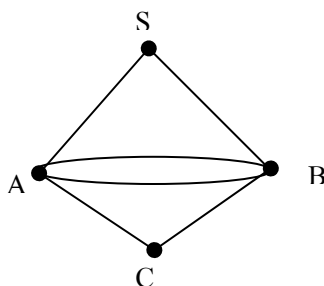


- วิธีทำ
- กราฟ G_1 ไม่เป็นกราฟออยเลอร์ เพราะมีจุดยอดบางจุดเป็นจุดยอดคี่
- กราฟ G_2 เป็นกราฟออยเลอร์ เพราะจุดยอดทุกจุดเป็นจุดยอดคู่
- กราฟ G_3 ไม่เป็นกราฟออยเลอร์ เพราะมีจุดยอดบางจุดเป็นจุดยอดคี่
- กราฟ G_4 เป็นกราฟออยเลอร์ เพราะจุดยอดทุกจุดเป็นจุดยอดคู่

ตัวอย่างที่ 5 เกษตรกรคนหนึ่งเลี้ยงไก่ไว้ในเล้า 3 หลังกลางบ่อเลี้ยงปลา ซึ่งมีสะพานทั้ง 6 ไร่สำหรับให้เกษตรกรเดินไปให้อาหารไก่ในแต่ละเล้า ดังรูป ถ้าเกษตรกรผู้นี้ต้องการเดินจากกริมบ่อเลี้ยงปลาไปยังเล้าไก่ทั้ง 3 หลัง โดยผ่านสะพานทุกสะพานเพียงครั้งเดียว แล้วกลับมายังริมบ่อตามเดิมจะสามารถทำได้หรือไม่



- วิธีทำ จำลองสถานการณ์นี้ด้วยกราฟ โดย
- กำหนดให้ จุดยอด แทน เล้าไก่และแผ่นดินริมบ่อเลี้ยงปลา
- เส้นเชื่อม แทน สะพานระหว่างเล้าไก่ 2 เล้า
- จะได้กราฟ ดังรูป



เนื่องจาก จุดยอดทุกจุดในกราฟ G เป็นจุดยอดคู่

จะได้ว่า กราฟ G เป็นกราฟออยเลอร์

ดังนั้น เกษตรกรผู้นี้สามารถเดินจากริมบ่อเลี้ยงปลาไปยังเล้าไก่ทั้ง 3 หลัง โดยผ่านสะพานทุกสะพาน เพียงครั้งเดียว แล้วกลับมายังริมบ่อตามเดิมได้

ตัวอย่างที่ 6 ลวดเส้นหนึ่งยาว 92 เซนติเมตร จะนำมาขดเป็นรูปพีระมิตตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละ 10 เซนติเมตร มีเส้นแต่ละเส้นยาว 13 เซนติเมตร โดยขดไม่ทับเส้นลวดเดิมและไม่ตัดเส้นลวดได้หรือไม่

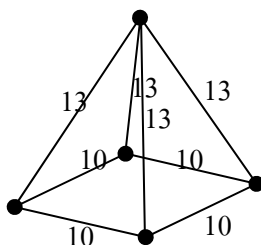
วิธีทำ จำลองรูปปริซึมฐานสามเหลี่ยมด้านเท่าด้วยกราฟได้ดังนี้

โดยกำหนดให้ จุดยอด แทน จุดตัดกันของเส้นลวดหรือมุมของปริซึม

เส้นเชื่อม แทน เส้นลวดที่อยู่ระหว่างจุดตัด

น้ำหนักเส้น แทน ความยาวของเส้นลวดระหว่างจุดตัด

จะเขียนกราฟ ได้ดังนี้



จะได้ว่า การขดลวดเป็นรูปพีระมิตโดยไม่ตัดเปรียบเสมือนการลากดินสอตามแต่ละเส้นในรูปโดยไม่ยกมือ แล้วกลับมายังจุดเริ่มต้นในทางทฤษฎีกราฟ เรียกกราฟที่มีลักษณะนี้ว่าเป็นกราฟออยเลอร์

จากทฤษฎีบท 3 กราฟ G เชื่อมโยงจะเป็นกราฟออยเลอร์ ก็ต่อเมื่อจุดยอดทุกจุดของกราฟ G เป็นจุดยอดคู่

จากกราฟนี้ดีกรีของแต่ละจุด คือ 3 ซึ่งเป็นจุดยอดคี่

ดังนั้น ไม่สามารถขดลวดเป็นรูปพีระมิตตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยขดไม่ทับเส้นลวดเดิมและไม่ตัดเส้นลวดได้

3. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นเตรียม (5 นาที)

ครูให้นักเรียนบอกบทนิยามของกราฟออยเลอร์ ขั้นตอนการสร้างกราฟออยเลอร์ และแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ในคาบเรียนนี้

ขั้นสอน (15 นาที)

- 1) ครูให้นักเรียนศึกษาทฤษฎีบท 3 และตัวอย่างที่ 4 ในใบความรู้ที่ 9
- 2) ครูสุ่มนักเรียน 1 คนจากแต่ละกลุ่ม มาสร้างกราฟออยเลอร์ คนละ 1 กราฟ บนกระดานดำ
- 3) ครูอธิบายตัวอย่างที่ 5 ในใบความรู้ที่ 9 โดยใช้แผ่นโปสเตอร์ ให้นักเรียนเข้าใจและเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม
- 4) ครูให้ตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มมารับเส้นลวด
- 5) ครูให้นักเรียนลวดขดลวดเป็นรูปพีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละ 2 เซนติเมตร มีเส้นแต่ละเส้นยาว 4 เซนติเมตร โดยขดไม่ทับเส้นลวดเดิมและไม่ตัดเส้นลวด
- 6) ครูถามผลของการขดลวดของนักเรียน (ซึ่งไม่สามารถขดลวดตามคำสั่งได้) และถามว่าเหตุผลใดผลลัพธ์จึงเป็นเช่นนั้น ให้นักเรียนช่วยกันคิด แล้วให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 6
- 7) ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปทฤษฎีบท 3

ขั้นปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม โดยใช้เทคนิค NHT (15 นาที)

- 1) ครูให้นักเรียนร่วมกันทำกิจกรรมกลุ่มในใบกิจกรรมที่ 9 เรื่อง สะพานเคอนิกส์เบิร์ก โดยสุ่มเรียกนักเรียน 1 คนในแต่ละกลุ่ม มาเฉลยคำตอบบนกระดานดำให้เพื่อน ๆ พิจารณาคำตอบ
- 2) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนที่ 9 โดยให้สมาชิกในกลุ่มช่วยอธิบายให้เพื่อนสมาชิกในกลุ่มทุกคนเข้าใจในแบบฝึกทักษะเพื่อเตรียมความพร้อมสำหรับการทดสอบ

ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ (20 นาที)

- 1) ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนที่ 9 ใช้เวลา 10 นาที โดยสุ่มนักเรียน 1 คน จากแต่ละกลุ่มให้ตอบคำถามในแบบฝึกทักษะ 1 ข้อ โดยอธิบายให้เพื่อน ๆ ฟัง ครูให้คะแนนกลุ่มที่สมาชิกตอบได้ถูกต้อง ทำเช่นนี้กับทุก ๆ กลุ่ม
- 2) ครูรวมคะแนนของแต่ละกลุ่ม และยกย่องกลุ่มที่ทำคะแนนได้สูงที่สุด
- 3) ให้นักเรียนทำแบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้ที่ 4 เป็นรายบุคคลใช้เวลาทั้งหมด 10 นาที เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วให้ส่งครูตรวจ

ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม (5 นาที)

ครูถามนักเรียนว่าในคาบเรียนนี้นักเรียนสามารถนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างไรบ้าง และให้นักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียน และประเมินผลการทำงานกลุ่ม โดยให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงกระบวนการทำงานและข้อบกพร่องและแนวทางการแก้ไขในการทำงานร่วมกัน

4. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

- 1) ใบความรู้ที่ 9
- 2) ใบกิจกรรมที่ 9
- 3) แบบฝึกทักษะระหว่างเรียนที่ 9
- 4) แบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้ที่ 4
- 5) เส้นลวด
- 6) แผ่นโปรงใส

5. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้
1. ตรวจสอบใบกิจกรรมที่ 9	ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป	ใบกิจกรรมที่ 9
2. ตรวจสอบแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนที่ 9	ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป	แบบฝึกทักษะระหว่างเรียนที่ 9
3. ตรวจสอบแบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้ที่ 4	ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป	แบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้ที่ 4
3. สังเกตการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้	คะแนนรวมร้อยละ 80 ขึ้นไป	1. แบบประเมินผลงานกลุ่ม 2. แบบประเมินคุณลักษณะ 3. แบบประเมินทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์

6. บันทึกหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

7. ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

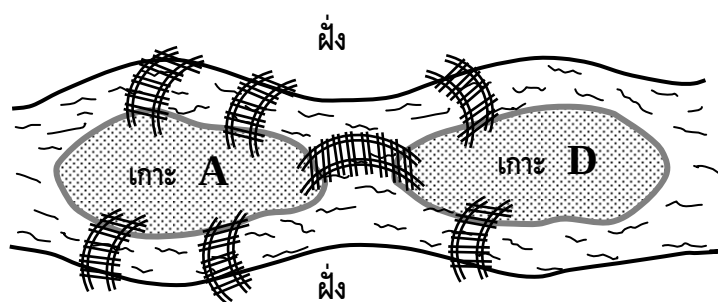
.....

ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือ ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม
ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6)
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ชุดที่ 4

เรื่อง กราฟออยเลอร์



โรงเรียน

ชื่อ นามสกุล

ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

ชุดที่ 4 เรื่อง กราฟออยเลอร์

คำชี้แจง

1. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ชุดที่ 4 เรื่อง กราฟออยเลอร์ มี 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 เกมลากดินสอตามรูป (60 นาที)

ตอนที่ 2 สะพานเคอนิกส์เบอร์ก (60 นาที)

2. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาใบความรู้ และปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรม หากนักเรียนมีข้อสงสัยหรือไม่เข้าใจในส่วนใดสามารถถามครูได้ เมื่อหมดเวลาในการปฏิบัติกิจกรรมให้นักเรียนส่งผลงานกลุ่ม

3. ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนและอธิบายให้สมาชิกในกลุ่มทุกคนเข้าใจ แล้วครูตรวจความถูกต้องโดยสุ่มเรียกตัวแทนนักเรียนในแต่ละกลุ่มเพื่อตอบคำถาม เพื่อเก็บสะสมเป็นคะแนนของกลุ่ม

4. เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาชุดการเรียนรู้ทั้ง 2 ตอนแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบประจำชุดการเรียนรู้ที่ 4 ซึ่งคะแนนที่นักเรียนแต่ละคนทำได้จะเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียน

จุดประสงค์การเรียนรู้

14. ระบุได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟออยเลอร์หรือไม่
15. ใช้ทฤษฎีบท 3 ในการแก้ปัญหบางประการได้

เวลาที่ใช้ 120 นาที

สื่อการเรียนรู้ ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชุดที่ 4 แผ่นโปสเตอร์ใบความรู้ ภาพสะพานเคอนิกส์เบอร์ก
เส้นลวด



กราฟออยเลอร์ (Eulerian graph)

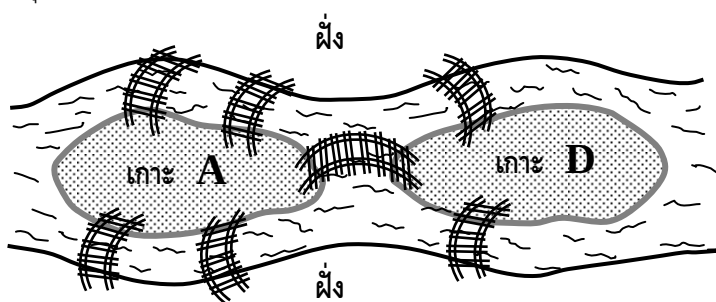
4 ประวัติเลออนฮาร์ด ออยเลอร์ (Leonhard Euler)



ออยเลอร์เกิดที่เมืองบาซิล (Basel) ในประเทศสวิตเซอร์แลนด์ ในปี ค.ศ. 1707 และได้ศึกษาคณิตศาสตร์กับ Johann Bernoulli ถึงแม้ท่านจะตาบอดข้างหนึ่งในช่วง 17 ปีสุดท้ายของท่าน และไฟไหม้บ้านเอกสารมากมายถูกทำลาย ท่านก็ไม่ได้หยุดยั้งการค้นคว้าในวิชาคณิตศาสตร์ ในปี ค.ศ. 1783 ท่านถึงแก่กรรมด้วยเส้นโลหิตในสมองแตกเมื่ออายุ 76 ปี ผลงานทางคณิตศาสตร์ตลอดชีวิตของท่านมีมากมาย อาทิเช่น ดีพิมพ์

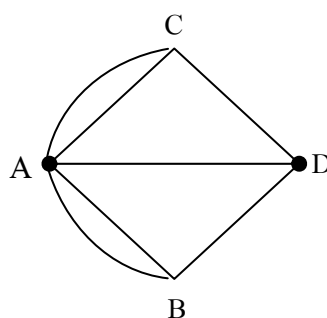
ตำราแคลคูลัสซึ่งเป็นตำราแคลคูลัสซึ่งใช้เป็นต้นแบบของตำราแคลคูลัสเล่มอื่นๆ ในสมัยต่อมา คิดค้น Euler's theorem และ Euler ϕ - function ในวิชาทฤษฎีจำนวน คิดค้นสัญลักษณ์ $f(x)$, e , $\sum$, I และเป็นผู้ก่อกำเนิดทฤษฎีกราฟจากการแก้ปัญหาสะพานคอนิกส์เบิร์ก (Konigsberg Bridge Problem) จนได้ชื่อว่าเป็น “บิดาแห่งทฤษฎีกราฟ” ซึ่งปัญหาของสะพานนี้มีอยู่ว่า

ในเมืองคอนิกส์เบิร์ก ตั้งอยู่ชายฝั่งแม่น้ำพรีเกิล (Pregel River) ซึ่งมีเกาะ 2 เกาะกลางแม่น้ำ และมีสะพาน 7 สะพาน เชื่อมเกาะทั้งสองกับชายฝั่งทั้งสองข้าง ดังรูปที่ 1 ซึ่งจัดไว้สำหรับเป็นที่พักผ่อนของชาวเมืองในวันอาทิตย์ ชาวเมืองคอนิกส์เบิร์กต้องการทราบว่าเป็นไปได้หรือไม่ที่จะเดินจากชายฝั่งผ่านทุกสะพานเพียงครั้งเดียวและกลับมายังจุดเริ่มต้น



รูปที่ 1

ในการแก้ปัญหา ออยเลอร์ได้จำลองสถานการณ์เป็นกราฟ โดยให้จุดยอด แทน ฝั่งและเกาะ ให้เส้นเชื่อม แทน สะพานระหว่างฝั่งกับเกาะ หรือสะพานระหว่างเกาะกับเกาะ ดังรูปที่ 2



แนวคิด ในการตอบปัญหานี้ คือ

หาแนวเดินที่ผ่านเส้นเชื่อมทุกเส้นเพียงครั้งเดียวแล้วกลับมาที่จุดเริ่มต้น

ณ จุดใด ๆ ที่ไม่ใช่จุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุด เมื่อเดินตามเส้นเชื่อมแต่ละเส้นจะต้องเข้าจุดแล้วจะต้องออกจากจุดเสมอ ดังนั้น จำนวนเส้นเชื่อมที่เข้าจุด จะเท่ากับจำนวนเส้นเชื่อมที่ออกจากจุดนั้น แสดงว่าจุดยอดนั้นจะต้องมีดีกรีเป็นจำนวนคู่ จึงเป็นจุดยอดคู่

ณ จุดเริ่มต้น เมื่อมีเส้นเชื่อมออกแล้ว หากยังเดินไม่ครบทุกเส้นเชื่อมแล้วเดินเข้ากลับยังจุดเริ่มต้นอีก จะต้องเดินออกจากจุดนี้ไปจนกลับเข้ามาสิ้นสุดที่จุดนี้อีกครั้ง แสดงว่า จุดยอดนั้นจะต้องมีดีกรีเป็นจำนวนคู่ จึงเป็นจุดยอดคู่ด้วยเช่นกัน

เนื่องจากในกราฟจำลองสถานการณ์ปัญหาจุดยอดทุกจุดมีดีกรี 3 ซึ่งทุกจุดเป็นจุดยอดคี่ ดังนั้น จึงเป็นไปได้ที่ชาวเมืองจะเดินจากชายฝั่งผ่านทุกสะพานเพียงครั้งเดียวและกลับมายังจุดเริ่มต้น



บทนิยาม

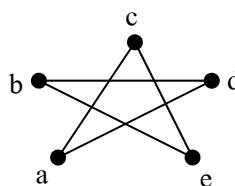
วงจร (circuit) คือ แนวเดินที่เส้นเชื่อมทั้งหมดแตกต่างกัน โดยมีจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายเป็นจุดยอดเดียวกัน

วงจรรอยเลอร์ (Euler circuit) คือ วงจรที่ผ่านจุดยอดทุกจุดและเส้นเชื่อมทุกเส้นของกราฟ

กราฟที่มีวงจรรอยเลอร์ เรียกว่า **กราฟออยเลอร์ (Eulerian graph)**

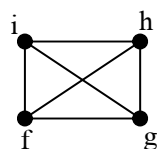
ตัวอย่างที่ 1 กราฟ G ต่อไปนี้เป็นกราฟออยเลอร์หรือไม่

G_1 :



กราฟ G_1 มีแนวเดิน a, c, e, b, d, a ผ่านเส้นเชื่อมทุกเส้นไม่ซ้ำกัน และมีจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายเป็นจุดเดียวกัน ซึ่งเป็นวงจรรอยเลอร์ ดังนั้น กราฟ G_1 เป็นกราฟออยเลอร์

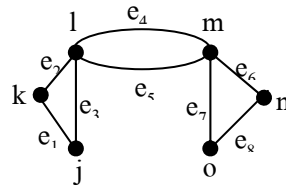
G_2 :



กราฟ G_2 ไม่มีแนวเดินที่ผ่านเส้นเชื่อมทุกเส้นเพียงครั้งเดียวแล้วจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดเป็นจุดเดียวกัน

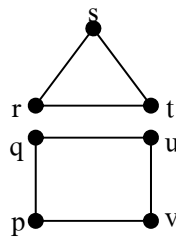
กราฟ G_2 ไม่มีวงจรรอยเลอร์ ดังนั้น กราฟ G_2 ไม่เป็นกราฟออยเลอร์

G_3 :



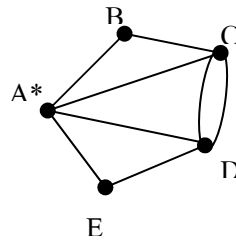
กราฟ G_3 มีแนวเดิน $k, e_2, l, e_4, m, e_6, n, e_8, o, e_7, m, e_5, l, e_3, j, e_1, k$ ผ่านเส้นเชื่อมทุกเส้น ไม่ซ้ำกัน และมีจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายเป็นจุดเดียวกัน ซึ่งเป็นวงจรย่อยเลอร์ ดังนั้น กราฟ G_3 เป็นกราฟย่อยเลอร์

G_4 :



กราฟ G_4 ไม่มีแนวเดิน $p-r$ ยังมีจุดยอดอื่น ๆ อีกที่ไม่มีแนวเดินซึ่งกราฟนี้ไม่เป็นกราฟเชื่อมโยงจึงไม่มีวงจรย่อยเลอร์ ดังนั้น กราฟ G_4 ไม่เป็นกราฟย่อยเลอร์

ตัวอย่างที่ 2 จงหาวงจรฮามิลตันจากกราฟ G ที่กำหนดให้



วิธีทำ 1. ให้ A เป็นจุดเริ่มต้น

2. สร้างวงจร

1) สร้าง 1 วงจรจากจุดเริ่มต้น A, B, C, D, E, A

2) ตรวจสอบ วงจร A, B, C, D, E, A ไม่ผ่านเส้นเชื่อมทุกเส้น

3) สร้างวงจรใหม่ เลือกจุด C เป็นจุดเริ่มต้น จะได้ วงจร C, D, A, C

4) ต่อวงจรได้เป็น A, B, C, D, A, C, D, E, A

5) ตรวจสอบ วงจร A, B, C, D, A, C, D, E, A ผ่านจุดยอดทุกจุดและเส้นเชื่อมทุกเส้น

ดังนั้น วงจร A, B, C, D, A, C, D, E, A เป็นวงจรฮามิลตัน

ข้อสังเกต กราฟฮามิลตัน จะมีคุณสมบัติดังนี้

4. เป็นกราฟเชื่อมโยง
5. จุดยอดทุกจุดเป็นจุดของคู่
3. มีวงจรฮามิลตัน

กราฟเชื่อมโยง คือ กราฟที่มีเส้นทางระหว่าง
คู่จุดยอดใดๆ ในกราฟเสมอ



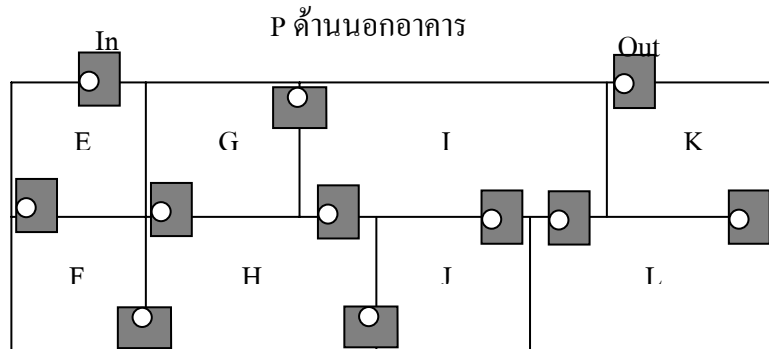
จุดยอดคู่ คือ จุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคู่

วงจรฮามิลตัน คือ เป็นเส้นทางที่มีลักษณะดังนี้

- ผ่านจุดยอดทุกจุด และเส้นเชื่อมทุกเส้น
- ใช้จุดยอดซ้ำได้ แต่เส้นเชื่อมซ้ำไม่ได้
- มีจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายเป็นจุดเดียวกัน



ตัวอย่างที่ 3 บิดาเดินตามหาบุตรชายที่พลัดหลงในอาคารแสดงสินค้าภูมิปัญญาท้องถิ่น ดังรูป โดยเริ่มเดินจากด้านนอกอาคารแล้วเดินเข้าทางประตูทางเข้าและออกทางประตูทางออก เป็นไปได้หรือไม่ที่บิดาจะเดินหาบุตรโดยผ่านประตูทุกบานเพียงครั้งเดียวแล้วกลับมายังจุดเริ่มต้น

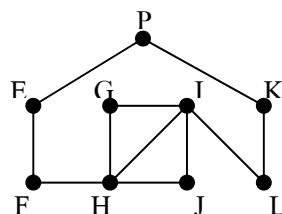


วิธีทำ จำลองสถานการณ์นี้ด้วยกราฟ โดย

กำหนดให้ จุดยอด แทน ห้องแต่ละห้องและตำแหน่งด้านนอกของอาคาร

เส้นเชื่อม แทน ประตูที่เชื่อมห้อง 2 ห้อง หรือประตูที่เชื่อมห้องกับภายนอกอาคาร

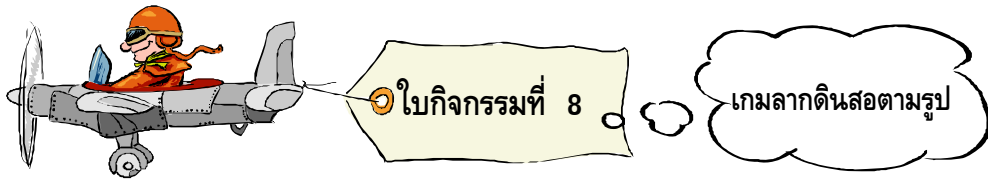
จะได้กราฟ ดังรูป



เนื่องจาก จุดยอดทุกจุดในกราฟ G เป็นจุดยอดคู่

จะได้ว่า กราฟ G เป็นกราฟออยเลอร์

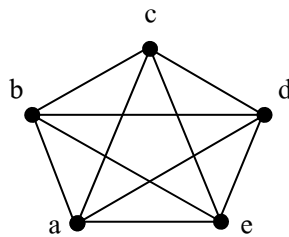
ดังนั้น บิดาสามารถหาบุตรโดยผ่านประตูทุกบานเพียงครั้งเดียวแล้วกลับมายังจุดเริ่มต้นได้



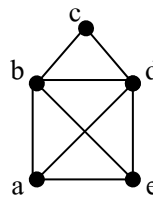
ตอนที่ 1 เกมลากดินสอตามรูป

ปัญหาชวนคิด

ในการเล่นเกملากดินสอตามรูป มีกติกาให้ผู้เล่นลากดินสอไปตามรูปที่กำหนดโดยไม่ยกดินสอออกจากรูปและผ่านแต่ละเส้นในรูปเพียงครั้งเดียว หากเริ่มต้นที่จุดใดแล้วจะต้องสิ้นสุดที่จุดนั้น



รูปที่ 1



รูปที่ 2

1. จงหาว่ากราฟในรูปใดใช้เล่นเกมนี้ได้ พร้อมทั้งยกตัวอย่าง 1 วงจร

.....

.....

.....

.....

2. จงแก้ไขกราฟรูปที่เล่นเกมไม่ได้ให้ใช้ได้ โดยเขียนเส้นเพิ่มในกราฟให้น้อยที่สุด

รูปแก้ไข



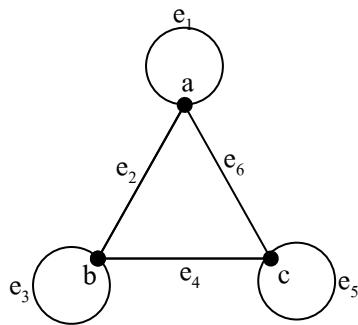
จุดประสงค์การเรียนรู้



4. นักเรียนสามารถระบุได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟออยเลอร์หรือไม่

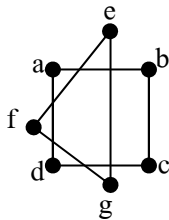
1. จงตรวจสอบว่ากราฟต่อไปนี้เป็นกราฟออยเลอร์หรือไม่ ถ้าเป็นจงหาจรอยเลอร์มา 1 วงจร (8 คะแนน)

1)



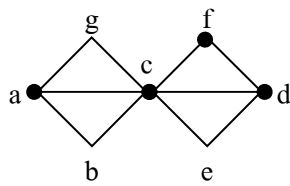
.....

2)



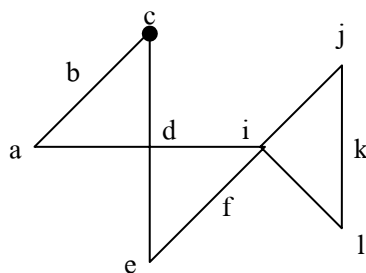
.....

3)



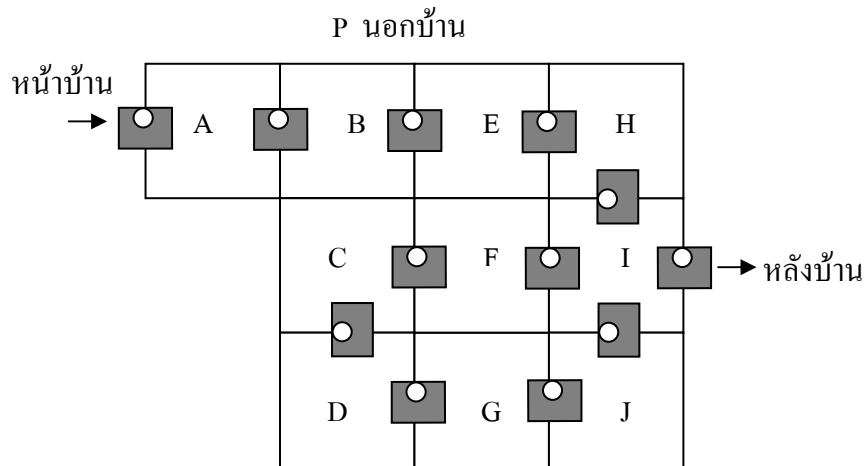
.....

4)



.....

2. แพลนบ้านชั้นเดียวหลังใหม่ของวิชัยแสดงดังรูปด้านล่าง เป็นไปได้หรือไม่ที่วิชัยจะเดินเข้าประตูหน้าบ้าน โดยผ่านประตูทุกบานในบ้านเพียงครั้งเดียว แล้วออกทางประตูหลังบ้าน (2 คะแนน)



วิธีทำ จำลองสถานการณ์นี้ด้วยกราฟ โดย
กำหนดให้ จุดยอด แทน

.....

เส้นเชื่อม แทน

.....

จะได้กราฟ ดังรูป

หาวงจรฮามิลตัน

.....

.....

.....

.....

.....

จะได้ว่า กราฟ G กราฟฮามิลตัน

ดังนั้น

.....

.....



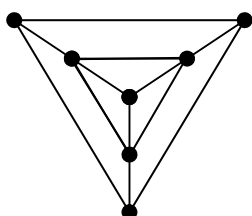
ทฤษฎีบท 3

กำหนดให้ G เป็นกราฟเชื่อมโยง

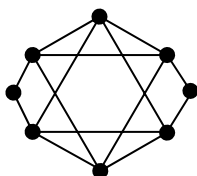
G จะเป็นกราฟออยเลอร์ ก็ต่อเมื่อจุดยอดทุกจุดของ G เป็นจุดยอดคี่

ตัวอย่างที่ 4 จงตรวจสอบกราฟต่อไปนี้ กราฟใดเป็นกราฟออยเลอร์

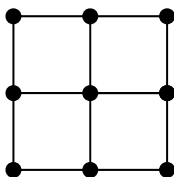
G_1 :



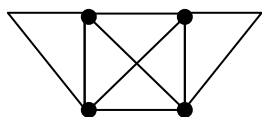
G_2 :



G_3 :

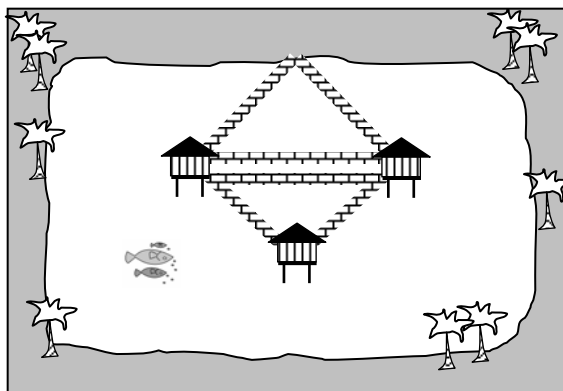


G_4 :



วิธีทำ กราฟ G_1 ไม่เป็นกราฟออยเลอร์ เพราะมีจุดยอดบางจุดเป็นจุดยอดคี่
 กราฟ G_2 เป็นกราฟออยเลอร์ เพราะจุดยอดทุกจุดเป็นจุดยอดคี่
 กราฟ G_3 ไม่เป็นกราฟออยเลอร์ เพราะมีจุดยอดบางจุดเป็นจุดยอดคี่
 กราฟ G_4 เป็นกราฟออยเลอร์ เพราะจุดยอดทุกจุดเป็นจุดยอดคี่

ตัวอย่างที่ 5 เกษตรกรคนหนึ่งเลี้ยงไก่ไว้ในเล้า 3 หลังกลางบ่อเลี้ยงปลา ซึ่งมีสะพานทั้ง 6 ไร่สำหรับให้เกษตรกรเดินไปให้อาหารไก่ในแต่ละเล้า ดังรูป ถ้าเกษตรกรผู้นี้ต้องการเดินจากริมบ่อเลี้ยงปลาไปยังเล้าไก่ทั้ง 3 หลัง โดยผ่านสะพานทุกสะพานเพียงครั้งเดียว แล้วกลับมายังริมบ่อตามเดิมจะสามารถทำได้หรือไม่

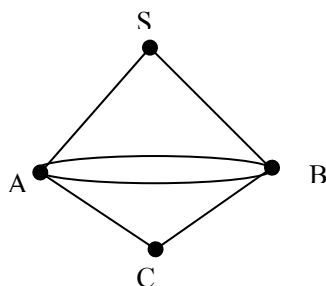


วิธีทำ จำลองสถานการณ์นี้ด้วยกราฟ โดย

กำหนดให้ จุดยอด แทน เล้าไก่และแผ่นดินริมบ่อเลี้ยงปลา

เส้นเชื่อม แทน สะพานระหว่างเล้าไก่ 2 เล้า

จะได้กราฟ ดังรูป



เนื่องจาก จุดยอดทุกจุดในกราฟ G เป็นจุดยอดคู่

จะได้ว่า กราฟ G เป็นกราฟออยเลอร์

ดังนั้น เกษตรกรผู้นี้สามารถเดินจากริมบ่อเลี้ยงปลาไปยังเล้าไก่ทั้ง 3 หลัง โดยผ่านสะพานทุกสะพานเพียงครั้งเดียว แล้วกลับมายังริมบ่อตามเดิมได้

ตัวอย่างที่ 6 ลวดเส้นหนึ่งยาว 92 เซนติเมตร จะนำมาขดเป็นรูปพีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านละ 10 เซนติเมตร มีสันแต่ละเส้นยาว 13 เซนติเมตร โดยขดไม่ทับเส้นลวดเดิมและไม่ตัดเส้นลวดได้หรือไม่

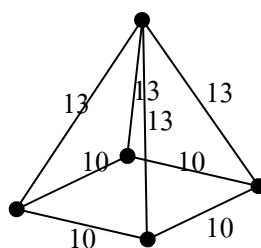
วิธีทำ จำลองรูปปริซึมฐานสามเหลี่ยมด้านเท่าด้วยกราฟได้ดังนี้

โดยกำหนดให้ จุดยอด แทน จุดตัดกันของเส้นลวดหรือมุมของปริซึม

เส้นเชื่อม แทน เส้นลวดที่อยู่ระหว่างจุดตัด

น้ำหนักเส้น แทน ความยาวของเส้นลวดระหว่างจุดตัด

จะเขียนกราฟได้ดังนี้

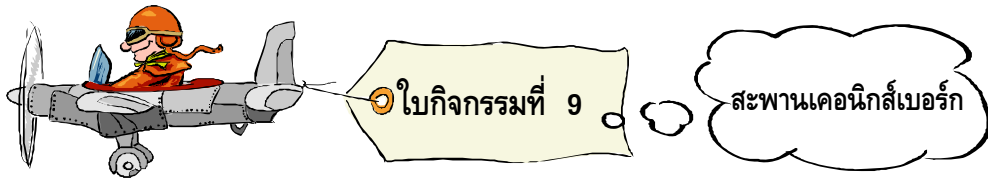


จะได้ว่า การขดลวดเป็นรูปพีระมิดโดยไม่ตัดเปรียบเสมือนการลากดินสอตามแต่ละเส้นในรูปโดยไม่ยกมือ แล้วกลับมายังจุดเริ่มต้นในทางทฤษฎีกราฟ เรียกกราฟที่มีลักษณะนี้ว่าเป็นกราฟออยเลอร์

จากทฤษฎีบท 3 กราฟ G เชื่อมโยงจะเป็นกราฟออยเลอร์ ก็ต่อเมื่อจุดยอดทุกจุดของกราฟ G เป็นจุดยอดคู่

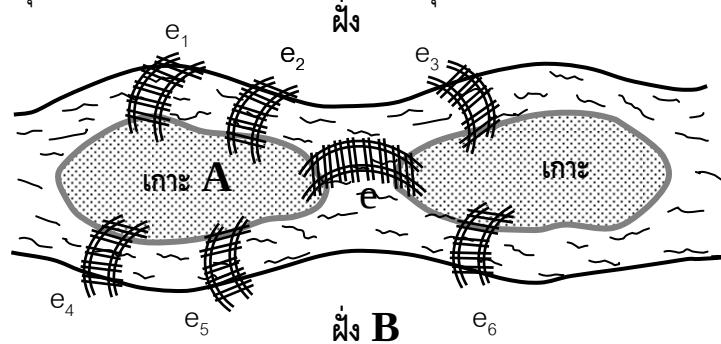
จากกราฟนี้ดีกรีของแต่ละจุด คือ 3 ซึ่งเป็นจุดยอดคี่

ดังนั้น ไม่สามารถขดลวดเป็นรูปพีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยขดไม่ทับเส้นลวดเดิมและไม่ตัดเส้นลวดได้



ตอนที่ 2 สะพานคอนิกส์เบิร์ก

ปัญหาชวนคิด จากปัญหาสะพานคอนิกส์เบิร์ก (Konigsberg Bridge Problem) ซึ่งมีสะพาน 7 สะพาน เชื่อมระหว่างเกาะ 2 เกาะ กลางแม่น้ำพรีเกิล (The River Prejel) กับแผ่นดิน ดังรูป และเป็นที่ทราบกันแล้วว่าไม่สามารถเดินผ่านสะพานทุกสะพานเพียงครั้งเดียว และกลับมายังจุดเริ่มต้นได้



จำลองสถานการณ์ปัญหาข้างต้นเป็นกราฟได้ดังนี้

กำหนดให้ จุดยอด แทน เส้นเชื่อม แทน

กำหนดเงื่อนไข

- ถ้าชาวเมืองคอนิกส์เบิร์ก ยินยอมให้สร้างสะพานเพิ่มอีก 1 สะพาน

(1.1) จะสามารถเดินผ่านสะพานทุกสะพานเพียงครั้งเดียว และกลับมายังจุดเริ่มต้นได้หรือไม่

.....

จากข้อ (1.1) ถ้าเดินผ่านสะพานทุกสะพานเพียงครั้งเดียว และกลับมายังจุดเริ่มต้นได้ให้ทำข้อ (1.2) ต่อ แต่ถ้าไม่สามารถทำตามเงื่อนไขได้ ให้ไปทำข้อ 2.

- หากทำได้จะอย่างไร จงวาดกราฟประกอบ พร้อมยกตัวอย่างเส้นทางเดิน

.....

รูปภาพ

ตัวอย่างเส้นทางเดิน

.....

2. ถ้าชาวเมืองเคอนิกส์เบอร์ก ยินยอมให้สร้างสะพานเพิ่มอีก 2 สะพาน จะสามารถทำได้หรือไม่ หากทำได้จะอย่างไร จงวาดกราฟประกอบ พร้อมยกตัวอย่างเส้นทางเดิน

(2.1) จะสามารถเดินผ่านสะพานทุกสะพานเพียงครั้งเดียว และกลับมายังจุดเริ่มต้นได้หรือไม่

.....

จากข้อ (2.1) ถ้าเดินผ่านสะพานทุกสะพานเพียงครั้งเดียว และกลับมายังจุดเริ่มต้นได้ให้ทำข้อ (2.2) ต่อ แต่ถ้าไม่สามารถทำตามเงื่อนไขได้ ไม่ต้องทำข้อ (2.2)

(2.2) หากทำได้จะอย่างไร จงวาดกราฟประกอบ พร้อมยกตัวอย่างเส้นทางเดิน

รูปภาพ

ตัวอย่างเส้นทางเดิน

.....

แบบฝึกทักษะระหว่างเรียนที่ 9

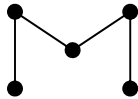
จุดประสงค์การเรียนรู้



5. นักเรียนสามารถใช้ทฤษฎีบท 3 ในการแก้ปัญหบางประการได้

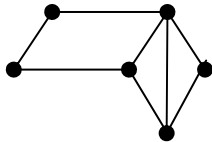
1. จงสร้างกราฟที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นกราฟออยเลอร์ โดยการเพิ่มเส้นเชื่อมในกราฟให้มีจำนวนน้อยที่สุด (8 คะแนน)

1)



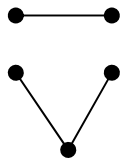
เพิ่มเส้นเชื่อม เส้น

2)



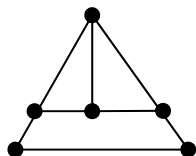
เพิ่มเส้นเชื่อม เส้น

3)



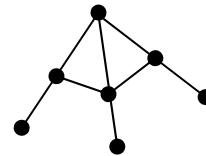
เพิ่มเส้นเชื่อม เส้น

4)



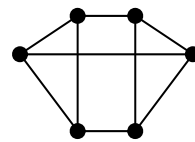
เพิ่มเส้นเชื่อม เส้น

5)



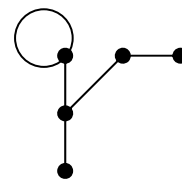
เพิ่มเส้นเชื่อม เส้น

6)



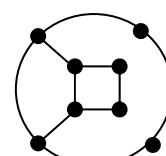
เพิ่มเส้นเชื่อม เส้น

7)



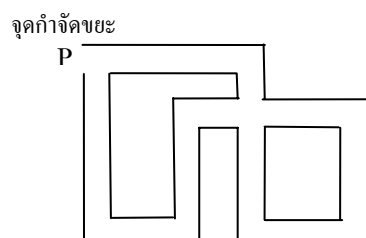
เพิ่มเส้นเชื่อม เส้น

8)



เพิ่มเส้นเชื่อม เส้น

2. พนักงานขับรถเก็บขยะของเทศบาล จะต้องนำรถที่จอด ณ จุดกำจัดขยะไปเก็บขยะตามหมู่บ้านสงบลูซ ซึ่งมีแผนที่ถนนในหมู่บ้าน ดังรูป จงหาว่าพนักงานขับรถผู้นี้จะนำรถไปเก็บขยะโดยผ่านถนนทุกสายในหมู่บ้านเพียงครั้งเดียว แล้วขนขยะไปทิ้ง ณ จุดกำจัดขยะได้หรือไม่ (2 คะแนน)



วิธีทำ จำลองสถานการณ์นี้ด้วยกราฟ โดย

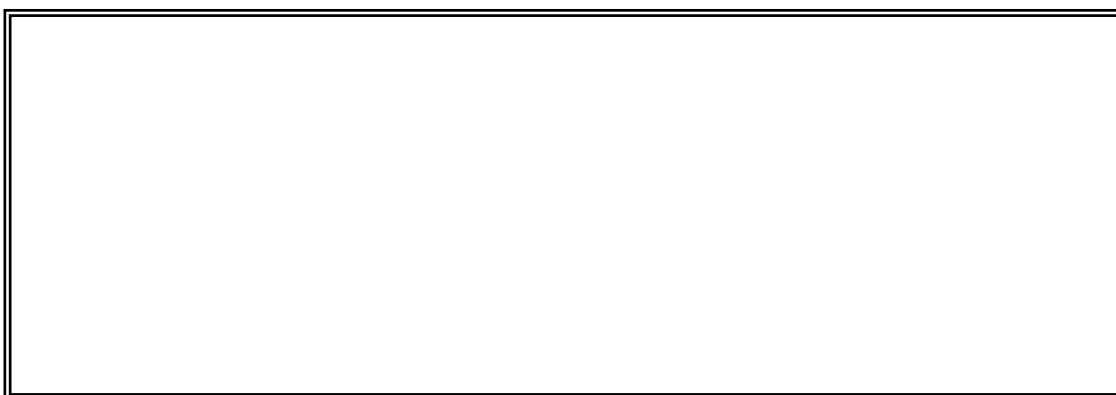
กำหนดให้ จุดยอด แทน

.....

เส้นเชื่อม แทน

.....

จะได้กราฟ ดังรูป



เนื่องจาก จุดยอดทุกจุดในกราฟ G เป็นจุดยอด.....

จะได้ว่า กราฟ G เป็นกราฟ

ดังนั้น

.....

.....

ภาคผนวก ง

1. ตัวอย่างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น
2. แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียน
3. แบบประเมินกระบวนการทำงานกลุ่มของนักเรียน

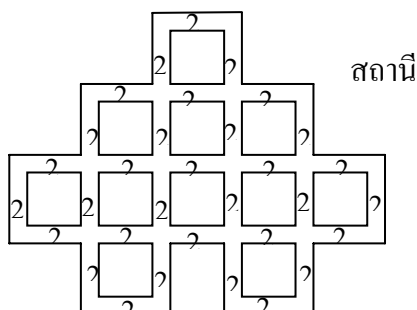
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ประจำปีการศึกษา 2548 จำนวน 8 ข้อ คะแนนเต็ม 32 คะแนน เวลา 1 ชั่วโมง 30 นาที

จงแสดงวิธีทำ

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 15 ใช้ทฤษฎีบท 3 ในการแก้ปัญหาบางประการได้

1. ตำรวจสายตรวจจะต้องเดินทางจากสถานีตำรวจไปตรวจความเรียบร้อยบริเวณถนนในเขตที่ตนเองรับผิดชอบซึ่งถนนทุก ๆ 2 เส้นตัดกันเป็นมุมฉาก และทำให้เกิดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แต่ละด้านยาว 2 กิโลเมตร ดังแผนที่ข้างล่าง จงหาว่าตำรวจผู้นี้จะต้องเดินทางตรวจความเรียบร้อยเป็นระยะทางทั้งหมดกี่กิโลเมตร และเป็นไปได้หรือไม่ที่ตำรวจผู้นี้จะเดินทางตรวจแต่ละเส้นทางเพียงครั้งเดียว แล้วกลับมาอย่างเดิม



วิธีทำ จ้างลองปัญหานี้เป็นกราฟโดย

กำหนดให้ จุดยอด แทน

.....

เส้นเชื่อม แทน

.....

น้ำหนักเส้นเชื่อม แทน

.....

จะได้กราฟ ดังรูป

ระยะทางทั้งหมดที่ตำรวจผู้นี้จะต้องเดินทาง เท่ากับ

.....

จากทฤษฎีบท 3 กราฟ G เชื่อมโยงจะเป็นกราฟ.....ก็ต่อเมื่อจุดยอดทุกจุดของกราฟ G เป็น.....

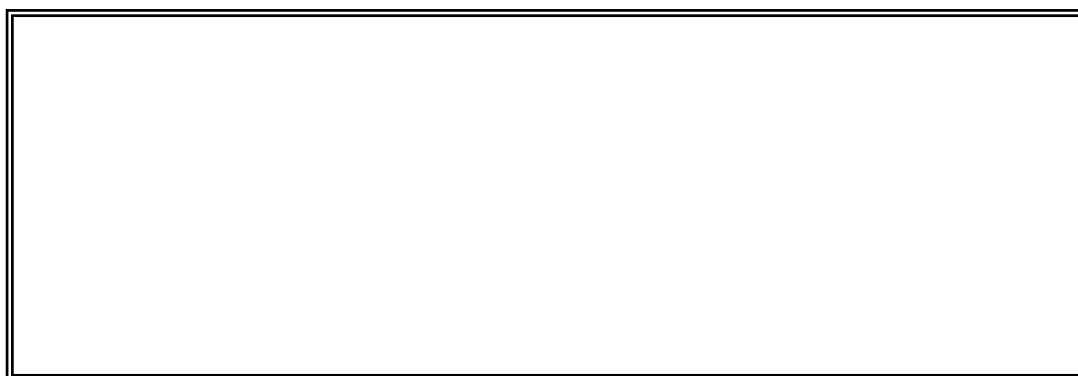
เนื่องจาก จุดยอดทุกจุดในกราฟ G เป็น.....

จะได้ว่า กราฟ G เป็น.....

ดังนั้น

2. ลวดเส้นหนึ่งยาว 70 เซนติเมตร จะนำมาขดเป็นรูปปริซึมฐานสามเหลี่ยมด้านเท่าโดยไม่ขดทับเส้นลวดเดิม ซึ่งปริซึมมีฐานรูปสามเหลี่ยมยาวด้านละ 5 เซนติเมตร และความสูงของปริซึมเท่ากับ 10 เซนติเมตร โดยไม่ต้องตัดเส้นลวดได้หรือไม่ และหากตัดเส้นลวดได้จะเหลือเส้นลวดกี่เซนติเมตร

วิธีทำ วาดรูปปริซึมฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า จะได้ดังนี้



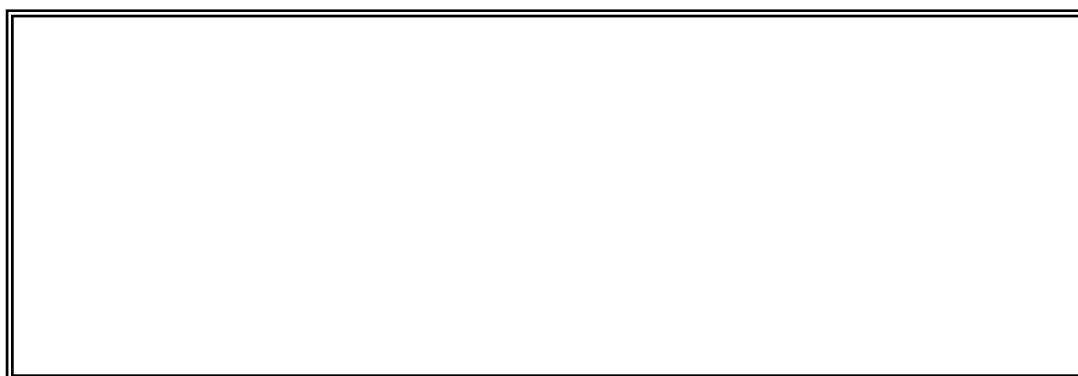
จำลองรูปปริซึมฐานสามเหลี่ยมด้านเท่าด้วยกราฟได้ดังนี้

โดยกำหนดให้ จุดยอด แทน

เส้นเชื่อม แทน

น้ำหนักเส้น แทน

จะได้กราฟ ดังนี้



จะได้ว่าการขดลวดเป็นรูปปริซึมโดยไม่ตัดเปรียบเสมือนการลากดินสอดตามแต่ละเส้นในรูปโดย

ไม่ยกมือ แล้วกลับมายังจุดเริ่มต้นในทางทฤษฎีกราฟ เรียกกราฟที่มีลักษณะนี้ว่าเป็นกราฟ.....

จากทฤษฎีบท 3 กราฟ G เชื่อมโยงจะเป็นกราฟ.....ก็ต่อเมื่อจุดยอดทุกจุดของกราฟ G เป็น.....

จากกราฟนี้ดูทีไรของแต่ละจุด คือ ซึ่งเป็นจุดยอด.....

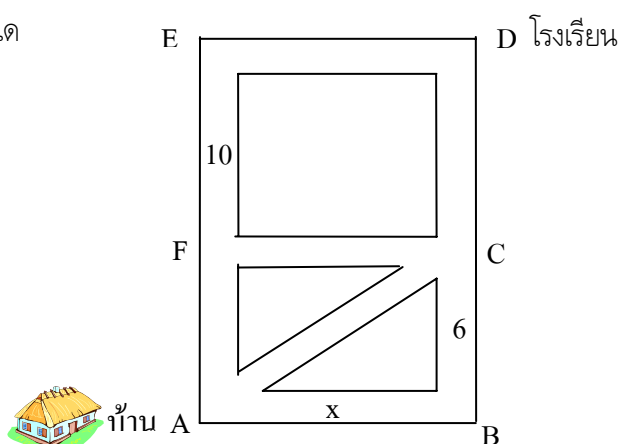
ดังนั้น

และหากตัดได้จะใช้เส้นลวดทั้งหมด เซนติเมตร

จะเหลือเส้นลวด เซนติเมตร

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 16 ทาวิธีที่สั้นที่สุดของกราฟถ่วงน้ำหนักได้

3. เส้นทางที่วิรภาพเดินทางจากบ้านไปโรงเรียน จำลองโดยกราฟถ่วงน้ำหนักที่กำหนดให้จุดยอด แทน ทางแยกของถนน และเส้นเชื่อม แทน ถนนระหว่างสองทางแยก น้ำหนักของเส้นเชื่อม แทน ความยาวของถนนระหว่างสองทางแยก (กิโลเมตร) ซึ่งทางแยกของถนนตั้งอยู่บนมุมของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 2 รูป โดยที่สี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีความกว้างยาว 6 กิโลเมตร และมีเส้นทแยงมุมยาวน้อยกว่าความยาวของด้านกว้างบวกความยาวของด้านยาวอยู่ 4 กิโลเมตร ดังรูป วิรภาพจะเลือกใช้เส้นทางใดไปโรงเรียนจึงจะเดินทางเป็นระยะทางที่สั้นที่สุด และเป็นระยะทางเท่าใด



วิธีทำ หาคความยาวของถนนทุกเส้นทาง ให้ความยาวด้านยาวเท่ากับ x กิโลเมตร

เส้นทแยงมุมยาวน้อยกว่าความยาวของด้านกว้างบวกความยาวของด้านยาวอยู่ กิโลเมตร

จะได้ เส้นทแยงมุม $AC = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ กิโลเมตร

ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม.....

จากทฤษฎีบทของ.....

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$x = \dots\dots\dots$$

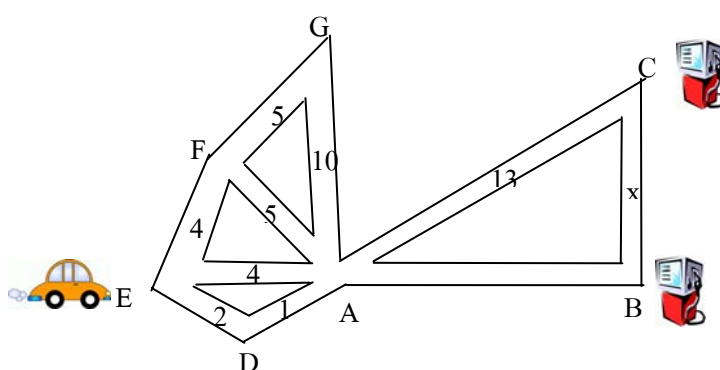
จากรูปสี่เหลี่ยม ABCF จะได้ ความยาวของด้านยาว เท่ากับ กิโลเมตร

เส้นทแยงมุม AC ยาวเท่ากับ กิโลเมตร

วิธีที่สั้นที่สุดของ A-D คือ มีความยาว เท่ากับ

ดังนั้น วีรภาพควรเลือกเส้นทาง ไปโรงเรียนซึ่งมีระยะทางน้อยที่สุดเท่ากับ กิโลเมตร

4. คิวฉนั้บรณมถึงทงแยก E แล้พบว่น้ำมันใกล้จะหมดถึง ซึ่งเขาทราบว่ที่ทงแยก B และทงแยก C มีปั้มน้ำมันตั้งอยู่ และมีถนน AB ถนน BC และ ถนน AC ตัดกันเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีทงแยก B เป็นมุมฉาก ดังรูป ที่มีถนน AB ยาวกว่ถนน BC 7 กิโลเมตร และถนน AC ยาว 13 กิโลเมตร จงหาว่าคิวฉนั้บจะต้องเดินทางไปหาปั้มน้ำมันใด จึงจะประหยัดน้ำมันมากที่สุด และเดินทางเป็นระยะทงเท่าใด



วิธีทำ ให้ ถนน BC ยาว x กิโลเมตร

จะได้ ถนน AB ยาว กิโลเมตร

ABC เป็นสามเหลี่ยม

จากทฤษฎีบทของ

จะได้ =

..... =

..... =

..... =

..... =

..... =

..... =

$x = \dots\dots\dots$

จะได้ ถนน BC ยาว กิโลเมตร และถนน AB ยาว กิโลเมตร

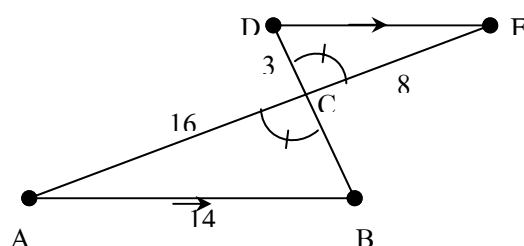
วิธีที่สั้นที่สุดของ E-B คือ มีความยาว เท่ากับ

วิธีที่สั้นที่สุดของ E-C คือ มีความยาว เท่ากับ

ดังนั้น คิวฉนั้บจะต้องเดินทางไปหาปั้มน้ำมัน จึงจะประหยัดน้ำมันมากที่สุด และเดินทางเป็นระยะทง กิโลเมตร

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 18 หาต้นไม้แฝทัวที่น้อยที่สุดของกราฟถ่วงน้ำหนักได้

5. สวนสาธารณะแห่งหนึ่ง มีสวนหย่อม 5 แห่ง คือ A, B, C, D และ E คนสวนต้องการสร้างท่อส่งน้ำไปยังสวนหย่อมทั้ง 5 แห่ง โดยวางท่อน้ำให้เป็นเส้นตรง และให้แต่ละสวนหย่อมมีทางเดินท่อน้ำถึงกัน ซึ่งคนสวนผู้นี้สำรวจเส้นทางแล้วพบว่าเส้นทางส่งน้ำ AB ขนานกับ DE และ AB ยาว 14 เมตร AC ยาว 16 เมตร CE ยาว 8 เมตร และ CD ยาว 3 เมตร ส่วนเส้นทางที่เหลือยังไม่ได้สำรวจ ดังรูป จงหาว่าคนสวนผู้นี้จะต้องวางท่อน้ำอย่างไรจึงจะใช้แรงในการขุดดินน้อยที่สุด



วิธีทำ จากรูป $DE \parallel AB$ และ $\angle ACB = \angle DCE$

จะได้ $\hat{A} = \dots\dots\dots$ และ $\hat{B} = \dots\dots\dots$

ดังนั้น $\triangle ABC \dots\dots\dots \triangle CDE$

หา BC

จะได้ $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

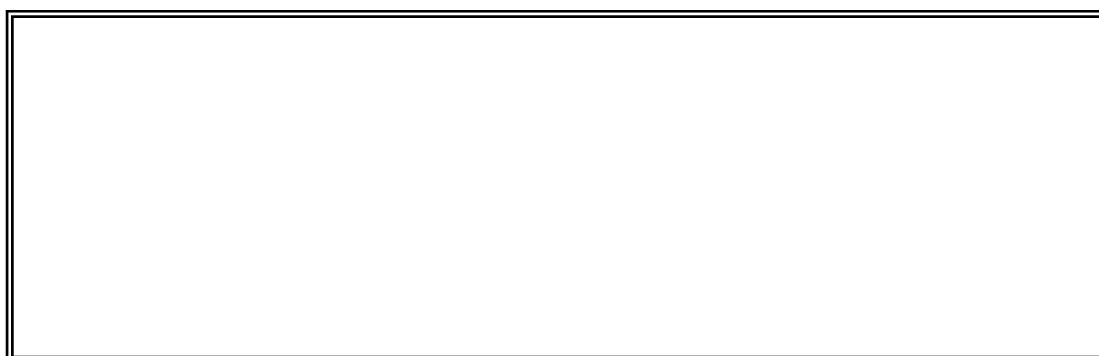
BC = $\dots\dots\dots$

หา DE

จะได้ $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

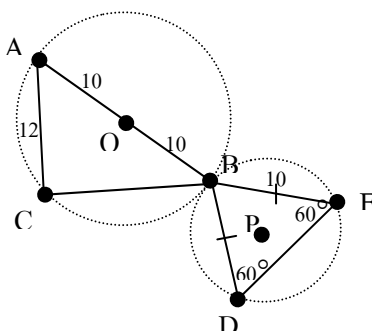
ใช้ขั้นตอนวิธีของครุสคาล์ หาต้นไม้ที่แฝทัวน้อยที่สุด

จะได้กราฟต้นไม้ ดังนี้



ดังนั้น คนสวนผู้นี้จะต้องวางท่อน้ำในเส้น $\dots\dots\dots$ จึงจะใช้แรงในการขุดดินน้อยที่สุด

6. หมู่บ้านแห่งหนึ่งต้องการวางท่อส่งแก๊สไปยังบ้าน 5 หลัง คือ A, B, C, D และ E ซึ่งตั้งอยู่บนเส้นรอบวงของวงกลม 2 วง ที่มีจุด O และจุด P เป็นจุดศูนย์กลาง จำลองสถานการณ์นี้ด้วยกราฟถ่วงน้ำหนักที่กำหนดให้จุดยอด แทน บ้านทั้ง 5 หลัง และจุดศูนย์กลางของวงกลม เส้นเชื่อม แทน เส้นทางวางท่อระหว่าง 2 หมู่บ้าน น้ำหนักเส้นเชื่อม แทน ระยะทางระหว่างบ้าน 2 หลัง (เมตร) ดังรูป ถ้าค่าใช้จ่ายในการสร้างท่อส่งแก๊สขึ้นอยู่กับการวางท่อแก๊ส และบ้านแต่ละหลังจะต้องมีท่อส่งแก๊สเชื่อมโยงถึงกัน จงหาเส้นทางในการวางท่อส่งแก๊สที่เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด และหาด้วยว่าใช้ท่อแก๊สทั้งหมดกี่เมตร



วิธีทำ จากสมบัติของวงกลม

จะได้ $\angle BCA = \dots\dots\dots$ เหตุผล

นั่นคือ ABC เป็นรูป.....

จากทฤษฎีบทของ.....

จะได้ $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

CB = $\dots\dots\dots$

จาก $\triangle BDE$

จะได้ $\angle DBE = \dots\dots\dots$

นั่นคือ BDE เป็นรูป.....

ดังนั้น BE = $\dots\dots\dots$ เมตร

ใช้ขั้นตอนของครูสการ์ล หาดันไม้แผ้วที่น้อยที่สุด

จะได้ ต้นไม้ ดังรูป

ดังนั้น เส้นทางในการวางท่อส่งแก๊สที่เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดคือ

..... และใช้ท่อแก๊สทั้งหมด เมตร

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 19 นำความรู้เรื่องทฤษฎีกราฟไปแก้ปัญหบางประการได้

7. ถ้าต้องการระบายสีแผนที่ของจังหวัดนครนายก สระบุรี ปราจีนบุรี ฉะเชิงเทรา ชลบุรี และอยุธยา โดยที่จังหวัดที่มีพรมแดนติดต่อกันต้องระบายสีที่ต่างกัน จะต้องใช้สีอย่างน้อยที่สุดกี่สี

วิธีทำ จังหวัดที่มีพรมแดนติดต่อกันมีดังนี้

นครนายก	ติดกับ	
สระบุรี	ติดกับ	
ปราจีนบุรี	ติดกับ	
ฉะเชิงเทรา	ติดกับ	
ชลบุรี	ติดกับ	
อยุธยา	ติดกับ	

จำลองสถานการณ์ปัญหาด้วยกราฟ

กำหนดให้ จุดยอด แทน

เส้นเชื่อม แทน

จุด น แทน จังหวัดนครนายก

จุด ฉ แทน จังหวัดฉะเชิงเทรา

จุด ส แทน จังหวัดสระบุรี

จุด ช แทน จังหวัดชลบุรี

จุด ป แทน จังหวัดปราจีนบุรี

จุด อ แทน จังหวัดอยุธยา

ให้จุด น ระบายสีที่

จุด ส ระบายสีที่

จุด ป ระบายสีที่

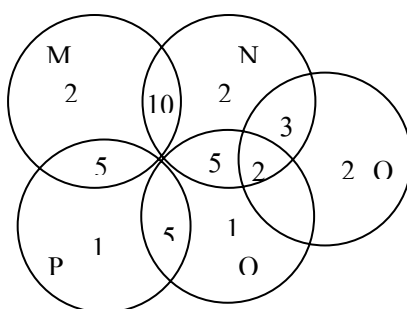
จุด ฉ ระบายสีที่

จุด อ ระบายสีที่

จุด ช ระบายสีที่

ดังนั้น จะต้องใช้สีอย่างน้อยที่สุด สี

8. ภาควิชาคณิตศาสตร์ของมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งต้องการจัดตารางเรียนของนิสิตที่ลงทะเบียนเรียนรวม 5 วิชา คือ M, N, O, P และ Q ซึ่งใช้เวลาเรียนวิชาละ 1 ชั่วโมง จำนวนนิสิตที่ลงทะเบียนเรียนในแต่ละรายวิชาเป็นไปตามแผนภาพเวเน่ ดังรูป ถ้ากำหนดให้เริ่มเรียนที่เวลา 8.00 น. เวลาที่น้อยที่สุดในการจัดตารางเรียนนี้เป็นกี่ชั่วโมง



วิธีทำ จําลองสถานการณ์ปัญหาด้วยกราฟ

กำหนดให้ จุดยอด แทน

เส้นเชื่อม แทน

เขียนกราฟได้ ดังนี้

ให้วิชา M เรียนในเวลา ถึง

วิชา N เรียนในเวลา ถึง

วิชา O เรียนในเวลา ถึง

วิชา P เรียนในเวลา ถึง

วิชา Q เรียนในเวลา ถึง

ใช้เวลาเรียนตั้งแต่ ถึง

ดังนั้น เวลาที่น้อยที่สุดในการจัดตารางเรียนนี้ คือ ชั่วโมง

แบบประเมินคุณลักษณะที่พึงประสงค์ของนักเรียน

คำชี้แจง ทำเครื่องหมาย ✓ ในช่องที่เป็นจริงมากที่สุด

[illegible]

เกณฑ์การให้คะแนน

คุณลักษณะ ความรับผิดชอบ

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	Ψ ส่งงานก่อนหรือตรงกำหนดเวลาดำเนินการ Ψ รับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมายและปฏิบัติเองจนเป็นนิสัย เป็นระบบแก่ผู้อื่น และแนะนำชักชวนให้ผู้อื่นปฏิบัติ
2 ดี	Ψ ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ได้มีการติดต่อชี้แจงครูผู้สอน มีเหตุผลที่รับฟังได้ Ψ รับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย ปฏิบัติเองจนเป็นนิสัย
1 พอใช้	Ψ ส่งงานช้ากว่ากำหนด Ψ ปฏิบัติงานโดยต้องอาศัยการชี้แนะ แนะนำ ตักเตือนหรือให้กำลังใจ

คุณลักษณะ ระเบียบวินัย

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	Ψ สมุดงาน ชี้นงาน สะอาดเรียบร้อย Ψ ปฏิบัติตนในข้อตกลงที่กำหนดร่วมกันทุกครั้ง
2 ดี	Ψ สมุดงาน ชี้นงาน ส่วนใหญ่สะอาด เรียบร้อย Ψ ปฏิบัติตนในข้อตกลงที่กำหนดร่วมกันส่วนใหญ่
1 พอใช้	Ψ สมุดงาน ชี้นงาน ไม่ค่อย เรียบร้อย Ψ ปฏิบัติตนในข้อตกลงที่กำหนดร่วมกันเป็นบางครั้ง ต้องอาศัยการแนะนำ

คุณลักษณะ ทำงานเป็นระบบ รอบคอบ

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	Ψ มีการวางแผนการดำเนินงานเป็นระบบ Ψ การทำงานมีครบทุกขั้นตอน ตัดขั้นตอนที่ไม่สำคัญออก Ψ จัดเรียงลำดับความสำคัญ ก่อน – หลัง ถูกต้อง ครบถ้วน
2 ดี	Ψ มีการวางแผนการดำเนินงาน Ψ การทำงานไม่ครบทุกขั้นตอน และผิดพลาดบ้าง Ψ จัดเรียงลำดับความสำคัญ ก่อน – หลัง ได้เป็นส่วนใหญ่
1 พอใช้	Ψ ไม่มีการวางแผนการดำเนินงาน Ψ การทำงานไม่มีขั้นตอน และมีความผิดพลาดต้องแก้ไข Ψ ไม่จัดเรียงลำดับความสำคัญ

แบบประเมินกระบวนการทำงานกลุ่มของนักเรียน

คำชี้แจง ทำเครื่องหมาย ✓ ในช่องที่เป็นจริงมากที่สุด

ที่	ชื่อ - นามสกุล	รายการประเมิน															รวม
		ทำงานเสร็จตรงเวลา			ความกระตือรือร้น			ตรวจสอบงาน			อภิปรายร่วมกัน			ความสำเร็จของงาน			
		2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	
กลุ่ม :																	
1																	
2																	
3																	
4																	
กลุ่ม :																	
1																	
2																	
3																	
4																	
กลุ่ม :																	
1																	
2																	
3																	
4																	
กลุ่ม :																	
1																	
2																	
3																	
4																	

ผู้ประเมิน

.....

..... / /

เกณฑ์การให้คะแนน

ทำงานเสร็จตรงเวลา หมายถึง นักเรียนทำงานที่ได้รับมอบหมายเสร็จตามที่กำหนด

2 หมายถึง นักเรียนทุกคนทำงานที่ได้รับมอบหมายเสร็จตามที่กำหนด

1 หมายถึง นักเรียนบางคนทำงานที่ได้รับมอบหมายเสร็จตามที่กำหนด

0 หมายถึง นักเรียนทุกคนทำงานที่ได้รับมอบหมายไม่เสร็จตามที่กำหนด

ความกระตือรือร้น หมายถึง นักเรียนตั้งใจเรียน ไม่คุย ไม่เล่น ไม่ง่วง

2 หมายถึง นักเรียนทุกคนตั้งใจเรียน ไม่คุย ไม่เล่น ไม่ง่วง

1 หมายถึง นักเรียนบางคนตั้งใจเรียน ไม่คุย ไม่เล่น ไม่ง่วง

0 หมายถึง นักเรียนทุกคนไม่ตั้งใจเรียน ไม่คุย ไม่เล่น ไม่ง่วง

ตรวจสอบงาน หมายถึง นักเรียนทุกคนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของงานที่ได้รับมอบหมาย

2 หมายถึง นักเรียนทุกคนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของงานที่ได้รับมอบหมาย

1 หมายถึง นักเรียนบางคนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของงานที่ได้รับมอบหมาย

0 หมายถึง นักเรียนทุกคนไม่ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของงานที่ได้รับมอบหมาย

อภิปรายร่วมกัน หมายถึง นักเรียนให้ความสำคัญกับการวิเคราะห์และอภิปรายผลงานของกลุ่ม

2 หมายถึง นักเรียนทุกคนให้ความสำคัญกับการวิเคราะห์และอภิปรายผลงานของกลุ่ม

1 หมายถึง นักเรียนบางคนให้ความสำคัญกับการวิเคราะห์และอภิปรายผลงานของกลุ่ม

0 หมายถึง นักเรียนทุกคนไม่ให้ความสำคัญกับการวิเคราะห์และอภิปรายผลงานของกลุ่ม

ความสำเร็จของงาน หมายถึง ผลของการทำใบกิจกรรมและแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน

2 หมายถึง นักเรียนทุกคนทำใบกิจกรรมและแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนได้ถูกต้อง

1 หมายถึง นักเรียนบางคนทำใบกิจกรรมและแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนไม่ถูกต้อง

0 หมายถึง นักเรียนทุกคนไม่ทำใบกิจกรรมและแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน

ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญด้านแผนการจัดการเรียนรู้ ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1. รองศาสตราจารย์ ดร. วนิตา เหมะกุล

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์

ข้าราชการบำนาญ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

3. อาจารย์พีระ ฉิมคง

โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา เขตพญาไท กรุงเทพมหานคร

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาวสุรางคณา ยาหยี
วันเดือนปีเกิด	2 สิงหาคม 2523
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดนครนายก
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	75 หมู่ 11 ตำบลบ้านพร้าว อำเภอบ้านนา จังหวัดนครนายก 26110

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2540	มัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนบ้านนา “นายกพิทยากร” อำเภอบ้านนา จังหวัดนครนายก
พ.ศ. 2544	การศึกษาระดับบัณฑิต วิชาเอกวิทยาศาสตร์ - คณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี
พ.ศ. 2549	การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ