

อิทธิพลของอันตรกิริยาของอิเล็กทรอนิกส์-โฟนอน ต่อปรากฏการณ์ไอโซโทป
ของตัวนำยิ่งยวดแมกนีเซียมไดโบไรด์

บทคัดย่อ

ของ

ศรียกมล ดอกเข็มกลาง

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

พฤษภาคม 2547

ศรีกรมล ดอกเข็มกลาง. (2547). อิทธิพลของอันตรกิริยาของอิเล็กทรอนิกส์โฟนอน- ต่อปรากฏการณ์
ไอโซโทป ของตัวนำวูดยี่แมกนีเซียมไดโบไรด์ .ปริญญาโท กศ.ม.(ฟิสิกส์). กรุงเทพฯ :
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม :
อาจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรทรัพย์, อาจารย์อาทิตย์ ลิ้มพงษา.

การคำนวณหาสมการ สัมประสิทธิ์ไอโซโทปของตัวนำวูดยี่แมกนีเซียมไดโบไรด์ ของการคู่ควบ
อย่างอ่อน โดยวิธีแมนตรง ซึ่งใช้แบบจำลองของหลุมศักย์แบบสามหลุมที่ประกอบด้วย อันตรกิริยาที่เกิด
จากอิเล็กทรอนิกส์-โฟนอน อันตรกิริยาที่ไม่ได้เกิดจากอิเล็กทรอนิกส์-โฟนอน และอันตรกิริยาจากแรง คูลอมบ์
โดยมี ω_{ac} , ω_{op} และ ω_c เป็นขอบเขตพลังงานแบบจำกัดตามลำดับ เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่าง
สัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ โดยแสดงอยู่ในรูปกราฟสามมิติ ในทุกกรณี
สัมประสิทธิ์ไอโซโทปมีค่าเข้าใกล้ 0.5 เมื่อค่าคงตัวของการคู่ควบจากแรงคูลอมบ์ มีค่าน้อย และค่า
คงตัวของการคู่ควบที่เกิดจากอันตรกิริยาของอิเล็กทรอนิกส์-โฟนอน ค่าคงตัวของการคู่ควบที่ไม่ได้เกิด
จากอันตรกิริยาของอิเล็กทรอนิกส์-โฟนอน มีค่ามาก พบว่าการคู่ควบของแมกนีเซียมไดโบไรด์ อยู่ใน
ระดับกลาง และพบว่าตัวนำวูดยี่แมกนีเซียมไดโบไรด์ สามารถใช้แบบจำลองในกรณี
 $\omega_{ac} \propto M^{-\frac{1}{2}}$ เท่านั้น โดย ω_{op} และ ω_c เป็นค่าคงตัวที่ไม่ขึ้นกับมวล อธิบายสัมประสิทธิ์ไอโซโทป
ของแมกนีเซียมได้ดี

INFLUENCE OF ELECTRON-PHONON INTERACTION ON ISOTOPE EFFECT
OF MgB_2 SUPERCONDUCTORS

AN ABSTRACT

BY

SRIKAMON DOKKHEMKLANG

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree in Physics
at Srinakharinwirot University

May 2004

Srikamon Dokkhemklang. (2004). *Influence of Electron – Phonon interaction on Isotope Effect of MgB₂ Superconductors*. Master. thesis, M.Ed.(Physics). Bangkok:Graduate School,Srinakharinwirot University. Advisor committee : Dr.Pongkeaw Udomsamuthirun, Ahtit Limpongsa.

The exact formular of the isotope effect exponent of s-wave superconductor in weak-coupling limit are derived by using a three-square-well interaction potential that paring interaction consists of 3 parts : an attractive electron-phonon interaction, an attractive non-electron-phonon interaction, and a repulsive Coulomb interaction ω_{ac} , ω_{op} and ω_c are the characteristic energy cutoff of the Debye phonon, non-phonon and Coulomb respectively. We show the three dimensional graph of isotope effect exponent versus coupling constant. In all cases of consideration, the total isotope exponent is tend to be 0.5 at lower value of Coulomb coupling constant and larger values of phonon and non-phonon coupling constants. The values of the coupling strength parameters indicate that the MgB₂ superconductor is in the intermediate coupling regime. The model that $\omega_{ac} \propto M^{-1/2}$ and ω_{op}, ω_c do not depend on isotope mass can describe the isotope effect exponent of MgB₂ well.

ปริญญาานิพนธ์

เรื่อง

อิทธิพลของอันตรายของอิเล็กทรอนิกส์-โฟนอน ต่อปรากฏการณ์ไอโซโทป
ของตัวนำวอดยึงแมกนีเซียมไดโบไรด์

ของ

นางศรีกมล ดอกเข็มกลาง

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คนบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์.ดร. นภาพรณี หะวานนท์)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ. 2547

คณะกรรมการสอบปริญญาานิพนธ์

.....ประธาน

(อาจารย์พงษ์แก้ว อุดมสมุทรศิริ)

.....กรรมการ

(อาจารย์อาทิตย์ ลิ้มพงษา)

.....กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์นิรมล ปิตะนิลผลิน)

.....กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(อาจารย์สุพจน์ มุศิริ)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญาโทฉบับนี้สำเร็จลงได้ ด้วยความช่วยเหลือจาก ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรหิรัญ
ที่ให้คำปรึกษา แนะนำช่วยเหลือตลอดระยะเวลาการทำวิจัย ด้วยความเป็นครูอย่างแท้จริง ผู้วิจัย
รู้สึกซาบซึ้งในพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ อาจารย์อาทิตย์ ลิ้มพงษา ผศ.นิรมล ปิตะนิลผลิน และ ดร.สพจน์ มุศิริ
ที่ให้ความอนุเคราะห์ ในการเป็นคณะกรรมการ ในการสอบปากเปล่าปริญญาโท รวมทั้งให้
คำแนะนำและแก้ไขเพิ่มเติมทำให้ปริญญาโทฉบับนี้สมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณ คณาจารย์ภาควิชาฟิสิกส์ทุกท่านที่ได้ให้คำปรึกษา และความเป็นกันเอง
กับผู้วิจัยตลอดระยะเวลาการศึกษาในสถานแห่งนี้

ขอขอบคุณ คุณอดุลย์ บุราคร และคุณสุวัฒน์ รักพานิชย์ ที่คอยช่วยเหลือและเป็น
กำลังใจในการทำวิจัย

สุดท้ายนี้ ขอกราบขอบพระคุณ บิดา-มารดา และบุคคลในครอบครัวทุกๆ คนที่ให้กำลังใจ
ในเรื่องต่างๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเรื่องการศึกษาของผู้วิจัยมาโดยตลอด

ศรีกมล ดอกเข็มกลาง

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	12
ความสำคัญของการวิจัย.....	12
ขอบเขตของการวิจัย.....	12
นิยามศัพท์.....	12
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	13
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	14
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	34
4 ผลการวิจัย.....	53
5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	76
สรุปผล.....	77
อภิปรายผล.....	79
ข้อเสนอแนะ.....	80
บรรณานุกรม.....	81
ภาคผนวก.....	85
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	86

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความต้านทานไฟฟ้า กับอุณหภูมิของปรอท.....	1
2 แสดงความสัมพันธ์ ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤต และความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าวิกฤต กับอุณหภูมิ.....	2
3 ปრაกฏการณ์ไมสเนอร์	3
4 แผนภาพพัฒนาในการค้นพบสารตัวนำยวดย.....	4
5 โครงสร้างสารประกอบกลุ่ม La-CuO.....	5
6 แสดงโครงสร้างสารประกอบกลุ่ม Y-Ba-CuO.....	6
7 แสดงการเสถียรของแลตทิซผลึก เมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในแลตทิซผลึก และทำอันตรกิริยากับแลตทิซผลึก.....	7
8 แสดงโครงสร้างของ Nb ₃ Ge และ MgB ₂	10
9 แผนภาพฟายแมน แสดงอันตรกิริยาดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอน โดยอาศัยคลื่นแลตทิซที่เรียกว่าโฟนอน.....	15
10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง T_c / D	28
11 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง T_c / D	29
12 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างมวลของไอโซโทปกับอุณหภูมิวิกฤตของ MgB ₂ เมื่อใช้โบรอนเป็น ¹¹ B ให้ T_c 38.8K และ ¹⁰ B ให้ T_c 39.9... 33	
13 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤต (K) กับค่าคงตัวของการคู่ควบ μ_{ac} โดยการเปลี่ยนค่าคงตัวของการคู่ควบ μ_{op}	54
14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤต (K) กับค่าคงตัวของการคู่ควบ μ_{ac} โดยการเปลี่ยนค่าคงตัวของการคู่ควบ μ_c	55
15 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤต (K) กับค่าคงตัวของการคู่ควบ μ_{op} โดยการเปลี่ยนค่าคงตัวของการคู่ควบ μ_c	56
16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤต (K) กับค่าคงตัวของการคู่ควบ μ_{op} โดยการเปลี่ยนค่าคงตัวของการคู่ควบ μ_{ac}	57

บัญชีภาพประกอบ(ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
17 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤต (k) กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_c โดยการเปลี่ยนค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{op}	58
18 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤต (k) กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_c โดยการเปลี่ยนค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac}	59
19 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} และ λ_{op} โดย $\lambda_c = 0.1 \frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}} = 1.5, \frac{\omega_c}{\omega_{ac}} = 3$ และ $\frac{\omega_{ac}}{T_C} = 10$	60
20 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} และ λ_{op} โดย $\lambda_c = 0.2 \frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}} = 1.5, \frac{\omega_c}{\omega_{ac}} = 3$ และ $\frac{\omega_{ac}}{T_C} = 10$	61
21 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} และ λ_{op} โดย $\lambda_c = 0.3 \frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}} = 1.5, \frac{\omega_c}{\omega_{ac}} = 3$ และ $\frac{\omega_{ac}}{T_C} = 10$	62
22 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} และ λ_c โดย $\lambda_{op} = 0.1 \frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}} = 1.5, \frac{\omega_c}{\omega_{ac}} = 3$ และ $\frac{\omega_{ac}}{T_C} = 10$	63
23 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} และ λ_c โดย $\lambda_{op} = 0.2 \frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}} = 1.5, \frac{\omega_c}{\omega_{ac}} = 3$ และ $\frac{\omega_{ac}}{T_C} = 10$	64
24 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} และ λ_c โดย $\lambda_{op} = 0.3 \frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}} = 1.5, \frac{\omega_c}{\omega_{ac}} = 3$ และ $\frac{\omega_{ac}}{T_C} = 10$	65
25 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{op} และ λ_c โดย $\lambda_{ac} = 0.1 \frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}} = 1.5, \frac{\omega_c}{\omega_{ac}} = 3$ และ $\frac{\omega_{ac}}{T_C} = 10$	66

บัญชีภาพประกอบ(ต่อ)

ภาพประกอบ

หน้า

26 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{op} และ λ_c

โดย $\lambda_{ac} = 0.2 \frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}} = 1.5, \frac{\omega_c}{\omega_{ac}} = 3$ และ $\frac{\omega_{ac}}{T_C} = 10$ 67

27 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{op} และ λ_c

โดย $\lambda_{ac} = 0.2 \frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}} = 1.5, \frac{\omega_c}{\omega_{ac}} = 3$ และ $\frac{\omega_{ac}}{T_C} = 10$ 68

28 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{op} และ λ_c

โดย $\lambda_{ac} = 0.3 \frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}} = 1.5, \frac{\omega_c}{\omega_{ac}} = 3$ และ $\frac{\omega_{ac}}{T_C} = 10$ 69

29 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} และ λ_c

โดย $\lambda_{op} = 0.1 \frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}} = 1.5, \frac{\omega_c}{\omega_{ac}} = 3$ และ $\frac{\omega_{ac}}{T_C} = 1.5$ 70

30 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{op} และ λ_c

โดย $\lambda_c = 0.1 \frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}} = 1.5, \frac{\omega_c}{\omega_{ac}} = 3$ และ $\frac{\omega_{ac}}{T_C} = 10$ 71

31 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทปกับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{op} และ λ_c

โดย $\lambda_c = 0.1 \frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}} = 1.5, \frac{\omega_c}{\omega_{ac}} = 3$ และ $\frac{\omega_{ac}}{T_C} = 1.5$ 72

32 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} และ λ_{op}

โดย $\lambda_{op} = 0.1 \frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}} = 1.5, \frac{\omega_c}{\omega_{ac}} = 3$ และ $\frac{\omega_{ac}}{T_C} = 10$ 73

33 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} และ λ_{op}

โดย $\lambda_{op} = 0.1 \frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}} = 1.5, \frac{\omega_c}{\omega_{ac}} = 3$ และ $\frac{\omega_{ac}}{T_C} = 1.5$ 74

34 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} และ λ_{op}

โดย $\lambda_c = 0 \frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}} = 1.5, \frac{\omega_c}{\omega_{ac}} = 3$ และ $\frac{\omega_{ac}}{T_C} = 10$ 75

บัญชีตาราง

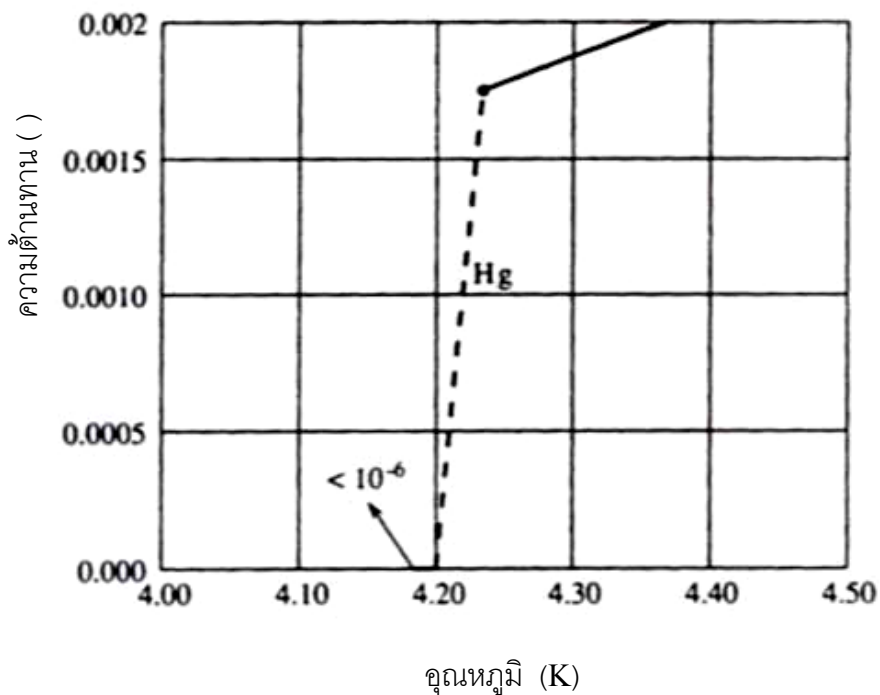
ตาราง	หน้า
1	อุณหภูมิวิกฤต (T_c) และสนามแม่เหล็กวิกฤต ($H_c(0)$) ของตัวนำยิ่งยวด..... 9
2	เปรียบเทียบ สมบัติของสารตัวนำยิ่งยวดยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำ ตัวนำยิ่งยวดยิ่งยวดอุณหภูมิสูง และตัวนำยิ่งยวดแมกนีเซียมไดโบด์..... 11
3	แสดงปรากฏการณ์ไอโซโทปของปรอท..... 14
4	แสดงสัมประสิทธิ์ไอโซโทปของสารต่างๆ..... 15
5	แสดงค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป ในสารประกอบ $La_{2-x}Sr_xCuO_4$ 22

บทที่ 1

บทนำ

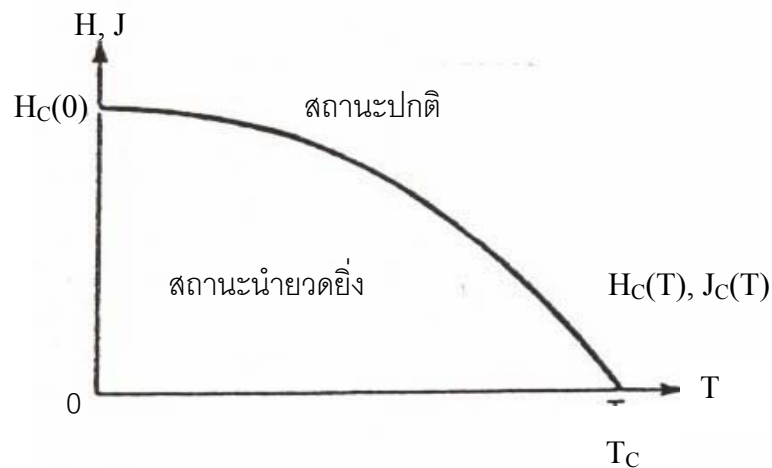
ภูมิหลัง

จุดเริ่มต้นของสารตัวนำยวดยิ่ง เกิดขึ้นในปี ค.ศ.1911 เมื่อนักฟิสิกส์ชาวฮอลันดา ชื่อ คาเมอร์ลิงห์ ออนเนส. (Buckel. 1991 : 1 ; citing Onnes Kamerlingh.1911 : 1206 -1226) พบว่าปรอทหมดสภาพต้านทานไฟฟ้าอย่างฉับพลันที่อุณหภูมิ 4.20 เคลวิน ดังภาพประกอบ 1 เรียกอุณหภูมิที่ตัวนำหมดสภาพต้านทานไฟฟ้าอย่างฉับพลันนี้ว่า "อุณหภูมิวิกฤต"(Critical Temperature) ของสารตัวนำนั้นๆ และเรียกตัวนำที่ไร้สภาพต้านทานไฟฟ้าอย่างฉับพลัน นี้ว่า "ตัวนำยวดยิ่ง" (Superconductors)



ภาพประกอบ 1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความต้านทานไฟฟ้า กับอุณหภูมิของปรอท
ที่มา: Buckel.(1991). *Superconductivity Fundamentals and Applications*. p.1.

หลังจากนั้น ออนเนส พบว่าสนามแม่เหล็กสามารถทำลายสภาพนำยวดยิ่งได้ เมื่อมีความเข้มสนามแม่เหล็กสูงกว่าค่าวิกฤต และในกรณีของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า ก็จะทำให้ผลในการทำงานเดียวกัน เมื่อมีความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าสูงกว่าค่าวิกฤต ดังแสดงในภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 แสดงความสัมพันธ์ ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤต และความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าวิกฤต กับอุณหภูมิ

ที่มา: Kresin, & Wolf. (1990). *Fundamentals Superconductivity*. p.10.

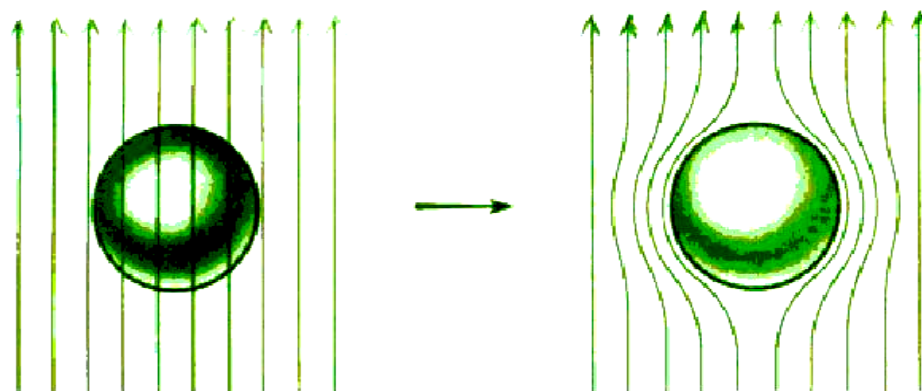
สมการของสนามแม่เหล็กวิกฤต $H_c(T)$ ที่เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ T มีรูปสมการดังนี้

$$H_c(T) = H_c(0) \left(1 - \frac{T^2}{T_c^2}\right) \dots\dots\dots(1.1)$$

เมื่อ $H_c(0)$ เป็นสนามแม่เหล็กวิกฤตที่อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์

จากสมการที่ (1.1) แสดงว่าที่อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์ สนามแม่เหล็กวิกฤต มีค่ามากที่สุด และที่อุณหภูมิวิกฤต สนามแม่เหล็กวิกฤตมีค่าเป็นศูนย์

ในปี ค.ศ.1933 ไมส์เนอร์ และออกเซนเฟลด์ (Ketterson.; & Buckel. 1999 : 2 ; citing Meissner, & Ochsenfeld. 1933 : 787) ได้พบสมบัติพื้นฐานที่สำคัญของตัวนำยวดยิ่งว่า เมื่ออุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต สนามแม่เหล็กภายนอกไม่สามารถผ่านเข้าไปในสารตัวนำยวดยิ่งได้ และที่อุณหภูมิสูงกว่าอุณหภูมิวิกฤต สนามแม่เหล็กสามารถทะลุทะลวงเข้าไปในตัวนำยวดยิ่งได้ แต่เมื่ออุณหภูมิลดลงจนสารเปลี่ยนเป็นตัวนำยวดยิ่ง สารนั้นจะผลักสนามแม่เหล็กออกมา ทำให้สนามแม่เหล็กภายในมีค่าเป็นศูนย์ ($\vec{B}=0$) ทำให้สารตัวนำยวดยิ่งมีสมบัติของสารแม่เหล็กไดอาแมกเนติกสมบูรณ์



ภาพประกอบ 3-ก $T > T_C$

ตัวนำปกติในสนามแม่เหล็ก

ภาพประกอบ 3-ข $T < T_C$

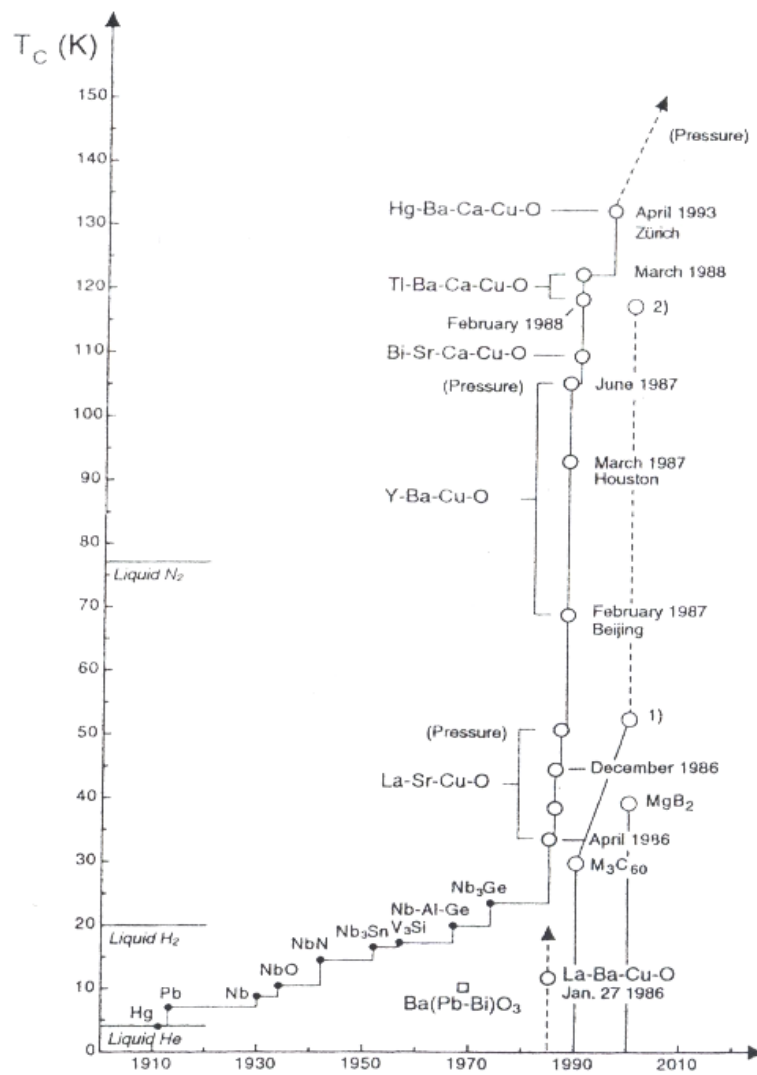
ตัวนำยวดยิ่งในสนามแม่เหล็ก

ภาพประกอบ 3 ก-ข ปรากฏการณ์ไมสเนอร์

ที่มา: Ketterson., & Song. (1999). *Superconductivity*. p.3.

ตั้งแต่ปี ค.ศ.1911 เป็นต้นมาการค้นคว้าวิจัยหาตัวนำยวดยิ่งชนิดใหม่ๆที่ อุณหภูมิวิกฤตสูง ได้พัฒนาไปอย่างเชื่องช้า และในปี ค.ศ.1973 นักวิทยาศาสตร์ได้พบโลหะผสมของไนโอเบียมกับเจอร์เมเนียม (Nb_3Ge) ซึ่งมีอุณหภูมิวิกฤต 23.2 เคลวิน และจากนั้นเป็นเวลาสิบปี นักวิทยาศาสตร์ ได้พยายามค้นคว้าเพื่อให้ได้ตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงกว่า 23.2 เคลวิน แต่ไม่ประสบความสำเร็จ ซึ่งในขณะนั้นเชื่อว่า ตัวนำยวดยิ่งในธรรมชาติน่าจะมีอุณหภูมิวิกฤต จำกัดอยู่ประมาณ 30 เคลวิน และเรียกตัวนำนี้ว่า “ตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำ” (Low Temperature Superconductors) หรือ ตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิม (Conventional Superconductors) ในทางปฏิบัติถ้าต้องการให้เกิดตัวนำ

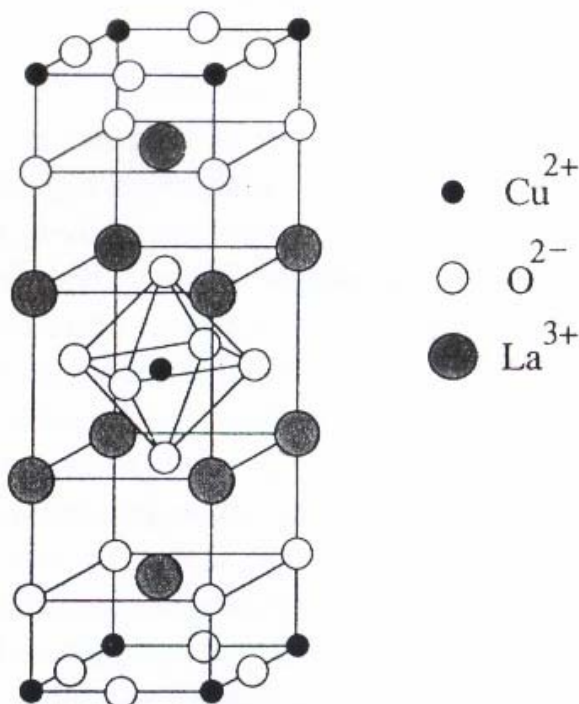
ชนิดนี้ ต้องใช้ฮีเลียมเหลว เป็นตัวหล่อเย็น เนื่องจากฮีเลียมเหลวมีจุดเดือด 2.18 เคลวิน ฮีเลียมเหลวเป็นวัสดุที่ผลิตยาก ราคาแพงมาก และต้องใช้การกำบังความร้อนอย่างดีในขณะที่ใช้งาน เพื่อรักษาภาวะนำไฟฟ้าวยดิ่ง ที่อุณหภูมิระดับต่ำมากๆ ไว้ให้ได้เป็นเวลานาน การใช้งานตัวนำยวดยิ่งจึงยุ่งยาก และสิ้นเปลือง การวิจัยและพัฒนาในระยะต่อมาจึงมีจุดมุ่งหมายให้ได้ตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงขึ้น แต่การพัฒนานี้ก็เป็นไปอย่างเชื่องช้ามาก ดังภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 4 แผนภาพพัฒนาการในการค้นพบสารตัวนำยวดยิ่ง

ที่มา: Bennemann, & Ketterson. (2003). *The Physics of Superconductor*. p.387.

ในปี ค.ศ.1986 เบ็ดนอร์ซ และมุลเลอร์(Bednorz, & Müller. 1986 : 189) ได้พบสภาพนำยวดยิ่งในสารประกอบกลุ่มแลนทานัม-คอปเปอร์ออกไซด์ (La-CuO) ดังภาพประกอบ 5 ที่มีอุณหภูมิวิกฤต 40 เคลวิน ซึ่งนับเป็นตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงกว่า 30 เคลวิน ที่พบครั้งแรก และเรียกดั้งเดิมว่า “ตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง”(High Temperature Superconductors)

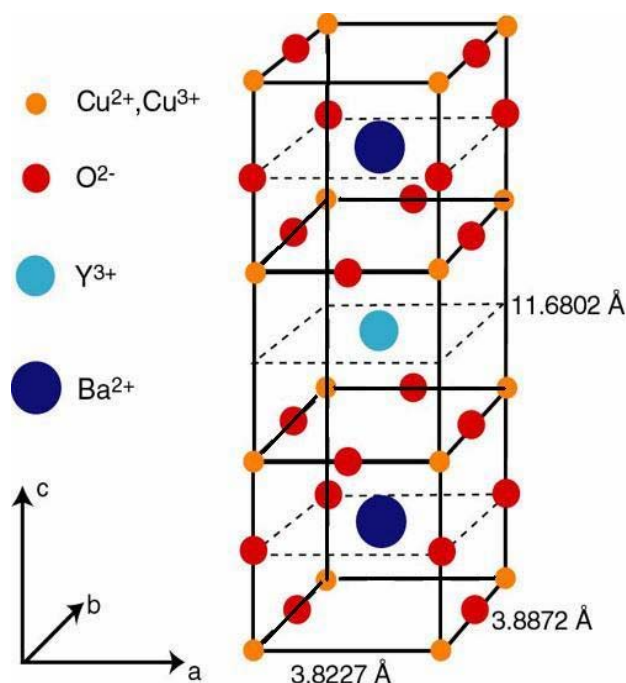


ภาพประกอบ 5 โครงสร้างสารประกอบกลุ่ม La-CuO

ที่มา: Gross, & Pastori. (2000). *Superconductor*. p. 665.

การค้นพบตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงนี้ทำให้เกิดการตื่นตัวของงานวิจัยในด้านนี้มาก ทั้งนี้เพราะมีความหวังมากขึ้นว่าสมบัติความเป็นตัวนำยวดยิ่ง อาจปรากฏที่อุณหภูมิสูงขึ้นไปอีก และต่อมาก็ประสบความสำเร็จในการเตรียมสารประกอบประเภทเดียวกัน กล่าวคือในสารประกอบที่มี คอปเปอร์ออกไซด์(CuO) มีอุณหภูมิวิกฤต ที่สูงขึ้น เช่น กลุ่ม Y-Ba-CuO มีอุณหภูมิวิกฤตประมาณ 90 เคลวิน ดังภาพประกอบ 6 และกลุ่ม Bi-Sr-Ca-CuO มีอุณหภูมิวิกฤตประมาณ 110 เคลวิน Tl-BaCa-CuO มีอุณหภูมิวิกฤตประมาณ 125 เคลวิน จากโครงสร้างของทั้งสามกลุ่มจะเห็นว่าส่วนที่คล้ายกันมากที่สุดที่สุด คือการมีระนาบของคอปเปอร์ออกไซด์ ตั้งฉากกับแกน C ของหน่วยเซลล์ การค้นพบตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง ทำให้ไม่จำเป็นต้องใช้ฮีเลียมเหลวในการลดอุณหภูมิ แต่สามารถใช้ไนโตรเจนเหลว

มีจุดเดือด 77 เคลวิน แทนได้ นอกจากนี้การผลิตไนโตรเจนเหลวยังง่ายกว่าการผลิตฮีเลียมเหลว และไนโตรเจนเหลวมีราคาถูก ง่ายใช้สะดวกกว่า การใช้งานตัวนำยิ่งยวดยิ่งอุณหภูมิสูงจึงมีความสะดวกกว่าตัวนำยิ่งยวดแบบดั้งเดิมมาก การค้นพบตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงครั้งนี้ ก่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับกลไกการเกิดสภาพนำยิ่งยวดมากขึ้นโดยพบว่าทุกๆกลุ่มมีโครงสร้าง เพอโรฟสไกต์ (Perovskite) และมีลักษณะเป็นชั้นๆ โดยมีระนาบคอปเปอร์ออกไซด์ (La-Ba-CuO) แทรกอยู่ในโครงสร้าง เช่น กลุ่มแลนทานัม-คอปเปอร์ออกไซด์ พบว่าในชั้นหนึ่งๆมีอะตอมของทองแดงและออกซิเจนเรียงรายอยู่ทั่ว และระหว่างชั้นทองแดงกับออกซิเจนนั้นจะมีชั้นของ แลนทานัม-ทองแดงและออกซิเจน สอดแทรกเรียงรายสลับกัน และค่าอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดที่สูงขึ้นนั้น มีความสัมพันธ์กับจำนวนชั้นของคอปเปอร์ออกไซด์ กล่าวคือจะมีค่าสูงขึ้นเมื่อจำนวนชั้นคอปเปอร์ออกไซด์ ในหน่วยเซลล์ เพิ่มขึ้น ดังนั้นนักวิจัยจึงสรุปว่าระนาบคอปเปอร์ออกไซด์ มีบทบาทสำคัญต่อสภาพนำยิ่งยวดของสารประกอบกลุ่มนี้ (Chu.; et al .1988 : 5) ทั้งนี้ยังพบว่าการเปลี่ยนแปลงชนิดของธาตุในโครงสร้างโดยการแทนที่ทองแดง ด้วยธาตุอื่นมีผลทำให้เกิดการสูญเสียความเป็นตัวนำยิ่งยวด

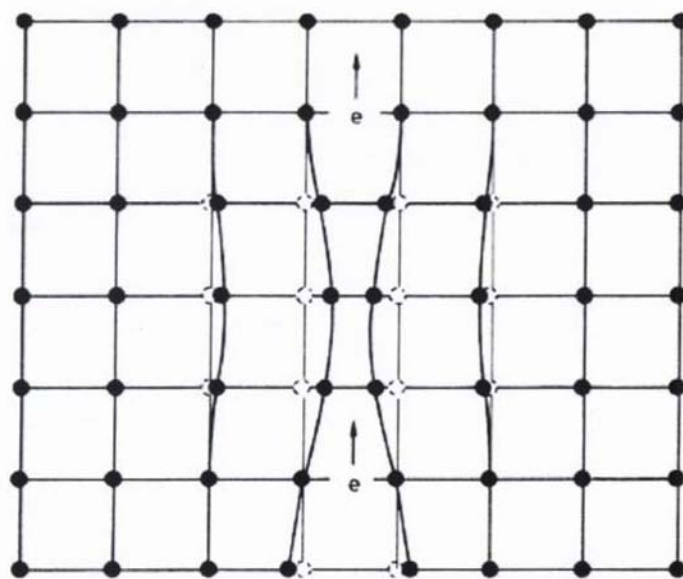


ภาพประกอบ 6 แสดงโครงสร้างสารประกอบกลุ่ม Y-Ba-CuO

ที่มา: Orenstein. (2000). Pointing the way to granular Superconductivity in BSCCO.

(Online). Available: /.../Archive/MSO.Orenstein.html.2000

ในปี ค.ศ. 1975 ทฤษฎีเชิงจุลภาคของสภาพนำยวดยิ่งได้พัฒนาโดยบาร์ดีนคูเปอร์ และชริฟเฟอร์ (Bardeen, Cooper, & Schrieffer. 1957 : 1175) คือทฤษฎีบีซีเอส ซึ่ง B,C,S เป็นอักษรตัวต้นของชื่อผู้ค้นพบตามลำดับ ทฤษฎีนี้อธิบายสาเหตุสำคัญที่ตัวนำปกติกลายเป็นตัวนำยวดยิ่ง กล่าวถึงอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่เข้าไปในผลึกจะทำอันตรกิริยากับแลตทิซผลึก ทำให้ผลึกเสียรูปไป ดังภาพประกอบ 7



ภาพประกอบ 7 แสดงการเสียรูปของแลตทิซผลึก เมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในแลตทิซผลึกและทำอันตรกิริยากับแลตทิซผลึก

ที่มา: Noflash.(2000). Superconductivity. (Online).Available:/www.Chensoc.Org/.../entries/igrant/theory_noflash.html.June23,2000.

อันตรกิริยาทางไฟฟ้าจะเกิดขึ้นเมื่ออิเล็กตรอนตัวหนึ่ง เคลื่อนที่ผ่านเข้าไประหว่าง กลุ่มอ็อนที่มีประจุบวกโดยอิเล็กตรอนนี้ จะดึงดูดอ็อนที่มีประจุบวกในบริเวณรอบๆ ให้เคลื่อนที่เข้ามาใกล้ ทำให้บริเวณรอบๆอิเล็กตรอนมีความหนาแน่นของอ็อนบวกเพิ่มขึ้น ซึ่งทำให้มีผลกระทบต่ออิเล็กตรอนอีกตัว อยู่บริเวณใกล้เคียง ซึ่งถูกกลุ่มอ็อนบวกดึงดูดอิเล็กตรอนเข้าไปยังกลุ่มอ็อนบวก ทำให้ดูเหมือนว่าอิเล็กตรอนตัวแรกดึงดูดอิเล็กตรอนตัวหลัง ดังนั้นแรงดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนจึงเกิดขึ้นได้ และอันตรกิริยาแบบดึงดูดจะต้องมีค่ามากกว่าอันตรกิริยาแบบผลักรันระหว่างอิเล็กตรอน จึงทำให้อิเล็กตรอน

จับคู่กันได้เรียกว่า คู่คูเปอร์ (Cooper Pair) คู่คูเปอร์ประกอบไปด้วย อิเล็กตรอนที่มีโมเมนตัมขนาดเท่ากัน แต่มีทิศทางตรงกันข้ามตามปกติเมื่อ อิออนบวกในแลตทิซของโลหะสั่นจะทำให้เกิดคลื่นแลตทิซคลื่นนี้กำเนิดมาจากอิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในผลึก แล้วรบกวนอิออนในแลตทิซผลึกที่สั่นอยู่ เรียกสภาวะกระตุ้นของแลตทิซผลึกว่า โฟนอน การแลกเปลี่ยนโฟนอนระหว่างกันและกัน จากอิเล็กตรอนตัวหนึ่งไปสู่อิเล็กตรอนตัวหนึ่งหรือการรับการคายโฟนอนระหว่างอิเล็กตรอนทั้งสองทำให้เกิด อันตรกิริยาดึงดูดแบบอ่อน

ที่อุณหภูมิสูงๆ อิออนบวกในแลตทิซผลึกมีการสั่นเนื่องจากอิทธิพลของความร้อนมากกว่า เป็นผลทำให้อิเล็กตรอนแตกออกจากกัน เพราะแรงดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนน้อยกว่าแรงผลัคลูลอมบ์

ที่อุณหภูมิต่ำๆ อันตรกิริยาดึงดูดมีค่ามากกว่าอันตรกิริยาผลัคลูลอมบ์ ดังนั้นระบบจึงเป็นคู่อิเล็กตรอน การที่อิเล็กตรอนสองตัวมาจับคู่กัน ทำให้สูญเสียพลังงาน ซึ่งผลทำให้เกิดช่องว่างพลังงานขึ้น ในการเข้าคู่ของอิเล็กตรอน อิเล็กตรอนจะแลกเปลี่ยนโฟนอนที่มีโมเมนตัมและสปินตรงกันข้ามกัน มีพลังงานจับคู่เป็น $2 \Delta(0)$ เมื่อ $\Delta(0)$ เป็นช่องว่างพลังงานที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์

ตามทฤษฎีบีซีเอส พลังงานของคู่คูเปอร์

$$E_k = \epsilon_k^2 + \Delta^2(T) \frac{1}{2}$$

เมื่อ ϵ_k คือความถี่เดอบาย
 ϵ_k คือพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน

โดย

$$\Delta(0) = 2\omega_D e^{-\frac{1}{\lambda}} \dots\dots\dots(1.2)$$

$$T_C = 1.13 \omega_D e^{-\frac{1}{\lambda}} \dots\dots\dots(1.3)$$

เมื่อ λ คือค่าคงที่ของอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอน-โฟนอน
 (T) คือช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิ T

ซึ่ง T_C แปรผันตาม ω_D และ ω_D แปรผันตาม $M^{-\frac{1}{2}}$ ทำให้ทราบว่

$$T_C M^{\frac{1}{2}} = \text{ค่าคงที่}$$

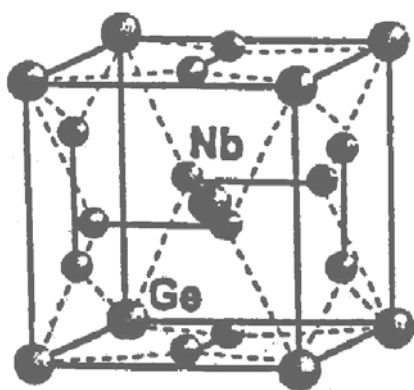
เมื่อ M คือมวลไอโซโทป และสมการนี้สามารถอธิบายปรากฏการณ์ไอโซโทปได้ นั่นคือ $T_C \propto M^{-\frac{1}{2}}$ โดยค่า λ เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปมีค่า 0.5

ในปี ค.ศ.2001 อะคิมิตซึ และนากะมะซึ (Akimitsu, & Nagamatsu. 2000 : 1) นักวิทยาศาสตร์ชาวญี่ปุ่นได้ค้นพบตัวนำยวดยิ่งชนิดใหม่คือ แมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) มีอุณหภูมิวิกฤต 40 เคลวิน ซึ่งอุณหภูมิวิกฤตนี้มีขนาดเกือบสองเท่าของอุณหภูมิวิกฤต ไนโอเบียมเจอร์เมเนียม มีค่า 23.3 เคลวิน ดังตารางประกอบ 1

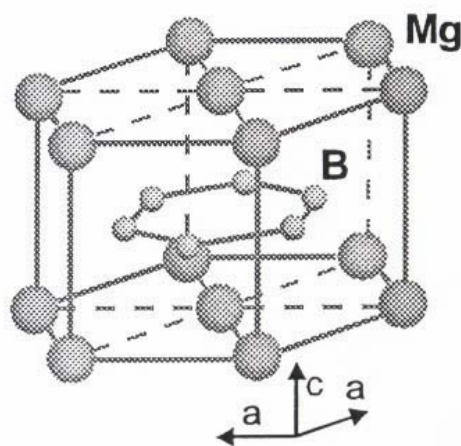
ตาราง 1 อุณหภูมิวิกฤต (T_C) และสนามแม่เหล็กวิกฤต ($H_C(0)$) ของตัวนำยวดยิ่ง

สาร	$T_C(K)$	$H_C(0)$ (Tesla)
โลหะ		
Al	1.17	0.0105
Sn	3.72	0.0305
Pb	7.19	0.0803
Hg	4.15	0.0411
Nb	9.25	0.0206
V	5.40	0.0141
สารประกอบ Binary		
V_3Ga	16.5	27
V_3Si	17.1	25
Nb_3Al	20.3	34
Nb_3Ge	23.3	38
สารประกอบอื่น		
Ut_3 (heavy fermion)	0.53	2.1
- BEDT-TTF $_2Cu$ NCS $_2$ (organic phase)	10.5	10
Rb_2CsC_{60} (fullerene)	31.3	30
สารประกอบ Cuprate		
$La_{2-x}Sr_xCuO_4$ (x = 0.15)	39	45
$YBa_2Cu_3O_7$	92	140
$Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$	89	107
$Tl_2Ba_2Ca_2Cu_3O_{10}$	125	75
(Grosso, & Pastori. 2000 : 666)		
แมกนีเซียมไดโบไรด์	40	$H_{C2//ab(0)}=14-39$ $H_{C2//c(0)} =2 -24$
(Buzea , & Yamashita. 2001 : 26)		

สารประกอบแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) เป็นสารประกอบโลหะคู่ที่มีโครงสร้างแบบ AIB_2 ที่มีชั้นของโบรอน(B) เรียงตัวแบบแกรไฟต์อยู่ระหว่างชั้นของแมกนีเซียม ซึ่งเป็นการวางตัวแบบ ปรกบชิดกันหกด้าน (Hexagonal close-packed) ดังภาพประกอบ 8 มีระยะห่างระหว่างระนาบของโบรอนมากกว่าระยะห่างของโบรอนกับโบรอนในระนาบ แสดงว่าแมกนีเซียมไดโบไรด์ มีโครงสร้างแบบไม่ขึ้นกับทิศทาง (Anisotropy) ทำให้เชื่อว่าโครงสร้างที่เป็นชั้นของสารประกอบชนิดนี้อาจจะมีผลที่สำคัญต่อสมบัติตัวนำยิ่งยวดยิ่งเช่นเดียวกับตัวนำยิ่งยวดยิ่งอุณหภูมิสูง จากการศึกษาค้นคว้าโครงสร้างของแมกนีเซียมไดโบไรด์ พบว่าคล้ายคลึงกับกลุ่มดั้งเดิมมากกว่าที่จะเป็นกลุ่มตัวนำยิ่งยวดยิ่งอุณหภูมิสูง



ภาพประกอบ 8-ก โครงสร้างของ Nb_3Ge



ภาพประกอบ 8-ข โครงสร้างของ MgB_2

ภาพประกอบ 8 ก-ข แสดงโครงสร้างของ Nb_3Ge และ MgB_2

ที่มา: Buzea, & Yamashita. (2001). *Review of Superconductivity properties MgB_2* p.3.

ชาโรนิ เฟลเนอร์ มิลลิ (Sharoni, Felner, & Millo. 2001). ได้ศึกษาช่องว่างพลังงาน (Energy gap) ของแมกนีเซียมไดโบไรด์ โดยใช้วิธีการต่างๆกันเช่น วิธีทันเนลลิง สเปกโทรสโคป (tunneling spectroscopy) พอยต์ คอนแทคทันเนลลิง (point contact tunneling) พบว่าช่องว่างพลังงานแบบแถบกว้างมีค่า ประมาณ 1.8 มิลลิอิเล็กตรอนโวลต์ สำหรับการคู่ควบแบบอ่อนและประมาณ 5.8 มิลลิอิเล็กตรอนโวลต์ สำหรับการคู่ควบอย่างแรง และเมื่อใช้วิธีรามาน สเปกโทรสโกปี (Raman spectroscopy) วัดช่องว่างพลังงานแบบแถบพลังงานแคบมีค่าประมาณ 2.5 มิลลิอิเล็กตรอนโวลต์ และจากการศึกษาปรากฏการณ์ไอโซโทปของแมกนีเซียมไดโบไรด์ ของบูดโค และคณะ (Bud'Ko.; et al. 2001 : 63) พบว่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป มีค่าประมาณ 0.3 ซึ่งเป็นหลักฐานที่ทำให้ เชื่อมั่นว่ากลไกการเกิดสภาพนำยิ่งยวดยิ่งมีอันตรกิริยาอิเล็กตรอน-โฟนอน เป็นกลไก

สำคัญตามทฤษฎีบีซีเอส และแมกนีเซียมไดโบไรด์ เป็นตัวนำยวดยิ่งแบบคลื่นเอส ดังนั้นสมบัติตัวนำยวดยิ่งจึงคล้ายแบบดั้งเดิม (Bouquet.; et al. 2001 : 1)

เพื่อขยายรายละเอียดของความคล้ายคลึงกัน และความแตกต่าง ของสารตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำ ตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง และตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ ให้ชัดเจนขึ้นดังตาราง 2 พบว่าแมกนีเซียมไดโบไรด์ มีช่องว่างพลังงานใกล้เคียงกับสารตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงโดยสารแมกนีเซียมไดโบไรด์มี ค่าอยู่ระหว่าง 1.8 - 7.5 มิลลิอิเล็กตรอนโวลต์ และสารตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงอยู่ระหว่าง 2.4 - 8 มิลลิอิเล็กตรอนโวลต์ แต่สัมประสิทธิ์ไอโซโทปใกล้เคียงกับสารตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำ โดยสัมประสิทธิ์ไอโซโทปของแมกนีเซียมไดโบไรด์ มีค่า 0.32 และสัมประสิทธิ์ไอโซโทปของสารตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำมีค่า 0.5

ตาราง 2 เปรียบเทียบ สมบัติของสารตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำ ตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง และ ตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์

สมบัติของสาร ตัวนำยวดยิ่ง	ตัวนำยวดยิ่ง อุณหภูมิต่ำ	ตัวนำยวดยิ่ง อุณหภูมิสูง	แมกนีเซียมไดโบไรด์ (Buzea, & Yamashita. 2001 : 26)
สภาพต้านทานไฟฟ้า (Subramanyam.1989: 58)	0	0	0
ความลึกทะลุทะลวง (penetration depth ,) (Umezawa.1989 : 2849)	λ 100 A	มีค่ามากกว่าตัวนำ ยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำ 10-20 เท่า	λ 85 180 nm
ความยาวอาพันธ์ (coherent length,) (Tanner. 1995 : 228)	$\xi(0)$ 1 °A	$\xi(0)$ 0.01 °A	(0) 3.7 12 nm
ช่องว่างพลังงาน (Warren. 1987 : 1860)	$\frac{2}{T_c}$ (0) 3.5	$\frac{2}{T_c}$ (0) 2.4 ถึง 8	$\frac{2}{T_c}$ (0) 1.8 ถึง 7.5
สัมประสิทธิ์ไอโซโทป (Warren. 1987 : 1860)	0.5	ในสารประกอบ La _{2-x} Ba _x CuO ₄ 0.25 ในสารประกอบ YBaCuO 0.05	= 0.32

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อคำนวณหาสมการอุณหภูมิจาก และสัมประสิทธิ์ไอโซโทป () แบบแม่นยำ โดย
ใช้แบบจำลองหลุมศักย์แบบสามหลุม (Three square well) ที่มีพลังงานขอบเขต แบบจำกัด
2. เพื่อศึกษาอิทธิพลของอันตรกิริยาอิเล็กตรอน-โฟนอน พลังงานศักย์ที่ไม่ได้เกิดจาก
อันตรกิริยาอิเล็กตรอน-โฟนอน และศักย์ที่เกิดจากแรงคูลอมบ์ ต่อค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป
แมกนีเซียมไดโบไรด์

ความสำคัญของการวิจัย

การวิจัยเรื่องสภาพนำยิ่งยวดยิ่ง ได้ศึกษากันอย่างกว้างขวาง ทั้งทางด้านการทดลอง และด้าน
ทฤษฎี ทฤษฎีบีซีเอสเป็นทฤษฎีที่ได้รับการยอมรับว่าถูกต้องสำหรับคลื่นเอส จากผลการทดลองใน
แมกนีเซียมไดโบไรด์พบว่า เป็นคลื่นเอส โดยสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปมีค่าน้อยกว่าที่ ทฤษฎีบีซีเอส
ประมาณไว้ ดังนั้นการวิจัยนี้จะศึกษาไปในแนวทางที่จะขยายทฤษฎีบีซีเอส ให้ละเอียดขึ้น โดยใช้
แบบจำลองหลุมศักย์แบบสามหลุม เพื่อให้เกิดความเข้าใจกลไกการเกิดสภาพนำยิ่งยวดยิ่งใน
สารประกอบแมกนีเซียมไดโบไรด์ มากขึ้น

ขอบเขตของการวิจัย

1. ศึกษาวิจัยภายในขอบเขตของทฤษฎี บีซีเอส และใช้พลังงานขอบเขตแบบจำกัด
โดยใช้แบบจำลองหลุมศักย์แบบสามหลุม และให้ความหนาแน่นสถานะคงตัว
2. คำนวณหาสมการอุณหภูมิจาก (T_C) แบบแม่นยำ
3. คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทป () แบบแม่นยำ
4. คำนวณเชิงตัวเลข โดยคำนวณหาอุณหภูมิจาก และสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป
เชิงตัวเลขเพื่อเปรียบเทียบ กับผลที่ได้จากการทดลองของแมกนีเซียมไดโบไรด์

นิยามศัพท์

1. อุณหภูมิจาก คืออุณหภูมิสัมบูรณ์ที่ตัวนำปกติกลายเป็นสารตัวนำยิ่งยวดอย่างทันทีทันใด
2. ปฏิกิริยาไอโซโทป คือปฏิกิริยาที่อุณหภูมิอุณหภูมิจากของสารตัวนำยิ่งยวดแปรตามมวล
ไอโซโทป
3. อันตรกิริยาอิเล็กตรอน-โฟนอน คืออันตรกิริยาดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนกับอิเล็กตรอน โดย
มี โฟนอนเป็นตัวกลาง

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

มีความเข้าใจเกี่ยวกับกลไกการเกิดสภาพนำเวดยิง และปรากฏการณ์ไอโซโทปในสารประกอบแมกนีเซียมไดโบไรด์มากขึ้น โดยใช้แบบจำลองหลุมศักย์แบบสามหลุม เพื่อคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป และศึกษาอิทธิพลของพลังงานศักย์ที่ไม่ได้เกิดจากอันตรกิริยาของอิเล็กตรอน-โฟนอนซึ่งเป็นการขยายขอบเขตของทฤษฎีบีซีเอส ในกรณีสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป มีค่าน้อยกว่าทฤษฎีบีซีเอส มาก ซึ่งให้เห็นว่ามีกลไกอื่นๆ ที่ไม่ใช่อันตรกิริยาของอิเล็กตรอน-โฟนอน ที่มีผลต่อตัวนำเวดยิงอุณหภูมิสูง

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

สมบัติที่น่าสนใจมากประการหนึ่งของตัวนำยวดยิ่งคือปรากฏการณ์ไอโซโทป ผลการทดลองพบว่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป ตามทฤษฎีปีซีเอส มีค่าเท่ากับ 0.5 ซึ่งชี้ให้เห็นว่ามีกลไกของโฟนอนที่มีอิทธิพลต่ออุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่ง และในขณะนี้ได้นักทฤษฎีหลายท่าน ได้เสนอแบบจำลองต่างๆกัน เพื่ออธิบายค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปในตัวนำยวดยิ่งชนิดต่างๆ ว่าจะจะเป็นไปตามทฤษฎีของปีซีเอสหรือไม่

2.1 ปรากฏการณ์ไอโซโทป

ในปี ค.ศ. 1950 โฟร์ลลิช (Frolich. 1950 : 477) ได้พิจารณาอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน โดยพิจารณาผลที่เกิดจากการสั่นแลตทิซต่อพลังงานของ โดยคิดว่าอันตรกิริยานี้จะตอบปัญหาการเกิดสภาพนำยวดยิ่งได้ ในเวลาเดียวกัน อิเล็กตรอน แมคซ์เวลล์ (Maxwell. 1950 : 477) และ เรย์โนลด์และคณะ (Reynolds; et al.) ได้ทดลองศึกษาปรากฏการณ์ไอโซโทปของปรอท ดังตาราง 3 พบว่าอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยวดยิ่ง ขึ้นอยู่กับมวลของไอโซโทปของอะตอมสารตัวนำยวดยิ่ง การทดลองนี้ให้ผลที่สนับสนุนความคิดเกี่ยวกับอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอน-โฟนอนว่ามีส่วนเกี่ยวข้องกับการเป็นตัวนำยวดยิ่งของสาร

ตาราง 3 แสดงปรากฏการณ์ไอโซโทปของปรอท

ค่าเฉลี่ยของมวลอะตอม	199.7	200.7	202.0	203.4
อุณหภูมิวิกฤต (K)	4.161	4.150	4.143	4.126

จากผลการทดลองได้ความสัมพันธ์กันสมการ

$$M^{\alpha} T_c = \text{ค่าคงที่}$$

เมื่อ M คือมวลไอโซโทป

คือสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป

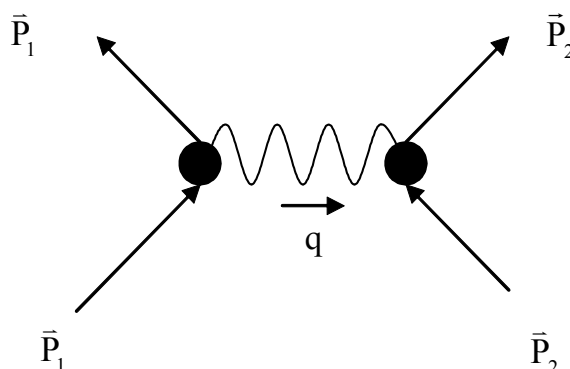
จากตาราง 3 แสดงปรากฏการณ์ไอโซโทปของปรอท พบว่าอุณหภูมิวิกฤตแปรค่าจาก 4.161 ไปเป็น 4.126 ในขณะที่ค่าเฉลี่ยของมวลอะตอม M แปรค่าจาก 1.997 ถึง 203.4 หน่วยมวลอะตอม ค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป แสดงดังตาราง 4 จากการที่อุณหภูมิวิกฤตแปรตาม $\frac{1}{M}$ พบว่าอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับแลตทิซ มีความเกี่ยวข้องกับตัวนำยิ่งยวด

ตาราง 4 แสดงสัมประสิทธิ์ไอโซโทปของสารต่างๆ

สาร	Hg	Sn	Pb	Cd	Tl	Mo	Os	Ru
สัมประสิทธิ์ไอโซโทป	0.50	0.47	0.48	0.50	0.50	0.33	0.20	0.02

2.2 ทฤษฎีบีซีเอส

ในปี ค.ศ. 1957 บาร์ดีน คูเปอร์ และชริฟเฟอร์ (Bardeen, Cooper, & Schrieffer. 1957 : 1175) ได้พัฒนาทฤษฎีขึ้นมาเพื่ออธิบายสภาพนำยิ่งยวดให้ถูกต้อง โดยใช้วิธีคณิตศาสตร์แนวคิดที่สำคัญที่ใช้ในทฤษฎีบีซีเอส ก็คือแนวความคิดของคูเปอร์ โดยคูเปอร์ได้แสดงให้เห็นว่าอันตรกิริยาของอิเล็กตรอนเป็นแรงดึงดูด จึงเป็นเหตุให้เกิดการจับคู่ของอิเล็กตรอนที่อยู่ใกล้ๆ ฟีวเฟอร์มีเขาเรียกอิเล็กตรอนคู่นี้ว่า คูเปอร์ ซึ่งจะเกิดคูเปอร์ได้ก็ต่อเมื่ออิเล็กตรอนทั้งสอง มีโมเมนตัมที่มีขนาดเท่ากัน และสปินตรงกันข้าม หากแทนอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน ดังภาพประกอบ 9



ภาพประกอบ 9 แผนภาพฟายแมน แสดงอันตรกิริยาดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอน โดยอาศัยคลื่นแลตทิซที่เรียกว่าโฟนอน

ที่มา : Rose & Rhoderick. (1969). *Introduction to Superconductivity*. p.119.

พิจารณาภาพประกอบ 9 เมื่อเส้นตรงแทนวิถีของอิเล็กตรอน และเส้นหยักแทนโฟนอน ดังนั้นเมื่ออิเล็กตรอนตัวแรกปล่อยโฟนอนจะได้ว่า

$$\bar{P}_1 = \bar{P}'_1 + \bar{q} \quad \dots\dots\dots(2.1)$$

เมื่อ

\bar{P}_1 คือโมเมนตัมก่อนปล่อยโฟนอน

\bar{P}'_1 คือโมเมนตัมหลังปล่อยโฟนอน

\bar{q} คือโมเมนตัมโฟนอน

ในการทำงานเดียวกันเมื่ออิเล็กตรอนตัวที่สองรับโฟนอน (โมเมนตัมจะเปลี่ยนจาก \bar{P}_2 เป็น \bar{P}'_2) จะได้ว่า

$$\bar{P}_2 + \bar{q} = \bar{P}'_2 \quad \dots\dots\dots(2.2)$$

จากสมการ (2.1) และ (2.2) จะได้

$$\bar{P}_1 + \bar{P}_2 = \bar{P}'_1 + \bar{P}'_2 \quad \dots\dots\dots(2.3)$$

ดังนั้นสมการ (2.3) แสดงว่าเป็นไปตามหลักการอนุรักษ์โมเมนตัม

2.2.1 ฮามิลโทเนียนของทฤษฎีบีซีเอส

ทฤษฎีบีซีเอส กำหนดฮามิลโทเนียนของอิเล็กตรอนในตัวนำยวดยิ่งเป็น

$$H_{BCS} = \sum_{k\sigma} \epsilon_k c_{k\sigma}^+ c_{k\sigma} + \sum_{kk'} V_{kk'} c_{k\uparrow}^+ c_{k\downarrow}^+ c_{k'\downarrow} c_{k'\uparrow} \quad \dots\dots\dots(2.4)$$

เมื่อ ϵ_k คือพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน

$c_{k\sigma}^+$ คือตัวดำเนินการสร้าง (Creation operator)

c_k คือตัวดำเนินการทำลาย (Annihilation operator)

$V_{kk'}$ คือพลังงานศักย์ที่เกิดจากอิเล็กตรอนสองตัวที่เป็นกลไกในการเกิดสภาพ

นำยวดยิ่ง

σ คือดัชนีของสปิน

จากสมการ (2.4) ในเทอมแรกแสดงพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน และเทอมที่สองแสดงพลังงานศักย์แบบดึงดูดของอิเล็กตรอน

2.2.2 พลังงานในสถานะพื้นของทฤษฎีบีซีเอส

กำหนดให้ฟังก์ชันคลื่นของระบบอิเล็กตรอนในตัวนำยวดยิ่งเป็นดังนี้

$$|\Psi_S\rangle = \prod_k (u_k + v_k c_{k\uparrow}^+ c_{k\downarrow}^+) |0\rangle \quad \dots\dots\dots(2.5)$$

เมื่อ $|0\rangle$ คือสถานะสูญญากาศ (Vacuum state)

u และ v คือพารามิเตอร์ของเลขคลื่น k ทั้ง u_k และ v_k คือเงื่อนไขการหาค่าความน่าจะเป็นที่จะพบอิเล็กตรอน ซึ่งหาได้จากเงื่อนไขการนอร์มัลไลเซชัน (Normalization) ซึ่งจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \langle \Psi_S | \Psi_S \rangle &= \langle 0 | (u_k + v_k c_{k\downarrow} c_{k\uparrow}) (u_k + v_k c_{k\uparrow}^+ c_{k\downarrow}^+) | 0 \rangle \\ &= \prod_k (u_k^2 + v_k^2) \quad \dots\dots\dots(2.6) \end{aligned}$$

เมื่อ

$$\langle 0 | c_{k\uparrow}^+ c_{k\downarrow}^+ | 0 \rangle = \langle 0 | c_{k\uparrow} c_{k\downarrow} | 0 \rangle = 0 \quad \dots\dots\dots(2.7)$$

และเงื่อนไขที่ฟังก์ชันคลื่นจะนอร์มัลไลซ์ ก็คือ $(u_k^2 + v_k^2) = 1$ ดังนั้นจะหาค่า

$$\langle \Psi_S | H_{BCS} | \Psi_S \rangle = \frac{\langle \Psi_S | H_{BCS} | \Psi_S \rangle}{\langle \Psi_S | \Psi_S \rangle}$$

.....(2.8)

$$\langle \Psi_S | c_{k\uparrow}^+ c_{k\uparrow} | \Psi_S \rangle = \langle 0 | (u_k + v_k c_{k\downarrow} c_{k\uparrow}) c_{k\uparrow}^+ c_{k\uparrow} (u_k + v_k c_{k\uparrow}^+ c_{k\downarrow}^+) | 0 \rangle$$

$$\langle \Psi_S | c_{k\uparrow}^+ c_{k\uparrow} | \Psi_S \rangle = v_k^2 \quad \dots\dots\dots(2.9) \text{ และ}$$

$$\langle \Psi_S | c_{k\uparrow}^+ c_{k\downarrow}^+ | \Psi_S \rangle = \langle \Psi_S | c_{k\downarrow} c_{k\uparrow} | \Psi_S \rangle = u_k v_k$$

.....(2.10) นำสมการ (2.6), (2.9) และ (2.10) แทนค่าใน (2.8) จะได้พลังงานที่สถานะพื้นของคู่

คูเปอร์ เป็น

$$W_S = \langle \Psi_S | H_{BCS} | \Psi_S \rangle = 2 \sum_k \epsilon_k v_k^2 + \sum_{kk'} V_{kk'} u_k v_k u_{k'} v_{k'} \quad \dots\dots\dots(2.11)$$

ดังนั้นเงื่อนไขที่จะทำให้ W_S มีค่าต่ำสุดก็คือ $(u^2_k + v^2_k) = 1$ โดยกำหนดให้ u_k และ v_k ในสมการ (2.11) อยู่ในรูปเชิงซั้ว โดยที่ $u_k = \cos\theta_k$ และ $v_k = \sin\theta_k$ จะได้

$$W_S = \Psi_S |H_{BCS} | \Psi_S = 2 \sum_k \epsilon_k \sin^2 \theta_k + \frac{1}{4} \sum_{kk'} V_{kk'} \sin 2\theta_k \sin 2\theta_{k'} \dots\dots\dots(2.12)$$

และจากเงื่อนไข $\frac{\partial W_S}{\partial \theta_k} = 0$ จะได้สมการ (2.12) เป็น

$$2\epsilon_k \sin 2\theta_k + \frac{1}{2} \sum_{k'} V_{kk'} \cos 2\theta_k \sin 2\theta_{k'} = 0 \dots\dots\dots(2.13)$$

จัดรูปสมการ (2.13) ในเทอม u_k และ v_k จะได้ว่า

$$4\epsilon_k u_k v_k + 2 \sum_{k'} \frac{V_{kk'}}{2} (u_k^2 - v_k^2) u_{k'} v_{k'} = 0 \dots\dots\dots(2.14)$$

เมื่อกำหนดให้ Δ_k เป็นช่องว่างพลังงาน โดย

$$\Delta_k = \frac{1}{2} \sum_{k'} V_{kk'} u_{k'} v_{k'} \dots\dots\dots(2.15)$$

สมการ (2.14) จะเขียนได้เป็น

$$2\epsilon_k u_k v_k - \Delta_k (u_k^2 - v_k^2) = 0 \dots\dots\dots(2.16)$$

เมื่อให้

$$u_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\epsilon_k}{\sqrt{\epsilon_k^2 + \Delta_k^2}} \right) \quad \text{และ} \quad v_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\epsilon_k}{\sqrt{\epsilon_k^2 + \Delta_k^2}} \right) \dots\dots\dots(2.17)$$

สมการ (2.16) จะเป็น

$$u_k v_k = \frac{1}{2} \frac{\Delta_k}{\sqrt{\epsilon_k^2 + \Delta_k^2}} \dots\dots\dots(2.18)$$

จากสมการ (2.15) และ (2.18) ได้สมการช่องว่างพลังงานเป็นดังนี้

$$\Delta_k = \frac{1}{2} \sum_{k'} V_{kk'} \frac{\Delta_{k'}}{\sqrt{\epsilon_{k'}^2 + \Delta_{k'}^2}} = \frac{1}{2} \sum_{k'} V_{kk'} \frac{\Delta_{k'}}{E_{k'}} \dots\dots\dots(2.19)$$

จากนั้นแก้สมการของช่องว่างพลังงานได้โดยกำหนดค่าศักย์ดังนี้

$$V_{kk} = \begin{cases} V & \text{เมื่อ } |k| \text{ และ } |\epsilon_{k'}| < \omega_D \\ 0 & \text{อื่นๆ} \end{cases} \dots\dots\dots(2.20)$$

และในทำนองเดียวกันกับสมการที่(2.20)

$$\epsilon_k = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } |k| \text{ และ } |\epsilon_{k'}| < \omega_D \\ \epsilon_k & \text{อื่นๆ} \end{cases} \dots\dots\dots(2.21)$$

เมื่อ

ω_D คือความถี่เดอบาย

Δ_0 คือช่องว่างพลังงานที่มีค่าคงตัว

V คือพลังงานศักย์ดึงดูดของอิเล็กตรอนทั้งสอง

ดังนั้นอาจเขียนสมการสมการ (2.19) ได้เป็น

$$\Delta_0 = \frac{1}{2} V \sum_{k'} \frac{\Delta_0}{\sqrt{\epsilon_{k'}^2 + \Delta_0^2}} \dots\dots\dots(2.22)$$

$$1 = \frac{1}{2} VN(0) \int_{\omega_D}^{\omega_D} \frac{d\epsilon}{\sqrt{\epsilon^2 + \Delta_0^2}} \dots\dots\dots(2.23)$$

$$\frac{1}{N(0)V} = \int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta_0^2}} = \sinh^{-1} \frac{\omega_D}{\Delta_0} \dots\dots\dots(2.24)$$

โดยที่ $N(0)$ คือความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ และ จากสมการ (2.24) ใช้การประมาณค่า เมื่อ $\operatorname{arcsinh}(x) \approx \ln(2x)$ เมื่อ $x \gg 1$ สำหรับกรณี $\omega_D \gg \Delta$

ดังนั้น
$$\frac{1}{VN(0)} = \ln \frac{2\omega_D}{\Delta_0}$$

$$\Delta_0 = 2\omega_D \exp\left[-\frac{1}{VN(0)}\right]$$

.....(2.25)

ให้ $\lambda = VN(0)$ ดังนั้นสมการ (2.24) จะได้สมการช่องว่างพลังงานที่ศูนย์องศา

$$\Delta_0 = 2\omega_D e^{-\frac{1}{\lambda}} \dots\dots\dots(2.26)$$

2.2.3 การคำนวณอุณหภูมิวิกฤต ตามทฤษฎีบีซีเอส

ตามทฤษฎีบีซีเอส พบว่าช่องว่างพลังงานมีค่าน้อยลงเมื่ออุณหภูมิสัมบูรณ์สูงขึ้น ดังนี้

$$\Delta(T) = \sum_{k'} V_{kk'} u_{k'} v_{k'} [1 - 2f_{k'}(T)]$$

.....(2.27) เมื่อ $f_{k'}(T) = \frac{1}{e^{\frac{E_{k'}}{T}} + 1}$ เป็นฟังก์ชันของการกระจายเฟอร์มิ

จัดรูปสมการ (2.27) จะได้

$$\Delta_k(T) = \frac{1}{2} \sum_k V_{kk'} \frac{\Delta_k(T)}{\sqrt{\varepsilon_{k'}^2 + \Delta_{k'}^2(T)}} \tanh \frac{\sqrt{\varepsilon_{k'}^2 + \Delta_{k'}^2(T)}}{2T} \dots\dots\dots(2.28)$$

จากการทดลองพบว่า เมื่อ $\Delta_k(T)$ เป็นศูนย์อุณหภูมิขณะนั้นจะเป็นอุณหภูมิวิกฤต ดังนั้นสมการ (2.28) แทนค่า u_k, v_k และ f_k จัดรูปอินทิเกรตเพื่อคำนวณหาค่าอุณหภูมิวิกฤต

$$\frac{1}{\lambda} = \int_0^{\omega} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \tanh \frac{\varepsilon}{2T_C} \dots\dots\dots(2.29)$$

$$T_C = 1.13 \omega_D e^{\frac{1}{\lambda}} \dots\dots\dots(2.30)$$

เมื่อ เป็นค่าคงที่ของอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอน-โฟนอน ซึ่งเป็นอันตรกิริยาแบบดึงดูด และ จะเป็นตัวกำหนดว่าอันตรกิริยานี้เป็นแบบแรงคู่ควบแบบแรงหรือแบบอ่อน

ตามทฤษฎีบีซีเอสพบว่า T_C แปรผันตาม ω_D และ ω_D แปรผันตาม M ทำให้ทราบว่า

$$T_C \propto M^\alpha \dots\dots\dots(2.31)$$

ดังนั้นจะคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทปได้จากสมการ (2.29) ได้เป็น

$$\alpha = \frac{\partial \ln T_C}{\partial \ln M} = \frac{1}{2} \frac{\omega_D}{T_C} \cdot \frac{\partial T_C}{\partial \omega_D} \dots\dots\dots(2.32)$$

จากสมการของอุณหภูมิวิกฤต

$$\frac{1}{N(0)V} = \int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \tanh \frac{\varepsilon}{2T_C} \dots\dots\dots(2.33)$$

ดังนั้นดิฟเฟอเรนเชียลสมการ (2.33) เทียบกับ ω_D

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \omega_D} \frac{1}{N(0)V} &= \frac{\partial}{\partial \omega_D} \int_0^{\omega_D} \frac{1}{\varepsilon} \tanh \frac{\varepsilon}{2T_C} d\varepsilon \\ 0 &= \frac{1}{\omega_D} \tanh \frac{\omega_D}{2T_C} + \int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon}{2T_C} \frac{\varepsilon}{2T_C^2} \frac{\partial T_C}{\partial \omega_D} \\ \frac{1}{2T_C^2} \frac{\partial T_C}{\partial \omega_D} &= \frac{\frac{1}{\omega_D} \tanh \frac{\omega_D}{2T_C}}{\int_0^{\omega_D} \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon}{2T_C} d\varepsilon} \\ &= \frac{\frac{1}{\omega_D} \tanh \frac{\omega_D}{2T_C}}{2T_C \tanh \frac{\omega_D}{2T_C}} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2\omega_D T_C}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \frac{\partial T_C}{\partial \omega_D} = \frac{T_C}{\omega_D} \quad \dots\dots\dots(2.34)$$

นำสมการ (2.34) แทนค่าในสมการ (2.32) จะได้สัมประสิทธิ์ของไอโซโทป ดังสมการ (2.35)

$$\alpha = \frac{1}{2} \quad \dots\dots\dots (2.35)$$

แสดงว่าตามทฤษฎีบีซีเอสกลไกการเกิดสภาพนำยวดยิ่งที่มี อันตรกิริยาอิเล็กตรอน-โฟนอน เป็นกลไกสำคัญ ให้ค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป 0.5

ในปี ค.ศ.1990 ครอฟอร์ดและคณะ (Crawford. et al. 1990 : 282-287) ทำการทดลองวัดค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปในสารประกอบ $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ เมื่อแทน O^{16} ด้วย O^{18} พบว่า เมื่อให้ x น้อยกว่า 0.15 ค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป มีค่าอยู่ระหว่าง 0.40 ถึง 0.64 และเมื่อ x มีค่ามากกว่า 0.15 ได้ค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปมีค่าประมาณ 0.10 และผลการทดลองยังพบว่าค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปมีค่ามากกว่า 0.5 เมื่อ x มีค่าเท่ากับ 0.113 ซึ่งการทดลองยังไม่สามารถสร้างแบบจำลองเพื่ออธิบายค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปที่เพิ่มขึ้นใน ระบบ $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ ได้

ตาราง 5 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป ในสารประกอบ $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$

X	T_C	α
0.075	21.2	0.40
0.113	29.7	0.64
	29.6	0.60
	29.6	0.64
0.150	37.8	0.08
	38.3	0.10
	35	0.16

	34.5-37	0.09-0.37
0.188	34.4	0.06
0.225	23	0.10
0.263	8.0	0.12

ในปีค.ศ.1990 แฟงค์และคณะ(Franck. et al.1990:5318-5321) ได้ศึกษาปรากฏการณ์ไอโซโทปของออกซิเจนในระบบ $(Y_{1-x}P_x)Ba_2CuO_{1-x}$ โดยใช้ O^{16} และ O^{18} เมื่อให้ $x = 0.2, 0.3, 0.4$ และ 0.5 พบว่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป มีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อ x เพิ่มขึ้น และความเข้มข้นของการโดป P_r ที่สูงที่สุดจะทำให้สัมประสิทธิ์ของไอโซโทป เคลื่อนไปยัง 0.5 ดังนั้นค่าของ สัมประสิทธิ์ของไอโซโทป จะขึ้นอยู่กับความเข้มข้นของการโดป โดยสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป จะเลื่อนขึ้นถ้าความเข้มข้นของการโดปลดลง

ในปีค.ศ.1990 เดม และโอเวอร์เฮาเซอร์ (Daem; & Overhauser.1990 : 7182-7184) ได้พบว่าอันตรกิริยาดึงดูดอิเล็กตรอนพิสัยสั้น และอันตรกิริยาแบบจับคู่เป็นสาเหตุทำให้อุณหภูมิวิกฤติสูงขึ้น และจากการคำนวณได้ใช้สมการช่องว่างพลังงานของ BCS โดยกำหนดให้ศักย์การกระเจิงของอิเล็กตรอนเป็นดังนี้

$$V_1 \quad V_2 \quad \text{เมื่อ } |\xi_k, \xi_{k'}| < \omega_D \quad \dots\dots\dots(2.36)$$

$$V_{kk}$$

$$V_2 \quad \text{เมื่อ } \omega_D < |\xi_k, \xi_{k'}| < E_C$$

- เมื่อ V_1 เป็นศักย์ที่เกิดจากอันตรกิริยาอิเล็กตรอน-โฟนอน
 V_2 เป็นศักย์ที่เกิดจากอันตรกิริยาแบบพิสัยสั้น (Short-range)
 k เป็นพลังงานอิเล็กตรอนที่ผิวเฟอร์มิ
 E_C เป็นขอบเขตของพลังงาน ของอันตรกิริยาพิสัยสั้น
 D เป็นความถี่ของเดอบาย

ในทำนองเดียวกันกับสมการ (2.36) กำหนดให้ช่องว่างพลังงานเป็นดังนี้

$$\Delta_k = \begin{cases} \Delta_0 \Delta_1(T) & \text{เมื่อ } |\xi_k, \xi_{k'}| < \omega_D \\ \Delta_0 \Delta_2(T) & \text{เมื่อ } \omega_D < |\xi_k, \xi_{k'}| < E_c \end{cases} \dots\dots\dots(2.37)$$

จากสมการ (2.37) เมื่อ Δ_1 และ Δ_2 เป็นค่าคงที่ ที่ขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ

$$\Delta_1 = (V_1 + V_2)\Delta_1 \sum_1 + V_2 \Delta_2 \sum_2 \dots\dots\dots(2.38)$$

และ

$$\Delta_2 = V_2 \Delta_1 \sum_1 + V_2 \Delta_2 \sum_2 \dots\dots\dots(2.39)$$

โดยมี

$$\sum_1 = N_0 \int_0^{\omega_D} d\xi \frac{\tanh \left(\frac{\xi^2 + \Delta_0^2 \Delta_1^2}{2T} \right)}{\xi^2 + \Delta_0^2 \Delta_1^2}$$

.....(2.40)

และ

$$\sum_2 = N_0 \int_0^{\omega_D} d\xi \frac{\tanh \left(\frac{\xi^2 + \Delta_0^2 \Delta_2^2}{2T} \right)}{\xi^2 + \Delta_0^2 \Delta_2^2} \dots\dots\dots(2.41)$$

เมื่อ N_0 เป็นความหนาแน่นสถานะอิเล็กทรอนิกส์ที่ระดับเฟอร์มิ และที่อุณหภูมิ(T)เท่ากับ อุณหภูมิวิกฤต(T_c) แล้ว $\Delta_0(T_c) = 0$ จากสมการ (2.38)และ(2.39) จะได้สมการเชิงเส้นที่เป็นเอกพันธ์ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข ในการหาอุณหภูมิวิกฤต (T_c)ที่อยู่ในรูป

$$1 - \lambda F \frac{\omega_D}{T_c} - \sigma F \frac{E_c}{T_c} - \lambda \sigma F \frac{\omega_D}{T_c} + \lambda \sigma F \frac{\omega_D}{T_c} F \frac{E_c}{T_c} = 0 \dots\dots\dots(2.42)$$

เมื่อ $\lambda = N_0 V_1$ และ $\sigma = N_0 V_2$ มีรูปแบบฟังก์ชันของ F ดังนี้

$$F(x) = \int_0^{x/2} d\xi \frac{\tanh \xi}{\xi} \dots\dots\dots(2.43)$$

หาค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปโดยใช้สมการ T_C ตามสมการ (2.41) และได้จากการประมาณ

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sigma}{\lambda_2 + \sigma} \right)^2 \dots\dots\dots(2.44)$$

เมื่อ
$$\sigma = \frac{\sigma}{1 + \ln \frac{E_C}{\omega_D}}$$

จากสมการ (2.44) คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทป () โดยวิธีแบบแม่นยำตรงได้

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\tanh(E_C/2\omega_D T_C)}{\tanh(1/2 T_C)} \frac{[1 - \lambda F(1/2 T_C)]^2}{[1 - \lambda F(1/2 T_C)]^2} \right)^2 \dots\dots\dots(2.45)$$

ในปี ค.ศ. 1990 ยกसान (Yoksan. 1990 : 223-236) ได้ศึกษาปรากฏการณ์ไอโซโทปของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง โดยใช้แบบจำลองความหนาแน่นสถานะ แบบแวนโฮป ในการคำนวณได้สมมติความหนาแน่นอิเล็กตรอนที่ผิวเฟอร์มีที่มีโครงสร้าง 2 มิติของระนาบ Cu และ O ในรูปของ ลูกการิทึม

$$N(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(1 + \frac{E}{4t} \right)^{2 \frac{1}{2}}, \quad |E| < 4t$$

$$0, \quad |E| > 4t \dots\dots\dots(2.46)$$

เมื่อ t เป็นพลังงานแบบจำกัดของ V_2

เมื่อกำหนดให้กลไกการเกิดสภาพนำยิ่งยวดมีศักยภาพเป็นดังนี้

$$V_{kk'} = \begin{cases} V_1 & \text{สำหรับ } 0 < E < \omega_D \\ V_2 & \text{สำหรับ } \omega_D < E < 4t \end{cases} \dots\dots\dots(2.47)$$

เมื่อ V_1 เป็นศักย์ที่เกิดจากอันตรกิริยาอิเล็กตรอนที่มีโฟนอนเป็นตัวกลาง
 V_2 เป็นศักย์ที่ไม่ได้เกิดจากอันตรกิริยาที่มีโฟนอนเป็นตัวกลาง
 E เป็นพลังงานอิเล็กตรอนที่ผิวเฟอร์มิ
 ω_D เป็นความถี่เดอบาย และ $4t$ เป็นพลังงานจำกัดของ V_2

ในการทำงานเดียวกับสมการที่ (2.47) จะได้

$$\Delta_k = \begin{cases} \Delta_0 \Gamma \Delta_1 & \text{ถ้า } E < \omega_D \\ \Delta_0 \Gamma \Delta_2 & \text{ถ้า } E > \omega_D \end{cases}$$

.....(2.48)

โดย Δ_1 และ Δ_2 เป็นค่าคงตัวที่ไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ แทนค่าสมการ (2.47) ลงในสมการ(2.48)

$$\Delta_1 [(V_1 + V_2) \sum_1(T) = \Delta_2 V_2 \sum_2(T)] \dots\dots\dots (2.49)$$

$$\Delta_1 V_2 \sum_1(T) = \Delta_2 [1 - V_2 \sum_2(T)]$$

เมื่อ

$$\sum_1(T) = \int_0^{\omega_D} \frac{dE N(E)}{\sqrt{E^2 + \Delta_0^2 \Delta_1^2}} \tanh \frac{\sqrt{E^2 + \Delta_0^2 \Delta_1^2}}{2T}$$

และ

.....(2.50)

$$\sum_2(T) = \int_{\omega_D}^{4t} \frac{dE N(E)}{\sqrt{E^2 + \Delta_0^2 \Delta_2^2}} \tanh \frac{\sqrt{E^2 + \Delta_0^2 \Delta_2^2}}{2T}$$

ที่อุณหภูมิเท่ากับอุณหภูมิวิกฤตช่องว่างพลังงานมีค่าเป็นศูนย์ และจากสมการ (2.50)

สามารถประมาณได้ว่า

$$\sum_1(T_C) = \frac{1}{2\pi^2 t} F \frac{\omega_D}{2T_C}$$

และ(2.51)

$$\sum_2(T_C) = \frac{1}{2\pi^2 t} F \frac{4t}{2T_C} F \frac{\omega_D}{2T_C}$$

โดย

$$F \frac{Y}{2T_C} = \int_0^{Y/16t} \frac{dx \ln x}{x} \tanh \frac{8t x}{T_C}$$

.....(2.52)

และจากสมการ (2.49) และ (2.52) จะได้

$$1 + \lambda F \frac{\omega_D}{2T_C} + \sigma F \frac{4t}{2T_C} + \lambda \sigma F \frac{\omega_D}{2T_C} \times F \frac{4t}{2T_C} F \frac{\omega_D}{2T_C} = 0$$

.....(2.53)

เมื่อ $\lambda = \frac{V_1}{2\pi^2 t}$ และ $\sigma = \frac{V_2}{2\pi^2 t}$

ใช้วิธีการประมาณค่า เพื่อคำนวณหาค่าอุณหภูมิวิกฤต (T_C) ได้ดังนี้

$$T_C = 1.134 \omega_D \exp \frac{1}{\ln(\omega_D/16t)} \frac{0.6646}{\lambda + \sigma^*}$$

.....(2.54)

เมื่อ

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{1 - \frac{\sigma}{2} \ln \frac{4t}{\omega_D} \ln \frac{64}{\omega_D}}$$

..... (2.55)

เมื่อให้ $V_1 = 0, V_2 = 0, \lambda = 0$ และ $\sigma = 0$ จะได้

$$T_c = 1.134 \omega_D \exp \frac{1}{\frac{V_1}{2\pi^2 t} \ln \frac{\omega_D}{16t}} \dots\dots\dots (2.56)$$

จากสมการ (2.56) จะได้กลไกที่ไม่ได้เกิดจากสภาพนำยวดยิ่งของอันตรกิริยาอิเล็กทรอนิกส์-โฟนอน เมื่อให้ $V_2 > V_1$ แล้ว $\lambda \rightarrow 0$ และ $\sigma \neq 0$ ซึ่งเป็นกรณี

$$T_c = 8t \exp \sqrt{\frac{4\pi^2 t}{V_2}} \dots\dots\dots(2.57)$$

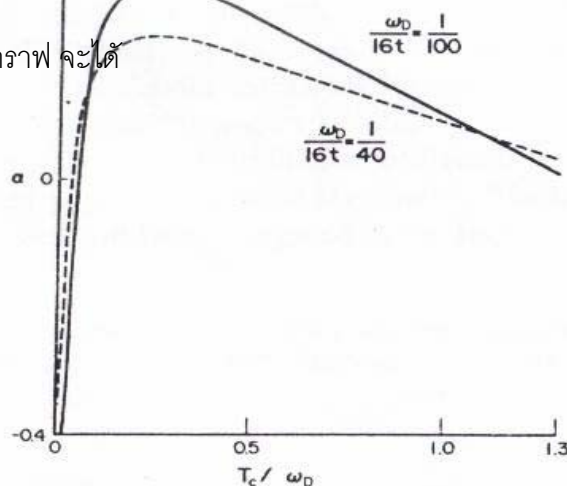
จากสมการ (2.53) คำนวณหาค่า สัมประสิทธิ์ของไอโซโทปได้

$$\alpha = \frac{1}{2} \left[1 - \lambda \ln \frac{0.6646\omega_D}{16t} + \ln \frac{\omega_D}{16t} \ln \frac{T_c}{1.13\omega_D} \right]^2 \ln \frac{T_c/1.13\omega_D}{\ln(\omega_D/16t)} \dots\dots\dots(2.58)$$

จากสมการ (2.58) คำนวณหาค่า สัมประสิทธิ์ของไอโซโทป โดยวิธีประมาณค่า ได้

$$\alpha = \frac{1}{2} \left[1 - \lambda \ln \frac{\omega_D}{16t} \times \ln \frac{T_c}{1.134\omega_D} \right]^2 \dots\dots\dots(2.59)$$

นำสมการ (2.59) มาเขียนกราฟ จะได้

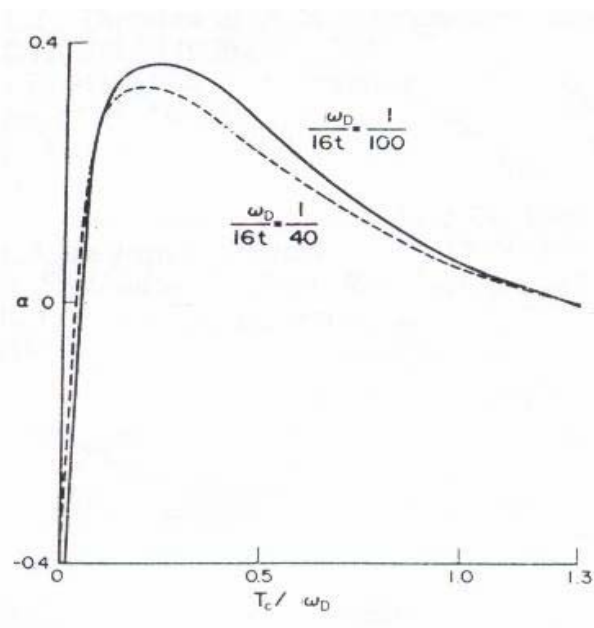


ภาพประกอบ 10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง α กับ T_C/ω_D

และ จากสมการ (2.57) คำนวณหาค่า สัมประสิทธิ์ของไอโซโทป () โดยวิธีแม่นยำตรง ได้ดังนี้

$$\alpha = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{H(\omega_D/2T_C)}{\ln \frac{\omega_D}{16t} \tanh \frac{\omega_D}{2T_C}} \right] \times \frac{1}{\lambda F \frac{\omega_D}{2T_C} + 2 + \lambda F \frac{\omega_D}{2T_C}} \left[1 + \lambda F \left(\frac{\omega_D}{2T_C} \right)^2 \right] \quad (2.60)$$

นำสมการ (2.58) มาเขียนกราฟ จะได้



ภาพประกอบ 11 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง T_c กับ T_c / ω_D

จากการคำนวณพบว่าเมื่อใช้แบบจำลองความหนาแน่นสถานะ เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป เมื่ออุณหภูมิวิกฤต (T_c) เพิ่มขึ้นสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปจะมีค่าลดลงและมีค่าเป็นศูนย์

ในปี ค.ศ.1995 บาร์เนอร์จี และรอย (Banerjee, & Roy.1995 : 265) ได้ใช้แบบจำลองแบบพลังงานแบบสองแถบ เพื่ออธิบายสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปที่เพิ่มขึ้น ในสารประกอบ $La_{2-x}Sr_xCuO_4$ โดยพบว่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทป มีค่ามากกว่า 0.5 และสังเกตเห็นได้ชัดในตัวอย่างยิ่งที่มีการโดป ซึ่งเป็นสาเหตุสำคัญที่ทำให้ความหนาแน่นของอิเล็กตรอน เป็นแบบแวนไฮปซึ่งการโดป ผ่านอันตรกิริยาอิเล็กตรอน ที่มีระยะสั้นๆระหว่างอิเล็กตรอนที่ควมแน่นจะแสดงให้เห็นถึงความแปรปรวนของอุณหภูมิวิกฤต (T_c) กับสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป จะมีลักษณะแบบอสมมาตร

ในปี ค.ศ.1995 คิชเชอร์ (Kishore. 1995 : 367-372) ได้อธิบายถึงความไม่สมดุของสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป โดยใช้สมการช่องว่างพลังงานของปีชีเอส ที่มีความหนาแน่นอิเล็กตรอนแบบแวนไฮป โดยพบว่า สัมประสิทธิ์ของไอโซโทปมีค่าน้อยกว่า 0.5 ใน La_2CuO สาเหตุมาจากจำนวนความเข้มข้นของการโดป ทำให้สัมประสิทธิ์ของไอโซโทป เป็นแบบอสมมาตร และจากการคำนวณยังพบว่าค่าความเข้มข้นของการโดป ที่เหมาะสมที่สุดจะให้ค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป มีค่าน้อยกว่าทฤษฎีปีชีเอส มาก

ในปี ค.ศ. 1996 วิคซ์โค (Wiecko. 1996 : 286-290) ได้คำนวณหาค่า สัมประสิทธิ์ของไอโซโทป โดยใช้แบบจำลองของฮับบาร์ด พบว่าให้ค่าอุณหภูมิวิกฤต ที่ถูกต้อง และเป็นฟังก์ชันของความไม่เป็นระเบียบ โดยมีแนวโน้มจะเกิดลักษณะแบบซ้ำๆกันซึ่งการทดลองใน La_2CuO จะไม่เป็น

ฟังก์ชันของการโคป เหมือนที่เคยได้ศึกษามาโดยมีค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปมากกว่า 0.5 และจากการทดลองได้ประยุกต์แบบจำลองนี้กับพารามิเตอร์พบว่าอัตราส่วน ของช่องว่างพลังงาน กับอุณหภูมิวิกฤตมีความสัมพันธ์กัน โดยช่องว่างพลังงานจะมีค่าลดลงเมื่ออุณหภูมิวิกฤตมีค่าเพิ่มขึ้นและเมื่ออุณหภูมิเท่ากับอุณหภูมิวิกฤตช่องว่างพลังงานจะมีค่าเป็นศูนย์

ในปีค.ศ. 1997 โอโคเย และคณะ (Okoye, et al.1997:197-204)ได้ศึกษาปรากฏการณ์ ไอโซโทปในตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิวิกฤตสูงโดยใช้แบบจำลองแบบพลังงานสองแถบที่เกิดขึ้นภายในแถบ และระหว่างแถบ วัดค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปในตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงพบว่าสัมประสิทธิ์ของ ไอโซโทปมีค่าน้อยมากประมาณ 0.1 และบางครั้งมีค่าเป็นลบ และสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปจะมีค่าลดลงเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับการทดลองของ ตีม และโอเวอร์เฮาส์ ในกรณีที่มีค่าพารามิเตอร์ ของอิเล็กตรอนโฟนอนมีค่าเป็นศูนย์

ในปีค.ศ. 2001 วาสนีเย กุมาร์ และซิงห์ (Varshney, Kumha, & Singh . 2001 : 623-629) ได้คำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตและสัมประสิทธิ์ของไอโซโทป ของตัวนำยวดยิ่ง $Ba_{0.6} K_{0.4}BiO_3$ โดยใช้แบบจำลองหลุมศักย์แบบสามหลุมที่ประกอบด้วย Q_{ac}, Q_{op} และ Q_c โดยมี $\lambda_{ac}, \lambda_{op}$ และ λ_c เป็นพลังงานขอบเขตของ Q_{ac}, Q_{op} และ Q_c ตามลำดับและกำหนดให้มีสมการช่องว่างพลังงานเป็นดังนี้

$$\Delta_{\omega} = \int d\omega' Q_{ac} \frac{\Delta_{\omega'}}{2\sqrt{\omega'^2 + \Delta_{\omega'}^2}} \tanh \frac{\sqrt{\omega'^2 + \Delta_{\omega'}^2}}{2T} \dots\dots\dots(2.61)$$

โดย $Q(\omega, \omega') = N(\omega')V(\omega, \omega')$ เรียกว่าฟังก์ชันเคอร์เนล ซึ่งเป็นฟังก์ชันของพลังงาน

$$= \lambda$$

เมื่อ $Q(\omega, \omega') = Q(\omega', \omega)$ และกำหนดให้

$$Q_{ac} = \lambda_{ac} \lambda_{op} + \mu \dots\dots\dots(2.62)$$

$$Q_{op} = \lambda_{ac} + \mu \dots\dots\dots(2.63)$$

$$Q_c = \mu \dots\dots\dots(2.64)$$

แทนค่าสมการ จากสมการ(2.62),(2.63) และ (2.64) ลงในสมการ (2.61) เพื่อหาสมการของอุณหภูมิวิกฤต เมื่ออุณหภูมิเท่ากับอุณหภูมิวิกฤตจะได้ $\Delta(T_c) = 0$ ดังนั้น ถ้าพิจารณาที่ $0 \leq \omega \leq \omega_{ac}$

$$-\Delta_{ac} = \int_0^{\omega_{ac}} d\omega' Q_{ac} \frac{\Delta_{ac}}{\omega'} \tanh \frac{\omega'}{2T_c} + \int_{\omega_{ac}}^{\omega_{op}} d\omega' Q_{ac} \frac{\Delta_{op}}{\omega'} \tanh \frac{\omega'}{2T_c}$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_{\omega_{op}}^{\omega_c} d\omega' Q_{ac} \frac{\Delta_c \tanh \frac{\omega'}{2T_c}}{\omega'} \\
 & = Q_{ac} Z_{ac} \Delta_{ac} + Q_{op} Z_{op} \Delta_{op} + Q_c Z_c \Delta_c \dots\dots\dots(2.65)
 \end{aligned}$$

เมื่อ $Z_{ac} = \int_0^{\omega} \frac{d\omega'}{\omega'} \tanh \frac{\omega'}{2T_c}$, $Z_{op} = \int_{\omega_{ac}}^{\omega} \frac{d\omega'}{\omega'} \tanh \frac{\omega'}{2T_c}$

และ $Z_c = \int_{\omega_{ac}}^{\omega} \frac{d\omega'}{\omega'} \tanh \frac{\omega'}{2T_c}$

ที่ $\omega_{ac} \leq |\omega| \leq \omega_{op}$

$$\begin{aligned}
 -\Delta_{op} & = \int_0^{\omega_{ac}} d\omega' Q_{ac} \frac{\Delta_{ac} \tanh \frac{\omega'}{2T_c}}{\omega'} + \int_{\omega_{ac}}^{\omega_{op}} d\omega' Q_{ac} \frac{\Delta_{op} \tanh \frac{\omega'}{2T_c}}{\omega'} \\
 & + \int_{\omega_{op}}^{\omega_c} d\omega' Q_{ac} \frac{\Delta_c \tanh \frac{\omega'}{2T_c}}{\omega'} \\
 & = Q_{ac} Z_{ac} \Delta_{ac} + Q_{op} Z_{op} \Delta_{op} + Q_c Z_c \Delta_c \dots\dots\dots(2.66)
 \end{aligned}$$

และที่ $\omega_{op} \leq |\omega| \leq \omega_c$

$$\begin{aligned}
 -\Delta_c & = \int_0^{\omega_{ac}} d\omega' Q_{ac} \frac{\Delta_{ac} \tanh \frac{\omega'}{2T_c}}{\omega'} + \int_{\omega_{ac}}^{\omega_{op}} d\omega' Q_{ac} \frac{\Delta_{op} \tanh \frac{\omega'}{2T_c}}{\omega'} \\
 & + \int_{\omega_{op}}^{\omega_c} d\omega' Q_{ac} \frac{\Delta_c \tanh \frac{\omega'}{2T_c}}{\omega'} \\
 & = Q_{ac} Z_{ac} \Delta_{ac} + Q_{op} Z_{op} \Delta_{op} + Q_c Z_c \Delta_c \dots\dots\dots(2.67)
 \end{aligned}$$

จัดสมการ (2.65), (2.66) และ (2.67) อยู่ในรูปเมตริกซ์ และแก้สมการเพื่อหาค่าคุณภูมิจากวิฤตได้เป็นดังนี้

$$T_c = 1.13 D e^{1/eff} \dots\dots\dots(2.68)$$

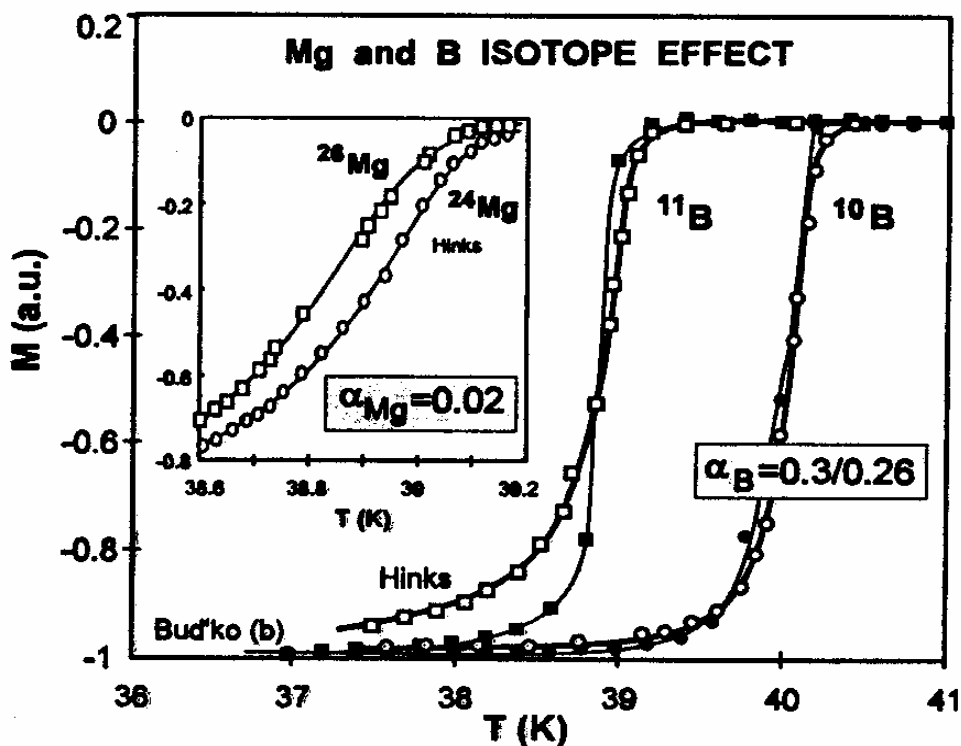
โดย λ_{eff} คือค่าคงตัวของการคู่ควมยังผล

จากสมการที่ (2.74) คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปที่เลื่อนขึ้น ได้เป็น

$$\delta = \frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{eff}}}^2 = 1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_{\text{eff}}}^2$$

ดังนั้นจะได้ความสัมพันธ์ของ $T_C \propto M^{0.5} \delta^0$ เมื่อ $\delta = 1 + 2\alpha$

ในปีค.ศ.2001 บุคโค และ ฮิงค์ (Bud'ko, & Hink. 2002 : 1) ศึกษาปรากฏการณ์ไอโซโทปของแมกนีเซียมไดโบไรด์ พบว่าการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิวิกฤตประมาณ 1 เคลวิน เมื่ออะตอม B -11 ถูกแทนที่โดย B -10 ไอโซโทป เป็นหลักฐานที่ทำให้เชื่อมั่นว่ากลไกการสั่นของโฟนอนสัมพันธ์กับอะตอมโบรอน ทั้งนี้ยังพบว่าการวัดสัมประสิทธิ์ไอโซโทปใน MgB₂ พบว่า สัมประสิทธิ์ของไอโซโทปโบรอน (α_B)=0.3 และสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปของแมกนีเซียม (α_{Mg}) 0.02 ดังนั้นสัมประสิทธิ์ของของไอโซโทปทั้งหมด (α_T) คือ $\alpha_T = \alpha_B + \alpha_{Mg}$ มีค่าประมาณ 0.3 ดังภาพประกอบ 12 จากการทดลอง แสดงให้เห็นว่า อันตรกิริยาอิเล็กตรอน-โฟนอน ตามทฤษฎีบีซีเอส เป็นกลไกสำคัญในการเกิดสภาพนำยวดยิ่งในแมกนีเซียมไดโบไรด์



ภาพประกอบ 12 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างมวลของไอโซโทปกับอุณหภูมิวิกฤตของ MgB₂ เมื่อใช้โบรอนเป็น ¹¹B ให้ T_C 38.8K และ ¹⁰B ให้ T_C 39.9 K

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย

การศึกษา สัมประสิทธิ์ไอโซโทปของตัวนำวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ ในงานวิจัยนี้ ได้ใช้แบบจำลองหลุมศักย์แบบสามหลุมที่ประกอบด้วย V_{ac} , V_{op} และ V_c โดย ϵ_{ac} , ϵ_{op} และ ϵ_c เป็นพลังงานขอบเขต (cutt - off energy) ของ V_{ac} , V_{op} และ V_c ตามลำดับ เพื่อคำนวณหาความสัมพันธ์ของอุณหภูมิวิกฤต (T_c) กับสัมประสิทธิ์ไอโซโทป() โดยเริ่มจาก

ขั้นตอนที่ 1

ใช้สมการฮามิลโทเนียนตามทฤษฎีของปีซีเอสดังนี้

$$H_{BCS} = \sum_{k\sigma} \epsilon_k c_{k\sigma}^+ c_{k\sigma} + \sum_{kk'} V_{kk'} c_{k\uparrow}^+ c_{k\downarrow}^+ c_{k\downarrow} c_{k\uparrow} \dots\dots\dots(3.1)$$

เมื่อ

ϵ_k คือพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน

c_k คือตัวดำเนินการสร้าง(Creation operator)

c_k คือตัวดำเนินการทำลาย(Annihilation)

V_{kk} คือพลังงานศักย์ที่เกิดจาก อิเล็กตรอนสองตัวที่เป็นกลไกในการเกิดสภาพ

นำวดยิ่ง

คือดัชนีของสปิน

ขั้นตอนที่ 2

จากสมการ(3.1) ใช้การแปลงแบบโบโกลิบอฟ (Gross, & Pastori. 2000 : 694) จะได้สมการช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีปีซีเอส เป็นดังนี้

$$\Delta_k(T) = \frac{1}{2} \sum_{k'} V_{kk'} \frac{\Delta_{k'}}{\sqrt{\epsilon_{k'}^2 + \Delta_{k'}^2(T)}} \tanh \frac{\sqrt{\epsilon_{k'}^2 + \Delta_{k'}^2(T)}}{2T} \dots\dots\dots(3.2)$$

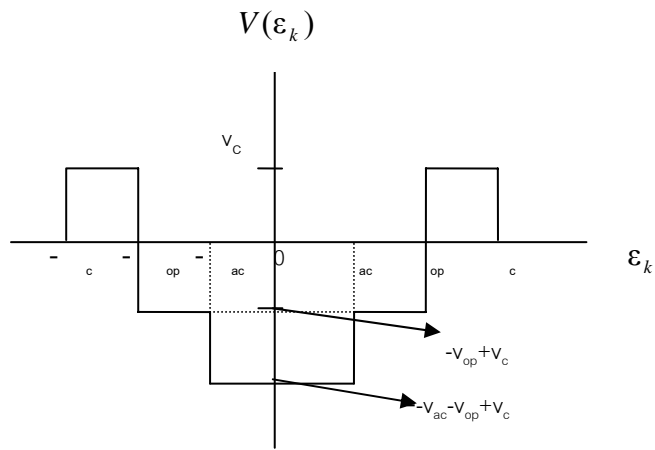
เมื่อ $\Delta_{k'}(T)$ คือช่องว่างพลังงานที่ขึ้นอยู่กับอุณหภูมิสัมบูรณ์

จากสมการ (3.2) เป็นสมการช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิใดๆ เมื่อ พิจารณา ที่ $T = T_c$ พบว่า $\Delta_k(T_c) = 0$ และเมื่อแทนค่า $\Delta_{k'}(T_c) = 0$ จะได้ว่า

$$\Delta_k(T) = \frac{1}{2} \sum_{k'} V_{kk'} \frac{\Delta_{k'}}{\epsilon_{k'}} \tanh \frac{\epsilon_{k'}}{2T_c} \dots\dots\dots(3.3)$$

ขั้นตอนที่ 3

กำหนดให้กลไกการเกิดสภาวะนำยวดยิ่ง ในแบบจำลองหุลุมศักย์แบบสามหุลุมมีศักย์เป็น
ดังนี้



ดังนั้นจะได้ว่า

$$V_{kk'} = \begin{cases} V_{ac} & \text{สำหรับ } 0 \leq |\epsilon_{kk'}| \leq \omega_{ac} \\ V_{op} + V_c & \text{สำหรับ } \omega_{ac} \leq |\epsilon_{kk'}| \leq \omega_{op} \\ V_c & \text{สำหรับ } \omega_{op} \leq |\epsilon_{kk'}| \leq \omega_c \\ 0 & \text{อื่นๆ} \end{cases} \dots\dots\dots(3.4)$$

เมื่อ

V_{ac} คือพลังงานศักย์ดึงดูดที่เกิดจากอันตรกิริยาอิเล็กตรอน-โฟนอน

V_{op} คือศักย์ดึงดูดที่ไม่ได้เกิดจากอันตรกิริยาอิเล็กตรอน-โฟนอน

V_c คือศักย์ผลักที่เกิดจากแรงคูลอมบ์

และ ω_{ac} , ω_{op} และ ω_c เป็นพลังงานขอบเขต สำหรับ V_{ac} , V_{op} และ V_c ตามลำดับ

ขั้นตอนที่ 4

ในการทำงานเดียวกันกับสมการที่(3.3) จะกำหนดให้สมการช่องว่างพลังงานเป็นดังนี้

$$\begin{array}{l}
 \Delta_{ac} \quad \text{สำหรับ} \quad 0 \leq |\varepsilon_{kk'}| \leq \omega_{ac} \\
 \Delta_{op} \quad \text{สำหรับ} \quad \omega_{ac} \leq |\varepsilon_{kk'}| \leq \omega_{op} \\
 \dots\dots\dots(3.5) \quad \Delta_c \\
 \quad \quad \quad 0 \quad \text{สำหรับ} \quad \omega_{op} \leq |\varepsilon_{kk'}| \leq \omega_c \\
 \quad \quad \quad \text{อื่นๆ}
 \end{array}$$

ขั้นตอนที่ 5

คำนวณหาสมการของอุณหภูมิวิกฤต แบบแม่นยำตรงโดยใช้ขอบเขตพลังงานศักย์แบบจำกัด และจัดรูปสมการ (3.3) ให้อยู่ในรูปอินทิเกรต เพื่อคำนวณหาค่า T_c จะได้สมการใหม่เป็นดังนี้

$$\Delta(\varepsilon_k) = \frac{1}{2} \int \frac{N(\varepsilon_k)V(\varepsilon_{kk'})\Delta(\varepsilon_{k'})}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} d\varepsilon_k \quad \dots\dots\dots(3.6)$$

โดยที่ความหนาแน่นสถานะของพลังงานคือ $N(\varepsilon_k) = N(0)$

เมื่อ $N(0)$ คือความหนาแน่นของสถานะแบบคงที่ของอิเล็กตรอนที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ (Fermi energy) และ เมื่อแทนค่าสมการ (3.4) และ (3.5) ลงในสมการ (3.6) โดยพิจารณาตามช่วงพลังงาน ε_k จะได้ดังนี้

พิจารณาที่ $0 \leq |\varepsilon_{k'}| \leq \omega_{ac}$,

$$\begin{aligned}
 \Delta_{ac} &= (V_{ac} - V_{op} + V_c)N(0) \int_0^{\omega_{ac}} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \Delta_{ac} + (V_{op} + V_c)N(0) \int_{\omega_{ac}}^{\omega_{op}} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \Delta_{op} \\
 &+ V_c N(0) \int_{\omega_{op}}^{\omega_c} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \Delta_c \\
 &= (V_{ac} - V_{op} + V_c)N(0)Z_{ac}\Delta_{ac} + (V_{op} + V_c)N(0)Z_{op}\Delta_{op} + V_c N(0)Z_c\Delta_c \quad \dots\dots\dots(3.7)
 \end{aligned}$$

เมื่อให้ $Z_{ac} = \int_0^{\omega_{ac}} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} Z_{op} = \int_{\omega_{ac}}^{\omega_{op}} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} Z_c = \int_{\omega_{op}}^{\omega_c} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c}$

พิจารณาที่ $\omega_{ac} \leq |\varepsilon_{k'}| \leq \omega_{op}$,

$$\begin{aligned} Z_{op} &= (V_{op} + V_c)N(0) \int_0^{\omega_{op}} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \Delta_{ac} + (V_{op} + V_c)N(0) \int_{\omega_{ac}}^{\omega_{op}} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \Delta_{op} \\ &+ V_c N(0) \int_{\omega_{op}}^{\omega_{op}} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \Delta_c \\ &= (V_{op} + V_c)N(0)Z_{ac} \Delta_{ac} + (V_{op} + V_c)N(0)Z_{op} \Delta_{op} + V_c N(0)Z_c \Delta_c \quad \dots\dots\dots(3.8) \end{aligned}$$

และพิจารณาที่ $\omega_{op} \leq |\varepsilon_{k'}| \leq \omega_c$,

$$\begin{aligned} \Delta_c &= V_c N(0) \int_0^{\omega_{op}} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \Delta_{ac} + V_c N(0) \int_{\omega_{ac}}^{\omega_{op}} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \Delta_{op} \\ &+ V_c N(0) \int_{\omega_{op}}^{\omega_{op}} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \Delta_c \\ &= V_c N(0)Z_{ac} \Delta_{ac} + V_c N(0)Z_{op} \Delta_{op} + V_c N(0)Z_c \Delta_c \quad \dots\dots\dots(3.9) \end{aligned}$$

จากสมการ (3.7) (3.8) และ (3.9) เขียนสมการให้อยู่ในรูปเมตริกซ์จะได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \Delta_{ac} &= (V_{ac} \quad V_{op} + V_c) N(0)Z_{ac} \quad (V_{op} + V_c) N(0)Z_{op} \quad V_c N(0)Z_{ac} \quad \Delta_{ac} \\ \Delta_{op} &= (V_{op} + V_c) N(0)Z_{ac} \quad (V_{op} + V_c) N(0)Z_{op} \quad V_c N(0)Z_{ac} \quad \Delta_{op} \quad \dots(3.10) \\ \Delta_c &= (V_c) N(0)Z_{ac} \quad (V_c) N(0)Z_{op} \quad V_c N(0)Z_{ac} \quad \Delta_c \end{aligned}$$

เนื่องจาก Δ_{ac} , Δ_{op} และ Δ_c เป็นค่าคงตัวใดๆ และสมการจะเป็นจริง ก็ต่อเมื่อ ดีเทอร์มิแนนท์ของเมตริกซ์มีค่าเป็นศูนย์ และเมื่อกำหนดให้

$$\lambda_{ac} = N(0)V_{ac} \quad , \quad \lambda_{op} = N(0)V_{op} \quad \text{และ} \quad \mu = N(0)V_c \quad \dots\dots\dots(3.11)$$

โดยเรียกปริมาณเหล่านี้ว่าค่าคงตัวของการคู่ควบ (coupling constant)

แทนค่าสมการ(3.11) ลงใน สมการ (3.10) จะได้ว่า

$$\det \begin{vmatrix} 1+(\lambda_{ac} - \lambda_{op} + \mu)Z_{ac} & (\lambda_{op} + \mu)Z_{op} & \mu Z_c \\ (\lambda_{op} + \mu)Z_{ac} & 1+(\lambda_{op} + \mu)Z_{op} & \mu Z_c \\ \mu Z_{ac} & \mu Z_{op} & 1 + \mu Z_c \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots(3.12)$$

จะได้

$$\begin{aligned} & [1+(\lambda_{ac} - \lambda_{op} + \mu)Z_{ac}][(1+(\lambda_{op} + \mu)Z_{op})(1+\mu Z_c) - \mu^2 Z_c Z_{op}] - [(\lambda_{op} + \mu)Z_{op}] \\ & [(\lambda_{op} + \mu)Z_{ac}(1+\mu Z_c) - \mu^2 Z_{ac} Z_c] + \mu Z_c [\mu(\lambda_{op} + \mu)Z_{ac} Z_{op} - \mu Z_{ac}(1+(\lambda_{op} + \mu) \\ & Z_{op})] = 0 \dots\dots\dots(3.13) \end{aligned}$$

จัดรูปสมการ(3.13) ได้เป็น

$$\begin{aligned} & [1+(\lambda_{ac} - \lambda_{op} + \mu)Z_{ac}][1+\mu Z_c + (\lambda_{op} + \mu)Z_{op} + \mu(\lambda_{op} + \mu)Z_c Z_{op} - \mu^2 Z_c Z_{op}] \\ & [(\lambda_{op} + \mu)Z_{op}][(\lambda_{op} + \mu)Z_{ac} + \mu(\lambda_{op} + \mu)Z_{ac} Z_c - \mu^2 Z_{ac} Z_c] + \mu Z_c [\mu(\lambda_{op} + \mu) \\ & Z_{ac} Z_{op} - \mu Z_{ac} - \mu(\lambda_{op} + \mu)Z_{ac} Z_{op}] = 0 \dots\dots\dots(3.14) \end{aligned}$$

พิจารณาเทอมที่ 4 และ 5 ในวงเล็บที่ 2 ซ้ายมือของสมการ (3.14)

$$\begin{aligned} \mu(\lambda_{op} + \mu)Z_c Z_{op} - \mu^2 Z_c Z_{op} &= [\mu(\lambda_{op} + \mu) - \mu^2]Z_c Z_{op} \\ &= \mu\mu_{op} Z_c Z_{op} \end{aligned}$$

และเทอมที่ 2 และ 3 ในวงเล็บที่ 4 ซ้ายมือของสมการ (3.14)

$$\begin{aligned} \mu(\lambda_{op} + \mu)Z_{ac} Z_c - \mu^2 Z_{ac} Z_c &= [\mu(\lambda_{op} + \mu) - \mu^2]Z_{ac} Z_c \\ &= \mu\mu_{op} Z_{ac} Z_c \end{aligned}$$

แทนค่าในสมการ(3.14) จะได้

$$\begin{aligned} & 1 + \mu Z_c + (\lambda_{op} + \mu)Z_{op} - \mu\lambda_{op} Z_c Z_{op} + (\lambda_{ac} - \lambda_{op} + \mu)Z_{ac} [1 + \mu Z_c + (\lambda_{op} + \mu)Z_{op} \\ & \mu\lambda_{op} Z_c Z_{op}] - (\lambda_{op} + \mu)Z_{op} [(\lambda_{op} + \mu)Z_{ac} - \mu\lambda_{op} Z_{ac} Z_c] - \mu^2 Z_{ac} Z_c = 0 \dots\dots\dots(3.15) \end{aligned}$$

กระจายสมการ (3.15) จะได้

$$\begin{aligned}
 & 1 + \mu Z_c + (\lambda_{op} + \mu)Z_{op} - \mu\lambda_{op}Z_cZ_{op} + (\lambda_{ac} - \lambda_{op} + \mu)Z_{ac} + \mu(\lambda_{ac} - \lambda_{op} + \mu)Z_{ac}Z_c \\
 & + (\lambda_{ac} - \lambda_{op} + \mu)Z_{ac}Z_{op} - (\lambda_{op} + \mu) - \mu\lambda_{op}(\lambda_{ac} - \lambda_{op} + \mu)Z_{ac}Z_cZ_{op} - (\lambda_{op} + \mu)Z_{op} \\
 & - (\lambda_{op} + \mu)Z_{ac} + (\lambda_{op} + \mu)Z_{ac}Z_cZ_{op} - \mu\lambda_{op} - \mu^2Z_{ac}Z_c = 0
 \end{aligned}
 \tag{3.16}$$

เทอมที่ 6 รวมกับ เทอมที่ 11 จะได้

$$\begin{aligned}
 \mu(\lambda_{ac} - \lambda_{op} + \mu)Z_{ac}Z_c - \mu^2Z_{ac}Z_c &= [\mu(\lambda_{ac} - \lambda_{op} + \mu) - \mu^2]Z_{ac}Z_c \\
 &= \mu(\lambda_{ac} - \lambda_{op})Z_{ac}Z_c
 \end{aligned}$$

และ เทอมที่ 7 รวมกับ เทอมที่ 9 จะได้

$$[(\lambda_{ac} - \lambda_{op} + \mu)Z_{ac}Z_{op} - (\lambda_{op} + \mu) - (\lambda_{op} + \mu)^2Z_{op}Z_{ac}] = \lambda_{ac}(\lambda_{op} + \mu)Z_{ac}Z_{op}$$

แทนค่าในสมการ(3.16) จะได้

$$\begin{aligned}
 & 1 + \mu Z_c + (\lambda_{op} + \mu)Z_{op} - \mu\lambda_{op}Z_cZ_{op} + (\lambda_{ac} - \lambda_{op} + \mu)Z_{ac} - \mu(\lambda_{ac} + \lambda_{op})Z_{ac}Z_c \\
 & \lambda_{ac}(\lambda_{op} + \mu)Z_{ac}Z_{op} - \mu\lambda_{op}(\lambda_{ac} - \lambda_{op} + \mu)Z_{ac}Z_cZ_{op} + \mu\lambda_{op}(\lambda_{op} + \mu)Z_{ac}Z_cZ_{op} = 0
 \end{aligned}
 \tag{3.17}$$

พิจารณาเทอมที่ 8 และ 9 ของสมการ (3.17) จะได้

$$(\mu\lambda_{op}(\lambda_{ac} - \lambda_{op} + \mu)Z_{ac}Z_cZ_{op}) + (\mu\lambda_{op}(\lambda_{op} + \mu)Z_{ac}Z_cZ_{op}) = \mu\lambda_{op}\lambda_{ac}Z_{ac}Z_cZ_{op}$$

นำมาแทนค่าในสมการ(3.17) และจัดรูปสมการใหม่ได้

$$\begin{aligned}
 & 1 + \mu Z_c + Z_{op}(\lambda_{op} + \mu - \mu\lambda_{op}Z_c) + Z_{ac}(\mu\lambda_{ac}\lambda_{op}Z_cZ_{op} - \mu Z_c(\lambda_{ac} + \lambda_{op})) + (\lambda_{ac} - \lambda_{op} \\
 & + \mu) - \lambda_{ac}(\lambda_{op} + \mu)Z_{op} = 0
 \end{aligned}$$

.....(3.18)

หรือ

$$Z_{ac} = \frac{1 + \mu Z_c + Z_{op} ((\lambda_{op} + \mu) \mu \lambda_{op} Z_c)}{Z_c Z_{op} \mu \lambda_{ac} \lambda_{op} \mu (\lambda_{ac} + \lambda_{op}) Z_c \lambda_{ac} (\lambda_{op} + \mu) Z_{op} + (\lambda_{ac} \lambda_{op} + \mu)} \dots\dots\dots(3.19)$$

จัดรูปสมการ(3.19) ใหม่จะได้

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z_{ac}} &= \frac{\mu \lambda_{ac} \lambda_{op} Z_c Z_{op} \mu Z_c \lambda_{ac} \mu \lambda_{op} Z_c Z_{op} + \lambda_{ac} \lambda_{op} Z_{op} \mu \lambda_{ac} Z_{op} + (\lambda_{ac} \lambda_{op} + \mu)}{(1 + \mu Z_c + Z_{op} (\lambda_{op} + \mu) \mu \lambda_{op} Z_{op} Z_c)} \\ &= \frac{\lambda_{ac} (\mu \lambda_{op} Z_c Z_{op} \mu Z_c (\lambda_{op} + \mu) Z_{op} 1) \mu \lambda_{op} Z_c \lambda_{op} + \mu}{(1 + \mu Z_c + Z_{op} (\lambda_{op} + \mu) \mu \lambda_{op} Z_{op} Z_c)} \\ &= \lambda_{ac} + \frac{\mu \lambda_{op} Z_c + \lambda_{op} \mu}{1 + \mu Z_c + Z_{op} (\lambda_{op} + \mu) \mu \lambda_{op} Z_{op} Z_c} \\ &= \lambda_{ac} + \frac{\lambda_{op} \mu + \mu \lambda_{op} Z_c}{1 + \mu Z_c + Z_{op} ((\lambda_{op} + \mu) \mu \lambda_{op} Z_c)} \\ &= \lambda_{ac} \frac{1}{Z_{op} + \frac{1 + \mu Z_c}{\mu \lambda_{op} Z_c \lambda_{op} + \mu}} \\ \frac{1}{Z_{ac}} &= \lambda_{ac} \frac{1}{Z_{op} \frac{1}{\lambda_{op} \frac{\mu}{1 + \mu Z_c}}} \dots\dots\dots(3.20) \end{aligned}$$

ดังนั้นจะได้สมการอนุกรมวิฤต ดังสมการ (3.21)

$$Z_{ac} = \frac{1}{\lambda_{eff}} \dots\dots\dots(3.21)$$

จากสมการ (3.21) เป็นสมการอนุกรมวิวิกฤต ของแบบจำลองหลุมศักย์แบบสามหลุมของ
 ตัวนำเวดจ์แมกนีเซียมไดโบไรด์ โดย λ_{eff} เป็นค่าคงตัวคู่ควมยังผล (coupling constant effective)
 ตามสมการ

เมื่อ

$$\lambda_{eff} = \lambda_{ac} \frac{1}{Z_{op} \frac{1}{\lambda_{op} \frac{\mu}{1 + \mu Z_c}}} \dots\dots\dots(3.22)$$

พิจารณา

$$Z_{ac} = \int_0^{\omega_{ac}} \frac{d\varepsilon_k \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c}}{\varepsilon_k}$$

$$\text{ให้ } x = \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \quad \therefore dx = \frac{1}{2T_c} dx$$

แทนค่าจะได้

$$Z_{ac} = \int_0^{\frac{\omega_{ac}}{2T_c}} \frac{\tanh x}{x} dx$$

จากความสัมพันธ์

$$\tanh(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2x}{x^2 + a^2} \quad \text{โดย } a = (n + \frac{1}{2})\pi$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} Z_{ac} &= \int_0^{\frac{\omega_{ac}}{2T_c}} \frac{1}{x} \rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2x}{x^2 + a^2} dx \\ &= 2 \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\frac{\omega_{ac}}{2T_c}} \frac{1}{x^2 + a^2} dx \\ &= 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n + \frac{1}{2})\pi} \tan^{-1} \frac{\omega_{ac}}{(2n + 1)\pi T_c} \dots\dots\dots(3.23) \end{aligned}$$

ถ้าระบบที่พิจารณามี $\omega_{ac} \gg T_c$ มากๆ สามารถใช้การประมาณ $\frac{\omega_{ac}}{T_c} \rightarrow \infty$ ได้ดังนั้น

$$\tan^{-1} \infty = \frac{\pi}{2} \text{ นำมาแทนค่าในสมการ (3.23) และใช้หลักการรวม ตั้งแต่ 0 ถึง } \frac{\omega_{ac}}{2T_c} \frac{1}{2}$$

จะได้

$$\begin{aligned}
 Z_{ac} &= 2 \sum_{n=0}^{\frac{\omega_{ac}}{2T_c} - \frac{1}{2}} \frac{1}{(n + \frac{1}{2})\pi} \frac{\pi}{2} \\
 &= 2 \sum_{n=0}^{\frac{\omega_{ac}}{2T_c} - \frac{1}{2}} \frac{1}{(n + \frac{1}{2})} \\
 &= \ln \frac{1.13\omega_{ac}}{T_c} \qquad \text{จากภาคผนวก ก} \qquad \dots\dots\dots(3.24)
 \end{aligned}$$

สมการที่ (3.24) เป็นสมการแสดงคุณสมบัติวิกฤต ให้ผลการวิจัยตรงกับทฤษฎีของปีซีเอส เมื่อแทน $\lambda_{op} = 0$ และ $\mu = 0$ ในทำนองเดียวกันจะได้

$$\begin{aligned}
 Z_{op} &= \int_{\omega_{ac}}^{\omega_{op}} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} = \int_0^{\omega_{op}} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} - \int_0^{\omega_{ac}} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \\
 &= 2 \sum_{n=0}^{\infty} \tan^{-1} \frac{\omega_{op}}{2T_c} - \tan^{-1} \frac{\omega_{ac}}{2T_c}
 \end{aligned}$$

สำหรับกรณี ω_{ac} และ $\omega_{op} \gg T_c$ จะได้

$$\begin{aligned}
 Z_{op} &= \ln \frac{1.13\omega_{op}}{T_c} - \ln \frac{1.13\omega_{ac}}{T_c} \\
 &= \ln \frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}} \qquad \dots\dots\dots(3.25)
 \end{aligned}$$

และ Z_c จะหาค่าได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} Z_c &= \int_{\omega_{op}}^{\omega} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} = \int_0^{\omega} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} - \int_0^{\omega_{op}} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \\ &= 2 \sum_{n=0}^{\infty} \tan^{-1} \frac{\omega_c}{2T_c} - \tan^{-1} \frac{\omega_{op}}{2T_c} \end{aligned}$$

และ สำหรับกรณี ω_c และ $\omega_{op} \gg T_c$ จะได้

$$\begin{aligned} Z_{op} &= \ln \frac{1.13\omega_c}{T_c} - \ln \frac{1.13\omega_{op}}{T_c} \\ &= \ln \frac{\omega_c}{\omega_{op}} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(3.26)$$

แทนค่าสมการ (3.24) ลงในสมการ (3.21) จะได้สมการอุณหภูมิวิกฤต ดังสมการ (3.27)

โดยพิจารณากรณี ω_{ac} และ $\omega_c \gg T_c$

$$T_c = 1.13\omega_{ac} e^{\frac{1}{\lambda_{eff}}} \quad \dots\dots\dots(3.27)$$

เป็นสมการอุณหภูมิวิกฤต โดย λ_{eff} เป็นค่าคงตัวคู่ควมยังผล ที่ไม่ขึ้นกับความถี่ของโฟนอนอย่างเดียว และถ้า $\lambda_{eff} = \lambda$ (ค่าคงที่ที่ขึ้นอยู่กับความถี่ของโฟนอน) ซึ่งเป็นอันตรกิริยาอิเล็กตรอน-โฟนอน จะได้สมการของบีซีเอส

สำหรับกรณีที่ ω_{ac} , ω_{op} และ ω_c มีขนาดโต จะได้ความสัมพันธ์ตามสมการ (3.28)

$$2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n + \frac{1}{2})\pi} \tan^{-1} \frac{\omega_{ac}}{(2n+1)\pi T_c} = \frac{1}{\lambda_{eff}} \quad \dots\dots\dots(3.28)$$

ขั้นตอนที่ 5

คำนวณหาสมการสัมประสิทธิ์ไอโซโทปแบบแม่นยำโดยใช้ขอบเขตพลังงานศักย์แบบจำกัด

จากนิยาม ของทฤษฎีบีซีเอส $T_c \propto \omega_D$ และ $\omega_D \propto M^{-\alpha}$ ดังนั้น $T_c \propto M^{-\alpha}$ ซึ่งใช้อธิบายปรากฏการณ์ไอโซโทปได้ ตามทฤษฎีบีซีเอส พบว่ากลไกการเกิดสภาพนำยวดยิ่ง เกิดจากอันตรกิริยาอิเล็กตรอน-โฟนอน โดยการสั่นของโฟนอน ในการคำนวณให้มีการสั่นแบบซิมเปิลฮาร์โมนิก

ดังนั้นจะได้

$$\omega_D \propto \frac{k}{\sqrt{M}}$$

เมื่อ k เป็นค่าคงตัวใดๆ

M คือ มวลของไอโซโทป

และกำหนดให้ ω_{ac} คือ ความถี่เดอบาย

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้นสัมประสิทธิ์ไอโซโทป}(\alpha) &= \frac{\partial \ln T_c}{\partial \ln M} \\ &= \frac{\frac{\partial \ln T_c}{\partial \ln \omega_{ac}}}{\frac{\partial \ln M}{\partial \ln \omega_{ac}}} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\partial \ln T_c}{\partial \ln \omega_{ac}} \end{aligned}$$

$$\text{โดย } \frac{\partial \ln M}{\partial \ln \omega_{ac}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{จะได้ } \alpha = \frac{1}{2} \frac{\omega_{ac}}{T_c} \frac{\partial T_c}{\partial \omega_{ac}} \dots\dots\dots(3.29)$$

ดังนั้นในการคำนวณหาสมการสัมประสิทธิ์ไอโซโทปจะแยกพิจารณาเป็นสองกรณี คือ

กรณีที่ 1 พิจารณา $\omega_{ac} \propto M^{-\frac{1}{2}}$ เท่านั้น โดยที่ ω_{op} และ μ_c เป็นค่าคงตัวที่ไม่ขึ้นกับมวลไอโซโทป ดังนั้น

$$\frac{\partial}{\partial \omega_{ac}} \int_0^{\omega_{ac}} d\varepsilon_k \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} = \frac{\partial}{\partial \omega_{ac}} \frac{1}{\lambda_{eff}} \quad \dots\dots\dots(3.30)$$

จะได้

$$\frac{\tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_c}}{\omega_{ac}} \frac{\partial T_c}{\partial \omega_{ac}} \frac{1}{2T_c^2} \int_0^{\omega_{ac}} d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_c} = \frac{\partial}{\partial \omega_{ac}} \frac{1}{\lambda_{eff}} \quad \dots\dots\dots(3.31)$$

พิจารณาสมการ(3.31) ด้านซ้ายมือ จะได้ว่า

$$\frac{\partial}{\partial \omega_{ac}} \frac{1}{\lambda_{eff}} = \frac{(-1)}{\lambda_{eff}^2} \frac{\partial \lambda_{eff}}{\partial \omega_{ac}}$$

ดังนั้น

$$\frac{\partial}{\partial \omega_{ac}} \frac{1}{\lambda_{eff}} = \frac{1}{\lambda_{eff}^2} \frac{\partial}{\partial \omega_{ac}} \lambda_{ac} \frac{1}{Z_{op} \frac{1}{\lambda_{op} \frac{\mu}{1+\mu Z_c}}}}$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega_{ac}} \frac{1}{\lambda_{eff}} = \frac{1}{\lambda_{eff}^2 Z_{op} \frac{1}{\lambda_{op} \frac{\mu}{1+\mu Z_c}}} \frac{\tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_c}}{\omega_{ac}} + \frac{\partial T_c}{\partial \omega_{ac}} \frac{1}{2T_c^2} \int_0^{\omega_{ac}} d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \quad \dots\dots\dots(3.32)$$

เมื่อ

$$Z_{op} = \frac{1}{\lambda_{op} \frac{\mu}{1 + \mu Z_c}} = \frac{1}{\lambda_{ac} \lambda_{eff}}$$

จัดรูปสมการ(3.32) ได้เป็น

$$\frac{\partial}{\partial \omega_{ac}} \frac{1}{\lambda_{eff}} = \frac{\lambda_{ac} \lambda_{eff}^2 \tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_c}}{\omega_{ac}} + \frac{\partial T_c}{\partial \omega_{ac}} \frac{1}{2T_c^2} \int_{\omega_{ac}}^{\omega_{op}} d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \dots\dots\dots(3.33)$$

นำสมการ(3.33) เท้ากับสมการ (3.31) จะได้ว่า

$$\tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_c} \left(1 - \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}} \right) = \frac{1}{2T_c^2} \frac{\partial T_c}{\partial \omega_{ac}} \left(1 - \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}} \right) \int_{\omega_{ac}}^{\omega_{op}} d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_c} + \int_0^{\omega_{op}} d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \dots\dots\dots(3.34)$$

จากสมการ(3.34) จะได้

$$\frac{\partial T_c}{\partial \omega_{ac}} = \frac{2 \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}} \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}} \frac{\tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_c}}{\omega_{ac}}}{\frac{1}{2T_c^2} \left(1 - \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}} \right) \int_{\omega_{ac}}^{\omega_{op}} d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_c} + \int_{\omega_0}^{\omega_{op}} d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_c}} \dots\dots\dots(3.35)$$

โดยที่

$$\int_0^{\omega} d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_c} = 2T_c \tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_c} \dots\dots\dots(3.36)$$

และ

$$\int_{\omega_{ac}}^{\omega_{op}} d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_c} = 2T_c \tanh \frac{\omega_{op}}{2T_c} \tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_c} \dots\dots\dots(3.37)$$

สมการ(3.36) และ(3.37) ดูภาคผนวก ข จากนั้นนำสมการ(3.36) และสมการ (3.37) แทนค่าลงในสมการ (3.35) ได้เป็น

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_c}{\partial \omega_{ac}} &= \frac{2T_c^2}{\omega_{ac}} \frac{2 \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}} \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}} \tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_c}}{1 \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}} 2T_c \tanh \frac{\omega_{op}}{2T_c} \tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_c} + \tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_c}} \\ &= \frac{T_c}{\omega_{ac}} \frac{2 \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}} \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}} \tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_c}}{1 \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}} \tanh \frac{\omega_{op}}{2T_c} \tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_c} + \tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_c}} \dots\dots\dots(3.38) \end{aligned}$$

จัดรูปสมการ(3.38) ได้เป็น

$$\frac{\partial T_c}{\partial \omega_{ac}} = \frac{T_c}{\omega_{ac}} \frac{2 \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}} \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}}}{1 + 1 \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}} \frac{2 \tanh \frac{\omega_{op}}{2T_c}}{\tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_c}} 1} \dots\dots\dots(3.39)$$

และแทนค่าสมการ (3.39) ลงในสมการ (3.11) จะได้ สมการ ของสัมประสิทธิ์ไอโซโทปดังนี้

$$\alpha = \frac{\frac{1}{2} \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}} \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}}}{1 + \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}} \frac{\tanh^2 \frac{\omega_{op}}{2T_c}}{\tanh \frac{\omega_{op}}{2T_c}}} \quad \dots\dots\dots(3.40)$$

ถ้าค่าคงตัวของการคู่ควบ (λ_{ac}) เท่ากับค่าคงตัวคู่ควบยังผล (λ_{eff}) จะได้สัมประสิทธิ์ไอโซโทป ให้ผลตรงกับทฤษฎีของปีซีเอส

กรณีที่ 2 พิจารณา $\omega_{ac} \propto M^{\frac{1}{2}}$ และ $\omega_{op} \propto M^{\frac{1}{2}}$ โดยที่ T_c เป็นค่าคงตัว ที่ไม่ขึ้นอยู่กับมวลไอโซโทป

$$\begin{aligned} \text{โดย } \alpha &= \frac{\partial \ln T_c}{\partial \ln M} \\ &= \frac{\partial \ln T_c}{\partial \ln \omega_{ac}} \frac{\partial \ln \omega_{ac}}{\partial \ln M} + \frac{\partial \ln T_c}{\partial \ln \omega_{op}} \frac{\partial \ln \omega_{op}}{\partial \ln M} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\omega_{ac}}{T_c} \frac{\partial T_c}{\partial \omega_{ac}} + \frac{\omega_{op}}{T_c} \frac{\partial T_c}{\partial \omega_{op}} \quad \dots\dots\dots(3.41) \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\frac{\partial}{\partial \omega_{op}} \int_0^{\omega_{op}} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} = \frac{\partial}{\partial \omega_{op}} \frac{1}{\lambda_{eff}} \quad \dots\dots\dots(3.42)$$

จะได้

$$\frac{\partial T_c}{\partial \omega_{op}} \frac{1}{2T} \int_0^{\omega_{op}} d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_c} = \frac{\partial}{\partial \omega_{op}} \frac{1}{\lambda_{eff}} \quad \dots\dots\dots(3.43)$$

พิจารณาด้านซ้ายมือของสมการ (3.42)

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \omega_{op}} \frac{1}{\lambda_{eff}} &= \frac{(1)}{\lambda_{eff}^2} \frac{\partial(\lambda_{eff})}{\partial \omega_{op}} \\
&= \frac{1}{\lambda_{eff}^2} \frac{\partial}{\partial \omega_{op}} \lambda_{ac} \frac{1}{Z_{op} \frac{1}{\lambda_{op} \frac{1}{1+\lambda_c Z_c}}} \\
&= \frac{1}{\lambda_{eff}^2} \frac{(1)}{Z_{op} \frac{1}{\lambda_{op} \frac{1}{1+\lambda_c Z_c}}} \frac{\partial Z_{op}}{\partial \omega_{op}} \frac{(1)\lambda_{ac}}{\lambda_{op} \frac{1}{1+\lambda_c Z_c}} \frac{\partial}{\partial \omega_{op}} \frac{1}{1+\lambda_c Z_c} \\
&= \frac{1}{\lambda_{eff}^2} \frac{(1)}{Z_{op} \frac{1}{\lambda_{op} \frac{1}{1+\lambda_c Z_c}}} \frac{\partial Z_{op}}{\partial \omega_{op}} + \frac{\lambda_c^2}{\lambda_{op} \frac{1}{1+\lambda_c Z_c} (1+\lambda_c Z_c)^2} \frac{\partial Z_c}{\partial \omega_{op}}
\end{aligned}$$

.....(3.44)

จากสมการ(3.44) พิจารณา $\frac{\partial Z_{op}}{\partial \omega_{op}}$ และ $\frac{\partial Z_c}{\partial \omega_{op}}$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(Z_{op})}{\partial \omega_{op}} &= \frac{\partial}{\partial \omega_{op}} \int_0^{\omega_{op}} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} = \frac{\partial}{\partial \omega_{op}} \int_0^{\omega_{op}} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \\
&= \frac{\tanh \frac{\omega_{op}}{2T_c}}{\omega_{op}} \frac{\partial T_c}{\partial \omega_{op}} \frac{1}{2T_c^2} \int_{\omega_{ac}}^{\omega_{op}} d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_c}
\end{aligned}$$

.....(3.45)

และ $\frac{\partial(Z_c)}{\partial \omega_{op}} = \frac{\partial}{\partial \omega_{op}} \int_{\omega_c}^{\omega_{op}} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k} \tanh \frac{\varepsilon_k}{2T_c}$

$$= \frac{\tanh \frac{\omega_{op}}{2T_c}}{\omega_{op}} \frac{\partial T_c}{\partial \omega_{op}} \frac{1}{2T^2} \int_{\omega_{op}}^{\omega} d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \dots\dots\dots(3.46)$$

นำสมการ(3.45) และ (3.46) แทนค่าลงในสมการ (3.44) และจัดสมการจะได้

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\lambda_{eff}^2} \frac{(1)}{2} \frac{\tanh \frac{\omega_{op}}{2T_c}}{\omega_{op}} \frac{\partial T_c}{\partial \omega_{op}} \frac{1}{2T^2} \int_{\omega_{op}}^{\omega} d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \\ &\quad Z_{op} \frac{1}{\lambda_{op} \frac{\lambda_c}{1+\lambda_c Z_c}} \\ &+ \frac{\lambda_c^2}{\lambda_{op} \frac{\lambda_c}{1+\lambda_c Z_c} (1+\lambda_c Z_c)^2} \frac{\tanh \frac{\omega_{op}}{2T_c}}{\omega_{op}} \frac{\partial T_c}{\partial \omega_{op}} \frac{1}{2T^2} \int_{\omega_{op}}^{\omega} d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \end{aligned} \dots\dots\dots(3.47)$$

นำสมการ(3.43) เท้ากับสมการ (3.47) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_c}{\partial \omega_{op}} \frac{1}{2T} \int_0^{\omega_{op}} d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_c} &= \frac{(1)(\lambda_{ac} \lambda_{eff})^2}{\lambda_{eff}^2} \frac{\tanh \frac{\omega_{op}}{2T_c}}{\omega_{op}} \frac{\partial T_c}{\partial \omega_{op}} \frac{1}{2T_c^2} \\ &\times \int_{\omega_{ac}}^{\omega_{op}} d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_c} + \frac{\lambda_c^2}{(\lambda_{op}(1+\lambda_c Z_c) \lambda)^2} \frac{\tanh \frac{\omega_{op}}{2T_c}}{\omega_{op}} \frac{\partial T_c}{\partial \omega_{op}} \int_{\omega_{op}}^{\omega} d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \end{aligned} \dots\dots\dots(3.48)$$

จัดรูปสมการ(3.48) และหา $\frac{\partial T_c}{\partial \omega_{op}}$ ได้ดังนี้

$$= \frac{\frac{T_c}{\omega_{op}} \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{ef}} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{\lambda_c^2}{\lambda_{op} + \lambda_c Z_c} \frac{1}{\lambda_c^2}}{\dots\dots\dots(3.49)}$$

$$\frac{\tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_c} + 1 \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{ef}} \frac{1}{1} \frac{\tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_c}}{\tanh \frac{\omega_{op}}{2T_c}} + \frac{\lambda_c^2}{\lambda_{op} + \lambda_c Z_c} \frac{1}{\lambda_c^2} \frac{\tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_c}}{\tanh \frac{\omega_{op}}{2T_c}}}{\dots\dots\dots(3.49)}$$

เมื่อ $\mu = \frac{\lambda_c}{1 + \lambda_c Z_c}$ โดย คือ ศักย์เทียมแบบคูลอมบ์

จากนั้นนำสมการ (3.35) และ (3.49) แทนค่าในสมการ (3.41) จะได้สมการสัมประสิทธิ์ไอโซโทปเป็นดังนี้

$$\alpha = \frac{\frac{1}{2} \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}} \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}}}{1 + 1 \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}} \frac{\tanh \frac{\omega_{op}}{2T_c}}{\tanh \frac{\omega_{op}}{2T_c}} \frac{1}{1}}$$

$$+ \frac{\frac{1}{2} \frac{1}{\lambda_{op}} \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}} \frac{1}{1} \frac{1}{\lambda_c (1 + \lambda_c Z_c)^2}}{\dots\dots\dots(3.49)}$$

$$\frac{\tanh \frac{\omega_{op}}{2T_c} + 1 \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}} \frac{1}{1} \frac{\tanh \frac{\omega_{op}}{2T_c}}{\tanh \frac{\omega_{op}}{2T_c}} + \frac{1}{\frac{\lambda_{op}}{\lambda_c} + \lambda_c Z_c} \frac{1}{\tanh \frac{\omega_{op}}{2T_c}}}{\dots\dots\dots(3.49)}$$

.....(3.49)

สมการ(3.49) เป็นสมการสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปในกรณีที่ c เป็นค่าคงตัวที่ไม่ขึ้นอยู่กับมวลไอโซโทป

ขั้นตอนที่ 6

นำสมการ (3.21) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤต กับค่าคงตัวของการคู่ควบ $\lambda_{ac}, \lambda_{op}$ และ c เมื่อกำหนดให้ความถี่เดอบาย (ω_{ac}) เป็น 500 อัตราส่วนของ $\frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}}$ เป็น 1.5 อัตราส่วนของ $\frac{c}{ac}$ เป็น 3 โดยใช้วิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลข ของวิธีนิวตันโคท ในโปรแกรม Mathematica ตามภาคผนวก ค

นำสมการ(3.40) มาเขียนกราฟสามมิติ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทปกับค่าคงตัวของการคู่ควบ $\lambda_{ac}, \lambda_{op}$ และ c โดยใช้โปรแกรม Mathematica ตามภาคผนวก ง โดยกำหนดให้อัตราส่วนของ $\frac{\omega_{op}}{ac}$ เป็น 1.5 , $\frac{c}{ac}$ เป็น 3 , $\frac{\omega_{ac}}{T} = 10$ และในทำนองเดียวกัน นำสมการ (3.49) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ โดยกำหนดให้อัตราส่วนของ $\frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}}$ เป็น 1.5 , $\frac{c}{ac}$ เป็น 3, $\frac{\omega_{ac}}{T} = 1.5$

นำสมการ.....มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทปกับค่าคงตัวของ
การคู่ควบโดยใช้โปรแกรม Mathematica ซึ่งสมการ..เป็นการพิจารณากรณีที่ $\omega_{ac} \propto M^{\frac{1}{2}}$ โดยที่ λ_{op}
และ λ_c เป็นค่าคงตัวที่ไม่ขึ้นอยู่กับมวลไอโซโทปในการเขียนกราฟจะกำหนดค่าพารามิเตอร์ของ
 $\frac{\omega_{ac}}{T} = 1.5$ ถึง $\frac{\omega_{ac}}{T} = 10$ และค่าคงตัวของการคู่ควบ $\lambda_{ac} = 0.1$,
 $\lambda_{op} = 0.1$ และ $\lambda_c = 0.1$

และในทำนองเดียวกัน นำสมการ.....มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์
ไอโซโทปกับค่าคงตัวของการคู่ควบโดย พิจารณากรณีที่ $\omega_{ac} \propto M^{\frac{1}{2}}$ และ $\omega_{op} \propto M^{\frac{1}{2}}$ โดยที่ λ_c เป็น
ค่าคงตัว ที่ไม่ขึ้นอยู่กับมวลไอโซโทป ในการเขียนกราฟจะกำหนดค่าพารามิเตอร์ของ $\frac{\omega_{ac}}{T} = 1.5$ ถึง
 $\frac{\omega_{ac}}{T} = 10$ และค่าคงตัวของการคู่ควบ $\lambda_{ac} = 0.1$,
 $\lambda_{op} = 0.1$ และ $\lambda_c = 0.1$

$$\frac{\partial}{\partial \omega_{ac}} \frac{1}{\lambda_{eff}} = \frac{\lambda_{ac} \lambda_{eff}^2}{\lambda_{eff}} \frac{\tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_c}}{\omega_{ac}} + \frac{\partial T_c}{\partial \omega_{ac}} \tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_c} \left(1 - \frac{\lambda_{ac}}{\lambda_{eff}} \right)^2$$

บทที่ 4

ผลการวิจัย

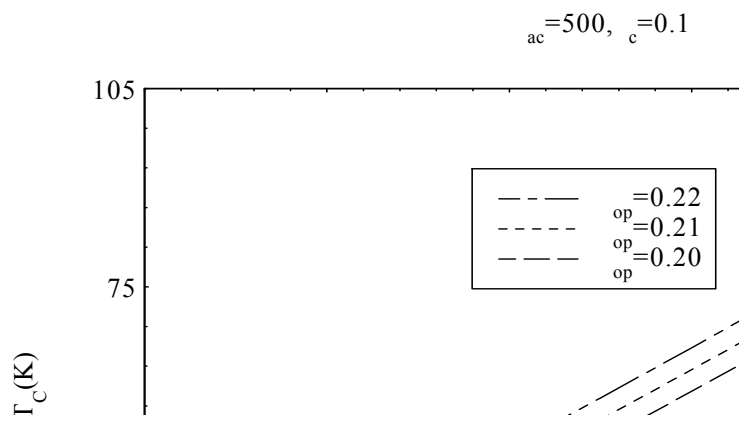
การวิจัยที่ดำเนินมาในบทก่อน เป็นการคำนวณ โดยใช้สมการช่องว่างพลังงานของปีซีเอส เพื่อคำนวณหาสมการอุณหภูมิวิกฤต และสมการสัมพันธ์ประสิทธิโอโซโทปแบบแม่นยำ โดยพิจารณาที่อุณหภูมิเท่ากับอุณหภูมิวิกฤต ($T=T_c$) โดยกำหนดให้กลไกการเกิดสภานำยวดยิ่ง เป็นแบบจำลองหลุมศักย์แบบสามหลุม ที่มีพลังงานขอบเขตแบบจำกัด ซึ่งการคำนวณหาสัมพันธ์ประสิทธิโอโซโทปได้แยกพิจารณาเป็นสองกรณี ตามสมการ (3.40) และสมการ (3.49)

ในการวิจัยในบทนี้เป็นการใช้โปรแกรม Mathematica ดังในภาคผนวก ค-ง เพื่อคำนวณหาความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤต กับค่าคงตัวของการคู่ควบ ตามสมการ (3.21) และคำนวณความสัมพันธ์ระหว่างสัมพันธ์ประสิทธิโอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ ตามสมการ (3.40) และ (3.49) โดยการแปรค่า ปริมาณต่างๆดังต่อไปนี้

1. ค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} , λ_{op} และ c
2. อัตราส่วนของพลังงานขอบเขต $\frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}}$ และ $\frac{\omega_{op}}{\omega_c}$
3. อัตราส่วนของ $\frac{ac}{T_c}$
4. พลังงานขอบเขต ω_{ac}

ผลการวิจัย

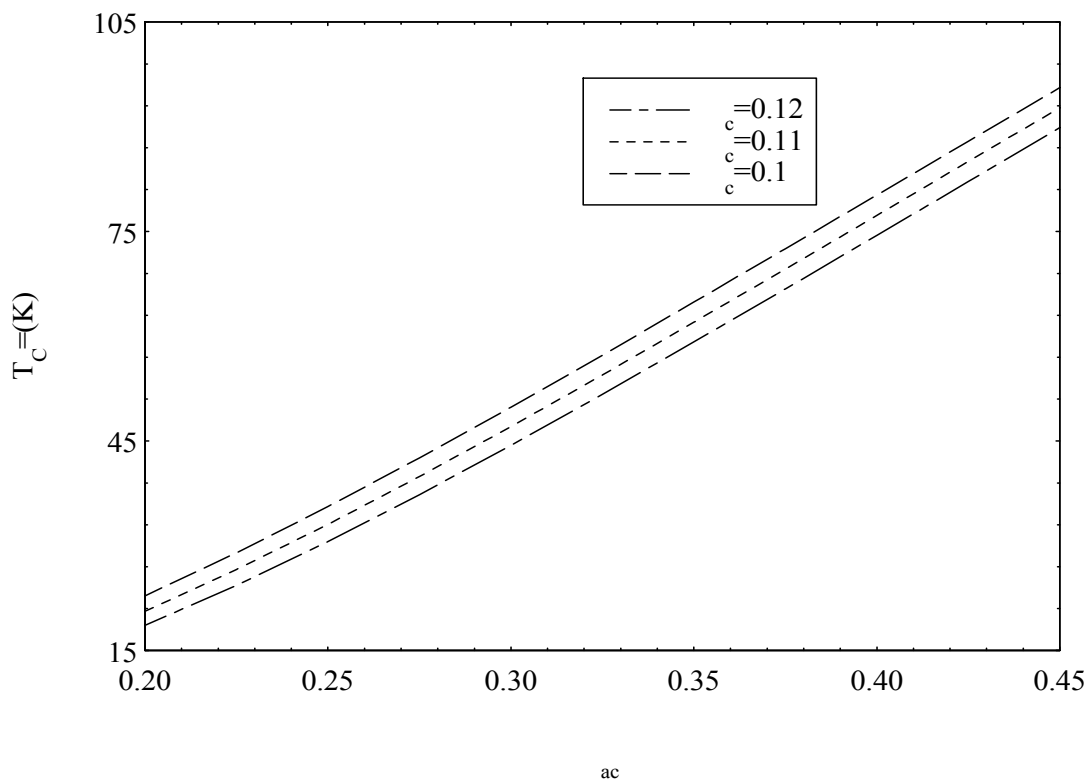
นำสมการ (3.21) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤต กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} โดยกำหนดให้ความถี่เดอบาย (ω_{ac}) เป็น 500 อัตราส่วนของ $\frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}}$ เป็น 1.5 อัตราส่วนของ $\frac{\omega_c}{\omega_{ac}}$ เป็น 3 ค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} เป็น 0.2 ค่าคงตัวของการคู่ควบ c เป็น 0.1 และค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{op} เป็น 0.2 ถึง 0.22 ตามลำดับ ดังภาพประกอบ 13



ภาพประกอบ 13 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤต (K) กับค่าคงตัวของการคู่ควบ α_c โดยการเปลี่ยนค่าคงตัวของการคู่ควบ α_{op}

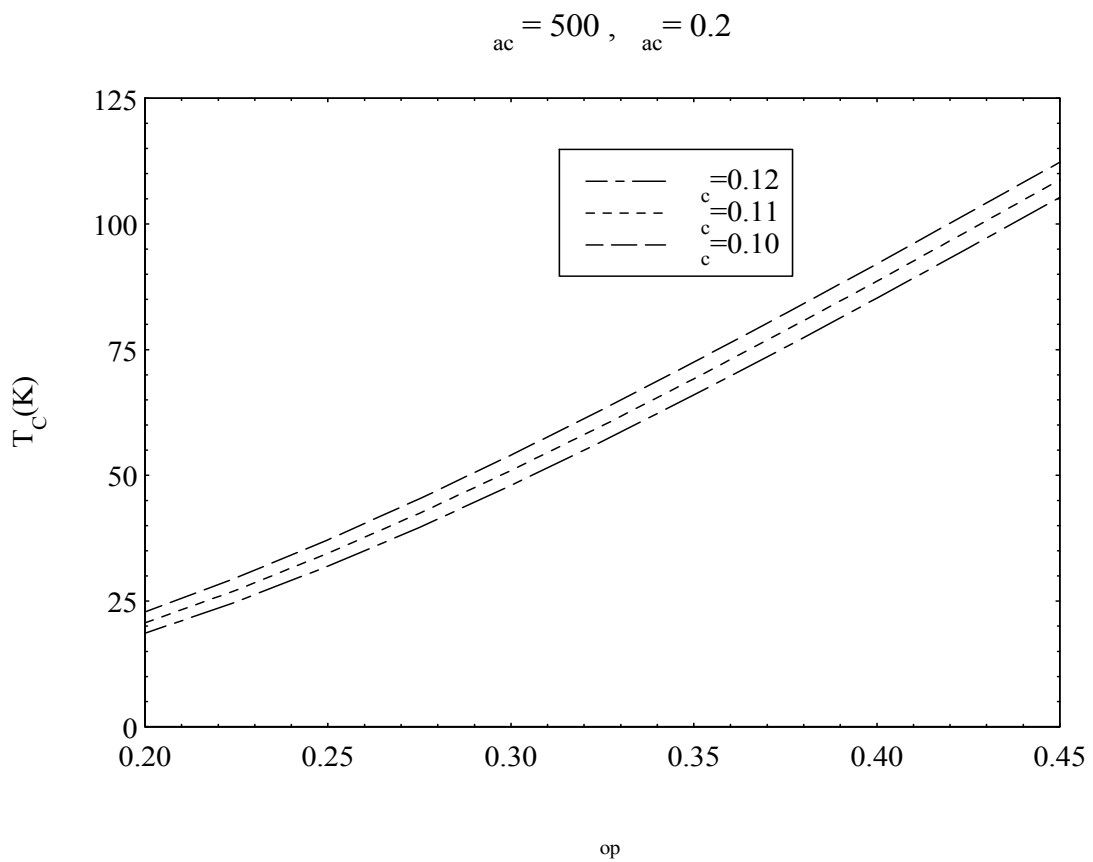
นำสมการ (3.21) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤต กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} โดยกำหนดให้ความถี่เดอบาย (ω_{ac}) เป็น 500 อัตราส่วนของ $\frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}}$ เป็น 1.5 อัตราส่วนของ $\frac{c}{ac}$ เป็น 3 ค่าคงตัวของการคู่ควบ ac เป็น 0.2 ค่าคงตัวของการคู่ควบ op เป็น 0.2 และค่าคงตัวของการคู่ควบ c เป็น 0.1 ถึง 0.12 ตามลำดับ ดังภาพประกอบ 14

$$\omega_{ac} = 500, \quad \omega_{op} = 0.2$$



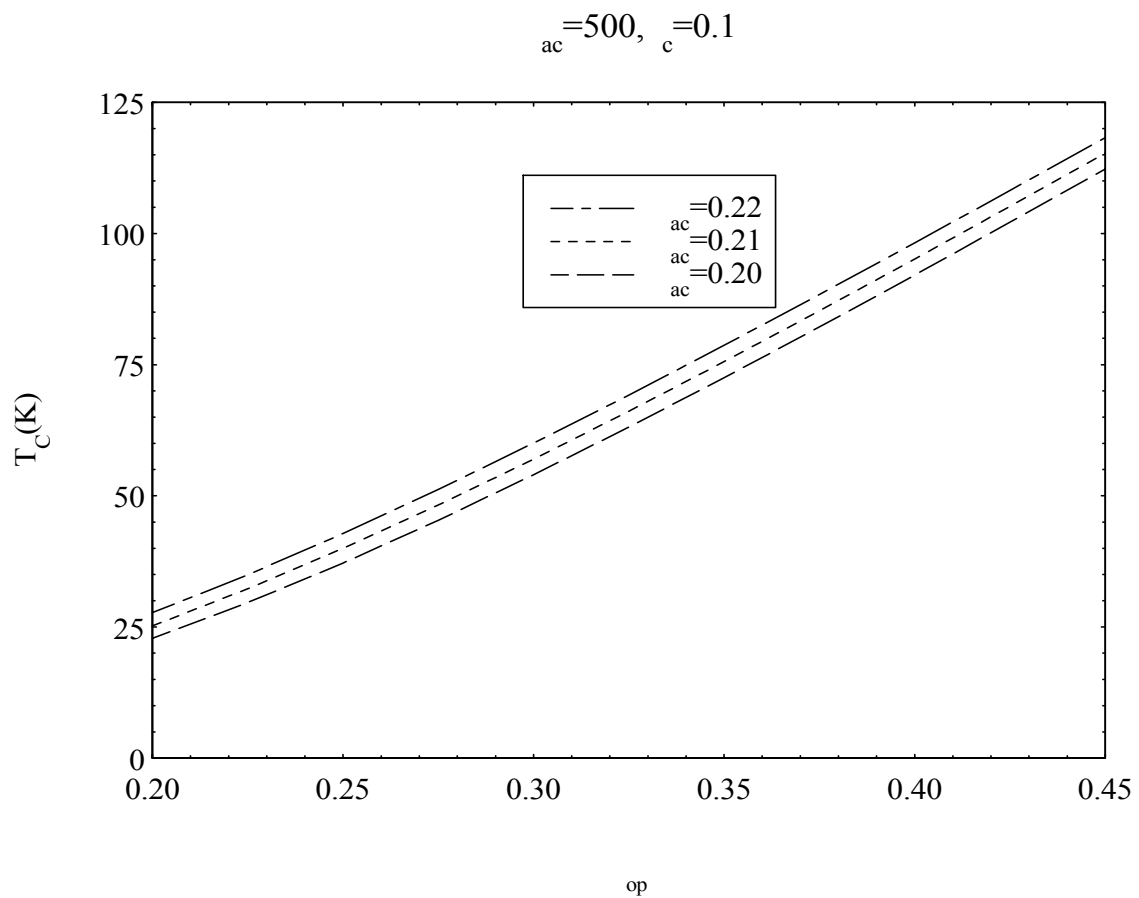
ภาพประกอบ 14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤต (K) กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} โดยการเปลี่ยนค่าคงตัวของการคู่ควบ c

นำสมการ (3.21) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤต กับค่าคงตัวของ การคู่ควบ ω_{op} โดยกำหนดให้ความถี่โคบาย (ω_{ac}) เป็น 500 อัตราส่วนของ $\frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}}$ เป็น 1.5 อัตราส่วน ของ $\frac{\omega_c}{\omega_{ac}}$ เป็น 3 ค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} เป็น 0.2 ค่าคงตัวของการคู่ควบ ω_{op} เป็น 0.2 และค่า คงตัวของการคู่ควบ ω_c เป็น 0.1 ถึง 0.12 ตามลำดับ ดังภาพประกอบ 15



ภาพประกอบ 15 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤต (K) กับค่าคงตัวของการคู่ควบ ω_{op} โดยการเปลี่ยนค่าคงตัวของการคู่ควบ ω_c

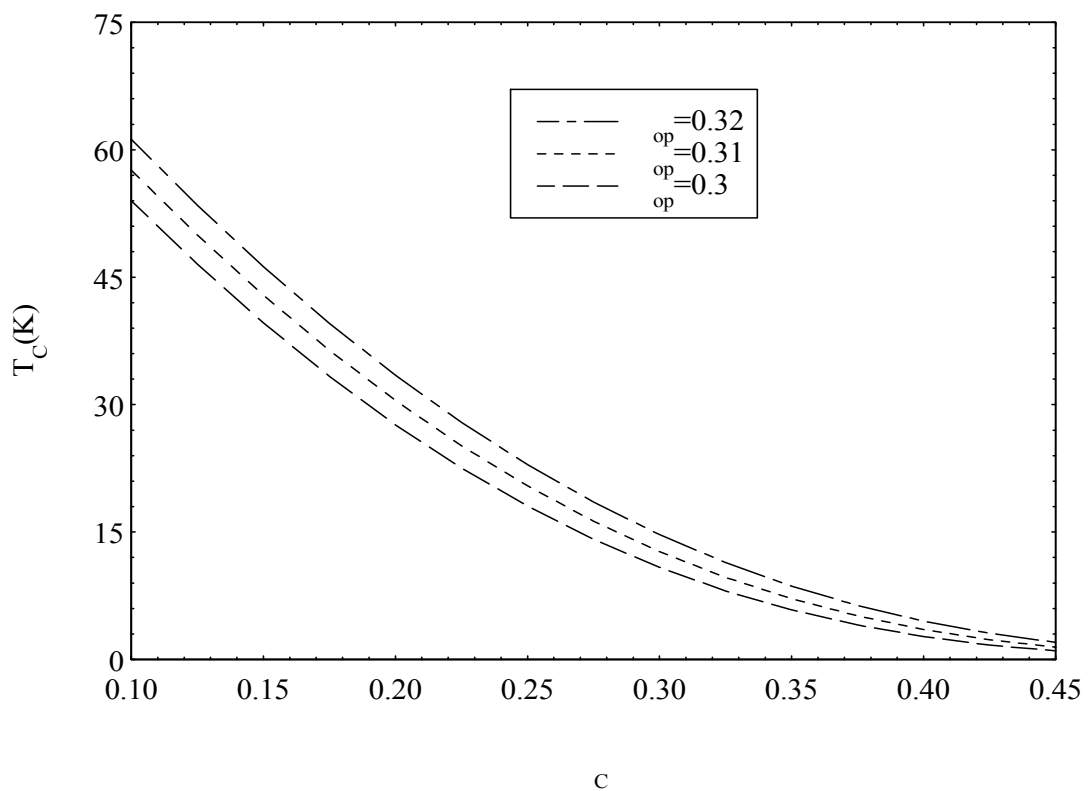
นำสมการ (3.21) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤต กับค่าคงตัวของการคู่ควบ τ_{op} โดยกำหนดให้ความถี่เดอบาย (ω_{ac}) เป็น 500 อัตราส่วนของ $\frac{\tau_{op}}{\omega_{ac}}$ เป็น 1.5 อัตราส่วนของ $\frac{\tau_c}{\omega_{ac}}$ เป็น 3 และค่าคงตัวของการคู่ควบ τ_{op} เป็น 0.2 ค่าคงตัวของการคู่ควบ τ_c เป็น 0.1 และค่าคงตัวของการคู่ควบ ω_{ac} เป็น 0.2 ถึง 0.22 ตามลำดับ ได้ตั้ง ภาพประกอบ 16



ภาพประกอบ 16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤต (K) กับค่าคงตัวของการคู่ควบ τ_{op} โดยการเปลี่ยนค่าคงตัวของการคู่ควบ ω_{ac}

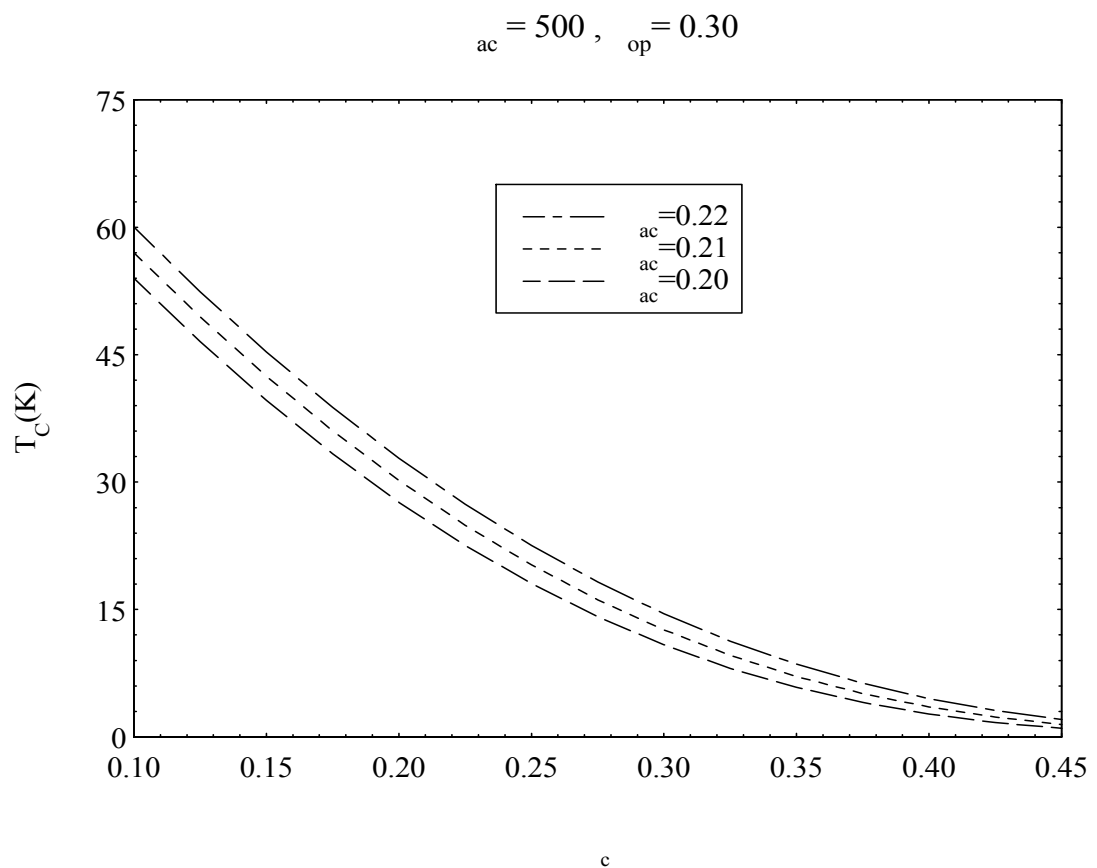
นำสมการ (3.21) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤต กับค่าคงตัวของการคู่ควบ c โดยกำหนดให้ความถี่เดอบาย (ω_{ac}) เป็น 500 อัตราส่วนของ $\frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}}$ เป็น 1.5 อัตราส่วนของ $\frac{\omega_c}{\omega_{ac}}$ เป็น 3 ค่าคงตัวของการคู่ควบ ω_{ac} เป็น 0.2 ค่าคงตัวของการคู่ควบ ω_c เป็น 0.1 และค่าคงตัวของการคู่ควบ ω_{op} เป็น 0.3 ถึง 0.32 ตามลำดับ ดังภาพประกอบ 17

$$\omega_{ac} = 500, \quad \omega_{ac} = 0.2$$



ภาพประกอบ 17 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤต (K) กับค่าคงตัวของการคู่ควบ c โดยการเปลี่ยนค่าคงตัวของการคู่ควบ ω_{op}

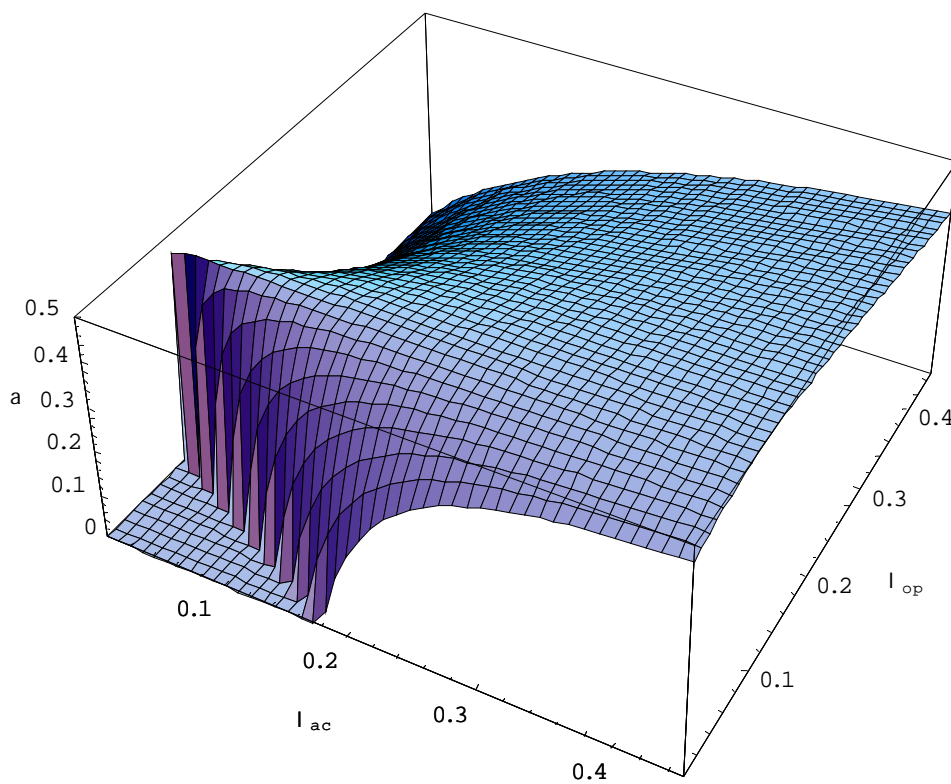
นำสมการ (3.21) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤต กับค่าคงตัวของการคู่ควบ c โดยกำหนดให้ความถี่เดอบาย (ω_{ac}) เป็น 500 อัตราส่วนของ $\frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}}$ เป็น 1.5 อัตราส่วนของ $\frac{c}{\omega_{ac}}$ เป็น 3 ค่าคงตัวของการคู่ควบ ω_{op} เป็น 0.30 ค่าคงตัวของการคู่ควบ c เป็น 0.1 และค่าคงตัวของการคู่ควบ ω_{ac} เป็น 0.2 ถึง 0.22 ตามลำดับ ดังภาพประกอบ 18



ภาพประกอบ 18 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤต (K) กับค่าคงตัวของการคู่ควบ c โดยการเปลี่ยนค่าคงตัวของการคู่ควบ ω_{ac}

เมื่อนำสมการ (3.40) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทปกับค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac} และ a_{op} โดยกำหนดให้ ค่าคงตัวของการคู่ควบ a_c เป็น 0.1 อัตราส่วนของ $\frac{a_{op}}{a_{ac}}$ เป็น 1.5 อัตราส่วนของ $\frac{a_c}{a_{ac}}$ เป็น 3 และอัตราส่วนของ $\frac{a_{ac}}{T_c}$ เป็น 10

เนื่องจากผลการทดลอง พบว่าแมกนีเซียมไดโบไรด์ มีสัมประสิทธิ์ของไอโซโทปเท่ากับ 0.3 จากภาพประกอบ 19 จะได้ค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทปเท่ากับ 0.3 เมื่อค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{op} มีค่ามากกว่า 0.3 และค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac} มีค่าน้อยกว่า 0.1

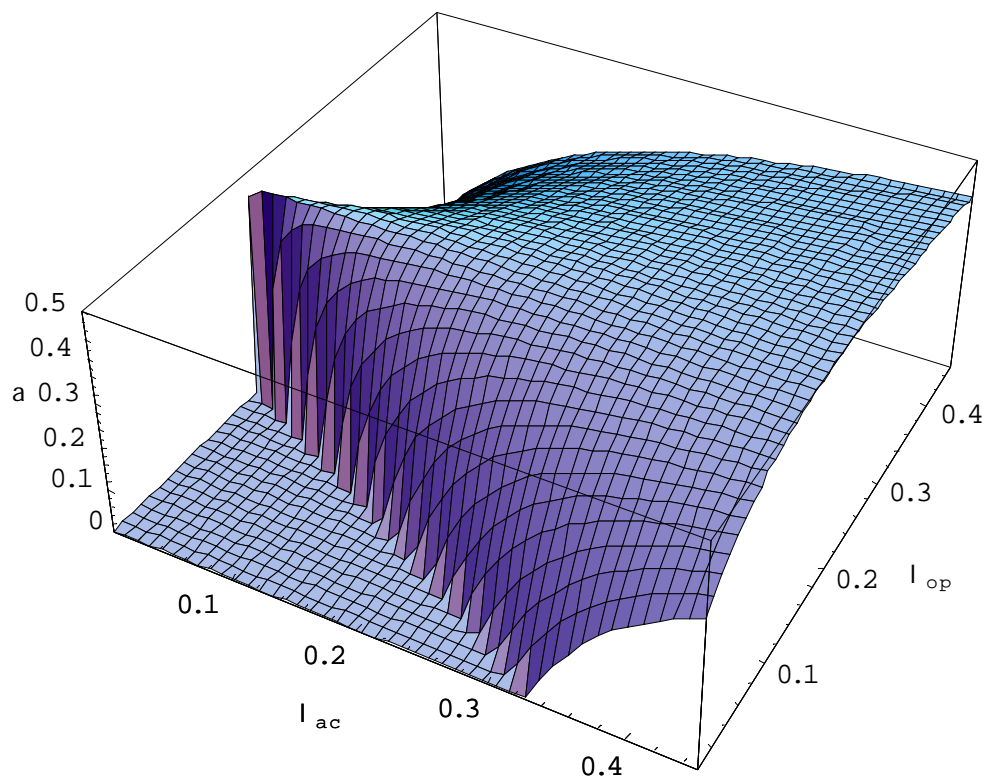


ภาพประกอบ 19 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทปกับค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac}

และ a_{op} โดย $a_c = 0.1$, $\frac{a_{op}}{a_{ac}} = 1.5$, $\frac{a_c}{a_{ac}} = 3$ และ $\frac{a_{ac}}{T_c} = 10$

นำสมการ (3.40) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac} และ a_{op} โดยกำหนดให้ ค่าคงตัวของการคู่ควบ c เป็น 0.2 อัตราส่วนของ $\frac{op}{ac}$ เป็น 1.5 อัตราส่วนของ $\frac{c}{ac}$ เป็น 3 และอัตราส่วนของ $\frac{ac}{T_c}$ เป็น 10

ภาพประกอบ 20 ค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทปมีค่า 0.3 เมื่อค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{op} มีค่ามากกว่า 0.4 และค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac} มีค่าน้อยกว่า 0.3

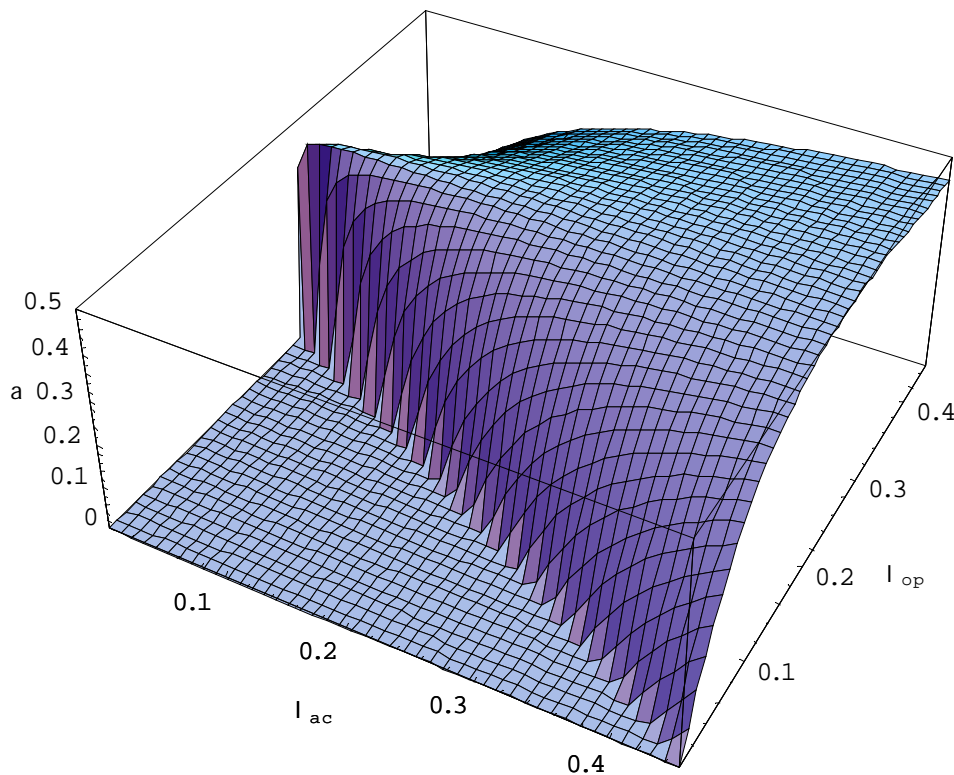


ภาพประกอบ 20 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac}

และ a_{op} โดย $c = 0.2$, $\frac{op}{ac} = 1.5$, $\frac{c}{ac} = 3$ และ $\frac{ac}{T_c} = 10$

นำสมการ(3.40) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac} และ a_{op} โดยกำหนดให้ ค่าคงตัวของการคู่ควบ c เป็น 0.3 อัตราส่วนของ $\frac{op}{ac}$ เป็น 1.5 อัตราส่วนของ $\frac{c}{ac}$ เป็น 3 และอัตราส่วนของ $\frac{ac}{T_c}$ เป็น 10

ภาพประกอบ 21 ค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทป มีค่า 0.3 เมื่อค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{op} มีค่ามากกว่า 0.4 และค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac} มีค่ามากกว่า 0.4

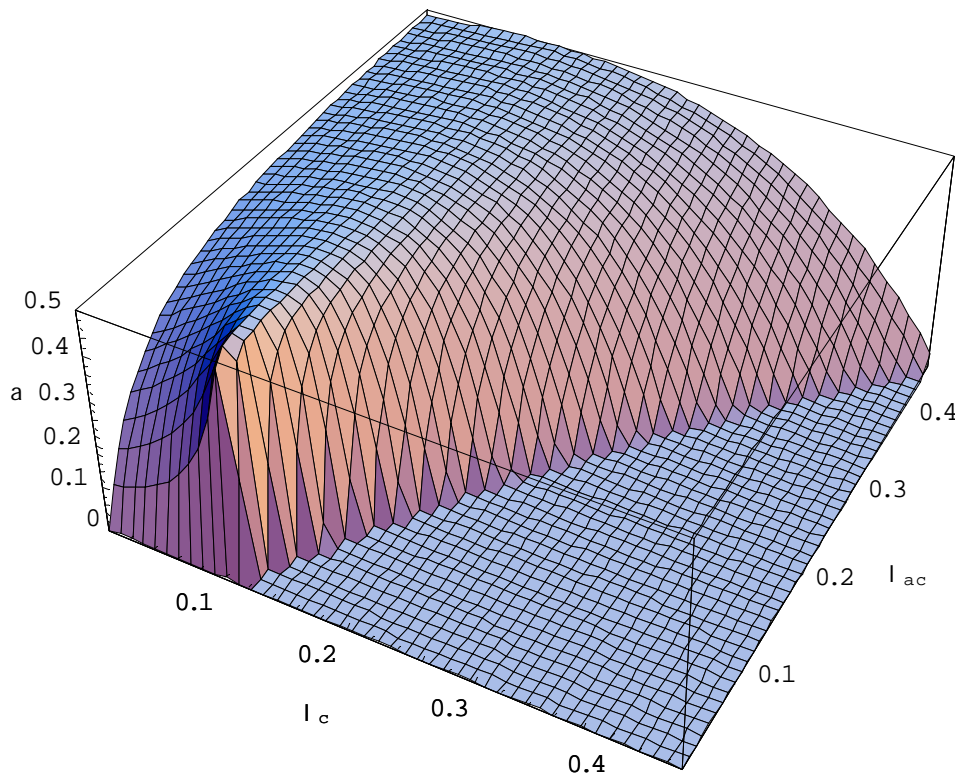


ภาพประกอบ 21 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac}

และ a_{op} โดย $c = 0.3$, $\frac{op}{ac} = 1.5$, $\frac{c}{ac} = 3$ และ $\frac{ac}{T_c} = 10$

นำสมการ (3.40) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับ ค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac} และ l_c โดยกำหนดให้ ค่าคงตัวของการคู่ควบ l_{op} เป็น 0.1 อัตราส่วนของ $\frac{l_{op}}{a_{ac}}$ เป็น 1.5 อัตราส่วนของ $\frac{l_c}{a_{ac}}$ เป็น 3 และอัตราส่วนของ $\frac{a_{ac}}{T_c}$ เป็น 10

ภาพประกอบ 22 ค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทปมีค่า 0.3 เมื่อค่าคงตัวของการคู่ควบ l_c มีค่ามากกว่า 0.2 และค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac} มีค่าน้อยกว่า 0.4

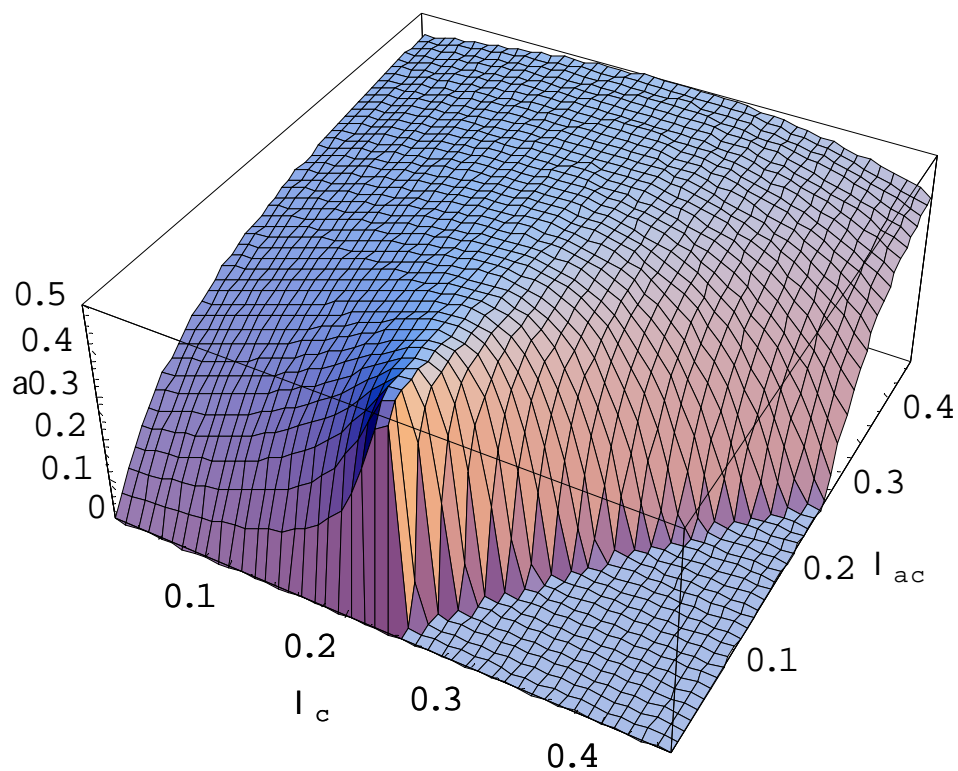


ภาพประกอบ 22 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac}

และ l_c โดย $l_{op} = 0.1$, $\frac{l_{op}}{a_{ac}} = 1.5$, $\frac{l_c}{a_{ac}} = 3$ และ $\frac{a_{ac}}{T_c} = 10$

นำสมการ (3.40) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac} และ I_c โดยกำหนดให้ ค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{op} เป็น 0.2 อัตราส่วนของ $\frac{a_{op}}{a_{ac}}$ เป็น 1.5 อัตราส่วนของ $\frac{I_c}{T_c}$ เป็น 3 และอัตราส่วนของ $\frac{a_{ac}}{T_c}$ เป็น 10

ภาพประกอบ 23 ค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทปมีค่า 0.3 เมื่อค่าคงตัวของการคู่ควบ I_c มีค่ามากกว่า 0.3 และค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac} มีค่าน้อยกว่า 0.4

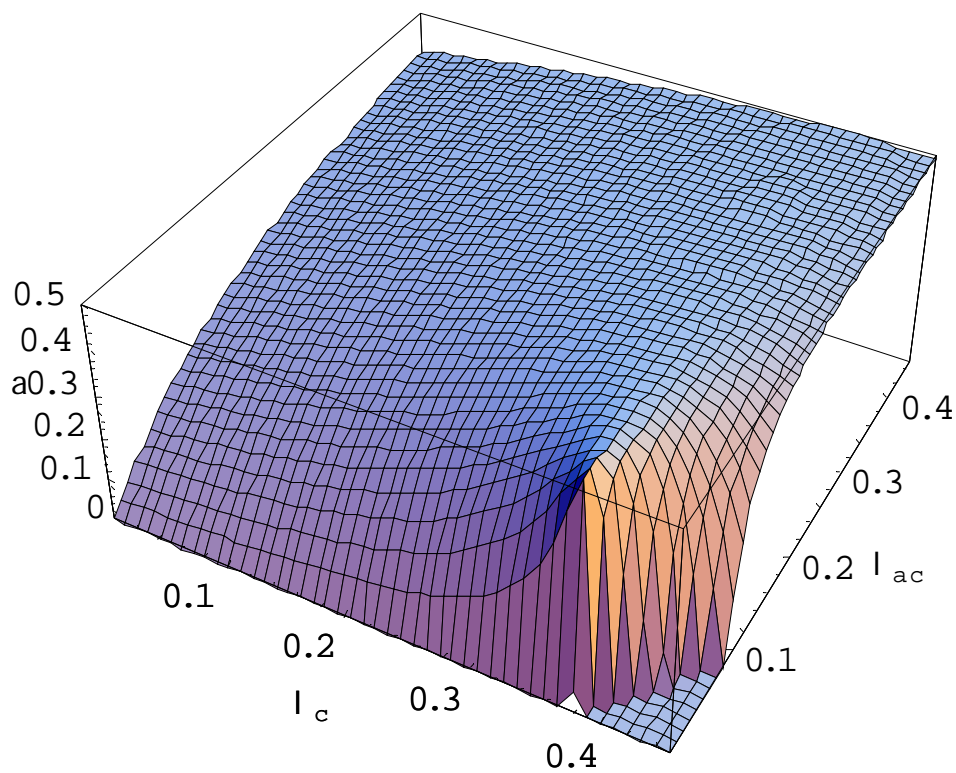


ภาพประกอบ 23 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac}

และ I_c โดย $a_{op} = 0.2$, $\frac{a_{op}}{a_{ac}} = 1.5$, $\frac{I_c}{T_c} = 3$ และ $\frac{a_{ac}}{T_c} = 10$

นำสมการ (3.40) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac} และ I_c โดยกำหนดให้ ค่าคงตัวของการคู่ควบ I_{op} เป็น 0.3 อัตราส่วนของ $\frac{I_{op}}{a_{ac}}$ เป็น 1.5 อัตราส่วนของ $\frac{I_c}{a_{ac}}$ เป็น 3 และอัตราส่วนของ $\frac{I_{ac}}{T_c}$ เป็น 10

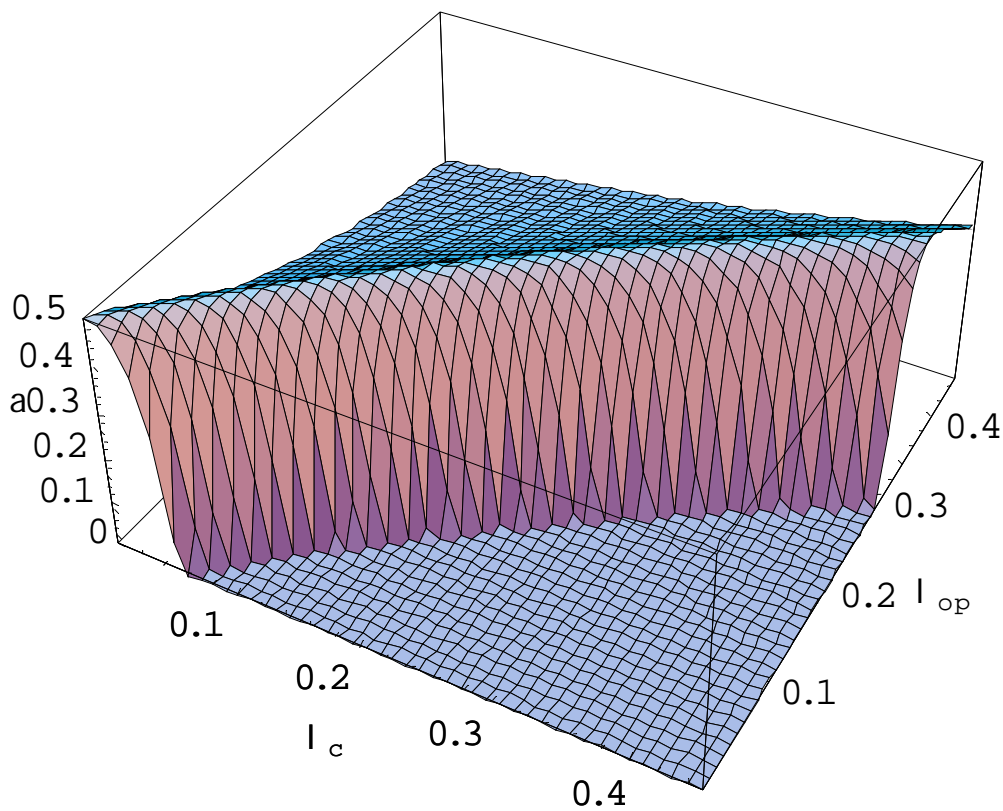
ภาพประกอบ 24 ค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทป 0.3 เมื่อค่าคงตัวของการคู่ควบ I_c มีค่ามากกว่า 0.4 และค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac} มีค่าน้อยกว่า 0.2



ภาพประกอบ 24 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac}

และ I_c โดย $I_{op} = 0.3$, $\frac{I_{op}}{a_{ac}} = 1.5$, $\frac{I_c}{a_{ac}} = 3$ และ $\frac{I_{ac}}{T_c} = 10$

นำสมการ (3.40) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทปกับค่าคงตัวของการคู่ควบ ρ_p และ c โดยกำหนดให้ ค่าคงตัวของการคู่ควบ a_c เป็น 0.1 อัตราส่วนของ $\frac{\rho_p}{a_c}$ เป็น 1.5 อัตราส่วนของ $\frac{c}{a_c}$ เป็น 3 และอัตราส่วนของ $\frac{a_c}{T_c}$ เป็น 10 พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทปมีค่าประมาณ 0.3 เมื่อค่าคงตัวของการคู่ควบ ρ_p มีค่าน้อยกว่า 0.4 และค่าคงตัวของการคู่ควบ c มีค่าน้อยกว่า 0.4 ดังภาพประกอบ 25



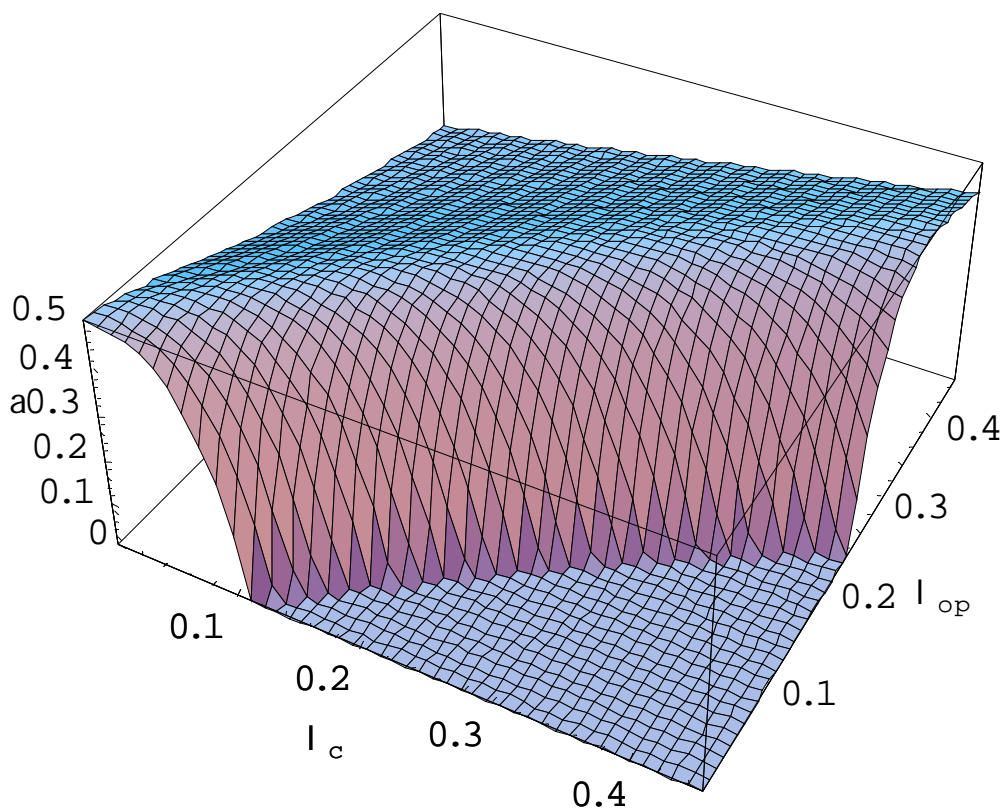
ภาพประกอบ 25 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ ρ_p

และ c โดย $a_c = 0.1$, $\frac{\rho_p}{a_c} = 1.5$, $\frac{c}{a_c} = 3$ และ $\frac{a_c}{T_c} = 10$

นำสมการ (3.40) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ ρ_p และ c_c โดยกำหนดให้ค่าคงตัวของการคู่ควบ ρ_{ac} เป็น 0.2 อัตราส่วนของ $\frac{\rho_p}{\rho_{ac}}$ เป็น

1.5 อัตราส่วนของ $\frac{c_c}{\rho_{ac}}$ เป็น 3 และอัตราส่วนของ $\frac{\rho_{ac}}{T_c}$ เป็น 10

พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทปมีค่าประมาณ 0.3 เมื่อค่าคงตัวของการคู่ควบ ρ_p มีค่าน้อยกว่า 0.3 และค่าคงตัวของการคู่ควบ c_c มีค่าน้อยกว่า 0.1 ดังภาพประกอบ 26

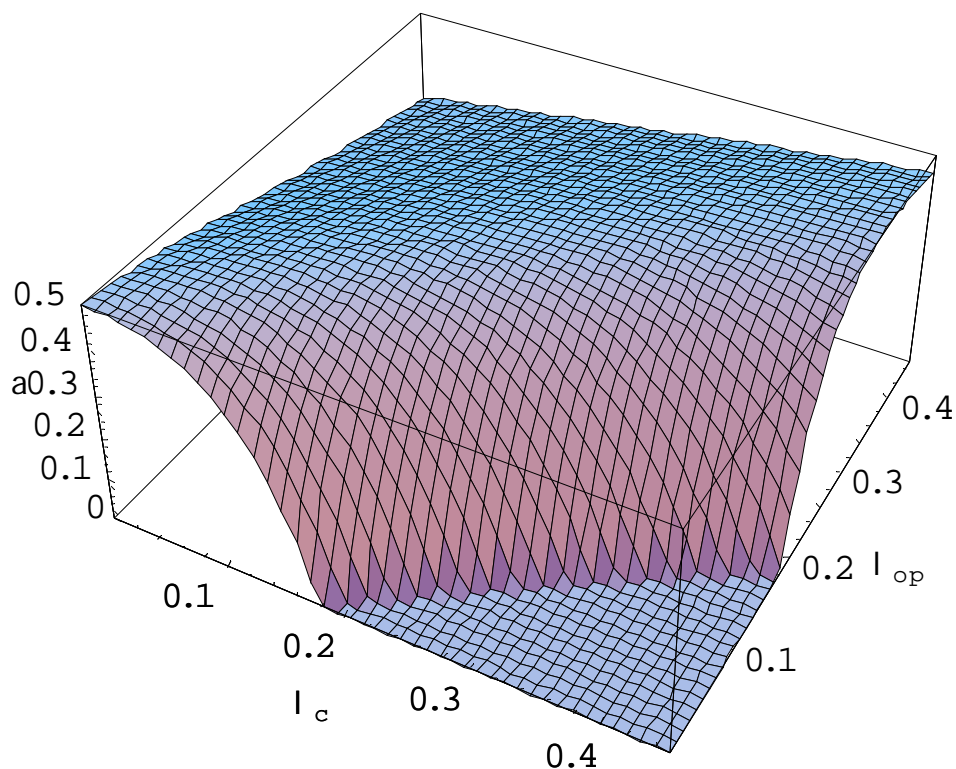


ภาพประกอบ 26 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ ρ_p

และ c_c โดย $\rho_{ac} = 0.2$, $\frac{\rho_p}{\rho_{ac}} = 1.5$, $\frac{c_c}{\rho_{ac}} = 3$ และ $\frac{\rho_{ac}}{T_c} = 10$

นำสมการ(3.40) มาเขียนเป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ I_{op} และ I_c โดยกำหนดให้ ค่าคงตัวของการคู่ควบ I_{ac} เป็น 0.3 อัตราส่วนของ $\frac{op}{ac}$ เป็น 1.5 อัตราส่วนของ $\frac{c}{ac}$ เป็น 3 และอัตราส่วนของ $\frac{ac}{T_c}$ เป็น 10

ภาพประกอบ 27 พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทปมีค่า 0.3 เมื่อคงตัวของการคู่ควบ I_{op} มีค่าน้อยกว่า 0.3 และค่าคงตัวของการคู่ควบ I_c มีค่าน้อยกว่า 0.2

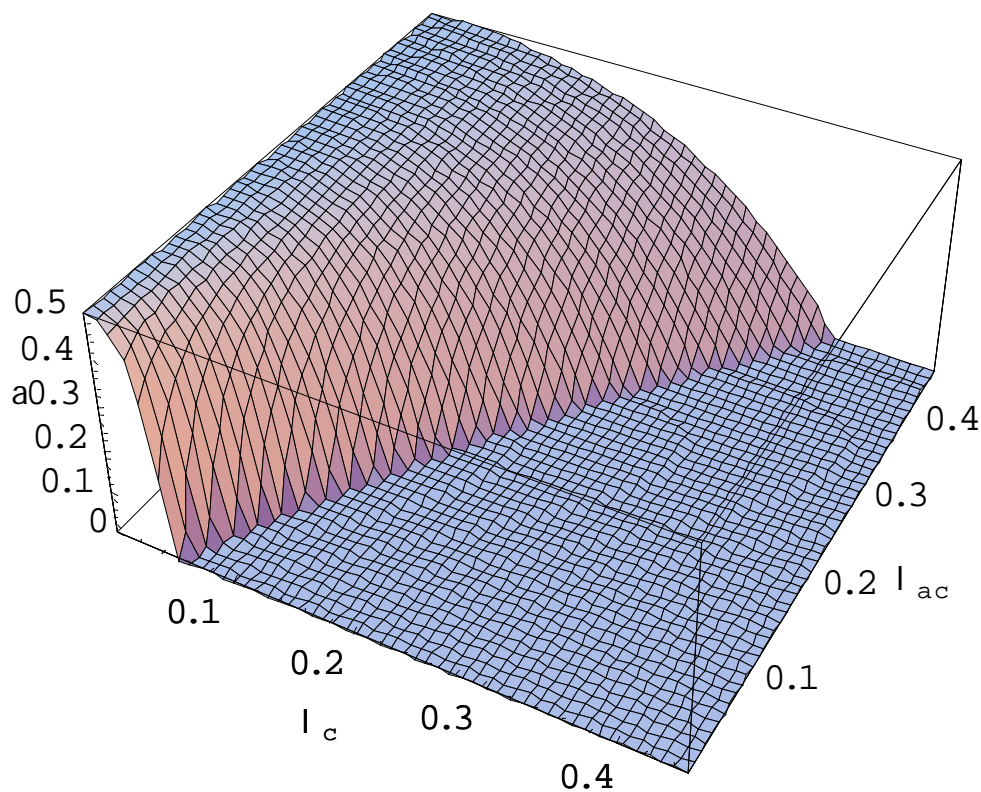


ภาพประกอบ 27 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ I_{op}

และ I_c โดย $I_{ac} = 0.3$, $\frac{op}{ac} = 1.5$, $\frac{c}{ac} = 3$ และ $\frac{ac}{T_c} = 10$

นำสมการ(3.49) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac} และ c โดยกำหนดให้ ค่าคงตัวของการคู่ควบ op เป็น 0.1 อัตราส่วนของ $\frac{op}{ac}$ เป็น 1.5 อัตราส่วนของพลังงานขอบเขต $\frac{c}{ac}$ เป็น 3 และอัตราส่วนของ $\frac{ac}{T_c}$ เป็น 10

ภาพประกอบ 28 ค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทปมี 0.3 เมื่อค่าคงตัวของการคู่ควบ c มีค่าน้อยกว่า 0.3 และค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac} มีค่าน้อยกว่า 0.4

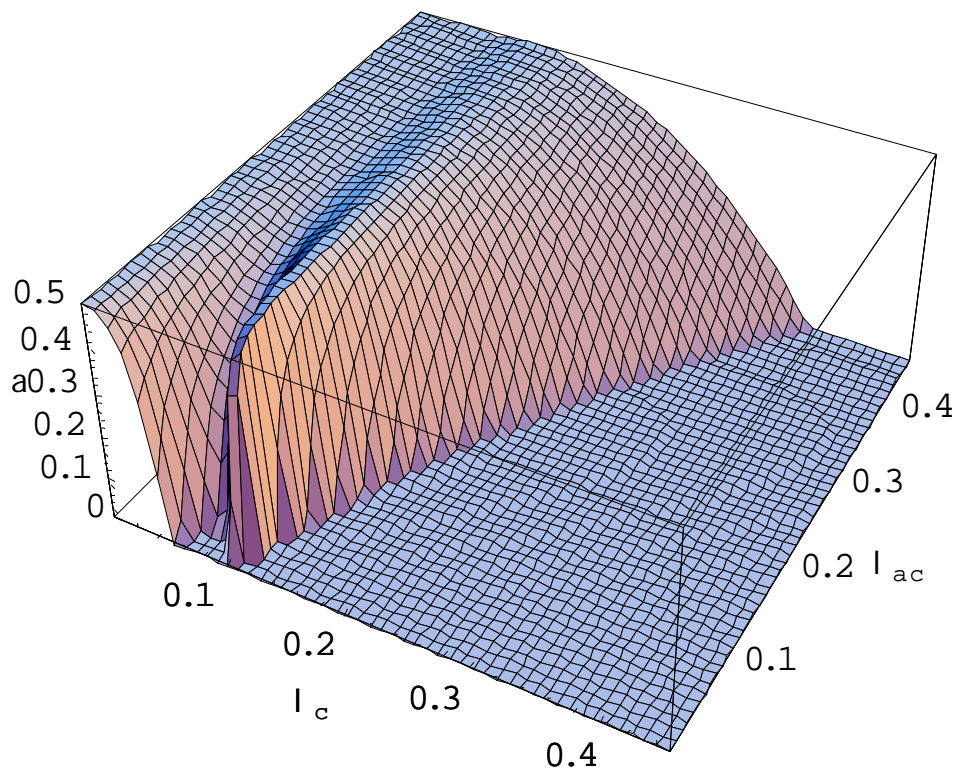


ภาพประกอบ 28 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac}

และ c โดย $op = 0.1, \frac{op}{ac} = 1.5, \frac{c}{ac} = 3$ และ $\frac{ac}{T_c} = 10$

นำสมการ(3.49) มาเขียนเป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac} และ I_c โดยกำหนดให้ ค่าคงตัวของการคู่ควบ I_{op} เป็น 0.1 อัตราส่วนของ $\frac{I_{op}}{a_{ac}}$ เป็น 1.5 อัตราส่วนของพลังงานขอบเขต $\frac{I_c}{a_{ac}}$ เป็น 3 และอัตราส่วนของ $\frac{a_{ac}}{T_c}$ เป็น 1.5

ภาพประกอบ 29 ค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทปมีค่า 0.3 เมื่อค่าคงตัวของการคู่ควบ I_c มีค่าน้อยกว่า 0.3 และค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac} มีค่าน้อยกว่า 0.4

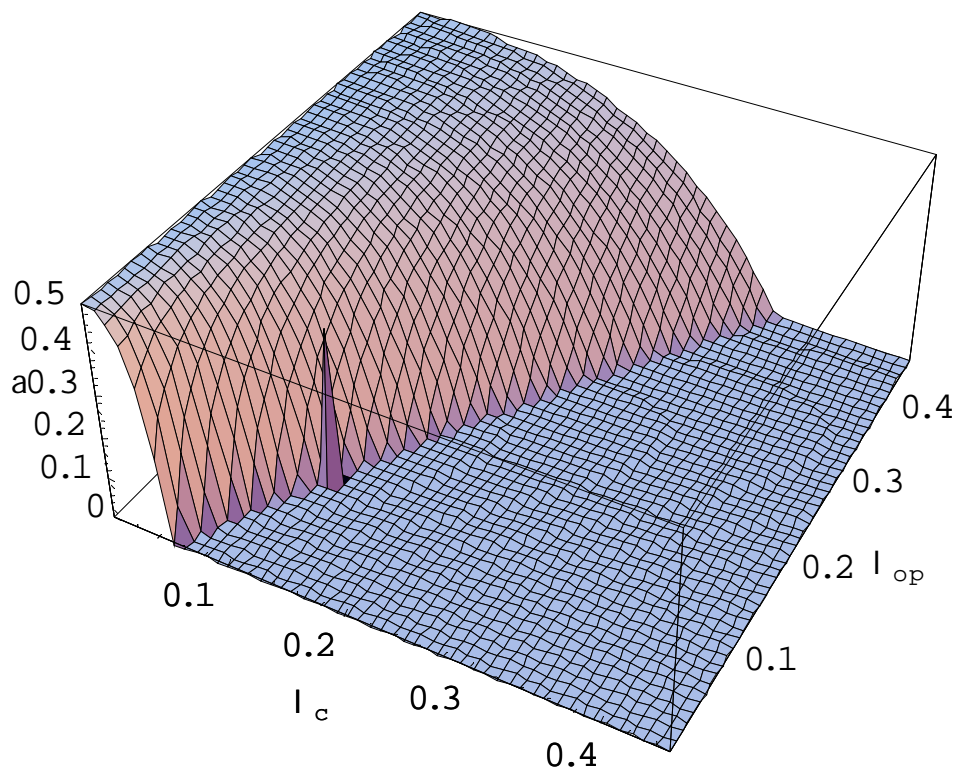


ภาพประกอบ 29 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ a_{ac}

และ I_c โดย $I_{op} = 0.1$, $\frac{I_{op}}{a_{ac}} = 1.5$, $\frac{I_c}{a_{ac}} = 3$ และ $\frac{a_{ac}}{T_c} = 1.5$

นำสมการ(3.49) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ I_{op} และ I_c โดยกำหนดให้ ค่าคงตัวของการคู่ควบ I_{ac} เป็น 0.1 อัตราส่วนของ $\frac{I_{op}}{I_{ac}}$ เป็น 1.5 อัตราส่วนของพลังงานขอบเขต $\frac{I_c}{I_{ac}}$ เป็น 3 และอัตราส่วนของ $\frac{I_{ac}}{T_c}$ เป็น 10

ภาพประกอบ 31 ค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทปมีค่า 0.3 เมื่อคงตัวของการคู่ควบ I_c มีค่าน้อยกว่า 0.4 และค่าคงตัวของการคู่ควบ I_{op} มีค่าน้อยกว่า 0.4

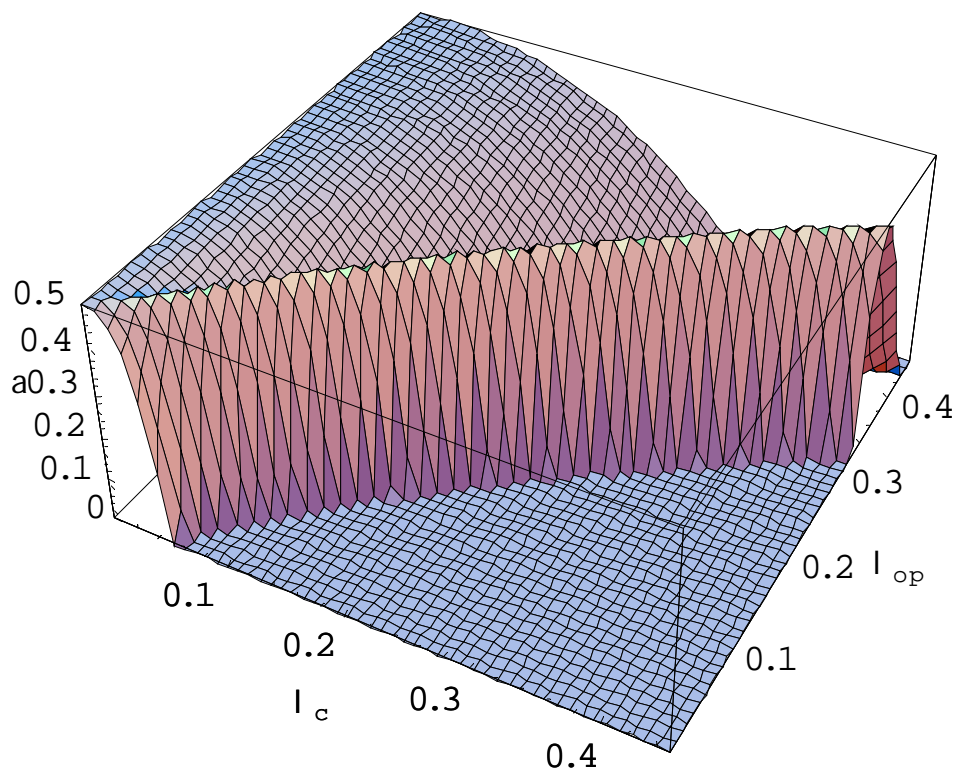


ภาพประกอบ 30 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ I_{op}

และ I_c โดย $I_{ac} = 0.1$, $\frac{I_{op}}{I_{ac}} = 1.5$, $\frac{I_c}{I_{ac}} = 3$ และ $\frac{I_{ac}}{T_c} = 10$

นำสมการ(3.49) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ ρ_p และ ρ_c โดยกำหนดให้ ค่าคงตัวของการคู่ควบ ρ_{ac} เป็น 0.1 อัตราส่วนของ $\frac{\rho_p}{\rho_{ac}}$ เป็น 1.5 อัตราส่วนของพลังงานขอบเขต $\frac{c}{\rho_{ac}}$ เป็น 3 และอัตราส่วนของ $\frac{\rho_{ac}}{T_c}$ เป็น 1.5

ดังภาพประกอบ 32 สัมประสิทธิ์ไอโซโทปมีค่า 0.3 เมื่อค่าคงตัวของการคู่ควบ ρ_c มีค่าน้อยกว่า 0.4 และค่าคงตัวของการคู่ควบ ρ_p มีค่าน้อยกว่า 0.4

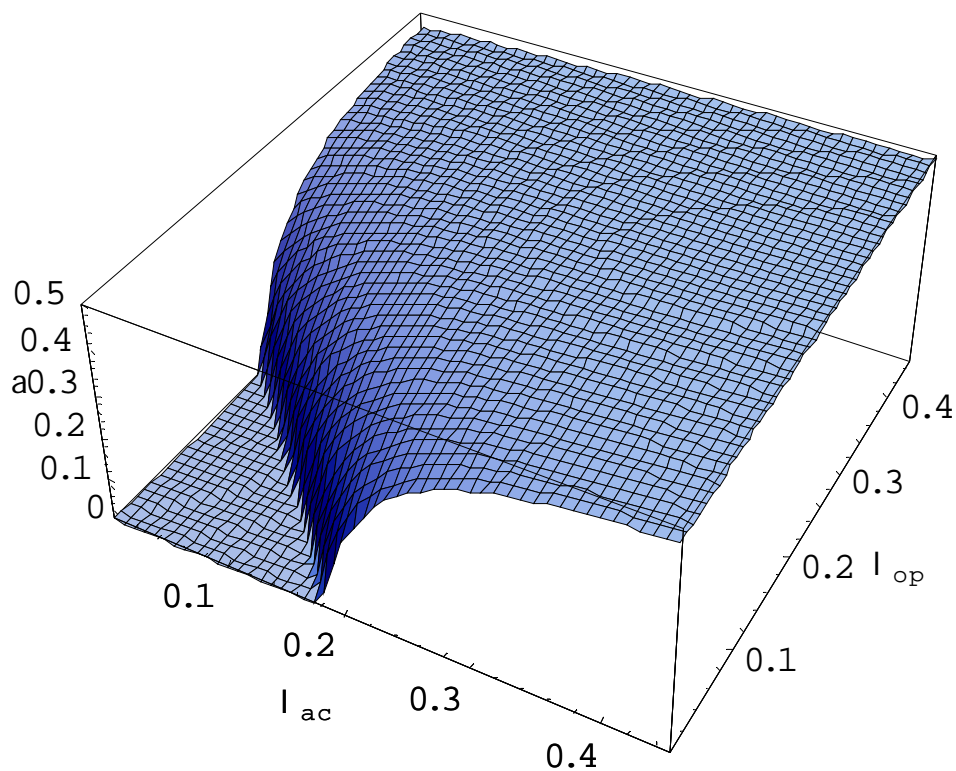


ภาพประกอบ 31 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ ρ_p

และ ρ_c โดย $\rho_c = 0.1, \frac{\rho_p}{\rho_{ac}} = 1.5, \frac{c}{\rho_{ac}} = 3$ และ $\frac{\rho_{ac}}{T_c} = 1.5$

นำสมการ(3.49) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ ρ_{op} และ ρ_{ac} โดยกำหนดให้ ค่าคงตัวของการคู่ควบ ρ_c เป็น 0.1 อัตราส่วนของ $\frac{\rho_{op}}{\rho_{ac}}$ เป็น 1.5 อัตราส่วนของพลังงานขอบเขต $\frac{c}{ac}$ เป็น 3 และอัตราส่วนของ $\frac{ac}{T_c}$ เป็น 10

ภาพประกอบ 33 ค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทปมีค่า 0.3 เมื่อค่าคงตัวของการคู่ควบ ρ_{ac} มีค่าน้อยกว่า 0.2 และค่าคงตัวของการคู่ควบ ρ_{op} มีค่าน้อยกว่า 0.2

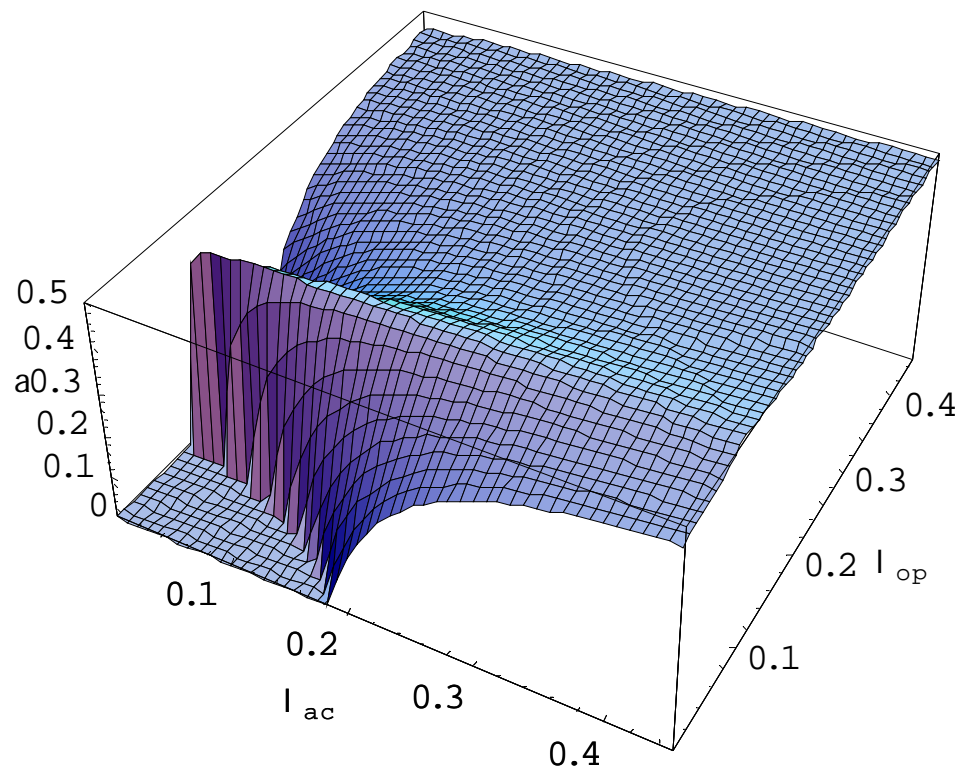


ภาพประกอบ 32 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ ρ_{ac}

และ ρ_{op} โดย $\rho_{op} = 0.1, \frac{\rho_{op}}{\rho_{ac}} = 1.5, \frac{c}{ac} = 3$ และ $\frac{ac}{T_c} = 10$

นำสมการ(3.49) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{op} และ λ_{ac} โดยกำหนดให้ค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_c เป็น 0.1 อัตราส่วนของ $\frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}}$ เป็น 1.5 อัตราส่วนของพลังงานขอบเขต $\frac{\omega_c}{\omega_{ac}}$ เป็น 3 และอัตราส่วนของ $\frac{\omega_{ac}}{T_c}$ เป็น 1.5

ภาพประกอบ 34 ค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทปมีค่า 0.3 เมื่อค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} มีค่าน้อยกว่า 0.2 และค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{op} มีค่าน้อยกว่า 0.2

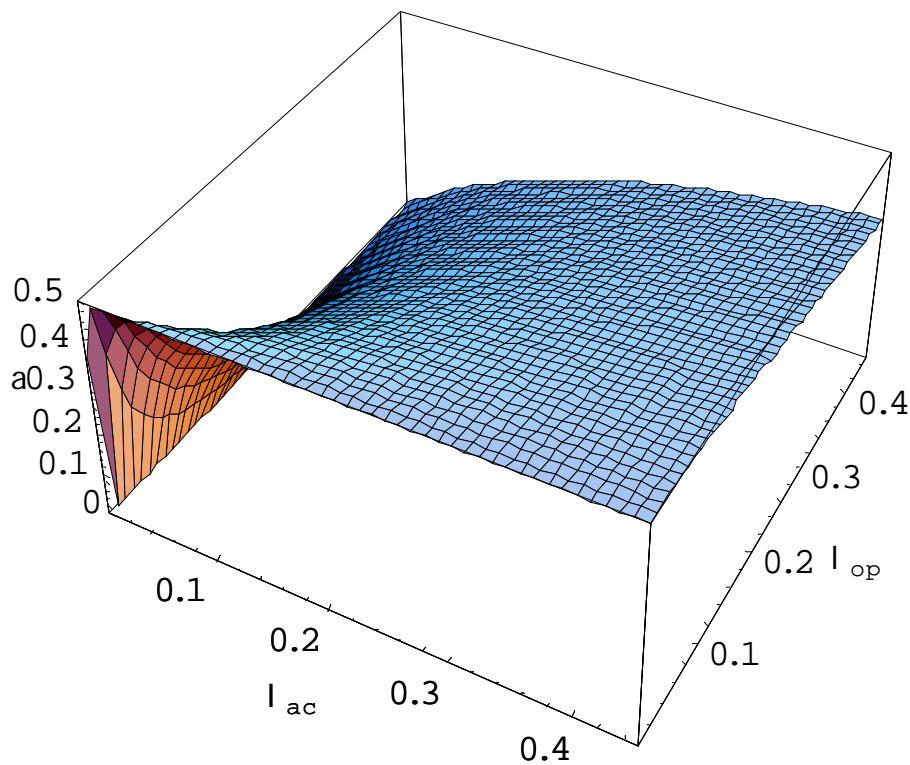


ภาพประกอบ 33 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac}

และ λ_{op} โดย $\lambda_{op} = 0.1 \frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}} = 1.5$, $\frac{\omega_c}{\omega_{ac}} = 3$ และ $\frac{\omega_{ac}}{T_c} = 1.5$

นำสมการ (3.40) มาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับ ค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{op} และ λ_{ac} โดยกำหนดให้ค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_c เป็น 0 อัตราส่วนของ $\frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}}$ เป็น 1.5 อัตราส่วนของ $\frac{\omega_c}{\omega_{ac}}$ เป็น 3 และอัตราส่วนของ $\frac{\omega_{ac}}{T_c}$ เป็น 10

ภาพประกอบ 35 ค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทปมีค่า 0.3 เมื่อค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} มีค่าน้อยกว่า 0.02 และค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{op} มีค่ามากกว่า 0.3



ภาพประกอบ 34 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ไอโซโทป กับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac}

$$\text{และ } \lambda_{op} \text{ โดย } \lambda_c = 0 \quad \frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}} = 1.5, \quad \frac{\omega_c}{\omega_{ac}} = 3 \quad \text{และ} \quad \frac{\omega_{ac}}{T_c} = 10$$

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายที่จะคำนวณหา สมการอุนภูมิวิฤต และสมการสัมประสิทธิ์ไอโซโทปของแมกนีเซียมไดโบไรด์ แบบแม่นยำ โดยใช้แบบจำลองหุลมศักร์แบบสามหุลม ที่ประกอบด้วย V_{ac} , V_{op} และ V_c โดยมี ω_{ac} , ω_{op} และ ω_c เป็นพลังงานขอบเขต ของ V_{ac} , V_{op} และ V_c ตามลำดับ โดยมีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

1. ใช้สมการช่องว่างพลังงานในการจับคู่แบบอ่อน ตามทฤษฎีของปีซีเอส และกำหนดให้ความกว้างของแถบพลังงานมีค่าจำกัด คำนวณหาสมการอุนภูมิวิฤต ได้ตามสมการ (3.21)

2. นำสมการ (3.21) เพื่อคำนวณหาสมการสัมประสิทธิ์ไอโซโทปโดยพิจารณาเป็น 2 กรณีคือ

กรณีที่ 1 พิจารณา $\omega_{ac} \propto M^{\frac{1}{2}}$ เท่านั้น โดยที่ ω_{op} และ ω_c เป็นค่าคงตัวที่ไม่ขึ้นกับมวลไอโซโทป ดังสมการ (3.40)

กรณีที่ 2 พิจารณา $\omega_{ac} \propto M^{\frac{1}{2}}$ และ $\omega_{op} \propto M^{\frac{1}{2}}$ โดยที่ ω_c เป็นค่าคงตัวที่ไม่ขึ้นอยู่กับมวลไอโซโทป ดังสมการ (3.49)

นำสมการ (3.21), (3.40) และ (3.49) เพื่อที่จะหาอุนภูมิวิฤตและสัมประสิทธิ์ไอโซโทปโดยการแปรค่า ปริมาณต่างๆดังนี้

1. ค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} , λ_{op} และ λ_c

2. อัตราส่วนของ พลังงานขอบเขต $\frac{\omega_{op}}{\omega_{ac}}$ และ $\frac{\omega_{op}}{\omega_c}$

3. อัตราส่วนของ $\frac{\omega_{ac}}{T_c}$

4. พลังงานขอบเขต ω_{ac}

ผลที่ได้จะเป็นความสัมพันธ์ของ

1. อุนภูมิวิฤตกับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} , λ_{op} และ λ_c

2. สัมประสิทธิ์ของไอโซโทปกับค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} , λ_{op} และ λ_c

สรุปผล

ในการคำนวณหาความสัมพันธ์ของอุณหภูมิวิกฤต กับค่าคงตัวของการคู่ควบโดยการเปลี่ยนค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} , λ_{op} และ c ซึ่งใช้วิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลข ของวิธีนิวตันโคท ในโปรแกรม Mathematica ได้ผลต่างๆดังนี้

1. ความสัมพันธ์ของอุณหภูมิวิกฤต กับค่าคงตัวของการคู่ควบมีดังนี้

จากภาพประกอบ 13 เมื่อกำหนดให้ค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} , λ_{op} และ c มีค่า เป็น 0.2 , 0.2 และ 0.1 ตามลำดับ จากนั้นเมื่อเปลี่ยนค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{op} ให้มีค่าตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.22 โดยให้ค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} และ c คงที่ เมื่อพิจารณาค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{op} เป็น 0.2 พบว่าที่อุณหภูมิวิกฤต 35.01 เคลวิน จะได้ค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} ประมาณ 0.266 พิจารณาค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{op} เป็น 0.21 จะได้ค่าคงตัว ของการคู่ควบ λ_{ac} ประมาณ 0.254 และ ค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{op} เป็น 0.22 จะ ค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} ประมาณ 0.246 และใน ทำนองเดียวกันเมื่อพิจารณาที่อุณหภูมิ 39.44 เคลวิน จะได้ค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} เป็น 0.282, 0.274 และ 0.261 ตามลำดับ และเมื่อพิจารณาภาพประกอบ 14 ก็จะได้ผลในทำนอง เดียวกัน

จากภาพประกอบ 15 เมื่อกำหนดให้ค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} , λ_{op} และ c มีค่า เป็น 0.2 , 0.2 และ 0.1 ตามลำดับ จากนั้นเมื่อเปลี่ยนค่าคงตัวของการคู่ควบ c ให้มีค่าตั้งแต่ 0.1 ถึง 0.12 โดยให้ค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} และ λ_{op} คงที่ เมื่อพิจารณาค่าคงตัวของการคู่ควบ c เป็น 0.1 พบว่าที่อุณหภูมิวิกฤต 35.01 เคลวิน จะได้ค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} ประมาณ 0.266 พิจารณา ค่าคงตัวของการคู่ควบ c เป็น 0.12 จะได้ค่าคงตัว ของการคู่ควบ λ_{ac} ประมาณ 0.257 และ ค่าคงตัว ของการคู่ควบ c เป็น 0.22 จะ ค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} ประมาณ 0.248 และในทำนอง เดียวกันเมื่อพิจารณาที่อุณหภูมิ 39.44 เคลวิน จะได้ค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} เป็น 0.283, 0.270 และ 0.269 ตามลำดับและเมื่อพิจารณาภาพประกอบ 16 ก็จะได้ผลในทำนองเดียวกัน

จากภาพประกอบ 17 เมื่อกำหนดให้ค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} , λ_{op} และ c มีค่า เป็น 0.2 , 0.3 และ 0.1 ตามลำดับ จากนั้นเมื่อเปลี่ยนค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{op} ให้มีค่าตั้งแต่ 0.3 ถึง 0.32 โดยให้ค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} และ c คงที่ เมื่อพิจารณาค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{op} เป็น 0.3 พบว่าที่อุณหภูมิวิกฤต 35.01 เคลวิน จะได้ค่าคงตัวของการคู่ควบ λ_{ac} ประมาณ 0.167 พิจารณาค่า คงตัวของการคู่ควบ λ_{op} เป็น 0.31 จะได้ค่าคงตัว ของการคู่ควบ λ_{ac} ประมาณ 0.176 และ ค่าคงตัว

ของการคู่ควบ ω_{op} เป็น 0.32 จะ ค่าคงตัวของการคู่ควบ ω_{ac} ประมาณ 0.18 และในทำนองเดียวกัน เมื่อพิจารณาที่อุณหภูมิ 39.44 เคลวิน จะได้ค่าคงตัวของการคู่ควบ ω_{ac} เป็น 0.149, 0.161 และ 0.174 ตามลำดับ และเมื่อพิจารณาภาพประกอบ 18 ก็จะได้ผลในทำนองเดียวกัน

จากการเปลี่ยนค่าคงตัวของการคู่ควบ ω_{ac} , ω_{op} และ ω_c พบว่าอุณหภูมิวิกฤต ของแมกนีเซียมไดโบไรด์ ไม่ได้ขึ้นอยู่กับค่าคงตัวของการคู่ควบตัวใดตัวหนึ่งเท่านั้น แต่ขึ้นอยู่กับค่าคงตัวของการคู่ควบทั้งสามตัว ที่มีค่าเหมาะสมกันเท่านั้น

2. ความสัมพันธ์ของสัมประสิทธิ์ไอโซโทปกับค่าคงตัวของการคู่ควบโดยพิจารณาเป็น 2 กรณี

กรณีที่ 1 $\omega_{ac} \propto M^{-\frac{1}{2}}$ เท่านั้น โดยที่ ω_{op} และ ω_c เป็นค่าคงตัวที่ไม่ขึ้นกับมวลไอโซโทป

จากการคำนวณพบว่าเมื่อให้ค่าคงตัวของการคู่ควบอยู่ในช่วง

$$\omega_c = 0.1, \quad \omega_{op} > 0.3, \quad \omega_{ac} < 0.1 \quad \text{ตามภาพประกอบ 19}$$

$$\omega_{op} = 0.1, \quad \omega_c < 0.2, \quad \omega_{ac} < 0.4 \quad \text{ตามภาพประกอบ 22}$$

$$\omega_{ac} = 0.1, \quad \omega_{op} < 0.4, \quad \omega_c < 0.4 \quad \text{ตามภาพประกอบ 25}$$

และภาพประกอบ 20, 21, 23, 24, 26, 28 และ 34

จะได้ค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทปของแมกนีเซียมไดโบไรด์ มีค่าประมาณ 0.3 ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดลอง

และ กรณีที่ 2 $\omega_{ac} \propto M^{-\frac{1}{2}}$ และ $\omega_{op} \propto M^{-\frac{1}{2}}$ โดยที่ ω_c เป็นค่าคงตัวที่ไม่ขึ้นกับมวล

ไอโซโทป จากการคำนวณพบว่าเมื่อให้ค่าคงตัวของการคู่ควบอยู่ในช่วง

$$\omega_{op} = 0.1, \quad \omega_c > 0.3, \quad \omega_{ac} < 0.4 \quad \text{ตามภาพประกอบ 28}$$

$$\omega_{ac} = 0.1, \quad \omega_{op} < 0.4, \quad \omega_c < 0.4 \quad \text{ตามภาพประกอบ 30}$$

$$\omega_c = 0.1, \quad \omega_{op} < 0.2, \quad \omega_{ac} < 0.2 \quad \text{ตามภาพประกอบ 32}$$

และภาพประกอบ 29 และ 31

จะได้ค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทปของแมกนีเซียมไดโบไรด์ มีค่าประมาณ 0.3 เช่นเดียวกัน และแบบจำลองในกรณีนี้ อธิบายสัมประสิทธิ์ไอโซโทปของแมกนีเซียมไดโบไรด์ ยังไม่ดีพอ เนื่องจากสัมประสิทธิ์ไอโซโทปส่วนใหญ่ที่ค่าเข้าใกล้ 0.5

และ ถ้าพิจารณาภาพประกอบ 34 เมื่อค่าคงตัวของการคู่ควบ จากแรงคูลอมบ์ มีค่าเป็นศูนย์ ($\epsilon_c=0$) พบว่าค่าคงตัวของการคู่ควบอยู่ในช่วง $\omega_{op} > 0.3$, $\omega_{ac} < 0.02$ สัมประสิทธิ์ไอโซโทปมีค่าเข้าใกล้ 0.5 เนื่องจากตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ เป็น sp-coupling ดังนั้นผลจากแรงคูลอมบ์ มีผลน้อยมากต่อตัวนำยวดยิ่งชนิดนี้

เมื่อพิจารณาทั้งสองกรณี พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทป มีค่าไม่เกิน 0.5 และจากการเปลี่ยนค่าคงตัวของการคู่ควบ ω_{ac} , ω_{op} และ ϵ_c พบว่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทปของแมกนีเซียมไดโบไรด์ ไม่ได้ขึ้นอยู่กับค่าคงตัวของการคู่ควบตัวใดตัวหนึ่งเท่านั้น แต่ขึ้นอยู่กับค่าคงตัวของการคู่ควบทั้งสามตัว ที่มีค่าเหมาะสมกันเท่านั้น

อภิปรายผล

1. จากผลการคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤต ของตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ โดยการเปลี่ยนค่าคงตัวของการคู่ควบ ω_{ac} , ω_{op} และ ϵ_c ผู้วิจัยพบว่าอุณหภูมิวิกฤตมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าคงตัวของการคู่ควบ ω_{ac} และ ω_{op} เพิ่ม ดังภาพประกอบ 13-16 และ ถ้าค่าคงตัวของการคู่ควบ ϵ_c มีค่าเพิ่มขึ้น อุณหภูมิวิกฤตจะมีค่าลดลง ดังภาพประกอบ 17,18 แสดงว่าผลจากแรงคูลอมบ์ จะทำลายกลไกการเกิดสภาพนำยวดยิ่ง ของแมกนีเซียมไดโบไรด์

2. จากผลการคำนวณหาสัมประสิทธิ์ไอโซโทป ของตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ แบบแม่นยำ พบว่า กรณีที่ $\omega_{ac} \propto M^{\frac{1}{2}}$ เท่านั้น ได้ค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทปประมาณ 0.3 ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดลอง ของบูดโค และฮิงค์ (Bud'ko; & Hink. 2002 : 1) ตามภาพประกอบ 19,22,25 สำหรับผลของการวิจัยในกรณีที่ $\omega_{ac} \propto M^{\frac{1}{2}}$ และ $\omega_{op} \propto M^{\frac{1}{2}}$ พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทปเข้าใกล้ 0.5 ซึ่งไม่สอดคล้องกับผลการทดลองของแมกนีเซียมไดโบไรด์

ตามทฤษฎีบีซีเอสพบว่า กลไกสำคัญที่ทำให้เกิดสภาพนำยวดยิ่ง มีอันตรกิริยาลีแกนด์รอน-โฟนอน เป็นกลไกสำคัญ ให้ค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทป เท่ากับ 0.5 และจากผลการวิจัยพบว่าเมื่อใช้

แบบจำลองหลุมศักย์แบบสามหลุม เพื่อหาสัมประสิทธิ์ไอโซโทปของแมกนีเซียมไดโบไรด์ พบว่า กรณีที่ $M_{ac}^{\frac{1}{2}}$ ให้ค่าสัมประสิทธิ์ไอโซโทป ประมาณ 0.3 ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดลอง และ ถ้าค่าคงตัวของการคู่ควบจากแรงคูลอมบ์ มากขึ้น (ϵ_c) จะทำให้สัมประสิทธิ์มีค่าน้อยลง ดังนั้น ถ้าค่าคงตัวของ การคู่ควบ ϵ_c มีค่าเพิ่มขึ้นส่งผลให้กลไกการเกิดสภาพนำยวดยิ่งถูกทำลาย

ข้อเสนอแนะ

ในงานวิจัยนี้ ได้ใช้แบบจำลองที่มีตัวแปรมากเกินไป ทำให้ผลที่ได้จากการคำนวณ ไม่ละเอียดเพียงพอ ดังนั้นควรใช้แบบจำลองแบบอื่นมาวิเคราะห์ดู เช่นแบบจำลองหลุมศักย์แบบสองหลุม เปรียบเทียบกับ แบบจำลองหลุมศักย์แบบสามหลุม และดูว่าแบบจำลอง แบบใดให้ผลใกล้เคียงกับผลการทดลอง และเหมาะสมกว่า

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- Akimitsu, J.; & Nagamatsu, J.; (2001, March). "Superconductivity at 39 K in Magnesium Diboride," *Nature*. 410 : 63 - 64.
- Bardeen, J.; Cooper, N.; & Schrieffer, J.R. (1959). "Theory of Superconductivity," *Physical Review*. 108(5) : 1175 - 1204.
- Banerjee,S.; & Roy,S.K. (1995). "On the asymmetric isotope - shift exponent in doped cuprate Superconductor,". *Physics Review Letter*. A(2000) : 265-271.
- Bednorz, J.G.; & Müller, K.A. (1986, April)."Possible High T_c Superconductivity in the Be-La-Cu-O System," *Zertachrift for Physik B*. (64) : 189 - 193.
- Bennermann,K.H.; & Ketterson,J.B. (2003). The Physics of Superconductors. UK. : springer.
- Bud'ko.; & et al. (2001). "Isotope effect in Superconducting MgB_2 ," *Physics Review Letter*. A (86) : 1877
- Bouquet, F.; & et al . (2001). "Phenomenological Two - Gap Model for the Specific Heat of MgB_2 ," *Europhysic s Letters*. 56 : 856.
- Buckel.W.(1991). Superconductivity : Fundamental and Applications. NewYok : VCH Publiihers Inc.
- Buzea; & Yamashita . (2001). "Review of Superconducting Properties of MgB_2 ," *Superconductors, Science & Technology*. 14(11) : R115-R146.
- Chu, C.W.; & et al. (1987, January). "Evidence for Superconductivity above 40 K in the La-Ba-Cu-O Compound System," *Physical Review Letters*. 58(4) : 405-410.
- Deam,L.L.; & Overhauser,A.W.(1989)."Isotope effect at higher critical Temperature," *Physics Review*. (B7) : 7181-7184
- Frank,J.P;Jung,J; & Mohamed.,M.A.K.(2000). "Obseration of Oxygen Isotope effect in Superconducting $(Y_{1-x}Pr_x)Ba_2Cu_3O_{7-}$. " *Physics Review* . A(44) : 265-271.
- Frolich,J. (1950). *Physic Review*. 79:845
- Grosso, G.; & Parrvicini, G.P. (2000). *Solid State Physics*. Acadamic Press, London.

- Janhnke,E.and F.Emde(1945). *Tables of functions*. Dover Pubilcation,Inc NewYok.
- Ketterson, J.B.; & Song, S.N.(2002) *Superconductivity* . Cambridge : Univesity Press,
- Kishor,R.(1995). "Isotope coefficient.: some inequalities and the effect of mass dependence of carrier concentration within the Van Hove scenario in high-T_c Superconductors". *Physica C*. (235). 367:372.
- Kresin, H.;& Wolf,.V.Z.Z. (1990). *Fundamentals of Superconductor* . NewYok .
- Matthias, D.C.; & Molina, M. (1991, December). "Ratio $2 \theta / kT_c$ in Superconductivity, " *Physical Review B*. 44(22) : 12565 - 12566.
- Ketterson.;&Bukel.(1999).: 2.; citing Meissner .; & Ochsenfeld.(1933.)
Naturewissenschaften. 21 : 787
- Noflash.(2000). Superconductivity. (Online).Available:/www.Chensoc.Org/.../entries/igrant/theory noflash.html.June23,2000.
- Okoye, C.M.I. (1999, February). " Isotope Shift Exponent in Two - Band High - T_c Superconductors with Linear - Energy-Dependent Electronic Density of State.
- Reynolds.,C.A. & et al.(1950). Physiccal Review. 78:87.States," *Physica C*.313:197 - 204.
- Sharoni, A.;Felner,I.;&Millo,O.(2001)."Tunneling Spectroscopy and Magnetization Measurements of the Superconducting Properties of MgB₂," *Physical Review B*. 63(22) : 2205081-2205084.
- SubRamanyam,S.V.(1989). High Temperature Superconductors. Wiley Eastern Limited.
- Tanner,B.K. (1995). Introduction to the Physics of Electrons in Solid . UK.
- Okoye, C.M.I. (1998, February). "A Two-Band Model of the Isotope Effect of the High T_c Superconductors," *Chinese Journal of Physics*. 36(1) : 53 - 54.
- Oness, K.H.(1911). Communication-laboratory of liden : London.
- Orenstein. (2000). Pointing the way to granular Superconductivity in BSCCO.
(Online).Available:/.../Archive/MSO.Orenstein.html.2000.
- Rose. ; Rhoderick. (1969). Introductivity. UK. Springer.

Varshney, D.; Kumhar,R.P.; & Singh, R.K.(2002r)."Influence of Electron - Phonon Interaction on Transition Temperature and Isotope Effect of $\text{Be}_{0.6}\text{K}_{0.4}\text{BiO}_3$," *Journal of Superconductivity ; Incorporating Novel Magnetism*.14(5) : 623 - 630.

Warren.(1987). *Physical Review Letters*. 59(16):1860-1863.

Wicko C. (1996). "The Isotope effect in the infinity-rang hopping approximation"
Physica C.(96). : 286-290.

Umezawa,A; & etal.(1986). "Superconductivity." *Physical Review B*.38 : 2849.

Yoksan,S. (1991). Isotope effect in high $-T_c$ Superconductors. *Solid State Communication*. (78). : 286-236.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ภาคผนวก ก

การคำนวณหาสมการอุณหภูมิวิกฤต

พิจารณาสมการ (3.4)

เมื่อ
$$Z_a = 2 \sum_{n=0}^{\frac{\omega_{ac}}{2T_C} - \frac{1}{2}} \frac{1}{n + \frac{1}{2}} \dots\dots\dots(1-ก)$$

กรณีนี้ $\frac{\omega_{ac}}{2T_C} - \frac{1}{2} \rightarrow \infty$ พิจารณาสมการ (1-ก)

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\frac{\omega_{ac}}{2T_C} - \frac{1}{2}} \frac{1}{2n+1} &= 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{\frac{\omega_{ac}}{2T_C}} \\ &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{\frac{\omega_{ac}}{2T_C}} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{\frac{\omega_{ac}}{2T_C}} - \frac{1}{6} \\ &= \sum_{n=1}^{\frac{\omega_{ac}}{2T_C}} \frac{1}{n} - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\frac{\omega_{ac}}{2T_C} - \frac{1}{2}} \frac{1}{n} \\ &= \gamma + \ln \frac{\omega_{ac}}{2T_C} - \frac{1}{2} \left(\gamma + \ln \frac{\omega_{ac}}{2T_C} - \frac{1}{2} \right) \dots\dots\dots(2-ก) \end{aligned}$$

เมื่อ $\sum_{m=1}^N \frac{1}{m} = \gamma + \ln N$ เมื่อ $N \rightarrow \infty$ และ $\gamma = 0.5772156649$ (Jahnke ;& Emde.1945:235)

แทนค่าสมการ (2-ก) ลงในสมการ(1-ก)

$$Z_{ac} = 2 \left(\frac{\gamma}{2} + \ln \frac{\omega_{ac}}{2T_C} - \frac{\omega_{ac}}{2T_C} \right) \frac{1}{2}$$

$$= 2 \frac{\gamma}{2} + \frac{1}{2} \ln \frac{2\omega_{ac}}{T_C}$$

$$Z_{ac} = \ln \frac{1.13\omega_{ac}}{T_C} \dots\dots\dots(3-\text{fl})$$

จากสมการ (3.36)

$$\int_0^{\omega_{ac}} d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_c} = 2T_c \tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_c}$$

พิจารณา $\int_a^b d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_c}$

เมื่อ $\tanh x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2x}{x^2 + \pi^2 n + \frac{1}{2}}$ เนื่องจาก $\frac{d(\tanh x)}{dx} = \operatorname{sech}^2 x$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \operatorname{sech}^2 &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{x^2 + \pi^2 n + \frac{1}{2}} + \frac{2x(-1)(2x)}{x^2 + \pi^2 n + \frac{1}{2}} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{x^2 + \pi^2 n + \frac{1}{2}} - \frac{4x^2}{x^2 + \pi^2 n + \frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$\int_a^b d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_c} = \sum_{n=0}^{\infty} \int_a^b d\varepsilon_k \frac{2}{\frac{\varepsilon_k}{2T_c} + \pi^2 n + \frac{1}{2}} - \frac{4 \frac{\varepsilon_k}{2T_c}}{\frac{\varepsilon_k}{2T_c} + \pi^2 n + \frac{1}{2}}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_a^b d\varepsilon_k \frac{8T_C^2}{\varepsilon_k^2 + 2\pi T_C n + \frac{1}{2}} \frac{16\varepsilon_k^2 T_C^2}{\varepsilon_k^2 + 2\pi T_C n + \frac{1}{2}} \dots\dots\dots(1-ข)$$

พิจารณาสมการ(1-ข) เทอมที่หนึ่ง ด้านขวามือ $\int_a^b d\varepsilon_k \frac{1}{\varepsilon_k^2 + 2\pi T_C n + \frac{1}{2}}$

เมื่อกำหนดให้ $\varepsilon_k = 2\pi T_C n + \frac{1}{2} \tan \theta$ ดังนั้น $\varepsilon_k = 2\pi T_C n + \frac{1}{2} \tan \theta$ จะได้

$$\begin{aligned} \int_a^b d\varepsilon_k \frac{1}{\varepsilon_k^2 + 2\pi T_C n + \frac{1}{2}} &= \int_{\theta_a}^{\theta_b} d\theta \frac{2\pi T_C n + \frac{1}{2} \sec^2 \theta}{2\pi T_C n + \frac{1}{2} \sec^2 \theta} \\ &= \int_a^b d\theta \frac{1}{2\pi T_C n + \frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{2\pi T_C n + \frac{1}{2}} \tan^{-1} \frac{b}{2\pi T_C n + \frac{1}{2}} - \tan^{-1} \frac{a}{2\pi T_C n + \frac{1}{2}} \dots\dots\dots(2-ข) \end{aligned}$$

ในการทำงานเดียวกันพิจารณาสมการ(1-ข) เทอมที่สอง ด้านขวามือ

$$\int_a^b d\varepsilon_k \frac{\varepsilon_k^2}{\varepsilon_k^2 + 2\pi T_C n + \frac{1}{2}} \quad \text{โดยอินทิเกรตแบบแยกส่วน(By Part) จะได้ว่า}$$

$$\int_a^b d\varepsilon_k \frac{\varepsilon_k^2}{\varepsilon_k^2 + 2\pi T_C n + \frac{1}{2}} = \frac{a}{2a^2 + 2\pi T_C n + \frac{1}{2}} - \frac{b}{2b^2 + 2\pi T_C n + \frac{1}{2}}$$

$$+ \frac{1}{2\pi T_C n + \frac{1}{2}} \tan^{-1} \frac{b}{2\pi T_C n + \frac{1}{2}} - \tan^{-1} \frac{a}{2\pi T_C n + \frac{1}{2}} \dots\dots\dots(3-1)$$

จากสมการ (1-1) จะได้

$$\int_a^b d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_C} = \frac{1}{2\pi T_C} \tan^{-1} \frac{b}{2\pi T_C n + \frac{1}{2}} - \tan^{-1} \frac{a}{2\pi T_C n + \frac{1}{2}}$$

$$- \frac{a}{a^2 + 2\pi T_C n + \frac{1}{2}} + \frac{b}{b^2 + 2\pi T_C n + \frac{1}{2}}$$

$$- \frac{1}{2\pi T_C n + \frac{1}{2}} \tan^{-1} \frac{b}{2\pi T_C n + \frac{1}{2}} + \tan^{-1} \frac{a}{2\pi T_C n + \frac{1}{2}}$$

$$= 8T_C^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{b}{b^2 + 2\pi T_C n + \frac{1}{2}} - \frac{a}{a^2 + 2\pi T_C n + \frac{1}{2}} \dots\dots\dots(4-1)$$

ดังนั้น

$$\int_0^{\omega_{ac}} d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_C} = 8T_C^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\omega_{ac}}{\omega_{ac}^2 + 2\pi T_C n + \frac{1}{2}} = 2T_C \tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_C}$$

$$\int_{\omega_{ac}}^{\omega_{op}} d\varepsilon_k \operatorname{sech}^2 \frac{\varepsilon_k}{2T_c} = 8T_c^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\omega_{op}}{\omega_{op}^2 + 2\pi T_c n + \frac{1}{2}} \frac{\omega_{ac}}{\omega_{ac}^2 + 2\pi T_c n + \frac{1}{2}}$$

$$= 2T_c \tanh \frac{\omega_{op}}{2T_c} \tanh \frac{\omega_{ac}}{2T_c}$$

ประวัติของผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ – สกุล	นางศรีกมล ดอกเข็มกลาง
วันเดือนปีเกิด	12 ตุลาคม 2511
สถานที่เกิด	อ.ด่านขุนทด จ.นครราชสีมา
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	45 หมู่ 3 ต.โนนกกอก อ.เกษตรสมบูรณ์ จ.ชัยภูมิ 36120
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	อาจารย์ 1 ระดับ 5
สถานที่ทำงาน	โรงเรียนบ้านเป่าวิทยา ต. บ้านเป่า อ.เกษตรสมบูรณ์ จ.ชัยภูมิ

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2530	มัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนเมืองพญาแลวิทยา
พ.ศ. 2538	วท.บ. (สาขาวิชาฟิสิกส์) จากมหาวิทยาลัยรามคำแหง
พ.ศ. 2547	กศ.ม. (สาขาวิชาฟิสิกส์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ