

การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการ
ประยุกต์ของอนุพันธ์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้
ธันวาคม 2559

การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้
ธันวาคม 2559

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้
ธันวาคม 2559

สิทธิกร เรืองศรี. (2559). การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (วิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: อาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิรัตนะ, รองศาสตราจารย์ ดร. ธีรวัฒน์ เศวตมัลลย์.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 และ 3) เปรียบเทียบการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) โดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) มา 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 39 คน จากนักเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน โดยแต่ละห้องเรียนมีนักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ในระดับใกล้เคียงกัน ใช้เวลาในการทดลองทั้งสิ้น 22 คาบ คาบละ 45 นาที โดยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One – group Pretest – Posttest Design เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ และ 3) แบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ t – test for Dependent Sample และ t – test for One Sample

ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงหลังการจัดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้ 2) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงหลังการจัดการเรียนรู้สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 77.41 และ 3) การเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ในระดับค่อนข้างมาก

THE INQUIRY LEARNING MANAGEMENT FOCUSING ON MATHEMATICAL PROBLEM
SITUATIONS IN REAL LIFE ON DERIVATIVE AND APPLICATIONS OF THE DERIVATIVE
TO ENCOURAGE MATHAYOMSUKSA VI STUDENTS' REASONING AND VALUES IN
MATHEMATICS



Presented in partial fulfillment of the requirement for the
Master of Education Degree in Educational Science and Learning Management
at Srinakharinwirot University
December 2016

Sittikorn Ruangsri. (2016). *The Inquiry Learning Management focusing on Mathematical Problem Situations in Real Life on Derivative and Applications of the Derivative to Encourage Mathayomsuksa VI Students' Reasoning and Values in Mathematics*. Master's Thesis, M.Ed. (Educational Science and Learning Management). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Dr. Sunisa Sumirattana, Assoc. Prof. Dr. Chaweewan Sawetamalya.

The purposes of this research were 1) to compare the mathematical reasoning abilities of students' before and after learning with an Inquiry Learning Management focusing on mathematical problem situations in real life on the derivative and the application of the derivative and 2) to compare the mathematical reasoning abilities of students' after learning with on Inquiry Learning Management compare with the 70 percent criterion, and 3) to compare values in mathematics before and after learning through Inquiry Learning Management. The study was conducted during the first semester of the 2016 academic year with Mathayomsuksa VI at Srinakharinwirot University Prasarnmit Demonstration School (Secondary). An experiment group of thirty nine students was selected by cluster random sampling from three classrooms containing students with similar mathematical abilities. The duration of the experiment was twenty – two periods forty five minutes each. The One – group Pretest – Posttest Design was used for this study. The research instruments included the lesson plans for Inquiry Learning Management focusing on mathematical problem situations in real life on the derivative and the application of the derivative, the mathematical reasoning ability test, and the value in mathematics questionnaire. The data were statistically analyzed by using t – test for Dependent Sample and t – test for One Sample. The results showed that: 1) The mathematical reasoning ability of Mathayomsuksa VI students after using Inquiry Learning Management focusing on mathematical problem situations in real life on the derivative and the application of the derivative was statistically higher than before being at the .05 level of significance. 2) The mathematical reasoning ability of Mathayomsuksa VI students after using Inquiry Learning Management focusing on mathematical problem situations in real life on the derivative and the application of the derivative was statistically higher than the 70% prescribed criterion with a mean score of 77.41% at the .05 level of significance. 3) The values in mathematics after obtaining Inquiry Learning Management with a focusing on mathematical problems in real life situations on the derivative and the application of the derivative was higher than before being at a .05 level of significance

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ของ

สิทธิกร เรืองศรี

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ. 2559

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

.....ที่ปรึกษาหลัก

.....ประธาน

(อาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิรัตนะ)

(รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์)

.....ที่ปรึกษาร่วม

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์)

(อาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิรัตนะ)

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์)

.....กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดีด้วยความกรุณา และการให้คำปรึกษาในการทำวิจัยจาก อาจารย์ ดร.สุณิสา สุมิตรณะ และรองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์ดูแล เอาใจใส่และตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ในการทำวิจัย นับตั้งแต่เริ่มดำเนินการจนเสร็จเรียบร้อยสมบูรณ์ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรัชย์ มีชาญ อาจารย์ ดร.รุ่งทิภา แยมรุ่ง คณะกรรมการสอบเค้าโครงปริญญานิพนธ์ทุกท่าน และขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์ ประธานสอบปากเปล่า ที่ได้ให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมเพื่อให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา รองศาสตราจารย์ ดร.เวศฤทธิ์ อังคนะภักทขจร ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ณัฏชา กมล ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บุญญิสรา แซ่หล่อ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักชิน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชวลิต สูงใหญ่ อาจารย์ ดร. อุทัยวรรณ สายพัฒนะ และอาจารย์ ดร.สุรินทร์ บุญพัฒนามภรณ์ ที่กรุณาอุทิศเวลาในการเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ รวมทั้งแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ พร้อมทั้งให้กำลังใจ เป็นผู้ให้คำปรึกษาและช่วยเหลือผู้วิจัยตลอดมา

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ และอาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โรงเรียน สานิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ทุกท่านที่คอยเป็นกำลังใจและคอยให้คำปรึกษาทุกอย่างในระหว่างการศึกษาเก็บรวบรวมข้อมูล และขอขอบคุณนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/4 ปีการศึกษา 2559 ที่ให้ความร่วมมือในการหาคุณภาพเครื่องมือวิจัยและนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/5 ปีการศึกษา 2559 ที่ให้ความร่วมมือในการทดลองอย่างเต็มที่จนงานวิจัยนี้ลุล่วงไปด้วยดี

ผู้วิจัยขอโน้มรำลึกถึงพระคุณของบิดามารดา และพี่สาว ที่คอยให้กำลังใจ กำลังทรัพย์ และคอยให้ความห่วงใยช่วยเหลือตลอดมา

ขอขอบคุณพี่ๆ เพื่อนๆ นิสิตปริญญาโท สาขาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้ วิชาเอกวิทยาการการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทุกคนที่เป็นแรงใจให้แก่งานด้วยดีเสมอมา

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของบิดามารดา พี่สาว และครูอาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย

สิทธิกร เรืองศรี

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	6
ความสำคัญของการวิจัย.....	6
ขอบเขตของการวิจัย.....	6
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	8
สมมติฐานในการวิจัย.....	11
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	12
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ.....	13
ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ.....	13
ความมุ่งหมายของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ.....	14
ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ.....	15
บทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ.....	22
ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ.....	24
การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบในวิชาคณิตศาสตร์.....	25
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ.....	27
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง.....	29
ความหมายและความสำคัญของสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง.....	29
การนำสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงไปใช้ในห้องเรียน.....	35
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง.....	44
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	46
ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	46
ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	48

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ)	
รูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	50
แนวทางการพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์.....	52
การประเมินความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	55
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	62
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์.....	66
ความหมายของการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์.....	66
ปัจจัยที่เกี่ยวข้องในการพัฒนาการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์.....	67
การประเมินการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์.....	71
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์.....	74
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	77
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	77
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	78
การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	78
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	85
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	86
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	87
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	92
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	93
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	94
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	94
การเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์.....	96

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	99
สรุปผลการวิจัย.....	100
อภิปรายผลการวิจัย.....	100
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	100
การเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์.....	104
ข้อเสนอแนะ.....	106
บรรณานุกรม.....	108
ภาคผนวก.....	116
ภาคผนวก ก รายงานผู้เชี่ยวชาญ.....	117
ภาคผนวก ข เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	120
ภาคผนวก ค คะแนนและผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	222
ภาคผนวก ง ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	253
ภาคผนวก จ ตัวอย่างผลงานนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจากแบบทดสอบวัด	
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้.....	269
ภาคผนวก ฉ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและระดับการเห็นคุณค่า	
ในวิชาคณิตศาสตร์.....	281
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	286

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 เปรียบเทียบ การสืบสอบและกระบวนการที่นำไปสู่ความสำเร็จ.....	17
2 เทคนิคการตั้งปัญหาหรือการสร้างคำถาม.....	37
3 ตัวอย่างแบบสังเกตพฤติกรรมเพื่อศึกษาการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง.....	72
4 ตัวอย่างแบบวัดคุณค่าของคณิตศาสตร์โครงการ TIMSS 2011.....	73
5 ตัวอย่างแบบวัดความตระหนักในคุณค่าหรือประโยชน์ของคณิตศาสตร์.....	74
6 ตัวอย่างแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์.....	84
7 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้น สถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของ อนุพันธ์.....	94
8 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้น สถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของ อนุพันธ์ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	95
9 ผลการเปรียบเทียบการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้น สถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง.....	96
10 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและระดับการเห็นคุณค่าในวิชา คณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่ เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง.....	97
11 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อน (X_1) และหลัง (X_2) ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบ สอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการ ประยุกต์ของอนุพันธ์.....	223

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง		หน้า
12	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้านการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อน (X_1) และหลัง (X_2) ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหา คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์.....	226
13	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้านการสร้างข้อสรุปหรือ ข้อความคาดการณ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อน (X_1) และหลัง (X_2) ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหา คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์.....	229
14	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้านการตรวจสอบ ข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อน (X_1) และหลัง (X_2) ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหา คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์.....	232
15	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (X) ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์.....	235
16	คะแนนการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อน (X_1) และหลัง (X_2) ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง.....	238
17	คะแนนการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ในชีวิตประจำวัน ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อน (X_1) และหลัง (X_2) ได้รับการจัดการ เรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง.....	241
18	คะแนนการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ ด้านการศึกษาในระดับที่สูงขึ้นหรือใช้ ในศาสตร์อื่นๆ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อน (X_1) และหลัง (X_2) ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ใน ชีวิตจริง.....	244

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง		หน้า
19	คะแนนการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ ด้านการประกอบอาชีพ ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อน (X_1) และหลัง (X_2) ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบ สืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง.....	247
20	คะแนนการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ ด้านการพัฒนาวิทยาศาสตร์และ เทคโนโลยี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อน (X_1) และหลัง (X_2) ได้รับ การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ใน ชีวิตจริง.....	250
21	วิเคราะห์ข้อสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ และการประยุกต์ของอนุพันธ์.....	254
22	ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	256
23	ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์.....	258
24	ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์.....	259
25	ค่าอำนาจจำแนก (t) ของแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์.....	260
26	ค่า $\sum x$, ค่า $\sum x^2$ ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ทั้งฉบับ เพื่อใช้ในการหาค่า σ^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหา ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์.....	261
27	ค่า $\sum x_i$, ค่า $\sum x_i^2$ และค่า σ_i^2 เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	262

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง		หน้า
28	ค่า $\sum x$, ค่า $\sum x^2$ ของแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ทั้งฉบับ เพื่อใช้ในการหาค่า σ^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์.....	265
29	ค่า $\sum x_i$, ค่า $\sum x_i^2$ และค่า σ_i^2 เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์.....	266
30	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและระดับการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์.....	282



บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 วัฏจักรโดยภาพรวมของการสืบสอบของโคลลินสัน และคุก.....	18
2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบของ วีรยุทธ วิเชียรโชติ.....	22
3 รูปแบบของกระบวนการสืบสอบทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของวูเบิลส์ กอร์ ธเคน และโบรกแมน.....	26
4 ลำดับขั้นการคิดตามแนวคิดของครูลิคและรุดนิก.....	46
5 การเขียนแสดงการให้เหตุผลด้านการวิเคราะห์ข้อมูลที่บกพร่องบางประการ.....	270
6 การแสดงให้เหตุผลด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาอธิบายโดยการวาด ภาพ.....	271
7 การเขียนแสดงการให้เหตุผลด้านการวิเคราะห์ปัญหาขาดความครบถ้วน ตีความโจทย์บกพร่อง.....	272
8 การเขียนแสดงการให้เหตุผลด้านการวิเคราะห์ปัญหาได้อย่างสมบูรณ์.....	273
9 การเขียนแสดงการให้เหตุผลด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์โดย การอธิบายได้สมบูรณ์.....	273
10 การเขียนแสดงเหตุผลได้อย่างถูกต้องแต่ขาดความรอบคอบในการตรวจสอบ เงื่อนไขที่โจทย์กำหนด.....	274
11 การเขียนแสดงวิธีการให้เหตุผลด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ โดยวาดภาพประกอบได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์.....	275
12 การเขียนแสดงการให้เหตุผลด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ อย่างสมบูรณ์.....	276
13 การเขียนแสดงการสร้างข้อความคาดการณ์ของนักเรียนได้อย่างหลากหลาย....	277
14 การเขียนแสดงการให้เหตุผลด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ ได้อย่างสมบูรณ์.....	278

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
15 การเขียนแสดงการให้เหตุผลด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความ คาดการณ์โดยเขียนแจกแจงรายละเอียด.....	279
16 การเขียนแสดงการให้เหตุผลด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความ คาดการณ์โดยวาดภาพประกอบ.....	279
17 การเขียนแสดงการให้เหตุผลด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความ คาดการณ์มีความบกพร่องบางประการ.....	280



บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ นักเรียนมีคำถามเสมอว่า เรียนคณิตศาสตร์ไปทำไม หรือทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์ เรียนแล้วเอาไปทำอะไร การที่นักเรียนมีคำถามเหล่านี้แสดงว่านักเรียนยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับบทบาทของคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง นักเรียนมองไม่เห็นว่าการเรียนคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการดำเนินชีวิตอย่างไร และสามารถนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในการสร้างสรรค์งานต่างๆ ได้อย่างไร (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท). 2555ข: 1) แท้จริงแล้วคณิตศาสตร์มีประโยชน์นานัปการ ดังที่ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กล่าวไว้ว่าคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้เกิดการค้นคว้า วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551ก: 1)

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม ฉบับที่ 2 พ.ศ. 2545 ได้เห็นถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ จากการเน้นให้ผู้เรียนมีความรู้และทักษะด้านคณิตศาสตร์ไว้ในมาตรา 23 วรรค 4 และได้กำหนดจุดเน้นของกระบวนการจัดการเรียนรู้ไว้ในมาตรา 24 วรรค 2 ว่าให้สถานศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องจัดกระบวนการเรียนรู้โดย ฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหา (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2545: 13-14) การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีคุณภาพนั้นจะต้องมีความสมดุลระหว่างสาระด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรมจริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ ได้แก่ การทำงานอย่างมีระบบ มีระเบียบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวินัย มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551ก: 3)

แต่การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในปัจจุบันยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควรและควรปรับปรุงอย่างเร่งด่วน นักเรียนส่วนใหญ่มีผลการทดสอบในรายวิชาคณิตศาสตร์ค่อนข้างต่ำทั้งในการประเมินระดับชาติและนานาชาติ เช่น รายงานผลการประเมินของสถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตั้งแต่ปี พ.ศ.2549

จนถึงปี พ.ศ.2558 ซึ่งมีผลคะแนนเฉลี่ยน้อยกว่าร้อยละ 50 ในทุกๆ ปี (สำนักทดสอบทางการศึกษา แห่งชาติ. 2558: 3) สอดคล้องกับผลการประเมินโครงการ PISA 2012 (Programme for International Student Assessment) ซึ่งประเมินผลเกี่ยวกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนอายุ 15 ปี ร่วมกับ นานาชาติ พบว่านักเรียนไทยมีผลคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์อยู่ที่ 427 คะแนน ในขณะที่ค่าเฉลี่ย วิชาคณิตศาสตร์ของนานาชาติอยู่ที่ 494 คะแนน (โครงการ PISA ประเทศไทย. 2557:42 - 43) นอกจากนี้ผลจากการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของโครงการ TIMSS 2011 (The Trends in International Mathematics and Science Study 2011) ซึ่งทำการประเมินนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ร่วมกับนานาชาติ ผลการประเมินพบว่า นักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 4 ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ย 458 คะแนน และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้คะแนน วิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ย 427 คะแนน ซึ่งเมื่อเทียบกับเกณฑ์ของโครงการ TIMSS 2011 พบว่า นักเรียน ไทยได้คะแนนในช่วง 401 – 475 คะแนน ซึ่งแปลผลความสามารถของนักเรียนอยู่ในระดับ 1 หรือระดับ ต่ำ (โครงการ TIMSS ประเทศไทย. 2557: 9 -11)

จากสภาพปัญหาดังกล่าว สะท้อนให้เห็นถึงความล้มเหลวของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในประเทศไทย ซึ่งอาจเกิดจากหลายปัจจัยทั้งจากความสามารถ ความตั้งใจและความชอบส่วนตัว ของนักเรียนเอง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครู หรือลักษณะเฉพาะของรายวิชาที่มีความเป็น นามธรรมสูง (จินดิษฐ์ ละออบปักสิน. 2558ข: 2) จากการศึกษาพบว่า การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่ผ่านมามุ่งให้นักเรียนจดจำสูตร กฎ ทฤษฎีบท ทำตามตัวอย่าง วิธีการหาคำตอบหรือวิธีพิสูจน์ โดย ไม่สนใจที่จะให้นักเรียนมีความเข้าใจถึงเหตุผลที่แท้จริงว่า ทำไมต้องเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เหล่านั้น และคณิตศาสตร์ที่เรียนไปสามารถใช้อธิบายสิ่งต่างๆ รอบตัวได้อย่างไร (สสวท. 2555ข: 7) ซึ่งแนวคิด เช่นนี้จะทำให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์ไม่ใช่สิ่งที่อยู่ในสถานการณ์จริงและไม่สามารถนำไปใช้ใน สถานการณ์ที่แตกต่างกันได้ นักเรียนจะนำคณิตศาสตร์ไปใช้ได้เพียงสถานการณ์เหมือนสิ่งที่เรียน ใช้ได้ไม่กว้างขวาง สิ่งสำคัญคือนักเรียนจะจำได้ไม่นาน และไม่มีความรู้วิธีการที่จะให้นักเรียนนึกถึงสิ่งที่เรียน มาแล้วเพื่อนำกลับมาใช้ในการเรียนต่อไปได้ (สสวท. 2547: 1)

ในส่วนของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดให้ทักษะและ กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสาระหนึ่งในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งเมื่อจบการศึกษาขั้น พื้นฐานแล้วผู้เรียนจะต้องเกิด 5 ทักษะ คือ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551ก: 2) ทักษะทางด้าน “การให้เหตุผล” เป็น หนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนทุกคนต้องฝึกฝนและพัฒนาให้เกิดขึ้น เพราะ การให้เหตุผลเป็นกระบวนการที่สำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความ

เข้าใจ มีการใช้เหตุผลในการพิสูจน์ การให้เหตุผลเป็นการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักคิด คิดอย่างมีเหตุผล และ การคิดอย่างมีเหตุผลนี้เองจะเป็นเครื่องมือสำคัญในการเรียนรู้ตลอดชีวิตของผู้เรียน (สสวท. 2547: 1) ซึ่งสอดคล้องกับ สมาคมคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 2000: 56) ซึ่งเป็นองค์กรสำคัญที่มีบทบาทอย่างมากต่อการจัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนในสหรัฐอเมริกาและทั่วโลกได้กำหนดให้ การให้เหตุผลเป็นมาตรฐานหนึ่ง ในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ และกล่าวว่า การให้เหตุผลจะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิด การแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง

นอกจากนี้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะต้องคำนึงถึงความสมดุลทั้งด้านความรู้ ด้าน ทักษะและกระบวนการ ควบคู่ไปกับด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยมที่พึงประสงค์ พร้อมทั้งตระหนัก ในคุณค่าและการมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551ก: 3) เจตคติที่ดีของครู มักส่งผลให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย ทั้งนี้เพราะการจัดการเรียนรู้ของครู มีความสำคัญต่อนักเรียนทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ เกิดแรงจูงใจให้อยากเรียนอยาก ค้นพบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ (สสวท. 2555ก: 20) การเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงเป็นเจตคติด้านบวกของนักเรียนโดยที่นักเรียนมีความมั่นใจ ในการเรียนและการใช้ความรู้คณิตศาสตร์ นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในการนำไปใช้และการ ทำงานในอนาคต มีความซาบซึ้งถึงคุณค่าของบทบาทของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง นักเรียน มีความพยายามในการเรียนคณิตศาสตร์ไม่ว่าจะเป็นการแก้โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อน มีความสนใจ มีความ พยายามและต้องการที่จะประดิษฐ์คิดค้นทางด้านคณิตศาสตร์ มีความยืดหยุ่นในการสำรวจแนวคิด เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ มีความสนุกสนานในขณะที่เรียนคณิตศาสตร์ (บุญญิสรา แซ่หล่อ. 2550: 32) สอดคล้องกับสมาคมนานาชาติเพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (The International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). 2012: 329) ได้กล่าวถึงพฤติกรรมการเห็น คุณค่าในคณิตศาสตร์ของนักเรียนว่า เป็นการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน นำคณิตศาสตร์ไป ใช้ในการเรียนวิชาอื่นๆ การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้ดีเพื่อที่จะเข้ามหาวิทยาลัยได้ตามที่ต้องการ เพื่อที่จะได้ทำงานตามที่ต้องการ การชอบทำงานที่ได้ใช้วิชาคณิตศาสตร์ การคิดว่าการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ให้ดีเป็นเรื่องสำคัญ พฤติกรรมเหล่านี้แสดงให้เห็นถึงการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์

ในการใช้ชีวิตประจำวันกิจกรรมที่เราทำอยู่ประจำก็คือ การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง เช่น ปัญหาการเดินทาง ปัญหาการเรียน ปัญหาการทำงาน เป็นต้น ในบรรดาปัญหาเหล่านี้มีทั้งปัญหาที่เรา สามารถแก้ได้ง่ายโดยใช้เพียงความรู้หรือประสบการณ์เดิมๆ และปัญหาที่มีความยุ่งยากซับซ้อนมาก จนเราไม่สามารถแก้ปัญหานั้นได้ในทันที ต้องอาศัยความรู้ ทักษะและกระบวนการ และเทคนิควิธี หลายอย่างในการแก้ปัญหา ซึ่งถ้าเรามีความรู้เพียงพอ เข้าใจขั้นตอนและกระบวนการในการแก้ปัญหา

มีเทคนิคและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม เราก็จะสามารถแก้ปัญหานั้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สสวท. 2550: 6) สถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง คือ สถานการณ์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่มีความสัมพันธ์กับกิจกรรมของมนุษย์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที สอดคล้องกับโครงการ PISA ประเทศไทย ที่ได้กล่าวถึงสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงในทำนองว่า เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ไม่ได้จัดมาเป็นหมวดหมู่หรือแยกเนื้อหาสาระ ไม่สามารถใช้ความรู้จากเนื้อหาสาระเดียวมาแก้สถานการณ์ปัญหาได้ ต้องใช้พื้นฐาน ความรู้ที่กว้างขวาง ครอบคลุมหลายด้านกว่าที่ใช้อยู่ในห้องเรียน (โครงการ PISA ประเทศไทย สสวท. 2557: 4-11)

จากปัญหาที่เกิดขึ้นและความจำเป็นของการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งให้ผู้เรียนมีความสมดุลในด้านต่างๆ ดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยมีความเห็นว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นการจัดการจัดการเรียนรู้ที่สามารถแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นได้ เนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นทั้งยุทธวิธีการจัดการเรียนรู้และแนวทางแห่งการค้นพบวิธีการทำงานของโลก กระบวนการสืบสอบของรูปแบบการสืบสอบค่อนข้างจะเป็นแนววิทยาศาสตร์และเป็นสิ่งใกล้เคียง แต่ในความเป็นจริงแล้วกลับมีความสำคัญอย่างมากในการใช้ชีวิตประจำวัน เช่น การตรวจสอบข้อเท็จจริงของการเกิดโรคและเรื่องที่เกี่ยวข้องกับสุขภาพอื่นๆ พร้อมทั้งข้อสรุปที่ชี้ให้เห็นว่าการสูบบุหรี่ การรับประทานอาหารที่มีคอเลสเตอรอลสูงและการขาดการออกกำลังกายเป็นอันตรายต่อสุขภาพ ผลลัพธ์ทั้งหมดของกระบวนการสืบสอบล้วนมาจากการตั้งคำถาม การสืบสอบจากสถานการณ์ปัญหาเป็นหนึ่งในวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด คือช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูงในการพัฒนาตนเอง รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบถูกออกแบบมาเพื่อให้ให้นักเรียนมีกระบวนการคิดอย่างเป็นระบบ รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ มีความคล้ายกับรูปแบบการแก้ปัญหา แต่รูปแบบการสืบสอบจะมุ่งเน้นไปที่ความสัมพันธ์เชิงสาเหตุเกี่ยวกับสถานการณ์ในโลกของความจริง มากกว่าเน้นปัญหาเกี่ยวกับบริบทเฉพาะเรื่อง (Eggen. & Kuachak. 2001: 242)

การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบทางคณิตศาสตร์มีจุดมุ่งหมายเพื่อมุ่งเน้นการเรียนรู้ในการคิดและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญสำหรับนักเรียนที่จะวิเคราะห์อธิบายและยืนยันความคิดทางคณิตศาสตร์ของพวกเขา ขณะที่พวกเขาแก้ปัญหา การสืบสอบในทางคณิตศาสตร์นักเรียนใช้คณิตศาสตร์เพื่อยืนยันปรับสมมุติฐาน และสืบสอบโดยตรง การสืบสอบในวิชาคณิตศาสตร์ได้รับการยอมรับมากขึ้นว่ามีศักยภาพในการพัฒนานักเรียนให้มีความเข้าใจเชิงลึก ความยืดหยุ่นและความสามารถในการรับมือกับความไม่แน่นอนและความล้มเหลว สิ่งที่น่าสนใจและมีส่วนร่วมในวิชาคณิตศาสตร์ การพึ่งพาตนเองและความคิดสร้างสรรค์ในการแก้ปัญหาและความสามารถในการ

ถ่ายทอดคณิตศาสตร์ที่พวกเขาเรียนรู้สู่ปัญหาที่มีความซับซ้อนและปัญหาในสถานการณ์จริง (Fielding – Wells; Dole; & Makar. 2014: 49)

เนื่องจากการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นวิธีการที่ช่วยพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูงเน้นให้ผู้เรียนมีกระบวนการคิดอย่างเป็นระบบ คิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล ในการจัดการเรียนรู้เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์จากประสบการณ์สอน พบว่าเมื่อนักเรียนพบโจทย์ปัญหามักจะมีปัญหาในเรื่องทักษะการอ่านทำความเข้าใจโจทย์ การวิเคราะห์โจทย์ รวมถึงการหากลยุทธ์มาใช้ในการแก้ปัญหา การจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนมีทักษะและกระบวนการแก้ปัญหา ครูจะต้องให้โอกาสนักเรียนได้ฝึกคิดด้วยตนเองให้มาก โดยจัดสถานการณ์หรือปัญหาหรือเกมที่น่าสนใจ ทำท่ายให้อยากคิด โดยอาจจะเริ่มด้วยปัญหาที่เหมาะสมกับศักยภาพของนักเรียนแต่ละคนหรือแต่ละกลุ่ม ต่อจากนั้นจึงค่อยเพิ่มความยากและซับซ้อนให้นักเรียนได้ฝึกคิดด้วย ผู้วิจัยจึงสนใจการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบตามแนวคิด 5D ของ ฟิลดิง เวลล์ โดลส์ และมาคาร์ (Fielding – Wells; Dole; & Makar. 2014: 52) ซึ่งได้นำเสนอขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบทางคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน คือ 1. ค้นพบ (Discover) 2. คิดค้น (Devise) 3. พัฒนา (Develop) 4. แสดงเหตุผลและยืนยันแนวคิด (Defend) และ 5. ขยายความรู้ (Diverge) ที่เน้นสถานการณ์คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง ซึ่งเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เกิดความสามารถในการให้เหตุผลและค้นหาคำตอบด้วยตนเอง ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย เพื่อยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล

ดังนั้นเพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและเพื่อให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงสนใจจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยวิธีสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ของครูผู้สอนคณิตศาสตร์ที่จะนำไปประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพต่อไป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70
3. เพื่อเปรียบเทียบการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์

ความสำคัญของการวิจัย

ผลการวิจัยครั้งนี้จะเป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในการพัฒนาและปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น สามารถนำไปใช้ในการพิจารณาเลือกวิธีการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสม อันส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้น นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาที่มีความสามารถในการให้เหตุผลและเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้สนใจสามารถนำแนวคิดดังกล่าวไปพัฒนาการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาเรื่องอื่น ๆ ต่อไป

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 3 ห้องเรียน ประกอบด้วย นักเรียนวิชาเอกวิทยาศาสตร์ จำนวน 2 ห้องเรียน และนักเรียนวิชาเอกคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียนทั้งหมด 120 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 1 ห้องเรียน จากวิชาเอกวิทยาศาสตร์ จำนวนนักเรียน 39 คน โดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยมีห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) เนื่องจากประชากรทั้ง 3 ห้องเรียน มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ในระดับเดียวกัน

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ คือ การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง

2. ตัวแปรตาม คือ

2.1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.2 การเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ของหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) พุทธศักราช 2551 รายละเอียดดังต่อไปนี้

1. อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย	2	คาบ
2. อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้นิยามของอนุพันธ์	2	คาบ
3. อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตร	2	คาบ
4. อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้กฎลูกโซ่และอนุพันธ์อันดับสูง	2	คาบ
5. อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย	2	คาบ
6. การหาค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ ค่าสูงสุดสัมบูรณ์ และค่าวิกฤติของฟังก์ชัน	2	คาบ
7. การใช้อนุพันธ์ตรวจสอบฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด	2	คาบ
8. ความเว้าและจุดเปลี่ยนเว้า	2	คาบ
9. การประยุกต์ค่าสูงสุดและต่ำสุดของฟังก์ชัน	2	คาบ

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ คือภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 ใช้เวลาในการดำเนินการจัดการเรียนรู้ 18 คาบ คาบละ 45 นาที ทดสอบก่อนการจัดการเรียนรู้ (Pre – test) 2 คาบ 90 นาที และทดสอบหลังการจัดการเรียนรู้ (Post – test) 2 คาบ 90 นาที รวมใช้เวลาในการทดลองทั้งสิ้น 22 คาบ

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ หมายถึง การดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดคำถาม เกิดความคิด และลงมือสืบสอบหาความรู้เพื่อนำมาประมวลหาคำตอบหรือข้อสรุปด้วยตนเอง โดยที่ผู้สอนช่วยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ด้านต่างๆ ให้แก่ผู้เรียน ตามแนวคิดของ ฟิลดิง เวลล์ โดลส์ และมาคาร์ (Fielding – Wells; & Dole; & Makar. 2014: 52) ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ค้นพบ (Discover)

“เร้าความสนใจ” เพื่อดึงดูดนักเรียนให้จดจ่อในบริบทและวัตถุประสงค์ของการสืบสอบ จากนั้นพัฒนาหรือทำความเข้าใจโดยใช้คำถามและเชื่อมโยงเข้ากับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมี

2. คิดค้น (Devise)

ใช้คำถามสืบสอบทางคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาแผนสำหรับการแก้สถานการณ์ปัญหา นักเรียนอาจจะวาดภาพหรือสร้างข้อความคาดการณ์ การวางแผนของการสืบสอบจะมุ่งเน้นการพัฒนาความรู้คณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับการสืบสอบเพื่อแก้ปัญหา

3. พัฒนา (Develop)

ดำเนินการและแก้ไขแผน เพื่อวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปได้มากขึ้นและเป็นรูปแบบการนำเสนอข้อมูลทางคณิตศาสตร์ ความคิดที่นักเรียนนำมาใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาจะทำให้เกิดความท้าทายในการประเมินผลงานและการแสดงผลที่จำเป็นในการสนับสนุนข้อสรุปที่เกิดขึ้นใหม่

4. แสดงเหตุผลและยืนยันแนวคิด (Defend)

รายงานผลการค้นพบ โดยพิจารณาวิธีการเลือกยุทธวิธี การสร้างคำถามใหม่ การสะท้อนให้เห็นถึงการเรียนรู้ การถ่ายโอนความเข้าใจกับบริบทใหม่

5. ขยายความรู้ (Diverge)

เชื่อมต่อไปยังขอบเขตอื่น ๆ ของการเรียนรู้ การติดตามคำถามที่เกิดการถ้อย โอนการเรียนรู้ปัญหาใหม่

2. สถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง คือ สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมในชีวิตจริงของมนุษย์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา

3. การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง หมายถึง การดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยผู้สอนนำสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงมาให้ผู้เรียนเกิดคำถาม เกิดความคิดและสืบสอบหาความรู้เพื่อนำมาประมวลหาคำตอบหรือข้อสรุปด้วยตนเอง โดยมีผู้สอนคอยกระตุ้นและช่วยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ของผู้เรียน มีขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ค้นพบ (Discover)

เป็นขั้นตอนของการกำหนดสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงกับหัวข้อเรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

2. คิดค้น (Devise)

เป็นขั้นตอนของการวางแผนแก้ปัญหาด้วยตนเองเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยเน้นให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลและวางแผนการแก้ปัญหา เช่น สิ่งที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ถามสัมพันธ์กันอย่างไร คณิตศาสตร์เรื่องใดบ้างจำเป็นต่อการแก้ปัญหาโดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและคอยกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนเกิดแนวคิดในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

3. พัฒนา (Develop)

เป็นขั้นตอนที่นักเรียนลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ หรือปรับปรุงแผนวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปลึกมากขึ้นและเขียนเป็นระเบียบแบบแผนทางคณิตศาสตร์

4. แสดงเหตุผลและยืนยันแนวคิด (Defend)

เป็นขั้นตอนของการยืนยันแนวคิดของตนเอง โดยให้นักเรียนนำเสนอและอธิบายวิธีการแก้ปัญหาพร้อมทั้งระบุเหตุผลที่เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหา มุ่งเน้นให้นักเรียนนำเสนอแนวคิดวิธีการแก้ปัญหาและแสดงเหตุผลเพื่อยืนยันแนวคิดของตนเอง และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความถูกต้อง ประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย และการตีความจากสถานการณ์ปัญหา

5. ขยายความรู้ (Diverge)

เป็นขั้นตอนของการตรวจสอบกระบวนการสืบสอบของนักเรียน โดยครูให้สถานการณ์ปัญหาหรือแบบฝึกหัดเพื่อให้นักเรียนทุกคนแก้สถานการณ์ปัญหาใหม่ที่คล้ายคลึงกับสถานการณ์ที่ได้สืบสอบมาแล้ว และให้นักเรียนประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ มาสร้างเป็นสถานการณ์ใหม่ เพื่อนำหลักการที่ค้นพบไปประยุกต์ใช้ได้กับเนื้อหาอื่นๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการแสดงกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่แสดงออกโดยการอธิบาย การเขียน หรือแสดงหลักฐาน เพื่อใช้ในการอ้างอิงหรือยืนยันแนวคิดได้อย่างสมเหตุสมผล โดยพิจารณาถึงการแสดงออกเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ใน 3 ด้าน คือ การวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา การสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดเดา และการประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ วัดจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 6 สถานการณ์ 21 ข้อย่อย แต่ละข้อย่อยมีเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีด 4 ระดับ ดังนี้ 0: ต้องปรับปรุง 1: พอใช้ 2: ดี 3: ดีมาก เกณฑ์การตัดสินคือ ถ้านักเรียนสอบผ่านเกณฑ์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 70 แสดงว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

5. การเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง การมองเห็นความสำคัญหรือประโยชน์ของคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 4 ด้าน ได้แก่ ด้านการใช้ในชีวิตประจำวัน ด้านการใช้ในการศึกษาระดับที่สูงขึ้นหรือใช้ในศาสตร์อื่นๆ ด้านการใช้ในการประกอบอาชีพ และด้านการใช้ในการพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี วัดด้วยแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 28 ข้อ มีมาตราจัดอันดับการวัดความคิดเห็นหรือความรู้สึกแบ่งเป็น 4 ระดับ ดังนี้ 3: เห็นด้วยอย่างยิ่ง 2: เห็นด้วย 1: ไม่เห็นด้วย 0: ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

เกณฑ์การตัดสิน

คะแนนเฉลี่ย 2.51 – 3.00	หมายถึง นักเรียนเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ระดับมาก
คะแนนเฉลี่ย 1.51 – 2.50	หมายถึง นักเรียนเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ระดับค่อนข้างมาก
คะแนนเฉลี่ย 0.51 – 1.50	หมายถึง นักเรียนเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ระดับค่อนข้างน้อย
คะแนนเฉลี่ย 0.00 – 0.50	หมายถึง นักเรียนเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ระดับน้อย

สมมติฐานในการวิจัย

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70
3. การเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้



บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ

- 1.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ
- 1.2 ความมุ่งหมายของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ
- 1.3 ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ
- 1.4 บทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ
- 1.5 ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ
- 1.6 การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบในวิชาคณิตศาสตร์
- 1.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง

- 2.1 ความหมายและความสำคัญของสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง
- 2.2 การนำสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงไปใช้ในห้องเรียน
- 2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

- 3.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 3.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 3.3 รูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 3.4 แนวทางการพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 3.5 การประเมินความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

- 4.1 ความหมายของการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์
- 4.2 ปัจจัยที่เกี่ยวข้องในการพัฒนาการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์
- 4.3 การประเมินการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์
- 4.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ

การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ เริ่มครั้งแรกที่มลรัฐอิลลินอยส์ ประเทศสหรัฐอเมริกา ในปี ค.ศ.1957 อันเป็นระยะที่สหรัฐอเมริกากำลังตื่นตัว เนื่องจากรัสเซียมีความก้าวหน้าถึงขั้นส่งจรวดขึ้นสู่อวกาศได้สำเร็จ จึงได้มีการปรับปรุงวิชาการด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์กันอย่างกว้างขวาง และได้มีผู้ทดลองวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ เพื่อให้ฝึกให้นักเรียนเป็นผู้สร้างองค์ความรู้ในปี พ.ศ.2513 วีรยุทธ วิเชียรโชติ ได้ตั้งโครงการวิจัยการเรียนการสอนแบบสืบสอบขึ้นในประเทศไทยโดยได้รับทุนมูลนิธิเอเชีย วิธีการสอนได้ดัดแปลงมาจากการสอนแบบสืบสอบของซัคแมน (Suchman) เพื่อให้เหมาะสมกับเด็กไทย ปี พ.ศ.2515 รัฐบาลไทยได้จัดตั้งสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีขึ้นเพื่อส่งเสริมและพัฒนาหลักสูตร โดยเฉพาะวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ซึ่งนำวิธีการสอนแบบสืบสอบมาใช้จึงทำให้การสอนแบบนี้เป็นที่รู้จักและกล่าวถึงกันอย่างกว้างขวาง (สุระ สนั่นเสียง 2536: 38)

1.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ

การสืบสอบ (Inquiry) มีนักการศึกษาไทยเรียกชื่อแตกต่างกันออกไป เช่น การสืบสวน สอบสวน การสืบเสาะแสวงหาความรู้ การสืบค้น สำหรับงานวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยใช้คำว่า “การสืบสอบ” การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบมีผู้ให้ความหมายไว้ดังนี้

กุ๊ต (พิริยพงศ์ เตชะศิริยีนง 2552: 9; อ้างอิงจาก Good. 1973: 303) ว่า ได้ให้คำจำกัดความของการสอนแบบสืบสอบ มีลักษณะเป็นแบบเดียวกับการสอนโดยวิธีการแก้ปัญหา (Problem - Solving Approach) โดยระบุลักษณะสำคัญดังนี้

1. เป็นการเรียนจากกิจกรรมที่จัดขึ้น
2. นักเรียนใช้วิธีการทางวิทยาศาสตร์ในการทำกิจกรรมนี้

ควีน (Queen 2009: 152) ได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบไว้ว่าเป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยใช้คำถามและการพัฒนาสมมติฐานเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อน เพื่อพัฒนาให้นักเรียนเกิดกระบวนการทางวิทยาศาสตร์

พิมพันธ์ เตชะคุปต์ (2544: 56) ให้ความหมายว่าการจัดการเรียนการสอนแบบสืบสอบ หมายถึง การจัดการเรียนรู้โดยวิธีให้นักเรียนเป็นผู้ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง หรือสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวก เพื่อให้นักเรียนบรรลุเป้าหมาย วิธีสืบสอบจะเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญของการเรียน

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545: 136) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ คือ กระบวนการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักศึกษา

ค้นคว้าหาความรู้โดยผู้สอนตั้งคำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้กระบวนการทางความคิด หาเหตุผลจนค้นพบความรู้หรือแนวทางในการแก้ไขปัญหาที่ถูกต้องด้วยตนเอง สรุปเป็นหลักการ กฎเกณฑ์หรือวิธีการในการแก้ปัญหาและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ประโยชน์ในการควบคุม ปรับปรุง เปลี่ยนแปลง หรือสร้างสรรค์สิ่งแวดลอมในสภาพการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง

ทิสนา แคมมณี (2551: 141) กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนโดยเน้นกระบวนการสืบสวนสอบสวน (Inquiry Instruction) หมายถึง การดำเนินการเรียนการสอนโดยผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดคำถาม เกิดความคิด และลงมือแสวงหาความรู้เพื่อนำมาประมวลหาคำตอบหรือข้อสรุปด้วยตนเอง โดยที่ผู้สอนช่วยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ในด้านต่างๆ ให้แก่ผู้เรียน เช่น ในด้านการสืบค้นหาแหล่งความรู้ การศึกษาข้อมูล การวิเคราะห์ การสรุปข้อมูล การอภิปรายโต้แย้งทางวิชาการและการทำงานร่วมกับผู้อื่น เป็นต้น

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2554: 93-98) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ เป็นกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ในการค้นหาคำตอบผ่านการสำรวจตรวจสอบ โดยให้ผู้เรียนแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ผ่านกิจกรรมที่มีความผสมผสานระหว่างการสังเกต การใช้คำถาม การค้นคว้าหาข้อมูลเพื่อช่วยสนับสนุนการทดลองให้มีประสิทธิภาพ และหลักฐาน การใช้เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล แปลผล ตอบคำถาม อธิบายและทำนาย ตลอดจนการนำเสนอข้อมูล

ราชบัณฑิตยสถาน (2555: 287) กล่าวว่า กระบวนการสืบสอบเป็นรูปแบบหนึ่งของการสอนที่มุ่งพัฒนาทักษะและความสามารถในการสืบสอบหาความรู้หรือคำตอบที่ต้องการโดยการใช้องานการแก้ปัญหากระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจผู้รู้ดำเนินการแสวงหาข้อมูลทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้และสรุปหาคำตอบ

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นกระบวนการของการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญให้ผู้เรียนเป็นผู้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยมีครูผู้สอนใช้คำถามกระตุ้นเพื่อพัฒนาการคิดของนักเรียน

1.2 ความมุ่งหมายของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ

นักการศึกษาได้ท่านได้กล่าวถึงความมุ่งหมายของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ ไว้ดังนี้

เบลล์ (ปริยพงศ์ เดชะศิริยืนยง 2552: 11; อ้างอิงจาก Bell.1978: 342) ได้กล่าวว่า การสอนแบบสืบสอบทางคณิตศาสตร์มีจุดประสงค์ทั่วไป เพื่อให้ผู้เรียน

1. พัฒนาทักษะทางสมองในการค้นหาและพัฒนากระบวนการแสวงหาความรู้
2. เรียนหลักการต่างๆ ทางตรรกศาสตร์
3. เข้าใจเหตุและผลที่สัมพันธ์กัน

4. เรียนวิธีการถามหรือสืบสวนอย่างเป็นอิสระ
5. ค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต่างๆ ซึ่งนำไปสู่แนวโน้มทั่วไปทางคณิตศาสตร์
6. ให้คุณค่าแก่กลวิธีการสืบสอบ เสมือนเป็นวิธีที่นำไปสู่การค้นพบและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7. เข้าใจวิธีต่างๆ ของการพิสูจน์และการดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
8. ได้รับความเข้าใจยิ่งขึ้นเกี่ยวกับพื้นฐานทางคณิตศาสตร์และธรรมชาติของการ

เรียน

9. ค้นพบวิธีและหลักการทางคณิตศาสตร์
10. ได้วิธีทางคณิตศาสตร์ที่มีความเหมาะสม

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545: 136) ได้กล่าวถึงความมุ่งหมายของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบไว้ ดังนี้

1. เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้วิธีสืบสอบค้นคว้าหาความรู้อย่างมีกระบวนการ เหตุผลและสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง
2. เพื่อฝึกให้ผู้เรียนกล้าคิด กล้าแสดงออก กล้าตัดสินใจ มีความรับผิดชอบและมีความมุ่งมั่นในการทำงานให้สำเร็จ
3. เพื่อปลูกฝังนิสัยการค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง โดยการเริ่มต้นจากการแสวงหา นำไปสู่การค้นพบกฎเกณฑ์และการนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

จากการศึกษาความมุ่งหมายของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้ผู้เรียนมีอิสระในการเรียนรู้ สามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง มีกระบวนการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลและเป็นทักษะสำคัญในการเผชิญสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

1.3 ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ

เบล (พริยพงศ์ เตชะศิริยีนง 2552: 13 ;อ้างอิงจาก Bell.1978: 240-342) กล่าวถึงรูปแบบของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนในวิชาคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 4 ขั้นคือ ขั้นสังเกต ขั้นอธิบาย ขั้นพยากรณ์และทดลอง ขั้นนำไปใช้ ดังนี้

1. **ขั้นสังเกต** ผู้สอนจัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเผชิญกับสถานการณ์ที่ฉงนสงสัย หรือพยายามค้นพบหลักการ โดยการสังเกต วิเคราะห์ ประเมินสถานการณ์ และตั้งคำถามผู้แก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพและนักคณิตศาสตร์ที่ประสบความสำเร็จมากที่สุด คือ บุคคลที่ตั้งคำถามที่ดีที่สุด

คำถาม เช่น ทำไมวิธีการนี้จึงทำได้ ทำไมวิธีการนี้ได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง มีวิธีแก้ปัญหานี้หรือไม่ มีอะไรเกิดขึ้นกับสิ่งเหล่านี้

2. ขั้นตอนอธิบาย ผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนค้นหาคำตอบ เพื่อขจัดความสงสัยด้วยการใช้เหตุผลเป็น การวิเคราะห์จากปัญหาสู่เหตุ ขั้นนี้จึงเป็นขั้นที่รวบรวมความรู้และข้อมูลเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหาคำถามหรือสถานการณ์ต่างๆ ซึ่งมี 2 ประการ

ประการที่ 1 ในการที่จะแก้ปัญหานั้น ผู้แก้ปัญหาก็ต้องมีเทคนิคในการแก้ปัญห และรู้กระบวนการทางคณิตศาสตร์

ประการที่ 2 การแก้ปัญหาก็ต้องรู้แหล่งความรู้ รู้จักวิเคราะห์สังเคราะห์ความรู้นั้น ตลอดจนรู้จักรวบรวมข้อมูลและเรียบเรียงความรู้ให้มีระบบการตั้งคำถามที่นับว่าเป็นสิ่งสำคัญ ควรจะมีการตั้งคำถาม

3. ขั้นพยากรณ์และทดสอบ เป็นขั้นที่นำข้อมูลที่รวบรวมได้มาอภิปรายปัญหาหรือข้อสมมติฐานที่ตั้งไว้ และพยากรณ์ผลหรือทำการทดลองเพื่อทดสอบสมมติฐานนำไปสู่ข้อสรุปเป็นขั้น ซึ่งเกิดการค้นพบ การแก้ปัญหานี้เป็นการสร้างหลักการและหาความสัมพันธ์ต่างๆ แยกแยะโครงสร้างและนำไปสู่ข้อสรุป

4. ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นที่นำความรู้ที่ค้นพบไปใช้ให้เกิดประโยชน์ขั้นนี้ได้แก่การวิเคราะห์และประเมินกระบวนการสืบสอบ ทั้งนี้เพื่อสร้างความเข้าใจให้ดีขึ้นและปรับปรุงการสืบสอบเพื่อนำไปพัฒนาและใช้กับเนื้อหาอื่นๆ ต่อไป

เอกเกินและเกาแซ็ก (Eggen; & Kauchak. 2001:242) กล่าวว่า การสืบสอบในระดับพื้นฐาน ถูกมองว่าเป็นกระบวนการของการตอบคำถามตามข้อเท็จจริงและข้อสังเกต อีกหนึ่งเป้าหมายของการสืบสอบคือการอภิปรายข้อความเพื่อเพิ่มการรับรู้บทบาทที่มีประสิทธิภาพของกระบวนการใช้ชีวิต รูปแบบการสืบสอบคือ ยุทธวิธีการสอนที่ถูกออกแบบมาเพื่อสอนนักเรียนให้หาวิธีการตรวจสอบคำถามผ่านกระบวนการรวบรวมข้อเท็จจริง รูปแบบการสืบสอบมี 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. การตั้งคำถาม (Identifying a question)
2. สร้างสมมติฐาน (Making hypotheses)
3. รวบรวมข้อมูล (Gathering data)
4. การประเมินสมมติฐาน (Assessing hypotheses)
5. การสรุปแนวคิด (Generalizing)
6. การวิเคราะห์กระบวนการสืบสอบ (Analysis of the inquiry process)

เมื่อครูใช้รูปแบบการสืบสอบ ครูจะคอยให้คำแนะนำนักเรียนผ่านทั้ง 6 ขั้นตอน โดยใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้ นักเรียนแก้ปัญหา

ตาราง 1 เปรียบเทียบ การสืบสอบและกระบวนการที่นำไปสู่ความสำเร็จ

การสืบสอบ	แนวคิดสู่ความสำเร็จ
1. ปัญหาหรือคำถาม	อะไรคือแนวคิด
2. สมมติฐาน	ชื่อของแนวคิดอาจจะเป็น....
3. การรวบรวมข้อมูล	นักเรียนนำเสนอข้อมูลทั้งด้านบวกและด้านลบของตัวอย่าง
4. วิเคราะห์สมมติฐาน	สมมติฐานที่ไม่สอดคล้องกับตัวอย่างจะถูกตัดออก
5. การสรุป	แนวคิดเป็นไปตามที่กำหนดไว้

ที่มา: Eggen, P. D. & Kauchak, D. P. (2001). *Strategies for Teachers: Teaching Content and Thinking Skills*. p. 252.

มัวร์ (Moore. 2015: 359 - 360) การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นวิธีการที่มีความยืดหยุ่น อย่างเป็นระบบ เป็นระบบพื้นฐานในการแก้ปัญหาซึ่งมี 3 ขั้นตอน ดังนี้

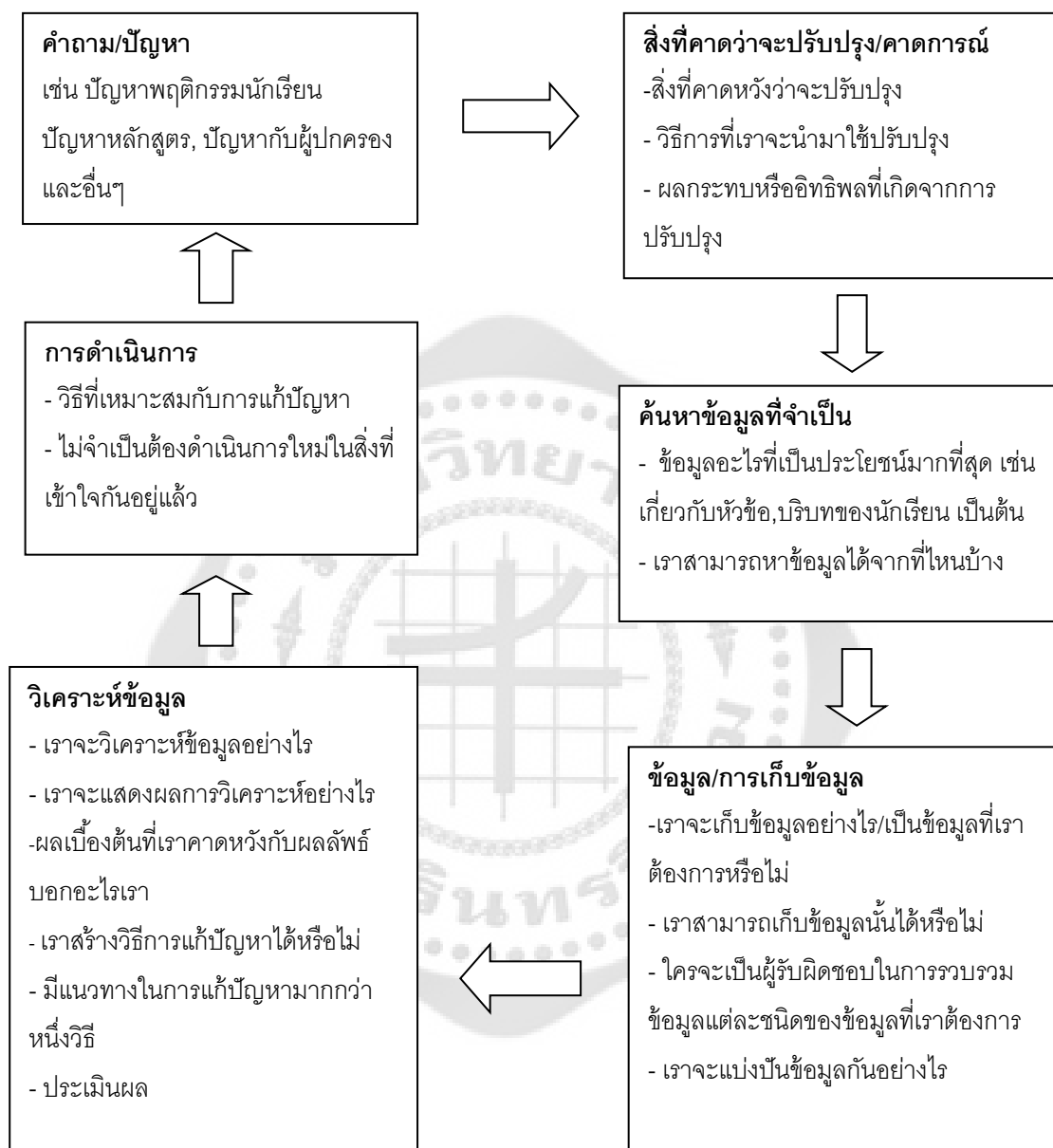
1. **การระบุปัญหา** (ผู้เรียนระดมสมองและใช้คำถาม) การระบุปัญหาผู้สอนจะต้องคำนึงถึงความพร้อมทางด้านความรู้และทักษะของนักเรียน ปัญหาจะต้องมีความเหมาะสมสำหรับระดับการศึกษาของนักเรียน

2. **การดำเนินการแก้ปัญหา** (กำหนดคำถาม สำรวจและวิเคราะห์) เป็นขั้นตอนถัดมาของการสืบสอบ การแก้ปัญหาไม่ควรมีกฎหรือขั้นตอนสำหรับการแก้ปัญหา ครูควรให้คอยให้คำแนะนำและให้อิสระกับนักเรียนในการแก้ปัญหาเพื่อให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดที่สร้างสรรค์ในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการแสดงให้เห็นการสืบสอบของนักเรียนในสถานการณ์จริง

3. **การตรวจสอบการแก้ปัญหา** (สรุปผล แลกเปลี่ยนแนวคิด สะท้อนแนวคิด สร้างข้อสรุป นำเสนอผลงาน) ความสำเร็จของการเรียนรู้แบบสืบสอบไม่จำเป็นที่นักเรียนจะได้ข้อสรุปตามที่ครูกำหนดไว้ การเรียนรู้แบบสืบสอบจะเป็นประสบการณ์ที่เกิดขึ้นภายในบุคคลที่แต่ละบุคคลได้มีโอกาสใช้ความสามารถของตนเองอย่างเต็มที่ ทั้งความคิดและทักษะการตัดสินใจในการทำงานในการเข้าถึงข้อสรุปของตนเอง

โคลลินสัน และคูก (Collinson. & Cook. 2007:90) นับตั้งแต่คริสต์ทศวรรษได้รับการยอมรับและได้ให้ความสำคัญของการสืบสอบ การสืบสอบได้รับความสนใจจากนักทฤษฎีและนักปรัชญาเป็นอย่างมากในการศึกษาและองค์กรแห่งการเรียนรู้ เป็นที่ยอมรับกันว่าการสืบสอบเป็นกลไกสำคัญของการ

เรียนรู้ การสืบสอบทำให้เกิดความเข้าใจหรือความสมเหตุสมผลของสิ่งแวดล้อมและช่วยกระตุ้นให้เกิดนวัตกรรม



ภาพประกอบ 1 วัฏจักรโดยภาพรวมของการสืบสอบโคลลินสัน และคูก

ที่มา: Collinson V.& Cook T.F. (2007). *Organizational Learning: Improving Learning, Teaching, and Leading in School*. p. 90.

วีรยุทธ วิเชียรโชติ (สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. 2545: 138-141; อ้างอิงจาก วีรยุทธ วิเชียรโชติ. 2514) ได้แบ่งขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็น 5 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้ คือ

1. ขั้น “สน”

คือขั้นของการให้สังเกตกับแนวทาง (Concept) ซึ่งได้แก่ การเตรียมความพร้อมทางการเรียนให้กับผู้เรียน โดยการดึงเอาความรู้และประสบการณ์เดิมของผู้เรียนที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่จะสอนให้มาสัมพันธ์กัน รวมทั้งการปูพื้นฐานความรู้ใหม่ที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ เนื้อหาสาระใหม่ให้กับผู้เรียน และเป็นการจูงใจให้พร้อมที่จะเรียน

คำถามประเภทสังเกตกับแนวทาง (สน) นี้มักจะขึ้นต้นหรือลงท้ายด้วยคำว่า

“เกี่ยวข้องกันอย่างไร”

“สิ่งนี้หรือความรู้ข้อนี้เกี่ยวข้องกันอย่างไร”

คำถามเหล่านี้ เป็นคำถามที่มุ่งดึงประสบการณ์เดิมให้มาสัมพันธ์เกี่ยวข้องกัน ประสบการณ์ใหม่ หรือคำถามที่ว่า “ความรู้ข้อนี้มีอะไรเป็นพื้นฐาน” ซึ่งเป็นคำถามที่อาจจะนำไปสู่การสำรวจว่าผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานเพียงพอหรือไม่และถ้าหากพบว่าผู้เรียนยังขาดความรู้พื้นฐานสำหรับที่จะเรียนรู้ความรู้ขั้นสูงต่อไป ผู้สอนก็อาจจะใช้คำถามให้ผู้เรียนค้นพบสิ่งที่ขาดและหลักการใหม่ ที่เป็นบันไดขั้นต้นในการที่จะก้าวขึ้นไปสู่ความรู้ขั้นสูงต่อไป

2. ขั้น “ส”

คือ ขั้นของการสังเกตการณ์ที่เป็นปัญหาในขั้นนี้จะสร้างสถานการณ์ที่เป็นปัญหาขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนได้สังเกตและวิเคราะห์องค์ประกอบและธรรมชาติของปัญหาอย่างละเอียด การเรียนรู้ที่สำคัญในขั้นนี้ก็คือการเรียนรู้สังเกต ลักษณะร่วมของสถานการณ์ (ความหมายสรุปรวม) ขององค์ประกอบต่างๆ ในสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

คำถามประเภทสังเกตมักจะขึ้นต้นหรือลงท้ายด้วยคำว่า “อะไร” “ใคร” “ที่ไหน” “อย่างไร” “เมื่อไร” เป็นคำถามที่ผู้เรียนใช้สำรวจสภาพปัจจุบัน ปัญหาและความต้องการของปรากฏการณ์ต่างๆ มักจะเป็นคำถามเกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์ลักษณะ คุณสมบัติ ธรรมชาติ โครงสร้าง กระบวนการของสิ่งต่างๆ และเหตุการณ์ต่างๆ คำถามที่ขึ้นต้นหรือลงท้ายประโยคด้วยคำว่า “อะไร” นี้เรามักจะใช้มากในกรณีที่เรากำลังเผชิญกับสถานการณ์ หรือพบกับสิ่งแปลกใหม่ๆ

หลักสำคัญในการพิจารณาว่าคำถามใดเป็นคำถามประเภทสังเกตหรือไม่ เราใช้เกณฑ์ที่ว่าคำถามนั้นเป็นผลของการสังเกตหรือสัมผัสสถานการณ์ด้วยประสาทสัมผัสทั้งห้า คือ ได้ฟัง ได้ดมกลิ่น ได้ชิม ได้เห็นและได้สัมผัสหรือไม่ คำถามนั้นถามเกี่ยวกับสิ่งที่สามารถสังเกตได้ในขณะนั้น

ด้วยประสาทสัมผัสทั้งห้าหรือไม่ สรุปแล้วคำถามประเภทสังเกตเป็นการถามให้เกิดการเรียนรู้จากความคิดรวบยอดนั่นเอง

3. ชั้น “อ”

คือ ชั้นของการอธิบายปัญหาข้อใจ โดยอาศัยความสามารถในการหาเหตุผลมาอธิบายถึงสาเหตุของปัญหา ส่วนมากการอธิบายมักจะอยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่างเหตุกับผลแบบฟังก์ชัน ชั้นนี้เป็นจุดเริ่มต้นของความสามารถในการสร้างทฤษฎีขึ้นมาสำหรับอธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ การเรียนที่สำคัญในชั้นนี้คือ การเรียนรู้หลักว่า เมื่อผลปรากฏออกมาในรูปของปัญหาอย่างนี้ อะไรควรเป็นเหตุหรือสาเหตุของเกิดผลอันนั้น

คำถามประเภทอธิบาย มักจะขึ้นต้นประโยคด้วยคำว่า “ทำไม” “เพราะเหตุใด” “อะไรคือสาเหตุ” “เหตุใด” “อะไรเป็นเหตุปัจจัย” คำถามประเภทอธิบายเป็นคำถามที่แสวงหาสาเหตุของปัญหาข้อใจเพื่อตั้งสมมติฐานทั่วไป อันจะนำไปสู่การสร้างทฤษฎีที่อาจใช้อธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง

คำถามประเภท “ทำไม” นี้เรามักจะใช้มากในกรณีที่เราก่อเกิดความสงสัย ในรูปของปัญหาซึ่งมักจะเกิดขึ้นได้ง่าย ในกรณีที่เราสังเกตสิ่งต่างๆ อย่างเปรียบเทียบ หลักสำคัญในการพิจารณาว่าคำถามใดเป็นคำถามประเภทอธิบายหรือไม่ ก็คือการใช้เกณฑ์ว่า คำถามนั้นถามเกี่ยวกับสาเหตุของปัญหาหรือไม่ เป็นคำถามที่แสวงหาความสัมพันธ์ระหว่างผลกับเหตุหรือไม่ สรุปแล้วคำถามประเภทอธิบายเป็นการถามเพื่อให้เกิดการเรียนรู้เหตุผลหรือหลักการ

4. ชั้น “ท”

คือ ชั้นของการทำนายผล เมื่อเราแปรเหตุ เป็นชั้นของการตั้งสมมติฐานเพื่อจะทดสอบดูว่า คำอธิบายในชั้นที่ 3 นั้น ถูกต้องมากน้อยเพียงใด นอกจากนั้นยังเป็นการคาดคะเนผลของสาเหตุต่างๆ ทั้งนี้เพื่อฝึกให้ผู้เรียนคิดอย่างรอบคอบ แบบ “คิดหน้าคิดหลัง” เสียก่อนแล้วจึงลงมือปฏิบัติ การเรียนที่สำคัญในชั้นนี้ คือ การเรียนรู้วิธีแก้ปัญหโดยนำหลักการที่เรียนรู้ในชั้นที่ 3 มาใช้

คำถามประเภททำนาย มักจะขึ้นต้นประโยคด้วยคำว่า “ถ้า...หาก” “แม้ว่า” และลงท้ายประโยคด้วย “ใช่ไหม” “อะไรจะเกิดขึ้นบ้าง” คำถามประเภทนี้เป็นการคาดการณ์ล่วงหน้า และมักจะเป็นคำถามในรูปของสมมติฐานเชิงทำนายผลในเมื่อเราแปรเปลี่ยนเหตุในอีกความหมายหนึ่ง คำถามประเภททำนายนี้ใช้ในโอกาสที่เรานำกฎเกณฑ์ที่เราค้นพบมาเป็นแนวทางในการทำนายปรากฏการณ์ใหม่ๆ

หลักสำคัญในการพิจารณาว่า คำถามใดเป็นคำถามประเภททำนาย เราใช้เกณฑ์ที่ว่าคำถามนั้นเป็นการพยากรณ์ผลของเหตุปัจจัยหรือไม่ สรุปแล้วคำถามประเภททำนายเป็นคำถามที่ทำ

ให้เกิดการเรียนรู้วิธีตั้งสมมติฐาน และวิธีแก้ปัญหโดยอาศัยหลักการหรือปรากฏการณ์กฎเกณฑ์ที่ค้นพบ

5. ขั้น “ค”

คือ ขั้นตอนของการควบคุมและสร้างสรรค์ทั้งสิ่งแวดล้อมภายนอก และสิ่งแวดล้อมภายใน เป็นขั้นที่นำผลของการแก้ปัญหามาปฏิบัติใช้ในชีวิตจริง เพื่อให้เกิดการควบคุมสิ่งแวดล้อมภายใน (ทางจิตใจ) ขั้นนี้ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ฉะนั้นการเรียนรู้ที่สำคัญในขั้นนี้คือ การเรียนรู้วิธีสร้างสรรค์

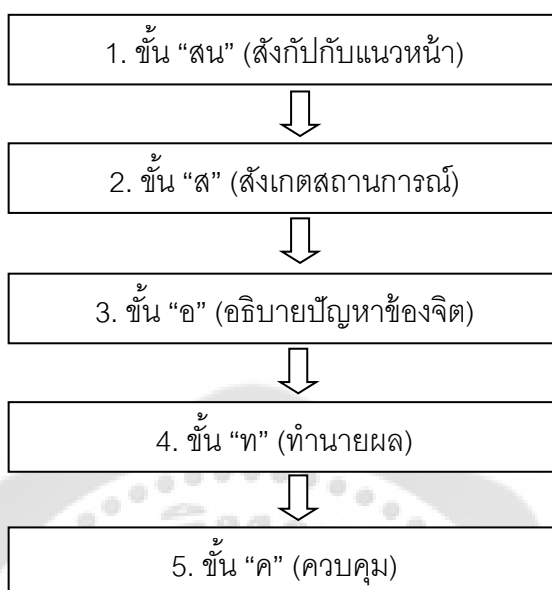
คำถามประเภทควบคุมและสร้างสรรค์ มักจะลงท้ายประโยคด้วยคำว่า “ได้อย่างไร” “ได้หรือไม่” คำถามประเภทนี้เป็นคำถามในกรณีที่เรานำเอาหลักการและกฎเกณฑ์ไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งอาจกล่าวได้อีกนัยหนึ่งว่าเป็นคำถามแบบประยุกต์วิทยา ที่มุ่งจะควบคุมสาเหตุเพื่อให้เกิดผลตามที่เรต้องการ และเป็นคำถามที่กระตุ้นให้เกิดความคิดที่จะแก้ปัญหาในลักษณะริเริ่มสร้างสรรค์

หลักการสำคัญในการพิจารณาว่าคำถามใดเป็นคำถามประเภทควบคุมและคิดสร้างสรรค์ เราจะใช้เกณฑ์ที่ว่า คำถามนั้นเป็นคำถามที่นำเอาหลักการที่ค้นพบมาใช้ในการแก้ปัญหา หรือแก้ไขปรับปรุงสภาพชีวิตความเป็นอยู่อย่างเป็นจริงหรือไม่ และการนำเอาหลักการมาประยุกต์ใช้อย่างสร้างสรรค์หรือไม่ สรุปแล้วคำถามประเภทควบคุมและคิดสร้างสรรค์เป็นคำถามที่ทำให้เกิดการเรียนรู้วิธีแก้ปัญหโดยอาศัยหลักการอย่างสร้างสรรค์

การสอนแบบสืบสอบเป็นการสอนที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหด้วยวิธีการทางวิทยาศาสตร์และมีการถามการตอบ เป็นสื่อกลางสำคัญของการสอนแบบนี้ นอกจากนั้น การสอนแบบนี้ยังเน้นการเรียนรู้ที่เริ่มต้นจากการแสวงหำนำไปสู่การค้นพบกฎเกณฑ์ต่างๆ ที่เป็นวิทยาศาสตร์ (Science) และนำกฎเกณฑ์เหล่านั้นไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในรูปของประยุกต์วิทยา (Technology) ดังลำดับขั้นตอนดังนี้

Inquiry → Discovery → Invention → Science → Technology

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ สามารถสรุปเป็นรูปแบบได้ดังนี้



ภาพประกอบ 2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ วิรุทธ วิเชียรโชติ 2514 (อ้างอิงจาก สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. 2545: 138-141)

จากการศึกษาขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบได้ข้อสรุปว่า ขั้นตอนหลักของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบประกอบด้วย การระบุถึงปัญหาซึ่งผู้สอนจะต้องคำนึงถึงศักยภาพของผู้เรียนด้วย การดำเนินการแก้ปัญหาโดยผู้สอนมีหน้าที่ให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกแก่ผู้เรียน และการตรวจสอบการแก้ปัญหาซึ่งเป็นการสะท้อนแนวคิดของผู้เรียน

1.4 บทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ

บทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงบทบาทของผู้สอน ไว้ดังนี้

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545: 141-142) ได้กล่าวถึงบทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบไว้ดังนี้

1. กระตุ้นให้ผู้เรียนมีความสนใจ คิดแก้ปัญหา วางแผนเข้าปัญหาและแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน มีเหตุผล ด้วยตนเอง
2. กระตุ้นให้ผู้เรียนหาวิธีการแก้ปัญหาหลายๆ วิธี และใช้ทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหา

3. เสริมแรงหรือให้กำลังใจแก่ผู้เรียน

4. ช่วยเหลือ แนะนำ กำกับอย่างใกล้ชิดตลอดจนเป็นผู้อำนวยความสะดวกเพื่อให้กระบวนการเรียนรู้ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย

5. จัดเตรียมแหล่งเรียนรู้ที่สำคัญให้แก่ผู้เรียน

6. จัดบรรยากาศและสภาพแวดล้อมให้เอื้อต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน

7. เป็นผู้ให้ข้อมูลย้อนกลับทั้งข้อดีและข้อบกพร่องแก่ผู้เรียน

ลัดดาวัลย์ กัณหสุวรรณ (2546: 8) กล่าวว่า ครูที่ทำหน้าที่ในการจัดการเรียนการสอนโดยกระบวนการสืบสอบด้วยตัวของนักเรียนเอง ควรมีลักษณะดังนี้

1. ต้องรู้จักใช้คำถาม

2. อุดหนุนที่จะไม่บอกคำตอบ แต่ต้องกระตุ้นและเสริมพลังให้นักเรียนค้นหาคำตอบเอง

3. ต้องให้กำลังใจ ให้นักเรียนมีความพยายาม

4. รู้ว่าธรรมชาติของนักเรียนแต่ละคนอาจแตกต่างกัน ดังนั้น การถามนำให้นักเรียนคิดอาจไม่เหมือนกัน บางครั้งอาจต้องบอกให้บ้าง

5. เข้าใจและรู้ความหมายของพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก

6. มีเทคนิคในการจัดการให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหา

7. อุดหนุนที่จะฟังคำถามและคำตอบของนักเรียน แม้ว่าคำถาม คำตอบเหล่านั้นอาจไม่ชัดเจน

ฟิลดิง เวลล์ โดลส์ และมาคาร์ (Fielding – Wells; Dole; & Makar. 2014: 51) กล่าวว่า การสืบสอบถูกนำมาใช้ในฐานะที่เป็นส่วนหนึ่งของการแก้ปัญหา มีความสำคัญอย่างยิ่งในการควบคุมความสมดุลของนักเรียนและคำแนะนำจากผู้สอนที่มีทักษะสูง ผู้สอนจะต้องคำนึงถึงสิ่งแวดล้อมที่จำเป็นจะต้องมุ่งเน้นสำหรับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบมี 4 ด้าน ดังนี้

1. การจัดการเรียนรู้และงานจะต้องเกี่ยวข้องกับการสืบสวนด้วยจิตวิญญาณของการปฏิบัติที่แท้จริง

2. ออกแบบของกิจกรรมในชั้นเรียนที่เน้นการอภิปรายทั้งชั้นของบริบทปัญหา การทำงานในกลุ่มเล็ก ๆ เพื่อแก้ปัญหา และการแบ่งปันความคืบหน้าและสิ่งที่ค้นพบกลับไปชั้นเรียน

3. ใช้เครื่องมือและการแสดงที่มุ่งเน้นให้นักเรียนคิดและการใช้เหตุผลของความคิดทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ

4. รายวิชาในห้องเรียนที่ถูกออกแบบมาเพื่อพัฒนาบรรทัดฐานที่สำคัญของการผลิต

การเรียนรู้และเพื่อให้แน่ใจว่าการอภิปรายทั้งชั้นถูกนำมาใช้เพื่อความก้าวหน้าในการจัดการเรียนรู้ของผู้สอน

จากการศึกษาบทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ ได้ข้อสรุปว่า ผู้สอนจะต้องเลือกสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจมาให้ผู้เรียนได้ฝึกอภิปราย ผู้สอนจะต้องสร้างให้ชั้นเรียนเกิดเป็นสังคมแห่งการสืบสอบ นั่นคือ การมีส่วนร่วมในการแก้สถานการณ์ปัญหา โดยผู้สอนให้อิสระในการคิดแก่ผู้เรียน เน้นการใช้คำถามกระตุ้น สิ่งสำคัญคือ ผู้สอนจะต้องมีความอดทน ไม่รีบบอกคำตอบแก่ผู้เรียนเพราะการทำแบบนี้จะทำให้ผู้เรียนไม่คิด รอแต่คำตอบจากผู้สอนเพียงอย่างเดียว

1.5 ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ

การจัดการเรียนรู้ทุกรูปแบบย่อมมีข้อดีและข้อจำกัดที่แตกต่างกันออกไป สำหรับข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ มีนักการศึกษากล่าวถึงไว้ดังนี้

พิมพันธ์ เดชะคุปต์ (2544: 60-61) ได้กล่าวถึงข้อดีข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบไว้ดังนี้

1. เป็นการพัฒนาศักยภาพด้านสติปัญญา คือ ฉลาดขึ้น เป็นนักริเริ่ม สร้างสรรค์และนักจัดระเบียบ
2. การค้นพบด้วยตนเอง ทำให้เกิดแรงจูงใจภายในมากกว่าการเรียนรู้แบบท่องจำ
3. ฝึกให้ผู้เรียนรู้วิธีค้นหาความรู้แก้ปัญหาด้วยตนเอง
4. ช่วยให้จดจำความรู้ได้นาน และสามารถถ่ายทอดความรู้ได้
5. ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางการเรียนการสอน จะทำให้การเรียนมีความหมาย เป็นการเรียนที่มีชีวิตชีวา
6. ช่วยพัฒนาทัศนคติแก่ผู้เรียน
7. พัฒนาให้ผู้เรียนมีเจตคติทางวิทยาศาสตร์
8. ช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเชื่อมั่นว่าจะทำการสิ่งใดๆ จะสำเร็จด้วยตนเอง สามารถคิดและแก้ปัญหาด้วยตนเองไม่ย่อท้อต่ออุปสรรค
9. ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาวิทยาศาสตร์
10. ได้ประสบการณ์ตรงฝึกทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการใช้เครื่องมือวิทยาศาสตร์
11. สามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545: 142) กล่าวว่าข้อดีของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบมีดังนี้

1. ผู้เรียนได้เรียนรู้วิธีค้นหาความรู้และการแก้ปัญหาด้วยตนเอง
2. ความรู้ที่ได้มีคุณค่า มีความหมายสำหรับผู้เรียน เป็นประโยชน์และจดจำได้นาน สามารถเชื่อมโยงความรู้และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้
3. เป็นวิธีการที่ทำให้ผู้เรียนเกิดแรงงูใจในการเรียนรู้ มีความอิสระ มีชีวิตชีวาและสนุกสนานกับการเรียนรู้
4. ทำให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิธีและกระบวนการทางวิทยาศาสตร์

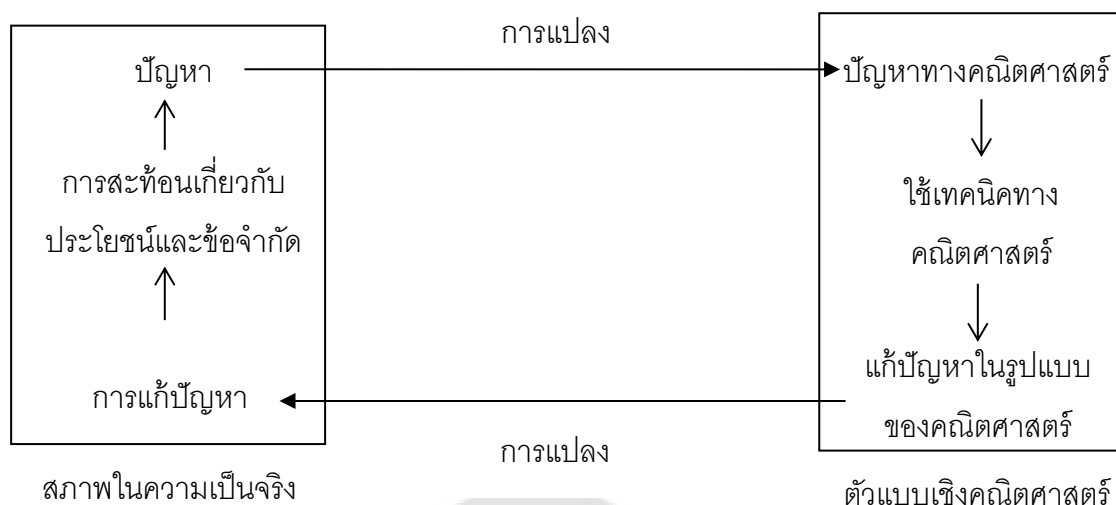
ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2554: 93) กล่าวว่า ข้อดีของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ มีดังนี้

1. นักเรียนมีโอกาสได้พัฒนาความคิดอย่างเต็มที่ ได้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง จึงมีความอยากเรียนรู้อยู่ตลอดเวลา
2. นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกความคิดและฝึกการกระทำ ทำให้ได้เรียนรู้วิธีการจัดระบบความคิดและวิธีการสืบสอบด้วยตนเอง ทำให้ความรู้คงทนและถาวรโดยการเรียนรู้ได้ กล่าวคือ ทำให้สามารถจดจำได้นานและนำไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ได้อีกด้วย
3. นักเรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอน
4. นักเรียนสามารถเรียนรู้มโนคติและหลักการทางวิทยาศาสตร์ได้เร็วขึ้น
5. นักเรียนจะเป็นผู้ที่มีเจตคติที่ดีต่อการสอนวิทยาศาสตร์

จากการศึกษาข้อดีของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ มีข้อดีคือ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ฝึกผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักตั้งคำถามกับสิ่งที่พบเจอและอธิบายสิ่งต่างๆ รอบตัวได้อย่างมีประสิทธิภาพ

1.6 การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบในวิชาคณิตศาสตร์

วูบเบลส์ กอร์ธากิน และโบรคแมน (Wubbels; Korthagen; & Broekman. 1997: 6-7) กล่าวว่า กระบวนการสืบสอบ เป็นกระบวนการที่โดดเด่นด้วยขั้นตอนต่อเนื่องกัน แปลงเป็นปัญหาในโลกแห่งความจริงเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ การวิเคราะห์และการจัดโครงสร้างของปัญหา การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การแปลงการแก้ปัญหาให้กับโลกแห่งความจริงและการสะท้อนในประโยชน์และข้อจำกัดของการแก้ปัญหาซึ่งสามารถตามด้วยวงจรถัดไป ซึ่งในการแปลงของปัญหาคือการกลั่นกรองหรือมีการเปลี่ยนแปลงเป็นอย่างอื่น



ภาพประกอบ 3 รูปแบบของกระบวนการสืบสอบทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของกอร์ธากนและโบรกแมน

ที่มา: Wubbels, T. Korthagen, F. & Broekman, H. (1997). Preparing Teachers of Realistic Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*. 32(1): 1-28.

ฟิลดิง เวลล์ โดลส์ และมาคาร์ (Fielding – Wells; Dole; & Makar. 2014 : 52) กล่าวว่า การสืบสอบทางคณิตศาสตร์มีจุดมุ่งหมายเพื่อมุ่งเน้นการเรียนรู้ในการคิดและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญสำหรับนักเรียนที่จะวิเคราะห์หรืออธิบายและยืนยันความคิดทางคณิตศาสตร์ของพวกเขา ขณะที่พวกเขาแก้ปัญหา การสืบสอบในทางคณิตศาสตร์นักเรียนใช้คณิตศาสตร์เพื่อยืนยันปรับสมมุติฐาน และสืบสอบโดยตรง การสืบสอบในวิชาคณิตศาสตร์ได้รับการยอมรับมากขึ้นว่ามีศักยภาพในการพัฒนานักเรียนให้มีความเข้าใจเชิงลึก ความยืดหยุ่นและความสามารถในการรับมือกับความไม่แน่นอนและความล้มเหลว สิ่งที่น่าสนใจและมีส่วนร่วมในวิชาคณิตศาสตร์ การพึ่งพาตนเองและความคิดสร้างสรรค์ในการแก้ปัญหาและความสามารถในการถ่ายทอดคณิตศาสตร์ที่พวกเขาเรียนรู้สู่ปัญหาที่มีความซับซ้อนและปัญหาในสถานการณ์จริง

ฟิลดิง เวลล์ โดลส์ และมาคาร์ (Fielding – Wells; Dole; & Makar. 2014: 52) ได้นำเสนอขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบได้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ค้นพบ (Discover)

“เร้าความสนใจ” เพื่อดึงดูดนักเรียนให้จดจ่อในบริบทและวัตถุประสงค์ของการสืบสอบ จากนั้นพัฒนาหรือทำความเข้าใจโดยใช้คำถามและเชื่อมโยงเข้ากับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมี

2. คิดค้น (Devise)

คำถามสืบสอบทางคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาแผนสำหรับการใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหา นักเรียนอาจจะวาดภาพหรือสร้างข้อความคาดการณ์ การวางแผนของการสืบสอบจะมุ่งเน้นการพัฒนาความรู้คณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับการสืบสอบเพื่อแก้ปัญหา

3. พัฒนา (Develop)

ดำเนินการและแก้ไขแผน เพื่อวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปลึกมากขึ้นและเป็นรูปแบบการนำเสนอข้อมูลทางคณิตศาสตร์ ความคิดที่นักเรียนนำมาใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาจะทำให้เกิดความท้าทายในการประเมินผลงานและการแสดงเหตุผลที่จำเป็นในการสนับสนุนข้อสรุปที่เกิดขึ้นใหม่

4. แสดงเหตุผลและยืนยันแนวคิด (Defend)

รายงานผลการค้นพบ โดยพิจารณาวิธีการเลือกยุทธวิธี การสร้างคำถามใหม่การสะท้อนให้เห็นถึงการเรียนรู้ การถ่ายโอนความเข้าใจกับบริบทใหม่

5. ขยายความรู้ (Diverge)

เชื่อมต่อไปยังขอบเขตอื่น ๆ ของการเรียนรู้ การติดตามคำถามที่เกิดการถ่ายโอนการเรียนรู้ปัญหาใหม่

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกใช้ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ 5D ตามแนวคิดของ ฟิล ดิง เวลล์ โดลส์ และมาคาร์

1.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบจากทั้งในประเทศและต่างประเทศ ไว้ดังนี้

พริยพงศ์ เตชะศิริยีนง (2552: 60) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนแบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้เกมคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผล ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้การสอนแบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้เกมคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผล มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผล สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้การสอนแบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้เกมคณิตศาสตร์ สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ณัฐกฤตา ปัตตาลาโพ (2553: 73) ได้ศึกษาผลของการใช้ชุดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ เรื่องการประยุกต์ของอัตราส่วนและร้อยละที่มีต่อทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการศึกษาพบว่า ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนหลังใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบเสาะหาความรู้ เรื่องการประยุกต์ของอัตราส่วนและร้อยละสูงกว่าก่อนใช้ชุดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อ้อมฤดี แซ่มอุบล (2553: 117 – 118) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน ที่เน้นการใช้คำถามหวนทวนความคิดทบทวนเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการคิดวิเคราะห์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่เน้นการใช้คำถามหวนทวนความคิดทบทวน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่เน้นการใช้คำถามหวนทวนความคิดทบทวน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เฉลี่ยร้อยละ 75.97ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่เน้นการใช้คำถามหวนทวนความคิดทบทวน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่เน้นการใช้คำถามหวนทวนความคิดทบทวน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์เฉลี่ยร้อยละ 73.63 ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่เน้นการใช้คำถามหวนทวนความคิดทบทวน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่เน้นการใช้คำถามหวนทวนความคิดทบทวน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยร้อยละ 73.80

วรรณวิสา จันทร์สุนทรภาพร (2557: 105) ได้ศึกษากิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เรื่องความคล้าย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 33.40 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 83.50 ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ย 15.71 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 78.5

ฮันเตอร์ (Hunter. 2007: 213-214) ได้ศึกษาการพัฒนาชุมชนแห่งการสืบสอบทางคณิตศาสตร์ เขาพบว่า การสืบสอบทางคณิตศาสตร์เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการสืบสอบและการอภิปรายร่วมกัน ในขณะที่เดียวกันผู้สอนก็มีส่วนร่วมในการตั้งประเด็นคำถาม ซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญในการเปลี่ยนแปลงความเชื่อและทัศนคติของนักเรียนที่มีต่อคณิตศาสตร์ในทางที่ดีขึ้น

เบอร์รี่ (Berry. 2014: 23-26) ได้ศึกษากิจกรรมที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นโดยใช้วิธีการสืบสวนสอบสวน ผลการศึกษาพบว่า การสืบสวนสอบสวนสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ แต่ความล้มเหลวที่เกิดขึ้นกับวิธีการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเนื่องมาจากนักเรียนได้รับคำแนะนำและการบ่อนข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากครูมากเกินไป การใช้เวลาที่ค่อนข้างจำกัด ครูจึงเปรียบเสมือนเข้าไปขัดขวางความคิดของนักเรียน ทำให้นักเรียนไม่อย่างที่จะคิด และคอยแต่จะถามเพียงคำตอบจากครูเพียงอย่างเดียวเท่านั้น ทำให้ลดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของนักเรียน

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องข้างต้นพบว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เน้นให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบยังมุ่งเน้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ และตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ ซึ่งเป็นการฝึกความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน พร้อมๆ ไปด้วยกับการดำเนินจัดการเรียนรู้

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง

2.1 ความหมายและความสำคัญของสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงไว้ ดังนี้

ทรงชัย อักษรคิด (2553: 44) ได้กล่าวว่า ปัญหาในชีวิตจริงเป็นปัญหาจะต้องใช้ทักษะความรู้ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง ซึ่งต้องใช้วิธีการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูลทั้งที่กำหนดในปัญหาและอยู่นอกปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล เป็นต้น

โครงการ PISA ประเทศไทย สสวท. (2557: 4 – 11) ได้ให้ความหมายของ สถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงในทำนองว่า เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ไม่ได้จัดมาเป็นหมวดหมู่หรือแยกเนื้อหาสาระ ไม่สามารถใช้ความรู้จากเนื้อหาสาระเดียวมาแก้สถานการณ์ปัญหาได้ ต้องใช้พื้นฐาน ความรู้ที่กว้างขวาง ครอบคลุมหลายด้านกว่าที่ใช้อยู่ในห้องเรียน

จากความหมายข้างต้น พบจะสรุปได้ว่า สถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง หมายถึง สถานการณ์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่มีความสัมพันธ์กับกิจกรรมของมนุษย์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการ ค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

ในโครงการ PISA ประเทศไทย สสวท. ได้ให้ความสำคัญกับบริบทของสถานการณ์ปัญหา คณิตศาสตร์ในชีวิตจริงที่หลากหลาย ซึ่งแบ่งได้เป็น 4 กลุ่ม ดังนี้

1. บริบทส่วนตัว (Personal Context) คำถามที่จัดอยู่ในบริบทนี้จะเน้นที่กิจกรรมของบุคคล ครอบครัว หรือกลุ่มเพื่อน โดยอาจเป็นเรื่องส่วนบุคคล ซึ่งประกอบด้วย สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการ เตรียมอาหาร การช้อปปิ้ง การเล่นเกมสุขภาพส่วนบุคคล การเดินทาง กีฬา การท่องเที่ยว การจัด ตารางเวลาส่วนบุคคล และการจัดการทางการเงินส่วนบุคคล

2. บริบททางงานอาชีพ (Occupational Context) คำถามที่จัดอยู่ในบริบทนี้เน้นที่การทำงานในโลกชีวิตจริง เช่น การวัดขนาด การคิดค่าใช้จ่าย และการสั่งซื้อวัสดุสำหรับการก่อสร้าง การเงิน/การบัญชี การควบคุมคุณภาพ การจัดกำหนดการ/รายการสินค้า การออกแบบ/สถาปัตยกรรม และการทำงานที่เกี่ยวข้องกับการตัดสินใจ บริบทเกี่ยวกับอาชีพอาจมีความเกี่ยวข้องตั่งแต่งานที่ใช้ แรงงานโดยไม่ต้องใช้ทักษะ จนถึงงานที่ต้องใช้ความเชี่ยวชาญระดับสูง

3. บริบททางสังคม (Societal Context) คำถามที่จัดอยู่ในบริบทนี้เน้นที่ชุมชนหนึ่งๆ ไม่ว่าจะเป็น เป็นระดับท้องถิ่น ระดับชาติ หรือระดับโลก เช่น ระบบการลงคะแนนเสียง การขนส่งสาธารณะ การ ปกครองนโยบายภาครัฐ ประชากร การโฆษณา สถิติแห่งชาติ และเศรษฐกิจ แม้ว่าบริบทดังกล่าวจะเป็น เรื่องส่วนบุคคล แต่ถือว่ามีผลต่อสังคมในภาพรวม

4. บริบททางวิทยาศาสตร์ (Scientific Context) คำถามที่จัดอยู่ในบริบทนี้เกี่ยวข้องกับการนำ คณิตศาสตร์ไปใช้ในโลกชีวิตจริง และประเด็นหรือหัวข้อที่เกี่ยวข้องกับวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเช่น สภาพภูมิอากาศหรือภูมิประเทศ ระบบนิเวศวิทยา การแพทย์ วิทยาศาสตร์อวกาศ พันธุกรรมการวัด และเรื่องที่เกี่ยวข้องกับโลกของคณิตศาสตร์ภายใต้บริบททางวิทยาศาสตร์

กระบวนการของการคิดสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง คือ การที่บุคคลตัดสินใจ ได้ว่าส่วนใดที่เขาสามารถดึงคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไปใช้ในการวิเคราะห์ สร้างแนวทาง และนำไป แก้ปัญหาโดยบุคคลเหล่านี้สามารถแปลงปัญหาจากสถานการณ์ในชีวิตจริงให้อยู่ในขอบเขต คณิตศาสตร์ และกำหนดโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ การแสดงเครื่องหมายแทน และลักษณะจำเพาะ ให้กับปัญหาในโลกชีวิตจริงซึ่งสามารถให้เหตุผล ตั้งสมมติฐาน และพิจารณาข้อจำกัดได้อย่าง สมเหตุสมผล กระบวนการนี้ประกอบด้วยกิจกรรมต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาที่ตั้งอยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง และการ ระบุตัวแปรที่สำคัญ

2. การรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (รวมถึง กฎเกณฑ์ ความสัมพันธ์ และแบบรูป) ของปัญหาหรือสถานการณ์

3. การทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เพื่อให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้น

4. การระบุข้อจำกัดและสมมติฐานที่อยู่เบื้องหลังแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และจากการทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายที่รวบรวมได้จากบริบท

5. การนำเสนอสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์ โดยการใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ แผนภาพ และแบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม

6. การนำเสนอปัญหาในหลากหลายวิธี รวมถึงการจัดการกับปัญหาให้สอดคล้องกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์และการสร้างสมมติฐานที่เหมาะสม

7. การรู้เข้าใจและการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างภาษาที่เฉพาะกับบริบทของปัญหากับภาษาที่เป็นสัญลักษณ์และภาษาอย่างเป็นทางการที่จำเป็นต้องใช้ในการแสดงเชิงคณิตศาสตร์

8. การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์หรือใช้การแสดงแทน

9. การรู้แง่มุมต่างๆ ของปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับปัญหาที่รู้หรือแนวคิดหลักทางคณิตศาสตร์ที่รู้จักข้อเท็จจริง หรือวิธีดำเนินการ

10. การใช้เทคโนโลยีเพื่อแสดงความสัมพันธ์ภายในปัญหาที่อยู่ในสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ (เช่นตารางโปรแกรมทำงาน หรือรายการที่มีให้บนเครื่องคำนวณเชิงกราฟ)

นอกจากนี้ โครงการ PISA 2012 ยังได้เสนอแนวคิดของการประเมินการใช้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์จริง โดยได้จำแนกแนวคิดของการประเมินครอบคลุมหลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียนออกเป็น 4 เรื่องได้ดังนี้

1. การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationships)

ธรรมชาติและสิ่งที่มีมนุษย์สร้างสรรค์ขึ้นในโลกมีความสัมพันธ์ระหว่างวัตถุกับสภาพแวดล้อม การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในระบบจะส่งผลซึ่งกันและกัน ในหลายกรณีการเปลี่ยนแปลงเหล่านี้เกิดขึ้นตามช่วงเวลา และบางกรณีการเปลี่ยนแปลงของสิ่งหนึ่งหรือหลาย ๆ สิ่งจะเกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงของอีกสิ่งหนึ่งโดยมีทั้งการเปลี่ยนแปลงแบบต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่อง บางความสัมพันธ์เป็นสิ่งที่ถาวร หรือไม่เปลี่ยนแปลงเป็นไปตามธรรมชาติของสิ่งนั้น ดังนั้น การรู้เรื่องการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์จะเกี่ยวข้องกับความเข้าใจเรื่องการเปลี่ยนแปลงแบบต่างๆ และการรู้ว่าเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงจะใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมเพื่อใช้อธิบายและทำนายการเปลี่ยนแปลงนั้นได้อย่างไร ซึ่งในทางคณิตศาสตร์การทำแบบจำลองของการเปลี่ยนแปลงและ

ความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันและสมการที่เหมาะสมได้รวมถึงการคิด การตีความ และการแปลความตัวแทนความสัมพันธ์ในเชิงสัญลักษณ์และกราฟด้วยการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ พบได้ในหลากหลายสถานการณ์เช่น การเจริญเติบโตของสิ่งมีชีวิตคนตรี วัฏจักรของฤดูกาล แบบแผนของสภาพอากาศ ระดับการจ้างงาน และสภาวะทางเศรษฐกิจ หรือในมุมมองของเนื้อหาคณิตศาสตร์ตามหลักสูตร เรื่องฟังก์ชันและพีชคณิต ได้แก่ นิพจน์ทางพีชคณิตสมการและอสมการ การแสดงในรูปตารางและกราฟ ก็เป็นส่วนสำคัญในการสร้างคำอธิบาย การสร้างแบบจำลอง และการตีความการเปลี่ยนแปลงของปรากฏการณ์ต่างๆ

2. ปริภูมิและรูปทรง (Space and Shape)

ปริภูมิและรูปทรงครอบคลุมปรากฏการณ์ต่างๆ อย่างกว้างขวางซึ่งมีอยู่ทั่วทุกแห่งในโลกที่เราสามารถเห็นได้และมีลักษณะเป็นกายภาพ ได้แก่ แบบรูป สมบัติของวัตถุ ตำแหน่งและทิศทาง การแสดงแทนวัตถุการเข้ารหัสและถอดรหัสของสาระที่มองเห็นจากภาพได้ การนำทาง และปฏิสัมพันธ์ของกลศาสตร์กับรูปร่างจริงและกับการแทน เรขาคณิตเป็นพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับปริภูมิและรูปทรง แต่เนื้อหาปริภูมิและรูปทรงมีรายละเอียดเกินกว่าสาระของวิชาเรขาคณิต ทั้งในเรื่องเนื้อหา ความหมายและวิธีการ ซึ่งจะขยายกว้างไปถึงเรื่องทักษะการมองเห็น การวัดขนาด และพีชคณิต PISA ถือว่า ความเข้าใจแนวคิดหลักและทักษะเป็นสิ่งสำคัญของการรู้เรื่องทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีความเชื่อมโยงกับปริภูมิและรูปทรง โดยการรู้เรื่องทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาเรื่องปริภูมิและรูปทรง ประกอบด้วยการดำเนินการขอข้อต่างๆ เช่น ความเข้าใจภาพวาดตามสัดส่วนที่มองเห็น (เช่น การวาดภาพ) การสร้างและการอ่านแผนที่ การเปลี่ยนรูปร่างโดยใช้และไม่ใช้เทคโนโลยี การตีความมุมมองภาพสามมิติจากมุมต่าง ๆ ที่มองเห็น และการสร้างภาพแทนรูปร่าง

3. ปริมาณ (Quantity)

แนวคิดเรื่องปริมาณเป็นเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่พบมากที่สุดและเป็นเรื่องที่ต้องใช้ในชีวิตประจำวันในเรื่องปริมาณจะรวมถึงเรื่องกำหนดปริมาณของวัตถุ ความสัมพันธ์ สถานการณ์และกลุ่มของสิ่งต่างๆ ในโลก ความเข้าใจการแสดงแทนปริมาณในรูปแบบต่างๆ และการตัดสินใจจากการตีความและข้อโต้แย้งเชิงปริมาณ การรู้เรื่องปริมาณควรมีความเข้าใจเกี่ยวกับการวัดขนาด การนับ ขนาด หน่วยนับ ตัวบ่งชี้ขนาดสัมพันธ์และแนวโน้มเชิงตัวเลขและแบบรูป นอกจากนี้ ในด้านการให้เหตุผลเชิงปริมาณ เช่นความรู้สึกเชิงจำนวน การแสดงจำนวนด้วยวิธีต่างๆ การคำนวณอย่างฉลาด การคิดเลขในใจ การประมาณค่า และการประเมินผลลัพธ์อย่างมีเหตุผลล้วนเป็นสิ่งจำเป็นต่อการรู้เรื่องทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับปริมาณการแสดงปริมาณเป็นวิธีขั้นพื้นฐานสำหรับการอธิบายและการวัดสิ่งต่างๆ ในโลก และเป็นตัวช่วยในด้านต่างๆ เช่น การสร้างแบบจำลอง สถานการณ์ การตรวจสอบการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ การอธิบายและปรับปรุงเรื่องปริภูมิและ

รูปทรง การจัดการและการตีความข้อมูล และการวัดและประเมินความไม่แน่นอน ดังนั้น การรู้เรื่องทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับปริมาณ จึงเป็นการนำความรู้เรื่องจำนวนและการดำเนินการไปใช้ในเป้าหมายต่างๆ อย่างกว้างขวาง

4. ความไม่แน่นอนและข้อมูล (Uncertainty and Data)

ความไม่แน่นอนเป็นเรื่องที่มีอยู่ในวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและในชีวิตประจำวัน และเป็นเรื่องที่เป็นหัวใจสำคัญของการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลาย รวมทั้งทฤษฎีความน่าจะเป็นและสถิติ และเทคนิคของการพรรณนาและการนำเสนอข้อมูลซึ่งถูกสร้างขึ้นมาเพื่อจัดการกับเรื่องนี้ เนื้อหาเรื่องความไม่แน่นอนและข้อมูลนี้รวมถึงการรู้ว่าตำแหน่งใดที่มีความผันแปรในกระบวนการมีการรับรู้ถึงปริมาณของความผันแปร การรับรู้ถึงความไม่แน่นอนและความผิดพลาดจากการวัด และความรู้ในเรื่องโอกาสที่จะเกิดขึ้น นอกจากนี้ยังรวมถึงการคิด การตีความ และการประเมินข้อสรุปในสถานการณ์ที่มีความไม่แน่นอนเป็นจุดสำคัญ ซึ่งการนำเสนอและการตีความข้อมูลเป็นแนวคิดหลักของเนื้อหาประเภทนี้ความไม่แน่นอนพบได้ในการทำนายทางวิทยาศาสตร์ การสำรวจความคิดเห็น การพยากรณ์อากาศ และแบบแผนทางเศรษฐกิจ การมีความผันแปรในกระบวนการผลิต คะแนนสอบ และผลการสำรวจ รวมทั้งเรื่องโอกาสซึ่งพบได้ในกิจกรรมสันตนาการต่างๆ ของแต่ละคน โดยทั่วไป เรื่องความน่าจะเป็นและสถิติในหลักสูตรเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการพรรณนา การสร้างตัวแบบ การตีความความไม่แน่นอนของปรากฏการณ์ และการนำไปอ้างอิง นอกจากนี้การแก้ปัญหาที่อยู่ในเนื้อหาประเภทนี้ยังต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิต เช่น การแสดงแทนด้วยกราฟ และสัญลักษณ์ด้วย

ฉวีวรรณ เสวตมัลย์ (2545: 20-21) กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีประโยชน์ในแง่ของการนำไปใช้ได้ในชีวิตจริงออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน เช่น การซื้อ – ขายสินค้าต่างๆ การคำนวณหากำไรขาดทุน การคิดดอกเบี้ย การคำนวณภาษีเงินได้ การประมาณค่าสิ่งของไม่ว่าจะเป็นน้ำหนัก ความสูงหรือระยะทาง การอ่านและการตีความหมายจากตาราง กราฟ แผนภูมิแบบต่างๆ ฯลฯ สิ่งเหล่านี้ต้องใช้คณิตศาสตร์พื้นฐานซึ่งนักเรียนทุกคนจำเป็นต้องเรียน

2. คณิตศาสตร์ในงานอาชีพ โลกปัจจุบันเจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วด้วยความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งเป็นผลสืบเนื่องมาจากความเจริญทางคณิตศาสตร์นับตั้งแต่สมัยโบราณ ไม่ว่าจะเป็นแรงโน้มถ่วงของโลก จนถึงการทดลองระเบิดนิวเคลียร์ จำเป็นต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้งในแขนงใดแขนงหนึ่ง เช่น วิศวกรต้องเรียนแคลคูลัส สมการดิฟเฟอเรนเชียล การวิเคราะห์เชิงตัวเลข (Numerical Analysis) นักการธนาคาร ผู้ลงทุนการค้าควรเรียนรู้เรื่องกำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming) การควบคุมคุณภาพ (Quality Control) ผู้บริหารงาน

ต้องอ่านและแปลความหมายของข้อมูลทางสถิติได้และควรมีความรู้พื้นฐานทางคอมพิวเตอร์ด้วย นอกจากนี้อาชีพเกือบทุกแขนงไม่ว่าจะเป็นทางวิทยาศาสตร์หรือสังคมศาสตร์ต้องเกี่ยวข้องกับงานวิจัย ซึ่งจำเป็นต้องมีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2557: 4-5) ยังได้กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีความสำคัญทั้งในแง่ของการใช้งานในชีวิตจริงและการพัฒนาการศึกษาให้กับคนในสังคม คณิตศาสตร์จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับการดำรงชีวิตและการพัฒนาความเจริญก้าวหน้าตั้งแต่ในอดีต และในปัจจุบันคณิตศาสตร์ยังมีความสำคัญมากขึ้นในมุมมองของศาสตร์แห่งการพัฒนาความคิด ความเป็นเหตุเป็นผล และการมีส่วนร่วมในการพัฒนาทักษะชีวิต ได้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาความคิดของมนุษย์ กระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทำให้มนุษย์ต้องใช้การคิดที่หลากหลาย เช่น การคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การคิดวางแผนอย่างรอบคอบ การคิดเชิงระบบ ลักษณะการคิดเหล่านี้ นอกจากจะทำให้เกิดความคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical thought) แล้ว ยังช่วยพัฒนาความสามารถในการคิด (Thinking ability) ของมนุษย์ให้ดีขึ้นตามไปด้วย

2. คณิตศาสตร์ทำให้มนุษย์มีเหตุมีผล การเรียนรู้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ทำให้เป็นการพัฒนาความรู้อย่างมีหลักการและเป็นเหตุเป็นผล ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย นอกจากนี้ เนื้อหาบางอย่างของคณิตศาสตร์ ยังช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล (Reasoning ability) โดยตรง เช่น ตรรกศาสตร์ (Logic) และการพิสูจน์ (Proof) ทางคณิตศาสตร์

3. คณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาความสามารถในการทำงานอย่างเป็นระบบ มีการวางแผน และการดำเนินงานเป็นขั้นตอน รวมทั้งการตรวจสอบความถูกต้องหรือประสิทธิภาพของการทำงาน อย่างสมเหตุสมผล กระบวนการทำงานทางคณิตศาสตร์ที่มีขั้นตอนชัดเจน เช่น กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาประสิทธิภาพการทำงานที่มีระเบียบแบบแผนให้กับผู้เรียน

4. คณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในสังคม โดยมีการศึกษาเพื่อทำความเข้าใจปัญหาและวางแผนการแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะทำให้สามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ เช่น ปัญหาน้ำท่วมและการจัดการน้ำ ปัญหาการจราจร ปัญหาการจัดระบบขนส่งมวลชน

5. ความรู้ทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนอธิบายสิ่งต่างๆ ทั้งที่มองเห็นและมองไม่เห็น และช่วยให้คาดการณ์หรือทำนายสิ่งที่จะเกิดขึ้นได้ เนื่องจากความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่จริงและเป็นเครื่องมือในการพิสูจน์สิ่งต่างๆ เช่น การอธิบายเกี่ยวกับความเร็วของแสงและเสี่ยงการทำนายเศรษฐกิจโลก

6. คณิตศาสตร์ช่วยให้เกิดความเจริญในโลก ช่วยให้นักคิดค้นสิ่งใหม่ สร้างสรรค์งานหรือนวัตกรรม ทำให้นักวิทยาศาสตร์ได้รับความสะดวกสบายและความปลอดภัยมากขึ้น ในขณะที่ทำงานหนักและใช้เวลาในการทำงานลดลง เช่น การสร้างโปรแกรมประมวลผลข้อมูลแทนการคำนวณด้วยมือ การผลิตหุ่นยนต์ทุกระเบิด

7. คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานของการพัฒนาศาสตร์สาขาอื่นในฐานะเป็นเครื่องมือในการคิดการทำงาน และการสร้างองค์ความรู้ เช่น วิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ แพทยศาสตร์ สถิติศาสตร์ สังคมศาสตร์

8. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลายอย่างเป็นส่วนหนึ่งของทักษะชีวิต เช่น ทักษะการแก้ปัญหา การสื่อสาร และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การเรียนรู้และทำงานทางคณิตศาสตร์จึงช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะชีวิตควบคู่ไปด้วย

จากการศึกษาเอกสารความสำคัญของคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง สรุปได้ว่า คณิตศาสตร์เข้ามามีบทบาทสำคัญในการดำเนินชีวิตของมนุษย์ ซึ่งแบ่งได้ออกเป็น 4 ด้าน ใหญ่ๆ คือ ด้านการใช้คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน ด้านการใช้ในการศึกษาระดับที่สูงขึ้นหรือใช้ในศาสตร์อื่นๆ ด้านการใช้คณิตศาสตร์ในการประกอบอาชีพ และด้านการใช้คณิตศาสตร์ในการพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

2.2 การนำสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงไปใช้ในห้องเรียน

นักการศึกษาได้ให้ความสำคัญของการนำสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงไปใช้ในห้องเรียนไว้ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 162 – 166) กล่าวว่า การเรียนคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนของทุกประเทศทั่วโลก มุ่งเน้นเพื่อนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่มักเป็นสถานการณ์จำลองที่หลากหลายและเกี่ยวข้องกับชีวิตจริง ทำให้จุดเน้นที่สำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียนของทุกประเทศทั่วโลกเป็นการให้นักเรียนฝึกฝนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การที่นักเรียนได้ฝึกฝนและเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีโครงสร้างหลากหลาย จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนากระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ดังตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาต่อไปนี้

สถานการณ์ปัญหาที่ 1

มาลินีวางแผนว่าจะไปเที่ยวภูเก็ต ซึ่งในช่วงนั้นค่าโดยสารเครื่องบินไปกลับจากกรุงเทพถึงภูเก็ต คือ 5,700 บาท ค่าที่พักรวมอาหารเช้าคืนละ 1,200 บาท ค่าอาหารเฉลี่ยวันละ 200 บาท ค่าใช้จ่ายในการไปเที่ยวตามแหล่งท่องเที่ยว 4 รายการ ราคา 750, 1,250, 450 และ 800 บาท โดยบาง

รายการ รวมอาหารกลางวัน บางรายการรวมอาหารเย็น ถ้ามาลีนีมีเงิน 16,000 บาท มาลีนีจะลางาน เพื่อไปเที่ยวครั้งนี้ได้มากที่สุดกี่วัน และจะมีเงินเหลือหรือไม่ ถ้ามีเงินเหลือ จะเหลืออยู่เท่าไร

สถานการณ์ปัญหาที่ 2

ทวีปแอนตาร์กติกาอยู่ทางขั้วโลกใต้ นักวิทยาศาสตร์ประมาณว่า 97.6%ของพื้นทวีปอันกว้างใหญ่ไพศาลประมาณ 3 ล้านตารางกิโลเมตร ปกคลุมด้วยน้ำแข็ง ซึ่งมีความหนาเฉลี่ย 5 กิโลเมตร ตลอดทั้งปี นักธรณีวิทยาประมาณว่า หากน้ำแข็งที่ปกคลุมทวีปนี้ละลายหมด ระดับน้ำทั่วโลกจะสูงขึ้นประมาณ 60 เมตร นั่นหมายถึงว่าบรรดาเมืองต่างๆ ที่ตั้งอยู่ริมฝั่งทะเลจะจมน้ำหมด จงหา (1) ปริมาตรของน้ำแข็งทั้งหมดของทวีปแอนตาร์กติกา (2) ถ้าน้ำแข็งทั้งหมดที่หาได้ในข้อ (1) ละลายหมด ปริมาตรของน้ำที่ได้จะเป็นเท่าไร

สถานการณ์ปัญหาที่ 3

ค่าโทรศัพท์มือถือที่ประกอบด้วยส่วนที่จ่ายคงที่เดือนละ 100 บาท และส่วนที่คิดตามเวลาที่ใช้ โทรศัพท์เป็นอัตราคงที่ต่อนาที เดือนนี้ใช้โทรศัพท์ไป 2 ชั่วโมง มียอดชำระ 460 บาท ถ้าเดือนหน้ามีฐานะที่ต้องใช้โทรศัพท์ประมาณ 3 ชั่วโมง จะวางแผนรับมือกับสถานการณ์อย่างไร

สถานการณ์ปัญหาที่ 4

จากข่าวเศรษฐกิจของหนังสือพิมพ์ไทยรัฐ ฉบับเช้าวันเสาร์ที่ 13 กุมภาพันธ์ พ.ศ.2553 ได้ตีพิมพ์เกี่ยวกับการรื้อสูตรพยากรณ์ไฟฟ้าใหม่ดังนี้ “นายวีระ จิรประดิษฐกุล ผู้อำนวยการสำนักงานนโยบายและแผนพลังงาน (สนพ.) กล่าวในงานสัมมนาเรื่อง การพยากรณ์ความต้องการไฟฟ้าในอนาคต ว่า สนพ. ได้มีการปรับปรุงสูตรการพยากรณ์ความต้องการใช้ไฟฟ้าในอนาคตใหม่ให้เป็นแบบผสมผสาน โดยมีการนำปัจจัยด้านการประหยัดพลังงานและการใช้พลังงานอย่างมีประสิทธิภาพ (ดีเอสเอ็ม) อุณหภูมิของประเทศ ผลกระทบค่าไฟฟ้าผันแปรอัตโนมัติ (เอฟที) รวมทั้งการผลิตไฟฟ้าเพื่อใช้เองเข้ามาศึกษาด้วย จากเดิมที่ใช้ข้อมูลความต้องการใช้ไฟฟ้าในอดีตและตัวเลขการขยายตัวทางเศรษฐกิจอย่างเดียวและตั้งเป้าหมายภายใน 3 ปีข้างหน้า การคำนวณพยากรณ์ความต้องการใช้ไฟฟ้าจะมีความสมบูรณ์มากขึ้น การพยากรณ์ความต้องการใช้ไฟฟ้าจำเป็นที่จะต้องมีความแม่นยำที่สุด เพราะจะทำให้การวางแผนพัฒนากำลังผลิตไฟฟ้า (พีดีพี) แม่นยำด้วย ซึ่งจะส่งผลให้ทั้ง 3 การไฟฟ้า นำไปวางแผนในการผลิตไฟฟ้าได้ถูกต้องและเหมาะสมและไม่เป็นภาระในการลงทุน แต่ในทางกลับกัน หากคำนวณต่ำไปจะทำให้เกิดปัญหาไฟฟ้าดับได้ จึงต้องมีการปรับปรุงสูตรการพยากรณ์ความต้องการใช้ไฟฟ้าใหม่ให้สะท้อนตามความเป็นจริงมากที่สุด ขณะนี้อยู่ระหว่างการศึกษา คาดว่าภายใน 3 – 5 ปีข้างหน้า แบบจำลองการพยากรณ์ความต้องการใช้ไฟฟ้าจะเสร็จสมบูรณ์และเป็นที่ยอมรับได้”

ทรงชัย อักษรคิด (2555: 44 – 52) กล่าวถึงสิ่งที่นักการศึกษาคณิตศาสตร์ได้แนะนำกับครูสอนคณิตศาสตร์ว่า ครูผู้สอนควรพยายามตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริงของนักเรียน ตั้งปัญหาที่น่าสนใจและท้าทายความสามารถของนักเรียน และดัดแปลงปัญหาปลายปิดหรือปัญหาที่คุ้นเคยให้เป็นปัญหาปลายเปิดหรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคย เพื่อฝึกการคิดและใช้ทักษะกระบวนการของนักเรียน ทั้งนี้ นักการศึกษาได้แนะนำเทคนิคการตั้งปัญหาสำหรับครูผู้สอนไว้บางประการ ดังนี้

1. เทคนิคการสร้างคำถามกุญแจคิด (Key question)

วิเชียร ไชยบัง (ทรงชัย อักษรคิด 2555 : 44 -46; อ้างอิงจาก วิเชียร ไชยบัง 2551: 151 – 153) ครูใหญ่โรงเรียนลำปลายมาศพัฒนา จ.บุรีรัมย์ ได้กล่าวถึงเทคนิคการตั้งปัญหาหรือการสร้างคำถามที่เรียกว่า “คำถามกุญแจคิด” (Key question) สำหรับใช้ฝึกทักษะการคิดของนักเรียน ซึ่งใช้ได้กับทุกๆ กลุ่มสาระการเรียนรู้ ไว้ 13 เทคนิค ดังตาราง 2 ต่อไปนี้

ตาราง 2 เทคนิคการตั้งปัญหาหรือการสร้างคำถาม

ชื่อเทคนิค	ตัวอย่าง
1. ให้คิดกลับ	- ห้าสิบบอย่างที่เราได้เห็นในแม่น้ำ - ยี่สิบบอย่างที่เราไม่เห็นในแม่น้ำ - จำนวนสองจำนวนอะไรบ้างที่บวกกันได้ 10
2. ถ้า...แล้ว	- จะเป็นอย่างไรถ้าแม่น้ำหยุดไหล - จะเป็นอย่างไรถ้าไม่ใช้แปรงสีฟัน - ถ้ารูปสามเหลี่ยมมีมุมภายในเพียงมุมเดียวเท่านั้นที่เป็นมุมแหลม แล้วจะเกิดอะไรขึ้น
3. หาข้อเสีย	- ข้อเสียของการมีรถยนต์ส่วนตัว - ข้อเสียของการใช้แปรงสีฟัน - ข้อเสียของการใช้เครื่องคิดเลขในการคิดคำนวณ
4. หาสิ่งที่ร่วมกันหรือสัมพันธ์กัน	- แม่น้ำกับมนุษย์สัมพันธ์กันอย่างไร - จักรยานกับแปรงสีฟันสัมพันธ์กันอย่างไร - เรขาคณิตกับพีชคณิตสัมพันธ์กันอย่างไร

ตาราง 2 (ต่อ)

ชื่อเทคนิค	ตัวอย่าง
5. จับคู่ตัวอักษรกับ เรื่องราว	- ก.ไก่ ถึง ฮ. นกฮูก ควรจะคู่กับคำหรือวลีใดในแม่น้ำ เช่น ก กาของเสีย , ข ขยะ, ค คดเคี้ยว, ง งดงาม ฯลฯ - แต่งเรื่องราวให้มีสัญลักษณ์ π, %, =, $\square$ และ $\square$ อยู่ในเรื่องราวได้อย่างไร
6. ต่อ ตัด เติม	- ต่อ ถ้าต่อกระเบของรถบรรทุกให้ยาวกว่านี้จะเป็นดีหรือไม่ดีอย่างไร - ตัด ให้ออกแบบเครื่องใช้ไฟฟ้าไร้สาย - เติม จงเขียนจำนวนที่มีแต่เลขโดด 8 กับเครื่องหมาย + เท่านั้น โดยให้ผลบวกเป็น 1,000 ให้ได้หลายวิธีที่สุด
7. สร้างทางเลือก	- มีวิธีดูแลรักษาแม่น้ำให้คงอยู่ยาวนานได้อย่างไรบ้าง - เดินทางไปกรุงเทพฯ ได้อย่างไรบ้าง - การเลือกเดินทางไปโรงเรียนด้วยเส้นทางไหนใช้เวลาน้อยที่สุด พร้อมอธิบายเหตุผล
8. ให้นึกภาพหรือ ทำนาย	- ให้นึกว่าอะไรต่างไปถ้าไม่มีแม่น้ำเจ้าพระยา - แปรสปีพันในอนาคตจะเป็นอย่างไร - ให้นึกภาพว่าถ้าวงเหรียญบาทซ้อนต้งขึ้นไปเรื่อยๆ ต้องใช้เหรียญบาทสักกี่เหรียญจึงจะสูงเท่ากับตึกใบหยก
9. ประโยชน์ด้านอื่น	- ขยะขวดน้ำอัดลมพลาสติกเปล่า ทำอะไรได้บ้าง - แปรสปีพันทำอะไรได้บ้าง - ประโยชน์ของวงเวียนนอกจากใช้สร้างวงกลมแล้วยังใช้ทำอะไรได้อีก
10. นำขั้นหรือไร้สาระ	- บ้านที่ไม่มีโครงสร้างจะเป็นอย่างไรหรือจะทำอย่างไร - เราจะทำให้ฝนตกได้ตามที่เราต้องการได้อย่างไร - จงสร้างรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่า
11. หาคำถาม	- คำตอบคือ “พลังงานทางเลือก” คำถามคืออะไร 5 คำถาม - คำตอบคือ “แม่น้ำ” จะตั้งคำถามอย่างไร

ตาราง 2 (ต่อ)

ชื่อเทคนิค	ตัวอย่าง
12. ผู้การแปลความหมาย	- ให้เหตุผลว่าทำไมตื่นขึ้นมาตอนเช้าจึงไม่เห็นทุกอย่างเป็นสีดำ - กินเค้กแล้วทำไมจึงมีรสหวาน - “พีทาโกรัสเป็นบุคคลที่เกิดในช่วงชีวิตเดียวกับพระพุทธเจ้า” นักเรียนมีความคิดเห็นอย่างไรกับข้อความนี้
13. เห็น คิด ค้น	นำบางสิ่งให้ดู (เช่น แพนแกรม) และป้อนคำถาม - เห็นอะไร (ใช้ทักษะการสังเกต) - คิดว่ามันคืออะไร และทำไมจึงคิดว่าเป็นสิ่งนั้น (Metacognition) - ค้นหาคำตอบหรือความรู้ในสิ่งนี้ได้อย่างไรหรือจากที่ใด

ที่มา: ทรงชัย อักษรคิด 2555 :44 -46; อ้างอิงจาก วิเชียร ไชยบัง 2551: 151 – 153)

2. เทคนิคการตั้งปัญหาแบบให้นักเรียนยกตัวอย่าง

โจทย์หรือแบบฝึกหัดเพื่อวัดผลเกี่ยวกับ “ความรู้ ความจำ ความเข้าใจ” ของนักเรียนเกี่ยวกับ ความหมาย บทนิยาม ข้อเท็จจริงเบื้องต้น และทฤษฎีต่างๆ นั้น ครูผู้สอนส่วนใหญ่มักจะตั้งโจทย์หรือแบบฝึกหัดในลักษณะ เช่น แบบให้เติมถูก - ผิด (True – false) แบบหลายตัวเลือก (Multiple – choice) แบบเติมคำในช่องว่าง (Fill – in – the – blank) และแบบจับคู่สิ่งที่สัมพันธ์กัน (Matching format) เป็นต้น บางครั้งงานต่างๆ แบบนี้ไม่ได้วัดถึง “ความเข้าใจ” ของนักเรียน ครูผู้สอนอาจเปลี่ยนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาแบบให้นักเรียนยกตัวอย่าง (Thomas Butts. (ทรงชัย อักษรคิด.2555: 47; อ้างอิงจาก Thomas Butts. 1980: 60) เช่น

จงยกตัวอย่างของสิ่งที่โจทย์กำหนดมาข้อละ 1 ตัวอย่าง (ถ้ามี)

- เศษส่วนแท้ที่มีค่ามากกว่า $\frac{3}{4}$ (คำตอบเช่น $\frac{4}{5}$)

- พหุนามที่มี 4 พจน์ และมีดีกรี 5 (คำตอบเช่น $2x^5 + 3x^3 - x + 1$)

- รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งที่มีส่วนสูงเส้นหนึ่งทับกันสนิทกับเส้นมัธยฐานเส้นหนึ่ง คำตอบเช่น 

- สมการของวงกลมที่สัมผัสแกนพิกัดทั้งสองแกน (แกน X และ Y) (คำตอบเช่น

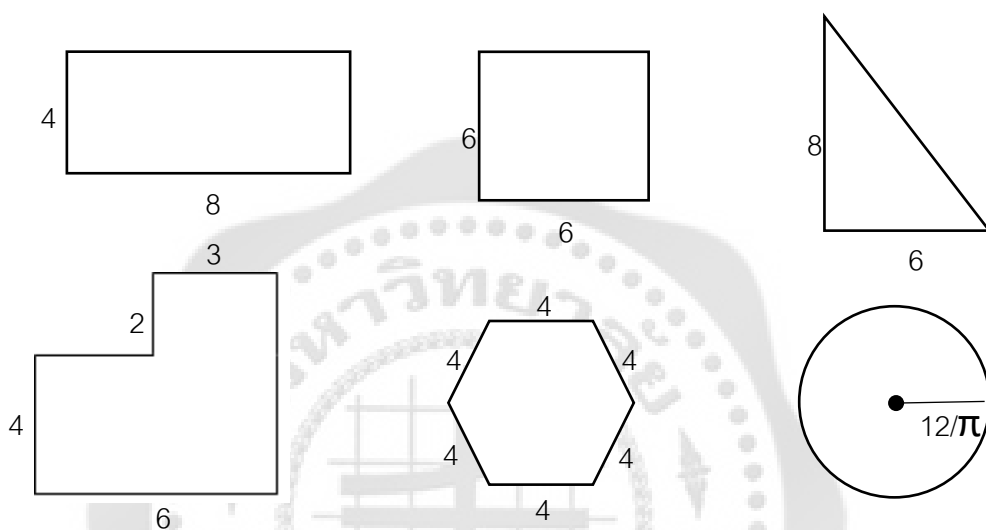
$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$$

- เหตุการณ์ที่มีความน่าจะเป็นเท่ากับ 1

(คำตอบเช่น ทอดลูกเต๋านึ่งลูกหนึ่งครั้งแล้วได้หน้าทีออกมีแต้มน้อยกว่า 7)

3. เทคนิคการตั้งปัญหาแบบให้ตัวอย่างปัญหาย่อยหลายๆ ปัญหา

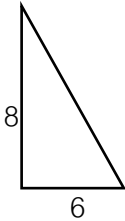
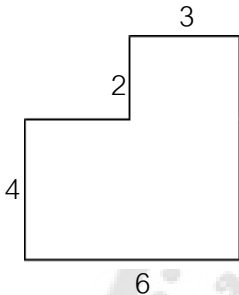
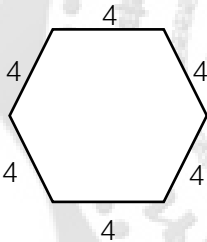
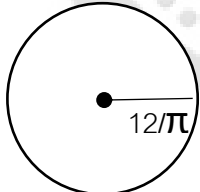
เทคนิคการตั้งปัญหาแบบให้ตัวอย่างปัญหาย่อยหลายๆ ปัญหา ส่งเสริมให้นักเรียนได้สังเกตความสัมพันธ์ร่วมของแต่ละปัญหาย่อยๆ จนมองเห็นแบบรูป และนำไปขยายไปสู่รูปทั่วไปได้ (Thomas Butts. (ทรงชัย อักษรคิด. 2555: 47; อ้างอิงจาก Thomas Butts. 1980: 26 - 27) เช่น จงหาพื้นที่ของรูปต่างๆ ต่อไปนี้



- 1) นักเรียนมีข้อเสนออะไรหรือไม่
- 2) นักเรียนสังเกตเห็นอะไรหรือไม่

แนวคิด

รูป	พื้นที่(ตารางหน่วย)	ความยาวเส้นรอบรูป (หน่วย)
	32	24
	36	24

รูป	พื้นที่(ตาราง หน่วย)	ความยาวเส้นรอบรูป (หน่วย)
	24	24
	30	24
	41.57	24
	45.86	24

จากรูปจะเห็นได้ว่าทุกรูปมีความยาวเส้นรอบรูปเท่ากัน แต่รูปที่มีพื้นที่มากที่สุดได้แก่ “วงกลม” และรูปที่มีพื้นที่น้อยที่สุดได้แก่ “รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก” และเมื่อเรียงรูปที่มีพื้นที่น้อยที่สุดไปหารูปที่มีพื้นที่มากที่สุดแล้ว จะพบว่าจะเป็นการเรียงรูปที่มีจำนวนเหลี่ยมน้อยสุดไปหารูปที่มีจำนวนเหลี่ยมมากที่สุดด้วย ทั้งนี้เราอาจจะมองได้ว่า “วงกลม” คือรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีจำนวนเหลี่ยมมากๆ ก็ได้

4. เทคนิคการตั้งปัญหาแบบใช้แนวทางตรงข้ามปัญหาที่คุ้นเคย

เทคนิคการตั้งปัญหาแบบใช้แนวทางตรงข้ามกับปัญหาที่คุ้นเคยเป็นวิธีการตั้งปัญหาโดยใช้กระบวนการตรงข้ามกับปัญหาที่คุ้นเคยทั่วไป กระบวนการตรงข้ามที่รู้จักกันดี เช่น การคูณพหุนามกับการแยกตัวประกอบของพหุนาม การหารากของพหุนามกับการหาพหุนามเมื่อกำหนดรากมาให้การหาอนุพันธ์ (Differentiation) กับการหาปริพันธ์ (Integration) เป็นต้น (Thomas Butts. ทรงชัย อักษรคิด. 2555: 48; อ้างอิงจาก Thomas Butts. 1980: 28) พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

- จงหารูปเรขาคณิตสามมิติ 3 รูปที่แต่ละรูปมีพื้นที่ผิวเท่ากับ 60 ตารางหน่วย
- จงเขียน 525 ในรูปผลบวกของจำนวนเต็มต่างๆ ที่เรียงกัน โดยเขียนให้ได้มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้

- จงตั้งโจทย์ปัญหาการหารเพื่อแสดงถึงประโยคสัญลักษณ์ $38 \div 4 = \square$ มา 3 ปัญหาที่มีแนวคิดที่หลากหลายหรือให้ได้คำตอบที่แตกต่างกัน

ตัวอย่างปัญหาข้อสุดท้ายข้างต้นนี้ ทำให้นักเรียนเห็นว่าคำตอบของปัญหาขึ้นอยู่กับสถานการณ์ปัญหาตามหลักความเป็นจริง ซึ่งนักเรียนต้องคิดวิเคราะห์ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ ยกตัวอย่าง เช่น

“ครูของโรงเรียนแห่งหนึ่งรวมทั้งหมด 38 คน ต้องการจะไปเที่ยวอยุธยาด้วยกัน ถ้าหากจะไปด้วยรถแท็กซี่ซึ่งนั่งได้คนละไม่เกิน 4 คน จะต้องใช้รถทั้งหมดกี่คันจึงจะประหยัดที่สุด (ตอบ 10 คัน)”

“เอมีเงิน 38 บาท ต้องการแบ่งให้น้อง 4 คน คนละเท่าๆ กัน เธอจะต้องแบ่งเงินให้น้องคนละกี่บาท (ตอบ 9.50 บาท)”

5. เทคนิคการตั้งปัญหา “อะไรจะเกิดขึ้น...ถ้า...ไม่...” (What – if – not)

บราวน์ และวอลเทอร์ (ทรงชัย อักษรคิด. 2555: 49 – 50; อ้างอิงจาก Brown; & Walter. 2005) ได้แนะนำเทคนิคที่สำคัญเทคนิคหนึ่งที่สามารถนำไปใช้ตั้งปัญหาได้ทั้งปัญหาที่เกิดจากการขยายปัญหาเดิมที่เคยแก้มาแล้ว หรือใช้ได้กับปัญหาที่สร้างสรรค์ขึ้นมาใหม่ก็ได้ เทคนิคนี้รู้จักกันในชื่อ “อะไรจะเกิดขึ้น...ถ้า...ไม่...” (What – if – not)

ซึ่งมีขั้นตอนการตั้งปัญหา 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 เลือกประเด็นเริ่มต้นเพื่อให้ได้มาซึ่งปัญหา

ขั้นที่ 2 เขียนสมบัติหรือข้อสังเกตที่เราเห็นมาหลายๆ ข้อจากประเด็นเริ่มต้นที่เลือกมาในขั้นที่ 1

ขั้นที่ 3 เขียนประโยคในลักษณะ อะไรจะเกิดขึ้น ถ้าไม่เป็นไปตามสมบัติหรือข้อสังเกตต่างๆ ในขั้นที่ 2

ขั้นที่ 4 จากขั้นที่ 3 ให้ถามคำถามหรือตั้งปัญหาออกไป

ขั้นที่ 5 วิเคราะห์ปัญหา

อีฟเว็น (อัมพร ม้าคนอง. 2554: 20; อ้างอิงจาก Even. 2000) ได้เสนอแนวคิดและแนวทางที่จะทำให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้ในสถานการณ์จริงได้

1. ผู้สอนต้องให้ความหมายและกำหนดคำถามเกี่ยวกับการใช้งานของคณิตศาสตร์ และบริบทของการคิด กิจกรรม และการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้อง เช่น การเปลี่ยนบริบทจากการเป็นครูและนักเรียน เป็นพ่อค้ากับลูกค้า การเปลี่ยนภาษาคณิตศาสตร์ที่ใช้เป็นทางการเป็นภาษาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในห้องตลาด

2. ผู้สอนควรอธิบายหรือแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างการใช้งานของคณิตศาสตร์กับบริบทของการใช้งาน เช่น ความเหมือนและความแตกต่างของคณิตศาสตร์ในโรงเรียน กับคณิตศาสตร์ในที่ทำงาน รวมถึงสถานการณ์และลักษณะการใช้งานของคณิตศาสตร์เฉพาะใดๆ เช่น การใช้คำว่า มากกว่า น้อยกว่า ตั้งแต่ ไม่เกิน ไม่ถึง

3. ผู้สอนต้องตระหนักถึงความสัมพันธ์ระหว่างความคิดและความรู้สึก ต้องพิจารณาว่าสถานการณ์ลักษณะใดที่จะทำให้ผู้เรียนรู้สึกดี เพราะสถานการณ์สื่อความหมายให้รู้สึกได้หลากหลาย เช่น ปัญหาการเงินของครอบครัว สถิติของคนตายจากอุบัติเหตุ

4. ผู้สอนควรออกแบบการสอนเกี่ยวกับการใช้งานของคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเชื่อมโยงความรู้ไปใช้ได้ง่ายขึ้น

โมเสส (Moses) และคณะ (ทรงชัย อักษรคิด. 2555: 77 – 78; อ้างอิงจาก Reys, Robert E.; et al. 2004: 122 – 123) ได้แนะนำหลักการที่ครูผู้สอนสามารถช่วยให้นักเรียนเรียนรู้การตั้งปัญหาได้ มีหลักการ 4 ข้อดังต่อไปนี้

1. มุ่งความสนใจของนักเรียนไปที่ชนิดของข้อมูลแบบต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ทั้งนี้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาอาจเป็นไปได้ 3 แบบ ได้แก่

- 1.1 ข้อมูลที่ให้นักเรียนโดยตรง (สิ่งที่รู้แล้ว)
- 1.2 ข้อมูลที่มุ่งหมายให้นักเรียนค้นหา (สิ่งที่ยังไม่รู้)
- 1.3 ข้อมูลที่ให้แบบจำกัดที่สัมพันธ์กับคำตอบ

โดยส่งเสริมให้นักเรียนถามคำถาม “จะเกิดอะไรขึ้นถ้า...” (“What if” questions) เช่น จะเกิดอะไรขึ้นถ้านักเรียนเปลี่ยนข้อมูลที่นักเรียนรู้แล้วให้เป็นแบบอื่นๆ หรือจะเกิดอะไรขึ้นถ้านักเรียนสลับกันระหว่างข้อมูลที่นักเรียนรู้แล้วกับข้อมูลที่ยังไม่รู้ หรือจะเกิดอะไรขึ้นถ้านักเรียนเปลี่ยนแปลงข้อมูลที่มาแบบจำกัด เป็นต้น

2. เริ่มจากหัวข้อเรื่องหรือแนวคิด (Concepts) ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนคุ้นเคย

3. ส่งเสริมให้นักเรียนใช้สิ่งที่คลุมเครือ (สิ่งที่นักเรียนไม่แน่ใจหรือที่ต้องการอยากรู้) ขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาไปยังการสร้างคำถามหรือปัญหาใหม่

4. สอนความคิดเกี่ยวกับขอบเขต (Domain) ให้กับนักเรียน โดยขอบเขตในที่นี้อาจเป็นขอบเขตของจำนวนที่ปรากฏในปัญหา โดยครูผู้สอนฝึกให้นักเรียนใช้วิธีการขยายหรือจำกัดขอบเขตของปัญหา ยกตัวอย่างเช่น ปัญหา “จงหาจำนวนสามจำนวนที่มีผลคูณเท่ากับ 24” ทั้งนี้คำตอบมีความหลากหลายขึ้นอยู่กับพิจารณาขอบเขตของจำนวน เช่น ถ้าขอบเขตเป็นจำนวนนับหรือเป็นเพียงจำนวนคู่บวก หรือจำนวนเต็มทั้งหมด (ทั้งจำนวนบวกและลบ) หรือขอบเขตอาจจะเป็นเศษส่วนหรือทศนิยมก็ได้ เป็นต้น

ครูมีบทบาทสำคัญในการสร้างสภาพห้องเรียนให้แวดล้อมไปด้วยการคิดเชิงลึกเกี่ยวกับปัญหาและส่งเสริมวิธีการเปลี่ยนแปลงหรือสร้างปัญหาต่างๆ ขึ้นมาใหม่ ครูสามารถเป็นต้นแบบที่ดีของการตั้งปัญหาให้กับนักเรียนได้โดยใช้การถามคำถาม “จะเกิดอะไรขึ้นถ้า...” บ่อยๆ ขณะที่การอภิปรายเกี่ยวกับปัญหากับนักเรียนและการส่งเสริมให้นักเรียนสร้างข้อคาดการณ์

2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง

ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงทั้งในประเทศและต่างประเทศไว้ดังนี้

บุญญา สุแซ่หล่อ (2550: 109) ได้ทำการศึกษา การบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหา คณิตศาสตร์ในเรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิตโดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่าผลของการใช้การบูรณาการด้านความสามารถในการเชื่อมโยงนักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01

วาสนา วงษาไชย (2555: 93) ได้ทำการศึกษา ความสามารถในการทักษะการคิดของนักเรียน โดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันที่ส่งเสริมทักษะการคิด และศึกษาเจตคติที่มีต่อชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันที่ส่งเสริมทักษะการคิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า หลังจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันที่ส่งเสริมทักษะการคิดนักเรียนมีผลการเรียนรู้ด้านความสามารถในทักษะการคิดผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 และนักเรียนมีเจตคติอยู่ในระดับเห็นด้วยมาก

สุลักขณา คุ่มทรัพย์ (2555: 83 – 84) ได้ทำการศึกษา ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสมเชื่อมโยงกับสถานการณ์จริง เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสมเชื่อมโยงกับสถานการณ์จริง เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญที่ .01 และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสมเชื่อมโยงกับสถานการณ์จริง เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ หลังทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ฮิค์ และ อายลิงส์ (Heck; & Uylings. 2006: 107-116) ได้ทำการศึกษาการนำสถานการณ์ในชีวิตจริงมาใช้ในห้องเรียน โดยให้นักเรียนบันทึกวิดีโอเหตุการณ์ในชีวิตจริง เช่น การเล่นในสนามเด็กเล่น การปั่นจักรยาน หรือบันทึกภาพถ่าย เช่น รูปภาพของบ้าน รูปสะพานแขวน จากนั้นให้นักเรียนใช้คอมพิวเตอร์ในการสร้างแบบจำลองจากวิดีโอหรือภาพที่นักเรียนได้บันทึกไว้ให้อยู่ในรูปการนำเสนอข้อมูลทางคณิตศาสตร์ เช่น กราฟ สมการ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการทำงานมาก นักเรียนสามารถนำเสนอข้อมูลได้อย่างเป็นเหตุเป็นผล และเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย

สไตล์เลียนไนด์ส (Stylianides. 2008: 859-875) ได้ทำการศึกษาการดำเนินกิจกรรมในชั้นเรียนโดยนำสถานการณ์คณิตศาสตร์ขั้นสูงที่แฝงอยู่ในบริบทชีวิตจริงมาใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผลการศึกษาพบว่า หากครูผู้สอนมีความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์และการจัดการเรียนรู้เป็นอย่างดี การนำสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงมาจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนจะช่วยให้นักเรียนรู้สึกละเลยไม่ถูกหลอกให้เรียนคณิตศาสตร์ ช่วยสร้างแรงบันดาลใจให้นักเรียนอยากเรียนคณิตศาสตร์ หากครูผู้สอนมีความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ที่ไม่แม่นยำ การนำสถานการณ์ในชีวิตจริงมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ค่อนข้างจะใช้เวลานาน และไม่ราบรื่น นักเรียนมีส่วนร่วมน้อย

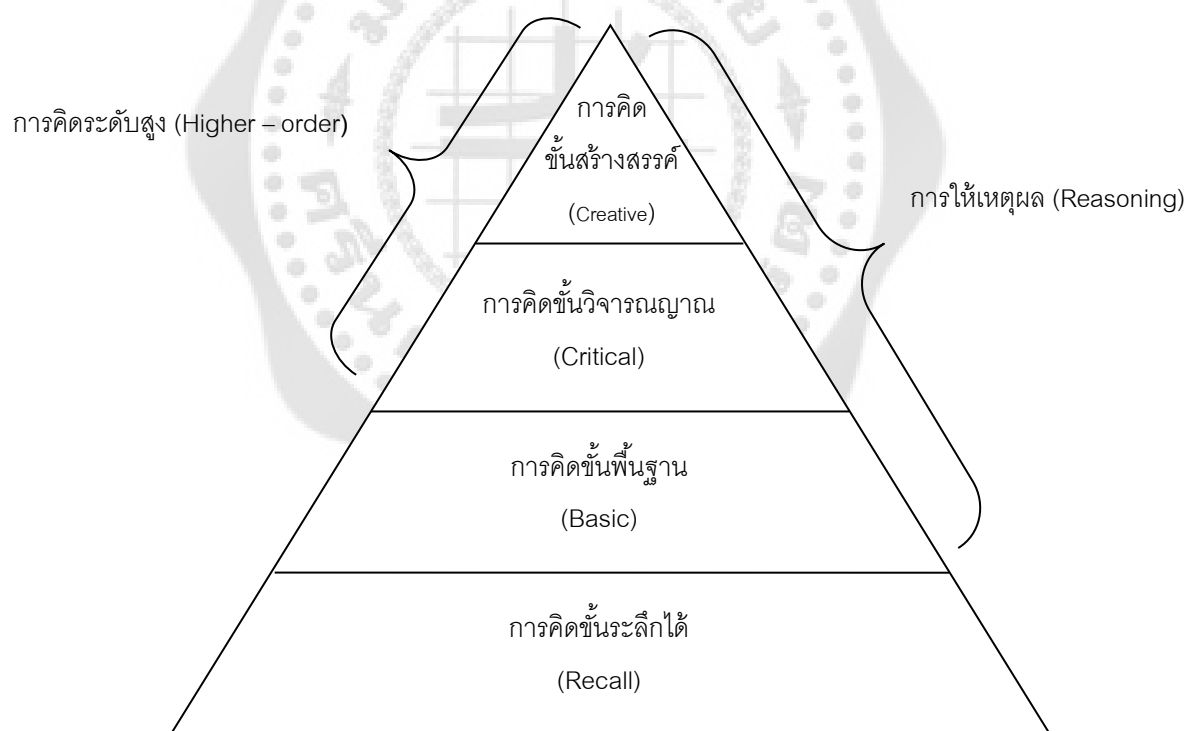
จากงานวิจัยข้างต้น การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริง ช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย คือ เกิดการเรียนรู้ว่าเรียนคณิตศาสตร์ไปแล้วสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันอย่างไรได้บ้าง สร้างแรงจูงใจในการเรียนให้กับนักเรียน มีทัศนคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ และทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะหนึ่งของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ผู้สอนคณิตศาสตร์ควรให้ความสำคัญ ซึ่งมีนักการศึกษาให้ความหมายไว้ดังนี้

ครูลิกและรูดนิค (Krulik; & Rudnick. 1993: 3) กล่าวว่า การคิด หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์และได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งนักเรียนต้องสร้างข้อคาดการณ์ หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ แล้วแสดงเหตุผล อธิบายข้อสรุป และยืนยันข้อสรุปนั้น การคิดและการให้เหตุผลมีส่วนเกี่ยวข้องกันครูลิกและรูดนิค (Krulik and Rudnick) ได้อธิบายถึงความเกี่ยวข้องนี้ โดยเขาได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ระดับ คือ ขั้นระลึกได้ (Recall) ขั้นพื้นฐาน (Basic) ขั้นวิจารณ์ญาณ (Critical) และขั้นสร้างสรรค์ (Creative) โดยได้จัดให้การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่อยู่เหนือจากระดับขั้นระลึกได้ ดังภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 4 ลำดับขั้นการคิดตามแนวคิดของครูลิกและรูดนิค

ที่มา: Krulik, S. & Rudnick, J. (1993). *Reasoning and Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teachers*. p. 3.

บาร์ดี้และคอสลิกค์ (Baroody; & Coslick. 1998: 22) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน การให้เหตุผลเป็นความสามารถในการตรวจสอบและหาข้อสรุปต่างๆ และเป็นพื้นฐานของทักษะการอยู่รอด

แวน เดอ วาลล์ (Van de Walle. 1998: 12) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นหัวใจสำคัญของการจดจำกฎมาใช้ในการกระทำทางคณิตศาสตร์ ใช้ในการหาแบบรูปและเพื่อให้สามารถเข้าใจในสิ่งนั้นๆ และยังเป็นสิ่งสำคัญที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา

โอแดฟเฟอร์และธอร์นควิสต์ (NCTM. 1999: 117; อ้างอิงจาก O' Daffer & Thornquist. 1993:43) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการสร้างข้อความคาดการณ์และการสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิด

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers Of Mathematics (NCTM). 2000: 56) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเป็นสิ่งจำเป็นในการทำ ความเข้าใจคณิตศาสตร์ โดยพัฒนาความคิดผ่านการสำรวจสถานการณ์ การตัดสินใจเพื่อยืนยันคำตอบ และการใช้การคาดเดาคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อน

สมาคมนานาชาติเพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (The International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). 2014: 14-15) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความเกี่ยวข้องกับตรรกศาสตร์และการคิดอย่างเป็นระบบ ปัญหาต่างๆ จำเป็นต้องสามารถให้เหตุผลได้ในรูปแบบที่แตกต่างกัน เพราะความแปลกใหม่ของบริบทหรือความซับซ้อนของสถานการณ์ จำนวนของการตัดสินใจและขั้นตอน และอาจถึงความรู้และความเข้าใจจากขอบเขตที่แตกต่างกันของคณิตศาสตร์ เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับการคาดเดา การพิจารณาเหตุผลตามสมมติฐานที่เฉพาะเจาะจงและกฎ และการตัดสินใจเพื่อยืนยันคำตอบ

เวซฤทธิ์ อังกะนะภัทรขจร (2553: 27) กล่าวว่า ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบาย การหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล และความสามารถในการพิจารณาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

จงกล ทำสวน (2553: 60) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ และประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

อัมพร ม้าคนอง (2554: 48) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างข้ออ้างอิงทั่วไป และการหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่างๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ค: 39 - 40) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง กระบวนการการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

โครงการ PISA ประเทศไทย (2557: 7) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลและการสร้างข้อโต้แย้ง (Reasoning and Argument) ว่าเป็นความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่ถูกนำมาใช้ในแต่ละขั้นตอนและแต่ละกิจกรรมที่เชื่อมโยงกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ คือ การให้เหตุผลและการสร้างข้อโต้แย้ง ความสามารถนี้เกี่ยวข้องกับพื้นฐานของความเป็นเหตุเป็นผลในกระบวนการคิดซึ่งได้สำรวจและเชื่อมโยงกับองค์ประกอบของปัญหา เพื่อใช้สร้างข้อสรุปจากสิ่งเหล่านั้น ตรวจสอบการให้เหตุผลที่ได้รับ หรือแสดงเหตุผลของข้อความหรือวิธีแก้ปัญหา

จากความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้น พอจะสรุปความหมายได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่แสดงออกถึงความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยการอธิบาย การเขียน หรือแสดงหลักฐาน เพื่อใช้ในการอ้างอิงหรือยืนยันแนวคิดได้อย่างสมเหตุสมผล

3.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพราะเป็นทักษะสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์และเป็นทักษะสำคัญในการในชีวิตประจำวัน นักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 56) กำหนดการให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นมาตรฐานหนึ่งในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ และกล่าวว่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์จะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง ซึ่งได้กำหนดมาตรฐานของการให้เหตุผลและการพิสูจน์สำหรับนักเรียนตั้งแต่ชั้นอนุบาลถึงเกรด 12 ดังนี้

1. ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในวิชาคณิตศาสตร์
2. สร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
3. พัฒนาและประเมินการให้เหตุผลและพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้
4. เลือกและใช้ประเภทของการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ที่หลากหลายได้

ในส่วนของประเทศไทย หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.2551 ได้ระบุให้
ความสามารถในการให้เหตุผล อยู่ในสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
(สสวท. 2555ค: 4)

อัมพร ม้าคนอง (2554: 49) ได้สรุปว่า ความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียนมี
ความสำคัญต่อผู้สอนในการดำเนินการต่อไปนี้

1. อธิบายระดับพัฒนาการของผู้เรียนในการเรียนคณิตศาสตร์เฉพาะใดๆ
2. ระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนพร้อมทั้ง
เหตุผล
3. วิเคราะห์แนวคิดใหม่ๆ (Emerging ideas) ที่เกิดจากการให้เหตุผลของผู้เรียน
เพื่อที่จะขยายความและอภิปรายร่วมกับผู้เรียนคนอื่นๆ
4. ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical structures) หรือประเภทของ
ปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของผู้เรียน
5. จัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของผู้เรียน
6. ตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความ
เข้าใจของผู้เรียน

นอกจากนี้ยังได้กล่าวถึง ลักษณะที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่
สำคัญมีดังต่อไปนี้

1. หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์
2. ให้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และในการ
อธิบายความคิดของตนเอง
3. เข้าใจและสามารถใช้กระบวนการให้เหตุผลในสถานการณ์เฉพาะใดๆ
4. สร้าง ทดสอบ และประเมินข้อความคาดการณ์และข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
5. ให้เหตุผลโดยใช้การอุปนัยและการนิรนัยทางคณิตศาสตร์
6. ตรวจสอบและประเมินความคิดของตนเอง
7. เห็นคุณค่าและความสำคัญของการให้เหตุผลซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์ และ
สามารถนำไปใช้ได้
8. การให้เหตุผลในชีวิตประจำวัน ในการทำงาน และในบริบทที่หลากหลาย
9. ลักษณะของการให้เหตุผลที่อยู่ในการเรียนวิชาอื่นๆ
10. การให้เหตุผลแบบอุปนัยและแบบนิรนัย

จากความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่สำคัญอย่างยิ่งที่แสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังเป็นทักษะสำคัญที่ใช้ในการอธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ ในชีวิตจริงได้อย่างกว้างขวาง การฝึกให้นักเรียนคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลจะเป็นทักษะที่ติดตัวนักเรียนสำหรับเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ตลอดชีวิต

3.3 รูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

บาร์ดี (จิตติมา ชอบเอียด. 2551:29-30; อ้างอิงจาก Barody. 1993: 59) ได้จำแนกชนิดของการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับชั้นเรียนคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ชนิด คือ

1. การให้เหตุผลแบบสหัญญาณ (Intuitive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่คนเรามีข้อมูลไม่เพียงพอที่จะตัดสินใจ จึงตัดสินใจบนข้อมูลที่เห็นและตามความรู้สึก การให้เหตุผลแบบสหัญญาณจึงเป็นเหตุผลที่ขึ้นอยู่กับสิ่งที่ปรากฏหรือข้อสันนิษฐาน ซึ่งทั้งสิ่งที่ปรากฏและข้อสันนิษฐานนี้อาจถูกหรือผิดก็ได้
2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้การสังเกตเป็นพื้นฐาน เพื่อค้นหาแบบรูปหรือสร้างข้อคาดการณ์แล้วสรุปเป็นกรณีทั่วไป มีผู้ให้ความหมายของการให้เหตุผลแบบอุปนัยในลักษณะที่คล้ายๆ กัน คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นกระบวนการทางปัญญาที่ช่วยให้คนเราสร้างหรือสรุปกฎจากประสบการณ์ เกิดจากการนำเสนอข้อมูลของสมาชิกบางส่วนมาสร้างเป็นนัยทั่วไปเกี่ยวกับสมาชิกตัวอื่นหรือสมาชิกทั้งหมดของเซต เป็นกระบวนการตั้งสมมติฐานที่เป็นกฎทั่วไปซึ่งแทนลักษณะร่วมกันของกลุ่มของวัตถุสิ่งของหรือเหตุการณ์ที่มีลักษณะเฉพาะ การให้เหตุผลอุปนัยจึงเป็นการหาสมบัติร่วมกัน หาแบบรูป กฎ และข้อสรุปจากตัวอย่างที่ต่างกัน
3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการสรุปอย่างสมเหตุสมผลบนพื้นฐานของข้อตกลงหรือกฎ ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงแล้ว หรือที่เรียกว่าเหตุสามารถกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลเชิงนิรนัยมีลักษณะตรงข้ามกับการให้เหตุผลแบบอุปนัย เพราะการให้เหตุผลแบบอุปนัยมีจุดเริ่มจากกรณีเฉพาะไปสู่ข้อสรุปที่เป็นกรณีทั่วไป ในขณะที่การให้เหตุผลแบบนิรนัยมีทิศทางตรงกันข้าม คือ จะใช้ความรู้กรณีทั่วไปในการแก้ปัญหาคำถามเฉพาะ เชื่อกันว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่น่าเชื่อถือได้มากที่สุด เนื่องจากการให้เหตุผลที่สร้างบนพื้นฐานทางตรรกศาสตร์

อัมพร ม้าคอง (2554: 49 – 50) ได้กล่าวถึงลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า มีหลายลักษณะ ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงตรรก (Logical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การคิดเชิงตรรกประกอบด้วยการให้เหตุผล 2 ประเภท ดังนี้

1.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบอุปนัย ซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่เป็นจริงจากข้อมูลย่อยๆ ไปสู่ข้อสรุปหรือความจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง แล้วใช้เหตุผลสรุปความสัมพันธ์ในรูปแบบทั่วไปของตัวอย่างเหล่านั้น

1.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบนิรนัย ซึ่งเป็นการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย การให้เหตุผลแบบนี้จึงเป็นการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎหรือหลักเกณฑ์ทั่วไปที่ยอมรับกันว่าเป็นจริงโดยมีการพิสูจน์มาแล้ว เป็นหลักในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎหรือเกณฑ์นั้น

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วน ทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลขและข้อมูลเชิงคุณภาพ เช่น การหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบจำนวน การเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วน

3. การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับตัวเลข แบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้

3.1 การระบุค่าของตัวแปร เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับที่มาของค่าของตัวแปรจากปัญหาสัดส่วน เช่น เก่งกับแก้วว่ายน้ำด้วยอัตราเร็วเท่ากัน ถ้าเก่งใช้เวลา 18 วินาที ในการว่ายน้ำ 100 เมตร แก้วจะใช้เวลากี่นาที ในการว่ายน้ำ 150 เมตร ถ้าให้ x เป็นตัวแปรแทนเวลาที่แก้วใช้ จะได้สัดส่วน $\frac{18}{100} = \frac{x}{150}$ และจากการแก้ปัญหาสัดส่วน จะได้ค่าของตัวแปรหรือ x เป็น 27 วินาที

3.2 การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เป็นการให้เหตุผลจากการเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือเศษส่วน เช่น นิดซื้อไข่ไก่ 3 ฟอง 10 บาท น้อยซื้อไข่ไก่ขนาดเดียวกัน 5 ฟอง 16 บาท แสดงว่าน้อยซื้อไข่ไก่อราค่าฟองละ $\frac{16}{5}$ บาท ซึ่งถูกกว่าราคาฟองละ $\frac{10}{3}$ บาท ที่นิดซื้อ

4. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์ หรือสิ่งที่ปรากฏในมิติต่างๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือ ทรง 3 มิติ และการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตทั้งในมิติเดียวกันและต่างมิติกัน รวมถึงการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแปลงข้อมูลเชิงคุณภาพเป็นภาพหรือทรงมิติต่างๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 40 – 45) ได้จำแนกรูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 แบบ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลายๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่า น่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียนข้อสรุปนั้นว่า ข้อความคาดการณ์

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้นเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่ การให้เหตุผลแบบนิรนัย ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วน คือ

2.1 เหตุหรือสมมติฐาน ซึ่งหมายถึง สิ่งที่เป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ ได้แก่ คำนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท ที่พิสูจน์แล้ว กฎหรือสมบัติต่างๆ

2.2 ผลหรือผลสรุป ซึ่งหมายถึง ข้อสรุปที่ได้จากเหตุหรือสมมติฐาน

จากการศึกษารูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบจะสรุปรูปแบบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 รูปแบบใหญ่ๆ คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัย

3.4 แนวทางการพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สำหรับแนวทางในการพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาเสนอแนวทางไว้ในหลายลักษณะ ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545: 99) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ และองค์ประกอบที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผลมีดังนี้

1. ผู้สอนควรให้ผู้เรียนได้พบเห็นโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้

2. ผู้สอนควรให้ผู้เรียนมีโอกาสเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง

3. ผู้สอนให้ผู้เรียนช่วยกันสรุป แล้วผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ มีข้อบกพร่องที่ใดอย่างไร

นอกจากนี้ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจ ผู้เรียนได้มีโอกาสลงมือปฏิบัติ คำถามที่ใช้ควรกระตุ้นนักเรียนด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด”

เวรฤทธิ อังคนะภทฺทขจร (2553: 28- 29) กล่าวว่า ทักษะการให้เหตุผลเป็นสิ่งที่พัฒนาได้ ซึ่งปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนาทักษะการให้เหตุผล คือ ครู โดยครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลของนักเรียน ดังนี้

1. ครูต้องสร้างบรรยากาศให้นักเรียนตระหนักว่าการเรียนคณิตศาสตร์ควรเรียนด้วยความเข้าใจ ก่อนอื่นครูต้องทำให้นักเรียนเกิดความคิดว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่นักเรียนสามารถเข้าใจได้ และต้องเรียนด้วยความเข้าใจ นักเรียนหรือบุคคลต่างๆ ไปมักจะมีความคิดว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก เรียนไม่รู้เรื่อง ไม่มีความสามารถเพียงพอที่จะเข้าใจได้ วิธีการเรียนต้องใช้การจดจำ จำขั้นตอนวิธีการ จำสูตรเพื่อหาคำตอบโดยไม่รู้ว่าจะทำไมจึงทำเช่นนั้น ความคิดเช่นนี้ทำให้เป้าวิชคณิตศาสตร์เห็นว่าคณิตศาสตร์มีไว้สำหรับคนเก่งเท่านั้น แนวความคิดเช่นนี้สกัดกั้นการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความสุขและเห็นคุณค่า ครูมีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการสร้างบรรยากาศให้นักเรียนรู้สึกว่าการเรียนไม่ยาก อีกทั้งควรให้นักเรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้

2. ครูต้องจัดบรรยากาศที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัว หากแต่ต้องเป็นบรรยากาศที่สนับสนุนส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบาย และแสดงเหตุผลของแนวคิดอย่างอิสระ โดยการแสดงเหตุผลอาจทำได้ด้วยวาจา ด้วยการเขียน โดยใช้ภาษาง่ายๆ หรือใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริง

3. ครูควรถามบ่อยๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงเหตุผล เช่น ใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” นักเรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ครูจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า ไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่า คำตอบที่นักเรียนตอบมามีบางส่วนที่ถูกต้อง นักเรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้นักเรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากขึ้น ในการจัดการเรียนรู้ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-ended Problem) ที่นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

4. ครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้นคาดการณ์ ค้นหาวิธีพิสูจน์ สังเกตรูปแบบ ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด โดยอธิบายรูปแบบแสดงด้วยภาพหรือแบบจำลองและตอบคำถามต่างๆ เช่น “ทำไม” “อะไรจะเกิดขึ้นถ้า...” “จงให้ตัวอย่างของ...” “สามารถใช้วิธีการคาดการณ์ ทดสอบ และปรับแต่งโดยอาศัยเหตุผล การกำหนดแบบจำลอง (Modeling) และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการใช้เหตุผลที่เกี่ยวกับสถานการณ์

5. ครูให้ความสำคัญในการฟังความคิดเห็นของนักเรียนและให้นักเรียนได้ฝึกการรับฟังทำความเข้าใจเหตุผลของคนอื่น เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสอภิปรายและเปรียบเทียบคำตอบที่

ต่างกันของปัญหาและได้อธิบายเกี่ยวกับปัญหาเหล่านั้น และครูต้องสามารถปรับแนวการอธิบายให้เข้ากับวิธีคิดของนักเรียน ช่วยสรุปและชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจว่า เหตุผลของนักเรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร รวมทั้งครูต้องมีความอดทน ใจกว้าง ให้โอกาสแก่นักเรียน

6. ครูควรส่งเสริมนักเรียนให้ได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลนี้เป็นสิ่งที่ฝึกได้และเป็นสิ่งที่จำเป็นที่โรงเรียนต้องจัดทำ โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาปกติในสถานการณ์ต่างๆ ที่เหมาะสม

7. ครูจะต้องทำให้นักเรียนรู้ว่า ครูให้ความสำคัญต่อความเข้าใจและการให้เหตุผล โดยครูจะต้องประเมินสิ่งเหล่านี้อย่างสม่ำเสมอ ที่สำคัญเมื่อนักเรียนสามารถให้เหตุผลที่ดี ครูควรให้การเสริมแรงทันที อีกทั้งในข้อสอบควรมีส่วนที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล

8. ในเนื้อหาการวิเคราะห์ข้อมูล ครูควรให้นักเรียนมีโอกาสดำเนินการงานที่เกี่ยวกับข้อมูลจริง โดยนักเรียนมีโอกาสได้แก้ปัญหาค้นหาตัวเองสนใจหรือได้มีโอกาสตั้งปัญหาด้วยตนเองโดยผ่านขั้นตอนการสืบสวนทางสถิติ นักเรียนควรสามารถตัดสินใจเกี่ยวกับการเลือกข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และการวิเคราะห์ข้อมูล นักเรียนได้มีโอกาสพิสูจน์ถึงการตัดสินใจของพวกเขา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 150-151) ได้ให้ตัวอย่างคำถามเพื่อพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. สิ่งนั้นเป็นจริงในทุกกรณีหรือไม่ นักเรียนจะอธิบายได้อย่างไร
2. นักเรียนมีตัวอย่างประกอบใดบ้าง
3. นักเรียนจะพิสูจน์เรื่องนี้ได้อย่างไร
4. อะไรที่เป็นสมมุติฐานของนักเรียน
5. ทำไมนักเรียนจึงเลือกใช้วิธีการนี้
6. ทำไมถึงคิดว่าใช่ หรือคิดว่าเป็นจริง นักเรียนสรุปเรื่องนี้ได้อย่างไร
7. สิ่งที่ได้มา หรือคำตอบ หรือผลการสรุปมีความหมายอย่างไร
8. นักเรียนคิดว่าจะตัดสินใจอย่างไร
9. นักเรียนจะอธิบายวิธีการของนักเรียนแก่เพื่อนๆ อย่างไร และบอกได้หรือไม่ว่าทำไมวิธีการของนักเรียนจึงใช้ได้
10. นักเรียนได้คำตอบมาอย่างไร
11. คำตอบของนักเรียนมีเหตุผลหรือไม่ เพราะเหตุใด และถ้าไม่ เพราะเหตุใด
12. นักเรียนสังเกตเห็นอะไรบ้าง เมื่อ...
13. ทำไมนักเรียนถึงได้จัดการกับผลที่ได้ในลักษณะแบบนี้
14. นักเรียนคิดว่าจำนวนอื่นจะใช้ได้ไหมกับเรื่องนี้

15. นักเรียนได้คิดหาความเป็นไปได้อื่นๆ อย่างไรบ้าง และนักเรียนมั่นใจได้อย่างไร
16. สิ่งเหล่านี้สัมพันธ์กับ... อย่างไร
17. อะไรคือแนวคิดที่เรียนรู้ซึ่งมีประโยชน์ต่อการแก้ไข
18. สิ่งที่นักเรียนพบในหนังสือพิมพ์มีอะไรบ้างที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ เพราะเหตุใด
19. นักเรียนเห็นด้วยหรือไม่ เพราะเหตุใดจึงเห็นด้วย หรือเพราะเหตุใดจึงไม่เห็นด้วย
20. ใครมีคำตอบที่เหมือนกัน แต่มีวิธีการอธิบายที่ต่างกัน
21. นักเรียนเข้าใจหรือไม่ว่าเรื่อง... พูดว่าอย่างไร
22. นักเรียนจะทำให้เพื่อนคนอื่นๆ เห็นด้วยกับคำตอบของนักเรียนว่าเป็นคำตอบที่เป็นเหตุเป็นผลที่ดีได้อย่างไร

3.5 การประเมินความสามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้ศึกษาแนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้นำเสนอไว้หลายแนวทาง ดังนี้

สมาคมนานาชาติเพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (The International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). 2014: 14-15) ได้เสนอกรอบแนวคิดในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผล ไว้ดังนี้

1. วิเคราะห์ (Analyze) คือ ความสามารถในการระบุองค์ประกอบของปัญหาและกำหนดข้อมูลวิธีการและกลยุทธ์จำเป็นในการแก้ปัญหา
2. บูรณาการ/สังเคราะห์ (Integrate/Synthesize) คือ ความสามารถในการเชื่อมโยงองค์ประกอบที่แตกต่างของความรู้ที่เกี่ยวข้องการแสดงและวิธีการในการแก้ปัญหา
3. ประเมิน (Evaluate) คือ ความสามารถในการตรวจสอบความเหมาะสมของกลยุทธ์ทางเลือกและการแก้ปัญหา
4. ลงข้อสรุป (Draw Conclusions) คือ ความสามารถในการหาข้อสรุปที่ถูกต้องบนพื้นฐานของข้อมูลและหลักฐาน
5. การสร้างกรณีทั่วไป (Generalize) คือ ความสามารถในการแสดงข้อความที่เป็นตัวแทนความสัมพันธ์ในรูปแบบทั่วไปและข้อกำหนดอย่างหลากหลาย
6. ตรวจสอบ (Justify) คือ ความสามารถในการให้ข้อขัดแย้งทางคณิตศาสตร์หรือข้อพิสูจน์เพื่อที่จะสนับสนุนกลยุทธ์การแก้ปัญหาหรือสิ่งที่กำหนด

จกกล ทำสวน (2553: 238 – 239) ได้สร้างเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปრიკด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งเป็น 3 ด้าน ดังนี้

1. ด้านวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา

- ระดับ 3 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยสามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา และความสัมพันธ์ของตัวแปรและข้อมูลอื่นๆ ได้ อย่างถูกต้องและครบถ้วน
- ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ โดยสามารถระบุ ประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา และความสัมพันธ์ของตัวแปรและข้อมูลอื่นๆ ได้ถูกต้องเพียง 2 ใน 3
- ระดับ 1 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้บ้าง โดยระบุประเด็น สถานการณ์ ส่วนสำคัญของปัญหา และความสัมพันธ์ของตัวแปรและข้อมูลอื่นๆ ได้เพียง 1 ใน 3
- ระดับ 0 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ โดยระบุประเด็น สถานการณ์ ส่วนสำคัญของปัญหา และความสัมพันธ์ของตัวแปรและข้อมูลอื่นๆ ได้ไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

2. ด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

- ระดับ 3 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยวางแผนในการเก็บรวบรวมข้อมูลและ / หรือสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างถูกต้อง และครอบคลุมทุกกรณี
- ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ โดยวางแผนในการเก็บรวบรวมข้อมูลและ / หรือสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างถูกต้อง แต่ขาดความครบถ้วน หรือมีข้อบกพร่องบางประการ
- ระดับ 1 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้บ้าง โดยวางแผนในการเก็บรวบรวมข้อมูลได้อย่างถูกต้อง สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้สอดคล้องเฉพาะข้อมูลที่ให้มา แต่ไม่เป็นจริงในกรณีทั่วไป

ระดับ 0 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความ
 คาคการณ์ได้ โดยวางแผนในการเก็บรวบรวมข้อมูลและ / หรือสร้าง
 ข้อสรุปหรือข้อความคาคการณ์ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงความ
 คิดเห็นใดๆ

3. ด้านการประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาคการณ์

ระดับ 3 นักเรียนสามารถแสดงให้เห็นว่าสามารถประเมินข้อสรุปหรือ
 ข้อความคาคการณ์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยแสดงวิธีการ
 ตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาคการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล และ
 มีการอ้างอิงที่ถูกต้อง

ระดับ 2 นักเรียนสามารถแสดงให้เห็นว่าสามารถประเมินข้อสรุปหรือ
 ข้อความคาคการณ์ได้ โดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือ
 ข้อความคาคการณ์ได้ในประเด็นสำคัญ แต่ไม่ครบถ้วน อ้างอิงได้
 ถูกต้องบางส่วน มีข้อบกพร่องบางประการ หรือให้เหตุผลที่ไม่รัดกุม
 พอ

ระดับ 1 นักเรียนสามารถแสดงให้เห็นว่าสามารถประเมินข้อสรุปหรือ
 ข้อความคาคการณ์ได้บ้างโดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือ
 ข้อความคาคการณ์ได้เฉพาะบางกรณี แต่ไม่สามารถแสดงเหตุผลใน
 กรณีทั่วไป หรือมีการแสดงเหตุผลที่บกพร่อง ไม่ชัดเจน อ้างอิงไม่
 ถูกต้อง ไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี

ระดับ 0 นักเรียนสามารถแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถประเมินข้อสรุปหรือ
 ข้อความคาคการณ์ได้ โดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือ
 ข้อความคาคการณ์ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

เวรดี มีสุข (2556: 7) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์
 (Heuristics) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้
 เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วนของพหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้นำเสนอเกณฑ์
 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
ระดับ 4	ตอบได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจนพร้อมทั้งแสดงแนวคิดเชิงเปรียบเทียบได้
ระดับ 3	ตอบได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน
ระดับ 2	ตอบได้ถูกต้อง และสามารถอธิบายเหตุผลได้เป็นบางส่วน แต่ยังไม่ชัดเจน
ระดับ 1	ตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้
ระดับ 0	ให้คำตอบได้ไม่ถูกต้อง และไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้

สิรินทรา มินทะขัติ (2556: 166 – 167) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (Problem - Based Learning) เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้สร้างเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ด้าน ดังนี้

1. อธิบายแนวคิดหรือแสดงเหตุผลสนับสนุนคำตอบ

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 4 ดีมาก	อธิบายแนวคิด หรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบ จากหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ชัดเจนและสมเหตุสมผล
ระดับ 3 ดี	อธิบายแนวคิด หรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบ จากหลักการหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แต่ไม่ชัดเจน
ระดับ 2 พอใช้	อธิบายแนวคิด หรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบได้ถูกต้องเพียงบางส่วน
ระดับ 1 ต้องปรับปรุง	อธิบายแนวคิด หรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบด้วยวิธีการที่ไม่ถูกต้อง
ระดับ 0 ไม่มีความพยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ หรือไม่ได้ทำ

2. แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผล

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 4 ดีมาก	แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลที่ถูกต้อง ชัดเจน
ระดับ 3 ดี	แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลที่ถูกต้อง แต่ไม่ชัดเจน
ระดับ 2 พอใช้	แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลที่ถูกต้องเพียงบางส่วน
ระดับ 1 ต้องปรับปรุง	แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลไม่ถูกต้อง
ระดับ 0 ไม่มีความพยายาม	ไม่แสดงขั้นตอนประกอบการให้เหตุผลที่ชัดเจน หรือไม่ได้ทำ

3. สรุปคำตอบได้ถูกต้อง

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
ระดับ 2 ดี	สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
ระดับ 1 พอใช้	สรุปคำตอบได้ถูกต้องเพียงบางส่วน ไม่ครบถ้วน
ระดับ 0 ต้องปรับปรุง	สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการสรุปคำตอบที่ได้

เกษณีย์ ยอดไพอินทร์ (2556: 69) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทอดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนิภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้นำเสนอเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน	เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
3	การนำเสนอบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้ถูกต้องครบถ้วน และคำตอบถูกต้อง
2	การนำเสนอบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้ถูกต้องบางส่วน และคำตอบถูกต้อง หรือ การนำเสนอบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้ถูกต้องครบถ้วน และคำตอบไม่ถูกต้อง

จากการศึกษาเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยกำหนดเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบ่งได้ออกเป็น 3 ด้าน ดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา

- ระดับ 3 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยสามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา กำหนดตัวแปรที่สำคัญ และอธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปรนั้นได้อย่างถูกต้องครบถ้วน
- ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยสามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา กำหนดตัวแปรที่สำคัญ และอธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปรนั้นได้อย่างถูกต้องแต่ยังไม่ครบถ้วน
- ระดับ 1 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ โดยสามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา กำหนดตัวแปรที่สำคัญ แต่อธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปรได้ไม่ถูกต้อง
- ระดับ 0 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ โดยไม่สามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา กำหนดตัวแปรที่สำคัญ หรืออธิบายของความสัมพันธ์ของตัวแปรนั้นได้

ด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

- ระดับ 3 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง โดยสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผลและมีการอ้างอิงได้ถูกต้อง
- ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหา โดยสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผลและมีการอ้างอิงได้ถูกต้องแต่ไม่ชัดเจน หรือมีข้อบกพร่องบางประการ
- ระดับ 1 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหา โดยสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้บ้าง มีการแสดงเหตุผลที่บกพร่อง ไม่ชัดเจน อ้างอิงไม่ถูกต้อง

- ระดับ 0 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ หรือสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้แต่ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

ด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

- ระดับ 3 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างชัดเจน โดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล และมีการอ้างอิงที่ถูกต้อง
- ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ในประเด็นสำคัญ โดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้แต่ไม่ครบถ้วน อ้างอิงได้ถูกต้องบางส่วน มีข้อบกพร่องบางประการหรือเหตุผลที่ใช้ไม่รัดกุมเพียงพอ
- ระดับ 1 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้บ้าง โดยแสดงเหตุผลที่บกพร่อง ไม่ชัดเจน อ้างอิงไม่ถูกต้อง
- ระดับ 0 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ โดยวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งในประเทศและต่างประเทศ เพื่อเป็นแนวทางในการวิจัย ดังนี้

ปิยวรรณ ตีระกิตติธนา (2548: 37 – 38) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากการใช้ กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิด ผลการศึกษาพบว่าความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการใช้กิจกรรมสูงกว่าก่อนการใช้กิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อิทธิเทพ นวาระสุจิตร์ (2548: 59) ได้สร้างชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการการให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และศึกษาผลการเรียนของนักเรียนจากการเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล มีผลการเรียนผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนี้สำคัญ .01

จิตติมา ขอบเอียด (2551: 87) ได้เปรียบเทียบทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการใช้ปัญหาปลายเปิดและเพื่อศึกษาและเปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังจากการใช้ปัญหาปลายเปิดกับเกณฑ์ พบว่า ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เป็ยทิพย์ เขาไขแก้ว (2551: 56) ได้สร้างชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และศึกษาผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล และศึกษาเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอน คณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีผลการเรียนรู้ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไป ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนี้สำคัญ .01 สรุปได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถในการเรียนเรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น โดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และเจตคติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความคิดเห็นต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ อยู่ในระดับเห็นด้วยมาก

ระพีพัฒน์ แก้วอ่ำ (2553: 46-48) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เน้นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์กับความสามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากการศึกษพบว่าความสามารถด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์กับความสามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงในทิศทางตามกันระดับค่อนข้างมากที่สุด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อิติมา อุดมพรมนตรี (2555: 105-106) ศึกษาปัจจัยบางประการที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากการศึกษาพบว่า การจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ การรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ และพฤติกรรมการเรียนคณิตศาสตร์กับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสองด้านมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าวิคัลแลมดาเท่ากับ .753 และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์พหุคูณระหว่างตัวแปรปัจจัยดังกล่าวกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน ได้แก่ ด้านความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยและด้านความสามารถในการให้เหตุผลเชิงนิรนัย มีค่าเท่ากับ .480 และ .435 ตามลำดับ

มอลลอย (Malloy. 1999: 13-21) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ตระหนักถึงความหลากหลายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ผลการศึกษาพบว่า การที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นจะมีทักษะในการบูรณาการในการใช้เหตุผล ความรู้ และประสบการณ์ในวิชาคณิตศาสตร์นั้นขึ้นอยู่กับ ความมุ่งมั่นและความเต็มใจของครูที่พร้อมจะเรียนรู้วิธีการจัดการเรียนรู้และการใช้เหตุผลในแต่ละรูปแบบของนักเรียน และครูจะต้องมีความสามารถในการช่วยรับฟังเหตุผลของนักเรียนเมื่อนักเรียนต้องเผชิญกับปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย การใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบจะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้ทั้งครูและนักเรียนเกิดการพัฒนาและตื่นตัวในการที่จะนำสิ่งแวดล้อมรอบตัวมาใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชลีแมนน์ และแคราเฮอร์ (Schliemann; & Carraher. 2002: 242-266) ได้ศึกษาวิวัฒนาการของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เขาพบว่า เด็กสร้างรากฐานสำหรับการคิดเชิงตรรกะและคณิตศาสตร์จากการกระทำและการสะท้อนความเห็นของพวกเขา การที่เด็กมีส่วนร่วมในการปฏิสัมพันธ์ทางสังคม เกม การทำธุรกรรมเชิงพาณิชย์ และการอภิปรายกับคนอื่น ๆ การแสดงการให้เหตุผลจะส่งผลกระทบต่อการเรียนรู้การสอนและแม้กระทั่งธรรมชาติของการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เหตุผลทางทฤษฎีของคณิตศาสตร์ร่วมกับผลการวิจัยด้านจิตวิทยาพัฒนาการที่ใช้ในชีวิตประจำวัน คณิตศาสตร์และการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ในโรงเรียน อีกทั้งจะต้องระแวดระวังการวิเคราะห์โครงสร้างและความสำคัญของคณิตศาสตร์ด้วย

เบอร์กควิสต์ (Bergqvist. 2007: 348-370) ได้ทำการศึกษารูปแบบของการให้เหตุผลที่จำเป็นในการทำข้อสอบคณิตศาสตร์วิชาแคลคูลัสเบื้องต้น ในระดับมหาวิทยาลัย โดยวัดจากข้อสอบ 16 ข้อ ซึ่งออกโดย 4 มหาวิทยาลัยของประเทศสวีเดน ผลการวิจัยพบว่าประมาณ 70% ของข้อสอบที่นักศึกษาทำมา ใช้รูปแบบการให้เหตุผลโดยการเลียนแบบหรือจดจำขั้นตอนวิชาทำจากตำราเรียน กว่า

15 ข้อ จากทั้งหมด 16 ข้อ ผู้วิจัยได้อภิปรายไว้ว่า นักศึกษาจะเน้นทำตามตำราเพราะมั่นใจว่าการทำตามวิธีในตำรานั้นถูกต้อง ทำให้ไม่เกิดความคิดริเริ่มในการให้เหตุผลที่แตกต่างออกไปจากตำรา การมอบหมายงานที่เป็นสถานการณ์ปัญหาที่แตกต่างจากตำราจะช่วยให้นักศึกษาเกิดความคิดริเริ่มในการให้เหตุผล และการจัดการเรียนรู้โดยให้นักศึกษาฝึกปฏิบัติจะช่วยให้นักศึกษาเกิดความคิดริเริ่มในการให้เหตุผล

ทอมป์สัน (Thompson. 2012: 57-74) ได้ศึกษาการปรับปรุงตำราและแบบฝึกหัดเพื่อรวมการให้เหตุผลและการสื่อสารสู่ห้องเรียนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา โดยใช้ลักษณะคำถามที่ไม่ได้มุ่งเน้นหาคำตอบ สรุปประเด็นสำคัญที่ควรรู้ ยกตัวอย่างโดยการไม่บอกชื่อของนักเรียนสำหรับการประเมินข้อโต้แย้งหรือข้อผิดพลาด พิจารณาการใช้ภาษาและการให้เหตุผลของนักเรียน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีส่วนร่วมในชั้นงานเปิดกว้างมากขึ้น มีโอกาสได้ใช้เหตุผลในการสื่อสารทำให้ไม่น่าเบื่อทั้งสำหรับครูเองหรือแม้กระทั่งนักเรียน ตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดที่มีลักษณะแบบปิดต้องถูกเปลี่ยนให้อยู่ในรูปแบบตัวอย่างแบบเปิด ตัวอย่างแบบเปิดช่วยให้ครูได้เข้าใจความคิดของนักเรียน เมื่อนักเรียนมีส่วนร่วมทำงานในห้องเรียนและเห็นว่าการเรียนไม่ได้จบลงแค่ในห้องเรียนเท่านั้น นักเรียนจะรู้สึกว่าการคิดของนักเรียนมีคุณค่า สภาพแวดล้อมในห้องเรียนจะกลายเป็นเวทีในการแลกเปลี่ยนความคิดและการอภิปรายของครูและนักเรียนจะทำให้นักเรียนทำอะไรได้มากกว่าการพูดคุย

แอ็ททริดจ์ โดริโต และ อิงกลิช (Attridge; Doritou; & Inglis. 2013: 20-37) ได้ศึกษาการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลกับนักเรียนอายุ 16 – 18 ปี ที่เรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ ใช้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด 188 คน แบ่งเป็นนักเรียนชาย 82 คน และนักเรียนหญิง 106 คน ประมาณ 40% ของกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ได้ค่อนข้างดี ผลการศึกษาพบว่า ทักษะการให้เหตุผลของนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ได้ดีจะมีทักษะในการให้เหตุผลสูงกว่านักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ได้ไม่ดี และนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ได้ไม่ดีมีพัฒนาการด้านทักษะการให้เหตุผลเพิ่มขึ้นน้อยมาก

ฮิลตันและคณะ (Hilton; et al. 2013: 523-545) ได้ศึกษาและพัฒนาเครื่องมือในการประเมินการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ใช้เวลาในการศึกษาเป็นระยะเวลา 3 ปี ทดลองกับ 28 โรงเรียนทางตอนใต้ของรัฐควีนส์แลนด์ ศึกษาจากครูและผู้บริหารจำนวน 120 คน และจากนักเรียน 2,100 คน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนจากการประยุกต์การคูณ และในระหว่างทดลองครูมีความจำเป็นอย่างยิ่งในการสนับสนุน พัฒนากลยุทธ์และกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่ดีขึ้น การพัฒนาเครื่องมือขึ้นในครั้งนี้ทำให้ครูสามารถวินิจฉัยความสามารถการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนได้ และยังพบว่าครูยังมีข้อบกพร่องในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนเกิดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

เบอรี่ (Berry. 2014: 23-26) ได้ศึกษากิจกรรมที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นโดยใช้วิธีการสืบสวนสอบสวน ผลการศึกษาพบว่า การสืบสวนสอบสวนสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ แต่ความล้มเหลวที่เกิดขึ้นกับวิธีการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเนื่องมาจากนักเรียนได้รับคำแนะนำและการบอข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากครูมากเกินไป การใช้เวลาที่ค่อนข้างจำกัด ครูจึงเปรียบเทียบเข้าไปขัดขวางความคิดของนักเรียน ทำให้นักเรียนไม่ยากที่จะคิด และคอยแต่จะถามคำตอบจากครูเพียงอย่างเดียวเท่านั้น ทำให้ลดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของนักเรียน

ลี และ เซน (Lee; & Chen. 2015: 1547-1561) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวคำถามของโพลยา (Polya) สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวคำถามของโพลยา มีความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวคำถามของโพลยาแสดงออกถึงการมีส่วนร่วมในการเรียนมากกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องข้างต้นพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้คำถามปลายเปิด เน้นให้ผู้เรียนได้อภิปรายร่วมกัน เป็นแนวทางของการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน สอดคล้องกับแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เน้นผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

4.1 ความหมายของการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้ความสำคัญกับวิชาคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีคุณค่า เป็นวิชาที่มีมนุษย์ควรค่าแก่การศึกษาเรียนรู้ มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สลาวิก (Slavik. 2015: 106) กล่าวว่า การเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ คือ ความเชื่อเกี่ยวกับประโยชน์และความคุ้มค่าของวิชาคณิตศาสตร์ที่สามารถนำไปใช้ได้ชีวิตปัจจุบันและอนาคต

บุญญา แซ่หล่อ (2550: 32) กล่าวว่า การเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงเป็นเจตคติด้านบวกของนักเรียนโดยที่นักเรียนมีความมั่นใจในการเรียนและการใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในการนำไปใช้และการทำงานในอนาคต มีความซาบซึ้งถึงคุณค่าของบทบาทของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง นักเรียนมีความพยายามในการเรียนคณิตศาสตร์ไม่ว่าจะเป็นการ

แก้โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อน มีความสนใจ มีความพยายามและต้องการที่จะประดิษฐ์คิดค้นทางด้านคณิตศาสตร์ มีความยืดหยุ่นในการสำรวจแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ มีความสนุกสนานในขณะที่เรียนคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ก: 189) กล่าวว่า ความตระหนักในคุณค่าหรือประโยชน์ของคณิตศาสตร์ เป็นการมองเห็นความสำคัญ คุณค่า หรือประโยชน์ของคณิตศาสตร์ที่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันในการศึกษาต่อ รวมทั้งในการพัฒนาความเจริญต่างๆ เช่น การเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ทำให้คนมีเหตุผล หรือวิชาคณิตศาสตร์ช่วยแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน

สมาคมนานาชาติเพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (The International Association for the Evaluation of Educational Achievement(IEA.)) (2012: 329) ได้กล่าวถึงพฤติกรรมความเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนว่า เป็นการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน การใช้คณิตศาสตร์ในการเรียนวิชาอื่นๆ การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้ได้ดีเพื่อที่จะเข้ามหาวิทยาลัยได้ตามที่ต้องการ การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้ได้ดีเพื่อจะได้ทำงานตามที่ต้องการ การชอบทำงานที่ได้ใช้วิชาคณิตศาสตร์ การคิดว่าการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้ดีเป็นเรื่องสำคัญ

จิตติษฐ ละเอียดเกษม (2558ข: 7) ได้ให้ความหมายของการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง คุณลักษณะของผู้เรียนในด้านการเห็นความงามและประโยชน์ของเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เรียน

จากความหมายข้างต้น พอจะสรุปได้ว่า การเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง การมองเห็นความสำคัญหรือประโยชน์ของคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 4 ด้าน ได้แก่ ด้านการใช้คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน ด้านการใช้ในการศึกษาระดับที่สูงขึ้นหรือใช้ในศาสตร์อื่นๆ ด้านการใช้คณิตศาสตร์ในการประกอบอาชีพ และด้านการใช้คณิตศาสตร์ในการพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

4.2 ปัจจัยที่เกี่ยวข้องในการพัฒนาการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

การตระหนักในคุณค่าหรือประโยชน์ของคณิตศาสตร์ เป็นเจตคติต่อคณิตศาสตร์ด้านบวกของผู้เรียน ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้นำเสนอแนวทางในการพัฒนาไว้ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ก: 189 – 190) ได้กล่าวถึงการเปลี่ยนแปลงเจตคติทางคณิตศาสตร์ว่าขึ้นอยู่กับปัจจัยต่อไปนี้

1. ความสมดุล เป็นภาวะความคงที่ของความรู้สึกที่ไม่มีความกดดันหรือความไม่สอดคล้อง จึงทำให้เจตคติที่มีอยู่เดิมไม่เปลี่ยนแปลง แต่หากมีความกดดันหรือความไม่กลมกลืนระหว่าง

ความรู้สึกเดิมกับความรู้สึกใหม่ ผู้เรียนอาจปรับเปลี่ยนเจตคติใหม่ให้แตกต่างไปจากเดิม โดยจะมีการหาเหตุผลมาสนับสนุนหรืออธิบายความรู้สึกใหม่ที่เกิดขึ้นนั้น

2. การเสริมแรง การเสริมแรงโดยการชมเชย ยกย่อง ให้รางวัล หรือวิธีการอื่นๆ เป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจและยอมรับข้อมูลข่าวสาร ซึ่งจะทำให้เกิดประสบการณ์ใหม่ๆ ที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงเจตคติต่อคณิตศาสตร์

3. การตัดสินใจทางสังคม เจตคติของกลุ่มคนในสังคมมักมีผลต่อความรู้สึกของผู้ที่เป็นสมาชิก การที่ผู้เรียนเข้าไปอยู่ในกลุ่มคนที่มีเจตคติแตกต่างจากตน อาจทำให้มีการปรับเปลี่ยนเจตคติไปตามกลุ่มที่ตนสัมพันธ์อยู่ได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท. 2555: 20 – 23) กล่าวว่า เจตคติของครูที่มีต่อการเรียนการสอนมักจะส่งผลให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย ทั้งนี้เพราะการสอนของครูมีความสำคัญต่อนักเรียน ทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ เกิดแรงจูงใจให้อยากเรียน อยากพบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์

นอกจากนี้ยังได้กล่าวอีกว่า ความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนแสดงความรู้สึกในทางลบต่อคณิตศาสตร์ วิธีการที่ครูจะช่วยให้ นักเรียน จัดหาลดปัญหาความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ควรเน้นย้ำถึงความหมายและความเข้าใจมากกว่าการจดจำอย่างไม่เข้าใจ การเรียนรู้คณิตศาสตร์จะต้องมีลักษณะของความสมเหตุสมผล นักเรียนที่พยายามจดจำเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เรียนโดยปราศจากความเข้าใจนั้น มีความเป็นไปได้ที่จะทำให้เกิดความกังวลในคณิตศาสตร์

2. ควรแสดงหรือสาธิตยุทธศาสตร์ในการแก้ปัญหาแทนการสอนที่มุ่งใช้กลวิธีเพื่อให้ได้คำตอบหรือผลลัพธ์แต่อย่างเดียว การส่งเสริมนักเรียนให้เสนอคำแนะนำที่หลากหลาย ตลอดจนการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทดลองตามความคิด แล้วดูว่าเกิดอะไรขึ้น จะช่วยให้นักเรียนตระหนักว่าความผิดพลาดในยุทธศาสตร์หรือขั้นตอนการแก้ปัญหานั้นเป็นเรื่องธรรมดา ครูควรเตือนให้นักเรียนระลึกว่า การทำตามกระบวนการของการแก้ปัญหาที่อาจต้องใช้เวลา นั้นสำคัญมากกว่าผลลัพธ์หรือคำตอบ การให้ความสำคัญกับกระบวนการมากกว่าคำตอบจะช่วยลดความวิตกกังวลของนักเรียนอันเนื่องมาจากการได้คำตอบที่ไม่ถูกต้องได้

3. ควรจัดเตรียมประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจและท้าทาย และควรเป็นสถานการณ์ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ประสบความสำเร็จ ซึ่งผลจากประสบการณ์ที่ได้ประสบความสำเร็จทำให้นักเรียนมีความมั่นใจในการเรียนรู้คณิตศาสตร์มากขึ้น

4. ควรทำให้นักเรียนทุกคนได้รู้สึกซาบซึ้งในคุณค่า ประโยชน์และความสำคัญของคณิตศาสตร์ ครูต้องชี้ให้นักเรียนเห็นว่าทุกคนมีโอกาสที่จะประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์

และควรหลีกเลี่ยงการแสดงความคิดเห็นในการเรียนคณิตศาสตร์ว่าขึ้นอยู่กับเชื้อชาติ ศาสนา เพศ หรือพื้นฐานทางครอบครัวของนักเรียน

5. ควรแสดงหรือเป็นผู้นำให้นักเรียนเห็นถึงความสนุกสนานในการเรียนรู้คณิตศาสตร์

6. ควรรักษาและแสดงออกถึงเจตคติในทางบวกของครูที่มีต่อคณิตศาสตร์และที่มีต่อนักเรียน

7. ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้บอกครูเกี่ยวกับความรู้สึกที่มีต่อคณิตศาสตร์ว่า อะไรคือสิ่งที่นักเรียนชอบ ทำไมนักเรียนจึงชอบสิ่งเหล่านั้น การสะท้อนการคิดเกี่ยวกับความคิดของตนเอง ซึ่งการวินิจฉัยเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนเล่ามา สามารถช่วยให้ครูทราบถึงความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

8. ควรระมัดระวังในการเน้นย้ำเกี่ยวกับอัตราเร็วในการทำแบบทดสอบหรือแบบฝึกหัดในห้องเรียน ต้องไม่ทำจนมากเกินไป นักเรียนบางคนอาจชอบความท้าทายจากการแข่งขัน แต่บางคนอาจไม่รู้สึกดีนักกับความกดดันในเรื่องเวลา การแข่งขันในเรื่องเวลาอาจนำนักเรียนไปสู่ความวิตกกังวลและความกลัวในคณิตศาสตร์ได้

9. ควรศึกษาและเรียนรู้การใช้เทคนิคในการวินิจฉัยในการชี้ตัวนักเรียนที่มีปัญหาหรือต้องการความช่วยเหลือจากครู ซึ่งสามารถทำให้ครูช่วยเหลือนักเรียนให้กลับมาเรียนทันเพื่อนๆ ได้ในเวลาอันสั้น

ลักษณะ สรวิวัฒน์ (2557: 228 – 229) ได้ให้แนวทางในการช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของสิ่งที่เรียน ไว้ดังนี้

1. ครูควรเตรียมกิจกรรมที่สอดคล้องกับความสนใจของนักเรียน

2. ครูควรกระตุ้นความอยากรู้อยากเห็นของนักเรียน ซึ่งอาจทำได้โดยวิธีการสร้างสถานการณ์ขัดแย้งขึ้น แล้วให้นักเรียนหาข้อยุติระหว่างข้อเท็จจริงกับสิ่งที่เขาเชื่อ เป็นการให้นักเรียนได้ใช้ความคิดอย่างมีเหตุผลโดยใช้วิธีการอภิปรายระหว่างนักเรียนด้วยกัน เป็นการกระตุ้นให้เกิดความอยากรู้อยากเห็น เกิดการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ และการคิดสร้างสรรค์ นำไปสู่การสร้างองค์ความรู้ใหม่ๆ

3. ครูควรทำบทเรียนให้สนุก การทำบทเรียนให้สนุกอาจทำได้โดยการให้นักเรียนได้แสดงออกบทบาทสมมติ หรือการแสดงละคร ด้วยวิธีการนี้จะทำให้นักเรียนได้เคลื่อนไหวทั้งกายและสมองทำให้เกิดความสนุกในบทเรียนและการเรียนรู้ได้

4. การสอนเนื้อหาที่แปลกใหม่และใช้วิธีการที่หลากหลาย การสอนเนื้อหาที่จะทำให้นักเรียนสนใจควรเป็นเรื่องที่แปลกใหม่ ถ้าเป็นเนื้อหาเดิมๆ จะทำให้เขาเกิดความเบื่อหน่ายและรู้สึกว่สิ่งที่ครู

สอนนั้นไม่มีค่า ดังนั้นครูต้องหมั่นค้นเรื่องราวที่เด็กยังไม่พบเห็นมาสอน และใช้วิธีสอนที่หลากหลาย มีสื่อการสอนที่เหมาะสมประกอบการสอนด้วย

5. การเน้นให้นักเรียนเห็นว่าเนื้อหาที่เรียนในปัจจุบันมีความสัมพันธ์เชื่อมโยงกับชีวิตในอนาคตอย่างไร วิธีนี้อาจไม่เหมาะสมกับเด็กเล็กเพราะจะสนใจเฉพาะสิ่งที่เขาสัมผัสได้ในขณะนั้นเท่านั้น นอกจากนี้ยังไม่สามารถเชื่อมโยงสิ่งที่เกิดในปัจจุบันกับสิ่งที่เกิดในอนาคตได้ ดังนั้นการเน้นสิ่งที่เรียนว่ามีคุณค่าต่อเขาจะต้องสอดคล้องกับความต้องการ และการมุ่งหวังอนาคตของเขาด้วย

6. การเตรียมรางวัลสำหรับนักเรียน การให้รางวัลเป็นการเสริมแรงภายนอก ซึ่งเป็นวิธีหนึ่งที่มีผลต่อการสร้างแรงจูงใจแก่นักเรียนค่อนข้างมาก แต่ต้องแน่ใจว่าการให้รางวัลนั้นเป็นการแสดงให้เห็นถึงคุณค่าของสิ่งที่ควรได้รับ และเป็นสิ่งที่นักเรียนต้องการจริงๆ เพราะไม่เช่นนั้นจะทำให้นักเรียนเข้าใจผิดว่าจะต้องทำให้ได้ด้วยมีรางวัลเป็นสิ่งแลกเปลี่ยน

จากการศึกษาปัจจัยที่เกี่ยวข้องในการพัฒนาการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ควรนำสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงมาจัดประสบการณ์เรียนรู้ในห้องเรียน เพื่อให้นักเรียนเห็นถึงความกลมกลืนและความงามของคณิตศาสตร์
2. ควรนำเสนอเรื่องราวใกล้ตัวนักเรียนที่กำลังเป็นที่สนใจของนักเรียน เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น และใช้คำถามปลายเปิดเพื่อให้นักเรียนร่วมแสดงความคิดเห็นได้
3. หมั่นเสริมแรงนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ โดยการยกย่อง ชมเชย หรือปรบมือ เพื่อทำให้เรียนมีความมั่นใจในการเรียนคณิตศาสตร์
4. หลีกเลี่ยงการใช้คำถามปลายปิดจี้ถามนักเรียน เพราะจะทำให้นักเรียนเกิดความวิตกกังวล
5. ครูต้องมีความอดทน ใจกว้าง มีเมตตา รับฟังนักเรียนด้วยเหตุและผล ให้โอกาสนักเรียนนำเสนอความคิดได้อย่างอิสระ และเน้นการอภิปรายร่วมกัน
6. ครูจะต้องเห็นความสำคัญหรือประโยชน์ของคณิตศาสตร์และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์
7. ครูต้องชี้ให้นักเรียนเห็นว่าทุกคนมีโอกาสที่จะประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ และควรหลีกเลี่ยงการแสดงความคาดหวังในการเรียนคณิตศาสตร์ว่าขึ้นอยู่กับเชื้อชาติ ศาสนา เพศ หรือพื้นฐานทางครอบครัวของนักเรียน
8. ต้องสร้างบรรยากาศในชั้นเรียนให้นักเรียนรู้สึกมีความสุขกับการเรียน เช่น การเล่นเกม ทำกิจกรรมกลุ่ม หรือชมสารคดี
9. นำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่แก้ได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี เพื่อให้นักเรียนเห็นแนวทางในการแสดงแนวคิดอย่างหลากหลาย และเห็นความสำคัญของกระบวนการได้มาของผลลัพธ์มากกว่าผลลัพธ์

10. ครูจะต้องสร้างความประทับใจแก่นักเรียน เพราะความประทับใจในตัวครูจะช่วยให้ นักเรียนเห็นความสำคัญของสิ่งที่ครูสอนด้วย

4.3 การประเมินการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

การเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงเป็นลักษณะเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ในด้าน บวก ซึ่งส่งผลมาจากสิ่งต่างๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนดังที่ ฮาร์ท (บุญญาธิ์ แซ่หล่อ. 2550: 31; อ้างอิง จากHart. 1993: 35) กล่าวว่า เจตคติและแรงจูงใจของนักเรียนมีพื้นฐานมาจากชั้นเรียนและการสอน เช่น ลักษณะของงานที่กำหนดให้นักเรียนทำ เนื้อหาคณิตศาสตร์ บรรยากาศในชั้นเรียน วิธีใช้สื่อเพื่อ ช่วยในการสอน

ฮาร์ท และวอล์คเกอร์ (บุญญาธิ์ แซ่หล่อ. 2550: 31; อ้างอิงจาก Hart & Walker. 1993: 25 - 33) กล่าวถึงลักษณะที่สำคัญที่จะถือว่านักเรียนมีเจตคติด้านบวกต่อคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. นักเรียนมีความมั่นใจในการเรียนคณิตศาสตร์ มีความสนุกสนานในขณะที่เรียน สามารถ เรียนคณิตศาสตร์ได้ดี สามารถเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์ใหม่ๆ ได้ดี
2. นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์ในการใช้ชีวิต และมีประโยชน์สำหรับงานในอนาคต
3. นักเรียนมีความพยายามในการเรียนคณิตศาสตร์ ไม่ว่าจะเป็นการแก้โจทย์ปัญหาที่ ซับซ้อน

4. นักเรียนมีแรงจูงใจที่จะเรียนรู้ โดยมีความพยายามที่จะเรียนรู้มากกว่าในรายวิชาอื่นๆ

สมาคมครูคณิตศาสตร์ของสหรัฐอเมริกา (บุญญาธิ์ แซ่หล่อ. 2550: 31 – 32 อ้างอิงจาก NCTM. 1983:30) กล่าวถึงจุดมุ่งหมายทั่วไปสำหรับนักเรียนในส่วนที่เกี่ยวข้องกับเจตคติด้านบวกของ คณิตศาสตร์ไว้สองประการ คือ นักเรียนต้องเรียนรู้ที่จะให้คุณค่าของคณิตศาสตร์ และประการที่สอง คือ นักเรียนต้องมีความมั่นใจในการเรียนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ สมาคมครูคณิตศาสตร์ของ สหรัฐอเมริกา ยังให้รายละเอียดเกี่ยวกับความเห็นในด้านบวกของนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ว่ามี ลักษณะดังนี้ มีความมั่นใจในการใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ มีความยืดหยุ่นในการสำรวจแนวคิดเกี่ยวกับ คณิตศาสตร์ มีความสนุกสนานในขณะที่เรียนคณิตศาสตร์ มีความสนใจ มีความพยายามและต้องการ ที่จะประดิษฐ์คิดค้นทางด้านคณิตศาสตร์ ชอบที่จะแสดงออกถึงแนวคิดและความสามารถของตนเอง ทางด้านคณิตศาสตร์ เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์เพื่อนำไปใช้และมีความซาบซึ้งถึงคุณค่าต่อบทบาท ของคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงและในสังคม

ตาราง 3 ตัวอย่างแบบสังเกตพฤติกรรมเพื่อศึกษาการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง

คาบที่.....กลุ่มที่.....ครั้งที่.....

พฤติกรรมที่ต้องการสังเกต	3	2	1	0	หมายเหตุ
ประเด็นที่ 1 นักเรียนมีความพยายามในการทำโจทย์คณิตศาสตร์					
1. เมื่อครูกำหนดโจทย์ปัญหานักเรียนแก้โจทย์ปัญหาได้					
2. นักเรียนใช้เวลาในการทำโจทย์คณิตศาสตร์					
3. นักเรียนหาโจทย์คณิตศาสตร์อื่นๆ ที่ไม่ใช่หนังสือเรียนมาถาม					
ประเด็นที่ 2 นักเรียนมีความสุขสนุกสนานขณะที่เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์					
4. นักเรียนช่วยกันทำงานและพูดคุยกันอย่างสนุกสนาน					
5. นักเรียนมีท่าทางยิ้มแย้มแจ่มใสขณะทำงาน					
ประเด็นที่ 3 นักเรียนใช้เวลาในการเรียนคณิตศาสตร์					
6. นักเรียนตั้งใจเรียนในชั้นเรียนตลอดคาบเรียน					
7. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้อง					
8. นักเรียนทำงานเสร็จทันเวลา					
9. นักเรียนมีข้อมูลอื่นๆ นอกเหนือจากที่เรียนในชั้นเรียนมา ประกอบการอธิบายและแสดงความคิดเห็น					
10. นักเรียนเข้าเรียนตรงเวลา					
ประเด็นที่ 4 นักเรียนคิดว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์ต่อชีวิตจริง					
11. การบอกประโยชน์ของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง					
12. การยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตจริงที่นำคณิตศาสตร์ไปใช้					

หมายเหตุ รายละเอียดเกณฑ์การให้คะแนนในสังเกตพฤติกรรมเพื่อศึกษาความสามารถการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงมีดังนี้

3: แสดงพฤติกรรมทุกครั้ง หมายถึง ทำได้ถูกต้องสมบูรณ์หรือทำตลอดเวลา

2: แสดงพฤติกรรมบ่อย หมายถึง ทำได้เป็นส่วนใหญ่ ทำได้ไม่ดีบางกรณี แสดงพฤติกรรมบ่อยหรือไม่แสดงพฤติกรรมในบางกรณี

1: แสดงพฤติกรรมบ้างแต่น้อย หมายถึง ทำได้บ้างแต่เป็นส่วนน้อย หรือแสดงพฤติกรรมบ้างแต่น้อย

0: ไม่แสดงพฤติกรรม หมายถึง ทำไม่ได้หรือไม่แสดงพฤติกรรม

ที่มา: บุญญาธิสา แซ่หล่อ. (2550). การบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิตโดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงสำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. หน้า 161.

ตาราง 4 ตัวอย่างแบบวัดคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์โครงการ TIMSS 2011

ข้อความ	ระดับความคิดเห็นหรือความรู้สึก			
	จริง (3)	ค่อนข้างจริง (2)	ค่อนข้างไม่จริง (1)	ไม่จริง (0)
1. ฉันคิดว่าคณิตศาสตร์ช่วยฉันในการดำเนินชีวิตประจำวันได้				
2. ฉันจำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการเรียนวิชาอื่นๆ				
3. ฉันจำเป็นต้องเรียนคณิตศาสตร์ให้ได้ดีเพื่อที่จะได้เข้ามหาวิทยาลัยตามที่ต้องการ				
4. ฉันจำเป็นต้องเรียนคณิตศาสตร์ให้ได้ดีเพื่อที่จะได้ทำงานที่ต้องการ				
5. ฉันต้องการทำงานที่เกี่ยวข้องกับการใช้คณิตศาสตร์				
6. การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้ดีเป็นเรื่องที่สำคัญ				

เกณฑ์การประเมิน

คะแนนมากกว่า 10.3 หมายถึง นักเรียนเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

คะแนน 10.3 – 7.9 หมายถึง นักเรียนเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์บ้าง

คะแนนน้อยกว่า 7.9 หมายถึง นักเรียนไม่เห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

ที่มา: The International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). (2012). *TIMSS 2011 International Results in Mathematics*. p. 335.

ตาราง 5 ตัวอย่างแบบวัดความตระหนักในคุณค่าหรือประโยชน์ของคณิตศาสตร์

ข้อความ	ระดับความคิดเห็นหรือความรู้สึก			
	จริง (4)	ค่อนข้าง จริง (3)	ค่อนข้าง ไม่จริง (2)	ไม่จริง (1)
1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีประโยชน์และน่าเรียน				
2. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ส่งเสริมการให้เหตุผล				
3. ความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ไม่สามารถนำไปใช้ใน ชีวิตประจำวันได้				
4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยากมากและมีความซับซ้อน				
5. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ จะช่วยฝึกการคิดอย่างเป็นระบบได้				

ที่มา: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ก). *การวัดประเมินผลคณิตศาสตร์*. หน้า 190.

จากการศึกษาเกี่ยวกับการประเมินการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ ในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจำแนกรายการประเมินการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 4 ด้าน คือ ด้านการใช้ในชีวิตประจำวัน ด้านการศึกษาในระดับที่สูงขึ้นหรือการใช้ในศาสตร์อื่นๆ ด้านการประกอบอาชีพ และด้านการพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยแบ่งระดับการวัดความคิดเห็นหรือความรู้สึกออกเป็น 4 ระดับ คือ 3: เห็นด้วยอย่างยิ่ง 2: เห็นด้วย 1: ไม่เห็นด้วย 0: ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

4.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ทั้งในประเทศและต่างประเทศ ดังนี้

บุญญา แซ่หล่อ (2550: 99) ได้ทำการศึกษาการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงโดยใช้การบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิตโดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงสำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีความคิดเห็นต่อแบบวัดการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงมีค่าเฉลี่ย 3.95

(คะแนนเต็ม 5) ซึ่งมากกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้คือ 3.5 และผลจากการที่ประเมินรายงานสะท้อนความคิดเห็นด้านการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงนักเรียนมีค่าเฉลี่ยเป็น 3.97 อยู่ในช่วงค่าเฉลี่ยที่นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงอีกทั้งนักเรียนยังมีความคิดเห็นที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ผลการสังเกตพฤติกรรมในชั้นเรียนพบว่า นักเรียนแสดงพฤติกรรมอยู่ในช่วง 2.147 นั่นคือ นักเรียนแสดงพฤติกรรมการเห็นคุณค่าต่อคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงน้อย

จินดิษฐ์ ละออบภักษิณ (2558ก: 42-43) ได้ทำการศึกษามูลของการใช้สารคดีบทนำคณิตศาสตร์ที่มีต่อเจตคติและการเห็นคุณค่าของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายของโรงเรียนยานนาวาเวชวิทยาคม โรงเรียนสายน้ำผึ้งในพระอุปถัมภ์ โรงเรียนสตรีมหาพฤฒาราม และโรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภช ในภาคการศึกษาต้นของปีการศึกษา 2557 โดยแบ่งกลุ่มตัวอย่างออกเป็น นักเรียนที่ได้ชมสารคดีบทนำคณิตศาสตร์ต่อเนื่องทั้งภาคการศึกษาจำนวน 200 คน และนักเรียนที่ไม่ชมสารคดีบทนำคณิตศาสตร์เฉพาะเรื่อง จำนวน 1,651 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้ชมสารคดีบทนำคณิตศาสตร์ต่อเนื่องทั้งภาคการศึกษามีเจตคติต่อสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เฉลี่ยอยู่ในเกณฑ์ดี คือมีคะแนนมากกว่า 3.5 (คะแนนเต็ม 5) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่ได้ชมสารคดีบทนำคณิตศาสตร์จำแนกตามรายเรื่อง มีคะแนนการเห็นคุณค่าของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี คือ มีคะแนนมากกว่า 3.5 (คะแนนเต็ม 5) ในทุกเรื่อง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

โครงการ TIMSS ประเทศไทย สสวท. (2557: 135) โครงการ TIMSS 2011 ได้รายงานผลการวิจัยในระดับนานาชาติด้านการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ว่า ระดับการเห็นคุณค่าของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนจำนวนร้อยละ 46 และ 39 เห็นคุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์และค่อนข้างเห็นคุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์ ตามลำดับ และมีนักเรียนร้อยละ 15 ไม่เห็นคุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนที่เห็นคุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์มีผลคะแนนเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนที่ไม่เห็นคุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์ สำหรับประเทศไทย นักเรียนส่วนใหญ่เห็นคุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์ และมีนักเรียนเพียงร้อยละ 7 ที่ไม่เห็นคุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์ ส่วนคะแนนเฉลี่ย พบว่า นักเรียนที่เห็นคุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยสูงสุด และนักเรียนที่ไม่เห็นคุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์มีคะแนนต่ำที่สุดการเห็นคุณค่าของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำแนกตามสังกัดและจำแนกตามอนุภูมิภาค พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เห็นคุณค่าของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนกลุ่มที่เห็นคุณค่าของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ไม่เห็นคุณค่าของการเรียนคณิตศาสตร์

เกนซ์เบิร์ก (Gainsburg. 2008: 199-219) ได้ทำการศึกษาการเชื่อมโยงสถานการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริงสู่การสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา โดยทำการศึกษากับครูคณิตศาสตร์ที่สอนคณิตศาสตร์โดยการเชื่อมโยงสถานการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริงจำนวน 62 คน จากโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น 28 คน และมัธยมศึกษาตอนปลาย 34 คน ผลการศึกษาพบว่า การเชื่อมโยงสถานการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริงเข้ามาสู่บทเรียนคณิตศาสตร์ ครูส่วนใหญ่บอกว่า เป้าหมายหลักคือ ต้องการให้นักเรียนสนใจเรียนและเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ ความเชื่อที่ว่าคณิตศาสตร์ไม่ถูกนำไปใช้ในการประกอบอาชีพเป็นสิ่งที่ทำให้ครูผู้สอนต้องการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริงเพิ่มมากยิ่งขึ้น

ดิบบเบิล (Dibble. 2013: 37-41) ได้ทำการศึกษา ผลของการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟต่อความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนและเจตคติในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งในการศึกษาเจตคติในวิชาคณิตศาสตร์เขาได้แบ่งการศึกษาออกเป็น 4 ด้าน คือ ด้านความเพลิดเพลินกับคณิตศาสตร์ ด้านการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ ด้านแรงจูงใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ด้านความเชื่อมั่นในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สำหรับด้านการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์พบว่า นักเรียนกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์มากกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

จากการศึกษางานวิจัยข้างต้น ได้ข้อสรุปว่า การเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะเกิดขึ้นได้นั้น ครูจะต้องจัดการเรียนรู้โดยนำสถานการณ์ในชีวิตจริงมาใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนตระหนักว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริงได้

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 3 ห้องเรียน ประกอบด้วย นักเรียนวิชาเอกวิทยาศาสตร์ จำนวน 2 ห้องเรียน และนักเรียนวิชาเอกคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียนทั้งหมด 120 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 39 คน โดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) เนื่องจากประชากรทั้ง 3 ห้องเรียน มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ในระดับเดียวกัน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มีดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์ และการประยุกต์ของอนุพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
3. แบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ขั้นตอนการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์

แผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ มีขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ที่ผู้วิจัยไปทำวิจัยในครั้งนี้

2. วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ วิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ

4. กำหนดรูปแบบแผนการจัดการเรียนรู้ และจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ดังนี้

1. ค้นพบ (Discover)

เป็นขั้นตอนของการกำหนดสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงกับหัวข้อเรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

2. คิดค้น (Devise)

เป็นขั้นตอนของการวางแผนแก้ปัญหาด้วยตนเองเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยเน้นให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลและวางแผนการแก้ปัญหา เช่น สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ถามสัมพันธ์กันอย่างไร คณิตศาสตร์เรื่องใดบ้างจำเป็นต่อการแก้ปัญหาโดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและคอยกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนเกิดแนวคิดในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

3. พัฒนา (Develop)

เป็นขั้นตอนที่นักเรียนลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ หรือปรับปรุงแผนวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปลึกมากขึ้นและเขียนเป็นระเบียบแบบแผนทางคณิตศาสตร์

4. แสดงเหตุผลและยืนยันแนวคิด (Defend)

เป็นขั้นตอนของการยืนยันแนวคิดของตนเอง โดยให้นักเรียนนำเสนอและอธิบายวิธีการแก้ปัญหาพร้อมทั้งระบุเหตุผลที่เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหา มุ่งเน้นให้นักเรียนนำเสนอแนวคิดวิธีการแก้ปัญหาและแสดงเหตุผลเพื่อยืนยันแนวคิดของตนเอง และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความถูกต้อง ประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย และการตีความจากสถานการณ์ปัญหา

5. ขยายความรู้ (Diverge)

เป็นขั้นตอนของการตรวจสอบกระบวนการสืบสอบของนักเรียน โดยครูให้สถานการณ์ปัญหาหรือแบบฝึกหัดเพื่อให้นักเรียนทุกคนแก้สถานการณ์ปัญหาใหม่ที่คล้ายคลึงกับสถานการณ์ที่ได้สืบสอบมาแล้ว และให้นักเรียนประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ มาสร้างเป็นสถานการณ์ใหม่ เพื่อนำหลักการที่ค้นพบไปประยุกต์ใช้ได้กับเนื้อหาอื่นๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทแล้วปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ

6. นำแผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้วให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 3 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหาและภาษาที่ใช้ เพื่อแก้ไขปรับปรุง

7. ปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

8. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นซึ่งผ่านการปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญมาแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างเพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ในการนำไปใช้จริง และปัญหาอุปสรรคที่อาจเกิดขึ้น ผลการทดลองใช้แผนการจัดการเรียนรู้ปรากฏว่า แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมทั้งเนื้อหา ปริมาณ และเวลา โดย 1 แผนการจัดการเรียนรู้ใช้เวลา 2 คาบ ประมาณ 90 นาที

ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 6 สถานการณ์ 21 ข้อย่อย แบ่งออกเป็น 3 ด้าน คือ ด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา จำนวน 8 ข้อ ด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์จำนวน 4 ข้อ และด้านตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์จำนวน 9 ข้อ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตร มาตรฐานและตัวชี้วัดหลักสูตร คู่มือครู และแบบเรียนของ สสวท.
2. สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ จำนวน 11 สถานการณ์ 32 ข้อย่อย แบ่งออกเป็น 3 ด้าน คือ ด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาจำนวน 13 ข้อ ด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์จำนวน 4 ข้อ และด้านตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์จำนวน 15 ข้อ ให้ครอบคลุมเนื้อหาและผลการเรียนรู้ แล้วนำแบบทดสอบเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทแล้วปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ
3. นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแล้วให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 3 คน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ความสอดคล้องของข้อสอบกับองค์ประกอบที่ต้องการวัดรวมถึงความเหมาะสมด้านภาษาและการสื่อความหมาย
4. นำแบบทดสอบที่ได้รับการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญมาหาความเที่ยงตรงจากการคำนวณหาค่า IOC (Item – Objective Congruence) โดยใช้สูตรของโรวินELLIและแฮมเบิลตัน (Rowinelli and Hambleton) (ถ้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 248 -249) เกณฑ์การพิจารณาค่า IOC จะต้องมามีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.50 จึงจะถือว่าวัดได้สอดคล้อง สำหรับแบบทดสอบฉบับนี้คัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 ขึ้นไป (ดังแสดงรายละเอียดใน ตาราง 22)
5. แก้ไขแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทตรวจพิจารณาอีกครั้ง เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเรียบร้อย
6. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้วไปทำการทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ที่เรียนเรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ ผ่านมาแล้ว จำนวน 40 คน เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ
7. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบที่นักเรียนทำ โดยให้คะแนนเต็มข้อละ 3 คะแนน ตามเกณฑ์แบบรูปรีที่สร้างขึ้น ดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา

- ระดับ 3 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยสามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา กำหนดตัวแปรที่สำคัญ และอธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปรนั้นได้อย่างถูกต้องครบถ้วน
- ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยสามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา กำหนดตัวแปรที่สำคัญ และอธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปรนั้นได้อย่างถูกต้องแต่ยังไม่ครบถ้วน
- ระดับ 1 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ โดยสามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา กำหนดตัวแปรที่สำคัญ แต่อธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปรได้ไม่ถูกต้อง
- ระดับ 0 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ โดยไม่สามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา กำหนดตัวแปรที่สำคัญ หรืออธิบายของความสัมพันธ์ของตัวแปรนั้นได้

ด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

- ระดับ 3 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง โดยสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผลและมีการอ้างอิงได้ถูกต้อง
- ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหา โดยสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผลและมีการอ้างอิงได้ถูกต้องแต่ไม่ชัดเจน หรือมีข้อบกพร่องบางประการ
- ระดับ 1 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหา โดยสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้บ้าง มีการแสดงเหตุผลที่บกพร่อง ไม่ชัดเจน อ้างอิงไม่ถูกต้อง
- ระดับ 0 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ หรือสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้แต่ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

ด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

- ระดับ 3 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างชัดเจน โดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล และมีการอ้างอิงที่ถูกต้อง
- ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ในประเด็นสำคัญ โดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้แต่ไม่ครบถ้วน อ้างอิงได้ถูกต้องบางส่วน มีข้อบกพร่องบางประการหรือเหตุผลที่ใช้ไม่รัดกุมเพียงพอ
- ระดับ 1 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้บ้าง โดยแสดงเหตุผลที่บกพร่อง ไม่ชัดเจน อ้างอิงไม่ถูกต้อง
- ระดับ 0 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ โดยวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

8. นำผลจากข้อ 7 มาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความง่าย (P_e) และค่าอำนาจจำแนก (D) โดยใช้เทคนิค 25% ของวิทนีและซาเบอร์ (Whitney; & Sabers. 1970) เลือกข้อสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ ข้อที่มีค่าความง่าย (P_e) ตั้งแต่ 0.23 – 0.68 และมีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.20 – 0.97 ซึ่งเป็นข้อที่มีความง่ายพอเหมาะ ไม่ยากเกินไปหรือง่ายเกินไป และจำแนกนักเรียนอ่อนและเก่งออกจากกันได้จำนวน 6 สถานการณ์ แบ่งเป็น 21 ข้อย่อย ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทั้ง 3 ด้าน (ดังแสดงรายละเอียดในตาราง 24)

9. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกแล้วไปคำนวณหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.91 (ดังแสดงรายละเอียดในตาราง 27)

10. จัดทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับสมบูรณ์ เพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

ขั้นตอนการสร้างแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

แบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 28 ข้อ มีระดับการวัดความคิดเห็นหรือความรู้สึกแบ่งเป็น 4 ระดับ คือ 3: เห็นด้วยอย่างยิ่ง 2: เห็นด้วย 1: ไม่เห็นด้วย 0: ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1. ศึกษาหลักการและวิธีการในการสร้างแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์จากเอกสารและตำราที่เกี่ยวข้อง

2. สร้างแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 33 ข้อ แบ่งเป็น 4 ด้าน คือ ด้านการใช้ในชีวิตประจำวัน จำนวน 13 ข้อ ด้านการศึกษาในระดับที่สูงขึ้นหรือการใช้ในศาสตร์อื่นๆ จำนวน 7 ข้อ ด้านการประกอบอาชีพ จำนวน 9 ข้อ และด้านการพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี จำนวน 4 ข้อ โดยผู้วิจัยปรับปรุงมาจากแบบวัดเจตคติและการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของ บุญญา แซ่หล่อ (2550: 161), สสวท (2555ก: 190) และจินดิษฐ์ ละออบักษิณ (2558ข: 95) ลักษณะของแบบวัดเป็นแบบลิเคิร์ตสเกล (Likert Scale) ผู้วิจัยปรับแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์เป็นชนิด 4 ตัวเลือก คือ

กรณี 1 ข้อความที่มีความหมายทางบวกให้คะแนน ดังนี้

เห็นด้วยอย่างยิ่ง	ให้	3	คะแนน
เห็นด้วย	ให้	2	คะแนน
ไม่เห็นด้วย	ให้	1	คะแนน
ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง	ให้	0	คะแนน

กรณี 2 ข้อความที่มีความหมายทางลบให้คะแนน ดังนี้

เห็นด้วยอย่างยิ่ง	ให้	0	คะแนน
เห็นด้วย	ให้	1	คะแนน
ไม่เห็นด้วย	ให้	2	คะแนน
ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง	ให้	3	คะแนน

เกณฑ์การแปลความหมายของคะแนนเฉลี่ยที่กำหนดในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยปรับมาจากแนวคิดของ ชูศรี วงศ์รัตนะ (2553: 68 – 69) ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย	2.51 – 3.00	หมายถึง นักเรียนเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ระดับมาก
คะแนนเฉลี่ย	1.51 – 2.50	หมายถึง นักเรียนเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ระดับ ค่อนข้างมาก
คะแนนเฉลี่ย	0.51 – 1.50	หมายถึง นักเรียนเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ระดับ ค่อนข้างน้อย
คะแนนเฉลี่ย	0.00 – 0.50	หมายถึง นักเรียนเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ระดับน้อย

ตาราง 6 ตัวอย่างแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

ลำดับ ที่	ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง (3)	เห็นด้วย (2)	ไม่เห็น ด้วย (1)	ไม่เห็น ด้วย อย่างยิ่ง (0)
1.	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ฝึกให้ฉันรู้จักวางแผน ในการใช้ชีวิต				
2.	คณิตศาสตร์ไม่ได้มีส่วนช่วยสร้างความ ยุติธรรมให้แก่มนุษย์				

3. นำแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทแล้ว
ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ

4. นำแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยปรับปรุงแล้ว ไปให้ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน
3 ท่าน พิจารณาความสอดคล้องของข้อคำถามกับการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน
และให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการใช้ภาษาในแต่ละข้อให้มีความชัดเจน เหมาะสมยิ่งขึ้น

5. นำแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญมาหา
ความเที่ยงตรงจากการคำนวณหาค่า IOC (Item – Objective Congruence) โดยใช้สูตรของโรวินเนลลี
และแฮมเบิลตัน (Rowinelli and Hambleton) (ลัวัน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 248 -249)
เกณฑ์การพิจารณาค่า IOC จะต้องมีความมากกว่าหรือเท่ากับ 0.50 จึงจะถือว่าวัดได้สอดคล้อง และ
คัดเลือกข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 ขึ้นไป ผู้วิจัยได้คัดเลือกข้อคำถามที่จะนำไปใช้กับนักเรียนที่
ไม่ใช้กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 28 ข้อ แบ่งเป็นด้านด้านการใช้ในชีวิตประจำวัน จำนวน 10 ข้อ ด้าน

การศึกษาในระดับที่สูงขึ้นหรือการใช้ในศาสตร์อื่นๆ จำนวน 6 ข้อ ด้านการประกอบอาชีพ จำนวน 7 ข้อ และด้านการพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี จำนวน 5 ข้อ

6. นำแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกแล้วไปทำการวัดกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) จำนวน 40 คน เพื่อหาคุณภาพของแบบวัด

7. นำคะแนนจากแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ไปคำนวณค่าอำนาจจำแนก (t) โดยใช้เทคนิค 25% ของวิทนีและเซเบอร์ส (Whitney; & Sabers. 1970) ผลการคำนวณค่าอำนาจจำแนก (t) ทั้ง 28 ข้อ พบว่า ค่าอำนาจที่คำนวณได้ในแต่ละข้อทั้ง 28 ข้อ มีค่าตั้งแต่ 1.9878 – 6.7890 ซึ่งสูงกว่าค่า t จากการเปิดตาราง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 (ดังแสดงรายละเอียดในตาราง 25)

8. นำแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกแล้วไปคำนวณหาความเชื่อมั่นของแบบวัด โดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.90 (ดังแสดงรายละเอียดในตาราง 29)

9. จัดทำแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ฉบับสมบูรณ์ เพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้เป็นงานวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Research) ซึ่งผู้วิจัยจะดำเนินการตามแบบแผนการวิจัยแบบ One Group Pretest – Posttest Design (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538: 249)

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T_1	X	T_2

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E หมายถึง กลุ่มทดลอง

T_1 หมายถึง การสอบก่อนการจัดการเรียนรู้ (Pretest)

X หมายถึง การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง

T_2 หมายถึง การสอบหลังการจัดการเรียนรู้ (Posttest)

วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลทำตามขั้นตอนดังนี้

1. ทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้เวลา 2 คาบเรียน แล้วบันทึกคะแนนเป็นคะแนนก่อนการจัดการเรียนรู้
2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงเพื่อให้นักเรียนปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้อง
3. ดำเนินการจัดการเรียนรู้ โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้สอนนักเรียน ตามเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้
4. ระหว่างที่ดำเนินการจัดการเรียนรู้ทุกครั้งผู้วิจัยสังเกตพฤติกรรมการให้เหตุผลและการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน
5. เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงได้ 9 ครั้ง เป็นเวลา 18 คาบ ผู้วิจัยทำการทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการเห็นคุณค่าในคณิตศาสตร์ โดยใช้เวลา 2 คาบเรียน แล้วบันทึกคะแนนของกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการทดสอบครั้งนี้เป็นคะแนนหลังการจัดการเรียนรู้
6. นำคะแนนที่ได้จากการทดสอบก่อนการจัดการเรียนรู้และหลังการจัดการเรียนรู้มาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

เมื่อดำเนินการทดลองเสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยใช้ t – test for Dependent Samples
2. เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้ t – test for One Sample
3. วิเคราะห์ระดับการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เกณฑ์การแปลความหมายของคะแนนเฉลี่ยที่กำหนดในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยปรับมาจากแนวคิดของ ชูศรี วงศ์รัตน์ (2553: 68 – 69) ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย	2.51 – 3.00	หมายถึง นักเรียนเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ระดับมาก
คะแนนเฉลี่ย	1.51 – 2.50	หมายถึง นักเรียนเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ระดับ ค่อนข้างมาก
คะแนนเฉลี่ย	0.51 – 1.50	หมายถึง นักเรียนเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ระดับ ค่อนข้างน้อย
คะแนนเฉลี่ย	0.00 – 0.50	หมายถึง นักเรียนเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ระดับน้อย

4. เปรียบเทียบการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์ และการประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยใช้ t – test for Dependent Samples

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

สถิติพื้นฐาน

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2540:53)

$$\text{สูตร} \quad \bar{X} = \frac{\sum x}{N}$$

เมื่อ	$\bar{X}$	แทน	คะแนนเฉลี่ย
	$\sum x$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน คำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2540: 103)

$$\text{สูตร} \quad S = \sqrt{\frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ	S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sum x^2$	แทน	ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
$(\sum x)^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่

1. การหาค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล และแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 248-249)

$$\text{สูตร } IOC = \frac{\sum R}{N}$$

IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์
$\sum R$	แทน	ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2. การหาค่าความง่าย (Difficulty) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรของวิทนีและเซเบอร์ส (D.R Whitney and D.L Sabers) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 199 - 200) ดังนี้

$$\text{สูตร } P_E = \frac{S_U + S_L - (2N)(X_{\min})}{(2N)(X_{\max} - X_{\min})}$$

P_E	แทน	ค่าความง่ายของแบบทดสอบแต่ละข้อ
S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
$X_{\max}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
$X_{\min}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
N	แทน	จำนวนนักเรียนกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

3. การหาค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบความสามารถในการให้ผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรของวิทนีและเซเบอร์ส (D.R Whitney and D.L Sabers) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543: 201) ดังนี้

$$\text{สูตร } D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	D	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	X_{max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

4. การหาค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการของการแจกแจงที (t – distribution) โดยคำนวณจากสูตรของเ็ดดวาร์ด (Edwards) (ลัวัน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538: 215 - 216)

สูตร
$$t = \frac{\bar{X}_H - \bar{X}_L}{\sqrt{\frac{s_H^2}{n_H} + \frac{s_L^2}{n_L}}}$$

เมื่อ

t	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ
$\bar{X}_H$	แทน	คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มสูง
$\bar{X}_L$	แทน	คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มต่ำ
s_H^2	แทน	คะแนนความแปรปรวนของกลุ่มสูง
s_L^2	แทน	คะแนนความแปรปรวนของกลุ่มต่ำ
n_H	แทน	จำนวนของกลุ่มตัวอย่างในกลุ่มสูง
n_L	แทน	จำนวนของกลุ่มตัวอย่างในกลุ่มต่ำ

5. การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้ผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้สัมประสิทธิ์ อัลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (ลัวัน สายยศและอังคณา สายยศ. 2543: 218)

สูตร
$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma^2} \right]$$

เมื่อ

α	แทน	สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
k	แทน	จำนวนข้อสอบ

σ_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อหาได้จากสูตร

$$\frac{N\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{N^2}$$

โดยที่ $\sum x_i$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนในข้อที่ i
 $\sum x_i^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง ในข้อที่ i
 N แทน จำนวนคนเข้าสอบ
 σ^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของทั้งฉบับคำนวณจากสูตร

$$\frac{N\sum x^2 - (\sum x)^2}{N^2}$$

โดยที่ $\sum x^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนสอบทั้งฉบับแต่ละคนยกกำลังสอง
 $\sum x$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนสอบทั้งฉบับของแต่ละคน

สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

1. ใช้สถิติ t-test for Dependent samples ในการทดสอบสมมติฐานข้อที่ 1 และ 3 เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหา คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2538: 104)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N\sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}} \quad \text{เมื่อ } df = n-1$$

เมื่อ t แทน ค่าที่ใช้พิจารณา t- Distribution
 D แทน ผลต่างของคะแนนแต่ละคน
 N แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่าง

2. ใช้สถิติ t- test for One sample ในการทดสอบสมมติฐานข้อที่ 2 เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตนะ. 2553: 134)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad ; \quad df = n - 1$$

เมื่อ

t	แทน	ค่าที่ใช้พิจารณา t- Distribution
$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง



บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้มีจุดมุ่งหมาย 3 ประการ คือ 1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 3) เพื่อเปรียบเทียบการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์

ผู้วิจัยได้แบ่งการนำเสนอข้อมูลดังนี้

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์

1.1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์

1.2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70

2. การเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์

2.1 ผลการเปรียบเทียบการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์

2.2 ผลการวิเคราะห์ระดับการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหา คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยใช้เกณฑ์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลผลจากการทดลอง และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ต่างๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
K	แทน	คะแนนเต็มของแบบทดสอบ
$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม)
t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
$*$	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์

1.1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ ผลปรากฏดังตาราง 7

ตาราง 7 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง

ประเด็นการประเมิน	การประเมิน การจัดการเรียนรู้	n	K	$\bar{X}$	S	t
1. ด้านการวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา	ก่อน	39	24	7.05	3.49	19.04*
	หลัง			19.82	2.56	
2. ด้านการสร้างข้อสรุปหรือ ข้อความคาดการณ์	ก่อน	39	12	3.13	2.28	16.27*
	หลัง			9.80	1.75	
3. ด้านการตรวจสอบข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์	ก่อน	39	27	2.80	2.83	24.64*
	หลัง			19.15	3.68	
ภาพรวม	ก่อน	39	63	12.97	6.34	27.79*
	หลัง			48.77	6.62	

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ($t_{(.05,38)} = 1.6860$)

จากตาราง 7 พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยภาพรวมสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อพิจารณารายด้าน พบว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทุกด้าน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตรจริง เรื่อง อนุพันธ์ และการประยุกต์ของอนุพันธ์ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผลปรากฏดังตาราง 8

ตาราง 8 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตรจริง เรื่อง อนุพันธ์ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70

ประเด็นการประเมิน	n	K	$\bar{X}$	S	μ_0	t
1. ด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา	39	24	19.82	2.56	16.80	7.36*
2. ด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์	39	12	9.80	1.75	8.40	4.96*
3. ด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์	39	27	19.15	3.68	18.90	0.42
ภาพรวม	39	63	48.77	6.62	44.10	4.41*

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ($t_{(.05,38)} = 1.6860$)

จากตาราง 8 พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตรจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ ในภาพรวมสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ย เท่ากับ 48.77 คิดเป็นร้อยละ 77.41 และเมื่อพิจารณารายด้านพบว่า ด้านที่หนึ่ง สองและสาม ได้คะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 82.58, 81.66, 70.92 ตามลำดับ ซึ่งด้านที่หนึ่ง และสองสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในส่วนของด้านที่สามสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 แต่ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ตัวอย่างการเขียนแสดงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (แสดงรายละเอียดในภาคผนวก จ)

2. ผลการเปรียบเทียบการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์

2.1 ผลการเปรียบเทียบการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ ผลปรากฏดังตาราง 9

ตาราง 9 ผลการเปรียบเทียบการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ

ประเด็นการประเมิน	การประเมินการจัดการเรียนรู้	n	K	$\bar{X}$	S	t
ด้านการใช้ในชีวิตประจำวัน	ก่อน	39	30	17.60	2.99	4.59*
	หลัง			20.70	3.95	
ด้านการศึกษาในระดับที่สูงขึ้นหรือใช้ในศาสตร์อื่นๆ	ก่อน	39	18	12.50	2.27	6.56*
	หลัง			15.20	1.95	
ด้านการประกอบอาชีพ	ก่อน	39	21	12.69	3.39	4.73*
	หลัง			15.70	2.90	
ด้านการพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี	ก่อน	39	15	9.90	2.40	4.01*
	หลัง			11.90	2.40	
ภาพรวม	ก่อน	39	84	52.74	7.42	7.03*
	หลัง			63.50	8.21	

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ($t_{(.05,38)} = 1.6860$)

จากตาราง 9 พบว่า การเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยภาพรวมสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อพิจารณาเป็นรายด้านพบว่า หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทุกด้าน

2.2 ผลการวิเคราะห์ระดับการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหา

คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยใช้เกณฑ์การแปลความหมาย

ของคะแนนเฉลี่ยที่กำหนดในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยปรับมาจากแนวคิดของ ชูศรี วงศ์รัตนะ (2553: 68 – 69)

ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย	2.51 – 3.00	หมายถึง นักเรียนเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ระดับมาก
คะแนนเฉลี่ย	1.51 – 2.50	หมายถึง นักเรียนเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ระดับค่อนข้างมาก
คะแนนเฉลี่ย	0.51 – 1.50	หมายถึง นักเรียนเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ระดับค่อนข้างน้อย
คะแนนเฉลี่ย	0.00 – 0.50	หมายถึง นักเรียนเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ระดับน้อย

ผลปรากฏดังตาราง 9

ตาราง 10 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและระดับการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง (คะแนนเต็มด้านละ 3 คะแนน)

ข้อ	ข้อความ	ก่อน			หลัง		
		$\bar{X}_1$	S_1	แปลผล	$\bar{X}_2$	S_2	แปลผล
1.	ด้านการใช้ในชีวิตประจำวัน	1.76	0.28	ค่อนข้างมาก	2.07	0.33	ค่อนข้างมาก
2.	ด้านการศึกษาที่สูงขึ้นหรือการใช้ในศาสตร์อื่นๆ	2.09	0.33	ค่อนข้างมาก	2.53	0.41	มาก
3.	ด้านการประกอบอาชีพ	1.81	0.29	ค่อนข้างมาก	2.25	0.36	ค่อนข้างมาก
4.	ด้านการพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี	1.98	0.32	ค่อนข้างมาก	2.38	0.38	ค่อนข้างมาก
รวมทั้ง 4 ด้าน		1.88	0.30	ค่อนข้างมาก	2.27	0.36	ค่อนข้างมาก

จากตาราง 10 แสดงให้เห็นว่าการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง ผลการประเมินการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เมื่อพิจารณาในแต่ละด้านทุกด้าน พบว่ามีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1.76, 2.09, 1.81 และ 1.98 ตามลำดับ ซึ่งแปลผลอยู่ในระดับค่อนข้างมากทุกด้าน

และเมื่อพิจารณาค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวมทั้ง 4 ด้าน ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1.88 แสดงว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ในระดับค่อนข้างมาก

ในส่วนของการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบพบว่า นักเรียนมีระดับการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับมากจำนวน 1 ด้าน คือ ด้านการศึกษาในระดับที่สูงขึ้นหรือการใช้ในศาสตร์อื่นๆ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.53 และมีระดับการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับค่อนข้างมากจำนวน 3 ด้าน คือ ด้านการใช้ในชีวิตประจำวัน ด้านการประกอบอาชีพ และด้านการพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 2.07, 2.25 และ 2.38 ตามลำดับ และเมื่อพิจารณาค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวมทั้ง 4 ด้าน ซึ่งได้ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.27 แสดงว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ในระดับค่อนข้างมาก



บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 และเพื่อเปรียบเทียบการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง โดยมีสมมติฐานในการวิจัยว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 และการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม (Sampling Unit) มา 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 39 คน จากนักเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน โดยแต่ละห้องเรียนมีนักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ในระดับใกล้เคียงกัน ใช้เวลาในการทดลองทั้งสิ้น 22 คาบ คาบละ 45 นาที โดยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One – group Pretest – Posttest Design

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.91 และแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.90

สรุปผลการวิจัย

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 48.77 คิดเป็นร้อยละ 77.41

3. การเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลการประเมินจากค่าเฉลี่ยของแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ทั้งฉบับพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ เห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ในระดับค่อนข้างมากทั้งก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง

อภิปรายผลการวิจัย

จากการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 48.77 คิดเป็นร้อยละ 77.41 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ เหตุที่ผลการวิจัยเป็นเช่นนี้อาจเนื่องมาจากประเด็นต่อไปนี้

1.1 การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ เป็นการดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยผู้สอนนำสถานการณ์ ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงมาให้นักเรียนเกิดคำถาม เกิดความคิดและสืบสอบหาความรู้เพื่อนำมา ประมวลหาคำตอบหรือข้อสรุปด้วยตนเอง โดยมีผู้สอนคอยกระตุ้นและช่วยอำนวยความสะดวกในการ เรียนรู้ของนักเรียน มีขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ค้นพบ เป็นขั้นตอนของการกำหนด สถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงที่มีความเชื่อมโยงกับหัวข้อเรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ ของอนุพันธ์ เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์และทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา 2) คิดค้น เป็นขั้นตอนของ การวางแผนแก้ปัญหาด้วยตนเองเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยเน้นให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลและ วางแผนการแก้ปัญหา เช่น สิ่งที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ถามสัมพันธ์กันอย่างไร คณิตศาสตร์เรื่อง ไตบ้างจำเป็นต่อการแก้ปัญหาโดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและคอยกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนเกิดแนวคิดใน การแก้ปัญหาที่หลากหลาย 3) พัฒนา เป็นขั้นตอนที่นักเรียนลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ หรือ ปรับปรุงแผนวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปอีกมากขึ้นและเขียนเป็นระเบียบแบบแผนทางคณิตศาสตร์ 4) แสดงเหตุผลและยืนยันแนวคิด เป็นขั้นตอนของการยืนยันแนวคิดของตนเอง โดยให้นักเรียน นำเสนอและอธิบายวิธีการแก้ปัญหาพร้อมทั้งระบุเหตุผลที่เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา ครูและนักเรียน ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหา มุ่งเน้นให้นักเรียนนำเสนอแนวคิดวิธีการ แก้ปัญหาและแสดงเหตุผลเพื่อยืนยันแนวคิดของตนเอง และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความถูกต้อง ประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย และการตีความจากสถานการณ์ปัญหา 5) ขยายความรู้ เป็นขั้นตอนของการตรวจสอบกระบวนการสืบสอบของนักเรียน โดยครูให้สถานการณ์ ปัญหาหรือแบบฝึกหัดเพื่อให้นักเรียนทุกคนแก้สถานการณ์ปัญหาใหม่ที่คล้ายคลึงกับสถานการณ์ที่ได้ สืบสอบมาแล้ว และให้นักเรียนประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของ อนุพันธ์ มาสร้างเป็นสถานการณ์ใหม่ เพื่อนำหลักการที่ค้นพบไปประยุกต์ใช้ได้กับเนื้อหาอื่นๆ ในวิชา คณิตศาสตร์ต่อไป กระบวนการของการจัดการเรียนรู้ที่แตกต่างจากการจัดการเรียนรู้ทั่วไปคือ การนำ สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงมาใช้เป็นจุดเริ่มต้นของการจัดการเรียนรู้เพื่อดึงดูดความสนใจของ นักเรียนและเพื่อให้นักเรียนได้เกิดคำถามว่าสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงเหล่านั้นมีความเกี่ยวข้องกับ คณิตศาสตร์อย่างไร จะอธิบายสถานการณ์ปัญหาเหล่านั้นด้วยคณิตศาสตร์อย่างไร ทุกขั้นตอนของ การจัดการเรียนรู้นักเรียนจะต้องสืบสอบเพื่อแก้ปัญหาภายใต้สถานการณ์ปัญหาที่ครูกำหนดขึ้น เป็น การจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องตามแนวคิดของ ฟิลดิง เวลล์ โดลส์ และมาคาร์ (Fielding – Wells; Dole; & Makar. 2014: 49) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ แบบสืบสอบทางคณิตศาสตร์มีจุดมุ่งหมายเพื่อมุ่งเน้นการเรียนรู้ในการคิดและการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญสำหรับนักเรียนที่จะวิเคราะห์หรืออธิบายและยืนยันความคิดทางคณิตศาสตร์

ของพวกเขา ขณะที่พวกเขาแก้ปัญหา การสืบสอบในทางคณิตศาสตร์นักเรียนใช้คณิตศาสตร์เพื่อยืนยันปรับสมมุติฐาน และสืบสอบโดยตรง การสืบสอบในวิชาคณิตศาสตร์ได้รับการยอมรับมากขึ้นว่ามีศักยภาพในการพัฒนานักเรียนให้มีความเข้าใจเชิงลึก ความยืดหยุ่นและความสามารถในการรับมือกับความไม่แน่นอนและความล้มเหลว สิ่งที่น่าสนใจและมีส่วนร่วมในวิชาคณิตศาสตร์ การพึ่งพาตนเองและความคิดสร้างสรรค์ในการแก้ปัญหาและความสามารถในการถ่ายทอดคณิตศาสตร์ที่พวกเขาเรียนรู้สู่ปัญหาที่มีความซับซ้อนและปัญหาในสถานการณ์จริง และยังสอดคล้องกับแนวคิดของมอลลอย (Malloy, 1999: 13-21) ที่กล่าวว่า การที่นักเรียนจะมีทักษะในการบูรณาการในการใช้เหตุผล ความรู้ และประสบการณ์ในวิชาคณิตศาสตร์นั้นขึ้นอยู่กับความมุ่งมั่นและความเต็มใจของครูที่พร้อมจะเรียนรู้วิธีการจัดการเรียนรู้และการใช้เหตุผลในแต่ละรูปแบบของนักเรียน ครูจะต้องมีความสามารถในการช่วยรับฟังเหตุผลของนักเรียนเมื่อนักเรียนต้องเผชิญกับปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย การใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบจะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ช่วยให้ทั้งครูและนักเรียนเกิดการพัฒนาและตื่นตัวในการที่จะนำสิ่งแวดล้อมรอบตัวมาใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับเบอรี่ (Berry, 2014: 23-26) ซึ่งได้ศึกษากิจกรรมที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นโดยใช้วิธีการสืบสอบ ผลการศึกษาพบว่า การสืบสอบสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ แต่ความล้มเหลวที่เกิดขึ้นกับวิธีการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบเนื่องมาจากนักเรียนได้รับคำแนะนำและการป้อนข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากครูมากเกินไป การใช้เวลาที่ค่อนข้างจำกัด ครูจึงเปรียบเสมือนเข้าไปขัดขวางความคิดของนักเรียน ทำให้นักเรียนไม่ยากที่จะคิดและคอยแต่จะถามเพียงคำตอบจากครูเพียงอย่างเดียวเท่านั้น ทำให้ลดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของนักเรียน

1.2 เนื่องจากนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ค่อนข้างดี ทำให้นักเรียนมีพื้นฐานและมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์เดิมมาใช้ในการแสดงเหตุผลเพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา สร้างข้อความคาดการณ์หรือสร้างข้อสรุป ตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ สอดคล้องกับแอททริดจ์ ดอริทู และ อิงกลิช (Attridge; Doritou; & Inglis, 2013: 20-37) ได้ศึกษาการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลกับนักเรียนอายุ 16 – 18 ปี ที่เรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ ใช้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด 188 คน แบ่งเป็นนักเรียนชาย 82 คน และนักเรียนหญิง 106 คน ประมาณ 40% ของกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ได้ค่อนข้างดี ผลการศึกษาพบว่า ทักษะการให้เหตุผลของนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ได้ดีจะมีทักษะในการให้เหตุผลสูงกว่านักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ได้ไม่ดี และนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ได้ไม่ดีมีพัฒนาการด้านทักษะการให้เหตุผลเพิ่มขึ้นน้อยมาก

1.3 การนำเสนอสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงมาจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในห้องเรียน เป็นการนำเรื่องใกล้ตัวมาให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่าสถานการณ์เหล่านั้นเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์อย่างไร เช่น สถานการณ์ปัญหากล้องตรวจจับความเร็ว นักเรียนในกรุงเทพมหานครจะนั่งรถกับผู้ปกครองขึ้นบนทางด่วนเป็นประจำ ครูเริ่มตั้งประเด็นคำถามถึงหลักการในการทำงานของกล้องตรวจจับความเร็วว่า “กล้องตรวจจับความเร็วมีหลักการทำงานอย่างไร เหตุใดจึงสามารถตรวจจับความเร็วของรถบนท้องถนนได้” นักเรียนจะเริ่มแสดงความคิดเห็นและร่วมกันอภิปรายถึงหลักการที่น่าจะเป็นไปได้ของกล้องตรวจจับความเร็ว ซึ่งการร่วมกันแสดงความคิดเห็นและร่วมกันอภิปรายทำให้นักเรียนได้ฝึกการให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนความคิดของตนเองหรือตัดสินใจความต่างๆ ที่เพื่อนได้นำเสนอ ซึ่งสอดคล้องกับชลิแมนน์ และแคราเฮอร์ (Schliemann; & Carraher. 2002: 242-266) ที่ได้ศึกษาวิวัฒนาการของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เขาพบว่า เด็กสร้างรากฐานสำหรับการคิดเชิงตรรกะและคณิตศาสตร์จากการกระทำและการสะท้อนความเห็นของพวกเขา การที่เด็กมีส่วนร่วมในการปฏิสัมพันธ์ทางสังคม เกม การทำธุรกรรมเชิงพาณิชย์ และการอภิปรายร่วมกับคนอื่นๆ

1.4 รูปแบบของคำถามที่ใช้ในใบกิจกรรม คำถามที่ใช้ในใบกิจกรรมแตกต่างจากคำถามที่อยู่ในหนังสือเรียนทั่วไปที่มุ่งเน้นให้นักเรียนค้นหาเฉพาะคำตอบ โดยคำถามในใบกิจกรรมจะเน้นให้นักเรียนเกิดการวิเคราะห์ เช่น 1) สถานการณ์ที่กำหนดให้ข้อมูลใดบ้างที่ให้มาเกินความจำเป็น 2) จากสถานการณ์ที่กำหนดนักเรียนเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร 3) ถ้ากระดาษแผ่นหนึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 18 ตารางฟุต ให้นักเรียนลองยกตัวอย่างขนาดของกระดาษให้มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ที่กำหนดพร้อมทั้งแสดงแนวคิดสรุปเป็นกรณีทั่วไปด้วย เป็นต้น

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยภาพรวมสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อพิจารณาเป็นรายด้านพบว่า ด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา ด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์หลังได้รับ การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหามีคะแนนเฉลี่ย 19.82 คิดเป็นร้อยละ 82.58 และด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์มีคะแนนเฉลี่ย 9.80 คิดเป็นร้อยละ 81.66 ในส่วนของด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์มีคะแนนเฉลี่ย 19.15 คิดเป็นร้อยละ 70.92 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่าง

ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ เหตุที่ผลการวิจัยเป็นเช่นนี้อาจเนื่องมาจากความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา ก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 7.05 (จากคะแนนเต็ม 24 คะแนน) คิดเป็นร้อยละ 29.38 เมื่อเทียบกับคะแนนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แล้วคะแนนเฉลี่ยเพิ่มขึ้น 12.77 คิดเป็นร้อยละ 53.21 ด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้มีคะแนนเฉลี่ย 3.13 (จากคะแนนเต็ม 12 คะแนน) คิดเป็นร้อยละ 26.10 เมื่อเทียบกับคะแนนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แล้วคะแนนเฉลี่ยเพิ่มขึ้น 6.67 คิดเป็นร้อยละ 55.58 ในส่วนของด้านตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 2.80 (จากคะแนนเต็ม 27 คะแนน) คิดเป็นร้อยละ 10.37 เมื่อเทียบกับคะแนนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แล้วคะแนนเฉลี่ยเพิ่มขึ้น 16.35 คิดเป็นร้อยละ 60.55 จากการพิจารณาคะแนนก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์เพิ่มขึ้นถึงร้อยละ 60.55 ซึ่งสูงกว่าด้านอื่นๆ แต่เมื่อเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ยังไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ทั้งนี้เป็นเพราะความสามารถในด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์เป็นด้านที่นักเรียนมีความสามารถค่อนข้างต่ำแม้ความสามารถจะสูงขึ้นแต่ก็ไม่ถึงเกณฑ์ตามที่กำหนดไว้ สอดคล้องกับแนวคิดของแอททริดจ์ โดริโต และ อิงกลิช (Attridge; Doritou; & Inglis. 2013: 20-37) ที่กล่าวในทำนองว่าทักษะการให้เหตุผลของนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ได้ดีจะมีทักษะในการให้เหตุผลสูงกว่านักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ได้ไม่ดี และนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ได้ไม่ดีมีพัฒนาการด้านทักษะการให้เหตุผลเพิ่มขึ้นน้อยมาก

3. การเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ ซึ่งประเมินจากคะแนนเฉลี่ยของแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ทั้งฉบับ พบว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่างเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ เหตุที่ผลการวิจัยเป็นเช่นนี้อาจเนื่องมาจากประเด็นต่อไปนี้

3.1 การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ เป็นการดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยผู้สอนนำสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงมาให้นักเรียนเกิดคำถาม เกิดความคิดและสืบสอบหาความรู้เพื่อนำมา

ประมวลหาคำตอบหรือข้อสรุปด้วยตนเอง โดยมีผู้สอนคอยกระตุ้นและช่วยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ของนักเรียน ทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับแนวคิดของฮันเตอร์ (Hunter. 2007: 213-214) ซึ่งได้ศึกษาการพัฒนาชุมชนแห่งการสืบสอบทางคณิตศาสตร์ เขาพบว่า การสืบสอบทางคณิตศาสตร์เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการสืบสอบและการอภิปรายร่วมกัน ในขณะเดียวกันผู้สอนก็มีส่วนร่วมในการตั้งประเด็นคำถาม ซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญในการเปลี่ยนแปลงความเชื่อและทัศนคติของนักเรียนที่มีต่อคณิตศาสตร์ในทางที่ดีขึ้น

3.2 การนำสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงมาจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในห้องเรียน เป็นการนำเรื่องใกล้ตัวมาให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่าสถานการณ์เหล่านั้นเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์อย่างไร ทำให้นักเรียนเห็นว่าวิชาคณิตศาสตร์ไม่ได้มีเพียงแค่การคำนวณและเรียนเพื่อใช้ในการสอบเพียงอย่างเดียว การนำสถานการณ์ในชีวิตจริงมาจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทำให้นักเรียนรู้ว่า คณิตศาสตร์เรื่องที่เรียนนั้นเรียนไปทำไม เรียนไปแล้วสามารถนำไปใช้อย่างไรได้บ้าง สอดคล้องกับสไตลแลนไนด์ (Stylianides. 2008: 859-875) ได้ทำการศึกษาดำเนินกิจกรรมในชั้นเรียนโดยนำสถานการณ์คณิตศาสตร์ชั้นสูงที่แฝงอยู่ในบริบทชีวิตจริงมาใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผลการศึกษาพบว่า หากครูผู้สอนมีความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์และการจัดการเรียนรู้เป็นอย่างไร การนำสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงมาจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนจะช่วยให้นักเรียนรู้สึกว่าจะไม่ถูกหลอกให้เรียนคณิตศาสตร์ ช่วยสร้างแรงบันดาลใจให้นักเรียนอยากเรียนคณิตศาสตร์

3.3 การให้นักเรียนสร้างสถานการณ์ปัญหาจากชีวิตจริง เป็นการให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการสังเกตและฝึกตั้งคำถามว่าสิ่งต่างๆ ที่พบเจอในชีวิตเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์อย่างไร ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย สอดคล้องกับฮีกส์และอูลิงส์ (Heck; & Uylings. 2006: 107-116) ได้ทำการศึกษานำสถานการณ์ในชีวิตจริงมาใช้ในห้องเรียน ผลการศึกษาพบว่านักเรียนมีความกระตือรือร้นในการทำงานมาก นักเรียนสามารถนำเสนอข้อมูลได้อย่างเป็นเหตุเป็นผล และเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 ในการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง ครูจะต้องศึกษาทำความเข้าใจกระบวนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 5 ขั้นตอน อย่างลึกซึ้ง

1.2 การจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบจะมีประสิทธิภาพถ้าครูรู้จักใช้คำถามเพื่อดึงดูดให้นักเรียนสนใจสถานการณ์ที่ครูนำเสนอ ครูต้องไม่ป้อนข้อมูลทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนมากเกินไป ควรให้เวลานักเรียนได้คิดสืบสอบด้วยตนเองอย่างเต็มที่ การที่ครูบอกข้อมูลกับนักเรียนทุกอย่างหรือครูไม่มีเวลาให้นักเรียนได้ฝึกคิดสืบสอบ เป็นการค่อยๆ ปลุกฝังว่า ความคิดของครูนั้นถูกต้องแต่เพียงผู้เดียว นักเรียนจะต้องรับความรู้จากครูเท่านั้น ซึ่งเป็นการปิดกั้นความคิดของนักเรียนทำให้นักเรียนไม่อยากจะคิดและคอยแต่จะถามเพียงคำตอบจากครูเพียงอย่างเดียวเท่านั้น ทำให้ลดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของนักเรียน

1.3 เนื่องจากความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มสูงขึ้นหลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง ดังนั้น ผู้วิจัยจึงเห็นว่าควรจะนำวิธีการจัดการเรียนรู้ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆ ระดับชั้นอื่นๆ ด้วย

1.4 ระยะเวลาในการทำใบกิจกรรมแต่ละครั้ง ครูต้องคำนึงถึงศักยภาพของนักเรียนด้วย หากนักเรียนมีศักยภาพทางคณิตศาสตร์น้อยครูควรเพิ่มระยะเวลาและให้ข้อมูลเพิ่มเติมแก่นักเรียน

1.5 เพื่อให้ให้นักเรียนได้เห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์อย่างเป็นรูปธรรมมากขึ้น ครูควรให้นักเรียนนำความรู้คณิตศาสตร์ที่เรียนมาสร้างชิ้นงานที่สามารถนำมาใช้ในชีวิตประจำวันได้จริง

1.6 การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ จำเป็นต้องใช้ระยะเวลาในการพัฒนา ดังนั้นครูจะต้องมีความอดทนและดำเนินการอย่างต่อเนื่อง

1.7 ครูผู้สอนควรใช้คำถามระดับสูงในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากการใช้คำถามระดับสูงสามารถส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง ทำให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น

2. ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัย

2.1 ควรมีการศึกษากิจการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงเพื่อพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ในด้านอื่นๆ เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการสื่อสาร เป็นต้น

2.2 ควรจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ในชีวิตจริงในเนื้อหาอื่นๆ ระดับชั้นอื่นๆ เช่น เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร อัตราส่วนและร้อยละ อัตราส่วนตรีโกณมิติ การวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล ความน่าจะเป็น เป็นต้น

2.3 ควรมีการศึกษาศักยภาพในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้วิธีอื่น เช่น การจัดการเรียนรู้โดยใช้บริบทเป็นฐาน การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบ SSCS เป็นต้น



บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551ก). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- _____. (2551ข). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- เกษณีย์ ยอดไผอินทร์. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเม-ท็อดคอมปิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนิภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- โครงการ TIMSS ประเทศไทย สสวท. (2557). *รายงานผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2011 วิชาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สสวท.
- โครงการ PISA ประเทศไทย. (2557). *ตัวอย่างข้อสอบคณิตศาสตร์ PISA 2012*. กรุงเทพฯ: วิ.เจ.พรินต์ติ้ง.
- จกกล ทำสวน. (2553). *การพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง*. วิทยานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- จิณดิษฐ์ ละออบปักสิน. (2558ก, กุมภาพันธ์ – กรกฎาคม). ผลของการใช้สารคดีบทนำคณิตศาสตร์ที่มีต่อเจตคติและการเห็นคุณค่าของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. *วารสารวิจัยทางการศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ*. 9(2): 37-50.
- _____. (2558ข). *รายงานการวิจัยเรื่อง ผลของการใช้สารคดีบทนำคณิตศาสตร์ที่มีต่อเจตคติและการเห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- จิตติมา ขอบเอียด. (2551). *การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ฉวีวรรณ เศวตมาลย์. (2545). *การพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2553). *เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย*. พิมพ์ครั้งที่ 12. กรุงเทพฯ: สุสานบัณฑิต.
- ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2554). *การจัดการเรียนรู้สภาพจริง*. นนทบุรี: สหมิตรพรินต์ติ้งแอนด์พับลิชชิ่ง.

ทิตินา เขมมณี. (2553). ศาสตร์การสอนองค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ.

พิมพ์ครั้งที่ 13 กรุงเทพฯ ฯ สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทรงชัย อักษรคิด. (2553). การพัฒนารูปแบบเพื่อเสริมสร้างความสามารถทางการสอนการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

_____. (2555). การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : วิสด้าอินเตอร์พรีน.

ธิติมา อุดมพรมนตรี. (2555). การศึกษาปัจจัยบางประการที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดลพบุรี สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 5. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ณัฐกฤตา ปัตตาลาโพ. (2553). ผลของการใช้ชุดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ เรื่องการประยุกต์ของอัตราส่วนและร้อยละที่มีต่อทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

บุญญา แซ่หล่อ. (2550). การบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิตโดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงสำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ปิยวรรณ ตีระกิตติธนา. (2548). กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

เป็ยทิพย์ เขาไขแก้ว. (2551). ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

พริยพงศ์ เตชะศิริยีนง. (2552). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนแบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้เกมคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผล. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ ฯ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์. (2544). หน่วยการเรียนรู้สู่การเรียนรู้การสอนแบบบูรณาการ เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ภูมิฤทัย วิทย์วิจิน. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ของ CANGELOSI ที่มีต่อความคงทนในการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ระพีพัฒน์ แก้วอ่ำ. (2553). กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เน้นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2555). พจนานุกรมศึกษาศาสตร์. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.
- เรวดี มีสุข. (2556). ผลการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ (Heuristics) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วนของพหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ลักขณา สริวัฒน์. (2557). จิตวิทยาสำหรับครู. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- ลัดดาวัลย์ กัณหสุวรรณ. (2546). การศึกษาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี : ลูกใช้ของการเรียนรู้กระบวนการอินควิรี. ปีที่ 32. ฉบับที่ 127.
- ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- _____. (2540). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2545). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545. กรุงเทพฯ: พรักหวานกราฟฟิค.
- สำนักทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2558). สทศ.วิเคราะห์ค่าสถิติพื้นฐาน O-NET ปีการศึกษา 2557. จดหมายข่าวอิเล็กทรอนิกส์. ฉบับที่ 51.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: เอส.พี.เอ็น..
- _____. (2555ก). การวัดประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.
- _____. (2555ข). ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ. กรุงเทพฯ: 3 – คิว มีเดีย.

_____. (2555ค). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ:

3 – คิว มีเดีย.

สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ.

สิรินทรา มินทะขัติ. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (Problem – Based Learning) เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินญา นิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สุลักขณา คุ่มทรัพย์. (2555). *ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้สื่อประสมเชื่อมโยงกับสถานการณ์จริง เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ที่มีต่อความสามารถในการคิดวิเคราะห์และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สุระ สนั่นเสียง. (2536). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้ด้วยตนเอง เรื่อง การใช้คำถามที่ส่งเสริมการสอนแบบสืบสอบสำหรับครูกลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. (2545). *21 วิธีการจัดการเรียนรู้: เพื่อพัฒนากระบวนการคิด*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ภาพพิมพ์

วาสนา วงษาไชย. (2555). *ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันที่ส่งเสริมทักษะการคิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม.(คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

วรรณวิสา จันทรสุนทราพร. (2557). *กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

เวชฤทธิ์ อังกะนัทพรขจร. (2553). *ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์*. *วารสารสมาคมบดี คณะครุศาสตร์ศึกษาศาสตร์แห่งประเทศไทย*. 2(2): 25-33.

อิทธิเทพ นวาระสุจิตตร. (2548). *ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- อัมพร ม้าคนอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- _____. (2557). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อ้อมฤดี แซ่มอุบล. (2553). ผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่เน้นการใช้คำถามหมวกความคิดหกใบ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการคิดวิเคราะห์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินซ์นิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- Attridge, N; Doritou, M; & Inglis, M. (2013). The Development of Reasoning Skills During Compulsory 16 to 18 Mathematics Education. *Research in Mathematics Education*. 17(1). 20-37.
- Baroody, Arthur J; & Coslick, Ronald T. (1998). *Fostering Children's Mathematical Power: An Investigative Approach to K – 8 Mathematics Instruction*. London: Lawrence Erlbaum Associates.
- Bergqvist, E. (2007). Types of Reasoning Required in University Exams in Mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*. 26(4): 348-370
- Berry, J. (2014 January). Developing Mathematical Reasoning. *Mathematics in School*. 34(1).
- Collinson V; & Cook T.F. (2007). *Organizational learning: Improving learning, Teaching, and Leading in School*. U.S.A.: Sage Publications.
- Dibble, A. J. (2013). *Impact of Graphing Calculators on Students' Problem-Solving Abilities and Students' Attitudes Towards Mathematics*. Dissertation, Master of Science in Education, Southwest Minnesota State University.
- Eggen, P. D; & Kauchak, D. P. (2001). *Strategies for Teachers: Teaching Content and Thinking skills*. 4th ed. Boston: Allyn and Bacon.
- Fielding – Wells, J; Dole, S; & Makar, K. (2014). Inquiry Pedagogy to Promote Emerging Proportional Reasoning in Primary Students. *Mathematics Education Research Journal*. 26(1): 47-77.
- Gainsburg, J. (2008). Real-World Connections in Secondary Mathematics Teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*. 11(3): 199-219.

- Queen, A. J. (2009). *The Block Scheduling handbook*. 2nd ed. California: Corwin Press.
- Heck, A; & Uylings, P. (2006). Capturing the Real World in the Classroom. *International Journal for Technology in Mathematics Education*. 13(3): 107-116.
- Hilton, A; & et al. (2013). Development and Application of a Two-tier Diagnostic Instrument to Assess Middle-years Students' Proportional Reasoning. *Mathematics Education Research Group of Australasia*, 25(4), 523–545.
- Hunter, R. (2007). Teachers Developing Communities of Mathematical Inquiry. Dissertation, Ph.D. (Education). Auckland: Graduate School, The Massey University New Zealand. Retrieved October 10, 2016, from http://mro.massey.ac.nz/bitstream/handle/10179/3747/02_whole.pdf?sequence=1
- Krulik, S; & Rudnick, J. (1993). *Reasoning and Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teachers*. Needham Heights, Mass: Allyn and Bacon.
- Lee, C. Y; & Chen, M. P. (2015). Effects of Polya Questioning Instruction for Geometry Reasoning in Junior High. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*. 11(6). 1547-1561.
- The International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). (2012). *TIMSS 2011 International Results in Mathematics* Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.
- _____. (2014). *TIMSS Advanced 2015 Assessment Frameworks: TIMSS Advanced 2015 Mathematics Framework*. Boston: TIMSS & Pirls International Study Center.
- Malloy, C. (1999). Developing Mathematical Reasoning in the Middle Grades Recognizing Diversity. In *Developing Mathematical Reasoning In Grades K-12 Yearbook*. pp. 13-21. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Moore, K. (2015). *Effective Instructional Strategies: From Theory to Practice*. 4th ed. Los Angeles: Sage Publications.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1999). *Developing Mathematical Reasoning in Grades K – 12*. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.
- _____. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Schliemann, A. D; & Carraher, D. W. (2002). The Evolution of Mathematical Reasoning: Everyday versus Idealized Understandings. *Developmental Review*. 22(2): 242-266.
- Slavik, P.M. (2015). *Students' Attitudes Toward Mathematics in a Spreadsheet-based Learning Environment*. Dissertation, Ph.D. (Teaching, Learning, and Curriculum Studies), Kent State University.
- Stylianides, A. J; & Stylianides, G. J. (2008). Studying the Classroom Implementation of Tasks: High-Level Mathematical Tasks Embedded in 'Real-Life' Contexts. *Teaching and Teacher Education*. 24(4), 859–875.
- Thompson, D. R. (2012). Modify Textbook Exercises to Incorporate Reasoning and Communication into the Primary Mathematics Classroom. In *Reasoning, Communication and Connections in Mathematics Yearbook*. pp. 57-74. Singapore: World Scientific Publishing.
- Van de Walle, John A. (1998). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*. 3rd ed. New York: Longman.
- Wubbels, T; Korthagen, F; & Broekman, H. (1997). Preparing Teachers of Realistic Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*. 32(1): 1-28.



ภาคผนวก



ภาคผนวก ก

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. รองศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา
อาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา สาขาการสอนคณิตศาสตร์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

2. รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร
อาจารย์ประจำภาควิชาการจัดการเรียนรู้
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ณัฏชา กมล
อาจารย์ประจำภาควิชาหลักสูตรการสอนและการจัดการเรียนรู้
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ ดร.อุทัยวรรณ สายพัฒนะ
อาจารย์ประจำสำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออบปักนิณ
อาจารย์ประจำภาควิชาหลักสูตรการสอนและเทคโนโลยีการศึกษา
สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บุญญา แซ่หล่อ
อาจารย์ประจำสาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์และสารสนเทศ
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีอุตสาหกรรม
มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตสุราษฎร์ธานี

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจแผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ

1. อาจารย์ ดร.รุ่งทิพา แยมรุ่ง

อาจารย์ประจำภาควิชาการประถมศึกษา

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชวลิต สูงใหญ่

อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม)

3. อาจารย์ ดร.สุธินันท์ บุญพัฒนาภรณ์

อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม)



ภาคผนวก ข
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยนำเสนอตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยตามลำดับ ดังนี้

1. ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
3. แบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์



ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม หน่วย อนุพันธ์และการประยุกต์อนุพันธ์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยและอัตราการเปลี่ยนแปลง เวลา 90 นาที

1. สาระสำคัญ

ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชัน และ a อยู่ในโดเมนของ f แล้ว

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก a เป็น $a+h$

คือ $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ $x=a$ คือ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

2.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน

2.1.1 สามารถหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยได้

2.2.2 สามารถหาอัตราการเปลี่ยนแปลงได้

2.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน

2.2.1 สามารถให้เหตุผลประกอบการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาหาความสัมพันธ์ของข้อมูลได้

2.2.2 สามารถให้เหตุผลประกอบการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ที่สร้างขึ้นได้

2.2.3 สามารถให้เหตุผลโดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

2.2.4 สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยได้

2.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียน

2.3.1 มีวินัย : ปฏิบัติตามข้อตกลง กฎเกณฑ์ ระเบียบ ข้อบังคับของชั้นเรียน และมีความตรงต่อเวลาในการทำงาน

2.3.2 ใฝ่เรียนรู้: ตั้งใจ เพียรพยายามในการเรียนและเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้

2.3.3 มุ่งมั่นในการทำงาน: ตั้งใจและรับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่การทำงาน

2.3.4 เห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์: เห็นตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงที่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้าไปแก้ปัญหา

3. สารการเรียนรู้

สถานการณ์ที่ 1 กล้องตรวจจับความเร็ว

สถานที่หลายแห่งทั่วโลกกำลังใช้กล้องตรวจจับความเร็วในการบังคับใช้การจราจร เพื่อตรวจสอบและระงับยานพาหนะไม่ให้ใช้ความเร็วเกินที่กฎหมายกำหนด กล้องตรวจจับความเร็วจะติดตั้งบนสะพานเหนือช่องทางจราจร หรือในสถานที่ที่แตกต่างกันไปตามถนน กล้องแต่ละตัวจับภาพของยานพาหนะโดยอัตโนมัติและระบุข้อมูลลงในคอมพิวเตอร์ รวมถึงหมายเลขแผ่นป้ายทะเบียนของรถด้วย



ภาพด้านล่าง 2 ภาพ เป็นภาพที่ได้จากกล้องสองตัวซึ่งติดตั้งอยู่ห่างกัน 0.3 กม. มุมบนด้านซ้ายของภาพแต่ละภาพเป็นเวลาที่ยกกล้องบันทึกไว้ ซึ่งภาพข้างบนบันทึก ณ เวลา 12:03:52 และภาพข้างล่างบันทึก ณ เวลา 12:04:01



จากข้อมูลที่ให้มา จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากข้อมูลที่กำหนดมาให้ นักเรียนสามารถหาอัตราเร็วเฉลี่ยของรถได้หรือไม่ จงอธิบายเหตุผลประกอบ

นักเรียนควรตอบว่า ไม่สามารถหาได้ เนื่องจากอัตราเร็วเฉลี่ยหาได้จากความเร็วที่เปลี่ยนไปเทียบกับเวลาที่เปลี่ยนไป ข้อมูลไม่ได้กำหนดความเร็วมาให้ ดังนั้นข้อมูลไม่เพียงพอสำหรับการหาอัตราเร็วเฉลี่ย

2. จากข้อมูลที่บอกว่า กล้องทั้งสองอยู่ห่างกัน 0.3 กิโลเมตร เวลาที่รถผ่านกล้องตัวที่ 1 คือ 12:03:52 และ เวลาที่ผ่านกล้องตัวที่ 2 คือ 12:04:01 นักเรียนสามารถหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของระยะทางเทียบกับเวลาได้หรือไม่อย่างไร จงอธิบาย

นักเรียนควรตอบว่า สามารถหาได้ เพราะว่า เราทราบระยะทางจากกล้องที่ 1 ถึงกล้องที่ 2 ว่าเท่ากับ 0.3 กิโลเมตร และเวลาที่รถวิ่งในระยะเวลา 0.3 กิโลเมตรเท่ากับ 9 วินาที อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของระยะทางเทียบกับเวลาหาได้จาก ระยะทางที่เปลี่ยนแปลง/ เวลาที่เปลี่ยนแปลง ซึ่งเท่ากับ $0.3/9 = 0.03$ กิโลเมตร/วินาที

3. เป็นไปได้หรือไม่ที่จะหาความเร็วของรถ ณ เวลา 12:03:52 ถ้าเป็นไปได้ให้นักเรียนคำนวณความเร็วออกมาด้วย ถ้าเป็นไปไม่ได้ให้นักเรียนอธิบายด้วยว่าทำไมถึงหาความเร็วไม่ได้

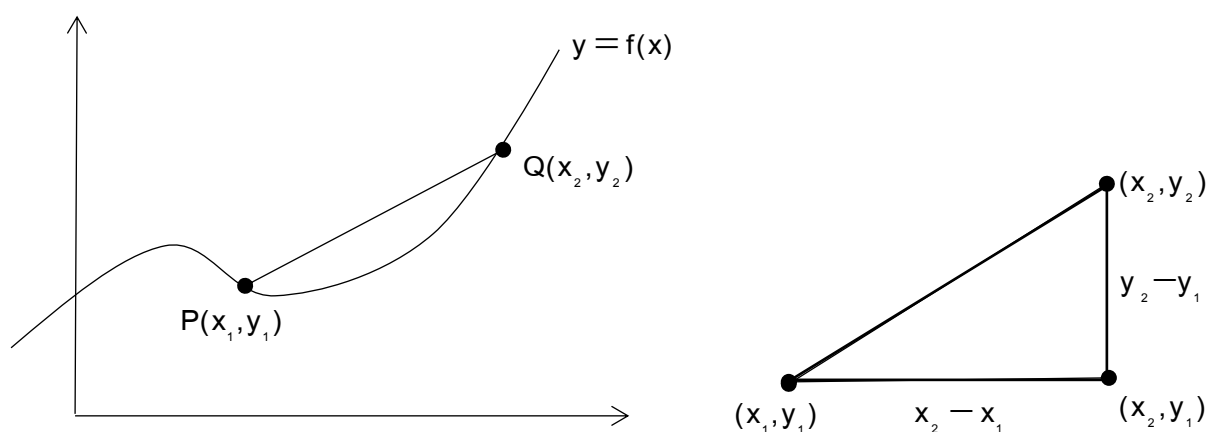
นักเรียนควรตอบว่า เป็นไปไม่ได้ เพราะเราไม่ทราบสมการการเคลื่อนที่ของรถ

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย

พิจารณาจากกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$ ต้องการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เปลี่ยนแปลงจาก x_1 ถึง x_2 ได้ดังนี้

เปลี่ยนแปลงที่ $x = x_2 - x_1$

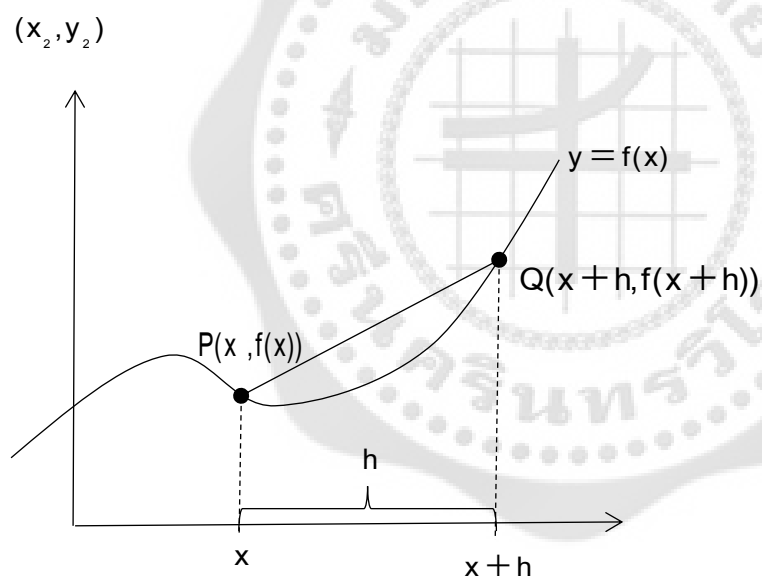
เปลี่ยนแปลงที่ $y = y_2 - y_1 = f(x_2) - f(x_1)$



นิยาม อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x จาก x_1 ถึง x_2

คือ
$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

จากกราฟ $y = f(x)$ ให้ $(x, f(x))$ แทนพิกัด (x_1, y_1) และ $(x+h, f(x+h))$ แทนพิกัด



$$\begin{aligned} \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} &= \frac{f(x+h) - f(x)}{x+h-x} \\ &= \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย = $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

จากกราฟ $y = f(x)$ ถ้าเลื่อนจุด Q ตามแนวเส้นกราฟเข้าหาจุด P นั่นคือ h เข้าใกล้ศูนย์ และถ้า $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ หาค่าได้แล้ว เรียกค่าลิมิตนี้ว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงขณะที่ $x = x_1$

สรุปบทนิยาม ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชัน และ a อยู่ในโดเมนของ f แล้ว

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x เมื่อค่าของ x เปลี่ยนจาก a เป็น $a+h$

คือ
$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ $x = a$ คือ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

4. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

4.1 คลิป VDO เรื่อง กล้องตรวจจับความเร็ว จาก

<https://www.youtube.com/watch?v=gqrTzgFcqSg>

4.2 ใบความรู้เรื่อง กฎหมายการใช้ความเร็วของรถในการขับขี

4.3 ใบกิจกรรมที่ 1 “กล้องจับความเร็ว”

4.4 ใบกิจกรรมที่ 2 “สระว่ายน้ำ”

4.5 แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลงและอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ค้นพบ (Discover) (5 นาที)

1. ครูเปิดคลิป VDO เรื่องกล้องตรวจจับความเร็ว จากเว็บไซต์ youtube ให้นักเรียนดู จากนั้นครูตั้งประเด็นคำถามดังนี้

- นักเรียนคิดว่าอุบัติเหตุบนท้องถนนเกิดจากปัจจัยอะไรบ้าง

(นักเรียนควรตอบว่า การขับรถโดยประมาท เมาแล้วขับ ไม่สวมหมวกนิรภัย ขับรถด้วย

ความเร็วสูง สภาพรถไม่พร้อมใช้งาน ไม่เคารพกฎจราจร ฯลฯ)

- นักเรียนคิดว่า การติดกล้องตรวจจับความเร็ว บนท้องถนน เป็นสิ่งที่เหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด

(นักเรียนควรตอบว่า เหมาะสม เพราะเป็นการสร้างความปลอดภัยในการใช้รถใช้ถนน)

- นักเรียนคิดว่า การติดกล้องตรวจจับความเร็วและบังคับใช้กฎหมายควบคุมความเร็ว จะช่วยลดอุบัติเหตุบนท้องถนนได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

(นักเรียนควรตอบว่า ลดอุบัติเหตุได้ เพราะอุบัติเหตุที่ทำให้ลายทรัพย์สินหรือที่ก่อให้เกิดการเสียชีวิตส่วนใหญ่มาจากการขับรถด้วยความเร็วสูง การติดกล้องตรวจจับความเร็วและบังคับใช้กฎหมายน่าจะทำให้ผู้ใช้รถใช้ถนนตระหนักและระมัดระวังมากขึ้น)

2. ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่ 1 โดยแจกใบความรู้เรื่อง กฎหมายการใช้ความเร็วของรถในการขับและใบกิจกรรมที่ 1 ปัญหากล้องตรวจจับความเร็ว ให้กับนักเรียนทุกคนอ่านทำความเข้าใจ

3. เพื่อให้นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้น ครูนำเสนอโดยเล่าเรื่องราวโดยใช้ภาพประกอบและใช้ประเด็นคำถาม ดังนี้



- สิ่งที่สถานการณ์ปัญหามองต้องการทราบคืออะไร

(นักเรียนควรตอบว่า อัตราเร็วเฉลี่ยของรถ)

- จากสิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีข้อมูลที่สำคัญอะไรบ้าง

(นักเรียนควรตอบว่า ระยะห่างของกล้องตรวจจับความเร็วทั้ง 2 ตัว และเวลาขณะที่รถผ่านกล้องแต่ละตัว)

- อัตราเร็วของการเคลื่อนที่ เป็นการเปรียบเทียบระหว่างสิ่งใดกับสิ่งใด

(นักเรียนควรตอบว่า อัตราเร็วเป็นการเปรียบเทียบระหว่างระยะทางกับเวลา)

- การขับรถด้วยอัตราเร็ว 90 กม./ชม. หมายความว่าอย่างไร

(นักเรียนควรตอบว่า 1 ชั่วโมง ขับรถได้ระยะทาง 90 กิโลเมตร)

- อัตราเร็วเฉลี่ยของการเคลื่อนที่ เป็นการเปรียบเทียบระหว่างสิ่งใดกับสิ่งใด

(นักเรียนควรตอบว่า อัตราเร็วเป็นการเปรียบเทียบระหว่างระยะทางที่เปลี่ยนไปกับเวลาที่เปลี่ยนไป)

ขั้นที่ 2 คิดค้น (Devise) (10 นาที)

1. ครูให้นักเรียนลงมือศึกษาสถานการณ์ปัญหาจากใบกิจกรรมที่ 1 ด้วยตนเอง โดยเน้นให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลและวางแผนการแก้ปัญหา เช่น สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ถามสัมพันธ์กันอย่างไร คณิตศาสตร์เรื่องใดบ้างจำเป็นต่อการแก้ปัญหา สร้างข้อความคาดการณ์
2. ครูเดินดูนักเรียนวางแผนการแก้สถานการณ์ปัญหาและเป็นผู้ให้คำแนะนำและคอยกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนเกิดแนวคิดในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยใช้ประเด็นคำถาม เช่น
 - ปัญหานี้มีเงื่อนไขอะไรบ้าง
 - ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใดบ้างที่จะนำมาใช้แก้ปัญหานี้

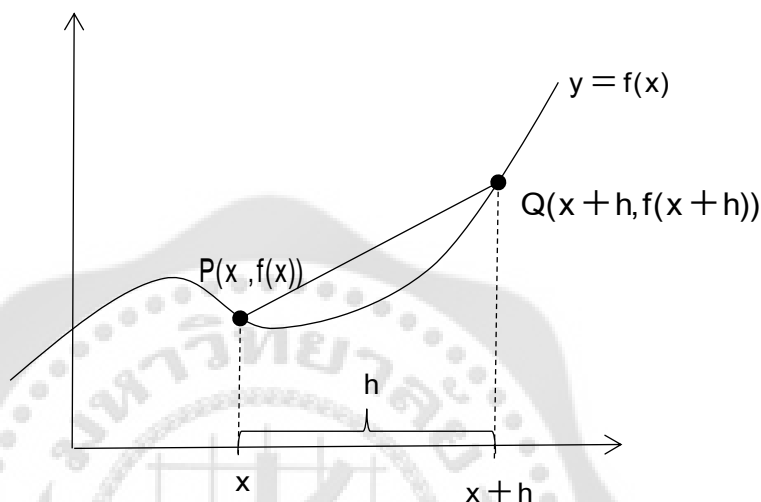
ขั้นที่ 3 พัฒนา (Develop) (10 นาที)

1. ครูให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ หรือปรับปรุงแผนวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปอีกมากขึ้นและเขียนอยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
2. ครูเดินดูนักเรียนแก้ปัญหาและเป็นผู้ให้คำแนะนำและคอยกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนมีแนวคิดที่ถูกโดยใช้ประเด็นคำถาม เช่น
 - นักเรียนลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้แล้วได้ผลหรือไม่ ถ้าไม่ได้ผลจะปรับเปลี่ยนวิธีคิดเป็นอย่างไร
 - ตรงนี้ (ชี้ที่งานของนักเรียน) นักเรียนคิดอย่างไร
 - (ชี้ที่งานของนักเรียน) ทำไมจึงเป็นอย่างนี้ ลองอธิบายเหตุผลมาให้ครูฟัง

ขั้นที่ 4 การแสดงผลเพื่อยืนยันแนวคิด (Defend) (10 นาที)

1. ครูให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบจากการลงมือแก้ปัญหา ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มุ่งเน้นให้นักเรียนนำเสนอแนวคิดวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเอง และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความถูกต้อง ประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย การตีความจากสถานการณ์ปัญหา โดยครูอาจใช้ประเด็นคำถาม เช่น
 - คำตอบของปัญหานี้มีอะไรบ้าง
 - คำตอบที่ได้มาถูกต้องหรือยัง

- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกนำมาใช้แก้สถานการณ์ปัญหานี้ คืออะไร
 - ผลเฉลยของเพื่อนคนใด นักเรียนคิดว่าดีที่สุด เพราะเหตุใด
 - นักเรียนมีวิธีอื่นในการหาคำตอบหรือไม่
2. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์เกี่ยวกับการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย
 3. ครูวาดกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$



ครูตั้งประเด็นคำถามขึ้นมาว่า “หากครูเลื่อนจุด Q เข้าหาจุด P จนระยะห่างของจุด P และ Q ซึ่งคือ h เข้าใกล้ศูนย์ นักเรียนสามารถหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยได้หรือไม่ เพราะเหตุใด”

(นักเรียนควรตอบว่า ไม่สามารถหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยได้ เพราะที่ไม่ทราบระยะห่างของจุดทั้งสองจุด รู้แต่เพียงว่าระยะห่างของจุดทั้งสองเข้าใกล้ศูนย์)

4. ครูอธิบายนักเรียนว่า หากครูเลื่อนจุด Q เข้าหาจุด P จนระยะห่างของจุด P และ Q ซึ่งคือ h เข้าใกล้ศูนย์ ไม่สามารถหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยได้เพราะเป็นการเปลี่ยนแปลงในขณะที่ x แทบจะไม่เปลี่ยนไปเลยเพราะ h เข้าใกล้ศูนย์ ไม่สามารถนำอัตราการเปลี่ยนแปลงมาเฉลี่ยได้ สามารถหาได้แค่อัตราการเปลี่ยนแปลง ซึ่งเราต้องนำความรู้เรื่องลิมิตมาใช้ในการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงในครั้งนี้ จะได้ว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ $x = a$ คือ

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

ขั้นที่ 5 ขยายความรู้ (Diverge) (55 นาที)

1. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 2 “สระว่ายนํ้า” ให้นักเรียนลงมือทำ หากนักเรียนพบปัญหาหรือข้อสงสัยครูจะใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนสืบสอบแนวทางในการทำใบกิจกรรม (15 นาที)
2. ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยหน้าชั้นเรียนเป็นรายบุคคลเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน (10 นาที)
3. ครูแจกแบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลงและอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยให้นักเรียนทำ (30 นาที)
4. ครูตั้งประเด็นคำถามว่า สถานการณ์ในชีวิตจริงนักเรียนคิดว่าสถานการณ์ใดบ้างที่เกี่ยวข้องกับเรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลงและอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย
5. ครูให้นักเรียนประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลงและอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย มาสร้างเป็นสถานการณ์ใหม่ คนละ 1 สถานการณ์ ทำเป็นกาบ้าน



จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<u>ด้านทักษะกระบวนการทาง</u> <u>คณิตศาสตร์ :</u> 1. ให้เหตุผลประกอบการ วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาระบุ ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ 2. ให้เหตุผลประกอบการสร้าง ข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ที่ สร้างขึ้นได้ 3. ให้เหตุผลโดยแสดงวิธีการ ตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความ คาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาจาก “ความถูกต้องและ ความชัดเจนของคำอธิบายในแต่ ละข้อคำถาม” ในใบกิจกรรมที่ 1 “กล้องสำรวจความเร็ว” ใบ กิจกรรมที่ 2 “สระว่ายนํ้า” และ แบบฝึกหัดที่ 1 <u>เครื่องมือวัดผล :</u> ใบกิจกรรมที่ 1 “กล้องสำรวจ ความเร็ว” ใบกิจกรรมที่ 2 “สระ ว่ายนํ้า” และแบบฝึกหัดที่ 1	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียนได้คะแนน มากกว่า 60% ของคะแนน เต็ม ถือว่าผ่าน
4. สร้างสถานการณ์ปัญหาโดยใช้ ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลงและอัตรา การเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยได้	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาจาก “การนำความรู้ทาง คณิตศาสตร์เรื่องอัตราการ เปลี่ยนแปลงและอัตราการ เปลี่ยนแปลงเฉลี่ยมาสร้าง สถานการณ์ปัญหาและข้อคำถาม” <u>เครื่องมือวัดผล :</u> สถานการณ์ปัญหาและข้อคำถาม ที่นักเรียนสร้างขึ้น	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> ถ้า นักเรียนสร้างสถานการณ์ ปัญหาได้ถูกต้องจะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้า นักเรียนสร้างสถานการณ์ ปัญหาไม่ถูกต้องจะได้ คะแนน 0 คะแนน <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียนได้คะแนน มากกว่า 1 ใน 2 ของคะแนน เต็ม ถือว่าผ่าน

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<u>ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์:</u> 1. มีวินัย - ปฏิบัติตามข้อตกลง กฎเกณฑ์ ระเบียบ ข้อบังคับของชั้นเรียน และมีความตรงต่อเวลาในการส่งงาน 2. ใฝ่เรียนรู้ - ตั้งใจ เพียรพยายามในการเรียน และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน - ตั้งใจและรับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่การงาน 4. เห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์: เห็นตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงที่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้าไปแก้ปัญหา	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาจาก “พฤติกรรมหรือการแสดงออกของนักเรียนขณะครูจัดการเรียนรู้” ซึ่งมีทั้งหมด 3 ข้อ <u>เครื่องมือวัดผล :</u> แบบสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน <u>วิธีวัดผล:</u> พิจารณาจาก “พฤติกรรมหรือการแสดงออกของนักเรียนขณะครูจัดการเรียนรู้โดยใช้สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงที่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้าไปแก้ปัญหาและสถานการณ์ปัญหาที่ให้นักเรียนสร้าง” <u>เครื่องมือวัดผล :</u> คำถามในชั้นเรียนและสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสร้างขึ้น	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้านักเรียน ได้คะแนนมากกว่าหรือเท่ากับ 5 คะแนน ถือว่าผ่าน <u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 2 คะแนนขึ้นไป ถือว่านักเรียนเห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์

แบบสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

วันที่ _____ เวลา _____

ข้อวิจารณ์

การให้คะแนนดูจากเกณฑ์การประเมินด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

[illegible]

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา

- ระดับ 3 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยสามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา กำหนดตัวแปรที่สำคัญ และอธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปรนั้นได้อย่างถูกต้องครบถ้วน
- ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยสามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา กำหนดตัวแปรที่สำคัญ และอธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปรนั้นได้อย่างถูกต้องแต่ยังไม่ครบถ้วน
- ระดับ 1 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ โดยสามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา กำหนดตัวแปรที่สำคัญ แต่อธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปรได้ไม่ถูกต้อง
- ระดับ 0 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ โดยไม่สามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา กำหนดตัวแปรที่สำคัญ หรืออธิบายของความสัมพันธ์ของตัวแปรนั้นได้

ด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

- ระดับ 3 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง โดยสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผลและมีการอ้างอิงได้ถูกต้อง
- ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหา โดยสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผลและมีการอ้างอิงได้ถูกต้องแต่ไม่ชัดเจน หรือมีข้อบกพร่องบางประการ
- ระดับ 1 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหา โดยสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้บ้าง มีการแสดงเหตุผลที่บกพร่อง ไม่ชัดเจน อ้างอิงไม่ถูกต้อง
- ระดับ 0 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ หรือสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้แต่ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

ด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

- ระดับ 3 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างชัดเจน โดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล และมีการอ้างอิงที่ถูกต้อง
- ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ในประเด็นสำคัญ โดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้แต่ไม่ครบถ้วน อ้างอิงได้ถูกต้องบางส่วน มีข้อบกพร่องบางประการหรือเหตุผลที่ใช้ไม่รัดกุมเพียงพอ
- ระดับ 1 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้บ้าง โดยแสดงเหตุผลที่บกพร่อง ไม่ชัดเจน อ้างอิงไม่ถูกต้อง
- ระดับ 0 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ โดยวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

เกณฑ์การประเมินด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มีวินัย

- ปฏิบัติตามข้อตกลง กฎเกณฑ์ ระเบียบ ข้อบังคับของชั้นเรียน และมีความตรงต่อเวลาในการส่งงาน

พฤติกรรมบ่งชี้	ไม่ผ่าน (0)	ผ่าน (1)	ดี (2)	ดีเยี่ยม (3)
1. ปฏิบัติตนตามข้อตกลง กฎเกณฑ์ ระเบียบข้อบังคับของชั้นเรียน ไม่ละเมิดสิทธิของผู้อื่น	ไม่ปฏิบัติตามข้อตกลง กฎเกณฑ์ ระเบียบข้อบังคับของชั้นเรียน	ปฏิบัติตามข้อตกลง กฎเกณฑ์ ระเบียบข้อบังคับของชั้นเรียน	ปฏิบัติตามข้อตกลง กฎเกณฑ์ ระเบียบข้อบังคับของชั้นเรียน มีความตรงต่อเวลาในการส่งงาน	ปฏิบัติตามข้อตกลง กฎเกณฑ์ ระเบียบข้อบังคับของชั้นเรียน และสังคม ไม่ละเมิดสิทธิของผู้อื่น
2. มีความตรงต่อเวลาในการส่งงาน				มีความตรงต่อเวลาในการส่งงาน

2. ใฝ่เรียนรู้

- ตั้งใจ เพียรพยายามในการเรียน และเข้าร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน

พฤติกรรมบ่งชี้	ไม่ผ่าน (0)	ผ่าน (1)	ดี (2)	ดีเยี่ยม (3)
1. ตั้งใจเรียน	ไม่ตั้งใจเรียน	เข้าเรียนตรงเวลา	เข้าเรียนตรงเวลา	เข้าเรียนตรงเวลา
2. เอาใจใส่และมีความเพียรพยายามในการเรียนรู้		ตั้งใจเรียน เอาใจใส่ในการเรียน มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ และเข้า	ตั้งใจเรียน เอาใจใส่ และมีความเพียรพยายามในการเรียนรู้ มีส่วน	ตั้งใจเรียน เอาใจใส่ และมีความเพียรพยายามในการเรียนรู้ มีส่วน
3. เข้าร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน		ร่วมกิจกรรมในชั้นเรียนเป็นบางครั้ง	ร่วมในการเรียนรู้ และเข้าร่วมกิจกรรมในชั้นเรียนบ่อยครั้ง	ร่วมในการเรียนรู้ และเข้าร่วมกิจกรรมในชั้นเรียนเป็นประจำ

3. มุ่งมั่นในการทำงาน

- ตั้งใจและรับผิดชอบในการทำงานที่มอบหมาย

พฤติกรรมบ่งชี้	ไม่ผ่าน (0)	ผ่าน (1)	ดี (2)	ดีเยี่ยม (3)
1. เอาใจใส่ต่อการปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย	ไม่ตั้งใจปฏิบัติหน้าที่การงาน	ตั้งใจและรับผิดชอบในการทำงานที่	ตั้งใจและรับผิดชอบ	ตั้งใจและรับผิดชอบในการ
2. ตั้งใจและรับผิดชอบในหน้าที่มอบหมาย		มอบหมายให้สำเร็จ มีการปรับปรุงการทำงานให้ดีขึ้น	มอบหมายให้สำเร็จ มีการปรับปรุงและ	มอบหมายให้สำเร็จ มีการปรับปรุงและ
3. ปรับปรุงและพัฒนาการทำงานด้วยตนเอง			พัฒนาการทำงานให้ดีขึ้น	พัฒนาการทำงานให้ดีขึ้นด้วยตนเอง และเป็นแบบอย่างที่ดี

4. การเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์: เห็นตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงที่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้าไปแก้ปัญหา

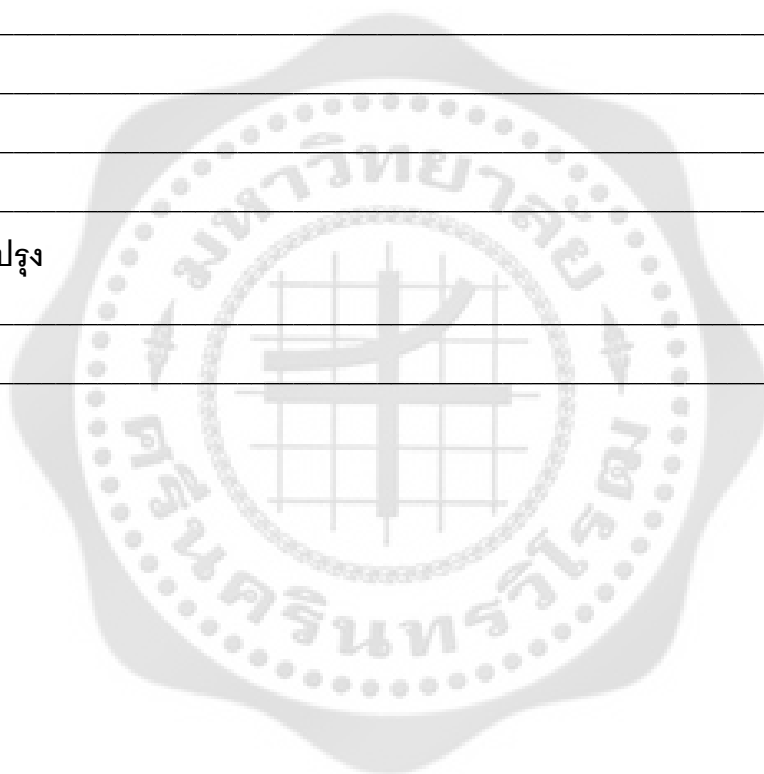
พฤติกรรมบ่งชี้	ไม่ผ่าน (0)	ผ่าน (1)	ดี (2)	ดีเยี่ยม (3)
1. บอกได้ว่าวิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงอย่างไรบ้าง	นักเรียนบอกไม่ได้ว่าคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน	นักเรียนบอกได้แต่เพียงว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์กับชีวิตประจำวัน	นักเรียนบอกได้ว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์กับชีวิตประจำวันแตกต่างจากที่	นักเรียนบอกได้ว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์กับชีวิตประจำวันแตกต่างจากที่
2. นักเรียนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์สร้างสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงได้	อย่างไรบ้าง และไม่สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงได้	เหมือนกับตัวอย่างที่ครูอธิบาย และสามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงได้โดยเลียนแบบตัวอย่างของครู	ตัวอย่างที่ครูอธิบายได้ 1 ตัวอย่าง และสามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงได้	ตัวอย่างที่ครูอธิบายได้ 2 ตัวอย่างขึ้นไป และสามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงได้

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

ผลการดำเนินการจัดกิจกรรมตามแผนการจัดการเรียนรู้

สภาพและบรรยากาศในการจัดการเรียนรู้

สิ่งที่ควรปรับปรุง



ใบความรู้เรื่อง กฎหมายการใช้ความเร็วของรถในการขับขี่

ใช้ความเร็วเกินบนทางด่วน...ต้องขับเท่าไรถึงไม่โดนจับ

ในเรื่องของกฎหมายเกี่ยวกับการใช้ความเร็วของรถในการขับขี่รถนั้น มีกฎหมายกำหนดไว้ดังนี้ กฎกระทรวง ฉบับที่ 6 ประกอบกับ ฉบับที่ 10 ซึ่งออกตามความใน พ.ร.บ.จราจรทางบก พ.ศ. 2522 กำหนดไว้ว่า

ข้อ 1 ในกรณีปกติ ให้กำหนดความเร็วสำหรับรถ ดังต่อไปนี้

(1) สำหรับรถบรรทุกที่มีน้ำหนักบรรทุกรวมทั้งน้ำหนักบรรทุกเกิน 1,200 กิโลกรัม หรือรถบรรทุกคนโดยสาร ให้ขับในเขตกรุงเทพมหานคร เขตเมืองพัทยา หรือเขตเทศบาล ไม่เกินชั่วโมงละ 60 กิโลเมตร หรือนอกเขตดังกล่าวให้ขับไม่เกินชั่วโมงละ 80 กิโลเมตร

(2) สำหรับรถยนต์อื่นนอกจากรถที่ระบุไว้ใน (1) ขณะที่ลากจูงรถพ่วง รถยนต์บรรทุกที่มีน้ำหนักบรรทุกรวมทั้งน้ำหนักบรรทุกเกิน 1,200 กิโลกรัม หรือรถยนต์สามล้อ ให้ขับในเขตกรุงเทพมหานคร เขตเมืองพัทยา หรือเขตเทศบาล ไม่เกินชั่วโมงละ 45 กิโลเมตร หรือนอกเขตดังกล่าวให้ขับไม่เกินชั่วโมงละ 60 กิโลเมตร

(3) สำหรับรถยนต์อื่นที่นอกจากระบุไว้ใน (1) หรือ (2) หรือรถจักรยานยนต์ให้ขับในเขตกรุงเทพมหานคร เขตเมืองพัทยา หรือเขตเทศบาล ไม่เกินชั่วโมงละ 80 กิโลเมตร หรือนอกเขตดังกล่าวให้ขับไม่เกินชั่วโมงละ 90 กิโลเมตร

ข้อ 2 ในเขตทางที่มีเครื่องหมายจราจรแสดงว่าเป็นเขตอันตรายหรือเขตให้ขับรถช้า ๆ ให้ลดความเร็วลงและเพิ่มความระมัดระวังขึ้นตามสมควร

ข้อ 3 ในกรณีที่มีเครื่องหมายจราจรกำหนดอัตราความเร็วต่ำกว่าที่กำหนดในข้อ 1 ให้ขับไม่เกินอัตราความเร็วที่กำหนดไว้

สำหรับกฎหมายเกี่ยวกับความเร็วบนทางหลวงนั้น มีกฎหมายกำหนดไว้ใน กฎกระทรวง ฉบับที่ 2 ออกตามความในพระราชบัญญัติทางหลวง พ.ศ. 2535 โดยสรุปได้ว่า ข้อ 2 อัตราความเร็วของยานพาหนะบนทางหลวงชนบทมีดังต่อไปนี้

- (1) รถยนต์หรือรถจักรยานยนต์ ให้ใช้ความเร็วไม่เกินชั่วโมงละ 90 กิโลเมตร
- (2) รถยนต์ขณะที่ลากจูงรถพ่วง หรือรถสามล้อ ให้ใช้ความเร็วไม่เกินชั่วโมงละ 60 กิโลเมตร
- (3) รถบรรทุกที่มีน้ำหนักบรรทุกรวมทั้งน้ำหนักบรรทุกเกิน 1,200 กิโลกรัม ไม่ว่าจะลากจูงรถพ่วงด้วยหรือไม่ก็ตาม หรือรถบรรทุกคนโดยสาร ให้ใช้ความเร็วไม่เกินชั่วโมงละ 80 กิโลเมตร

กฎกระทรวง ฉบับที่ 3 กำหนดไว้ว่า ข้อ 2 ให้กำหนดอัตราความเร็วของยานพาหนะบนทางหลวงพิเศษหมายเลข 7 ทางสาย กรุงเทพมหานคร-เมืองพัทยา และทางหลวงพิเศษหมายเลข 9 (ถนนกาญจนาภิเษก) ทางสายถนนวงแหวนรอบนอกกรุงเทพมหานคร ดังต่อไปนี้

- (1) รถบรรทุกที่มีน้ำหนักบรรทุกรวมทั้งน้ำหนักบรรทุกไม่เกิน 1,200 กิโลกรัม หรือรถบรรทุกคนโดยสาร ให้ใช้ความเร็วไม่เกินชั่วโมงละ 100 กิโลเมตร
- (2) รถบรรทุกอื่นนอกจากรถที่ระบุไว้ใน (1) รวมทั้งรถบรรทุกหรือรถยนต์ขณะที่ลากจูงรถพ่วง ให้ใช้ความเร็วไม่เกินชั่วโมงละ 80 กิโลเมตร
- (3) รถยนต์อื่นนอกจากรถที่ระบุไว้ใน (1) หรือ (2) ให้ใช้ความเร็วไม่เกินชั่วโมงละ 120 กิโลเมตร

ผู้กระทำความผิดฐานขับรถด้วยความเร็วเกินกว่าที่กฎหมายกำหนดจะถูกเปรียบเทียบปรับไม่เกิน ๑,๐๐๐ บาท ตามพระราชบัญญัติจราจรทางบก พ.ศ. ๒๕๒๒ มาตรา ๖๗ และมาตรา ๑๕๒ นอกจากถูกปรับในอัตราดังกล่าวและผู้ซึ่งขับรถเร็วเกินกำหนดยังต้องถูกบันทึกคะแนน ได้รับการอบรม การทดสอบ และถูกพักใช้ใบอนุญาตขับขี่ ตามพระราชบัญญัติจราจรทางบก พ.ศ. ๒๕๒๒ มาตรา ๑๖๑ วรรคสามอีกด้วย

ข้อมูลจาก : กองบังคับการตำรวจจราจร สืบค้นเมื่อวันที่ 1 กรกฎาคม พ.ศ. 2559 จาก http://www.trafficpolice.go.th/qa_answer.php?id=10042

ใบกิจกรรมที่ 1 กล้องตรวจจับความเร็ว

สถานที่หลายแห่งทั่วโลกกำลังใช้กล้องตรวจจับความเร็วในการบังคับใช้การจราจร เพื่อตรวจสอบและระบุนยานพาหนะไม่ให้ใช้ความเร็วเกินที่กฎหมายกำหนด กล้องตรวจจับความเร็วจะติดตั้งบนสะพานเหนือช่องทางจราจร หรือในสถานที่ที่แตกต่างกันไปตามถนน กล้องแต่ละตัวจับภาพของยานพาหนะโดยอัตโนมัติและระบุข้อมูลลงในคอมพิวเตอร์ รวมถึงหมายเลขแผ่นป้ายทะเบียนของรถด้วย



ภาพด้านล่าง 2 ภาพ เป็นภาพที่ได้จากกล้องสองตัวซึ่งติดตั้งอยู่ห่างกัน 0.3 กม. มุมบน ด้านซ้ายของภาพแต่ละภาพเป็นเวลาที่ยกกล้องบันทึกไว้ ซึ่งภาพบนภาพบันทึก ณ เวลา 12:03:52 และภาพข้างล่างบันทึก ณ เวลา 12:04:01



จากข้อมูลที่ให้มา จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากข้อมูลที่กำหนดมาให้ นักเรียนสามารถหาอัตราเร็วเฉลี่ยของรถได้หรือไม่ จงอธิบายเหตุผลประกอบ

.....

.....

.....

2. จากข้อมูลที่บอกว่า กล้องทั้งสองอยู่ห่างกัน 0.3 กิโลเมตร เวลาที่รถผ่านกล้องตัวที่ 1 คือ 12:03:52 และ เวลาที่ผ่านกล้องตัวที่ 2 คือ 12:04:01 นักเรียนสามารถหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของระยะทางเทียบกับเวลาได้หรือไม่อย่างไร จงอธิบาย

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. เป็นไปได้หรือไม่ที่จะหาความเร็วของรถ ณ เวลา 12:03:52 ถ้าเป็นไปได้ให้นักเรียนคำนวณความเร็วออกมาด้วย ถ้าเป็นไปได้ให้นักเรียนอธิบายด้วยว่าทำไมถึงหาความเร็วไม่ได้

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 2 “สระว่ายน้ำ”



โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ได้ดำเนินการก่อสร้างอาคารสระว่ายน้ำขนาดมาตรฐาน ยาว 50 เมตร กว้าง 25 เมตร ลึก 1.5 เมตร แบ่งเป็น 8 ลู่อเพื่อใช้ในการจัดการเรียนการสอนของทางโรงเรียน ในการดูแลสระว่ายน้ำจะต้องมีการดูแลความสะอาดของสระน้ำอย่างสม่ำเสมอมีการเปลี่ยนน้ำภาคเรียนละ 1 ครั้ง ถ้าในวันที่เปลี่ยนน้ำในสระว่ายน้ำมีน้ำอยู่ 1,000 ลบ.เมตร และในการปล่อยน้ำออกจากสระทั้งหมดใช้เวลา 30 นาที ตารางแสดงปริมาณของน้ำที่เหลืออยู่ในถัง หลังจากเวลาผ่านไป t นาที ดังนี้

เวลา (t) นาที	5	10	15	20	25	30
ปริมาณน้ำที่เหลือ (ลบ.เมตร)	694	444	250	111	28	0

จากสถานการณ์ดังกล่าว ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลตามที่สถานการณ์กำหนด

2. ปริมาณน้ำที่ถูกระบายออกในช่วง 5 นาทีแรก กับ ช่วงหลัง 5 นาทีแรกถึงนาทีที่ 10 ปริมาณน้ำที่ถูกระบายออกในสองช่วงเวลาดังกล่าวถูกระบายออกในปริมาณที่เท่ากันหรือไม่อย่างไร

ตอบ

.....

.....

.....

.....

3. ถ้าต้องการทราบอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาณน้ำที่ถูกระบายออกเทียบกับเวลา จะมีวิธีการหาอย่างไร

ตอบ

.....

.....

.....

.....

4. นักเรียนคิดว่าในช่วงเวลา 2 ช่วงเวลาที่เท่ากัน อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาณน้ำทั้งสองช่วงจะเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ถ้ากำหนด $V(t)$ แทนปริมาณของน้ำที่ถูกระบาย(หน่วยเป็นลูกบาศก์เมตร), t แทนเวลา(นาที) ให้นักเรียนเขียนสมการแสดงอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาณน้ำที่ถูกระบายออกในช่วงเวลา t_1 ถึง t_2

ตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

6. สมมติว่า “หลังจากระบายน้ำออกจากสระไป t นาที มีน้ำเหลืออยู่ในสระ A ลูกบาศก์เมตร และความสัมพันธ์ระหว่างน้ำที่เหลือในสระกับเวลาที่ระบายออก คือ $A(t) = (30 - t)^2$ ” นักเรียนคิดว่าจะหาข้อมูลที่ให้มาเพียงพอต่อการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของน้ำที่เหลือจากการระบายเทียบกับเวลา ณ ขณะที่ $t = 10$ หรือไม่ อย่างไร

ตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. ถ้าอัตราการเปลี่ยนแปลงของน้ำที่เหลือจากการระบายเทียบกับเวลา ณ ขณะที่ t ใดๆ เท่ากับ $2t - 60$ ให้นักเรียนหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของน้ำที่เหลือจากการระบายเทียบกับเวลาเมื่อ $t = 2, t = 5, t = 10, t = 20, t = 30$ จากอัตราการเปลี่ยนแปลงที่นักเรียนหาได้ ให้นักเรียนสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับอัตราการเปลี่ยนแปลงในครั้งนี้

ตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8. จากความสัมพันธ์ระหว่างน้ำที่เหลือในสระกับเวลาที่ระบายออก คือ $A(t) = (30 - t)^2$ ถ้าอัตราการเปลี่ยนแปลงของน้ำที่เหลือจากการระบายเทียบกับเวลา ณ ขณะที่ $t = 2$ เท่ากับ 56 ลูกบาศก์เมตรต่อนาที ถ้าต้องการทราบว่าหลังจากนั้น 1 นาที น้ำที่ระบายออกจากสระมีปริมาตรเท่าไร นักเรียนจะหาปริมาตรของน้ำที่ระบายออกได้หรือไม่อย่างไร ถ้าหาได้ให้หาปริมาตรน้ำที่ระบายออกมาด้วย

ตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในรูป $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ จากฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1.1 $y=f(x)=5-3x$

1.2 $y=f(x)=2x-x^2$

1.3 $y=f(x)=-\frac{1}{x^2}$

1.4 $y=f(x)=x^2-3x+1$

2. จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในรูป $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ จากฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้

2.1 $f(x) = 2x - 3$

2.2 $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. หน้าจอเครื่องวัดชีพจรใช้ในการแสดงการเต้นของหัวใจของผู้ป่วยในขณะที่ผ่าตัด ข้อมูลการเต้นของหัวใจผู้ป่วยเป็นดังนี้

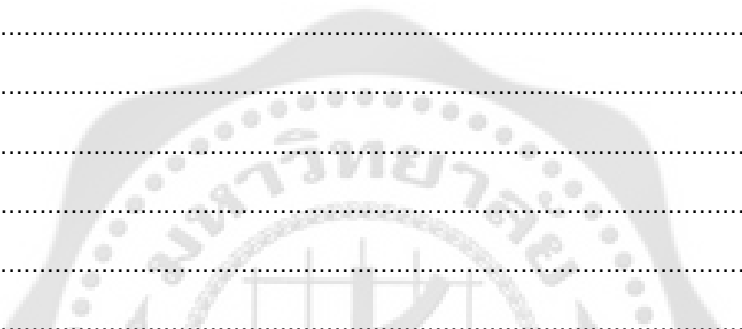
เวลา (นาที)	36	38	40	42	44
จำนวนครั้งการเต้นของหัวใจ	2530	2661	2806	2948	3080



จากสถานการณ์ดังกล่าว ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลตามที่สถานการณ์กำหนด

ตอบ



3.2 ให้นักเรียนหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยการเต้นของหัวใจผู้ป่วยรายนี้ ในช่วงเวลา นาทีที่ 36 – 42, นาทีที่ 38 – 42, นาทีที่ 40 – 42, และนาทีที่ 42 – 44

ตอบ



University of the Pacific seal watermark.

3.3 จากอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของการเดินหัวใจในช่วงเวลาต่างๆ ในข้อ 3.2 ถ้าอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของการเดินหัวใจของคนปกติเท่ากับ 72 ครั้ง/นาที นักเรียนคิดว่าผู้ป่วยรายนี้มีอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของการเดินหัวใจอยู่ในภาวะปกติหรือยัง จงอธิบาย

ตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. กรุงเทพมหานครเป็นมหานครที่มีผู้คนอาศัยอยู่อย่างหนาแน่น ในแต่ละปีกรุงเทพมหานครได้ปล่อยก๊าซเรือนกระจกขึ้นสู่ชั้นบรรยากาศในปริมาณที่ค่อนข้างสูง ตารางข้อมูลแสดงปริมาณการปล่อยก๊าซเรือนกระจกในช่วงปี พ.ศ. 2550 – 2558

ปี	ปริมาณการปล่อยก๊าซเรือนกระจก (พันตันของก๊าซเรือนกระจก)
2550	55,024.14
2551	52,058.79
2552	25,758.09
2553	26,069.77
2554	25,370.65
2555	26,405.83
2556	28,382.16
2557	26,904.04
2558	31,808.80

ตาราง แสดงปริมาณการปล่อยก๊าซเรือนกระจกของกรุงเทพมหานคร ข้อมูลจาก กระทรวงพลังงาน
สืบค้นเมื่อวันที่ 1 กรกฎาคม พ.ศ. 2559 จาก http://www.thaienergydata.in.th/output_co2.php

5.2 จากข้อมูลที่กำหนดให้ข้างต้น เพียงพอต่อการให้อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่เทียบกับรัศมี ในขณะที่ รัศมีเท่ากับ 10 เซนติเมตร หรือไม่ ถ้าข้อมูลไม่เพียงพอให้บอกด้วยว่าขาดสิ่งใด ถ้าข้อมูลเพียงพอให้นักเรียนหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของความยาวรอบรูปเทียบกับรัศมีในขณะที่รัศมีเท่ากับ 10 เซนติเมตร มาด้วย

ตอบ

.....

.....

.....

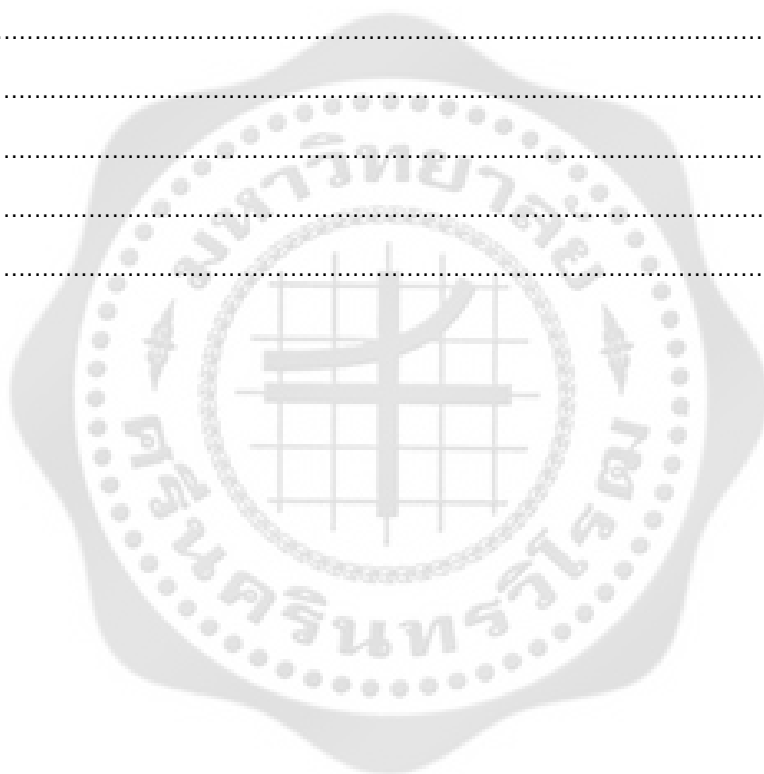
.....

.....

.....

.....

.....



เฉลยใบกิจกรรมที่ 1 “กล้องจับความเร็ว”

สถานการณ์ที่ 1 กล้องตรวจจับความเร็ว

สถานที่หลายแห่งทั่วโลกกำลังใช้กล้องตรวจจับความเร็วในการบังคับใช้การจราจร เพื่อตรวจสอบและระบุนยานพาหนะที่ไม่ใช้ความเร็วเกินที่กฎหมายกำหนด กล้องตรวจจับความเร็วจะติดตั้งบนสะพานเหนือช่องทางจราจร หรือตามสถานที่ที่แตกต่างกันไปตามถนน กล้องแต่ละตัวจับภาพของยานพาหนะโดย



อัตโนมัติและระบุข้อมูลลงในคอมพิวเตอร์ รวมถึงหมายเลขแผ่นป้ายทะเบียนของรถด้วย

ภาพด้านล่าง 2 ภาพ เป็นภาพที่ได้จากกล้องสองตัวซึ่งติดตั้งอยู่ห่างกัน 0.3 กม. มุมบนด้านซ้ายของภาพแต่ละภาพเป็นเวลาเวลาที่กล้องบันทึกไว้ ซึ่งภาพบนบันทึก ณ เวลา 12:03:52 และภาพข้างล่างบันทึก ณ เวลา 12:04:01



1. จากข้อมูลที่กำหนดมาให้ นักเรียนสามารถหาอัตราเร็วเฉลี่ยของรถได้หรือไม่ จงอธิบายเหตุผลประกอบ

นักเรียนควรตอบว่า ไม่สามารถหาได้ เนื่องจากอัตราเร็วเฉลี่ยหาได้จากความเร็วที่เปลี่ยนไปเทียบกับเวลาที่เปลี่ยนไป ข้อมูลไม่ได้กำหนดความเร็วมาให้ ดังนั้นข้อมูลไม่เพียงพอสำหรับการหาอัตราเร็วเฉลี่ย

2. จากข้อมูลที่บอกว่า กล้องทั้งสองอยู่ห่างกัน 0.3 กิโลเมตร เวลาที่รถผ่านกล้องตัวที่ 1 คือ 12:03:52 และ เวลาที่ผ่านกล้องตัวที่ 2 คือ 12:04:01 นักเรียนสามารถหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของระยะทางเทียบกับเวลาได้หรือไม่อย่างไร จงอธิบาย

นักเรียนควรตอบว่า สามารถหาได้ เพราะว่า เราทราบระยะทางจากกล้องที่ 1 ถึงกล้องที่ 2 ว่าเท่ากับ 0.3 กิโลเมตร และเวลาที่รถวิ่งในระยะทาง 0.3 กิโลเมตรเท่ากับ 9 วินาที อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของระยะทางเทียบกับเวลาหาได้จาก ระยะทางที่เปลี่ยนแปลง/ เวลาที่เปลี่ยนแปลง ซึ่งเท่ากับ $0.3/9 = 0.03$ กิโลเมตร/วินาที

3. เป็นไปได้หรือไม่ที่จะหาความเร็วของรถ ณ เวลา 12:03:52 ถ้าเป็นไปได้ให้นักเรียนคำนวณความเร็วออกมาด้วย ถ้าเป็นไปไม่ได้ให้นักเรียนอธิบายด้วยว่าทำไมถึงหาความเร็วไม่ได้

นักเรียนควรตอบว่า เป็นไปไม่ได้ เพราะเราไม่ทราบสมการการเคลื่อนที่ของรถ



เฉลยใบกิจกรรมที่ 2 “สระว่ายน้ำ”



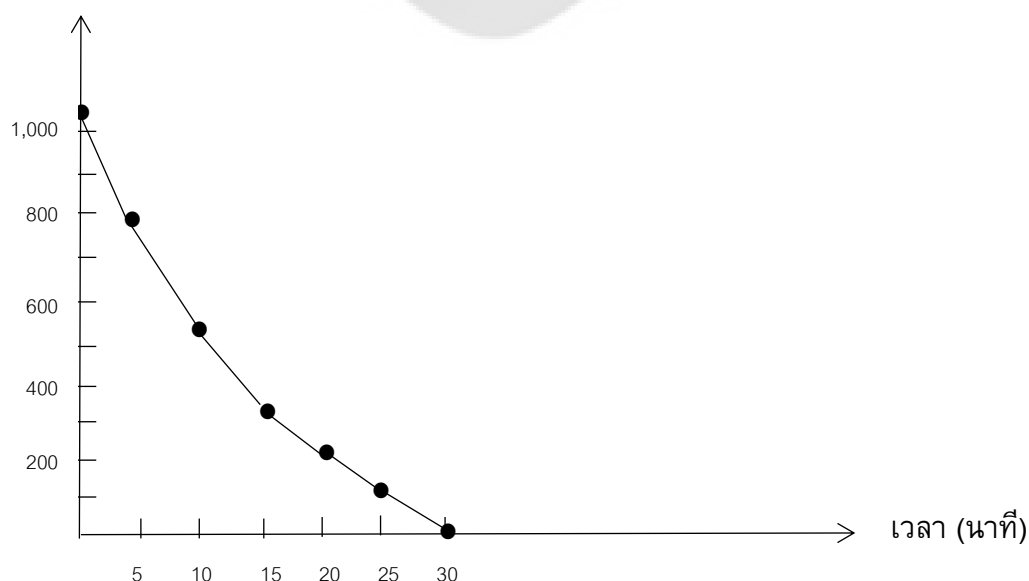
โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) ได้ดำเนินการก่อสร้างอาคารสระว่ายน้ำขนาดมาตรฐาน ยาว 50 เมตร กว้าง 25 เมตร ลึก 1.5 เมตร แบ่งเป็น 8 ลู่อเพื่อใช้ในการจัดการเรียนการสอนของทางโรงเรียน ในการดูแลสระว่ายน้ำจะต้องมีการดูแลความสะอาดของสระน้ำอย่างสม่ำเสมอมีการเปลี่ยนน้ำภาคเรียนละ 1 ครั้ง ถ้าในวันที่เปลี่ยนน้ำในสระว่ายน้ำมีน้ำอยู่ 1,000 ลบ.เมตร และในการปล่อยน้ำออกจากสระทั้งหมดใช้เวลา 30 นาที ตารางแสดงปริมาณของน้ำที่เหลืออยู่ในถัง หลังจากเวลาผ่านไป t นาที ดังนี้

เวลา (t) นาที	5	10	15	20	25	30
ปริมาณ (ลบ.เมตร)	694	444	250	111	28	0

จากสถานการณ์ดังกล่าว ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลตามที่สถานการณ์กำหนด

ปริมาตรของน้ำ (ลบ.ม)



2. ปริมาณน้ำที่ถูกระบายออกในช่วง 5 นาที่แรก กับ ช่วงหลัง 5 นาที่แรกถึงนาที่ที่ 10 ปริมาณน้ำที่ถูกระบายออกในสองช่วงเวลาดังกล่าวถูกระบายออกในปริมาณที่เท่ากันหรือไม่อย่างไร

ตอบ ปริมาณน้ำถูกระบายออกไม่เท่ากัน โดยในช่วง 5 นาที่แรก เหลือน้ำในสระ 694 ลูกบาศก์เมตร แสดงว่าถูกระบายออกไป 306 ลูกบาศก์เมตร ส่วนช่วงหลังจาก 5 นาที่แรกถึงนาที่ที่ 10 เหลือน้ำในสระ 444 ลูกบาศก์เมตร แสดงว่าถูกระบายออกไป 250 ลูกบาศก์เมตร

3. ถ้าต้องการทราบอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาณน้ำที่ถูกระบายออกเทียบกับเวลา จะมีวิธีการหาอย่างไร

ตอบ พิจารณาปริมาณน้ำที่เปลี่ยนไป / เวลาที่เปลี่ยนไป

4. นักเรียนคิดว่าในช่วงเวลา 2 ช่วงเวลาที่เท่ากัน อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาณน้ำ ทั้งสองช่วงจะเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ ไม่เท่ากัน เพราะ ในแต่ละช่วงเวลาปริมาณน้ำที่ถูกระบายออกไม่เท่ากัน เช่น ช่วง 5 นาที่แรกน้ำถูกระบายออกไป 306 ลูกบาศก์เมตร ในช่วงอีก 5 นาที่ถัดมา ปริมาณน้ำถูกระบายออกไปเท่ากับ 250 ลูกบาศก์เมตร

5. ถ้ากำหนด $V(t)$ แทนปริมาณของน้ำที่ถูกระบาย(หน่วยเป็นลูกบาศก์เมตร), t แทนเวลา (นาที่) ให้นักเรียนเขียนสมการแสดงอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาณน้ำที่ถูกระบายออกในช่วงเวลา t_1 ถึง t_2

ตอบ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาณน้ำที่ถูกระบายออกในช่วงเวลา t_1 ถึง t_2

$$= \frac{V(t_2) - V(t_1)}{t_2 - t_1} \text{ ลูกบาศก์เมตร/นาที่}$$

6. สมมติว่า “หลังจากระบายน้ำออกจากสระไป t นาที่ มีน้ำเหลืออยู่ในสระ A ลูกบาศก์เมตร และความสัมพันธ์ระหว่างน้ำที่เหลือในสระกับเวลาที่ระบายออก คือ $A(t) = (30 - t)^2$ ” นักเรียนคิดว่าจากข้อมูลที่ให้มาเพียงพอต่อการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของน้ำที่เหลือจากการระบายเทียบกับเวลา ในกรณีที่ $t = 10$ หรือไม่ อย่างไร

ตอบ เพียงพอ เพราะ การหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของน้ำที่เหลือจากการระบายเทียบกับเวลา คือการหา

$$\begin{aligned}
\lim_{h \rightarrow 0} \frac{A(t+h) - A(t)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(30 - (t+h))^2 - (30 - t)^2}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[30 - (t+h) - (30 - t)][30 - (t+h) + (30 - t)]}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[30 - t - h - 30 + t][30 - t - h + 30 - t]}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[-h][60 - 2t - h]}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} 2t + h - 60 \\
&= 2t - 60
\end{aligned}$$

ดังนั้นอัตราการเปลี่ยนแปลงของน้ำที่เหลือจากการระบายเทียบกับเวลา คือ $2t - 60$ ถ้าในขณะ $t = 10$ จะได้ว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงเท่ากับ -40 ลูกบาศก์เมตร/นาที่

7. ถ้าอัตราการเปลี่ยนแปลงของน้ำที่เหลือจากการระบายเทียบกับเวลา ณ ขณะที่ t ใดๆ เท่ากับ $2t - 60$ ให้นักเรียนหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของน้ำที่เหลือจากการระบายเทียบกับเวลาเมื่อ $t = 2, t = 5, t = 10, t = 20, t = 30$ จากอัตราการเปลี่ยนแปลงที่นักเรียนหาได้ ให้นักเรียนสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับอัตราการเปลี่ยนแปลงในครั้งนี

ตอบ อัตราการเปลี่ยนแปลงของน้ำที่เหลือจากการระบายเทียบกับเวลา ณ ขณะที่ $t = 2$ เท่ากับ -56 ลูกบาศก์เมตรต่อนาที

อัตราการเปลี่ยนแปลงของน้ำที่เหลือจากการระบายเทียบกับเวลา ณ ขณะที่ $t = 5$ เท่ากับ -50 ลูกบาศก์เมตรต่อนาที

อัตราการเปลี่ยนแปลงของน้ำที่เหลือจากการระบายเทียบกับเวลา ณ ขณะที่ $t = 10$ เท่ากับ -40 ลูกบาศก์เมตรต่อนาที

อัตราการเปลี่ยนแปลงของน้ำที่เหลือจากการระบายเทียบกับเวลา ณ ขณะที่ $t = 20$ เท่ากับ -20 ลูกบาศก์เมตรต่อนาที

อัตราการเปลี่ยนแปลงของน้ำที่เหลือจากการระบายเทียบกับเวลา ณ ขณะที่ $t = 30$ เท่ากับ 0 ลูกบาศก์เมตรต่อนาที

จากอัตราการเปลี่ยนแปลงของน้ำที่เหลือจากการระบายเทียบกับเวลา สร้างข้อสรุปได้ว่า เมื่อเวลามากขึ้นปริมาณน้ำในสระก็ลดลงเรื่อยๆ จนถึงนาที่ที่ 30 อัตราการเปลี่ยนแปลงเป็นศูนย์ หมายความว่าน้ำในสระถูกระบายออกไปจนหมด

8. จากความสัมพันธ์ระหว่างน้ำที่เหลือในสระกับเวลาที่ระบายออก คือ $A(t) = (30 - t)^2$ ถ้าอัตราการเปลี่ยนแปลงของน้ำที่เหลือจากการระบายเทียบกับเวลา ณ ขณะที่ $t = 2$ เท่ากับ -56 ลูกบาศก์เมตรต่อนาที ถ้าต้องการทราบว่าหลังจากนั้น 1 นาที น้ำถูกระบายออกจากสระมีปริมาตรเท่าไร นักเรียนจะหาปริมาตรของน้ำที่ถูกระบายออกได้หรือไม่อย่างไร ถ้าหาได้ให้หาปริมาตรน้ำที่ถูกระบายออกมาด้วย

ตอบ หาได้ เนื่องจากข้อมูลในสถานการณ์บอกเราว่าสนใจปริมาตรน้ำที่ถูกระบายออกในช่วงเวลาที่ 2 ถึงเวลาที่ 3 ดังนั้นปริมาตรน้ำที่ถูกระบายออก คือ $A(3) - A(2) = 55$ ลูกบาศก์เมตร



เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1

1. จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในรูป $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ จากฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1.1 $y=f(x)=5-3x$

$$\begin{aligned}\text{อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย} &= \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\ &= \frac{[5-3(x+h)]-(5-3x)}{h} \\ &= \frac{5-3x-3h-5+3x}{h} \\ &= \frac{-3h}{h} \\ &= -3\end{aligned}$$

1.3 $y=f(x)=-\frac{1}{x^2}$

$$\begin{aligned}\text{อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย} &= \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\ &= \frac{1}{h} \left(\frac{-1}{(x+h)^2} + \frac{1}{x^2} \right) \\ &= \frac{1}{h} \left(\frac{-x^2}{(x+h)^2} + \frac{(x+h)^2}{x^2} \right) \\ &= \frac{1}{h} \left(\frac{-x^2 + x^2 + 2xh + h^2}{(x+h)^2 \cdot x^2} \right) \\ &= \frac{2x+h}{(x+h)^2 \cdot x^2}\end{aligned}$$

1.2 $y=f(x)=2x-x^2$

$$\begin{aligned}\text{อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย} &= \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\ &= \frac{[2(x+h)-(x+h)^2]-(2x-x^2)}{h} \\ &= \frac{2x+2h-x^2-2xh-h^2-2x+x^2}{h} \\ &= \frac{2h-2xh-h^2}{h} \\ &= 2-2x-h\end{aligned}$$

1.4 $y=f(x)=x^2-3x+1$

$$\begin{aligned}\text{อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย} &= \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\ &= \frac{1}{h} \left((x+h)^2 - 3(x+h) + 1 - (x^2 - 3x + 1) \right) \\ &= \frac{1}{h} \left(x^2 + 2xh + h^2 - 3x - 3h + 1 - x^2 + 3x - 1 \right) \\ &= \frac{h^2 + 2xh - 3h}{h} \\ &= h + 2x - 3\end{aligned}$$

2. จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ในรูป $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ จากฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้

2.1 $y = f(x) = 5 - 3x$

$$\begin{aligned} \text{อัตราการเปลี่ยนแปลง} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[5-3(x+h)]-(5-3x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5-3x-3h-5+3x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-3h}{h} \\ &= -3 \end{aligned}$$

2.2 $y = f(x) = 2x - x^2$

$$\begin{aligned} \text{อัตราการเปลี่ยนแปลง} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[2(x+h)-(x+h)^2]-(2x-x^2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x+2h-x^2-2xh-h^2-2x+x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h-2xh-h^2}{h} \\ &= 2-2x \end{aligned}$$

3. หน้าจอเครื่องวัดชีพจรใช้ในการแสดงการเต้นของหัวใจของผู้ป่วยในขณะผ่าตัด ข้อมูลการเต้นของหัวใจผู้ป่วยเป็นดังนี้

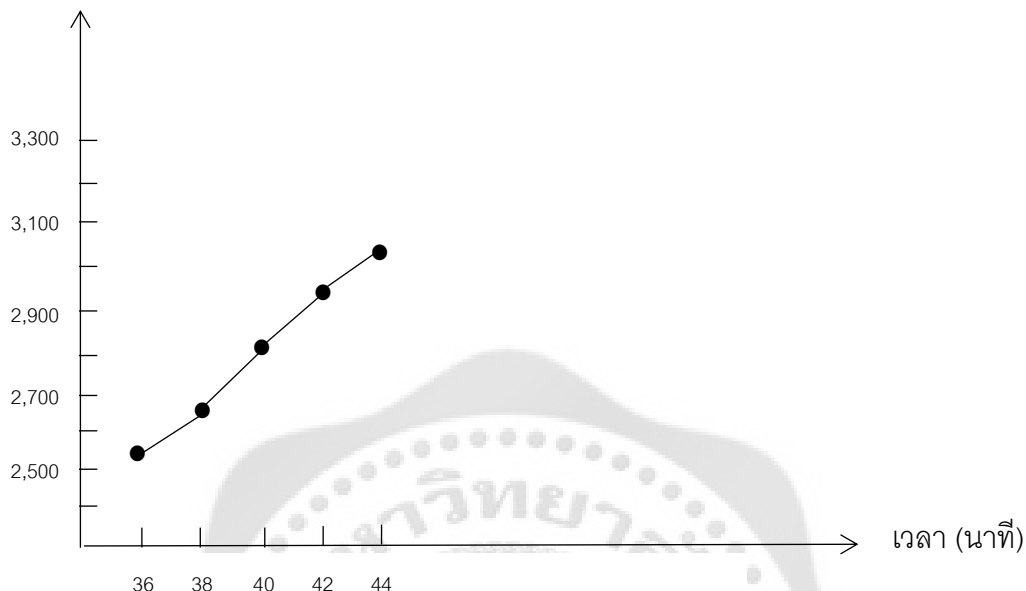
เวลา (นาทีก)	36	38	40	42	44
จำนวนครั้งการเต้นของหัวใจ	2530	2661	2806	2948	3080



จากสถานการณ์ดังกล่าว ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลตามที่สถานการณ์กำหนด

การเต้นของหัวใจ(ครั้ง)



3.2 ให้นักเรียนหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยการเต้นของหัวใจผู้ป่วยรายนี้ ในช่วงเวลา นาที่ที่ 36 – 42, นาที่ที่ 38 – 42, นาที่ที่ 40 – 42, และนาที่ที่ 42 – 44

ตอบ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยการเต้นของหัวใจนาที่ที่ 36 – 42 เท่ากับ

$$\frac{2948 - 2530}{42 - 36} = \frac{418}{6} \approx 69.67 \text{ ครั้ง/นาที่}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยการเต้นของหัวใจ นาที่ที่ 38 – 42 เท่ากับ

$$\frac{2948 - 2661}{42 - 38} = \frac{287}{4} = 71.75 \text{ ครั้ง/นาที่}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยการเต้นของหัวใจ นาที่ที่ 40 – 42 เท่ากับ $\frac{2948 - 2806}{42 - 40} = \frac{142}{2} = 71$ ครั้ง/นาที่

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยการเต้นของหัวใจ นาที่ที่ 42 – 44 เท่ากับ

$$\frac{3080 - 2948}{44 - 42} = \frac{132}{2} = 66 \text{ ครั้ง/นาที่}$$

3.3 จากอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของการเต้นหัวใจในช่วงเวลาต่างๆ ในข้อ 3.2 ถ้าอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของการเต้นหัวใจของคนปกติเท่ากับ 72 ครั้ง/นาที่ นักเรียนคิดว่าผู้ป่วยรายนี้มีอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของการเต้นหัวใจอยู่ในภาวะปกติหรือยัง จงอธิบาย

ตอบ ผู้ป่วยรายนี้มีอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของการเต้นหัวใจอยู่ในภาวะปกติแล้ว เนื่องจากในช่วงเวลาทั้ง 4 ช่วงเวลาในข้อ 2 พบว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของการเต้นของหัวใจค่อนข้างใกล้เคียงกันและใกล้เคียงกับอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของการเต้นหัวใจของคนปกติ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าการเต้นของหัวใจผู้ป่วยคนนี้อยู่ในภาวะปกติแล้ว

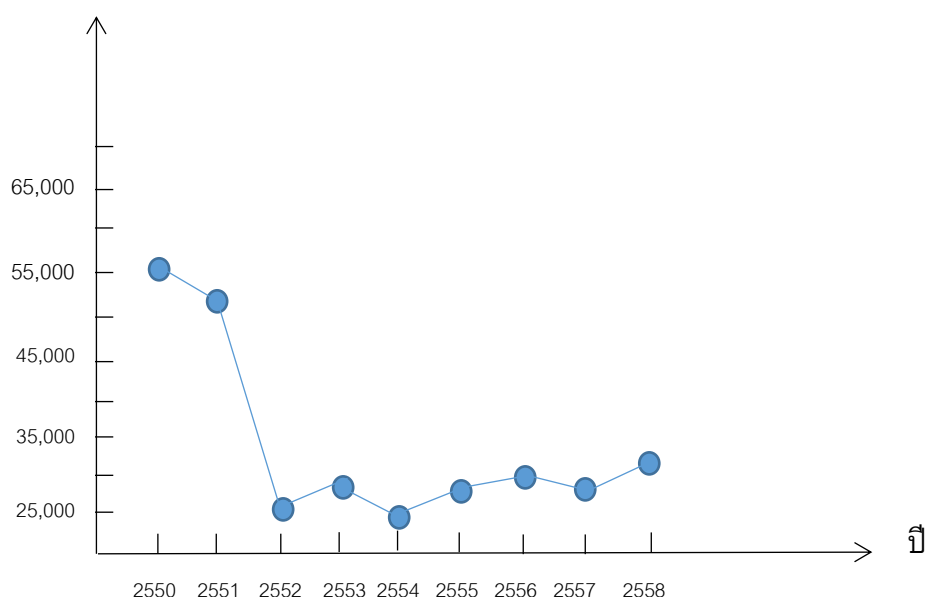
4. กรุงเทพมหานครเป็นมหานครที่มีผู้คนอาศัยอยู่อย่างหนาแน่น ในแต่ละปีกรุงเทพมหานครได้ปล่อยก๊าซเรือนกระจกขึ้นสู่ชั้นบรรยากาศในปริมาณที่ค่อนข้างสูง ตารางข้อมูลแสดงปริมาณการปล่อยก๊าซเรือนกระจกในช่วงปี พ.ศ. 2550 – 2558

ปี	ปริมาณการปล่อยก๊าซเรือนกระจก (พันตันของก๊าซเรือนกระจก)
2550	55,024.14
2551	52,058.79
2552	25,758.09
2553	26,069.77
2554	25,370.65
2555	26,405.83
2556	28,382.16
2557	26,904.04
2558	31,808.80

ตาราง แสดงปริมาณการปล่อยก๊าซเรือนกระจกของกรุงเทพมหานคร ข้อมูลจาก กระทรวงพลังงาน สืบค้นเมื่อวันที่ 1 กรกฎาคม พ.ศ. 2559 จาก http://www.thaienergydata.in.th/output_co2.php

4.1 จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลตามที่สถานการณ์กำหนด

ปริมาณการปล่อยก๊าซเรือนกระจก(พันตันของก๊าซเรือนกระจก)



4.2 อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาณก๊าซเรือนกระจกในช่วงปีใดมีอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยมากที่สุด และมีอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยเป็นเท่าใด

ตอบ ช่วงปี พ.ศ. 2551 – 2552 มีอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยมากที่สุด โดยมีอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาณก๊าซเทียบกับเวลาเท่ากับ $25,758.09 - 52,058.79 = -26,300.7$ พันตันของก๊าซเรือนกระจก/ปี

4.3 สมมติว่า นักเรียนหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาณก๊าซเรือนกระจกเทียบกับเวลา ได้ค่าของอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยมา 3 ค่า คือ เป็นค่าบวก ค่าลบ และศูนย์ ให้นักเรียนสร้างสรุปเกี่ยวกับอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยที่หาได้ทั้ง 3 ค่า

ตอบ ถ้าได้ค่าที่เป็นบวก หมายถึง เมื่อระยะเวลาเพิ่มขึ้นปริมาณก๊าซเรือนกระจกเพิ่มขึ้น
ถ้าได้ค่าที่เป็นลบ หมายถึง เมื่อระยะเวลาเพิ่มขึ้นปริมาณก๊าซเรือนกระจกลดลง
ถ้าได้ค่าที่เป็นศูนย์ หมายถึง เมื่อระยะเวลาเพิ่มขึ้นปริมาณก๊าซเรือนกระจกคงที่

5. วงกลมวงหนึ่งมีรัศมียาว r เซนติเมตร ทิมมีหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของความยาวรอบรูปเทียบกับความยาวรัศมี เมื่อรัศมีเปลี่ยนจาก 5 เซนติเมตร เป็น 7.5 เซนติเมตร ได้เท่ากับ 2π ซม./ซม.

5.1 นักเรียนคิดว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยที่ทิมมีหาได้ ถูกต้องหรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย

ตอบ ถูกต้อง เนื่องจาก ความยาวของเส้นรอบรูป $= 2\pi r$ ดังนั้นอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของความยาวรอบรูปเทียบกับความยาวรัศมีเท่ากับ $\frac{2\pi(7.5) - 2\pi(5)}{7.5 - 5} = \frac{5\pi}{2.5} = 2\pi$ ซม./ซม.

5.2 จากข้อมูลที่กำหนดให้ข้างต้น เพียงพอต่อการให้อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่เทียบกับรัศมี ในขณะที่ รัศมีเท่ากับ 10 เซนติเมตร หรือไม่ ถ้าข้อมูลไม่เพียงพอให้บอกด้วยว่าขาดสิ่งใด ถ้าข้อมูลเพียงพอให้นักเรียนหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของความยาวรอบรูปเทียบกับรัศมีในขณะที่รัศมีเท่ากับ 10 เซนติเมตร มาด้วย

ตอบ ข้อมูลเพียงพอ เนื่องจาก เราทราบว่า พื้นที่วงกลม $= \pi r^2$ ดังนั้นอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่เทียบกับรัศมีในขณะที่รัศมีเท่ากับ r ใดๆ เท่ากับ

$$\lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{\pi(r + \Delta r)^2 - \pi r^2}{\Delta r} = \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{\pi r^2 + 2\pi r \Delta r + \pi(\Delta r)^2 - \pi r^2}{\Delta r} = 2\pi r$$

ดังนั้น ในขณะที่รัศมีเท่ากับ 10 เซนติเมตร

อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่เทียบกับรัศมีเท่ากับ 20π ตร.ซม./ซม.

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม หน่วย อนุพันธ์และการประยุกต์อนุพันธ์
เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตร

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
เวลา 90 นาที

1. สาระสำคัญ

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตโดยใช้บทนิยามของอนุพันธ์ของฟังก์ชันในรูปของลิมิตนั้นค่อนข้างยุ่งยาก ดังนั้นเพื่อให้การหาอนุพันธ์สามารถทำได้สะดวกและรวดเร็ว จึงได้มีการสร้างสูตรที่ใช้สำหรับการหาอนุพันธ์ขึ้นมา ซึ่งสามารถพิสูจน์สูตรเหล่านี้ได้โดยใช้บทนิยามและทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตของฟังก์ชันที่ได้เรียนผ่านมาแล้ว

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

2.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน

- 2.1.1 สามารถบอกสูตรอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้
- 2.1.2 สามารถหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตรได้

2.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน

- 2.2.1 สามารถให้เหตุผลประกอบการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาหาความสัมพันธ์ของข้อมูลได้
- 2.2.2 สามารถให้เหตุผลประกอบการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ที่สร้างขึ้นได้
- 2.2.3 สามารถให้เหตุผลโดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล
- 2.2.4 สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่อง การหาอนุพันธ์โดยใช้สูตรได้

2.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียน

- 2.3.1 มีวินัย : ปฏิบัติตน ตามข้อตกลง กฎเกณฑ์ ระเบียบ ข้อบังคับของ โรงเรียนและสังคม ไม่ละเมิดสิทธิของผู้อื่น
- 2.3.2 ใฝ่เรียนรู้ : ตั้งใจ เพียรพยายามในการเรียนและเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้
- 2.3.3 มุ่งมั่นในการทำงาน : ตั้งใจและรับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่การงาน
- 2.3.4 เห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ : เห็นตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงที่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้าไปแก้ปัญหา

3. สารการเรียนรู้

สูตรการหาอนุพันธ์

สูตรที่ 1 ถ้า $f(x)=c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว แล้ว $f'(x)=0$

สูตรที่ 2 ถ้า $f(x)=x$ แล้ว $f'(x)=1$

สูตรที่ 3 ถ้า $f(x)=x^n$ เมื่อ n เป็นจำนวนจริง แล้ว $f'(x)=nx^{n-1}$

สูตรที่ 4 ถ้า f และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว $(f+g)'(x)=f'(x)+g'(x)$

สูตรที่ 5 ถ้า f และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว $(f-g)'(x)=f'(x)-g'(x)$

สูตรที่ 6 ถ้า c เป็นค่าคงตัว และ f หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว $(cf)'(x)=c(f'(x))$

สูตรที่ 7 ถ้า f และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว $(fg)'(x)=f(x)g'(x)+f'(x)g(x)$

สูตรที่ 8 ถ้า f และ g หาอนุพันธ์ได้ที่ x แล้ว $\left(\frac{f}{g}\right)'(x)=\frac{g(x)f'(x)-f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$

สถานการณ์ที่ 1 บริษัทอสังหาริมทรัพย์แห่งหนึ่ง ต้องการใช้บอลลูนลักษณะทรงกลมในการโฆษณาขายบ้านจัดสรร

คุณสมบัติพิเศษที่น่าสนใจของบอลลูน คือ เป็นบอลลูนลอยฟ้าขนาดใหญ่ ที่สร้างความโดดเด่น และดึงดูดความสนใจได้จากระยะไกล สามารถเพิ่มข้อความบนบอลลูน หรือเพิ่มขนาดโลโก้ ให้สามารถเห็นได้ง่าย ในระยะที่ไกลกว่า หรือในเวลาที่สั้นกว่า แก๊สที่ใช้บรรจุในบอลลูน แก๊สฮีเลียม ซึ่งเป็นแก๊สเฉื่อยที่มีคุณสมบัติไม่ติดไฟ เป็นแก๊สที่มีโมเลกุลเบากว่าอากาศและมีขนาดเล็กมาก จึงสามารถแทรกตัวผ่านโมเลกุลของเนื้อบอลลูน PVC ได้ ทำให้แก๊สในบอลลูนจะลดลงทีละน้อยตลอดเวลา จึงจำเป็นต้องเติมแก๊สฮีเลียมเพิ่มทุกๆ 3 วัน เพื่อให้บอลลูนมีแรงยกตัวคงที่ และดูดีสวยงามตลอดเวลา



ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากข้อมูลในสถานการณ์ที่ให้มา เพียงพอต่อการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ผิวบอลลูกเทียบกับรัศมี ขณะที่มีรัศมีเป็น r ใดๆ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ เพียงพอ เพราะว่า สถานการณ์กำหนดว่าบอลลูกมีลักษณะเป็นทรงกลม ซึ่ง ความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ผิวของทรงกลมและรัศมีเป็นดังนี้ พื้นที่ผิวของทรงกลม $= 4\pi r^2$

2. จากข้อมูลในสถานการณ์ที่ให้มา นักเรียนสามารถหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของสิ่งใดเทียบกับรัศมีได้บ้าง

ตอบ หาอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ผิวบอลลูกเทียบกับรัศมี และอัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรบอลลูกเทียบกับรัศมี

3. พิจารณาหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ผิวบอลลูกเทียบกับรัศมี ขณะที่รัศมีเป็น r ใดๆ ได้เท่ากับ $8\pi r$ ตร.ม./ม. นักเรียนทราบหรือไม่ว่าพินิจามีแนวคิดในการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงนี้อย่างไร ถ้าทราบให้แสดงแนวคิดของการได้มาซึ่งคำตอบด้วย

ตอบ ทราบ เนื่องจาก พินิจาทราบว่าบอลลูกเป็นทรงกลม ซึ่งพื้นที่ผิวของทรงกลม $= 4\pi r^2$ ตร.ม. ดังนั้นอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ผิวบอลลูกเทียบกับรัศมี ขณะที่รัศมีเป็น r ใดๆ ได้เท่ากับ

$$\begin{aligned}\lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{4\pi(r + \Delta r)^2 - 4\pi r^2}{\Delta r} &= \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{4\pi(r^2 + 2r\Delta r + (\Delta r)^2) - 4\pi r^2}{\Delta r} \\ &= \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{4\pi r^2 + 8\pi r\Delta r + 4\pi(\Delta r)^2 - 4\pi r^2}{\Delta r} \\ &= \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{8\pi r\Delta r + 4\pi(\Delta r)^2}{\Delta r} \\ &= \lim_{\Delta r \rightarrow 0} 8\pi r + 4\pi(\Delta r) \\ &= 8\pi r\end{aligned}$$

4. บอลลูกขณะสูบแก๊สเข้าไปทำให้ขนาดเริ่มขยายตัวส่งผลให้พื้นที่ผิวเกิดการเปลี่ยนแปลง จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ผิวในขณะที่มีรัศมีเป็น 1 เมตร, 2 เมตร และ 3 เมตร จากอัตราการเปลี่ยนแปลงทั้ง 3 ค่าที่นักเรียนหาได้ นักเรียนจะสร้างข้อคาดการณ์หรือข้อสรุปได้อย่างไร

ตอบ อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ผิวในขณะที่มีรัศมีเป็น 1 เมตร เท่ากับ 8π ตร.ม./ม.

อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ผิวในขณะที่มีรัศมีเป็น 2 เมตร เท่ากับ 16π ตร.ม./ม.

อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ผิวในขณะที่มีรัศมีเป็น 3 เมตร เท่ากับ 24π ตร.ม./ม.

จากค่าของอัตราการเปลี่ยนแปลงที่หาได้ทั้ง 3 ค่า พบว่า เปลี่ยนแปลงของพื้นที่ผิวเพิ่มขึ้น 8π ตร.ม เมื่อรัศมีเพิ่มขึ้น 1 เมตร

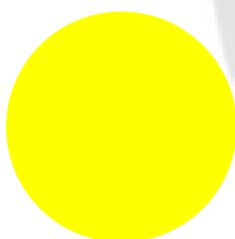
5. จงแสดงให้เห็นว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่วงกลมเทียบกับรัศมี ขณะที่รัศมีเป็น r ใดๆ เท่ากับความยาวของเส้นรอบวงของวงกลมที่มีรัศมี r

ตอบ

$$\begin{aligned}\lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{\pi(r + \Delta r)^2 - 4\pi r^2}{\Delta r} &= \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{\pi(r^2 + 2r\Delta r + (\Delta r)^2) - \pi r^2}{\Delta r} \\ &= \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{\pi r^2 + 2\pi r\Delta r + \pi(\Delta r)^2 - \pi r^2}{\Delta r} \\ &= \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{2\pi r\Delta r + \pi(\Delta r)^2}{\Delta r} \\ &= \lim_{\Delta r \rightarrow 0} (2\pi r + \pi(\Delta r)) \\ &= 2\pi r\end{aligned}$$

6. ให้นักเรียนวาดภาพวงกลมต้นแบบ แล้ววาดภาพวงกลมที่มีรัศมีที่ค่อยๆ เพิ่มขึ้นเล็กน้อยใกล้เคียงกับวงกลมต้นแบบ จากภาพที่นักเรียนวาดได้ ให้ประมาณการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่วงกลมเมื่อรัศมีเปลี่ยนแปลงน้อยมากๆ

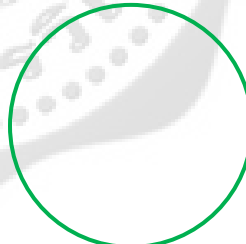
ตอบ



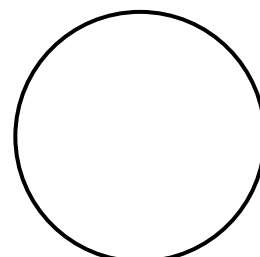
วงกลมต้นแบบ



รัศมี 3 ซม.

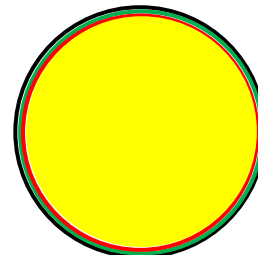
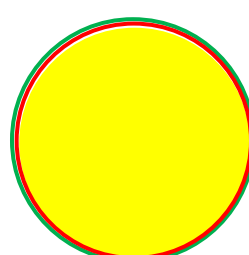
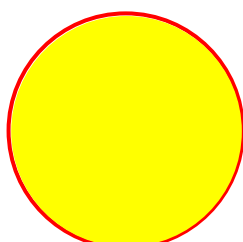
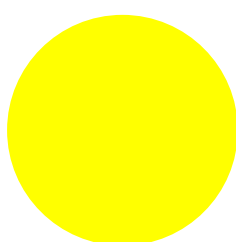


รัศมี 3.1 ซม.



รัศมี 3.2 ซม.

นำวงกลมทั้ง 4 มาซ้อนทับกัน จะได้



จากภาพจะเห็นได้ว่า เมื่อรัศมีเพิ่มขึ้นเล็กน้อยพื้นที่ของวงกลมจะค่อยๆ เพิ่มขึ้นเท่ากับเส้นรอบวง ในทำนองเดียวกันถ้ารัศมีค่อยๆ ลดลงเล็กน้อย พื้นที่ของวงกลมก็จะลดลงเท่ากับเส้นรอบวงด้วย ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่วงกลม ขณะที่มีรัศมีเป็น r ใดๆ เท่ากับ $2\pi r$

7. ถ้ากำหนดนิยาม ดังนี้

ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง และ

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ หาค่าได้แล้ว เรียกค่าของลิมิตที่ได้นี้ว่า “อนุพันธ์(derivative) ของฟังก์ชัน f ที่ x ” เขียนแทนด้วย $f'(x)$

นักเรียนสามารถเขียนข้อสรุปในข้อ 5 ข้อ 6 ให้สอดคล้องกับนิยามได้หรือไม่ อย่างไร

ตอบ อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่วงกลมเทียบกับรัศมี ขณะที่รัศมีเป็น r ใดๆ เท่ากับ

$\lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{\pi(r + \Delta r)^2 - 4\pi r^2}{\Delta r}$ เรียกอัตราการเปลี่ยนแปลงนี้ว่า อนุพันธ์ของฟังก์ชันพื้นที่วงกลม ที่รัศมี

เป็น r

8. เพื่อยืนยันว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ $x = a$ คือ อนุพันธ์ของฟังก์ชัน y ขณะที่ $x = a$ ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาอนุพันธ์และหาอัตราการเปลี่ยนแปลงพื้นที่ผิวของบอลลูกเทนนิสเทียบกับรัศมี ขณะที่รัศมีเป็น r ใดๆ

ตอบ กำหนด $A(r)$ แทนปริมาตร และ r แทนรัศมี จะได้ว่า $A(r) = 4\pi r^2$

หาอนุพันธ์ได้ดังนี้ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{A(r+h) - A(r)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4\pi(r+h)^2 - 4\pi r^2}{h}$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4\pi[(r+h)^2 - r^2]}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4\pi[r^2 + 2rh + h^2 - r^2]}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4\pi[2rh + h^2]}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} (8\pi r + h) \\
&= 8\pi r + 0 \\
&= 8\pi r
\end{aligned}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงพื้นที่ผิวของบอลลูกเทนนิสเทียบกับรัศมี ขณะที่รัศมีเป็น r ใดๆ เท่ากับ

$$\begin{aligned}
\lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{4\pi(r + \Delta r)^2 - 4\pi r^2}{\Delta r} &= \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{4\pi(r^2 + 2r\Delta r + (\Delta r)^2) - 4\pi r^2}{\Delta r} \\
&= \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{4\pi r^2 + 8\pi r\Delta r + 4\pi(\Delta r)^2 - 4\pi r^2}{\Delta r} \\
&= \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{8\pi r\Delta r + 4\pi(\Delta r)^2}{\Delta r} \\
&= \lim_{\Delta r \rightarrow 0} (8\pi r + 4\pi(\Delta r)) \\
&= 8\pi r
\end{aligned}$$

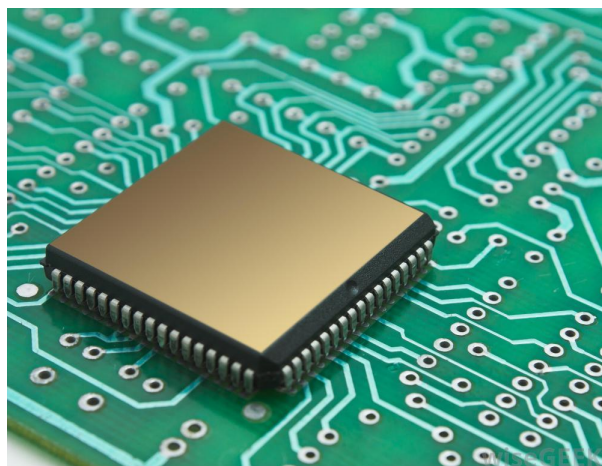
9. ถ้าอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ผิวบอลลูกเทนนิสเทียบกับรัศมีประมาณ 16π ตารางเมตรต่อเมตร อยากทราบว่าในขณะนั้นบอลลูกเทนนิสมีรัศมีเท่าไร

ตอบ อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ผิวบอลลูกเทนนิสเทียบกับรัศมี เท่ากับ $8\pi r$

จะได้ว่า $8\pi r = 16\pi$ จะได้ $r = 2$

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ผิวบอลลูกเทนนิสเทียบกับรัศมี ขณะที่รัศมี $r = 2$

สถานการณ์ที่ 2 บริษัทผลิตชิพสำหรับคอมพิวเตอร์แห่งหนึ่ง ผลิตชิพโดยใช้แผ่นซิลิคอนที่มีลักษณะเป็นแผ่นสี่เหลี่ยมจัตุรัส แผ่นซิลิคอนยาวมากที่สุดได้ไม่เกิน 15 มิลลิเมตร ถ้าทราบว่าอัตราเปลี่ยนแปลงของพื้นที่แผ่นซิลิคอนจะเปลี่ยนตามความยาวด้าน จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่เมื่อความยาวด้านเท่ากับ 15 มิลลิเมตร และอธิบายความหมายของสถานการณ์นี้ด้วย



จงตอบคำถามต่อไปนี้

- จากข้อมูลในสถานการณ์ที่ให้มา เพียงพอต่อการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ซีฟเทียบกับความยาวด้าน ขณะที่ความยาวด้านเป็น x ไດๆ ได้หรือไม่ ถ้าหาได้ให้หาอัตราการเปลี่ยนแปลงนี้ด้วย
- ตอบ** ข้อมูลเพียงพอ อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ซีฟเทียบกับความยาวของด้าน กำหนดให้พื้นที่ของซีฟ $A(x) = x^2$ การหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ซีฟเทียบกับความยาวของด้าน คือ หาอนุพันธ์ของ $A(x)$ จากข้อสังเกตที่ได้จากใบกิจกรรมที่ 3 ว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงที่ได้ เกิดจากการนำเลขชี้กำลังของ r มาคูณกับตัวเลขข้างหน้าของฟังก์ชันตั้งต้น แล้วลดเลขชี้กำลังของ r ลงมา 1 ดังนั้น

$$A'(x) = 2x$$

- ถ้ากำหนดให้ $A(x)$ แทนพื้นที่ของซีฟ และ x แทนความยาวด้าน จงหาค่าของ

$$A'(0), A'\left(\frac{1}{2}\right), A'(1), A'(2)$$

- ตอบ** จากข้อ 1 เราจะได้ว่า $A'(x) = 2x$

$$A'(0) = 2(0) = 0$$

$$A'\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

$$A'(1) = 2(1) = 2$$

$$A'(2) = 2(2) = 4$$

- ถ้าซีฟคอมพิวเตอร์ถูกเปลี่ยนจากเดิมมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เปลี่ยนเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กำหนดให้ความยาวของด้านกว้างเป็น $f(x) = x$ หน่วย และความยาวของด้านยาวเป็น $g(x) = x + 4$ หน่วย

3.1 ให้นักเรียนหาอัตราการเปลี่ยนของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเทียบกับความยาวของด้านกว้าง ขณะที่ด้านกว้างยาว x ใดๆ

ตอบ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า $A(x) = x(x+4) = x^2 + 4x$ จะได้อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่คือ $A'(x) = 2x + 4$

3.2 ให้นักเรียนพิจารณาว่า ถ้านักเรียนหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่โดยการนำอัตราการเปลี่ยนแปลงของด้านกว้างคูณกับอัตราการเปลี่ยนแปลงของด้านยาว นักเรียนคิดว่าคำตอบที่นักเรียนหาได้จะเท่ากับคำตอบในข้อ 3.1 หรือไม่ อย่างไร

ตอบ ไม่เท่ากัน เพราะว่า ถ้าพิจารณาว่า $A'(x) = f'(x)g'(x)$ จะได้ว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของด้านกว้าง คือ $f'(x) = (1)x^{1-1} = 1$ อัตราการเปลี่ยนแปลงของด้านยาว คือ $g'(x) = (1)x^{1-1} + 0 = 1$ ซึ่งจะทำให้ $A'(x) = (1)(1) = 1$

4. ถ้าชิพคอมพิวเตอร์รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ $\frac{x^2 + 5x + 6}{x}$ ตารางหน่วย มีความหนา x หน่วย อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่หน้าตัดเทียบกับความหนา ขณะที่ความหนาเป็น x ใดๆ จะเท่ากับ อัตราการเปลี่ยนแปลงของตัวเศษหารด้วยอัตราการเปลี่ยนแปลงของตัวส่วนหรือไม่ อย่างไร

ตอบ ไม่เท่ากัน กำหนดให้ พื้นที่หน้าตัด $f(x) = \frac{x^2 + 5x + 6}{x}$ อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่หน้าตัดคือ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right) &= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{\frac{(x+h)^2 + 5(x+h) + 6}{x+h} - \frac{x^2 + 5x + 6}{x}}{h} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{x^3 + 2hx^2 + xh^2 + 5x^2 + 5hx + 6x - (x^3 + hx^2 + 5x^2 + 5hx + 6x + 6h)}{(x)(x+h)(h)} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{2hx^2 + xh^2 - hx^2 - 6h}{(x)(x+h)(h)} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{h(2x^2 + xh - x^2 - 6)}{(x)(x+h)(h)} \right) \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 + xh - 6}{(x)(x+h)} \right) \\
&= \frac{x^2 + x(0) - 6}{(x)(x+0)} \\
&= \frac{x^2 - 6}{x^2}
\end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ $\frac{x^2 - 6}{x^2}$

พิจารณา อัตราการเปลี่ยนแปลงของตัวเศษเท่ากับ $2x + 5$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของตัวส่วนเท่ากับ 1

จะได้ว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ $\frac{2x+5}{1} = 2x+5$

4. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

4.1 ใบกิจกรรมที่ 3 “บอลดูโนโฆษณา”

4.2 แบบฝึกหัดที่ 2 เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้นิยาม

4.3 ใบกิจกรรมที่ 4 “ซีพคอมพิวเตอร์”

4.4 แบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตร

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ค้นพบ (Discover) (10 นาที)

1. ครูทบทวนเรื่องอัตราการเปลี่ยนแปลงโดยใช้บทนิยาม โดยการสุ่มให้นักเรียน
ออกมานำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสร้างจากการบ้านที่ให้ไปทำเมื่อคาบที่แล้ว

ครูให้นักเรียนช่วยกันตอบคำถามของเพื่อนคนที่ออกมานำเสนอ จากนั้นครูสรุปนิยาม
ของอัตราการเปลี่ยนแปลงและการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้นิยาม

2. ครูให้นักเรียนค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันตั้งต้นกับอัตราการเปลี่ยนแปลง
ของฟังก์ชันนั้นว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไรบ้าง ให้นักเรียนทุกคนสำรวจที่ใบกิจกรรมที่ 3 และ
แบบฝึกหัดที่ 2 รวมทั้งการบ้านที่ครูให้ไป

3. เพื่อให้นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้น ครูนำเสนอโดยเล่าเรื่องราวโดยใช้ภาพประกอบและใช้ประเด็นคำถาม ดังนี้

- นักเรียนทราบว่า พื้นที่ผิวของบอลลูก $= 4\pi r^2$ เมื่อนักเรียนหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ผิวบอลลูกเทียบกับรัศมี ขณะที่รัศมีเป็น r โดยได้เท่ากับ $8\pi r$ นักเรียนคิดว่าค่าสองค่านี้สัมพันธ์กันอย่างไร

(นักเรียนควรตอบว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงที่ได้ เกิดจากการนำเลขชี้กำลังของ r มาคูณกับตัวเลขข้างหน้า แล้วลดกำลังของ r ลงมา 1 กล่าวคือ $4\pi r^2 \rightarrow (2)4\pi r^{2-1} = 8\pi r$)

- ให้นักเรียนยกตัวอย่างฟังก์ชันตั้งต้นที่อยู่ในใบกิจกรรมที่ 3 แล้วลองเปรียบเทียบกับอัตราการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันนั้น ให้นักเรียนลองสังเกตว่าฟังก์ชันตั้งต้นกับอัตราการเปลี่ยนแปลงสัมพันธ์กันอย่างไร

(นักเรียนควรตอบว่า ว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงที่ได้ เกิดจากการนำเลขชี้กำลังของ r มาคูณกับตัวเลขข้างหน้าของฟังก์ชันตั้งต้น แล้วลดเลขชี้กำลังของ r ลงมา 1)

ขั้นที่ 2 คิดค้น (Devise) (15 นาที)

1. ครูให้นักเรียนลงมือศึกษาสถานการณ์ปัญหาด้วยตนเองจากใบกิจกรรมที่ 3 แบบฝึกหัดที่ 2 และใบกิจกรรมที่ 4 โดยเน้นให้นักเรียนรวบรวมข้อมูลและวางแผนการแก้ปัญหา เช่น ฟังก์ชันตั้งต้นกับอัตราการเปลี่ยนแปลงสัมพันธ์กันอย่างไร สร้างข้อความคาดการณ์
2. ครูเดินดูนักเรียนวางแผนการแก้สถานการณ์ปัญหาและเป็นผู้ให้คำแนะนำและคอยกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนเกิดแนวคิดในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยใช้ประเด็นคำถาม เช่น
 - ปัญหานี้มีเงื่อนไขอะไรบ้าง
 - ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใดบ้างที่จะนำมาใช้แก้ปัญหานี้

ขั้นที่ 3 พัฒนา (Develop) (15 นาที)

1. ครูให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ หรือปรับปรุงแผนวิเคราะห์ข้อมูล และสรุปอีกมากขึ้นและเขียนอยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
2. ครูเดินดูนักเรียนแก้ปัญหและเป็นผู้ให้คำแนะนำและคอยกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนมีแนวคิดที่ถูกโดยใช้ประเด็นคำถาม เช่น
 - นักเรียนลงมือแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้แล้วได้ผลหรือไม่ ถ้าไม่ได้ผลจะปรับเปลี่ยนวิธีคิดเป็นอย่างไร
 - ตรงนี้ (ชี้ที่งานของนักเรียน) นักเรียนคิดอย่างไร

- (ซึ่งทำงานของนักเรียน) ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น ลองอธิบายเหตุผลมาให้ครูฟังพอเข้าใจ

ขั้นที่ 4 แสดงเหตุผลและยืนยันแนวคิด (Defend) (15 นาที)

1. ครูให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบจากการลงมือแก้ปัญหา ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มุ่งเน้นให้นักเรียนนำเสนอแนวคิดวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของตนเอง และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความถูกต้อง ประสิทธิภาพของขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีความหลากหลาย การตีความจากสถานการณ์ปัญหา โดยครูอาจใช้ประเด็นคำถาม เช่น

- คำตอบของปัญหานี้มีอะไรบ้าง
- คำตอบที่ได้มาถูกต้องหรือยัง
- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกนำมาใช้แก้สถานการณ์ปัญหานี้ คืออะไร
- ผลเฉลยของเพื่อนคนใด นักเรียนคิดว่าดีที่สุด เพราะเหตุใด
- นักเรียนมีวิธีอื่นในการหาคำตอบหรือไม่

2. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน จากสิ่งที่สังเกตได้ในใบกิจกรรมที่ 3 แบบฝึกหัดที่ 2 และใบกิจกรรมที่ 4

ขั้นที่ 5 ขยายความรู้ (Diverge) (35 นาที)

1. ครูแจกแบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตร ให้นักเรียนทำ
2. ครูให้นักเรียนทุกคนอ่านโจทย์ข้อที่ 1 แล้วแสดงวิธีการพิสูจน์และอธิบายให้นักเรียนเพื่อเป็นแนวทางในการเขียนพิสูจน์ในแบบฝึกหัดข้อถัดไป
3. ครูตั้งประเด็นคำถามว่า สถานการณ์ในชีวิตจริงนักเรียนคิดว่าสถานการณ์ใดบ้างที่เกี่ยวข้องกับเรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลงและอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย
4. ครูให้นักเรียนประยุกต์ใช้ความรู้คณิตศาสตร์เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้นิยาม มาสร้างเป็นสถานการณ์ใหม่ คนละ 1 สถานการณ์ ทำเป็นกรบ้าน

6. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

เพื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบนี้ มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<u>ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ :</u> 1. สามารถบอกสูตรอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาจาก “ความถูกต้องและความชัดเจนของการตอบคำถาม” <u>เครื่องมือวัดผล :</u> คำถามในชั้นเรียน	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> ในแต่ละข้อคำถาม ถ้า นักเรียน ตอบได้ถูกต้อง จะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้า นักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน
2. หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตรได้	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาจาก “ความถูกต้องและความชัดเจนของการตอบคำถามในชั้นเรียน” <u>เครื่องมือวัดผล :</u> คำถามในใบกิจกรรมที่ 4 “ชิพคอมพิวเตอร์” และแบบฝึกหัดที่ 3	<u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียนได้คะแนนมากกว่า 1 ใน 2 ของคะแนนเต็ม ถือว่าผ่าน

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<u>ด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ :</u> 1. ให้เหตุผลประกอบการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ 2. ให้เหตุผลประกอบการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ที่สร้างขึ้นได้ 3. ให้เหตุผลโดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาจาก “ความถูกต้องและความชัดเจนของคำอธิบายในแต่ละข้อคำถาม” ในใบกิจกรรมที่ 4 “ชีพคอมพิวเตอร์” และแบบฝึกหัดที่ 3 <u>เครื่องมือวัดผล :</u> คำถามในใบกิจกรรมที่ 4 “ชีพคอมพิวเตอร์” และแบบฝึกหัดที่ 3	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียนได้คะแนนมากกว่า 1 ใน 2 ของคะแนนเต็ม ถือว่าผ่าน
4. สร้างสถานการณ์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตร	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาจาก “การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตร มาสร้างสถานการณ์ปัญหาและข้อคำถาม” <u>เครื่องมือวัดผล :</u> สถานการณ์ปัญหาและข้อคำถามที่นักเรียนสร้างขึ้น	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> ถ้า นักเรียนสร้างสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องจะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้า นักเรียนสร้างสถานการณ์ปัญหาไม่ถูกต้องจะได้ คะแนน 0 คะแนน <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียนได้คะแนนมากกว่า 1 ใน 2 ของคะแนนเต็ม ถือว่าผ่าน

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<u>ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์:</u> 1. มีวินัย - ปฏิบัติตน ตามข้อตกลง กฎเกณฑ์ ระเบียบ ข้อบังคับของโรงเรียนและสังคม ไม่ละเมิดสิทธิของผู้อื่น 2. ใฝ่เรียนรู้ - ตั้งใจ เพียรพยายามในการเรียน และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ 3. มุ่งมั่นในการทำงาน - ตั้งใจและรับผิดชอบในการปฏิบัติหน้าที่การงาน	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาจาก “พฤติกรรมหรือการแสดงออกของนักเรียนขณะครูจัดการเรียนรู้” ซึ่งมีทั้งหมด 3 ข้อ <u>เครื่องมือวัดผล :</u> แบบสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้านักเรียน ได้คะแนนมากกว่าหรือเท่ากับ 5 คะแนน ถือว่าผ่าน
4. เห็นคุณค่าของวิชา คณิตศาสตร์ : เห็นตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงที่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้าไปแก้ปัญหา	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาจาก “พฤติกรรมหรือการแสดงออกของนักเรียนขณะครูจัดการเรียนรู้โดยใช้สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงที่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้าไปแก้ปัญหาและสถานการณ์ปัญหาที่ให้นักเรียนสร้าง” <u>เครื่องมือวัดผล :</u> คำถามในชั้นเรียนและสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนสร้างขึ้น	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 2 คะแนนขึ้นไป ถือว่านักเรียนเห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์

แบบสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

วันที่ _____ เวลา _____

ข้อวิจารณ์

การให้คะแนนดูจากเกณฑ์การประเมินด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

[illegible]

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา

- ระดับ 3 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยสามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา กำหนดตัวแปรที่สำคัญ และอธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปรนั้นได้อย่างถูกต้องครบถ้วน
- ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยสามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา กำหนดตัวแปรที่สำคัญ และอธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปรนั้นได้อย่างถูกต้องแต่ยังไม่ครบถ้วน
- ระดับ 1 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ โดยสามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา กำหนดตัวแปรที่สำคัญ แต่อธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปรได้ไม่ถูกต้อง
- ระดับ 0 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ โดยไม่สามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา กำหนดตัวแปรที่สำคัญ หรืออธิบายของความสัมพันธ์ของตัวแปรนั้นได้

ด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

- ระดับ 3 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง โดยสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผลและมีการอ้างอิงได้ถูกต้อง
- ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหา โดยสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผลและมีการอ้างอิงได้ถูกต้องแต่ไม่ชัดเจน หรือมีข้อบกพร่องบางประการ
- ระดับ 1 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหา โดยสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้บ้าง มีการแสดงเหตุผลที่บกพร่อง ไม่ชัดเจน อ้างอิงไม่ถูกต้อง
- ระดับ 0 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ หรือสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้แต่ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

ด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

- ระดับ 3 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างชัดเจน โดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล และมีการอ้างอิงที่ถูกต้อง
- ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ในประเด็นสำคัญ โดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้แต่ไม่ครบถ้วน อ้างอิงได้ถูกต้องบางส่วน มีข้อบกพร่องบางประการหรือเหตุผลที่ใช้ไม่รัดกุมเพียงพอ
- ระดับ 1 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้บ้าง โดยแสดงเหตุผลที่บกพร่อง ไม่ชัดเจน อ้างอิงไม่ถูกต้อง
- ระดับ 0 นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ โดยวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

เกณฑ์การประเมินด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มีวินัย

- ปฏิบัติตามข้อตกลง กฎเกณฑ์ ระเบียบ ข้อบังคับของชั้นเรียน และมีความตรงต่อเวลาในการส่งงาน

พฤติกรรมบ่งชี้	ไม่ผ่าน (0)	ผ่าน (1)	ดี (2)	ดีเยี่ยม (3)
1. ปฏิบัติตนตามข้อตกลง กฎเกณฑ์ ระเบียบข้อบังคับของชั้นเรียน ไม่ละเมิดสิทธิของผู้อื่น	ไม่ปฏิบัติตนตามข้อตกลง กฎเกณฑ์ ระเบียบข้อบังคับของชั้นเรียน	ปฏิบัติตามข้อตกลง กฎเกณฑ์ ระเบียบข้อบังคับของชั้นเรียน	ปฏิบัติตามข้อตกลง กฎเกณฑ์ ระเบียบข้อบังคับของชั้นเรียน	ปฏิบัติตามข้อตกลง กฎเกณฑ์ ระเบียบข้อบังคับของชั้นเรียน และสังคม ไม่ละเมิดสิทธิของผู้อื่น
2. มีความตรงต่อเวลาในการส่งงาน			มีความตรงต่อเวลาในการส่งงาน	มีความตรงต่อเวลาในการส่งงาน

2. ใฝ่เรียนรู้

- ตั้งใจ เพียรพยายามในการเรียน และเข้าร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน

พฤติกรรมบ่งชี้	ไม่ผ่าน (0)	ผ่าน (1)	ดี (2)	ดีเยี่ยม (3)
1. ตั้งใจเรียน	ไม่ตั้งใจเรียน	เข้าเรียนตรงเวลา	เข้าเรียนตรงเวลา	เข้าเรียนตรงเวลา
2. เอาใจใส่และมีความเพียรพยายามในการเรียนรู้		ตั้งใจเรียน เอาใจใส่ในการเรียน มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ และเข้า	ตั้งใจเรียน เอาใจใส่ และมีความเพียรพยายามในการเรียนรู้ มีส่วน	ตั้งใจเรียน เอาใจใส่ และมีความเพียรพยายามในการเรียนรู้ มีส่วน
3. เข้าร่วมกิจกรรมในชั้นเรียน		ร่วมกิจกรรมในชั้นเรียนเป็นบางครั้ง	ร่วมในการเรียนรู้ และเข้าร่วมกิจกรรมในชั้นเรียนบ่อยครั้ง	ร่วมในการเรียนรู้ และเข้าร่วมกิจกรรมในชั้นเรียนเป็นประจำ

3. มุ่งมั่นในการทำงาน

- ตั้งใจและรับผิดชอบในการทำงานที่มอบหมาย

พฤติกรรมบ่งชี้	ไม่ผ่าน (0)	ผ่าน (1)	ดี (2)	ดีเยี่ยม (3)
1. เอาใจใส่ต่อการปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย	ไม่ตั้งใจปฏิบัติหน้าที่การงาน	ตั้งใจและรับผิดชอบในการทำงานที่	ตั้งใจและรับผิดชอบในการทำงานที่	ตั้งใจและรับผิดชอบในการ
2. ตั้งใจและรับผิดชอบในการทำงานที่มอบหมาย		มอบหมายให้สำเร็จ มีการปรับปรุงการทำงานให้ดีขึ้น	มอบหมายให้สำเร็จ มีการปรับปรุงและพัฒนาการทำงานให้ดีขึ้น	มอบหมายให้สำเร็จ มีการปรับปรุงและพัฒนาการทำงานให้ดีขึ้นด้วยตนเอง และเป็นแบบอย่างที่ดี
3. ปรับปรุงและพัฒนาการทำงานด้วยตนเอง				

4. การเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์: เห็นตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงที่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้าไปแก้ปัญหา

พฤติกรรมบ่งชี้	ไม่ผ่าน (0)	ผ่าน (1)	ดี (2)	ดีเยี่ยม (3)
1. บอกได้ว่าวิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงอย่างไรบ้าง	นักเรียนบอกไม่ได้ว่าคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน	นักเรียนบอกได้แต่เพียงว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์กับชีวิตประจำวัน	นักเรียนบอกได้ว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์กับชีวิตประจำวันแตกต่างจากที่	นักเรียนบอกได้ว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์กับชีวิตประจำวันแตกต่างจากที่
2. นักเรียนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์สร้างสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงได้	อย่างไรบ้าง และไม่สามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงได้	เหมือนกับตัวอย่างที่ครูอธิบาย และสามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงได้โดยเลียนแบบตัวอย่างของครู	ตัวอย่างที่ครูอธิบายได้ 1 ตัวอย่าง และสามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงได้	ตัวอย่างที่ครูอธิบายได้ 2 ตัวอย่างขึ้นไป และสามารถสร้างสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงได้

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

ผลการดำเนินการจัดกิจกรรมตามแผนการจัดการเรียนรู้

สภาพและบรรยากาศในการจัดการเรียนรู้

สิ่งที่ควรปรับปรุง



ใบกิจกรรมที่ 3 บอลลูนโฆษณา

สถานการณ์ที่ 1 บริษัทอสังหาริมทรัพย์แห่งหนึ่ง ต้องการใช้บอลลูนลักษณะทรงกลมในการโฆษณาขายบ้านจัดสรร



คุณสมบัติพิเศษที่น่าสนใจของบอลลูน คือ เป็นบอลลูนลอยฟ้าขนาดใหญ่ ที่สร้างความโดดเด่น และดึงดูดความสนใจได้จากระยะไกล สามารถเพิ่มข้อความบนบอลลูน หรือเพิ่มขนาดโลโก้ ให้สามารถเห็นได้ง่าย ในระยะที่ไกลกว่า หรือในเวลาสั้นกว่า แก๊สที่ใช้บรรจุในบอลลูน แก๊สฮีเลียม ซึ่งเป็นแก๊สเฉื่อยที่มี คุณสมบัติไม่ติดไฟ เป็นแก๊สที่มีโมเลกุลเบากว่าอากาศและมีขนาดเล็กมาก จึงสามารถแทรกตัวผ่านโมเลกุลของเนืบบอลลูน PVC ได้ ทำให้แก๊สในบอลลูนจะลดลงทีละน้อยตลอดเวลา จึงจำเป็นต้องเติมแก๊สฮีเลียมเพิ่มทุกๆ 3 วัน เพื่อให้บอลลูนมีแรงยกตัวคงที่ และดูสวยงามตลอดเวลา

จงตอบคำถามต่อไปนี้

4. บอลลูกขนาดสูบลูกเข้าไปได้ทำให้ขนาดเริ่มขยายตัวส่งผลให้พื้นที่ผิวเกิดการเปลี่ยนแปลง จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ผิวในกรณีที่รัศมีเป็น 1 ฟุต 2 ฟุต และ 3 ฟุต จากอัตราการเปลี่ยนแปลงทั้ง 3 ค่าที่นักเรียนหาได้ นักเรียนจะสร้างข้อคาดการณ์หรือข้อสรุปได้ว่อย่างไร

[illegible]

5. จงแสดงให้เห็นว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่วงกลมเทียบกับรัศมี ขณะที่รัศมีเป็น r ใดๆ เท่ากับความยาวของเส้นรอบวงของวงกลมที่มีรัศมี r



แบบฝึกหัดที่ 2 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้บทนิยาม

1. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้บทนิยาม

1.1 $f(x) = 5x - 1$

1.2 $f(x) = x^2 + 3x - 4$

1.3 $f(x) = \sqrt{x+1}$

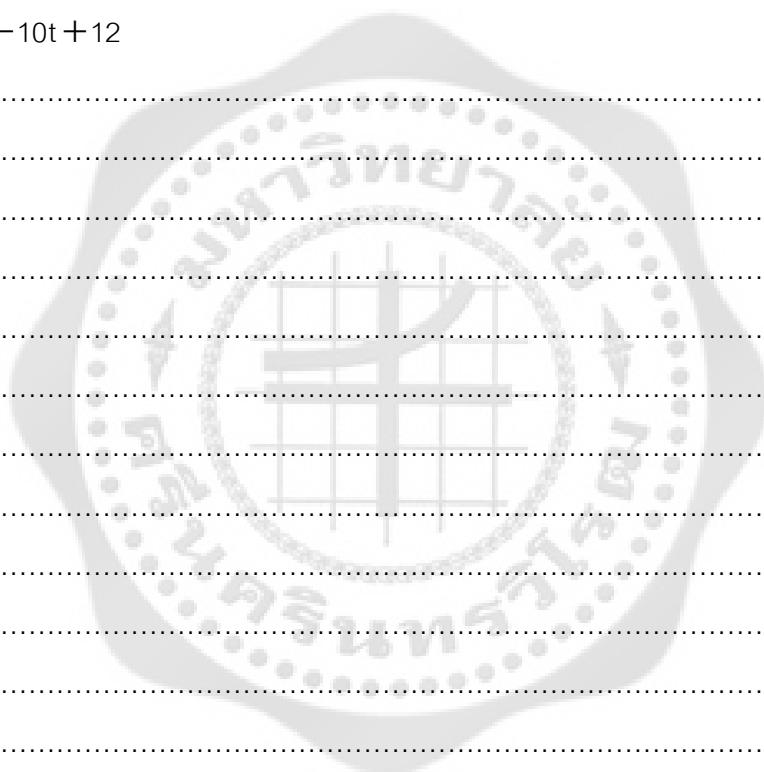
1.4 $f(x) = \frac{1}{x+1}$

2. อนุภาคชนิดหนึ่งเคลื่อนที่ตามกฎของการเคลื่อนที่ $s=f(t)$, $t \geq 0$ เมื่อระยะทาง (s) มีหน่วยเป็น ฟุต และเวลา (t) มีหน่วยเป็นวินาที

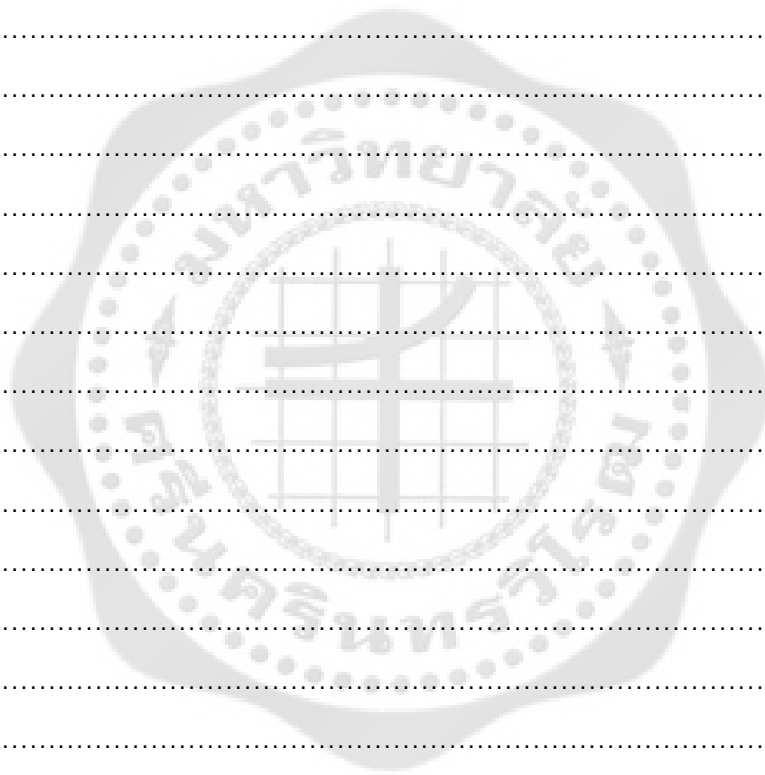
- จงหาความเร็วขณะที่เวลา t ใดๆ
- จงหาความเร็วขณะที่เวลาเท่ากับ 3 วินาที
- จงหาเวลาที่อนุภาคหยุดนิ่ง
- จงหาว่าเมื่อใดที่อนุภาคเคลื่อนที่ไปในทิศทางบวก
- จงหาระยะทางรวมของการเคลื่อนที่ใน 8 วินาทีแรก

จงใช้คำถามข้อ (a) – (e) ในการหาคำตอบข้อ 1.1 – 1.2

2.1 $f(t) = t^2 - 10t + 12$

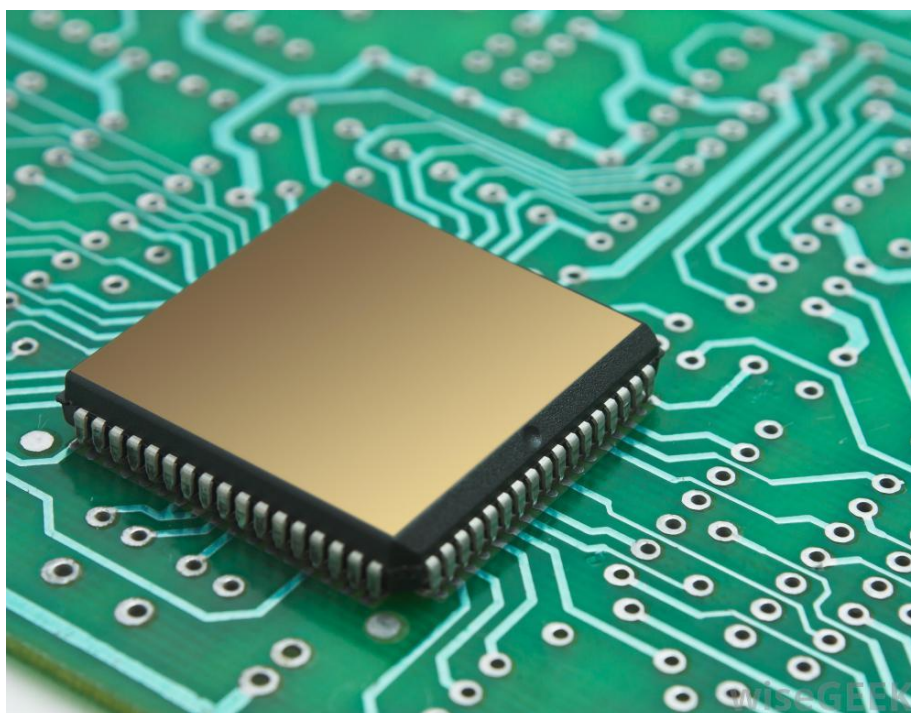


2.2 $f(t) = t^3 - 9t^2 + 15t + 10$



ใบกิจกรรมที่ 4 ชิพคอมพิวเตอร์

สถานการณ์ที่ 1 บริษัทผลิตชิพสำหรับคอมพิวเตอร์แห่งหนึ่ง ผลิตชิพโดยใช้แผ่นซิลิคอนที่มีลักษณะเป็นแผ่นสี่เหลี่ยมจัตุรัส แผ่นซิลิคอนยาวมากที่สุดได้ไม่เกิน 15 มิลลิเมตร ถ้าทราบว่าอัตราเปลี่ยนแปลงของพื้นที่แผ่นซิลิคอนจะเปลี่ยนตามความยาวด้าน จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่เมื่อความยาวด้านเท่ากับ 15 มิลลิเมตร และอธิบายความหมายของสถานการณ์นี้ด้วย



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากข้อมูลในสถานการณ์ที่ให้มา เพียงพอต่อการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ชิพเทียบกับความยาวด้าน ขณะที่ความยาวด้านเป็น x ใดๆ ได้หรือไม่ ถ้าหาได้ให้หาอัตราการเปลี่ยนแปลงนี้ด้วย

.....

.....

.....

.....

.....

2. ถ้ากำหนดให้ $A(x)$ แทนพื้นที่ของซีพ และ x แทนความยาวด้าน จงหาค่าของ

$$A'(0), A'\left(-\frac{1}{2}\right), A'(1), A'(2)$$

.....

.....

.....

.....

.....

3. ถ้าซีพคอมพิวเตอร์ถูกเปลี่ยนจากเดิมมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เปลี่ยนเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กำหนดให้ความยาวของด้านกว้างเป็น $f(x) = x$ หน่วย และความยาวของด้านยาวเป็น

$$g(x) = x + 4 \text{ หน่วย}$$

3.1 ให้นักเรียนหาอัตราการเปลี่ยนของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเทียบกับความยาวของด้านกว้าง ขณะที่ด้านกว้างยาว x ใดๆ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.2 ให้นักเรียนพิจารณาว่า ถ้านักเรียนหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่โดยการนำอัตราการเปลี่ยนแปลงของด้านกว้างคูณกับอัตราการเปลี่ยนแปลงของด้านยาว นักเรียนคิดว่าคำตอบที่นักเรียนหาได้จะเท่ากับคำตอบในข้อ 3.1 หรือไม่ อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

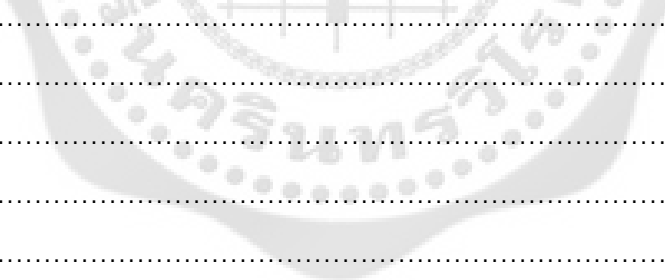
4. ถ้าชิพคอมพิวเตอร์รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ $\frac{x^2 + 5x + 6}{x}$ ตารางหน่วย มีความหนา x หน่วย อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่หน้าตัดเทียบกับความหนา ขณะที่ความหนาเป็น x ใดๆ จะเท่ากับ อัตราการเปลี่ยนแปลงของตัวเศษหารด้วยอัตราการเปลี่ยนแปลงของตัวส่วนหรือไม่ อย่างไร

6. อนุภาคชนิดหนึ่งเคลื่อนที่ตามกฎของการเคลื่อนที่ $s = f(t)$, $t \geq 0$ เมื่อระยะทาง (s) มีหน่วยเป็น ฟุต และเวลา (t) มีหน่วยเป็นวินาที

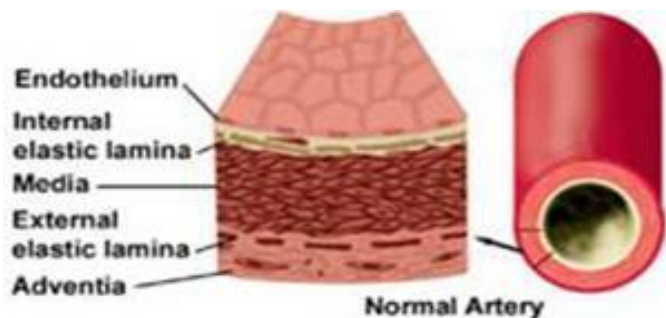
- จงหาความเร็วขณะที่เวลา t ใดๆ
- จงหาความเร็วขณะที่เวลาเท่ากับ 3 วินาที
- จงหาเวลาที่อนุภาคหยุดนิ่ง
- จงหาว่าเมื่อใดที่อนุภาคเคลื่อนที่ไปในทิศทางบวก
- จงหาระยะทางรวมของการเคลื่อนที่ใน 8 วินาทีแรก

จงใช้คำถามข้อ (a) – (e) ในการหาคำตอบข้อ 6.1 – 6.2

6.1 $f(t) = t^3 - 12t^2 + 36t$



8. เมื่อเราพิจารณาการไหลเวียนเลือดในร่างกายของเรา หลอดเลือดในร่างกายของเรามีลักษณะเป็นทรงกระบอก หลอดเลือดแดงเป็นหลอดเลือดที่นำเลือดออกจากหัวใจ ไปยังเนื้อเยื่อต่างๆ ของร่างกาย หลอดเลือดแดงแตกแขนงออกเป็นหลอดเลือดแดงเล็ก ๆ (Arterioles) เพื่อนำเลือดไปยังส่วนต่างๆ ของร่างกายได้อย่างทั่วถึง ส่วนปลายจะเชื่อมต่อกับหลอดเลือดฝอย



ภาพแสดงลักษณะของหลอดเลือดแดง

หลอดเลือดแดงมีลักษณะเป็นทรงกระบอกกลวง ซึ่งมีรัศมีรวมผนังหลอดเลือดเป็น R และรัศมีภายในหลอดเลือดเป็น r ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรและรัศมีของหลอดเลือดถูกค้นพบในปี ค.ศ. 1840 โดยแพทย์ชาวฝรั่งเศส ชื่อ เจน หลุย มารี โดยความสัมพันธ์มีอยู่ว่า

$$v = \frac{P}{4\eta l} (R^2 - r^2)$$

เมื่อ η แทนความหนืดของเลือด

l แทนความยาวของหลอดเลือด

P แทนความแตกต่างของความดันปลายท่อ

ถ้ารัศมีภายในของหลอดเลือดเท่ากับ 0.01 เซนติเมตร หลอดเลือดยาว 3 เซนติเมตร ความแตกต่างของความดันปลายท่อเท่ากับ 3,000 ดายน์ต่อตารางเซนติเมตร และความหนืดของเลือดเท่ากับ 0.027 จงหาอัตราการไหลเวียนของเลือดในกรณีที่ $r=0$, $r=0.005$, $r=R=0.01$

.....

.....

.....

.....

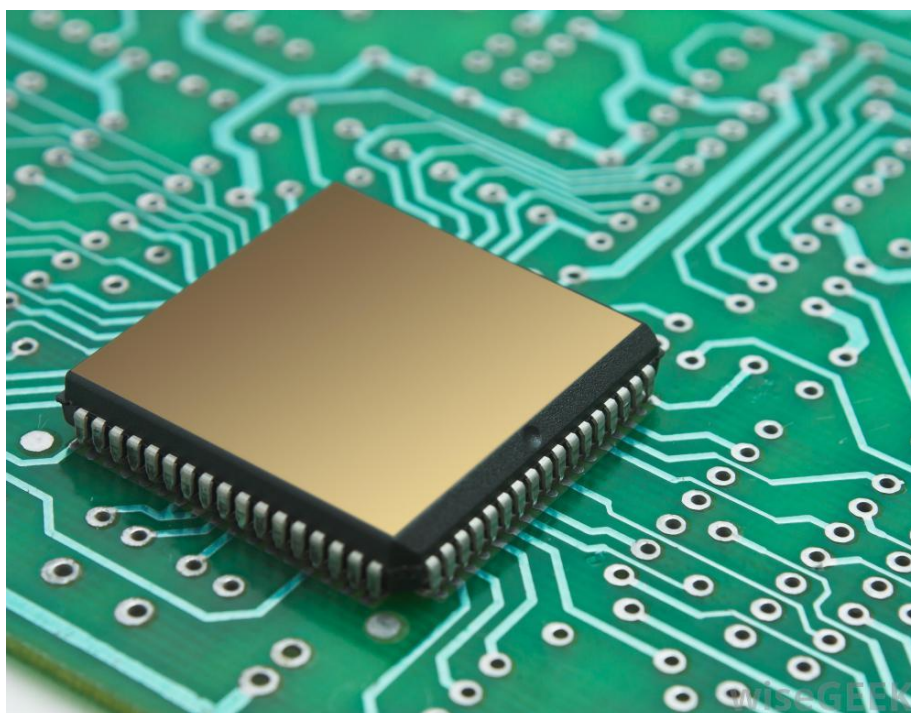
.....

.....

.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 4 ชิพคอมพิวเตอร์

สถานการณ์ที่ 1 บริษัทผลิตชิพสำหรับคอมพิวเตอร์แห่งหนึ่ง ผลิตชิพโดยใช้แผ่นซิลิคอนที่มีลักษณะเป็นแผ่นสี่เหลี่ยมจัตุรัส แผ่นซิลิคอนยาวมากที่สุดได้ไม่เกิน 15 มิลลิเมตร ถ้าทราบว่าอัตราเปลี่ยนแปลงของพื้นที่แผ่นซิลิคอนจะเปลี่ยนตามความยาวด้าน จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่เมื่อความยาวด้านเท่ากับ 15 มิลลิเมตร และอธิบายความหมายของสถานการณ์นี้ด้วย



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากข้อมูลในสถานการณ์ที่ให้มา เพียงพอต่อการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ชิพเทียบกับความยาวด้าน ขณะที่ความยาวด้านเป็น x ใดๆ ได้หรือไม่ ถ้าหาได้ให้หาอัตราการเปลี่ยนแปลงนี้ด้วย
- ตอบ** ข้อมูลเพียงพอ อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ชิพเทียบกับความยาวของด้าน กำหนดให้พื้นที่ของชิพ $A(x) = x^2$ การหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ชิพเทียบกับความยาวของด้าน คือ หาอนุพันธ์ของ $A(x)$ จากข้อสังเกตที่ได้จากใบกิจกรรมที่ 3 ว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงที่ได้ เกิดจากการนำเลขชี้กำลังของ r มาคูณกับตัวเลขข้างหน้าของฟังก์ชันตั้งต้น แล้วลดเลขชี้กำลังของ r ลงมา 1 ดังนั้น

$$A'(x) = 2x$$

2. ถ้ากำหนดให้ $A(x)$ แทนพื้นที่ของชิพ และ x แทนความยาวด้าน จงหาค่าของ

$$A'(0), A'\left(\frac{1}{2}\right), A'(1), A'(2)$$

ตอบ จากข้อ 1 เราจะได้ว่า $A'(x) = 2x$

$$A'(0) = 2(0) = 0$$

$$A'\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

$$A'(1) = 2(1) = 2$$

$$A'(2) = 2(2) = 4$$

3. ถ้าชิพคอมพิวเตอร์ถูกเปลี่ยนจากเดิมมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เปลี่ยนเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กำหนดให้ความยาวของด้านกว้างเป็น $f(x) = x$ หน่วย และความยาวของด้านยาวเป็น $g(x) = x + 4$ หน่วย

3.1 ให้นักเรียนหาอัตราการเปลี่ยนของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเทียบกับความยาวของด้านกว้าง ขณะที่ด้านกว้างยาว x ใดๆ

ตอบ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า $A(x) = x(x + 4) = x^2 + 4x$ จะได้อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ คือ $A'(x) = 2x + 4$

3.2 ให้นักเรียนพิจารณาว่า ถ้านักเรียนหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่โดยการนำอัตราการเปลี่ยนแปลงของด้านกว้างคูณกับอัตราการเปลี่ยนแปลงของด้านยาว นักเรียนคิดว่าคำตอบที่นักเรียนหาได้จะเท่ากับคำตอบในข้อ 3.1 หรือไม่ อย่างไร

ตอบ ไม่เท่ากัน เพราะว่า ถ้าพิจารณาว่า $A'(x) = f'(x)g'(x)$ จะได้ว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของด้านกว้าง คือ $f'(x) = (1)x^{1-1} = 1$ อัตราการเปลี่ยนแปลงของด้านยาว คือ $g'(x) = (1)x^{1-1} + 0 = 1$ ซึ่งจะทำให้ $A'(x) = (1)(1) = 1$

4. ถ้าชิพคอมพิวเตอร์รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ $\frac{x^2 + 5x + 6}{x}$ ตารางหน่วย มีความหนา x หน่วย อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่หน้าตัดเทียบกับความหนา ขณะที่ความหนาเป็น x ใดๆ จะเท่ากับ อัตราการเปลี่ยนแปลงของตัวเศษหารด้วยอัตราการเปลี่ยนแปลงของตัวส่วนหรือไม่ อย่างไร

ตอบ ไม่เท่ากัน กำหนดให้ พื้นที่หน้าตัด $f(x) = \frac{x^2 + 5x + 6}{x}$ อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่หน้าตัด คือ

$$\begin{aligned}
\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right) &= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{\frac{(x+h)^2 + 5(x+h) + 6}{x+h} - \frac{x^2 + 5x + 6}{x}}{h} \right) \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{x^3 + 2hx^2 + xh^2 + 5x^2 + 5hx + 6x - (x^3 + hx^2 + 5x^2 + 5hx + 6x + 6h)}{(x)(x+h)(h)} \right) \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{2hx^2 + xh^2 - hx^2 - 6h}{(x)(x+h)(h)} \right) \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{h(2x^2 + xh - x^2 - 6)}{(x)(x+h)(h)} \right) \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{2x^2 + xh - x^2 - 6}{(x)(x+h)} \right) \\
&= \frac{2x^2 + x(0) - x^2 - 6}{(x)(x+0)} \\
&= \frac{x^2 - 6}{x^2}
\end{aligned}$$

ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ $\frac{x^2 - 6}{x^2}$

พิจารณา อัตราการเปลี่ยนแปลงของตัวเศษเท่ากับ $2x + 5$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของตัวส่วนเท่ากับ 1

จะได้ว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ $\frac{2x+5}{1} = 2x+5$

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์



แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) เวลา 90 นาที

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง: ให้นักเรียนแสดงแนวคิดของแต่ละข้อคำถามอย่างละเอียด

สถานการณ์ที่ 1 รายการแข่งขันประกวดวาดภาพรายการหนึ่ง ทางคณะกรรมการจัดงานได้แจกกระดาษวาดภาพเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีพื้นที่เท่ากับ 18 ตารางฟุต ให้แก่ผู้เข้าแข่งขันทุกคน ถ้าทางคณะกรรมการแจ้งเงื่อนไขในการวาดภาพว่า “ผู้วาดภาพจะต้องเว้นระยะขอบบนและขอบล่างกว้างด้านละ 6 นิ้ว และขอบด้านข้างกว้างข้างละ 9 นิ้ว”

1.1) จงสร้างแบบจำลองตามเงื่อนไขที่สถานการณ์กำหนด (วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา)

ตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.2) นักเรียนลองยกตัวอย่างขนาดของกระดาษรูปสี่เหลี่ยมพื้นที่ 18 ตารางฟุต โดยไม่ต้องคิดเว้นระยะขอบ มาอย่างน้อย 3 แบบที่แตกต่างกัน ขนาดของกระดาษที่นักเรียนตอบมานักเรียนมีหลักในการคิดอย่างไร (วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา)

ตอบ

.....

.....

.....

1.3) ถ้าเว้นระยะขอบกระดาษตามที่สถานการณ์กำหนด จะมีกระดาษขนาดใดบ้างที่ไม่อยู่ในเงื่อนไขที่สถานการณ์ปัญหาต้องการ เพราะเหตุใด (วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา)

ตอบ

1.4) หากคณะกรรมการคาดการณ์ว่า “กระดานวาดภาพพื้นที่ 18 ตารางฟุต ขนาด $2\sqrt{3} \times 3\sqrt{3}$ ตารางฟุต จะทำให้ได้พื้นที่ในการวาดภาพมากที่สุด” ให้นักเรียนตรวจสอบว่าข้อความคาดการณ์นั้น ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด (ตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

[illegible]

สถานการณ์ 2 ในห้องทดลองของโรงพยาบาลผิวหนังแห่งหนึ่ง นักเทคนิคการแพทย์คนหนึ่งได้เพาะเลี้ยงแบคทีเรียชนิดหนึ่งที่ได้จากคนไข้โรคผิวหนัง พบว่า เมื่อเวลาผ่านไป t ชั่วโมง จำนวนแบคทีเรียเท่ากับ $2^t + 1$ หน่วย ถ้านักเทคนิคการแพทย์คนนั้นเริ่มจับเวลาตั้งแต่ชั่วโมงที่ 3 ถึงชั่วโมงที่ 5 เขาคำนวณได้ว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของจำนวนแบคทีเรียเทียบกับเวลาเท่ากับ 12 หน่วยต่อชั่วโมง

2.1) นักเรียนคิดว่าจำนวนของแบคทีเรียที่น้อยที่สุด เกิดขึ้นเมื่อเวลาผ่านไปกี่ชั่วโมง เพราะเหตุใด (วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา)

ตอบ

.....

.....

.....

.....

2.2) จากความสัมพันธ์ของข้อมูลข้างต้น นักเรียนสามารถสร้างข้อความการณ หรือสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของแบคทีเรียได้อย่างไร (สร้างข้อสรุปหรือข้อความการณ)

ตอบ

.....

.....

.....

.....

2.3) ถ้าเพื่อนของนักเรียนได้ข้อสรุปว่า “ไม่ว่าช่วงเวลาใด อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของจำนวนแบคทีเรียเทียบกับเวลา จะเท่ากับ 12 หน่วยต่อชั่วโมงเสมอ” นักเรียนเห็นด้วยหรือไม่ เพราะเหตุใด (ตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความการณ)

ตอบ

.....

.....

.....

.....

สถานการณ์ที่ 3 ครูให้กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 8×15 นิ้ว เพื่อออกแบบกล่อง โดยการตัด
ทรงมุมทั้งสี่ของกระดาษ

3.1) การที่จะได้กล่องกระดาษรูปปริซึมสี่เหลี่ยมไม่มีฝาปิด นักเรียนจะตัดมุมกระดาษทั้งสี่มุมเป็นรูป
เรขาคณิตสองมิติใดได้บ้าง เพราะเหตุใด (วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา)

ตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.2) นักเรียนคิดว่า ข้อมูลในสถานการณ์เพียงพอต่อการสร้างกล่องที่มีลักษณะเป็นลูกบาศก์ได้หรือไม่
อย่างไร (วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา)

ตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

3.3) นักเรียนคิดว่า ถ้าตัดมุมกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัด
ออกยาวด้านละ 2 นิ้ว จะทำให้กล่องใบนี้ กว้าง ยาว และสูงเท่าไร เพราะเหตุใด (สร้างข้อสรุปหรือ
ข้อความคาดการณ์)

ตอบ

.....

.....

.....

.....

3.4) จากสถานการณ์ที่กำหนด ถ้าตัดมุมกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส นักเรียนคิดว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออก หากคิดความยาวด้านเป็นจำนวนเต็ม รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออกมีความยาวด้านมากที่สุดเท่ากับเท่าใด เพราะเหตุใด (สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

ตอบ

.....

.....

.....

3.5) ถ้านักเรียนต้องการปริมาตรของกล่องมากที่สุด จะต้องตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัสออกด้านละ $\frac{5}{3}$ นิ้ว

นักเรียนคิดว่าข้อสรุปนี้เป็นจริงหรือไม่ นักเรียนมีแนวคิด ขั้นตอน วิธีการในการยืนยันข้อสรุปของนักเรียนอย่างไร (ตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

ตอบ

.....

.....

.....

สถานการณ์ที่ 4 การเดินทางจากกรุงเทพฯ ไปจังหวัด ก. มีสัญญาว่า บริษัทที่รับสัมปทานจะต้องมีรถอยู่ในสภาพดี 120 คัน และใช้เดินทางประจำวันอย่างน้อยวันละ 100 คัน ค่าใช้จ่ายในการเดินทางต่อคันวันละ 3,200 บาท แบ่งเป็นค่าน้ำมัน 2,450 บาท ค่าคนขับรถ 450 บาท และค่าพนักงานเก็บตั๋ว 300 บาท จากการสำรวจพบว่า ถ้าเดินทางวันละ 100 คัน รถแต่ละคันจะมีผู้โดยสารวันละ 496 คน แต่ถ้าเพิ่มจำนวนจาก 100 คัน พบว่าจำนวนผู้โดยสารต่อวันจะลดลงคันละ 3 คนต่อแต่ละคันที่เพิ่มคิดค่าโดยสารคนละ 25 บาท

4.1) จากสถานการณ์ข้างต้น มีข้อมูลใดบ้างที่สามารถตัดออกได้ เนื่องจากเป็นข้อมูลที่ฟุ่มเฟือยเกินความจำเป็น เพราะเหตุใด (วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา)

ตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.2) จากสถานการณ์ข้างต้น นักเรียนสามารถสร้างข้อคาดการณ์ หรือสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับจำนวนรถเทียบกับจำนวนผู้โดยสาร ได้อย่างไร เพราะอะไร (สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

ตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สถานการณ์ที่ 5 “ร่องน้ำชลประทานแห่งหนึ่งยาว 20 ฟุต มีภาคตัดขวาง 2 ด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่วโดยมีฐานยาว 3 ฟุต และด้านประกอบด้านขนานทำมุม 45° กับแนวดิ่ง จากข้อมูลที่บันทึกไว้เมื่อปีก่อนได้ข้อสรุปว่า ถ้าปล่อยน้ำลงในร่องน้ำแห่งนี้ด้วย อัตรา 14 ลูกบาศก์ฟุตต่อชั่วโมง ทำให้ความสูงของน้ำในร่องน้ำจะเปลี่ยนแปลงไปในอัตรา 0.2 ฟุตต่อชั่วโมง ในขณะที่มีน้ำอยู่สูง 2 ฟุต”

5.1) ให้นักเรียนวาดภาพจำลองแสดงลักษณะของร่องน้ำ และภาพตัดขวางของร่องน้ำดังกล่าว พร้อม
ทั้งระบุขนาดตามที่ตั้งการณ์กำหนดลงในภาพด้วย (วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา)

[illegible]

5.2) นักเรียนคิดว่าจากบันทึกอัตราการเปลี่ยนแปลงความสูงของน้ำในร่องน้ำเมื่อปีที่แล้ว ในขณะที่มีน้ำอยู่สูง 2 ฟุต เท่ากับ 0.2 ฟุตต่อชั่วโมง ผู้บันทึกได้บันทึกข้อมูลไว้ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด พร้อมทั้งแสดงแนวคิด ขั้นตอน หรือวิธีการในการยืนยันคำตอบ (ตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

ตอบ.....

สถานการณ์ที่ 6 กำหนดสมการของการตกแบบอิสระของวัตถุ (โดยมีเฉพาะแรงโน้มถ่วงของโลกเท่านั้น) คือ $s = s_0 + v_0 t - 16t^2$ (ในที่นี้กำหนดให้แกน s ทางบวกมีทิศทางตรงข้ามกับแรงโน้มถ่วง โดยวัตถุจะเคลื่อนที่ตามแกน s และ $s = 0$ ที่พื้นผิวโลก s มีหน่วยเป็นฟุต และ t มีหน่วยเป็นวินาที)

6.1) “ถ้าวัตถุถูกปล่อยจากตำแหน่งหยุดนิ่ง ณ ความสูงเท่าใดก็ได้ วัตถุจะเคลื่อนที่ไปเป็นระยะทาง $16t^2$ หลังเวลาผ่านไป t วินาที” คำกล่าวนี้เป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด (ตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

ตอบ

.....

.....

6.2) “ถ้าจรวดถูกยิงขึ้นด้วยความเร็วเริ่มต้น 128 ฟุตต่อวินาที หมายความว่า จรวดเคลื่อนที่ไปได้ไกล 128 ฟุต ใช้เวลา 1 วินาที” คำกล่าวนี้เป็นจริงหรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย (ตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

ตอบ

.....

.....

.....

.....

6.3) จรวดถูกยิงขึ้นด้วยความเร็วเริ่มต้น 128 ฟุตต่อวินาที จากสถานการณ์ข้างต้น “ถ้าใช้เวลา 4 วินาที จรวดจะเคลื่อนที่ไปได้สูงที่สุด” คำกล่าวนี้เป็นจริงหรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย (ตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

ตอบ

.....

.....

.....

6.4) ถ้าก้อนหินถูกปล่อยจากที่สูง 480 ฟุต ด้วยความเร็วเริ่มต้น 16 ฟุตต่อวินาที “จะต้องใช้เวลา 6 วินาที ก้อนหินจะตกถึงพื้นและมีความเร็ว 176 ฟุตต่อวินาที” คำกล่าวนี้เป็นจริงหรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย (ตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

ตอบ.....

.....

.....

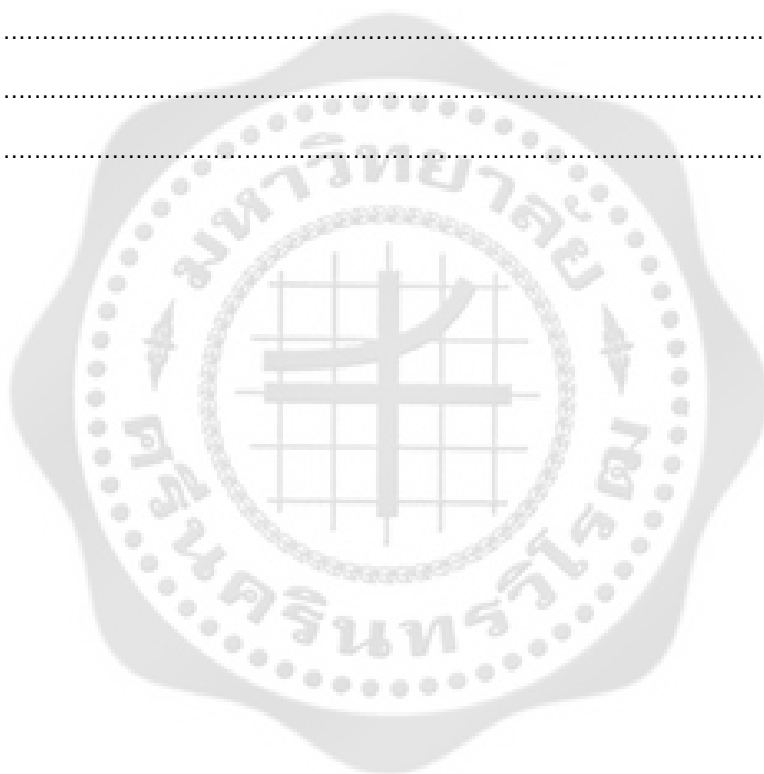
.....

.....

.....

.....

.....





แบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

แบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

คำชี้แจง : ให้นักเรียนอ่านข้อคำถามแล้วทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องตามระดับความคิดเห็นของนักเรียน

ข้อ ที่	ข้อความ	ระดับความคิดเห็นหรือความรู้สึก			
		เห็นด้วย อย่างยิ่ง (3)	เห็น ด้วย (2)	ไม่เห็น ด้วย (1)	ไม่เห็น ด้วย อย่างยิ่ง (0)
1.	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ฝึกให้ฉันรู้จักวางแผนในการใช้ชีวิต				
2.	คณิตศาสตร์ไม่ได้มีส่วนช่วยสร้างความยุติธรรมให้แก่มนุษย์				
3.	คณิตศาสตร์ช่วยทำให้เกิดปัจจัยสี่ในการดำรงชีวิตของมนุษย์				
4.	คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างเป็นระบบ				
5.	คณิตศาสตร์ช่วยให้สามารถตัดสินใจได้อย่างมีเหตุผล				
6.	คณิตศาสตร์ทำให้ฉันคาดการณ์หรือทำนายเหตุการณ์ล่วงหน้าได้อย่างสมเหตุสมผล				
7.	ความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ในสถานการณ์ปัญหานอกห้องเรียนได้				
8.	คณิตศาสตร์ไม่ได้มีส่วนในการช่วยให้มนุษย์มีระเบียบวินัย				
9.	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีส่วนช่วยในการพัฒนาสังคม				
10.	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ทำให้ฉันโดนคนอื่นเอาเปรียบได้ยาก				
11.	บทเรียนคณิตศาสตร์ที่เรียนนั้นมีประโยชน์ต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น				
12.	กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้ฉันเข้าใจศาสตร์อื่นๆได้เร็วขึ้น				
13.	ฉันไม่จำเป็นต้องใช้ความรู้คณิตศาสตร์เป็นฐานในการเรียนวิชาอื่นๆ				
14.	ฉันจำเป็นต้องเรียนคณิตศาสตร์ให้ได้ดีเพื่อที่จะได้เข้ามหาวิทยาลัยตามที่ฉันต้องการ				

ข้อ ที่	ข้อความ	ระดับความคิดเห็นหรือความรู้สึก			
		เห็นด้วย อย่างยิ่ง (3)	เห็น ด้วย (2)	ไม่เห็น ด้วย (1)	ไม่เห็น ด้วย อย่างยิ่ง (0)
15.	การพัฒนาเทคโนโลยีต้องใช้คณิตศาสตร์ขั้นสูง				
16.	การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้เป็นเรื่องที่ไม่สำคัญ				
17.	การทำงานไม่จำเป็นต้องอาศัยความรู้คณิตศาสตร์				
18.	การมีพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ดี ช่วยให้ฉันทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ				
19.	การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้ฉันมีลำดับขั้นตอนที่ดีในการทำงาน				
20.	คณิตศาสตร์ถูกนำไปใช้กับอาชีพทุกอาชีพ				
21.	ฉันจำเป็นต้องเรียนคณิตศาสตร์ให้ได้เพื่อที่จะได้ทำงานที่ฉันต้องการ				
22.	การที่จะได้ทำงานที่สบาย เงินเดือนสูง สวัสดิการดี ไม่จำเป็นต้องมีความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน				
23.	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ฝึกให้ฉันทำงานด้วยความละเอียดรอบคอบทำให้งานผิดพลาดน้อย				
24.	คณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์อธิบายสิ่งที่ยังมองไม่เห็นได้ เช่น ความเร็วเสียง อุณหภูมิ				
25.	คณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญต่อความก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี				
26.	คณิตศาสตร์ไม่มีส่วนช่วยให้มนุษย์มีเครื่องมือในการรับมือกับธรรมชาติได้				
27.	ถ้าคนไม่เข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์จะทำให้ไม่เข้าใจเนื้อหาทางด้านวิทยาศาสตร์ด้วย				
28.	คณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับนวัตกรรมและเทคโนโลยีที่มีอยู่ในปัจจุบัน				

โครงสร้างแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

ข้อที่	ข้อความ	องค์ประกอบของการเห็นคุณค่า ในวิชาคณิตศาสตร์			
		ด้านการใช้ในชีวิตประจำวัน	ด้านการใช้ในการศึกษาระดับที่สูงขึ้นหรือใช้ในศาสตร์อื่นๆ	ด้านการใช้ในการประกอบอาชีพ	ด้านการใช้ในการพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
1.	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ฝึกให้ฉันรู้จักวางแผนในการใช้ชีวิต (+)	✓			
2.	คณิตศาสตร์ไม่ได้มีส่วนช่วยสร้างความยุติธรรมให้แก่มนุษย์ (-)	✓			
3.	คณิตศาสตร์ช่วยทำให้เกิดปัจจัยสี่ในการดำรงชีวิตของมนุษย์ (+)	✓			
4.	คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างเป็นระบบ (+)	✓			
5.	คณิตศาสตร์ช่วยให้สามารถตัดสินใจได้อย่างมีเหตุผล (+)	✓			
6.	คณิตศาสตร์ทำให้ฉันคาดการณ์หรือทำนายเหตุการณ์ล่วงหน้าได้อย่างสมเหตุสมผล (+)	✓			
7.	ความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ในสถานการณ์ปัญหานอกห้องเรียนได้ (+)	✓			
8.	คณิตศาสตร์ไม่ได้มีส่วนในการช่วยให้มนุษย์มีระเบียบวินัย (-)	✓			
9.	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีส่วนช่วยในการพัฒนาสังคม (+)	✓			
10.	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ทำให้ฉันโดนคนอื่นเอาเปรียบได้ยาก (+)	✓			
11.	บทเรียนคณิตศาสตร์ที่เรียนนั้นมีประโยชน์ต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น (+)		✓		
12.	กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้ฉันเข้าใจศาสตร์อื่นๆ ได้เร็วขึ้น (+)		✓		
13.	ฉันไม่จำเป็นต้องใช้ความรู้คณิตศาสตร์เป็นฐานในการเรียนวิชาอื่นๆ (-)		✓		
14.	ฉันจำเป็นต้องเรียนคณิตศาสตร์ให้ได้เพื่อให้ได้เข้ามหาวิทยาลัยตามที่ฉันต้องการ (+)		✓		
15.	การพัฒนาเทคโนโลยีต้องใช้คณิตศาสตร์ขั้นสูง (+)		✓		

ข้อที่	ข้อความ	องค์ประกอบของการเห็นคุณค่า ในวิชาคณิตศาสตร์			
		ด้านการใช้ในชีวิตประจำวัน	ด้านการใช้ในการศึกษาระดับที่สูงขึ้นหรือใช้ในศาสตร์อื่น ๆ	ด้านการประกอบอาชีพ	ด้านการพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
16.	การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ให้ดีเป็นเรื่องที่ไม่สำคัญ (-)		✓		
17.	การทำงานไม่จำเป็นต้องอาศัยความรู้คณิตศาสตร์ (-)			✓	
18.	การมีพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ดี ช่วยให้ฉันทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ (+)			✓	
19.	การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้ฉันมีลำดับขั้นตอนที่ดีในการทำงาน (+)			✓	
20.	คณิตศาสตร์ถูกนำไปใช้กับอาชีพทุกอาชีพ (+)			✓	
21.	ฉันจำเป็นต้องเรียนคณิตศาสตร์ให้ดีเพื่อที่จะได้ทำงานที่ฉันต้องการ (+)			✓	
22.	การที่จะได้ทำงานที่สบาย เงินเดือนสูง สวัสดิการดี ไม่จำเป็น ต้องมีความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน (-)			✓	
23.	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ฝึกให้ฉันทำงานด้วยความละเอียดรอบคอบ ทำให้งานผิดพลาดน้อย (+)			✓	
24.	คณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์อธิบายสิ่งที่ไม่เห็นได้ เช่น ความเร็ว เสียง อุณหภูมิ (+)				✓
25.	คณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญต่อความก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (+)				✓
26.	คณิตศาสตร์ไม่มีส่วนช่วยให้มนุษย์มีเครื่องมือในการรับมือกับธรรมชาติได้ (-)				✓
27.	ถ้าฉันไม่เข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์จะทำให้ไม่เข้าใจเนื้อหาทางด้านวิทยาศาสตร์ด้วย (+)				✓
28.	คณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับนวัตกรรมและเทคโนโลยีที่มีอยู่ในปัจจุบัน (+)				✓
รวม		10 ข้อ	6 ข้อ	7 ข้อ	5 ข้อ

ภาคผนวก ค

คะแนนและผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำเสนอคะแนนและผลการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการวิจัยตามลำดับ ดังนี้

1. คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบเน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์
2. คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบเน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70
3. คะแนนการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบเน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์

ตาราง 11 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
ก่อน (X_1) และหลัง (X_2) ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหา
คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์

คนที่	X_1 (คะแนนเต็ม 63)	X_2 (คะแนนเต็ม 63)	D ($X_2 - X_1$)	D^2
1	25	57	32	1024
2	16	54	38	1444
3	9	33	24	576
4	13	56	43	1849
5	15	51	36	1296
6	15	48	33	1089
7	24	52	28	784
8	14	27	13	169
9	16	53	37	1369
10	11	46	35	1225
11	11	50	39	1521
12	25	53	28	784
13	8	44	36	1296
14	11	55	44	1936
15	4	50	46	2116
16	4	51	47	2209
17	9	48	39	1521
18	13	50	37	1369
19	8	49	41	1681
20	8	47	39	1521

ตาราง 11 (ต่อ)

คนที่	X_1 (คะแนนเต็ม 63)	X_2 (คะแนนเต็ม 63)	D ($X_2 - X_1$)	D^2
21	11	49	38	1444
22	9	34	25	625
23	12	48	36	1296
24	13	52	39	1521
25	26	48	22	484
26	20	50	30	900
27	17	46	29	841
28	18	56	38	1444
29	13	53	40	1600
30	14	52	38	1444
31	17	50	33	1089
32	9	40	31	961
33	21	56	35	1225
34	9	48	39	1521
35	0	56	56	3136
36	0	51	51	2601
37	8	50	42	1764
38	20	52	32	1024
39	10	37	27	729
รวม	$\sum X_1 = 506$	$\sum X_2 = 1,902$	$\sum D = 1,396$	$\sum D^2 = 52,428$

เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad \text{เมื่อ } df = n-1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
	$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคนยกกำลังสอง
	$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจาก $\sum D = 1,396$, $\sum D^2 = 52,428$, $(\sum D)^2 = 1,948,816$, $n = 39$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\
 &= \frac{1,396}{\sqrt{\frac{39(52,428) - 1,948,816}{39-1}}} \\
 &= \frac{1,396}{\sqrt{\frac{2,044,692 - 1,948,816}{38}}} \\
 &= \frac{1,396}{50.23} \\
 &= 27.79
 \end{aligned}$$

(ค่าวิกฤตของ t จากตารางการแจกแจง t เท่ากับ 1.6860 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 เมื่อ $df = 39 - 1 = 38$)

ตาราง 12 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้านการวิเคราะห์สถานการณ์
 ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อน (X_1) และหลัง (X_2) ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบ
 สอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์

คนที่	X_1 (คะแนนเต็ม 24)	X_2 (คะแนนเต็ม 24)	D ($X_2 - X_1$)	D^2
1	14	24	10	100
2	7	20	13	169
3	6	17	11	121
4	6	22	16	256
5	6	21	15	225
6	10	18	8	64
7	14	19	5	25
8	7	12	5	25
9	6	20	14	196
10	5	17	12	144
11	9	20	11	121
12	16	20	4	16
13	2	19	17	289
14	6	21	15	225
15	4	20	16	256
16	3	20	17	289
17	8	22	14	196
18	7	20	13	169
19	6	20	14	196
20	8	22	14	196

ตาราง 12 (ต่อ)

คนที่	X_1 (คะแนนเต็ม 24)	X_2 (คะแนนเต็ม 24)	D ($X_2 - X_1$)	D^2
21	4	24	20	400
22	6	16	10	100
23	9	17	8	64
24	7	21	14	196
25	12	16	4	16
26	7	19	12	144
27	9	22	13	169
28	11	22	11	121
29	8	23	15	225
30	3	20	17	289
31	8	21	13	169
32	5	16	11	121
33	8	23	15	225
34	8	21	13	169
35	0	22	22	484
36	0	20	20	400
37	4	20	16	256
38	11	21	10	100
39	5	15	10	100
รวม	$\sum X_1 = 275$	$\sum X_2 = 773$	$\sum D = 498$	$\sum D^2 = 7,026$

เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้น สถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยใช้สถิติ t-test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad \text{เมื่อ } df = n-1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
	$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบก่อน และหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคนยกกำลังสอง
	$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบก่อน และหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจาก $\sum D = 498$, $\sum D^2 = 7,026$, $(\sum D)^2 = 248,004$, $n = 39$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\
 &= \frac{498}{\sqrt{\frac{39(7,026) - 248,004}{39-1}}} \\
 &= \frac{498}{\sqrt{\frac{274,014 - 248,004}{38}}} \\
 &= \frac{498}{26.16} \\
 &= 19.04
 \end{aligned}$$

(ค่าวิกฤตของ t จากตารางการแจกแจง t เท่ากับ 1.6860 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 เมื่อ $df = 39 - 1 = 38$)

ตาราง 13 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความ
 คาดการณ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อน (X_1) และหลัง (X_2) ได้รับการจัดการเรียนรู้
 แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของ
 อนุพันธ์

คนที่	X_1 (คะแนนเต็ม 12)	X_2 (คะแนนเต็ม 12)	D ($X_2 - X_1$)	D^2
1	5	12	7	49
2	2	11	9	81
3	3	5	2	4
4	3	12	9	81
5	8	8	0	0
6	2	12	10	100
7	4	10	6	36
8	2	6	4	16
9	6	12	6	36
10	5	10	5	25
11	1	9	8	64
12	4	11	7	49
13	3	8	5	25
14	3	12	9	81
15	0	10	10	100
16	0	9	9	81
17	1	9	8	64
18	3	10	7	49
19	1	9	8	64
20	0	8	8	64

ตาราง 13 (ต่อ)

คนที่	X_1 (คะแนนเต็ม 12)	X_2 (คะแนนเต็ม 12)	D ($X_2 - X_1$)	D^2
21	0	9	9	81
22	2	7	5	25
23	3	8	5	25
24	4	9	5	25
25	3	11	8	64
26	4	10	6	36
27	8	8	0	0
28	6	12	6	36
29	4	10	6	36
30	5	12	7	49
31	7	11	4	16
32	2	9	7	49
33	6	11	5	25
34	1	10	9	81
35	0	11	11	121
36	0	11	11	121
37	1	8	7	49
38	6	11	5	25
39	4	11	7	49
รวม	$\sum X_1 = 122$	$\sum X_2 = 382$	$\sum D = 260$	$\sum D^2 = 1,982$

เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้านการสร้างข้อสรุปหรือ
ข้อความคาดการณ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ
ที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยใช้
สถิติ t – test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad \text{เมื่อ } df = n-1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
	$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบก่อน และหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคนยกกำลังสอง
	$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบก่อน และหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจาก $\sum D = 260$, $\sum D^2 = 1,982$, $(\sum D)^2 = 67,600$, $n = 39$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\
 &= \frac{260}{\sqrt{\frac{39(1,982) - 67,600}{39-1}}} \\
 &= \frac{260}{\sqrt{\frac{77,298 - 67,600}{38}}} \\
 &= \frac{260}{15.98} \\
 &= 16.27
 \end{aligned}$$

(ค่าวิกฤตของ t จากตารางการแจกแจง t เท่ากับ 1.6860 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 เมื่อ
 $df = 39 - 1 = 38$)

ตาราง 14 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือ
 ข้อความคาดการณ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อน (X_1) และหลัง (X_2) ได้รับการจัดการ
 เรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์
 ของอนุพันธ์

คนที่	X_1 (คะแนนเต็ม 27)	X_2 (คะแนนเต็ม 27)	D ($X_2 - X_1$)	D^2
1	6	21	15	225
2	7	23	16	256
3	0	11	11	121
4	4	22	18	324
5	1	22	21	441
6	3	18	15	225
7	6	23	17	289
8	5	9	4	16
9	4	21	17	289
10	1	19	18	324
11	1	21	20	400
12	5	22	17	289
13	3	17	14	196
14	2	22	20	400
15	0	20	20	400
16	1	22	21	441
17	0	17	17	289
18	3	20	17	289
19	1	20	19	361
20	0	17	17	289

ตาราง 14 (ต่อ)

คนที่	X_1 (คะแนนเต็ม 27)	X_2 (คะแนนเต็ม 27)	D ($X_2 - X_1$)	D^2
21	7	16	9	81
22	1	11	10	100
23	0	23	23	529
24	2	22	20	400
25	11	21	10	100
26	9	21	12	144
27	0	16	16	256
28	1	22	21	441
29	1	20	19	361
30	6	20	14	196
31	2	18	16	256
32	2	15	13	169
33	7	22	15	225
34	0	17	17	289
35	0	23	23	529
36	0	20	20	400
37	3	22	19	361
38	3	20	17	289
39	1	11	10	100
รวม	$\sum X_1 = 109$	$\sum X_2 = 747$	$\sum D = 638$	$\sum D^2 = 11,090$

เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือ
ข้อความคาดการณ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ
ที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยใช้
สถิติ t – test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad \text{เมื่อ } df = n-1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
	$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบก่อน และหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคนยกกำลังสอง
	$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบก่อน และหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจาก $\sum D = 638$, $\sum D^2 = 11,090$, $(\sum D)^2 = 407,044$, $n = 39$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\
 &= \frac{638}{\sqrt{\frac{39(11,090) - 407,044}{39-1}}} \\
 &= \frac{638}{\sqrt{\frac{432,510 - 407,044}{38}}} \\
 &= \frac{638}{25.89} \\
 &= 24.64
 \end{aligned}$$

(ค่าวิกฤตของ t จากตารางการแจกแจง t เท่ากับ 1.6860 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 เมื่อ
 $df = 39 - 1 = 38$)

ตาราง 15 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (X) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์

คนที่	X	X^2	คนที่	X	X^2
1	57	3249	21	49	2401
2	54	2916	22	34	1156
3	33	1089	23	48	2304
4	56	3136	24	52	2704
5	51	2601	25	48	2304
6	48	2304	26	50	2500
7	52	2704	27	46	2116
8	27	729	28	56	3136
9	53	2809	29	53	2809
10	46	2116	30	52	2704
11	50	2500	31	50	2500
12	53	2809	32	40	1600
13	44	1936	33	56	3136
14	55	3025	34	48	2304
15	50	2500	35	56	3136
16	51	2601	36	51	2601
17	48	2304	37	50	2500
18	50	2500	38	52	2704
19	49	2401	39	37	1369
20	47	2209	รวม	$\sum X = 1,902$	$\sum X^2 = 94,422$

เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t – test for One Sample

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} ; \quad df = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าที่ใช้พิจารณา t- Distribution
	$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
	μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
	S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum x}{N} \\ &= \frac{1,902}{39} \\ &= 48.77\end{aligned}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ หาได้จากสูตร

$$\begin{aligned}
 S &= \sqrt{\frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}} \\
 &= \sqrt{\frac{39(94,422) - (1902)^2}{39(39-1)}} \\
 &= \sqrt{\frac{3,682,458 - 3,617,604}{1,482}} \\
 &= \sqrt{\frac{64,854}{1,482}} \\
 &= 6.62
 \end{aligned}$$

เนื่องจาก $\bar{X} = 48.77$, $\mu_0 = 44.1$, $S = 6.62$, $n = 39$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \\
 &= \frac{48.77 - 44.1}{\frac{6.62}{\sqrt{39}}} \\
 &= \frac{4.67}{1.06} \\
 &= 4.41
 \end{aligned}$$

(ค่าวิกฤตของ t จากตารางการแจกแจง t เท่ากับ 1.6860 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 เมื่อ $df = 39 - 1 = 38$)

ตาราง 16 คะแนนการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อน (X_1) และ
หลัง (X_2) ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง
เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์

คนที่	X_1 (คะแนนเต็ม 84)	X_2 (คะแนนเต็ม 84)	D ($X_2 - X_1$)	D^2
1	43	68	25	625
2	40	52	12	144
3	47	48	1	1
4	46	71	25	625
5	57	76	19	361
6	54	66	12	144
7	37	67	30	900
8	58	73	15	225
9	54	68	14	196
10	59	60	1	1
11	55	73	18	324
12	39	54	15	225
13	57	69	12	144
14	53	58	5	25
15	60	55	-5	25
16	49	65	16	256
17	62	60	-2	4
18	59	74	15	225
19	57	65	8	64
20	52	70	18	324

ตาราง 16 (ต่อ)

คนที่	X_1 (คะแนนเต็ม 84)	X_2 (คะแนนเต็ม 84)	D ($X_2 - X_1$)	D^2
21	52	72	20	400
22	62	69	7	49
23	62	60	-2	4
24	63	67	4	16
25	48	44	-4	16
26	42	65	23	529
27	65	78	13	169
28	52	71	19	361
29	48	71	23	529
30	55	56	1	1
31	53	52	-1	1
32	40	68	28	784
33	62	66	4	16
34	55	65	10	100
35	50	55	5	25
36	61	58	-3	9
37	53	55	2	4
38	52	59	7	49
39	44	54	10	100
รวม	$\sum X_1 = 2,057$	$\sum X_2 = 2,477$	$\sum D = 420$	$\sum D^2 = 8000$

เปรียบเทียบการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์ และการประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad \text{เมื่อ } df = n-1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
	$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการวัดก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคนยกกำลังสอง
	$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการวัดก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจาก $\sum D = 420$, $\sum D^2 = 8000$, $(\sum D)^2 = 176,400$, $n = 39$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\
 &= \frac{420}{\sqrt{\frac{39(8,000) - 176,400}{39-1}}} \\
 &= \frac{420}{\sqrt{\frac{312,000 - 176,400}{38}}} \\
 &= \frac{420}{59.73} \\
 &= 7.03
 \end{aligned}$$

(ค่าวิกฤตของ t จากตารางการแจกแจง t เท่ากับ 1.6860 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 เมื่อ $df = 39-1=38$)

ตาราง 17 คะแนนการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ในชีวิตประจำวัน ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อน (X_1) และหลัง (X_2) ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์
ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์

คนที่	X_1 (คะแนนเต็ม 30)	X_2 (คะแนนเต็ม 30)	D ($X_2 - X_1$)	D^2
1	18	19	1	1
2	17	19	2	4
3	14	18	4	16
4	16	25	9	81
5	20	28	8	64
6	20	21	1	1
7	12	19	7	49
8	17	22	5	25
9	19	25	6	36
10	21	20	-1	1
11	15	23	8	64
12	17	18	1	1
13	19	22	3	9
14	18	19	1	1
15	20	19	-1	1
16	13	19	6	36
17	23	21	-2	4
18	23	23	0	0
19	19	19	0	0
20	17	24	7	49

ตาราง 17 (ต่อ)

คนที่	X_1 (คะแนนเต็ม 30)	X_2 (คะแนนเต็ม 30)	D ($X_2 - X_1$)	D^2
21	16	28	12	144
22	20	22	2	4
23	18	19	1	1
24	21	25	4	16
25	11	8	-3	9
26	16	20	4	16
27	18	28	10	100
28	18	22	4	16
29	16	28	12	144
30	20	18	-2	4
31	19	18	-1	1
32	14	21	7	49
33	21	21	0	0
34	16	19	3	9
35	15	15	0	0
36	22	20	-2	4
37	20	17	-3	9
38	16	15	-1	1
39	12	20	8	64
รวม	$\sum X_1 = 687$	$\sum X_2 = 807$	$\sum D = 120$	$\sum D^2 = 1,034$

เปรียบเทียบการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ในชีวิตประจำวัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหา คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad \text{เมื่อ } df = n-1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
	$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการวัดก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคนยกกำลังสอง
	$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการวัดก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจาก $\sum D = 120$, $\sum D^2 = 1,034$, $(\sum D)^2 = 14,400$, $n = 39$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\
 &= \frac{120}{\sqrt{\frac{39(1,034) - 14,400}{39-1}}} \\
 &= \frac{120}{\sqrt{\frac{40,326 - 14,400}{38}}} \\
 &= \frac{120}{26.12} \\
 &= 4.59
 \end{aligned}$$

(ค่าวิกฤตของ t จากตารางการแจกแจง t เท่ากับ 1.6860 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 เมื่อ $df = 39 - 1 = 38$)

ตาราง 18 คะแนนการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ ด้านการศึกษาในระดับที่สูงขึ้นหรือใช้ในศาสตร์
อื่นๆ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อน (X_1) และหลัง (X_2) ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบ
สอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์

คนที่	X_1 (คะแนนเต็ม 18)	X_2 (คะแนนเต็ม 18)	D ($X_2 - X_1$)	D^2
1	14	16	2	4
2	10	13	3	9
3	12	11	-1	1
4	10	18	8	64
5	10	16	6	36
6	13	16	3	9
7	9	14	5	25
8	14	16	2	4
9	12	16	4	16
10	10	15	5	25
11	13	16	3	9
12	9	15	6	36
13	17	18	1	1
14	11	13	2	4
15	15	15	0	0
16	11	12	1	1
17	15	15	0	0
18	11	17	6	36
19	14	16	2	4
20	13	16	3	9

ตาราง 18 (ต่อ)

คนที่		X_1 (คะแนนเต็ม 18)	X_2 (คะแนนเต็ม 18)	D $(X_2 - X_1)$	D^2
21		12	15	3	9
22		15	18	3	9
23		17	14	-3	9
24		15	17	2	4
25		16	18	2	4
26		8	15	7	49
27		15	18	3	9
28		13	18	5	25
29		8	15	7	49
30		13	13	0	0
31		11	11	0	0
32		13	15	2	4
33		13	17	4	16
34		12	16	4	16
35		14	14	0	0
36		13	13	0	0
37		13	14	1	1
38		12	14	2	4
39		13	12	-1	1
รวม		$\sum X_1 = 489$	$\sum X_2 = 591$	$\sum D = 102$	$\sum D^2 = 502$

เปรียบเทียบการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ ด้านการศึกษาในระดับที่สูงขึ้นหรือใช้ใน
ศาสตร์อื่นๆ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้น
สถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยใช้สถิติ t –
test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad \text{เมื่อ } df = n-1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
	$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการวัดก่อน และหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคนยกกำลังสอง
	$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการวัดก่อน และหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจาก $\sum D = 102$, $\sum D^2 = 502$, $(\sum D)^2 = 10,404$, $n = 39$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\
 &= \frac{102}{\sqrt{\frac{39(502) - 10,404}{39-1}}} \\
 &= \frac{102}{\sqrt{\frac{19,578 - 10,404}{38}}} \\
 &= \frac{102}{15.54} \\
 &= 6.56
 \end{aligned}$$

(ค่าวิกฤตของ t จากตารางการแจกแจง t เท่ากับ 1.6860 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 เมื่อ
 $df = 39 - 1 = 38$)

ตาราง 19 คะแนนการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ ด้านการประกอบอาชีพ ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อน (X_1) และหลัง (X_2) ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์
ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์

คนที่	X_1 (คะแนนเต็ม 21)	X_2 (คะแนนเต็ม 21)	D ($X_2 - X_1$)	D^2
1	6	19	13	169
2	5	11	6	36
3	11	10	-1	1
4	10	15	5	25
5	12	19	7	49
6	12	16	4	16
7	8	20	12	144
8	15	21	6	36
9	15	16	1	1
10	20	15	-5	25
11	15	20	5	25
12	8	13	5	25
13	13	16	3	9
14	13	13	0	0
15	13	12	-1	1
16	11	20	9	81
17	13	16	3	9
18	14	20	6	36
19	16	16	0	0
20	13	17	4	16

ตาราง 19 (ต่อ)

คนที่	X_1 (คะแนนเต็ม 21)	X_2 (คะแนนเต็ม 21)	D ($X_2 - X_1$)	D^2
21	14	15	1	1
22	15	16	1	1
23	13	16	3	9
24	17	12	-5	25
25	8	9	1	1
26	9	17	8	64
27	21	17	-4	16
28	12	18	6	36
29	13	16	3	9
30	15	18	3	9
31	13	15	2	4
32	8	17	9	81
33	15	15	0	0
34	16	16	0	0
35	11	13	2	4
36	16	18	2	4
37	11	12	1	1
38	13	16	3	9
39	12	13	1	1
รวม	$\sum X_1 = 495$	$\sum X_2 = 614$	$\sum D = 119$	$\sum D^2 = 979$

เปรียบเทียบการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ ด้านการประกอบอาชีพ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหา คณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad \text{เมื่อ } df = n-1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
	$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการวัดก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคนยกกำลังสอง
	$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการวัดก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจาก $\sum D = 119$, $\sum D^2 = 979$, $(\sum D)^2 = 14,161$, $n = 39$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\
 &= \frac{119}{\sqrt{\frac{39(979) - 14,161}{39-1}}} \\
 &= \frac{119}{\sqrt{\frac{38,181 - 14,161}{38}}} \\
 &= \frac{119}{25.14} \\
 &= 4.73
 \end{aligned}$$

(ค่าวิกฤตของ t จากตารางการแจกแจง t เท่ากับ 1.6860 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 เมื่อ $df = 39 - 1 = 38$)

ตาราง 20 คะแนนการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ ด้านการพัฒนาด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อน (X_1) และหลัง (X_2) ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์

คนที่	X_1 (คะแนนเต็ม 15)	X_2 (คะแนนเต็ม 15)	D ($X_2 - X_1$)	D^2
1	5	14	9	81
2	8	9	1	1
3	10	9	-1	1
4	10	13	3	9
5	15	13	-2	4
6	9	13	4	16
7	8	14	6	36
8	12	14	2	4
9	8	11	3	9
10	8	10	2	4
11	12	14	2	4
12	5	8	3	9
13	8	13	5	25
14	11	13	2	4
15	12	9	-3	9
16	14	14	0	0
17	11	8	-3	9
18	11	14	3	9
19	8	14	6	36
20	9	13	4	16

ตาราง 20 (ต่อ)

คนที่	X_1 (คะแนนเต็ม 15)	X_2 (คะแนนเต็ม 15)	D ($X_2 - X_1$)	D^2
21	10	14	4	16
22	12	13	1	1
23	14	11	-3	9
24	10	13	3	9
25	13	9	-4	16
26	9	13	4	16
27	11	15	4	16
28	9	13	4	16
29	11	12	1	1
30	7	7	0	0
31	10	8	-2	4
32	5	15	10	100
33	13	13	0	0
34	11	14	3	9
35	10	13	3	9
36	10	7	-3	9
37	9	12	3	9
38	11	14	3	9
39	7	9	2	4
รวม	$\sum X_1 = 386$	$\sum X_2 = 465$	$\sum D = 79$	$\sum D^2 = 539$

เปรียบเทียบการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ ด้านการพัฒนามหาวิทยาลัยและเทคโนโลยี
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์
ปัญหาคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ โดยใช้สถิติ t – test for
Dependent Samples

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad \text{เมื่อ } df = n-1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution
	$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการวัดก่อน และหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แต่ละคนยกกำลังสอง
	$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการวัดก่อน และหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดยกกำลังสอง
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจาก $\sum D = 79$, $\sum D^2 = 539$, $(\sum D)^2 = 6,241$, $n = 39$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \\
 &= \frac{79}{\sqrt{\frac{39(539) - 6,241}{39-1}}} \\
 &= \frac{79}{\sqrt{\frac{21,021 - 6,241}{38}}} \\
 &= \frac{79}{19.72} \\
 &= 4.01
 \end{aligned}$$

(ค่าวิกฤตของ t จากตารางการแจกแจง t เท่ากับ 1.6860 ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 เมื่อ
 $df = 39 - 1 = 38$)

ภาคผนวก ง

ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยตามลำดับ ดังนี้

1. วิเคราะห์ข้อสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามโครงสร้าง เรื่อง อนุพันธ์ และการประยุกต์ของอนุพันธ์
2. ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์
3. ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์
4. ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์
5. ค่าอำนาจจำแนก (t) ของแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์
6. ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ และการประยุกต์ของอนุพันธ์
7. ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

ตาราง 21 วิเคราะห์ข้อสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์

ข้อคำถาม	ฉบับ Tryout			ฉบับใช้จริง		
	องค์ประกอบที่ต้องการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์			องค์ประกอบที่ต้องการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์		
	ด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา	ด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์	ด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์	ด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา	ด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์	ด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์
สถานการณ์ที่ 1						
1.1	✓			✓		
1.2	✓			✓		
1.3	✓			✓		
1.4			✓			✓
สถานการณ์ที่ 2						
2.1	✓			✓		
2.2	✓			✓		
2.3		✓			✓	
2.4			✓			✓
สถานการณ์ที่ 3						
3.1	✓					
3.2	✓					
3.3		✓				
3.4			✓			
สถานการณ์ที่ 4						
4.1	✓			✓		
4.2	✓			✓		
4.3		✓			✓	
4.4		✓			✓	
4.5			✓			✓

ตาราง 21 (ต่อ)

ข้อคำถาม	ฉบับ Tryout			ฉบับใช้จริง		
	องค์ประกอบที่ต้องการวัดความสามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์			องค์ประกอบที่ต้องการวัดความสามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์		
	ด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา	ด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์	ด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์	ด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา	ด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์	ด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์
สถานการณ์ที่ 5						
5.1	✓			✓		
5.2		✓			✓	
5.3			✓			✓
สถานการณ์ที่ 6						
6.1	✓			✓		
6.2			✓			✓
สถานการณ์ที่ 7						
7.1			✓			✓
7.2			✓			✓
7.3			✓			✓
7.4			✓			
7.5			✓			✓
7.6			✓			
7.7			✓			
รวม	11 ข้อ	5 ข้อ	13 ข้อ	9 ข้อ	4 ข้อ	9 ข้อ
	29 ข้อ			21 ข้อ		

คัดเลือกข้อสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากผลการ Tryout และพิจารณาถึงความครอบคลุมขององค์ประกอบที่ต้องการวัดทั้ง 3 ด้าน เลือกข้อสอบทั้งหมด 6 สถานการณ์ จำนวน 21 ข้อย่อย เพื่อใช้ในข้อสอบฉบับจริง

ตาราง 22 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คำถามข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ผลการประเมิน IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	
สถานการณ์ที่ 1				
1.1	1	1	1	1.00
1.2	1	1	1	1.00
1.3	1	1	1	1.00
1.4	1	1	1	1.00
สถานการณ์ที่ 2				
2.1	1	1	1	1.00
2.2	1	1	0	0.67
2.3	0	1	1	0.67
2.4	1	1	1	1.00
สถานการณ์ที่ 3				
3.1	1	1	1	1.00
3.2	1	1	1	1.00
3.3	1	1	0	0.67
3.4	1	1	1	1.00
สถานการณ์ที่ 4				
4.1	1	1	1	1.00
4.2	1	0	1	0.67
4.3	1	1	1	1.00
สถานการณ์ที่ 5				
5.1	1	1	1	1.00
5.2	0	1	1	0.67
5.3	1	1	1	1.00

ตาราง 22 (ต่อ)

คำถามข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ผลการประเมิน IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	
สถานการณ์ที่ 6				
6.1	1	1	1	1.00
6.2	1	1	1	1.00
6.3	1	1	1	1.00
6.4	1	1	1	1.00
6.5	1	1	1	1.00
สถานการณ์ที่ 7				
7.	1	1	1	1.00
สถานการณ์ที่ 8				
8.	1	1	1	1.00
สถานการณ์ที่ 9				
9.	1	1	1	1.00
สถานการณ์ที่ 10				
10.1	1	1	0	0.67
10.2	1	1	0	0.67
10.3	1	1	1	1.00
สถานการณ์ที่ 11				
11.1	1	1	1	1.00
11.2	1	1	1	1.00
11.3	1	1	1	1.00

ผลการประเมินค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 ขึ้นไป ดังนั้นผู้วิจัยจึงนำแบบทดสอบทั้งฉบับไปทดสอบกับนักเรียนที่เรียนเรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ ผ่านมาแล้วเพื่อให้คุณภาพของแบบทดสอบ

ตาราง 23 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์

ข้อ	ความสอดคล้องของข้อคำถามกับการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ ในแต่ละด้าน				
	ผู้เชี่ยวชาญ			ผลการประเมิน IOC	ผลการพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	1	1	1	1.00	คัดเลือก
2	1	1	0	0.67	คัดเลือก
3	1	1	0	0.67	คัดเลือก
4	1	1	1	1.00	คัดเลือก
5	1	1	1	1.00	คัดเลือก
6	-1	0	1	0.00	ตัดออก
7	-1	0	1	0.00	ตัดออก
8	0	1	1	0.67	คัดเลือก
9	1	1	1	1.00	คัดเลือก
10	1	1	1	1.00	คัดเลือก
11	0	1	1	0.67	คัดเลือก
12	1	1	1	1.00	คัดเลือก
13	-1	0	1	0.00	ตัดออก
14	1	1	1	1.00	คัดเลือก
15	1	1	1	1.00	คัดเลือก
16	0	1	1	0.67	คัดเลือก
17	1	0	1	0.67	คัดเลือก
ข้อ	ความสอดคล้องของข้อคำถามกับการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ ในแต่ละด้าน				
	ผู้เชี่ยวชาญ			ผลการประเมิน IOC	ผลการพิจารณา
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
18	1	0	1	0.67	คัดเลือก
19	1	0	1	0.67	คัดเลือก
20	0	0	1	0.33	ตัดออก
21	1	1	1	1.00	คัดเลือก
22	1	1	1	1.00	คัดเลือก
23	-1	0	1	0.00	ตัดออก
24	1	1	1	1.00	คัดเลือก
25	1	0	1	0.67	คัดเลือก
26	-1	0	0	-0.33	ตัดออก
27	1	1	1	1.00	คัดเลือก
28	-1	1	1	0.33	ตัดออก
29	0	1	1	0.67	คัดเลือก
30	1	0	1	0.67	คัดเลือก
31	1	1	1	1.00	คัดเลือก
32	-1	1	1	0.33	ตัดออก
33	0	1	1	0.67	คัดเลือก

คัดเลือกข้อคำถามที่ใช้ในการวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ ข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 ขึ้นไป เหลือข้อคำถามจำนวน 25 ข้อ และสร้างข้อคำถามเพิ่มอีก 3 ข้อ เพื่อให้ครอบคลุมทุกด้านตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ รวมแล้วได้ข้อคำถามจำนวน 28 ข้อ เพื่อใช้ในการวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

ตาราง 24 ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์

ข้อที่	P_E	D	ผลการพิจารณา	การจัดเรียง
สถานการณ์ที่ 1				
1.1	0.43	0.27	นำไปใช้ได้	1.1
1.2	0.68	0.23	นำไปใช้ได้	1.2
1.3	0.40	0.73	นำไปใช้ได้	1.3
1.4	0.28	0.57	นำไปใช้ได้	1.4
สถานการณ์ที่ 2				
2.1	0.57	0.67	นำไปใช้ได้	
2.2	0.35	0.70	นำไปใช้ได้	2.1
2.3	0.32	0.57	นำไปใช้ได้	2.2
2.4	0.48	0.97	นำไปใช้ได้	2.3
สถานการณ์ที่ 3				
3.1	0.53	0.53	นำไปใช้ได้	
3.2	0.55	0.70	นำไปใช้ได้	
3.3	0.58	0.57	นำไปใช้ได้	
3.4	0.57	0.60	นำไปใช้ได้	
สถานการณ์ที่ 4				
4.1	0.42	0.57	นำไปใช้ได้	3.1
4.2	0.42	0.57	นำไปใช้ได้	3.2
4.3	0.48	0.63	นำไปใช้ได้	3.3

ข้อที่	P_E	D	ผลการพิจารณา	การจัดเรียง
4.4	0.42	0.63	นำไปใช้ได้	3.4
4.5	0.28	0.57	นำไปใช้ได้	3.5
สถานการณ์ที่ 5				
5.1	0.55	0.37	นำไปใช้ได้	4.1
5.2	0.67	0.20	นำไปใช้ได้	4.2
5.3	0.45	0.30	นำไปใช้ได้	4.3
สถานการณ์ที่ 6				
6.1	0.35	0.63	นำไปใช้ได้	5.1
6.2	0.35	0.57	นำไปใช้ได้	5.2
สถานการณ์ที่ 7				
7.1	0.43	0.67	นำไปใช้ได้	6.1
7.2	0.53	0.87	นำไปใช้ได้	6.2
7.3	0.31	0.52	นำไปใช้ได้	6.3
7.4	0.32	0.43	นำไปใช้ได้	
7.5	0.23	0.33	นำไปใช้ได้	6.4
7.6	0.32	0.50	นำไปใช้ได้	
7.7	0.43	0.67	นำไปใช้ได้	

คัดเลือกข้อสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์และการประยุกต์ของอนุพันธ์ ข้อที่มีค่าความง่าย (P_E) ตั้งแต่ 0.23 – 0.68 และมีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.20 – 0.97 ซึ่งเป็นข้อที่มีความง่ายพอเหมาะ ไม่ยากเกินไปหรือง่ายเกินไป และจำแนกนักเรียนอ่อนและเก่งออกจากกันได้ จำนวน 6 สถานการณ์ แบ่งเป็น 21 ข้อย่อย ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทั้ง 3 ด้าน

ตาราง 25 ค่าอำนาจจำแนก (t) ของแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

ข้อคำถามที่	ค่าอำนาจจำแนก (t)	ข้อคำถามที่	ค่าอำนาจจำแนก (t)
ด้านการใช้ในชีวิตประจำวัน		ด้านการประกอบอาชีพ	
1	4.8374*	17	3.0984*
2	4.9934*	18	6.7890*
3	2.5880*	19	1.9878*
4	2.7530*	20	2.4000*
5	2.5861*	21	2.4150*
6	4.3333*	22	3.4641*
7	3.2205*	23	3.2504*
8	4.8374*	ด้านการพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี	
9	5.2500*	24	2.1381*
10	3.5794*	25	2.3333*
ด้านการศึกษาในระดับที่สูงขึ้นหรือการใช้ใน ศาสตร์อื่นๆ		26	2.5880*
11	3.5355*	27	2.8194*
12	3.1623*	28	3.3489*
13	5.7155*		
14	2.0896*		
15	3.8100*		
16	3.1305*		

*มีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ($t_{(.05,18)} = 1.7396$)

ค่าอำนาจจำแนก (t) ของแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้ง 28 ข้อ จึงใช้ข้อคำถามจากแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ทั้ง 28 ข้อ เป็นข้อคำถามในแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ฉบับจริง

ตาราง 26 ค่า $\sum x$, ค่า $\sum x^2$ ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับ เพื่อใช้ในการหาค่า σ^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คนที่	X	x^2	คนที่	X	x^2
1	52.0	2704	21	53.0	2809
2	40.0	1600	22	16.0	256
3	21.0	441	23	22.0	484
4	10.0	100	24	35.0	1225
5	67.0	4489	25	20.0	400
6	70.0	4900	26	35.0	1225
7	30.0	900	27	20.0	400
8	26.0	676	28	38.0	1444
9	12.0	144	29	65.0	4225
10	31.0	961	30	54.0	2916
11	45.0	2025	31	28.0	784
12	60.0	3600	32	65.0	4225
13	33.0	1089	33	18.0	324
14	45.0	2025	34	32.0	1024
15	37.0	1369	35	29.0	841
16	20.0	400	36	31.0	961
17	66.0	4356	37	9.0	81
18	62.0	3844	38	11.0	121
19	50.0	2500	39	5.0	25
20	36.0	1296	40	32.0	1024
				$\sum x = 1,431$	$\sum x^2 = 64,213$

ตาราง 27 ค่า $\sum x_i$, ค่า $\sum x_i^2$ และค่า σ_i^2 เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	$\sum x_i$	$\sum x_i^2$	σ_i^2
1	52	110	1.060
2	78	198	1.148
3	53	135	1.619
4	37	77	1.069
5	83	245	1.819
6	43	117	1.769
7	37	91	1.419
8	51	129	1.599
9	70	172	1.238
10	72	216	2.160
11	83	233	1.519
12	76	186	1.040
13	37	83	1.219
14	40	104	1.600
15	57	125	1.094
16	56	164	2.140
17	39	101	1.574
18	71	201	1.874
19	82	222	1.348
20	60	138	1.200
21	45	103	1.309
22	14	26	0.528
23	29	75	1.349
24	38	94	1.448
25	40	112	1.800

ตาราง 27 (ต่อ)

ข้อที่	$\sum x_i$	$\sum x_i^2$	σ_i^2
26	21	63	1.299
27	24	46	0.790
28	19	39	0.749
29	24	60	1.140
	รวม		39.92

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma^2} \right]$$

เมื่อ α แทน สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
 k แทน จำนวนข้อแบบประเมิน
 σ_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อหาได้จากสูตร

$$\frac{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{N^2}$$

โดยที่ $\sum x_i$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนในข้อที่ i
 $\sum x_i^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง ในข้อที่ i
 N แทน จำนวนคนประเมินแบบวัด
 σ^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของแบบวัดทั้งฉบับคำนวณจากสูตร

$$\frac{N\sum x^2 - (\sum x)^2}{N^2}$$

โดยที่ $\sum x^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแบบวัดทั้งฉบับแต่ละคนยกกำลังสอง
 $\sum x$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแบบวัดทั้งฉบับของแต่ละคน

จากตาราง จะได้ $\sum x^2 = 64,213$, $\sum x = 1,431$, $N = 40$

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{N\sum x^2 - (\sum x)^2}{N^2} \\ &= \frac{40(64,213) - (1,431)^2}{1,600} \\ &= 325.47\end{aligned}$$

จากตาราง จะได้ $k = 29$, $\sum \sigma_i^2 = 39.92$, $\sigma^2 = 325.47$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma^2} \right] \\ \alpha &= \frac{29}{29-1} \left[1 - \frac{39.92}{325.47} \right] \\ &= \frac{29}{28} [1 - 0.12] \\ &= \frac{29}{28} [0.88] \\ &= 0.91\end{aligned}$$

ตาราง 28 ค่า $\sum x$, ค่า $\sum x^2$ ของแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ทั้งฉบับ เพื่อใช้ในการหา
ค่า σ^2 เพื่อใช้แทนค่าในสูตรการหาความเชื่อมั่นของแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์

คนที่	X	x^2
1	54	2916
2	55	3025
3	73	5329
4	56	3136
5	70	4900
6	47	2209
7	63	3969
8	68	4624
9	65	4225
10	51	2601
11	62	3844
12	38	1444
13	57	3249
14	68	4624
15	51	2601
16	29	841
17	72	5184
18	62	3844
19	73	5329
20	57	3249

คนที่	X	x^2
21	73	5329
22	55	3025
23	46	2116
24	50	2500
25	57	3249
26	38	1444
27	64	4096
28	48	2304
29	69	4761
30	49	2401
31	70	4900
32	69	4761
33	60	3600
34	60	3600
35	61	3721
36	59	3481
37	59	3481
38	45	2025
39	40	1600
40	53	2809
$\sum x = 2296$		$\sum x^2 = 136,346$

ตาราง 29 ค่า $\sum x_i$, ค่า $\sum x_i^2$ และค่า σ_i^2 เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบวัดการเห็นคุณค่า
ในวิชาคณิตศาสตร์

ข้อที่	$\sum x_i$	$\sum x_i^2$	σ_i^2
1	87	211	0.544
2	71	147	0.524
3	74	156	0.478
4	102	276	0.398
5	86	214	0.728
6	74	164	0.678
7	78	176	0.598
8	68	142	0.66
9	71	149	0.574
10	74	166	0.728
11	96	250	0.49
12	73	157	0.594
13	68	140	0.61
14	97	255	0.494
15	90	218	0.358
16	101	267	0.299
17	86	200	0.378
18	89	219	0.524
19	79	173	0.424
20	67	137	0.619
21	93	243	0.669
22	83	189	0.419
23	83	191	0.469
24	82	194	0.648
25	94	236	0.378

ตาราง 29 (ต่อ)

ข้อที่	$\sum x_i$	$\sum x_i^2$	σ_i^2
26	76	168	0.59
27	65	137	0.784
28	89	221	0.574
	รวม		15.26

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้สัมประสิทธิ์ อัลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma^2} \right]$$

เมื่อ α แทน สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
 k แทน จำนวนข้อแบบประเมิน
 σ_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อหาได้จากสูตร

$$\frac{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{N^2}$$

โดยที่ $\sum x_i$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนในข้อที่ i
 $\sum x_i^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละคนยกกำลังสอง ในข้อที่ i
 N แทน จำนวนคนประเมินแบบวัด
 σ^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของแบบวัดทั้งฉบับคำนวณจากสูตร

$$\frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N^2}$$

โดยที่ $\sum x^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแบบวัดทั้งฉบับแต่ละคนยกกำลังสอง
 $\sum x$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแบบวัดทั้งฉบับของแต่ละคน

จากตาราง จะได้ $\sum x^2 = 136,346$, $\sum x = 2,296$, $N = 40$

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{N\sum x^2 - (\sum x)^2}{N^2} \\ &= \frac{40(136,346) - (2,296)^2}{1,600} \\ &= 113.9\end{aligned}$$

จากตาราง จะได้ $k = 28$, $\sum \sigma_i^2 = 15.26$, $\sigma^2 = 113.9$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma^2} \right] \\ \alpha &= \frac{28}{28-1} \left[1 - \frac{15.26}{113.9} \right] \\ &= \frac{28}{27} [1 - 0.13] \\ &= \frac{28}{27} [0.87] \\ &= 0.90\end{aligned}$$

ภาคผนวก จ

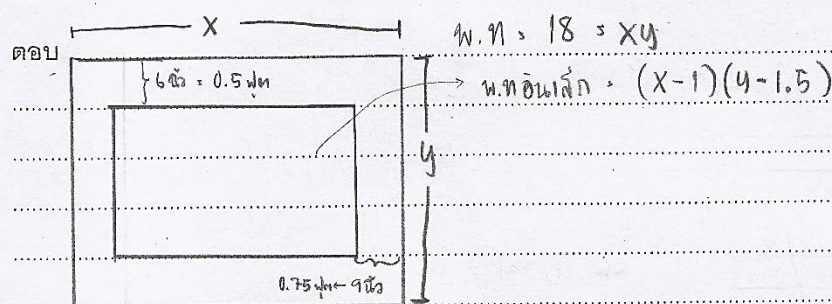
ตัวอย่างผลงานนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจากแบบทดสอบวัดความสามารถใน
การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้

ด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา

1 ฟุต = 12 นิ้ว

สถานการณ์ที่ 1 รายการแข่งขันประกวดวาดภาพรายการหนึ่ง ทางคณะกรรมการจัดงานได้แจกกระดาษวาดภาพเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีพื้นที่เท่ากับ 18 ตารางฟุต ให้แก่ผู้เข้าแข่งขันทุกคน ถ้าทางคณะกรรมการแจ้งเงื่อนไขในการวาดภาพว่า "ผู้วาดภาพจะต้องเว้นระยะขอบบนและขอบล่างกว้างด้านละ 6 นิ้ว และขอบด้านข้างกว้างข้างละ 9 นิ้ว"

1.1) จงสร้างแบบจำลองตามเงื่อนไขที่สถานการณ์กำหนด (วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา)



1.2) นักเรียนลองยกตัวอย่างขนาดของกระดาษรูปสี่เหลี่ยมพื้นที่ 18 ตารางฟุต มาอย่างน้อย 3 ขนาดที่แตกต่างกัน ขนาดของกระดาษที่นักเรียนตอบมานักเรียนมีหลักในการคิดอย่างไร (วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา)

ตอบ พ.ท. 18 = XY

ตัวเลขที่คูณกันได้ 18 → 6×3 ฟุต

9×2 ฟุต

18×1 ฟุต

ภาพประกอบ 5 การเขียนแสดงการให้เหตุผลด้านการวิเคราะห์ข้อมูลที่บกพร่องบางประการ

สถานการณ์ที่ 3 ครูให้กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 8×15 นิ้ว เพื่อออกแบบกล่อง โดยการตัดตรงมุม ทั้งสี่ของกระดาษ

3.1) การที่จะได้กล่องกระดาษรูปปริซึมสี่เหลี่ยมไม่มีฝาปิด นักเรียนจะตัดมุมกระดาษทั้งสี่มุมเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติใดได้บ้าง เพราะเหตุใด (วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา)

ตอบ ① รูป [จ] ② รูป [ผ]

This is a []

แถบแต่ละแถบ: หน้าพื้นผิวด้านบน พื้นเป็นกล่องได้เหมือนกัน

ประกอบกันได้พอดี แต่จะเสียพื้นที่ขึ้นเลยบนพื้นผิวด้านบน (ของกล่องไปเสียแล้ว)

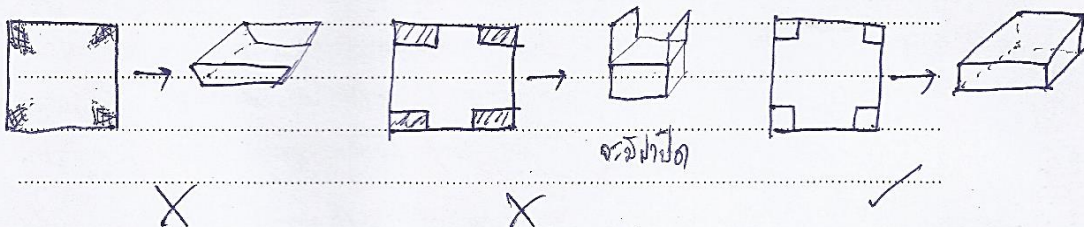
สถานการณ์ที่ 3 ครูให้กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 8×15 นิ้ว เพื่อออกแบบกล่อง โดยการตัดตรงมุม ทั้งสี่ของกระดาษ

3.1) การที่จะได้กล่องกระดาษรูปปริซึมสี่เหลี่ยมไม่มีฝาปิด นักเรียนจะตัดมุมกระดาษทั้งสี่มุมเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติใดได้บ้าง เพราะเหตุใด (วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา)

ตอบ สี่เหลี่ยมจัตุรัส เท่านั้น

เพราะ ถ้าตัดเป็นรูปอื่น ๆ จะไม่ได้กล่องที่พอใช้ได้จริง เช่น

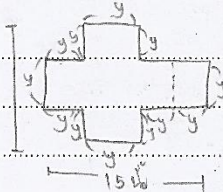
รูป [จ] รูป [ผ] รูป [ผ]



ภาพประกอบ 6 การแสดงให้เห็นเหตุผลด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาอธิบายโดยการวาดภาพ

3.2) นักเรียนคิดว่า ข้อมูลในสถานการณ์เพียงพอต่อการสร้างกล่องที่มีลักษณะเป็นลูกบาศก์ได้หรือไม่
อย่างไร (วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา)

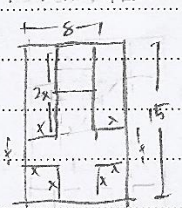
1

ตอบ 
 กำหนดให้ลูกบาศก์มีความยาวด้าน y นิ้ว
 กระดาษรูป $\square$ พื้นผิว กว้าง 8 นิ้ว ยาว 15 นิ้ว
 พิจารณาด้านยาว 15 นิ้ว ; $4y = 15$ จะได้ $y = 3.75$ นิ้ว
 ด้านกว้าง 8 นิ้ว ; $3y = 8$ จะได้ $y = 2.66 \approx 2.67$ นิ้ว
 ดังนั้น กระดาษแผ่นนี้ ไม่สามารถสร้างกล่องลูกบาศก์ได้ เนื่องจาก
 ด้านต่าง ๆ ของกล่องมีความยาวแตกต่างกัน , ด้านยาว และ ด้านสูง ไม่เท่ากัน
 ที่ได้

3.2) นักเรียนคิดว่า ข้อมูลในสถานการณ์เพียงพอต่อการสร้างกล่องที่มีลักษณะเป็นลูกบาศก์ได้หรือไม่
อย่างไร (วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา)

ตอบ

ส่วนที่หาค่าไม่ได้



$$2x + x + x = 15 \quad \text{--- (1)}$$

$$3x = 8 \quad \text{--- (2)}$$

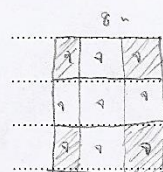
$$x = \frac{8}{3} \quad \text{--- (3)}$$

① แทน ③ $4 \times \frac{8}{3} = 15 \times$ ไม่ลงตัว
 ∴ ไม่เพียงพอ

3.2) นักเรียนคิดว่า ข้อมูลในสถานการณ์เพียงพอต่อการสร้างกล่องที่มีลักษณะเป็นลูกบาศก์ได้หรือไม่
อย่างไร (วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา)

2

ตอบ



ได้พื้นที่กระดาษเป็น 120

ลูกบาศก์ → กว้างด้านเท่ากัน → $\square$

ต่อหน้า 4 unit ใช้พื้นที่อีก 5 unit

(4 unit)

พื้นที่ 120

∴ ต่อหน้า $\square$ 9 unit พื้นที่ 120

จะได้ $\square$ $\frac{120}{9} = 13.3333 \dots$ นวนไม่ลงตัว

ทำลูกบาศก์ไม่ได้

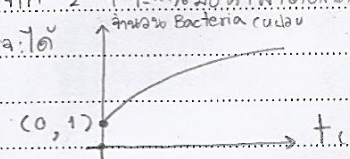
ไม่สามารถเกิด

$\square \times 9$ 81 120 คม 7 ได้

สถานการณ์ 2 ในห้องทดลองของโรงพยาบาลผิวหนังแห่งหนึ่ง นักเทคนิคการแพทย์คนหนึ่งได้เพาะเลี้ยงแบคทีเรียชนิดหนึ่งที่ได้จากคนไข้โรคผิวหนัง พบว่า เมื่อเวลาผ่านไป t ชั่วโมง จำนวนแบคทีเรียเท่ากับ $2^t + 1$ หน่วย ถ้านักเทคนิคการแพทย์คนนั้นเริ่มจับเวลาตั้งแต่ชั่วโมงที่ 3 ถึงชั่วโมงที่ 5 เขาคำนวณได้ว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของจำนวนแบคทีเรียเทียบกับเวลาเท่ากับ 12 หน่วยต่อชั่วโมง

2.1) นักเรียนคิดว่าจำนวนของแบคทีเรียที่น้อยที่สุด เกิดขึ้นเมื่อเวลาผ่านไปกี่ชั่วโมง เพราะเหตุใด

(วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา)

ตอบ จาก $2^t + 1 = f(t)$ เมื่อ t นำมาทดแทน จะได้ 	จะพบว่า จำนวนของแบคทีเรียที่น้อยที่สุด อยู่ที่ เวลา ผ่านไป 0 ชั่วโมง คือ $2^0 + 1 = 2$ หน่วย แต่ถ้าหากเราพิจารณาอัตราการเปลี่ยนแปลงต่อชั่วโมงที่ 3 ถึงชั่วโมงที่ 5 จะพบว่า ชั่วโมงที่ 3 มีจำนวนแบคทีเรียเท่ากับ 9 คือ $2^3 + 1 = 9$ หน่วย

ภาพประกอบ 8 การเขียนแสดงการให้เหตุผลด้านการวิเคราะห์ปัญหาได้อย่างสมบูรณ์

ด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

สถานการณ์ 2 ในห้องทดลองของโรงพยาบาลผิวหนังแห่งหนึ่ง นักเทคนิคการแพทย์คนหนึ่งได้เพาะเลี้ยงแบคทีเรียชนิดหนึ่งที่ได้จากคนไข้โรคผิวหนัง พบว่า เมื่อเวลาผ่านไป t ชั่วโมง จำนวนแบคทีเรียเท่ากับ $2^t + 1$ หน่วย ถ้านักเทคนิคการแพทย์คนนั้นเริ่มจับเวลาตั้งแต่ชั่วโมงที่ 3 ถึงชั่วโมงที่ 5 เขาคำนวณได้ว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของจำนวนแบคทีเรียเทียบกับเวลาเท่ากับ 12 หน่วยต่อชั่วโมง

2.2) จากความสัมพันธ์ของข้อมูลข้างต้น นักเรียนสามารถสร้างข้อคาดการณ์ หรือสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับ

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของแบคทีเรียได้อย่างไร (สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

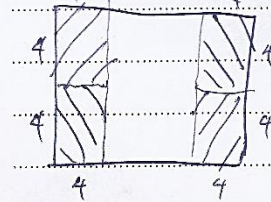
ตอบ จาก $2^t + 1 = f(t)$ ทำให้นักเรียนทราบว่า ยิ่งเวลา t ผ่านไปมากเท่าไร จำนวนของแบคทีเรีย ก็จะมากขึ้นเรื่อยๆ ตามเวลาที่ผ่านไป กล่าวคือ จำนวนของแบคทีเรียแปรผันตรงกับจำนวนเวลาที่ผ่านไป

ภาพประกอบ 9 การเขียนแสดงการให้เหตุผลด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์โดยการอธิบายได้สมบูรณ์

3.4) จากสถานการณ์ที่กำหนด ถ้าตัดมุมกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส นักเรียนคิดว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออก หากคิดความยาวด้านเป็นจำนวนเต็ม รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออกมีความยาวด้านมากที่สุดเท่าใด เพราะเหตุใด (สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

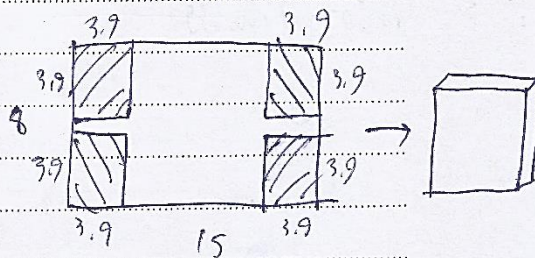
ตอบ ความยาวด้านยาวที่สุดหรือยาว 4 นิ้ว เพราะ 12

ตัดมุมกระดาษด้านยาว 4 นิ้ว ให้เหลือ

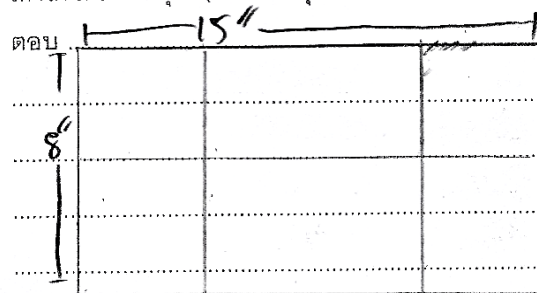


จับถ่วงไม่ได้

แต่ถ้าตัดด้านยาว 4 นิ้ว ให้เหลือ 3.9



3.4) จากสถานการณ์ที่กำหนด ถ้าตัดมุมกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส นักเรียนคิดว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออก หากคิดความยาวด้านเป็นจำนวนเต็ม รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออกมีความยาวด้านมากที่สุดเท่าใด เพราะเหตุใด (สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)



ค. ยาวด้าน 12 จตุรัสที่ตัดออกตัดออก
ไปไว้ว่าที่ตัดออกออกคือ 12 จตุรัส
ที่ตัดออก 4" เนื่องจากด้านยาว
ของกระดาษที่ตัดออก 8" และ
ตัดออกด้าน 12 จตุรัสได้
1 ยาว 12 จตุรัสที่ตัดออก 4"

จำนวนเต็ม $\rightarrow \therefore \frac{8}{2} = 4 \therefore$ 12 จตุรัสที่ตัดออก 4"

ภาพประกอบ 10 การเขียนแสดงเหตุผลได้อย่างถูกต้องแต่ขาดความรอบคอบในการตรวจสอบเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

3.3) นักเรียนคิดว่า ถ้าตัดมุมกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออกยาวด้านละ 2 นิ้ว จะทำให้กล่องใบนี้ กว้าง ยาว และสูงเท่าไร เพราะเหตุใด (สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

ตอบ กว้าง = $8 - 2 \times 2 = 4$ นิ้ว $8 - 2 - 2 = 4$ นิ้ว
 ด้านยาว = $15 - 2 \times 2 = 11$ นิ้ว
 สูง = ด้านสี่เหลี่ยมจัตุรัส = 2 นิ้ว
 สามารถพับขึ้นได้ดังนี้

3.4) จากสถานการณ์ที่กำหนด ถ้าตัดมุมกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส นักเรียนคิดว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออก หากคิดความยาวด้านเป็นจำนวนเต็ม รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออกมีความยาวด้านมากที่สุดเท่ากับเท่าใด เพราะเหตุใด (สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

ตอบ $y' = y - 2r$; $r \in \mathbb{I}^+$, $y' > 0$
 $y'_{\max} = 8 - 2r_{\max}$ เมื่อ $r = 3$
 $= 8 - 2 \cdot 3 = 2$ นิ้ว
 $x' = x - 2r$; $r \in \mathbb{I}^+$, $x' > 0$
 $x'_{\max} = 15 - 2r_{\max}$ เมื่อ $r = 7$
 $= 15 - 2(7) = 1$ นิ้ว
 ดังนั้น r ที่น้อยที่สุดคือ 2 นิ้ว
 โข่งหาก $r = 7$ $y' = 8 - 2 \cdot 7 = -6$ ✗
 ผิดเงื่อนไข $y' > 0$
 ∴ ความยาวด้านมากที่สุด คือ 3 นิ้ว

ภาพประกอบ 11 การเขียนแสดงวิธีการให้เหตุผลด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์โดยวาดภาพประกอบได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์

3.3) นักเรียนคิดว่า ถ้าตัดมุมกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออก ยาวด้านละ 2 นิ้ว จะทำให้กล่องใบนี้ กว้าง ยาว และสูงเท่าไร เพราะเหตุใด (สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

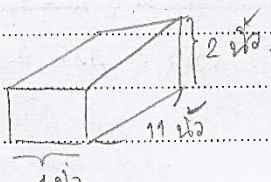
ตอบ กระดาษขนาด 8×15 นิ้ว เมื่อตัดมุมออก 4 มุม ต่อรูป □ จตุรัส
ยาวด้านละ 2 นิ้ว จ. ได้ กล่องที่มีขนาดพอ ดังนี้

ความกว้าง = $8 - 2(2) = 8 - 4 = 4$ นิ้ว

ความยาว = $15 - 2(2) = 15 - 4 = 11$ นิ้ว

ความสูง = 2 นิ้ว

ปริมาตร = $4 \times 11 \times 2$
= 88 ลูกบาศก์นิ้ว



3.4) จากสถานการณ์ที่กำหนด ถ้าตัดมุมกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส นักเรียนคิดว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออก หากคิดความยาวด้านเป็นจำนวนเต็ม รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออกมีความยาวด้านมากที่สุดเท่ากับเท่าใด เพราะเหตุใด (สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

ตอบ ตัดทั้ง 4 มุม ออก ต่อ รูป □ จตุรัส ยาวด้านละ ๕ นิ้ว

จ.ได้ว่า $4x^2 < 8 \times 15$ | จ.ได้ว่า $x = (-5, 5)$

$4x^2 < 120$ | เนื่องจากกระดาษขนาด 8×15

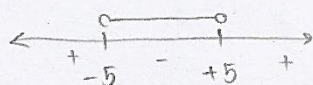
$x^2 < 30$ | ดังนั้น x ที่เป็นไปได้ คือ $x = 0, 2, 1$

$x^2 - 30 < 0$ | ดังนั้นรูป □ จตุรัสที่ตัดออกจะมีความยาวด้าน

$(x - \sqrt{30})(x + \sqrt{30}) < 0$ | มากที่สุดเท่ากับ 3 นิ้ว #

พิจารณา $x - \sqrt{30} = 0$, $x + \sqrt{30} = 0$

$x = \sqrt{30} \approx 5$, $x \approx -5$



ภาพประกอบ 12 การเขียนแสดงการให้เหตุผลด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมบูรณ์

สถานการณ์ที่ 4 การเดินทางประจำทางจากกรุงเทพฯ ไปจังหวัด ก. มีสัญญาว่า บริษัทที่รับสัมปทานจะต้องมีรถอยู่ในสภาพดี 120 คัน และใช้เดินทางประจำวันอย่างน้อยวันละ 100 คัน ค่าใช้จ่ายในการเดินทางต่อคันวันละ 3,200 บาท แบ่งเป็นค่าน้ำมัน 2,450 บาท ค่าคนขับรถ 450 บาท และค่าพนักงานเก็บตั๋ว 300 บาท จากการสำรวจพบว่า ถ้าเดินทางวันละ 100 คัน รถแต่ละคันจะมีผู้โดยสารวันละ 496 คน แต่ถ้าเพิ่มจำนวนจาก 100 คัน พบว่าจำนวนผู้โดยสารต่อวันจะลดลงคันละ 3 คนต่อแต่ละคันที่เพิ่ม คิดค่าโดยสารคนละ 25 บาท

4.2) จากสถานการณ์ข้างต้น นักเรียนสามารถสร้างข้อความการณ หรือสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับจำนวนรถเทียบกับจำนวนผู้โดยสาร ได้อย่างไร เพราะอะไร (สร้างข้อสรุปหรือข้อความการณ)

ตอบ จำนวนผู้โดยสาร = $f(x) = (496 - 3x)(100 + x)$; ๓ คัน รถที่เพิ่มไป
 $x=1$; $f(1) = (496-3)(101) = (493)(101) = 49793$
 $x=2$; $f(2) = (496-6)(102) = (490)(102) = 49980$
 $x=3$; $f(3) = (496-9)(103) = (387)(103) = 39861$

ถ้าจำนวนรถโดยสารเพิ่มอีก ๓ คัน จำนวนผู้โดยสารจะลดลง
 (จาก ๓ คัน ขึ้นไป)

4.2) จากสถานการณ์ข้างต้น นักเรียนสามารถสร้างข้อความการณ หรือสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับจำนวนรถเทียบกับจำนวนผู้โดยสาร ได้อย่างไร เพราะอะไร (สร้างข้อสรุปหรือข้อความการณ)

ตอบ เพราะจำนวนรถเพิ่มขึ้น แล้วจำนวนผู้โดยสารต่อคันลดลง
 ไม่ได้ทำเป็นว่าผู้โดยสารจะลดลงไปในหนึ่ง หรือสองรถเพิ่มหนึ่งคันก็
 เพิ่มขึ้นมากก็ได้

จำนวนรถไม่มีความเกี่ยวข้องกับจำนวนผู้โดยสารทั้งหมด
 แต่อาจสัมพันธ์เกี่ยวกับจำนวนผู้โดยสารทั้งหมดก็ได้ขึ้น
 (โดยถ้าเพิ่มรถ จำนวนผู้โดยสารทั้งหมดต่อคันจะลดลง)

ภาพประกอบ 13 การเขียนแสดงการสร้างข้อความการณของนักเรียนได้อย่างหลากหลาย

ด้านตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

3.5) ถ้านักเรียนต้องการปริมาตรของกล่องมากที่สุด จะต้องตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัสออกด้านละ $\frac{5}{3}$ นิ้ว นักเรียน

คิดว่าข้อสรุปนี้เป็นจริงหรือไม่ นักเรียนมีแนวคิด ขั้นตอน วิธีการในการยืนยันข้อสรุปของนักเรียนอย่างไร (ตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

ตอบ x = ความยาวด้าน x $\square$ จตุรัส

$$\text{ปริมาตรของกล่อง} = f(x) = (8-2(x))(15-2(x))(x)$$

$$f(x) = (8-2x)(15-2x)(x)$$

$$f(x) = (120 - 16x - 30x + 4x^2)(x)$$

$$f(x) = (120 - 46x + 4x^2)(x) = 120x - 46x^2 + 4x^3$$

$$f'(x) = 120 - 92x + 12x^2$$

$$f'(x) = 12x^2 - 92x + 120 = 0$$

$$3x^2 - 23x + 30 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-23) \pm \sqrt{23^2 - 4(3)(30)}}{2(3)}$$

$$= \frac{23 \pm \sqrt{529 - 360}}{6}$$

$$= \frac{23 \pm \sqrt{169}}{6} = \frac{23 \pm 13}{6}$$

$$\text{จะได้ } x = \frac{23+13}{6}, \frac{23-13}{6} \quad \text{ดังนั้น } x = 6, \frac{5}{3}$$

แทน $x = 6, \frac{5}{3}$ ใน $f(x)$

$$f(6) = (8-2(6))(15-2(6))(6) = (8-12)(15-12)(6) = (-4)(3)(6) = -72$$

∴ $x = 6$ เป็นไปได้

$$f\left(\frac{5}{3}\right) = (8-2\left(\frac{5}{3}\right))(15-2\left(\frac{5}{3}\right))\left(\frac{5}{3}\right) = (8-\frac{10}{3})(15-\frac{10}{3})\left(\frac{5}{3}\right)$$

$$f\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{14}{3} \times \frac{35}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{2450}{27}$$

∴ $x = \frac{5}{3}$ เป็นไปได้

ดังนั้น ถ้าหากตัดมุมไปจนกระทั่งเหลือขนาด $\square$ จตุรัส

ด้าน: $\frac{5}{3}$ นิ้ว เป็นจริง

$\square$

#

ภาพประกอบ 14 การเขียนแสดงการให้เหตุผลด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมบูรณ์

2.3) ถ้าเพื่อนของนักเรียนได้ข้อสรุปว่า "ไม่ว่าช่วงเวลาใด อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของจำนวนแบคทีเรียเทียบกับเวลา จะเท่ากับ 12 หน่วยต่อชั่วโมงเสมอ" นักเรียนเห็นด้วยหรือไม่ เพราะเหตุใด (ตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

ข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

ตอบ ... ไม่จริง เนื่องจาก เมื่อพิจารณาอัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนแบคทีเรียเทียบกับเวลา

$$\text{ชั่วโมงที่ 3-5 : } \frac{(2^5+1)-(2^3+1)}{5-3} = \frac{33-9}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ หน่วย/ชั่วโมง}$$

$$\text{ชั่วโมงที่ 5-7 : } \frac{(2^7+1)-(2^5+1)}{7-5} = \frac{129-33}{2} = \frac{96}{2} = 48 \text{ หน่วย/ชั่วโมง}$$

$$\text{ชั่วโมงที่ 7-9 : } \frac{(2^9+1)-(2^7+1)}{9-7} = \frac{513-129}{2} = \frac{384}{2} = 192 \text{ หน่วย/ชั่วโมง}$$

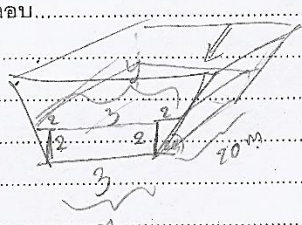
ดังนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงจำนวน Bacteria เทียบกับเวลา จึงไม่เท่ากับ 12 หน่วยต่อชั่วโมงเสมอ

ภาพประกอบ 15 การเขียนแสดงการให้เหตุผลด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์โดยเขียนแจกแจงรายละเอียด

$\frac{dv}{dt} = 14 \text{ ฟุต}^3/\text{วินาที}$ $\frac{dh}{dt} = 0.2 \text{ ฟุต/วินาที}$ $h = 2 \text{ ฟุต}$

5.2) นักเรียนคิดว่าจากบันทึกอัตราการเปลี่ยนแปลงความสูงของน้ำในร่องน้ำเมื่อปีที่แล้ว ในขณะที่มีน้ำอยู่สูง 2 ฟุต เท่ากับ 0.2 ฟุตต่อชั่วโมง ผู้บันทึกได้บันทึกข้อมูลไว้ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด พร้อมทั้งแสดงแนวคิด ขั้นตอน หรือวิธีการในการยืนยันคำตอบ (ตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

ตอบ.....



$$V = \frac{1}{2}(3+3) \times 20 \times 2 = 100 \times 2 = 200 \text{ ฟุต}^3$$

$$f(v) = \frac{1}{2}(x+y) \times 20 \times 2$$

$$f(v) = (10x + 10y) \times 2 = 20x + 20y$$

$$\frac{V}{V} = \frac{1}{2}(3+3+2h) \times h \times 20$$

$$\frac{V}{V} = \frac{20h^2}{2} + 60h$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{20h^2}{dt} + \frac{60h}{dt}$$

$$14 = 40h \left(\frac{dh}{dt} \right) + 60 \left(\frac{dh}{dt} \right)$$

$$14 = \frac{dh}{dt} (40h + 60)$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{14}{40h + 60}$$

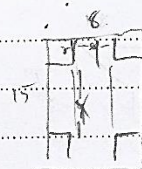
$$= \frac{14}{80 + 60} = \frac{14}{140} = 0.1 \text{ ฟุต/วินาที}$$

∴ ข้อมูลไม่ถูกต้อง

ภาพประกอบ 16 การเขียนแสดงการให้เหตุผลด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์โดยวาดภาพประกอบ

3.5) ถ้านักเรียนต้องการปริมาตรของกล่องมากที่สุด จะต้องตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัสออกด้านละ $\frac{5}{3}$ นิ้ว นักเรียนคิดว่าข้อสรุปนี้เป็นจริงหรือไม่ นักเรียนมีแนวคิด ขั้นตอน วิธีการในการยืนยันข้อสรุปของนักเรียนอย่างไร (ตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

ตอบ



$$y = 8 - 2x$$

$$x = 15 - 2x$$

$$V(x) = x \times x \times y$$

$$= x(15 - 2x)(8 - 2x)$$

$$V(x) = (15 - 2x)^2 (8 - 2x)$$

$$V'(x) = 0$$

$$V'(x) = (8 - 2x)(15 - 4x) + (15 - 2x)^2 (-2)$$

$$0 = 120 - 32x - 30x + 4x^2 - 30x - 4x^2$$

$$0 = 4x^2 - 92x + 120$$

$$0 = x^2 - 23x + 30$$

$$x = \frac{23 \pm \sqrt{529 - 120}}{2}$$

$$\approx \frac{9}{2} / \frac{13}{2}$$

∴ ออกด้านละ $\frac{5}{3}$ นิ้ว ไม่เป็นจริง

แต่เอาออกด้านละ $\frac{3}{2}$ นิ้ว ได้ ปริมาตร

มากที่สุด

ภาพประกอบ 17 การเขียนแสดงการให้เหตุผลด้านการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์มีความบกพร่องบางประการ

ภาคผนวก จ

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและระดับการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

ตาราง 30 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและระดับการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบที่เน้นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง (จากคะแนนเต็มข้อละ 3 คะแนน)

ข้อ	ข้อความ	ก่อน			หลัง		
		$\bar{x}_1$	s_1	แปลผล	$\bar{x}_2$	s_2	แปลผล
ด้านการใช้ในชีวิตประจำวัน							
1.	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ฝึกให้ฉันรู้จักวางแผนในการใช้ชีวิต	2.10	0.34	ค่อนข้างมาก	2.13	0.34	ค่อนข้างมาก
2.	คณิตศาสตร์ไม่ได้มีส่วนช่วยสร้างความยุติธรรมให้แก่มนุษย์	1.36	0.22	ค่อนข้างน้อย	1.59	0.25	ค่อนข้างมาก
3.	คณิตศาสตร์ช่วยทำให้เกิดปัจจัยสี่ในการดำรงชีวิตของมนุษย์	1.44	0.23	ค่อนข้างน้อย	1.87	0.30	ค่อนข้างมาก
4.	คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างเป็นระบบ	2.36	0.38	ค่อนข้างมาก	2.67	0.43	มาก
5.	คณิตศาสตร์ช่วยให้สามารถตัดสินใจได้อย่างมีเหตุผล	1.87	0.30	ค่อนข้างมาก	2.36	0.38	ค่อนข้างมาก
6.	คณิตศาสตร์ทำให้ฉันคาดการณ์หรือทำนายเหตุการณ์ล่วงหน้าได้อย่างสมเหตุสมผล	1.64	0.26	ค่อนข้างมาก	2.13	0.34	ค่อนข้างมาก
7.	ความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ในสถานการณ์ปัญหานอกห้องเรียนได้	1.74	0.28	ค่อนข้างมาก	2.18	0.35	ค่อนข้างมาก
8.	คณิตศาสตร์ไม่ได้มีส่วนในการช่วยให้มนุษย์มีระเบียบวินัย	1.64	0.26	ค่อนข้างมาก	1.79	0.29	ค่อนข้างมาก
9.	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีส่วนช่วยในการพัฒนาสังคม	1.69	0.27	ค่อนข้างมาก	1.82	0.29	ค่อนข้างมาก
10.	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ทำให้ฉันโดนคนอื่นเอาเปรียบได้ยาก	1.77	0.28	ค่อนข้างมาก	2.15	0.34	ค่อนข้างมาก
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้านการใช้ในชีวิตประจำวัน		1.76	0.28	ค่อนข้างมาก	2.07	0.33	ค่อนข้างมาก

ตาราง 30 (ต่อ)

ข้อ	ข้อความ	ก่อน			หลัง		
		$\bar{x}_1$	s_1	แปลผล	$\bar{x}_2$	s_2	แปลผล
ด้านการศึกษาระดับที่สูงขึ้นหรือการใช้ในศาสตร์อื่นๆ							
11.	บทเรียนคณิตศาสตร์ที่เรียนนั้น มีประโยชน์ต่อการเรียน คณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น	2.03	0.32	ค่อนข้างมาก	2.59	0.41	มาก
12.	กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ ทำให้ฉันเข้าใจศาสตร์ อื่นๆ ได้ เร็วขึ้น	1.64	0.26	ค่อนข้างมาก	2.23	0.36	ค่อนข้างมาก
13.	ฉันไม่จำเป็นต้องใช้ความรู้ คณิตศาสตร์เป็นฐานในการ เรียนวิชาอื่นๆ	1.87	0.30	ค่อนข้างมาก	2.31	0.37	ค่อนข้างมาก
14.	ฉันจำเป็นต้องเรียนคณิตศาสตร์ ให้ได้ดีเพื่อที่จะได้เข้า มหาวิทยาลัยตามที่ฉันต้องการ	2.59	0.41	มาก	2.67	0.43	มาก
15.	การพัฒนาเทคโนโลยีต้องใช้ คณิตศาสตร์ขั้นสูง	2.21	0.35	ค่อนข้างมาก	2.72	0.44	มาก
16.	การเรียนคณิตศาสตร์ให้ได้ดี เป็นเรื่องที่ไม่สำคัญ	2.21	0.35	ค่อนข้างมาก	2.64	0.42	มาก
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้านการศึกษา ที่สูงขึ้นหรือการใช้ในศาสตร์ อื่นๆ		2.09	0.33	ค่อนข้างมาก	2.53	0.41	มาก
ด้านการประกอบอาชีพ							
17.	การทำงานไม่จำเป็นต้องอาศัย ความรู้คณิตศาสตร์	1.85	0.30	ค่อนข้างมาก	2.31	0.37	ค่อนข้างมาก
18.	การมีพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ที่ดี ช่วยให้ฉันทำงานได้อย่างมี ประสิทธิภาพ	2.05	0.33	ค่อนข้างมาก	2.46	0.39	ค่อนข้างมาก

ตาราง 30 (ต่อ)

ข้อ	ข้อความ	ก่อน			หลัง		
		$\bar{x}_1$	s_1	แปลผล	$\bar{x}_2$	s_2	แปลผล
19.	การแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้ฉันมีลำดับขั้นตอนที่ดีในการทำงาน	1.85	0.30	ค่อนข้างมาก	2.41	0.39	ค่อนข้างมาก
20.	คณิตศาสตร์ถูกนำไปใช้กับอาชีพทุกอาชีพ	1.49	0.24	ค่อนข้างน้อย	2.13	0.34	ค่อนข้างมาก
21.	ฉันจำเป็นต้องเรียนคณิตศาสตร์ให้ได้ดี เพื่อที่จะได้ทำงานที่ฉันต้องการ	1.90	0.30	ค่อนข้างมาก	2.46	0.39	ค่อนข้างมาก
22.	การที่จะได้ทำงานที่สบาย เงินเดือนสูง สวัสดิการดี ไม่จำเป็นต้องมีความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน	1.64	0.26	ค่อนข้างมาก	1.38	0.22	ค่อนข้างน้อย
23.	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ฝึกให้ฉันทำงานด้วยความละเอียดรอบคอบ ทำให้งานผิดพลาดน้อย	1.92	0.31	ค่อนข้างมาก	2.59	0.41	มาก
	ค่าเฉลี่ยด้านการประกอบอาชีพ	1.81	0.29	ค่อนข้างมาก	2.25	0.36	ค่อนข้างมาก
ด้านการพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี							
24.	คณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์อธิบายสิ่งที่มองไม่เห็นได้ เช่น ความเร็วเสียง อุณหภูมิ	1.87	0.30	ค่อนข้างมาก	2.51	0.40	มาก
25.	คณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญต่อความก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี	2.18	0.35	ค่อนข้างมาก	2.79	0.45	มาก
26.	คณิตศาสตร์ไม่มีส่วนช่วยให้มนุษย์มีเครื่องมือในการรับมือกับธรรมชาติได้	1.95	0.31	ค่อนข้างมาก	2.26	0.36	ค่อนข้างมาก

ตาราง 30 (ต่อ)

ข้อ	ข้อความ	ก่อน			หลัง		
		$\bar{x}_1$	s_1	แปลผล	$\bar{x}_2$	s_2	แปลผล
27.	ถ้าคนไม่เข้าใจเนื้อหา คณิตศาสตร์จะทำให้ไม่เข้าใจเนื้อหา ทางด้านวิทยาศาสตร์ด้วย	1.56	0.25	ค่อนข้างมาก	1.72	0.28	ค่อนข้างมาก
28.	คณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับ นวัตกรรมและเทคโนโลยีที่มีอยู่ใน ปัจจุบัน	2.33	0.37	ค่อนข้างมาก	2.64	0.42	มาก
	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้านการพัฒนา วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี	1.98	0.32	ค่อนข้างมาก	2.38	0.38	ค่อนข้างมาก
	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวมทั้ง 4 ด้าน	1.88	0.30	ค่อนข้างมาก	2.27	0.36	ค่อนข้างมาก

จากตาราง 30 ผลการเปรียบเทียบการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบพบว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับค่อนข้างมากทุกด้าน และหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับมาก 1 ด้าน คือ ด้านการศึกษาในระดับที่สูงขึ้นหรือการใช้ในศาสตร์อื่นๆ ส่วนอีก 3 ด้านที่เหลือแปลผลอยู่ในระดับค่อนข้างมาก เมื่อเปรียบเทียบการเพิ่มขึ้นของการเห็นคุณค่าในวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบพบว่า

โดยภาพรวมมีค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้น 0.46 คิดเป็นร้อยละ 15.33 และเมื่อพิจารณารายด้านพบว่ามีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเพิ่มขึ้น 0.31, 0.44, 0.44 และ 0.40 คิดเป็นร้อยละ 10.33, 14.67, 14.67 และ 13.33 ตามลำดับ



ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นายสิทธิกร เรืองศรี
วันเดือนปีเกิด	5 เมษายน 2533
สถานที่เกิด	อำเภอควนขนุน จังหวัดพัทลุง
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	471 หอพักสารีวงศ์ ถนนประชาสงค์เคราะห์ แขวงดินแดง เขตดินแดง กรุงเทพฯ 10400
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	อาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) แขวงคลองเตยเหนือ เขตวัฒนา กรุงเทพฯ 10110
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2551	มัธยมศึกษาตอนปลาย จาก โรงเรียนพัทลุง อำเภอเมือง จังหวัดพัทลุง
พ.ศ. 2556	การศึกษาระดับบัณฑิต (กศ.บ.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2559	การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาวิชาวิทยาการทางการศึกษาและการจัดการเรียนรู้ (วิทยาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์) จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ