

6

การศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ปริญญานิพนธ์  
ของ  
เทพฤทธิ์ ยอดใส

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์  
พฤษภาคม 2547  
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทคัดย่อ  
ของ  
เทพฤทธิ์ ยอดใส

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

พฤษภาคม 2547

๒ ๖๕๖๕

เทพฤทธิ์ ยอดใส. (2546). การศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ  
 บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม :  
 รองศาสตราจารย์ ยงยุทธ ธนุกฤติ, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชุติวรรณ เพ็ญเพียร

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน และสร้างชุดการเรียน การสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง ของนักเรียน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิชา วิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนวัดห้วยจรเข้ อำเภอเมือง จังหวัดนครปฐม ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง โดยได้มาจากการสุ่มแบบ เกาะกลุ่ม จำนวน 1 ห้องเรียน จากทั้งหมด 2 ห้องเรียน ซึ่งนักเรียนในแต่ละห้องมีความสามารถ ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำคละกัน แล้วทำการคัดเลือกนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการ เรียนเรื่อง ระบบจำนวนจริง จากห้องเรียนดังกล่าวเป็นกลุ่มตัวอย่างโดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัย จำนวน 6 หน่วย ทั้งนี้ นักเรียนที่มีข้อบกพร่องจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยอาจบกพร่องมากกว่า 1 ด้านซึ่งได้กลุ่มตัวอย่างมีจำนวนดังต่อไปนี้

หน่วยที่ 1 เรื่องจำนวนจริง จำนวน 36 คน

หน่วยที่ 2 เรื่องสมบัติของระบบจำนวนจริง จำนวน 39 คน

หน่วยที่ 3 เรื่องการแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว จำนวน 37 คน

หน่วยที่ 4 เรื่องสมบัติการไม่เท่ากัน จำนวน 19 คน

หน่วยที่ 5 เรื่องช่วงและการแก้อสมการ จำนวน 21 คน

หน่วยที่ 6 เรื่องค่าสัมบูรณ์ การแก้สมการ และอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์ จำนวน 40 คน

ผู้วิจัยทำการซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง

โดยใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมที่ละหน่วย ตามผลที่ได้รับจากแบบทดสอบวินิจฉัย หากพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องมากกว่า 1 จุดประสงค์ในแต่ละหน่วย ให้นักเรียนศึกษาเรียงลำดับตามจุด ประสงค์การเรียนรู้ของหน่วยนั้นจนครบ เมื่อนักเรียนได้รับการสอนซ่อมเสริมหน่วยใดเสร็จสิ้นแล้ว

ผู้วิจัยนำแบบทดสอบคู่ขนานของหน่วยนั้นไปทดสอบนักเรียนเพื่อศึกษาผลการช่อมเสริมในแต่ละหน่วย หากพบว่ายังมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องให้ทำการช่อมเสริมและวินิจฉัยจนกว่าจะแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้สำเร็จ

ผลการวิจัยปรากฏว่า จากการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง พบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องที่แตกต่างกันไปตามเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ และสามารถสรุปลักษณะข้อบกพร่องได้ในด้านต่างๆดังนี้ ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์ ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการแก้ปัญหา และจากการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง พบว่าคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบด้วยแบบทดสอบคู่ขนานหลังการช่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียนการสอนช่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริงในแต่ละหน่วยสูงกว่าคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการช่อมเสริม สามารถกล่าวได้ว่านักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ 50%เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องที่ระดับนัยสำคัญ .01

A STUDY AND REMEDY FOR THE DEFICIENCY OF MATHAYOM SUKSA IV STUDENTS  
IN LEARNING REAL NUMBERS SYSTEM

AN ABSTRACT  
BY  
THEPPARITH YODSAI

Presented in Partial fulfillment of the requirements for  
The Master of Education degree in Mathematics  
at Srinakharinwirot University  
May 2004

Thepparith Yodsai. (2004). A Study and Remedy for the Deficiency of Mathayom Suksa IV

Students in Learning Real Numbers System. Master thesis, M.Ed. (Mathematics). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee : Assoc. Prof. Yongyuth Tanugrit, Assist. Prof. Chutiwan Penpean.

This study was designed to diagnose students' difficulty in learning real numbers system at the tenth grade level (Mathayom Suksa IV). Based on this diagnostic findings, a remedial instructional package was constructed to remedy those problems encountered by the students.

This experiment was conducted at Wathaoyjorake Vittayakom School in Nakornpatom Province during the second semester of the 2002 academic year. A Group 40 tenth graders took part in this study as subjects. They studied materials on real numbers system in their regular class and they were given the six diagnostic subtests covering 6 areas of the real numbers system. Most of them failed as seen from the following table :

Test I : Real number :36 students had difficulties.(scoring less then 60%of the total score)

Test II : The Property of Real Numbers System: 39 students had difficulties.

Test III : Solving polynomial equation: 37 students had difficulties.

Test IV : Inequality Property: 19 students had difficulties.

Test V : The Interval and Inequation : 21 students had difficulties.

Test VI : The Absolute Value : 40 students had difficulties.

The researcher then prescribed an instructional package to help remedy the situation. Then only these failing students took parallel tests that they failed.

After completing the remedial instruction, all students took a final achievement test on the real numbers system .

The analysis of these diagnostic subtests reveals various deficiencies depending on the content and learning objectives. These deficiencies can be classified in to 4 categories : definition, process, calculating skill and application.

The hypotheses were tested with the following results:

The students significantly performed better after learning through the remedial instructional package. There were true for all six subtests. The significant level was set at .01 level. The students were given the final achievement test, the result of which was used to determine the effectiveness of the instructional package designed by the researcher. Again, more than 50 percents of the students passed the test at .01 level.

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

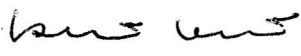
ของ

นายเทพฤทธิ์ ยอดใส

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

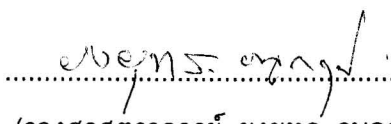


..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.นภาพร หะวานนท์)

วันที่ 27 พฤษภาคม พ.ศ. 2547

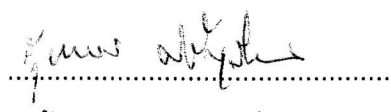
คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

 ประธาน

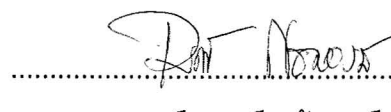
(รองศาสตราจารย์ ยงยุทธ ชาญฤทธิ)

 กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุติวรรณ เพ็ญเพียร)

 กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุภาพร ศรีบูรินทร์)

 กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(อาจารย์ เมตต์ แยมวงษ์)

## ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ ด้วยความเอาใจใส่ดูแลให้คำปรึกษาตลอดทุกขั้นตอน จากรองศาสตราจารย์ ยงยุทธ ฐานฤติ ประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชุติวรรณ เพ็ญเพียร กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ผู้วิจัยซาบซึ้งต่อความรัก ความเมตตา และการดูแลเอาใจใส่จากท่านมาโดยตลอด จึงใคร่ขอกราบขอบพระคุณ เป็นอย่างสูง ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุภาพร ศรีบุรินทร์ เป็นอย่างสูงที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญให้คำปรึกษาชี้แนะในการจัดทำเครื่องมือ และตรวจสอบความเหมาะสมของเครื่องมือรวมถึงกรุณาร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่า การวิจัยครั้งนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ เมตต์ แยมวงษ์ ที่กรุณาร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่าและให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม ซึ่งทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ผู้อำนวยการ คณะครูอาจารย์ ทุกท่าน โดยเฉพาะอย่างยิ่ง อาจารย์ สมจิตต์ จันทร์วิจิจ หัวหน้าหมวดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่กรุณาเสียสละเวลาให้คำปรึกษาและช่วยเหลือในระหว่างการทำทดลอง และขอขอบคุณ นักเรียนโรงเรียนวัดห้วยจรเข้ วิทยาคม สังกัดสำนักงานเขตการศึกษาพื้นที่เขต 1 จังหวัดนครปฐม ที่กรุณาอำนวยความสะดวก และให้ความร่วมมือในการทำทดลองใช้เครื่องมือและเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นอย่างสูง

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอาจารย์โรงเรียนหอวังทุกท่าน ที่ให้กำลังใจ และช่วยเหลือในเรื่องต่างๆ มาโดยตลอด ผู้วิจัยขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ผู้วิจัยขอขอบคุณ คุณอุดมศักดิ์ ลูกเสือ ผู้ช่วยบรรณารักษ์ฝ่ายวิชาการ บริษัท สำนักพิมพ์พัฒนาศึกษา ที่ให้กำลังใจ ให้คำปรึกษาในหลายๆ ด้าน และช่วยตรวจแก้ไขความถูกต้องทางภาษา และสมาชิกครอบครัวทุกคนที่ให้กำลังใจในการศึกษาครั้งนี้มาโดยตลอด

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดามารดา ตลอดจนครูอาจารย์และผู้มีพระคุณทุกท่าน

เทพฤทธิ์ ยอดใส

## สารบัญ

บทที่		หน้า
1	บทนำ.....	1
	ภูมิหลัง.....	1
	ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	4
	ความสำคัญของการวิจัย.....	4
	ขอบเขตของการวิจัย.....	5
	ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	5
	ตัวแปรที่ศึกษา.....	5
	เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย.....	5
	ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง.....	6
	นิยามศัพท์เฉพาะ.....	6
	สมมติฐานของการวิจัย.....	9
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	10
	การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	11
	ความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียน.....	11
	สาเหตุที่ต้องมีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน.....	12
	ประโยชน์ของการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน.....	12
	ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	14
	วิธีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน.....	17
	ทฤษฎีและหลักการเกี่ยวกับการวินิจฉัย.....	18
	ความหมายของการวินิจฉัย.....	18
	ความหมายของการวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์.....	19
	รูปแบบของการวินิจฉัย.....	20
	เทคนิคในการวินิจฉัย.....	22
	ขั้นตอนการวินิจฉัยและแก้ไขข้อบกพร่อง.....	22
	ระดับของการวินิจฉัย.....	24

## สารบัญ(ต่อ)

บทที่		หน้า
2(ต่อ)	ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย.....	25
	ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนรู้คณิตศาสตร์.....	28
	เทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย.....	29
	ประโยชน์ในการใช้แบบทดสอบวินิจฉัย.....	31
	การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง.....	33
	ความหมายของการสอนซ่อมเสริม.....	33
	สาเหตุที่ต้องจัดให้มีการสอนซ่อมเสริม.....	34
	การดำเนินการสอนซ่อมเสริม.....	35
	กระบวนการจัดการสอนซ่อมเสริม.....	36
	การประเมินการสอนซ่อมเสริม.....	40
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาลักษณะข้อบกพร่อง.....	42
	งานวิจัยในประเทศ.....	42
	งานวิจัยในต่างประเทศ.....	47
	งานวิจัยเกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์.....	50
	งานวิจัยในประเทศ.....	50
3	วิธีดำเนินการวิจัย.....	54
	การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	54
	การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	55
	การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือในการวิจัย.....	56
	ขั้นตอนในการสร้างแบบสอบถามลักษณะข้อบกพร่อง.....	57
	การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนาน.....	58
	ขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม.....	61
	ขั้นตอนในการสร้างแบบวัดผลสัมฤทธิ์.....	62
	การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	63
	การจัดกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล.....	64

## สารบัญ(ต่อ)

บทที่		หน้า
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	67
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	68
5	สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ.....	93
	ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	93
	สมมติฐานของการวิจัย.....	93
	กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....	93
	วิธีดำเนินการวิจัย.....	94
	สรุปผลการวิจัย.....	95
	อภิปรายผล.....	98
	ข้อเสนอแนะ.....	99
	บรรณานุกรม.....	102
	ภาคผนวก.....	112
	ประวัติผู้วิจัย.....	337

## บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	ตารางแสดงจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน และร้อยละของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 1 เรื่องจำนวนจริง.....	68
2	ตารางแสดงจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน และร้อยละของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 2 เรื่องสมบัติของระบบจำนวนจริง.....	71
3	ตารางแสดงจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน และร้อยละของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 3 เรื่องการแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว.....	76
4	ตารางแสดงจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน และร้อยละของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 4 เรื่องสมบัติของการไม่เท่ากัน.....	79
5	ตารางแสดงจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน และร้อยละของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 5 เรื่องช่วงและการแก้สมการ.....	80
6	ตารางแสดงจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน และร้อยละของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 6 เรื่องค่าสัมบูรณ์ การแก้สมการ และอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์ .....	83

## บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง		หน้า
7	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัย ก่อนการซ่อมเสริมและแบบทดสอบคู่ขนาน หลังการซ่อมเสริม เรื่องระบบจำนวนจริง.....	89
8	ค่าสถิติของการทดสอบบลิสส์ฟอร์ส เพื่อทดสอบภาวะการแจกแจงปกติ ของผลต่างของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัย ก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลัง การซ่อมเสริมเรื่องระบบจำนวนจริง.....	90
9	ค่าสถิติทดสอบ t สำหรับเปรียบเทียบคะแนน ที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม.....	91
10	การทดสอบ Z เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ว่าการใช้ชุดการเรียนการสอน ซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียน ที่มีข้อบกพร่องทั้งหมด.....	92
11	ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 1 เรื่อง จำนวนจริง.....	114
12	ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 2 เรื่องสมบัติของจำนวนจริง.....	115
13	ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 3 เรื่องการแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว.....	116

## บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
14 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 4 เรื่องสมบัติการไม่เท่ากัน.....	117
15 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 5 เรื่องช่วงและการแก้อสมการ.....	118
16 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 6 เรื่องค่าสัมบูรณ์ การแก้อสมการและอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์.....	119
17 ค่า p และ r ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	120
18 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง.....	121
19 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัยและแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 1 เรื่องจำนวนจริง.....	122
20 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัยและแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 2 เรื่องสมบัติของระบบจำนวนจริง.....	123
21 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัยและแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 3 เรื่องการแก้อสมการพหุนามตัวแปรเดียว.....	124
22 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัยและแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 4 เรื่องสมบัติการไม่เท่ากัน.....	125
23 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 5 เรื่องช่วงและการแก้อสมการ.....	126

## บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง

หน้า

24	คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 6 เรื่องค่าสัมบูรณ์การแก้สมการและอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์ .....	127
----	--	-----

# บทที่ 1

## บทนำ

### ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญยิ่งต่อชีวิตประจำวันของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหา และสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ไขปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และยังเป็นเครื่องมือที่นำความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เศรษฐกิจ และ สังคม ตลอดจนเป็นพื้นฐานของการค้นคว้า และการวิจัยทุกประเภท และเป็นที่ยอมรับกันว่า คณิตศาสตร์เป็นปัจจัยที่สำคัญที่สุดในการพัฒนาคุณภาพชีวิตของมนุษย์ (กรมวิชาการ. 2542 : 1) ด้วยความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ดังกล่าว จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องให้ความสำคัญต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา ผู้เรียนยังมีปัญหาหรือไม่ประสบความสำเร็จตามที่มุ่งหวัง(สุพร เข้มเฮง. 2539 : 24-31) ซึ่งจากการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับการศึกษามัธยมศึกษาตอนปลายวิชาคณิตศาสตร์ในปีการศึกษา 2542 พบว่า ความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำกว่าเกณฑ์ คือ ได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 31.42 และผลการประเมินระดับคุณภาพของนักเรียนส่วนใหญ่ไม่ผ่านเกณฑ์การประเมิน โดยมีนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 82.28 (กรมวิชาการ. 2543 : 14 -15)

ปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังกล่าวเป็นสิ่งที่ชี้ชัดได้ว่า การจัดการเรียนการสอนที่ผ่านมาไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร ซึ่งอาจสืบเนื่องจากหลายสาเหตุ และสาเหตุหนึ่งอาจเป็นเพราะการจัดการเรียนการสอนของครู ซึ่งครูควรคำนึงถึงความแตกต่างของนักเรียน ทั้งความรู้พื้นฐานด้านความสามารถ คุณสมบัติส่วนตัว ภูมิหลัง และสภาพแวดล้อม จึงทำให้เกิดการเรียนรู้ได้ไม่เท่ากัน ถ้าครูพยายามศึกษาสภาพแวดล้อมของผู้เรียนแต่ละบุคคล พยายามจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่หลากหลายให้เอื้อต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนแต่ละบุคคลให้โอกาสฝึกมากน้อยตามสถานะภาพของแต่ละบุคคล ติดตามด้วยการประเมินบ่อย ๆ เพื่อให้ค้นพบข้อบกพร่องของผู้เรียนได้เหมาะสม ทันเวลา ก็จะช่วยลดปัญหาที่สะสมค้างคั่ง จนทำให้เกิดด้วยผลสัมฤทธิ์ในบ้านปลาย(กรมวิชาการ.2539 : 61)ดังนั้นครูผู้สอนจึงต้องหาวิธีการที่จะช่วยป้องกัน และแก้ไขให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างทั่วถึงโดยจะต้องช่วยเหลือนักเรียนอ่อนให้สามารถ

เรียนรู้อย่างเพียงพอแก่ความสามารถที่จะเรียน พร้อมทั้งได้รับความช่วยเหลือในการแก้ไข  
ข้อบกพร่องในการเรียน (Bloom 1971 : 4)

เครื่องมือวัดและประเมินผลที่ใช้ในการค้นหาสาเหตุและจุดบกพร่องที่ดีที่สุดก็คือ  
“แบบทดสอบวินิจฉัย” (Diagnostic Test) เพราะแบบทดสอบวินิจฉัยสามารถวิเคราะห์ข้อ  
บกพร่องของนักเรียนได้มากกว่าแบบทดสอบอื่นๆ ซึ่งจะช่วยให้นักทราบถึงองค์ประกอบที่สำคัญ  
ของความบกพร่อง สามารถบอกได้ว่า นักเรียนมีความบกพร่องในเรื่องใด ทำให้จึงบกพร่อง  
( สุกัลยา ฉายสุวรรณ.2539 : 3 ) และทำให้ทราบว่านักเรียนคนใดมีความรู้ชัดเจน พร้อมทั้งจะ  
เรียนในหน่วยถัดไป สำหรับผู้ที่ไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และมีข้อบกพร่องต้องได้รับการสอน  
ซ่อมเสริมก่อนที่จะเรียนในหน่วยการเรียนใหม่ต่อไป (สุกัน เทียนทอง. 2527: 18 )

การเรียนการสอนซ่อมเสริมของนักเรียนจะประสบผลได้ดีก็ต่อเมื่อครูควรคำนึงถึง  
หลักจิตวิทยา และความแตกต่างระหว่างบุคคลควบคู่ไปด้วย ครูควรนำเอาชุดการเรียน  
การสอนรายบุคคลซึ่งเน้นความแตกต่างระหว่างบุคคลทั้งในด้านความสามารถ สถิติปัญญา  
ความต้องการ และความสนใจมาใช้ในการเรียนซ่อมเสริม เพราะการใช้ชุดการเรียนการสอนราย  
บุคคลนั้นนักเรียนสามารถเรียนได้ด้วยตนเอง และเรียนได้เร็วหรือช้าขึ้นอยู่กับความสามารถของ  
ผู้เรียน (อรอนงค์ บุญคล่อง.2537 : 6) การใช้ชุดการเรียนการสอนยังเป็นการลดภาระของครู  
ผู้สอนซึ่งนับว่าเป็นการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้ใช้ความสามารถตามความต้องการและ  
ช่วยผู้เรียนทุกคนได้ประสบความสำเร็จในการเรียนตามอัตราการเรียนรู้ของผู้เรียนตามที่  
วัตถุประสงค์กำหนดไว้ (ศรียา นิยมธรรม และประภัสสร นิยมธรรม. 2525 : 195 -196 )

จากการที่ผู้วิจัยได้สำรวจเนื้อหาที่เป็นปัญหาในการเรียนการสอนทั้งสาระการเรียนรู้  
คณิตศาสตร์พื้นฐานและสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ในช่วงชั้นที่ 4 ปีการศึกษา 2546  
โดยใช้แบบสอบถามถามครูผู้สอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนในสังกัด  
สำนักงานการศึกษาขั้นพื้นฐาน ในกรุงเทพมหานคร จำนวน 30 คน จาก 15 โรงเรียน และ  
โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตการศึกษาพื้นฐาน เขต 1 จังหวัดนครปฐม จำนวน 30 คน จาก  
15 โรงเรียน ได้ผลดังรายละเอียดในตารางที่ 1

ตาราง 1 ผลสำรวจความคิดเห็นของครูเกี่ยวกับเนื้อหาที่เป็นปัญหาในการจัดการเรียนการสอน วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ในช่วงชั้นที่ 4 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2546

เนื้อหา	ร้อยละของจำนวนครู ที่ตอบแบบสอบถาม เกี่ยวกับเนื้อหาที่เป็น ปัญหาในการจัดการเรียน การสอนวิชาคณิตศาสตร์ ในกรุงเทพฯ	ร้อยละของจำนวนครู ที่ตอบแบบสอบถาม เกี่ยวกับเนื้อหาที่เป็น ปัญหาในการจัดการเรียน การสอนวิชาคณิตศาสตร์ ในจังหวัดนครปฐม
เซต	60	70
ตรรกศาสตร์	20	30
ระบบจำนวนจริง	80	90
ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	70	70
อัตราส่วนตรีโกณมิติ	50	60
เมตริกซ์	40	60
ภาคตัดกรวย	60	70

จากตาราง 1 พบว่าเรื่อง ระบบจำนวนจริงเป็นเนื้อหาที่เป็นปัญหาระดับสูงตามความคิดเห็นของครูโดยคิดเป็นร้อยละ 80 และร้อยละ 90 ตามลำดับ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของวรรณ ชุนศรี (วรรณ ชุนศรี. 2538 : 62) ที่ได้ศึกษาเรื่องเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายพุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) ที่เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนตามความคิดเห็นของครูพบว่า เรื่องระบบจำนวนจริง เป็นเนื้อหาหนึ่งที่เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนตามความคิดเห็นของครู โดยเฉพาะในเรื่องช่วงและการแกสมการ ลักษณะของปัญหาที่พบคือ นักเรียนมีความสับสน ทำโจทย์ซับซ้อนไม่ได้ คิดเป็นร้อยละ 23.29 เรื่องค่าสัมบูรณ์ ลักษณะของปัญหาที่พบคือ นักเรียนไม่สามารถแกสมการและอสมการค่าสัมบูรณ์ได้ คิดเป็นร้อยละ 16.30 เรื่องสมบัติความบริสุทธิ์ ลักษณะของปัญหาที่พบคือ นักเรียนไม่เข้าใจภาษาที่ใช้ในการพิสูจน์ขอบเขตบนน้อยที่สุด คิดเป็นร้อยละ 30.86 ในปัจจุบันได้มีการปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) เป็นหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน

พุทธศักราช 2544 โดยมีการปรับปรุงระยะเวลาและเนื้อหาของวิชา ซึ่งเนื้อหาเรื่องระบบจำนวนจริงยังคงถูกกำหนดไว้ในหลักสูตรสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เลือก ซึ่งเป็นสาระการเรียนรู้สำหรับการศึกษาต่อและอาชีพ ด้วยเหตุสำคัญของปัญหาเรื่องระบบจำนวนจริงที่กล่าวมา ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้ผู้วิจัยจะใช้แบบทดสอบวินิจฉัยเป็นเครื่องมือในการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบจำนวนจริง ของนักเรียนและใช้ชุดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง โดยชุดการเรียนการสอนดังกล่าว ผู้วิจัยได้นำแนวคิดเกี่ยวกับความผิดพลาดหรือลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบจำนวนจริง ของนักเรียนซึ่งได้แนวทางจากการสำรวจความคิดเห็นของครูผู้สอนหรือเคยสอนเรื่องระบบจำนวนจริง ผู้วิจัยคาดว่า เครื่องมือที่สร้างขึ้นจะช่วยแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนได้อย่างถูกต้องและช่วยให้เข้าใจเนื้อหาเรื่องระบบจำนวนจริงดีขึ้น อันจะมีผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องดังกล่าวสูงขึ้น

#### ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เพื่อสร้างชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมและช่วยแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้

#### ความสำคัญของการวิจัย

1. ทราบข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ได้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมและช่วยแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้
3. เป็นแนวทางสำหรับครูและผู้ที่เกี่ยวข้องทางการศึกษา ในการซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริงหรือเนื้อหาอื่น ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

## ขอบเขตของการวิจัย

### 1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียน วิชาวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดนครปฐม ที่เรียน เรื่องระบบจำนวนจริง

1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียน วิชาวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดนครปฐม ภาคเรียน ที่ 2 ปีการศึกษา 2546 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง จำนวน 40 คน โดยได้ มาจากการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม (cluster sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน จากทั้งหมด 2 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 82 คน โดยนักเรียนแต่ละห้องมีความสามารถทางการเรียนสูง ปานกลาง และ ต่ำคละกัน แล้วทำการคัดเลือกนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง จากห้องเรียนดังกล่าวเป็นกลุ่มตัวอย่างโดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัย จำนวน 6 หน่วย ทั้งนี้ นักเรียนที่มีข้อ บกพร่องจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยอาจบกพร่องมากกว่า 1 ด้าน ซึ่งได้กลุ่มตัวอย่างมีจำนวน ดังต่อไปนี้

หน่วยที่ 1 เรื่องจำนวนจริง จำนวน 36 คน

หน่วยที่ 2 เรื่องสมบัติของระบบจำนวนจริง จำนวน 39 คน

หน่วยที่ 3 เรื่องการแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว จำนวน 37 คน

หน่วยที่ 4 เรื่องสมบัติการไม่เท่ากัน จำนวน 19 คน

หน่วยที่ 5 เรื่องช่วงและการแก้อสมการ จำนวน 21 คน

หน่วยที่ 6 เรื่องค่าสัมบูรณ์ การแก้สมการ และอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์ จำนวน 40 คน

### 2. ตัวแปรที่ศึกษา

2.1 ตัวแปรต้น ได้แก่ ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่อง ระบบจำนวนจริง

2.2 ตัวแปรตาม ได้แก่ คะแนนจากแบบทดสอบวินิจฉัย คะแนนจากแบบทดสอบ คู่ขนาน และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง

### 3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

3.1 เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยเป็นเนื้อหาเรื่องระบบจำนวนจริง ในรายวิชาคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรสาระการเรียนรู้เลือก ซึ่งจำแนกเนื้อหาเรื่องระบบจำนวนจริงได้ 6 หน่วย ดังนี้

- หน่วยที่ 1 เรื่องจำนวนจริง
- หน่วยที่ 2 เรื่องสมบัติของระบบจำนวนจริง
- หน่วยที่ 3 เรื่องการแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว
- หน่วยที่ 4 เรื่องสมบัติการไม่เท่ากัน
- หน่วยที่ 5 เรื่องช่วงและการแก้สมการ
- หน่วยที่ 6 เรื่องค่าสัมบูรณ์ การแก้สมการ และอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์

#### 4. ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง

ระยะเวลาในการทดลองศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นระยะเวลาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 การทดลองใช้เวลา 35 คาบ คาบละ 50 นาที โดยแบ่งระยะเวลาเป็น 4 ระยะ ดังนี้

4.1 ระยะเวลาในการทดสอบวินิจฉัยด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยแต่ละหน่วย ซึ่งแต่ละหน่วยใช้เวลาในการทดสอบประมาณ 1 คาบเรียน รวมทั้งหมด 35 คาบ

4.2 ระยะเวลาในการใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในแต่ละหน่วย ซึ่งมีทั้งหมด 6 หน่วยและแต่ละหน่วยใช้เวลาในการแก้ไขข้อบกพร่องไม่น้อยกว่า 2 วัน วันละ 1 คาบเรียน

4.3 ระยะเวลาในการทดสอบวินิจฉัย ด้วยแบบทดสอบคู่ขนานภายหลังจากกลุ่มตัวอย่างได้รับการสอนซ่อมเสริมด้วยชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมแต่ละหน่วยตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่นักเรียนมีข้อบกพร่องจากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยแต่ละหน่วย ซึ่งแต่ละชุดใช้เวลาในการทดสอบประมาณ 1 คาบเรียน

4.4 ระยะเวลาในการทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ระบบจำนวนจริง ใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง

#### นิยามศัพท์เฉพาะ

**การศึกษาข้อบกพร่อง** หมายถึง การค้นหาข้อผิดพลาดหรือสาเหตุที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริงโดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัย

**ข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง** หมายถึง ข้อผิดพลาดหรือสาเหตุที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคที่เกิดขึ้นภายหลังจากการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ในแต่ละหน่วยอย่างน้อย 1 ด้าน จากลักษณะข้อบกพร่อง 4 ด้านดังนี้

ด้านที่ 1 ลักษณะข้อบกพร่องในการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร

- 1.1 การจำบทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร
- 1.2 การเข้าใจบทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร
- 1.3 การประยุกต์ข้อมูลกับบทนิยาม
- 1.4 การนำบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติไปใช้พิสูจน์

ด้านที่ 2 ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ

- 2.1 การมีทักษะในการเลือกสมบัติของระบบจำนวนจริงมาใช้ในการคำนวณ
- 2.2 การมีทักษะในการ บวก ลบ คูณ หาร
- 2.3 การมีทักษะในการเขียนช่วงของคำตอบ

ด้านที่ 3 ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์

- 3.1 การนำความรู้เบื้องต้นเรื่องระบบจำนวนจริงไปประยุกต์ใช้

ด้านที่ 4 ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการแก้ปัญหา

- 4.1 การแสดงขั้นตอนแก้ปัญหาจนได้คำตอบที่ถูกต้อง
- 4.2 การตรวจสอบคำตอบเมื่อได้คำตอบจากการแก้ปัญหา

**แบบทดสอบวินิจฉัย** หมายถึง แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อค้นหาข้อผิดพลาด หรือสาเหตุของความบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริงของนักเรียน หลังจากที่นักเรียนได้เรียนเนื้อหาเรื่องระบบจำนวนจริงในแต่ละหน่วย จากอาจารย์ประจำวิชาโดยเป็นแบบทดสอบชนิดเติมคำและแบบอัตนัยแสดงวิธีทำ พร้อมแสดงการให้เหตุผลโดยยึดเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้เป็นเกณฑ์ในการสร้างมีทั้งหมด 6 หน่วย ได้แก่

- หน่วยที่ 1 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องจำนวนจริง
- หน่วยที่ 2 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องสมบัติของระบบจำนวนจริง
- หน่วยที่ 3 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องการแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว
- หน่วยที่ 4 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องสมบัติการไม่เท่ากัน
- หน่วยที่ 5 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องช่วงและการแก้สมการ
- หน่วยที่ 6 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องค่าสัมบูรณ์ การแก้สมการและอสมการในรูปแบบ

ค่าสัมบูรณ์

**แบบทดสอบคู่ขนาน** หมายถึง แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นอีกชุดหนึ่งเพื่อใช้ในการวัดความสามารถในการคิดหาคำตอบ เรื่องระบบจำนวนจริงโดยยึดเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้แบบเดียวกับแบบทดสอบวินิจฉัย ซึ่งแบบทดสอบคู่ขนานมีจำนวนข้อสอบ จำนวนฉบับเท่ากับแบบทดสอบวินิจฉัย

**การแก้ไขข้อบกพร่อง** หมายถึง กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อผิดพลาดให้กับนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง โดยใช้การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องให้ตรงกับลักษณะข้อบกพร่องของนักเรียนแต่ละบุคคล

**ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม** หมายถึง ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องสำหรับนักเรียนในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ เรื่องระบบจำนวนจริง ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามจุดประสงค์การเรียนรู้ซึ่งแบ่งชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเป็น 6 ชุด ดังนี้

ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1 ใช้สำหรับซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในเรื่องจำนวนจริง

ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2 ใช้สำหรับซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในเรื่องสมบัติของระบบจำนวนจริง

ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 3 ใช้สำหรับซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในเรื่องการแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว

ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 4 ใช้สำหรับซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในเรื่องสมบัติการไม่เท่ากัน

ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 5 ใช้สำหรับซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในเรื่องช่วงและการแก้สมการ

ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 6 ใช้สำหรับซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในเรื่องค่าสัมบูรณ์ การแก้สมการ และอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์

**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน** หมายถึง แบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยได้สร้างขึ้นโดยครอบคลุมเนื้อหาเรื่องระบบจำนวนจริงและใช้ภายหลังจากการสอนซ่อมเสริม

**ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน** หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง

**คะแนนจากแบบทดสอบวินิจัย** หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวินิจัยก่อนการซ่อมเสริมเรื่องระบบจำนวนจริง

**คะแนนจากแบบทดสอบคู่ขนาน** หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบคู่ขนานหลังจากการซ่อมเสริม

**เกณฑ์** หมายถึง ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม กล่าวคือ ถ้าผู้เรียนได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ถือว่าสอบผ่านเกณฑ์ (กระทรวงศึกษาธิการ 2535 : 21)

**เกณฑ์ 60 %** หมายถึง คะแนนขั้นต่ำของการผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในชุดย่อย ๆ ของการทำแบบทดสอบวินิจัยและแบบทดสอบคู่ขนาน

**นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน** หมายถึง นักเรียนที่มีการผิดพลาดที่เกิดมาจากความไม่เข้าใจในเนื้อหาหรือความไม่รอบคอบในการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริงซึ่งได้คะแนนต่ำกว่าเกณฑ์ 60% ของคะแนนในแต่ละจุดประสงค์โดยการใช้แบบทดสอบวินิจัย

#### **สมมติฐานของการวิจัย**

1. คะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบคู่ขนานหลังจากซ่อมเสริมสูงกว่าคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจัยก่อนการซ่อมเสริม
2. การใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนทั้งหมด

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่อง เรื่องระบบจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

1. การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์
  - 1.1 ความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียน
  - 1.2 สาเหตุที่ต้องมีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน
  - 1.3 ประโยชน์ของการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน
  - 1.4 ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์
  - 1.5 วิธีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน
2. ทฤษฎีและหลักการเกี่ยวกับการวินิจฉัย
  - 2.1 ความหมายของการวินิจฉัย
  - 2.2 ความหมายของการวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์
  - 2.3 รูปแบบของการวินิจฉัย
  - 2.4 เทคนิคในการวินิจฉัย
  - 2.5 ขั้นตอนการวินิจฉัยและแก้ไขข้อบกพร่อง
  - 2.6 ระดับของการวินิจฉัย
  - 2.7 ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย
  - 2.8 ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์
  - 2.9 เทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียน
  - 2.10 ประโยชน์ในการใช้แบบทดสอบวินิจฉัยการเรียน
3. การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน
  - 3.1 ความหมายของการสอนซ่อมเสริม
  - 3.2 สาเหตุที่ต้องจัดให้มีการสอนซ่อมเสริม
  - 3.3 การดำเนินการสอนซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน
  - 3.4 กระบวนการจัดการสอนซ่อมเสริม

### 3.5 การประเมินการสอนซ่อมเสริม

## 4. งานวิจัยที่เกี่ยวกับการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์

### 4.1 งานวิจัยในประเทศ

### 4.2 งานวิจัยต่างประเทศ

## 5. งานวิจัยเกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์

### 5.1 งานวิจัยในประเทศ

### 5.2 งานวิจัยต่างประเทศ

## 1. การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์

### 1.1 ความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์

รุจิรี ภูสาระ (2520 : 80) ได้ให้ความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียนไว้ว่า "ข้อบกพร่องทางการเรียน หมายถึง สาเหตุที่ให้นักเรียนเรียนไม่ได้ในวิชาต่างๆ "

สุชุม มูลเมือง (2523 : 10) ได้ให้ความหมายของข้อบกพร่องไว้ว่า "ข้อบกพร่อง หมายถึง ความสามารถในการตอบข้อสอบถูกในแต่ละตอนน้อยกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดให้ไว้"

ราชบัณฑิตยสถาน (2526 : 458) ได้ให้ความหมายของข้อบกพร่องว่าหมายถึง ลักษณะของความไม่ครบบริบูรณ์เท่าที่ควรมีควรเป็น

สมศักดิ์ ฉันทานุรักษ์ (2529 : 7) ได้ให้ความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ว่า "ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ข้อผิดพลาดที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคที่ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์ไม่ประสบความสำเร็จ"

ดารณี คำแหง (2533 : 13) ได้ให้ความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ว่า "ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ข้อผิดพลาดหรือสาเหตุที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ หรือไม่สามารเรียนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ"

นิภาพร นาอ่อน (2545 : 7) ได้ให้ความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ว่า "ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความผิดพลาดที่เกิดจากความไม่เข้าใจในเนื้อหา หรือความไม่รอบคอบหลังการเรียน"

เวบสเตอร์ (Webster. 1979 : 592) ให้ความหมายของข้อบกพร่องไว้ว่า "ข้อบกพร่อง คือ การขาดคุณภาพ ความสามารถ หรือลักษณะบางประการที่จำเป็นเพื่อความสมบูรณ์

จากความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ข้างต้น สรุปได้ว่า ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึงข้อผิดพลาดที่เป็นปัญหาและอุปสรรคต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ รวมถึงสาเหตุที่ทำให้ผลการเรียนไม่บรรลุตามวัตถุประสงค์หรือจุดมุ่งหมายในการเรียน

## 1.2 สาเหตุที่ต้องมีการศึกษาถึงข้อบกพร่องทางการเรียน

ทองหล่อ วิภาวีน (2521 : 51-52) กล่าวถึงผลการวิจัยข้อบกพร่อง ดังนี้

ผลการวิจัยข้อบกพร่องมีผลต่อครูที่จะช่วยปรับปรุงการสอนให้ดีขึ้น ผลจากการปรับปรุงการสอนก็สะท้อนสู่เด็ก ฉะนั้นการวิจัยจึงเป็นหน้าที่สำคัญอย่างหนึ่งของครู เพราะการทราบสภาพความเป็นไปของนักเรียนในปัจจุบัน และความก้าวหน้าที่กำลังดำเนินไปย่อมช่วยให้การสอนของครูได้ผลดีและการเรียนของผู้เรียน เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ

บาร์ดี (สุจินดา. 2539 : 30 ; อ้างอิงจาก Barody.) ได้กล่าวถึงการนำทฤษฎีการเรียนรู้มาใช้ในการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ ได้แก่ ทฤษฎีการซึมซับ และทฤษฎีการรู้คิด ซึ่งเกี่ยวข้องกับ การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนดังนี้

ทฤษฎีการรู้คิด มีความเชื่อพื้นฐานว่า การทบทวนและการฝึกปฏิบัติไม่มีประโยชน์ในการ แก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนรู้ แต่เชื่อว่าการสอนซ่อมเสริมนั้นครูต้องพิจารณาว่าจะสอนอย่างไรจึงจะ แก้ไขข้อบกพร่อง ในการเรียนรู้ของนักเรียน โดยต้องพิจารณากระบวนการคิดของนักเรียน แต่ละคน ว่ามีปัญหาจุดใด นั่นคือยึดสาเหตุที่นักเรียนบกพร่องเป็นสำคัญ

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า สาเหตุที่ต้องมีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเพื่อจะวินิจฉัย ข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน ซึ่งครูจะได้วิเคราะห์หาสาเหตุความบกพร่องทางการเรียนและ ปัญหาที่บกพร่องทางการเรียนในเรื่องต่าง ๆ อันจะนำไปสู่แนวทางแก้ไขได้ตรงจุด

## 1.3 ประโยชน์ของการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์

ชวาล แพร์ตกุล (2516 : 5 -7) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการใช้แบบสอบถามเพื่อศึกษาข้อ บกพร่องทางการเรียนไว้ดังนี้

1. ชี้ให้ครู เด็ก ผู้ปกครอง และผู้ที่เกี่ยวข้องอื่นๆ รู้ถึงจุดเด่น-ด้อย ของนักเรียน จะได้ร่วมกันแก้ไขหรือส่งเสริมให้ตรงจุด

2. เตือนให้ครูได้สังวรณในการสอนว่าแต่ละวิชามีความยากและมีความสำคัญที่เนื้อหาและพฤติกรรมใดที่จะต้องฟังเสียงเป็นพิเศษ และควรสอนเรื่องนั้นด้วยวิธีใดจึงประสบความสำเร็จมากที่สุด
  3. ทำให้การสอบมีความหมาย คุ่มค่าเหนือขึ้น และครูก็รู้เทคนิคในการสอบวัดผลมากขึ้น
- ทองหล่อ วิภาวีน (2521 : 50-51) กล่าวว่าการใช้แบบทดสอบเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน ให้ประโยชน์ทั้งครูและนักเรียนหลายประการ ดังนี้

ประโยชน์สำหรับนักเรียน

1. เมื่อผู้เรียนทราบล่วงหน้าว่าจบบทเรียนจะมีการทดสอบ ผู้เรียนจะกลัวความล้มเหลวซึ่งจะเป็นตัวกระตุ้นให้เกิดแรงจูงใจ ทั้งยังมีผลทางด้านจิตวิทยาทำให้ผู้เรียนเรียนดีขึ้น
2. ผลการสอบทำให้ผู้เรียนประเมินตนเองได้ว่าเขาได้เรียนรู้เรื่องนั้นมากน้อยเพียงใดและควรปรับปรุงอะไรบ้าง ทำให้นักเรียนรู้จักความสามารถของตนเอง ซึ่งเป็นจุดมุ่งหมายที่สำคัญอย่างหนึ่งของหลักสูตร
3. แบบทดสอบจะเป็นเครื่องช่วยตัดสินใจว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาหรือทักษะเรื่องเหล่านั้น ตลอดจนมีความพร้อมที่จะเรียนต่อไปหรือยัง

ประโยชน์สำหรับครู

1. ช่วยปรับปรุงการเรียนการสอนของครู เพื่อให้รู้ว่าครูควรสอนเรื่องอะไรและหัวข้อใดที่นักเรียนมีข้อบกพร่อง
2. ช่วยให้ครูเตรียมบทเรียนได้ตามความต้องการของผู้เรียน โดยใช้เทคนิคได้เหมาะสมกับผู้เรียนในเนื้อหาแต่ละตอน

ไชยและอัง (Chai and Ang, 1987 : 189-198) กล่าวถึงการวิเคราะห์ข้อบกพร่องว่าเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ และการศึกษาข้อบกพร่องจะทำให้จัดหาข้อมูลซึ่งเกี่ยวข้องกับความคิดของนักเรียนเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งข้อมูลเหล่านี้มีความหมายมากในการสอน ซึ่งจะต้องมีการแนะแนวทางในการช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหาและสามารถอธิบายได้ว่าเพราะเหตุใดนักเรียนจึงไม่มีการพัฒนาการด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักวิจัยยืนยันว่าเมื่อข้อบกพร่องของนักเรียนได้แสดงออกมาให้เห็นว่าการเรียนรู้กำลังจะเริ่มขึ้นและสามารถทำให้มั่นคงขึ้นในภายหลัง

รี (Ree, 1987 : 29-34) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการศึกษาข้อบกพร่อง ซึ่งสรุปได้ว่า การศึกษาข้อบกพร่องอย่างมีประสิทธิภาพและการสอนที่เตรียมล่วงหน้าจะทำให้ตระหนักถึงอุปสรรค ของนักเรียนโดยทั่วไป อีกทั้งตระหนักถึงการสอนที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดและทักษะที่สำคัญ การ ศึกษาข้อบกพร่องอย่างละเอียดจะสามารถวิเคราะห์และพัฒนาความสามารถทางการเรียน คณิตศาสตร์ของนักเรียนจากธรรมชาติและสิ่งรอบตัวของนักเรียนได้

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ประโยชน์ของการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ทำให้ ครูสามารถนำปัญหาที่เกิดขึ้นกับนักเรียนในเรื่องที่เป็นปัญหาภายหลังจากการวินิจฉัยข้อบกพร่องแล้วมา ปรับปรุงและจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องได้อย่างมีประสิทธิภาพ

#### 1.4 ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2533 : 112) กล่าวว่า ข้อบกพร่องของเด็กมีมากมายในที่นี้กล่าวถึง เฉพาะข้อบกพร่องบางเรื่องที่เห็นว่าเป็นปัญหาของเด็กส่วนใหญ่

1. ข้อบกพร่องเกี่ยวกับการคิดคำนวณเบื้องต้น
2. ข้อบกพร่องเกี่ยวกับค่าประจำหลัก
3. ข้อบกพร่องเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหาร
4. ข้อบกพร่องเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา

ทศพร ทักษิมา (2545 : 12) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทาง การเรียน เรื่องระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้ลักษณะข้อบกพร่อง ดังนี้

##### ด้านที่ 1 การใช้ข้อมูล

- 1.1 การใช้ข้อมูลในการคำนวณ
- 1.2 การใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องในขั้นตอนการแก้ปัญหา
- 1.3 การพิจารณาหน่วยของข้อมูลที่มีในโจทย์ปัญหา
- 1.4 การสรุปผลจากการใช้ข้อมูลที่มีอยู่

##### ด้านที่ 2 การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร

- 2.1 การจำบทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร
- 2.2 การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตรตามเงื่อนไขที่กำหนด
- 2.3 การประยุกต์ใช้ข้อมูลกับบทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร
- 2.4 การสรุปผลจากการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร

### ด้านที่ 3 ทักษะการคิดคำนวณ

- 3.1 การมีทักษะในการบวก ลบ คูณ หาร จำนวนจริง
- 3.2 การมีทักษะในลักษณะพีชคณิตเบื้องต้น
- 3.3 ความรอบคอบในการเขียนตัวเลข หรือสัญลักษณ์
- 3.4 การทำตามขั้นตอนที่ถูกต้องของหลักการคำนวณ
- 3.5 การมีทักษะในการเลือกสมบัติของจำนวนจริงมาใช้ในการคำนวณ

### ด้านที่ 4 การตีความด้านภาษา

- 4.1 มีทักษะในการใช้ภาษา การเข้าใจคำถามอย่างถูกต้อง
- 4.2 การแปลความหมายจากประโยคภาษามาเป็นประโยคสัญลักษณ์
- 4.3 การเข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ในทางคณิตศาสตร์

### ด้านที่ 5 การใช้กราฟ แผนภาพ หรือตาราง

- 5.1 การเขียนกราฟ แผนภาพ หรือตาราง จากข้อมูลที่กำหนดให้
- 5.2 การใช้ข้อมูลในการเขียนกราฟ แผนภาพ หรือตาราง

### ด้านที่ 6 การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา

- 6.1 การทำตามขั้นตอนจนได้คำตอบที่ถูกต้อง
- 6.2 การทำตามขั้นตอนที่ถูกต้อง จนได้คำตอบเป็นผลสำเร็จตามหลักคณิตศาสตร์
- 6.3 การตอบครบตามที่โจทย์ถาม หรือแสดงวิธีทำจนเป็นผลสำเร็จ

คาเซย์ (Casay. 1987 : 92) สรุปลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยทำการวิจัยเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนและเทคนิคการสอนเพื่อการแก้ไขความคลาดเคลื่อนและแบ่งระดับความผิดพลาดที่นักเรียนจะบกพร่องไว้ 9 ด้าน คือ

1. รูปแบบของคำถาม
2. การอ่านคำถาม
3. ความเข้าใจในคำถาม
4. กลยุทธ์ในการเลือกใช้คำถาม
5. ทักษะการเลือกใช้ความรู้
6. ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้
7. การนำเสนอคำตอบ

8. ความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้เนื่องจากการขาดความระมัดระวัง

9. ความผิดพลาดซึ่งควรจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

โมวโซวิทซ์และคณะ (Movshovitz and other. 1987 : 31-34) ได้ทำการวิจัยเรื่อง

การวิเคราะห์รูปแบบข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยวิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียนในวิชาพีชคณิต และจัดกลุ่มของข้อบกพร่อง แล้วสรุปลักษณะข้อบกพร่องได้ 6 ด้าน ดังนี้

1. การใช้ข้อมูลผิด
2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา
3. การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์
4. การบิดเบือนทฤษฎีและบทนิยาม
5. ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา
6. ความคลาดเคลื่อนในเทคนิคการทำ

เบลนโด และคณะ (Blando and others. 1989 : 301-308) ได้ทำการวิจัยเรื่องการวิเคราะห์และหารูปแบบความคลาดเคลื่อนทางเลขคณิต พบว่าลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเลขคณิตมี 4 ด้าน คือ

1. ความคลาดเคลื่อนในการใช้เครื่องหมายบวก ลบ คูณ และหาร โดยทำผิดพลาดขั้นตอน เช่น บวกก่อนคูณ ลบก่อนหาร ละเลยความสำคัญของวงเล็บ เป็นต้น
2. ความคลาดเคลื่อนในการใช้เครื่องหมายผิด เช่น ใช้การหารแทนการบวก ใช้การลบแทนการบวก ใช้การคูณแทนการหาร เป็นต้น
3. ความคลาดเคลื่อนอื่นๆ เช่น การไม่ตอบ หรือการปฏิเสธที่จะแก้ปัญหา
4. ความคลาดเคลื่อนที่ไม่มีรูปแบบแน่นอน เนื่องจากการขาดความระมัดระวังในการบวก (บวกผิด) เป็นต้น

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ สามารถแบ่งได้เป็น 3 ด้านใหญ่ๆ ดังนี้ ด้านการใช้นิยาม กฎและทฤษฎี ด้านการคิดคำนวณและการนำไปใช้ และด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา

### 1.5 วิธีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน

ได้มีผู้เสนอวิธีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนไว้ดังนี้

รุจิร ภู่อาระ (2520 : 18) กล่าวถึงวิธีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนว่ามีหลายวิธี เช่น ใช้แบบทดสอบวินิจฉัย (Diagnostic Test) ใช้แบบทดสอบวัดเชาว์ปัญญา (Intelligence Test) หรือแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement Test) แต่เครื่องมือที่ใช้ตรวจสอบหารายละเอียดของข้อบกพร่องที่ดีที่สุด คือ แบบทดสอบวินิจฉัย แบบทดสอบนี้มีคุณสมบัติที่ศึกษารายละเอียดเป็นเรื่องๆ ไป การวิเคราะห์หาข้อบกพร่องนั้นอาจทำได้กับทุกวิชาโดยเฉพาะกับวิชาคณิตศาสตร์ อนึ่งการวิเคราะห์นี้ควรทำอย่างน้อยสองครั้งในการศึกษาแต่ละเนื้อหา ทั้งนี้เพื่อจะได้มั่นใจมากยิ่งขึ้น เพราะการทำผิดบางครั้งอาจจะผิดเพราะตัวเลือกก็ได้ ดังนั้นจึงต้องมีการค้นหาสาเหตุข้อบกพร่องทางการเรียน เพราะการที่เราได้รู้ว่าเด็กบกพร่องตรงไหนเพียงอย่างเดียวยังไม่พอ จะต้องรู้ด้วยว่าทำไมจึงเกิดข้อบกพร่องเช่นนั้นขึ้น การศึกษาข้อบกพร่องนั้นมีสิ่งที่ต้องสังเกตและพิจารณาอยู่ 5 ประการ คือ สมรรถนะของผู้เรียน บุคลิกภาพ สุขภาพร่างกาย สิ่งแวดล้อมที่บ้าน และสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลทางโรงเรียน

สมศักดิ์ สิ้นธุระเวชญ์ (2522 : 24) ได้เสนอวิธีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน ไว้ดังนี้

1. ใช้แบบทดสอบสำรวจทั่ว ๆ ไป แบบทดสอบชนิดนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสำรวจว่านักเรียนมีความรู้เพียงใด
2. ใช้แบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อค้นพบว่าเรื่องใด หรือองค์ประกอบของเรื่องใดที่นักเรียนยังไม่ประสบความสำเร็จ
3. ใช้การสังเกตนักเรียน ขณะนักเรียนทำงานในระหว่างที่ผู้สอนมอบหมายงานให้นักเรียนทำ
4. ใช้การประชุมร่วมกับนักเรียน
5. ใช้การวินิจฉัยโดยนักเรียนเอง เพราะนักเรียนจะรู้ดีว่าตนเองไม่มีความรู้ในเรื่องใด

นอกจากนี้ พันทิพา อุทัยสุข (2524 : 32) ได้เสนอแนวทางวิธีการศึกษาข้อบกพร่องของนักเรียนไว้ดังนี้

1. สังเกตการเรียน ซึ่งจะเป็นการพิจารณาดูว่าผู้เรียนมีความสนใจในการเรียนหรือไม่ มีสมาธิเพียงใด และมีปฏิริยาอย่างไรบ้าง
2. การทดสอบในชั้นเรียน เป็นการศึกษาค้นหาจากการเรียนปกติในชั้นเรียนโดยดูจากผลการเรียนและความก้าวหน้าในการเรียนของนักเรียน

3. การทดสอบอย่างละเอียด เป็นการหาข้อบกพร่องในการเรียนของนักเรียนให้ตรงประเด็นจริง ๆ ว่าส่วนใดต้องแก้ไขบ้าง

4. การสัมภาษณ์ผู้ปกครอง เป็นการปรึกษาหารือเกี่ยวกับปัญหาต่าง ๆ ของนักเรียนในด้านการเรียนและด้านอื่น ๆ

จากแนวคิดต่างๆ ในวิธีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน ผู้วิจัยเห็นว่าควรมีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคลโดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบ ทำให้ทราบถึงข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนได้ถูกต้อง

## 2. ทฤษฎีและหลักการเกี่ยวกับการวินิจฉัย

### 2.1 ความหมายของการวินิจฉัย

คำว่า การวินิจฉัย มาจากภาษาอังกฤษว่า "diagnosis" ซึ่งเป็นคำที่ใช้ในวงการแพทย์และทางด้านพฤติกรรมศาสตร์ที่พยายามศึกษาปัญหาและสาเหตุของความเจ็บไข้ได้ป่วยของคนไข้ และพฤติกรรมเบี่ยงเบนของบุคคลทั่วไป โดยเฉพาะอย่างยิ่งการศึกษาพฤติกรรมของเด็ก และได้มีการใช้คำว่า "การวินิจฉัย" ในวงการศึกษามากยิ่งขึ้น โดยเฉพาะในระดับประถมศึกษา มีผู้ให้ความหมายของคำว่า "การวินิจฉัย" ไว้หลายท่านด้วยกันคือ

สงบ ลักษณะ (2523 : 18) ได้ให้ความเห็นว่า "การวินิจฉัย" มีจุดมุ่งหมาย 3 ประการ คือ ประการแรกเป็นการหาข้อบกพร่องในวิชาต่าง ๆ ประการที่สองเพื่อค้นหาสาเหตุของการบกพร่องนั้นและประการที่สามเพื่อหาวิธีการพัฒนาแก้ไขข้อบกพร่อง

กระทรวงศึกษาธิการ (โกวิท ประวาลพุกฤษ์. 2533 ; อ้างอิงจาก กระทรวงศึกษาธิการ 2523 : 25) ได้ให้ความหมายของคำว่า "การวินิจฉัย" หมายถึงการค้นหาลักษณะข้อบกพร่องของนักเรียนในการทำงานเรื่องหนึ่งๆ ว่าที่นักเรียนทำไม่ได้เนื่องมาจากมีความบกพร่องเกี่ยวกับความสามารถตรงไหน ในประเด็นอะไรบ้าง เพื่อที่จะได้แก้ไขต่อไป

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2533 : 65) กล่าวว่า การค้นหาข้อบกพร่องหรือจุดที่เป็นอุปสรรคในการเรียนรู้ของผู้เรียนก็คือ การวินิจฉัยการเรียน

กู๊ด (Good. 1945 : 415) ให้ความหมายของคำว่าวินิจฉัย (diagnosis) ไว้ว่า การวินิจฉัย หมายถึง การค้นหาอุปสรรคหรือข้อบกพร่องในการเรียนรู้

เว็บสเตอร์ (Webster. 1979 : 622) ให้ความหมายของการวินิจฉัยว่า การวินิจฉัยคือ การสืบสวนหรือวิเคราะห์ถึงสาเหตุหรือธรรมชาติของสภาวะใดสภาวะหนึ่งหรือสถานการณ์ใดๆ หรือ ปัญหาใด ๆ

จากความหมายของการวินิจฉัยข้างต้นสรุปได้ว่า การวินิจฉัยเป็นการศึกษาเพื่อหาสาเหตุที่เป็นปัญหา อุปสรรคหรือข้อบกพร่องของนักเรียน เพื่อทราบว่านักเรียนมีความบกพร่องในเนื้อหาใด จุดใด เนื่องมาจากสาเหตุใด และนำปัญหาที่เกิดขึ้นมาปรับปรุงการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพและเหมาะสมกับผู้เรียน

## 2.2 ความหมายของการวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์

สมศักดิ์ ฉันทานุรักษ์ (2529 : 7) กล่าวว่า การวินิจฉัยทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง การค้นหาข้อผิดพลาดที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรค ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์ไม่ประสบความสำเร็จ

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2533 : 3) ได้ให้ความหมายว่า การวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึงการค้นหาข้อบกพร่องหรือจุดที่เป็นอุปสรรคในการเรียนรู้ของผู้เรียน เพื่อจะได้เป็นข้อมูลย้อนกลับไปยังครูผู้สอนและผู้เรียน ทำให้ทราบถึงส่วนที่เป็นจุดบกพร่อง ซึ่งจะเป็นการช่วยในการปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ดวงเดือน อ่อนน้อม (2533 : 35) ได้ให้ความหมายว่า การวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง การวิเคราะห์หรือรวบรวมข้อมูลเพื่อให้ทราบรายละเอียดของจุดเด่น (สิ่งที่ดีอยู่แล้ว) หรือ จุดด้อย (ข้อบกพร่องหรือสิ่งที่เป็นอุปสรรค) ในการเรียนคณิตศาสตร์ของเด็ก

ธอร์นไดค์และเฮเกน (Thorndike and Hagen. 1969) ได้ให้ความหมายของการวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์ว่า เป็นการรวบรวมปัญหาและสาเหตุที่ทำให้เกิดความบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดหาวิธีการสอนซ่อมเสริมที่ตรงจุด และเป็นการช่วยปรับปรุงความรอบรู้ของนักเรียนให้เพิ่มขึ้นด้วย

บราวน์ (Brown. 1970 : 255) ได้ให้ความหมายของการวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์ว่าเป็น การค้นหาจุดบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคล โดยมุ่งทำการสอนซ่อมเสริมและให้การแนะแนวได้ตรงจุด

จากความหมายของการวินิจฉัยการเรียนรู้คณิตศาสตร์ข้างต้นสรุปได้ว่า การวินิจฉัยการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง การศึกษาเพื่อค้นหาข้อบกพร่อง สาเหตุของความบกพร่องและนำข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นมาวิเคราะห์ รวบรวมปัญหาและสาเหตุต่างๆ รวมถึงอุปสรรคในการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อนำผลจากการวินิจฉัยนั้นมาปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

### 2.3 รูปแบบของการวินิจฉัย

สงบ ลักษณะ (2522 : 48) เสนอความเห็นว่าการวินิจฉัยนั้นโดยทั่วไปอาจกล่าวได้ว่า มีสองรูปแบบดังนี้

#### 1. รูปแบบทั่วไป ประกอบด้วยขั้นตอนตามลำดับ ดังนี้

1.1 เป็นการวินิจฉัยโดยใช้ข้อสอบทั่วไปตามหลักสูตร โดยอาจใช้ข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (achievement test) เพื่อดูว่าเด็กด้อยความสามารถในสมรรถภาพใดบ้าง

1.2 เป็นการวินิจฉัยโดยระบุจุดที่บกพร่อง เพื่อบ่งชี้ข้อบกพร่องของแต่ละสมรรถภาพ เช่น สมรรถภาพการบวกจำนวนที่มีสองหลัก มีการทดสอบเป็นอย่างไร เป็นต้น

1.3 เป็นการวินิจฉัยโดยระบุลักษณะความบกพร่องโดยใช้ข้อสอบวินิจฉัย เพื่อพิจารณาข้อบกพร่องที่ละเอียดซึ่งอาจมีหลายสาเหตุ เช่น มีสาเหตุมาจาก สติปัญญา ทักษะ เจตคติ และสภาพแวดล้อม เป็นต้น

1.4 เป็นการวินิจฉัยเพื่อพัฒนาเด็กหรือแก้ไขข้อบกพร่องของเด็กให้ดีขึ้น

#### 2. รูปแบบการวินิจฉัยโดยใช้ข้อสอบวินิจฉัย ประกอบด้วยขั้นตอนดังต่อไปนี้

2.1 การวิเคราะห์งาน (task analysis) คือการเอาเนื้อหาสาระตามหลักสูตรมาสร้างเป็นความสามารถย่อยๆ ตามลำดับขั้นตอนการพัฒนาด้านความรู้ความสามารถเพื่อวิเคราะห์ให้ครอบคลุมเนื้อหากระบวนการและผลผลิต

2.2 การสร้างข้อสอบวัดแต่ละงาน (test item writing) การสร้างแบบทดสอบ 2 ครั้ง ครั้งแรกเป็นแบบทดสอบอัตนัยเพื่อค้นหาสาเหตุของความบกพร่อง และคำตอบของเด็กที่ทำผิด ๆ มาสร้างแบบทดสอบครั้งที่สองซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัย

2.3 การนำข้อสอบไปทดลองใช้ (try-out)

2.4 การทบทวนและการจัดชุดข้อสอบ คือการวิเคราะห์สิ่งที่จะทดสอบว่าจำเป็นจริง ๆ เพียงใดและจัดชุดข้อสอบ

2.5 การนำข้อสอบวินิจฉัยไปใช้กับเด็กที่มีปัญหาการเรียน ตลอดจนรายงานผลการทดสอบหาวิธีการพัฒนาและประเมินผลการเรียนของเด็กภายหลังจากได้พัฒนาไปแล้วโดยในการประเมินผลควรมีการวิเคราะห์เปรียบเทียบเด็กก่อนเข้ารับการพัฒนาเด็กนั้นจะต้องพัฒนาเป็นลำดับขั้น อะไรก่อนอะไรหลัง นั่นคือเอาข้อบกพร่องหลายๆ เรื่องมาจัดความสามารถตามลำดับอีกครั้ง

อันเดอร์ฮิลล์ (Underhill, 1980 : 195) ได้กล่าวถึงรูปแบบการวินิจฉัยที่ใช้อยู่ในวงการศึกษาว่ามีสองประเภทคือ

1. รูปแบบการฝึกความสามารถ (ability training model) เป็นรูปแบบที่ใช้กันมากในการศึกษาพิเศษ จุดเน้นของรูปแบบนี้อยู่ที่ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้ (learning style) สิ่งที่วัด

2. รูปแบบการวิเคราะห์งาน (task analysis model) เป็นรูปแบบที่เกี่ยวกับการสร้างลำดับขั้นของเนื้อหาวิชา ความคิดรวบยอดหรือทักษะ ซึ่งลำดับขั้นที่สร้างขึ้นสะท้อนให้เห็นหลักเหตุผลตามลักษณะของเนื้อหาวิชา ถึงแม้รูปแบบการวิเคราะห์งานจะได้รับการสนับสนุนจากงานวิจัยอยู่บ้างแต่ก็ได้รับข้อวิจารณ์ดังนี้

2.1 เน้นเฉพาะแต่การวิเคราะห์เนื้อหาวิชาโดยไม่คำนึงถึงผู้เรียน

2.2 ลำดับขั้นตอนของเนื้อหาอาจจะเหมาะกับเด็กบางคนแต่ไม่เหมาะกับเด็กอีกคน

2.3 การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อให้ได้ "สิ่งที่ต้องการเรียนรู้มาก่อน" ทำได้ยาก

2.4 ยังไม่มีการวัดผลเชิงปริมาณที่น่าเชื่อถือได้ในการหาความเที่ยงตรง (validity) ของแต่ละลำดับขั้น

2.5 การแก้ไขข้อบกพร่องเน้นที่เนื้อหาวิชามากกว่ากิจกรรมการสอน

ซูยแดม (Suydam, 1988 : 6) ได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับรูปแบบของแบบทดสอบวินิจฉัยที่ดีซึ่งสรุปประเด็นสำคัญได้ดังนี้

1. เลือกชนิดของข้อสอบได้เหมาะสม เช่น แบบเลือกตอบ แบบเติมคำ แบบแสดงวิธีทำ
2. ใช้สำนวนภาษารัดกุม ตรงตามจุดประสงค์
3. เรียงข้อสอบจากข้อง่ายไปยาก
4. เว้นที่ไว้ให้มากพอสำหรับแสดงการคิดคำนวณ
5. หลีกเลี่ยงคำตอบที่เป็นแบบรูป (pattern) เดียวกัน
6. มีคำสั่งชัดเจนว่าให้เขียนคำตอบที่ไหน อย่างไร

จากรูปแบบต่างๆ ของการวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า รูปแบบของการวิจัยต่าง ๆ นั้นมีจุดประสงค์เดียวกันคือ เพื่อช่วยเหลือนักเรียนที่บกพร่องทางการเรียน และพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

#### 2.4 เทคนิคในการวินิจฉัย

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2533 : 33) ได้แบ่งเทคนิคในการวินิจฉัยออกเป็นสองแบบ คือ การวินิจฉัยอย่างเป็นทางการ (formal technique) และการวินิจฉัยอย่างไม่เป็นทางการ (informal technique)

1. การวินิจฉัยอย่างเป็นทางการ เป็นการวินิจฉัยโดยใช้แบบทดสอบมาตรฐานผู้ใช้แบบทดสอบจะต้องรู้จักเลือกแบบทดสอบมาใช้ให้ตรงตามจุดประสงค์ นิยมใช้แบบทดสอบสองประเภทคือ

1.1 แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์มาตรฐาน (standardized achievement test) เป็นแบบทดสอบเพื่อเปรียบเทียบความสามารถรายบุคคลหรือกลุ่มกับเกณฑ์ปกติ ส่วนมากจะประกอบด้วยหลายส่วน เช่น คณิตศาสตร์อาจจะประกอบด้วยพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ โจทย์ปัญหา การใช้แบบทดสอบมาตรฐานทำให้ขยายระดับความสามารถอย่างกว้าง ๆ เป็นด้าน ๆ

1.2 แบบทดสอบวินิจฉัย (Good. 1945 : 100) อธิบายความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ว่า “แบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เนื้อหาแคบๆ เพื่อหาจุดอ่อนในการเรียนสำหรับใช้เป็นพื้นฐานในการแก้ไขต่อไป”

2. การวินิจฉัยอย่างไม่เป็นทางการ เป็นการวินิจฉัยเพื่อหาข้อมูลเพิ่มเติมจากการใช้แบบทดสอบมาตรฐาน วิธีการที่ใช้ เช่น การสังเกตเพื่อให้ทราบความสนใจหรือทัศนคติในการเรียน การตรวจผลงาน การศึกษาประวัติจากบันทึกของโรงเรียน

จากเทคนิคต่าง ๆ ของการวินิจฉัยสามารถ สรุปได้ว่า เทคนิคการวินิจฉัยคือ การวินิจฉัยโดยใช้แบบทดสอบมาตรฐานได้แก่ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบทดสอบวินิจฉัย รวมถึงการศึกษาข้อมูลด้านอื่น ๆ ประกอบด้วย

#### 2.5 ขั้นตอนการวินิจฉัยและการแก้ไขข้อบกพร่อง

กรอนลินด์ (Gronlund.1981 : 493-497) เสนอขั้นตอนการวินิจฉัยและแก้ไขข้อบกพร่องไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การระบุตัวนักเรียนที่มีข้อบกพร่องสามารถทำได้หลายวิธี สำหรับในประเทศที่มีการใช้แบบทดสอบมาตรฐานกันอย่างแพร่หลายก็สามารถใช้แบบทดสอบมาตรฐานเป็นเครื่องมือสำหรับระบุ

ว่าใครมีปัญหาในการเรียน ดังที่เสนอไว้แล้วในเรื่องการใช้แบบทดสอบคณิตศาสตร์มาตรฐาน (standardized mathematics test) ในการวินิจฉัยระดับทั่วไป นอกจากนี้ครูยังอาจใช้การวินิจฉัยอย่างไม่เป็นทางการ โดยการศึกษาเอกสารต่างๆ ของทางโรงเรียน เช่น ระเบียบสะสม หรือใช้การสังเกตของครู เพราะครูมีประสบการณ์ในชั้นเรียนอยู่แล้วย่อมทำให้มองเห็นว่าใครมีปัญหาในการเรียนบ้าง ในการมองปัญหาของนักเรียนครูไม่ควรมองแต่ปัญหาด้านเนื้อหาวิชาเท่านั้น ครูควรมองปัญหาอื่นด้วย เช่น ด้านการปรับตัว ด้านอารมณ์ เพราะปัญหาเหล่านี้อาจมีผลกระทบต่อปัญหาด้านการเรียนของนักเรียน

2. การระบุข้อบกพร่องหรือปัญหาของนักเรียนมีหลายระดับ ในบางครั้งการวินิจฉัยเพียงระดับทั่วไปอาจให้ข้อมูลเพียงพอสำหรับการแก้ไข ในบางกรณีต้องการวินิจฉัยถึงระดับวิเคราะห์ และในบางกรณีอาจต้องการวินิจฉัยระดับละเอียดจึงจะสามารถหาข้อแก้ไขได้ ตัวอย่างเช่น เมื่อเด็กมีข้อบกพร่องด้านทักษะการคิดคำนวณก็อาจจะให้เด็กทำแบบทดสอบวินิจฉัย ซึ่งแบบทดสอบวินิจฉัยทักษะการคิดคำนวณมักจะสร้างโดยอาศัยข้อผิดพลาดของนักเรียนเป็นพื้นฐาน และใช้วิธีการที่เป็นระบบในการระบุข้อบกพร่อง และยังให้เสนอแนะในการวินิจฉัยต่อไป

3. การระบุองค์ประกอบที่เป็นสาเหตุของการมีข้อบกพร่อง ในบางครั้งปัญหาในการเรียนของนักเรียนอาจเกิดจากการสอนของครู ซึ่งครูทราบได้ง่ายจากการพบว่าเด็กส่วนใหญ่มีปัญหาเดียวกัน ปัญหาในลักษณะนี้แก้ไขได้ง่ายโดยครูปรับวิธีการสอนใหม่ แต่ถ้าหากนักเรียนมีปัญหาเฉพาะตัว แสดงว่าปัญหาไม่น่าจะเกิดจากวิธีการสอนที่ไม่เหมาะสมของครู ครูจึงต้องศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับนักเรียนและสิ่งแวดล้อมที่เกี่ยวข้องกับนักเรียน

องค์ประกอบที่ควรพิจารณา เช่น สถิติปัญญา ทักษะการเรียน สุขภาพ การปรับตัวด้านอารมณ์ สิ่งแวดล้อมทางบ้าน เพราะสิ่งเหล่านี้อาจเป็นสาเหตุของปัญหาในการเรียน ถ้าครูได้ใช้วิธีการต่าง ๆ หลายวิธีดังกล่าวมาแล้ว เช่น การสังเกต การใช้แบบสอบถาม การพูดคุยกับนักเรียน การศึกษาเอกสารที่มีข้อมูลเกี่ยวกับตัวนักเรียน หรือการพูดคุยกับผู้ปกครองแล้วปรากฏว่ายังไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ก็อาจจะต้องอาศัยนักจิตวิทยาในหน่วยแนะแนวในโรงเรียนหรือหน่วยงานอื่น

4. การแก้ไขข้อบกพร่องไม่มีรูปแบบตายตัว ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับธรรมชาติของข้อบกพร่องแต่ละอย่าง ในบางกรณีอาจแก้ไขด้วยการทบทวนหรือสอนใหม่ แต่ในบางกรณีอาจต้องใช้ความพยายามในการสร้างแรงจูงใจแก้ปัญหาด้านอารมณ์หรือแก้ไขทักษะการทำงาน ในระหว่างการแก้ไขข้อบกพร่อง การวัดและการประเมินผลสามารถนำมาใช้ประโยชน์ได้หลายแง่ดังนี้

- 4.1 ช่วยให้ทราบคำตอบของนักเรียนในสิ่งที่ครูอยากทราบ
- 4.2 ช่วยให้ข้อมูลสำหรับการวินิจฉัยต่อไปอีก
- 4.3 ช่วยให้นักเรียนเกิดความรู้สึกว่าประสบความสำเร็จ จากวิธีการให้คะแนนอย่าง

เหมาะสม

4.4 ส่งเสริมแรงจูงใจด้วยการกำหนดจุดประสงค์ให้แคบและให้ข้อมูลย้อนกลับทันที  
เพื่อให้นักเรียนทราบความก้าวหน้าของตนเอง

- 4.5 ให้ข้อมูลเกี่ยวกับประสิทธิภาพในการแก้ไขข้อบกพร่อง

จากความหมายที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ขั้นตอนการวินิจฉัยและแก้ไขข้อบกพร่องขึ้นอยู่กับปัจจัย  
หลาย ๆ อย่าง ซึ่งการวินิจฉัยและการแก้ไขข้อบกพร่องนี้อาจไม่มีรูปแบบที่ตายตัว

## 2.6 ระดับของการวินิจฉัย

ดวงเดือน อ่อนน้อม (2533 : 34) ได้กล่าวถึงการวินิจฉัยไว้ 3 ระดับ คือ

1. ระดับทั่วไป (general level หรือ general diagnosis) เป็นการวินิจฉัยอย่างหยาบ  
จึงมักเรียกขั้นตอนนี้ว่าเป็นขั้นการสำรวจ เพราะเป็นเพียงการสำรวจเพื่อให้ทราบระดับความสามารถ  
ทั่วๆ ไปของเด็กทั้งเป็นกลุ่มและรายบุคคล เมื่อเทียบกับกลุ่มใหญ่ เช่น เทียบกับเกณฑ์ปกติ
2. การวินิจฉัยระดับเฉพาะ (specific level หรือ analytical diagnosis) เป็นการรวบรวม  
ข้อมูลอย่างละเอียดเกี่ยวกับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อให้ทราบว่านักเรียนมี  
ข้อบกพร่องที่ใด เครื่องมือที่นิยมใช้ในการวินิจฉัยระดับนี้คือแบบทดสอบเช่นเดียวกับการวินิจฉัยทั่วไป  
แต่แบบทดสอบที่ใช้ในการวินิจฉัยระดับนี้ต้องเป็นแบบทดสอบที่วัดความสามารถทางคณิตศาสตร์  
ในวงแคบ คือเฉพาะเจาะจงไปที่เรื่องใดเรื่องหนึ่งหรือย่อยลงไปถึงความคิดรวบยอด หรือทักษะใด  
ทักษะหนึ่ง แบบทดสอบที่ยังวัดความสามารถได้ย่อยเท่าไรก็ยังมีโอกาสที่จะค้นพบข้อบกพร่องของ  
เด็กได้มากยิ่งขึ้นเท่านั้น แบบทดสอบใช้ในการวินิจฉัยระดับเฉพาะนิยมใช้หลังจากการใช้แบบทดสอบ  
เพื่อการวินิจฉัยทั่วไป เพื่อรวบรวมข้อมูลเพิ่มเติมให้ละเอียดลึกซึ้งลงไปเกี่ยวกับข้อบกพร่องที่ได้ค้นพบ  
มาแล้วจากการใช้แบบทดสอบเพื่อการวินิจฉัยทั่วไป
3. การวินิจฉัยระดับละเอียด เป็นการศึกษารายละเอียดอย่างลึกซึ้งเกี่ยวกับสมรรถภาพทาง  
คณิตศาสตร์ของเด็กที่มีข้อมูลแสดงให้เห็นชัดเจนว่ามีปัญหาซับซ้อน การใช้แบบทดสอบวินิจฉัยเพียง  
อย่างเดียวยังได้ข้อมูลไม่เพียงพอ จำเป็นต้องหาข้อมูลเพิ่มเติมด้วยวิธีอื่น เช่น จากการสังเกต

จากการสัมภาษณ์ ข้อมูลที่ต้องหาเพิ่มเติม เช่น ชีวิตครอบครัว ทศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ สุขภาพ อารมณ์ บุคลิกภาพ ในกรณีที่มีปัญหาซับซ้อนมากจนครูที่สอนในชั้นเรียนปกติไม่สามารถทำได้ ก็อาจจำเป็นต้องใช้ผู้ที่ได้รับการฝึกฝนในด้านนี้มาแล้วโดยเฉพาะ

จากที่ได้กล่าวถึงระดับของการวินิจฉัย สรุปได้ว่า ระดับของการวินิจฉัยมีหลายระดับ ซึ่งการเลือกใช้การวินิจฉัยในระดับใดขึ้นอยู่กับกรณีต่าง ๆ ของปัญหาและความเหมาะสมสำหรับการวินิจฉัยในเรื่องนั้น ๆ

## 2.7 ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย

ชาวล แพร์ตกุล (2514 : 5-6) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยว่า แบบทดสอบวินิจฉัยนิยมที่จะแยกข้อสอบของแต่ละวิชาออกเป็นฉบับย่อยๆ หลายฉบับ โดยมีเป้าหมายที่จะวัดความรู้ความสามารถของนักเรียนเป็นด้าน ๆ ไป เพื่อให้ครอบคลุมทั้งเนื้อหาและพฤติกรรมที่สำคัญที่กำหนดไว้ในหลักสูตรคุณประโยชน์ของแบบทดสอบย่อยๆ เหล่านี้คือสามารถช่วยให้ครูผู้สอนวินิจฉัยนักเรียนเป็นรายๆ ได้ว่าใครมีสมรรถภาพเด่น-ด้อยในด้านใดบ้าง จะได้ช่วยแก้ไขให้ตรงจุดยิ่งขึ้น

บุญชม ศรีสะอาด (2523 : 9-11) กล่าวถึงลักษณะทั่วไปของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

1. จะมุ่งวัดเป็นเรื่องๆ หรือด้านๆ ไป ถ้าต้องอาศัยทักษะย่อยหลายทักษะก็อาจแบ่งเป็นแบบทดสอบย่อยจัดตามทักษะย่อยๆ นั้น

2. มีคะแนนของแต่ละด้านแต่ละตอน เพราะมุ่งค้นหาจุดบกพร่องในแต่ละด้าน ดังนั้นคะแนนรวมของแต่ละคนจะไม่เป็นประโยชน์ในกรณีนี้

จากลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยที่กล่าวมาแล้วนั้นพอสรุปลักษณะสำคัญได้ดังนี้

1. แบบทดสอบวินิจฉัยแยกข้อสอบออกเป็นแบบทดสอบย่อย ๆ เพื่อวัดทักษะเฉพาะอย่างของการเรียนวิชาที่นั้น ๆ

2. มีข้อสอบหลาย ๆ ข้อที่วัดทักษะเดียวกัน ซึ่งทำให้เพิ่มโอกาสการทำผิดพลาดมากขึ้น เพื่อที่จะจำแนกนักเรียนที่มีความบกพร่องในการเรียนเรื่องนั้น ๆ ได้อย่างเพียงพอ

2. ข้อสอบมักเป็นข้อสอบที่ค่อนข้างง่ายและมีจำนวนข้อมาก ๆ เพราะแบบทดสอบวินิจฉัยมักจะทำให้กับนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ต่ำ

4. ข้อสอบแต่ละข้อสามารถค้นหาสาเหตุของการตอบข้อสอบผิดได้

5. แบบทดสอบวินิจฉัยเน้นความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาเป็นสำคัญ

6. ไม่มีการสร้างเกณฑ์ปกติ เพราะมีจุดมุ่งหมายที่ค้นหาความบกพร่องในการเรียนของ

นักเรียนเป็นรายบุคคลมากกว่าเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

ประดิษฐ์ เรื่องตระกูล (2529 : 10) ได้สรุปลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ ดังนี้

1. แบบทดสอบที่มักประกอบด้วยข้อสอบที่ค่อนข้างง่าย
2. เกณฑ์ปกติไม่มีความสำคัญในแบบทดสอบ แต่ต้องกำหนดเกณฑ์ขั้นต่ำในการวินิจฉัยที่

เหมาะสมกับความบกพร่องแต่ละชนิด

3. แบบทดสอบวินิจฉัยประกอบด้วยกลุ่มข้อสอบที่เกิดจากการวิเคราะห์คำตอบของนักเรียนที่เป็นรายข้อ

4. แบบทดสอบวินิจฉัยใช้เพื่อแก้ปัญหาทางการเรียน ให้กับนักเรียนที่มีคะแนนต่ำ จึงมักจะมีที่มาโดยเริ่มจากแบบทดสอบเชิงสำรวจ

สมชาย บุญรักษา (2536 : 16) ได้สรุปลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย ดังนี้

1. เป็นแบบทดสอบที่แบ่งออกเป็นแบบทดสอบย่อยๆ หลายฉบับ เพื่อวัดทักษะเฉพาะอย่างที่แตกต่างกัน

2. เป็นแบบทดสอบที่ครอบคลุมทั้งเนื้อหาและพฤติกรรมที่สำคัญๆ ตามที่กำหนดไว้ในจุดมุ่งหมายของหลักสูตรและจุดประสงค์การเรียนรู้

3. แบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับควรประกอบด้วยข้อสอบจำนวนมากข้อ เพื่อใช้วัดความสามารถของแต่ละบุคคลได้อย่างมีความเชื่อมั่น

4. เป็นแบบทดสอบที่ประกอบด้วยกลุ่มของข้อสอบที่เกิดจากการวิเคราะห์คำตอบของนักเรียนเป็นรายข้อ แล้วรวบรวมข้อสอบที่เป็นปัญหาซึ่งเกิดขึ้นกับนักเรียนส่วนมากไว้เพื่อค้นหาจุดบกพร่อง

5. ข้อสอบมักเป็นข้อสอบที่ค่อนข้างง่าย โดยมีค่าความยากง่าย (P) ตั้งแต่ .65 ขึ้นไป เพราะปกติแบบทดสอบวินิจฉัยมักใช้กับนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ

6. แบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับจะต้องกำหนดเกณฑ์ขั้นต่ำสำหรับวินิจฉัย โดยให้เหมาะสมกับความบกพร่องแต่ละชนิด เพื่อจะได้นำคะแนนที่ได้จากการตอบแบบทดสอบนั้นมาเปรียบเทียบกับเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดไว้ และตัดสินใจว่านักเรียนมีความบกพร่องด้านใดบ้าง

7. การตรวจให้คะแนนจะพิจารณาคะแนนในแบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับ เพื่อให้สามารถบอกได้ว่า นักเรียนมีความสามารถเด่น-ด้อย ในทักษะใด

8. ผลการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวินิจฉัยนั้น นอกจากจะช่วยค้นหาความบกพร่องในแต่ละทักษะแล้ว ยังจะต้องบ่งบอกสาเหตุของความบกพร่องเหล่านั้นได้อีก

9. ไม่มีการสร้างเกณฑ์ปกติ (Norm) เพราะมีจุดมุ่งหมายเพื่อค้นหาความบกพร่องในการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคล

ฮามานน์และคล็อก (Ahmann and Clock 1967 : 364-365) ได้กล่าวถึง ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

1. แบบทดสอบวินิจฉัยเน้นความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (content validity) เป็นสำคัญ
2. เกณฑ์ปกติ ไม่มีความสำคัญในแบบทดสอบวินิจฉัย

สิงห์ (Singha 1974 : 201) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

1. คำถามมักเป็นคำถามที่ค่อนข้างง่าย
2. คำถามจะต้องมีจำนวนมากข้อเพื่อครอบคลุมทุกจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการทดสอบ
3. ในแต่ละแบบทดสอบย่อยจะประกอบด้วยข้อสอบที่วัดในลักษณะเดียวกัน
4. ใช้คะแนนรวมของแบบทดสอบย่อยเป็นเกณฑ์ในการวินิจฉัย

กรอนลินด์ (Gronlund. 1981 : 139) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

1. มีจุดมุ่งหมายที่จะชี้ให้เห็นถึงจุดบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน เป็นรายบุคคล

2. ประกอบด้วยกลุ่มข้อสอบจำนวนมาก ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกันในแต่ละขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่สอบ

3. คะแนนรวมจากแบบทดสอบมีความสำคัญน้อยกว่าการวิเคราะห์คำตอบของนักเรียนเป็นรายข้อ

4. ข้อสอบมักเป็นข้อสอบที่ค่อนข้างง่าย

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยควรมีลักษณะดังนี้

1. เป็นข้อสอบที่ค่อนข้างง่าย คำถามไม่ซับซ้อน และมีจำนวนข้อมากๆ เพื่อสามารถใช้ในการค้นหาข้อบกพร่องได้ถูกต้อง

2. จะต้องใช้วัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัด

3. เกณฑ์ปกติไม่มีความสำคัญ แต่ต้องกำหนดเกณฑ์ขั้นต่ำในการค้นหาสาเหตุของความบกพร่อง

4. มีความเป็นปรนัยในการให้คะแนน

5. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยนี้ สร้างขึ้นจากการวิเคราะห์ข้อบกพร่องจากแบบทดสอบเชิงสำรวจ

## 2.8 ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนรู้คณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้หลายประการ ซึ่งสามารถสรุปนำมาเป็นข้อสรุปต่างๆ ได้ดังนี้

1. วัดได้ทั้งแบบอิงเกณฑ์ (criterion-referenced) และแบบอิงกลุ่ม (norm-referenced) (Boom, 1971) แต่ Brueckner (1995) ให้ข้อเสนอแนะว่าเกณฑ์ปกติ (norm) ไม่น่าจะเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับแบบทดสอบวินิจฉัย เพราะจุดประสงค์ของแบบทดสอบเพียงเพื่อระบุหรือชี้ให้เห็นจุดที่เป็นอุปสรรคไม่ใช่เปรียบเทียบความสามารถกับคนอื่น
2. จุดประสงค์ของแบบทดสอบจำกัดอยู่เฉพาะจุดประสงค์ที่มีประโยชน์ต่อการวินิจฉัยเท่านั้น
3. ขอบเขตของเนื้อหาต้องมีสองลักษณะคือ แบบทดสอบวินิจฉัยที่ยึดระดับชั้นเป็นหลัก เช่น แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องการบวก ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และแบบทดสอบวินิจฉัยที่ยึดเนื้อหาเป็นหลัก เช่น แบบทดสอบวินิจฉัยทักษะการคิดคำนวณเบื้องต้น
4. ควรเป็นแบบทดสอบที่ไม่จำกัดเวลา แบบทดสอบที่เปิดโอกาสให้ผู้สอบได้แสดงความสามารถอย่างเต็มที่โดยไม่จำกัดเวลา เรียกว่า เป็นแบบทดสอบที่มีอำนาจ (power test) ยกเว้นในกรณีที่มีจุดประสงค์ชัดเจนว่าเป็นแบบทดสอบที่เน้นความรวดเร็วในการคิด (speed test) จึงอาจกำหนดเวลาได้
5. เนื้อหาของแบบทดสอบควรครอบคลุมทุกแง่มุมของคณิตศาสตร์ เช่น ทักษะการคิดคำนวณ ความหมาย กระบวนการคิดคำนวณ การคิดในใจ
6. ไม่ควรวัดเฉพาะการรับรู้ระดับนามธรรมเท่านั้น ควรวัดการรับรู้ 3 ระดับ คือ ระดับรูปธรรม กึ่งรูปธรรม และนามธรรม หรืออาจวัดการรับรู้ถึง 4 ระดับ ได้แก่ รูปธรรม กึ่งรูปธรรม กึ่งนามธรรม และนามธรรม เน้นการให้คะแนนเป็นส่วนๆ (part scores) และการให้คะแนนของข้อสอบในแต่ละส่วนไม่เน้นคะแนนรวม
7. ข้อสอบได้มาจากการวิเคราะห์พฤติกรรมการเรียนรู้อย่างละเอียดและการศึกษาสิ่งที่เด็กทำผิด

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่า ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยต้องครอบคลุมเนื้อหา จุดประสงค์ การเรียนรู้ และควรเป็นแบบทดสอบที่ไม่จำกัดเวลา รวมถึงสามารถวัดการรับรู้ทั้งทางด้านรูปธรรม ด้านกึ่งนามธรรม และด้านนามธรรมได้

## 2.9 เทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนรู้

นักการศึกษาได้กล่าวถึงเทคนิคและวิธีการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

เบญญา เขียวสม (2534 : 28-30) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

1. ตั้งจุดมุ่งหมายและวางแผนในการดำเนินการสร้างแบบทดสอบ
2. วิเคราะห์ทักษะหรือเนื้อหาที่ต้องการทดสอบออกเป็นทักษะหรือองค์ประกอบย่อย ๆ ให้ชัดเจน และเขียนจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมตามทักษะหรือองค์ประกอบย่อยนั้น
3. เขียนข้อคำถามตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนั้น
4. วิเคราะห์สาเหตุของการไม่สัมฤทธิ์ผลตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนั้น
5. สร้างแบบทดสอบ นำไปทดลองใช้และพัฒนาแบบทดสอบ
6. เขียนคู่มือในการใช้แบบทดสอบและกำหนดแนวทางที่เหมาะสม เพื่อสามารถบ่งชี้ถึงความบกพร่องในแต่ละทักษะนั้น ๆ ได้

นอลล์ (Noll. 1965 : 430) ได้แบ่งขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

1. วิเคราะห์กฎ หลักเกณฑ์ ความรู้หรือทักษะที่ต้องการทดสอบอย่างละเอียด
2. วางแผนและสร้างแบบทดสอบตามกฎหรือหลักเกณฑ์ต่างๆ อย่างให้เหมาะสมกับจุดประสงค์ของแบบทดสอบ
3. แยกแบบทดสอบไว้เป็นพวก ๆ เพื่อทำให้ง่ายขึ้นสำหรับเวลาวิเคราะห์คำตอบและวินิจฉัยต่อไป

ลินด์ควิสท์ (Lindquist. 1966 : 37-38) กล่าวว่า ในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยมีเกณฑ์ในการสร้างดังต่อไปนี้

1. แบบทดสอบวินิจฉัยต้องสัมพันธ์กับหลักสูตร และมีความชัดเจนในจุดประสงค์ที่ต้องการทดสอบ
2. คำถามในแบบทดสอบต้องสร้างให้สามารถวัดได้ตรงจุดประสงค์ที่ต้องการทดสอบ
3. ทำการวิเคราะห์ข้อสอบอย่างละเอียด โดยอาศัยการทดลองและอุปสรรคหรือความไม่เข้าใจในการเรียนเป็นหลัก

4. แบบทดสอบต้องสามารถวัดพฤติกรรมทางสมองของนักเรียนได้อย่างเพียงพอ และต้องใช้ค้นหาจุดบกพร่องทางการเรียนได้

5. แบบทดสอบต้องเสนอแนะจุดบกพร่องในแต่ละองค์ประกอบทางการเรียนที่ทำการวัดได้อย่างถูกต้อง

6. แบบทดสอบต้องมีความครอบคลุมกฎเกณฑ์ทางการเรียนรู้อย่างทั่วถึง

7. แบบทดสอบต้องสามารถทดสอบความบกพร่องทางการเรียนที่ผ่านมาได้ และสามารถสืบหาความบกพร่องนั้นจากเนื้อหาแต่ละตอนที่ทำการสอบได้

ธอร์นไดค์และเฮเกน (Thorndike and Hagen. 1969 : 269-271) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยว่ามีสองขั้นตอน คือ

1. วิเคราะห์ทักษะหรือเนื้อหาวิชาที่ต้องการทดสอบออกเป็นทักษะหรือองค์ประกอบย่อยๆ
2. การสร้างและปรับปรุงแบบทดสอบที่ใช้วัดทักษะย่อยๆ เหล่านั้น เพื่อให้สามารถค้นหาจุดบกพร่องในแต่ละทักษะย่อยๆ นั้นได้

บราวน์ (Brown. 1970 : 255) ได้กล่าวถึงการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยว่าควรพิจารณาหลักการดังนี้

1. แบ่งทักษะที่ต้องการวัดออกเป็นองค์ประกอบย่อยๆ ให้ชัดเจน
2. แบ่งเป็นแบบทดสอบย่อยๆ หลายฉบับ และสร้างให้แบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับสามารถวัดองค์ประกอบย่อยของทักษะนั้นได้เพียงองค์ประกอบเดียว
3. แบบทดสอบย่อยทุกฉบับต้องวัดทักษะย่อยที่ต้องการวัดได้จริง เพราะถ้าแบบทดสอบย่อยนั้นไม่ได้วัดทักษะย่อยนั้นจริงแล้วจะไม่สามารถพิจารณาสาเหตุของความบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคลได้ถูกต้องตรงกับความเป็นจริง
4. คะแนนจากแบบทดสอบย่อยจะต้องกำหนดแนวทางที่เหมาะสมเพื่อให้สามารถจัดหาวิธีการสอนซ่อมเสริมได้ตรงจุด

กรอปเปอร์ (Groppe. 1974 : 145) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย ไว้ดังนี้

1. วางแผนในการสร้างแบบทดสอบ
2. เขียนข้อสอบโดยใช้จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมเป็นเกณฑ์
3. หาสาเหตุของการไม่สัมฤทธิ์ผลตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนั้น
4. นำแบบทดสอบไปทดลองใช้และปรับปรุงแบบทดสอบ

จากที่กล่าวมาแล้วพอจะสรุปแนวทางในการสร้างแบบทดสอบได้ว่า ครูผู้สอนควร

1. กำหนดจุดมุ่งหมายและวางแผนในการสร้างแบบทดสอบ
2. วิเคราะห์ทักษะหรือเนื้อหาที่ต้องการวัดในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้
3. ค้นหาสาเหตุของความบกพร่องในเนื้อหานั้นๆ
4. สร้างแบบทดสอบให้สอดคล้องกับสาเหตุของความบกพร่อง และสอดคล้องกับ

จุดประสงค์ที่ต้องการวัด

5. นำแบบทดสอบไปทดลองและปรับปรุงให้ได้คุณภาพ
6. เขียนคู่มือในการใช้แบบทดสอบ

สิงห์ (Singha. 1974 : 201-202) ได้กล่าวถึงการสร้างแบบทดสอบวินิจัยว่ามีลักษณะสำคัญ

ดังนี้

1. ในกรณีสร้างเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบหรือตอบแบบสั้นๆ ควรมีจำนวนข้อไม่น้อยกว่าสามข้อในแต่ละเนื้อหาย่อย
2. ไม่จำเป็นต้องสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร (blue-print) ทั้งนี้เพราะไม่ต้องการหาความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาวิชาและวิธีการ

จากที่กล่าวมาสรุปแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวินิจัยได้ว่า ครูผู้สอนควรวางแผนในการสร้างแบบทดสอบวินิจัย โดยการวิเคราะห์ทักษะหรือเนื้อหาที่ต้องการวัดในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ พร้อมทั้งค้นหาสาเหตุของความบกพร่องในเนื้อหานั้นๆ แล้วนำมาสร้างแบบทดสอบวินิจัยให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ที่ต้องการวัด แล้วนำแบบทดสอบวินิจัยที่สร้างขึ้นไปทดลองใช้และปรับปรุงให้ได้คุณภาพ

## 2.10 ประโยชน์ในการใช้แบบทดสอบวินิจัยการเรียนรู้

ชวาล แพร์ตกุล (2516) กล่าวถึงประโยชน์ในการใช้แบบทดสอบวินิจัยทางการเรียนไว้ดังนี้

1. ชี้ให้ครู เด็ก ผู้ปกครอง และผู้ที่เกี่ยวข้องอื่น ๆ รู้ถึงจุดเด่น-จุดด้อยของนักเรียน จะได้ร่วมกันแก้ไขหรือส่งเสริมให้ตรงจุด
2. เตือนให้ครูได้สังวรณในการสอนว่าแต่ละวิชามีความยากและมีความสำคัญอยู่ที่เนื้อหาและพฤติกรรมใดที่จะต้องพึงเล็งเป็นพิเศษ และควรสอนเรื่องนั้นด้วยวิธีใดจึงจะประสบความสำเร็จมากที่สุด
3. ทำให้การสอบมีความหมาย คุ่มค่าเหนือยิ่งขึ้น และครูก็รู้เทคนิคในการสอบวัดผลมากขึ้น

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2533 : 104) กล่าวถึงประโยชน์ในการใช้แบบทดสอบวินิจฉัยทางการเรียนว่าเป็นเครื่องมือที่สำคัญมีคุณค่ามากสำหรับการประเมินผลการเรียนระดับมัธยมศึกษาในปัจจุบัน เพราะให้ประโยชน์ทั้งครูและนักเรียนดังนี้

สำหรับครู

1. ช่วยปรับปรุงการสอนของครู เพื่อจะได้รู้ว่าครูควรสอนเรื่องอะไร และหัวข้อใดที่นักเรียนยังมีข้อบกพร่องอยู่ เพราะเนื้อหาบางเรื่องต้องใช้ความรู้พื้นฐานเก่า หากว่าครูยังไม่แก้ไขข้อบกพร่องเก่าๆ จะทำให้การเรียนเนื้อหาต่อไปไม่ประสบความสำเร็จได้
2. ช่วยให้ครูเตรียมบทเรียนได้ตรงตามความต้องการของผู้เรียนโดยใช้เทคนิคได้อย่างเหมาะสมกับผู้เรียนในเนื้อหาแต่ละตอน
3. ประหยัดเวลาและแรงงานของครูในการวินิจฉัย ทำให้มี เวลาสอนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลมากขึ้น

สำหรับนักเรียน

1. ผลการสอบจากแบบทดสอบวินิจฉัยทางการเรียนทำให้ผู้เรียนประเมินตนเองได้ว่าตนเองมีจุดประสงค์ใดที่ยังบกพร่องอยู่
2. เป็นเรื่องช่วยตัดสินใจว่าผู้เรียนมีความเข้าใจเนื้อหาหรือมีทักษะในเรื่องนั้นหรือไม่ ตลอดจนมีความพร้อมที่จะเรียนต่อไปได้หรือไม่
3. เป็นแรงจูงใจในการเรียน ให้นักเรียนเตรียมพร้อมในการเรียนอยู่เสมอเพราะถ้าผู้เรียนทราบว่าจบบทเรียนแล้วจะมีการทดสอบเพื่อวินิจฉัยทางการเรียน ผู้เรียนจะกลัวความล้มเหลว จะทำให้สนใจในการเรียน

ลินด์ควิสท์ (Lindquist. 1963 : 819) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

1. สามารถวิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียนได้
2. ช่วยให้ครูผู้สอนรู้ถึงองค์ประกอบที่สำคัญ กระบวนการที่จำเป็น ตลอดจนอุปสรรคในการเรียนการสอน
3. ประหยัดเวลาและแรงงานของครู ทำให้มีเวลาในการเอาใจใส่เด็กแต่ละคนได้มากขึ้น
4. ช่วยให้นักเรียนรู้ถึงจุดบกพร่องของตนและสามารถปรับปรุงการเรียนได้ตรงจุด

กล่าวโดยสรุปแล้ว แบบทดสอบวินิจฉัยมีประโยชน์ในการนำไปสำรวจข้อบกพร่องเกี่ยวกับเนื้อต่างๆ ทั้งต่อครูและนักเรียนเพราะผลที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยจะทำให้เด็กเกิดแรงจูงใจ รู้จักประเมินผลเพื่อปรับปรุงตัวเองและมีผลต่อครูที่จะช่วยปรับปรุงการสอนให้ดีขึ้น

### 3. การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง

#### 3.1 ความหมายของการสอนซ่อมเสริม

ได้มีผู้ให้ความหมายของการสอนซ่อมเสริมไว้หลายท่านดังนี้

ศิริกาญจน์ โกสุมภ์ (2522 : 10) กล่าวว่า การสอนซ่อมเสริมไม่ใช่การสอนพิเศษแต่เป็นการสอนจริงๆ เพื่อช่วยเหลือนักเรียนที่เรียนไม่ทันเพื่อน กระทรวงศึกษาธิการ (2533 : 97) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมว่าเป็นการสอนกรณีพิเศษนอกเหนือไปจาก แผนการสอนตามปกติเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องที่พบในตัวนักเรียน อำไพ สุจริตกุล (2516 : 26) กล่าวเพิ่มเติมว่า การสอนซ่อมเสริมคือ การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องและเสริมลักษณะการเรียนรู้ใหม่ให้แก่เด็กเป็นการสอนที่จัดขึ้นสำหรับเด็กที่ต้องการความช่วยเหลือเป็นพิเศษจากครู และสมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2523 : 24) กล่าวเพิ่มเติมว่า การสอนซ่อมเสริมคือ การให้โอกาสแก่ผู้เรียนได้มีเวลาเรียนเพิ่มขึ้น ได้เรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพิ่มขึ้นและเข้าใจจนสามารถบรรลุตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้

กระทรวงศึกษาธิการ (2535 : 113) การสอนซ่อมเสริม คือ การให้โอกาสแก่ผู้เรียนได้มีเวลาเรียนเพิ่มขึ้น ได้เรียนรู้สิ่งต่างๆ เพิ่มขึ้น เข้าใจขึ้นจนสามารถบรรลุตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ การสอนซ่อมเสริมเป็นกรณีพิเศษนอกเหนือไปจากการสอนตามแผนการสอนโดยปกติ เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องที่พบในตัวนักเรียน และมีผู้ที่ให้ความหมายในลักษณะเดียวกันกับกระทรวงศึกษาธิการ เช่น สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2523 : 24) สันทนา นิพนธ์วิทยา (2527 : 53) สายใจ ทองเนียม (2527 : 40) และดวงเดือน อ่อนน่วม (2533 : 111) เป็นต้น

แทนสเลย์ (Tansley, 1969 : 84) กล่าวว่า การสอนซ่อมเสริมเป็นการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนหลังจากการวินิจฉัยแล้ว โดยการแก้ไขให้สอดคล้องกับข้อบกพร่องเป็นรายบุคคลไป

เดอชานท์ (Dechant, 1971 : 1282) กล่าวว่า การสอนซ่อมเสริมคือการให้ผู้เรียนได้เรียนสิ่งที่ เป็นปัญหาในการเรียนครั้งแรกในห้องเรียนปกติ โดยครูผู้สอนจะต้องจัดผู้เรียนออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ

ตามลำดับความสามารถหรือจัดเป็นรายบุคคล เพื่อที่จะได้ให้ความสนใจแก่ผู้เรียนและจะได้ทราบความต้องการ ตลอดจนปัญหาทางการเรียน

ออกโตและคณะ (Otto and others. 1973 : 33 - 36) กล่าวถึงความหมายของการสอนซ่อมเสริมในลักษณะเดียวกันว่าเป็นการสอนเพื่อช่วยแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนหยุดการปฏิบัติและการกระทำที่ผิดๆและเสริมทักษะการเรียนรู้ใหม่ ๆ ซึ่งนักเรียนต้องการความช่วยเหลือจากครูเป็นพิเศษ การสอนแบบนี้มักเป็นรายบุคคลหรือกลุ่มย่อย

โคชีวาร์ (Kochever.1975 : 18) กล่าวว่าการสอนซ่อมเสริมเป็นการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของผู้เรียน ซึ่งมีการเตรียมการในแต่ละสิ่งที่ต้องการจะแก้ไขในสิ่งที่ไม่ถูกต้องเพื่อช่วยให้นักเรียนเลิกนิสัยหรือทักษะและการกระทำที่ผิดๆ พร้อมกับชี้แนะแนวทางที่ถูกต้องให้ด้วย ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในด้านการเรียนมากขึ้น

จากความหมายการสอนซ่อมเสริมที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ สรุปได้ว่า การสอนซ่อมเสริมหมายถึง การสอนนอกเหนือไปจากแผนการสอนปกติ เพื่อช่วยปรับปรุงและแก้ไขข้อบกพร่องด้านทักษะต่างๆของนักเรียน ทำให้นักเรียนทราบปัญหาข้อบกพร่องของตนเองและนำมาแก้ไขเพื่อให้บรรลุตามจุดประสงค์และเกณฑ์ที่กำหนดไว้ในหลักสูตรที่จะกล่าวในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยให้ความหมายการสอนซ่อมเสริม เป็นการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องเท่านั้น

### 3.2 สาเหตุที่ต้องจัดให้มีการสอนซ่อมเสริม

สมศักดิ์ สิทธิระเวชญ์ ( 2523 : 24-25 ) ได้กล่าวถึงสาเหตุที่ต้องมีการสอนซ่อมเสริมไว้ดังนี้

1. นักเรียนมีความสามารถในการเรียนต่ำ เช่น ในระหว่างการสอนคณิตศาสตร์เราจะพบว่าเมื่อกำหนดงานใหม่ให้นักเรียนทำ นักเรียนมักจะทำไม่ได้จนกว่าจะมีการสอนซ้ำสองหรือสามครั้ง
2. การสอนที่ไม่ได้ผล มีผู้สอนเป็นจำนวนไม่น้อยไม่รู้ว่าจะสอนเนื้อหาที่อยู่ในบทเรียนอย่างไร หรือจะใช้วิธีสอนอย่างไร จึงจะทำให้นักเรียนบรรลุตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้
3. นักเรียนแต่ละคนจะมีความแตกต่างในด้านทัศนคติ ความถนัด และความขบซึ่ง
4. เพื่อการสอนซ้ำในเรื่องที่สอนไม่ดีหรือยังไม่ได้สอนทั้งหมด โดยปกตินักเรียนมักจะพยายามเอาหลักการ วิธีการที่เคยเรียนมาเพียงเล็กน้อยไปใช้ ซึ่งเป็นการไม่ถูกต้อง อันที่จริงแล้วควรจะได้เรียนหลักการเหล่านั้นทั้งหมดเสียก่อน

5. สื่อการเรียนต่างๆ ยังไม่ดีพอ เช่น หนังสือเรียนใช้ภาษาไม่เหมาะกับนักเรียน นักเรียนอ่านแล้วไม่เข้าใจว่าหมายความว่าอย่างไร ตัวอย่างต่าง ๆ ที่อยู่ในหนังสือไม่ดี วัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ ไม่ได้ได้รับการพัฒนาที่ดีพอ

6. จุดประสงค์ต่างๆ ที่ตั้งไว้บางจุดประสงค์อยู่ในระดับสูงหรือต้องใช้เวลามากในการที่ผู้เรียนจะบรรลุ ดังนั้นการที่ผู้เรียนจะบรรลุได้ภายหลังการสอนจึงเป็นไปได้ยากจำเป็นต้องมีการสอนซ่อมเสริมเป็นบางส่วน

7. จุดประสงค์บางจุดประสงค์เป็นลำดับขั้นการเรียนรู้ การที่นักเรียนจะผ่านจุดประสงค์ขั้นสูงต้องผ่านจุดประสงค์ขั้นต้นก่อน จึงจำเป็นต้องสอนซ่อมเสริมเพื่อให้ผ่านจุดประสงค์ขั้นต้น

จากสาเหตุต่างๆ ที่กล่าวมา การจัดทำให้มีการสอนซ่อมเสริมมีความจำเป็นและสำคัญอย่างยิ่งในการแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน ซึ่งครูหรือผู้ที่ต้องทำหน้าที่สอนซ่อมเสริมควรที่จะต้องพิจารณาสาเหตุของความบกพร่องเป็นสำคัญ เพื่อจะได้เป็นแนวทางในการปรับปรุงและแก้ไขการสอนซ่อมเสริมแก่นักเรียน

### 3.3 การดำเนินการสอนซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน

ศรียา นิยมธรรม (2539 : 118) ได้เสนอลำดับขั้นในการสอนซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 วินิจฉัยปัญหา ก่อนที่จะสอนซ่อมเสริม ครูควรจะวินิจฉัยปัญหาของนักเรียนโดยการวิเคราะห์พฤติกรรม เพื่อค้นหาสิ่งที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียน เพื่อให้การช่วยเหลือได้ถูกจุด การวินิจฉัยอาจทำได้อย่างไม่เป็นทางการ เช่น การสังเกตผลงาน พฤติกรรม เป็นต้น หรือการวินิจฉัยอย่างเป็นทางการ โดยการทดสอบต่าง ๆ ซึ่งอาจทำเป็นกลุ่ม หรือรายบุคคลตามความจำเป็นการทดสอบต่าง ๆ ทำในลักษณะของการสำรวจปัญหาขั้นต้นก่อนแล้วจึงศึกษาอย่างละเอียดถึงปัญหาที่เกี่ยวข้อง ทั้งนี้ครูควรเลือกปฏิบัติตามที่จำเป็นเท่านั้น

ขั้นที่ 2 วางแผนการสอนซ่อมเสริม หลังจากการวินิจฉัยว่าเด็กมีปัญหาในด้านใดแล้ว ครูจะวางแผนการสอนซ่อมเสริมโดยกำหนดจุดมุ่งหมายของการสอนเป็นรายบุคคล หรือเฉพาะกลุ่มของเด็กที่มีปัญหาเดียวกันแล้วเขียนโครงการสอนซ่อมเสริมโดยละเอียด

ขั้นที่ 3 ปฏิบัติการสอน ในการสอนซ่อมเสริมนอกจากจะต้องดำเนินการไปตามแผนที่วางไว้แล้วครูควรระลึกเสมอว่า ครูควรใช้กิจกรรมการสอนและสื่อการสอนใหม่ๆ ที่แตกต่างจากที่ใช้ในเวลา

ปกติ โดยคำนึงถึงช่วงเวลาที่เหมาะสม แรงจูงใจ การปรับพฤติกรรม และการใช้แรงเสริม ดังนั้นการสอนแต่ละครั้ง จึงต้องคำนึงถึงระดับที่พอเหมาะกับความสามารถของเด็กแต่ละคน หรือแต่ละกลุ่ม

ขั้นที่ 4 วัดผล จะต้องมีการวัดผลการสอนซ่อมเสริมเป็นระยะๆ เพื่อทราบความก้าวหน้าของเด็กและความเหมาะสมของกิจกรรมที่ใช้สอนว่า หากมีความบกพร่องที่จุดใดจะได้รับแก้ไขทันที หรือหากมีความก้าวหน้าดีก็จะได้พิจารณาว่า การสอนซ่อมเสริมควรดำเนินต่อไป หรือยุติเพราะถึงจุดหมายปลายทางแล้ว

### 3.4 กระบวนการจัดการสอนซ่อมเสริม

#### การจัดการสอนซ่อมเสริม

ก่อนการสอนซ่อมเสริมจะเริ่มขึ้น ผู้สอนจำเป็นจะต้องเรียนรู้เสียก่อนว่าผู้เรียนนั้นมีจุดบกพร่องตรงไหนเช่นเดียวกับหมอ ก่อนที่จะให้ยาผู้ป่วยก็ต้องวินิจฉัยโรคเสียก่อนว่าผู้ป่วยป่วยด้วยโรคอะไร

ณรงค์ สารทัศนานันท์ (2521 : 15) กล่าวว่า ในการสอนซ่อมเสริมครูมีบทบาทสำคัญที่จะทำให้การสอนบรรลุผลหรือไม่เพียงใดขึ้นอยู่กับการวินิจฉัยอย่างระมัดระวัง การกำหนดเนื้อหาและอุปกรณ์ที่เหมาะสมตลอดจนการประเมินผล ซึ่งจะช่วยให้การสอนดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ

ออตโต (Otto, 1973 : 43-44) ได้แบ่งการวินิจฉัยออกเป็น 3 ระดับ คือ

1. ขั้นสำรวจ (Survey Level) เป็นการวินิจฉัยเบื้องต้น ส่วนมากครูประจำชั้นเป็นผู้ทำโดยอาจจะได้ข้อมูลจากการทดสอบ ระเบียบสะสม หรือการสังเกต
2. ขั้นเฉพาะ (Special Level) เป็นการวินิจฉัยเด็กเป็นรายบุคคลโดยละเอียด เพื่อหาข้อบกพร่องในการเรียนหรือด้านทักษะต่างๆ การวินิจฉัยแบบนี้มักใช้แบบทดสอบเฉพาะ เช่น แบบทดสอบสติปัญญาเป็นรายบุคคล
3. ขั้นละเอียด (Intensive Level) การวินิจฉัยขั้นนี้กระทำกับเด็กที่เรียนอ่อนมาก ๆ และมีปัญหาต่าง ๆ อยู่อย่างซับซ้อนโดยใช้การศึกษาเฉพาะราย (Case Study) หรือให้ผู้เชี่ยวชาญด้านต่างๆ

สำหรับการจัดการสอนซ่อมเสริมที่ดี จะต้องให้การเรียนการสอนบรรลุจุดมุ่งหมายที่ต้องการ ซึ่งมีผู้เสนอแนวทางการจัดการสอนซ่อมเสริมไว้ ดังนี้

สมศักดิ์ สิ้นธุระเวชญ์ (2523 : 24-25 ) ได้เสนอวิธีสอนซ่อมเสริมที่น่าสนใจไว้ดังนี้

1. นักเรียนสอนกันเอง ในการสอนซ่อมเสริมผู้สอนอาจจะคัดเลือกนักเรียนเก่งที่ช่วยสอนนักเรียนที่ยังไม่บรรลุจุดประสงค์ โดยให้ช่วยสอนตัวต่อตัวหรือสอนเป็นกลุ่มย่อย ข้อดีของการที่ให้นักเรียนสอนกันเองก็คือ นักเรียนใช้ภาษาแบบเดียวกัน ดังนั้นการถ่ายทอดความรู้ก็ดี การใช้ ถ้อยคำอธิบายก็ดี ย่อมจะทำให้เข้าใจง่ายกว่าภาษาที่ครูใช้ และทั้งยังทำให้ผู้ช่วยสอนสนใจในการเรียนเพิ่มขึ้นเพราะต้องมีความรับผิดชอบมากขึ้น จากรายงานการวิจัยในเรื่องนี้พบว่าทั้งผู้ช่วยสอนและผู้เรียนได้มีการเปลี่ยนแปลงไปในทางที่ดี นักเรียนแสดงความชื่นชมกับระบบการช่วยสอนนี้และมีความรู้สึกที่ดีต่อเพื่อนนักเรียนด้วยกัน การคัดเลือกผู้ช่วยสอนนอกจากจะคัดเลือกนักเรียนเก่งในชั้นเดียวกันแล้วอาจจะใช้นักเรียนที่อยู่ในระดับชั้นสูงกว่าก็ย่อมทำได้
2. การสอนแบบตัวต่อตัว การสอนซ่อมเสริมแบบตัวต่อตัวระหว่างครูผู้สอนกับ นักเรียนเป็นวิธีที่ดีที่สุด เพราะผู้สอนสามารถเลือกใช้ถ้อยคำหรือวิธีการได้เหมาะสมกับนักเรียน สามารถจะชักจูงความสนใจของนักเรียนได้อย่างใกล้ชิด และสามารถสอนได้ตรงตามที่นักเรียนกำลังมีปัญหา ผู้สอนนอกจากจะเป็นครูประจำชั้นหรือประจำวิชาแล้วถ้าหากใช้ครูคนอื่น ๆ ได้ก็ยิ่งดีเพราะผู้สอนจะได้ให้ความรู้ความเข้าใจแก่นักเรียนในแนวใหม่
3. การสอนเป็นกลุ่มย่อย เพื่อความสะดวกควรจัดนักเรียนที่มีปัญหาเหมือน ๆ กันอยู่ในกลุ่มเดียวกัน กลุ่มหนึ่งประมาณ 2-3 คน ผู้สอนอาจจะใช้วิธีการสอนและให้งานสลับหมุนเวียนกันไปทีละกลุ่ม ข้อดีคือนักเรียนในแต่ละกลุ่มจะช่วยกันแก้ปัญหาในบทเรียนและร่วมมือซึ่งกันและกัน ไม่ทำให้ใครรู้สึกมีปมด้อยหรือปมเด่น ผู้สอนนอกจากจะใช้ครูที่สอนประจำแล้วก็อาจเปลี่ยนให้ผู้อื่นสอนแทนหรือหมุนเวียนกันก็ได้
4. แบบเรียนสำเร็จรูป ในกรณีที่ผู้สอนพบว่านักเรียนมีปัญหาการเรียนในบางเรื่อง ก็อาจจะใช้แบบเรียนสำเร็จรูปแบบง่าย ไม่ซับซ้อน เป็นสื่อในการเรียนโดยนักเรียนแต่ละคนจะต้องอ่าน ทำแบบฝึกหัด และตรวจคำตอบของตนเองในแบบฝึกหัดสำเร็จรูปนั้น ๆ
5. สมุดแบบฝึกหัดเรียนด้วยตนเอง ลักษณะของสมุดแบบฝึกหัดเรียนด้วยตนเองคล้ายแบบเรียนสำเร็จรูป เพราะเริ่มต้นด้วยการให้บทเรียนแล้วให้แบบฝึกหัด ต่อจากนั้นจึงเฉลยคำตอบ ลักษณะที่แตกต่างกันก็คือ สมุดแบบฝึกหัดมีแบบฝึกหัดมากกว่าแบบเรียนสำเร็จรูป เพราะมีจุดมุ่งหมายที่จะให้ผู้เรียนได้ทำแบบฝึกหัดเป็นการฝึกทักษะให้มากขึ้น

6. เขียนคำถามเอง โดยการมอบหมายให้นักเรียนอ่านบทเรียนแล้วเขียนคำถามจากบทเรียนนั้นลงบนบัตรคำ บัตรคำถาม จำนวนคำถามแล้วแต่จะกำหนด ต่อจากนั้นจึงเขียนคำตอบลงบนอีกด้านหนึ่ง เมื่อเขียนเสร็จแล้วนักเรียนจับคู่เพื่อฝึกโดยการถาม-ตอบ เริ่มด้วยคำถามของตนเองเสียก่อน ต่อจากนั้นถาม-ตอบ โดยใช้คำถามของเพื่อน

7. ให้ทำกิจกรรมเพิ่มเติม ภายหลังจากการวินิจฉัยปัญหาถ้าพบว่าผู้เรียนมีความเข้าใจแล้วแต่สมควรได้รับการฝึกทักษะเพิ่มขึ้น ผู้สอนอาจใช้วิธีการมอบหมายงานให้ทำ เช่น ทำแบบฝึกหัดเพิ่มขึ้น โดยจะทำที่โรงเรียนหรือที่บ้านแล้วแต่ความเหมาะสม

กระทรวงศึกษาธิการ (2535 :19) ได้กล่าวถึงการจัดการสอนซ่อมเสริมไว้ว่า เมื่อผู้สอนทราบปัญหาหรือข้อบกพร่องของผู้เรียนแล้ว ก็นำมาเป็นข้อมูลในการพิจารณาจัดสอนซ่อมเสริมให้แก่ผู้เรียนดังนั้นในทางปฏิบัติ เมื่อสอนจบแต่ละหน่วย จะได้ซ่อมเสริมให้ผู้เรียนได้ทันที ซึ่งในการจัดสอนซ่อมเสริมนั้นสถานศึกษาควรดำเนินการเป็น 3 ระยะ คือ

1. ภายหลังจากประเมินผลก่อนเรียน ถ้าพบว่าผู้เรียนยังมีพื้นฐานความรู้ไม่พอ หรือยังไม่มีพฤติกรรมขั้นต้นก่อนเรียน ควรจะได้จัดการสอนซ่อมเสริมให้
2. การประเมินผลระหว่างเรียน ถ้าพบว่าผู้เรียนมีความรู้ความสามารถไม่ผ่านตามเกณฑ์ของจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ ควรจะได้จัดการสอนซ่อมเสริมให้
3. ภายหลังจากตัดสินผลการเรียน ถ้าผู้เรียนได้ระดับผลการเรียน "0" ก่อนจะให้ผู้เรียนสอบแก้ตัวต้องจัดการสอนซ่อมเสริมก่อน

#### ลักษณะของการสอนซ่อมเสริม

สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2523 : 24) ได้กล่าวถึงลักษณะของการสอนซ่อมเสริมไว้ว่าเป็นการให้โอกาสแก่ผู้เรียนได้มีเวลาเรียนเพิ่มขึ้นเรียนรู้สิ่งต่างๆ เพิ่มขึ้นและเข้าใจจนสามารถบรรลุจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ ส่วนกระทรวงศึกษาธิการ (2524 : 98) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับลักษณะของ การสอนซ่อมเสริมไว้ดังนี้ การสอนซ่อมเสริมเป็นวิธีการที่จะช่วยให้นักเรียนที่เรียนช้าสามารถเรียนได้ทันเพื่อน ช่วยให้นักเรียนที่เรียนไม่เข้าใจ มีความเข้าใจมากขึ้น ช่วยให้นักเรียนที่เรียนมาแล้วแต่ยังไม่สัมฤทธิ์ผลตามจุดมุ่งหมายหรือจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมได้สัมฤทธิ์ผล

ในปี 1968 เคลเลอร์ (Keller .1968 : 79-89) ซึ่งได้ศึกษาค้นคว้าการสอนด้วยบทเรียนสำเร็จรูปโดยนำทฤษฎีการวางเงื่อนไขของ สกินเนอร์มาใช้ กล่าวว่า การที่จะให้นักเรียนบรรลุจุดมุ่งหมายที่

กำหนดไว้ ครูเป็นบุคคลสำคัญเพราะเป็นผู้ใช้หลักสูตรระดับห้องเรียน และวิธีการหนึ่งที่ครูช่วยนักเรียนให้บรรลุจุดประสงค์ในการเรียนแต่ละระดับก็คือ การสอนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มย่อย ข้อเสนอแนะของเคลเลอร์สอดคล้องกับความคิดของ บลูม (Bloom . 1968 : 1-12) ที่กล่าวว่าสิ่งที่มีส่วนช่วยให้การสอนบรรลุถึงขั้นมาตรฐานได้คือ ใช้วิธีการสอบย่อยเมื่อจบการเรียนและสอนซ่อมเสริมในกรณีที่เด็กเรียนอ่อนหรือยังไม่สามารถบรรลุจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ บลูม สรุปว่าวิธีนี้จะช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จตามเกณฑ์ของจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ได้ถึง 90 % นอกจากนี้ แฮร์ริส (Harris. 1970 : 117-125 ) ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมไว้ว่า ครูสอนซ่อมเสริมที่ดั้นด้นจะต้องเป็นครูที่รักเด็กอย่างแท้จริง เพราะเด็กที่มีความล้มเหลวมักขาดกำลังใจและความเชื่อมั่นในตนเอง ฉะนั้นถ้าผู้ใหญ่มีที่ทำแสดงว่าให้การยอมรับ ให้ความสนใจเด็กจะเกิดความอบอุ่นและมีมานะที่จะเอาชนะอุปสรรคในการเรียนได้

สำหรับเด็กที่มีปัญหาทางการเรียน และควรจัดกิจกรรมสอนซ่อมเสริมให้เป็นพิเศษนั้น ไมเคิลลิส และกริม (Michaelis and Grim. 1958 : 219) ระบุว่าส่วนใหญ่จะเป็นเด็กที่มีลักษณะดังนี้

1. มีช่วงความสนใจสั้น
2. มีสมาธิในการเรียนน้อย
3. มีความสามารถในการถ่ายโอนการเรียนรู้น้อยระหว่างเนื้อหาต่าง ๆ ที่มีความสัมพันธ์กัน
4. มีความต้องการให้มีการกระตุ้นและสร้างแรงจูงใจในการเรียนมาก
5. ต้องการความเอาใจใส่ดูแลช่วยเหลือเป็นพิเศษ
6. วิธีการเรียนรู้ต้องอาศัยการเรียนรู้จากรูปธรรม
7. มีความต้องการคำยกย่องชมเชย การได้รับรางวัล และคำแนะนำเป็นรายบุคคลหรือเป็นรายกลุ่มย่อยมากเป็นพิเศษ

8. มีความสามารถต่ำในการเรียนรู้หรือปฏิบัติงานที่เป็นนามธรรม
9. ต้องการที่จะประสบความสำเร็จในการเรียนมาก

#### เทคนิคการสอนซ่อมเสริม

แบลร์ (Blair . 1957 : 83) ได้เสนอเทคนิคที่ควรคำนึงในการสอนซ่อมเสริมไว้ดังนี้

1. เริ่มจากสภาพที่เป็นจริงของนักเรียน การสอนส่วนใหญ่อย่าคิดว่านักเรียนรู้มากกว่าสภาพที่เป็นจริง เนื้อหาวิชาหรืองานที่ให้นักเรียนนั้นควรคำนึงถึงสิ่งที่ทำให้นักเรียนประสบผลสำเร็จและควรคำนึงถึงความพร้อมของเด็ก

2. ครูควรรายงานความก้าวหน้าในการเรียนให้นักเรียนทราบ อาจแสดงเป็นกราฟหรือสมุดรายงาน

3. งานและกิจกรรมที่จัดให้นักเรียนควรตรงกับความต้องการของนักเรียน

4. นักเรียนควรทำงานด้วยความพอใจเพื่อให้การเรียนดำเนินไปอย่างรวดเร็ว

#### ระยะเวลาในการสอนซ่อมเสริม

ศรียา นิยมธรรม และประภัสสร นิยมธรรม (2525:68) ได้เสนอแนะว่า การสอนซ่อมเสริมจะสอนสัปดาห์ละกี่ครั้งก็ได้ขึ้นอยู่กับปัญหาของแต่ละคน ในการสอนครั้งหนึ่งๆ ไม่ควรเกิน 1 ชั่วโมงและไม่ควรน้อยกว่า 15 นาที

เดอชานท์ (Dechant . 1971 : 286) ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับระยะเวลาในการสอนซ่อมเสริมไว้ว่านักเรียนระดับประถมศึกษาควรใช้เวลาในการสอนซ่อมเสริมประมาณครึ่งชั่วโมง ส่วนนักเรียนระดับมัธยมศึกษาสามารถเรียนซ่อมเสริมได้ทั้งชั่วโมง

### 3.5 การประเมินการสอนซ่อมเสริม

การประเมินผลการเรียนซ่อมเสริมนั้นกระทำเพื่อวินิจฉัยว่านักเรียนมีความรู้ ความสามารถหรือบกพร่องในเรื่องใดหรือในจุดประสงค์ใด ดังนั้นวิธีการประเมินผลที่เหมาะสมคือ การประเมินผลแบบอิงเกณฑ์ ฉะนั้นครูผู้สอนจะเลือกใช้วิธีใดต้องคำนึงถึงประสิทธิภาพที่จะได้รับและใช้เวลาสั้นที่สุดเท่าที่จะทำได้ และในการประเมินผลการเรียนนั้นมีเกณฑ์การประเมินแบบอิงเกณฑ์และอิงกลุ่ม ซึ่งได้มีนักวิจัยหลายท่านได้เสนอแนะ ดังนี้

กรมวิชาการ (2524 : 101-102) ได้เสนอแนะวิธีการประเมินผลการสอนซ่อมเสริมในคู่มือการใช้หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 ไว้ดังนี้

1. การสังเกต ใช้ในการประเมินผลจุดประสงค์ในเรื่องความคล่องแคล่วในการปฏิบัติตามวิธีการดำเนินงาน

2. การตรวจผลงาน โดยการมอบหมายงานให้นักเรียนไปทำก็ใช้การตรวจผลงานเพื่อการประเมินได้

3. การสัมภาษณ์ ผู้สอนอาจใช้วิธีการสัมภาษณ์นักเรียนหลังจากที่มอบหมายกิจกรรมให้ไปปฏิบัติแล้ว

4. การสอบข้อเขียน ควรเป็นการสอบอย่างสั้นๆ เฉพาะเรื่องที่จำเป็นและใช้เพื่อการทดสอบความแม่นยำ

กระทรวงศึกษาธิการ (2533 : 17-21) ได้กล่าวว่าในการจัดการเรียนการสอนครู ผู้สอนต้อง  
 แจ้งให้นักเรียนทราบเกณฑ์การผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้และเกณฑ์ขั้นต่ำของการผ่านรายวิชา  
 ก่อนสอนรายวิชานั้นซึ่งเกณฑ์การผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ขึ้นอยู่กับผู้สอนกำหนดตามความ  
 เหมาะสมของระดับชั้น ซึ่งการกำหนดเกณฑ์ของการผ่านแต่ละจุดประสงค์ควรกำหนดตามความ  
 สำคัญของจุดประสงค์ที่สำคัญมากเกณฑ์ควรจะสูง จุดประสงค์ที่สำคัญรองลงมาเกณฑ์อาจลดลงได้  
 แต่ต้องไม่ต่ำกว่าร้อยละ 50 และเกณฑ์ขั้นต่ำของการผ่านรายวิชานั้นคือร้อยละ 50 ของคะแนน  
 ระหว่างภาคเรียนรวมกับปลายภาคเรียน

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2533 : 46) และสำนักทดสอบทางการศึกษา (2539:5) ได้ให้แนวคิดที่  
 สอดคล้องกันในการกำหนดเกณฑ์การเรียนรู้ว่าเกณฑ์การประเมินใช้ความถูกต้องอย่างน้อย 67% หรือ  
 2 ใน 3 ซึ่งหมายความว่าถ้าผู้เรียนทำถูกหมดทั้ง 3 ข้อ หรือถูก 2 ข้อ ใน 3 ข้อ ถือว่าผู้เรียนมีความเข้าใจ  
 ในเนื้อหานั้น ๆ การใช้เกณฑ์ 67% ช่วยให้ผู้วินิจฉัยแน่ ใจได้ว่ากรณีที่ผู้เรียนทำผิดเนื่องจากความ  
 ไม่เข้าใจอย่างแท้จริงไม่ใช่เพราะความพลั้งเผลอ

เลเวลเลน และนาگی (Levellen and Nagy 1981:100) และ อุไร สิ้นธุวงศ์านนท์ (2534 : 26 ;  
 อ้างอิงจาก รุ่ง เจนจิต 2523) ได้ให้แนวคิดไว้ว่าการประเมินผลการสอนซ่อมเสริมควรเป็นการประเมิน  
 ผลแบบอิงเกณฑ์ เพื่อวินิจฉัยว่านักเรียนมีความรู้ความสามารถหรือข้อบกพร่องในเรื่องใดหรือ  
 จุดประสงค์ข้อใด และในการสร้างเกณฑ์การเรียนรู้ ในกระบวนการจัดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไข  
 ข้อบกพร่องทางการเรียนซึ่งเป็นขั้นตอนที่สำคัญขั้นตอนหนึ่งของการจัดการเรียนการสอนที่ทุกครั้งของ  
 การเรียนการสอน ครูต้องกำหนดจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนและกำหนดเกณฑ์การเรียนรู้ไว้ให้  
 ชัดเจน

จากหลักการสอนซ่อมเสริมที่ได้กล่าวมาแล้วนั้น สรุปได้ว่าการสอนซ่อมเสริมสามารถจัดทำ  
 ภายหลังการประเมินผลการเรียน โดยต้องมีการศึกษาสาเหตุของปัญหาและค้นหาข้อบกพร่องของ  
 นักเรียนแล้วจัดการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องเหล่านั้นตามลำดับขั้นตอนจากการวินิจฉัย  
 ปัญหาการวางแผนการสอนซ่อมเสริม การปฏิบัติการสอนไปจนถึงการวัดผล และวิธีการสอนควรใช้วิธี  
 การใหม่ๆ ไม่ซ้ำกับวิธีการเดิมและใช้อุปกรณ์การสอนที่เหมาะสมและแปลกไปจากเดิม สำหรับเวลาที่  
 ใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมนั้นควรใช้เวลาในการจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับวัย  
 ระดับการศึกษาและลักษณะของปัญหาของนักเรียนแต่ละคน ซึ่งเวลาที่ใช้สอนซ่อมเสริมอาจใช้เวลา  
 ว่างนอกเวลาเรียน โดยนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายสามารถเรียนซ่อมเสริมได้ทั้งชั่วโมง และในการ

ประเมินผลการสอนซ่อมเสริมควรใช้วิธีการประเมินผลทั้งการตรวจผลงานการสังเกต การสัมภาษณ์ และการสอบข้อเขียน และใช้การประเมินผลแบบอิงเกณฑ์ ซึ่งเกณฑ์ที่น่าพอใจและสามารถปฏิบัติได้ ควรเป็นเกณฑ์ 60% ขึ้นไป ซึ่งหมายถึงนักเรียนได้คะแนนอย่างน้อยร้อยละ 60 ของคะแนนในแต่ละ จุดประสงค์การเรียนรู้

#### 4.งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน

##### 4.1 งานวิจัยในประเทศ

ในประเทศไทยได้มีการทำการวิจัยหลายเรื่องที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเนื้อหาต่าง ๆ ดังเช่น

อุไรวรรณ ทศนบุตร ( 2523 : 103 - 109 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย ความบกพร่องในการเรียนเรื่องเศษส่วนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในจังหวัดนครสวรรค์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 990 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบย่อย 6 ฉบับ คือพื้นฐานความเข้าใจเกี่ยวกับเศษส่วน การลบเศษส่วน การคูณเศษส่วนและ โจทย์ปัญหาเศษส่วนเป็นแบบเติมคำสั้นๆ ผลการวิจัยพบว่า สาเหตุของความบกพร่องที่สำคัญ คือ นักเรียนไม่เข้าใจความหมายของเศษส่วน ไม่เข้าใจกระบวนการบวก ลบ คูณ หารเศษส่วนและ บกพร่องในการทอนให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

สุชุม มูลเมือง ( 2523 : 57-61 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย ข้อบกพร่องในการเรียนทศนิยม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในเขตจังหวัดนครพนม กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในเขตจังหวัดนครพนม จำนวน 802 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบ 4 ฉบับ คือ แบบทดสอบพื้นฐานความเข้าใจทศนิยม แบบทดสอบการบวก และการลบทศนิยม แบบทดสอบการคูณและการหารทศนิยม และแบบทดสอบโจทย์ปัญหาทศนิยม ผลการวิจัยพบว่า แบบทดสอบทั้ง 4 ฉบับ มีค่าความเชื่อมั่น .9610 , .9683 , .9163 และ .9628 ตามลำดับ

วรรณดี ชุณหวิธานนท์ ( 2524 : 117 - 125 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสร้างแบบทดสอบ วินิจฉัยความบกพร่องในการเรียนเรื่องพหุคูณและพหุคูณลบ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในเขตท้องที่ การศึกษา 4 กรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 750 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบย่อย 6 ฉบับ คือ การบวกโพลีโนเมียล การลบโพลีโนเมียล การคูณโพลีโนเมียล การหารโพลีโนเมียล และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผลการวิจัยพบว่า สาเหตุข้อบกพร่องที่สำคัญ คือนักเรียนไม่เข้าใจทักษะการคำนวณเลขยกกำลังสับสนเครื่องหมาย และไม่เข้าใจสมบัติการแจกแจง

จินดา ลิ้มถาวรศิริพงศ์ ( 2525 : 68 - 69 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสร้างลำดับชั้นเนื้อหาวิชา จากการวินิจฉัยการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเต็ม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในเขตกรุงเทพมหานคร จำนวน 396 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เป็นแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเต็ม ผลการวิจัยพบว่าได้ลำดับชั้นเนื้อหาวิชา 5 ตอนประกอบด้วยลำดับชั้นทั้งหมด 34 ลำดับชั้น และพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด เนื่องมาจากไม่เข้าใจแนวคิดเรื่อง สมบัติของศูนย์เกี่ยวกับการหาร รองลงมาได้แก่ ไม่เข้าใจแนวคิดเรื่องการลบจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มลบ และไม่เข้าใจแนวคิดเรื่องการลบจำนวนเต็มลบ

สมศักดิ์ ฉันทานุรักษ์ ( 2529 : 60-62 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนแผนการเรียนเกษตรกรรม เขตการศึกษา 6 กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนแผนการเรียนเกษตรกรรมในเขตการศึกษา 6 จำนวน 353 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนรู้คณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับ คือ เรื่อง การบวก ลบ คูณ หาร จำนวนจริง และเรื่องโพลีโนเมียลและสมบัติเบื้องต้นเกี่ยวกับสมการ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องในด้านการหาผลบวกของเศษส่วนที่ส่วนไม่เท่ากันและไม่อยู่ในรูปจำนวนคละ โดยมีสาเหตุสำคัญเนื่องมาจากนักเรียนสับสนกระบวนการในการหา ค.ร.น. ของส่วนรองลงมาได้แก่ ด้านการหาผลหารของเศษส่วน โดยมีสาเหตุสำคัญเนื่องมาจากนักเรียนสับสนกระบวนการโดยการเปลี่ยนการหารเป็นการคูณแล้วไม่กลับเศษส่วน และนักเรียนส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องในด้านการหาผลต่างของโพลีโนเมียล โดยมีสาเหตุสำคัญเนื่องจากนักเรียนสับสนเครื่องหมายในการคำนวณ รองลงมาได้แก่ ด้านการหาผลหารโพลีโนเมียลหารด้วยโมโนเมียลที่หารลงตัว โดยมีสาเหตุเนื่องมาจากนักเรียนสับสนกระบวนการโดยนำเลขชี้กำลังมาหารกันด้วย

ทัศนพร คลังแก้ว ( 2532 : 74-76 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 70 คนเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่องภาคตัดกรวย และตรีโกณมิติ" การวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบ

คณิตศาสตร์แบบอัตนัยได้ใช้เกณฑ์ซึ่งปรับปรุงมาจากเกณฑ์การพิจารณาข้อบกพร่องแบบทดสอบ คณิตศาสตร์แบบอัตนัยของไมวโทวิทซ์ ฮาดาร์และคณะ ผลการวิจัยพบว่า จำนวนนักเรียนที่มี ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบอัตนัยวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรียงลำดับจากมาก ไปหาน้อย คือ บกพร่องในเทคนิคการทำ ไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหาการใช้ข้อมูลผิด บิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตรและนิยาม และข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา

ดารณี คำแหง ( 2533 : 167-170 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 320 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็น แบบทดสอบเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชนิดเลือกตอบ และชนิดความเรียง เรื่องจำนวนเชิงซ้อน ลำดับและอนุกรม การศึกษาข้อบกพร่องทาง การเรียนคณิตศาสตร์ใช้ลักษณะข้อบกพร่องซึ่งปรับปรุงมาจากลักษณะ ข้อบกพร่องของเบลนโด และ คณะคาเซย์ และไมวโทวิทซ์-ฮาดาร์และคณะ ผลการวิจัยจากแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องการนำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎี บางประการของกลุ่ม และสมบัติการเท่ากันไปใช้พิสูจน์ข้อความที่กำหนดให้หรือวิจารณ์การพิสูจน์ได้ โดยข้อบกพร่องมีสาเหตุสำคัญเนื่องจาก นักเรียนประยุกต์ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้กับทฤษฎีไม่ถูกต้อง และจากแบบทดสอบชนิดความเรียง พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องการนำความรู้เรื่องการทำกันของจำนวนเชิงซ้อน ไปใช้หาค่าตัวแปรพร้อมทั้งหาอินเวอร์สการบวก และอินเวอร์สการคูณได้ โดยมีสาเหตุสำคัญเนื่องจากนักเรียนจำนิยามอินเวอร์สการบวกและ อินเวอร์สการคูณผิด

เบญจมา เขียวสม ( 2534 : 106 - 107 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยตาม พฤติกรรมการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1 ในเขตจังหวัดชุมพร จำนวน 1,050 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็น แบบทดสอบ วินิจฉัยแบบปรนัยชนิด 5 ตัวเลือกจำนวน 5 ฉบับ คือ

- 1) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแปลความหมายคำหรือข้อความที่กำหนด
- 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการสร้างสมการ
- 3) แบบทดสอบวัดความสามารถในการรวบรวมข้อมูล
- 4) แบบทดสอบวัดความสามารถในการนำหลักการ - กฎเกณฑ์ไปใช้
- 5) แบบทดสอบวัดความสามารถในการคำนวณ

ผลการวิจัยพบว่า ข้อสอบมีค่าความยากอยู่ระหว่าง .51 - .79 มีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง .29 - .70 ค่าความเชื่อมั่นคำนวณโดยใช้สูตร ANOVA Corrected ของแบบทดสอบฉบับหนึ่ง สอง สาม สี่และฉบับที่ห้าเป็น .88,.91,.89,.95,และ .95 ตามลำดับ คะแนนเกณฑ์ของแบบทดสอบทั้งห้าฉบับเท่ากันคือ 5 คะแนน สำหรับค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาโดยให้ผู้เชี่ยวชาญทางเนื้อหาวิชาพิจารณาค่าความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับพฤติกรรมที่ต้องการวัด ผลปรากฏว่า ข้อสอบทุกข้อวัดได้ตรงกับพฤติกรรมที่ต้องการวัดจริง

อรุณ ชูยกระเดื่อง ( 2534 : 53 - 54 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาความคลาดเคลื่อนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 374 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบอัตนัยเรื่องโจทย์สมการกำลังสอง ซึ่งมีขั้นตอนในการแก้โจทย์สมการ 5 ขั้นตอนคือ

- (1) ตีความและทำความเข้าใจโจทย์
- (2) การใช้ตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่า
- (3) การเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ตามที่โจทย์
- (4) การแก้สมการหาคำตอบ
- (5) การตอบคำถามตามที่โจทย์ต้องการ

ผลการวิจัยพบว่า

1) ลักษณะความคลาดเคลื่อนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามขั้นตอนในการแก้โจทย์สมการเรียงตามลำดับ ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องจากมากไปน้อย คือ

คลาดเคลื่อนในการเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ตามที่โจทย์กำหนด	ร้อยละ 25.17
คลาดเคลื่อนในการตอบคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ	ร้อยละ 24.55
คลาดเคลื่อนในการใช้ตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่า	ร้อยละ 21.93
คลาดเคลื่อนในการแก้สมการหาคำตอบ	ร้อยละ 20.90
คลาดเคลื่อนในการตีความและการทำความเข้าใจโจทย์	ร้อยละ 19.80

2) การตอบแบบทดสอบการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำแนกเป็น 4 ประเภท เรียงตามลำดับค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนจากมากไปน้อยคือ ถูกต้องร้อยละ 40.48 ไม่ทำร้อยละ 34.12 คลาดเคลื่อนร้อยละ 20.18 และถูกต้องเพียงบางส่วนร้อยละ 5.22

ศิริชัย โสภ ( 2535 : 93 - 97 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียน คณิตศาสตร์เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดศรีสะเกษ กลุ่มตัวอย่างเป็น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดศรีสะเกษ จำนวน 562 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบ ทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์แบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก 2 ฉบับ เรื่องพื้นฐาน ความเข้าใจเกี่ยวกับเศษส่วนการบวกและการลบเศษส่วน เรื่องการคูณ การหาร และโจทย์ปัญหา เกี่ยวกับเศษส่วน ผลการวิจัยพบว่า ในด้านการหาผลบวกของเศษส่วนที่มีส่วนไม่เท่ากันและไม่อยู่ในรูปของจำนวนคละ นักเรียนทั้งหมดมีข้อบกพร่องในกระบวนการโดยไม่หา ค.ร.น. ของส่วนและใน ด้านการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหารเศษส่วนนักเรียนทั้งหมดมีข้อบกพร่องในการแปลความหมาย โจทย์

สมชาย บุญรักษา ( 2536 : 156 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการ เรียนคณิตศาสตร์เรื่องสมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และระบบสมการเชิงเส้นสำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในจังหวัดพังงา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 316 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็น แบบทดสอบวินิจฉัยเติมคำ และแสดงวิธีทำ เรื่องสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ผลการวิจัยพบว่า เนื้อหาที่นักเรียนบกพร่องมากได้แก่กราฟของ สมการที่ขนานกัน การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีกราฟ การแก้สมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และสาเหตุของข้อบกพร่องที่ พบมากได้แก่ ขาดความรอบคอบ เขียนจุดตัดบนแกน X ผิด เข้าใจโจทย์ผิด และเข้าใจว่า 0 เป็น จำนวนเต็มบวก

ทศพร ทักษิมา ( 2545 : 53 - 58 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการ เรียน เรื่อง ระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในเขตจังหวัดฉะเชิงเทรา กลุ่มตัวอย่างเป็น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน จำนวน 25 คน โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัย จำนวน 4 ฉบับ ทำการทดสอบนักเรียน แล้วคัดเลือกนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในด้านต่าง ๆ จากนั้นทำ การซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง ด้วยชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมจำนวน 4 ชุด แยกตามเนื้อหา

ย่อย จุดประสงค์การเรียนรู้ และลักษณะข้อบกพร่อง หลังจากการทำการซ่อมเสริมจนครบทุกลักษณะ ข้อบกพร่องในทุกด้านที่นักเรียนมี ให้นักเรียนทำแบบทดสอบคู่ขนานเพื่อศึกษาผลของการซ่อมเสริมในแต่ละเนื้อหาย่อย พบว่า คะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมสูงกว่าคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมที่ระดับนัยสำคัญ .01

นิภาพร นาอ่อน ( 2545 : 52 – 56 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในเขตจังหวัดร้อยเอ็ด กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน

- หน่วยที่ 1 เรื่องความหมายฟังก์ชัน จำนวน 30 คน
- หน่วยที่ 2 เรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก จำนวน 30 คน
- หน่วยที่ 3 เรื่องฟังก์ชันคอมโพสิต จำนวน 30 คน
- หน่วยที่ 4 เรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส จำนวน 30 คน
- หน่วยที่ 5 เรื่องพีชคณิตของฟังก์ชันจำนวน 30 คน

โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยจำนวน 5 หน่วย ทำการทดสอบนักเรียน แล้วคัดเลือกนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในด้านต่าง ๆ จากนั้นทำการซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง ด้วยชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม แยกตามเนื้อหาย่อย จุดประสงค์การเรียนรู้ และลักษณะข้อบกพร่อง หลังจากการทำการซ่อมเสริมจนครบทุกลักษณะข้อบกพร่องในทุกด้านที่นักเรียนมี ให้นักเรียนทำแบบทดสอบคู่ขนานเพื่อศึกษาผลของการซ่อมเสริมในแต่ละเนื้อหาย่อย พบว่า คะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม สูงกว่าคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมที่ระดับนัยสำคัญ .01

#### 4.2 งานวิจัยในต่างประเทศ

บุทและคณะ ( Booth. et. Al, 1984 : 278 ) ได้ทำการวิจัย การวิเคราะห์และข้อผิดพลาดทางการเรียนพีชคณิตของนักเรียนในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการสอนและข้อผิดพลาดในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในประเทศอังกฤษที่มีอายุระหว่าง 13 – 15 ปี จำนวน 3,550 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบที่มีชื่อว่า CSMS (Concepts in Secondary Mathematican Science) ผลการวิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความผิดพลาดในด้านต่างๆ เช่น การให้ความเหมาะสมของตัวอักษร ความสัมพันธ์ของตัวอักษร เครื่องหมาย กฎและสัญลักษณ์ วิธีการที่นักเรียนใช้ในการคำนวณ ฯลฯ

เคเซย์ (Casay. 1987 : 92) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนและเทคนิค การสอนเพื่อการแก้ไขความคลาดเคลื่อนนั้น พบว่าสาเหตุที่ส่งผลต่อลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน ของนักเรียนมี 9 ด้าน คือ

1. รูปแบบคำถาม
2. การอ่านคำถาม
3. ความเข้าใจในคำถาม
4. กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้
5. ทักษะการเลือกใช้ความรู้
6. ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้
7. การเสนอคำตอบ
8. ความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้เนื่องจากการขาดความระมัดระวัง
9. ความผิดพลาดซึ่งครูจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

โมวโซวิทซ์และคณะ ( Movshovitz and others. 1987 : 3 - 14 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์รูปแบบข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็น นักเรียนเกรด 11 จำนวน 110 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ ลักษณะข้อบกพร่องจำนวน 5 ด้าน และแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ผลการวิจัยพบว่า ลักษณะข้อบกพร่องของ นักเรียนในวิชา พิชคณิต สามารถจัดกลุ่มข้อบกพร่องได้ 6 ด้านดังนี้ คือ

1. การใช้ข้อมูลผิด
2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา
3. การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์
4. การบิดเบือนทฤษฎีและนิยาม
5. ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา
6. ความคลาดเคลื่อนในเทคนิคการทำ

ไชย และอัง ( Chai and Ang. 1987 : 189 - 198 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาข้อบกพร่อง ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในสิงคโปร์เรื่องพิชคณิตและสมการ โดยทำการ ศึกษาในกลุ่มนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา (อายุ 12 ปี) จำนวน 100 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบ ทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องรูปแบบของเซลเซียส (Celsius) ซึ่งสร้างโดยปรับปรุงจากแบบทดสอบของ

โครงการในประเทศอังกฤษซึ่งมีชื่อว่า มโนทัศน์ของวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษา (CSMS) และโครงการที่มีชื่อว่า กลวิธีและความผิดพลาดของวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย (SESM) และการทดสอบนักเรียนโดยการสัมภาษณ์ นำผลการสอบทั้งสองอย่างของนักเรียนแต่ละคนมาพิจารณาหาจุดบกพร่องในวิธีการ 6 อย่าง คือ การประเมินตัวอักษรที่ไม่มีประโยชน์ ตัวอักษรที่ใช้แทนสิ่งของ ตัวอักษรที่ไม่ทราบความหมาย ตัวอักษรที่ใช้แทนตัวเลขและตัวแปร ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ใช้กลวิธีของเขาเองจะล้มเหลว ถ้าพบปัญหาที่ยากนอกจากนั้นข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นกับนักเรียนส่วนใหญ่เนื่องมาจากการตีความหมายผิดจากการอ่านโจทย์ ความคิดที่ผิดในการตีความหมายของตัวอักษรและจากการสัมภาษณ์ทำให้ทราบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์หรือให้ความหมายที่ผิดในการใช้ในการแก้ปัญหา

เบนโด และคณะ (Blando and other. 1989 : 301-308 ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์และหารูปแบบความคลาดเคลื่อนทางเลขคณิต พบว่าลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเลขคณิตมี 4 ด้าน คือ

1. ความคลาดเคลื่อนในการใช้เครื่องหมายบวก ลบ คูณ และหาร โดยทำผิดลำดับขั้นตอน เช่น บวกก่อนคูณ ลบก่อนหาร ละเลยความสำคัญของวงเล็บ เป็นต้น
2. ความคลาดเคลื่อนในการใช้เครื่องหมายผิด เช่น หารแทนการบวก ลบแทนการบวก คูณแทนการหาร เป็นต้น
3. ความคลาดเคลื่อนอื่นๆ เช่น การปฏิเสธที่จะแก้ปัญหา
4. ความคลาดเคลื่อนที่ไม่มีรูปแบบแน่นอน เนื่องจากขาดความระมัดระวังในการบวก (บวกผิด) เป็นต้น

จากงานวิจัยในประเทศและต่างประเทศ จะเห็นได้ว่า โดยส่วนมากนักเรียนมีข้อบกพร่องเกี่ยวกับการคิดคำนวณ ขาดทักษะพื้นฐานในการทำความเข้าใจโจทย์ มีความคลาดเคลื่อนในการใช้เครื่องหมาย การตีความโจทย์ปัญหา นักเรียนโยงความสัมพันธ์ของตัวแปรให้สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาไม่ได้ มีข้อบกพร่องในการแปลงโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์และไม่สามารถหาข้อบกพร่องในการตรวจสอบกระบวนการในระหว่างการแก้ปัญหาได้

## 5. งานวิจัยเกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์

### 5.1 งานวิจัยในประเทศ

ณรงค์ สารทัศนานันท์ (2521 : 65 - 66 ) ได้สร้างบทเรียนสำเร็จรูปขึ้นเพื่อสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ 1 ระดับ ป.กศ. วิทยาลัยครูบุรีรัมย์ โดยใช้กลุ่มตัวอย่าง 40 คน ที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์ 60% ผลการทดลองปรากฏว่า บทเรียนสำเร็จรูปที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 96.09 / 84.28 คะแนนจากแบบทดสอบก่อนและหลังเรียนบทเรียนสำเร็จรูปแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จินนาภา สีสบุตร (2521 : 51 - 56 ) ได้ทำการทดลองเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2520 โรงเรียนวัดรวก เขตบางกอกน้อย กรุงเทพมหานคร โดยสุ่มกลุ่มตัวอย่างมา 90 คน จากจำนวนทั้งหมด 136 คน ที่ได้คะแนนต่ำกว่า 80% โดยแบ่งเป็น 3 กลุ่ม ได้แก่

กลุ่มที่ 1 สอนซ่อมเสริมตามจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมด้วยบทเรียนโมดูลและมีการทดสอบย่อยท้ายบทเรียน

กลุ่มที่ 2 สอนซ่อมเสริมโดยไม่คำนึงถึงจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมด้วยบทเรียนโมดูลและมีการทดสอบย่อยท้ายบทเรียน

กลุ่มที่ 3 เป็นกลุ่มควบคุมสอนตามปกติ

ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่ 1 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมตามจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมด้วยบทเรียนโมดูล และมีการทดสอบย่อยท้ายบทเรียน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ 2 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

รุจิร ภูสาระ ( 2523 : 65-67 ) ได้ศึกษาเปรียบเทียบวิธีสอนคณิตศาสตร์ 6 วิธีสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อเปรียบเทียบว่าวิธีสอนแบบใดจะทำให้เกิดผลสัมฤทธิ์สูงสุดมีความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ต่ำและใช้เวลาในเรียนการสอนน้อยที่สุด กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตรามคำแหง จำนวน 180 คน การดำเนินการทดลองให้กลุ่มควบคุม 2 กลุ่ม เรียนจากครูเป็นผู้สอนเองและเรียนจากบทเรียนสำเร็จรูป ได้รับการตรวจสอบพื้นฐานก่อนเริ่มบทเรียนด้วยแบบทดสอบวินิจฉัย เมื่อจบหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยจะได้รับการทดสอบด้วยแบบทดสอบย่อย ถ้านักเรียนคนใดไม่ผ่านเกณฑ์จะได้รับการสอนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลส่วนกลุ่มทดลองอีก 2 กลุ่ม ซึ่งเรียนจากครูและเรียนเองจากบทเรียนสำเร็จรูปจะได้รับการตรวจสอบพื้นฐานก่อนเริ่มบทเรียน เมื่อจบหน่วยการเรียนรู้ในแต่ละหน่วยจะได้รับการทดสอบจากแบบทดสอบย่อย ถ้านักเรียนคนใดไม่ผ่าน

เกณฑ์จะได้รับการสอนซ่อมเสริมเป็นกลุ่ม ผลการทดลองปรากฏว่า กลุ่มที่ครูเป็นผู้สอนและมีการสอนซ่อมเสริมเป็นกลุ่ม และกลุ่มที่เรียนเองจากบทเรียนสำเร็จรูปที่มีการซ่อมเสริมเป็นรายบุคคล พบว่ามีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงสุด ความแปรปรวนในกลุ่มน้อย และใช้เวลาในการเรียนการสอนปานกลาง การสอนซ่อมเสริมมีผลโดยตรงต่อนักเรียนที่มีความถนัดต่ำ คือจะช่วยให้นักเรียนที่มีความถนัดต่ำมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่มีความถนัดต่ำที่เรียนแบบไม่มีการสอนซ่อมเสริม

สาทร แก่นมณี ( 2525 : 64-65 ) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเจตคติที่มีต่อวิชาเรียนและความสนใจในวิชาเรียน จากการสอนซ่อมเสริม 3 วิธี ในกระบวนการเรียนเพื่อรอบรู้ (Mastery Learning) อันได้แก่ การสอนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลโดยเพิ่มแบบฝึกหัดตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่บกพร่อง การสอนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่บกพร่อง และการสอนซ่อมเสริมเป็นกลุ่มโดยเฉลยแบบทดสอบย่อยอธิบายข้อบกพร่องเป็นการรวมๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เรื่องโพลีโนเมียล กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2524 โรงเรียนนาวิรัตน์ จังหวัดแพร่ จำนวน 120 คน โดยแบ่งออกเป็นกลุ่มทดลอง 3 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม นักเรียนแต่ละกลุ่มมี 30 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมเป็นกลุ่มโดยการเฉลยแบบทดสอบย่อย อธิบายข้อบกพร่องเป็นการรวมๆ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนซ่อมเสริม ภายหลังจากการสอนซ่อมเสริมแล้ว เจตคติที่มีต่อวิชาเรียนของกลุ่มทดลองทุกกลุ่มสูงขึ้นกว่าก่อนการทดลองสอน และการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปสามารถลดความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ลงได้มากที่สุด

วิรัช พงศพิฏกุล ( 2527 : 174 ) ได้ทำการทดลองสอนซ่อมเสริม โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปในวิชาคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2526 ของโรงเรียนบ้านท่ามะกา อำเภอท่ามะกา จังหวัดกาญจนบุรี จำนวน 50 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 25 คน พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป และโดยครูเป็นผู้สอนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

สุกัน เทียนทอง ( 2527 : 67 - 71 ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2526 โรงเรียนบ้านลำดวน และโรงเรียนบ้านตะเคียนกิ่งอำเภอลำดวน จังหวัดสุรินทร์ จำนวน 64 คน ที่ไม่ผ่านเกณฑ์ เรื่องทศนิยมโดยแบ่งเป็น กลุ่มทดลอง 3 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม กลุ่มละ 16 คน ดังนี้

กลุ่มทดลองที่ 1 ครูสอนโดยคำนึงถึงความบกพร่องของนักเรียน

กลุ่มทดลองที่ 2 สอนโดยกลุ่มเพื่อนที่มีผลสัมฤทธิ์สูงกว่าเกณฑ์

กลุ่มทดลองที่ 3 ให้ศึกษาด้วยตนเอง

ผลจากการศึกษาพบว่า กลุ่มทดลองที่ 1 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ สูงกว่ากลุ่มทดลองที่ 3 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้นักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1 กับกลุ่มทดลองที่ 2 ที่ สอบผ่านเกณฑ์มีจำนวนถึง 80% และ 60% ตามลำดับ นอกนั้นไม่ผ่านเกณฑ์ที่ได้ตั้งไว้

เศรษฐศักดิ์ หนูทอง ( 2527 : 71 ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้บทเรียนโปรแกรม และแบบฝึกหัด และซ่อมเสริมตามปกติ ปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

มาลัยทอง นันทสุวรรณ ( 2529 : 72 ) ได้ศึกษาผลของการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องระบบจำนวนจริง โดยกลุ่มทดลองที่ 1 สอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน กลุ่มทดลองที่ 2 สอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป กลุ่มควบคุมสอนซ่อมเสริมโดยครูประจำวิชา ผลจากการศึกษาพบว่า ในโดเมนที่ 1 นักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จและครูประจำวิชา เป็นผู้สอนเองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และในโดเมนที่ 2 นักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสูงกว่ากลุ่มที่ครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บุพพันธ์ ดิทยานนท์ ( 2529 : 68 ) ได้ทำการทดลองซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการหาร โดยครูกับกลุ่มเพื่อนวิธีสอนของวรรณิพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง การหาร ของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อเปรียบเทียบความแตกต่างเป็นรายคู่พบว่า กลุ่มทดลองที่ 1 มีคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการหาร แตกต่างกับกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 ส่วนคู่อื่นๆ ไม่พบความแตกต่างและแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และ

กลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อเปรียบเทียบความแตกต่างเป็นรายคู่ พบว่า กลุ่มทดลองที่ 1 มีคะแนนเฉลี่ยแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ แตกต่างกับกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ส่วนคู่อื่นๆ ไม่พบความแตกต่าง

มะลิ จุลวงษ์ ( 2530 : 74 ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมและแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนจากคอมพิวเตอร์ช่วยสอน พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมของนักเรียนที่เรียนจากคอมพิวเตอร์ช่วยสอน และครูเป็นผู้สอน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เมื่อสิ้นสุดการทดลองที่สอนซ่อมเสริมด้วยคอมพิวเตอร์ช่วยสอนและครูเป็นผู้สอน ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุนนวัฒน์ ชมสวนสวรรค์ ( 2531 : 60 ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนซ่อมเสริมโดยวิธีเพื่อนช่วยสอนพบว่า ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริม โดยใช้เพื่อนช่วยสอน และครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

ทศพร ทักษิมา (2545 : 59 - 60) ได้สร้างชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบสมการ ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ 50 % เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

นิภาพร นานอ่อน (2545 : 58 - 59) ได้สร้างชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ 50% เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากงานวิจัยเกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ในประเทศสรุปได้ว่า การสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนในเนื้อหาต่าง ๆ รู้ถึงปัญหาที่เกิดขึ้นกับตนเอง ทำให้ครูผู้สอนทราบถึงปัญหาที่เกิดขึ้นกับนักเรียนเป็นรายบุคคล หรือทราบภาพรวมของนักเรียนภายในชั้น และนำข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นมาแก้ไขและพัฒนาการเรียนการสอนให้ดีขึ้นจนทำให้ นักเรียนสามารถสอบผ่านเกณฑ์ที่ตั้งไว้ได้

### บทที่ 3

## วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเกี่ยวกับการศึกษาและการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่อง ระบบจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามลำดับขั้นตอนต่อไปนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
  - 2.1) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
  - 2.2) การสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

#### 1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

##### 1.1 ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดนครปฐม ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง

##### 1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดนครปฐม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง จำนวน 40 คน โดยได้มาจากการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม (cluster sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน จากทั้งหมด 2 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 82 คน โดยนักเรียนแต่ละห้องมีความสามารถทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำคละกัน แล้วทำการคัดเลือกนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง จากห้องเรียนดังกล่าวเป็นกลุ่มตัวอย่างโดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัย จำนวน 6 หน่วย ทั้งนี้ นักเรียนที่มีข้อบกพร่องจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยอาจบกพร่องมากกว่า 1 ด้าน ซึ่งได้กลุ่มตัวอย่างมีจำนวนดังต่อไปนี้

หน่วยที่ 1 เรื่องจำนวนจริง จำนวน 36 คน

หน่วยที่ 2 เรื่องสมบัติของระบบจำนวนจริง จำนวน 39 คน

หน่วยที่ 3 เรื่องการแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว จำนวน 37 คน

หน่วยที่ 4 เรื่องสมบัติการไม่เท่ากัน จำนวน 19 คน

หน่วยที่ 5 เรื่องช่วงและการแก้อสมการ จำนวน 21 คน

หน่วยที่ 6 เรื่องค่าสัมบูรณ์ การแก้อสมการ และอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์ จำนวน 40 คน

## 2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

### 2.1 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย

2.1.1 แบบสอบถาม สํารวจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตร การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ที่เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนตามความคิดเห็น ของครู โรงเรียนในสังกัดสำนักงานการศึกษาขั้นพื้นฐาน ในกรุงเทพมหานคร จำนวน 30 คน จาก 15 โรงเรียน และโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตการศึกษาขั้นพื้นฐาน เขต 1 จังหวัดนครปฐม จำนวน 30 คน จาก 15 โรงเรียน

2.1.2 แบบสอบถามเกี่ยวกับลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องระบบ จำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ที่นักเรียนมีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ตามความคิดเห็นของครูในสังกัดสำนักงาน การศึกษาขั้นพื้นฐาน กรุงเทพมหานคร และในสังกัดสำนักงานเขตการศึกษาขั้นพื้นฐาน เขต 1 จังหวัด นครปฐม

2.1.3 แบบทดสอบวินิจฉัย เพื่อค้นหาข้อบกพร่องและสาเหตุของความบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง ซึ่งให้ภายหลังจากเสร็จสิ้นการเรียนการสอนในแต่ละหน่วยของอาจารย์ประจำ วิชา โดยใช้วินิจฉัยข้อบกพร่องในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้เพื่อพิจารณาว่านักเรียนมีข้อบกพร่องใน ลักษณะใดในหน่วยนั้นๆ

2.1.4 ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง เป็นชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนในแต่ละหน่วยการเรียน ซึ่งผู้วิจัยจำแนกชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเป็น 6 ชุด ดังนี้

(1) ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1 ใช้สำหรับซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง ทางการเรียนเรื่องจำนวนจริง

(2) ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2 ใช้สำหรับซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง ทางการเรียนเรื่องสมบัติของระบบจำนวนจริง

(3) ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 3 ใช้สำหรับซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง ทางการเรียนเรื่องการแก้อสมการพหุนามตัวแปรเดียว

(4) ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 4 ใช้สำหรับซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องสมบัติการไม่เท่ากัน

(5) ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 5 ใช้สำหรับซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องช่วงและการแก้อสมการ

(6) ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 6 ใช้สำหรับซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องค่าสัมบูรณ์ การแก้อสมการและอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์

ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องแต่ละหน่วยประกอบด้วยชุดการเรียนรู้การสอนย่อยตามจุดประสงค์การเรียนรู้ และในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องเรื่องระบบจำนวนจริงของนักเรียน เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านต่างๆ เช่น ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบทสมบัติ กฎหรือสูตร ด้านทักษะการคิดคำนวณ ด้านการประยุกต์ ด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา

2.1.5 แบบทดสอบคู่ขนาน หมายถึง แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริงอีกชุดหนึ่งที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยมีเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้เช่นเดียวกับแบบทดสอบวินิจฉัย มีรูปแบบลักษณะของโจทย์ปัญหา จำนวนหน่วย จำนวนฉบับ ค่าความยากง่าย ( $p$ ) ค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ใกล้เคียงกับแบบทดสอบวินิจฉัย และจำนวนข้อสอบของแบบทดสอบคู่ขนานเท่ากับจำนวนข้อของแบบทดสอบวินิจฉัย ซึ่งแบบทดสอบคู่ขนานจะใช้ภายหลังจากการเรียนรู้ซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้โดยมีความมุ่งหมายเพื่อทดสอบว่าการซ่อมเสริมแต่ละจุดประสงค์ที่นักเรียนมีข้อบกพร่อง นักเรียนสามารถผ่านเกณฑ์ 60% ของแต่ละจุดประสงค์หรือไม่

2.1.6 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ระบบจำนวนจริง เป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ซึ่งสร้างโดยครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง ระบบจำนวนจริงและใช้ทดสอบในขั้นสุดท้ายภายหลังจากการดำเนินการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเสร็จสิ้นทุกขั้นตอนแล้ว

## 2.2 การสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือในการวิจัย

2.2.1 ขั้นตอนในการสร้าง แบบสอบถามเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนตามความคิดเห็นของครู มีขั้นตอนดังนี้

(1) ศึกษาหลักสูตร จุดประสงค์ของหลักสูตร จุดประสงค์รายวิชาและขอบข่ายของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ จากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และศึกษาแนวทางของหลักสูตร แนวทางการจัดการเรียนรู้ จากคู่มือกลุ่มสาระวิชาคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอน

## วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

(2) ศึกษาหลักการและวิธีการสร้างแบบสอบถามจากตำราและเอกสารต่างๆ และศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรายละเอียดของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งปัญหาในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่มีปัญหา

(3) สร้างแบบสอบถามเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนตามความคิดเห็นของครูให้สอดคล้องกับหลักการสร้างแบบสอบถามและครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

(4) นำแบบสอบถามที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ และข้อควรปรับปรุงแก้ไขแล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขภายใต้การควบคุมดูแลของคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท

(5) นำแบบสอบถามเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนตามความคิดเห็นของครู ไปสำรวจความคิดเห็นของครูผู้สอนหรือเคยสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานการศึกษาขั้นพื้นฐาน กรุงเทพมหานคร และในสังกัดสำนักงานเขตการศึกษาพื้นฐาน เขต 1 จังหวัดนครปฐม รวมทั้งหมด 30 โรงเรียน โดยแบ่งเป็นโรงเรียนในกรุงเทพมหานครและโรงเรียนในจังหวัดนครปฐม อย่างละ 15 โรงเรียน

2.2.2 ขั้นตอนในการสร้างแบบสอบถามเกี่ยวกับลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ตามความคิดเห็นของครูผู้สอน มีขั้นตอนดังนี้

(1) ศึกษาเนื้อหาเรื่องระบบจำนวนจริง จากหนังสือเรียนและคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 1 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

(2) ศึกษาหลักการและวิธีการสร้างแบบสอบถามจากตำราและเอกสารต่างๆ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรายละเอียดของเนื้อหาเรื่องระบบจำนวนจริงรวมทั้งลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

(3) สร้างแบบสอบถามเกี่ยวกับลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ตามความคิดเห็นของครูผู้สอนให้สอดคล้องกับหลักการสร้างแบบสอบถามและให้ครอบคลุมรายละเอียดของเนื้อหาและลักษณะของข้อบกพร่องที่ได้จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง

(4) นำแบบสอบถามที่สร้างขึ้น เสนอคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญจำนวน 2 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของภาษาที่ใช้และข้อควรปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขภายใต้การควบคุมดูแลของคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท

(5) นำแบบสอบถามเกี่ยวกับลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไปสำรวจความคิดเห็นของครูผู้สอนหรือเคยสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องระบบจำนวนจริงระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานการศึกษาขั้นพื้นฐานกรุงเทพมหานคร และในสังกัดสำนักงานเขตการศึกษาพื้นฐาน เขต 1 จังหวัดนครปฐม โรงเรียนละ 2 คน จากทั้งหมด 30 โรงเรียน โดยแบ่งเป็นโรงเรียนในกรุงเทพมหานคร 15 โรงเรียนและโรงเรียนในจังหวัดนครปฐม 15 โรงเรียน

### 2.2.3 การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนาน มีลำดับขั้นตอนดังนี้

(1) ศึกษาหลักการและวิธีการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

(2) ศึกษาหลักสูตร คู่มือครูและหนังสือกลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องระบบจำนวนจริง ซึ่งจำแนกเนื้อหาเรื่องระบบจำนวนจริงได้ 6 หน่วยดังนี้

หน่วยที่ 1 เรื่องจำนวนจริง

หน่วยที่ 2 เรื่องสมบัติของระบบจำนวนจริง

หน่วยที่ 3 เรื่องการแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว

หน่วยที่ 4 เรื่องสมบัติการไม่เท่ากัน

หน่วยที่ 5 เรื่องช่วงและการแก้สมการ

หน่วยที่ 6 เรื่องค่าสัมบูรณ์ การแก้สมการ และอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์

(3) ศึกษาและวิเคราะห์ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และข้อบกพร่องเรื่องระบบจำนวนจริงของนักเรียน โดยนำข้อมูลที่ได้มาจากการสำรวจความคิดเห็นของครูผู้สอนเกี่ยวกับลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องระบบจำนวนจริงมาใช้ในการจำแนกลักษณะข้อบกพร่องซึ่งแบ่งเป็น 4 ด้านดังนี้

ด้านที่ 1 ลักษณะข้อบกพร่องในการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร

1.1 การจำบทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร

1.2 การเข้าใจบทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร

1.3 การประยุกต์ข้อมูลกับบทนิยาม

1.4 การนำบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติไปใช้พิสูจน์

ด้านที่ 2 ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ

- 2.1 การมีทักษะในการเลือกสมบัติของระบบจำนวนจริงมาใช้ในการคำนวณ
- 2.2 การมีทักษะในการ บวก ลบ คูณ หาร
- 2.3 การมีทักษะในการเขียนช่วงของคำตอบ

ด้านที่ 3 ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์

- 3.1 การนำความรู้เบื้องต้นเรื่องระบบจำนวนจริงไปประยุกต์ใช้

ด้านที่ 4 ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการแก้ปัญหา

- 4.1 การแสดงขั้นตอนแก้ปัญหาจนได้คำตอบที่ถูกต้อง
- 4.2 การตรวจสอบคำตอบเมื่อได้คำตอบจากการแก้ปัญหา

(4) สร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง จำนวน 6 หน่วยซึ่งเป็นแบบเติมคำแสดงเหตุผล แบบถูกผิด และแบบทดสอบอัตนัยแสดงวิธีทำโดยแบบทดสอบแต่ละชุดต้องสร้างให้สอดคล้องและครอบคลุมเนื้อหาและลักษณะข้อบกพร่องที่กำหนดไว้ และข้อสอบแต่ละข้อต้องสามารถบ่งบอกถึงสาเหตุของการตอบผิดได้ และเนื้อหาในแต่ละฉบับของแบบทดสอบเพื่อสำรวจลักษณะข้อบกพร่อง มีดังนี้

หน่วยที่ 1 แบบทดสอบสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องจำนวนจริง  
จำนวน 5 ข้อ

หน่วยที่ 2 แบบทดสอบสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องสมบัติของระบบ  
จำนวนจริง จำนวน 7 ข้อ

หน่วยที่ 3 แบบทดสอบสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการแก้สมการ  
พหุนามตัวแปรเดียว จำนวน 15 ข้อ

หน่วยที่ 4 แบบทดสอบสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องสมบัติการไม่เท่ากัน  
จำนวน 5 ข้อ

หน่วยที่ 5 แบบทดสอบสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องช่วงและการแก้  
อสมการ จำนวน 10 ข้อ

หน่วยที่ 6 แบบทดสอบสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องค่าสัมบูรณ์  
การแก้สมการ และอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์ จำนวน 8 ข้อ

(5) นำแบบทดสอบสำรวจลักษณะข้อบกพร่องที่สร้างขึ้นเสนอคณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรและผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 2 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้และหาข้อควรปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขภายใต้การควบคุมดูแลของคณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตร

(6) นำแบบทดสอบสำรวจลักษณะข้อบกพร่องที่ได้รับการตรวจและปรับปรุงแก้ไขไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนวัดห้วยจรเข้มหาวิทยาลัย ที่เคยเรียนเรื่องระบบจำนวนจริงมาแล้ว จำนวน 30 คน เพื่อสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริงของนักเรียน แล้วทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีความเหมาะสม ข้อสอบใดที่ยากเกินไปให้ปรับปรุงแก้ไขใหม่

(7) นำแบบทดสอบเพื่อสำรวจลักษณะข้อบกพร่องเรื่องระบบจำนวนจริงที่ได้ถูกคัดเลือกและข้อสอบที่ได้ถูกนำไปปรับปรุงแก้ไข จากข้อ (6) ไปเป็นแนวทางการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนาน ดังต่อไปนี้

- หน่วยที่ 1 เรื่องจำนวนจริง จำนวน 4 ข้อ
- หน่วยที่ 2 เรื่องสมบัติของระบบจำนวนจริง จำนวน 5 ข้อ
- หน่วยที่ 3 เรื่องการแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว จำนวน 11 ข้อ
- หน่วยที่ 4 เรื่องสมบัติการไม่เท่ากันของระบบจำนวนจริง จำนวน 1 ข้อใหญ่  
ซึ่งประกอบด้วย 10 ข้อย่อย
- หน่วยที่ 5 เรื่องช่วงและการแก้สมการ จำนวน 9 ข้อ
- หน่วยที่ 6 เรื่องค่าสัมบูรณ์ การแก้สมการ และอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์  
จำนวน 7 ข้อ

(8) นำแบบทดสอบวินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนานที่ได้ในข้อ (7) เสนอคณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรและผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 2 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหาและความเหมาะสมของภาษาที่ใช้แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไข

(9) นำแบบทดสอบวินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนานที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วนำไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนวัดห้วยจรเข้มหาวิทยาลัย ที่เคยเรียนเรื่องระบบจำนวนจริงมาแล้ว จำนวน 30 คน ซึ่งไม่ใช่ นักเรียนกลุ่มเดียวกับข้อ (6) เพื่อนำผลการทดสอบที่ได้มาหาความยากง่าย ( $p$ ) อำนาจจำแนก ( $r$ ) ของแบบทดสอบทั้งสอง และคัดเลือกข้อสอบที่ได้เกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดคือ มีความยากง่ายตั้งแต่ 0.2 -0.8 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป แล้วจัดรวบรวมเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนานฉบับสมบูรณ์

(8) นำแบบทดสอบวินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนานในแต่ละหน่วยมาหาความเชื่อมั่น

#### 2.2.4 ขั้นตอนการสร้างชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม

(1) ศึกษาเนื้อหาเรื่องระบบจำนวนจริง จากหนังสือเรียนและคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 1 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

(2) ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม

(3) ศึกษาลักษณะข้อบกพร่องและสาเหตุของข้อบกพร่องที่ได้จากการสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ระบบจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามความคิดเห็นของครูในโรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษาขั้นพื้นฐาน กรุงเทพมหานคร และจากการสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่อง ระบบจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เคยเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ใน 2.2.3 ข้อ (6)

(4) สร้างชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ให้สอดคล้องกับลักษณะข้อบกพร่องในด้านต่างๆ ที่กำหนดไว้ในเนื้อหาแต่ละเนื้อหา ซึ่งแบ่งชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเป็น 6 ชุด ดังนี้

(4.1) ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1 ใช้สำหรับซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในเรื่องจำนวนจริง

(4.2) ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2 ใช้สำหรับซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในเรื่องสมบัติของระบบจำนวนจริง

(4.3) ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 3 ใช้สำหรับซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในเรื่องการแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว

(4.4) ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 4 ใช้สำหรับซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในเรื่องสมบัติการไม่เท่ากัน

(4.5) ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 5 ใช้สำหรับซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในเรื่องช่วงและการแก้อสมการ

(4.6) ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 6 ใช้สำหรับซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในเรื่องค่าสัมบูรณ์ การแก้สมการ และอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์

(5) นำชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมที่สร้างขึ้นเสนอคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญ เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหาและความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไข

(6) นำชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมทั้ง 6 ชุด ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยา อําเภอเมือง จังหวัดนครปฐม ปีการศึกษา 2546 ที่เรียนเรื่องระบบจำนวนจริงไปแล้ว ซึ่งเป็นนักเรียนที่ได้รับการวินิจฉัยจากการทดสอบด้วยแบบสำรวจลักษณะข้อบกพร่องว่ามีลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง จำนวน 30 คน โดยแบ่งนักเรียนเป็น 6 กลุ่ม กลุ่มละ 5 คน แต่ละกลุ่มศึกษาชุดการเรียนการสอนเพียง 1 ชุด เมื่อศึกษาปัญหาและข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นในแต่ละชุดแล้วผู้วิจัยนำปัญหาและข้อบกพร่องไปปรับปรุงแก้ไข

(7) นำชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมที่ได้แก้ไขและปรับปรุงแล้วเสนอคณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตร และผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบแก้ไขอีกครั้ง ซึ่งชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมที่ได้จะนำไปใช้ในการทดลองนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

#### 2.2.5 ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

(1) ศึกษาเนื้อหาเรื่องระบบจำนวนจริง จากหนังสือเรียนและคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 1 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

(2) วิเคราะห์เนื้อหา มโนคติ และจุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อนำไปสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

(3) สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริงให้สอดคล้องกับเนื้อหาจุดประสงค์การเรียนรู้โดยสร้างเป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ

(4) นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สร้างขึ้น เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรและผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 2 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของแบบทดสอบ รวมถึงความเหมาะสมของการใช้ภาษา แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขภายใต้การควบคุมดูแลของคณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตร

(5) นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริงที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยา อําเภอเมือง จังหวัดนครปฐม ปีการศึกษา 2546 ที่เรียนเรื่องระบบจำนวนจริงไปแล้ว จำนวน 30 คน ซึ่งเป็นนักเรียนกลุ่มเดียวกับที่ได้รับการทดลองนำร่องด้วยชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม โดยใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง แล้วนำผลการทดสอบที่ได้มาหาความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบและคัดเลือกข้อสอบที่ได้เกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดคือ มีความยากง่ายตั้งแต่ 0.2-0.8 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป จำนวน 30 ข้อ

(6) นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริงมาหาค่าความเชื่อมั่น

(7) นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้ตั้งข้อ (6) ไปใช้ทดสอบกับนักเรียน  
กลุ่มตัวอย่าง

### 3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บข้อมูลตามขั้นตอนต่อไปนี้คือ

1. สืบหาข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับเนื้อหาสาระวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและคณิตศาสตร์เพิ่มเติม  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้แบบสอบถาม ถามครูผู้สอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียน  
ในสังกัดสำนักงานการศึกษาขั้นพื้นฐาน กรุงเทพมหานคร และในสังกัดสำนักงานเขตการศึกษาพื้นฐาน  
เขต 1 จังหวัดนครปฐม จำนวน 60 คน จาก 30 โรงเรียนโดยแบ่งเป็นโรงเรียนในกรุงเทพมหานคร 15  
โรงเรียน และโรงเรียนในจังหวัดนครปฐม 15 โรงเรียน และสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชา  
คณิตศาสตร์เรื่องระบบจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามความคิดเห็นของครูผู้สอนโดย  
ใช้แบบสอบถามถามครูผู้สอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนในสังกัดสำนักงาน  
การศึกษาขั้นพื้นฐาน กรุงเทพมหานคร และในสังกัดสำนักงานเขตการศึกษาพื้นฐานเขต 1 จังหวัด  
นครปฐม จำนวน 60 คน จาก 30 โรงเรียน โดยแบ่งเป็นโรงเรียนในกรุงเทพมหานคร 15 โรงเรียนและ  
โรงเรียนในจังหวัดนครปฐม 15 โรงเรียน

2. นำเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นปัญหาในการจัดการเรียนการสอนมาก  
เรื่องหนึ่งคือ เรื่องระบบจำนวนจริง มาสร้างเป็นเครื่องมือวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบวินิจฉัยและแบบ  
ทดสอบคู่ขนานเรื่องระบบจำนวนจริง จำนวน 6 ชุด ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม 6 ชุด และแบบ  
ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ  
4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ

3. นำแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องระบบจำนวนจริงแบ่งตามเนื้อหาย่อยเป็น 6 หน่วย ไปทดสอบ  
กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งได้เรียนเนื้อหาเรื่องระบบจำนวนจริงจากครูผู้สอน ผู้วิจัยทำการทดสอบเมื่อ  
นักเรียนเรียนจบเนื้อหาย่อยแต่ละเรื่องตามลำดับ แล้วคัดเลือกนักเรียนที่ได้คะแนนต่ำกว่าร้อยละ 60  
ของคะแนนเต็มในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ของแบบทดสอบวินิจฉัยโดยถือว่า นักเรียนเหล่านั้นเป็น  
นักเรียนที่มีข้อบกพร่องในเรื่อง ระบบจำนวนจริงซึ่งนักเรียนแต่ละคนอาจมีความบกพร่องมากกว่า 1  
ด้าน

4. ทำการสอนซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง โดยใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม 6 ชุด แยกตามเนื้อหาย่อยตามที่ได้รับการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัย และศึกษาตามจุดประสงค์และลักษณะข้อบกพร่องที่นักเรียนมีข้อบกพร่อง และจัดการเรียนแบบกิจกรรมกลุ่ม หรือจัดนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องลักษณะเดียวกันไว้ด้วยกัน เพื่อเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองและปฏิบัติกิจกรรมร่วมกัน โดยผู้วิจัยและครูผู้สอนทำหน้าที่เป็นผู้คอยช่วยเหลือให้คำแนะนำ ถ้านักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องหลายจุดประสงค์ ให้นักเรียนศึกษาเรียงลำดับตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของหน่วยนั้น และในกรณีที่นักเรียนมีข้อบกพร่องทางการเรียนหลายลักษณะจะต้องได้รับการซ่อมเสริมด้วยชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องให้ครบทุกชุดตามลักษณะข้อบกพร่อง สำหรับชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องที่สร้างขึ้นนี้ ผู้วิจัยสร้างให้สอดคล้องกับลักษณะข้อบกพร่องที่กำหนดไว้ในเนื้อหาแต่ละหน่วย และระยะเวลาที่ใช้สอนซ่อมเสริมคือ ช่วงเวลาหลังเลิกเรียน เมื่อนักเรียนได้รับการสอนซ่อมเสริมหน่วยใดเสร็จสิ้นแล้ว ผู้วิจัยนำแบบทดสอบคู่ขนานของหน่วยนั้นไปทดสอบนักเรียนเพื่อศึกษาผลการซ่อมเสริมในแต่ละหน่วย

5. หากพบว่ายังมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องให้ทำการซ่อมเสริมและวินิจฉัยโดยใช้กระบวนการในข้อ 4 จนกว่าจะแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนจนสำเร็จ

6. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ระบบจำนวนจริง ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ไปทดสอบนักเรียนที่ได้รับการซ่อมเสริมครบทุกเนื้อหาเรียบร้อยแล้ว โดยใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 1 ชั่วโมง

7. นำคะแนนที่ได้จากในข้อ 6 ไปวิเคราะห์ข้อมูลและดำเนินการทดสอบสมมติฐานต่อไป

#### 4. การจัดการกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. หาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

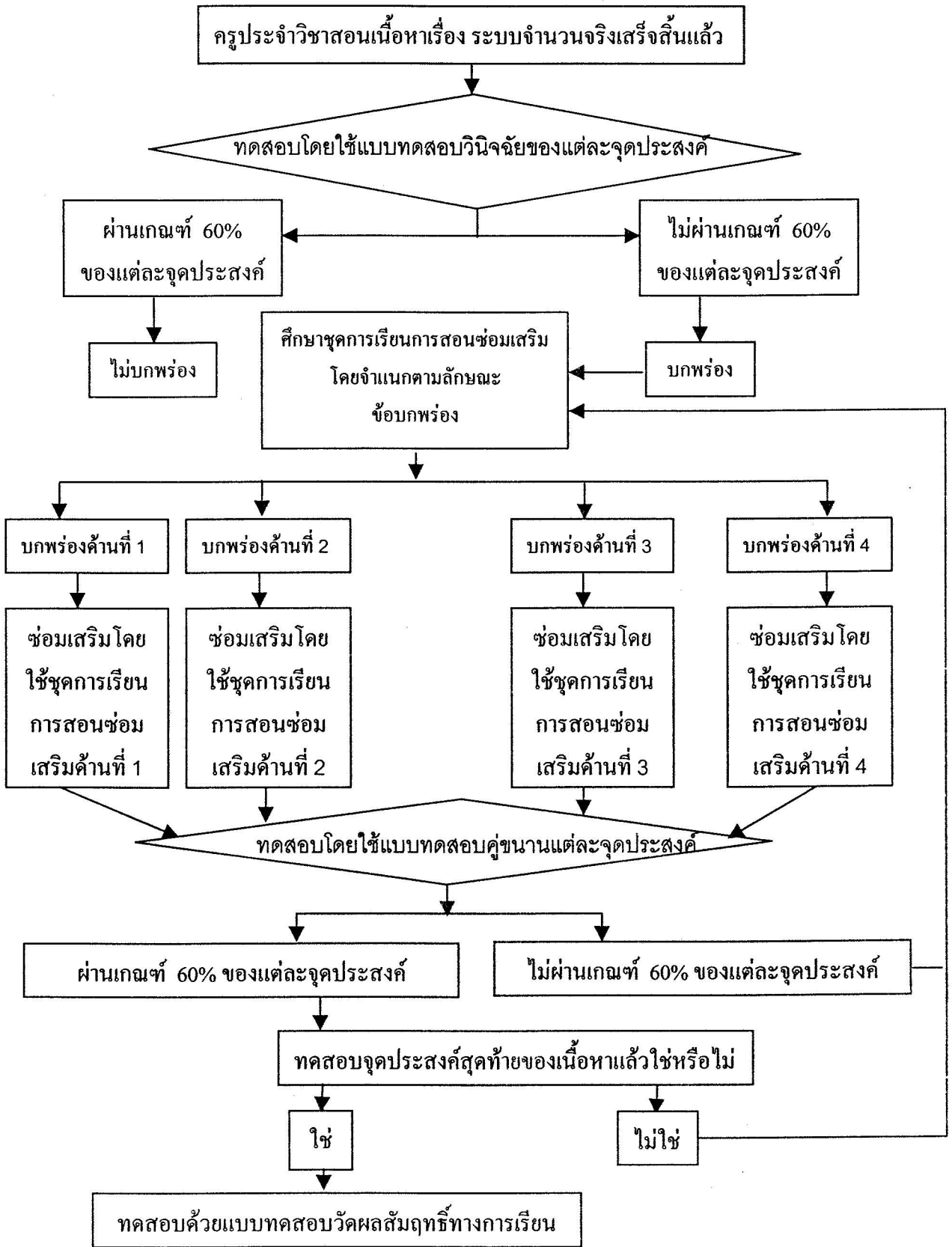
2. ทดสอบสมมติฐานที่ว่า คะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบคู่ขนานหลังจากการซ่อมเสริมสูงกว่าคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมในแต่ละชุด ดังนี้

2.1 ทดสอบภาวะการแจกแจงของผลต่างของคะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมกับคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมในแต่ละชุดโดยใช้การทดสอบลิลล์ฟอร์ดส์ (Lillefors Test)

2.2 ถ้าคะแนนที่ได้จากข้อ 2.1 มีการแจกแจงปกติ ทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบ t (t - test for dependent samples ) ถ้าคะแนนของที่ได้จากข้อ 2.1 ไม่ใช่การแจกแจงปกติ ทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบเครื่องหมายวิลโคซอน (Wilcoxon Signed Rank Test)

3. ทดสอบสมมติฐานที่ว่า การใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทั้งหมด โดยใช้การทดสอบ Z (Z - test for Population Proportion)หรือการทดสอบทวินาม (Binomial test)

ผู้วิจัยได้นำเสนอแนวทางการดำเนินการศึกษาเพื่อและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง อย่างเป็นขั้นตอน โดยสรุปลำดับขั้นของการดำเนินการ ดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 แผนผังดำเนินการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่อง

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมและแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม และการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริงของนักเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในแต่ละหน่วย ซึ่งมีทั้งหมด 6 ชุด ผู้วิจัยนำมาวิเคราะห์และเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ตามลำดับดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แสดงจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนและร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่อง ระบบจำนวนจริง ในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน

ตอนที่ 2 ผลการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้แก่

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมเรื่องระบบจำนวนจริง ในแต่ละหน่วย
2. การทดสอบภาวะแจกแจงปกติของผลต่างคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมและแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมเรื่องระบบจำนวนจริง ในแต่ละหน่วย
3. การทดสอบ t ( $t$  - test for dependent samples) เพื่อเปรียบเทียบคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมและแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม โดยใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริงในแต่ละชุด
4. การทดสอบ Z ( $Z$  - test for Population Proportion) เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ว่า การใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ 50% เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนทั้งหมด

## ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แสดงจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนและร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน

ตาราง 1 จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนและร้อยละของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 1 เรื่องจำนวนจริง ในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง	ร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง
1) จำแนกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนชนิดใด	1) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบทสมบัติ กฏ หรือสูตร - ไม่สามารถจำแนกชนิดของจำนวนได้ถูกต้องเพราะนักเรียนไม่สามารถนำความรู้ในด้านนิยามมาใช้ได้ เช่น สับสนว่า $\frac{\pi}{6}$ เป็นจำนวน ตรรกยะ - ไม่ทราบว่า $0.9 = 1$ ซึ่งเป็นจำนวนเต็ม	36	100

ตาราง 1 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง	ร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง
	2) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ - ไม่สามารถหารากที่ 3 ของ -64 และรากที่ 2 ของ $\sqrt{\frac{8}{2}}$ จึงทำให้ไม่สามารถจำแนกชนิดของจำนวนได้ถูกต้อง	15	40.54
	3) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์	-	-
	4) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการบวนการแก้ปัญหา	-	-
2) บอกความเกี่ยวข้องของเซตของจำนวนจริง เซตของจำนวนตรรกยะ เซตของจำนวนอตรรกยะ เซตของจำนวนเต็ม เซตของจำนวนนับ	1) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบทสมบัติ กฎ หรือสูตร - ไม่สามารถบอกความเกี่ยวข้องของเซตต่างๆ ได้ เนื่องจากไม่ทราบว่าจำนวนทั้งหมดแบ่งเป็นกี่เซตแต่ละเซตมีลักษณะหรือสมบัติอย่างไร	22	59.46
	2) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการทักษะการคิดคำนวณ	-	-

ตาราง 1 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง	ร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง
	3) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์ - ไม่สามารถหาฐานเนียนและอินเตอร์เซกชันของสองเซตใดๆ ได้	25	69.44
	4) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการบวกรวมการแก้ปัญหา *	-	-

\* แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 1 ฉบับที่ 1 จุดประสงค์ที่ 1 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านการบวกรวมการแก้ปัญหา

\* แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 1 ฉบับที่ 2 จุดประสงค์ที่ 2 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณและด้านการบวกรวมการแก้ปัญหา

จากตาราง 1 จุดประสงค์ที่ 1 เรื่อง การจำแนกชนิดของจำนวน พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนมากถึงร้อยละ 100 และจำนวนนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณมีจำนวนร้อยละ 40.54 จุดประสงค์ที่ 2 เรื่องความเกี่ยวข้องของเซตของจำนวนจริง เซตของจำนวนตรรกยะ เซตของจำนวนอตรรกยะ เซตของจำนวนเต็ม เซตของจำนวนนับ พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 59.46 และจำนวนนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์มีจำนวนร้อยละ 69.44

ตาราง 2 จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนและร้อยละของจำนวนนักเรียน  
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 2  
 เรื่องสมบัติของระบบจำนวนจริง ในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้จำแนกตามลักษณะ  
 ข้อบกพร่องทางการเรียน

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวนนักเรียน ที่มีข้อบกพร่อง	ร้อยละของ จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
1) สามารถบอกสมบัติ การบวกและสมบัติ การคูณของจำนวน จริงได้	1) ลักษณะข้อบกพร่องในด้าน การใช้ทฤษฎีบท สมบัติ กฏ หรือสูตร - สับสนระหว่างสมบัติ การสลับที่และการเปลี่ยนหมู่ สำหรับการบวก เช่น $(a+b)+c = (b+a)+c$ - ไม่สามารถบอกชื่อของ สมบัติที่นำไปใช้ได้	10	27.03
	2) ลักษณะข้อบกพร่องในด้าน ทักษะการคิดคำนวณ *	-	-
	3) ลักษณะข้อบกพร่องในด้าน การประยุกต์ *	-	-
	4) ลักษณะข้อบกพร่องในด้าน กระบวนการแก้ปัญหา *	-	-

## ตาราง 2 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง	ร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง
2) สามารถบอกได้ว่าเซตที่กำหนดให้มีสมบัติปิดการบวกหรือการคูณ	1) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้ทฤษฎีบท สมบัติกฎ หรือสูตร - ไม่สามารถบอกได้ว่าเซตที่กำหนดให้มีสมบัติปิดการบวกและการคูณหรือไม่ เช่น เซตของจำนวนตรรกยะ เซตของจำนวนเต็ม 5 หารลงตัว	34	91.89
	2) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการหาค่าการคิดคำนวณ	-	-
	3) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์	-	-
	4) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการระบวนการแก้ปัญหา - ขาดทักษะการระบวนการในการตรวจสอบสมบัติปิด สมบัติการเปลี่ยนหมู่ สมบัติการมีเอกลักษณ์ สมบัติการมีอินเวอร์ส และสมบัติการสลับที่ เช่น เขียนขั้นตอนในการตรวจสอบไม่ได้ หรือเขียนไม่ถูกต้องหรือเขียนขั้นตอนในการตรวจสอบไม่สมบูรณ์ ทำให้ได้ข้อสรุปผิดพลาด	35	89.74

ตาราง 2 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง	ร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง
3) สามารถหาอินเวอร์สการบวกและการคูณของจำนวนจริงได้	<p>1) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร</p> <p>- ไม่สามารถหาอินเวอร์สการบวกและการคูณของจำนวนจริงที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง เช่น</p> <p>1. อินเวอร์สการบวกของ <math>\frac{-1+\sqrt{3}}{2}</math> นักเรียนตอบเป็น <math>\frac{1+\sqrt{3}}{2}</math></p> <p>2. อินเวอร์สการคูณของ <math>-\pi</math> นักเรียนตอบเป็น <math>-\frac{7}{22}</math> เพราะนักเรียนคิดว่า <math>\pi = \frac{22}{7}</math></p> <p>- สับสนระหว่างอินเวอร์สการคูณเป็นอินเวอร์สการบวก</p>	35	94.59
	2) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการทักษะการคิดคำนวณ	-	-
	3) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์	-	-
	4) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการกระบวนการแก้ปัญหา	-	-

ตาราง 2 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง	ร้อยละของ จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
4) สามารถตรวจสอบ ได้ว่าการดำเนินการที่ กำหนดให้มีสมบัติปิด สมบัติการเปลี่ยนหมู่ สมบัติการมีเอก ลักษณะ สมบัติการมี อินเวอร์สและสมบัติ การสลับที่หรือไม่	1) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการ ใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร - ไม่สามารถตรวจสอบได้ว่า การดำเนินการที่กำหนดให้มีสมบัติ ปิด สมบัติการเปลี่ยนหมู่ สมบัติ การมีเอกลักษณะ สมบัติการมี อินเวอร์สและสมบัติการสลับที่ เพราะ 1. จำสมบัติปิด สมบัติการ เปลี่ยนหมู่ สมบัติการมีเอกลักษณะ สมบัติการมีอินเวอร์สและสมบัติ การสลับที่ไม่ได้ 2. ไม่เข้าใจในความหมาย ของสัญลักษณ์ในสมบัติปิด สมบัติการเปลี่ยนหมู่ สมบัติการมี เอกลักษณะ สมบัติการมีอินเวอร์ส และสมบัติการสลับที่	32	82.05
	2) ลักษณะข้อบกพร่องในด้าน ทักษะการคิดคำนวณ	-	-
	3) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการ ประยุกต์	-	-

## ตาราง 2 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง	ร้อยละของ จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
	4) ลักษณะข้อบกพร่องในด้าน กระบวนการแก้ปัญหา - เขียนขั้นตอนในการตรวจ สอบไม่สมบูรณ์ ทำให้ได้ข้อสรุป ผิดพลาด	36	92.31

\* แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 2 ฉบับที่ 1 จุดประสงค์ที่ 1 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์ ด้านทักษะการคิดคำนวณ และด้านกระบวนการแก้ปัญหา

\*แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 2 ฉบับที่ 2 จุดประสงค์ที่ 2,3,4 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณและด้านการประยุกต์

จากตาราง 2 จุดประสงค์ที่ 1 เรื่อง สมบัติการบวกและการคูณของจำนวนจริง พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนร้อยละ 27.03 และจุดประสงค์ที่ 2,3,4 เรื่อง การตรวจสอบสมบัติการบวกและการคูณจำนวนจริง พบว่า จุดประสงค์ที่ 2นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนมากถึงร้อยละ 91.89 และมีนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการแก้ปัญหาร้อยละ89.74 จุดประสงค์ที่ 3 พบว่า นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนมากถึงร้อยละ 94.59 และจุดประสงค์ที่ 4 พบว่า มีนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนร้อยละ 82.05 และมีนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการแก้ปัญหามากถึงร้อยละ 92.31

ตาราง 3 จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนและร้อยละของจำนวนนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 3  
เรื่องการแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว ในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้จำแนกตามลักษณะ  
ข้อบกพร่องทางการเรียน

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง	ร้อยละของ จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
1) สามารถหาเศษ เหลือจากการหารโดย ใช้ทฤษฎีเศษเหลือ หาผลหารและเศษ จากการหารโดยวิธี การหารสังเคราะห์ได้	1) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการ ใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร - ไม่สามารถนำความรู้ เกี่ยวกับทฤษฎีเศษเหลือมาใช้ใน การหาเศษเหลือได้ - ไม่สามารถนำความรู้เกี่ยว กับทฤษฎีการหารสังเคราะห์ไปใช้ ได้	10	27.02
	2) ลักษณะข้อบกพร่องในด้าน ทักษะการคิดคำนวณ - คำนวณหาค่าเศษเหลือไม่ ถูกต้องทำให้ได้คำตอบผิดพลาด	5	13.51
	3) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการ ประยุกต์ - ขาดทักษะในการนำความรู้ พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีเศษเหลือมา ประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา	15	40.54

ตาราง 3 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง	ร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง
	4) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการแก้ปัญหา - ขาดทักษะในการหารสังเคราะห์และการนำความรู้พื้นฐานเรื่องการหารพหุนามด้วยพหุนามมาใช้	20	54.05
2) สามารถแยกตัวประกอบพหุนามที่สัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็มได้	1) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร - ไม่สามารถนำทฤษฎีการแยกตัวประกอบพหุนามไปใช้ในการแยกตัวประกอบ เนื่องจากขาดความเข้าใจในทฤษฎีบท	26	70.27
	2) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ - มีการผิดพลาดในการบวก การลบ การคูณ และการหาร - แยกตัวประกอบไม่ครบ	22	59.46
	3) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์	-	-

## ตาราง 3 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มีข้อ บกพร่อง	ร้อยละของ จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
	4) ลักษณะข้อบกพร่องในด้าน กระบวนการแก้ปัญหา - เขียนขั้นตอนในการแยกไม่ได้ หรือเขียนไม่ถูกต้อง หรือเขียน ขั้นตอนในการแยกตัวประกอบ ไม่สมบูรณ์ ทำให้ได้ข้อสรุปผิด พลาด	25	67.56

แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 3 ฉบับที่ 2 จุดประสงค์ที่ 2 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้าน  
การประยุกต์

จากตาราง 3 จุดประสงค์ที่ 1 เรื่อง การหาเศษเหลือจากการหารโดยใช้ทฤษฎีเศษเหลือ  
พบว่า นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มี  
จำนวนร้อยละ 27.02 นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณมีจำนวนร้อย  
ละ 13.51 นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์มีจำนวนร้อยละ 40.54 และนักเรียน  
ที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการกระบวนการแก้ปัญหา ร้อยละ 54.05 จุดประสงค์ที่ 2 เรื่องการ  
แยกตัวประกอบนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือ  
สูตร มีจำนวนร้อยละ 70.27 และนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณมี  
จำนวนร้อยละ 59.64 และมีนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการกระบวนการแก้ปัญหา ร้อยละ  
67.56

ตาราง 4 จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนและร้อยละของจำนวนนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 4  
เรื่องสมบัติของการไม่เท่ากัน ในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่อง  
ทางการเรียน

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง	ร้อยละของ จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
1) สามารถนำสมบัติ การไม่เท่ากันไปใช้ได้ อย่างถูกต้อง	1) ลักษณะข้อบกพร่องในด้าน การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร - ไม่สามารถนำสมบัติ การไม่เท่ากันไปใช้ได้ เนื่องจาก 1. ไม่เข้าใจสัญลักษณ์ ต่างๆ ในสมบัติการไม่เท่ากัน 2. จำสมบัติพื้นฐานที่ จะนำไปใช้ตัดสินใจหาคำตอบที่ กำหนดให้ถูกหรือผิด ไม่ได้	15	78.94
	2) ลักษณะข้อบกพร่องในด้าน ทักษะการคิดคำนวณ	-	-
	3) ลักษณะข้อบกพร่องในด้าน การประยุกต์	-	-
	4) ลักษณะข้อบกพร่องในด้าน กระบวนการแก้ปัญหา - ขาดทักษะการนำทฤษฎี บทมาใช้ตรวจสอบปัญหา - ใช้ข้อมูลในการตรวจสอบ เพียงบางจำนวนในการตัดสินใจ หาคำตอบที่กำหนดให้	11	57.89

แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 4 ฉบับที่ 1 จุดประสงค์ที่ 1 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณและด้านการประยุกต์

จากตาราง 4 จุดประสงค์ที่ 1 เรื่องการหาเศษเหลือโดยใช้ทฤษฎีเศษเหลือ พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนถึงร้อยละ 78.94 และนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการแก้ปัญหา ร้อยละ 57.89

ตาราง 5 จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนและร้อยละของจำนวนนักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 5 เรื่องช่วงและการแก้อสมการ ในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง	ร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง
1) บอกความหมายของช่วง ความสัมพันธ์ของช่วงเขียนกราฟ แทนช่วง และเขียนช่วงแทนกราฟที่กำหนดให้ได้	1) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร - ไม่สามารถบอกความหมายของช่วงเพราะไม่เข้าใจบทนิยามของช่วง - ไม่สามารถเขียนกราฟแทนช่วง เพราะไม่เข้าใจในความสัมพันธ์ระหว่างช่วงและกราฟของช่วงที่กำหนดให้ และสับสนเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ของช่วงเปิดและช่วงปิด ทำให้เกิดความผิดพลาดในการเขียนกราฟแทนช่วง	12	57.14

ตาราง 5 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง	ร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง
	2) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ	-	-
	3) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์	-	-
	4) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการแก้ปัญหา *	-	-
2) สามารถหาอนุเนี่ยนอินเตอร์เซกชัน ผลต่าง และคอมพลีเมนต์ของช่วงได้	1) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบทสมบัติ กฎ หรือสูตร - ไม่เข้าใจการหาอนุเนี่ยนอินเตอร์เซกชัน ผลต่าง และคอมพลีเมนต์ของช่วงและเซตได้ เพราะขาดความรู้พื้นฐานในเรื่องเซต	15	71.42
	2) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ	-	-
	3) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์	-	-
	4) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการแก้ปัญหา *	-	-

## ตาราง 5 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง	ร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง
3) สามารถแก้อสมการได้	1) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบทสมบัติ กฏ หรือสูตร	-	-
	2) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการทักษะการคิดคำนวณ <ul style="list-style-type: none"> <li>- มีการผิดพลาดด้านการคิดคำนวณในการบวก</li> </ul>	13	61.90
	3) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์	-	-
	4) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการระบวนการแก้ปัญหา <ul style="list-style-type: none"> <li>- ลืมเปลี่ยนเครื่องหมายเมื่อนำจำนวนลบไปคูณหรือหาร จึงทำให้ได้คำตอบผิด</li> <li>- ไม่ได้ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ</li> </ul>	14	66.66

\* แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 5 ฉบับที่ 1 จุดประสงค์ที่ 1 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านการทักษะการคิดคำนวณ ด้านการประยุกต์ และด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา

\*แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 5 ฉบับที่ 2 จุดประสงค์ที่ 2 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านการทักษะการคิดคำนวณ ด้านการประยุกต์และด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา

\*แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 5 ฉบับที่ 3 จุดประสงค์ที่ 3 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฏ หรือสูตร และด้านการประยุกต์

จากตาราง 5 จุดประสงค์ที่ 1 เรื่องช่วง พบว่า นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนร้อยละ 57.14 จุดประสงค์ที่ 2 เรื่องการกระทำของช่วง พบว่า นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนร้อยละ 71.42 จุดประสงค์ที่ 3 เรื่องการแก้สมการ พบว่า นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณมีจำนวนร้อยละ 61.90 และมีนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา ร้อยละ 66.66

ตาราง 6 จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนและร้อยละของจำนวนนักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 6 เรื่องค่าสัมบูรณ์ การแก้สมการ และอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์ ในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง	ร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง
1) สามารถหาคำตอบของค่าสัมบูรณ์ที่กำหนดให้ได้	1) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร - ไม่สามารถหาคำตอบของค่าสัมบูรณ์ได้ เพราะไม่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทของค่าสัมบูรณ์มาใช้แก้ปัญหาโจทย์ที่กำหนดให้ได้	10	25
	2) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการทักษะการคิดคำนวณ - ขาดทักษะการคิดคำนวณเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหาร เพื่อหาคำตอบของโจทย์ค่าสัมบูรณ์	15	37.50

ตาราง 6 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง	ร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง
	3) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์	-	-
	4) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการกระบวนการแก้ปัญหา	-	-
2) สามารถใช้บทนิยามค่าสัมบูรณ์เขียนความหมายของสมการค่าสัมบูรณ์ได้	1) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร - ไม่สามารถนำบทนิยามของค่าสัมบูรณ์มาใช้เขียนความหมายของสมการค่าสัมบูรณ์ได้ เพราะ (1) จำนิยามค่าสัมบูรณ์ไม่ได้ (2) ไม่เข้าใจในบทนิยามของค่าสัมบูรณ์ (3) ขาดทักษะในการนำบทนิยามไปใช้	29	72.50
	2) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการทักษะการคิดคำนวณ	-	-
	3) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์	-	-
	4) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการกระบวนการแก้ปัญหา	-	-

ตาราง 6 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง	ร้อยละของ จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
3) สามารถแก้สมการ ในรูปค่าสัมบูรณ์ได้	1) ลักษณะข้อบกพร่องในด้าน การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร	-	-
	2) ลักษณะข้อบกพร่องในด้าน ทักษะการคิดคำนวณ - ขาดทักษะการคิด คำนวณเกี่ยวกับการบวก การ ลบ การคูณและการหารใน การหาคำตอบของสมการ ค่าสัมบูรณ์	34	85
	3) ลักษณะข้อบกพร่องในด้าน การประยุกต์	-	-
	4) ลักษณะข้อบกพร่องในด้าน กระบวนการแก้ปัญหา - ขาดทักษะการนำทฤษฎี บทค่าสัมบูรณ์มาช่วยในการหา คำตอบของสมการในรูป ค่าสัมบูรณ์ - แสดงวิธีการแก้ปัญหา ในรูปค่าสัมบูรณ์ไม่เสร็จตาม ขั้นตอน	36	90

## ตาราง 6 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง	ร้อยละของ จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
	- ไม่มีการตรวจสอบคำตอบ จากสมการในรูปค่าสัมบูรณ์ ภายหลังเสร็จสิ้นกระบวนการ หาคำตอบของปัญหา		
4) สามารถใช้ บทนิยามค่าสัมบูรณ์ เขียนความหมายของ อสมการค่าสัมบูรณ์ได้	1) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการ ใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร  - ไม่สามารถนำบทนิยามของ ค่าสัมบูรณ์มาใช้เขียนความหมาย ของอสมการค่าสัมบูรณ์ได้ เพราะ 1. จำบทนิยามค่าสัมบูรณ์ ไม่ได้ 2. ไม่เข้าใจในบทนิยาม ของค่าสัมบูรณ์ 3. ขาดทักษะในการนำ บทนิยามไปใช้	23	57.50
	2) ลักษณะข้อบกพร่องในด้าน ทักษะการคิดคำนวณ	-	-
	3) ลักษณะข้อบกพร่องในด้าน การประยุกต์	-	-
	4) ลักษณะข้อบกพร่องในด้าน กระบวนการแก้ปัญหา	-	-

## ตาราง 6 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง	ร้อยละของ จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
5) สามารถแก้ สมการในรูปค่า สัมบูรณ์ได้	1) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการ ใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร	-	-
	2) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการ ทักษะการคิดคำนวณ - ขาดทักษะการคิดคำนวณ เกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหาร ในการหาคำตอบของ สมการค่าสัมบูรณ์	24	60
	3) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการ ประยุกต์	-	-
	4) ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการ กระบวนการแก้ปัญหา - ขาดทักษะการนำทฤษฎีบท ค่าสัมบูรณ์มาช่วยในการหาคำ ตอบของสมการในรูปค่าสัมบูรณ์ - แสดงวิธีการแก้ปัญหา ในรูปค่าสัมบูรณ์ไม่เสร็จตาม ขั้นตอน	33	82.50

แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 6 ฉบับที่ 1 จุดประสงค์ที่ 1 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์ และด้านกระบวนการแก้ปัญหา

แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 6 ฉบับที่ 2 จุดประสงค์ที่ 2 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านการทักษะการคิดคำนวณ ด้านการประยุกต์ และด้านกระบวนการแก้ปัญหา

แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 6 ฉบับที่ 2 จุดประสงค์ที่ 3 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร และด้านการประยุกต์

แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 6 ฉบับที่ 3 จุดประสงค์ที่ 4 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ ด้านการประยุกต์ และด้านกระบวนการแก้ปัญหา

แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 6 ฉบับที่ 3 จุดประสงค์ที่ 5 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร และด้านการประยุกต์

จากตาราง 6 จุดประสงค์ที่ 1,2 เรื่องค่าสัมบูรณ์ พบว่า ในจุดประสงค์ที่ 1 นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนร้อยละ 25 และนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณมีจำนวนร้อยละ 37.50 ส่วนจุดประสงค์ที่ 2 นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนร้อยละ 72.50 และจุดประสงค์ที่ 3,4 เรื่องการแก้สมการในรูปค่าสัมบูรณ์ พบว่า ในจุดประสงค์ที่ 3 นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณมีจำนวนร้อยละ 85 และนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาร้อยละ 90 ส่วนจุดประสงค์ที่ 4 นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนร้อยละ 57.50 และจุดประสงค์ที่ 5 เรื่องการแก้สมการในรูปค่าสัมบูรณ์ พบว่า มีนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ มีจำนวนร้อยละ 60 และมีนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหามากถึงร้อยละ 82.50

ตอนที่ 2 ผลของการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ข้อมูลที่น่ามาวิเคราะห์ ได้แก่ คะแนนจากการทดสอบนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้จากการทดสอบวินิจฉัยก่อนซ่อมเสริมและแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมในแต่ละชุด ซึ่งมีทั้งหมด 4 ชุด และคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ได้ผลวิเคราะห์ดังต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมในแต่ละชุด ดังแสดงในตาราง 7

ตาราง 7 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบ  
 วินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมและแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม เรื่องระบบจำนวนจริง

ชุดการเรียนรู้ การสอนซ่อม เสริม ชุดที่	แบบทดสอบ	จำนวน นักเรียน(คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ( $\bar{x}$ )	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)
1	วินิจฉัย	36	25	10.28	2.64
	คู่ขนาน	36	25	15.14	1.93
2	วินิจฉัย	39	50	16.03	3.50
	คู่ขนาน	39	50	20.10	5.72
3	วินิจฉัย	37	100	41.38	7.24
	คู่ขนาน	37	100	53.97	6.96
4	วินิจฉัย	19	10	1.11	0.81
	คู่ขนาน	19	10	4.83	1.30
5	วินิจฉัย	21	46	15.19	4.34
	คู่ขนาน	21	46	35.33	3.23
6	วินิจฉัย	40	70	21.53	6.51
	คู่ขนาน	40	70	30.58	7.26

2. ผลการทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของผลต่างของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบ  
 วินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมและแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมในแต่ละชุด โดยใช้การ  
 ทดสอบลิลลี่ฟอร์ส (Lilliefors Test) ดังแสดงในตาราง 8

ตาราง 8 ค่าสถิติของการทดสอบลิลลี่ฟอร์ด เพื่อทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของผลต่างของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมเรื่องระบบจำนวนจริง

หน่วยที่	จำนวนนักเรียนก่อนและ หลังการซ่อมเสริม	สถิติทดสอบ $T_L$	ค่าวิกฤตที่ระดับนัยสำคัญ .01
1	36	.1710	.1718
2	39	.1210	.1652
3	37	.1220	.1695
4	19	.1760	.2350
5	21	.1910	.2000
6	40	.1150	.2000

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 8 พบว่า

1. ผลต่างของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม ในแต่ละชุดมีการแจกแจงปกติที่ระดับนัยสำคัญ .01
2. เนื่องจากผลต่างของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมในแต่ละชุดมีการแจกแจงปกติ ดังนั้น เปรียบเทียบคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมจะใช้การทดสอบ t (t- test for dependent samples) ดังแสดงในตาราง 9

ตาราง 9 ค่าสถิติทดสอบ t สำหรับเปรียบเทียบคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อน  
การซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม

ชุดการเรียนรู้ การสอนซ่อมเสริม ชุดที่	แบบทดสอบ	จำนวนนักเรียน (คน)	ค่าสถิติทดสอบ t	ค่าวิกฤต
1	วินิจฉัย	36	10.460	2.437
	คู่ขนาน	36		
2	วินิจฉัย	39	5.512	2.426
	คู่ขนาน	39		
3	วินิจฉัย	37	9.003	2.433
	คู่ขนาน	37		
4	วินิจฉัย	19	9.432	2.552
	คู่ขนาน	19		
5	วินิจฉัย	21	23.309	2.528
	คู่ขนาน	21		
6	วินิจฉัย	40	9.854	2.423
	คู่ขนาน	40		

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 9 พบว่า

ค่าสถิติทดสอบ t ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมและแบบ  
ทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมในแต่ละชุดมากกว่าค่าวิกฤตของแต่ละชุด แสดงว่าคะแนนที่ได้  
จากแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม สูงกว่าคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการ  
ซ่อมเสริมที่ระดับนัยสำคัญ .01

การทดสอบ Z (Z – test for popution propotion) เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ว่าการใช้  
ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง ทำให้  
นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่า  
ร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทั้งหมด ดังแสดงในตาราง 10

ตาราง 10 การทดสอบ Z เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ว่า การใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทั้งหมด

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	เกณฑ์ 50% ของคะแนนเต็ม (คะแนน)	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ฯ ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม(คน)	ค่าสถิติทดสอบ Z	ค่าวิกฤต
นักเรียน	40	30	15	29	2.85**	2.33

ม.4

\*\* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 10 พบว่า

ค่าสถิติทดสอบ Z มากกว่าค่าวิกฤต แสดงว่า การใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้า เรื่องการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สรุปสาระสำคัญของการศึกษาได้ดังนี้

#### ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เพื่อสร้างชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมและช่วยแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้

#### สมมติฐานของการวิจัย

1. คะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบคู่ขนานหลังจากซ่อมเสริมสูงกว่าคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม
2. การใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนทั้งหมด

#### กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดนครปฐม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง จำนวน 40 คน โดยได้มาจากการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม (cluster sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน จากทั้งหมด 2 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 82 คน โดยนักเรียนแต่ละห้องมีความสามารถทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำคละกัน แล้วทำการคัดเลือกนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง จากห้องเรียนดังกล่าวเป็นกลุ่มตัวอย่างโดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัย จำนวน 6 หน่วย ทั้งนี้ นักเรียนที่มี

ข้อบกพร่องจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยอาจบกพร่องมากกว่า 1 ด้าน ซึ่งได้กลุ่มตัวอย่างมีจำนวนดังต่อไปนี้

หน่วยที่ 1 เรื่องจำนวนจริง จำนวน 36 คน

หน่วยที่ 2 เรื่องสมบัติของระบบจำนวนจริง จำนวน 39 คน

หน่วยที่ 3 เรื่องการแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว จำนวน 37 คน

หน่วยที่ 4 เรื่องสมบัติการไม่เท่ากัน จำนวน 19 คน

หน่วยที่ 5 เรื่องช่วงและการแก้สมการ จำนวน 21 คน

หน่วยที่ 6 เรื่องค่าสัมบูรณ์ การแก้สมการ และอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์ จำนวน 40 คน

## วิธีดำเนินการวิจัย

### 1. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1.1 แบบทดสอบวินิจฉัย

1.2 แบบทดสอบคู่ขนาน

1.3 ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง

1.4 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

### 2. วิธีดำเนินการทดลอง

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บข้อมูลตามขั้นตอนต่อไปนี้คือ

2.1 นำแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องระบบจำนวนจริง แบ่งตามเนื้อหาย่อยเป็น 6 หน่วยไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งได้เรียนเนื้อหาเรื่องระบบจำนวนจริงจากครูผู้สอน ผู้วิจัยทำการทดสอบเมื่อนักเรียนเรียนจบเนื้อหาย่อยแต่ละเรื่องตามลำดับแล้วคัดเลือกนักเรียนที่ได้คะแนนต่ำกว่า ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม ในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ของแบบทดสอบวินิจฉัยโดยถือว่า นักเรียนเหล่านั้นเป็นนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในเรื่อง ระบบจำนวนจริงซึ่งนักเรียนแต่ละคนอาจมีความบกพร่องมากกว่า 1 ด้าน

2.2 ทำการสอนซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริงโดยใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม 6 ชุด แยกตามเนื้อหาย่อยตามที่ได้รับการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัย และศึกษาตามจุดประสงค์และลักษณะข้อบกพร่องที่นักเรียนมีข้อบกพร่องและจัดการเรียนแบบกิจกรรมกลุ่ม หรือจัดนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องลักษณะเดียวกันไว้ด้วยกัน เพื่อเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองและปฏิบัติกิจกรรมร่วมกัน โดยผู้วิจัยและครูผู้สอนทำหน้าที่เป็นผู้คอยช่วยเหลือให้คำแนะนำ ถ้านักเรียนมีลักษณะ

ข้อบกพร่องหลายจุดประสงค์ ให้นักเรียนศึกษาเรียงลำดับตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของหน่วยนั้น และในกรณีที่นักเรียนมีข้อบกพร่องทางการเรียนหลายลักษณะจะต้องได้รับการซ่อมเสริมด้วย ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องให้ครบทุกชุดตามลักษณะข้อบกพร่อง สำหรับชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องที่สร้างขึ้นนี้ ผู้วิจัยสร้างให้สอดคล้องกับลักษณะข้อบกพร่องที่กำหนดไว้ในเนื้อหาแต่ละหน่วย และระยะเวลาที่ใช้สอนซ่อมเสริมคือ ช่วงเวลาหลังเลิกเรียน เมื่อนักเรียนได้รับการสอนซ่อมเสริมหน่วยใดเสร็จสิ้นแล้ว ผู้วิจัยนำแบบทดสอบคู่ขนานของหน่วยนั้นไปทดสอบนักเรียนเพื่อศึกษาผลการซ่อมเสริมในแต่ละหน่วย

2.3 หากพบว่ายังมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องให้ทำการซ่อมเสริมและวินิจฉัยโดยใช้กระบวนการในข้อ 2.1 จนกว่าจะแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนจนสำเร็จ

2.4 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ระบบจำนวนจริง ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อไปทดสอบนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมครบทุกเนื้อหาเรียบร้อยแล้วโดยใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 1 ชั่วโมง

2.5 นำคะแนนที่ได้จากในข้อ 2.4 ไปวิเคราะห์ข้อมูลและดำเนินการทดสอบสมมติฐานต่อไป

### สรุปผลการวิจัย

ตอนที่ 1 การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัย ผลปรากฏว่า

จากการนำแบบทดสอบวินิจฉัย ทั้ง 6 หน่วย ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลปรากฏว่านักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ในแต่ละหน่วย ดังนี้

หน่วยที่ 1 เรื่องจำนวนจริง จุดประสงค์ที่ 1 จำแนกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนชนิดใด พบว่า นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนมากถึงร้อยละ 100 รองลงมาเป็นลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณมีจำนวนร้อยละ 40.54 จุดประสงค์ที่ 2 บอกความเกี่ยวข้องของเซตของจำนวนจริง เซตของจำนวนตรรกยะ เซตของจำนวนอตรรกยะ เซตของจำนวนเต็ม เซตของจำนวนนับ พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์มีจำนวนร้อยละ 69.44 และรองลงมาเป็น ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 59.46

หน่วยที่ 2 เรื่องสมบัติของระบบจำนวนจริง จุดประสงค์ที่ 1 สามารถบอกสมบัติการบวกและสมบัติการคูณของจำนวนจริงได้ พบว่า นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้

บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนร้อยละ 27.03 และจุดประสงค์ที่ 2,3,4 การตรวจสอบสมบัติการบวกและการคูณจำนวนจริง พบว่า จุดประสงค์ที่ 2 นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนมากถึงร้อยละ 91.89 และรองลงมาเป็นลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการแก้ปัญหาร้อยละ 89.74 จุดประสงค์ที่ 3 พบว่า นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนมากถึงร้อยละ 94.59 และจุดประสงค์ที่ 4 พบว่า นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการกระบวนการแก้ปัญหามากถึงร้อยละ 92.31 และรองลงมาเป็นลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนร้อยละ 82.05

หน่วยที่ 3 เรื่องการแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว จุดประสงค์ที่ 1 สามารถหาเศษเหลือจากการหารโดยใช้ทฤษฎีเศษเหลือ หาผลหารและเศษจากการหารโดยวิธีการหารสังเคราะห์ได้ พบว่า นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการแก้ปัญหาร้อยละ 54.05 รองลงมาเป็นลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์มีจำนวนร้อยละ 40.54 ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนร้อยละ 27.02 และเป็นลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณมีจำนวนร้อยละ 13.51 จุดประสงค์ที่ 2 สามารถแยกตัวประกอบพหุนามที่สัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็มได้ พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนร้อยละ 70.27 รองลงมาเป็นลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการแก้ปัญหาร้อยละ 67.56 และเป็นลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณมีจำนวนร้อยละ 59.64

หน่วยที่ 4 เรื่องสมบัติการไม่เท่ากัน จุดประสงค์ที่ 1 สามารถนำสมบัติการไม่เท่ากันไปใช้ได้ถูกต้อง พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนถึงร้อยละ 78.94 และรองลงมาเป็นลักษณะข้อบกพร่องในด้านการกระบวนการแก้ปัญหาร้อยละ 57.89

หน่วยที่ 5 เรื่องช่วงและการแก้อสมการ จุดประสงค์ที่ 1 บอกความหมายของช่วง ความสัมพันธ์ของช่วง เขียนกราฟแทนช่วง และเขียนช่วงแทนกราฟที่กำหนดให้ได้ พบว่า นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนร้อยละ 57.14 จุดประสงค์ที่ 2 สามารถหายูเนียน อินเตอร์เซกชัน ผลต่าง และคอมพลีเมนต์ของช่วงได้ พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนร้อยละ 71.42 จุดประสงค์ที่ 3 สามารถแก้อสมการได้ พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่อง

ในด้านกระบวนการแก้ปัญหาร้อยละ 66.66 และรองลงมาเป็นลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณมีจำนวนร้อยละ 61.90

หน่วยที่ 6 เรื่องค่าสัมบูรณ์ การแก้สมการ และอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์ จุดประสงค์ที่ 1 สามารถหาคำตอบของค่าสัมบูรณ์ที่กำหนดให้ได้ พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณมีจำนวนร้อยละ 37.50 และรองลงมาเป็นลักษณะข้อบกพร่องในการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนร้อยละ 25 จุดประสงค์ที่ 2 สามารถใช้บทนิยามค่าสัมบูรณ์เขียนความหมายของสมการค่าสัมบูรณ์ได้ พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนร้อยละ 72.50 จุดประสงค์ที่ 3 สามารถแก้สมการในรูปค่าสัมบูรณ์ได้ พบว่า นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการแก้ปัญหาร้อยละ 90 และรองลงมาเป็นลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณมีจำนวนร้อยละ 85 จุดประสงค์ที่ 4 สามารถใช้บทนิยามค่าสัมบูรณ์เขียนความหมายของอสมการค่าสัมบูรณ์ได้ พบว่า นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร มีจำนวนร้อยละ 57.50 จุดประสงค์ที่ 5 สามารถแก้อสมการในรูปค่าสัมบูรณ์ได้ พบว่า มีนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณมีจำนวนร้อยละ 60 และรองลงมาเป็นลักษณะข้อบกพร่องในการกระบวนการแก้ปัญหามากถึงร้อยละ 82.50

ตอนที่ 2 การแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

จากการที่ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวินิจฉัยมาทดสอบเพื่อหาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง เสร็จสิ้นทั้ง 6 หน่วยแล้ว ผู้วิจัยคัดเลือกนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนในแต่ละหน่วย ซึ่งจำแนกตามจุดประสงค์ของหน่วยนั้น ๆ มาแก้ไขข้อบกพร่อง โดยนำชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มาใช้แก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ หลังจากนั้นผู้วิจัยได้ทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบคู่ขนานเพื่อตรวจสอบผลการใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม ซึ่งได้ผลปรากฏดังนี้

1. คะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบคู่ขนานภายหลังจากการซ่อมเสริมสูงกว่าคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม ที่ระดับนัยสำคัญ .01

2. การใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50

เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนทั้งหมด ที่ระดับ  
นัยสำคัญ .01

จากผลการวิจัยดังกล่าว พบว่า ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทาง  
การเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง สามารถแก้ไขข้อบกพร่องได้

### อภิปรายผล

จากการศึกษาค้นคว้า เรื่องการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบ  
จำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถนำมาอภิปรายผลได้ดังนี้

1. ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตรพบว่า จุดประสงค์ที่นักเรียนมี  
ลักษณะข้อบกพร่องในด้านนี้มากที่สุดคือ การจำแนกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนชนิดใด  
(100%) ซึ่งอาจมีสาเหตุจากเนื้อหาดังกล่าวเป็นเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการนำความรู้ ความเข้าใจ  
ในด้านบทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติไปใช้พิจารณาเหตุผล ซึ่งนักเรียนส่วนมากขาดความรู้ ความ  
เข้าใจ และความสามารถเชื่อมโยงความรู้ และขาดทักษะในการนำความรู้ด้านนี้ไปใช้ จึงทำ  
ให้นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านนี้ มีจำนวนมาก
2. ด้านทักษะการคิดคำนวณ พบว่า จุดประสงค์ที่นักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องในด้านนี้  
เป็นจำนวนมาก ได้แก่ การแก้สมการในรูปค่าสัมบูรณ์ได้(85%) ทั้งนี้อาจมีสาเหตุมาจากเนื้อหาใน  
จุดประสงค์นี้ต้องใช้ทักษะการคำนวณมากและต้องมีความรอบคอบเป็นสำคัญในเรื่องของ  
เครื่องหมายต่างๆ
3. ด้านการประยุกต์ พบว่า จุดประสงค์ที่นักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องในด้านนี้ ได้แก่  
บอกความเกี่ยวข้องของเซตของจำนวนจริง เซตของจำนวนตรรกยะ เซตของจำนวนอตรรกยะ เซต  
ของจำนวนเต็ม เซตของจำนวนนับได้(69.44%) สาเหตุที่นักเรียนมีข้อบกพร่อง เพราะนักเรียนขาด  
ความรู้พื้นฐานในเนื้อหาดังกล่าว และเมื่อนักเรียนพบปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้น นักเรียนจึง  
ไม่สามารถนำความรู้มาเชื่อมโยงได้ ซึ่งส่งผลให้ไม่สามารถประยุกต์แก้ปัญหิต่าง ๆ ได้
4. ด้านกระบวนการแก้ปัญหา พบว่าจุดประสงค์ที่นักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่อง  
ในด้านนี้มากที่สุดคือ การมีเอกลักษณ์ สมบัติการมีอินเวอร์สและสมบัติการสลับที่หรือไม่  
(92.31%) อาจมีสาเหตุมาจากเนื้อหาในจุดประสงค์ดังกล่าวต้องอาศัยกระบวนการในการแสดง  
วิธีทำเพื่อหาคำตอบแต่นักเรียนส่วนมากไม่สามารถแสดงวิธีทำที่ถูกต้องได้หรืออาจแสดงได้ไม่  
ครบถ้วน

จากการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม พบว่า นักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องที่แตกต่างกันออกไปตามเนื้อหาและจุดประสงค์ แต่ก็สามารถสรุปเป็นลักษณะข้อบกพร่องในลักษณะเดียวกัน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของนิภาพร นาอ่อน (2545 :74) ที่พบว่า เนื้อหาในแต่ละตอนจะมีข้อบกพร่องที่ต่างกันตามเนื้อหาและจุดประสงค์ แต่ก็สามารถสรุปเป็นลักษณะข้อบกพร่องในลักษณะเดียวกันได้

1. จากการศึกษาค้นข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัย ผลการวิจัยทำให้ทราบข้อบกพร่องของนักเรียนในการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริงและทำให้ทั้งคู่ครูผู้สอนและนักเรียนทราบถึงสาเหตุต่างๆ ที่ทำให้เกิดข้อบกพร่อง ซึ่งจะช่วยให้สามารถแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้ตรงจุด ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของชวาล แพรัตกุล (2516 : 5-7) ที่กล่าวว่า ประโยชน์ของแบบทดสอบข้อบกพร่องทางการเรียนสามารถชี้ให้ครู เด็ก ผู้ปกครอง และผู้ที่เกี่ยวข้องอื่นรู้ถึงจุดเด่น จุดด้อยของนักเรียน จะได้ร่วมกันแก้ไขและส่งเสริมให้ตรงจุด

2. จากการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง โดยใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริง ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลปรากฏว่า คะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม โดยใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนจริงในแต่ละหน่วยสูงกว่าคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมและเมื่อพิจารณาคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสามารถกล่าวได้ว่านักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ 60% เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของบลูม (Bloom.1968 : 1 -12) และจีน (Jean. 1978 : 4636 - A) ที่พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมจะทำคะแนนเพิ่มขึ้นจากการทดสอบหลังจากการสอนซ่อมเสริม

### ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยครั้งนี้ มีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

#### ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ในการเรียนคณิตศาสตร์นั้น จำเป็นต้องอาศัยความรู้พื้นฐานเป็นสำคัญ ดังนั้น การแก้ไขข้อผิดพลาดในความรู้พื้นฐานควรเริ่มเป็นลำดับแรก ซึ่งจะทำให้เด็กมีทักษะพื้นฐานที่ดีขึ้น วิธีหนึ่งที่ทำได้ก็คือ วิธีการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนก่อนที่จะ

เรียนเนื้อหาใหม่ ดังนั้นครูควรสนใจการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนให้มากขึ้น

2. ในการวินิจฉัยเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน ไม่ควรแบ่งเนื้อหาย่อยมากเกินไป เพราะทำให้นักเรียนต้องทำแบบทดสอบหลายฉบับ ซึ่งส่งผลให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่ายในการทำแบบทดสอบ อาจส่งผลให้นักเรียนไม่ยอมทำข้อสอบ และทำให้ไม่ได้รับข้อมูลที่เป็นจริงตามสภาวะปัจจุบัน จึงไม่สามารถวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องได้ตรงตามความเป็นจริง

3. การสร้างชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง ครูผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้สอดคล้องกับเนื้อหาที่นักเรียนมีความบกพร่อง โดยการสร้างกิจกรรมในชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมนั้นควรเป็นกิจกรรมที่น่าสนใจ มีลำดับขั้นตอนของเนื้อหาที่ชัดเจน และควรเน้นกิจกรรมซ่อมเสริมในจุดประสงค์ที่นักเรียนมีความบกพร่อง ซึ่งสามารถพิจารณาความบกพร่องในแต่ละจุดประสงค์จากแบบทดสอบวินิจฉัยที่ได้นำไปสำรวจความบกพร่องของนักเรียน อีกทั้งข้อความหรือเนื้อหาที่ใช้ในชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม ควรมีความสั้น กระชับ ครอบคลุมเฉพาะเนื้อหาแต่ละตอนหรือแต่ละจุดประสงค์ข้อบกพร่อง ไม่ควรใช้คำอธิบายที่ซับซ้อน ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย อันจะส่งผลให้ผลที่ได้ภายหลังการใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมแล้วไม่เป็นไปตามสถานการณ์ที่เป็นจริง

4. ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง ไม่ควรจำกัดระยะเวลาในการศึกษา เพราะนักเรียนแต่ละคนมีความสามารถที่แตกต่างกัน ซึ่งถ้าจำกัดเวลาในการศึกษา จะทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ไขข้อบกพร่องได้อย่างเต็มที่ อันจะส่งผลให้การสอนซ่อมเสริมไม่ได้ประสิทธิภาพเท่าที่ควร ในขณะที่มีการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมครูผู้สอนควรมีบทบาทเป็นผู้ให้คำแนะนำ และสร้างบรรยากาศในการจัดกิจกรรมให้เหมาะสม เพื่อไปสู่จุดมุ่งหมาย คือให้นักเรียนแต่ละคนสามารถศึกษาความบกพร่องของตนเองและแก้ไขโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนซ่อมเสริมที่สร้างขึ้น หากในขณะที่จัดกิจกรรมนักเรียนมีปัญหาหรือเกิดความสงสัย ครูควรสร้างสถานการณ์ที่นำนักเรียนไปสู่จุดมุ่งหมายโดยเน้นให้นักเรียนศึกษาและแก้ไขความบกพร่องด้วยตนเอง ไม่ใช่รู้และแก้ไขความบกพร่องของตนเองจากการบอกของครูผู้สอน

### ข้อเสนอแนะในการวิจัย

1. ควรมีการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนกับเนื้อหาอื่น ๆ และระดับชั้นอื่นๆ ซึ่งอาจศึกษาเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มก็ได้
2. ควรมีการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยและชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนในลักษณะเดียวกันนี้กับเนื้อหาอื่น ๆ เพื่อจะทำให้ครูผู้สอนทราบถึงความบกพร่องที่เกิดขึ้นกับนักเรียน จะได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับกลุ่มผู้เรียน และแก้ไขข้อบกพร่องได้ตรงตามจุดประสงค์

บรรณานุกรม

## บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2539). "ครู...ผู้เปลี่ยนโฉมการเรียนรู้". ชุดนวัตกรรมช่วยการเรียนรู้การสอน.  
กรุงเทพฯ : การศาสนา.
- \_\_\_\_\_. (2524). คู่มือการบริหารการใช้หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524.  
กรุงเทพฯ : กระทรวงศึกษาธิการ.
- กรมวิชาการ.สำนักทดสอบทางการศึกษา. (2539). แนวการสร้างแบบวินิจัย เพื่อพัฒนา  
การเรียนรู้การสอน. กรุงเทพฯ : ครูสภาลาดพร้าว.
- \_\_\_\_\_. (2540). ผลการประเมินคุณภาพการศึกษา ปีการศึกษา (2538). กรุงเทพฯ : ครูสภา  
ลาดพร้าว.
- \_\_\_\_\_. (2542). รายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6  
ปีการศึกษา 2540. กรุงเทพฯ : ครูสภาลาดพร้าว.
- \_\_\_\_\_. (2542). รายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย  
(ม.6) ปีการศึกษา 2542. กรุงเทพฯ : ครูสภาลาดพร้าว.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2533). หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521(ฉบับปรับปรุง  
2533). กรุงเทพฯ : การศาสนา.
- \_\_\_\_\_. (2533). คู่มือการประเมินผลการเรียนการสอน ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย  
พุทธศักราช 2524. (ฉบับปรับปรุงพ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ : ครูสภาลาดพร้าว.
- \_\_\_\_\_. (2533). คู่มือหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.  
2533). กรุงเทพฯ : การศาสนา.
- \_\_\_\_\_. (2535). คู่มือครูการประเมินผลการเรียนระดับมัธยมศึกษา ตามหลักสูตร  
ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533. กรุงเทพฯ : ครูสภาลาดพร้าว.
- โกวิท ประวาลพฤกษ์. "การทดสอบแบบอิงเกณฑ์" วารสารวัดผลการศึกษา. 1(3) : 16 - 25  
มกราคม - เมษายน 2523.
- จินดา ลิ้มถาวรศิริพงศ์. (2525). การสร้างลำดับขั้นเนื้อหาวิชาจากการวินิจฉัยการเรียนรู้  
คณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปริญญาโท ค.ม.  
กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

- จินนาภา สิตบุตร. (2521). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ วิีธีหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่มีและไม่มีการสอนย่อย. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- ชวาล แพร์ตกุล. (2508). เทคนิคการวัดผล. กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช.
- \_\_\_\_\_. (2516). เทคนิคการวัดผล. กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช.
- ชวาล แพร์ตกุล. (2514 , กรกฎาคม). " การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ," พัฒนาวัดผล. 7 : 2-16.
- ณรงค์ สารทัศนานนท์. (2521). การใช้บทเรียนโปรแกรมซ่อมเสริมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 2 ในระดับชั้น ป.กศ. ปรินูญานินพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ดวงเดือน อ่อนน่วม. (2533). การสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ดารณี คำแหง. (2533). การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินูญานินพนธ์ ค.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ทศพร ทักษิมา. (2545). การศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตศึกษา. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ทองหล่อ วิชาวิน. (2521). "ข้อสอบวินิจฉัย," พัฒนาการวัดผล. กรุงเทพฯ : ศรีอนันต์.
- ทัศนพร คลังแก้ว. (2532). การวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินูญานินพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- นิภาพร นาอ่อน. (2545). การศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตศึกษา. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2523 , พฤษภาคม-สิงหาคม). "แบบทดสอบวินิจฉัย" วารสารการวัดผล การศึกษา. 2(1) : 19-23.

- บุพพัฒน์ ติปิยานนท์. (2529). การทดลองสอนซ่อมเสริมวิทยาศาสตร์โดยครูกับกลุ่มเพื่อนด้วยวิธีสอนของวอร์นีย์. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- เบญจมา เขียวสม. (2534). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยตามพฤติกรรมการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ประคอง สุทธิสาร. (2526). "การสอนซ่อมเสริม," หลักและแนวปฏิบัติในโรงเรียนประถมศึกษา. กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช.
- ประดิษฐ์ เรืองตระกูล. (2529). การใช้โมเดลโลจิสเพื่อพัฒนาแบบสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1. กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พันทิพา อุทัยสุข. (2524). พฤติกรรมการสอนมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ : สำนักเทคโนโลยีทางการศึกษา มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- พร้อมพรรณ อุดมศิลป์. (2533). การวัดการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- มะลิ จุลวงษ์. (2530). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมและแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนจากคอมพิวเตอร์ช่วยสอน. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- มาลัยทอง นันทสุวรรณ. (2529). ผลการซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2526). พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2525. กรุงเทพฯ : อักษรเจริญทัศน์.
- รุจิย์ ภูสาระ. (2520). เอกสารประกอบคำบรรยายกระบวนการวิชาการวัดผลและประเมินผลการศึกษา. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการทดสอบและการวิจัย มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

- วรรณ ชุนศรี. (2538). การศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง 2533) ที่เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนตามความคิดเห็นของครู. ปรินญาณิพนธ์ ศศ.ม. (ศึกษาศาสตร์-การสอน). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- วรรณดี ชุนหุฒิวานนท์. (2524). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โพลีโนเมียล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในเขตท้องที่การศึกษาที่ 4 ในกรุงเทพมหานคร. ปรินญาณิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วิรัช พุทตมิกุล. (2517). การทดลองสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปในวิชาคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. ปรินญาณิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เศรษฐศักดิ์ หนูทอง. (2527). การศึกษาผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนซ่อมเสริมเรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมและแบบฝึกหัด. ปรินญาณิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศิริกาญจน์ โกสุมภ์. (2522, มีนาคม). "การสอนซ่อมเสริมไม่ใช่การสอนพิเศษ," ประชากรศึกษา. 8 : 10.
- ศิริชัย โสภา. (2535). การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดศรีสะเกษ. ปรินญาณิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ศรียา นิยมธรรม และประภัสร์ นิยมธรรม. (2525). การซ่อมเสริม (การสอนเพื่อบรรดิการ). กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.
- ศรียา นิยมธรรม. (2539). "การสอนซ่อมเสริม," สารานุกรมศึกษาศาสตร์ ฉบับกาญจนาภิเษก. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุกัลยา ฉายสุวรรณ. (2539). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย ในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องทศนิยม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในจังหวัดราชบุรี. ปรินญาณิพนธ์ ศศ.ม.(การวัดผล การศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- สมชาย บุญรักษา. (2536). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย ในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องสมการ และอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และระบบสมการเชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในจังหวัดพังงา. ปริญญาโท กศ.ม.(การวัดผลการศึกษา).  
กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมศักดิ์ ฉันทานุรักษ์. (2529). การวินิจฉัยข้อบกพร่องของการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน แผนการเรียนเกษตรกรรม เขตการศึกษา 6. ปริญญาโท ค.ม. (การมัธยมศึกษา).  
กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- สมศักดิ์ สินธุเวชญ์. (2522). แบบทดสอบวินิจฉัย. กรุงเทพฯ : สำนักทดสอบทางการศึกษา  
กรมวิชาการ.
- \_\_\_\_\_. (2523). "การสอนซ่อมเสริม," *มิตรครู*. 22(8) : 24-25.
- สันทนา นิพนธ์วิทยา. (2527, กุมภาพันธ์). "การสอนซ่อมเสริม," *มิตรครู*. 26(3) : 53-55.
- สาธิต แก่นมณี. (2525). การทดลองเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะคิดและความสนใจในวิชาเรียนจากการสอนซ่อมเสริม 3 วิธี ในทฤษฎีการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ (Mastery Learning) วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องโพลิโนเมียลระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปริญญาโท กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สายใจ ทองเนียม. (2527, ธันวาคม). "การสอนซ่อมเสริม เป้าหมายที่ไม่ควรมองข้าม," *สารพัฒนาหลักสูตร*. (33) : 38-40.
- สุกัญญา เทียนทอง. (2527). การศึกษาผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่องทศนิยมของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่สอนโดยครู กลุ่มเพื่อนและศึกษาด้วยตนเอง. ปริญญาโท กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุชุม มูลเมือง. (2523). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียนเรื่องทศนิยม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในจังหวัดนครปฐม. ปริญญาโท กศ.ม. กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สงบ ลักษณะ. "การตรวจสอบความเที่ยงตรงของข้อสอบอิงเกณฑ์" *วารสารการวัดผลการศึกษา*. 1(3) : 36-45 มกราคม - เมษายน 2523.
- \_\_\_\_\_. "ปัญหามาตรฐานและเกณฑ์" *วารสารการวัดผลการศึกษา*. 1(2) : 36-45 กันยายน - ธันวาคม 2522.

- สุจินดา จันทวรรณ. (2539, มกราคม-กันยายน). การศึกษารูปแบบการนิเทศการสอนใจทย์  
ปัญหาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. 26(1-3) : 85-97.
- สุภากร ราชกรกิจ. (2521). "การอ่านและเรียนแบบซ่อมเสริม," เอกสารประกอบการสอนวิชา  
กศ.วท. 525. คณะศึกษาศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- สุนนรัตน์ ชมสวนสวรรค์. (2531). การศึกษาผลสัมฤทธิ์และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียน  
คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนซ่อมเสริมโดยวิธีเพื่อนช่วยสอน.  
ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุพร เข้มเฮง. (2540, พฤษภาคม-สิงหาคม). "โครงการวิจัยและประเมินผลคณิตศาสตร์และ  
วิทยาศาสตร์ในระดับนานาชาติ ครั้งที่ 3," ศึกษาศาสตร์ปริทัศน์. 12 : 62-76.
- อรอนงค์ บุญค่อง. (2537). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องระบบสมการ หลังจากที่เรียนซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียน  
การสอนรายบุคคล เรียนจากครู และเรียนจากเพื่อน โรงเรียนพรหมคีรีพิทยา จังหวัด  
นครศรีธรรมราช. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อรัญ ชูยกระเดื่อง. (2534). การศึกษาความคลาดเคลื่อนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของ  
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร.  
ปริญญาานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- อุไร สิ้นธุรงศานนท์. (2534). การศึกษาผลของการใช้ชุดการสอนเพื่อซ่อมเสริมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์  
ทางการเรียนเรื่องเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทาง  
การเรียนต่ำ. ปริญญาานิพนธ์ ค.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- อุไรวรรณ ทศนบุตร. (2523). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยความบกพร่องในการเรียนเรื่อง  
เศษส่วนสำหรับเด็กมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในจังหวัดนครสวรรค์. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม.  
กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อำไพ สุจริตกุล. (2516, กุมภาพันธ์). "การสอนซ่อมเสริม," วิทยาสาร. 24 : 26.

- Ahmann, Stanley J. and Marvin D. Clock. (1967). *Evaluation Pupil Grow Principle of Tests and Measurement*. 3<sup>rd</sup> ed., Boston : Allyn and Bacon, Inc.
- Blair, Glenn Myers. (1957). *Diagnostic and Remedial Teaching Guide to Practice in Elementary and Secondary School*. New York : Macmillan.
- Blando, J.A, et al. (1989, May). "Analying and Modeling Arithmetic Errors," *Journal for Research in Mathematics Education*. 20(3) : 301-308.
- Blando, J.A, Kelly .N.E, Schacider, B.R. and Sleeman, D. (1989, May). "Analying and Modeling Arithmetic Errors," *Journal for Research in Mathematics Education*. 20(3) : 301-308.
- Bloom, Benjamin S. (1968). "Learning for Mastery," *U.C.L.A. Evaluation*. Comment, 1-12.
- \_\_\_\_\_. (1971). *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. New York : McGraw-Hill Book.
- Booth, L.R. et al. (1988). *Algebra : Children's Strategies And Errors : A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project*. London : Evezezer Baylies and Son.
- Brown , Frederick G. (1970). *Principles of Educational and Psychological Testing*. United States of America : The Dryden Press. Inc.
- Bruechner, Leo J. and Guy L. Bond. (1955). *Diagnostic Tests and Self-Helps in Arithmetic*. Monterey, California : California Test Burea, McGraw-Hill.
- Casay,L.M. (1987). *Measurement and Evaluation School Learning*. Messachusetts : Newton & Company.
- Chai,C.M. and Ang, B.H. (1987, June). "Identifying the Reasons Underlying Pupils Particular Errors in Simple Algebraic Expressions and Equations," *Proceedings of Fourth Southeast Asian Conference on Mathematics Education (ICMI-SEAMS)*.
- Dechant, Emereld V. (1971). *Detection and Correction of Reading Difficulties*. New York : Appleton-Century-Crofts.
- Good, Carter V. ed. (1945). *Dictionary of education*. New York. : McGraw-Hill Book.

- Gronlund, Norman. E. (1981). *Measurement and Evaluation in Teaching*. 4<sup>th</sup> ed. New York : Macmillan Publishing Co, Inc.
- Gropper, George L. (1974, October). " A Technology for developing Instructional Materials "Vol.3 Handbook Part F, develop Diagnostic and Evaluation Test," *Research in Educational*. 9 : 145.
- Harris, A. J. (1970). *How to Increase Reading Ability*. 5<sup>th</sup> ed. New York : David Mekey. 342.
- Keller, Fred S. (1968). "Good-Bye Teacher," *Journal of Applied Behavior Analysis*. 1 : 7A.
- Kochevar, D.E. (1975). *Individualized Remedial Reading Techniques for the Classroom Teacher*. New York : Parker.
- Levellen, Jane R. and Nagy. Barbara Pashos. (1981, April). "Where are the Deficiencies? Guideline for Remediation," NASSP Bulletin. 65 : 96-100.
- Lindquist, Everet Franklin. (1966). *Educational Measurement*. Washington, D.C. : American Council on Education.
- Michaelis, John U. and Grim, Paul R. (1958). *The Student Teacher in The Elementary School*. 5<sup>th</sup> ed. Englewood Cliffs, New York : Prentice Hall, Inc.
- Movhovit-Hader N., Zaslavsky.O., and Inbar .S. (1987, January). "Analying and Modeling Arithmetic Errors," *Journal for Research in Mathematics Education*. 18(1) : 3-14.
- Noll, Victor H. (1965). *Introduction to Education Measurement*. Boston : Houghton Mifflin.
- Otto, Wayne and Richard, Meanemy A. (1973). *Corrective and Remedial Teaching*. Boston : Houghton. 447.
- Ree, R.M. (1987, June). "The use of Diagnostic assessment in Secondary Mathematics," *Proceedings of Fourth Southeast Asian Conference on Mathematics Education (ICMI-SEAMS)*. 29-34.
- Singha, H.S. (1974). *Modern Education Teaching*. New Delhi : Sterling Publishing PVT.LTD.

- Sudam, Marilyn N. (1988, February). "Update on Research on Problem Soliving : Implications for Classroom Teaching," *Arithmetic Teacher*. 29(6) : 6.
- Tansley, A.E. (1969). *Reading and Remedial Reading*. London : Rautledge and Keron Paul.
- Throndike, Robert L. and Hagan, Elizabeth. (1969). *Measurement and Evaluation in Psychology and Education*. New York : John Wiley.
- Underhill, R.G., ed. (1980). *Diagnosing Mathematical Difficulties*. Columbus, Ohio : Charles E Merrill Publishing Co.,
- Webmaster. (1982). *New world Compact School and Office Dictionary* . New York : Prentice Hall.
- Webster. (1979). *Webster's New Twentieth Century Dictionary of the English Language*. New York : Prentice Hall.

ภาคผนวก

### ภาคผนวก ก

- คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัย แบบทดสอบคู่ขนาน และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง
- ค่าความยากง่าย ( $p$ ) ค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจัย แบบทดสอบคู่ขนาน และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง

ตาราง 11 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ  
วินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 1 เรื่อง จำนวนจริง

แบบทดสอบวินิจฉัย

เรื่อง	จุดประสงค์ (ข้อที่)	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
การจำแนกชนิด ของจำนวน	1	0.62	0.57
ความเกี่ยวข้องของ เซตของจำนวนจริง เซตของจำนวนตรรกยะ เซตของจำนวนอตรรกยะ เซตของจำนวนเต็ม เซตของจำนวนนับ	2	0.44	0.54

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.857

แบบทดสอบคู่ขนาน

เรื่อง	จุดประสงค์ (ข้อที่)	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
การจำแนกชนิด ของจำนวน	1	0.62	0.45
ความเกี่ยวข้องของ เซตของจำนวนจริง เซตของจำนวนตรรกยะ เซตของจำนวนอตรรกยะ เซตของจำนวนเต็ม เซตของจำนวนนับ	2	0.48	0.62

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.836

ตาราง 12 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ  
วินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 2 เรื่องสมบัติของจำนวนจริง

แบบทดสอบวินิจฉัย

เรื่อง	จุดประสงค์ (ข้อที่)	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
สมบัติการบวกและ การคูณจำนวนจริง	1	0.45	0.33
การนำสมบัติการบวก และการคูณ จำนวนจริงไปใช้	1	0.54	0.41
	2	0.38	0.41
	3	0.56	0.53

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.828

แบบทดสอบคู่ขนาน

เรื่อง	จุดประสงค์ (ข้อที่)	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
สมบัติการบวกและ การคูณจำนวนจริง	1	0.53	0.38
การนำสมบัติการบวก และการคูณ จำนวนจริงไปใช้	1	0.43	0.36
	2	0.39	0.41
	3	0.54	0.48

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.845

ตาราง 13 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ  
 วินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 3 เรื่องการแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว

แบบทดสอบวินิจฉัย

เรื่อง	จุดประสงค์ (ข้อที่)	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
การหารพหุนามด้วย พหุนามที่กำหนดให้	1	0.54	0.58
การแยกตัวประกอบ พหุนามที่มี สัมประสิทธิ์เป็น จำนวนเต็ม	2	0.45	0.389
การแก้สมการพหุนาม ตัวแปรเดียว	3	0.49	0.35

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.849

แบบทดสอบคู่ขนาน

เรื่อง	จุดประสงค์ (ข้อที่)	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
การหารพหุนามด้วย พหุนามที่กำหนดให้	1	0.58	0.62
การแยกตัวประกอบ พหุนามที่มี สัมประสิทธิ์เป็น จำนวนเต็ม	2	0.53	0.42
การแก้สมการพหุนาม ตัวแปรเดียว	3	0.47	0.56

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.851

ตาราง 14 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ  
วินิจัยและแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 4 เรื่องสมบัติการไม่เท่ากัน

แบบทดสอบวินิจัย

เรื่อง	จุดประสงค์ (ข้อที่)	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
สมบัติการไม่เท่ากัน	1	0.63	0.53

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.845

แบบทดสอบคู่ขนาน

เรื่อง	จุดประสงค์ (ข้อที่)	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
สมบัติการไม่เท่ากัน	1	0.65	0.59

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.847

ตาราง 15 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ  
วินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 5 เรื่องช่วงและการแก้อสมการ

แบบทดสอบวินิจฉัย

เรื่อง	จุดประสงค์ (ข้อที่)	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
ช่วง	1	0.41	0.48
การกระทำทางช่วง	2	0.53	0.43
อสมการ	3	0.54	0.62

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.846

แบบทดสอบคู่ขนาน

เรื่อง	จุดประสงค์ (ข้อที่)	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
ช่วง	1	0.53	0.42
การกระทำทางช่วง	2	0.61	0.52
อสมการ	3	0.48	0.54

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.855

ตาราง 16 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ  
 วินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 6 เรื่องค่าสัมบูรณ์ การแก้สมการและอสมการ  
 ในรูปค่าสัมบูรณ์

แบบทดสอบวินิจฉัย

เรื่อง	จุดประสงค์ (ข้อที่)	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
ค่าสัมบูรณ์	1	0.34	0.43
	2	0.42	0.54
การแก้สมการในรูป ค่าสัมบูรณ์	1	0.52	0.64
	2	0.55	0.71
การแก้สมการในรูป ค่าสัมบูรณ์	1	0.63	0.77
	2	0.65	0.79

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.821

แบบทดสอบคู่ขนาน

เรื่อง	จุดประสงค์ (ข้อที่)	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
ค่าสัมบูรณ์	1	0.46	0.38
	2	0.48	0.51
การแก้สมการในรูป ค่าสัมบูรณ์	1	0.61	0.55
	2	0.53	0.72
การแก้สมการในรูป ค่าสัมบูรณ์	1	0.59	0.70
	2	0.61	0.70

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.833

ตาราง 17 ค่า p และ r ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง  
 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	.76	.44	16	.40	.73
2	.44	.44	17	.64	.82
3	.56	.38	18	.60	.40
4	.40	.50	19	.52	.50
5	.40	.73	20	.72	.77
6	.48	.63	21	.64	.82
7	.60	.44	22	.64	.73
8	.48	.73	23	.60	.93
9	.52	.38	24	.60	.33
10	.44	.50	25	.40	.25
11	.64	.82	26	.28	.53
12	.48	.27	27	.48	.43
13	.48	.38	28	.44	.73
14	.60	.20	29	.36	.43
15	.32	.32	30	.56	.82

ตาราง 18 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง  
ของกลุ่มตัวอย่าง 40 คน คะแนนเต็ม 30 คะแนน

คนที่	คะแนน
1	16
2	18
3	17
4	15
5	14
6	12
7	13
8	16
9	25
10	24
11	15
12	19
13	18
14	17
15	19
16	12
17	14
18	15
19	13
20	16

คนที่	คะแนน
21	21
22	20
23	11
24	15
25	12
26	13
27	20
28	15
29	17
30	18
31	15
32	21
33	23
34	13
35	16
36	15
37	14
38	15
39	18
40	17

ตาราง 19 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัยและแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 1  
เรื่องจำนวนจริง กลุ่มตัวอย่าง 36 คน คะแนนเต็ม 25 คะแนน

คนที่	คะแนนของแบบ ทดสอบวินิจัย	คะแนนของแบบ ทดสอบคู่ขนาน	คนที่	คะแนนของแบบ ทดสอบวินิจัย	คะแนนของแบบ ทดสอบคู่ขนาน
1	12	16	19	4	15
2	13	19	20	12	15
3	10	15	21	11	15
4	11	12	22	13	13
5	13	14	23	12	14
6	12	15	24	9	13
7	13	17	25	8	15
8	11	13	26	7	16
9	9	16	27	7	15
10	10	18	28	3	14
11	8	12	29	9	13
12	12	15	30	8	17
13	12	13	31	11	16
14	14	17	32	12	19
15	13	18	33	14	18
16	11	15	34	9	12
17	10	13	35	10	15
18	6	14	36	11	16

ตาราง 20 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัยและแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 2  
เรื่องสมบัติของระบบจำนวนจริง กลุ่มตัวอย่าง 39 คน คะแนนเต็ม 40 คะแนน

คนที่	คะแนนของแบบ ทดสอบวินิจัย	คะแนนของแบบ ทดสอบคู่ขนาน	คนที่	คะแนนของแบบ ทดสอบวินิจัย	คะแนนของแบบ ทดสอบคู่ขนาน
1	20	25	21	21	31
2	15	14	22	14	13
3	14	18	23	15	12
4	12	19	24	16	16
5	16	14	25	18	19
6	14	12	26	21	20
7	23	25	27	23	21
8	11	9	28	18	22
9	18	24	29	19	25
10	16	22	30	18	26
11	14	16	31	17	25
12	8	13	32	17	22
13	14	12	33	16	24
14	7	15	34	15	29
15	13	15	35	14	23
16	15	20	36	16	24
17	19	21	37	17	26
18	17	22	38	18	24
19	14	30	39	20	25
20	12	11			

ตาราง 21 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัยและแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 3  
 เรื่องการแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว กลุ่มตัวอย่าง 37 คน คะแนนเต็ม 100 คะแนน

คนที่	คะแนนของแบบ ทดสอบวินิจัย	คะแนนของแบบ ทดสอบคู่ขนาน	คนที่	คะแนนของแบบ ทดสอบวินิจัย	คะแนนของแบบ ทดสอบคู่ขนาน
1	35	53	21	52	67
2	42	58	22	33	49
3	71	74	23	31	65
4	30	53	24	32	62
5	41	50	25	39	47
6	38	42	26	41	49
7	35	63	27	42	53
8	32	42	28	44	54
9	33	60	29	49	61
10	35	41	30	53	62
11	39	53	31	51	62
12	42	52	32	63	75
13	44	61	33	41	43
14	46	60	34	40	50
15	51	45	35	32	53
16	56	56	36	30	49
17	49	53	37	42	54
18	51	61			
19	44	60			
20	49	54			

ตาราง 22 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัยและแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 4  
เรื่องสมบัติการไม่เท่ากัน กลุ่มตัวอย่าง 19 คน คะแนนเต็ม 10 คะแนน

คนที่	คะแนนของแบบ ทดสอบวินิจัย	คะแนนของแบบ ทดสอบคู่ขนาน
1	2	5
2	4	4
3	3	4
4	2	4
5	4	6
6	2	7
7	2	4
8	3	3
9	0	4
10	1	5
11	1	4
12	2	3
13	4	4
14	1	2
15	2	6
16	4	6
17	3	4
18	2	4
19	2	4

ตาราง 23 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัยและแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 5  
เรื่องช่วงและการแก้อสมการ กลุ่มตัวอย่าง 21 คน คะแนนเต็ม 46 คะแนน

คนที่	คะแนนของแบบ ทดสอบวินิจัย	คะแนนของแบบ ทดสอบคู่ขนาน
1	14	31
2	13	29
3	19	40
4	14	37
5	18	37
6	15	40
7	17	37
8	11	34
9	10	31
10	33	37
11	19	27
12	12	36
13	16	36
14	15	33
15	23	37
16	14	35
17	12	37
18	11	34
19	13	35
20	11	29
21	25	36

ตาราง 24 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัยและแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 6  
 เรื่องคำสัมบูรณ์การแก้สมการและอสมการในรูปคำสัมบูรณ์ กลุ่มตัวอย่าง 40 คน  
 คะแนนเต็ม 40 คะแนน

คนที่	คะแนนของแบบ ทดสอบวินิจัย	คะแนนของแบบ ทดสอบคู่ขนาน	คนที่	คะแนนของแบบ ทดสอบวินิจัย	คะแนนของแบบ ทดสอบคู่ขนาน
1	14	31	21	15	37
2	13	29	22	9	33
3	19	40	23	12	33
4	14	37	24	12	34
5	15	40	25	15	33
6	17	37	26	28	37
7	11	34	27	14	30
8	10	31	28	16	33
9	33	37	29	14	35
10	19	27	30	13	30
11	12	36	31	19	33
12	16	36	32	14	34
13	15	33	33	21	38
14	23	37	34	17	28
15	14	35	35	14	34
16	12	37	36	13	29
17	11	34	37	16	28
18	13	35	38	11	27
19	11	29	39	12	36
20	25	36	40	15	35

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับสัดส่วนประชากร

สมมติฐานของการทดสอบ คือ

$$H_0: P = 0.5$$

$$H_1: P > 0.5$$

$$\hat{p} = \frac{29}{40} = 0.725$$

ตัวสถิติทดสอบ คือ  $Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sigma_{\hat{p}}}$

$$\text{โดยที่ } \sigma_{\hat{p}}^2 = \frac{p_0(1-p_0)}{n} = \frac{0.5(1-0.5)}{40} = 0.00625$$

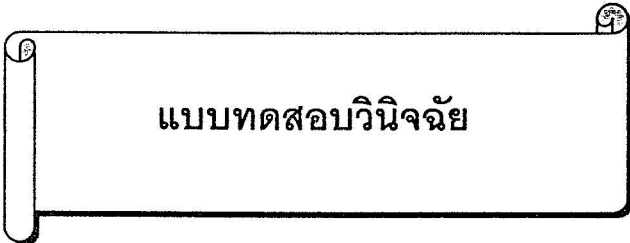
$$\begin{aligned} \text{จะได้ } Z &= \frac{0.725 - 0.5}{\sqrt{0.00625}} \\ &= 2.85 \end{aligned}$$

ขอบเขตวิกฤตของการทดสอบคือ ปฏิเสธ  $H_0$  ถ้า  $Z > Z_{0.01}$

พบว่า  $2.85 > 2.326$  ดังนั้นจึงปฏิเสธ  $H_0$

**ภาคผนวก ข**  
**แบบทดสอบ**

- แบบทดสอบวินิจฉัย
- แบบทดสอบคู่ขนาน
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน



แบบทดสอบวินิจฉัย

โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 1 (ฉบับที่ 1)

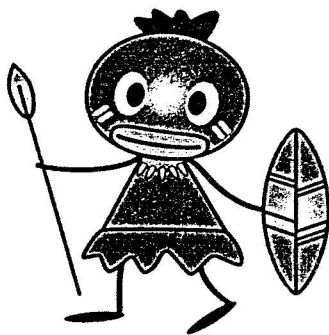
เรื่อง

การจำแนกชนิดของจำนวน

จุดประสงค์ จำแนกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนชนิดใด

คำชี้แจง

- แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบอัตนัยชนิดเติมคำจำนวน 1 ข้อ 5 คะแนน และเป็นแบบเติมคำแสดงเหตุผล จำนวน 1 ข้อ 10 คะแนนใช้เวลาในการสอบ 20 นาที
- จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบพร้อมทั้งแสดงเหตุผล



1. จงพิจารณาจำนวนต่อไปนี้แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

$-3, \pi, \sqrt{3}, -\frac{1}{2}, 0.5, \sqrt{\frac{3}{4}}, \sqrt{16}, 0.49i, \sqrt{4}+\sqrt{9}$

- 1.1) จำนวนเต็ม ได้แก่.....
- 1.2) จำนวนนับ ได้แก่.....
- 1.3) จำนวนตรรกยะ ได้แก่.....
- 1.4) จำนวนอตรรกยะได้แก่.....
- 1.5) จำนวนจริง ได้แก่.....

2. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ พร้อมทั้งบอกเหตุผล

2.1) 1.010010001 เป็นจำนวนตรรกยะ

( ) จริง ( ) ไม่จริง เพราะ

.....

.....

.....

.....

2.2)  $\sqrt[3]{-27}$  เป็นจำนวนอตรรกยะ

( ) จริง ( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

2.3)  $\sqrt{\frac{27}{3}}$  เป็นจำนวนนับ  
 จริง  ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

2.4)  $\sqrt{64} + \sqrt{16}$  เป็นจำนวนเต็ม  
 จริง  ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

2.5)  $\frac{\pi}{3}$  เป็นจำนวนตรรกยะ  
 จริง  ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

2.6) 0 เป็นจำนวนเต็มบวก หรือจำนวนเต็มลบก็ได้

( ) จริง ( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

2.7)  $2 - \sqrt{5}$  เป็นจำนวนจริง

( ) จริง ( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

2.8) 0.8 เป็นจำนวนนับ

( ) จริง ( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

2.9)  $\sqrt{3} + \sqrt{64}$  มีจำนวนตรรกยะ

( ) จริง ( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

2.10)  $-\sqrt{4}$  เป็นจำนวนจริง

( ) จริง ( ) ไม่จริง

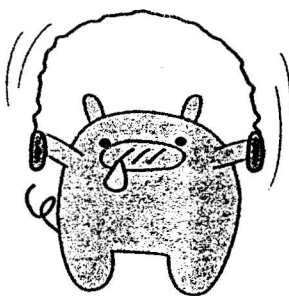
เพราะ

.....

.....

.....

.....



โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 1 (ฉบับที่ 2)

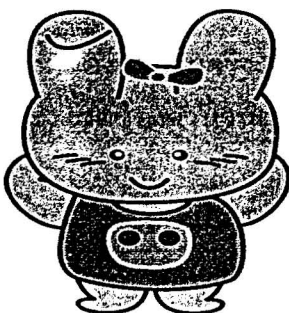
เรื่อง

ความเกี่ยวข้องของเซตของจำนวนจริง เซตของจำนวนตรรกยะ  
เซตของจำนวนอตรรกยะ เซตของจำนวนเต็ม และเซตของจำนวนนับ

จุดประสงค์ บอกความเกี่ยวข้องของเซตของจำนวนจริง เซตของจำนวนตรรกยะ เซตของ  
จำนวนอตรรกยะ เซตของจำนวนเต็ม เซตของจำนวนนับ

คำชี้แจง

- แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบอัตนัยชนิดเติมคำตอบจำนวน 1 ข้อ และเป็นแบบเติมคำตอบ จำนวน 1 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน ใช้เวลาในการสอบ 20 นาที
- จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ



1. กำหนดให้  $R$  เป็นเซตของจำนวนจริง

$Q$  เป็นเซตของจำนวนตรรกยะ

$Q$  เป็นเซตของจำนวนอตรรกยะ

$I$  เป็นเซตของจำนวนเต็ม

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1.1)  $Q \cap I = R$

( ) จริง      ( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

1.2)  $Q \cap Q' \neq \emptyset$

( ) จริง      ( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

1.3)  $Q \cup Q' = R$

( ) จริง      ( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

$$1.4) \{0, 1, 2, 3, \dots\} \cup \{-1, -2, -3, \dots\} = I$$

( ) จริง      ( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

$$1.5) Q \subset R$$

( ) จริง      ( ) ไม่จริง

เพราะ

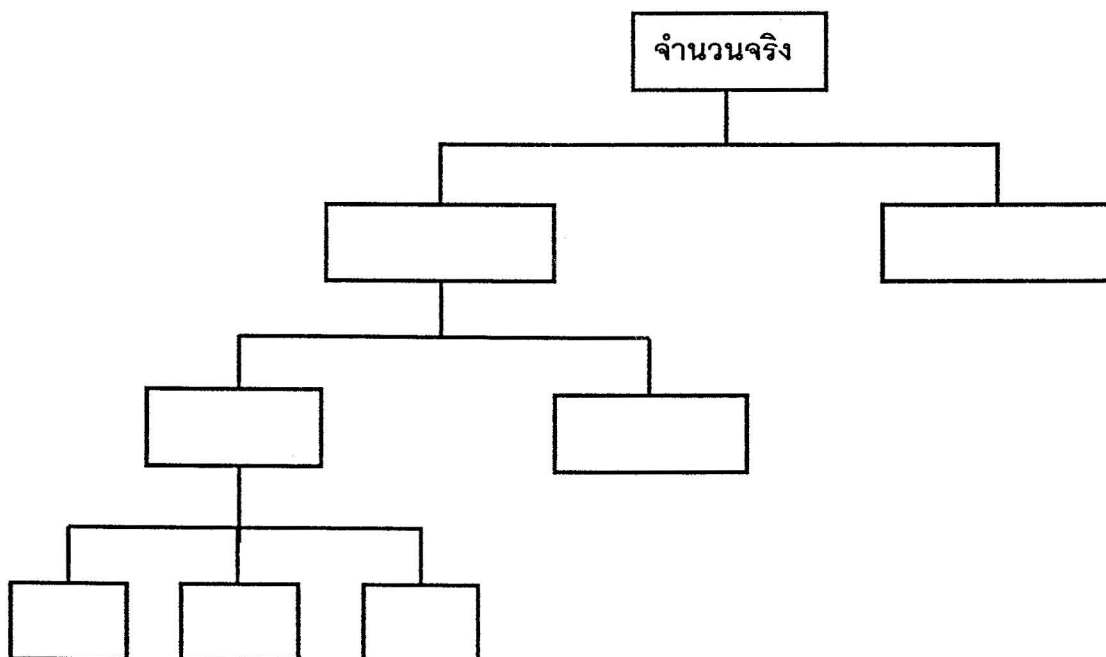
.....

.....

.....

.....

**2.** จงเติมแผนผังความสัมพันธ์ของจำนวนชนิดต่างๆ ให้สมบูรณ์



# โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 2 (ฉบับที่ 1)

## เรื่อง

สมบัติการบวกและการคูณจำนวนจริง

จุดประสงค์ สามารถบอกสมบัติการบวกและการคูณจำนวนจริงได้ถูกต้อง

คำชี้แจง

- แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบอัตนัยชนิดเติมคำจำนวน 2 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน และ 3 คะแนนตามลำดับ ใช้เวลา ในการสอบ 20 นาที
- จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ



## 1) พิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงตามสมบัติข้อใด

กำหนด  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

1.1)  $a + b = b + a$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.2)  $(a + b) + c = (b + a) + c$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.3)  $5 \times 13 = 13 \times 5$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.4)  $0 + 5 = 5 + 0$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.5)  $5 + 3 = 3 + 5$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.6)  $5 + 3 = 8$  เป็นจำนวนจริง เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.7)  $(3 + 4) + 5 = 3 + (4 + 5)$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.8)  $\frac{5}{12} \times 1 = \frac{5}{12}$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.9)  $a \times b = b \times a$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.10)  $5 \times \frac{1}{5} = 1$  เป็นจริงตามสมบัติ.....



## 2. จงบอกสมบัติของจำนวนจริงจากการการพิสูจน์ต่อไปนี้

กำหนด

$$a + b = a + c$$

$$(a + b) + (-a) = (a + c) + (-a)$$

$$(a + (-a)) + b = (a + (-a)) + c \dots\dots\dots(1)$$

$$0 + b = 0 + c \dots\dots\dots(2)$$

$$b = c \dots\dots\dots(3)$$

(1) ใช้สมบัติ.....

(2) ใช้สมบัติ.....

(3) ใช้สมบัติ.....



# โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

## แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 2 (ฉบับที่ 2)

### เรื่อง

### การนำสมบัติการบวกและการคูณจำนวนจริงไปใช้

- จุดประสงค์
1. สามารถบอกได้ว่าเซตที่กำหนดให้มีสมบัติปิดการบวกหรือปิดการคูณ
  2. สามารถหาอินเวอร์สการบวกและการคูณของจำนวนจริงได้
  3. สามารถตรวจสอบได้ว่าการดำเนินการที่กำหนดให้มีสมบัติปิด เปลี่ยนกลุ่มเอกลักษณ์ อินเวอร์ส และการสลับที่ได้

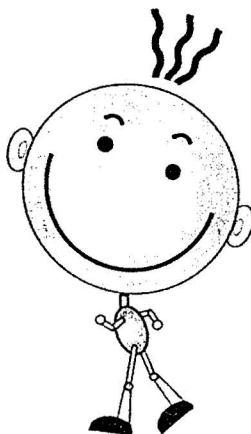
### คำชี้แจง



แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบอัตนัยชนิดเติมคำจำนวน 2 ข้อ 6 คะแนน และ 10 คะแนนตามลำดับ เป็นแบบเติมคำแสดงเหตุผล จำนวน 1 ข้อ 25 คะแนน ใช้เวลาในการสอบ 20 นาที



จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ



1. เซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้สมบัติใดบ้าง เติมตารางให้สมบูรณ์

เซต	สมบัติปิดของ การบวก	สมบัติปิดของ การคูณ
เซตของจำนวนนับ เซตของจำนวนเต็ม เซตของจำนวนคู่ เซตของจำนวนคี่ เซตของจำนวนตรรกยะ เซตของจำนวนเต็มลบ เซตของจำนวนเต็ม เซตของจำนวนเต็ม ที่ 5 หารลงตัว	มี	มี

2. จงหาอินเวอร์สการบวก และอินเวอร์สการคูณของจำนวนต่อไปนี้

จำนวน	อินเวอร์สการบวก	อินเวอร์สการคูณ
5		
13		
$-\sqrt{5}$		
$\frac{1}{2}$		
0.35		
$\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$		
$-\pi$		
$2-\sqrt{3}$		
$\sqrt{3}-\sqrt{5}$		
$\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$		

3. จงพิจารณา ข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ  
กำหนด  $a, b$  เป็นจำนวนจริง และ  $a * b = a + b + 5$

3.1)  $a * b = b * a$

( ) จริง

( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

.....

3.2)  $(a * b) * c = a * (b * c)$

( ) จริง

( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

.....

- 3.3) ระบบจำนวนจริงมีสมบัติปิดของ \*

( ) จริง ( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

.....

3.4) ระบบจำนวนจริงกับ\* มีเอกลักษณ์ของ\*

( ) จริง ( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

.....

3.5) ระบบจำนวนจริงกับ\* มี 5 เป็นอินเวอร์ส

( ) จริง ( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

.....



โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียน หน่วยที่ 3 (ฉบับที่ 1)

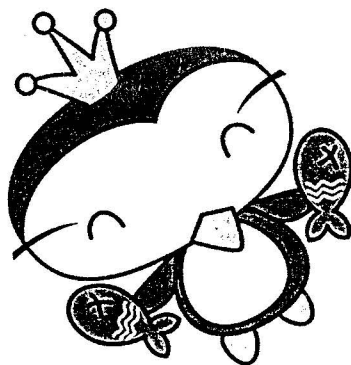
เรื่อง

การหารพหุคูณด้วยพหุคูณที่กำหนดให้

จุดประสงค์ สามารถหาเศษจากการหารโดยใช้ทฤษฎีเศษเหลือ หาผลหารและเศษจากการหาร  
โดยวิธีการหารสังเคราะห์ได้

คำชี้แจง...

- แบบทดสอบเป็นแบบแสดงวิธีทำจำนวน 10 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน
- ใช้เวลาในการสอบ 20 นาที
- จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ



1. กำหนดให้  $P(x) = 2x^2 - 4x + 5$  จงหาเศษเมื่อหาร  $P(x)$  ด้วย  $x - 1$

วิธีทำ.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2. กำหนดให้  $P(x) = -x^3 + 6x^2 + 6x - 3$  จงหาเศษเมื่อหาร  $P(x)$  ด้วย  $x + 1$

วิธีทำ  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

3. กำหนดให้  $P(x) = 4x^4 - 13x + 6$  จงหาเศษเมื่อหาร  $P(x)$  ด้วย  $x + 2$

วิธีทำ  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

4. กำหนดให้  $P(x) = 2x^3 + 5x^2 - x - 5$  จงหาเศษเมื่อหาร  $P(x)$  ด้วย  $x - 3$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. กำหนดให้  $P(x) = x^3 - 3x + 6$  จงหาเศษเมื่อหาร  $P(x)$  ด้วย  $x + 3$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. จงหาผลหารและเศษจากการหาร  $P(x) = x^2 - 5x + 4$  ด้วย  $x - 1$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. จงหาผลหารและเศษจากการหาร  $P(x) = 2x^2 - 7x + 3$  ด้วย  $x + 2$

วิธีทำ.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

8. จงหาผลหารและเศษจากการหาร  $P(x) = 16x^3 - 14x^2 + 16x + 8$  ด้วย  $x - 3$

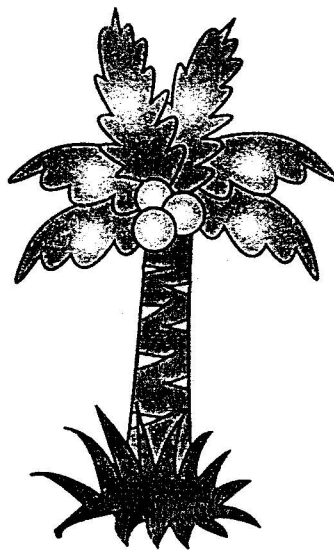
วิธีทำ.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

9. จงหาค่า  $m$  ที่ทำให้  $x - 3$  หาร  $x^3 - 4x^2 - x + m$  ลงตัว

วิธีทำ.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

10. จงหาค่า  $m$  ที่ทำให้  $x+m$  หาร  $x^2+5x-2$  เหลือเศษ  $-8$

วิธีทำ.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



โรงเรียนวัดห้วยจรเข้มหาวิทยาลัย

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 3 (ฉบับที่ 2)

เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม

จุดประสงค์ สามารถแยกตัวประกอบพหุนามที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็มได้

คำชี้แจง

- แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ 1 ข้อ ข้อละ 15 คะแนน  
ใช้เวลาในการสอบ 20 นาที
- จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ



**1.** จงแยกตัวประกอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.1)  $x^3 - x^2 - 8x + 12$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.2)  $x^4 - 5x^2 + 4$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.3)  $x^3 - 19x + 30$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.4)  $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.5)  $3x^4 - 8x^3 + x^2 + 8x - 4$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....



โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

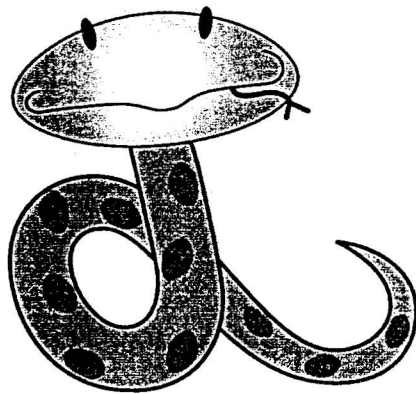
แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 3 (ฉบับที่ 3)

เรื่อง การแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว

จุดประสงค์ สามารถแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียวได้

คำชี้แจง

- แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำจำนวน 1 ข้อ 25 คะแนน  
ใช้เวลาในการสอบ 30 นาที
- จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ



## 1. จงหาเซตคำตอบของสมการต่อไปนี้

1.1)  $x(x+1)(x+2)(x+3) = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

1.2)  $2x^3 + 7x^2 + 3x = 0$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

1.3)  $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

1.4)  $x^3 - x^2 - 5x - 3 = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

$$1.5) \quad 3x^4 - 8x^3 + x^2 + 8x = 4$$

ရှင်းပါ

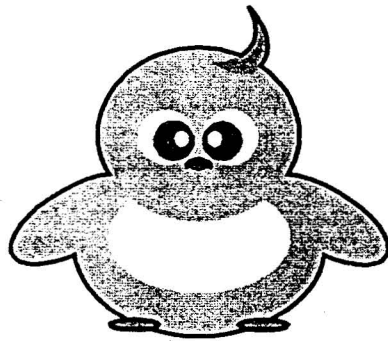
.....

.....

.....

.....

.....



# โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

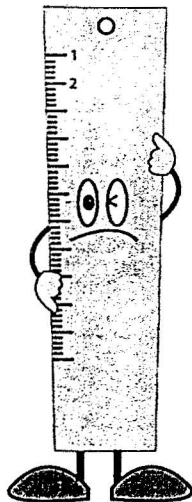
แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 4 (ฉบับที่ 1)

## เรื่อง สมบัติการไม่เท่ากัน

จุดประสงค์ สามารถนำสมบัติการไม่เท่ากันไปใช้ได้ถูกต้อง

คำชี้แจง

- แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบอัตนัยชนิดเติมคำจำนวน 1 ข้อ 10 คะแนน  
ใช้เวลาในการสอบ 20 นาที
- จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ



1. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ

1.1 ถ้า  $a+b < a+c$  แล้ว  $b > c$  (.....)

1.2 ถ้า  $a+b > a+c$  แล้ว  $b > c$  (.....)

1.3 ถ้า  $a < b$  แล้ว  $a^2 < b^2$  (.....)

1.4 ถ้า  $a < b$  แล้ว  $a(c+1) < b(c+1)$  (.....)

1.5 ถ้า  $a < b$  แล้ว  $a-b < 0$  (.....)

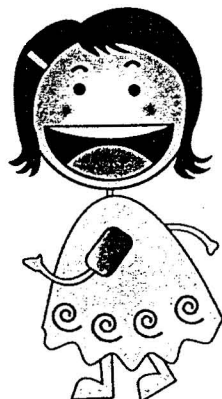
1.6 ถ้า  $a < b$  แล้ว  $b-a > 0$  (.....)

1.7 ถ้า  $b < c$  แล้ว  $-c < -b$  (.....)

1.8 ถ้า  $b < a$  แล้ว  $b-c < a-c$  (.....)

1.9 ถ้า  $a < c$  แล้ว  $\frac{1}{a} < \frac{1}{c}$  ;  $a > 0, c > 0$  (.....)

1.10 ถ้า  $a < b$  แล้ว  $-\frac{1}{a} < -\frac{1}{b}$  ;  $a > 0, b > 0$  (.....)



โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

---

---

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 5 (ฉบับที่ 1)

เรื่อง  
ช่วง

จุดประสงค์ บอกความหมายของช่วง ความสัมพันธ์ของช่วง เขียนกราฟแทนช่วงและ  
เขียนช่วงและเซตแทนกราฟที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง



แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบอัตนัยชนิดเติมคำจำนวน 2 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน  
ใช้เวลาในการสอบ 20 นาที



จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ



1. จงเขียนช่วงต่อไปนี้ในรูปของเซต พร้อมแสดงช่วงด้วยกราฟบนเส้นจำนวน

1.1)  $(1,3)$  หมายถึง.....

แสดงช่วงด้วยกราฟบนเส้นจำนวนได้ดังนี้

1.2)  $[2,6]$  หมายถึง.....

แสดงช่วงด้วยกราฟบนเส้นจำนวนได้ดังนี้

1.3)  $[-2,3)$  หมายถึง.....

แสดงช่วงด้วยกราฟบนเส้นจำนวนได้ดังนี้

1.4)  $(0,2]$  หมายถึง.....

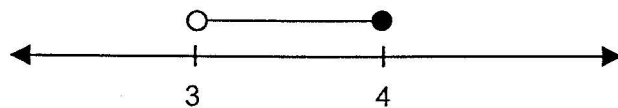
แสดงช่วงด้วยกราฟบนเส้นจำนวนได้ดังนี้

1.5)  $(-3, \infty)$  หมายถึง.....

แสดงช่วงด้วยกราฟบนเส้นจำนวนได้ดังนี้

2. จงเขียนเซตและช่วงแทนภาพบนเส้นจำนวนต่อไปนี้

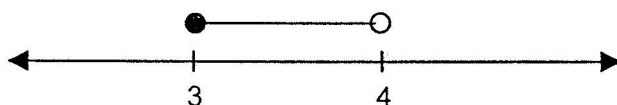
2.1)



เขียนช่วงของคำตอบได้ เป็น.....

เขียนเซตของคำตอบได้ เป็น.....

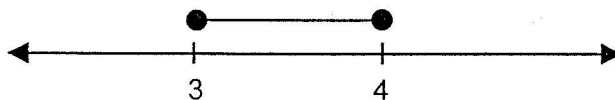
2.2)



เขียนช่วงของคำตอบได้ เป็น.....

เขียนเซตของคำตอบได้ เป็น.....

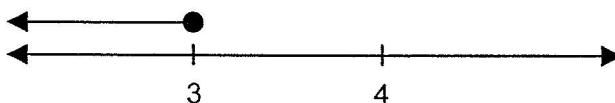
2.3)



เขียนช่วงของคำตอบได้ เป็น.....

เขียนเซตของคำตอบได้ เป็น.....

2.4)



เขียนช่วงของคำตอบได้ เป็น.....

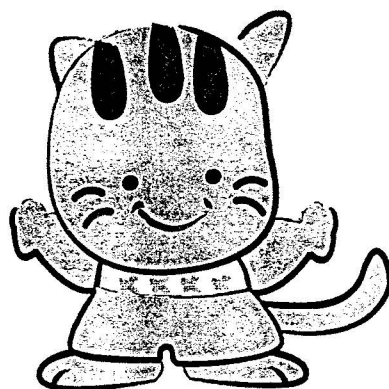
เขียนเซตของคำตอบได้ เป็น.....

2.5)



เขียนช่วงของคำตอบได้ เป็น.....

เขียนเซตของคำตอบได้ เป็น.....



โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 5 (ฉบับที่ 2)

เรื่อง  
การกระทำทางช่วง

จุดประสงค์ สามารถหายูเนียน อินเตอร์เซกชัน ผลต่างและคอมพลีเมนต์ของช่วงและเซตได้

คำชี้แจง



แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบอัตนัยชนิดเติมคำจำนวน 2 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน  
ใช้เวลาในการสอบ 20 นาที



จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ



1. กำหนดให้  $A = (-3, 2]$  และ  $B = (0, 4)$  จงหาเซตต่อไปนี้

1.1)  $A \cup B = \dots\dots\dots$

1.2)  $A \cap B = \dots\dots\dots$

1.3)  $A - B = \dots\dots\dots$

1.4)  $B - A = \dots\dots\dots$

1.5)  $B' = \dots\dots\dots$

2. ถ้า  $A = \{x/2 \leq x \leq 5\}$   $B = \{x/-1 < x < 3\}$   $C = \{x/1 < x \leq 4\}$  จงหาเซตต่อไปนี้

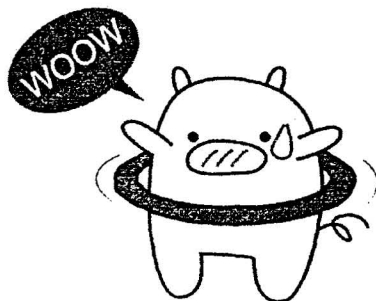
2.1)  $A \cup B = \dots\dots\dots$

2.2)  $A \cap B = \dots\dots\dots$

2.3)  $A - B = \dots\dots\dots$

2.4)  $A' = \dots\dots\dots$

2.5)  $A \cap B \cap C = \dots\dots\dots$



# โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

---

---

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 5 (ฉบับที่ 3)

## เรื่อง อสมการ

จุดประสงค์ สามารถแก้สมการได้

คำชี้แจง



แบบทดสอบเป็นแบบแสดงวิธีทำจำนวน 5 ข้อ ๆ ละ 5 คะแนน

ใช้เวลาในการสอบ 30 นาที



จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ



จงหาเซตคำตอบของอสมการต่อไปนี้

1)  $3x+1 \leq 2x-1$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2)  $x^2-x-6 \geq 0$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3)  $(x-1)(x+2) \geq 0$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4)  $x^2 - 4x \leq 0$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5)  $\frac{8}{x+2} \geq x$

วิธีทำ.....

.....

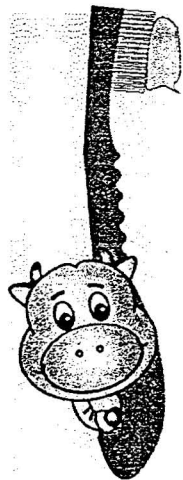
.....

.....

.....

.....

.....



## โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 6 (ฉบับที่ 2)

## เรื่อง

## การแก้สมการในรูปค่าสัมบูรณ์

- จุดประสงค์
1. สามารถใช้บทนิยามค่าสัมบูรณ์เขียนความหมายของสมการค่าสัมบูรณ์ได้
  2. สามารถแก้สมการค่าสัมบูรณ์ได้

## คำชี้แจง

- แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบอัตนัยชนิดเติมคำจำนวน 1 ข้อ 5 คะแนน และเป็นแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 1 ข้อ 20 คะแนน ใช้เวลาในการสอบ 20 นาที
- จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ



## 1) จงเติมข้อความต่อไปนี้

1.1)  $|x| = 1$  หมายถึง .....

1.2)  $|x| = 2$  หมายถึง .....

1.3)  $|x-2| = 3$  หมายถึง .....

1.4)  $|3x+1| = 5$  หมายถึง .....

1.5)  $|2x-1| = 4$  หมายถึง .....

2) จงหาค่า  $x$  จากสมการต่อไปนี้

2.1)  $|x| = 2$

วิธีทำ.....

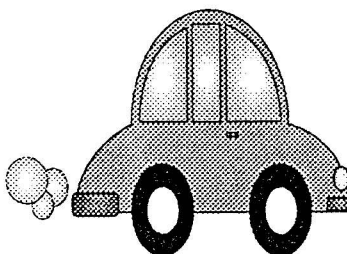
.....

.....

.....

.....

.....



$$2.2) \quad |2x+7| = 3$$

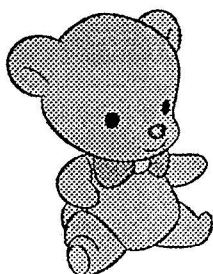
วิธีทำ.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

$$2.3) \quad |x-6| = 4$$

วิธีทำ.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

$$2.4) \quad |x-5| = x-1$$

วิธีทำ.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



$$2.5) \quad |x+2| = x+2$$

วิธีทำ.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



## โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 6 (ฉบับที่ 3)

เรื่อง  
การแก้สมการในรูปค่าสัมบูรณ์

- จุดประสงค์ 1. สามารถใช้บทนิยามค่าสัมบูรณ์เขียนความหมายของสมการค่าสัมบูรณ์ได้  
2. สามารถแก้สมการค่าสัมบูรณ์ได้

## คำชี้แจง

- แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบอัตนัยชนิดเติมคำจำนวน 1 ข้อ 5 คะแนน และเป็นแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 1 ข้อ ใช้เวลาในการสอบ 20 นาที
- จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ



## 1. จงเติมข้อความต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1.1)  $|x| < 1$  หมายถึง.....

1.2)  $|x| \leq 2$  หมายถึง.....

1.3)  $|x-2| > 3$  หมายถึง.....

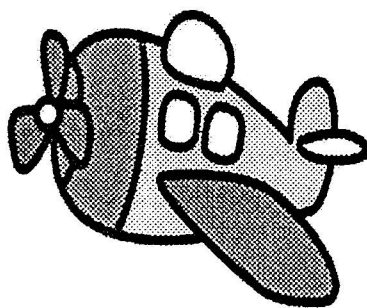
1.4)  $|3x+1| \leq 3$  หมายถึง.....

1.5)  $|2x-1| < 4$  หมายถึง.....

2. จงหาค่า  $x$  จากอสมการต่อไปนี้

2.1)  $|x-2| < 1$

วิธีทำ.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....



$$2.2) \quad |x+3| > 5$$

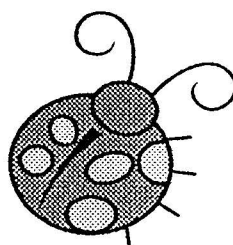
วิธีทำ.....  
.....  
.....  
.....  
.....

$$2.3) \quad |2x-1| \geq 4$$

วิธีทำ.....  
.....  
.....  
.....  
.....

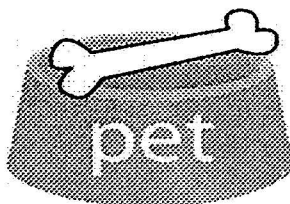
$$2.4) \quad |x+2| \geq |x|$$

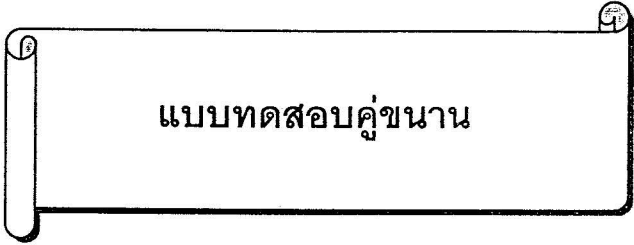
วิธีทำ.....  
.....  
.....  
.....  
.....



$$2.5) \left| \frac{x+1}{x-1} \right| < 1$$

วิธีทำ.....  
.....  
.....  
.....  
.....





แบบทดสอบคู่ขนาน

## โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 1 (ฉบับที่ 1)

### เรื่อง

### การจำแนกชนิดของจำนวน

**จุดประสงค์** จำแนกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนชนิดใด

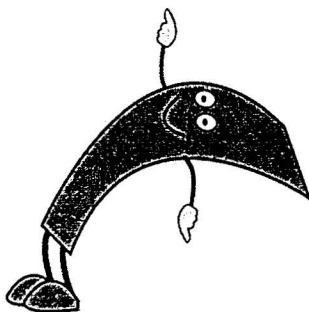
### คำชี้แจง



แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบอัตนัยชนิดเติมคำจำนวน 1 ข้อ 5 คะแนน และเป็นแบบเติมคำแสดงเหตุผล จำนวน 1 ข้อ 10 คะแนน ใช้เวลาในการสอบ 20 นาที



จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบพร้อมทั้งแสดงเหตุผล



1. จงพิจารณาจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

$$-8, -\pi, \sqrt{5}, -\frac{3}{4}, 0.8, \sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{9}, 0.9, \sqrt{16} + \sqrt{25}$$

- 1.1) จำนวนเต็ม ได้แก่.....
- 1.2) จำนวนนับ ได้แก่.....
- 1.3) จำนวนตรรกยะ ได้แก่.....
- 1.4) จำนวนอตรรกยะ ได้แก่.....
- 1.5) จำนวนจริง ได้แก่.....

2. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ พร้อมทั้งบอกเหตุผล

2.1) 2.020020002 เป็นจำนวนตรรกยะ

( ) จริง ( ) ไม่จริง เพราะ

.....

.....

.....

.....

.....

2.2)  $\sqrt[3]{-64}$  เป็นจำนวนอตรรกยะ

( ) จริง ( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

.....

2.3)  $\sqrt{\frac{8}{2}}$  เป็นจำนวนนับ  
 จริง  ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

.....

2.4)  $\sqrt{25} + \sqrt{16}$  เป็นจำนวนเต็ม  
 จริง  ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

.....

2.5)  $\frac{\pi}{6}$  เป็นจำนวนตรรกยะ  
 จริง  ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

.....

2.6) 0 ไม่เป็นจำนวนเต็มบวก และไม่เป็นจำนวนเต็มลบ

( ) จริง ( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

.....

2.7)  $\sqrt{7}$  เป็นจำนวนจริง

( ) จริง ( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

.....

2.8) 0.9 เป็นจำนวนนับ

( ) จริง ( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

.....

2.9)  $\sqrt{16} + \sqrt{2}$  เป็นจำนวนตรรกยะ

( ) จริง ( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

.....

2.10)  $-\sqrt{9}$  เป็นจำนวนจริง

( ) จริง ( ) ไม่จริง

เพราะ

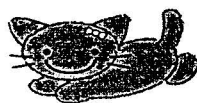
.....

.....

.....

.....

.....



โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 1 (ฉบับที่ 2)

เรื่อง

ความเกี่ยวข้องของเซตของจำนวนจริง เซตของจำนวนตรรกยะ  
เซตของจำนวนอตรรกยะ เซตของจำนวนเต็ม และเซตของจำนวนนับ

จุดประสงค์ บอกความเกี่ยวข้องของเซตของจำนวนจริง เซตของจำนวนตรรกยะ  
เซตของจำนวนอตรรกยะ เซตของจำนวนเต็ม เซตของจำนวนนับ

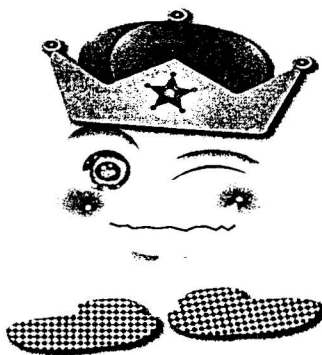
คำชี้แจง



แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบอัตนัยชนิดเติมคำแสดงเหตุผล จำนวน 1 ข้อ  
และเป็นแบบเติมคำ จำนวน 1 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน ใช้เวลาในการสอบ 20 นาที



จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ



1. กำหนดให้  $R$  เป็นเซตของจำนวนจริง  
 $Q$  เป็นเซตของจำนวนตรรกยะ  
 $Q'$  เป็นเซตของจำนวนอตรรกยะ  
 $I$  เป็นเซตของจำนวนเต็ม

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1.1)  $Q \cup I = R$

( ) จริง      ( ) ไม่จริง

เพราะ.....  
 .....  
 .....

1.2)  $Q \cap Q' = \phi$

( ) จริง      ( ) ไม่จริง

เพราะ.....  
 .....  
 .....

1.3)  $Q \cup Q' \neq R$

( ) จริง      ( ) ไม่จริง

เพราะ.....  
 .....  
 .....

1.4)  $\{1, 2, 3, \dots\} \cup \{-1, -2, -3, \dots\} = I$

( ) จริง      ( ) ไม่จริง

เพราะ.....  
 .....  
 .....

1.5)  $Q' \subset R$

( ) จริง ( ) ไม่จริง

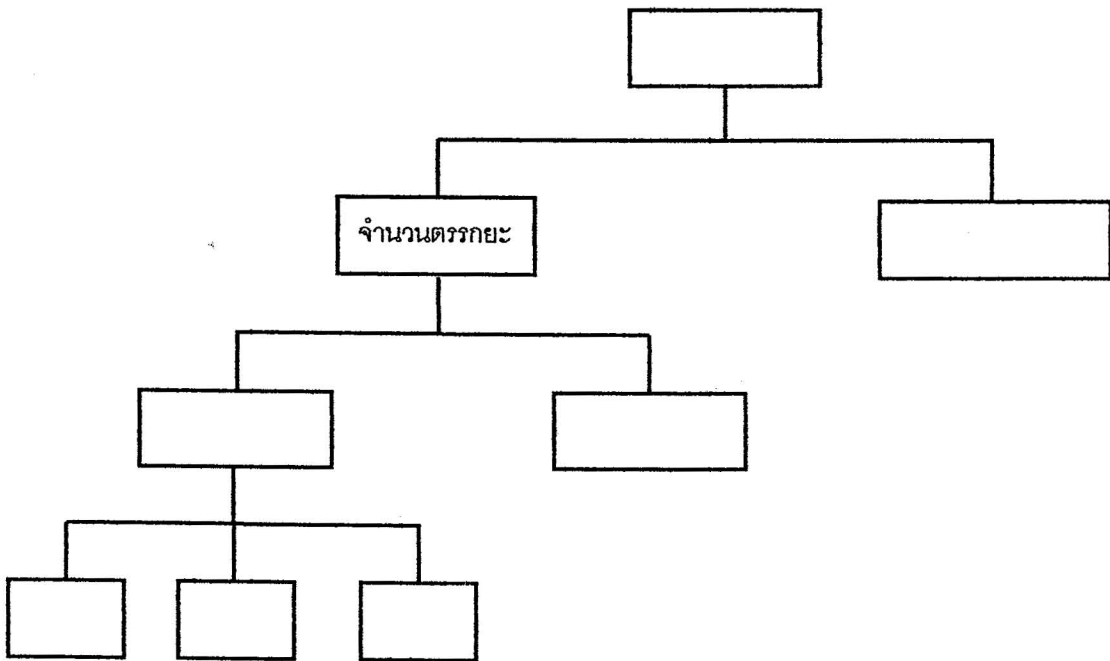
เพราะ.....

.....

.....

.....

**2.** จงเติมแผนผังความสัมพันธ์ของจำนวนชนิดต่างๆ ให้สมบูรณ์



# โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

## แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 2 (ฉบับที่ 1)

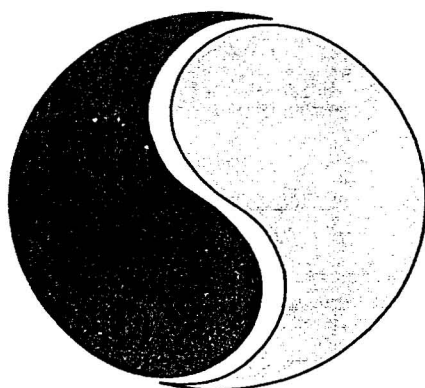
### เรื่อง

### สมบัติการบวกและการคูณจำนวนจริง

จุดประสงค์ สามารถบอกสมบัติการบวกและการคูณจำนวนจริงได้ถูกต้อง

### คำชี้แจง

- แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบอัตนัยชนิดเติมคำจำนวน 2 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน และ 3 คะแนน ใช้เวลา ในการสอบ 20 นาที
- จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ



## 1) พิจารณาข้อความต่อไปนี้เป็นจริงตามสมบัติข้อใด

กำหนด  $x, y$  และ  $z$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

1.1)  $x + y = y + x$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.2)  $(x + y) + z = (y + x) + z$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.3)  $6 \times 12 = 12 \times 6$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.4)  $0 + 4 = 4 + 0$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.5)  $12 + 3 = 3 + 12$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.6)  $6 + 3 = 9$  เป็นจำนวนจริง เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.7)  $(5 + 6) + 7 = 5 + (6 + 7)$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.8)  $\frac{8}{12} \times 1 = \frac{8}{12}$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.9)  $x \times y = y \times x$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.10)  $9 \times \frac{1}{9} = 1$  เป็นจริงตามสมบัติ.....



## 2. จงบอกสมบัติของจำนวนจริงจากการการพิสูจน์ต่อไปนี้

กำหนด

$$x + y = x + z$$

$$(x + y) + (-x) = (x + z) + (-x)$$

$$(x + (-x)) + y = (x + (-x)) + z \dots\dots\dots(1)$$

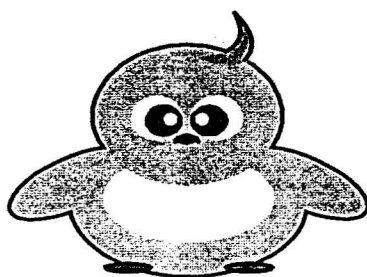
$$0 + y = 0 + z \dots\dots\dots(2)$$

$$y = z \dots\dots\dots(3)$$

(1) ใช้สมบัติ.....

(2) ใช้สมบัติ.....

(3) ใช้สมบัติ.....



# โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

## แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 2 (ฉบับที่ 2)

### เรื่อง

### การนำเสนอบัติการบวกและการคูณจำนวนจริงไปใช้

- จุดประสงค์
1. สามารถบอกได้ว่าเซตที่กำหนดให้มีสมบัติปิดการบวกหรือปิดการคูณ
  2. สามารถหาอินเวอร์สการบวกและการคูณของจำนวนจริงได้
  3. สามารถตรวจสอบได้ว่าการดำเนินการที่กำหนดให้มีสมบัติปิด เปลี่ยนกลุ่มเอกลักษณ์ อินเวอร์ส และการสลับที่ได้

### คำชี้แจง



แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบอัตนัยชนิดเติมคำจำนวน 2 ข้อ 6 คะแนน และ 10 คะแนนตามลำดับ เป็นแบบเติมคำแสดงเหตุผล จำนวน 1 ข้อ 25 คะแนน ใช้เวลาในการสอบ 20 นาที



จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ



1. เซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้สมบัติใดบ้าง เติมตารางให้สมบูรณ์

เซต	สมบัติปิดของ การบวก	สมบัติปิดของ การคูณ
เช่น เซตของจำนวนจริง เซตของจำนวนเต็ม เซตของจำนวนคู่บวก เซตของจำนวนคี่บวก เซตของจำนวนอตรรกยะ เซตของจำนวนเต็มบวก เซตของจำนวนเต็ม เซตของจำนวนเต็ม หารลงตัว	มี	มี

2. จงหาอินเวอร์สการบวก และอินเวอร์สการคูณของจำนวนต่อไปนี้

จำนวน	อินเวอร์สการบวก	อินเวอร์สการคูณ
6		
15		
$-\sqrt{9}$		
$\frac{3}{2}$		
0.62		
$\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$		
$\pi$		
$5-\sqrt{6}$		
$\sqrt{7}-\sqrt{5}$		
$\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$		

3. จงพิจารณา ข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ  
กำหนด  $a, b$  เป็นจำนวนจริง และ  $a * b = a + b + 6$

3.1)  $a * b = b * a$

( ) จริง

( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

.....

3.2)  $(a * b) * c = a * (b * c)$

( ) จริง

( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

.....

- 3.3) ระบบจำนวนจริงมีสมบัติปิดของ \*

( ) จริง

( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

.....

3.4) ระบบจำนวนจริงกับ\* มีเอกลักษณ์ของ\*

( ) จริง ( ) ไม่จริง

เพราะ

.....

.....

.....

.....

.....

3.5) ระบบจำนวนจริงกับ\* มี 5 เป็นอินเวอร์ส

( ) จริง ( ) ไม่จริง

เพราะ

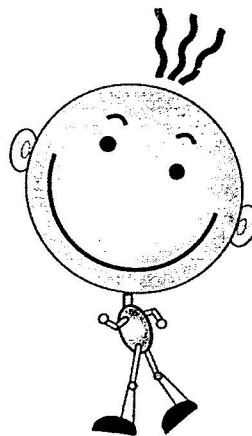
.....

.....

.....

.....

.....



โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียน หน่วยที่ 3 (ฉบับที่ 1)

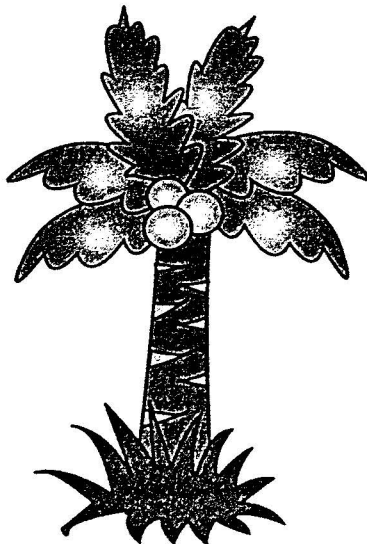
เรื่อง

การหารพหุคูณด้วยพหุคูณที่กำหนดให้

จุดประสงค์ สามารถหาเศษจากการหารโดยใช้ทฤษฎีเศษเหลือ หาผลหารและเศษจากการหาร  
โดยวิธีการหารสังเคราะห์ได้

คำชี้แจง...

- แบบทดสอบเป็นแบบแสดงวิธีทำจำนวน 10 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน  
ใช้เวลาในการสอบ 20 นาที
- จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ



1. กำหนดให้  $P(x) = 3x^2 - 2x + 4$  จงหาเศษเมื่อหาร  $P(x)$  ด้วย  $x - 1$

วิธีทำ.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

2. กำหนดให้  $P(x) = -x^3 + 2x^2 + 7x - 1$  จงหาเศษเมื่อหาร  $P(x)$  ด้วย  $x + 1$

วิธีทำ  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

3. กำหนดให้  $P(x) = x^4 - 13x - 16$  จงหาเศษเมื่อหาร  $P(x)$  ด้วย  $x + 2$

วิธีทำ  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

4. กำหนดให้  $P(x) = 3x^3 + 2x^2 - 2x + 1$  จงหาเศษเมื่อนำ  $P(x)$  หารด้วย  $x - 3$

วิธีทำ

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

5. กำหนดให้  $P(x) = 2x^3 - x + 6$  จงหาเศษเมื่อนำ  $P(x)$  หารด้วย  $x + 3$

วิธีทำ

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

6. จงหาผลหารและเศษจากการหาร  $P(x) = 2x^2 - 5x + 3$  หารด้วย  $x - 1$

วิธีทำ

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

7. จงหาผลหารและเศษจากการหาร  $P(x) = -2x^2 - 5x + 3$  ด้วย  $x+2$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8. จงหาผลหารและเศษจากการหาร  $P(x) = 11x^3 - 12x^2 + 16x - 8$  ด้วย  $x-3$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. จงหาค่า  $m$  ที่ทำให้  $x-3$  หาร  $x^3 - 2x^2 + 3x + m$  ลงตัว

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. จงหาค่า  $m$  ที่ทำให้  $x+m$  หาร  $x^2+4x+3$  เหลือเศษ  $-5$

วิธีทำ.....

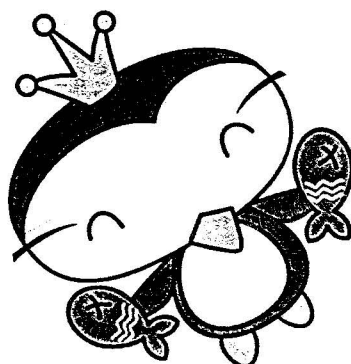
.....

.....

.....

.....

.....



โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 3 (ฉบับที่ 2)

เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม

จุดประสงค์ สามารถแยกตัวประกอบพหุนามที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็มได้

คำชี้แจง

- แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ 1 ข้อ ข้อละ 25 คะแนน
- ใช้เวลาในการสอบ 20 นาที
- จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ



**1.** จงแยกตัวประกอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.1)  $x^3 - x^2 - 8x + 12$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.2)  $x^4 - 5x^2 + 4$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.3)  $x^3 - 19x + 30$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$1.4) \quad x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24$$

วิธีทำ.....

$$1.5) \quad 3x^4 - 8x^3 + x^2 + 8x - 4$$

วิธีทำ.....



โรงเรียนวัดห้วยจรเข้มหาวิทยาลัย

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 3 (ฉบับที่ 3)

เรื่อง การแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว

จุดประสงค์ สามารถแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียวได้

คำชี้แจง

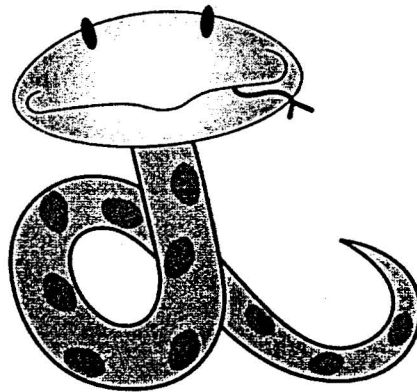


แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำจำนวน 1 ข้อ 25 คะแนน

ใช้เวลาในการสอบ 30 นาที



จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ



## 1. จงหาเซตคำตอบของสมการต่อไปนี้

1.1)  $x(x+3)(x+5)(x+4) = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

1.2)  $3x^3 + 10x^2 + 3x = 0$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.3)  $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

1.4)  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

$$1.5) \quad 3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x = 0$$

วิธีทำ

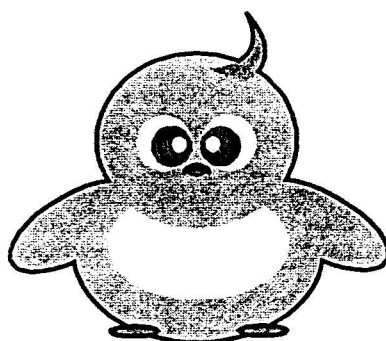
.....

.....

.....

.....

.....



# โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

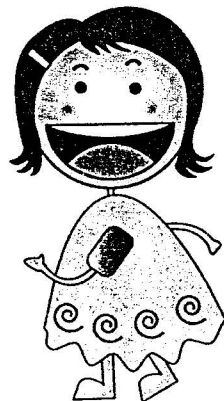
แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 4 (ฉบับที่ 1)

## เรื่อง สมบัติการไม่เท่ากัน

จุดประสงค์ สามารถนำสมบัติการไม่เท่ากันไปใช้ได้ถูกต้อง

คำชี้แจง

- แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบอัตนัยชนิดเติมคำจำนวน 1 ข้อ 10 คะแนน  
ใช้เวลาในการสอบ 20 นาที
- จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ



1. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ

1.1 ถ้า  $a+b > a+c$  แล้ว  $b > c$  (.....)

1.2 ถ้า  $a+b > a+c$  แล้ว  $b < c$  (.....)

1.3 ถ้า  $a^2 < b^2$  แล้ว  $a < b$  (.....)

1.4 ถ้า  $a > b$  แล้ว  $a(c+1) < b(c+1)$  (.....)

1.5 ถ้า  $a < b$  แล้ว  $a-b > 0$  (.....)

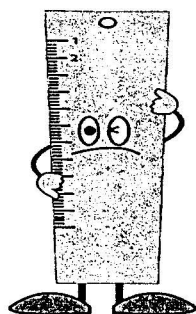
1.6 ถ้า  $a < b$  แล้ว  $b-a < 0$  (.....)

1.7 ถ้า  $b < c$  แล้ว  $-c > -b$  (.....)

1.8 ถ้า  $b < a$  แล้ว  $b-c > a-c$  (.....)

1.9 ถ้า  $a < c$  แล้ว  $\frac{1}{a} > \frac{1}{c}$  ;  $a > 0, c > 0$  (.....)

1.10 ถ้า  $a < b$  แล้ว  $-\frac{1}{a} > -\frac{1}{b}$  ;  $a > 0, b > 0$  (.....)



โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 5 (ฉบับที่ 1)

เรื่อง  
ช่วง

จุดประสงค์ บอกความหมายของช่วง ความสัมพันธ์ของช่วง เขียนกราฟแทนช่วงและเขียนช่วง และเซตแทนกราฟที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง

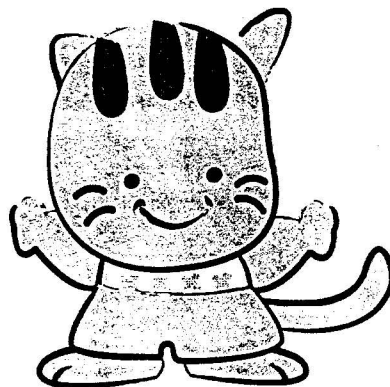


แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบอัตนัยชนิดเติมคำจำนวน 2 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน

ใช้เวลาในการสอบ 20 นาที



จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ

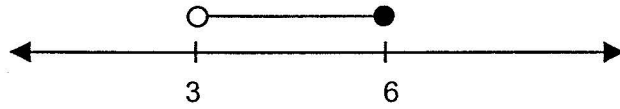


1. จงเขียนช่วงต่อไปนี้ในรูปของเซต พร้อมแสดงช่วงด้วยกราฟบนเส้นจำนวน

- 1.1)  $(1,5)$  หมายถึง.....  
แสดงช่วงด้วยกราฟบนเส้นจำนวนได้ดังนี้
- 1.2)  $[2,4]$  หมายถึง.....  
แสดงช่วงด้วยกราฟบนเส้นจำนวนได้ดังนี้
- 1.3)  $[-3,5)$  หมายถึง.....  
แสดงช่วงด้วยกราฟบนเส้นจำนวนได้ดังนี้
- 1.4)  $(0,3)$  หมายถึง.....  
แสดงช่วงด้วยกราฟบนเส้นจำนวนได้ดังนี้
- 1.5)  $(-2,\infty)$  หมายถึง.....  
แสดงช่วงด้วยกราฟบนเส้นจำนวนได้ดังนี้

2. จงเขียนเซตและช่วงแทนภาพบนเส้นจำนวนต่อไปนี้

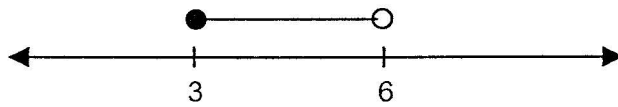
2.1)



เขียนช่วงของคำตอบได้ เป็น.....

เขียนเซตของคำตอบได้ เป็น.....

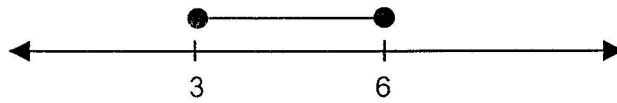
2.2)



เขียนช่วงของคำตอบได้ เป็น.....

เขียนเซตของคำตอบได้ เป็น.....

2.3)



เขียนช่วงของคำตอบได้ เป็น.....

เขียนเซตของคำตอบได้ เป็น.....

2.4)



เขียนช่วงของคำตอบได้ เป็น.....

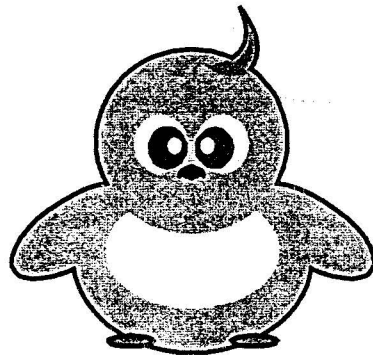
เขียนเซตของคำตอบได้ เป็น.....

2.5)



เขียนช่วงของคำตอบได้ เป็น.....

เขียนเซตของคำตอบได้ เป็น.....



โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 5 (ฉบับที่ 2)

เรื่อง  
การกระทำทางช่วง

จุดประสงค์ สามารถหายูเนียน อินเตอร์เซกชัน ผลต่างและคอมพลีเมนต์ของช่วงและเซตได้

คำชี้แจง

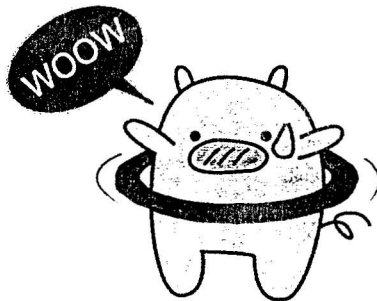


แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบอัตนัยชนิดเติมคำจำนวน 2 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน

ใช้เวลาในการสอบ 20 นาที



จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ



1. กำหนดให้  $A = (-1, 3]$  และ  $B = (0, 5)$  จงหาเซตต่อไปนี้

1.1)  $A \cup B = \dots\dots\dots$

1.2)  $A \cap B = \dots\dots\dots$

1.3)  $A - B = \dots\dots\dots$

1.4)  $B - A = \dots\dots\dots$

1.5)  $B' = \dots\dots\dots$

2. ถ้า  $A = \{x/1 \leq x \leq 5\}$   $B = \{x/-1 < x < 7\}$   $C = \{x/2 < x \leq 9\}$  จงหาเซตต่อไปนี้

2.1)  $A \cup B = \dots\dots\dots$

2.2)  $A \cap B = \dots\dots\dots$

2.3)  $A - B = \dots\dots\dots$

2.4)  $A' = \dots\dots\dots$

2.5)  $A \cap B \cap C = \dots\dots\dots$



# โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 5 (ฉบับที่ 3)

## เรื่อง อสมการ

จุดประสงค์ สามารถแก้สมการได้

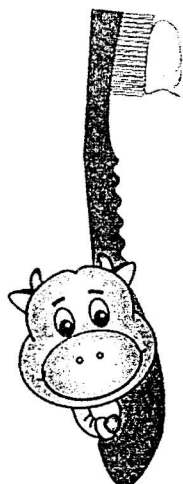
คำชี้แจง



แบบทดสอบเป็นแบบแสดงวิธีทำจำนวน 5 ข้อๆละ 5 คะแนน  
ใช้เวลาในการสอบ 30 นาที



จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ



จงหาเซตคำตอบของอสมการต่อไปนี้

1)  $5x+1 \leq 2x+3$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2)  $x^2 - x - 6 \leq 0$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3)  $(x-5)(x+6) \geq 0$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4)  $x^2 + 3x \leq 0$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5)  $\frac{4}{x+1} \geq x$

วิธีทำ.....

.....

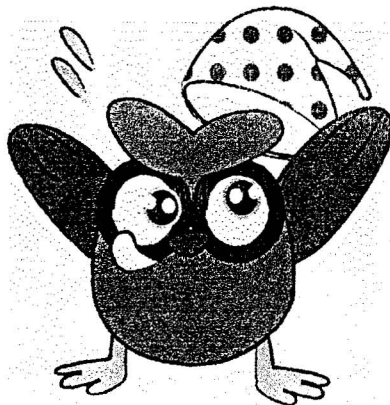
.....

.....

.....

.....

.....



โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 6 (ฉบับที่ 2)

เรื่อง  
การแก้สมการในรูปค่าสัมบูรณ์

- จุดประสงค์
1. สามารถใช้บทนิยามค่าสัมบูรณ์เขียนความหมายของสมการค่าสัมบูรณ์ได้
  2. สามารถแก้สมการค่าสัมบูรณ์ได้

คำชี้แจง



แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบอัตนัยชนิดเติมคำจำนวน 1 ข้อ 5 คะแนน และเป็นแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 1 ข้อ 20 คะแนน ใช้เวลาในการสอบ 20 นาที



จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ



## 1) จงเติมข้อความต่อไปนี้

1.1)  $|x| = 4$  หมายถึง.....

1.2)  $|x| = 6$  หมายถึง.....

1.3)  $|x-1| = 3$  หมายถึง.....

1.4)  $|2x + 1| = 5$  หมายถึง .....

1.5)  $|3x-2| = 4$  หมายถึง .....

2) จงหาค่า  $x$  จากสมการต่อไปนี้

2.1)  $|x| = 6$

วิธีทำ.....

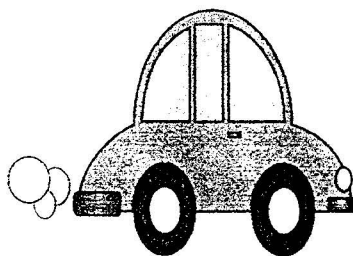
.....

.....

.....

.....

.....



$$2.2) \quad |2x+3| = 5$$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$2.3) \quad |x-2| = 4$$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$2.4) \quad |x-6| = x-2$$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

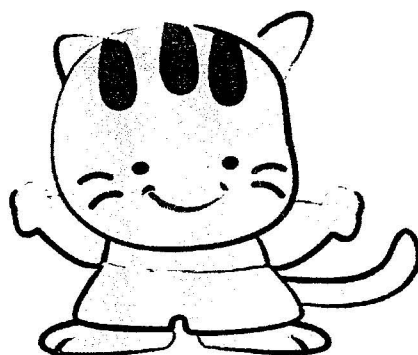
.....

.....



$$2.5) \quad |x-2| = x-2$$

วิธีทำ.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนหน่วยที่ 6 (ฉบับที่ 3)

เรื่อง  
การแก้อสมการในรูปค่าสัมบูรณ์

- จุดประสงค์
1. สามารถใช้บทนิยามค่าสัมบูรณ์เขียนความหมายของอสมการค่าสัมบูรณ์ได้
  2. สามารถแก้อสมการค่าสัมบูรณ์ได้

คำชี้แจง

- แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบอัตนัยชนิดเติมคำจำนวน 1 ข้อ 5 คะแนน และเป็นแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 1 ข้อ ใช้เวลาในการสอบ 20 นาที
- จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ



1. จงเติมข้อความต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1.1)  $|x| < 3$  หมายถึง.....

1.2)  $|x| \leq 1$  หมายถึง.....

1.3)  $|x-1| > 3$  หมายถึง.....

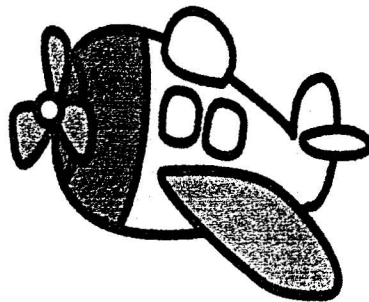
1.4)  $|3x+1| \leq 5$  หมายถึง.....

1.5)  $|2x+1| < 2$  หมายถึง.....

2. จงหาค่า  $x$  จากอสมการต่อไปนี้

2.1)  $|x-4| < 3$

วิธีทำ.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....



$$2.2) \quad |x+2| > 8$$

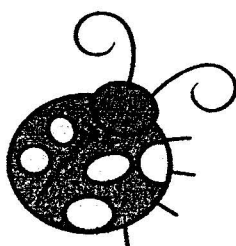
วิธีทำ.....  
.....  
.....  
.....  
.....

$$2.3) \quad |5x-1| \geq 4$$

วิธีทำ.....  
.....  
.....  
.....  
.....

$$2.4) \quad |x+3| \geq |x|$$

วิธีทำ.....  
.....  
.....  
.....  
.....



$$2.5) \left| \frac{x+2}{x-2} \right| < 2$$

วิธีทำ.....  
.....  
.....  
.....  
.....



แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

โรงเรียนวัดห้วยจรเข้วิทยาคม

เรื่อง ระบบจำนวนจริง

ปีการศึกษา 2546

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ม. 4

เวลา  $1\frac{1}{2}$  ชั่วโมง

30 คะแนน

.....

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ข้อใดไม่เป็นจำนวนตรรกยะ

1. 0.43
2. 0.5
3.  $\sqrt{4} + \sqrt{9}$
4.  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

2. ข้อความต่อไปนี้ข้อใดเป็นจริง

1.  $\frac{0}{\pi}$  เป็นจำนวนอตรรกยะ
2. มีจำนวนนับ  $x$  ที่ทำให้  $6 + x = 1$
3. 1.757575... เป็นจำนวนตรรกยะ
4. มีจำนวนจริง  $x$  ที่ทำให้  $x^2 = -1$

3. ข้อใดต่อไปนี้ไม่เป็นจริง

1.  $\pi$  เป็นจำนวนอตรรกยะและจำนวนจริง
2.  $\sqrt{(-5)^2} = -5$
3. 5.999... เป็นจำนวนเต็ม
4. 0 เป็นจำนวนเต็ม จำนวนตรรกยะและจำนวนจริง

4. ข้อใดต่อไปนี้ไม่เป็นจริง

1. จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ
2. จำนวนตรรกยะทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง
3. ไม่มีจำนวนตรรกยะที่เป็นจำนวนอตรรกยะ
4. มีจำนวนนับบางจำนวนที่เป็นจำนวนอตรรกยะ

## 5. ข้อความต่อไปนี้ข้อใดเป็นจริง

1. ถ้า  $a^2$  เป็นจำนวนตรรกยะ แล้ว  $a$  เป็นจำนวนตรรกยะ
2. ถ้า  $a$  เป็นจำนวนคี่ แล้วมี  $a$  ที่  $a^2$  เป็นจำนวนคู่
3. จำนวนเต็มคู่ คือ จำนวนนับที่มี 2 หารลงตัว
4. ถ้า  $a$  เป็นจำนวนเฉพาะบวก แล้ว  $a+1$  เป็นจำนวนเฉพาะ

6. กำหนดให้  $a, b$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ  $a*b = a+b-3$  แล้วค่าของ  $(3*4)*2$  ตรงกับข้อใด

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4

## 7. เซตในข้อใดต่อไปนี้ ไม่มีสมบัติปิดการบวก

1. เซตของจำนวนอตรรกยะ
2. เซตของจำนวนตรรกยะ
3. เซตของจำนวนคู่
4. เซตของจำนวนนับ

## 8. ข้อใดต่อไปนี้ ไม่ถูกต้อง

1. อินเวอร์สการบวกของ  $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$  คือ  $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$
2. อินเวอร์สการคูณของ  $\frac{5}{2\sqrt{3}}$  คือ  $\frac{2\sqrt{3}}{5}$
3. ในระบบจำนวนจริงมี 1 เป็นเอกลักษณ์การคูณเท่านั้น
4. ถ้า  $a > b$  แล้ว  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

9. ถ้า  $x+2$  หารพหุนาม  $x^3+2x^2-5x+k$  ลงตัว แล้ว  $k^2+1$  มีค่าตรงกับข้อใด

1. 100
2. 101
3. 102
4. 103

10. ข้อใดเป็นเศษที่ได้จากการหาร  $P(x) = x^4 + 2x^2 - 3x + 1$  ด้วย  $x+2$ 

1. 21
2. 25
3. 31
4. 35

11. ให้  $a$  เป็นจำนวนเต็ม ถ้า  $x-a$  หาร  $x^3+2x^2-5x-2$  เหลือเศษ 4 แล้ว ผลบวกของค่า  $a$  ทั้งหมด

ที่สอดคล้องเงื่อนไขดังกล่าว เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -6
2. -2
3. 2
4. 6

12. ตัวประกอบของ  $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$  คือข้อใด

1.  $(x-1)(x+1)(x-2)$
2.  $(x-1)(x-1)(x-1)$
3.  $(x+1)(x+1)(x+1)$
4.  $(x+1)(x-1)(x+2)$

13. กำหนดให้  $A = (1, 5)$  ,  $B = [0, 4]$  และ  $C = (-\infty, 3]$  แล้ว  $(A \cap B) \cap C$  ตรงกับข้อใด

1.  $(1, 3]$                       2.  $[1, 3)$                       3.  $(1, 3)$                       4.  $[1, 3]$

14. กำหนดให้  $a, b$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่  $a > b$  แล้ว ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1.  $[a, \infty) \cap (b, \infty) = (a, \infty)$                       2.  $[b, \infty) \cap [a, \infty) = \emptyset$   
3.  $(-\infty, b) \subset (-\infty, a)$                       4.  $[a, \infty) \subset [b, \infty)$

15. เซตคำตอบของอสมการในข้อใด มีเซตคำตอบเป็นจำนวนจริง ( $R$ )

1.  $x^2 > -1$                       2.  $x^2 < -10$   
3.  $x^2 \leq 2-x$                       4.  $2x^2 - x \leq 10$

16. ในระบบจำนวนจริง ถ้า  $\frac{1}{x} < \frac{1}{8}$  แล้ว ข้อที่ถูกตองคือข้อใด

1.  $x \neq 0$                       2.  $x > 0$  และ  $x > 8$   
3.  $x < 0$  หรือ  $x > 8$                       4. ไม่มีข้อใดถูก

17. ถ้าเอกภพสัมพัทธ์คือเซตของจำนวนจริงแล้วเซตคำตอบของอสมการ  $\frac{2}{x} - 3 \leq \frac{4}{x} + 1$  คือข้อใด

1.  $\left[-\frac{1}{2}, 0\right)$                       2.  $(0, \infty)$   
3.  $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup (0, \infty)$                       4.  $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right] \cup [0, \infty)$

18. เซตคำตอบของอสมการ  $\frac{7}{2-x} \leq 3$  คือข้อใด

1.  $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right]$                       2.  $\left[-\frac{1}{3}, 2\right)$   
3.  $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right] \cup (2, \infty)$                       4. ไม่มีข้อใดถูก

19. ข้อใดต่อไปนี้เป็นเซตคำตอบของอสมการ  $\frac{(x-1)(2x-1)}{x^2-1} \geq 0$

1.  $\left(-1, \frac{1}{2}\right) \cup (1, \infty)$                       2.  $\left[-1, \frac{1}{2}\right] \cup (1, \infty)$   
3.  $(-\infty, -1) \cup \left(\frac{1}{2}, 1\right) \cup (1, \infty)$                       4.  $(-\infty, -1) \cup \left[\frac{1}{2}, 1\right) \cup (1, \infty)$

20. ข้อใดต่อไปนี้เป็นเซตคำตอบของสมการ  $x - \frac{9}{x} \leq 0$
1.  $[-3, 0) \cup (1, \infty)$
  2.  $(-\infty, -3] \cup \left[\frac{1}{3}, 3\right]$
  3.  $(-\infty, -3] \cup [0, 3]$
  4.  $(-\infty, -3] \cup (0, 3]$
21. ให้  $R$  เป็นเซตของจำนวนจริง กำหนดให้  $A = \{x \in R \mid x^2 - 5x + 4 \leq 0\}$  และ  $B = \{1, 2, 3, \{4\}, \{1, 2, 3\}\}$  เซต  $A \cap B$  คือเซตในข้อใดต่อไปนี้
1.  $\{1, 2, 3, \{4\}\}$
  2.  $\{1, 2, 3\}$
  3.  $\{1, 2, 3, 4\}$
  4.  $\{\{1, 2, 3\}\}$
22. ข้อใดมีความหมายตรงกับ "จุดแทน  $x$  อยู่ห่างจากจุดแทน 5 น้อยกว่า 3 หน่วย"
1.  $|x - 5| > 3$
  2.  $|x + 5| \leq 3$
  3.  $|x - 5| < 3$
  4.  $|x + 5| \geq 3$
23. กำหนดให้  $x, y$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นเท็จ
1.  $|x| + |y| \geq |x + y|$
  2.  $|x| - |y| \leq |x - y|$
  3.  $|xy| = |x||y|$
  4.  $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$
24. ถ้า  $|2x + 3| = x - 5$  แล้ว ค่าของ  $x$  ที่สอดคล้องกับสมการนี้คือข้อใด
1.  $\left\{-2, \frac{2}{3}\right\}$
  2.  $\left\{-8, \frac{8}{3}\right\}$
  3.  $\left\{-8, \frac{2}{3}\right\}$
  4.  $\left\{-2, -\frac{2}{3}\right\}$
25. ถ้าเอกพจน์สัมพัทธ์คือเซตของจำนวนจริงแล้ว เซตคำตอบของ  $|x| = x - 1$  คือข้อใด
1.  $\left\{\frac{1}{2}\right\}$
  2.  $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$
  3.  $\{0\}$
  4.  $\{\}$
26. ข้อใดมีความหมายตรงกับ  $2 \leq x \leq 4$
1.  $|x - 3| \leq 1$
  2.  $|x - 3| \geq 1$
  3.  $|3 - x| \geq 1$
  4.  $|3 - x| \leq 1$
27. ถ้าเอกพจน์สัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง แล้วเซตคำตอบของสมการ  $|2x - 1| \geq 5$  คือข้อใด
1.  $(-3, -2)$
  2.  $R - (-2, 3)$
  3.  $(-3.5, -1)$
  4.  $(-1.5, 0)$

28. เซตคำตอบของสมการ  $\left| \frac{x+1}{x+2} - 3 \right| > 4$  เป็นสับเซตในข้อใดต่อไปนี้

1.  $(-3, -2)$

2.  $(-2, -1)$

3.  $(-3.5, -1)$

4.  $(-1.5, 0)$

29. กำหนดให้  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 5x^2 - 42x + 16 > 0\}$  พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก.  $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \left| x - \frac{21}{5} \right| > \frac{19}{5} \right\}$

ข.  $A' = \mathbb{R} - \left[ \frac{2}{5}, 8 \right]$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. ก. ถูก และ ข. ถูก

2. ก. ถูก และ ข. ผิด

3. ก. ผิด และ ข. ถูก

4. ก. ผิด และ ข. ผิด

30. เซตคำตอบของสมการ  $x^2 + 2x - 3 \leq 0$  เป็นสับเซตของเซตคำตอบในข้อใด

1.  $|x+2| < 6$

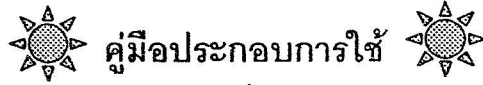
2.  $|x-4| \leq 5$

3.  $\frac{x-1}{x+3} \leq 0$

4.  $x^2 \neq 9$

ภาคผนวก ค

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่อง  
เรื่องระบบจำนวนจริง



## คู่มือประกอบการใช้

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน  
เรื่องระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

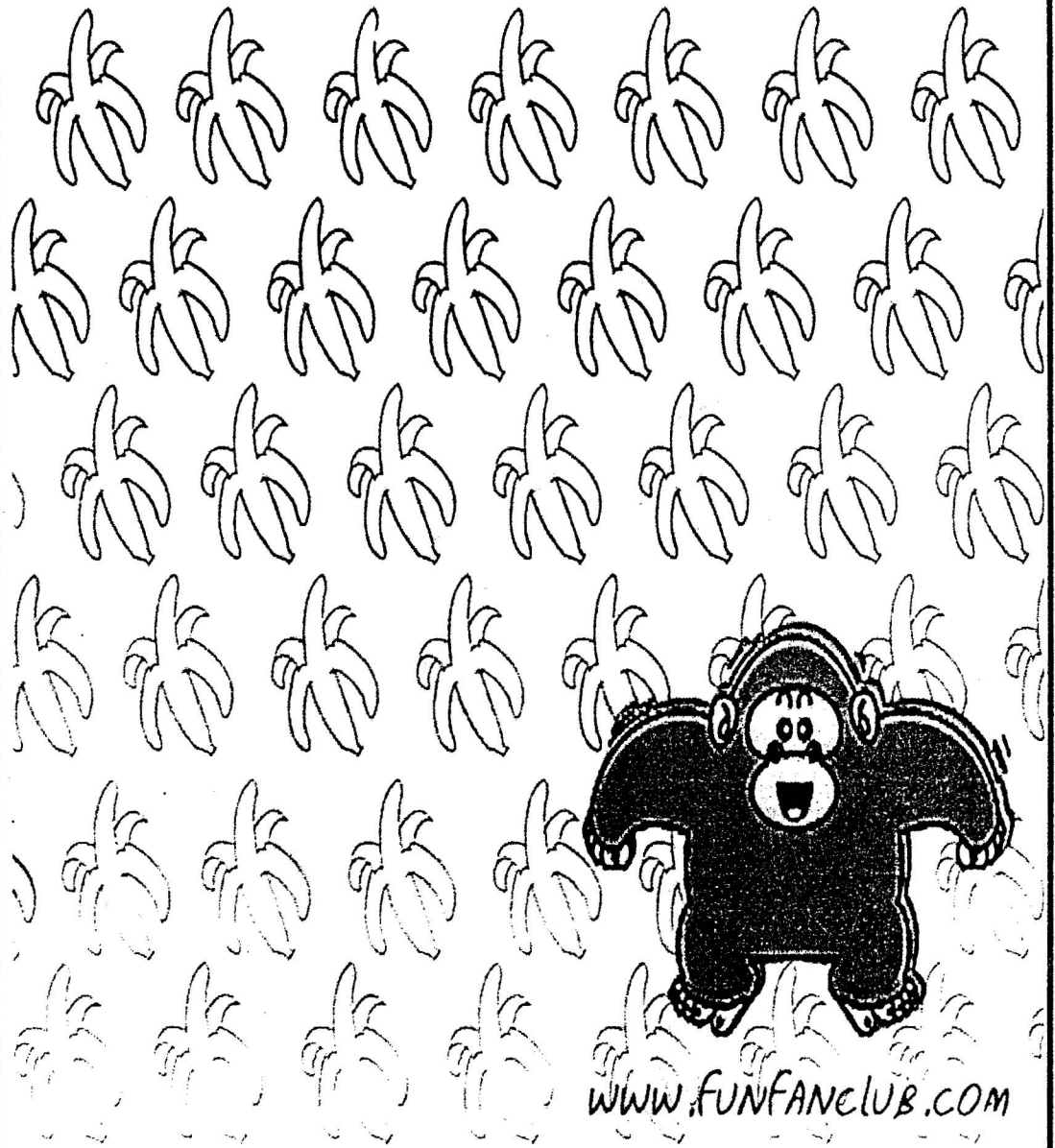


ให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนต่อไปนี้

- 1 นักเรียนควรศึกษาเนื้อหา พร้อมทั้งแบบฝึกปฏิบัติด้วยตนเอง ดังนี้
  - ★ ศึกษาเนื้อหาในชุดการเรียนรู้การสอนแต่ละชุดให้เข้าใจ
  - ★ ทำแบบฝึกหัดในชุดนั้น พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้องในกรอบเฉลย
- 2 ในขณะที่ทำการศึกษา ถ้ามีปัญหาหรือสงสัยเนื้อหาในส่วนใดของชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม สามารถขอคำปรึกษาหรือขอคำแนะนำจากครูผู้สอน
- 3 ในขณะที่ศึกษาชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม นักเรียนอาจจะศึกษาคนเดียว หรือจับกลุ่มศึกษาร่วมกับเพื่อนก็ได้

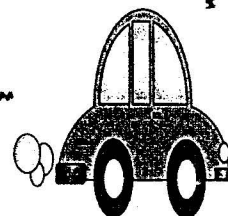
หน่วยที่ 1 ชุดที่ 1 - 1

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้าน  
การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร  
เรื่อง การจำแนกชนิดของจำนวน



★ บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับชนิดของจำนวน ★

จำนวนธรรมชาติหรือจำนวนนับ ประกอบด้วยจำนวน  $1, 2, 3, \dots$  และ  
ใช้สัญลักษณ์  $N$  แทนเซตของจำนวนนับ  
ดังนั้น  $N = \{1, 2, 3, \dots\}$



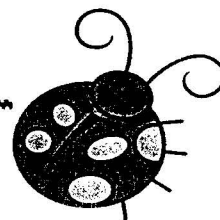
🌀 จงเติมคำตอบให้ถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดจำนวนต่อไปนี้  $0, 1, -1, -2, -5, -8, 10, 2.5, 112$

จำนวนนับได้แก่ \_\_\_\_\_

ตัวอย่างที่ 2 จำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้  $-2, \frac{1}{2}, \frac{9}{4}, 0.1122 \dots$  จำนวนนับ  
(เป็น / ไม่เป็น)

จำนวนเต็ม ประกอบด้วย จำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบและจำนวนเต็มศูนย์  
และใช้สัญลักษณ์  $I$  แทนเซตของจำนวนเต็ม  
ดังนั้น  $I = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$



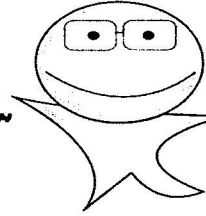
ตัวอย่างที่ 3 กำหนดจำนวนต่อไปนี้  $1, \frac{1}{2}, 15, -3, -2, 2.4, 0$

จำนวนเต็มได้แก่ \_\_\_\_\_

ตัวอย่างที่ 4 จำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้  $-\frac{3}{4}, \sqrt{5}, \frac{7}{3}, 3.4, 0.333$   
..... จำนวนเต็ม  
(เป็น / ไม่เป็น)

จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่สามารถเขียนอยู่ในรูปของเศษส่วนโดยที่ ตัวเศษเป็นจำนวนเต็มและตัวส่วนเป็นจำนวนเต็มที่ไม่เท่ากับ 0 และใช้สัญลักษณ์  $Q$  แทนเซตจำนวนตรรกยะ

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in I, b \neq 0 \right\}$$



ตัวอย่างที่ 5  $\frac{3}{5}$  เป็นจำนวนตรรกยะ

เพราะสามารถเขียนในรูปเศษส่วนได้โดยที่ 3 เป็นจำนวนเต็มและ 5 เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เท่ากับ 0

ตัวอย่างที่ 6 0.5 เป็นจำนวนตรรกยะ

เพราะสามารถเขียนในรูปของเศษส่วนได้ ดังนี้

$$0.5 = \frac{1}{2}$$

←	ตัวเศษ
←	ตัวส่วน

ตัวอย่างที่ 7  $3.\dot{5}\dot{6}$  เป็นจำนวนตรรกยะ

เพราะสามารถเขียนในรูปเศษส่วนได้ ดังนี้

$$3.\dot{5}\dot{6} = \frac{356-3}{99} = \frac{353}{99}$$

←	ตัวเศษ
←	ตัวส่วน

✪ จงเติมคำตอบให้ถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 8 กำหนดจำนวนต่อไปนี้  $2, \frac{3}{4}, \sqrt{9}, 0.6, \sqrt{5}, 0$

จำนวนตรรกยะได้แก่ \_\_\_\_\_

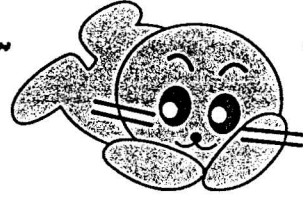
ตัวอย่างที่ 9 จำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้  $\pi, \sqrt{5}, 2.313113111\dots, \frac{\sqrt{3}}{2}$

..... จำนวนตรรกยะ

( เป็น / ไม่เป็น )

จำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่ใช่จำนวนตรรกยะและใช้สัญลักษณ์

$Q'$  แทนเซตจำนวนอตรรกยะ



☀ จงเติมคำตอบให้ถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 10 กำหนดจำนวนต่อไปนี้  $0, \sqrt{2}, 2\sqrt{3}, \pi, 1, 3.4, 3.12122\dots$

จำนวนอตรรกยะได้แก่ \_\_\_\_\_

ตัวอย่างที่ 11 จำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้  $-\pi, \sqrt{2}, 2.13133\dots, \frac{\sqrt{2}}{3}$

..... จำนวนอตรรกยะ

(เป็น / ไม่เป็น)

จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะทุกจำนวนสามารถจัดรวมกันเข้าด้วยกันได้โดยให้ยูเนียน  
ของเซตของจำนวนตรรกยะกับเซตของจำนวนอตรรกยะเป็นเซตของจำนวนจริง  
ซึ่งใช้สัญลักษณ์  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง



☀ จงเติมคำตอบให้ถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 12 กำหนดจำนวนต่อไปนี้  $2, -1, 0, \frac{1}{2}, \sqrt{2}, \pi, 0.4, 0.2, 0.12122\dots$

จำนวนจริงได้แก่ \_\_\_\_\_

ตัวอย่างที่ 13 จำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้  $\sqrt{2}, 5, \frac{1}{9}, \sqrt{4}-1, -\pi, \sqrt{\pi}$

..... จำนวนจริง

(เป็น / ไม่เป็น)



ตัวอย่างที่ 1 จำนวนนับได้แก่ 1, 10, 112

ตัวอย่างที่ 2 ไม่เป็น

ตัวอย่างที่ 3 1, 15, -3, -2, 0

ตัวอย่างที่ 4 ไม่เป็น

ตัวอย่างที่ 8 จำนวนตรรกยะได้แก่  $2, \frac{3}{4}, \sqrt{9}, 0.6, 0$

ตัวอย่างที่ 9 ไม่เป็น

ตัวอย่างที่ 10 จำนวนอตรรกยะได้แก่  $\sqrt{2}, 2\sqrt{3}, \pi, 3.12122\dots$

ตัวอย่างที่ 11 เป็น

ตัวอย่างที่ 12  $2, -1, 0, \frac{1}{2}, \sqrt{2}, \pi, 0.4\dot{0}, 0.2, 0.12122\dots$

ตัวอย่างที่ 13 เป็น

นักเรียนคนเก่ง....  
ทำแบบฝึกหัดต่อหน้าครับ....



### แบบฝึกหัดที่ 1

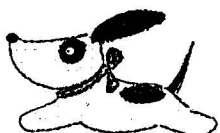
1. จงพิจารณาจำนวนต่อไปนี้ว่าเป็นจำนวนชนิดใดแล้วเขียนเครื่องหมาย  $\checkmark$  ลงในช่องว่าง

จำนวน	จำนวน นับ	จำนวน เต็ม	จำนวน ลบ	จำนวนตรรกยะ	จำนวนอตรรกยะ	จำนวน จริง
เช่น 5	$\checkmark$	$\checkmark$		$\checkmark$		$\checkmark$
$\frac{4}{5}$						
1.34						
0						
3.1421...						
$\sqrt{16}$						
$\pi$						
-18						
$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$						
$\frac{3}{2}\pi$						
$2.4^\circ$						
$\sqrt[3]{27}$						
$\frac{1}{\sqrt{5}}$						
$\sqrt{3^2}$						
3.15						
0.666						
0.6767...						
0.599...						
$\sqrt{10}$						
$\sqrt{9} + \sqrt{16}$						

★ เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1 ★

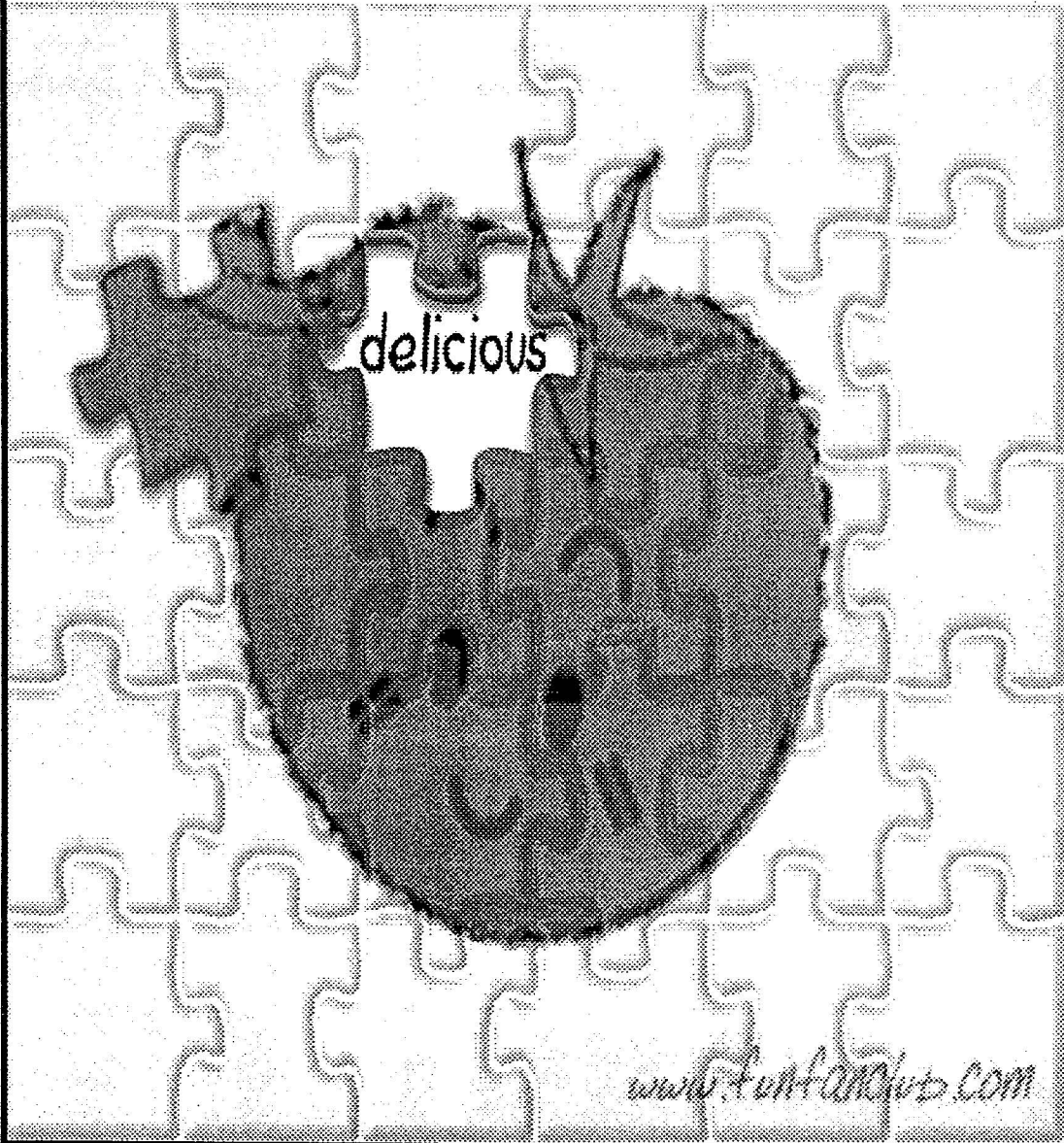
1. จงพิจารณาจำนวนต่อไปนี้ว่าเป็นจำนวนชนิดใดแล้วเขียนเครื่องหมาย  $\checkmark$  ลงในช่องว่าง

จำนวน	จำนวน นับ	จำนวน เต็ม	จำนวน ลบ	จำนวนตรรกยะ	จำนวนอตรรกยะ	จำนวน จริง
5	$\checkmark$	$\checkmark$		$\checkmark$		$\checkmark$
$\frac{4}{5}$				$\checkmark$		$\checkmark$
1.34				$\checkmark$		$\checkmark$
0		$\checkmark$		$\checkmark$		$\checkmark$
3.1421...					$\checkmark$	$\checkmark$
$\sqrt{16} = 4$	$\checkmark$	$\checkmark$		$\checkmark$		$\checkmark$
$\pi$					$\checkmark$	$\checkmark$
-18		$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$		$\checkmark$
$\frac{\sqrt{2} \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$					$\checkmark$	$\checkmark$
$\frac{3}{2}\pi$					$\checkmark$	$\checkmark$
$2.4^\circ$				$\checkmark$		$\checkmark$
$\sqrt[3]{27}$	$\checkmark$	$\checkmark$		$\checkmark$		$\checkmark$
$\frac{1}{\sqrt{5}}$					$\checkmark$	$\checkmark$
$\sqrt{3^2}$	$\checkmark$	$\checkmark$		$\checkmark$		$\checkmark$
3.15				$\checkmark$		$\checkmark$
0.666				$\checkmark$		$\checkmark$
0.6767...				$\checkmark$		$\checkmark$
0.599...	$\checkmark$	$\checkmark$		$\checkmark$		$\checkmark$
$\sqrt{10}$					$\checkmark$	$\checkmark$
$\sqrt{9} + \sqrt{6}$	$\checkmark$	$\checkmark$		$\checkmark$		$\checkmark$



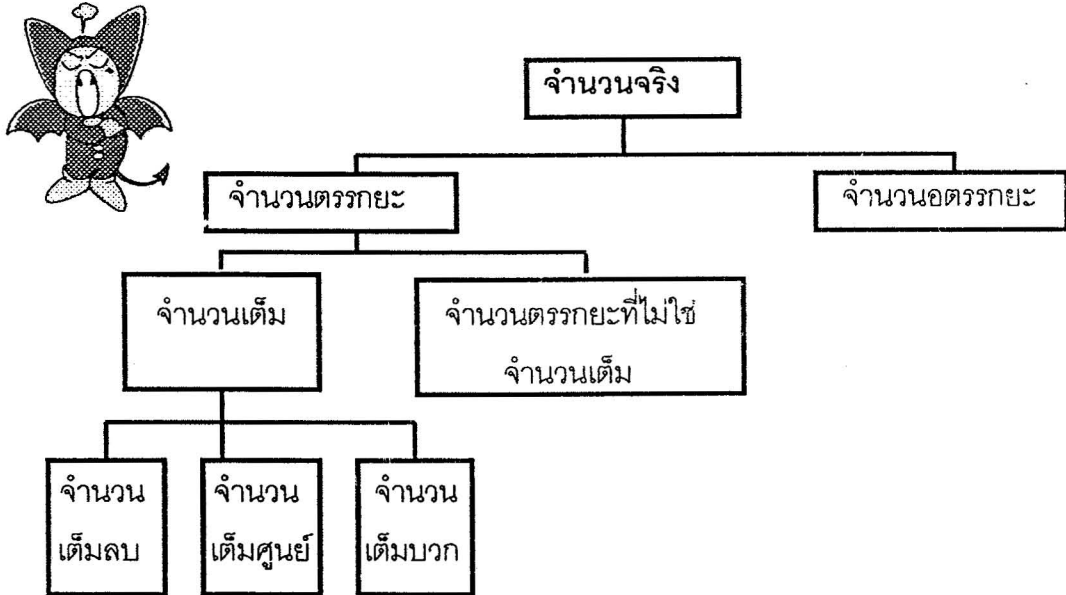
หน่วยที่ 1 ชุดที่ 2 - 1

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้าน  
การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร  
เรื่อง ความสัมพันธ์ของจำนวนชนิดต่างๆ



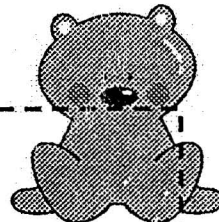
บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับการหาความสัมพันธ์ของจำนวนชนิดต่าง ๆ

แผนผังแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนชนิดต่างๆ



ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ

- 1.1) 1 , 2 , 3 , ... เป็นจำนวนเต็มบวก \_\_\_\_\_
- 1.2) -1 , -2 , -3 , ... เป็นจำนวนเต็มลบ \_\_\_\_\_
- 1.3) 0 เป็นจำนวนเต็มศูนย์ \_\_\_\_\_
- 1.4)  $\frac{1}{2}$  เป็นจำนวนเต็ม \_\_\_\_\_
- 1.5) 0.6 เป็นจำนวนเต็ม \_\_\_\_\_



จากตัวอย่างที่ 1 นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่า  
 จำนวนเต็มประกอบด้วย.....  
 นั่นคือ  $I = I^+ \dots\dots\dots I^- \dots\dots\dots I^0$   
(๐/๓) (๐/๓)

จากแผนผังความสัมพันธ์พบว่าจำนวนตรรกยะประกอบด้วย จำนวน 2 ชนิด คือ จำนวนเต็มและ  
จำนวนตรรกยะที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดจำนวนต่อไปนี้

$$\frac{1}{2}, 1, 5, 0.6, -3, -5.4, 4.1^{\circ}, 9$$

จำนวนตรรกยะ ได้แก่.....

จำนวนเต็ม ได้แก่.....

ดังนั้น เราสามารถสรุปได้ว่า จำนวนเต็มทุกจำนวน.....จำนวนตรรกยะ  
(เป็น / ไม่เป็น)

นั่นคือ  $I \dots\dots\dots Q$   
( $\subset$  /  $\not\subset$ )

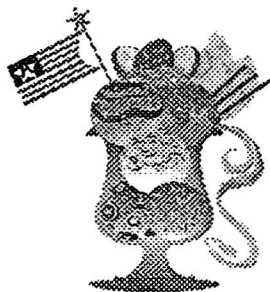
ตัวอย่างที่ 3 กำหนดจำนวนต่อไปนี้  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, 6, 8, 3.1^{\circ}, \frac{1}{2}, -5$

จำนวนตรรกยะ ได้แก่.....

จำนวนอตรรกยะ ได้แก่.....

จำนวนจริง ได้แก่.....

ดังนั้น เราสามารถสรุปได้ว่า  $R = \dots\dots\dots \cup \dots\dots\dots$



### เฉลย

กรอบบเฉลยตัวอย่างที่ 1

- 1.1) จริง
- 1.2) จริง
- 1.3) จริง
- 1.4) เท็จ
- 1.5) เท็จ

จากตัวอย่างที่ 1 เราสรุปได้ว่า

จำนวนเต็มประกอบด้วย...จำนวนเต็มบวก...จำนวนเต็มลบ...  
...จำนวนเต็มศูนย์.....

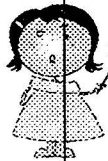
$$\text{นั่นคือ } I = I^+ \cup \dots \cup \dots \cup I^- \cup \dots \cup \dots \cup I^0$$



กรอบบเฉลยตัวอย่างที่ 2

จำนวนตรรกยะ ได้แก่  $\frac{1}{2}$  , 1 , 5 , 0.6 , -3 , -5.4 ,  $4.1^\circ$  , 9

จำนวนเต็ม ได้แก่ 1 , 5 , -3 , 9



ดังนั้น เราสามารถสรุปได้ว่า จำนวนเต็มทุกจำนวน.... เป็น.... จำนวนตรรกยะ

$$\text{นั่นคือ } I \dots \subset \dots Q$$

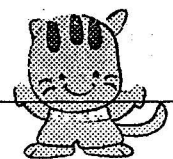
กรอบบเฉลยตัวอย่างที่ 3

จำนวนตรรกยะ ได้แก่  $\sqrt{4}$  , 6 , 8 ,  $3.1^\circ$  ,  $\frac{1}{2}$  , -5

จำนวนอตรรกยะ ได้แก่  $\sqrt{2}$  ,  $\sqrt{3}$

จำนวนจริง ได้แก่  $\sqrt{2}$  ,  $\sqrt{3}$  ,  $\sqrt{4}$  , 6 , 8 ,  $3.1^\circ$  ,  $\frac{1}{2}$  , -5

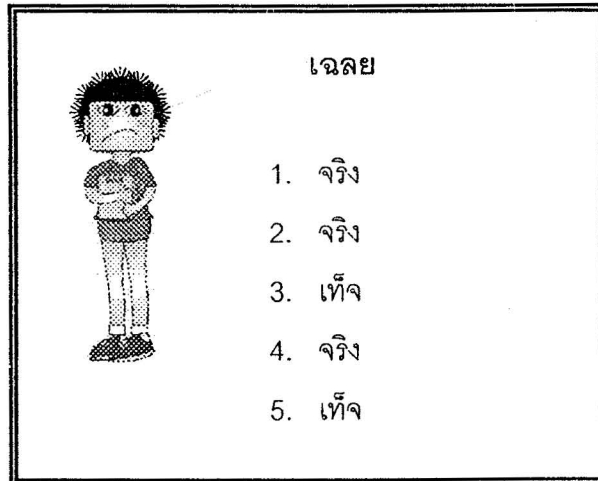
ดังนั้น เราสามารถสรุปได้ว่า  $R = \dots Q \dots \cup \dots Q' \dots$



## แบบฝึกหัดที่ 1

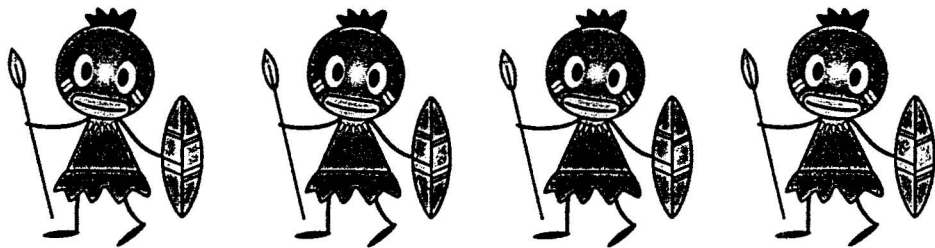
จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ

1. จำนวนเต็มบวกทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม .....  
.....
2. จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ .....  
.....
3. มีจำนวนอตรรกยะบางจำนวนที่เป็นจำนวนตรรกยะ .....  
.....
4. จำนวนเต็มทุกจำนวนเขียนในรูปเศษส่วนได้ .....  
.....
5. มีจำนวนเต็มบางจำนวนที่ไม่เป็นจำนวนจริง .....  
.....



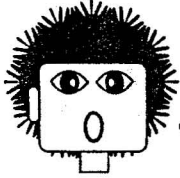
หน่วยที่ 2 - ชุดที่ 1-1

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้าน  
บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร  
เรื่อง สมบัติของจำนวนจริง



บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับสมบัติการบวกและการคูณ

★ ในระบบจำนวนจริง ★



ในการบวกจำนวนจริงทุกครั้ง สังเกตได้ว่า ผลบวก  
ของจำนวนจริงสองจำนวนใดๆ จะเป็นจำนวนจริง  
เสมอ

ตัวอย่างที่ 1 พิจารณา  $\frac{4}{3} + \frac{5}{3} = \frac{9}{3} = 3$  ← เป็นจำนวนจริง

และ  $(-5) + 3 = -2$  ..... จำนวนจริง  
(เป็น / ไม่เป็น)



สมบัติเช่นนี้เราเรียกว่า สมบัติปิดการบวก

“เรามาช่วยกันสรุปนะครับ ”

ถ้า  $a, b$  เป็นจำนวนจริงใดๆแล้ว  $a+b$  เป็นจำนวนจริง  
เป็นไปตามสมบัติ .....

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

ถ้า  $a+b=c$  โดยสมบัติปิดการบวก

ดังนั้น  $c$  เป็นจำนวน.....





ในการบวกจำนวนจริงสามจำนวนใดๆ เราจะบวก  
ทีละสองจำนวน โดยบวกสองจำนวนแรกก่อนหรือ  
สองจำนวนหลังก่อน ผลบวกย่อมเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 3 พิจารณา  $(2+5)+4 = 11$  และ  $2+(5+4) = 11$   
 $\therefore (2+5)+4 = 2+(5+4)$

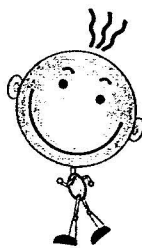
ตัวอย่างที่ 4 พิจารณา  $(3+4)+5 = \dots\dots\dots$   
 และ  $3+(4+5) = \dots\dots\dots$   
 $\therefore (3+4)+5 \dots\dots\dots 3+(4+5)$   
 $(= / \neq)$

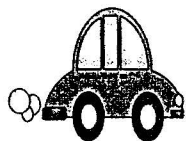


สมบัติเช่นนี้เราเรียกว่า สมบัติการเปลี่ยนหมู่การบวก  
 “เรามาช่วนกันสรุปนะครับ”

ถ้า  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว  $(a+b)+c = a+(b+c)$   
 เป็นไปตามสมบัติ .....

ตัวอย่างที่ 5 ถ้าข้อความต่อไปนี้เป็นไปตามสมบัติการเปลี่ยนหมู่การบวก  
 ดังนั้น  $x+(y+z) = (\dots+\dots)+z$  สำหรับจำนวนจริง  $x, y, z$  ใดๆ





ในการบวกจำนวนจริง จะมีจำนวนจริงเพียงหนึ่ง  
จำนวน ที่บวกกับจำนวนจริงใดๆ แล้วได้ผลลัพธ์  
เป็นจำนวนจริงนั้นๆ นั่นคือ 0 "ไงครับ"

ตัวอย่างที่ 6  $3 + 0 = 0 + 3 = 3$

ตัวอย่างที่ 7  $(-5) + 0 = 0 + (-5) = -5$

ตัวอย่างที่ 8  $-\frac{3}{4} + 0 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$



เราเรียกสมบัติเช่นนี้ว่าสมบัติการมีเอกลักษณ์การบวก  
และเราเรียก 0 ว่าเป็นเอกลักษณ์การบวก

"เรามาช่วยกันสรุปนะครับ"

จากตัวอย่าง เราสรุปได้ว่า

มีจำนวนจริง 0 ซึ่ง  $0 + a = a = a + 0$  สำหรับจำนวนจริง  
a ทุกตัว

ตัวอย่างที่ 9 กำหนดให้ประโยคต่อไปนี้เป็นจริงตามสมบัติการมีเอกลักษณ์การบวก

ถ้า  $b, c$  เป็นจำนวนจริงใดๆ และ  $b + c = b$

แล้ว  $c = \dots\dots\dots$





ถ้าผลบวกของจำนวนจริงสองจำนวนใดๆ มีค่า  
เป็น 0 เราเรียกว่าจำนวนจริงทั้งสองนั้นว่า เป็น  
อินเวอร์สการบวกของกันและกัน

ตัวอย่างที่ 10  $5 + (-5) = 0$

เรากล่าวได้ว่า 5 เป็นอินเวอร์สการบวกของ -5

หรือ -5 เป็นอินเวอร์สการบวกของ 5

ตัวอย่างที่ 11  $\frac{1}{2} + \square = 0$

เรากล่าวได้ว่า .....

หรือ .....

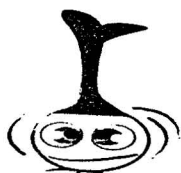


เราเรียกสมบัติเช่นนี้ว่า สมบัติการมีอินเวอร์สการบวก

“เรามาช่วยกันสรุป นะครับ ”

สำหรับจำนวนจริง  $a$  แต่ละจำนวนจะมีจำนวนจริง  $-a$  ซึ่ง  
 $-a + a = a + (-a) = 0$  เราเรียก  $-a$  ว่าอินเวอร์สการบวกของ  $a$

ตัวอย่างที่ 12 ถ้า  $b, c$  เป็นจำนวนจริงใดๆ ซึ่งจำนวนทั้งสองเป็นอินเวอร์สของกันและกัน  
แล้ว  $b + c = \dots\dots\dots$





ในการบวกจำนวนจริงสองจำนวน เมื่อสลับที่  
จำนวนทั้งสองแล้วผลบวกยังคงมีค่าเท่าเดิม

ตัวอย่างที่ 13 พิจารณา  $4+5 = 5+4$   
พบว่า  $9 = 9$

ตัวอย่างที่ 14  $(-4)+3 = \dots\dots\dots+(-4)$   
 $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$



เราเรียกสมบัตินี้ว่า สมบัติการสลับที่การบวก

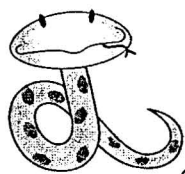
"เรามาช่วยกันสรุปนะครับ"

ถ้า  $a, b$  เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว  $a+b = b+a$   
เป็นไปตามสมบัติ.....

ตัวอย่างที่ 15 ถ้าให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว  $x+z = z+\dots\dots\dots$   
ซึ่งเป็นไปตามสมบัติ.....



Do the best



ในการคูณจำนวนจริงทุกครั้งจะสังเกตได้ว่า  
ผลคูณของจำนวนจริงสองจำนวนเป็น  
จำนวนจริง

ตัวอย่างที่ 16  $\frac{2}{3} \times \frac{4}{8} = \frac{8}{24}$   
 $= \frac{1}{3}$  ← เป็นจำนวนจริง

ตัวอย่างที่ 17  $-5 \times \frac{1}{2} = \square$  ← ..... จำนวนจริง  
 (เป็น / ไม่เป็น)



สมบัติเช่นนี้เราเรียกว่าสมบัติปิดการคูณ

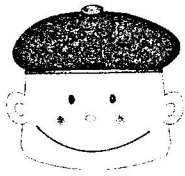
" เรามาช่วยกันสรุปนะคร๊า "

ถ้า  $a, b$  เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว  $a \times b$  เป็นจำนวนจริง  
 ซึ่งเป็นไปตามสมบัติ.....

ตัวอย่างที่ 18 กำหนดให้  $a, b$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

ถ้า  $a \times b = c$  แล้ว  $c$  เป็นจำนวน.....





ในการคูณจำนวนจริงทุกสองจำนวนใดๆ เมื่อ  
สลับที่จำนวนทั้งสองแล้วผลคูณยังคงมีค่าเท่าเดิม

ตัวอย่างที่ 19 พิจารณา  $2 \times (-9) = -18$

$$\text{และ } (-9) \times 2 = -18$$

$$\therefore 2 \times (-9) = (-9) \times 2$$

ตัวอย่างที่ 20 พิจารณา  $\frac{1}{2} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\text{และ } \sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{3} \times \frac{1}{2}$$

ตัวอย่างที่ 21  $-2 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \dots\dots\dots$

$$\dots\dots\dots = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

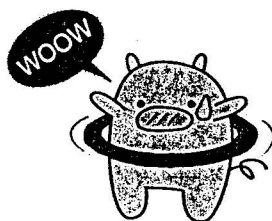


สมบัติเช่นนี้เรียกว่า สมบัติการสลับที่การคูณ

" เรามาช่วยกันสรุปนะครับ "

ถ้า  $a, b$  เป็นจำนวนจริงใดแล้ว  $a \times b = b \times a$

เราเรียกสมบัติแบบนี้ว่า สมบัติการสลับที่การคูณ





ในการคูณจำนวนจริงสามจำนวนเราจะคูณกันทีละสองจำนวนโดยคูณสองจำนวนแรกก่อนหรือสองจำนวนหลังก่อนก็ได้ ซึ่งพบว่าผลลัพธ์ย่อมเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 22 จาก  $(2 \times 3) \times 4 = 6 \times 4 = 24$   
 และ  $2 \times (3 \times 4) = 2 \times 12 = 24$   
 $\therefore (2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4)$

ตัวอย่างที่ 23  $\left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{3} = \left(\frac{3}{8} \times \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{8}$   
 $\frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$   
 $\therefore \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{3}\right)$

ตัวอย่างที่ 24  $2 \times (\sqrt{5} \times \sqrt{3}) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$   
 $(2 \times \sqrt{5}) \times \sqrt{3} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$   
 $\therefore \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$



เราเรียกสมบัติเช่นนี้ว่า การเปลี่ยนหมู่การคูณ

"เรามาช่วยกันสรุปนะครับ"

**สรุป**

กำหนดให้  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริงใดๆแล้ว

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$





ในระบบจำนวนจริงจะมีจำนวนจริง 1 เพียง  
จำนวนเดียว ที่คูณกับจำนวนจริงใดแล้วได้  
ผลลัพธ์เป็นจำนวนจริงนั้นๆ

ตัวอย่างที่ 25  $3 \times 1 = 3$

ตัวอย่างที่ 26  $\sqrt{5} \times 1 = \sqrt{5}$

ตัวอย่างที่ 27  $1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

ตัวอย่างที่ 28  $\frac{3}{4} \times 1 = \frac{3}{4}$

ตัวอย่างที่ 29  $\frac{4}{5} \times \dots = \frac{4}{5}$

ตัวอย่างที่ 30  $\dots \times 1 = -\frac{3}{2}$

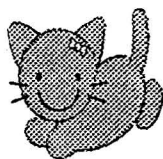


เราเรียกสมบัติเช่นนี้ว่า การมีเอกลักษณ์การคูณ  
และเราเรียก 1 ว่า เป็นเอกลักษณ์การคูณ

"เรามาช่วยกันสรุปนะครับ"

กำหนดให้  $a$  เป็นจำนวนจริงใด มีจำนวนจริง 1  
ซึ่ง  $a \times 1 = 1 \times a = a$





ถ้าผลคูณของจำนวนจริงสองจำนวนใด ๆ มีค่า  
เป็น 1 ซึ่งเป็นเอกลักษณ์การคูณ แล้วเราจะ  
เรียกจำนวนจริงทั้งสองว่าเป็นอินเวอร์สการ  
คูณซึ่งกันและกัน

ตัวอย่างที่ 31 พิจารณา  $5 \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times 5 = 1$

เราเรียก 5 ว่าเป็นอินเวอร์สการคูณของ  $\frac{1}{5}$

หรือเรียก  $\frac{1}{5}$  ว่าเป็นอินเวอร์สการคูณของ 5

ตัวอย่างที่ 32  $\frac{3}{4} \times \square = 1$

เราเรียก  $\frac{3}{4}$  ว่า.....

หรือเรียก  $\square$  ว่า.....

ตัวอย่างที่ 33  $\frac{1}{\sqrt{5}} \times \square = 1$

อินเวอร์สการคูณของ  $\frac{1}{\sqrt{5}}$  คือ .....



เราเรียกสมบัติเช่นนี้ว่า การมีอินเวอร์สการคูณ

"เรามาช่วยกันสรุปนะครับ "

ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริงใดๆ และ  $a \neq 0$  จะมีจำนวนจริง จำนวนหนึ่ง  
เขียนในรูป  $a^{-1}$  ซึ่งทำให้  $a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = 1$  เราเรียก  $a^{-1}$  ว่า  
เป็นอินเวอร์สการคูณของ  $a$



มีสมบัติของระบบจำนวนจริงที่น่าสนใจ  
อีกข้อหนึ่งคือ สมบัติการแจกแจง

ตัวอย่างที่ 34 พิจารณา  $3 \times (5+6) = 3 \times 11 = 33$   
 และ  $(3 \times 5) + (3 \times 6) = 15+18 = 33$   
 $\therefore 3 \times (5+6) = (3 \times 5) + (3 \times 6)$

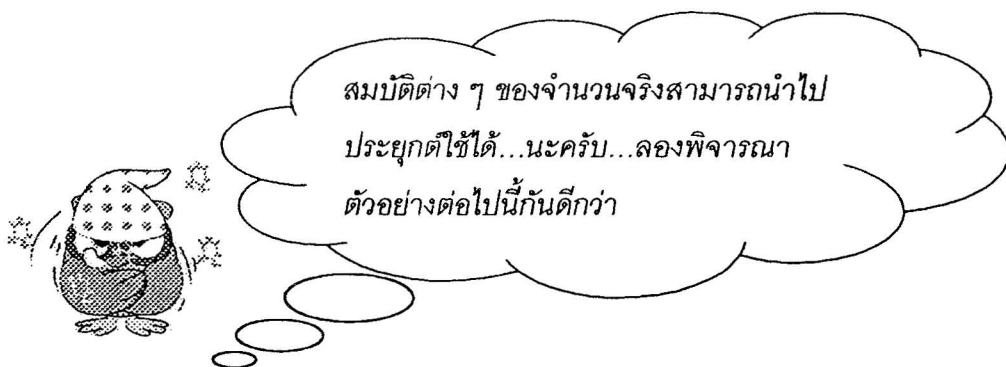
พิจารณาตัวอย่างแล้วตอบคำถามลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

พิจารณา  $6 \times (3+4) = \dots\dots\dots$   
 และ  $(6 \times 3) + (6 \times 4) = \dots\dots\dots$   
 $\therefore 6 \times (3+4) \dots\dots\dots (6 \times 3) + (6 \times 4)$   
 ( $= / \neq$ )

● สมบัติเช่นนี้เราเรียกว่า "สมบัติการแจกแจง"

"เรามาช่วยกันสรุปนะครับ "

ถ้า  $a, b, c$  เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว  
 $a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$



**ตัวอย่างที่ 35** จงหาค่า  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$

วิธีทำ เรานำสมบัติจำนวนจริงกับการบวกและการคูณมาใช้ คือ สมบัติการสลับที่  
และการเปลี่ยนหมู่การบวก

$$\begin{aligned}
 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 &= (1 + 9) + (2 + 8) + (3 + 7) + (4 + 6) + 5 \\
 &= 10 + 10 + 10 + 10 + 5 \\
 &= 45
 \end{aligned}$$

**ตัวอย่างที่ 36** จงหาค่าของ  $5 + 10 + 15 + 20 + 25 + 30 + 35$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 5 + 10 + 15 + 20 + 25 + 30 + 35 &= (\dots + \dots) + (\dots + \dots) + (\dots + \dots) + 20 \\
 &= 40 + 40 + 40 + 40 + 20 \\
 &= \dots
 \end{aligned}$$

**ตัวอย่างที่ 37** จงหาค่าของ  $12 \times 24\frac{1}{2}$

$$\text{วิธีทำ} \quad 12 \times 24\frac{1}{2} = 12 \times \left(24 + \frac{1}{2}\right)$$

<b>สมบัติการแจกแจง</b> สำหรับจำนวนจริง $a, b, c$ ใด ๆ $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$	=	$(12 \times 24) + \left(12 \times \frac{1}{2}\right)$
	=	$[12 \times (20 + 4)] + 6$
	=	$[(12 \times 20) + (12 \times 4)] + 6$
	=	$240 + 48 + 6$

$$\begin{aligned}
 &= 294 \\
 \text{ตัวอย่างที่ 38} & \text{ จงหาค่าของ } 75 \times 15\frac{1}{3} \\
 \text{วิธีทำ} \quad 75 \times 15\frac{1}{3} &= 75 \times \left(15 + \frac{1}{3}\right) \\
 &= (75 \times \dots) + (75 \times \dots) \\
 &= [(75 \times \dots) + (75 \times \dots)] + 25 \\
 &= \dots + \dots + 25 \\
 &= 1150
 \end{aligned}$$

★ แบบฝึกหัดที่ 1 ★

1) พิจารณาข้อความต่อไปนี้เป็นจริงตามสมบัติข้อใด

กำหนด  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

1.1)  $2+5 = 5+2$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.2)  $(3+4)+5 = 3+(4+5)$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.3)  $5 \times 13 = 45$  เป็นจำนวนจริง เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.4)  $6+0 = 6$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.5)  $6+12 = 12+6$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.6)  $6+12 = 18$  เป็นจำนวนจริง เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.7)  $5 \times (2+3) = (5 \times 2) + (5 \times 3)$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.8)  $\frac{5}{12} \times 1 = \frac{5}{12}$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.9)  $5+(-5) = 0$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

1.10)  $5 \times \frac{1}{5} = 1$  เป็นจริงตามสมบัติ.....

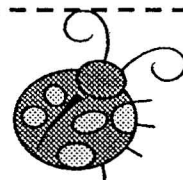


### เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1

- 1.1) สลับที่การบวก
- 1.2) การเปลี่ยนกลุ่ม
- 1.3) ปิดการคูณ
- 1.4) เอกลักษณะการบวก
- 1.5) สลับที่การบวก
- 1.6) ปิดการบวก
- 1.7) การแจกแจง
- 1.8) เอกลักษณะการคูณ
- 1.9) อินเวอร์สการบวก
- 1.10) อินเวอร์สการคูณ



## เฉลย



- เฉลยตัวอย่างที่ 1 เป็น . ปิดการบวก
- เฉลยตัวอย่างที่ 2 จำนวนจริง
- เฉลยตัวอย่างที่ 4  $11, 11, =$   
สมบัติการเปลี่ยนหมู่การบวก
- เฉลยตัวอย่างที่ 5  $(x + y)$
- เฉลยตัวอย่างที่ 8  $0 + (-\frac{3}{4}) , -\frac{3}{4}$
- เฉลยตัวอย่างที่ 9  $c = 0$
- เฉลยตัวอย่างที่ 11  $-\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$  เป็นอินเวอร์สการบวกของ  $-\frac{1}{2}$  หรือ  $-\frac{1}{2}$  เป็นอินเวอร์สการบวกของ  $\frac{1}{2}$
- เฉลยตัวอย่างที่ 12 0
- เฉลยตัวอย่างที่ 14  $3, -1 = -1$  สลับที่การบวก
- เฉลยตัวอย่างที่ 15  $z, สลับที่การบวก$
- เฉลยตัวอย่างที่ 17  $-\frac{5}{2}$  , เป็น , ปิดการคูณ
- เฉลยตัวอย่างที่ 18 เป็นจำนวนจริง
- เฉลยตัวอย่างที่ 21  $-2 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{2}{\sqrt{3}}$   
 $\frac{1}{\sqrt{3}} \times (-2)$   
 $\therefore (-2) \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times (-2)$
- เฉลยตัวอย่างที่ 24  $2\sqrt{15}$   
 $2\sqrt{15}$   
 $\therefore 2 \times (\sqrt{5} \times \sqrt{3}) = (2 \times \sqrt{5}) \times \sqrt{3}$
- เฉลยตัวอย่างที่ 29 1
- เฉลยตัวอย่างที่ 30  $-\frac{3}{2}$
- เฉลยตัวอย่างที่ 32  $\frac{4}{3} , \frac{3}{4}$  เป็นอินเวอร์สการคูณของ  $\frac{4}{3}$   
 $\frac{4}{3}$  เป็นอินเวอร์สการคูณของ  $\frac{3}{4}$
- เฉลยตัวอย่างที่ 33  $\sqrt{5}$  , อินเวอร์สการคูณของ  $\frac{1}{\sqrt{5}}$  คือ  $\sqrt{5}$
- เฉลยตัวอย่างที่ 34  $13 , 13 , =$

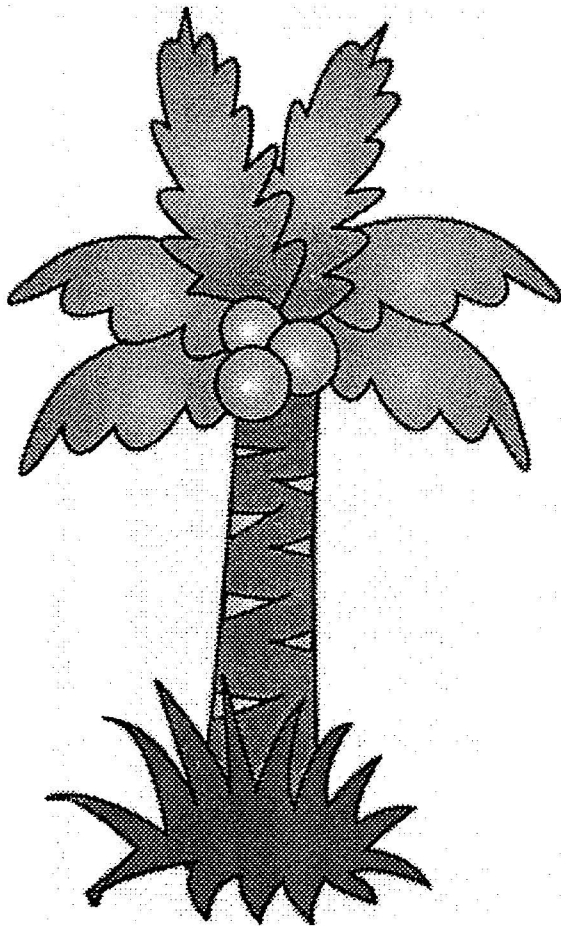
เฉลยตัวอย่างที่ 36  $(5 + 35) + (10 + 30) + (15 + 25) + 20 = 180$

เฉลยตัวอย่างที่ 38

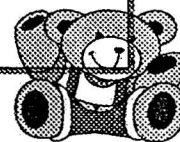
$$\begin{aligned} & (75 \times 15) + (75 \times \frac{1}{3}) \\ &= [(75 \times 10) + (75 \times 5)] + 25 \\ &= 750 + 375 + 25 \\ &= 1150 \end{aligned}$$

หน่วยที่ 2 ชุดที่ 2 - 1

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ  
เรื่อง การตรวจสอบสมบัติจำนวนจริง



**บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับกระบวนการในการตรวจสอบ  
สมบัติของจำนวนจริง**



**ตัวอย่างที่ 1** จงตรวจสอบว่าเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้มีสมบัติปิดการบวกและสมบัติปิดการคูณหรือไม่

1. เซตของจำนวนนับ
2. เซตของจำนวนเต็ม
3. เซตของจำนวนอตรรกยะ

วิธีทำ พิจารณาข้อ 1

1.1) ตรวจสอบสมบัติปิดการบวกของเซตของจำนวนนับ

ให้  $a, b$  เป็นจำนวนนับใดๆ เราพบว่า  $a+b$  มีผลบวกเป็นจำนวนนับ  
ดังนั้น เซตของจำนวนนับมีสมบัติปิดการบวก

1.2) ตรวจสอบสมบัติปิดการคูณของเซตของจำนวนนับ

ให้  $a, b$  เป็นจำนวนนับใดๆ เราพบว่า  $ab$  มีผลคูณเป็นจำนวนนับ  
ดังนั้น เซตของจำนวนนับมีสมบัติปิดการคูณ

พิจารณาข้อ 2

2.1) ตรวจสอบสมบัติปิดการบวกของเซตของจำนวนเต็ม

ให้  $a, b$  เป็นจำนวนเต็มใดๆ เราพบว่า  $a+b$  มีผลบวก.....จำนวนเต็ม  
( เป็น / ไม่เป็น )

ดังนั้น เซตของจำนวนเต็ม.....สมบัติปิดการบวก  
( มี / ไม่มี )

2.2) ตรวจสอบสมบัติปิดการคูณของเซตของจำนวนเต็ม

ให้  $a, b$  เป็นจำนวนเต็มใดๆ เราพบว่า  $ab$  มีผลคูณ.....จำนวนเต็ม  
( เป็น / ไม่เป็น )

ดังนั้น เซตของจำนวนเต็ม.....สมบัติปิดการคูณ  
( มี / ไม่มี )

พิจารณาข้อ 3

3.1) ตรวจสอบสมบัติปิดการบวกของเซตของจำนวนอตรรกยะ

เราพบว่า  $\sqrt{2}$  และ  $-\sqrt{2}$  เป็นจำนวนอตรรกยะแต่  $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$  ซึ่งเป็นจำนวนตรรกยะ

ดังนั้น เซตของจำนวนอตรรกยะไม่มีสมบัติปิดการบวก

3.2) ตรวจสอบสมบัติปิดการคูณของเซตของจำนวนอตรรกยะ

เราพบว่า  $\sqrt{2}$  เป็นจำนวนอตรรกยะแต่  $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$

ซึ่ง ..... จำนวนอตรรกยะ

( เป็น / ไม่เป็น )

ดังนั้น เซตของจำนวนอตรรกยะ ..... สมบัติปิดการคูณ

( มี / ไม่มี )

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้  $A = \{-1, 0, 1\}$  จงตรวจสอบว่าเซต A กับการบวกมีสมบัติปิดการบวกหรือไม่

วิธีทำ พิจารณาผลบวกของสมาชิกใน A ดังนี้

เราพบว่า  $(-1) + (-1) = -2 \notin A$

ดังนั้น เซต A ไม่มีสมบัติปิดการบวก

การตรวจสอบสมบัติของเซตใดๆ กับการดำเนินการ (\*)

#### สมบัติปิด

ถ้า  $a, b \in A$  แล้ว  $a * b \in A$

#### สมบัติการสลับที่

ถ้า  $a, b \in A$  แล้ว  $a * b = b * a$



#### สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม

ถ้า  $a, b, c \in A$  แล้ว  $(a * b) * c = a * (b * c)$

#### สมบัติการมีเอกลักษณ์

ถ้า  $a \in A$  จะมี  $e \in A$  ที่ทำให้  $a * e = a = e * a$

เรียก e ว่าเอกลักษณ์ภายใต้ \*

### สมบัติการมีอินเวอร์ส

ถ้า  $a \in A$  จะมี  $a^{-1} \in A$  ที่ทำให้  $a * a^{-1} = e = a^{-1} * a$   
เรียก  $a^{-1}$  ว่าเอกลักษณ์ภายใต้  $*$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด  $a, b \in R$  และ  $a * b = a+b+3$  จงแสดงว่า  $R$  กับ  $*$  มีสมบัติต่อไปนี้

- (1) สมบัติปิด (2) สมบัติการสลับที่ (3) สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม  
(4) สมบัติการมีเอกลักษณ์ (5) สมบัติการมีอินเวอร์ส

วิธีทำ

- (1) สมบัติปิด

เนื่องจาก  $a * b = a+b+3$  เป็นจำนวนจริงเสมอ

- (2) สมบัติการสลับที่

เนื่องจาก  $a * b = a+b+3$

และ  $b * a = b+a+3 = a+b+3$

$$\therefore a * b = b * a$$

- (3) สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม

พิจารณา  $(a * b) * c = (a+b+3) * c$   
 $= (a+b+3)+c+3$   
 $= (a+b+c)+6$

และ  $a * (b * c) = a * (b+c+3)$   
 $= a+(b+c+3)+3$   
 $= (a+b+c)+6$

$$\therefore (a * b) * c = a * (b * c)$$

- (4) สมบัติการมีเอกลักษณ์

ให้  $e$  เป็นเอกลักษณ์

จะได้  $a * e = a$  และ  $e * a = a$

$a+e+3 = a$                        $e+a+3 = a$

ดังนั้น  $e = -3$  และ  $e = -3$

จากทั้ง 2 กรณี

แสดงว่า เอกลักษณ์ คือ  $-3$

(5) สมบัติการมีอินเวอร์ส

ให้  $a^{-1}$  เป็นอินเวอร์สของ  $a$

$$\text{จะได้ } a^{-1} * a = -3 \quad \text{และ} \quad a * a^{-1} = -3$$

$$a^{-1} + a + 3 = -3 \quad \text{และ} \quad a^{-1} + a + 3 = -3$$

$$a^{-1} = -6 - a \quad \text{และ} \quad a^{-1} = -6 - a$$

แสดงว่าอินเวอร์สของ  $a$  คือ  $-6 - a$



ทำแบบฝึกหัดเลย  
นะครับ

★ แบบฝึกหัดที่ 1 ★

1. กำหนดให้  $a, b$  เป็นจำนวนจริง และ  $a \Delta b = a + b + 5$

จงแสดงว่า  $R$  กับ  $\Delta$  มีสมบัติต่อไปนี้หรือไม่

(1) สมบัติปิด

.....

.....

.....

.....

.....

(2) สมบัติการสลับที่

.....

.....

.....

.....

.....

(3) สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม

.....

.....

.....

.....

.....

(4) สมบัติการมีเอกลักษณะ

.....

.....

.....

.....

.....

(5) สมบัติการมีอินเวอร์ส

.....

.....

.....

.....

.....



เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1

1) สมบัติปิด

เนื่องจาก  $a * b = a + b + 5$  เป็นจำนวนจริงเสมอ

2) สมบัติการสลับที่

เนื่องจาก  $a * b = a + b + 5$

และ  $b * a = b + a + 5$   
 $= a + b + 5$

$\therefore a * b = b * a$

3) สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม

พิจารณา  $(a * b) * c = (a + b + 5) * c$   
 $= (a + b + 5) + c + 5$   
 $= a + b + c + 10$

และ  $a * (b * c) = a * (b + c + 5)$   
 $= a + (b + c + 5) + 5$   
 $= (a + b + c) + 10$

$\therefore (a * b) * c = a * (b * c)$



## 4) สมบัติการมีเอกลักษณ์

ให้  $e$  เป็นเอกลักษณ์

$$\text{จะได้ } a * e = a \quad \text{และ} \quad e * a = a$$

$$a + e + 5 = a \quad e + a + 5 = a$$

$$\text{ดังนั้น } e = -5 \quad \text{และ} \quad e = -5$$

จากทั้ง 2 กรณี

แสดงว่า เอกลักษณ์ คือ  $-5$

## 5) สมบัติการมีอินเวอร์ส

ให้  $a^{-1}$  เป็นอินเวอร์สของ  $a$

$$\text{จะได้ } a^{-1} * a = -5 \quad \text{และ} \quad a * a^{-1} = -5$$

$$a^{-1} + a + 5 = -5 \quad \text{และ} \quad a^{-1} + a + 5 = -5$$

$$a^{-1} = -10 - a \quad \text{และ} \quad a^{-1} = -10 - a$$

แสดงว่าอินเวอร์สของ  $a$  คือ  $-10 - a$



หน่วยที่ 3 ชุดที่ 1 - 1

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ  
เรื่อง การหาเศษเหลือโดยใช้ทฤษฎีบทเศษเหลือ



## บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับกระบวนการใช้ทฤษฎีบทเศษเหลือ

ในการหารพหุนามด้วยพหุนามที่กำหนดให้ในระดับม.3 เราต้องใช้การตั้งหารยาวในการหาผลลัพธ์และเศษ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาผลหารและเศษจากการหาร  $x^3 - 5x^2 + 2x + 8$  ด้วย  $x - 2$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 3x - 4 \\
 x - 2 \overline{) x^3 - 5x^2 + 2x + 8} \\
 \underline{x^3 - 2x^2} \phantom{+ 8} \\
 -3x^2 + 2x \phantom{+ 8} \\
 \underline{-3x^2 + 6x} \phantom{+ 8} \\
 -4x + 8 \\
 \underline{-4x + 8} \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

จะเห็นว่า  $x - 2$  หาร  $x^3 - 5x^2 + 2x + 8$  ลงตัว และได้ผลลัพธ์เป็น  $x^2 - 3x - 4$  และเศษคือ 0

เพื่อให้การหาเศษจากการพหุนามสะดวกและรวดเร็วขึ้น ต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีเศษเหลือดังนี้



**ทฤษฎีเศษเหลือ (remainder theorem)**

เมื่อ  $p(x)$  คือ พหุนาม  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  โดยที่  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$  เป็นจำนวนจริง ซึ่ง  $a_n \neq 0$  ถ้าหารพหุนาม  $p(x)$  ด้วย  $x-c$  เมื่อ  $c$  เป็นจำนวนจริงแล้ว เศษเหลือจะเท่ากับ  $p(c)$

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาเศษเหลือเมื่อหาร  $x^3 - 5x^2 + 2x + 8$  ด้วย  $x-2$

วิธีทำ จากโจทย์พบว่า  $p(x)$  อยู่ในรูป  $a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

นั่นคือ  $n = 3$

$$a_3 = 1$$

$$a_2 = -5$$

$$a_1 = 2$$

$$a_0 = 8$$

และ  $x-c = x-2$

$$\therefore c = 2$$

โดยทฤษฎีบทเศษเหลือ เมื่อหาร  $p(x)$  ด้วย  $x-2$  จะได้เศษคือ  $p(2)$

ซึ่ง  $p(2)$  คือ ค่าที่ได้จากการแทน  $x$  ใน  $p(x)$  ด้วย 2

$$p(2) = (2)^3 - 5(2)^2 + 2(2) + 8$$

$$= 0$$

ดังนั้น เศษ คือ 0

**ตัวอย่างที่ 3** จงหาเศษเมื่อหาร  $2x^4 - 7x^3 + x^2 + 7x - 3$  ด้วย  $x+3$

วิธีทำ จากโจทย์พบว่า  $p(x)$  อยู่ในรูป  $a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

นั่นคือ  $n = 4$

$$a_4 = 2$$

$$a_3 = -7$$

$$a_2 = 1$$

$$a_1 = 7$$

$$a_0 = -3$$

และ  $x-c = x+3$



$$\therefore c = -3$$

โดยทฤษฎีบทเศษเหลือ เมื่อหาร  $p(x)$  ด้วย  $x+3$  จะได้เศษคือ  $p(-3)$

$$\begin{aligned} p(-3) &= 2(-3)^4 - 7(-3)^3 + (-3)^2 + 7(-3) - 3 \\ &= 336 \end{aligned}$$

ดังนั้น เศษ คือ 336

จงพิจารณาตัวอย่างที่กำหนดให้แล้วเติมคำตอบในช่องว่างให้ถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 4 จงหาเศษเมื่อหาร  $3x^2 + 5x + 4$  ด้วย  $x-1$

จะได้  $n = \dots\dots\dots$

$p(x)$  อยู่ในรูป  $\dots\dots\dots$

จะได้ว่า  $a_2 = \dots\dots\dots$

$a_1 = \dots\dots\dots$

$a_0 = \dots\dots\dots$

และ  $x-c = \dots\dots\dots$

$\therefore c = \dots\dots\dots$



โดยทฤษฎีบทเศษเหลือ เมื่อหาร  $p(x)$  ด้วย  $x-1$  จะได้เศษคือ  $p(1)$

$$\begin{aligned} p(1) &= 3(\dots)^2 + 5(\dots) + 4 \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

ดังนั้น เศษ คือ  $\dots\dots\dots$

ตัวอย่างที่ 5 กำหนดให้  $p(x) = x^4 - 1$

และ  $x-c = x+1$

ดังนั้น  $n = \dots\dots\dots$

$p(x)$  อยู่ในรูป  $\dots\dots\dots$

$a_4 = \dots\dots\dots$

$a_3 = \dots\dots\dots$

$a_2 = \dots\dots\dots$

$a_1 = \dots\dots\dots$

$a_0 = \dots\dots\dots$



$$\text{และ } x - c = x + 1$$

$$\therefore c = \dots\dots\dots$$

โดยทฤษฎีบทเศษเหลือ เมื่อหาร  $p(x)$  ด้วย  $x+1$  จะได้เศษคือ  $p(\dots)$

$$p(\dots) = (\dots)^4 - 1 = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น เศษ คือ  $\dots\dots\dots$

เฉลยตัวอย่างที่ 4

ได้  $n = 2$

$p(x)$  อยู่ในรูป  $a_2x^2 + a_1x + a_0$

จะได้ว่า  $a_2 = 3$

$a_1 = 5$

$a_0 = 4$

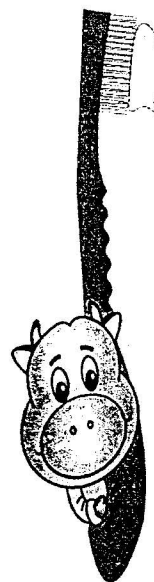
และ  $x - c = x - 1$

$\therefore c = 1$

เมื่อนำ  $p(x)$  ด้วย  $x - 1$  จะได้เศษเหลือคือ  $p(1)$

$$\begin{aligned} p(1) &= 3(1)^2 + 5(1) + 4 \\ &= 12 \end{aligned}$$

ดังนั้น เศษ คือ 12



เฉลยตัวอย่างที่ 5

$n = 4$

$P(x)$  อยู่ในรูป  $a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$

$a_4 = 1$

$a_3 = 0$

$a_2 = 0$

$a_1 = 0$

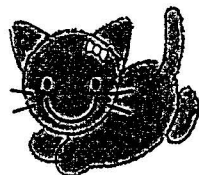
$a_0 = -1$

$\therefore c = -1$

เมื่อนำ  $p(x)$  ด้วย  $x + 1$  จะได้เศษคือ  $P(-1)$

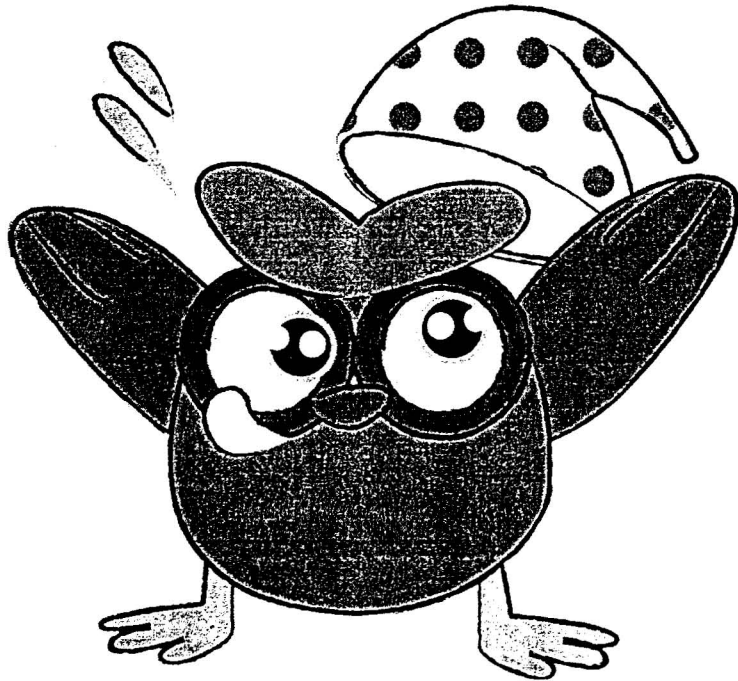
$$p(-1) = (-1)^4 - 1 = 0$$

ดังนั้น เศษ คือ 0



หน่วยที่ 3 ชุดที่ 1-2

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้าน  
การประยุกต์  
เรื่อง การประยุกต์ทฤษฎีบทเศษเหลือ



**บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับการนำความรู้ไปใช้ด้านการประยุกต์**

**ตัวอย่างที่ 1** ถ้า  $x+2$  หารพหุนาม  $x^3 + 2x^2 - 5x + k$  ลงตัว แล้ว  $k$  มีค่าเท่าใด

วิธีทำ  $x+2$  หารพหุนาม  $x^3 + 2x^2 - 5x + k$  ลงตัว

$$\text{นั่นคือ } p(-2) = 0$$

$$\text{ดังนั้น } (-2)^3 + 2(-2)^2 - 5(-2) + k = 0$$

$$10 + k = 0$$

$$\therefore k = -10$$

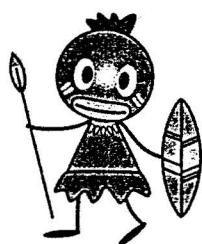
**ตัวอย่างที่ 2** ถ้า  $x+1$  หาร  $x^3 + 3x^2 + 3x + k$  ลงตัว แล้ว  $k$  มีค่าเท่าใด

วิธีทำ  $x+1$  หาร  $x^3 + 3x^2 + 3x + k$  ลงตัว

$$\text{นั่นคือ } p(\dots) = 0$$

$$\text{ดังนั้น } (\dots)^3 + 3(\dots)^2 + 3(\dots) + k = 0$$

$$\therefore k = \dots\dots\dots$$



**ตัวอย่างที่ 3** ถ้า  $x-3$  หาร  $x^2 + 2x + k$  เหลือเศษ 5 แล้ว  $k$  มีค่าเท่าใด

วิธีทำ  $x-3$  หารพหุนาม  $x^2 + 2x + k$  แล้วเหลือเศษ 5

$$\text{นั่นคือ } p(3) = 5$$

$$\text{ดังนั้น } (3)^2 + 2(3) + k = 5$$

$$15 + k = 5$$

$$\therefore k = -10$$

**ตัวอย่างที่ 4** ถ้า  $x+4$  หาร  $x^3 - x^2 + 2k + 1$  เหลือเศษ 2 แล้ว  $k$  มีค่าเท่าใด

วิธีทำ  $x+4$  หาร  $x^3 - x^2 + 2k + 1$  เหลือเศษ 2

นั่นคือ  $p(\dots) = 2$

ดังนั้น  $(\dots)^3 - (\dots)^2 + 2k + 1 = 2$

$\therefore k = \dots\dots\dots$



เฉลยตัวอย่างที่ 2

$x + 1$  หาร  $x^3 + 3x^2 + 3x + k$  ลงตัว

นั่นคือ  $p(-1) = 0$

ดังนั้น  $(-1)^3 + 3(-1)^2 + 3(-1) + k = 0$

$$\therefore k = 1$$

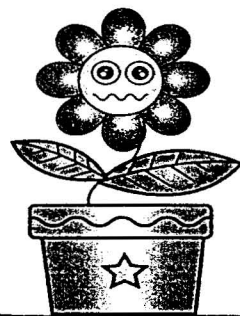
เฉลยตัวอย่างที่ 4

$x + 4$  หาร  $x^3 - x^2 + 2k + 1$  เหลือเศษ 2

นั่นคือ  $p(-4) = 2$

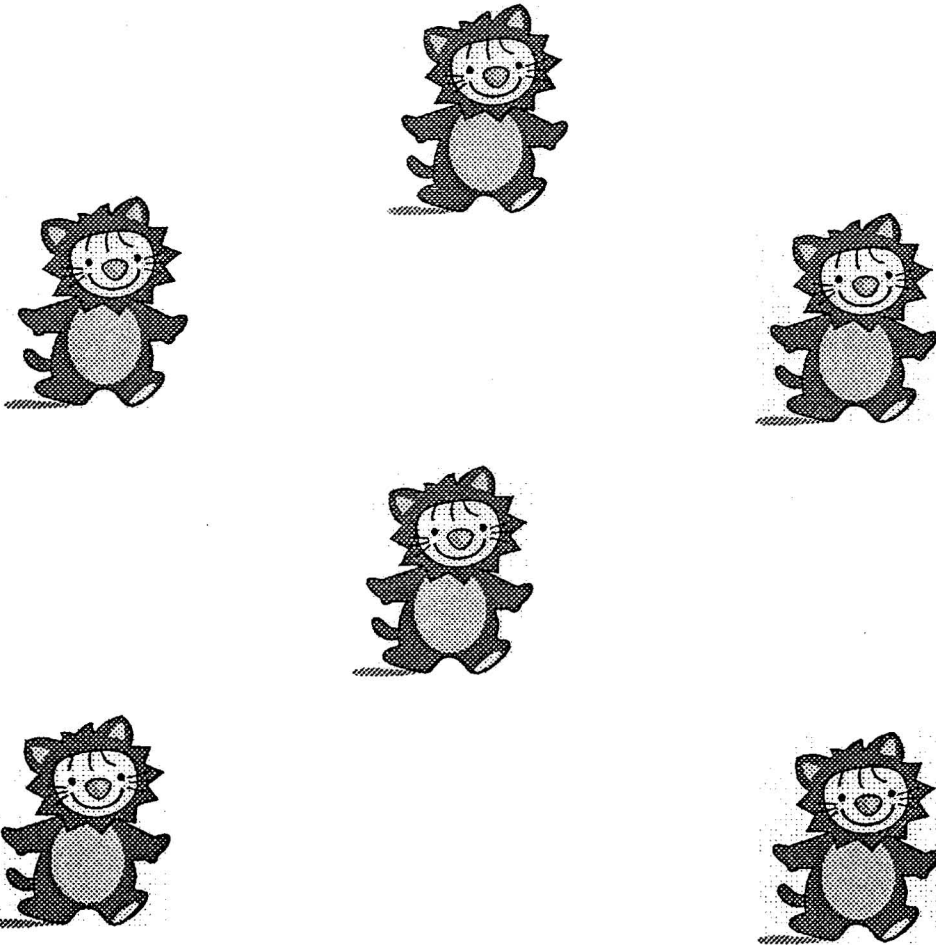
ดังนั้น  $(-4)^3 - (-4)^2 + 2k + 1 = 2$

$$\therefore k = \frac{81}{2}$$



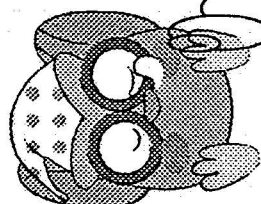
หน่วยที่ 3 ชุดที่ 2 - 1

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางด้านกระบวนการ  
เรื่อง การหาเศษเหลือโดยการหารสังเคราะห์



## บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับกระบวนการหารสังเคราะห์

การหาผลลัพท์และเศษจากการหารพหุนาม  $p(x)$   
ด้วย  $x - c$  เมื่อ  $c \neq 0$  สามารถใช้การหาร  
สังเคราะห์ช่วยในการหาเพื่อให้สะดวกยิ่งขึ้น



**ตัวอย่างที่ 1** จงหาผลหารและเศษจากการหาร  $x^3 + x^2 - 18x + 18$  ด้วย  $x - 3$

การหารโดยทั่วไป

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 4x - 6 \\
 x - 3 \overline{) x^3 + x^2 - 18x + 18} \\
 \underline{x^3 - 3x^2} \phantom{+ 18} \\
 4x^2 - 18x \phantom{+ 18} \\
 \underline{4x^2 - 12x} \phantom{+ 18} \\
 -6x + 18 \\
 \underline{-6x + 18} \\
 \underline{\underline{0}}
 \end{array}$$

← เศษ



การหารสังเคราะห์

ขั้นตอนการหารสังเคราะห์

สมมติให้  $p(x)$  เป็นพหุนามที่มีดีกรีมากกว่าหรือเท่ากับ 1

ถ้าต้องการหาร  $p(x)$  ด้วย  $x - c$  เมื่อ  $c \neq 0$  ด้วยวิธีการหารสังเคราะห์ จะมีวิธีการดังนี้

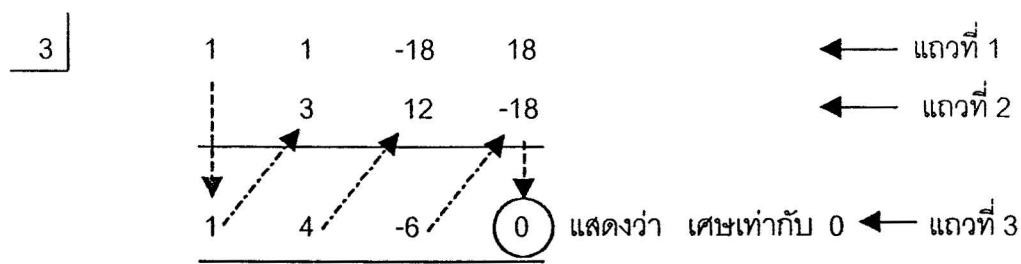
- เขียนสัมประสิทธิ์ของพจน์ต่าง ๆ ของ  $p(x)$  โดยเรียงลำดับกำลังของ  $x$  จากมากไปหาน้อยแล้ว ถ้าพจน์บางพจน์ไม่มีถือว่าสัมประสิทธิ์เท่ากับ 0
  - เขียน  $c$  เป็นตัวหาร
  - จำนวนแรกในแถวที่ 3 จะเท่ากับจำนวนแรกในแถวที่ 1
  - นำ  $c$  คูณกับจำนวนแรกของแถวที่ 3 จะเท่ากับจำนวนแรกในแถวที่ 1
  - บวกจำนวนในแถวที่ 1 และแถวที่ 2 ในตำแหน่งที่สอง นำผลบวกใส่ในตำแหน่งเดียวกันของแถวที่ 3
  - นำ  $c$  คูณกับจำนวนในตำแหน่งที่สองของแถวที่ 3 นำผลคูณใส่ในตำแหน่งที่สามแถวที่ 2
  - บวกจำนวนแถวที่ 1 และแถวที่ 2 ในตำแหน่งที่สาม นำผลมาใส่ในตำแหน่งเดียวกันของแถวที่ 3
- เป็นเช่นนี้ เรื่อย ๆ ไป จนหมดทุกตำแหน่ง จะได้ว่า



- จำนวนแต่ละจำนวนในแถวที่ 3 (ยกเว้นจำนวนสุดท้าย) เป็นสัมประสิทธิ์ของผลหาร ซึ่งเป็นพหุนามที่มีดีกรีน้อยกว่าดีกรีของ  $p(x)$  อยู่ 1
- จำนวนสุดท้ายในแถวที่ 3 เป็นเศษจากการหาร

ตัวอย่างที่ 2 จงใช้การหารสังเคราะห์ หา  $(x^3 + x^2 - 18x + 18) \div (x - 3)$

วิธีทำ .ในที่นี้  $x - c = x - 3$  ดังนั้น  $c = 3$



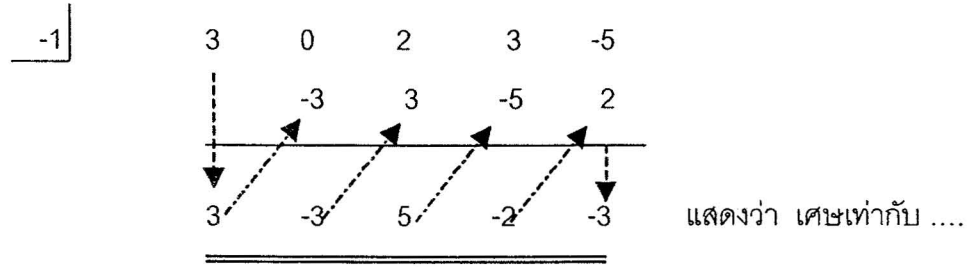
สัมประสิทธิ์ของผลหาร

ดังนั้น  $(x^3 + x^2 - 18x + 18) \div (x - 3) = x^2 + 4x - 6$

หรือ  $x^3 + x^2 - 18x + 18 = (x - 3)(x^2 + 4x - 6)$

**ตัวอย่างที่ 3** จงใช้การหารสังเคราะห์ หา  $(3x^4 + 2x^2 + 3x - 5) \div (x + 1)$

วิธีทำ .ในที่นี้  $x - c = x + 1$  ดังนั้น  $c = -1$



ดังนั้น  $(3x^4 + 2x^2 + 3x - 5) \div (x + 1) = \dots\dots\dots$



### แบบฝึกหัดที่ 1

จงใช้ผลหารสังเคราะห์หาคำตอบต่อไปนี้

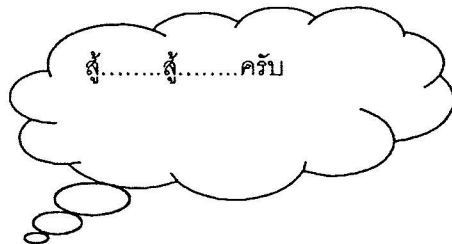
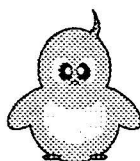
1.  $(x^2 + 5x + 6) \div (x + 2)$

2.  $(2x^2 + 7x + 8) \div (x + 3)$

3.  $(4x^3 - 8x^2 + 13x - 5) \div \left(x - \frac{1}{2}\right)$

4.  $(6x^3 - 14x^2 + 16x + 8) \div \left(x - \frac{1}{3}\right)$

5.  $(3x^4 - 2x^3 + x^2 - x + 7) \div (x - 2)$



เฉลยตัวอย่างที่ 3

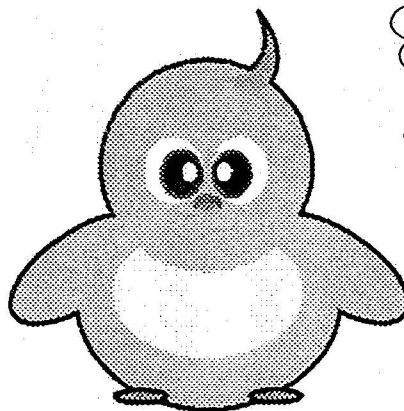
เศษคือ .....-3.....

ดังนั้น  $(3x^4 + 2x^2 + 3x - 5) \div (x + 1) = 3x^3 - 3x^2 + 5x - 2$  เศษ -3



เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1

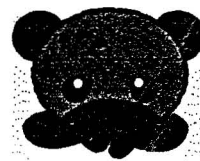
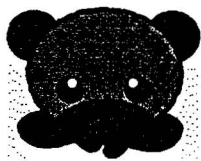
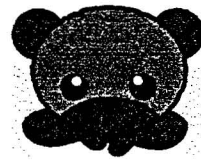
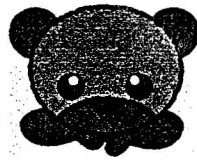
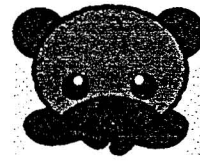
1.  $x+3$
2.  $2x+3$  เศษ 2
3.  $4x^2-6x+10$
4.  $6x^2-12x+12$  เศษ 12
5.  $3x^3+4x^2+9x+17$  เศษ 17



ถูก.....ข้อ

หน่วยที่ 3 ชุดที่ 3 - 1

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง  
ทางการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท กฎหรือสูตร  
เรื่อง ทฤษฎีบทตัวประกอบ



**บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับการใช้ทฤษฎีบทตัวประกอบ**

จากทฤษฎีบทเศษเหลือ ที่กล่าวว่า ถ้าหาร  $p(x)$  ด้วยพหุนาม  $x-c$  เมื่อ  $c$  เป็นจำนวนจริงแล้วเศษเหลือจะเท่ากับ  $p(c)$  เราสามารถเขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

ถ้าให้  $q(x)$  เป็นผลหาร

$$\frac{p(x)}{x-c} = q(x) + \frac{p(c)}{x-c}$$

หรือ

$$p(x) = (x-c)q(x) + p(c)$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาเศษเหลือเมื่อหาร  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$  ด้วย  $x-2$

โดยทฤษฎีบทเศษเหลือ เมื่อหาร  $p(x)$  ด้วย  $x-2$  จะได้เศษเหลือคือ  $p(2)$

$$p(2) = 2^3 - 6(2)^2 + 11(2) - 6 = 0$$

ดังนั้น เศษ คือ 0

จากตัวอย่างพบว่า  $x-2$  หาร  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$  แล้วเหลือเศษ 0 นั่นคือ

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = (x-2)q(x) + 0 \text{ เมื่อ } q(x) \text{ คือ ผลหาร}$$

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = (x-2)q(x)$$

ในลักษณะเช่นนี้เราเรียก  $x-2$  ว่าเป็นตัวประกอบของ  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

**ทฤษฎีบทตัวประกอบ (factor theorem)**

เมื่อ  $p(x)$  คือพหุนาม  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  โดยที่  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$  เป็นจำนวนจริง ซึ่ง  $a_n \neq 0$  พหุนาม  $p(x)$  จะมี  $x-c$  เป็นตัวประกอบ

ตัวอย่างที่ 2 จงแสดงว่า  $x-2$  เป็นตัวประกอบของ  $x^2 + x - 6$

วิธีทำ ให้  $p(x) = x^2 + x - 6$

จะได้  $p(2) = (2)^2 + (2) - 6$

$$= 0$$

ดังนั้น  $x-2$  เป็นตัวประกอบของ  $x^2 + x - 6$



ตัวอย่างที่ 3 กำหนด  $p(x) = x^2 + 5x + 4$  และ  $x - c = x + 5$

$$\text{พบว่า } p(-5) = (-5)^2 + 5(-5) + 4 = 4 - 25 + 4 = -16 \neq 0$$

เราสรุปได้ว่า  $x + 5$  ..... ตัวประกอบของ  $x^2 + 5x + 4$

(เป็น / ไม่เป็น)

ตัวอย่างที่ 4 จงแสดงว่า  $x - 2$  เป็นตัวประกอบของ  $x^3 - 5x^2 + 2x + 8$

วิธีทำ ให้  $p(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$

$$p(\dots) = (\dots)^3 - 5(\dots)^2 + 2(\dots) + 8$$

$$= \dots$$

ดังนั้น .....

ตัวอย่างที่ 5 จงพิจารณาว่า  $x + 1$  เป็นตัวประกอบของ  $x^3 - 1$  หรือไม่

วิธีทำ ให้  $p(x) = x^3 - 1$

$$p(\dots) = \dots$$

$$= \dots$$

ดังนั้น .....

**ทฤษฎีตัวประกอบตรรกยะ**

เมื่อ  $p(x)$  คือ พหุนามในรูป  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  โดยที่  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$  เป็นจำนวนเต็มซึ่ง  $a_n \neq 0$

ถ้า  $x - \frac{k}{m}$  เป็นตัวประกอบของพหุนาม  $p(x)$  โดยที่  $m$  และ  $k$  เป็นจำนวนเต็มซึ่ง  $m \neq 0$  และ ห.ร.ม. ของ  $m$  และ  $k$  เท่ากับ 1 แล้ว  $m$  จะเป็นตัวหารของ  $a_n$  และ  $k$  จะเป็นตัวหารของ  $a_0$



ตัวอย่างที่ 6 กำหนดให้  $p(x) = 12x^3 + 16x^2 - 5x - 3$

จะได้  $a_n = 12$  และ  $a_0 = -3$

จำนวนเต็มที่หาร  $-3$  ลงตัว คือ  $\pm 1, \pm 3$

จำนวนเต็มที่หาร  $12$  ลงตัว คือ  $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12$

ดังนั้น จำนวนตรรกยะ  $\frac{k}{m}$  ที่ทำให้  $P(\frac{k}{m}) = 0$

จะเป็นจำนวนที่อยู่ในกลุ่มของจำนวนต่อไปนี้

คือ  $\pm 1, \pm 3, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{1}{4}, \pm \frac{3}{4}, \pm \frac{1}{6}, \pm \frac{1}{12}$  (ซึ่งจำนวนเหล่านี้ ได้มาจาก

จำนวนที่เป็นตัวประกอบของ  $-3$  หารด้วย จำนวนที่เป็นตัวประกอบของ  $12$  โดยที่ ห.ร.ม. ของตัวตั้งและตัวหารเท่ากับ  $1$ )

ตัวอย่างที่ 7 กำหนดให้  $p(x) = 3x^3 - 10x^2 + 9x - 2$

พิจารณา  $p(x)$  พบว่า  $a_n = \dots\dots\dots$  และ  $a_0 = \dots\dots\dots$

จำนวนเต็มที่หาร  $\dots\dots\dots$  ลงตัว คือ  $\dots\dots\dots$

จำนวนเต็มที่หาร  $\dots\dots\dots$  ลงตัว คือ  $\dots\dots\dots$

ดังนั้น จำนวนตรรกยะ  $\frac{k}{m}$  ที่ทำให้  $p(\frac{k}{m}) = 0$

จะเป็นจำนวนที่อยู่ในกลุ่มของจำนวนต่อไปนี้

คือ  $\dots\dots\dots$

ตัวอย่างที่ 8 กำหนดให้  $p(x) = 6x^3 - x^2 - 5x + 2$

พิจารณา  $p(x)$  พบว่า  $a_n = \dots\dots\dots$  และ  $a_0 = \dots\dots\dots$

จำนวนเต็มที่หาร  $\dots\dots\dots$  ลงตัว คือ  $\dots\dots\dots$

จำนวนเต็มที่หาร  $\dots\dots\dots$  ลงตัว คือ  $\dots\dots\dots$

ดังนั้น จำนวนตรรกยะ  $\frac{k}{m}$  ที่ทำให้  $p(\frac{k}{m}) = 0$

จะเป็นจำนวนที่อยู่ในกลุ่มของจำนวนต่อไปนี้

คือ  $\dots\dots\dots$



เฉลยตัวอย่างที่ 3

ไม่เป็น

เฉลยตัวอย่างที่ 4

$$\begin{aligned} p(2) &= (2)^3 - 5(2)^2 + 2(2) + 8 \\ &= 0 \end{aligned}$$

ดังนั้น  $x - 2$  เป็นตัวประกอบของ  $x^3 - 5x^2 + 2x + 8$

เฉลยตัวอย่างที่ 5

$$\begin{aligned} p(-1) &= (-1)^3 - 1 \\ &= -2 \end{aligned}$$

ดังนั้น  $x + 1$  ไม่เป็นตัวประกอบของ  $x^3 - 1$

เฉลยตัวอย่างที่ 7

พิจารณา  $p(x)$  พบว่า  $a_n = 3$  และ  $a_0 = -2$

จำนวนเต็มหาร -2 ลงตัว คือ 1, 2

จำนวนเต็มหาร 3 ลงตัว คือ 1, 3

ดังนั้น จำนวนตรรกยะ  $\frac{k}{m}$  ที่ทำให้  $p\left(\frac{k}{m}\right) = 0$

จะเป็นจำนวนที่อยู่ในกลุ่มของจำนวนต่อไปนี้ คือ 1, 2,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{3}$

เฉลยตัวอย่างที่ 8

พิจารณา  $p(x)$  พบว่า  $a_n = 6$  และ  $a_0 = 2$

จำนวนเต็มหาร 2 ลงตัว คือ 1, 2

จำนวนเต็มหาร 6 ลงตัว คือ 1, 2, 3, 6

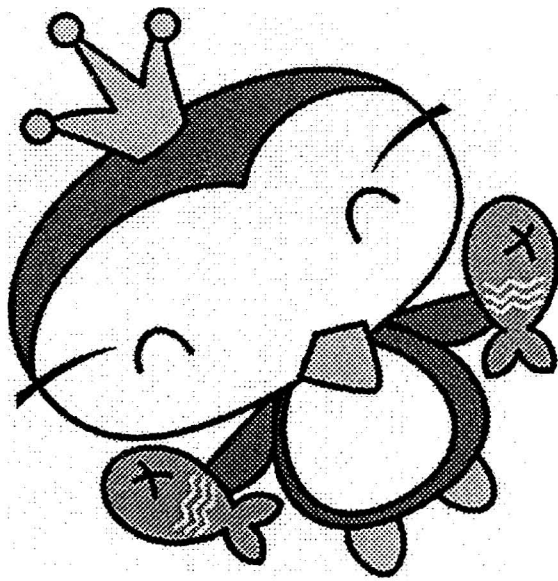
ดังนั้น จำนวนตรรกยะ  $\frac{k}{m}$  ที่ทำให้  $p\left(\frac{k}{m}\right) = 0$

จะเป็นจำนวนที่อยู่ในกลุ่มของจำนวนต่อไปนี้ คือ 1, 2,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{3}$



หน่วยที่ 3 ชุดที่ 3 - 2

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ  
เรื่อง การแยกตัวประกอบ



**บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับกระบวนการแยกตัวประกอบ**

กำหนด  $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  และ  $x - c$  โดยที่  $c$  และสัมประสิทธิ์ของพหุนามเป็นจำนวนเต็ม และ  $a_n = 1$

การแยกตัวประกอบของพหุนาม  $p(x)$  โดยใช้ทฤษฎีบทเศษเหลือในกรณีนี้ทำได้ดังนี้

- 1) หาตัวประกอบ  $c$  ของ  $a_0$  ที่ทำให้  $p(c) = 0$
- 2) นำ  $x - c$  ที่หาได้ไปหาร  $p(x)$  ผลหารจะเป็นพหุนามที่ต่ำกว่าดีกรีของ  $p(x)$  อยู่ 1
- 3) ถ้าผลหารในข้อ 2) ยังมีดีกรีสูงกว่าสองและสามารถแยกตัวประกอบต่อไปได้อีก ก็แยกตัวประกอบของผลหารนั้นตามขั้นตอนในข้อ 1) และข้อ 2) แต่ถ้าผลหารมีดีกรีสองจะใช้วิธีแยกตัวประกอบที่นักเรียนเคยเรียนมา หรือใช้วิธีในข้อ 1) หรือ ข้อ 2) ก็ได้

**ตัวอย่างที่ 1** จงแยกตัวประกอบของ  $x^3 + x^2 - 8x - 12$

$$\text{ให้ } p(x) = x^3 + x^2 - 8x - 12$$

เนื่องจากจำนวนเต็มที่หาร  $-12$  ลงตัวคือ  $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12$

พิจารณา  $p(-2)$  จะได้

$$p(-2) = (-2)^3 + (-2)^2 - 8(-2) - 12 = 0$$

ดังนั้น  $x + 2$  เป็นตัวประกอบของ  $x^3 + x^2 - 8x - 12$

นำ  $x + 2$  ไปหาร  $x^3 + x^2 - 8x - 12$  ได้ผลหารเป็น  $x^2 - x - 6$

$$\begin{aligned} \therefore x^3 + x^2 - 8x - 12 &= (x + 2)(x^2 - x - 6) \\ &= (x + 2)(x + 2)(x - 3) \end{aligned}$$

**ตัวอย่างที่ 2** จงแยกตัวประกอบของ  $x^4 - 5x^2 + 4$

$$\text{ให้ } p(x) = x^4 - 5x^2 + 4$$

เนื่องจากจำนวนเต็มที่หาร  $4$  ลงตัวคือ .....

พิจารณา  $p(1)$  จะได้

$$p(1) = (\dots)^4 - 5(\dots)^2 + 4 = 0$$

ดังนั้น ..... เป็นตัวประกอบของ  $x^4 - 5x^2 + 4$

นำ ..... ไปหาร  $x^4 - 5x^2 + 4$  ได้ผลลัพธ์เป็น .....

$$\therefore x^4 - 5x^2 + 4 = \dots\dots\dots$$

กำหนด  $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  และ  $x - \frac{k}{m}$

โดยที่  $a_n \neq 0$  และ  $m \neq 0$

ขั้นตอนในการแยกตัวประกอบของ  $p(x)$  มีขั้นตอนดังนี้

1) หา  $\frac{k}{m}$  โดยพิจารณา  $m$  และ  $k$  จากตัวประกอบของ  $a_n$  และ  $a_0$  ตามลำดับ และ ห.ร.ม. ของ  $m$  และ  $k$  เท่ากับ 1

2) ทดสอบว่า  $P(\frac{k}{m}) = 0$  หรือไม่

- ถ้า  $P(\frac{k}{m}) = 0$  จะได้  $x - \frac{k}{m}$  เป็นตัวประกอบของ  $p(x)$

- ถ้า ไม่มี  $\frac{k}{m}$  ที่ทำให้  $P(\frac{k}{m}) = 0$  แสดงว่า พหุนาม  $p(x)$  ไม่มี

ตัวประกอบที่เป็นพหุนามดีกรีหนึ่งในรูปแบบ  $x - \frac{k}{m}$

3) นำ  $x - \frac{k}{m}$  ซึ่งเป็นตัวประกอบของพหุนาม  $p(x)$  ไปหารพหุนาม  $p(x)$

ผลหารจะเป็นพหุนามดีกรีต่ำกว่าดีกรีของ  $P(x)$

4) ถ้าผลหารในข้อ 3) ยังมีดีกรีสูงกว่าสองและสามารถแยกตัวประกอบต่อไปได้

อีก ก็แยกตัวประกอบตามขั้นตอนในข้อ 1), 2) และ 3) แต่ถ้าผลหารมีดีกรีสองจะใช้วิธีแยกตัวประกอบตามวิธีที่เคยเรียนมาก็ได้

**ตัวอย่างที่ 3** จงแยกตัวประกอบของ  $6x^3 - x^2 - 5x + 2$

● ขั้นที่ 1

จำนวนเต็มที่หาร 2 ลงตัว คือ  $\pm 1, \pm 2$

จำนวนเต็มที่หาร 6 ลงตัว คือ  $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

จำนวนตรรกยะ  $\frac{k}{m}$  ที่เป็นไปได้ คือ  $\pm 1, \pm 2, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{1}{6}, \pm \frac{2}{3}$

● ขั้นที่ 2

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา } P\left(\frac{1}{2}\right) &= 6\left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 5\left(\frac{1}{2}\right) + 2 \\ &= \frac{6}{8} - \frac{1}{4} - \frac{5}{2} + 2 \\ &= \frac{6-2-20+16}{8} = 0 \end{aligned}$$

● ขั้นที่ 3

นำ  $x - \frac{1}{2}$  ไปหาร  $6x^3 - x^2 - 5x + 2$  ได้ผลหารคือ  $3x^2 + x - 2$

$$\begin{aligned} \therefore 6x^3 - x^2 - 5x + 2 &= \left(x - \frac{1}{2}\right)(3x^2 + x - 2) \\ &= \left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 1)(3x - 2) \end{aligned}$$

**ตัวอย่างที่ 4** จงแยกตัวประกอบของ  $3x^3 - 10x^2 + 9x - 2$

● ขั้นที่ 1

จำนวนเต็มทีหาร -2 ลงตัว คือ  $\pm 1, \pm 2$

จำนวนเต็มทีหาร 3 ลงตัว คือ  $\pm 1, \pm 3$

จำนวนตรรกยะ  $\frac{k}{m}$  ที่เป็นไปได้ คือ  $\pm 1, \pm 2, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{2}{3}$

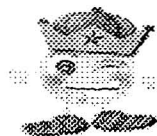
● ขั้นที่ 2

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา } P\left(\frac{1}{3}\right) &= 3(\dots)^3 - 10(\dots)^2 + 9(\dots) - 2 \\ &= \dots \\ &= \dots \end{aligned}$$

● ขั้นที่ 3

นำ  $x - \frac{1}{3}$  ไปหาร  $3x^3 - 10x^2 + 9x - 2$  ได้ผลหารคือ .....

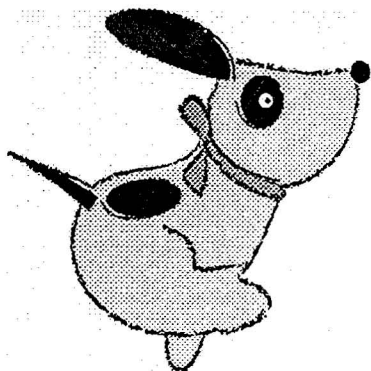
$$\begin{aligned} \therefore 3x^3 - 10x^2 + 9x - 2 &= \dots \\ &= \dots \\ &= \dots \end{aligned}$$



### แบบฝึกหัดที่ 1

จงแยกตัวประกอบของพหุนาม  $p(x)$  ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1.  $p(x) = x^3 - x^2 - 8x + 12$
2.  $p(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$
3.  $p(x) = 3x^3 - 2x^2 - 12x + 8$
4.  $p(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
5.  $p(x) = x^3 + 4x^2 - 7x - 10$



เฉลยตัวอย่างที่ 2

จำนวนเต็มทีหาร 4 ลงตัวคือ  $\pm 1, \pm 2, \pm 4$

พิจารณา  $p(1)$  จะได้

$$p(1) = (1)^4 - 5(1)^2 + 4 = 0$$

ดังนั้น  $(x-1)$  เป็นตัวประกอบของ  $x^4 - 5x^2 + 4$

นำ  $(x-1)$  ไปหาร  $x^4 - 5x^2 + 4$  ได้ผลลัพธ์เป็น  $x^3 + x - 4$

$$\therefore x^4 - 5x^2 + 4 = (x-1)(x^3 + x - 4)$$

เฉลยตัวอย่างที่ 4

ขั้นที่ 2

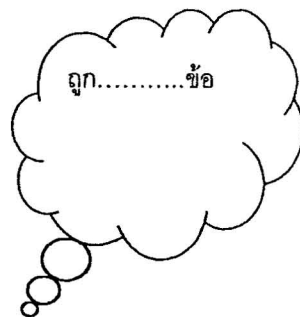
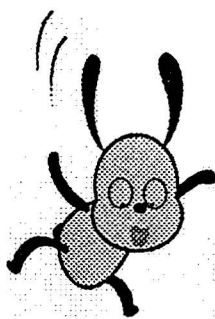
$$\begin{aligned} \text{พิจารณา } P\left(\frac{1}{3}\right) &= 3\left(\frac{1}{3}\right)^3 - 10\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 9\left(\frac{1}{3}\right) - 2 \\ &= 0 \end{aligned}$$

ขั้นที่ 3

$$\begin{aligned} \text{นำ } x - \frac{1}{3} \text{ ไปหาร } 3x^3 - 10x^2 + 9x - 2 \text{ ได้ผลหารคือ } 3x^2 - 9x + 6 \\ \therefore 3x^3 - 10x^2 + 9x - 2 &= \left(x - \frac{1}{3}\right)(3x^2 - 9x + 6) \\ &= \left(x - \frac{1}{3}\right)(3x - 3)(x - 2) \end{aligned}$$

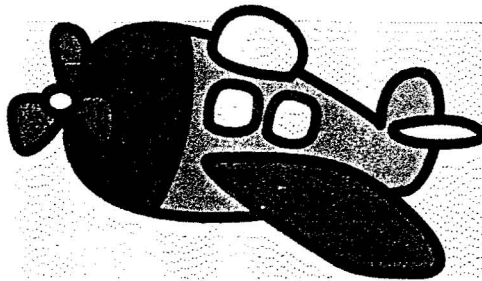
เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1

1.  $(x+3)(x-2)(x-2)$
2.  $(x-3)(x+1)(2x-1)$
3.  $(x-2)(x+2)(3x-2)$
4.  $(x+1)(x+2)(x+3)$
5.  $(x+1)(x-2)(x+5)$



หน่วยที่ 3 ชุดที่ 4 - 1

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง  
ในด้านกระบวนการแก้ปัญหา  
เรื่อง การแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว



## บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับกระบวนการในการแก้สมการพหุนาม

ในระดับมัธยมต้นเราได้ศึกษาการแก้สมการ  $p(x) = 0$  เมื่อ  $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  โดยที่  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_0$  เป็นจำนวนจริง และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก มาบ้างแล้ว

กรณีที่  $n = 1$

รูปแบบสมการคือ  $ax + b = 0$

คำตอบของสมการ คือ  $x = -\frac{b}{a}$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาคำตอบของสมการ  $2x + 3 = 0$

วิธีทำ  $2x + 3 = 0$

นำ  $-3$  บวกทั้งสองข้าง จะได้

$$2x = -3$$

นำ  $\frac{1}{2}$  คูณทั้งสองข้าง จะได้

$$x = -\frac{3}{2}$$

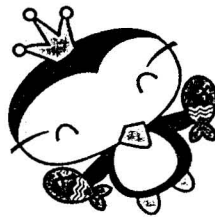
กรณีที่  $n = 2$

รูปแบบของสมการ คือ  $ax^2 + bx + c = 0$

เราทราบว่า  $b^2 - 4ac > 0$  จะได้คำตอบเป็นจำนวนจริง

คือ  $\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  หรือ  $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ซึ่งเราสามารถหาคำตอบของสมการพหุนามโดยใช้การแยกตัวประกอบหรือใช้สูตรต่าง ๆ ของการแยกตัวประกอบ



**ตัวอย่างที่ 2** จงหาคำตอบของสมการ  $2x^2 - 5x - 12 = 0$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad 2x^2 - 5x - 12 &= 0 \\ (2x + 3)(x - 4) &= 0 \\ x &= -\frac{3}{2}, 4 \end{aligned}$$

ดังนั้นคำตอบของสมการ  $2x^2 - 5x - 12 = 0$  คือ  $-\frac{3}{2}, 4$

**ตัวอย่างที่ 3** จงหาคำตอบของสมการ  $x^2 - 2x - 2 = 0$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad x^2 - 2x - 2 &= 0 \\ \text{จาก } x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x &= \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4(1)(-2)}}{2} \\ &= \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} \\ &= 1 \pm \sqrt{3} \end{aligned}$$

ดังนั้นคำตอบของสมการ  $x^2 - 2x - 2 = 0$  คือ  $1 + \sqrt{3}$  และ  $1 - \sqrt{3}$



ตัวอย่างที่ 4 นี้จะแสดงวิธีการหาคำตอบของสมการพหุนาม ซึ่งสามารถใช้ได้กับสมการพหุนามบางสมการเท่านั้น

**ตัวอย่างที่ 4** จงหาเซตคำตอบของสมการ  $3x^3 + 2x^2 - 12x - 8 = 0$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \text{จาก } 3x^3 + 2x^2 - 12x - 8 &= 0 \\ (3x^3 + 2x^2) - (12x + 8) &= 0 \\ x^2(3x + 2) - 4(3x + 2) &= 0 \\ (3x + 2)(x^2 - 4) &= 0 \\ (3x + 2)(x - 2)(x + 2) &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{จะได้ } x = -\frac{2}{3} \text{ หรือ } x = 2 \text{ หรือ } x = -2$$

เซตคำตอบของสมการคือ  $\{-2, -\frac{2}{3}, 2\}$



ตัวอย่างที่กล่าวมาทั้งหมดนี้ นักเรียนเคย  
ได้เรียนมาแล้วในระดับ ม.3 จำได้ไหม  
ครับ

ตัวอย่างที่ 5 จงแก้สมการ  $x^3 + x^2 - 8x - 12 = 0$

$$\text{ให้ } p(x) = x^3 + x^2 - 8x - 12$$

เนื่องจากจำนวนเต็มทีหาร  $-12$  ลงตัวคือ  $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12$

พิจารณา  $p(-2)$  จะได้

$$p(-2) = (-2)^3 + (-2)^2 - 8(-2) - 12 = 0$$

ดังนั้น  $x+2$  เป็นตัวประกอบของ  $x^3 + x^2 - 8x - 12$

นำ  $x+2$  ไปหาร  $x^3 + x^2 - 8x - 12$  ได้ผลหารเป็น  $x^2 - x - 6$

$$\begin{aligned} \therefore x^3 + x^2 - 8x - 12 &= (x+2)(x^2 - x - 6) \\ &= (x+2)(x+2)(x-3) \end{aligned}$$

จากสมการที่กำหนดให้

$$x^3 + x^2 - 8x - 12 = 0$$

$$(x+2)(x+2)(x-3) = 0$$

$$x = -2, 3$$

เซตคำตอบของสมการคือ  $\{-2, 3\}$

ตัวอย่างที่ 3 จงแยกตัวประกอบของ  $6x^3 - x^2 - 5x + 2$

$$\text{ให้ } p(x) = 6x^3 - x^2 - 5x + 2$$

จำนวนเต็มทีหาร 2 ลงตัว คือ  $\pm 1, \pm 2$

จำนวนเต็มทีหาร 6 ลงตัว คือ  $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

จำนวนตรรกยะ  $\frac{k}{m}$  ที่เป็นไปได้ คือ  $\pm 1, \pm 2, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{2}{3}$

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา } P\left(\frac{1}{2}\right) &= 6\left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 5\left(\frac{1}{2}\right) + 2 \\ &= \frac{6}{8} - \frac{1}{4} - \frac{5}{2} + 2 \\ &= \frac{6-2-20+16}{8} = 0 \end{aligned}$$

นำ  $x - \frac{1}{2}$  ไปหาร  $6x^3 - x^2 - 5x + 2$  ได้ผลหารคือ  $3x^2 + x - 2$

$$\begin{aligned}\therefore 6x^3 - x^2 - 5x + 2 &= (x - \frac{1}{2})(3x^2 + x - 2) \\ &= (x - \frac{1}{2})(x + 1)(3x - 2)\end{aligned}$$

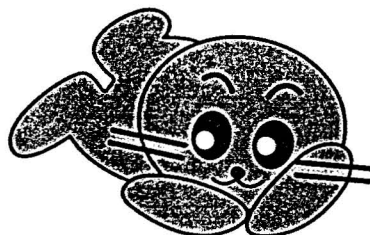
จากสมการที่กำหนดให้

$$6x^3 - x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$(x - \frac{1}{2})(x + 1)(3x - 2) = 0$$

$$x = -1, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}$$

เซตคำตอบของสมการคือ  $\{-1, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}\}$



★ แบบฝึกหัดที่ 1 ★

จงหาเซตคำตอบของสมการพหุนามต่อไปนี้

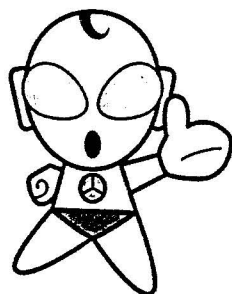
1)  $\frac{3}{2}x + 5 = -2$

2)  $x^2 + 5x + 6 = 0$

3)  $x^3 + 3x^2 + 2x = 0$

4)  $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$

5)  $2x^3 - 3x^2 - 11x + 6 = 0$



เฉลย

1)  $\left\{-\frac{14}{3}\right\}$

2)  $\{-2, -3\}$

3)  $\{-2, -1, 0\}$

4)  $\{-2, -1, 2\}$

5)  $\left\{-2, \frac{1}{2}, 3\right\}$

หน่วยที่ 4 ชุดที่ 1 - 1

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้าน  
บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร  
เรื่อง สมบัติของการไม่เท่ากัน



★ บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับสมบัติของการไม่เท่ากัน ★

1. สมบัติการถ่ายทอด

ให้  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

ถ้า  $a > b$  และ  $b > c$  แล้ว  $a > c$

ตัวอย่างที่ 1 เช่น ถ้า  $10 > 3$  และ  $3 > 2$  ดังนั้น  $10 > 2$

ถ้า  $3 > 1$  และ  $1 > 0$  ดังนั้น .....

ถ้า  $-2 > -3$  และ  $-3 > -4$  ดังนั้น .....



2. สมบัติการบวกเข้าด้วยจำนวนที่เท่ากัน

ให้  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

ถ้า  $a > b$  แล้ว  $a + c > b + c$

ตัวอย่างที่ 2 เช่น ถ้า  $2 > -1$  แล้ว  $2 + 3 > -1 + 3$

นั่นคือ  $5 > 2$

ตัวอย่างที่ 3 เช่น ถ้า  $-5 > -6$  แล้ว  $-5 + (-2) > -6 + (-2)$

นั่นคือ  $-7 > -8$

3. สมบัติการตัดออกด้วยจำนวนที่เท่ากันสำหรับการบวก

ให้  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

ถ้า  $a + c > b + c$  แล้ว  $a > b$

ตัวอย่างที่ 4 เช่น ถ้า  $7 + 2 > 4 + 2$  แล้ว  $7 > 4$

ตัวอย่างที่ 5 ถ้า  $-5 + 1 > -10 + 1$  แล้ว  $-5 > -10$



ตัวอย่างที่ 6 ให้  $X, Y$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

ถ้า  $X + 5 > 20 + 5$  แล้ว  $(X + 5) + (-5) > (20 + 5) + (-5)$

นั่นคือ .....

#### 4. สมบัติการคูณเข้าด้วยจำนวนที่เท่ากัน

ให้  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

4.1) ถ้า  $c > 0$  และ  $a > b$  แล้ว  $ac > bc$

4.2) ถ้า  $c < 0$  และ  $a > b$  แล้ว  $ac < bc$

ตัวอย่างที่ 7 เช่น ถ้า  $5 > 2$  และ  $3 > 0$  แล้ว  $(5)(3) > (2)(3)$

นั่นคือ  $15 > 6$



ตัวอย่างที่ 8 ให้  $X, Y$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

ถ้า  $X > Y$  และ  $5 > 0$  แล้ว  $5X \dots\dots 5Y$

ตัวอย่างที่ 9 เช่น ถ้า  $5 > 2$  และ  $-3 < 0$  แล้ว  $(5)(-3) < (2)(-3)$

นั่นคือ  $-15 < -6$

ตัวอย่างที่ 10 ให้  $X, Y$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

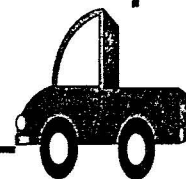
ถ้า  $X > Y$  และ  $-5 < 0$  แล้ว  $-5X \dots\dots -5Y$

#### 5. สมบัติการตัดออกด้วยจำนวนที่เท่ากันสำหรับการคูณ

ให้  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

5.1) ถ้า  $ac > bc$  และ  $c > 0$  แล้ว  $a > b$

5.2) ถ้า  $ac > bc$  และ  $c < 0$  แล้ว  $a < b$



ตัวอย่างที่ 11 เช่น ถ้า  $(3)(2) > (1)(2)$  และ  $2 > 0$  แล้ว  $3 > 1$

ตัวอย่างที่ 12 กำหนดให้  $X, Y$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

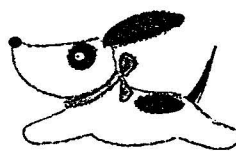
ถ้า  $5X < 5Y$  และ  $5 > 0$  แล้ว  $X \dots\dots Y$

ตัวอย่างที่ 13 เช่น ถ้า  $(5)(-2) > (6)(-2)$  และ  $-2 < 0$  แล้ว  $5 < 6$

ตัวอย่างที่ 14 กำหนดให้  $X, Y$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

ถ้า  $-5X < -5Y$  และ  $-5 < 0$  แล้ว  $X \dots\dots Y$

.....



เฉลยตัวอย่างที่ 1

1)  $3 > 0$

$-2 > -3$  และ  $-3 > -4$  ดังนั้น  $-2 > -4$

เฉลยตัวอย่างที่ 3

$-5 + (-2) > -6 + (-2)$

เฉลยตัวอย่างที่ 4

$-5 > -10$

เฉลยตัวอย่างที่ 6

$x > 20$

เฉลยตัวอย่างที่ 8

$5x > 5y$

เฉลยตัวอย่างที่ 10

$-5x < -5y$

เฉลยตัวอย่างที่ 12

$x < y$

เฉลยตัวอย่างที่ 14

$x > y$



## แบบฝึกหัด

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ

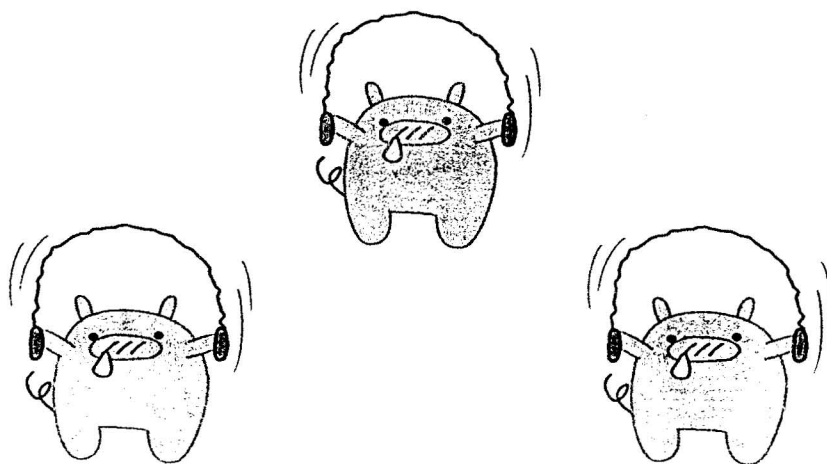
1. ถ้า  $4 > 3$  แล้ว  $4 + 7 > 3 + 7$
2. ถ้า  $6 > 2$  แล้ว  $(6)(5) > (2)(5)$
3. ถ้า  $6 > 2$  แล้ว  $(6)(-5) < (2)(-5)$
4. ถ้า  $7 + 2 > 4 + 2$  แล้ว  $7 > 4$
5. ถ้า  $(2)(5) > (1)(5)$  แล้ว  $2 < 1$
6. ถ้า  $(3)(-5) > (4)(-5)$  แล้ว  $3 < 4$



เฉลย	
1. จริง	2. จริง
3. จริง	4. จริง
5. เท็จ	6. จริง

หน่วยที่ 5 ชุดที่ 1 - 1

ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้าน  
การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร  
เรื่อง ช่วง




 บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับบทนิยามของช่วง
 

**นิยาม** ให้  $a, b \in \mathbb{R}$  และ  $a < b$  กำหนด

ช่วงจำกัด

$$(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$$

เรียก  $(a, b)$  ว่า ช่วงเปิด  $a, b$

$$[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\}$$

เรียก  $[a, b]$  ว่า ช่วงปิด  $a, b$

$$(a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}$$

เรียก  $(a, b]$  ว่า ช่วงครึ่งเปิด

$$[a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}$$

เรียก  $[a, b)$  ว่า ช่วงครึ่งเปิด

ช่วงอนันต์

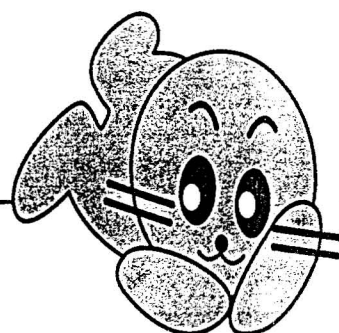
$$(a, \infty) = \{x \mid x > a\}$$

$$[a, \infty) = \{x \mid x \geq a\}$$

$$(-\infty, a) = \{x \mid x < a\}$$

$$(-\infty, a] = \{x \mid x \leq a\}$$

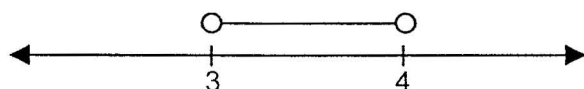
$$(-\infty, \infty) = \mathbb{R} \text{ (เซตของจำนวนจริง)}$$



ตัวอย่างการแสดงช่วงด้วยกราฟบนเส้นจำนวน

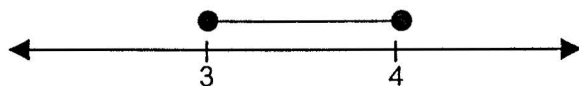
ช่วง  $(3, 4)$  หมายถึง  $\{x \mid 3 < x < 4\}$

แสดงช่วงด้วยกราฟบนเส้นจำนวนได้ คือ



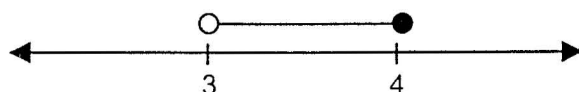
ช่วง  $[3,4]$  หมายถึง  $\{x|3 \leq x \leq 4\}$

แสดงช่วงด้วยกราฟบนเส้นจำนวนได้ คือ



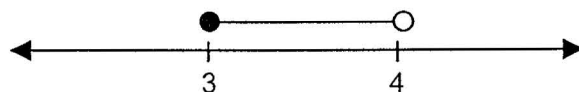
ช่วง  $(3,4]$  หมายถึง  $\{x|3 < x \leq 4\}$

แสดงช่วงด้วยกราฟบนเส้นจำนวนได้ คือ



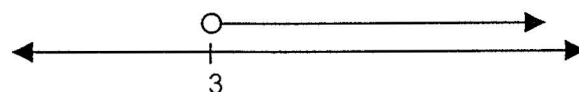
ช่วง  $[3,4)$  หมายถึง  $\{x|3 \leq x < 4\}$

แสดงช่วงด้วยกราฟบนเส้นจำนวนได้ คือ



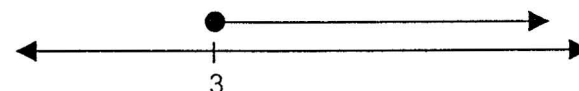
ช่วง  $(3, \infty)$  หมายถึง  $\{x|x > 3\}$

แสดงช่วงด้วยกราฟบนเส้นจำนวนได้ คือ



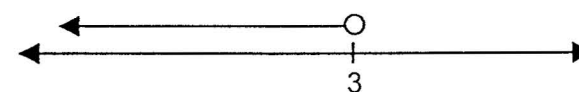
ช่วง  $[3, \infty)$  หมายถึง  $\{x|x \geq 3\}$

แสดงช่วงด้วยกราฟบนเส้นจำนวนได้ คือ



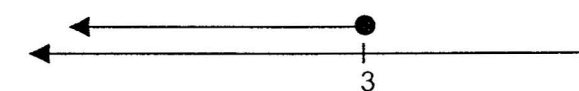
ช่วง  $(-\infty, 3)$  หมายถึง  $\{x|x < 3\}$

แสดงช่วงด้วยกราฟบนเส้นจำนวนได้ คือ



ช่วง  $(-\infty, 3]$  หมายถึง  $\{x|x \leq 3\}$

แสดงช่วงด้วยกราฟบนเส้นจำนวนได้ คือ



แบบฝึกหัดที่ 1

จงเติมคำในช่องว่างให้ถูกต้อง

1) ช่วงเปิด  $(2,5)$  หมายถึง  $\{x|\dots\dots\dots\}$

2) ช่วงเปิด  $(-5,4)$  หมายถึง  $\{x|\dots\dots\dots\}$

3) ช่วงครึ่งเปิด  $[3,7)$  หมายถึง  $\{x|\dots\dots\dots\}$

4) ช่วงครึ่งเปิด  $(0,9]$  หมายถึง  $\{x|\dots\dots\dots\}$

5) ช่วงปิด  $[1,2]$  หมายถึง  $\{x|\dots\dots\dots\}$

6) ช่วงปิด  $[-3,1]$  หมายถึง  $\{x|\dots\dots\dots\}$

7) ช่วง  $(5,\infty)$  หมายถึง  $\{x|\dots\dots\dots\}$

8) ช่วง  $[-2,\infty)$  หมายถึง  $\{x|\dots\dots\dots\}$

9) ช่วง  $(-\infty,4]$  หมายถึง  $\{x|\dots\dots\dots\}$

10) ช่วง  $(-\infty,2)$  หมายถึง  $\{x|\dots\dots\dots\}$

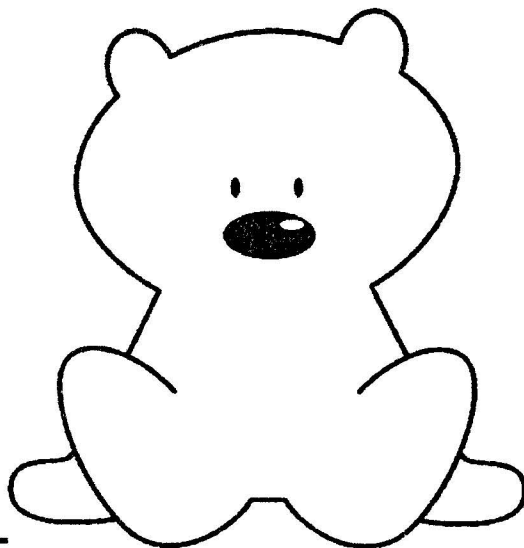


เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1

1.  $\{x/2 < x < 5\}$
2.  $\{x/-5 < x < 4\}$
3.  $\{x/3 \leq x < 7\}$
4.  $\{x/0 < x \leq 9\}$
5.  $\{x/1 \leq x \leq 2\}$
6.  $\{x/-3 \leq x \leq 1\}$
7.  $\{x/x > 5\}$
8.  $\{x/x \geq -2\}$
9.  $\{x/x \leq 4\}$
10.  $\{x/x < 2\}$

หน่วยที่ 5 ชุดที่ 1 - 2

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทาง  
ด้านการประยุกต์  
เรื่อง การกระทำทางซวง



☀ **บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับการกระทำทางช่วง** ☀

**ตัวอย่างที่ 1** จงใช้เส้นจำนวนหาผลลัพธ์ที่เกิดจากการกระทำทางช่วงต่อไปนี้

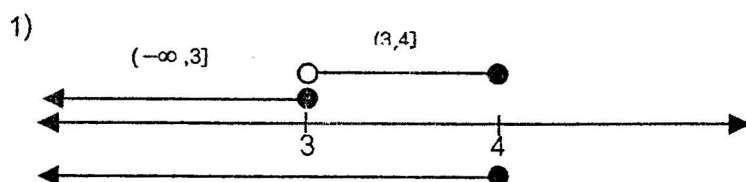
1)  $(-\infty, 3] \cup (3, 4]$

2)  $(-\infty, 5) \cap [2, 7]$

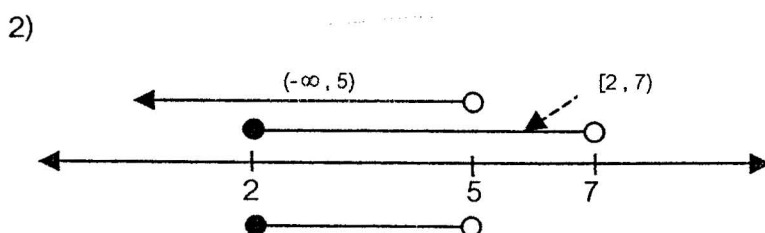
3)  $(-5, 3) - (2, 9]$

4)  $[2, 5]$

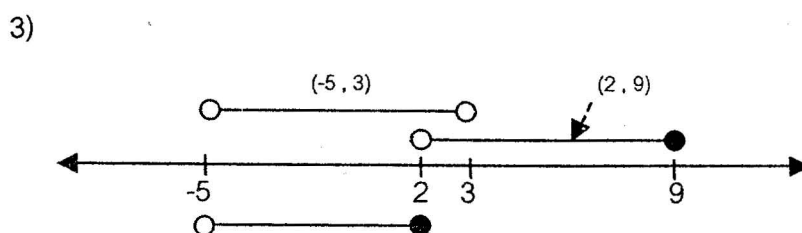
วิธีทำ



∴ คำตอบ คือ  $(-\infty, 4]$



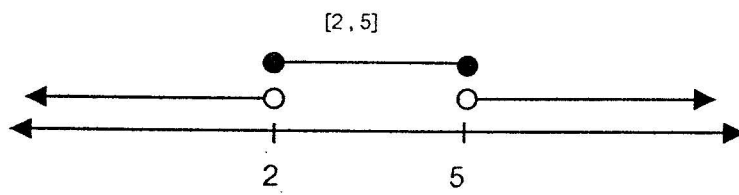
∴ คำตอบ คือ  $[2, 5)$



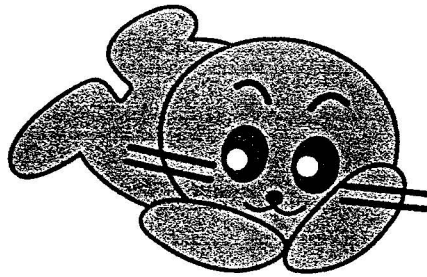
∴ คำตอบ คือ  $(-5, 2]$



4)



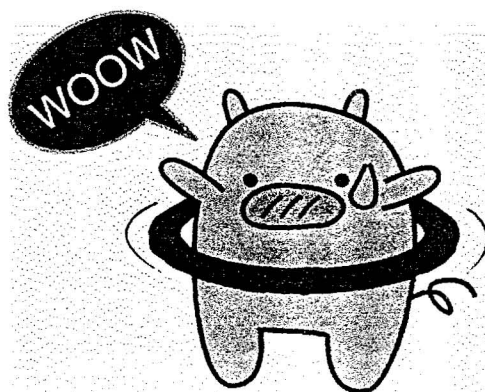
∴ คำตอบ คือ  $(-\infty, 2) \cup (5, \infty)$



★ แบบฝึกหัด ★

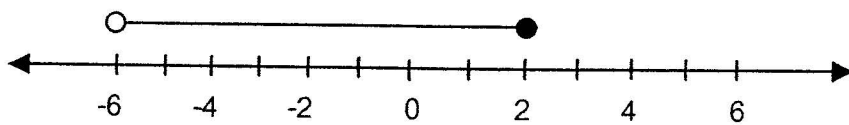
จงแสดงช่วงแต่ละช่วงต่อไปนี้ด้วยเส้นจำนวน

- 1)  $(-6, -3) \cup (-5, 2]$
- 2)  $(-\infty, 3] \cap (1, 5]$
- 3)  $(-\infty, 8] - [2, \infty)$
- 4)  $(2, 7] - (5, \infty)$

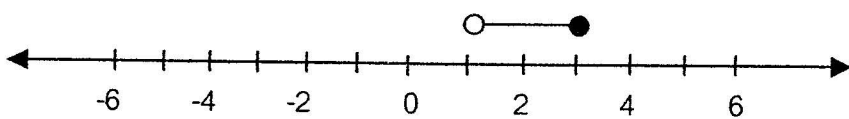




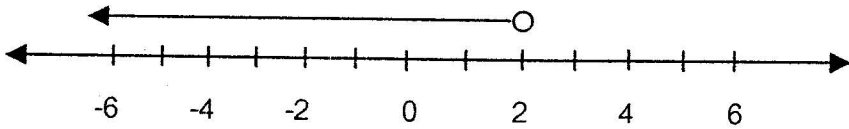
1)



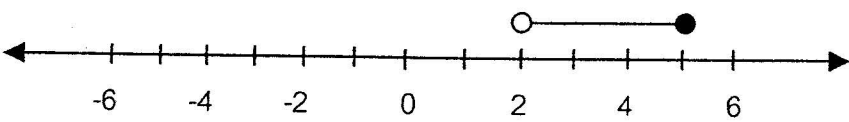
2)



3)

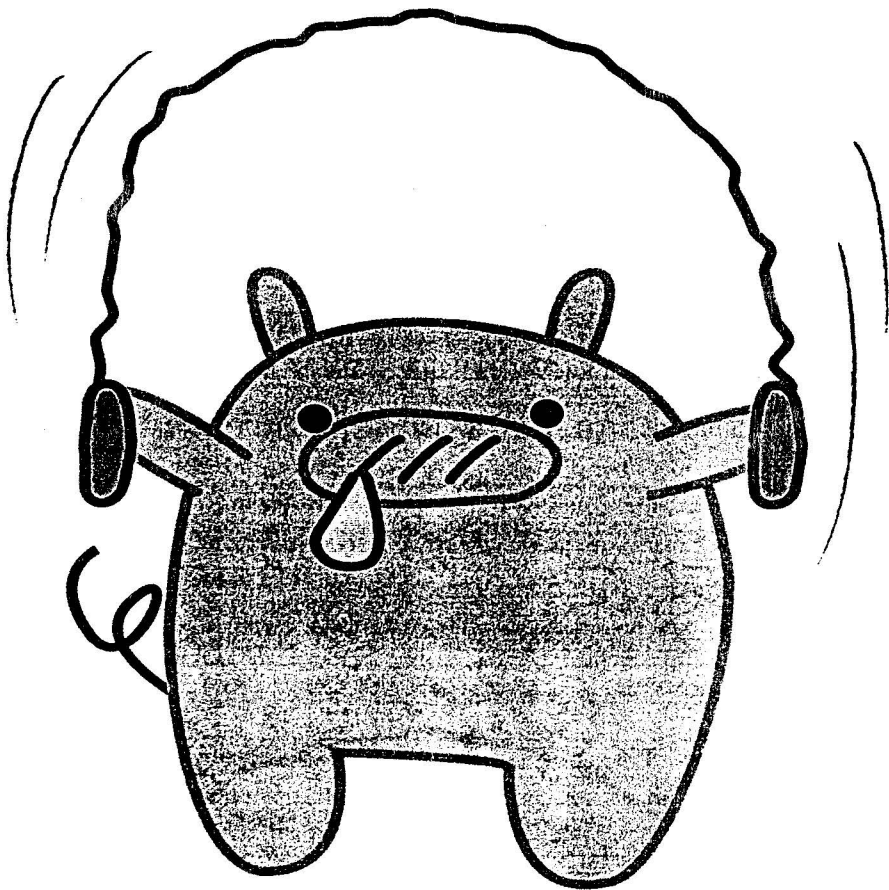


4)



หน่วยที่ 6 ชุดที่ 1 - 1

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้าน  
บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎและสูตร  
เรื่อง ค่าสัมบูรณ์

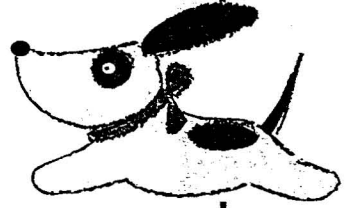


★ บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับบทนิยามของค่าสัมบูรณ์ ★

บทนิยาม

ให้  $x$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ

$$|x| = \begin{cases} x & \text{ถ้า } x \geq 0 \\ -x & \text{ถ้า } x < 0 \end{cases}$$



จากนิยาม พบว่า  $|x| \geq 0$  เสมอ ไม่ว่า  $x$  จะมีค่าเป็นบวก เป็นลบ หรือเป็นศูนย์

ตัวอย่างที่ 1

เนื่องจาก  $5 > 0$  ดังนั้น  $|5| = 5$   
 เนื่องจาก  $0 = 0$  ดังนั้น  $|0| = 0$   
 เนื่องจาก  $-5 < 0$  ดังนั้น  $|-5| = 5$



ตัวอย่างที่ 2 จากนิยามค่าสัมบูรณ์พบว่า

$$|x-3| = \begin{cases} x-3 & \text{เมื่อ } x-3 \geq 0 \\ -(x-3) & \text{เมื่อ } x-3 < 0 \end{cases}$$

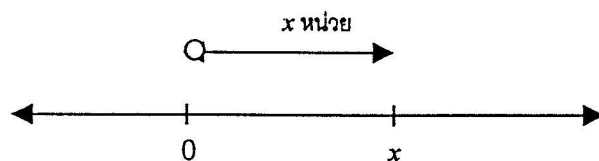
จากตัวอย่างจงเติมคำตอบในช่องว่างให้ถูกต้อง

$$|x-4| = \begin{cases} \dots\dots\dots \text{เมื่อ } x-4 \dots\dots 0 \\ \dots\dots\dots \text{เมื่อ } x-4 \dots\dots 0 \end{cases}$$

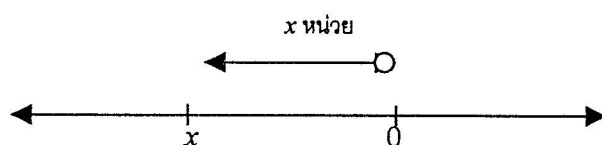
$$|2x-3| = \begin{cases} \dots\dots\dots \text{เมื่อ } 2x-3 \dots\dots 0 \\ \dots\dots\dots \text{เมื่อ } 2x-3 \dots\dots 0 \end{cases}$$

ในทางเรขาคณิต  $|x|$  จะหมายถึง ระยะทางจากจุดแทน 0 ถึงจุดแทน  $x$  บนเส้นจำนวน

ถ้า  $x > 0$



ถ้า  $x < 0$



ตัวอย่างที่ 3 จงพิจารณาตัวอย่างที่กำหนดให้ แล้วเติมคำตอบในช่องว่างให้สมบูรณ์

- (1) ระยะทางจากจุดแทน 0 ถึงจุดแทน 5 เท่ากับ 5 หน่วย นั่นคือ  $|5| = 5$
- (2) ระยะทางจากจุดแทน 0 ถึงจุดแทน -7 เท่ากับ 7 หน่วย นั่นคือ  $|\dots| = 7$
- (3) ระยะทางจากจุดแทน 0 ถึงจุดแทน  $\frac{3}{4}$  เท่ากับ  $\frac{3}{4}$  หน่วย นั่นคือ  $|\dots| = \frac{3}{4}$
- (4) ระยะทางจากจุดแทน 0 ถึงจุดแทน 0 เท่ากับ 0 หน่วย นั่นคือ  $|\dots| = 0$

ทฤษฎีบทของค่าสัมบูรณ์

กำหนดให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

$$|x| \geq 0$$



$$|x| = |-x|$$



ตัวอย่างที่ 4  $|5| = 5$  และ  $|-5| = 5$

นั่นคือ  $|5| \dots\dots\dots |-5|$

( $\neq$ )

ตัวอย่างที่ 5  $|(x+1)| = |x+1|$

$$|xy| = |x||y|$$



ตัวอย่างที่ 6  $|(-7) \times 3| = |-21| = 21$

และ  $|-7||3| = 7 \times 3 = 21$

นั่นคือ  $|(-7) \times 3| \dots\dots\dots |-7||3|$

( $\neq$ )

ตัวอย่างที่ 7  $|(x+3)(x+5)| = |x+3||x+5|$

$$\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}, \quad y \neq 0$$



ตัวอย่างที่ 8  $\left| \frac{-3}{-4} \right| = \left| \frac{3}{4} \right| = \frac{3}{4}$

และ  $\frac{|-3|}{|-4|} = \frac{3}{4}$

นั่นคือ  $\left| \frac{-3}{-4} \right| \dots\dots\dots \left| \frac{3}{4} \right|$

( $\neq$ )

ตัวอย่างที่ 9  $\frac{|x+3|}{|2x+4|} = \frac{|x+3|}{|2x+4|}$  เมื่อ  $x \neq -2$

$$|x-y| = |y-x|$$



ตัวอย่างที่ 10  $|4-2| = |2| = 2$   
 และ  $|2-4| = |-2| = 2$

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า  $|4-2| \dots\dots\dots |2-4|$   
 ( $= / \neq$ )

$$|x|^2 = x^2$$



ตัวอย่างที่ 11  $|-7|^2 = 7^2 = 49$   
 และ  $(-7)^2 = 49$

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า  $|-7|^2 \dots\dots\dots (-7)^2$   
 ( $= / \neq$ )

$$|x+y| \leq |x|+|y|$$



ตัวอย่างที่ 12  $|3+(-2)| = |1|$   
 และ  $|3|+|-2| = 3+2 = 5$

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า  $|3+(-2)| \dots\dots\dots |3|+|-2|$  \_\_\_\_\_ (1)  
 ( $< / >$ )

พิจารณา  $|(-3)+2| = |-1| = 1$   
 และ  $|-3|+|2| = 3+2 = 5$

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า  $|(-3)+2| \dots\dots\dots |-3|+|2|$  \_\_\_\_\_ (2)  
( $</>$ )

พิจารณา  $|3+2| = |5| = 5$

และ  $|3|+|2| = 3+2 = 5$

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า  $|3+2| \dots\dots\dots |3|+|2|$  \_\_\_\_\_ (3)  
( $=/\neq$ )

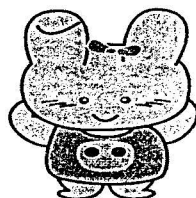
พิจารณา  $|(-3)+(-2)| = |5| = 5$

และ  $|-3|+|-2| = 3+2 = 5$

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า  $|(-3)+(-2)| \dots\dots\dots |-3|+|-2|$  \_\_\_\_\_ (4)  
( $=/\neq$ )

จาก (1),(2),(3) และ(4)

เราสามารถสรุปได้ว่า  $|a+b| \dots\dots\dots |a|+|b|$  สำหรับจำนวนจริง  $a, b$  ใดๆ



## แบบฝึกหัดที่ 1

### 1. จงหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนต่อไปนี้

(1)  $|2| = \dots\dots\dots$

(2)  $|-2| = \dots\dots\dots$

(3)  $|0| = \dots\dots\dots$

(4)  $|3| = \dots\dots\dots$

(5)  $|-3| = \dots\dots\dots$

(6)  $|50| = \dots\dots\dots$

(7)  $|-20| = \dots\dots\dots$

(8)  $|20| = \dots\dots\dots$

(9)  $|-100| = \dots\dots\dots$

(10)  $|100| = \dots\dots\dots$

### 2. จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ

(1)  $|5+(-12)| = |5|+|12|$

(2)  $|-3|^2 = (-3)^2$

(3)  $\left|-\frac{2}{3}\right| = \frac{|-2|}{|3|}$

(4)  $|-6-2| = |-6|-|2|$

(5) ถ้า  $x$  เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว  $|x| < x$

(6) ถ้า  $x$  เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว  $|x| = x$

(7) ถ้า  $x$  เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว  $\sqrt{x^2} = x$



เฉลยตัวอย่างที่ 2

$$|x-4| = \begin{cases} x-4 & \text{เมื่อ } x-4 \geq 0 \\ -(x-4) & \text{เมื่อ } x-4 < 0 \end{cases}$$

$$|2x-3| = \begin{cases} 2x-3 & \text{เมื่อ } 2x-3 \geq 0 \\ -(2x-3) & \text{เมื่อ } 2x-3 < 0 \end{cases}$$

เฉลยตัวอย่างที่ 3

2. -7

3.  $\frac{3}{4}$

4. 0

เฉลยตัวอย่างที่ 4 =

เฉลยตัวอย่างที่ 6 =

เฉลยตัวอย่างที่ 8 =

เฉลยตัวอย่างที่ 10 =

เฉลยตัวอย่างที่ 11 =

เฉลยตัวอย่างที่ 12 < , < , = , = ,

เฉลยแบบฝึกหัด

1)

1. 2

2. 2

3. 0

4. 3

5. 3

6. 3

7. 20

2)

8. 20

9. 100

10. 100

1. เท็จ

2. จริง

3. จริง

4. เท็จ

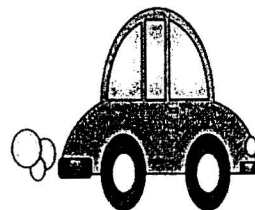
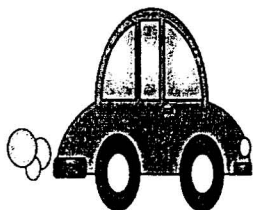
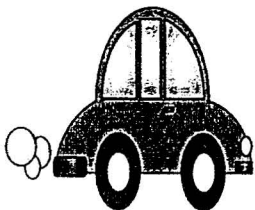
5. เท็จ

6. เท็จ

7. เท็จ

หน่วยที่ 6 ชุดที่ 2 - 2

ชุดการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องด้านการคิดคำนวณ  
เรื่อง การแก้สมการค่าสัมบูรณ์



**บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับทักษะการคิดคำนวณ**
**เรื่อง การแก้สมการค่าสัมบูรณ์**
**ทฤษฎีบท** เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนจริงบวก

 ถ้า  $|x| = a$  แล้ว  $x = a$  หรือ  $x = -a$ 
**ตัวอย่างที่ 1** จงหาเซตคำตอบของสมการ  $|2x+3| = 4$ 

วิธีทำ  $|2x+3| = 4$

จะได้  $2x+3 = 4$  หรือ  $2x+3 = -4$

$2x = 1$  หรือ  $2x = -7$

$x = \frac{1}{2}$  หรือ  $x = -\frac{7}{2}$

**ตรวจคำตอบ**

แทน  $x$  ด้วย  $\frac{1}{2}$  จะได้  $\left|2\left(\frac{1}{2}\right)+3\right| = 4$  เป็นจริง

แทน  $x$  ด้วย  $-\frac{7}{2}$  จะได้  $\left|2\left(-\frac{7}{2}\right)+3\right| = 4$  เป็นจริง

 ดังนั้น เซตคำตอบของสมการ คือ  $\left\{\frac{1}{2}, -\frac{7}{2}\right\}$ 
**ตัวอย่างที่ 2** จงหาเซตคำตอบของสมการ  $|5x+3| = 9$ 

วิธีทำ  $|5x+3| = 9$

จะได้  $5x+3 = \dots\dots\dots$  หรือ  $5x+3 = \dots\dots\dots$

$5x = \dots\dots\dots$  หรือ  $5x = \dots\dots\dots$

$x = \dots\dots\dots$  หรือ  $x = \dots\dots\dots$

**ตรวจคำตอบ**

แทน  $x$  ด้วย  $\dots\dots\dots$  จะได้  $|5(\dots\dots\dots)+3| = \dots\dots\dots$  เป็นจริง

แทน  $x$  ด้วย  $\dots\dots\dots$  จะได้  $|5(\dots\dots\dots)+3| = \dots\dots\dots$  เป็นจริง

 ดังนั้น เซตคำตอบของสมการ คือ  $\{\dots\dots, \dots\dots\}$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาเซตคำตอบของสมการ  $|2x+5| = x+3$

วิธีทำ  $|2x+5| = x+3$

จะได้  $2x+5 = x+3$  หรือ  $2x+5 = -(x+3)$

$x = -2$  หรือ  $2x+5 = -x-3$

$$3x = -8$$

$$x = -\frac{8}{3}$$

ตรวจคำตอบ แทน  $x$  ด้วย  $-2$  จะได้  $|2(-2)+5| = -2+3$

$$1 = 1 \quad \text{เป็นจริง}$$

แทน  $x$  ด้วย  $-\frac{8}{3}$  จะได้  $|2(-\frac{8}{3})+5| = -\frac{8}{3}+3$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \quad \text{เป็นจริง}$$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาเซตคำตอบของสมการ  $|2x+5| = x+3$

วิธีทำ  $|2x+5| = x+3$

จะได้  $2x+5 = x+3$  หรือ  $2x+5 = -(x+3)$

$x = -2$  หรือ  $2x+5 = -x-3$

$$3x = -8$$

$$x = -\frac{8}{3}$$

ตรวจคำตอบ แทน  $x$  ด้วย  $-2$  จะได้  $|2(-2)+5| = -2+3$

$$1 = 1 \quad \text{เป็นจริง}$$

แทน  $x$  ด้วย  $-\frac{8}{3}$  จะได้  $|2(-\frac{8}{3})+5| = -\frac{8}{3}+3$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \quad \text{เป็นจริง}$$

ตัวอย่างที่ 5 จงหาเซตคำตอบของสมการ  $|3x+2| = x+1$

วิธีทำ  $|3x+2| = x+1$

จะได้  $3x+2 = \dots\dots\dots$  หรือ  $3x+2 = \dots\dots\dots$

$3x = \dots\dots\dots$  หรือ  $3x = \dots\dots\dots$

$x = \dots\dots\dots$  หรือ  $x = \dots\dots\dots$

ตรวจคำตอบ แทน  $x$  ด้วย ..... จะได้

$$|3(\quad) + 2| = \dots\dots\dots$$

$$(\dots\dots) + 1 = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots = \dots\dots \quad \text{เป็นจริง}$$

แทน  $x$  ด้วย ..... จะได้

$$|3(\quad) + 2| = \dots\dots\dots$$

$$(\dots\dots) + 1 = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots = \dots\dots \quad \text{เป็นจริง}$$

**เฉลยตัวอย่างที่ 2** จงหาเซตคำตอบของสมการ  $|5x+3| = 9$

วิธีทำ  $|5x+3| = 9$

จะได้  $5x+3 = 9$  หรือ  $5x+3 = -9$

$5x = 6$  หรือ  $5x = -12$

$x = \frac{6}{5}$  หรือ  $x = \frac{-12}{5}$

ตรวจคำตอบ

แทน  $x$  ด้วย  $\frac{6}{5}$  จะได้  $\left|5\left(\frac{6}{5}\right)+3\right| = 9$  เป็นจริง

แทน  $x$  ด้วย  $-\frac{12}{5}$  จะได้  $\left|5\left(-\frac{12}{5}\right)+3\right| = 9$  เป็นจริง

ดังนั้น เซตคำตอบของสมการ คือ  $\left\{\frac{6}{5}, -\frac{12}{5}\right\}$

**เฉลยตัวอย่างที่ 5** จงหาเซตคำตอบของสมการ  $|3x+2| = x+1$

วิธีทำ  $|3x+2| = x+1$

จะได้  $3x+2 = x+1$  หรือ  $3x+2 = -x-1$

$3x = x-1$  หรือ  $3x = -x-3$

$x = -\frac{1}{2}$  หรือ  $x = -\frac{3}{4}$

ตรวจคำตอบ แทน  $x$  ด้วย  $-\frac{1}{2}$  จะได้  $\left|3\left(-\frac{1}{2}\right)+2\right| = \frac{1}{2}$

และ  $\left(-\frac{1}{2}\right)+1 = \frac{1}{2}$  เป็นจริง

แทน  $x$  ด้วย  $-\frac{3}{4}$  จะได้  $\left|3\left(-\frac{3}{4}\right)+2\right| = \frac{1}{4}$

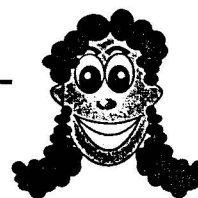
และ  $\left(-\frac{3}{4}\right)+1 = \frac{1}{4}$  เป็นจริง

หน่วยที่ 6 ชุดที่ 3 - 1

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องใน  
ด้านทักษะการคิดคำนวณ  
เรื่อง การแก้สมการค่าสัมบูรณ์



บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับทักษะการคิดคำนวณ  
เรื่องการแก้สมการค่าสัมบูรณ์



**ทฤษฎีบท** เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนจริงบวก

- |     |              |                |                             |
|-----|--------------|----------------|-----------------------------|
| (1) | $ x  < a$    | ความหมายตรงกับ | $-a < x < a$                |
| (2) | $ x  \leq a$ | ความหมายตรงกับ | $-a \leq x \leq a$          |
| (3) | $ x  > a$    | ความหมายตรงกับ | $x < -a$ หรือ $x > a$       |
| (4) | $ x  \geq a$ | ความหมายตรงกับ | $x \leq -a$ หรือ $x \geq a$ |

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาเซตคำตอบของสมการ  $|2x+5| < 9$

วิธีทำ  $|2x+5| < 9$   
 จะได้  $-9 < 2x+5 < 9$   
 $-9-5 < 2x+5-5 < 9-5$   
 $-14 < 2x < 4$   
 $-7 < x < 2$

$\therefore$  เซตคำตอบของสมการคือ  $\{x | -7 < x < 2\}$

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาเซตคำตอบของสมการ  $|3x+2| < 4$

วิธีทำ  $|3x+2| < 4$   
 จะได้  $\dots < 3x+2 < \dots$   
 $\dots < 3x+2-2 < \dots$   
 $\dots < 3x < \dots$   
 $\dots < x < \dots$

$\therefore$  เซตคำตอบของสมการคือ  $\{x | \dots < x < \dots\}$

**ตัวอย่างที่ 3** จงหาเซตคำตอบของสมการ  $\left| \frac{1-x}{2} \right| \leq 1$

วิธีทำ  $\left| \frac{1-x}{2} \right| \leq 1$

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้} \quad & -1 \leq \frac{1-x}{2} \leq 1 \\
 & -2 \leq 1-x \leq 2 \\
 & -3 \leq -x \leq 1 \\
 & 3 \geq x \geq 1 \\
 & 1 \leq x \leq 3
 \end{aligned}$$

∴ เซตคำตอบของอสมการคือ  $\{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาเซตคำตอบของอสมการ  $\left| \frac{x-1}{x-2} \right| > 2$

วิธีทำ จากโจทย์ทราบว่า  $x \neq 2$

$$\begin{aligned}
 \left| \frac{x-1}{x-2} \right| &> 2 \\
 \frac{|x-1|}{|x-2|} &> 2
 \end{aligned}$$

จากท.บ. ที่กล่าวว่า

$$\frac{|x|}{|y|} = \frac{|x|}{|y|} ; y \neq 0$$

$$\begin{aligned}
 |x-1| &> 2|x-2| \\
 |x-1| &> |x||x-2| \\
 |x-1| &> |2x-4|
 \end{aligned}$$

จากท.บ. ที่กล่าวว่า

$$|x| = x \text{ เมื่อ } x \geq 0$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง

$$|x-1|^2 > |2x-4|^2$$

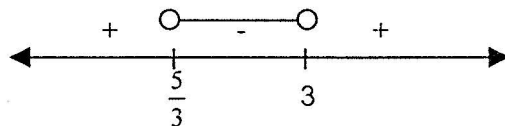
$$(x-1)^2 > (2x-4)^2$$

$$(x-1)^2 - (2x-4)^2 > 0$$

$$(x-1-2x+4)(x-2x+4) > 0$$

$$(-x+3)(3x-5) > 0$$

$$(x-3)(3x-5) < 0$$



จากท.บ. ที่กล่าวว่า

$$|x||y| = |xy|$$

จากท.บ. ที่กล่าวว่า

$$|x|^2 = x^2$$

∴ เซตคำตอบของอสมการคือ  $\left\{ x \mid \frac{5}{3} < x < 3 \right\}$

ตัวอย่างที่ 5 จงหาเซตคำตอบของอสมการ  $|2x+5| > x+3$

$$|2x+5| = \begin{cases} 2x+5 & \text{เมื่อ } x \geq -\frac{5}{2} \\ -2x-5 & \text{เมื่อ } x < -\frac{5}{2} \end{cases}$$

กรณีที่ 1 ถ้า  $x \geq -\frac{5}{2}$  จะได้

$$2x+5 > x+3$$

$$2x > x-2$$

$$x > -2$$

จาก  $x \geq -\frac{5}{2}$  และ  $x > -2$  จะได้ว่า

$$x > -2$$

กรณีที่ 2 ถ้า  $x < -\frac{5}{2}$  จะได้ว่า

$$-2x-5 > x+3$$

$$-2x > x+8$$

$$-3x > 8$$

$$x < -\frac{8}{3}$$

จาก  $x < -\frac{5}{2}$  และ  $x < -\frac{8}{3}$  จะได้ว่า

$$x < -\frac{8}{3}$$

จากทั้ง 2 กรณี จะได้ว่า  $x > -2$  หรือ  $x < -\frac{8}{3}$

ดังนั้นเซตคำตอบของอสมการคือ  $(-\infty, -\frac{8}{3}) \cup (-2, \infty)$



### แบบฝึกหัด

จงหาเซตคำตอบของอสมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1.  $|2x-8| > 7$

2.  $\left| \frac{2x+3}{5} \right| \leq 2$

3.  $|2-3x| = 8$

4.  $\left| \frac{2x+3}{3x+2} \right| < 1$

5.  $|2x+7| > |5x-3|$



เฉลยแบบฝึกหัด

1.  $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{15}{2}, \infty)$

2.  $[-\frac{13}{2}, \frac{7}{2}]$

3.  $(-\infty, -2] \cup [\frac{10}{3}, \infty)$

4.  $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

5.  $(-\frac{4}{7}, \frac{10}{3})$



ถูก.....ข้อ

ประวัติย่อผู้วิจัย

## ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นายเทพฤทธิ์ ยอดใส
วันเดือนปีเกิด	เกิดวันที่ 29 เดือนกุมภาพันธ์ พุทธศักราช 2515
สถานที่เกิด	กรุงเทพมหานคร
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	41/206 หมู่บ้านเสนาวิลล่า 8 ซอยวัดคู์บอน ถนนพระยา สุเรนทร์ แขวงคลองสามวา ตะวันตก เขตคลองสามวา กรุงเทพมหานคร 10510
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	อาจารย์ 1 ระดับ 4
สถานที่ทำงานในปัจจุบัน	โรงเรียนหอวัง
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2532	มัธยมศึกษาปีที่ 6 (แผนการเรียน วิทย์-คณิต) จากโรงเรียนสันติราษฎร์วิทยาลัย กรุงเทพฯ
พ.ศ. 2536	กศ.บ.(คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ กรุงเทพมหานคร
พ.ศ. 2546	กศ.ม.(คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ กรุงเทพมหานคร