

๐๒๒.๙๒-๒๐๖
๒๕๓๒
๕.๕

การศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้การสอนที่ใช้สอนเรื่องพจนานาม
ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ปริญญาโท

ของ

นันทิยา จิทธิรัมย์

๒๕๓๒.๒๕๓๕

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาค้นคว้า

ปริญญาโทศึกษาศาสตร์บัณฑิต

กันยายน ๒๕๓๒

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

171567

การศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเขียนการสอนที่ใช้สอนเรื่องพหุนาม
ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

บทคัดย่อ

ของ

นันทิยา จิตภิรมย์

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาค้นคว้าหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต

กันยายน 2532

การศึกษาครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนที่ไร้สอน
เรื่องพหุนาม ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนแสนสุข
อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2532 จำนวน 2 ห้อง ๆ ละ 40 คน
กลุ่มตัวอย่างได้จากการสุ่มห้องเรียน 2 ห้อง จากห้องเรียนทั้งหมด 6 ห้อง โดยวิธีการสุ่มอย่างง่าย
แล้วใช้การสุ่มอย่างง่ายอีกครั้งเพื่อเลือกเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยสอนกลุ่มทดลองโดยไร้
ชุดการเรียนการสอนเรื่องพหุนาม อาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์ของโรงเรียนสอนกลุ่มควบคุมโดยไร้
การสอนปกติตามคู่มือครูของ สสวท. กลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มใช้เวลาสอน 10 คาบ ๆ ละ 50 นาที
เมื่อสิ้นสุดการทดลองแล้วทำการทดสอบความเหมาะสมกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่องพหุนามที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น สถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูลคือ t-Independent-test เพื่อเปรียบเทียบ
ประสิทธิภาพทางการเรียน เรื่องพหุนามของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยไร้ชุดการเรียนการสอน
กับการสอนปกติ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏว่าประสิทธิภาพทางการเรียนเรื่องพหุนามของกลุ่มทดลองและ
กลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ 0.01

THE EFFICIENCY OF INSTRUCTIONAL PACKAGES ON
TEACHING POLYNOMIALS AT THE
LOWER SECONDARY LEVEL

AN ABSTRACTS

BY

NUNTIYA CHITPIROM

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree
at Srinakharinwirot University

September 1989

The purpose of this study was to examine the efficiency of an Instructional Packages on teaching polynomials at the lower secondary level.

The sample consisted of 2 classes of Matthayom III students of Saensuk School during the first semester of the 1989 academic year. These two classes Simple Randomly were selected from 6 classes. These two classes were randomly selected as experimental group and control group. The experimental group was taught through an Instructional Packages on Teaching Polynomials by the researcher. The control group was taught according to the methods in Teacher's manuals of Institute of Progressing by Science and Technology by the mathematics teacher of that school. The two groups were taught for 10 periods and each period lasted 50 minutes.

At the end of the treatment the achievement test constructed by the researcher was administered to both groups. The t-Independent test was used to compare the efficiency of instructional packages on teaching polynomials with the methods in Teacher's manuals of Institute of Progressing Science and Technology.

The results of this study revealed that the efficiency of Polynomial learning of the experimental and the control group were significantly different at the .01 level.

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ได้รับความช่วยเหลืออย่างค้ำจุนจากรองศาสตราจารย์บุญมา จาริก
อาจารย์สุวรรณ คณากระแสน และอาจารย์ละเอียต ประรณาคี ที่ใ้ภักุณาให้คำแนะนำ
ซื่อคึกเห็น ตลอดจนการแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์รวีวรรณ อังคนุรักษ์พันธุ์ ที่กรุณาช่วยตรวจสอบเครื่องมือใน
การวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.ลาวัลย์ พลกล้า ที่ใ้ภักุณาตรวจแก้ค้ำบ่อ
ภาษาอังกฤษ และอาจารย์ทุกท่านที่ใ้ภักุณาให้คำแนะนำ ตลอดจนแนวคิด เพื่อสนับสนุนจน
กระทั่งปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วง

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้อำนวยการ คณะอาจารย์ และขอขอบคุณนักเรียนโรงเรียนแสนสุข
อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ที่ใ้ภักุณาให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีในการทดลองและเก็บข้อมูล และ
ขอขอบคุณทุกคนที่มีส่วนช่วยเหลือในการทำปริญญานิพนธ์ครั้งนี้

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอน้อมรำลึกถึงพระคุณของบิดา มารดา ที่ใ้ภักุณาตั้งใจแก่ผู้วิจัยมาโดยตลอด

นันทิยา จิณภิรมย์

สารบัญ

บทที่	หน้า	
1	บทนำ	1
	ภูมิหลัง	1
	ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	12
	ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า	12
	ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า	13
	คำนิยามศัพท์เฉพาะ	13
	สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า	15
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	16
	เอกสารเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์	16
	เอกสารทางจิตวิทยา	17
	เอกสารเกี่ยวกับชุดการเรียนรู้การสอน	21
	เอกสารการวิจัยเกี่ยวกับชุดการเรียนรู้การสอน	28
3	วิธีดำเนินการวิจัย	32
	กลุ่มตัวอย่าง	32
	การดำเนินการแบ่งกลุ่มตัวอย่าง	32
	เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	33
	ระยะเวลาของการทดลอง	33
	เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	33
	วิธีดำเนินการทดลอง	39
	วิธีจักรกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล	39

4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	43
	สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	43
	การวิเคราะห์ข้อมูล	43
5	สรุป อภิปรายผล และขอเสนอแนะ	47
	ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	47
	สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า	47
	กลุ่มตัวอย่าง	47
	เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	48
	การดำเนินการทดลอง	48
	การวิเคราะห์ข้อมูล	49
	สรุปผลการศึกษาค้นคว้า	49
	การอภิปรายผล	49
	ขอเสนอแนะทั่วไป	52
	ขอเสนอแนะสำหรับการวิจัยต่อไป	53
	บรรณานุกรม	54
	ภาคผนวก	59
	ประวัติย่อของผู้วิจัย	295

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 แสดงกลุ่มตัวอย่าง จำนวนนักเรียนและวิธีการสอนที่ใช้ในการทดลอง	33
2 คะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนน จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	44
3 ผลการทดสอบความแตกต่างของความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	45
4 ผลการทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	46
5 แสดงค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบแต่ละข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพหุนาม	61
6 แสดงค่า p q และ pq ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องพหุนาม	62
7 แสดงคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนจากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องพหุนาม	63
8 แสดงคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนจากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องพหุนามของกลุ่มทดลอง	65
9 แสดงคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนจากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องพหุนามของกลุ่มควบคุม	66

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่สามารถพัฒนาผู้เรียนให้เป็นคนคิดเป็น คือ คิดอย่างมีเหตุผล และคิดคำนวณได้ถูกต้อง และฝึกให้คนคิดอย่างมีระบบ ระเบียบ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นรากฐานของวิทยาการหลายสาขา เช่น วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ เป็นต้น ประเทศต่าง ๆ หลายประเทศที่เห็นความสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้พยายามปรับปรุงเนื้อหา วิธีสอนให้เหมาะสมและสอดคล้องกับความต้องการของประเทศสำหรับประเทศไทยปัจจุบันนี้สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี หรือที่เรียกชื่อย่อว่า สสวท. (สสวท. 2529 : ค) ได้พยายามปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ไทย เฉพาะในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยเน้นโครงสร้าง กฎ และหลักเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ เน้นความต่อเนื่องของเนื้อหา เน้นความเข้าใจในโมเดลของเรื่องที่สอน และเน้นการสอนที่มุ่งให้ผู้เรียนเป็นคนคิดใคร่ครวญและพิจารณา (สสวท. 2529 : ก) และได้กำหนดจุดประสงค์ของการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับนี้ว่า เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะในการคิดคำนวณ เพื่อใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน มีความเข้าใจในสิ่งแวดล้อมที่เกี่ยวข้องกับการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น อีกทั้งมีความรู้พื้นฐานในการศึกษาวิชาต่าง ๆ ที่ต้องอาศัยคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล สามารถใช้เหตุผลในการแสดงความคิดเห็นอย่างมีระบบ ชัดเจน และรัดกุม ตลอดจนให้นักเรียนมีความเข้าใจในลักษณะและประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ อันจะนำไปสู่ความสนใจที่จะศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม ดังนั้นจึงยากที่นักเรียนส่วนใหญ่จะเรียนเข้าใจได้ดี เนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นปัญหาสำหรับผู้เรียนมีหลายเรื่อง ในระดับ

มัธยมศึกษาตอนต้นเนื้อหาที่เป็นปัญหาเรื่องหนึ่งคือเรื่องพหุนาม วรรณที ชุณหวิธานนท์ (2524 : 117 - 125) ใ้ศึกษาการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพหุนาม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ม.3) การศึกษาครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพหุนาม แบบทดสอบมีทั้งหมด 6 ฉบับ คือ แบบทดสอบการบวก และการลบเอกนาม แบบทดสอบการบวกและการลบพหุนาม แบบทดสอบการคูณพหุนาม แบบทดสอบการหารพหุนาม แบบทดสอบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และแบบทดสอบโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อนำแบบทดสอบมาใช้หาจุดบกพร่องในการเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2523 ของโรงเรียนสังกัด กรมสามัญศึกษา ในเขตท้องที่การศึกษาที่ 4 กรุงเทพมหานคร จำนวน 750 คน เลือกโดยวิธีสุ่มอย่างง่าย สำหรับแบบทดสอบที่ใช้ชั้นแรก ผู้วิจัยได้สร้างหึ่งที่เป็นแบบให้แสดงวิธีทำและเติมคำโดยให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม แล้วนำแบบทดสอบไปทดลองใช้เพื่อสำรวจจุดบกพร่อง ต่อจากนั้นได้คัดแปลงเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก โดยนำคำคมที่นักเรียนส่วนมากตอบผิดในแบบทดสอบชั้นแรกมาเป็นตัวลวง

จากการนำแบบทดสอบวินิจฉัยไปทดลอง เพื่อสำรวจจุดบกพร่อง พบว่านักเรียนส่วนมากมีจุดบกพร่องในการเรียนเรื่องพหุนามดังนี้ คือ

1. เอกนาม การบวก และการลบเอกนาม นักเรียนมีจุดบกพร่องดังนี้

1.1 ไม่เข้าใจความหมายของเอกนาม เข้าใจว่าจำนวนที่อยู่ในรูปการบวกเอกนาม การลบเอกนาม การหารเอกนาม การหารผลบวกของเอกนามด้วยเอกนาม และการคูณเอกนามกับจำนวนที่ไม่ใช่เอกนาม เป็นเอกนาม

1.2 ไม่เข้าใจความหมายของสัมประสิทธิ์ของเอกนาม เข้าใจว่าค่าคงตัวโดยไม่เอาเครื่องหมายลบ ค่าคงตัวที่เป็นเศษ ค่าคงตัวที่เป็นส่วน ค่าคงตัวที่คูณตัวแปร

กำลังหนึ่ง และค่าคงตัวโดยไม่เอาเครื่องหมายลบคูณตัวแปรกำลังหนึ่ง เป็นสัมประสิทธิ์ของเอกนาม

1.3 ไม่เข้าใจความหมายของทีกรีของเอกนาม เข้าใจว่ากำลังสูงสุดของตัวแปร กำลังของตัวแปรแต่ละตัว ผลคูณของกำลังของตัวแปร และสัมประสิทธิ์ของเอกนาม เป็นทีกรีของเอกนาม

1.4 ไม่เข้าใจความหมายของเอกนามคล้าย เข้าใจว่าจำนวนที่มีตัวแปรเหมือนกันและทีกรีเท่ากัน จำนวนที่มีตัวแปรเหมือนกันและกำลังของตัวแปรตัวหนึ่งเท่ากัน จำนวนที่มีตัวแปรเหมือนกัน แต่กำลังของตัวแปรไม่เท่ากัน จำนวนที่มีตัวแปรอย่างน้อยหนึ่งตัวแปรเหมือนกัน และกำลังของตัวแปรเท่ากัน จำนวนที่มีสัมประสิทธิ์และตัวแปรเหมือนกัน และกำลังของตัวแปรตัวหนึ่งเท่ากัน และจำนวนที่มีสัมประสิทธิ์และตัวแปรเหมือนกัน แต่กำลังของตัวแปรไม่เท่ากัน เป็นเอกนามคล้าย

1.5 ไม่เข้าใจการบวก และการลบจำนวนเต็ม

1.6 ไม่เข้าใจการเปลี่ยนการลบให้อยู่ในรูปการบวก

1.7 นำกำลังของตัวแปรบวกกัน

1.8 นำกำลังของตัวแปรกำลังหนึ่งบวกกัน

1.9 นำตัวแปรลบกัน

1.10 สับสนเครื่องหมายในการบวกและการลบ

2. ทฤษฎีบท การบวกและการลบทฤษฎีบท มีจุดบกพร่องดังนี้

2.1 ไม่เข้าใจความหมายของทฤษฎีบท เข้าใจว่าจำนวนที่อยู่ในรูปการหารเอกนาม การหารทฤษฎีบท การหารทฤษฎีบทซึ่งมีสองพจน์ด้วยเอกนาม การหารทฤษฎีบทซึ่งมีสามพจน์ด้วยเอกนาม ผลบวกของเอกนามกับการหารเอกนาม ผลบวกของเอกนามกับผลคูณของตัวแปรซึ่งไม่ใช่เอกนาม ผลต่างของเอกนามกับจำนวนที่ไม่ใช่เอกนาม การคูณเอกนามกับจำนวนที่ไม่ใช่เอกนาม เป็นทฤษฎีบท

2.2 ไม่เข้าใจความหมายของคิกรีของพหุนาม เข้าใจว่าเลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปร ผลบวกของเลขชี้กำลังของตัวแปรทุกตัว ผลบวกของเลขชี้กำลังของตัวแปรที่เป็นตัวเลขปรากฏอยู่ ผลคูณของเลขชี้กำลังของตัวแปรที่เป็นตัวเลขปรากฏอยู่ และผลคูณของเลขชี้กำลังของตัวแปรของพจน์ที่มีคิกรีสูงสุด เป็นคิกรีของพหุนามและเข้าใจว่าเลขชี้กำลังของตัวแปรที่ไม่มีตัวเลขปรากฏอยู่คือศูนย์

2.3 ไม่เข้าใจการนับจำนวนพจน์ นับจำนวนพจน์โดยนับตัวแปรต่างชนิดกัน และไม่นับพจน์อิสระ

2.4 ไม่เข้าใจการบวกและการลบจำนวนเต็ม

2.5 สับสนเครื่องหมายในการบวกและการลบ

2.6 สับสนเครื่องหมายในการจัดหมู่

2.7 รวมเอกนามไม่คล้าย

2.8 เข้าวงเล็บโดยไม่เปลี่ยนเครื่องหมายเป็นตรงข้าม

2.9 ลบโดยไม่สนใจเครื่องหมายของพจน์ที่เป็นตัวเลข

3. การคูณพหุนาม มีจุดบกพร่องดังนี้

3.1 ไม่เข้าใจการคูณเลขยกกำลัง (คูณโยยนำเลขชี้กำลังของตัวแปรมาคูณกันแทนการบวกกัน)

3.2 บกพร่องในการใช้คุณสมบัติการแจกแจง (ไม่ได้เอาพจน์หน้าวงเล็บคูณพจน์ท้ายในวงเล็บ ไม่ได้เอาตัวแปรหน้าวงเล็บคูณพจน์ท้ายในวงเล็บ)

3.3 บกพร่องในการรวมเอกนาม

3.4 รวมเอกนามไม่คล้าย

3.5 สับสนเครื่องหมายในการคูณ

3.6 สับสนเครื่องหมายในการรวมเอกนาม

4. การหารพหุนาม มีจุดบกพร่องดังนี้

4.1 ไม่เข้าใจการหารเลขยกกำลัง (หารโคยนำเลขชี้กำลังของตัวแปรมาบวกกันแทนการลบกัน)

4.2 ไม่เข้าใจการหารลงตัว เข้าใจว่าจำนวนที่หารกันลงตัวจะต้องมีสัมประสิทธิ์หารกันลงตัวเป็นจำนวนเต็ม มีตัวแปรอย่างน้อยหนึ่งตัวหารกันได้ มีสัมประสิทธิ์หารกันลงตัวเป็นจำนวนเต็ม และตัวแปรอย่างน้อยหนึ่งตัวหารกันได้ และเป็นเศษส่วนอย่างต่ำของตัวแปรต่างชนิดกัน

4.3 ไม่เข้าใจความหมายของผลหารและเศษ เอาเศษจากการทอนจำนวนที่ไม่ใช่เอกนามเป็นอย่างต่ำเป็นค่าตอบของเศษ เอาพจน์ท้ายที่เป็นพจน์อิสระซึ่งหารไม่ลงตัวเป็นค่าตอบของผลหารด้วย เอาเศษเฉพาะตัวแปรของจำนวนที่ไม่ใช่เอกนามเป็นค่าตอบของเศษและค่าคงตัวเป็นค่าตอบของผลหาร

4.4 บกพร่องในการใช้คุณสมบัติการแจกแจง (ไม่หารพจน์แรก ไม่หารพจน์ท้าย ไม่หารตัวแปรพจน์แรก ไม่หารตัวแปรพจน์ท้าย ไม่หารสัมประสิทธิ์ในพจน์ท้าย ไม่หารตัวแปรพจน์แรกและพจน์ที่สอง ไม่หารพจน์แรกและพจน์ที่สอง)

4.5 สับสนเครื่องหมายในการลบ การคูณ และการหาร

4.6 ลบโดยไม่สนใจเครื่องหมายของพจน์ที่เป็นลบ

จากประสบการณ์ของผู้วิจัยพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในการเรียนเรื่องพหุนามสอดคล้องกับ วรรณคดี ชูณหุณียานนท์ ซึ่งสังเกตได้จากตัวอย่างที่นักเรียนส่วนใหญ่ทำผิด ดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลคูณของ $y (y + 2)$

$$\begin{aligned} \text{นักเรียนมักจะทำผิดดังนี้} \quad y (y + 2) &= y(y) + y(2) \\ &= 2y + 2y \quad (\text{นักเรียนเข้าใจว่า } y \cdot y = 2y) \\ &= 4y \end{aligned}$$

หรือนักเรียนมักจะทำผิดดังนี้ $y(y+2) = y(y) + 2$ (นักเรียนไม่ได้เอา y มาคูณกับ 2)

$$= y^2 + 2$$

วิธีทำที่ถูกต้อง

$$y(y+2) = y(y) + y(2)$$

$$= y^2 + 2y$$

$$\therefore y(y+2) = y^2 + 2y$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลคูณของ $3x^2(-2x^3)$

นักเรียนมักจะทำผิดดังนี้ $3x^2(-2x^3) = 3(-2)x^2x^3$

$$= -6x^5$$
 (นักเรียนเข้าใจว่า $x^2x^3 = x^6$)

วิธีทำที่ถูกต้อง

$$3x^2(-2x^3) = 3(-2)x^2x^3$$

$$= -6x^5$$

$$\therefore 3x^2(-2x^3) = -6x^5$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลหารของ $\frac{x+3}{3}$

นักเรียนมักจะทำผิดดังนี้ $\frac{x+3}{3} = \frac{x+3}{3}$

$$= x+1$$
 (นักเรียนไม่ได้เอา 3 ไปหาร x)

วิธีทำที่ถูกต้อง

$$\frac{x+3}{3} = \frac{x}{3} + \frac{3}{3}$$

$$\therefore \frac{x+3}{3} = \frac{x}{3} + 1$$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาผลหารของ $\frac{x^2+x}{x}$

เมื่อ $x \neq 0$

นักเรียนมักจะหาผิดดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{x^2+x}{x} &= x^2 + \frac{x}{x} \\ &= x^2 + 0 \\ &= x^2 \end{aligned}$$

(นักเรียนไม่ได้เอา x
ไปหาร x^2)

(นักเรียนคิดว่าหารกัน
แล้วจะหมดไป)

หรือ

$$\begin{aligned} \frac{x^2+x}{x} &= x^2 + \frac{x}{x} \\ &= x^2 + 1 \end{aligned}$$

(นักเรียนไม่ได้เอา x
ไปหาร x^2)

วิธีทำที่ถูกต้อง

$$\begin{aligned} \frac{x^2+x}{x} &= \frac{x^2}{x} + \frac{x}{x} \\ &= x + 1 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{x^2+x}{x} = x + 1$$

ปัญหาอีกอย่างหนึ่งในการหารพหุนามคือ การทิ้งหารโดยไม่เรียงลำดับของเลข
ชี้กำลังทั้งตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 5 จงหารหารของ $(z^5 - z + 8z^2 - 8) \div (z^2 - 1)$ โดยวิธีสังหาร

นักเขียนแม่สังหารโดยไม่เรียงตามลำดับของเลขชี้กำลัง ดังนี้

$$z^2 - 1 \overline{) z^5 - z + 8z^2 - 8}$$

จึงทำให้นักเขียนสับสนในการศึกษาคำนวณ และผิดพลาดได้ง่าย

วิธีหาที่ถูกต้อง

$$\begin{array}{r} z^3 + z + 8 \\ z^2 - 1 \overline{) z^5 + 0z^4 + 0z^3 + 8z^2 - z - 8} \\ \underline{z^5 + 0z^4 - z^3} \\ z^3 + 8z^2 - z \\ \underline{z^3 + 0z^2 - z} \\ 8z^2 + 0z - 8 \\ \underline{8z^2 + 0z - 8} \end{array}$$

$$\therefore (z^5 - z + 8z^2 - 8) \div (z^2 - 1) = z^3 + z + 8$$

ปัญหาที่เกิดขึ้นในการบวกและการลบพหุนามส่วนใหญ่ักเรียนมักจะทำหน้าที่ไม่คล้ายกันมาบวกและลบกัน โดยใช้คุณสมบัติการแจกแจง เช่น

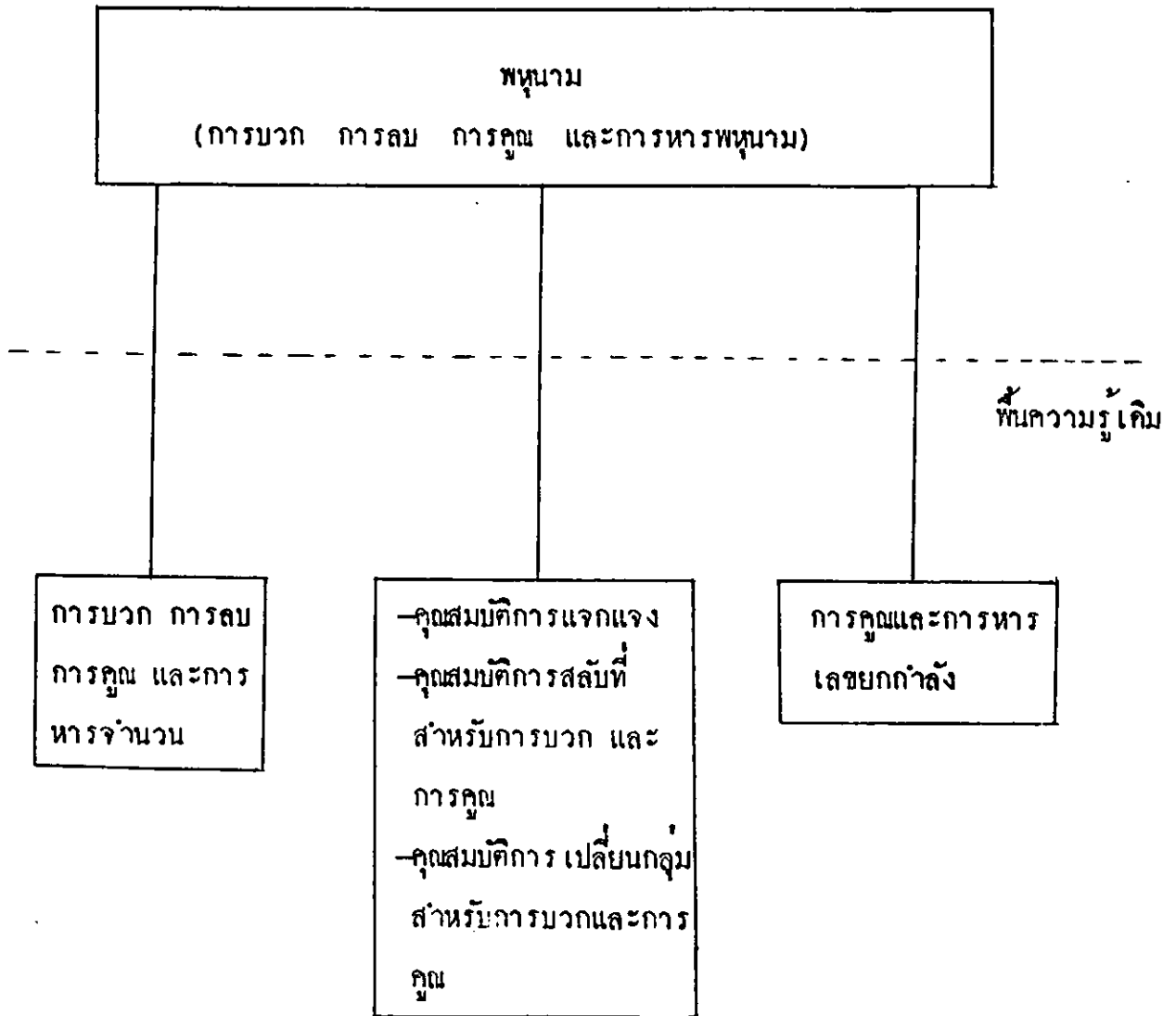
$3 + 2a$	$= 5a$	เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ
$30 + 3a$	$= 33a$	เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ
$3x + 7x^2$	$= 10x$ (หรือ $10x^2$)	เมื่อ x เป็นจำนวนใด ๆ
$-6x^2y + 5xy^2$	$= -x^2y$ (หรือ $-xy^2$)	เมื่อ x และ y เป็นจำนวนใด ๆ
$3 - 2a$	$= a$	เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ
$30 - 3a$	$= 27a$	เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ
$7x - 5x^2$	$= 2x$ (หรือ $2x^2$)	เมื่อ x เป็นจำนวนใด ๆ

ปัญหาที่สำคัญอีกประการหนึ่งในการเรียนคณิตศาสตร์คือ นักเรียนไม่เกิดมโนคติในเรื่องที่เรียน ครูจึงควรปรับปรุงการเรียนการสอน โดยเน้นให้ผู้เรียนเข้าใจ และเกิดมโนคติในสิ่งนั้น ดังที่ สุภาพร ศักดิ์ศิริชัยศิลป์ (2514 : 2) กล่าวว่า จุดมุ่งหมายในการสอนคณิตศาสตร์คือ การเน้นให้ผู้เรียนเกิดความคิด และความเข้าใจในมโนคติของคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งสำคัญอันดับแรก ซึ่งสอดคล้องกับความคิดเห็นของ หวีรัมย์ สิทธิสาร (2516 : 4) ที่กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์ควรเน้นความเข้าใจในมโนคติของ เรื่องที่สอน และโครงสร้างของคณิตศาสตร์ ตลอดจนเน้นกระบวนการคิดด้วย

เนื่องจากเนื้อหาเรื่องพหุนาม ซึ่งประกอบด้วยการบวก การลบ การคูณ และการหารพหุนาม เป็นเรื่องใหม่สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งมีอายุประมาณ 14 - 15 ปี ตามหลักสูตรพัฒนาทางสติปัญญาของ เพียเจต์ (บุญมา จาริก. 2524 : 15) ใ้แก่เด็กที่อายุ 11 - 14 ปี อยู่ในขั้นคิดเป็นแบบแผน ลักษณะความคิดของเด็กในขณะนี้สามารถคิดเป็นนามธรรม คิดย้อนกลับ และคิดสรุปผลแบบอนุมานได้ จากหลักสูตรพัฒนาทางสติปัญญาของ เพียเจต์ก็กล่าวแสดงว่า เด็กในขั้นนี้สามารถเรียนเรื่องพหุนามซึ่งเป็นนามธรรมได้ แต่จากปัญหาต่าง ๆ ข้างต้นพบว่าผู้เรียนยังขาดความรู้ และความเข้าใจ

ในเรื่องทฤษฎี การแก้ปัญหาทั้งกล่าวควรแก่ที่การสอนคือ ต้องสอนให้นักเรียนเข้าใจ
ในเรื่องนี้ โดยสอนให้สอดคล้องกับพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียนด้วย การเรียน
เรื่องทฤษฎีผู้เรียนต้องอาศัยความรู้พื้นฐานหลาย ๆ อย่าง เช่น การบวก การลบ
การคูณ และการหารจำนวน คุณสมบัติการแจกแจง คุณสมบัติการสลับที่สำหรับการบวก
และการคูณ คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการบวกและการคูณ การคูณและการหาร
เลขยกกำลัง ทั้งแสดงด้วยแผนภาพดังต่อไปนี้

เนื้อหาใหม่



จากการวิจัยของ วรณที ชุณหวิธานนท์ และจากประสบการณ์ของผู้วิจัย ทำให้ผู้วิจัยคิดว่าควรปรับปรุงการ เรียนการสอนเรื่องพหุนาม โดยนำจุดบกพร่องต่าง ๆ ที่กล่าวของนักเรียนมาใช้ประโยชน์ในการสร้างชุดการ เรียนการสอนเรื่องพหุนาม ซึ่งชุดการ เรียนการสอนนี้จะเป็นเครื่องมือที่จะช่วยสร้างมโนทัศน์ให้แก่ผู้เรียนอย่างถูกต้อง และรวดเร็ว พร้อมทั้งช่วยนำทางให้นักเรียนประเมินตนเองได้ทันที โดยหลักการแล้ว ชุดการ เรียนการสอนจะช่วยให้ผู้เรียนก้าวหน้าทางการ เรียนด้วยจังหวะสั้น ๆ ซึ่งจะ ส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ให้สูงขึ้น ทำให้ผู้เรียนไม่เบื่อเรียนและสนุกกับการ เรียน เมื่อประสบ ผลสำเร็จในบทเรียนแต่ละตอน

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อสร้างชุดการ เรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพหุนาม ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 3
2. เพื่อเปรียบเทียบ ประสิทธิภาพทางการ เรียนเรื่องพหุนามของนักเรียนที่เรียน จากการสอนโดยใช้ชุดการ เรียนการสอนกับการ สอนปกติ

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

1. ใ้ข้อือการ เรียนการสอน เรื่องพหุนาม
2. เป็นแนวทางในการ แก้ปัญหาการสอนเรื่องพหุนามโดยใช้ชุดการ เรียนการสอน

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

1. การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพหุนามของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยโค้ชกับการเรียนการสอนกับการสอนปกติ
2. กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนแสนสุข อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี จำนวน 80 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 40 คน และกลุ่มควบคุม 40 คน
3. การทดลองกระทำในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2532 ใช้เวลาในการทดลอง กลุ่มละ 10 คาบ คาบละ 50 นาที
4. ตัวแปรที่ศึกษา
 - 4.1 ตัวแปรอิสระ ได้แก่ วิธีสอน 2 วิธีคือ
 - 4.1.1 การสอนโดยโค้ชกับการเรียนการสอนเรื่องพหุนาม
 - 4.1.2 การสอนตามปกติ
 - 4.2 ตัวแปรตามคือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการทดลองซึ่งวัดโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ค่านิยมศัพท์เฉพาะ

1. ชุดการเรียนการสอน หมายถึง สื่อการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ประกอบด้วย
 - 1.1 คู่มือครู เป็นเอกสารที่มีค่าชี้แจงวิธีใช้ชุดการสอนสำหรับครู ประกอบด้วย จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม เนื้อเรื่อง กิจกรรมการเรียนการสอนตั้งแต่ต้นจนจบหน่วยการสอน

1.2 อุปกรณ์การสอน เป็นเครื่องมือที่ใช้ในกิจกรรมการเรียน การสอนที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา เช่น แผนภูมิ บัตรงาน

1.3 เนื้อหาของบทเรียน ได้จากแบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง พหุนาม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และได้จากแบบเรียนอีกหลายเล่มประกอบกัน

1.4 แบบฝึกหัดเสริมทักษะ เป็นแบบฝึกหัดที่เขียนขึ้นเพื่อให้นักเรียนได้ ทำหลังจากเรียนแล้วในแต่ละชั่วโมง

2. การสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน หมายถึง การสอนกลุ่มทดลอง ที่เรียนจากชุดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและผู้วิจัยเป็นผู้สอน

3. การสอนปกติ หมายถึง การสอนกลุ่มควบคุมที่เรียนจากแบบเรียนของ สสวท. โดยใช้เนื้อหาเกี่ยวกับกับชุดการเรียนการสอน แต่อาจารย์ประจำวิชา คณิตศาสตร์ของโรงเรียนที่ทดลอง เป็นผู้สอนโดยสอนตามคู่มือครู และสามารถเลือก วิธีสอนได้หลายวิธีตามความเหมาะสมของสถานการณ์

4. นักเรียน หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนแสนสุข อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ปีการศึกษา 2532 จำนวน 80 คน โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม ดังนี้คือ

4.1 กลุ่มทดลอง เป็นกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน ซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้สอน

4.2 กลุ่มควบคุม เป็นกลุ่มที่ได้รับการสอนตามปกติ ซึ่งอาจารย์ ประจำวิชาคณิตศาสตร์เป็นผู้สอน

5. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทดสอบ หลังจากสิ้นสุดการเรียนโดยใช้แบบทดสอบเรื่องพหุนามที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

6. ประสิทธิภาพ หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง พหุนาม

7. ผู้เชี่ยวชาญ หมายถึง ผู้มีความรู้ความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ และวัดผลทางการศึกษา รวมทั้งผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งมี ประสบการณ์ในการทำงานไม่ต่ำกว่า 5 ปี รวมทั้งหมค 5 ท่าน

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

ประสิทธิภาพทางการเรียนเรื่องพหุนาม ของนักเรียนที่เรียนจากการสอน โดยใ้ใช้ชุดการเรียนการสอนกับนักเรียนที่เรียนจากการสอนปกติแตกต่างกัน

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาในครั้งนี ผู้วิจัยได้ศึกษาเนื้อหา ดังต่อไปนี้

1. เอกสารเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์
2. เอกสารทางจิตวิทยา
3. เอกสารเกี่ยวกับชุดการเรียนการสอน
4. เอกสารการวิจัยเกี่ยวกับชุดการเรียนการสอน

เอกสารเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์

เมธี อิมอักษร (2520 : 9) ได้กล่าวถึงทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์

3 ทฤษฎี คือ

1. Drill theory หรือ Mental discipline คือ การเรียนวิธีแก้ปัญหาที่ซับซ้อน โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดซ้ำๆ

2. Incidental theory หรือ Activity theory คือ การพยายามให้นักเรียนคณิตศาสตร์ในบรรยากาศที่ไม่เคร่งเครียดและไม่น่าเบื่อ สอนโดยมีกิจกรรมและถือตัวนักเรียนเป็นสำคัญ

3. Meaning theory คือ การเรียนคณิตศาสตร์ให้มีความหมาย โดยสอนให้นักเรียนเกิดมโนคติในเรื่องที่เรียน และให้นักเรียนเห็นถึงโครงสร้างของคณิตศาสตร์

เมธีให้ความเห็นว่าในการสอนคณิตศาสตร์เราควรยึดเอา Meaning theory เป็นหลัก ส่วนทฤษฎีอื่นให้เป็นอันทุบรอง

นอกจากนี้เมธีให้ความหมายของคำว่ามโนคติไว้ว่า มโนคติหมายถึง การสรุปรวมยอดคุณสมบัติที่เป็นองค์ประกอบร่วมของสิ่งที่ได้ประสบพบเห็น แล้วสามารถ กำหนดคุณสมบัติหรือความหมายแทนคุณสมบัติดังกล่าวได้

หลักเบื้องต้นในการสอนให้เกิดมโนคตินั้น เมธีได้เสนอแนะไว้ว่า

1. ก่อนที่จะสอนครูต้องสนใจเสียก่อนว่าพื้นความรู้ ทักษะ หรือประสบการณ์ ที่จำเป็นต่อการสร้างมโนคติใหม่ขึ้นมา นั้นนักเรียนมีอยู่พร้อมแล้ว
2. ครูต้องเร้าให้นักเรียนให้ความปรารถนาที่จะเรียนในสิ่งที่ครูจะสร้างมโนคตินั้นเสียก่อน
3. สิ่งที่จะนำมาสอนเพื่อให้เกิดมโนคตินั้น ครูต้องพิจารณาว่าอยู่ในวิสัยที่นักเรียนจะเข้าใจได้
4. ครูต้องคอยช่วยเหลือ แนะนำ และพยายามรักษาแรงจูงใจให้มีอยู่เสมอ
5. ครูต้องพยายามจับหาสิ่งที่จะเป็นเครื่องมือเพื่อให้เกิดมโนคติได้แจ่มแจ้ง
6. ครูต้องใช้เวลาแก่นักเรียนอย่างเพียงพอที่จะมีส่วนร่วมในกิจกรรมอันจะนำไปสู่การสร้างมโนคติโดยแจ่มชัด

เอกสารทางจิตวิทยา

บุญมา จาริก (2524 : 15 - 18) ได้กล่าวถึง พัฒนาการทางสติปัญญาว่า เทียบเจตน์ เห็นว่ารูปแบบของความคิดของเด็กที่โตแล้วไม่เหมือนกับรูปแบบของความคิดของเด็กเมื่อยังเด็กอยู่ เฉพาะอย่างยิ่งรูปแบบของความคิดทางตรรกศาสตร์ ท่านผู้นี้ได้พัฒนาชั้นของโอเปอเรชันทางสมองขึ้น โดยชั้นดังกล่าวนี้ขึ้นอยู่กับความเจริญของงานของความสามารถในการคิดทางตรรกศาสตร์ของแต่ละบุคคล เรียกว่าชั้นของพัฒนาการทางสติปัญญา มีชั้นสำคัญ 4 ชั้น สรุปสาระสำคัญของประการในแต่ละชั้นได้ดังนี้

1. **ขั้นใช้ประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensory - motor stage)** เด็กที่มีพัฒนาการอยู่ในขั้นนี้อยู่ในช่วงอายุ 0 - 2 ปี ซึ่งเป็นช่วงที่เด็กปะทะสัมผัสกับสิ่งแวดล้อมโดยใช้ประสาทสัมผัสและกล้ามเนื้อเป็นส่วนใหญ่เช่น การดูดเมื่อเริ่มปีปากล้มดิ้น การเลื้อยการคลานเมื่อมีแสงสว่าง เป็นต้น เด็กจะพัฒนาความสามารถในการรับรู้ขึ้นเรื่อย ๆ ในตอนปลายของขั้นนี้เด็กสามารถสร้างรูปแบบของการกระทำขึ้นใหม่ โดยไม่เหมือนกับที่เคยกระทำ เด็กจะสามารถสร้างสื่อใหม่ทางสมองและพฤติกรรมอย่างใหม่เกิดขึ้นเช่น การเขียนแบบรูปแบบใหม่ที่ซับซ้อนโดยไม่ต้องลองผิดลองถูก การเขียนแบบวัตถุสิ่งของต่าง ๆ และการเขียนแบบสิ่งที่หันสายตาไป

2. **ขั้นก่อนคิดเป็นแบบแผน (Pre - operational stage)** เด็กที่มีพัฒนาการอยู่ในขั้นนี้อยู่ในช่วงอายุ 2 - 7 ปี ในตอนต้นของขั้นนี้เด็กจะเรียนรู้โลกรอบ ๆ ตัวโดยใช้ภาษาและใช้สายตาในการสำรวจคุณสมบัติทางกายภาพ ความคิดของเขาในระยะนี้ไม่ได้มองอะไรในรูปทั่วไป และการสรุปเป็นการสรุปผลชนิดทรานส์ดักชัน (Transduction) ซึ่งเป็นการสรุปผลจากกรณีเฉพาะอย่างหนึ่งไปยังกรณีเฉพาะอีกอย่างหนึ่ง ในตอนปลายของพัฒนาการขั้นนี้เด็กจะเริ่มมีความคิดถึงตรรกศาสตร์ ซึ่งเป็นรูปแบบทางตรรกศาสตร์ของความคิดที่มีทิศทางเดียว นอกจากนี้ความคิดของเด็กจะไม่มีภาพแสดงสภาพคือ ไม่คิดถึงเหตุการณ์ที่เปลี่ยนแปลงเป็นลำดับไป แต่จะคิดจากสถานการณ์หนึ่งไปยังสถานการณ์หนึ่งเลย

3. **ขั้นคิดเป็นรูปธรรม (Concrete operational stage)** เด็กที่มีพัฒนาการอยู่ในขั้นนี้อยู่ในช่วงอายุ 7 - 11 ปี เด็กในวัยนี้จะสามารถพัฒนาโอเปอเรชันทางสมองได้หลายอย่าง เด็กจะสามารถคิดโดยใช้การปฏิบัติซึ่งทำให้สามารถรู้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ แต่ลักษณะของปัญหาค่องเป็นรูปธรรม ส่วนในทางคณิตศาสตร์เด็กเริ่มมีความสามารถที่จะกระทำโอเปอเรชันทางคณิตศาสตร์มากขึ้น เขาสามารถเข้าใจจำนวนอย่างแท้จริงได้ โอเปอเรชันที่สำคัญและเป็นลักษณะเด่นของเด็กวัยนี้คือ การคิดย้อนกลับ การรวมกลุ่ม และการหาความสัมพันธ์

4. ขั้นคิดเป็นแบบแผน (Formal operational stage) เด็กที่มีพัฒนาการอยู่ในขั้นนี้อยู่ในช่วงอายุ 11 - 14 ปี เด็กในขั้นนี้มีแบบแผนของการให้เหตุผลที่เป็นระบบ และเกี่ยวข้องกับขบวนการที่ซับซ้อน ไอเปอเรชันต่าง ๆ ไม่จำกัดขอบเขตว่ากระทำกับวัตถุเท่านั้น หากกระทำร่วมกับไอเปอเรชันอื่น ๆ ได้ ผลของพัฒนาการที่เกิดขึ้นทำให้เด็กที่อยู่ในขั้นนี้สามารถแก้ปัญหาทุก ๆ รูปแบบ โทเคมีไอเปอเรชันทางตรรกศาสตร์ระดับสูง เป็นองค์ประกอบที่สำคัญ

ลักษณะของการคิดเป็นแบบแผนของเด็กในขั้นนี้โดยย่อมีดังนี้

1. เด็กสามารถให้เหตุผลที่เป็นนามธรรม เขาเริ่มคิดแบบผู้ใหญ่และสามารถหาความสัมพันธ์ของการคิดเป็นนามธรรมที่ซับซ้อนได้

2. เด็กในช่วงอายุนี้เมื่อเผชิญปัญหาเขาจะตั้งสมมติฐานขึ้น แล้วหาข้อสรุปจากสมมติฐานต่าง ๆ ที่กำหนดไว้ และเขายังสามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลจากสมมติฐานได้

3. ลักษณะของการคิดในขั้นนี้ ขบวนการคิดของเด็กจะค่อย ๆ เป็นอิสระจากกิจกรรมที่ใช้ประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว เด็กวัยนี้นอกจากจะคิดถึงสิ่งต่าง ๆ ในปัจจุบันแล้ว เขายังสามารถคิดคำนึงถึงสังคมในอนาคต และยังสามารถจินตนาการเหตุการณ์บางอย่างโดยไม่ต้องกระทำจริง ๆ ได้ ลักษณะการคิดที่สำคัญของเด็กในวัยนี้คือการคิดสะท้อน เนื่องจากเขามีข้อมูลเกี่ยวกับในสมองมาก สามารถกระทำไอเปอเรชันกับข้อมูลเหล่านั้น และสามารถแก้ปัญหาได้

4. เด็กในขั้นนี้สามารถใช้ตรรกศาสตร์ของการรวมนั้นคือ เขาสามารถแก้ปัญหาโดยใช้การรวมหรือองค์ประกอบที่เป็นไปไ้ทั้งหมด

5. ความคิดเกี่ยวกับสักรส่วนของเด็กในขั้นนี้ ถึงแม้ว่าจะไม่มีการสอบถามก่อน

แต่เขาก็สามารถคิดคำนวณหาค่าของปัญหาเกี่ยวกับส่วนและอัตราส่วนได้

6. เด็กในชั้นนี้มีความสามารถในการควบคุมตัวแปร หรือสามารถควบคุมองค์ประกอบต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน

7. เด็กในชั้นนี้จะยอมรับสิ่งต่าง ๆ โดยใช้ความคิดของตนเอง เขาจะตระหนักถึงกฎเกณฑ์ต่าง ๆ มากขึ้น และการตัดสินใจของเขาจะออกมาอย่างถูกต้องมากขึ้น

8. เด็กในชั้นนี้จะเข้าใจเกี่ยวกับเวลาและสเปซมากขึ้น เขาสามารถคิดถึงเวลาในช่วงยาว ๆ หรือสถานที่ที่ไกลออกไปได้

9. เด็กในชั้นนี้สามารถสร้างและประยุกต์ทฤษฎีนามธรรมได้

10. เด็กในชั้นนี้จะพัฒนาความคิดเกี่ยวกับคุณสมบัติความสัมพันธ์ของเขา ทั้งนี้เพราะเขาสามารถใช้สมองของตนเองในการคิดให้เหตุผลต่าง ๆ ได้

การนำแนวความคิดของเพียเจต์ไปใช้ในการศึกษา

สุวีธนา อุทัยรัตน์ (2525 : 110) ได้สรุปแนวความคิดของเพียเจต์เกี่ยวกับพัฒนาการทางสติปัญญาที่อาจนำไปใช้ในการศึกษาได้ ดังนี้

1. การประเมินผลศักยภาพทางเชาวน์ปัญญา เรื่องนี้อาจเปรียบเทียบได้จากระดับอายุของเด็ก เช่น เด็กที่มีอายุระดับชั้นคิดเป็นรูปธรรมแต่สามารถคิดในสิ่งที่เป็นนามธรรมเหมือนเด็กในชั้นคิดเป็นแบบแผนได้ แสดงว่าเด็กคนนั้นมีพัฒนาการทางสติปัญญามากกว่าปกติ ในทางตรงกันข้ามหากเด็กคนนั้นยังไม่สามารถที่จะบวกเลขได้หรือไม่สามารถจะคิดย้อนกลับได้เหมือนเด็กอื่น ๆ ในระยะเดียวกัน เราอาจสรุปได้ว่าเด็กคนนั้นมีพัฒนาการทางสติปัญญาช้าหลังกว่าปกติ

2. **ก้าบการเรียนรู๋** เพียบเจกั เชื่อว่า มนุษย์จะเรียนรู๋สิ่งต่าง ๆ ได้เพียบใจ นั้นยอมขึ้นอยู่กัพัฒนาการทางสติปัญญาของแตละคน

3. **ก้าบการประเมินผลการเรียน** จากแนวความคิดของ เพียบเจกั ทำให้ทราบว่าการวิคผลเท็กในวัยต่าง ๆ จำเป็นต้องคำนึงถึงพัฒนาการทางสติปัญญา และการคิดของเท็กแต่ละวัย สำหรับเท็กซึ่งอยู่ในชั้นต้น ๆ เช่น ชั้นไร้ประสาทสัมผัส ควรวิคผลจากการกระทำหรือกิจกรรมที่แสดงออก ตรงกันข้ามกัการวิคผลของเท็กในชั้นคิด เป็นแบบแผนซึ่งจะต้งวิคการใช้ เหตุผลที่ลึกซึ่งมากยิ่งขึ้น

4. **ก้าบการจัคค่าขัเนื้อหาในหลักสูตร** ซึ่งมีความสำคัญมากในการจัคการศึกษา การใช้แนวความคิดของ เพียบเจกั ในการจัคค่าขัเนื้อหาในหลักสูตร เช่น หลักสูตรของ เท็กเล็กจะต้งอยู่ในลักษณะที่เป็นกิจกรรมต้งรอบ ๆ ตัวเท็ก เพราะพัฒนาการทาง สติปัญญาของเท็กวัยนี้อยู่ในชั้นประสาทสัมผัส ส่วนเท็กที่อยู่ในชั้นสูงขึ้น เช่น ชั้นคิดเป็น รูปธรรมหรือชั้นคิดเป็นแบบแผน ควรจะไ้เรียนในสิ่งที่เป็นนามธรรม และทฤษฎีให้มากขึ้น

เอกสารเกี่ยวกับชุดการเรียนการสอน (Instructional Package)

ชุดการเรียนการสอนเป็นการจัคโปรแกรมการเรียนการสอนโดยใช้สื่อหลายชนิด รวมกัน หรือที่เรียกว้า ระบบสื่อประสม (Multi Media System) เพื่อสนองจุดมุ่งหมาย ในการเรียนการสอนที่ต้งไว้ในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง และให้เกิดความสะดวกต่อการใช้ในการ เรียนการสอน

ชนิดของชุดการเรียนการสอน (ลัคคา ศุขปริที. 2525 : 174 - 175)
แบ่งไ้เป็น 2 ชนิด คือ

1. ชุดการเรียนด้วยตนเอง (Module or Self Learning Packages)
2. ชุดการสอน (Teaching Packages)

ซึ่งจะแยกกล่าวถึงรายละเอียดกัตอ ไปนี้

1. ชุดการเรียนด้วยตนเอง

เปรี๊ยะ (พจน (2516 : 114 - 115) ได้กล่าวถึงชุดการเรียนด้วยตนเองว่า เป็นนวัตกรรมการศึกษาอย่างหนึ่งซึ่งสามารถจะนำมาเป็นส่วนเสริมคุณภาพทางการศึกษาให้สูงขึ้น

หงษ์ศักดิ์ บัญจพรณล (2517 : 26) ได้กล่าวถึงชุดการเรียนว่า เป็นชุดของวัสดุทางการเรียนที่รวบรวมไว้อย่างมีระบบ เพื่อจะช่วยให้ผู้เรียนได้สัมผัสคุณลักษณะเป้าหมาย ส่วนประกอบของชุดการเรียนจะประกอบด้วย คำชี้แจงในการใช้ชุดการเรียน โครงสร้างของเนื้อหา วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม กิจกรรมและการวัดผล

ลัทธิกา ศุขปรีดี (2525 : 177 - 178) ได้กล่าวถึงชุดการเรียนด้วยตนเองว่าเป็นการรวบรวมสื่อการสอนสำเร็จรูปให้ผู้เรียนเรียนได้ด้วยตนเองเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ด้วยความสะดวกสบาย เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้อย่างมีประสิทธิภาพ

ชุดการเรียนประกอบด้วยสิ่งต่าง ๆ บรรจงรวมกันเป็นชุด ปกติมักจะรวมไว้ในกล่อง ซึ่งมีดังนี้

1. บัตรแสดงจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมของบทเรียน (Behavioral Objective)
2. ข้อทดสอบความรู้เดิมของผู้เรียน แบบทดสอบความรู้ที่มีจุดมุ่งหมาย 2 ประการคือ

2.1 เพื่อวัดความรู้ของผู้เรียนว่าพอที่จะเรียนบทเรียนนี้ได้หรือไม่

2.2 วัดความรู้เดิมของผู้เรียนว่ามีความรู้เกี่ยวกับบทเรียนมากน้อยเพียงใด ถ้าผู้เรียนมีความรู้เรื่องที่จะเรียนใหม่อย่างสิ้นเชิงแล้ว ก็ไม่จำเป็นต้องเรียนชุดการเรียนในเรื่องนั้น

อย่างไรก็ตาม การทดสอบความรู้เดิมของผู้เรียนจะต้องเป็นลักษณะแบบทดสอบตนเอง (Self Instructional Test) กล่าวคือ เมื่อผู้เรียนทำข้อสอบเสร็จสามารถตรวจคำตอบได้เองจากเฉลยที่มีไว้ให้

3. บัณฑิตแนะนำวิธีการเรียนด้วยตนเอง ในบัณฑิตรุ่นนี้มีข้อเสนอแนะวิธีการเรียนรู้และกิจกรรมจากสื่อต่าง ๆ ที่จับใจ ผู้เรียนดำเนินการเรียนตามคำแนะนำก็สามารถที่จะบรรลุจุดมุ่งหมาย บางครั้งบัณฑิตแนะนำวิธีการเรียนอาจจะให้ผู้เรียนมีการปฏิบัติในชุดการเรียนชุดอื่น ๆ เพื่อหาคำตอบในชุดการเรียนที่กำลังเรียนอยู่ก็ได้หรือให้ผู้เรียนศึกษาสื่ออื่น ๆ ที่พอหาได้เช่น ให้ผู้เรียนหาค้นไม้เล็ก ๆ มา 1 คัน เพื่อศึกษาลักษณะของใบและรากของต้นไม้ เป็นต้น สื่อที่กำหนดให้นั้นจะเป็นสื่อที่หาง่ายหรืออยู่ในชุดการเรียนนั้นแล้ว

4. สื่อการเรียน โดยทั่ว ๆ ไปชุดการเรียนจะประกอบด้วยสื่อหลาย ๆ แบบซึ่งเราเรียกว่า สื่อประสม (Multi Media) เพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง ทำให้ผู้เรียนเข้าใจบทเรียนโดยง่าย และบรรลุจุดมุ่งหมายอย่างมีประสิทธิภาพ

5. ข้อทดสอบด้วยตนเองหลังการเรียน เมื่อผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเองจบจบวนการของชุดการเรียน ผู้เรียนจะทดสอบผลสำเร็จของตนเองว่าบรรลุจุดมุ่งหมายที่กึ่งไว้หรือไม่ โดยการทำข้อทดสอบหลังการเรียน แล้วตรวจคำตอบที่เฉลยไว้ด้วยตนเอง เพื่อทราบผลการเรียนของตนว่าบรรลุจุดมุ่งหมายที่กึ่งไว้หรือไม่ การทดสอบอาจใช้ข้อทดสอบที่มีครูเป็นผู้ตรวจคำตอบก็ได้

คุณค่าของชุดการเรียน (ลัทธิ ศุขปวีตี. 2525 : 179)

1. นักเรียนสามารถศึกษาได้ด้วยตนเอง
2. เหมาะสำหรับหลักสูตรการศึกษาต่อเนื่อง (Continuous Progress Curriculum) ในกรณีที่ยังร่างชุดการเรียนเป็นรายวิชา เนื้อหาจะเรียงตามลำดับต่อเนื่องกันตั้งแต่ง่าย ๆ ไปหายากและมีความสมบูรณ์ในตัวเอง ผู้เรียนมีโอกาสเลือกเรียนในแต่ละหน่วยที่ตนเองชอบได้ตามความสามารถ และประสบการณ์เดิม จะเรียนอย่างใดก่อนอย่างใดหลังและจะเรียนให้ก้าวหน้าไปเท่าใดก็ได้ ไม่มีขีดจำกัด
3. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ลงมือกระทำกิจกรรมด้วยตนเอง เป็นขั้นตอนและจะได้รับการส่งเสริมแห่งความสำเร็จ เป็นการเสริมแรงที่ทำให้อยากเรียนในชั้นเรียน

ต่อไป ชุดการเรียนจะช่วยให้ทุกคนประสบความสำเร็จในการเรียนตามอัตราความสามารถของผู้นั้น

4. สร้างบรรยากาศในการเรียนให้เป็นที่พึงพอใจของผู้เรียน จะเรียนที่ไหนเมื่อใด และจะใช้เวลาเรียนนานเท่าใดก็ได้

2. ชุดการสอน

เป็รื่อง ฃุท (2518 : 130) ได้กล่าวถึงชุดการสอนไว้ว่า เป็นการนำระบบสื่อประสมที่สอดคล้องกัน เนื้อหาและประสิทธิภาพของแต่ละหน่วยมาช่วยในการเปลี่ยนพฤติกรรมการเรียนรู้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น ภายในชุดการสอนจะประกอบด้วยคู่มือการใช้ชุดการสอน สื่อการสอนที่สอดคล้องกัน เนื้อหาและประสิทธิภาพของผู้เรียน และการมอบหมายงานเพื่อให้ผู้เรียนมีประสบการณ์กว้างขวางขึ้น

ศุภวัฒน์ ชื่นชอบ (2519 : 12) ได้กล่าวถึงชุดการสอนว่า เป็นนวัตกรรมทางการศึกษาที่เกี่ยวข้องวัสดุอุปกรณ์ ประกอบด้วยหลักสูตรที่มุ่งส่งเสริมให้กิจกรรมการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น

ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2522 : 228) ได้กล่าวถึงชุดการสอนไว้ว่า เป็นระบบการนำสื่อประสมที่สอดคล้องกัน เนื้อหาวิชาและประสิทธิภาพของแต่ละหน่วยมาช่วยในการเปลี่ยนพฤติกรรมเรียนรู้ของผู้เรียนให้บรรลุจุดหมาย ชุดการสอนนิยมจัดไว้ในกล่องหรือซอง เพื่อให้การสอนของครูเป็นไปอย่างสะดวก และมีประสิทธิภาพ ชุดการสอนประกอบด้วยคู่มือการใช้ชุดการสอน สื่อการสอนที่สอดคล้องกัน เนื้อหาและประสิทธิภาพการมอบหมายงานเพื่อให้ผู้เรียนมีประสบการณ์กว้างขวางยิ่งขึ้น

ลัทธิ ศุขปริทัศน์ (2525 : 175) ได้กล่าวถึงชุดการสอนว่า เป็นการรวบรวมสื่อการสอนอย่างสมบูรณ์ตามแบบแผนที่วางไว้ เพื่อให้บรรลุจุดหมายของการสอน ชุดการสอนเป็นระบบสื่อประสมสำเร็จรูป เพื่อให้ครูใช้ในการสอนโดยครูไม่ต้องเตรียมสื่ออื่น ๆ หรือวางแผนการสอนใหม่ จุดมุ่งหมายของชุดการสอนต้องตรงกับจุดมุ่งหมายของบทเรียน ภายในชุดการสอนจะมีสื่อ คำแนะนำ วิธีดำเนินการสอน ซึ่งครูพร้อมที่จะนำไปใช้สอนได้ทันที

แคปเฟอร์ และแคปเฟอร์ (Kapfer and Kapfer. 1972 : 310) ได้กล่าวถึงชุดการสอนไว้ว่า เป็นรูปแบบของการสื่อสารระหว่างครูและนักเรียน ซึ่งประกอบด้วยคำแนะนําที่ให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมการเรียนรู้จนบรรลุพฤติกรรมที่เป็นผลของการเรียนรู้ การรวบรวมเนื้อหาที่นำมาสร้างชุดการสอนนั้นได้มาจากขอบข่ายของความรู้ ที่หลักสูตรกำหนดไว้ให้นักเรียนได้เรียนรู้ ซึ่งเนื้อหานั้นจะต้องตรงและชัดเจนที่จะสื่อความหมายให้ผู้เรียนเกิดพฤติกรรมตามเป้าหมายของการเรียน

โฮเอล (Howell. 1973 : 127) ได้กล่าวถึงชุดการสอนว่า เป็นสื่อการสอนซึ่งต้องประกอบด้วย

1. จุดมุ่งหมายของหลักสูตรและวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม
2. รายการเนื้อหาวิชาและสิ่งที่เกี่ยวข้องอื่น ๆ เช่น กิจกรรมหรือวิธีการที่จะนำไปให้ผู้เรียนบรรลุถึงพฤติกรรมขั้นสุดท้าย
3. วิธีการวัดผลความก้าวหน้าของผู้เรียนว่าได้บรรลุจุดประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่

ส่วนในด้านการสร้างชุดการสอน สำเร้ง บุญเรืองรัตน์ (2516 : 58) ได้กล่าวว่าจะต้องเริ่มตั้งแต่การวิเคราะห์ปัญหา จุดมุ่งหมายของหลักสูตร ในออกมาในรูปจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมที่สามารถสังเกตและวัดได้จากพฤติกรรมพื้นฐานของผู้เรียน (Entry Behaviour) แล้วจึงสร้างอุปกรณ์ เนื้อหาบทเรียนให้สัมพันธ์กับปัญหาของนักเรียนพร้อมทั้งทำการทดลอง (Try Out) เพื่อหาข้อบกพร่องและปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้น แล้วจึงนำไปใช้ในสถานการณ์จริง ชุดการสอนนี้จะทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพและทำให้การห่างงานมีระบบยิ่งขึ้น

แคปเฟอร์ และโอวาร์ด (Kapfer and Ovard. 1971 : 3 - 7) มีความเชื่อว่า ชุดการสอนสามารถสร้างขึ้นได้หลายลักษณะตามจุดมุ่งหมายของการใช้ เช่น แบบความรู้ต่อเนื่องกันไป แบบให้นักเรียนเลือกเรียนเพื่อให้เกิดพฤติกรรมที่ต้องการตามวัตถุประสงค์หนึ่ง ๆ แบบให้นักเรียนเลือกเรียนตามความถนัด แบบที่เหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียนในแต่ละระดับชั้น แบบที่เหมาะสมกับการเรียนรู้ตามระดับ

ความง่ายของเนื้อหา และแบบแสวงหาประสบการณ์การเรียนรู้ด้วยตนเอง องค์ประกอบในการสร้างชุดการสอนต้องประกอบด้วยส่วนสำคัญดังนี้

1. ความคิดรวบยอด หัวข้อหรือคำนิยาม
2. จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม
3. แบบของกิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการสอนทุกชนิดที่สอดคล้องกับเนื้อหาและยุทธศาสตร์การเรียนการสอน

4. การประเมินผล

5. การค้นคว้าเพิ่มเติม

นอกจากนั้นในการสร้างชุดการสอนยังต้องคำนึงถึงหลักการต่าง ๆ ในการจัดการศึกษาด้วย เช่น หลักสูตร ความมุ่งหมายของการศึกษา ความต่อเนื่องของโปรแกรมการศึกษา วิธีเสนอบทเรียน และหลักในการเรียนรู้ เช่น การเสริมแรง การตั้งใจ และการถ่ายโยงการเรียนรู้

ลักษณะของชุดการสอน (ฉัคคา ศุขปวีตี. 2525 : 175)

ชุดการสอนแต่ละชุดประกอบด้วยวัสดุต่าง ๆ ที่สำคัญ บรรจุในกล่องหรือซองที่สะดวกต่อการนำไปใช้ ดังนี้

1. คู่มือครูซึ่งประกอบด้วย

1.1 บัตรชี้แจง (Job Card) ข้อมูลเกี่ยวกับผู้เรียน เวลา และสภาพของห้องเรียนที่จะใช้สอน บัตรรายการบอกชนิดของสื่อและวิธีใช้ตามลำดับ

1.2 บันทึกการสอน ซึ่งประกอบด้วยจุดมุ่งหมายของบทเรียน และจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมของผู้เรียน รายละเอียดเกี่ยวกับเนื้อหาวิชา แสดงวิธีสอน การทำเนียบกิจกรรม และการจัดประสบการณ์ตลอดจนคำแนะนำการใช้สื่อการเรียนการสอน เอกสารอ้างอิงเพื่อการค้นคว้า และวิธีการวัดผล

2. สื่อการเรียนการสอนที่ใช้ในขบวนการสอนทั้งหมด ซึ่งจะจัดทำให้
 เหมาะกับเนื้อหาวิชาและกิจกรรมที่กำหนดไว้ในแผนการสอน สื่อการเรียนการสอนที่บรรจุ
 อยู่ในชุดการสอนนี้ บางชุดอาจมีสิ่งที่ทำขึ้นให้ครูใช้ประกอบการอธิบายแก่นักเรียนเป็น
 กลุ่มใหญ่ที่เรียกว่า "สื่อการสอน" (Teaching Media) หรืออาจจะมีสื่อการเรียน
 (Learning Media) ซึ่งมีไว้ให้ครูแจกให้ผู้เรียนได้ใช้ประกอบการเรียนเป็นรายบุคคล
 หรือเป็นกลุ่มย่อย ๆ ก็ได้ สื่อต่าง ๆ เหล่านี้อาจเป็นสิ่งง่าย ๆ เช่น รูปภาพ หุ่นจำลอง
 แผนภูมิ บัตรคำ หรือเป็นสิ่งอื่น ๆ เช่น เทปบันทึกเสียง ภาพยนตร์ 8 มม. หรือ
 สไลด์ พิธีกรรมสกริป เป็นต้น

3. แบบทดสอบและประเมินผลพฤติกรรมของผู้เรียนหลังจากการสอนเสร็จ
 สิ้นลง ข้อทดสอบนี้อาจแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

3.1 ข้อทดสอบที่ครูเป็นผู้ตรวจคำตอบ

3.2 ข้อทดสอบที่ผู้เรียนเป็นผู้ตรวจคำตอบ

คุณค่าของชุดการสอน (สัทธิกา สุขปวีตี. 2525 : 176)

1. ชุดการสอนช่วยลดภาระของผู้สอน เมื่อมีชุดการสอนสำเร็จแล้วครูผู้สอน
 จะดำเนินการสอนตามคำแนะนำที่มีไว้ให้พร้อม ผู้สอนไม่จำเป็นต้องเสียเวลาทำสื่อการสอน
 ใหม่ ทำให้ครูมีเวลาเตรียมการสอน ทดลองและศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมในเนื้อหาตามที่ชุด
 การสอนกำหนด ทำให้ครูมีประสบการณ์กว้างขวางซึ่งมีผลต่อประสิทธิภาพในการสอนของครู

2. ทำให้ผู้เรียนได้รับความรู้ในแนวเดียวกัน ครูผู้สอนแต่ละคนย่อมมีความรู้
 ความสามารถในการถ่ายทอดความรู้แตกต่างกัน ในเรื่องเดียวกันแต่ก็อาจได้รับความรู้ และ
 ได้รายละเอียดต่าง ๆ เป็นคนละแนวไม่เท่ากัน ชุดการสอนมีจุดมุ่งหมายชัดเจนที่เป็น
 พฤติกรรม (Behavioral Objective) มีข้อเสนอแนะกิจกรรมการใช้สื่อการสอนและข้อสอบ
 ประเมินผลพฤติกรรมของผู้เรียนไว้อย่างพร้อมมูล

3. ชุดการสอนช่วยให้เกิดประสิทธิภาพในการสอนอย่างเชื่อถือได้ เพราะ
 ชุดการสอนผลิตขึ้นด้วยวิธีวิเคราะห์ระบบ (System Approach) โดยกลุ่มผู้เชี่ยวชาญหลายท่าน

เช่น ผู้เชี่ยวชาญวิชาเฉพาะนั้น ๆ นักโสตทัศนศึกษา นักจิตวิทยา ครู ผู้เชี่ยวชาญ การวัดผล ผู้เรียน ผู้ปกครอง ร่วมกันผลิตชุดการสอนโดยมีการทดลองใช้และปรับปรุง จนกระทั่งแน่ใจว่าได้ผลดีหลายครั้งในสถานการณ์ที่กำหนดไว้ จึงจะนำออกมาใช้ทั่ว ๆ ไป เพื่อให้แน่ใจว่า ครู จะได้ใช้ชุดการสอนในการสอนอย่างมีประสิทธิภาพ

เอกสารการวิจัยเกี่ยวกับชุดการเรียนการสอน

ยวดี แก้วรักษา (2527 : 266) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาผู้ใหญ่ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนจุลบท (ชุดการสอน รายวิชาย่อยหรือชุดการสอนมินิคอร์ส) กับการสอนตามปกติ ในวิชาสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต 7 เรื่อง แห่งอารยธรรมยุคก่อนประวัติศาสตร์ ผลการศึกษาปรากฏว่านักศึกษาที่เรียนโดยใช้ชุดการสอนมินิคอร์สมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักศึกษาที่เรียนโดยการสอนตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และพบว่านักศึกษากลุ่มที่เรียนจากการใช้ชุดการสอน มินิคอร์ส มีความคิดเห็นที่พึงและเห็นด้วยกับการนำชุดการสอนมินิคอร์สมาใช้ในการเรียน การสอนวิชาสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต ?

วนิดา ศิริมาลา (2528 : 63) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและ ความสนใจในวิชาภาษาไทยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยชุดการสอน มินิคอร์สกับเรียนโดยการสอนตามคู่มือครูภาษาไทย กรมวิชาการ ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนโดยชุดการสอนมินิคอร์ส และเรียนโดยการสอนตามคู่มือครูภาษาไทย กรมวิชาการ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภาษาไทยของนักเรียนที่เรียนโดยชุดการสอน มินิคอร์สสูงกว่า คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่เรียนโดยการสอนตามคู่มือครูภาษาไทย กรมวิชาการ

ศุภรัตน์ ชื่นชอบ (2519 : 42) ใ้ทำการศึกษา โดยสร้างชุดการสอน ประกอบหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ให้สัมพันธ์กับลักษณะความเป็นอยู่ และปัญหาชนบทภาคกลาง โดยใช้วิธีวิเคราะห์ระบมม การทดลองใช้กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 55 คน ข้อมูลที่ได้คือ คะแนนทดสอบก่อนเรียน และหลังเรียน ของนักเรียนที่ทดลองเรียนด้วยชุดการสอน จำนวน 55 คน กับข้อมูลที่ไ้จากการประเมินค่า ความเหมาะสมชุดการสอนจากครูและศึกษานิเทศก์ จำนวน 14 คน ผลการศึกษาค้นคว้า พบว่า คะแนนทดสอบก่อนและภายหลังจากที่เรียนด้วยชุดการสอนของนักเรียน จำนวน 55 คน มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ และพบอีกว่าความเหมาะสมของชุดการสอน ซึ่งประเมินค่าโดยครู และศึกษานิเทศก์ จำนวน 14 คน มีค่าเฉลี่ยตกอยู่ในช่วง 3.5 - 4.4 ซึ่งเป็นเกณฑ์ที่มีค่าความเหมาะสมมาก

สาโรจน์ แห่งยัง (2519 : 34) ใ้ทำการศึกษา โดยการศึกษาประสิทธิภาพ ของชุดการสอนประกอบหลักสูตรชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 วิชาภาษาไทย ที่สร้างขึ้นโดยวิธี วิเคราะห์ระบมมให้สัมพันธ์กับลักษณะความเป็นอยู่และ ปัญหาชนบทภาคกลาง โดยกลุ่มตัวอย่าง ในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ในจังหวัดกาญจนบุรี จำนวน 80 คน แบ่งกลุ่มตัวอย่างเป็น 2 กลุ่ม ๆ ละ 40 คน กลุ่มทดลองเป็นกลุ่มที่สอนโดยใช้ชุดการสอน กลุ่มควบคุมสอนตามวิธีการสอนของครูตามปกติใช้เวลา 42 ชั่วโมง แล้วทดสอบผลสัมฤทธิ์ จากผลการทดลองนักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการสอนที่สร้างขึ้นโดยวิธีการวิเคราะห์ระบมม และสัมพันธ์กับปัญหาท้องถิ่น มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาภาษาไทยสูงกว่านักเรียนที่เรียน จากการสอนของครูตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับความเชื่อมั่น .01

สุพิศตรา ปิ่งปิ่นยง (2520 : 43 - 44) ใ้ทำการศึกษาโดยเปรียบเทียบผล การเรียนรู้วิชาภาษาอังกฤษของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากชุดการสอนที่วิเคราะห์ ระบมมกับไมวิเคราะห์ระบมม โดยใช้กลุ่มตัวอย่างในการทดลองนี้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษา ปีที่ 6 โรงเรียนวัดแจ้งเจริญคอน จังหวัดชลบุรี จำนวน 120 คน แบ่งกลุ่มตัวอย่างเป็น 3 กลุ่ม ๆ ละ 40 คน โดยวิธีสุ่มอย่างง่าย เป็นกลุ่มทดลอง 2 กลุ่ม กลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม กลุ่มทดลองที่หนึ่ง เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการสอนที่วิเคราะห์ระบมม กลุ่มทดลองที่สอง

เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการสอนที่ไม่วิเคราะห์ระบบ และกลุ่มควบคุมเรียนจากการสอนที่ไม่ใช้ชุดการสอน ใช้เวลาสอนกลุ่มละ 12 ชั่วโมง แล้วทดสอบผลสัมฤทธิ์ ผลการวิจัยสรุปได้ว่าผลการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากชุดการสอนที่วิเคราะห์ระบบสูงกว่าผลการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากชุดการสอนที่ไม่วิเคราะห์ระบบและที่ไม่ใช้ชุดการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ .01 ตามลำดับ แต่ผลการเรียนรู้อของนักเรียนที่เรียนจากชุดการสอนที่ไม่วิเคราะห์ระบบกับที่ไม่ใช้ชุดการสอนแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

สุมาลี สุวัจนกุล (2529 : 41) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการ เรียนรู้อของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ชุดการสอนรายวิชาย่อย ผลการวิจัยปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยการใช้ชุดการสอนรายวิชาย่อยและเรียนโดยการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความคงทนในการ เรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยการใช้ชุดการสอนรายวิชาย่อยและเรียนโดยการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ชวลิต สูงใหญ่ (2530 : 66) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์และความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลา อันเป็นผลจากการสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนโดยชุดการสอนรายวิชาย่อย ผลการวิจัยปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ และความสนใจต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่าง ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อุทัย หนูแกง (2526 : 107 - 110) ได้ทดลองสร้างชุดการสอนมินิคอร์สขึ้น โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษา เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนของ นักศึกษาผู้ใหญ่แบบ เบ็คเคอร์ส ระดับที่ 3 ที่เรียนวิชาเสริมสร้างประสบการณ์ชีวิต 4 เรื่องสิ่งแวดล้อมทางกายภาพ ที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการสอนมินิคอร์สกับการสอนตามปกติ ใช้เวลาในการทดลอง 8 ชั่วโมง ผลการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนของกลุ่มทดลอง ซึ่งเรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการสอนมินิคอร์สสูงกว่ากลุ่มควบคุม ที่เรียนจากการสอนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

มาน (Bann. 1972 : 48) ได้ใช้ชุดการสอนในเรื่องวิธีสอนและแก้ปัญหาในการอ่าน ทดลองใช้กับครู 25 คน ใช้เวลา 6 สัปดาห์ โดยฝึกครูในหัวข้อต่อไปนี้

1. ฝึกให้รู้จักสังเกตพฤติกรรมในขณะที่อ่าน
2. ใ้รู้จักวิธีการที่เหมาะสมในการกำหนดระดับการอ่านของผู้เรียน
3. ใ้รู้จักเลือกเนื้อหาที่พิเศษสำหรับให้นักเรียนอ่าน
4. ใ้รู้จักสังเกตและบันทึกพฤติกรรมของผู้เรียน
5. ใ้รู้จักเสริมแรงในการอ่าน

ผลการทดลองปรากฏว่าชุดการสอนนี้สามารถฝึกหัดครูได้ตรงตามความมุ่งหมายทุกประการ

แมคโคลแมน (McColeman. 1975 : 109-A) ได้ศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างชุดการสอนกับความชอบในการเรียนสังคมศึกษาของนักเรียนระดับ 9 จำนวน 24 ห้องเรียน โดยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มควบคุมหนึ่งกลุ่ม และกลุ่มทดลองสองกลุ่ม กลุ่มทดลองแยกออกเป็นกลุ่มที่เรียนด้วยชุดการสอน และเรียนด้วยชุดสอนประกอบการอภิปรายกลุ่มย่อย พบว่าความชอบในการเรียนสังคมศึกษาของกลุ่มควบคุม และกลุ่มทดลองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ และในกลุ่มทดลองนักเรียนชอบการเรียนแบบใช้ชุดการสอนประกอบการอภิปรายกลุ่มย่อยมากกว่า

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนแสนสุข อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ปีการศึกษา 2532 จำนวน 2 ห้องเรียน ๆ ละ 40 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โรงเรียนแสนสุข จัดห้องเรียนแบบคละกัน คือ มีทั้งนักเรียนที่เรียนเก่ง เรียนปานกลาง และเรียนอ่อนอยู่ในห้องเดียวกัน

การดำเนินการแบ่งกลุ่มตัวอย่าง

ในการแบ่งกลุ่มตัวอย่าง ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

ขั้นที่ 1 สุ่มนักเรียน 2 ห้อง เรียนจากนักเรียนทั้งหมด 6 ห้องเรียน โดยใช้การสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling)

ขั้นที่ 2 สุ่มนักเรียนที่ได้จากขั้นที่ 1 โดยใช้การสุ่มอย่างง่าย เพื่อจัดเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ดังแสดงในตาราง 1

ตาราง 1 แสดงกลุ่มตัวอย่าง จำนวนนักเรียนและวิธีการสอนที่ใช้ในการทดลอง

กลุ่ม	จำนวนนักเรียน (คน)	วิธีการสอนที่ใช้ในการทดลอง
ควบคุม	40	สอนตามปกติโดยใช้คู่มือครูของ สสวท.
ทดลอง	40	สอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอน

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้เป็นวิชาคณิตศาสตร์ ค 311 เรื่องพหุนาม ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 ของกระทรวงศึกษาธิการ

ระยะเวลาของการทดลอง

กลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่มใช้เวลาในการทดลอง 10 คาบ คาบละ 50 นาที ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2532 กลุ่มทดลองสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและผู้วิจัยเป็นผู้สอน กลุ่มควบคุมสอนตามปกติโดยใช้คู่มือครูของ สสวท. และอาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์ของโรงเรียนที่ทดลองเป็นผู้สอน

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองประกอบด้วย

1. แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 311 เรื่องพหุนาม มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 แบบเรียนคณิตศาสตร์ ค 311 และคู่มือการสอนคณิตศาสตร์ของ สสวท. กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

1.2 วิเคราะห์จุดมุ่งหมายทั่วไป จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม สำหรับเนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง

1.3 จัดทำแผนการสอนให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมที่กำหนดไว้

1.4 นำแผนการสอนที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจ

1.5 นำแผนการสอนที่ผู้เชี่ยวชาญตรวจและปรับปรุงแก้ไข ไปทดลองใช้ (try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนแสนสุข อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ที่ไม่ใช่เป็นกลุ่มตัวอย่างในครั้งนี้ เพื่อหาข้อบกพร่องเกี่ยวกับเวลาที่ใช้จัดกิจกรรม สื่อการเรียน และปริมาณเนื้อหาที่นำมาจัดกิจกรรม

1.6 นำแผนการสอนมาปรับปรุงแก้ไขอีกครั้งหนึ่ง ก่อนนำไปใช้กับกลุ่มทดลอง

2. ชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพหุนาม มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับหลักการและวิธีการสร้างชุดการเรียนการสอนจากเอกสาร และจากผู้เชี่ยวชาญ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดเนื้อหาและสร้างชุดการเรียนการสอน

2.2 ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียน เนื้อหาที่จะสอนจากแบบเรียนต่าง ๆ เพื่อเป็นแนวทางในการกำหนดพฤติกรรมที่ต้องการ

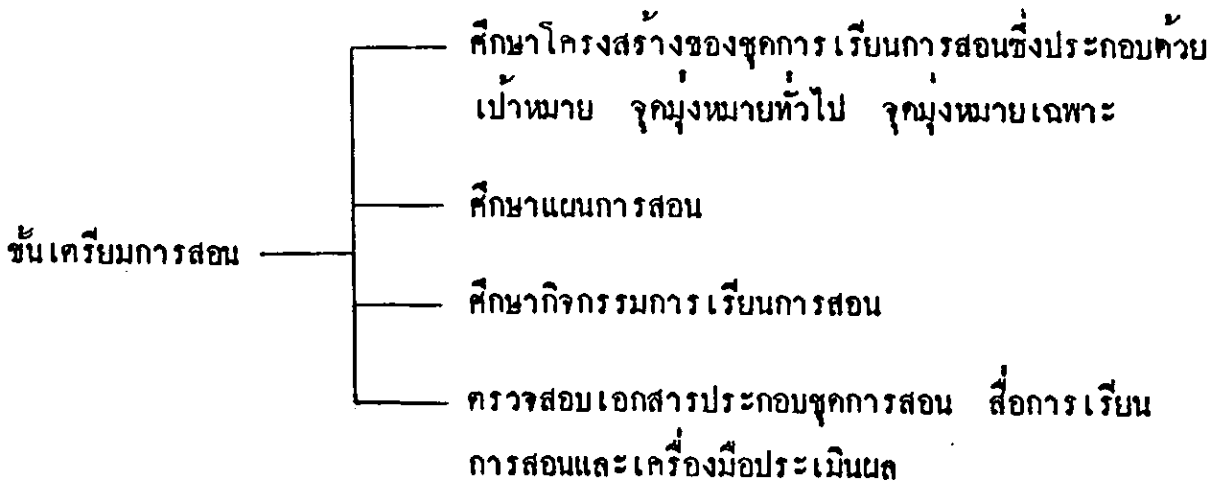
2.3 ศึกษาจุกมกพร่องของนักเรียนในการเรียนเรื่องพหุนาม จาก ปริณิธานิพนธ์ของ วรรัตติ ชูณหาศิยานนท์ เรื่อง การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยวิชา คณิตศาสตร์ เรื่องพหุนาม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ม.3) ในเขต ท้องที่การศึกษาที่ 4 กรุงเทพมหานคร เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างชุดการเรียน การสอนเรื่องพหุนาม

2.4 กำหนดจุกมุ่งหมายทั่วไป จุกมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมจากพฤติกรรม ที่ต้องการ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดทำโครงสร้างกิจกรรมการเรียนการสอน และ การประเมินผลของเนื้อหาที่ใช้ชุดการเรียนการสอน

2.5 สร้างชุดการเรียนการสอน ชุดการเรียนการสอนที่จะสร้างขึ้น เป็นชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อประสม ซึ่งมีองค์ประกอบดังนี้

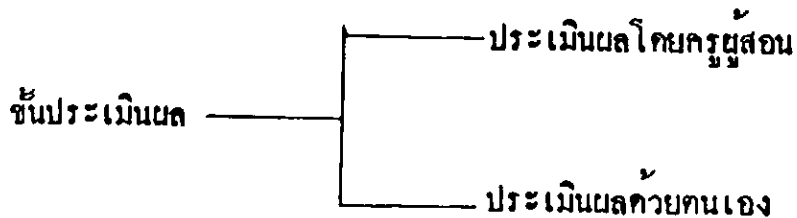
2.5.1 คำชี้แจง ประกอบด้วยวัตถุประสงค์และคำแนะนำสำหรับ ผู้ใช้ชุดการเรียนการสอน

วัตถุประสงค์ของชุดการเรียนการสอน เพื่อให้ครูที่สอนวิชา คณิตศาสตร์ เรื่องพหุนาม นำชุดการเรียนการสอนไปใช้สอนนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 คำแนะนำสำหรับผู้ใช้ชุดการเรียนการสอน แสดงด้วยภาพ กังต่อไปนี้



ชั้นสอน

สอนโดยใช้กิจกรรมและสื่อที่เตรียมไว้



2.5.2 เนื้อหาของชุดการเรียนรู้การสอน แสงใ้ค้กั้งนี้

คาบที่ 1 เอกนาม

คาบที่ 2 การบวกเอกนาม

คาบที่ 3 การลบเอกนาม

คาบที่ 4 พหุนาม

คาบที่ 5 การบวกพหุนาม

คาบที่ 6 การลบพหุนาม

คาบที่ 7 การคูณเอกนามกับ เอกนาม

การคูณพหุนามกับ เอกนาม

คาบที่ 8 การคูณพหุนามกับพหุนาม

คาบที่ 9 การหารเอกนามด้วยเอกนาม

การหารพหุนามด้วยเอกนาม

คาบที่ 10 การหารพหุนามด้วยพหุนาม

2.5.3 กิจกรรมการเรียนรู้การสอน มี 3 ลักษณะคือ

2.5.3.1 การเรียนเป็นกลุ่มใหญ่ มีกิจกรรมดังนี้

1. ครูอธิบาย สาธิต โดยมีแผนภาพ

หรือแผนโปร่งใสประกอบ

2. นักเรียนอภิปรายหรือสรุปหลักเกณฑ์

2.5.3.2 การเรียนเป็นกลุ่มย่อย โดยให้นักเรียน
ศึกษาจากบัตรงานหรือท่าแบบฝึกหัด

2.5.3.3 การเรียนเป็นรายบุคคล โดยให้ศึกษา
จากบทเรียนโปรแกรมและเอกสารอ่านประกอบ

2.5.4 แบบทดสอบ แบ่งออกเป็น 3 ประเภทคือ

2.5.4.1 แบบทดสอบย่อย ใช้หลังจากนักเรียน
เรียนจบในแต่ละเรื่อง

2.5.4.2 แบบทดสอบวัดพื้นฐานความรู้เดิม ใช้ก่อนที่
นักเรียนจะเรียนเนื้อหาใหม่

2.5.4.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ใช้หลังจาก
นักเรียนเรียนจบบทเรียนเรื่องพหุนามแล้ว

2.6 นำชุดการเรียนการสอนที่สร้างแล้วไปให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความ
ถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมของกิจกรรม สื่อ และการประเมินผล

2.7 นำชุดการเรียนการสอนที่ผู้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบและปรับปรุงแก้ไข
แล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตพิบูลบำเพ็ญ มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ บางแสน จังหวัดชลบุรี ที่มีชื่อกลุ่มตัวอย่างในครั้งนี้ เพื่อศึกษา
ข้อบกพร่องแล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสม

2.8 นำชุดการเรียนการสอนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปใช้สอน เพื่อการ
วิจัยต่อไป

3. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพหุนาม 80 ข้อ ใช้
เวลาทำ 100 นาที มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

3.1 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพหุนามแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 80 ข้อ โดยให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

3.2 นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการเขียนข้อสอบ และมีความรู้ในเนื้อหาเป็นอย่างดี จำนวน 5 ท่าน เป็นผู้พิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อนั้นวัดโคตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมหรือไม่

3.3 นำแบบทดสอบที่ผ่านการพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญ แล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนปราชญ์ราษฎร์อารุง อำเภอเมือง จังหวัดปราชญ์ จำนวน 2 ห้อง รวม 101 คน และโรงเรียนสาธิตพิบูลย์บำเพ็ญ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางแสน จังหวัดชลบุรี จำนวน 2 ห้อง รวม 84 คน

3.4 วิเคราะห์ข้อสอบ โดยนำข้อสอบที่ได้จากการทดสอบในข้อ 3.3 มาตรวจให้คะแนน ข้อที่เลือกตอบถูกต้อง ให้ 1 คะแนน ข้อที่เลือกตอบผิดหรือไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ ให้ 0 คะแนน

3.4.1 วิเคราะห์ข้อสอบเป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนก โดยใช้เทคนิค 27% และเปิดตารางของ จุง เทห์ ฟาน (Fan. 1952 : 6 - 32) คัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป และค่าความยากง่ายระหว่าง 0.2 - 0.8 ไว้ใช้ จำนวน 40 ข้อ

3.4.2 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยใช้สูตร KR - 20 ของคูเคอร์ - ริชาร์ดสัน

3.4.3 หาค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

วิธีดำเนินการทดลอง

1. ผู้วิจัยสอนกลุ่มทดลองโดยใช้ชุดการเรียนการสอนเรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และอาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนสอนกลุ่มควบคุม โดยสอนตามปกติและใช้คู่มือครูของ สสวท. ทั้งสองกลุ่มใช้เวลาสอน 10 คาบ ๆ ละ 50 นาที
2. หลังจากการสอน วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และวิเคราะห์แล้วมาทดสอบ
3. การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ข้อที่ตอบถูกต้อง ให้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ ให้ 0 คะแนน
4. นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม มาทดสอบด้วยวิธีการทางสถิติ โดยใช้สถิติทดสอบ t (t -test)

วิธีจัดกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล

1. ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ คะแนนเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 2. ทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้สถิติทดสอบ t (t -test) (ดูน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2528 : 81 - 82)
- 2.1 เมื่อประชากรทั้งสองกลุ่มมีค่าความแปรปรวนเท่ากัน ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$)
- ค่าการแจกแจง t คือ

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s_p \sqrt{\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}}}$$

$$s_p^2 = \frac{(N_1 - 1)s_1^2 + (N_2 - 1)s_2^2}{N_1 + N_2 - 2}$$

$$df = N_1 + N_2 - 2$$

เมื่อ	t	แทน ค่าสถิติทดสอบ
	\bar{X}_1	แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลอง
	\bar{X}_2	แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มควบคุม
	N_1	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง
	N_2	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มควบคุม
	S_1^2	แทน ความแปรปรวนของคะแนนในกลุ่มทดลอง
	S_2^2	แทน ความแปรปรวนของคะแนนในกลุ่มควบคุม
	S_p^2	แทน ความแปรปรวนร่วมของ คะแนนในกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

2.2 เมื่อประชากรทั้งสองกลุ่มมีค่าความแปรปรวนไม่เท่ากัน ($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$)
ค่าการแจกแจง t คือ

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_2^2}{N_2}}}$$

$$\text{โดย } df = \frac{\left[\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_2^2}{N_2} \right]^2}{\frac{\left[\frac{S_1^2}{N_1} \right]^2}{N_1 - 1} + \frac{\left[\frac{S_2^2}{N_2} \right]^2}{N_2 - 1}}$$

เมื่อ	t	แทน ค่าสถิติทดสอบ
	\bar{X}_1	แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลอง
	\bar{X}_2	แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มควบคุม
	N_1	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง
	N_2	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มควบคุม
	s_1^2	แทน ความแปรปรวนของ คะแนนในกลุ่มทดลอง
	s_2^2	แทน ความแปรปรวนของ คะแนนในกลุ่มควบคุม

3. หาค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของ แบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้เทคนิค 27 % ของ จุง เทห์ ฟาน (Fan. 1952 : 6 - 32) ใ้ค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.41 ถึง 0.69 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.23 ถึง 0.85

4. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้สูตร KR - 20 ของ คูเคอร์ - วิซาร์กสัน (ฉ้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2528 : 168)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{s_t^2} \right]$$

เมื่อ	r_{tt}	แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	n	แทน จำนวนข้อสอบของแบบทดสอบ
	p	แทน อัตราส่วนของคนที่ตอบถูกในแต่ละข้อของแบบทดสอบ
	q	แทน อัตราส่วนของคนที่ตอบผิดในแต่ละข้อของแบบทดสอบ
	s_t^2	แทน ความแปรปรวนของ คะแนนจากแบบทดสอบ

ใ้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.70

5. หาค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการวัด โดยใช้สูตร (Ferguson. 1976 : 432)

$$s_e = s_x \sqrt{1 - r_{tt}}$$

เมื่อ s_e แทน ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด
 s_x แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐานในการวัด
 r_{tt} แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการวัด เท่ากับ 2.84

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์ ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

- N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
- \bar{X} แทน คะแนนเฉลี่ย
- S^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนน
- t แทน ค่าสถิติในการแจกแจง t (t-distribution)
- F แทน ค่าสถิติในการแจกแจง F (F-distribution)
- df แทน ชั้นของความเป็นอิสระ

การวิเคราะห์ข้อมูล

ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ได้แก่คะแนนจากการทดสอบกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพหุนามจำนวน 40 ข้อ หลังจากได้ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ คะแนนเฉลี่ย และความแปรปรวนของคะแนนในแต่ละกลุ่มแล้ว จึงทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยแต่ละกลุ่มโดยใช้สถิติทดสอบ t (t-test) ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. นำคะแนนจากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม มาคำนวณหาค่าคะแนนเฉลี่ย และความแปรปรวน, ปรากฏผลดังตาราง 2

ตาราง 2 คะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนน จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
ของกุ่มทดลองและกุ่มควบคุม

กุ่มตัวอย่าง	N	\bar{X}	S^2
กุ่มทดลอง	40	16.98	20.64
กุ่มควบคุม	40	11.05	15.89

2. นำความแปรปรวนจากการทดสอบวัดสมมติฐานทางการเรียนของกลุ่มทดลองและ
กลุ่มควบคุมมาทดสอบความแตกต่าง ปรากฏผลดังตาราง 3

ตาราง 3 ผลการทดสอบความแตกต่างของความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่าง
กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	N	\bar{X}	s^2	F
กลุ่มทดลอง	40	16.98	20.64	1.30
กลุ่มควบคุม	40	11.05	15.89	

$$F_{.05(39,39)} = 1.69$$

จากตาราง 3 จะเห็นว่าความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองและ
กลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน แสดงว่า ความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของทั้งสองกลุ่มเท่ากัน

3. ทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม ปรากฏผลดังตาราง 4

ตาราง 4 ผลการทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่าง กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	N	\bar{X}	S^2	t
กลุ่มทดลอง	40	16.98	20.64	6.02**
กลุ่มควบคุม	40	11.05	15.89	

$$t_{.01,78} = 2.660$$

จากตาราง 4 จะเห็นว่าคะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 จึงสรุปได้ว่าประสิทธิภาพทางการเรียนเรื่องพหุนามของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนกับนักเรียนที่เรียนจากการสอนปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งตรงกับสมมติฐานที่ตั้งไว้

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การศึกษาครั้งนี้เป็นการศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้การสอนที่ใช้สอนเรื่องพหุนาม
ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งสรุปผลการศึกษาได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อสร้างชุดการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพหุนามระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพทางการเรียนรู้เรื่องพหุนาม ของนักเรียนที่เรียนจาก
การสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนกับการสอนปกติ

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

ประสิทธิภาพทางการเรียนรู้เรื่องพหุนามของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้
การสอนกับนักเรียนที่เรียนจากการสอนปกติแตกต่างกัน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนแสนสุข
อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี จำนวน 2 ห้องเรียน ๆ ละ 40 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลอง
1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม กลุ่มทดลอง หมายถึง กลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้
การสอนซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้สอน กลุ่มควบคุม หมายถึง กลุ่มที่ได้รับการสอนตามปกติ ซึ่งอาจารย์
ประจำวิชาคณิตศาสตร์ของโรงเรียนเป็นผู้สอน โรงเรียนแสนสุขจัดห้องเรียนแบบคละกันคือมีทั้งนักเรียนที่
เรียนเก่ง เรียนปานกลาง และเรียนอ่อน อยู่ในห้องเดียวกัน นักเรียนเหล่านี้เรียนวิชาคณิตศาสตร์
ค 311 ซึ่งมีเนื้อหาเรื่องพหุนามในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2532

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค311 เรื่องพหุนาม ตามคู่มือครูของ สสวท.
2. ชุดการเรียงการสอนเรื่องพหุนาม ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นตามแผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค311 แบ่งเนื้อหาของชุดการเรียงการสอนดังนี้คือ
 - คาบที่ 1 เอกนาม
 - คาบที่ 2 การบวกเอกนาม
 - คาบที่ 3 การลบเอกนาม
 - คาบที่ 4 พหุนาม
 - คาบที่ 5 การบวกพหุนาม
 - คาบที่ 6 การลบพหุนาม
 - คาบที่ 7 การคูณเอกนามกับเอกนาม
การคูณพหุนามกับเอกนาม
 - คาบที่ 8 การคูณพหุนามกับพหุนาม
 - คาบที่ 9 การหารเอกนามด้วยเอกนาม
การหารพหุนามด้วยเอกนาม
 - คาบที่ 10 การหารพหุนามด้วยพหุนาม
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพหุนาม ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ มีความยากง่ายตั้งแต่ 0.41 ถึง 0.69 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.23 ถึง 0.85 มีค่าความเชื่อมั่น 0.70

การดำเนินการทดลอง

1. เลือกนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2532 จากโรงเรียนแสนสุข อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี เป็นกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 2 ห้องเรียน ๆ ละ 40 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยได้ดำเนินการดังนี้

ขั้นที่ 1 ชุมนักเรียนมา 2 ห้องเรียนจากนักเรียนทั้งหมด 6 ห้องเรียน โดยใช้
การสุ่มอย่างง่าย

ขั้นที่ 2 ชุมนักเรียนที่ได้จากขั้นที่ 1 โดยใช้การสุ่มอย่างง่าย เพื่อจัดเป็นกลุ่มทดลอง
และกลุ่มควบคุม

2. ค่าเงินการทดลอง ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มทดลองโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัย
สร้างขึ้น อาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์ของโรงเรียนสอนนักเรียนกลุ่มควบคุมโดยใช้การสอนตาม
ปกติและใช้คู่มือครูของ สสวท. ทั้งสองกลุ่มใช้เวลาสอนทั้งหมด 10 คาบ คาบละ 50 นาที

3. เมื่อสอนครบ 10 คาบ แล้วทำการทดสอบนักเรียนทั้งสองกลุ่มโดยใช้แบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพหุนามที่ผู้วิจัยได้คัดเลือกแล้วจำนวน 40 ข้อ ใช้เวลาทำ 50 นาที

4. ตรวจสอบการทดสอบแล้วนำไปวิเคราะห์เพื่อทดสอบสมมติฐานทางสถิติ

การวิเคราะห์ข้อมูล

ศึกษาประสิทธิภาพทางการเรียนเรื่องพหุนามระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้
สถิติทดสอบ $t(t\text{-test})$

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

ประสิทธิภาพทางการเรียนเรื่องพหุนามของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียน
การสอนกับนักเรียนที่เรียนจากการสอนปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

การอภิปรายผล

จากการทดลองพบว่า ประสิทธิภาพทางการเรียนเรื่องพหุนามของนักเรียนที่เรียนจากการสอน
โดยใช้ชุดการเรียนการสอนกับนักเรียนที่เรียนจากการสอนปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
ที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะสาเหตุต่อไปนี้

1. การทดลองครั้งนี้กระทำกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักพัฒนาการทางสติปัญญาของ เพียเจต์ สติปัญญาของนักเรียนในชั้นนี้จัดอยู่ในขั้นคิดเป็นแบบแผน ความคิดของเด็กในช่วงนี้มีลักษณะที่สำคัญ เช่น สามารถคิดเป็นนามธรรม คิดย้อนกลับ และคิดสรุปผลแบบอนุมานได้ ดังนั้นนักเรียนในชั้นนี้จึงสามารถเรียนเรื่องพหุนามที่เป็นนามธรรมได้ เพราะการเรียนเรื่องพหุนามจำเป็นต้องใช้ความคิดเหล่านี้เป็นพื้นฐานอยู่แล้ว และเนื่องจากในกลุ่มทดลองผู้วิจัยใช้ชบวนการสอนที่เอื้อต่อการใช้ความคิดในลักษณะนี้ ฉะนั้นจึงอาจเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้นักเรียนกลุ่มทดลองเรียนเรื่องพหุนามได้ดีกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

2. ชุกการเรียนการสอนเรื่องพหุนามที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีกิจกรรมการเรียนการสอนหลายอย่างในการทดลองครั้งนี้ผู้วิจัยได้สังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนขณะที่เรียน พบว่า นักเรียนมีความพอใจกับกิจกรรมที่ทำ เช่น การเรียนเป็นรายบุคคล โดยให้นักเรียนศึกษาจากบทเรียนโปรแกรมและชุกการเรียนด้วยตนเอง การเรียนเป็นกลุ่มใหญ่โดยครูเป็นผู้บรรยายและใช้แผนโปรงใสประกอบ การให้แบบฝึกหัดหรือขัตรงานเป็นกลุ่มย่อยและรายบุคคล การเฉลยแบบฝึกหัดโดยใช้แผนโปรงใส การเปิดโอกาสให้นักเรียนช่วยกันสรุปเนื้อหาที่เรียนและซักถามปัญหา นอกจากนี้ชุกการเรียนการสอนที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ผู้วิจัยได้จัดสำคัญการสร้างทวนวิช่วเคราะห์ระบบ ทั้งโคแยกแยะเนื้อหาที่จะสอนออกเป็นชุกย่อย ๆ เรียงลำดับต่อเนื่องกันจากง่ายไปหายาก และการตั้งชุกประสงค์การเรียนรู่มุ่งเน้นการฝึกทักษะ ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ กระตือรือร้น เอาใจใส่ในการเรียน และนักเรียนสามารถทราบผลย้อนกลับ (Feedback) ได้ทันที ลักษณะของชุกการเรียนการสอนและกิจกรรมต่าง ๆ ข้างต้นสอดคล้องกับงานวิจัยของ มูฮัมหมัด ศรีสะอาด (2524 : 84) ที่พบว่า การสอนที่มีประสิทธิภาพสูงของเมืองลปะระกอบที่สำคัญ โคแก่ การให้ผูเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม การเรียนการสอนอย่างเหมาะสม การให้โอกาสใช้ถักถามและแสดงความคิดเห็นในการทำงานเป็นกลุ่ม การให้การเสริมแรง การให้ทราบผลย้อนกลับและการแก้ไขชอกทรวง การวางแผนเตรียมการสอน ความพร้อมในการสอนของครู ครูต้องเข้าใจชุกประสงค์และขั้นตอนในการทำงานอย่างชัดเจน การลำดับเนื้อหาจากง่ายไปยาก การใช้ชูปกรณ์อย่างเหมาะสม การเปลี่ยนแปลงกิจกรรม การใช้เทคนิคการสอนที่น่าสนใจ การควบคุมอารมณ์ของครู ความเข้มยำในเนื้อหาในเรื่องที่จะสอน การให้นักเรียนค้นคว้าเพิ่มเติมนอกเหนือจากการเรียนในชั้น ความสามารถ

ของครูในการอธิบายให้นักเรียนเข้าใจ ลักษณะของชุดการเรียนการสอนข้างต้นทำให้การสอนโดย
ใช้ชุดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพแตกต่างจากการสอนตามปกติ

3. ลักษณะของชุดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนอกจากจะมีกิจกรรมการเรียน
การสอนหลายรูปแบบแล้ว ชุดการเรียนการสอนยังเน้นความเข้าใจในโมโนมิของเนื้อหา โดย
ให้นักเรียนเข้าใจหลักเกณฑ์ของเนื้อหาและการคิดคำนวณ และกระบวนการคิดแต่ละขั้นตอนอย่าง
ชัดเจน ทำให้นักเรียนเกิดโมโนมิที่ถูกต้องและสามารถนำโมโนมิเหล่านั้นไปใช้ในการทำแบบฝึกหัด
ต่าง ๆ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ได้ เนื่องจากผู้วิจัยได้นำจุดบกพร่องต่าง ๆ ของนักเรียนที่
เรียนเรื่องพหุนามมาใช้เป็นประโยชน์ในการสร้างชุดการเรียนการสอน และในชุดการเรียนการสอน
จะมีงานให้นักเรียนทำ ซึ่งจะเน้นพื้นฐานความรู้ที่จำเป็น เช่น การบวก การลบ การคูณ และ
การหารจำนวน การคูณและการหารเลขยกกำลัง คุณสมบัติการสลับที่สำหรับการบวกและการคูณ
คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการบวกและการคูณ คุณสมบัติการแจกแจง ดังนั้นชุดการเรียน
การสอนดังกล่าวจึงเป็นเครื่องมือสำคัญที่จะช่วยสร้างโมโนมิให้แก่ผู้เรียนอย่างถูกต้อง ท่อเนื่อง และ
รวดเร็ว ช่วยให้ผู้เรียนก้าวหน้าทางการเรียน ซึ่งจะส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ให้สูงขึ้น

4. ชุดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมุ่งให้นักเรียนเรียนโดยทำกิจกรรมเป็นสำคัญ
กล่าวคือ จำนวนเวลาที่ครูใช้อธิบายและจำนวนเวลาที่นักเรียนทำกิจกรรมใกล้เคียงกัน ซึ่งมีผล
ทำให้เกิดการเรียนรู้อย่างดี และสอดคล้องกับจิตวิทยาของการเรียนรู้

5. ในการทดลองครั้งนี้ เมื่อนักเรียนเรียนเนื้อหาในชุดการเรียนการสอนโดยจบแล้ว
จะทำการประเมินผลหลังการเรียนทันที หากนักเรียนคนใดไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้สามารถ
จะเรียนซ่อมเสริมนอกเวลาเรียนปกติได้ นอกจากนี้ชุดการเรียนการสอนแต่ละชุดจะมีแบบฝึกหัดเสริม
สำหรับนักเรียนที่สนใจและเรียนเข้าใจได้เร็ว นำไปศึกษาเพิ่มเติม โดยผู้สอนแจกแบบฝึกหัดเสริม
ทันทีที่บอกรักหน้าชั้นเรียน ถ้านักเรียนคนใดมีปัญหาก็สามารถปรึกษาผู้สอนได้ทันที ซึ่งการกระทำดังกล่าว
ทำให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้น และเอาใจใส่ในการเรียนมากขึ้น

จากเหตุผลดังกล่าวข้างต้นจึงทำให้ประสิทธิภาพทางการเรียนเรื่องพหุนามของนักเรียนที่
เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่นักเรียนที่เรียนจากการสอนปกติแตกต่างกัน

จากการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สังเกตเห็นว่าการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนมีข้อดีหลายประการดังนี้

1. ชุดการเรียนการสอนมีกิจกรรมหลายอย่าง เช่น การเรียนเป็นกลุ่มใหญ่โดยใช้แผนโปรงใสประกอบการอธิบาย การเรียนเป็นรายบุคคลโดยใช้ชุดการเรียนด้วยตนเองและบทเรียนโปรแกรม โดยเฉพาะการอธิบายโดยใช้แผนโปรงใสประกอบ ทำให้นักเรียนกระตือรือร้นและสนใจในการเรียนมากขึ้น ทั้งนี้เพราะการเรียนการสอนในลักษณะดังกล่าวช่วยสร้างบรรยากาศที่ดีในการเรียน และที่สำคัญคือนักเรียนเข้าใจเนื้อหาที่ถูกต้องและชัดเจน ถ้านักเรียนคนใดยังไม่เข้าใจหรือขาดเรียนสามารถศึกษาเนื้อหาต่าง ๆ จากแผนโปรงใสได้
2. ชุดการเรียนการสอนช่วยประหยัดเวลาและลดงานของผู้สอนกล่าวคือ เมื่อมีชุดการเรียนการสอนที่ทำได้สำเร็จ ผู้สอนจะดำเนินการสอนตามคำแนะนำที่มีไว้ในชุดการเรียนการสอนนั้น ฉะนั้นผู้สอนไม่ต้องเสียเวลาทำสื่อการสอนใหม่ ทำให้มีเวลาทำงานอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องและศึกษาค้นคว้าเนื้อหาหรือวิธีสอนเพิ่มเติม ทำให้ผู้สอนมีประสบการณ์กว้างขวาง ซึ่งมีผลต่อประสิทธิภาพในการเรียนของนักเรียนด้วย
3. ชุดการเรียนการสอนช่วยให้เกิดประสิทธิภาพในการสอน เพราะชุดการเรียนการสอนผลิตขึ้นด้วยวิธีวิเคราะห์ระบบ โดยกลุ่มผู้เชี่ยวชาญหลาย ๆ ท่าน และมีการทดลองใช้และปรับปรุงแล้วจึงจะนำออกมาใช้ได้

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ควรพยายามสร้างหรือนำชุดการเรียนการสอนในหัวข้ออื่น ๆ มาใช้ในแพร่หลาย เพื่อให้การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น
2. สถานที่ที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา ควรมีบทบาทในการเผยแพร่และส่งเสริมให้มีการทดลองเกี่ยวกับชุดการเรียนการสอน โดยสนับสนุนให้มีการอบรมวิธีการสร้างชุดการเรียนการสอนแก่นักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ ส่งเสริมให้มีการผลิตชุดการเรียนการสอนขึ้นใช้ และหากการวิจัยเกี่ยวกับการใช้ชุดการเรียนการสอนหรือโดยการให้ความร่วมมือกับหน่วยศึกษานิเทศก์ กระทรวงศึกษาธิการ เพื่อให้การอบรมแนะนำให้ครูประจำการใช้วิธีสอนนี้อย่างกว้างขวางยิ่งขึ้น

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยต่อไป

1. ควรนำชุดการเรียนรู้การสอนเรื่องพหุนามที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้ไปปรับปรุงแก้ไข และทดลองกับกลุ่มตัวอย่างอื่นในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยเปรียบเทียบกับการสอนปกติ
2. ควรมีการสร้างชุดการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์ เนื้อหาเรื่องอื่นนอกเหนือไปจากเรื่องพหุนาม แล้วนำไปทดลองสอนเปรียบเทียบกับการสอนปกติ เพื่อศึกษาเนื้อหาในเรื่องใดบ้างที่ผู้เรียนชอบด้วยชุดการเรียนรู้การสอนแล้วได้ผลดีกว่าการสอนปกติ
3. ควรมีการศึกษาหาว่ามอดุ์ประกอบอะไรบางอย่างที่จะช่วยให้การเรียนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนได้มีประสิทธิภาพ เช่น เทคนิคในการสร้าง ลักษณะของเนื้อหาวิชา ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองแต่ละครั้ง กิจกรรมการเรียนและบทบาทของครูที่สอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอน เป็นต้น
4. ควรมีการศึกษาหาว่า ผลการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนจะทำให้ให้นักเรียนมีทัศนคติต่อชุดการเรียนรู้การสอนอย่างไร
5. ควรมีการศึกษา ผลของการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนที่มีต่อความคงทนของการเรียนรู้

ဘဝအတွက်

บรรณานุกรม

- ชวลิต ชุงใหญ่. การศึกษาค้นคว้าอิสระทางการเรียน แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์และความสนใจใน
วิชาคณิตศาสตร์ อันเป็นผลจากการสอนวิชาวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอน
โดยใช้ชุดการสอนรายวิชาย่อย. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ :
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2530. อีศสำเนา.
- ชวาล แพทย์กุล. เทคนิคการเขียนข้อสอบ. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์พิทักษ์อักษร, 2520.
- ไชยยศ เรืองสุวรรณ. หลักการ ทฤษฎี เทคโนโลยีและนวัตกรรมทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 2.
มหาสารคาม : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ มหาสารคาม, 2522.
- ทวีชัย สนิทสร. การศึกษาศามารถในการเรียนเรื่อง กลุ่ม (Group) เบื้องต้นของ
นักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : วิทยาลัย
วิชาการศึกษา ประสานมิตร, 2516. อีศสำเนา.
- บุญชม ศรีสะอาด. รูปแบบของผลการเรียนในโรงเรียน. วิทยานิพนธ์ กศ.ค.
กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2524. อีศสำเนา.
- บุญมา จาริก. เปียเจต์ (Piaget) และคณิตศาสตร์. ม.ป.ท., 2524.
- เป็รื่อง กุมาท. เทคโนโลยีทางการศึกษา สื่อการสอนและนวัตกรรมทางการศึกษา. กรุงเทพฯ :
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2518. เอกสารโรเนียว.
- _____ . สู่ทางในการนำเทคโนโลยีมาช่วยปรับปรุงคุณภาพประถมศึกษา รายงานการ
สัมมนาเรื่องการศึกษาวิจัยนวัตกรรมและเทคโนโลยีมาปรับปรุงคุณภาพประถมศึกษาใน
โรงเรียนที่มีครูสอนไม่ครบชั้น. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา, 2516.
- พงษ์ศักดิ์ ปัญจพรผล. "ชุดการสอนสำหรับครู ผู้ปกครอง." วารสารเพื่อท่าน 6(3) :
กรุงเทพฯ : กรุงเทพมหานครพิมพ์, 2517.
- พิมพ์อำไพ อินทรวัตร์. การสร้างชุดการสอนวิชาภาษาไทยชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้สัมพันธ์
กับลักษณะความเป็นอยู่และปัญหาชนบท จังหวัดสงขลา โดยใช้วิธีวิเคราะห์แบบ.
วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร,
2520. อีศสำเนา.

เมธี อิมอักษร. แนวทฤษฎีในการสอนคณิตศาสตร์. สงขลา : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
สงขลา, 2520.

บุศิ แก้วรักษา. การทดลองใช้ชุดการสอนจุดม (Mimicourse) วิชาสร้างเสริมประสบการณ์
ชีวิต 7 ในชั้นเรียนการศึกษายุ่งใหญ่เบ็ดเสร็จระดับที่ 4. วิทยานิพนธ์ ศ.ม. กรุงเทพฯ :
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2527. อักษร่าเนา.

ฉวน สายยศ และอังคณา สายยศ. หลักการวิจัยทางการศึกษา, พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ :
วิศกธรพาวเวอร์พอนท์, 2528.

อัครา ชูปรีดิ์. สื่อการสอน, พิมพ์ครั้งที่ 1. รอมูรี : ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางแสน, 2525.

วนิดา ศิริมาดา. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในวิชาภาษาไทย
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยชุดการสอนอิเล็กทรอนิกส์ กับเรียนโดยการสอน
ตามคู่มือภาษาไทย กรมวิชาการ. วิทยานิพนธ์ ศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2528. อักษร่าเนา.

วรรณิ์ รุณหวัดนิยานนท์. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพหุนามสำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ม.3) ในห้องเรียนที่ 4 กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์
ศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2524. อักษร่าเนา.

ศึกษาศิการ, กระทรวง. หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521. กรุงเทพฯ :
จงเจริญการพิมพ์, 2520.

. รายงานสรุปการศึกษานผลการใช้หลักสูตรวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์สายอาชีพศึกษา
ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ ปีการศึกษา 2524 - 2525. กรุงเทพฯ : สถาบันส่งเสริม
การสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2525. อักษร่าเนา.

ศุภวณิ์ ชันชอย. การสร้างชุดการสอนประกอบหลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในสัมพันธ์กับ
ลักษณะความเป็นอยู่และปัญหาชนบทภาคกลาง โดยใช้วิธีวิเคราะห์ระบบ. วิทยานิพนธ์
ศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2519. อักษร่าเนา.

- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. คู่มือการสอนวิชาคณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 1. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2530.
- แบบเรียนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 1. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์
 คุรุสภาลาดพร้าว, 2529.
- สาโรจน์ แพ่งยัง. การศึกษาประสิทธิภาพของชุดการสอนประกอบหลักสูตรชั้นประถมศึกษาปีที่ 2
วิชาภาษาไทยที่สร้างขึ้นโดยวิธีวิเคราะห์แบบให้สัมพันธ์กับลักษณะความเป็นอยู่ และ
ปัญหาชนบทภาคกลาง. ปรินญานินทน์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัย
 ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2519. อักสาเนา.
- สำเริง บุญเรืองรัตน์. การปฏิรูปการศึกษา. กรุงเทพฯ : วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร,
 2516. เอกสารโรเนียว.
- สุทัศนรา ยิ่งยืนยง. การเปรียบเทียบผลการเรียนรู้วิชาภาษาอังกฤษของนักเรียนชั้นประถมศึกษา
ปีที่ 6 จากชุดการสอนที่วิเคราะห์แบบกับไม่วิเคราะห์แบบ. ปรินญานินทน์ กศ.ม.
 กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2520. อักสาเนา.
- สุภาพร ศักดิ์ศรีชัยศิลป์. การศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการเรียนเรื่องจำนวนเต็มลบ
ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินญานินทน์ กศ.ม.
 กรุงเทพฯ : วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร, 2514. อักสาเนา.
- สุมาลี สุวัจนกุล. การศึกษาลักษณะพฤติกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้
ของนักเรียน ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ ชั้นปีที่ 1 ที่เรียนโดยชุดการสอนมินิคอร์ส
(Minicourse). ปรินญานินทน์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 ประสานมิตร, 2529. อักสาเนา.
- สุวิธนา อุดมรัตน์. "สมรรถภาพของครูคณิตศาสตร์," ใน เอกสารการสอนชุดวิชาการศึกษา
คณิตศาสตร์. เล่ม 1 หนวบทที่ 3. กรุงเทพฯ : สาขาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย
 สุโขทัยบรมราชินราช, 2525.
- เสาวลักษณ์ รัตนวิรัช. "ชุดการสอนรายวิชาย่อย," ใน สารานุกรมศึกษาศาสตร์ เล่ม 3.
 หน้า 113 - 116. มกราคม - มีนาคม 2529.

- อุทัย หนูแดง. การทดลองชุดการเรียนการสอนมินิคอร์สกับนักศึกษาผู้ใหญ่แบบเบ็ดเสร็จระดับ 3
วิธีสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต 4. ปริญญาโท กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัย
 ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2526. อักษรอาเน.
- Baun, Dale D. "Training Packages : An Innovative Approach for Increasing
 IMC/PMC Potential for In - Service Training in Special Education,"
Educational Technology. September, 1972.
- Fan, Chung-Teh. Item Analysis Table. New Jersey : Education Testing.
 Service Princeton, 1952.
- Ferguson, George A. Statistical Analysis in Psychology and Education.
 4th ed. Tokyo : McGraw-Hill Book Company, 1976.
- Howell, Bruce. "Learning Packages in American Education," Educational
Technology. Publication Englewood Cliffs, New Jersey, 1973.
- Kapfer, Philip G. and Miriam, Kapfer. Introduction to Learning Packages
in American Education. edited by Philip G. Kapfer and Miriam
 Kapfer. p. 3 - 10. Educational Technology. Publication Englewood
 Cliffs, New Jersey, 1972.
- Kapfer, Philip G. and Glen F. Ovard. Preparing and Using Individualized
Learning Packages for Ungrade. Continuous Progress Education,
 Educational Technology. Publication Englewood Cliffs, New Jersey,
 1971.
- McColeman, James Wesley. "Relationship Between the Use of Learning Activity
 Packages, Group Activities and the Preference of Students toward the
 Social Studies Course," Dissertation Abstracts International. 36(1) :
 109-A; July, 1975.

තරුණයන්

ภาคผนวก ก

ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt})
ของแบบทดสอบวัดคุณสมบัตินักเรียนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพหุนาม
คะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนจากการทดสอบวัดคุณสมบัตินักเรียน
ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพหุนาม

ตาราง 5 แสดงค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบแต่ละข้อของ
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพหุนาม

ข้อ	P_H	P_L	p	r	ข้อ	P_H	P_L	p	r
1	.92	.22	.60	.70	21	.94	.16	.58	.77
2	.90	.18	.56	.71	22	.94	.34	.68	.66
3	.82	.12	.46	.68	23	.96	.30	.68	.72
4	.78	.36	.58	.43	24	.88	.26	.59	.62
5	.78	.26	.52	.52	25	.96	.14	.59	.80
6	.94	.10	.54	.80	26	.94	.28	.65	.69
7	.98	.20	.65	.81	27	.86	.40	.65	.49
8	.92	.14	.55	.76	28	.90	.20	.57	.69
9	.98	.12	.60	.85	29	.94	.34	.68	.66
10	.90	.24	.59	.66	30	.86	.28	.58	.59
11	.96	.26	.66	.74	31	.74	.20	.47	.54
12	.96	.28	.67	.73	32	.92	.30	.64	.65
13	.84	.20	.53	.63	33	.68	.20	.43	.49
14	.52	.30	.41	.23	34	.78	.28	.53	.50
15	.84	.52	.69	.37	35	.92	.34	.66	.62
16	.92	.34	.65	.64	36	.74	.34	.54	.40
17	.92	.20	.58	.72	37	.92	.40	.69	.58
18	.92	.18	.57	.73	38	.92	.24	.61	.69
19	.92	.34	.66	.62	39	.90	.44	.69	.52
20	.94	.28	.65	.69	40	.80	.30	.56	.50

ตาราง 6 แสดงค่า p q และ pq ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
โรงเรียนพูนาม

ข้อ	p	q	pq	ข้อ	p	q	pq
1	0.66	0.34	0.2244	21	0.39	0.61	0.2379
2	0.61	0.39	0.2379	22	0.71	0.29	0.2059
3	0.63	0.37	0.2331	23	0.71	0.29	0.2059
4	0.66	0.34	0.2244	24	0.65	0.35	0.2275
5	0.62	0.38	0.2356	25	0.67	0.33	0.2211
6	0.68	0.32	0.2176	26	0.69	0.31	0.2139
7	0.72	0.28	0.2016	27	0.61	0.39	0.2379
8	0.70	0.30	0.2100	28	0.71	0.29	0.2059
9	0.61	0.39	0.2379	29	0.76	0.24	0.1824
10	0.68	0.32	0.2176	30	0.60	0.40	0.2400
11	0.70	0.30	0.2100	31	0.70	0.30	0.2100
12	0.72	0.28	0.2016	32	0.69	0.31	0.2139
13	0.61	0.39	0.2379	33	0.34	0.66	0.2244
14	0.73	0.27	0.1971	34	0.61	0.39	0.2379
15	0.70	0.30	0.2100	35	0.35	0.65	0.2275
16	0.69	0.31	0.2139	36	0.74	0.26	0.1924
17	0.62	0.38	0.2356	37	0.67	0.33	0.2211
18	0.69	0.31	0.2139	38	0.61	0.39	0.2379
19	0.73	0.27	0.1971	39	0.72	0.28	0.2016
20	0.67	0.33	0.2211	40	0.58	0.42	0.2436

$$\Sigma pq = 8.557$$

ตาราง 7 แสดงคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของ คะแนนจากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส

x	x ²	x	x ²	x	x ²	x	x ²	x	x ²	x	x ²
26	676	18	324	16	256	13	169	11	121	8	64
26	676	18	324	16	256	13	169	10	100	8	64
26	676	18	324	16	256	13	169	10	100	8	64
26	676	18	324	16	256	13	169	10	100	7	49
25	625	18	324	15	225	13	169	9	81	7	49
22	484	18	324	15	225	13	169	9	81	7	49
21	441	17	289	15	225	12	144	9	81	7	49
20	400	17	289	15	225	12	144	9	81	6	36
20	400	17	289	14	196	12	144	9	81	6	36
20	400	17	289	14	196	12	144	9	81	3	9
19	361	17	289	14	196	12	144	8	64		
19	361	16	256	14	196	12	144	8	64		
18	324	16	256	14	196	11	121	8	64	1121	17833
18	324	16	256	14	196	11	121	8	64		

$$\bar{x} = \frac{1121}{80}$$

$$= 14.0125$$

$$s_t^2 = \frac{80(17833) - (1121)^2}{80 \times 79}$$

$$= \frac{1426640 - 1256641}{6320}$$

$$= \frac{169999}{6320}$$

$$= 26.90$$

ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพหุนาม

$$\begin{aligned}
 r_{tt} &= \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{s_t^2} \right] \\
 &= \frac{40}{40-1} \left[1 - \frac{8.557}{26.90} \right] \\
 &= \frac{40}{39} \times 0.68189 \\
 &= 0.70
 \end{aligned}$$

ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพหุนามฉบับนี้มีค่าเท่ากับ 0.70

ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการวัด

$$\begin{aligned}
 s_e &= s_x \sqrt{1 - r_{tt}} \\
 &= 5.1865 \sqrt{1 - 0.70} \\
 &= 2.84
 \end{aligned}$$

ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการวัดเท่ากับ 2.84

ตาราง 8 แสดงคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนจากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องพหุนามของกลุ่มทดลอง

x_1	x_1^2	x_1	x_1^2	x_1	x_1^2
26	676	18	324	14	196
26	676	18	324	13	169
26	676	18	324	13	169
26	676	17	289	12	144
25	625	17	289	12	144
22	484	17	289	12	144
21	441	17	289	11	121
20	400	16	256	10	100
20	400	15	225	10	100
19	361	15	225	10	100
19	361	15	225		
18	324	15	225		
18	324	14	196	679	12331
18	324	14	196		
18	324	14	196		

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{679}{40} \\ &= 16.98\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}s_1^2 &= \frac{40(12331) - (679)^2}{40 \times 39} \\ &= 20.64\end{aligned}$$

ตาราง 9 แสดงคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนจากกาทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทของพีทาโกรัสของนักเรียน

x_2	x_2^2	x_2	x_2^2	x_2	x_2^2
20	400	12	144	8	64
18	324	12	144	8	64
17	289	12	144	8	64
16	256	11	121	7	49
16	256	11	121	7	49
16	256	9	81	7	49
16	256	9	81	7	49
16	256	9	81	6	36
16	256	9	81	6	36
14	196	9	81	3	9
14	196	9	81		
13	169	8	64		
13	169	8	64	442	5504
13	169	8	64		
13	169	8	64		

$$\bar{x} = \frac{442}{40}$$

$$= 11.05$$

$$s_2^2 = \frac{40(5504) - (442)^2}{40 \times 39}$$

$$= 15.89$$

ภาคผนวก ข

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
ปร้องพจนาม

คำชี้แจง

1. ข้อสอบฉบับนี้เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ จำนวน 40 ข้อ เวลา 50 นาที
2. ให้ทำเครื่องหมาย × ลงใน □ ให้ตรงกับตัวเลือกที่ถูกข้อใดข้อหนึ่งเพียงข้อเดียว ลงในกระดาษคำตอบ
3. ไม่ควรเสียเวลาในการทำข้อใดข้อหนึ่งนานเกินไป ถ้าคิดไม่ออก ควรข้ามไปทำข้ออื่น ๆ ก่อน เมื่อมีเวลาชวยย้อนกลับมาคิดใหม่
4. ตรวจทานอีกครั้งหนึ่งก่อนส่งคำตอบ
5. ให้ส่งกระดาษคำตอบพร้อมทั้งกระดาษคำตอบ

ขอขอบคุณ

นางสาวนันทิยา จิตภิรมย์

1. ข้อใดเป็นเอกนาม

ก. $\frac{5x^2}{y}$

ข. $\frac{1}{xy}$

ค. $\frac{1}{2xy}$

ง. $-5xy^{-1}$

2. ข้อใดไม่เป็นเอกนาม

ก. $\frac{6}{5}$

ข. $-7(xy)^0z$

ค. $6(xyz)^{-2}$

ง. $\frac{1}{2xy^4z^2}$

3. $-x^2z$ มีดีกรีเป็นเท่าใด

ก. -1

ข. 1

ค. 2

ง. 3

4. $-4x^2y^3z$ มีตัวประกอบเป็นพหุคูณ

ก. 6

ข. 5

ค. 3

ง. 2

5. $(-6)^{-5}p^3q^0r^4$ มีตัวประกอบเป็นพหุคูณ

ก. 7

ข. 4

ค. 0

ง. -5

6. พหุคูณเป็นเอกนามที่คล้ายกับ $-2y^3$

ก. $-2y^{-3}$

ข. $-2y^2$

ค. $-3y^2$

ง. $3y^3$

7. เอกนามคู่ใดเป็นเอกนามที่ไม่คล้ายกัน

ก. -5 กับ 5

ข. $-2xy$ กับ $6xy$

ค. $2ab^2$ กับ $4ba^2$

ง. $3(x^2y)^2$ กับ $2x^4y^2$

8. $xy^2 + -\frac{3}{4}y^2x$ มีค่าเท่าใด

ก. $\frac{1}{4}xy^2$

ข. $-\frac{1}{4}xy^2$

ค. $\frac{1}{4}x^2y$

ง. $-\frac{1}{4}x^2y$

9. $(9xy^3 + 4x^2y^3) + (-10xy^3 + 3y^3x^2)$ มีค่าเท่าใด

ก. $13xy^3 - 7x^2y^3$

ข. $-7xy^3 + 17x^2y^3$

ค. $-xy^3 - 7x^2y^3$

ง. $-xy^3 + 7x^2y^3$

10. $14x^3y^3 - (2xy)^3$ มีค่าเท่าใด

ก. $16x^3y^3$

ข. $12x^3y^3$

ค. $8x^3y^3$

ง. $6x^3y^3$

11. $15p^2qr^0 - (-8q^2p)$ มีค่าเท่าใด

ก. $23p^2q$

ข. $23pq^2$

ค. $15p^2q - 8q^2p$

ง. $15p^2q + 8q^2p$

12. $[36(ab)^2c - 17a^2cb^2] - (-5a^2b^2c)$ มีค่าเท่าใด

ก. $14a^2bc^2$

ข. $14a^2b^2c$

ค. $24a^2bc^2$

ง. $24a^2b^2c$

13. $(7x^5 + 3y^4) - (4x^5 - 10y^4)$ มีค่าเท่ากับ

ก. $10x^5 + 6y^4$

ข. $10y^4 + 6x^5$

ค. $3x^5 + 13y^4$

ง. $3x^5 - 7y^4$

14. ข้อใดเป็นพหุนาม

ก. $\frac{y^2}{x} + 6$

ข. $-6x^2 + 3^{-2}$

ค. $x^2 + y^{-2} + 2$

ง. $y^2 + 5x^{-1} + 1$

15. $4x^2 + 2x + 1$ เป็นพหุนามที่มีตัวประกอบเท่าใด

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3

16. ผลบวกของ $[(7ab - 5ac + 3bc) + (2bc - 3ab + 5ac)] + (10ab - 7ac + 3bc)$ มีค่าเท่ากับ

ก. $14ab - 7ac + 8bc$

ข. $14ab + 7ac - 8bc$

ค. $14ab - 7ac - 8bc$

ง. $14ab + 7ac + 8bc$

17. ผลลบของ $(3x + 5) - (x - 4)$ มีค่าเท่ากับ

ก. $2x - 1$

ข. $2x + 1$

ค. $2x - 9$

ง. $2x + 9$

18. ผลลบของ $(2x - 4y + 6) - (3x - 5y + 3)$ มีค่าเท่ากับ

ก. $-x - 9y + 9$

ข. $-x - 9y + 3$

ค. $-x - y + 3$

ง. $-x + y + 3$

19. ผลลัพธ์ของ $(10 - 3pq + 5p^2) - (-3q^2 - 2pq + 6)$

ก. $4 - pq - 5p^2 + 3q^2$

ข. $4 - pq + 5p^2 + 3q^2$

ค. $16 - 5pq + 5p^2 + 3q^2$

ง. $16 - 5pq - 5p^2 - 3q^2$

20. ผลลัพธ์ของ $(7x^2y - y^2z + 6z^2x) - (5x^2y + 3y^2z - 4z^2x)$ มีค่าเท่ากับ

ก. $2x^2y - 4y^2z + 10xz^2$

ข. $2x^2y - 4y^2z - 10xz^2$

ค. $2x^2y + 4y^2z + 10xz^2$

ง. $x^2y - y^2z + xz^2$

21. ผลลัพธ์ของ $[(2x^2 - 3x + 8) - (4x^3 - 2x^2 + 3)] - (5x^2 + 3x + 7)$ มีค่าเท่ากับ

ก. $-4x^3 - x^2 - 6x - 2$

ข. $-4x^3 - x^2 + 6x - 2$

ค. $-4x^3 - x^2 - 6x - 18$

ง. $-4x^3 + 9x^2 - 6x - 2$

22. $(4x^2y)[(2xy^2)(-x)]$ มีค่าเท่ากับ

ก. $8x^4y^3$

ข. $-8x^4y^3$

ค. $8x^2y^2$

ง. $-8x^2y^2$

23. ผลคูณของ $(3x^2)$ กับ $(x + y - 3z)$ มีค่าเท่ากับ

ก. $3x^3 + 3x^2y - 9x^2z$

ข. $3x^3 - 3x^2y + 9x^2z$

ค. $3x^3 + 3y^2x - 9x^2z$

ง. $3x^3 - 3y^2x + 9x^2z$

24. ผลคูณของ $(-2x^2y)$ กับ $(-xy^2 + xy - 6x^2y^2)$ มีค่าเท่ากับ

ก. $2x^3y^3 - 2x^3y^2 + 12y^3x^4$

ข. $2x^3y^3 - 2x^3y^2 - 12x^4y^3$

ค. $2x^3y^3 - 2x^2y^3 + 12x^4y^3$

ง. $2x^3y^3 + 2x^2y^3 + 12x^4y^3$

25. $(2x + y)(x + 3y)$ มีค่าเท่ากับ

ก. $2x^2 + 3xy + 3y^2$

ข. $2x^2 + 4xy + 3y^2$

ค. $2x^2 + 6xy + 3y^2$

ง. $2x^2 + 7xy + 3y^2$

26. $(2x - 1)(x^2 - 3x + 5)$ มีค่าเท่ากับ

ก. $2x^3 - 7x^2 + 13x - 5$

ข. $2x^3 - 7x^2 - 13x + 5$

ค. $2x^3 - 7x^2 + 13x + 5$

ง. $2x^3 - 7x^2 - 13x - 5$

27. $[(x - 1)(x^2 + x + 1)](x^3 + 1)$ มีค่าเท่ากับ

ก. $x^5 - 1$

ข. $x^5 + 1$

ค. $x^6 - 1$

ง. $x^6 + 1$

28. $(4x^2y - 3xy^2 + 2)(xy - 2)$ มีค่าเท่ากับ

ก. $4x^3y^2 - 3x^2y^3 + 2xy - 8x^2y + 6xy^2 - 4$

ข. $4x^3y^2 - 3x^2y^3 - 2xy - 8x^2y + 6xy^2 - 4$

ค. $4x^3y^2 - 3x^2y^3 + 2xy + 8x^2y - 6xy^2 - 4$

ง. $4x^3y^2 - 3x^2y^3 + 2xy + 8x^2y - 6xy^2 + 4$

29. ผลหารของ $8x^3y \div 2xy$ มีค่าเท่ากับ

ก. $4x^2$

ข. $4xy$

ค. $4x^2y$

ง. $4y^2x$

30. ผลหารของ $-50x^2y^6 \div 10x^{10}y^{10}$ มีค่าเท่ากับ

ก. $-\frac{5x^8}{y^4}$

ข. $-\frac{5}{8^4xy}$

ค. $-5x^8y^4$

ง. $-\frac{5y^4}{8x}$

31. ผลหารของ $\frac{16(ab)^3}{(2a)^3b}$ มีค่าเท่าใด

ก. $2b^2$

ข. $8b^2$

ค. $2b^3$

ง. $8b^3$

32. ผลหารของ $\frac{-81x^2(yz)^4}{3x^2y^3z^3}$ มีค่าเท่าใด

ก. $-27yz$

ข. $27yz$

ค. $-27y^2z^2$

ง. $27y^2z^2$

33. ผลหารของ $\frac{2x^2y + y}{2y}$ มีค่าเท่าใด

ก. $x^2 + \frac{1}{2}$

ข. $x^2 + 1$

ค. $x^2y + \frac{1}{2}$

ง. $x^2y + 1$

34. แยกหารของ $\frac{16x^2 - 4x + 2}{2x}$ มีค่าเท่ากับ

ก. $8x - 2 + \frac{1}{x}$

ข. $8x - 2 + \frac{2}{x}$

ค. $8x + 2 + \frac{1}{x}$

ง. $8x - 2 + \frac{1}{2x}$

35. แยกหารของ $\frac{5x^4y^3 + xy^6}{-xy^3}$ มีค่าเท่ากับ

ก. $-5x^3 + y^3$

ข. $-(5x^3 + y^3)$

ค. $-5x^3 - xy^3$

ง. $-5x^3 - yx^3$

36. แยกหารของ $\frac{12x^5 - 20x^4 + 36x^2}{4x^2}$ มีค่าเท่ากับ

ก. $3x^3 + 5x^2 + 9$

ข. $3x^3 - 5x^2 + 9$

ค. $3x^3 + 5x^2 + 9x$

ง. $3x^3 - 3x^2 + 9x$

37. $2y^2 + y - 10$ หารด้วย $2y + 5$ มีค่าเท่ากับ

ก. $y + 2$

ข. $y - 2$

ค. $-y + 2$

ง. $-y - 2$

38. $2x^3 + 4x^2 - 8x + 2$ หารด้วย $x^2 + 3x - 1$ มีค่าเท่ากับ

ก. $x - 2$

ข. $x + 2$

ค. $2x - 2$

ง. $2x + 2$

39. $15x^4 - x^3 - x^2 + 41x - 70$ หารด้วย $3x^2 - 2x + 7$ มีค่าเท่ากับ

ก. $5x^2 + 3x - 10$

ข. $5x^2 - 3x + 10$

ค. $5x^2 - 3x - 10$

ง. $x^2 + 3x - 10$

40. $2x^4 - 5x^2 - x + 1$ หารด้วย $x^2 - 2x - 1$ มีค่าเท่าใด

ก. $2x^2 + 4x + 5$ เศษ $13x - 6$

ข. $2x^2 + 4x + 5$ เศษ $13x + 6$

ค. $2x^2 + 4x - 5$ เศษ $13x - 6$

ง. $2x^2 - 4x + 5$ เศษ $13x + 6$

โดยคำทอม

1	ก	21	ก
2	ก	22	ข
3	ง	23	ก
4	ก	24	ก
5	ก	25	ง
6	ง	26	ก
7	ก	27	ค
8	ก	28	ก
9	ง	29	ก
10	ง	30	ข
11	ง	31	ก
12	ง	32	ก
13	ก	33	ก
14	ข	34	ก
15	ก	35	ข
16	ก	36	ข
17	ง	37	ข
18	ง	38	ค
19	ข	39	ก
20	ก	40	ข

ภาคผนวก ค

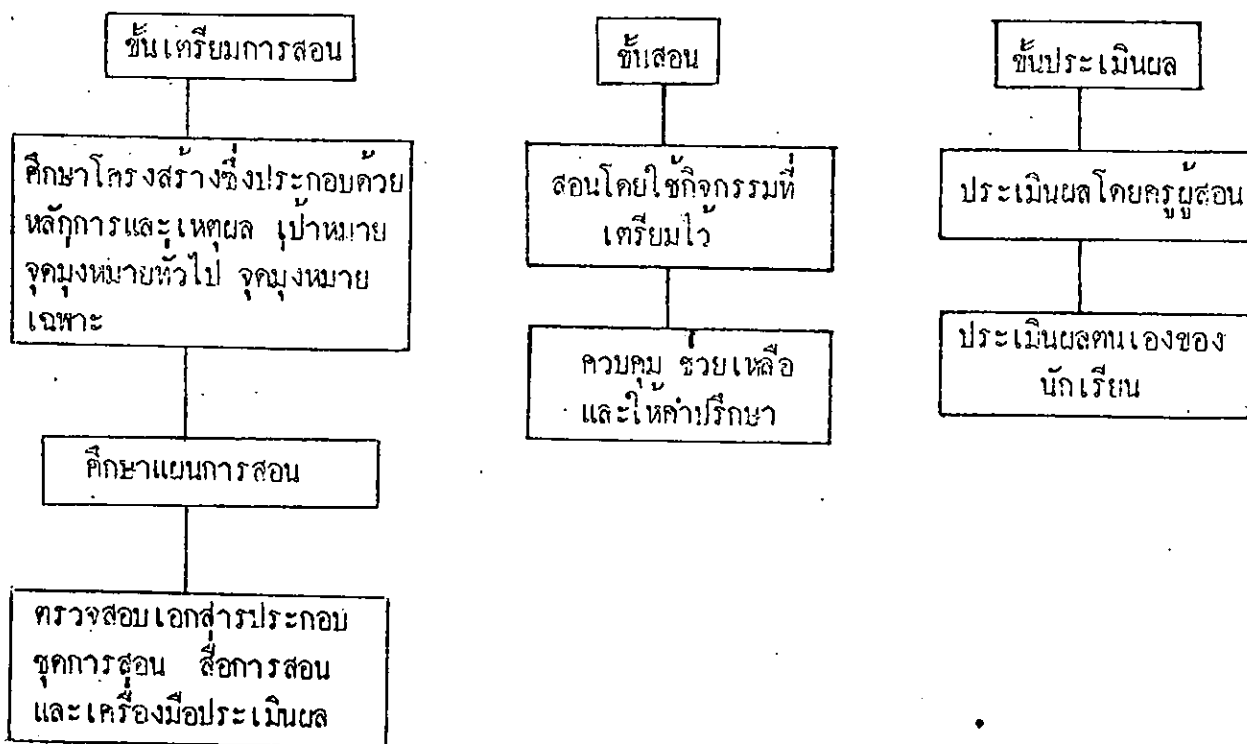
ชุดการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพหุนาม

คำแนะนำสำหรับผู้ใช้ชุดการเรียนการสอน

เนื่องจากชุดการเรียนการสอนได้แบ่งเป็นชุดการสอน กับชุดการเรียนด้วยตนเอง ซึ่งแต่ละอย่างมีคำแนะนำดังนี้

1. คำแนะนำสำหรับครูผู้ใช้ชุดการเรียนการสอน

ชุดการเรียนการสอนนี้สร้างขึ้นสำหรับครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ ค311 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อใช้สอนเรื่องพหุนาม ซึ่งประกอบด้วย คำแนะนำสำหรับผู้ใช้ โครงสร้างของชุดการเรียนการสอน (หลักการและเหตุผล เป้าหมาย จุดมุ่งหมาย) แผนการสอน เอกสารประกอบชุดการเรียนการสอน และสื่อการเรียนการสอน ซึ่งครูสามารถนำไปใช้ได้สะดวก และสอนได้ผลตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ คำแนะนำที่สำคัญแสดงด้วยแผนภาพดังนี้



แผนภาพแสดงคำแนะนำสำหรับผู้สอน

1. ขั้นเตรียมการสอน

ก่อนจะนำชุดการสอนไปใช้ ครูควรทำสิ่งต่อไปนี้

- 1.1 ศึกษาโครงสร้างของชุดการสอน ซึ่งประกอบด้วย หลักการและเหตุผล เป้าหมาย จุดมุ่งหมายทั่วไป จุดมุ่งหมายเฉพาะ ให้เข้าใจอย่างชัดเจน
- 1.2 ศึกษาแผนการสอนให้เข้าใจว่าในเวลาที่ ระยะเวลาใดจะให้นักเรียน ทำกิจกรรมอะไร กิจกรรมดังกล่าวให้นักเรียนทำเป็นกลุ่มใหญ่ กลุ่มย่อย หรือรายบุคคล

แต่ละกิจกรรมนั้นครูทำอะไรในเวลาใด กิจกรรมหลักที่ครูให้นักเรียนทำนั้นต้องศึกษามาก่อนเป็นอย่างดี และในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมอาจมีการซักถามปัญหาที่ลึกซึ้งเกี่ยวกับเนื้อหา ซึ่งครูควรเตรียมการสอนให้มากที่สุดนี้เพราะเพื่อเพิ่มความรู้ และทัศนคติที่ดีให้นักเรียน

- 1.3 ตรวจสอบเอกสารประกอบชุดการสอน สื่อการสอน เครื่องมือประเมินผลที่กำหนดไว้ว่าเพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่พอจะซื้อสื่ออะไรทดแทน ทั้งนี้เพื่อป้องกันความไม่เรียบร้อยในขณะที่ให้นักเรียนทำกิจกรรม

2. ขั้นสอน

- 2.1 ครูดำเนินการสอนโดยใช้กิจกรรมที่เตรียมไว้ แต่กิจกรรมนี้ยืดหยุ่นได้ตามความเหมาะสมกับผู้เรียน และสถานการณ์
- 2.2 ในการดำเนินกิจกรรมกลุ่ม ครูต้องคอยควบคุมช่วยเหลือ และให้คำปรึกษาเพื่อร่วมแก้ไขปัญหาร่วมกับนักเรียน ครูควรกระตุ้นหรือรื้อฟื้นในการทำกิจกรรมกับนักเรียน ให้กำลังใจ อันจะเป็นการสร้างแรงจูงใจให้เกิดขึ้นกับนักเรียน

3. ขั้นประเมินผล

- 3.1 การประเมินผลโดยครูผู้สอน เช่น จากกำรสังเกตการร่วมกิจกรรมต่าง ๆ ของนักเรียน และการทดสอบความรู้ในแต่ละจุดประสงค์

3.2 การประเมินผลตนเองของนักเรียน นักเรียนประเมินผลตนเองได้จากแบบฝึกหัดที่ครูเฉลยไว้บนแผ่นโปร่งใส หลังจากที่มีการประเมินผลแล้ว ควรให้นักเรียนซักถามเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง

2. คำแนะนำสำหรับผู้ใช้ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองในที่นี้ เป็นเอกสารที่ให้ตนเอง และบทเรียนโปรแกรม ส่วนรับบทเรียนโปรแกรมมีคำแนะนำในการใช้ดังนี้

1. บทเรียนโปรแกรมเป็นบทเรียนที่ให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง โดยอ่านข้อความที่อยู่ในกรอบเรียงไปตามลำดับ และปฏิบัติตามคำแนะนำที่ให้ไว้
2. ถ้ากรอบใดมีแต่คำอธิบาย ไม่มีส่วนที่นักเรียนต้องตอบ เมื่ออ่านจบและเข้าใจแล้วให้อ่านกรอบต่อไปได้เลย
3. ถ้ากรอบใดมีส่วนที่นักเรียนต้องตอบ บทเรียนนี้จะเฉลยคำตอบให้ทราบในกรอบถัดไปทางขวามือทุก ๆ ครั้ง เพื่อให้นักเรียนตรวจสอบด้วยตนเอง ในขณะที่เรียนนักเรียนต้องข้อสัจย์ต่อตนเองโดยไม่ดูคำตอบก่อน การตอบผิดไม่ใช่เรื่องเสียหาย แต่เป็นการบอกให้ทราบว่านักเรียนอาจจะยังไม่เข้าใจหรือยังคิดไม่รอบคอบ
4. เมื่อนักเรียนพร้อมที่จะเรียนโปรดลงมือเรียนทันที.

โครงสร้างของชุดการเรียนรู้การสอน
 วิชาคณิตศาสตร์ ค311 เรื่อง พหุนาม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หลักการและเหตุผล

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษา ตามเป้าหมายของหลักสูตรปัจจุบัน มีจุดประสงค์หลายประการ กล่าวคือ เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนมีทักษะในการคิดคำนวณ เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ เพื่อให้เกิดความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักของคณิตศาสตร์ กว้างขวางกว่าความรู้เดิม เพื่อเป็นพื้นฐานของการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นสูงและวิชาที่ต้องใช้คณิตศาสตร์ และเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจในลักษณะและประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้น การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพหุนาม จะบรรลุเป้าหมายของหลักสูตรได้ จำเป็นต้องจัดให้มีสื่อและกิจกรรม เพื่อให้ผู้เรียนมีความเข้าใจและ เกิดความสนใจในเรื่องที่เรียน

เป้าหมาย

ชุดการเรียนการสอนเรื่องพหุนามสร้างขึ้นเพื่อเป็นเครื่องมือสำหรับครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ ค311 สามารถนำไปใช้สอนนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในภาคเรียนที่ 1

จุดมุ่งหมายทั่วไป

เพื่อให้ นักเรียนเข้าใจและเกิดความสนใจ เรื่องพหุนาม และเป็นพื้นฐานที่จะศึกษาต่อในระดับสูง

จุดมุ่งหมายเฉพาะ

เนื้อหา	จุดมุ่งหมายเฉพาะ
<p>เอกลนาม</p>	<p>เมื่อนักเรียนเรียนเรื่องเอกลนามแล้วนักเรียนควรจะสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. บอกความหมายของเอกลนามได้ 2. บอกได้ว่าจำนวนที่ให้พิจารณานั้นเป็นเอกลนามหรือไม่ 3. บอกสมบัติประสิทธิ์ของเอกลนามได้ 4. บอกค้กรรของเอกลนามได้ 5. บอกได้ว่าเอกลนามคู่ใดคล้ายกัน
<p>การบวกเอกลนาม</p>	<p>เมื่อนักเรียนเรียนเรื่องการบวกเอกลนามแล้วนักเรียนควรจะสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. บวกเอกลนามในแนวอนได้ 2. บวกเอกลนามในแนวตั้งได้
<p>การลบเอกลนาม</p>	<p>เมื่อนักเรียนเรียนเรื่องการลบเอกลนามแล้วนักเรียนควรจะสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ลบเอกลนามในแนวอนได้ 2. ลบเอกลนามในแนวตั้งได้
<p>พหุนาม</p>	<p>เมื่อนักเรียนเรียนเรื่องพหุนามแล้วนักเรียนควรจะสามารถ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. บอกความหมายของพหุนามได้ 2. บอกได้ว่าจำนวนที่ให้พิจารณานั้นเป็นพหุนามหรือไม่ 3. ทำพหุนามที่กำหนดให้เป็นพหุนามในรูปผลสำเร็จได้ 4. หาค้กรรของพหุนามได้ถูกต้อง

เนื้อหา	จุดมุ่งหมาย เฉพาะ
การบวกพหุนาม	<p>เมื่อนักเรียนเรียนเรื่องการบวกพหุนามแล้วนักเรียนควรจะสามารรถ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. หาคผลบวกของพหุนามในแนวอนาค 2. หาคผลบวกของพหุนามในแนวตั้งค
การลบพหุนาม	<p>เมื่อนักเรียนเรียนเรื่องการลบพหุนามแล้วนักเรียนควรจะสามารรถ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. หาคผลลบของพหุนามในแนวอนาค 2. หาคผลลบของพหุนามในแนวตั้งค
การคูณเอกนามกับเอกนาม	<p>เมื่อนักเรียนเรียนเรื่องการคูณเอกนามกับเอกนามแล้ว นักเรียนควรจะสามารรถ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. หาคผลคูณของเอกนามกับเอกนามในแนวอนาค 2. หาคผลคูณของเอกนามกับเอกนามในแนวตั้งค
การคูณพหุนามกับเอกนาม	<p>เมื่อนักเรียนเรียนเรื่องการคูณพหุนามกับเอกนามแล้วนักเรียนควรจะสามารรถ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. หาคผลคูณของพหุนามกับเอกนามในแนวอนาค 2. หาคผลคูณของพหุนามกับเอกนามในแนวตั้งค
การคูณพหุนามกับพหุนาม	<p>เมื่อนักเรียนเรียนเรื่องการคูณพหุนามกับพหุนามแล้วนักเรียนควรจะสามารรถ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. หาคผลคูณของพหุนามกับพหุนามในแนวอนาค 2. หาคผลคูณของพหุนามกับพหุนามในแนวตั้งค

เนื้อหา	จุดมุ่งหมายเฉพาะ
การหาร เอกนามด้วยเอกนาม	เมื่อนักเรียนเรียนเรื่องการหาร เอกนามด้วยเอกนามแล้วนักเรียนควรจะสามารถหารผลหารของเอกนามด้วยเอกนามได้
การหารพหุนามด้วยเอกนาม	เมื่อนักเรียนเรียนเรื่องการหารพหุนามด้วยเอกนามแล้วนักเรียนควรจะสามารถหารผลหารของพหุนามด้วยเอกนามได้
การหารพหุนามด้วยพหุนาม	เมื่อนักเรียนเรียนเรื่องการหารพหุนามด้วยพหุนามแล้วนักเรียนควรจะสามารถหารผลหารของพหุนามด้วยพหุนามโดยวิธีทั้งหารได้

แผนการสอน
การใช้ชุดการเรียนรู้การสอนเรื่องพจนานาม

เวลา	เนื้อเรื่องและกิจกรรม	การจัดกลุ่ม
คาบที่ 1 50 นาที	<p><u>เนื้อเรื่อง</u> เอกนามและเอกนามที่คล้ายกัน</p> <p><u>กิจกรรม</u> คุรุกิจกรรรมการสอนดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเองจากเอกสารชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองเรื่องเอกนามให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1.1, 1.2, 1.3 2. เฉลยแบบฝึกหัด 3. สรุป 4. ประเมินผล 5. เฉลยแบบทดสอบ 	รายบุคคล รายบุคคล กลุ่มใหญ่ กลุ่มใหญ่ รายบุคคล กลุ่มใหญ่
คาบที่ 2 50 นาที	<p><u>เนื้อเรื่อง</u> การบวกเอกนาม</p> <p><u>กิจกรรม</u> คุรุกิจกรรรมการสอนดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ครูทบทวนคุณสมบัติการแจกแจงพร้อมกับยกตัวอย่าง ครูอธิบายหลักเกณฑ์การบวกเอกนามในแนวนอน และในแนวตั้ง พร้อมกับยกตัวอย่าง โดยใช้แผ่นโปร่งใส ประกอบการอธิบาย <p>ให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดเรื่องคุณสมบัติการแจกแจงแบบฝึกหัดที่ 2.1 และแบบฝึกหัดที่ 2.2</p>	กลุ่มใหญ่ รายบุคคล

เวลา	เนื้อเรื่องและกิจกรรม	การจัดกลุ่ม
	<ol style="list-style-type: none"> 2. เฉลยเอกสารฝึกหัด แบบฝึกหัด และแบบฝึกหัด 3. สรุป 4. ประเมินผล 5. เฉลยแบบทดสอบ 	<p>กลุ่มใหญ่</p> <p>กลุ่มใหญ่</p> <p>รายบุคคล</p> <p>กลุ่มใหญ่</p>
<p>คาบที่ 3</p> <p>50 นาที</p>	<p><u>เนื้อเรื่อง</u> การอบเอกนาม</p> <p><u>กิจกรรม</u> คุรุมีกิจกรรมการสอนดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ครูทบทวนการอบจำนวน ครูอธิบายหลักเกณฑ์การอบเอกนามในแนวนอนและในแนวตั้ง พร้อมกับยกตัวอย่าง โดยใช้แผ่นโปร่งใสประกอบการอธิบายให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัด เรื่องการอบจำนวนแบบฝึกหัดละ แบบฝึกหัดที่ 3.1 แบบฝึกหัดที่ 3.2 และแบบฝึกหัดเสริม 2. เฉลยเอกสารฝึกหัด แบบฝึกหัดละแบบฝึกหัดที่ 3.1 แบบฝึกหัดที่ 3.2 3. สรุป 4. ประเมินผล 5. เฉลยแบบทดสอบ 	<p>กลุ่มใหญ่</p> <p>รายบุคคล</p> <p>กลุ่มใหญ่</p> <p>กลุ่มใหญ่</p> <p>รายบุคคล</p> <p>กลุ่มใหญ่</p>

เวลา	เนื้อเรื่องและกิจกรรม	การจัดกลุ่ม
คาบที่ 4 50 นาที	<p><u>เนื้อเรื่อง</u> พุทนาม</p> <p><u>กิจกรรม</u> คุรุมีกิจกรรมการสอนดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. คุรุหนวนเรื่องการบวกและการลบเอกลนาม คุรุอธิบายลักษณะของพุทนามและพุทนาม ในรูปผลสำเร็จ พร้อมกับยกตัวอย่าง โดยไร้แผนโปร่งใสประกอบการอธิบาย ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3.1 และแบบฝึกหัดที่ 3.2 2. เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3.1 และแบบฝึกหัดที่ 3.2 3. สรุป 4. ประเมินผล 5. เฉลยแบบทดสอบ 	กลุ่มใหญ่ รายบุคคล กลุ่มใหญ่ กลุ่มใหญ่ รายบุคคล กลุ่มใหญ่
คาบที่ 5 50 นาที	<p><u>เนื้อเรื่อง</u> การบวกพุทนาม</p> <p><u>กิจกรรม</u> คุรุมีกิจกรรมการสอนดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. คุรุอธิบายรูปแบบการบวกพุทนาม และยกตัวอย่าง การบวกพุทนามในแนวอน และในแนวตั้ง โดย ไร้แผนโปร่งใสประกอบการอธิบาย ให้นักเรียนทำบัตรงานเรื่องการบวกพุทนาม แบบฝึกหัดที่ 5 และบัตรงานเรื่องจำนวนตรงข้ามของพุทนาม 2. เฉลยบัตรงานเรื่องการบวกพุทนามในแนวตั้ง แบบฝึกหัดที่ 5 	กลุ่มใหญ่ รายบุคคล กลุ่มใหญ่

เวลา	เนื้อเรื่องและกิจกรรม	การจัดกลุ่ม
	3. สรุป 4. ประเมินผล 5. เจดอยแบบทดสอบ	กลุ่มใหญ่ รายบุคคล กลุ่มใหญ่
คาบที่ 6 50 นาที	<u>เนื้อเรื่อง</u> การรอบพหุนาม <u>กิจกรรม</u> คุรุณีกิจกรรมการสอนดังนี้ 1. ครูทบทวนเรื่องการลบจำนวน และจำนวนตรงข้าม ครูอธิบายรูปแบบของการลบพหุนาม และยกตัวอย่าง การลบพหุนามในแนวนอน และแนวตั้ง โดยใช้ แผ่นโปร่งใสประกอบการอธิบาย ให้นักเรียนทำบัตรงานที่ 1 บัตรงานที่ 2 แบบฝึกหัดที่ 6 และแบบฝึกหัดเสริม 2. เจดอยบัตรงานเรื่องจำนวนตรงข้ามของพหุนาม บัตรงานที่ 1 บัตรงานที่ 2 แบบฝึกหัดที่ 6 3. สรุป 4. ประเมินผล	กลุ่มใหญ่ รายบุคคล กลุ่มใหญ่ กลุ่มใหญ่ รายบุคคล
คาบที่ 7 50 นาที	<u>เนื้อเรื่อง</u> การคูณเอกนามกับเอกนาม และการคูณพหุนามกับ เอกนาม <u>กิจกรรม</u> คุรุณีกิจกรรมการสอนดังนี้ 1. ให้นักเรียนศึกษาบทเรียนโปรแกรมเรื่องการคูณ เอกนามกับเอกนาม และการคูณพหุนามกับ เอกนามด้วยตนเอง	รายบุคคล

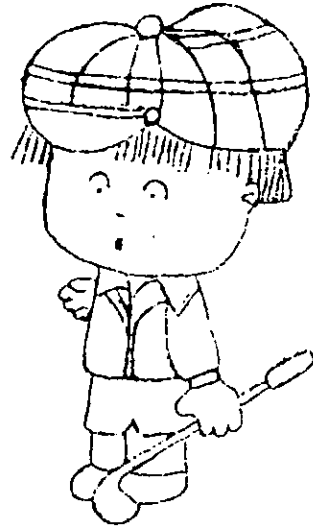
เวลา	เนื้อเรื่องและกิจกรรม	การจัดกลุ่ม
	2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยเรื่องการคูณ เอกนามกับเอกนาม (จำนวน 4 ข้อ) และ เรื่องการคูณพหุนามกับเอกนาม (จำนวน 4 ข้อ) 3. เฉลยแบบทดสอบ	รายบุคคล กลุ่มใหญ่
คาบที่ 8 50 นาที	<u>เนื้อเรื่อง</u> การคูณพหุนามกับพหุนาม <u>กิจกรรม</u> คุรุมีกิจกรรมการสอนดังนี้ 1. ครูอธิบายรูปแบบของการคูณพหุนามกับพหุนาม ยกตัวอย่างการคูณพหุนามกับพหุนามในแนวนอน และในแนวตั้ง โดยใช้แผนโปรงใสประกอบ การอธิบาย ให้นักเรียนทำบัตรงานที่ 1 บัตรงานที่ 2 แบบฝึกหัดที่ 8.1 และแบบฝึกหัดที่ 8.2 2. เฉลยบัตรงานที่ 1 บัตรงานที่ 2 แบบฝึกหัดที่ 8.1 และแบบฝึกหัดที่ 8.2 3. สรุป 4. ประเมินผล	กลุ่มใหญ่ รายบุคคล กลุ่มใหญ่ กลุ่มใหญ่ รายบุคคล
คาบที่ 9 50 นาที	<u>เนื้อเรื่อง</u> การหารเอกนามด้วยเอกนาม และการหารพหุนาม ด้วยเอกนาม <u>กิจกรรม</u> คุรุมีกิจกรรมการสอนดังนี้ 1. ครูอธิบายและยกตัวอย่างการหาร เอกนามด้วย เอกนาม และการหารพหุนามด้วยเอกนาม โดยใช้แผนโปรงใสประกอบ	กลุ่มใหญ่

เวลา	เนื้อเรื่องและกิจกรรม	การจัดกลุ่ม
	<p>ให้นักเรียนทำบัตรงานที่ 1 บัตรงานที่ 2 และบัตรงานที่ 3</p> <p>ให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม</p> <ol style="list-style-type: none"> 2. เฉลบบัตรงานที่ 1 บัตรงานที่ 2 และบัตรงานที่ 3 3. สรุป 4. ประเมินผล 	<p>รายบุคคล</p> <p>กลุ่มย่อย</p> <p>กลุ่มใหญ่</p> <p>กลุ่มใหญ่</p> <p>รายบุคคล และกลุ่มย่อย</p>
<p>คาบที่ 10</p> <p>50 นาที</p>	<p><u>เนื้อเรื่อง</u> การหารพหุคูณคหุคูณ</p> <p><u>กิจกรรม</u> คุรุณกิจกรรมการสอนดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ครูทบทวนเรื่องการหารจำนวนเต็มโดยวิธีหารยาว ครูอธิบายขั้นตอนการหารพหุคูณคหุคูณ และยกตัวอย่างโดยใช้แผนโปรงใสประกอบ ให้นักเรียนทำบัตรงานที่ 1 บัตรงานที่ 2 แบบฝึกหัดที่ 10.1 และแบบฝึกหัดที่ 10.2 2. เฉลบบัตรงานที่ 1 บัตรงานที่ 2 แบบฝึกหัดที่ 10.1 และแบบฝึกหัดที่ 10.2 3. สรุป 4. ประเมินผล 5. เฉลบบัตรทดสอบ 	<p>กลุ่มใหญ่</p> <p>รายบุคคล</p> <p>กลุ่มใหญ่</p> <p>กลุ่มใหญ่</p> <p>รายบุคคล</p> <p>กลุ่มใหญ่</p>

ชุดการเรียนเรื่อง เอกนาม

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. ให้นักเรียนบอกความหมายของเออนามได้
2. ให้นักเรียนบอกได้ว่า จำนวนที่ให้พิจารณานั้น เป็นเออนามหรือไม่
3. ให้นักเรียนบอกสมบัติของเออนามได้
4. ให้นักเรียนบอกคั้งรีของเออนามได้
5. ให้นักเรียนบอกได้ว่าเออนามคู่ใดคล้ายกัน



1.1 ค่าคงตัวและตัวแปร

ถ้านักเรียนพิจารณาข้อความเกี่ยวกับจำนวนต่อไปนี้

1. แปด
2. ลบสอง
3. จำนวน ๆ หนึ่ง
4. ผลบวกของจำนวน ๆ หนึ่งกับห้า

จะเห็นว่า จำนวนบางประเภท เช่น จำนวนในข้อ 1, 2 เป็นจำนวนที่ทราบค่าแน่นอนแล้ว ซึ่งเขียนแทนได้ด้วยตัวเลข เช่น 8, -2 และเรียกตัวเลขเหล่านี้ว่า ค่าคงตัว (ค่าคงที่) และจำนวนในข้อ 3, 4 เป็นจำนวนที่ยังไม่ทราบค่าแน่นอน เพราะไม่ทราบว่าจำนวน ๆ หนึ่งมีค่าเท่าใด ปกติจะนิยมใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวเล็กตัวหลัง ๆ เช่น x, y แทนจำนวน ๆ หนึ่ง และเรียกตัวอักษรที่ใช้แทนจำนวนเหล่านี้ว่า ตัวแปร

ตัวอย่าง ถ้าให้ x แทนจำนวน ๆ หนึ่ง

1. ผลบวกของจำนวน ๆ หนึ่งกับห้า เขียนแทนได้ด้วย $x+5$ หรือ $5+x$
2. แปดเท่าของจำนวน ๆ หนึ่ง เขียนแทนได้ด้วย $8x$ หรือ $8 \cdot x$ หรือ $8(x)$
หรือ $8x$

ข้อตกลง ในการเขียนผลคูณระหว่างค่าคงตัวและตัวแปร มีข้อตกลงดังนี้

1. ในกรณีที่ค่าคงตัวมากกว่าหนึ่งค่า ให้หาผลคูณของค่าคงตัวแล้วจึงเขียนในรูปผลคูณระหว่างค่าคงตัวกับตัวแปร เช่น $2 \times 3 \times 4 \times x$ เขียนเป็น $24x$
2. ให้เขียนค่าคงตัวไว้หน้าตัวแปร ในกรณีที่ค่าคงตัวเป็น 1 ไม่เขียน ถ้าค่าคงตัวเป็น -1 เขียนเฉพาะเครื่องหมาย ลบ หน้าตัวแปรทั้งหมด

3. ถ้ามีตัวแปรหลายตัวนิยมเขียนเรียงตามลำดับตัวอักษร และเขียนเรียงชิดกัน
4. ใช้สัญลักษณ์เลขยกกำลังในกรณีที่เป็นไปได้

เราเรียกข้อความในรูปสัญลักษณ์ เช่น x , $8y$, $z+5$, 4 , $3x$, $x-5$, y^6 , $\frac{x+1}{x-1}$, $x+y+1$, $2x+3y+z$ ว่า นิพจน์

ให้นักเรียนดูตัวอย่าง
เกี่ยวกับตัวแปรและค่าคงตัว
ดังต่อไปนี้



ตัวอย่างที่ 1 จงบอกว่าจะอะไรเป็นตัวแปร และอะไรเป็นค่าคงตัวจากนิพจน์ต่อไปนี้

1. $2x+5$

2. $-3y+2$

3. x^2-11

4. $-y^3-3$

วิธีทำ

1. $2x+5$

มี x เป็นตัวแปร และมี 2, 5 เป็นค่าคงตัว

2. $-3y+2$

มี y เป็นตัวแปร และมี -3, 2 เป็นค่าคงตัว

3. x^2-11

x^2-11 สามารถเขียนใหม่ได้เป็น $1x^2+(-11)$

มี x เป็นตัวแปร และมี 1, -11 เป็นค่าคงตัว

4. $-y^3-3$

$-y^3-3$ สามารถเขียนใหม่ได้เป็น $-1y^3+(-3)$

มี y เป็นตัวแปร และมี -1, -3 เป็นค่าคงตัว

หมายเหตุ

ก่อนจะเรียนเรื่องเอกนามในตอนต่อไปจะใช้ข้อตกลงต่อไปนี้

1. จำนวนที่ไม่ใช่ศูนย์เมื่อยกกำลังศูนย์ เช่น 1^0 , $(-2)^0$, x^0 , y^0 ($x, y \neq 0$) มีค่าเท่ากับ 1 เสมอ
2. ไม่ใช่ 0 เพราะไม่มีความหมายทางคณิตศาสตร์
3. เมื่อใช้ตัวแปรยกกำลังศูนย์ (x^0 , y^0 , z^0 เป็นต้น) จะละไว้ในฐานที่เข้าใจว่าตัวแปรที่ใช้นั้นมีค่าไม่เท่ากับศูนย์



เราสามารถจัด $\frac{1}{2}$ เอกนาม $\frac{1}{2}$ กันเถอะครับ

1.2 เอกนาม

ในหัวข้อ 1.1 นักเรียนรู้จักลักษณะโดยทั่ว ๆ ไปของนิพจน์มาแล้ว ต่อไปจะให้ความหมายของนิพจน์บางนิพจน์ นิพจน์ใดที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของการคูณของค่าคงตัวกับตัวแปรตั้งแต่หนึ่งตัวขึ้นไป โดยที่เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์ นิพจน์นั้นมีชื่อเรียกว่า เอกนาม



เพื่อความเข้าใจ ให้นักเรียนดูตัวอย่างเรื่องเอกนาม ดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 นิพจน์ทุกนิพจน์ต่อไปนี้ เป็นเอกนาม

$$5, -2, y, -z^2, -3x^2y, \frac{7^2}{8^3}r^3$$

5 เป็นเอกนาม

เหตุผล

เพราะ 5 สามารถเขียนอยู่ในรูปของ $5x^0$

นั่นคือ

$$5 = 5x^0$$

↑ คาคงตัว ↑ ↓

↑ ตัวแปร 1 ↑ ↓ ↑

↑ ตัวที่มีเลขชี้กำลังเป็นศูนย์

-2 เป็นเอกนาม

เหตุผล

เพราะ -2 สามารถเขียนอยู่ในรูปของ $-2y^0$ หรือ $(-2)y^0$

นั่นคือ

$$-2 = -2y^0$$

↑ คาคงตัว ↑ ↓

↑ ตัวแปร 1 ↑ ↓ ↑

↑ ตัวที่มีเลขชี้กำลังเป็นศูนย์

y เป็นเอกนาม

เหตุผล

เพราะ y สามารถเขียนอยู่ในรูปของ $1y^1$

นั่นคือ

$$y = 1y^1$$

↑ คาคงตัว ↑ ↓

↑ ตัวแปร 1 ↑ ↓ ↑

↑ ตัวที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก

$-z^2$ เป็นเอกนาม

เหตุผล

เพราะ $-z^2$ สามารถเขียนอยู่ในรูปของ $-1z^2$

นั่นคือ

$$-z^2 = -1z^2$$

ค่าคงตัว

ตัวแปร 1 ตัวที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก

$-3x^2y$ เป็นเอกนาม

เหตุผล

เพราะ $-3x^2y$ สามารถเขียนอยู่ในรูปของ $-3x^2y^1$

นั่นคือ

$$-3x^2y = -3x^2y^1$$

ค่าคงตัว

ตัวแปร 2 ตัว โดยที่เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นจำนวนเต็มบวก

$\frac{7}{8}p^2q^3r$ เป็นเอกนาม

เหตุผล

เพราะ $\frac{7}{8}p^2q^3r$ สามารถเขียนอยู่ในรูปของ $\frac{7}{8}p^2q^3r^1$

นั่นคือ

$$\frac{7}{8}p^2q^3r = \frac{7}{8}p^2q^3r^1$$

ค่าคงตัว

ตัวแปร 3 ตัว โดยที่เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นจำนวนเต็มบวก

ตัวอย่างที่ 2 นิพจน์ต่อไปนี้ไม่เป็นเอกนาม

$$2x^{-2}, 2x+3, x-6y, \frac{x+1}{2}, \frac{x^2+1}{x^3}$$

$2x^{-2}$ ไม่เป็นเอกนาม

เหตุผล

เพราะ $2x^{-2}$ มีเลขชี้กำลังของตัวแปร เป็นจำนวนเต็มลบ

$2x+3$ ไม่เป็นเอกนาม

เหตุผล

เพราะ $2x+3$ ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของการคูณของค่าคงตัวกับตัวแปรได้ (ถ้ามีเพียง $2x$ หรือ 3 จึงเป็นเอกนาม)

$x-6y$ ไม่เป็นเอกนาม

เหตุผล

เพราะ $x-6y$ ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของการคูณของค่าคงตัวกับตัวแปรได้ (ถ้ามีเพียง x หรือ $-6y$ จึงเป็นเอกนาม)

$\frac{x+1}{2}$ ไม่เป็นเอกนาม

เหตุผล

เพราะ $\frac{x+1}{2}$ ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของการคูณของค่าคงตัวกับตัวแปรได้ (ถ้ามีเพียง $\frac{x}{2}$ หรือ $\frac{1}{2}$ จึงเป็นเอกนาม)

$\frac{x^2+1}{x^3}$ ไม่เป็นเอกนาม

เหตุผล

เพราะ $\frac{x^2+1}{x^3}$ ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของการคูณของค่าคงตัวกับตัวแปรได้ (ถ้ามีเพียง x^2 หรือ 1 หรือ x^3 จึงเป็นเอกนาม)

ลองทำแบบฝึกหัดเรื่องเอกนามสิครับ



แบบฝึกหัดที่ 1.1

จงพิจารณาว่านิพจน์ต่อไปนี้ เป็นเอกนามหรือไม่ เป็นเอกนาม เพราะเหตุใด

1. $-2x^3$

2. $\frac{5p^3}{q^2}$

3. $3+3x$

4. $\frac{1}{2}xy^4z^2$

5. $6(xyz)^{-2}$

แบบฝึกหัดเสริม

1. $4y^{-2}$

2. $-5x^0y-1$

3. $0 \cdot x^{-6}$

4. $-7(xy)^0z^3$

5. $\frac{6x^2y^3}{5z^{-3}}$

ง่ายจัง ขอเรื่องใหม่ดีกว่าครับ



ข้อสังเกต

1. ค่าคงตัวทุก ๆ ตัวเป็นเอกนาม เพราะสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของการคูณของค่าคงตัวค่านั้นกับตัวแปรโดยที่เลขชี้กำลังของตัวแปรเป็นศูนย์ เช่น 3 เป็นเอกนาม เพราะ 3 สามารถเขียนให้อยู่ในรูป $3x^0$ หรือ $3y^0$ ได้
2. นิพจน์บ้างนิพจน์ไม่มีค่าคงตัวปรากฏอยู่ เช่น x , xy , x^2y เป็นต้น แต่เป็นเอกนามทั้งนี้เพราะว่า สามารถเขียนให้อยู่ในรูปที่มีค่าคงตัวได้ โดยที่ค่าคงตัวเป็น 1
3. เอกนามแทนจำนวน เพราะว่าตัวแปรในเอกนามแทนจำนวน เช่น $3x^2$ เป็นเอกนาม และแทนจำนวน ๆ หนึ่งที่ยังไม่ทราบค่าแน่นอน (เพราะ 3 และ x^2 แทนจำนวน ดังนั้น $3x^2$ จึงแทนจำนวนด้วย)

1.3 ดีกรีและสัมประสิทธิ์ของเอกนาม

จากนิยามของเอกนามจะเห็นว่า เอกนามประกอบด้วยสองส่วนคือ ส่วนที่เป็นค่าคงตัว และ ส่วนที่อยู่ในรูปการคูณของตัวแปร โดยที่เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นศูนย์หรือจำนวนเต็มบวก ซึ่งแต่ละส่วนมีชื่อเรียกเป็นพิเศษดังนี้

ส่วนที่เป็นค่าคงตัวมีชื่อเรียกว่า สัมประสิทธิ์ของเอกนาม

ผลบวกของเลขชี้กำลังของตัวแปรทั้งหมดในเอกนามมีชื่อเรียกว่า ดีกรีของเอกนาม

ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างจาก เอกนามที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงบอกสัมประสิทธิ์ และดีกรีของเอกนามในช่องทางซ้ายมือ

เอกนาม	
8	(\because 8 สามารถเขียนอยู่ในรูป $8x^0$ หรือ $8y^0$) มี 8 เป็นสัมประสิทธิ์ มี 0 เป็นดีกรี
$6x$	(\because $6x$ สามารถเขียนอยู่ในรูป $6x^1$) มี 6 เป็นสัมประสิทธิ์ มี 1 เป็นดีกรี
$-10x^2y$	(\because $-10x^2y$ สามารถเขียนอยู่ในรูป $-10x^2y^1$) มี -10 เป็นสัมประสิทธิ์ มี 3 เป็นดีกรี (3 ได้จาก $2+1$)

เอกนาม	
$(3xy)^3$	<p>($\because (3xy)^3$ สามารถเขียนอยู่ในรูป $3^3x^3y^3 = 27x^3y^3$)</p> <p>มี 3^3 หรือ 27 เป็นสัมประสิทธิ์</p> <p>มี 6 เป็นดีกรี (6 ได้จาก $3+3$)</p>
$-5x^2y^3z$	<p>($\because -5x^2y^3z$ สามารถเขียนอยู่ในรูป $-5x^2y^3z^1$)</p> <p>มี -5 เป็นสัมประสิทธิ์</p> <p>มี 6 เป็นดีกรี (6 ได้จาก $2+3+1$)</p>



ข้อสังเกต 0 มีสัมประสิทธิ์เป็น 0 แต่เราไม่สามารถบอกดีกรีได้แน่นอนเพราะ

$0 = 0x^n$ เมื่อ n เป็นศูนย์หรือจำนวนเต็มบวกใด ๆ

เช่น $0 = 0x^0$

$0 = 0x^1$

$0 = 0x^2$

ดังนั้นเราจึงไม่กล่าวถึงดีกรีของเอกนาม "0"

แบบฝึกหัดที่ 1.2 จงบอกดีกรี และสัมประสิทธิ์ของเอกนามที่อยู่ในช่องทางซ้ายมือ

นิพจน์	สัมประสิทธิ์	ดีกรี
1. x		
2. $-8y$		
3. $\frac{1}{2}$		
4. $3x^4$		
5. $\sqrt{5} \cdot xy$		
6. $\frac{x^2y}{9}$		
7. $-2^3x^2y^3$		
8. $-x^3z$		

นิพจน์	สัมประสิทธิ์	ดีกรี
<u>แบบฝึกหัดเสริม</u>		
1. p^6		
2. $\frac{1}{5}x^3y^4$		
3. $0.2x^5y^7$		
4. $-(0.35)$		
5. $4x^2yz$		
6. $-5^2a^2b^2c$		
7. $\frac{3}{7}y^2z^4$		

รู้จักเอกนามที่คล้ายกันแล้วหรือ
ยังครับ



1.3 เอกนามที่คล้ายกัน

ถ้ามีเอกนาม 2 เอกนาม เช่น $3x$ กับ $5x$ เมื่อพิจารณาเอกนามทั้งสองนี้ จะเห็นว่าต่างกันเฉพาะสัมประสิทธิ์เท่านั้น แต่ส่วนอื่น ๆ เหมือนกัน คือ ตัวแปรชุดเดียวกัน โดยที่เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเท่ากัน เราเรียก $3x$ และ $5x$ ว่าเป็น เอกนามที่คล้ายกัน เพื่อความเข้าใจให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างต่อไปนี้

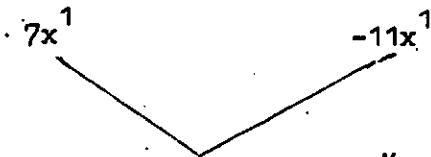
ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาว่าเอกนามคู่ใดบ้างคล้ายกัน และเอกนามคู่ใดบ้างไม่คล้ายกัน

1. $7x$ กับ $-11x$
2. $2b$ กับ ab
3. $-2y^3$ กับ $3y^3$
4. $-6xy$ กับ $-6xy$
5. $6ax$ กับ $5bx$
6. $7x^3y$ กับ $4xy$
7. $3x^2y$ กับ $3yx^2$
8. $5a^0bc$ กับ $6abc$
9. $\frac{1}{7}p^3q^2x^0$ กับ $-7pq^2x$
10. $8(xy)^2z$ กับ $-4x^2y^2z$

1. $7x$ กับ $-11x$ เป็นเอกนามที่คล้ายกัน

เหตุผล $7x$ สามารถเขียนอยู่ในรูป $7x^1$

$-11x$ สามารถเขียนอยู่ในรูป $-11x^1$



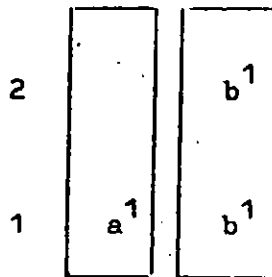
มีตัวแปรชุดเดียวกันและ เลขชี้กำลังของตัวแปรตัวเดียวกัน เท่ากัน

2. $2b$ กับ ab เป็นเอกนามที่ไม่คล้ายกัน

เหตุผล $2b$ สามารถเขียนอยู่ในรูป $2b^1$

ab สามารถเขียนอยู่ในรูป $1a^1b^1$

เปรียบเทียบแต่ละ เอกนาม



↑
เอกนามบนไม่มี a^1
แต่เอกนามล่างมี a^1

3. $-2y^3$ กับ $3y^3$ เป็นเอกนามที่คล้ายกัน

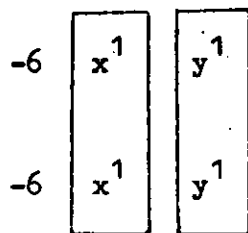
เหตุผล $-2y^3$ $3y^3$

มีตัวแปรชุดเดียวกันและ เลขชี้กำลังของตัวแปรตัวเดียวกัน เท่ากัน

4. $-6xy$ กับ $-6xy$ เป็นเอกนามที่คล้ายกัน

เหตุผล $-6xy$ สามารถเขียนอยู่ในรูป $-6x^1y^1$

เปรียบเทียบแต่ละเอกนาม



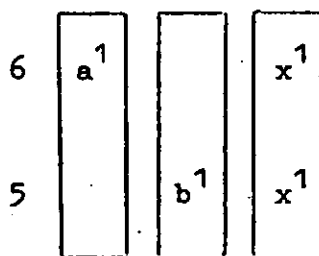
มีตัวแปรชุดเดียวกันและ
เลขชี้กำลังของตัวแปรตัวเดียวกันเท่ากัน

5. $6ax$ กับ $5bx$ เป็นเอกนามที่ไม่คล้ายกัน

เหตุผล $6ax$ สามารถเขียนอยู่ในรูป $6a^1x^1$

$5bx$ สามารถเขียนอยู่ในรูป $5b^1x^1$

เปรียบเทียบแต่ละเอกนาม



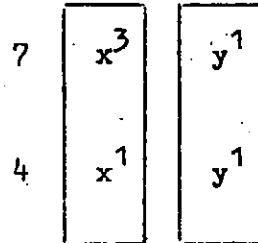
เอกนามบนมี a^1 แต่เอกนามล่างไม่มี a^1
เอกนามบนไม่มี b^1 แต่เอกนามล่างมี b^1

6. $7x^3y$ กับ $4xy$ เป็นเอกนามที่ไม่คล้ายกัน

เหตุผล $7x^3y$ สามารถเขียนอยู่ในรูป $7x^3y^1$

$4xy$ สามารถเขียนอยู่ในรูป $4x^1y^1$

เปรียบเทียบแต่ละเอกนาม



เลขชี้กำลังของ x ไม่เท่ากัน

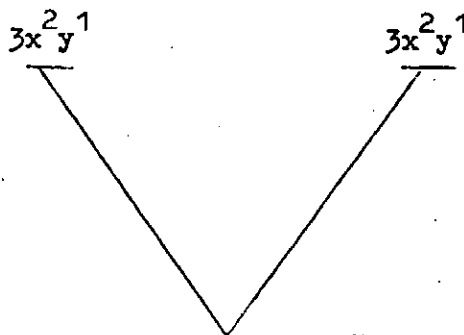
(เอกนามบนมีเลขชี้กำลังเป็น 3

และเอกนามล่างมีเลขชี้กำลังเป็น 1)

7. $3x^2y$ กับ $3yx^2$ เป็นเอกนามที่คล้ายกัน

เหตุผล $3x^2y$ สามารถเขียนอยู่ในรูป $3x^2y^1$

$3yx^2$ สามารถเขียนอยู่ในรูป $3y^1x^2$ (หรือ $3x^2y^1$)



มีตัวแปรชุดเดียวกัน และเลขชี้กำลังของตัวแปรตัวเดียวกันเท่ากัน

8. $5a^0bc$ กับ $6abc$ เป็นเอกนามที่ไม่คล้ายกัน

เหตุผล $5a^0bc$ สามารถเขียนอยู่ในรูป $5a^0b^1c^1$

$6abc$ สามารถเขียนอยู่ในรูป $6a^1b^1c^1$

เปรียบเทียบแต่ละเอกนาม

5	a^0	b^1	c^1
6	a^1	b^1	c^1

เลขชี้กำลังของ a ไม่เท่ากัน
(เอกนามบนมีเลขชี้กำลังเป็น 0
แต่เอกนามล่างมีเลขชี้กำลังเป็น 1)

9. $\frac{1}{7}p^3q^2x^0$ กับ $-7pq^2x$ เป็นเอกนามที่ไม่คล้ายกัน

เหตุผล $-7pq^2x$ สามารถเขียนอยู่ในรูป $-7p^1q^2x^1$

เปรียบเทียบแต่ละเอกนาม

$\frac{1}{7}$	p^3	q^2	x^0
-7	p^1	q^2	x^1

เลขชี้กำลังของ p ไม่เท่ากัน
(เอกนามบนมีเลขชี้กำลังเป็น 3
แต่เอกนามล่างมีเลขชี้กำลังเป็น 1)

เลขชี้กำลังของ x ไม่เท่ากัน
(เอกนามบนมีเลขชี้กำลังเป็น 0
แต่เอกนามล่างมีเลขชี้กำลังเป็น 1)

10. $8(xy)^2z$ กับ $-4x^2y^2z$ เป็นเอกรนามที่คล้ายกัน

เหตุผล $8(xy)^2z$ สามารถเขียนอยู่ในรูป $8x^2y^2z^1$

$-4x^2y^2z$ สามารถเขียนอยู่ในรูป $-4x^2y^2z^1$

$$8x^2y^2z^1$$

$$-4x^2y^2z^1$$

มีตัวแปรชุดเดียวกัน และ เลขชี้กำลังของตัวแปรตัวเดียวกันเท่ากัน

จากตัวอย่างข้างต้นทั้ง 10 ข้อ สามารถสรุปได้ว่า

เอกรนามสองเอกรนามคล้ายกัน ก็คือเมื่อ

1. เอกรนามทั้งสองมีตัวแปรชุดเดียวกัน และ
2. เลขชี้กำลังของตัวแปรตัวเดียวกันในแต่ละเอกรนามเท่ากัน



เรามาศึกษาข้อสังเกตของเอกนามที่คล้ายกัน
ดีกว่านะคะ

ข้อสังเกต

- 1) ค่าคงตัว 2 ค่าใด ๆ เป็นเอกนามที่คล้ายกันเสมอ เช่น
3 กับ -4 เป็นเอกนามที่คล้ายกัน เนื่องจากสามารถเขียน
ค่าคงตัวให้อยู่ในรูปการคูณของค่าคงตัวกับตัวแปรชุดเดียวกัน
โดยที่ตัวแปรแต่ละตัวมีเลขชี้กำลังเป็นศูนย์ ดังแสดงต่อไปนี้

$$3 = 3x^0 \quad \text{และ} \quad -4 = -4x^0$$

$$\text{หรือ} \quad 3 = 3x^0y^0 \quad \text{และ} \quad -4 = -4x^0y^0$$

- 2) ในการพิจารณาว่าเป็นเอกนามที่คล้ายกันหรือไม่นั้น เรา
พิจารณาแต่ส่วนที่เป็นตัวแปรเท่านั้น เช่น

$3x$ กับ $3y$ เป็นเอกนามที่ไม่คล้ายกัน (ถึงแม้ว่า
ค่าคงตัวจะเท่ากัน) เพราะ x กับ y ไม่
จำเป็นต้องเท่ากัน

แบบฝึกหัดที่ 1.4

1. จงพิจารณาเอกนามต่อไปนี้ ถ้าเป็นเอกนามที่คล้ายกันให้ขีด ในวงเล็บ ถ้าเป็นเอกนามที่ไม่คล้ายกันให้ขีด X ในวงเล็บ

(....) 1. $5y$ กับ $-6y$

(....) 2. $10x$ กับ $10x^0$

(....) 3. $8x^2$ กับ $-3x^2$

(....) 4. $2ab^2$ กับ $4ba^2$

(....) 5. $\frac{1}{6}x^0y^0$ กับ $-2y^3x^0$

(....) 6. $-\frac{2}{3}p^2q^3$ กับ $-\frac{3}{2}q^2p^3$

แบบฝึกหัดเสริม

(....) 1. $\frac{1}{2}(x^2y)^2$ กับ $-3x^4y$

(....) 2. $3ab^2$ กับ $-13(ab)^2$

(....) 3. $\frac{1}{7}a^2b^0c^0$ กับ $7a^2$

(....) 4. $3x^2y^3z$ กับ zy^3x^2

(....) 5. $(2xyz)^2$ กับ $4x^2y^2z^2$

(....) 6. $-\frac{2}{5}(abc)^3$ กับ $\frac{3}{4}(ab)^3c^3$

2. จงยกตัวอย่างเอกนามที่คล้ายกับเอกนามที่กำหนดให้ ข้อละ 1 ตัวอย่าง

1. -18 กับ _____

2. $4a$ กับ _____

3. $2xy$ กับ _____

4. $4m^2n^2$ กับ _____

5. $10x^6y^2$ กับ _____

แบบฝึกหัดเสริม

1. $12abc$ กับ _____

2. $21x^2y^3z$ กับ _____

3. $\frac{3}{7}y^0z$ กับ _____

4. $\frac{1}{5}(ab)^2c$ กับ _____

5. $5(xyz)^3$ กับ _____

แบบทดสอบย่อย เรื่อง เอกนาม

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม นักเรียนควรจะสามารถบอกได้ว่าจำนวนที่ให้พิจารณานั้นเป็นเอกนามหรือไม่

วิธีทอมให้ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดโดยวงกลมล้อมรอบข้อที่ถูกต้อง

1. ข้อใดเป็นเอกนาม

ก. $\frac{2}{x}$

ข. $\frac{x^3}{5}$

ค. $\frac{2}{3}x^{-2}$

ง. $-\frac{5}{x^3}$

2. ข้อใดไม่เป็นเอกนาม

ก. $3x$

ข. $\frac{3y}{x}$

ค. -7

ง. $\frac{1}{3}x^2y$

3. ข้อใดไม่เป็นเอกนาม

ก. 2

ข. $2y^0$

ค. $-2y^{-2}$

ง. $2y$

4. ส่วนใดที่ทำให้ $-7x^0y^3z^{-4}$ ไม่เป็นเอกนาม

ก. -7

ข. x^0

ค. y^3

ง. z^{-4}

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม นักเรียนควรถูกสามารถบอกสัมประสิทธิ์ของ เอกนามได้

1. จงบอกสัมประสิทธิ์ของ

- ก. -1
- ข. 0
- ค. 1
- ง. ไม่มีค่าตอบ

2. จงบอกสัมประสิทธิ์ของ $-\frac{1}{2}x^2y$

- ก. 2
- ข. 1
- ค. $\frac{1}{2}$
- ง. $-\frac{1}{2}$

3. จงบอกสัมประสิทธิ์ของ $(-3xyz)^2$

- ก. -9
- ข. -3
- ค. 3
- ง. 9

4. จงบอกสัมประสิทธิ์ของ $(5)^{-2}x^5y^0z^2$

- ก. $-\frac{1}{25}$
- ข. $\frac{1}{25}$
- ค. -25
- ง. 25

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม นักเรียนควรถูกสามารถบอกดีกรีของ เอกนามได้

1. ดีกรีของ 8 เป็นเท่าใด

- ก. 0
- ข. 1
- ค. 8
- ง. ไม่มีค่าตอบ

2. ดีกรีของ $-4x^2y^3$ เป็นเท่าใด

- ก. 4
- ข. 2
- ค. 3
- ง. 5

3. เอกนามใดในข้อต่อไปนี้ที่มีดีกรีต่ำสุด

- ก. $-ab^2$
- ข. a^2b^2
- ค. $-2ab$
- ง. 2^2a^0b

4. เอกนามใดในข้อต่อไปนี้ที่มีดีกรีสูงสุด

- ก. $\frac{2}{3}x^2y^2$
- ข. $(2xy)^3$
- ค. $-4x^2yz$
- ง. $\frac{1}{5}x^0yz^2$

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม นักเรียนจะสามารถบอกได้ว่าเอกนามคู่ใดคล้ายกัน

1. ข้อใดเป็นเอกนามที่คล้ายกับ $2xy^4$

ก. $2x^4y$

ข. $2x^3y^2$

ค. $\frac{1}{2}x^2y^3$

ง. $\frac{1}{2}xy^4$

2. เอกนามคู่ใดเป็นเอกนามที่คล้ายกัน

ก. $3xy^2$ กับ $3yx^2$

ข. $3x^2y$ กับ $-4x^2y$

ค. $4x^2y^3$ กับ $4x^3y^2$

ง. $-4x^4y$ กับ $-4xy^4$

3. เอกนามคู่ใดเป็นเอกนามที่ไม่คล้ายกัน

ก. $7x$ กับ $-11x$

ข. $-2y^3$ กับ $\frac{1}{2}y^3$

ค. $-\frac{1}{2}pq^2$ กับ $2p^2q$

ง. $8(xy)^2$ กับ $8x^2y^2$

4. เอกนามคู่ใดเป็นเอกนามที่ไม่คล้ายกัน

ก. $\frac{1}{6}x^0y^3$ กับ $-2y^3$

ข. $-\frac{2}{3}p^2q^3$ กับ $-\frac{3}{2}q^2p^3$

ค. $\frac{1}{2}(x^2y)^2$ กับ $-3x^4y^2$

ง. $\frac{2}{5}(abc)^3$ กับ $\frac{3}{4}(ab)^3c^3$

จุดการสอนเรื่องการบวกเอกนาม

เวลา 50 นาที

เนื้อหา

1. การบวกเอกนามที่คล้ายกันในแนวนอน
2. การบวกเอกนามที่คล้ายกันในแนวตั้ง
3. การบวกเอกนามที่ไม่คล้ายกัน

มโนทัศน์

1. ผลบวกของเอกนามที่คล้ายกันในแนวนอน = (ผลบวกของสัมประสิทธิ์) \times (ส่วนที่อยู่ในรูปการคูณของตัวแปร)
2. ผลบวกของเอกนามที่คล้ายกันในแนวตั้ง มีหลักเกณฑ์เหมือนกับการหาผลบวกของเอกนามที่คล้ายกันในแนวนอน แต่การบวกเอกนามในแนวตั้งควรตั้งสัมประสิทธิ์ของตัวตั้งและตัวบวกให้ตรงกัน และตั้งส่วนที่อยู่ในรูปของการคูณของตัวแปรทั้งของตัวตั้งและตัวบวกให้ตรงกัน
3. การบวกเอกนามที่ไม่คล้ายกันไม่สามารถใช้คุณสมบัติการแจกแจงหาผลบวกได้ จึงเขียนผลลัพธ์อยู่ในรูปของการบวกหรือการลบตามความเหมาะสม

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. นักเรียนควรจะสามารถบวกเอกนามในแนวนอนได้
2. นักเรียนควรจะสามารถบวกเอกนามในแนวตั้งได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

สอนเป็นกลุ่มใหญ่ ครูอธิบายเนื้อหาโดยใช้แผ่นโปสเตอร์ประกอบ และให้นักเรียนฝึกทักษะจากแบบฝึกหัดที่ครูแจกให้เป็นรายบุคคล

ชื่อการเขียนการสอน

1. แผนโปร่งใสเรื่องการบวกเอกลนาม จำนวน 5 แผ่น
2. แผนโปร่งใส เฉลยแบบฝึกหัดจำนวน 4 แผ่น
3. เอกสารฝึกหัดเรื่องคุณสมบัติการแจกแจง
4. แบบฝึกหัดละ
5. แบบฝึกหัดที่ 2.1
6. แบบฝึกหัดที่ 2.2

รายละเอียดสำหรับผู้สอน

ภาพที่ 2 เรื่อง การบวกเอกลักษณ์

กิจกรรมที่ 1 ครูอธิบายโดยใช้แผ่นโปรงใสประกอบ

ขั้นตอน

1. ครูทบทวนคุณสมบัติการแจกแจง และยกตัวอย่างประกอบ
คุณสมบัติการแจกแจง ถ้า a , b และ c เป็นจำนวนใด ๆ แล้ว
 $a(b + c) = ab + ac$ การแจกแจงทางซ้าย
 $(b + c)a = ba + ca$ การแจกแจงทางขวา

ตัวอย่าง ให้ $a = 2$, $b = 3$ และ $c = 5$

จากคุณสมบัติการแจกแจงทั้งสองจะได้ว่า

$$2(3 + 5) = (2 \times 3) + (2 \times 5)$$

หรือ $(3 + 5)2 = (3 \times 2) + (5 \times 2)$

หมายเหตุ จากคุณสมบัติการแจกแจง ถ้าให้ $a(b + c)$ หรือ $(b + c)a$ จะได้ $ab + ac$ หรือ $bc + ca$ ตามลำดับ และในทำนองเดียวกัน ถ้าให้ $ab + ac$ หรือ $bc + ca$ ก็จะได้ $a(b + c)$ หรือ $(b + c)a$ ตามลำดับ

2. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัด เรื่องคุณสมบัติการแจกแจง เป็นรายบุคคล
3. ครูอธิบายว่า การบวกเอกลักษณ์มี 2 กรณี คือ
 - 1 การบวกเอกลักษณ์ที่คล้ายกัน
 - 2 การบวกเอกลักษณ์ที่ไม่คล้ายกัน

1. การบวกเอกรวมที่คล้ายกัน มี 2 รูปแบบ คือ

1.1 การบวกเอกรวมที่คล้ายกันในแนวนอน

1.2 การบวกเอกรวมที่คล้ายกันในแนวตั้ง

และครูอธิบายการบวกเอกรวมที่คล้ายกันในแนวนอนก่อนดังนี้

1.1 การบวกเอกรวมที่คล้ายกันในแนวนอน

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลบวกของ $3x$ กับ $5x$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad 3x + 5x &= (3 + 5)x && \text{คุณสมบัติการแจกแจง} \\ &= 8x \end{aligned}$$

$$3x + 5x = 8x$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลบวกของ $-2y^2$ กับ $7y^2$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad -2y^2 + 7y^2 &= (-2 + 7)y^2 && \text{คุณสมบัติการแจกแจง} \\ &= 5y^2 \end{aligned}$$

$$\therefore -2y^2 + 7y^2 = 5y^2$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลบวกของ $-10xy^2$ กับ $-8xy^2$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad -10x^2y + (-8x^2y) &= [-10 + (-8)]x^2y && \text{คุณสมบัติการ} \\ &&& \text{แจกแจง} \\ &= -18x^2y \end{aligned}$$

$$\therefore -10x^2y + (-8x^2y) = -18x^2y$$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาผลบวกของ

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีที่ 1} \quad 15x + (-6x) + 7x &= [15x + (-6x)] + 7x && \text{คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม} \\
 & && \text{สำหรับการบวก} \\
 &= [15 + (-6)]x + 7x && \text{คุณสมบัติการแจกแจง} \\
 &= 9x + 7x \\
 &= (9 + 7)x && \text{คุณสมบัติการแจกแจง} \\
 &= 16x
 \end{aligned}$$

$$\therefore 15x + (-6x) + 7x = 16x$$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีที่ 2} \quad 15x + (-6x) + 7x &= 15x + [(-6x) + 7x] \\
 &= 15x + (-6 + 7)x \\
 &= 15x + 1x \\
 &= (15 + 1)x \\
 &= 16x
 \end{aligned}$$

$$\therefore 15x + (-6x) + 7x = 16x$$

หมายเหตุ จากวิธีที่ 1 และวิธีที่ 2 จะได้คำตอบเหมือนกัน ทั้งนี้

$[15x + (-6x)] + 7x = 15x + [-6x + 7x]$ นั่นคือ การบวกเอกนาม
 มีคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มจากตัวอย่างที่ 4 นักเรียนสามารถหาผลบวก
 เอกนามที่คล้ายกันอย่างง่าย ๆ ดังนี้

$$\begin{aligned}
 15x + (-6x) + 7x &= [15 + (-6) + 7]x \\
 &= 16x
 \end{aligned}$$

$$\therefore 15x + (-6x) + 7x = 16x$$

4. ครูขยายแนวคิดตามจนทำให้นักเรียนสามารถสรุปหลักเกณฑ์การบวกเอกนามใน
แนวนอนไว้ว่า

หลักเกณฑ์การบวกเอกนามที่คล้ายกัน

ผลบวกของ เอกนามที่คล้ายกัน = (ผลบวกของสัมประสิทธิ์) \times (ตัวที่อยู่
ในรูปการคูณของตัวแปร)

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดขณะเป็นรายบุคคล
6. ครูอธิบายว่าการบวกเอกนามที่คล้ายกันในแนวตั้งใช้หลักเกณฑ์เหมือนกันกับ
การบวกเอกนามที่คล้ายกันในแนวนอน แต่เขียนตัวตั้งและตัวบวกให้ตรงกันในแนวตั้งดังนี้

1.2 การบวกเอกนามที่คล้ายกันในแนวตั้ง

ตัวอย่างที่ 5 จงหาผลบวกของ $6x$ กับ $9x$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 6x \\ + \\ 9x \\ \hline 15x \end{array}$$

$$\therefore 6x + 9x = 15x$$

ตัวอย่างที่ 6 จงหาผลบวกของ $-12x^2y^3$ กับ $8x^2y^3$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} -12x^2y^3 \\ + \\ 8x^2y^3 \\ \hline -4x^2y^3 \end{array}$$

$$\therefore -12x^2y^3 + 8x^2y^3 = -4x^2y^3$$

ตัวอย่างเสริม จงหาผลบวกของ $\left[-5a^2b^3c + (-13a^2b^3c) \right] + 4a^2b^3c$

$$\begin{array}{r}
 \text{วิธีทำ} \quad -5a^2b^3c \\
 + \\
 \hline
 -13a^2b^3c \\
 \hline
 -18a^2b^3c \\
 + \\
 \hline
 4a^2b^3c \\
 \hline
 -14a^2b^3c
 \end{array}$$

$$\therefore \left[-5a^2b^3c + (-13a^2b^3c) \right] + 4a^2b^3c = -14a^2b^3c$$

7. ครูอธิบาย ข้อควรสังเกตของการบวกเอกรวมที่คล้ายกันในแนวตั้งดังนี้

ข้อสังเกต

1. การบวกเอกรวมในแนวตั้ง ควรตั้งสัมประสิทธิ์ของตัวตั้งและตัวบวกให้ตรงกัน และทั้งส่วนที่อยู่ในรูปการคูณของตัวแปรทั้งของตัวตั้งและตัวบวกให้ตรงกัน ทั้งนี้เพื่อสะดวกในการหาคำคูณที่ตรงกัน การหาคำคูณที่ตรงกัน
2. ผลบวกของเอกรวมที่คล้ายกัน จะเป็นจำนวนเดียวจำนวนหนึ่ง และจำนวนที่ขยวนี้ เป็นเอกรวมคล้าย (ซึ่งต่อไปจะเรียกว่าเป็นพหุนามในรูปผลสำเร็จ)

8. ครูอธิบายการบวกเอกรวมที่ไม่คล้ายกัน และยกตัวอย่างประกอบ

2. การบวกเอกรวมที่ไม่คล้ายกัน

ตัวอย่างที่ 7 จงหาผลบวกของ $3x$ กับ $8x^2$

วิธีทำ $3x + 8x^2 = 3x + 8x^2$

$\therefore 3x + 8x^2 = 3x + 8x^2$

ตัวอย่างที่ 8 จงหาผลบวกของ $-4x^2y$ กับ $9xy^2$

วิธีทำ $-4x^2y + 9xy^2 = -4x^2y + 9xy^2$

$\therefore -4x^2y + 9xy^2 = -4x^2y + 9xy^2$

ตัวอย่างที่ 9 จงหาผลบวกของ $-8xy$ กับ $-12yz$ กับ $15xz$

วิธีทำ $-8xy + (-12yz) + 15xz = -8xy - 12yz + 15xz$

9. ครูพยายามซักถามจนทำให้นักเรียนสรุปได้ว่า สำหรับเอกนามที่ไม่คล้ายกัน ไม่สามารถใช้คุณสมบัติการแจกแจงหาผลบวกได้ จึงเขียนอยู่ในรูปของการบวกหรือการลบตามความเหมาะสม

10. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2.1 และ 2.2 เป็นรายบุคคล

สื่อการเรียนรู้

1. แผ่นโปสเตอร์เรื่องการบวกเอกนามจำนวน 5 แผ่น
2. เอกสารฝึกหัดเรื่องคุณสมบัติการแจกแจง
3. แบบฝึกหัดละ
4. แบบฝึกหัดที่ 2.1
5. แบบฝึกหัดที่ 2.2

กิจกรรมที่ 2

ครูเฉลยแบบฝึกหัด

ขั้นทอน

1. ครูเฉลยแบบฝึกหัดที่ช่วยแผ่นโปรงใส
2. ครูให้นักเรียนตรวจแบบฝึกหัดที่ช่วยตนเอง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

แผ่นโปรงใส เฉลยแบบฝึกหัดจำนวน 4 แผ่น

กิจกรรมที่ 3 สรุปขั้นทอน

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปตามหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักเกณฑ์การบวกเอกลนามที่คล้ายกันทำอย่างไร
2. ผลบวกของ เอกลนามที่คล้ายกันเป็นเอกลนามเสมอหรือไม่
3. ผลบวกของ เอกลนามที่ไม่คล้ายกันเป็นเอกลนามหรือไม่
4. เพื่อป้องกันการผิดพลาดในการบวกเอกลนามที่คล้ายกันในแนวตั้งควรทำ

อย่างไร

กิจกรรมที่ 4 ประเมินผลขั้นทอน

1. ครูแจกแบบทดสอบย่อย เรื่องการบวกเอกลนามให้นักเรียนทุกคน
2. ครูให้เวลานักเรียนทำแบบทดสอบ 5 นาที

สื่อการเรียนรู้การสอน

แบบทดสอบย่อย เรื่องการบวกเอกลนาม (จำนวน 8 ข้อ)

กิจกรรมที่ 5 เฉลยแบบทดสอบ

ขั้นทอน

ครู เจอขแบบทดสอบในกระดาษ

สื่อการเรียนการสอน

แบบทดสอบข้อ เรื่องการบวกเลขนาม

เอกสารพีกันท์ เรื่องคุณสมบัติการแจกแจง

ก่อนที่นักเรียนจะทำแบบฝึกหัดนี้ให้ดูตัวอย่างข้อ ก, ข และ ค ก่อน แล้วจึงทำ

ข้อ 1 - 12

ตัวอย่าง ก. $2x + 3x = (2 + 3)x$

ข. $-2y + 3y = (-2 + 3)y$

ค. $-2x^2 + (-3x^2) = [-2 + (-3)]x^2$

1. $3x + 5x = \underline{\hspace{2cm}}$

2. $3y + 5y = \underline{\hspace{2cm}}$

3. $-3x^2 + 5x^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

4. $-3y^2 + 5y^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

5. $3xy + (-5xy) = \underline{\hspace{2cm}}$

6. $3x^2y + (-5x^2y) = \underline{\hspace{2cm}}$

7. $-3x^2y^2 + (-5x^2y^2) = \underline{\hspace{2cm}}$

8. $-3x^2y^3 + (-5x^2y^3) = \underline{\hspace{2cm}}$

9. $3\square + 5\square = \underline{\hspace{2cm}}$, \square แทน จำนวนใด ๆ

10. $-3\triangle + 5\triangle = \underline{\hspace{2cm}}$, \triangle แทน จำนวนใด ๆ

11. $-3\square + (-5\square) = \underline{\hspace{2cm}}$, \square แทน จำนวนใด ๆ

12. $-3\circ + (-5\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$, \circ แทน จำนวนใด ๆ

แบบฝึกหัดจงเติมค่าทอมลงในช่องว่าง

โจทย์	บอกรวมของ สัมประสิทธิ์	ส่วนที่อยู่ในรูปการคูณ ของตัวแปร	บอกรวมของเอกนาม ที่คล้ายกัน
<u>ตัวอย่าง</u> $2x + 3x$	$2 + 3$	x	$(2 + 3)x$
$-2x^2 + 5x^2$	$-2 + 5$	x^2	$(-2 + 5)x^2$
1. $6y + 5y$			
2. $-3x^3 + (-3x^3)$			
3. $10x^5 + (-5x^5)$			
4. $-4xy + (-7xy)$			
5. $2p^2q + 3p^2q$			
<u>แบบฝึกหัดเสริม</u>			
1. $-\frac{3x^2y^3}{5} + \frac{2y^3x^2}{5}$			
2. $1.5xyz + 0.5xyz$			
3. $-16ab^2c + ab^2c$			
4. $8x^2y^3z + (-13x^2zy^3)$			
5. $-11x^3y^2z^2 + (-9y^2z^2x^3)$			

แบบฝึกหัดที่ 2.1

จงตามอ่ทอมของเอกนามต่อไปนี้

ก. ในแนวนอน

ข. ในแนวตั้ง

1. $3x^2$ กับ $6x^2$

2. $-15xy$ กับ $6xy$

3. $27x^2y$ กับ $-13x^2y$

4. $-10x^2y^2$ กับ $-16x^2y^2$

5. $4w^2$ กับ $3w^2$ กับ $-6w^2$

แบบฝึกหัดเสริม

1. $16r^2s$ กับ $-2r^2s$ กับ $-3sr^2$

2. $-5x^4y^2z^3$ กับ $-9x^4y^2z^3$ กับ $-23y^2x^4z^3$

3. $(2xyz)^2$ กับ $(-3xy)^2z^2$

4. 2^2xy^2z กับ 2^3xy^2z กับ $2xyz^2$

5. $-8x^2y$ กับ $3yx^2$ กับ $4x^2y$ กับ $-9x^2y$

แบบฝึกหัดที่ 2.2

1. จงตรวจสอบว่าประโยคใดเป็นจริง หรือเป็นเท็จ ถ้าเป็นจริงให้เขียน ✓ ในวงเล็บ ถ้าเป็นเท็จให้เขียน ✗ ในวงเล็บ

(.....) 1. $4x^3 + 9x^3 = 13x^3$

(.....) 2. $-2x^2y + 7yx^2 = -5yx^2$

(.....) 3. $22x^2y^2 + (-18x^2y^2) = (2xy)^2$

(.....) 4. $-4abc^2 + (-3abc^2) + 6a^2b^2c^2 = -abc^2$

(.....) 5. $(7a^2b^2 + 4a^2b^2) + (-2x^2y + 3yx^2) = 11a^2b^2 + x^2y$

2. จงหาผลบวกของเอกรวมต่อไปนี้ โดยเติมค่าลงในช่องว่าง

$$\begin{aligned}
 1. \quad (17x^2 + 6x^2) + 4x^2 &= (\square + \square)x^2 + 4x^2 \\
 &= \square x^2 + 4x^2 \\
 &= (\square + \square)x^2 \\
 &= \square x^2
 \end{aligned}$$

∴ $(17x^2 + 6x^2) + 4x^2 = \underline{\hspace{4cm}}$

$$\begin{aligned}
 2. \quad [7ay^2 + (-7y^2a)] + 13ay^2 &= (\square + \square)ay^2 + 13ay^2 \\
 &= \square ay^2 + 13ay^2 \\
 &= (\square + \square)ay^2 \\
 &= \square ay^2
 \end{aligned}$$

$$\therefore [7ay^2 + (-7y^2a)] + 13ay^2 = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad 5x^0yz^2 + 12yz^2 &= \underline{\hspace{4cm}} \\
 &= \underline{\hspace{4cm}}
 \end{aligned}$$

$$\therefore 5x^0yz^2 + 12yz^2 = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad [-6x^3y^2z^2 + (-3x^3z^2y^2)] + x^2y^2z^3 &= (\square + \square)x^3y^2z^2 + x^2y^2z^3 \\
 &= \square x^3y^2z^2 + x^2y^2z^3 \\
 &= \underline{\hspace{4cm}}
 \end{aligned}$$

$$\therefore [-6x^3y^2z^2 + (-3x^3z^2y^2)] + x^2y^2z^3 = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad [-5x^2y + (-3x^2y)] + [4xy^2 + (-8xy^2)] &= (\square + \square)x^2y + (\square + \square)xy^2 \\
 &= \square x^2y + \square xy^2 \\
 &= \underline{\hspace{4cm}}
 \end{aligned}$$

$$\therefore [-5x^2y + (-3x^2y)] + [4xy^2 + (-8xy^2)] = \underline{\hspace{4cm}}$$

แบบทดสอบย่อย เรื่องการบวกเอกนาม

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. นักเรียนควรจะสามารถหาผลบวกของเอกนามในแนวนอนได้

2. นักเรียนควรจะสามารถหาผลบวกของเอกนามในแนวตั้งได้

จงหาผลบวกของเอกนามต่อไปนี้ (ข้อ 1 - 4 ทำในแนวนอน, ข้อ 5 - 8 ทำในแนวตั้ง)

1. $12x^2 + 7x^2$

2. $8xy + (-9yx)$

3. $-4xy^3 + 20xy^3$

4. $-27xyz + (-13xzy)$

5. $(-4y^2 + 3y^2) + (-2y^2)$

6. $-8xy + (3yz + 4xz)$

7. $(2^2xy^2z + 2^3xy^2z) + (-3xy^2z)$

8. $(7a^2b + 4a^2b) + -2xy^2 + (-6xy^2)$

ชุดการสอนเรื่อง การลบเอกนาม

เวลา 50 นาที

เนื้อหา

1. การลบเอกนามที่คล้ายกันในแนวนอน
2. การลบเอกนามที่คล้ายกันในแนวตั้ง
3. การลบเอกนามที่ไม่คล้ายกัน

หมายเหตุ

1. ผลลบของเอกนามที่คล้ายกันในแนวนอน = (ผลลบของสัมประสิทธิ์) \times (ส่วนที่อยู่
ในรูปการคูณของตัวแปร)
2. ผลลบของเอกนามที่คล้ายกันในแนวตั้งมีหลักเกณฑ์เหมือนกับการหาผลลบของ
เอกนามที่คล้ายกันในแนวนอน แต่การลบเอกนามในแนวตั้งควรตั้งสัมประสิทธิ์ของตัวตั้งและ
ตัวลบให้ตรงกัน และตั้งส่วนที่อยู่ในรูปของการคูณของตัวแปรของตัวตั้งและตัวลบให้ตรงกัน
3. การลบเอกนามที่ไม่คล้ายกันไม่สามารถใช้คุณสมบัติการแจกแจงหาผลลบได้ จึง
เขียนผลลัพธ์อยู่ในรูปของการบวกหรือการลบตามความเหมาะสม

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. นักเรียนควรจะสามารถลบเอกนามในแนวนอนได้
2. นักเรียนควรจะสามารถลบเอกนามในแนวตั้งได้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

สอนเป็นกลุ่มใหญ่ ครูอธิบายเนื้อหาโดยใช้แผ่นโปสเตอร์ประกอบ และให้นักเรียนฝึก
ทักษะจากแบบฝึกหัดที่ครูแจกให้เป็นรายบุคคล

ชื่อการเขียนการสอน

1. แผนโปร่งใสเรื่องการอบเอทนาย จำนวน 6 แผน
2. แผนโปร่งใสเจอบแผนฝึกหัด จำนวน 4 แผน
3. เอกสารฝึกหัดเรื่องการอบจำนวน
4. แผนฝึกหัดคะ
5. แผนฝึกหัดที่ 3.1
6. แผนฝึกหัดที่ 3.2
7. แผนฝึกหัดเสริม

รายละเอียดสำหรับข้อ

ตอนที่ 3 เรื่อง การลบเอกนาม

กิจกรรมที่ 1 ครูอธิบายโดยใช้น้ำมันโป่งใส่ประกอบ

ขั้นตอน

1. ครูทบทวนการลบจำนวนโดยใช้หลักเกณฑ์ว่า "การลบของสองจำนวนใด ๆ คือการบวกด้วยจำนวนตรงข้ามของตัวลบ"

นั่นคือ ถ้า a และ b เป็นจำนวนใด ๆ แล้ว $a - b = a + (-b)$

2. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดเรื่อง การลบจำนวน เป็นรายบุคคล

3. ครูอธิบายการลบเอกนามว่า การลบเอกนามมี 2 กรณี คือ

1. การลบเอกนามที่คล้ายกัน

2. การลบเอกนามที่ไม่คล้ายกัน

1. การลบเอกนามที่คล้ายกัน มี 2 รูปแบบ คือ

1.1 การลบเอกนามที่คล้ายกันในแนวนอน

1.2 การลบเอกนามที่คล้ายกันในแนวตั้ง

1.1 การลบเอกนามที่คล้ายกันในแนวนอน

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลลบของ $7x - 2x$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } 7x - 2x &= 7x + (-2x) \\ &= [7 + (-2)]x \\ &= 5x \end{aligned}$$

$$\therefore 7x - 2x = 5x$$

จากตัวอย่างที่ 1 อาจเขียนวิธีทำสั้น ๆ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} 7x - 2x &= (7 - 2)x \\ &= 5x \end{aligned}$$

$$\therefore 7x - 2x = 5x$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลลบของ $-3y - 5y$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } -3y - 5y &= -3y + (-5y) \\ &= [-3 + (-5)]y \\ &= -8y \end{aligned}$$

$$\therefore -3y - 5y = -8y$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลลบของ $6y^2 - (-3y^2)$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } 6y^2 - (-3y^2) &= 6y^2 + -(-3y^2) \\ &= 6y^2 + 3y^2 \\ &= (6 + 3)y^2 \\ &= 9y^2 \end{aligned}$$

$$\therefore 6y^2 - (-3y^2) = 9y^2$$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาผลลัพธ์ของ

ก. $\left[7a^2b - (-8a^2b)\right] - 13a^2b$

ข. $7a^2b - (-8a^2b - 13a^2b)$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{ก. } \left[7a^2b - (-8a^2b)\right] - 13a^2b &= \left[7a^2b + -(-8a^2b)\right] - 13a^2b \\ &= (7a^2b + 8a^2b) - 13a^2b \\ &= (7 + 8)a^2b - 13a^2b \\ &= 15a^2b - 13a^2b \\ &= 15a^2b + (-13a^2b) \\ &= \left[15 + (-13)\right]a^2b \\ &= (15 - 13)a^2b \\ &= 2a^2b \end{aligned}$$

$$\therefore \left[7a^2b - (-8a^2b)\right] - 13a^2b = 2a^2b$$

$$\begin{aligned}
 \text{ข. } 7a^2b - (-8a^2b - 13a^2b) &= 7a^2b - [-8a^2b + (-13a^2b)] \\
 &= 7a^2b - [-8 + (-13)]a^2b \\
 &= 7a^2b - (-21a^2b) \\
 &= 7a^2b + -(-21a^2b) \\
 &= 7a^2b + 21a^2b \\
 &= (7 + 21)a^2b \\
 &= 28a^2b
 \end{aligned}$$

$$\therefore 7a^2b - (-8a^2b - 13a^2b) = 28a^2b$$

หมายเหตุ จากตัวอย่างที่ 4 จะเห็นว่า คำตอบทั้งสองไม่เท่ากัน แสดงว่าการลบเอกนามไม่มีคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม

ตัวอย่างเสริม จงหาผลลบของ $-16xyz - (-9xyz)$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ } -16xyz - (-9xyz) &= -16xyz + -(-9xyz) \\
 &= -16xyz + 9xyz \\
 &= (-16 + 9)xyz \\
 &= -7xyz
 \end{aligned}$$

$$\therefore -16xyz - (-9xyz) = -7xyz$$

4. ครูพยายามซักถามจนทำให้นักเรียนสามารถสรุปหลักเกณฑ์การลบเอกนามใน
แนวข้อนี้
 แนวข้อนี้

หลักเกณฑ์การลบเอกนามที่คล้ายกัน

ผลลบของเอกนามที่คล้ายกัน = (ผลลบของสัมประสิทธิ์) \times (ส่วนที่อยู่
 ในรูปการคูณของตัวแปร)

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดซึ่งเป็นรายบุคคล
6. ครูอธิบายว่าการลบเอกนามที่คล้ายกันในแนวตั้งใช้หลักเกณฑ์เหมือนกันกับการลบเอกนามที่คล้ายกันในแนวนอน แต่เขียนตัวตั้งและตัวลบให้ตรงกันในแนวตั้ง ดังนี้

1.1 การลบเอกนามที่คล้ายกันในแนวตั้ง

ตัวอย่างที่ 5 จงหาผลลบของ $5x^2 - 3x^2$

$$\begin{array}{r} \text{วิธีทำ} \quad 5x^2 \\ - \quad 3x^2 \\ \hline 2x^2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{ตัวตั้ง} \\ \\ \text{ตัวลบ} \end{array}$$

$$\therefore 5x^2 - 3x^2 = 2x^2$$

$$\begin{array}{r} \text{หรือ} \quad 5x^2 \\ + \quad -3x^2 \\ \hline 2x^2 \end{array}$$

$$\therefore 5x^2 - 3x^2 = 2x^2$$

การลบคือการบวกด้วย
จำนวนตรงข้ามของ
ตัวลบ
 \therefore จำนวนตรงข้าม
ของ $3x^2$ คือ $-3x^2$

ตัวอย่างที่ 6 จงหาผลลบของ $13x^2y^2 - (-18x^2y^2)$

$$\begin{array}{r} \text{วิธีทำ} \quad 13x^2y^2 \\ - \quad -18x^2y^2 \\ \hline 31x^2y^2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{ตัวตั้ง} \\ \\ \text{ตัวลบ} \end{array}$$

$$\therefore 13x^2y^2 - (-18x^2y^2) = 31x^2y^2$$

$$\begin{array}{r} \text{หรือ} \\ 13x^2y^2 \\ + \\ 18x^2y^2 \\ \hline 31x^2y^2 \end{array}$$

$$\therefore 13x^2y^2 - (-18x^2y^2) = 31x^2y^2$$

การลบคือการบวก
จำนวนตรงข้ามของ
ตัวลบ

\therefore จำนวนตรงข้าม
ของ $-18x^2y^2$
คือ $18x^2y^2$

ตัวอย่างที่ 7 จงหาผลลบของ $[18x^5 - (-20x^5)] - 10x^5$

$$\begin{array}{r} \text{วิธีทำ} \\ 18x^5 \\ - \\ -20x^5 \\ \hline 38x^5 \\ - \\ 10x^5 \\ \hline 28x^5 \end{array}$$

$$\therefore [18x^5 - (-20x^5)] - 10x^5 = 28x^5$$

$$\begin{array}{r} \text{หรือ} \\ 18x^5 \\ + \\ 20x^5 \\ \hline 38x^5 \\ + \\ -10x^5 \\ \hline 28x^5 \end{array}$$

$$\therefore [18x^5 - (-20x^5)] - 10x^5 = 28x^5$$

การลบคือการบวก
จำนวนตรงข้ามของ
ตัวลบ

\therefore จำนวนตรงข้าม
ของ $-20x^5$ คือ $20x^5$
 \therefore จำนวนตรงข้าม
ของ $10x^5$ คือ $-10x^5$

7. ระบุนิยามขอควรงี้เกทของการอบเอกนามที่คล้ายกันในแนวตั้ง

ขอควรงี้เกท

1. การอบเอกนามในแนวตั้ง ควรงี้เกทสัมพันธ์ห้ของตัวตั้งและตัวลบให้ตรงกัน และตั้งส่วนที่อยู่ในรูปของการคูณของตัวแปรห้ของตัวตั้ง และตัวลบให้ตรงกันด้วย ห้ห้เพื่อความสะดวกในการค้ค่านวและป้องกันการค่านวผิด

2. ผลอบของเอกนามที่คล้ายกัน จะเป็นเอกนามเดี่ยวจำนวนห้หนึ่ง และจำนวนเดี่ยวนี้เป็นเอกนามค้ว (ซึ่งทอไปจะเรียกว่าเป็นพหุนวในรูปอบสำเร็จ)

8. ระบุนิยามการอบเอกนามที่ไม่คล้ายกันและยกตัวอย่างประกอบ

2. การอบเอกนามที่ไม่คล้ายกัน

ตัวอย่างที่ 8 จงหาอบอบของ $12y - 18y^2$

วิธีห้ $12y - 18y^2 = 12y - 18y^2$

$$\therefore 12y - 18y^2 = 12y - 18y^2$$

ตัวอย่างที่ 9 จงหาอบลัพธ์ของ $[18x^2y^3 - (-4xy)] - 6x^2y$

วิธีห้

$$\begin{aligned} [18x^2y^3 - (-4xy)] - 6x^2y &= [18x^2y^3 + -(-4xy)] - 6x^2y \\ &= 18x^2y^3 + 4xy - 6x^2y \end{aligned}$$

$$\therefore [18x^2y^3 - (-4xy)] - 6x^2y = 18x^2y^3 + 4xy - 6x^2y$$

9. ครูพยายามชักชวนจนทำให้นักเรียนสรุปได้ว่า สำหรับเอกนามที่ไม่คล้ายกัน ไม่สามารถใช้คุณสมบัติการแจกแจงหาผลคูณได้ จึงเขียนอยู่ในรูปของการบวกหรือการลบตามความเหมาะสม

10. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3.1 และ 3.2 เป็นรายบุคคล

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. แผ่นโป่งใสเรื่องการลบเอกนาม จำนวน 6 แผ่น
2. เอกสารฝึกหัดเรื่องการลบจำนวน
3. แบบฝึกหัดหัด
4. แบบฝึกหัดที่ 3.1
5. แบบฝึกหัดที่ 3.2

กิจกรรมที่ 2 ครูเฉลยแบบฝึกหัด

ขั้นตอน

1. ครูเฉลยแบบฝึกหัดด้วยแผ่นโป่งใส
2. ครูให้นักเรียนตรวจแบบฝึกหัดด้วยตนเอง

สื่อการเรียนรู้การสอน

แผ่นโป่งใสสำหรับเฉลยแบบฝึกหัด จำนวน 4 แผ่น

กิจกรรมที่ 3 สรุป

ขั้นตอน

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปตามหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักเกณฑ์การลบเอกนามที่คล้ายกันทำอย่างไร

2. ผลลบของเอกนามที่คล้ายกันเป็นเอกนามเสมอหรือไม่
3. ผลลบของเอกนามที่ไม่คล้ายกันเป็นเอกนามหรือไม่
4. เพื่อป้องกันการคิดคำนวณผิด การลบเอกนามที่คล้ายกันในแนวตั้งควรทำอย่างไร

กิจกรรมที่ 4 ประเมินผล

ขั้นทวน

1. ครูแจกแบบทดสอบย่อย เรื่องการลบเอกนามให้นักเรียนทุกคน
2. ครูให้เวลานักเรียนทำแบบทดสอบ 5 นาที

สื่อการเรียนรู้การสอน

แบบทดสอบย่อยเรื่องการลบเอกนาม (จำนวน 8 ข้อ)

กิจกรรมที่ 5 เจดยแบบทดสอบ

ขั้นทวน

ครูเจดยแบบทดสอบในกระดาน

สื่อการเรียนรู้การสอน

แบบทดสอบย่อยเรื่องการลบเอกนาม

เอกสารฝึกหัด เรื่องการลบจำนวน

จงหาผลลบของจำนวนต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ก. $6 - 21 = 6 + (-21) = -15$

ข. $-18 - 13 = -18 + (-13) = -31$

ค. $25 - (-7) = 25 + -(-7) = 25 + 7 = 32$

ง. $-50 - (-30) = -50 + 30 = -20$

ตัวอย่างที่ 2 $[-17 - (-21)] - (-3) = [-17 + -(-21)] + -(-3)$

$$= (-17 + 21) + 3$$

$$= 4 + 3$$

$$= 7$$

1. $42 - 59 = 42 + \square = \square$

2. $-53 - 37 = -53 + \square = \square$

3. $65 - (-57) = 65 + \square = \square$

4. $-84 - (-38) = -84 + \square = \square$

5. $-97 - (-58) = -97 + \square = \square$

$$\begin{aligned} 6. \quad [32 - (-11)] - (-15) &= (32 + \square) - (-15) \\ &= \square - (-15) \\ &= \square + \square \\ &= \square \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7. \quad -74 - [(-23) - 49] &= -74 - (-23 + \square) \\ &= -74 - \square \\ &= -74 + \square \\ &= \square \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดจงเติมคำตอบลงในช่องว่าง

โจทย์	ผลลบของ สัมประสิทธิ์	ส่วนที่อยู่ในรูปการคูณ ของตัวแปร	ผลลบของเครื่องหมาย ที่คล้ายกัน
<u>ตัวอย่าง</u> $7x - 2x$	$7 - 2$	x	$(7 - 2)x$
$7x^3 - (-2x^3)$	$7 - (-2)$	x^3	$(7 + 2)x^3$
1. $8y - 3y$			
2. $-12x^2 - 2x^2$			
3. $7y^3 - (-3y^3)$			
4. $-15ab - (-9ab)$			
5. $-20x^2y - 18x^2y$			
<u>แบบฝึกหัดเสริม</u>			
1. $1.2x^2y^4 - 0.2y^4x^2$			
2. $3abc - (-abc)$			
3. $-15xy^2z - 8xy^2z$			
4. $-26x^2y^2z - 13x^2zy^2$			
5. $-32x^2y^3z^4 - (-15x^2z^4y^3)$			

แบบฝึกหัดที่ 3.1

จงหาผลของเอกนามต่อไปนี้

ก. ในแนวนอน

ข. ในแนวตั้ง

1. $2x^2 - 4x^2$

2. $(-3ab) - 10ab$

3. $25x^2y - (-5yx^2)$

4. $-27xyz - (-16xyz)$

5. $(-9m^2 - 13m^2) - [-14n^2 - (-6n^2)]$

แบบฝึกหัดเสริมที่ 3.1

1. $14x^2y^2 - (6xy)^2$

2. $-30p^2q^2r^0 - (-16p^2q^2)$

3. $[36(ab)^2c - 17a^2b^2c] - (-5a^2cb^2)$

4. $(18x^2y^3 - 4x^2y^3) - 6x^2y^3$

5. $x^3y^2z^2 - [x^3(yz)^2 - 2x^3y^2z^2]$

แบบฝึกหัดที่ 3.2

1. จงตรวจสอบว่าประโยคใดเป็นจริงหรือเป็นเท็จ เป็นจริงให้เขียน ✓ ในวงเล็บ ถ้าเป็นเท็จให้เขียน X ในวงเล็บ

(.....) 1. $14x^5 - 9x^5 = 5x^5$

(.....) 2. $30a^2b^2 - (-6a^2b^2) = (6ab)^2$

(.....) 3. $-5xyz - (4xy^2z - 2xy^2z) = -7xy^2z$

(.....) 4. $(18x^2y^3z - 12x^2y^3z) - 6x^3y^2z = 6x^2y^3z - 6x^3y^2z$

(.....) 5. $(25x^2y^3 - 16x^2y^3) - (20xyz - 12xyz) = xyz$

2. จงเติมค่าลงในช่องว่าง

$$\begin{aligned}
 1. \quad (2x^2 - 3x^2) - 6x^2 &= (\square + \square) - 6x^2 \\
 &= (\square + \square)x^2 - 6x^2 \\
 &= \square - \square \\
 &= \square + \square \\
 &= (\square + \square)x^2 \\
 &= \square x^2
 \end{aligned}$$

$$\therefore (2x^2 - 3x^2) - 6x^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2. \quad 13y^2z^2 - (-4y^2z) = 13y^2z^2 + \boxed{}$$

$$= \boxed{} + \boxed{}$$

$$3. \quad (-15x^2y - 7yx^2) - 3x^2y^3 = (\boxed{} + \boxed{}) - 3x^2y^3$$

$$= (\boxed{} + \boxed{})x^2y - 3x^2y^3$$

$$= \boxed{} - 3x^2y^3$$

$$\therefore (-15x^2y - 7yx^2) - 3x^2y^3 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$4. \quad (18a^2b^3c - 12b^3a^2c) - 6a^2b^3c = (\boxed{} - \boxed{})a^2b^3c - 6a^2b^3c$$

$$= \boxed{}a^2b^3c - 6a^2b^3c$$

$$= (\boxed{} - 6)a^2b^3c$$

$$= \underline{\hspace{10em}}$$

$$\therefore (18a^2b^3c - 12b^3a^2c) - 6a^2b^3c = \underline{\hspace{10em}}$$

$$5. \quad (-36x^2y^3z - 30x^2y^3z) - (14x^2y^2z - 6zy^2x^2)$$

$$= (\boxed{} - \boxed{})x^2y^3z - (\boxed{} - \boxed{})x^2y^2z$$

$$= \boxed{}x^2y^3z - \boxed{}x^2y^2z$$

$$\therefore (-36x^2y^3z - 30x^2y^3z) - (14x^2y^2z - 6zy^2x^2)$$

$$= \underline{\hspace{10em}}$$

แบบฝึกหัดเสริม

จงหาผลลัพธ์ของการบวกหรือการลบต่อไปนี้

$$1. \quad 12ab + 4ab = (\square + \square)ab$$

$$= \square ab$$

$$\therefore 12ab + 4ab = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2. \quad 18x^2y - 26x^2y = 18x^2y + \square$$

$$= (\square + \square)x^2y$$

$$= \square x^2y$$

$$\therefore 18x^2y - 26x^2y = \square$$

$$3. \quad 9xyz + (-12xyz) = (9 + \square)xyz$$

$$= \square xyz$$

$$\therefore 9xyz + (-12xyz) = \square$$

$$4. \quad -10x^2yz^2 - (-15x^2z^2y)$$

$$-10x^2yz^2$$

-

$$-15x^2yz^2 \quad (\therefore -15x^2z^2y = -15x^2yz^2)$$

$$\therefore -10x^2yz^2 - (-15x^2z^2y) = \underline{\hspace{2cm}}$$

5. $(16abc - 4abc) + 6abc$

$$\begin{array}{r}
 16abc \\
 - \\
 4abc \\
 \hline
 \boxed{} \\
 + \\
 6abc \\
 \hline
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

∴ $(16abc - 4abc) + 6abc =$ _____

6. $13x^0y^2z^2 - (-4y^2z)$ = _____

∴ $13x^0y^2z^2 - (-4y^2z) =$ _____

7. $(-5x^2y^3 + 5y^3x^2) - 5x^2y^2 = (\boxed{} + \boxed{})x^2y^3 - 5x^2y^2$

$$= \boxed{}x^2y^3 - 5x^2y^2$$

$$= \boxed{}$$

∴ $(-5x^2y^3 + 5y^3x^2) - 5x^2y^2 =$ _____

$$8. (5a^3b^2 + 11a^3b^2) - 10a^3b^2$$

$$\begin{array}{r}
 5a^3b^2 \\
 + \\
 11a^3b^2 \\
 \hline
 \square \\
 - \\
 10a^3b^2 \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

$$\therefore (5a^3b^2 + 11a^3b^2) - 10a^3b^2 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$\begin{aligned}
 9. (7y^2 + 4y^2) - (3x^5 - 10x^5) &= (7y^2 + 4y^2) - (3x^5 + \square) \\
 &= (\square + \square)y^2 - (\square + \square)x^5 \\
 &= \square y^2 - \square x^5 \\
 &= \square y^2 + \square x^5
 \end{aligned}$$

$$\therefore (7y^2 + 4y^2) - (3x^5 - 10x^5) = \underline{\hspace{10em}}$$

$$\begin{aligned}
 10. \quad [(-10xy^2 - 2xy^2)] + [5xy^2 + (-4xy^2)] &= (-10xy^2 + \square) + [5xy^2 + (-4xy^2)] \\
 &= (-10 + \square)xy^2 + (5 + \square)xy^2 \\
 &= \square xy^2 + \square xy^2 \\
 &= (\square + \square)xy^2 \\
 &= \square xy^2
 \end{aligned}$$

$$\therefore (-10xy^2 - 2xy^2) + 5xy^2 + (-4xy^2) = \underline{\hspace{4cm}}$$

แบบทดสอบย่อย เรื่องการลบเอกนาม

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. นักเรียนควรจะสามารถหาผลลบของเอกนามในแนวนอนได้

2. นักเรียนควรจะสามารถหาผลลบของเอกนามในแนวตั้งได้

จงหาผลลบของเอกนามต่อไปนี้ (ข้อ 1 - 5 ทำในแนวนอน, ข้อ 6 - 8 ทำในแนวตั้ง)

1. $8x - 6x$

2. $-10xy - 4xy^2$

3. $12x^3y - (-8x^3y)$

4. $-9a^2bc - (-12ab^2c)$

5. $36a^2b^2c - (-17a^2b^2c - 5a^2b^2c)$

6. $27p^2qr^0 - (-16p^2q)$

7. $15xyz - (-2xyz)$

8. $(18x^2y^3 - 4x^2y^3) - 6x^2y^3$

ชุดการสอนเรื่อง พุทนาม

เวลา 50 นาที

เนื้อหา

1. ความหมายของพุทนาม
2. พุทนามในรูปยลสำเร็จ
3. กิรีของพุทนาม

มโนคติ

1. พุทนาม คือ นิพจน์ที่สามารถเขียนในรูปเอกนามหรือสามารถเขียนในรูปการบวกของเอกนามตั้งแต่สองเอกนามขึ้นไป
2. เรียกเอกนามแต่ละเอกนามที่ประกอบกันขึ้นเป็นพุทนามว่า พจน์
3. พุทนามที่ไม่มีพจน์ที่คล้ายกันเอง เรียกว่า พุทนามในรูปยลสำเร็จ
4. กิรีของพุทนาม คือ กิรีสูงสุดของพจน์ในพุทนาม

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. นักเรียนควรจะสามารถบอกความหมายของพุทนามได้
2. นักเรียนควรจะสามารถบอกได้ว่าจำนวนที่ให้พิจารณาเป็นพุทนามหรือไม่
3. นักเรียนควรจะสามารถทำพุทนามที่กำหนดให้เป็นพุทนามในรูปยลสำเร็จได้
4. นักเรียนควรจะสามารถหาภิรีของพุทนามได้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

สอนเป็นกลุ่มใหญ่ ครูอธิบายเนื้อหาโดยใช้นิยามไปร้องใส่ประกอบ และให้นักเรียนฝึกทักษะจากแบบฝึกหัดที่ครูแจกให้ โดยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย 13 กลุ่ม ๆ ละ 3 คน

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. แผ่นโปร่งใสเรื่อง พหุนามจำนวน 4 แผ่น
2. แผ่นโปร่งใสเฉลยแบบฝึกหัดจำนวน 3 แผ่น
3. แบบฝึกหัด 3.1
4. แบบฝึกหัด 3.2

รายละเอียดสำหรับผู้สอน

คาบที่ 4 เรื่อง พหุนาม

กิจกรรมที่ 1 ครูอธิบายโดยใช้แผ่นโปสเตอร์ประกอบ

ขั้นตอน

1. ครูทบทวนเรื่องการบวกและการลบเอกนาม และยกตัวอย่างประกอบ
ตัวอย่าง

1. ผลบวกของ 3 กับ 4 คือ $3 + 4 = 7$

ซึ่งเป็นเอกนามเดียวจำนวนหนึ่ง

2. ผลลบของ 5 กับ 7 หรือผลบวกของ 5 กับ -7 คือ

$$5 - 7 = 5 + (-7) = -2$$

ซึ่งเป็นเอกนามเดียวจำนวนหนึ่ง

3. ผลบวกของ $6x$ กับ $8x$ คือ $6x + 8x = (6 + 8)x = 14x$

ซึ่งเป็นเอกนามเดียวจำนวนหนึ่ง

4. ผลบวกของ $2x^2$ กับ $5x$ คือ $2x^2 + 5x = 2x^2 + 5x$

ซึ่งไม่เป็นเอกนามเดียวจำนวนหนึ่ง

5. ผลลบของ $8x^2y$ กับ $3xy^2$ หรือผลบวกของ

$$8x^2y \text{ กับ } -3xy^2 \text{ คือ}$$

$$8x^2y - 3xy^2 \text{ หรือ } 8x^2y + (-3xy^2)$$

ซึ่งไม่เป็นเอกนามเดียวจำนวนหนึ่ง

2. ครูอธิบายความหมายของพหุนามดังนี้

พหุนาม คือ นิพจน์ที่สามารถเขียนในรูปเอกนาม (เช่นข้อ 1 - 3) หรือสามารถเขียนในรูปการบวกของเอกนามตั้งแต่สองเอกนามขึ้นไป (เช่นข้อ 4 - 5)

3. ครุยกตัวอย่างนิพจน์ที่เป็นพหุนามและนิพจน์ที่ไม่เป็นพหุนามดังตัวอย่างที่ 1 และ 2
ตัวอย่างที่ 1 ทุกนิพจน์ต่อไปนี้เป็นพหุนาม

$$3, -\frac{1}{2}, 7x, -5y + 3, 8x + 4y, x^2 - y^3 + 3$$

ตัวอย่างที่ 2 ทุกนิพจน์ต่อไปนี้ไม่เป็นพหุนาม

$$\frac{5}{x}, \frac{4x^2}{y}, 3x^2y^{-3}, \frac{-7x^2y^5}{z^3}, \frac{x+1}{x^2}, 3x^4 + \frac{y^2}{x} + 3$$

จากตัวอย่างที่ 1 และ 2 ให้นักเรียนอธิบายเหตุผลประกอบคิดว่า เป็นหรือ

ไม่เป็นพหุนาม เพราะอะไร

4. ครุอธิบายต่อไปนี้ว่า เอกนามแต่ละเอกนามที่ประกอบกันขึ้นเป็นพหุนามเรียกว่า พจน์
 และยกตัวอย่างดังนี้

ตัวอย่างที่ 3 $3x^2$ เป็นพหุนามที่มี 1 พจน์ คือ $3x^2$

$6x^2 + 4y$ เป็นพหุนามที่มี 2 พจน์ คือ $6x^2$ และ $4y$

$5x^2 - 2x - 1$ สามารถเขียนได้คืออย่างหนึ่งคือ

$$5x^2 + (-2x) + (-1)$$

เป็นพหุนามที่มี 3 พจน์ คือ $5x^2$, $-2x$ และ -1

5. ครุให้นักเรียนแบ่งกลุ่มเป็น 13 กลุ่ม ๆ ละ 3 คน แล้วให้แต่ละกลุ่มหาค่าเฉลี่ย

ที่ 3.1

6. ครุอธิบายว่าในกรณีพหุนามหนึ่ง ๆ มีเอกนามที่คล้ายกัน จะเรียกเอกนามที่
 คล้ายกันว่า พจน์ที่คล้ายกัน และครุยกตัวอย่าง ดังนี้

ตัวอย่างที่ 4 $(2x) + (4x) + 5$ เป็นพหุนามที่มี 3 พจน์ คือ $2x$, $4x$ และ 5

และมี $2x$ กับ $4x$ เป็นพจน์ที่คล้ายกัน

$(3x^2) + 7 + 6y^2 + (2x^2) + 1$ เป็นพหุนามที่มี 5 พจน์ คือ $3x^2$, 7

$6y^2$, $2x^2$ และ 1

มี $3x^2$ กับ $2x^2$ และมี 7 กับ 1 เป็น

พจน์ที่คล้ายกัน

7. หมายความว่า จากตัวอย่างที่ 4 เราสามารถรวมพจน์ที่คล้ายกันเข้าด้วยกันได้ โดยใช้ความรู้เรื่องการบวกและลบเอโกนาม เพื่อทำให้เป็นพหุนามในรูปที่ไม่มีพจน์คล้ายกันเลย และเรียกพหุนามดังกล่าวว่า พหุนามในรูปผลสำเร็จ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

$$\begin{aligned} 2x + 4x + 5 &= (2x + 4x) + 5 \\ &= (2 + 4)x + 5 \\ &= 6x + 5 \end{aligned}$$

∴ พหุนามในรูปผลสำเร็จของ $2x + 4x + 5$ คือ $6x + 5$

$$\begin{aligned} 3x^2 + 7 + 6y^2 + 2x^2 + 1 &= (3x^2 + 2x^2) + 6y^2 + (7 + 1) \\ &= (3 + 2)x^2 + 6y^2 + 8 \\ &= 5x^2 + 6y^2 + 8 \end{aligned}$$

∴ พหุนามในรูปผลสำเร็จของ $3x^2 + 7 + 6y^2 + 2x^2 + 1$ คือ $5x^2 + 6y^2 + 8$

8. ครบยกตัวอย่างพหุนามในรูปผลสำเร็จ โดยให้นักเรียนทำด้วยตนเอง

ตัวอย่างที่ 5 จงเขียน $5x^2 + 3x + (-7) + 4x^2 + (-2x) + 1$ เป็นพหุนามในรูปผลสำเร็จ

ตัวอย่างที่ 6 จงเขียน $3x^2 + 2xy + (-4x^2) + (-5) + 3xy + 5x + 2$ เป็นพหุนามในรูปผลสำเร็จ

9. ระบุนิยามความหมายของทีกรีของพหุนาม และยกตัวอย่างดังต่อไปนี้

ทีกรีของพหุนาม คือ ทีกรีสูงสุดของพจน์ในพหุนาม

ตัวอย่างที่ 7 จงบอกทีกรีของพหุนามต่อไปนี้

1. $x + 3$

2. $-x^2 + 6x + 1$

$$3. 6x^4 + 3x^3 - 2x + 2x^3 + x - 6$$

$$4. 3xy + 8x^2 - 4x^2y - 3y^2$$

วิธีทำ

$$1. x + 3$$

มีดีกรีเป็น 1 เพราะมีพจน์ "x" ที่มีดีกรีสูงสุดเป็น 1

$$2. -x^2 + 6x + 1$$

มีดีกรีเป็น 2 เพราะมีพจน์ " $-x^2$ " ที่มีดีกรีสูงสุดเป็น 2

$$3. 6x^4 + 3x^2 - 2x + 2x^3 + x - 6$$

มีดีกรีเป็น 4 เพราะมีพจน์ " $6x^4$ " ที่มีดีกรีสูงสุดเป็น 4

$$4. 3xy + 8x^2 - 4x^2y - 3y^2$$

มีดีกรีเป็น 3 เพราะมีพจน์ " $-4x^2y$ " ที่มีดีกรีสูงสุดเป็น $2 + 1 = 3$

10. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มย่อยเป็น 13 กลุ่ม ๆ ละ 3 คน แล้วให้แต่ละกลุ่มทำแบบฝึกหัดที่ 3.2

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. แผ่นโป่งใสเรื่องพหุนาม จำนวน 4 แผ่น
2. แบบฝึกหัดที่ 3.1
3. แบบฝึกหัดที่ 3.2

กิจกรรมที่ 2 ครูเฉลยแบบฝึกหัด

ขั้นตอน

1. ครูเฉลยแบบฝึกหัดด้วยแผ่นโป่งใส
2. ครูให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มตรวจแบบฝึกหัดของกลุ่มตนเอง

ข้อการ วิชา การสอน

แผนโปร่งใส่เฉลยแบบฝึกหัด จำนวน 3 แผน

กิจกรรมที่ 3 สรุป

ขั้น ตอน

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปตามหัวข้อต่อไปนี้

1. ความหมายของพจนานาม
2. เือกนามกับพจนานามแตกต่างกันอย่างไร
3. หลักเกณฑ์การหาพจนานามที่กำหนดให้เป็นพจนานามในรูปผลสำเร็จ
4. ความหมายของศัพท์ของพจนานาม

กิจกรรมที่ 4 ประเมินผล

ขั้น ตอน

1. ครูแจกแบบทดสอบย่อยเรื่องพจนานามให้นักเรียนทุกคน
2. ครูให้เวลานักเรียนทำแบบทดสอบ 5 นาที

ข้อการ วิชา การสอน

แบบทดสอบย่อยเรื่องพจนานาม (จำนวน 12 ข้อ)

กิจกรรมที่ 5 เฉลยแบบทดสอบ

ขั้น ตอน

ครูเฉลยแบบทดสอบในกระดาน

ข้อการ วิชา การสอน

แบบทดสอบย่อย เรื่อง พจนาน

แบบฝึกหัดที่ 3.1

1. ข้อใดเป็นพหุนามให้ใส่เครื่องหมาย \checkmark ในวงเล็บที่อยู่หน้าข้อที่เป็นพหุนาม และใส่เครื่องหมาย \times ในวงเล็บที่อยู่หน้าข้อที่ไม่เป็นพหุนาม

(.....) 1. 2

(.....) 2. $x + 3$

(.....) 3. $\frac{1}{y} + 2$

(.....) 4. $\frac{x}{3} + 9$

(.....) 5. $\frac{2}{x} + \frac{1}{2}$

(.....) 6. $4x^2 - \frac{1}{x}$

(.....) 7. $\frac{x^2 - 1}{x}$

แบบฝึกหัดเสริมที่ 3.1

(.....) 1. $\frac{x^2}{y} - 1$

(.....) 2. $\frac{x^3y}{x} - xy$

(.....) 3. $\frac{x^2 - 1}{5}$

(.....) 4. $x^2 + y - 1$

(.....) 5. $\frac{3}{4}y^2 + x^2y$

(.....) 6. $3x^2 - 6xy$

(.....) 7. $6x^3 + x^2 - 1$

(.....) 8. $x^2 - 3y^2 - 2z^2$

แบบฝึกหัดที่ 3.2

1. จงเขียนพหุนามที่กำหนดให้เป็นพหุนามในรูปผลสำเร็จ และบอกคี่กรีของพหุนามด้วย

$$\begin{aligned}
 \text{ตัวอย่าง } 2 + x - 1 + x &= 2 + x + (-1) + x \\
 &= [2 + (-1)] + (x + x) \\
 &= [2 + (-1)] + (1x + 1x) \\
 &= 1 + (1 + 1)x \\
 &= 1 + 2x
 \end{aligned}$$

∴ พหุนามในรูปผลสำเร็จของ $2 + x - 1 + x$ คือ $1 + 2x$ และมีคี่กรีเป็น 1

1. $4x + 7 - 2x$

2. $3x^2 + 4x - 6x^2 + 3$

$$3. \quad x^3 + y^2 + x^3 + x^3 - 2y^2$$

$$4. \quad 6x^3 + x^2 + 3x^2 - xy + 7 + 4xy$$

$$5. \quad 8x^2y - 8 + 5x + 6y^2 - 3x^2y - 3x + 12$$

แบบฝึกหัดเสริมที่ 3.2

$$1. \quad 9x - 4y - 2y + 5x =$$

$$2. \quad \frac{3}{2}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4x + x + 8 =$$

$$3. \quad 8x^3 + 4x + 3x + 1 + x^0 =$$

$$4. \quad xy - x^2 - x + y^2 - 2x^2 + 2x =$$

$$5. \quad -10x^2y + 7xy - 5x^2 + 3x^2y + 10 + 6x^2 + 8 =$$

2.2 จงเขียนพหุนามต่อไปนี้เป็นพหุนามในรูปผลสำเร็จ แล้วจัดพหุนามตามข้อ ก และ ข

ก. เรียงพจน์จากคี่มีน้อยไปหามาก

ข. เรียงพจน์จากคี่มีมากไปหาน้อย

$$\begin{aligned} \text{ตัวอย่าง } 1 + 2x - 8x^2 + 3x + 2 &= (1 + 2) + (2x + 3x) - 8x^2 \\ &= 3 + 5x - 8x^2 \end{aligned}$$

∴ พหุนามในรูปผลสำเร็จของ $1 + 2x - 8x^2 + 3x + 2$ คือ $3 + 5x - 8x^2$

ก. เรียงพจน์จากคี่มีน้อยไปหามากได้ดังนี้ $3 + 5x - 8x^2$

ข. เรียงพจน์จากคี่มีมากไปหาน้อยได้ดังนี้ $-8x^2 + 5x + 3$

1. $3x^2 + 4x^2 - x + 3 + x =$

ก. เรียงพจน์จากคี่มีน้อยไปหามากได้ดังนี้ _____

ข. เรียงพจน์จากคี่มีมากไปหาน้อยได้ดังนี้ _____

2. $5x^6 + x^4 - 4x^6 - x^3 + 3x^2 - x^2 + x + 5 =$

ก. เรียงพจน์จากคี่มีน้อยไปหามากได้ดังนี้ _____

ข. เรียงพจน์จากคี่มีมากไปหาน้อยได้ดังนี้ _____

$$3. \quad -4x^3 + 4x^4 + 2x - 4 - 2x^3 + 7x^4 + 13 =$$

- ก. เรียงพจน์จากคี่มีน้อยไปหามากได้ดังนี้ _____
- ข. เรียงพจน์จากคี่มีมากไปหาน้อยได้ดังนี้ _____

แบบทดสอบย่อย เรื่อง พหุนาม

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

นักเรียนควรจะสามารถระบุได้ว่าจำนวนที่ให้พิจารณานั้นเป็นพหุนามหรือไม่
จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. ข้อใดเป็นพหุนาม

ก. $\frac{5}{x}$ ข. $5x^{-2}$

ค. 5 ง. $\frac{5}{x+1}$

2. ข้อใดไม่เป็นพหุนาม

ก. $\frac{1}{2}$ ข. $\frac{1}{y} + 2$

ค. $y + 2$ ง. $y^2 + \frac{1}{2}$

3. ข้อใดไม่เป็นพหุนาม

ก. $5x + 1$ ข. $\frac{1}{x^{-2}} + 2$

ค. $\frac{1}{x^2} - 1$ ง. $x^2 - 3$

4. ข้อใดเป็นพหุนาม

ก. $x + y^{-2}$ ข. $\frac{y^2}{x} + 3$

ค. $-6x^2 + 3^{-2}$ ง. $y^2 + \frac{2}{x} + 1$

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

ให้นักเรียนสามารถหาดีกรีของพหุนามได้ถูกต้อง
จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. $2x - 3$ เป็นพหุนามที่มีดีกรีเท่าใด

ก. 0 ข. 1

ค. 2 ง. 3

3. $2x^6 + \frac{1}{5}x^5 - x^2 + 1$ เป็นพหุนามที่มี
ดีกรีเป็นเท่าใด

ก. 0 ข. 2

ค. 5 ง. 6

2. $4x^2 - 2x + 3$ เป็นพหุนามที่มีดีกรีเท่าใด

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3

4. $x^2 - 2x^2y + xy^2 - 3y^2$ เป็นพหุนามที่มีดีกรีเป็นเท่าใด

ก. 10

ข. 6

ค. 3

ง. 2

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

นักเรียนควรจะสามารถทำพหุนามที่กำหนดให้เป็นพหุนามในรูปผลสำเร็จได้
จงเขียนพหุนามต่อไปนี้ให้เป็นพหุนามในรูปผลสำเร็จ

1. $x^2 - 3x + 1 + x + 4 =$ _____

2. $-ab + b^2 + ab + 2b^2 + 5 =$ _____

3. $3x^2 + 2xy - 4x^2 + 5x + 3xy + x^0 + 3 =$ _____

4. $8x^2y + 5x + 6y^2 - 3yx^2 - 3x + 1 =$ _____

ชุดการสอนเรื่อง การบวกพหุนาม

เวลา 50 นาที

เนื้อหา

1. การบวกพหุนามในแนวนอน
2. การบวกพหุนามในแนวตั้ง

มโนคติ

1. ผลบวกของพหุนามกับพหุนามในแนวนอนทำได้โดยนำพหุนามมาเขียนในรูปการบวก และเขียนเรียงในแนวนอน ตามที่พจน์ที่คล้ายกันให้บวกพจน์ที่คล้ายกันเข้าด้วยกัน
2. ผลบวกของพหุนามกับพหุนามในแนวตั้งให้หลักเกณฑ์เหมือนกับการหาผลบวกของพหุนามในแนวนอน แต่ต้องเขียนตัวตั้งและตัวบวกในแนวตั้ง และตั้งพจน์ที่คล้ายกันให้ตรงกันเพื่อสะดวกในการศึกษาคำนวณ และป้องกันความผิดพลาด

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. นักเรียนควรจะสามารถหาผลบวกของพหุนามในแนวนอนได้
2. นักเรียนควรจะสามารถหาผลบวกของพหุนามในแนวตั้งได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

สอนเป็นกลุ่มใหญ่ ครูอธิบายเนื้อหาโดยมีแผ่นโปรงใสประกอบให้นักเรียนฝึกทักษะจากบัตรงาน และแบบฝึกหัดที่ครูแจกให้เป็นรายบุคคล

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นโปรงใสเรื่อง การบวกพหุนามจำนวน 4 แผ่น
2. แผ่นโปรงใสเฉลยบัตรงาน และแบบฝึกหัดจำนวน 3 แผ่น
3. บัตรงานเรื่องการบวกพหุนามในแนวตั้ง

4. แบบฝึกหัดที่ 5
5. บัตรงานเรื่องจำนวนตรงข้ามของพหุนาม

รายละเอียดสำหรับผู้สอน

คาบที่ 5 เรื่อง การบวกพหุนาม

กิจกรรมที่ 1 ครูอธิบายโดยใช้แผ่นโปรงใส

ขั้นตอน

1. ครูทบทวนเรื่องการบวกจำนวน
2. ครูอธิบายรูปแบบของการบวกพหุนามว่า
รูปแบบของการบวกพหุนาม มี 2 รูปแบบ คือ
 1. การบวกพหุนามในแนวนอน
 2. การบวกพหุนามในแนวตั้ง
3. ครูยกตัวอย่าง การบวกพหุนามในแนวนอนดังต่อไปนี้
ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลบวกของ $3x + 5y$ กับ $7x + 12y$

วิธีทำ

วิธีที่ 1 ทำอย่างละเอียดทุกขั้นตอน

$$\begin{aligned}
 (3x + 5y) + (7x + 12y) &= (3x + 5y) + (12y + 7x) && \text{คุณสมบัติการสลับที่สำหรับการบวก} \\
 &= 3x + [5y + (12y + 7x)] && \text{คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการบวก} \\
 &= 3x + [(5y + 12y) + 7x] && \text{คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการบวก} \\
 &= 3x + [(5 + 12)y + 7x] && \text{คุณสมบัติการแจกแจง}
 \end{aligned}$$

$$= 3x + (17y + 7x)$$

$$= 3x + (7x + 17y)$$

คุณสมบัติการสลับที่สำหรับการบวก

$$= (3x + 7x) + 17y$$

คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการบวก

$$= (3 + 7)x + 17y$$

คุณสมบัติการแจกแจง

$$= 10x + 17y$$

$$\therefore (3x + 5y) + (7x + 12y) = 10x + 17y$$

วิธีที่ 2 ถ้านักเรียนเข้าใจหลักการข้างต้นแล้ว นักเรียนไม่จำเป็นต้องทำอะไรเลยยกทุกชั้นตอนก็ได้ ให้ทำเฉพาะบางตอนดังนี้

$$(3x + 5y) + (7x + 12y) = (3x + 7x) + (5y + 12y)$$

$$= (3 + 7)x + (5 + 12)y$$

$$= 10x + 17y$$

$$\therefore (3x + 5y) + (7x + 12y) = 10x + 17y$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลบวกของ $-3x^2 + 2y^3 + 1$ กับ $7x^2 - y^3 + 4$

วิธีทำ $(-3x^2 + 2y^3 + 1) + (7x^2 - y^3 + 4)$

$$= (-3x^2 + 2y^3 + 1) + [7x^2 + (-y^3) + 4]$$

$$= (-3x^2 + 7x^2) + [2y^3 + (-y^3)] + (1 + 4)$$

$$= (-3 + 7)x^2 + [2 + (-1)]y^3 + 5$$

$$= 4x^2 + 1y^3 + 5$$

$$\therefore (-3x^2 + 2y^3 + 1) + (7x^2 - y^3 + 4) = 4x^2 + y^3 + 5$$

4. จากตัวอย่างข้างต้น ครูพยายามชี้ตามจนทำให้ให้นักเรียนสรุปหลักเกณฑ์การบวกพหุนามกับพหุนามในแนวอนโทว่า

ผลบวกของพหุนามกับพหุนามในแนวอนโททำได้โดยนำพหุนามมาเขียนในรูปการบวก และเขียนเรียงในแนวอนโท ถ้ามีพจน์ที่คล้ายกันใหม่พจน์ที่คล้ายกันเข้าด้วยกัน

5. ครูยกตัวอย่าง การบวกพหุนามในแนวตั้ง จากตัวอย่างที่ 1 สามารถหาผลบวกของพหุนามในแนวตั้งได้ดังนี้

จงหาผลบวกของ $3x + 5y$ กับ $7x + 12y$

<u>วิธีทำ</u>	$3x + 5y$	ตัวตั้ง
	+	
	$7x + 12y$	ตัวบวก
	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>	
	$10x + 17y$	

$$\therefore (3x + 5y) + (7x + 12y) = 10x + 17y$$

จากตัวอย่างที่ 2 จงหาผลบวกของ $-3x^2 + 2y^3 + 1$ กับ $7x^2 - y^3 + 4$

<u>วิธีทำ</u>	$-3x^2 + 2y^3 + 1$	หรือ	$-3x^2 + 2y^3 + 1$
	+		+
	$7x^2 - y^3 + 4$		$7x^2 + (-y^3) + 4$
	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>		<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>
	$4x^2 + y^3 + 5$		$4x^2 + y^3 + 5$

$$\therefore (-3x^2 + 2y^3 + 1) + (7x^2 - y^3 + 4) = 4x^2 + y^3 + 5$$

6. จากตัวอย่างข้างต้น ครูพยายามซักถามจนทำให้นักเรียนสรุปหลักเกณฑ์การบวกพหุนามกับพหุนามในแนวตั้งไว้ว่า

ผลบวกของพหุนามกับพหุนามในแนวตั้งใช้หลักเกณฑ์เหมือนกับการหาผลบวกของพหุนามในแนวนอน แต่ต้องเขียนตัวตั้งและตัวบวกในแนวตั้ง และตั้งพจน์ที่คล้ายกันให้ตรงกันเพื่อสะดวกในการศึกษาคำนวณ และป้องกันการผิดพลาด

ตัวอย่างเสริม จงหาผลบวกของ $2a - 6b$, $5a - 3b + c$, $-4b + 6c + 3$

$$\begin{array}{r}
 \text{วิธีทำ} \qquad 2a - 6b \\
 + \\
 \hline
 \qquad 5a - 3b + c \\
 \hline
 7a - 9b + c \\
 + \\
 \qquad -4b + 6c + 3 \\
 \hline
 7a - 13b + 7c + 3
 \end{array}$$

$$\therefore (2a - 6b) + (5a - 3b + c) + (-4b + 6c + 3) = 7a - 13b + 7c + 3$$

7. ครูให้นักเรียนทำบัตรงานเรื่องการบวกพหุนาม และแบบฝึกหัดที่ 5 เป็นรายบุคคล
8. ครูแจกแบบฝึกหัดหัดเรื่องจำนวนตรงข้ามของพหุนามให้นักเรียนไปทำเป็นการบ้าน

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นโปสเตอร์เรื่อง การบวกพหุนามจำนวน 3 แผ่น
2. บัตรงาน
3. แบบฝึกหัดที่ 5

กิจกรรมที่ 2 ครูเฉลยแบบฝึกหัด และบัตรงาน

ขั้นตอน

1. ครูเฉลยบัตรงานแบบฝึกหัดด้วยแผ่นโปรงใส
2. ครูให้นักเรียนตรวจบัตรงาน และแบบฝึกหัดด้วยตนเอง

สื่อการเรียนการสอน

แผ่นโปรงใสเฉลยแบบฝึกหัดจำนวน 4 แผ่น

กิจกรรมที่ 3 สรุป

ขั้นตอน

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปตามหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักเกณฑ์การบวกพหุนามเป็นอย่างไร
2. เพื่อป้องกันการผิดพลาดการบวกพหุนามในแนวตั้ง ควรทำอย่างไร
3. กิริยของขอบวกของพหุนามควรเป็นอย่างไร

กิจกรรมที่ 4 ประเมินผล

ขั้นตอน

1. ครูแจกแบบทดสอบย่อยเรื่องการบวกพหุนามให้นักเรียนทุกคน
2. ครูให้เวลานักเรียนทำแบบทดสอบ 5 นาที

สื่อการเรียนการสอน

แบบทดสอบย่อยเรื่อง การบวกพหุนาม (จำนวน 8 ข้อ)

กิจกรรมที่ 5 เจดีย์แบบทศสอม

ขั้นตอน

ครูเจดีย์แบบทศสอมในกระดาน

สื่อการเรียนรู้การสอน

แบบทศสอมย่อเรื่อง การบวกทศนาม

มีทฤษฎีเรื่องการบวกพหุนามในแนวกตั้ง

ตัวอย่าง จงหาผลบวกของ $2x + 4$ กับ $-2x + 1$

$$\begin{array}{r} \text{วิธีทำ} \\ 2x + 4 \\ + \\ -2x + 1 \\ \hline 0x + 5 = 5 \end{array}$$

$$\therefore (2x + 4) + (-2x + 1) = 5$$

จงหาผลบวกของพหุนามต่อไปนี้ในแนวกตั้ง

1. $-8x + 3$ กับ $8x + 5$

$$\begin{array}{r} \text{วิธีทำ} \\ -8x + 3 \\ + \\ 8x + 5 \\ \hline \square + \square \end{array}$$

$$\therefore (-8x + 3) + (8x + 5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. $x^2 - x + 3$ กับ $-x^2 + 3x + 1$

$$\begin{array}{r} \text{วิธีทำ} \\ x^2 - x + 3 \\ + \\ -x^2 + 3x + 1 \\ \hline \square + \square + \square \end{array}$$

$$\therefore (x^2 - x + 3) + (-x^2 + 3x + 1) = \underline{\hspace{2cm}}$$

3. $6x^2 + 3x + 5$ กับ $-6x^2 - 4$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 6x^2 + 3x + 5 \\ + \\ -6x^2 + 0x - 4 \\ \hline \square + \square + \square \end{array}$$

$\therefore (6x^2 + 3x + 5) + (-6x^2 - 4) =$ _____

4. $3x^3 + 2x^2 + x - 1$ กับ $-3x^3 - 2x^2 + 2x + 3$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 3x^3 + 2x^2 + x - 1 \\ + \\ -3x^3 - 2x^2 + 2x + 3 \\ \hline \square + \square + \square + \square \end{array}$$

$\therefore (3x^3 + 2x^2 + x - 1) + (-3x^3 - 2x^2 + 2x + 3) =$ _____

5. $-xy + 3x + 4y^2 + 2$ กับ $xy + 2x - 4y^2 + 8$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} -xy + 3x + 4y^2 + 2 \\ + \\ xy + 2x - 4y^2 + 8 \\ \hline \square + \square + \square + \square \end{array}$$

$\therefore (-xy + 3x + 4y^2 + 2) + (xy + 2x - 4y^2 + 8) =$ _____

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. คีกรี่ของผลบวกของพหุนามในบัตรงานข้อ 1, 2, 3, 4, 5 เป็นเท่าใด
 ตอบ
2. คีกรี่ของผลบวกของพหุนามต้องเท่ากับคีกรี่ของตัวตั้งหรือตัวบวกอย่างไรอย่างหนึ่ง
 เสมอหรือไม่
 ตอบ

แบบฝึกหัดที่ 5

จงหาผลบวกของพหุนามต่อไปนี้

ก. ในแนวนอน

ข. ในแนวตั้ง

1. $3x + 3$ กับ $4x + 6$

2. $5x + 4$ กับ $y + 4x - 5$

3. $8x^2$ กับ $-3x^2 + 4x + 2$

4. $2x^2 - 3x + 9$ กับ $8x^2 + 5$

5. $3x^3 + 5x^2y$ กับ $4x^3 - 2x^2y$

6. $x^2 - 6x + 3$ กับ $6x^2 + 4x + 4$

7. $14r - 6t + 3s$ กับ $5x + 2x + 3r$

8. $4y^2$, $4x + 3y$, $x + y^2$

แบบฝึกหัดเสริมที่ 5

1. $x - y$ กับ $2x^2 + x$

2. $x + y + z$ กับ $x - y - z$

3. $-3y^2 + 7$ กับ $y^2 + 2y + 8$

4. $2a - 3b + 4c$ กับ $-a + 4b - 5c$

5. $-6r + 7s - 3x + 8t$ กับ $5r - 4s + 13t + 2u$

6. $2x^2y + 4y^2 + 3x + 7$ กับ $-5 + 10y^2 - x^2y + 4x$

7. $12a - 6y, 3y + 5a, -2a + 4y$

8. $-6 + 4b + 7b^3, 5 - b + b^3, 2 + 3b^2 - 6b^3$

9. $7xy - 5xz + 3yz, 2yz - 3xy + 5xz, 10xy - 7xz + 3yz$

แบบทดสอบตามจุดประสงค์

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

นักเรียนควรจะสามารถหาผลบวกของพหุนามได้ถูกต้อง
จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. จงหาผลบวกของ $x + (2x + 3y)$

ก. $x + y$

ข. $2x + 3y$

ค. $3x + 3y$

ง. $2x^2 + 3xy$

2. จงหาผลบวกของ $(6y + 5) + (\frac{1}{5}y - 2)$

ก. $\frac{31}{5}y - 3$

ข. $\frac{31}{5}y + 3$

ค. $\frac{31}{5}y - 7$

ง. $\frac{31}{5}y + 7$

3. จงหาผลบวกของ $(3x + 5y) + (7x - 12y)$

ก. $10x + 7y$

ข. $10x - 7y$

ค. $10x + 17y$

ง. $10x - 17y$

4. จงหาผลบวกของ $(-5x + 3xy) + (-13x - 8yx)$

ก. $-18x + 5xy$

ข. $-18x - 5xy$

ค. $-18x + 11xy$

ง. $-18x - 11xy$

5. จงหาผลบวกของ $(2xy^2 + x^2y) + (-3x^2y - 2y^2)$

ก. $-x^2y + 2y^2$

ข. $2xy^2 + 2x^2y + 2y^2$

ค. $2xy^2 - 2x^2y + 2y^2$

ง. $-2xy^2 + 2x^2y + 2y^2$

6. จงหาผลบวกของ $(x^2 + 3y^4 + 2x) + (2x^2 - 4x + 2y^4)$

ก. $3x^2 + 5y^4 + 2x$

ข. $3x^2 + 5y^4 - 2x$

ค. $3x^2 + 5y^4 - 4x$

ง. $3x^2 + 5y^4 - 6x$

7. จงหาผลบวกของ $[(2x^2 + x - 3) + (2x - 3)] + (3x^2 + 2)$

ก. $5x^2 - 3x + 4$

ข. $5x^2 - 3x - 4$

ค. $5x^2 + 3x - 4$

ง. $5x^2 + 3x + 4$

8. จงหาผลบวกของ $(2xy + 5yz - 4x) + (2x - 4xy - 6yz) + (6yz + 4x - 4xy)$

ก. $-6xy + 5yz + 2x$

ข. $-6xy - 5yz + 2x$

ค. $-6xy + 17yz + 6x$

ง. $-6xy + 11yz + 2x$

มีกรงานเรื่องจำนวนตรงข้ามของพหุนาม

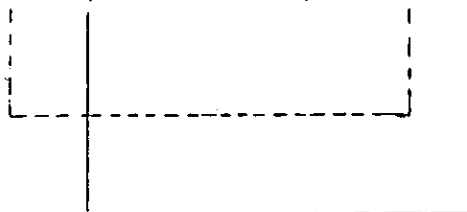
เนื้อหา จำนวนตรงข้ามของพหุนามใดคือ ผลบวกของจำนวนตรงข้ามของพจน์แต่ละพจน์
ในพหุนามนั้น

ตัวอย่างที่ 1 จำนวนตรงข้ามของ 2 คือ -2
จำนวนตรงข้ามของ -7 คือ $-(-7) = 7$

ตัวอย่างที่ 2 จำนวนตรงข้ามของ x คือ $-x$ หรือ $(-1)x$
จำนวนตรงข้ามของ $-6x^2$ คือ $-(-6x^2) = 6x^2$

ตัวอย่างที่ 3 จำนวนตรงข้ามของ $2x + 7$ คือ $-(2x + 7) = (-1)(2x + 7)$
 $= (-1)(2x) + (-1)(7)$
 $= -2x + (-7)$
 $= -2x - 7$

\therefore จำนวนตรงข้ามของ $2x + 7 = -(2x + 7) = -2x - 7$



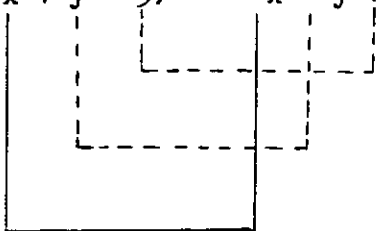
ตัวอย่างที่ 4 จำนวนตรงข้ามของ $x + y - 3$ คือ $-(x + y - 3) = (-1)(x + y - 3)$

$$= (-1)x + (-1)y + (-1)(-3)$$

$$= -x + (-y) + 3$$

$$= -x - y + 3$$

\therefore จำนวนตรงข้ามของ $x + y - 3 = -(x + y - 3) = -x - y + 3$



ข้อควรสังเกต นักเรียนจะเห็นว่า จำนวนตรงข้ามของจำนวนใดก็คือ จำนวนที่มีเครื่องหมายตรงข้ามกับจำนวนนั้น

จงหาจำนวนตรงข้ามของจำนวนต่อไปนี้

1. จำนวนตรงข้ามของ 18 คือ
2. จำนวนตรงข้ามของ -24 คือ
3. จำนวนตรงข้ามของ $3y$ คือ
4. จำนวนตรงข้ามของ $-14x^2$ คือ
5. จำนวนตรงข้ามของ $x + 9$ คือ
6. จำนวนตรงข้ามของ $3x - 2$ คือ
7. จำนวนตรงข้ามของ $-6x^2 - 7$ คือ
8. จำนวนตรงข้ามของ $4x^2 - 2x + 5$ คือ
9. จำนวนตรงข้ามของ $-10x^2 + 3x - 4$ คือ
10. จำนวนตรงข้ามของ $8x + y - 12$ คือ
11. จำนวนตรงข้ามของ $5x^3 - 6x^2 + 2x - 3$ คือ
12. จำนวนตรงข้ามของ $-7x^2 + 4xy - 9y^2 + 6$ คือ

จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ โดยไม่มีวงเล็บ

ตัวอย่าง $-(x + 2) = -x - 2$

$-(-3x^2 + x - 1) = 3x^2 - x + 1$

1. $-(4x - 3) =$

2. $-(2a + b) =$

3. $-(-pq - p^2) =$

4. $-(7x^2 - 3x + 1) =$

5. $-(q - 2t^2 - s^4) =$

แบบฝึกหัดเสริม

1. $-(-m^2 + mn - n) =$

2. $-(8x^3 - 7x^2y + 5y^3) =$

3. $-(y^3 + 4y^2 - y - 3) =$

4. $-(4x^4 + 3x^2 - 10) =$

5. $-(6x^2 - 3y + z + 5x - 2y^2) =$

ชุดการสอนเรื่อง การรอบพหุนาม

เวลา 50 นาที

เนื้อหา

1. การรอบพหุนามในแนวนอน
2. การรอบพหุนามในแนวตั้ง

มโนคติ

1. จำนวนตรงข้ามของพหุนามใด คือ ผลบวกของจำนวนตรงข้ามของพจน์ แต่ละพจน์
ในพหุนามนั้น
2. ผลลบของพหุนามกับพหุนามในแนวนอนหาได้โดยการบวกพหุนามที่เป็นตัวตั้งด้วย
จำนวนตรงข้ามของพจน์แต่ละพจน์ของพหุนามที่เป็นตัวลบ และเขียนเรียงในแนวนอน
3. ผลลบของพหุนามกับพหุนามในแนวตั้งใช้หลักเกณฑ์เหมือนกับการหาผลลบของพหุนาม
ในแนวนอน แต่ต้องเขียนตัวตั้งและตัวบวกในแนวตั้งและตั้งพจน์ที่คล้ายกันให้ตรงกัน เพื่อสะดวก
ในการคิดคำนวณและป้องกันการผิดพลาด

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. นักเรียนควรจะสามารถหาผลลบของพหุนามในแนวนอนได้
2. นักเรียนควรจะสามารถหาผลลบของพหุนามในแนวตั้งได้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

สอนเป็นกลุ่มใหญ่ ครูอธิบายเนื้อหาโดยเขียนโปรงใสประกอบและให้นักเรียนฝึกทักษะ
จากมัครงาน และแบบฝึกหัดที่ครูแจกให้เป็นรายบุคคล

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. แผ่นโปสเตอร์เรื่องการอุปถัมภ์ จำนวน 5 แผ่น
2. แผ่นโปสเตอร์เฉลยบัตรงาน และแบบฝึกหัด จำนวน 4 แผ่น
3. บัตรงานที่ 1
4. บัตรงานที่ 2
5. แบบฝึกหัดที่ 6
6. แบบฝึกหัดเสริม

รายละเอียดกับผู้อ่าน

ตอนที่ 6 เรื่อง การลบพหุนาม

กิจกรรมที่ 1 ครอบคลุมโดยใช้แผ่นโปรงใส

ขั้นตอน

1. ครูทบทวนเรื่องการลบจำนวน
2. ครูทบทวนเรื่องจำนวนตรงข้าม โดยมีเอกสารประกอบ
3. ครูให้นักเรียนตรวจแบบฝึกหัดเรื่องจำนวนตรงข้ามของพหุนาม (ซึ่งให้นักเรียนนำไปทำที่บ้าน)

4. ครูอธิบายรูปแบบของการลบพหุนาม

รูปแบบของการลบพหุนามมี 2 รูปแบบ คือ

1. การลบพหุนามในแนวนอน
2. การลบพหุนามในแนวตั้ง
5. ครูยกตัวอย่างการลบพหุนามในแนวนอนดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลลัพธ์ของ $(6x + 3) - (x + 2)$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad (6x + 3) - (x + 2) &= (6x + 3) + [-(x + 2)] \\ &\text{บวกด้วยจำนวนตรงข้ามของ } (x + 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (6x + 3) + (-x - 2) \\ &\text{บวกด้วยจำนวนตรงข้ามของ } (x + 2) \end{aligned}$$

$$\text{คือ } -(x + 2) = -x - 2$$

$$= (6x + 3) + [-x + (-2)]$$

$$= [6x + (-x)] + [3 + (-2)]$$

$$= [6 + (-1)]x + 1$$

$$= 5x + 1$$

$$\therefore (6x + 3) - (x + 2) = 5x + 1$$

ในตัวอย่างข้างบน อาจทำวิธีลัดได้ดังนี้

$$(6x + 3) - (x + 2) = 6x + 3 - x - 2$$

$$= 6x - x + 3 - 2$$

$$= 5x + 1$$

$$\therefore (6x + 3) - (x + 2) = 5x + 1$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลลบของ $(8x^2 - 5x - 3) - (x^2 + 4x - 12)$

วิธีทำ

$$(8x^2 - 5x - 3) - (x^2 + 4x - 12) = (8x^2 - 5x - 3) + \underbrace{-(x^2 + 4x - 12)}_{\text{บวกด้วยจำนวนตรงข้ามของ } (x^2 + 4x - 12)}$$

$$= (8x^2 - 5x - 3) + (-x^2 - 4x + 12)$$

$$\text{จำนวนตรงข้ามของ } (x^2 + 4x - 12)$$

$$\text{คือ } -(x^2 + 4x - 12) = -x^2 - 4x + 12$$

$$= [8x^2 + (-5x) + (-3)] + [-x^2 + (-4x) + 12]$$

$$= [8x^2 + (-x^2)] + [-5x + (-4x)] + (-3 + 12)$$

$$= [8 + (-1)]x^2 + [-5 + (-4)]x + 9$$

$$= 7x^2 + (-9x) + 9$$

$$= 7x^2 - 9x + 9$$

$$\therefore (8x^2 - 5x - 3) - (x^2 + 4x - 12) = 7x^2 - 9x + 9$$

ในตัวอย่างข้างบน อาจหาวิธีลัดได้ดังนี้

$$\begin{aligned}(8x^2 - 5x - 3) - (x^2 + 4x - 12) &= 8x^2 - 5x - 3 - x^2 - 4x + 12 \\ &= 8x^2 - x^2 - 5x - 4x - 3 + 12 \\ &= 7x^2 - 9x + 9\end{aligned}$$

$$\therefore (8x^2 - 5x - 3) - (x^2 + 4x - 12) = 7x^2 - 9x + 9$$

6. ครูพยายามซักถามจนทำให้นักเรียนสรุปได้ว่า

การหาผลลบของพหุนามกับพหุนามในแนวนอนทำได้โดยการบวกพหุนามที่เป็นตัวตั้งด้วยจำนวนตรงข้ามของพจน์แต่ละพจน์ของพหุนามที่เป็นตัวลบ และเขียนเรียงในแนวนอน

7. ครูให้นักเรียนฝึกทักษะเรื่องการลบพหุนามในแนวนอนจากมีตรงงานที่ 1 เป็นรายบุคคล

8. ครูยกตัวอย่างการลบพหุนามในแนวตั้ง

จากตัวอย่างที่ 1 สามารถหาผลลบของพหุนามในแนวตั้งได้ดังนี้

จงหาผลลัพธ์ของ $(6x + 3) - (x + 2)$

<u>วิธีทำ</u>	$6x + 3$	ตัวตั้ง
	-	
	$x + 2$	ตัวลบ

จากหลักในการลบ เราต้องเปลี่ยนการลบให้อยู่ในรูปการบวกด้วยจำนวนตรงข้ามของตัวลบ แล้วหาผลบวก ซึ่งหาได้ดังนี้

$$\begin{array}{r} 6x + 3 \\ - \\ \hline -x - 2 \\ \hline \hline 5x + 1 \end{array}$$

จำนวนตรงข้ามของ $(x + 2)$

คือ $-(x + 2) = -x - 2$

$$\therefore (6x + 3) - (x + 2) = 5x + 1$$

จากตัวอย่างที่ 2 จงหาผลลัพธ์ของ $(8x^2 - 5x - 3) - (x^2 + 4x - 12)$

$$\begin{array}{r} \text{วิธีทำ} \quad 8x^2 - 5x - 3 \\ - \\ \hline x^2 + 4x - 12 \\ \hline \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{ทำตั้ง} \\ \\ \text{ทำลบ} \end{array}$$

เปลี่ยนการลบให้อยู่ในรูปการบวกด้วยจำนวนตรงข้ามของทำลบ

$$\begin{array}{r} 8x^2 - 5x - 3 \\ + \\ \hline -x^2 - 4x + 12 \\ \hline \hline 7x^2 - 9x + 9 \end{array}$$

จำนวนตรงข้ามของ $x^2 + 4x - 12$

คือ $-(x^2 + 4x - 12) = -x^2 - 4x + 12$

$$\therefore (8x^2 - 5x - 3) - (x^2 + 4x - 12) = 7x^2 - 9x + 9$$

ตัวอย่างเสริม จงหาผลลัพธ์ของ $(10x^2 + 3xy - 5y^2) - (-7x^2 - 4xy + 3y^2)$

$$\begin{array}{r} \text{วิธีทำ} \quad 10x^2 + 3xy - 5y^2 \\ - \\ \hline -7x^2 - 4xy + 3y^2 \\ \hline \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{ทำตั้ง} \\ \\ \text{ทำลบ} \end{array}$$

เปลี่ยนการลบให้อยู่ในรูปการบวกด้วยจำนวนตรงข้ามของทำลบ

$$\begin{array}{r} 10x^2 + 3xy - 5y^2 \\ + \\ \hline 7x^2 + 4xy - 3y^2 \\ \hline \hline 17x^2 + 7xy - 8y^2 \end{array}$$

$$\therefore (10x^2 + 3xy - 5y^2) - (-7x^2 - 4xy + 3y^2) = 17x^2 + 7xy - 8y^2$$

ตัวอย่างเสริม จงหาผลลัพธ์ของ $(5x^3 - 6x^2 + 2x + 10) - (2x^2 - 5)$

$$\begin{array}{r} \text{วิธีทำ} \quad 5x^3 - 6x^2 + 2x + 10 \quad \text{ตัวตั้ง} \\ - \quad \quad \quad 2x^2 \quad - 5 \quad \quad \text{ตัวลบ} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{หรือ} \quad 5x^3 - 6x^2 + 2x + 10 \\ + \quad \quad \quad - 2x^2 \quad + 5 \\ \hline 5x^3 - 8x^2 + 2x + 15 \end{array}$$

$$\therefore (5x^3 - 6x^2 + 2x + 10) - (2x^2 - 5) = 5x^3 - 8x^2 + 2x + 15$$

9. ครูพยายามซักถามจนทำให้ให้นักเรียนสรุปได้ว่า

การหาผลลบของพหุนามกับพหุนามในแนวตั้งใช้หลักเกณฑ์เหมือนกับ
การหาผลลบของพหุนามในแนวนอน แต่ต้องเขียนตัวตั้งและตัวบวก
ในแนวตั้ง และตั้งพจน์ที่คล้ายกันให้ตรงกัน เพื่อสะดวกในการคิด
คำนวณและป้องกันการผิดพลาด

10. ครูให้นักเรียนฝึกทักษะเรื่องการลบพหุนามในแนวตั้งจากบัตรงานที่ 2
เป็นรายบุคคล
11. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 6 เป็นรายบุคคล

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. แผ่นโปสเตอร์เรื่องการลบพหุนาม จำนวน 5 แผ่น
2. บัตรงานเรื่องจำนวนตรงข้ามของพหุนาม
3. บัตรงานที่ 1
4. บัตรงานที่ 2

5. แบบฝึกหัดที่ 6
6. แบบฝึกหัดเสริมที่ 6

กิจกรรมที่ 2 ครูเฉลยใบทำงานและแบบฝึกหัด

ขั้นตอน

1. ครูเฉลยใบทำงาน และแบบฝึกหัดด้วยแผ่นโปร่งใส
2. ครูให้นักเรียนตรวจใบทำงาน และแบบฝึกหัดด้วยตนเอง

สื่อการเรียนรู้การสอน

แผ่นโปร่งใสเฉลยใบทำงานและแบบฝึกหัด จำนวน 4 แผ่น

กิจกรรมที่ 3 สรุป

ขั้นตอน

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปตามหัวข้อต่อไปนี้

1. การชบพูนนามกับพจนานามมีหลักเกณฑ์อย่างไร
2. เพื่อป้องกันการคิดคำนวณผิดพลาด การชบพูนนามกับพจนานามในแนวตั้งควรทำอย่างไร

กิจกรรมที่ 4 ประเมินผล

ขั้นตอน

ดูจากการฝึกหัดหัดหัดจากใบทำงาน และการทำแบบฝึกหัด

ข้อการเว้นการสอน

1. บัณฑิตที่ 1
2. บัณฑิตที่ 2
3. แบบฝึกหัดที่ 6

บัตรงานที่ 1 เรื่องการลบพหุนามในแนวนอน

เนื้อหา การลบคือ การบวกด้วยจำนวนตรงข้ามของตัวลบ

ตัวอย่าง

พหุนาม	เขียนการลบให้อยู่ในรูปการบวก ด้วยจำนวนตรงข้ามของตัวลบ
$(x + 2) - 3x$	$(x + 2) + (-3x)$
$(2x - y) - (x + 2y)$	$(2x - y) + -(x + 2y)$ $= (2x - y) + (-x - 2y)$
$(3x^2 + 2x - 1) - (x^2 - x + 3)$	$(3x^2 + 2x - 1) + -(x^2 - x + 3)$ $= (3x^2 + 2x - 1) + (-x^2 + x - 3)$

จงเติมค่าลงในตารางข้างล่าง

พหุนาม	เขียนการลบให้อยู่ในรูปการบวก ควบจำนวนตรงข้ามของตัวลบ
1. $(x + 3y) - y$	
2. $(5x + 2) - (3x + 4)$	
3. $(7x + 8y) - (9x - 6y)$	
4. $(3a^2 - 2b^2) - (5a^2 + b^2)$	
5. $(-xy - 4y^3) - (2y - 3y^3)$	
6. $(a + b - c) - (2a - b - c)$	
7. $(3x^2 + 4x + 9) - (x^2 - 7x + 1)$	

บัตรงานที่ 2 เรื่องการลบพหุนามในแนวกตั้ง

จงเปลี่ยนการลบพหุนามเป็นการบวกพหุนามในแนวกตั้ง โดยเอกลนามแรกเป็นตัวกตั้งเสมอ

ตัวอย่าง

พหุนาม	การลบในแนวกตั้ง	เปลี่ยนการลบเป็นการบวก กวางจำนวนตรงข้าม
$3x - 5, x + 2$	$\begin{array}{r} 3x - 5 \\ - \\ \hline x + 2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3x - 5 \\ + \\ \hline -x - 2 \end{array}$
$5x^2 - 2x + 10, -x^2 + 6$	$\begin{array}{r} 5x^2 - 2x + 10 \\ - \\ \hline -x^2 + 6 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5x^2 - 2x + 10 \\ + \\ \hline x^2 - 6 \end{array}$
$-7x^2 - x + 1, 3x^2 - 2x + 3$	$\begin{array}{r} -7x^2 - x + 1 \\ - \\ \hline 3x^2 - 2x + 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} -7x^2 - x + 1 \\ + \\ \hline -3x^2 + 2x - 3 \end{array}$
<p><u>จงเติมค่าลงในตารางหางขวามือ</u></p> <p>1. $4y - 3, 2y + 1$</p>		

พหุนาม	การลบในแนวตั้ง	เปลี่ยนการลบเป็นการบวก ด้วยจำนวนตรงข้าม
2. $x - y, 2x^2 + x$		
3. $4y^3 - 3y^2, 6y^2 + 9$		
4. $2x^2 + 3x - 1, x^2 - 3$		
5. $5m^2 + n^2, m^2 - mn + 2n^2$		
6. $-7x^2 + x - 1, -x^2 - 5x + 8$		
7. $3r^2 - 5rt + t^2, 10r^2 - rt + 7t^2$		

แบบฝึกหัดที่ 6

จงหาผลลบของพหุนามต่อไปนี้

การลบในแนวนอน

$$\begin{aligned}
 1. \quad 6x - (x + y) &= 6x + (\quad) \\
 &= 6x + (\quad - \quad) \\
 &= 6x + (\quad + \quad) \\
 &= (6x + \quad) + \quad \\
 &= (\quad + \quad)x + \quad \\
 &= \quad x + \quad \\
 &= \quad x - \quad
 \end{aligned}$$

$$\therefore 6x - (x + y) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2. \quad (3x + 5) - (x - 2)$$

$$\begin{aligned}
 &= (3x + 5) + (\quad) \\
 &= (3x + 5) + (\quad + \quad) \\
 &= (3x + \quad) + (5 + \quad) \\
 &= (3 + \quad)x + \quad \\
 &= \quad x + \quad
 \end{aligned}$$

$$\therefore (3x + 5) - (x - 2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

การลบในแนวตั้ง

$$\begin{array}{r}
 1. \quad \quad \quad x + 3y \\
 \quad \quad \quad - \\
 \quad \quad \quad \quad \quad y \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

$$\therefore (x + 3y) - y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\begin{array}{r}
 2. \quad \quad \quad 6x - 9 \\
 \quad \quad \quad - \\
 \quad \quad \quad \quad \quad 3x + 7 \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

$$\therefore (6x - 9) - (3x + 7) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\begin{array}{r}
 3. \quad \quad \quad x^3 - 2u \\
 \quad \quad \quad - \\
 \quad \quad \quad \quad \quad -2u \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

$$\therefore (x^3 + 2u) - (-2u) = \underline{\hspace{2cm}}$$

การลบในแนวนอน

$$\begin{aligned}
 3. & (3x - 4y + 6) - (2x - 5y + 3) \\
 &= (3x - 4y + 6) + \boxed{} \\
 &= (3x - 4y + 6) + \boxed{} \\
 &= (3x + \boxed{} + 6) + \boxed{-2x + 5y + } \\
 &= (3x + \boxed{}) + (\boxed{} + 5y) + (6 + \boxed{}) \\
 &= (\boxed{} + \boxed{})x + (\boxed{} + \boxed{})y + \boxed{} \\
 &= \boxed{}x + \boxed{}y + \boxed{}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore & (3x - 4y + 6) - (2x - 5y + 3) \\
 &= \underline{\hspace{2cm}}
 \end{aligned}$$

$$4. (x^3 - 7x^2 - 5x + 2) - (3x^2 + 2x - x^3 - 1)$$

โดยวิธีลัด

$$\begin{aligned}
 &= x^3 - 7x^2 - 5x + 2 - \boxed{} - \boxed{} + \boxed{} + \boxed{} \\
 &= \underline{\hspace{2cm}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore & (x^3 - 7x^2 - 5x + 2) - (3x^2 + 2x - x^3 - 1) \\
 &= \underline{\hspace{2cm}}
 \end{aligned}$$

การลบในแนวตั้ง

$$\begin{array}{r}
 4. \qquad \qquad \qquad 16x \\
 - \\
 \qquad \qquad \qquad -7x^2 - 4x \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

$$\therefore (16x) - (-7x^2 - 4x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\begin{array}{r}
 5. \qquad \qquad \qquad 9x + 3y - 4 \\
 - \\
 \qquad \qquad \qquad -2x - 5y + 1 \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore & (9x + 3y - 4) - (-2x - 5y + 1) \\
 &= \underline{\hspace{2cm}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 6. \qquad \qquad \qquad 11x^2 - 6x + 3 \\
 - \\
 \qquad \qquad \qquad 6x^2 \qquad \qquad + 5 \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore & (11x^2 - 6x + 3) - (6x^2 + 5) \\
 &= \underline{\hspace{2cm}}
 \end{aligned}$$

การลบในแนวนอน

การลบในแนวตั้ง

$$5. (8x^3 - 9x^2y + 5y^3) - (4x^2y - 2y^3 + 3y)$$

โดยวิธีตัด

$$= 8x^3 - 9x^2y + 5y^3 - \square + \square - \square$$

$$= \underline{\hspace{10em}}$$

$$\therefore (8x^3 - 9x^2y + 5y^3) - (4x^2y - 2y^3 + 3y)$$

$$= \underline{\hspace{10em}}$$

$$7. \begin{array}{r} 12x + 5y - 8z \\ - \\ 9x - 6y - 7z \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore (12x + 5y - 8z) - (9x - 6y - 7z)$$

$$= \underline{\hspace{10em}}$$

$$8. \begin{array}{r} 20x^4 + 10x^3 + 5x + 1 \\ - \\ 15x^4 \qquad \qquad - 5x - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore (20x^4 + 10x^3 + 5x + 1) - (15x^4 -$$

$$5x - 3) = \underline{\hspace{10em}}$$

แบบฝึกหัดเสริม

1. จงหาผลบวกและผลลบของพหุนามต่อไปนี้

$$1. (x^2 + 5x) + (4x^2 - 3)$$

$$2. (-3y^2 - 7) + (y^2 + 2y + 8)$$

$$3. (2a - 3b + 4c) + (-a + 4b - 5c)$$

$$4. (2 - 4x + x^2 - 3x^3) - (1 - 2x^2 + x^2)$$

$$5. [4y^2 + (4x + 3y)] - (x + y^2)$$

$$6. (8x^4 + 3x^3) + [(-2x^3 + 7x^2) + (-5x^2 - 2x)]$$

$$7. [(6 + 4y + 7y^2) - (5 - y + y^3)] + (2 + 3y^2 - 6y^3)$$

$$8. [(3x^3 - x) + (4x^2 + 3x)] - [(x^4 - 8x^3) + (7x^4 - 2x^2)]$$

2. กำหนดให้พหุนาม

$$A = 2x^2 - 3x + 5$$

$$B = x^2 + x + 1$$

$$C = 2x^3 - 3x^2 + x - 6$$

$$D = 4x^3 - x^2 - 9$$

၅၅၅၇

1. $A + B$

2. $A - B$

3. $C + D$

4. $C - D$

5. $(A + B) - (A - B)$

6. $(C + D) + (C - D)$

7. $(A + B) + (C + D)$

8. $(A - B) - (C - D)$

บทเรียนโปรแกรม (ตอนที่ 7)

เรื่อง การคูณเอกนามกับเอกนาม

วิชา คณิตศาสตร์ (ค 311)

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3

โมโนเทิ การคูณเอกนามกับเอกนามทำได้โดยนำค่าคงตัวของแต่ละเอกนามมาคูณกัน และนำตัวแปรของแต่ละเอกนามมาคูณกัน (ถ้าตัวแปรเหมือนกันก็ใช้ความรู้เรื่องเลขยกกำลังมาใช้ด้วย) ท่อกจากนั้นให้นำผลคูณทั้งหมดมาคูณกัน

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. นักเรียนควรจะสามารถหาผลคูณของเอกนามกับเอกนามในแนวนอนได้
2. นักเรียนควรจะสามารถหาผลคูณของเอกนามกับเอกนามในแนวตั้งได้

คำแนะนำในการใช้บทเรียนโปรแกรม

1. บทเรียนโปรแกรมเป็นบทเรียนที่ให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง โดยอ่านข้อความที่อยู่ในกรอบเรียงไปตามลำดับ และปฏิบัติตามคำแนะนำที่ให้ไว้
2. ถ้ากรอบใดมีแต่คำอธิบาย ไม่มีส่วนที่นักเรียนต้องตอบ เมื่ออ่านจบและเข้าใจแล้วให้อ่านกรอบต่อไปได้เลย
3. ถ้ากรอบใดมีส่วนที่นักเรียนต้องตอบ บทเรียนนี้จะเฉลยคำตอบให้ทราบในกรอบถัดไปทางขวามือทุก ๆ ครั้ง เพื่อให้นักเรียนตรวจสอบด้วยตนเอง ในขณะที่เรียนนักเรียนต้องซื่อสัตย์ต่อตนเองโดยไม่ดูคำตอบก่อน การตอบผิดไม่ใช่เรื่องเสียหาย แต่จะเป็นการบอกให้ทราบว่านักเรียนอาจจะยังไม่เข้าใจ หรือยังคิดไม่รอบคอบ
4. เมื่อนักเรียนพร้อมที่จะเรียนโปรแกรมลงมือเรียนทันที

1. การคูณเอกนามกับเอกนามมี 2 รูปแบบ คือ
1. การคูณเอกนามกับเอกนามในแนวนอน
 2. การคูณเอกนามกับเอกนามในแนวตั้ง
- ในตอนนี้จะเรียนเกี่ยวกับ การคูณเอกนามกับเอกนามในแนวนอนก่อน

2. ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลคูณของ 2 กับ $3x$

คำอธิบาย

ผลคูณของ 2 กับ $3x$ เขียนแทนด้วย $2 \times 3x$ หรือ $2(3x)$
หรือ $2 \cdot 3x$

2 เป็นเอกนาม มี 2 เป็นค่าคงตัว

$3x$ เป็นเอกนาม มี 3 เป็นค่าคงตัว และมี x เป็นตัวแปร

เราสามารถหาผลคูณของ 2 กับ $3x$ โดยใช้คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการคูณได้ดังนี้

$$\begin{aligned} 2(3x) &= (2 \times 3)x && \text{(ใช้คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม)} \\ &= 6x && \text{(เพราะว่า } 2 \times 3 = 6\text{)} \end{aligned}$$

$$\therefore 2(3x) = 6x$$

3. ท้อ ไปซื้อไม้กระดานเรียนคอมพิวเตอร์ทำนองเดียวกับตัวอย่างที่ 1

โจทย์ จงหาผลคูณของ 6 กับ $-5x^2$

แนวคิด ผลคูณของ 6 กับ $-5x^2$ เขียนแทนด้วย _____ หรือ _____
หรือ _____

6 เป็นเอกนาม มี _____ เป็นค่าคงตัว

$-5x^2$ เป็นเอกนาม มี _____ เป็นค่าคงตัว และมี x เป็นตัวแปร

เราสามารถหาผลคูณของ 6 กับ $-5x^2$ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } 6(-5x^2) &= (\square \times \square) x^2 \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \\ \therefore 6(-5x^2) &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

4. ต่อไปนี้จะเป็นตัวอย่างที่แตกต่างจากตัวอย่างที่ 1
ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลคูณของ $3x$ กับ $4x$

คำอธิบาย

ผลคูณของ $3x$ กับ $4x$ เขียนแทนด้วย $3x \times 4x$ หรือ
 $(3x)(4x)$ หรือ $3x \cdot 4x$

$3x$ เป็นเอกนาม มี 3 เป็นค่าคงตัว และมี x เป็นตัวแปร

$4x$ เป็นเอกนาม มี 4 เป็นค่าคงตัว และมี x เป็นตัวแปร

$$\begin{aligned} (3x)(4x) &= [(3x)4]x && \text{(ใช้คุณสมบัติการเปลี่ยน} \\ & && \text{กลุ่มสำหรับการคูณ)} \\ &= [4(3x)]x && \text{(ใช้คุณสมบัติการสลับที่} \\ & && \text{สำหรับการคูณ)} \\ &= [(4x3)x]x && \text{(ใช้คุณสมบัติการเปลี่ยน} \\ & && \text{กลุ่มสำหรับการคูณ)} \\ &= (4x3)(x \cdot x) \\ &= 12x^2 \end{aligned}$$

$$\therefore (3x)(4x) = 12x^2$$

ถ้านักเรียนสังเกตให้ดีจะพบว่า เราสามารถลดขั้นตอน
ในบรรทัดที่ 1 ถึง 3 ลงได้ เพราะเป็นการใช้คุณสมบัติการ
เปลี่ยนกลุ่มและคุณสมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ ดังนั้นวิธีทำ
ที่จำเป็นจึงเป็นดังนี้

$$6x(-5x^2), 6(-5x^2), 6(-5x^2)$$

6

-5

$$(6x - 5)x^2$$

$$-30x^2$$

$$-30x^2$$

$$(3x)(4x) = (3 \times 4)(x \times x)$$

$$= 12x^2$$

$$\therefore (3x)(4x) = 12x^2$$

นั่นคือ นำคาคงตัวมาคูณกัน แล้วนำตัวแปรมาคูณกัน
โดยเขียนผลคูณทั้งหมดในแนวนอน ขอให้ให้นักเรียนลองทำ
ด้วยตนเองในกรอบต่อไป

5. โจทย์ จงหาผลคูณของ $-2xy$ กับ $15yx^2$
แนวคิด ผลคูณของ $-2xy$ กับ $15yx^2$ เขียนแทนด้วย _____

หรือ _____ หรือ _____

$-2xy$ มี -2 เป็นคาคงตัว และมี x, y เป็นตัวแปร

$15yx^2$ มี 15 เป็นคาคงตัว และมี x, y เป็นตัวแปร

ผลคูณของคาคงตัวกับคาคงตัวเท่ากับ $-2 \times 15 = -30$

ผลคูณของตัวแปรกับตัวแปรเท่ากับ x^3y^2 \cdot $\begin{pmatrix} x \times x^2 = x^3 \\ y \cdot y = y^2 \end{pmatrix}$

นำผลคูณของคาคงตัวกับผลคูณของตัวแปรมาคูณกัน

อีกครั้ง

ดังนั้นผลคูณของ $-2xy$ กับ $15yx^2$ เท่ากับ $-30x^3y^2$

วิธีทำ $(-2xy)(15yx^2) = (\square \times \square)(\square \times \square)$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\therefore (-2xy)(15yx^2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

6. ท่อไปนี้ขอให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้เกี่ยวกับกรอมข้างต้น

โจทย์ จงหาผลคูณของ $3x^2y^3$ กับ $-7x^2y^5$

แนวคิด $3x^2y^3$ มี 3 เป็นค่าคงตัว และมี x^2y^3 เป็นตัวแปร

$-7x^2y^5$ มี -7 เป็นค่าคงตัว และมี x^2y^5 เป็นตัวแปร

วิธีทำ $(3x^2y^3)(-7x^2y^5) =$ _____

= _____

$\therefore (3x^2y^3)(-7x^2y^5) =$ _____

$$-2xy \times 15yx^2, (-2xy)(15yx^2),$$

$$-2xy \cdot 15yx^2$$

$$-2, 15, xy, yx^2$$

$$-30x^3y^2$$

$$-30x^3y^2$$

7. ในทำนองเดียวกัน ถ้าต้องการหาผลคูณของเอกนาม 3 เอกนาม

นักเรียนก็สามารถใช้วิธีการดังกล่าวได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลคูณของ 3 กับ $6x^2$ กับ $-8x^3$

คำอธิบาย

3 มี 3 เป็นค่าคงตัว

$6x^2$ มี 6 เป็นค่าคงตัว และมี x^2 เป็นตัวแปร

$-8x^3$ มี -8 เป็นค่าคงตัว และมี x^3 เป็นเอกนาม

ผลคูณของค่าคงตัวทั้งหมดเท่ากับ $3 \times 6 \times (-8) = -144$

ผลคูณของตัวแปรทั้งหมดเท่ากับ $x^2 \cdot x^3 = x^5$

นำผลคูณของค่าคงตัวกับผลคูณของตัวแปรมาคูณกันอีกครั้ง

ดังนั้น ผลคูณของ 3 กับ $6x^2$ กับ $-8x^3$ เท่ากับ $-144x^5$

วิธีทำ $3(6x)(-8x^3) = [3 \times 6 \times (-8)] (x \cdot x^3)$

$$= -144x^4$$

$$\therefore 3(6x)(-8x^3) = -144x^4$$

$$3, x \text{ และ } y$$

$$-7, x \text{ และ } y$$

$$[3x(-7)](x^2y^3 \times x^2y^5)$$

$$-21x^4y^8$$

$$-21x^4y^8$$

8. เมื่อนักเรียนเข้าใจการคูณเอกนามกับเอกนามในแนวนอนแล้ว
ต่อไปจะเป็นตัวอย่างการคูณเอกนามกับเอกนามในแนวตั้งซึ่ง
ใช้หลักเกณฑ์เดียวกัน เพียงแต่เขียนทุกอย่างในแนวตั้งเท่านั้น

ตัวอย่างที่ 4 จงหาผลคูณของ $3y^2$ กับ $-2y^3$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 3y^2 \\ \uparrow \uparrow \\ \uparrow \uparrow \uparrow \\ -2y^3 \\ \hline \hline -6y^5 \end{array} \quad \begin{array}{l} x \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

ตัวตั้ง

(ค่าคงตัวคูณกับค่าคงตัว

ตัวแปรคูณกับตัวแปร)

ตัวคูณ

$$\therefore (3y^2)(-2y^3) = -6y^5$$

9. ขอให้นักเรียนฝึกทำด้วยตนเอง 1 ข้อ

โจทย์ จงหาผลคูณของ $10xy$ กับ $-4x^2y$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 10xy \\ \uparrow \uparrow \uparrow \\ \uparrow \uparrow \uparrow \\ -4x^2y \\ \hline \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} x \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

ตัวตั้ง

ตัวคูณ

$$\therefore (10xy)(-4x^2y) =$$

10. ท่อไปจะฝึกให้นักเรียนหาผลคูณของ เอกนามทั้งในแนวนอน และในแนวตั้ง

โจทย์ จงหาผลคูณของ $-5x$ กับ $6x^2$ กับ $-4x^3$

ก. ในแนวนอน

$$(-5x)(6x^2)(-4x^3) = (\square \times \square \times \square)(\square \times \square \times \square)$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

∴ $(-5x)(6x^2)(-4x^3) = \underline{\hspace{2cm}}$

ข. ในแนวตั้ง

$$\begin{array}{r} -5x \\ \uparrow \uparrow \quad x \\ | \quad | \\ 6x^2 \\ \hline \square \\ \uparrow \uparrow \quad x \\ | \quad | \\ -4x^3 \\ \hline \square \\ \hline \hline \end{array}$$

∴ $(-5x)(6x^2)(-4x^3) = \underline{\hspace{2cm}}$

$$-40x^3y^2$$

$$-40x^3y^2$$

11. จากตัวอย่างและแบบฝึกในกรอบข้างต้น เราสามารถสรุปหลักเกณฑ์การคูณเอกนามกับเอกนามได้ดังนี้คือ การหาผลคูณของเอกนามกับเอกนามทำโดยนำค่าคงตัวของแต่ละเอกนามมาคูณกัน และนำตัวแปรของแต่ละเอกนามมาคูณกัน (ถ้าตัวแปรเหมือนกันให้ใช้ความรู้เรื่องเลขยกกำลัง) ต่อจากนั้นให้นำผลคูณทั้งหมดมาคูณกันอีกครั้ง

$$-5, 6, -4 \quad x, x^2, x^3$$

$$120x^6$$

$$120x^6$$

$$-30x^3$$

$$120x^6$$

$$120x^6$$

บทเรียนโปรแกรม

เรื่อง การคูณพหุนามกับเอกนาม

วิชา คณิตศาสตร์ (ค311)

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3

มโนคติ การคูณพหุนามกับเอกนามมีหลักเกณฑ์ดังนี้คือ

1. ใช้คุณสมบัติการแจกแจง คือ คูณแต่ละพจน์ของพหุนามด้วยเอกนาม
2. ใช้มโนคติของการคูณเอกนามกับเอกนาม (นำคาคงตัวมาคูณกันและนำตัวแปรมาคูณกัน แล้วจึงนำผลคูณทั้งหมดมาคูณกันอีกครั้ง)

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. นักเรียนควรจะสามารถหาผลคูณของพหุนามกับเอกนามในแนวนอนได้
2. นักเรียนควรจะสามารถหาผลคูณของพหุนามกับเอกนามในแนวตั้งได้

คำแนะนำในการใช้บทเรียนโปรแกรม

1. บทเรียนโปรแกรมเป็นบทเรียนที่ให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง โดยอ่านข้อความที่อยู่ในกรอบเรียงไปตามลำดับ และปฏิบัติตามคำแนะนำที่ให้ไว้
2. ถ้ากรอบใดมีแต่คำอธิบาย ไม่มีส่วนที่นักเรียนต้องตอบ เมื่ออ่านจบและเข้าใจแล้วให้อ่านกรอบถัดไปได้เลย
3. ถ้ากรอบใดมีส่วนที่นักเรียนต้องตอบ บทเรียนนี้จะเฉลยคำเฉลยให้ทราบในกรอบถัดไปทางขวามือทุก ๆ ครั้ง เพื่อให้นักเรียนตรวจสอบด้วยตนเองในขณะที่เรียนนักเรียนต้องซื้อสัตย์ต่อตนเองโดยไม่ดูคำเฉลยก่อน การทบทวนไม่ใช่เรื่องเสียหาย แต่จะเป็นการบอกให้ทราบว่านักเรียนอาจจะยังไม่เข้าใจ หรือยังคิดไม่รอบคอบ
4. เมื่อนักเรียนพร้อมที่จะเรียนไปรคลงมือเรียนทันที

1. การคูณพหุนามกับเอกนามมี 2 รูปแบบ คือ

1. การคูณพหุนามกับเอกนามในแนวนอน

2. การคูณพหุนามกับเอกนามในแนวตั้ง

ในตอนต้นนี้จะเรียนเกี่ยวกับการคูณพหุนามกับเอกนามในแนวนอนก่อน

2. ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลคูณของ 2 กับ $x+1$

คำอธิบาย

ผลคูณของ 2 กับ $x+1$ เขียนแทนด้วย $2(x+1)$

เราสามารถหาผลคูณได้ดังนี้

$$\begin{aligned} 2(x+1) &= 2(x) + 2(1) \text{ (ใช้คุณสมบัติการแจกแจง)} \\ &= 2x+2 \text{ (ใช้สมบัติของการคูณ} \\ &\quad \text{เอกนามกับเอกนาม)} \end{aligned}$$

∴ $2(x+1) = 2x+2$

3. ท่อไปนี้ขอให้นักเรียนตอบคำถามทำนองเดียวกับตัวอย่างที่ 1

โจทย์ จงหาผลคูณของ -3 กับ $4x+2$

วิธีทำ ผลคูณของ -3 กับ $4x+2$ เขียนแทนด้วย _____

เราสามารถหาผลคูณได้ดังนี้

$$\begin{aligned} -3(4x+2) &= \square + \square \text{ (ใช้คุณสมบัติการแจกแจง)} \\ &= \square + \square \text{ (ใช้สมบัติของการคูณ} \\ &\quad \text{เอกนามกับเอกนาม)} \\ &= \square - \square \end{aligned}$$

∴ $-3(4x+2) = \text{-----}$

4. ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างที่แตกต่างจากตัวอย่างที่ 1
ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลคูณของ $x-y$ กับ xy

คำอธิบาย

ผลคูณของ $x-y$ กับ xy เขียนแทนด้วย $(x-y)(xy)$
หรือ $(xy)(x-y)$ (เพราะว่าการคูณมีคุณสมบัติการสลับที่)
และเราสามารถหาผลคูณได้ดังนี้

วิธีทำ

$$\begin{aligned} (xy)(x-y) &= (xy)x - (xy)y \\ &= x^2y - xy^2 \end{aligned}$$

$$\therefore (xy)(x-y) = x^2y - xy^2$$

$$-3(4x+2)$$

$$-3(4x), (-3)2$$

$$-12x, -6$$

$$-12x - 6$$

$$-12x-6$$

5. ขอให้แก้เรียนอีกทำอีก 1 ข้อ

โจทย์ จงหาผลคูณของ $-2ab$ กับ $3a-b$

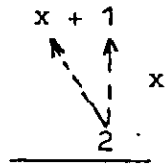
วิธีทำ ผลคูณของ $-2ab$ กับ $3a-b$ เขียนแทนด้วย _____
เราสามารถหาผลคูณได้ดังนี้

$$\begin{aligned} (-2ab)(3a-b) &= -2ab(3a) - (-2ab)b \\ &= \boxed{} - \boxed{} \\ &= \boxed{} + \boxed{} \end{aligned}$$

$$\therefore -2ab(3a-b) = \underline{\hspace{2cm}}$$

6. เมื่อนักเรียนเข้าใจการคูณพหุนามกับเอกนามในแนวอนแล้ว
ต่อไปจะเห็นตัวอย่างการคูณพหุนามกับเอกนามในแนวตั้ง ซึ่ง
ใช้หลักเกณฑ์เดียวกัน เพียงแต่เขียนทุกอย่างในแนวตั้งเท่านั้น
ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลคูณของ $x+1$ กับ 2

วิธีทำ



ตัวตั้ง

ตัวคูณ

$$\underline{\underline{2x + 2}}$$

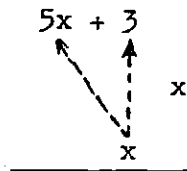
∴ $(x+1)2 = 2x+2$

หมายเหตุ ในการหาผลคูณของ $x+1$ กับ 2 ถึงแม้ว่าจะให้
ค่าใดเป็นตัวตั้งก็ได้ เพราะว่าการคูณมีคุณสมบัติ
การสลับที่ แต่ถ้าวัดให้ทำได้สะดวกควรให้ $x+1$
เป็นตัวตั้ง และ 2 เป็นตัวคูณ

7. ต่อไปให้นักเรียนตอบคำถามทำนองเดียวกับตัวอย่างที่ 3

โจทย์ จงหาผลคูณของ $5x+3$ กับ x

วิธีทำ



ตัวตั้ง

ตัวคูณ

∴ $(5x+3)x = \underline{\hspace{2cm}}$

$-2ab (3a - b)$

$-6a^2b, -2ab^2$

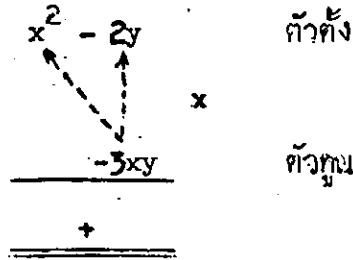
$-6a^2b, 2ab^2$

$-6a^2b + 2ab^2$

8. ให้นักเรียนฉีกทำอีก 1 ข้อ

โจทย์ จงหาผลคูณของ x^2-2y กับ $-3xy$

วิธีทำ



$\therefore (x^2-2y)(-3xy) = \underline{\hspace{2cm}}$

$5x^2+3x$

$5x^2+3x$

9. ข้อใดนี้จะฉีกให้นักเรียนหาผลคูณของพหุนามกับเอกนาม

ทั้งในแนวนอนและในแนวตั้ง

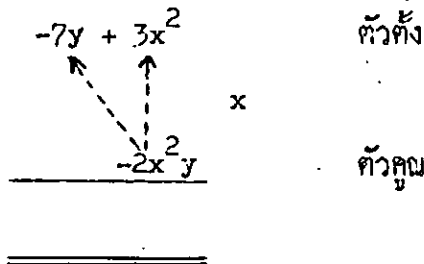
โจทย์ จงหาผลคูณของ $-2x^2y$ กับ $-7y+3x^2$

วิธีทำ ก. ในแนวนอน

$$\begin{aligned} (-2x^2y)(-7y+3x^2) &= \boxed{} + \boxed{} \\ &= \boxed{} + \boxed{} \\ &= \boxed{} - \boxed{} \end{aligned}$$

$\therefore (-2x^2y)(-7y+3x^2) = \underline{\hspace{2cm}}$

ข. ในแนวตั้ง



$\therefore (-7y+3x^2)(-2x^2y) = \underline{\hspace{2cm}}$

$-3x^3y, 6xy^2$

$-3x^3y+6xy^2$

$$(-2x^2y)(-7y), (-2x^2y)(3x^2)$$

$$14x^2y^2, -6x^4y$$

$$14x^2y^2 - 6x^4y$$

$$14x^2y^2 - 6x^4y$$

$$14x^2y^2 - 6x^4y$$

$$14x^2y^2 - 6x^4y$$

แบบทดสอบย่อย เรื่องการคูณเอกนามด้วยเอกนามและการคูณพหุนามด้วยเอกนาม

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

ให้นักเรียนสามารถหาผลคูณของ เอกนามกับ เอกนามได้

จงเติมคำตอบลงในช่องว่างต่อไปนี้

1. $(3a)(5a^2b) = \dots\dots\dots$

2. $(-\frac{2}{5}xy^2)(30x^2y^3) = \dots\dots\dots$

3. $(2^3xy^2z^3)((2xy)^2z) = \dots\dots\dots$

4. $(-3ab^2c^0)(-4a^0b^2c^5) = \dots\dots\dots$

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

ให้นักเรียนสามารถหาผลคูณของพหุคูณของพหุนามกับ เอกนามได้

จงเติมคำตอบลงในช่องว่างต่อไปนี้

1. $x(5x + y) = \dots\dots\dots$

2. $3x^2(x + y - 2z) = \dots\dots\dots$

3. $xy(\frac{2}{3}x + 2y) = \dots\dots\dots$

4. $-\frac{2}{5}(-x + 2xy + 2y^2) = \dots\dots\dots$

ชุดการสอนเรื่อง การคูณทศนามกับทศนาม

เวลา 50 นาที

เนื้อหา

1. การคูณทศนามกับทศนามในแนวนอน
2. การคูณทศนามกับทศนามในแนวตั้ง

มโนคติ

การหาผลคูณของทศนามกับทศนามทั้งในแนวนอน และในแนวตั้งทำได้โดยคูณแต่ละพจน์ของทศนามหนึ่งกับทุก ๆ พจน์ของอีกทศนามหนึ่ง แล้วนำผลคูณเหล่านั้นมาบวกกัน

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. นักเรียนควรจะสามารถหาผลคูณของทศนามกับทศนามในแนวนอนได้
2. นักเรียนควรจะสามารถหาผลคูณของทศนามกับทศนามในแนวตั้งได้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

สอนเป็นกลุ่มใหญ่ ครูอธิบายเนื้อหาโดยใช้แผ่นโปสเตอร์ประกอบ
ฝึกทักษะจากบัตรงาน และแบบฝึกหัดที่ครูแจกให้เป็นรายบุคคล

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นโปสเตอร์เรื่องการคูณทศนามกับทศนามจำนวน 7 แผ่น
2. แผ่นโปสเตอร์เฉลยบัตรงาน และแบบฝึกหัดจำนวน 4 แผ่น
3. บัตรงานที่ 1
4. บัตรงานที่ 2
5. แบบฝึกหัดที่ 8.1
6. แบบฝึกหัดที่ 8.2

รายละเอียดสำหรับผู้สอน

คาบที่ 8 เรื่องการคูณพหุนามกับพหุนาม

กิจกรรมที่ 1 ครูอธิบายโดยให้เล่นโป่งใส่ประกอย

ขั้นตอน

1. ครูอธิบายรูปแบบของการคูณพหุนามกับพหุนามว่า รูปแบบของการคูณพหุนามกับพหุนามมี 2 รูปแบบ คือ
 1. การคูณพหุนามกับพหุนามในแนวนอน
 2. การคูณพหุนามกับพหุนามในแนวตั้ง
2. ครูยกตัวอย่างการคูณระหว่างจำนวน เช่น 235×49 เพื่อชี้ให้เห็นว่าการคูณนั้นมักเขียนคองนำแต่ละหลักของตัวคูณไปคูณกับตัวตั้งทุกหลัก แล้วจึงนำขอมมาบวกกัน
3. ครูอธิบาย และบอกตัวอย่างการคูณพหุนามกับพหุนามในแนวนอน

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลคูณของ $(x + 1)(x + 2)$

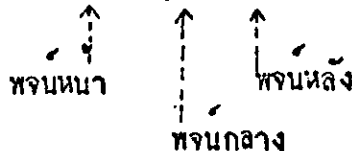
วิธีทำ $(x + 1)(x + 2) = (x + 1)x + (x + 1)2$

วิธี 1 $= (x^2 + x) + (2x + 2)$

$= x^2 + (x + 2x) + 2 \dots (1)$

$= x^2 + 3x + 2$

$\therefore (x + 1)(x + 2) = x^2 + 3x + 2$



ใช้คุณสมบัติการแจกแจง
ใช้ความรู้เรื่องการคูณพหุนามกับเอกนาม
ใช้ความรู้เรื่องการบวกเอกนาม

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลคูณของ $(3x - 2)(x + 7)$

วิธี (เลือกวิธีใดก็ได้ ในที่นี้เลือกวิธีที่ 1)

$$\begin{aligned}
 (3x - 2)(x + 7) &= (3x - 2)(x) + (3x - 2)(7) \\
 &= (3x^2 - 2x) + (21x - 14) \\
 &= 3x^2 + (-2x + 21x) - 14 \\
 &= 3x^2 + 19x - 14
 \end{aligned}$$

$$\therefore (3x - 2)(x + 7) = 3x^2 + 19x - 14$$

4. จากตัวอย่างทั้งสอง กรุณายกตัวอย่างมาให้นักเรียนสามารถสรุปได้ว่า

การหาผลคูณของพหุนามกับพหุนามในแนวอนโทโคโดยคูณแต่ละพจน์
ของพหุนามหนึ่งกับทุก ๆ พจน์ของอีกพหุนามหนึ่ง แล้วนำผลคูณเหล่านั้น
มาบวกกัน

ต่อจากนั้นครูอธิบายว่า การคูณพหุนามกับพหุนามในแนวอนนิยมิไรก็พหุนามที่มี 2 พจน์ คูณกับพหุนามที่มี 2 พจน์ สำหรับการคูณพหุนามที่มี 3 พจน์ขึ้นไปนั้นก็มีนิยมิไรการคูณในแนวตั้ง เพราะสะดวกในการหาผลคูณ และป้องกันการศึกษาจำนวนผิด

5. ครูให้ช่วยทำงานที่ 1 และแบบฝึกหัดที่ 8.1

6. ครูอธิบายการคูณพหุนามกับพหุนามในแนวตั้ง ซึ่งใช้หลักเกณฑ์การคูณเหมือนกับกาคูณพหุนามกับพหุนามในแนวอน และยกตัวอย่างประกอบ

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลคูณของ $(x + 1)(x + 2)$

คำอธิบายวิธีทำ

วิธีที่ 2

$$\begin{aligned}
 (x + 1)(x + 2) &= x(x + 2) + 1(x + 2) && \text{ใช้คุณสมบัติการแจกแจง} \\
 &= (x^2 + 2x) + (x + 2) && \text{ใช้ความรู้เรื่องการคูณพหุนามกับเอกรวม} \\
 &= x^2 + (2x + x) + 2 \dots (2) && \text{ใช้ความรู้เรื่องการบวกเอกรวม} \\
 &= x^2 + 3x + 2
 \end{aligned}$$

$$\therefore (x + 1)(x + 2) = x^2 + 3x + 2$$

↑ ↑ ↑
 พจน์หน้า พจน์หลัง
↓ ↓ ↓
 พจน์กลาง

วิธีที่ 3

จากวิธีที่ 1 และ 2 เราสามารถสรุปขั้นตอนของการกระทำได้ดังนี้ จาก (1) หรือ (2)

$$(x + 1)(x + 2) = x^2 + (x + 2x) + 2$$

พิจารณาพจน์หน้ากับพจน์หลัง

$$(x + 1)(x + 2) = x^2 + (x + 2x) + 2$$

Diagram showing a dashed arrow from the $(x + 2x)$ term in the equation above to the x^2 term in the equation below, labeled "พจน์หน้า" (front term).

และพิจารณาพจน์กลาง

$$(x + 1)(x + 2) = x^2 + (x + 2x) + 2$$

Diagram showing a dashed arrow from the $(x + 2x)$ term in the equation above to the $(x + 2x)$ term in the equation below, labeled "พจน์กลาง" (middle term).

นั่นคือ $(x + 1)(x + 2) = x^2 + 3x + 2$

ขั้นที่ 1

$$\begin{array}{r} x + 1 \\ \uparrow \quad \nearrow \\ x + 2 \end{array}$$

(คูณทุก ๆ พจน์ของตัวตั้งด้วย x) $\rightarrow x^2 + x$

ขั้นที่ 2

$$\begin{array}{r} x + 1 \\ \nwarrow \quad \uparrow \\ x + 2 \end{array}$$

$$x^2 + x$$

(คูณทุก ๆ พจน์ของตัวตั้งด้วย 2) $\rightarrow \frac{2x + 2}{\quad}$

และทั้งเอกนามให้คล้ายกันให้

ตรงกัน)

ขั้นที่ 3

$$\begin{array}{r} x + 1 \\ \quad \quad x \\ x + 2 \\ \hline x^2 + x \end{array}$$

(รวมผลคูณทั้งหมดเข้าด้วยกัน)

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad 2x + 2 \\ \hline x^2 + 3x + 2 \\ \hline \hline \end{array}$$

$$\therefore (x + 1)(x + 2) = x^2 + 3x + 2$$

ดังนั้น
 กงนนำททำจะเป็นกงน

$$\begin{array}{r}
 x + 1 \\
 x \\
 \hline
 x + 2 \\
 \hline
 x^2 + x \\
 2x + 2 \\
 \hline
 \underline{\underline{x^2 + 3x + 2}}
 \end{array}$$

$$\therefore (x + 1)(x + 2) = x^2 + 3x + 2$$

ก้อย่างที่ 4 จงหาผลคูณของ $(3x - 2)(x + 7)$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r}
 3x - 2 \\
 x \\
 \hline
 3x^2 - 2x \\
 21x - 14 \\
 \hline
 \underline{\underline{3x^2 + 19x - 14}}
 \end{array}$$

$$\therefore (3x - 2)(x + 7) = 3x^2 + 19x - 14$$

ตัวอย่างที่ 5 จงหาค่าของ $(x + y - z)^2$

วิธีทำ $\therefore (x + y - z)^2 = (x + y - z)(x + y - z)$

$$\begin{array}{r} x + y - z \\ \quad \quad \quad x \\ \hline x + y - z \\ \hline x^2 + xy - xz \\ \quad xy + \quad + y^2 - yz \\ \quad \quad - xz \quad - yz + z^2 \\ \hline x^2 + 2xy - 2xz + y^2 - 2yz + z^2 \end{array}$$

$$\therefore (x + y - z)^2 = x^2 + 2xy - 2xz + y^2 - 2yz + z^2$$

ข้อสังเกต การคูณพหุนามกับพหุนามในแนวตั้ง

เมื่อคูณแต่ละพจน์ของพหุนามตัวตั้งกับทุก ๆ พจน์ของพหุนามตัวคูณแล้ว ในทั้งผลคูณที่คล้ายกันของแต่ละพจน์ในตรงกัน เพื่อความสะดวกในการบวกกันต่อไป

7. ครูให้นักเรียนทำใบทำงานที่ 2 และทำแบบฝึกหัดที่ 8.2

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นโปสเตอร์เรื่องการคูณพหุนามกับพหุนามจำนวน 7 แผ่น
2. ใบทำงานที่ 1
3. ใบทำงานที่ 2
4. แบบฝึกหัดที่ 8.1
5. แบบฝึกหัดที่ 8.2

กิจกรรมที่ 2 ครูเจอบัตรงานและแบบฝึกหัด

ขั้นตอน

1. ครูเจอบัตรงานและแบบฝึกหัดด้วยแผ่นโปร่งใส
2. ครูให้นักเรียนตรวจบัตรงานและแบบฝึกหัดด้วยตนเอง

สื่อการเรียนการสอน

แผ่นโปร่งใสเจอบัตรงาน และแบบฝึกหัดจำนวน 4 แผ่น

กิจกรรมที่ 3 สรุป

ขั้นตอน

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปทวนหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักเกณฑ์การคูณทศนิยมกับทศนิยมทำอย่างไร
2. ทำอย่างไรจึงจะทำให้การคูณทศนิยมกับทศนิยมในแนวตั้งไม่มีผิดพลาด

กิจกรรมที่ 4 ประเมินผล

ขั้นตอน

ดูจากการทำบัตรงาน และแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

1. บัตรงานที่ 1
2. บัตรงานที่ 2
3. แบบฝึกหัดที่ 8.1
4. แบบฝึกหัดที่ 8.2

บัตรงานที่ 1 เรื่องการคูณพหุนามกับพหุนามในแนวนอน

เนื้อหา

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$$

ตัวอย่าง

$$(x + 1)^2 = (x + 1)(x + 1)$$

$$= x^2 + 2x(1) + 1^2$$

$$= x^2 + 2x + 1$$

$$(2x - 1)^2 = (2x - 1)(2x - 1)$$

$$= (2x)^2 - 2(2x)(1) + 1^2$$

$$= 4x^2 - 4x + 1$$

จงเติมพจน์ที่ขาดหายไป

$$1. (x + 2)^2 = (x + 2)(x + 2)$$

$$= \boxed{} + 2(x)(2) + 2^2$$

$$= \boxed{} + \boxed{} + 4$$

$$\therefore (x + 2)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad (2x + 3)^2 &= (2x + 3) (\square) \\
 &= (2x)^2 + 2(2x)(3) + \square \\
 &= \square + 12x + \square \\
 \therefore (2x + 3)^2 &= \underline{\hspace{2cm}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad (x + 2y)^2 &= (\square) (x + 2y) \\
 &= \square + 2(x)(2y) + \square \\
 &= \square + 4xy + \square \\
 \therefore (x + 2y)^2 &= \underline{\hspace{2cm}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad (x - y)^2 &= (x - y) (\square) \\
 &= x^2 - \square + y^2 \\
 &= x^2 - \square + y^2 \\
 \therefore (x - y)^2 &= \underline{\hspace{2cm}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad (3x - 5)^2 &= (\square) (\square) \\
 &= (3x)^2 - \square + \square \\
 &= 9x^2 - \square + \square \\
 \therefore (3x - 5)^2 &= \underline{\hspace{2cm}}
 \end{aligned}$$

บัตรงานเสริมที่ 1

$$1. (x + y)^2 = (x + y) (\quad)$$

$$= x^2 + \square + \square$$

$$= x^2 + \square + \square$$

$$\therefore (x + y)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2. (x + 2y)^2 = (x + 2y)(x + 2y)$$

$$= \square + 2(x)(2y) + \square$$

$$= \square + \square + \square$$

$$\therefore (x + 2y)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3. (2x + y)^2 = (\quad) (2x + y)$$

$$= (2x)^2 + \square + \square$$

$$= \square + \square + \square$$

$$\therefore (2x + y)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad (5x - 3y)^2 &= (\boxed{}) (\boxed{}) \\ &= \boxed{} - \boxed{} + (3y)^2 \\ &= \boxed{} - \boxed{} + \boxed{} \end{aligned}$$

$$\therefore (5x - 3y)^2 = \underline{\hspace{10em}}$$

แบบฝึกหัดที่ 8.1

จงหาผลคูณของพหุนามต่อไปนี้ในแนวนอน

1. $(x + 5)(x + 2) =$

2. $(x + 6)(x - 6) =$

3. $(x + 1)(2x + 7) =$

4. $(y - 6)(8y - 2) =$

$$5. (5x + 3)(4x - 1) =$$

$$6. (8x + 2)(2x + 3) =$$

$$7. (2x - y)(x + 2y) =$$

$$8. (x^2 - y)(x + 3y) =$$

แบบฝึกหัดเสริมที่ 8.1

จงหาผลคูณของพหุนามต่อไปนี้ในแนวนอน

1. $(y + 3)(y + 7) =$

2. $(x - 9)(x - 6) =$

3. $(x - 3)(4x + 5) =$

4. $(2x - 4)(x + 2) =$

$$5. (3x + 7)(2x + 6) =$$

$$6. (6x - 1)(5x + 4) =$$

$$7. (2x + 5)(2x - 5) =$$

$$8. (x^2 + 6)(x + 5) =$$

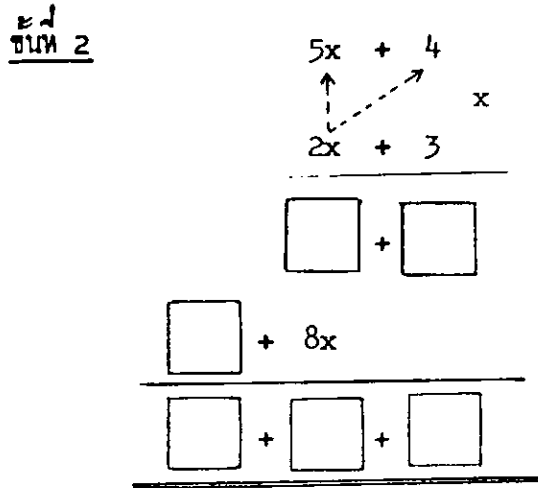
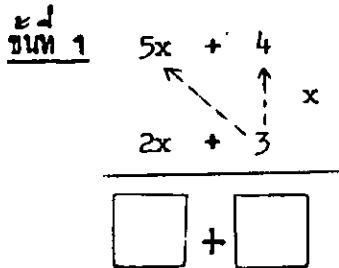
$$9. (4x + 3y)(3x + 4y) =$$

$$10. \quad (5y^2 + 2z)(3 - 6x) =$$

บัตรงานที่ 2 เรื่องการคูณพหุนามกับพหุนามในแนวตั้ง

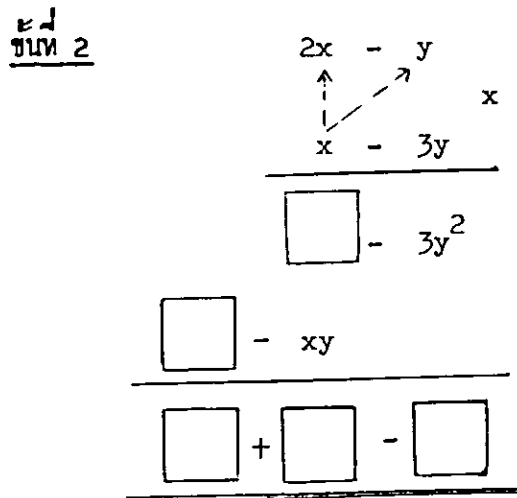
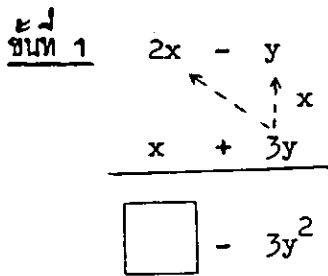
จงหาผลคูณของพหุนามต่อไปนี้

1. $(5x + 4)(2x + 3)$



$\therefore (5x + 4)(2x + 3) =$ _____

2. $(2x - y)(x + 3y)$



$\therefore (2x - y)(x + 3y) =$ _____

$$5. (x + 2y + 1)(x - 3y + 2)$$

วิธีทำ

$$x + 2y + 1$$

$$x - 3y + 2$$

(คูณทุก ๆ พจน์ของตัวตั้งท้าย 2)

$$2x + \boxed{} + 2$$

(คูณทุก ๆ พจน์ของตัวตั้งท้าย $-3y$)

$$- 3y \quad - 3xy - \boxed{}$$

(คูณทุก ๆ พจน์ของตัวตั้งท้าย x) $x^2 + \boxed{}$

$$+ \boxed{}$$

$$\therefore (x + 2y + 1)(x - 3y + 2) = \underline{\hspace{10em}}$$

แบบฝึกหัดที่ 8.2

จงหาผลคูณของพหุนามต่อไปนี้ในแนวตั้ง

$$1. (x + y + 1)^2 =$$

$$2. (x - y + 2)^2 =$$

$$3. (2x + 2y + 1)^2 =$$

$$4. (x + y)(x - y) =$$

จงหาผลคูณของพหุนามต่อไปนี้ในแนวนอน

5. $(x + y)^2(x - y) =$

6. $(x - y)^2(x + y) =$

7. $(x + y)^2(x - y) =$

ชุดการสอนเรื่อง การหารเอกนามด้วยเอกนาม และการหารพหุนามด้วยเอกนาม

เวลา 50 นาที

เนื้อหา

1. การหารเอกนามด้วยเอกนาม
2. การหารพหุนามด้วยเอกนาม

มโนคติ

1. การหารในเรื่องของพหุนามใช้หลักเกณฑ์เดียวกับการหารจำนวนเต็มและการหารเศษยกกำลัง
2. การหารพหุนามด้วยเอกนามทำได้โดยนำเอกนามไปหารทุก ๆ พจน์ของพหุนาม แล้วนำผลหารทั้งหมดมาบวกกัน

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. นักเรียนควรจะสามารถหาผลหารของเอกนามด้วยเอกนามได้
2. นักเรียนควรจะสามารถหาผลหารของพหุนามด้วยเอกนามได้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

สอนเป็นกลุ่มใหญ่ ครูอธิบายเนื้อหาโดยใช้แผ่นโป๊วงใสประกอบ และให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อยจำนวน 10 กลุ่ม ๆ ละ 4 คน

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. แผ่นโป๊วงใสเรื่องการหารเอกนามด้วยเอกนาม และการหารพหุนามด้วยเอกนาม จำนวน 4 แผ่น
2. แผ่นโป๊วงใสเฉลยแบบฝึกหัดจำนวน 4 แผ่น
3. บัตรงานที่ 1

4. บัณฑิตงานที่ 2
5. บัณฑิตงานที่ 3
6. บัณฑิตคำถามและบัณฑิตคำตอบ
7. กระเป๋ายัน

รายละเอียดสำหรับผู้สอน

คำที่ 9 เรื่อง การหารเอกนามด้วยเอกนาม และการหารพหุนามด้วยเอกนาม

กิจกรรมที่ 1 ครูอธิบายโดยใช้แผ่นโปสเตอร์ประกอบ

ขั้นตอน

1. ครูอธิบายการหารเอกนามด้วยเอกนามว่าใช้หลักเกณฑ์เกี่ยวกับการหารจำนวนเต็ม และการหารเลขยกกำลัง แล้วยกตัวอย่าง ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลหารต่อไปนี้

$$1. \frac{y^5}{y^2} = y^5 - 2$$

$$= y^3$$

ใช้ความรู้เรื่อง การหาร
เลขยกกำลัง

$$\therefore \frac{y^5}{y^2} = y^3$$

$$2. \frac{18x^3y}{6xy} = \frac{18}{6} \left(\frac{x^3}{x} \right) \left(\frac{y}{y} \right)$$

$$= 3(x^3 - 1)(y^1 - 1)$$

$$= 3x^2y^0$$

$$= 3x^2 \quad (\because y^0 = 1)$$

ใช้ความรู้เรื่อง การหารจำนวน
เต็มและการหารเลขยกกำลัง

$$\therefore \frac{18x^3y}{6xy} = 3x^2$$

$$3. \frac{-25a^6b^7}{35a^7b^6} = \left(\frac{-25}{35} \right) \left(\frac{a^6}{a^7} \right) \left(\frac{b^7}{b^6} \right)$$

$$= -\frac{5}{7} (a^6 - 7) (b^7 - 6)$$

$$= -\frac{5}{7} a^{-1} b^1$$

$$= -\frac{5b^1}{7a^1}$$

$$\therefore \frac{-25a^6b^7}{35a^7b^6} = -\frac{5b}{7a}$$

2. จากตัวอย่างข้างต้น ครูสรุปว่า ถาดอาหารที่ได้เป็นเอกนาม เรียกว่า เป็นการหารลงตัว (ดังตัวอย่างที่ 1 ในข้อ 1, 2) แต่ถาดอาหารที่ได้ไม่เป็นเอกนามเรียกว่า เป็นการหารไม่ลงตัว (ดังตัวอย่างที่ 1 ในข้อ 3)

3. ครูให้นักเรียนทำบัตรงานที่ 1

4. ครูอธิบายว่า เนื่องจากพหุนามเป็นผลบวกของเอกนาม ดังนั้น การหารพหุนามด้วยเอกนามจึงต้องหารทุก ๆ พจน์ (ซึ่งเป็นเอกนาม) ในพหุนามด้วยเอกนาม แล้วนำผลหารทั้งหมดมาบวกกัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลหารของ $\frac{6x + 9}{3}$

$$\text{วิธีทำ} \quad \frac{6x + 9}{3} = \frac{6x}{3} + \frac{9}{3}$$

$$= 2x + 3$$

$$\therefore \frac{6x + 9}{3} = 2x + 3$$

(หารทุก ๆ พจน์ของเอกนาม
ด้วย 3)

(นำผลหารมาบวกกัน)

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลหารของ $\frac{x^2 + x}{x}$

$$\text{วิธีทำ} \quad \frac{x^2 + x}{x} = \frac{x^2}{x} + \frac{x}{x}$$

$$= x + 1$$

$$\therefore \frac{x^2 + x}{x} = x + 1$$

(ลงไว้ในฐานที่เข้าใจว่า $x \neq 0$)

ตัวอย่างที่ 4 จงหาผลหารของ $\frac{12x^2y - 3x^3}{3x}$

$$\text{วิธีทำ} \quad \frac{12x^2y - 3x^3}{3x} = \frac{12x^2y}{3x} - \frac{3x^3}{3x}$$

$$= 4xy - x^2$$

$$\therefore \frac{12x^2y - 3x^3}{3x} = 4xy - x^2$$

ตัวอย่างที่ 5 จงหาผลหารของ $\frac{x^2 + 4}{x}$, ($x \neq 0$)

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \frac{x^2 + 4}{x} &= \frac{x^2}{x} + \frac{4}{x} \\ &= x + \frac{4}{x} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{x^2 + 4}{x} = x + \frac{4}{x}$$

ตัวอย่างที่ 6 จงหาผลหารของ $\frac{6x^3 + 3x^2 - 12}{3x}$, ($x \neq 0$)

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \frac{6x^3 + 3x^2 - 12}{3x} &= \frac{6x^3}{3x} + \frac{3x^2}{3x} - \frac{12}{3x} \\ &= 2x^2 + x - \frac{4}{x} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{6x^3 + 3x^2 - 12}{3x} = 2x^2 + x - \frac{4}{x}$$

5. จากตัวอย่างข้างต้นสรุปว่า ถ้าผลหารที่ได้เป็นพหุนาม เรียกว่า เป็นการหารลงตัว (ดังตัวอย่างที่ 2, 3, 4) แต่ผลหารที่ได้ไม่เป็นพหุนาม เรียกว่า เป็นการหารไม่ลงตัว (ดังตัวอย่างที่ 5, 6)

6. ครูให้นักเรียนทำมัทรงานที่ 2 และ 3

7. ครูพยายามซักถามจนทำให้นักเรียนสรุปได้ว่า

หลักเกณฑ์การหารพหุนามด้วยเอกนาม
การหารพหุนามด้วยเอกนามทำได้โดยนำเอกนามไปหารทุก ๆ พจน์
ของพหุนาม แล้วนำผลหารทั้งหมดมาบวกกัน

8. ครูให้นักเรียนแบ่งเป็นกลุ่มย่อย 10 กลุ่ม ๆ ละ 4 คน ให้นักเรียนทำกิจกรรมจับคู่เพื่อหาคำตอบให้ตรงกับคำถาม ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. ครูแจกบัตรคำ (แตกต่างกัน) ให้กลุ่มละ 4 บัตร (เป็นบัตรคำถาม 2 บัตร และบัตรคำตอบ 2 บัตร)

2. ให้แต่ละกลุ่มส่งสมาชิกในกลุ่ม 1 คน นำบัตรคำถาม (กลุ่มละ 1 บัตร) ไปวางในกระเป๋านั้น (ในกระเป๋านั้นจะมีช่องให้เขียนบัตรคำถาม 10 บัตร)
3. หลังจากนำบัตรคำถามวางในกระเป๋านั้นแล้ว ให้สมาชิกในแต่ละกลุ่มช่วยกันคิดหาคำตอบจากบัตรคำถามในกระเป๋านั้น กลุ่มใดคิดคำตอบได้ และมีบัตรคำตอบตรงกับคำตอบที่หาคำตอบให้ให้นำบัตรคำตอบนั้นไปวางไว้คู่กับบัตรคำถามในกระเป๋านั้น
4. เมื่อนักเรียนหาคำตอบของคำถามในกระเป๋านั้นได้หมดแล้ว ขณะนี้แต่ละกลุ่มจะมีบัตรคำถามอีกกลุ่มละ 1 บัตร ให้แต่ละกลุ่มทำเช่นเดียวกับข้อ 2 และ 3
5. กลุ่มใดที่นำบัตรคำตอบไปไว้ในกระเป๋านั้นได้หมดก่อน กลุ่มนั้นเป็นผู้ชนะ

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นโป่งใสเรื่อง การหารเอกนามด้วยเอกนาม และการหารพหุนามด้วยเอกนาม จำนวน 4 แผ่น
2. บัตรงานที่ 1
3. บัตรงานที่ 2
4. บัตรงานที่ 3
5. บัตรคำถามและบัตรคำตอบ
6. กระเป๋านั้น

กิจกรรมที่ 2 เจดยบัตรงาน

ขั้นตอน

1. ครูเจดยบัตรงานโดยใ้แผ่นโป่งใส
2. ครูให้นักเรียนตรวจบัตรงานด้วยตนเอง

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นโป่งใสเจดยบัตรงานจำนวน 4 แผ่น

กิจกรรมที่ 3 สรุป

ขั้นตอน

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปตามหัวข้อต่อไปนี้

1. การหารเอกนามด้วยเอกนาม และการหารพหุคูณด้วยเอกนามมีหลักเกณฑ์ในการทำอะไร และมีหลักการตรวจคำตอบอย่างไร
2. คีกรของตัวหาร เมื่อเทียบกับคีกรของเศษ แล้วเป็นอย่างไร

กิจกรรมที่ 4 ประเมินผล

ขั้นตอน

1. ดูจากการทำบัตรงานที่ 1, 2 และ 3
2. ดูจากการเข้าร่วมกิจกรรม

สื่อการเรียนการสอน

1. บัตรงานที่ 1
2. บัตรงานที่ 2
3. บัตรงานที่ 3

บัตรคำ

บัตรคำถาม (20 บัตร)

1. $\frac{27y}{3y}$
2. $\frac{18x^2}{6x^2}$
3. $\frac{-49x^3}{-7x}$
4. $\frac{10ab}{-5a}$
5. $\frac{-8x^3y}{2xy^2}$
6. $\frac{16(ab)^4}{4a^2b}$
7. $\frac{-9a^2bc^2}{-9ac}$
8. $\frac{63x^4y^2z^3}{7x^2(yz)^2}$
9. $\frac{64x^2yz}{8xyz^0}$
10. $\frac{-32a(bc)^2}{(4ab)^2}$

บัตรคำตอบ (20 บัตร)

1. a
2. 3
3. $7x^2$
4. $-2b$
5. $\frac{-4x^2}{y}$
6. $4a^2b^3$
7. abc
8. $9x^2z$
9. $8xz$
10. $\frac{-2c^2}{a}$

บัตรคำถาม (20 บัตร)บัตรคำตอบ (20 บัตร)

11. $\frac{6x^2 + 4x}{2x}$

11. $3x + 2$

12. $\frac{4x^4 + 8x^3 - 12x^2}{-4x^2}$

12. $-x^2 - 2x + 3$

13. $\frac{-3y^3 + 2y^2 - 6y}{-y}$

13. $y^2 - 2y + 6$

14. $\frac{4x^2y^3 + 10x^3y^2}{2xy}$

14. $2xy^2 + 5x^2y$

15. $\frac{-5b^4c + 10b^2c - 10bc}{-5bc}$

15. $b^3 - 2b + 2$

16. $\frac{9x^3y^2 - 27x^2y^2 + 18x^2y^4}{(3xy)^2}$

16. $x - 3 + 2y^2$

17. $\frac{3x^3 + 5x^2 - 2x + 7}{x^2}$

17. $3x + 5 - \frac{2}{x} + \frac{7}{x^2}$

18. $\frac{5x^4y^2 + xy^3}{x^2y^2}$

18. $5x^2 + \frac{y}{x}$

19. $\frac{12mn^3 - 9m^2n + 3m}{3mn}$

19. $4n^2 - 3m + \frac{1}{n}$

20. $\frac{-12x^6 - 20x^5 + 16x^3 + 4x + 8}{4x^2}$

20. $-3x^4 - 5x^3 + 4x + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$

บัตรงานที่ 1 เรื่องการหารเอกนามด้วยเอกนาม

ตัวอย่าง จงหาคำลงในตารางต่อไปนี้

โจทย์	ผลหารของสัมประสิทธิ์	ผลหารของตัวแปร	ผลลัพธ์
$\frac{12y}{3}$	$\frac{12}{3} = 4$	y	$4y$
$\frac{-15x^2}{5x}$	$\frac{-15}{5} = -3$	$\frac{x^2}{x} = x$	$-3x$
$\frac{20xy^2}{4xy}$	$\frac{20}{4} = 5$	$\frac{xy^2}{xy} = y$	$5y$
$\frac{6(ab)^2}{2a^2b}$	$\frac{6}{2} = 3$	$\frac{(ab)^2}{a^2b} = \frac{a^2b^2}{a^2b} = b$	$3b$

จงเติมค่าลงในตารางต่อไปนี้

โจทย์	ผลหารของสัมประสิทธิ์	ผลหารของตัวแปร	ผลลัพธ์
1. $\frac{12y^3}{4y^2}$			
2. $\frac{-18x^4}{9x^6}$			
3. $\frac{15xy^2}{3y}$			
4. $\frac{-24p^4}{18pq}$			
5. $\frac{40ab}{-8a^2b}$			
6. $\frac{12xy^4}{4x^2y^3}$			
7. $\frac{16(ab)^2}{(2a)^3b}$			
8. $\frac{-25x^4y^5}{-5x^0y}$			

โจทย์	ผลหารของสี่ประสิทธิ์	ผลหารของทวิแปร	ผลลัพธ์
9. $\frac{-50m^2n^6}{10m^{10}n}$			
10. $\frac{48x^2y^3z}{-12xyz}$			
11. $\frac{-81n^2(yz)^3}{3x^2y^3z^3}$			
12. $\frac{108(ab)^2c}{(-9ac)^2}$			

บัตรงานที่ 2 เรื่องการหารพหุนามด้วยเอกนาม

จงเติมค่าลงในช่องว่าง

ตัวอย่างที่ 1 $\frac{2x + 4}{2} = \frac{2x}{2} + \frac{4}{2}$

$$= \boxed{x} + \boxed{2}$$

$$\therefore \frac{2x + 4}{2} = x + 2$$

ตัวอย่างที่ 2 $\frac{20y^3 - 2y^2 + 4y}{2y} = \frac{20y^3}{2y} - \frac{\boxed{2y^2}}{2y} + \frac{\boxed{4y}}{2y}$

$$= 10y^2 - \boxed{y} + 2$$

$$\therefore \frac{20y^3 - 2y^2 + 4y}{2y} = 10y^2 - y + 2$$

จงเติมค่าลงในช่องว่าง

1. $\frac{3y + 6}{3} = \frac{3y}{3} + \boxed{}$

$$= \boxed{} + \boxed{}$$

$$\therefore \frac{3y + 6}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. $\frac{2x^2 - 4x}{x} = \frac{2x^2}{x} - \boxed{}$

$$= 2x - \boxed{}$$

$$\therefore \frac{2x^2 - 4x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3. \frac{4x^3 + 8x^2 - 12x}{4x}$$

$$= \boxed{} + \frac{8x^2}{4x} - \boxed{}$$

$$= \boxed{} + 2x - \boxed{}$$

$$= \underline{\hspace{10em}}$$

$$\therefore \frac{4x^3 + 8x^2 - 12x}{4x}$$

$$4. \frac{9x^2y - 6y + 3y^2}{3y}$$

$$= \frac{9x^2y}{3y} - \boxed{} + \boxed{}$$

$$= 3x^2 - \boxed{} + \boxed{}$$

$$= \underline{\hspace{10em}}$$

$$\therefore \frac{9x^2y - 6y + 3y^2}{3y}$$

$$5. \frac{4x^3y^3 + 2x^2y^2 + xy}{-xy}$$

$$= \boxed{} + \boxed{} + \frac{xy}{-xy}$$

$$= \boxed{} + \boxed{} + (-1)$$

$$= \boxed{} - \boxed{} - 1$$

$$= \underline{\hspace{10em}}$$

$$\therefore \frac{4x^3y^3 + 2x^2y^2 + xy}{-xy}$$

บัตรงานเสริมที่ 2

จงเติมค่าลงในช่องว่าง

$$1. \frac{x^2 + 3x}{12}$$

$$= \frac{x^2}{12} + \boxed{}$$

$$= \frac{x^2}{12} + \boxed{}$$

$$= \underline{\hspace{10em}}$$

$$\therefore \frac{x^2 + 3x}{12}$$

$$2. \frac{2x^3y + y}{2y}$$

$$= \boxed{} + \boxed{}$$

$$= \boxed{} + \boxed{}$$

$$\therefore \frac{2x^3y + y}{2y}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3. \frac{-10y^3 - 2y^2 + 6y}{-2y}$$

$$= \frac{-10y^3}{-2y} - \frac{2y^2}{-2y} + \boxed{}$$

$$= \boxed{} - (-y) + \boxed{}$$

$$= \boxed{} + y - \boxed{}$$

$$\therefore \frac{-10y^3 - 2y^2 + 6y}{-2y}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4. \frac{15x^5 - 12x^4 + 27x^3 - 3x^2}{3x^2}$$

$$= \frac{15x^5}{3x^2} - \boxed{} + \boxed{} - \frac{3x^2}{3x^2}$$

$$= 5x^3 - \boxed{} + \boxed{} - 1$$

$$\therefore \frac{15x^5 - 12x^4 + 27x^3 - 3x^2}{3x^2}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5. \frac{9x^5y^4 - 27x^3y^2 + 36x^2y^2}{(3xy)^2}$$

$$= \frac{9x^5y^4}{9x^2y^2} - \frac{27x^3y^2}{9x^2y^2} + \frac{36x^2y^2}{9x^2y^2}$$

$$= \boxed{} - \boxed{} + \frac{36x^2y^2}{9x^2y^2}$$

$$= \boxed{} - \boxed{} + 4$$

$$\therefore \frac{9x^5y^4 - 27x^3y^2 + 36x^2y^2}{(3xy)^2}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

มีทรางานที่ 3 เรื่องการหารพหุนามด้วยเอกนาม

ตัวอย่าง จงเติมค่าลงในช่องว่าง

$$\frac{x+1}{x} = \frac{x}{x} + \frac{1}{x}$$

$$= 1 + \frac{1}{x}$$

$$\therefore \frac{x+1}{x} = 1 + \frac{1}{x}$$

$$\frac{6x^3 + 3x^2 - x + 5}{2x} = \frac{6x^3}{2x} + \frac{3x^2}{2x} - \frac{x}{2x} + \frac{5}{2x}$$

$$= 3x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} + \frac{5}{2x}$$

$$\therefore \frac{6x^3 + 3x^2 - x + 5}{2x} = 3x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} + \frac{5}{2x}$$

จงเติมค่าลงในช่องว่าง

$$1. \quad \frac{6x+1}{x} = \frac{6x}{x} + \boxed{}$$

$$= 6 + \boxed{}$$

$$\therefore \frac{6x+1}{x} =$$

$$2. \quad \frac{-4x^2 + 2x + 2}{2x} = \frac{-4x^2}{2x} + \boxed{} + \frac{2}{2x}$$

$$= -2x + \boxed{} + \boxed{}$$

$$\therefore \frac{-4x^2 + 2x + 2}{2x} =$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad \frac{3x^3 + 5x^2 - 2x + 7}{-x^2} &= \frac{3x^3}{-x^2} + \boxed{} - \frac{2x}{-x^2} + \frac{7}{-x^2} \\
 &= \boxed{} + \boxed{} + \frac{2}{x} + \frac{-7}{x^2} \\
 &= \boxed{} + \boxed{} + \frac{2}{x} - \frac{7}{x^2} \\
 \therefore \frac{3x^3 + 5x^2 - 2x + 7}{-x^2} &= \underline{\hspace{10em}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad \frac{4x^2y^2 - 10x^2y + 6y^2}{2x^2y} &= \frac{4x^2y^2}{2x^2y} - \frac{10x^2y}{2x^2y} + \boxed{} \\
 &= \boxed{} - \boxed{} + \boxed{} \\
 \therefore \frac{4x^2y^2 - 10x^2y + 6y^2}{2x^2y} &= \underline{\hspace{10em}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad \frac{-12x^6 - 20x^5 + 16x^3 + 4x + 8}{4x^2} &= \frac{-12x^6}{4x^2} - \frac{20x^5}{4x^2} + \boxed{} + \boxed{} + \frac{8}{4x^2} \\
 &= -3x^4 - 5x^3 + \boxed{} + \boxed{} + \frac{2}{x^2} \\
 \therefore \frac{-12x^6 - 20x^5 + 16x^3 + 4x + 8}{4x^2} &= \underline{\hspace{10em}}
 \end{aligned}$$

บัตรงานเสริมที่ 3

$$\begin{aligned}
 1. \quad \frac{-12x^2 + 3}{6x^2} &= \frac{-12x^2}{6x^2} + \boxed{} \\
 &= -2 + \boxed{} \\
 \therefore \frac{-12x^2 + 3}{6x^2} &= \underline{\hspace{10em}}
 \end{aligned}$$

$$2. \quad \frac{8xy + 2y^2 - 12x}{xy} = \frac{8xy}{xy} + \boxed{} - \frac{12x}{xy}$$

$$= 8 + \boxed{} - \frac{12}{y}$$

$$\therefore \frac{8xy + 2y^2 - 12x}{xy} = \underline{\hspace{10em}}$$

$$3. \quad \frac{6a^2x^3 + 3ax^4}{3ax^6} = \boxed{} + \frac{3ax^4}{3ax^6}$$

$$= \boxed{} + \frac{1}{x^2}$$

$$\therefore \frac{6a^2x^3 + 3ax^4}{3ax^6} = \underline{\hspace{10em}}$$

$$4. \quad \frac{-24x^4y - 32x^3}{-8x^3y} = \frac{-24x^4y}{-8x^3y} - \boxed{}$$

$$= 3x - \boxed{}$$

$$\therefore \frac{-24x^4y - 32x^3}{-8x^3y} = \underline{\hspace{10em}}$$

$$5. \quad \frac{12mn^3 + 9m^2n + 3m}{3mn} = \frac{12mn^3}{3mn} + \boxed{} + \frac{3m}{3mn}$$

$$= \boxed{} + \boxed{} + \frac{1}{n}$$

$$\therefore \frac{12mn^3 + 9m^2n + 3m}{3mn} = \underline{\hspace{10em}}$$

ชุดการสอบ เรื่อง การหารพหุคูณมค้วพหุคูณม

เวลา 50 นาที

เนื้อหา

การหารพหุคูณมค้วพหุคูณม

มโนคติ

1. การหารพหุคูณมค้วพหุคูณมในที่นี้ จะกล่าวถึง เจาะการหาร เมื่อตัวตั้งและตัวหาร เป็นพหุคูณมที่มีแฟรค้วเดียวและเป็นตัวแปรตัวเดียวกัน เช่นมีตัวแปร x เพียงตัวเดียว
2. การหารพหุคูณมค้วพหุคูณมใช้หลักเกณฑ์เกี่ยวกับการหารยาวของจำนวนนั้นคือ ขั้นที่ 1

เรียงพจน์ของพหุคูณมที่เป็นตัวตั้งและตัวหารจากกำลังมากไปหาลกำลังน้อย แล้วนำมาเขียนนกวรตั้งหาร (ถ้าโจทย์ยังไม่ได้เรียงให้)

ขั้นที่ 2

นำพจน์แรกของตัวหาร ไปหารพจน์แรกของตัวตั้งแล้วเขียนผลหารไว้ใ้แนวรหคเพื่อตัวตั้งโดยให้ตรงกับตัวตั้งนั้น

ขั้นที่ 3

นำผลหารที่ได้จากข้อ 2 ไปคูณกับตัวหารทั้งหมดใ้ผลคูณเท่าใ้ใ้เขียนผลคูณไว้ใ้แนวรหคใ้ตัวตั้ง

ขั้นที่ 4

นำผลลัพธ์ที่ได้จากข้อ 3 ไปลบออกจากตัวตั้ง

ขั้นที่ 5

ใ้ดูค้วกริของตัวตั้งใ้ใหม่ว่าน้อยกว่าค้วกริของตัวหารหรือยัง ถ้ายังไม่น้อยกว่าใ้ทำขั้นที่ 6 ต่อไปอีก

ชั้นที่ 6

นำพจน์แรกของตัวหารไปหารพจน์แรกของตัวตั้งตัวใหม่ แล้วใช้หลักเกณฑ์ทำนองเดียวกันกับชั้นที่ 3 - 5 จนกว่าตัวตั้งจะน้อยกว่าตัวหารจึงหยุดทำ

3. การตรวจคำตอบหาได้โดยใช้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\text{ตัวตั้ง} = (\text{ตัวหาร} \times \text{ผลหาร}) + \text{เศษ}$$

ถ้าเศษเป็นศูนย์ เรากล่าวว่า เป็นการหารลงตัว แต่ถ้าเศษไม่เป็นศูนย์เรากล่าวว่า เป็นการหารไม่ลงตัว

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

นักเรียนควรจะสามารถ หารผลหารของพหุนามด้วยพหุนาม โดยวิธีตั้งหารได้

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นโป่งใส เรื่องการหารพหุนามด้วยพหุนามจำนวน 8 แผ่น
2. แผ่นโป่งใส เฉลยบัตรงานและแบบฝึกหัดจำนวน 5 แผ่น
3. บัตรงานที่ 1
4. บัตรงานที่ 2
5. แบบฝึกหัดที่ 10.1
6. แบบฝึกหัดที่ 10.2

รายละเอียดสำหรับผู้สอน

คาบที่ 10 เรื่อง การหารพหุนามด้วยพหุนาม

กิจกรรมที่ 1 ครูอธิบายโดยใช้แผ่นโปรงใสประกอบ

ขั้นตอน

1. ครูทบทวนเรื่องการหารจำนวนเต็มจากตัวอย่างต่อไปนี้
ตัวอย่าง จงหาผลลัพธ์ของ $189 \div 15$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r}
 12 \longleftarrow (10 + 2) \\
 15 \overline{) 189} \\
 \underline{150} \longleftarrow 10 \times 15 \\
 39 \\
 \underline{30} \longleftarrow 2 \times 15 \\
 \underline{9}
 \end{array}$$

$$\therefore 189 \div 15 = 12 \text{ เศษ } 9$$

ตรวจคำตอบ

$$\begin{aligned}
 (\text{ตัวหาร} \times \text{ผลหาร}) + \text{เศษ} &= \text{ตัวตั้ง} \\
 (15 \times 12) + 9 &= 180 + 9 \\
 &= 189
 \end{aligned}$$

2. ครูอธิบายว่าการหารพหุนามด้วยพหุนามใช้หลักเกณฑ์เกี่ยวกับการหารยาวของจำนวนเต็มแต่ต้องปรับตัวตั้งและตัวหารให้เหมาะสม โดยเรียงกำลังจากมากไปหาน้อยเสียก่อน ดังตัวอย่างต่อไปนี้ (ซึ่งในสองตัวอย่างแรกจะเป็นการหารลงตัว)

ตัวอย่างที่ 1 จงหาร $3x + 2x^2 - 27$ ด้วย $x - 3$

คำอธิบายวิธีทำ ขั้นที่ 1 เรียงกำลังของตัวตั้ง และตัวหารจากมากไปหาน้อย แล้วใช้การหารดังนี้

$$x - 3 \overline{) 2x^2 + 3x - 27}$$

ขั้นที่ 2 นำพจน์แรกของตัวหารในที่นี้ คือ x ไปหารพจน์แรกของตัวตั้งคือ $2x^2$ ได้ผลหารเป็น $2x$ แล้วเขียนผลหารที่ได้คือ $2x$ ไว้ บรรทัดเหนือตัวตั้งตำแหน่งตรงกันกับ $2x^2$ ดังนี้

$$x - 3 \overline{) 2x^2 + 3x - 27} \quad \begin{array}{r} 2x \\ \hline \end{array}$$

ขั้นที่ 3 นำผลหารที่ได้จาก ข้อ 2 คือ $2x$ ไปคูณตัวหารทั้งหมด คือ $x - 3$ ได้ผลลัพธ์ $2x^2 - 6x$ แล้วเขียนผลคูณนี้ไว้บรรทัดใต้ตัวตั้งดังนี้

$$x - 3 \overline{) 2x^2 + 3x - 27} \quad \begin{array}{r} 2x \\ \hline 2x^2 - 6x \\ \hline \end{array} \quad \leftarrow (2x)(x - 3)$$

ขั้นที่ 4 นำผลลัพธ์ที่ได้จากข้อ 3 คือ $2x^2 - 6x$ ไปลบออกจากตัวตั้ง คือ $2x^2 + 3x - 27$ (โดยใช้มีนุสของการลบพหุนามด้วยพหุนาม) ได้ผลเป็น $9x - 27$ ดังนี้

$$x - 3 \overline{) 2x^2 + 3x - 27} \quad \begin{array}{r} 2x \\ \hline 2x^2 - 6x \\ \hline 9x - 27 \\ \hline \end{array} \quad \leftarrow \text{ตัวตั้งใหม่}$$

ขั้นที่ 5 ในคู่อุทริของตัวตั้งใหม่ คือ $9x - 27$ ว่าน้อยกว่าดีกรีของตัวหาร $x - 3$ หรือยัง ถ้ายังไม่น้อยกว่าให้ทำต่อ ในที่นี้จึงจึงทำการหารต่อไป

ขั้นที่ 6 นำพจน์แรกของตัวหาร คือ x ไปหารพจน์แรกของตัวตั้งใหม่ คือ $9x$ ได้ผลลัพธ์ 9 แล้วนำค่าตามขั้นที่ 3 ขั้นที่ 4 และ ขั้นที่ 5 จนกว่าตัวตั้งของตัวตั้งจะน้อยกว่าตัวตั้งของตัวหาร จากขั้นตอนที่กล่าวมาทั้งหมดเขียนให้ต่อเนื่องกันดังนี้

$$\begin{array}{r}
 \overline{2x + 9} \\
 x - 3 \left) \begin{array}{r} 2x^2 + 3x - 27 \\ 2x^2 - 6x \\ \hline 9x - 27 \\ 9x - 27 \\ \hline 0 \end{array} \\
 \longleftarrow 2x(x - 3) \\
 \longleftarrow 9(x - 3)
 \end{array}$$

$$\therefore (2x^2 + 3x - 27) \div (x - 3) = 2x + 9$$

$$\begin{aligned}
 \text{ตรวจคำตอบ} \quad (\text{ตัวหาร} \times \text{ผลหาร}) + \text{เศษ} &= (x - 3)(x - 3) + 0 \\
 &= 2x^2 + 3x - 27 \\
 &= \text{ตัวตั้ง}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 หาร $3x^3 - x - 2$ ด้วย $x - 1$

วิธีทำ เนื่องจากตัวอย่างไม่นี้มีพจน์ที่มีตัวชี้ 2 นักเรียนอาจใส่ศูนย์เป็นสัมประสิทธิ์ของพจน์นั้นหรือวางไว้ก็ไ้ดังแสดงต่อไปนี้

$$\begin{array}{r}
 \overline{3x^2 + 3x + 2} \\
 x - 1 \left) \begin{array}{r} 3x^3 + 0x^2 - x - 2 \\ 3x^3 - 3x^2 \\ \hline 3x^2 - x \\ 3x^2 - 3x \\ \hline 2x - 2 \\ 2x - 2 \\ \hline 0 \end{array} \\
 \longleftarrow 3x^2(x - 1) \\
 \longleftarrow 3x(x - 1) \\
 \longleftarrow 2(x - 1)
 \end{array}$$

$$\therefore (3x^3 - x - 2) \div (x - 1) = 3x^2 + 3x + 2$$

$$\begin{aligned} \text{ตรวจคำตอบ (ตัวหาร } x \text{ ผลหาร) + เศษ} &= (x - 1)(3x^2 + 3x + 2) + 0 \\ &= 3x^3 - x - 2 \\ &= \text{ตัวตั้ง} \end{aligned}$$

3. ครุยกตัวอย่างการหารพหุนามด้วยพหุนามชนิดที่เป็นการหารไม่ลงตัวดังต่อไปนี้
ตัวอย่างที่ 3 จงหาร $2x^2 - 3x - 4$ ด้วย $x - 3$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 2x + 3 \\ x - 3 \overline{) 2x^2 - 3x - 4} \\ \underline{2x^2 - 6x} \quad \leftarrow 2x(x-3) \\ 3x - 4 \\ \underline{3x - 9} \quad \leftarrow 3(x-3) \\ 5 \end{array}$$

$$\therefore (2x^2 - 3x - 4) \div (x - 3) \text{ ใจผลหารเป็น } 2x + 3 \text{ เศษ } 5$$

$$\begin{aligned} \text{ตรวจคำตอบ (ตัวหาร } x \text{ ผลหาร) + เศษ} &= (x - 3)(2x + 3) + 5 \\ &= 2x^2 - 3x - 4 \\ &= \text{ตัวตั้ง} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาร $3x^3 + x^4 + 5$ หารด้วย $x^2 + 2$

วิธีทำ เนื่องจากตัวตั้งยังไม่เรียงกำลังจากมากไปหาน้อย ดังนั้นก่อนจะหา

ให้เรียงพจน์ของตัวตั้งจากกำลังมากไปหากำลังน้อยก่อน และในตัวอย่างนี้ไม่มีพจน์ที่มี
ดีกรี 2 และ 1 นักเรียนอาจใส่ศูนย์เป็นสัมประสิทธิ์ของพจน์เหล่านั้นหรือวางไว้ก็ได้ ดัง
แสดงต่อไปนี้

$$\therefore 3x^3 + x^4 + 5 = x^4 + 3x^3 + 0x^2 + 0x + 5$$

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 3x - 2 \\
 \hline
 x^2 + 2 \left) x^4 + 3x^3 + 0x^2 + 0x + 5 \right. \\
 \underline{x^4 \quad + 2x^2} \quad \leftarrow x^2(x^2+2) \\
 3x^3 - 2x^2 + 0x \\
 \underline{3x^3 \quad + 6x} \quad \leftarrow 3x(x^2+2) \\
 -2x^2 - 6x + 5 \\
 \underline{-2x^2 \quad - 4} \quad \leftarrow -2(x^2+2) \\
 -6x + 9 \\
 \hline
 \therefore (x^4 + 3x^3 + 5) \div (x^2 + 2) \text{ ใ้ผลหารเป็น } x^2 + 3x - 2 \\
 \text{เศษ} \quad -6x + 9
 \end{array}$$

ตรวจคำตอบ (ตัวหาร \times ผลหาร) + เศษ = $(x^2 + 2)(x^2 + 3x - 2) + (-6x + 9)$

$$\begin{aligned}
 &= x^4 + 3x^3 + 5 \\
 &= \text{ตัวตั้ง}
 \end{aligned}$$

4. จากตัวอย่างทั้งสี่ข้างต้นสรุปได้ว่า ถ้าเศษเป็นศูนย์เรากล่าวว่า การหารนี้เป็น การหารลงตัว (ตัวอย่างที่ 1, 2) แต่ถ้าเศษไม่เป็นศูนย์เรากล่าวว่า การหารนี้เป็น การหารที่ไม่ลงตัว (ทั้งตัวอย่างที่ 3, 4)

5. ครูให้นักเรียนทำบัตรงานที่ 1 และ 2
6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 10.1 และ 10.2

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นโปสเตอร์เรื่องการหารทศนิยมด้วยทศนิยมจำนวน 8 แผ่น
2. บัตรงานที่ 1

3. บัตรงานที่ 2
4. แผนฝึกหัดที่ 10.1
5. แผนฝึกหัดที่ 10.2

กิจกรรมที่ 2 - เฉลยบัตรงานและแผนฝึกหัด

ขั้นตอน

1. ครูเฉลยบัตรงานและแผนฝึกหัดด้วยแผ่นโปรงใส
2. นักเรียนทรวจบัตรงานและแผนฝึกหัดด้วยตนเอง

สื่อการเรียนการสอน

แผ่นโปรงใสเฉลยบัตรงานและแผนฝึกหัดจำนวน 5 แผ่น

กิจกรรมที่ 3 สรุปรูป

ขั้นตอน

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปตามหัวข้อต่อไปนี้

1. การหารพหุนามด้วยพหุนามมีขั้นตอนอย่างไรบ้าง
2. การหารพหุนามด้วยพหุนามชนิดที่เป็นการหารลงตัวกับการหารชนิดที่เป็นการหารไม่ลงตัวแตกต่างกันอย่างไร
3. การตรวจสอบว่าผลหารของพหุนามถูกต้องหรือไม่ถูกต้องควรทำอย่างไร

กิจกรรมที่ 4 ประเมินผล

ขั้นตอน

1. ครูแจกแบบทดสอบย่อยเรื่องการหารพหุนามด้วยพหุนาม (จำนวน 6 ข้อ)
ให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล

สื่อการเรียนการสอน

แบบทดสอบย่อย เรื่องการหารทศนามด้วยทศนาม (จำนวน 6 ข้อ)

บัตรงานที่ 1 เรื่องการหารพหุนามด้วยพหุนาม

ตัวอย่าง จงเติมค่าลงในช่องว่าง

$$(x^2 + 5x + 6) \div (x + 3)$$

$$\begin{array}{r} x + 2 \\ x + 3 \overline{) x^2 + 5x + 6} \\ \underline{x^2 + \boxed{3x}} \\ \boxed{2x} + 6 \\ \underline{ + 6} \\ \end{array}$$

$$\therefore (x^2 + 5x + 6) - (x + 3) = x + 2$$

จงเติมค่าลงในช่องว่าง

1. $(x^2 - 2x - 3) \div (x - 3)$

$$\begin{array}{r} \boxed{} - 1 \\ x - 3 \overline{) x^2 - 2x - 3} \\ \underline{x^2 - \boxed{}} \\ \boxed{} - 3 \\ \phantom{\boxed{}} - \underline{ - 3} \\ \phantom{\boxed{}} - \underline{ - 3} \end{array}$$

$$\therefore (x^2 - 2x - 3) \div (x - 3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2. \quad (15x^2 - 2x - 8) \div (5x - 4)$$

$$\begin{array}{r} \square + 2 \\ 5x - 4 \overline{) 15x^2 - 2x - 8} \\ \underline{15x^2 - \square} \\ \square - 8 \\ \underline{10x - \square} \end{array}$$

$$\therefore (15x^2 - 2x - 8) \div (5x - 4) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3. \quad (x^5 - x + 8x^2 - 8) \div (x^2 - 1)$$

$$\therefore x^5 - x + 8x^2 - 8 = x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 8x^2 - x - 8$$

$$\begin{array}{r} x^3 + \square + \square \\ x^2 - 1 \overline{) x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 8x^2 - x - 8} \\ \underline{x^5 \qquad - x^3} \end{array}$$

$$x^3 + 8x^2 - x$$

$$\begin{array}{r} x^3 \qquad \qquad - \square \\ \hline \square \qquad \qquad - 8 \end{array}$$

$$\underline{\underline{8x^2}}$$

$$\therefore (x^5 - x + 8x^2 - 8) \div (x^2 - 1) = \underline{\hspace{2cm}}$$

จงเติมค่าลงในช่องว่าง

1. $(x^2 + 5x + 4) \div (x - 1)$

$$\begin{array}{r}
 x + \square \\
 \hline
 x - 1 \overline{) x^2 + 5x + 4} \\
 \underline{\square - 1x} \\
 \square + 4 \\
 \underline{\square - \square} \\
 \underline{\square}
 \end{array}$$

$$\therefore (x^2 + 5x + 4) - (x - 1) = \underline{\hspace{2cm}} \text{ หาร } \underline{\hspace{2cm}}$$

2. $(8y + y^2 + 12) \div (y + 5)$

$$\therefore 8y + y^2 + 12 = y^2 + 8y + 12$$

$$\begin{array}{r}
 \square + 3 \\
 \hline
 y + 5 \overline{) y^2 + 8y + 12} \\
 \underline{y^2 + \square} \\
 \square + 12 \\
 \underline{\square + \square} \\
 \underline{\square}
 \end{array}$$

$$\therefore (8y + y^2 + 12) \div (y + 5) = \underline{\hspace{2cm}} \text{ หาร } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3. \quad (2x^3 - x^2 + 7x + 1) \div (x^2 - 3)$$

$$\begin{array}{r}
 2x \quad - \quad \square \\
 \hline
 x^2 - 3 \overline{) 2x^3 - x^2 + 7x + 1} \\
 \underline{2x^3 \quad \quad - \quad \square} \\
 \quad - x^2 + \square + 1 \\
 \quad \square \quad \quad \quad + \quad \square \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

$$\therefore (2x^3 - x^2 + 7x + 1) \div (x^2 - 3) = \underline{\hspace{2cm}} \text{ R} \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4. \quad (x^3 - 2x^2 + 7x + 1) \div (x^2 - 2x - 1)$$

$$\begin{array}{r}
 \square + \square \\
 \hline
 x^2 - 2x - 1 \overline{) x^3 - 2x^2 + 7x + 1} \\
 \underline{x^3 - \square - \square} \\
 \quad \square + \square \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

$$\therefore (x^3 - 2x^2 + 7x + 1) \div (x^2 - 2x - 1) = \underline{\hspace{2cm}} \text{ R} \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5. (x^4 - 1 - 9x^2) \div (3x^2 - x^3)$$

$$\therefore x^4 - 1 - 9x^2 = x^4 + 0x^3 - 9x^2 + 0x - 1$$

$$3x^2 - x^3 = -x^3 + 3x^2$$

$$\begin{array}{r} -x - \square \\ \hline -x^3 + 3x^2 \big) x^4 + 0x^3 - 9x^2 + 0x - 1 \\ \underline{x^4 - \square} \end{array}$$

$$3x^3 - 9x^2$$

$$\square - \square$$

$$\underline{\underline{\square}}$$

$$\therefore (x^4 - 1 - 9x^2) \div (3x^2 - x^3) = \underline{\hspace{2cm}} \text{ R } \underline{\hspace{2cm}}$$

บัตรงานที่ 2 เรื่องการหารพหุนามด้วยพหุนาม

เนื้อหา พหุนาม A หารด้วยพหุนาม B เมื่อ $B \neq 0$ จะได้พหุนาม C และพหุนาม D
ซึ่ง $A = B \cdot C + D$ ที่กรีของ D น้อยกว่ากรีของ B โดยที่

- A เป็นตัวตั้ง
- B เป็นตัวหาร
- C เป็นผลหาร
- D เป็นเศษ (ถ้าเศษเป็น 0 จะเป็นการหารลงตัว แต่ถ้าเศษไม่เป็น 0 จะเป็นการหารไม่ลงตัว)

คำสั่ง กำหนดพหุนาม B เป็นตัวหาร เมื่อ $B \neq 0$ พหุนาม C เป็นผลหาร และพหุนาม D เป็นเศษ โดยที่กรีของ D น้อยกว่ากรีของ B
จงหา B·C และพหุนาม A ซึ่งเป็นพหุนามตัวตั้ง

A	B	C	D	B·C
<u>ตัวอย่าง</u> $x^2 + 5x + 6$	$x + 2$	$x + 3$	0	$x^2 + 5x + 6$
1. _____	$y + 5$	$y + 1$	2	_____
2. _____	$x - 4$	$x + 4$	0	_____
3. _____	$x + 2$	$x + 4$	-1	_____
4. _____	$x - 2$	$x - 3$	5	_____

A	B	C	D	B-C
5.	$x + 1$	$3x + 5$	2	
6.	$3x + 2$	$2x + 5$	0	
7.	$2m - 3$	$3m - 4$	-2	
8.	$2y + 3$	$5y - 2$	-3	
9.	$x^2 - 2x + 3$	$x + 2$	0	
10.	$x^2 + 9$	$2x^2 - x + 1$	5	

แบบฝึกหัดที่ 10.1

จงหาผลหารของพหุนามต่อไปนี้ โดยวิธีสังหาร

1. $(x^2 - 4x + 4) \div (x - 2)$

2. $(-x^2 + 7x - 6) \div (x - 1)$

3. $(3x^2 + x - 24) \div (3x - 8)$

4. $(5y^2 - y + 2y^3 - 6) \div (y + 2)$

5. $(x^4 + x^2 - 1) \div (x^2 - x + 1)$

แบบฝึกหัดเสริมที่ 10.1

1. $(6 - 17x + 5x^2) \div (5x + 3)$

2. $(6a^3 + a^2 - 29a + 21) \div (2a - 3)$

3. $(4a^3 - 6 - 10a^2 + 7a) \div (4a^2 - 2a + 3)$

4. $(x^2 - 4) \div (x - 2)$

5. $(x^4 - 1) \div (1 - x)$

6. $(16x^4 - 1) \div (2x - 1)$

7. $(x^9 + 1) \div (x^3 + 1)$

แบบฝึกหัดที่ 10.2

จงหารหารและเศษของการหารต่อไปนี้

1. $(a^2 - 13a + 42) \div (a - 7)$

2. $(2x^2 - 3x - 4) \div (x - 3)$

3. $(6x^2 + 5x - 6) \div (3x - 2)$

4. $(4x^4 - 10x - 9x^2 - 10) \div (2x + 3)$

5. $(6x^3 + 3 - 5x + x^2) \div (2x^2 + x - 1)$

แบบฝึกหัดเสริมที่ 10.2

1. $(6 - 17x + 5x^2) \div (5x + 3)$

2. $(5x^2 + 2x^3 - x + 2) \div (x + 1)$

3. $(y^4 - 9y^2 + 1) \div (y + 3)$

4. $(24 + 9x^2 + 26x + x^3) \div (4 + x)$

5. $(9x^6 - 2x^4 + 5 + 3x) \div (3x + 5)$

แบบทดสอบย่อย เรื่องการหารพหุนามด้วยพหุนาม

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม นักเรียนควรจะสามารถหารของพหุนามด้วยพหุนามได้

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดคำตอบเดียว

1. $x^2 + 5x + 6$ หารด้วย $x + 3$ เท่ากับเท่าใด

ก. $x + 2$

ข. $x - 2$

ค. $x + 3$

ง. $x - 3$

2. $3x^2 + x - 24$ หารด้วย $3x - 8$ เท่ากับเท่าใด

ก. $x + 3$

ข. $x - 3$

ค. $x + 8$

ง. $-x - 3$

3. $4x^4 - 10x^3 - 9x^2 - 10$ หารด้วย $2x + 3$ เท่ากับเท่าใด

ก. $2x^3 - 3x^2 - 5$ เศษ -5

ข. $2x^3 - 3x^2 - 5$ เศษ 5

ค. $2x^3 + 3x^2 - 5$ เศษ 5

ง. $2x^3 + 3x^2 - 5$ เศษ 5

4. $x^4 + x^2 - 1$ หารด้วย $x^2 + x + 1$ เท่ากับเท่าใด

ก. $x^2 + x + 1$ เศษ -2

ข. $x^2 + x + 1$ เศษ 2

ค. $x^2 - x + 1$ เศษ 2

ง. $x^2 - x + 1$ เศษ 2

5. $15x^4 - x^3 - x^2 + 41x - 70$ หารด้วย $3x^2 - 2x + 7$ เท่ากับเท่าใด

ก. $5x^2 + 3x - 10$

ข. $5x^2 - 3x + 10$

ค. $5x^2 - 3x - 10$

ง. $x^2 + 3x - 10$

6. $2x^4 + 5x^2 - x + 1$ หารด้วย $x^2 + 2x - 1$ เท่ากับเท่าใด

ก. $2x^2 - 4x + 15$ เศษ $35x + 16$

ข. $2x^2 - 4x - 15$ เศษ $-35x + 16$

ค. $2x^2 - 4x - 15$ เศษ $-35x + 16$

ง. $2x^2 - 4x + 15$ เศษ $-35x + 16$

ประวัติย่อของผู้นับถือ

ชื่อ นางสาวนันทิยา ช่อสกุล จิตนิรมย์

เกิดวันที่ 25 เดือนสิงหาคม พุทธศักราช 2507

สถานที่เกิด อำเภอหาคีใหญ่ จังหวัดสงขลา

สถานที่อยู่ปัจจุบัน 100/4 หอพักเหาห้อง ต.แสนสุข อ.เมือง จ.สงบุรี 20130

ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน อาจารย์ 1 ระดับ 3

สถานที่ทำงานปัจจุบัน โรงเรียนแสนสุข อ.เมือง จ.สงบุรี 20130

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2524 เติร์มอุดมศึกษา (แผนกวิทยาศาสตร์)

จากโรงเรียนหาคีใหญ่วิทยาลัย

พ.ศ. 2528 วท.บ. (ศึกษาศาสตร์) (วิชาเอกคณิตศาสตร์ วิชาโทสถิติ)

จากมหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี

พ.ศ. 2532 กศ.ม. (คณิตศาสตร์)

จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร