

การศึกษาศักยภาพในการสร้างมโนภาพ (Concept) เกี่ยวกับทอพอโลยี (Topology)
และเรขาคณิตแบบยูคลิดของเด็กไทยในระดับอายุ 3 ขวบ ถึง 10 ขวบ

ปริญาทิพนธ์

ของ

สมัย เหล่าวานิชย์

THE LIBRARY
COLLEGE OF EDUCATION
BANGKOK, THAILAND

เสนอต่อวิทยาลัยวิชาการศึกษา
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต

3 มีนาคม 2514

การศึกษาความสามารถในการสร้างมโนภาพ (Concept) เกี่ยวกับทอพอโลยี (Topology)
และเรขาคณิตแบบยูคลิดของเด็กไทยในระดับอายุ 3 ขวบ ถึง 10 ขวบ

บทคัดย่อ

ของ

สมัย เหล่าวานิชย์

เสนอต่อวิทยาลัยวิชาการศึกษา
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
3 มีนาคม 2514

จุดมุ่งหมายของการศึกษาครั้งนี้ เพื่อมุ่งที่จะศึกษาว่า เด็กเริ่มมีมีโนภาพทางด้าน
ทอปปิโบลีย์ และเรขาคณิตแบบยูคลิดตั้งแต่ระดับอายุใด และมีโนภาพทางด้านใดเกิดขึ้นก่อน
ผู้เขียนดำเนินการทดลองกับเด็กเป็นรายบุคคลในระดับอายุ 3 - 10 ขวบ

จำนวน 140 คน เป็นชาย 70 คน หญิง 70 คน

การทดลองปรากฏผลดังต่อไปนี้

1. เด็กมีความสามารถในการจำแนกรูปทางด้านทอปปิโบลีย์ตั้งแต่อายุ 4 ขวบ
ขึ้นไป และเด็กมีความสามารถในการจำแนกรูปทางด้านเรขาคณิตแบบยูคลิดตั้งแต่อายุ 5 ขวบ
ขึ้นไป
2. เด็กมีความสามารถในการเขียนรูปตามคุณสมบัติทางทอปปิโบลีย์ตั้งแต่อายุ 4 ขวบ
ขึ้นไป และเด็กมีความสามารถในการเขียนรูปตามคุณสมบัติทาง เรขาคณิตแบบยูคลิดตั้งแต่อายุ 9 ขวบ
ขึ้นไป
3. เด็กสามารถร้อยลูกปัดให้มีลำดับเหมือนกับแบบตัวอย่างใดตั้งแต่อายุ 6 ขวบ
และเด็กสามารถร้อยลูกปัดให้มีลำดับตรงข้ามกับแบบใดตั้งแต่อายุ 7 ขวบขึ้นไป
4. เด็กสามารถผูกปมเชือก 1 ปมให้เหมือนแบบใดตั้งแต่อายุ 4 ขวบขึ้นไป
และเด็กสามารถผูกปมเชือก 2 ปมให้เหมือนแบบใดตั้งแต่อายุ 6 ขวบขึ้นไป
5. เด็กสามารถปักไม้ไผ่คั่นข้างตรงตั้งแต่อายุ 7 ขวบขึ้นไป

ผลการทดลองสรุปได้ว่า เด็กมีมีโนภาพทางด้านทอปปิโบลีย์ก่อนมีโนภาพทางด้าน
เรขาคณิตแบบยูคลิด ผลการทดลองนี้อาจเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ในระดับอนุบาล
และประถมศึกษาตอนต้นตระหนักในการสอนในลักษณะที่ควร เน้นให้เด็ก เกิดมีโนภาพทางด้าน
ทอปปิโบลีย์ก่อนที่จะ เน้น ให้เด็ก เกิดมีโนภาพทางด้าน เรขาคณิตแบบยูคลิด

An Experimental Study on Concept Forming
of Topology and Euclidean Geometry
(of the Children of 3 - 10 years)

ABSTRACT

BY

SMAI LOUNDVANICH

Presented in Partial Fulfilment of the requirement
for the Master of Education Degree
at the College of Education
March 3, 1971

The major purposes of the study were to find out at what age the children would have topological concept and euclidean geometrical concept and to find out which one occurred first.

The children of three to ten years were chosen as the sample for individual experimentation. The number of children is 140, an equal number of each sex.

The major findings of this study were as follow:

1. The children could distinguish one of topological forms from the others when they were 4 years old, and 5 years old for euclidean geometrical forms.

2. The children could draw different type of topological forms when they were 4 years old, and 9 years old for euclidean geometrical forms.

3. The children could put the beads on a wire in the same order as the example when they were 6 years old, and the children could put the beads on a wire in the reverse order to the beads on the model when they were 7 years old.

4. The children could make a knot like the example when they were 4 years old, and 6 years old for two knots.

5. The children could fix the sticks in line with slight irregularities when they were 7 years old.

The results of the experiment show that the children have topological concept before euclidean geometrical concept. This study may be applied to children in kindergarten and primary school.

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำตัวนิสิตได้พิจารณาปัญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับ
เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต ของวิทยาลัยวิชาการศึกษาได้

สชาติ สอนมากล ประธาน

ชอลเพ็ญ วิเชียรโชติ กรรมการ

3 มีนาคม 2514

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ เพราะผู้เขียนได้รับกำลังใจ คำแนะนำ และความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจากผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุชาติ รัตนกุล และอาจารย์ ดร.นวดเพ็ญ วิเชียรโชติ ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณไว้อย่างสูง ณ ที่นี้ด้วย

ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ ดร.วีรบุรุษ วิเชียรโชติ อาจารย์ ดร.สวัสดิ์ ประทุมราช อาจารย์สำเร็จ บุญเรืองรัตน์ ขอขอบคุณ คุณอำพล โองเถื่อน คุณชูศักดิ์ ชัมภลชีวิต ที่ได้ให้คำแนะนำช่วยเหลือทางด้านสถิติในการศึกษา

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ใหญ่ และคณะครู โรงเรียนอนุบาลประจำจังหวัดพิษณุโลก โรงเรียนอุคมศาสตร์ โรงเรียนชาลิตวิทย์วิทยา โรงเรียนเสมศรีรณศึกษา ที่ได้ให้ความช่วยเหลือในการทดลองอย่างดียิ่ง

ประการสุดท้าย ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณอาจารย์สุพจน์ ชะนะมา อาจารย์สุวรรณา มุ่งเกษม และขอขอบคุณ คุณพัชรพร พงษ์พันธ์พัชสูช คุณสุเทพ นิพนธ์าร่า คุณสิทธิชัย นาถสมบัติ ที่ได้ให้ความช่วยเหลือทางด้านเทคนิคต่าง ๆ เป็นอย่างดียิ่ง

สมัย เหล่าวานิชย์

สารบัญ

บทที่	หน้า
1. บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการกนกวา	7
ความสำคัญของการกนกวา	7
ก่าจำกัดความที่เฉพาะที่ใช้ในการศึกษาเรื่องนี้	8
การกนกวาอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานี้	8
ขอสมมุติฐานในการกนกวา	15
2. วิธีดำเนินการ	16
กลุ่มตัวอย่าง	16
อุปกรณ์และวิธีที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล	16
การทดลองวิธีการ ก่อนดำเนินการกนกวา	17
การให้คะแนน	18
การวัดกระทำขงมูล	19
3. ผลของการกนกวา	28
ผลของการทดลองที่ 1	28
ผลของการทดลองที่ 2	29
ผลของการทดลองที่ 3	35
ผลของการทดลองที่ 4	38
ผลของการทดลองที่ 5	41
4. บทขอ สรุป อภิปรายผล และขอเสนอแนะ	45
ความมุ่งหมายของการกนกวา	45

กลุ่มตัวอย่าง.....	45
อุปกรณ์และวิธีที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล.....	45
วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล.....	46
สรุป และอภิปรายผล.....	46
ข้อเสนอแนะสำหรับการทบทวนครั้งต่อไป.....	51
บรรณานุกรม	52
ภาคผนวก	55

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1. แสดงจำนวนเด็กที่ทำการทดลองใดถูกต้อง	22
2. แสดงจำนวนเด็กที่ทำการทดลองใดถูกต้อง	23
3. แสดงจำนวนเด็กที่ทำการปักไม้ไผ่แบบต่าง ๆ	24
4. คะแนนเฉลี่ยของเด็กในการจำแนกรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิด และทอปปิโบลีย์	28
5. เปรียบเทียบความสามารถของเด็กแต่ละระดับอายุในการจำแนกรูป ทางเรขาคณิตแบบยูคลิดโดยใช้คะแนน .T	30
6. เปรียบเทียบความสามารถของเด็กแต่ละระดับอายุในการจำแนกรูป ทางทอปปิโบลีย์โดยใช้คะแนน .T	30
7. คะแนนเฉลี่ยของเด็กในการเขียนรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิด และทอปปิโบลีย์ (คิดเป็นร้อยละ)	32
8. เปรียบเทียบความสามารถของเด็กแต่ละระดับอายุในการวาดรูป ทางเรขาคณิตแบบยูคลิดโดยใช้คะแนน .T	33
9. เปรียบเทียบความสามารถของเด็กแต่ละระดับอายุในการวาดรูป ทางทอปปิโบลีย์โดยใช้คะแนน .T	34
10. จำนวนเด็กที่สามารถร้อยลูกปัดได้อย่างถูกต้อง (คิดเป็นร้อยละ)	35
11. ผลของการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนเกี่ยวกับ เรื่องลำดับจำแนกตามเพศ และอายุ	36
12. เปรียบเทียบคะแนนเกี่ยวกับเรื่องลำดับจำแนกตามอายุ	37
13. จำนวนเด็กที่สามารถผูกปมเชือกได้อย่างถูกต้อง (คิดเป็นร้อยละ)	38
14. ผลของการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนเกี่ยวกับการผูกเชือก จำแนกตามเพศ และอายุ	39
15. เปรียบเทียบคะแนนเกี่ยวกับความสามารถในการผูกปมเชือก จำแนกตามอายุ	40

16. จำนวนเด็กที่สามารถปักไม้ไผ่แต่ละแบบ (คิดเป็นร้อยละ)	41
17. แสดงจำนวนเด็กที่ใช้วิธีการต่าง ๆ ในการปักไม้ให้เป็นแนวตรง (คิดเป็นร้อยละ)	42
18. จำนวนเด็กที่สามารถปักไม้ไผ่แต่ละแบบ (คิดเป็นร้อยละ)	42
19. แสดงจำนวนเด็กที่ใช้วิธีการต่าง ๆ ในการปักไม้ให้เป็นแนวตรง (คิดเป็นร้อยละ)	43
20. แสดงความสามารถของเด็กอายุ 4 ขวบ ในการจำแนกรูปทาง เรขาคณิตแบบยูคลิดและทอปปิโโลยี	56
21. แสดงความสามารถของเด็กอายุ 5 ขวบ ในการจำแนกรูปทาง เรขาคณิตแบบยูคลิดและทอปปิโโลยี	58
22. แสดงความสามารถของเด็กอายุ 6 ขวบ ในการจำแนกรูปทาง เรขาคณิตแบบยูคลิดและทอปปิโโลยี	60
23. แสดงความสามารถของเด็กอายุ 7 ขวบ ในการจำแนกรูปทาง เรขาคณิตแบบยูคลิดและทอปปิโโลยี	62
24. แสดงความสามารถของเด็กอายุ 8 ขวบ ในการจำแนกรูปทาง เรขาคณิตแบบยูคลิดและทอปปิโโลยี	64
25. แสดงความสามารถของเด็กอายุ 9 ขวบ ในการจำแนกรูปทาง เรขาคณิตแบบยูคลิดและทอปปิโโลยี	66
26. แสดงความสามารถของเด็กอายุ 10 ขวบ ในการจำแนกรูปทาง เรขาคณิตแบบยูคลิดและทอปปิโโลยี	68

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ

หน้า

1. แสดงความสามารถของ เด็กในการจำแนกรูปทาง เรขาคณิตแบบยูคลิด และทอปปิโไลยี29
2. แสดงความสามารถของ เด็กในการ เขียนรูปทาง เรขาคณิตแบบยูคลิด และทอปปิโไลยี32
3. ตัวอย่างแสดงความสามารถในการ เขียนรูปทางกาน เรขาคณิตแบบยูคลิด และทอปปิโไลยี ของ เด็กระดับอายุ 4 ขวบ70
4. ตัวอย่างแสดงความสามารถในการ เขียนรูปทางกาน เรขาคณิตแบบยูคลิด และทอปปิโไลยี ของ เด็กระดับอายุ 5 ขวบ74
5. ตัวอย่างแสดงความสามารถในการ เขียนรูปทางกาน เรขาคณิตแบบยูคลิด และทอปปิโไลยี ของ เด็กระดับอายุ 6 ขวบ78
6. ตัวอย่างแสดงความสามารถในการ เขียนรูปทางกาน เรขาคณิตแบบยูคลิด และทอปปิโไลยี ของ เด็กระดับอายุ 7 ขวบ83
7. ตัวอย่างแสดงความสามารถในการ เขียนรูปทางกาน เรขาคณิตแบบยูคลิด และทอปปิโไลยี ของ เด็กระดับอายุ 8 ขวบ89
8. ตัวอย่างแสดงความสามารถในการ เขียนรูปทางกาน เรขาคณิตแบบยูคลิด และทอปปิโไลยี ของ เด็กระดับอายุ 9 ขวบ96
9. ตัวอย่างแสดงความสามารถในการ เขียนรูปทางกาน เรขาคณิตแบบยูคลิด และทอปปิโไลยี ของ เด็กระดับอายุ 10 ขวบ100

ภูมิหลัง

ปัจจุบันนี้คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญในการศึกษาวิชาแขนงต่าง ๆ ทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และสังคมวิทยา โดยเฉพาะทางด้านวิทยาศาสตร์นั้นอาศัยคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือมาตั้งแต่อดีตจนกระทั่งปัจจุบัน¹ เกาส์ (Gauss) นักคณิตศาสตร์ผู้ยิ่งใหญ่ชาวเยอรมันได้กล่าวถึง ความสำคัญของคณิตศาสตร์ว่า เปรียบเสมือนเป็นราชินีของวิทยาศาสตร์² นอกจากนั้นในวิชา เศรษฐศาสตร์และภูมิศาสตร์ซึ่งในสมัยก่อนถือกันว่าวิชาทั้งสองนี้ไม่ต้องอาศัยคณิตศาสตร์มากนัก แต่ในปัจจุบันนี้วิชา เศรษฐศาสตร์เต็มไปด้วยตัวเลขและสูตรทางคณิตศาสตร์ สำหรับผู้ที่เรียนวิชาภูมิศาสตร์นั้น มหาวิทยาลัยต่าง ๆ ในอเมริกาถือว่าเป็นวิชาที่จำเป็น³ ยิ่งกว่านั้นวิชาคณิตศาสตร์ยังเป็นวิชาที่จำเป็นในการดำรงชีวิตประจำวันของคน แต่เป็นที่น่าเสียดายว่า การศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับต่าง ๆ ของไทยยังไม่ได้ผลเท่าที่ควร เช่น รายงานการวิจัยของทัศนีย์ อ่องไพบูลย์⁴ ปรากฏผลว่า วิชาที่นักเรียนมัธยมศึกษาของโรงเรียนรัฐบาลจำนวน 5 โรงเรียน ในจังหวัดพระนครไม่ชอบมากที่สุด คือ วิชาคณิตศาสตร์ และอธิบดีกรมการฝึกหัดครูได้กล่าว ในการเปิดสัมมนาผู้สอนคณิตศาสตร์ระดับประกาศนียบัตร

¹ กรมวิชาการ รายงานการสัมมนาครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา หน้า 1.1-1.

² Evos Howard, An Introduction to the History of Mathematics, p. 375.

³ Frank Land, The Language of Mathematics, p.v.(preface), 1964.

⁴ ทัศนีย์ อ่องไพบูลย์, ร.ศ.หญิง "การสืบค้นปัญหาที่เป็นอุปสรรคในการเรียนจากนักเรียนชั้นมัธยมของโรงเรียนรัฐบาลในจังหวัดพระนคร" การวิจัยการศึกษา กรมวิชาการ 4 : 18 สิงหาคม 2503.

วิชาการศึกษาระดับสูงว่า "เมื่อพิจารณาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทยเรากำลังจะครบถ้วนถึงระดับวิทยาลัยแล้ว อาจกล่าวได้ว่า ยังไม่ได้ผลเป็นที่น่าพึงพอใจมาเป็นเวลานานแล้ว ผลสะท้อนของการวางรากฐานที่ไม่ดีในการสอนคณิตศาสตร์จะเห็นได้จาก นักเรียนฝึกหัดครูส่วนใหญ่ที่สอบตกมักจะตกในวิชาคณิตศาสตร์" ¹

เมื่อคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากขึ้น หลายประเทศจึงเล็งเห็นความจำเป็นที่จะต้องเปลี่ยนแนวโน้มของการศึกษาคณิตศาสตร์ เพื่อให้สอดคล้องกับความต้องการของโลกปัจจุบัน โดยพยายามนำวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเคยถือกันว่าเป็นคณิตศาสตร์ระดับสูงมาสอนในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา หลังจากที่ได้ปรับปรุงให้เหมาะสมกับวัยของนักเรียนแล้ว ²

สำหรับในประเทศไทย ได้มีการเปลี่ยนแปลงปรับปรุงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยพยายามเปลี่ยนแนวโน้มการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ไปในแนวใหม่ ดังนี้คือ

1. ความใหม่ในเนื้อหาวิชา หมายถึงการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์แขนงใหม่ ๆ ที่ไม่เคยมีอยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์มาก่อน เช่น วิชา Set Theory วิชา Symbolic Logic และวิชา Topology
2. ความใหม่ในวิธีการ หมายถึงการแก้ปัญหาและการอธิบายความหมายของเรื่องต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์แขนงต่าง ๆ ตามแนวใหม่ คือการใช้ภาษาใหม่ สัญกรณ์ใหม่ และมโนภาพใหม่ ³ (New Concept)

¹ กรมการฝึกหัดครู เอกสารสัมมนาผู้สอนคณิตศาสตร์ระดับประกาศนียบัตร วิชาการศึกษาระดับสูงของสถานฝึกหัดครูระดับวิทยาลัยครู หน้า 19.

² ค. หน้า 1.

³ สุชาติ รัตนกุล คณิตศาสตร์แผนปัจจุบัน เล่ม 1 หน้า 2.

ในปีการศึกษา 2512 ได้มีการทดลองใช้หลักสูตรคณิตศาสตร์แผนใหม่ในระดับ
อนุบาลและประถมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนของกรมสามัญศึกษา จำนวน 20 โรงเรียน¹
ปรากฏผลว่า ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์แผนใหม่ของเด็กได้ผลเป็นที่น่าพอใจ คือ
คะแนนเฉลี่ยของทุกโรงเรียนเป็น 39.13 จากคะแนนเต็ม 50 และได้เริ่มทำการทดลอง
ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ในปีการศึกษา 2513² สำหรับในระดับมัธยมศึกษาชั้นได้้นำเอา
คณิตศาสตร์แผนใหม่ไปทดลองสอนตั้งแต่ปี 2510 ในโรงเรียนมัธยมแบบประสม จำนวน 6 โรงเรียน
และได้ยึดถือเป็นหลักสูตรที่แท้จริงสำหรับโรงเรียนมัธยมแบบประสมในปัจจุบันนี้ซึ่งมีทั้งหมด
19 โรงเรียน และโรงเรียนที่ไม่ใช่มัธยมแบบประสมอีก 5 โรงเรียน แต่ยังไม่มีการประเมินผล³

นอกจากนี้ วิทยาลัยวิชาการศึกษายังได้ทดลองใช้คณิตศาสตร์แผนใหม่ในโรงเรียน
มัธยมสาธิต วิทยาลัยวิชาการศึกษาประสานมิตร ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา
2509 เป็นเวลา 1 ปี ปรากฏผลว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองซึ่งเรียนตามแนวใหม่มี
ผลสัมฤทธิ์ในการทำข้อสอบตามเนื้อหาแบบเดิมต่ำกว่านักเรียนที่เรียนตามแบบเดิม ทั้งนี้
อาจเนื่องมาจาก

- ก. ประสิทธิภาพของผู้สอนยังไม่ดีเท่าที่ควร เพราะยังใหม่ต่อวิธีสอนแผนใหม่ .
- ข. ระยะเวลาการทดลองสั้นเกินไป

¹ หน่วยศึกษานิเทศก์ "ขออนุมัติใช้รายการสอนคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ"
คำสั่งกรมสามัญที่ 1340 29 พ.ย. 11.

² หน่วยศึกษานิเทศก์ "รายงานการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวปัจจุบัน
ปีการศึกษา 2512" คำสั่งกรมสามัญที่ 27/2513.

³ สุวรรณ มุ่งเกษม พัฒนาการของการศึกษาทางค่านคณิตศาสตร์ในระดับ
มัธยมศึกษา วิทยานิพนธ์ หน้า 124

แต่ถึงกระนั้นก็ไม่ปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่มีความรู้ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์โดยทั่วไปดีกว่านักเรียนที่เรียนตามแบบเดิม¹

ผู้เขียนจึงเข้าใจว่า สาเหตุที่นักเรียนกลุ่มทดลองสอบตามเนื้อหาแบบเดิมต่ำกว่านักเรียนที่เรียนตามแบบเดิม น่าจะเป็นเพราะเนื้อหาแบบเดิมนั้นวัดความจำมากกว่าความเข้าใจ

ฉะนั้นแม้ว่าความมุ่งหมายในการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่นี้จะมุ่งให้ผู้เรียนรู้จักใช้เหตุผลและมีโนภาพ (Concept) ในวิชาที่เรียนนั้นอย่างถูกต้อง ก็ทำได้ช่วยให้ข้อสอบที่วัดความจำเป็นส่วนน้อยให้คะแนนดีไม่ ผลการทดลองครั้งนี้จึงยังไม่อาจลดล้างความพยายามในการนำการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่มาใช้ในการศึกษาของไทยได้ นักการศึกษายังถือว่า การเกิดมโนภาพเป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนคณิตศาสตร์ เพราะฉะนั้นผู้เขียนจึงเห็นว่า ถ้าเราจัดหลักสูตรให้สอดคล้องกับพัฒนาการในการเกิดมโนภาพของเด็กแล้ว การเรียนการสอนก็ย่อมจะได้ผลดีขึ้น บุคคลต่อไปนี้ ได้แสดงความคิดเห็นไว้ในทำนองเดียวกับผู้เขียน

เออร์วิง² (Irving) ได้กล่าวว่า ก่อนที่เราจะให้การศึกษาแก่เด็ก เราต้องศึกษาถึงธรรมชาติของความต้องการ และพื้นฐานของเด็กเสียก่อน เราจึงจะสามารถให้การศึกษาแก่เด็กได้อย่างถูกต้อง

เดียร์เนส³ (Dienes) ก็ได้กล่าวถึงการสอนคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับการเกิดมโนภาพของเด็กว่า

1. ถ้าเด็กมีมโนภาพก่อนระดับอายุ เราควรเตรียมพื้นฐานสำหรับนำไปสู่

¹ รายงานผลการทดลองคณิตศาสตร์แนวใหม่ในชั้น ม.ศ.1 ของวิทยาลัย
วิชาการศึกษา

² Adler Irving, "Mental Growth and The Art of Teaching,"
The Mathematics Teacher, 8 . 706 - 715, December, 1966.

³ Z.P. Dienes, Mathematics Reform in the Primary School,
p. 27.

การเกิดมโนภาพในเรื่องต่อไป

2. มโนภาพบางประเภทต้องใช้ระยะเวลาที่จะเกิด ถ้าเราสร้างรากฐานไว้ให้ดีเสียก่อนแล้ว มโนภาพประเภทนั้นก็เกิดเร็วขึ้น

ประมวล ทิศกิ้นสัน¹ ก็ได้อธิบายสรุปเรื่องราวพัฒนาการทางค่านมโนภาพของเด็กว่า ผลของการค้นคว้าเกี่ยวกับพัฒนาการทางค่านมโนภาพของเด็กทำให้เราเข้าใจความคิดอ่านและกระบวนการเรียนรู้ของเด็กแจ่มแจ้งยิ่งขึ้น สิ่งเหล่านี้เป็นความรู้ที่ควรส่งเสริมให้ครูได้ปฏิบัติงานในหน้าที่อย่างมีหลักเกณฑ์ยิ่งขึ้น ผู้ที่มีอาชีพครูไม่ว่าฝ่ายบริหารหรือวิชาการจำเป็นที่จะต้องเข้าใจเรื่องนี้โดยตลอด โดยเฉพาะมโนภาพอย่างสามัญซึ่งมีพัฒนาการมาตั้งแต่เรายังเป็นเด็ก ได้แก่ มโนภาพเกี่ยวกับการเห็น การสัมผัสด้วยผิวหนัง และการรู้สึกทางกล้ามเนื้อ²

นอกจากที่กล่าวมาข้างต้นนี้ ยังมีผู้ทำการวิจัยเกี่ยวกับมโนภาพในเนื้อหาวิชาวิชาต่าง ๆ รวมทั้งทางค่าน ทอพอโลยี (Topology) และเรขาคณิตแบบยูคลิด (Euclidean Geometry) หลายท่าน ที่สำคัญคือ เปียเจท์³ นักจิตวิทยาชาวสวิสส์ ซึ่งได้เริ่มวิจัยเกี่ยวกับเรื่องนี้เป็นคนแรก เปียเจท์ได้ค้นคว้าเรื่องพัฒนาการทางค่านมโนภาพของเด็กเกี่ยวกับทอพอโลยีและเรขาคณิตแบบยูคลิด โดยใช้เด็กชาวสวิสส์เป็นกลุ่มตัวอย่าง ปรากฏว่า เด็กมีพัฒนาการทางค่านมโนภาพเกี่ยวกับทอพอโลยีก่อนที่จะมีพัฒนาการทางค่านมโนภาพเกี่ยวกับเรขาคณิตแบบยูคลิด⁴ และวิชาคณิตศาสตร์อื่น ๆ ซึ่งขัดกับหลักสูตรของเราในปัจจุบันที่ศึกษาเกี่ยวกับเรขาคณิตแบบยูคลิด ก่อนที่จะมาศึกษา

¹ ประมวล ทิศกิ้นสัน "ยัง เปียเจท์ (Jean Piaget)" ศูนย์ศึกษา
4 : 384 ตุลาคม - ธันวาคม 2509.

² ค. หน้า 378

³ Jean Piaget, "How Children Form Mathematical Concept," in Frontiers of Psychological Research, pp. 202 - 207.

ทางคานทอปโปโลยี¹ นอกจากนี้ เปียเจท์ยังได้นำผลที่ได้จากการค้นคว้ามาตั้งเป็นทฤษฎีขึ้น ซึ่งมีอิทธิพลมากต่อวงการจิตศาสตร์ โดยเฉพาะในการจัดหลักสูตร และเขายังได้นำทฤษฎีนี้ไปทดลองสอนเด็กปรากฏว่า ได้รับผลสำเร็จเป็นอย่างดี ทั้งนี้โดยยึดหลักการเรียนหลักหรือกฎเกณฑ์นั้น ควรจะกระทำไปตามขั้นพัฒนาการของเด็ก โดยให้เด็กเรียนรู้อีกเกณฑ์นั้นในลักษณะรูปธรรมมากที่สุด และให้เด็กได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง² เมื่อพ้นขั้นที่ต้องใช้รูปธรรมไปแล้วจึงให้เด็กเรียนรู้อีกเกณฑ์นั้นในลักษณะนามธรรม เพราะโดยเฉลี่ยแล้วเมื่อเด็กมีอายุ 12 ขวบขึ้นไป จะสามารถเข้าใจนามธรรมได้โดยไม่ต้องอาศัยรูปธรรม อย่างไรก็ตามคำว่าโดยเฉลี่ยนี้หมายความว่า ผู้ที่ยังต้องอาศัยรูปธรรมช่วยในการเรียนรู้ก็ยังมีปะปนอยู่ ยิ่งกว่านั้นในวัฒนธรรมที่สิ่งแวดล้อมซากนเคคนยังทำให้พัฒนาการของเด็กช้าลงอีกด้วย

โลเวลล์³ (K. Lovell) ได้กล่าวสรุปในการวิจัยเรื่องนี้ว่า เราต้องทำการทดลองอีกหลาย ๆ ครั้งก่อนที่จะยอมรับผลการทดลองของเปียเจท์และอินเฮลเดอร์ (Inhelder)

ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจจะศึกษาเรื่องนี้เพื่อตรวจสอบดูว่า ผลการทดลองของเปียเจท์ เหมาะที่จะนำมาใช้ในการปรับปรุงหลักสูตรทางจิตศาสตร์ของประเทศไทยเพียงใดหรือไม่

¹ กรมวิชาการ รายงานการสัมมนาการศึกษาวิชาจิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา หน้า 3 - 549.

² Thue Rasmussen, "The Development of Children Reasoning," ชุมนุมทางวิชาการ (ครั้งที่ 1) หน้า 155 - 156

³ K. Lovell, "A Follow-Up Study of Some Aspects of the Work of Piaget and Inhelder on the Child's Concept of Space," British-Journal of Educational Psychology 29 104 - 107, 1959.

ความมุ่งหมายของการค้นคว้า

1. เพื่อสำรวจว่า เด็กไทยมีมโนภาพเกี่ยวกับทอปปอโลยี และเรขาคณิตแบบยูคลิดในระดับอายุใด
2. เปรียบเทียบการ เกิดมโนภาพของเด็กทางด้านทอปปอโลยี และเรขาคณิตแบบยูคลิดว่า มโนภาพทางด้านใดจะเกิดขึ้นก่อน
3. เพื่อศึกษาพัฒนาการทางด้านมโนภาพในเรื่องทอปปอโลยี และเรขาคณิตแบบยูคลิดของเด็กชายและเด็กหญิงว่า แตกต่างกันหรือไม่
4. เพื่อนำผลของการค้นคว้ามานำใช้เป็นแนวทางในการปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับอนุบาลและประถมศึกษาตอนต้นของประเทศไทย
5. เพื่อให้ครูไ้ทราบระดับอายุที่เหมาะสมในการสอนเรื่องนี้แก่เด็ก และเพื่อให้ครูเข้าใจพื้นฐานความคิดของเด็ก และปรับปรุงการสอนให้มีประสิทธิภาพ

ความสำคัญของการค้นคว้า

1. เนื่องจากยังไม่เคยมีผู้ใดศึกษาเรื่องนี้กับเด็กไทยมาก่อนเลย ดังนั้นผลของการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้จึงเป็นความรู้ใหม่เกี่ยวกับความสามารถของเด็กในการสร้างมโนภาพทางด้านทอปปอโลยี และเรขาคณิตแบบยูคลิด
2. เป็นความรู้ที่จำเป็นต่อการ เรียงการสอนคณิตศาสตร์ในระยะเร่งรัดพัฒนาประเทศ
3. ผลของความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่จะเกิดเพิ่มขึ้นในตัวเด็กเป็นการ เพิ่มผลเมืองที่มีประสิทธิภาพให้ประเทศ
4. เป็นประโยชน์ต่อการพัฒนา เศรษฐกิจ

คำจำกัดความศัพท์เฉพาะที่ใช้ในการศึกษาเรื่องนี้

1. ทอปโปโลยี หมายถึงทฤษฎีที่เกี่ยวกับคุณสมบัติบางประการของรูปทรงต่าง ๆ กล่าวคือ เมื่อเรากระทำให้รูปทรงเปลี่ยนสภาพไปจากเดิม โดยไม่เอาส่วนใดส่วนหนึ่งออกไป หรือเพิ่มส่วนใดส่วนหนึ่งเข้ามาแล้ว คุณสมบัติของรูปทรงยังคงใช้ได้กับรูปทรงใหม่อยู่เสมอ¹

2. เรขาคณิตแบบยูคลิด คือเนื้อหาที่เกี่ยวกับคุณสมบัติของรูปทรง ซึ่งยึดถือการศึกษาและข้อตกลงของยูคลิดที่กำหนดขึ้นเป็นหลัก²

การศึกษาค้นคว้าอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานี้

จีน เปียเจท์³ เป็นคนแรกที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่าง Space หรือความสามารถทางคำนวณเรขาคณิตของเด็กที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติ โดยใช้เด็กชาวสวิสส์ เป็นกลุ่มทดลองเป็นจำนวน 43 คน

จุดมุ่งหมายของการทดลองเพื่อทดสอบดูว่า เด็กในระดับอายุใดจะมีโนภาพเกี่ยวกับ ทอปโปโลยีและเรขาคณิตแบบยูคลิด และข้อสำคัญกว่านั้น คือต้องการทราบว่าอะไรเป็นสาเหตุให้เด็กไม่สามารถมีโนภาพเกี่ยวกับเรื่องนี้ เหตุใดจึงต้องรู้หรือมีโนภาพทางทอปโปโลยีก่อนเรขาคณิตแบบยูคลิด หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือ ทำไมเรขาคณิตแบบยูคลิดจึงต้องมีโนภาพทางทอปโปโลยีเป็นพื้นฐาน⁴

¹ William Allan Nelson, Webster's New International Dictionary, p. 2670, 1955.

² Ibid. p. 879.

³ Jean Piaget, "How Children Form Mathematical Concept," in Contemporary Reading in General Psychology, p. 175.

⁴ J.H. Flavell, The Developmental Psychology of Jean Piaget, pp. 328 - 329.

วิธีทำการทดลอง เปียเจต์ ทำการทดสอบเด็กเป็นรายบุคคล โดยให้เด็กเลือก และเขียนรูปภาพที่มีคุณสมบัติทางทอโปโลยี และเรขาคณิตแบบยูคลิด

ผลของการทดลองปรากฏว่า พัฒนาการทางค่านเรขาคณิตของเด็กนั้นตรงข้ามกับ เรขาคณิตที่เราเรียนอยู่ คือเรขาคณิตที่เราเรียนนั้น เริ่มต้นด้วยเรขาคณิตแบบยูคลิด ต่อมาจึงได้เรียนเรขาคณิตที่เรียกว่า Projective Geometry แล้วจึงเป็นคณิตศาสตร์ อีกแขนงหนึ่งที่เรียกว่า ทอโปโลยี ส่วนเปียเจต์พบว่า พัฒนาการทางเรขาคณิตเริ่มแรก ของเด็กเป็นเรื่องเกี่ยวกับทอโปโลยี เด็กอายุ 3 ขวบสามารถจะแยกความแตกต่าง ระหว่างรูปปิดและรูปเปิด เด็กจะเขียนรูปวงกลมปิดถ้าเราให้เขียนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือ สามเหลี่ยม เด็กสามารถที่จะเขียนรูปกากบาทในลักษณะ เส้นตรงสอง เส้นตัดกันและมุม ที่เกิดขึ้นไม่เหมือนเค็ม เด็กสามารถจะเขียนรูปวงเล็กภายในรูปวงใหญ่ได้โดยให้เด็กดูภาพ ตัวอย่าง และเด็กสามารถเขียนวงเล็กข้างนอกหรือสัมผัสกับวงใหญ่ได้ ทั้งหมดนี้เด็ก สามารถทำได้ก่อนที่เด็กสามารถเขียนรูปสี่เหลี่ยม หรือแสดงคุณสมบัติทางเรขาคณิตแบบยูคลิด (เช่น จำนวนด้าน และมุมของรูปสี่เหลี่ยม) ภายหลังที่เด็กมีมโนภาพเกี่ยวกับทอโปโลยี แล้วพัฒนาการของเด็กก็จะมาถึงขั้นเรขาคณิตแบบยูคลิดและ Projective พร้อมกัน ในเรื่อง ✓ เกี่ยวกับลำดับ ผลของการทดลองปรากฏว่า เด็กอายุ 5 – 6 ขวบมีพัฒนาการทางค่าน มโนภาพเกี่ยวกับลำดับ และเด็กตั้งแต่ 6 ขวบขึ้นไปจึงสามารถจัดลำดับกลับกันได้ แต่ก่อนถึง ระยะเวลา 6 ขวบบังใช้วิธีลองผิดลองถูกอยู่เท่านั้น

โลเวลล์¹ ได้ศึกษามโนภาพของเด็กเกี่ยวกับ Space บางอย่างเพื่อทดสอบ ผลงานที่เปียเจต์ทำได้

จุดมุ่งหมายของการทดลอง เพื่อทดสอบพัฒนาการทางค่านมโนภาพของเด็กว่า เป็นไปตามที่เปียเจต์ได้ทดลองไว้หรือไม่

วิธีการทดลองของโลเวลล์ คือทดลองกับเด็กเป็นรายบุคคลโดยใช้เด็กนักเรียน ชาวอังกฤษเป็นจำนวน 140 คน ทั้งระดับอายุ 2 ปี 11 เดือน ถึง 5 ปี 8 เดือน

¹ K. Lovell, *op. cit.* pp. 104 - 107.

โดยแบ่งเด็กออกเป็น 4 ระดับ คือ 2 ปี 11 เดือน - 4 ปี, 4 ปี 1 เดือน - 4 ปี 6 เดือน, 4 ปี 7 เดือน - 5 ปี และ 5 ปี 1 เดือน - 5 ปี 8 เดือน โดยใช้วิธีการทดลอง 5 อย่าง ให้เด็กปฏิบัติและลงมือทำด้วยตนเองและตรวจดูผลงานของเด็ก
ผลของการทดลองปรากฏว่า

1. เด็กในแต่ละระดับอายุสามารถจำแนกรูปร่างทางทอพอโลยีได้ง่ายกว่ารูปร่างทางเรขาคณิตแบบยูคลิด และความสามารถของเด็กชายและเด็กหญิงไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
2. ความสามารถของเด็กแต่ละระดับอายุในการจำแนกรูปร่างทางทอพอโลยีและรูปร่างทางเรขาคณิตแบบยูคลิด ที่มีเส้นรอบรูปเป็นเส้นโค้ง (รูปวงกลม รูปครึ่งวงกลม และรูปรี) มีความแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติระดับ .05
- ✓ 3. เด็กในระดับอายุ 5 ขวบขึ้นไปจึงจะมีพัฒนาการทางค่านมโนภาพเกี่ยวกับลำดับและลำดับตรงข้าม เด็กหญิงจะมีพัฒนาการทางค่านมโนภาพนี้ดีกว่าเด็กชาย เพราะการทดลองใช้วิธีร้อยลูกปัดซึ่งเด็กหญิงมีความคุ้นเคยมากกว่าเด็กชาย
4. เด็กในระดับ 3 - 4 ขวบ มีพัฒนาการทางค่านมโนภาพเกี่ยวกับหลักแห่งความใกล้ชิด (Proximity) มากกว่าหลักแห่งคู่ลำดับ (co-ordinates)
- ✓ 5. เด็กตั้งแต่ 4 ขวบขึ้นไปจะมีพัฒนาการทางค่านมโนภาพเกี่ยวกับจุดบนเส้นรอบวง และเด็กหญิงสามารถทำปมเชือกได้ดีกว่าเด็กชาย
- ✓ 6. เด็กส่วนใหญ่จะมีพัฒนาการทางค่านมโนภาพเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสก่อนต่อไปก็เป็นรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปหลายเหลี่ยม
7. เด็กในระดับอายุ 5 ขวบ จำนวน 80 เปอร์เซ็นต์ของเด็กที่ทดลองสามารถปักไม้ให้เป็นเส้นตรงได้ก่อนที่เด็กสามารถลากเส้นตรงเพื่อประกอบเป็นรูปสามเหลี่ยมหรือสี่เหลี่ยม

พินาร์ด แอดคริน¹ (Pinard Adrin) นักจิตวิทยาชาวแคนาดาได้ค้นคว้าเรื่องความสามารถของเด็กเกี่ยวกับทอพอโลยีเบื้องต้นไว้

จุดมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้าเรื่องนี้ เพื่อทดสอบสมมุติฐานของเปียเจท์ การทดลองใช้เด็กในระดัับอายุ 3 - 12 ปี จำนวน 600 คน ผลปรากฏว่า

1. ขณะที่เด็กสามารถเห็นความแตกต่างในคุณสมบัติของทอพอโลยีเด็กก็จะเห็นความแตกต่างในคุณสมบัติของเรขาคณิตแบบยูคลิดด้วยในบางเรื่อง

2. ถ้าเด็กมีความรู้เกี่ยวกับเรื่องทอพอโลยีแล้ว เด็กก็สามารถเห็นความแตกต่างทางด้านเรขาคณิตแบบยูคลิดได้ง่ายเข้า ถึงแม้ว่าเรขาคณิตแบบยูคลิดนั้นจะจัดอยู่ในลักษณะที่ซับซ้อน

3. ด้วยการดูจากรูปวาด เด็กสามารถเห็นความแตกต่างทางทอพอโลยีในเรื่องรูปปิด รูปเปิด และรูปที่มีเส้นโค้งกับรูปสี่เหลี่ยมโค้งง่ายกว่าที่จะเห็นความแตกต่างทางด้านเรขาคณิตแบบยูคลิด

ชาร์ล เฮอ ออริจัสติน² (Charles H. D'Augustine) ได้ศึกษาเกี่ยวกับหัวข้อทางเรขาคณิต และทอพอโลยีที่จะนำไปสอนเด็ก

จุดมุ่งหมายในการศึกษาเรื่องนี้ เพื่อทดสอบดูว่าจะสามารถนำวิชาเรขาคณิต และทอพอโลยีไปสอนในโรงเรียนประถมได้หรือไม่และหัวข้อใดบ้างที่ควรสอน โดยตั้งสมมุติฐานในการค้นคว้าว่า วิชาเรขาคณิตและทอพอโลยีบางเรื่องสามารถที่จะนำไปสอนให้กับเด็กที่เรียนอยู่ระดับประถมศึกษาได้

วิธีการทดลอง ใช้เด็กเกรด 6 เป็นชาย 30 คน หญิง 30 คน นำมาทดลองสอน เรื่องที่นำไปสอนเป็นเรื่องที่ทำให้เด็กเกิดพัฒนาการทางด้านคณิตศาสตร์เกี่ยวกับจุด.

¹ Pinard Adrin, "The Topological nature of Child's early Spatial Representation," Psychological abstract, Vol 41, p. 252.

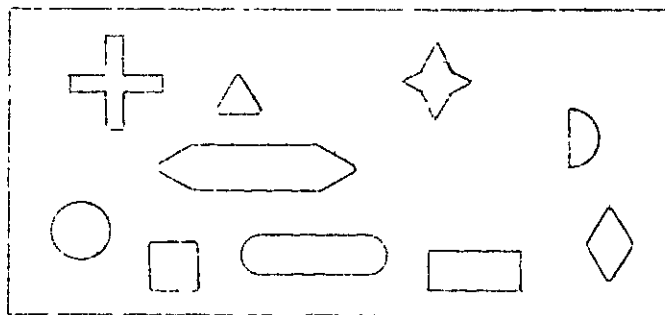
² Charles H. D'Augustine, "Topic in Geometry and Point Set Topology-a Pilot Study," The Arithmetic Teacher, 16 : 407-412, October, 1964.

เส้นของจุด, คุณสมบัติของเส้นตรง, ส่วนของเส้นตรง, เส้นฉาก, คุณสมบัติของรูปปิก
รูปเปิด, เส้นโค้ง, เส้นเว้า, ล้อมรอบ, ภายใน, ภายนอก, รูปสี่เหลี่ยม,
รูปสามเหลี่ยมและรูปหลายเหลี่ยม

ผลปรากฏว่า เด็กมีพัฒนาการทางค่านมโนภาพตามลำดับจากมากไปหาน้อยเกี่ยวกับ
เรื่องดังต่อไปนี้คือ

1. ภายใน, ภายนอก, ล้อมรอบ
2. การเข้ารอมเข้ารอยกัน (Congruent)
3. รูปปิก, รูปเปิด
4. คุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยม
5. การทำให้อยู่ในแนวเดียวกัน (Collinearity)
6. เส้นของจุดที่นับได้และนับไม่ได้
7. คุณสมบัติของเส้นตรง
8. คุณสมบัติของเส้นฉาก

เบรคเคนริช และวินเซนต์¹ (Breckenridge and Vincent) ใ้ค้อ้างถึง
การทดลองเกี่ยวกับการรับรู้ของรูปร่างและรูปทรงทั่ว ๆ ไปว่า จากการทดลองเด็กอายุ
2 ขวบ โดยใช้กระดาษที่มีรูปภาพ (ดูรูป 1) และให้เด็กหยิบรูปตามที่จัดไว้ต่างหากได้
ลงไปในห้องกระดาษนั้นให้พอดี



รูปที่ 1

¹ Marian E. Breckenridge and E. Lee Vincent, Child Development pp. 287 - 288.

ผลปรากฏว่า เด็กจะหยิบรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสไปลงในวงกลม และเด็กจะใช้ข้อสังเกตที่ว่า เลือกรูปใหญ่ไปลงในช่องใหญ่ เลือกรูปเล็กไปลงในช่องเล็ก และเด็กจะมีความงุนงงในรูปคาวกับรูปกากบาท บางคนเอารูปคาวไปใส่ในรูปกากบาท และเอารูปครึ่งวงกลมไปใส่ในรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน เด็ก 2 ขวบจะไม่สามารถแยกรูปต่าง ๆ เหล่านี้ได้จนกระทั่งอายุ 4 ขวบ นอกจากนี้ยังมีการทดลองให้เด็กวางรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งปรากฏว่าเด็กที่มีอายุสมอง 5 ขวบต้องวางถึง 3 ครั้งจึงจะได้ ส่วนเด็กที่มีอายุสมองต่ำกว่า 4 ขวบไม่สามารถวางได้ถูกต้อง แต่ยังคงอยู่ในลักษณะรูปปิดเหมือนกัน (ดูรูป 2)



รูปที่ 2

กูคเนว์และบีธอน¹ (J.J. Goodnow and Bethon) ได้ทำการทดสอบสมมุติฐานที่ว่า ความแตกต่างทางค่านสติปัญญา ไม่มีผลต่อพัฒนาการทางค่านมโนภาพเกี่ยวกับการคงที่ของสสาร (Conservation of mass) โดยใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กชาวอเมริกันและเด็กชาวจีนในฮ่องกง ในระดับอายุ 11 ขวบ 2 กลุ่มที่มีระดับ I.Q. ต่างกัน

ผลปรากฏว่า สติปัญญาของเด็กมีผลต่อพัฒนาการทางค่านมโนภาพเกี่ยวกับการคงที่ของสสาร

¹ J.J. Goodnow and Bethon, "Piaget's Task : The Effects of Schooling and Intelligence," Child Development 36 - 37 573 - 581, 1965 - 1966.

อินเฮลเดอร์ และเปียเจต์¹ (Inhelder and Piaget) ได้ทำการทดลองเกี่ยวกับเรื่อง Projective Construction โดยในตอนแรกเอาไม้ยาวพอประมาณปักบนดินเหนียวให้ห่างกันประมาณ 15 นิ้ว แล้วให้เด็กเอาไม้ที่เตรียมไว้ปักลงในระหว่างไม้สองอันให้เป็นแนวเส้นตรง ปรากฏว่าเด็กที่มีอายุต่ำกว่า 4 ขวบ จะเอาไม้มาปักไม่เป็นเส้นตรง คือโย้ไปโย้มา แต่พยายามปักให้ติด ๆ กัน เขาจึงสรุปว่า เด็กใช้วิธีทางทอพอโลยี คืออาศัยหลักความใกล้เคียง (proximity) แต่เด็กอายุ 4 ขวบขึ้นไปเอาไม้ปักเป็นแนวตรงได้ดียิ่งขึ้น เด็กเริ่มรู้จักเอาไม้ปักให้ขนานกับขอบโต๊ะ แต่แนวไม้ที่ปักก็มีลักษณะเป็นเส้นโค้ง (คุณสมบัติทางทอพอโลยี) เด็กอายุประมาณ 7 ขวบจึงจะสามารถเอาไม้ปักเป็นแนวคล้าย ๆ รั้วได้ตรง

เอลิเนอร์ ดักเวอร์ค² (Eleanor Duckworth) ได้กล่าวถึงการประชุมเกี่ยวกับการปรับปรุงหลักสูตรที่มหาวิทยาลัย Cornell และ California ซึ่งเปียเจต์ได้ไปร่วมประชุมด้วย และได้กล่าวถึงผลงานการทดลองของนักจิตวิทยาชาวแคนาดา เมือง Montreal (ผลงานของนักจิตวิทยาชาวแคนาดาผู้นี้ไม่ได้พิมพ์ออกมา) ซึ่งได้ใช้เครื่องมือของเปียเจต์ไปทดสอบกับเด็กในกรุง Montreal และเมือง Martinique ผลปรากฏว่าเด็กในเมือง Martinique ซึ่งเป็นเมืองแบบชนบท มีพัฒนาการทางคณิตศาสตร์ดีกว่าเด็กในกรุง Montreal นักจิตวิทยาผู้นี้ให้เหตุผลว่า สภาพของสังคมมีส่วนทำให้ผลของพัฒนาการทางคณิตศาสตร์เป็นไปได้ช้าหรือเร็ว เช่น เมือง Martinique มีสภาพทั่วไปและอากาศก็แบบชนบท การเกษตรประสบความสำเร็จ ปัญหาในการครองชีพมีเพียงเล็กน้อย ดังนั้นกิจกรรมต่าง ๆ ทั้งทางคณิตศาสตร์และร่างกายจึงมีน้อย

¹ K. Lovell, The Growth of Basic Mathematical and Scientific Concepts in Children, 1966, p. 101.

² Eleanor Duckworth, "Piaget Rediscovered," The Arithmetic Teacher 11 : 496 - 499, November, 1964.

ข้อนี้เอง เป็นผลให้พัฒนาการทางค่านมโนภาพของเด็กช้าลง ในทำนองเดียวกันเด็กชนบท
ของประเทศอื่นก็มีพัฒนาการทางค่านมโนภาพช้ากว่าเด็กในเมือง

สรุปจากการทดลองของเป็ยเจท์นักจิตวิทยาชาวสวิสส์ได้ผลว่า เด็ก 3 ขวบจะมี
มโนภาพเกี่ยวกับทอปโพลี และเด็ก 4 ขวบขึ้นไปจึงจะมีมโนภาพเกี่ยวกับเรขาคณิต
แบบยูคลิด

สำหรับเด็กในประเทศไทย ประสบการณ์และสิ่งแวดล้อมต่าง ๆ ย่อมแตกต่าง
ไปจากเด็กที่เป็ยเจท์ทดลอง ซึ่งอยู่ในสิ่งแวดล้อมที่ตีเปี่ยม กับเนื่องจากผลงานวิจัย
ที่กล่าวถึงข้างบนนี้ได้ชี้ให้เห็นว่า สภาพของสังคมและ I.Q. มีผลต่อพัฒนาการทางค่าน
การสร้างความคิดรวบยอดด้วย ผู้วิจัยจึงตั้งสมมุติฐานไว้ดังนี้

ข้อสมมุติฐานในการค้นคว้า

1. เด็กไทยจะมีมโนภาพเกี่ยวกับทอปโพลีในระดับอายุสูงกว่า 3 ขวบขึ้นไป
2. เด็กไทยจะมีมโนภาพเกี่ยวกับทอปโพลีก่อนที่จะมีมโนภาพทางค่านเรขาคณิต

แบบยูคลิด

บทที่ 2

วิธีดำเนินการ

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างของการค้นคว้าครั้งนี้ คือนักเรียนที่มีอายุระหว่าง 3 ขวบ ถึง 10 ขวบ จำนวน 140 คน ในโรงเรียนที่มีชั้นเรียนตั้งแต่ระดับอนุบาลถึงประถมศึกษาตอนต้นในจังหวัดพระนคร

การเลือกกลุ่มตัวอย่างมีวิธีการดังนี้

1. เลือกโรงเรียนประเภทดังกล่าวข้างต้นมา 3 โรงเรียน โดยวิธีการสุ่มตัวอย่าง

2. จำแนกนักเรียนในแต่ละโรงเรียนที่เลือกมาได้ ออกตามเพศและระดับอายุ การจำแนกอายุถือเกณฑ์ว่า อายุ 4 ขวบ หมายถึงถึง $3\frac{1}{2}$ - $4\frac{1}{2}$ ขวบ อายุ 5 ขวบ หมายถึงถึง $4\frac{1}{2}$ - $5\frac{1}{2}$ ขวบ อายุ 6 ขวบ หมายถึงถึง $5\frac{1}{2}$ - $6\frac{1}{2}$ ขวบ อายุ 7 ขวบ หมายถึงถึง $6\frac{1}{2}$ - $7\frac{1}{2}$ ขวบ อายุ 8 ขวบ หมายถึงถึง $7\frac{1}{2}$ - $8\frac{1}{2}$ ขวบ อายุ 9 ขวบ หมายถึงถึง $8\frac{1}{2}$ - $9\frac{1}{2}$ ขวบ อายุ 10 ขวบ หมายถึงถึง $9\frac{1}{2}$ - $10\frac{1}{2}$ ขวบ

ในระดับอายุหนึ่งมีเด็กที่เลือกมาเป็นกลุ่มตัวอย่าง 20 คน เป็นชาย 10 คน หญิง 10 คน รวมทั้งหมด 7 ระดับอายุนี้เด็ก 140 คน การศึกษาอายุเด็กเริ่มต้นตั้งแต่วันที่ทำการทดลอง


อุปกรณ์และวิธีที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล

การทดลองใช้วิธีทดลองกับเด็กเป็นรายบุคคลซึ่งแยกเป็นแต่ละ การทดลองดังนี้

การทดลองที่ 1

อุปกรณ์ที่ใช้ ก. กระดาษแข็งที่ตัดเป็นรูปต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

2 ชุด กัด

1. รูปวงกลม
2. รูปรี
3. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
4. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
5. รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน
6. รูปสามเหลี่ยม
7. รูปกากบาท
8. รูปดาวหกแฉก
9. รูปดาวสี่แฉก
10. รูปลอเร็นซ์ (Lorraine )
11. รูปดาวศกคะ
12. รูปครึ่งวงกลม
13. รูปสี่เหลี่ยมคางหมู
14. รูปสี่เหลี่ยมคางหมู
15. รูปสี่เหลี่ยมทั่ว ๆ ไป
16. รูปที่มีรู 1 รู
17. รูปที่มีรู 2 รู
18. วงแหวนเปิด
19. วงแหวนปิด
20. วงแหวนสองวงพันกัน
21. วงแหวนสองวงซ้อนกัน

ข. กล้องกระดาษที่สามารถซ่อนสิ่งของและเด็กสามารถสัมผัสสิ่งของนั้นในกล้องได้โดยมองไว้ไม่เห็น

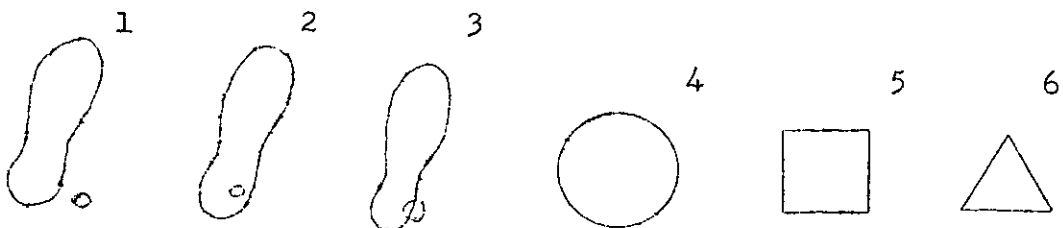
วิธีดำเนินการทดลอง

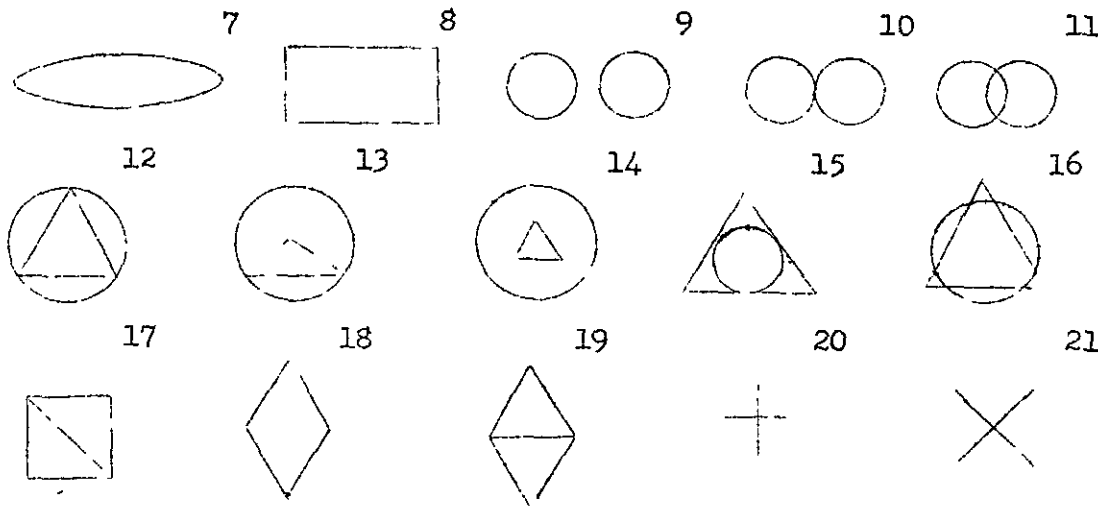
วางกระดาษแข็งที่เป็นรูปดังกล่าวข้างต้นชุดหนึ่งไว้บนโต๊ะที่ทำกรทดลอง การวางนั้นวางให้เด็กเห็นและชี้ได้อย่างฉับทุกรูป ส่วนอีกชุดหนึ่งนั้นผู้ทดลองหยิบให้เด็กสัมผัสทีละรูปตามลำดับที่เรียงไว้ข้างต้น (เด็กไม่สามารถมองเห็นรูปที่กำลังสัมผัส) เมื่อเด็กสัมผัสเรียบร้อยแล้วให้เด็กชี้รูปทรงที่คิดว่าเหมือนกับรูปที่กำลังสัมผัสบนโต๊ะ

จุดมุ่งหมายของการทดลองนี้ เพื่อศึกษาความสามารถของเด็กในการจำแนกรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิด (รูปที่ 1-15) และรูปร่างทางทอพอโลยี (รูปที่ 16-21)

การทดลองที่ 2.

อุปกรณ์ที่ใช้ ก. กระดาษ 21 แผ่น แต่ละแผ่นมีรูปต่าง ๆ ดังต่อไปนี้





ข. กระดาษสำหรับให้เด็กวาดรูป

วิธีดำเนินการทดลอง

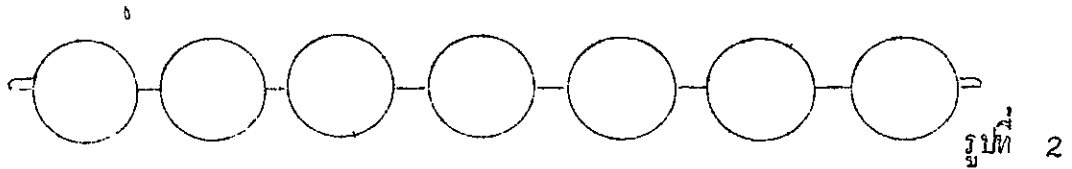
ให้เด็กวาดรูปให้เหมือนกับรูปที่ผู้ทำการทดลองหยิบให้ดูทีละแผ่นตามลำดับที่เขียนไว้ข้างต้น

จุดมุ่งหมายของการทดลองนี้ เพื่อศึกษาความสามารถของเด็กในการเขียนรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิด (รูป 1 - 21) และรูปตามคุณสมบัติทางทอพอโลยี* (รูป 1-3, 9-16)

การทดลองที่ 3

อุปกรณ์ที่ใช้ ก. ลวดตรงร้อยลูกบิด 7 ลูก มีสีต่าง ๆ กัน ตามลำดับดังนี้คือ ขาว ดำ โศก ม่วง ชมพู ฟ้ำ แสด (ดูรูปที่ 2)

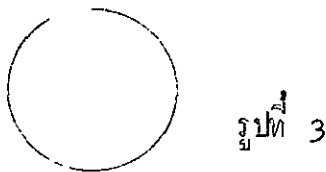
* คุณสมบัติทางทอพอโลยีในการทดลองนี้คือ คุณสมบัติเกี่ยวกับภายนอก ภายใน ล้อมรอบ สัมผัส และแยกกัน



- ข. เช่นเดียวกับข้อ ก แต่ร้อยใส่ลวดที่เป็นวงกลม
 ค. เช่นเดียวกับข้อ ค แต่เพิ่มลูกปัดสีนวลอีก 1 ลูก

ระหว่างสีดากับสีโสก

- ง. ลวดตรง 1 เส้น
 จ. ลวดที่ตัดไว้เป็นวงกลมและเด็กสามารถเอาลูกปัดร้อยใส่เข้าไปได้ (ดูรูปที่ 3)



- ฉ. ลูกปัด 8 ลูก มีสีเหมือนกับที่กล่าวมาแล้วในข้อ ก. และ ค.

วิธีดำเนินการทดลอง

1. ให้เด็กนำลูกปัดที่จัดไว้ให้ (มี 7 สี เหมือนกับอุปกรณ์ข้อ ก.) ร้อยใส่ลวดให้เหมือนกับแบบที่วางไว้ให้ดูตามลำดับดังนี้

1.1 อุปกรณ์ข้อ ก.

1.2 อุปกรณ์ข้อ ข.

2. ให้เด็กนำลูกปัดร้อยใส่ลวดให้มีลำดับตรงข้ามกับแบบที่วางไว้ให้ดู แบบที่วางไว้ให้ดูคืออุปกรณ์ข้อ ก.

จุดมุ่งหมายของการทดลองนี้ เพื่อศึกษามโนภาพของเด็กเกี่ยวกับลำดับ (คุณสมบัติทางทอโปโลยี)

การทดลองที่ 4

อุปกรณ์ที่ใช้

- ก. ไม้ 2 อัน เชือก 2 เส้น

ข. เชือกที่ผูกปม 1 ปม

ก. เชือกที่ขดเป็นรูปวงกลมและผูกปมซ้อนกัน 2 ปม

วิธีดำเนินการทดลอง

1. ให้เด็กผูกปมเชือก 1 ปมให้เหมือนแบบที่วางไว้ให้ดู
2. ให้เด็กผูกกินสอ
3. ให้เด็กผูกปมเชือกหลังจากแสดงให้ดูแล้ว
4. ให้เด็กผูกปมเชือก 2 ปม ให้เหมือนแบบที่วางไว้ให้ดู
5. ให้เด็กผูกปมเชือก 2 ปม หลังจากที่ได้แสดงให้เด็กดูแล้ว
6. ให้เด็กผูกปมเชือกซ้อนกันหลาย ๆ ปม

จุดมุ่งหมายของการทดลองนี้ เพื่อศึกษาบทบาทของเด็ก
เกี่ยวกับ คำศัพท์ต่อเนื่อง ล้อมรอบ และภายใน (คุณสมบัติทางทอไปโลยี)
การทดลองที่ 5

อุปกรณ์ที่ใช้

- ก. ก่อวงที่เตรียมไว้ให้เด็กปักไม้*
- ข. ไม้ตรง 10 อัน

วิธีดำเนินการทดลอง

1. ผู้ทำการทดลองปักไม้สองอันในก่อกอง โดยให้ไม้ทั้งสอง
ห่างจากด้านข้างของก่อกองเท่า ๆ กัน (ดูรูปที่ 4) และให้เด็กนำไม้ที่เหลือ



รูปที่ 4



รูปที่ 5

ปักให้เป็นแนวเส้นตรงระหว่างไม้ทั้งสองอันนั้น

* ก่อวงที่เตรียมไว้ให้เด็กปักไม้ หมายถึงก่อกองที่บรรจุจินน้ำมัน
ไว้ระดับ ๗๐ ซม. วรรณ เพื่อปักไม้ที่เด็กปัก

2. การทดลองเช่นเดียวกับข้อ 1 แต่ผู้ทดลองเปลี่ยนตำแหน่งของไม้ที่ผู้ทดลองปักบาอยู่ระหว่างมุมตรงกันข้ามของกล่อง (ดูรูปที่ 5)

การทดลองนี้เพื่อศึกษาความสามารถของเด็กในการสร้างเส้นตรงด้วยการใช้ไม้ปัก

การทดลองวิธีการ ก่อนดำเนินการกันกว่า

ก่อนดำเนินการทดลองจริง ผู้คนกว่าได้ออกไปทดลอง เพื่อศึกษาปัญหาที่จะเกิดขึ้น เช่นปัญหาทางด้านคำพูด และอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง ปรากฏว่าได้พบปัญหาต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. เด็กมีความกลัวเมื่ออยู่กับผู้ทดลอง
2. อุปกรณ์บางอย่างไม่กระตุ้นความสนใจของเด็กมากนัก

ผู้เกินกว่าได้นำปัญหาเหล่านี้มาปรึกษาทำอาจารย์ที่ปรึกษา และได้ดำเนินการแก้ไขดังนี้

1. ก่อนจะทำการทดลองต้องทำความคุ้นเคยกับเด็ก โดยใช้วิธี เล่นนิทาน ร้องเพลง ทำกิจกรรมต่าง ๆ ร่วมกัน เด็ก จนกระทั่งเด็กชอบและวางการสนิทสนมกับผู้ทดลองตามลำพัง

2. ทำอุปกรณ์ให้มีสีดึงดูดความสนใจของเด็กมากขึ้น

ผู้เกินกว่าได้ออกไปทดลองอีกครั้งหนึ่ง โดยทดลองกับเด็กที่เป็นกลุ่มทดลองจำนวน 24 คน ทุกระดับอายุ แบ่งเป็นระดับอายุละ 4 คน ชาย 2 คน หญิง 2 คน ปรากฏว่าเด็กเข้าใจคำสั่ง และวิธีการโดยตลอด ผลของการทดลองปรากฏดังนี้

การทดลองที่ 1. เด็กได้คะแนนทางด้านเรขาคณิตแบบยูคลิดโดยเฉลี่ย 17.50 เปอร์เซนต์ และทางด้านทอพอโลยี โดยเฉลี่ย 91.30 เปอร์เซนต์

การทดลองที่ 2. เด็กได้คะแนนทางด้านเรขาคณิตแบบยูคลิดโดยเฉลี่ย 31.49 เปอร์เซนต์ และทางด้านทอพอโลยีโดยเฉลี่ย 77.18 เปอร์เซนต์

การทดลองที่ 3 ผลของการทดลองปรากฏดังตาราง 1

ตาราง 1 แสดงจำนวนเด็กที่ทำการทดลองได้ถูกต้อง

การทดลอง	อายุ						
	4 ขวบ	5 ขวบ	6 ขวบ	7 ขวบ	8 ขวบ	9 ขวบ	10 ขวบ
รอยลูปปักไม้เหมือนแบบ ในแนวตรง	-	1	2	3	4	4	4
รอยลูปปักไม้เหมือนแบบที่เป็น วงกลม	-	1	2	4	3	4	4
รอยลูปปักตรงข้ามกับแบบที่เป็น แนวตรง	-	-	-	2	2	2	2
รอยลูปปักในแนวตรงไม้เหมือน แบบที่เป็นวงกลม	-	1	3	3	4	4	4
จำนวนเด็กที่ทดลอง	4	4	4	4	4	4	4

การทดลองที่ 4 ผลการทดลองปรากฏดังตาราง 2

ตาราง 2 แสดงจำนวนเด็กที่ทำการทดลองได้ถูกต้อง

การทดลอง	อายุ						
	4 ขวบ	5 ขวบ	6 ขวบ	7 ขวบ	8 ขวบ	9 ขวบ	10 ขวบ
ผูกปมเชือก 1 ปมให้ เหมือนแบบ	2	2	4	3	4	4	4
ไขเชือกผูกไม้	3	1	3	4	4	4	4
ผูกเชือก 1 ปม หลังจาก แสดงให้ดูแล้ว	3	3	4	4	4	4	4
ผูกเชือก 2 ปมให้ เหมือนแบบ	2	1	3	4	3	4	4
ผูกเชือก 2 ปม หลังจาก แสดงให้ดูแล้ว	3	2	4	4	4	4	4
ผูกเชือกหลาย ๆ ปม	3	2	2	4	4	4	4
จำนวนเด็กที่ทดลอง	4	4	4	4	4	4	4

การทดลองที่ 5 ผลการทดลองนี้จะมีสองส่วน ส่วนแรกคือ การปักไม้ในแนวขนานกับด้านข้างของกล่องที่ใช้สำหรับปัก ส่วนหลังคือ การปักไม้ในแนวทะแยงมุม ปรากฏผลดังตาราง 3

ตาราง 3 แสดงจำนวนเด็กที่ทำการปักไม้ได้ในแบบต่าง ๆ

การทดลอง	อายุ						
	4 ขวบ	5 ขวบ	6 ขวบ	7 ขวบ	8 ขวบ	9 ขวบ	10 ขวบ
ส่วนที่ 1							
ปักไม้ใดตรง	-	-	1	1	1	2	2
ปักไม้ใดคอนข้างตรง	1	2	2	2	2	-	1
ส่วนที่ 2							
ปักไม้ใดตรง	-	-	1	1	1	1	2
ปักไม้ใดคอนข้างตรง	-	-	1	2	3	1	2
จำนวนเด็กที่ทดลอง	4	4	4	4	4	4	4

การให้คะแนน

การทดลองที่ 1

ถ้าเด็กสามารถจัดรูปได้อย่างถูกต้องให้ 1 คะแนน ถ้าผิด

0 คะแนน

การทดลองที่ 2

1. เกี่ยวกับมโนภาพทางด้านเรขาคณิตแบบยูคลิด

1.1 ถ้าเด็กวางรูปไปได้อย่างถูกต้องให้ 2 คะแนน

1.2 ถ้าเด็กวางรูปผิดเพียง 1 แห่งหรือ 2 แห่งในลักษณะที่เหมือนกัน เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสวางเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า หรือ รูปวงกลมวางเป็นรูปรี ให้ 1 คะแนน

1.3 ในกรณีรูปที่ 12, 13, 14, 15, และ 16

ให้รูปละ 4 คะแนน เพราะในแต่ละรูปมีรูปร่างทางเรขาคณิตอยู่ 2 รูป

2. เกี่ยวกับมโนภาพทางด้านทอพอโลยี (รูปที่ 1 - 3, 9 - 16)

2.1 ถ้าเด็กวางรูปไปได้อย่างถูกต้องตามคุณสมบัติทางทอพอโลยีให้ 1 คะแนน

2.2 ในกรณีรูปที่ 12, 13, 15 ให้ 2 คะแนน สำหรับคุณสมบัติทางทอพอโลยี คือ 1 คะแนน สำหรับคุณสมบัติในการสัมผัส และอีก 1 คะแนน สำหรับคุณสมบัติเกี่ยวกับภายใน ส่วนรูปที่ 16 นั้นให้ 3 คะแนน คือให้ 1 คะแนน สำหรับสามเหลี่ยมตัดรูปวงกลมแต่ละแห่ง

การทดลองที่ 3

ถ้าเด็กสามารถร้อยลูกปัดได้อย่างถูกต้องให้ 1 คะแนน

ถ้าเด็กทำผิดให้ 0 คะแนน

การทดลองที่ 4

ถ้าเด็กสามารถผูกเชือกได้อย่างถูกต้องให้ 1 คะแนน ถ้าเด็กทำผิดให้ 0 คะแนน

การทดลองที่ 5

ถ้าเด็กปักไม้ได้ตรงให้ 2 คะแนน ปักไม้ได้ค่อนข้างตรงให้ 1 คะแนน ปักไม้ตรงให้ 0 คะแนน

การจัดกระทำข้อมูล

1. รายเฉลี่ยของคะแนนคำนวณจากสูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ \bar{X} แทน คะแนนเฉลี่ย

$\sum X$ แทน ผลรวมคะแนนทั้งหมด

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มนั้น

2. ร้อยละ

3. หาคะแนน T โดยการเปิดตาราง

4. ทดสอบความแตกต่างของรายเฉลี่ยโดยใช้ t - test จากสูตร

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\left[\frac{N(\sum X_1^2 + \sum X_2^2) - (\sum X_1)^2 - (\sum X_2)^2}{N(N-1)} \right]}}$$

เมื่อ \bar{X}_1 แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มที่ 1

\bar{X}_2 แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มที่ 2

N แทน จำนวนนักเรียนของแต่ละกลุ่ม

¹ G.P. Guilford, Fundamental Statistics in Psychology and Education, p. 44.

² Allen L. Edward, Experimental Design in Psychology Research, p. 372.

5. วิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทวิเวย์¹ * (Two - ways Analysis of Variance, not repeated measurment, 2 x 7)¹

แหล่งของความแปรปรวน (Source of Variance)	df	สูตรสำหรับคำนวณผลบวกกำลังสอง (Sum of square)
A	p - 1	(3) - (1)
B	q - 1	(4) - (1)
A x B	(p-1)(q-1)	(5) - (3) - (4) + (1)
Experimental error	pq(n - 1)	(2) - (5)
Total	npq - 1	(2) - (1)

$$\text{เมื่อ } (1) = G^2 / npq$$

$$(2) = \sum X_{ijk}^2$$

$$(3) = \sum A_i^2 / nq$$

$$(4) = \sum B_j^2 / np$$

$$(5) = \sum (AB_{ij})^2 / n$$

6. ทดสอบความแตกต่างของรายเฉลี่ยของข้อมูลที่ไต่จากการทดลอง
โดยวิธีการของ นิวแมน - คีลส์² (Newman - Keuls Procedure)

¹ B.J. Winer, Statistical Principles in Experimental Design, pp. 228 - 231.

² Ibid., p. 77.

* การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทวิเวย์ เป็นการทดสอบความแตกต่างของตัวแปร 2 ตัว คือ อายุ และเพศ

บทที่ 3

ผลของการค้นคว้า

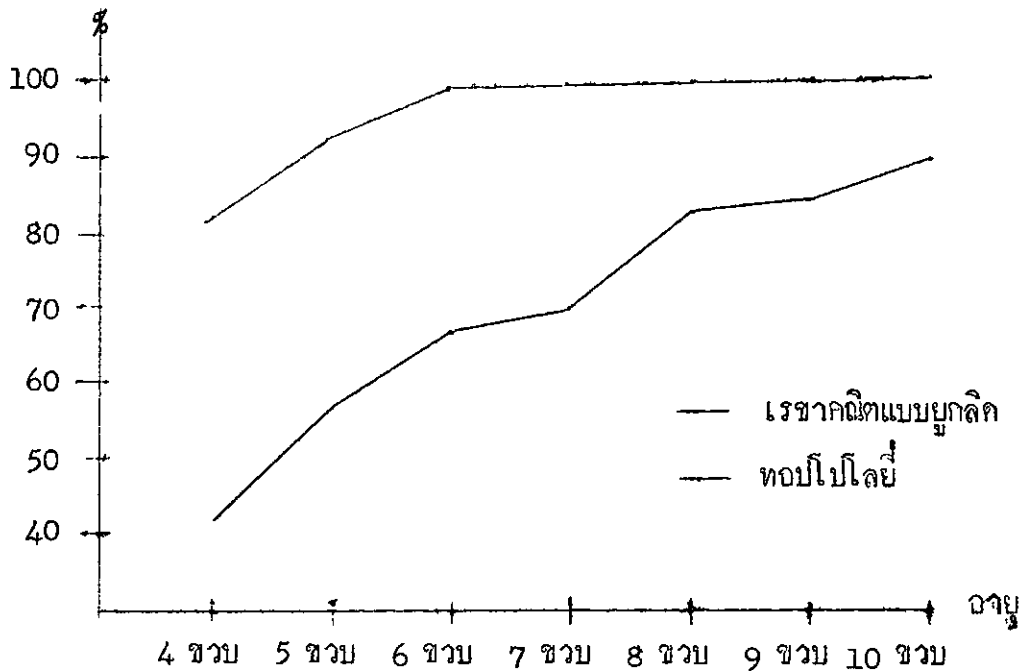
ในการอธิบายผลของการค้นคว้า จะกล่าวแยกผลของการทดลองแต่ละเรื่องดังนี้

ผลของการทดลองที่ 1 เป็นการทดลองเพื่อดูความสามารถของเด็กในการจำแนกรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิด และทอปโพลีย์ ปรากฏผลดังตาราง 4

ตาราง 4 คะแนนเฉลี่ยของเด็กในการจำแนกรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิด และทอปโพลีย์ (คิดเป็นร้อยละ)

รูปที่ให้เด็กจำแนก	อายุ						
	4 ขวบ	5 ขวบ	6 ขวบ	7 ขวบ	8 ขวบ	9 ขวบ	10 ขวบ
ทอปโพลีย์	82.50	93.33	99.16	99.16	99.16	100.00	100.00
เรขาคณิตแบบยูคลิด	41.33	57.33	66.00	69.00	83.00	83.33	87.00
จำนวนเด็กที่ทดลอง	20	20	20	20	20	20	20

ในการพิจารณาเปรียบเทียบความสามารถของเด็กในการจำแนกรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิด และทอปโพลีย์นั้น ผู้ทดลองได้ใช้ภาพที่ 1 เป็นภาพประกอบเพื่อให้การพิจารณาง่ายขึ้น



ภาพที่ 1 แสดงความสามารถของเด็กในการจำแนกรูปทางเรขาคณิตแบบบล็อก และทอปปิโพลี

จากข้อมูลในตาราง 4 และภาพที่แสดงประกอบ แสดงให้เห็นความแตกต่างระหว่างความสามารถในการจำแนกรูปทางเรขาคณิตแบบบล็อก และทอปปิโพลีของเด็กว่า เด็กทุกระดับอายุมีความสามารถในการจำแนกรูปทางทอปปิโพลี ได้ดีกว่ารูปทางเรขาคณิตแบบบล็อก เด็กในระดัอายุ 4 ขวบ มีความสามารถในการจำแนกรูปทางทอปปิโพลีได้ดี คือได้ร้อยละ 82.50 ส่วนความสามารถในการจำแนกรูปทางเรขาคณิตแบบบล็อก เด็กยังไม่มีความสามารถดีพอ คือได้ร้อยละ 41.33 แต่เด็กจะมีความสามารถดีพอสมควรในระดับอายุ 5 ขวบ คือได้ร้อยละ 57.33

จากภาพประกอบปรากฏข้อเท็จจริงอย่างหนึ่งคือ ความสามารถของเด็กในการจำแนกรูปทางเรขาคณิตจะเพิ่มขึ้นเร็วมาก ระหว่างอายุ 7 ขวบ ถึง 8 ขวบ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่า ในช่วงอายุนี้เด็กมีประสบการณ์เกี่ยวกับรูปทางเรขาคณิตแบบบล็อกมากกว่าในช่วงอายุอื่น ๆ

ความสามารถของเด็กในการจำแนกรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิด และรูปทางทอพอโลยี แต่ละระดับอายุนั้นจะมีความแตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัด จากตาราง 5 และ 6 ซึ่งผู้ทดลองได้ทำการเปรียบเทียบโดยใช้คะแนน T

ตาราง 5 เปรียบเทียบความสามารถของเด็กแต่ละระดับอายุ ในการจำแนกรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิดโดยใช้คะแนน T

ความสามารถของเด็กใน การจำแนกรูปทางเรขาคณิต แบบยูคลิด	อายุ						
	4 ขวบ	5 ขวบ	6 ขวบ	7 ขวบ	8 ขวบ	9 ขวบ	10 ขวบ
คะแนน T	36.85	44.30	48.05	49.05	56.60	57.20	57.25

จากตาราง 5 นี้จะเห็นได้ว่าในระดับอายุ 9 ขวบ และ 10 ขวบ ความสามารถของเด็กแตกต่างกันน้อยมาก ทั้งนี้อาจเป็นเพราะโดยธรรมชาติแล้วเด็กในทั้งสองระดับอายุมีพื้นฐานเกี่ยวกับรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิดพอ ๆ กัน

ตาราง 6 เปรียบเทียบความสามารถของเด็กแต่ละระดับอายุในการจำแนกรูปทางทอพอโลยีโดยใช้คะแนน T

ความสามารถของเด็กใน การจำแนกรูปทางทอพอโลยี	อายุ						
	4 ขวบ	5 ขวบ	6 ขวบ	7 ขวบ	8 ขวบ	9 ขวบ	10 ขวบ
คะแนน T	40.85	47.05	51.25	51.25	51.25	52.00	52.00

จากตาราง 6 นี้ มีข้อที่น่าสนใจเกี่ยวกับเด็กในระดับอายุ 6 ขวบ 7 ขวบ 8 ขวบ มีความสามารถในการจำแนกรูปทางทอพอโลยีโดยเฉลี่ย

เท่ากัน และเด็กในระดับอายุ 9 ขวบ กับ 10 ขวบ มีความสามารถในการจำแนกรูปทางทอปปิโลยีโดยเฉลี่ยเท่ากัน ทั้งนี้เป็นเพราะว่า รูปที่ใช้ในการทดสอบความสามารถทางคำนี้มี 6 รูป ซึ่งเด็กสามารถจำแนกได้ถูกต้องหมดตั้งแต่ระดับอายุ 9 ขวบ ดังนั้นเด็กในระดับอายุ 10 ขวบ จึงไม่สามารถทำคะแนนให้สูงกว่านี้ ส่วนเด็กอายุ 6 ขวบ 7 ขวบ และ 8 ขวบนั้น ในแต่ละระดับอายุจะมีเด็กอยู่ระดับละ 1 คน ที่สามารถจำแนกรูปทางคำนี้ได้เพียง 5 รูป นอกนั้นสามารถจำแนกได้ถูกต้องหมดทุกรูป ดังนั้นเราจึงไม่เห็นความแตกต่างทางด้านความสามารถของเด็กในการจำแนกรูปทางทอปปิโลยีของเด็กทั้งสองช่วงระดับอายุนี้

สำหรับการเปรียบเทียบความสามารถของเด็กหญิง และ เด็กชาย ทางคำนี้ ผู้ทดลองได้นำรายเฉลี่ยของคะแนน T มาทดสอบโดยใช้ t - test ปรากฏผลดังนี้

ทางด้าน ซากณิตแบบบุคคลิค รายเฉลี่ยคะแนน T ของเด็กชายเท่ากับ 52.7714 รายเฉลี่ยคะแนน T ของเด็กหญิงเท่ากับ 48.6285 ผลปรากฏว่า ค่า " t " เท่ากับ .384 ซึ่งไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติในระดับความเชื่อมั่น 95 %

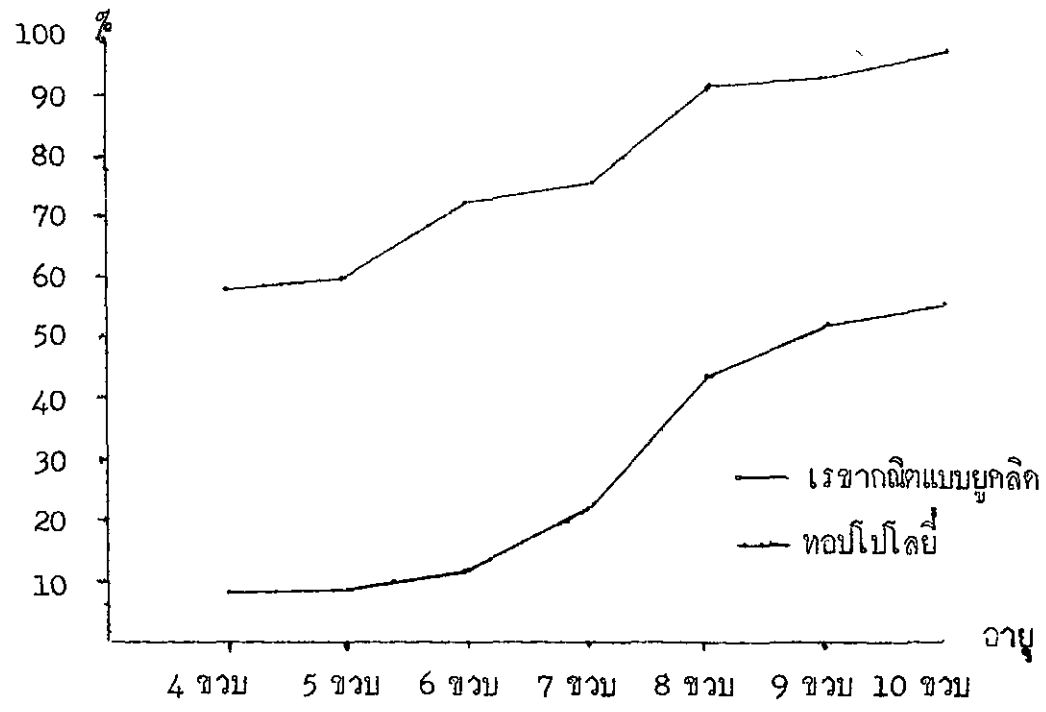
ทางด้าน ทอปปิโลยี รายเฉลี่ยคะแนน T ของเด็กชายเท่ากับ 49.9285 รายเฉลี่ยคะแนน T ของเด็กหญิงเท่ากับ 48.8285 ผลปรากฏว่า ค่า " t " เท่ากับ .177 ซึ่งไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติในระดับความเชื่อมั่น 95 %

ผลของการทดลองที่ 2 เป็นการทดลองเพื่อศึกษาความสามารถของเด็กในการเขียนรูปทางเรขาคณิตแบบบุคคลิและทอปปิโลยี ผลของการทดลองปรากฏดังตาราง 7

ตาราง 7 คะแนนเฉลี่ยของเด็กในการเขียนรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิดและทอปปโโลยี (คิดเป็นร้อยละ)

รูปที่ให้เด็กวาด	อายุ						
	4 ขวบ	5 ขวบ	6 ขวบ	7 ขวบ	8 ขวบ	9 ขวบ	10 ขวบ
ทอปปโโลยี	59.06	60.31	72.81	75.94	91.25	92.16	97.19
เรขาคณิตแบบยูคลิด	7.98	9.33	13.46	32.31	44.81	51.06	56.83
จำนวนเด็กที่ทดลอง	20	20	20	20	20	20	20

ในการพิจารณาเปรียบเทียบความสามารถของเด็กในการเขียนรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิด และทอปปโโลยีนั้น ผู้ทดลองได้ใช้ภาพที่ 2 เป็นภาพประกอบเพื่อให้การพิจารณาง่ายขึ้น



ภาพที่ 2 แสดงความสามารถของเด็กในการเขียนรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิดและทอปปโโลยี

จากข้อมูลในตาราง 7 และภาพที่แสดงประกอบ แสดงให้เห็นความแตกต่างระหว่างความสามารถในการเขียนรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิดว่า เด็กทุกระดับอายุมีความสามารถในการเขียนรูปทางทอโปโลยี ได้ดีกว่ารูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิด เด็กในระดัับอายุ 4 ขวบที่มีความสามารถในการเขียนรูปทางทอโปโลยีได้ดีพอสมควรคือ ได้คะแนนร้อยละ 59.06 แต่ความสามารถในการเขียนรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิดนั้นยังไม่มี เด็กจะเริ่มมีความสามารถในการเขียนรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิดได้ดีพอสมควรในระดัับอายุ 9 ขวบคือได้คะแนนร้อยละ 51.06

จากภาพประกอบจะเห็นได้ว่า ความสามารถของเด็กในการเขียนรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิดและทอโปโลยีจะเพิ่มขึ้นไปตามระดับอายุ และมีขกสังเกตอีกอย่างหนึ่งคือ ความสามารถในการเขียนรูปทางเรขาคณิตของเด็กในระดัับอายุ 7 ขวบ จะเพิ่มขึ้นเร็วกว่าเด็กในระดัับอายุ 6 ขวบมาก ทั้งนี้ อาจเป็นเพราะว่า เด็กในระดัับอายุ 7 ขวบ มีพัฒนาการในการใช้กล้ามเนื้อสูงกว่าเด็กในระดัับอายุ 6 ขวบมาก¹

ในการเปรียบเทียบความสามารถของเด็กทางด้านนี้ตามระดับอายุนั้นผู้ทดลองเปรียบเทียบโดยใช้คะแนน T ผลของการเปรียบเทียบปรากฏดังตาราง 8 และ 9

ตาราง 8 เปรียบเทียบความสามารถของเด็กแต่ละระดับอายุในการวาดรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิดโดยใช้คะแนน T

ความสามารถของเด็กในการวาดรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิด	อายุ						
	4 ขวบ	5 ขวบ	6 ขวบ	7 ขวบ	8 ขวบ	9 ขวบ	10 ขวบ
คะแนน T	38.50	41.00	44.35	51.15	56.35	57.30	61.35

¹ ทวีรัสมิ์ ชนากม และคณะ พัฒนาการของครอบครัวและเด็ก หน้า 250

จากตาราง 8. นี้แสดงให้เห็นว่า ความสามารถในการเขียนรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิดแตกต่างกันทุกระดับอายุ ก็ากลุ่มของเด็กที่มีอายุมากสามารถเขียนรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิดได้ดีกว่ากลุ่มของเด็กที่มีอายุน้อย

ตาราง 9 เปรียบเทียบความสามารถของเด็กแต่ละระดับอายุในการวาดรูปทางทอปปิโโลยีโดยใช้กะแนม T

ความสามารถของเด็กในการวาดรูปทางทอปปิโโลยี	อายุ						
	4 ขวบ	5 ขวบ	6 ขวบ	7 ขวบ	8 ขวบ	9 ขวบ	10 ขวบ
กะแนม T	40.15	40.50	46.45	48.00	56.30	57.20	61.15

จากตาราง 9 นี้ แสดงให้เห็นว่า ความสามารถของเด็กในการเขียนรูปทางทอปปิโโลยีแตกต่างกันทุกระดับอายุ ก็ากลุ่มของเด็กที่มีอายุมากสามารถเขียนรูปทางทอปปิโโลยีได้ดีกว่ากลุ่มของเด็กที่มีอายุน้อย

สำหรับการเปรียบเทียบความสามารถทางค่านี้นี้ของเด็กชายและเด็กหญิง ผู้ทดลองใช้รายเฉลี่ยของกะแนม T มาทดสอบโดยใช้ t - test ปรากฏผลดังนี้

ทางค่านเรขาคณิตแบบยูคลิด รายเฉลี่ยกะแนม T ของเด็กชายเท่ากับ 50.8571 รายเฉลี่ยกะแนม T ของเด็กหญิงเท่ากับ 49.1571 ผลปรากฏว่า ค่า " t " เท่ากับ .421 ซึ่งไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติในระดับความเชื่อมั่น 95 %

ทางค่านทอปปิโโลยี รายเฉลี่ยกะแนม T ของเด็กชายเท่ากับ 51.1428 รายเฉลี่ยกะแนม T ของเด็กหญิงเท่ากับ 48.9142 ผลปรากฏว่า ค่า " t " เท่ากับ .184 ซึ่งไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติในระดับความเชื่อมั่น 95 %

ผลของการทดลองที่ 3 เป็นการทดลองเพื่อศึกษาความสามารถของเด็กเกี่ยวกับการเรียงลำดับ ผลของการทดลองปรากฏดังตาราง 10

ตาราง 10 จำนวนเด็กที่สามารถร้อยลูกปัดได้อย่างถูกต้อง (คิดเป็นร้อยละ)

การทดลอง	อายุ						
	4 ขวบ	5 ขวบ	6 ขวบ	7 ขวบ	8 ขวบ	9 ขวบ	10 ขวบ
ก	5.00	15.00	60.00	70.00	85.00	100.00	100.00
ข	-	-	55.00	65.00	75.00	90.00	95.00
ค	-	-	35.00	55.00	55.00	50.00	45.00
ง	-	15.00	55.00	70.00	85.00	95.00	95.00
จำนวนเด็กที่ทดลอง	20	20	20	20	20	20	20

การทดลอง ก. คือให้เด็กร้อยลูกปัดให้สลับตรงให้เหมือนแบบ

การทดลอง ข. คือให้เด็กร้อยลูกปัดให้สลับซึ่งเป็นวงกลมให้เหมือนแบบ

การทดลอง ค. คือให้เด็กร้อยลูกปัดให้มีลำดับตรงข้ามกับแบบของการทดลอง ก.

การทดลอง ง. คือให้เด็กร้อยลูกปัดให้สลับตรงให้เหมือนกับแบบซึ่งอยู่ในลักษณะวงกลม

ผลการทดลองในตาราง 10 แสดงให้เห็นว่า เด็กในระดับอายุ 6 ขวบมีโมโนภาพเกี่ยวกับลำดับในลักษณะเส้นตรง วงกลม และมีโมโนภาพเกี่ยวกับการเปลี่ยนลำดับจากวงกลมมาอยู่ในลักษณะเส้นตรง แต่เด็กมีโมโนภาพเกี่ยวกับลำดับในลักษณะเส้นตรงมากกว่าแบบอื่น สำหรับเรื่องเกี่ยวกับลำดับตรงข้ามนั้น เด็กจะเกิดโมโนภาพทางด้านนี้ในระดับอายุ 7 ขวบ แต่มีขีดที่น่าสังเกตอย่างหนึ่งคือ เด็กในระดับอายุ 9 ขวบ และ 10 ขวบ จะมีโมโนภาพเกี่ยวกับลำดับตรงข้ามโดยเฉลี่ยน้อยกว่าเด็กในระดับอายุ 8 ขวบ ทั้งนี้เป็นเพราะว่า เด็กอายุ 9

และ 10 ขวบ เข้าใจความหมายของคำว่า "ลำดับตรงข้าม" ในลักษณะสลับกันเป็นคู่ ๆ ทางด้านความสามารถของเด็กชายและเด็กหญิงเกี่ยวกับเรื่องลำดับนั้น ผู้ทดลองได้ใช้ Two - ways Analysis of Variance มาวิเคราะห์ ปรากฏผลดังตาราง II

ตาราง II ผลของการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนเกี่ยวกับเรื่องลำดับ จำแนกตามเพศ และอายุ

แหล่งของความแปรปรวน (Source of Variance)	ผลบวกกำลังสอง (Sum of Square)	df	รายเฉลี่ยกำลังสอง (Mean Square)	F
ระดับอายุ	.236.243	6	39.3738	29.828 **
เพศ	.578	1	.578	.437
ระดับอายุ x เพศ	2.672	6	.4453	.337
Experimental Error	166.3	126	1.3198	
รวม	405.793	139		

**

p < .01

จากค่า F ในตาราง II แสดงให้เห็นว่าไม่มีความแตกต่างระหว่างเพศชายกับเพศหญิงทางด้านมโนภาพเกี่ยวกับลำดับ แต่มีความแตกต่างกันระหว่างระดับอายุอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สำหรับ Interaction ค่า F = .337 ซึ่งไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ แสดงว่าไม่มีปฏิกริยาร่วมระหว่างอายุและเพศ

เนื่องจากมีความแตกต่างกันระหว่างระดับอายุทางด้านมโนภาพเกี่ยวกับลำดับดังกล่าวแล้ว ผู้วิจัยจึงใช้วิธีการของ นิวแมน - กิลล์ ทำการทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนน

ของแต่ละระดับอายุ ทั้งได้แสดงวิธีการวิเคราะห์ และผลของการวิเคราะห์ในตาราง 12

ตาราง 12 เปรียบเทียบคะแนนเกี่ยวกับเรื่องลำดับ จำแนกตามอายุ

ระดับอายุ	10 ขวบ 9 ขวบ 8 ขวบ 7 ขวบ 6 ขวบ 5 ขวบ 4 ขวบ							
	คะแนน	67	67	60	52	41	5	1
10 ขวบ	67	-	-	7	15	26 *	62 *	66 *
9 ขวบ	67		-	7	15	26 *	62 *	66 *
8 ขวบ	60			-	8	19 *	55 *	59 *
7 ขวบ	52				-	11 *	47 *	57 *
6 ขวบ	41					-	36 *	40 *
5 ขวบ	5						-	4
4 ขวบ	1							-
r			2	3	4	5	6	7
q.95(r,126)			2.80	3.36	3.69	3.92	4.10	4.24
$\sqrt{n \cdot MS_{error}} \cdot q.95(r,126)$			14.38	17.26	18.95	20.13	21.06	21.78

* P < .05

ผลจากตาราง 12 อาจเขียนเป็นแผนผังได้ดังนี้

10 ขวบ 9 ขวบ 8 ขวบ 7 ขวบ 6 ขวบ 5 ขวบ 4 ขวบ

จากแผนผังนี้ หมายความว่า เด็กอายุ 10 ขวบ 9 ขวบ 8 ขวบ และ 7 ขวบ มีมีโนภาพเกี่ยวกับลำดับดีกว่า เด็กอายุ 6 ขวบ 5 ขวบ และ 4 ขวบ และเด็ก 6 ขวบ มีมีโนภาพเกี่ยวกับลำดับดีกว่าเด็กอายุ 5 ขวบ และ 4 ขวบ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติในระดัับความเชื่อมั่น 95 %

ผลของการทดลองที่ 4 เป็นการทดลองเพื่อศึกษาถึงความสามารถของเด็กในการ
ผูกปมเชือก ผลของการทดลองปรากฏดังตาราง 13

ตาราง 13 จำนวนเด็กที่สามารถผูกปมเชือกได้อย่างถูกต้อง (คิดเป็นร้อยละ)

การทดลอง	อายุ						
	4 ขวบ	5 ขวบ	6 ขวบ	7 ขวบ	8 ขวบ	9 ขวบ	10 ขวบ
ผูกปมเชือก 1 ปมให้ เหมือนแบบ	60.00	85.00	90.00	90.00	95.00	95.00	95.00
ผูกคินสอ	65.00	70.00	80.00	100.00	100.00	100.00	100.00
ผูกปมเชือก 1 ปม หลังจากแสดงให้ดูแล้ว	70.00	90.00	95.00	95.00	100.00	100.00	100.00
ผูกปมเชือก 2 ปมให้ เหมือนแบบ	40.00	55.00	85.00	90.00	85.00	85.00	85.00
ผูกปมเชือก 2 ปม หลังจากแสดงให้ดูแล้ว	65.00	65.00	95.00	100.00	100.00	100.00	100.00
ผูกปมเชือกหลาย ๆ ปม	65.00	65.00	95.00	100.00	100.00	100.00	100.00
จำนวนเด็กทดลอง	20	20	20	20	20	20	20

จากตาราง 13 แสดงให้เห็นว่า เด็กอายุ 4 ขวบ สามารถผูกปมเชือกได้ทั้งหมด
แบบยกเว้นแบบที่ 4 ก็คือการผูกปมเชือก 2 ปมให้เหมือนแบบซึ่ง เด็กสามารถทำได้เมื่อเด็กมี
อายุตั้งแต่ 6 ขวบขึ้นไป

สำหรับความสามารถของเด็กชายและเด็กหญิงในการผูกปมเชือกนั้น ผู้วิจัยได้
ทำการวิเคราะห์ความแตกต่างโดยใช้ Two - ways Analysis of Variance
ซึ่งปรากฏผลดังตาราง 14

ตาราง 14 ผลของการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนเกี่ยวกับการผูกเชือก
จำแนกตามเพศ และอายุ

แหล่งของความแปรปรวน (Source of Variance)	ผลบวกกำลังสอง (Sum of Square)	df	รายเฉลี่ยกำลังสอง (Mean Square)	F
ระดับอายุ	92.38	6	15.396	7.208 **
เพศ	4.46	1	4.460	2.088
ระดับอายุ เพศ	12.19	6	2.0316	.951
Experimental Error	269.10	126	2.1357	
รวม	387.13	139		

**
 $p < .01$

จากค่า F ในตาราง 14 แสดงให้เห็นว่าไม่มีความแตกต่างระหว่างเพศชายกับเพศหญิงเกี่ยวกับความสามารถในการผูกปมเชือก แต่มีความแตกต่างระหว่างระดับอายุอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สำหรับ Interaction ได้ค่า $F = .951$ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าไม่มีปฏิกริยาร่วมระหว่างระดับอายุและเพศ

เนื่องจากมีความแตกต่างกันระหว่างระดับอายุทางด้านความสามารถในการผูกปมเชือกดังกล่าวแล้ว ผู้วิจัยจึงใช้วิธีการของ นิวแมน - กีสส์ ทำการทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนของแต่ละระดับอายุ ดังได้แสดงวิธีการวิเคราะห์และผลการวิเคราะห์ในตาราง 15

ตาราง 15 เปรียบเทียบคะแนนเกี่ยวกับความสามารถในการผูกปมเชือก
จำแนกตามอายุ

ระดับอายุ	ระดับอายุ							
	คะแนน	10 ขวบ	9 ขวบ	7 ขวบ	8 ขวบ	6 ขวบ	5 ขวบ	4 ขวบ
		120	116	115	114	106	86	74
10 ขวบ	120	-	4	5	6	14	34 *	46 *
9 ขวบ	116		-	1	2	10	30 *	42 *
7 ขวบ	115			-	1	9	29 *	41 *
8 ขวบ	114				-	8	28 *	40 *
6 ขวบ	106					-	20 *	32 *
5 ขวบ	86						-	12
4 ขวบ	74							-
r			2	3	4	5	6	7
q.95(r,126)			2.80	3.36	3.69	3.92	4.10	4.24
$\sqrt{n \cdot MS_{\text{error}} \cdot q.95(r,126)}$			18.30	21.96	24.11	25.62	26.79	27.70

*P < .05

ผลจากตาราง 15 อาจเขียนเป็นแผนผังได้ดังนี้

10 ขวบ 9 ขวบ 8 ขวบ 7 ขวบ 6 ขวบ 5 ขวบ 4 ขวบ

จากแผนผังนี้ หมายความว่า เด็กอายุ 10 ขวบ 9 ขวบ 8 ขวบ 7 ขวบ และ 6 ขวบ มีความสามารถในการผูกปมเชือกได้ดีกว่าเด็กอายุ 5 ขวบ และ 4 ขวบ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติในระดับความเชื่อมั่น 95 %

ผลของการทดลองที่ 5 เป็นการทดลองเพื่อศึกษาความสามารถของเด็กในการปักไม้ให้เป็นแนวตรงระหว่างไม้ที่ผูกทดลองปักไว้ 2 อัน การทดลองนี้แบ่งเป็นสองส่วนคือ ส่วนแรก ผู้ทดลองปักไม้ไว้ในแนวขนานกับคานข้างของกลองที่ใจสำหรับปักไม้ ผลการทดลองปรากฏดังตาราง 16 และส่วนที่สองผู้ทดลองปักไม้ไว้ในแนวเส้นตะเข้ยมุม ผลการทดลองปรากฏดังตาราง 18

ตาราง 16 จำนวนเด็กที่สามารถปักไม้ได้แต่ละแบบ (คิดเป็นร้อยละ)

ความสามารถในการปักไม้ ของเด็ก	อายุ						
	4 ขวบ	5 ขวบ	6 ขวบ	7 ขวบ	8 ขวบ	9 ขวบ	10 ขวบ
ตรง	-	-	5.00	20.00	25.00	25.00	30.00
กอนข้างตรง	10.00	35.00	45.00	40.00	55.00	60.00	65.00
ไม่ตรง	90.00	65.00	50.00	40.00	20.00	15.00	5.00
จำนวนเด็กที่ทดลอง	20	20	20	20	20	20	20

ผลการทดลองจากตาราง 16 แสดงให้เห็นว่า เด็กในระดับอายุ 4 ขวบ ถึง 10 ขวบ โดยเฉลี่ยยังไม่มีความสามารถในการปักไม้ให้เป็นแนวตรง แต่เด็กในระดับอายุ 8 ขวบขึ้นไปสามารถปักไม้ได้คอนข้างตรง

สำหรับวิธีการที่ใช้ในการปักไม้ เด็กใช้วิธีการอยู่ 3 ประเภท คืออาศัยหลักความใกล้ชิด (proximity) เล็ง ซึ่งเป็นวิธีการทางเรขาคณิตแบบ Projective และวิธีการทางเรขาคณิตแบบยูคลิด เช่น ไซไม้หรือนิวทอนให้เป็นแนววงที่จัก ชีตเส้นโยงระหว่างไม้ที่เป็นหลักกอนที่จะปัก เป็นต้น ซึ่งผลของวิธีการต่าง ๆ ที่เด็กนำมาใช้ปรากฏดังตาราง 1

ตาราง 17 แสดงจำนวนเด็กที่ใช้วิธีการต่าง ๆ ในการปักไม้ให้เป็นแนวตรง
(กติกเป็นร้อยละ)

วิธีการที่เด็กใช้	อายุ						
	4 ขวบ	5 ขวบ	6 ขวบ	7 ขวบ	8 ขวบ	9 ขวบ	10 ขวบ
อาศัยหลักความใกล้เคียง	100.00	100.00	85.00	60.00	35.00	30.00	25.00
เรียง (เรขาคณิตแบบ Projective)	-	-	10.00	25.00	35.00	45.00	40.00
เรขาคณิตแบบยูคลิด	-	-	5.00	15.00	30.00	25.00	35.00

จากตาราง 17 แสดงให้เห็นว่าวิธีที่เด็กเริ่มสนใจ คือ หลักแห่งความใกล้เคียง เมื่อเด็กโตขึ้นก็เริ่มรู้จักใช้วิธีเรียง และวิธีทางเรขาคณิตแบบยูคลิดตามลำดับ ผลของการทดลองส่วนที่ 2 ปรากฏผลดังตาราง 18

ตาราง 18 จำนวนเด็กที่สามารถปักไม้ได้แต่ละแบบ (กติกเป็นร้อยละ)

ความสามารถของเด็ก ในการปักไม้	อายุ						
	4 ขวบ	5 ขวบ	6 ขวบ	7 ขวบ	8 ขวบ	9 ขวบ	10 ขวบ
ตรง	-	-	-	10.00	20.00	30.00	40.00
กอนข้างตรง	15.00	20.00	25.00	50.00	60.00	45.00	55.00
ไม่ตรง	85.00	80.00	75.00	40.00	20.00	25.00	5.00
จำนวนเด็กที่ทดลอง	20	20	20	20	20	20	20

จากการวาง 18 แสดงให้เห็นว่า เด็กในระดับอายุ 4 ขวบ ถึง 6 ขวบ ยังไม่มีความสามารถในการปักไม้ให้เป็นเส้นตรงในแนวทะแยงมุม แต่เด็กในระดับอายุ 7 ขวบ สามารถปักไม้ได้เป็นแนวตรงและคอนข้างตรง เป็นส่วนใหญ่ และเด็กจะมีความสามารถปักไม้ให้เป็นแนวตรงได้ดีขึ้น เมื่อเด็กงอายุมากขึ้น

สำหรับวิธีการที่เด็กใช้ในการปักไม้ให้เป็นเส้นตรงในส่วนที่สองนี้ ปรากฏผลการทดลองดังตาราง 19

ตาราง 19 แสดงจำนวนเด็กที่ใช้วิธีการต่าง ๆ ในการปักไม้ให้เป็นแนวตรง (คิดเป็นร้อยละ)

วิธีการที่เด็กใช้	อายุ						
	4 ขวบ	5 ขวบ	6 ขวบ	7 ขวบ	8 ขวบ	9 ขวบ	10 ขวบ
อาศัยหลักความใกล้เคียง	100.00	100.00	85.00	65.00	35.00	25.00	30.00
เส้น (เรขาคณิตแบบ Projective)	-	-	15.00	20.00	50.00	50.00	35.00
เรขาคณิตแบบยูคลิด	-	-	-	15.00	15.00	25.00	35.00

จากการวาง 19 แสดงให้เห็นว่า เด็กในระดับอายุ 4 ขวบ และ 5 ขวบ ยังไม่รู้จักใช้วิธีการทางเรขาคณิตแบบ Projective และเรขาคณิตแบบยูคลิด แต่ใช้หลักแห่งความใกล้เคียงเป็นกรณีงมือ เด็กในระดับอายุ 8 ขวบ เริ่มรู้จักใช้วิธีการทางเรขาคณิตแบบ Projective มากขึ้น แต่เมื่อเด็กมีอายุมากขึ้น เด็กก็จะใช้วิธีการทางเรขาคณิตแบบยูคลิดแทน

สำหรับความสามารถทางด้านนี้ของเด็กชายและเด็กหญิง ผู้ทดลองได้นำรายเฉลี่ยของคะแนนมาทดสอบโดยใช้ t - test ปรากฏผลดังนี้ คะแนนเฉลี่ยของเด็กชาย

เท่ากับ 14.29 คะแนนเฉลี่ยของเก็ทหญิงเท่ากับ 14.00 ค่า " t " = .022 ซึ่งไม่มี
ความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติในระดัับความเชื่อมั่น 95 %

บทที่ 4

บทย่อ สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการค้นคว้า

1. เพื่อศึกษากันควว่า เด็กไทยมีมีโนภาพเกี่ยวกับ ทอปปิโไลยี และเรชาคณิศแบบยูคลิดในระดับอายุใด
2. เพื่อเปรียบเทียบการ เกิดมโนภาพของ เด็กทางด้านทอปปิโไลยี และเรชาคณิศแบบยูคลิดความโนภาพทางด้านใดจะ เกิดขึ้นก่อน
3. เพื่อศึกษาพัฒนาการทางด้านมโนภาพในเรื่องทอปปิโไลยี และเรชาคณิศแบบยูคลิดความโนภาพทางด้านใดจะ เกิดขึ้นก่อน
4. เพื่อนำผลของการศึกษากันความาใช้ เป็นแนวทางในการปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับอนุบาลและ ประถมศึกษาตอนต้นของประเทศไทย
5. เพื่อให้ครูไศทราระดับอายุที่เหมาะสมในการสอนเรื่องนี้แก่เด็ก และเพื่อให้ครูเข้าใจพื้นฐานความกิดของ เด็ก และปรับปรุงการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเรื่องนี้ คือนักเรียนที่มีอายุระหว่าง 3 ขวบ ถึง 10 ขวบ จำนวน 140 คน ในโรงเรียนที่มีชั้นเรียนตั้งแต่ระดับอนุบาลถึงประถมศึกษาตอนต้นในจังหวัดพระนครจำนวน 3 โรงเรียน การเลือกตัวเด็กใช้วิธีการสุ่มตัวอย่าง โดยถือระดับอายุ และเพศเป็นเกณฑ์ ในระดับอายุหนึ่งจะมีเด็กชาย 10 คน เด็กหญิง 10 คน รวม 20 คน รวมทั้งหมด 7 ระดับอายุจะมีกลุ่มตัวอย่างทั้งสิ้น 140 คน เป็นเด็กชาย 70 คน เด็กหญิง 70 คน

อุปกรณ์และวิธีที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล

การทดลองใช้วิธีทดลองกับเด็กเป็นรายบุคคล ซึ่งแยกเป็นแต่ละการทดลองดังนี้

การทดลองที่ 1

ให้เด็กจำแนกรูปทรง เรชาคณิศแบบยูคลิดและทอปปิโไลยีโดยใช้การสัมผัส (เด็กไม่สามารถมองเห็นรูปที่สัมผัส)

การทดลองที่ 2

ให้เด็กเขียนรูปทางเรขาคณิตแบบยูคลิดและทอปปิโโลยี

การทดลองที่ 3

ให้เด็กร้อยลูกปัดตามแบบ และตรงข้ามกับแบบ

การทดลองที่ 4

ให้เด็กผูกปมเชือกในลักษณะต่าง ๆ กัน

การทดลองที่ 5

ให้เด็กปักไม้ให้เป็นแนวตรงโดยปักไม้อีก 2 อันปักเป็นหลักไว้ให้ดู

วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ทหารายเฉลี่ย
2. หาจำนวนเด็กที่สามารถทำผลของการทดลองได้อย่างถูกต้องโดยคิดเป็นร้อยละ
3. หากความแตกต่างของรายเฉลี่ยโดยใช้ t - test, Analysis of Variance

สรุปและอภิปรายผล

การทดลองที่ 1

ความสามารถในการจำแนกรูปทางทอปปิโโลยี และเรขาคณิตแบบยูคลิดของเด็กไทย เป็นไปตามทฤษฎีของเปียเจท์ และผลการทดลองของโลเวลด์ กล่าวคือเด็กมีความสามารถในการจำแนกรูปทางก้านทอปปิโโลยีก่อนเรขาคณิตแบบยูคลิด สำหรับระดับอายุที่เด็กสามารถจำแนกรูปทางก้านทอปปิโโลยี และเรขาคณิตแบบยูคลิดนั้นกล่าวได้ว่าช้ากว่าเด็กชาวตะวันตก เพราะเด็กที่เปียเจท์ทดลองนั้นมีความสามารถในการจำแนกรูปทางก้านทอปปิโโลยี ในระดับอายุ 3 ขวบ และมีความสามารถในการจำแนกรูปทางก้านเรขาคณิตแบบยูคลิดในระดับอายุ 4 ขวบ คือหลังจากสามารถจำแนกรูปทางก้านทอปปิโโลยีแล้ว สำหรับเด็กไทยที่ผู้ทดลองทำการวิจัย ปรากฏว่า เด็กมีความสามารถในการจำแนกรูปทางทอปปิโโลยีในระดับอายุ 4 ขวบ และมีความสามารถในการจำแนกรูปทางก้านเรขาคณิตแบบยูคลิดในระดับอายุ 5 ขวบขึ้นไป

การที่พบว่าเด็กไทยในกลุ่มตัวอย่างนี้มีความสามารถในการจำแนกรูปทางคำขึ้นตอบไปโลบี ทั้งที่ระดับอายุ 4 ขวบ และมีความสามารถในการจำแนกรูปทางด้านเรขาคณิตแบบยูคลิด ทั้งที่ระดับอายุ 5 ขวบขึ้นไปนั้นเป็นผลที่ได้จากการพิจารณาทัศนคติโดยใช้เกณฑ์ว่า ถ้าเด็กสามารถทำคะแนนได้โดยเฉลี่ยเกิน 50 เปอร์เซนต์ขึ้นไป โดยที่เด็กยังไม่เคยศึกษาเรื่องนี้ มาก่อนเลย เราก็สามารถที่จะนำเรื่องนี้ไปสอนให้แก่เด็กได้ อย่างไรก็ตามการที่กล่าวว่า โดยเฉลี่ยนั้นอาจจะมีการศึกษาที่มีความสามารถก่อนหรือหลังระดับนี้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความสามารถของเด็กแต่ละบุคคล และความสามารถทางด้านนี้จะเพิ่มขึ้นเป็นลำดับในระดับอายุที่สูงขึ้น

✓ ส่วนการเปรียบเทียบความสามารถทางด้านนี้ของเด็กชายและเด็กหญิง ปรากฏผลว่า ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

การทดลองที่ 2

ความสามารถในการเขียนรูปตามคุณสมบัติทางทอพอโลยี และเรขาคณิตแบบยูคลิด ของเด็กไทยสอดคล้องกับทฤษฎีของเปียเจท์ และการทดลองของโลเวลล์ เช่นเดียวกับการ

✓ ทดลองที่ 1 เด็กไทยสามารถเขียนรูปตามคุณสมบัติทางทอพอโลยีในระดับอายุ 4 ขวบขึ้นไป และสามารถเขียนรูปตามคุณสมบัติทางเรขาคณิตในระดับอายุ 9 ขวบขึ้นไป ส่วนผลการทดลองของเปียเจท์ปรากฏว่า เด็กสามารถเขียนรูปตามคุณสมบัติทางทอพอโลยีได้ในระดับอายุ 3 ขวบ และสามารถเขียนรูปตามคุณสมบัติทางเรขาคณิตได้ในระดับอายุ 7 ขวบ และเด็กจะมีความสามารถเพิ่มขึ้นเมื่อมีอายุมากขึ้น การพิจารณาทัศนคติโดยใช้เกณฑ์เช่นเดียวกับการทดลองที่ 1

ในทำนองเดียวกันกับการทดลองที่ 1 ความสามารถทางด้านนี้ของเด็กชาย และเด็กหญิง ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

การทดลองที่ 3

เด็กในกลุ่มทดลองสามารถร้อยลูกปัดให้เป็นลำดับเหมือนกับแบบในแนวตรงได้เมื่ออายุ 6 ขวบ ส่วนการร้อยลูกปัดให้เป็นลำดับเหมือนกับแบบในลักษณะวงกลม และการเปลี่ยนลำดับจากลักษณะวงกลมมาเป็นแนวตรงนั้น เด็กเริ่มมีความสามารถทางด้านนี้เมื่ออายุ 6 ขวบ เหมือนกัน แต่มีจำนวนเด็กที่สามารถทำได้น้อยกว่าแบบแรก ทางด้านลำดับตรงข้ามนั้นเด็ก

✓ จะไม่มีโอกาสทางด้านนี้เมื่ออายุ 7 ขวบขึ้นไป สำหรับเด็กอายุ 9 ขวบ และ 10 ขวบ มีมีโอกาสเกี่ยวกับลำดับตรงข้ามน้อยกว่าเด็กอายุ 7 ขวบ เพราะเด็กใน 2 ระดับนี้ เข้าใจความหมายของคำว่า " ตรงกันข้าม " ในลักษณะที่กลับกันเป็นคู่ ๆ แต่ถึงระดับนั้นก็ตาม เราก็สามารถ

ที่จะสรุปได้ว่าเด็กไทยมีโนภาพเกี่ยวกับลำดับตรงข้ามตั้งแต่อายุ 7 ขวบ

ลักษณะการรวบลูกบัตของเด็กอายุ 4 ขวบ และ 5 ขวบ นั้นเด็กทั้งสองระดับนี้นำหลักแห่งความใกล้เคียงมาใช้ในการพิจารณาในการรวบลูกบัตมากกว่าหลักแห่งลำดับ เด็กในระดับนี้พยายามที่จะรวบลูกบัตให้คิด ๆ กันเหมือนแบบมากกว่าที่จะสังเกตสีของลูกบัต

จากการทดลองของ เบียเจท ซึ่งใช้อุปกรณ์ในการทดลองแบบเดียวกัน ปรากฏผลว่าเด็กในระดับอายุ 3 ขวบ ถึง 4 ขวบ จะใช้หลักแห่งความใกล้เคียงมากกว่าหลักแห่งลำดับ เด็กในระดับอายุ 4 ขวบ ถึง 5 ขวบ มีโนภาพเกี่ยวกับลำดับในแนวตรง เด็กในระดับอายุ 5 - 6 ขวบ มีโนภาพในการเปลี่ยนลำดับแบบวงกลมมาเป็นในแนวตรง และเด็กในระดับอายุ 6 ขวบมีโนภาพเกี่ยวกับลำดับตรงข้าม แต่จากผลการทดลองของโลเวลล์ เด็กจะมีโนภาพเกี่ยวกับลำดับตรงข้ามในระดับอายุ 4 ขวบ 7 เดือน ถึง 5 ขวบ

จากการเปรียบเทียบโนภาพเกี่ยวกับลำดับของเด็กไทยกับเด็กชาวตะวันตก จะเห็นได้ว่า เด็กไทยมีโนภาพทางคำนับซ้ำกว่าเด็กชาวตะวันตกประมาณ 1 ปี

สำหรับความสามารถทางด้านนี้ ไม่มีความแตกต่างระหว่างเด็กชาย และ เด็กหญิง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

การทดลองที่ 4

การทดลองนี้เป็นการทดลองเกี่ยวกับคุณสมบัติทางทอโปโลยี คือ ล้อมรอบ ภายใน และลำดับที่ต่อเนื่อง

จากผลของการทดลองโดยเฉลี่ยแล้วเด็กอายุ 4 ขวบยังไม่สามารถที่จะผูกปมเชือก 2 ปมได้เหมือนแบบใด แต่เด็กสามารถทำได้เมื่อมีอายุตั้งแต่ 6 ขวบขึ้นไป นั่นคือเด็กจะมีโนภาพเกี่ยวกับลำดับที่ต่อเนื่องกันตั้งแต่อายุ 6 ขวบขึ้นไป ส่วนการทดลองอื่นเด็กสามารถจะทำได้ตั้งแต่อายุ 4 ขวบขึ้นไป เช่นการผูกคินสอด เด็กอายุ 4 ขวบโดยเฉลี่ยรู้จักเอาเชือกล้อมรอบคินสอดก่อนที่จะผูกแต่ก็ยังมีเด็กอายุ 4 ขวบ บางคนเอาเชือกพันกันให้เป็นวงกลมเสียก่อนแล้วจึงเอาคินสอดสอดเข้าไปในวงกลมนั้น

เบียเจทได้สรุปการทดลองทางานนี้ว่า เด็กอายุ 4 ขวบมีความสามารถในการผูกปมเชือกได้ แต่จากการทดลองของโลเวลล์ ปรากฏว่า เด็กอายุ 4 ขวบ 7 เดือนขึ้นไปจึงสามารถผูกปมเชือก 1 ปมได้ และเด็กอายุ 5 ขวบ 1 เดือน ขึ้นไปจึงสามารถผูกปมเชือก 2 ปมได้

จากการเปรียบเทียบความสามารถทางด้านนี้ของ เด็กไทยกับเด็กชาวตะวันตก
ปรากฏผลว่า เด็กไทยมีความสามารถทางด้านนี้สูงกว่าเด็กชาวตะวันตกประมาณ 1 ปี

ทางด้านความสามารถในการผูกปม เชือกระหว่าง เด็กชาย และ เด็กหญิง จากกลุ่ม
ตัวอย่างที่ผู้ทดลองทำการวิจัยปรากฏผลว่า ไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

การทดลองที่ 5

การทดลองนี้เป็นการทดลองที่สำคัญมาก เพราะว่าถ้าเด็กสามารถปักไม้ให้เป็น
แนวตรงได้ก่อนที่เด็กจะสามารถจะเขียนเส้นเพื่อพยายามที่จะประกอบกันเป็นรูปสามเหลี่ยม หรือ
สี่เหลี่ยมแล้ว ทฤษฎีความโง่ทางด้านทอโปโลยีของเด็กควรจะเกิดขึ้นก่อนมีโง่ทาง
ด้านเรขาคณิตแบบ Projective และมีโง่ทางด้านเรขาคณิตแบบยูคลิดนั้นไม่ถูกต้อง

จากการทดลองของเป็ยเจท์ ปรากฏว่า

1. ในระดับอายุตั้งแต่ 4 ขวบลงไป เด็กไม่สามารถที่จะปักไม้ให้เป็นแนวตรง
ได้ในลักษณะที่ขนานกับขอบโต๊ะ และในทำนองเดียวกัน เด็กก็ไม่สามารถลากเส้นตรงเพื่อ
ประกอบเป็นสามเหลี่ยม หรือสี่เหลี่ยม

2. ในระดับอายุ 4 ขวบ ถึง 7 ขวบ เด็กสามารถปักไม้ให้เป็นแนวตรงได้ดีขึ้น
เด็กเริ่มรู้จักปักไม้ให้ขนานกับขอบโต๊ะ แต่ทำให้เด็กปักไม้ในแนวเส้นทะแยงมุม เด็กในระดับ
อายุ 7 ขวบขึ้นไปจึงสามารถทำได้

จากการทดลองของโลเวลล์ ปรากฏผลว่า ปีเด็กจำนวน 53 เปอร์เซนต์ของ
เด็กที่ทำการทดลองในระดับต่ำกว่า 4 ขวบ สามารถปักไม้ให้เป็นแนวตรงได้ดี และมีเด็ก
จำนวน 40 เปอร์เซนต์ สามารถปักไม้ได้ก่อนข้างตรง

ผลของการทดลองที่ขัดแย้งกันระหว่างโลเวลล์ และเป็ยเจท์นี้ โลเวลล์ได้ให้ข้อ
คิดเห็นว่า การที่จะพูดว่าเด็กสามารถปักไม้ได้ตรงนั้นควรจะตรงขนาดใด ซึ่งหลักเกณฑ์
ที่กำหนดนี้ควรจะสอดคล้องกับหลักเกณฑ์ในการเขียนเส้นตรงของเด็ก

สำหรับหลักเกณฑ์ผู้วิจัยได้ทำการทดลอง คำว่า "ตรง" นั้นผู้ทดลองหมายถึง
เป็นแนวตรงจริง ๆ โดยใช้ไม้บรรทัดเป็นเครื่องวัดซึ่งการทดลองปรากฏดังนี้ เด็กในระดับ
อายุ 10 ขวบ สามารถปักไม้ให้เป็นแนวตรงได้เพียงร้อยละ 30 ในส่วนที่ 1 และร้อยละ 25

ในส่วนที่ 2 ดังนั้นจึงไม่สามารถสรุปได้ว่าเด็กในระดัปีสามารถปักไม้ให้เป็นแนวตรง แต่สามารถสรุปได้ว่า เด็กในระดัปีอายุตั้งแต่ 10 ขวบ ขึ้นไปสามารถที่จะปักไม้ให้เป็นแนวตรงได้ ส่วนเด็กในระดัปีอายุ 8 ขวบนั้นสามารถปักไม้ไ้ก่อนข้างตรงทั้งสองแบบ

จากผลของการทดลองนี้จะเห็นได้ว่า เด็กไทยในกลุ่มทดลองไม่สามารถจะปักไม้ให้เป็นแนวตรงได้ก่อนที่จะเขียนเส้นเพื่อประกอบเป็นรูปต่าง ๆ ซึ่งผลของการทดลองนี้สอดคล้องกับทฤษฎีของเปียเจต์

วิธีการต่าง ๆ ที่เด็กใช้ในการปักไม้ให้เป็นแนวตรงนั้น จากการสังเกตของผู้วิจัยสรุปได้ 3 อย่างคือ

1. อาศัยหลักความใกล้เคียง เด็กในระดัปีอายุ 4 ขวบ และ 5 ขวบ ใช้หลักนี้ในการปักไม้ให้เป็นแนวตรง เป็นจำนวนรอยละรอยทั้งสองระดัปีอายุ

2. ใช้วิธีการทางเรขาคณิตแบบ Projective (เฉียง) เด็กในระดัปีอายุ 5 ขวบ จำนวน 10 เปอร์เซนต์เริ่มใช้วิธีนี้และเด็กมีความโน้มเอียงที่จะใช้วิธีนี้มากขึ้นเมื่อเด็กมีอายุมากขึ้น แต่เด็กในระดัปีอายุ 10 ขวบมีเด็กใช้วิธีนี้น้อยกว่าเด็กในระดัปีอายุ 9 ขวบ ทั้งนี้เพราะว่าเด็กได้ใช้วิธีการทางเรขาคณิตแบบยูคลิดแทน สำหรับวิธีการนี้เด็กที่เปียเจต์ทำการทดลองเริ่มใช้ตั้งแต่ระดัปีอายุ 3 ขวบ 7 เดือน ถึง 4 ขวบ

3. ใช้วิธีการทางเรขาคณิตแบบยูคลิด วิธีการนี้มีอยู่หลายอย่าง เช่น เด็กจะใช้ไม้หรือมีดทาบเป็นแนวระหว่างหลักทั้งสองอันนั้นแล้วจึงปัก หรือเด็กใช้ไม้ขีดเส้นตรงระหว่างหลักทั้งสองนั้นก่อนที่จะปัก ผลการทดลองปรากฏว่า ในส่วนแรกเด็กจะเริ่มรู้จักใช้วิธีนี้ในระดัปีอายุ 6 ขวบเป็นจำนวนรอยละ 5 ของกลุ่มทดลอง สำหรับเด็กในระดัปีอายุ 7 ขวบ รู้จักใช้วิธีนี้เป็นจำนวนรอยละ 15 ของกลุ่มทดลอง และเด็กจะใช้วิธีการนี้มากขึ้น เมื่อระดัปีอายุสูงขึ้น ซึ่งเด็กในระดัปีอายุ 10 ขวบ ใช้วิธีการนี้เป็นจำนวนรอยละ 35 ของกลุ่มทดลอง ส่วนเด็กที่เปียเจต์ทำการทดลองเริ่มใช้วิธีการนี้ในระดัปีอายุ 4 ขวบ 7 เดือน ถึง 5 ขวบ

ความสามารถทางคานนี้ของ เด็กชายและ เด็กหญิงไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัย

สำคัญทางสถิติ

ผลการทดลองสรุปได้ว่า เด็กมีนิภาพทางด้านทอปปิโไลย์ก่อนมีนิภาพทางด้าน
 เรขาคณิตแบบยูคลิด ผลการทดลองนี้อาจเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ในระดับอนุบาล
 และประถมศึกษาตอนต้นตระหนักในการสอนในลักษณะที่ควร เน้นให้เด็กเกิดนิภาพทางคาม
 ทอปปิโไลย์ก่อนที่จะ เน้นให้เด็กเกิดนิภาพทางด้านเรขาคณิตแบบยูคลิด

ขอเสนอแนะสำหรับการค้นคว้าครั้งต่อไป

1. การค้นคว้าครั้งต่อไปควรใช้กลุ่มตัวอย่างที่เป็นเด็กในสังกัดมณฑล เพื่อศึกษา
 ว่ามีนิภาพทางด้านทอปปิโไลย์และ เรขาคณิตแบบยูคลิดของเด็กชนบทกับเด็กในกรุงแตกต่างกันหรือไม่
2. การแบ่งระดับอายุเด็กควรแบ่งช่วงให้ต่ำกว่าช่วง 1 ปี
3. ควรศึกษานิภาพเกี่ยวกับเรขาคณิตแบบยูคลิดกับเด็กที่ระดับอายุสูงกว่านี้
 เพราะผู้วิจัยพบว่า การทดลองบางอย่างยากเกินไปสำหรับเด็ก
4. ควรนำเนื้อหาเกี่ยวกับคุณสมบัติทางทอปปิโไลย์เบื้องต้นไปทดลองสอนเด็ก
 ในระดับอนุบาลโดยใช้อุปกรณ์การสอน
5. ควรนำเนื้อหาเกี่ยวกับคุณสมบัติทาง เรขาคณิตแบบยูคลิดไปทดลองสอนเด็ก
 ในระดับประถมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้อุปกรณ์การสอน
6. ควรให้คะแนนผลของการทดลองที่ 5 เพื่อที่จะได้บอกอายุเด็กได้อย่างถูกต้อง
7. ควรนำผลของการค้นคว้าไปใช้เป็นแนวทางในการปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์
 ระดับอนุบาลและประถมศึกษาตอนต้นของประเทศไทย

ບຣ ກຳນຸກຣມ

บรรณานุกรม

- การฝึกหัดครู, กรม เอกสารสัมมนาครูสอนคณิตศาสตร์ระดับประกาศนียบัตรวิชาการศึกษา
ชั้นสูงของสถานฝึกหัดครูระดับวิทยาลัยครู หน่วยงานนิเทศกัณฑ์พิมพ์ 2507,
 121 หน้า.
- ทวีรัสมิ์ ชนากม และคณะ พัฒนาการของครอบครัวและเด็ก หน้า 250.
- ทัศนีย์ อ่องไพฑูริย์, ร.ต.หญิง "การสืบค้นปัญหาที่เป็นอุปสรรคในการเรียนจากนักเรียน
ชั้นมัธยมของโรงเรียนรัฐบาลในจังหวัดพระนคร" การวิจัยการศึกษา
กองการศึกษา กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ เล่ม 4 สิงหาคม หน้า 18.
- ประมวณ ดิวกินสัน "ยัง เปียเจท์ (Jean Piaget)" ศูนย์ศึกษา 4 : 384
 ตุลาคม - ธันวาคม 2509.
- วิชาการ, กรม รายงานการสัมมนาครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ
 2504, หน้า 1.
- วิชาการ, กรม รายงานการสัมมนาครูคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ
 2512, หน้า 3 - 549.
- สุชาติ รัตนกุล คณิตศาสตร์แผนปัจจุบัน เล่ม 1 โรงพิมพ์การศาสนา 2512, 102 หน้า.
- สุวรรณา มุงเกษม พัฒนาของการศึกษาทางคานคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา
วิทยานิพนธ์ 173 หน้า.
- Adrin, Pinard, "The Topological nature of Child's early Spatial
 Representation," Psychological Abstract 41 : 252, December, 1967.
- Breckenridge, Marian E. and E. Lee Vincent, Child Development,
 Philadelphia, Saunders, 1955, 497 pp.
- D' Augustine, Charles H., "Topic in Geometry and Point Set Topology -
 a Pilot Study," The Arithmetic Teacher 16 : 407 - 412, October, 1964.
- Duckworth, Eleanor, "Piaget Rediscovered," The Arithmetic Teacher
 11 : 496 - 499, November, 1964.
- Edward, Allen L., Experimental Design in Psychological Research, Holt,
 Rinehart, New York, 1950, 446 pp.

- Flavell, J.H., The Developmental Psychology of Jean Piaget, New York, D. Van Nostrand, 1963, 472 pp.
- Goodnow, J.J. and Bethon, G., "Piaget's Task : The Effects of Schooling and Intelligence, " Child Development, Vol 36 - 37 : 573 - 581, 1965 - 1966.
- Guilford, G.P., Fundamental Statistics in Psychology and Education, McGraw - Hill, New York, 1956, 565 pp.
- Eves, Howard, An Introduction to the History of Mathematics, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1964, 439 pp.
- Irving, Adler, "Mental Growth and The Art of Teaching," The Mathematics Teacher 8 : 706 - 715; December, 1966:
- Land, Frank, The Language of Mathematics, John Murray, London, 1964, 264 pp.
- Lovell, K., "A Follow -Up Study of Some Aspects of the Work of Piaget and Inhelder on the Child's Concept of Space," British - Journal of Educational Psychology 29 : 104 - 107, June, 1959.
- Lovell, K., The Growth of Basic Mathematical and Scientific Concepts in Children, London, University Press, 1966, 158 pp.
- Piaget, Jean, "How Children Form Mathematical Concept," in Contemporary Reading in General Psychology, Houghton Mifflin, Boston, 1959, p 174 - 178.
- Winer, B.T., Statistical Principle in Experimental Design, New York, McGraw - Hill, 1962, 672 pp.

ภาคผนวก

ตาราง 20 แสดงความสามารถของเด็กอายุ 4 ขวบ ในการจำแนกสิ่งต่าง ๆ ตามลักษณะสัญลักษณ์ และทอโปโลยี

รูปที่แยกแยะ

16	1		1						1					1	
1	12								3		2	1			
		4	8	2					2		2	1		1	
		4	10	3					1		1	2			
				7	3				1	3	4	2			
				4	13								1	1	
					6	5	1	3	5						
					7	2	3	6	2						
			1	1	2	3	8	1		2		1			
					2	1	2	8	5						1
					5	2		8	4						1
									13	1	4	2			
		1	4	1						7	3	2			

รูปที่เด็กสัมผัส

ตาราง 21 แสดงความสามารถของเด็กอายุ 5 ขวบ ในการจำแนกรูปทรงเรขาคณิตแบบมีสัญลักษณ์ และตอบโดย ^{รูป} และ ^{ตัวเลข}

()	20																		
()		15			2							3							
			13	4		1						1	1						
			2	14								2	1		1				
					12	2							4	2					
						15			1		2		1	1					
							9	3	1	6	1								
							4	7	1	4	3								
								3	6	1	1								
							1	3	2	11	2				1				
				1					1	3	9				2				
												14							
												2	7						
			2	1	4	1						1	1	2					

รูปที่เด็กสัมผัส

รูปที่ ๕
รูปที่เติม

											13	5						
			1	1							2	16						
													19	1				
														20				
														20				
															20			
																20		
																	20	

รูปที่เติม

ตาราง 25 แสดงความสามารถของเด็กอายุ 9 ขวบ ในการจำแนกรูปทรงเรขาคณิตแบบมีจุด และทอไปโดย
รูปที่เด็กดู

รูปที่เด็กสัมผัส																		
	20																	
		16																
			18															
				18														
					15	1												
							20											
								10	4	1	4	1						
									15	4	1							
										1	16	1						1
										1		15	4					
											2							
													18					
												19						
														20				

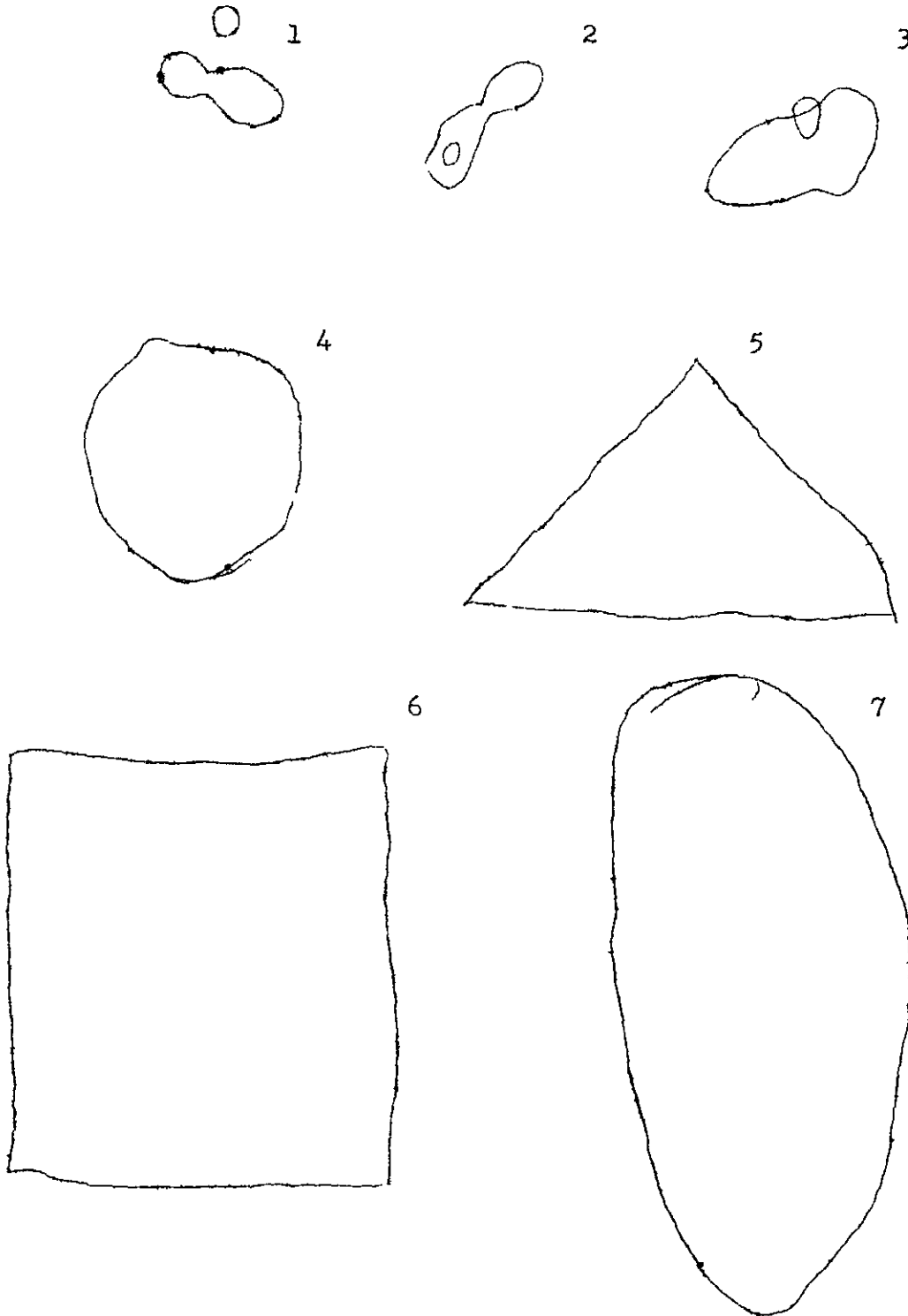
ตาราง 26 แสดงความสามารถของเด็กอายุ 10 ขวบ ในการจำแนกรูปทางเรขาคณิตแบบยูลี และทอโปลยี

รูปเรขาคณิต

20																				
	20																			
			12	4																
				16																
					18															
						20														
							9	3												
								16	3	1										
							1	1	18											
									19	1										
										20										
											20									
												17	1	2						

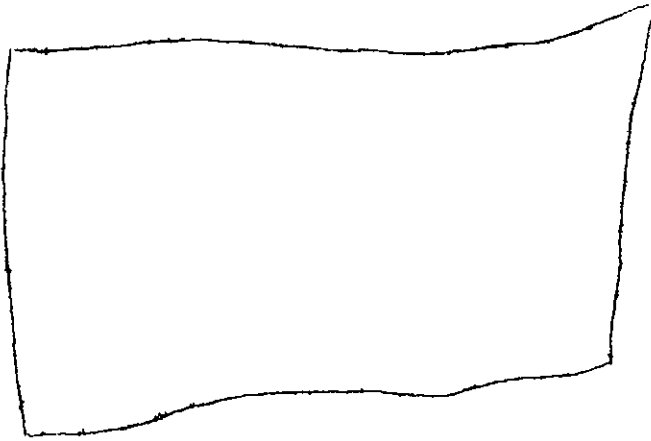
รูปเรขาคณิต

ภาพที่ 3 ตัวอย่างแสดงความสามารถในการเขียนรูปทางด้านเรขาคณิตแบบยูคลิก และทอโปโลยี ของเด็กวัยอายุ 4 ขวบ

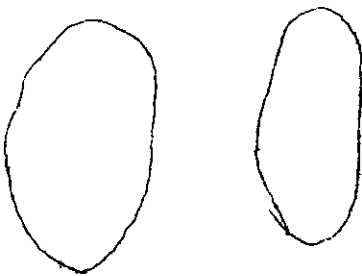


(ကဝ)

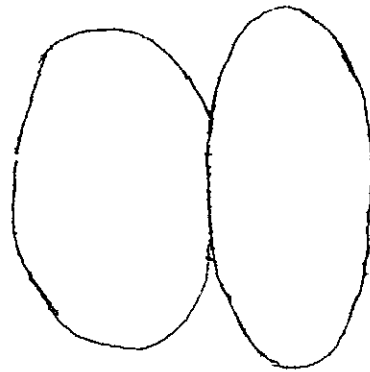
8



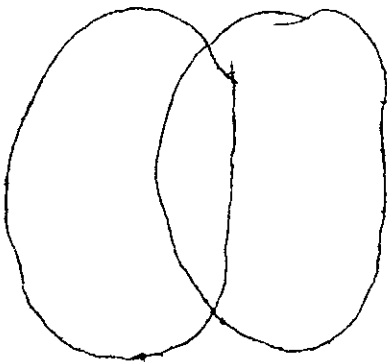
9



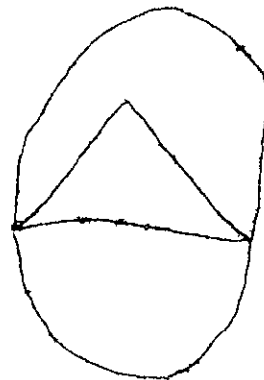
10



11

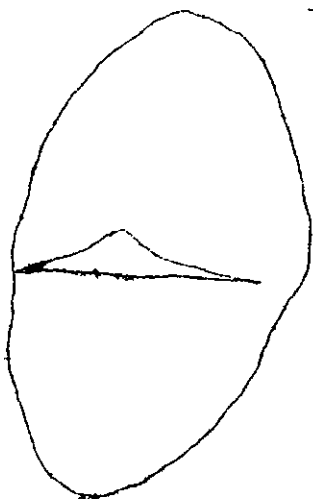


12

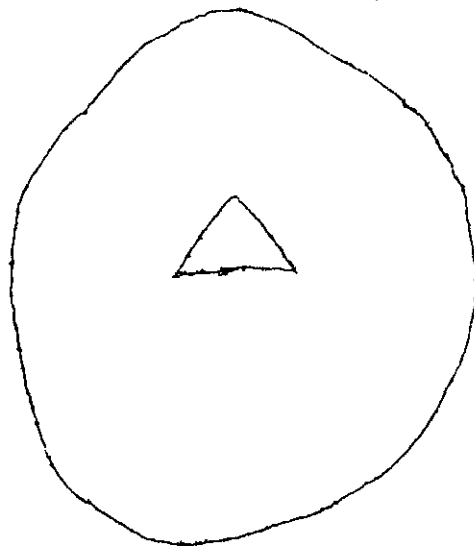


(๓๑)

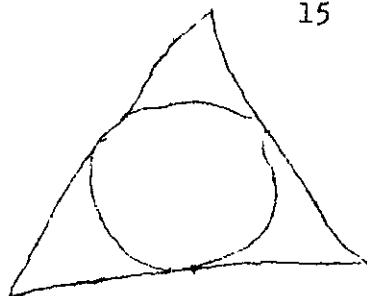
13



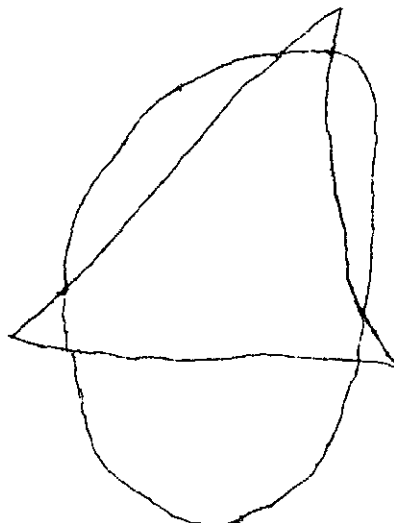
14



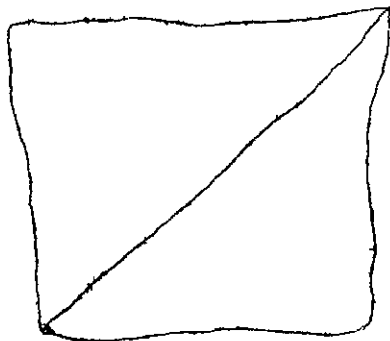
15



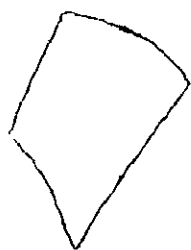
16



17



(๓๑)



18



19

๒

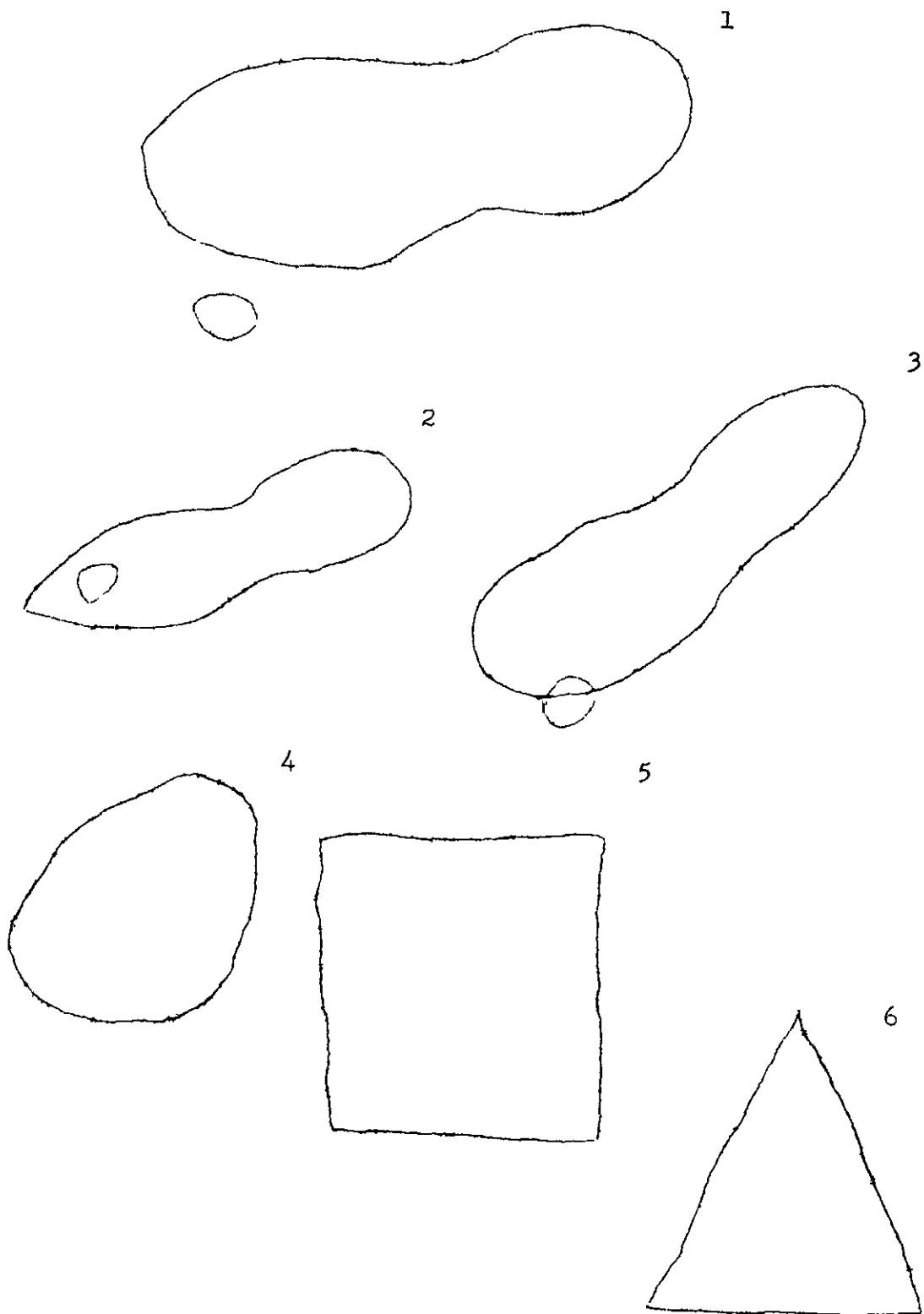


20



21

ภาพที่ 4 ตัวอย่างแสดงความสามารถในการเขียนรูปทางด้านเรขาคณิตแบบยูคลิด และทอโปโลยี ของเด็กวัยอายุ 5 ขวบ

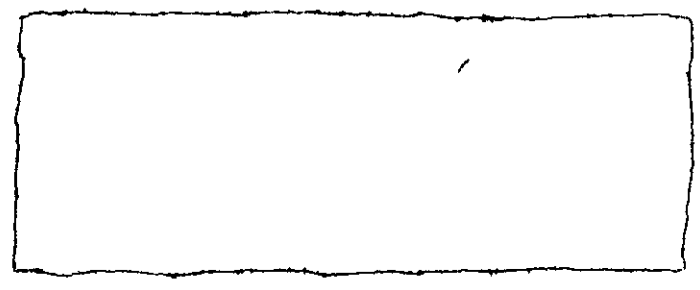


(ต่อ)

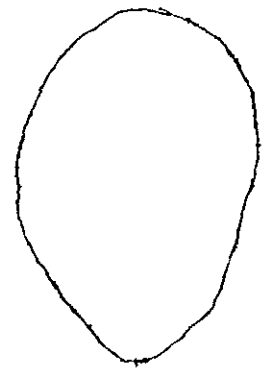
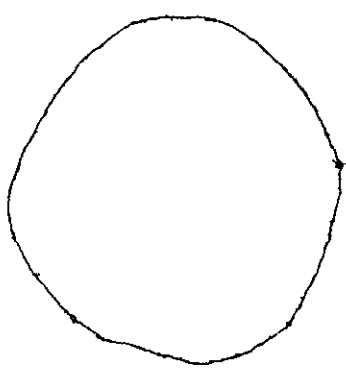
7



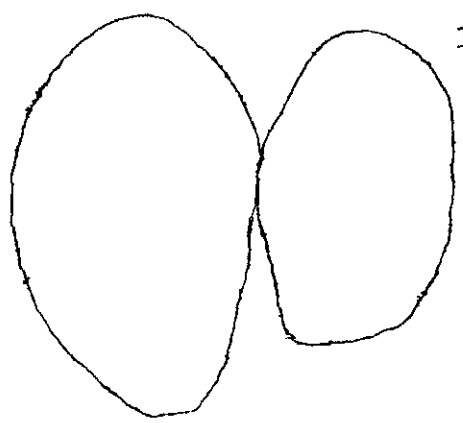
8



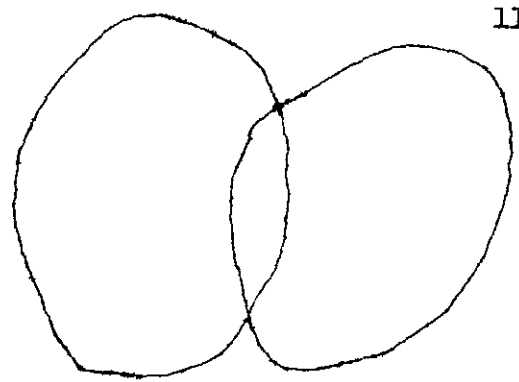
9



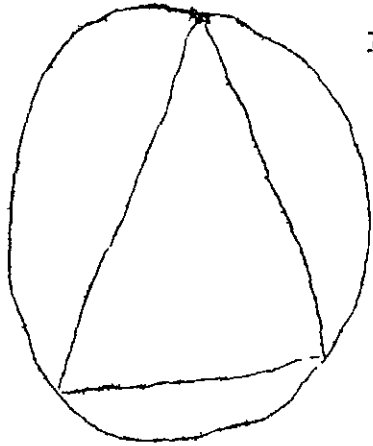
10



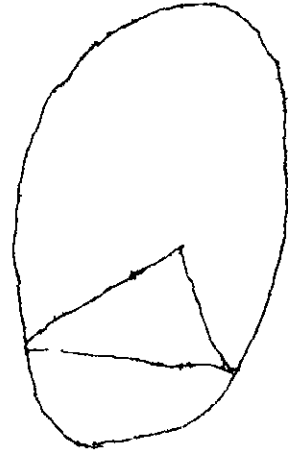
11



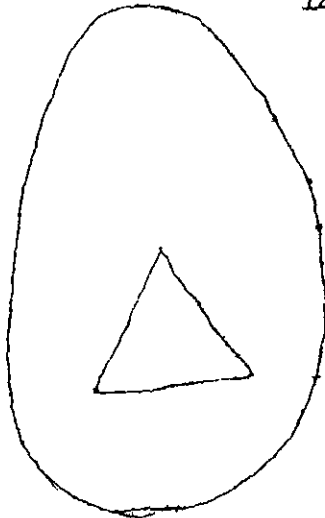
(๓๑)



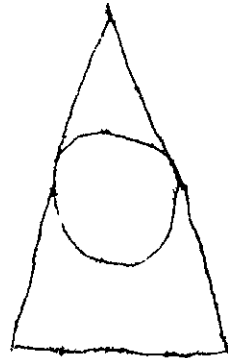
12



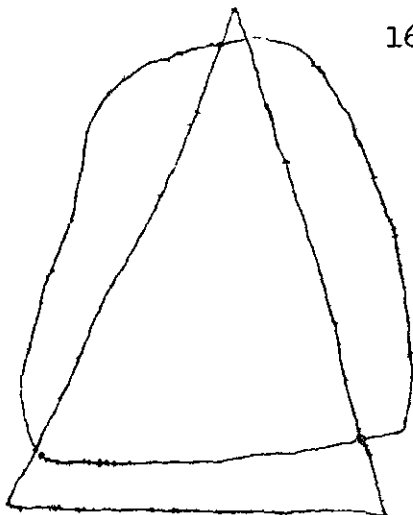
13



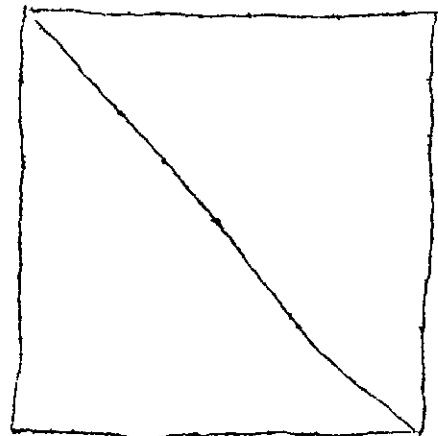
14



15

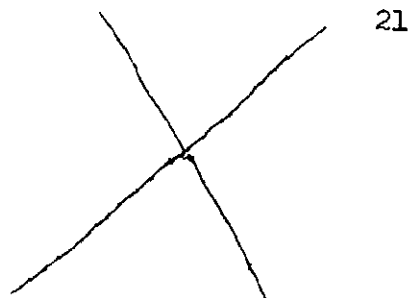
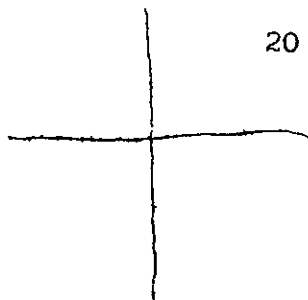
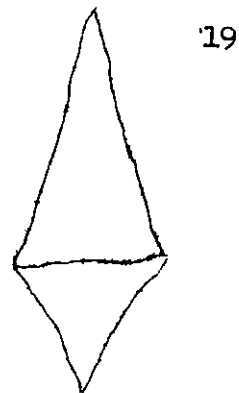
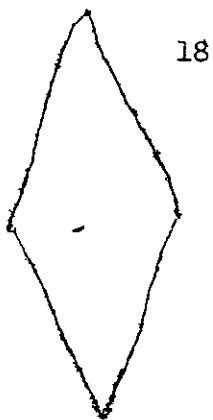


16

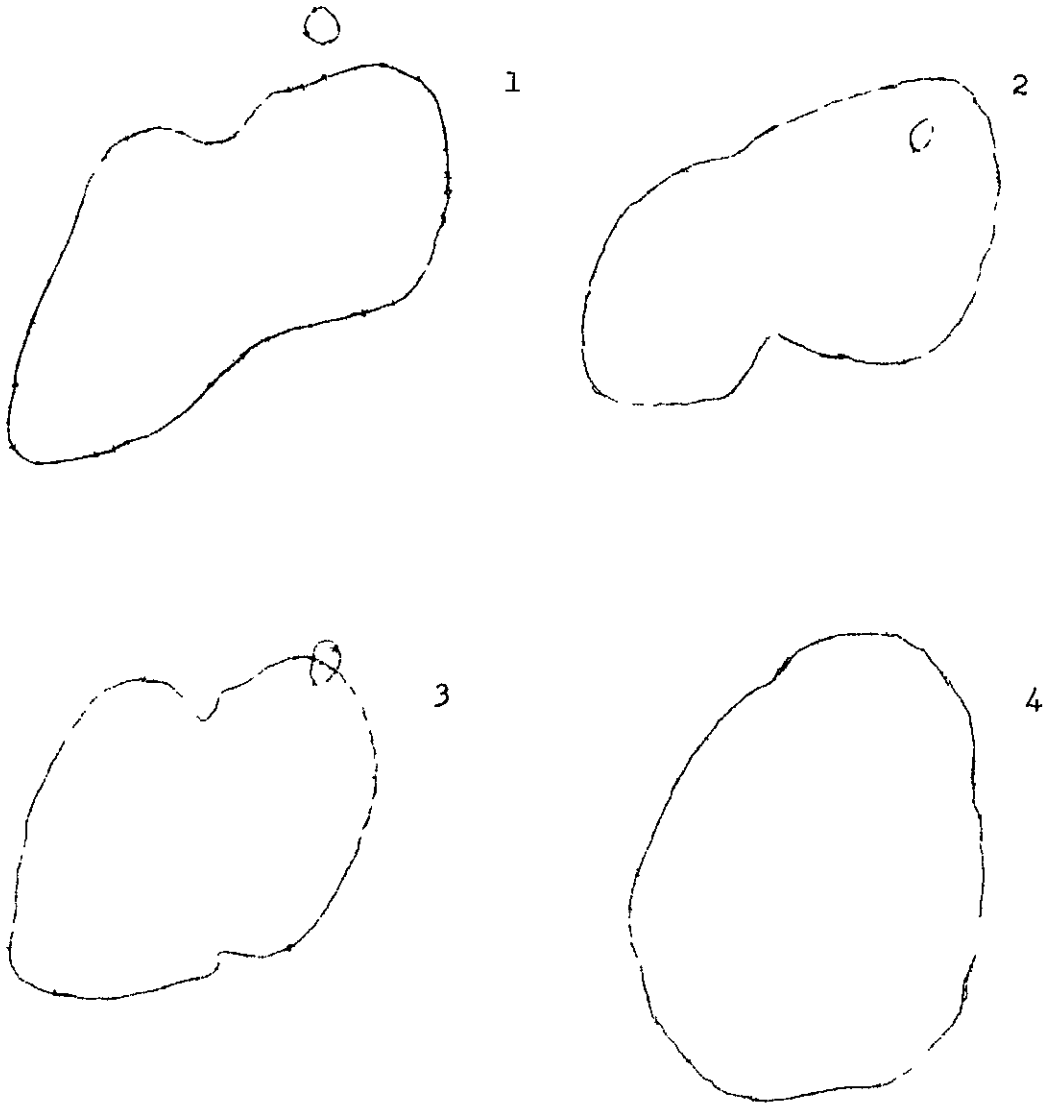


17

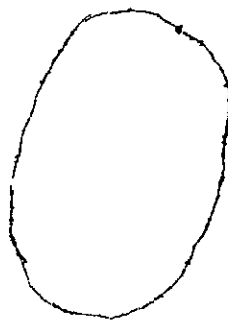
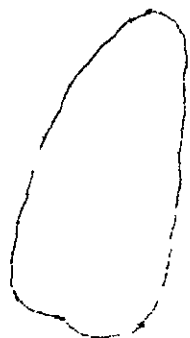
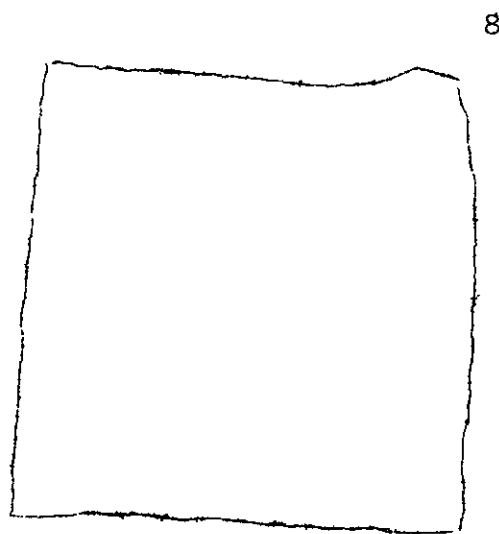
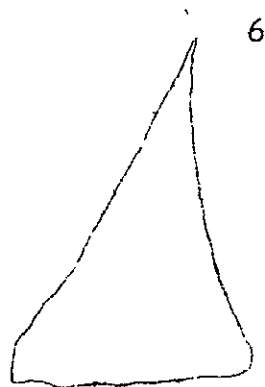
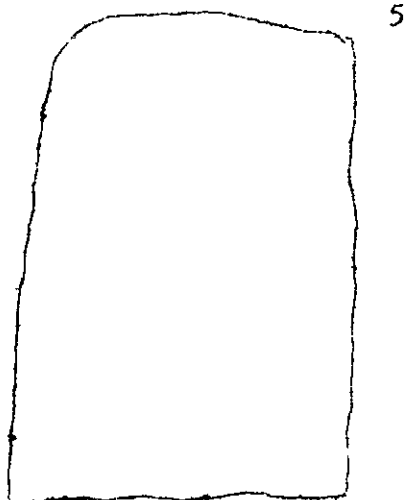
•
(ทอ)



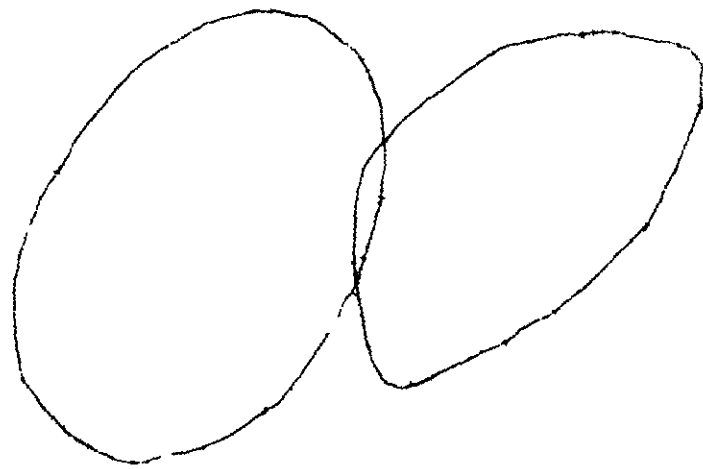
ภาพที่ 5 ตัวอย่างแสดงความสามารถในการเขียนรูปทางด้านเรขาคณิตแบบยูคลิด และทอโปโลยี ของเด็กวัยอายุ 6 ขวบ



•
(ทอ)

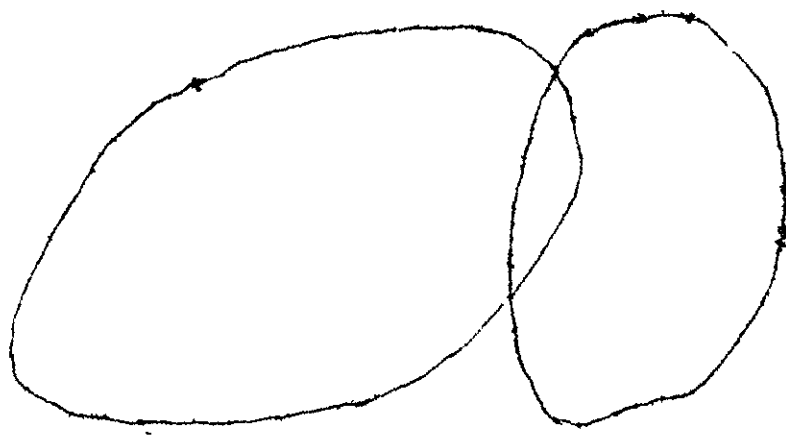


(78)

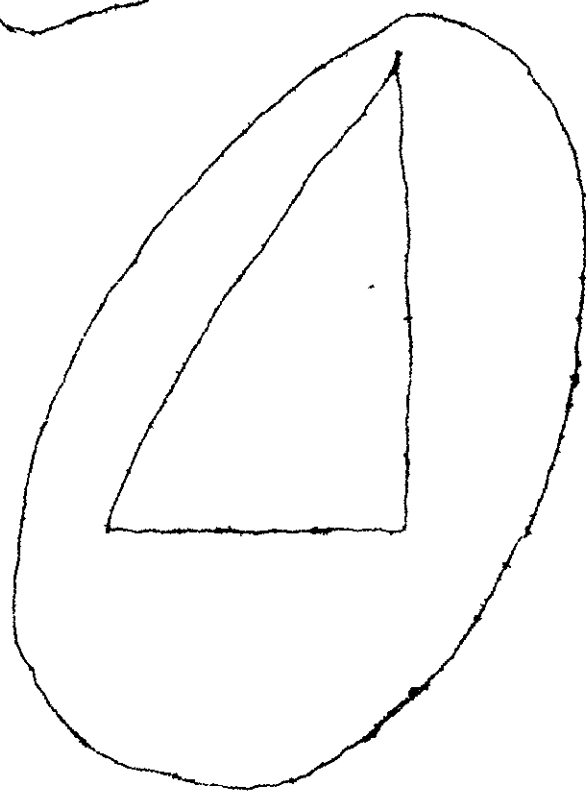


10

80



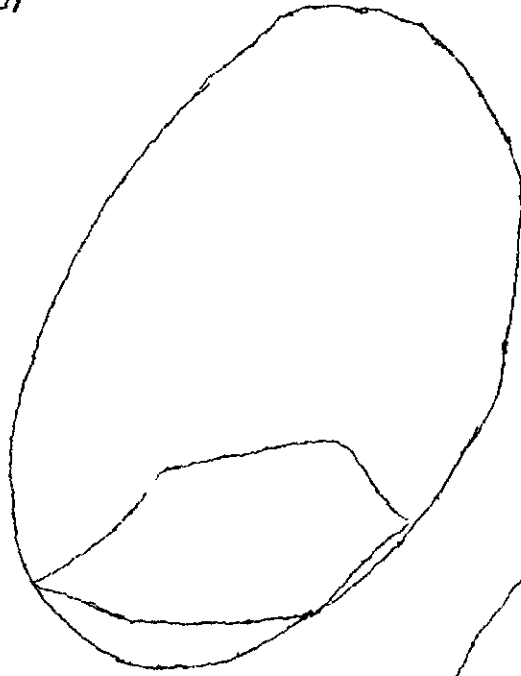
11



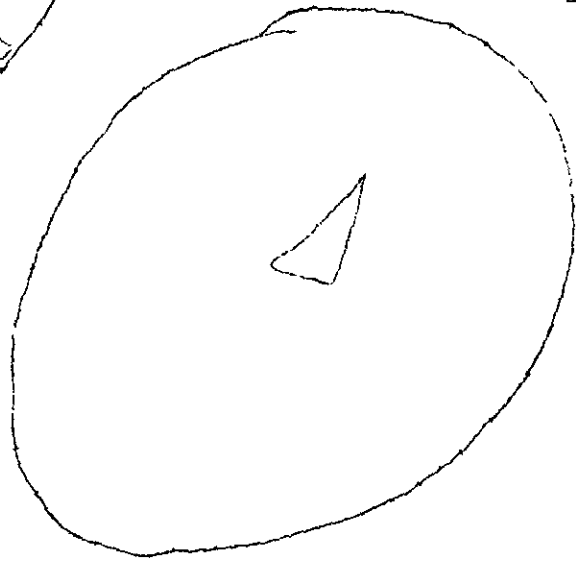
12

(10)

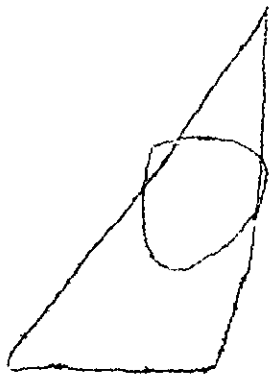
13



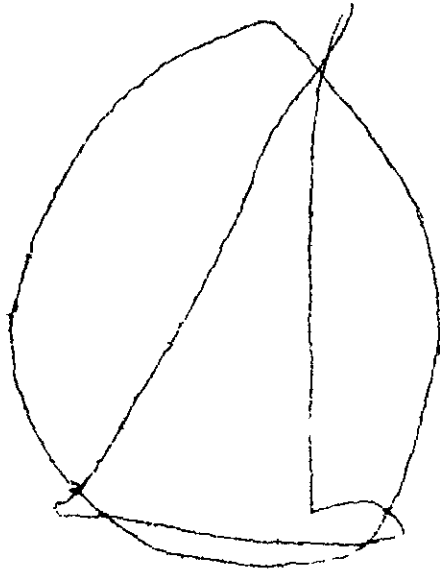
14



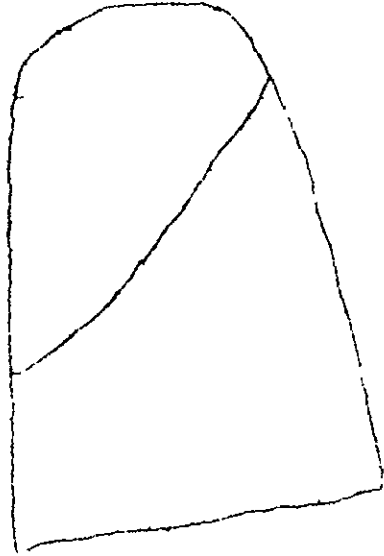
15



16



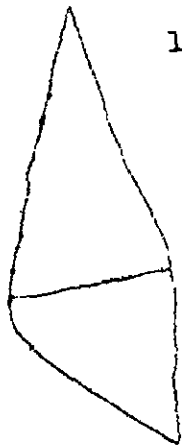
(๓๐)



17



18



19

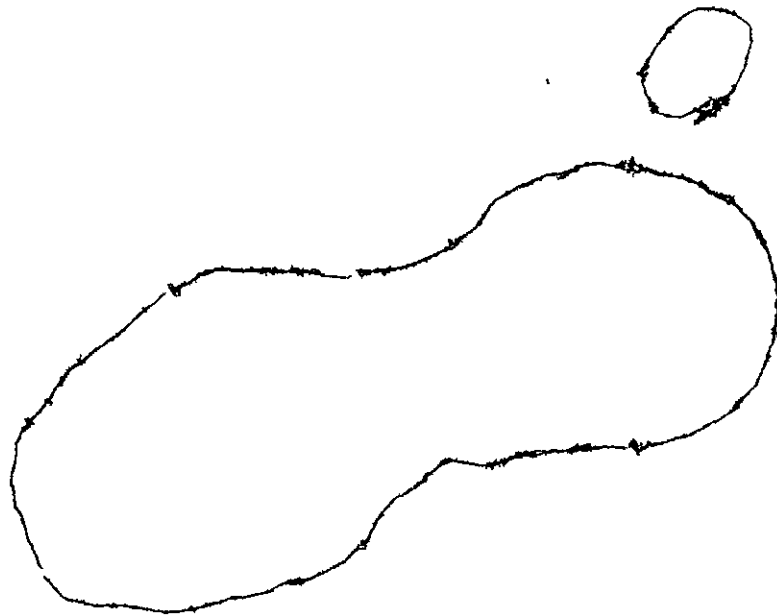


20

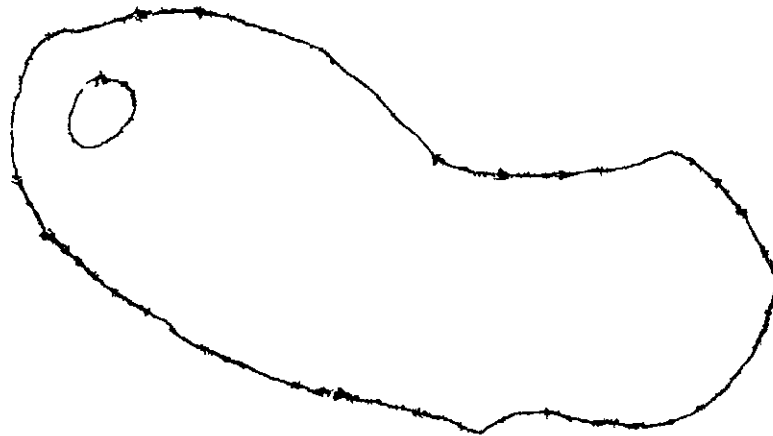


21

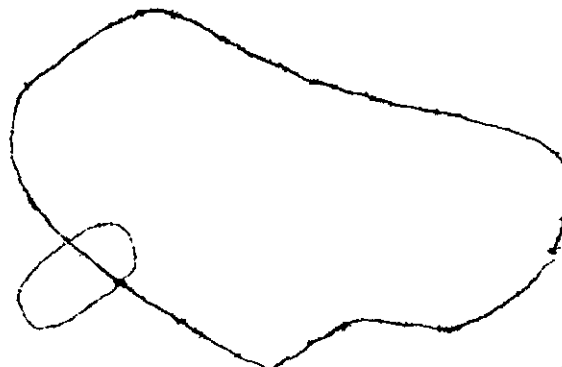
ภาพที่ 6 ตัวอย่างแสดงความสามารถในการเขียนรูปทางก้านเรขาคณิตแบบยูคลิด
และทอโปโลยี ของเด็กวัยอายุ 7 ขวบ



1

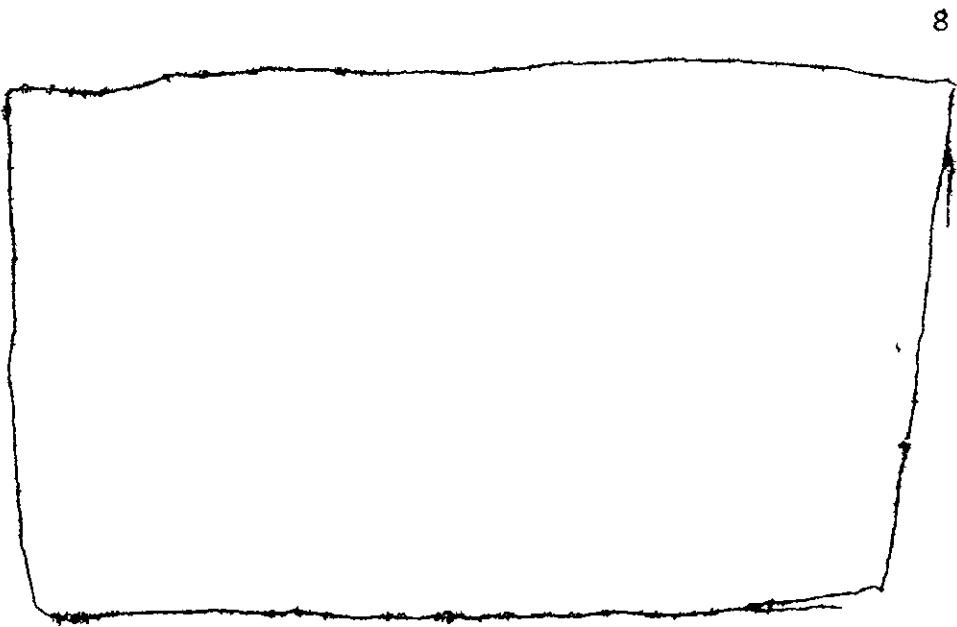
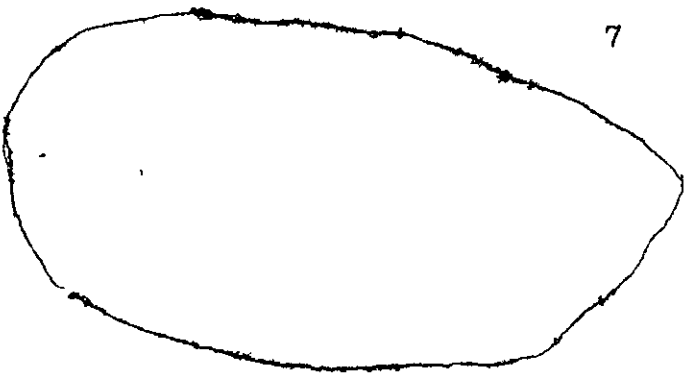
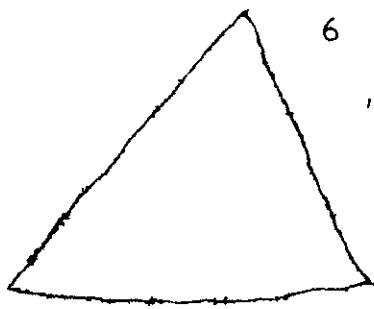
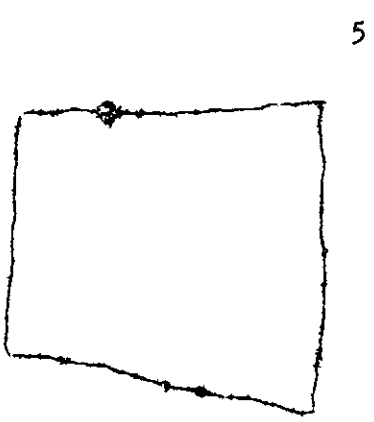
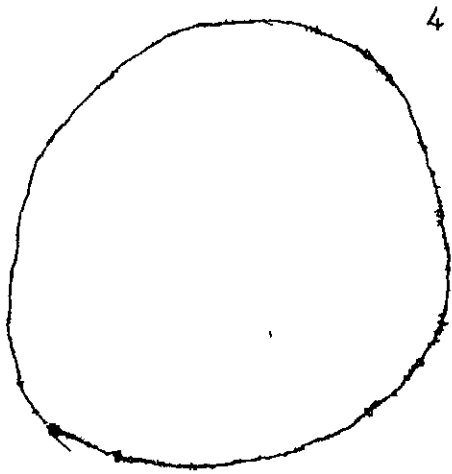


2

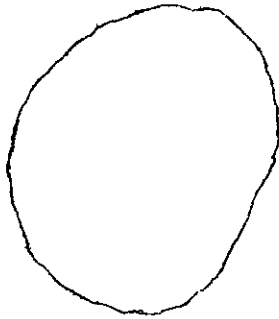


3

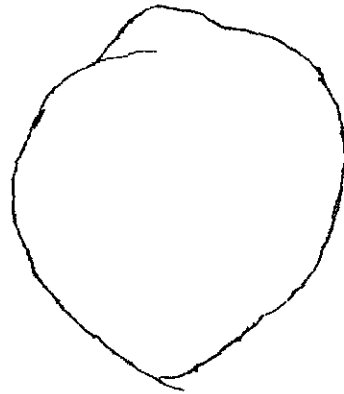
(ต่อ)



(70)

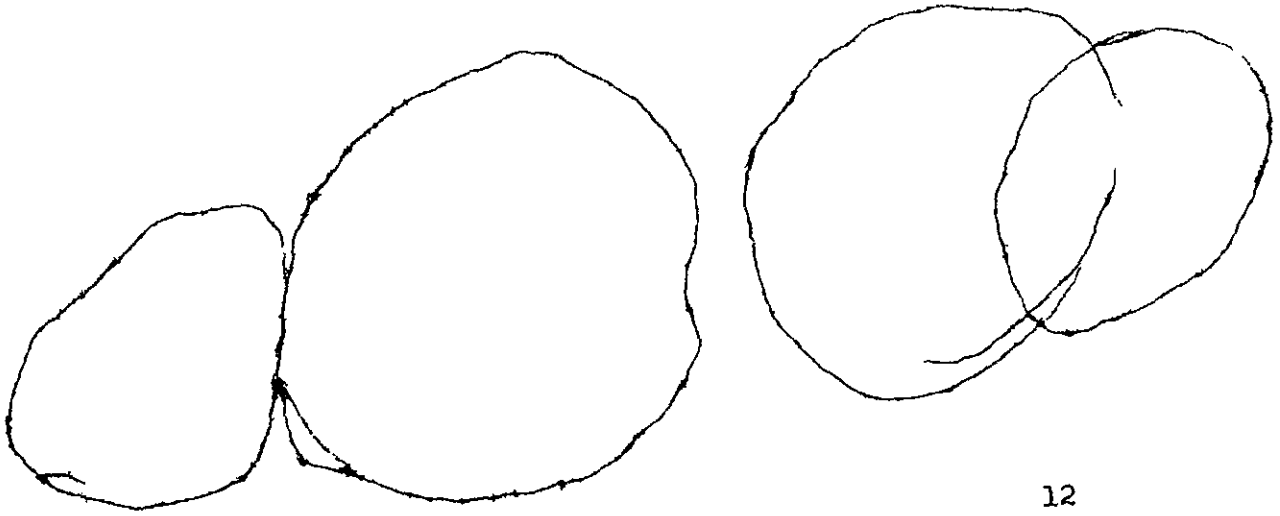


10

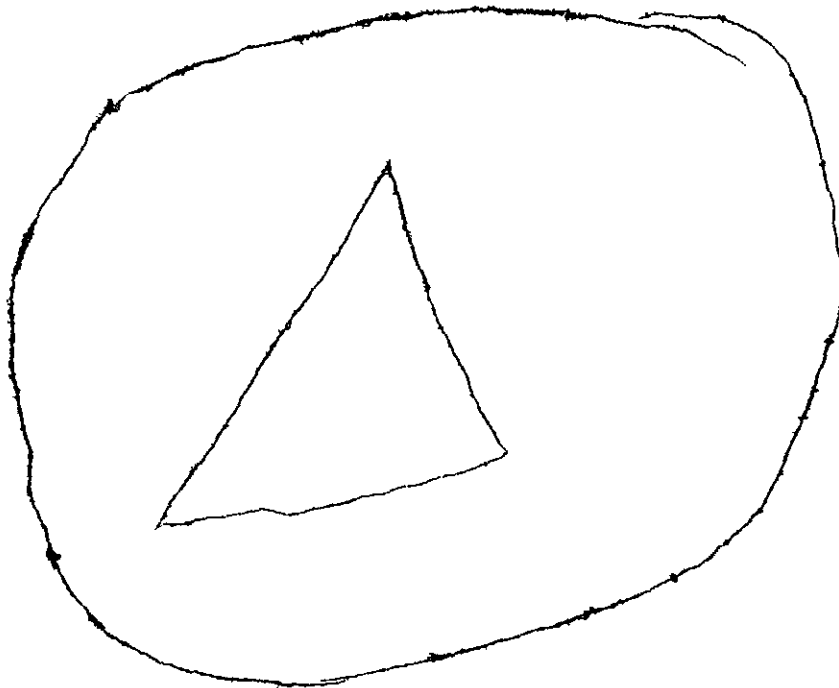


9

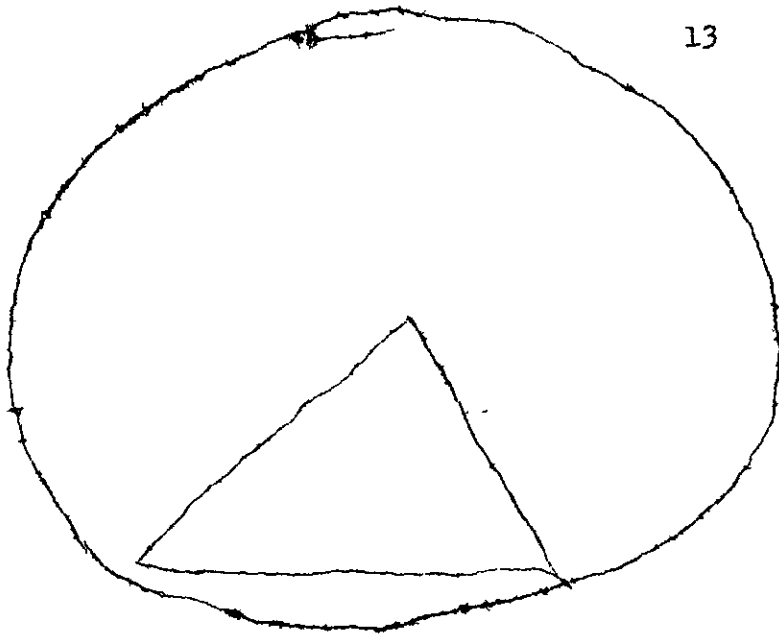
11



12

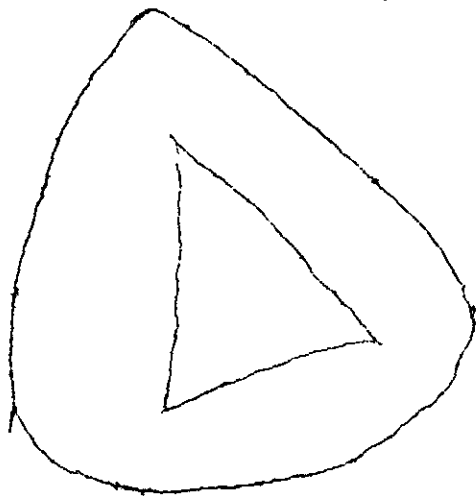


(ကဝ)

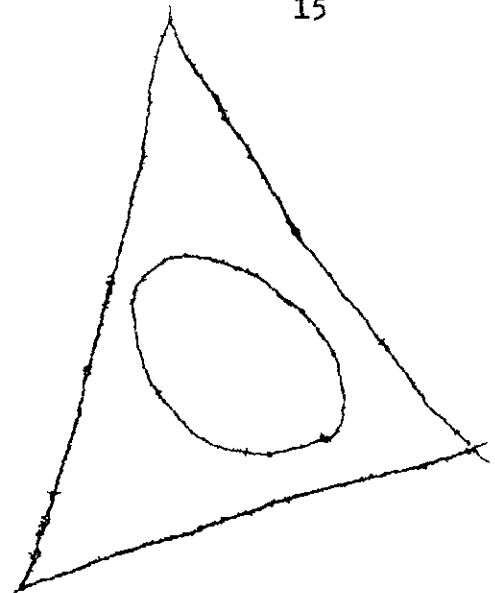


13

14

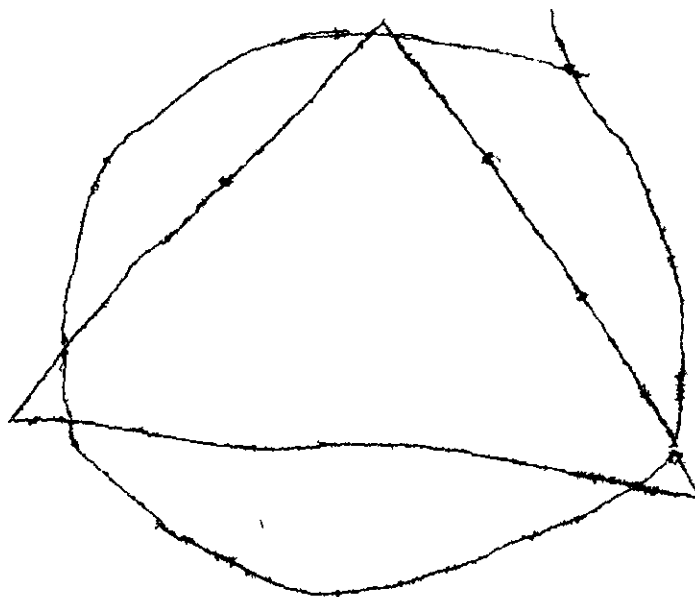


15



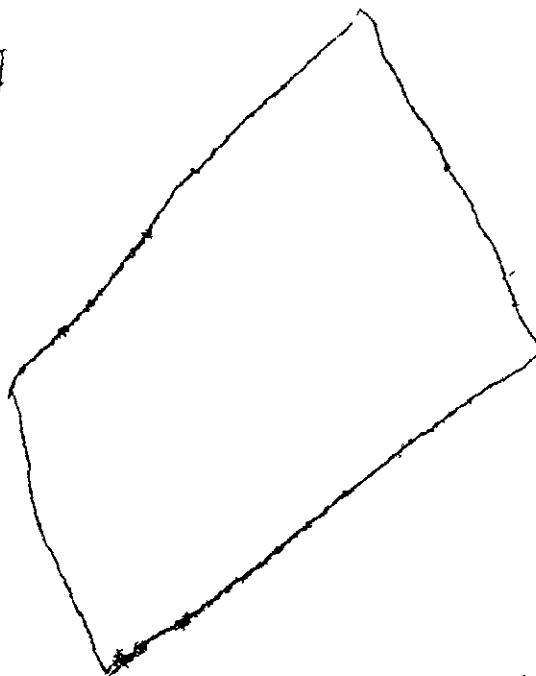
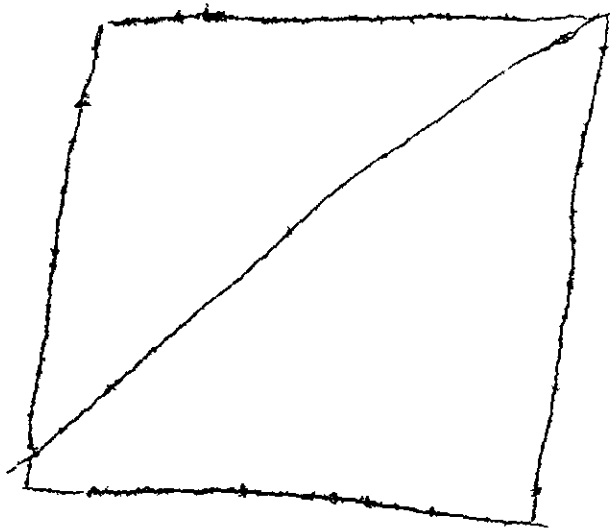
(ทอ)

16



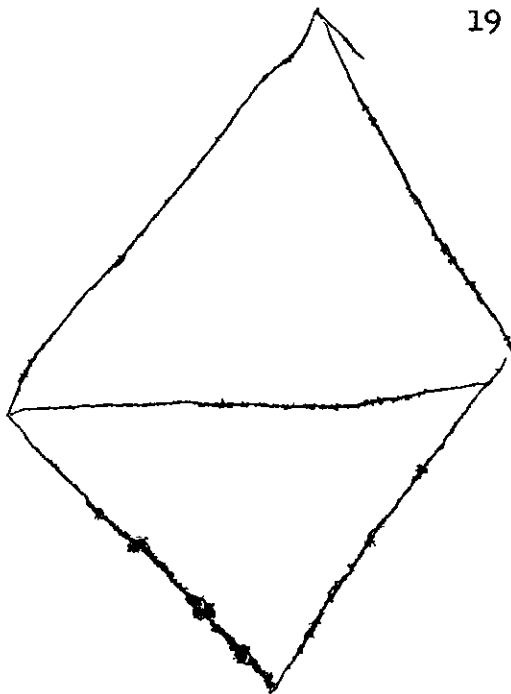
17

18

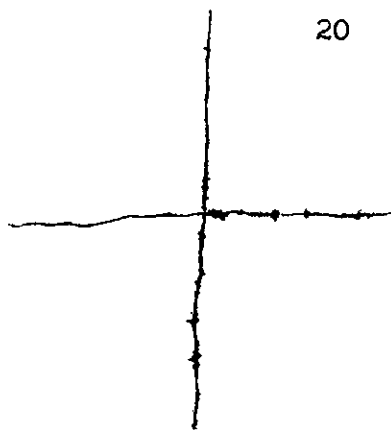


•
(19)

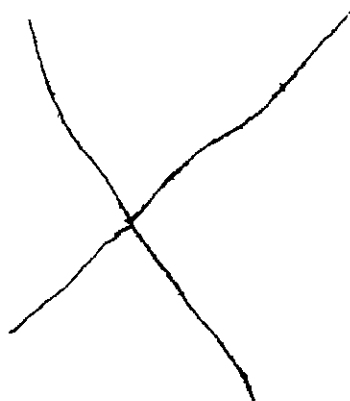
19



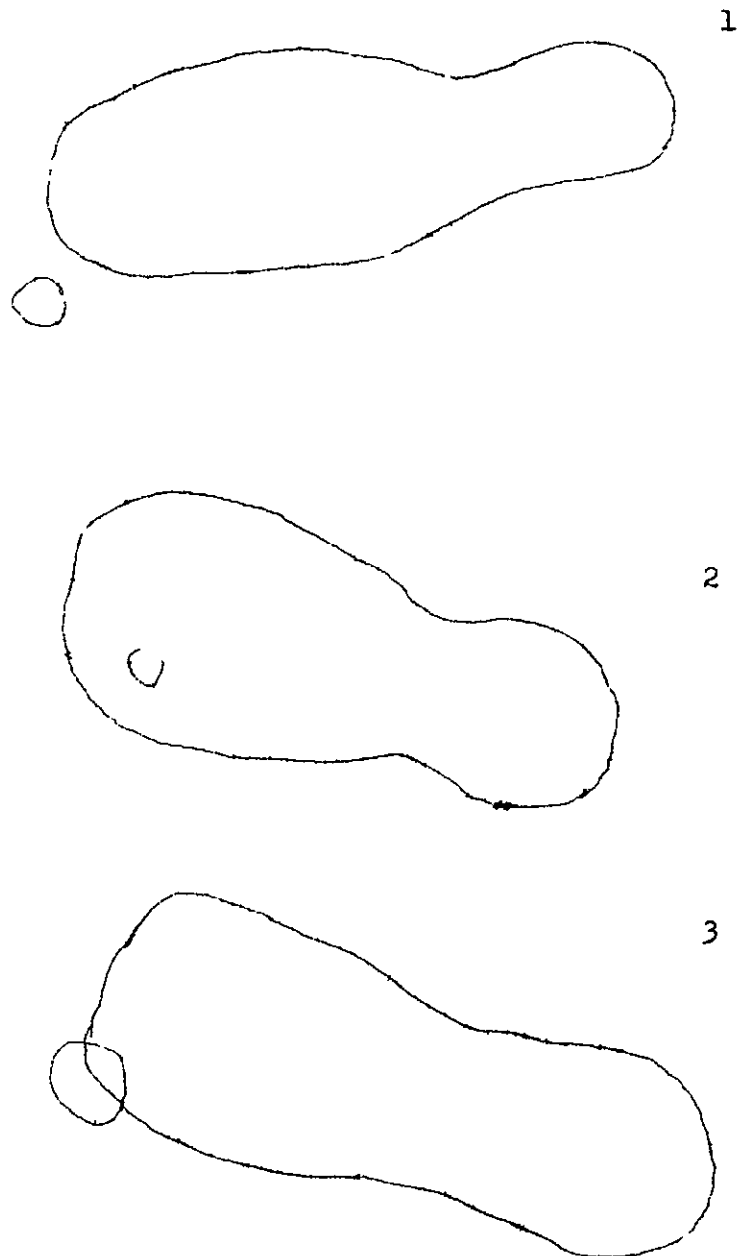
20



21

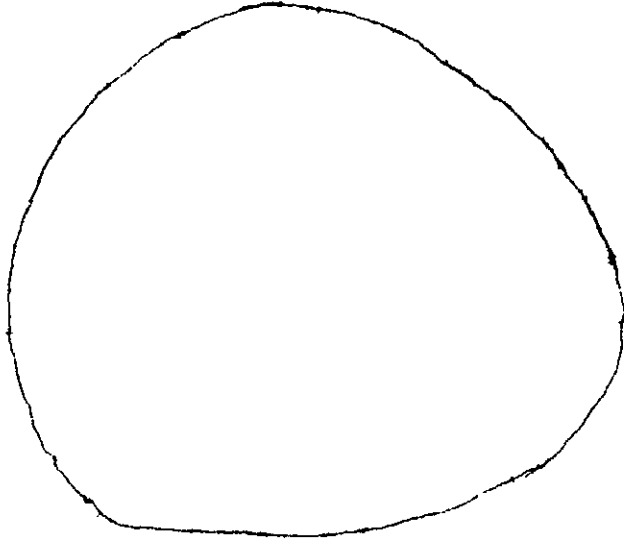


ภาพที่ 7 ตัวอย่างแสดงความสามารถในการเขียนรูปทางก้นเรขาคณิตแบบยูกลิด
และทอโปโลยี ของเด็กวัย 8 ขวบ

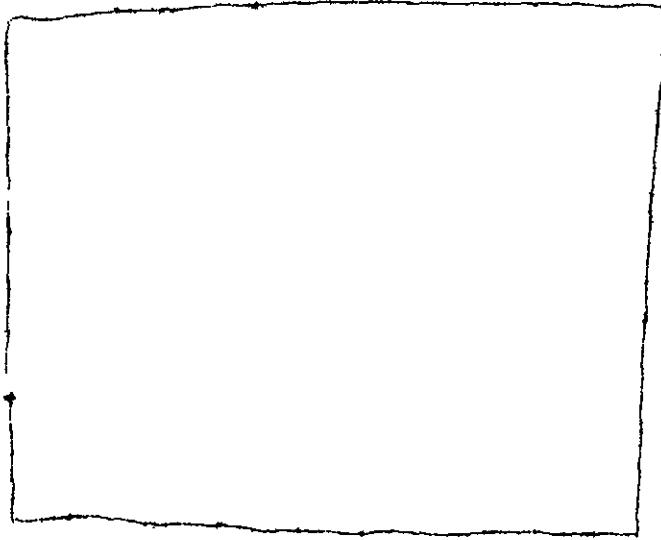


(ต่อ)

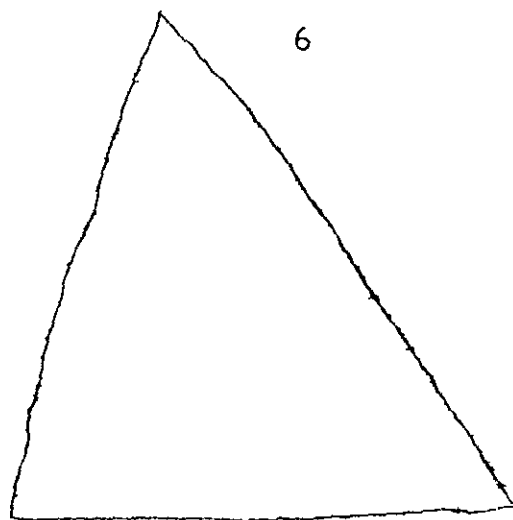
4



5

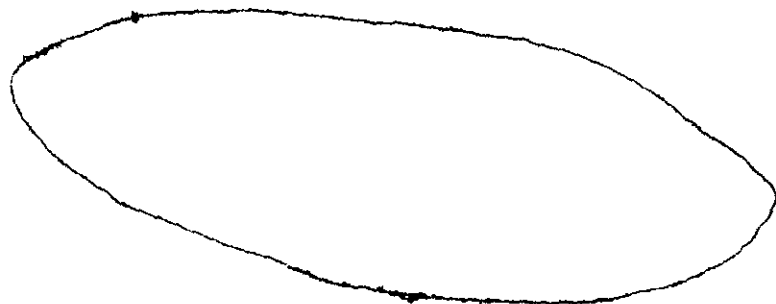


•
(๓๑)

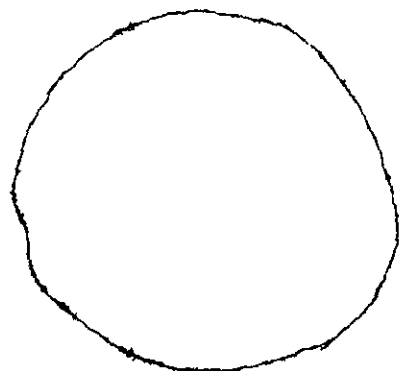
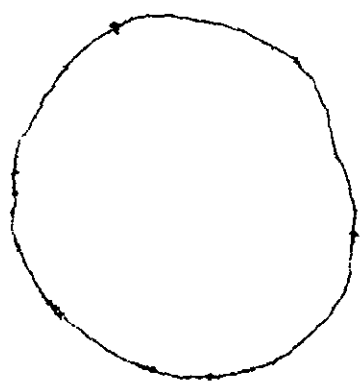


6

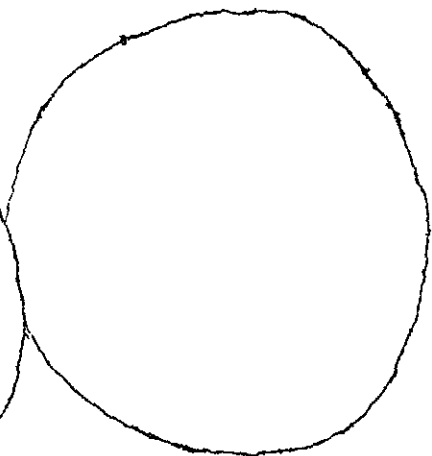
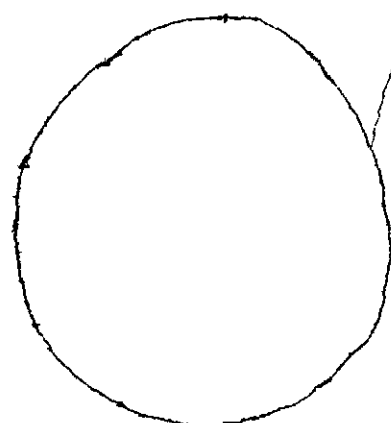
7



8

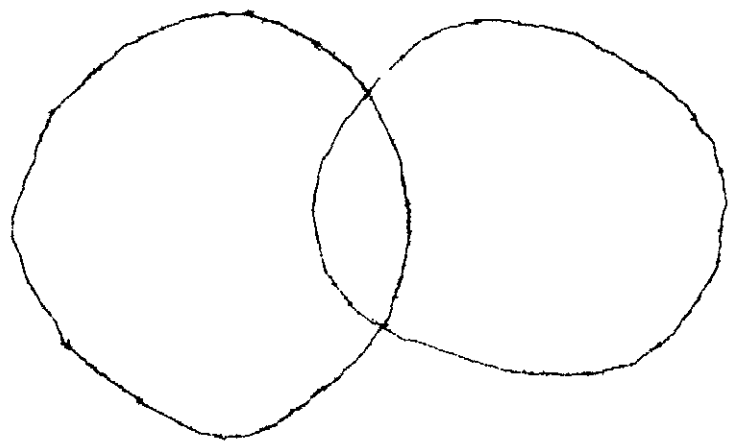


9

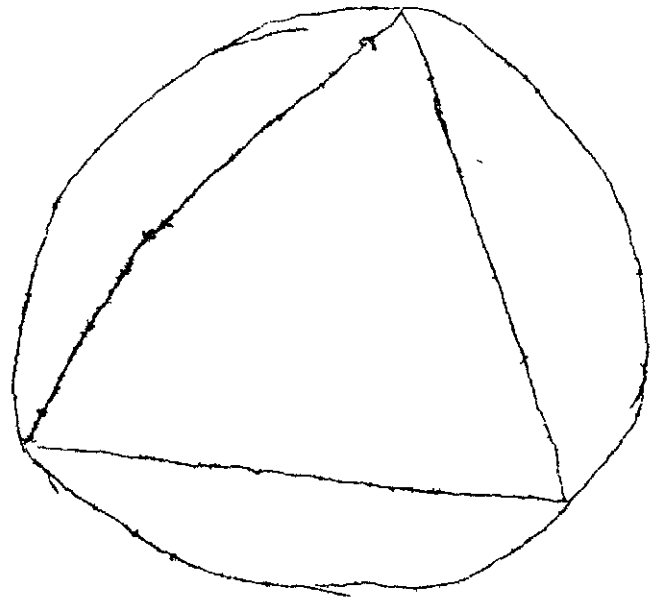


(๓๑)

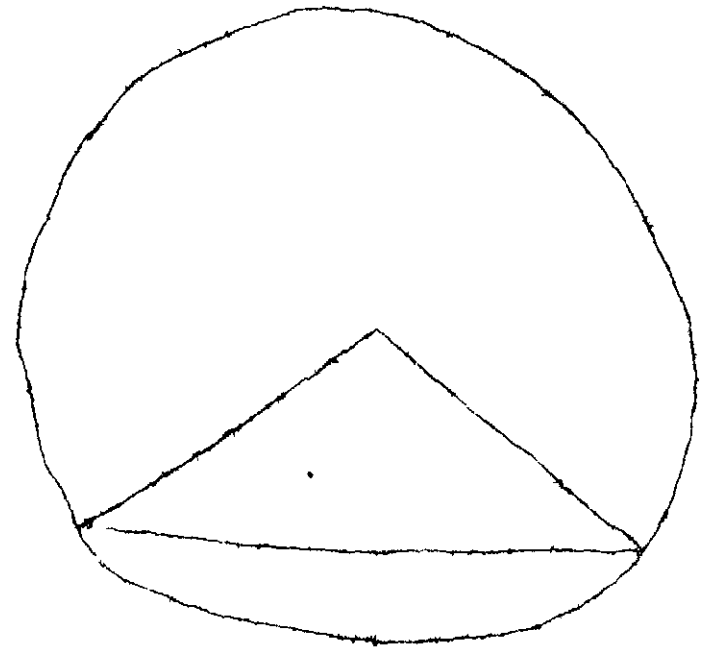
10



11

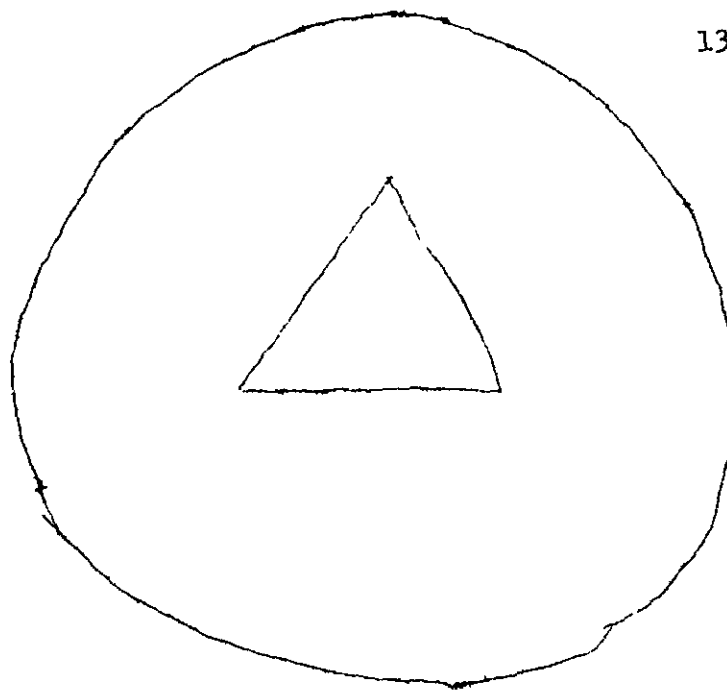


12

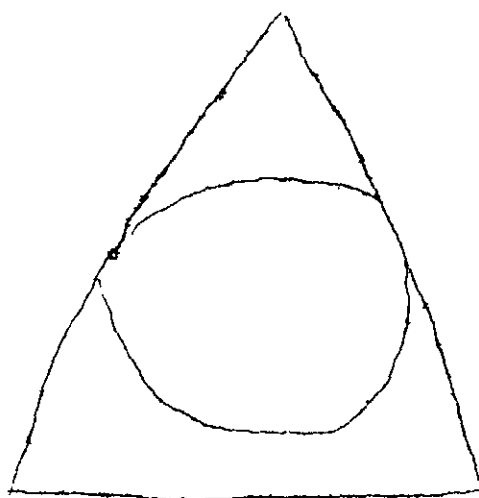


(10)

13

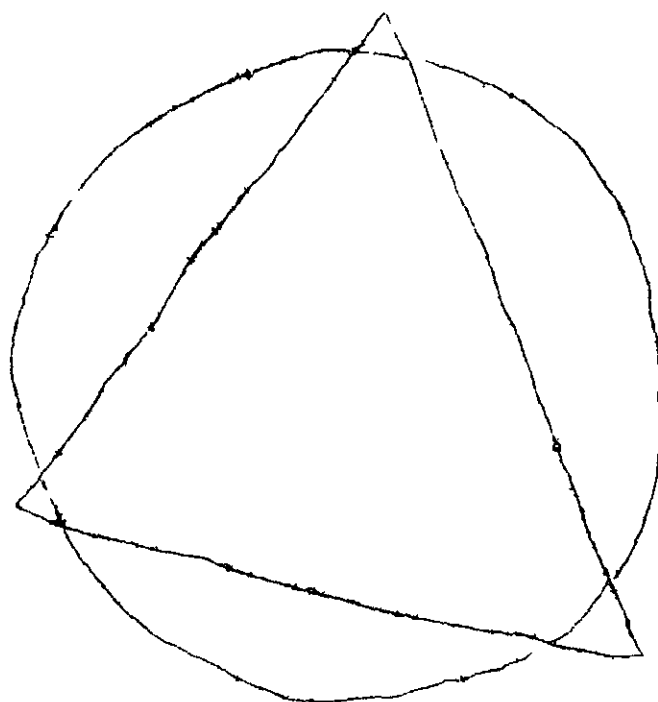


14

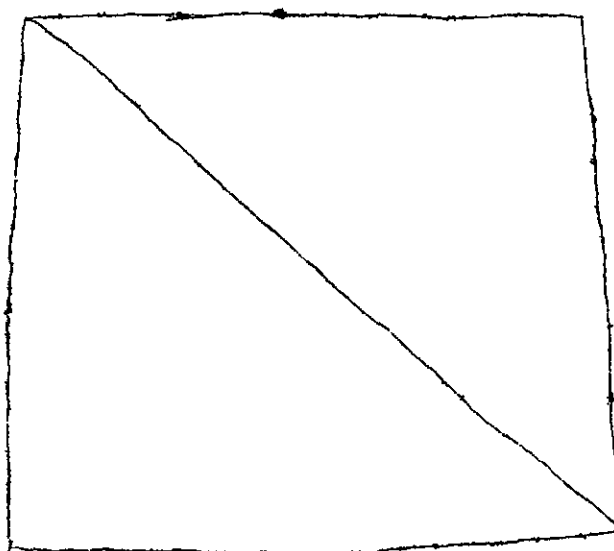


(ต่อ)

16

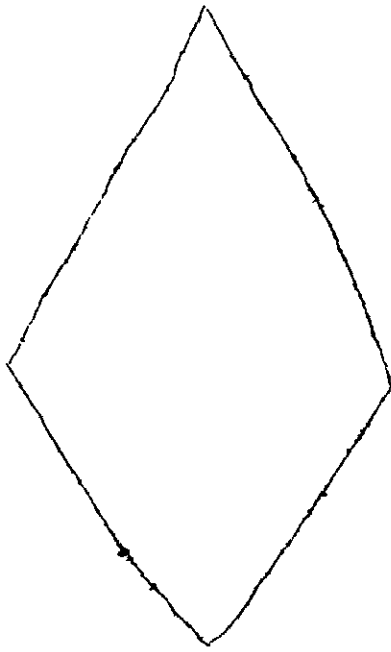


17

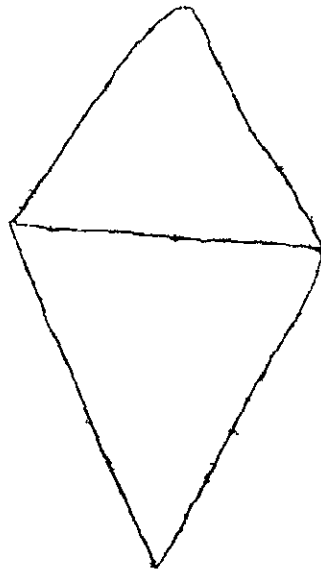


(๓๖)

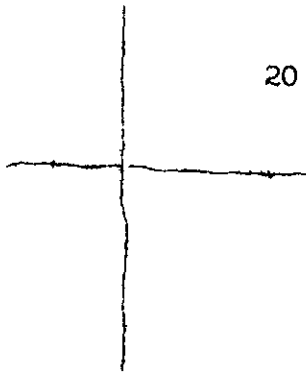
18



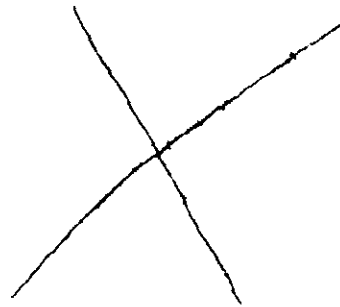
19



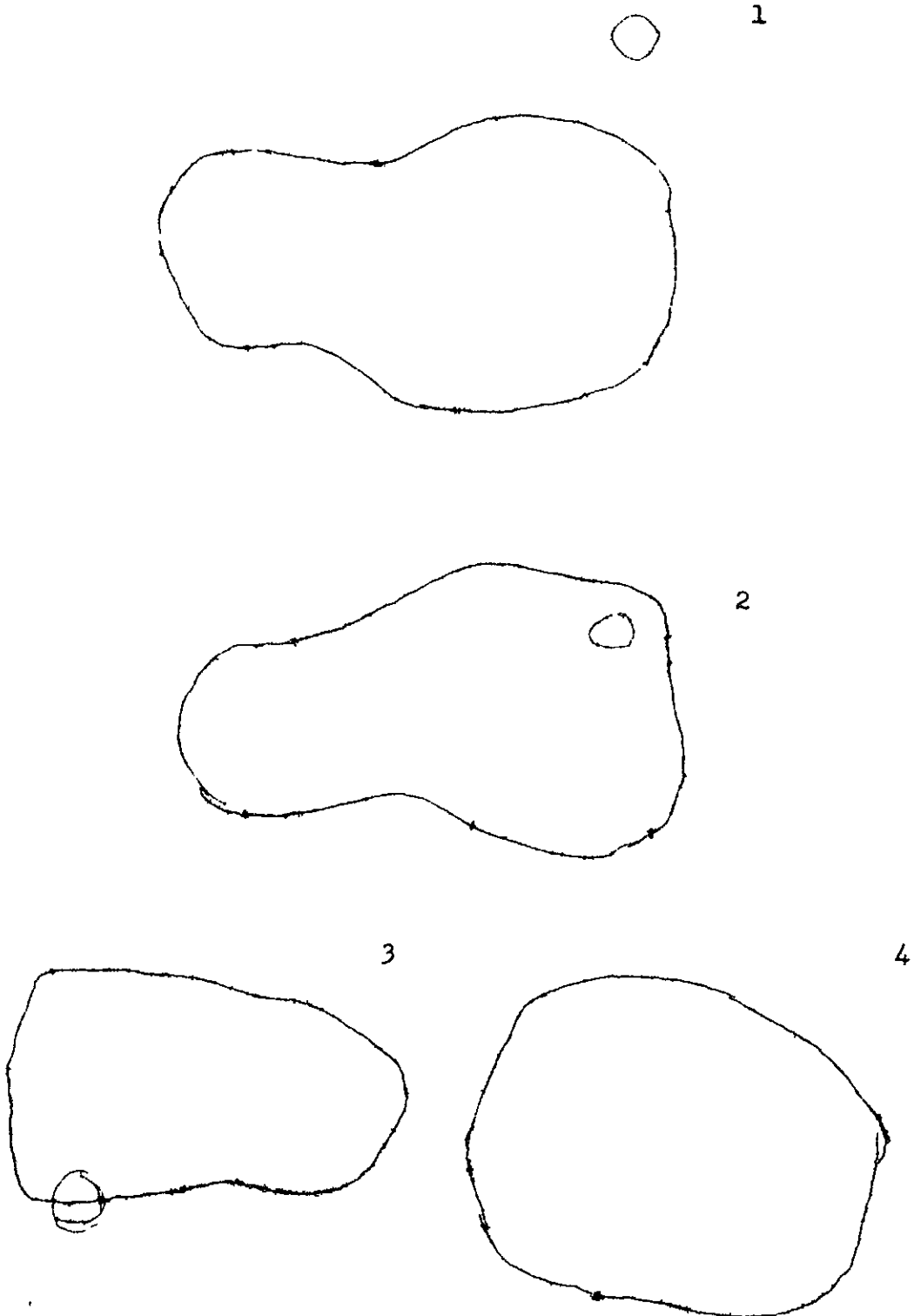
20



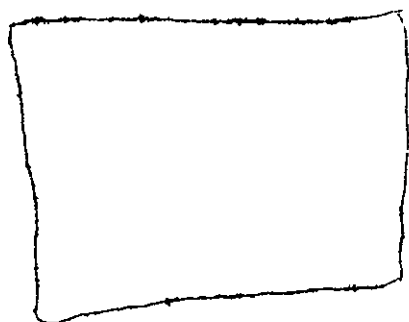
21



ภาพที่ 8 ตัวอย่างแสดงความสามารถในการเขียนรูปทางก้นเรขาคณิตแบบยูคลิด และทอโปโลยี ของเด็กวัย 9 ขวบ



•
(ทอ)



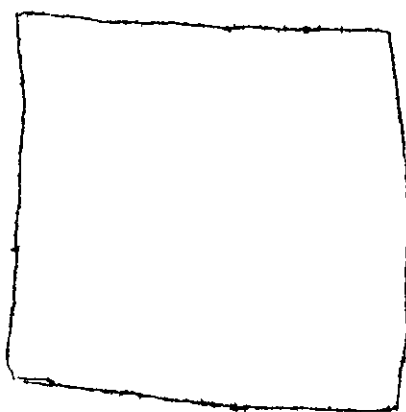
5



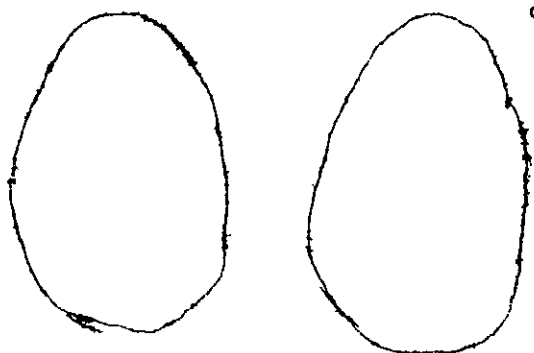
6



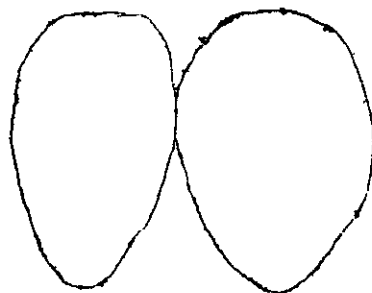
7



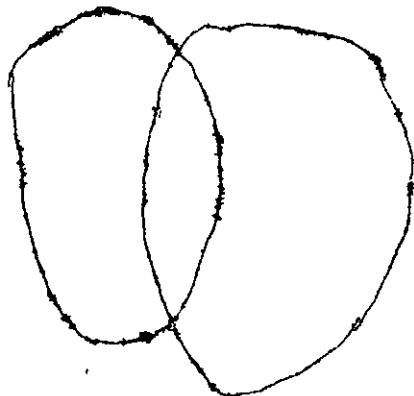
8



9



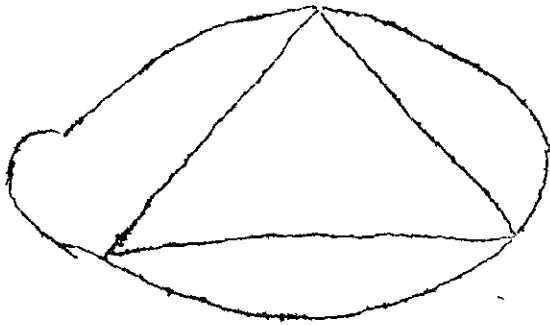
10



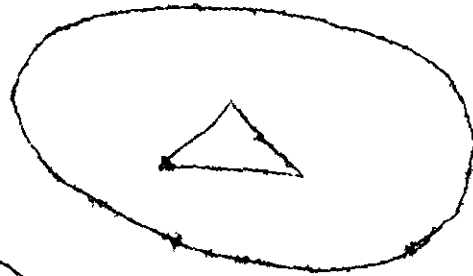
11

(ค)

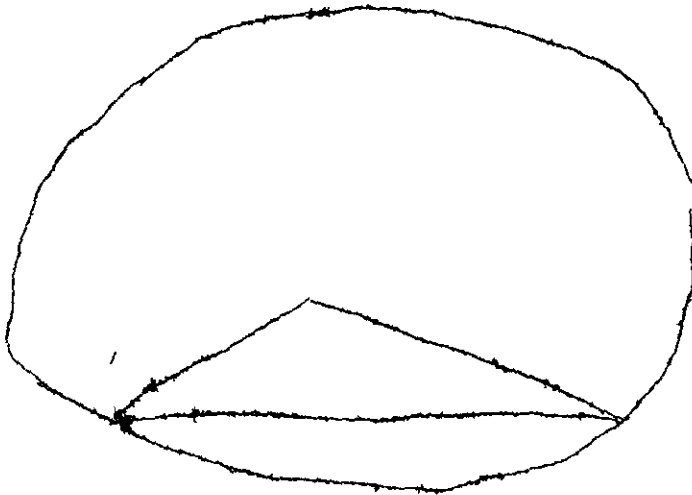
12



13



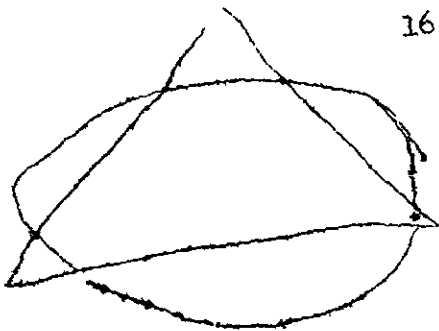
14



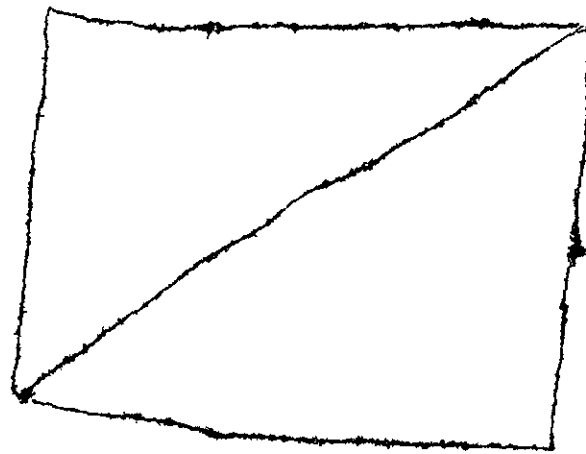
15



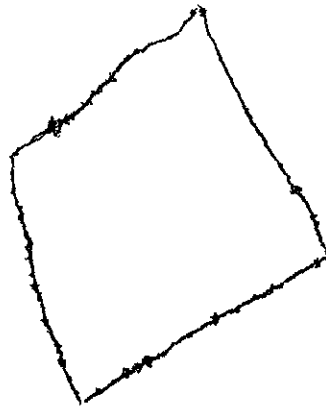
16



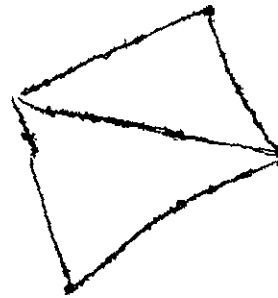
•
(78)



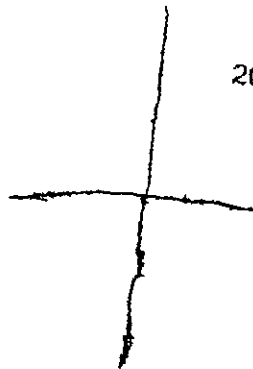
17



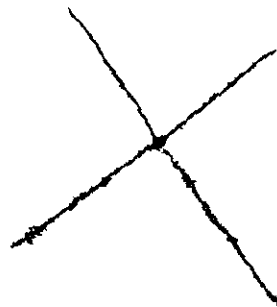
18



19

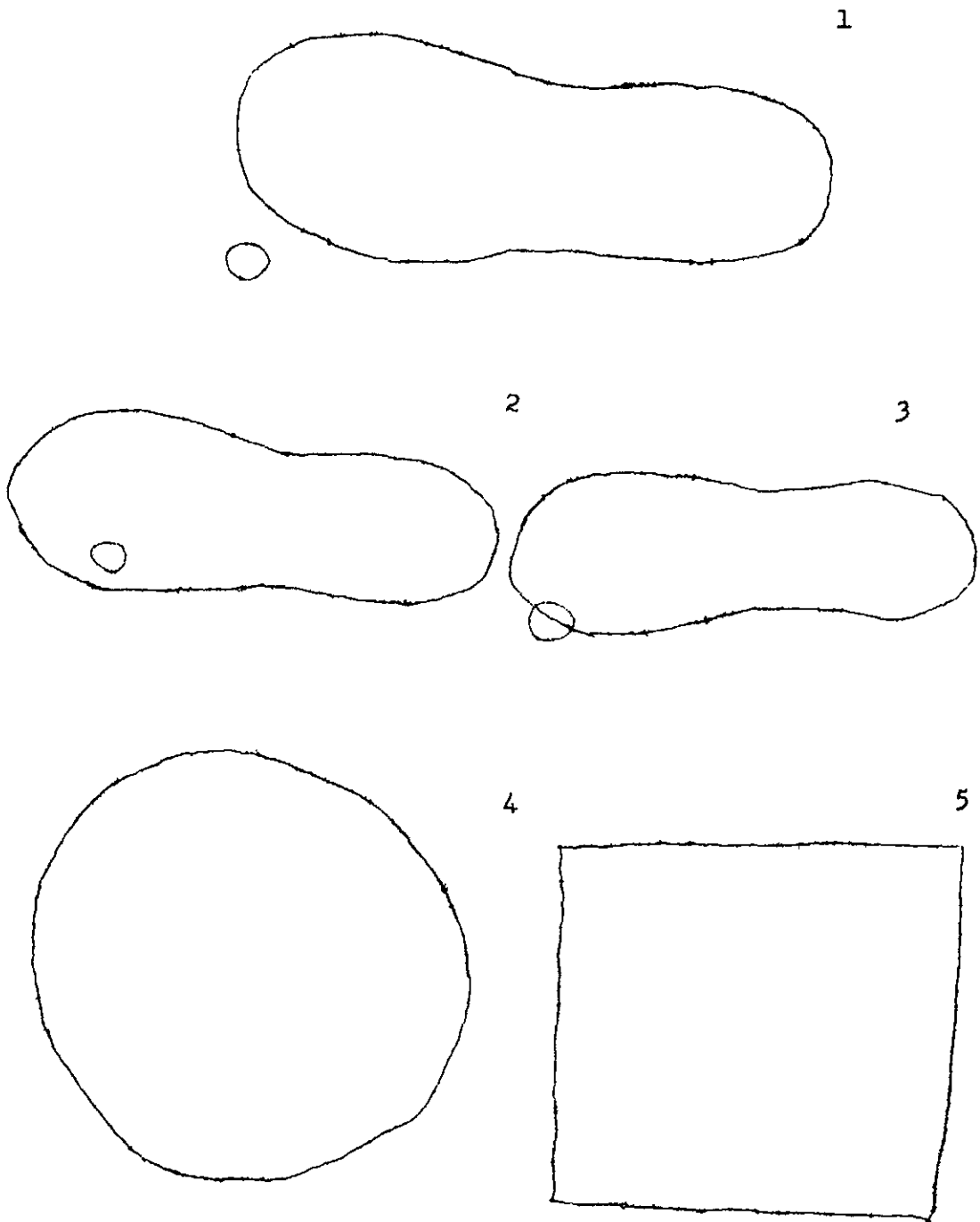


20

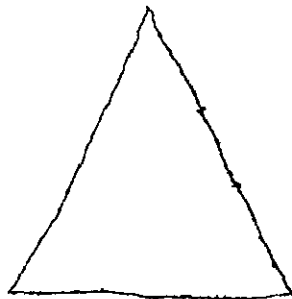


21

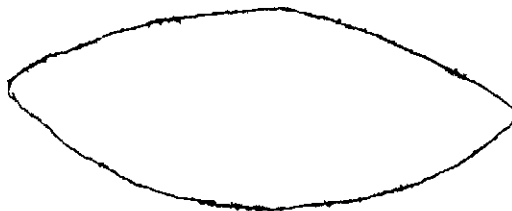
ภาพที่ 9 ตัวอย่างแสดงความสามารถในการเขียนรูปทางคำเรขาคณิตแบบยูคลิด และทอโปโลยี ของเด็กวัยอายุ 10 ขวบ



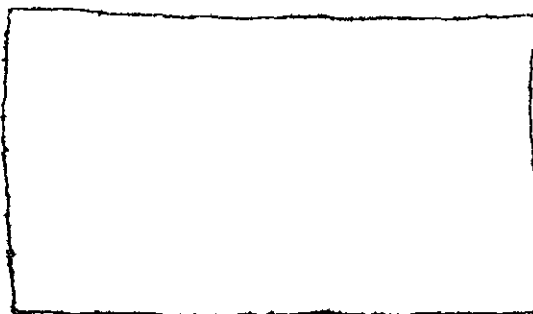
(๓๑)



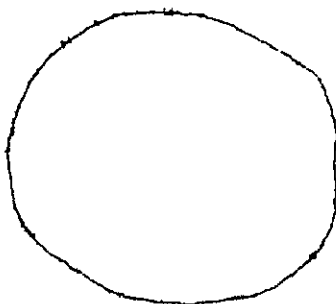
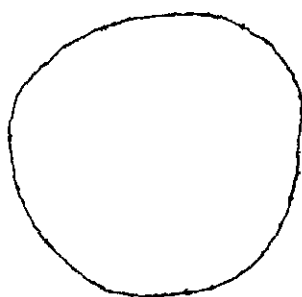
6



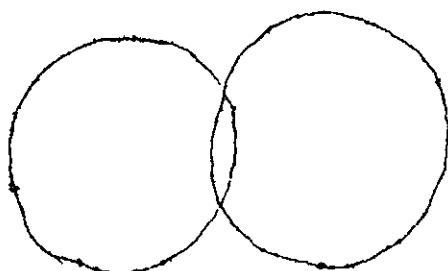
7



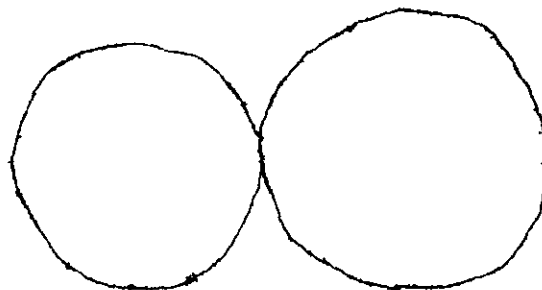
8



9

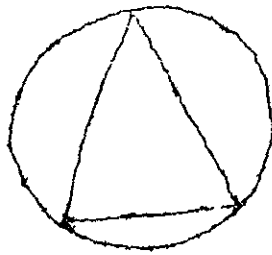


11

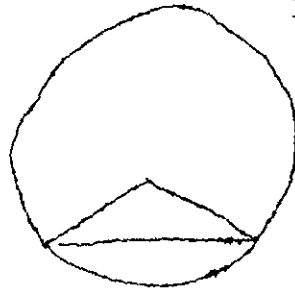


10

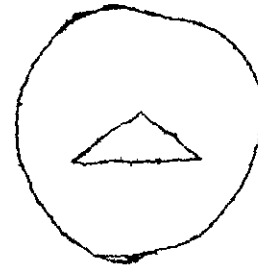
(๓๒)



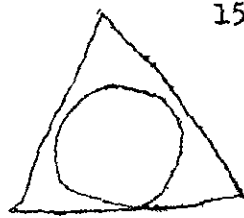
12



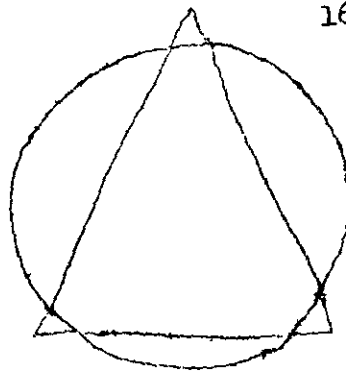
13



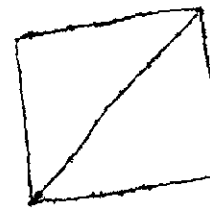
14



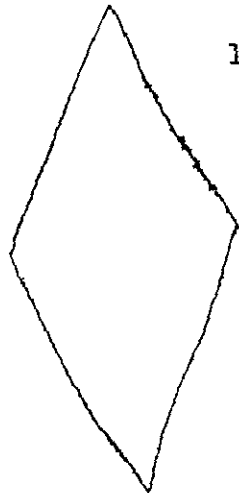
15



16



17



18



19



20



21