

การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผลิตทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ

สารนิพนธ์
ของ
บุญยงกุล กุลเพชร

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา
มีนาคม 2552

การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผลิตทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ

สารนิพนธ์
ของ
บุญยงกุล กุลเพชร

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
มีนาคม 2552
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผลิตทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ

บทคัดย่อ
ของ
บุญยง กุลเพชร

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
มีนาคม 2552

บุญยงกุล เพชร. (2552). การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ : รองศาสตราจารย์ ดร. ณัฏฐพร เศรษฐมณี.

การศึกษานี้มีความมุ่งหมายเพื่อศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ และสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ ซึ่งจะเป็นแนวทางในการแก้ไข ปัญหาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดที่พบต่อไป

กลุ่มเป้าหมายที่ศึกษา เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2551 ภาคเรียนที่ 1 ที่มีผลการสอบประจำทวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ไม่ผ่านเกณฑ์ 50 % จากคะแนนสอบประจำบท จำนวน 36 คน เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าคือ (1) แบบสอบถามเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเลขยกกำลัง ที่เป็นปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ (2) แบบทดสอบวินิจฉัย ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวน 15 ข้อ และ(3) แบบสัมภาษณ์ นักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดเรื่อง เลขยกกำลัง ใช้สถิติพื้นฐานในการวิเคราะห์ข้อมูล และเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ตารางและการบรรยาย

ผลการศึกษาค้นคว้า พบว่า ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์และสาเหตุที่ทำให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง มีดังนี้

1. ความหมายของเลขยกกำลัง นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดเนื่องจากอธิบายความหมายของเลขยกกำลังผิดพลาดว่า $a^n = a \times a \times \dots \times a$ จำนวน n ครั้ง ที่ถูกต้องคือ n ตัว และใช้วิธีการสั้นเพื่อแยกตัวประกอบจำนวนที่ต้องเปลี่ยนเป็นเลขยกกำลังไม่ได้
2. สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดเนื่องจากไม่เข้าใจเรื่องค่าประจำตำแหน่งของทศนิยม ใช้การเลื่อนจุดทศนิยมมาคำนวณไม่ถูกต้อง เปลี่ยนเศษส่วนเป็นทศนิยมได้ไม่ถูกต้อง สับสนในการเปลี่ยนจำนวนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ ไม่เข้าใจสมบัติการแจกแจง
3. การดำเนินการของเลขยกกำลัง นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดเนื่องจากสับสนกับสมบัติของเลขยกกำลัง ขาดความรอบคอบในการบวก ลบจำนวนเต็ม ไม่สามารถหาผลคูณของเลขยกกำลังได้ ไม่สามารถหาผลหารของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มลบ และขาดความรอบคอบในการทำแบบทดสอบ
4. สมบัติของเลขยกกำลัง นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถนำสมบัติเลขยกกำลัง สมบัติของการคูณเลขยกกำลัง สมบัติของการหารเลขยกกำลังมาใช้

ในการแก้ปัญหา บวก ลบ จำนวนเต็มได้ไม่ถูกต้อง สับสนในการใช้นิยามของเลขยกกำลัง ไม่สามารถดำเนินการในระบบจำนวนเต็มได้ถูกต้อง และขาดความรอบคอบในการแก้ปัญหา

5. การนำเลขยกกำลังไปใช้ นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดเนื่องจากนักเรียนไม่สามารถหาผลคูณของเศษส่วนและผลคูณของทศนิยมได้ ไม่สามารถเปรียบเทียบเศษส่วนและเปรียบเทียบทศนิยมได้ถูกต้อง ไม่สามารถเปรียบเทียบเลขยกกำลังได้ ไม่สามารถนำสมบัติต่าง ๆ ของเลขยกกำลังมาใช้ได้ มีการคำนวณผิดพลาดเพราะมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในสมบัติของเลขยกกำลังในกรณีต่าง ๆ และสับสนเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็มลบ

A STUDY OF MATHEMATICAL MISCONCEPTIONS OF POWERS OF
MATHAYOMSUKSA III STUDENTS IN PHRATAMNAKSUANKULARB SCHOOL

AN ABTRACT
BY
PHUNYANUCH KOONPACH

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Master of Education Degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University
March 2009

Phunyanuch Koonpach. (2009). *A Study of Mathematical Misconceptions of Powers of Mathayomsuksa III Students in Pratamnaksuankularb School*. Master's Project. M.Ed. (Secondary Education). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor : Assoc. Prof. Dr. Chaweewan Sawetamalya.

The purpose of this study was to study misconceptions and causes of mathematics misconceptions of Powers of Matthayomsuksa III Students in Pratamnaksuankularb School which would be a guide to correct further misconceptions.

The subjects were 36 Matthayomsuksa III students in Pratamnaksuankularb School, Bangkok who did not pass 50 % criterion in Power test in the 1st semester of academic year 2008. The instruments were 1) the Questionnaire about the Power content, 2) the Diagnostic test for mathematics concepts and 3) the Interview form for student who had misconceptions of powers. Basic statistics was used for analyzing data, and its result was presented in tables and corresponding descriptions.

Results of study revealed that the misconceptions and causes of mathematics misconceptions of Powers were as follows :

1. The Meaning of Powers : The students had misconceptions because of explanation of false meaning as : $a^n = a \times a \times \dots \times a$ n times, instead of n numbers. In addition, students could not use short division to decompose numbers into power form.
2. The Scientific Notations : The students had misconceptions because of misunderstanding of place value of decimals, changing place of decimal points in calculating incorrectly, being unable to transform decimals to fractions, confusing about changing numbers into scientific notations, and not understanding distribution property.
3. The Operations of Powers : The students had misconceptions because of confusing with the properties of powers, being careless in doing addition and subtraction of integers, being unable to find multiplications and quotients of powers with negative integer exponents, and being careless in doing tests.
4. The Properties of Power : The students had misconceptions because they could not use properties of powers, properties of power multiplication, properties of power division in solving problems, could not add and subtract integers, were confused about definition of powers, could not do operation in the integer system and were careless in solving problems.

5. The Application of Powers : The students had misconceptions because they could not find products and quotients of fractions, could not compare fractions and decimals correctly, and could not compare powers, could not apply other properties of powers in solving problems, performed incorrect calculation because of misunderstanding in any properties of powers and confusing about multiplication of negative integers.

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร และคณะกรรมการสอบ
ได้พิจารณาสารนิพนธ์เรื่อง การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ ของ ปุญญนุช กุลเพชร ฉบับนี้แล้ว
เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชา
การมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร. จีวีวรรณ เศวตมาลย์)

ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

คณะกรรมการสอบ

..... ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร. จีวีวรรณ เศวตมาลย์)

..... กรรมการสอบสารนิพนธ์
(รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์)

..... กรรมการสอบสารนิพนธ์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

อนุมัติให้รับสารนิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. งามใจ นัยพัฒน์)
วันที่.....เดือน มีนาคม พ.ศ. 2552

ประกาศคุณูปการ

สารนิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เพราะได้รับความช่วยเหลือ คำแนะนำ และความกรุณาเป็นอย่างยิ่งจากรองศาสตราจารย์ ดร. จีวีวรรณ เศวตมัลย์ รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ รองศาสตราจารย์ ดร. ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล ผู้ทำสารนิพนธ์รู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาและขอกราบขอบพระคุณท่านเป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. จีวีวรรณ เศวตมัลย์ อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์ รองศาสตราจารย์ ดร. สมสรร วงษ์อยู่น้อย และอาจารย์ ดร. จรรยา ภูอุดม ที่กรุณาช่วยตรวจแก้ไขข้อบกพร่องและให้คำแนะนำในการพัฒนาแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลังที่ใช้เป็นเครื่องมือในการศึกษาครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ ผู้อำนวยการโรงเรียนมัธยมวัดมกุฎกษัตริย์ และคณะครูอาจารย์ทุกท่านที่อำนวยความสะดวกในการเก็บข้อมูลสำหรับการทำสารนิพนธ์ในครั้งนี้

ท้ายที่สุดนี้ ผู้ทำสารนิพนธ์ ขอโน้มระลึกถึงพระคุณบิดา มารดา ที่ได้ให้กำลังใจ และปลูกฝังให้รักการศึกษา และขอขอบพระคุณ ครู อาจารย์ ทุก ๆ ท่าน ที่ได้ให้การอบรมสั่งสอนให้ผู้วิจัยมีความรู้ ความสามารถ ประสบความสำเร็จในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ คุณประโยชน์ของสารนิพนธ์นี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของทุกท่านที่ได้กล่าวถึง

บุญยหนูช กุลเพชร

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	3
ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า	3
ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า	3
กลุ่มเป้าหมายที่ศึกษา	3
เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	3
ตัวแปรที่ศึกษา	3
ข้อตกลงเบื้องต้น	4
นิยามศัพท์เฉพาะ	4
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	5
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด	6
ความหมายของความคิดรวบยอด	6
ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์	8
ประเภทของความคิดรวบยอด	10
กระบวนการสร้างความคิดรวบยอด	12
ความสำคัญของความคิดรวบยอด	14
วิธีสอนความคิดรวบยอด	16
ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด	19
ประเภทของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด	19
ลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์	20
งานวิจัยต่างประเทศ	22
งานวิจัยในประเทศ	25
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยทางการเรียน	27
ความหมายของการวินิจฉัย	27
ความหมายของการวินิจฉัยทางการเรียนคณิตศาสตร์	28
รูปแบบการวินิจฉัย	28
ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย	30
ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย	31

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ)	
เทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจัย	35
ลักษณะแบบทดสอบวินิจัยทางการเรียนคณิตศาสตร์	37
งานวิจัยต่างประเทศ	38
งานวิจัยในประเทศ	41
3 วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า	53
การกำหนดกลุ่มเป้าหมายที่ศึกษา	53
เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	53
การสร้างและการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ	54
การเก็บรวบรวมข้อมูล	59
การจัดกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล	60
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	61
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	63
5 สรุปผลการศึกษาค้นคว้า อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	80
สรุปผลการศึกษาค้นคว้า	80
อภิปรายผลการศึกษาค้นคว้า	86
ข้อเสนอแนะ	90
บรรณานุกรม	92
ภาคผนวก	101
รายนามผู้เชี่ยวชาญ	117
ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์	119

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 แบบสอบถามเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ที่เป็นปัญหาสำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ	54
2 ผลการสำรวจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ที่เป็นปัญหาสำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ	55
3 วิเคราะห์เนื้อหา พฤติกรรมการเรียน และจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของ การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง	56
4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง	57
5 แบบสัมภาษณ์นักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง	59
6 ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ในแต่ละ หน่วยการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ	64
7 สาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ	68
8 จำนวนและร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความคิดรวบยอด ที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ในแต่ละผลการเรียนรู้ ที่คาดหวัง จำแนกตามลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด	74
9 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนแบบทดสอบวินิจฉัย ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ในแต่ละผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ	78
10 ดัชนีความสอดคล้อง (IOC.) หรือความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบ วินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง	103
11 ดัชนีค่าความยาก (P_E) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง	104

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

วิชาคณิตศาสตร์นับเป็นวิชาที่มีบทบาทสำคัญมากต่อการดำรงชีวิต เพราะวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาพื้นฐานด้านกระบวนการคิดอย่างมีเหตุมีผล ซึ่งคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อมนุษย์มากเพราะนอกจากจะนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน เป็นรากฐานของวิทยาการหลากหลายสาขา เช่นวิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ คอมพิวเตอร์ ฯลฯ อีกทั้งยังเป็นวิชาที่สามารถสร้างสรรค์จิตใจของมนุษย์เกี่ยวกับกระบวนการคิดและเหตุผล (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535 : 131) เพราะธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลำดับขั้นตอนในการคิดคำนวณ และเป็นวิชาที่มีความต่อเนื่องของเนื้อหา การศึกษาเนื้อหาในบางเรื่องผู้เรียนจะไม่สามารถเรียนรู้ได้เลยถ้าไม่เรียนรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่งเป็นพื้นฐานมาก่อน (ดวงเดือน อ่อนน้อม. 2533 : 33) อีกทั้งโครงสร้างของวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอด มีการแสดงความคิดเป็นเหตุเป็นผลต่อกัน และสื่อความหมายโดยสัญลักษณ์ ซึ่งเป็นนามธรรมที่ยากต่อการเรียนรู้และยากต่อการทำความเข้าใจได้รวดเร็ว (วัลลภา ธารีรัตน์. 2528 : 57) ดังนั้น การสอนคณิตศาสตร์จึงต้องสอนให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ สามารถคิดได้อย่างมีเหตุผล มีหลักเกณฑ์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และสามารถแก้ปัญหาได้ ซึ่งการเรียนที่จะทำให้เกิดทักษะดังกล่าวนี้ นักเรียนจะต้องเข้าใจในความคิดรวบยอดของเรื่องที่เรียนเป็นสำคัญ (พีระพล ศิริวงศ์. 2525 : 2) นักเรียนจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีหรือไม่ขึ้นอยู่กับการเรียนเข้าใจบทเรียนมากน้อยเพียงใด มีความคิดที่ถูกต้องเกี่ยวกับความคิดรวบยอดในเรื่องนั้นๆ หรือไม่ ดังที่ บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523 : 6-17) กล่าวว่า ความคิดรวบยอดเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้ และการดำรงชีวิตของคน คนจะต้องสร้างความคิดรวบยอดเสมอ เมื่อความเข้าใจผิดเกิดขึ้นกับผู้ใดแล้ว ย่อมเป็นผลเสียแก่การเรียนรู้

ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะความสำเร็จทางการเรียนคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับการเข้าใจในความคิดรวบยอดในสิ่งที่นักเรียนได้เรียนดังที่นักการศึกษาชาวต่างประเทศได้แก่ ออซูเบล (Ausubel. 1968 : 105) และนักการศึกษาชาวไทยได้แก่ ขวาล แพร่ตกุล (2520 : 125) สุรัชย์ ขวัญเมือง (2522 : 3) พีระพล ศิริวงศ์ (2525 : 5) ได้อธิบายความสำคัญของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่าความคิดรวบยอดเป็นสิ่งที่จำเป็นที่ผู้เรียนคนหนึ่งจะได้รับจากการเรียนเพื่อนำไปเป็นเครื่องมือพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจในเรื่องราวต่างๆ ในชีวิตให้กว้างขวางยิ่งขึ้น การสอนคณิตศาสตร์จะต้องสอนให้นักเรียนเข้าใจโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ สามารถคิดได้อย่างมีเหตุผล มีหลักเกณฑ์ มีความคิด

ริเริ่มสร้างสรรค์และสามารถแก้ปัญหาได้ ซึ่งการที่นักเรียนจะเกิดทักษะดังกล่าวได้นั้นนักเรียนจะต้องมีความเข้าใจในความคิดรวบยอดอันเป็นพื้นฐานของนักเรียนเป็นสำคัญ

ดังนั้นในฐานะที่เราเป็นครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์เราจะต้องสอนให้นักเรียนเข้าใจและมีความคิดรวบยอดที่ถูกต้องเพราะว่าการสอนให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดเป็นสิ่งที่จำเป็นมากสำหรับวิชาคณิตศาสตร์ จุดมุ่งหมายของการสอนคณิตศาสตร์ก็คือให้นักเรียนได้รับความคิดรวบยอดที่มีความหมายเพื่อที่เขาได้นำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพเพราะในการแก้ปัญหาใด ๆ ก็ตามต้องอาศัยความคิด คนจะคิดเป็น คิดได้อย่างมีเหตุผลและได้อย่างมีประสิทธิภาพ ก็ต่อเมื่อผู้คิดนั้นมีความคิดรวบยอดพื้นฐานในเรื่องนั้น ๆ อย่างเพียงพอและถูกต้องเสียก่อน (บุญเสริม ฤทธาภิรมย์. 2523 : 10-16) ซึ่งสอดคล้องกับพรพิมล ยังฉิม (2546 : 13) ที่กล่าวว่า ความคิดรวบยอดนั้นจะช่วยให้ผู้เรียนมีความคิดที่เป็นระเบียบไม่เกิดความซ้ำซ้อนของความคิด รู้จักจัดหมวดหมู่ของความรู้หรือประสบการณ์ที่ได้รับ ช่วยให้การเชื่อมโยงสิ่งที่เรารู้ในระดับสูงต่อไปทำได้ดี รวมทั้งนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ต่อไปได้

การศึกษาข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยเฉพาะการศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดของนักเรียนเป็นสิ่งที่จำเป็นอย่างยิ่งสำหรับครูผู้สอน ซึ่งสามารถนำผลที่ได้จากการศึกษาข้อผิดพลาดนี้ไปใช้ในการแก้ไขข้อผิดพลาดดังกล่าวให้กับนักเรียนและปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีคุณภาพยิ่งขึ้นต่อไป (พรพิมล ยังฉิม. 2546 : 2) จากความสำคัญของความคิดรวบยอด ที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้ตระหนักถึงความสำคัญของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนต้องศึกษาให้ถูกต้อง เพราะถ้านักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดก็จะทำให้ผู้เรียนไม่สามารถเรียนรายวิชาอื่นหรือสาระอื่น ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องเรียนต่อไปได้ และจากการที่ผู้วิจัยได้ทำการสอนวิชาคณิตศาสตร์มาเป็นเวลา 4 ปี พบว่า นักเรียนส่วนมากมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดเรื่องเลขยกกำลัง ซึ่งพบได้จากการทดสอบหลังเรียน การตอบคำถามของนักเรียนระหว่างเรียน และการนำความรู้เรื่องเลขยกกำลังไปใช้ในเรื่องอื่น ๆ เช่น รากที่สอง รากที่สาม และฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล เป็นต้น นอกจากนี้เนื้อหาสาระเรื่องเลขยกกำลังมีความสำคัญและเป็นพื้นฐานในการเรียนสาระการเรียนรู้อื่น ๆ อีก เช่น พหุนาม การแยกตัวประกอบ และจำนวนจริง ฯลฯ ถ้าผู้เรียนมีความคิดรวบยอดผิดพลาดในเรื่องเลขยกกำลังแล้วจะส่งผลกระทบต่อการเรียนเรื่องอื่น ๆ อีกด้วย และยังทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่ดีเท่าที่ควร ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะทำการศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในเรื่องเลขยกกำลังของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ เพื่อจะได้ทราบปัญหาและสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด ซึ่งจะเป็นแนวทางในการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดที่พบต่อไป

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ
2. เพื่อศึกษาสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

1. ได้แบบทดสอบเพื่อวัดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดเรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ
2. ได้ทราบความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ
3. ได้ทราบสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะเป็นแนวทางสำหรับครูคณิตศาสตร์ในการปรับปรุงการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด และให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มเป้าหมายที่ศึกษา

กลุ่มเป้าหมายที่ศึกษาในครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2551 ภาคเรียนที่ 1 ที่มีผลการสอบประจำทวิชาคณิตศาสตร์เรื่องเลขยกกำลัง ไม่ผ่านเกณฑ์ 50% จากคะแนนสอบประจำบท จำนวน 36 คน

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ระดับช่วงชั้นที่ 3 ซึ่งเป็นวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

ตัวแปรที่ศึกษา

ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. การตอบคำถามในการทำแบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางการเรียน เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนถือว่าตอบตามความคิดของนักเรียนที่มีอยู่จริง
2. นักเรียนทุกคนได้เรียน เรื่อง เลขยกกำลัง มาแล้ว
3. นักเรียนที่สอบเรื่องเลขยกกำลังแล้วไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 จากคะแนนสอบ ประจำบท ถือว่าเป็นกลุ่มที่จะต้องนำมาศึกษาความคิดรวบยอด เรื่อง เลขยกกำลัง

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความรู้ความเข้าใจ ความคิดทางการเรียนคณิตศาสตร์ อันเกิดจากการที่ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ต่างๆ แล้วสามารถสรุปและแยกประเภทความสัมพันธ์ของเรื่องต่างๆ เหล่านั้น เป็นกฎ นิยาม หรือ คำจำกัดความที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ความเข้าใจที่ได้รับนั้น ไปใช้แก้ปัญหาตามสถานการณ์ต่างๆ ได้ถูกต้อง
2. **ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความรู้ความเข้าใจ ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้อง ผิดพลาดจากความจริง และไม่สามารถสรุป แยกประเภทความสัมพันธ์ของเรื่องต่างๆ เป็น กฎ นิยาม หรือ คำจำกัดความทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้อง
3. **ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด เรื่อง เลขยกกำลัง** หมายถึง ความรู้ความเข้าใจ ความคิดทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เลขยกกำลัง ที่ไม่ถูกต้อง ผิดพลาดจากความจริง และไม่สามารถสรุป แยกประเภทความสัมพันธ์ของเรื่องต่างๆ เป็น กฎ นิยาม หรือ คำจำกัดความทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้อง เช่น นักเรียนสับสนเกี่ยวกับสมบัติของเลขยกกำลัง หรือนักเรียนไม่สามารถนำสมบัติของเลขยกกำลังไปใช้แก้ปัญหาได้ เป็นต้น
4. **แบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง** หมายถึง แบบทดสอบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจากการสอบถามปัญหาที่เกิดขึ้นจากการเรียน เรื่อง เลขยกกำลัง แล้วนำปัญหาที่พบมากเป็นลำดับที่ 1 ถึงลำดับที่ 3 มาสร้างแบบทดสอบอัตนัยที่แสดงเหตุผลในการคิด เพื่อศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดของนักเรียนหลังจากที่นักเรียนได้เรียนเรื่อง เลขยกกำลังแล้ว จำนวน 15 ข้อ เป็นแบบเติมคำตอบแสดงเหตุผล จำนวน 3 ข้อ และแสดงวิธีคิดของคำตอบ จำนวน 12 ข้อ

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด

- 1.1 ความหมายของความคิดรวบยอด
- 1.2 ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
- 1.3 ประเภทของความคิดรวบยอด
- 1.4 กระบวนการสร้างความคิดรวบยอด
- 1.5 ความสำคัญของความคิดรวบยอด
- 1.6 วิธีสอนความคิดรวบยอด
- 1.7 ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด
- 1.8 ประเภทของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด
- 1.9 ลักษณะของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์
- 1.10 งานวิจัยต่างประเทศ
- 1.11 งานวิจัยในประเทศ

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยทางการเรียน

- 2.1 ความหมายการวินิจฉัย
- 2.2 ความหมายของการวินิจฉัยทางการเรียนคณิตศาสตร์
- 2.3 รูปแบบการวินิจฉัย
- 2.4 ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย
- 2.5 ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย
- 2.6 เทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย
- 2.7 ลักษณะแบบทดสอบวินิจฉัยทางการเรียนคณิตศาสตร์
- 2.8 งานวิจัยต่างประเทศ
- 2.9 งานวิจัยในประเทศ

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด

1.1 ความหมายของความคิดรวบยอด

ความคิดรวบยอดมาจากคำในภาษาอังกฤษว่า Concept มาจากภาษาละตินว่า conceptus หรือ concipere ซึ่งนักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ชื่อภาษาไทยหลายชื่อแตกต่างกัน เช่นใช้ชื่อว่า สังกัป มโนคติ มโนภาพ มโนทัศน์ และความคิดรวบยอด สำหรับความหมายของความคิดรวบยอดนั้นได้มีนักวิชาการได้ให้ความหมายไว้ต่างกัันดังนี้

กิลฟอร์ด (Guilford. 1952 : 1-3) กล่าวว่า “ความคิดรวบยอดหมายถึง สัญลักษณ์อย่างหนึ่งที่ได้มาจากการประสบการณ์ของการพบเห็นสิ่งต่างๆโดยรู้จักแยกแยะสิ่งของเหล่านั้นออกเป็นจำพวกต่างๆ และในจำพวกหนึ่งๆก็มีลักษณะรวมกันอยู่เช่น เมื่อเราเห็นแมวหลายๆ ตัวเราก็รู้ “ลักษณะร่วมของแมว”ซึ่งแสดงว่าเรามีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเรื่องแมวเกิดขึ้นแล้ว”

แมคโดนัลด์ (McDonald. 1959 : 184) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดว่า “ความคิดรวบยอดคือกลุ่มของสิ่งเร้าหรือเหตุการณ์ที่มีลักษณะเฉพาะร่วมกัน ความคิดรวบยอดไม่ใช่เหตุการณ์ในตัวมันเอง แต่เป็นความคิดรวบยอดในกลุ่มเร้า เหตุการณ์หรือลักษณะจำเพาะที่แน่นอน ดังนั้นความคิดรวบยอดจึงเป็นความเข้าใจและความคิดขั้นสุดท้ายของคณๆหนึ่งที่มีต่อสิ่งหนึ่ง ความคิดและความเข้าใจนั้นเป็นนามธรรมและเป็นข้อสรุปเกี่ยวกับเรื่องนั้น ในระยะหนึ่งหรือตลอดไปได้”

เดอ เซคโก (De Cecco. 1968 : 388) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดว่า “เป็นกลุ่มของเหตุการณ์หรือสิ่งแวดล้อมที่มีลักษณะบางประการหรือหลายประการร่วมกันอยู่ สิ่งแวดล้อมและเหตุการณ์ได้แก่ วัตถุ สิ่งของ สิ่งมีชีวิตตลอดจนสภาพดินฟ้าอากาศ และอื่นๆ ตัวอย่างความคิดรวบยอด ได้แก่ มนุษย์ สุนัข สงคราม เป็นต้น”

กู๊ด (Good. 1973 : 124) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดไว้ 3 ลักษณะคือ

1. ความคิดหรือสัญลักษณ์ของส่วนประกอบหรือลักษณะรวมกันที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มเป็นพวกได้

2. ความคิดเชิงนามธรรมทั่วไป เกี่ยวกับสถานการณ์ กิจการ หรือวัตถุ

3. ความรู้สึกนึกคิด ความเห็น ความคิดหรือภาพความคิด

มาโตเรลลา; และ คูเปอร์ (Martorella; & Cooper. 1986 33 : 186) ได้กล่าวถึงความหมายของความคิดรวบยอดไว้ สองความหมายในเวลาเดียวกันว่า

1. ความคิดรวบยอดเป็นการจัดลำดับชั้นของประสบการณ์ที่เป็นระเบียบ

2. ความคิดรวบยอดเป็นข่ายงานของความเกี่ยวพันทางปัญญา ที่นำมาจัดลำดับชั้นหรือจัดประเภท ซึ่งไม่เพียงแต่จะจำแนกวัตถุเหตุการณ์ที่เราประสบ ถึงแม้เราจะเผชิญกับสิ่งใหม่ๆ หรือประสบการณ์เก่าๆ เราจะนำความคิดรวบยอดทั้งเก่าและใหม่มาประสานสัมพันธ์ในการแก้ปัญหา

เอกเกน; และ คอซาค (Eggen; & Kauchak. 1992 : 368) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดไว้ว่า “ความคิดรวบยอดมีลักษณะเป็นนามธรรม เป็นการจัดลำดับชั้นกลุ่มของวัตถุ เหตุการณ์หรือความคิด”

จำนง พรายแถมแซ (2516 : 47) ได้กล่าวว่า “ความคิดรวบยอดหมายถึงการเกิดมโนภาพขึ้นในความคิดของบุคคล ด้วยวิธีการรวบรวมความรู้ต่างๆที่เคยเรียนมาแล้วนำมาประมวลเข้าด้วยกัน เป็นความคิดขั้นสุดท้ายให้เป็นข้อสรุปหรือคำจัดความของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง”

พนัส หันนาคินทร์; และ พิทักษ์ รัชพลเดช (2517 : 39) ได้กล่าวว่า “ความคิดรวบยอดหมายถึง การสรุปรวบยอดคุณสมบัติที่เป็นองค์ประกอบร่วมของสิ่งที่เราได้ประสบเห็นแล้วสามารถกำหนดสัญลักษณ์แทนคุณสมบัติดังกล่าวได้ เช่น เราใช้สัญลักษณ์ “สุนัข” แก่สัตว์ชนิดหนึ่งที่มีลักษณะทั่วไป คือหน้ายาว สีขาว ขนค่อนข้างแข็ง หูโต เป็นต้น ”

พรรณทิพย์ ม้ามณี (2520 : 8) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดไว้ว่า “ความคิดรวบยอด หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเองและการรู้จักนำเอาข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่างๆที่เรียนรู้มาสัมพันธ์กัน ”

เมธี ลิ้มอักษร (2520 : 4) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดว่า “ความคิดรวบยอดหมายถึง การสรุปรวบยอดคุณสมบัติที่เป็นองค์ประกอบร่วมของสิ่งที่เราได้ประสบพบเห็นแล้วสามารถกำหนดสัญลักษณ์หรือความหมายแทนคุณสมบัติดังกล่าวได้ เช่น เราให้ความหมายของรูปสามเหลี่ยม หมายถึง รูปที่ประกอบด้วยด้านสามด้านและเขียนสัญลักษณ์แทนรูปสามเหลี่ยมด้วย “  ” เป็นต้น”

อาคม จันทสุนทร (2522 : 47) ได้ให้ความหมายความคิดรวบยอดว่า “ความคิดรวบยอดหมายถึง ความเข้าใจที่สรุปรวมเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งอันเกิดจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นหลายๆ อย่างหลายๆแบบ แล้วได้ใช้คุณลักษณะของสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นมาจัดเป็นพวกให้เกิดความคิดความเข้าใจ โดยสรุปรวม ในสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้น”

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523 : 7) ได้ให้ความหมายความคิดรวบยอดว่า “ความคิดรวบยอดคือการสรุปความคิดของคนซึ่งเป็นผลจากการรับรู้ที่มีต่อสิ่งต่างๆหรือเรื่องราวที่เกิดขึ้นกับคนในธรรมชาติและสังคม เป็นความคิดหลายชั้นหลายระดับนับแต่เรื่องง่ายๆ ธรรมดา ไปสู่ความคิดที่ยุ่ยากสลับซับซ้อน มีลักษณะเป็นนามธรรมที่คนเรารับรู้จากประสาทสัมผัสกลายเป็นประสบการณ์ที่คนแปลความหมายแทนไว้อีกต่อหนึ่ง”

ชม ภูมิภาค (2528 : 75) ได้ให้ความหมายไว้ว่า “ ความคิดรวบยอด หมายถึง สมรรถภาพที่จะสามารถทำให้บุคคลสามารถชี้บอกสิ่งเร้าเข้าเป็นพวก ซึ่งอาศัยลักษณะร่วมกันบางประการ สิ่งเร้านั้นอาจเป็นวัตถุ เหตุการณ์หรือบุคคลก็ได้”

พรรณี ข.เจนจิต (2528 : 213) ได้กล่าวว่า “ความคิดรวบยอด หมายถึง ความสามารถที่ผู้เรียนจะมองเห็นความเหมือนของสิ่งเร้าและสามารถจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีลักษณะเหมือนรวมกันไว้เป็นพวกเดียวกันได้”

อรรถพรณ ตันบรรจง (2529 : 51) ได้ให้ความหมายไว้ว่า “ความคิดรวบยอดคือความเข้าใจในนามธรรมของสิ่งของ ประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ที่สัมพันธ์กันซึ่งหมายถึงกลุ่มของความคิดรวบยอด (Set of Concepts) ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการปฏิบัติ (Operation of Concepts) ความเกี่ยวเนื่องของความคิดรวบยอด (Relational Concepts) ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับโครงสร้าง (Structural Concepts)”

บุญล้อม ไชยสิงห์ (2530 : 8) ให้ความหมายว่า “ความคิดรวบยอด หมายถึง ความคิดความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งอันเกิดจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นหลายๆแบบแล้วใช้คุณลักษณะของสิ่งนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความของสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้น”

สุชา จันทรเฒ (2531 : 187) ได้ให้ความหมายว่า “ความคิดรวบยอด หมายถึงสัญลักษณ์ที่ใช้แทนสิ่งของหรือสถานการณ์หลายๆอย่างที่มีความหมายร่วมกันอยู่อย่างหนึ่ง”

ยงยศ พุทธิให้ (2543 : 11) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดไว้ว่า “ความคิดรวบยอดหมายถึง ความคิดความเข้าใจซึ่งเป็นความสามารถทางสมองอย่างหนึ่งที่จะทำให้บุคคลสามารถจับบอกรู้แล้วจัดเข้าเป็นพวก โดยอาศัยลักษณะร่วมกันบางประการ สิ่งเร้านั้นอาจเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือบุคคลก็ได้”

สุริยา รัตนพลที (2545 : 9) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดไว้ว่า “ความคิดรวบยอดหมายถึง ความคิดความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อันเกิดจากการได้รับประสบการณ์ที่เกี่ยวกับสิ่งนั้นๆหลายๆแบบแล้วใช้ลักษณะของสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันและสามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มเป็นพวกได้”

พรพิมล ยังฉิม (2546 : 9) ให้ความหมายว่า “ความคิดรวบยอด หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนที่เข้าใจลักษณะร่วมกัน สามารถจำแนกหรือสรุปรวมเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้ซึ่งเกิดจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นๆ”

จากความหมายข้างต้นพอที่จะสรุปได้ว่า ความคิดรวบยอดหมายถึง ความรู้ความเข้าใจ ความคิด ได้รับจากประสบการณ์ต่างๆ แล้วสามารถสรุปและแยกประเภทความสัมพันธ์ของเรื่องต่าง ๆ เหล่านั้น เป็นหมวดหมู่ได้ และสามารถ นำความรู้ความเข้าใจที่ได้รับนั้น ไปใช้แก้ปัญหาตามสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างถูกต้อง

1.2 ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

รัสเซลล์ (Russell. 1965 : 124-155) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่า คือ ความคิดรวบยอดที่เกี่ยวกับจำนวน ตัวเลข การวัด ซึ่งมีอยู่ในชีวิตประจำวัน

เบลล์ (Bell. 1981 : 108) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความคิดทางนามธรรม ในการจัดกลุ่มสิ่งของหรือเหตุการณ์ใด ที่เป็นตัวอย่างและไม่ใชตัวอย่าง เช่น คำว่า เซต สับเซต การเท่ากัน การไม่เท่ากัน รูปสามเหลี่ยม ลูกบาศก์ รัศมี และเลขยกกำลัง เป็นความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ คนที่จะเรียนรู้ความคิดรวบยอดของรูปสามเหลี่ยมจะต้อง

สามารถจำแนก เซตของรูปต่างๆ เป็น 2 กลุ่ม กลุ่มที่เป็นรูปสามเหลี่ยมกับกลุ่มที่ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยม การเรียนรู้ความคิดรวบยอดอาจจะใช้วิธีให้ทนิยามหรือสังเกตโดยตรง เช่น พัง ดู จับต้อง อภิปราย หรือคิดจากสิ่งเป็นตัวอย่างและสิ่งไม่ใช่ตัวอย่าง และดูสิ่งที่มีสมบัติตรงข้ามกัน นักเรียนระดับประถมศึกษาที่อยู่ในขั้นคิดเป็นรูปธรรม โดยทั่วไปจำเป็นต้องดูด้วยตา จับต้องด้วยมือจึงจะเกิดการเรียนรู้ ส่วนนักเรียนที่อยู่ในขั้นสูงกว่าอาจเรียนรู้ความคิดรวบยอดโดยวิธีอภิปราย และตรึงตรอง คนที่เรียนรู้ความคิดรวบยอดแล้วจะมีความสามารถจำแนกสิ่งที่เป็นตัวอย่างจากสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดรวบยอดได้

อุทุมพร ทองอุไทย (2510 : 12) ได้ให้ความหมายของ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า “ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิดความเข้าใจที่สรุปเรื่องใดเรื่องหนึ่งในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นได้นั้นนักเรียนจะต้องมีประสบการณ์เกี่ยวกับเรื่องนั้น ๆ มาก่อน”

สุรัชย์ ขวัญเมือง (2522 : 13) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่า “ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การสร้างความคิดอันหนึ่งให้เกิดขึ้นเป็นการสรุปความคิดหรือข้อคิดที่เหมือนกันอันเกิดจากประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น”

อัจนราพรรณ เกิดแก้ว (2524 : 21) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความรู้ ความเข้าใจ การนำไปใช้ รวมทั้งความสามารถในการสรุปและจำแนกสิ่งต่างๆ ที่เป็นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

วนิดา มณีวรรณ (2534 : 15) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความคิดขั้นสุดท้ายซึ่งเป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

ยงยศ พุทธิให้ (2543 : 12) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่า “ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายซึ่งเป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์”

สุริยา รัตนพลที (2545 : 13) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่า “ความคิดขั้นสุดท้าย ซึ่งเป็นการสรุปกฎเกณฑ์ นิยามหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ อันเกิดจากประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นซึ่งมีอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน”

พรพิมล ยังฉิม (2546 : 10) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นข้อสรุปที่ได้จากการได้รับประสบการณ์ ซึ่งข้อสรุปนี้นำไปสู่ความสามารถในการจำแนก หรือจัดกลุ่มของสิ่งต่างๆ และการนำไปใช้ในวิชาคณิตศาสตร์

จากความหมายข้างต้น สรุปได้ว่า ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจ ความคิด ทางกรเรียนคณิตศาสตร์ อันเกิดจากการที่ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ต่างๆ แล้วสามารถสรุปและแยกประเภทความสัมพันธ์ของเรื่องต่างๆเหล่านั้น เป็นกฎนิยาม หรือ คำจำกัดความที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ และสามารถ นำความรู้ความเข้าใจที่ได้รับนั้น ไปใช้แก้ปัญหาตามสถานการณ์ต่างๆ ได้ถูกต้อง

1.3 ประเภทของความคิดรวบยอด

บรูเนอร์ ; กู๊ดโนว ; และออสติน (Bruner ; Goodnow ; & Austin. 1957 : 41-43) จำแนกความคิดรวบยอดออกเป็นสามลักษณะคือ

1. ความคิดรวบยอดรวมลักษณะ (Conjunctive Concept) คือความคิดรวบยอดที่เกิดจากการมีส่วนร่วมกันของลักษณะเฉพาะ (Attributes) ตั้งแต่สองลักษณะขึ้นไป เช่น สมุดสีเขียว ดอกไม้สีแดง สุนัขขนยาวสีขาวและสิ่งเร้าที่เราพบเห็นโดยทั่วไปมีลักษณะร่วมกัน ได้แก่ รูปร่าง ขนาด สี เป็นต้น ความคิดรวบยอดต่างๆที่เราคุ้นเคยในชีวิตประจำวันมักเป็นความคิดรวบยอดรวมลักษณะ

2. ความคิดรวบยอดแยกลักษณะ (Disjunctive Concept) คือความคิดรวบยอดที่เปิดโอกาสให้ ตัดสินใจเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่งหรือทั้งสองอย่างรวมกันเช่น คำว่า “กา” อาจเป็นนกกา หรือ กาดม่น้ำ หรือการเขียนเครื่องหมายกากบาท สัญลักษณ์ “0” อาจเป็นความคิดรวบยอดจำนวนศูนย์ (zero) วงกลม ตัวโอในภาษาอังกฤษ หรือ ไขฟองหนึ่ง

3. ความคิดรวบยอดเชิงสัมพันธ์ (Relational Concept) เป็นความคิดรวบยอดที่เกิดจากความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ สภาวะ หรือ สิ่งเร้าตั้งแต่สองอย่างหรือมากกว่าเช่น การนำไม้ขีดไฟไปสัมพันธ์กับบุหรี่ยี่เพราะเราใช้ไม้ขีดไฟจุดบุหรี่ยี่ หรือภาษีเงินได้สัมพันธ์กับระดับของรายได้

รัสเซลล์ (Russell. 1965 : 124-155) ได้แบ่งประเภทของความคิดรวบยอดออกเป็น 8 ลักษณะคือ

1. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concept) คือ ความคิดรวบยอดที่เกี่ยวกับจำนวนและการวัดซึ่งมีอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

2. ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเวลา (Concept of Time) ความคิดรวบยอดที่มีความสัมพันธ์กับความความคิดรวบยอดเรื่องที่ว่าง (Concept Of Space) แต่ความคิดรวบยอดในเรื่องเวลาเป็นนามธรรมมากกว่า เช่น กลางวัน กลางคืน เช้า บ่าย เย็น และฤดูกาลต่างๆ

3. ความคิดรวบยอดทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Concept) เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเวลาและที่ว่างรวมอยู่ด้วย เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับการวัดที่แน่นอน เวลา น้ำหนัก และปรากฏการณ์อื่นๆด้วย

4. ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับตนเอง (Self Concept) คือการที่บุคคลมีความรู้สึกว่าตัวเขาเองคือใคร เป็นอะไร เป็นอย่างไร

5. ความคิดรวบยอดทางสังคม (Social Concept) เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประชาธิปไตย ศีลธรรม

6. ความคิดรวบยอดทางสุนทรียภาพ (Aesthetic Concept) เป็นความคิดรวบยอดซึ่งสัมพันธ์กับความสวยงาม ขึ้นอยู่กับความคิดรวบยอดทางสังคมด้วย ตัวอย่างความคิดรวบยอดทางสุนทรียภาพเช่น ภาพเขียน ดนตรี

7. ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความขบขัน (Humour Concept) เป็นความคิดรวบยอดที่อยู่ในขอบข่ายของสังคมที่บุคคลนั้นอาศัยอยู่ บางสิ่งเป็นของขบขันในสังคมหนึ่งแต่อาจไม่ขบขันในอีกสังคมหนึ่งก็ได้

8. ความคิดรวบยอดในเรื่องอื่นๆ (Miscellaneous Concept) เช่นเกี่ยวกับความตาย เพศ สงคราม เป็นต้น

เดอ เซคโก; และ ครอฟฟอร์ด (De Cecco; & Crawford. 1974 : 231-293) ได้แบ่งประเภทของความคิดรวบยอดออกเป็น ประเภทต่างๆ 3 ประเภท ดังนี้

1. ความคิดรวบยอดชนิดเชื่อมโยงลักษณะ (Conjunctive Concept) เป็นความคิดรวบยอดที่ประกอบด้วยคุณลักษณะประเภทต่างๆ ซึ่งปรากฏร่วมกันเป็นความคิดรวบยอดที่เกิดจากลักษณะเฉพาะตั้งแต่ 2 ลักษณะขึ้นไป เช่น ภู มีลักษณะหลายอย่าง เช่น รูปร่าง ลักษณะกลมยาว สี เลื่อมลาย ขนาด ประมาณเท่าปลาไหล นิสัย ว่องไวชอบแล่น พันธุ์ เป็นประเภทที่มีกระดูกสันหลัง

2. ความคิดรวบยอดชนิดแยกแยะ (Disjunctive Concept) คือความคิดรวบยอดที่สามารถใช้ได้ตั้งแต่ สองความหมายขึ้นไป จะหมายถึงอะไรก็ขึ้นอยู่กับการตัดสินใจของผู้เลือก

3. ความคิดรวบยอดชนิดสัมพันธ์ (Relational Concept) คือความคิดรวบยอดที่เกิดจากความสัมพันธ์ระหว่างลักษณะเฉพาะ (Attribute) ของความคิดรวบยอด เช่น ความคิดรวบยอดของระยะทาง (Distance) เกิดจากความสัมพันธ์ระหว่างจุดสองจุด เป็นต้น

สุจินต์ วิทธีรานนท์ (2523 : 94) กล่าวถึง ความคิดรวบยอดไว้พอสรุปเป็นข้อๆได้ดังนี้

1. ความคิดรวบยอด แสดงการแบ่งจำพวก เป็นความคิดรวบยอดที่บ่งถึงคำจำกัดความ คิด อธิบายหรือชี้แจงคุณสมบัติของสิ่งของ ปรากฏการณ์ กระบวนการหรือเหตุการณ์ เช่น ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับแมลง จะระบุความความคิดความเข้าใจเกี่ยวกับแมลงว่ามีลักษณะอย่างไร เป็นต้นว่า แมลงเป็นสัตว์ที่มี 6 ขา มีปีก ลำตัวเป็นข้อปล้อง จัดเป็นความคิดรวบยอดแสดงอาการจำพวก

2. ความคิดรวบยอด แสดงความสัมพันธ์ เป็นความคิดรวบยอดที่บ่งถึงความสัมพันธ์ของเหตุการณ์หรือสิ่งของเช่น ความคิดรวบยอดที่แสดงว่าสูงกว่า ต่ำกว่า ระหว่าง เป็นต้น

3. ความคิดรวบยอดแสดงความรู้สึก ค่านิยมและอารมณ์ เป็นความคิดรวบยอดที่บ่งถึงความรู้สึก ค่านิยมและอารมณ์ เช่น ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความอยาก رؤ้อยากเห็น ความตื่นเต้น ความสนใจ ใฝ่รู้ ความดี ความงาม เป็นต้น

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523 : 9-10) ได้กล่าวถึงประเภทของความคิดรวบยอดออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. ความคิดรวบยอดที่มีลักษณะร่วมกัน เป็นประเภทของความคิดรวบยอดที่มีอยู่เป็นส่วนใหญ่ เรียนรู้ได้ง่าย มีคุณลักษณะร่วมกันหลายอย่าง

2. ความคิดรวบยอดที่เป็นเชิงสัมพันธ์ เป็นความคิดรวบยอดที่มีต้องอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกหรือส่วนของกลุ่มมาพิจารณาคุณลักษณะหรือคุณค่าก็ผิดแผกแตกต่างกัน แต่สมาชิกหรือส่วนประกอบมีความสัมพันธ์กันบางลักษณะ

3. ความคิดรวบยอดที่เป็นเชิงวิเคราะห์ เป็นความคิดรวบยอดที่อยู่บนพื้นฐานของคุณลักษณะที่สังเกตได้จากส่วนของวัตถุ สิ่งของ เรื่องราวแต่ละอย่างภายในกลุ่มซึ่งละเอียดซับซ้อนกว่าความคิดรวบยอดสองประเภทที่กล่าวมาแล้ว

ยงยศ พุทธิให้ (2543 : 14) ได้สรุปประเภทของความคิดรวบยอดเป็นความคิดรวบยอดแสดงการแบ่งจำพวกโดยพิจารณาจากลักษณะที่ร่วมกันเป็นประเภท ความคิดรวบยอดแสดงการแบ่งจำพวกโดยพิจารณาจากลักษณะที่ร่วมกันเป็นประเภท ความคิดรวบยอดแสดงความสัมพันธ์ ความคิดรวบยอดเชิงวิเคราะห์ซึ่งเป็นความรู้สึกรภายใน เช่น อารมณ์ ค่านิยม เป็นต้น

สุริยา รัตนพลที (2545 : 9) ได้สรุปประเภทของความคิดรวบยอดไว้ว่า “ คือ ความคิดความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อันเกิดจากการได้รับประสบการณ์ที่เกี่ยวกับสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นๆ หลายๆ แบบแล้วใช้ลักษณะของสิ่งนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันและสามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มเป็นพวกได้”

พรพิมล ยังฉิม (2546 : 12) ได้แบ่งประเภทความคิดรวบยอดเป็นความคิดรวบยอดที่เป็นลักษณะร่วม ความคิดรวบยอดที่มีความสัมพันธ์ ความคิดรวบยอดแบบแยกลักษณะ ความคิดรวบยอดเชิงวิเคราะห์

จากที่ได้ศึกษาจากความหมายของประเภทของความคิดรวบยอด สรุปได้ว่า ประเภทของความคิดรวบยอดถูกแบ่งตามลักษณะเฉพาะของแต่ละประเภท และนำประเภทของความคิดรวบยอดที่คล้ายกันมาจัดไว้เป็นหมวดหมู่เดียวกันเช่น ความคิดรวบยอดเชิงวิเคราะห์ความสัมพันธ์ ความคิดรวบยอดทางสัญลักษณ์ ตัวเลข ความคิดรวบยอดในด้านการวิเคราะห์ เป็นต้น

1.4 กระบวนการสร้างความคิดรวบยอด

โพเดล (Podell. 1958 : 1 – 20) ได้แบ่งกระบวนการในการสร้างความคิดรวบยอดเป็นสองกระบวนการคือ

1. การมองเห็นลักษณะร่วม (Composite Photograph) คือการที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจลักษณะร่วมของวัตถุหรือสภาพการณ์กลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง โดยผู้เรียนซึ่งได้ทำกิจกรรมเพื่อค้นหาความคิดรวบยอดมากมายเช่น เด็กเห็นสุนัข บ่อย ๆ ทั้ง ๆ ที่สุนัขเหล่านั้นเป็นชนิดที่แตกต่างกันออกไปหลายชนิดด้วยกัน เด็กก็สามารถเห็นลักษณะร่วมของสุนัขได้ เช่น มีสี่ขา หางยาว มีปาก มีขน ฯลฯ ครั้งต่อไปถ้าเขาเห็นสัตว์ประเภทนี้อีกเขาก็ทราบว่ามันเป็นสัตว์ประเภทเดียวกัน

2. การกระทำกิจกรรมเพื่อค้นหาความคิดรวบยอด (Active Search) คือการที่ผู้เรียนต้องทำกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อค้นหาความคิดรวบยอดโดยที่ผู้เรียนคาดการณ์ไว้ล่วงหน้าว่าลักษณะร่วมของสิ่งต่าง ๆ เหล่านั้นคืออะไร แล้วจึงทำกิจกรรมเพื่อเป็นการทดสอบ

แมคโดนัลด์ (McDonald. 1959 : 105) มีความเห็นว่าการสร้างความคิดรวบยอด เช่น ความคิดรวบยอดของอ่าวนั้น นักเรียนต้องผ่านกระบวนการดังนี้

1. สามารถแยกแยะ (Discrimination) คือเด็กต้องสามารถแยกความแตกต่างของอ่าวออกจากแม่น้ำ มหาสมุทร หรืออื่น ๆ ได้

2. สามารถสรุปครอบคลุม (Generalization) คือเด็กต้องสามารถนึกลักษณะของอ่าวที่เขาสร้างขึ้นนี้ไปใช้กับอ่าวอื่น ๆ ได้

โลเวลล์ (Lovell. 1966 : 12 – 13) ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับกระบวนการสร้างความคิดรวบยอดว่ามี 3 กระบวนการคือ

1. การรับรู้ (Perception)
2. การสรุปย่อ (Abstraction)
3. การสรุปครอบคลุม (Generalization)

การสร้างความคิดรวบยอดต้องมีการรับรู้สิ่งเร้าต่าง ๆ โดยผ่านทางประสาทสัมผัสทั้งห้าและการรับรู้นี้ใช้ประสาทสัมผัสส่วนใดส่วนหนึ่งหรือหลาย ๆ ส่วนพร้อม ๆ กันก็ได้เมื่อเกิดการรับรู้มาถึงกระบวนการย่อซึ่งเป็นหลักสำคัญของการสร้างความคิดรวบยอด เด็กจะสร้างความคิดรวบยอดได้ก็ต่อเมื่อเขาสามารถแยกแยะ (Discriminate) คุณสมบัติของวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น จากนั้นสามารถครอบคลุมออกไปในลักษณะที่รวมกันของสิ่งที่ค้นพบได้

ออสซูเบล (Ausubel. 1968 : 517) กล่าวว่า กระบวนการในการสร้างความคิดรวบยอดประกอบด้วย

1. ความสามารถในการจำแนกความแตกต่างของสิ่งเร้าได้
2. สร้างสมมติฐานที่เกี่ยวกับการรวมลักษณะของสิ่งเร้าที่เหมือนกัน
3. ทดสอบสมมติฐานความคิดรวบยอดที่สร้างขึ้นในสถานการณ์หนึ่ง
4. เลือกสมมติฐานที่สามารถครอบคลุมสิ่งเร้าที่มีลักษณะบางประการร่วมกันได้
5. จัดลักษณะของสิ่งเร้าที่คัดเลือกได้จากสมมติฐานให้มาสัมพันธ์กับระบบการคิดที่มี

อยู่เดิมในโครงสร้างของความคิด

6. เลือกความแตกต่างระหว่างความคิดรวบยอดใหม่กับความคิดรวบยอดที่มีอยู่เดิมเพื่อหาความสัมพันธ์

7. สรุปความหมายของความคิดรวบยอดที่รับมาใหม่ให้ครอบคลุมไปยังสมาชิกทุก ๆ หน่วยในกลุ่ม

8. คิดหาสัญลักษณ์ที่เหมาะสมใช้เป็นตัวแทนของความคิดรวบยอดใหม่

ยุพิน พิพิธกุล (2529 : 23-26) ได้เสนอกระบวนการสร้างความคิดรวบยอดไว้ดังนี้

1. นักเรียนจะต้องมีความรู้ ทักษะ ประสบการณ์และพร้อมที่จะเรียนเรื่องใหม่จากความรู้เดิมของเขา เขาจะสังเกตเห็นคุณสมบัติร่วม (Common Properties) ความสัมพันธ์แบบแผนโครงสร้างของความคิด สิ่งเหล่านี้จะประมวลกันเข้าทำให้เขานำไปสู่ข้อสรุปได้

2. นักเรียนจะต้องได้รับแรงจูงใจ (Motivation) หรือถูกกระตุ้นให้อยากเรียน มีความเต็มใจที่จะมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน ผู้เรียนจะต้องนึกอยู่เสมอว่าเขากำลังทำอะไร เห็นอะไร รู้สึกอย่างไร คิดอย่างไร การเรียนจะเป็นไปได้ดีก็ต่อเมื่อผู้เรียนนั้นได้ตอบสนองต่อสภาพการเรียนและเขาจะตอบสนอง ก็ต่อเมื่อเขาคิด

3. นักเรียนจะต้องมีความสามารถที่จะมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ การเกิดความคิดรวบยอดนั้นเป็นกระบวนการของปัญหาซึ่งเกี่ยวข้องกับกิจกรรมเช่น การเห็น การฟัง การอ่าน การเขียน การคำนวณ การคิด การพูด การลงมือทำ การใช้นามธรรม การใช้สัญลักษณ์ การสรุป นั่นก็หมายความว่าความคิดรวบยอดจะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อ นักเรียนสามารถทำสิ่งเหล่านั้น

4. นักเรียนจะต้องได้รับการแนะแนว เพื่อจะเป็นแรงจูงใจให้เขาเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ การเรียนแบบลองผิดลองถูกอาจทำให้เด็กเกิดความท้อถอย เพราะเข้าไปไม่ถึงจุดมุ่งหมายสักที

5. จะต้องจัดวัสดุ อุปกรณ์ให้ผู้เรียนอย่างถูกต้องและเหมาะสม เช่น ของจริง ภาพแบบเรียน เป็นต้น

6. นักเรียนจะต้องมีเวลาเพียงพอสำหรับที่จะมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม ในการที่นักเรียนจะเกิดความคิดรวบยอดนั้นจะต้องใช้เวลา การเรียนเป็นกระบวนการที่ค่อย ๆ พัฒนาไปที่ละน้อย การที่จะสร้างความคิดรวบยอดได้นั้นต้องการประสบการณ์ที่ต่างกัน

ยงยศ พุทธิให้ (2543 : 16) ได้กล่าวว่า การสร้างความคิดรวบยอดได้ต้องมีการรับรู้สิ่งเร้าต่าง ๆ โดยผ่านประสาทสัมผัสทั้งห้าส่วน หนึ่งหรือหลาย ๆ ส่วนพร้อมกัน แล้วผ่านกระบวนการสมองในการจำแนกและเลือกความแตกต่างระหว่างความคิดรวบยอดใหม่กับความคิดรวบยอดที่มีอยู่เดิม เพื่อหาความสัมพันธ์แล้วสรุปครอบคลุมเป็นความคิดรวบยอดใหม่ ซึ่งกระบวนการสร้างความคิดรวบยอดให้เกิดขึ้นในนักเรียนได้ นั้นขึ้นอยู่กับการจัดสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมโดยครูเป็นผู้จัดให้กับนักเรียน

สุริยา รัตนพลที (2545 : 9) ได้กล่าวว่า การสร้างความคิดรวบยอดได้นั้น จะต้องมีการรับรู้สิ่งเร้าต่าง ๆ โดยผ่านประสาทสัมผัสทั้งห้าส่วน ส่วนใดส่วนหนึ่งหรือหลาย ๆ ส่วนพร้อมกัน แล้วผ่านกระบวนการสมองทางด้านความจำ ความคิด แยกแยะความแตกต่างระหว่างความคิดรวบยอดเก่าและความคิดรวบยอดใหม่เพื่อหาความสัมพันธ์แล้วเลือกสรุปเป็นความคิดรวบยอดใหม่ อย่างไรก็ตาม กว่าที่คนเราจะมีความคิดรวบยอดต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งนั้น จะต้องมีการประสบการณ์ต่อสิ่งนั้นมากพอสมควร

จากการศึกษากระบวนการสร้างความคิดรวบยอด ผู้วิจัยสรุปได้ว่า กระบวนการสร้างความคิดรวบยอดนั้นต้องมีครูคอยชี้แนะแนวทาง คอยจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกปฏิบัติจริง ทั้งนี้ นักเรียนต้องมีความรู้และทักษะพื้นฐานในเรื่องนั้นเพื่อนำไปสู่การศึกษาเรื่องใหม่ ๆ ต่อไป ในการสร้างความคิดรวบยอดนั้น ครูควรฝึกให้นักเรียนสรุปความคิดรวบยอดทุกครั้ง

1.5 ความสำคัญของความคิดรวบยอด

อาคม จันทสุนทร (2522 : 47-50) ได้ให้ความคิดว่า การที่เราจะทำให้คนเกิดความคิดรวบยอดนั้น มีความสำคัญดังนี้

1. ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีระบบไม่สับสน เรียนรู้อย่างไม่ยุ่งยาก
2. ทำให้เกิดความประหยัดที่ไม่ต้องเรียนเรื่องใดเรื่องหนึ่งมากเกินไปจนจำเป็น

3. ทำให้สามารถนำความรู้ไปใช้ได้กว้างขวาง เสริมความรู้ต่อไปได้มากขึ้นและรวดเร็ว

บุญเสริม ฤทธาภิรมณ์ (2523 : 10) กล่าวว่าความคิดรวบยอดเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้และการดำรงชีวิตของคน คนจะต้องสร้างความคิดรวบยอดอยู่เสมอตราบเท่าที่มีสิ่งเร้าประสาทสัมผัสให้เกิดการรับรู้ ซึ่งประโยชน์ของความคิดรวบยอดมีดังต่อไปนี้คือ

1. ช่วยลดความซับซ้อนของสิ่งแวดล้อมที่มีอยู่มากมายในโลกนี้ จัดรวมเข้าเป็นพวกเป็นกลุ่มได้ เพราะคนไม่มีความสามารถที่จะไปจดจำรายละเอียดสิ่งต่างๆในโลกได้ เช่นเราเรียกสัตว์ที่อยู่บนบกเป็นชื่อเดียวกันว่า สัตว์บก เป็นต้น

2. ความคิดรวบยอดช่วยแบ่งประเภท กำหนดชื่อสิ่งต่างๆที่อยู่รอบตัวเราทำให้เรารู้ว่าอะไรทำให้เราแยกเสียงรถออกจากเสียงม้าวิ่ง เป็นต้น

3. เชื่อมโยงความรู้หรือความคิดเดิมกับความคิดรวบยอดใหม่ได้ ถ้าความคิดรวบยอดแจ่มชัด ถูกต้องและช่วยให้การเรียนรู้ความคิดรวบยอดใหม่สะดวกง่ายเข้า

4. เป็นตัวกำหนดความยากง่ายเนื้อหาแก่ผู้เรียนคือ ผู้เรียนวัยหนึ่งระดับหนึ่งควรจะได้รับรู้ในส่วนละเอียดหรือคุณลักษณะปลีกย่อยใด คุณลักษณะบางอย่างที่ไม่จำเป็นก็อาจจะข้ามหรือละเลยไม่ต้องสอนก็ได้ หรือสิ่งที่เรียนมาก่อนแล้วรู้แล้วก็ไม่จำเป็นต้องนำมาเรียนซ้ำให้เสียเวลา

5. ความคิดรวบยอดช่วยให้คนรู้จักกำหนดวิธีการที่จะแก้ไขปัญหาต่างๆ ได้เพราะสามารถแบ่งแยก วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆแล้วพิจารณาหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

ยงยศ พุทธิให้ (2543 : 17) ได้กล่าวว่า ความคิดรวบยอดมีประโยชน์ต่อความคิดต่างๆของผู้เรียนเพราะการรวบรวมไว้เป็นหมวดหมู่ ช่วยให้ให้นำออกมาใช้ได้สะดวกรวดเร็วในการแก้ปัญหาหรือตัดสินใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับการเรียนรู้เรื่องใหม่ๆซึ่งสามารถนำมาใช้ได้ในชีวิตประจำวัน

สุริยา รัตนพลที (2545 : 12) ได้กล่าวว่า ความคิดรวบยอดมีประโยชน์ต่อความคิดต่าง ๆ มีประโยชน์ต่อการเรียนประหยัดเวลาในการเรียนรู้ไม่ต้องเรียนรู้ใหม่ทุกครั้งที่เคยชินกับวัตถุหรือสภาพการเพราะการรวบรวมไว้เป็นหมวดหมู่ช่วยให้ให้นำออกมาใช้สะดวกและรวดเร็วในการแก้ปัญหาหรือตัดสินใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับสิ่งต่างๆ

พรพิมล ยังฉิม (2546 : 13) ได้กล่าวว่า ความคิดรวบยอดนั้นมีประโยชน์ต่อผู้เรียน เพราะความคิดรวบยอดนั้นจะช่วยให้ผู้เรียนมีการคิดที่เป็นระเบียบไม่เกิดความซ้ำซ้อนของความรู้จักจัดหมวดหมู่ของความรู้หรือประสบการณ์ที่ได้รับ ช่วยในการเชื่อมโยงสิ่งที่เรียนรู้ในระดับสูงต่อไปทำได้ดี รวมทั้งนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ต่อไป

จากที่กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่า ความสำคัญของความคิดรวบยอดคือ

1. ความคิดรวบยอดมีการจำแนกประเภทการเรียนรู้ทำให้เข้าใจง่าย ไม่ซับซ้อน
2. นักเรียนสามารถนำความรู้ที่ได้สรุปความคิดรวบยอดไปศึกษาต่อในระดับสูงต่อไป เพราะถ้าความคิดรวบยอดถูกต้องแล้วในการศึกษาระดับสูงที่ต้องใช้พื้นฐานความรู้เดิมก็ยิ่งง่าย

1.6 วิธีสอนความคิดรวบยอด

ทราเวอร์ส (Travers. 1967 : 142) กล่าวถึงการสอนความคิดรวบยอดว่า ผู้เรียนจะเกิดความคิดรวบยอดอย่างไรนั้นขึ้นอยู่กับวิธีสอนของครู ครูต้องใช้วิธีสอนให้เหมาะสมกับระดับความสามารถของผู้เรียน ซึ่งแนวทางในการจัดสภาพการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอดมีดังนี้

1. สิ่งที่จะอำนวยความสะดวกให้แก่ผู้เรียนในการเรียนความคิดรวบยอด คือ ผู้เรียนเห็นความแตกต่างระหว่างตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบ
 2. ปัญหาที่มีคุณลักษณะซ้ำๆกันมักจะแก้ไขได้ง่ายกว่าปัญหาที่คุณลักษณะไม่ซ้ำกัน
 3. เด็กจะเรียนรู้ความคิดรวบยอดได้ง่ายขึ้น ถ้ามีตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบควบคู่กัน
 4. การศึกษาส่วนใหญ่พบว่า เด็กจะเรียนรู้ความคิดรวบยอดได้ง่ายกว่า ถ้าลดจำนวนคุณลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องออกไป
 5. ทักษะในการเรียนรู้ความคิดรวบยอดจะเพิ่มขึ้นตามอายุ
 6. ความคิดรวบยอดที่ง่าย ความวิตกกังวลอาจจะช่วยในการเรียนรู้ได้ แต่ถ้าเป็นความคิดรวบยอดที่ซับซ้อน ความวิตกกังวลจะบั่นทอนประสิทธิภาพของการเรียน
 7. การเรียนความคิดรวบยอดที่ง่ายขึ้น ถ้าครูเน้นจุดเด่นหรือลักษณะที่ควรสังเกตได้ให้นักเรียนทราบ
 8. บางครั้งควรจะต้องแสดงตัวอย่างทางบวกหลายๆตัวอย่างพร้อมกันแต่ไม่ควรจะให้เกิน 4 ตัวอย่าง
 9. การเรียนรู้ความคิดรวบยอดจะง่ายขึ้น และสามารถที่จะนำไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ได้ ถ้าผู้เรียนสามารถสื่อสารความคิดรวบยอดให้แก่ตัวเองได้
 10. เด็กสามารถเรียนรู้ความคิดรวบยอดได้ง่ายขึ้นถ้าเด็กรู้จักตัวอย่างความคิดรวบยอดทั้งทางบวกและตัวอย่างทางลบ
 11. การทราบผลการเรียนทันที จะช่วยให้เกิดการเรียนรู้ได้ดียิ่งขึ้น
 12. การเรียนรู้ความคิดรวบยอดใหม่ๆในขั้นสูงจะง่ายขึ้นถ้านักเรียนได้เรียนรู้ความคิดรวบยอดขั้นต้นมาอย่างสมบูรณ์ โดยได้เรียนรู้จากตัวอย่างที่ถูกต้องและมากพอ
 13. ควรสอนความคิดรวบยอดที่สัมพันธ์กันด้วย
 14. ควรใช้วิธีการหลากหลายอย่างในการสอนความคิดรวบยอดควรให้ผู้เรียนมีเวลาเพียงพอที่จะปรับเนื้อหาทั้งหมดให้กับโครงสร้างของความคิดรวบยอดเดิม
- เดอ เซคโค (De Cecco. 1968 : 402 – 416) ได้เสนอแนะวิธีสอนเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอดไว้ 9 ขั้นตอน ดังนี้
1. กำหนดพฤติกรรมที่คาดหวังของนักเรียนว่า เขาจะต้องแสดงพฤติกรรมอะไรบ้างหลังจากที่ได้เรียนความคิดรวบยอดนั้นไปแล้ว

2. วิเคราะห์ความคิดรวบยอดที่จะสอน ถ้าความคิดรวบยอดที่จะสอนมีลักษณะเฉพาะหลายลักษณะก็พยายามลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง โดยเน้นลักษณะเด่นและสำคัญ และจัดเป็นหมวดหมู่เพื่อให้นักเรียนเข้าใจง่ายขึ้น
 3. ใช้ภาษาที่นักเรียนเข้าใจเพื่อเป็นสื่อกลางของความคิดรวบยอด
 4. เสนอตัวอย่างของความคิดรวบยอดที่เกี่ยวข้อง (ตัวอย่างทางบวก) และตัวอย่างที่ไม่เกี่ยวข้อง (ตัวอย่างทางลบ) ให้แก่ผู้เรียน
 5. เสนอตัวอย่างที่ละอันในระยะใกล้เคียงกันหรือต่อเนื่องกันหรือเสนอพร้อมกัน
 6. เสนอตัวอย่างทางบวกอันใหม่ แล้วให้นักเรียนบอกว่าใช้ความคิดรวบยอดของสิ่งนั้นหรือไม่ ถ้านักเรียนบอกได้แสดงว่านักเรียนเข้าใจความคิดรวบยอดนั้น
 7. ทดสอบการเรียนรู้ความคิดรวบยอดของนักเรียน โดยสอนตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบรวมกัน แล้วให้นักเรียนเลือกตัวอย่างที่เป็นความคิดรวบยอดเท่านั้น
 8. ให้นักเรียนให้คำจำกัดความของความคิดรวบยอดนั้น
 9. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตอบสนองและได้แรงเสริมในการตอบสนองนั้น
- พรรณทิพย์ ม้ามณี (2520 : 30 - 31) กล่าวถึงหลักเบื้องต้นในการสอนให้เกิดความคิดรวบยอด ดังนี้
1. ความคิดรวบยอด เป็นสิ่งที่ไม่สามารถ “ให้” กันได้ จะต้องเกิดจากประสบการณ์และความคิดของตนเอง การสอนที่มีประสิทธิภาพประกอบด้วยการจัดประสบการณ์ให้แก่เด็กทุกคน
 2. ความคิดรวบยอด จะต้องเกิดขึ้นเหมือนกับเป็นกระบวนการของการเจริญเติบโต คือจะมีความหมายมากขึ้น และลึกซึ้งยิ่งขึ้นเรื่อย ๆ จากประสบการณ์หลาย ๆ ชนิด
 3. ความคิดรวบยอด จะมีความหมายและมีประโยชน์มากขึ้น เมื่อมันมีความสัมพันธ์ โดยเป็นส่วนหนึ่งของทั้งหมด
 4. ความคิดรวบยอด จะพัฒนาจากประสบการณ์หลาย ๆ อย่างมากกว่าการสอนซ้ำ ๆ ซาก ๆ ดังนั้นการแก้ปัญหา การค้นพบ และงานประจำหลาย ๆ แบบ จะทำให้การเรียนรู้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้นกว่าการทำซ้ำ ๆ ในการเรียนคณิตศาสตร์
 5. ระดับบทเรียนที่จะให้เกิดความคิดรวบยอด ควรจะขึ้นอยู่กับความพร้อม ความสนใจและความสามารถของผู้เรียน ดังนั้น การจัดบทเรียนแต่ละวันควรจะคำนึงถึงความแตกต่างของแต่ละบุคคล และความสนใจ จะเห็นว่าเด็กจะเรียนเศษส่วนทางพีชคณิตไม่ได้ดี ถ้าไม่มีภูมิหลังเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะ ความหมายเกี่ยวกับส่วนร่วม การหารด้วยศูนย์ใช้ไม่ได้ ตลอดจนเอกลักษณ์เกี่ยวกับการคูณ เป็นต้น เด็กที่เรียนซ้ำไม่ควรให้เรียนหารากที่ 3 ก่อนที่จะเรียนหารากที่ 2 และไม่ควรหวังว่านักเรียนสามารถจะถอดสมการกำลังสองได้ก่อนที่จะเรียนการถอดสมการกำลังหนึ่ง
 6. ความคิดรวบยอดควรจะสร้างขึ้นจากสิ่งแวดล้อมของเขาเองมากกว่าจากครูคนเดียว ดังนั้น บทเรียนคณิตศาสตร์ปกติไม่ควรเป็นการบรรยายเท่านั้น แต่ควรจัดเป็นกลุ่มกิจกรรมในการแก้ปัญหามากกว่า

7. กิริยาท่าทาง การทำด้วยมือ การคิดคำนึง คำพูด ตลอดจนการเขียน นักเรียนจะต้องพยายามดูว่าอะไรจะเกิดขึ้นตลอดเวลาที่มีการกระทำดังกล่าว ต้องตั้งคำถามด้วยตนเองเพื่อหาคำตอบ และต้องขอบตอบคำถามปัญหา ขอบทำผิด ๆ เพื่อค้นหาสิ่งที่ต้องการ

นาตยา ปิรันธนาพันธ์ (2542 : 14) กล่าวถึงการที่จะสังเกตว่าบุคคลใดจะเกิดความคิดรวบยอดแล้วจะทราบได้จากการดูว่าเขาเหล่านั้น

1. สามารถบอก ระบุ เรียกชื่อ ความคิดรวบยอดนั้นได้
2. สามารถคัดเลือก จำแนก แยกแยะ ยกตัวอย่าง ทั้งที่ใช้ตัวอย่างและไม่ใช้ตัวอย่างของความคิดรวบยอดนั้นได้
3. สามารถบอกลักษณะของความคิดรวบยอดนั้นได้
4. สามารถอธิบาย สรุปความหมายของความคิดรวบยอดนั้น จากความรู้ ความเข้าใจของตนเอง และด้วยภาษาคำพูดของตนเอง

นวลเพ็ญ วิเชียรโชติ (2523 : 2) ได้ให้แนวการสอนเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอดไว้ 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. บอกจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมแก่ผู้เรียนว่า เมื่อเรียนจบแล้วจะได้อะไร
2. ครูกำหนด “ลักษณะเด่น” ในจำนวนลักษณะรวมทั้งหมดของความคิดรวบยอดให้นักเรียน นั่นคือ ครูต้องเลือกสอนแต่ “ลักษณะเด่น” เพราะจากการทดลองวิจัยมีผู้พบว่า การบอกลักษณะย่อยทุกลักษณะจะทำให้ผู้เรียนสับสน
3. ให้นักเรียนอ่านชื่อของความคิดรวบยอดนั้น ๆ
4. ให้นักเรียนเห็นตัวอย่างที่ใช้และไม่ใช้ หลาย ๆ ตัวอย่าง เวลาว่างตัวอย่างให้วางพวกเดียวกันไว้ด้วยกัน เพื่อความสะดวกในการเปรียบเทียบ ในขั้นนี้ครูมีหน้าที่ถามว่าตัวอย่างที่ใช้นั้นใช่หรือไม่ใช่ เมื่อนักเรียนตอบ ครูต้องตอบทันทีว่าถูกหรือผิด
5. ให้นักเรียนเห็นตัวอย่างหลาย ๆ ชนิด เพื่อให้นักเรียนสรุปรวบยอดได้อย่างถูกต้อง
6. ทดสอบความรู้ในขั้นนี้ครูจะให้นักเรียนเห็นตัวอย่างที่ใช้และไม่ใช้หลายชนิดอยู่ด้วยกัน ให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างที่ใช่เท่านั้น โดยครูจะไม่บอกนักเรียนว่าผิดหรือถูก เป็นการประเมินความรู้
7. ให้นักเรียนบอกคำจำกัดความของความคิดรวบยอดนั้น ๆ

พรพิมล ยังฉิม (2546 : 16) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนการสอนความคิดรวบยอด มีขั้นตอนการสอน ดังนี้

1. บอกจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมให้นักเรียนทราบ
2. ยกตัวอย่างที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่ต้องการสอนทั้งตัวอย่างที่เป็นทางบวกและตัวอย่างที่เป็นทางลบ
3. ให้นักเรียนลองยกตัวอย่างที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่เรียนนั้น ๆ
4. ให้นักเรียนสรุปถึงความคิดรวบยอดที่ได้รับ
5. ทดสอบความรู้

ที่กล่าวมาข้างต้นพอจะสรุปได้ว่าวิธีการสอนความคิดรวบยอดกล่าวได้ว่า

1. ครูควรชี้แจงวัตถุประสงค์ และเลือกวิธีสอนที่เหมาะสมกับสภาพเนื้อหาที่จะสอน
2. ครูควรสอนซึ่งให้ผู้เรียนเห็นองค์ความรู้ที่ถูกต้องหรือที่มักผิดพลาดให้นักเรียนเห็นอย่างชัดเจน เช่น ใช้การยกตัวอย่าง อภิปราย หรือนักเรียนลงมือปฏิบัติ
3. ใช้คำพูดที่เข้าใจง่าย กะทัดรัด และควรฝึกทักษะการทำโจทย์จากง่ายไปยาก
4. ครูฝึกให้ผู้เรียนสรุปความคิดรวบยอดและยกตัวอย่างประกอบพร้อมสร้างแรงจูงใจ

1.7 ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด

มีผู้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด (Misconception) ไว้ดังนี้

เพาเวลล์ (Powell. 1983 : 20) กล่าวว่า ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด หมายถึงความเข้าใจผิดอันมีพื้นฐานมาจากการให้ความหมายในสิ่งนั้น ๆ ไม่ถูกต้อง

ฮอซ (Hoz. 1983 : 154) กล่าวว่า ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด หมายถึง โครงสร้างของความคิดที่ไม่ถูกต้อง

โสภารรณ แสงศัพพ์ (2518 : 12) กล่าวว่า ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด หมายถึงความเชื่อและความเข้าใจที่มาจากแนวคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523 : 10 – 11) กล่าวว่า ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด เป็นการสั่งสมหรือสรุปความคิดที่ผิดพลาดเป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้เรื่องใหม่ ทำให้เกิดการเชื่อมโยงประสบการณ์ใหม่ที่ล่าช้าและไม่บังเกิดผล

ยงยศ พุทธิให้ (2543 : 17) กล่าวว่า ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด หมายถึงความคิดความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง ความเข้าใจผิดอันเนื่องมาจากการรับรู้จากประสบการณ์และความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ

พรพิมล ยังฉิม (2546 : 17) กล่าวว่า ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด หมายถึง ความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องหรือคลุมเครือ เกี่ยวกับความคิดรวบยอดต่าง ๆ ที่ได้รับการเรียนรู้

จากการศึกษาความหมายข้างต้น พอสรุปได้ว่า ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด หมายถึง ความรู้ความเข้าใจในการเรียนรู้ของผู้เรียนที่ไม่ถูกต้อง ผิดพลาดจากความจริง จึงส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถศึกษาในระดับสูงได้ถูกต้อง

1.8 ประเภทของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด

ไพน์ส; และ เวสต์ (Pines; & West. 1983 : 47 – 51) ได้แบ่งประเภทความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดออกเป็น 3 ประเภทตามสถานการณ์การเรียนรู้ที่แตกต่างกันดังนี้

1. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดอันเกิดจากสถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน (Misconception Derived From Conflict Learning Situation) แบ่งเป็น 3 ระยะ คือ ระยะของการรับรู้ (Awareness Phase) ระยะของการไม่สมดุล (Disequilibrium Phase) และ ระยะจัดระบบใหม่ (Reformulation

Phase) ซึ่งในระยะของการรับรู้ นั้น ครูต้องจัดเตรียมกิจกรรมต่าง ๆ อันเป็นการชักนำสิ่งที่มีอยู่ในตัวนักเรียนให้ปรากฏออกมา ครูต้องทุ่มเวลาให้กับช่วงนี้ เนื่องจากนักเรียนจะเสาะหา ทำความรู้จักกับความรู้ใหม่ ๆ ภายในขอบเขตของตนเอง และเมื่อไม่พบสิ่งที่พอใจสำหรับเขาอาจก่อให้เกิดแนวความคิดที่ผิดพลาดขึ้นได้ ครูต้องหาทางแก้ไขความคิดที่ผิดพลาดนี้

2. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดอันเกิดจากสถานการณ์ที่สอดคล้องกัน

(Misconception Derived From Congruent Learning Situation) เช่น การขยายความหมายของคำแบบการหยั่งรู้ (Intuitive Meaning) สู่ความหมายใหม่ หรือการละทิ้งบางแง่มุมของความหมายของการหยั่งรู้เพื่อคงไว้ซึ่งแง่มุมใหม่ ๆ ที่ตนพอใจ ก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความหมายของคำอันกลายเป็นปรากฏการณ์ธรรมชาติของเด็ก เช่น ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดเกี่ยวกับกระบวนการสังเคราะห์แสงและอาหารของพืช ซึ่งนักเรียนจะนำความหมายของคำว่าอาหารโดยทั่วไปเชื่อมโยงกับความหมายของคำว่าแหล่งอาหารของพืช ทำให้เกิดความสับสนและเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดว่า อาหารของพืชมาจากการที่พืชดูดอาหารจากดิน

3. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดอันเกิดจากสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยสัญลักษณ์

(Misconception Derived From a Symbolic Knowledge Situation) ความรู้จากสัญลักษณ์ต่าง ๆ นี้เห็นได้ชัดในวิชาเคมี เช่น ความรู้เกี่ยวกับการทำปฏิกิริยาของเบนซีนและอนุพันธ์ต่าง ๆ ของเบนซีน ปฏิกิริยาโบริมชันหรือสารประกอบโอโรเมติกเหล่านี้ เป็นต้น นักเรียนไม่สามารถมองเห็นภาพจริงของปฏิกิริยาและสารประกอบเหล่านี้ ไม่สามารถนำความรู้จากสัญลักษณ์ ให้มาสัมพันธ์กับความรู้จริง (Real World Knowledge) ได้

ยงยศ พุทธิ (2543 : 18) ได้สรุปว่า ประเภทของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดแบ่งได้ตามสถานการณ์การเรียนรู้ 3 รูปแบบ คือ สถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน สถานการณ์ที่สอดคล้องกัน และสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์

พรพิมล ยังฉิม (2546 : 18) ได้สรุปว่า ประเภทของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดแบ่งตามสถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน สถานการณ์ที่สอดคล้องกัน และสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์ ไม่สามารถมองเห็นภาพจริงได้

จากการศึกษาประเภทของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด จำแนกความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดได้ 3 ประเภท คือ

1. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดที่เกิดจากสถานการณ์ที่เกิดการขัดแย้งกัน
2. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดที่เกิดจากสถานการณ์ที่สอดคล้อง คล้ายคลึงกัน
3. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดที่เกิดจากสถานการณ์การเรียนรู้ที่ใช้สัญลักษณ์ หรือสถานการณ์ที่เป็นนามธรรม

1.9 ลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์

ทรูเรน (Truran. 1987 : 92) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์ความผิดพลาดและเทคนิคการสอนเพื่อแก้ไขความผิดพลาดนั้น” แล้วสรุปอุปลักษณะข้อผิดพลาดทางการเรียนโดยขยายทฤษฎี

ของนิวแมน (Newman, 1983 : อ้างถึงใน Truran. 1987 : 92) ในการหาสาเหตุที่ผิดและแบ่งระดับความผิดพลาดที่นักเรียนทำไว้ 9 ด้าน คือ

1. รูปแบบของคำถาม
2. การอ่านคำถาม
3. ความเข้าใจในคำถาม
4. กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้
5. ทักษะการเลือกใช้ความรู้
6. ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้
7. การเสนอคำตอบ
8. ความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้ เนื่องจากขาดความระมัดระวัง
9. ความผิดพลาดซึ่งครูจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

โมฟโซวิทซ์ – ฮาดาร์; ซาสลาฟสกี; และ อินบาร์ (Movshovitz – Hadar; Zaslavsky; & Inbar. 1987 : 3 – 14) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์รูปแบบข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา” โดยได้ศึกษาตามแนวคิดของ Radiz ซึ่งวิเคราะห์ข้อผิดพลาดของนักเรียนในวิชาพีชคณิตและจัดกลุ่มข้อผิดพลาดได้ 6 ด้านดังนี้

1. การใช้ข้อมูลผิด
2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา
3. การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์
4. การบิดเบือนทฤษฎีและนิยาม
5. ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา
6. ความผิดพลาดในเทคนิคการทำ

แบลนโด; และคนอื่น ๆ (Blando; et al. 1989 : 301 - 308) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์และหารูปแบบความผิดพลาดทางเลขคณิต” ได้สรุปข้อผิดพลาดทางการเรียนเลขคณิตไว้ 4 ด้าน คือ

1. ความผิดพลาดในการมีลำดับความสำคัญมากกว่าหรือการมีลำดับขั้นตอน เช่น บวกก่อนคูณ บวกก่อนหาร ลบก่อนหาร ละเลยความสำคัญของวงเล็บ เป็นต้น
2. ความผิดพลาดในการทำผิดความหมาย เช่น หารแทนการบวก ลบแทนการบวก คูณแทนการหาร เป็นต้น
3. ความผิดพลาดอื่น ๆ เช่นการปฏิเสธที่จะแก้ปัญหา
4. ความผิดพลาดที่ไม่มีรูปแบบแน่นอนเนื่องจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ เช่น ขาดความระมัดระวังในการบวก (บวกผิด) เป็นต้น

ยงยศ พุทธิให้ (2543 : 19) ได้สรุปลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า อาจเกิดมาจากครูและนักเรียน ข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์จากครูเนื่องมาจาก รูปแบบคำถาม การใช้ภาษา การให้ข้อมูลผิดพลาด เป็นต้น ส่วนข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์จากนักเรียนมีด้วยกันหลายสาเหตุ

เช่น การอ่านคำถาม ความเข้าใจในคำถาม กลยุทธ์และทักษะในการเลือกใช้ความรู้ การบิดเบือน ทฤษฎีและนิยาม ขาดความระมัดระวังในการคำนวณ เป็นต้น

สุริยา รัตนพล (2545 : 15) ได้สรุปลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า อาจเกิดมาจากครูและนักเรียน ลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์จากครูเนื่องมาจาก การใช้ภาษา การใช้คำถาม การให้ข้อมูลผิดพลาด เช่นการอธิบายหรือการให้นิยามโดยการตัดข้อความบางตอนออก เพื่อให้สั้นและกะทัดรัดจนทำให้ความหมายผิดไปจากเดิม เป็นต้น ส่วนลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดจากตัวนักเรียนเนื่องมาจากการขาดประสบการณ์ การรับรู้ข้อมูลที่ผิดพลาด ความจำคลาดเคลื่อน และมีการหาเหตุผลที่ผิดพลาด (ซึ่งอาจเนื่องมาจากลักษณะส่วนตัวของผู้นั้น เช่น มีความลำเอียงหรือมีความคิดเห็นเอนเอียงไปด้านใดด้านหนึ่งหรือเพราะความไม่รอบคอบ หรือมีข้อมูลน้อยเกินไป) จึงทำให้สรุปข้อมูลที่ได้มาอย่างไม่ถูกต้อง

จากการศึกษา พบว่าลักษณะของข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ มีสาเหตุมาจากหลายด้าน กล่าวคือ อาจเกิดจากตัวผู้เรียนเองคือ อ่านคำถามไม่เข้าใจ เข้าใจคำถามผิดจากที่ครูถาม ไม่เข้าใจสัญลักษณ์ หรือการใช้คำถามในรูปธรรม เช่นไม่เข้าใจกฎ นิยาม สูตร เป็นต้น หรือบางครั้งครูผู้สอนเองทำให้ผู้เรียนเกิดข้อผิดพลาดทางการเรียน

1.10 งานวิจัยต่างประเทศ

เดวิส (Davis. 1979 : 58) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาข้อผิดพลาดของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างของสาเหตุข้อผิดพลาด พร้อมทั้งวิธีการแก้ไข ผลการวิจัยพบว่าข้อผิดพลาดในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต และแคลคูลัส มี 7 อย่าง ได้แก่ การสับสนกฎเกณฑ์ ลำดับ โครงสร้าง การตีความด้านภาษา การสรุปประโยคที่แสดงเกี่ยวกับกริยา การให้เหตุผล การใช้กฎที่ผิดลำดับขั้นตอน

เบล; ฟิชเชิน; และ เกรียร์ (Bell; Fischbein; & Greer. 1984 : 140) พบว่านักเรียนชาวอังกฤษที่มีอายุ 11 - 16 ปี ส่วนมากคิดว่า 1.07 ปอนด์ คือ 1 ปอนด์ 7 ออนซ์ และความเร็ว 11.9 ไมล์ต่อชั่วโมง คือความเร็ว 11 ไมล์และ 9 นาทีต่อชั่วโมง และนักเรียนส่วนมากคิดว่า 0.8 คือเศษหนึ่งส่วนแปด นอกจากนี้ได้ศึกษานักเรียนชาวอังกฤษที่มีอายุ 12 ปี เกี่ยวกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ตัวอย่าง คำถามเช่นน้ำมันราคาแกลลอนละ 1.33 ปอนด์ ถ้าต้องการเติมน้ำมันเพียง 0.53 แกลลอน จะต้องจ่ายเงินเท่าใด นักเรียนส่วนมากจะตอบว่า ต้องจ่ายเงินเพียง 1.33 บาทด้วย 0.53 ซึ่งเท่ากับ 2.51 ปอนด์

บูธ; และคนอื่นๆ (Booth; et al. 1984 : 45) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์และหาข้อผิดพลาดทางการเรียนพีชคณิตของนักเรียนในชั้นมัธยมศึกษา” โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการสอนและข้อผิดพลาดในวิชาพีชคณิตของนักเรียนในโรงเรียนมัธยมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาในประเทศอังกฤษที่มีอายุระหว่าง 13-15 ปี จำนวน 3,500 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบที่มีชื่อว่า CSMS (Concepts In Secondary Mathematics and Science) ผลการวิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความผิดพลาดในด้านต่างๆ เช่น การให้ความหมาย กฎและสัญลักษณ์ วิธีการที่นักเรียนใช้ในการคำนวณ วิธีการใช้สัญลักษณ์ เป็นต้น

ทรูแรน (Truran. 1987 : 58-60) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความผิดพลาดและเทคนิคการแก้ไขในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยทำการศึกษากับกลุ่มนักเรียนที่มีอายุระหว่าง 7-15 ปี ที่มีอุปสรรคในการเรียนคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบและการสัมภาษณ์ซึ่งมีการบันทึกเสียงไว้และนำมาสรุปผลการหาสาเหตุที่ผิดพลาดของนักเรียนแต่ละคนตามระดับความผิดพลาดที่เกิดขึ้น ซึ่งพิจารณาโดยใช้รูปแบบความผิดพลาด 9 ด้าน ของคาเซย์ (Casay. 1987 : 92) คือ รูปแบบคำถาม การอ่านคำถาม ความเข้าใจในคำถาม กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการเลือกใช้ความรู้ ทักษะการเลือกใช้ความรู้ การเสนอคำตอบ ความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้ เนื่องจากขาดความระมัดระวังและความผิดพลาด ซึ่งครูจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ผลการศึกษพบข้อผิดพลาดตามรูปแบบนี้แล้วนำเสนอวิธีการแก้ไขคือ ให้ใช้ประโยชน์จากสิ่งที่เป็นนามธรรมช่วยทั้งในส่วนบุคคลและในชั้นเรียนให้นักเรียนใช้สมุดจดคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่พบใหม่พร้อมทั้งความหมาย ใช้ทักษะการอ่านในการแก้โจทย์ปัญหาตามลำดับขั้นต่อไปนี้ วิเคราะห์ประโยค อ่านข้อข้อความที่ไม่เข้าใจ ค้นหาคำถามซึ่งต้องการคำตอบ ค้นหาตนเองกำลังศึกษาโจทย์ถึงขั้นใด อ่านประโยคดังๆ ถ้ายังไม่เข้าใจปรับระดับและสไลด์การอ่านให้ตรงกับเนื้อหาจนเข้าใจในเนื้อหาของคำถามและแปลความหมายของสิ่งที่อ่านไปสู่การคำนวณ นอกจากนี้ครูควรช่วยเหลือนักเรียนแก้ปัญหาของบทเรียนโดยการอธิบายในชั้นเรียนก่อนที่จะให้นักเรียนลงมือทำ

องง; และลิม (Ong; & Lim. 1987 : 199 - 205) ได้ทำการวิจัยเรื่องความเข้าใจและข้อผิดพลาดในวิชาพีชคณิต โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อสำรวจผลการสอนเกี่ยวกับความเข้าใจในวิชาพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในสิงคโปร์ กลุ่มตัวอย่าง คือนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่มีอายุระหว่าง 15 - 16 ปี จำนวน 3 กลุ่ม เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 365 คน นักเรียนระดับเตรียมอุดมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 339 คน และนักศึกษาระดับมหาวิทยาลัยจำนวน 267 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบพีชคณิตที่ผู้วิจัยดัดแปลงมาจากของอีวานส์ (Evans) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนจำนวนมากที่มีอายุระหว่าง 15 - 16 ปี ไม่สามารถแก้ปัญหาพีชคณิตได้ง่ายๆ ได้ และสาเหตุข้อผิดพลาดส่วนใหญ่ เนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจในการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปรหรือค่าคงที่ นักเรียนใช้การแทนค่าจำนวนในสมการโดยไม่พิจารณากรณีที่เป็นไปไม่ได้

บลันโด; และคนอื่น ๆ (Blando; et al. 1989 : 47-52) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์และรูปแบบความผิดพลาดเลขคณิต” วัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อศึกษารูปแบบความผิดพลาดของนักเรียนในการใช้เครื่องหมายทางเลขคณิตที่เกี่ยวข้องกับจำนวนกลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 39 คน ของโรงเรียนขนาดกลางในรัฐซานฟรานซิสโก โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น สองกลุ่มคือ กลุ่มนักเรียนที่มีทักษะในการเรียนเลขคณิตอยู่ในเกณฑ์ดี กับกลุ่มนักเรียนที่มีทักษะในการเรียนเลขคณิตในเกณฑ์ต่ำ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบเลขคณิตที่เกี่ยวกับความ

ผิดพลาดในการทำเลขคณิตของนักเรียนจำนวน 3 ฉบับ โดยศึกษาความผิดพลาดของนักเรียนมีหลายรูปแบบ เช่น ผิดพลาดในการบวกก่อนคูณ 67% การคูณแทนการบวก 10% และขาดความระมัดระวังในการคูณ 3% เป็นต้น

โคลแกน (Colgan. 1991 : 91 - A) ได้ทำการวิจัยเรื่องการวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาโจทย์ในวิชาคณิตศาสตร์ (Finite Mathematics) ของนักศึกษาระดับวิทยาลัย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาในมหาวิทยาลัยอินเดียจำนวน 250 คน โดยศึกษาจากการทดสอบย่อย การสอบและจากแบบทดสอบวัดทักษะทางคณิตศาสตร์ พบว่า ข้อบกพร่องของนักศึกษานั้นอธิบายได้โดยใช้การแจกแจงลักษณะข้อบกพร่องของโมวัชวิตซ์ – ฮาดาร์ ซาสลาฟสกี และอินบาร์ (Movshovitz - Hadar; Zaslavsky; & Inbar. 1987) ข้อบกพร่องที่ได้เรียงจากมากไปหาน้อยได้แก่ ข้อบกพร่องด้านการใช้ภาษา การขาดความรอบคอบ และเทคนิควิธีการ ในทุกระดับคะแนน นักศึกษามีเปอร์เซ็นต์ของข้อบกพร่องแต่ละชนิดเท่า ๆ กัน และมีนักศึกษาบางส่วนบกพร่องด้านทักษะการคิดคำนวณและบางส่วนบกพร่องด้านทักษะการแก้ปัญหา

บาร์เซลโลส (Barcellos. 2005 : Abstract) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง พีชคณิตของนักเรียนในระดับมหาวิทยาลัย ผู้วิจัยได้ทำการศึกษากลุ่มตัวอย่างที่อยู่ในชั้นเรียนที่เรียนพีชคณิตเบื้องต้น จำนวนครึ่งหนึ่งของนักเรียนที่สอบผ่านเท่านั้น โดยสัมภาษณ์หัวข้อเกี่ยวกับ ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ทำให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด ระหว่างความผิดพลาดในระเบียบวิธีการ และความสะเพร่าเล็ก ๆ น้อย ๆ ตามปกติ พบว่า มีความผิดพลาด 4 ประการ ได้แก่ กรณีที่ 1 คือการไม่เข้าใจในการใช้เครื่องหมายแสดงการเท่ากัน และอีก 3 กรณีเป็นการใช้สมบัติการแจกแจง นักเรียนที่ไม่เข้าใจการใช้เครื่องหมายแสดงการเท่ากัน มีสาเหตุมาจากการเขียนข้อความที่สมมูลกันกับข้อความก่อนหน้า หรือมีสาเหตุมาจากการบกพร่องเกี่ยวกับสัญลักษณ์ที่จะใช้เขียนเพื่ออธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหา ส่วนความไม่เข้าใจเกี่ยวกับสมบัติการแจกแจง มีสาเหตุมาจากความไม่เข้าใจเนื้อหาของการดำเนินการที่ถูกต้อง ข้อค้นพบดังกล่าวมีผลมาจากทั้งความเข้าใจผิดพลาดที่พบมาก (การใช้กระบวนการโดยไม่ถูกต้อง) และ ความเข้าใจผิดพลาดที่พบส่วนน้อย (ไม่สามารถใช้กระบวนการที่ถูกต้อง) สิ่งที่นักเรียนแนะนำ คือจำนวนจริงที่ติดกันที่ไม่สามารถถอดรากได้จะเป็นกรณีพิเศษที่สามารถถอดรากได้โดยการดำเนินการของจำนวนจริงดังกล่าว

จากผลงานวิจัยต่างประเทศที่ได้ศึกษามาทำให้ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์นั้นอาจมีสาเหตุ การที่นักเรียนไม่เข้าใจ กฎ สัญลักษณ์ โครงสร้าง การใช้ภาษาในการถามคำถามของครู และลำดับขั้นตอนการใช้กฎในการคิดคำนวณ นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดสูงกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางเรียนคณิตศาสตร์สูง

1.11 งานวิจัยในประเทศ

ยุพิน กรณทอง (2533 : 63-64) ได้ศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มที่ 1 ในกรุงเทพมหานคร ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด เรื่องการตีปัญหาโจทย์สมการเกี่ยวกับ อายุ อัตราเร็ว ระยะทาง โจทย์สมการเกี่ยวกับอัตราเร็ว อายุ และการแก้สมการในรูปเศษส่วน พหุนาม มีความสัมพันธ์ ระหว่างความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการแก้สมการ การตีโจทย์สมการ และการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดระหว่างนักเรียนชายและนักเรียนหญิงที่ศึกษาในโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .05 และมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดระหว่างนักเรียนที่ศึกษาในโรงเรียนที่มีขนาดต่างกันแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วนิดา มณีวรรณ (2534 : 39-40) ได้ศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางการเรียน คณิตศาสตร์ เรื่องอสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ 4 ในกรุงเทพมหานคร ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชายและนักเรียนหญิงที่ศึกษาอยู่ในโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอสมการ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยนักเรียนชายมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากกว่านักเรียนหญิง แต่นักเรียนชายและนักเรียนหญิงที่ศึกษาอยู่ในโรงเรียนขนาดใหญ่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง อสมการ ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนทั้งชายและหญิงที่ศึกษาอยู่ในโรงเรียนขนาดใหญ่ มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากกว่านักเรียนที่ ศึกษาอยู่ในโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อรัญ ชูกระเดื่อง (2534 : 53-54) ได้ศึกษาความคลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษากรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างจำนวน 374 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบอัตนัยเรื่อง โจทย์สมการ กำลังสอง ซึ่งมีขั้นตอนการทำโจทย์สมการ 5 ขั้นตอน คือ ตีความและทำความเข้าใจโจทย์ การใช้ตัวแปร แทนตัวไม่ทราบค่า การเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ตามโจทย์ การแก้สมการหาคำตอบ และการตอบคำถามตามที่โจทย์ต้องการ ตามลำดับ ผลการวิจัยพบว่า ลักษณะความคลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกได้ตามขั้นตอนการทำ โจทย์สมการตามลำดับความคลาดเคลื่อนมากไปหาน้อยดังนี้ คือ คลาดเคลื่อนในการเขียนสมการ แสดงความสัมพันธ์ตามที่โจทย์กำหนด (ร้อยละ 25.17) คลาดเคลื่อนในการตอบคำถามตามที่โจทย์ ต้องการ (ร้อยละ 24.55) คลาดเคลื่อนในการใช้ตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่า (ร้อยละ 21.93) คลาดเคลื่อนในแก้สมการหาคำตอบ (ร้อยละ 20.90) และคลาดเคลื่อนในตีความและการทำความเข้าใจ โจทย์ (ร้อยละ 19.18) ส่วนการตอบแบบทดสอบการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน จำแนกเป็น 4 ประเภทเรียงตามลำดับค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนจากมากไปน้อย คือ ถูกต้อง ร้อยละ 40.48 ไม่ทำร้อยละ 34.12 คลาดเคลื่อนร้อยละ 20.18 และถูกต้องเพียงบางส่วนร้อยละ

ยงยศ พุทธิให้ (2543 : 71 - 72) ได้ศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “เซต” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสายปัญญา เขตป้อมปราบ กรุงเทพมหานคร ที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง “เซต” ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2542 จำนวน 100 คน โดยใช้แบบทดสอบอัตนัยที่แสดงเหตุผลจำนวน 6 ข้อ เป็นเครื่องมือในการสำรวจ ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากที่สุดในเรื่องการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องเซต การเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขสมาชิก เพาเวอร์เซต สับเซต เซตที่เท่ากัน คอมพลีเมนต์ ยูเนียน และอินเตอร์เซกชัน ผลต่าง ตามลำดับ ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เซต” ระหว่างนักเรียนที่ได้รับการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย กับนักเรียนที่ได้รับการเลี้ยงดูแบบเข้มงวดกวดขัน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “เซต” ระหว่างนักเรียนที่มีภูมิหลังด้านการศึกษาของผู้ปกครองระดับต่ำกว่าปริญญาตรี กับนักเรียนที่มีภูมิหลังการศึกษาของผู้ปกครองระดับปริญญาตรีหรือสูงกว่า แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุริยา รัตนพลที (2545 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและจัดหมู่ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนมัธยมวัดเบญจมบพิตร ระหว่างนักเรียนที่มีความสามารถภาพสมองด้านความเข้าใจทางภาษาสูง ปานกลาง และต่ำ และระหว่างนักเรียนที่มีภูมิหลังด้านการศึกษาของผู้ปกครองระดับต่ำกว่าปริญญาตรีกับนักเรียนที่มีภูมิหลังด้านการศึกษาของผู้ปกครองตั้งแต่ปริญญาตรีขึ้นไป พบว่า นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องการนำความรู้เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนและการจัดหมู่ไปใช้แก้โจทย์ปัญหามากที่สุด รองลงมาคือ วิธีเรียงสับเปลี่ยน การจัดหมู่ แฟคทอเรียล n ทฤษฎีบททวินามและกฎเกณท์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ ซึ่งสาเหตุที่ผิดพลาดมาจากตัวผู้เรียนสับสนในบทนิยามและสัญลักษณ์ การตีความและการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และพฤติกรรมการเรียนการสอนเกิดจากการขาดการฝึกฝนทักษะกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนบางเนื้อหาไม่เหมาะสมกับบทเรียน นักเรียนที่มีสมรรถภาพสมองด้านความเข้าใจทางภาษาสูงมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์น้อยกว่านักเรียนที่มีสมรรถภาพสมองด้านความเข้าใจทางภาษาต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สำหรับนักเรียนที่มีสมรรถภาพสมองด้านความเข้าใจทางภาษาสูงกับปานกลางและนักเรียนที่มีสมรรถภาพสมองด้านความเข้าใจทางภาษาปานกลางกับต่ำมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนที่มีภูมิหลังด้านการศึกษาของผู้ปกครองระดับต่ำกว่าปริญญาตรีกับนักเรียนที่มีภูมิหลังด้านการศึกษาของผู้ปกครองตั้งแต่ระดับปริญญาตรีขึ้นไปมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนและการจัดหมู่ไม่แตกต่างกัน

พรพิมล ยังฉิม (2546 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปปรกณฑ์ระหว่างนักเรียนชายกับนักเรียนหญิง และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดหลังจากที่ได้รับการสอน

โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสวนแตงวิทยา จังหวัดสุพรรณบุรี ปีการศึกษา 2545 ที่มีผลการเรียน 0 และได้คะแนนต่ำสุด ผลการศึกษาค้นคว้าพบว่า นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในเรื่อง นิยามของรากที่ 2 มากที่สุด รองลงมาคือนิยามของรากที่ n การเขียนสัญลักษณ์แทนรากที่ n การหาผลบวกและผลต่างของกรณฑ์ สมบัติของรากที่ n การหาผลคูณและผลหารของกรณฑ์ การเขียนสัญลักษณ์แทนรากที่ 2 และสมบัติของรากที่ 2 ตามลำดับ นักเรียนชายมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนในรูปกรณฑ์แตกต่างจากนักเรียนหญิงอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนภายหลัง จากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดโดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากผลการวิจัยข้างต้นพบว่า ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์มักเกิดจากความผิดพลาดด้านสัญลักษณ์ วิธีถามคำถาม การตีความ ภาษาเขียน การใช้กฎที่ผิดพลาด การที่นักเรียนมองไม่เห็นภาพ ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด ทั้งนี้ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ จะมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง การศึกษาเนื้อหาเพิ่มเติมในเรื่องที่ผิดพลาดมาก ๆ ความผิดพลาดในเรื่องนั้น ๆ ก็จะน้อยลง

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยทางการเรียน

ในการศึกษาข้อบกพร่องของนักเรียนเพื่อที่จะนำไปแก้ไขโดยการสอนซ่อมเสริม ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีและหลักการเกี่ยวกับการวินิจฉัย ดังนี้

2.1 ความหมายการวินิจฉัย

มีผู้ให้ความหมายของคำว่า “การวินิจฉัย” ไว้หลายท่าน ดังนี้

กู๊ด (Good. 1973 : 415) ให้ความหมายของคำว่าวินิจฉัย (diagnosis) ไว้ว่าหมายถึง การค้นหาอุปสรรคหรือข้อบกพร่องในการเรียนรู้

เว็บสเตอร์ (Webster. 1979 : 622) ให้ความหมายของการวินิจฉัยว่า การวินิจฉัยคือ การสอบสวนหรือวิเคราะห์ถึงสาเหตุหรือธรรมชาติของสภาวะใดสภาวะหนึ่งหรือสถานการณ์ใด ๆ หรือปัญหาใด ๆ

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2533 : 65) กล่าวว่า การค้นหาข้อบกพร่องหรือจุดที่เป็นอุปสรรคในการเรียนรู้ของผู้เรียนก็คือ การวินิจฉัยการเรียน

เทพฤทธิ์ ยอดใส (2547 : 19) ได้สรุปความหมายของการวินิจฉัย ว่าการวินิจฉัยเป็นการศึกษาเพื่อหาสาเหตุที่เป็นปัญหา อุปสรรคหรือข้อบกพร่องของนักเรียน เพื่อทราบว่ามีปัญหาใด จุดใด เนื่องจากสาเหตุใด และนำปัญหาที่เกิดขึ้นมาปรับปรุงการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพและเหมาะสมกับผู้เรียน

จากการศึกษาความหมายของการวินิจฉัย พอสรุปได้ว่า การวินิจฉัยหมายถึงการหาสาเหตุหรืออุปสรรคในการทำการสอน ที่ทำให้เกิดปัญหาทางการเรียนของผู้เรียน

2.2 ความหมายของการวินิจฉัยทางการเรียนคณิตศาสตร์

ธอร์นไคค์; และ เฮเกน (Thordike; & Hagen. 1969 : 646) ได้ให้ความหมายของการวินิจฉัยไว้ว่า เป็นการรวบรวมปัญหาและสาเหตุที่ทำให้เกิดความบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดหาวิธีการสอนซ่อมเสริมที่ตรงจุด และเป็นการช่วยปรับปรุงความรอบรู้ของนักเรียนให้เพิ่มขึ้นด้วย

บราวน์ (Brown. 1970 : 255) ได้ให้ความหมายของการวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์ว่า เป็นการค้นหาจุดบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคล โดยมุ่งทำการสอนซ่อมเสริมและให้การแนะแนวได้ตรงจุด

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2533 : 35) ได้ให้ความหมายของการวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง การวิเคราะห์หรือรวบรวมข้อมูลเพื่อให้ทราบรายละเอียดของจุดเด่น (สิ่งที่ดีอยู่แล้ว) หรือจุดด้อย (ข้อบกพร่องหรือสิ่งที่เป็อุปสรรค) ในการเรียนคณิตศาสตร์ของเด็ก

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2533 : 3) ได้กล่าวไว้ว่า การวินิจฉัยทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง การค้นหาข้อบกพร่องหรือจุดที่เป็นอุปสรรคในการเรียนรู้ของผู้เรียน เพื่อจะได้เป็นข้อมูลย้อนกลับไปยังครูผู้สอนและผู้เรียน ทำให้ทราบถึงส่วนที่เป็นจุดบกพร่อง ซึ่งจะเป็นการช่วยในการปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

เทพฤทธิ์ ยอดใส (2547 : 20) ได้ให้ความหมายของการวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง การศึกษาเพื่อค้นหาข้อบกพร่อง สาเหตุของความบกพร่องและนำข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นมาวิเคราะห์ รวบรวมปัญหาและสาเหตุต่าง ๆ รวมถึงอุปสรรคในการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อนำผลจากการวินิจฉัยนั้นมาปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

จากการศึกษา สรุปได้ว่า การวินิจฉัยทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึงการหาสาเหตุหรืออุปสรรคทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ส่งผลให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ

2.3 รูปแบบการวินิจฉัย

อันเดอร์ฮิล (Underhill. 1980 : 195) ได้กล่าวถึงรูปแบบการวินิจฉัยที่ใช้อยู่ในวงการศึกษาว่ามีสองประเภทคือ

1. รูปแบบการฝึกความสามารถ (ability training model) เป็นรูปแบบที่ใช้กันมากในวงการ ศึกษาพิเศษ จุดเน้นของรูปแบบนี้อยู่ที่ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้ (learning style) ในสิ่งที่วัด
2. รูปแบบการวิเคราะห์งาน (task analysis model) เป็นรูปแบบที่เกี่ยวกับการสร้างลำดับขั้นของเนื้อหาวิชา ความคิดรวบยอดหรือทักษะ ซึ่งลำดับขั้นที่สร้างขึ้นสะท้อนให้เห็นหลัก

เหตุผลตามลักษณะของเนื้อหาวิชา ถึงแม้รูปแบบการวิเคราะห์งานจะได้รับการสนับสนุนจากงานวิจัยอยู่บ้างแต่ก็ได้รับข้อวิจารณ์ ดังนี้

- 2.1 เน้นเฉพาะแต่การวิเคราะห์เนื้อหาวิชาโดยไม่คำนึงถึงผู้เรียน
- 2.2 ลำดับขั้นตอนของเนื้อหาอาจจะเหมาะกับเด็กบางคนแต่ไม่เหมาะกับเด็กอีกคน
- 2.3 การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อให้ได้ “สิ่งที่ต้องการเรียนรู้มาก่อน” ทำได้ยาก
- 2.4 ยังไม่มีการวัดผลเชิงปริมาณที่น่าเชื่อถือได้ในการหาความเที่ยงตรง (validity)

ของแต่ละลำดับขั้น

- 2.5 การแก้ไขข้อบกพร่องเน้นที่เนื้อหาวิชามากกว่ากิจกรรมการสอน

ซุยแดม (Suydam. 1988 : 6) ได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับรูปแบบของแบบทดสอบวินิจัยที่ดีซึ่งสรุปประเด็นสำคัญได้ดังนี้

1. เลือกชนิดของข้อสอบได้เหมาะสมเช่น แบบเลือกตอบ แบบเติมคำ แบบแสดงวิธีทำ
2. ใช้สำนวนภาษารัดกุม ตรงตามจุดประสงค์
3. เรียงข้อสอบจากข้อง่ายไปข้อยาก
4. เว้นที่ไว้ให้มากพอสำหรับแสดงการคิดคำนวณ
5. หลีกเลี่ยงคำตอบที่เป็นแบบรูป (pattern) เดียวกัน
6. มีคำสั่งชัดเจนว่าให้เขียนคำตอบที่ไหน อย่างไร

สงบ ลักษณะ (2522 : 48) เสนอความเห็นว่ารูปแบบของการวินิจัยนั้นกล่าวได้สองรูปแบบ ดังนี้

1. รูปแบบทั่วไป ประกอบด้วยขั้นตอนตามลำดับดังนี้
 - 1.1 เป็นการวินิจัยโดยใช้ข้อสอบทั่วไปตามหลักสูตร โดยอาจใช้ข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (achievement test) เพื่อดูว่าเด็กด้อยความสามารถในสมรรถภาพใดบ้าง
 - 1.2 เป็นการวินิจัยโดยระบุจุดที่บกพร่อง เพื่อบ่งชี้ข้อบกพร่องของแต่ละสมรรถภาพ เช่น สมรรถภาพการบวกจำนวนที่มีสองหลัก มีการทดสอบเป็นอย่างไร เป็นต้น
 - 1.3 เป็นการวินิจัยโดยระบุลักษณะความบกพร่องโดยใช้ข้อสอบวินิจัย เพื่อพิจารณาข้อบกพร่องที่ละเอียดซึ่งมีหลายสาเหตุ เช่น มีสาเหตุมาจาก สติปัญญา ทักษะ เจตคติ และสภาพแวดล้อม เป็นต้น
 - 1.4 เป็นการวินิจัยเพื่อพัฒนาเด็กหรือแก้ไขข้อบกพร่องของเด็กให้ดีขึ้น
2. รูปแบบการวินิจัยโดยใช้ข้อสอบวินิจัย ประกอบด้วยขั้นตอนดังต่อไปนี้
 - 2.1 การวิเคราะห์งาน (task analysis) คือการเอาเนื้อหาสาระตามหลักสูตรมาสร้างเป็นความสามาถย่อย ๆ ตามลำดับขั้นตอนการพัฒนาด้านความรู้ความสามารถเพื่อวิเคราะห์ให้ครอบคลุมเนื้อหากระบวนการและผลผลิต
 - 2.2 การสร้างข้อสอบวัดแต่ละงาน (test item writing) การสร้างแบบทดสอบ 2 ครั้ง ครั้งแรกเป็นแบบทดสอบอัตนัยเพื่อค้นหาสาเหตุของความบกพร่อง และหาคำตอบของเด็กที่ทำผิด ๆ มาสร้างเป็นแบบทดสอบครั้งที่สองซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัย

2.3 การนำข้อสอบไปใช้ (try - out)

2.4 การทบทวนและการจัดชุดข้อสอบ คือการวิเคราะห์สิ่งที่จะทดสอบว่าจำเป็นจริง ๆ เพียงใดแล้วจัดชุดข้อสอบ

2.5 การนำข้อสอบวินิจฉัยไปใช้กับเด็กที่มีปัญหาทางการเรียน ตลอดจนรายงานผลการทดสอบหาวิธีการพัฒนาและประเมินผลการเรียนของเด็กภายหลังจากได้พัฒนาไปแล้วโดยในการประเมินผลควรมีการวิเคราะห์เปรียบเทียบเด็กก่อนเข้ารับการพัฒนาดังนั้นจะต้องพัฒนาเป็นลำดับขั้น อะไรก่อนอะไรหลัง นั่นคือเอาข้อบกพร่องหลาย ๆ เรื่องมาจัดความสามารถตามลำดับอีกครั้ง

เทพฤทธิ์ ยอดใส (2547 : 22) ได้สรุปเกี่ยวกับรูปแบบของการวินิจฉัยว่า มีจุดประสงค์เดียวกันคือ เพื่อช่วยเหลือนักเรียนที่บกพร่องทางการเรียน และพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

จากการศึกษารูปแบบการวินิจฉัย สรุปได้คือ เราควรจะศึกษาเนื้อหาและความคิดรวบยอดที่นักเรียนมักผิดพลาดและเป็นปัญหาในการจัดการเรียนการสอน ในเรื่องเลขยกกำลัง โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัย หาข้อผิดพลาดทีละจุด และนำข้อผิดพลาดของนักเรียนมาวิเคราะห์หาสาเหตุของการเรียนการสอนที่ทำให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด เพื่อแก้ไขความคิดรวบยอดให้ถูกต้อง

2.4 ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย

อดัมส์; และ ทอร์เจสสัน (Adams; & Torgeson. 1964 : 39-40) กล่าวถึงแบบทดสอบวินิจฉัยว่า สร้างขึ้น เพื่อชี้ให้เห็นจุดบกพร่องและสาเหตุของการบกพร่องในการเรียน แบบทดสอบวินิจฉัยไม่ได้เน้นความสำคัญของคะแนนรวม แต่เน้นรูปแบบของคำตอบ (Pattern of Responses) เป็นสำคัญ ผลการทดสอบทำให้เราทราบว่านักเรียนคนใดบกพร่องหรือมีปัญหาทางการเรียนในเรื่องใด

อนาสตาซี (Anastasi. 1968 : 404) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อวิเคราะห์ความเก่ง อ่อน ในรายบุคคลและเป็นการบอกถึงสาเหตุของความอ่อนนั้นด้วย

เพน (Payne. 1968 : 167) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบที่ใช้ทำการทดสอบหลังการสอนสิ้นสุดลง อาจจะเป็นการทดสอบรายบุคคลหรือกลุ่ม เพื่อชี้ให้เห็นจุดบกพร่องของการเรียนรู้แต่ละตอน อันจะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอน

สิงห์ (Singha. 1974 : 200) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบ เพื่อค้นหาข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเพื่อช่วยเหลือนักเรียน

อาห์แมนน์; และ คล็อค (Ahmann; & Clock. 1967 : 20) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบที่ใช้ทดสอบนักเรียนหลังจากที่นักเรียนได้เรียนสิ้นสุดลงแล้ว ช่วยให้เราทราบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องเฉพาะที่เป็นพื้นฐานที่อยู่เบื้องหลังของผู้เรียน

ชวาล แพรัตกุล (2508 : 317) กล่าวว่าแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนเป็นแบบทดสอบที่ใช้เพื่อแก้ไขและส่งเสริมการเรียนของนักเรียน ตลอดจนปรับปรุงการสอนของครู ให้เกิดประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

บุญชม ศรีสะอาด (2523 : 10) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจฉัย เป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อชี้ให้เห็นข้อบกพร่อง จุดบกพร่องหรืออุปสรรคในการเรียนของนักเรียนแต่ละคน

สหชาติ เหล็กชาย (2538 : 12) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจฉัย เป็นแบบทดสอบที่ใช้สำหรับค้นข้อบกพร่องทางเพื่อที่ได้ทราบสาเหตุของความบกพร่องของนักเรียนเป็นรายบุคคลในรายวิชาต่าง ๆ เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงแก้ไข และสามารถวางแผนในการสอนซ่อมเสริมได้ตรงจุด

สุพรรณิ ภิมย์ภักดี (2541 : 7) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อหาจุดบกพร่องและสาเหตุ ของจุดบกพร่องในการเรียนของนักเรียนในเนื้อหาหนึ่ง ๆ เพื่อเป็นแนวทางกับครูผู้สอนในการนำไปปรับปรุงการเรียนการสอน

สุชาติ สิริมินันท์ (2542 : 8-9) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจฉัย เป็นแบบทดสอบที่ใช้สำหรับค้นข้อบกพร่อง รวมถึงสาเหตุของความบกพร่องของนักเรียนเป็นรายบุคคลในรายวิชาต่าง ๆ เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงแก้ไข และสอนซ่อมเสริมได้ตรงจุด

วิจิตรา ทองอก (2545 : 7) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจฉัย เป็นแบบทดสอบที่ครูใช้เป็นเครื่องมือ ในการค้นหาข้อบกพร่องในการเรียน หรือจุดที่นักเรียนเกิดปัญหาไม่เข้าใจในบทเรียนหนึ่ง ๆ เพื่อนำไปสู่การแก้ไขข้อบกพร่องเหล่านั้นได้อย่างตรงจุด และเป็นเครื่องมือที่ครูใช้ในการพัฒนาการสอนของตน

เกษราภรณ์ เต็งมีศรี (2549 : 14) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจฉัย เป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อชี้ให้เห็นจุดบกพร่องของนักเรียนที่เกิดขึ้นในการเรียนเนื้อหาวิชานั้น ๆ อีกทั้งช่วยให้ทราบสาเหตุของความบกพร่องอันจะเป็นประโยชน์ในการเรียนให้เกิดการเรียนรู้เพิ่มขึ้น ปรับปรุงการสอนของครูให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น แบบทดสอบประเภทนี้จะใช้สอบนักเรียนหลังจากทำการสอนจบรายบุคคลหรือกลุ่ม นับว่ามีประโยชน์ในการเรียนการสอน

จากการศึกษาสรุปได้ว่า แบบทดสอบวินิจฉัย คือ แบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อค้นหาข้อบกพร่องหรือข้อผิดพลาดจากการเรียน เป็นเครื่องมือในการค้นหาคำตอบของสาเหตุที่ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ และใช้กับนักเรียนเป็นรายบุคคล ใช้เมื่อครูผู้สอนทำการสอนสิ้นสุดลงในเนื้อหาวิชานั้นๆ

2.5 ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย

อาห์แมนน์; และ คล็อค (Ahmann; & Clock. 1967 : 364-365) ได้กล่าวถึง ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย ไว้ดังนี้

1. แบบทดสอบ วินิจฉัยเน้นความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) เป็นสำคัญ
2. เกณฑ์ปกติ ไม่มีความสำคัญในแบบทดสอบวินิจฉัย

กรอนลันด์ (Gronlund. 1981 : 139) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจัยไว้ดังนี้

1. มีจุดมุ่งหมายที่จะชี้ให้เห็นถึงจุดบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคล
2. ประกอบด้วยกลุ่มข้อสอบจำนวนมาก ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกันในแต่ละขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่สอบ
3. คะแนนรวมจากแบบทดสอบมีความสำคัญน้อยกว่าการวิเคราะห์คำตอบของนักเรียนเป็นรายข้อ
4. ข้อสอบมักเป็นข้อสอบที่ค่อนข้างง่าย

ซวาล แพร์ตกุล (2514 : 5 - 6) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจัยว่าแบบทดสอบวินิจัยนิยมที่จะแยกข้อสอบของแต่ละวิชาออกเป็นฉบับย่อย ๆ หลายฉบับ โดยมีเป้าหมายที่จะวัดความรู้ความสามารถของนักเรียนเป็นด้าน ๆ ไป เพื่อให้ครอบคลุมทั้งเนื้อหาและพฤติกรรมที่สำคัญที่กำหนดไว้ในหลักสูตร คุณประโยชน์ของแบบทดสอบย่อย ๆ เหล่านี้คือสามารถช่วยให้ครูผู้สอนวินิจัยนักเรียนเป็นราย ๆ ได้ว่าใครมีสมรรถภาพเด่น - ด้อยด้านใดบ้าง จะได้ช่วยแก้ไขให้ตรงจุดยิ่งขึ้น

สมชาย บุญรักษา (2536 : 16) ได้สรุปลักษณะของแบบทดสอบวินิจัย ดังนี้

1. เป็นแบบทดสอบที่แบ่งออกเป็นแบบทดสอบย่อย ๆ หลายฉบับ เพื่อวัดทักษะเฉพาะอย่างที่แตกต่างกัน
2. เป็นแบบทดสอบที่ครอบคลุมทั้งเนื้อหาและพฤติกรรมที่สำคัญ ๆ ตามที่กำหนดไว้ในจุดมุ่งหมายของหลักสูตรและจุดประสงค์การเรียนรู้
3. แบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับควรประกอบด้วยข้อสอบจำนวนมากข้อ เพื่อใช้วัดความสามารถของแต่ละบุคคลได้อย่างมีความเชื่อมั่น
4. เป็นแบบทดสอบที่ประกอบด้วยกลุ่มของข้อสอบที่เกิดจากการวิเคราะห์คำตอบของนักเรียนเป็นรายข้อ แล้วรวบรวมข้อสอบที่เป็นปัญหาซึ่งเกิดขึ้นกับนักเรียนส่วนมากไว้เพื่อค้นหาจุดบกพร่อง
5. ข้อสอบมักเป็นข้อสอบที่ค่อนข้างง่าย โดยมีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ .65 ขึ้นไป เพราะปกติแบบทดสอบวินิจัยมักใช้กับนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ
6. แบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับจะต้องกำหนดเกณฑ์ขั้นต่ำสำหรับวินิจัย โดยให้เหมาะสมกับความบกพร่องแต่ละชนิด เพื่อจะได้นำคะแนนที่ได้จากการตอบแบบทดสอบนั้นมาเปรียบเทียบกับเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดไว้ และตัดสินได้ว่านักเรียนมีความบกพร่องด้านใดบ้าง
7. การตรวจให้คะแนนจะพิจารณาคะแนนในแบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับ เพื่อให้สามารถบอกได้ว่า นักเรียนมีความสามารถเด่น - ด้อยในทักษะใด
8. ผลการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวินิจัย นอกจากจะช่วยค้นหาความบกพร่องในแต่ละทักษะแล้ว ยังต้องบ่งบอกสาเหตุของความบกพร่องเหล่านั้นได้อีก
9. ไม่มีการสร้างเกณฑ์ปกติ (Norm) เพราะมีจุดมุ่งหมายเพื่อค้นหาความบกพร่องในการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคล

สหชาติ เหล็กชาย (2538 : 16) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจัย มีลักษณะที่สำคัญดังนี้

1. แบบทดสอบวินิจัยจะแยกเป็นแบบทดสอบฉบับหลายฉบับ เพื่อใช้วัดทักษะเฉพาะอย่างของการเรียนวิชาต่างๆ
2. มีข้อสอบหลายๆข้อที่วัดจุดประสงค์เดียวกัน ซึ่งจะทำให้จุดประสงค์เดียวกัน ซึ่งจะทำให้โอกาสการทำผิดพลาดได้มากขึ้น จะทำให้สามารถจำแนกนักเรียนที่มีความบกพร่องในการเรียนเรื่องนั้น ๆ ได้เพียงพอ
3. เป็นแบบทดสอบที่ใช้ทดสอบระหว่างการเรียนการสอน
4. เป็นแบบทดสอบที่ไม่จำกัดเวลา ลักษณะเป็นแบบทดสอบที่ให้นักเรียนแสดงความสามารถ
5. ข้อสอบมักเป็นข้อสอบค่อนข้างง่าย ควรมีค่าความยากง่าย
6. ข้อสอบแต่ละข้อสามารถสามารถค้นหาเหตุชั้นพื้นฐานของการตอบข้อสอบผิดได้
7. มีคะแนนของข้อสอบแต่ละตอน แต่ละด้าน เพราะมุ่งค้นหาจุดบกพร่องในแต่ละด้าน ดังนั้นจึงมุ่งวิเคราะห์คำตอบที่นักเรียนทำข้อสอบรายข้อ หรือ กลุ่มข้อสอบในแต่ละส่วนของแบบทดสอบย่อย และไม่สนใจคะแนนรวมของนักเรียนแต่ละคน
8. แบบทดสอบวินิจัยเน้นความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาเป็นสำคัญ
9. แบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับจะต้องกำหนดเกณฑ์ขั้นต่ำ เพื่อการวินิจัยที่เหมาะสมกับความบกพร่องแต่ละชนิด

สุพรรณิ ภริมย์ภักดี (2541 : 11) กล่าวว่า ลักษณะที่สำคัญของแบบทดสอบวินิจัย มีลักษณะสำคัญดังนี้

1. วัดได้ทั้งแบบอิงเกณฑ์และแบบอิงกลุ่ม
2. เกณฑ์ปกติ ไม่มีความสำคัญ
3. เน้นความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาเป็นหลัก
4. เป็นข้อสอบที่ง่ายและมีข้อสอบจำนวนมากข้อ
5. แยกเป็นแบบทดสอบย่อยๆหลายฉบับเพื่อวัดทักษะเฉพาะอย่าง
6. ควรเป็นข้อสอบที่ไม่จำกัดเวลาในการตอบ
7. ใช้กับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำและชี้ให้เห็นจุดบกพร่องของนักเรียนเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน

สุชาติ สิริมินันท์ (2542 : 12-13) ได้สรุป ลักษณะของแบบทดสอบวินิจัยที่สำคัญได้ดังนี้

1. เน้นความเที่ยงตรงของเนื้อหาเป็นหลัก
2. สร้างจากรากฐานการวิเคราะห์ทักษะและข้อบกพร่องที่มักเกิดขึ้นกับนักเรียน
3. ข้อสอบแต่ละข้อได้มาจากการรวบรวมและวิเคราะห์จากคำตอบที่มีปัญหา ของนักเรียนเป็นส่วนใหญ่ จึงสามารถบ่งบอกสาเหตุของการตอบผิดได้
4. แยกเป็นแบบทดสอบย่อยๆหลายฉบับ แต่ละฉบับวัดทักษะเฉพาะอย่าง

5. ในแต่ละฉบับมีข้อสอบมากข้อซึ่งวัดในทักษะเดียวกัน เพื่อสามารถจำแนกนักเรียนที่มีความบกพร่องได้ชัดเจน

6. เป็นข้อสอบค่อนข้างง่าย มีความยากตั้งแต่ .65 ขึ้นไป มักใช้กับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ

7. ใช้ทดสอบระหว่างการเรียนการสอน

8. มีลักษณะเป็นการทดสอบระดมพลัง

9. การให้คะแนนแยกเป็นด้านๆ เพื่อค้นหาข้อบกพร่อง และไม่สนใจคะแนนรวมของนักเรียนแต่ละคน

10. ไม่มีการสร้างเกณฑ์ปกติ เพราะจุดมุ่งหมายเป็นการค้นหาข้อบกพร่องในแต่ละคน
 วิจิตรา ทองเอก (2545 : 7) กล่าวว่า ลักษณะที่สำคัญของแบบทดสอบวินิจัยในการเรียนมีดังนี้

1. แบบทดสอบวินิจัยการเรียนเป็นแบบทดสอบที่ใช้สำหรับค้นหาจุดบกพร่องและสาเหตุของจุดบกพร่องทางการเรียนเป็นเรื่อง ๆ ได้

2. เนื้อหาที่ต้องการวัด ต้องออกให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายที่สำคัญ ๆ ที่กำหนดไว้

3. แบบสอบวินิจัยการเรียนมีจำนวนมากข้อ ใช้วัดทักษะย่อย ๆ ซึ่งจะสามารถแบ่งได้เป็นแบบทดสอบฉบับย่อย ๆ หลายฉบับ และแยกทดสอบในทักษะเฉพาะที่แตกต่างกัน

4. ข้อสอบแต่ละข้อต้องตอบสนองสภาพการณ์ที่ใกล้เคียงกับความเป็นจริง โดยสามารถแสดงให้เห็นกระบวนการคิดของผู้เรียนอย่างเพียงพอที่จะค้นหาจุดบกพร่องทางการเรียนและวิเคราะห์สาเหตุได้

5. ข้อสอบจะต้องค่อนข้างง่าย โดยผ่านการวิเคราะห์เนื้อหาอย่างละเอียดตามระดับขั้นของจุดประสงค์การเรียน

6. เป็นข้อสอบที่อาจจะไม่ต้องกำหนดเวลาให้ทำและไม่จำเป็นต้องสร้างเกณฑ์ปกติ (Norm) แต่ต้องกำหนดเกณฑ์ขั้นต่ำ (Criteria) ที่เหมาะสม เพื่อจะได้นำคะแนนจากการสอบมาใช้เปรียบเทียบกับเกณฑ์ขั้นต่ำและตัดสินได้ว่านักเรียนคนใดมีข้อบกพร่องด้านใด

เทพฤทธิ์ ยอดใส (2547 : 27) ได้สรุปลักษณะของแบบทดสอบวินิจัยไว้ว่ามีลักษณะดังนี้

1. เป็นข้อสอบที่ค่อนข้างง่าย คำถามไม่ซับซ้อน และมีจำนวนข้อมาก ๆ เพื่อสามารถใช้ในการค้นหาข้อบกพร่องได้ถูกต้อง

2. จะต้องใช้วัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัด

3. เกณฑ์ปกติไม่มีความสำคัญ แต่ต้องกำหนดเกณฑ์ขั้นต่ำในการค้นหาสาเหตุของความบกพร่อง

4. มีความเป็นปรนัยในการให้คะแนน

จากการศึกษา พอสรุปได้ว่า ลักษณะของข้อสอบวินิจัยเป็นคำถามจากง่ายไปยาก ครอบคลุมเนื้อหาสาระที่จะสอน มีคำถามหลากหลายปนกันระหว่างคำถามที่เป็นจริงและเท็จ ให้ผู้เรียนให้เหตุผลของคำตอบ เช่น อ่างนิยาม ยกตัวอย่าง และแสดงวิธีทำ นอกจากนี้ลักษณะของ

คำถามต้องเป็นคำถามที่ผู้เรียนทำแล้วสามารถอธิบายคำตอบ หรือชี้ให้เห็นว่า คำตอบของผู้เรียนมีข้อผิดพลาดของความคิดรวบยอดได้

2.6 เทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจัย

นักการศึกษาได้กล่าวถึงเทคนิคและวิธีการสร้างแบบทดสอบวินิจัยไว้ดังนี้

นอลล์ (Noll. 1965 : 430) ได้แบ่งขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวินิจัยไว้ดังนี้

1. วิเคราะห์กฎ หลักเกณฑ์ ความรู้หรือทักษะที่ต้องการทดสอบอย่างละเอียด
2. วางแผนและสร้างแบบทดสอบตามกฎหมายหรือหลักเกณฑ์ทุก ๆ อย่างให้เหมาะสมกับจุดประสงค์ของแบบทดสอบ
3. แยกแบบทดสอบไว้เป็นพวก ๆ เพื่อทำให้ง่ายขึ้นสำหรับเวลาวิเคราะห์คำตอบและวินิจัยต่อไป

ลินด์ควิสต์ (Lindquist. 1966 : 37 - 38) ได้เสนอแนะเทคนิควิธีการสร้างแบบทดสอบวินิจัยไว้ดังนี้

1. ต้องสร้างให้ครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์ที่ต้องการทดสอบ
2. คำถามในแต่ละข้อต้องสามารถวัดได้ตรงจุดประสงค์ที่ต้องการวัด
3. จะต้องมีการวิเคราะห์ข้อสอบอย่างละเอียด โดยอาจอาศัยการทดลองและความไม่เข้าใจในการเรียนเป็นหลัก
4. แบบทดสอบจะต้องสามารถแสดงให้เห็นถึงกระบวนการคิดของผู้เรียนอย่างเพียงพอที่จะค้นหาจุดบกพร่องในการเรียนได้
5. ต้องมีการเสนอวิธีการปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องที่พบไว้ด้วย
6. แบบทดสอบจะต้องสร้างให้ครอบคลุมลำดับขั้นของการเรียนรู้อย่างมีระบบ
7. แบบทดสอบจะต้องวัดจุดบกพร่องทางการเรียนที่ผ่านมาได้ และต้องสามารถค้นหาจุดบกพร่องจากเนื้อหาแต่ละตอนที่ทำการทดสอบได้
8. ผลการทดสอบจะต้องบอกถึงความก้าวหน้าทางการเรียนของนักเรียนได้

บราวน์ (Brown. 1970 : 255) ได้กล่าวถึงการสร้างแบบทดสอบวินิจัยว่าควรพิจารณาหลักการดังนี้

1. แบ่งทักษะที่ต้องการวัดออกเป็นองค์ประกอบย่อย ๆ ให้ชัดเจน
2. แบ่งเป็นแบบทดสอบย่อย ๆ หลายฉบับ และสร้างให้แบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับสามารถวัดองค์ประกอบย่อยของทักษะนั้นได้เพียงองค์ประกอบเดียว
3. แบบทดสอบย่อยทุกฉบับต้องวัดทักษะย่อยที่ต้องการวัดได้จริง เพราะถ้าแบบทดสอบย่อยนั้นไม่ได้วัดทักษะย่อยนั้นจริงแล้วจะไม่สามารถพิจารณาสาเหตุของความบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคลได้ถูกต้องตรงกับความเป็นจริง
4. คะแนนจากแบบทดสอบย่อยจะต้องกำหนดแนวทางที่เหมาะสมเพื่อให้สามารถจัดหาวิธีการสอนซ่อมเสริมได้ตรงจุด

กรอปเปอร์ (Gropper. 1974 : 145) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย ไว้ดังนี้

1. วางแผนในการสร้างแบบทดสอบ
2. เขียนข้อสอบโดยใช้จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมเป็นเกณฑ์
3. หาสาเหตุของการไม่สัมฤทธิ์ตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนั้น
4. นำแบบทดสอบไปทดลองใช้และปรับปรุงแบบทดสอบ

สิงห์ (Singha. 1974 : 200-204) กล่าวถึงการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยได้ดังนี้

1. ในกรณีที่สร้างเป็นข้อสอบปรนัยชนิดเลือกตอบหรือตอบสั้น ๆ ควรมีจำนวนข้อสอบไม่น้อยกว่า 3 ข้อ ในแต่ละเนื้อหาย่อย
2. ไม่จำเป็นต้องสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร ทั้งนี้เพราะไม่ต้องการความสัมพันธ์ของเนื้อหาและพฤติกรรม
3. ไม่ต้องสร้างเกณฑ์ปกติในการวินิจฉัย เพราะจุดมุ่งหมายของแบบทดสอบเพื่อค้นหาจุดบกพร่องและสาเหตุมากกว่าจะเป็นการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
4. แบบทดสอบวินิจฉัยจะต้องเรียงข้อสอบตามเนื้อหา คือ นำข้อสอบที่อยู่ในเนื้อหาเดียวกันมารวมเข้าไว้ด้วยกัน โดยไม่จำเป็นต้องคำนึงถึงความยาก
5. แบบทดสอบวินิจฉัยอาจจะสร้างเป็นแบบทดสอบมาตรฐานหรือเป็นแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นมักจะคุ้มค่ามากเพราะประหยัดเวลาและกำลังงานมากกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับแบบทดสอบมาตรฐาน

เทพฤทธิ์ ยอดใส (2547 : 37) ได้สรุป เทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย ว่าครูผู้สอนควรวางแผนในการสร้างข้อสอบวินิจฉัย โดยวิเคราะห์ทักษะหรือเนื้อหาที่ต้องการวัดในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ พร้อมทั้งค้นหาสาเหตุของความบกพร่องในเนื้อหานั้นๆ แล้วนำมาสร้างข้อสอบวินิจฉัยให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ที่ต้องการวัด แล้วนำแบบทดสอบวินิจฉัยที่สร้างขึ้นไปทดลองใช้และปรับปรุงคุณภาพ

นอกจากนี้ยังมีนักการศึกษาหลายท่าน ได้แก่ เบญจา เขียวสม (2534 : 28 - 30) สหชาติ เหล็กขาย (2538 : 20) สุพรรณิ ภิรมย์ภักดี (2541 : 11) สุชาติ สิริมีนนท์ (2542 : 12-13) และ วิจิตรา ทองงอก (2545 : 7) ได้กล่าวสรุปเกี่ยวกับเทคนิคและขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ว่า เริ่มจากการกำหนดจุดมุ่งหมาย วางแผนในการสร้างแบบทดสอบ และวิเคราะห์เนื้อหาวิชาหรือทักษะอย่างละเอียดแบ่งออกเป็นองค์ประกอบย่อย ๆ ตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังแล้วสร้างแบบทดสอบสำรวจหาข้อบกพร่องที่ไม่สัมฤทธิ์ผลตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังนั้น ๆ ซึ่งจะได้ข้อบกพร่องต่าง ๆ มาเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยโดยใช้คำตอบที่ผิดที่วิเคราะห์แล้วมาเป็นตัวลวง เมื่อได้แบบทดสอบวินิจฉัยแล้วให้นำไปทดลองใช้และพัฒนาให้มีคุณภาพเพื่อนำไปใช้ทดสอบจริง อาจมีการจัดทำคู่มือในการใช้แบบทดสอบด้วยก็ได้

จากการศึกษา สรุปได้ว่า เทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย มีเทคนิคการสร้างคือ ครูผู้สอนต้องวางแผนการศึกษาให้ครอบคลุมเนื้อหาทั้งหมดที่จะศึกษาและเนื้อหาที่จะนำมาใช้ในการ

สร้างแบบทดสอบนั้นต้องเป็นเนื้อหาที่เป็นปัญหาในการเรียนของนักเรียน นำปัญหาที่ได้จากการสำรวจมาสร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจหาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางการเรียนหรือข้อบกพร่องทางการเรียน ที่ทำให้นักเรียนได้สัมผัสผลลัพธ์สัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ในการสร้างข้อสอบวินิจจัยนั้น ควรสอดคล้องจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมด้วย จากนั้นนำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นไปทดลองใช้หาความยากง่าย และนำมาปรับปรุงคุณภาพของข้อสอบ เมื่อสร้างข้อสอบเสร็จสมบูรณ์แล้วเขียนคู่มือการใช้แบบทดสอบวินิจจัย

2.7 ลักษณะแบบทดสอบวินิจจัยทางการเรียนคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจจัยไว้หลายประการ ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1. วัดได้ทั้งแบบอิงเกณฑ์ และแบบอิงกลุ่ม (Bloom. 1971 : 91 - 92) แต่ Brueckner (1995) ให้ข้อเสนอแนะว่าเกณฑ์ปกติ ไม่น่าจะเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับแบบทดสอบวินิจจัย เพราะจุดประสงค์ของแบบทดสอบเพียงเพื่อระบุหรือชี้ให้เห็นจุดที่เป็นอุปสรรคไม่ใช่เปรียบเทียบความสามารถกับคนอื่น
2. จุดประสงค์ของแบบทดสอบจำกัดอยู่เฉพาะจุดประสงค์ที่มีประโยชน์ต่อการวินิจจัยเท่านั้น
3. ขอบเขตของเนื้อหาต้องมีสองลักษณะคือ แบบทดสอบวินิจจัยที่ยึดระดับชั้นเป็นหลัก เช่น แบบทดสอบวินิจจัยเรื่องการบวก ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และแบบทดสอบวินิจจัยที่ยึดเนื้อหาเป็นหลัก เช่น แบบทดสอบวินิจจัยทักษะการคิดคำนวณเบื้องต้น
4. ควรเป็นแบบทดสอบที่ไม่จำกัดเวลา แบบทดสอบที่เปิดโอกาสให้ผู้สอบได้แสดงความสามารถอย่างเต็มที่โดยไม่จำกัดเวลา เรียกว่า เป็นแบบทดสอบที่มีอำนาจ ยกเว้น ในกรณีที่มีจุดประสงค์ชัดเจนว่าเป็นแบบทดสอบที่เน้นความรวดเร็วในการคิด จึงอาจกำหนดเวลาได้
5. เนื้อหาของแบบทดสอบควรครอบคลุมทุกแง่มุมของคณิตศาสตร์ เช่น ทักษะการคิดคำนวณ ความหมาย กระบวนการคิดคำนวณ การคิดในใจ
6. ไม่ควรวัดเฉพาะการรับรู้ระดับนามธรรมเท่านั้น ควรวัดการรับรู้ 3 ระดับ คือระดับรูปธรรม กึ่งรูปธรรม และนามธรรม หรืออาจวัดการรับรู้ถึง 4 ระดับ ได้แก่ รูปธรรม กึ่งรูปธรรม กึ่งนามธรรม และนามธรรม เน้นการให้คะแนนเป็นส่วน ๆ และการให้คะแนนของข้อสอบในแต่ละส่วนไม่เน้นคะแนนรวม
7. ข้อสอบได้มาจากการวิเคราะห์พฤติกรรมการเรียนรู้อย่างละเอียดและการศึกษาสิ่งที่เด็กทำผิด

เทพฤทธิ์ ยอดใส (2547 : 29) ได้สรุปลักษณะของแบบทดสอบวินิจจัยทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าเป็นแบบทดสอบที่มีครอบคลุมเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และควรเป็นแบบทดสอบที่ไม่จำกัดเวลา รวมถึงสามารถวัดการรับรู้ทั้งทางด้านรูปธรรม ด้านกึ่งรูปธรรมและด้านนามธรรมได้

จากการศึกษา สรุปได้ว่า ลักษณะของแบบทดสอบวินิจัยทางคณิตศาสตร์เป็นการออกข้อสอบที่เน้นผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และเนื้อหาในแบบทดสอบมักเป็นเนื้อหาที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด และครอบคลุมเนื้อหาคณิตศาสตร์ ข้อสอบควรวัดการรับรู้ทุกด้านคือ รูปธรรม กึ่งรูปธรรม กึ่งนามธรรม และนามธรรม

2.8 งานวิจัยต่างประเทศ

อัลแลม (อาภรณ์ เวียงวิเศษ. 2540 ; อ้างอิงจาก Allam. 1980 : 213 - A) ได้สร้างและค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบวินิจัยแบบอิงจุดประสงค์ สำหรับความสามารถขั้นต่ำในการวัดผลของครูประจำชั้น แบบทดสอบประกอบด้วย แบบทดสอบย่อย 5 ชุด ที่ใช้วัดความสามารถในด้านต่าง ๆ ดังนี้

1. การกำหนดจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม
2. การวางแผนทดสอบของชั้น
3. การสร้างข้อคำถามและการให้คะแนน
4. ประเมินผลการทดสอบของชั้น
5. การจัดระดับผลการทดสอบของชั้น

การสร้างแบบทดสอบแบ่งออกเป็น 3 ระยะ คือ

1. ระยะแรกเป็นการกำหนดขอบข่ายของแบบทดสอบ โดยการระบุความสามารถในการอ่านแต่ละด้านในรูปของพฤติกรรม วัตถุประสงค์ที่เป็นเป้าหมาย และให้ผู้ชำนาญการวางแผนการสอนจำนวน 4 คน ตรวจสอบแก้ไขวัตถุประสงค์ที่ได้เหล่านั้น นำมาวิเคราะห์ตามลำดับขั้นการเรียนการสอนแล้วให้ผู้เชี่ยวชาญการวัดผลและผู้ชำนาญการวางแผนการสอนอีกกลุ่มหนึ่ง จำนวน 7 คน ตรวจสอบ

2. ระยะที่สองเป็นการสร้างข้อคำถาม โดยแบ่งออกเป็น 2 ชั้น

2.1 ชั้นแรกกำหนดรายละเอียดเฉพาะของแบบทดสอบ ซึ่งกำหนดแยกจากกันสำหรับความสามารถแต่ละด้าน รายละเอียดเฉพาะที่กำหนดนี้ระบุรายละเอียดเกี่ยวกับพฤติกรรมที่จะวัดไว้อย่างเฉพาะเจาะจงเพื่อให้สามารถสร้างข้อคำถามที่เป็นลักษณะเดียวกันได้ กลุ่มของผู้เชี่ยวชาญการวัดผล 3 คน เป็นผู้ตรวจสอบความเที่ยงตรงของรายละเอียดเฉพาะที่กำหนดขึ้นมาเหล่านี้

2.2 ชั้นที่สอง คือสร้างข้อคำถามโดยที่จุดประสงค์แต่ละข้อ ของความสามารถแต่ละด้านนั้นจะมีข้อคำถามที่เทียบเท่ากัน 2 ข้อ ข้อคำถามในแต่ละชุดรวมกันได้ 91 ข้อ

3. ระยะที่สาม การหาความเที่ยงตรงของแบบทดสอบโดยใช้กลุ่มผู้เชี่ยวชาญการวัดผลอีก 3 ท่าน ทำการตรวจสอบเป็นรายข้อ ผลการพิจารณาพบว่า แต่ละข้อคำถามวัดจุดประสงค์ที่ต้องการได้อย่างถูกต้อง ในการศึกษาครั้งนี้ได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับความเที่ยงตรงของแบบทดสอบรวมเอาไว้ด้วย

มากชู (Markshoe. 1985 : Abstract) ได้ศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในภาคเหนือของประเทศไทย จาก 8 โรงเรียน จำนวน 160 คน พบว่า นักเรียนมีข้อผิดพลาดในกระบวนการหาคำตอบมากกว่า การประยุกต์ใช้ นักเรียนกลุ่มเก่งมีข้อผิดพลาดน้อยกว่านักเรียนกลุ่มอ่อน และนักเรียนกลุ่มเก่งจะมีข้อผิดพลาดในกระบวนการหาคำตอบเล็กน้อย ส่วนข้อผิดพลาดในการประยุกต์ใช้มีมากกว่า รูปแบบของข้อผิดพลาดของนักเรียนชายและหญิงไม่แตกต่างกัน ส่วนข้อผิดพลาดของนักเรียนแต่ละโรงเรียนมีความแตกต่างกัน

กุกเคน (Gucken. 1986 : 1639) ได้ทำการวิจัยเรื่องการสร้างและใช้แบบทดสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์เรื่องเปอร์เซ็นต์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา (ตามแบบอิงเกณฑ์, อิงกลุ่ม) จุดมุ่งหมายที่ต้องการศึกษามี 3 ประการ ประการแรก เพื่อนำไปสู่การปรับปรุงวิธีสอนเรื่องเปอร์เซ็นต์โดยการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องเปอร์เซ็นต์ที่เชื่อถือได้ ซึ่งครูสามารถนำไปใช้ในห้องเรียน เรื่องการวางแผนในการซ่อมเสริมการเรียนการสอน เรื่อง เปอร์เซ็นต์ ประการที่สอง เพื่อสำรวจผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการสอนเรื่องเปอร์เซ็นต์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 9 และประการที่สาม เพื่อสำรวจผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่มีต่อการใช้ข้อสอบวินิจฉัยของครูผู้สอน สำหรับการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องเปอร์เซ็นต์ขึ้นอยู่กับจุดมุ่งหมายของแบบทดสอบจำนวน 30 ข้อ ซึ่งอยู่ในรูปของความคิดรวบยอดในเรื่องของเปอร์เซ็นต์ แบบทดสอบมี 2 ฟอรม์ คือ ฟอรม์ A และ ฟอรม์ B ถูกสร้างขึ้นใช้ในการทดสอบ แบบทดสอบที่ใช้ทดสอบ จะใช้กับกลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนเกรด 9 จำนวน 548 คน ข้อสอบที่ได้จากการทดลองสอบถูกใช้ในการคัดเลือกข้อคำถาม และจำแนกหรือจัดประเภทข้อคำถามหาความเชื่อมั่นโดยวิธีการ 2 วิธีที่แตกต่างกัน ได้แก่ การหาความเชื่อมั่นโดยใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน สำหรับการสอบซ้ำและคู่ขนาน การหาความสอดคล้องภายในโดยใช้สูตรของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน (KR - 20) และการคำนวณค่าความสอดคล้อง (Kappa) ของการวินิจฉัย การวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการทดลองแสดงให้เห็นถึงความพอใจในการสอนของครูผู้สอนเรื่องเปอร์เซ็นต์ และการใช้ข้อสอบวินิจฉัย ซึ่งเหมือนกับแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ การวิเคราะห์ที่แสดงว่าการที่ครูผู้สอนใช้แบบทดสอบวินิจฉัยในเรื่องนี้ไม่มีผลต่อการเพิ่มผลสัมฤทธิ์ในการเรียน

วิลสัน (อาภรณ์ เวียงวิเศษ. 2540 ; อ้างอิงจาก Wilson. 1988 : 55 - A) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยตนเองและชุดทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการศึกษาวิชาชีพ วัตถุประสงค์ในการวิจัยเพื่อกำหนดคุณลักษณะของนักศึกษาในสาขาอาชีพในโรงเรียนอาชีวศึกษาของรัฐในรัฐเคนตักกี (Kentucky) และพัฒนาเครื่องมือคณิตศาสตร์และชุดการฝึกในการช่วยให้นักศึกษาเกิดความเชี่ยวชาญทักษะพื้นฐานที่จำเป็นในวิชาคณิตศาสตร์โดยได้สร้างคลังข้อสอบขึ้นเพื่อวัดแต่ละทักษะ และนำไปใช้กับนักเรียนโรงเรียนรัฐบาลประมาณ 500 คน จากระดับ 4 ถึงระดับ 8 ข้อคำถามแต่ละตอนในคลังข้อสอบต้องมีค่าเท่ากับเชิงสถิติ ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาเบสิกในการสุ่มเลือกและจำแนกเครื่องมือเชิงวินิจฉัยและโปรแกรมสำหรับการฝึกที่เกี่ยวข้องกับทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับเครื่องมือวินิจฉัยที่สุ่มได้ จำแนกเป็น 3 แบบและนำไป

ทดสอบนักศึกษาจำนวน 100 คน จำนวน 20 โรงเรียนเพื่อหาเกณฑ์ปกติและความเที่ยงตรงของข้อสอบ เครื่องมือวินิจฉัยนี้แสดงให้เห็นค่าความสัมพันธ์ในเชิงบวกสูงมาก ค่าความเชื่อมั่นโดยเฉลี่ย 0.95 จากการใช้แบบทดสอบทั้ง 3 แบบ การหาเกณฑ์ปกติไม่มีความแตกต่างกันระหว่างค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนดิบของแบบทดสอบทั้ง 3 แบบ พบว่าคะแนนเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 67 เป็นเกณฑ์ปกติ

อิสมาอิล (Ismail. 1994 : Abstract) ได้ทำการวิจัยเรื่องการพัฒนาและการประเมินคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัยส่วนประกอบพหุคูณที่ทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาคำในวิชาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในประเทศมาเลเซีย ซึ่งเป็นแบบทดสอบที่ใช้ในการวินิจฉัยการแก้ปัญหาคำในวิชาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่ต้องสอนซ่อมเสริม แบบทดสอบที่ใช้ในการวินิจฉัยมี 2 ประเภท คือ แบบทดสอบปลายเปิด และแบบทดสอบหลายตัวเลือก กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในประเทศมาเลเซีย จำนวน 1,255 คน ผลการทดสอบพบว่าคะแนนรวมของแบบทดสอบมีความเชื่อมั่นสูง และข้อสอบวินิจฉัยรายข้อมีอำนาจจำแนกที่ชัดเจน แต่อย่างไรก็ตาม ข้อสอบอาจจะยากมากสำหรับนักเรียนที่เรียนอ่อน นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับความเที่ยงตรง 4 ประเภท คือ 1. ความแปรปรวนเชิงโครงสร้างที่ไม่สอดคล้องกัน 2. ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างขององค์ประกอบภายนอก 3. ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างของส่วนประกอบด้านโครงสร้าง และ 4. ตัวแทนที่ดีและความสอดคล้องของเนื้อหา การศึกษาวิจัยในครั้งนี้ได้แบบทดสอบใหม่และได้พัฒนาโครงสร้างเพื่อทดสอบความเที่ยงตรงของข้อสอบ การออกแบบโครงสร้างอาจจะนำไปใช้สำหรับการวิจัยในอนาคต เพื่อพัฒนาแบบทดสอบให้สามารถแก้ปัญหาคำในวิชาคณิตศาสตร์ที่มีความหมายในการสอน รูปแบบที่กำหนดสำหรับแบบทดสอบนี้นำไปใช้ได้กับนักเรียนที่มีจำนวนมากและ ครูไม่มีโอกาสที่จะทำการวินิจฉัยได้เป็นรายบุคคล

เกรแฮม (Graham. 1997 : Abstract) ได้ทำการวิจัยเรื่องการพัฒนาและการศึกษาหาคุณภาพของระดับความสามารถในการปฏิบัติและรูปแบบความบกพร่องของแบบทดสอบวินิจฉัยของการบวกและการลบเศษส่วน โดยใช้คอมพิวเตอร์ ความมุ่งหมายของการศึกษาในครั้งนี้เพื่อพัฒนาและดำเนินการสอบ นำไปสู่การปฏิบัติที่เป็นลำดับขั้น โดยใช้คอมพิวเตอร์ นอกจากนี้มีการวินิจฉัยข้อบกพร่องเมื่อนักเรียนทำการบวกและการลบเศษส่วน กลุ่มตัวอย่างที่ทำการวิจัยในครั้งนี้เป็นนักศึกษาจำนวน 50 คน ซึ่งเป็นนักศึกษาที่ต้องการแก้ไข ด้านการเรียนคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้นำคอมพิวเตอร์มาใช้ในการสอบ มีการเปรียบเทียบกับ การสอบโดยการเขียนตอบ และมีการสำรวจทัศนคติของนักศึกษาด้วย ผู้วิจัยได้ศึกษาชุดขั้นตอนคณิตศาสตร์และรูปแบบความคลาดเคลื่อนที่จะเป็นคำตอบในการแก้ปัญหาหลายชุด ซึ่งพบว่าความคลาดเคลื่อนที่สำคัญมี 5 รูปแบบ ได้รับการวินิจฉัยจนสำเร็จ โดยใช้แบบทดสอบจากคอมพิวเตอร์ โดยเฉลี่ยจะยากกว่าปัญหาในการทดสอบเป็นข้อเขียนเล็กน้อย อย่างไรก็ตามแบบทดสอบทางคอมพิวเตอร์ใช้เวลานานกว่าการทดสอบโดยการเขียน

2.9 งานวิจัยในประเทศ

เบญจา เขียวสม (2534 : 46-70) ได้ทำการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในจังหวัดชุมพร แบบทดสอบที่สร้างขึ้นมี 5 ฉบับ คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแปลความหมายของคำหรือข้อความที่กำหนดแบบทดสอบวัดความสามารถในการรวบรวมข้อมูล แบบทดสอบวัดความสามารถในการสร้างสมการแบบทดสอบวัดความสามารถในการนำหลักการ กฎเกณฑ์ไปใช้ในการแก้ปัญหา และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคำนวณ วิเคราะห์ค่าความยากง่ายของข้อสอบที่ได้ .51- .79 โดยใช้สูตรอย่างง่าย ค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ .28-.70 คำนวณโดยใช้สูตรดัชนีอำนาจจำแนกบี (Discrimination Index B) ของเบรนนัน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ .9831 คำนวณได้จากสูตรการหาความเชื่อมั่นแบบ ANOVA Corrected ของโลเวทท์ และค่าความเที่ยงตรงของเนื้อหาตามวิธีของโรวินลลี และแฮมเบิลตัน (Rovinelli & Hambleton) โดยผู้เชี่ยวชาญเป็นผู้พิจารณา ปรากฏว่าแบบทดสอบวินิจฉัยชุดนี้มีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาจริง

สมชาย บุญรักษา (2536 : 35 - 92) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และระบบสมการเชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในจังหวัดพังงา แบบทดสอบที่สร้างขึ้นมี 5 ฉบับ คือ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ค่าความยากของข้อสอบมีค่าตั้งแต่ .67 - .93 คำนวณโดยใช้สูตรอย่างง่าย ค่าอำนาจจำแนกมีค่า .60 - .93 คำนวณโดยใช้สูตรของเบรนนัน (Brennan) ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบมีค่า .70 - .82 โดยใช้สูตรของคูเดอร์ - ริชาร์ดสัน 20 (KR - 20) แล้วปรับแก้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบที่ได้โดยใช้สูตรหาค่าความเชื่อมั่นแบบอิงเกณฑ์ของลิฟวิงสตัน (Livingston) และค่าความเที่ยงตรงโดยหาความเที่ยงตรงตามเนื้อหาตามวิธีของโรวินลลี และแฮมเบิลตัน (Rovinelli; & Hambleton) ผู้เชี่ยวชาญเป็นผู้พิจารณา ปรากฏว่าแบบทดสอบวินิจฉัยชุดนี้มีความเที่ยงตรงตามเนื้อหา

สหชาติ เหล็กชาย (2538 : 88 - 93) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแยกตัวประกอบพหุนามและสมการกำลังสองสำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในกรุงเทพมหานคร แบบทดสอบที่สร้างขึ้นมี 2 ฉบับคือ การแยกตัวประกอบของพหุนาม และสมการกำลังสอง วิเคราะห์ค่าความยากของแบบทดสอบ มีค่าตั้งแต่ .50 - .89 โดยใช้สูตรอย่างง่าย ค่าอำนาจจำแนกบี มีค่าตั้งแต่ .13 - .77 โดยใช้สูตรดัชนีอำนาจจำแนกบี (Discrimination Index B) ของเบรนนัน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบมีค่า .87 และ .65 โดยใช้สูตรของราซุ ความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ หาความเที่ยงตรงตามเนื้อหาตามวิธีของโรวินลลีและแฮมเบิลตัน (Rovinelli; & Hambleton) โดยผู้เชี่ยวชาญเป็นผู้พิจารณา ปรากฏว่า แบบทดสอบวินิจฉัยชุดนี้มีความเที่ยงตรงตามเนื้อหาจริง

สุริยะพงศ์ พงศ์ลิทธิศักดิ์ (2540 : บทคัดย่อ) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์เรื่องระบบสมการเชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็น

นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2538 ของโรงเรียน สังกัดกรมสามัญศึกษา จังหวัดมหาสารคาม จำนวน 928 คน ได้มาจากการสุ่มแบบหลายขั้นตอน แบบทดสอบที่สร้างขึ้นมี 4 ฉบับ คือ สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร การแก้ระบบสมการเชิงเส้น และโจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้น โดยสร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจแบบเดิมค่าและแสดงวิธีทำ และนำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นไปทดสอบสามครั้ง ครั้งที่หนึ่งและครั้งที่สองเพื่อปรับปรุงและคัดเลือกข้อสอบ ส่วนครั้งที่สามเพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ พบว่าแบบทดสอบทั้ง 4 ฉบับมีค่าความยาก เป็น .32 - .90 , .50 - .83 , .48 - .84 และ .44 - .87 ค่าอำนาจจำแนกเป็น .31 - .75 , .42 - .75 , .30 - .73 และ .29 - .64 ค่าความเชื่อมั่นคำนวณโดยวิธีของโลเวลมีค่าเป็น .80 , .83 , .93 และ .82 ตามลำดับ สำหรับค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาพิจารณาโดยผู้เชี่ยวชาญทางด้านเนื้อหาวิชา ผลปรากฏว่าข้อสอบแต่ละข้อวัดในเรื่องนั้นจริง

ผลการวิเคราะห์จุดบกพร่องที่นักเรียนตอบผิดในแบบทดสอบทั้ง 4 ฉบับ เป็นดังนี้
แบบทดสอบฉบับที่ 1 สมการเชิงเส้นสองตัวแปร นักเรียนมีจุดบกพร่อง ดังนี้

1. ไม่เข้าใจนิยามของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2. นำคู่อันดับไปแทนค่าตัวแปรในสมการไม่เป็น
3. กำหนดค่าตัวแปรให้หนึ่งตัวแล้วแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวผิด
4. ลงจุดคู่อันดับในกราฟไม่ถูก
5. ลงจุดคู่อันดับในกราฟสลับค่า x และ ค่า y
6. หาคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่มีตัวแปรหนึ่งตัวในรูปของกราฟไม่เป็น
7. ไม่เข้าใจความหมายของการเท่ากันในประโยคภาษา
8. ไม่เข้าใจความหมายของการบวกในประโยคภาษา
9. ไม่เข้าใจความหมายของการลบในประโยคภาษา
10. ไม่เข้าใจความหมายของการคูณในประโยคภาษา
11. ไม่เข้าใจความหมายของการหารในประโยคภาษา
12. ไม่สามารถใช้สัญลักษณ์แทนข้อความได้

แบบทดสอบฉบับที่ 2 ระบบสมการเชิงเส้น นักเรียนมีจุดบกพร่อง ดังนี้

1. ไม่เข้าใจนิยามของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2. นำคู่อันดับไปแทนค่าตัวแปรในสมการไม่เป็น
3. หาคู่อันดับที่เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นที่อยู่ในระบบสมการมาเป็นคำตอบของระบบสมการผิด
4. นำคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเพียงสมการหนึ่งมาเป็นคำตอบของระบบสมการ
5. เขียนคำตอบในรูปคู่อันดับโดยใช้ตัวแปรสลับตำแหน่ง
6. หาค่าตัวแปรตัวหนึ่งในรูปของตัวแปรตัวอื่นไม่ได้

7. เขียนกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมากกว่าหนึ่งสมการในกราฟแกนคู่เดียว
ไม่เป็น

แบบทดสอบฉบับที่ 3 การแก้ระบบสมการเชิงเส้น นักเรียนมีจุดบกพร่อง ดังนี้

1. ใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกผิด
2. ใช้สมบัติการเท่ากันของการตัดออกสำหรับการบวกผิด (การลบ)
3. ใช้สมบัติการเท่ากันของการคูณผิด
4. ใช้สมบัติการเท่ากันของการตัดออกสำหรับการคูณผิด (การหาร)
5. บวก ลบ คูณ หาร จำนวนจริงผิด
6. บวก ลบ คูณ หาร จำนวนที่อยู่ในรูปเอกลนามผิด
7. กำจัดตัวแปรโดยไม่ทำให้สัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ต้องการกำจัดเท่ากันก่อน
8. เปลี่ยนหรือตัดแปลงรูปของสมการผิด

แบบทดสอบฉบับที่ 4 โจทย์ระบบสมการเชิงเส้น นักเรียนมีจุดบกพร่อง ดังนี้

1. แบ่งโจทย์ระบบสมการออกเป็นสมการเชิงเส้นสองสมการผิด
2. ไม่เข้าใจความหมายของการเท่ากันในประโยคภาษา
3. ไม่เข้าใจความหมายของการบวกในประโยคภาษา
4. ไม่เข้าใจความหมายของการลบในประโยคภาษา
5. ไม่เข้าใจความหมายของการคูณในประโยคภาษา
6. ไม่เข้าใจความหมายของการหารในประโยคภาษา
7. ตัวแปรที่กำหนดและสมการที่สร้างไม่สัมพันธ์กัน
8. แปลความในการตอบผิดจากที่โจทย์ถาม
9. แสดงวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นผิด

อาภรณ์ เวียงวิเศษ (2540 : บทคัดย่อ) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนเรื่อง
สมการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แบบทดสอบที่สร้างขึ้นมี 4 ฉบับ คือ

แบบทดสอบฉบับที่ 1 แบบทดสอบความรู้พื้นฐานเรื่องสมการ

แบบทดสอบฉบับที่ 2 แบบทดสอบสมบัติการเท่ากัน

แบบทดสอบฉบับที่ 3 แบบทดสอบการแก้สมการ และ

แบบทดสอบฉบับที่ 4 แบบทดสอบโจทย์สมการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประจำปีการศึกษา 2539 ของ
โรงเรียน สังกัดกรมสามัญศึกษาจังหวัดบุรีรัมย์ จำนวน 1,200 คน ได้มาจากการสุ่มแบบแบ่งชั้น
พบว่า แบบทดสอบทั้ง 4 ฉบับมีค่าความยากเป็น .28 - .72 , .40 - .70 , .32 - .67 และ .48 - .67
ค่าอำนาจจำแนกเป็น .39 - .83 , .46 - .77 , .53 - .85 และ .37 - .60 ค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบ
ทั้ง 4 ฉบับเป็น .839 , .892 , .838 และ .677 ตามลำดับ สำหรับค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา
พิจารณาโดยผู้เชี่ยวชาญทางด้านเนื้อหาวิชา ผลปรากฏว่าข้อสอบทั้ง 4 ฉบับสามารถวัดเรื่องสมการ
ได้จริง

ผลการวิเคราะห์จุดบกพร่องที่นักเรียนตอบผิดในแบบทดสอบทั้ง 4 ฉบับ เป็นดังนี้
แบบทดสอบฉบับที่ 1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับสมการ นักเรียนมีจุดบกพร่อง ดังนี้

1. เข้าใจว่าสมการต้องมีตัวแปร
2. เข้าใจว่าสมการต้องมีการหาคำตอบ
3. เข้าใจว่าสมการจะต้องมีค่าเท่ากัน
4. เข้าใจว่าสมการต้องเป็นจริงเสมอ
5. เข้าใจว่าสมการเป็นการเปรียบเทียบค่ากันระหว่างของสองสิ่ง
6. ไม่สามารถใช้สัญลักษณ์แทนข้อความได้
7. ไม่สามารถแทนประโยคสัญลักษณ์ด้วยข้อความได้
8. ไม่ทราบตัวแปรของสมการ
9. แทนค่าผิด
10. บวก ลบ คูณ หาร ผิด
11. แทนค่าสมการผิดขั้นตอน
12. แทนค่าสมการที่เกี่ยวกับการคูณไม่เป็น
13. แทนค่าสมการเรื่องการหารผิด
14. แทนค่าสมการผิดวิธี

แบบทดสอบฉบับที่ 2 สมบัติของการเท่ากัน นักเรียนมีจุดบกพร่อง ดังนี้

1. ไม่เข้าใจสมบัติการบวก
2. ไม่เข้าใจสมบัติการลบ
3. ไม่เข้าใจสมบัติการคูณ
4. ไม่เข้าใจสมบัติการหาร

แบบทดสอบฉบับที่ 3 การแก้สมการ นักเรียนมีจุดบกพร่อง ดังนี้

1. บวก ลบ คูณ หาร ผิด
2. แก้สมการโดยใช้สมบัติการบวกไม่เป็น
3. แก้สมการโดยใช้สมบัติการลบไม่เป็น
4. แก้สมการโดยใช้สมบัติการคูณไม่เป็น
5. แก้สมการโดยใช้สมบัติการหารไม่เป็น
6. แก้สมการผิดขั้นตอน
7. แก้สมการไม่ครบตามขั้นตอน
8. คูโจทย์ผิด

แบบทดสอบฉบับที่ 4 การแก้โจทย์ปัญหาสมการ นักเรียนมีจุดบกพร่อง ดังนี้

1. ไม่สามารถใช้สัญลักษณ์แทนโจทย์ได้
2. ใช้สัญลักษณ์แทนโจทย์ผิด
3. คูณผิด

4. หารผิด
5. ใช้สัญลักษณ์แทนโจทย์ผิด และแก้สมการผิด
6. ใช้สัญลักษณ์แทนโจทย์ผิด และคำนวณผิด
7. แก้สมการผิดหลักการ

เรื่องยศ เรื่องแหล่ (2542 : 211 - 214) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 3 ฉบับ คือ

แบบทดสอบฉบับที่ 1 แบบทดสอบพื้นฐานสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

แบบทดสอบฉบับที่ 2 แบบทดสอบพื้นฐานความคล้าย

แบบทดสอบฉบับที่ 3 แบบทดสอบอัตราส่วนตรีโกณมิติ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2540 ของโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดขอนแก่น จำนวน 500 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบหลายขั้นตอน โดยได้ทำการทดสอบ 3 ครั้ง ครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 เพื่อปรับปรุงและคัดเลือกข้อสอบ ส่วนครั้งที่ 3 เป็นการทดสอบเพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ ผลการวิจัย พบว่า

ฉบับที่ 1 มีข้อสอบจำนวน 15 ข้อ มีค่าความยากตั้งแต่ .32 ถึง .65 ค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ .42 ถึง .73 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .79

ฉบับที่ 2 มีข้อสอบจำนวน 15 ข้อ มีค่าความยากตั้งแต่ .32 ถึง .58 ค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ .34 ถึง .75 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .68

ฉบับที่ 3 มีข้อสอบจำนวน 40 ข้อ มีค่าความยากตั้งแต่ .24 ถึง .75 ค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ .32 ถึง .77 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .85

สำหรับความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบให้ผู้เชี่ยวชาญทางด้านเนื้อหาจำนวน 5 ท่าน เป็นผู้พิจารณา ปรากฏว่า แบบทดสอบวินิจฉัยทั้งสามฉบับ เป็นแบบทดสอบที่มีคุณภาพ สามารถวัดเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติได้จริงจากการทดสอบวินิจฉัยทั้งสามฉบับ

ฉบับที่ 1 พื้นฐานสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก นักเรียนมีความบกพร่องในเรื่องดังต่อไปนี้

1. การเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จุดที่นักเรียนบกพร่องมากที่สุด คือ บกพร่องในทฤษฎีพีทาโกรัส เพราะเข้าใจว่า กำลังสองของด้านประกอบมุมฉากด้านใด ๆ เท่ากับผลบวกของกำลังสองของด้านตรงข้ามมุมฉากกับด้านประกอบมุมฉากอีกด้านหนึ่ง

2. การคำนวณหาความยาวของด้านที่เหลือเมื่อโจทย์กำหนดความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมาให้ จุดที่นักเรียนบกพร่องมากที่สุด คือ บกพร่องในทฤษฎีบทพีทาโกรัส เพราะเข้าใจว่ากำลังสองของด้านประกอบมุมฉากด้านใด ๆ เท่ากับผลบวกของกำลังสองของด้านตรงข้ามมุมฉากกับด้านประกอบมุมฉากอีกด้านหนึ่ง

3. การบอกจำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนด้วยทศนิยมซ้ำหรือการเขียนจำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนด้วยทศนิยมซ้ำลงบนเส้นจำนวนได้ จุดที่นักเรียนบกพร่องที่สุด คือ เขียนโดยไม่ใส่เครื่องหมายรากที่สอง

4. การหารากที่สองของจำนวนบวกใด ๆ จุดที่นักเรียนบกพร่องมากที่สุด คือ บกพร่องในการแยกตัวประกอบเพื่อหาค่าของ $\sqrt{a}$ เมื่อ $a \geq 0$ โดยเข้าใจว่า $\sqrt{a} = \frac{a}{2}$

ถ้าพิจารณาทั้งฉบับจะพบว่า นักเรียนไม่ใส่เครื่องหมายรากที่สองจะพบมากที่สุด ลักษณะบกพร่องรองลงมา คือ บกพร่องในทฤษฎีพีทาโกรัส เพราะเข้าใจว่ากำลังสองของด้านประกอบมุมฉากด้านใด ๆ เท่ากับผลบวกของกำลังสองของด้านตรงข้ามมุมฉากกับด้านประกอบมุมฉากอีกด้านหนึ่ง ส่วนลักษณะการบกพร่องที่พบน้อยที่สุด คือ เข้าใจผิดเกี่ยวกับค่าของ $(a)^2$ โดยเข้าใจว่า $(a)^2 = a^2$

ฉบับที่ 2 พื้นฐานความคล้าย นักเรียนมีความบกพร่องในเรื่องดังต่อไปนี้

1. สามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน จุดที่นักเรียนบกพร่องมากที่สุด คือ นิยามของสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันกับสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการโดยเอาผลรวมของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากับ 180 องศา เท่ากันมาเป็นนิยามความคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูป

2. เมื่อกำหนดรูปสามเหลี่ยมให้สองรูปนักเรียนบอกได้ว่าสามเหลี่ยมที่กำหนดให้คล้ายกันหรือไม่ จุดที่นักเรียนบกพร่องมากที่สุด คือ ไม่เข้าใจเกี่ยวกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

3. เมื่อกำหนดรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน นักเรียนสามารถบอกอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันได้ทุกอัตราส่วน จุดที่นักเรียนบกพร่องมากที่สุด คือ บกพร่องเกี่ยวกับการเลือกอัตราส่วนที่สมนัยกับอัตราส่วนที่โจทย์กำหนดให้เพราะเข้าใจว่าอัตราส่วนที่สมนัยกับอัตราส่วนที่โจทย์กำหนดให้ คืออัตราส่วนที่เป็นส่วนกลับของตัวมันเอง

4. การนำเสนอบัติ ของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา จุดที่นักเรียนบกพร่องมากที่สุดคือเลือกอัตราส่วนที่สมนัยกัน ผิดอัตราส่วนใดอัตราส่วนหนึ่งที่อยู่ทางด้านซ้ายหรือขวาเครื่องหมายเท่ากับ ในการแก้สมการเพื่อหาความยาวของด้านที่โจทย์กำหนด

ถ้าพิจารณาทั้งฉบับจะพบว่า นักเรียนบกพร่องในเรื่อง ดังต่อไปนี้

การเลือกอัตราส่วนที่สมนัยกันผิดอัตราส่วนใด อัตราส่วนหนึ่งที่อยู่ทางด้านซ้ายหรือขวาของเครื่องหมายเท่ากับ ในการแก้สมการเพื่อหาความยาวของด้านที่โจทย์ต้องการมากที่สุด ลำดับรองลงมาคือ การเลือกอัตราส่วนที่สมนัยกับอัตราส่วนที่กำหนดให้หรือ เลือกอัตราส่วนผิดในการแก้สมการเพื่อหาความยาวของด้านใด ๆ เนื่องจากสลับที่รูปสามเหลี่ยมแล้วจึงเลือกอัตราส่วนที่สมนัยกับอัตราส่วนที่โจทย์กำหนดหรืออัตราส่วนที่สมนัยกับอัตราส่วนที่อยู่ทางซ้ายหรือทางขวาของเครื่องหมายเท่ากับ เพื่อแก้สมการ ส่วนลักษณะความบกพร่องที่พบน้อยที่สุด คือ นิยามรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันโดยเข้าใจว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปจะคล้ายกันเพราะมีความยาวด้านเท่ากัน 1 คู่

ฉบับที่ 3 อัตราส่วนตรีโกณมิติ นักเรียนมีความบกพร่องในเรื่องต่อไปนี้ คือ

1. การบอกนิยาม ของ $\sin$, $\cos$, $\tan$, cosec , $\sec$ และ $\cot$ ของมุมแหลม ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จุดบกพร่องที่พบบ่อยมากที่สุดคือ นักเรียนสับสนในนิยามและส่วนกลับ
2. การแก้สมการเพื่อหาความยาวของด้าน จุดบกพร่องที่พบบ่อยมากที่สุดคือ การใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
3. การแก้สมการเพื่อหาความยาวของด้านที่เหลือโดยใช้ค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ จุดบกพร่องที่พบบ่อยมากที่สุดคือ บกพร่องในนิยามของอัตราส่วนตรีโกณมิติ เพราะเข้าใจผิดเกี่ยวกับตัวส่วน
4. การอ่านค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ ข้อบกพร่องคือนักเรียนผิดพลาดในเรื่องตำแหน่งตัวเลขหลังจุดทศนิยมของค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติที่โจทย์ถาม
5. เมื่อกำหนดมุมระหว่าง $0-90$ องศา และความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมา 1 ด้าน จุดบกพร่องคือ การเลือกอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการคำนวณ
6. เมื่อโจทย์กำหนดความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมาให้อย่างน้อย 2 ด้าน ให้คำนวณหาขนาดของมุมตามที่โจทย์ต้องการ จุดบกพร่องที่พบบ่อยที่สุด คือ บกพร่องในการเลือกอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการคำนวณ
7. การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา จุดบกพร่องที่พบบ่อยที่สุดคือ การเลือกอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ในการคำนวณ

สุพรรณิ ภิรมย์ภักดี (2541 : 71-75) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แบบทดสอบที่สร้างขึ้นมี 5 ฉบับ คือ

- แบบทดสอบฉบับที่1 ความหมายของฟังก์ชัน
- แบบทดสอบฉบับที่2 ตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก
- แบบทดสอบฉบับที่3 ฟังก์ชันคอมโพสิท
- แบบทดสอบฉบับที่4 ฟังก์ชันอินเวอร์ส
- แบบทดสอบฉบับที่5 พีชคณิตของฟังก์ชัน

ผลจากการศึกษาพบว่า แบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 5 ฉบับ มีค่าความยากตั้งแต่ 0.5114-0.9029 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.2192 - 0.8403 คำนวณโดยใช้สูตรดัชนีอำนาจจำแนกปี (Discrimination Index B) ของเบรนนัน คะแนนจุดตัดของแบบทดสอบทั้ง 5 ฉบับ ใช้วิธีกำหนดเกณฑ์ ร้อยละ 80 ของจำนวนข้อสอบที่นักเรียนทำได้ในแต่ละจุดประสงค์ เป็น 20,4,6,9 และ 4 ตามลำดับ ส่วนค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้ง 5 ฉบับ คือ ซึ่งคำนวณโดยใช้สูตรไบโนเมียล (Binomial) ของโลเวทท์ (Lovett) มีค่า 0.9647, 0.9913, 0.9881, 0.9844 และ 0.9925 ตามลำดับ สำหรับค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบทั้ง 5 ฉบับ ให้ผู้เชี่ยวชาญเป็นผู้พิจารณา ได้ค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.60- 1.00 แสดงว่าแบบทดสอบวินิจฉัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาที่ต้องการวัดจริง

ผลการวิเคราะห์จุดบกพร่องทางการเรียนที่นักเรียนเลือกตอบผิดในแบบทดสอบวินิจฉัย ทั้ง 5 ฉบับ ปรากฏว่า

แบบทดสอบฉบับที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน นักเรียนมีข้อบกพร่อง คือ ยังไม่สามารถสรุปความคิดรวบยอดของฟังก์ชัน ไม่เข้าใจการตรวจสอบฟังก์ชันจากกราฟ ใช้สัญลักษณ์ของช่วงไม่ถูกต้อง

แบบทดสอบฉบับที่ 2 ตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก นักเรียนมีข้อบกพร่อง คือ นักเรียนสร้างความสัมพันธ์ไม่ได้ เข้าใจคำถามไม่ตรงกับโจทย์ต้องการ

แบบทดสอบฉบับที่ 3 ฟังก์ชันคอมโพสิท นักเรียนมีข้อบกพร่อง คือ ยังไม่สามารถสรุปความคิดรวบยอดของฟังก์ชันคอมโพสิท ยังไม่เข้าใจการแทนค่าของฟังก์ชัน

แบบทดสอบฉบับที่ 4 ฟังก์ชันอินเวอร์ส นักเรียนมีข้อบกพร่อง คือ ยังไม่เข้าใจในเรื่องของช่วง ยังหาโอเปอเรชันกันของเซตไม่ได้ ยังใช้แกนสมมาตรของกราฟของฟังก์ชัน กับกราฟของฟังก์ชันอินเวอร์สไม่ถูกต้อง และ ยังสรุปนิยามของฟังก์ชันอินเวอร์สไม่ได้

แบบทดสอบฉบับที่ 5 พีชคณิตของฟังก์ชัน นักเรียนมีข้อบกพร่อง คือ ไม่เข้าใจในการบวก ลบ คูณ และหารกันของฟังก์ชัน โดยนำโดเมนไปปฏิบัติการด้วย ไม่เข้าใจเรื่องการบวก ลบ คูณ และหารกัน ของพหุนาม

สุชาติ สิริมินันท์ (2542 : บทคัดย่อ) เป็นการสร้างแบบทดสอบข้อบกพร่องทางการเรียน ในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ใน กรุงเทพมหานคร การศึกษาครั้งนี้มี จุดมุ่งหมายเพื่อสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่มีคุณภาพจำนวน 6 ฉบับ คือ

แบบทดสอบฉบับที่ 1 การเลื่อนแกนทางขนาน

แบบทดสอบฉบับที่ 2 วงกลม

แบบทดสอบฉบับที่ 3 พาราโบลา

แบบทดสอบฉบับที่ 4 วงรี

แบบทดสอบฉบับที่ 5 ไฮเพอร์โบลา

แบบทดสอบฉบับที่ 6 ชนิดของกราฟ

เพื่อค้นหาจุดบกพร่องและสาเหตุของความบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1398 คน ปีการศึกษา 2541 โรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กลุ่มที่ 5 ในกรุงเทพมหานคร ซึ่งเลือกมาโดยการสุ่มแบบแบ่งชั้น และมีวิธีการดำเนินการสร้างแบบทดสอบ ดังนี้

1. สร้างแบบทดสอบชนิดเลือกเติมคำตอบและแสดงวิธีทำ หาความเที่ยงตรงของเนื้อหา โดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน จากนั้นนำไปสำรวจหาจุดบกพร่อง

2. นำผลจากการสำรวจไปมาสร้างเป็นสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยชนิด 5 ตัวเลือก โดยนำคำตอบที่นักเรียนตอบผิดในการทำแบบทดสอบมาสร้างเป็นตัวลวง แล้วนำไปทดสอบ 3 ครั้ง

คือ ครั้งที่ 1 เพื่อวิเคราะห์ข้อสอบรายข้อ คัดเลือกและปรับปรุงข้อสอบ การทดสอบครั้งที่สอง เพื่อวิเคราะห์ข้อสอบรายข้อและคัดเลือกข้อสอบ ครั้งที่ สาม เพื่อหาคุณภาพของข้อสอบแต่ละฉบับ

ผลการศึกษาพบว่า แบบทดสอบวินิจฉัย ทั้ง 6 ฉบับ ที่วัดเกี่ยวกับการเลื่อนแกนทางขนาน วงกลม, พาราโบลา , วงรี ,ไฮเพอร์โบลา และชนิดของกราฟ มีค่าความยากของแบบทดสอบ ตั้งแต่ 0.5407-0.8793 และค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบตั้งแต่ 0.2101-0.7715 ส่วนค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบในแต่ละฉบับซึ่งคำนวณ โดยใช้สูตร ไบโนเมียล มีค่า 0.7435, 0.8053 , 0.7749,0.7807,0.7558 และ 0.8678 ตามลำดับ สำหรับคะแนนจุดตัดของแบบทดสอบมีค่า 9,10,11,12,13 และ 13 ตามลำดับ

วิเคราะห์จุดบกพร่องที่นักเรียนตอบผิดในแบบทดสอบวินิจฉัยจากการทดสอบ ผลปรากฏว่า แบบทดสอบแต่ละฉบับมีจุดบกพร่องดังนี้

แบบทดสอบฉบับที่ 1 การเลื่อนแกนทางขนาน นักเรียนมีจุดบกพร่อง ดังนี้

1. ไม่เข้าใจพิกัดของจุดที่กำหนดให้บนแกนใหม่และบนแกนเดิม
2. ไม่เข้าใจเกี่ยวกับการบวกการลบจำนวนเต็ม บกพร่องเกี่ยวกับการเขียนสมการ

เพื่อหาค่า h , k

3. เข้าใจผิดเกี่ยวกับพิกัดของจุดกำเนิดใหม่
4. ไม่เข้าใจวิธีการจัดพหุนามที่กำหนดให้ ในรูปกำลังสองสมบูรณ์
5. บกพร่องเกี่ยวกับการใช้สมบัติความเท่ากันในระบบจำนวนจริง
6. ไม่เข้าใจในรูปกราฟของสมการพื้นฐาน
7. เขียนกราฟโดยวิธีแทนค่า x เพียงบางค่า
8. เขียนกราฟบนแกนเดิม โดยไม่ย้ายแกนไปที่จุดกำเนิดใหม่

แบบทดสอบฉบับที่2 วงกลม นักเรียนมีจุดบกพร่อง ดังนี้

1. สับสนความยาวของรัศมีวงกลม
2. แทนค่า h , k , r ลงในสมการวงกลมในรูปมาตรฐาน
3. ไม่เข้าใจในการหาลำดับสองของผลบวก ผลต่างของพหุนาม
4. ไม่เข้าใจในการใช้สมบัติความเท่ากันของจำนวนจริง
5. ไม่เข้าใจในการหาความยาวของรัศมีของวงกลม
6. บกพร่องการคิดคำนวณ
7. ไม่เข้าใจวิธีการหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด
8. ไม่เข้าใจการหาค่าพหุนามจากรูปกำลังสองของผลบวกหรือผลต่างให้อยู่ในรูป

กระจาย

9. สับสนในพิกัดของจุดศูนย์กลางของวงกลม
10. ความบกพร่องที่เกิดจากวิธีการทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์
11. ไม่จัดสมการให้อยู่ในรูปมาตรฐาน
12. ใช้วิธีการและกระบวนการผิด

แบบทดสอบฉบับที่3 พาราโบลา

1. ไม่เข้าใจพิกัดของโฟกัสของพาราโบลา ที่มีจุดยอดอยู่ที่ (0,0)
2. สับสนไคเรกตริกซ์พาราโบลา ที่มีจุดยอดอยู่ที่ (0,0)
3. ไม่เข้าใจแกนของของสมการพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่ (0,0)
4. สับสนทิศทางการเปิดของกราฟพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่ (0,0)
5. สับสนรูปแบบของพาราโบลา ที่มีจุดยอดอยู่ที่ (0,0)
6. สะเพร่าในการบวกและการคูณ
7. บกพร่องเกี่ยวกับการแทนค่า โดยใช้ - c แทน c
8. เข้าใจผิดเกี่ยวกับรูปแบบของสมการพาราโบลา ที่มีจุดยอดอยู่ที่ (0,0)
9. ไม่เข้าใจในพิกัดของจุดยอดของพาราโบลาที่มีสมการเป็น $(y - k)^2 = 4c(x - h)$
หรือ $(x - h)^2 = 4c(y - k)$
10. ไม่เข้าใจในพิกัดของโฟกัสของพาราโบลาที่มีสมการเป็น $(y - k)^2 = 4c(x - h)$
หรือ $(x - h)^2 = 4c(y - k)$
11. ไม่เข้าใจสมการไคเรกตริกซ์และแกนพาราโบลา ที่มีสมการเป็น
 $(y - k)^2 = 4c(x - h)$ หรือ $(x - h)^2 = 4c(y - k)$
12. ไม่เข้าใจในการแทนค่าคงที่ h , k , c ลงในสมการมาตรฐานของพาราโบลาที่มี
จุดยอดอยู่ที่ (h , k) และแกนของพาราโบลานานกับแกน x หรือ แกน y
13. ไม่เข้าใจทิศทางการเปิดของกราฟพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่ (h , k) และแกน
ของพาราโบลานานกับแกน x หรือ แกน y

แบบทดสอบฉบับที่4 วงรี นักเรียนมีจุดบกพร่อง ดังนี้

1. ไม่เข้าใจพิกัดของจุดยอดของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0) แกนเอกอยู่บน
แกน x หรือแกน y
2. ไม่เข้าใจพิกัดของโฟกัสของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0) แกนเอกอยู่บนแกน
x หรือแกน y
3. ไม่เข้าใจทิศทาง ความยาวแกนเอก แกนโทของสมการวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่
(0,0) แกนเอกอยู่บนแกน x หรือแกน y
4. ไม่เข้าใจสูตร $a^2 - c^2 = b^2$
5. สับสนในค่า a , b , c , a^2 , b^2
6. ไม่เข้าใจรูปแบบของสมการวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0,0) แกนเอกอยู่บน
แกน x หรือแกน y
7. บกพร่องเนื่องจากการจัดสมการให้สมมูลกัน
8. ไม่เข้าใจบทนิยามของวงรี
9. ไม่เข้าใจพิกัดของจุดศูนย์กลางและจุดยอดของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k)
และมีแกนเอกขนานกับแกน x หรือแกน y

10. ไม่เข้าใจพิกัดของโฟกัสของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) และมีแกนเอกขนานกับแกน x หรือแกน y
 11. ไม่เข้าใจความยาวแกนเอกและแกนโทของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) และมีแกนเอกขนานกับแกน x หรือแกน y
 12. ไม่เข้าใจวิธีการถอดรากที่สอง
 13. ไม่เข้าใจรูปแบบของสมการวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) และมีแกนเอกขนานกับแกน x หรือแกน y
 14. ไม่เข้าใจเรขาคณิตวิเคราะห์เบื้องต้นเกี่ยวกับเส้นตรงที่ลากขนานกับแกน x , แกน y
 15. ขาดความรอบคอบในการบวก การคูณจำนวน
 16. โจทย์ซับซ้อน หาค่า c จากระยะระหว่างจุดยอดและโฟกัส
- แบบทดสอบฉบับที่ 5 ไฮเพอร์โบลา นักเรียนมีจุดบกพร่อง ดังนี้
1. สับสนพิกัดของจุดยอดและโฟกัสของไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(0,0)$ แกนตามขวางอยู่บนแกน x หรือแกน y
 2. ไม่เข้าใจทิศทางและความยาวแกนตามขวาง แกนสังยุคของไฮเพอร์โบลา
 3. ใช้สูตร $c^2 - b^2 = a^2$ แสดงความสัมพันธ์ของ c^2, a^2, b^2
 4. ใช้สูตร $c^2 + b^2 = a^2$ แสดงความสัมพันธ์ของ c^2, a^2, b^2
 5. บกพร่องในการถอดรากที่สองของจำนวนจริง
 6. ไม่เข้าใจในรูปแบบของไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(0,0)$ แกนตามขวางอยู่บนแกน x หรือแกน y
 7. สับสนในการแทนค่า a, b, c ลงในสมการไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(0,0)$ แกนตามขวางอยู่บนแกน x หรือแกน y
 8. บกพร่องเกี่ยวกับการใช้สมบัติความเท่ากัน
 9. ไม่เข้าใจในพิกัดของจุดยอดของไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h,k) และแกนตามขวางอยู่บนแกน x หรือแกน y
 10. ไม่เข้าใจในพิกัดของโฟกัสของไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h,k) และแกนตามขวางอยู่บนแกน x หรือแกน y
 11. ใช้ $(-h,-k)$ แทนพิกัดของจุดศูนย์กลางของไฮเพอร์โบลาที่มีสมการเป็น
$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \text{ หรือ } \frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$
 12. ไม่เข้าใจในรูปแบบของไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h,k) และแกนตามขวางอยู่บนแกน x หรือแกน y
 13. ไม่เข้าใจเรขาคณิตวิเคราะห์เบื้องต้นเกี่ยวกับเส้นตรงที่ลากขนานกับแกน x
 14. ไม่เข้าใจกราฟของไฮเพอร์โบลามุมฉาก

15. เขียนกราฟโดยการแทนค่า x ไม่ครบถ้วน
16. เลื่อนกราฟที่เขียนขึ้นไปยังจุดกำเนิดใหม่ไม่ถูกต้อง
17. ไม่เลื่อนกราฟไปยังพิกัดของจุดกำเนิดใหม่

แบบทดสอบฉบับที่ 6 ชนิดของกราฟ

1. ไม่เข้าใจรูปแบบทั่วไปของภาคตัดกรวย
2. บกพร่องเกี่ยวกับการจัดสมการให้สมมูลกัน
3. ใช้วิธีการและกระบวนการผิด
4. สรุปชนิดของกราฟจากการพิจารณาเพียงบางส่วนของสมการ

จากงานวิจัยทั้งในต่างประเทศและในประเทศที่กล่าวมาข้างต้น จะพบว่า แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องที่พัฒนาขึ้นสามารถช่วยให้ครูผู้สอนหรือผู้วิจัยได้ทราบถึงข้อบกพร่องของผู้เรียนอย่างละเอียดในทุกด้านที่วัดตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งจะเป็นผลดีในด้านการให้การช่วยเหลือนักเรียนในส่วนที่ยังไม่เข้าใจ เพื่อให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีขึ้น

บทที่ 3

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาค้นคว้า ตามลำดับขั้นตอนต่อไปนี้

1. การกำหนดกลุ่มเป้าหมายที่ศึกษา
2. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
3. การสร้างและการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การจัดกระทำข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดกลุ่มเป้าหมายที่ศึกษา

กลุ่มเป้าหมายที่ศึกษาในครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2551 ภาคเรียนที่ 1 ที่มีผลการสอบประจำบทวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ไม่ผ่านเกณฑ์ 50 % จากคะแนนสอบประจำบท จำนวน 36 คน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ประกอบด้วย

1. แบบสอบถามเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเลขยกกำลัง ที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ
2. แบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ซึ่งใช้ภายหลังเสร็จสิ้นการเรียนการสอน จำนวน 15 ข้อ
3. แบบสัมภาษณ์นักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดเรื่อง เลขยกกำลัง

3. การสร้างและการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ

ขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ดำเนินการดังนี้

3.1 แบบสอบถามเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตร ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และขอบข่ายเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ จากหลักสูตรสถานศึกษา และศึกษาเนื้อหาหลักการทฤษฎีเกี่ยวกับเรื่อง “เลขยกกำลัง” ที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้ศึกษามาแล้ว จากตำราและเอกสารต่าง ๆ ได้แก่

- 1.1 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กระทรวงศึกษาธิการ
- 1.2 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กระทรวงศึกษาธิการ
- 1.3 คู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
- 1.4 คู่มือครูสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2. สร้างแบบสอบถามเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ที่คาดว่าจะมีปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ ให้สอดคล้องกับทฤษฎีหลักการ และครอบคลุมเนื้อหาที่นักเรียนได้ศึกษามาแล้ว ได้ข้อคำถามที่จะนำไปสอบถามผู้เรียนตามแบบสอบถาม ดังตาราง 1

ตาราง 1 แบบสอบถามเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ

เนื้อหาเรื่อง เลขยกกำลัง	ความคิดเห็น	
	เป็นปัญหา	ไม่เป็นปัญหา
1. ความหมายของเลขยกกำลัง		
2. สัญกรณ์วิทยาศาสตร์		
3. การดำเนินการของเลขยกกำลัง		
4. สมบัติของเลขยกกำลัง		
5. การนำเลขยกกำลังไปใช้		

3. นำแบบสอบถามเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ ไปสอบถามนักเรียนที่มีคะแนนสอบ

ประจำบทเรื่อง เลขยกกำลัง ไม่ผ่านเกณฑ์ 50 % จากคะแนนเต็ม จำนวน 36 คน ได้ผลปรากฏดังตาราง 2

ตาราง 2 ผลการสำรวจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ

เนื้อหาเรื่อง เลขยกกำลัง ที่เป็นปัญหา	ความถี่	คิดเป็นร้อยละของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่มีผลการสอบประจำบทไม่ผ่านเกณฑ์ 50 % จากคะแนนเต็ม
1. ความหมายของเลขยกกำลัง	20	55.56
2. สัญกรณ์วิทยาศาสตร์	33	91.67
3. การดำเนินการของเลขยกกำลัง	35	97.22
4. สมบัติของเลขยกกำลัง	30	83.33
5. การนำเลขยกกำลังไปใช้	34	94.44

4. นำผลการสำรวจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ มาสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง โดยเน้นเนื้อหาที่เป็นปัญหามากลำดับที่ 1 ถึง 3 คือ การดำเนินการของเลขยกกำลัง การนำเลขยกกำลังไปใช้ และสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ ตามลำดับ เพื่อศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดและสาเหตุของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะเป็นแนวทางในการแก้ไขปัญหาคิดรวบยอดที่ผิดพลาดที่พบต่อไป

3.2 แบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1. ศึกษาทฤษฎี หลักการที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ การวัดและประเมินผล จากหนังสือ เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู และหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ซึ่งจำแนกเนื้อหาสาระได้ 5 หน่วยการเรียนรู้ ดังนี้
 - 2.1 ความหมายของเลขยกกำลัง
 - 2.2 สัญกรณ์วิทยาศาสตร์
 - 2.3 การดำเนินการของเลขยกกำลัง
 - 2.4 สมบัติของเลขยกกำลัง
 - 2.5 การนำเลขยกกำลังไปใช้

3. สร้างตารางวิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมโดยวิเคราะห์จากเนื้อหาและผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของหลักสูตรสถานศึกษา เรื่อง เลขยกกำลัง ดังตาราง 3

ตาราง 3 วิเคราะห์เนื้อหา พฤติกรรมการเรียน และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง

เนื้อหา	พฤติกรรมการเรียน	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
1. ความหมายของเลขยกกำลัง	ความจำ ความเข้าใจ	1. นักเรียนสามารถเขียนเลขยกกำลังที่กำหนดให้ในรูปของการคูณของจำนวนได้ 2. นักเรียนสามารถเขียนจำนวนที่กำหนดให้ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้
2. สัญกรณ์วิทยาศาสตร์	ความเข้าใจ ความเข้าใจ	3. นักเรียนสามารถเขียนแสดงจำนวนที่มีค่าน้อย ๆ หรือมาก ๆ ในรูป $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็มได้ 4. นักเรียนสามารถบวก ลบ คูณ และหาร จำนวนที่อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์อย่างง่ายได้
3. การดำเนินการของเลขยกกำลัง	นำไปใช้ นำไปใช้	5. นักเรียนสามารถหาผลคูณของเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้ 6. นักเรียนสามารถหาผลหารของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้
4. สมบัติของเลขยกกำลัง	นำไปใช้ วิเคราะห์	7. นักเรียนสามารถเขียนเลขยกกำลัง $(a^m)^n$ ให้อยู่ในรูป a^{mn} $(ab)^n$ ให้อยู่ในรูป $a^n b^n$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ ให้อยู่ในรูป $\frac{a^n}{b^n}$ 8. นักเรียนสามารถหาผลคูณหรือผลหารของเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนหลาย ๆ จำนวนได้
5. การนำเลขยกกำลังไปใช้	วิเคราะห์ วิเคราะห์	9. นักเรียนสามารถเปรียบเทียบเลขยกกำลังที่กำหนดให้ 10. นักเรียนสามารถใช้สมบัติของเลขยกกำลังในการแก้ปัญหาได้

4. สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง โดยเน้นเนื้อหาที่เป็นปัญหามากลำดับที่ 1 ถึง 3 เป็นข้อสอบอัตนัยแบบเติมคำแสดงเหตุผล จำนวน 4 ข้อ และแสดงวิธีคิดของคำตอบ จำนวน 16 ข้อ ใช้เวลาในการทำ 90 นาที

5. กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวินิจฉัย การตรวจคำตอบที่เป็นอัตนัย ซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้ตรวจให้คะแนนที่ละเอียดถี่ถ้วนเนื่องจาก คำตอบและเหตุผลที่นักเรียนแสดงออกมามีความสอดคล้องมากน้อยเพียงใด โดยผู้ทำวิจัยได้ตั้งเกณฑ์การให้คะแนนดังตาราง 4

ตาราง 4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง

รายการประเมิน	เกณฑ์การพิจารณา	ระดับคะแนน
เติมคำตอบ	- เติมคำตอบผิดหรือไม่เติมคำตอบ	0
	- เติมคำตอบถูกต้อง	1
การให้เหตุผล	- แสดงเหตุผลผิดหรือไม่เติมเหตุผล	0
	- แสดงเหตุผล ถูกต้องเกินครึ่งหนึ่ง	0.5
	- ให้เหตุผลถูกต้องครบถ้วน	1
การแสดงวิธีทำ	- เขียนแสดงวิธีคิดผิด หรือไม่เขียนแสดงวิธีคิด	0
	- เขียนแสดงวิธีคิดโดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการ และอธิบายสรุปคำตอบได้เพียงบางส่วน	1
	- เขียนแสดงวิธีคิดโดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการ และอธิบายสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง	2

6. นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้น เสนออาจารย์ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่านตรวจสอบความถูกต้อง ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) และการใช้ภาษาที่เหมาะสม โดยกำหนดเกณฑ์ดัชนีความสอดคล้อง (IOC.) หรือความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป แล้วนำแบบทดสอบมาแก้ไขปรับปรุงภายใต้การดูแลของอาจารย์ที่ปรึกษา

7. นำแบบทดสอบที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้ (Try Out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนมัธยมวัดมกุฏกษัตริย์ ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน ตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ และนำผลที่ได้มาวิเคราะห์หาค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก เป็นรายข้อ แล้วทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีดัชนีความยากอยู่ระหว่าง 0.2 – 0.8 และดัชนีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20–1.00 ได้ข้อสอบที่มีดัชนีความยากอยู่ระหว่าง 0.23 – 0.75 และดัชนีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.30–1.00

8. นำแบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ที่ถูกคัดเลือกและถูกปรับปรุงในข้อ 7 มาสร้างเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เรื่องเลขยกกำลัง

ฉบับสมบูรณ์ เป็นแบบเดิมค่าแสดงเหตุผล จำนวน 3 ข้อ และแสดงวิธีคิดของคำตอบ จำนวน 12 ข้อ ใช้เวลาทำแบบทดสอบ 90 นาที

9. นำแบบสอบในข้อ 8 ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน เพื่อหาความเชื่อมั่น (Reliability) โดยใช้วิธีของครอนบัก ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.73

10. นำแบบทดสอบฉบับสมบูรณ์แล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง เพื่อศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดและสาเหตุของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ต่อไป

3.3 แบบสัมภาษณ์นักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางการเรียนเรื่อง เลขยกกำลัง
มีลักษณะเป็นเอกสารคำถามสำหรับนักเรียนที่ทำข้อสอบผิดในแต่ละข้อ หรือมีขั้นตอนกระบวนการคิดผิด แต่คำตอบถูก มีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. ศึกษาข้อคำถาม หลักการ ทฤษฎีเกี่ยวกับการตั้งคำถามในการสัมภาษณ์นักเรียนจากตำรา เอกสารต่างๆที่เกี่ยวข้อง

2. ผู้วิจัยสร้างข้อคำถาม สำหรับการสัมภาษณ์นักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ให้สอดคล้องกับ หลักการ ทฤษฎีเกี่ยวกับการตั้งคำถาม ครอบคลุมเนื้อหา จุดมุ่งหมาย และแนวคิดในแต่ละข้อที่ผู้วิจัยที่ต้องการศึกษา

3. นำแบบสัมภาษณ์ที่สร้างขึ้นไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อพิจารณา ความสอดคล้องเหมาะสม และนำข้อคำถามมาปรับปรุงแก้ไข โดยกำหนดว่ามีดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป ถือว่ามีความเที่ยงตรงเชิงประจักษ์

4. นำแบบสัมภาษณ์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วนำมาสร้างเป็นแบบสัมภาษณ์ฉบับสมบูรณ์ สำหรับสัมภาษณ์นักเรียนที่ทำข้อสอบผิด ในแต่ละข้อหรือมีขั้นตอนกระบวนการคิดผิด แต่คำตอบถูก เพื่อศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดและสาเหตุของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ดังตาราง 5

ตาราง 5 แบบสัมภาษณ์นักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง
เลขยกกำลัง

แบบสัมภาษณ์นักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง

ชื่อผู้ให้สัมภาษณ์ _____ ชั้น _____
เวลาเริ่มสัมภาษณ์ _____ วันที่สัมภาษณ์ _____
ชื่อผู้สัมภาษณ์ _____

แนวทางการสัมภาษณ์

1. เริ่มสนทนา

- 1.1 อธิบายวัตถุประสงค์ของการสัมภาษณ์
- 1.2 ขออนุญาตบันทึกเทป/จดบันทึกการสัมภาษณ์

2. สัมภาษณ์

- 2.1 คำตอบที่นักเรียนตอบนักเรียนมีกระบวนการคิดอย่างไร ทำไมจึงได้คำตอบแบบนี้
- 2.2 โจทย์ข้อนี้นักเรียนต้องมีความรู้พื้นฐานในเรื่องใดบ้าง นอกเหนือจากต้องรู้เรื่องเลขยกกำลัง
- 2.3 สมบัติของเลขยกกำลังใดบ้างที่ถูกนำมาใช้ในการคำนวณในข้อนี้
- 2.4 เหตุผลประกอบการคิดนักเรียนจำทฤษฎีหรือหลักการได้หรือไม่
- 2.5 นักเรียนคิดว่าอะไรเป็นปัญหาในการคิดโจทย์ข้อนี้

4. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลในการศึกษาค้นคว้า ตามลำดับดังนี้

1. สืบหาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเลขยกกำลัง ที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียนโดยใช้แบบสอบถามเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ สืบหาจากประชากร จำนวน 36 คน
2. นำเนื้อหาที่นักเรียนเป็นปัญหามากที่สุด 3 ลำดับแรกเป็นเนื้อหาหลัก มาสร้างเป็นเครื่องมือในการวินิจฉัยความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดและสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ สร้างเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ฉบับสมบูรณ์ เป็นแบบเติมคำแสดงเหตุผล จำนวน 3 ข้อ และแสดงวิธีคิดของคำตอบ จำนวน 12 ข้อ ใช้เวลาทำแบบทดสอบ 90 นาที ซึ่งครอบคลุมเนื้อหาของเลขยกกำลัง

3. นำแบบทดสอบอัตโนมัติในข้อ 2 ซึ่งหาค่าอำนาจจำแนก ค่าความยาก และค่าความเชื่อมั่นแล้ว นำไปทดสอบกับนักเรียนที่มีผลการสอบประจำบทของวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เลขยกกำลัง ไม่ผ่านเกณฑ์ 50 % จากคะแนนเต็ม จำนวน 36 คน ในข้อ 1

4. ผู้ทำการวิจัยทำการตรวจแบบทดสอบด้วยตนเองทีละข้อ แล้วทำการสอบสัมภาษณ์นักเรียนที่ทำข้อสอบผิดหรือมีขั้นตอนกระบวนการคิดที่ผิดแต่ได้คำตอบถูก ในแต่ละข้อ เป็นรายบุคคล เพื่อวิเคราะห์หาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์และสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และตามลักษณะของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด

5. นำผลการทดสอบที่ได้มาวิเคราะห์หาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ และสาเหตุของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง แล้วนำมาทำตารางแยกตามหน่วยการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และตามลักษณะของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด และนำคะแนนมาวิเคราะห์หาค่าสถิติร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

5. การจัดกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล

ศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์และสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ โดยวิเคราะห์และนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลในรูปจำนวนและร้อยละของนักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด ตามลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด ตามเนื้อหาสาระ และในแต่ละผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง (นำเสนอข้อมูลโดยใช้ตาราง)

ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. ศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ โดยใช้ สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ร้อยละ

2. ศึกษาสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ โดยใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ร้อยละ

3. ศึกษาจำนวนและร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง เลขยกกำลัง ในแต่ละผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จำแนกตามลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดโดยใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ร้อยละ

4. ศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในแต่ละผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง โดยใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

6.1 สถิติพื้นฐาน ได้แก่

1) ค่าร้อยละ (Percentage) (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2546 : 269)

จากสูตร

$$p = \frac{f}{n} \times 100$$

เมื่อ p แทน ร้อยละ
 f แทน ความถี่ที่ต้องการแปลงให้เป็นร้อยละ
 n แทน จำนวนความถี่ทั้งหมด

2) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2546 : 269)

จากสูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
 $\sum x$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดในกลุ่ม
 n แทน จำนวนคนทั้งหมดในกลุ่ม

3) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2546 : 269)

จากสูตร

$$s = \sqrt{\frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ s แทน ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 $\sum x^2$ แทน ผลรวมของกำลังสองของคะแนน
 $\sum x$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดในกลุ่ม
 N แทน จำนวนประชากร

6.2 สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่

1) หาค่าความเที่ยงตรงเชิงประจักษ์ (IOC) (พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2540 : 117)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับลักษณะพฤติกรรม
 $\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญเนื้อหาทั้งหมด
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2) หาค่าความยาก (P_E) และอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบแบบอัตนัย

(ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2539 : 199 - 200)

$$\text{หาค่าความยาก } (P_E) = \frac{S_u + s_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

$$\text{หาค่าอำนาจจำแนก } (D) = \frac{s_u - s_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ P_E แทน ดัชนีความยาก
 S_u แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
 s_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
 N แทน จำนวนผู้ที่เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
 $X_{\max}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
 $X_{\min}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

3) ค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบแบบอัตนัย โดยใช้วิธี

ของครอนบัค (Cronbach Formula) (พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2540 : 125 - 126)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right]$$

เมื่อ α แทน สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
 n แทน จำนวนข้อในแบบทดสอบ
 s_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนแต่ละข้อ
 s_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนทั้งฉบับ

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลจากการศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง และนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลในครั้งนี้ เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

$\bar{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ยเลขคณิต

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดในกลุ่ม

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดและสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ โดยใช้แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง จำนวน 15 ข้อ เป็นแบบเติมคำตอบ 3 ข้อ และแบบแสดงวิธีทำ 12 ข้อ และแบบสัมภาษณ์นักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็น 4 ตอน ดังนี้

1. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ
2. สาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ
3. จำนวนและร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ในแต่ละผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จำแนกตามลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด
4. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนแบบทดสอบวินิจฉัย ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ในแต่ละผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ

1. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ในแต่ละ
หน่วยการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ

ตาราง 6 ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ

หน่วยการเรียนรู้	ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง	จำนวน นักเรียน	ร้อยละ
1. ความหมายของ เลขยกกำลัง	– ไม่สามารถบอกความหมายของเลขยกกำลังได้ ถูกต้องคือ $a^n = a \times a \times \dots \times a$ จำนวน n ตัว แต่ นักเรียนใช้คำว่า n ครั้ง ทำให้การคำนวณผิดพลาด	15	41.67%
2. สัญกรณ์ วิทยาศาสตร์	– ไม่สามารถเขียนสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ได้เพราะใช้การ เลื่อนจุดทศนิยมมาคำนวณปรากฏว่านักเรียนมีความ เข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการเขียนจำนวนให้อยู่ใน รูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ ดังนี้ $0.0000000128 = (0.128)^{-10}$ – สับสนการเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์ วิทยาศาสตร์ โดยดำเนินการดังนี้ $(8 \times 10^6) + (5 \times 10^6) - (4 \times 10^6) = 80^6 + 50^6 - 40^6$ – สับสนเกี่ยวกับสมบัติการแจกแจงคือ $(8 \times 10^6) + (5 \times 10^6) - (4 \times 10^6)$ $= (8 + 5 - 4) \times (10^6 + 10^6 - 10^6)$	6 4 4	16.67% 11.11% 11.11%
3. การดำเนินการ ของเลขยกกำลัง	– สับสนสมบัติของเลขยกกำลังคือ 1. $(-2)^8 = 2^{-8}$ 2. $(-2)^8 = \frac{1}{2^8}$ 3. $2^3 = (-2)^3$ 4. $2^6 \times (-2)^8 \times 2^3 = (-2)^{17}$ 5. $2^9 \times (-2)^8 = -4^{17}$	12	33.33%

ตาราง 6 (ต่อ)

หน่วยการเรียนรู้	ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง	จำนวน นักเรียน	ร้อยละ
3. การดำเนินการ ของเลขยกกำลัง (ต่อ)	– เข้าใจผิดเกี่ยวกับสมบัติการหารเลขยกกำลัง คือ นักเรียนนำฐานมาหารกันนำเลขชี้กำลังมาลบกันดัง ตัวอย่าง $1. \frac{4^6}{4^{-2}} = \left(\frac{4}{4}\right) \cdot (6-4)$ $= 1^4$ $2. \frac{4^6}{4^{-2}} = \left(\frac{4}{4}\right)^{6-(-2)}$ $= 1^8$ – เข้าใจผิดนิยามของเลขยกกำลังคือ $\frac{4^6}{4^{-2}} = \frac{24}{-8}$ นักเรียนเข้าใจว่า $4^6 = 4 \times 6$ และ $4^{-2} = 4 \times (-2)$	3	8.33%
4. สมบัติของ เลขยกกำลัง	– สับสนในการเขียนแสดงการใช้สมบัติของเลขยก กำลังทำให้มีการคำนวณผิดพลาดคือ $(-5xy)^4 = -5^4 \times^4 y^4$ – ไม่สามารถใช้สมบัติ $(a^m)^n = a^{mn}$ เมื่อ a เป็น จำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ m และ n เป็นจำนวนเต็ม โดยนักเรียนนำเลขชี้กำลังมาบวกกันเพราะนักเรียน สับสนกับสมบัติของการคูณเลขยกกำลัง $a^m \times a^n = a^{m+n} \text{ คือ}$ $\left(\frac{a^2 b^{-3}}{a^{-4} b^5}\right)^{-2} = \frac{ab^{-5}}{a^{-6} b^3}$ – ไม่สามารถนำสมบัติ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ เมื่อ a เป็น จำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ m และ n เป็นจำนวนเต็ม คือ $\left(\frac{a^2 b^{-3}}{a^{-4} b^5}\right)^{-2} = (a^{2-4} b^{-3-5})^{-2}$	5 2 9	13.89% 5.56% 25%

ตาราง 6 (ต่อ)

หน่วยการเรียนรู้	ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง	จำนวน นักเรียน	ร้อยละ
4. สมบัติของ เลขยกกำลัง (ต่อ)	– สับสนในการใช้นิยามของเลขยกกำลังคือ $\left(\frac{a^2 b^{-3}}{a^{-4} b^5} \right)^{-2} = \left(\frac{a^2 b^{-3}}{a^{-4} b^5} \right) \left(\frac{a^2 b^{-3}}{a^{-4} b^5} \right)$	3	8.33%
5. การนำเลข ยกกำลังไปใช้	– สับสนในนิยามเลขยกกำลังจึงทำให้ไม่สามารถ เปรียบเทียบเลขยกกำลังได้ – เข้าใจผิดว่า $-2^{2-2} = -2^0 = -2$ – เข้าใจผิดว่า $(-2)^2 = -2^2 = 4$ หรือ $(-3)^2 = 6$ – เข้าใจผิดว่า $-2^{2-2} = 2^0$ แล้วไม่ต้องเขียนตัดทิ้งได้ – เข้าใจผิดว่า $-(-3)^2 = 3^2$ ทำให้คำนวณผิด ตาม ตัวอย่าง ดังนี้ $\frac{-(-3)^2}{3^2} = 3^{2-3}$ – เข้าใจผิดว่า $a^{-n} = -na$ ทำให้ได้ว่า $2^{-1} = -2$ – เข้าใจนิยามแต่ไม่สามารถนำสมบัติของเลขยกกำลัง ที่ว่า $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ มาประยุกต์ใช้ได้ มีข้อผิดพลาดดังนี้ $3^2 - 3^{-1} = 3^{2-1}$ – เข้าใจผิดว่า $(a^m + b^p)^n = a^{m+n} + b^{p+n}$ เนื่องจากคิดว่าเหมือนกันกับ $(a^m b^p)^n = a^{mn} b^{pn}$ – เข้าใจผิดว่า $a^{-n} + b^{-n} = (a+b)^{(-n)+(-n)}$ ทำให้ได้ว่า $2^{-1} + 5^{-1} = 7^{-2}$ – เข้าใจผิดว่า $(a+b)^n = a^n + b^n$ ทำให้ได้ว่า $(2^{-1} + 5^{-1})^{-1} = 2^1 + 5^1 = 7$ – สับสนระหว่างการหารกับการแจกแจงหรือการดึงตัว ร่วมทำให้ใช้กระบวนการคิดหาคำตอบไม่ถูกต้อง โดย นำฐานของเลขยกกำลังมาลบกัน นำเลขชี้กำลังมาบวก กัน ดังนี้ $\frac{3^{n+4} - 3^{n+1}}{3^{n+2}} = 3^2 - 3^{n+1}$	2 2 9 1 1 2 1 1 8 11 3	5.56% 5.56% 25% 2.78% 2.78% 5.56% 2.78% 2.78% 22.22% 30.56% 8.33%

ตาราง 6 (ต่อ)

หน่วยการเรียนรู้	ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง	จำนวน นักเรียน	ร้อยละ
5. การนำเลข ยกกำลังไปใช้ (ต่อ)	– สืบสนการใช้สมบัติการคูณเลขยกกำลัง $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ โดยนำฐานของเลขยกกำลังมาคูณกัน ดังนี้ $\frac{18 \times 2^{-n} \times 2^{3n}}{9 \times 2^{-n}} = \frac{36^{-2n} \times 2^{3n}}{18^{-n}}$ – สืบสนระหว่างการบวกและการหารเลขยกกำลัง เช่น $\frac{2 \times 2^{-2n} \times 2^{3n}}{2^{-n}} = 2^{-n} \times 2^{-2n+n} \times 2^{-2n+3n}$	7 1	19.44% 2.78%

จากตาราง 6 พบว่า นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง เรียงลำดับจากมากไปหาน้อย ในแต่ละเรื่อง ตามลำดับ ได้แก่ การนำเลขยกกำลังใช้ คิดเป็นร้อยละ 55.56 สมบัติของเลขยกกำลัง คิดเป็นร้อยละ 52.78 การดำเนินการของ เลขยกกำลัง คิดเป็นร้อยละ 49.99 ความหมายของเลขยกกำลัง คิดเป็นร้อยละ 41.67 และสัญกรณ์ วิทยาศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 38.89

เมื่อพิจารณารายละเอียดของลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง เลขยกกำลัง เรียงลำดับความถี่จากมากไปน้อย ดังนี้

1. **การนำเลขยกกำลังไปใช้** ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมาก ลำดับที่ 1 คือ นักเรียนมีการคำนวณผิดพลาด เพราะมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในสมบัติของเลขยกกำลัง กรณี ต่าง ๆ คิดเป็นร้อยละ 30.56 ลำดับที่ 2 คือสืบสนในนิยามของเลขยกกำลังที่ฐานของเลขยกกำลัง เป็นจำนวนเต็มลบ คิดเป็นร้อยละ 25 และลำดับที่ 3 คือสืบสนในการใช้สมบัติการคูณเลขยกกำลัง โดยนำฐานของเลขยกกำลังมาบวกกัน คิดเป็นร้อยละ 22.22

2. **สมบัติของเลขยกกำลัง** ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมาก ลำดับที่ 1 คือ นักเรียนสืบสนในการนำสมบัติของการหารเลขยกกำลัง มาใช้ในการแก้ปัญหาคิดเป็นร้อยละ 25 ลำดับที่ 2 คือสืบสนในการเขียนแสดงการใช้สมบัติของเลขยกกำลัง ทำให้มีการคำนวณผิดพลาด คิด เป็นร้อยละ 13.89 และลำดับที่ 3 คือสืบสนในการใช้นิยามของเลขยกกำลัง คิดเป็นร้อยละ 8.33

3. **การดำเนินการของเลขยกกำลัง** ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมาก มี 2 ลำดับ ได้แก่ ลำดับที่ 1 คือนักเรียนสืบสนสมบัติของเลขยกกำลัง คิดเป็นร้อยละ 33.33 และลำดับ ที่ 2 มี 2 ลักษณะคือเข้าใจผิดเกี่ยวกับสมบัติการหารเลขยกกำลังคือนักเรียนนำฐานมาหารกันนำ เลขชี้กำลังมาลบกัน และเข้าใจนิยามของเลขยกกำลังผิด คิดเป็นร้อยละ 8.33

4. ความหมายของเลขยกกำลัง ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมีเพียงข้อเดียว คือไม่สามารถบอกความหมายของเลขยกกำลังได้ถูกต้อง คือ $a^n = a \times a \times \dots \times a$ จำนวน n ตัว แต่ใช้คำว่า n ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 41.67

5. สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมาก มี 2 ลำดับ ได้แก่ ลำดับที่ 1 คือนักเรียนไม่สามารถเขียน สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ได้ และมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 16.67 และลำดับ ที่ 2 มี 2 ลักษณะคือสับสนในการเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ และสับสนเกี่ยวกับสมบัติการแจกแจง คิดเป็นร้อยละ 11.11

ในภาพรวมพบว่า นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียน ที่สำคัญในแต่ละเรื่อง ได้แก่ การสับสนในบทนิยามของเลขยกกำลัง มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับสมบัติต่าง ๆ ของเลขยกกำลัง และไม่สามารถนำสมบัติต่าง ๆ ของเลขยกกำลังมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้ เป็นต้น

2. สาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ

ตาราง 7 สาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ

หน่วยการเรียนรู้	สาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง	จำนวน นักเรียน	ร้อยละ
1. ความหมายของ เลขยกกำลัง	– นักเรียนไม่สามารถเขียนจำนวนที่กำหนดให้ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวกได้เพราะว่านักเรียนหารสั้นไม่เป็น ไม่รู้ว่าจะเปลี่ยนจำนวนเป็นเลขยกกำลังโดยวิธีใด เช่น $128 = 128$, $-125 = -125$	17	47.22%
2. สัญกรณ์ วิทยาศาสตร์	– นักเรียนไม่สามารถเขียนแสดงจำนวนที่มีค่าน้อย ๆ หรือมาก ๆ ในรูป $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็มได้ เพราะนักเรียนไม่รู้ว่าจะเริ่มคำนวณตรงไหนก่อนดี	14	38.89%

ตาราง 7 (ต่อ)

หน่วยการเรียนรู้	สาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด ที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง	จำนวน นักเรียน	ร้อยละ
2. สัญกรณ์ วิทยาศาสตร์ (ต่อ)	– นักเรียนจัดรูป $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็น จำนวนเต็มไม่เป็น เพราะไม่เข้าใจเรื่องค่าประจำตำแหน่ง ของทศนิยม คือ $0.0000000128 = 128 \times 10^{-10}$	10	27.76%
	– นักเรียนเปลี่ยนเศษส่วนเป็นทศนิยมได้ไม่ถูกต้อง	2	5.56%
	– นักเรียนสับสนการเปลี่ยนจำนวนที่อยู่ในรูปสัญกรณ์ วิทยาศาสตร์เป็นจำนวน คือ $8 \times 10^6 = 0.0000008$ เพราะ จำสิ่งที่ครูสอนผิดเกี่ยวกับการเลื่อนจุดทศนิยมตามค่า n ของ 10^n โดยเลื่อนไปข้างหน้า เมื่อ n เป็นจำนวนบวก และนับถอยหลังเมื่อ n เป็นจำนวนลบ	5	13.89%
	– นักเรียนไม่เข้าใจเกี่ยวกับสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ สัญลักษณ์ $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวน เต็ม จึงไม่สามารถนำมาประยุกต์ใช้แก้ปัญหาโจทย์ได้	11	30.56%
	– นักเรียนไม่สามารถบวก ลบ คูณ และหาร จำนวนที่ อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์อย่างง่ายได้ คือ นักเรียน เปลี่ยนจากสัญกรณ์วิทยาศาสตร์เป็นจำนวนเต็มได้แต่ เปลี่ยนจำนวนกลับเป็นสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ไม่ได้	4	11.11%
3. การดำเนินการ ของเลขยกกำลัง	– นักเรียนไม่สามารถหาผลคูณของเลขยกกำลังได้ และ ไม่รู้ว่าจะต้องทำอะไรในขั้นตอนต่อไป คือ $64 \times (-2)^8 \times 8 = 2^6 \times (-2)^8 \times 2^3$ เพราะ 1. นักเรียนไม่ทราบว่า $(-2)^8 = 2^8$ 2. นำสมบัติ $a^m \times a^n = a^{m+n}$ มาใช้ไม่เป็น	8	22.22%
	– นักเรียนขาดความรอบคอบในการบวก ลบจำนวนเต็ม	1	2.78%
	– นักเรียนไม่เข้าใจคำถาม (เป็นผลสำเร็จคืออะไร) จึงทำ ให้หาค่าของเลขยกกำลังเป็นจำนวนเต็มไม่ถูกต้องดังนี้ 1. $(-2)^8 = -256$ 2. $(-2)^8 = -192$ 3. $(-2)^8 = 176$ 4. $(-2)^8 = -56$	15	41.67%

ตาราง 7 (ต่อ)

หน่วยการเรียนรู้	สาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด ที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง	จำนวน นักเรียน	ร้อยละ
3. การดำเนินการของ เลขยกกำลัง (ต่อ)	– นักเรียนไม่สามารถหาผลหารของเลขยกกำลังที่มี เลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มลบได้ คือ $\frac{4^6}{4^{-2}} = 4^{6-2}$ $= 4^4$ เพราะขาดความรอบคอบในการคำนวณ – นักเรียนไม่สามารถลบจำนวนเต็มลบได้ คือ $4^{6-(-2)} = 4^4$	11	30.56%
4. สมบัติของ เลขยกกำลัง	– นักเรียนไม่สามารถนำสมบัติเลขยกกำลังยกกำลังมา ใช้ได้ เพราะสับสนนิยาม คือ $1. (-5xy)^4 = 625xy$ $2. (-5xy)^4 = -20xy$ – นักเรียนไม่สามารถดำเนินการในระบบจำนวนเต็มได้ ถูกต้อง $1. (-5xy)^4 = 375x^4y^4$ $2. (-5xy)^4 = -125x^4y^4$ – นักเรียนขาดความรอบคอบในการแก้ปัญหาคือ ไม่ได้สังเกตการใส่วงเล็บของโจทย์ $(2a)(2a)^3(2a^5) = (2a)^{1+3+5}$ $= (2a)^9$ – นักเรียนแก้ปัญหาคือไม่ถูกต้องเพราะไม่รู้ว่าจะ แก้ปัญหาคือจากตรงไหนก่อน – นักเรียนบวก ลบ จำนวนเต็มไม่ถูกต้อง คือ $1. b^{-3-5} = b^8$ $2. a^{2-(-4)}b^{-3-5} = a^{-6}b^2$ – นักเรียนขาดความรอบคอบในการแก้ปัญหาคือ $\left(\frac{a^2b^{-3}}{a^{-4}b^5}\right)^{-2} = (a^{2-(-4)}b^{3-5})^{-2}$	9 7 16 6 9 1	25% 19.44% 44.44% 16.67% 25% 2.78%

ตาราง 7 (ต่อ)

หน่วยการเรียนรู้	สาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด ที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง	จำนวน นักเรียน	ร้อยละ
4. สมบัติของ เลขยกกำลัง (ต่อ)	– นักเรียนไม่รู้อาจจะเริ่มคำนวณจากไหนก่อนเพราะ สับสนไม่สามารถนำสมบัติต่าง ๆ มาประยุกต์ใช้เพื่อปัญหา ได้	8	22.22%
5. การนำเลขยก กำลังไปใช้	– นักเรียนไม่สามารถสามารถเปรียบเทียบเลขยกกำลัง ได้เพราะนักเรียนสับสนนิยามเลขยกกำลัง	2	5.56%
	– นักเรียนไม่สามารถคุณทศนิยมได้และนอกจากนี้ นักเรียนเปรียบเทียบทศนิยมไม่เป็น	20	55.56%
	– นักเรียนไม่สามารถคุณเศษส่วนได้และนอกจากนี้ นักเรียนเปรียบเทียบเศษส่วนไม่เป็น	16	44.44%
	– นักเรียนสับสนเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็มลบ	3	8.33%
	– นำสมบัติเลขยกกำลัง เช่น $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $a^0 = 1$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ไปใช้ในการแก้ปัญหาไม่ได้	2	5.56%
	– เปลี่ยนจำนวนให้อยู่ในรูปเลขยกกำลังได้ แต่ใช้สมบัติ ของเลขยกกำลังเพื่อดำเนินการต่อไปไม่ได้	2	5.56%
	– ไม่สามารถแสดงการแก้ปัญหาตั้งแต่เริ่มต้นได้ เพราะ สับสนในบทนิยามและสมบัติของเลขยกกำลัง	17	47.22%
	– เข้าใจสมบัติของการหารเลขยกกำลัง $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ แต่หาผลลบของพหุนามที่เป็นเลขชี้กำลังไม่ถูกต้อง ดังนี้ $3^{(n+4)-(n+2)} - 3^{(n+1)-(n+2)} = 3^{n+2} - 3^{n+1}$	1	2.78%
	– ไม่เข้าใจการบวก ลบ คูณ และหารเศษส่วน	2	5.56%
	– นำความรู้เรื่องการลบเศษส่วนมาใช้ได้ (โดยการแยก ส่วน) แต่ไม่สามารถนำสมบัติการหารของเลขยกกำลัง มาแก้ปัญหาโจทย์ต่อได้	1	2.78%
	– ขาดความรอบคอบในการแก้ปัญหาโจทย์ ว่าเป็นการ คูณหรือการหาร การบวกหรือการลบ ดังนี้ $3^{(n+4)-(n+2)-(n+1)} = 3^{-(n+1)}$ และ $-3^{n+1} = 3^{-(n+1)}$	3	8.33%

ตาราง 7 (ต่อ)

หน่วยการเรียนรู้	สาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด ที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง	จำนวน นักเรียน	ร้อยละ
5. การนำเลข ยกกำลังไปใช้ (ต่อ)	– นักเรียนไม่สามารถนำการบวก ลบพหุนามมาใช้ได้	4	11.11%
	– นักเรียนไม่สามารถคำนวณได้ เพราะไม่รู้ว่าจะ คำนวณจากไหนก่อนดี และมีการคำนวณผิด	20	55.56%
	– ไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ได้ เข้าใจผิดว่า ถ้า $(-3)^2 = 3^2$ แล้วได้ว่า $(-3)^3 = 3^3$ ทำได้เช่นเดียวกัน	1	2.78%
	– นักเรียนไม่สามารถนำสมบัติของเลขยกกำลังไปใช้ ในการแก้สมการเลขยกกำลังได้	27	75%

จากตาราง 7 พบว่า สาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ที่สำคัญ ในแต่ละเรื่อง มีดังนี้

1. ความหมายของเลขยกกำลัง (ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 1 และ 2) ได้แก่

1.1 นักเรียนอธิบายความหมายของเลขยกกำลังผิดพลาด คือ $a^n = a \times a \times \dots \times a$
จำนวน n ตัว แต่ใช้คำว่า n ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 41.67

1.2 นักเรียนไม่สามารถเขียนจำนวนที่กำหนดให้ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็น
จำนวนเต็มบวกได้เพราะใช้วิธีหารสั้นไม่เป็น คิดเป็นร้อยละ 47.22

2. สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ (ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 3 และ 4) ได้แก่

2.1 นักเรียนไม่สามารถเขียนแสดงจำนวนที่มีค่าน้อยๆหรือมากๆในรูป $A \times 10^n$ เมื่อ
 $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็มได้ คิดเป็นร้อยละ 38.89

2.2 นักเรียนจัดรูป $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็มไม่เป็น เพราะ
ไม่เข้าใจเรื่องค่าประจำตำแหน่งของทศนิยม คิดเป็นร้อยละ 27.76

2.3 นักเรียนใช้การเลื่อนจุดทศนิยมมาคำนวณปรากฏว่านักเรียนมีความเข้าใจ
คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 16.67

2.4 นักเรียนเปลี่ยนเศษส่วนเป็นทศนิยมได้ไม่ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 5.56

2.5 นักเรียนไม่เข้าใจเกี่ยวกับสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ จึงไม่สามารถนำมาประยุกต์ใช้
แก้ปัญหาโจทย์ได้ คิดเป็นร้อยละ 30.56

2.6 นักเรียนสับสนการเปลี่ยนจำนวนที่อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์เป็นจำนวน คิด
เป็นร้อยละ 13.89

2.7 นักเรียนไม่สามารถบวก ลบ คูณ และหารจำนวนที่อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ได้ สืบสนในการเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์และการใช้สมบัติการแจกแจง คิดเป็นร้อยละ 11.11

3. การดำเนินการของเลขยกกำลัง (ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 5 และ 6) ได้แก่

- 3.1 นักเรียนไม่สามารถหาผลคูณของเลขยกกำลังได้ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 41.67
- 3.2 นักเรียนสืบสนกับสมบัติของเลขยกกำลัง คิดเป็นร้อยละ 33.33
- 3.3 นักเรียนไม่สามารถหาผลคูณของเลขยกกำลังได้ คิดเป็นร้อยละ 22.22
- 3.4 นักเรียนขาดความรอบคอบในการ บวก ลบ จำนวนเต็ม คิดเป็นร้อยละ 2.78
- 3.5 นักเรียนไม่สามารถหาผลหารของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มลบได้ คิดเป็นร้อยละ 30.56

4. สมบัติของเลขยกกำลัง (ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 7 และ 8) ได้แก่

- 4.1 นักเรียนขาดความรอบคอบในการแก้ปัญหาคำถาม คิดเป็นร้อยละ 44.44
- 4.2 นักเรียนไม่สามารถนำสมบัติเลขยกกำลังมาใช้ได้ คิดเป็นร้อยละ 25
- 4.3 นักเรียนไม่สามารถดำเนินการในระบบจำนวนเต็มได้ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 19.44
- 4.4 นักเรียนใช้สมบัติของเลขยกกำลังไม่ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 13.89
- 4.5 นักเรียนไม่สามารถนำสมบัติของการหารเลขยกกำลัง มาใช้ในการแก้ปัญห และบวก ลบ จำนวนเต็มได้ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 25
- 4.6 นักเรียนสืบสนในการใช้นิยามของเลขยกกำลัง คิดเป็นร้อยละ 8.33
- 4.7 นักเรียนไม่สามารถใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นเลขยกกำลัง โดยนำเลขชี้กำลังมาบวกกันเพราะสืบสนกับสมบัติของการคูณเลขยกกำลัง คิดเป็นร้อยละ 5.56
- 4.8 นักเรียนขาดความรอบคอบในการแก้ปัญหาคำถาม คิดเป็นร้อยละ 2.78

5. การนำเลขยกกำลังไปใช้ (ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 9 และ 10) ได้แก่

- 5.1 ไม่สามารถหาผลคูณและเปรียบเทียบทศนิยมได้ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 55.56
- 5.2 นักเรียนไม่สามารถหาผลคูณและเปรียบเทียบเศษส่วนได้ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 44.44
- 5.3 นักเรียนสืบสนเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็มลบ คิดเป็นร้อยละ 8.33
- 5.4 นักเรียนไม่สามารถเปรียบเทียบเลขยกกำลังได้เพราะนักเรียนสืบสนกับนิยามของเลขยกกำลัง คิดเป็นร้อยละ 5.56
- 5.5 นักเรียนไม่สามารถนำสมบัติของเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้สมการเลขยกกำลังได้ คิดเป็นร้อยละ 75
- 5.6 นักเรียนไม่สามารถนำสมบัติต่าง ๆ ของเลขยกกำลังมาใช้ได้และมีการคำนวณผิด คิดเป็นร้อยละ 55.56

5.7 นักเรียนไม่สามารถแสดงการแก้ปัญหาตั้งแต่เริ่มต้นได้ เพราะสับสนในบทนิยาม และสมบัติของเลขยกกำลัง คิดเป็นร้อยละ 47.22

5.8 นักเรียนมีการคำนวณผิดพลาดเนื่องจากความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในสมบัติของเลขยกกำลัง ในกรณีต่าง ๆ มีไม่เกินร้อยละ 30.56

ในภาพรวมพบว่า สาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียน ได้แก่ การไม่สามารถนำสมบัติของเลขยกกำลังมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ และไม่สามารถคำนวณได้ถูกต้อง ซึ่งบางเรื่องก็เป็นผลมาจากการมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในเรื่องการดำเนินการของจำนวน เช่น การบวก ลบ คูณ และหารจำนวนเต็ม เป็นต้น

3. จำนวนและร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ในแต่ละผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จำแนกตามลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด

ตาราง 8 จำนวนและร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ในแต่ละผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จำแนกตามลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด	จำนวน นักเรียน	ร้อยละ
1. นักเรียนสามารถบอกความหมายของเลขยกกำลังได้	ก. ลักษณะความคิดรวบยอดในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร	15	41.67%
	ข. ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดด้านทักษะการคำนวณ	-	-
	ค. ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์	-	-
2. นักเรียนสามารถเขียนจำนวนที่กำหนดให้ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวกได้	ก. ลักษณะความคิดรวบยอดในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร	17	47.22%
	ข. ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดด้านทักษะการคำนวณ	-	-
	ค. ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์	-	-

ตาราง 8 (ต่อ)

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด	จำนวน นักเรียน	ร้อยละ
3. นักเรียนสามารถเขียนแสดงจำนวนที่มีค่าน้อยๆหรือมากๆในรูป $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็มได้	ก. ลักษณะความคิดรวบยอดในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร	24	66.67%
	ข. ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดด้านทักษะการคำนวณ	6	16.67%
	ค. ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์	2	5.56%
4. นักเรียนสามารถवलบ คูณ และหาร จำนวนที่อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์อย่างง่ายได้	ก. ลักษณะความคิดรวบยอดในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร	8	22.22%
	ข. ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดด้านทักษะการคำนวณ	9	25%
	ค. ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์	11	30.56%
5. นักเรียนสามารถหาผลคูณของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้	ก. ลักษณะความคิดรวบยอดในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร	20	55.56%
	ข. ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดด้านทักษะการคำนวณ	15	41.67%
	ค. ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์	1	2.78%
6. นักเรียนสามารถหาผลหารของเลขยกกำลังที่มีเลขยกกำลังเป็นจำนวนเต็มได้	ก. ลักษณะความคิดรวบยอดในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร	17	47.22%
	ข. ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดด้านทักษะการคำนวณ	1	2.78%
	ค. ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์	-	-
7. นักเรียนสามารถเขียนเลขยกกำลัง $(a^m)^n$ ให้อยู่ในรูป a^{mn} $(ab)^n$ ให้อยู่ในรูป $a^n b^n$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ ให้อยู่ในรูป $\frac{a^n}{b^n}$	ก. ลักษณะความคิดรวบยอดในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร	9	25%
	ข. ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดด้านทักษะการคำนวณ	12	33.33%
	ค. ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์	22	61.11%

ตาราง 8 (ต่อ)

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด	จำนวนนักเรียน	ร้อยละ
8. นักเรียนสามารถหาผลคูณและผลหารของเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนหลายๆจำนวนได้	ก. ลักษณะความคิดรวบยอดในด้านการใช้ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร	14	38.89%
	ข. ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดด้านทักษะการคำนวณ	9	25%
	ค. ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์	9	25%
9. นักเรียนสามารถเปรียบเทียบเลขยกกำลังได้	ก. ลักษณะความคิดรวบยอดในด้านการใช้ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร	2	5.56%
	ข. ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดด้านทักษะการคำนวณ	23	63.89%
	ค. ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์	-	-
10. นักเรียนสามารถใช้สมบัติของเลขยกกำลังในการแก้ปัญหาได้	ก. ลักษณะความคิดรวบยอดในด้านการใช้ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร	22	61.11%
	ข. ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดด้านทักษะการคำนวณ	21	58.33%
	ค. ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์	27	75%

จากตาราง 8 พบว่า ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง เลขยกกำลัง ตามลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดของนักเรียนในแต่ละผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง มีดังนี้

1. ความหมายของเลขยกกำลัง (ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 1 และ 2) ได้แก่
 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 1 นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านการใช้ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 41.67
 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 2 นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านการใช้ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 47.22
 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 1 และ 2 ไม่มีนักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านทักษะการคำนวณ และด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์

2. สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ (ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 3 และ 4) ได้แก่

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 3 นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากที่สุดคือ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 66.67 รองลงมาคือ ด้านทักษะการคำนวณ คิดเป็นร้อยละ 16.67 และลำดับสุดท้ายคือ ด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์ คิดเป็นร้อยละ 5.56

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 4 นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากที่สุดคือ ด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์ คิดเป็นร้อยละ 30.56 รองลงมาคือ ด้านทักษะการคำนวณ คิดเป็นร้อยละ 25 และลำดับสุดท้ายคือ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 22.22

3. การดำเนินการของเลขยกกำลัง (ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 5 และ 6) ได้แก่

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 5 นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากที่สุดคือ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 55.56 รองลงมาคือ ด้านทักษะการคำนวณ คิดเป็นร้อยละ 41.67 และลำดับสุดท้ายคือ ด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์ คิดเป็นร้อยละ 2.78

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 6 นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากที่สุดคือ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 47.22 รองลงมาคือ ด้านทักษะการคำนวณ คิดเป็นร้อยละ 2.78 และไม่มีนักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์

4. สมบัติของเลขยกกำลัง (ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 7 และ 8) ได้แก่

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 7 นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากที่สุดคือ ด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์ คิดเป็นร้อยละ 61.11 รองลงมาคือ ด้านทักษะการคำนวณ คิดเป็นร้อยละ 33.33 และลำดับสุดท้ายคือ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 25

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 8 นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากที่สุดคือ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 38.89 และรองลงมามีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดเท่ากัน 2 ด้านได้แก่ ด้านทักษะการคำนวณ และด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์ คิดเป็นร้อยละ 25

5. การนำเลขยกกำลังไปใช้ (ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 9 และ 10) ได้แก่

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 9 นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากที่สุดคือ ด้านทักษะการคำนวณ คิดเป็นร้อยละ 63.89 รองลงมาคือ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 5.56 และไม่มีนักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 10 นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากที่สุดคือ ด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์ คิดเป็นร้อยละ 75 รองลงมาคือ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ

กฎหรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 61.11 และลำดับสุดท้ายคือ ด้านทักษะการคำนวณ คิดเป็นร้อยละ 58.33

ในภาพรวมพบว่า ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนมีลักษณะของข้อบกพร่องในแต่ละด้านเรียงจากมากไปน้อย คือ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร ด้านทักษะการคำนวณ และด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์ แต่ถ้าพิจารณาที่ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 10 จะพบว่านักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์มากที่สุด รองลงมาคือด้านทักษะการคำนวณ และลำดับสุดท้ายคือ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร

4. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนแบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ในแต่ละผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ

ตาราง 9 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนแบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ในแต่ละผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	คะแนนเต็ม	$\sum x$	ร้อยละของคะแนน	$\bar{x}$	s
1. นักเรียนสามารถเขียนเลขยกกำลังที่กำหนดให้ในรูปของการคูณของจำนวนได้	4	118.5	82.29	3.29	1.09
2. นักเรียนสามารถเขียนจำนวนที่กำหนดให้ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้	6	179.5	83.10	4.99	1.07
3. นักเรียนสามารถเขียนแสดงจำนวนที่มีค่าน้อย ๆ หรือมาก ๆ ในรูป $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็มได้	3	29.5	27.31	0.82	1.24
4. นักเรียนสามารถบวก ลบ คูณ และหารจำนวนที่อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์อย่างง่ายได้	3	28	25.93	0.78	1.07
5. นักเรียนสามารถหาผลคูณของเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้	3	59.5	55.09	1.65	1.24
6. นักเรียนสามารถหาผลหารของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มได้	3	54	50.00	1.5	1.24

ตาราง 9 (ต่อ)

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	คะแนน เต็ม	$\sum x$	ร้อยละ ของ คะแนน	$\bar{x}$	s
7. นักเรียนสามารถเขียนเลขยกกำลัง $(a^m)^n$ ให้อยู่ในรูป a^{mn} $(ab)^n$ ให้อยู่ในรูป $a^n b^n$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ ให้อยู่ในรูป $\frac{a^n}{b^n}$	6	76	35.19	2.11	1.87
8. นักเรียนสามารถหาผลคูณหรือผลหารของ เลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนหลาย ๆ จำนวน ได้	3	48.5	44.91	1.35	1.24
9. นักเรียนสามารถเปรียบเทียบเลขยกกำลังที่ กำหนดให้ได้	6	136.5	63.19	3.79	2.16
10. นักเรียนสามารถใช้สมบัติของเลขยกกำลังใน การแก้ปัญหาได้	15	101.5	18.80	2.82	2.53
ข้อสอบทั้งฉบับ	52	831.5	44.42	23.10	10.23

จากตาราง 9 พบว่า คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 44.42 , 23.10 และ 10.23 ตามลำดับ ร้อยละของคะแนนสอบแต่ละผลการเรียนรู้ที่คาดหวังเรียงจากน้อยไปมากได้แก่ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 10, 4, 3, 7, 8, 6, 5, 9, 1 และ 2 ตามลำดับ และการกระจายของคะแนนสอบที่กระจายมากที่สุด 3 ลำดับ ได้แก่ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 7 , 9 และ 10

บทที่ 5

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้เป็นการศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ ซึ่งจะเป็นแนวทางในการแก้ไขปัญหาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด ซึ่งสรุปผลการศึกษาค้นคว้า และอภิปรายผล พร้อมทั้งข้อเสนอแนะ ดังนี้

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ
2. เพื่อศึกษาสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ

วิธีการดำเนินการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มเป้าหมายที่ศึกษา

กลุ่มเป้าหมายที่ศึกษาในครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2551 ภาคเรียนที่ 1 ที่มีผลการสอบประจำบทวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ไม่ผ่านเกณฑ์ 50 % จากคะแนนสอบประจำบท จำนวน 36 คน

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับช่วงชั้นที่ 3 เรื่อง เลขยกกำลัง ซึ่งครอบคลุมเนื้อหา 5 หน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

- 1) ความหมายของเลขยกกำลัง
- 2) สัญกรณ์วิทยาศาสตร์
- 3) การดำเนินการของเลขยกกำลัง
- 4) สมบัติอื่นๆของเลขยกกำลัง
- 5) การนำเลขยกกำลังไปใช้

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. แบบสอบถามเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเลขยกกำลัง ที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ
2. แบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ซึ่งใช้ภายหลังเสร็จสิ้นการเรียนการสอน จำนวน 15 ข้อ
3. แบบสัมภาษณ์นักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดเรื่อง เลขยกกำลัง

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. สํารวจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเลขยกกำลัง ที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียนโดยใช้แบบสอบถามเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ สํารวจจากประชากร จำนวน 36 คน
2. นำเนื้อหาที่นักเรียนเป็นปัญหามากที่สุด 3 ลำดับแรกเป็นเนื้อหาหลัก มาสร้างเป็นเครื่องมือในการวินิจฉัยความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดและสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ สร้างเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ฉบับสมบูรณ์ เป็นแบบเติมคำแสดงเหตุผล จำนวน 3 ข้อ และแสดงวิธีคิดของคำตอบ จำนวน 12 ข้อ ใช้เวลาทำแบบทดสอบ 90 นาที ซึ่งครอบคลุมเนื้อหาของเลขยกกำลัง
3. นำแบบทดสอบอัตราในข้อ 2 ซึ่งหาค่าอำนาจจำแนก ค่าความยาก และค่าความเชื่อมั่นแล้ว นำไปทดสอบกับนักเรียนที่มีผลการสอบประจำบทของวิชาคณิตศาสตร์เรื่องเลขยกกำลังไม่ผ่านเกณฑ์ 50 % จากคะแนนเต็ม จำนวน 36 คน ในข้อ 1
4. ผู้ทำการวิจัยทำการตรวจแบบทดสอบด้วยตนเองทีละข้อ แล้วทำการสอบสัมภาษณ์นักเรียนที่ทำข้อสอบผิดหรือมีขั้นตอนกระบวนการคิดที่ผิดแต่ได้คำตอบถูก ในแต่ละข้อ เป็นรายบุคคล เพื่อวิเคราะห์หาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์และสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และตามลักษณะของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด
5. นำผลการทดสอบที่ได้มาวิเคราะห์หาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ และสาเหตุของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง แล้วนำมาทำตารางแยกตามหน่วยการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และตามลักษณะของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด และนำคะแนนมาวิเคราะห์หาค่าสถิติร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. ศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ โดยใช้ สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ร้อยละ

2. ศึกษาสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ โดยใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ร้อยละ

3. ศึกษาจำนวนและร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง เลขยกกำลัง ในแต่ละผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จำแนกตามลักษณะ ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดโดยใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ร้อยละ

4. ศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในแต่ละผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง โดยใช้สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย เลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

ผลการศึกษาค้นคว้าสรุปผลได้ 4 หัวข้อ ดังนี้

1. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ มีดังนี้

1.1 ความหมายของเลขยกกำลัง ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมีเพียงข้อเดียว คือไม่สามารถบอกความหมายของเลขยกกำลังได้ถูกต้อง คือ $a^n = a \times a \times \dots \times a$ จำนวน n ตัว แต่ใช้คำว่า n ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 41.67

1.2 สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมาก มี 2 ลำดับ ได้แก่ ลำดับที่ 1 คือนักเรียนไม่สามารถเขียน สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ได้ และมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 16.67 และลำดับ ที่ 2 มี 2 ลักษณะคือสับสนในการเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ และสับสนเกี่ยวกับสมบัติการแจกแจง คิดเป็นร้อยละ 11.11

1.3 การดำเนินการของเลขยกกำลัง ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมาก มี 2 ลำดับ ได้แก่ ลำดับที่ 1 คือนักเรียนสับสนสมบัติของเลขยกกำลัง คิดเป็นร้อยละ 33.33 และลำดับที่ 2 มี 2 ลักษณะคือเข้าใจผิดเกี่ยวกับสมบัติการหารเลขยกกำลังคือนักเรียนนำฐานมาหารกัน นำเลขชี้กำลังมาลบกัน และเข้าใจนิยามของเลขยกกำลังผิด คิดเป็นร้อยละ 8.33

1.4 สมบัติของเลขยกกำลัง ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมาก ลำดับที่ 1 คือนักเรียนสับสนในการนำสมบัติของการหารเลขยกกำลัง มาใช้ในการแก้ปัญหาคิดเป็นร้อยละ 25 ลำดับที่ 2 คือสับสนในการเขียนแสดงการใช้สมบัติของเลขยกกำลังทำให้มีการคำนวณผิดพลาด คิดเป็นร้อยละ 13.89 และลำดับที่ 3 คือสับสนในการใช้นิยามของเลขยกกำลัง คิดเป็นร้อยละ 8.33

1.5 การนำเลขยกกำลังไปใช้ ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมาก ลำดับที่ 1 คือนักเรียนมีการคำนวณผิดพลาด เพราะมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในสมบัติของเลขยกกำลัง กรณี

ต่าง ๆ มีไม่เกินร้อยละ 30.56 ลำดับที่ 2 คือสับสนในการใช้สมบัติการคูณเลขยกกำลัง โดยนำฐานของเลขยกกำลังมาคูณกัน คิดเป็นร้อยละ 19.44 และลำดับที่ 3 คือสับสนในนิยามของเลขยกกำลัง จึงไม่สามารถเปรียบเทียบเลขยกกำลังได้ คิดเป็นร้อยละ 5.56

ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง เรียงลำดับตามความผิดพลาดจากมากไปน้อยในแต่ละเรื่องดังนี้ การนำเลขยกกำลังใช้ คิดเป็นร้อยละ 55.56 สมบัติอื่น ๆ ของเลขยกกำลัง คิดเป็นร้อยละ 52.78 การดำเนินงานของเลขยกกำลัง คิดเป็นร้อยละ 49.99 ความหมายของเลขยกกำลัง คิดเป็นร้อยละ 41.67 และสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 38.89 ตามลำดับ

2. สาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ มีดังนี้

2.1 ความหมายของเลขยกกำลัง (ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 1 และ 2) ได้แก่

2.1.1 นักเรียนอธิบายความหมายของเลขยกกำลังผิดพลาด คือ $a^n = a \times a \times \dots \times a$ จำนวน n ตัว แต่ใช้คำว่า n ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 41.67

2.1.2 นักเรียนไม่สามารถเขียนจำนวนที่กำหนดให้ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวกได้เพราะใช้วิธีการสั้นไม่เป็น คิดเป็นร้อยละ 47.22

2.2 สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ (ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 3 และ 4) ได้แก่

2.2.1 นักเรียนไม่สามารถเขียนแสดงจำนวนที่มีค่าน้อยๆหรือมากๆในรูป $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็มได้ คิดเป็นร้อยละ 38.89

2.2.2 นักเรียนจัดรูป $A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็มไม่เป็น เพราะไม่เข้าใจเรื่องค่าประจำตำแหน่งของทศนิยม คิดเป็นร้อยละ 27.76

2.2.3 นักเรียนใช้การเลื่อนจุดทศนิยมมาคำนวณปรากฏว่านักเรียนมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 16.67

2.2.4 นักเรียนเปลี่ยนเศษส่วนเป็นทศนิยมได้ไม่ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 5.56

2.2.5 นักเรียนไม่เข้าใจเกี่ยวกับสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ จึงไม่สามารถนำมาประยุกต์ใช้แก้ปัญหาโจทย์ได้ คิดเป็นร้อยละ 30.56

2.2.6 นักเรียนสับสนในการเปลี่ยนจำนวนที่อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์เป็นจำนวน คิดเป็นร้อยละ 13.89

2.2.7 นักเรียนไม่สามารถบวก ลบ คูณ และหารจำนวนที่อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ได้ สับสนในการเปลี่ยนจำนวนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์และการใช้สมบัติการแจกแจง คิดเป็นร้อยละ 11.11

2.3 การดำเนินการของเลขยกกำลัง (ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 5 และ 6) ได้แก่

2.3.1 นักเรียนไม่สามารถหาผลคูณของเลขยกกำลังได้ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 41.67

- 2.3.2 นักเรียนสับสนกับสมบัติของเลขยกกำลัง คิดเป็นร้อยละ 33.33
- 2.3.3 นักเรียนไม่สามารถหาผลคูณของเลขยกกำลังได้ คิดเป็นร้อยละ 22.22
- 2.3.4 นักเรียนขาดความรอบคอบในการ บวก ลบ จำนวนเต็ม คิดเป็นร้อยละ 2.78
- 2.3.5 นักเรียนไม่สามารถหาผลหารของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

ลบได้ คิดเป็นร้อยละ 30.56

2.4 สมบัติของเลขยกกำลัง (ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 7 และ 8) ได้แก่

- 2.4.1 นักเรียนขาดความรอบคอบในการแก้ปัญหาคำโจทย์ คิดเป็นร้อยละ 44.44
- 2.4.2 นักเรียนไม่สามารถนำสมบัติเลขยกกำลังมาใช้ได้ คิดเป็นร้อยละ 25
- 2.4.3 นักเรียนไม่สามารถดำเนินการในระบบจำนวนเต็มได้ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ

19.44

- 2.4.4 นักเรียนใช้สมบัติของเลขยกกำลังไม่ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 13.89
- 2.4.5 นักเรียนไม่สามารถนำสมบัติของการหารเลขยกกำลัง มาใช้ในการแก้ปัญห

และบวก ลบ จำนวนเต็มได้ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 25

- 2.4.6 นักเรียนสับสนในการใช้นิยามของเลขยกกำลัง คิดเป็นร้อยละ 8.33
- 2.4.7 นักเรียนไม่สามารถใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นเลขยกกำลัง โดย

นำเลขชี้กำลังมาบวกกันเพราะสับสนกับสมบัติของการคูณเลขยกกำลัง คิดเป็นร้อยละ 5.56

- 2.4.8 นักเรียนขาดความรอบคอบในการแก้ปัญหาคำโจทย์ คิดเป็นร้อยละ 2.78

2.5 การนำเลขยกกำลังไปใช้ (ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 9 และ 10) ได้แก่

- 2.5.1 ไม่สามารถหาผลคูณและเปรียบเทียบเศษนิยมได้ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ

55.56

- 2.5.2 นักเรียนไม่สามารถหาผลคูณและเปรียบเทียบเศษส่วนได้ถูกต้อง คิดเป็น

ร้อยละ 44.44

- 2.5.3 นักเรียนสับสนเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็มลบ คิดเป็นร้อยละ 8.33
- 2.5.4 นักเรียนไม่สามารถเปรียบเทียบเลขยกกำลังได้เพราะนักเรียนสับสนกับ

นิยามของเลขยกกำลัง คิดเป็นร้อยละ 5.56

- 2.5.5 นักเรียนไม่สามารถนำสมบัติของเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้สมการ

เลขยกกำลังได้ คิดเป็นร้อยละ 75

- 2.5.6 นักเรียนไม่สามารถนำสมบัติต่าง ๆ ของเลขยกกำลังมาใช้ได้และมีการ

คำนวณผิด คิดเป็นร้อยละ 55.56

- 2.5.7 นักเรียนไม่สามารถแสดงการแก้ปัญหาคำตั้งแต่เริ่มต้นได้ เพราะสับสนในบท

นิยามและสมบัติของเลขยกกำลัง คิดเป็นร้อยละ 47.22

- 2.5.8 นักเรียนมีการคำนวณผิดพลาดเนื่องจากความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในสมบัติ

ของเลขยกกำลัง ในกรณีต่าง ๆ มีไม่เกินร้อยละ 30.56

3. ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง เลขยกกำลัง ตามลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดของนักเรียนในแต่ละผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง มีดังนี้

3.1 ความหมายของเลขยกกำลัง (ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 1 และ 2) ได้แก่

3.1.1 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 1 นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 41.67

3.1.2 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 2 นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 47.22

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 1 และ 2 ไม่มีนักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านทักษะการคำนวณ และด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์

3.2 สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ (ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 3 และ 4) ได้แก่

3.2.1 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 3 นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากที่สุดคือ ด้านการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 66.67 รองลงมาคือ ด้านทักษะการคำนวณ คิดเป็นร้อยละ 16.67 และลำดับสุดท้ายคือ ด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์ คิดเป็นร้อยละ 5.56

3.2.2 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 4 นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากที่สุดคือ ด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์ คิดเป็นร้อยละ 30.56 รองลงมาคือ ด้านทักษะการคำนวณ คิดเป็นร้อยละ 25 และลำดับสุดท้ายคือ ด้านการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 22.22

3.3 การดำเนินการของเลขยกกำลัง (ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 5 และ 6) ได้แก่

3.3.1 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 5 นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากที่สุดคือ ด้านการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 55.56 รองลงมาคือ ด้านทักษะการคำนวณ คิดเป็นร้อยละ 41.67 และลำดับสุดท้ายคือ ด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์ คิดเป็นร้อยละ 2.78

3.3.2 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 6 นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากที่สุดคือ ด้านการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 47.22 รองลงมาคือ ด้านทักษะการคำนวณ คิดเป็นร้อยละ 2.78 และไม่มีนักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์

3.4 สมบัติของเลขยกกำลัง (ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 7 และ 8) ได้แก่

3.4.1 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 7 นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากที่สุดคือ ด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์ คิดเป็นร้อยละ 61.11 รองลงมาคือ ด้านทักษะการคำนวณ คิดเป็นร้อยละ 33.33 และลำดับสุดท้ายคือ ด้านการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 25

3.4.2 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 8 นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากที่สุดคือ ด้านการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 38.89 และรองลงมามี

ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดเท่ากัน 2 ด้านได้แก่ ด้านทักษะการคำนวณ และด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์ คิดเป็นร้อยละ 25

3.5 การนำเลขยกกำลังไปใช้ (ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 9 และ 10) ได้แก่

3.5.1 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 9 นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากที่สุดคือ ด้านทักษะการคำนวณ คิดเป็นร้อยละ 63.89 รองลงมาคือ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบทสมบัติ กฎหรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 5.56 และไม่มีนักเรียนที่มีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์

3.5.2 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 10 นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมากที่สุดคือ ด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์ คิดเป็นร้อยละ 75 รองลงมาคือ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร คิดเป็นร้อยละ 61.11 และลำดับสุดท้ายคือ ด้านทักษะการคำนวณ คิดเป็นร้อยละ 58.33

ในภาพรวมพบว่า ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนมีลักษณะของข้อบกพร่องในแต่ละด้านเรียงจากมากไปน้อย คือ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร ด้านทักษะการคำนวณ และด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์

4. คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 44.42 , 23.10 และ 10.23 ตามลำดับ ร้อยละของคะแนนสอบแต่ละผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรียงจากน้อยไปมากได้ดังนี้ คือ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 10, 4, 3, 7, 8, 6, 5, 9, 1 และ 2 ตามลำดับ และการกระจายของคะแนนสอบที่กระจายมากที่สุด 3 ลำดับ ได้แก่ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ 7 , 9 และ 10

อภิปรายผลการศึกษาค้นคว้า

การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์และสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ ซึ่งเป็นแนวทางในการแก้ไขปัญหาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดที่จะพบต่อไป สามารถนำมาอภิปรายผลแยกตามหน่วยการเรียนรู้ได้ดังนี้

1. ความหมายของเลขยกกำลัง นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร โดยมีนักเรียนร้อยละ 41.67 อธิบายความหมายของเลขยกกำลังผิดพลาดว่า $a^n = a \times a \times \dots \times a$ จำนวน n ครั้ง ที่ถูกต้องคือ n ตัว และมีนักเรียนร้อยละ 47.22 ที่ไม่สามารถเขียนจำนวนที่กำหนดให้ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวกได้ เพราะใช้วิธีหารสั้นเพื่อแยกตัวประกอบจำนวนที่กำหนดให้ไม่ได้

2. สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านต่าง ๆ ดังนี้

2.1 ด้านการใช้นิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร ซึ่งมีร้อยละ 66.67 ที่ไม่สามารถเขียนจำนวนที่มีค่ามาก ๆ หรือมีค่าน้อย ๆ ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ เพราะไม่เข้าใจเรื่องค่าประจำตำแหน่งของทศนิยม ใช้นิยามเลื่อนจุดทศนิยมมาคำนวณไม่ถูกต้อง ข้อผิดพลาดที่พบได้แก่ $0.0000000128 = 128 \times 10^{-10}$ มีนักเรียนร้อยละ 16.67 ที่เปลี่ยนเศษส่วนเป็นทศนิยมได้ไม่ถูกต้อง และมีนักเรียนร้อยละ 13.89 สับสนในการเปลี่ยนจำนวนที่อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์เป็นจำนวนที่มีค่ามาก ๆ หรือค่าน้อย ๆ ข้อผิดพลาดที่พบได้แก่ $0.0000000128 = (0.128)^{-10}$ และ $8 \times 10^6 = 0.0000008$

2.1 ด้านทักษะการคำนวณ มีนักเรียนร้อยละ 11.11 ที่ไม่สามารถบวก ลบ คูณ และหารจำนวนที่อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ได้ สับสนในการเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์และการใช้สมบัติการแจกแจง ข้อผิดพลาดที่พบได้แก่

$$(8 \times 10^6) + (5 \times 10^6) - (4 \times 10^6) = 80^6 + 50^6 - 40^6 \text{ และ } (8 \times 10^6) + (5 \times 10^6) - (4 \times 10^6) = (8 + 5 - 4) \times (10^6 + 10^6 - 10^6)$$

2.3 ด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์ มีนักเรียนร้อยละ 30.56 ที่ไม่เข้าใจเกี่ยวกับสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ จึงไม่สามารถนำมาประยุกต์ใช้แก้ปัญหาโจทย์ได้

3. การดำเนินการของเลขยกกำลัง นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านต่าง ๆ ดังนี้

3.1 ด้านการใช้นิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร มีนักเรียนร้อยละ 33.33 ที่สับสนกับสมบัติของเลขยกกำลัง ข้อผิดพลาดที่พบได้แก่ $(-2)^8 = 2^{-8}$, $(-2)^8 = \frac{1}{2^8}$,

$2^3 = (-2)^3$, $2^6 \times (-2)^8 \times 2^3 = (-2)^{17}$, $2^9 \times (-2)^8 = -4^{17}$ และมีนักเรียนร้อยละ 22.22 ที่ไม่สามารถหาผลคูณของเลขยกกำลังได้ ข้อผิดพลาดที่พบได้แก่

$64 \times (-2)^8 \times 8 = 2^6 \times (-2)^8 \times 2^3$ จัดรูปแล้วไม่สามารถเปลี่ยนฐานให้เป็นจำนวนเดียวกันแล้วใช้สมบัติของเลขยกกำลังต่อได้

3.2 ด้านทักษะการคำนวณ มีนักเรียนร้อยละ 41.67 ที่ไม่สามารถหาผลคูณของเลขยกกำลังได้ถูกต้อง และมีนักเรียนร้อยละ 2.78 ที่ขาดความรอบคอบในการ บวก ลบ จำนวนเต็ม ข้อผิดพลาดที่พบได้แก่ $(-2)^8 = -256$, $(-2)^8 = -192$, $(-2)^8 = 176$, $(-2)^8 = -56$

3.3 ด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์ มีนักเรียนร้อยละ 30.56 ที่ไม่สามารถหาผลหารของเลขยกกำลังที่มีเลขยกกำลังเป็นจำนวนเต็มลบได้ ข้อผิดพลาดที่พบได้แก่

$$\frac{4^6}{4^{-2}} = 4^{6-2} , \frac{4^6}{4^{-2}} = \left(\frac{4}{4}\right) \cdot (6-4) , \frac{4^6}{4^{-2}} = \left(\frac{4}{4}\right)^{6-(-2)} \text{ และ } \frac{4^6}{4^{-2}} = \frac{24}{-8} , 4^{6-(-2)} = 4^4$$

4. สมบัติของเลขยกกำลัง นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านต่าง ๆ ดังนี้

4.1 ด้านการใช้ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร มีนักเรียนร้อยละ 25 ที่ไม่สามารถนำสมบัติเลขยกกำลังมาใช้ได้ และไม่สามารถนำสมบัติของการหารเลขยกกำลัง มาใช้ในการแก้ปัญหา ในการบวก ลบ จำนวนเต็มได้ไม่ถูกต้อง มีนักเรียนร้อยละ 8.33 ที่สับสนในการใช้นิยามของเลขยกกำลัง และมีนักเรียนร้อยละ 5.56 ที่ไม่สามารถใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นเลขยกกำลัง โดยนำเลขชี้กำลังมาบวกกันเพราะสับสนกับสมบัติของการคูณเลขยกกำลัง ข้อผิดพลาดที่พบได้แก่ $(-5xy)^4 = -20xy$, $(-5xy)^4 = 625xy$ และ $(-5xy)^4 = -5^4 \times 4^4$

4.2 ด้านทักษะการคำนวณ มีนักเรียนร้อยละ 19.44 ที่ไม่สามารถดำเนินการในระบบจำนวนเต็มได้ถูกต้อง และมีนักเรียนร้อยละ 13.89 ที่ใช้สมบัติของเลขยกกำลังไม่ถูกต้อง ข้อผิดพลาดที่พบได้แก่ $(-5xy)^4 = 375x^4y^4$ และ $(-5xy)^4 = -125x^4y^4$

4.3 ด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์ มีนักเรียนร้อยละ 44.44 ที่ขาดความรอบคอบในการแก้ปัญหาโจทย์ ข้อผิดพลาดที่พบได้แก่ $(2a)(2a)^3(2a^5) = (2a)^{1+3+5}$,
 $\left(\frac{a^2b^{-3}}{a^{-4}b^5}\right)^{-2} = \frac{ab^{-5}}{a^{-6}b^3}$, $\left(\frac{a^2b^{-3}}{a^{-4}b^5}\right)^{-2} = (a^{2-4}b^{-3-5})^{-2}$, $\left(\frac{a^2b^{-3}}{a^{-4}b^5}\right)^{-2} =$
 $\left(\frac{a^2b^{-3}}{a^{-4}b^5}\right)\left(\frac{a^2b^{-3}}{a^{-4}b^5}\right)$, $b^{-3-5} = b^8$, $a^{2-(4)}b^{-3-5} = a^{-6}b^2$ และ $\left(\frac{a^2b^{-3}}{a^{-4}b^5}\right)^{-2} = (a^{2-(4)}b^{3-5})^{-2}$

5. การนำเลขยกกำลังไปใช้ นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในด้านต่าง ๆ ดังนี้

5.1 ด้านการใช้ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร มีนักเรียนร้อยละ 55.56 ที่ไม่สามารถหาผลคูณและเปรียบเทียบทศนิยมได้ถูกต้อง มีนักเรียนร้อยละ 47.22 ที่ไม่สามารถแสดงการแก้ปัญหาค้นตั้งแต่เริ่มต้นได้ เพราะสับสนในบทนิยามและสมบัติของเลขยกกำลัง และมีนักเรียนร้อยละ 5.56 ที่ไม่สามารถเปรียบเทียบเลขยกกำลังได้เพราะนักเรียนสับสนกับนิยามของเลขยกกำลัง ข้อผิดพลาดที่พบได้แก่ $-2^{2-2} = -2^0 = -2$, $(-2)^2 = -2^2 = 4$ หรือ $(-3)^2 = 6$,
 $-2^{2-2} = 2^0 = 0$, $\frac{-(-3)^2}{3^2} = 3^{2-3}$ และ $2^{-1} = -2$

5.2 ด้านทักษะการคำนวณ มีนักเรียนร้อยละ 55.56 ที่ไม่สามารถนำสมบัติต่าง ๆ ของเลขยกกำลังมาใช้ได้และมีการคำนวณผิด มีนักเรียนร้อยละ 44.44 ที่ไม่สามารถหาผลคูณและเปรียบเทียบเศษส่วนได้ถูกต้อง มีนักเรียนร้อยละไม่เกิน 30.56 ที่มีการคำนวณผิดพลาดเนื่องจากความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในสมบัติของเลขยกกำลังในกรณีต่าง ๆ และมีนักเรียนร้อยละ 8.33 ที่สับสนเกี่ยวกับการคูณจำนวนเต็มลบ ข้อผิดพลาดที่พบได้แก่ $3^{(n+4)-(n+2)} - 3^{(n+1)-(n+2)} = 3^{n+2} - 3^{n+1}$,
 $3^{n+4} = 3^{4n}$, $3^{(n+4)-(n+2)-(n+1)} = 3^{-(n+1)}$, $-3^{n+1} = 3^{-(n+1)}$, $3^2 - 3^{-1} = 3^{2-1}$, $(-3)^3 = 3^3$,
 $2^{-1} + 5^{-1} = 7^{-2}$ และ $(2^{-1} + 5^{-1})^{-1} = 2^1 + 5^1$

5.3 ด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์ มีนักเรียนร้อยละ 75 ที่ไม่สามารถนำสมบัติของเลขยกกำลังไปใช้ในการแก้สมการเลขยกกำลังได้ ข้อผิดพลาดที่พบได้แก่

$$\frac{3^{n+4} - 3^{n+1}}{3^{n+2}} = 3^2 - 3^{n+1}, \quad \frac{18 \times 2^{-n} \times 2^{3n}}{9 \times 2^{-n}} = \frac{36^{-2n} \times 2^{3n}}{18^{-n}},$$

$$\frac{2 \times 2^{-2n} \times 2^{3n}}{2^{-n}} = 2^{-n} \times 2^{-2n+n} \times 2^{-2n+3n} \text{ และ } (a^m + b^p)^n = a^{m+n} + b^{p+n}$$

ผลศึกษาพบว่า ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ของนักเรียนมีลักษณะของข้อบกพร่องในแต่ละด้านเรียงจากมากไปน้อย คือ ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดด้านการใช้ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตร ด้านทักษะการคำนวณ และด้านการแก้ปัญหาและการประยุกต์ นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์มากที่สุดในด้านการใช้ทฤษฎีบท สมบัติ กฎหรือสูตรของเลขยกกำลัง ซึ่งสอดคล้องกับการศึกษาของ เดวิส (Davis. 1979 : 58) บูธและคนอื่นๆ (Booth; et al. 1984 : 45) อองและลิม (Ong; & Lim. 1987 : 199 - 205) บาร์เซลลอส (Barcellos. 2005 : Abstract) และ พรพิมล ยังนิม (2546 : บทคัดย่อ) ที่พบข้อผิดพลาดของนักเรียนในด้านการใช้ทฤษฎีบท หรือสมบัติที่เกี่ยวข้องกับคำถามมากเช่นกัน มีการใช้กฎที่ผิดลำดับขั้นตอน ทำให้นักเรียนไม่สามารถดำเนินการในการแก้ปัญหาโจทย์ได้ ส่วนความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดที่พบรองลงมาคือด้านทักษะการคำนวณ นักเรียนส่วนใหญ่ขาดความรอบคอบในการคำนวณประกอบกับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับทฤษฎีบท สมบัติหรือสูตรต่างๆ ทำให้นักเรียนมีการคำนวณที่ผิด ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาของทรูแรน (Truran. 1987 : 58-60) บลันโด และคนอื่นๆ (Blando; et al. 1989 : 47-52) และโคลแกน (Colgan. 1991 : 91 - A) ที่นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดเนื่องจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ การอ่านทำความเข้าใจโจทย์ไม่รอบคอบ จึงคำนวณตามวิธีและหลักการที่ตัวเองเข้าใจผิด และความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดที่พบลำดับสุดท้ายซึ่งอยู่ในระดับที่ใกล้เคียงกันกับด้านทักษะการคำนวณ คือ การแก้ปัญหาและการประยุกต์ นักเรียนไม่เข้าใจในสิ่งที่โจทย์ต้องการให้ทำ และความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องในบทนิยาม และสมบัติเกี่ยวกับเลขยกกำลัง ทำให้ไม่สามารถนำไปแก้ปัญหาและทำโจทย์ที่เป็นการประยุกต์ความรู้ได้ ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาของ เบล ฟิชเชิน และเกรียร์ (Bell; Fischbein; & Greer. 1984 : 140) สุริยา รัตนพลที (2545 : บทคัดย่อ) และยุพิน วรรณทอง (2533 : 63 - 64) การไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้เป็นสิ่งที่พบบ่อยกับนักเรียน และเป็นเรื่องที่นักเรียนมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนกันมาก ดังผลการศึกษาของ ยงยศ พุทธิให้ (2543 : 71 - 72) ที่พบข้อบกพร่องในด้านการแก้ปัญหาโจทย์เช่นกัน นอกจากนี้ยังมีนักเรียนบางส่วนที่มีความเข้าใจในสิ่งโจทย์ต้องการแล้ว แต่เรียงลำดับการแก้โจทย์ปัญหาไม่ถูกต้อง มีผลทำให้แก้โจทย์ปัญหาผิด หรือทำได้ไม่ถึงขั้นตอนสุดท้ายที่ต้องพบกับคำตอบ ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาของอรรณู ชูยกระเดื่อง (2534 : 53-54) ที่ได้ศึกษาความคลาดเคลื่อนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และให้ผลเช่นเดียวกัน

ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า

1. นักเรียนที่เป็นประชากรในการศึกษาในครั้งนี้เป็นนักเรียนที่มีผลการเรียนต่ำ จึงมีข้อคำถามบางข้อที่นักเรียนไม่แสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ เขียนไม่ครบ และไม่ต่อเนื่อง
2. นักเรียนเขียนเหตุผลประกอบแต่ละขั้นตอนของการแสดงวิธีทำโดยใช้ภาษาพูด ที่ไม่ถูกต้องตามหลักการ ผู้วิจัยต้องทำความเข้าใจในสิ่งที่นักเรียนเขียนอธิบายเหตุผลว่ามีส่วนถูกต้องตามหลักการมากน้อยเพียงใด เพื่อให้คะแนนได้ถูกต้อง
3. การตรวจให้คะแนนเป็นไปอย่างล่าช้า เนื่องจากลักษณะของคำตอบที่นักเรียนตอบมามีมากมาย ผู้วิจัยต้องพิจารณาถึงความถูกต้องว่า มีมากน้อยเพียงใด แล้วจึงให้คะแนน โดยต้องตรวจแบบทดสอบทีละข้อพร้อมกันทุกคน เพื่อป้องกันความลำเอียงในการให้คะแนน

ข้อเสนอแนะ

จากผลการศึกษาค้นคว้า มีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ครูควรวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์หลังจบบทเรียนทุกครั้งในแต่ละผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เพื่อที่ครูจะได้รู้ถึงความคิดรวบยอดของนักเรียนและเป็นข้อมูลพื้นฐานในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในเรื่องถัดไป
2. ครูผู้สอนควรใช้ประโยชน์จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมมาช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งในส่วนบุคคลและในชั้นเรียนให้นักเรียน โดยเริ่มสอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรมในบางเรื่อง
3. ครูควรบอกเงื่อนไขหรือข้อจำกัดในสิ่งที่มักเกิดความผิดพลาดอยู่บ่อย ๆ ในแต่ละกรณี โดยเน้นย้ำให้นักเรียนเข้าใจอย่างแท้จริงโดยวิธีการสอนต่าง ๆ ตามความเหมาะสม
4. ในการนำไปใช้ต้องอาศัยความคิดรวบยอดในเนื้อหาต่าง ๆ เชื่อมโยงกัน ครูควรทบทวนเนื้อหาที่เป็นพื้นฐานสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ต้องนำความรู้ไปใช้
5. ครูควรทดสอบความรู้พื้นฐานสำหรับเรื่องที่จะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
6. ครูควรเน้นให้นักเรียนได้ฝึกฝน เพื่อให้เกิดทักษะ กระบวนการและความชำนาญ โดยใช้ตัวอย่างที่คล้าย ๆ กันทำซ้ำ ๆ หลายตัวอย่าง

ข้อเสนอแนะสำหรับการศึกษาค้นคว้าครั้งต่อไป

1. ควรทำการศึกษาเรื่องเดียวกันนี้กับประชากรกลุ่มอื่น ๆ เพื่อจะได้เปรียบเทียบผลการศึกษามีความแตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร
2. ควรทำการศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องมือหลาย ๆ ชนิดเพื่อให้ได้ข้อมูลที่หลากหลายรูปแบบประกอบการพิจารณาศึกษา เช่น แบบทดสอบ

การสัมภาษณ์ การตรวจแบบฝึกหัด การศึกษารายกรณี การใช้แผนผังความคิดรวบยอด การสังเกต แบบสอบถาม ฯลฯ

3. ควรศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดในเนื้อหาอื่น ๆ ของวิชาคณิตศาสตร์ นอกเหนือจากที่ได้ศึกษาไว้แล้ว เพื่อจะได้ผลการวิจัยที่ชัดเจนและครอบคลุมยิ่งขึ้น

4. ควรทำการศึกษาวิธีสอนเพื่อแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลาย ๆ วิธี

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2544). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กระทรวงศึกษาธิการ. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- (2545). หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กระทรวงศึกษาธิการ. พิมพ์ครั้งที่ 3 กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2535). หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ : อมรินทร์การพิมพ์.
- เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2545). การคิดเชิงมโนทัศน์. กรุงเทพฯ : ชัคเชสมิเดีย.
- เกษราภรณ์ เต็งมีศรี. (2549). การศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องอนุกรมอนันต์ของ นิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- จำนง พรายแย้มแซ. (2516). เทคนิคและวิธีสอนวิทยาศาสตร์. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.
- ชม ภูมิภาค. (2528). เทคโนโลยีทางการสอนและการศึกษา. กรุงเทพฯ : ประสานมิตร.
- ชวาล แพรัตกุล. (2508). เทคนิคการวัดผล. พระนคร : วัฒนาพานิช.
- (2514, กรกฎาคม). การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน. พัฒนาวัดผล. 7 : 2 – 16.
- (2520). เทคนิคการเขียนข้อสอบ. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์พิทักษ์อักษร.
- ดวงเดือน อ่อนน้อม. (2533). การสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เทพฤทธิ์ ยอดใส. (2547). การศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนจริง ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- นวลเพ็ญ วิเชียรโชติ. (2523). วิธีสอนวิธีสร้างสื่อกับในวิชาสังคมศึกษา ในเอกสารประกอบการสัมมนาอาจารย์ผู้สอนวิชาการสอนสังคมศึกษาในระดับมัธยมศึกษา. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- นิตยา ปลัณธนานนท์. (2542). การเรียนรู้ความคิดรวบยอด. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แม็ค จำกัด.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2523, พฤษภาคม - สิงหาคม). แบบทดสอบวินิจัย. การวัดผลการศึกษา. 2(1) : 9 – 23.
- บุญล้อม ไชยสิงห์. (2530). การเปรียบเทียบวิธีสอนแบบอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ด้านมโนทัศน์ในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บุญเสริม ฤทธาภิรมย์. (2523, 31 กุมภาพันธ์). การเรียนรู้แบบสร้างความคิดรวบยอด. ประชาศึกษา : 6 – 17

- เบญจา เขียวสม. (2534). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยตามพฤติกรรมการแก้โจทย์ปัญหา
คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ
: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พนัส หันนาคินทร์; และพิทักษ์ รักษาพลเดช. (2517). คณิตศาสตร์ตอนที่ 3 ใน วิธีสอนคณิตศาสตร์.
กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา. หน้า 27
- พรพิมล ยังนิม. (2546). ผลการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องรากที่ n ใน
ระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด.
สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พรรณี ช.เจนจิต. (2528). จิตวิทยาการเรียนการสอน. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : อมรินทร์
การพิมพ์.
- พรรณทิพย์ ม้ามณี. (2520). การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์
คุรุสภา.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2533). การวัดการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ :
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พวงรัตน์ ทวีรัตน์. (2540). วิธีวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ
: สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- พีระพล ศิริวงศ์. (2525). การศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการสรุปครอบคลุมผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนและความคงทนในการจำเรื่องรูปเรขาคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3
จากการสอนที่ให้ตัวอย่างแตกต่างกันสองแบบ. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).
กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- เมธี ลิ้มอักษร. (2520). แนวคิดในการสอนคณิตศาสตร์. สงขลา : ภาควิชาคณิตศาสตร์.
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ยงยศ พุทธิให้. (2543). การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง “เซต” ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสายปัญญา. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).
กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ยุพิน กรณ์ทอง. (2533). การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องสมการเชิงเส้น
ตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มที่ 1 ในเขตกรุงเทพมหานคร. ปรินูญานิพนธ์
ศศ.ม. (ศึกษาศาสตร์ - การสอน). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2529). การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ : ภาควิชามัธยมศึกษา
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- เรืองยศ เรืองแหล่. (2542). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนขยายโอกาส สังกัด สำนักงานการประถมศึกษา จังหวัดขอนแก่น. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. มหาสารคาม : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม . ถ่ายเอกสาร.
- ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. (2539). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น, (2546). “หน่วยที่ 4 ระเบียบวิธีทางสถิติบางประการเพื่อการวิจัย” ประมวลสาระชุดวิชาการ วิจัยหลักสูตรและกระบวนการเรียนการสอน. นนทบุรี : โรงพิมพ์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. พิมพ์ครั้งที่ 5.
- วนิดา มณีวรรณ. (2534). มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องอสมการของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ 4 ในเขตกรุงเทพมหานคร. ปรินูญานิพนธ์ ศศ.ม. (ศึกษาศาสตร์ - การสอน). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- วัลลภา ธาริรัตน์. (2528, ตุลาคม). สอนให้ค้นพบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร. ศึกษาสาส์น มหาวิทยาลัยขอนแก่น. 9(1) : 57 – 69.
- วิจิตรา ทองงอก. (2545). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่อง ในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง การแก้สมการและอสมการตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่3 ในเขต กรุงเทพมหานคร. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิต วิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สงบ ลักษณะ. (2522, กันยายน – ธันวาคม). ปัญหา มาตรฐาน และเกณฑ์กับการวัดผลสัมฤทธิ์. การวัดผลการศึกษา. 1(2) : 48 – 55.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). คู่มือคู่มือสาระการเรียนรู้พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- (2546). คู่มือคู่มือสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สมชาย บุญรักษา. (2536). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย ในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องสมการและ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และระบบสมการเชิงเส้นสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในจังหวัดพังงา. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สหชาติ เหล็กชาย. (2538). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย ในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง การแยก ตัวประกอบพหุนามและสมการกำลังสอง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในจังหวัด กรุงเทพมหานคร. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิต วิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุจินต์ วิศวะธรรณ. (2523). ระบบการเรียนการสอนหน่วย 1 – 5. กรุงเทพ : มหาวิทยาลัย สุโขทัยธรรมาธิราช.

- สุชา จันทรเฒ. (2531). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จรัสสินทวงศ์.
- สุชาติ สิริมินันท์. (2542). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยจุดบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในกรุงเทพมหานคร. ปรินุณยานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุพรรณิ ภิรมย์ภักดี. (2541). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินุณยานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุรัช ขวัญเมือง. (2522). วิธีสอนและการวัดผลวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา. กรุงเทพฯ : เทพนิมิตการพิมพ์.
- สุริยะพงศ์ พงศ์สิทธิศักดิ์. (2540). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สังกัดกรมสามัญศึกษา จังหวัดมหาสารคาม. ปรินุณยานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา) มหาสารคาม : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม . ถ่ายเอกสาร.
- สุริยา รัตนพลที. (2545). ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยนและจัดหมู่” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนมัธยมวัดเบญจมบพิตร. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- โสภภาพรณ แสดงศัพท์. (2518). การสำรวจความรู้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนจากแบบเรียนวิทยาศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. ปรินุณยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาวิทยาศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- อรพรรณ ต้นบรรจง. (2529). ปัญหาการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- อรัญ ชุยกะเดื่อง. (2534). การศึกษาความคลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหาโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร. ปรินุณยานิพนธ์ ค.ม. (มัธยมศึกษา) กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- อัจฉราพรรณ เกิดแก้ว. (2524). การเปรียบเทียบมโนทัศน์ขั้นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ด้วยชุดสื่อการสอนและการบรรยายสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปรินุณยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- อาภรณ์ เวียงวิเศษ. (2540). การพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนเรื่อง สมการสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในเขตจังหวัดบุรีรัมย์. ปรินุณยานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา) มหาสารคาม : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม . ถ่ายเอกสาร.

- อาคม จันทสุนทร. (2522, 4 สิงหาคม). “ความคิดรวบยอดและหลักการ” ใน *คู่มือปริทัศน์* หน้า 47 – 50.
- อุทุมพร ทองอุไทย. (2510). *การเปรียบเทียบความเข้าใจหลักคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานของนักเรียนไทยในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และ 6 จังหวัดพระนครศรีอยุธยา*. ปรินซ์ตัน : ค.ม. (ประถมศึกษา).
- กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- Adams, Georgia S.; & Torgeson, Theodore L. (1964). *Measurement and Evaluation in Education Psychology and Guidance*. New York : Rinehart and Winston.
- Ahmann, Stanly J.; & Clock, Marvin D. (1967). *Evaluation Pupil Growth Principles of Tests and Measurement*. 3rd ed., Boston : Allyn and Bacon, Inc.
- Anastasi, Anne .(1968). *Psychological Testing*. 3rd ed., London : Macmillan.
- Ausubel, D.P. (1968). *Educational Psychology : A Cognitive View*. New York : Holt, Rinehart and Winston.
- Barcellos, Anthony. (2005). *Mathematical misconceptions of college-age algebra students*. United States -- California : University of California, Davis School. Retrieved November 23, 2007, from <http://proquest.umi.com/pqdweb?did=954015441&sid=2&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD>
- Bell, A.; Fischbein, E.; & Greer, B. (1984, 15 February). “Choice of operation in Verbal Arithmetic Problems : The Effects of Number Size : Problem Structure and Context” *Educational Studies in Mathematics*. P 129 – 147
- Bell, F.H. (1981). *Teaching and Learning Mathematics*. Dubuque, Iowa : Wm.C.Brown Company Publishers.
- Blando, J. A.; et al. (1989, 20 May) “Analyzing and Modelling Arithmetic Errors” *Journal for Research in Mathematics Education*. p301 – 308.
- Booth, L.R.; et al. (1984). *A Study of Thinking*. New York : John Wiley and sons.
- Brown, Frederick G. (1970). *Principles of Educational and Psychological Testing*. United States of America : The Dryden Press. Inc.
- Bruner, J.S.; Goodnow, Jacqueline J.; & Austin, George A. (1957). *A Study of Thinking*. New York : John Wiley and Sons.
- Casay, L.M. (1987). *Measurement and Evaluation School Learning*. Massachusetts : Newton & Company.
- Colgan, M.D. (1991, July). An Analysis of Problem - Solving Errors Made throughout a College - level Finite Mathematics Course. *Dissertation Abstracts International*. 52 (1) : 91 - A.

- Davis, R.B. (1979) Error Analysis in High School Mathematics. *Annual Meeting of the American Education Research Association*. 8 – 12 : 17 – 18.
- De Cecco, J.P. (1968). *The Psychology of Learning and Instruction : Education Psychology*. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice Hall.
- De Cecco, John P.; & Crawford, William R. (1974). *The Psychology of Learning and Instruction : Education Psychology*. 2nd ed. Englewood Cliffs, N.J. : Prentice Hall.
- Eggen, Paul; & Kauchak, Don. (1992). Classroom Connections. *Educational Psychology*. New York : Macmillan.
- Good, C.V. (1973). *Dictionary of Education*. 3rd ed. New York : McGraw – Hill Book Company.
- Graham, Julie Ann Haenfler. (1997). *The Development and validation of a computer-delivered diagnostic test of addition and subtraction of fractions for remedial college students*. United States -- Iowa : University of Iowa. Retrieved December 14, 2007, from <http://proquest.umi.com/pqdweb?did=736845791&sid=2&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD>
- Gropper. (1974, October). "A Technology for Developing Instructional Materials Vol. 3 Handbook Part F. Developing Diagnostic and Evaluation Test," *Research in Education*. 9 : 145.
- Gronlund, Norman E. (1981). *Measurement and Evaluation in Teaching*. 4th ed. New York : Macmillan Publishing Co, Inc.
- Gucken, Joan Elizabeth. (1986). *The Construction, validation, and use of a diagnostic test in percent for high school students (Criterion-Reference Instruction, Norm)*., Temple University : P. 1639.
- Guilford, J.P. (1952). *General Psychology*. New Jersey : Nostrand Company.
- Hoz, Ron. (1983). "Enhancement and Assessment of the Reliability of Instruments for the Measurement of Conceptual Framework," *Proceedings of the International Seminar Misconceptions in Science and Mathematics*. Ithaca, New York : Cornell University Press. P. 153 – 161.
- Ismail, Mokhtar bin. (1994). *Development and validation of a multicomponent diagnostic test of arithmetic word problem solving ability for sixth-grade students in Malaysia*. United States --Pennsylvania : University of Pittsburgh. Retrieved December 14, 2007, from <http://proquest.umi.com/pqdweb?did=740927971&sid=2&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD>

- Lindquist, Everet Franklin. (1966). *Educational Measurement*. Washington, D.C. : American Council on Education.
- Lovell, K. (1966, January). Pattern of Parental Child-Rearing and Subsequent Vulnerability to Cognitive Disturbance. *Journal of Consulting Psychology*. 30 : 12 – 13)
- Markshoe, Pramote. (1985). *Error in Problem, Solving in Ninth- Grade Mathematics*. the University of Texas Austin: August. Retrieved December 15, 2007, from <http://proquest.umi.com/pqdweb?did=752972661&sid=11&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD>
- Martorella, Peter H.; & Cooper, James M. (1986). "Teaching Concepts," *Classroom teaching skills*. 3rd ed. Lexington, D.C. : Heath and Company.
- McDonald, F.J. (1959). *Education Psychology*. San Francisco : Wadsworth Publishing.
- Movshovitz – Hadar, N.; Zaslavsky, O.; & Inbar, S. (1987, January). Analyzing and Modeling Arithmetic Errors. *Journal for Research in Mathematics Education*. 18 : 3 – 14.
- Noll, Victor H. (1965). *Introduction to Education Measurement*. Boston : Houghton Mifflin Company
- Ong, S.T.; & Lim. S.K. (1987, June). "Understanding and Error in Algebra," *Processing of Forth Southeast Asian Conference on Mathematical Education*. 199 - 205.
- Payne, David A . (1968). *The Specification and Measurement of Learning Outcomes*. Waltham, Blaisdell.
- Pines, A.I.; & West, L.H.T. (1983). "A Framework For Conceptual Change Special Reference To Misconceptions," *Proceedings of The International Seminar Misconceptions In Science and Mathematics*. New York : Cornell University.
- Podell, H.A. (1958, January). Two Processes Of Concept Formation. *Psychology Monography*. 72 : 1 – 20.
- Powell, A. (1983). "Misconceptions in Mathematics and Imagery," *Proceedings of International Seminar Misconceptions in Science and Mathematics*. Ithaca, New York : Cornell University Press. P. 20.
- Russell, D.H. (1965). *Children's Thinking*. Boston : Ginne and Company.
- Singha, H.S. (1974). *Modern Education Teaching*. New Delhi : Sterling Pub.
- Suydam, Marilyn N. (1988, February). "Update on Research on Problem Solving : Implications for Classroom Teaching," *Arithmetic Teacher*. 29(6) : 6.
- Thronike, Robert L.; & Hagen, Elizabeth. (1969). *Measurement and Evaluation in Psychology and Education*. New York : John Wiley.

- Travers. (1967). *Essential of Learning : An Overview for Student of Education*. London : Macmillan. 560p.
- Truran, K. M. (1987, June). Error Analysis as a Remedial Teaching Technique. *Proceedings of Fouth Southeast Asian Conference on Mathematical Education*. 1 – 3 : 92 – 96.
- Underhill, R.G., ed. (1980). *Diagnosing Mathematical Difficulties*. Columbus, Ohio : Charles E Merrill Publishing Co.,
- Webster. (1979). *Webster's New Twentieth Century Dictionary of the English Language*. New York : Prentice Hall.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ดัชนีความสอดคล้อง (IOC.) หรือความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวินิจฉัย
ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง
2. ตารางดัชนีค่าความยาก (P_E) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่น (Reliability)
ของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง

ตาราง 10 ดัชนีความสอดคล้อง (IOC.) หรือความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวินิจฉัย
ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง

ข้อที่	ความเห็นผู้เชี่ยวชาญ			IOC	ความ เหมาะสมของ ข้อสอบ
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	1	1	1	1	ใช้ได้
2	1	1	1	1	ใช้ได้
3	1	1	1	1	ใช้ได้
4	1	1	1	1	ใช้ได้
5	1	1	1	1	ใช้ได้
6	1	1	0	0.67	ใช้ได้
7	1	0	1	0.67	ใช้ได้
8	1	1	1	1	ใช้ได้
9	1	1	1	1	ใช้ได้
10	1	1	1	1	ใช้ได้
11	1	1	1	1	ใช้ได้
12	1	1	0	0.67	ใช้ได้
13	1	1	1	1	ใช้ได้
14	1	1	1	1	ใช้ได้
15	1	1	1	1	ใช้ได้

ตาราง 11 ดัชนีค่าความยาก (P_E) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง

ข้อที่	P_E	D
1	0.75	0.35
2	0.62	0.50
3	0.50	0.93
4	0.50	1.00
5	0.48	0.97
6	0.45	0.90
7	0.30	0.60
8	0.47	0.93
9	0.52	0.77
10	0.29	0.58
11	0.33	0.67
12	0.23	0.47
13	0.25	0.30
14	0.30	0.60
15	0.34	0.68

ค่าความเชื่อมั่น $\alpha = 0.7282$

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right]$$

แทนค่าในสูตร จะได้

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{15}{14} \left[1 - \frac{15.1253}{47.2195} \right] \\ &= 0.7282 \end{aligned}$$

ภาคผนวก ข

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

แบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง

แบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง

แบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

เรื่อง เลขยกกำลัง

ข้อสอบจำนวน 15 ข้อ เวลาทำข้อสอบ 90 นาที

คำชี้แจง

1. โปรดเติมคำตอบในช่องว่างพร้อมแสดงเหตุผลว่าคำตอบของนักเรียนมีวิธีการคิดคำนวณอย่างไร หรือเขียนแสดงขั้นตอนการคิด ตามความรู้ความเข้าใจของนักเรียน
2. คำตอบในแบบทดสอบนี้จะ เป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ตลอดจนแก้ไขจุดบกพร่องสำหรับนักเรียนที่มีปัญหาทางการเรียนดังกล่าว
3. แบบทดสอบจะนำมาวิเคราะห์และจะเป็นประโยชน์ได้สูงสุดนั้นจะต้องเป็นแบบทดสอบที่ สมบูรณ์ ดังนั้นกรุณาทำแบบทดสอบให้ครบถ้วนทุกข้อตามความรู้ความเข้าใจของนักเรียน

หลักเกณฑ์การให้คะแนน มีดังนี้

รายการประเมิน	ระดับคะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
การเติมคำตอบ	0	เติมคำตอบผิดหรือไม่เติมคำตอบ
	1	เติมคำตอบถูกต้อง
การให้เหตุผล	0	แสดงเหตุผลผิดหรือไม่แสดงเหตุผล
	0.5	แสดงเหตุผล ถูกต้องเกินครึ่งหนึ่ง
	1	ให้เหตุผลถูกต้องครบถ้วน
การแสดงวิธีทำ	0	เขียนแสดงวิธีคิดผิด หรือไม่เขียนแสดงวิธีคิด
	1	เขียนแสดงวิธีคิดโดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการ และอธิบายสรุปคำตอบได้เพียงบางส่วน
	2	เขียนแสดงวิธีคิดโดยอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการ และอธิบายสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง

ตัวอย่างการเขียน1. จงหาค่า $(-2)^2$

วิธีทำ $(-2)^2 = (-2)(-2)$ เหตุผลการคิดเพราะ $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ ตัว}}$ เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก

$= 4$

2. จงเขียน $\left(\frac{a^2 b^4 c^3}{ab^5 c} \right)^3$ ในรูปอย่างง่าย

วิธีทำ $\left(\frac{a^2 b^4 c^3}{ab^5 c} \right)^3 = (a^{2-1} b^{4-5} c^{3-1})^3$ เหตุผล $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์

m และ n เป็นจำนวนเต็ม

$$= (ab^{-1}c^2)^3$$

$$= a^3 b^{-3} c^6 \quad \text{เหตุผล } (ab)^n = a^n b^n, (a^m)^n = a^{mn}$$

เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์

m และ n เป็นจำนวนเต็ม

$$= \frac{a^3 c^6}{b^3} \quad \text{เหตุผล } a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ เมื่อ } a \text{ เป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์}$$

และ n เป็นจำนวนเต็มบวก

1) จงเขียนเลขยกกำลังให้อยู่ในรูปการคูณ

1.1) $(2)^5 =$ _____ เหตุผล _____

1.2) $(-5)^4 =$ _____ เหตุผล _____

1.3) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 =$ _____ เหตุผล _____

2) จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปเลขยกกำลัง

2.1) $(0.1)(0.1)(0.1)(0.1)(0.1) =$ _____ จากข้อ1-5 นักเรียนมีเหตุผลในการคิด

2.2) $(ab)(ab)(ab)(ab)(ab)(ab) =$ _____ อย่างไร _____

2.3) $(b-3)(b-3)(b-3) =$ _____

2.4) $128 =$ _____

2.5) $-125 =$ _____

3) จงทำให้ $64 \times (-2)^8 \times 8$ เป็นผลสำเร็จ

วิธีทำ $64 \times (-2)^8 \times 8 =$ _____ เหตุผล _____

$=$ _____ เหตุผล _____

$=$ _____ เหตุผล _____

$=$ _____ เหตุผล _____

4) จงหาผลลัพท์ $\frac{4^6}{4^{-2}}$

วิธีทำ $\frac{4^6}{4^{-2}} =$ _____ เหตุผล _____

$=$ _____ เหตุผล _____

5) จงทำ $(-5xy)^4$ ให้ เป็นผลสำเร็จ

$(-5xy)^4 =$ _____ เหตุผล _____

$=$ _____ เหตุผล _____

6) จงหาผลคูณของ $(2a)(2a)^3(2a^5)$

วิธีทำ $(2a)(2a)^3(2a^5) =$ _____ เหตุผล _____

$=$ _____ เหตุผล _____

7) จงทำ $\left(\frac{a^2 b^{-3}}{a^{-4} b^5}\right)^{-2}$ ให้เป็นผลสำเร็จ

วิธีทำ $\left(\frac{a^2 b^{-3}}{a^{-4} b^5}\right)^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$ เหตุผล $\underline{\hspace{2cm}}$

$= \underline{\hspace{2cm}}$ เหตุผล $\underline{\hspace{2cm}}$

$= \underline{\hspace{2cm}}$ เหตุผล $\underline{\hspace{2cm}}$

8) จงเปรียบเทียบเลขยกกำลังต่อไปนี้ โดยใช้เครื่องหมาย < หรือ > พร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบ

8.1) 2^4 $\underline{\hspace{1cm}}$ 2^3 เหตุผล $\underline{\hspace{2cm}}$

8.2) $(0.1)^3$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $(0.1)^2$ เหตุผล $\underline{\hspace{2cm}}$

8.3) $\left(\frac{-5}{2}\right)^3$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $\left(\frac{-5}{2}\right)^2$ เหตุผล $\underline{\hspace{2cm}}$

9) จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ 0.0000000128

วิธีทำ $0.0000000128 = \underline{\hspace{2cm}}$ เหตุผล $\underline{\hspace{2cm}}$

$= \underline{\hspace{2cm}}$ เหตุผล $\underline{\hspace{2cm}}$

$= \underline{\hspace{2cm}}$ เหตุผล $\underline{\hspace{2cm}}$

10) จงหาผลลัพธ์ของ $(8 \times 10^6) + (5 \times 10^6) - (4 \times 10^6)$ โดยเขียนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

วิธีทำ $(8 \times 10^6) + (5 \times 10^6) - (4 \times 10^6)$

$= \underline{\hspace{2cm}}$ เหตุผล $\underline{\hspace{2cm}}$

$= \underline{\hspace{2cm}}$ เหตุผล $\underline{\hspace{2cm}}$

11) จงหาค่าของ $\frac{-2^2}{4} - \frac{(-3)^2}{27}$

วิธีทำ $\frac{-2^2}{4} - \frac{(-3)^2}{27}$

$= \underline{\hspace{2cm}}$ เหตุผล $\underline{\hspace{2cm}}$

$= \underline{\hspace{2cm}}$ เหตุผล $\underline{\hspace{2cm}}$

$= \underline{\hspace{2cm}}$ เหตุผล $\underline{\hspace{2cm}}$

12) จงทำ $(2^{-1} + 5^{-1})^{-1}$ ให้เป็นผลสำเร็จ

วิธีทำ $(2^{-1} + 5^{-1})^{-1} =$ _____ เหตุผล _____

$=$ _____ เหตุผล _____

$=$ _____ เหตุผล _____

$=$ _____ เหตุผล _____

$=$ _____ เหตุผล _____

13) จงทำให้ $\frac{18 \times 2^{-2n} \times 2^{3n}}{9 \times 2^{-n}}$ ให้เป็นผลสำเร็จ

วิธีทำ $\frac{18 \times 2^{-2n} \times 2^{3n}}{9 \times 2^{-n}} =$ _____ เหตุผล _____

$=$ _____ เหตุผล _____

$=$ _____ เหตุผล _____

$=$ _____ เหตุผล _____

14) จงทำ $\frac{(3^{n+4}) - (3^{n+1})}{3^{n+2}}$ ให้เป็นผลสำเร็จ

วิธีทำ $\frac{(3^{n+4}) - (3^{n+1})}{3^{n+2}} =$ _____ เหตุผล _____

$=$ _____ เหตุผล _____

$=$ _____ เหตุผล _____

$=$ _____ เหตุผล _____

15) ถ้า $81^x = 9$ แล้ว x^4 มีค่าเท่าใด

วิธีทำ จากสมการ $81^x = 9$

จัดรูปสมการใหม่เพื่อหาค่า x ได้ดังนี้

จากนิยาม $a^m = a^n$ เมื่อ a เป็นจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ m และ n เป็นจำนวนเต็ม

จะได้ว่า _____ = _____

ดังนั้น _____ = _____

_____ x _____ = _____

เพราะฉะนั้น x^4 = _____

ภาคผนวก ค

ตัวอย่างการตอบแบบทดสอบวินิจฉัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เรื่อง เลขยกกำลัง
ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่ศึกษา

1) จงเขียนเลขยกกำลังให้อยู่ในรูปการคูณ

1.1) $(2)^3 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ✓

เหตุผล $2^3 = 2 \times 2 \times 2$ หรือ 3 เป็นจำนวนเต็มบวก เป็นจำนวนเต็มบวก

1.2) $(-5)^4 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5)$ ✓

เหตุผล เลขชี้กำลัง 4

1.3) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)$ ✓

เหตุผล เลขชี้กำลัง 3

2) จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปเลขยกกำลัง

2.1) $(0.1)(0.1)(0.1)(0.1)(0.1) = (0.1)^5$ ✓

จากข้อ 1-3 มีเลขคูณในการคิด

2.2) $(ab)(ab)(ab)(ab)(ab)(ab) = (ab)^6$ ✓

ข้อ 1-3 เลขคูณ 6 เป็นเลขจำนวนเต็มบวก

2.3) $(b-3)(b-3)(b-3) = (b-3)^3$ ✓

ข้อ 1-3 เลขคูณ 3 เป็นเลขจำนวนเต็มบวก

2.4) $128 = 2^7$ ✓

ข้อ 4. เลข 2 คูณ 7 = 14

2.5) $-125 = (-5)^3$ ✓

ข้อ 5. เลข -5 คูณ 3 = -15

3) จงทำให้ $64 \times (-2)^3 \times 8$ เป็นผลสำเร็จ

วิธีทำ $64 \times (-2)^3 \times 8 = (2^6) \times (-2)^3 \times (2^3)$ ✓

เหตุผล เลขชี้กำลัง 6+3+3=12 เลขชี้กำลัง 12 เป็นเลขจำนวนเต็มบวก

$= 2^{12}$

เหตุผล

$= 4096$

เหตุผล

$= 4096$

เหตุผล

4) จงหาผลลัพธ์ $\frac{4^6}{4^{-2}}$

วิธีทำ $\frac{4^6}{4^{-2}} = 4^{6-(-2)}$ ✓

เหตุผล $4^6 = 4^{6-(-2)}$ หรือ 6+2=8 เลขชี้กำลัง 8 เป็นเลขจำนวนเต็มบวก

$= 4^8$

เหตุผล

$= 65536$

เหตุผล

5) จงทำให้ $(-5xy)^4$ ให้เป็นผลสำเร็จ

วิธีทำ $(-5xy)^4 = (-5)^4 (x^4 y^4)$ ✓

เหตุผล เลขชี้กำลัง 4 เป็นเลขจำนวนเต็มบวก

$= 625 x^4 y^4$

เหตุผล

$= 625 x^4 y^4$

เหตุผล

6) จงหาผลคูณของ $(2a)(2a)^3(2a^3)$

วิธีทำ $(2a)(2a)^3(2a^3) = 2^5 a^8$ ✓

เหตุผล เลขชี้กำลัง 1+3+3=7 เลขชี้กำลัง 7 เป็นเลขจำนวนเต็มบวก

$= 256 a^8$

เหตุผล

$= 256 a^8$

เหตุผล

$= 256 a^8$

เหตุผล

$= 256 a^8$

เหตุผล

$= 256 a^8$

เหตุผล

$= 256 a^8$

เหตุผล

$= 256 a^8$

เหตุผล

$= 256 a^8$

เหตุผล

$= 256 a^8$

เหตุผล

$= 256 a^8$

เหตุผล

$= 256 a^8$

เหตุผล

$= 256 a^8$

เหตุผล

$= 256 a^8$

เหตุผล

$= 256 a^8$

เหตุผล

$= 256 a^8$

เหตุผล

$= 256 a^8$

เหตุผล

$= 256 a^8$

เหตุผล

7) จงทำ $\left(\frac{a^2b^{-3}}{a^{-4}b^5}\right)^{-2}$ ให้เป็นผลสัมฤทธิ์

วิธีทำ $\left(\frac{a^2b^{-3}}{a^{-4}b^5}\right)^{-2} = \frac{(a^{2-(-4)}b^{-3-5})^{-2}}{1} = \frac{(a^{2+4}b^{-3-5})^{-2}}{1} = \frac{(a^6b^{-8})^{-2}}{1} = \frac{a^{-12}b^{16}}{1} = \frac{b^{16}}{a^{12}}$

เหตุผล $a^2 = a^{2+4}$ หรือ a^{2+4} เพราะ a^{-4} เป็นจำนวนลบ
 เหตุผล b^{-3-5} หรือ b^{-8} เพราะ b^5 เป็นจำนวนลบ
 เหตุผล a^{-12} หรือ a^{-12} เพราะ a^{-12} เป็นจำนวนลบ
 เหตุผล b^{16} หรือ b^{16} เพราะ b^{16} เป็นจำนวนบวก

8) จงเปรียบเทียบเลขยกกำลังต่อไปนี้ โดยใส่เครื่องหมาย < หรือ > พร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบ

8.1) $2^4 > 2^3$ เหตุผล $2^4 = 16$ และ $2^3 = 8$ หรือ $2^4 > 2^3$

8.2) $(0.1)^4 < (0.1)^3$ เหตุผล $(0.1)^4 = 0.0001$ และ $(0.1)^3 = 0.001$

8.3) $\left(\frac{-5}{2}\right)^3 < \left(\frac{-5}{2}\right)^2$ เหตุผล $\left(\frac{-5}{2}\right)^3 = \frac{-125}{8}$ และ $\left(\frac{-5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$

9) จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ 0.0000000128

วิธีทำ $0.0000000128 = 1.28 \times 10^{-8}$

เหตุผล 1.28 เป็นจำนวนระหว่าง 1 ถึง 10
 เหตุผล 10^{-8} เป็นเลขยกกำลังลบ

10) จงหาค่าของ $(8 \times 10^6) + (5 \times 10^6) - (4 \times 10^6)$ โดยเขียนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

วิธีทำ $(8 \times 10^6) + (5 \times 10^6) - (4 \times 10^6) = 9 \times 10^6$

เหตุผล $8 + 5 - 4 = 9$

11) จงหาค่าของ $\frac{-2^2}{4} - \frac{(-3)^2}{27}$

วิธีทำ $\frac{-2^2}{4} - \frac{(-3)^2}{27} = \frac{-4}{4} - \frac{9}{27} = -1 - \frac{1}{3} = -\frac{4}{3}$

เหตุผล $-1 - \frac{1}{3} = -\frac{4}{3}$

เหตุผล $-\frac{4}{3}$ หรือ $-\frac{4}{3}$ หรือ $-\frac{4}{3}$

12) จงทำ $(2^{-1} + 5^{-1})^{-1}$ ให้เป็นผลสำเร็จ

วิธีทำ $(2^{-1} + 5^{-1})^{-1} =$ _____ เหตุผล _____ ทำไม่ได้เพราะไม่ใช่ที่ลงตัว
 _____ เหตุผล _____ เมื่อหาร ๒๖ ไม่ลงตัวใช้ตัว
 _____ เหตุผล _____ ซึ่งโดยปกติแล้วไม่ลงตัว
 _____ เหตุผล _____ ใช้สมมติได้ ๓ ครั้ง ๐.๗
 _____ เหตุผล _____ ๓

13) จงทำให้ $\frac{18 \times 2^{-2n} \times 2^{3n}}{9 \times 2^{-n}}$ ให้เป็นผลสำเร็จ

วิธีทำ $\frac{18 \times 2^{-2n} \times 2^{3n}}{9 \times 2^{-n}} =$ _____ เหตุผล _____ ไม่รู้ค่าของ n ให้ n=1 ไม่ลงตัว
 _____ เหตุผล _____ หรือ สมมติได้ ๓ ครั้ง
 _____ เหตุผล _____ ๓
 _____ เหตุผล _____ ๓

14) จงทำ $\frac{(3^{n+4}) - (3^{n+1})}{3^{n+2}}$ ให้เป็นผลสำเร็จ

วิธีทำ $\frac{(3^{n+4}) - (3^{n+1})}{3^{n+2}} =$ _____ เหตุผล _____ ทำไม่ได้ / ไม่ทราบค่าของ n
 _____ เหตุผล _____ เพราะใช้สมมติได้ ๓ ครั้ง
 _____ เหตุผล _____
 _____ เหตุผล _____
 _____ เหตุผล _____

15) ถ้า $81^x = 9$ แล้ว x^4 มีค่าเท่าใด

วิธีทำ จากสมการ $81^x = 9$

จัดรูปสมการใหม่ เพื่อหาค่า x ได้ดังนี้

$$81^x = 9 \quad = \quad 3^{4x} = 3^2$$

$$4x = 2$$

$$x = \frac{2}{4}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

จากนิยาม $a^m = a^n$ เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ m และ n เป็นจำนวนเต็ม

จะได้ว่า _____ = _____

ดังนั้น _____ = _____

_____ = _____

เพราะฉะนั้น $x^4 =$ _____

4/1/2022 กวี/อริยา/วิทย์/อช
และสว. ศก.ม.ว.วิ.โล. ขา. น. สว.ม.ว.วิ.ศก.ม.ว.อ.

Daya E.
19 สิงหาคม 51.

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ ที่ตรวจเนื้อหา แบบทดสอบวินิจฉัย
ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง ประกอบด้วย

1. อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์

ผู้เชี่ยวชาญเฉพาะด้านพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอน
วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

2. รองศาสตราจารย์ ดร. สมสรร วงษ์อยู่น้อย

สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

3. ดร.จรรยา ภูอุดม

ครู คศ. 3 โรงเรียนดอนเมืองจตุรจินดา

ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์

ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาวปัญญนุช กุลเพชร
วันเดือนปีเกิด	13 พฤศจิกายน 2522
สถานที่เกิด	111 หมู่ 4 บ้านวังไผ่ ตำบลชัยนาท อำเภอเมืองชัยนาท จังหวัดชัยนาท 74000
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	111 หมู่ 4 บ้านวังไผ่ ตำบลชัยนาท อำเภอเมืองชัยนาท จังหวัดชัยนาท 74000
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน สถานที่ทำงานปัจจุบัน	ครู คศ. 1 โรงเรียนพระตำหนักสวนกุหลาบ ในพระบรมมหาราชวัง สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 1
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2552	การศึกษามหาบัณฑิต (การมัธยมศึกษา) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2545	ประกาศนียบัตรวิชาชีพครู จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2544	วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2541	มัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนชัยนาทพิทยาคม