

การศึกษาและออกแบบระบบควบคุมของหุ่นยนต์กระพ้อปีกเหมือนนก

ปริญญานิพนธ์
ของ
ณัฐสิทธิ์ พัฒนะอิม

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

ตุลาคม 2548

การศึกษาและออกแบบระบบควบคุมของหุ่นยนต์กระพ้อปีกเหมือนนก

ปริญญานิพนธ์

ของ

ณัฐสิทธิ์ พัฒนะอิม

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

ตุลาคม 2548

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การศึกษาและออกแบบระบบควบคุมของหุ่นยนต์กระพ้อปีกเหมือนนก

บทคัดย่อ

ของ

ณัฐสิทธิ์ พัฒนะอิม

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

ตุลาคม 2548

ณัฐสิทธิ์ พัฒนะอิม. (2548).การศึกษาและออกแบบระบบควบคุมของหุ่นยนต์กระพ้อปีกเหมือนนก
ปริญญาานิพนธ์ วศ.ม.(เครื่องกล).กรุงเทพฯ:บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
คณะกรรมการควบคุม: พันโท ผศ.ดร.ทวิวัชร วีระเกล้า, พันโท ดร.เศรษฐพงศ์ มะลิสวรรณ

ปริญญาานิพนธ์นี้มีวัตถุประสงค์ที่มุ่งเน้นวิจัย เพื่อศึกษาและออกแบบระบบควบคุมของ
หุ่นยนต์กระพ้อปีกเหมือนนก โดยการออกแบบจะให้หลักการเช่นเดียวกับการออกแบบหุ่นยนต์ทั่วไป
การคำนวณและออกแบบในส่วนของตัวหุ่นยนต์จะใช้หลักการของออปติไมต์เซชัน (Optimization) มา
เป็นเครื่องมือเพื่อให้หุ่นยนต์มีความเหมาะสมที่สุดทั้งในส่วนโครงสร้างและส่วนของต้นกำลังขับ
ส่วนการออกแบบระบบควบคุมการบินจะออกแบบให้เป็นแบบบังคับ

การศึกษาวิจัยกระทำโดยออกแบบและสร้างหุ่นยนต์กระพ้อปีกเหมือนนกต้นแบบขึ้นมา ส่วน
ของการออกแบบและการคำนวณ ต้องออกแบบกลไกปีกหุ่นยนต์ให้มีแรงยกที่เพียงพอต่อการประคอง
ตัวอยู่ในอากาศได้ ดังนั้นเพื่อให้มีความเหมาะสมทั้งส่วนของโครงสร้างและต้นกำลังขับ จึงต้องคำนวณ
หาสมการการเคลื่อนที่ของกลไกปีกหุ่นยนต์ให้ได้ก่อน เพื่อนำไปใช้กับวิธีการออปติไมต์เซชัน
(Optimization) ส่วนการควบคุมการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์นั้น ได้ออกแบบการควบคุมทิศทางโดยการใช้
ทางเป็นเครื่องบังคับ ส่วนความเร็วในการเคลื่อนที่ควบคุมด้วยการปรับความเร็วรอบของมอเตอร์ขับ

ผลของงานศึกษาวิจัยพบว่า การออกแบบและคำนวณหาต้นกำลังขับที่เหมาะสมนั้นสามารถ
หาได้ด้วยวิธีการพลังงานน้อยสุดที่เหมาะสม (Minimum energy optimization) ซึ่งหุ่นยนต์สามารถบิน
อยู่ในอากาศได้ดี แต่การเริ่มต้นบินต้องใช้แรงคนส่งให้หุ่นยนต์ลอยให้สูงจากพื้นเสียก่อนแล้วจึงเริ่ม
บังคับให้บินไปตามทิศทางและความเร็วที่ต้องการ แต่ในการลงจอดของหุ่นยนต์ยังไม่มีความนิ่มนวล
เนื่องจากจะกระแทกกับพื้น

A Study and Design Control System of Ornithopter

AN ABSTRACT

BY

NATHASIT PHATHANAİM

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Master of Engineering degree in Mechanical Engineering
at Srinakharinwirot University

October 2005

Nathasit Phathanaim. (2005). *A Study and Design Control System of Ornithopter*
Master thesis, M.Eng.(Mechanical Engineering). Bangkok: Graduate School,
Srinakharinwirot University. Advisor Committee : Lt. Col. Assist. Prof. Dr. Tawiwat
Veeraklaew : Lt.Col. Dr. Settapong Malisuwan.

The purpose of this research are to study and design control system of ornithopter by using robotics theory and optimization to find most suitable motor driver, the flying control by manual, respectively.

The research methods are acting by design and construct a ornithopter, design flying mechanism and calculate minimum energy lift force to hold a ornithopter in space. Equations of motion of flying mechanism are requiring for minimum energy optimization method to find motor driver. The flying directional control is using a trial and velocity of motion control by varies motor speed, respectively.

The results of study, the design and calculate of motor driver can meet by minimum energy optimization method. The ornithopter has a good fly and control, but have to throw it into space first on start by human and then control. The ornithopter is not safe when landing because impact the ground.

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาและออกแบบระบบควบคุมของหุ่นยนต์กระป๋องปึกเหมือนนก

ของ

ณัฐสิทธิ์ พัฒนะอิม

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาวិศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เพ็ญสิริ จีระเดชากุล)

วันที่เดือน.....พ.ศ. 2548

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

.....ประธาน

(พันโท ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทวิวัชร วีระเกล้า)

.....กรรมการ

(พันโท ดร.เศรษฐพงศ์ มะลิสุวรรณ)

.....กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ วิจิต บัวแก้ว)

.....กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สินชัย ชินวรรตน์)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จได้ด้วยความกรุณาของ พันโท ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ทวีวัชร วีระเกล้า ประธานกรรมการควบคุมการทำปริญญานิพนธ์ และ พันโท ดร. เศรษฐพงศ์ มะลิสุวรรณ กรรมการควบคุมการทำปริญญานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำ ให้ความช่วยเหลือ และแก้ไขความบกพร่อง อีกทั้งให้กำลังใจขณะดำเนินการทำปริญญานิพนธ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงตลอดไป

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ วิจิต บัวแก้ว, ดร.พิชัย อัมภมมงคล, พันเอก สุภาโชค สัมปัตตะวนิช และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สิ้นชัย ชินวรรตน์ ที่ช่วยตรวจแก้ปริญญานิพนธ์ และให้ข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่องานวิจัย

ขอขอบพระคุณ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี ที่ให้โอกาสในการศึกษาหาความรู้เพิ่มเติมแก่ผู้วิจัย

ขอขอบคุณบิดา มารดา ตลอดจนเพื่อนร่วมงานทุกท่าน ในความสนับสนุน ช่วยเหลือและให้กำลังใจ เป็นอย่างดีตลอดเวลา

ขอขอบคุณเพื่อนร่วมชั้น โครงการความร่วมมือหลักสูตรปริญญาโท มศว. และ รร. จปร.สาขาวิศวกรรมเครื่องกล รุ่น 1 ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจ

ณัฐสิทธิ์ พัฒนะอิม

สารบัญ

บทที่	หน้า
1	บทนำ..... 1
	ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... 1
	วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย..... 1
	ขอบเขตของโครงการวิจัย..... 1
	วิธีดำเนินการวิจัยโดยย่อ..... 2
	ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ..... 2
2	ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 3
	บทปริทัศน์วรรณกรรม..... 3
	ทฤษฎีของหุ่นยนต์..... 5
3	วิธีดำเนินการวิจัย..... 11
	การออกแบบของหุ่นยนต์..... 11
	การหาสมการการเคลื่อนที่..... 18
	การออกแบบโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์..... 36
	การออกแบบระบบควบคุมการบิน..... 37
4	ผลการทดสอบและวิเคราะห์ผลการทดสอบ..... 39
	ผลการทดสอบ..... 39
	วิเคราะห์ผลการทดสอบ..... 44
5	สรุปและวิจารณ์ผลการทดสอบ..... 45
	สรุปและวิจารณ์ผลการทดสอบ..... 45
	ข้อเสนอแนะ..... 45
	บรรณานุกรม..... 46

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
ภาคผนวก.....	47
อภิธานศัพท์.....	47
แบบหุ่นยนต์กระป๋องปีกเหมือนนก.....	47
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	103

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 ดี-เฮช พารามิเตอร์ (D-H Parameter) กลไกของปั๊มหุ่นยนต์.....	14
2 ดี-เฮช พารามิเตอร์ (D-H Parameter) ของตัวหุ่นยนต์.....	28

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 แสดง โอเพ่นไคเนติกเชน (open kinematic chain).....	5
2 แสดงการตั้งเฟรมตามวิธีเดเนวิต-ฮาร์เทนเบอร์ก (Denavit – Hartenberg).....	6
3 ผังวัตถุอิสระของการสมมูลวัตถุในอากาศ.....	11
4 ผังวัตถุอิสระของการสมมูลของหุ่นยนต์กระพ้อปีกเหมือนนกในอากาศ.....	12
5 กลไกของปีกหุ่นยนต์.....	12
6 กลไกของปีกหุ่นยนต์ด้านขวา.....	13
7 การตั้งเฟรมบนกลไกของปีกหุ่นยนต์.....	14
8 เฟรมที่ 1 Thin Plate.....	16
9 เฟรมที่ 2 Cylinder Rod.....	17
10 เฟรมที่ 3 Triangle Thin Plate.....	17
11 แสดงตำแหน่งของหุ่นยนต์ กับ เฟรมอ้างอิง (Reference Frame).....	27
12 โพลีชาร์ทแสดงระบบควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์กระพ้อปีกเหมือนนก.....	37
13 ไดอะแกรมแสดงระบบควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์กระพ้อปีกเหมือนนก.....	38
14 หุ่นยนต์กระพ้อปีกเหมือนนก.....	38
15 แสดงการเคลื่อนที่ของเฟรมที่ 1.....	39
16 แสดงความเร็วของเฟรมที่ 1.....	40
17 แสดงแรงบิดของเฟรมที่ 1.....	40
18 แสดงการเคลื่อนที่ของเฟรมที่ 2.....	41
19 แสดงความเร็วของเฟรมที่ 2.....	41
20 แสดงแรงบิดของเฟรมที่ 2.....	42
21 แสดงการเคลื่อนที่ของเฟรมที่ 3.....	42
22 แสดงการความเร็วเฟรมที่ 3.....	43
23 แสดงแรงบิดของเฟรมที่ 3.....	43

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การลาดตระเวนตรวจการณ์ทางอากาศในอดีตจะต้องใช้เครื่องบินที่มีนักบินควบคุม นอกจากจะมีต้นทุนในการดำเนินการสูงแล้ว ยังเป็นการเสี่ยงอันตรายต่อตัวนักบินที่อาจถูกฝ่ายตรงข้ามโจมตีอีกด้วย แต่เทคโนโลยีทางอิเล็กทรอนิกส์ในปัจจุบันที่มีความก้าวหน้าไปมาก อีกทั้งยังมีอุปกรณ์การนำร่องที่ทันสมัย ทำให้มีความเป็นไปได้ที่จะพัฒนาอากาศยานไร้ผู้บังคับ (Unmanned Aerial Vehicle, UAV) ขึ้นมาใช้งาน ยานบินไร้ผู้บังคับคือเครื่องบินที่สามารถบินได้ด้วยระบบอัตโนมัติ โดยไม่ใช้นักบิน แต่ยังคงมีขีดจำกัดทางการบินอยู่คือ เนื่องจากเครื่องบินจะเป็นยานบินที่ปีกยึดอยู่กับที่ (Fixed Wing) ซึ่งจะสามารถบินอยู่ได้โดยอาศัยความเร็วลมทำให้เกิดแรงยก ดังนั้นจึงมีข้อจำกัดในเรื่องของความเร็วและทิศทางในการบังคับ อีกทั้งในการสอดแนมจะเป็นเป้าหมายที่ข้าศึกสามารถโจมตีได้ ด้วยเหตุผลดังกล่าว จึงทำให้เริ่มคิดออกแบบอากาศยานขนาดเล็ก (Micro Aerial Vehicle, MAV) ซึ่งมีปีกเคลื่อนที่ มีลักษณะคล้ายนกในธรรมชาติ หุ่นยนต์กระพือปีกเหมือนนกสามารถบินได้ด้วยการบังคับ โดยไม่ใช้นักบิน ซึ่งเหมาะกับการใช้งานที่มีอันตรายต่อตัวนักบิน และเป็นการประหยัดค่าใช้จ่ายสำหรับภารกิจขนาดเล็ก อีกทั้งยังสามารถใช้เป็นต้นแบบในการพัฒนาระบบการควบคุมการบินแบบอัตโนมัติในอนาคต

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

- 1.2.1 ออกแบบและสร้างหุ่นยนต์กระพือปีกเหมือนนก ที่สามารถควบคุมการบินโดยการบังคับ
- 1.2.2 ออกแบบระบบควบคุมการบินสำหรับหุ่นยนต์กระพือปีกเหมือนนก

1.3 ขอบเขตของโครงการวิจัย

- 1.3.1 ออกแบบและสร้างหุ่นยนต์กระพือปีกเหมือนนก ขนาดความกว้างปีก 990 มิลลิเมตร ความยาวลำตัว 600 มิลลิเมตร น้ำหนักรวม 500 กรัม การทำงานของหุ่นยนต์จะใช้มอเตอร์และแบตเตอรี่เป็นต้นกำลัง มีระยะเวลาในการบินประมาณ 20 นาที

- 1.3.2 ออกแบบระบบควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์กระพ้อปีกเหมือนนก ให้สามารถควบคุมการบินได้โดยการบังคับ

1.4 วิธีดำเนินการวิจัยโดยย่อ

- 1.4.1 คำนวณและออกแบบฮาร์ดแวร์และซอฟต์แวร์
- 1.4.2 สร้างหุ่นยนต์กระพ้อปีกเหมือนนก
- 1.4.3 สร้างระบบควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์
- 1.4.4 ทดสอบ/จำลอง การทำงานของระบบการควบคุมหุ่นยนต์
- 1.4.5 ทดสอบการทำงานของหุ่นยนต์กับระบบที่ใช้ควบคุม
- 1.4.6 ปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องของระบบการทำงานของหุ่นยนต์
- 1.4.7 สรุปผลการทำงาน และจัดเตรียมข้อเสนอแนะในการพัฒนาหุ่นยนต์กระพ้อปีกเหมือนนก

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1.5.1 ได้ต้นแบบหุ่นยนต์กระพ้อปีกเหมือนนกและระบบควบคุมการบิน สำหรับยานบินบังคับขนาดเล็ก เพื่อเป็นตัวอย่างสำหรับการวิจัยและพัฒนาต่อไปในอนาคต
- 1.5.2 สามารถนำไปประยุกต์ใช้งานที่เป็นภารกิจขนาดเล็ก ซึ่งจะทำให้มีต้นทุนในการดำเนินการต่ำ เช่น ใช้ในงานด้านการสอดแนมทางทหาร การเฝ้าตรวจระยะไกล การค้นหาแหล่งผลิตยาเสพติด การช่วยเหลือค้นหาผู้ประสบภัย หรือการถ่ายภาพเพื่อการเกษตร เป็นต้น

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และนำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. บทปริทัศน์วรรณกรรม
2. ทฤษฎีของหุ่นยนต์

2.1 บทปริทัศน์วรรณกรรม (Literature review)

ในความคิดเกี่ยวกับการบินเหมือนนก ถูกริเริ่มโดยจิตรกรนักสิ่งประดิษฐ์ ชื่อ ลีโอนาโด ดา วินชี (Leonardo DaVinci) โดยได้ออกแบบสิ่งประดิษฐ์ที่ใช้กำลังจากมนุษย์ให้มีการทำงานโดยการกระพือปีกเหมือนนกเรียกว่า โอนิโทปเตอร์ (Ornithopter) ในศตวรรษที่ 16 แต่ไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร การพัฒนาโอนิโทปเตอร์ (Ornithopter) มีเรื่อยมา จนกระทั่งปี ค.ศ. 1999 โอนิโทปเตอร์ (Ornithopter) ได้ประสบความสำเร็จในการบินโดยใช้เครื่องยนต์ของแฮร์ริส (Harris) ซึ่งเป็นที่ยอมรับจากเอฟเอไอ (FAI) ว่าเป็นเครื่องยนต์ที่เหมาะสมสำหรับโอนิโทปเตอร์ (Ornithopter)

การพัฒนาการบินขนาดเล็กแบบปีกเคลื่อนที่ (Flapping-wing Micro Air Vehicle) ได้เริ่มขึ้นในปี ค.ศ. 1960 ที่มาร์แชล สเปส เซ็นเตอร์ (Marshall Space Center) ขององค์การนาซ่า (NASA) ได้ทำการทดสอบประสิทธิภาพการทำงานของปีก ยานบินขนาดเล็กแบบปีกเคลื่อนที่ (Flapping-wing Micro Air Vehicle) ได้รับการพัฒนาโดยนักวิทยาศาสตร์ชื่อ เควิน โจนส์และแม็ก แพลทเซอร์ (Kevin Jones and Max Platzer) โดยการทดสอบการบินภายในอุโมงค์ลม ปัญหาที่พบคือชิ้นส่วนที่มีขนาดเล็กจะประสบปัญหากับลมที่มีความรุนแรง ต่อมาได้ออกแบบปีกให้เป็นแบบสองชั้นขึ้น เพื่อความคล่องตัว และให้เกิดแรงยกในทุกองศาของการบิน การกระพือของปีกใช้การเคลื่อนที่ของมอเตอร์ นอกจากนี้ยังมีการติดตั้งอุปกรณ์ตรวจจับขนาดเล็กเพิ่มเติม อาทิเช่น กล้องถ่ายภาพ, อุปกรณ์ตรวจจับการแผ่รังสี, อุปกรณ์ตรวจจับคลื่นเสียง และใช้ร่วมกับการบังคับโดยวิทยุ

มีงานวิจัยของผู้อื่นที่ได้ทำมาก่อน ซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงและเกี่ยวข้องกับการศึกษาวิจัยในครั้งนี้อย่างต่อเนื่อง

โรเบิร์ต มิเชลสัน, เดเนียล เฮลมิค, สตีเวน รีซี และ คาร์มีโล อะมารีนา (Robert Michelson, Daniel Helmick, Steven Reece and Carmelo Amarena. 1997: Abstract) ได้ศึกษาการทำงานของปีกของสิ่งมีชีวิต พบว่าสัตว์แต่ละชนิดจะมีการทำงานของปีกที่แตกต่างกัน ตัวอย่างเช่น นกจะมีการทำงานของปีกแบบ 4 องศาอิสระ (4 degrees of freedom) คือ แพลปปีง (flapping),

แลคคิง (lagging), เฟเทอร์ริง (feathering) และ สเปนนิ่ง (spanning) ส่วนสัตว์จำพวกแมลงต่างๆ จะไม่มีสเปนนิ่ง (spanning) การบินของพวกแมลงจะใช้ความถี่ของปีก ซึ่งมีค่าอยู่ประมาณ 17-25 เฮิรท์ และจากการศึกษาพบว่าปัจจัยที่สำคัญที่สุดในการบินก็คือน้ำหนัก ซึ่งจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับกำลังที่ใช้ในการบิน จากการศึกษาและพัฒนาเขาได้สร้างหุ่นยนต์แบบปีกเคลื่อนที่ขนาดเล็ก (Flapping-wing Micro Air Vehicle) โดยใช้ชื่อว่า เอนโทมอปเตอร์ (entomopter) โดยสร้างจากเทคโนโลยีไฟฟ้าและเครื่องกลขนาดเล็ก (microelectromechanical systems, MEMS)

ที่ นิค พรสิน-ศิริรักษ์, วายซี ไต, เอช แนสเซฟ, ซีเอ็ม โฮ (T. Nick Pronsirak, Y.C. Tai, H. Nassef, C.M. Ho. 1999: Abstract) ได้ทำการสร้างและพัฒนาไมโครแบท (Microbat) โดยการศึกษาการทำงานของปีกที่มีการเคลื่อนที่ พบว่าการทำงานของปีกนั้นจะไม่คงที่และไม่คงตัวทางด้านอากาศพลศาสตร์ เขาได้ออกแบบปีกโดยใช้โครงสร้างที่เป็นโลหะผสมไททาเนียม (titanium alloy) และแผ่นปีกจะใช้วัสดุสังเคราะห์พาริลีน (parylene) ซึ่งประสบความสำเร็จในการบิน สามารถบินได้ 6 นาที 17 วินาที

โคมิคาซุ ลีโอ (Kimikazu Iio. 2002: Abstract) ได้ศึกษาว่านกมีวิวัฒนาการการบินมากกว่า พันล้านปี ลักษณะการบินของนกมีข้อดีทั้งในด้านความเร็ว ประสิทธิภาพ และการเปลี่ยนทิศทาง ซึ่งสามารถบินในสภาวะแวดล้อมหลายอย่าง ด้วยลักษณะการบินที่ผสมผสานกัน จากการศึกษาจะเห็นลักษณะการเคลื่อนที่ของปีก 3 ลักษณะ คือ การกระพือปีก (Flapping) การแหวกอากาศ (Lead lag) และมุมของปีก (Feathering) ในการทดสอบเขาได้ออกแบบปีกของนกโดยมีโครงสร้างแบบสององศาอิสระ คือ การกระพือปีกและมุมของปีก โดยใช้กำลังขับเคลื่อนจากเซอร์โวมอเตอร์ การทดสอบหาแรงทางอากาศพลศาสตร์ วัดได้จากโหลดเซลล์สามมิติ จากการทดสอบพบว่า แรงยกที่เกิดขึ้นจากการกระพือปีกที่มุมของปีกแตกต่างกัน จะให้แรงยกไม่เท่ากัน และนอกจากนี้ยังเกิดแรงเบียดทางด้านข้างซึ่งสามารถแก้ไขได้โดยใช้ปีกที่อ่อนตัวได้ร่วมกับลูกหมาก

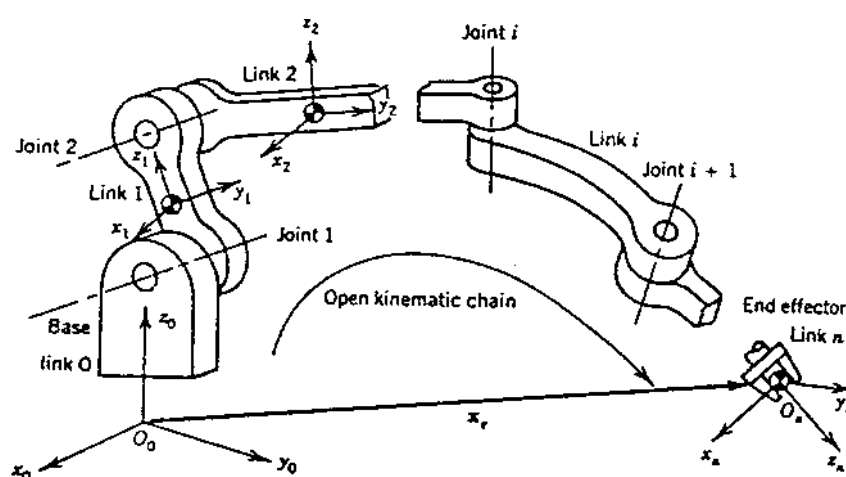
วินเซนต์และจินวูก ลี (Vincen and JinWook Lee. 2003: Abstract) ได้ประดิษฐ์หุ่นยนต์กระพือปีกเหมือนนก โดยใช้เซอร์โวมอเตอร์ขนาด 7.4 โวลท์ เป็นต้นกำลัง โดยมีน้ำหนักหุ่นยนต์ทั้งหมด 28 กรัม ความกว้างปีกสูงสุด 39 เซนติเมตร ในการทดสอบการบินครั้งแรกใช้ชุดเกียร์ที่มีอัตราทด 22:1 หลังจากนั้นได้ทำการออกแบบอัตราทดใหม่เป็น 26:1 พบว่าประสิทธิภาพของเพดานบินดีขึ้น 50% การควบคุมการบินเป็นแบบบังคับ โดยมีการบังคับขึ้น – ลง และซ้าย – ขวา

ผลจากการวิจัยจากมหาวิทยาลัย อ็อกฟอร์ด และแคมบริด เรื่องการทดสอบการบินของผีเสื้อภายในอุโมงค์ลม และการกระพือปีกของแมลง พบว่าการกระพือปีกจะทำให้เกิดการหมุนวนของอากาศเหนือปีก ซึ่งจะให้เกิดแรงยกเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า แต่ในการบินของแมลงจะมีจังหวะในการกระพือปีกที่ไม่คงที่

2.2 ทฤษฎีของหุ่นยนต์

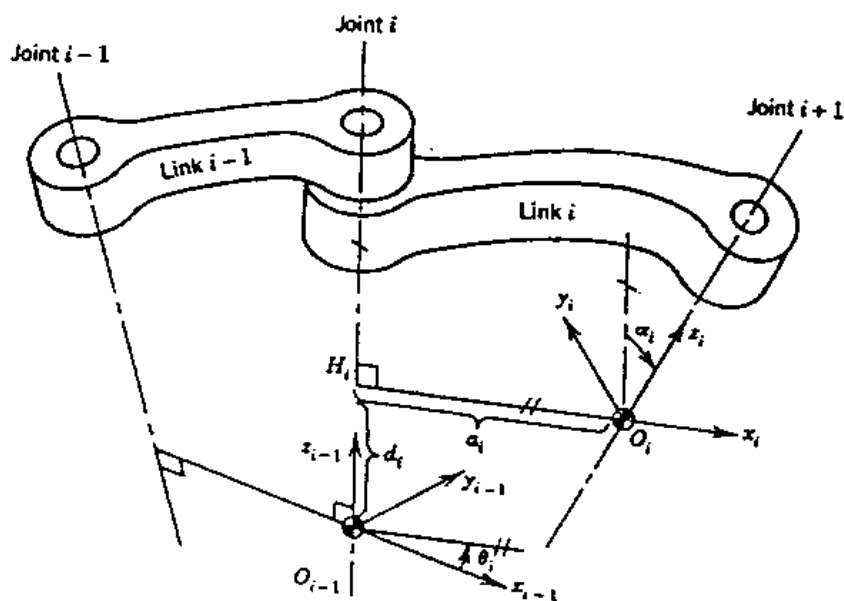
2.2.1 ไคเนติกส์ของแขนกล (Kinematic modeling of a manipulator arm)

โดยทั่วไปแล้วแขนกลจะประกอบไปด้วยวัตถุแข็งติดต่อกันแบบอนุกรม (serial linkage of rigid bodies) หรือเรียกว่า โอเพินไคเนติกเชน (open kinematic chain) ซึ่งแขนกลในอุตสาหกรรมจะเป็นแบบ โอเพินไคเนติกเชน (open kinematic chain) ทั้งสิ้น



ภาพประกอบ 1 แสดง โอเพินไคเนติกเชน (open kinematic chain)

เนื่องจากงานของแขนกลจะเกี่ยวข้องกับปลายแขนกลเป็นส่วนใหญ่ ฉะนั้นเราจะวิเคราะห์ถึงการเคลื่อนที่ของปลายแขนกลที่ก้านต่อสุดท้าย จากภาพประกอบ 1 ตั้งเฟรม $O_n - x_n y_n z_n$ ไว้ที่ปลายแขนกลและเฟรม $O_0 - x_0 y_0 z_0$ ไว้ที่ฐานของแขนกล การเคลื่อนที่ของปลายแขนกลจะเกิดจากการเคลื่อนที่ของก้านต่อต่างๆ ระหว่างก้านต่อแรกกับปลายแขนกล ฉะนั้นการเลื่อนตำแหน่งและการหมุนของปลายแขนกล สามารถวิเคราะห์ได้จากการเลื่อนตำแหน่งและการหมุนของแต่ละก้านต่อ ที่เรียงต่อกันแบบอนุกรม ให้ $O_i - x_i y_i z_i$ ไปยังเฟรมที่ i ของแต่ละก้านต่อและใช้โฮโมจีเนียสทรานส์ฟอร์มเมชัน (homogeneous transformation) จากก้านต่อสุดท้ายย้อนกลับมากที่ก้านต่อแรกก็จะหาการเลื่อนตำแหน่งและการหมุนของปลายแขนกล เทียบกับเฟรมศูนย์ได้



ภาพประกอบ 2 แสดงการตั้งเฟรมตามวิธีเดเนวิต-ฮาร์เทนเบิร์ก (Denavit – Hartenberg)

ภาพประกอบ 2 เป็นการตั้งเฟรมบนก้านต่อต่างๆ ของแขนกลโดยใช้วิธีของเดเนวิต-ฮาร์เทนเบิร์ก (Denavit – Hartenberg) จุดกำเนิดของเฟรมที่ $i (O_i)$ จะอยู่บนจุดตัดระหว่างจุดต่อ $i+1$ กับเส้นตั้งฉากระหว่างจุดต่อ i กับ จุดต่อ $i+1$

แกน x_i จะอยู่บนจุดต่อ $i+1$

แกน y_i จะอยู่บนเส้นตั้งฉากระหว่างจุดต่อ i กับ จุดต่อ $i+1$

แกน z_i จะเป็นไปตามกฎมือขวา

a_i คือ ความยาวของเส้นตั้งฉากระหว่าง z_{i-1} กับ z_i

d_i คือ ระยะระหว่าง x_{i-1} กับ x_i ตามแนวแกน z_{i-1}

α_i คือ มุมระหว่าง z_{i-1} กับ z_i วัดรอบแกน x_i ตามกฎมือขวา

θ_i คือ มุมระหว่าง z_{i-1} กับ z_i วัดรอบแกน z_{i-1} ตามกฎมือขวา

พารามิเตอร์ a_i และ α_i จะเป็นค่าคงที่ d_i และ θ_i จะเป็นตัวแปรขึ้นกับชนิดของจุดต่อ ในระบบแขนกล สามารถแบ่งชนิดของจุดต่อได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. จุดต่อหมุน (revolute joint) คือ จุดต่อซึ่งมีก้านต่อที่ติดต่อกันเคลื่อนที่แบบเชิงมุม หมุนรอบจุดต่อนั้นๆ ด้วยพารามิเตอร์ θ_i

2. จุดต่อเลื่อน (prismatic joint) คือ จุดต่อซึ่งมีก้านต่อที่ติดกันเคลื่อนที่แบบเชิงเส้นตามแนวแกนของจุดต่อนั้น ๆ ด้วยพารามิเตอร์ d_i

จากภาพประกอบ 2 สามารถหาโฮโมจีเนียสทรานส์ฟอร์มเมชันเมตริก (homogeneous transformation matrix) ของก้านต่อที่ติดกันได้ดังนี้

$${}^{i-1}_iT = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \sin \theta_i \cos \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \cos \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} d_i \\ \sin \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

และสามารถหาโฮโมจีเนียสทรานส์ฟอร์มเมชันเมตริก (homogeneous transformation matrix) ของก้านต่อที่เฟรมใดๆเทียบกับเฟรมศูนย์ดังนี้

$${}^0_nT = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T \dots {}^{n-1}_nT \quad (2.2)$$

2.2.2 จาโคเบียน (Jacobian)

การพิจารณาไคเนแมติกของแขนกล จะนำไปสู่ความเร็วของหุ่นยนต์ซึ่งความสัมพันธ์ของความเร็วจะหาได้โดยการใช้จาโคเบียน (Jacobian) ซึ่งจะแปลงค่าระหว่างอินพุตที่จุดเริ่มต้นกับเอาท์พุตที่ปลายแขนกล จาโคเบียน (Jacobian) มีความสำคัญมากในการวิเคราะห์และการควบคุมการเคลื่อนไหวยของหุ่นยนต์ เพราะจะทำให้ได้มาซึ่งสมการการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ได้ในที่สุด

สำหรับหุ่นยนต์ที่มีก้านต่อจำนวน n ก้านต่อ จะสามารถหาจาโคเบียน (Jacobian) ได้โดยการแปลงค่าระหว่างเวกเตอร์ความเร็วของจุดต่อจำนวน n เวกเตอร์ กับ 6 เวกเตอร์ความเร็วของจุดปลายแขนกล ซึ่งจะมีทั้งความเร็วเชิงเส้นและความเร็วเชิงมุม

เมื่อพิจารณาหุ่นยนต์ที่มีก้านต่อจำนวน n ก้านต่อ จะทำให้มีการเปลี่ยนแปลงของจุดต่อจำนวน $q_1, \dots, q_n$ จะได้ว่า

$${}^0_nT(q) = \begin{bmatrix} {}^0_nR(q) & {}^0_nP(q) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

เมื่อ $q = (q_1, \dots, q_n)^T$ ซึ่งเป็นเวกเตอร์ของตัวแปรจุดต่อ เมื่อหุ่นยนต์มีการเคลื่อนที่ $q_i(t)$ จะทำให้มีการเปลี่ยนแปลงสองลักษณะคือ การเลื่อนตำแหน่งและการหมุน ดังนั้นจึงสามารถหาความเร็วเชิงเส้นและความเร็วเชิงมุมด้วยการคิดเทียบกับเวลาที่เปลี่ยนแปลงไปคือ

$$\begin{bmatrix} V_i \\ \omega_i \end{bmatrix} = J_i \dot{q} \quad (2.4)$$

$$\text{จะได้ว่า } J_i = \begin{bmatrix} J_{vi} \\ \dots \\ J_{\omega i} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

โดยที่ เมตริก J_i ถูกเรียกว่าจาโคเบียน (Jacobian) ซึ่งจะมีขนาดเท่ากับ $6 \times n$ เมื่อ n คือ จำนวนของก้านต่อ

2.2.3 สมการการเคลื่อนที่ (Dynamic Equation of Motion)

สมการการเคลื่อนที่จะมีความสัมพันธ์กับคุณสมบัติที่สำคัญของระบบ เช่น เส้นทาง การเคลื่อนที่, ความเร็ว, ความเร่ง, และแรงบิด โดยทั่วไปแล้วสมการการเคลื่อนที่สามารถหาได้หลายวิธี แต่ในที่นี้จะกล่าวถึงสมการของ ออยเลอร์-ลากรางจ์ (Euler-Lagrange Equations)

สมการออยเลอร์-ลากรางจ์ (Euler-Lagrange Equations) มาจากการนำกลุ่มของสมการอนุพันธ์ที่ใช้พรรณนาถึงระบบของกลไกที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลาซึ่งจะสอดคล้องกับหลังการทำงานของงานจริง สมการออยเลอร์-ลากรางจ์ (Euler-Lagrange Equations) เขียนได้เป็น

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = \tau_j, \quad j = 1, \dots, n \quad (2.6)$$

เมื่อ $L = K - V$ คือ ลากรางจ์เจียน (Lagrangian) ของระบบ ฟังก์ชัน V คือพลังงานศักย์ของระบบ และฟังก์ชัน K คือพลังงานจลน์ของระบบ ส่วน τ คือแรงบิดหรือแรงภายนอกที่กระทำกับอุปกรณ์ทำงาน พลังงานจลน์ของระบบกลไกจะประกอบไปด้วยองค์ประกอบ 2 ส่วนที่ต่างกันคือ หลังงานที่ทำให้เกิดการเลื่อนและหลังงานที่ทำให้เกิดการหมุน ซึ่งจะสอดคล้องกับเรื่องของจาโคเบียน (Jacobian) ดังนั้นถ้าพิจารณา ณ จุดศูนย์กลางมวลของก้านต่อจะสามารถหาความเร็วเชิงเส้นและความเร็วเชิงมุมได้จาก

$$v = J_v \dot{q} \quad (2.7)$$

$$\omega = {}^{i-1}R^T J_{\omega} \dot{q} \quad (2.8)$$

เมื่อเมตริก ${}^{i-1}R$ คือโรเทชันเมตริก (rotation matrix) กำหนดให้มวลของก้านต่อ i คือ m_i และโมเมนต์ความเฉื่อยเป็น I_i ที่แปลงค่าความเร็วเชิงมุม ดังนั้นพลังงานจลน์รวมของระบบสามารถเขียนได้เป็น

$$K = \frac{1}{2} \dot{q}^T \sum_{i=1}^n [m_i J_{vi}^T J_{vi} + J_{\omega i}^T {}^{i-1}R I_i {}^{i-1}R^T J_{\omega i}] \dot{q} \quad (2.9)$$

$$\text{ถ้า} \quad D = \sum_{i=1}^n [m_i J_{vi}^T J_{vi} + J_{\omega i}^T {}^{i-1}R I_i {}^{i-1}R^T J_{\omega i}] \quad (2.10)$$

$$\text{จะได้} \quad K = \frac{1}{2} \dot{q}^T D \dot{q} \quad (2.11)$$

เมตริก D เป็นเมตริกที่มีค่าเป็นบวกเสมอ (Symmetric positive definite matrix) และถูกเรียกว่า อินเนอร์เซียเมตริก (Inertia matrix) ต่อไปจะพิจารณาพลังงานศักย์ กรณีของพลศาสตร์ของวัตถุเกร็งพลังงานศักย์จะเกี่ยวข้องเฉพาะกับแรงโน้มถ่วงของโลก เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$L = \frac{1}{2} \dot{q}^T D \dot{q} - V \quad (2.12)$$

การวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของระบบโดยหลักการของฮาร์มิลตัน (Hamilton) จะใช้มินิไมซ์ฟังก์ชันนอล (minimize a functional) $\int_{t_0}^{t_f} L dt$ โดยต้องสอดคล้องกับสมการออยเลอร์-ลากรางจ์ (Euler-Lagrange Equations) ซึ่งจะเขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$\sum_{j=1}^n d_{kj} \ddot{q}_j + \sum_{i,j=1}^n \left\{ \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} \right\} \dot{q}_i \dot{q}_j - \frac{\partial V}{\partial q_k} = \tau_k, \quad k=1, \dots, n \quad (2.13)$$

$$\text{แต่} \quad \sum_{i,j=1}^n \left\{ \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} \right\} \dot{q}_i \dot{q}_j = \sum_{i,j=1}^n \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_j} - \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} \right\} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (2.14)$$

$$\text{กำหนด} \quad c_{ijk} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_j} - \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} \right\} \quad (2.15)$$

จะได้สมการการเคลื่อนที่

$$\sum_{j=1}^n d_{kj} \ddot{q}_j + \sum_{i,j=1}^n c_{ijk} \dot{q}_i \dot{q}_j - \frac{\partial V}{\partial q_k} = \tau_k \quad , \quad k = 1, \dots, n \quad (2.16)$$

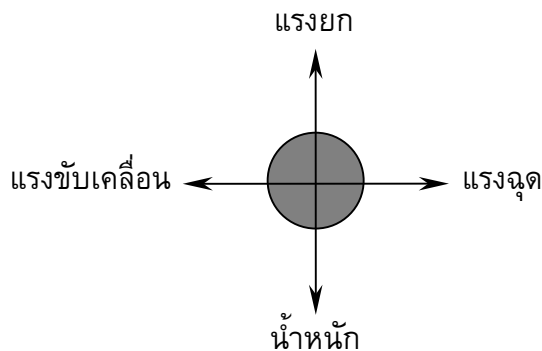
บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

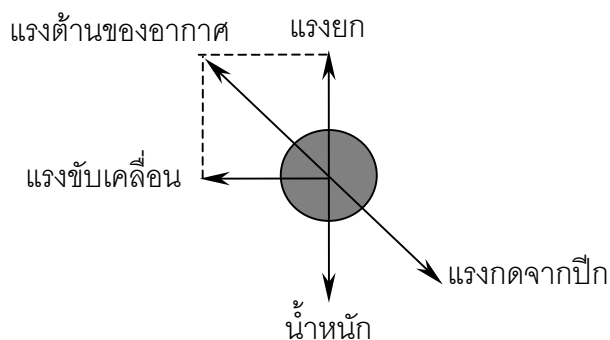
1. การออกแบบของหุ่นยนต์
2. การหาสมการการเคลื่อนที่
3. การออกแบบโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์
4. การออกแบบระบบควบคุมการบิน

3.1 การออกแบบของหุ่นยนต์



ภาพประกอบ 3 ผังวัตถุอิสระของการสมดุลวัตถุในอากาศ

จากภาพประกอบ 3 ใช้หลักการสมดุลของวัตถุ ถ้าต้องการให้วัตถุสามารถลอยตัวอยู่นิ่งในอากาศได้จะต้องประกอบด้วยแรง 4 แรง ซึ่งจะต้องสมดุลกันดังนี้คือ แรงยกจะต้องมีค่าเท่ากับน้ำหนักของวัตถุ ส่วนแรงขับเคลื่อนจะต้องมีค่าเท่ากับแรงจุด โดยจะนำหลักการสมดุลของวัตถุในอากาศไปออกแบบหุ่นยนต์กระพือปีกเหมือนนกได้ดังนี้คือ การกระพือปีกของหุ่นยนต์จะมีมุมปีกกระทำเป็นมุมเอียงเล็กน้อย ดังนั้นเมื่อปีกของหุ่นยนต์กระพือลงจะมีแรงกดจากปีกซึ่งจะมีทิศทางของแรง ดังภาพประกอบ 4 ตามกฎข้อที่สามของนิวตันจะเกิดแรงปฏิกิริยา คือ แรงต้านของอากาศ ซึ่งเป็นแรงที่มีขนาดเท่ากันแต่มีทิศทางตรงข้าม ถ้าแยกองค์ประกอบของแรงต้านของอากาศ จะเกิดแรงยกซึ่งจะทำให้หุ่นยนต์ลอยตัวสูงขึ้น และเกิดแรงขับเคลื่อนทำให้หุ่นยนต์เคลื่อนที่ไปด้านหน้า ส่วนแรงจุดนั้นสามารถทำให้มีค่าน้อยที่สุดได้โดยการออกแบบให้หุ่นยนต์มีรูปร่างเพรียว แรงจุดก็จะยิ่งน้อยลง

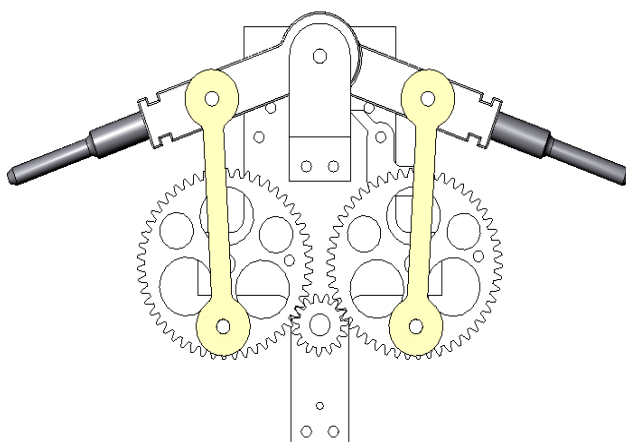


ภาพประกอบ 4 ผังวัตถุอิสระของการสมดุลของหุ่นยนต์กระพือปีกเหมือนนกในอากาศ

น้ำหนักของตัวหุ่นยนต์คำนวณได้จาก

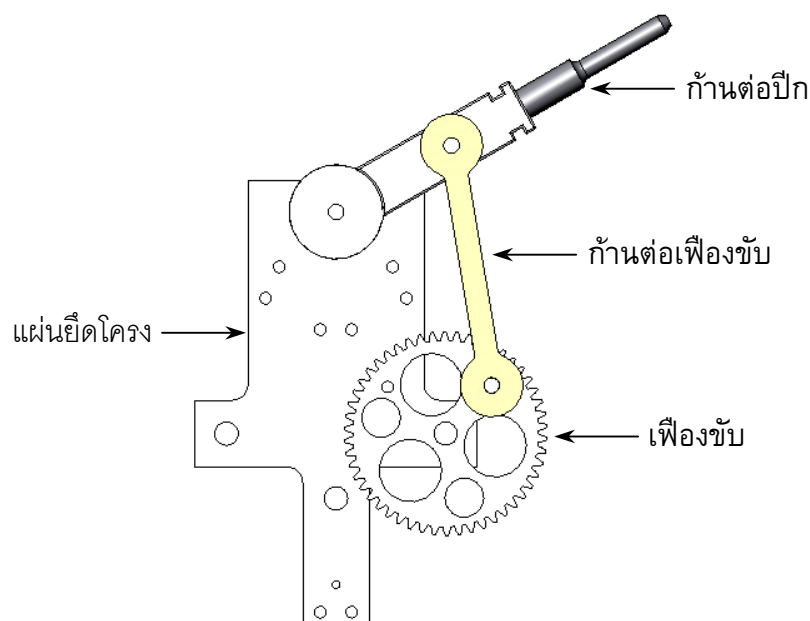
$$\begin{aligned}
 W &= mg \\
 &= 0.5\text{kg} \times 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\
 &= 5\text{N}
 \end{aligned}$$

จากภาพประกอบ 4 หมายความว่าแรงยกน้อยที่สุดที่ทำให้หุ่นยนต์ลอยตัวอยู่ในอากาศได้เท่ากับ 5 N แต่โดยปกติหุ่นยนต์จะมีมุมของปีกเล็กน้อย กำหนดค่าความปลอดภัยสำหรับการทำงานในที่สูงเท่ากับ 10 ดังนั้นจึงประมาณแรงที่กระทำที่ปีกน้อยที่สุดที่จะทำให้หุ่นยนต์ลอยตัวอยู่ในอากาศได้คือ 50 N



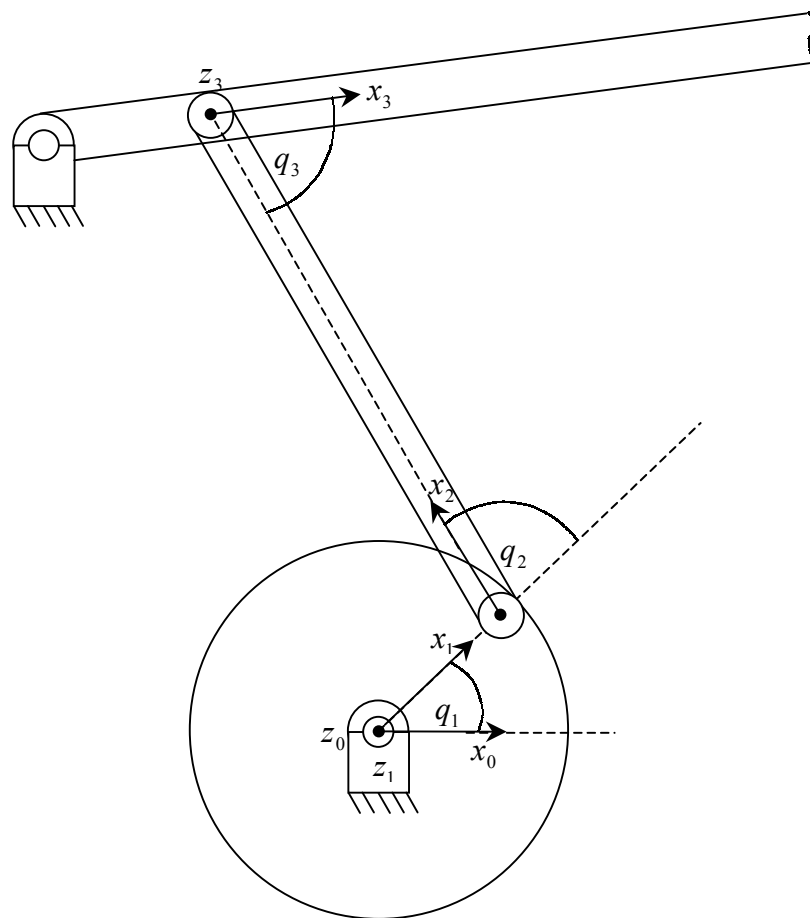
ภาพประกอบ 5 กลไกของปีกหุ่นยนต์

การออกแบบกลไกของปีกหุ่นยนต์ เริ่มจากการให้ปีกของหุ่นยนต์กระพือขึ้น – ลงพร้อมกันทั้ง 2 ข้างก่อน เพราะจะทำให้ง่ายต่อการควบคุม ดังนั้นจึงออกแบบให้มีต้นกำลังในการขับเคลื่อนเพียง 1 ตัว คือมอเตอร์โดยมีเฟืองขับเป็นระบบส่งถ่ายกำลัง ดังภาพประกอบ 5 แต่เพื่อให้่ายในการวิเคราะห์หาลำกำลังของเฟืองขับ จึงคำนวณโดยเริ่มจากกลไกของปีกเพียงด้านเดียวก่อน ดังภาพประกอบ 6



ภาพประกอบ 6 กลไกของปีกหุ่นยนต์ด้านขวา

ในการคำนวณหาลำกำลังของเฟืองขับ จะใช้วิธีการคำนวณในลักษณะเดียวกันกับแขนกลของหุ่นยนต์อุตสาหกรรมซึ่งจะต้องกำหนดชื่อเฟรมและตำแหน่งการวางเฟรมลงบนชิ้นส่วนที่มีการเคลื่อนที่ โดยกำหนดให้แผ่นยึดโครงเป็นเบสเฟรมหรือเฟรมที่ 0 ส่วนเฟืองขับกำหนดให้เป็นเฟรมที่ 1 โดยมีก้านต่อเฟืองกำหนดให้เป็นเฟรมที่ 2 และก้านต่อปีกกำหนดให้เป็นเฟรมที่ 3 และกำหนดตำแหน่งที่ตั้งของแต่ละเฟรมลงบนชิ้นส่วนต่างๆ ดังแสดงในภาพประกอบ 7



ภาพประกอบ 7 การตั้งเฟรมบนกลไกของปิกหุ่นยนต์

ตาราง 1 ดี-เอช พารามิเตอร์ (D-H Parameter) กลไกของปิกหุ่นยนต์

Frames	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_{i-1}
1	0	0	0	$q_1(t)$
2	$l_1 = 12.5$	0	0	$q_2(t)$
3	$l_2 = 31$	0	0	$q_3(t)$

สามารถคำนวณหาค่าต่างๆได้ดังนี้

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 12.5 \\ s_2 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & 31 \\ s_3 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_1R = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_2R = \begin{bmatrix} c_1c_2 - s_1s_2 & -c_1s_2 - s_1c_2 & 0 \\ s_1c_2 + c_1s_2 & c_1c_2 - s_1s_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

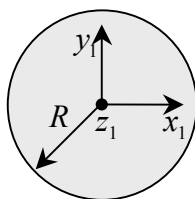
$${}^0_3R = \begin{bmatrix} (c_1c_2 - s_1s_2)c_3 + (c_1s_2 - s_1c_2)s_3 & -(c_1c_2 - s_1s_2)s_3 + (c_1s_2 - s_1c_2)c_3 & 0 \\ (s_1c_2 + c_1s_2)c_3 + (c_1c_2 - s_1s_2)s_3 & -(s_1c_2 + c_1s_2)s_3 + (c_1c_2 - s_1s_2)c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_1J = \begin{bmatrix} -12.5s_1 & 0 & 0 \\ 12.5c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$${}^0_2J = \begin{bmatrix} -3ls_1c_2 - 3lc_1 - 12.5s & -3ls_1c_2 - 3lc_1s_2 & 0 \\ 3lc_1c_2 - 3ls_1s_2 + 12.5c_1 & 3lc_1c_2 - 3ls_1s_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$${}^0_3J = \begin{bmatrix} -3ls_1c_2 - 3lc_1 - 12.5s_1 & -3ls_1c_2 - 3lc_1s_2 & 0 \\ 3lc_1c_2 - 3ls_1s_2 + 12.5c_1 & 3lc_1c_2 - 3ls_1s_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

พิจารณาเฟรมที่ 1 (เฟืองขับ) กำหนดเป็น Thin Plate



ภาพประกอบ 8 เฟรมที่ 1 Thin Plate

กำหนดให้ $m_1 = 25 \text{ g}$.

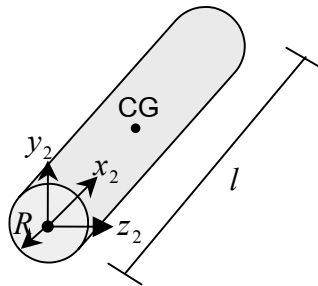
$$R_1 = 12.5 \text{ mm}.$$

$$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{4}mR^2 = \frac{1}{4} \times 25 \times 12.5^2 = 0.9767 \text{ kg.mm}^2$$

$$I_{zz} = \frac{1}{2}mR^2 = \frac{1}{2} \times 25 \times 12.5^2 = 1.9531 \text{ kg.mm}^2$$

$$I_1 = \begin{bmatrix} 0.9767 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9767 & 0 \\ 0 & 0 & 1.9531 \end{bmatrix}$$

พิจารณาเฟรมที่ 2 (ก้านต่อเฟืองขับ) กำหนดเป็น Cylinder Rod



ภาพประกอบ 9 เฟรมที่ 2 Cylinder Rod

กำหนดให้ $m_2 = 20 \text{ g.}$

$$R_2 = 3 \text{ mm.}$$

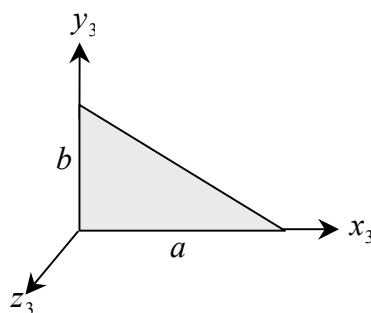
$$l_2 = 31 \text{ mm.}$$

$$I_{xx} = \frac{1}{2}mR^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times 3^2 = 0.09 \text{ kg.mm}^2$$

$$I_{yy} = I_{zz} = \frac{1}{4}mR^2 + \frac{1}{3}ml^2 = \frac{1}{4} \times 20 \times 3^2 + \frac{1}{3} \times 20 \times 31^2 = 6.4517 \text{ kg.mm}^2$$

$$I_2 = \begin{bmatrix} 0.09 & 0 & 0 \\ 0 & 6.4517 & 0 \\ 0 & 0 & 6.4517 \end{bmatrix}$$

พิจารณาเฟรมที่ 3 (ก้านต่อปีก) กำหนดเป็น Triangle Thin Plate



ภาพประกอบ 10 เฟรมที่ 3 Triangle Thin Plate

กำหนดให้ $m_3 = 50 \text{ g.}$

$$a = 495 \text{ mm.}$$

$$b = 340 \text{ mm.}$$

$$\begin{aligned}
I_{xx} &= \frac{1}{18}mb^2 = \frac{1}{18} \times 50 \times 340^2 = 321.1111 \text{ kg.mm}^2 \\
I_{yy} &= \frac{1}{18}ma^2 = \frac{1}{18} \times 50 \times 495^2 = 680.625 \text{ kg.mm}^2 \\
I_{zz} &= \frac{1}{18}m(a^2 + b^2) = \frac{1}{18} \times 50 \times (340^2 + 495^2) = 1001.7361 \text{ kg.mm}^2 \\
I_3 &= \begin{bmatrix} 321.1111 & 0 & 0 \\ 0 & 680.625 & 0 \\ 0 & 0 & 1001.7361 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

หา V ในแต่ละเฟรมจาก $V = mgh$ กำหนดให้ $g = 10 \text{ m/s}^2$

เฟรม 1 $V_1 = m_1gh_1$; Ref. = $h_1 = 0$

$$V_1 = 0 \text{ N.mm}$$

เฟรม 2 $V_2 = m_2gh_2 = m_2g \left[l_1 \sin q_1 + \frac{l_2}{2} \sin(q_1 + q_2) \right]$

$$\begin{aligned}
&= 20g \times 10m/s^2 \left[12.5 \sin q_1 + \frac{31}{2} \sin(q_1 + q_2) \right] \\
&= 2.5 \sin q_1 + 3.1 \sin(q_1 + q_2) \text{ N.mm}
\end{aligned}$$

เฟรม 3 $V_3 = m_3gh_3 = m_3g \left[l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2) + \frac{l_3}{3} \sin(q_3 - \{180 - q_1 - q_2\}) \right]$

$$\begin{aligned}
&= 50g \times 10m/s^2 [12.5 \sin q_1 + 31 \sin(q_1 + q_2) + 165 \sin(q_3 - \{180 - q_1 - q_2\})] \\
&= 6.25 \sin q_1 + 15.5 \sin(q_1 + q_2) + 82.5 \sin(q_3 - \{180 - q_1 - q_2\}) \text{ N.mm}
\end{aligned}$$

3.2 การหาสมการการเคลื่อนที่

ในการหาสมการการเคลื่อนที่ที่จะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ในส่วนแรกจะเป็นการหาสมการการเคลื่อนที่ของกลไกการทำงานของปั๊ม เพื่อคำนวณหากำลังของมอเตอร์ที่ใช้เป็นต้นกำลังของหุ่นยนต์ และในส่วนที่ 2 จะเป็นการหาสมการการเคลื่อนที่ของตัวหุ่นยนต์ โดยจะเริ่มจากการหาอินเนอร์เชียเมตริก (Inertia matrix) จากสมการ 2.10

$$D = \sum_{i=1}^n [m_i J_{vi}^T J_{vi} + J_{vi}^T {}^0 R I_i {}^0 R^T J_{vi}]$$

$$D_1 = m_1 J_{v1}^T J_{v1} + J_{\omega 1}^T {}^0 R I_1 {}^0 R^T J_{\omega 1} \quad (3.1)$$

$$= 25 \begin{bmatrix} -12.5s_1 & 12.5s_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -12.5s_1 & 0 & 0 \\ 12.5s_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9767 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9767 & 0 \\ 0 & 0 & 1.9531 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 & s_1 & 0 \\ -s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7812.5 - 7812.5c_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.9351 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7814.5 - 7812.5c_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_2 = m_2 J_{v2}^T J_{v2} + J_{\omega 2}^T {}^0 R I_{2 \ 2} {}^0 R^T J_{\omega 2} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned}
&= 20 \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -31s_1c_2 \\ -31c_1s_2 \\ -12.5c_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 31c_1c_2 \\ -31s_1s_2 \\ +12.5c_1 \end{pmatrix} & 0 \\ \begin{pmatrix} -31s_1c_2 \\ -31c_1s_2 \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 31c_1c_2 \\ -31s_1s_2 \\ 0 \end{pmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -31s_1c_2 \\ -31c_1s_2 \\ -12.5s_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -31s_1c_2 \\ -31c_1s_2 \end{pmatrix} & 0 \\ \begin{pmatrix} 31c_1c_2 \\ -31s_1s_2 \\ +12.5c_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 31c_1c_2 \\ -31s_1s_2 \end{pmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} c_1c_2 \\ -s_1s_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -c_1s_2 \\ -s_1c_2 \end{pmatrix} & 0 \\ \begin{pmatrix} s_1c_2 \\ +c_1s_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} c_1c_2 \\ -s_1s_2 \end{pmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.09 & 0 & 0 \\ 0 & 6.4517 & 0 \\ 0 & 0 & 6.4517 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} c_1c_2 \\ -s_1s_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} s_1c_2 \\ +c_1s_2 \end{pmatrix} & 0 \\ \begin{pmatrix} -c_1s_2 \\ -s_1c_2 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} c_1c_2 \\ -s_1s_2 \end{pmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 7750c_2^2 + 7750c_1^2c_2 \\ +3125c_1^2 - 7750c_1s_1s_2 \\ +7750c_1s_1c_2 + 7750c_1^2s_2 \\ +3125c_1s_1 + 19220 \\ 7750c_2 + 19220 \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 7750c_1s_1c_2 + 7750c_1^2s_2 \\ +19220 + 7750c_1s_1s_2 \\ +7750c_1^2c_2 \end{pmatrix} & 0 \\ 19220 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6.4517 & 6.4517 & 0 \\ 6.4517 & 6.4517 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 7750c_2^2 + 7750c_1^2c_2 \\ + 3125c_1^2 - 7750c_1s_1s_2 \\ + 7750c_1s_1c_2 + 7750c_1^2s_2 \\ + 3125c_1s_1 + 19226.5 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 7750c_1s_1c_2 + 7750c_1^2s_2 \\ + 19226.5 + 7750c_1s_1s_2 \\ + 7750c_1^2c_2 \end{pmatrix} & 0 \\ 7750c_2 + 19226.5 & 19226.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_3 = m_3 J_{v3}^T J_{v3} + J_{\omega3}^T {}^0R I_{33} {}^0R^T J_{\omega3} \quad (3.3)$$

$$= 50 \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -31s_1c_2 \\ -31c_1s_2 \\ -12.5s_1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 31c_1c_2 \\ -31s_1s_2 \\ +12.5c_1 \end{pmatrix} & 0 \\ \begin{pmatrix} -31s_1c_2 \\ -31c_1s_2 \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 31c_1c_2 \\ -31s_1s_2 \\ 0 \end{pmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -31s_1c_2 \\ -31c_1s_2 \\ -12.5s_1 \end{pmatrix} & -31s_1c_2 - 31c_1s_2 & 0 \\ \begin{pmatrix} 31c_1c_2 \\ -31s_1s_2 \\ +12.5c_1 \end{pmatrix} & 31c_1c_2 - 31s_1s_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} (c_1c_2 - s_1s_2)c_3 \\ + (c_1s_2 - s_1c_2)s_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -(c_1c_2 - s_1s_2)s_3 \\ + (-c_1s_2 - s_1c_2)c_3 \end{pmatrix} & 0 \\ \begin{pmatrix} (s_1c_2 + c_1s_2)c_3 \\ + (c_1c_2 - s_1s_2)s_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -(s_1c_2 + c_1s_2)s_3 \\ + (c_1c_2 - s_1s_2)c_3 \end{pmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 321.1111 & 0 & 0 \\ 0 & 680.625 & 0 \\ 0 & 0 & 1001.7361 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} (c_1c_2 - s_1s_2)c_3 \\ + (c_1s_2 - s_1c_2)s_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} (s_1c_2 + c_1s_2)c_3 \\ + (c_1c_2 - s_1s_2)s_3 \end{pmatrix} & 0 \\ \begin{pmatrix} -(c_1c_2 - s_1s_2)s_3 \\ + (-c_1s_2 - s_1c_2)c_3 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -(s_1c_2 + c_1s_2)s_3 \\ + (c_1c_2 - s_1s_2)c_3 \end{pmatrix} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} 38750c_2 + 55862.5 & 19375c_2 + 48050 & 0 \\ 19375c_2 + 48050 & 48050 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1001.7361 & 1001.7361 & 0 \\ 1001.7361 & 1001.7361 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 38750c_2 + 56864.2 & 19375c_2 + 49051.7 & 0 \\ 19375c_2 + 49051.7 & 49051.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$D = D_1 + D_2 + D_3 \quad (3.4)$$

$$= \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 83905 - 4687.5c_1^2 \\ + 46500c_2 + 7750c_1^2c_2 \\ - 7750c_1s_1s_2 + 7750c_1s_1c_2 \\ + 7750c_1^2s_2 + 3125c_1s_1 \\ 27125c_2 + 68278 \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 7750c_1s_1c_2 + 7750c_1^2s_2 \\ + 7750c_1^2c_2 + 68278 \\ - 7750c_1s_1s_2 + 19375c_2 \end{pmatrix} & 0 \\ 68278 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

จากสมการการเคลื่อนที่

$$\sum_{j=1}^n d_{kj} \ddot{q}_j + \sum_{i,j=1}^n c_{ijk} \dot{q}_i \dot{q}_j - \frac{\partial V}{\partial q_k} = \tau_k, \quad k = 1, \dots, n$$

หาสมการการเคลื่อนที่จาก $k = 1, 2, 3$

ถ้า $k = 1$

$$\begin{aligned}
&d_{11}\ddot{q}_1 + d_{12}\ddot{q}_2 + d_{13}\ddot{q}_3 + c_{111}\dot{q}_1\dot{q}_1 + c_{121}\dot{q}_1\dot{q}_2 + c_{131}\dot{q}_1\dot{q}_3 + c_{211}\dot{q}_2\dot{q}_1 + c_{221}\dot{q}_2\dot{q}_2 + c_{231}\dot{q}_2\dot{q}_3 \\
&+ c_{311}\dot{q}_3\dot{q}_1 + c_{321}\dot{q}_3\dot{q}_2 + c_{331}\dot{q}_3\dot{q}_3 - \frac{\partial V}{\partial q_1} = \tau_1
\end{aligned}$$

$$c_{111} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{11}}{\partial q_1} + \frac{\partial d_{11}}{\partial q_1} - \frac{\partial d_{11}}{\partial q_1} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ 9375c_1s_1 - 15500c_1s_1c_2 + 7750s_1^2s_2 - 7750c_1^2s_2 - 7750s_1^2c_2 + 7750c_1^2c_2 \right. \\ \left. - 15500c_1s_1s_2 - 3125s_1^2 + 3125c_1^2 \right\}$$

$$c_{121} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{12}}{\partial q_1} + \frac{\partial d_{11}}{\partial q_2} - \frac{\partial d_{12}}{\partial q_1} \right\} \\ = \frac{1}{2} \{-46500s_2 - 7750c_1^2s_2 - 7750c_1s_1c_2 - 7750c_1s_1s_2 + 7750c_1^2c_2\}$$

$$c_{131} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{13}}{\partial q_1} + \frac{\partial d_{11}}{\partial q_3} - \frac{\partial d_{13}}{\partial q_1} \right\} \\ = \frac{1}{2} \{0\} = 0$$

$$c_{211} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{11}}{\partial q_2} + \frac{\partial d_{12}}{\partial q_1} - \frac{\partial d_{21}}{\partial q_1} \right\} \\ = \frac{1}{2} \{-38750s_2 - 23250c_1^2s_2 - 23250c_1s_1c_2 - 23250c_1s_1s_2 + 23250c_1^2c_2 - 7750c_2\}$$

$$c_{221} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{12}}{\partial q_2} + \frac{\partial d_{12}}{\partial q_2} - \frac{\partial d_{22}}{\partial q_1} \right\} \\ = \{-7750c_1s_1s_2 + 7750c_1^2c_2 - 7750c_1^2s_2 - 7750c_1s_1c_2 - 19375s_2\}$$

$$c_{231} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{13}}{\partial q_2} + \frac{\partial d_{12}}{\partial q_3} - \frac{\partial d_{23}}{\partial q_1} \right\} \\ = 0$$

$$c_{311} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{11}}{\partial q_3} + \frac{\partial d_{13}}{\partial q_1} - \frac{\partial d_{31}}{\partial q_1} \right\} \\ = 0$$

$$c_{321} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{12}}{\partial q_3} + \frac{\partial d_{13}}{\partial q_2} - \frac{\partial d_{32}}{\partial q_1} \right\} \\ = 0$$

$$\begin{aligned}
c_{331} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{13}}{\partial q_3} + \frac{\partial d_{13}}{\partial q_3} - \frac{\partial d_{33}}{\partial q_1} \right\} \\
&= 0
\end{aligned}$$

จะได้สมการการเคลื่อนที่สำหรับเฟรมที่ 1 คือ

$$\begin{aligned}
&(83.905 - 4.6875c_1^2 + 46.5c_2 + 7.75c_1^2c_2 - 7.75c_1s_1s_2 + 7.75c_1s_1c_2 + 7.75c_1^2s_2 \\
&+ 3.125c_1s_1)\ddot{q}_1 + (7.75c_1s_1c_2 + 7.75c_1^2s_2 + 7.75c_1^2c_2 + 68.278 - 7.75c_1s_1s_2 + 19.375c_2)\ddot{q}_2 \\
&+ (4.6875c_1s_1 - 7.75c_1s_1c_2 + 3.875s_1^2s_2 - 3.875c_1^2s_2 - 3.875s_1^2c_2 + 3.875c_1^2c_2 - 7.75c_1s_1s_2 \\
&- 1.5625s_1^2 + 1.5625c_1^2)\dot{q}_1^2 + (-23.25s_2 - 3.875c_1^2s_2 - 3.875c_1s_1c_2 - 3.875c_1s_1s_2 \\
&+ 3.875c_1^2c_2)\dot{q}_1\dot{q}_2 + (-19.375s_2 - 11.625c_1^2s_2 - 11.625c_1s_1c_2 - 11.625c_1s_1s_2 + 11.625c_1^2c_2 \\
&- 3.875c_2)\dot{q}_2\dot{q}_1 + (-7.75c_1s_1s_2 + 7.75c_1^2c_2 - 7.75c_1^2s_2 - 7.75c_1s_1c_2 - 19.375s_2)\dot{q}_2^2 = \tau_1 \\
&\text{ถ้า } k = 2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&d_{21}\ddot{q}_1 + d_{22}\ddot{q}_2 + d_{23}\ddot{q}_3 + c_{112}\dot{q}_1\dot{q}_1 + c_{122}\dot{q}_1\dot{q}_2 + c_{132}\dot{q}_1\dot{q}_3 + c_{212}\dot{q}_2\dot{q}_1 + c_{222}\dot{q}_2\dot{q}_2 + c_{232}\dot{q}_2\dot{q}_3 \\
&+ c_{312}\dot{q}_3\dot{q}_1 + c_{322}\dot{q}_3\dot{q}_2 + c_{332}\dot{q}_3\dot{q}_3 - \frac{\partial V}{\partial q_2} = \tau_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{112} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{21}}{\partial q_1} + \frac{\partial d_{21}}{\partial q_1} - \frac{\partial d_{11}}{\partial q_2} \right\} \\
&= \frac{1}{2} \{-46500s_2 - 7750c_1^2s_2 - 7750c_1s_1c_2 - 7750c_1s_1s_2 + 7750c_1^2c_2\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{122} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{22}}{\partial q_1} + \frac{\partial d_{21}}{\partial q_2} - \frac{\partial d_{12}}{\partial q_2} \right\} \\
&= \frac{1}{2} \{-46500s_2 - 7750c_1s_1s_2 + 7750c_1^2c_2 - 7750c_1^2s_2 - 7750c_1s_1c_2\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{132} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{23}}{\partial q_1} + \frac{\partial d_{21}}{\partial q_3} - \frac{\partial d_{13}}{\partial q_2} \right\} \\
&= \frac{1}{2} \{0\} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{212} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{21}}{\partial q_2} + \frac{\partial d_{22}}{\partial q_1} - \frac{\partial d_{21}}{\partial q_2} \right\} \\
&= -27125s_2
\end{aligned}$$

$$c_{222} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{22}}{\partial q_2} + \frac{\partial d_{22}}{\partial q_2} - \frac{\partial d_{22}}{\partial q_2} \right\}$$

$$= 0$$

$$c_{232} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{23}}{\partial q_2} + \frac{\partial d_{22}}{\partial q_3} - \frac{\partial d_{23}}{\partial q_2} \right\}$$

$$= 0$$

$$c_{312} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{21}}{\partial q_3} + \frac{\partial d_{23}}{\partial q_1} - \frac{\partial d_{31}}{\partial q_2} \right\}$$

$$= 0$$

$$c_{322} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{22}}{\partial q_3} + \frac{\partial d_{23}}{\partial q_2} - \frac{\partial d_{32}}{\partial q_2} \right\}$$

$$= 0$$

$$c_{332} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{23}}{\partial q_3} + \frac{\partial d_{23}}{\partial q_3} - \frac{\partial d_{33}}{\partial q_2} \right\}$$

$$= 0$$

จะได้สมการการเคลื่อนที่สำหรับเฟรมที่ 2 คือ

$$\begin{aligned} & (27.125c_2 + 68.278)\ddot{q}_1 + 68.278\ddot{q}_2 + (-23.25s_2 - 3.875c_1^2s_2 - 3.875c_1s_1c_2 \\ & - 3.875c_1s_1s_2 + 3.875c_1^2c_2)\dot{q}_1^2 + (-23.25s_2 - 3.875c_1s_1s_2 + 3.875c_1^2c_2 - 3.875c_1^2s_2 \\ & - 3.875c_1s_1c_2)\dot{q}_1\dot{q}_2 - 27.125s_2\dot{q}_2\dot{q}_1 = \tau_2 \end{aligned}$$

ถ้า $k = 3$

$$\begin{aligned} & d_{31}\ddot{q}_1 + d_{32}\ddot{q}_2 + d_{33}\ddot{q}_3 + c_{113}\dot{q}_1\dot{q}_1 + c_{123}\dot{q}_1\dot{q}_2 + c_{133}\dot{q}_1\dot{q}_3 + c_{213}\dot{q}_2\dot{q}_1 + c_{223}\dot{q}_2\dot{q}_2 + c_{233}\dot{q}_2\dot{q}_3 \\ & + c_{313}\dot{q}_3\dot{q}_1 + c_{323}\dot{q}_3\dot{q}_2 + c_{333}\dot{q}_3\dot{q}_3 - \frac{\partial V}{\partial q_3} = \tau_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{113} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{31}}{\partial q_1} + \frac{\partial d_{31}}{\partial q_1} - \frac{\partial d_{11}}{\partial q_3} \right\} \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{123} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{32}}{\partial q_1} + \frac{\partial d_{31}}{\partial q_2} - \frac{\partial d_{12}}{\partial q_3} \right\} \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{133} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{33}}{\partial q_1} + \frac{\partial d_{31}}{\partial q_3} - \frac{\partial d_{13}}{\partial q_3} \right\} \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{213} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{31}}{\partial q_2} + \frac{\partial d_{32}}{\partial q_1} - \frac{\partial d_{21}}{\partial q_3} \right\} \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{223} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{32}}{\partial q_2} + \frac{\partial d_{32}}{\partial q_2} - \frac{\partial d_{22}}{\partial q_3} \right\} \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{233} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{33}}{\partial q_2} + \frac{\partial d_{32}}{\partial q_3} - \frac{\partial d_{23}}{\partial q_3} \right\} \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{313} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{31}}{\partial q_3} + \frac{\partial d_{33}}{\partial q_1} - \frac{\partial d_{31}}{\partial q_3} \right\} \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{323} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{32}}{\partial q_3} + \frac{\partial d_{33}}{\partial q_2} - \frac{\partial d_{32}}{\partial q_3} \right\} \\
&= 0
\end{aligned}$$

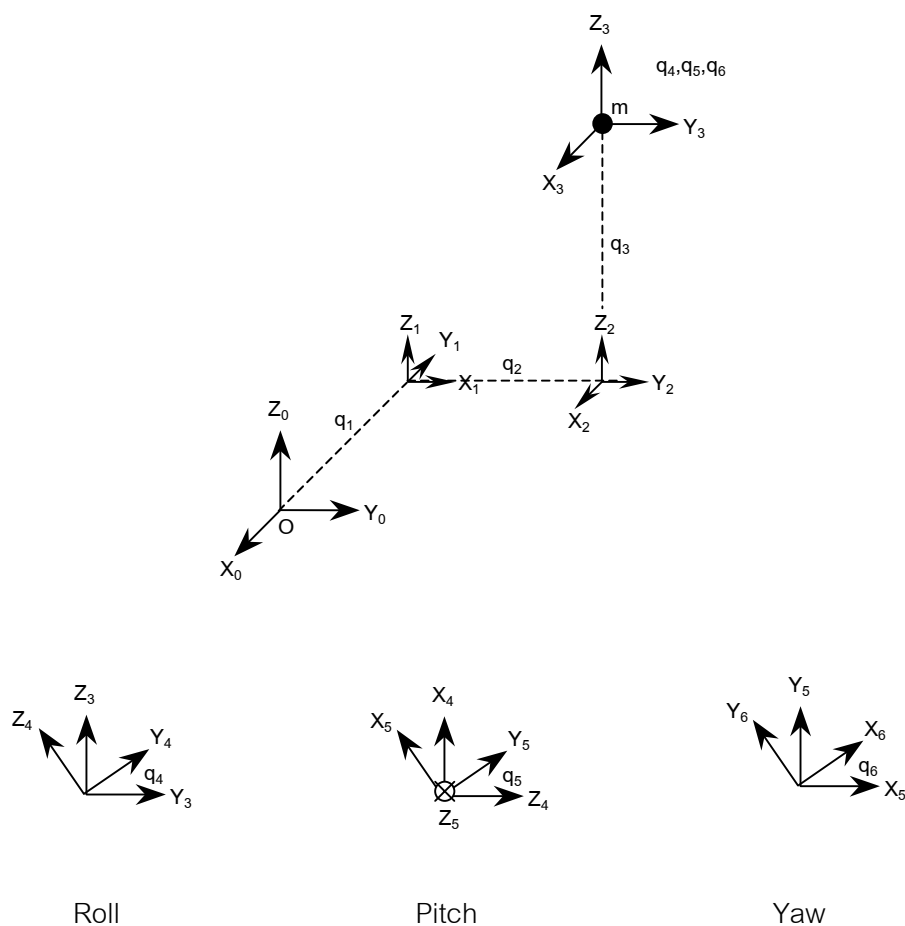
$$c_{333} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{33}}{\partial q_3} + \frac{\partial d_{33}}{\partial q_3} - \frac{\partial d_{33}}{\partial q_3} \right\}$$

$$= 0$$

จะได้สมการการเคลื่อนที่สำหรับเฟรมที่ 3 คือ

$$\tau_3 = 0$$

การหาสมการการเคลื่อนที่ของตัวหุ่นยนต์



ภาพประกอบ 11 แสดงตำแหน่งของหุ่นยนต์ กับ เฟรมอ้างอิง (Reference Frame)

ตาราง 2 ดี-เอช พารามิเตอร์ (D-H Parameter) ของตัวหุ่นยนต์

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	$q1(t)$	0	0	90
2	$q2(t)$	0	0	0
3	0	0	$q3(t)$	0
4	0	$q4(t)$	0	0
5	0	90	0	$q5(t)$
6	0	0	0	$q6(t)$

จากตาราง 2 สามารถคำนวณหาค่าต่างๆได้ดังนี้

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & q1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3_4T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_4 & -s_4 & 0 \\ 0 & s_4 & c_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^4_5T = \begin{bmatrix} c_5 & -s_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_5 & c_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^5_6T = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_1R = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_2R = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_3R = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_4R = \begin{bmatrix} 0 & -c_4 & s_4 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & s_4 & c_4 \end{bmatrix}$$

$${}^0_5R = \begin{bmatrix} s_4s_5 & s_4c_5 & c_4 \\ c_5 & -s_5 & 0 \\ c_4s_5 & c_4c_5 & -s_4 \end{bmatrix}$$

$${}^0_6R = \begin{bmatrix} s_4s_5c_6 + s_4c_5s_6 & -s_4s_5s_6 + s_4c_5c_6 & c_4 \\ c_5c_6 - s_5s_6 & -c_5s_6 - s_5c_6 & 0 \\ c_4s_5c_6 + c_4c_5s_6 & -c_4s_5s_6 + c_4c_5c_6 & -s_4 \end{bmatrix}$$

$${}^0_6J = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

จากอินเนอร์เซียเมตริก (Inertia matrix) $D = \sum_{i=1}^n [m_i J_{vi}^T J_{vi} + J_{oi}^T {}^0_i R I_i {}^0_i R^T J_{oi}]$ ในส่วนของโมเมนต์ความเฉื่อยจะมีค่าน้อยเมื่อเทียบกับมวลทั้งหมด จึงสามารถลดรูปของสมการเหลือเป็น

$$D = \sum_{i=1}^n [m_i J_{vi}^T J_{vi}]$$

$$D_1 = m_1 J_{v1}^T J_{v1} \quad (3.5)$$

$$= 0.25 \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_2 = m_2 J_{v2}^T J_{v2} \quad (3.6)$$

$$= 0.25 \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_3 = m_3 J_{v3}^T J_{v3} \quad (3.7)$$

$$= 0.25 \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_4 = m_4 J_{v4}^T J_{v4} \quad (3.8)$$

$$= 0.25 \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_5 = m_5 J_{v5}^T J_{v5} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned}
&= 0.25 \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$D_6 = m_6 J_{\nu 6}^T J_{\nu 6} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned}
&= 0.25 \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$D = D_1 + D_2 + D_3 + D_4 + D_5 + D_6 \quad (3.11)$$

$$= \begin{bmatrix} 1.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

จากสมการการเคลื่อนที่

$$\sum_{j=1}^n d_{kj} \ddot{q}_j + \sum_{i,j=1}^n c_{ijk} \dot{q}_i \dot{q}_j - \frac{\partial V}{\partial q_k} = \tau_k, \quad k = 1, \dots, n$$

$$V = mgh = 0.5 \text{ kg} \times 10 \text{ m/s}^2 \times q_3(t) \text{ m} = 5 \times 10^3 q_3(t) \text{ Nmm}.$$

หาสมการการเคลื่อนที่จาก $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

ถ้า $k = 1$

$$\begin{aligned} & d_{11} \ddot{q}_1 + d_{12} \ddot{q}_2 + d_{13} \ddot{q}_3 + d_{14} \ddot{q}_4 + d_{15} \ddot{q}_5 + d_{16} \ddot{q}_6 + c_{111} \dot{q}_1 \dot{q}_1 + c_{121} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + c_{131} \dot{q}_1 \dot{q}_3 + c_{141} \dot{q}_1 \dot{q}_4 \\ & + c_{151} \dot{q}_1 \dot{q}_5 + c_{161} \dot{q}_1 \dot{q}_6 + c_{211} \dot{q}_2 \dot{q}_1 + c_{221} \dot{q}_2 \dot{q}_2 + c_{231} \dot{q}_2 \dot{q}_3 + c_{241} \dot{q}_2 \dot{q}_4 + c_{251} \dot{q}_2 \dot{q}_5 + c_{261} \dot{q}_2 \dot{q}_6 \\ & + c_{311} \dot{q}_3 \dot{q}_1 + c_{321} \dot{q}_3 \dot{q}_2 + c_{331} \dot{q}_3 \dot{q}_3 + c_{341} \dot{q}_3 \dot{q}_4 + c_{351} \dot{q}_3 \dot{q}_5 + c_{361} \dot{q}_3 \dot{q}_6 + c_{411} \dot{q}_4 \dot{q}_1 + c_{421} \dot{q}_4 \dot{q}_2 \\ & + c_{431} \dot{q}_4 \dot{q}_3 + c_{441} \dot{q}_4 \dot{q}_4 + c_{451} \dot{q}_4 \dot{q}_5 + c_{461} \dot{q}_4 \dot{q}_6 + c_{511} \dot{q}_5 \dot{q}_1 + c_{521} \dot{q}_5 \dot{q}_2 + c_{531} \dot{q}_5 \dot{q}_3 + c_{541} \dot{q}_5 \dot{q}_4 \\ & + c_{551} \dot{q}_5 \dot{q}_5 + c_{561} \dot{q}_5 \dot{q}_6 + c_{611} \dot{q}_6 \dot{q}_1 + c_{621} \dot{q}_6 \dot{q}_2 + c_{631} \dot{q}_6 \dot{q}_3 + c_{641} \dot{q}_6 \dot{q}_4 + c_{651} \dot{q}_6 \dot{q}_5 + c_{661} \dot{q}_6 \dot{q}_6 \\ & - \frac{\partial V}{\partial q_1} = \tau_1 \end{aligned}$$

เนื่องจาก $d_{12} = d_{13} = d_{14} = d_{15} = d_{16} = c_{111}, \dots, c_{661} = 0$

จะได้สมการการเคลื่อนที่สำหรับตำแหน่งที่ 1 คือ

$$1.5 \ddot{q}_1 = \tau_1 \quad (3.12)$$

ถ้า $k = 2$

$$\begin{aligned} & d_{21} \ddot{q}_1 + d_{22} \ddot{q}_2 + d_{23} \ddot{q}_3 + d_{24} \ddot{q}_4 + d_{25} \ddot{q}_5 + d_{26} \ddot{q}_6 + c_{112} \dot{q}_1 \dot{q}_1 + c_{122} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + c_{132} \dot{q}_1 \dot{q}_3 + c_{142} \dot{q}_1 \dot{q}_4 \\ & + c_{152} \dot{q}_1 \dot{q}_5 + c_{162} \dot{q}_1 \dot{q}_6 + c_{212} \dot{q}_2 \dot{q}_1 + c_{222} \dot{q}_2 \dot{q}_2 + c_{232} \dot{q}_2 \dot{q}_3 + c_{242} \dot{q}_2 \dot{q}_4 + c_{252} \dot{q}_2 \dot{q}_5 + c_{262} \dot{q}_2 \dot{q}_6 \\ & + c_{312} \dot{q}_3 \dot{q}_1 + c_{322} \dot{q}_3 \dot{q}_2 + c_{332} \dot{q}_3 \dot{q}_3 + c_{342} \dot{q}_3 \dot{q}_4 + c_{352} \dot{q}_3 \dot{q}_5 + c_{362} \dot{q}_3 \dot{q}_6 + c_{412} \dot{q}_4 \dot{q}_1 + c_{422} \dot{q}_4 \dot{q}_2 \\ & + c_{432} \dot{q}_4 \dot{q}_3 + c_{442} \dot{q}_4 \dot{q}_4 + c_{452} \dot{q}_4 \dot{q}_5 + c_{462} \dot{q}_4 \dot{q}_6 + c_{512} \dot{q}_5 \dot{q}_1 + c_{522} \dot{q}_5 \dot{q}_2 + c_{532} \dot{q}_5 \dot{q}_3 + c_{542} \dot{q}_5 \dot{q}_4 \\ & + c_{552} \dot{q}_5 \dot{q}_5 + c_{562} \dot{q}_5 \dot{q}_6 + c_{612} \dot{q}_6 \dot{q}_1 + c_{622} \dot{q}_6 \dot{q}_2 + c_{632} \dot{q}_6 \dot{q}_3 + c_{642} \dot{q}_6 \dot{q}_4 + c_{652} \dot{q}_6 \dot{q}_5 + c_{662} \dot{q}_6 \dot{q}_6 \\ & - \frac{\partial V}{\partial q_2} = \tau_2 \end{aligned}$$

เนื่องจาก $d_{21} = d_{23} = d_{24} = d_{25} = d_{26} = c_{112}, \dots, c_{662} = 0$

จะได้สมการการเคลื่อนที่สำหรับตำแหน่งที่ 2 คือ

$$1.25 \ddot{q}_2 = \tau_2 \quad (3.13)$$

ถ้า $k = 3$

$$\begin{aligned}
& d_{31}\ddot{q}_1 + d_{32}\ddot{q}_2 + d_{33}\ddot{q}_3 + d_{34}\ddot{q}_4 + d_{35}\ddot{q}_5 + d_{36}\ddot{q}_6 + c_{113}\dot{q}_1\dot{q}_1 + c_{123}\dot{q}_1\dot{q}_2 + c_{133}\dot{q}_1\dot{q}_3 + c_{143}\dot{q}_1\dot{q}_4 \\
& + c_{153}\dot{q}_1\dot{q}_5 + c_{163}\dot{q}_1\dot{q}_6 + c_{213}\dot{q}_2\dot{q}_1 + c_{223}\dot{q}_2\dot{q}_2 + c_{233}\dot{q}_2\dot{q}_3 + c_{243}\dot{q}_2\dot{q}_4 + c_{253}\dot{q}_2\dot{q}_5 + c_{263}\dot{q}_2\dot{q}_6 \\
& + c_{313}\dot{q}_3\dot{q}_1 + c_{323}\dot{q}_3\dot{q}_2 + c_{333}\dot{q}_3\dot{q}_3 + c_{343}\dot{q}_3\dot{q}_4 + c_{353}\dot{q}_3\dot{q}_5 + c_{363}\dot{q}_3\dot{q}_6 + c_{413}\dot{q}_4\dot{q}_1 + c_{423}\dot{q}_4\dot{q}_2 \\
& + c_{433}\dot{q}_4\dot{q}_3 + c_{443}\dot{q}_4\dot{q}_4 + c_{453}\dot{q}_4\dot{q}_5 + c_{463}\dot{q}_4\dot{q}_6 + c_{513}\dot{q}_5\dot{q}_1 + c_{523}\dot{q}_5\dot{q}_2 + c_{533}\dot{q}_5\dot{q}_3 + c_{543}\dot{q}_5\dot{q}_4 \\
& + c_{553}\dot{q}_5\dot{q}_5 + c_{563}\dot{q}_5\dot{q}_6 + c_{613}\dot{q}_6\dot{q}_1 + c_{623}\dot{q}_6\dot{q}_2 + c_{633}\dot{q}_6\dot{q}_3 + c_{643}\dot{q}_6\dot{q}_4 + c_{653}\dot{q}_6\dot{q}_5 + c_{663}\dot{q}_6\dot{q}_6 \\
& - \frac{\partial V}{\partial q_3} = \tau_3
\end{aligned}$$

เนื่องจาก $d_{31} = d_{32} = d_{34} = d_{35} = d_{36} = c_{113}, \dots, c_{663} = 0$

จะได้สมการการเคลื่อนที่สำหรับตำแหน่งที่ 3 คือ

$$\ddot{q}_3 - 5 \times 10^3 = \tau_3 \quad (3.14)$$

ถ้า $k = 4$

$$\begin{aligned}
& d_{41}\ddot{q}_1 + d_{42}\ddot{q}_2 + d_{43}\ddot{q}_3 + d_{44}\ddot{q}_4 + d_{45}\ddot{q}_5 + d_{46}\ddot{q}_6 + c_{114}\dot{q}_1\dot{q}_1 + c_{124}\dot{q}_1\dot{q}_2 + c_{134}\dot{q}_1\dot{q}_3 + c_{144}\dot{q}_1\dot{q}_4 \\
& + c_{154}\dot{q}_1\dot{q}_5 + c_{164}\dot{q}_1\dot{q}_6 + c_{214}\dot{q}_2\dot{q}_1 + c_{224}\dot{q}_2\dot{q}_2 + c_{234}\dot{q}_2\dot{q}_3 + c_{244}\dot{q}_2\dot{q}_4 + c_{254}\dot{q}_2\dot{q}_5 + c_{264}\dot{q}_2\dot{q}_6 \\
& + c_{314}\dot{q}_3\dot{q}_1 + c_{324}\dot{q}_3\dot{q}_2 + c_{334}\dot{q}_3\dot{q}_3 + c_{344}\dot{q}_3\dot{q}_4 + c_{354}\dot{q}_3\dot{q}_5 + c_{364}\dot{q}_3\dot{q}_6 + c_{414}\dot{q}_4\dot{q}_1 + c_{424}\dot{q}_4\dot{q}_2 \\
& + c_{434}\dot{q}_4\dot{q}_3 + c_{444}\dot{q}_4\dot{q}_4 + c_{454}\dot{q}_4\dot{q}_5 + c_{464}\dot{q}_4\dot{q}_6 + c_{514}\dot{q}_5\dot{q}_1 + c_{524}\dot{q}_5\dot{q}_2 + c_{534}\dot{q}_5\dot{q}_3 + c_{544}\dot{q}_5\dot{q}_4 \\
& + c_{554}\dot{q}_5\dot{q}_5 + c_{564}\dot{q}_5\dot{q}_6 + c_{614}\dot{q}_6\dot{q}_1 + c_{624}\dot{q}_6\dot{q}_2 + c_{634}\dot{q}_6\dot{q}_3 + c_{644}\dot{q}_6\dot{q}_4 + c_{654}\dot{q}_6\dot{q}_5 + c_{664}\dot{q}_6\dot{q}_6 \\
& - \frac{\partial V}{\partial q_4} = \tau_4
\end{aligned}$$

เนื่องจาก $d_{41} = d_{42} = d_{43} = d_{44} = d_{45} = d_{46} = c_{114}, \dots, c_{664} = 0$

จะได้สมการการเคลื่อนที่สำหรับตำแหน่งที่ 4 คือ

$$\tau_4 = 0 \quad (3.15)$$

ถ้า $k = 5$

$$\begin{aligned}
& d_{51}\ddot{q}_1 + d_{52}\ddot{q}_2 + d_{53}\ddot{q}_3 + d_{54}\ddot{q}_4 + d_{55}\ddot{q}_5 + d_{56}\ddot{q}_6 + c_{115}\dot{q}_1\dot{q}_1 + c_{125}\dot{q}_1\dot{q}_2 + c_{135}\dot{q}_1\dot{q}_3 + c_{145}\dot{q}_1\dot{q}_4 \\
& + c_{155}\dot{q}_1\dot{q}_5 + c_{165}\dot{q}_1\dot{q}_6 + c_{215}\dot{q}_2\dot{q}_1 + c_{225}\dot{q}_2\dot{q}_2 + c_{235}\dot{q}_2\dot{q}_3 + c_{245}\dot{q}_2\dot{q}_4 + c_{255}\dot{q}_2\dot{q}_5 + c_{265}\dot{q}_2\dot{q}_6 \\
& + c_{315}\dot{q}_3\dot{q}_1 + c_{325}\dot{q}_3\dot{q}_2 + c_{335}\dot{q}_3\dot{q}_3 + c_{345}\dot{q}_3\dot{q}_4 + c_{355}\dot{q}_3\dot{q}_5 + c_{365}\dot{q}_3\dot{q}_6 + c_{415}\dot{q}_4\dot{q}_1 + c_{425}\dot{q}_4\dot{q}_2 \\
& + c_{435}\dot{q}_4\dot{q}_3 + c_{445}\dot{q}_4\dot{q}_4 + c_{455}\dot{q}_4\dot{q}_5 + c_{465}\dot{q}_4\dot{q}_6 + c_{515}\dot{q}_5\dot{q}_1 + c_{525}\dot{q}_5\dot{q}_2 + c_{535}\dot{q}_5\dot{q}_3 + c_{545}\dot{q}_5\dot{q}_4 \\
& + c_{555}\dot{q}_5\dot{q}_5 + c_{565}\dot{q}_5\dot{q}_6 + c_{615}\dot{q}_6\dot{q}_1 + c_{625}\dot{q}_6\dot{q}_2 + c_{635}\dot{q}_6\dot{q}_3 + c_{645}\dot{q}_6\dot{q}_4 + c_{655}\dot{q}_6\dot{q}_5 + c_{665}\dot{q}_6\dot{q}_6 \\
& - \frac{\partial V}{\partial q_5} = \tau_5
\end{aligned}$$

เนื่องจาก $d_{51} = d_{52} = d_{53} = d_{54} = d_{55} = d_{56} = c_{115}, \dots, c_{665} = 0$

จะได้สมการการเคลื่อนที่สำหรับตำแหน่งที่ 5 คือ

$$\tau_5 = 0 \quad (3.16)$$

ถ้า $k = 6$

$$\begin{aligned} & d_{61}\ddot{q}_1 + d_{62}\ddot{q}_2 + d_{63}\ddot{q}_3 + d_{64}\ddot{q}_4 + d_{65}\ddot{q}_5 + d_{66}\ddot{q}_6 + c_{116}\dot{q}_1\dot{q}_1 + c_{126}\dot{q}_1\dot{q}_2 + c_{136}\dot{q}_1\dot{q}_3 + c_{146}\dot{q}_1\dot{q}_4 \\ & + c_{156}\dot{q}_1\dot{q}_5 + c_{166}\dot{q}_1\dot{q}_6 + c_{216}\dot{q}_2\dot{q}_1 + c_{226}\dot{q}_2\dot{q}_2 + c_{236}\dot{q}_2\dot{q}_3 + c_{246}\dot{q}_2\dot{q}_4 + c_{256}\dot{q}_2\dot{q}_5 + c_{266}\dot{q}_2\dot{q}_6 \\ & + c_{316}\dot{q}_3\dot{q}_1 + c_{326}\dot{q}_3\dot{q}_2 + c_{336}\dot{q}_3\dot{q}_3 + c_{346}\dot{q}_3\dot{q}_4 + c_{356}\dot{q}_3\dot{q}_5 + c_{366}\dot{q}_3\dot{q}_6 + c_{416}\dot{q}_4\dot{q}_1 + c_{426}\dot{q}_4\dot{q}_2 \\ & + c_{436}\dot{q}_4\dot{q}_3 + c_{446}\dot{q}_4\dot{q}_4 + c_{456}\dot{q}_4\dot{q}_5 + c_{466}\dot{q}_4\dot{q}_6 + c_{516}\dot{q}_5\dot{q}_1 + c_{526}\dot{q}_5\dot{q}_2 + c_{536}\dot{q}_5\dot{q}_3 + c_{546}\dot{q}_5\dot{q}_4 \\ & + c_{556}\dot{q}_5\dot{q}_5 + c_{566}\dot{q}_5\dot{q}_6 + c_{616}\dot{q}_6\dot{q}_1 + c_{626}\dot{q}_6\dot{q}_2 + c_{636}\dot{q}_6\dot{q}_3 + c_{646}\dot{q}_6\dot{q}_4 + c_{656}\dot{q}_6\dot{q}_5 + c_{666}\dot{q}_6\dot{q}_6 \\ & - \frac{\partial V}{\partial q_6} = \tau_6 \end{aligned}$$

เนื่องจาก $d_{61} = d_{62} = d_{63} = d_{64} = d_{65} = d_{66} = c_{116}, \dots, c_{666} = 0$

จะได้สมการการเคลื่อนที่สำหรับตำแหน่งที่ 6 คือ

$$\tau_6 = 0 \quad (3.17)$$

หลังจากคำนวณหาสมการการเคลื่อนที่ในส่วนของกลไกของปิกซึ่งมีจำนวน 3 สมการโดยจะนำสมการการเคลื่อนที่ทั้ง 3 นี้ไปใช้งานร่วมกับโปรแกรมคอมพิวเตอร์ให้คำนวณหาแรงขับเคลื่อนเพื่อหาขนาดของมอเตอร์ที่เหมาะสมกับการใช้งาน ส่วนสมการการเคลื่อนที่ของตัวหุ่นยนต์ซึ่งมี 6 สมการนั้นจะนำไปใช้ร่วมกับการออกแบบระบบควบคุมการเคลื่อนที่แบบอัตโนมัติ

3.3 การออกแบบโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์

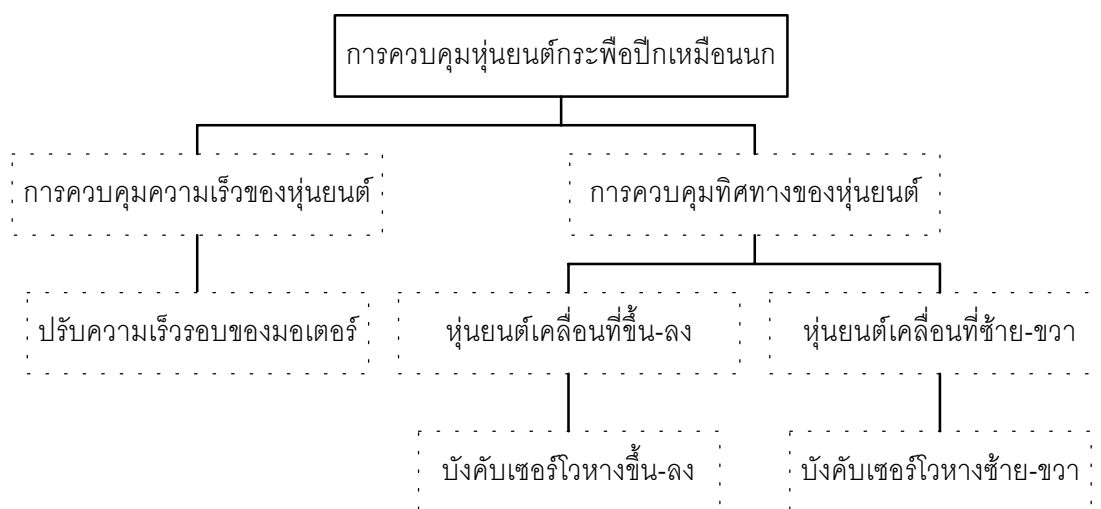
ในการออกแบบโดยโปรแกรม ต้องการใช้งานโดยเชื่อมโยงกับกล่องเครื่องมือ (Toolbox) ต่างๆ ของ MATLAB โดยนำเอาความสามารถของออปติไมซ์เซชันโซลเวอร์ (Optimization solver) มาใช้คือฟังก์ชันเอฟมินคอน (fmincon) ซึ่งเป็นกล่องเครื่องมือออปติไมซ์เซชัน (Optimization toolbox) ที่มีอยู่แล้วใน MATLAB เป็นฟังก์ชันหลักในการแก้ปัญหา (T. Veeraklaew. 1999: Dissertation)

การใช้งานโปรแกรมทำได้โดย ทำการป้อนอินพุต (Input) นั่นคือสมการการเคลื่อนที่ และค่าออปติไมซ์เซชันพารามิเตอร์ (Optimization parameter) ต่างๆ ลงไป ซึ่งโดยทั่วไปการหาคำตอบของนอนลิเนียร์โปรแกรมมิ่ง (Nonlinear programming) จะมีการปรับเปลี่ยนค่าเกรเดียน (Gradient) ของคอสฟังก์ชันนอล (Cost functional) และจาโคเบียน (Jacobian) ของเงื่อนไขบังคับ (Constraints) อยู่

ตลอดเวลาซึ่งในที่นี้ใช้การคำนวณแบบแบ่งช่วงตรงกลาง (Central difference) ดังนั้นถ้ามีการกำหนดเกรเดียน (Gradient) และจาโคเบียน (Jacobian) ไว้แล้วการคำนวณจะรวดเร็วขึ้น

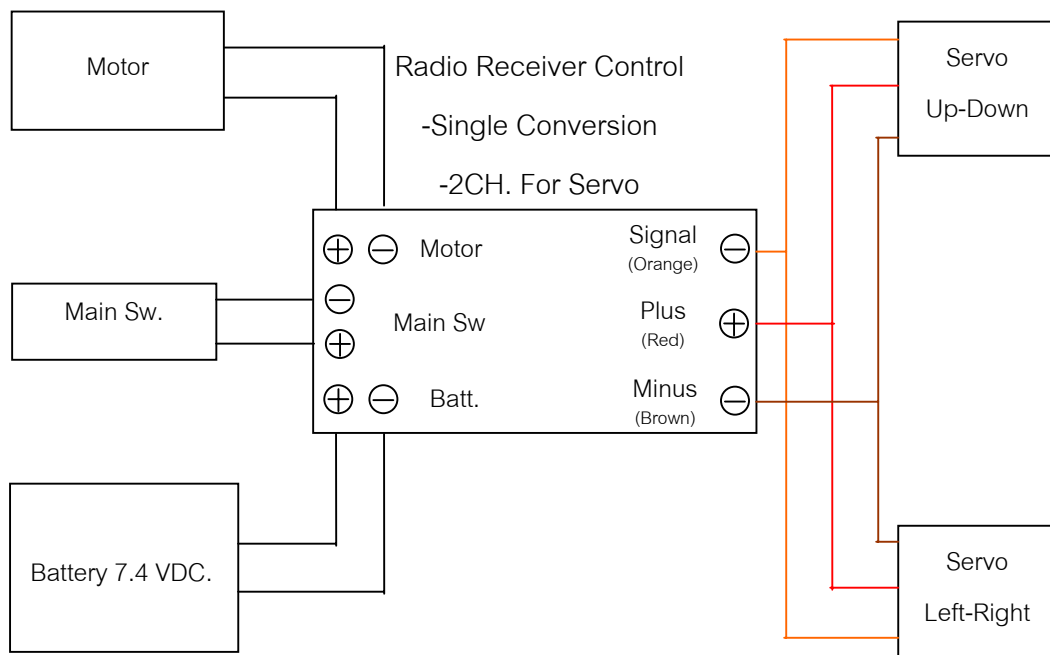
3.4 การออกแบบระบบควบคุมการบิน

การออกแบบระบบควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์กระพ้อปีกเหมือนนก สามารถเขียนเป็นโฟลว์ชาร์ทได้ดังนี้



ภาพประกอบ 12 โฟลว์ชาร์ทแสดงระบบควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์กระพ้อปีกเหมือนนก

จากโฟลว์ชาร์ทแสดงระบบควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์กระพ้อปีกเหมือนนก แสดงว่ามีเข้าที่พื้ที่ต้องทำการควบคุมทั้งหมด 3 เข้าที่พื้คือ มอเตอร์ 1 ตัวและ เซอร์โวทาง 2 ตัว ดังนั้นจึงเลือกใช้เรดิโอคอนโทรล แบบ 3 ช่องสัญญาณ ซึ่งเป็นชุดควบคุมความเร็วรอบของมอเตอร์ 1 ช่องสัญญาณ และชุดควบคุมเซอร์โวทาง 2 ช่องสัญญาณ โดยเลือกใช้ย่านความถี่ 40 เมกะเฮิร์ต ในการออกแบบระบบควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์กระพ้อปีกเหมือนนก สามารถเขียนเป็นไดอะแกรมได้ดังนี้



ภาพประกอบ 13 ไดอะแกรมแสดงระบบควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์กระฟือปีกเหมือนนก



ภาพประกอบ 14 หุ่นยนต์กระฟือปีกเหมือนนก

บทที่ 4

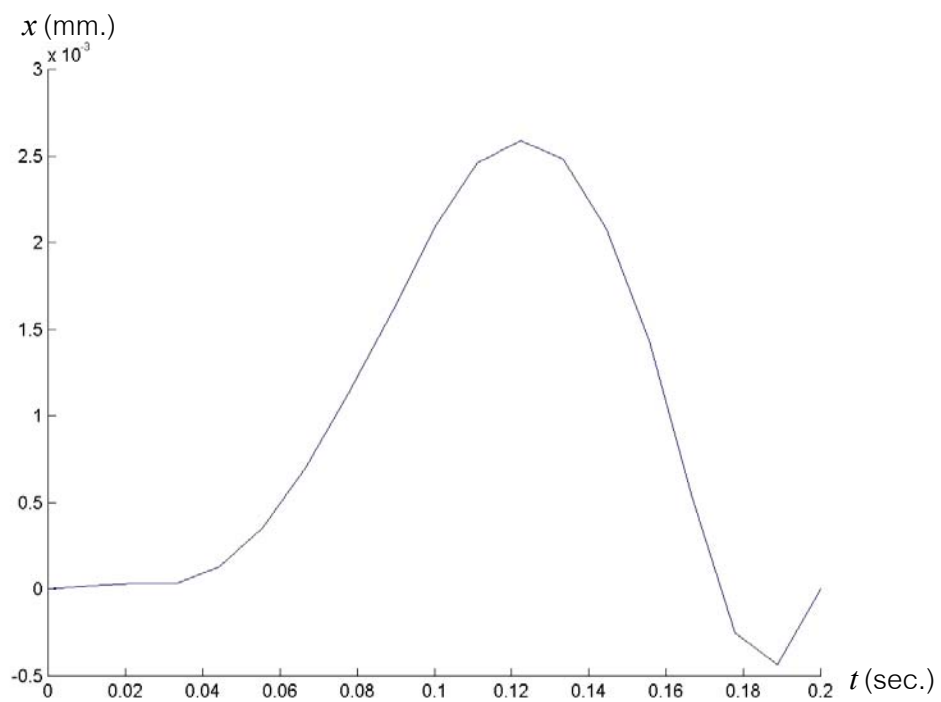
ผลการทดสอบและวิเคราะห์ผลการทดสอบ

ในการวิจัยศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยนำเสนอผลงาน ดังนี้

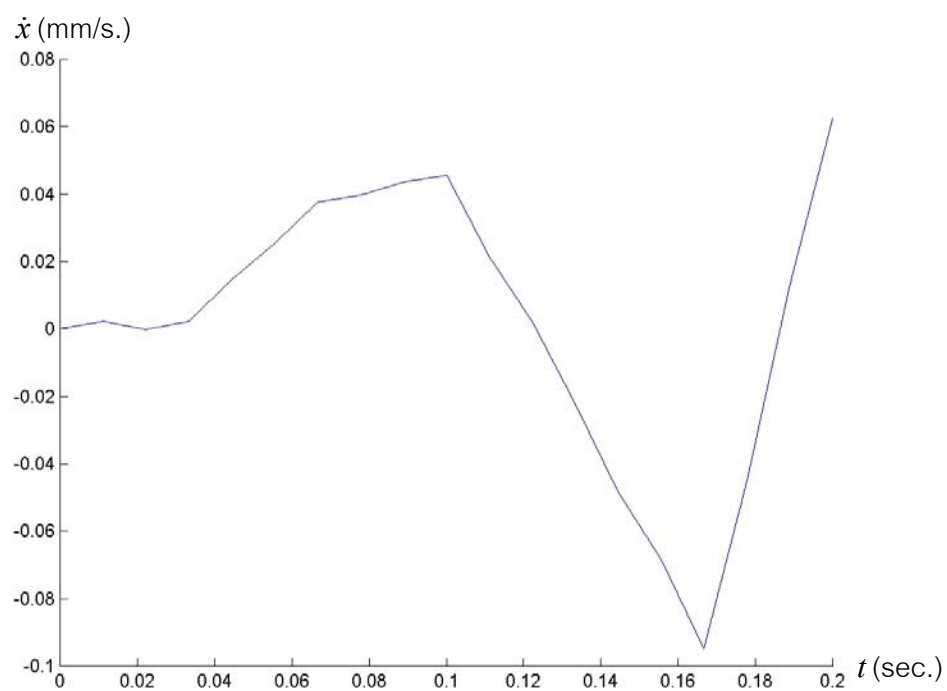
1. ผลการทดสอบ
2. วิเคราะห์ผลการทดสอบ

4.1 ผลการทดสอบ

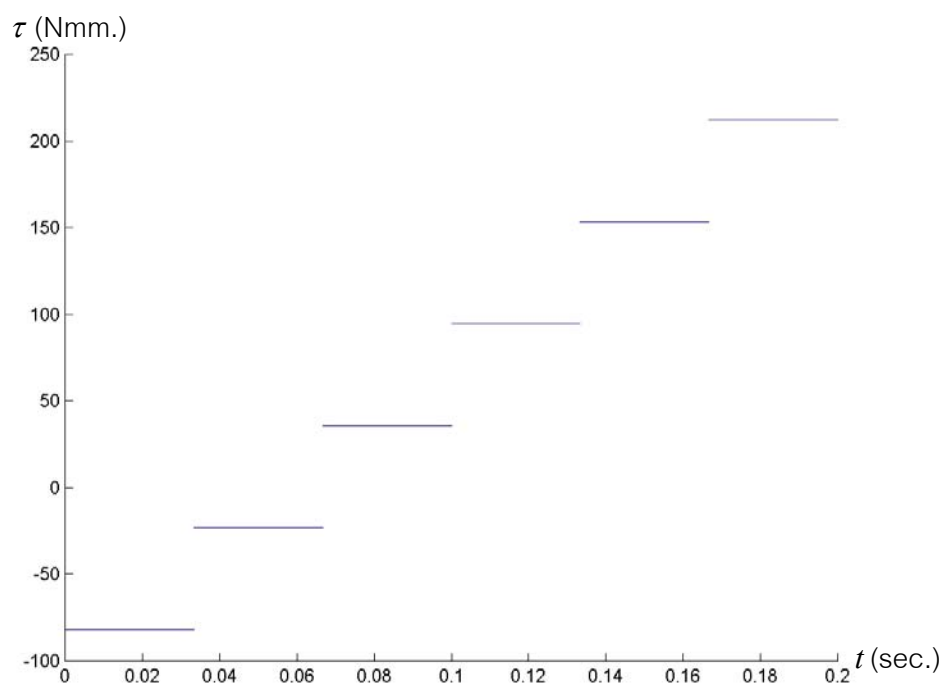
ผลการทดสอบกลไกการทำงานของปีก



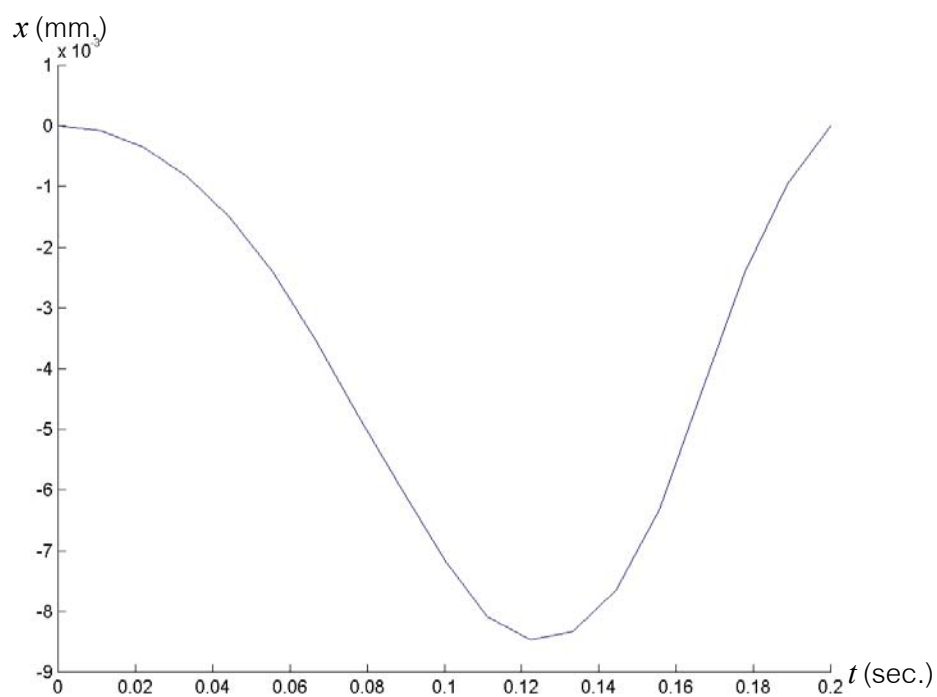
ภาพประกอบ 15 แสดงการเคลื่อนที่ของเฟรมที่ 1



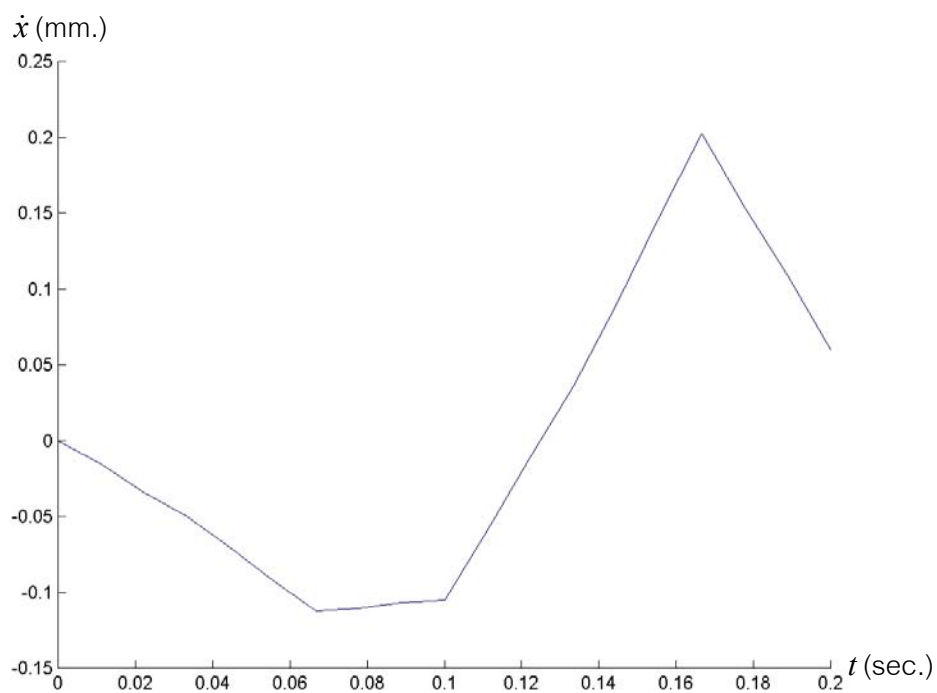
ภาพประกอบ 16 แสดงความเร็วของเฟรมที่ 1



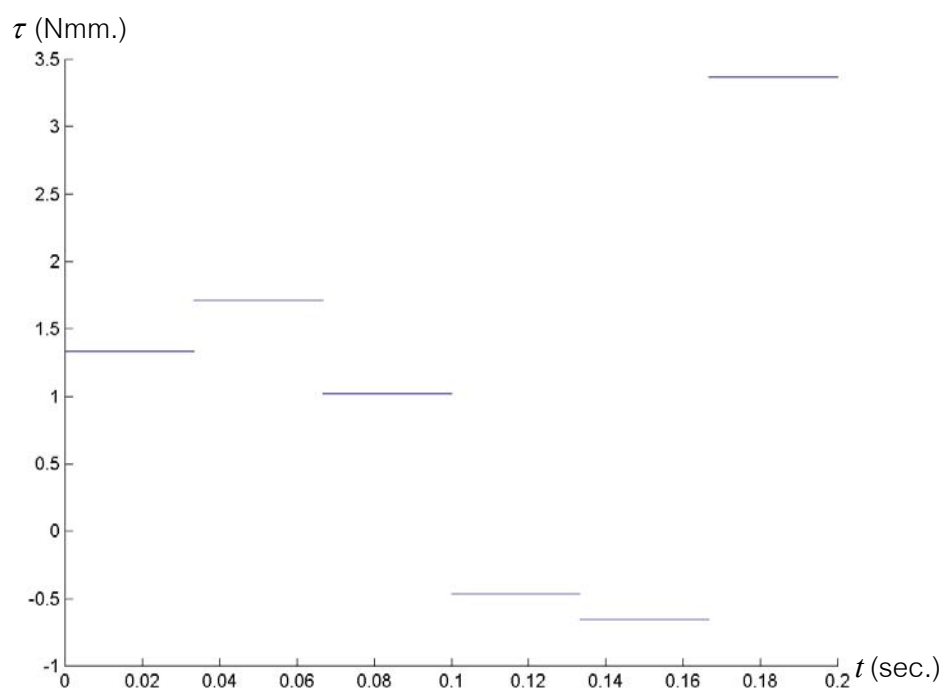
ภาพประกอบ 17 แสดงแรงบิดของเฟรมที่ 1



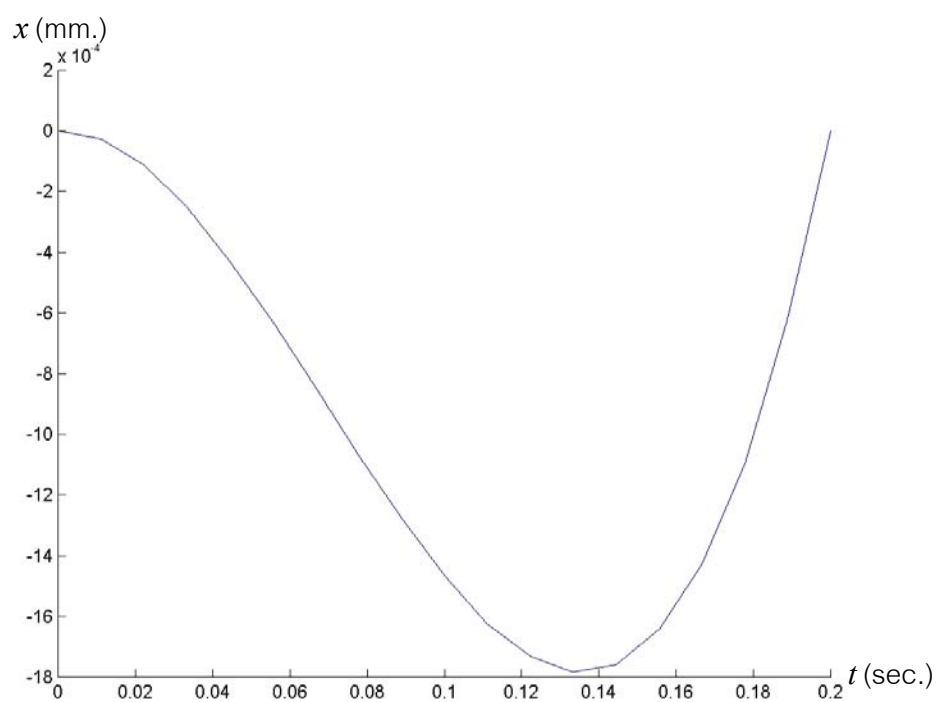
ภาพประกอบ 18 แสดงการเคลื่อนที่ของเฟรมที่ 2



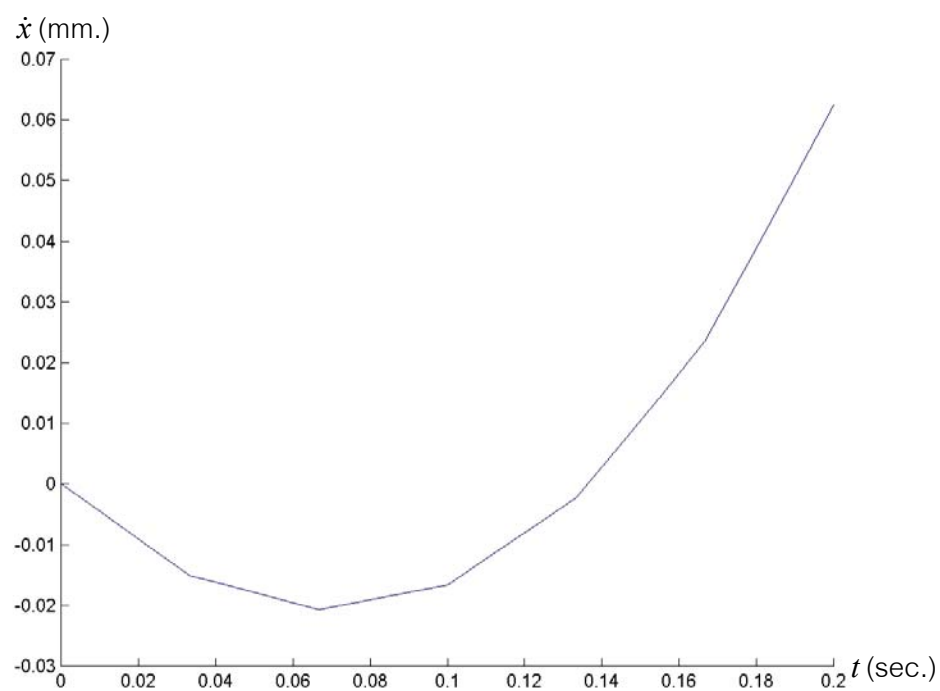
ภาพประกอบ 19 แสดงความเร็วของเฟรมที่ 2



ภาพประกอบ 20 แสดงแรงบิดของเฟรมที่ 2



ภาพประกอบ 21 แสดงการเคลื่อนที่ของเฟรมที่ 3



ภาพประกอบ 22 แสดงการความเร็วเฟรมที่ 3



ภาพประกอบ 23 แสดงแรงบิดของเฟรมที่ 3

4.2 วิเคราะห์ผลการทดสอบ

จากสมการการเคลื่อนที่ของกลไกปีกหุ่นยนต์ทั้ง 3 สมการ สามารถนำมาหาต้นกำลังในการขับเคลื่อนที่เหมาะสมที่สุดได้ โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์มาเป็นเครื่องมือช่วยในการแก้ปัญหาในลักษณะของบีวีพี-ดีเออี (BVP-DAE: Two point boundary value problem involving differential and algebraic equations) สำหรับกรณีการหาต้นกำลังจะเป็นการหาค่าพลังงานน้อยสุดที่เหมาะสม (Minimum Energy Optimization) โดยกำหนดให้อยู่ในรูปของปัญหา Fix end time and end point ซึ่งกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขตให้อยู่ในรูปของการขจัดและความเร็ว

การกำหนดระยะเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ของกลไกของปีกหุ่นยนต์จะต้องสอดคล้องกับสภาวะการทำงานจริงของการกระพือปีก จากการศึกษาพบว่านกขนาดเล็ก เช่น นกนางแอ่น จะมีความถี่ในการกระพือปีกประมาณ 12-17 เฮิรท์ แต่เนื่องจากหุ่นยนต์กระพือปีกเหมือนนกมีขนาดใหญ่กว่า และมีความกว้างปีกมากจึงกำหนดให้มีความถี่ในการกระพือปีกที่ต่ำลงมา โดยจะเลือกใช้ความถี่ในการกระพือปีกเท่ากับ 5 เฮิรท์ หมายความว่าปีกของหุ่นยนต์จะเคลื่อนที่ขึ้น-ลง 5 ครั้งภายในเวลา 1 วินาที แสดงว่ากลไกของปีกหุ่นยนต์ทำงานครบ 1 รอบ จะต้องใช้เวลา 0.2 วินาที

ผลจากการคำนวณหาแรงบิดที่เหมาะสมที่สุด เพื่อนำมาใช้ขับเคลื่อนกลไกปีกหุ่นยนต์ คือกราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงบิดของเฟรมที่ 1 (เฟืองขับ) กับเวลา ดังแสดงในภาพประกอบ 17 นั้นพบว่าในการขับเคลื่อนกลไกปีกหุ่นยนต์ 1 ชั่วโมงให้หมุนไป 1 รอบภายในเวลา 0.2 วินาที ต้องใช้แรงบิดขนาด 220 Nmm. แต่เนื่องจากปีกหุ่นยนต์มี 2 ข้างจึงต้องการต้นกำลังขับเคลื่อนที่มีขนาดเป็น 2 เท่าของแรงบิดที่คำนวณได้โดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ซึ่งจะเท่ากับ 440 Nmm. นำค่าแรงบิดที่ได้คิดต่อหน่วยเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่จะได้ขนาดของต้นกำลังที่ใช้ในการขับเคลื่อน ผลจากการคำนวณจึงเลือกใช้มอเตอร์กระแสตรงขนาด 2.2 W. จำนวน 1 ตัว มาเป็นต้นกำลังแล้วทำการสร้างหุ่นยนต์ตามรายละเอียดในแบบดังแสดงไว้ในภาคผนวก

สำหรับผลการคำนวณแรงบิดที่ได้จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงบิดของเฟรมที่ 2 (ก้านต่อเฟืองขับ) กับเวลา ดังแสดงในภาพประกอบ 20 นั้นพบว่าการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อยและมีค่าสูงสุดเท่ากับ 3.5 Nmm. เป็นเพราะผลของแรงในก้านต่อเฟืองขับที่ต้านทานความฝืดของกลไก ซึ่งมีค่าน้อยมากเมื่อเปรียบเทียบกับแรงบิดของเฟืองขับ ทำให้สามารถกำหนดให้มีค่าเท่ากับ 0 ได้ ซึ่งจะสอดคล้องกับการทำงานเนื่องจากมีอินพุตจากเฟืองขับเพียงตัวเดียว

ผลจากการทดสอบการบินของหุ่นยนต์พบว่า หุ่นยนต์สามารถบินได้ดี แต่การควบคุมการบินและการบังคับทิศทาง ต้องใช้ความชำนาญจึงจะสามารถบังคับให้หุ่นยนต์ไปในทิศทางที่ต้องการได้ ในการเริ่มต้นการบินต้องใช้แรงเหวี่ยงจากคนช่วยส่งให้หุ่นยนต์ขึ้นไปให้สูงจากพื้น ซึ่งต้องอาศัยความชำนาญด้วยเช่นกัน จากนั้นจึงควบคุมให้หุ่นยนต์บินไปตามทิศทางที่ต้องการ

บทที่ 5

สรุปและวิจารณ์

5.1 สรุปและวิจารณ์

จากการออกแบบและสร้างหุ่นยนต์กระพือปีกเหมือนนกพบว่า เมื่อออกแบบกลไกปีกหุ่นยนต์เสร็จแล้วจะพบปัญหาที่คือจะรู้ได้อย่างไรว่าต้องใช้ต้นกำลังขับเคลื่อนเท่าใดจึงจะเหมาะสมที่สุด เนื่องจากตัวหุ่นยนต์ต้องมีน้ำหนักเบาที่สุดเท่าที่จะทำได้ ซึ่งหากเลือกใช้ต้นกำลังที่ไม่เหมาะสมก็จะส่งผลกระทบต่อในเรื่องการควบคุมน้ำหนักของหุ่นยนต์ด้วย แต่ปัญหานี้ก็สามารถแก้ไขได้โดยการใช้วิธีการออปติไมซ์เซชัน (Optimization) นั่นคือการหาพลังงานน้อยที่สุดที่เหมาะสม แต่การแก้ปัญหาด้วยวิธีการนี้จำเป็นจะต้องทำการหาสมการการเคลื่อนที่ของชิ้นส่วนกลไกทั้งหมดให้ได้ก่อน และเมื่อได้สมการการเคลื่อนที่แล้วก็ต้องทำการกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขต ซึ่งจะอยู่ในรูปของการจัดและความเร็ว

การออกแบบและสร้างหุ่นยนต์กระพือปีกเหมือนนก ค่อนข้างจะมีความซับซ้อน แต่ก็สามารถทำให้หุ่นยนต์กระพือปีกเหมือนนก บินขึ้นไปในอากาศได้ดีเช่นเดียวกันกับวิธีการบินแบบอื่นๆ ที่ได้มีการใช้ในอุตสาหกรรมการบิน เพียงแต่การบินในลักษณะแบบนี้ยังหาวิธีการให้ยานขึ้นจากพื้นได้เองยังไม่ได้ เนื่องจากการยกยานขึ้นจากพื้นต้องใช้แรงยกค่อนข้างมาก สังเกตได้จากการบินของนกต้องใช้เท้าช่วยดันตัวเองให้ลอยจากพื้นก่อนที่จะบิน นอกจากการบินขึ้นแล้วการลงจอดก็ยังเป็นปัญหาของหุ่นยนต์กระพือปีกเหมือนนกเช่นกัน นับเป็นความท้าทายอย่างยิ่งที่จะค้นหาวิธีการต่อไป

5.2 ข้อเสนอแนะ

หากสามารถวัสดุที่มีความเบากว่าปัจจุบันที่ใช้งานอยู่ได้จะส่งผลทำให้หุ่นยนต์สามารถประหยัดพลังงานที่ใช้ลงได้มาก ซึ่งจะทำให้ระยะเวลาที่ทำการบินได้นานขึ้น

ในการลงจอดของหุ่นยนต์หากสามารถหาวิธีลงจอดที่นุ่มนวลจะทำให้ยืดอายุการใช้งานของหุ่นยนต์ได้ เนื่องจากหุ่นยนต์ที่สร้างขึ้นนี้ยังมีปัญหาในเรื่องของการลงจอด เพราะจะตกกระทบบกับพื้น ซึ่งจะส่งผลทำให้การบินในครั้งต่อไปมีปัญหาในเรื่องของการควบคุม เพราะเกิดการเสียรูปทรงขึ้นกับโครงสร้างของหุ่นยนต์

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- John J Craig. (1989). *Introduction to Robotics Mechanics and Control*. 2nd ed. USA: Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- Kimikazu Iio. *Study on the robot imitating the flapping of a bird's wing*. [abstract]. [serial online] The robot-Flapping of a bird's wing 2002. Available from: URL: <http://www.fit.ac.jp/~y-kawa/2002st/The%20robot-Flapping%20of%20a%20bird's%20wing>. Accessed October 29, 2003.
- P. Venkataraman. (2002). *Applied Optimization with Matlab Programming*. USA: John Wiley & sons Inc.
- Pana Claewplodtook. (1996). *Optimization of Nonlinear Dynamic Systems Without Lagrange Multipliers*. [thesis]. USA: Ohio University. Photocopied.
- Robert Michelson, Daniel Helmick, Steven Reece and Carmelo Amarena. *A Reciprocating Chemical Muscle (RCM) for Micro Air Vehicle "Entomopter" Flight* [abstract]. [serial online] 1997. Available from: URL: <http://www.avdil.gtri.gatech.edu/RCM/RCM/Entomopter>. Accessed October 29, 2003.
- Sunil Kumar Agrawal, Brian C Fabien. (1999). *Optimization of Dynamic Systems*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- T. Nick Pronsirak-Sirirak, Y.C. Tai, H. Nassef, C.M. Ho. *Titanium-Alloy MEMS Wing Technology for A Micro Aerial Vehicle Application*. [abstract]. [serial online] 1999. Available from: URL: <http://www.mems.caltech.edu/research/bat/bat.html>. Accessed October 20, 2003.
- T. Veeraklaew. (1999). *Extensions of Optimization Theory and New Computational Approaches for Higher-order Dynamic Systems*, Dissertation Ph.D (Mechanical Engineering). Delaware: Graduate School of University of Delaware. Photocopied.
- Thomas R Kane, David A Levinson. (1985). *Dynamics Theory and Applications*. USA: McGraw-Hill, Inc.

ภาคผนวก

อภิธานศัพท์

c_1	คือ $\cos(q_1)$
c_2	คือ $\cos(q_2)$
c_3	คือ $\cos(q_3)$
c_{ijk}	คือคริสทอฟเฟิล ซิมโบลส์ (Christoffel symbols)
g	คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก
h	คือระยะความสูง
q	คือการเคลื่อนที่ของวัตถุ
$\dot{q}$	คือความเร็วของวัตถุ
$\ddot{q}$	คือความเร่งของวัตถุ
s_1	คือ $\sin(q_1)$
s_2	คือ $\sin(q_2)$
s_3	คือ $\sin(q_3)$
D	คืออินเนอร์เชีย เมตริก (Inertia matrix)
I_{xx}	คือโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน X
I_{yy}	คือโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน Y
I_{zz}	คือโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน Z
J	คือจาโคเบียน (Jacobian)
K	คือพลังงานจลน์ (Kinetic energy)
L	คือลากรางจ์เจียน (Lagrangian)
${}^{i-1}_i R$	คือโรเทชัน เมตริก (Rotation matrix)
${}^{i-1}_i T$	คือทรานส์ฟอร์มเมชัน เมตริก (Transformation matrix)
V	คือพลังงานศักย์ (Potential energy)
τ	คือแรงบิด (Torque)

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นายณัฐสิทธิ์ พัฒนะอิม
วันเดือนปีเกิด	13 สิงหาคม 2514
สถานที่เกิด	กรุงเทพมหานคร
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	94/2 ถ.อิสรภาพ แขวงบ้านช่างหล่อ เขตบางกอกน้อย จ.กรุงเทพฯ 10700
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2530	มัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนทวีธาภิเศก จ.กรุงเทพฯ
พ.ศ. 2533	ประกาศนียบัตรวิชาชีพ (ปวช.ช่างยนต์) โรงเรียนกองทัพบกอุปถัมภ์ช่างกล ขส.ทบ.จ.กรุงเทพฯ
พ.ศ. 2535	ประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง (ปวส.ช่างยนต์) สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยาเขตพระนครเหนือ จ.กรุงเทพฯ
พ.ศ. 2537	อุดมศึกษา (วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต) สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล จ.ปทุมธานี
พ.ศ. 2547	บัณฑิตศึกษา(วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ