การสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ปริญญานิพนธ์

ของ

ปิยะนาถ เหมวิเศษ

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2551

การสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ปริญญานิพนธ์
ของ
ปิยะนาถ เหมวิเศษ

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2551
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

บทคัดย่อ

ของ

ปิยะนาถ เหมวิเศษ

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2551

ปิยะนาถ เหมวิเศษ. (2551). *การสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: อาจารย์ ดร. รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชุติวรรณ เพ็ญเพียร.

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แล้วศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีอยุธยา เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 50 คน โดยมีนักเรียนเป้าหมาย 4 คน เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ได้ฝึกฝนและมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งแต่ละข้อสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาไม่เกินความรู้ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นอกจากได้ลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองแล้วนักเรียนยังมีส่วนร่วมในการเรียนแบบร่วมมือรับผิดชอบในการแก้ปัญหาของกลุ่ม และนำเสนอผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งของตนและของกลุ่ม ตลอดจนมีส่วนร่วมในการอภิปรายผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

2. เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน กล่าวคือ ในการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนใช้เวลามากขึ้นในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา แสดงร่องรอยการขีดเขียนมากขึ้นในขณะทำความเข้าใจปัญหา และใช้เวลามากขึ้นในการซักถามหรืออภิปรายเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องก่อนลงมือแก้ปัญหา ในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา นักเรียนเขียนภาพหรือแผนภาพได้ชัดเจนมากขึ้น และปรับเปลี่ยนกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสมมากขึ้น และในการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน นักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้มากขึ้น และนักเรียนที่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหามีจำนวนมากขึ้น

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี

A CONSTRUCTION OF MATHEMATICS INSTRUCTIONAL ACTIVITIES ADAPTING AND APPLYING A VARIETY OF PROBLEM SOLVING STRATEGIES TO ENHANCE ABILITY TO SOLVE MATHEMATICAL PROBLEMS FOR MATHAYOMSUKSA III STUDENTS

AN ABSTRACT

BY

PIYANAT HEMWISET

Presented in Partial Fulfillment of the Requirement for the

Master of Education Degree in Mathematics

at Srinakarinwirot University

May 2008

Piyanat Hemwiset. (2008). *A Construction of Mathematics Instructional Activities Adapting and Applying a Variety of Problem Solving Strategies to Enhance Ability to Solve Mathematical Problems for Mathayomsuksa III Students.* Master Thesis, M.Ed. (Mathematics). Bangkok: Graduate School, Srinakarinwirot University. Advisor Committee: Dr. Rungfa Janjaruporn, Asst. Prof. Chutiwon Penpean.

The purpose of the study was to construct mathematics instructional activities adapting and applying a variety of problem-solving strategies to enhance ability to solve mathematical problems for Mathayomsuksa III students, study its effects on students' ability in solving mathematical problems, performance on problem solving, and attitude toward mathematics and mathematical problem solving.

Fifty Mathayomsuksa III students of Sri Ayudhya School were participated in this study. Four out of them were randomly chosen as target students for case study. This activity provided the students to learn the process of problem solving, and various problem-solving strategies. They had a lot of experience on solving non routine problems. Each problem could solve more than one strategy via mathematics content in lower secondary school level. In experimental class, students participated in cooperative learning group, group problem solving, discussion, and presentation.

Results of the study were as follows:

1. More than 60% of students participating in mathematics instructional activities adapting and applying a variety of problem-solving strategies had significantly ability in solving mathematical problems at the .01 level.

2. While the mathematics instructional activities were conducted, there was evidence when the subjects worked on more problems, they spent more time on trying to understand the problem situation, analyzing the problems, and group discussion before attempting to solve it. In adapting and applying strategies to solve problems, the subjects used more appropriate and various strategies to solve them. In finding out the correct answer with clear explanation of solution process, the subjects gave more explanation to support their solution process. These performances supported the finding that students who had experience on the mathematics instructional activities could develop their ability in solving mathematical problems.

3. The results of the questionnaire indicated that the subjects have high level of attitude toward mathematics and mathematical problem solving.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง

การสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย
เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ของ
ปิยะนาถ เหมวิเศษ

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เพ็ญสิริ จีระเดชากุล)
วันที่.....เดือน.....พ.ศ. 2551

คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์

.....ประธาน
(อาจารย์ ดร.รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์)

.....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชุติวรรณ เพ็ญเพียร)

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

.....ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร.ปรีชา เนาว์เย็นผล)

.....กรรมการ
(อาจารย์ ดร. สายัณห์ โสธะโร)

.....กรรมการ
(อาจารย์ ดร.รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์)

.....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชุติวรรณ เพ็ญเพียร)

งานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัย
จาก
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ เพราะได้รับความอนุเคราะห์อย่างดียิ่งจากอาจารย์ ดร. รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ ประธานควบคุมปริญญานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชุติวรรณ เพ็ญเพียร กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษา พร้อมทั้งคำแนะนำและข้อเสนอแนะต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัย ตลอดจนเสียสละเวลาในการตรวจแก้ไขอย่างละเอียดจนปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. ปรีชา เนาว์เย็นผล อาจารย์ ดร. รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ และอาจารย์ทรงชัย อักษรคิด ที่ให้ความกรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญ ตรวจสอบและปรับปรุงแก้ไขเครื่องมือในการวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. ปรีชา เนาว์เย็นผล และอาจารย์ ดร. สายัณห์ โสธะโร ที่ให้ความกรุณาเป็นกรรมการสอบปากเปล่า รวมทั้งให้คำแนะนำที่ดีทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้อำนวยการและคณะครูโรงเรียนศรีอยุธยา เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร โดยเฉพาะอย่างยิ่ง คุณครูลักษณา ลีละขจรเกียรติ ที่ให้ความช่วยเหลือตลอดระยะเวลาการดำเนินการวิจัย และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 ปีการศึกษา 2550 ที่ให้ความร่วมมือในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้อำนวยการและคณะครูโรงเรียนเบญจมราชาลัย ในพระบรมราชูปถัมภ์ เขตพระนคร กรุงเทพมหานคร โดยเฉพาะอย่างยิ่ง คุณครูสุกัญญา โอชาพันธุ์ ที่ได้ให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกต่าง ๆ ตลอดระยะเวลาการทดลองนำร่องเพื่อพัฒนาเครื่องมือวิจัย และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 ปีการศึกษา 2550 ที่ให้ความร่วมมือในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อเริงศักดิ์ คุณแม่กัญญา เหมวิเศษ อย่างสุดซึ้งที่ให้มาซึ่งความรัก กำลังใจ กำลังทรัพย์ และสนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยมาโดยตลอด

ขอขอบคุณ พี่ ๆ เพื่อน ๆ และน้องนิสิตปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือ ให้คำแนะนำ และเป็นกำลังใจที่ดีเสมอมา

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ได้รับทุนสนับสนุนการทำปริญญานิพนธ์สำหรับนิสิตในระดับบัณฑิตศึกษาจากงบประมาณเงินรายได้คณะวิทยาศาสตร์ ประจำปี 2551 ผู้วิจัยรู้สึกเป็นเกียรติอย่างยิ่ง และหวังว่าผลงานวิจัยนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คุณค่าและประโยชน์ที่เกิดจากปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดา ครู อาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านที่ได้ให้ความรู้หรือความช่วยเหลือแก่ผู้วิจัย

ปิยะนาถ เหมวิเศษ

สารบัญ

บทที่ **หน้า**

1 บทนำ 1
ภูมิหลัง 1
ความมุ่งหมายของการวิจัย 3
ความสำคัญของการวิจัย 3
ขอบเขตของการวิจัย 3
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย 3
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย 3
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย 4
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย 4
ตัวแปรที่ศึกษา 4
นิยามศัพท์เฉพาะ 4
สมมติฐานของการวิจัย 6

2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 7
แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 8
ความหมายของปัญหา และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 8
ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ 9
กระบวนการแก้ปัญหา 10
กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา 13
องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 15
แนวคิดและงานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .. 16
มาตรฐานการเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 16
สื่อการเรียนรู้สำหรับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 17
การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 18
การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 20
งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 24
แนวคิดเกี่ยวกับเจตคติทางคณิตศาสตร์ 27
ความหมายของเจตคติ 27
ประเภทของเจตคติ 28

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ)	
ประเภทของแบบวัดเจตคติ	29
งานวิจัยเกี่ยวกับการวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	32
3 วิธีดำเนินการวิจัย	35
กำหนดประชากร และเลือกกลุ่มตัวอย่าง	36
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย	36
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย	36
กำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย	36
จุดมุ่งหมายของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์	36
ขอบเขตของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์	37
แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์	38
สร้างเครื่องที่ใช้ในการวิจัย	43
เครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์	43
เครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผล	43
เก็บรวบรวมข้อมูล	47
แบบแผนการวิจัย	47
การดำเนินการทดลอง	47
วิเคราะห์ข้อมูล	47
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	48
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	49
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	49
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	49
การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย	50
พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	50
ด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์	51
ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา	59

สารบัญ (ต่อ)

บทที่ **หน้า**

4 (ต่อ)

ด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน 70

เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 73

5 สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ 77

ความมุ่งหมาย สมมติฐานและวิธีดำเนินการวิจัยโดยสังเขป 77

ความมุ่งหมายของการวิจัย 77

สมมติฐานของการวิจัย 77

วิธีดำเนินการวิจัย 77

สรุปและอภิปรายผลการวิจัย 80

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 80

พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 80

เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 81

ข้อเสนอแนะ 82

ข้อเสนอแนะสำหรับการเรียนการสอน 82

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป 82

บรรณานุกรม 83

ภาคผนวก 89

ภาคผนวก ก การหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 90

ภาคผนวก ข ข้อมูลที่ได้จากการวิจัย และการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย .. 94

ภาคผนวก ค ตัวอย่าง แผนการจัดการเรียนรู้ 98

ภาคผนวก ง ตัวอย่าง สถานการณ์ปัญหา..... 142

ภาคผนวก จ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .. 145

ภาคผนวก ฉ แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 150

ภาคผนวก ช แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ 153

ภาคผนวก ซ รายนามผู้เชี่ยวชาญ 156

ประวัติย่อผู้วิจัย 158

บัญชีตาราง

ตาราง **หน้า**

1 กิจกรรมการเรียนรู้ ในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 39

2 การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ 44

3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง 49

4 ผลของการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย 50

5 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกใช้ 61

6 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกใช้ในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 62

7 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนเป้าหมายเลือกใช้ในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 62

8 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง 74

9 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเป็นรายข้อ 74

10 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 91

11 ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 91

12 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มนำร่อง 92

13 คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย 95

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ **หน้า**

1 กระบวนการแก้ปัญหาเป็นแนวเส้นตรง 11
2 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต 12
3 ตัวอย่างแบบตรวจสอบรายการ 21
4 ตัวอย่างการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ 22
5 ตัวอย่างการให้คะแนนแบบองค์รวม 23
6 ตัวอย่างแบบวัดเจตคติตามวิธีของออสกูด 32
7 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตที่ใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอน
คณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย 37
8 ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละคาบเรียน 41
9 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาในคาบเรียน 2 ของปฐพี 53
10 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาในคาบเรียน 2 ของเกล็ดทราย 53
11 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาในคาบเรียน 2 ของปลายฟ้า 54
12 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาในคาบเรียน 5 ของปลายฟ้า 54
13 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาในคาบเรียน 5 ของงามตา 55
14 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาในคาบเรียน 10 ของปฐพี 55
15 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาในคาบเรียน 10 ของงามตา 56
16 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใปปัญหา “รถไฟฟ้า BTS” ในการทำ
แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของปฐพี 57
17 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใปปัญหา “รถไฟฟ้า BTS” ในการทำ
แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ของเกล็ดทราย 57
18 การเขียนภาพหรือแผนภาพในคาบเรียน 2 ของกลุ่มเกล็ดทราย 63
19 การเขียนภาพหรือแผนภาพในคาบเรียน 6 ของกลุ่มปฐพี (ในกระดาษทด) 64
20 การเขียนภาพหรือแผนภาพในคาบเรียน 6 ของกลุ่มปฐพี 64
21 การเขียนภาพหรือแผนภาพในคาบเรียน 8 ของกลุ่มปฐพี 65
22 การเขียนภาพหรือแผนภาพในปัญหา “สามเหลี่ยมด้านเท่า” ในการทำ
แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของปลายฟ้า 66
23 การเขียนภาพหรือแผนภาพในปัญหา “สามเหลี่ยมด้านเท่า” ในการทำ
แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของงามตา .. 66

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ **หน้า**

24 การเขียนตารางในคาบเรียน 2 ของกลุ่มงามตา 67
25 การเขียนภาพหรือแผนภาพในคาบเรียน 6 ของกลุ่มงามตา 68
26 ร่องรอยการเลือกใช้กลยุทธ์การเขียนสมการในคาบเรียน 10 ของปฐพี 68
27 การเลือกใช้กลยุทธ์การคิดแบบย้อนกลับในคาบเรียน 10 ของปฐพี 69
28 ร่องรอยการเลือกใช้กลยุทธ์การเขียนสมการในคาบเรียน 10 ของงามตา 69
29 การเลือกใช้กลยุทธ์การคิดแบบย้อนกลับในคาบเรียน 10 ของงามตา 69
30 คำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบในคาบเรียน 2 ของกลุ่มเกล็ดทราย 71
31 คำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบในคาบเรียน 5 ของกลุ่มงามตา 72

บทที่ 1
บทนำ

ภูมิหลัง

ในชีวิตประจำวันทุกคนต้องเผชิญกับปัญหาต่าง ๆ มากมาย เช่น ปัญหาการเดินทาง ปัญหาเศรษฐกิจ ปัญหาการเรียน และปัญหาการเงิน เป็นต้น ซึ่งปัญหาที่เผชิญนั้นอาจเป็นปัญหาที่แก้ได้โดยง่าย หรือเป็นปัญหาที่ไม่สามารถแก้ได้ในทันที ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจ ขั้นตอน/วิธีการและประสบการณ์มาช่วยแก้ปัญหา ถ้าเรามีความรู้ หรือแหล่งความรู้ที่เพียงพอ เข้าใจกระบวนการแก้ปัญหา มีขั้นตอน/วิธีการที่เหมาะสม ก็จะทำให้เราสามารถแก้ปัญหาได้ดีขึ้น

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล กระบวนการคิด และการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์จึงมีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม (กรมวิชาการ. 2545: 1) เพื่อให้การเรียนการสอนมีประสิทธิผล พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 จึงให้ความสำคัญกับแนวทางในการจัดกระบวนการเรียนรู้สำหรับให้สถานศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องดำเนินการตามเป็นการเฉพาะ โดยกำหนดไว้ในมาตรา 24 หมวดที่ 4 ว่าด้วยการจัดกระบวนการเรียนรู้ ซึ่ง 2 ใน 6 ข้อ คือ (1) ฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหา และ (2) จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ฝึกการปฏิบัติให้คิดเป็น ทำเป็น รักการอ่านและเกิดการใฝ่รู้อย่างต่อเนื่อง (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2542: 13)

ด้วยเหตุนี้หนังสือคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้ระบุว่าหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 สนับสนุนการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีลักษณะดังกล่าว โดยกำหนดสาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ 6 สาระ ได้แก่ (1) จำนวนและการดำเนินการ (2) การวัด (3) เรขาคณิต (4) พีชคณิต (5) การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และ (6) ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (กรมวิชาการ. 2545: 6–7)

สำหรับสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ 5 มาตรฐาน ได้แก่

มาตรฐาน ค 6.1: มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.2: มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐาน ค 6.3: มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 6.4: มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

มาตรฐาน ค 6.5: มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

"การแก้ปัญหา" เป็นมาตรฐานหนึ่งในทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนทุกคนต้องเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดขึ้น เพราะการเรียนการแก้ปัญหาจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล มีขั้นตอน มีระเบียบแบบแผน และรู้จักตัดสินใจอย่างถูกต้อง (สิริพร ทิพย์คง. 2544: 4)

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)) ซึ่งเป็นองค์กรสำคัญที่มีบทบาทอย่างมากต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนในสหรัฐอเมริกาและทั่วโลก ได้ระบุไว้ในหนังสือประจำปี ค.ศ.1980: การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน (Problem Solving in School Mathematics) ว่า "การแก้ปัญหาต้องเป็นจุดเน้นที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์" ต่อมาในปี ค.ศ. 1989 และ ค.ศ. 2000 สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา ยังกล่าวถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาไว้ในหนังสือมาตรฐานหลักสูตรและการประเมินผลคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน (Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics) และในหนังสือหลักการและมาตรฐานสำหรับคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน (Principles and Standards for School Mathematics) พร้อมทั้งนำเสนอแนวคิดต่าง ๆ เกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาระดับโรงเรียนที่จะทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้น ส่งผลให้ประเทศอื่น ๆ ทั่วโลกให้ความสำคัญกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์รวมทั้งประเทศไทยด้วย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). 2550: 3–6)

แต่การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาครูมุ่งเน้นที่เนื้อหาคณิตศาสตร์มากกว่าทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ จึงทำให้ครูไม่คุ้นเคยกับการเรียนการสอนที่เน้นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหา ดังที่ สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2549: 78–79) กล่าวว่า การสอนของครูเน้นการอธิบายอย่างเดียวแล้วให้งานนักเรียนทำ เป็นผลให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย และมีเจตคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ จึงส่งผลให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาได้ไม่ดีเท่าที่ควร ทำนองเดียวกับ สสวท. (2550: 1) ที่ระบุว่าการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา แม้ว่านักเรียนจะมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาเป็นอย่างดี แต่มีนักเรียนจำนวนมากยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับผลการประเมินจากโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Program for International Student Assessment (PISA)) ซึ่งเป็นโครงการขององค์กรเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ (Organization for Economic Co-operation and Development (OECD)) ที่ประเทศไทยได้เข้าร่วมประเมินใน พ.ศ. 2546 พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนอายุ 15 ปี ยังต่ำกว่าระดับพื้นฐาน เมื่อเทียบกับนักเรียนของประเทศอื่นในภูมิภาคเอเชียที่อยู่ในโครงการเดียวกัน (สุนีย์ คล้ายนิล; ปรีชาญ เดชศรี; และอัมพลิกา ประโมจนีย์. 2549: 35)

เพื่อให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิผลตามเป้าหมายของพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน ผู้วิจัยจึงสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
3. เพื่อศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
4. เพื่อศึกษาเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เป็นข้อมูลสำหรับครูในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
3. เป็นแนวทางในการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีอยุธยา เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีอยุธยา เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียน 50 คน นักเรียนเหล่านั้นได้จากการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม (Cluster random sampling) จากทั้งหมด 10 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 471 คน โดยแต่ละห้องเรียนมีนักเรียนแบบคละความสามารถ

ในกลุ่มตัวอย่างผู้วิจัยแบ่งนักเรียนออกเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ โดยพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 หลังจากนั้นสุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง 2 คน และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ 1 คน เพื่อเป็นนักเรียนเป้าหมาย (Target student) ในการศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้นักเรียนเป้าหมายจำนวน 4 คน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

เวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 12 คาบเรียน คาบเรียนละ 60 นาที โดยเป็นเวลานอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ คือ กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

ตัวแปรตาม คือ

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
3. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **ปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้ขั้นตอน/วิธีการที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที
2. **การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง การประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่เพื่อค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. **กระบวนการแก้ปัญหา** หมายถึง กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา และกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการตามแผน และการตรวจสอบผล

4. **กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา** หมายถึง วิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ เช่น การสร้างตาราง การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด การเขียนภาพหรือแผนภาพ การค้นหาแบบรูป การเขียนสมการ การคาดเดาและตรวจสอบ การคิดแบบย้อนกลับ และอื่น ๆ

5. **ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในด้านต่าง ๆ ดังนี้ ด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน โดยพิจารณาจาก

5.1 คะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียน ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม ซึ่งประกอบด้วย

5.1.1 คะแนนจากใบกิจกรรมกลุ่ม ร้อยละ 20 ของคะแนนเต็ม

5.1.2 คะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคล ร้อยละ 40 ของคะแนนเต็ม

5.2 คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ร้อยละ 40 ของคะแนนเต็ม

6. **พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง การแสดงออกของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในด้านต่าง ๆ ดังนี้

6.1 ด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์

6.2 ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

6.3 ด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน

โดยพิจารณาจากงานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยมีแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยในการเก็บรวบรวมข้อมูล

7. **เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความรู้สึกหรือความคิดเห็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

8. **กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย** หมายถึง กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 10 แผน แต่ละแผนใช้เวลา 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 60 นาที ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ ในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ได้ฝึกฝนและมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Non routine problem) ซึ่งแต่ละข้อสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่ง

กลยุทธ์และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาไม่เกินความรู้ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นอกจากได้ลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองแล้วนักเรียนยังมีส่วนร่วมในการเรียนแบบร่วมมือ (Cooperative learning) รับผิดชอบในการแก้ปัญหาของกลุ่ม และนำเสนอผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งของตนและของกลุ่ม ตลอดจนมีส่วนร่วมในการอภิปรายผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน

9. **แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง แบบทดสอบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ประกอบด้วย ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย จำนวน 4 ข้อ ซึ่งแต่ละข้อสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาไม่เกินความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยแต่ละข้อมีการให้คะแนนแบบรูบริค (Rubric scoring)

10. **แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง แบบบันทึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อบันทึกพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย แบบตรวจสอบรายการ (Check list) และแบบบันทึกภาคสนาม (Field note)

11. **แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง แบบสอบถามที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อตรวจสอบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ประกอบด้วย ข้อความที่เกี่ยวกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 30 ข้อ โดยแบ่งเป็นข้อความที่เกี่ยวกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ 15 ข้อ และข้อความที่เกี่ยวกับเจตคติต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 15 ข้อ ซึ่งแต่ละข้อความมีความหมายทางบวก และเลือกแสดงความคิดเห็นได้ 4 ลักษณะ ได้แก่ เห็นด้วยมากที่สุด เห็นด้วยมาก เห็นด้วยน้อย และเห็นด้วยน้อยที่สุด

สมมติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ในหัวข้อต่อไปนี้

ตอนที่ 1 แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของปัญหาและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
1.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
1.3 กระบวนการแก้ปัญหา
1.4 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา
1.5 องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ตอนที่ 2 แนวคิดและงานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 มาตรฐานการเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2.2 สื่อการเรียนรู้สำหรับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2.3 การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2.4 การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2.5 งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ตอนที่ 3 แนวคิดเกี่ยวกับเจตคติทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของเจตคติ
3.2 ประเภทของเจตคติ
3.3 ประเภทของแบบวัดเจตคติ
3.4 งานวิจัยเกี่ยวกับการวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ตอนที่ 1 แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของปัญหา และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา ซึ่งเป็นองค์กรสำคัญที่มีบทบาทอย่างมากต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนในสหรัฐอเมริกาและทั่วโลก ได้ระบุไว้ในหนังสือการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน ประจำปี ค.ศ.1980 ว่า การแก้ปัญหาต้องเป็นจุดเน้นที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทำให้นักการศึกษาทั่วโลกหันมาสนใจศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้น นักการศึกษาให้ความหมายของ “ปัญหา” และ “การแก้ปัญหา” ไว้ดังนี้

เรย์ ซุยดัม และลินด์ควิสท์ (Reys; Suydam; & Lindquist. 1995: 54) กล่าวว่า ปัญหาคือ สถานการณ์ที่ต้องการบางสิ่งบางอย่างและไม่รู้วิธีแก้ปัญหาโดยทันที ถ้ารู้วิธีแก้ปัญหาโดยง่ายหรือรู้คำตอบโดยทันทีสิ่งนั้นก็จะไม่เป็นปัญหา

ครูอิกแชงก์ และ เชฟฟิลด์ (เอนก จันทรจรูญ. 2545: 5; อ้างอิงจาก Cruikshank; & Sheffield. 1992. *Teaching Elementary and Middle School Mathematics*. p. 37) กล่าวว่า ปัญหาเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ทำให้งง ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที หรือรู้วิธีหาคำตอบโดยทันที ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ไม่ได้หมายความว่าจะเกี่ยวข้องกับจำนวนเท่านั้น ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางปัญหาเป็นปัญหาที่เกี่ยวกับสมบัติทางกายภาพหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์โดยไม่เกี่ยวข้องกับจำนวนก็ได้

ครูลิค และ รูดนิค (Krulik; & Rudnick. 1987: 4) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาว่าเป็นกระบวนการซึ่งบุคคลใช้ทักษะและความเข้าใจที่มีอยู่ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย ส่วน เคนเนดี้ (Kennedy. 1984: 81) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาว่า เป็นการแสดงออกของแต่ละบุคคลในการตอบสนองสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

สำหรับความหมายของ “ปัญหาทางคณิตศาสตร์” สมเดช บุญประจักษ์ (2543: 2) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ปัญหาที่ต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ ส่วน เอนก จันทรจรูญ (2545: 6) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่ต้องการคำตอบ โดยที่ผู้แก้ปัญหาส่วนใหญ่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ต้องใช้ความรู้และทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยหาคำตอบของคำถามหรือสถานการณ์นั้น ๆ และเยาวลักษณ์ ศรีกล่ำ (2547: 28) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่นักเรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน อาจเกี่ยวข้องกับปริมาณ จำนวน การพิสูจน์ ปัญหาที่พบในชีวิตประจำวันหรือคำอธิบายให้เหตุผล ซึ่งนักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด จะต้องใช้ความรู้ ทักษะ ประสบการณ์ ตลอดจนวิธีการที่หลากหลายประมวลเข้าด้วยกัน ปัญหาสำหรับคนหนึ่งอาจจะไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกคนหนึ่งก็ได้ นอกจากนี้ รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn. 2005: 5) และ สสวท. (2550: 7) กล่าวในทำนองเดียวกันว่า ปัญหาทาง

คณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้ขั้นตอน/วิธีการที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

ส่วนความหมายของ “การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 62) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดให้ในปัญหา นอกจากนี้ รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn. 2005: 5) และ สสวท. (2550: 7) กล่าวในทำนองเดียวกันว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการวิจัยนี้ ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังนี้

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้ขั้นตอน/วิธีการที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่เพื่อค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องฝึกฝน และมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลากหลายรูปแบบ นักการศึกษาได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็นประเภทต่าง ๆ โดยพิจารณาจากเกณฑ์ต่อไปนี้

พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา โพลยา (Polya. 1957: 154) สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. ปัญหาให้ค้นหาคำตอบ (Problem to find an answer) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน หรือให้หาวิธีการและคำอธิบายเหตุผล

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนแสดงการให้เหตุผลว่า “ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง” หรือ “ข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ”

พิจารณาจากลักษณะของปัญหา บิทเทอร์ ฮาร์ทฟิลด์ และ เอดเวิดส์ (Bitter; Hartfield; & Edwards. 1989: 37) สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่

1. ปัญหาปลายเปิด (Open–ended problems) เป็นปัญหาที่มีคำตอบได้หลายคำตอบ ปัญหาลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery problems) เป็นปัญหาที่มีคำตอบเดียว แต่มีวิธีการหาคำตอบหลายวิธี

3. ปัญหาแนะให้ค้นพบ (Guided discovery problems) เป็นปัญหาที่ต้องมีการแนะแนวทางในการหาคำตอบ

พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท ได้แก่ ปัญหาที่คุ้นเคย และปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Rungfa Janjaruporn. 2005: 10; citing Lester. 2001: 570; Mayer; & Hegarty. 1996: 32; NCTM. 1989: 76)

1. ปัญหาที่คุ้นเคย (Routine problems) เป็นปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเหล่านั้น มักพบเห็นในหนังสือเรียน ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนมากนัก

2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Non routine problems) เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคยกับโครงสร้างและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา มักไม่ค่อยพบในหนังสือเรียน เมื่อต้องเผชิญกับปัญหาเหล่านี้ นักเรียนต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันจึงจะแก้ปัญหาได้ ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ซึ่งปัญหาประเภทนี้ถูกนำมาใช้ในการประเมินกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยนี้ เป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคยหรือปัญหาปลายเปิด ซึ่งแต่ละข้อสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์หรือสามารถหาคำตอบได้มากว่าหนึ่งคำตอบ และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาไม่เกินความรู้ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1.3 กระบวนการแก้ปัญหา

เนื่องจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งที่นักเรียนจะต้องฝึกฝนพัฒนาให้เกิดขึ้น แต่มีนักเรียนจำนวนมากไม่รู้ว่าจะต้องดำเนินการแก้ปัญหานั้นอย่างไร หรือมีกระบวนการแก้ปัญหาอย่างไร เพื่อให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูควรปลูกฝังให้นักเรียนเข้าใจ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย คือ กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (สสวท. 2550: 8; อ้างอิงจาก Polya. 1957. *How to Solve it*. pp. 5–19) ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

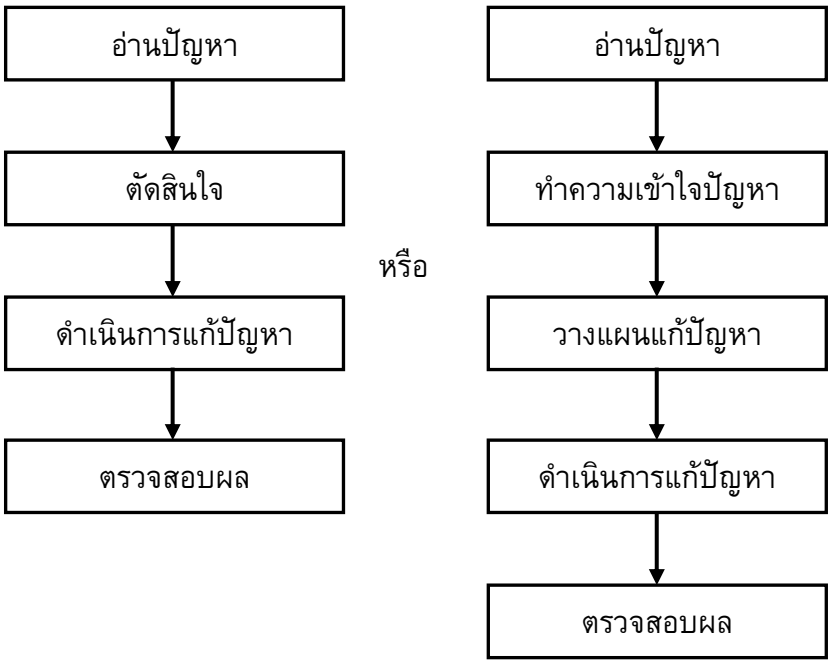
ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูลและเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจปัญหานักเรียนต้องพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาซ้ำไปซ้ำมา พิจารณาหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่าง ๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนภาพ การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเอง

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา และเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ใช้ แล้วพิจารณาว่ามีคำตอบหรือมีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาอย่างอื่นอีกหรือไม่

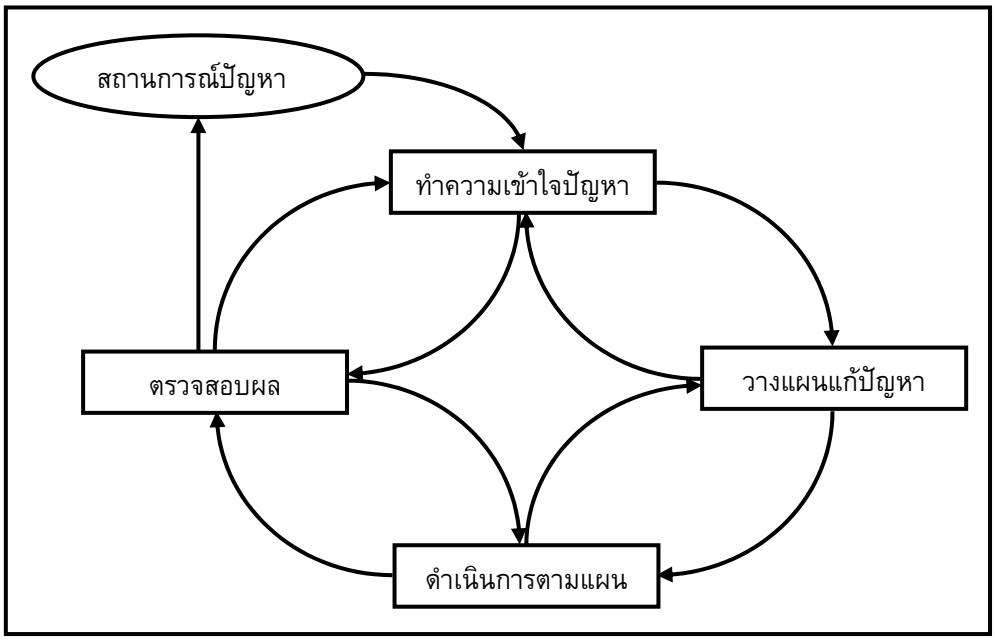
เนื่องจากคนส่วนใหญ่มองว่ากระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาจะต้องดำเนินการตามขั้นตอนเป็นแนวเส้นตรง โดยไม่มีการกระทำย้อนกลับ ดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 กระบวนการแก้ปัญหาเป็นแนวเส้นตรง

ที่มา: Rungfa Janjaruporn. (2005). *The Development of a Problem-Solving Instructional Program to Develop Preservice Teachers' Competence in Solving Mathematical Problems and Their Beliefs Related to Problem Solving*. p. 14.

วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (Wilson; Fernandez; & Hadaway. 1993: 60–62) จึงเสนอแนะกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต (Dynamic problem–solving process) ซึ่งเป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่สนับสนุนกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาในรูปแบบที่แสดงความเป็นพลวัต มีลำดับไม่ตายตัว สามารถวนไปเวียนมาได้ ดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต

ที่มา: Rungfa Janjaruporn. (2005). *The Development of a Problem-Solving Instructional Program to Develop Preservice Teachers' Competence in Solving Mathematical Problems and Their Beliefs Related to Problem Solving*. p. 15.

จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตในภาพประกอบ 2 อธิบายได้ดังนี้ เมื่อต้องเผชิญกับสถานการณ์ที่เป็นปัญหา นักเรียนจะต้องเริ่มทำความเข้าใจกับปัญหาก่อน หลังจากนั้นวางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งหาคำตอบได้ สุดท้ายตรวจสอบผล พิจารณาความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

สำหรับทิศทางของลูกศรนั้น เป็นการพิจารณาหรือตัดสินใจที่จะเคลื่อนการกระทำจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรือพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้าเมื่อมีปัญหาหรือข้อสงสัย เช่น เมื่อนักเรียนทำความเข้าใจปัญหา และคิดว่ามีความเข้าใจปัญหาดีแล้ว ก็เคลื่อนการกระทำไปสู่ขั้นวางแผนแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ แต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ นักเรียนก็อาจจะย้อนกลับไปวางแผนใหม่ หรืออาจต้องกลับไปทำความเข้าใจปัญหาใหม่ เพื่อปรับปรุงวิธีการแก้ปัญหาให้ดียิ่งขึ้น

ในการวิจัยนี้ นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาและกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ

1.4 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ในชีวิตประจำวันทุกคนต้องเผชิญกับปัญหาต่าง ๆ มากมาย ซึ่งปัญหาที่เผชิญนั้นอาจเป็นปัญหาที่แก้ได้ง่าย หรือเป็นปัญหาที่ไม่สามารถแก้ได้ในทันที ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจ ขั้นตอน/วิธีการ และประสบการณ์มาช่วยแก้ปัญหา ถ้านักเรียนมีความรู้ หรือแหล่งความรู้ที่เพียงพอ เข้าใจกระบวนการแก้ปัญหา มีขั้นตอน/วิธีการที่เหมาะสม ก็จะทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ดีขึ้น ในการแก้ปัญหาหนึ่ง ๆ นอกจากนักเรียนจะต้องมีความรู้พื้นฐานที่เพียงพอและเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาดีแล้ว การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมก็เป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหานั้น ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 23–79) และ สสวท. (2550: 11–35) ได้แบ่งประเภทของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา พอสรุปได้ดังนี้

การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะถูกยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน กลยุทธ์นี้มักจะใช้ในปัญหาที่เกี่ยวกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต

การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจนช่วยให้ไม่หลงลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่งเมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณี ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมด ในการแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดนักเรียนอาจขจัดกรณีที่ไม่ใช่ออกก่อน แล้วค่อยค้นหาระบบหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจงกรณีที่เหมาะสมกลยุทธ์นี้ก็จะไม่มีประสิทธิภาพ กลยุทธ์นี้จะใช้ได้ดีถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน ซึ่งบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วยในการแจงกรณีด้วยก็ได้

การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการเดาในครั้งแรก ๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไป นักเรียนควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดในรูปของสมการ หรือบางครั้งอาจเป็นอสมการก็ได้ ในการแก้สมการนักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา เพื่อหาว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้ แล้วเขียนสมการหรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น ในการหาคำตอบของสมการมักใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยในการแก้สมการ ซึ่งได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ และสุดท้ายต้องมีการตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหา กลยุทธ์นี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางพีชคณิต

การคิดแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคย หรือที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้นเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น กลยุทธ์นี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วยกลยุทธ์อื่นไม่ได้แล้ว สิ่งสำคัญของกลยุทธ์นี้ก็คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นนักเรียนอาจลดจำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหน้านี้

การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริงโดยใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหา บางปัญหาเราใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ร่วมกับ การคาดเดาและตรวจสอบ การเขียนภาพหรือแผนภาพ จนทำให้บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากกลยุทธ์อื่นได้อย่างเด่นชัด กลยุทธ์นี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้ง กลยุทธ์นี้มักใช้กับปัญหาที่ยากแก่การแก้ปัญหาโดยตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความที่จะแสดงเป็นเท็จ

ในการวิจัยนี้ ผู้วิจัยเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพและพบว่าใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์บ่อยในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เช่น การสร้างตาราง การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด การเขียนภาพหรือแผนภาพ การค้นหาแบบรูป การเขียนสมการ การคาดเดาและตรวจสอบ การคิดแบบย้อนกลับ และอื่น ๆ

1.5 องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาต้องอาศัยองค์ประกอบหลายอย่าง เพื่อช่วยให้การคิดแก้ปัญหาประสบความสำเร็จ องค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีส่วนช่วยในการคิดแก้ปัญหาควรได้รับการสอนและฝึกฝนพัฒนา สมเดช บุญประจักษ์ (2543: 26) กล่าวว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำแนกได้ 2 ประการ ดังนี้

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับตัวผู้แก้ปัญหา ประกอบด้วย

1.1 ความรู้ความคิดและประสบการณ์

1.2 ระดับสติปัญญาและความสามารถ

1.3 การรับรู้และการสังเคราะห์ความคิด

1.4 ทักษะและความรู้พื้นฐานต่าง ๆ เช่น ทักษะการอ่าน การดำเนินการและทักษะทางคณิตศาสตร์

1.5 ความรู้สึก ความต้องการที่จะแก้ปัญหา ความเชื่อและเจตคติต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.6 ความมั่นใจในตนเองที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. องค์ประกอบเกี่ยวกับสภาพแวดล้อม ประกอบด้วย

2.1 บรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

2.2 วิธีการพัฒนาที่ส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหา

2.3 มีเวลาพัฒนาอย่างเพียงพอและได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง

2.4 สถานการณ์ปัญหาที่นำมาเป็นสื่อในการพัฒนา เป็นปัญหาที่ดีก่อให้เกิดการเรียนรู้และพัฒนาทักษะต่าง ๆ เป็นปัญหาที่น่าสนใจ ท้าทายความสามารถและเหมาะสมกับวัย

นอกจากนี้ สิริพร ทิพย์คง (2544: 106–107) กล่าวว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

1. ความซับซ้อนของโจทย์ปัญหา ข้อมูลที่กำหนดให้มีจำนวนมาก

2. วิธีการนำเสนอโจทย์ปัญหา

3. ความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา

4. การใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

5. การเริ่มต้นการแก้ปัญหา เช่น นักเรียนรู้ว่าจะต้องทำอะไรก่อน และขั้นตอนต่อไปทำอย่างไร

6. ข้อมูลที่กำหนดให้มีเพียงพอต่อการแก้ปัญหา

7. เจตคติของนักเรียนที่มีต่อการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา นักเรียนมีกำลังใจที่จะแก้ปัญหาต่าง ๆ

8. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน การที่จะเป็นผู้แก้ปัญหาที่ดีจะต้องได้รับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

จากที่กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่า องค์ประกอบที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขึ้นอยู่กับตัวนักเรียน ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา สถานการณ์ปัญหา การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครู และเจตคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

ตอนที่ 2 แนวคิดและงานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนทุกคนต้องเรียนรู้ ครูจึงต้องจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหาให้ดียิ่งขึ้น โดยศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

2.1 มาตรฐานการเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย คือ มาตรฐานด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา ซึ่งได้เสนอไว้ในหนังสือหลักการและมาตรฐานสำหรับคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนในปี ค.ศ. 2000 ดังนี้ (สสวท. 2550: 136)

1. นักเรียนสามารถสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ผ่านการแก้ปัญหาได้ (Build new mathematical knowledge through problem solving)

2. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ ได้ (Solve problems that arise in mathematics and in other context)

3. นักเรียนสามารถเลือกใช้และปรับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมได้หลากหลาย (Apply and adapt a variety of appropriate strategies to solve problems)

4. นักเรียนสามารถตรวจตราและสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ (Monitor and reflect on the process of mathematical problem solving)

สำหรับประเทศไทย ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น ในสาระที่ 6: ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ดังนี้ (กรมวิชาการ. 2545: 25)

สาระที่ 6: ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์
มาตรฐาน ค 6.1: มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น			
ป.1–3	ป.4–6	ม.1–3	ม.4–6
1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาได้ 2. ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาในสถานการณ์จริงได้	1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาได้ 2. ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงได้	1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาได้ 2. ใช้ความรู้ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม	1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาได้ 2. แก้ปัญหาในสถานการณ์จริงโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ 3. ใช้ความรู้ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ในการวิจัยนี้ มาตรฐานหรือจุดมุ่งหมายการเรียนรู้ด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในด้านต่าง ๆ ต่อไปนี้

- ด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์
- ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา
- ด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน

2.2 สื่อการเรียนรู้สำหรับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูจะต้องเลือกสื่อการเรียนรู้ให้เหมาะสมตามวัยและพัฒนาการของนักเรียน ซึ่งลักษณะสำคัญของสื่อการเรียนรู้สำหรับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครอล และมิลเลอร์ (Rungfa Janjaruporn. 2005: 26–28; citing Kroll; & Miller.1993. *Research Ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics*. p. 66) และสสวท. (2550: 145–148) กล่าวในทำนองเดียวกัน พอสรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ควรเป็นปัญหาที่ดึงดูดความสนใจและท้าทายความสามารถของนักเรียน เป็นปัญหาที่ไม่ง่ายหรือยากเกินไป เพราะถ้าง่ายเกินไปอาจไม่ดึงดูดความสนใจและไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไปนักเรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญหาได้สำเร็จ

2. ปัญหาที่ใช้ควรเป็นปัญหาที่มีข้อมูลขาดหาย มีข้อมูลเกิน มีข้อมูลที่ขัดแย้งกันบ้าง หรืออาจมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ เพราะว่าสิ่งเหล่านี้นักเรียนต้องเผชิญในชีวิตจริง

3. ปัญหาที่ใช้ควรเป็นปัญหาที่แปลกใหม่และปัญหาที่ไม่คุ้นเคย เพราะถ้านักเรียนเคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาแล้ว ปัญหานั้นก็จะไม่ใช่ปัญหาที่น่าสนใจอีกต่อไป

4. ปัญหาที่ใช้ควรเป็นปัญหาที่ใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

5. ขณะแก้ปัญหาควรให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณและเทคโนโลยีช่วยคิดคำนวณ เพราะเครื่องคำนวณจะช่วยลดระยะเวลาในการคิดคำนวณ และนักเรียนสามารถใช้เวลาที่เหลือคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งถือเป็นส่วนสำคัญสำหรับการแก้ปัญหาอย่างยิ่ง

6. กิจกรรมที่ใช้ควรเป็นกิจกรรมที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนเข้าใจขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

7. กิจกรรมที่ใช้ควรเป็นกิจกรรมที่เสริมสร้างความเชื่อที่เหมาะสมเกี่ยวกับการแก้ปัญหาให้นักเรียน

8. กิจกรรมที่ใช้ควรเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมการรับรู้กระบวนการคิดของนักเรียน

2.3 การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการเรียนการสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์โดยผ่านสถานการณ์ปัญหาที่เหมาะสมกับวัยและพัฒนาการของนักเรียน ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง และยังช่วยให้นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อ มีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและนอกห้องเรียน ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นอกจากครูจะต้องเตรียมปัญหาให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพแล้ว ครูควรจะดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องและเหมาะสมด้วย แนวทางในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรเป็นดังนี้ (สสวท. 2550: 145–158)

1. ครูควรใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งเป็นวิธีที่เหมาะสำหรับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพราะว่าการเรียนแบบร่วมมือเกี่ยวข้องกับ “การทำงานเป็นกลุ่ม” ซึ่งฝึกให้นักเรียนรู้จักการทำงานร่วมกับผู้อื่น ได้ลงมือปฏิบัติจริง เปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนได้มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและช่วยกันทำความเข้าใจสิ่งที่เรียน ได้อภิปรายกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยครูอาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเอง เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้

นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดและกระบวนการแก้ปัญหา ตลอดจนได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ

3. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายและนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ โดยครูอาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนเติมคำตอบเพียงคำตอบเดียว เติมคำตอบสั้น ๆ แล้วจึงเติมคำตอบเป็นข้อความหรือประโยค และเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับการได้คิดแล้ว ครูควรให้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม เพราะการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มจะช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะการคิด

4. ครูควรยอมรับความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด เพราะการตอบผิดของนักเรียนจะทำให้ครูได้รู้ว่าข้อผิดพลาดนั้นมาจากไหนและมีมากน้อยเพียงใด ครูไม่ควรย้ำสิ่งที่นักเรียนทำผิดหรือเข้าใจผิด แต่ครูควรซักถาม อธิบายและเปิดอภิปราย เพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

5. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนเริ่มต้นคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน เนื่องจากมีนักเรียนจำนวนมากที่ไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นคิดแก้ปัญหาอย่างไร จึงรอให้ครูแนะนำและตั้งคำถามนำ ครูควรตระหนักว่าการถามนำมากเกินไปจะทำให้นักเรียนคุ้นเคยกับการคิดเพื่อตอบคำถามครูทีละคำถาม ต่อเนื่องกันจนได้คำตอบโดยไม่คิดหาวิธีแก้ปัญหาที่ครบขั้นตอนหรือกระบวนการด้วยตนเอง

6. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์และคุ้นเคยกับขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

7. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ เช่น เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบแล้ว ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนคิดหากลยุทธ์อื่นที่แตกต่างจากเดิม เพื่อให้นักเรียนตระหนักว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์

8. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนรับรู้กระบวนการคิดของตนเอง หลังจากที่นักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ครูควรสนับสนุนให้นักเรียน ตรวจตราความคิดและกระบวนการคิดของตนเองว่า มีสิ่งใดบ้างที่รู้ และสิ่งใดบ้างที่ไม่รู้ ตลอดจนสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองออกมาโดยการให้นักเรียนเขียนอนุทิน (Journal writing) หรือเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในหัวข้อเกี่ยวกับทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ความคิดเห็นของข้าพเจ้าต่อการแก้ปัญหานี้ ความประทับใจของข้าพเจ้าต่อการแก้ปัญหา อุปสรรคที่ข้าพเจ้าพบในการแก้ปัญหา เป็นต้น

9. ครูควรเปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเพื่อให้นักเรียนมีความรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และร่วมกันพิจารณาว่ากระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใดที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

2.4 การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ควรให้คะแนนตามความสามารถของนักเรียนในทุกขั้นตอน เมื่อนักเรียนตอบปัญหาหรือแก้โจทย์ปัญหาได้คำตอบ แม้ว่าเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้องทั้งหมด ชาร์ลส์ เลสเทอร์ และโอดาฟเฟอร์ (Rungfa Janjaruporn. 2005: 35–42; citing Charles; Lester; & O'Daffer. 1987. *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. pp. 15–61) ได้เสนอ แนวทาง/วิธีการประเมินผลการแก้ปัญหาไว้ 4 ประการ ได้แก่ การสังเกตและการใช้คำถาม (Observing and questioning) การใช้ข้อมูลการวัดผลของนักเรียน (Using self-assessment data from students) การให้คะแนนแบบรูบริค (Rubric scoring) และการใช้แบบทดสอบ (Using tests) มีรายละเอียดดังนี้

วิธีที่ 1: การสังเกตและการตั้งคำถาม เป็นการประเมินที่กระทำขณะที่นักเรียนกำลังลงมือแก้ปัญหา ซึ่งข้อมูลที่ได้จะเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ ที่ไม่สามารถระบุเป็นคะแนนได้ ซึ่งได้แก่ พฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียน ความเชื่อและเจตคติ การสังเกตที่ดีควรมีการจดบันทึกสิ่งที่สังเกตไว้ เพราะการจำอย่างเดียวอาจทำให้หลงลืมได้ เนื่องจากครูมีเวลาจำกัดในการจดบันทึก ดังนั้นก่อนเข้าสู่บทเรียนครูต้องเลือกประเด็นของสิ่งที่ต้องการประเมินและเตรียมเครื่องมือการประเมินไว้ล่วงหน้า เช่น แบบตรวจสอบรายการ แล้วจดบันทึกสิ่งที่สังเกตโดยการทำเป็นจุดหรือเครื่องหมายไว้ และต้องบันทึกทันทีทันใดภายหลังการสังเกต ตัวอย่างแบบตรวจสอบรายการแสดงดังภาพประกอบ 3

วิธีที่ 2: การใช้ข้อมูลการวัดผลของนักเรียน เป็นอีกวิธีหนึ่งในการประเมินผลการแก้ปัญหา วิธีนี้จะมีคุณค่ามากน้อยนั้นขึ้นอยู่กับความซื่อตรงที่นักเรียนรายงานหรือบันทึกออกมาถึงความรู้สึก ความเชื่อ ความตั้งใจ และความคิดของนักเรียนเองเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่กำหนด ข้อมูลการวัดผลของนักเรียนจะถูกรวบรวมไว้ในสมุดรายงาน (Students reports) ที่นักเรียนต้องเขียนเล่าประสบการณ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา ภายหลังจากที่แก้ปัญหาเสร็จ เพื่อให้นักเรียนมีประเด็นในการเขียนครูอาจใช้คำถามต่อไปนี้แนะแนวทางในการเขียนได้

- นักเรียนทำอะไร เมื่อแรกพบปัญหา
- นักเรียนใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเลยหรือไม่ ใช้กลยุทธ์ใด ผลเป็นอย่างไร มีอะไรเกิดขึ้นบ้าง กลยุทธ์นั้นสามารถแก้ปัญหาได้หรือไม่
- ถ้าแก้ปัญหาไม่สำเร็จ นักเรียนพยายามหากลยุทธ์อื่นมาลองใช้อีกหรือไม่
- นักเรียนตรวจสอบคำตอบหรือไม่ ลองใช้วิธีการอื่น ๆ บ้างหรือไม่ นักเรียนแน่ใจไหมว่าคำตอบที่ได้ถูกต้อง

ครูสามารถใช้สมุดรายงานของนักเรียนในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาได้ และยังวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาในภาพรวมได้อีกเมื่อสิ้นภาคเรียนและสิ้นปีการศึกษา

แบบตรวจสอบรายการ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ชื่อนักเรียน _____วันที่_____

____ 1. ชอบการแก้ปัญหา
____ 2. มีส่วนร่วมในการทำงานกลุ่ม
____ 3. เสนอความคิดในการแก้ปัญหาของกลุ่ม
____ 4. มีความพยายามในการหาแบบรูป
____ 5. พยายามทำความเข้าใจปัญหา
____ 6. สามารถใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ได้
____ 7. เลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม
____ 8. มีความพยายามในการเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาอื่น ๆ มาใช้แก้ปัญหาเมื่อกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เลือกมาครั้งแรกไม่สามารถแก้ปัญหาได้
____ 9. ตรวจคำตอบ
____ 10. สามารถอธิบายหรือวิเคราะห์คำตอบได้

ภาพประกอบ 3 ตัวอย่างแบบตรวจสอบรายการ

ที่มา: Charles; Lester; & O'Daffer. (1987). *How to Evaluate Progress in Problem Solving.* p. 18.

วิธีที่ 3: การให้คะแนนแบบรูบริค เป็นการประเมินจากการเขียนแสดงขั้นตอนการคิดของนักเรียน แบ่งเป็น 3 วิธี ดังนี้

3.1 การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) เป็นวิธีการประเมินที่กำหนดค่าคะแนนโดยพิจารณาแยกแยะจากขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ดังนั้นขั้นตอนแรกของการพัฒนาสเกลการให้คะแนนของการวิเคราะห์ คือ การกำหนดขั้นตอนของการแก้ปัญหาที่ครูต้องการประเมิน ขั้นตอนที่สอง คือ การกำหนดพิสัยของคะแนนที่เป็นไปได้สำหรับแต่ละขั้นตอน ตัวอย่างการให้คะแนนแบบวิเคราะห์แสดงดังภาพประกอบ 4

เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์	
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	0: นักเรียนเข้าใจปัญหาผิดทั้งหมด 1: นักเรียนเข้าใจปัญหาผิดบางส่วน 2: นักเรียนเข้าใจปัญหาถูกต้องทั้งหมด
ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	0: นักเรียนไม่ได้พยายามวางแผนแก้ปัญหา หรือ วางแผนไม่เหมาะสม 1: นักเรียนวางแผนได้เหมาะสม แต่แก้ปัญหาได้บางส่วน 2: นักเรียนวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม และสามารถหาคำตอบได้
ขั้นได้คำตอบ	0: ไม่มีคำตอบ หรือคำตอบผิดเนื่องจากวางแผนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม 1: ผิดพลาดในการคำนวณหาคำตอบ หรือตอบคำถามถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน 2: คำตอบถูกและระบุหน่วยของคำตอบถูกต้องทั้งหมด

ภาพประกอบ 4 ตัวอย่างการให้คะแนนแบบวิเคราะห์

ที่มา: Charles; Lester; & O'Daffer. (1987). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. p. 30.

ข้อดีของการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ คือ

- เป็นการพิจารณาขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ไม่ใช่พิจารณาเพียงคำตอบเท่านั้น
- เป็นวิธีการกำหนดคุณค่าของงานนักเรียนด้วยตัวเลขที่ชัดเจน
- ช่วยครูในการเน้นเฉพาะที่ จุดอ่อนและจุดแข็งของนักเรียนได้ตรงประเด็น
- ได้ข้อสนเทศเฉพาะเจาะจงเกี่ยวกับประสิทธิผลที่เกิดจากกิจกรรมการเรียนการสอนที่หลากหลาย
- สเกลการให้คะแนนแบบวิเคราะห์สามารถปรับเปลี่ยนให้เหมาะสมได้

3.2 การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic scoring) เป็นการให้คะแนนที่เน้นภาพรวมของคำตอบ ไม่ใช่พิจารณาเฉพาะคำตอบเท่านั้น การให้คะแนนแบบองค์รวมจะไม่กำหนดคะแนนแยกแยะลงไปเป็นขั้น ๆ ของกระบวนการคิด แต่จะกำหนดน้ำหนักคะแนนสำหรับภาพรวมของคำตอบทั้งหมด ดังนั้น การให้คะแนนแบบองค์รวมจึงเป็นการประเมินที่เหมาะสำหรับการประเมินที่มีสเกลใหญ่ ๆ และต้องการผลที่เป็นภาพรวมกว้าง ๆ ตัวอย่างการให้คะแนนแบบองค์รวมแสดงดังภาพประกอบ 5

ข้อดีของการให้คะแนนแบบองค์รวม คือ

- เปิดโอกาสให้มีการพิจารณาประเมินการเขียนของนักเรียนอย่างรวดเร็ว
- เน้นการพิจารณากระบวนการที่ใช้ ไม่ใช่พิจารณาเฉพาะคำตอบเท่านั้น
- มีการจัดเตรียมเกณฑ์การให้คะแนนที่เฉพาะเจาะจงชัดเจนสำหรับงานเขียน

- ใช้คะแนนค่าเดียวซึ่งครอบคลุมภาพรวมของคำตอบในการแสดงผลงานการแก้ปัญหา

เกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวม	
คะแนน	เงื่อนไข
0	- ส่งกระดาษเปล่า - ลอกโจทย์ซ้ำ โดยไม่ปรากฏวิธีคิด หรือร่องรอยการคิด - เขียนเฉพาะคำตอบ แต่เป็นคำตอบที่ผิดโดยไม่แสดงวิธีทำ
1	- มีการแสดงวิธีหาคำตอบ ซึ่งมีสิ่งสะท้อนให้เห็นว่านักเรียนเข้าใจปัญหา แต่เลือกใช้กลยุทธ์ไม่ถูกต้อง - เลือกใช้กลยุทธ์ที่ไม่ถูกต้อง และไม่มีการเปลี่ยนไปใช้กลยุทธ์อื่น - พยายามแก้ปัญหาย่อย ๆ แต่ไม่สำเร็จ
2	- เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม และไม่สามารถหาคำตอบได้ แต่มีร่องรอยแสดงให้เห็นว่าทำความเข้าใจปัญหาถูกต้อง - เลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่ไม่ได้คำตอบหรือนำกลยุทธ์ไปใช้ผิดทำให้ได้คำตอบผิด - หาคำตอบของปัญหาย่อย ๆ จากปัญหาที่กำหนดให้ได้ แต่ไม่สามารถดำเนินการต่อจนสำเร็จได้ - หาคำตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่แสดงวิธีทำ
3	- เลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่สามารถนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้ แต่เข้าใจปัญหาบางส่วนผิด หรือละเลยเงื่อนไขบางอย่างในสถานการปัญหา - เลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ (1) คำตอบผิดโดยไม่มีเหตุผลปรากฏ (2) คำตอบผิด เพราะคำนวณผิดพลาด (3) ไม่ปรากฏคำตอบ
4	- เลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาถูกต้อง แต่ไม่สมบูรณ์ ซึ่งไม่ส่งผลต่อการทำความเข้าใจปัญหา หรือคิดคำนวณผิด - เลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง และได้คำตอบที่ถูกต้อง

ภาพประกอบ 5 ตัวอย่างการให้คะแนนแบบองค์รวม

ที่มา: Charles; Lester; & O'Daffer. (1987). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. p. 35.

3.3 การให้คะแนนจากความประทับใจทั่วไป (Impressing Scoring) เป็นการให้คะแนนโดยใช้ความประทับใจทั่วไป ซึ่งมีเกณฑ์ที่แน่นอนชัดเจนจากผู้ประเมินที่มีประสบการณ์สูงหรือผู้เชี่ยวชาญ

วิธีที่ 4: การใช้แบบทดสอบ

แบบทดสอบที่ใช้ในการประเมินผลการแก้ปัญหามี 2 ประเภท ได้แก่

4.1 แบบทดสอบชนิดเลือกตอบ (Multiple choice tests) เป็นแบบทดสอบที่ประกอบด้วยข้อคำถาม ซึ่งแต่ละคำถามจะมีตัวเลือกหลาย ๆ ตัวเลือกให้นักเรียนเลือกตอบตัวเลือกที่คิดว่าถูกต้องมากที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว

4.2 แบบทดสอบชนิดเติมคำตอบ (Completion tests) เป็นแบบทดสอบที่ประกอบด้วยข้อคำถาม ซึ่งแต่ละคำถามจะเว้นช่องว่างไว้เพื่อให้นักเรียนนำ คำ ตัวเลข วลี หรือประโยคที่ถูกต้องเติมลงในช่องว่าง

2.5 งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

การ์ดูโน (Garduno. 1997: Online) ได้ศึกษาผลของวิธีการสอนแก้ปัญหาโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสถิติและความน่าจะเป็น ในระหว่างการเรียนพิเศษภาคฤดูร้อน มีจุดมุ่งหมายเพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ประเมินความเชื่อมั่นในตนเอง และประเมินเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อน–หลังการทดลอง โดยใช้แบบแผนการทดลองแบบสอบก่อน–หลังการทดลอง แบ่งนักเรียนเป็น 3 กลุ่ม ประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 2 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม ซึ่งกลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่ม ใช้วิธีการสอนแก้ปัญหาโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ กลุ่มทดลองกลุ่มแรกจัดให้นักเรียนชายเรียนรวมกับนักเรียนหญิง และกลุ่มทดลองกลุ่มที่ 2 แยกนักเรียนชาย และนักเรียนหญิงออกจากกัน ส่วนกลุ่มควบคุมใช้วิธีสอนแบบเรียนรวม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่ม มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความเชื่อมั่นในตนเองไม่แตกต่างกัน สำหรับเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อน–หลังเรียน พบว่ามีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

วิลเลี่ยมส์ (Williams. 2003: 185–187) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาพฤติกรรมการแก้ปัญหาโดยเน้นการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่กำลังเรียนวิชาพีชคณิต จำนวน 42 คน สอนโดยครูคนเดียวกัน หัวข้อเรื่องที่เรียนเหมือนกัน แต่กลุ่มทดลอง 22 คน เรียนโดยใช้การเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา และกลุ่มควบคุม 20 คน เรียนโดยใช้การแก้ปัญหาตามขั้นตอนปกติ มีการทดสอบก่อนและหลังเรียน ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มทดลองสามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มทดลองพบว่า นักเรียนมากกว่า 75% มีความพอใจในกิจกรรมการเขียนตามขั้นตอน

กระบวนการแก้ปัญหา และนักเรียนมากกว่า 80% บอกว่ากิจกรรมดังกล่าวช่วยให้สามารถแก้ปัญหาได้ดีขึ้น

ซิน (Xin. 2003: Online) ได้ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการสอนคณิตศาสตร์โดยเน้นให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยการแก้ปัญหา แบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มแรกใช้วิธีสอนแบบ SBI (Explicit Schema-Based Problem Solving Strategy) และกลุ่มที่สองใช้วิธีสอนแบบ TI (Traditional General Heuristic Instructional Strategy) มีการทดสอบความรู้ความเข้าใจก่อนและหลังเรียนทั้งสองกลุ่ม ผลการศึกษาพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนที่เรียนโดยใช้วิธีสอนแบบ SBI และ TI แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

งานวิจัยภายในประเทศ

สุนันท์ ฉิมวัย (2543) ได้วิจัยเรื่องการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอัสสัมชัญ สำโรง อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรปราการ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2542 จำนวน 2 ห้องเรียน ๆ ละ 48 คน ได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย ใช้แบบแผนการทดลองแบบ Randomized Control group Pretest–Posttest Design ผลการวิจัยพบว่า (1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการ กับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ (2) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการ กับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เอนก จันทรจรูญ (2545) ได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการเรียนการสอน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนโรงเรียนสุเหร่าแสนแสบ เขตคลองสามวา กรุงเทพฯ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 ซึ่งได้จากการสุ่มแบบเกาะกลุ่มมา 1 ห้องเรียน จำนวน 33 คน ดำเนินการสอนโดยใช้ชุดการสอนกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีการทดสอบก่อนและหลังเรียน ใช้เวลาในการสอน 18 คาบ ๆ ละ 60 นาที โดยใช้แผนแบบการทดลอง One Group Pretest-Posttest Design การวิเคราะห์ข้อมูลเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังใช้ชุดการเรียนการสอนด้วยวิธีการทดสอบลำดับเครื่องหมายวิลโคซอน ผลการวิจัยพบว่า ประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีประสิทธิภาพ 54.21/46.36 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ที่คาดหวังไว้ คือ 75/75 ส่วนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังใช้ชุดการเรียนการสอนสูงกว่าก่อนใช้ชุดการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิริพร รัตนโกสินทร์ (2546) ได้ศึกษาเรื่องการสร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนโรงเรียนคำชะอีพิทยาคม จังหวัดมุกดาหาร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม โดยใช้แผนแบบการทดลอง One Group Pretest-Posttest Design ผลการวิจัยพบว่า (1) ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ มีประสิทธิภาพ 86.03/76.54 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ 70/70 (2) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 (3) จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น สอบผ่านเกณฑ์ในการเรียนได้มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn. 2005) ได้ศึกษาเรื่องการพัฒนาโปรแกรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาศักยภาพในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาของนักศึกษาครูคณิตศาสตร์ โดยมีรูปแบบการวิจัยแบบมีกลุ่มควบคุมและทดสอบหลังเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาชั้นปีที่ 2 สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ จำนวน 26 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมที่มีความสามารถใกล้เคียงกัน กลุ่มละ 13 คน และมี 3 คนในกลุ่มทดลองเป็นนักศึกษาเป้าหมายเพื่อใช้เป็นกรณีศึกษา ผลการวิจัยพบว่า

(1) คะแนนมัธยฐานในด้านศักยภาพในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

(2) คะแนนมัธยฐานในด้านความเชื่อที่เหมาะสมเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาของกลุ่มทดลองไม่สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

(3) บรรทัดฐานทางสังคมที่เกี่ยวกับการทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ได้แก่ บรรทัดฐานที่เกี่ยวกับกระบวนการหาผลเฉลยที่สมเหตุสมผล การนำเสนอที่สง่างาม การอธิบายและการให้เหตุผลที่ยอมรับได้

(4) นักศึกษาที่มีประสบการณ์ในโปรแกรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาสามารถพัฒนาศักยภาพในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

พรพิศ ศรีชาคำ (2548) ได้ศึกษาเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนกันทรลักษ์วิทยา อำเภอกันทรลักษ์ จังหวัดศรีสะเกษ จำนวน 32 คน ซึ่งได้จากการอาสาสมัคร จากประชากร 450 คน ทำการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา เมื่อสิ้นสุดการสอนให้

นักเรียนทำแบบทดสอบ และแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน จากการเรียนด้วยกิจกรรมดังกล่าว ใช้เวลาสอนทั้งสิ้น 20 ชั่วโมง 30 นาที ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถสอบผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนดีกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

มะลิวรรณ ผ่องราษี (2549) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนโรงเรียนโคกสะอาดวิทยาคม สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 33 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบแบ่งกลุ่ม ใช้เวลาในการทดลอง 18 ชั่วโมง ใช้แผนการทดลอง แบบ One Group Pretest–Posttest Design วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การทดสอบ t ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีพัฒนาการสูงขึ้นจากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 ซึ่งพิจารณาจากผลการทำใบงานและแบบฝึกหัด และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ภายหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ตอนที่ 3 แนวคิดเกี่ยวกับเจตคติทางคณิตศาสตร์

เจตคติที่ดีต่อการเรียนเป็นรากฐานสำคัญที่ก่อให้เกิดความตั้งใจ ความอยากรู้อยากเห็นในวิชาที่ครูสอน และการเอาใจใส่การเรียนอย่างแท้จริง นอกจากนี้ยังทำให้นักเรียนเกิดความพอใจ รู้สึกว่าการเรียนเป็นเรื่องสนุก น่าศึกษาค้นคว้า เมื่อนักเรียนเกิดความพึงพอใจในสิ่งที่เรียน นักเรียนก็จะพยายามศึกษาหาความรู้ ตลอดจนเตรียมความพร้อมที่จะแก้ไขอุปสรรคต่าง ๆ เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ที่วางไว้ (วิโชติ พงษ์ศิริ. 2540: 4)

3.1 ความหมายของเจตคติ

ทัศนคติ หรือ เจตคติ (Attitude) มาจากคำว่า “Aptus” ในภาษาลาติน ซึ่งตรงกับคำว่าความเหมาะเจาะ (Fitness) หรือการปรุงแต่ง (Adaptedness) เจตคติ เป็นพฤติกรรมการเตรียมพร้อมทางสมองในการที่จะกระทำ ซึ่งจะบ่งบอกถึงหน้าที่ของสภาวะจิตใจ หรือสภาพของอารมณ์ที่สลับซับซ้อนก่อนที่คนเราจะตัดสินใจอย่างใดอย่างหนึ่งในการแก้ปัญหา โดยส่วนใหญ่แล้วจะขึ้นอยู่กับเจตคติที่คงไว้ซึ่งสิ่งที่ตนเองมีประสบการณ์มา เพื่อที่จะรักษาเจตนาที่ถูกต้องไว้จากประสบการณ์ที่ผ่านมา ความถูกต้องหรือไม่ถูกต้องเป็นอย่างไร ตามระดับความเชื่อถือที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง จะเห็นว่าเจตคติเป็นนามธรรมที่เป็นพฤติกรรมภายในของคนเรา (ศักดิ์ สุนทรเสณี. 2531: 1) สำหรับความหมายของเจตคตินั้น มีนักจิตวิทยาและนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ ดังนี้

กู๊ด (Good. 1973: 49) กล่าวว่า เจตคติ หมายถึง ความรู้สึกของคนเราที่มีความคิดเห็นต่อสิ่งต่างๆ รอบๆ ตัวในด้านความรู้สึกชอบหรือไม่ชอบ เห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วยต่อสิ่งนั้น

อัลพอร์ด (วิโชติ พงษ์ศิริ. 2540: 38; อ้างอิงจาก Allport. 1935. *Handbook of Social Psychology.* p. 417) กล่าวว่า เจตคติ หมายถึง สภาวะความพร้อมทางจิตซึ่งเกิดขึ้นจากประสบการณ์ที่เป็นตัวกำหนดทิศทางการตอบสนองของบุคคลต่อสิ่งเร้าหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้อง

พวงรัตน์ ทวีรัตน์ (2538: 106) กล่าวว่า เจตคติ หมายถึง ความรู้สึกต่าง ๆ ของบุคคลอันเป็นผลเนื่องมาจากการเรียนรู้ ประสบการณ์ และเป็นตัวกระตุ้นให้บุคคลแสดงพฤติกรรมต่าง ๆ ไปในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง ซึ่งอาจเป็นไปในทางสนับสนุนหรือต่อต้านก็ได้

กุญชรี ค้าขาย (2540: 159) กล่าวว่า เจตคติ หมายถึง ท่าทีความรู้สึก หรือความคิดที่บุคคลมีต่อวัตถุ เหตุการณ์ หรือบุคคลอื่น ๆ ซึ่งอยู่ล้อมรอบตัวเรา ลักษณะโดยทั่วไปของเจตคตินั้นอาจกล่าวได้ว่า เป็นสิ่งที่ได้มาจากการเรียนรู้ ผูกพัน มีทิศทางและความเข้มที่แปรไปได้ เมื่อเกิดแล้วค่อนข้างคงทนแต่ก็เปลี่ยนแปลงได้ และแสดงออกมาให้เห็นได้

พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน (2542: ออนไลน์) ระบุไว้ว่า เจตคติ เป็นคำที่บัญญัติให้ตรงกับคำว่า Attitude ในภาษาอังกฤษ หมายถึง ท่าทีหรือความรู้สึกนึกคิด ความชอบความชังของบุคคลต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง

จากแนวคิดของนักจิตวิทยาและนักการศึกษา สรุปได้ว่า ทัศนคติ หรือเจตคติ หมายถึง ความคิดเห็นหรือความรู้สึกที่บุคคลพึงมีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งไม่ว่าจะเป็นด้านลบหรือด้านบวกก็ตาม สำหรับในการวิจัยนี้ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้สึกหรือความคิดเห็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังจากที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

3.2 ประเภทของเจตคติ

เจตคติเป็นทั้งพฤติกรรมภายนอกที่สังเกตได้ หรือพฤติกรรมภายในที่ไม่สามารถสังเกตได้โดยง่าย แต่มีความโน้มเอียงที่จะเป็นพฤติกรรมภายในมากกว่าพฤติกรรมภายนอก มีนักจิตวิทยาและนักการศึกษาได้แบ่งประเภทของเจตคติไว้ต่าง ๆ ดังนี้

แสงเดือน ทวีสิน (2545: 67) กล่าวว่า เจตคติสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. เจตคติทางบวก (Positive attitude) หมายถึง ความรู้สึกที่ดี ที่ชอบ ที่อยากมีความสัมพันธ์กับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง

2. เจตคติทางลบ (Negative attitude) หมายถึง ความรู้สึกที่ไม่ดี ไม่ชอบ ไม่อยากมีความสัมพันธ์กับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2546: 246–247) แบ่งเจตคติออกเป็น 5 ประเภท คือ

1. เจตคติในด้านความรู้สึกหรืออารมณ์ (Affective attitude) ประสบการณ์ที่คนหรือสิ่งของได้สร้างความพึงพอใจและความสุขใจ จะทำให้มีเจตคติที่ดีต่อสิ่งนั้น ตลอดจนสิ่งอื่น ๆ ที่คล้ายคลึงกัน แต่ถ้าประสบการณ์ในสิ่งนั้น ทำให้เกิดความทุกข์ เจ็บปวด ไม่พอใจ ก็จะทำให้มีเจตคติ

ที่ไม่ดีต่อสิ่งนั้น เช่น นักเรียนไม่ชอบเรียนคณิตศาสตร์ เรียกว่า มีเจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากเคยสอบตก เรียนแล้วไม่เข้าใจ ถูกครูดุ และเข้มงวด เป็นต้น

2. เจตคติทางปัญญา (Intellectual attitude) เป็นเจตคติที่ประกอบด้วยความคิดและความรู้เป็นแกน บุคคลอาจมีเจตคติต่อบางสิ่งบางอย่างโดยอาศัยการศึกษาความรู้จนเกิดความเข้าใจ และมีความสัมพันธ์กับจิตใจคืออารมณ์และความรู้สึกร่วม หมายถึง มีความรู้จนเกิดความซาบซึ้งเห็นดีเห็นงามด้วย เช่น เจตคติที่ดีต่อศาสนา เจตคติที่ไม่ดีต่อยาเสพติด

3. เจตคติทางการกระทำ (Action oriented attitude) เป็นเจตคติที่พร้อมจะนำไปปฏิบัติเพื่อสนองความต้องการของบุคคล เจตคติที่ดีต่อการพูดจาไพเราะอ่อนหวาน เพื่อให้คนอื่นเกิดความนิยมชมชอบ เจตคติที่ดีต่องานในสำนักงาน เป็นต้น

4. เจตคติทางด้านความสมดุล (Balanced attitude) ประกอบด้วย เจตคติทางปัญญาและเจตคติทางการกระทำ เป็นเจตคติที่ตอบสนองความต้องการพื้นฐานที่เป็นที่ยอมรับของสังคม ทำให้บุคคลมีพฤติกรรมที่นำไปสู่จุดมุ่งหมายของตน

5. เจตคติในการป้องกันตัว (Ego defensive attitude) เป็นเจตคติเกี่ยวกับการป้องกันตนเองให้พ้นจากความขัดแย้งภายในใจ ประกอบด้วยความสัมพันธ์ทั้ง 3 ด้าน คือ ความสัมพันธ์ด้านความรู้สึกหรืออารมณ์ ด้านปัญญา และด้านการกระทำ เช่น ความก้าวร้าวของนักเรียน เกิดจากถูกเพื่อนรังแก จึงแสดงออกเป็นการระบายความขัดแย้งหรือความตึงเครียดภายในได้อย่างหนึ่งทำให้จิตใจดีขึ้น

3.3 ประเภทของแบบวัดเจตคติ

เนื่องจากเจตคติค่อนข้างเป็นนามธรรมมากกว่ารูปธรรม เป็นความรู้สึก ความเชื่อของบุคคล ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลง การวัดเจตคติจึงไม่สามารถจะวัดได้โดยตรง แต่วัดได้จากแนวโน้มของบุคคลที่แสดงออกทางภาษา และวัดในรูปของความเห็น การวัดเจตคติของบุคคลที่มีต่อสิ่งใดและผู้ใดอาจจะใช้วิธีการสังเกตจากการกระทำ คำพูด การแสดงสีหน้าท่าทาง หรือสัมภาษณ์ความรู้สึกนึกคิดของเขา แบบวัดหรือเครื่องมือที่นักจิตวิทยานิยมใช้กันมาก จะอยู่ในรูปของแบบสอบถามหรือแบบสำรวจ เรียกว่า “แบบวัดเจตคติ” แบบวัดเจตคติที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน (พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2538: 106–109; แสงเดือน ทวีสิน. 2545: 72–74; บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์. 2547: 299–322) ได้แก่

แบบวัดเจตคติตามวิธีของลิเคิร์ท (Likert Scale)

แบบวัดเจตคติตามวิธีของลิเคิร์ท เป็นแบบวัดความรู้สึกและความเชื่อของบุคคลทั้งทางบวก (Positive) และทางลบ (Negative) กำหนดช่วงความรู้สึกเป็น 5 ระดับ คือ เห็นด้วยมากที่สุด เห็นด้วยมาก เห็นด้วยปานกลาง เห็นด้วยน้อย และเห็นด้วยน้อยที่สุด การสร้างแบบวัดเจตคติตามวิธีของลิเคิร์ท มีขั้นตอนดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายของการศึกษาว่าต้องการศึกษาเจตคติของใครที่มีต่อสิ่งใด

2. ให้ความหมายของเจตคติต่อสิ่งที่จะศึกษานั้นให้ชัดเจน

3. สร้างข้อความให้ครอบคลุมคุณลักษณะที่สำคัญ ๆ ของสิ่งที่จะศึกษาให้ครบถ้วนทุกแง่มุม และต้องมีข้อความที่เป็นไปในทางบวกและทางลบมากพอต่อการนำไปวิเคราะห์ ตัวอย่างข้อความทางบวก เช่น วิชาคณิตศาสตร์ทำให้คนฉลาดขึ้น ตัวอย่างข้อความทางลบ เช่น วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เรียนยากกว่าวิชาอื่น

4. ตรวจสอบข้อความที่สร้างขึ้น ด้วยการนำไปให้ผู้ที่มีความรู้ในเรื่องนั้น ๆ ตรวจสอบ โดยพิจารณาในเรื่องความครบถ้วนของคุณลักษณะของสิ่งที่ศึกษา และความเหมาะสมของภาษาที่ใช้

5. ทำการทดลองขั้นต้นก่อนที่จะนำไปใช้จริง โดยการนำข้อความที่ตรวจสอบแล้วไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างจำนวนหนึ่ง เพื่อตรวจสอบความชัดเจนของข้อความและภาษาที่ใช้อีกครั้งหนึ่ง และเพื่อตรวจสอบคุณภาพด้านอื่น ๆ ได้แก่ ความเที่ยงตรง ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดเจตคติทั้งชุด

6. กำหนดการให้คะแนนการตอบของแต่ละตัวเลือก คือ

ข้อความทางบวก กำหนดคะแนน ดังนี้

เห็นด้วยมากที่สุด	5 คะแนน
เห็นด้วยมาก	4 คะแนน
เห็นด้วยปานกลาง	3 คะแนน
เห็นด้วยน้อย	2 คะแนน
เห็นด้วยน้อยที่สุด	1 คะแนน

ข้อความทางลบ กำหนดคะแนน ดังนี้

เห็นด้วยมากที่สุด	1 คะแนน
เห็นด้วยมาก	2 คะแนน
เห็นด้วยปานกลาง	3 คะแนน
เห็นด้วยน้อย	4 คะแนน
เห็นด้วยน้อยที่สุด	5 คะแนน

แบบวัดเจตคติตามวิธีของเทอร์สโตน (Thurstone Scale)

แบบวัดเจตคติตามวิธีของเทอร์สโตน กำหนดช่วงความรู้สึกของคนที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งตั้งแต่เห็นด้วยน้อยที่สุด (Most unfavorable) จนถึงเห็นด้วยมากที่สุด (Most favorable) โดยช่วงความรู้สึกดังกล่าวถูกแบ่งออกเป็น 11 ช่วงเท่า ๆ กัน ข้อความที่อยู่ในแบบวัดเจตคติจะต้องนำไปให้ผู้ตัดสิน (Judge) พิจารณาว่าควรอยู่ในตำแหน่งใดของมาตรา และแต่ละข้อความก็ต้องหาค่าประจำข้อความ คือ ค่า Scale value (S) หาในรูปของมัธยฐาน และหาค่าการกระจาย คือ ค่า Quartile deviation (Q) การสร้างแบบวัดเจตคติตามวิธีของเทอร์สโตน มีขั้นตอนดังนี้

1. กำหนดเรื่องที่จะสร้างแบบวัด เช่น เจตคติของนักเรียนต่อวิชาที่เรียน

2. กำหนดโครงสร้างของเรื่องที่จะวัดให้ชัดเจน เป็นการกำหนดว่าเรื่องนี้จะวัดในแง่มุมใดบ้าง เพื่อจะเป็นแนวทางในการคิดข้อความได้สะดวกขึ้น

3. สร้างข้อความที่ได้กำหนดแง่มุมต่าง ๆ ไว้อย่างละหลายๆ ข้อ ให้ได้มากที่สุด โดยมีข้อความเชิงบวก เชิงลบ และเชิงที่เป็นกลาง คือ ผู้สร้างคาดหวังว่าผู้ตอบจะตอบทั้งเห็นด้วยและไม่เห็นด้วย จำนวนข้อความควรมีประมาณ 100–120 ข้อความ

4. กำหนดกลุ่มบุคคลที่จะเป็นผู้ตัดสินซึ่งเป็นผู้มีความชำนาญ และมีประสบการณ์ในเรื่องนั้น ๆ ควรมีจำนวนหลายคน ตามทฤษฎีมี 50 คน แต่ในทางปฏิบัติอาจมีเพียง 10 คน หรือน้อยกว่าเล็กน้อย ให้ผู้ตัดสินพิจารณาว่าแต่ละข้อความควรอยู่ในช่วงความรู้สึกใดใน 11 ช่วง

5. นำผลการจัดอันดับของแต่ละคนมารวมกัน ซึ่งจะทำให้ทราบว่าระดับความเห็นมีผู้ตัดสินมากน้อยเพียงใดในแต่ละข้อความ แล้วนำมาหาค่าประจำข้อความ และค่าการกระจาย

แบบวัดเจตคติตามวิธีของออสกูด (Semantic differential Scale)

แบบวัดเจตคติตามวิธีของออสกูด (Osgood) เป็นการให้บุคคลประเมินค่าต่อสิ่งของ สถานที่ เหตุการณ์ บุคคล ฯลฯ โดยประเมินออกมาในรูปของคุณศัพท์หรือวลี สิ่งที่วัดนั้นควรพิจารณาถึงองค์ประกอบที่สำคัญ 3 ด้าน ได้แก่

1. องค์ประกอบทางด้านการประเมินค่า (Evaluative factor) ในด้านนี้จะเกี่ยวกับด้านประเมินค่า เช่น ดี–เลว, ขม–หวาน, ชอบ–ไม่ชอบ เป็นต้น

2. องค์ประกอบทางด้านศักยภาพ (Potency factor) ในด้านนี้จะเกี่ยวกับเรื่องศักยภาพ กำลังงาน เช่น หนัก–เบา, แข็งแรง–อ่อนแอ, ใหญ่–เล็ก เป็นต้น

3. องค์ประกอบทางด้านการกระทำ (Activity factor) ในด้านนี้จะเกี่ยวกับเรื่องปฏิกิริยา กิจกรรม การเคลื่อนไหว เช่น รวดเร็ว–เชื่องช้า, ร่าเริง–หงอยเหงา เป็นต้น

การสร้างแบบวัดเจตคติตามวิธีของออสกูด มีขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาสิ่งที่จะวัดให้แน่นอน ชัดเจน โดยกำหนดเป็นความคิดรวบยอดแต่ละด้านให้ครบ

2. กำหนดสิ่งที่จะวัดออกเป็นคำที่แสดงลักษณะต่าง ๆ ให้ครบทั้ง 3 ด้าน ทั้งด้านการประเมินค่า ศักยภาพ การกระทำ

3. เลือกคำที่จะใช้ให้ตรงกับเรื่องที่เราต้องการจะศึกษา โดยเลือกคำคุณศัพท์ที่ตรงกันข้าม (Bipolar Adjective) แล้วสร้างเป็นตารางโดยให้มีตัวเลือก 7 ช่อง ตัวอย่างแบบวัดเจตคติตามวิธีของออสกูดแสดงดังภาพประกอบ 6

	เจตคติของนักศึกษาครุศาสตร์อุตสาหกรรม ที่มีต่อสถาบัน							
	1	2	3	4	5	6	7	
ไม่ชอบ คับแคบ ล้าสมัย น่าเบื่อ								ชอบ กว้างขวาง ทันสมัย น่าสนใจ

ภาพประกอบ 6 ตัวอย่างแบบวัดเจตคติตามวิธีของออสกูด

ที่มา: แสงเดือน ทวีสิน. (2545). *จิตวิทยาการศึกษา.* หน้า 73.

สำหรับการวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์นั้น ทาเพีย และมาร์ช (Tapia; & Marsh. 2004: Online) กล่าวว่า แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับความนิยมและเป็นที่ยอมรับมากที่สุดในการวิจัยเกี่ยวกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ คือ แบบวัดเจตคติคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของเฟนนีมา–เชอร์แมน (The Fennema Sherman Mathematics Attitudes Test)

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สร้างแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามวิธีของลิเคิร์ท โดยกำหนดช่วงความรู้สึกเป็น 4 ระดับ ได้แก่ เห็นด้วยมากที่สุด เห็นด้วยมาก เห็นด้วยน้อย และเห็นด้วยน้อยที่สุด สำหรับข้อความที่ใช้ในแบบวัดเจตคตินี้ผู้วิจัยได้ดัดแปลงมาจากข้อความในแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของเฟนนีมา–เชอร์แมน

3.4 งานวิจัยเกี่ยวกับการวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

เฟนนีมา และเชอร์แมน (Fennema; & Sherman. 1977: 51–52) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างเพศกับผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 9–12 ประกอบด้วยนักเรียนหญิง 589 คน และนักเรียนชาย 644 คน ที่ลงทะเบียนเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์ ในการวิจัยครั้งนี้ได้วัดเจตคติทั้งหมด 8 ด้าน ประกอบด้วย เจตคติต่อความสำเร็จในวิชาคณิตศาสตร์ เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เอื้อเฟื้อต่อเพศชาย ความเข้าใจของพ่อ แม่ และครูที่มีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ผลของแรงจูงในการเรียนคณิตศาสตร์ ความมั่นใจในการเรียนคณิตศาสตร์ ประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่าความแตกต่างของเพศมีผลทำให้เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกัน

คาเธอรีน (Katharine. 1999: Online) ได้ศึกษาเปรียบเทียบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในโรงเรียนสตรีกับโรงเรียนสหศึกษา กลุ่มตัวอย่างกลุ่มแรกเป็นนักเรียนเกรด 7–12 จากโรงเรียนสหศึกษา กลุ่มที่สองเป็นนักเรียนเกรด 4–12 จากโรงเรียนสตรี ในการวิจัยครั้งนี้ได้ดัดแปลงแบบวัดเจตคติของเฟนนีมา–เชอร์แมน โดยแบ่งการวัดออกเป็น 8 ด้าน ประกอบด้วย ประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ ความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เจตคติขึ้นอยู่กับเพศ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ อิทธิพลจากพ่อแม่ ความเชื่อมั่นในวิชาคณิตศาสตร์ การเห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ และความเชื่อเกี่ยวกับพฤติกรรม ผลการวิจัยพบว่า เจตคติของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

งานวิจัยภายในประเทศ

สมพร แมลงภู่ (2541) ได้ทำการพัฒนารูปแบบเพื่อพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยเน้นการจัดการเรียนการสอนเชิงกระบวนการตามหลักการของทฤษฎีสร้างเสริมต่อ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2540 จากโรงเรียนในสังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดพระนครศรีอยุธยา จำนวน 8 โรงเรียน โรงเรียนละ 1 ห้องเรียน แบ่งเป็นกลุ่มควบคุม 2 ห้องเรียนและกลุ่มทดลอง 2 กลุ่ม ๆ ละ 3 ห้องเรียน ผลการศึกษาพบว่า รูปแบบที่พัฒนาขึ้นมีประโยชน์ในการพัฒนาพฤติกรรม การเรียนรู้ของนักเรียนโดยที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองแต่ละกลุ่มสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อศึกษา (1) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2) พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และ (3) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 จำนวน 2 ห้องเรียน ผลการวิจัยพบว่า (1) ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนในกลุ่มทดลองพัฒนาขึ้นตามลำดับ (2) พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาในทุกด้านของนักเรียนอยู่ในระดับดี (3) นักเรียนในกลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี (4) นักเรียนในกลุ่มทดลองมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 สูงกว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน

สุรสาล ผาสุข (2546) ได้ศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจากกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนทวีธาภิเศก เขตธนบุรี กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 จำนวน 32 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี

รัชณี เครือจันทร์ (2547) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง โจทย์ปัญหาร้อยละและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนหมู่บ้านป่าไม้ อำเภอทุ่งใหญ่ จังหวัดนครศรีธรรมราช ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 30 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม

จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ (2550) ได้พัฒนาหลักสูตรเรขาคณิตวิยุต (Discrete Geometry) สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และศึกษาเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านต่าง ๆ ได้แก่ การเห็นประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ ความสนุกในการเรียนและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความใฝ่รู้ในการเรียนคณิตศาสตร์ การเห็นจุดเด่นของวิชาคณิตศาสตร์ ความขยันทำแบบฝึกหัด ความถนัดในการเรียนคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน และความรู้สึกในการเข้าร่วมกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 23 คน ผลการวิจัยพบว่า

(1) หลักสูตรเรขาคณิตวิยุต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีประสิทธิภาพตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

(2) หลักสูตรเรขาคณิตวิยุต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีประสิทธิภาพด้านความสามารถในเนื้อหา อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

(3) หลักสูตรเรขาคณิตวิยุต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีประสิทธิภาพด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

(4) นักเรียนที่เรียนหลักสูตรเรขาคณิตวิยุต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

(5) นักเรียนที่เรียนหลักสูตรเรขาคณิตวิยุต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้ เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แล้วศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ข้อมูลที่เก็บรวบรวมนำมาวิเคราะห์ทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณใช้ในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียน คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และคะแนนจากแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพใช้ในการประเมินพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยพิจารณางานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลการสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์โดยมีแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย แล้วศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังกล่าว ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. กำหนดประชากร และเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. กำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย
3. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. เก็บรวบรวมข้อมูล
5. วิเคราะห์ข้อมูล

1. กำหนดประชากร และเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีอยุธยา เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีอยุธยา เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียน 50 คน ซึ่งนักเรียนเหล่านั้นได้จากการสุ่มแบบเกาะกลุ่มจากทั้งหมด 10 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 471 คน โดยแต่ละห้องเรียนมีนักเรียนแบบคละความสามารถ ในกลุ่มตัวอย่างผู้วิจัยแบ่งนักเรียนออกเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ โดยนำคะแนนดิบของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 มาเรียงลำดับจากมากไปหาน้อย แล้วกำหนดนักเรียนที่มีคะแนนลำดับที่ 1–12 เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง นักเรียนที่มีคะแนนลำดับที่ 13–38 เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง และนักเรียนที่มีคะแนนลำดับที่ 39–50 เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ แล้วสุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง 2 คน และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ 1 คน เพื่อเป็นนักเรียนเป้าหมายในการศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. กำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยดัดแปลงมาจากกรอบแนวคิดของ รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn. 2005: 47–54) ดังนี้

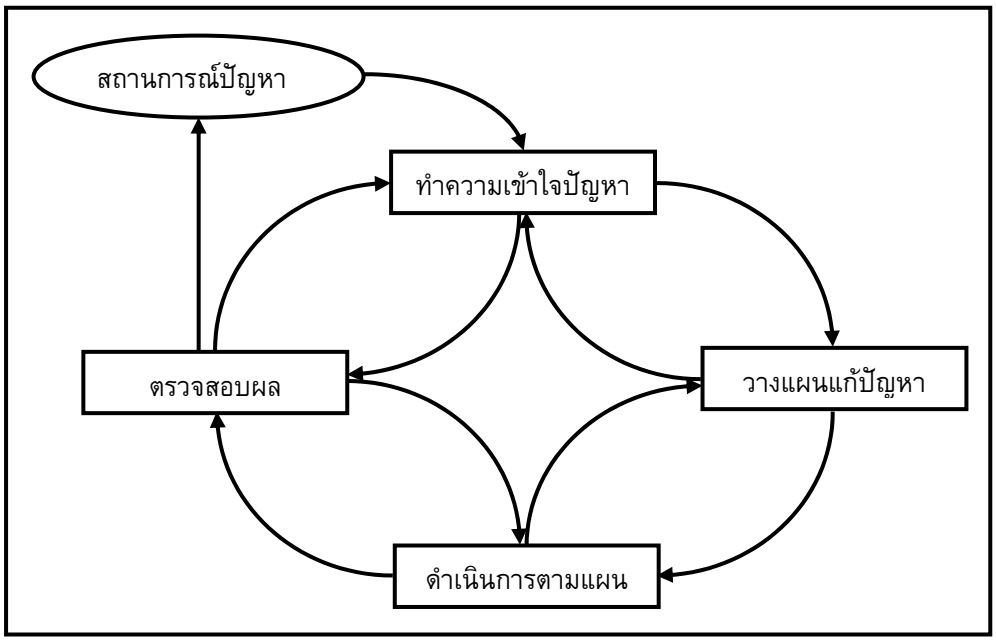
จุดมุ่งหมายของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีจุดมุ่งหมายหลัก เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งได้แก่ ด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน

ขอบเขตของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 10 แผน แต่ละแผนใช้เวลา 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 60 นาที ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

ในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้ นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาและกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ ซึ่งกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่ได้รับการยอมรับและแพร่หลายทั่วโลก ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบผล สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่สนับสนุนกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาในรูปแบบที่แสดงความเป็นพลวัต มีลำดับไม่ตายตัว สามารถวนไปเวียนมาได้ ดังภาพประกอบ 7



ภาพประกอบ 7 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตที่ใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

นอกจากกระบวนการแก้ปัญหาแล้ว นักเรียนได้เรียนรู้แนวคิดเกี่ยวกับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ซึ่งได้แก่ การสร้างตาราง การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด การเขียนภาพหรือแผนภาพ การค้นหาแบบรูป การเขียนสมการ การคาดเดาและตรวจสอบ และการคิดแบบย้อนกลับ

เพื่อฝึกฝนและมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหา นักเรียนต้องลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคยหรือปัญหาปลายเปิด โดยแต่ละข้อสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เพื่อให้มีส่วนร่วมในการเรียนแบบร่วมมือ นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม (Group problem solving) ในแต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียน 4–5 คน แบบคละความสามารถ กล่าวคือ มีนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน ปานกลาง 2–3 คน และต่ำ 1 คน ซึ่งนักเรียนแต่ละคนต้องร่วมกันรับผิดชอบในการแก้ปัญหาของกลุ่ม นำเสนอผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งของตนเองและของกลุ่ม ตลอดจนมีส่วนร่วมในการอภิปรายผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน

แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ดังที่กล่าวมาแล้วว่า กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 10 แผน ซึ่งแต่ละแผนใช้เวลา 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 60 นาที เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น ผู้วิจัยแบ่งกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้ออกเป็น 3 ช่วง ดังนี้

ช่วงที่ 1 คาบเรียน 1–4
ช่วงที่ 2 คาบเรียน 5–7
ช่วงที่ 3 คาบเรียน 8–10

โดยแต่ละช่วงมีรายละเอียดของกิจกรรมการเรียนรู้ ดังตาราง 1

ตาราง 1 กิจกรรมการเรียนรู้ ในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

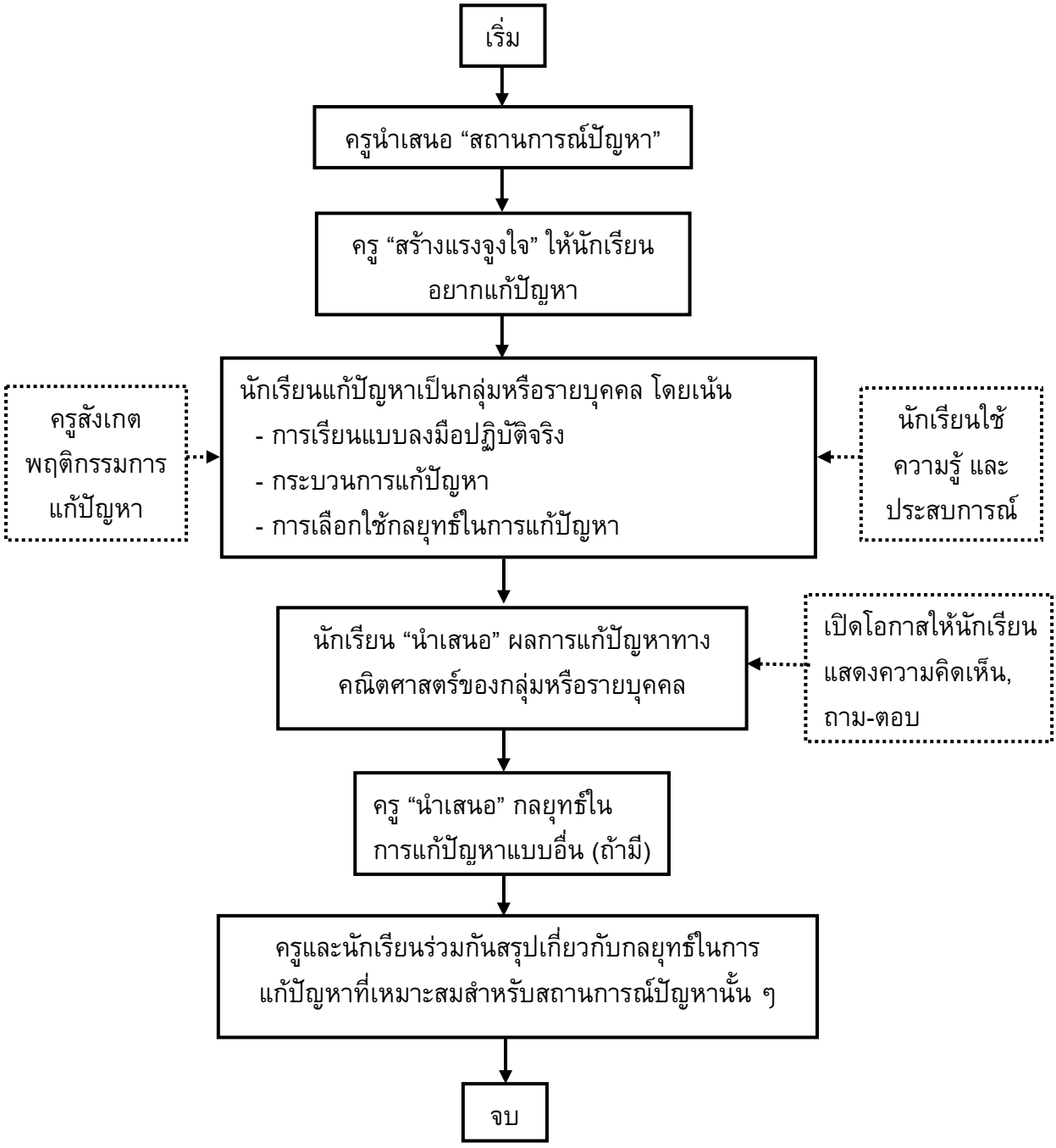
คาบเรียน	กิจกรรมการเรียนรู้
1	- การแนะนำกระบวนการแก้ปัญหา - นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ผ่านการแก้ปัญหาอย่างง่าย สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งได้แก่ การสร้างตาราง การเขียนภาพหรือแผนภาพ การค้นหาแบบรูป
2–3	- การฝึกฝนกระบวนการแก้ปัญหา - นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ผ่านการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งได้แก่ การสร้างตาราง การเขียนภาพหรือแผนภาพ การค้นหาแบบรูป การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด - สะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (เฉพาะคาบเรียน 2)
4	- การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้แล้ว - นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ผ่านการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้แล้ว - สะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
5–6	- การเรียนรู้และมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ - นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ผ่านการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยหรือปัญหาปลายเปิด สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งได้แก่ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การเขียนสมการ - สะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (เฉพาะคาบเรียน 6)
7	- การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้แล้ว - นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ผ่านการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้แล้ว
8–9	- การเรียนรู้และมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ - นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ผ่านการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งได้แก่ การเขียนสมการ การคิดแบบย้อนกลับ การคาดเดาและตรวจสอบ - สะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (เฉพาะคาบเรียน 8)
10	- การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ที่เรียนรู้แล้ว - นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ผ่านการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้แล้ว

ในช่วงที่ 1 (คาบเรียน 1–4) กิจกรรมการเรียนรู้ในคาบเรียน 1 เป็นการแนะนำกระบวนการแก้ปัญหา โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่มผ่านการแก้ปัญหาอย่างง่าย ในคาบเรียน 2–3 เป็นการฝึกฝนกระบวนการแก้ปัญหา โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่มผ่านการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยตามกระบวนการแก้ปัญหาที่เรียนรู้ และสามารถเลือกใช้กลยุทธ์การสร้างตาราง การเขียนภาพหรือแผนภาพ การค้นหาแบบรูป หรือการแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด ในการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ ในคาบเรียน 4 เป็นการตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นรายบุคคลผ่านการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยตามกระบวนการแก้ปัญหาและเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้แล้ว

ในช่วงที่ 2 (คาบเรียน 5–7) กิจกรรมการเรียนรู้ในคาบเรียน 5–6 เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้และมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่มผ่านการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยหรือปัญหาปลายเปิดตามกระบวนการแก้ปัญหาที่เรียนรู้ และสามารถเลือกใช้กลยุทธ์การเขียนสมการ และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้มาแล้วในการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ ในทำนองเดียวกันเพื่อตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน ในคาบเรียน 7 ผู้วิจัยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นรายบุคคลผ่านการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยตามกระบวนการแก้ปัญหาและเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้แล้ว

ในช่วงที่ 3 (คาบเรียน 8–10) ซึ่งถือว่าเป็นช่วงท้ายของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ กิจกรรมการเรียนรู้ในคาบเรียน 8–9 ยังคงเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้และมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่มผ่านการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยตามกระบวนการแก้ปัญหาที่ได้เรียนรู้ และสามารถเลือกใช้กลยุทธ์การคิดแบบย้อนกลับ การคาดเดาและตรวจสอบ และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้มาแล้วในการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ และในคาบเรียน 10 ซึ่งเป็นคาบเรียนสุดท้าย เพื่อตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน ผู้วิจัยยังคงให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล โดยสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เรียนรู้แล้ว

สำหรับขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละคาบเรียน โดยเฉพาะกิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มและการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ผู้วิจัยดำเนินตามขั้นตอนดังภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละคาบเรียน

ที่มา: Rungfa Janjaruporn. (2005). *The Development of a Problem-Solving Instructional Program to Develop Preservice Teachers' Competence in Solving Mathematical Problems and Their Beliefs Related to Problem Solving*. p. 53.

ในแต่ละคาบเรียนของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ครูมีบทบาทสำคัญในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

(1) ใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ หรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย

(2) เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเริ่มต้นจากการให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเอง

(3) เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิด และนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ โดยเริ่มต้นจากการให้นักเรียนตอบคำถามสั้นๆ แล้วจึงให้ตอบคำถามยาวๆ เมื่อนักเรียนคุ้นเคยแล้วให้นักเรียนอธิบายในสิ่งที่ตนคิด และนำเสนอแนวคิดของตน

(4) ยอมรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด

(5) สร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่น พูดถึงความสำคัญของการแก้ปัญหา หรือเชื่อมโยงให้เห็นว่าปัญหานั้นเกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน

(6) สนับสนุนให้นักเรียนเริ่มต้นคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน

(7) สนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือแก้ปัญหาตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา

(8) สนับสนุนให้นักเรียนใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย และมากกว่าหนึ่งกลยุทธ์

(9) สังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียน ขณะที่นักเรียนลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

(10) คอยตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนตอบ ขณะที่นักเรียนลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

(11) นำเสนอกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่แตกต่างจากกลยุทธ์ของนักเรียน (ถ้ามี)

(12) เปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหา

สำหรับบทบาทของนักเรียนในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีดังนี้

(1) ลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเอง

(2) มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่ม

(3) ลงมือแก้ปัญหาตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา

(4) ใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย และมากกว่าหนึ่งกลยุทธ์

(5) แลกเปลี่ยนความคิดเห็น โดยอธิบายในสิ่งที่ตนคิด ซักถามเมื่อมีข้อสงสัย

(6) ยอมรับฟังความคิดเห็นของเพื่อนสมาชิกในกลุ่ม และเพื่อนในชั้นเรียน

(7) มีส่วนร่วมในการนำเสนอแนวคิดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของตนเองและของกลุ่ม

(8) มีส่วนร่วมในการอภิปรายในกลุ่มและในชั้นเรียนเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

3. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ (1) เครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย (2) เครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผลกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

เครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

เครื่องมือที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 10 แผน ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ โดยใช้เวลา 60 นาทีในการดำเนินการแต่ละแผน เนื้อหาที่ใช้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ดูภาคผนวก ค)

เครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผล

ในงานวิจัยครั้งนี้ เครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผล ประกอบด้วย (1) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2) แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ (3) แบบวัดเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ประกอบด้วย ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย จำนวน 4 ข้อ ซึ่งแต่ละข้อสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาไม่เกินความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน และมีการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ ดังตาราง 2

ตาราง 2 การให้คะแนนแบบวิเคราะห์

ด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์	คะแนน
- ระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน	5
- ระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาส่วนใหญ่ถูกต้อง	4
- ระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาบางส่วนถูกต้อง	2
- ระบุข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาไม่ถูกต้อง	0
ด้านการเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา	
- เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม	4
- เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่สามารถนำไปสู่คำตอบได้	3
- แสดงร่องรอยการเลือกใช้หรือปรับเปลี่ยนกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา	2
- ไม่แสดงร่องรอยการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา	0
ด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน	
(1) **การแสดงคำอธิบายที่ชัดเจน**	
- แสดงกระบวนการค้นหาคำตอบ และอธิบายได้ชัดเจน	6
- แสดงกระบวนการค้นหาคำตอบ และอธิบายพอสื่อให้เข้าใจได้ครบถ้วน	5
- แสดงกระบวนการค้นหาคำตอบ และอธิบายพอสื่อให้เข้าใจได้เพียงบางส่วน	4
- แสดงกระบวนการค้นหาคำตอบ แต่ไม่แสดงการอธิบายหรืออธิบายผิด	3
- แสดงกระบวนการค้นหาคำตอบเพียงบางส่วนหรืออธิบายเพียงบางส่วน	2
- ไม่แสดงกระบวนการค้นหาหรือการอธิบายเลย	0
(2) **การค้นหาคำตอบที่ถูกต้อง**	
- ตอบได้ถูกต้อง และครบถ้วน	5
- ตอบได้ถูกต้องเพียงบางส่วน	3
- ตอบไม่ถูกต้อง	0

แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบบันทึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อบันทึกพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย แบบตรวจสอบรายการและแบบบันทึกภาคสนาม

แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบสอบถามที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อตรวจสอบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่

เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ประกอบด้วย ข้อความที่เกี่ยวกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยดัดแปลงมาจากข้อความในแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของเฟนนีมา–เชอร์แมน จำนวน 30 ข้อ แบ่งเป็นข้อความที่เกี่ยวกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ 15 ข้อ และข้อความที่เกี่ยวกับเจตคติต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 15 ข้อ ซึ่งแต่ละข้อความมีความหมายทางบวกและเลือกแสดงความคิดเห็นได้ 4 ลักษณะ ได้แก่ เห็นด้วยมากที่สุด เห็นด้วยมาก เห็นด้วยน้อย และเห็นด้วยน้อยที่สุด โดยมีการให้คะแนนแบบมาตราส่วนประมาณค่า ดังนี้

4 คะแนน หมายถึง เห็นด้วยมากที่สุด
3 คะแนน หมายถึง เห็นด้วยมาก
2 คะแนน หมายถึง เห็นด้วยน้อย
1 คะแนน หมายถึง เห็นด้วยน้อยที่สุด

ขั้นตอนในการสร้างเครื่องมือ

1. กำหนดจุดมุ่งหมาย/ขอบเขตของเครื่องมือแต่ละชนิด
2. ดำเนินการสร้างเครื่องมือ ดังนี้

2.1 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ โดยเริ่มจากรวบรวมปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจและสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ หลังจากนั้นนำมาปรับเปลี่ยนเงื่อนไขให้เหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แสดงกระบวนการค้นหาคำตอบพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน แล้วเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 10 แผน ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

2.2 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเลือกปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ และเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 8 ข้อ มาสร้างเป็นแบบทดสอบ

2.3 สร้างแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้แก่ แบบตรวจสอบรายการ และแบบบันทึกภาคสนาม โดยดัดแปลงมาจากแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn. 2005: 132–133)

2.4 สร้างแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยสร้างข้อความที่เกี่ยวกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 40 ข้อ โดยดัดแปลงมาจากข้อความในแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของเฟนนีมา–เชอร์แมน แบ่งเป็นข้อความที่เกี่ยวกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ 20 ข้อ และข้อความที่เกี่ยวกับเจตคติต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 20 ข้อ

3. นำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยทั้งหมดเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ และความชัดเจนของข้อคำถาม สำหรับแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีการให้คะแนน ดังนี้

คะแนน	+1	หมายถึง	ใช้ได้
คะแนน	0	หมายถึง	ไม่แน่ใจว่าใช้ได้หรือไม่
คะแนน	-1	หมายถึง	ใช้ไม่ได้

4. นำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยทั้งหมดมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน สำหรับแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยคัดเลือกปัญหาทางคณิตศาสตร์เฉพาะข้อที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Objective Congruence (IOC)) ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป สำหรับแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยและประธานควบคุมปริญญานิพนธ์ร่วมกันคัดเลือกข้อความ จำนวน 30 ข้อ โดยแบ่งเป็นข้อความที่วัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ 15 ข้อ และข้อความที่วัดเจตคติต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 15 ข้อ

5. นำเครื่องมือไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่องจำนวน 20 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนเบญจมราชาลัย ในพระบรมราชูปถัมภ์ เขตพระนคร กรุงเทพมหานคร

6. นำคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่องมาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.20–0.80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จำนวน 4 ข้อ เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (รายละเอียดดูภาคผนวก ก)

7. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้ในข้อ 6 และแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α –Coefficient) ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 0.74 ในขณะที่ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 0.92

8. ปรับแผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เหมาะสมและมีความชัดเจน เพื่อเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

4. เก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนการวิจัย

แบบแผนการวิจัยที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบกลุ่มเดียว มีการทดสอบหลังการทดลอง (One–Group Posttest–Only Design) ซึ่งเป็นแบบแผนการวิจัยที่เลือกใช้กลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียว มีการให้ตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวอย่าง และทำการทดสอบหลังการทดลอง แล้วพิจารณาผลการทดลอง

การดำเนินการทดลอง

ผู้วิจัยใช้เวลาในการดำเนินการทดลองทั้งหมด 12 คาบเรียน คาบเรียนละ 60 นาที โดยแบ่งเป็นเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย จำนวน 10 คาบเรียน และเวลาในการทดสอบหลังเรียน 2 คาบเรียน ซึ่งรายละเอียดการดำเนินการทดลอง มีดังนี้

1. ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 โดยใช้เวลานอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ ในแต่ละคาบเรียนผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้สอนและผู้สังเกตการณ์ โดยมีนิสิตปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 2 คน ทำหน้าที่เป็นผู้ช่วยสังเกตการณ์ บันทึกพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป้าหมายและสมาชิกในกลุ่มขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. เพื่อตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และตอบแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5. วิเคราะห์ข้อมูล

1. นำคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

2. หาจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

3. ทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบ Z

4. นำแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และงานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์พฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน โดยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

5. นำคะแนนจากแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วแปลผลเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยดัดแปลงแนวคิดของประคอง กรรณสูต (2538: 76–77) ดังนี้

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 3.50–4.00	ดีมาก
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 2.50–3.49	ดี
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 1.50–2.49	ปานกลาง
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 1.00–1.49	ไม่ดี

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าร้อยละ

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่ ค่าดัชนีความสอดคล้อง ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นโดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน คือ การทดสอบ Z

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ความมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้ คือ เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แล้วศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมนำมาวิเคราะห์ทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ โดยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 3 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ในการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยนำคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 3

ตาราง 3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

แหล่งที่มาของคะแนน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)
1. ใบกิจกรรมในชั้นเรียน	60	38.54	64.23	7.95
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	40	28.27	70.68	4.29
รวม	100	66.07	66.07	10.08

จากตาราง 3 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนเท่ากับ 38.54 ซึ่งมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.95 ในขณะที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากแบบทดสอบวัด

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 28.27 ซึ่งมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.29 ส่งผลให้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนรวมจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 66.07 ซึ่งมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10.08

1.2 การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

เพื่อทดสอบสมมติฐานของการวิจัยที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ผู้วิจัยรวมคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วหาจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม หลังจากนั้นทดสอบสมมติฐานของการวิจัย โดยใช้การทดสอบ Z ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยแสดงดังตาราง 4

ตาราง 4 ผลของการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ (คน)	Z–score	ค่าวิกฤต
50	43	3.768	2.326*

* ที่ระดับนัยสำคัญ .01

จากตาราง 4 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

ตอนที่ 2 พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ผู้วิจัยพิจารณาการแสดงออกในด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งชั้นเรียนและนักเรียนเป้าหมายจำนวน 4 คน ซึ่งได้แก่ ปฐพี เกล็ดทราย ปลายฟ้า และงามตา (นามสมมติ) โดยที่ปฐพีเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ชอบคิดและซักถามเมื่อมีข้อสงสัย เกล็ดทรายและปลายฟ้าเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง

ชอบคิดและซักถามเป็นบางครั้ง ส่วนงามตาเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ไม่ค่อยพูด ชอบฟังเพื่อนแสดงความคิดเห็นและมักนั่งเหม่อลอย

ในการวิเคราะห์พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งสามด้านข้างต้น ผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์อีก 2 คน ร่วมกันวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยมีแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ดังที่ได้กล่าวแล้วในบทที่ 3 ผู้วิจัยแบ่งกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้ออกเป็น 3 ช่วง ดังนี้

ช่วงที่ 1 คาบเรียน 1–4
ช่วงที่ 2 คาบเรียน 5–7
ช่วงที่ 3 คาบเรียน 8–10

ในแต่ละช่วงข้างต้นผู้วิจัยเลือกคาบเรียนที่นักเรียนมีพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เด่นชัดในด้านต่างๆ มาอภิปราย กล่าวคือ ในช่วงที่ 1 ผู้วิจัยเลือกคาบเรียน 2 มาอภิปรายว่านักเรียนมีพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างไรบ้าง ในช่วงที่ 2 ผู้วิจัยเลือกคาบเรียน 5 หรือ 6 มาอภิปรายว่าพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอะไรบ้างที่เปลี่ยนแปลงและเปลี่ยนแปลงอย่างไร และในช่วงที่ 3 ผู้วิจัยเลือกคาบเรียน 8, 9 หรือ 10 มาอภิปรายว่าพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอะไรบ้างที่เปลี่ยนแปลงในช่วงที่ 2 และนักเรียนยังแสดงพฤติกรรมนั้นอยู่อย่างสม่ำเสมอ (ตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาดูภาคผนวก ง)

รายละเอียดของพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายในด้านต่างๆ มีดังนี้

ด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการศึกษาการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการระบุสิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดและสิ่งที่ต้องการหา ตลอดจนความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหา เงื่อนไขสำคัญของปัญหา และความสัมพันธ์ต่างๆ ของข้อมูล

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่านักเรียนมีพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจปัญหา 3 ลักษณะ ได้แก่ (1) นักเรียนใช้เวลามากขึ้นในการทำความเข้าใจปัญหา (2) นักเรียนแสดงร่องรอยการขีดเขียนมากขึ้นในขณะทำความเข้าใจปัญหา และ (3) นักเรียนใช้เวลามากขึ้นในการซักถามหรืออภิปรายเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องก่อนลงมือแก้ปัญหา มีรายละเอียดดังนี้

(1) นักเรียนใช้เวลามากขึ้นในการทำความเข้าใจปัญหา

ในคาบเรียน 2 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรมปัญหา “แบรนด์วีน่า” นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์ปัญหาน้อยมาก (น้อยกว่า 1 นาที) โดยอ่านแบบไม่ได้คำนึงถึงข้อมูลและเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์ปัญหา หลังจากอ่านแล้วนักเรียนลงมือแก้ปัญหาทันที สำหรับนักเรียนเป้าหมายปฐพี เกล็ดทราย และปลายฟ้า ใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์ปัญหาประมาณ 50 วินาที ในขณะที่งามตาใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์ปัญหา 30 วินาที หลังจากอ่านสถานการณ์ปัญหาแล้วนักเรียนเป้าหมายทั้งสี่คนลงมือแก้ปัญหาทันที เพราะใช้เวลาอ่านน้อยและอ่านแบบไม่ได้คำนึงถึงข้อมูลและเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์ปัญหา ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ต้องหยุดการแก้ปัญหา แล้วย้อนกลับไปอ่านสถานการณ์ปัญหาใหม่เพื่อให้เข้าใจข้อมูลและเงื่อนไขสำคัญของสถานการณ์ปัญหามากขึ้น

ในคาบเรียน 5 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรมปัญหา “แบ่งพื้นที่” นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์ปัญหามากขึ้น (1–2 นาที) และเริ่มให้ความสำคัญกับการทำความเข้าใจข้อมูลและเงื่อนไขสำคัญของสถานการณ์ปัญหาก่อนลงมือแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนเป้าหมายปฐพีใช้เวลาในการทำความเข้าใจปัญหาประมาณ 3 นาที เกล็ดทรายและปลายฟ้าใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์ปัญหาประมาณ 2 นาที โดยนักเรียนทั้งสามคนอ่านทบทวนจนเข้าใจเงื่อนไขทั้งหมดแล้วลงมือแก้ปัญหาจนสำเร็จ ส่วนงามตาใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์ปัญหาประมาณ 1 นาที โดยอ่านเพียงครั้งเดียวแล้วลงมือแก้ปัญหาทันที แต่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้จึงต้องย้อนกลับไปพิจารณาบางเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาใหม่ แล้วลงมือแก้ปัญหาต่อ

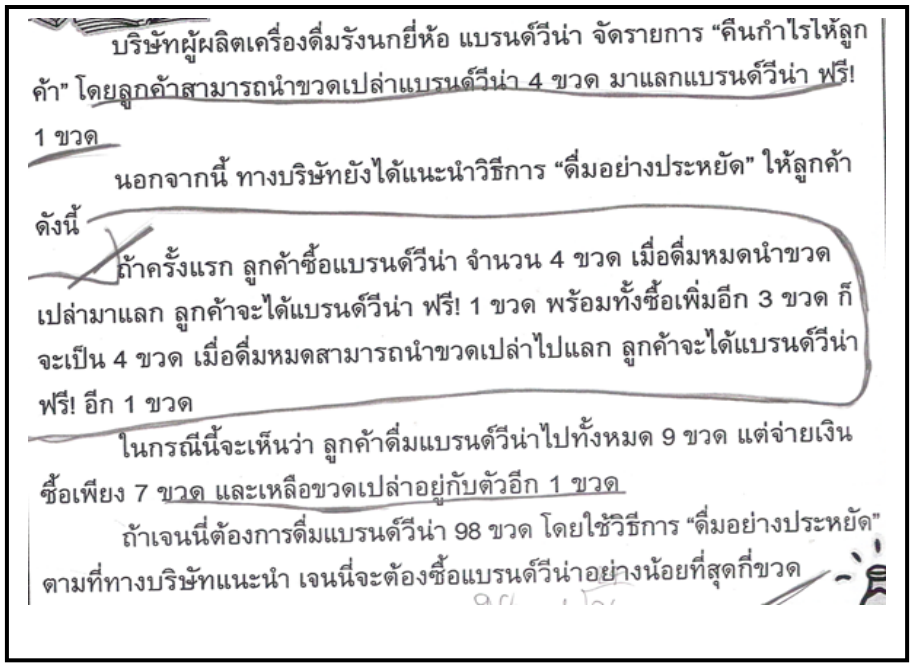
ในคาบเรียน 10 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรมปัญหา “หนูไก่แจกไข่” นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์ปัญหา 2–3 นาที และยังให้ความสำคัญกับการทำความเข้าใจข้อมูลและเงื่อนไขสำคัญของสถานการณ์ปัญหาก่อนลงมือแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนเป้าหมายปฐพี เกล็ดทราย ปลายฟ้า และงามตาใช้เวลาในการทำความเข้าใจปัญหา 2–3 นาที โดยทำความเข้าใจข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาก่อนลงมือแก้ปัญหา

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรก ๆ นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์ปัญหาน้อยมาก และไม่ได้ให้ความสำคัญกับการทำความเข้าใจข้อมูลและเงื่อนไขสำคัญของสถานการณ์ปัญหาก่อนลงมือแก้ปัญหา ทำให้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้สำเร็จ จึงต้องย้อนกลับไปอ่านสถานการณ์ปัญหาใหม่เพื่อให้เข้าใจข้อมูลและเงื่อนไขสำคัญของสถานการณ์ปัญหามากขึ้น สำหรับช่วงที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์ปัญหามากขึ้น โดยอ่านแล้วคิดวิเคราะห์ข้อมูลและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาจนเข้าใจก่อนลงมือแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนสิ้นสุดการเรียนการสอน

(2) นักเรียนแสดงร่องรอยการขีดเขียนมากขึ้นในขณะทำความเข้าใจปัญหา

ในคาบเรียน 2 ขณะที่นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา “แบรนด์วีน่า” พบว่า มีนักเรียนจำนวน 8 คน (16%) ขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความในสถานการณ์ปัญหา ซึ่งมีทั้งข้อความที่เป็นสาระสำคัญและไม่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหา สำหรับนักเรียนเป้าหมายปฐพี เกล็ดทราย

และปลายฟ้า มีการขีดล้อมรอบข้อความในสถานการณ์ปัญหาเช่นกัน แต่มีบางข้อความที่ไม่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหา ดังภาพประกอบ 9–11 ส่วนงามตาไม่ได้แสดงร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหา



บริษัทผู้ผลิตเครื่องดื่มรังนกยี่ห้อ แบรนด์วีน่า จัดรายการ "คืนกำไรให้ลูกค้า" โดยลูกค้าสามารถนำขวดเปล่าแบรนด์วีน่า 4 ขวด มาแลกแบรนด์วีน่า ฟรี! 1 ขวด

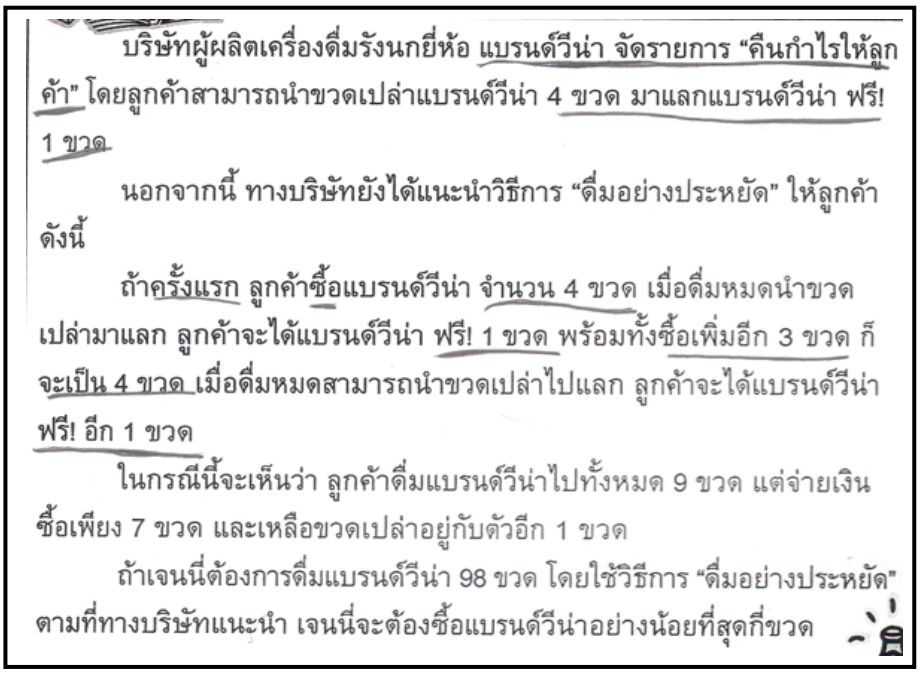
นอกจากนี้ ทางบริษัทยังได้แนะนำวิธีการ "ดื่มอย่างประหยัด" ให้ลูกค้าดังนี้

ถ้าครั้งแรก ลูกค้าซื้อแบรนด์วีน่า จำนวน 4 ขวด เมื่อดื่มหมดนำขวดเปล่ามาแลก ลูกค้าจะได้แบรนด์วีน่า ฟรี! 1 ขวด พร้อมทั้งซื้อเพิ่มอีก 3 ขวด ก็จะเป็น 4 ขวด เมื่อดื่มหมดสามารถนำขวดเปล่าไปแลก ลูกค้าจะได้แบรนด์วีน่าฟรี! อีก 1 ขวด

ในกรณีนี้จะเห็นว่า ลูกค้าดื่มแบรนด์วีน่าไปทั้งหมด 9 ขวด แต่จ่ายเงินซื้อเพียง 7 ขวด และเหลือขวดเปล่าอยู่กับตัวอีก 1 ขวด

ถ้าเจนนี่ต้องการดื่มแบรนด์วีน่า 98 ขวด โดยใช้วิธีการ "ดื่มอย่างประหยัด" ตามที่ทางบริษัทแนะนำ เจนนี่จะต้องซื้อแบรนด์วีน่าอย่างน้อยที่สุดกี่ขวด

ภาพประกอบ 9 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาในคาบเรียน 2 ของปฐพี



บริษัทผู้ผลิตเครื่องดื่มรังนกยี่ห้อ แบรนด์วีน่า จัดรายการ "คืนกำไรให้ลูกค้า" โดยลูกค้าสามารถนำขวดเปล่าแบรนด์วีน่า 4 ขวด มาแลกแบรนด์วีน่า ฟรี! 1 ขวด

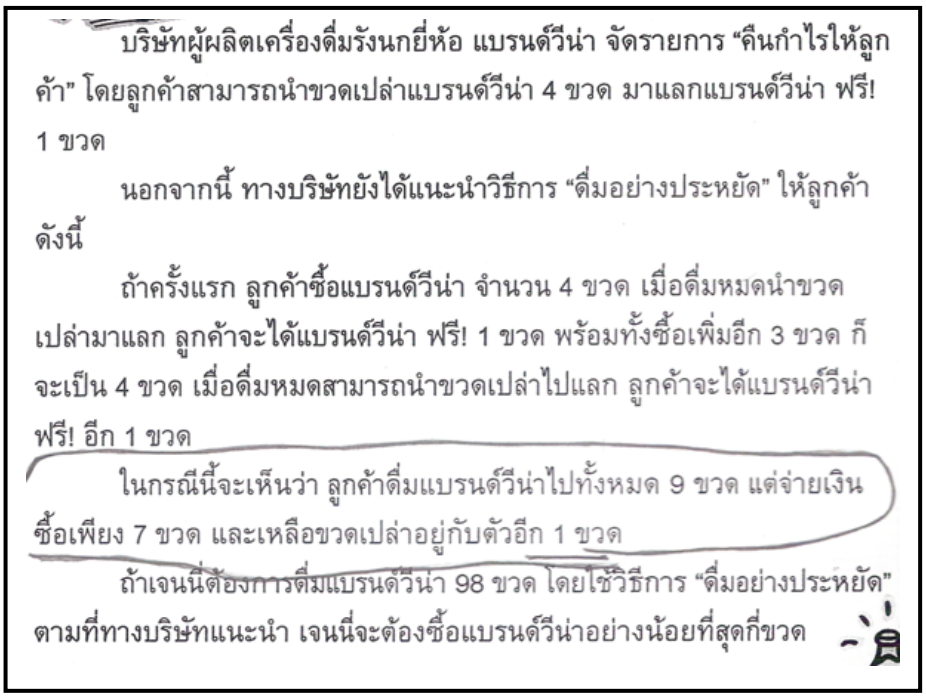
นอกจากนี้ ทางบริษัทยังได้แนะนำวิธีการ "ดื่มอย่างประหยัด" ให้ลูกค้าดังนี้

ถ้าครั้งแรก ลูกค้าซื้อแบรนด์วีน่า จำนวน 4 ขวด เมื่อดื่มหมดนำขวดเปล่ามาแลก ลูกค้าจะได้แบรนด์วีน่า ฟรี! 1 ขวด พร้อมทั้งซื้อเพิ่มอีก 3 ขวด ก็จะเป็น 4 ขวด เมื่อดื่มหมดสามารถนำขวดเปล่าไปแลก ลูกค้าจะได้แบรนด์วีน่าฟรี! อีก 1 ขวด

ในกรณีนี้จะเห็นว่า ลูกค้าดื่มแบรนด์วีน่าไปทั้งหมด 9 ขวด แต่จ่ายเงินซื้อเพียง 7 ขวด และเหลือขวดเปล่าอยู่กับตัวอีก 1 ขวด

ถ้าเจนนี่ต้องการดื่มแบรนด์วีน่า 98 ขวด โดยใช้วิธีการ "ดื่มอย่างประหยัด" ตามที่ทางบริษัทแนะนำ เจนนี่จะต้องซื้อแบรนด์วีน่าอย่างน้อยที่สุดกี่ขวด

ภาพประกอบ 10 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาในคาบเรียน 2 ของเกล็ดทราย



บริษัทผู้ผลิตเครื่องดื่มรังนกยี่ห้อ แบรนด์วีน่า จัดรายการ "คืนกำไรให้ลูกค้า" โดยลูกค้าสามารถนำขวดเปล่าแบรนด์วีน่า 4 ขวด มาแลกแบรนด์วีน่า ฟรี! 1 ขวด

นอกจากนี้ ทางบริษัทยังได้แนะนำวิธีการ "ดื่มอย่างประหยัด" ให้ลูกค้าดังนี้

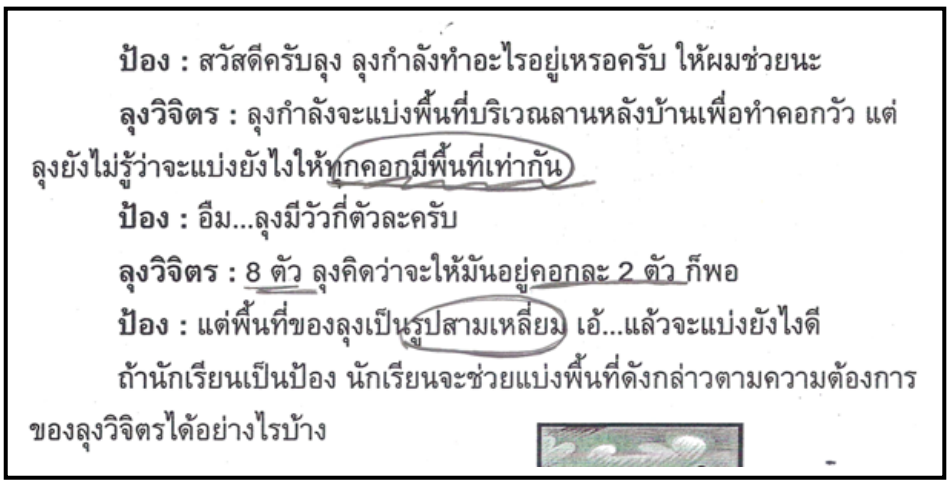
ถ้าครั้งแรก ลูกค้าซื้อแบรนด์วีน่า จำนวน 4 ขวด เมื่อดื่มหมดนำขวดเปล่ามาแลก ลูกค้าจะได้แบรนด์วีน่า ฟรี! 1 ขวด พร้อมทั้งซื้อเพิ่มอีก 3 ขวด ก็จะเป็น 4 ขวด เมื่อดื่มหมดสามารถนำขวดเปล่าไปแลก ลูกค้าจะได้แบรนด์วีน่าฟรี! อีก 1 ขวด

ในกรณีนี้จะเห็นว่า ลูกค้าดื่มแบรนด์วีน่าไปทั้งหมด 9 ขวด แต่จ่ายเงินซื้อเพียง 7 ขวด และเหลือขวดเปล่าอยู่กับตัวอีก 1 ขวด

ถ้าเจนนี่ต้องการดื่มแบรนด์วีน่า 98 ขวด โดยใช้วิธีการ "ดื่มอย่างประหยัด" ตามที่ทางบริษัทแนะนำ เจนนี่จะต้องซื้อแบรนด์วีน่าอย่างน้อยที่สุดกี่ขวด

ภาพประกอบ 11 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาในคาบเรียน 2 ของปลายฟ้า

ในคาบเรียน 5 ขณะที่นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา "แบ่งพื้นที่" พบว่า มีนักเรียนจำนวน 28 คน (56%) แสดงร่องรอยการขีดเขียนขณะทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งมีทั้งข้อความที่เป็นสาระสำคัญและไม่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหา สำหรับนักเรียนเป้าหมายปลายฟ้า มีการขีดเส้นใต้และขีดล้อมรอบข้อความในสถานการณ์ปัญหาจำนวน 4 ข้อความ ซึ่งทุกข้อความเป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหา ดังภาพประกอบ 12 ในขณะที่งามตาขีดเส้นใต้ข้อความที่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหาเพียงข้อความเดียวเท่านั้น ดังภาพประกอบ 13



ป้อง : สวัสดีครับลุง ลุงกำลังทำอะไรอยู่เหรอครับ ให้ผมช่วยนะ

ลุงวิจิตร : ลุงกำลังจะแบ่งพื้นที่บริเวณลานหลังบ้านเพื่อทำคอกวัว แต่ลุงยังไม่รู้ว่าจะแบ่งยังไงให้ทุกคอกมีพื้นที่เท่ากัน

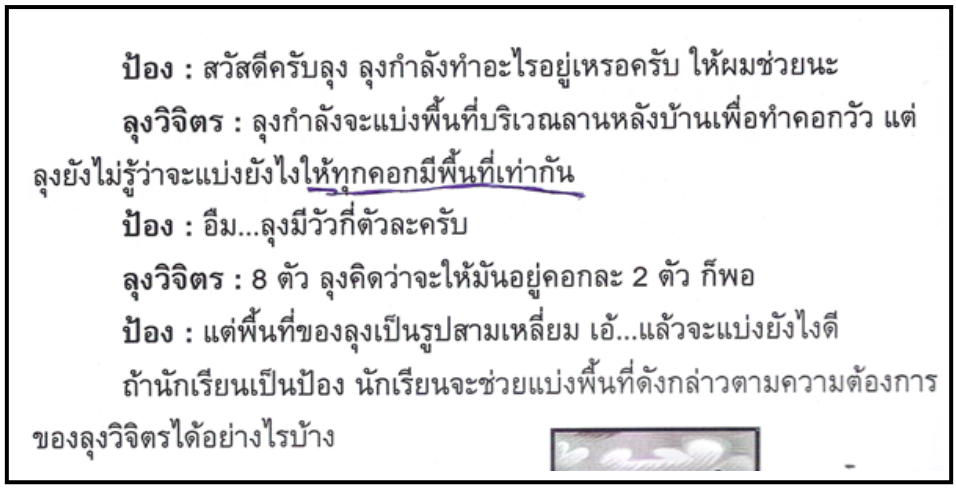
ป้อง : อืม...ลุงมีวัวกี่ตัวละครับ

ลุงวิจิตร : 8 ตัว ลุงคิดว่าจะให้มันอยู่คอกละ 2 ตัว ก็พอ

ป้อง : แต่พื้นที่ของลุงเป็นรูปสามเหลี่ยม เอ้...แล้วจะแบ่งยังไงดี

ถ้านักเรียนเป็นป้อง นักเรียนจะช่วยแบ่งพื้นที่ดังกล่าวตามความต้องการของลุงวิจิตรได้อย่างไรบ้าง

ภาพประกอบ 12 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาในคาบเรียน 5 ของปลายฟ้า



ป้อง : สวัสดีครับลุง ลุงกำลังทำอะไรอยู่เหรอครับ ให้ผมช่วยนะ

ลุงวิจิตร : ลุงกำลังจะแบ่งพื้นที่บริเวณลานหลังบ้านเพื่อทำคอกวัว แต่ลุงยังไม่รู้ว่าจะแบ่งยังไงให้ทุกคอกมีพื้นที่เท่ากัน

ป้อง : อืม...ลุงมีวัวกี่ตัวละครับ

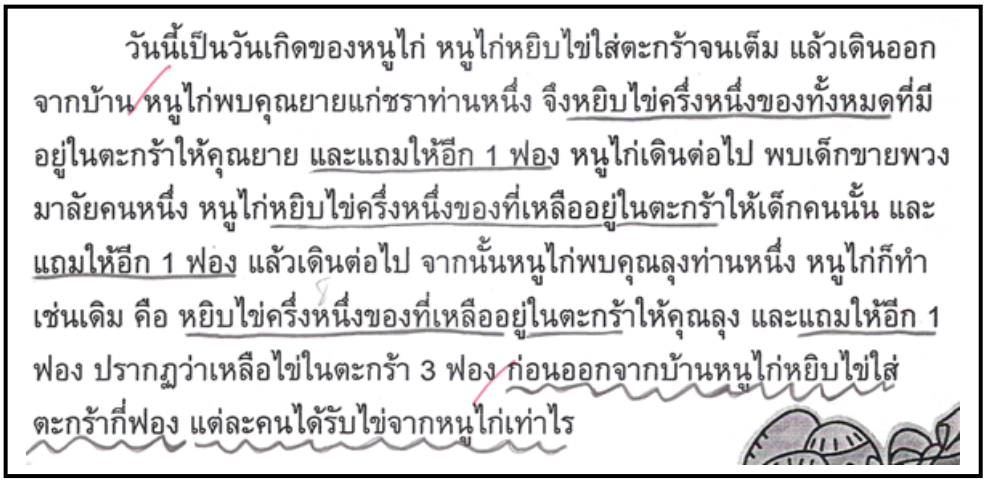
ลุงวิจิตร : 8 ตัว ลุงคิดว่าจะให้มันอยู่คอกละ 2 ตัว ก็พอ

ป้อง : แต่พื้นที่ของลุงเป็นรูปสามเหลี่ยม เอ้...แล้วจะแบ่งยังไงดี

ถ้านักเรียนเป็นป้อง นักเรียนจะช่วยแบ่งพื้นที่ดังกล่าวตามความต้องการของลุงวิจิตรได้อย่างไรบ้าง

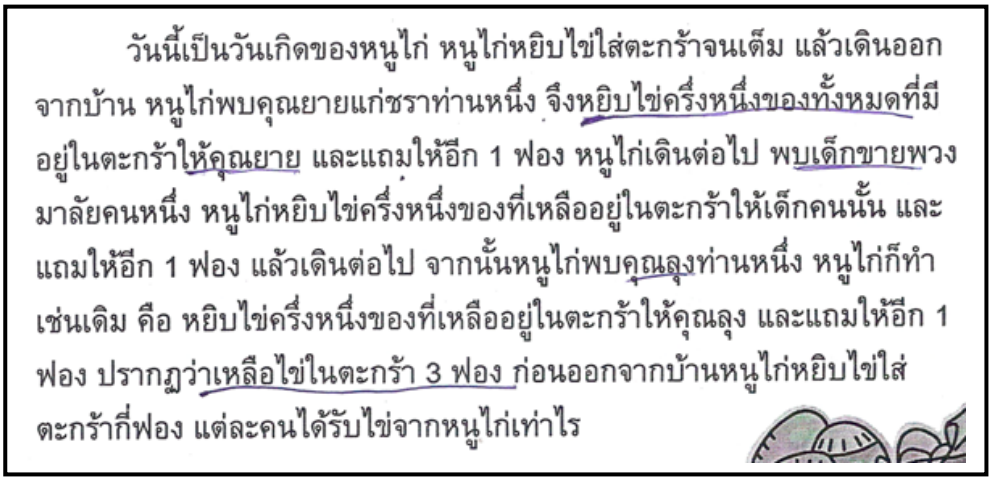
ภาพประกอบ 13 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาในคาบเรียน 5 ของงามตา

ในคาบเรียน 10 ขณะที่นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา “หนูไก่แจกไข่” พบว่า มีนักเรียนจำนวน 42 คน (84%) ขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความในสถานการณ์ปัญหา ซึ่งส่วนใหญ่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหา ในบรรดานักเรียนเหล่านั้นมีนักเรียนเป้าหมายปฐพี เกล็ดทราย ปลายฟ้า และงามตารวมอยู่ด้วย ตัวอย่างการขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความในสถานการณ์ปัญหาของนักเรียนเป้าหมายปฐพีและงามตา ดังภาพประกอบ 14–15



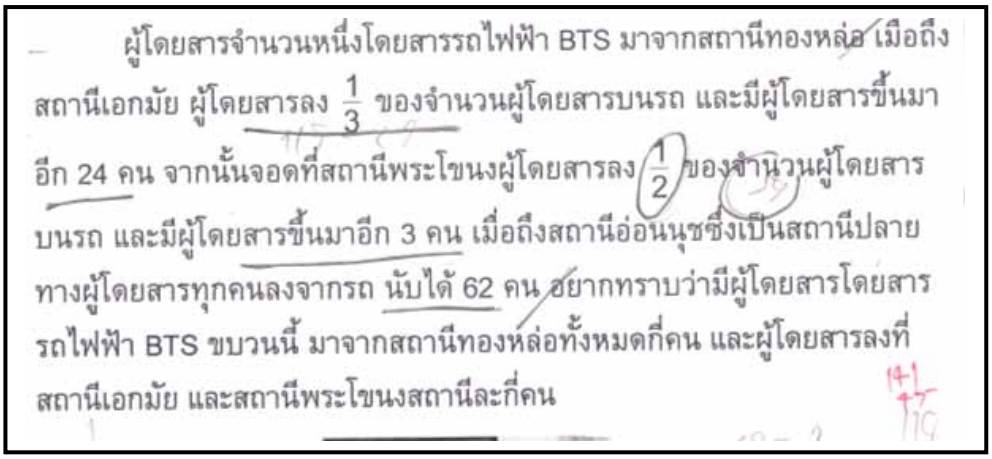
วันนี้เป็นวันเกิดของหนูไก่ หนูไก่หยิบไข่ใส่ตะกร้าจนเต็ม แล้วเดินออกจากบ้าน หนูไก่พบคุณยายแก่ชราท่านหนึ่ง จึงหยิบไข่ครึ่งหนึ่งของทั้งหมดที่มีอยู่ในตะกร้าให้คุณยาย และแถมให้อีก 1 ฟอง หนูไก่เดินต่อไป พบเด็กขายพวงมาลัยคนหนึ่ง หนูไก่หยิบไข่ครึ่งหนึ่งของที่เหลืออยู่ในตะกร้าให้เด็กคนนั้น และแถมให้อีก 1 ฟอง แล้วเดินต่อไป จากนั้นหนูไก่พบคุณลุงท่านหนึ่ง หนูไก่ก็ทำเช่นเดิม คือ หยิบไข่ครึ่งหนึ่งของที่เหลืออยู่ในตะกร้าให้คุณลุง และแถมให้อีก 1 ฟอง ปรากฏว่าเหลือไข่ในตะกร้า 3 ฟอง ก่อนออกจากบ้านหนูไก่หยิบไข่ใส่ตะกร้ากี่ฟอง แต่ละคนได้รับไข่จากหนูไก่เท่าไร

ภาพประกอบ 14 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาในคาบเรียน 10 ของปฐพี

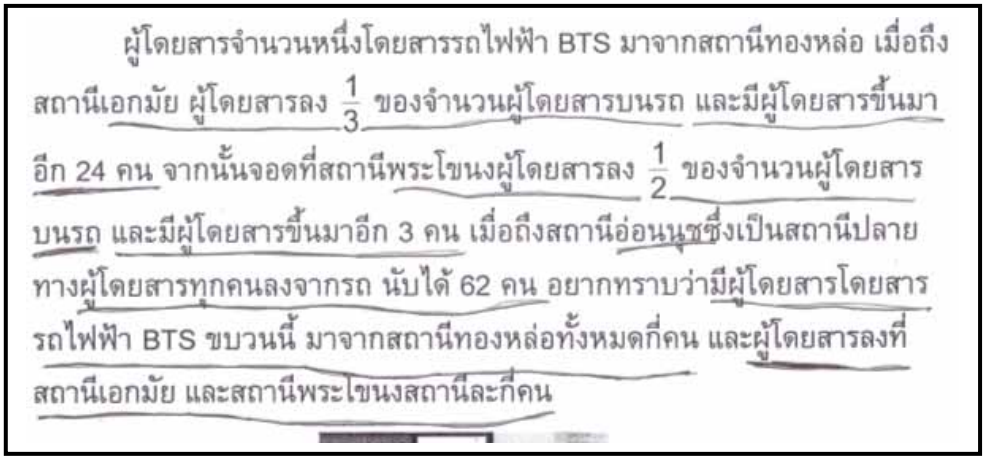


ภาพประกอบ 15 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาในคาบเรียน 10 ของงามตา

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกๆ มีนักเรียนจำนวนน้อยที่ขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความในสถานการณ์ปัญหาในขณะทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งมีทั้งข้อความที่เป็นสาระสำคัญและไม่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหา สำหรับช่วงที่ 2 มีจำนวนนักเรียนมากขึ้นที่ขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความในสถานการณ์ปัญหาในขณะทำความเข้าใจปัญหา แต่ยังมีทั้งข้อความที่เป็นสาระสำคัญและไม่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหา อย่างไรก็ตามในช่วงที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่ขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความที่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหาในขณะทำความเข้าใจปัญหา นอกจากนี้ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนเป้าหมายจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดูภาคผนวก จ) พบว่า ปฐพีซึ่งเป็นนักเรียนเก่งแสดงร่องรอยการขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความในสถานการณ์ปัญหาทั้ง 4 ปัญหา ซึ่งข้อความส่วนใหญ่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหา ส่วนเกล็ดทรายซึ่งเป็นนักเรียนปานกลาง แสดงร่องรอยการขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความในสถานการณ์ปัญหา 3 ปัญหา จากทั้งหมด 4 ปัญหา ซึ่งมีทั้งข้อความที่เป็นสาระสำคัญและไม่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหา ในขณะที่นักเรียนเป้าหมายคนอื่นแสดงร่องรอยการขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความเพียง 2 ปัญหา ซึ่งมีทั้งข้อความที่เป็นสาระสำคัญและไม่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ปัญหา ตัวอย่างการขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความในสถานการณ์ปัญหาของนักเรียนเป้าหมายปฐพีและเกล็ดทราย ดังภาพประกอบ 16–17


ผู้โดยสารจำนวนหนึ่งโดยสารรถไฟฟ้า BTS มาจากสถานีทองหล่อ เมื่อถึงสถานีเอกมัย ผู้โดยสารลง $\frac{1}{3}$ ของจำนวนผู้โดยสารบนรถ และมีผู้โดยสารขึ้นมาอีก 24 คน จากนั้นจอดที่สถานีพระโขนงผู้โดยสารลง $\frac{1}{2}$ ของจำนวนผู้โดยสารบนรถ และมีผู้โดยสารขึ้นมาอีก 3 คน เมื่อถึงสถานีอ่อนนุชซึ่งเป็นสถานีปลายทางผู้โดยสารทุกคนลงจากรถ นับได้ 62 คน อยากทราบว่ามีผู้โดยสารโดยสารรถไฟฟ้า BTS ขบวนนี้ มาจากสถานีทองหล่อทั้งหมดกี่คน และผู้โดยสารลงที่สถานีเอกมัย และสถานีพระโขนงสถานีละกี่คน

ภาพประกอบ 16 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหา”รถไฟฟ้า BTS” ในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของปฐพี


ผู้โดยสารจำนวนหนึ่งโดยสารรถไฟฟ้า BTS มาจากสถานีทองหล่อ เมื่อถึงสถานีเอกมัย ผู้โดยสารลง $\frac{1}{3}$ ของจำนวนผู้โดยสารบนรถ และมีผู้โดยสารขึ้นมาอีก 24 คน จากนั้นจอดที่สถานีพระโขนงผู้โดยสารลง $\frac{1}{2}$ ของจำนวนผู้โดยสารบนรถ และมีผู้โดยสารขึ้นมาอีก 3 คน เมื่อถึงสถานีอ่อนนุชซึ่งเป็นสถานีปลายทางผู้โดยสารทุกคนลงจากรถ นับได้ 62 คน อยากทราบว่ามีผู้โดยสารโดยสารรถไฟฟ้า BTS ขบวนนี้ มาจากสถานีทองหล่อทั้งหมดกี่คน และผู้โดยสารลงที่สถานีเอกมัย และสถานีพระโขนงสถานีละกี่คน

ภาพประกอบ 17 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหา”รถไฟฟ้า BTS” ในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของเกล็ดทราย

(3) นักเรียนใช้เวลามากขึ้นในการซักถามหรืออภิปรายเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องก่อนลงมือแก้ปัญหา

ในคาบเรียน 2 หลังจากอ่านสถานการณ์ปัญหา “แบรนด์วีน่า” นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการซักถามหรืออภิปรายภายในกลุ่มน้อยมาก (น้อยกว่า 2 นาที) ก่อนลงมือแก้ปัญหา ซึ่งเป็นเพียงการซักถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาเท่านั้น ดังตัวอย่างบทสนทนาระหว่างปฐพีกับเพื่อนสมาชิกในกลุ่ม ต่อไปนี้

นักเรียนคนที่ 1 : ซื้อแบรนด์วีน่ามา 4 ขวด ได้ฟรี 1 ขวด แสดงว่าถ้าซื้อมา 8 ขวดจะได้ฟรี 2 ขวด ใช่มั๊ย

ปฐพี : ใช่ แต่ไม่ใช่การดื่มอย่างประหยัดนะ

ในคาบเรียน 5 หลังจากอ่านสถานการณ์ปัญหา “แบ่งพื้นที่” นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการซักถามหรืออภิปรายภายในกลุ่มมากขึ้น (5–8 นาที) ก่อนลงมือแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการแสดงความคิดเห็นของนักเรียนในกลุ่มเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหา ดังตัวอย่างบทสนทนาในกลุ่มของเกล็ดทรายและปลายฟ้า ต่อไปนี้

ปลายฟ้า : ถ้าจะแบ่งบริเวณลานหลังบ้านซึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมให้มีพื้นที่เท่า ๆ กัน เราก็ต้องแบ่งให้รูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปมีขนาดเท่ากันทุกประการ

นักเรียนคนที่ 1 : เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ได้มั๊ย

เกล็ดทราย : ไม่ได้ แต่เอ๊! โจทย์ไม่ได้กำหนดมานะว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมอะไร

นักเรียนคนที่ 2 : อย่างนั้น ก็ต้องกำหนดให้เป็นรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ซิ

ปลายฟ้า : ความเท่ากันทุกประการต้องสัมพันธ์กันอย่างไรบ้าง เท่าที่จำได้ก็มี มุม–ด้าน–มุม, ด้าน–มุม–ด้าน แล้วอะไรอีกล่ะ

นักเรียนคนที่ 3 : ด้าน–ด้าน–ด้าน ได้มั๊ย มุม–มุม–ด้าน ก็น่าจะได้นะ

นักเรียนคนที่ 1 : แล้วจะมีหลักการแบ่งรูปสามเหลี่ยมรูปใหญ่ออกเป็นรูปสามเหลี่ยมเล็ก ๆ 4 รูปที่มีขนาดเท่ากัน ได้ยังไงล่ะ

เกล็ดทราย : มี...นึกออกแล้ว ที่บอกว่าหาจุดกึ่งกลางของแต่ละด้าน แล้วลากเส้นเชื่อมจุดเหล่านั้น อะไรทำนองนี้

ปลายฟ้า : อืม...ลองทำดูทุกแบบแล้วกัน

ในคาบเรียน 9 หลังจากอ่านสถานการณ์ปัญหา “หนึ่งตำบลหนึ่งผลิตภัณฑ์” นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการซักถามหรืออภิปรายภายในกลุ่มมากขึ้น (10–12 นาที) ก่อนลงมือแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการแสดงความคิดเห็นของทุกคนในกลุ่มเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ดังตัวอย่างบทสนทนาในกลุ่มของปฐพี ซึ่งมีนักเรียนคนหนึ่งในกลุ่มไม่เข้าใจความหมายของข้อความที่ว่า “ของจำนวนสบู่ทั้งหมด” และ “ของจำนวนสบู่ที่เหลือ” ต่อไปนี้

นักเรียนคนที่ 1 : คำว่า “1 ใน 4 ของจำนวนสบู่ทั้งหมด” กับ “1 ใน 3 ของจำนวนสบู่ที่เหลือ” แตกต่างกันยังไง

ปฐพี : ก็คือ ถ้านำจำนวนสบู่ทั้งหมดมาแบ่งเป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กัน แล้วขายไป 1 ส่วน หลังจากขายให้ลูกค้าคนแรกไปแล้ว เหลือสบู่อยู่เท่าไรก็นำมาแบ่งเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน แล้วขายให้ลูกค้าคนที่สองไปอีก 1 ส่วน

นักเรียนคนที่ 2 : อืม...แต่อย่าลืมว่ามีการแถมสบู่ให้ลูกค้าด้วยนะ
ปฐพี : อ๋อ...ใช่ ๆ ดังนั้น ก่อนแบ่งเป็น 3 ส่วน ต้องลบสบู่ที่แถมให้ลูกค้าคนแรกไปด้วย
นักเรียนคนที่ 3 : ต้องใช้ความรู้เรื่องเศษส่วนในการแก้ปัญหาใช่มั้ย
ปฐพี : เรื่องสมการด้วย ต้องสมมติให้จำนวนสบู่ทั้งหมดเป็นตัวแปรก่อน

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรก ๆ นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาน้อยมากในการซักถามหรืออภิปรายภายในกลุ่มก่อนลงมือแก้ปัญหา โดยเป็นเพียงการซักถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาเท่านั้น สำหรับช่วงที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลามากขึ้นในการซักถามหรืออภิปรายภายในกลุ่มก่อนลงมือแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการแสดงความคิดเห็นของทุกคนในกลุ่มเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหา ซึ่งนักเรียนยังคงแสดงพฤติกรรมเหล่านั้นจนสิ้นสุดการเรียนการสอน

ดังที่กล่าวแล้วข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า เมื่อนักเรียนได้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนใช้เวลามากขึ้นในการทำความเข้าใจปัญหา แสดงร่องรอยการขีดเขียนมากขึ้นในขณะทำความเข้าใจปัญหา ตลอดจนใช้เวลามากขึ้นในการซักถามหรืออภิปรายเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องก่อนลงมือแก้ปัญหา นอกจากพฤติกรรมข้างต้นนักเรียนยังเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า พวกเขาได้มีการอภิปรายร่วมกันในกลุ่มเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องก่อนลงมือแก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น นักเรียนคนหนึ่งเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า “เมื่อคิด (เป็นรายบุคคล) เสร็จแล้ว นำความคิดมารวมกับเพื่อนๆ ซึ่งบางครั้งไม่ตรงกัน แต่หลังจากคุยกันก็ลงมือทำจนสามารถหาคำตอบออกมาได้” ซึ่งพฤติกรรมต่าง ๆ เหล่านี้แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจปัญหาโดยผ่านกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ในการศึกษาการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการเลือกใช้กลยุทธ์ได้อย่างเหมาะสม และการเลือกใช้กลยุทธ์ได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้ ได้แก่ การสร้างตาราง การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด การเขียนภาพหรือแผนภาพ การค้นหาแบบรูป การเขียนสมการ การคาดเดาและตรวจสอบ และการคิดแบบย้อนกลับ

ดังที่กล่าวมาแล้วในบทก่อนหน้านี้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้ แต่ละข้อสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์

จากการวิเคราะห์ข้อมูลจากใบกิจกรรมในชั้นเรียน พบว่า นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพมากที่สุด รองลงมาคือกลยุทธ์การคิดแบบย้อนกลับ และการเขียนสมการ ตามลำดับ ส่วนกลยุทธ์การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกใช้น้อยที่สุด แสดงรายละเอียดดังตาราง 5 สำหรับคาบเรียน 5 เป็นปัญหาปลายเปิด พบว่า นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพร่วมกับการให้เหตุผลสนับสนุนคำตอบ ซึ่งลักษณะภาพและเหตุผลที่นักเรียนใช้แตกต่างกัน ส่วนการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพมากที่สุด รองลงมาคือกลยุทธ์การสร้างตาราง และการคิดย้อนกลับ ตามลำดับ แสดงรายละเอียดดังตาราง 6–7

ตาราง 5 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกใช้ในการทำใบกิจกรรมในชั้นเรียน

กลยุทธ์	คาบเรียน										ความถี่ของการใช้กลยุทธ์
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
การสร้างตาราง	ก9	ก3 ก11 ก12	ก5 ก10	เกล็ดทราย ปลายฟ้า งามตา							9
การเขียนภาพหรือแผนภาพ	ก4 ก8 ก11	ก1 ก5 ก6 ก8			ก1 ก2 ก3 ก4 ก5 ก6 ก7 ก8 ก9 ก10 ก11 ก12	ก1 ก2 ก3 ก4 ก5 ก6 ก7 ก8 ก10 ก12		ก1 ก2 ก3 ก4 ก5 ก6 ก7 ก8 ก9 ก10 ก11 ก12	ก12		42
การค้นหาแบบรูป	ก2 ก3 ก6 ก7	ก1 ก2 ก3 ก4 ก7					ปฐพี				10
การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด			ก2 ก4 ก5 ก6 ก8 ก10 ก11				เกล็ดทราย ปลายฟ้า งามตา				10
การเขียนสมการ						ก1 ก2 ก3 ก4 ก5 ก6 ก7 ก8 ก9 ก10 ก11 ก12		ก4 ก12	ก2 ก4 ก12	ปฐพี งามตา	19
การคิดแบบย้อนกลับ								ก1 ก2 ก3 ก4 ก5 ก6 ก7 ก8 ก10	ก1 ก2 ก3 ก4 ก5 ก6 ก7 ก8 ก9 ก10 ก12	ปฐพี ปลายฟ้า งามตา	23
การคาดเดาและตรวจสอบ										เกล็ดทราย	1
วิธีอื่น ๆ	ก1 ก5 ก10 ก12	ก9 ก10	ก1 ก3 ก7 ก9 ก12	ปฐพี							12

หมายเหตุ ก1, ก2, ..., ก12 หมายถึง กลุ่มที่ 1, 2, ... ,12
คาบเรียน 4, 7, 10 เป็นการแก้ปัญหารายบุคคล

ตาราง 6 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนใช้ในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบข้อที่	จำนวนนักเรียนที่เลือกใช้กลยุทธ์							
	การสร้างตาราง	การเขียนภาพฯ	การค้นหาแบบรูป	การแจงกรณีฯ	การเขียนสมการ	การคิดย้อนกลับ	การคาดเดาฯ	อื่น ๆ
1. รถไฟฟ้า BTS	–	–	–	–	11	23	5	7
2. ซื้อนมกล่อง	19	–	–	16	–	–	1	10
3. หยอดกระปุก	21	–	10	–	–	–	–	15
4. สามเหลี่ยมด้านเท่า	–	41	–	–	–	–	–	5
รวม	40	41	10	16	11	23	6	37

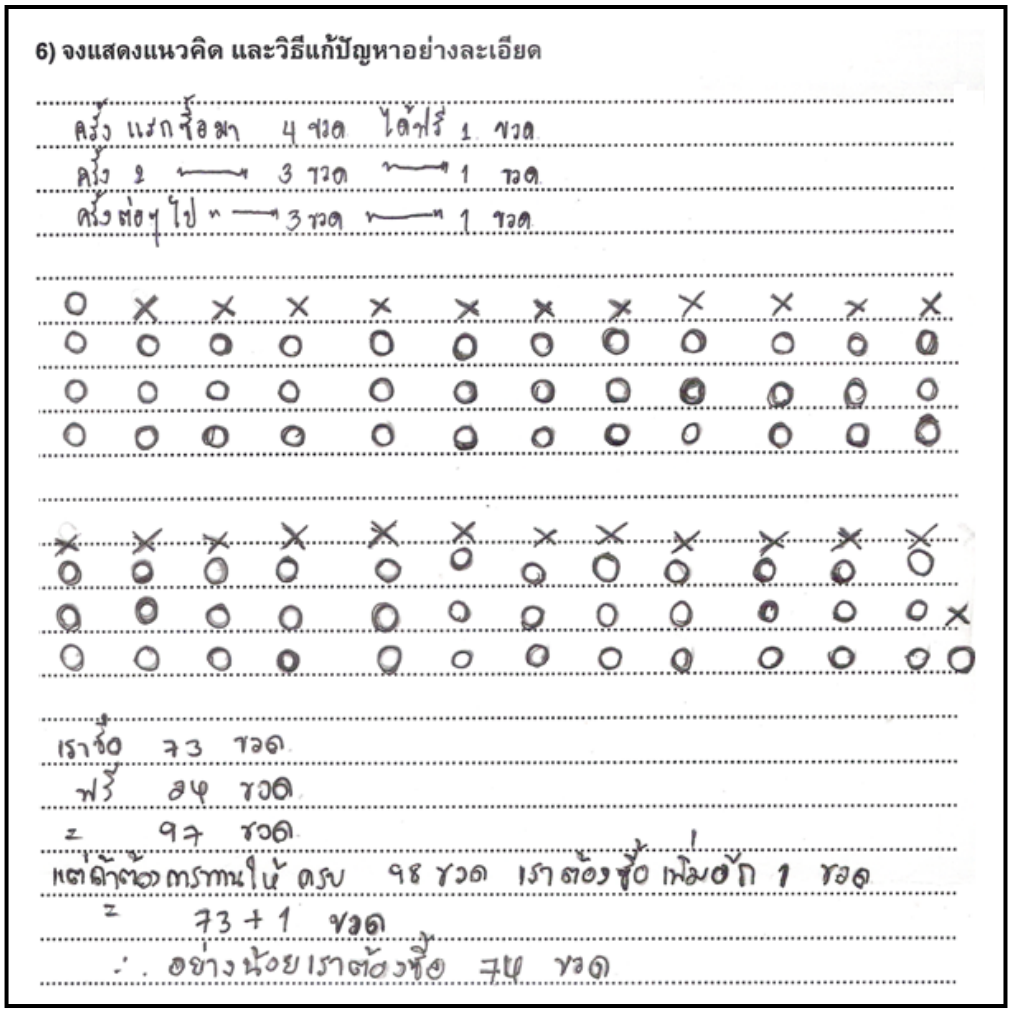
ตาราง 7 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนเป้าหมายเลือกใช้ในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบข้อที่	จำนวนนักเรียนที่เลือกใช้กลยุทธ์							
	การสร้างตาราง	การเขียนภาพฯ	การค้นหาแบบรูป	การแจงกรณีฯ	การเขียนสมการ	การคิดย้อนกลับ	การคาดเดาฯ	อื่น ๆ
1. รถไฟฟ้า BTS	–	–	–	–	–	4	–	–
2. ซื้อนมกล่อง	2	–	–	2	–	–	–	–
3. หยอดกระปุก	2	–	1	–	–	–	–	1
4. สามเหลี่ยมด้านเท่า	–	4	–	–	–	–	–	–

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า นักเรียนมีพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา 2 ลักษณะ ได้แก่ (1) นักเรียนเขียนภาพหรือแผนภาพได้ชัดเจนมากขึ้น และ (2) นักเรียนปรับเปลี่ยนกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสมมากขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

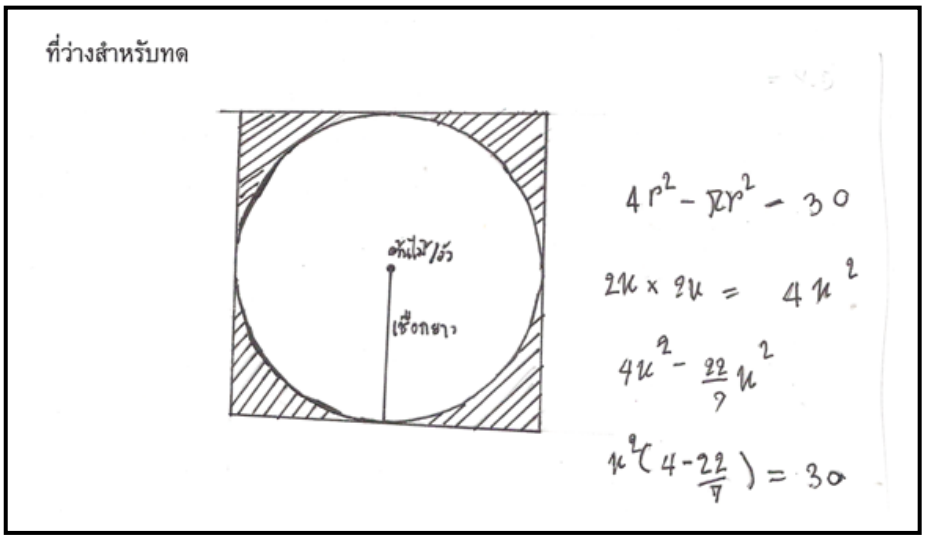
(1) นักเรียนเขียนภาพหรือแผนภาพได้ชัดเจนมากขึ้น

ในคาบเรียน 2 ปัญหา “แบรนด์วีน่า” นักเรียนจำนวนหนึ่ง (33.33% ของนักเรียนทั้งหมด) เลือกใช้กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพในการแก้ปัญหา แต่ภาพหรือแผนภาพของนักเรียนยังไม่ค่อยชัดเจน กล่าวคือ นักเรียนไม่ได้ระบุรายละเอียดของสัญลักษณ์ในภาพหรือแผนภาพ และไม่ได้อธิบายแนวทางที่นำไปสู่การค้นหาคำตอบของปัญหา ตัวอย่างเช่น เกล็ดทรายและเพื่อนสมาชิกในกลุ่มเลือกใช้กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพ โดยใช้สัญลักษณ์ ○ และ × แสดงจำนวนแบรนด์วีน่าที่ซื้อและได้ฟรีในการซื้อแต่ละครั้ง โดยไม่ได้ระบุว่าสัญลักษณ์เหล่านั้นแทนอะไร และนำไปสู่การค้นหาคำตอบได้อย่างไร ดังภาพประกอบ 18

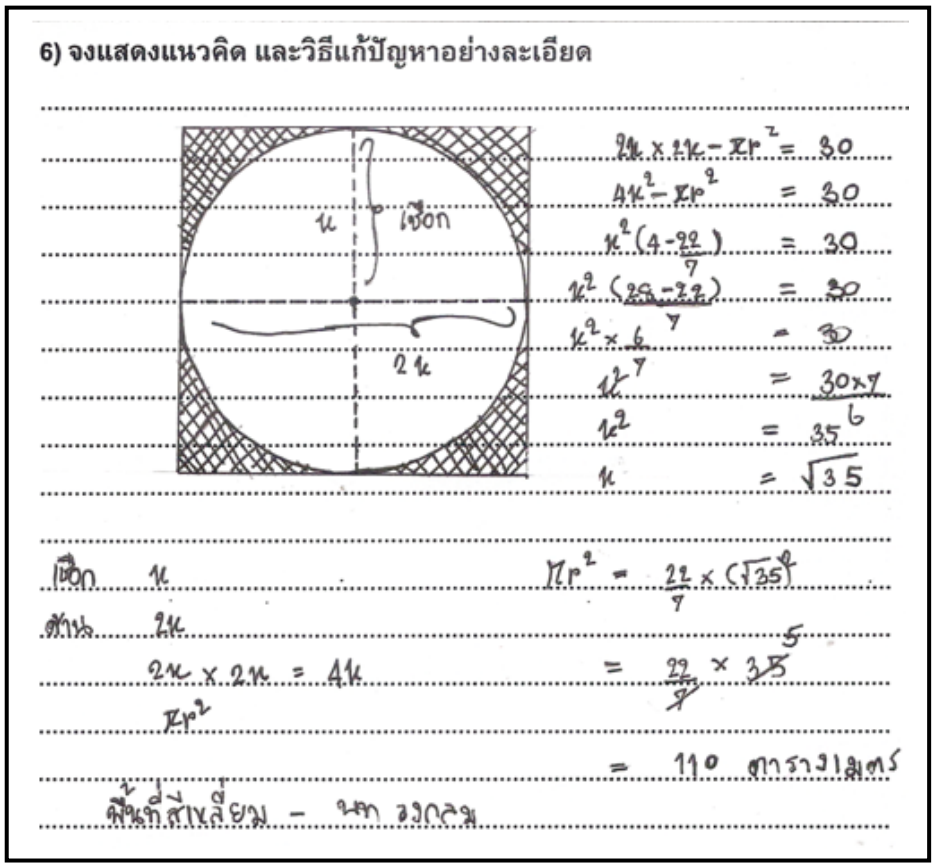


ภาพประกอบ 18 การเขียนภาพหรือแผนภาพในคาบเรียน 2 ของกลุ่มเกล็ดทราย

ในคาบเรียน 6 ปัญหา “วัวกินหญ้า” นักเรียนส่วนใหญ่เลือกใช้กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพในการแก้ปัญหา ซึ่งภาพหรือแผนภาพของนักเรียนมีความชัดเจนมากขึ้น กล่าวคือ นักเรียนระบุรายละเอียดของภาพหรือแผนภาพ แล้วอธิบายแนวทางที่นำไปสู่การค้นหาคำตอบของปัญหาพอสื่อให้เข้าใจได้ ตัวอย่างเช่น ปฐพีและเพื่อนสมาชิกในกลุ่มเลือกใช้กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพ โดยเขียนรูปสี่เหลี่ยมแทนทุ่งหญ้า วงกลมแทนบริเวณที่วัวสามารถไปกินหญ้าได้ จุดศูนย์กลางแทนต้นไม้ที่ลุงผูกวัวไว้ซึ่งอยู่กลางทุ่งหญ้า และความยาวของรัศมีแทนความยาวของเชือก (ในกระดาษทด) ดังภาพประกอบ 19 หลังจากนั้นกำหนด ตัวแปร x แทนความยาวของเชือก และ $2x$ แทนความยาวด้านของทุ่งหญ้า แล้วดำเนินการแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหา ดังภาพประกอบ 20



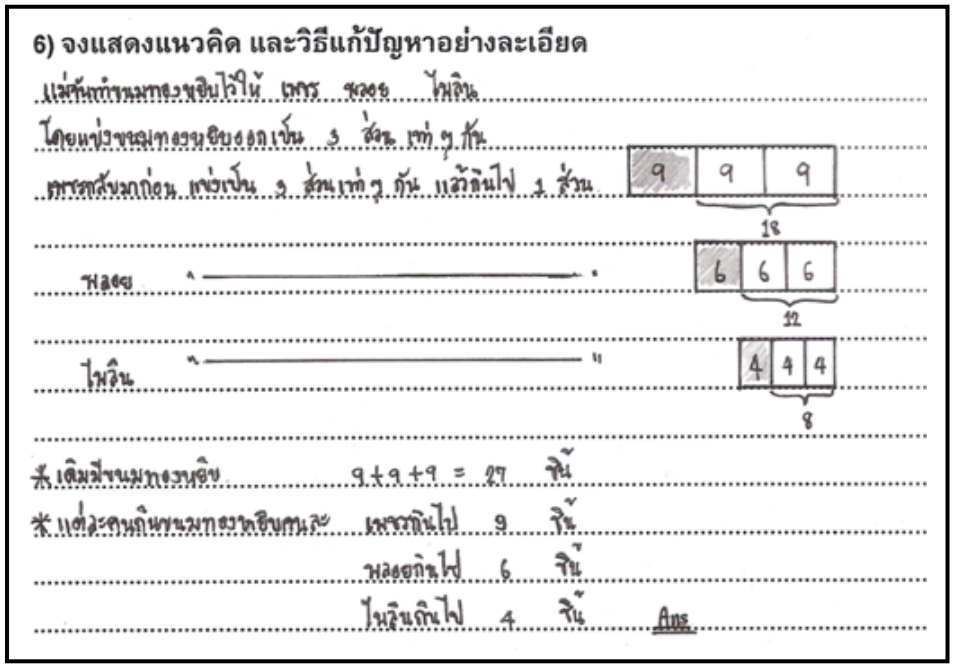
ภาพประกอบ 19 การเขียนภาพหรือแผนภาพในคาบเรียน 6 ของกลุ่มปฐพี (ในกระดาษทด)



ภาพประกอบ 20 การเขียนภาพหรือแผนภาพในคาบเรียน 6 ของกลุ่มปฐพี

ในคาบเรียน 8 ปัญหา “ปริศนา...ความอร่อย” นักเรียนส่วนใหญ่เลือกใช้กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพในการแก้ปัญหา ซึ่งภาพหรือแผนภาพของนักเรียนมีความชัดเจน กล่าวคือ นักเรียนระบุรายละเอียดของภาพหรือแผนภาพและอธิบายแนวทางที่นำไปสู่การค้นหาคำตอบของ

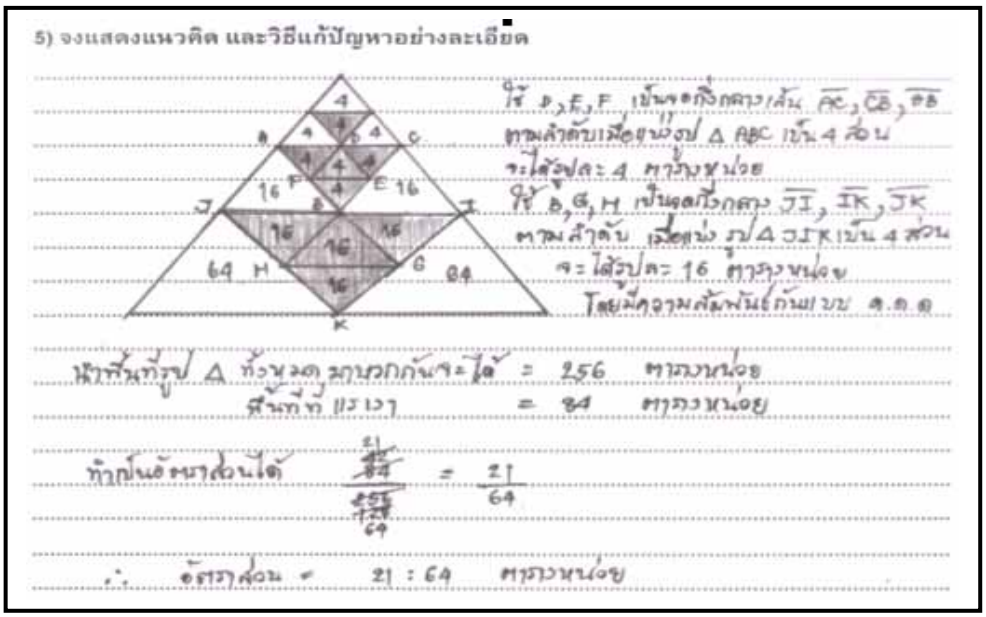
ปัญหาได้ ตัวอย่างเช่น ปฐพีและเพื่อนสมาชิกในกลุ่มเลือกใช้กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพ โดยเขียนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง แล้วแบ่งพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านั้นออกเป็นสามส่วนส่วนละเท่า ๆ กัน และให้แต่ละส่วนแทนจำนวนขนมทองหยิบหนึ่งในสามส่วนของจำนวนขนมทองหยิบทั้งหมด หลังจากนั้นกำหนดให้พื้นที่ที่แรเงาแทนจำนวนขนมทองหยิบที่กินไปแล้ว และพื้นที่ที่ไม่ได้แรเงาซึ่งเท่ากับสองในสามส่วนของพื้นที่ทั้งหมดแทนจำนวนขนมทองหยิบที่เหลือ พิจารณาพื้นที่ที่ไม่ได้แรเงาแล้วดำเนินการแบ่งออกเป็นสามส่วน ส่วนละเท่า ๆ กัน เช่นเดียวกับข้างต้น ดังภาพประกอบ 21



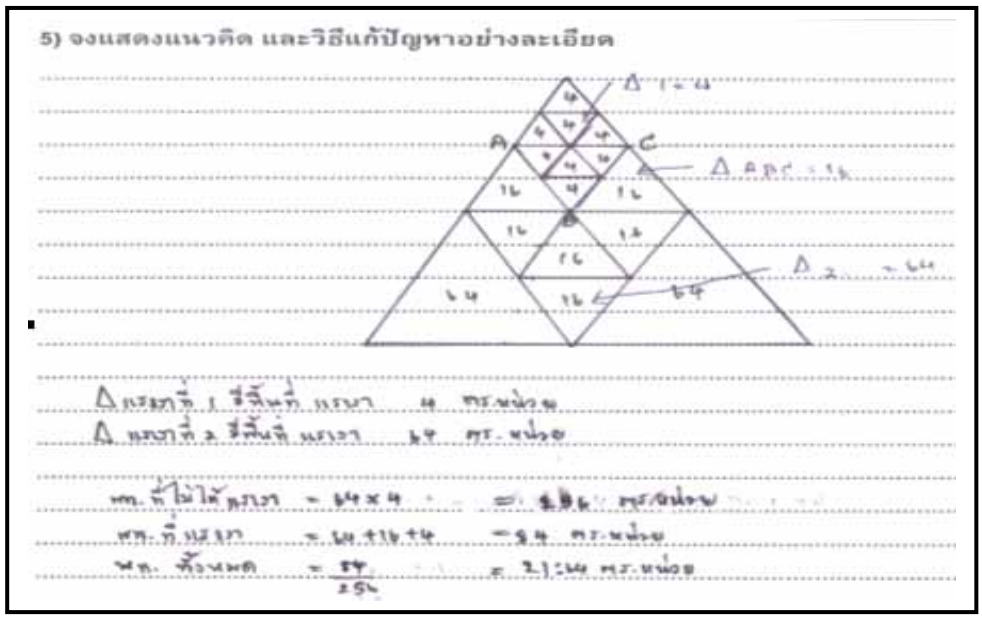
ภาพประกอบ 21 การเขียนภาพหรือแผนภาพในคาบเรียน 8 ของกลุ่มปฐพี

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรก ๆ นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นภาพหรือแผนภาพที่ไม่ค่อยชัดเจน เนื่องจากนักเรียนไม่ได้ระบุรายละเอียดของสัญลักษณ์ในภาพหรือแผนภาพ และไม่ได้อธิบายแนวทางที่นำไปสู่การค้นหาคำตอบของปัญหา ต่อมาในช่วงที่ 2 นักเรียนที่เลือกใช้กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพในการแก้ปัญหาเริ่มเขียนภาพหรือแผนภาพได้ชัดเจนขึ้น โดยระบุรายละเอียดของภาพหรือแผนภาพ แล้วอธิบายแนวทางที่นำไปสู่การค้นหาคำตอบของปัญหาพอสื่อให้เข้าใจได้ ซึ่งนักเรียนยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนการสอน นอกจากนี้ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนเป้าหมายจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนเป้าหมายทั้งสี่คน เลือกใช้กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพในการแก้ปัญหา “สามเหลี่ยมด้านเท่า” โดยปลายฟ้าซึ่งเป็นนักเรียนปานกลางเขียนภาพหรือแผนภาพได้ชัดเจน ระบุรายละเอียดของภาพหรือแผนภาพ แล้วอธิบายแนวทางที่นำไปสู่การค้นหาคำตอบของปัญหาพอสื่อให้เข้าใจได้

ในขณะที่ปฐพี เกล็ดทราย และงามตา เขียนภาพหรือแผนภาพได้ชัดเจน แต่ไม่ได้ระบุรายละเอียดของภาพหรือแผนภาพ กล่าวคือ นักเรียนเป้าหมายทั้งสามคนไม่ได้ระบุวิธีการแบ่งรูปสามเหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมเล็ก ๆ เพื่อหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา ตัวอย่างการเขียนภาพหรือแผนภาพของนักเรียนเป้าหมายปลายฟ้าและงามตา ดังภาพประกอบ 22–23



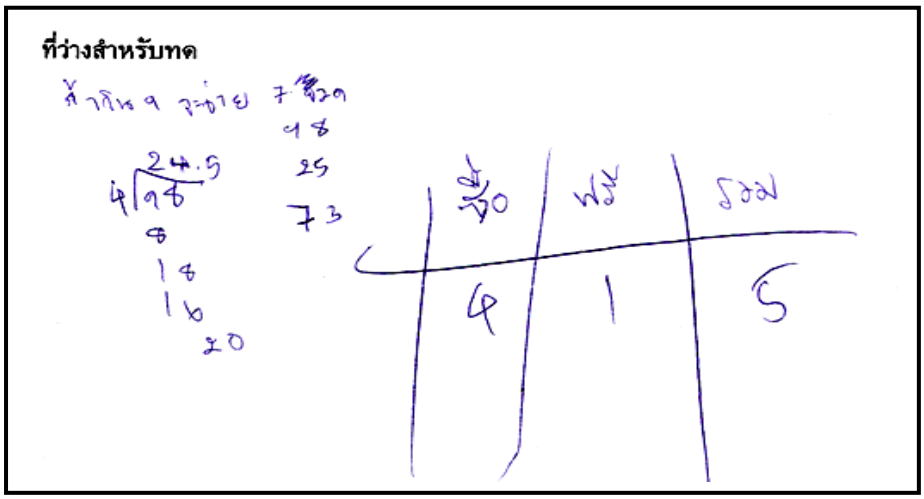
ภาพประกอบ 22 การเขียนภาพหรือแผนภาพในปัญหา"สามเหลี่ยมด้านเท่า" ในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของปลายฟ้า



ภาพประกอบ 23 การเขียนภาพหรือแผนภาพในปัญหา"สามเหลี่ยมด้านเท่า" ในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของงามตา

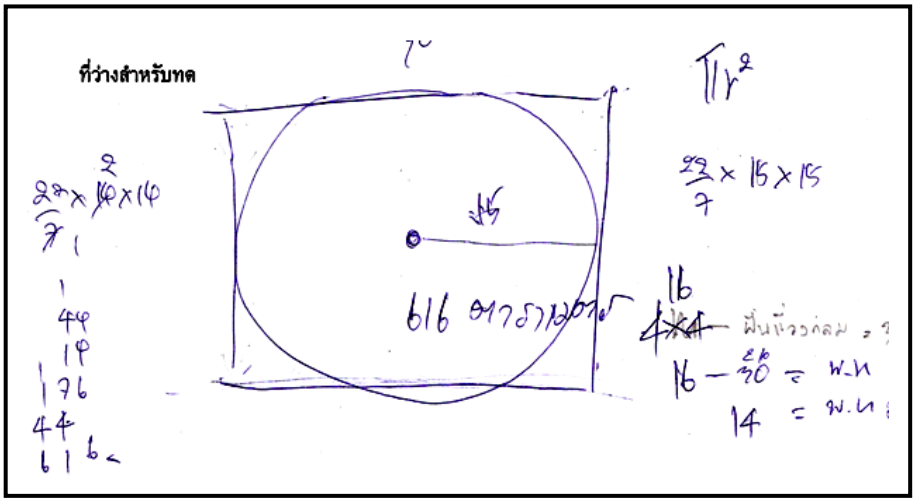
2) นักเรียนปรับเปลี่ยนกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสมมากขึ้น

ในคาบเรียน 2 ขณะที่แก้ปัญหา “แบรนด์วีน่า” นักเรียนส่วนใหญ่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่พวกเขาคุ้นเคยและคิดว่าสามารถแก้ปัญหาได้ ถ้าลงมือแก้ปัญหาแล้วพบว่า กลยุทธ์ที่เลือกนั้นไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนจำนวนหนึ่งจะหยุดแก้ปัญหานั้นทันที โดยไม่ปรับเปลี่ยนกลยุทธ์อื่นมาช่วยในการแก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น งามตาเลือกใช้กลยุทธ์การเขียนตารางในการแก้ปัญหานี้ เมื่อลงมือแก้ปัญหาไประยะเวลาหนึ่งพบว่าตนไม่สามารถแก้ปัญหาด้วยกลยุทธ์นี้ได้จึงหยุดการแก้ปัญหาทันที โดยไม่พยายามทำต่อหรือปรับเปลี่ยนกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่ ดังภาพประกอบ 24



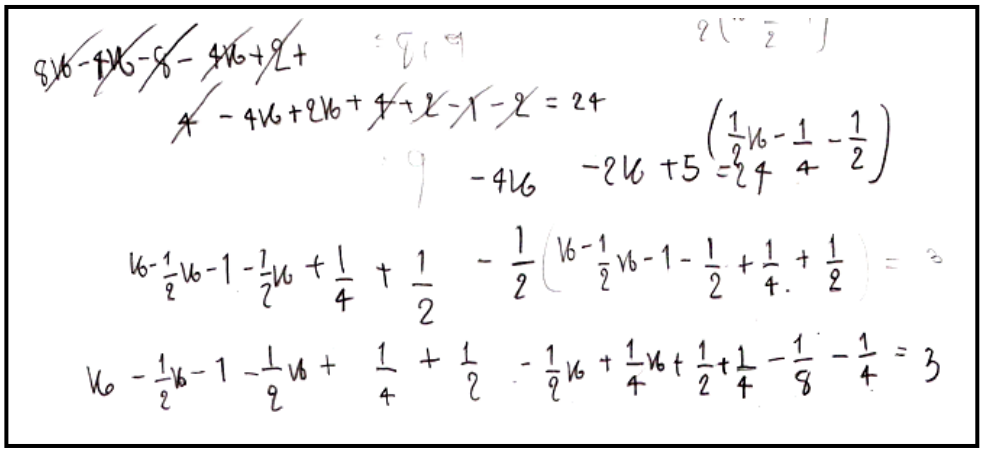
ภาพประกอบ 24 การเขียนตารางในคาบเรียน 2 ของกลุ่มงามตา

ในคาบเรียน 6 ขณะแก้ปัญหา “วัวกินหญ้า” นักเรียนจำนวนหนึ่งยังคงเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่คุ้นเคยและคิดว่าสามารถแก้ปัญหาได้ เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วพบว่าไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนหยุดแก้ปัญหานั้นทันที โดยไม่ปรับเปลี่ยนกลยุทธ์หรือหากลยุทธ์อื่นมาช่วยในการแก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น สมาชิกคนหนึ่งในกลุ่มของงามตาเลือกใช้กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพในการแก้ปัญหานี้ เมื่อลงมือแก้ปัญหาไประยะเวลาหนึ่งพบว่าไม่สามารถแก้ปัญหาได้จึงหยุดการแก้ปัญหาทันที โดยไม่พยายามทำต่อหรือปรับเปลี่ยนกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่ ดังภาพประกอบ 25

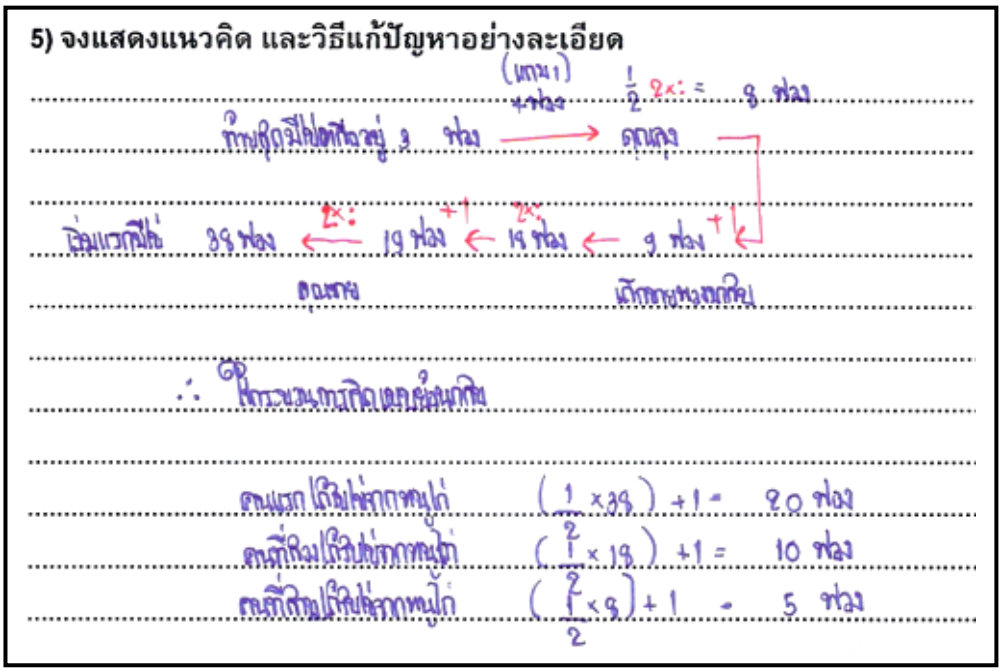


ภาพประกอบ 25 การเขียนภาพหรือแผนภาพในคาบเรียน 6 ของกลุ่มงามตา

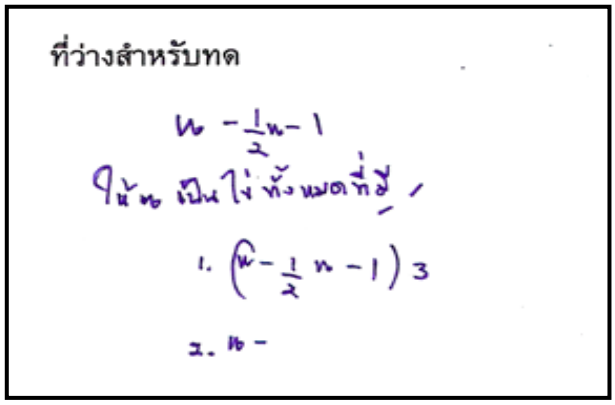
หลังจากนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาด้วยกลยุทธ์ที่หลากหลายแล้ว ในคาบเรียน 10 เมื่อแก้ปัญหา “หนูไก่แจกไข่” นักเรียนจำนวนหนึ่งสามารถเลือกใช้หรือปรับเปลี่ยนกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสมยิ่งขึ้น ตัวอย่างเช่น ปฐพีและงามตา ซึ่งเป็นนักเรียนเป้าหมายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงและต่ำ ตามลำดับ เลือกใช้กลยุทธ์การเขียนสมการในการแก้ปัญหานี้ หลังจากลงมือแก้ปัญหาไประยะเวลาหนึ่งพบว่าไม่สามารถแก้ปัญหาด้วยกลยุทธ์นี้ได้ จึงปรับเปลี่ยนกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่ โดยเลือกใช้กลยุทธ์การคิดแบบย้อนกลับแล้วลงมือแก้ปัญหาจนสำเร็จ ดังภาพประกอบ 26–29



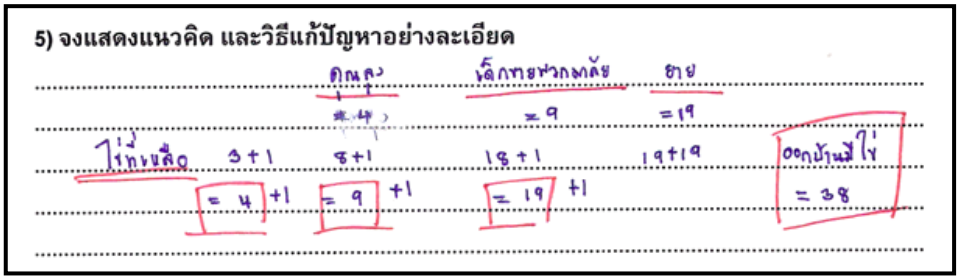
ภาพประกอบ 26 ร่องรอยการเลือกใช้กลยุทธ์การเขียนสมการในคาบเรียน 10 ของปฐพี



ภาพประกอบ 27 การเลือกใช้กลยุทธ์การคิดแบบย้อนกลับในคาบเรียน 10 ของปฐพี



ภาพประกอบ 28 ร่องรอยการเลือกใช้กลยุทธ์การเขียนสมการในคาบเรียน 10 ของงามตา



ภาพประกอบ 29 การเลือกใช้กลยุทธ์การคิดแบบย้อนกลับในคาบเรียน 10 ของงามตา

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรก ๆ นักเรียนส่วนใหญ่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่คุ้นเคยและคิดว่าสามารถใช้แก้ปัญหาได้ เมื่อลงมือแก้ปัญหาไประยะเวลาหนึ่งแล้วพบว่ากลยุทธ์ที่เลือกนั้นไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนหยุดแก้ปัญหานั้นทันทีโดยไม่ปรับเปลี่ยนกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าวไปตลอดกิจกรรมการเรียนการสอนในช่วงที่ 2 อย่างไรก็ตามในช่วงที่ 3 หลังจากได้เรียนรู้และมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาด้วยกลยุทธ์ที่หลากหลายมากขึ้น นักเรียนจำนวนหนึ่งสามารถเลือกใช้หรือปรับเปลี่ยนกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสมยิ่งขึ้น

ดังที่กล่าวแล้วข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า เมื่อนักเรียนได้เรียนรู้และมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนสามารถเขียนภาพหรือแผนภาพได้ชัดเจนขึ้น ตลอดจนสามารถปรับเปลี่ยนกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสมขึ้น นอกจากพฤติกรรมข้างต้น นักเรียนยังเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า พวกเขาได้มีการปรับเปลี่ยนกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาให้เหมาะสมขึ้น ตัวอย่างเช่น นักเรียนคนหนึ่งเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า “ถ้าคิดแบบปกติคิดไม่ออก (แก้ปัญหาด้วยการเขียนสมการ) ต้องคิดแบบย้อนกลับถึงจะได้ (แก้ปัญหาด้วยการคิดแบบย้อนกลับ)” ซึ่งพฤติกรรมต่าง ๆ เหล่านี้แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา โดยผ่านกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน

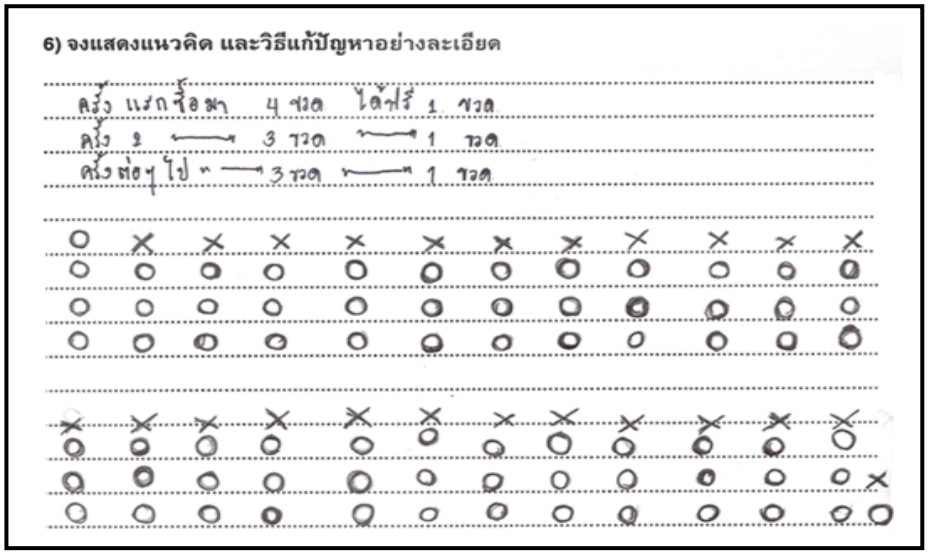
ในการศึกษาการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการแสดงกระบวนการค้นหาคำตอบ และการแสดงเหตุผลสนับสนุนกระบวนการค้นหาคำตอบเหล่านั้น

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่านักเรียนมีพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน 2 ลักษณะ ได้แก่ (1) นักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้มากขึ้น และ (2) นักเรียนที่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหามีจำนวนมากขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

(1) นักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้มากขึ้น

ในช่วงแรกของการเรียนการสอน คาบเรียน 2 ปัญหา “แบรนด์วีน่า” นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้น้อยมาก โดยเขียนคำอธิบายสั้น ๆ แสดงเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาและผลที่ได้จากการวิเคราะห์เงื่อนไขเหล่านั้นว่ามีอะไรบ้าง แต่ไม่ได้อธิบายว่าผลเหล่านั้นได้มาอย่างไรหรือเพราะเหตุใด ตัวอย่างเช่น นักเรียนเป้าหมายเกล็ดทรายและเพื่อนสมาชิกในกลุ่มเขียนคำอธิบายสั้นๆ แสดงเงื่อนไขการซื้อและการได้ฟรีแบรนด์วีน่าในสองครั้งแรกแล้วสรุปทันทีว่าครั้งต่อไปจะเป็นเช่นเดียวกับครั้งที่สองโดยไม่ได้เขียนคำอธิบายว่าเพราะเหตุใด

หลังจากนั้นใช้กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพแสดงจำนวนแบรนด์วีน่าที่ซื้อและได้ฟรี โดยไม่ได้เขียนคำอธิบายว่าภาพแต่ละภาพใช้แทนอะไร และนำมาใช้แก้ปัญหาอย่างไร ดังภาพประกอบ 30

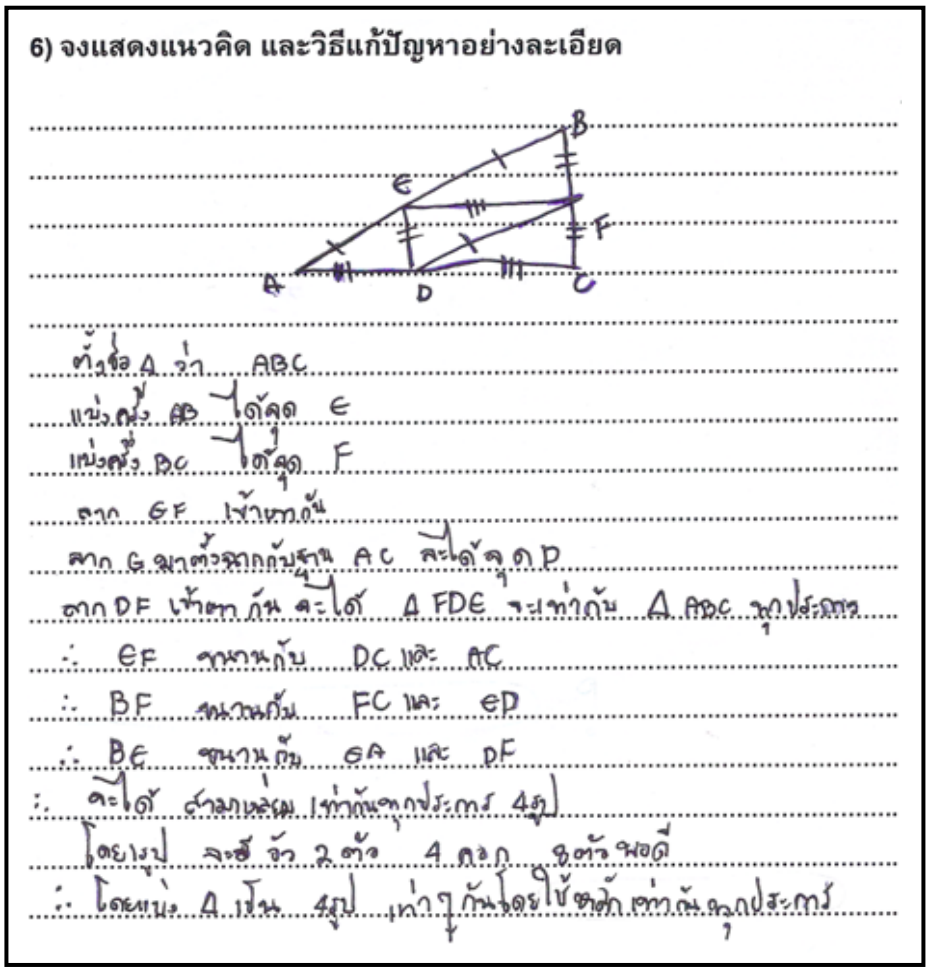


ภาพประกอบ 30 คำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบในคาบเรียน 2 ของกลุ่มเกล็ดทราย

ในคาบเรียน 5 ปัญหา “แบ่งพื้นที่” นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้มากขึ้น โดยเขียนคำอธิบายแสดงเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาและผลที่ได้จากการวิเคราะห์เงื่อนไขเหล่านั้นว่ามีอะไรบ้าง และพยายามอธิบายว่าผลเหล่านั้นได้มาอย่างไรหรือเพราะเหตุใด แต่มีคำอธิบายบางส่วนยังไม่ถูกต้องและชัดเจน ตัวอย่างเช่น งามตาและเพื่อนสมาชิกในกลุ่มเขียนคำอธิบายวิธีการแบ่งพื้นที่รูปสามเหลี่ยม และพยายามระบุสมบัติทางเรขาคณิตที่นำมาใช้ แต่ยังมีสมบัติบางประการที่ไม่ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 31

ในช่วงท้ายของกิจกรรมการเรียนการสอน คาบเรียน 10 ปัญหา “หนูไก่แจกไข่” นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้มากขึ้น โดยเขียนคำอธิบายแสดงเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาและผลที่ได้จากการวิเคราะห์เงื่อนไขเหล่านั้นว่ามีอะไรบ้าง และพยายามอธิบายว่าผลเหล่านั้นได้มาอย่างไรหรือเพราะเหตุใด แต่ยังมีคำอธิบายบางส่วนไม่ถูกต้องและชัดเจน

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรก ๆ นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้น้อยมาก โดยเขียนเพียงคำอธิบายสั้นๆ แสดงเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาและผลที่ได้จากการวิเคราะห์เงื่อนไขเหล่านั้นว่ามีอะไรบ้าง แต่ไม่ได้อธิบายว่าผลเหล่านั้นได้มาอย่างไรหรือเพราะเหตุใด อย่างไรก็ตามในช่วงที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่เริ่มเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้มากขึ้น โดยเขียนคำอธิบายแสดงเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาและผลที่ได้จากการวิเคราะห์เงื่อนไขเหล่านั้นว่ามีอะไรบ้าง และพยายามอธิบายว่าผลเหล่านั้นได้มาอย่างไรหรือเพราะเหตุใด แต่มีคำอธิบายบางส่วนยังไม่ถูกต้องและชัดเจน ซึ่งนักเรียนยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนการสอน



ภาพประกอบ 31 คำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบในคาบเรียน 5 ของกลุ่มงามตา

(2) นักเรียนที่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหามีจำนวนมากขึ้น

ในคาบเรียน 2 ปัญหา “แบรนด์วีน่า” จำนวนนักเรียนที่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหาคิดเป็น 58.33% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านั้นมีกลุ่มของปฐพี เกล็ดทราย และปลายฟ้ารวมอยู่ด้วย สำหรับงามตาและสมาชิกในกลุ่ม จากการสังเกตและวิเคราะห์งานเขียนพบว่าพวกเขาแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหา แต่เป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง

ในคาบเรียน 5 ปัญหา “แบ่งพื้นที่” จำนวนนักเรียนที่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหามีมากขึ้น คิดเป็น 75% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านั้นมีกลุ่มของนักเรียนเป้าหมายทั้งสี่คนรวมอยู่ด้วย

ในคาบเรียน 10 ปัญหา “หนูไก่แจกไข่” จำนวนนักเรียนที่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหามีมากขึ้น คิดเป็น 84% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านั้นยังคงมีกลุ่มของนักเรียนเป้าหมายทั้งสี่คนรวมอยู่ด้วย

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรก ๆ นักเรียนที่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหามีจำนวนไม่มากนัก ต่อมาในช่วงที่ 2 หลังจากได้เรียนรู้และมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาจำนวนหนึ่ง

นักเรียนที่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหามีจำนวนมากขึ้น และในช่วงที่ 3 มีจำนวนนักเรียนที่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหามากขึ้นอีก นอกจากนี้ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า

ปัญหา “รถไฟฟ้า BTS” จำนวนนักเรียนที่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหาคิดเป็น 76% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านั้นมีนักเรียนเป้าหมายทั้งสี่คนรวมอยู่ด้วย

ปัญหา “หยอดกระปุก” จำนวนนักเรียนที่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหาคิดเป็น 88% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านั้นมีนักเรียนเป้าหมายทั้งสี่คนรวมอยู่ด้วย

ปัญหา “ซื้อนมกล่อง” จำนวนนักเรียนที่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหาคิดเป็น 74% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ในบรรดานักเรียนเหล่านั้นมีนักเรียนเป้าหมายปฐพีซึ่งเป็นนักเรียนเก่งเกล็ดทรายและปลายฟ้าซึ่งเป็นนักเรียนปานกลางรวมอยู่ด้วย

ปัญหา “สามเหลี่ยมด้านเท่า” จำนวนนักเรียนที่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหาคิดเป็น 86% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านั้นมีนักเรียนเป้าหมายทั้งสี่คนรวมอยู่ด้วย

ดังที่กล่าวแล้วข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า เมื่อนักเรียนได้เรียนรู้และมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนสามารถเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้มากขึ้น และนักเรียนที่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องของปัญหามีจำนวนมากขึ้น ซึ่งพฤติกรรมต่าง ๆ เหล่านี้แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน โดยผ่านกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ตอนที่ 3 เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการศึกษาเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ผู้วิจัยนำคะแนนจากแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไปหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วแปลผลเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยดัดแปลงแนวคิดของ ประคอง กรรณสูต (2538: 76–77) ดังนี้

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 3.50–4.00	ดีมาก
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 2.50–3.49	ดี
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 1.50–2.49	ปานกลาง
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 1.00–1.49	ไม่ดี

ผลการวิเคราะห์คะแนนจากแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง แสดงดังตาราง 8

ตาราง 8 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

เจตคติต่อ	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$)	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)	แปลผล
วิชาคณิตศาสตร์	2.86	0.41	ดี
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	2.77	0.43	ดี
รวมทั้งฉบับ	2.81	0.41	ดี

จากตาราง 8 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 2.86 ซึ่งมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.41 และค่าเฉลี่ยเลขคณิตของเจตคติต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 2.77 ซึ่งมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.43 ในขณะที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของแบบวัดเจตคติทั้งฉบับเท่ากับ 2.81 ซึ่งมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.41

ผลการวิเคราะห์ดังกล่าวสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี และมีเจตคติต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีด้วยเช่นกัน

สำหรับค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเป็นรายข้อ แสดงดังตาราง 9

ตาราง 9 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเป็นรายข้อ

ข้อ	ข้อความ	$\bar{X}$	S.D.	แปลผล
1	ฉันมั่นใจว่าสามารถเรียนคณิตศาสตร์ได้	2.92	0.60	ดี
2	ครูสนใจความก้าวหน้าทางคณิตศาสตร์ของฉัน	2.88	0.39	ดี
3	วิชาคณิตศาสตร์มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต	3.30	0.54	ดี
4	ครูทำให้ฉันรู้สึกสนุกเวลาเรียนคณิตศาสตร์	2.64	0.63	ดี
5	ฉันจะใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับการทำงานในอนาคต	3.12	0.72	ดี
6	ฉันมีความมั่นใจเวลาที่ฉันทำคณิตศาสตร์	2.46	0.68	ปานกลาง
7	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีคุณค่า และมีความจำเป็น	3.24	0.56	ดี
8	ครูส่งเสริมให้ฉันเรียนคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น	3.08	0.53	ดี
9	ฉันสามารถทำโจทย์คณิตศาสตร์ข้อยาก ๆ ได้	2.36	0.69	ปานกลาง

ตาราง 9 (ต่อ)

ข้อ	ข้อความ	$\bar{X}$	S.D.	แปลผล
10	ฉันได้ใช้ประโยชน์จากวิชาคณิตศาสตร์อย่างเต็มศักยภาพ	2.72	0.64	ดี
11	ครูให้ความสนใจเมื่อฉันถามเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ข้อยาก ๆ	2.98	0.62	ดี
12	ฉันต้องมีความรู้วิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างดีเพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในอนาคต	3.06	0.62	ดี
13	ฉันมั่นใจว่าฉันสามารถเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับสูงได้	2.68	0.74	ดี
14	ฉันเรียนคณิตศาสตร์ก็เพราะรู้ว่าวิชาคณิตศาสตร์มีประโยชน์อย่างไร	3.04	0.64	ดี
15	ครูทำให้ฉันคิดว่าฉันสามารถเป็นนักคณิตศาสตร์ได้	2.38	0.67	ปานกลาง
16	ฉันมั่นใจว่าสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	2.70	0.74	ดี
17	ครูสนใจเวลาที่ฉันแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้สำเร็จ	2.80	0.57	ดี
18	การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต	3.00	0.57	ดี
19	ครูทำให้ฉันรู้สึกสนุกเวลาแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	2.62	0.73	ดี
20	ฉันจะใช้ประโยชน์จากทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับการทำงานในอนาคต	2.86	0.67	ดี
21	ฉันมีความมั่นใจเวลาที่ฉันแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	2.44	0.61	ปานกลาง
22	การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีคุณค่าและมีความจำเป็น	3.14	0.61	ดี
23	ครูให้กำลังใจเวลาที่ฉันพยายามแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	2.86	0.50	ดี
24	ฉันสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้อยาก ๆ ได้	2.32	0.68	ปานกลาง
25	ฉันได้ใช้ประโยชน์จากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเต็มศักยภาพ	2.74	0.66	ดี
26	ครูให้ความสนใจเมื่อฉันถามเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้อยาก ๆ	2.80	0.70	ดี

ตาราง 9 (ต่อ)

ข้อ	ข้อความ	$\bar{X}$	S.D.	แปลผล
27	ฉันต้องมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดีเพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในอนาคต	3.04	0.64	ดี
28	ฉันมั่นใจว่าฉันสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระดับสูงได้	2.66	0.72	ดี
29	ฉันฝึกแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก็เพราะรู้ว่าทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีประโยชน์อย่างไร	2.92	0.70	ดี
30	ครูทำให้ฉันคิดว่าฉันสามารถเป็นนักแก้ปัญหาได้	2.62	0.67	ดี

จากตาราง 9 พบว่า ข้อความที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตมากเป็นอันดับหนึ่งได้แก่ ข้อความที่ว่า “วิชาคณิตศาสตร์มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต” รองลงมาได้แก่ ข้อความที่ว่า “คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีคุณค่าและมีความจำเป็น” ซึ่งข้อความทั้งสองแสดงให้เห็นว่า นักเรียนเห็นคุณค่าและประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ สำหรับข้อความที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตน้อยที่สุด ได้แก่ ข้อความที่ว่า “ฉันสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้อยาก ๆ ได้” ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

บทที่ 5
สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมาย สมมติฐานและวิธีดำเนินการวิจัย โดยสังเขป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
3. เพื่อศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
4. เพื่อศึกษาเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สมมติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีดำเนินการวิจัย

1. กำหนดประชากร และเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีอยุธยา เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร โดยที่กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีอยุธยา เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียน 50 คน นักเรียนเหล่านั้นได้จากการสุ่มแบบเกาะกลุ่มจากทั้งหมด 10 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 471 คน โดยแต่ละห้องเรียนมีนักเรียนคละความสามารถ ในกลุ่มตัวอย่างผู้วิจัยแบ่งนักเรียนออกเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ โดยพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 หลังจากนั้นสุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง 2 คน และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ 1 คน เพื่อเป็นนักเรียนเป้าหมายในการศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้นักเรียนเป้าหมายจำนวน 4 คน

2. กำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 10 แผน แต่ละแผนใช้เวลา 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 60 นาที โดยมีจุดมุ่งหมายหลักคือ เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ได้ฝึกฝนและมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งแต่ละข้อสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาไม่เกินความรู้ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นอกจากได้ลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองแล้วนักเรียนยังมีส่วนร่วมในการเรียนแบบร่วมมือ รับผิดชอบในการแก้ปัญหาของกลุ่ม และนำเสนอผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งของตนและของกลุ่ม ตลอดจนมีส่วนร่วมในการอภิปรายผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน

3. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ (1) แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 10 แผน ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ โดยใช้เวลา 60 นาทีในการดำเนินการ (2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย (3) แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบบันทึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อบันทึกพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ (4) แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบสอบถามที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อตรวจสอบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

หลังจากที่สร้างเครื่องมือเสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยนำเครื่องมือเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ และความชัดเจนของข้อคำถาม แล้วปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นนำเครื่องมือไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่องจำนวน 20 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนเบญจมราชาลัย ในพระบรมราชูปถัมภ์ แล้วปรับปรุงแก้ไขเครื่องมืออีกครั้งก่อนนำไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

4. เก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนการวิจัยที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบกลุ่มเดียวมีการทดสอบหลังการทดลอง ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้เวลาในการดำเนินการทดลองทั้งหมด 12 คาบเรียน คาบเรียนละ 60 นาที โดยแบ่งเป็นเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย จำนวน 10 คาบเรียน และเวลาในการทดสอบหลังเรียน 2 คาบเรียน ผู้วิจัยดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 โดยใช้เวลานอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ ในแต่ละคาบเรียนผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้สอนและผู้สังเกตการณ์ โดยมีนิสิตปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 2 คน ทำหน้าที่เป็นผู้ช่วยสังเกตการณ์ บันทึกพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป้าหมายและสมาชิกในกลุ่มขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และตอบแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5. วิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ผู้วิจัยนำคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วหาจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม จากนั้นผู้วิจัยทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบ *Z*

สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยพิจารณางานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการเก็บรวบรวมข้อมูล แล้ววิเคราะห์พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน ของนักเรียนทั้งชั้นเรียนและนักเรียนเป้าหมาย จำนวน 4 คน

สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ได้สร้างตามแนวคิดของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มุ่งเน้นการเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่นักเรียนได้เรียนรู้ทั้งกระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ได้ฝึกฝนและมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ได้ลงมือแก้ปัญหาเป็นรายบุคคลและแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่ม ตลอดจนได้มีส่วนร่วมในการอภิปราย และนำเสนอผลการแก้ปัญหาทั้งของตนเองและของกลุ่ม

2. พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากการวิเคราะห์พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และการค้นหาคำตอบได้อย่างถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน ซึ่งชาร์ลส์ เลสเทอร์ และโอดาฟเฟอร์ (Charles; Lester; & O'Daffer. 1987: 7–13) กล่าวว่า ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และการค้นหาคำตอบได้อย่างถูกต้องเป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์เกี่ยวกับการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนเริ่มให้ความสำคัญกับการทำความเข้าใจปัญหามากขึ้น โดยนักเรียนใช้เวลามากขึ้นในการอ่านและวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหา แสดงร่องรอยการขีดเขียนมากขึ้นในขณะทำความเข้าใจปัญหา ตลอดจนใช้เวลามากขึ้นในการซักถามหรืออภิปรายเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องก่อนลงมือแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn. 2005: 97) ที่พบว่า เมื่อผู้เรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ผู้เรียนใช้เวลามากขึ้นในการทำความเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหา และอภิปรายกลุ่มก่อนลงมือแก้ปัญหา

ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์เกี่ยวกับการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาของนักเรียน พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนเขียนภาพหรือแผนภาพได้ชัดเจนขึ้น และปรับเปลี่ยนกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้เหมาะสมขึ้น ซึ่งจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนจากการทำใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า กลยุทธ์ที่นักเรียนเลือกใช้มากที่สุดในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพ ซึ่งสอดคล้องกับ สสวท. (2550: 15) ที่ระบุว่า กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพ ช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น ดังนั้นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูควรให้นักเรียนได้เรียนรู้และส่งเสริมให้นักเรียนใช้กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพ เพื่อเป็นอีกทางเลือกหนึ่งที่ช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

ด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์เกี่ยวกับการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจนของนักเรียน พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้มากขึ้น และนักเรียนที่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหามีจำนวนมากขึ้น เนื่องจากกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เป็นกิจกรรมที่สนับสนุนให้นักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบ ไม่ได้มุ่งเน้นการหาคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว ดังนั้นการเรียนรู้และมีประสบการณ์ในการเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบ จะช่วยให้นักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้มากขึ้น

3. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี และเมื่อพิจารณาเจตคติในแต่ละด้านพบว่า เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีและเจตคติต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีด้วยเช่นกัน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 124) ที่พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะสำหรับการเรียนการสอน

เนื่องจากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กำหนดให้ ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นสาระการเรียนรู้หนึ่งที่นักเรียนทุกคนจะต้องเรียน และการแก้ปัญหาเป็นมาตรฐานหนึ่งในทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นเพื่อเสริมสร้างให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูอาจนำกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปจัดกระบวนการเรียนรู้ให้นักเรียนที่มีความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น หรือนำไปบูรณาการกับการเรียนการสอนปกติ สำหรับปัญหาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรเป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ปัญหาปลายเปิด และปัญหาสถานการณ์จริง ที่สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ ตลอดจนครูควรเสริมสร้างความสามารถในด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และด้านการค้นหาคำตอบได้อย่างถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับการวิจัยครั้งต่อไป อาจปรับเปลี่ยนตัวแปรที่ศึกษา เช่น ความสามารถในการให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงหรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สำหรับเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรเพิ่มเป็น 15–20 คาบเรียน เพื่อจะได้ศึกษาพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางอย่างที่ยังไม่ปรากฏเด่นชัด เช่น การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดอย่างเป็นระบบ การกำหนดตัวแปรและสร้างสมการที่เหมาะสม และการนำเหตุผลมาสนับสนุนกระบวนการค้นหาคำตอบ

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2545). *เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

กุญชรี ค้าขาย. (2540). *จิตวิทยาการเรียนการสอน.* กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏสวนสุนันทา.

จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ. (2550). *การพัฒนาหลักสูตรเรขาคณิตวิยุต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตรศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์. (2547). *ระเบียบวิธีการวิจัยทางสังคมศาสตร์.* พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพฯ: จามจุรีโปรดักท์.

ประคอง กรรณสูต. (2538). *สถิติเพื่อการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์.* กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537, พฤศจิกายน–ธันวาคม). “การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์”, *วารสารคณิตศาสตร์.* 38(434–435): 62–74.

_____. (2537). *ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12–15.* กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

_____. (2544). *กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตรศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. (2546). *จิตวิทยาการศึกษา.* กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.

พรพิศ ศรีชาคำ. (2548). *กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

พวงรัตน์ ทวีรัตน์. (2538). *วิธีการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์.* กรุงเทพฯ: สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

มะลิวรรณ ผ่องราษี. (2549). *ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

เยาวลักษณ์ ศรีกล่ำ. (2547). *การศึกษาผลการเรียนแบบร่วมมือโดยกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

รัชณี เครือจันทร์. (2547). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง โจทย์ปัญหาร้อยละและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ราชบัณฑิตยสถาน. (2542). *พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน.* สืบค้นเมื่อ 24 กรกฎาคม 2550, จาก http://www.royin.go.th/th/knowledge/detail.php?ID=351

วิโชติ พงษ์ศิริ. (2540). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบคอนสตรัคติวิซึมด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2550). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.

สมพร แมลงภู่. (2541). *การพัฒนารูปแบบเพื่อพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการประถมศึกษาแห่งชาติ.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สมเดช บุญประจักษ์. (2543). *การแก้ปัญหา.* กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏพระนคร.

สมวงษ์ แปลงประสพโชค. (2549, กรกฎาคม). “ปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และแนวทางแก้ไข”, *วงการครู.* 3(31): 78–80.

สิริพร ทิพย์คง. (2544). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: ศูนย์พัฒนาหนังสือ.

สุนันท์ ฉิมวัย. (2543). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สุนีย์ คล้ายนิล; ปรีชาญ เดชศรี; และ อัมพลิกา ประโมจนีย์. (2549). *สมรรถนะการแก้ปัญหาสำหรับโลกวันพรุ่งนี้ รายงานผลจากโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ PISA 2003*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สุรสาล ผาสุข. (2546). *การศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

แสงเดือน ทวีสิน. (2545). *จิตวิทยาการศึกษา.* พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: ไทยเส็ง.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2542). *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542.* กรุงเทพฯ: พริกหวานกราฟฟิค.

ศักดิ์ สุนทรเสณี. (2531). *เจตคติ.* กรุงเทพฯ: รุ่งวัฒนา.

ศิริพร รัตนโกสินทร์. (2546). *การสร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

เอนก จันทรจรูญ. (2545). *การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการเรียนการสอน.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

Bitter, Gary G.; Hatfield, Mary M.; & Edwards, Noney Tanner. (1989). *Mathematics Method of the Elementary and Middle Schools. A Comprehensive Approach*. Boston: Allyn and Bacon, Inc.

Charles, Randall; Lester, Frank; & O'Daffer, Phares. (1987). *How to Evaluate Progress in Problem Solving.* Reston, Virginia: The National Council of Teacher of Mathematics.

Fennema, E.; & Sherman, J. (1977). Sex–related Differences in Mathematics Achievement Spatial Visualization and Attective Factors. *American Educational Research Journal*. 14(1): 51–71.

Garduno Hernandez, Edna Leticia. (1997, February). *Effects of Teaching Problem Solving Through Cooperative Learning Methods on Student Mathematics Achievement, Attitudes Toward Mathematics, Mathematics Self –Efficacy and Metacognition*. Retrieved May 01, 2007, from http://www.gifted.uconn.edu/nrcgt/newsletter/spring97/sprng974.html

Good, Rovert M. (1973). *The Condetional of Learning*. New York: Holt Rinchert and Winstin.

Katharine Jo,Schlosberg. (1999*). A comparison of girls' attitudes toward mathematics in single–sex and coeducational independent schools*. Retrieved July 25, 2007, from http://proquest.umi.com/pqdweb?index=0&did=732848681T&SrchMode=1&sid=3&Fmt=2&VInst=PROD&VType=PQD&RQT=309&VName=PQD&TS=1185427436&clientId=61839

Kennedy, Leonard M. (1984). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. Belmont, California: Wadsworth Inc.

Krulik, Stephen; & Rudnick, Jesse A. (1987). *Problem Solving. A Handbook for Teachers*. 2^{nd} ed. Boston: Allyn and Bacon,lnc.

National Council of Teacher of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.

_____. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.

Polya, George. (1957). *How to Solve it*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.

Reys, Robert E.; Suydam Marilyn N.; & Lindquist Mary Montgomery. (1995). *Helping Children Learn Mathematics*. Englewood Cliffs, New Jersey: PrenticeHall.

Rungfa Janjaruporn. (2005). *The Development of a Problem–Solving Instructional Program to Develop Preservice Teachers' Competence in Solving Mathematical Problems and Their Beliefs Related to Problem Solving*. Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University.

Tapia, Martha; & Marsh George E. (2004). *An Instrument to Measure Mathematics Attitudes.* Retrieved July 25, 2007, from http://rapidintellect.com/AEQweb/cho 25344l.htm

Williams, Kenneth M. (2003, Mach). Writing about the Problem–Solving Process to Improve Problem–Solving Performance, *Mathematics Teacher*. 96(3): 185–187

Wilson, J. W.; Fernandez, M. L.; & Hadaway, N. (1993). Mathematical Problem Solving. In *Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics*. Wilsom P.S. pp. 57–78. New York : Macmillan Publish Company.

Xin, Yan Ping. (2003, June). *A Comparison of Two Instructional Approaches on Mathematical Word Problem Solving by Students with Learning Problems*. Retrieved May 01, 2007, from http://www.eric.ed.gov/ERICWebPortal/custom/ portlets/recordDetails/ detailmini.jsp?_nfpb=true&_&ERICExtSearch_SearchValue_ 0=ED473061&ERICExtSearch_SearchType_0=eric_accno&accno=ED473061

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
การหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ตาราง 10 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

ตาราง 11 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	p	r
1	0.47	0.67
2	0.60	0.60
3	0.55	0.70
4	0.43	0.87

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คำนวณโดยวิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α –Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) เท่ากับ 0.74

ตาราง 12 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มนำร่อง

ข้อ	ข้อความ	$\bar{X}$	S.D.
1	ฉันมั่นใจว่าสามารถเรียนคณิตศาสตร์ได้	3.25	0.55
2	ครูสนใจความก้าวหน้าทางคณิตศาสตร์ของฉัน	2.55	0.51
3	วิชาคณิตศาสตร์มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต	3.45	0.51
4	ครูทำให้ฉันรู้สึกสนุกเวลาเรียนคณิตศาสตร์	2.85	0.67
5	ฉันจะใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับการทำงานในอนาคต	3.10	0.72
6	ฉันมีความมั่นใจเวลาที่ฉันทำคณิตศาสตร์	3.00	0.65
7	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีคุณค่า และมีความจำเป็น	3.35	0.59
8	ครูส่งเสริมให้ฉันเรียนคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น	2.70	0.57
9	ฉันสามารถทำโจทย์คณิตศาสตร์ข้อยาก ๆ ได้	2.20	0.52
10	ฉันได้ใช้ประโยชน์จากวิชาคณิตศาสตร์อย่างเต็มศักยภาพ	2.95	0.51
11	ครูให้ความสนใจเมื่อฉันถามเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ข้อยาก ๆ	2.70	0.73
12	ฉันต้องมีความรู้วิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างดีเพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในอนาคต	3.15	0.75
13	ฉันมั่นใจว่าฉันสามารถเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับสูงได้	3.00	0.65
14	ฉันเรียนคณิตศาสตร์ก็เพราะรู้ว่าวิชาคณิตศาสตร์มีประโยชน์อย่างไร	3.25	0.64
15	ครูทำให้ฉันคิดว่าฉันสามารถเป็นนักคณิตศาสตร์ได้	2.30	0.66
16	ฉันมั่นใจว่าสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	2.90	0.55
17	ครูสนใจเวลาที่ฉันแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้สำเร็จ	2.60	0.50
18	การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต	3.40	0.60
19	ครูทำให้ฉันรู้สึกสนุกเวลาแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	2.70	0.57
20	ฉันจะใช้ประโยชน์จากทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับการทำงานในอนาคต	3.20	0.62
21	ฉันมีความมั่นใจเวลาที่ฉันแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	2.70	0.57
22	การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีคุณค่า และมีความจำเป็น	3.20	0.52
23	ครูให้กำลังใจเวลาที่ฉันพยายามแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	2.55	0.61
24	ฉันสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้อยาก ๆ ได้	2.45	0.61

ตาราง 12 (ต่อ)

ข้อ	ข้อความ	$\bar{X}$	S.D.
25	ฉันได้ใช้ประโยชน์จากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเต็มศักยภาพ	2.80	0.62
26	ครูให้ความสนใจเมื่อฉันถามเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้อยาก ๆ	2.55	0.69
27	ฉันต้องมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดีเพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในอนาคต	3.15	0.59
28	ฉันมั่นใจว่าฉันสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระดับสูงได้	2.55	0.76
29	ฉันฝึกแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก็เพราะรู้ว่าทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีประโยชน์อย่างไร	2.95	0.76
30	ครูทำให้ฉันคิดว่าฉันสามารถเป็นนักแก้ปัญหาได้	2.15	0.49
เฉลี่ยรวมทั้งฉบับ		2.86	0.34

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับเท่ากับ 2.86 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.34 ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับเท่ากับ 0.92

ภาคผนวก ข

ข้อมูลที่ได้จากการวิจัย และการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

ตาราง 13 คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

คนที่	คะแนนใบกิจกรรม		คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 40)	คะแนนรวม (คะแนนเต็ม 100)
	กิจกรรมกลุ่ม (คะแนนเต็ม 20)	กิจกรรมรายบุคคล (คะแนนเต็ม 40)		
1	8.9	31.3	25.0	65.2
2	12.0	34.0	25.0	71.0
3	12.0	34.7	32.0	78.7
4	12.0	34.0	22.5	68.5
5	15.7	38.7	34.0	88.4
6	12.0	27.3	31.5	70.8
7	16.6	34.0	30.0	80.6
8	16.6	24.0	16.5	57.1
9	8.9	24.7	27.5	61.1
10	7.9	29.3	30.0	67.2
11	8.9	24.7	24.0	57.6
12	7.9	26.0	25.0	58.9
13	6.0	20.7	31.5	58.2
14	7.9	29.3	25.0	62.2
15	15.0	35.3	32.5	82.8
16	12.3	32.7	25.0	70.0
17	12.1	27.3	22.5	61.9
18	15.0	34.0	31.5	80.5
19	16.6	26.7	19.0	62.3
20	12.1	28.0	31.5	71.6
21	12.3	29.3	26.5	68.1
22	14.7	27.3	34.0	76.0
23	9.1	30.7	36.5	76.3
24	13.7	32.7	30.0	76.4
25	9.1	31.3	31.5	71.9

ตาราง 13 (ต่อ)

คนที่	คะแนนใบกิจกรรม		คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 40)	คะแนนรวม (คะแนนเต็ม 100)
	กิจกรรมกลุ่ม (คะแนนเต็ม 20)	กิจกรรมรายบุคคล (คะแนนเต็ม 40)		
26	15.7	32.0	27.5	75.2
27	13.7	32.7	31.5	77.9
28	14.7	37.3	31.5	83.5
29	14.7	28.0	26.5	69.2
30	14.7	29.3	26.5	70.5
31	12.1	37.3	28.0	77.4
32	6.0	24.0	27.5	57.5
33	6.0	24.0	34.0	64.0
34	13.7	36.0	32.5	82.2
35	13.7	33.3	27.5	74.5
36	15.7	17.3	26.5	59.5
37	9.1	24.0	26.5	59.6
38	6.0	24.0	26.5	56.5
39	13.7	28.7	32.5	74.9
40	15.0	30.7	27.5	73.2
41	12.3	26.0	28.0	66.3
42	9.1	24.0	27.5	60.6
43	15.7	27.3	28.0	71.0
44	6.0	27.3	29.0	62.3
45	15.7	27.3	38.0	81.0
46	12.1	20.7	19.0	51.8
47	9.1	29.3	29.5	67.9
48	15.0	27.3	30.5	72.8
49	16.6	32.0	25.0	73.6
50	12.3	36.0	26.5	74.8

การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติ

การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติคำนวณโดยใช้โปรแกรม SPSS ได้ผลดังนี้

Tests of Normality

	Kolmogorov–Smirnov(a)			Shapiro–Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
VAR00001	.104	50	.200*	.979	50	.508

* This is a lower bound of the true significance.
a Lilliefors Significance Correction

จากการคำนวณโดยการทดสอบลิลลี่ฟอร์ส พบว่า ข้อมูลมีการแจกแจงปกติ

การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

เนื่องจากข้อมูลมีภาวการณ์แจกแจงปกติ การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายจึงใช้สถิติทดสอบ Z (Z–Test for Population Proportion) ดังนี้

สมมติฐาน คือ $H_0 : p \leq 0.6$

$H_1 : p > 0.6$

สถิติทดสอบ $Z = \dfrac{p - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}}$

เมื่อ $\hat{p}$ คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

p_0 คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ต้องการทดสอบ

n คือ จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

เพราะว่า $\hat{p} = 0.86$, $p_0 = 0.6$ และ $n = 50$

ดังนั้น $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \dfrac{0.86 - 0.60}{\sqrt{\dfrac{0.60(0.4)}{50}}} = 3.768$

เนื่องจาก $Z_{.01} = 2.326$ จะได้ว่า $Z > Z_{.01}$ เพราะฉะนั้นจึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

ภาคผนวก ค
ตัวอย่าง แผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

เรื่อง กิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ปัญหา “หอยทากไต่กำแพง”

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 เวลา 60 นาที

กิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ปัญหา “หอยทากไต่กำแพง” เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีจุดประสงค์การเรียนรู้หลัก คือ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เข้าใจเกี่ยวกับแนวปฏิบัติในชั้นเรียนเมื่อกำหนดให้แก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ตลอดจนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม

ปัญหาที่ใช้ในคาบนี้ ได้แก่ ปัญหา “หอยทากไต่กำแพง” ซึ่งเป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคย สามารถแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ กลยุทธ์ที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาในคาบนี้ ได้แก่ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การสร้างตาราง การค้นหาแบบรูป และอื่น ๆ โดยนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนและการดำเนินการ มาใช้แก้ปัญหาที่กำหนด

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 **ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์**: เพื่อให้นักเรียน

ระบุสมบัติของการบวกและการลบจำนวนเต็ม

1.2 **ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์**: เพื่อให้นักเรียน

1) เข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา
2) เข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต
3) มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม และเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์
4) สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งได้แก่
    - การเขียนภาพหรือแผนภาพ
    - การสร้างตาราง
    - การค้นหาแบบรูป
5) มีโอกาสได้อธิบายเหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอผลเฉลยของกลุ่ม

1.3 **ด้านคุณลักษณะ อันพึงประสงค์**: เพื่อให้นักเรียน

1) มีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการแก้ปัญหาของกลุ่ม
2) มีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการอภิปรายของกลุ่มและในชั้นเรียน

2. สาระการเรียนรู้

2.1 **แนวคิดเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ** ซึ่งได้แก่ ความหมายของการบวกและการลบจำนวนเต็ม

2.2 **แนวคิดเกี่ยวกับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา** ซึ่งได้แก่ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การสร้างตารางและการค้นหาแบบรูป

3. สื่อการเรียนรู้

3.1 ใบกิจกรรมที่ 1 ปัญหา “หอยทากไต่กำแพง”

3.2 เอกสารแนวทางการเฉลย ปัญหา “หอยทากไต่กำแพง”

3.3 ใบความรู้ เรื่อง “กระบวนการแก้ปัญหา”

3.4 แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย แบบตรวจสอบรายการ และแบบบันทึกภาคสนาม

4. กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้ในคาบนี้แบ่งออกเป็น 3 ช่วง ได้แก่ การทำความเข้าใจเกี่ยวกับแนวปฏิบัติในชั้นเรียนเมื่อกำหนดให้แก้ปัญหาเป็นกลุ่ม การลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม และการประเมินผลการแก้ปัญหา

4.1 การทำความเข้าใจเกี่ยวกับแนวปฏิบัติในชั้นเรียนเมื่อกำหนดให้แก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ใช้เวลาประมาณ 10 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4-5 คน โดยแต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน ปานกลาง 2-3 คน และต่ำ 1 คน เพื่อคละความสามารถกัน

2) ครูชี้แจงแนวปฏิบัติในชั้นเรียนเมื่อกำหนดให้แก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ได้แก่ ขั้นตอนในการลงมือปฏิบัติการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม การนำเสนอผลเฉลย การอภิปรายผลเฉลยในกลุ่มและในชั้นเรียน การสรุปกระบวนการแก้ปัญหา และการอภิปรายกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม โดยเน้นย้ำว่า “ทุกคนในกลุ่มต้องร่วมกันรับผิดชอบในการแก้ปัญหา ตลอดจนทุกคนในกลุ่มจะต้องเข้าใจผลเฉลยของกลุ่มและสามารถอธิบายได้” หลังจากนั้นครูให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย (ถ้ามี)

4.2 <u>การลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม</u> ใช้เวลาประมาณ 30 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา โดยแจกใบกิจกรรมที่ 1 ปัญหา “หอยทากไต่กำแพง” ให้นักเรียนทุกคนอ่าน และบันทึกผลเฉลยของกลุ่ม

2) เพื่อให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเริ่มจากขั้นที่ 1 ***“ทำความเข้าใจปัญหา”*** ครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ตลอดจนสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากแก้ปัญหา เช่น

- ปัญหานี้เกี่ยวกับอะไร
- ลองเล่าให้ฟังซิว่า ปัญหานี้มีว่าอย่างไร (ไม่ใช่อ่านปัญหานะ)
- จากสิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ ลองบอกซิว่ามีข้อมูลที่สำคัญอะไรบ้าง
- สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการให้หา มีอะไรบ้าง
- จากสิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ ในเวลา 2 วัน หอยทากจะไต่ได้ระยะทางเท่าไร

3) เพื่อให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นที่ 2 ***"วางแผนแก้ปัญหา"*** ครูให้นักเรียนแต่ละคนคิดวางแผนแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน (ใช้เวลาประมาณ 5 นาที) โดยใช้ที่ว่างในใบกิจกรรมเป็นกระดาษทดของตน หลังจากคิดเป็นรายบุคคลแล้ว ให้นักเรียนนำแนวคิดของตนมาแลกเปลี่ยนกันในกลุ่ม โดยครูอาจใช้คำถามกระตุ้นเพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาของนักเรียน เช่น

- ปัญหานี้มีเงื่อนไขอะไรบ้าง
- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง
- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง
- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนจะเลือกมาใช้แก้ปัญหานี้ คืออะไร

4) เพื่อให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นที่ 3 ***"ดำเนินการตามแผน"*** ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ พร้อมทั้งเดินสำรวจการแก้ปัญหาของนักเรียน ตลอดจนใช้คำถามกระตุ้นและให้คำแนะนำเพื่อให้นักเรียนมีแนวคิดที่ถูกต้องในการแก้ปัญหา เช่น

- นักเรียนลงมือแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้แล้วได้ผลหรือไม่ ถ้าไม่ได้ผลจะปรับเปลี่ยนวิธีคิดเป็นอย่างไร
- ตรงนี้ (ชี้ที่งานของนักเรียน) คิดยังไง
- (ชี้ที่งานของนักเรียน) ทำไมจึงเป็นอย่างนี้ ลองบอกเหตุผลให้ครูฟังซิ

5) เพื่อให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นที่ 4 ***"ตรวจสอบผล"*** ครูให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันตรวจสอบคำตอบที่ได้ โดยครูใช้คำถามกระตุ้น เช่น

- คำตอบของปัญหานี้มีอะไรบ้าง
- คำตอบที่ได้ถูกต้องแล้วหรือยัง
- นักเรียนมีวิธีอื่นในการหาคำตอบอีกหรือไม่ อย่างไร

4.3 <u>การประเมินผลการแก้ปัญหา</u> ใช้เวลาประมาณ 20 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) ให้ตัวแทนนักเรียนของแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอผลเฉลยของกลุ่มตนหน้าชั้นเรียน หรือครูเลือกนักเรียนกลุ่มที่ใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาแตกต่างกันออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

2) ครูเป็นผู้นำเสนอกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ยังไม่มีนักเรียนกลุ่มใดนำเสนอ (ถ้ามี)

3) ครูและนักเรียนในชั้นเรียนร่วมกันสรุปและอภิปรายเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมสำหรับการแก้ปัญหา “หอยทากไต่กำแพง” ประเด็นที่ใช้ในการสรุปมีดังนี้

- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ คืออะไร
- กระบวนการแก้ปัญหามีกี่ขั้นตอน อะไรบ้าง
- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง
- ผลเฉลยของกลุ่มใดที่นักเรียนคิดว่าดีที่สุด เพราะเหตุใด

4) ครูและนักเรียนในชั้นเรียนร่วมกันสรุปและอภิปรายเกี่ยวกับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมสำหรับการแก้ปัญหา “หอยทากไต่กำแพง” ประเด็นที่ใช้ในการสรุปมีดังนี้

- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ ได้แก่ สมบัติของการบวกและการลบจำนวนเต็ม
- กระบวนการแก้ปัญหามี 4 ขั้นตอน ได้แก่ ทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผน และตรวจสอบผล
- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหานี้ ได้แก่ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การสร้างตาราง และการค้นหาแบบรูป (ถ้านักเรียนมีวิธีอื่นในการแก้ปัญหา ให้ครูเป็นผู้พิจารณาตามความเหมาะสม)
- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะกับปัญหานี้ ได้แก่ การค้นหาแบบรูป

5) ครูแจกใบความรู้ “กระบวนการแก้ปัญหา” ให้นักเรียนอ่าน พร้อมทั้งตั้งคำถามให้นักเรียนช่วยกันตอบ เช่น

- กระบวนการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้นตอน เป็นกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของใคร
- ลองเล่าให้ฟังซิว่า กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตเป็นอย่างไร

5. การวัดและประเมินผล

5.1 ผลจากการทำ ใบกิจกรรมที่ 1 ปัญหา “หอยทากไต่กำแพง” ของนักเรียน

5.2 ผลจากการตอบ “คำถามเพื่อช่วยตรวจสอบความเข้าใจ” ของนักเรียน

5.3 ผลจากการสังเกต “พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของครู โดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย แบบตรวจสอบรายการ และแบบบันทึกภาคสนาม

พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สังเกต ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา การค้นหาคำตอบได้อย่างถูกต้องพร้อมคำอธิบายที่ชัดเจน การให้ความร่วมมือในกิจกรรมการเรียนการสอน เช่น การแสดงความคิดเห็น การยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น การนำเสนอผลเฉลยของกลุ่ม การอภิปรายของกลุ่มและในชั้นเรียน เป็นต้น

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

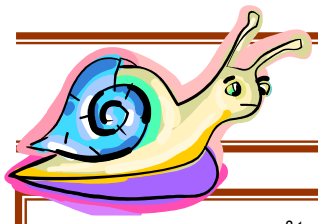
.....

.....

.....

.....

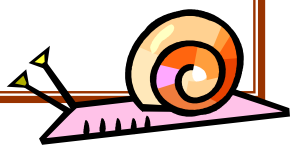
.....



ใบกิจกรรมที่ 1 ปัญหา "หอยทากไต่กำแพง"

หอยทากตัวหนึ่งอยู่ที่พื้น ต้องการจะไต่ขึ้นไปบนปลายกำแพงซึ่งตั้งฉากกับพื้น โดยจะไต่หนึ่งชั่วโมง และหยุดพักหนึ่งชั่วโมงสลับกันอย่างนี้จนถึงปลายกำแพง ซึ่งภายในหนึ่งชั่วโมงหอยทากตัวนี้ไต่ได้สูง 40 เซนติเมตร แต่ชั่วโมงที่หยุดพักจะลื่นกลับลงมา 10 เซนติเมตร

ถ้าหอยทากตัวนี้ใช้เวลาไต่ถึงปลายกำแพง 25 ชั่วโมง อยากทราบว่ากำแพงนี้มีความสูงกี่เมตร



ที่ว่างสำหรับทด

ใบกิจกรรมที่ 1 ปัญหา "หอยทากไต่กำแพง"

ชื่อ .....ชั้น.....เลขที่.....กลุ่มที่.....

1) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการให้หา มีอะไรบ้าง

.....

.....

2) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

- เงื่อนไขในการไต่ขึ้นไปบนปลายกำแพง คือ.....
- ในเวลาหนึ่งชั่วโมงหอยทากไต่ได้ระยะทาง.....เซนติเมตร
- เวลาที่หยุดพักหนึ่งชั่วโมงหอยทากลื่นกลับลงมา.....เซนติเมตร
- รวมระยะเวลาที่หอยทากไต่ถึงปลายกำแพง.....ชั่วโมง

3) ในเวลาสองชั่วโมง หอยทางจะไต่ได้ระยะทางเท่าใด

.....

.....

.....

4) ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

5) กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

6) จงแสดงแนวคิด และวิธีแก้ปัญหาอย่างละเอียด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7) คำตอบของปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

เอกสารแนวทางการเฉลย ปัญหา "หอยทากไต่กำแพง"

1) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการให้หา มีอะไรบ้าง

ตอบ ความสูงของกำแพงที่หอยทากไต่ขึ้นไป

2) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

ตอบ
- เงื่อนไขในการไต่ขึ้นไปบนปลายกำแพง คือ ไต่หนึ่งชั่วโมงและหยุดพักหนึ่งชั่วโมงสลับกัน
- ในเวลาหนึ่งชั่วโมงหอยทากไต่ได้ระยะทาง 40 เซนติเมตร
- เวลาที่หยุดพักหนึ่งชั่วโมงหอยทากลื่นกลับลงมา 10 เซนติเมตร
- รวมระยะเวลาที่หอยทากไต่ถึงปลายกำแพง 25 ชั่วโมง

3) ในเวลาสองชั่วโมง หอยทากจะไต่ได้ระยะทางเท่าใด

ตอบ เนื่องจากชั่วโมงแรกไต่ได้ 40 เซนติเมตร ชั่วโมงที่สองลื่นลงมา 10 เซนติเมตร ดังนั้น ในเวลาสองชั่วโมง หอยทากไต่ได้ระยะทาง 30 เซนติเมตร

4) ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

ตอบ สมบัติของการบวกและการลบจำนวนเต็ม

5) กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

ตอบ (1) การเขียนภาพหรือแผนภาพ
(2) การสร้างตาราง
(3) การค้นหาแบบรูป

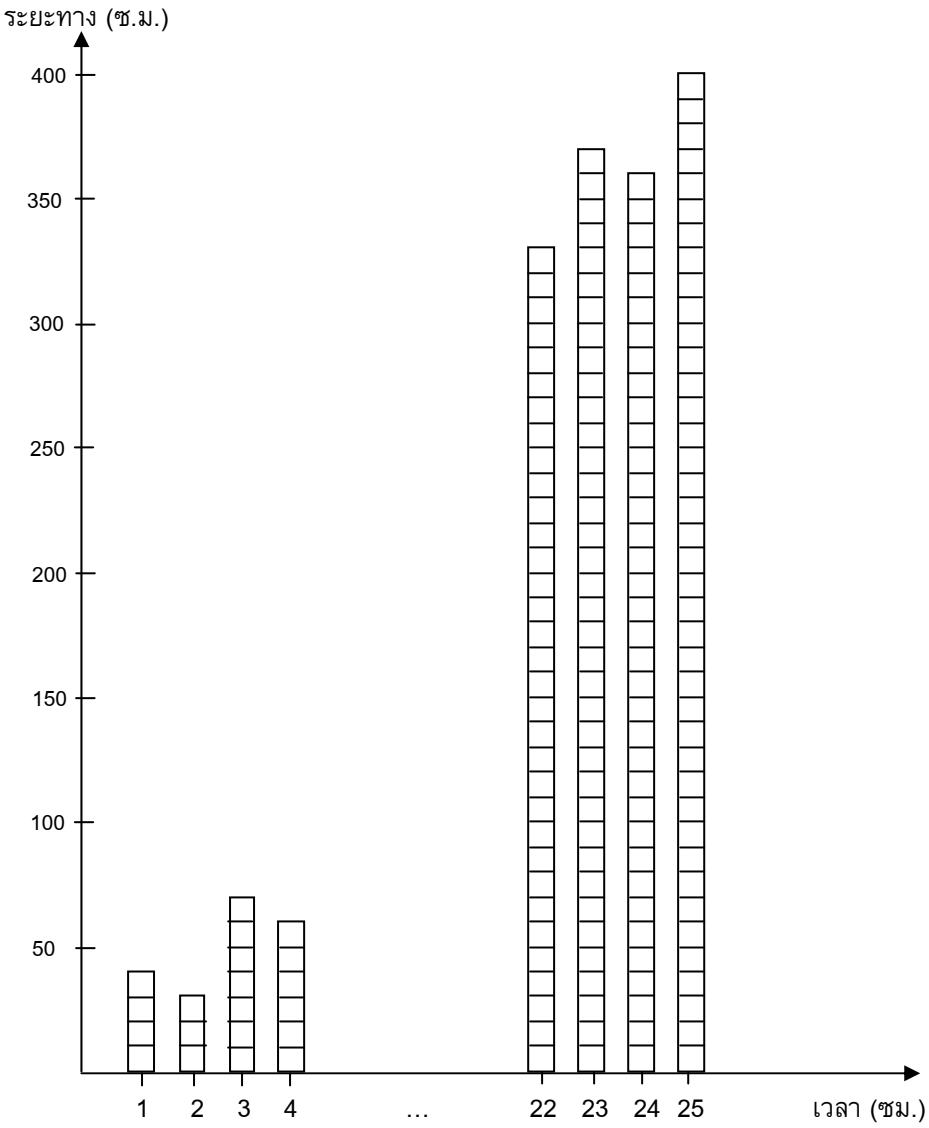
แนวทางการเฉลย ปัญหา "หอยทากไต่กำแพง"(ต่อ)

6) จงแสดงแนวคิดและวิธีแก้ปัญหาอย่างละเอียด

ผลเฉลย 1 เนื่องจาก หอยทากไต่ได้ 40 เซนติเมตร และในชั่วโมงต่อมาลื่นลงมา 10 เซนติเมตร เป็นอย่างนี้สลับกัน ดังนั้นทุก ๆ สองชั่วโมง หอยทากจะไต่ขึ้นไปได้ 30 เซนติเมตร

โดยใช้กลยุทธ์ **"การเขียนภาพหรือแผนภาพ"**

จะได้แผนภูมิแสดงระยะทางที่หอยทากไต่ขึ้นกำแพง ดังนี้



จากการเขียนภาพหรือแผนภาพ สรุปได้ว่า ความสูงของกำแพงเท่ากับ 400 เซนติเมตร หรือ 4 เมตร

แนวทางการเฉลย ปัญหา "หอยทากไต่กำแพง" (ต่อ)

ผลเฉลย 2 เนื่องจากหอยทากไต่ได้ 40 เซนติเมตร และในชั่วโมงต่อมาลื่นลงมา 10 เซนติเมตร เป็นอย่างนี้สลับกัน

โดยใช้กลยุทธ์ **“การสร้างตาราง”**

จะได้ ตารางแสดงระยะทางที่หอยทากไต่ขึ้นกำแพงในแต่ละชั่วโมง ดังนี้

ชั่วโมงที่	เงื่อนไข	ระยะทางเพิ่ม-ลด	รวมระยะทางที่ไต่ได้
1	ไต่	+40	40
2	พัก	-10	30
3	ไต่	+40	70
4	พัก	-10	60
5	ไต่	+40	100
6	พัก	-10	90
7	ไต่	+40	130
8	พัก	-10	120
9	ไต่	+40	160
10	พัก	-10	150
11	ไต่	+40	190
12	พัก	-10	180
13	ไต่	+40	220

ชั่วโมงที่	เงื่อนไข	ระยะทางเพิ่ม-ลด	รวมระยะทางที่ไต่ได้
14	พัก	-10	210
15	ไต่	+40	250
16	พัก	-10	240
17	ไต่	+40	280
18	พัก	-10	270
19	ไต่	+40	310
20	พัก	-10	300
21	ไต่	+40	340
22	พัก	-10	330
23	ไต่	+40	370
24	พัก	-10	360
25	ไต่	+40	400

จากการสร้างตาราง สรุปได้ว่า เมื่อครบ 25 ชั่วโมง หอยทากไต่กำแพงได้ระยะทางรวมเท่ากับ 400 เซนติเมตร หรือ 4 เมตร

แนวทางการเฉลย ปัญหา "หอยทากไต่กำแพง" (ต่อ)

ผลเฉลย 3 เนื่องจากหอยทากไต่ได้ 40 เซนติเมตร และลื่นลงมา 10 เซนติเมตรในชั่วโมงต่อมา เป็นอย่างนี้สลับกัน พิจารณาเฉพาะชั่วโมงคี่จะพบว่าระยะทางที่หอยทากไต่เพิ่มขึ้นครั้งละ 30 เซนติเมตร

โดยใช้กลยุทธ์ **"การค้นหาแบบรูป"**

จะได้ ระยะทางรวมที่หอยทากไต่ ดังนี้

ระยะเวลา (ชม.)	ระยะทางรวมที่ไต่ได้
1	30+10 = 40
3	30+30+10 = 70
5	30+30+30+10 = 100
7	30+30+30+30+10 = 130
9	30+30+30+30+30+10 = 160
. . .	. . .
$2n-1$	$30n+10$

ถ้าเราอยากทราบว่าชั่วโมงที่ 25 หอยทากจะไต่ได้ระยะทางเท่าไร จะต้องหาค่า n ซึ่งหาได้จาก $2n-1=25$, $n=13$

แทนค่า $n=13$ ใน $30n+10$

จะได้ $30(13)+10=400$

ดังนั้น กำแพงสูง 400 เซนติเมตร หรือ 4 เมตร

7) คำตอบของปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

ตอบ กำแพงสูง 4 เมตร

ใบความรู้ เรื่อง "กระบวนการแก้ปัญหา"

1. กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่ได้รับการยอมรับ และแพร่หลายทั่วโลก ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่

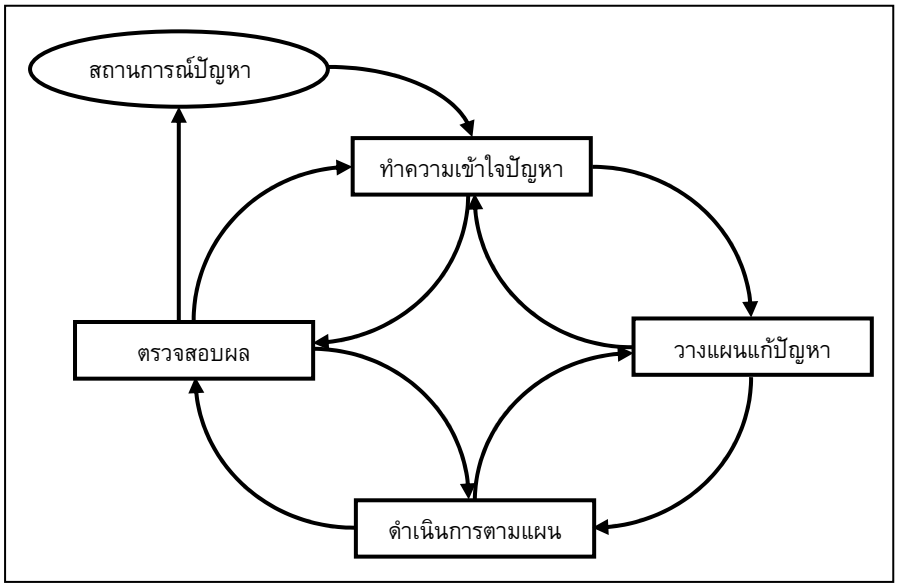
ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและระบุส่วนสำคัญของปัญหา

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา และเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ใช้ แล้วพิจารณาว่ามีคำตอบหรือมีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาอย่างอื่นอีกหรือไม่

2. กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต เป็นกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของวิลสันและคณะที่สนับสนุนกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาในรูปแบบที่แสดงความเป็นพลวัต มีลำดับไม่ตายตัว สามารถวนไปเวียนมาได้ ดังภาพ



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

เรื่อง กิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ปัญหา “ปาล์มและปุ๋ย”

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 เวลา 60 นาที

กิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ปัญหา “ปาล์มและปุ๋ย” เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีจุดประสงค์การเรียนรู้หลัก คือ เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม

ปัญหาที่ใช้ในคาบนี้ ได้แก่ ปัญหา “ปาล์มและปุ๋ย” ซึ่งเป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคย สามารถแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ กลยุทธ์ที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาในคาบนี้ ได้แก่ การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด การสร้างตาราง และอื่น ๆ โดยนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนและการดำเนินการ มาใช้แก้ปัญหาที่กำหนด

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 **ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์**: เพื่อให้นักเรียน

เข้าใจความหมายของการบวก การลบ และการคูณจำนวนเต็ม

1.2 **ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์**: เพื่อให้นักเรียน

1) มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม และเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์
2) สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งได้แก่
   - การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด
   - การสร้างตาราง
3) มีโอกาสได้อธิบายเหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอผลเฉลยของกลุ่ม

1.3 **ด้านคุณลักษณะ อันพึงประสงค์**: เพื่อให้นักเรียน

1) มีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการแก้ปัญหาของกลุ่ม
2) มีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการอภิปรายของกลุ่มและในชั้นเรียน

2. สาระการเรียนรู้

2.1 **แนวคิดเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ** ซึ่งได้แก่ เข้าใจความหมายของการบวกการลบ และการคูณจำนวนเต็ม

2.2 **แนวคิดเกี่ยวกับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา** ซึ่งได้แก่ การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด และการสร้างตาราง

3. สื่อการเรียนรู้

3.1 ใบกิจกรรมที่ 3 ปัญหา “ปาล์มและปุ๋ย”

3.2 เอกสารแนวทางการเฉลย ปัญหา “ปาล์มและปุ๋ย”

3.3 แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย แบบตรวจสอบรายการ และแบบบันทึกภาคสนาม

4. กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้ในคาบนี้แบ่งออกเป็น 3 ช่วง ได้แก่ การทบทวนปัญหาทางคณิตศาสตร์และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา การลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม และการประเมินผลการแก้ปัญหา

4.1 <u>การทบทวนปัญหาทางคณิตศาสตร์และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา</u> ใช้เวลาประมาณ 5 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนปัญหา “แบรนด์วีน่า” และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ได้เรียนรู้ไปแล้ว ซึ่งได้แก่ กลยุทธ์การสร้างตาราง กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพ และกลยุทธ์การค้นหาแบบรูป

4.2 <u>การลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม</u> ใช้เวลาประมาณ 25 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา โดยแจกใบกิจกรรมที่ 3 ปัญหา “ปาล์มและปุ๋ย” ให้นักเรียนทุกคนอ่าน และบันทึกผลเฉลยของกลุ่ม

2) เพื่อดำเนินการตามขั้นตอนในการแก้ปัญหา ซึ่งเริ่มด้วยการ “ทำความเข้าใจปัญหา” ครูควรใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น ตลอดจนสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากแก้ปัญหา เช่น

- ปัญหานี้เกี่ยวกับอะไร
- ลองเล่าให้ฟังซิว่า ปัญหานี้มีว่าอย่างไร (ไม่ใช่อ่านปัญหานะ)
- จากสิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ ลองบอกซิว่ามีข้อมูลที่สำคัญ อะไรบ้าง
- สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการให้หา มีอะไรบ้าง
- จากเงื่อนไขที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ ถ้าต้องการใช้ปุ๋ย 90 กิโลกรัม ควรซื้อปุ๋ยกี่กระสอบ กระสอบขนาดใดบ้าง จึงจะเพียงพอต่อการใช้ และจ่ายเงินน้อยที่สุด

3) ครูให้นักเรียนแต่ละคนคิดวางแผนแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน (ใช้เวลาประมาณ 5นาที) โดยใช้ที่ว่างในใบกิจกรรมเป็นกระดาษทดของตน

4) หลังจากคิดเป็นรายบุคคลแล้ว ให้นักเรียนนำแนวคิดของตนมาแลกเปลี่ยนกันในกลุ่ม เพื่อวางแผนแก้ปัญหา โดยครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาของนักเรียน เช่น

- ปัญหานี้มีเงื่อนไขอะไรบ้าง
- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง
- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนจะเลือกมาใช้แก้ปัญหานี้ คืออะไร

5) ขณะที่นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันคิดแก้ปัญหา ครูแนะนำให้สมาชิกในแต่ละกลุ่มบันทึกแนวคิด/วิธีแก้ปัญหา ลงในใบกิจกรรม

6) ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ พร้อมทั้งเดินสำรวจการแก้ปัญหาของนักเรียน ตลอดจนใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบกระบวนการคิดของตนเอง เช่น

- นักเรียนลงมือแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้แล้วได้ผลหรือไม่ ถ้าไม่ได้ผลจะปรับเปลี่ยนวิธีคิดเป็นอย่างไร
- คำตอบของปัญหานี้มีอะไรบ้าง
- คำตอบที่ได้ถูกต้องแล้วหรือยัง
- นักเรียนมีวิธีอื่นในการหาคำตอบอีกหรือไม่ อย่างไร

4.3 <u>การประเมินผลการแก้ปัญหา</u> ใช้เวลาประมาณ 30 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) ให้ตัวแทนนักเรียนของแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอผลเฉลยของกลุ่มตนหน้าชั้นเรียน หรือครูเลือกนักเรียนกลุ่มที่ใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาแตกต่างกันออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

2) ครูเป็นผู้นำเสนอกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ยังไม่มีนักเรียนกลุ่มใดนำเสนอ (ถ้ามี)

3) ครูให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่ม ประเด็นในการอภิปรายมีดังนี้

- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ คืออะไร
- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง
- ผลเฉลยของกลุ่มใดที่นักเรียนคิดว่าดีที่สุด เพราะเหตุใด

4) ครูและนักเรียนในชั้นเรียนร่วมกันสรุปและอภิปรายเกี่ยวกับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมสำหรับการแก้ปัญหา “ปาล์มและปุ๋ย” ประเด็นที่ใช้ในการสรุปมีดังนี้

- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ ได้แก่ เข้าใจความหมายของการบวก การลบ และการคูณจำนวนเต็ม
- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหานี้ ได้แก่ การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด การสร้างตาราง (ถ้านักเรียนมีวิธีอื่นในการแก้ปัญหา ให้ครูเป็นผู้พิจารณาตามความเหมาะสม)
- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะกับปัญหานี้ ได้แก่ การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด โดยนำเสนอในรูปแบบการสร้างตาราง

5. การวัดและประเมินผล

5.1 ผลจากการทำ ใบกิจกรรมที่ 3 ปัญหา “ปาล์มและปุ๋ย” ของนักเรียน

5.2 ผลจากการตอบ “คำถามเพื่อช่วยตรวจสอบความเข้าใจ” ของนักเรียน

5.3 ผลจากการสังเกต “พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของครู โดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย แบบตรวจสอบรายการ และแบบบันทึกภาคสนาม

พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สังเกต ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา การค้นหาคำตอบได้อย่างถูกต้องพร้อมคำอธิบายที่ชัดเจน การให้ความร่วมมือในกิจกรรมการเรียนการสอน เช่น การแสดงความคิดเห็น การยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น การนำเสนอผลเฉลยของกลุ่ม การอภิปรายของกลุ่มและในชั้นเรียน เป็นต้น

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 3 ปัญหา "ปาล์มและปุ๋ย"

ปาล์มน้ำมันจัดเป็นพืชเศรษฐกิจในอุตสาหกรรมน้ำมันพืชที่สำคัญชนิดหนึ่งของประเทศไทย ในปัจจุบันปาล์มน้ำมันมีบทบาทมากที่สุดในอุตสาหกรรมน้ำมันพืช

สวนปาล์มบ้านหนองม่วง ที่จังหวัดระยอง เป็นสวนปาล์มขนาดใหญ่ มีต้นปาล์มเป็นจำนวนมาก เจ้าของสวนบอกว่า

ในการใส่ปุ๋ยครั้งหนึ่งต้องใช้ปุ๋ย 170 กิโลกรัมต่อไร่ แต่ปุ๋ยที่มีขายในปัจจุบันผู้ขายบรรจุในกระสอบขนาด 30 กิโลกรัม และขนาด 50 กิโลกรัม ราคากระสอบละ 450 บาท และ 650 บาท ตามลำดับ

ให้นักเรียนช่วยเจ้าของสวนปาล์มคิดหน่อยว่าจะต้องซื้อปุ๋ยอย่างละกี่กระสอบจึงจะเพียงพอในการใส่ปุ๋ยต่อพื้นที่หนึ่งไร่และจ่ายเงินน้อยที่สุด

(ที่มา: ดัดแปลงจาก ตัวอย่างปัญหา. สมเดช บุญประจักษ์. (2543). หน้า 16)

ที่ว่างสำหรับทด

ใบกิจกรรมที่ 3 ปัญหา "ปาล์มและปุ๋ย"

ชื่อ .....ชั้น.....เลขที่.....กลุ่มที่.....

1) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการให้หา มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

2) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

3) ถ้าต้องการใช้ปุ๋ย 90 กิโลกรัม ควรซื้อปุ๋ยกี่กระสอบ กระสอบขนาดใดบ้าง จึงจะเพียงพอต่อการใช้ และจ่ายเงินน้อยที่สุด

.....

.....

.....

4) ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

5) กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

6) จงแสดงแนวคิด และวิธีแก้ปัญหาอย่างละเอียด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7) คำตอบของปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

เอกสารแนวทางการเฉลย ปัญหา "ปาล์มและปุ๋ย"

1) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการให้หา มีอะไรบ้าง

ตอบ จำนวนกระสอบของปุ๋ยที่ต้องซื้อแต่ละขนาด ซึ่งประหยัดเงินที่สุด

2) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

ตอบ (1) น้ำหนักของปุ๋ยที่ต้องการใช้ใส่ต้นปาล์มหนึ่งไร่

(2) น้ำหนักและราคาของปุ๋ยแต่ละขนาด

3) ถ้าต้องการใช้ปุ๋ย 90 กิโลกรัม ควรซื้อปุ๋ยขนาดใดบ้าง กี่กระสอบ จึงจะเพียงพอต่อการใช้และจ่ายเงินน้อยที่สุด

ตอบ ถ้าซื้อปุ๋ยขนาด 30 กิโลกรัม จำนวน 3 กระสอบ จะต้องจ่ายเงิน $450 \times 3 = 1,350$ บาท ในขณะที่ซื้อปุ๋ยขนาด 50 กิโลกรัม จำนวน 2 กระสอบ จ่ายเงินเพียง $650 \times 2 = 1,300$ บาท

ดังนั้น เพื่อให้เพียงพอต่อความต้องการและจ่ายเงินน้อยที่สุดควรซื้อปุ๋ยขนาด 50 กิโลกรัม จำนวน 2 กระสอบ

4) ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

ตอบ สมบัติของการบวก การลบ และการคูณจำนวนเต็ม

5) กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

ตอบ (1) การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด

(2) การสร้างตาราง

แนวทางการเฉลย ปัญหา "ปาล์มและปุ๋ย" (ต่อ)

6) จงแสดงแนวคิด และวิธีแก้ปัญหาอย่างละเอียด

ผลเฉลย 1 เนื่องจาก น้ำหนักของปุ๋ยมี 2 ขนาด ได้แก่ กระสอบละ 30 กิโลกรัม และ 50 กิโลกรัม ซึ่งทั้งสองขนาดมีราคา 450 บาท และ 650 บาท ตามลำดับ โดยใช้กลยุทธ์ **"การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด"**

พิจารณาจากการซื้อปุ๋ยขนาดเดียวกัน และซื้อปุ๋ยทั้งสองขนาดคละกัน ดังนี้

กรณีที่ 1 ซื้อปุ๋ยขนาดเดียวกัน

- ซื้อเฉพาะขนาด 30 กิโลกรัม เพียงอย่างเดียว
  จะต้องซื้อน้อยที่สุด 6 กระสอบ เพราะจะได้ปุ๋ยหนัก $60\times30=180$ กิโลกรัม ซึ่งมากกว่าจำนวนปุ๋ยที่ต้องการ ในกรณีนี้ เจ้าของสวนต้องจ่ายเงินน้อยที่สุด $450\times6=2{,}250$ บาท
- ซื้อเฉพาะขนาด 50 กิโลกรัม เพียงอย่างเดียว
  จะต้องซื้อน้อยที่สุด 4 กระสอบ เพราะจะได้ปุ๋ยหนัก $50\times4=200$ กิโลกรัม ซึ่งมากกว่าจำนวนปุ๋ยที่ต้องการ ในกรณีนี้ เจ้าของสวนต้องจ่ายเงินน้อยที่สุด $650\times4=2{,}600$ บาท

กรณีที่ 2 ซื้อปุ๋ยทั้งสองขนาดคละกัน

- ถ้าซื้อปุ๋ยขนาด 50 กิโลกรัม 1 กระสอบ
  จะต้องซื้อปุ๋ยขนาด 30 กิโลกรัม อย่างน้อยที่สุด 4 กระสอบ เพราะจะได้ปุ๋ยหนัก $(50\times1)+(30\times4)=170$ กิโลกรัม ซึ่งเพียงพอต่อความต้องการ
  ในกรณีนี้ เจ้าของสวนต้องจ่ายเงินน้อยที่สุด $(650\times1)+(450\times4)=$ 2,450 บาท
- ถ้าซื้อปุ๋ยขนาด 50 กิโลกรัม 2 กระสอบ
  จะต้องซื้อปุ๋ยขนาด 30 กิโลกรัม อย่างน้อยที่สุด 3 กระสอบ เพราะจะได้ปุ๋ยหนัก $(50\times2)+(30\times3)=190$ กิโลกรัม ซึ่งมากกว่าจำนวนปุ๋ยที่ต้องการ
  ในกรณีนี้ เจ้าของสวนต้องจ่ายเงินน้อยที่สุด $(650\times2)+(450\times3)=$ 2,650 บาท
- ถ้าซื้อปุ๋ยขนาด 50 กิโลกรัม 3 กระสอบ
  จะต้องซื้อปุ๋ยขนาด 30 กิโลกรัม อย่างน้อยที่สุด 1 กระสอบ เพราะจะได้ปุ๋ยหนัก $(50\times3)+(30\times1)=180$ กิโลกรัม ซึ่งมากกว่าจำนวนปุ๋ยที่ต้องการ
  ในกรณีนี้ เจ้าของสวนต้องจ่ายเงินน้อยที่สุด $(650\times3)+(450\times1)=$ 2,400 บาท

จากการแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด สรุปได้ว่า เจ้าของสวนควรซื้อปุ๋ยขนาด 50 กิโลกรัม จำนวน 3 กระสอบ และ 30 กิโลกรัม จำนวน 1 กระสอบ ซึ่งจะจ่ายเงินเพียง 2,400 บาท

แนวทางการเฉลย ปัญหา "ปาล์มและปุ๋ย" (ต่อ)

ผลเฉลย 2 เนื่องจาก น้ำหนักของปุ๋ยมี 2 ขนาด ได้แก่ 30 กิโลกรัม และ 50 กิโลกรัม ซึ่งทั้งสองขนาดมีราคา 450 บาท และ 650 บาท ตามลำดับ

โดยใช้กลยุทธ์ **"การสร้างตาราง"**

จะได้ ตารางแสดงน้ำหนักรวมของปุ๋ย และจำนวนเงินที่ต้องจ่าย ดังนี้

จำนวนปุ๋ย (กระสอบ)		น้ำหนักของปุ๋ย (กก.)	จำนวนเงินที่ต้องจ่าย (บาท)
ขนาด 50 กก.	ขนาด 30 กก.		
4	0	$4(50)+0(30)=200$	$4(650)+0(450)=2,600$
3	1	$3(50)+1(30)=180$	$3(650)+1(450)=2,400$
2	3	$2(50)+3(30)=190$	$2(650)+3(450)=2,650$
1	4	$1(50)+4(30)=170$	$1(650)+4(450)=2,450$
0	6	$0(50)+6(30)=180$	$0(650)+6(450)=2,700$

จากการสร้างตาราง สรุปได้ว่า ควรซื้อปุ๋ยขนาด 50 กิโลกรัม จำนวน 3 กระสอบ และขนาด 30 กิโลกรัม จำนวน 1 กระสอบ ซึ่งรวมทั้งหมดได้ปุ๋ย 180 กิโลกรัม มากกว่าที่ต้องการ แต่จ่ายเงินเพียง 2,400 บาท

7) คำตอบของปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

ตอบ เจ้าของสวนควรซื้อปุ๋ยขนาด 50 กิโลกรัม จำนวน 3 กระสอบ และ 30 กิโลกรัม จำนวน 1 กระสอบ ซึ่งจะจ่ายเงินน้อยที่สุด

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

เรื่อง กิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ปัญหา “แบ่งพื้นที่”

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 เวลา 60 นาที

กิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ปัญหา “แบ่งพื้นที่” เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีจุดประสงค์การเรียนรู้หลัก คือ เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม

ปัญหาที่ใช้ในคาบนี้ ได้แก่ ปัญหา “แบ่งพื้นที่” ซึ่งเป็นปัญหาปลายเปิด สามารถหาคำตอบได้มากกว่าหนึ่งวิธี กลยุทธ์ที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาในคาบนี้ ได้แก่ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ และอื่น ๆ โดยนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิต มาใช้แก้ปัญหาที่กำหนด

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 **ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์**: เพื่อให้นักเรียน

1) เข้าใจลักษณะและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม
2) เข้าใจวิธีการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม
3) เข้าใจความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

1.2 **ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์**: เพื่อให้นักเรียน

1) มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม และหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี
2) สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งได้แก่
   - การเขียนภาพหรือแผนภาพ
   - การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์
3) มีโอกาสได้อธิบายเหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอผลเฉลยของกลุ่ม

1.3 **ด้านคุณลักษณะ อันพึงประสงค์**: เพื่อให้นักเรียน

1) มีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการแก้ปัญหาของกลุ่ม
2) มีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการอภิปรายของกลุ่มและในชั้นเรียน

2. สาระการเรียนรู้

2.1 **แนวคิดเกี่ยวกับเรขาคณิต** ซึ่งได้แก่ ลักษณะและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม วิธีการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม และความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

2.2 **แนวคิดเกี่ยวกับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา** ซึ่งได้แก่ การเขียนภาพหรือแผนภาพและการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์

3. สื่อการเรียนรู้

3.1 ใบกิจกรรมที่ 5 ปัญหา “แบ่งพื้นที่”

3.2 เอกสารแนวทางการเฉลย ปัญหา “แบ่งพื้นที่”

3.3 แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย แบบตรวจสอบรายการ และแบบบันทึกภาคสนาม

4. กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้ในคาบนี้แบ่งออกเป็น 3 ช่วง ได้แก่ การทบทวนปัญหาทางคณิตศาสตร์และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา การลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม และการประเมินผลการแก้ปัญหา

4.1 <u>การทบทวนปัญหาทางคณิตศาสตร์และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา</u> ใช้เวลาประมาณ 5 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนปัญหา “บัตรเครดิต” และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ได้เรียนรู้ไปแล้ว ซึ่งได้แก่ กลยุทธ์การสร้างตาราง กลยุทธ์การเขียนภาพหรือแผนภาพ กลยุทธ์การค้นหาแบบรูป และกลยุทธ์การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด

4.2 <u>การลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม</u> ใช้เวลาประมาณ 30 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา โดยแจกใบกิจกรรมที่ 5 ปัญหา “แบ่งพื้นที่” ให้นักเรียนทุกคนอ่าน และบันทึกผลเฉลยของกลุ่ม

2) เพื่อดำเนินการตามขั้นตอนในการแก้ปัญหา ซึ่งเริ่มด้วยการ “ทำความเข้าใจปัญหา” ครูควรใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น ตลอดจนสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากแก้ปัญหา เช่น

- ปัญหานี้เกี่ยวกับอะไร
- ลองเล่าให้ฟังซิว่า ปัญหานี้มีว่าอย่างไร (ไม่ใช่อ่านปัญหานะ)
- จากสิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ ลองบอกซิว่ามีข้อมูลที่สำคัญ อะไรบ้าง
- สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการให้หา มีอะไรบ้าง
- มีเงื่อนไขอะไรบ้างที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีพื้นที่เท่ากัน

3) ครูให้นักเรียนแต่ละคนคิดวางแผนแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน (ใช้เวลาประมาณ 5 นาที) โดยใช้ที่ว่างในใบกิจกรรมเป็นกระดาษทดของตน

4) หลังจากคิดเป็นรายบุคคลแล้ว ให้นักเรียนนำแนวคิดของตนมาแลกเปลี่ยนกันในกลุ่ม เพื่อวางแผนแก้ปัญหา โดยครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาของนักเรียน เช่น

- ปัญหานี้มีเงื่อนไขอะไรบ้าง
- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง
- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง
- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนจะเลือกมาใช้แก้ปัญหานี้ คืออะไร

5) ขณะที่นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันคิดแก้ปัญหา ครูแนะนำให้สมาชิกในแต่ละกลุ่มบันทึกแนวคิด/วิธีแก้ปัญหา ลงในใบกิจกรรม

6) ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ พร้อมทั้งเดินสำรวจการแก้ปัญหาของนักเรียน ตลอดจนใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนตรวจสอบกระบวนการคิดของตนเอง เช่น

- นักเรียนลงมือแก้ปัญหาตามที่วางแผนไว้แล้วได้ผลหรือไม่ ถ้าไม่ได้ผลควรปรับเปลี่ยนวิธีคิดเป็นอย่างไร
- คำตอบของปัญหานี้มีอะไรบ้าง
- คำตอบที่ได้ถูกต้องแล้วหรือยัง
- นักเรียนมีวิธีอื่นในการหาคำตอบอีกหรือไม่ อย่างไร

4.3 <u>การประเมินผลการแก้ปัญหา</u> ใช้เวลาประมาณ 30 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) ให้ตัวแทนนักเรียนของแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอผลเฉลยของกลุ่มตนหน้าชั้นเรียน หรือครูเลือกนักเรียนกลุ่มที่ใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาแตกต่างกันออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

2) ครูเป็นผู้นำเสนอกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ยังไม่มีนักเรียนกลุ่มใดนำเสนอ (ถ้ามี)

3) ครูให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่ม ประเด็นในการอภิปรายมีดังนี้

- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ คืออะไร
- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง
- ผลเฉลยของกลุ่มใดที่นักเรียนคิดว่าดีที่สุด เพราะเหตุใด
- ถ้าเปลี่ยนจากการแบ่งพื้นที่รูปสามเหลี่ยมเป็นการแบ่งพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยม 8 รูปที่มีพื้นที่เท่า ๆ กัน จะหาคำตอบของปัญหานี้ได้หรือไม่

4) ครูและนักเรียนในชั้นเรียนร่วมกันสรุปและอภิปรายเกี่ยวกับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมสำหรับการแก้ปัญหา “แบ่งพื้นที่” ประเด็นที่ใช้ในการสรุปมีดังนี้

- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ ได้แก่ ลักษณะและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม วิธีการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม และความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม
- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหานี้ ได้แก่ การเขียนภาพหรือแผนภาพ และการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ (ถ้านักเรียนมีวิธีอื่นในการแก้ปัญหา ให้ครูเป็นผู้พิจารณาตามความเหมาะสม)

- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะกับปัญหานี้ ได้แก่ การเขียนภาพหรือแผนภาพร่วมกับการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์

5. การวัดและประเมินผล

5.1 ผลจากการทำ ใบกิจกรรมที่ 5 ปัญหา “แบ่งพื้นที่” ของนักเรียน

5.2 ผลจากการตอบ “คำถามเพื่อช่วยตรวจสอบความเข้าใจ” ของนักเรียน

5.3 ผลจากการสังเกต “พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของครู โดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย แบบตรวจสอบรายการ และแบบบันทึกภาคสนาม

พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สังเกต ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา การค้นหาคำตอบได้อย่างถูกต้องพร้อมคำอธิบายที่ชัดเจน การให้ความร่วมมือในกิจกรรมการเรียนการสอน เช่น การแสดงความคิดเห็น การยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น การนำเสนอผลเฉลยของกลุ่ม การอภิปรายของกลุ่มและในชั้นเรียน เป็นต้น

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 5 ปัญหา "แบ่งพื้นที่"

ป้อง : สวัสดีครับลุง ลุงกำลังทำอะไรอยู่เหรอครับ ให้ผมช่วยนะ

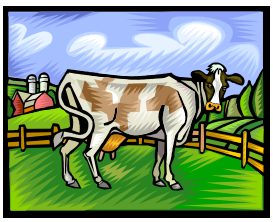
ลุงวิจิตร : ลุงกำลังจะแบ่งพื้นที่บริเวณลานหลังบ้านเพื่อทำคอกวัว แต่ลุงยังไม่รู้ว่าจะแบ่งยังไงให้ทุกคอกมีพื้นที่เท่ากัน

ป้อง : อืม...ลุงมีวัวกี่ตัวละครับ

ลุงวิจิตร : 8 ตัว ลุงคิดว่าจะให้มันอยู่คอกละ 2 ตัว ก็พอ

ป้อง : แต่พื้นที่ของลุงเป็นรูปสามเหลี่ยม เอ้...แล้วจะแบ่งยังไงดี

ถ้านักเรียนเป็นป้อง นักเรียนจะช่วยแบ่งพื้นที่ดังกล่าวตามความต้องการของลุงวิจิตรได้อย่างไรบ้าง



ที่ว่างสำหรับทด

ใบกิจกรรมที่ 5 ปัญหา "แบ่งพื้นที่"

ชื่อ .....ชั้น.....เลขที่.....กลุ่มที่.....

1) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการให้หา มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

2) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

3) มีเงื่อนไขอะไรบ้างที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีพื้นที่เท่ากัน

.....

.....

.....

4) ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

5) กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

6) จงแสดงแนวคิด และวิธีแก้ปัญหาอย่างละเอียด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7) คำตอบของปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

เอกสารแนวทางการเฉลย ปัญหา "แบ่งพื้นที่"

1) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการให้หา มีอะไรบ้าง

ตอบ ลักษณะการแบ่งพื้นที่บริเวณลานหลังบ้านซึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยม ให้เป็นคอกวัว 4 คอก ที่มีพื้นที่เท่ากัน

2) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

ตอบ (1) รูปร่างของลานหลังบ้านที่จะทำคอกวัว เป็นรูปสามเหลี่ยม
(2) เงื่อนไขของการแบ่งบริเวณลานหลังบ้านเพื่อทำคอกวัว

3) มีเงื่อนไขอะไรบ้างที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีพื้นที่เท่ากัน

ตอบ (1) ความยาวของฐาน และส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม เนื่องจาก สูตรการหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยมเท่ากับ $\frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง ดังนั้น ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่มีความยาวฐานและส่วนสูงเท่ากัน ย่อมมีพื้นที่เท่ากัน
(2) ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม
(นอกจากคำตอบข้างต้น นักเรียนอาจจะมีเงื่อนไขอื่น ๆ ให้ครูเป็นผู้พิจารณาตามความเหมาะสม)

4) ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

ตอบ (1) ลักษณะและสมบัติของรูปสามเหลี่ยม
(2) สูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม
(3) ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

5) กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

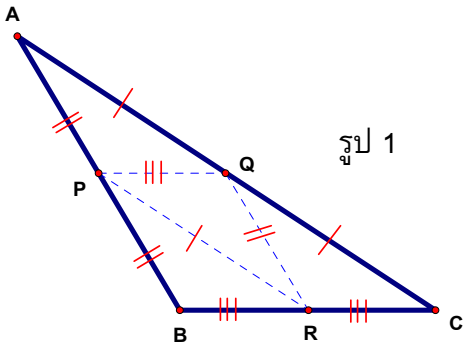
ตอบ (1) การเขียนภาพหรือแผนภาพ
(2) การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์

แนวทางการเฉลย ปัญหา "แบ่งพื้นที่" (ต่อ)

6) จงแสดงแนวคิด และวิธีแก้ปัญหาอย่างละเอียด

เนื่องจาก ต้องการแบ่งรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ออกเป็น 4 ส่วนที่มีพื้นที่เท่า ๆ กัน โดยใช้กลยุทธ์ **"การเขียนภาพหรือแผนภาพ"** และ**"การให้เหตุผล"** สามารถแสดงตัวอย่างลักษณะการแบ่ง ได้ดังนี้

ลักษณะการแบ่ง 1 กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ดังนี้



รูป 1

ให้ P, Q และ R เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ และ $\overline{BC}$ ตามลำดับ ลาก $\overline{PQ}$, $\overline{PR}$ และ $\overline{QR}$ ทำให้ได้รูปสามเหลี่ยม 4 รูป

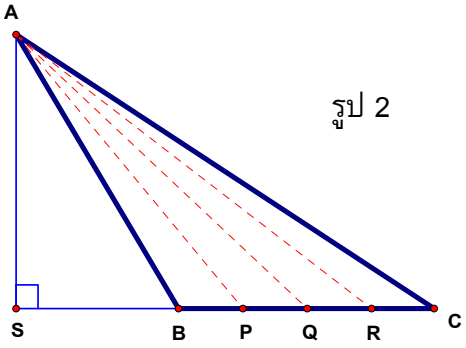
ซึ่ง $PQ=\frac{1}{2}BC, PR=\frac{1}{2}AC$ และ $QR=\frac{1}{2}AB$

จะได้ว่า รูปสามเหลี่ยมทั้ง 4 รูป เท่ากันทุกประการ โดยความสัมพันธ์แบบ ด.ด.ด.

ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมทั้ง 4 รูป มีพื้นที่เท่ากัน ดังรูป 1

ลักษณะการแบ่ง 2 เนื่องจาก สูตรการหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยมเท่ากับ $\frac{1}{2}\times$ ฐาน $\times$ สูง

ดังนั้น ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่มีความยาวฐานและส่วนสูงเท่ากัน จะมีพื้นที่เท่ากัน



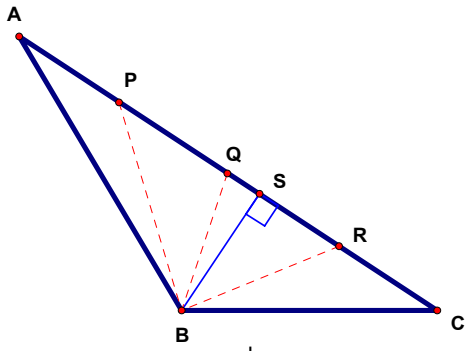
รูป 2

จากรูป 2 ให้ Q, P และ R เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{BC}$, $\overline{BQ}$ และ $\overline{QC}$ ตามลำดับ และ $\overline{AS}$ เป็นส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม ABC จะได้ว่า $BP=PQ=QR=RC$

ดังนั้น ΔABP , ΔAPQ , ΔAQR และ ΔARC มีพื้นที่เท่ากัน

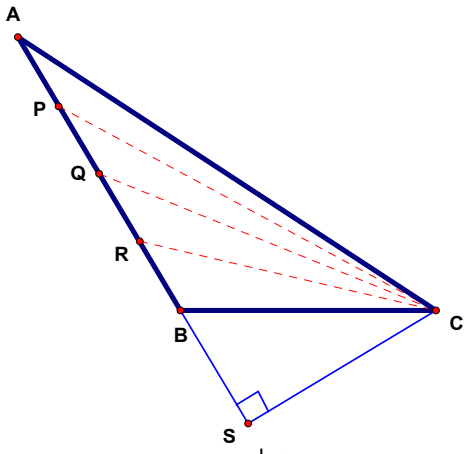
แนวทางการเฉลย ปัญหา "แบ่งพื้นที่" (ต่อ)

จากรูป 3 ให้จุด B เป็นจุดยอด $\overline{AC}$ เป็นฐาน และ $\overline{BS}$ เป็นส่วนสูง ในทำนองเดียวกันจะได้ว่า ΔBAP , ΔBPQ , ΔBQR และ ΔBRC มีพื้นที่เท่ากัน



รูป 3

จากรูป 4 ให้จุด C เป็นจุดยอด $\overline{AB}$ เป็นฐาน และ $\overline{CS}$ เป็นส่วนสูง ในทำนองเดียวกัน จะได้ว่า ΔCAP , ΔCPQ , ΔCQR และ ΔCBR มีพื้นที่เท่ากัน



รูป 4

7) คำตอบของปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

ตอบ มีตัวอย่างของวิธีการแบ่งรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ออกเป็น 4 ส่วนที่มีพื้นที่เท่า ๆ กัน ดังลักษณะการแบ่ง 1 และ 2

(นอกจากลักษณะการแบ่งข้างต้น นักเรียนอาจจะมีวิธีอื่น ๆ อีก ให้ครูเป็นผู้พิจารณาตามความเหมาะสม)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

เรื่อง ใบกิจกรรมที่ 10 ปัญหา “ หนูไก่แจกไข่ ”

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 เวลา 60 นาที

กิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ปัญหา “หนูไก่แจกไข่” เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีจุดประสงค์การเรียนรู้หลัก คือ เพื่อประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาที่ใช้ในคาบนี้ ได้แก่ ปัญหา “หนูไก่แจกไข่” ซึ่งเป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคย สามารถแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ กลยุทธ์ที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาในคาบนี้ ได้แก่ การเขียนสมการ การคิดแบบย้อนกลับ การคาดเดาและตรวจสอบ และอื่น ๆ โดยนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่อง จำนวนและการดำเนินการ พีชคณิต มาใช้แก้ปัญหาที่กำหนด

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 **ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์**: เพื่อให้นักเรียน

1) เข้าใจความหมายของเศษส่วน
2) เข้าใจการดำเนินการเกี่ยวกับเศษส่วน
3) เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนความสัมพันธ์ของข้อมูลที่สถานการณ์ปัญหากำหนดให้ได้
4) แก้สมการ และระบุจำนวนที่เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

1.2 **ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์**: เพื่อให้นักเรียน

1) มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์
2) สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งได้แก่
    - การเขียนสมการ
    - การคิดแบบย้อนกลับ
    - การคาดเดาและตรวจสอบ
3) มีโอกาสได้อธิบายเหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอผลเฉลยของตนเอง

1.3 **ด้านคุณลักษณะ อันพึงประสงค์**: เพื่อให้นักเรียน

1) มีความผิดชอบในการแก้ปัญหาที่กำหนด
2) มีส่วนร่วมในการอภิปรายในชั้นเรียน

2. สาระการเรียนรู้

2.1 **แนวคิดเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ** ซึ่งได้แก่ ความหมายของเศษส่วน การดำเนินการเกี่ยวกับเศษส่วน

2.2 **แนวคิดเกี่ยวกับพีชคณิต** ซึ่งได้แก่ การเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่สถานการณ์ปัญหากำหนดให้ และการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2.3 **แนวคิดเกี่ยวกับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา** ซึ่งได้แก่ การเขียนสมการ การคิดแบบย้อนกลับ การคาดเดาและตรวจสอบ

3. สื่อการเรียนรู้

3.1 ใบกิจกรรมที่ 10 ปัญหา “หนูไก่แจกไข่”

3.2 เอกสารแนวทางการเฉลย ปัญหา “หนูไก่แจกไข่”

3.3 แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย แบบตรวจสอบรายการ และแบบบันทึกภาคสนาม

4. กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้ในคาบนี้แบ่งออกเป็น 2 ช่วง ได้แก่ การลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล และการประเมินผลการแก้ปัญหา

4.1 <u>การลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล</u> ใช้เวลาประมาณ 30 นาที

ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา โดยแจกใบกิจกรรมที่ 10 ปัญหา “หนูไก่แจกไข่” ให้นักเรียนทุกคนอ่าน และบันทึกผลเฉลยของตนเอง

4.2 <u>การประเมินผลการแก้ปัญหา</u> ใช้เวลาประมาณ 30 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1) ให้นักเรียนออกมานำเสนอผลเฉลยของตนเองหน้าชั้นเรียน หรือครูเลือกนักเรียนที่ใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาแตกต่างกันออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

2) ครูเป็นผู้นำเสนอกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ยังไม่มีนักเรียนคนใดนำเสนอ (ถ้ามี)

3) ครูให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาของแต่คน ประเด็นในการอภิปรายมีดังนี้

- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ คืออะไร
- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง
- ผลเฉลยของคนใดที่นักเรียนคิดว่าดีที่สุด เพราะเหตุใด

4) ครูและนักเรียนในชั้นเรียนร่วมกันสรุปและอภิปรายเกี่ยวกับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมสำหรับการแก้ปัญหา “หนูไก่แจกไข่” ประเด็นที่ใช้ในการสรุปมีดังนี้

- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ ได้แก่ ความหมายของเศษส่วน การดำเนินการเกี่ยวกับเศษส่วน การเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่สถานการณ์ปัญหากำหนดให้ และการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหานี้ ได้แก่ การเขียนสมการ การคิดแบบย้อนกลับ การคาดเดาและตรวจสอบ (ถ้านักเรียนมีวิธีอื่นในการแก้ปัญหา ให้ครูเป็นผู้พิจารณาตามความเหมาะสม)
- กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะกับปัญหานี้ ได้แก่ การคิดแบบย้อนกลับ

5. การวัดและประเมินผล

5.1 ผลจากการทำ ใบกิจกรรมที่ 10 ปัญหา “หนูไก่แจกไข่” ของนักเรียน

5.2 ผลจากการสังเกต “พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของครู โดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย แบบตรวจสอบรายการ และแบบบันทึกภาคสนาม

พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สังเกต ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา การค้นหาคำตอบได้อย่างถูกต้องพร้อมคำอธิบายที่ชัดเจน การให้ความร่วมมือในกิจกรรมการเรียนการสอน เช่น การแสดงความคิดเห็น การยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น การนำเสนอผลเฉลยของตนเอง การอภิปรายในชั้นเรียน เป็นต้น

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

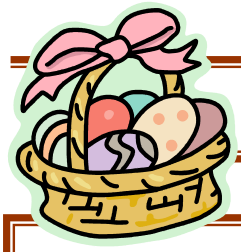
.....

.....

.....

.....

.....



ใบกิจกรรมที่ 10 ปัญหา "หนูไก่แจกไข่"

วันนี้เป็นวันเกิดของหนูไก่ หนูไก่หยิบไข่ใส่ตะกร้าจนเต็ม แล้วเดินออกจากบ้าน หนูไก่พบคุณยายแก่ชราท่านหนึ่ง จึงหยิบไข่ครึ่งหนึ่งของทั้งหมดที่มีอยู่ในตะกร้าให้คุณยาย และแถมให้อีก 1 ฟอง หนูไก่เดินต่อไป พบเด็กขายพวงมาลัยคนหนึ่ง หนูไก่หยิบไข่ครึ่งหนึ่งของที่เหลืออยู่ในตะกร้าให้เด็กคนนั้น และแถมให้อีก 1 ฟอง แล้วเดินต่อไป จากนั้นหนูไก่พบคุณลุงท่านหนึ่ง หนูไก่ก็ทำเช่นเดิม คือ หยิบไข่ครึ่งหนึ่งของที่เหลืออยู่ในตะกร้าให้คุณลุง และแถมให้อีก 1 ฟอง ปรากฏว่าเหลือไข่ในตะกร้า 3 ฟอง ก่อนออกจากบ้านหนูไก่หยิบไข่ใส่ตะกร้ากี่ฟอง แต่ละคนได้รับไข่จากหนูไก่เท่าไร

(ที่มา: ดัดแปลงจาก ปัญหา “แจกไข่”. ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). หน้า 68)

ที่ว่างสำหรับทด

ใบกิจกรรมที่ 10 ปัญหา "หนูไก่แจกไข่"

ชื่อ .....ชั้น.....เลขที่.....กลุ่มที่.....

1) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการให้หา มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

2) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

3) ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

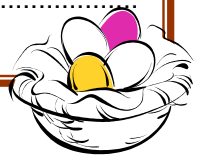
.....

4) กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....



5) จงแสดงแนวคิด และวิธีแก้ปัญหาอย่างละเอียด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6) คำตอบของปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

เอกสารแนวทางการเฉลย ปัญหา "หนูไก่แจกไข่"

1) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการให้หา มีอะไรบ้าง

ตอบ (1) จำนวนไข่ที่หนูไก่หยิบใส่ตะกร้าก่อนออกจากบ้าน
(2) จำนวนไข่ที่คุณยาย เด็กขายพวงมาลัย และคุณลุงได้รับจากหนูไก่

2) สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ มีอะไรบ้าง

ตอบ (1) ลักษณะการแบ่งไข่ของหนูไก่ให้คุณยาย เด็กขายพวงมาลัย และคุณลุง
(2) จำนวนไข่ที่แถมให้คุณยาย เด็กขายพวงมาลัย และคุณลุง
(3) จำนวนไข่ที่เหลือในตะกร้า

3) ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

ตอบ (1) ความหมายของเศษส่วน
(2) การดำเนินการเกี่ยวกับเศษส่วน
(3) สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

4) กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

ตอบ (1) การเขียนสมการ
(2) การคิดแบบย้อนกลับ
(3) การคาดเดาและตรวจสอบ

แนวทางการเฉลย ปัญหา "หนูไก่แจกไข่" (ต่อ)

5) จงแสดงแนวคิด และวิธีแก้ปัญหาอย่างละเอียด

ผลเฉลย 1 เนื่องจากหนูไก่หยิบไข่จำนวนหนึ่งใส่ตะกร้าก่อนออกจากบ้าน แล้วหนูไก่แจกไข่ให้คุณยาย เด็กขายพวงมาลัย และคุณลุง โดยใช้กลยุทธ์ **"การเขียนสมการ"**

กำหนดให้ x แทน จำนวนไข่ที่หนูไก่หยิบใส่ตะกร้าก่อนออกจากบ้าน จะได้ สมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรและสิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดดังนี้

ข้อความ	จำนวนไข่ที่หยิบให้แต่ละคน (ฟอง)	จำนวนไข่ที่แถมให้แต่ละคน (ฟอง)	จำนวนไข่ที่เหลือในตะกร้า (ฟอง)
หนูไก่หยิบใส่ตะกร้าก่อนออกจากบ้าน	–	–	x
หนูไก่หยิบไข่ให้คุณยาย จำนวนครึ่งหนึ่งของไข่ทั้งหมดที่มีอยู่ในตะกร้า	$\frac{x}{2}$	1	$x-\left(\frac{x}{2}+1\right)=\frac{x}{2}-1$
หนูไก่หยิบไข่ให้เด็กขายพวงมาลัยจำนวนครึ่งหนึ่งของไข่ที่เหลืออยู่ในตะกร้า	$\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2}-1\right)=\frac{x}{4}-\frac{1}{2}$	1	$\left(\frac{x}{2}-1\right)-\left(\frac{x}{4}-\frac{1}{2}+1\right)$ $=\frac{x}{4}-\frac{3}{2}$
หนูไก่หยิบไข่ให้คุณลุง จำนวนครึ่งหนึ่งของไข่ที่เหลืออยู่ในตะกร้า	$\frac{1}{2}\left(\frac{x}{4}-\frac{3}{2}\right)=\frac{x}{8}-\frac{3}{4}$	1	$\left(\frac{x}{4}-\frac{3}{2}\right)-\left(\frac{x}{8}-\frac{3}{4}+1\right)$ $=\frac{x}{8}-\frac{7}{4}$

เมื่อหนูไก่แจกไข่ให้คนที่หนูไก่พบ 3 คน แล้วปรากฏว่าเหลือไข่ในตะกร้า 3 ฟอง

จะได้สมการ $\frac{x}{8}-\frac{7}{4}=3$

$\frac{x}{8}=3+\frac{7}{4}$

$x=\frac{19}{4}\times 8 = 38$

ดังนั้น ก่อนออกจากบ้านหนูไก่หยิบไข่ใส่ตะกร้าทั้งหมด 38 ฟอง แทนค่า $x=38$

คุณยายได้รับไข่จากหนูไก่ $\frac{38}{2}+1=20$ ฟอง

เด็กขายพวงมาลัยได้รับไข่จากหนูไก่ $\frac{38}{4}-\frac{1}{2}+1=10$ ฟอง

คุณยายได้รับไข่จากหนูไก่ $\frac{38}{8}-\frac{3}{4}+1=5$ ฟอง

แนวทางการเฉลย ปัญหา "หนูไก่แจกไข่" (ต่อ)

ผลเฉลย 2 เนื่องจาก หนูไก่แจกไข่ให้คุณยาย เด็กขายพวงมาลัย และคุณลุง แล้วปรากฏว่าเหลือไข่ในตะกร้า 3 ฟอง

โดยใช้กลยุทธ์ **“การคิดแบบย้อนกลับ”**

เริ่มต้นพิจารณาจากสิ่งสุดท้ายก่อน นั่นคือ เหลือไข่ในตะกร้า 3 ฟอง ในตะกร้า แล้วจึงพิจารณาย้อนกลับทีละขั้นไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งถึงจำนวนไข่ที่หนูไก่หยิบใส่ตะกร้าก่อนออกจากบ้าน ดังนี้

- พิจารณาจำนวนไข่ก่อนแจกให้ให้คุณลุง

เนื่องจาก เหลือไข่ 3 ฟอง รวมกับที่แถมให้คุณลุงไป 1 ฟอง รวมเป็น 4 ฟอง (จำนวนนี้คือครึ่งหนึ่งของจำนวนไข่ในตะกร้าก่อนหยิบให้คุณลุง)

ดังนั้น มีจำนวนไข่ในตะกร้าก่อนหยิบให้คุณลุงเท่ากับ $4\times2=8$ ฟอง

- พิจารณาจำนวนไข่ก่อนหยิบให้เด็กขายพวงมาลัย

เนื่องจาก ก่อนแถมให้เด็กขายมีไข่อยู่ 8+1 = 9 ฟอง (จำนวนนี้คือครึ่งหนึ่งของจำนวนไข่ในตะกร้าก่อนหยิบให้เด็กขายพวงมาลัย)

ดังนั้น มีจำนวนไข่ในตะกร้าก่อนหยิบให้เด็กขายพวงมาลัยเท่ากับ $9\times2=18$ ฟอง

- พิจารณาจำนวนไข่ก่อนหยิบให้คุณยาย

เนื่องจาก ก่อนแถมให้คุณยายมีไข่อยู่ 18+1 = 19 ฟอง (จำนวนนี้คือครึ่งหนึ่งของจำนวนไข่ในตะกร้าก่อนหยิบให้คุณยาย)

ดังนั้น มีจำนวนไข่ในตะกร้าก่อนหยิบให้คุณยายเท่ากับ $19\times2=38$ ฟอง

พอสรุปได้ดังนี้

คนที่ได้รับแจกไข่	จำนวนไข่ที่หนูไก่หยิบให้แต่ละคน	จำนวนไข่ที่แถม	จำนวนไข่ที่แต่ละคนได้รับ	จำนวนไข่ในตะกร้า **ก่อน**แจกให้แต่ละคน
คุณลุง	4	1	4+1 = 5	$4\times2=8$
เด็กขายพวงมาลัย	9	1	9+1 = 10	$9\times2=18$
คุณยาย	19	1	19+1 = 20	$19\times2=38$

แนวทางการเฉลย ปัญหา "หนูไก่แจกไข่" (ต่อ)

ผลเฉลย 3 เนื่องจาก หนูไก่แจกไข่ให้คุณยาย เด็กขายพวงมาลัย และคุณลุงแล้วมีไข่เหลืออยู่ในตะกร้า 3 ฟอง

โดยใช้กลยุทธ์ **"การคาดเดาและตรวจสอบ"**

สามารถคาดเดาจำนวนไข่ที่หนูไก่หยิบใส่ตะกร้าก่อนออกจากบ้าน จากนั้นหาจำนวนไข่ที่คุณยาย เด็กขายพวงมาลัย และคุณลุงได้รับ แล้วตรวจสอบจำนวนไข่ที่เหลือว่าเท่ากับ 3 ฟอง หรือไม่ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

คาดเดา จำนวนไข่ในตะกร้าก่อนออกจากบ้าน	จำนวนไข่ที่แจกให้คุณยาย	หลังจากแจกให้คุณยายเหลือไข่อยู่	จำนวนไข่ที่แจกให้เด็กขายพวงมาลัย	หลังจากแจกให้เด็กขายพวงมาลัยเหลือไข่อยู่	จำนวนไข่ที่แจกให้คุณลุง	จำนวนไข่ที่เหลือในตะกร้า	**ตรวจสอบ**
110	56	54	28	26	14	12	มากเกินไป
78	40	38	20	18	10	8	มากเกินไป
46	24	22	12	10	6	4	ใกล้เคียง
38	20	18	10	8	5	3	ถูกต้อง

6) คำตอบของปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

ตอบ (1) ก่อนออกจากบ้านหนูไก่หยิบไข่ใส่ตะกร้า 38 ฟอง

(2) คุณยายได้รับไข่ 20 ฟอง

เด็กขายพวงมาลัยได้รับไข่ 10 ฟอง

คุณลุงได้รับไข่ 5 ฟอง

ภาคผนวก ง
ตัวอย่าง สถานการณ์ปัญหา

คาบเรียน 2 ปัญหา “แบรนด์วีน่า”

บริษัทผู้ผลิตเครื่องดื่มรังนกยี่ห้อ แบรนด์วีน่า จัดรายการ “คืนกำไรให้ลูกค้า” โดยลูกค้าสามารถนำขวดเปล่าแบรนด์วีน่า 4 ขวด มาแลกแบรนด์วีน่า ฟรี! 1 ขวด

นอกจากนี้ ทางบริษัทยังได้แนะนำวิธีการ “ดื่มอย่างประหยัด” ให้ลูกค้า ดังนี้

ถ้าครั้งแรก ลูกค้าซื้อแบรนด์วีน่า จำนวน 4 ขวด เมื่อดื่มหมดนำขวดเปล่ามาแลก ลูกค้าจะได้แบรนด์วีน่า ฟรี! 1 ขวด พร้อมทั้งซื้อเพิ่มอีก 3 ขวด ก็จะเป็น 4 ขวด เมื่อดื่มหมดสามารถนำขวดเปล่าไปแลก ลูกค้าจะได้แบรนด์วีน่า ฟรี! อีก 1 ขวด

ในกรณีนี้จะเห็นว่า ลูกค้าดื่มแบรนด์วีน่าไปทั้งหมด 9 ขวด แต่จ่ายเงินซื้อเพียง 7 ขวด และเหลือขวดเปล่าอยู่กับตัวอีก 1 ขวด

ถ้าเจนนี่ต้องการดื่มแบรนด์วีน่า 98 ขวด โดยใช้วิธีการ “ดื่มอย่างประหยัด” ตามที่ทางบริษัทแนะนำ เจนนี่จะต้องซื้อแบรนด์วีน่าอย่างน้อยที่สุดกี่ขวด

คาบเรียน 5 ปัญหา “แบ่งพื้นที่”

ป้อง : สวัสดีครับลุง ลุงกำลังทำอะไรอยู่เหรอครับ ให้ผมช่วยนะ

ลุงวิจิตร : ลุงกำลังจะแบ่งพื้นที่บริเวณลานหลังบ้านเพื่อทำคอกวัว แต่ลุงยังไม่รู้ว่าจะแบ่งยังไงให้ทุกคอกมีพื้นที่เท่ากัน

ป้อง : อืม...ลุงมีวัวกี่ตัวละครับ

ลุงวิจิตร : 8 ตัว ลุงคิดว่าจะให้มันอยู่คอกละ 2 ตัว ก็พอ

ป้อง : แต่พื้นที่ของลุงเป็นรูปสามเหลี่ยม เอ้...แล้วจะแบ่งยังไงดี

ถ้านักเรียนเป็นป้อง นักเรียนจะช่วยแบ่งพื้นที่ดังกล่าวตามความต้องการของลุงวิจิตรได้อย่างไรบ้าง

คาบเรียน 6 ปัญหา “วัวกินหญ้า”

ป้อง : ลุงเลี้ยงวัวไว้ทำอะไรครับ

ลุงวิจิตร : วัวเป็นสัตว์ที่เราเลี้ยงไว้ใช้งาน ถือว่ามีบุญคุณต่อคน วัวเป็นสัตว์ที่กินพืชเป็นอาหาร อาหารหลักของวัวก็คือหญ้า

ป้อง : แล้วลุงเอาหญ้าที่ไหนมาให้วัวกินล่ะครับ

ลุงวิจิตร : ลุงไม่ได้เอามาให้มันกินหรอก แต่ลุงจะพามันไปผูกไว้กลางทุ่งหญ้าให้มันกินหญ้าเอง ตามมาซิ ลุงกำลังจะพามันไปกินหญ้า

พอไปถึง ลุงก็เอาวัวไปผูกไว้กับต้นไม้ซึ่งอยู่กลางทุ่งหญ้าพอดี

ป้อง : ถ้าลุงผูกวัวไว้อย่างนี้ก็ต้องมีบริเวณที่วัวไปกินหญ้าไม่ถึงใช่มั๊ยครับ

ลุงวิจิตร **:** ถูกต้องแล้วหลานรัก

ถ้าเชือกที่ลุงผูกวัวยาวเป็นครึ่งหนึ่งของความยาวด้านของทุ่งหญ้า เมื่อทุ่งหญ้าแห่งนี้มีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และบริเวณที่วัวไม่สามารถไปกินหญ้าได้คิดเป็นพื้นที่ประมาณ 30

ตารางเมตร จงหาว่าบริเวณทั้งหมดที่วัวสามารถไปกินหญ้าได้คิดเป็นพื้นที่ประมาณกี่ตารางเมตร (กำหนด $\pi \approx \frac{22}{7}$)

คาบเรียน 8 ปัญหา "ปริศนา...ความอร่อย"

แม่จันทำขนมทองหยิบไว้ให้ เพชร พลอย และไพลิน รับประทานเป็นอาหารว่าง เพชรกลับมาถึงก่อน เห็นขนมทองหยิบวางอยู่ จึงแบ่งขนมทองหยิบออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน แล้วกินไปหนึ่งส่วน พอพลอยกลับมาบ้างก็จัดการแบ่งขนมทองหยิบออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน แล้วกินไปหนึ่งส่วน หลังจากนั้นไพลินกลับมาก็ทำเช่นเดียวกับพี่สาวสองคนเมื่อไพลินกินส่วนแบ่งของตนไปแล้ว ยังเหลือขนมทองหยิบอีก 8 ชิ้น เดิมมีขนมทองหยิบอยู่กี่ชิ้น และแต่ละคนกินขนมทองหยิบคนละกี่ชิ้น

คาบเรียน 9 ปัญหา "หนึ่งตำบลหนึ่งผลิตภัณฑ์"

ข้าวโพด จัดเป็นพืชเศรษฐกิจที่สำคัญ เกษตรกรส่วนใหญ่ปลูกข้าวโพดเพื่อจำหน่ายเป็นอาหารสัตว์ แต่เนื่องจากปัญหาผลผลิตทางการเกษตรตกต่ำ ทำให้กลุ่มเกษตรกร ต.หัวปลวก อ.เสาไห้ จ.สระบุรี คิดหาหนทางแปรรูปข้าวโพด เป็นผลิตภัณฑ์ต่างๆ เพื่อเพิ่มมูลค่าให้ข้าวโพด

ผลิตภัณฑ์ สบู่ข้าวโพดขัดผิว จึงเกิดขึ้นจากภูมิปัญญาเกษตรกร ต.หัวปลวก จัดเป็นสินค้าหนึ่งตำบลหนึ่งผลิตภัณฑ์ ซึ่งถือเป็นผลิตภัณฑ์บำรุงผิวพรรณอีกรูปแบบหนึ่ง

เมื่อถึงงานประเพณีของจังหวัดก็จะมีการนำสินค้าของแต่ละตำบลมาขาย กวิตาเป็นตัวแทนของกลุ่มเกษตรกร ต.หัวปลวก เธอนำสบู่ข้าวโพดขัดผิวจำนวนหนึ่ง รวมทั้งสินค้าอื่น ๆ ของตำบลมาขายในงานนี้ด้วย

กวิตาขายสบู่ให้ลูกค้าคนแรกไป 1 ใน 4 ของจำนวนสบู่ทั้งหมด และแถมไปอีก 3 ก้อน ต่อมาขายให้ลูกค้าคนที่สองไป 1 ใน 3 ของจำนวนสบู่ที่เหลืออยู่ และแถมให้ 2 ก้อน และขายให้ลูกค้าคนที่สามไปครึ่งหนึ่งของจำนวนสบู่ที่เหลืออยู่ ปรากฏว่ากวิตาเหลือสบู่อยู่ 13 ก้อน ให้นักเรียนช่วยกันหาว่า กวิตานำสบู่มาขายในงานนี้ทั้งหมดกี่ก้อน และลูกค้าได้สบู่ไปคนละกี่ก้อน

คาบเรียน 10 ปัญหา "หนูไก่แจกไข่"

วันนี้เป็นวันเกิดของหนูไก่ หนูไก่หยิบไข่ใส่ตะกร้าจนเต็ม แล้วเดินออกจากบ้าน หนูไก่พบคุณยายแก่ชราท่านหนึ่ง จึงหยิบไข่ครึ่งหนึ่งของทั้งหมดที่มีอยู่ในตะกร้าให้คุณยาย และแถมให้อีก 1 ฟอง หนูไก่เดินต่อไป พบเด็กขายพวงมาลัยคนหนึ่ง หนูไก่หยิบไข่ครึ่งหนึ่งของที่เหลืออยู่ในตะกร้าให้เด็กคนนั้น และแถมให้อีก 1 ฟอง แล้วเดินต่อไป จากนั้นหนูไก่พบคุณลุงท่านหนึ่ง หนูไก่ก็ทำเช่นเดิม คือ หยิบไข่ครึ่งหนึ่งของที่เหลืออยู่ในตะกร้าให้คุณลุง และแถมให้อีก 1 ฟอง ปรากฏว่าเหลือไข่ในตะกร้า 3 ฟอง ก่อนออกจากบ้านหนูไก่หยิบไข่ใส่ตะกร้ากี่ฟอง แต่ละคนได้รับไข่จากหนูไก่เท่าไร

ภาคผนวก จ

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหา "รถไฟฟ้า BTS"

ผู้โดยสารจำนวนหนึ่งโดยสารรถไฟฟ้า BTS มาจากสถานีทองหล่อ เมื่อถึงสถานีเอกมัย ผู้โดยสารลง $\frac{1}{3}$ ของจำนวนผู้โดยสารบนรถ และมีผู้โดยสารขึ้นมาอีก 24 คน จากนั้นจอดที่สถานีพระโขนงผู้โดยสารลง $\frac{1}{2}$ ของจำนวนผู้โดยสารบนรถ และมีผู้โดยสารขึ้นมาอีก 3 คน เมื่อถึงสถานีอ่อนนุชซึ่งเป็นสถานีปลายทางผู้โดยสารทุกคนลงจากรถ นับได้ 62 คน อยากทราบว่ามีผู้โดยสารโดยสารรถไฟฟ้า BTS ขบวนนี้ มาจากสถานีทองหล่อทั้งหมดกี่คน และผู้โดยสารลงที่สถานีเอกมัย และสถานีพระโขนงสถานีละกี่คน

ที่ว่างสำหรับทด

ปัญหาการใช้ความรู้เกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หลังประสบอุบัติเหตุ ดาราสาว "แตงโม" ภัทรธิดา ไปทำบุญเพื่อสะเดาะเคราะห์ โดยนำนมกล่อง และขนมไปเลี้ยงน้องๆ ที่สถานสงเคราะห์เด็กพิการ

แตงโมทราบมาว่าน้อง ๆ ที่นี่ชอบดื่มนมกล่องรสสตอเบอรี่ และรสส้มเท่านั้น เธอจึงไปหาซื้อที่ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่ง พบว่า นมกล่องรสสตอเบอรี่หนึ่งแพ็คมี 6 กล่อง ราคา 50 บาท ส่วนนมกล่องรสส้มหนึ่งแพ็คมี 4 กล่อง ราคา 35 บาท โดยที่ทางห้างสรรพสินค้าไม่แบ่งขายเป็นกล่อง

ถ้าแตงโมต้องการนมกล่องทั้งหมด 50 กล่อง ให้นักเรียนช่วยแตงโมคิดหน่อยว่าจะต้องซื้อนมกล่องอย่างละกี่แพ็คจึงจะเพียงพอต่อความต้องการและจ่ายเงินน้อยที่สุด

ที่ว่างสำหรับทด

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ สกุล	นางสาวปิยะนาถ เหมวิเศษ
วันเดือนปีเกิด	28 กุมภาพันธ์ 2525
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดสุราษฎร์ธานี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	45 หมู่ 8 ตำบลคลองน้อย อำเภอเมือง จังหวัดสุราษฎร์ธานี 84000

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2538	ประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านทอนหญ้าปล้อง จังหวัดสุราษฎร์ธานี
พ.ศ. 2544	มัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสุราษฎร์พิทยา จังหวัดสุราษฎร์ธานี
พ.ศ. 2548	การศึกษาบัณฑิต (กศ.บ.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ จังหวัดสงขลา
พ.ศ. 2551	การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ กรุงเทพมหานคร