การพัฒนาชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ปริญญานิพนธ์
ของ
สุภาพร บุญหนัก

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา
กุมภาพันธ์ 2544
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

14 510.78
ส838ก
ร.3

การพัฒนาชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

24 ส.ค. 2544

บทคัดย่อ

ของ

สุภาพร บุญหนัก

ท 141314

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา
กุมภาพันธ์ 2544

สุภาพร บุญหนัก. (2544). *การพัฒนาชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม : ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ดิลก ดิลกานนท์.

การศึกษาครั้งนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนดังกล่าว

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 โรงเรียนวัดนวลนรดิศ เขตภาษีเจริญ กรุงเทพมหานคร จำนวน 3 ห้องเรียน รวม 148 คน ที่ได้มาโดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) โดยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One – Group Pretest – Posttest Design สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลคือ t – test Dependent

ผลการศึกษาพบว่า

1. ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล หลังการทดลอง สูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล หลังการทดลอง สูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICS LEARNING PACKAGES ON "CONGRUENCY" THROUGH PROBLEM – SOLVING APPROACH TO PROMOTE REASONING ABILITY OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS

AN ABSTRACT

BY

SUPAPORN BOONNAK

Presented in partial fulfillment of the requirements for the
Master of Education degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University
February 2001

Supaporn Boonnak. (2001). *The Development of Mathematics Learning Packages on "Congruency" Through Problem – Solving Approach to Promote Reasoning Ability of Mathayomsuksa II Students.* Master of Education, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisory Committee : Dr.Chaweewan Sawetamalya, Assist. Prof. Dr.Dilok Dilakanont.

The purposes of this study were to develop the mathematics learning packages on "congruency" through problem – solving approach to promote reasoning ability of Mathayomsuksa II students and to study their mathematics achievement and reasoning ability being taught by using those packages.

The subjects of this study were 148 Mathayomsuksa II students of Wat Nuannoradit School, Paseecharoen, Bangkok in the first semester of 2000 academic year by random sampling. The one – group pretest – posttest design was used in this study. The t – test for dependent samples was used for data analysis.

The results of this study revealed that

1. the mathematics learning packages on "congruency" through problem – solving approach to promote reasoning ability possessed the efficiency of 80/80 criteria.

2. the mathematics achievement of the experimental group after being taught by using the mathematics learning packages on "congruency" through problem – solving approach to promote reasoning ability was higher than that bofore the experiment at the .01 level of significance.

3. the reasoning ability of the experimental group after being taught by using the mathematics learning packages on "congruency" through problem – solving approach to promote reasoning ability was higher than that before the experiment at the .01 level of significance.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง

การพัฒนาชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ
เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ของ
นางสาวสุภาพร บุญหนัก

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัย ให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ศาสตราจารย์ ดร. เสริมศักดิ์ วิศาลาภรณ์)
วันที่ ..27.. เดือน ...กุมภาพันธ์... พ.ศ. ..2548..

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

..... ประธาน
(อาจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ดิลก ดิลกานนท์)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาและการให้คำปรึกษาแนะแนวทางจาก ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ ประธานกรรมการ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ดิลก ดิลกานนท์ กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล กรรมการแต่งตั้งเพิ่มเติม เป็นอย่างดียิ่ง ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ดิลก ดิลกานนท์ รองศาสตราจารย์ ดร.ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุพจน์ ไชยสังข์ อาจารย์ปาจรีย์ วัชชวัลคุ และอาจารย์ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา ที่กรุณาให้คำแนะนำ และตรวจแก้ไขข้อบกพร่องของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการประเสริฐ อหิงสโก คณะครูอาจารย์โรงเรียนวัดนวลนรดิศ และขอขอบใจนักเรียนโรงเรียนวัดนวลนรดิศ ที่ได้อำนวยความสะดวกและให้ความร่วมมือในการหาประสิทธิภาพของเครื่องมือ รวมทั้งการดำเนินการทดลองในการวิจัยครั้งนี้เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณบิดามารดา คุณฐิติโชติ ศรีงาม และขอขอบคุณ พี่ น้อง นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาเอกการมัธยมศึกษาทุกคนที่ได้สนับสนุนช่วยเหลือ และให้กำลังใจในการทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ให้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดามารดา และครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนและประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

สุภาพร บุญหนัก

สารบัญ

บทที่		หน้า
1	บทนำ	1
	ภูมิหลัง	1
	ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	3
	ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า	3
	ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า	3
	นิยามศัพท์เฉพาะ	4
	สมมุติฐานของการศึกษาค้นคว้า	6
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	7
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการสอนหรือชุดการเรียน	8
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดและการคิดอย่างมีเหตุผล	28
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา	39
	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์	51
3	วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า	56
	การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	56
	แบบแผนที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	56
	เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	57
	วิธีดำเนินการทดลอง	63
	การวิเคราะห์ข้อมูล	63
	สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	64
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	67
	สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	67
	การวิเคราะห์ข้อมูล	67
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	68

สารบัญ(ต่อ)

บทที่		หน้า
5	สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	71
	สังเขป ความมุ่งหมาย สมมุติฐาน	72
	สรุปผลการศึกษาค้นคว้า	73
	อภิปรายผล	74
	ข้อเสนอแนะ	77
	บรรณานุกรม	79
	ภาคผนวก	88
	ประวัติย่อผู้วิจัย	264

บัญชีตาราง

ตาราง หน้า

1 การเปรียบเทียบการคิดอย่างมีเหตุผลของเด็กในขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรม และขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรม..... 32

2 แบบแผนการทดลอง..... 57

3 หลักสูตรการมัธยมศึกษาตอนต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการ..... 57

4 เนื้อหาและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการ..... 60

5 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล 68

6 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอน โดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล 69

7 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอน โดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล 70

8 ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ..... 90

9 ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล..... 91

10 ค่า X และค่า X^2 ในการหาค่าความแปรปรวน ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ..... 92

11 ค่า p ค่า q และค่า pq ในการหาค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ..... 95

12 ค่า X และค่า X^2 ในการหาค่าความแปรปรวน ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล..... 96

13 ค่า p ค่า q และค่า pq ในการหาค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล..... 99

14 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง..... 102

15 คะแนนความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง.....106

บัญชีตาราง(ต่อ)

ตาราง หน้า

16 ประสิทธิภาพชุดการเรียนที่ 1 เรื่องความเท่ากันทุกประการ..... 110
17 ประสิทธิภาพชุดการเรียนที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม..... 111
18 ประสิทธิภาพชุดการเรียนที่ 3 เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน..... 112
19 ประสิทธิภาพชุดการเรียนที่ 4 เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม..... 113
20 ประสิทธิภาพชุดการเรียนที่ 5 เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน..... 114
21 ประสิทธิภาพชุดการเรียนที่ 6 เรื่องรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว..... 115
22 ประสิทธิภาพชุดการเรียนที่ 7 เรื่องทบทวนรูปสามเหลี่ยมและความเท่ากันทุกประการ... 116

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ		หน้า
1	องค์ประกอบที่สำคัญของชุดการเรียนการสอน.....	15
2	แผนภูมิแสดงการสร้างชุดการสอน.....	21
3	ลำดับขั้นการคิดของครูลิคและรูดนิค.....	29
4	แผนภูมิแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา.....	44

บทที่ 1
บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์แขนงหนึ่ง ที่มีความสำคัญและมีประโยชน์ต่อมนุษย์อย่างยิ่ง ทั้งในชีวิตประจำวันและการพัฒนาประเทศ เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการคิด กระบวนการ และเหตุผล ฝึกให้คนคิดอย่างมีระบบ และเป็นรากฐานของวิทยาการต่าง ๆ หลายสาขา กระทรวงศึกษาธิการจึงได้จัดให้มีการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้น โดยเฉพาะหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ที่มุ่งเน้นกระบวนการทางด้านความคิดและการปฏิบัติ โดยมีจุดมุ่งหมายให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ สามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน และใช้เป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อได้ (กรมวิชาการ. 2535 : 40)

แต่ในช่วงเวลาที่ผ่านมา การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ยังไม่บรรลุผลสำเร็จตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตร จะเห็นได้จากงานวิจัยเกี่ยวกับการประเมินคุณภาพการศึกษาชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2540 ของโรงเรียนทุกสังกัด พบว่า ผลการวัดระดับความรู้ความสามารถของนักเรียนโดยเฉลี่ย พิจารณาจากคะแนนเฉลี่ยเทียบกับเกณฑ์การประเมินด้านคณิตศาสตร์ต่ำกว่าเกณฑ์การประเมินขั้นผ่านร้อยละ 15.60 และผลการประเมินจากจำนวนร้อยละของนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์การประเมิน พบว่า ความสามารถด้านคณิตศาสตร์ นักเรียนไม่ผ่านเกณฑ์การประเมิน คิดเป็นร้อยละ 80.95 (กรมวิชาการ. 2540 : 16-17) จากผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่า กระบวนการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษายังมีความบกพร่อง ฉะนั้นการจัดกิจกรรมการสอนแบบเดิมที่เน้นให้ผู้เรียนมีความรู้หรือจดจำเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ให้ได้มาก ๆ นั้น ย่อมเป็นการยากที่จะทำให้ผู้เรียนมีคุณภาพ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ควรจัดกระทำให้ผู้เรียนมีความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล สามารถใช้เหตุผลในการแสดงความคิดเห็นอย่างมีระเบียบชัดเจน รัดกุม มีความรู้ความเข้าใจในหลักการและโครงสร้างของวิชาคณิตศาสตร์ อีกทั้งสามารถคิดอย่างมีเหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ โดยการถ่ายโยงสู่การแก้ปัญหาอื่น ๆ ที่ไม่ใช่คณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาอื่น ๆ ดังนั้นโรงเรียนต้องจัดการเรียนการสอนหรือปลูกฝังการคิดอย่างมีเหตุผลควบคู่ไปกับการให้ความรู้ตามเนื้อหาวิชา เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีพัฒนาการตามเป้าหมายของการจัดการศึกษาที่กำหนดไว้ (สมเจตน์ ไวยาการณ์. 2530 : 3)

กระทรวงศึกษาธิการ ได้ให้ความสำคัญของการพัฒนาความสามารถในด้านการคิด โดยเสนอให้ใช้วิธีการทางวิทยาศาสตร์ มาใช้เป็นวิธีสอนการคิดควบคู่ไปกับการสอนเนื้อหาวิชา โดยเชื่อว่าวิธีการสอนตามรูปแบบนี้ จะส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักคิดโดยใช้เหตุผลประกอบกิจกรรมต่าง ๆ ซึ่ง

จะช่วยให้ผู้เรียนคิดเป็น ทำเป็น และแก้ปัญหาเป็น อันเป็นจุดมุ่งหมายของหลักสูตรทุกระดับ ซึ่งเป็นสิ่งที่สามารถทำได้ในเชิงปฏิบัติ การพัฒนาทักษะการใช้เหตุผลจะต้องเป็นเป้าหมายแรกของครูผู้สอนทุกคน ครูต้องใช้โอกาสทุกสถานการณ์ในห้องเรียน เพื่อสนับสนุนการให้เหตุผลของนักเรียนโดยวิธีการแก้ปัญหาในชั้นเรียน ซึ่งถือว่าเป็นกิจกรรมหรือเครื่องมือที่ดีเลิศ ที่จะช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถด้านเหตุผล ทั้งการแก้ปัญหาและความสามารถด้านเหตุผลเป็นทักษะกระบวนการ (Process Skills) การคิดไม่อาจเกิดขึ้นได้โดยปราศจากสิ่งที่ต้องคิด การฝึกการใช้เหตุผลจะต้องถูกนำไปใช้กับสถานการณ์เฉพาะที่ ซึ่งผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงได้ (Krulik. 1993 : 8 – 9)

สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ที่มีเป้าหมายเพื่อส่งเสริมการคิดอย่างมีเหตุผลนั้นย่อมแตกต่างกันตามสภาพและลักษณะของเนื้อหาวิชา กล่าวคือไม่มีวิธีสอนใดที่ดีที่สุดและเหมาะสมที่สุดสำหรับทุกวิชา (สมจิต สวธนไพบูลย์. 2535 : 24) ดังนั้นครูผู้สอนควรดัดแปลงรูปแบบ และวิธีสอนให้เหมาะสมกับนักเรียน โดยนำแนวคิด เทคนิค และวิธีการที่เหมาะสมเข้ามาช่วย เพื่อทำให้การเรียนรู้มีประสิทธิภาพสูงสุด ซึ่งวิธีสอนดังกล่าวต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล และยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียนรู้ ในการจัดการเรียนการสอนครูต้องเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้กระทำกิจกรรมการเรียนอย่างจริงจัง มีการร่วมมือกันในการเรียนรู้ เพราะจะก่อให้เกิดบรรยากาศที่ช่วยเหลือเกื้อกูลต่อกัน ได้ฝึกการทำงานร่วมกัน นอกจากนั้นในขณะที่มีการเรียนการสอนผู้เรียนจะต้องได้รับข้อมูลย้อนกลับ ได้แก้ไขปัญหาที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้ โดยมีครูผู้สอนเป็นที่ปรึกษาและให้คำชี้แนะ ซึ่งการสอนโดยการใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล เป็นนวัตกรรมทางการศึกษาที่เอื้อต่อสถานการณ์ดังกล่าว

รูปแบบการสอนด้วยชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ที่ผู้วิจัยสนใจมีลักษณะเป็นรูปแบบการสอนที่มุ่งให้ผู้เรียนได้เรียนด้วยตนเอง กิจกรรมการเรียนอาจจะเป็นรายบุคคลหรือกลุ่ม ซึ่งเป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมร่วมกัน ทำให้ผู้เรียนรู้จักการวางแผนแก้ปัญหา ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน สำหรับครูมีบทบาทเป็นเพียงผู้ชี้แนะแนวทางการปฏิบัติในการแสวงหาความรู้ของนักเรียน ซึ่งครูต้องชี้แจงให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของการสร้างความคิดด้วยตนเอง มีการระบุขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอนที่ใช้ โดยดำเนินขั้นตอนตามลำดับ ทั้งนี้จะต้องมีการให้ข้อมูลย้อนกลับ เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจในความสามารถของตนเอง และเกิดความรู้ความเข้าใจเนื้อหาอย่างถูกต้อง และก่อนที่จะมีการดำเนินการเรียนการสอนในแต่ละครั้ง ครูต้องให้ผู้เรียนทำการสรุปและทบทวนในสิ่งที่ได้ดำเนินการในคาบเรียนที่ผ่านมา เพื่อให้ผู้เรียนทราบพัฒนาการการเรียนรู้ของตนเอง โดยกิจกรรมการเรียนการสอนจะจำแนกกิจกรรมของครูและนักเรียนตามลักษณะของงานในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการการเรียนการสอนโดยวิธีการแก้ปัญหา เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

จากแนวความคิดดังกล่าว ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะพัฒนาชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ในการที่จะช่วยเพิ่มพูนประสิทธิภาพในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และเสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เอื้อต่อการที่จะทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ของนักเรียนดีขึ้น และเป็นแนวทางเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียน อีกทั้งเพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ให้บรรลุจุดมุ่งหมายของหลักสูตรอย่างมีประสิทธิภาพและประสิทธิผลสูงสุด

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อพัฒนาชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนก่อนการทดลองและหลังการทดลองใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล
3. เพื่อศึกษาความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนก่อนการทดลองและหลังการทดลองใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

ผลของการศึกษาค้นคว้านี้ จะเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ซึ่งจะมีประโยชน์ต่อครูผู้สอนที่จะใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพสูงสุด

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดนวลนรดิศ เขตภาษีเจริญ กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 โรงเรียนวัดนวลนรดิศ เขตภาษีเจริญ กรุงเทพมหานคร จำนวน 3 ห้องเรียน รวม 148 คน ที่ได้มาโดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 10 ห้องเรียน จำนวนนักเรียนทั้งหมด 400 คน โดยทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนโดยคละความสามารถของนักเรียน

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 ใช้เวลาในการทดลอง 14 คาบ คาบเรียนละ 50 นาที โดยทำการทดสอบก่อนเรียน 1 คาบ ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน 12 คาบ และทำการทดสอบหลังเรียน 1 คาบ

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์รายวิชา ค 203 คณิตศาสตร์ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) เรื่องความเท่ากันทุกประการ

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ประสิทธิภาพของชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
3. ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ชุดการเรียน หมายถึง รูปแบบการเรียนที่ประกอบด้วยนวัตกรรมทางการศึกษาได้แก่ สื่อ อุปกรณ์ และการจัดกระบวนการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา ทั้งนี้ก็เพื่อให้การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ บรรลุตามจุดมุ่งหมายอย่างมีประสิทธิภาพ ในชุดการเรียนแต่ละชุดประกอบด้วย

1.1 ชื่อชุดการเรียน

1.2 คำชี้แจง จะอธิบายถึงขั้นตอนต่าง ๆ ในการศึกษาหาความรู้จากชุดการเรียน

1.3 จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม จะระบุเป้าหมายที่ต้องการให้เกิดขึ้นหลังจากที่นักเรียนได้ศึกษาหาความรู้และทำแบบฝึกหัดในชุดการเรียน

1.4 เวลาที่ใช้ เป็นส่วนที่บอกเวลาทั้งหมดในการศึกษาหาความรู้จากชุดการเรียน

1.5 สื่อการเรียน ระบุถึงอุปกรณ์ที่ใช้ในชุดการเรียน

1.6 เนื้อหา ส่วนที่เสนอความรู้ให้กับนักเรียน

1.7 กิจกรรม เป็นส่วนที่กำหนดกิจกรรมที่ให้นักเรียนปฏิบัติ โดยวิธีการแก้ปัญหาตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา

1.8 แบบฝึกหัดระหว่างเรียน เป็นส่วนที่ให้นักเรียนปฏิบัติระหว่างศึกษาชุดการเรียน

1.9 การประเมินผล เป็นส่วนที่ให้นักเรียนได้ประเมินความรู้ความสามารถของตนเองหลังการศึกษาชุดการเรียนแต่ละชุดเรียบร้อยแล้ว

2. ประสิทธิภาพของชุดการเรียน หมายถึง ชุดการเรียนที่ได้ประเมินตามเกณฑ์ 80/80 ซึ่งมีความหมายดังนี้

80 ตัวแรก หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนในชุดการเรียนแต่ละชุดแล้วนำคะแนนของนักเรียนทั้งหมดมารวมกัน คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนรวมทั้งหมด

80 ตัวหลัง หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนแต่ละชุดแล้วนำคะแนนของนักเรียนทั้งหมดมารวมกัน คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนรวมทั้งหมด

การยอมรับประสิทธิภาพของชุดการเรียน คือประสิทธิภาพของชุดการเรียนใกล้เคียงกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ หรือต่ำกว่าเกณฑ์ได้ไม่เกิน 2.5% (ฉลองชัย สุรวัฒนบูรณ์. 2528 : 215)

3. ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล หมายถึง ผู้เรียนมีความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ โดยสามารถถ่ายโยงไปสู่การแก้ปัญหาอื่น ๆ ที่ไม่ใช่วิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาอื่น ๆ ทั่วไปตามความสามารถที่พึงปรารถนา ซึ่งการวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สร้างแบบทดสอบวัดความถนัดทางด้านการคิดอย่างมีเหตุผล ตามทฤษฎีองค์ประกอบพื้นฐานทางสมองของเทอร์สโตน (ณรงค์ พ่วงศรี. 2525 : 1; อ้างอิงจาก Thurstone. 1938 : *Primary Mental Ability*.) มี 4 ลักษณะดังนี้

3.1 การจำแนกประเภท (Classification) เป็นการวัดความสามารถด้านเหตุผล ในการพิจารณาเปรียบเทียบสิ่งของต่าง ๆ มีอะไรเหมือนกัน มีอะไรต่างกัน เมื่อนำมาสร้างกลุ่มหรือพวกจะได้สามารถเปรียบเทียบว่า อะไรแตกต่างไปจากกลุ่ม หรืออะไรมีคุณสมบัติเหมือนกับกลุ่มที่กำหนดให้ความสามารถด้านนี้เป็นความสามารถด้านการแยกแยะ หรือวิเคราะห์คุณลักษณะของสิ่งต่าง ๆ

3.2 การอุปมาอุปไมย (Analogy) เป็นการวัดความสามารถด้านเหตุผล ในการพิจารณาความสัมพันธ์ของคำสองคำ อ้างอิงไปยังความหมายคำอีกสองคำ หรือกลุ่มมโนภาพสองกลุ่ม กับกลุ่มมโนภาพอีกสองกลุ่มได้อย่างคล่องแคล่ว

3.3 อนุกรมภาพ (Matrices) เป็นการวัดความสามารถด้านเหตุผล ในการหาเหตุผลของการเปลี่ยนแปลงภาพอย่างมีระบบ

3.4 การสรุปอ้างอิง (Inference) เป็นการวัดความสามารถด้านเหตุผล ในการสรุปผลจากเหตุต่าง ๆ อาจจะเป็นเหตุใหญ่หรือเหตุเล็กก็ได้

4. การแก้ปัญหา หมายถึง กระบวนการ วิธีการ ยุทธวิธี หรือเทคนิคที่ต้องใช้ในการหาคำตอบ โดยอาศัยความรู้พื้นฐาน มโนมติ และทักษะต่าง ๆ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya. 1987) ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) ในขั้นนี้จะทำความเข้าใจในปัญหาอย่างกระจ่างแจ้งว่า มีปัญหาอะไร มีข้อมูลใดที่มาเกี่ยวข้องกับปัญหานั้น

ขั้นที่ 2 วางแผนในการแก้ปัญหา (Devising a Plan) เมื่อเข้าใจในตัวปัญหาแจ่มแจ้งแล้ว ก็ถึงขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา ซึ่งต้องอาศัยข้อมูลที่เกี่ยวข้องในการนำไปสู่การวางแผน ในการวางแผนนั้นอาจจะใช้การทดลอง ลองผิดลองถูก หรือค้นหารูปแบบที่คล้ายกับสิ่งที่เคยทำมา ฯลฯ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan) ขั้นนี้จะใช้ทักษะที่เคยเรียนรู้มาลงมือกระทำตามแผน รวมถึงการเขียนอธิบายจนกระทั่งได้คำตอบ

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ (Looking Back) ขั้นนี้จะพิจารณาว่า ได้แก้ปัญหาเรียบร้อยครบถ้วนทุกกรณีหรือไม่ และคำตอบที่ได้นั้น ใช้ข้อมูลครบทุกข้อมูลหรือไม่

5. แบบทดสอบ หมายถึง แบบประเมินผลการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมและเนื้อหาวิชา การทดสอบกระทำเมื่อนักเรียนได้ศึกษาชุดการเรียนในแต่ละชุดจบแล้ว

6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียนจากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ซึ่งประเมินได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นและได้ตรวจสอบคุณภาพเรียบร้อยแล้ว โดยแบบทดสอบนั้นสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้และความคิด (Cognitive Domain) ตามที่ วิลสัน (Wilson.1971 : 643 – 685) จำแนกไว้ 4 ระดับคือ ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) ความเข้าใจ (Comprehension) การนำไปใช้ (Application) และการวิเคราะห์ (Analysis)

7. การพัฒนาชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล หมายถึง การพัฒนารูปแบบการเรียนที่ประกอบด้วยนวัตกรรมทางการศึกษา เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล โดยใช้วิธีการแก้ปัญหาตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา

สมมุติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. ชุดการเรียนวิชาวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

3. ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการสอนหรือชุดการเรียน
   - 1.1 ความหมายของชุดการสอนหรือชุดการเรียน
   - 1.2 ประวัติความเป็นมาของการสร้างชุดการสอนหรือชุดการเรียน
   - 1.3 ประเภทของชุดการสอนหรือชุดการเรียน
   - 1.4 องค์ประกอบของชุดการสอนหรือชุดการเรียน
   - 1.5 หลักการ แนวคิด และทฤษฎีที่นำไปสู่การสร้างชุดการสอนหรือชุดการเรียน
   - 1.6 ขั้นตอนในการสร้างชุดการสอนหรือชุดการเรียน
   - 1.7 คุณค่าของชุดการสอนหรือชุดการเรียน
   - 1.8 การใช้ชุดการสอนหรือชุดการเรียน
   - 1.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการสอนหรือชุดการเรียน
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดและการคิดอย่างมีเหตุผล
   - 2.1 ความหมายของการคิด
   - 2.2 ประเภทของการคิด
   - 2.3 ความหมายของการคิดอย่างมีเหตุผล
   - 2.4 แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล
   - 2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดและการคิดอย่างมีเหตุผล
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา
   - 3.1 ความหมายของปัญหา
   - 3.2 ความหมายของการแก้ปัญหา
   - 3.3 ประเภทของปัญหา
   - 3.4 องค์ประกอบของการแก้ปัญหา
   - 3.5 ขั้นตอนในการแก้ปัญหา
   - 3.6 แนวความคิดพื้นฐานทางจิตวิทยาของการแก้ปัญหา
   - 3.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา
4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
   - 4.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
   - 4.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการสอนหรือชุดการเรียน

1.1 ความหมายของชุดการสอนหรือชุดการเรียน

ชุดการสอน (Instructional Package) มีชื่อเรียกอีกหลายชื่อคือ ชุดการเรียน (Learning Packages) หรือชุดการเรียนการสอน (Instructional Kits) ซึ่งการใช้คำว่าชุดการสอนทำให้เกิดความเข้าใจว่าเป็นสื่อการเรียนที่จัดไว้ให้สำหรับครูเป็นผู้ใช้ ในปัจจุบันได้เปลี่ยนจากชุดการสอนมาใช้คำว่าชุดการเรียน ดังนั้น **ถ้ากล่าวถึงชุดการสอนหรือชุดการเรียนการสอน ในความหมายของผู้วิจัยก็คือ ชุดการเรียน อันเป็นการแสดงถึงแนวการสอนที่ยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง โดยผู้เรียนมีโอกาสใช้สื่อต่าง ๆ ในชุดการเรียน และศึกษาหาความรู้ในชุดการเรียนด้วยตนเอง**

สำหรับความหมายของชุดการสอนหรือชุดการเรียน ได้มีผู้ให้ความหมายไว้หลากหลายดังนี้

ชุดการเรียนเป็นระบบการผลิต และเป็นการนำสื่อการเรียนหลาย ๆ อย่างมาสัมพันธ์กัน อีกทั้งยังมีคุณค่าส่งเสริมซึ่งกันและกัน สื่อการเรียนอย่างหนึ่งอาจใช้เพื่อความเข้าใจ ในขณะที่อีกอย่างหนึ่งใช้เพื่ออธิบายข้อเท็จจริงของเนื้อหา และอีกอย่างหนึ่งอาจใช้เพื่อก่อให้เกิดการเสาะแสวงหา อันจะนำไปสู่ความเข้าใจที่ลึกซึ้ง และเป็นการป้องกันการเข้าใจที่ผิดความหมาย (วิชัย วงษ์ใหญ่. 2525 : 185) สำหรับลักษณะของชุดการเรียนจะเป็นชุดของสื่อประสม ซึ่งครูสามารถนำมาใช้เป็นเครื่องชี้แนวทางหรือเป็นเครื่องมือในการสอน หรือให้ผู้เรียนใช้เรียนด้วยตนเอง หรือผู้เรียนและผู้สอนใช้ร่วมกัน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ หรือเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมอย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ตามจุดมุ่งหมายในการเรียนการสอนที่ตั้งใจไว้ในเนื้อหาวิชาหนึ่ง ๆ (ชัยยงค์ พรหมวงศ์. 2526 : 19) ซึ่งสอดคล้องกับ บุญชม ศรีสะอาด (2528 : 169) ที่กล่าวว่า ชุดการเรียนเป็นสื่อการเรียนหลายอย่างประกอบเข้าไว้ด้วยกันเป็นชุด เรียกว่าสื่อประสม ที่มุ่งให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ ในชุดการเรียนจะประกอบด้วยบัตรคำสั่ง บัตรเนื้อหา บัตรกิจกรรม บัตรแบบฝึกหัด บัตรงานพร้อมเฉลย หรือบัตรทดสอบพร้อมเฉลย ซึ่งในแต่ละชุดการเรียนจะมีสื่อการเรียนการสอนไว้พร้อม เพื่อให้ผู้เรียนใช้ประกอบการเรียนในเรื่องนั้น ๆ (ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ตันบรรจง. 2531 : 181) สำหรับสื่อประสมที่นำมาใช้ในชุดการเรียนนั้น ต้องสอดคล้องกับเนื้อหาวิชา ดังนั้นในการจัดทำชุดการเรียน จึงควรคำนึงถึงจุดประสงค์ของเนื้อหา การเลือกวิธีสอน และสื่อการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์ในการเรียนรู้จากชุดการเรียน (วิริยะ ศิริชานนท์. 2532 : 25) ทั้งนี้ก็เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ ให้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

จากการศึกษาความหมายข้างต้นพอสรุปได้ว่า ชุดการเรียน หมายถึง การนำเอาสื่อการเรียนการสอนหลาย ๆ อย่างมาใช้รวมกัน โดยให้สอดคล้องกับวิชา หน่วย หัวเรื่อง เนื้อหา และวัตถุประสงค์ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้มีการเรียนรู้ด้วยตนเองตามความสามารถ หรือทำกิจกรรมกลุ่มร่วมกัน ทั้งนี้ก็เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพสูงสุด

1.2 ประวัติความเป็นมาของการสร้างชุดการสอนหรือชุดการเรียน

การสร้างชุดการสอนเกิดขึ้นในโรงเรียนของสหรัฐอเมริกา ตั้งแต่ ปี ค.ศ. 1930 David Stansfield แห่งสถาบัน Ontario Institute for Studies in Education ได้คิดกล่องอเนกประสงค์ขึ้นใช้สำหรับนักเรียนในประเภทต่าง ๆ และชุดการสอนประเภทต่าง ๆ ที่สร้างขึ้นเป็นไปตามวัตถุประสงค์ของการสอน โดยใช้ประสบการณ์จากการเรียนรู้ในเรื่องการสอนสำเร็จรูป (Programmed learning) โดยผลิตกล่องที่เราเรียกว่า Thirties Box และพัฒนาต่อมาเป็น Perception Bag; Audiovisual Juke Box and Eco Box กล่องการสอนเหล่านี้เขาเรียกรวมว่า The 1930s Multimedia Kit ปรากฏว่า เป็นที่ชื่นชอบของเด็กถึงกับเรียกกล่องสื่อเอนกประสงค์ว่า "กล่องวิเศษ" ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ภายในสื่อเอนกประสงค์ดังกล่าว และได้พัฒนาเป็นชุดการสอนในที่สุด (หทัย ตันหยง. 2525 : 456)

ประวัติความเป็นมาของการสร้างชุดการสอนในประเทศไทย

ระบบการผลิตชุดการสอนในประเทศไทย พัฒนาขึ้นเมื่อภาคต้นปีการศึกษา 2516 ที่แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โดย ชัยยงค์ พรหมวงศ์ ได้ทำการวิจัยทดลองสอน "เทคโนโลยีกับการศึกษาร่วมสมัย" สำหรับสอนนิสิตระดับปริญญาโท โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มควบคุม (30 คน) สอนแบบบรรยาย และกลุ่มทดลอง (30 คน) สอนโดยใช้ชุดการสอน โดยยึดปรัชญาที่ว่า การศึกษาระดับอุดมศึกษานั้น ผู้สอนควรให้เนื้อหาสาระแก่ผู้เรียนเพียงส่วนเดียวและให้ผู้เรียนไปเสาะแสวงหาจากประสบการณ์ที่ผู้สอน

1. เตรียมไว้ให้ (ในรูปแบบของชุดการสอนกลุ่ม และรายบุคคล)
2. ชี้แหล่ง (ในรูปของหนังสืออ้างอิง)
3. ชี้ทาง (โดยแนะนำหัวเรื่อง ห้องสมุด ฯลฯ)

ดังนั้นในวิชา 3 หน่วยกิต ชัยยงค์ พรหมวงศ์ ให้นิสิตมาพบสัปดาห์ละ 1 ชั่วโมงส่วนอีก 2 ชั่วโมง นิสิตต้องศึกษาจากชุดการสอนรายบุคคลที่เตรียมไว้ในห้องสมุดของคณะครุศาสตร์ นอกจากนี้นิสิตยังต้องทำงานนอกเวลาอีกตามที่เห็นสมควร เพื่อให้ครบเนื้อหาที่กำหนดไว้ใน "โปรแกรมการเรียน" ในการประเมินผลมีการเก็บคะแนนย่อยประจำแต่ละหน่วยการสอน พิจารณาจากงานที่มอบหมาย และสอบปลายภาคการศึกษา ส่วนกลุ่มทดลองมีการทดลอง 2 ครั้ง ผลการวิจัยพบว่า สัมฤทธิ์ผลการเรียนของนิสิตปริญญาโทที่เรียนจากชุดการสอน ไม่แตกต่างจากนิสิตที่เรียนจากการสอนแบบบรรยาย แต่เมื่อทำการทดสอบ 4 สัปดาห์ ปรากฏว่า สัมฤทธิ์ผลความคงทนของกลุ่มทดลอง สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 ชัยยงค์ พรหมวงศ์ ได้นำระบบที่ทำการทดลองครั้งแรกมาปรับปรุงเป็นการสัมมนาเชิงปฏิบัติการโดยลดเวลาเหลือเพียง 5 วัน และได้เปิดการสัมมนาเชิงปฏิบัติการขึ้นตามสถาบันทางการศึกษาต่าง ๆ เช่น คณะพยาบาลศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น คณะแพทยศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย คณะพยาบาลศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล คณาจารย์ฝ่ายวิชาการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฯลฯ

หลังจาก พ.ศ. 2520 เป็นต้นมา ได้จัดฝึกปฏิบัติการตามมหาวิทยาลัยต่าง ๆ ประมาณ 20 ครั้ง ครั้งหลังสุดสำหรับคณาจารย์มหาวิทยาลัยศิลปากร ได้จัดขึ้นที่มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางแสน เมื่อปลายเดือนมีนาคม พ.ศ. 2523

ในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา ได้มีการนำระบบการผลิตชุดการสอนไปใช้ในการจัดฝึกอบรมเชิงปฏิบัติการแก่อาจารย์วิทยาลัยครู และครูประจำการตามส่วนต่าง ๆ ของประเทศ เพื่อใช้ในระบบการสอนแบบศูนย์การเรียน (ชัยยงค์ พรหมวงศ์. 2521 : 123)

สรุปได้ว่า การสร้างชุดการสอนในประเทศไทย เริ่มต้นขึ้นครั้งแรกในปี 2516 โดย ชัยยงค์ พรหมวงศ์ ได้สร้างชุดการสอนขึ้นเพื่อสอนนิสิตระดับปริญญาโท แผนกโสตทัศนศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย หลังจากนั้นจึงได้จัดสัมมนาเชิงปฏิบัติการขึ้นตามสถาบันทางการศึกษาต่าง ๆ เช่น คณะพยาบาลศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น คณะแพทยศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย และในที่สุดก็มีการจัดฝึกอบรมเชิงปฏิบัติการเกี่ยวกับการผลิตชุดการสอนทั่วไปในระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษา ตลอดจนวิทยาลัยครู และครูประจำการตามส่วนต่าง ๆ ของประเทศ ชุดการสอนจึงเป็นที่รู้จักกันอย่างแพร่หลายมาจนกระทั่งทุกวันนี้

1.3 ประเภทของชุดการสอนหรือชุดการเรียน

นักการศึกษาได้แบ่งประเภทของชุดการสอนหรือชุดการเรียน ไว้แตกต่างกันดังนี้

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2521 : 118) ได้แบ่งชุดการสอนออกเป็น 4 ประเภทใหญ่ ๆ คือ

1. ชุดการสอนประกอบการบรรยาย เป็นชุดการสอนที่กำหนดกิจกรรม และสื่อการสอนให้ครูได้ใช้ประกอบการสอนแบบบรรยาย เพื่อเปลี่ยนบทบาทให้ครูพูดน้อยลง และเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมการเรียนมากยิ่งขึ้น ชุดการสอนประกอบการบรรยายมุ่งช่วยขยายเนื้อหาสาระการสอนแบบบรรยายให้ชัดเจนขึ้น ช่วยให้ผู้สอนพูดน้อยลง และให้สื่อการสอนทำหน้าที่แทน ชุดการสอนแบบบรรยายนี้นิยมใช้กับการฝึกอบรมและการสอนในระดับอุดมศึกษา ที่ยังถือว่าการสอนแบบบรรยายยังมีบทบาทสำคัญในการถ่ายทอด และให้ความรู้แก่ผู้เรียน เนื่องจากเป็นชุดการสอนที่ครูเป็นผู้ใช้บางครั้งจึงเรียกว่า "ชุดการสอนสำหรับครู" ชุดการสอนประกอบการบรรยายจะมีเนื้อหาเพียงอย่างเดียว โดยแบ่งเป็นหัวข้อที่จะบรรยายและประกอบกิจกรรมไว้ตามลำดับขั้น สื่อที่ใช้อาจจะเป็นแผ่นคำสอน สไลด์ประกอบเสียงบรรยายในเทป แผนภูมิ แผ่นภาพ ภาพยนตร์ โทรทัศน์ และกิจกรรมกลุ่มเพื่อให้นักเรียนได้อภิปรายตามปัญหาและหัวข้อที่ครูกำหนดให้เพื่อความเรียบร้อยในการใช้ ชุดการสอนประกอบการบรรยาย มักจะบรรจุในกล่องที่มีขนาดพอเหมาะกับสื่อการสอน อย่างไรก็ตามหากเป็นวัสดุอุปกรณ์ที่มีขนาดเล็ก หรือขนาดใหญ่เกินไปหรือราคาแพงเกินไป แตกหรือเสียง่าย และเป็นสิ่งที่มีชีวิตจะไม่ใส่ไว้ในชุดการสอน แต่จะกำหนดไว้ในส่วนที่เกี่ยวกับสิ่งที่ครูต้องตระเตรียมล่วงหน้าก่อนทำการสอนในคู่มือครู วัสดุอุปกรณ์เหล่านี้นิยมจัดไว้ในห้องปฏิบัติการ เช่น ห้องปฏิบัติการวิทยาศาสตร์ หรือในห้องวิชาการ เช่น ห้องสังคมศึกษา

2. ชุดการสอนแบบกลุ่มกิจกรรม เป็นชุดการสอนที่มุ่งให้นักเรียนได้ประกอบกิจกรรมกลุ่มร่วมกัน ซึ่งอาจจะจัดการเรียนอยู่ในรูปของศูนย์การเรียนหรือกลุ่มกิจกรรม ชุดการสอนแบบกลุ่มกิจกรรมจะประกอบด้วยชุดการสอนย่อย ที่มีจำนวนเท่ากับศูนย์ที่แบ่งไว้ในแต่ละหน่วย ในแต่ละศูนย์มีสื่อการเรียน หรือบทเรียนครบชุดตามจำนวนผู้เรียนในศูนย์กิจกรรมนั้น สื่อการเรียนอาจจะจัดในรูปของรายบุคคล หรือผู้เรียนทั้งศูนย์ใช้ร่วมกันได้ ผู้เรียนที่เรียนจากชุดการสอนแบบกลุ่มกิจกรรมอาจจะ

ต้องการความช่วยเหลือจากครูเพียงเล็กน้อยในระยะเริ่มเท่านั้น หลังจากเคยชินต่อวิธีการใช้แล้ว ผู้เรียนจะสามารถช่วยเหลือกันและกันได้เอง ระหว่างประกอบกิจกรรมการเรียนหากมีปัญหาผู้เรียนสามารถซักถามครูได้เสมอ เมื่อจบการเรียนแต่ละศูนย์แล้วผู้เรียนอาจจะสนใจการเรียนเสริมเพื่อจะระลึกถึงสิ่งที่เรียนรู้ได้ โดยการศึกษาจากกิจกรรมในศูนย์สำรองซึ่งได้เตรียมไว้สำหรับนักเรียนบางคนหรือกลุ่มที่ทำกิจกรรมเสร็จก่อนคนอื่น หรือกลุ่มอื่นจะได้มีกิจกรรมอย่างอื่นทำ เพื่อการส่งเสริมการเรียนรู้ได้กว้างและลึกไม่เกิดความเบื่อหน่าย หรืออาจจะมีปัญหาทางวินัยในชั้นเรียน ผู้เรียนจะได้ทำกิจกรรมสำรองอันมีเนื้อหาสาระคล้ายกับสิ่งที่เคยเรียนมา แต่กิจกรรมนั้นอาจจะยากหรือมีความลึกซึ้งที่ยั่วยุต่อการเรียน

3. ชุดการสอนเอกัตภาพหรือชุดการสอนรายบุคคล เป็นชุดการสอนที่จัดระบบขั้นตอนเพื่อมุ่งให้ผู้เรียนสามารถศึกษาหาความรู้ด้วยตนเองตามลำดับความสามารถของแต่ละคน เพื่อให้ผู้เรียนก้าวไปข้างหน้าตามความสามารถ ความสนใจ และความพร้อมของผู้เรียน เมื่อศึกษาเสร็จแล้วจะทำการทดสอบประเมินผลความก้าวหน้าและศึกษาชุดอื่นต่อไปตามลำดับ เมื่อมีปัญหาผู้เรียนจะปรึกษากันได้ระหว่างผู้เรียน และผู้สอนพร้อมที่จะให้ความช่วยเหลือทันทีในฐานะผู้ประสานงาน หรือผู้ชี้แนะทางการเรียนรู้ของตนเองไปได้จนสุดความสามารถ โดยไม่ต้องเสียเวลารอคอยผู้อื่นเป็นการถูกต้องและยุติธรรมในการจัดการเรียน ชุดการสอนรายบุคคลอาจออกมาในรูปของหน่วยการสอนย่อยหรือโมดูล

4. ชุดการสอนทางไกล เป็นชุดการสอนที่ผู้เรียนอยู่ต่างถิ่นต่างเวลากัน มุ่งสอนให้ผู้เรียนศึกษาได้ด้วยตนเองโดยไม่ต้องมาเข้าชั้นเรียน ประกอบด้วยสื่อประเภทสิ่งพิมพ์ รายการวิทยุกระจายเสียง วิทยุโทรทัศน์ ภาพยนตร์ และการสอนเสริมตามศูนย์บริการการศึกษา เช่น ชุดการสอนทางไกลมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช นอกจากนี้ยังมีชุดการฝึกอบรม ชุดการสอนของผู้ปกครอง ชุดการสอนทางไปรษณีย์ เป็นต้น

คณะกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 250 – 251) ได้แบ่งประเภทของชุดการเรียนการสอนไว้ 3 ประเภท คือ

1. ชุดการเรียนการสอนสำหรับครู เป็นชุดสำหรับจัดให้ครูโดยเฉพาะ มีคู่มือและเครื่องมือสำหรับครู ซึ่งพร้อมที่จะนำไปสอนให้เด็กได้เกิดพฤติกรรมคาดหวัง ครูเป็นผู้ดำเนินการและควบคุมกิจกรรมทั้งหมด นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมภายใต้การดูแลของครู

2. ชุดการเรียนการสอนสำหรับนักเรียน เป็นชุดสำหรับให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง ครูมีหน้าที่เพียงจัดและมอบชุดการเรียนการสอนให้ แล้วคอยรับรายงานผลเป็นระยะ ๆ ให้คำแนะนำเมื่อมีปัญหาและประเมินผล ชุดนี้เป็นการฝึกให้เรียนด้วยตนเอง เมื่อนักเรียนจบการศึกษาจากโรงเรียนจะได้สามารถเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง

3. ชุดการเรียนการสอนสำหรับครูและนักเรียนร่วมกัน ชุดนี้มีลักษณะผสมระหว่างแบบที่ 1 กับแบบที่ 2 ครูเป็นผู้คอยดูแล และกิจกรรมบางอย่างครูต้องเป็นผู้นำแสดงให้นักเรียนดู และกิจกรรมบางอย่างนักเรียนต้องทำเอง ชุดการเรียนการสอนนี้เหมาะอย่างยิ่งที่จะใช้กับนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา ซึ่งเริ่มฝึกให้รู้จักการเรียนรู้ด้วยตนเองภายใต้การดูแลของครู

วีระ ตันตระกูล และปรีชา นิพนธ์พิทยา (2533 : 92 – 94) ได้แบ่งชุดการสอนไว้ 3 ประเภท คือ

1. ชุดการสอนสำหรับครู เป็นชุดการสอนประกอบการบรรยายของครู เพื่ออำนวยความสะดวกแก่ครูในการสอน

2. ชุดการสอนแบบศูนย์การเรียน เป็นชุดการสอนใช้สำหรับการเรียนแบบกิจกรรมกลุ่ม นอกจากจะให้ประสบการณ์การเรียนรู้โดยการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองแล้ว ยังส่งเสริมให้นักเรียนมีความซื่อสัตย์ สามัคคี เอื้อเฟื้อเผื่อแผ่ในหมู่คณะ ตลอดจนเสริมสร้างวินัยและประชาธิปไตยในระบบกลุ่มด้วย

3. ชุดการสอนแบบรายบุคคล เป็นชุดการสอนสำหรับนักเรียนใช้ศึกษาค้นคว้าเป็นรายบุคคล

จากการศึกษาประเภทของชุดการสอนหรือชุดการเรียน ได้แบ่งออกเป็นหลายประเภทซึ่งครูและนักเรียนมีบทบาทที่แตกต่างกันไปแต่ละประเภท ดังนั้นการเลือกสรรในแต่ละประเภท ครูควรเลือกให้เหมาะสมกับเนื้อหาและวัยของผู้เรียน เพื่อช่วยให้การเรียนการสอนบรรลุวัตถุประสงค์ตามหลักสูตรให้มากที่สุด ในการศึกษาค้นคว้านี้ผู้วิจัยได้ยึดแนวการสร้างชุดการเรียนที่ให้นักเรียนได้ศึกษาด้วยตนเอง และในบางครั้งก็จะมีการปฏิบัติกิจกรรมร่วมกัน โดยมีครูเป็นผู้ที่คอยให้คำชี้แนะและดูแลอย่างใกล้ชิด และเป็นผู้นำในการปฏิบัติกิจกรรมบางกิจกรรมร่วมกับนักเรียน

1.4 องค์ประกอบของชุดการสอนหรือชุดการเรียน

ชุดการสอนหรือชุดการเรียนประกอบด้วยสื่อประสม ในรูปของวัสดุอุปกรณ์และวิธีการตั้งแต่สองอย่างขึ้นไปแล้วนำมาบูรณาการเข้าด้วยกันเพื่อให้ชุดการสอนหรือชุดการเรียนมีประสิทธิภาพ ซึ่งนักการศึกษาได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดการสอนหรือชุดการเรียนไว้ดังนี้

ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2522 : 153) กล่าวว่า ชุดการสอนอาจมีหลายรูปแบบที่แตกต่างกัน แต่จะต้องประกอบด้วยส่วนต่าง ๆ ที่สำคัญ ดังนี้

1. คู่มือครู เป็นคู่มือและแผนการสอนสำหรับครูและนักเรียนตามลักษณะของชุดการสอน ภายในคู่มือครูจะชี้แจงถึงวิธีการใช้ชุดการสอนไว้อย่างละเอียด ครูและนักเรียนจะต้องปฏิบัติตามคำชี้แจงอย่างเคร่งครัด จึงจะสามารถใช้ชุดการสอนนั้นอย่างได้ผล คู่มือครูอาจจะทำเป็นเล่มหรือทำเป็นแผ่นแต่ต้องมีส่วนสำคัญ คือ

1.1 คำชี้แจงสำหรับครู

1.2 บทบาทของครู

1.3 การจัดชั้นเรียนพร้อมแผนผัง

1.4 แผนการสอน

1.5 แบบฝึกปฏิบัติ

2. บัตรคำสั่ง (คำแนะนำ) เพื่อให้ผู้เรียนประกอบกิจกรรมแต่ละอย่างที่มีอยู่ในชุดการสอนแบบกลุ่ม และชุดการสอนแบบรายบุคคล บัตรคำสั่งจะประกอบด้วย

2.1 คำอธิบายในเรื่องที่จะศึกษา

2.2 คำสั่งให้ผู้เรียนดำเนินกิจกรรม

2.3 การสรุปบทเรียน อาจใช้การอภิปรายหรือการตอบคำถาม

บัตรคำสั่งจะต้องมีถ้อยคำกะทัดรัด เข้าใจง่าย ชัดเจน ครอบคลุมกิจกรรมที่ต้องการให้ผู้เรียนทำ ผู้เรียนจะต้องอ่านบัตรคำสั่งให้เข้าใจเสียก่อนแล้วจึงปฏิบัติตามนั้นเป็นขั้น ๆ ไป

3. เนื้อหาหรือประสบการณ์ จะถูกบรรจุในรูปของสื่อต่าง ๆ อาจประกอบด้วยบทเรียนสำเร็จรูป สไลด์ แถบบันทึกเสียง ฟิล์มสตริป แผ่นภาพโปร่งใส วัสดุกราฟฟิก หุ่นจำลองของตัวอย่างรูปภาพ เป็นต้น ผู้เรียนจะต้องศึกษาจากสื่อการสอนต่าง ๆ ที่บรรจุอยู่ในชุดการสอนตามบัตรคำสั่งที่กำหนดไว้ให้

4. แบบประเมินผล (ทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน) อาจจะอยู่ในรูปของแบบฝึกหัดให้เติมคำลงในช่องว่าง จับคู่ เลือกคำตอบที่ถูก หรือให้พิจารณาผลจากการทดลองหรือทำกิจกรรม

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2521 : 120) ได้จำแนกส่วนประกอบของชุดการเรียนไว้ 4 ส่วน คือ

1. คู่มือครูสำหรับครูใช้ชุดการเรียนและ/หรือผู้เรียนที่ต้องเรียนจากชุดการเรียน

2. เนื้อหาสาระและสื่อ โดยจัดให้อยู่ในรูปของสื่อการเรียนแบบประสม หรือกิจกรรมการเรียนการสอนแบบกลุ่ม และรายบุคคล ตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

3. คำสั่งหรือการมอบงาน เพื่อกำหนดแนวทางในการดำเนินงานให้นักเรียน

4. การประเมินผล เป็นการประเมินผลของกระบวนการ ได้แก่ แบบฝึกหัด รายงานการค้นคว้า และผลของการเรียนรู้ในรูปของแบบสอบต่าง ๆ

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 186-189) ได้จำแนกองค์ประกอบของชุดการสอนไว้ 6 ส่วน ดังนี้

1. หัวเรื่อง คือการแบ่งเนื้อหาวิชาออกเป็นหน่วย แต่ละหน่วยแบ่งออกเป็นส่วนย่อยเพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ลึกซึ้งยิ่งขึ้น เพื่อมุ่งเน้นให้เกิดความคิดรวบยอดในการเรียนรู้

2. คู่มือการใช้ชุดการสอน เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับผู้ใช้ชุดการสอน จะต้องศึกษาก่อนที่จะใช้ชุดการสอนจากคู่มือครูให้เข้าใจเป็นสิ่งแรก จะทำให้การใช้ชุดการสอนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ สำหรับคู่มือการใช้ชุดการสอนประกอบไปด้วยส่วนต่าง ๆ ดังนี้

2.1 คำชี้แจงเกี่ยวกับการใช้ชุดการสอน เพื่อความสะดวกสำหรับผู้ที่จะนำชุดการสอนไปใช้ว่าจะต้องทำอะไรบ้าง

2.2 สิ่งที่ครูจะต้องตระเตรียมก่อนสอน ส่วนมากจะบอกถึงสื่อการเรียนที่มีขนาดใหญ่เกินกว่าที่จะบรรจุไว้ในชุดการสอนได้ หรือสิ่งที่มีการเน่าเปื่อย สิ่งที่เปราะแตกง่าย หรือสิ่งที่ต้องร่วมใช้กับคนอื่น หรือวัสดุที่มีราคาแพงที่ทางโรงเรียนจัดเก็บไว้ที่ศูนย์วัสดุอุปกรณ์ของโรงเรียน เป็นต้น

2.3 บทบาทของนักเรียนจะเสนอแนะว่า นักเรียนจะต้องมีส่วนร่วมในการดำเนินกิจกรรมการเรียนอย่างไร

2.4 การจัดชั้นเรียน ควรจะจัดในรูปแบบใดเพื่อความเหมาะสมของการเรียนรู้และการร่วมกิจกรรมของชุดการสอนนั้น ๆ

2.5 แผนการสอน ซึ่งประกอบด้วย

2.5.1 หัวเรื่อง กำหนดเวลาเรียน ผู้เรียน

2.5.2 เนื้อหาสาระ ควรจะเขียนสั้น ๆ กว้าง ๆ ถ้าต้องการรายละเอียด ควรนำไปรวมไว้ในเอกสารประกอบการเรียน

2.5.3 ความคิดรวบยอดหรือหลักการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นจากเนื้อหาสาระ

2.5.4 จุดประสงค์การเรียน หมายถึง จุดประสงค์ทั่วไปและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

2.5.5 สื่อการเรียน

2.5.6 กิจกรรมการเรียน

2.5.7 การประเมินผล

แผนการสอนนี้เป็นแนวทางที่ครูจะทำการสอนได้อย่างถูกต้องตามขั้นตอนของการเรียนรู้ เพื่อช่วยให้เด็กเกิดการเรียนรู้ได้อย่างรวดเร็วและมีประสิทธิภาพ

3. วัสดุประกอบการเรียน ได้แก่ พวกสิ่งของหรือข้อมูลต่าง ๆ ที่จะให้นักเรียนศึกษาค้นคว้า เช่น เอกสาร ตำรา บทคัดย่อ รูปภาพ แผนภูมิ วัสดุ เป็นต้น สิ่งเหล่านี้ควรจะมีอยู่อย่างสมบูรณ์ในชุดการสอนให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้

4. บัตรงาน เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับชุดการสอนแบบกลุ่ม หรือการจัดกิจกรรมแบบศูนย์การเรียน บัตรงานนี้อาจจะเป็นกระดาษแข็งหรืออ่อนตามขนาดที่เหมาะสมกับวัยผู้เรียน ซึ่งประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วน คือ

4.1 ชื่อบัตร กลุ่ม หัวเรื่อง

4.2 คำสั่งที่จะให้ผู้เรียนปฏิบัติอย่างไร

4.3 กิจกรรมที่ผู้เรียนต้องปฏิบัติตามลำดับขั้นตอนของการเรียน

5. กิจกรรมสำรอง จำเป็นสำหรับชุดการสอนแบบกลุ่มหรือการเรียนแบบศูนย์การเรียน ซึ่งกิจกรรมสำรองนี้ต้องเตรียมไว้สำหรับนักเรียนบางคนที่ทำกิจกรรมเสร็จก่อนคนอื่น จะได้มีกิจกรรมอย่างอื่นทำ เพื่อเป็นการส่งเสริมการเรียนรู้ได้กว้างขวาง ไม่เกิดความเบื่อหน่าย และป้องกันปัญหาทางวินัยในชั้นเรียนขึ้น ผู้เรียนจะได้ทำกิจกรรมสำรองอันมีเนื้อหาสาระคล้ายกับสิ่งที่เคยเรียนมา แต่กิจกรรมนั้นอาจจะยากหรือมีความลึกซึ้งที่ยั่วยุต่อการเรียน

6. ขนาดรูปแบบของชุดการสอน ชุดการสอนที่ดีไม่ควรใหญ่หรือเล็กเกินไป เพื่อความสะดวกในการใช้ ความสวยงามและการเก็บรักษา

กิดานันท์ มลิทอง (2531 : 181) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดการเรียนไว้ดังนี้

1. คู่มือสำหรับผู้สอนในการใช้ชุดการเรียนและสำหรับผู้เรียนใช้ชุดการเรียน

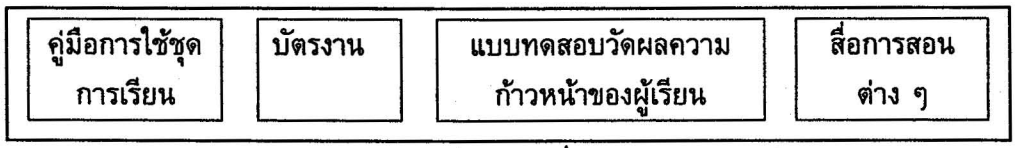
2. คำสั่ง เพื่อกำหนดแนวทางในการเรียน

3. เนื้อหาสาระบทเรียน จะจัดในรูปของสื่อต่าง ๆ เช่น สไลด์ เทป ฯลฯ

4. กิจกรรมการเรียน เป็นการกำหนดกิจกรรมให้ผู้เรียนทำรายงาน หรือค้นคว้าต่อจากสิ่งที่เรียนไปแล้ว

5. การประเมินผล เป็นแบบทดสอบที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระบทเรียนนั้น

บุญชม ศรีสะอาด (2528 : 95-96) ได้กล่าวว่า ชุดการเรียนการสอนจะมีองค์ประกอบที่สำคัญ 4 ด้านดังนี้



ภาพประกอบ 1 องค์ประกอบที่สำคัญของชุดการเรียนการสอน

1. คู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอน เป็นคู่มือที่จัดทำขึ้นเพื่อให้ผู้ใช้ชุดการเรียนการสอนศึกษาปฏิบัติ เพื่อให้บรรลุอย่างมีประสิทธิภาพ อาจประกอบด้วย แผนการสอน สิ่งที่ครูต้องเตรียมก่อนสอน บทบาทของผู้เรียน การจัดชั้นเรียน (ในกรณีของชุดการสอนที่มุ่งใช้กับกลุ่มย่อย เช่น ในศูนย์การเรียน)

2. บัตรงาน เป็นบัตรที่มีคำสั่งว่าจะให้ผู้เรียนปฏิบัติอะไรบ้าง โดยระบุกิจกรรมตามลำดับขั้นตอนของการเรียน

3. บัตรทดสอบวัดความก้าวหน้าของผู้เรียน เป็นแบบทดสอบที่ใช้สำหรับตรวจสอบว่าหลังจากเรียนชุดการเรียนการสอนจบแล้ว ผู้เรียนเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่

4. สื่อการเรียนต่าง ๆ เป็นสื่อสำหรับผู้เรียนได้ศึกษา มีหลายชนิดประกอบกันอาจเป็นประเภทสิ่งพิมพ์ เช่น บทความ เนื้อหาเฉพาะเรื่อง จุลสาร บทเรียนโปรแกรมหรือประเภทโสตทัศนูปกรณ์ เช่น รูปภาพ แผนภูมิต่าง ๆ เทปบันทึกเสียง ฟิล์มสตริป สไลด์ขนาด 2 x 2 นิ้ว ของจริง เป็นต้น

ฮุสตันและคนอื่น ๆ (Houston and others. 1972 : 10-15) ได้ให้ส่วนประกอบของชุดการเรียนไว้ดังนี้

1. คำชี้แจง (Prospectus) ในส่วนนี้ จะอธิบายถึงความสำคัญของจุดมุ่งหมายขอบข่ายของชุดการเรียนการสอน สิ่งที่ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ก่อนเรียน และขอบข่ายของกระบวนการทั้งหมดในชุดการเรียน

2. จุดมุ่งหมาย (Objectives) คือข้อความที่แจ่มชัดไม่กำกวมที่กำหนดว่า ผู้เรียนจะประสบความสำเร็จอะไรหลังจากเรียนแล้ว

3. การประเมินผลเบื้องต้น (Pre-assessment) มีจุดประสงค์ 2 ประการ คือ เพื่อให้ทราบว่าผู้เรียนอยู่ในการเรียนจากชุดการเรียนการสอนนั้น และเพื่อดูว่าเขาได้สัมฤทธิ์ผลตามจุดประสงค์เพียงใด การประเมินเบื้องต้นนี้อาจจะอยู่ในรูปของการทดสอบแบบข้อเขียน ปากเปล่า การทำงาน ปฏิกิริยาตอบสนองต่อคำถามง่าย ๆ เพื่อให้รู้ถึงความต้องการและความสนใจ

4. การกำหนดกิจกรรม (Enabling Activities) คือการกำหนดแนวทางและวิธีเพื่อไปสู่จุดประสงค์ที่ตั้งไว้ โดยให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมนั้นด้วย

5. การประเมินขั้นสุดท้าย (Post-assessment) เป็นข้อทดสอบเพื่อวัดผลการเรียนหลังจากเรียนแล้ว

คาร์ดาเรลลี (Cardarelli. 1973 : 150) ได้กำหนดโครงสร้างของชุดการเรียนซึ่งประกอบด้วย

1. หัวข้อ (Topic)
2. หัวข้อย่อย (Sub topic)
3. จุดมุ่งหมายหรือเหตุผล (Rational)
4. จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม (Behavioral objective)
5. การสอบก่อนเรียน (Pre – test)
6. กิจกรรมและการประเมินตนเอง (Activities and Self – evaluation)
7. การทดสอบย่อย (Quiz หรือ Formative Test)
8. การทดสอบขั้นสุดท้าย (Post – test หรือ Summative Evaluation)

ดวน (Duan. 1973 : 169) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดการเรียน 6 ประการ ดังนี้

1. มีจุดมุ่งหมายของเนื้อหา
2. มีการบรรยายเนื้อหา
3. มีจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม
4. มีกิจกรรมให้เลือกเรียน
5. มีกิจกรรมที่ส่งเสริมเจตคติ
6. มีเครื่องมือวัดผลก่อนการเรียนและหลังการเรียน

จากการศึกษาองค์ประกอบของชุดการสอนหรือชุดการเรียน ทำให้ทราบองค์ประกอบต่าง ๆ หลายรูปแบบ ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดองค์ประกอบของชุดการเรียน โดยการประยุกต์รูปแบบของ ชัยยงค์ พรหมวงศ์ คาร์ดาเรลลี และฮุสตันและคนอื่น ๆ ดังนี้

- ชื่อชุดการเรียน
- คำชี้แจง
- จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
- เวลาที่ใช้
- สื่อการเรียน
- เนื้อหา
- กิจกรรม
- แบบฝึกหัดระหว่างเรียน
- การประเมินผล

1.5 หลักการ แนวคิด และทฤษฎีที่นำไปสู่การสร้างชุดการสอนหรือชุดการเรียน

นักการศึกษาได้ให้หลักการ แนวคิด และทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสร้างชุดการสอนหรือชุดการเรียน ดังนี้

เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต (2528 : 292-293) กล่าวถึงหลักการและทฤษฎีสำคัญในการสร้างชุดการสอน ดังนี้

1. ความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual Differences) นักการศึกษาได้นำหลักจิตวิทยาในด้านความแตกต่างระหว่างบุคคลมาใช้ เพราะถือว่าการสอนนั้นไม่สามารถปั้นผู้เรียนให้เป็นแม่พิมพ์เดียวกันในช่วงเวลาที่เท่ากัน เพราะผู้เรียนแต่ละคนจะเรียนรู้ตามวิถีทางของเขาและใช้เวลาเรียนในเรื่องหนึ่ง ๆ ที่แตกต่างกันไป ความแตกต่างเหล่านี้มีความแตกต่างในด้านความสามารถ (Ability) สติปัญญา (Intelligence) ความต้องการ (Need) ความสนใจ (Interest) ร่างกาย (Physical) อารมณ์ (Emotion) และสังคม (Social) ด้วยเหตุผลที่คนเรามีความแตกต่างดังกล่าว ผู้สร้างชุดการสอนจึงพยายามที่จะหาวิธีการที่เหมาะสมที่สุดในการที่จะทำให้ผู้เรียนได้รียนอย่างบรรลุผลสำเร็จตามวัตถุประสงค์ที่วางไว้ในชุดนั้น ๆ

2. การนำสื่อประสมมาใช้ (Multi-media approach) เป็นการนำเอาสื่อการสอนหลาย ๆ ประเภทมาใช้สัมพันธ์กันอย่างมีระบบ ความพยายามอันนี้ก็เพื่อที่จะเปลี่ยนแปลงการเรียนการสอนจากเดิมที่เคยยึดครูเป็นแหล่งให้ความรู้เป็นหลัก มาเป็นการจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้เรียนด้วยการใช้แหล่งความรู้จากสื่อประเภทต่าง ๆ

3. ทฤษฎีการเรียนรู้ (Learning Theory) จิตวิทยาการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้

3.1 เข้าร่วมกิจกรรมด้วยตนเอง

3.2 ตรวจสอบผลการเรียนของตนเองว่าถูกหรือผิดได้ทันที

3.3 มีการเสริมแรง คือ ผู้เรียนจะเกิดความภาคภูมิใจ ดีใจที่ตนเองทำได้ถูกต้อง เป็นการให้กำลังใจที่จะเรียนต่อไป ถ้าตนเองทำไม่ถูกต้องจะได้ทราบว่าถูกต้องนั้นคืออะไรจะได้ไตร่ตรองพิจารณาทำให้เกิดความเข้าใจ ซึ่งไม่ทำให้เกิดความท้อถอย หรือสิ้นหวังในการเรียน

3.4 เรียนรู้ไปทีละขั้น ตามความสามารถและความสนใจของตนเอง

4. การใช้วิธีวิเคราะห์ระบบ (Systems Analysis) เป็นการนำเอาการวิเคราะห์ระบบมาใช้โดยจัดเนื้อหาวิชาให้สอดคล้องกับสภาพแวดล้อมและวัยของผู้เรียน ทุกสิ่งทุกอย่างที่จัดไว้ในชุดการสอน จะสร้างขึ้นอย่างมีระบบ จะต้องมีการตรวจเช็คทุกขั้นตอน และทุกอย่างจะต้องสัมพันธ์สอดคล้องกันเป็นอย่างดี มีการทดลองปรับปรุงจนมีประสิทธิภาพอยู่ในเกณฑ์มาตรฐานเป็นที่เชื่อถือได้จึงนำออกมาใช้

สาโรจน์ แพ่งยัง (2529 : 17) สรุปเพิ่มเติมอีกว่า ในการผลิตชุดการสอนเพื่อให้ได้ประสิทธิภาพและประสิทธิผลที่จะถ่ายทอดความรู้ให้กับผู้เรียนนั้น จำเป็นต้องอาศัยหลักการจากแนวคิดของทฤษฎีทางจิตวิทยาที่สำคัญ ดังนี้

1. ต้องให้ผู้เรียนเข้ามามีส่วนร่วม ไม่ว่าในการผลิต การใช้หรือการประเมินผล
2. สื่อการสอนที่ดีต้องให้ความรู้แก่ผู้เรียนเป็นขั้นตอนทีละน้อย ๆ จากง่ายไปหายาก
3. สื่อการสอนที่ดีต้องเร้าความสนใจของผู้เรียน และผู้เรียนสามารถตอบสนองได้ทันที
4. สื่อการสอนที่ดีต้องเหมาะสมกับวุฒิภาวะและความสามารถของผู้เรียน
5. สื่อการสอนที่ดีต้องสามารถให้ผู้เรียนทราบผลในการเรียนได้ทันที
6. สื่อการสอนที่ดีต้องให้ผู้เรียนได้ประสบการณ์ในความสำเร็จของตน

แนวความคิดทางทฤษฎีการเรียนรู้ที่เป็นแนวทางในการสร้างชุดการสอนที่มีประสิทธิภาพมีอยู่ 3 กลุ่มใหญ่ คือ (Kemp and Dayton. 1985 : 13 – 14)

1. กลุ่มพฤติกรรมนิยม (Behaviorism) เป็นกลุ่มที่กำหนดพฤติกรรมของมนุษย์ว่า เป็นการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้า (Stimulus) และการตอบสนอง (Response) บางทีจึงเรียกว่า การเรียนรู้แบบ S – R สิ่งเร้าก็คือข่าวสารหรือเนื้อหาวิชาที่ส่งไปให้ผู้เรียน โดยผ่านกระบวนการเรียนการสอน โปรแกรมการเรียนการสอนอิงหลักการและทฤษฎีนี้มาก โดยจะแยกลำดับขั้นของการเรียนรู้ออกเป็นขั้นย่อย ๆ และเมื่อผู้เรียนเกิดการตอบสนอง ก็จะสามารถทราบผลได้ทันทีว่าเกิดการเรียนรู้หรือไม่ ถ้าตอบสนองถูกต้องก็จะมีการเสริมแรง โปรแกรมการสอนเป็นรายบุคคลอิงทฤษฎีนี้มาก

2. กลุ่มเกสตัลท์หรือความรู้ความเข้าใจ (Gestalt Cognitive Theories) เป็นกลุ่มที่เน้นกระบวนการความรู้ความเข้าใจหรือการรู้จักคิดซึ่งได้แก่ การรับรู้อย่างมีความหมาย ความเข้าใจและความสามารถในการจัดกระทำอันเป็นคุณสมบัติพื้นฐานของพฤติกรรมมนุษย์ ทฤษฎีนี้ถือว่าการเรียนรู้ของมุนษย์นั้นขึ้นอยู่กับคุณภาพของสติปัญญา และความสามารถในการสร้างความสัมพันธ์

3. กลุ่มจิตวิทยาทางสังคมหรือการเรียนรู้ทางสังคม (Social psychology of Social Learning Theory) เป็นกลุ่มที่ได้รับความสนใจมากขึ้น ทฤษฎีนี้เน้นปัจจัยทางบุคลิกภาพและปฏิสัมพันธ์ระหว่างมนุษย์ การเรียนรู้ส่วนใหญ่เกี่ยวข้องกับการกระทำทางสังคม โดยเรียนรู้จากประสบการณ์โดยตรงหรือผ่านสื่อการเรียนการสอน

จากการศึกษาหลักการ แนวคิด และทฤษฎีในการสร้างชุดการสอนหรือชุดการเรียนจากนักการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางการเรียนรู้ คือให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการปฏิบัติกิจกรรมให้มากที่สุด โดยครูจะเป็นผู้ที่คอยให้คำชี้แนะ สร้างแรงจูงใจ และมีการเสริมแรงในการปฏิบัติกิจกรรม

1.6 ขั้นตอนในการสร้างชุดการสอนหรือชุดการเรียน

มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดการสอนหรือชุดการเรียน ดังนี้

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 189-192) อธิบายขั้นตอนการผลิตชุดการสอนไว้ดังนี้

1.ประการแรกจะต้องศึกษาเนื้อหาสาระของวิชาทั้งหมดอย่างละเอียด ว่าสิ่งที่เราจะนำมาทำเป็นชุดการสอนนั้น จะมุ่งเน้นให้เกิดหลักการของการเรียนรู้อะไรบ้างให้กับผู้เรียน นำวิชาที่ได้ทำการศึกษาวิเคราะห์แล้วแบ่งเป็นหน่วยของการเรียนการสอน แต่ละหน่วยนั้นจะมีหัวเรื่องย่อย ๆ รวมอยู่อีกที่เราจะต้องพิจารณาให้ละเอียดชัดเจน เพื่อไม่ให้เกิดความซ้ำซ้อนในหน่วยอื่น ๆ อันจะสร้างความสับสนให้กับผู้เรียนได้ และควรคำนึงถึงการแบ่งหน่วยการเรียนการสอนแต่ละวิชานั้น ควรจะเรียงตามลำดับขั้นตอนของเนื้อหาของความรู้ และลักษณะธรรมชาติในวิชานั้น ๆ

2. เมื่อศึกษาเนื้อหาสาระและแบ่งหน่วยการเรียนการสอนได้แล้ว จะต้องพิจารณาตัดสินใจอีกครั้งว่าจะทำชุดการสอนแบบใด โดยคำนึงถึงข้อกำหนดว่าผู้เรียนคือใคร (Who is Learner) จะให้อะไรกับผู้เรียน (Give What Condition) จะให้ทำกิจกรรมอย่างไร (Does What Activities) และจะทำได้ดีอย่างไร (How well criterion) สิ่งเหล่านี้เป็นเกณฑ์ในการกำหนดการเรียน

3. กำหนดหน่วยการเรียนการสอนโดยประมาณเนื้อหาสาระ ที่เราจะสามารถถ่ายทอดความรู้แก่นักเรียนได้ตามชั่วโมงที่เรากำหนด โดยคำนึงถึงว่าเป็นหน่วยที่น่าสนุก น่าเรียนรู้ ให้ความชื่นบานแก่ผู้เรียน หาสื่อการเรียนได้ง่าย พยายามศึกษาวิเคราะห์ให้ละเอียดอีกครั้งหนึ่งว่าหน่วยการเรียนการสอนนี้มีหลักการหรือความคิดรวบยอดหรือหลักการย่อย ๆ อะไรบ้างที่จะต้องศึกษาพยายามดึงเอาแก่นของหลักการเรียนรู้ออกมาให้ได้

4. กำหนดความคิดรวบยอด ความคิดรวบยอดที่เรากำหนดขึ้นจะต้องสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียน เพราะความคิดรวบยอดเป็นเรื่องของความเข้าใจอันเกิดจากประสาทสัมผัสกับสิ่งแวดล้อม เพื่อตีความหมายออกมาเป็นพฤติกรรมทางสมอง แล้วนำสิ่งใหม่ไปเชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิม เกิดเป็นความคิดรวบยอดฝังอยู่ในความจำ มนุษย์ต้องมีประสบการณ์ต่าง ๆ พอสมควรจึงจะสรุปแก่นแท้ของการเรียนรู้เกิดเป็นความคิดรวบยอดได้

5. จุดประสงค์การเรียนจะต้องให้สอดคล้องกับความคิดรวบยอด โดยกำหนดเป็นจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งหมายถึง ความสามารถของผู้เรียนที่แสดงออกมาให้เห็นได้จากภายหลังการเรียนการสอนแต่ละเรื่องจบไปแล้ว โดยผู้สอนสามารถวัดได้ จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนี้ถ้าผู้สอนจะกำหนด หรือระบุให้ชัดเจนมากเท่าใดก็ยิ่งมีทางประสบความสำเร็จในการสอนมากเท่านั้น ดังนั้นจึงควรใช้เวลาตรวจสอบจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมแต่ละข้อให้เหมาะสมถูกต้องกับจุดประสงค์ที่กำหนดไว้แต่ละข้อ

6. การวิเคราะห์งาน คือ การนำจุดประสงค์การเรียนแต่ละข้อมาทำการวิเคราะห์งานเพื่อหากิจกรรมการเรียนการสอน แล้วจัดลำดับกิจกรรมการเรียนให้เหมาะสมถูกต้องกับจุดประสงค์ที่กำหนดไว้แต่ละข้อ

7. เรียงลำดับจัดกิจกรรมการเรียน ภายหลังที่เรานำจุดประสงค์การเรียนแต่ละข้อมาวิเคราะห์งานและเรียงลำดับกิจกรรมแต่ละข้อ เพื่อให้เกิดการประสานกลมกลืนของการเรียนการสอนจะต้องนำกิจกรรมการเรียนของแต่ละข้อที่ทำการวิเคราะห์งาน และเรียงลำดับกิจกรรมไว้แล้วทั้งหมดนำมาหลอมรวมกันเป็นกิจกรรมการเรียนขั้นที่สมบูรณ์ที่สุด เพื่อไม่ให้เกิดความซ้ำซ้อนในการเรียนโดยคำนึงถึงพฤติกรรมพื้นฐานของผู้เรียน (Entering Behavior) วิธีดำเนินการให้มีการเรียนการสอนขึ้น (Instruction Procedures) ตลอดจนการติดตามผลและประเมินผลพฤติกรรมที่ผู้เรียนแสดงออกมาเมื่อมีการเรียนการสอนแล้ว (Performance Assessment)

8. สื่อการเรียน คือ วัสดุอุปกรณ์และกิจกรรมการเรียนที่ครูและนักเรียนจะต้องกระทำเพื่อเป็นแนวทางในการเรียนรู้ ซึ่งครูจะต้องจัดทำขึ้นและจัดหาไว้ให้เรียบร้อย ถ้าสื่อการเรียนเป็นของที่มีขนาดใหญ่ หรือมีคุณค่าที่จะต้องจัดเตรียมมาก่อน จะเขียนบอกไว้ให้ชัดเจนในคู่มือครูเกี่ยวกับการใช้ชุดการสอนว่าจะหาได้ ณ ที่ใด เช่น เครื่องฉายสไลด์ เครื่องบันทึกเสียง และพวกสิ่งที่เก็บไว้ไม่ได้ทนทานเพราะเกิดการเน่าเปื่อย เช่น ใบไม้ พืช สัตว์ เป็นต้น

9. การประเมินผล คือ การตรวจสอบดูว่าหลังจากการเรียนการสอนแล้วได้มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามที่จุดประสงค์การเรียนกำหนดไว้หรือไม่ การประเมินผลนี้จะใช้วิธีใดก็ตาม แต่จะสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนที่เราตั้งไว้ ถ้าการประเมินผลไม่ตรงตามจุดหมายที่เราตั้งไว้เมื่อใด

ความยุติธรรมก็จะไม่เกิดขึ้นกับผู้เรียน และไม่ตรงกับเป้าหมายที่กำหนดไว้ด้วยการเรียนรู้ในสิ่งนั้นจะไม่เกิดขึ้น ชุดการสอนที่สร้างขึ้นมาก็เป็นการเสียเวลาและไม่มีคุณภาพ

10. การทดลองใช้ชุดการสอนเพื่อหาประสิทธิภาพ เมื่อพิจารณาถึงรูปแบบของชุดการสอนว่าจะผลิตออกมาขนาดเท่าใด และรูปแบบของชุดการสอนจะออกมาเป็นแฟ้มหรือกล่อง สุดแล้วแต่ความสะดวกในการใช้ การเก็บรักษาและความสวยงาม และควรทดลองดูก่อนเพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องและแก้ไขปรับปรุงอย่างดีแล้ว จึงนำไปทดลองใช้กับเด็กทั้งชั้นหรือกลุ่มใหญ่ โดยกำหนดขั้นตอนไว้ดังนี้

10.1 ชุดการสอนนี้ต้องการความรู้เดิมของผู้เรียนหรือไม่

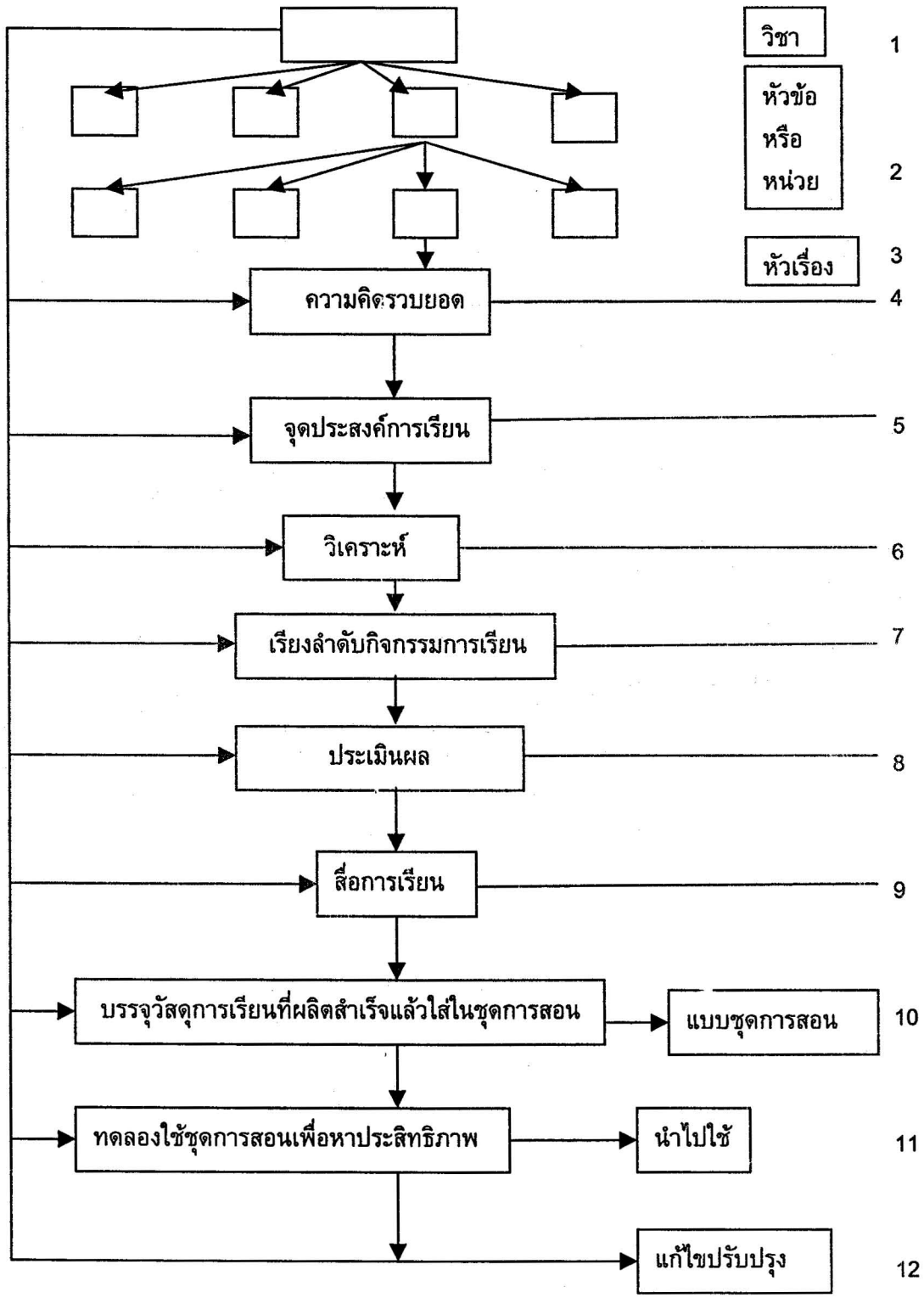
10.2 การนำเข้าสู่บทเรียนของชุดการสอนเหมาะสมหรือไม่

10.3 การประกอบกิจกรรมการเรียนการสอนมีความสับสนวุ่นวายกับผู้เรียน และดำเนินไปตามขั้นตอนที่กำหนดไว้หรือไม่

10.4 การสรุปผลการเรียนการสอนเพื่อเป็นแนวทางไปสู่ความคิดรวบยอด หรือหลักการสำคัญของการเรียนรู้ในหน่วยนั้น ๆ ดีหรือไม่ หรือจะต้องตรวจนับเพิ่มเติมอย่างไร

10.5 การประเมินผลหลังเรียน เพื่อตรวจสอบดูว่าพฤติกรรมการเรียนรู้ที่เปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นนั้นให้ความเชื่อมั่นได้มากน้อยแค่ไหน

ขั้นตอนในการสร้างชุดการสอนดังกล่าวแสดงในรูปของแผนภูมิได้ดังนี้



ภาพประกอบ 2 แผนภูมิแสดงการสร้างชุดการสอน
(วิชัย วงษ์ใหญ่. 2525 : 194)

#152999

รุ่งทิวา จักร์กร (2527 : 89-91) ได้แบ่งขั้นตอนของการผลิตชุดการสอนไว้ดังนี้

1. การกำหนดเรื่องเพื่อทำชุดการสอน อาจกำหนดเรื่องในหลักสูตร หรือกำหนดเรื่องขึ้นใหม่ตามความเหมาะสมก็ได้ และในการจัดแบ่งเนื้อหาเพื่อทำชุดการสอนในแต่ละระดับอาจไม่เหมือนกัน

2. จัดหมวดหมู่เนื้อหาและประสบการณ์ แล้วแต่ความต้องการและความเหมาะสม

3. จัดเป็นหน่วยการสอน จะแบ่งกี่หน่วย หน่วยหนึ่งควรใช้เวลาเท่าใด ใช้เวลาเรียนเป็นคาบตามความเหมาะสมกับวัยและระดับของผู้เรียน

4. กำหนดหัวเรื่อง จัดแบ่งหน่วยการสอนเป็นหัวข้อย่อย ๆ เพื่อสะดวกแก่การเรียนรู้ แต่ละหน่วยประกอบด้วยประสบการณ์ในการเรียนรู้อะไรบ้าง ก็กำหนดหัวข้อแต่ละหน่วยนั้นขึ้น

5. กำหนดความคิดรวบยอดหรือหลักการ ต้องกำหนดให้ชัดเจนว่าจะให้ผู้เรียนมีความคิดรวบยอดหรือหลักการอะไร ถ้าผู้สอนยังไม่ชัดเจนว่าจะเกิดอะไรในการเรียนรู้ การกำหนดจุดประสงค์ก็จะไม่ชัดเจน ฉะนั้นการพิจารณากำหนดความคิดรวบยอดหรือหลักการให้ชัดเจนจึงเป็นสิ่งสำคัญ

6. การกำหนดจุดประสงค์ในการสอน ซึ่งหมายถึงจุดประสงค์ทั่วไปและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม มีเกณฑ์ตัดสินผลสัมฤทธิ์ของการเรียนรู้ให้ชัดเจน

7. การวิเคราะห์งาน โดยการนำเอาจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมแต่ละข้อมาวิเคราะห์กิจกรรมว่า ควรจะทำอะไรก่อนหลัง แล้วจึงจัดลำดับกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมสอดคล้องกับจุดประสงค์ที่วางไว้

8. จัดลำดับกิจกรรมนักเรียน หลังจากพิจารณาจุดประสงค์แต่ละข้อว่าจะจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างไรจึงจะบรรลุจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ นอกจากนั้นจะต้องพิจารณากิจกรรมพิเศษต่าง ๆ ที่จะเสริมความสนใจและความสามารถของผู้เรียนด้วย

9. กำหนดแบบประเมินผล ครูต้องพิจารณาวิธีการในการประเมินผล จะมีวิธีการอย่างไร จึงจะประเมินผลได้อย่างแน่นอนตามจุดประสงค์ที่กำหนด

10. เลือกและผลิตสื่อการสอนโดยพิจารณาจากข้อ 7 เมื่อทราบว่าจะใช้สื่อการสอนอะไรบ้างแล้ว ก็จัดหาและผลิตเพื่อให้ได้ตามความต้องการ จัดเป็นหมวดหมู่เพื่อความสะดวกแก่การใช้

11. หาประสิทธิภาพของชุดการสอน เมื่อสร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว โดยทดลองใช้เพื่อปรับปรุงแก้ไขก่อนนำไปใช้จริง

12. กรณีชุดการสอนแบบกลุ่มจำเป็นต้องมีกิจกรรมสำรอง ซึ่งกิจกรรมสำรองจะต้องเตรียมไว้เสริมความรู้สำหรับเด็กที่เรียนเร็ว หรือกลุ่มที่ทำกิจกรรมเสร็จก่อนจะได้มีกิจกรรมทำ เพื่อเป็นการส่งเสริมความรู้ให้กว้างขวางและลึกซึ้งยิ่งขึ้น ไม่เบื่อหน่าย ซึ่งมีผลดีจะทำให้ไม่มีปัญหาทางวินัยในชั้นเรียน แต่กิจกรรมสำรองอาจจะเป็นกิจกรรมที่มีเนื้อหาสาระสอดคล้องกับเรื่องที่เรียน แต่กิจกรรมอาจจะมีความลึกซึ้งท้าทายต่อการเรียนให้อยากทำกิจกรรม

13. สร้างแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนพร้อมทั้งเฉลย

14. ขนาดรูปแบบของชุดการสอนที่ดีควรมีขนาดมาตรฐาน เพื่อความสะดวกในการใช้และความเป็นระเบียบเรียบร้อยในการเก็บรักษา โดยพิจารณาในด้านประโยชน์ ประหยัด และความคงทนถาวร พร้อมทั้งความสวยงาม

15. ใช้ชุดการสอน ใช้ตามประเภทและจุดประสงค์ที่ทำขึ้น นอกจากนี้จะต้องใช้ให้เป็นไปตามข้อกำหนดต่าง ๆ ที่วางไว้ โดยชุดการสอนจะมีทั้งคู่มือครูและวิธีการที่ผู้เรียนจะต้องปฏิบัติในการใช้ชุดการสอน

จากการศึกษาขั้นตอนในการสร้างชุดการสอนหรือชุดการเรียน ทำให้ทราบขั้นตอนหลายรูปแบบ ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้แนวในการสร้างชุดการเรียนตามแนวคิดของ วิชัย วงษ์ใหญ่ และรุ่งทิวา จักร์กร โดยนำมาประยุกต์เข้าด้วยกัน เพื่อให้เหมาะสมกับการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้

1.7 คุณค่าของชุดการสอนหรือชุดการเรียน

นักการศึกษาได้กล่าวถึงคุณค่าในการนำชุดการสอนหรือชุดการเรียน มาใช้ในการจัดการเรียนการสอน ดังนี้

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2521 : 121) ได้สรุปคุณค่าของชุดการสอนไว้ดังนี้

1. ช่วยให้ผู้สอนถ่ายทอดเนื้อหาและประสบการณ์ ให้มีลักษณะเป็นนามธรรม ซึ่งผู้สอนไม่สามารถถ่ายทอดด้วยการบรรยายได้ดี

2. เร้าความสนใจของผู้เรียนต่อสิ่งที่กำลังศึกษา เพราะชุดการสอนจะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนด้วยตนเองและสังคม

3. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนแสดงความคิดเห็น ฝึกการตัดสินใจ แสวงหาความรู้ด้วยตนเอง และมีความรับผิดชอบต่อตนเองและสังคม

4. เป็นการสร้างความพร้อมและความมั่นใจแก่ผู้เรียน เพราะชุดการสอนผลิตไว้เป็นหมวดหมู่ สามารถหยิบมาใช้ได้ทันที

5. ทำให้การเรียนของผู้เรียนเป็นอิสระจากอารมณ์ของผู้สอน ชุดการสอนสามารถทำให้ผู้เรียนเรียนได้ตลอดเวลา ไม่ว่าผู้สอนจะมีสภาพหรือมีความขัดข้องทางอารมณ์มากน้อยเพียงใด

6. ช่วยให้ผู้เรียนเป็นอิสระจากบุคลิกภาพของผู้สอน เนื่องจากชุดการสอนทำหน้าที่ถ่ายทอดความรู้แทนผู้สอน แม้ผู้สอนจะพูดหรือสอนไม่เก่ง ผู้เรียนก็สามารถเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพจากชุดการสอนที่ผ่านการทดสอบประสิทธิภาพมาแล้ว

7. กรณีที่ครูประจำวิชาไม่สามารถเข้าสอนตามปกติได้ ครูคนอื่นก็สามารถสอนแทนโดยใช้ชุดการสอนได้ มิใช่เข้าไปนั่งคุมชั้นและปล่อยนักเรียนอยู่เฉย ๆ เพราะเนื้อหาอยู่ในชุดการสอนเรียบร้อยแล้ว ครูผู้สอนไม่ต้องเตรียมตัวมาก

8. สำหรับชุดการสอนทางไกลและชุดการสอนรายบุคคล จะช่วยให้การศึกษามวลชนดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ ผู้เรียนสามารถเรียนได้เองที่บ้านไม่ต้องเสียเวลา และประหยัดค่าใช้จ่าย

ชม ภูมิภาค (2524 : 99-100) กล่าวถึงคุณค่าของชุดการสอนไว้ดังนี้

1. ช่วยครูไม่ต้องเสียเวลาคิดค้นมาก ยังเป็นวิธีอบรมครูประจำการเรื่องการดำเนินการสอนได้อีกประการหนึ่ง

2. ช่วยให้นักเรียนรู้จุดมุ่งหมายของการเรียนชัดเจน ตลอดจนรู้วิธีการที่จะบรรลุจุดมุ่งหมายนั้น เป็นการเพิ่มพูนการจูงใจในการเรียน นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยการกระทำ

3. ในการบริหารการศึกษา ทำให้การศึกษาเป็นกระบวนการที่ตรวจสอบ สามารถตรวจสอบคุณภาพการศึกษา ตรวจสอบผลการปฏิบัติหน้าที่ของครูได้

4. ชุดการสอนที่ดีต้องประกอบด้วยผลการเรียนรู้ทุกพิสัยคือ พุทธิพิสัย จิตพิสัย และทักษะพิสัย บรรดาสื่อก็ต้องมีหลายประเภทคือ ใช้สื่อประสมหลายอย่าง (Multimedia approach) เพื่อสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล และเพิ่มพูนความสมบูรณ์ให้แก่การรับรู้

5. กำหนดบทบาทของครูและนักเรียนได้ชัดเจนว่า ตอนใดใครจะทำอะไร อย่างไร ลดบทบาทในการกระทำของครูข้างเดียว นักเรียนได้กระทำ ทำให้เกิดการเรียนแบบสกริยา (Active learning)

6. เป็นขบวนการเรียนรู้ที่ครบถ้วนในช่วงเวลาที่กำหนด นักเรียนรู้ผลการกระทำของตนเป็นการเสริมแรงการเรียนรู้ประการหนึ่ง

7. ชุดการสอนเป็นกระบวนการที่ครบทั้งระบบ เริ่มตั้งแต่จุดมุ่งหมาย กระบวนการสอนและการประเมิน

8. ชุดการสอนเกิดจากการนำเอาวิธีระบบเข้ามาใช้ ย่อมจะมีประสิทธิภาพเพราะได้ผ่านการทดลองหาประสิทธิภาพแล้ว โดยมีผู้ชำนาญทั้งเนื้อหาและวิธีการร่วมกันสร้างเป็นแม่บท และสามารถจะขยายชุดการสอนไปได้อีก

จากการศึกษาเรื่องคุณค่าของชุดการสอนหรือชุดการเรียน จากนักการศึกษาหลายท่านข้างต้น พอสรุปได้ว่า ในด้านการเรียนช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ และมีส่วนร่วมในการเรียน ทำให้สามารถพัฒนาตนเองได้เต็มความสามารถ ส่วนด้านการสอนของครู ก็จะช่วยให้ครูผู้สอนมีความสะดวกในการสอน มีความมั่นใจและมีความพร้อมในการสอนเพิ่มขึ้น อีกทั้งยังสามารถช่วยแก้ปัญหาการขาดแคลนครูเพราะผู้เรียนสามารถศึกษาได้ด้วยตนเอง

1.8 การใช้ชุดการสอนหรือชุดการเรียน

สำหรับการใช้ชุดการสอนหรือชุดการเรียน มีนักการศึกษา ได้กล่าวไว้ดังนี้

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 192) กล่าวว่า การใช้ชุดการสอนจะประสบความสำเร็จก็ต่อเมื่อได้มีการจัดสภาพแวดล้อมของห้องเรียนที่เอื้ออำนวยต่อการเรียนรู้ ซึ่งควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้ คือ

1. ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแท้จริง

2. ให้นักเรียนมีโอกาสได้ทราบผลการกระทำทันทีจากกิจกรรมการเรียนการสอน

3. มีการเสริมแรงนักเรียนจากประสบการณ์ที่เป็นความสำเร็จอย่างถูกจุดตามขั้นตอนของการเรียนรู้

4. คอยชี้แนะแนวทางตามขั้นตอนในการเรียนรู้ ตามทิศทางที่ครูได้วิเคราะห์และกำหนดความสามารถพื้นฐานของนักเรียน

รุ่งทิวา จักร์กร (2527 : 91-92) กล่าวว่า การนำชุดการสอนไปใช้มีขั้นตอนดังนี้คือ

1. การทดสอบก่อนเรียน เพื่อดูพฤติกรรมเบื้องต้นอันเป็นพื้นฐานการเรียนรู้ของผู้เรียน

2. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เนื่องจากการนำเข้าสู่บทเรียนเป็นการสร้างแรงจูงใจให้ผู้เรียนกระตือรือร้น มีความต้องการที่จะเรียน ซึ่งขึ้นอยู่กับเทคนิคของผู้สอนด้วยในการที่จะนำเข้าสู่บทเรียนให้เข้าใจ

3. ขั้นประกอบกิจกรรม ครูต้องอธิบายให้นักเรียนเข้าใจในการทำกิจกรรมก่อนทำการสอน

4. สรุปบทเรียน ครูนำในการเข้าสู่บทเรียน ซึ่งอาจทำได้โดยการถามหรือให้นักเรียนเล่าสรุปความเข้าใจ หรือทำกิจกรรมอื่นที่ทำให้แน่ใจว่านักเรียนได้เรียนรู้มโนมติหรือหลักการตามที่กำหนด

5. ประเมินผลการเรียน โดยทำข้อทดสอบอีกครั้งหนึ่ง เพื่อประเมินดูว่านักเรียนบรรลุตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้หรือไม่ เพื่อจะได้ปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนในกรณีที่ไม่ผ่านจุดประสงค์ที่กำหนดข้อใดข้อหนึ่ง ถ้านักเรียนผ่านจุดประสงค์หมดทุกข้อก็ให้เรียนก้าวหน้าต่อไป

จากการศึกษาการใช้ชุดการสอนหรือชุดการเรียน สรุปได้ว่า เป็นการนำชุดการสอนหรือชุดการเรียนใช้ประกอบการสอนตามขั้นตอนที่กำหนด ทั้งนี้เพื่อให้กิจกรรมการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากที่สุด

1.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการสอนหรือชุดการเรียน

งานวิจัยต่างประเทศ

มีค (Meek. 1972 : 4295-4296) ได้ทำการวิจัยเรื่องการเปรียบเทียบวิธีสอนแบบใช้ชุดการเรียนกับวิธีสอนแบบธรรมดา ผลการวิจัยพบว่า วิธีสอนโดยใช้ชุดการเรียนมีประสิทธิภาพมากกว่าการสอนด้วยวิธีสอนธรรมดาอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผู้วิจัยได้สำรวจความคิดเห็นของผู้ที่อยู่ในกลุ่มทดลองทุกคน โดยทำการสำรวจทั้งก่อนและหลังการทดลอง ผลการวิเคราะห์ชี้ให้เห็นว่า ทุกคนมีพัฒนาการทางเจตคติที่ดีต่อการสอนโดยใช้ชุดการเรียนเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ จึงสรุปได้ว่า การสอนโดยใช้ชุดการเรียนจะดีกว่าการสอนแบบธรรมดา

เอดวาร์ด (Edwards. 1975 : 43) ได้กล่าวถึงการวิจัยของมหาวิทยาลัยอิลลินอยส์ทำการเปรียบเทียบผลการเรียนในเรื่อง "ประสบการณ์ในการสอนแบบจุลภาค" โดยใช้ชุดการเรียนด้วยตนเองและได้รับคำแนะนำจากครู กับการใช้ชุดการเรียนด้วยตนเองโดยไม่ต้องมีผู้แนะนำ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาของมหาวิทยาลัยจำนวน 50 คน แบ่งเป็นกลุ่มละ 25 คน ผลการทดลองปรากฏว่าทั้ง 2 กลุ่มมีผลการเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ จากการวิจัยนี้แสดงให้เห็นว่าการเรียนด้วยตนเองไม่จำเป็นต้องอาศัยผู้แนะนำ ถ้าชุดการเรียนนั้นได้สร้างขึ้นอย่างถูกต้องตามกระบวนการแล้ว ผู้เรียนจะสามารถเรียนด้วยตนเองได้ผลดีเช่นกัน

บรอว์เลย์ (Brawley. 1975 : 4280 – A) ได้ทำการศึกษาประสิทธิภาพของการใช้ชุดการเรียนแบบสื่อประสม สอนเรื่องการบอกเวลากับเด็กเรียนช้า กลุ่มตัวอย่างได้จากการสุ่มเด็กเรียนช้าโดยใช้แบบทดสอบ Time Appreciation Test, Stanford Achievement Test Primary Level มาใช้ Pre-test และ Post-test ผลปรากฏว่ากลุ่มทดลองที่ใช้ชุดการเรียนบอกเวลาต่อเนื่องของบรอว์เลย์ (Brawley's Experimental Sequence on Time Telling) มีผลการเรียนดีกว่ากลุ่มควบคุมที่ไม่ได้ใช้ชุดการเรียน

วีวาส (Vivas. 1985 : 603) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการออกแบบพัฒนา และประเมินค่าของการรับรู้ทางความคิดของนักเรียนเกรด 1 ในประเทศเวเนซูเอล่า โดยใช้ชุดการสอนจากการศึกษาเกี่ยวกับความเข้าใจในการพัฒนาทักษะทั้ง 5 ด้าน คือ ด้านความคิด ด้านความพร้อมในการเรียน ด้านความคิดสร้างสรรค์ ด้านเชาวน์ปัญญาและด้านการปรับตัวทางสังคม ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอน มีความสามารถเพิ่มขึ้นในด้านความคิด ด้านความพร้อมในการเรียน ด้านความคิดสร้างสรรค์ ด้านเชาวน์ปัญญาและด้านการปรับตัวทางสังคม หลังจากได้รับการสอนด้วยชุดการสอนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

วิลสัน (Wilson. 1989 : 416) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการวิเคราะห์ผลการใช้ชุดการสอนของครู เพื่อแก้ปัญหาในการเรียนของเด็กเรียนช้าด้านคณิตศาสตร์เกี่ยวกับ การบวก การลบ ผลการวิจัยพบว่า ครูผู้สอนยอมรับว่าการใช้ชุดการสอนมีผลดีมากกว่าการสอนตามปกติ อันเป็นวิธีการหนึ่งที่ช่วยให้ครูสามารถแก้ปัญหาการสอนที่อยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์สำหรับเด็กเรียนช้า

งานวิจัยในประเทศ

พจนา สังวรณ์กิจ (2529 : 80) ได้ทำการวิจัยเพื่อทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ชุดการเรียนด้วยตนเอง ผลการศึกษา พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนด้วยตนเองกับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ แต่ความคิดสร้างสรรค์และความคิดริเริ่มของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นันทิยา จิตภิรมย์ (2532 : 47 – 50) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนที่ใช้สอนเรื่องพหุนามในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผลการวิจัยพบว่า ประสิทธิภาพทางการเรียนเรื่องพหุนามของนักเรียนในกลุ่มทดลองกับนักเรียนในกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บุญทรง เจียมจิรังกร (2532 : 32 – 33) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยเรียนจากชุดการเรียนการสอนมินิคอร์สกับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนมินิคอร์สสูงกว่านักเรียนโดยการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2533 : 181 – 182) ได้ทำการวิจัยพัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ในสภาพรวมชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ คือ สอดคล้องกับเกณฑ์พัฒนาการของผู้เรียน และนักเรียนที่ผ่านการฝึกด้วยชุดการเรียนการสอนนี้มีความคงทนในการเรียนรู้ ส่วนชุดการเรียนการสอนย่อยทั้ง 3 ชุด ต่างมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด

วาทินี ธีระตระกูล (2534 : 79) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ในการสอนซ่อมเสริมจุดบกพร่องเรื่องเวลาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมกับการสอนซ่อมเสริมตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องเวลาด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมกับกลุ่มทดลอง และวิธีการสอนซ่อมเสริมตามปกติกับกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อิทธิพงษ์ ดุสิตพันธ์ (2538 : 75) ได้ทำการวิจัยการสร้างชุดการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการสอน

นุชลดา ส่องแสง (2540 : 71) ได้ทำการวิจัยการสร้างชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ฉวีวรรณ ศรศรีสังข์ (2541 : 95) ได้ทำการวิจัยการสร้างและหาประสิทธิภาพของชุดการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทศนิยม ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทศนิยมภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมสูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาเอกสารงานวิจัยดังกล่าว สรุปได้ว่า การสอนโดยใช้ชุดการสอนหรือชุดการเรียนเป็นวิธีการหนึ่งที่ส่งเสริมการเรียนของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น อีกทั้งยังเป็นการ แก้ปัญหาในการขาดแคลนครูผู้สอน เพราะนักเรียนสามารถศึกษาหาความรู้จากชุดการสอนหรือชุดการเรียนได้ด้วยตนเอง ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะพัฒนาชุดการเรียนในการวิจัยครั้งนี้

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดและการคิดอย่างมีเหตุผล

2.1 ความหมายของการคิด

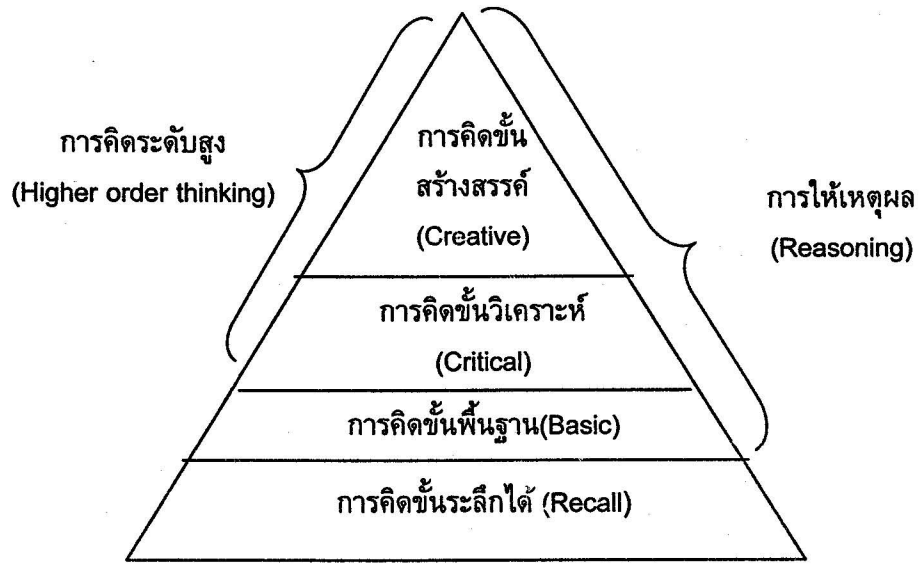
บรูเนอร์ และคนอื่น ๆ (Bruner and others. 1966) กล่าวว่า การคิดเป็นกระบวนการที่ใช้ในการสร้างความคิดรวบยอด (Concept Formation) เกี่ยวกับข้อความจริงที่ได้รับ และเป็นกระบวนการที่ใช้ในการแปลความหมายข้อมูล รวมถึงการสรุปอ้างอิงด้วยการจำแนกรายละเอียด การเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้รับ ตลอดจนเป็นกระบวนการเกี่ยวกับการนำกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ไปประยุกต์ใช้ได้อย่างมีเหตุผลเหมาะสม

ฮิลการ์ด (Hilgard. 1957 : 336) กล่าวไว้ว่า การคิดเป็นพฤติกรรมที่เกิดขึ้นในสมองเนื่องจากกระบวนการใช้สัญลักษณ์แทนสิ่งของหรือสถานการณ์ต่าง ๆ มาปรากฏในแนวความคิดรวบยอด

กิลฟอร์ด (Guilford. 1967) ให้ทัศนะว่า การคิดเป็นการค้นหาหลักการ (Abstraction) โดยแยกแยะคุณสมบัติของสิ่งต่าง ๆ หรือข้อความจริงที่ได้รับ แล้วทำการวิเคราะห์เพื่อหาข้อสรุปอันเป็นหลักการของข้อความจริงนั้น ๆ รวมทั้งการนำหลักการดังกล่าวไปใช้ในสถานการณ์ที่แตกต่างไปจากเดิม (Generalization) ทัศนะของกิลฟอร์ดนี้สอดคล้องกับการคิดในระดับการสร้างแนวคิดรวบยอดที่บลูมและคนอื่น ๆ ได้เสนอไว้

เพียเจต์ (Piaget. 1969 : 58) ให้ทัศนะเกี่ยวกับการคิดไว้ว่า การคิดหมายถึงการกระทำสิ่งต่าง ๆ ด้วยปัญญา การคิดของบุคคลเป็นกระบวนการใน 2 ลักษณะ คือ เป็นกระบวนการปรับโครงสร้าง (Assimilation) โดยการจัดสิ่งเร้าหรือข้อความจริงที่ได้รับให้เข้ากับประสบการณ์เดิมที่มีอยู่กับกระบวนการปรับเปลี่ยนโครงสร้าง (Accomodation) โดยการปรับประสบการณ์เดิมให้เข้ากับข้อความจริงที่รับรู้ใหม่ บุคคลจะใช้การคิดทั้งสองลักษณะนี้ร่วมกันหรือสลับกัน เพื่อปรับความคิดของตนให้เข้าใจสิ่งเร้ามากที่สุด ผลของการปรับเปลี่ยนการคิดดังกล่าวจะช่วยพัฒนาวิธีการคิดของบุคคลจากระดับหนึ่งไปสู่วิธีการคิดอีกระดับหนึ่งที่สูงกว่า

ครูลิค และรูดนิค (Krulik and Rudnick. 1993 : 3) ได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ขั้น คือ การคิดขั้นระลึกได้ (Recall) การคิดขั้นพื้นฐาน (Basic) การคิดขั้นวิเคราะห์ (Critical) และ การคิดขั้นสร้างสรรค์ (Creative) ส่วนการให้เหตุผล ครูลิคและรูดนิค มองว่าเป็นส่วนสำคัญของการคิดที่เหนือไปจากการคิดขั้นระลึกได้ ดังแสดงให้เห็นในภาพประกอบ 3 ต่อไปนี้



ภาพประกอบ 3 ลำดับขั้นการคิดของครูลิคและรูดนิค
(Krulik and Rudnick. 1993 : 3)

ครูลิคและรูดนิค อธิบายว่า การคิดเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน แต่ละขั้นตอนที่แสดงในแผนภาพมิได้แยกจากกันทีเดียว จะเห็นว่า "การให้เหตุผล" เป็นส่วนที่รวมขั้นตอนตั้งแต่ความคิดพื้นฐาน การคิดขั้นวิเคราะห์ และการคิดขั้นสร้างสรรค์ และสำหรับการคิดในระดับสูง (Higher order thinking) เป็นการคิดที่อยู่ในขั้นวิเคราะห์และการคิดสร้างสรรค์

สุภนันท์ เสถียรศรี (2536 : 14) กล่าวว่า การคิดมีลักษณะเป็นทั้งกระบวนการและผลผลิต ซึ่งมีลักษณะที่ต่อเนื่องกัน แยกออกจากกันโดยเด็ดขาดไม่ได้ แต่อาจนำมาอธิบายต่างกันคือ ในกรณีที่กล่าวถึงกระบวนการ ก็จะใช้วิธีการคิดหรือทักษะการคิดมาอธิบาย ส่วนในกรณีของผลผลิตก็จะกล่าวถึงคุณภาพการคิด ซึ่งเป็นผลที่เกิดจากการใช้วิธีการคิดมาแก้ปัญหาหรือทำงาน ในการจัดการศึกษานั้นมุ่งให้ผู้เรียนเกิดการคิด ทั้งในลักษณะของกระบวนการหรือวิธีการคิดที่ดี เพื่อให้ได้ผลผลิตของการคิดที่มีคุณภาพ สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทั้งในเชิงวิชาการและไม่ใช่วิชาการ ตลอดจนสร้างคุณลักษณะประจำตัวให้เป็นไปตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตร

2.2 ประเภทของการคิด

กาเย่ (Gagne'. 1974 : 283) ได้จำแนกประเภทของการคิดไว้ 2 แบบ คือ

1. การคิดอย่างเลื่อนลอยหรือไม่มีทิศทาง คือการคิดจากสิ่งที่ประสบพบเห็นจากประสบการณ์ตรง เรียกอีกอย่างหนึ่งว่าเป็นการคิดต่อเนื่อง (Associative Thinking) จำแนกย่อยเป็น 5 ลักษณะ คือ

1.1 Free Association คือ การคิดถึงเหตุการณ์ที่ล่วงมาแล้ว เมื่อมีการกระตุ้นจากสิ่งเร้าจำพวกคำพูดหรือเหตุการณ์

1.2 Controlled Association คือ การคิดโดยอาศัยคำสั่งเป็นแนว เช่น ผู้คิดอาจได้รับคำสั่งให้บอกคำที่อยู่ในพวกเดียวกันกับคำที่ตนได้ยินมา

1.3 Day Dreaming คือ การคิดที่มีจุดประสงค์เพื่อป้องกันตนเอง เพื่อให้เกิดความพอใจในตน ซึ่งเป็นการคิดฝันในขณะที่ยังตื่นอยู่

1.4 Night Dreaming คือ การคิดฝันอันเนื่องจากความคิดของตน หรือเป็นการคิดฝันเนื่องจากการรับรู้หรือตอบสนองสิ่งเร้า

1.5 Autistic Thinking คือ การคิดหาเหตุผลเข้าข้างตนเอง ซึ่งขึ้นอยู่กับความเชื่อหรืออารมณ์ของผู้คิดมากกว่าขึ้นอยู่กับลักษณะที่แท้จริงของการคิด

2. การคิดอย่างมีทิศทางหรือมีจุดมุ่งหมาย คือ การคิดที่บุคคลเริ่มใช้ความรู้พื้นฐานเพื่อกลั่นกรองการคิดที่เพ้อฝัน การคิดที่เลื่อนลอยไร้ความหมายให้เป็นการคิดที่มีทิศทางขึ้น โดยมุ่งไปสู่จุดหมายหนึ่ง และเป็นการคิดที่มีบทสรุปของการคิดหลังจากที่คิดเสร็จแล้ว ซึ่งจำแนกออกเป็น 2 ลักษณะดังนี้

2.1 การคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (Creative Thinking) คือ การคิดในลักษณะที่คิดได้หลายทิศทาง (Divergent Thinking) ไม่ซ้ำกัน หรือเป็นการคิดในลักษณะที่โยงสัมพันธ์ได้ กล่าวคือ เมื่อระลึกสิ่งใดได้ก็จะเป็นสะพานเชื่อมต่อให้ระลึกถึงสิ่งอื่น ๆ ได้ต่อไปโดยสัมพันธ์กันเป็นลูกโซ่

2.2 การคิดวิเคราะห์วิจารณ์ (Critical Thinking) คือ การคิดอย่างมีเหตุผล (Reasoning Thinking) ซึ่งเป็นการคิดที่ใช้เหตุผลในการแก้ปัญหา โดยพิจารณาถึงสถานการณ์หรือข้อมูลต่าง ๆ ว่ามีข้อเท็จจริงเพียงใดหรือไม่

การคิดอย่างมีทิศทางและมีจุดมุ่งหมายนี้ คลอสแมร์ และริปเปิล (สมเจตน์ ไวยาการณ์. 2530 : 14 ; อ้างอิงจาก Klausmeir and Ripple. 1961 : *Learning and Human Abilities.*) ให้ทัศนะว่าเป็นรากฐานที่สำคัญของการเรียนรู้และการแก้ปัญหาของบุคคล ทั้งนี้เพราะในการเรียนรู้และการแก้ปัญหานั้นบุคคลจะต้องใช้การคิดแบบวิเคราะห์วิจารณ์ (Critical Thinking) ทำความเข้าใจเกี่ยวกับข้อความจริงหรือปัญหานั้น ๆ ในลักษณะต่าง ๆ และใช้ในการคิดสร้างสรรค์ในการค้นหาแนวทางใหม่ ๆ ในการเรียนรู้และการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการคิดในลักษณะที่เป็นการขยายทัศนะของบุคคลได้กว้างไกลออกไป

2.3 ความหมายของการคิดอย่างมีเหตุผล

เทอร์สโตน (ณรงค์ พ่วงศรี. 2525 : 1 ; อ้างอิงจาก Thurstone. 1938 : *Primary Mental Ability.*) ได้อธิบายว่า การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นสมรรถภาพที่สำคัญอันหนึ่งในสมรรถภาพทั้ง 7 ที่รวมกันเป็นความสามารถทางการคิดพื้นฐาน (Primary Mental Ability) สมรรถภาพทั้ง 7 ได้แก่ สมรรถภาพทางด้านตัวเลข ภาษา ความจำ ความคล่องแคล่วในการจำ การคิดอย่างมีเหตุผล มิติสัมพันธ์ และการรับรู้

กู๊ด (ณรงค์ พ่วงศรี. 2525 : 10 ; อ้างอิงจาก Good. 1945 : *Dictionary of Education*.) กล่าวว่าการคิดอย่างมีเหตุผล หมายถึงการกระทำหรือกระบวนการทางสมองในการที่จะลงความคิดเห็นเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงและประสบการณ์ สามารถสรุปผลจากเหตุได้หรือข้อสมมุติได้

คาร์พลัส (Karplus. 1977 : 169 – 175) ได้อธิบายการคิดอย่างมีเหตุผลของเด็กในสองลักษณะคือ ขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรม และขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรม ไว้ดังนี้

การคิดอย่างมีเหตุผลแบบรูปธรรม (Concrete reasoning patterns : C)

C_1 (Classification) สามารถจำแนกและรวมกลุ่มสิ่งของโดยอาศัยเกณฑ์การสังเกตคุณสมบัติของสิ่งเหล่านั้น เช่น บอกความแตกต่างของกรดและเบสได้ โดยการสังเกตสีของกระดาษลิตมัสที่เปลี่ยนแปลง และมีความเข้าใจลักษณะที่เป็นตรรกศาสตร์ เช่น สุนัขเป็นสัตว์ แต่สัตว์ทุกตัวไม่ใช่สุนัขทั้งหมด

C_2 (Conservation) สามารถคิดอย่างมีเหตุผลเรื่องการอนุรักษ์ โดยปริมาตรของสารคงที่เมื่อไม่มีการนำมาเพิ่มหรือเอาออกไป เช่นเมื่อเทน้ำออกจากถ้วยลงในกระบอกตวง ปริมาตรของน้ำจากถ้วยในครั้งแรกจะเท่ากับปริมาตรของน้ำในกระบอกตวง

C_3 (Serial ordering) สามารถจัดอันดับแสดงความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ จากการสังเกตคุณสมบัติ และเริ่มใช้วิธีจับคู่ (One-to-one Correspondence) ระหว่างสิ่งของสองกลุ่ม เช่น สัตว์ขนาดเล็กจะมีจังหวะการเต้นของหัวใจเร็วกว่าสัตว์ที่มีขนาดใหญ่ ซึ่งการเต้นของหัวใจช้า

การคิดอย่างมีเหตุผลแบบนามธรรม (Formal reasoning patterns : F)

F_1 (Theoretical reasoning) สามารถจัดแบ่งกลุ่มที่ซับซ้อนมากขึ้น ใช้หลักตรรกช่วยในการจัดอันดับและการคิดอย่างมีเหตุผล ไม่จำเป็นต้องอาศัยคุณสมบัติที่สังเกตได้ด้วยประสาททั้งห้า เช่น สามารถแยกปฏิกริยาเคมีระหว่าง oxidation และ reduction โดยใช้หลักการอนุรักษ์พลังงาน นอกจากนี้ยังยอมรับข้อสมมุติฐานใด ๆ ที่ขัดแย้งกับตนเองได้

F_2 (Combinatorial reasoning) สามารถใช้กฎเกณฑ์ พิจารณาลักษณะผสมของความคิดในปัญหาต่าง ๆ เช่น สามารถเข้าใจลักษณะทางพันธุกรรมที่แสดงลักษณะปรากฏ และลักษณะแฝงตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป

F_3 (Functionally and proportional reasoning) อธิบายและตีความของลักษณะหน้าที่ในลักษณะความสัมพันธ์เชิงคณิตศาสตร์ เช่นอธิบายถึงอัตราเร็วของการแพร่กระจายของโมเลกุลของสารผ่านเยื่อบาง ๆ จะเป็นสัดส่วนผกผันกับรากที่สองของน้ำหนักโมเลกุลของสารนั้น

F_4 (Control of variables) มีความเข้าใจในความจำเป็นที่จะออกแบบทดลอง โดยการใช้การควบคุมตัวแปรอื่น ๆ นอกจากตัวแปรที่ต้องการทดสอบเท่านั้น เช่น การออกแบบทดลองเพื่อทดสอบข้อเท็จจริงใน F_3

F_5 (Probability and correlation reasoning) สามารถตีความจากการสังเกตตัวแปรอื่น ๆ ซึ่งแสดงผลที่ไม่ได้คาดหวังไว้ แต่จะตีความเฉพาะตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กันเท่านั้น

ตาราง 1 การเปรียบเทียบการคิดอย่างมีเหตุผลของเด็กในขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรม และ ขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรม

ขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรม	ขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรม
1. ต้องใช้การอ้างอิงจากการกระทำที่คล้ายคลึงกัน จากวัตถุและจากคุณสมบัติที่สังเกตได้	1. สามารถให้เหตุผลเกี่ยวกับความคิดรวบยอด ความสัมพันธ์ คุณสมบัติทางนามธรรม ข้อเท็จจริงและทฤษฎี โดยใช้สัญลักษณ์แทนความคิดได้
2. สามารถให้เหตุผลตาม $C_1 - C_3$ แต่ไม่สามารถให้เหตุผลตาม F_1 - F_5	2. สามารถให้เหตุผลตาม F_1 - F_5 ได้ดีพอ ๆ กับ $C_1 - C_3$
3. ในการปฏิบัติการที่ยุ่งยาก ต้องการคำแนะนำที่เป็นลำดับขั้น	3. สามารถวางแผนเพื่อปฏิบัติการ โดยครอบคลุมถึงวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้
4. มักไม่ใช้ความคิดของตนเอง ให้ความคิดเห็นที่ไม่แน่นอน ใช้ข้อสรุปหลายประเด็นหรือบางครั้งขัดแย้งกับข้อเท็จจริง	4. มีความรู้ ความเข้าใจและใช้ความคิดพิจารณาด้วยตนเอง ตรวจสอบทบทวนเพื่อให้เกิดความเชื่อมั่นในผลสรุป ซึ่งใช้ข้อมูลต่าง ๆ เป็นรากฐาน

ที่มา : Karplus, Robert. (1977). "Science Teaching and the Development of Reasoning," *Journal of Research in Science Teaching.* 14(2) : 169 – 175.

นอกจากนี้ ซันด์ (Sund. 1976 : 184) ได้แสดงความคิดเห็นไว้ดังนี้ว่า เด็กที่เริ่มมีอายุย่างเข้าวัยรุ่น ความรู้สึกนึกคิด ความรู้สึกความเข้าใจของเด็กวัยนี้จะมีวิวัฒนาการเข้าสู่ความเป็นผู้ใหญ่มากขึ้น เพียเจต์เรียกลักษณะขั้นการพัฒนาการทางสติปัญญาการเรียนรู้ของเด็กวัยนี้ว่า ขั้นที่มีแนวคิดปฏิบัติการแบบนามธรรม (Formal Operation) ตรงกับช่วงอายุประมาณ 11 – 15 ปี จากการศึกษาค้นคว้าวิจัยของเพียเจต์ พบว่า รูปแบบการกระทำที่เป็นเหตุเป็นผลของเด็กเมื่อย่างเข้าวัยนี้จะเป็นระบบ และใช้กระบวนการคิดอย่างสลับซับซ้อน เริ่มขยายวงจากสิ่งที่เป็นรูปธรรม (Concrete Objects) ออกไป โดยนำความคิดที่เป็นประสบการณ์เดิม ความคิดที่เป็นนามธรรม มาเป็นข้อมูลประกอบความคิดมากขึ้น จากพัฒนาการด้านความคิดดังกล่าว ทำให้เด็กในวัยนี้สามารถเผชิญกับปัญหาในรูปแบบต่าง ๆ โดยใช้การกระทำที่เป็นเหตุผล (Logical Operation) ซึ่งมีลักษณะต่าง ๆ ดังนี้

1. เหตุผลเชิงนามธรรม (Abstract Reasoning) กระบวนการคิดเริ่มมีหลักการแบบผู้ใหญ่ มีความซับซ้อนในการใช้เหตุผล เช่น การลำดับเหตุผลเป็นขั้นตอน สามารถรวบรวมข้อมูลเข้าด้วยกัน ใช้ความคิดไคร่ครวญแล้วจึงแสดงออกมาเป็นการกระทำอย่างถูกต้องตามกาลเทศะ รู้จักใช้การคิดคาดการณ์เชิงคณิตศาสตร์ และสามารถใช้การวิพากษ์วิจารณ์ได้อย่างมีหลักเกณฑ์

2. สามารถตั้งสมมุติฐานเชิงใช้เหตุผลแบบอนุมานได้ (Hypothetical – Deductive Reasoning) เช่นเมื่อคนเราพบปัญหาอย่างหนึ่ง เราเริ่มต้นกระบวนการแก้ปัญหาโดยคาดการณ์ไว้อย่างหนึ่งแล้วพยายามสรุปโดยใช้เหตุผลเชิงอนุมาน เช่น เด็กคนหนึ่งคิดว่า "วิธีที่จะได้เป็นเจ้าของรถยนต์คันหนึ่ง คือการขอเงินพ่อแม่มาซื้อ" แต่ในขณะเดียวกันเกิดอีกความคิดหนึ่งแย้งกับความคิดเดิม "ไม่มีทางเป็นไปได้ พ่อแม่คงไม่ให้เงินแน่" และคิดต่อไปว่า "ต้องหาเงินมาซื้อด้วยตนเอง" ความคิดเป็นหนทางชี้นำไปสู่การแก้ปัญหาคือ "ต้องหางานทำ และเก็บเงินสะสมไว้เพื่อซื้อรถที่ต้องการ" ข้อสรุปสุดท้ายนี้เป็นความคิดเชิงเหตุผลแบบอนุมานที่เด็กคนนี้นำมาใช้ในการแก้ปัญหาของตนเอง

3. การอ้างเหตุผลเชิงตรรกวิทยา (Syllogistic Resoning) เป็นลักษณะการตั้งสมมุติฐานเชิงใช้เหตุผลแบบอนุมานชนิดหนึ่ง เช่น

ก. สัตว์เลี้ยงลูกด้วยนมให้นมลูกกิน

ข. สัตว์นี้ให้นมลูกกิน

ค. เพราะฉะนั้นสัตว์นี้ เป็นสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม

ในการใช้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์นี้ คนที่ใช้ความคิดขั้นนามธรรมจะประเมินเหตุผลนี้ว่าเป็นจริงเสมอไปหรือไม่ เช่น

ก. สุนัขเห่า

ข. สัตว์นี้เห่า

ค. เพราะฉะนั้นสัตว์ตัวนี้เป็นสุนัข

คำตอบในข้อ ค. อาจเป็นปัญหาสำหรับผู้ที่ใช้ความคิดขั้นนามธรรม เพราะการสรุปว่าสัตว์ทุกตัวที่ "เห่า" จะต้องเป็นสุนัขเสมอไปนั้นไม่จริง เพราะสัตว์ชนิดอื่นอาจ "เห่า" เหมือนสุนัข การคิดเหตุผลแบบอนุมาน แบบ Syllogism จึงเป็นขั้นก้าวหน้าไปอีกขั้นหนึ่ง การประเมินก่อนลงความคิดเห็นเป็นลักษณะที่คนเราใช้สติปัญญาขั้นสูง

4. การสันนิษฐานความเป็นเหตุเป็นผล (Propositional Thinking) เด็กในวัยนี้บางคนเริ่มมีความคิดคาดการณ์เป็นขั้น ๆ โดยใช้เหตุผลต่าง ๆ

4.1 มันอาจเป็นเช่นนี้ หรือเป็นเช่นนั้นได้

4.2 มันอาจเป็นเช่นนี้ และเป็นเช่นนั้นได้ด้วย

4.3 มันอาจเป็นเช่นนี้ แต่ไม่เป็นเช่นนั้น

4.4 มันอาจไม่เป็นทั้งเช่นนี้ และเช่นนั้นได้

ในกระบวนการใช้เหตุผลทำนองนี้ ทำให้เกิดการควบคุมตัวแปร (Factor) ตัวหนึ่งตัวใดไว้แล้วใช้ตัวแปรอื่น ๆ เป็นตัวทดลองไปเรื่อย ๆ จนสามารถหาคำตอบหรือวิธีแก้ปัญหาได้

5. เข้าใจในเรื่องความสัมพันธ์ของข้อมูล (Comprehension of Allegory) เด็กสามารถเข้าใจเรื่องหรือปรากฏการณ์อย่างใดอย่างหนึ่ง แล้วสามารถแปลความหมาย และมีความคิดลึกซึ้ง เช่น สามารถนำเรื่องที่มีประสบการณ์มาก่อนไปเปรียบเทียบกับสิ่งอื่นได้ โดยอธิบายความสัมพันธ์ของประเด็นต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นได้

6. การคิดย้อนกลับ (Reflexive Thinking) เด็กสามารถใช้เหตุผลโดยการย้อนกลับความคิดที่ตนได้มีประสบการณ์มาก่อนได้ เช่น การลงความเห็นจากข้อมูลที่ได้รับมาแล้ว ลำดับขั้นของการคิดทำนองนี้เริ่มจาก

6.1 ตั้งประเด็นของปัญหาที่ได้รับ

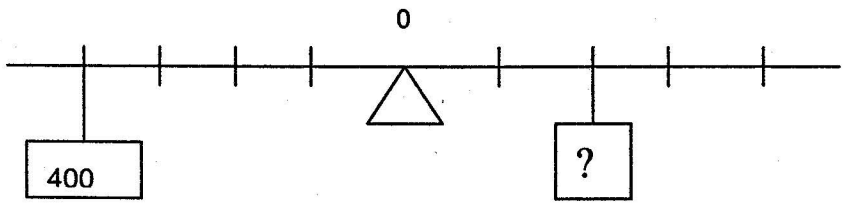
6.2 พิจารณาข้อมูลที่มีในปัญหา และข้อมูลที่ยังขาดหายไปได้

6.3 ร่างขั้นการดำเนินการคิดหาข้อมูลที่ยังขาดหายไป

6.4 ลงมือตอบ โดยใช้เครื่องมือช่วย เช่น การเขียน

7. หลักการใช้เหตุผลแบบผสมตัวแปรอย่างมีระบบ (Combinatorial Logic) เป็นความคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาโดยเกี่ยวข้องกับองค์ประกอบหลาย ๆ ตัวแปรอย่างมีระบบ ตัวอย่างเช่น นักเรียนได้รับขวดบรรจุของเหลวไม่มีสีและไม่มีกลิ่นจำนวน 4 ใบ กับขวดแก้วทรงชมพู่บรรจุของเหลวชนิดเดียวกัน เมื่อหยดของเหลวชนิดหนึ่งซึ่งมีป้ายชื่อ (ก) ลงในขวดทรงชมพู่ ของเหลวในขวดจะเปลี่ยนเป็นสีเหลือง ให้นักเรียนทำการทดลองผสมของเหลวในขวดทั้ง 4 ใบ ให้ได้ของเหลวสีเหลือง ในการแก้ปัญหานี้ เด็กที่สติปัญญาถึงขั้นนามธรรมจะสามารถใช้วิธีการผสมของเหลวในขวดเหล่านั้นอย่างมีระเบียบ ความยากของปัญหามีอยู่ว่า ของเหลวเพียงขวดเดียวเท่านั้นที่จะผสมกับของเหลว (ก) จึงจะได้สีเหลือง ของเหลวในขวดอื่น ๆ จะไม่ทำปฏิกิริยากัน

8. เข้าใจเรื่องสัดส่วน (Proportional Thinking) การใช้ความคิดตามหลักการสัดส่วนสามารถนำมาเป็นเหตุผลในการแก้ปัญหาได้ ตัวอย่างเช่น ปัญหาตาชั่งแบบสองแขน เด็กสามารถหาคำตอบ ได้เองจากการใช้เหตุผลตามหลักสัดส่วน



ถามว่า จะต้องเอาน้ำหนักเท่าใดมาแขวนจึงจะทำให้คานอยู่ในลักษณะสมดุล

9. การควบคุมตัวแปร (Control Variable) เมื่อทำการทดลองหรือคิดแก้ปัญหาใด ๆ ที่สลับซับซ้อน จะสามารถแยกแยะตัวแปรต่าง ๆ ที่เป็นปัญหาเสียก่อน และใช้วิธีควบคุมตัวแปรหนึ่งไว้ในขณะที่ตัวแปรอื่น ๆ เปลี่ยนไป เพื่อเก็บข้อมูลจากตัวแปรที่เปลี่ยนเท่านั้น

10. จำแนก จัดลำดับหมวดหมู่ เช่น สัตว์ พืช สิ่งของ ตามลำดับของการจำแนก โดยถือชนิดเป็นเกณฑ์ตามที่เกิดตามระบบอวัยวะ หรือตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดให้

11. สามารถตั้งคำถาม และยอมรับการตัดสินใจอย่างมีเหตุผล สามารถวิพากษ์วิจารณ์เรื่องสิทธิเสรีภาพ มีเหตุผลเป็นของตัวเองในด้านการคิด

12. สามารถคิดแบบความน่าจะเป็น (Probability)

13. สามารถเข้าใจความคิดเชิงอุดมคติ และมีอุดมคติเป็นของตนเอง

2.4 แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลสามารถส่งเสริมได้ ดังที่ เลวิน (Levin. 1979) ได้ทำการทดลองสอนกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เมื่อปี 1979 ที่ประเทศอิสราเอล พบว่าความสามารถด้านการคิดอย่างมีเหตุผลสามารถสอนได้ ถ้าจัดประสบการณ์การเรียนรู้หรือวิธีสอนอย่างเหมาะสม และโดยทัศนะที่สอดคล้องกันในเรื่องความจำเป็นที่จะต้องสอนให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดอย่างมีเหตุผลภายในโรงเรียนนี้ มีนักการศึกษาหลายท่านได้สร้างรูปแบบหรือโปรแกรมการสอน โดยมีทักษะการคิดอย่างมีเหตุผลบางทักษะเป็นเป้าหมายของการจัดการสอนตามรูปแบบนั้น ๆ ซึ่ง นิคเคอร์สัน (Nickerson. 1984) ได้สรุปรูปแบบการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดอย่างมีเหตุผลตามที่เป็นอยู่ในปัจจุบันออกเป็น 5 กลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มมีแนวทางในการสอนแตกต่างกันออกไป และทักษะการคิดอย่างมีเหตุผลที่เป็นเป้าหมายของแต่ละรูปแบบการสอนคล้ายคลึงกัน อาจแตกต่างกันบ้าง แต่ส่วนใหญ่จะเป็นทักษะพื้นฐานของความสามารถด้านการใช้เหตุผลคือ ความสามารถในการจัดประเภท การจัดเรียงลำดับ การเปรียบเทียบ การเทียบเคียง และการสรุปอ้างอิง ดังรายละเอียดของการจัดการสอนแต่ละกลุ่ม ดังต่อไปนี้ (สมเจตน์ ไวยาการณ์. 2530 : 20 ; อ้างอิงจาก Nickerson. 1984 : *Kinds of Thinking taught in Current Programs*.)

1. กลุ่มโปรแกรมที่เน้นในแนวทางกระบวนการคิด (Cognitive Process Approaches) กลุ่มนี้กำหนดข้อตกลงไว้ว่า ความสามารถในการคิดนั้นเป็นสิ่งที่ขึ้นอยู่กับกระบวนการคิดพื้นฐานบางประการ เช่น การเปรียบเทียบ การจัดลำดับ การจำแนกประเภท การอ้างอิง และการทำนาย กระบวนการคิดขั้นพื้นฐานนี้เป็นกระบวนการคิดอย่างมีระบบเหตุผล ซึ่งนำไปใช้ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

2. กลุ่มโปรแกรมที่เน้นในแนวทางยุทธศาสตร์การคิด โปรแกรมนี้มุ่งเน้นเกี่ยวกับกลวิธีที่นำมาใช้การแก้ปัญหา ซึ่งเป็นแนวทางที่นำไปสู่เป้าหมายที่เชื่อว่ามีโอกาสที่จะประสบผลสำเร็จสูง โปรแกรมนี้มักจะพบในงานวิจัยทางด้านจิตวิทยาที่เกี่ยวกับการคิด โดยเฉพาะในด้านการแก้ปัญหาหรือในงานวิจัยที่เกี่ยวกับปัญญาประดิษฐ์ (Artificial Intelligence)

3. กลุ่มโปรแกรมที่เน้นในแนวทางเกี่ยวกับการพัฒนาการของการคิดตามทัศนะของเพียเจต์ (Formal Thinking or Stage Development) โปรแกรมในกลุ่มนี้สร้างขึ้นตามแนวทัศนะจากการคิดเฉพาะด้าน และลักษณะที่เป็นรูปธรรม ให้สามารถคิดในแนวกว้างและคิดในสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ ซึ่งเป็นพัฒนาการในระดับการใช้เหตุผลเชิงตรรกวิทยาได้

4. กลุ่มโปรแกรมที่เน้นในแนวทางของการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ (Language and Symbol Manipulation) โปรแกรมนี้มีความเชื่อว่า การเขียนที่มีประสิทธิภาพนั้นเป็นกิจกรรมที่มีแบบแผนจำเป็นต้องใช้ความสามารถในการแสดงความคิดออกมาให้แจ่มชัดและมีความต่อเนื่อง ซึ่งลักษณะดังกล่าวนี้จำเป็นต้องมีการวางแผน ตลอดจนกำหนดแนวทางปฏิบัติเพื่อนำไปสู่เป้าหมาย โดยมีการแบ่งงานออกเป็นส่วน ๆ หรือเป็นขั้นตอนที่ต่อเนื่อง ซึ่งเป็นการฝึกทักษะการคิดอย่างมีเหตุผลด้านการวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อความ โดยใช้การเขียนเป็นวิธีการแสดงความคิดออกมาเป็นเครื่องมือในการพัฒนา

5. กลุ่มโปรแกรมที่ยึดการคิดเป็นเนื้อหาสาระของการฝึก หรือเป็นโปรแกรมที่ใช้แนวทางของการคิดเกี่ยวกับการคิด (Thinking about Thinking) โปรแกรมในแนวทางนี้เชื่อว่า การเรียนรู้เกี่ยวกับการคิดจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนากระบวนการคิดของตนเองให้ดีขึ้น เพราะผู้เรียนจะรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตนเอง รู้ว่าตนกำลังคิดอะไร และต้องการอะไร อันเป็นแนวทางที่ช่วยให้ผู้เรียนสามารถควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองในขณะที่ทำการคิด กลุ่มนี้มุ่งที่จะพัฒนาการคิดของผู้เรียนให้ถึงขีดสูงสุดตามศักยภาพที่ผู้เรียนมีอยู่ โดยให้ผู้เรียนได้ทำการวางแผนการคิดเป็นขั้นตอน เพื่อใช้เป็นกรอบในการตรวจสอบว่าตนเองมักมีข้อผิดพลาดในขั้นตอนใด

กลุ่มโปรแกรมการฝึกทั้ง 5 กลุ่มนี้ เท่าที่จัดสอนในโรงเรียนสามารถจำแนกได้เป็น 2 ลักษณะ คือ (สมเจตน์ ไวยาการณ์. 2530 : 24)

1. เป็นโปรแกรมเฉพาะทาง ซึ่งเป็นโปรแกรมการสอนทักษะการคิดโดยเฉพาะ ได้แก่กลุ่มโปรแกรมที่ใช้กระบวนการคิดเป็นแนวทาง

2. เป็นโปรแกรมที่เสริมสร้างทักษะการคิด โดยใช้เนื้อหาวิชาในหลักสูตรปกติเป็นสื่อในการพัฒนาทักษะการคิด ได้แก่ กลุ่มโปรแกรมที่เน้นในแนวทางยุทธศาสตร์การคิด กลุ่มโปรแกรมที่เน้น ในแนวทางเกี่ยวกับพัฒนาการของการคิดตามทัศนะของเพียเจต์ กลุ่มโปรแกรมที่เน้นในแนวทางการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ และกลุ่มโปรแกรมที่ใช้แนวทางของการคิดเกี่ยวกับการคิด

สำหรับกิลฟอร์ด และฮอฟเนอร์ (Guilford and Hoepfner. 1971 : 28 – 32) ได้ให้ความเห็นว่า การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าวนี้ เป็นสิ่งที่จำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำ และเป็นสิ่งที่สามารถฝึกได้โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาวิชาปกติ หรือสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม

เนื่องจากความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลเป็นทักษะที่ต้องใช้การฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลาย และควรได้รับการฝึกอย่างต่อเนื่อง จากบรรยากาศของชั้นเรียนที่สนับสนุนให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาร่วมกัน ดังนั้นในการส่งเสริมความสามารถในการคิดและการให้เหตุผล ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกตรูปแบบชี้แจงเหตุผลของแนวคิด โดยการอธิบายรูปแบบ แสดงด้วยภาพหรือจำลองแบบและตอบคำถามต่าง ๆ เช่น "ทำไม" "อะไรจะเกิดขึ้นถ้า..." "จงให้ตัวอย่างของ..." "สามารถจะใช้วิธีการอื่นได้หรือไม่ ถ้าการดำเนินการไม่บรรลุผล" ล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างข้อคาดเดา การกำหนดรูปแบบ (Modelling) และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์ (Lappan and Schram. 1989 : 14 – 30)

นอกจากนี้ โรแวนและมอร์โรว์ (Rowan and Morrow. 1993 : 16 – 18) ยังได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับบรรยากาศในชั้นเรียนว่า เป็นสิ่งสำคัญมาก ครูต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้นักเรียนเห็นว่าการให้เหตุผลเป็นสิ่งที่สำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัว เป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูด อธิบายการแสดงเหตุผลของแนวคิด ได้กระทำและสรุป พร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้น ๆ

จากแนวคิดดังกล่าวนี้ จะเห็นได้ว่าการจัดการเรียนการสอนในระดับมัธยมศึกษา ครูควรใช้วิธีการให้นักเรียนได้รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลในการหาข้อความจริงที่อยู่เบื้องหลัง ตลอดจนทำความกระจ่างเกี่ยวกับสิ่งที่เรียนรู้ จะเป็นการช่วยสร้างพฤติกรรมการคิดระดับสูงของนักเรียนได้ดีขึ้น และกระทรวงศึกษาธิการได้ตระหนักเห็นความสำคัญของการพัฒนาความสามารถในการคิดเช่นกัน จึงเสนอให้ใช้วิธีการทางวิทยาศาสตร์มาใช้เป็นวิธีการสอนควบคู่ไปกับการสอนเนื้อหาวิชา โดยเชื่อว่าวิธีสอนตามรูปแบบนี้จะส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดโดยใช้เหตุผลและรู้จักการกระทำซึ่งจะช่วยให้นักเรียนคิดเป็น ทำเป็น และแก้ปัญหาเป็น อันเป็นจุดมุ่งหมายของหลักสูตรทุกระดับ

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดและการคิดอย่างมีเหตุผล

งานวิจัยต่างประเทศ

เรย์ (Ray. 1979 : 3220 – A) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบอิทธิพลของการใช้คำถามในระดับต่ำกับคำถามในระดับสูง ที่มีต่อความมีเหตุผลในเรื่องที่เป็นนามธรรมและการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายในวิชาเคมี ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ใช้คำถามในระดับสูง สามารถทำข้อสอบในเรื่องของความมีเหตุผลเชิงนามธรรมและการคิดอย่างมีเหตุผล ได้คะแนนสูงกว่าอีกกลุ่มหนึ่งอย่างมีนัยสำคัญ

เลวิน (Levin. 1980 : 174 – 220) ได้ทำการวิจัยเรื่องการสอนที่ทำให้นักเรียนสามารถพัฒนากระบวนการคิดในระดับสูงได้ ของนักเรียนชั้นชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งเลวินได้สรุปผลการวิจัยของเขาว่า เมื่อโรงเรียนกำหนดเป้าหมายของการจัดการศึกษา วิธีสอนการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ และวัสดุอุปกรณ์ที่เหมาะสมแล้ว การฝึกหรือการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดและการใช้เหตุผลนั้น สามารถทำได้กับนักเรียนในทุกระดับ ไม่ว่าจะมีสติปัญญาหรือความถนัดทางการเรียนที่แตกต่างกัน

วิลเลี่ยม (William. 1981 : 1605-A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาเปรียบเทียบทัศนคติ ผลสัมฤทธิ์ และความสามารถ ในการคิดอย่างมีเหตุผล ระหว่างการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ กับการสอนแบบเดิมที่ครูเป็นศูนย์กลาง วิชาประวัติศาสตร์อเมริกา ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่สอนแบบสืบเสาะหาความรู้ สูงกว่ากลุ่มที่สอนแบบเดิมที่มีครูเป็นศูนย์กลาง

ริท (Writt. 1988 : 72 – A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลของการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหากับกระบวนการให้เหตุผล โดยเฉพาะยุทธวิธีแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้นตอนของโพลยา ซึ่งได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา โดยใช้ปัญหาเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เป็นเครื่องมือที่ใช้วัดทั้งยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการใช้เหตุผลของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลาย การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการให้เหตุผล มีความเกี่ยวข้องโดยตรงกับวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งบางส่วนของกระบวนการให้เหตุผล มีความสัมพันธ์กับวิธีการแก้ปัญหาเป็นอย่างมาก ขณะที่อีกส่วนหนึ่งของกระบวนการให้เหตุผลมีความเกี่ยวข้องกับยุทธวิธีการแก้ปัญหา เมื่อพิจารณาถึงสัดส่วนของยุทธวิธีการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้นตอนของโพลยา

พบว่า ในกลุ่มนักเรียนที่ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้สำเร็จมีขั้นดำเนินการตามแผนแตกต่างกัน ส่วนใหญ่นักเรียนที่แก้ปัญหาไม่สำเร็จพบความแตกต่างกันในขั้นดำเนินการตามแผน และใช้เวลาส่วนมากในขั้นทำความเข้าใจปัญหาและขั้นวางแผนแก้ปัญหา ทั้งนี้นักเรียนในกลุ่มที่ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่มีใครใช้ขั้นตอนตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา

งานวิจัยในประเทศ

สมเจตน์ ไวยาการณ์ (2530 : 93) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษารูปแบบการสอน เพื่อส่งเสริมความสามารถด้านการใช้เหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการสอนที่สร้างขึ้นสามารถสอนให้ผู้เรียนเกิดพฤติกรรมการคิดตามทัศนะของบลูมและคนอื่น ๆ ได้ทุกระดับพฤติกรรม แต่พฤติกรรมการคิดดังกล่าวต้องการเวลาสอนแตกต่างกัน โดยเฉพาะพฤติกรรมการคิดด้านการสังเคราะห์และการประเมินค่า ต้องการเวลาในการสอนมากกว่าพฤติกรรมการคิดด้านการวิเคราะห์ เมื่อเปรียบเทียบกับการสอนตามปกติแล้วพบว่า รูปแบบการสอนที่สร้างขึ้นช่วยให้ผู้เรียนทุกระดับการเรียน ทั้งที่มีผลการเรียนดี ปานกลาง และผลการเรียนต่ำ มีความสามารถด้านการใช้เหตุผลในทุก ๆ ด้านสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ ส่วนการสอนตามปกติช่วยส่งเสริมความสามารถด้านการใช้เหตุผลของผู้เรียนเฉพาะผู้ที่มีผลการเรียนระดับปานกลางเท่านั้น ข้อค้นพบดังกล่าวสรุปได้ว่า รูปแบบการสอนที่สร้างขึ้นเหมาะสมที่จะนำไปใช้ประกอบการสอนในโรงเรียน เพื่อส่งเสริมความสามารถด้านการใช้เหตุผลของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

เชิดศักดิ์ โฆวาสินธุ์ (2530 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาการฝึกสมรรถภาพทางสมองเพื่อพัฒนาคุณภาพการคิด ผลการวิจัยพบว่า การฝึกสมรรถภาพทางสมอง ช่วยให้การเรียนรู้หรือคุณภาพการคิดของนักเรียนที่มีสภาพแวดล้อมด้อยกว่า สามารถพัฒนาคุณภาพการคิดให้อยู่ในระดับเดียวกันกับผู้ที่มีสภาพแวดล้อมดีกว่าได้อย่างมีประสิทธิภาพ

วัชรินทร์ บุญมาทิต (2532 : 135) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาเคมีและการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางวิชาเคมีและการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนด้วยตนเองที่เน้นคำถามแบบเอกนัย กับที่เน้นคำถามแบบอเนกนัย แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

กนิษฐา อุ่นอนันต์ (2532 : 94) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ และความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์และความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ ของนักเรียนที่เรียนด้วยรูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถด้านการใช้เหตุผลกับนักเรียนที่เรียนด้วยการสอนตามคู่มือครูของสสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุภนันท์ เสถียรศรี (2536 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ การคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้แบบฝึกกิจกรรมการคิดกับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกกิจกรรมการคิดกับที่เรียนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พัชรินทร์ เปรมประเสริฐ (2542 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการคณิตศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการคณิตศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยข้างต้น จะเห็นได้ว่า การสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดและการใช้เหตุผล สามารถทำได้กับนักเรียนในทุกระดับการเรียน และรูปแบบการสอนที่สร้างขึ้นช่วยให้นักเรียนทุกระดับการเรียน ทั้งที่มีผลการเรียนดี ปานกลาง และผลการเรียนต่ำ มีความสามารถด้านการใช้เหตุผลในทุก ๆ ด้านสูงขึ้น ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่มุ่งให้นักเรียนแสดงเหตุผลในการตัดสินใจ เพื่อหาความถูกต้องและข้อสรุป จะสามารถพัฒนาความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล และส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา

3.1 ความหมายของปัญหา

ปัญหาเป็นสถานการณ์ที่เราต้องแก้ไขหรือหาทางออก แต่เรายังหาสิ่งที่เป็นทางออกหรือคำตอบสถานการณ์ไม่ได้ เนื่องจากมีอุปสรรคบดบังปัญญาเราอยู่ ผู้แก้ปัญหาก็คือ บุคคลที่มีปัญหา และรู้เป้าหมายที่ต้องบรรลุเพื่อแก้ปัญหานั้น ๆ แต่ยังไม่มีเครื่องมือหรือวิธีการใด ๆ อันจะนำเข้าสู่เป้าหมายนั้น สิ่งจำเป็นของลักษณะการแก้ปัญหา ต้องมีเป้าหมาย มีอุปสรรค และบุคคล โดยอุปสรรคบดบังปัญญาของบุคคล ซึ่งจะบดบังใครที่จะแก้ก็เป็นปัญหาของผู้นั้น (Henderson and Pingry. 1956 ; Reitman. 1965; Sehoenfield. 1988) ซึ่งได้มีผู้ให้ความหมายของปัญหาในทำนองเดียวกันอีกหลายคน เช่น เดย์ (Day. 1986) แคนโทว์สกี (Kantowski. 1980 : 195-203) ครูลิคและรูดนิค (Krulik and Rudnick. 1993 : 6) สำหรับชาร์ลส์และเลสเตอร์ (Charles and Lester. 1982 : 5) ได้ให้ความหมายของปัญหาทำนองเดียวกัน แต่ได้เพิ่มประเด็นว่า ปัญหาจะถือว่าเป็นปัญหาเมื่อบุคคลนั้นต้องการหรืออยากจะหาคำตอบ และต้องมีความมานะพยายามในการหาคำตอบ

3.2 ความหมายของการแก้ปัญหา

การแก้ปัญหา อาจจะมีความหมายได้หลายอย่าง ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับบุคคลและกาลเวลา สำหรับจอห์นสัน และไรซิง (Johnson and Rising. 1967) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการทางสมองที่ซับซ้อน ซึ่งประกอบด้วย

1. การมองเห็นภาพ (Visualizing) หมายถึง ผู้ที่จะแก้ไขปัญหา จะมองทะลุ กว้างไกล มองเห็นแนวทางที่จะคิดแก้ปัญหา

2. การจินตนาการ (Imagining) ในการคิดแก้ปัญหานั้น จะต้องรู้จักจินตนาการว่าควรเป็นอย่างไร เพื่อเป็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหานั้น

3. การจัดกระทำอย่างมีทักษะ (Manipulating) เมื่อมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาแล้วก็ลงมือกระทำอย่างมีระบบ มีขั้นตอน มีความชำนาญ

4. การวิเคราะห์ (Analyzing) จะต้องรู้จักวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่กระทำนั้น

5. การสรุป (Abstracting) เมื่อลงมือกระทำจนมองเห็นรูปแบบแล้ว ก็สามารถสรุปได้

6. การโยงความคิด (Associating Ideas) การสัมพันธ์ทางความคิด เป็นเรื่องจำเป็นอย่างยิ่งในการแก้ปัญหา โจทย์ถามถึงอะไร ก็สามารถที่จะสัมพันธ์ถึงเรื่องต่อไป และมองเห็นแนวทางได้

คณะกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 140-152) ได้กล่าวถึงการแก้ปัญหาที่สอดคล้องเช่นกันว่า การแก้ปัญหาต้องใช้กระบวนการทางสมองที่ซับซ้อน โดยเพิ่มเติมว่า การแก้ปัญหาต้องอาศัยความรู้พื้นฐาน มโนมติ ทักษะที่เกี่ยวข้องกับปัญหาอื่น ๆ ทักษะในการอ่าน ความกระตือรือร้น และความอยากรู้อยากเห็น ซึ่งการที่นักเรียนจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้นั้น นักเรียนควรจะได้รับการฝึกฝนให้มีความรู้ความสามารถพื้นฐาน ต่อไปนี้

1. มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา มีความเข้าใจ มีมโนมติ และมีทักษะในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ๆ

2. มีความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ และการขยายความ

3. มีความสามารถในการแปลงข้อความเป็นสัญลักษณ์ หรือรูปภาพ

4. มีความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้อง ในระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับประสบการณ์เดิม

5. มีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน การวิเคราะห์หารูปแบบ และการหาข้อสรุป

สำหรับ บรังคา (Branca. 1980 : 3-8) ก็ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาไว้ 3 ประการ ดังนี้

1. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Problem Solving as a Goal) ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นเหตุผลหนึ่งที่สำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนั้นในการแก้ปัญหา จึงเป็นอิสระจากคำถาม หรือปัญหาเฉพาะเจาะจงใด ๆ หรือวิธีการ และเนื้อหาสาระใด ๆ

2. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นกระบวนการ (Problem Solving as a Process) สิ่งที่ถือว่าสำคัญเมื่อการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ คือ วิธีการ ยุทธวิธี หรือเทคนิคเฉพาะต่าง ๆ ที่นักเรียนจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาแบบต่าง ๆ กระบวนการแก้ปัญหาเหล่านี้จึงจำเป็นสาระสำคัญ และเป็นเป้าหมายหลักของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาในฐานะเป็นทักษะพื้นฐาน (Problem Solving as a Basic Skill) เมื่อการแก้ปัญหาจัดเป็นทักษะพื้นฐาน การเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงให้ความสำคัญกับลักษณะเฉพาะของโจทย์ปัญหา แบบของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่ควรใช้ จุดเน้นอยู่ที่สาระสำคัญของการแก้ปัญหาที่ทุกคนต้องเรียนรู้ การเลือกปัญหา และเทคนิควิธีการแก้ปัญหาเหล่านั้น

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่า การแก้ปัญหา มีความเกี่ยวโยงกันระหว่างประสบการณ์เดิม ความรู้ความเข้าใจการดำเนินการใช้ข้อมูลที่กำหนด และทำการค้นพบคำตอบของปัญหา ดังนั้น การแก้ปัญหาจะรวมถึงกระบวนการทั้งหมดในการแก้ปัญหา ไม่ใช่เพียงผลลัพธ์สุดท้ายเท่านั้น

3.3 ประเภทของปัญหา

โพลยา (Polya. 1985 : 123-128) ได้แบ่งปัญหาออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นพบ (Problem to Find) เป็นปัญหาให้ค้นพบสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจจะเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎี หรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจจะเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้ แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้ แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สมมุติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 62-63) ได้กล่าวถึงประเภทของปัญหา ซึ่งสามารถสรุปได้ ดังนี้

1. การแบ่งประเภทของปัญหา โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา ทำให้สามารถแบ่งปัญหาได้ 2 ประเภท คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นพบ เป็นปัญหาที่ให้ค้นพบคำตอบ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณจำนวน หรือให้หาวิธีการ คำอธิบาย พร้อมให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ

2. การแบ่งประเภทของปัญหา โดยพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหา และความซับซ้อนของปัญหาทำให้สามารถแบ่งปัญหาได้ 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้าง และวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

3.4 องค์ประกอบของการแก้ปัญหา

บารูดี้ (Baroody. 1993 : 2-10) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบหลักของการแก้ปัญหา 3 ประการ คือ

1. องค์ประกอบทางด้านความรู้ความคิด (Cognitive Factor) ซึ่งประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับมโนมติ และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

2. องค์ประกอบทางด้านความรู้สึก (Affective Factor) ซึ่งเป็นแรงขับในการแก้ปัญหา และแรงขับนี้มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจ และความเชื่อของนักเรียน

3. องค์ประกอบทางด้านการสังเคราะห์ความคิด (Metacognitive Factor) เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งจะสามารถตอบตนเองได้ว่าทรัพยากรอะไรบ้างที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา รวมทั้งจะติดตามและควบคุมทรัพยากรเหล่านั้นได้อย่างไร

ในเรื่องของเวลา ก็นับว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญอีกประการหนึ่งในการแก้ปัญหา นักเรียนต้องมีเวลาเพียงพอในการแก้ปัญหา แต่ละคนต้องการเวลาในการแก้ปัญหาไม่เท่ากัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความรู้ ความสามารถ และประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เรย์ ซุยดัม และลินด์ควิสท์ (Reys, Suydam and Lindquist. 1992 : 30) กล่าวถึงการใช้เวลาในการแก้ปัญหาว่า ในการแก้ปัญหาหนึ่ง นักเรียนต้องใช้เวลาทำความเข้าใจปัญหา สำรวจหาแนวทางในการแก้ปัญหา และตรวจสอบคำตอบที่ได้ โดยเฉพาะปัญหาที่ยังไม่รู้วิธีการแก้ปัญหา ซึ่งต้องใช้เวลาเพิ่มขึ้นอีก ดังนั้นการให้เวลาที่เหมาะสม จึงเป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหา

สำหรับสถานการณ์ปัญหา ก็ถือว่าเป็นองค์ประกอบหนึ่งที่มีความสำคัญ ในอันที่จะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ครูลิคและรูดนิค (Krulik and Rudnick. 1993 : 10-11) ได้กล่าวถึงปัญหาที่จะนำมาเป็นสื่อในการแก้ปัญหาว่า ควรเป็นปัญหาที่ดีที่สอดคล้องกับคุณลักษณะในคุณลักษณะหนึ่ง ต่อไปนี้

1. เป็นปัญหาที่น่าสนใจ และท้าทายความสามารถของนักเรียน

2. เป็นปัญหาที่ต้องการคิดวิเคราะห์ และทักษะการสังเกต

3. เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสสำหรับการอภิปราย และมุ่งให้มีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน

4. เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับความเข้าใจในมโนมติทางคณิตศาสตร์ และการประยุกต์ใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์

5. เป็นปัญหาที่นำไปสู่หลักการ หรือการกำหนดรูปทั่วไปของปัญหา

6. เป็นปัญหาที่มีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และมีผลลัพธ์ได้หลายอย่างในขณะเดียวกัน

3.5 ขั้นตอนในการแก้ปัญหา

ในการที่จะแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ดีนั้น ผู้แก้ปัญหาควรมีความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา ซึ่งนักการศึกษาได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

เบลล์ (Bell. 1978 : 312) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาไว้ 5 ขั้นตอน คือ

1. นำเสนอปัญหาในรูปทั่วไป
2. เสนอปัญหาในรูปที่สามารถดำเนินการได้
3. ตั้งสมมุติฐาน และเลือกวิธีดำเนินการ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา
4. ตรวจสอบสมมุติฐาน และดำเนินการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบหรือชุดของคำตอบที่เป็นไปได้
5. วิเคราะห์และประเมินคำตอบ รวมถึงวิธีซึ่งจะนำไปสู่การค้นพบยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

สำหรับ เลสเตอร์ (Lester. 1978) ก็ได้จัดขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่สอดคล้องกัน ดังนี้

1. การรู้ถึงปัญหา จะต้องรู้ว่ามีปัญหาใดบ้าง
2. ความเข้าใจในปัญหา จะต้องทำความเข้าใจในปัญหานั้นอย่างถ่องแท้
3. การวิเคราะห์เป้าหมาย จะต้องวิเคราะห์ดูว่าเป้าหมายนั้นมีอย่างไร
4. การวางแผน เมื่อทราบเป้าหมายแล้ว ก็วางแผนว่าจะทำอย่างไร
5. การนำแผนมาใช้ ใช้แผนตามขั้นตอนที่กำหนดไว้
6. การดำเนินงาน ลงมือดำเนินการตามแผน
7. การประเมินและการแก้ไขปัญหา เมื่อลงมือทำเสร็จแล้วต้องมีการประเมิน เมื่อพบข้อบกพร่องหรือขัดข้องประการใดก็แก้ปัญหานั้น

ครูลิค และเรย์ (Krulik and Reys. 1980) กล่าวถึงขั้นตอนในการแก้ปัญหา ไว้ดังนี้

1.ทำความเข้าใจปัญหา ในการแก้ปัญหานั้น จะต้องทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งต้องพิจารณาว่า อะไรที่เป็นตัวไม่ทราบค่า มีข้อมูลหรือเงื่อนไขอะไรบ้าง สิ่งที่โจทย์บอกนั้นมีเพียงพอในการแก้ปัญหาหรือไม่ ในการพิจารณา อาจจะสร้างภาพประกอบความเข้าใจ แยกแยะส่วนต่าง ๆ ของสิ่งที่โจทย์บอก แล้วเขียนลงไปว่ามีอะไรบ้าง

2. วางแผนในการแก้ปัญหา จะต้องหาความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลที่โจทย์บอก กับตัวที่ไม่ทราบค่าพิจารณาปัญหาย่อยทั้งหลาย เทียบเคียงโจทย์ปัญหาใหม่กับโจทย์ปัญหาเก่า

3. ดำเนินการตามแผน เมื่อวางแผนแล้วก็ดำเนินการตามแผนทันที ควรจะได้ตรวจสอบทีละขั้นตอนว่า ถูกต้องหรือไม่ และไม่ควรดำเนินการข้ามขั้นตอน

4. ขั้นตรวจสอบ เมื่อทำเสร็จแล้ว จะต้องตรวจสอบอีกครั้งว่าใช้ข้อมูลหมดหรือยัง และได้ผลตามที่ต้องการหรือไม่

โพลยา (Polya. 1985 : 87) ได้จัดขั้นตอนการแก้ไขปัญหาไว้ 4 ประการ คือ

1. ทำความเข้าใจในปัญหา สิ่งแรกที่ต้องทำความเข้าใจคือ สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในปัญหา

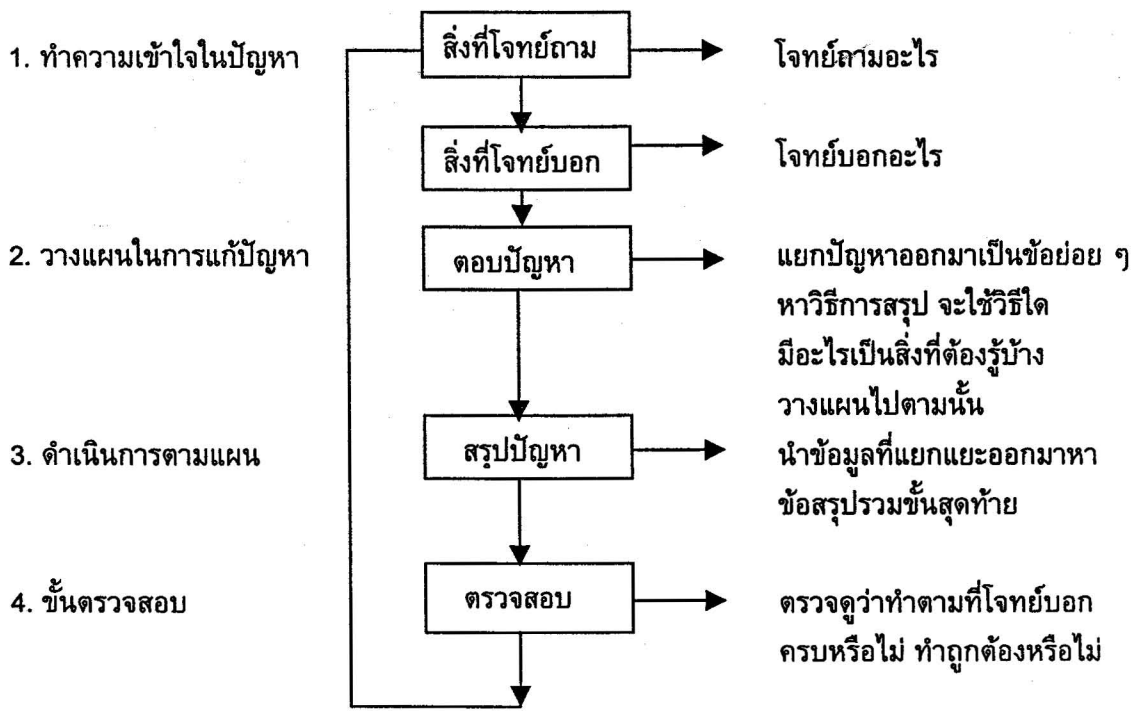
ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องสรุปปัญหาในภาษาของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าโจทย์ถามหาอะไร อะไรเป็นสิ่งที่ให้หา อะไรคือเงื่อนไข และถ้าจำเป็นจะต้องให้ชื่อกับข้อมูลต่าง ๆ เขาควรจะเลือกสัญลักษณ์ที่เหมาะสมได้ นักเรียนจะต้องพิจารณาปัญหาอย่างตั้งใจ ซ้ำแล้วซ้ำอีก จนกระทั่งสามารถสรุปออกมาได้

2. วางแผนในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ในปัญหาให้ชัดเจนเสียก่อน สิ่งที่ต้องหามีความสัมพันธ์กับข้อมูลที่ให้มาอย่างไร สิ่งสำคัญที่นักเรียนจะต้องทำในขั้นนี้คือ การนึกทบทวนความรู้ที่มี มีความรู้อะไรบ้าง ที่มีส่วนสัมพันธ์กับปัญหานั้น ๆ เทคนิคหนึ่งที่จะช่วยในการวางแผนแก้ปัญหา ได้แก่ การพยายามนึกถึงปัญหาที่เคยแก้มาก่อนซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกัน ในการวางแผนนั้นควรจะแบ่งเป็นขั้น ๆ โดยแบ่งออกเป็นขั้นตอนใหญ่ ๆ และในขั้นตอนใหญ่แต่ละขั้นก็จะแบ่งออกเป็นขั้นเล็ก ๆ อีกมากมาย นอกจากนั้นในขั้นนี้นักเรียนต้องมองเห็นว่า ถ้าเขาต้องการสิ่งหนึ่งเขาจะต้องใช้เหตุผลหรือข้ออ้างอะไร เพื่อที่จะให้ได้สิ่งนั้นมาตามต้องการ

3. ดำเนินการตามแผน ขั้นนี้เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือทำการคิดคำนวณตามแผนการที่วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อที่จะให้ได้คำตอบของปัญหา สิ่งที่นักเรียนจะต้องใช้ในขั้นนี้คือ ทักษะการคำนวณ การรู้จักเลือกวิธีคำนวณที่เหมาะสมมาใช้

4. ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตรวจวิธีการและคำตอบ ขั้นนี้เป็นขั้นการตรวจสอบเพื่อความแน่ใจว่าถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและสำรวจดูผล ตลอดจนขบวนการในการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องรวบรวมความรู้ของเขา และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าด้วยกัน เพื่อทำความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น

ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา แสดงในรูปแผนภูมิได้ดังนี้



ภาพประกอบ 4 แผนภูมิแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา

(Polya. 1985 : 87)

ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ (2540 : 1 – 11) ได้สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ต้องเข้าใจปัญหา	**ทำความเข้าใจปัญหา** ต้องการหาอะไร มีข้อมูลอะไร และมีเงื่อนไขอะไรบ้าง เป็นไปได้หรือไม่ที่จะทำตามเงื่อนไข เงื่อนไขนั้นเพียงพอที่จะนำมาพิจารณาสิ่งที่ต้องการหรือไม่ หรือว่าไม่เพียงพอ ซ้ำซาก หรือขัดแย้งกัน วาดรูป ข้อสังเกตที่เห็นสมควรแยกเงื่อนไขออกมาเป็นข้อย่อย ๆ ท่านเขียนออกมาได้หรือไม่
ขั้นที่ 2 หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดและสิ่งที่ต้องการหา อาจจะลองดูปัญหาที่คล้าย ๆ กัน ถ้ายังหาความสัมพันธ์ไม่พบ ท้ายที่สุดควรจะหาแผนที่จะแก้ปัญหา	**คิดวางแผน** ท่านเคยเห็นปัญหานี้หรือไม่ หรือท่านเคยเห็นปัญหาที่เหมือน ๆ กับปัญหานี้ แต่มีข้อแตกต่างกันเล็กน้อย ท่านรู้จักปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหานี้หรือไม่ ท่านรู้จักทฤษฎีที่อาจจะนำมาใช้เป็นประโยชน์บ้างหรือไม่ จงมองดูสิ่งที่ต้องการหา และพยายามคิดถึงปัญหาที่เคยทำมาแล้วที่มีสิ่งที่ต้องการหาที่เหมือนกันหรือคล้ายกัน นี่คือปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหาของท่าน และท่านเคยแก้ปัญหาได้แล้ว ท่านจะได้มันได้หรือไม่ ท่านจะใช้ผลของมันได้บ้างหรือไม่ ท่านจะใช้วิธีของมันได้ไหม ท่านควรจะนำส่วนต่าง ๆ สำรองมาใช้ให้เป็นประโยชน์ได้บ้างไหม ท่านเขียนโจทย์ใหม่ได้ไหม ท่านจะเขียนใหม่โดยที่ให้แตกต่างกันได้หรือไม่ กลับไปดูนิยาม ถ้าท่านไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ลองแก้ปัญหาที่มีความเกี่ยวข้องกันดูก่อน ท่านนึกถึงปัญหาที่เกี่ยวข้องที่ง่าย ๆ ได้ไหม ปัญหาทั่ว ๆ ไปล่ะ ปัญหาพิเศษ ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน ท่านแก้ปัญหาได้บางตอนไหม มันเปลี่ยนไปอย่างไร ท่านสรุปอะไรที่เป็นประโยชน์จากสิ่งที่กำหนดได้บ้าง ท่านคิดถึงข้อมูลที่เหมาะสมอื่น ๆ ที่จะ

	นำมาหาสิ่งที่ต้องการหาได้บ้างหรือไม่ ท่านสามารถเปลี่ยนสิ่งที่ต้องการหา ข้อมูล หรือทั้งสองอย่างได้ เพื่อสิ่งที่ต้องการหาใหม่ หรือข้อมูลใหม่ จะได้ใกล้เคียงกันมากขึ้น ท่านได้ใช้ข้อมูลหมดหรือไม่ ท่านใช้เงื่อนไขทั้งหมดไหม ท่านได้นำข้อสังเกตที่จำเป็นที่เกี่ยวข้องกับโจทย์มาพิจารณาหรือไม่
ขั้นที่ 3	**ดำเนินตามแผน**
ดำเนินไปตามแผนของท่าน	ทำตามแผนแก้ปัญหาของท่าน ตรวจสอบแต่ละขั้น ท่านเห็นชัดหรือไม่ว่าขั้นตอนถูกต้อง ท่านพิสูจน์ได้หรือไม่ว่ามันถูกต้อง
ขั้นที่ 4	**ขั้นตรวจสอบ**
ตรวจสอบคำตอบที่ได้	ท่านตรวจสอบผลที่ได้ ได้หรือไม่ ท่านตรวจสอบข้อโต้แย้งได้ไหม ท่านหาคำตอบได้หลายวิธีไหม ท่านมองเห็นทันทีหรือไม่ ท่านสามารถใช้ผลที่ได้ หรือวิธีการกับปัญหาอื่น ๆ บางข้อได้ไหม

จากขั้นตอนการแก้ปัญหาที่กล่าวมาแล้วข้างต้น จะเห็นว่า มีขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งสามารถนำไปเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาได้ ในการศึกษาค้นคว้านี้ ผู้วิจัยสนใจขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ที่เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาไว้ 4 ประการคือ ทำความเข้าใจในปัญหา วางแผนในการแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบ เพื่อเป็นแนวทางในการส่งเสริมการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนต่อไป

3.6 แนวความคิดพื้นฐานทางจิตวิทยาของการแก้ปัญหา

วิธีการแก้ปัญหาจะเกิดขึ้นได้อย่างไรนั้น นักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้แนวคิดดังต่อไปนี้

สโตลเบอร์ก (Stollburg. 1956 : 225-228) ได้ให้ความเห็นว่า ปัญหาที่เกิดขึ้นและวิธีแก้ปัญหานั้น ผู้แก้ปัญหาแต่ละคนย่อมมีลักษณะเฉพาะเอกัตบุคคล การแก้ปัญหาจึงไม่เหมือนกัน การแก้ปัญหาไม่มีขั้นตอนที่แน่นอนตายตัว และไม่เป็นลำดับขั้นอาจสลับก่อนหลังหรือบางขั้นตอนไม่มีก็ได้ นอกจากนี้การแก้ปัญหายังขึ้นอยู่กับ

1. ประสบการณ์ของแต่ละบุคคล
2. วุฒิภาวะทางสมอง
3. สภาพที่แตกต่างกัน
4. กิจกรรมและความสนใจของแต่ละคนที่มีต่อปัญหานั้น

ธอร์นไดค์ (Thorndike. 1950 : 192-216) ได้ให้ความเห็นในเรื่องการแก้ปัญหาไว้ว่า การเรียนรู้ข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาและการนำเอาข้อเท็จจริงไปใช้ในการแก้ปัญหาเป็นสิ่งที่ต่างกัน การเรียนรู้จากการแก้ปัญหาได้สำเร็จในสถานการณ์หนึ่งไม่ได้หมายความว่าจะต้องแก้ปัญหาสถานการณ์อื่นได้เสมอไป การแก้ปัญหาแบบลองผิดลองถูกใช้กับปัญหาที่ยุ่งยากซับซ้อน ใช้เมื่อผู้เผชิญปัญหามองไม่เห็นแนวทางหรือไม่อาจคิดหาวิธีการแก้ปัญหาได้ ต้องใช้วิธีเดาสุ่มหลายอย่างเพื่อหาวิธีการที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหา

กาเย่ (Gagne'. 1977 : 63) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการคิดแก้ปัญหา เป็นการเรียนรู้อย่างหนึ่งที่ต้องอาศัยการเรียนรู้ประเภทหลักการที่มีความเกี่ยวข้องตั้งแต่สองประเภทขึ้นไป และใช้หลักการนั้นประสมประสานกันจนเป็นความสามารถชนิดใหม่ที่เรียกว่า ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาโดยการเรียนรู้ ประเภทหลักการนี้ต้องอาศัยหลักการเรียนรู้ประเภทมโนมติ ซึ่งกาเย่ได้อธิบายว่า เป็นการเรียนรู้อีกประเภทหนึ่งที่ต้องอาศัยความสามารถในการมองเห็นลักษณะร่วมของสิ่งเร้า

ไฮนิก (Heinig. 1981 :61) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาของนักเรียนจะเกิดขึ้นได้ โดยครูต้องจัดกิจกรรมให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ควรจัดเป็นกิจกรรมปลายเปิด ซึ่งเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดเห็นของตนเพื่อสังเคราะห์เรื่องราวใหม่ สิ่งใหม่ สถานการณ์ หรือกิจกรรมที่จัดขึ้น

พรรณี ชูทัย (2528 : 218-219) ได้กล่าวถึงแนวคิดทางจิตวิทยาในการสอนแบบแก้ปัญหา ไว้ดังนี้

1. ความคิดของกลุ่ม "S-R" ในการสอนให้แก้ปัญหา เนื่องจากกลุ่มนี้มองธรรมชาติของมนุษย์ว่า มนุษย์เรียนรู้จากการถ่ายทอดและบอกเล่า ดังนั้นในการสอนให้คนแก้ปัญหา จะต้องมีการฝึกหัดให้ทำซ้ำ ๆ และมีการให้รางวัล เด็กจะต้องได้รับการช่วยเหลือให้มองเห็นความแตกต่าง รู้จักจำแนกแยกแยะ ครูจะต้องดูว่าในการแก้ปัญหานั้น จะต้องใช้ทักษะใดบ้าง และเด็กจะได้รับการฝึกหัดให้ใช้ทักษะนั้น ๆ ในการเรียนแต่ละอย่าง เด็กจะต้องได้รับข้อคิดเห็นย้อนกลับ (Feedback) เพื่อให้ทราบผลการเรียนว่าดีขึ้นหรือยังมีข้อบกพร่อง ดังนั้นความคิดเห็นของกลุ่มนี้ในการสอนให้เด็กรู้จักแก้ปัญหา ต้องมีการสอนแบบฝึกหัดจนเด็กสามารถทำได้ และถ่ายโยงการเรียนรู้ไปแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ ๆ ได้

2. ความคิดเห็นของกลุ่ม "Cognitive-field" ในการสอนให้แก้ปัญหา เนื่องจากกลุ่มนี้มองธรรมชาติของมนุษย์ว่า "Active" หรือ "Interactive" ดังนั้นการเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนได้เป็นผู้ลงมือกระทำเอง จึงใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้เด็กเกิดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยตนเอง การกระตุ้นโดยการใช้คำถาม หรือใช้ข้อความที่มีลักษณะเร้าความสนใจเด็ก จากนั้นกระตุ้นให้เด็กแสวงหาคำตอบ โดยครูแนะแหล่งข้อมูลให้หรืออาจใช้คำถามประเภท 20 คำถาม โดยครูจะตอบเพียง ใช่หรือไม่ใช่ จะช่วยให้เด็กมีประสบการณ์ในการเก็บข้อมูล สำรวจ ทดลอง และเกิดความมั่นใจในตนเอง กระตุ้นให้เกิดการแสวงหาความรู้ต่อ ๆ ไป

จากที่กล่าวมาแล้วข้างต้น จะเห็นว่า ในการแก้ปัญหาของแต่ละบุคคลนั้น มีความแตกต่างกัน ทั้งขึ้นอยู่กับวุฒิภาวะทางสมอง ประสบการณ์ ความสนใจ ความพร้อม แรงจูงใจ อารมณ์ และสภาพแวดล้อม สำหรับกิจกรรมการเรียนการสอนที่สอนให้ผู้เรียนรู้จักคิด รู้จักพิสูจน์หาข้อสรุป มีการวางแผน ก็เป็นส่วนหนึ่งที่สามารถส่งเสริมการคิดอย่างมีเหตุผลได้ โดยใช้วิธีการแก้ปัญหาตามขั้นตอนการแก้ปัญหา ซึ่งผู้วิจัยเลือกใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา

3.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา

งานวิจัยต่างประเทศ

จอห์น (John. 1966 : 994-995-A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับผลการเรียนของนักเรียนวิทยาศาสตร์เกรด 8 จากการใช้วิธีการสอน 2 วิธี โดยกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบบรรยาย และแบบสาธิต รวมทั้งการให้ส่วนร่วมในการทดลอง และทำการบ้านตามที่ครูกำหนดให้ สำหรับกลุ่มทดลองให้เรียนโดยวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง มีเพียงเอกสารแนะแนวการทำกิจกรรมที่นักเรียนจะเลือก เพื่อนำไปปฏิบัติอันจะก่อให้เกิดความรู้ ข้อเท็จจริง และมีมโนมติด้วยตนเอง ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองสามารถคิดหาเหตุผลแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ชอว์ (Shaw. 1977 : 5337-A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาถึงการฝึกกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ ในการคิดแก้ปัญหา ที่สามารถส่งผลถึงทักษะการคิดแก้ปัญหาในวิชาวิทยาศาสตร์และสังคมศึกษา โดยฝึกกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ เน้นทักษะการแก้ปัญหาให้กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีคะแนนสูงด้านทักษะการคิดแก้ปัญหาทั้งวิชาวิทยาศาสตร์และสังคมศึกษา อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ เป็นการแสดงให้เห็นว่า ทักษะในการคิดแก้ปัญหาสามารถสอนโดยใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ และกระบวนการเหล่านั้นจะถ่ายทอดไปยังเนื้อหาวิชาสังคมศึกษาได้

ฮูลโลเวล (Hoolowell. 1977 : 7373-6015-A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาถึงกระบวนการการคิดแก้ปัญหาตามวิธีการทางวิทยาศาสตร์ตามขั้นตอนคือ ความเข้าใจในปัญหา การระลึกถึงข้อเท็จจริงที่เป็นปัญหา การตรวจสอบผลที่เป็นคำตอบ การตรวจสอบดูว่าวิธีการแก้ปัญหานี้ถูกต้องหรือไม่ และการคัดค้านหรือการยอมรับวิธีการแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่แก้ปัญหาได้สำเร็จมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนที่แก้ปัญหาไม่สำเร็จ และกระบวนการคิดแก้ปัญหาสอดคล้องกับขั้นตอนการคิดขั้นที่หนึ่งถึงร้อยละ 85

พุท (Putt. 1979 : 5382-A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับปัจจัยที่มีผลต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เมื่อมีกระบวนการแก้ปัญหาต่างกัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 5 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนแรกได้รับการสอนกลวิธีในการแก้ปัญหา ห้องเรียนที่สองให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ตรงจากการแก้ปัญหา ที่ไม่ได้รับการสอนในห้องเรียน ใช้เวลาทำการทดลอง 4 สัปดาห์ แล้ววัดผลในการแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า การแก้ปัญหาทั้งสองแบบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกัน

ฮอพคินส์ (Hopkins. 1985 : 2790) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษารูปแบบของห้องเรียน ที่ส่งผลต่อทักษะการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบของห้องเรียนที่ส่งผลต่อทักษะการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนจะต้องเป็นห้องเรียนที่มีข่าวสารน่าสนใจ นักเรียนได้อ่านและวิเคราะห์ข่าวอยู่เสมอมีภาพอุปกรณ์หรือสัญลักษณ์ ที่เคยกล่าวจากข่าวสารนั้น ๆ และนักเรียนมีโอกาสแสดงความคิดเห็นของตนเองอย่างอิสระเมื่อได้พบเห็นสิ่งเหล่านั้น จึงส่งผลต่อทักษะการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน

ทูกอว์ (Tougaw. 1994 : 2934-A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับผลที่เกิดขึ้นจากการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาแบบเปิดกว้างในการสอนคณิตศาสตร์ โดยศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาและเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา การแก้ปัญหาแบบเปิดกว้างหมายถึง การสร้างข้อคาดเดา การสืบค้น การค้นพบ การอภิปราย การพิสูจน์ และการหารูปทั่วไป ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องใช้ความรู้ ทักษะ กระบวนการคิด และเจตคติทางบวกเป็นพื้นฐาน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ผ่านการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาแบบเปิดกว้างมีเจตคติทางบวกต่อการเรียนและเพศไม่มีความแตกต่างต่อพฤติกรรมในการแก้ปัญหา

กูยา (Gooya. 1994 : 2865-A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ และความเชื่อในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหา จากการสอนที่เน้นการสังเคราะห์ความคิด และการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแก้ปัญหา กับนักศึกษาระดับปริญญาตรีที่ไม่ใช่สายวิทยาศาสตร์ โดยจัดกิจกรรมในการเรียน 3 ลักษณะ คือ การเขียนสรุป การใช้กลุ่มย่อย และการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น ซึ่งการเขียนสรุปเป็นช่องทางสื่อสารระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน และช่วยให้ผู้เรียนเกิดความชัดเจนในแนวคิด สำหรับกลุ่มย่อยผู้เรียนได้เรียนรู้และติดตามการทำงานของกลุ่มได้อภิปรายกับคนอื่น ๆ และทำงานร่วมกัน ทำให้เกิดการตัดสินใจที่เหมาะสม การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น ทำให้ผู้เรียนได้พบจุดอ่อนและจุดเด่นของตนเอง และยังช่วยให้ผู้เรียนได้พิจารณาและตัดสินใจได้ดีขึ้น ผลการวิจัยพบว่า การใช้สื่อเสริมและนวัตกรรมต่าง ๆ ทำให้ผู้เรียนเข้าใจถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่างไปจากเดิม

งานวิจัยในประเทศ

อนันต์ จันทร์กวี (2525 : 1-37) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับแนวคิดแก้ปัญหากับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้แบบทดสอบวัดพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา 4 ด้าน คือ ความรู้ความจำเกี่ยวกับการคำนวณ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชายเลือกใช้แนวคิดแก้ปัญหาด้านการวิเคราะห์สูงสุด ส่วนนักเรียนหญิงเลือกใช้ด้านความรู้ความจำสูงที่สุด และทั้งสองเพศเลือกใช้แนวการคิดแก้ปัญหาทางด้านการนำไปใช้ต่ำสุด

กันยารัตน์ ฤทธิ์บำรุง (2531 : 82) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยการฝึกอภิปรายแก้ปัญหาร่วมกันทั้งห้อง เป็นกลุ่มย่อย และแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางด้านทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ ของนักเรียนที่เรียนโดยการฝึกอภิปรายแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อย มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ฝึกอภิปรายแก้ปัญหาร่วมกันทั้งห้อง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ .05 ตามลำดับ

นิลอุบล ดาวเรือง (2535 : 89) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับปฏิสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ กับวิธีสอนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า ไม่พบปฏิสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ กับวิธีสอนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สำหรับความสามารถในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้แบบฝึกแก้ปัญหาสูงกว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้การอภิปรายแก้ปัญหา อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศิริลักษณ์ ปิตะนีระวัตร์ (2536 : 83) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนกลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิตด้วยวิธีแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์กับวิธีสอนปกติ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนปกติ อย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ สำหรับความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เฉลิมศักดิ์ ภูมี (2538 : 69) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาเรื่องเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา กับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อรุณี ระย้าแก้ว (2539 : 88) ได้ทำการวิจัยเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องสมการ อัตราส่วน ร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนที่เน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์ กับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วิโชติ พงษ์ศิริ (2540 : 68) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบคอนสตรัคติวิซึมด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหา กับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบคอนสตรัคติวิซึมด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหา กับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ .01 ตามลำดับ

วิมล พงษ์ปาลิต (2541 : 88) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหา กับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ .05 ตามลำดับ

มาลาตี โหมดเขียว (2541 : 83-84) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการคิดแก้ปัญหา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนวิชาสังคมศึกษาโดยการสอนแบบกระบวนการสร้างเสริมค่านิยม กับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการคิดแก้ปัญหา ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบกระบวนการสร้างเสริมค่านิยม กับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาเอกสารงานวิจัยดังกล่าว สรุปได้ว่า วิธีการแก้ปัญหาช่วยให้กิจกรรมการเรียนการสอนเป็นกระบวนการที่มีระบบ มีเหตุผล ที่สามารถทำให้นักเรียนเข้าใจ มีความสามารถในการแก้ปัญหา คิดเป็น พร้อมให้เหตุผลได้ ซึ่งผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหา จะทำให้ผลสัมฤทธิ์การเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมการคิดอย่างมีเหตุผล โดยวิธีการแก้ปัญหา สูงกว่าก่อนการทดลองหรือไม่

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

4.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ (Wilson. 1971 : 643 – 696)

วิลสัน (Wilson. 1971 : 643 – 696) ได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาไว้ 4 ระดับ ได้แก่

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุด แบ่งออกได้เป็น 3 ขั้น ดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นความสามารถที่ระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยได้รับจากการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามที่วัดความสามารถในระดับนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นเวลานานแล้ว

1.2 ความรู้เกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่าง ๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้ แต่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนมากกว่า แบ่งได้เป็น 6 ขั้นดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนมติ (Knowledge of Concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนมติเป็นนามธรรม ซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนมตินั้น โดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ ซึ่งเขียนในรูปใหม่หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียน

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principles, Rules and Generalization) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนมติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหา จนได้แนวทางในการแก้ปัญหาได้ ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎ ที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรก อาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements From One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นรูปสมการ ซึ่งมีความหมายคงเดิมโดยไม่รวมถึงกระบวนการคิดคำนวณ (Algorithms) หลังจากแปลแล้วอาจกล่าวได้ว่า เป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมกับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่ว ๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่นๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติหรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้ไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งเป็น 4 ขั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจ และเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นคว้าหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้าง ที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่ หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบ ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns, Isomorphisms and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูลและการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาที่พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลงแต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งเป็น 5 ขั้นคือ

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine Problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจ มโนมติ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมานำมาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถในการพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนจะต้องอาศัยนิยามและทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วมาช่วยในการแก้ปัญหา

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) ความสามารถในขั้นนี้เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่ความสามารถในการวิจารณ์เป็นพฤติกรรมที่ยุ่งยากซับซ้อนมากกว่า ความสามารถในขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดไปจากมโนมติ หลักการ กฎ นิยาม หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.5 ความสามารถเกี่ยวกับการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to Formulate and Validate Generalization) นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่ โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องเดิมและต้องสมเหตุสมผลด้วย นั่นคือการถามให้หาและพิสูจน์ประโยคทางคณิตศาสตร์ หรืออาจถามให้นักเรียนสร้างกระบวนการคิดคำนวณใหม่ พร้อมทั้งแสดงการใช้กระบวนการนั้น

4.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เพรสคอตต์ (Prescott. 1961 : 14 – 15) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียนดังนี้

1. องค์ประกอบทางด้านร่างกายได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพทางกายข้อบกพร่องทางกาย และบุคลิกท่าทาง
2. จำหลักเกณฑ์หรือมโนมติเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่เรียนผ่านไปแล้วไม่ดี
3. มีปัญหาในการใช้ถ้อยคำ
4. มีปัญหาในการหาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ และการสรุปเป็นหลักเกณฑ์ทั่วไป
5. มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่เพียงพอ สังเกตได้จากการสอบตกในวิชาคณิตศาสตร์บ่อยครั้ง
6. มีเจตคติที่ไม่ดีต่อโรงเรียน และโดยเฉพาะอย่างยิ่งต่อวิชาคณิตศาสตร์
7. มีความกดดันและรู้สึกว้าวุ่นต่อความล้มเหลวทางด้านการเรียนของตนเอง และบางครั้งเกิดความรู้สึกดูถูกตนเอง
8. ขาดความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง
9. อาจมาจากครอบครัวที่มีสภาพแวดล้อมแตกต่างจากนักเรียนคนอื่น ๆ ซึ่งมีผลทำให้ขาดประสบการณ์ที่จำเป็นต่อความสำเร็จในการเรียน
10. ขาดทักษะในการฟังและไม่ตั้งใจเรียน หรือตั้งใจเรียนในช่วงระยะเวลาสั้น
11. มีข้อบกพร่องทางด้านสุขภาพ เช่น สายตาไม่ปกติ มีปัญหาด้านการฟัง หรือมีข้อบกพร่องในด้านการใช้มือ เป็นต้น
12. ไม่ประสบผลสำเร็จในด้านการเรียนทั่วไป
13. ขาดความสามารถในการแสดงออกทางคำพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้คำถามที่แสดงให้เห็นว่า ตนเองก็ยังไม่เข้าใจในการเรียนนั้น ๆ
14. มีวุฒิภาวะค่อนข้างต่ำทั้งทางด้านอารมณ์และสังคม

จากที่กล่าวมาแล้ว สรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ถือได้ว่าเป็นเกณฑ์หนึ่งที่สามารถนำไปใช้ในการประเมินประสิทธิภาพของการสอน ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

บทที่ 3
วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. แบบแผนที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
3. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
4. วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดนวลนรดิศ เขตภาษีเจริญ กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 โรงเรียนวัดนวลนรดิศ เขตภาษีเจริญ กรุงเทพมหานคร 3 ห้องเรียน รวม 148 คน ที่ได้มาโดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 10 ห้องเรียน จำนวนนักเรียนทั้งหมด 400 คน โดยทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนโดยคละความสามารถของนักเรียน

2. แบบแผนที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

แบบแผนที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นการวิจัยแบบ One – Group Pretest – Posttest Design (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2536 : 150)

ตาราง 2 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T_1	X	T_2

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E หมายถึง กลุ่มทดลอง

X หมายถึง การสอนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

T_1 หมายถึง การสอบก่อนที่จะจัดกระทำการสอน

T_2 หมายถึง การสอบหลังจัดกระทำการสอน

3. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า มีดังนี้

1. ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีลำดับขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

1.1 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าสิ่งที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ดังต่อไปนี้

1.1.1 ศึกษาและวิเคราะห์หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) คู่มือครูรายวิชา ค 203 คณิตศาสตร์ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ เกี่ยวกับจุดประสงค์การเรียนรู้เนื้อหาและกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ

ตาราง 3 หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการ

จุดประสงค์การเรียนรู้ประจำบท ให้นักเรียนสามารถ
1. บอกวิธีในการตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของรูปสองรูปใด ๆ ได้
2. บอกด้านและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน เมื่อกำหนดรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการได้
3. ระบุเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ และนำไปใช้ในการพิสูจน์ได้
4. บอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วได้

ตาราง 3 (ต่อ)

เนื้อหาของบทเรียนและระยะเวลา	
1. ทดสอบก่อนเรียน (Pretest)	1 คาบ
2. ความเท่ากันทุกประการ	2 คาบ
3. ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม	1 คาบ
4. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน	2 คาบ
5. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม	2 คาบ
6. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	1 คาบ
7. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน	2 คาบ
8. ทบทวนรูปสามเหลี่ยมและความเท่ากันทุกประการ	2 คาบ
9. ทดสอบหลังเรียน (Posttest)	1 คาบ
รวม	14 คาบ

1.1.2 ศึกษาเอกสาร ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างชุดการเรียน

1.1.3 คัดเลือกบทเรียน ผู้วิจัยได้จัดเนื้อหาและชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล แบ่งออกเป็น 7 ชุด โดยใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการ ดังนี้

ชุดการเรียนที่ 1 เรื่องความเท่ากันทุกประการ

ชุดการเรียนที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

ชุดการเรียนที่ 3 เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

ชุดการเรียนที่ 4 เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม

ชุดการเรียนที่ 5 เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

ชุดการเรียนที่ 6 เรื่องรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ชุดการเรียนที่ 7 เรื่องทบทวนรูปสามเหลี่ยมและความเท่ากันทุกประการ

1.2 ในการสร้างชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล แต่ละชุด ผู้วิจัยได้ประยุกต์รูปแบบของชัยยงค์ พรหมวงศ์ คาร์ดาเรลลี และฮุสตัน และคนอื่น ๆ ซึ่งประกอบด้วย

- ชื่อชุดการเรียน
- คำชี้แจง จะอธิบายถึงขั้นตอนต่าง ๆ ในการศึกษาหาความรู้จากชุดการเรียน
- จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม จะระบุเป้าหมายที่ต้องการให้เกิดขึ้นหลังจากที่นักเรียนได้ศึกษาหาความรู้และทำแบบฝึกหัดในชุดการเรียน
- เวลาที่ใช้ เป็นส่วนที่บอกเวลาทั้งหมดในการศึกษาหาความรู้จากชุดการเรียน
- สื่อการเรียน ระบุถึงอุปกรณ์ที่ใช้ในชุดการเรียน
- เนื้อหา จะเสนอความรู้ให้กับนักเรียน

- กิจกรรม เป็นส่วนที่กำหนดกิจกรรมที่ให้นักเรียนปฏิบัติ โดยวิธีการแก้ปัญหาตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา

- แบบฝึกหัดระหว่างเรียน เป็นส่วนที่ให้นักเรียนปฏิบัติระหว่างศึกษาชุดการเรียน

- การประเมินผล เป็นส่วนที่ให้นักเรียนได้ประเมินความรู้ความสามารถของตนเองหลังการศึกษาชุดการเรียนแต่ละชุดเรียบร้อยแล้ว

1.3 นำชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล พร้อมแผนการสอนเสนอต่อประธานกรรมการและให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 คน คือ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุพจน์ ไชยสังข์ อาจารย์ปาจรีย์ วัชชวัลคุ และอาจารย์ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา ตรวจสอบคุณภาพและความถูกต้องเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข

1.4 นำชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว ให้ประธานกรรมการตรวจพิจารณาอีกครั้งหนึ่ง เพื่อนำไปทดสอบหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนต่อไป

1.5 หลังจากผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขชุดการเรียนที่สร้างขึ้นแล้ว ผู้วิจัยได้ดำเนินการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียน ตามความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย 80/80 ตามลำดับขั้นต่อไปนี้

1.5.1 การหาประสิทธิภาพเป็นรายบุคคล (1 : 3)

ผู้วิจัยนำชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างโรงเรียนวัดนวลนรดิศ เขตภาษีเจริญ กรุงเทพมหานคร จำนวน 3 คน เพื่อพิจารณาเกี่ยวกับภาษา กิจกรรม และสื่อการเรียนต่าง ๆ ที่ใช้ในชุดการเรียน แล้วเก็บข้อมูลต่าง ๆ ในการที่จะนำไปปรับปรุง แก้ไขชุดการเรียน โดยการสังเกตพฤติกรรมผู้เรียนอย่างใกล้ชิดรวมทั้งการสัมภาษณ์นักเรียน

1.5.2 การหาประสิทธิภาพเป็นกลุ่ม (1 :10)

ผู้วิจัยนำชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขจากขั้นทดลองรายบุคคล นำมาทดลองกับนักเรียนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างโรงเรียนวัดนวลนรดิศ เขตภาษีเจริญ กรุงเทพมหานคร จำนวน 10 คน โดยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนอย่างใกล้ชิด แล้วนำข้อบกพร่องที่พบทั้งหมดมาปรับปรุงแก้ไขชุดการเรียน

1.5.3 ดำเนินการทดลองเพื่อหาประสิทธิภาพภาคสนาม

ผู้วิจัยนำชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขตามข้อ 1 และข้อ 2 แล้ว ไปทดลองกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 40 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดนวลนรดิศ เขตภาษีเจริญ กรุงเทพมหานคร เพื่อหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนตามเกณฑ์ 80/80

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

2.1 ศึกษาหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) คู่มือครูและหนังสือเรียน รายวิชา ค 203 คณิตศาสตร์ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 วิธีสร้างและเทคนิคการสร้างข้อสอบที่ดี จากหนังสือเทคนิคการเขียนข้อสอบของชวาล แพรัตกุล (2520: 1 – 161) และการวัดผลการศึกษาของไพศาล หวังพานิช (2526 : 57 – 62)

2.2 ศึกษาเนื้อหาและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม จากคู่มือครูรายวิชา ค 203 คณิตศาสตร์ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการ ผลการศึกษา สรุปได้ดังตาราง 4

ตาราง 4 เนื้อหาและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมประจำบท เรื่องความเท่ากันทุกประการ	
เรื่อง	จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
1. ความเท่ากันทุกประการ	1. บอกวิธีในการตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของรูปสองรูปใด ๆ ได้
2. ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม	1. บอกด้านและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน เมื่อกำหนดรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการได้
3. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบด้าน-มุม-ด้าน	1. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน หรือไม่ 2. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน เท่ากันทุกประการ และนำไปใช้ในการพิสูจน์ได้
4. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบมุม-ด้าน-มุม	1. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม หรือไม่ 2. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม เท่ากันทุกประการ และนำไปใช้ในการพิสูจน์ได้

ตาราง 4 (ต่อ)

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมประจำบท เรื่องความเท่ากันทุกประการ	
5. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	1. บอกได้ว่าด้านใดเป็นฐาน มุมใดเป็นมุมยอด และมุมใดเป็นมุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว 2. บอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ได้ดังนี้ 2.1 มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีขนาดเท่ากัน 2.2 เส้นที่แบ่งครึ่งมุมยอด ย่อมตั้งฉากกับฐาน และแบ่งครึ่งฐาน
6. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน	1. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน ได้ถูกต้อง 2. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน เท่ากันทุกประการ และนำไปใช้ในการพิสูจน์ได้
7. ทบทวนรูปสามเหลี่ยมและความเท่ากันทุกประการ	1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด

2.3 สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้วิจัยวิเคราะห์ร่วมกับอาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 3 คน

2.4 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 60 ข้อ โดยให้สอดคล้องกับตารางวิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม แล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 คน คือ รองศาสตราจารย์ ดร. ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ อาจารย์ปาจรีย์ วัชชวัลคุ และ อาจารย์ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา ตรวจความถูกต้องและความเหมาะสม

2.5 นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่อประธานกรรมการตรวจสอบอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข

2.6 นำแบบทดสอบที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดสอบกับกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดนวลนรดิศ เขตภาษีเจริญ กรุงเทพมหานคร ซึ่งเคยเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ จำนวน 100 คน เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ โดยตรวจให้คะแนน 1 คะแนน สำหรับข้อที่ตอบถูก และให้คะแนน 0 คะแนน สำหรับข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ ในข้อเดียวกัน

2.7 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์ข้อสอบเป็นรายข้อ เพื่อหาระดับความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27% ของ จุง เตห์ ฟาน (Chung – Teh Fan) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2536 : 186 – 187) เพื่อคัดเลือกและปรับปรุงแบบทดสอบ โดยเลือกแบบทดสอบข้อที่มีความยากตั้งแต่ 0.42 – 0.77 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.23 – 0.85 จำนวน 30 ข้อ

2.8 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกและปรับปรุงแล้ว ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดนวลนรดิศ เขตภาษีเจริญ กรุงเทพมหานคร จำนวน 100 คน เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตร KR – 20 (Kuder - Richardson) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2536 : 168 – 169) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.86

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล เป็นแบบทดสอบซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

3.1 ผู้วิจัยศึกษาทฤษฎี และวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความถนัดทางด้านการคิดอย่างมีเหตุผล ตามทฤษฎีองค์ประกอบพื้นฐานทางสมองของ เทอร์สโตน (L.L. Thurstone) 4 ลักษณะคือ ทักษะพื้นฐานด้านการจำแนกประเภท (Classification) การอุปมาอุปไมย (Analogy) อนุกรมภาพ (Matrices) และการสรุปอ้างอิง (Inference)

3.2 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 80 ข้อ

3.3 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 คน คือ รองศาสตราจารย์ ดร.ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ดิลก ดิลกานนท์ และรองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์ตรวจสอบความถูกต้องของภาษา และความครอบคลุมของคำถาม แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข

3.4 นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดสอบกับนักเรียนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดนวลนรดิศ เขตภาษีเจริญ กรุงเทพมหานคร จำนวน 100 คน โดยให้คะแนน 1 คะแนน สำหรับข้อที่ตอบถูก และให้คะแนน 0 คะแนน สำหรับข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ ในข้อเดียวกัน เพื่อนำมาวิเคราะห์หาระดับความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) โดยเลือกแบบทดสอบข้อที่มีความยากตั้งแต่ 0.20 – 0.79 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.22 – 0.83 จำนวน 60 ข้อ

3.5 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกและปรับปรุงแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดนวลนรดิศ เขตภาษีเจริญ กรุงเทพมหานคร จำนวน 100 คน เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบจากสูตร KR-20 (Kuder - Richardson) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2536 : 168 – 169) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.83

4. วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยวางแผนดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ทดสอบก่อนเรียน (Pretest) กับนักเรียน ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

2. ผู้วิจัยดำเนินการสอนทั้งหมด โดยใช้เวลาในการสอน 14 คาบ ๆ ละ 50 นาที

3. เมื่อเสร็จสิ้นการสอนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ทดสอบหลังเรียน (Posttest) กับนักเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เวลาในการสอบ 50 นาที และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ใช้เวลาในการทดสอบ 50 นาที การตรวจคำตอบให้คะแนน 1 คะแนน สำหรับข้อที่ตอบถูก และให้คะแนน 0 คะแนน สำหรับข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ ในข้อเดียวกัน

5. การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. หาประสิทธิภาพของชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล โดยใช้สูตร E_1 / E_2

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล โดยใช้สถิติแบบ t – test Dependent

3. เปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล โดยใช้สถิติแบบ t – test Dependent

6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่

1.1 การศึกษาค่าดัชนีความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง (พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2538 : 117)

$$IC = \frac{\Sigma R}{N}$$

IC หมายถึง ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับลักษณะพฤติกรรม

ΣR หมายถึง ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

N หมายถึง จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

1.2 หาค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล โดยใช้เทคนิค 27% จากตารางวิเคราะห์ข้อสอบของ จุง เตห์ ฟาน (Chung – Teh Fan) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2536 : 186 – 187)

1.3 หาค่าความแปรปรวน (Variance) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2536 : 62 –63)

$$S_t^2 = \frac{N\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}{N(N-1)}$$

S_t^2 หมายถึง ความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่าง

X หมายถึง คะแนนของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มตัวอย่าง

ΣX หมายถึง ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

N หมายถึง จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.4 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล โดยคำนวณจากสูตร KR-20 (Kuder-Richardson) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2536 : 168 – 169)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\Sigma pq}{S_t^2}\right]$$

n หมายถึง จำนวนข้อของเครื่องมือวัด

p หมายถึง สัดส่วนของผู้ทำได้ในข้อหนึ่ง ๆ
นั่นคือ สัดส่วนของคนทำถูกกับคนทั้งหมด

q หมายถึง สัดส่วนของผู้ที่ทำผิดในข้อหนึ่ง ๆ หรือ 1 - p

S_t^2 หมายถึง คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือทั้งฉบับ

2. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมุติฐาน

2.1 ใช้สูตร E_1 / E_2 (ฉลองชัย สุรวัฒนบูรณ์. 2528 : 214-215) เพื่อทดสอบสมมุติฐานของชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ดังนี้

สูตรที่ 1

$$E_1 = \frac{\frac{\Sigma X}{N}}{A} \times 100$$

E_1 หมายถึง ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดการเรียนคิดเป็นร้อยละจากการทำแบบฝึกหัด หรือประกอบกิจกรรมระหว่างเรียน

ΣX หมายถึง คะแนนรวมของนักเรียนจากการทำแบบฝึกหัด หรือการประกอบกิจกรรมระหว่างเรียน

A หมายถึง คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดหรือกิจกรรมการเรียน

N หมายถึง จำนวนนักเรียน

สูตรที่ 2

$$E_2 = \frac{\frac{\Sigma F}{N}}{B} \times 100$$

E_2 หมายถึง ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนในตัวนักเรียนหลังจากการเรียนด้วยชุดการเรียน) คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบทดสอบหลังเรียน หรือประกอบกิจกรรมหลังเรียน

ΣF หมายถึง คะแนนรวมของนักเรียนจากการทำแบบทดสอบย่อยหลังเรียนด้วยชุดการเรียน

B หมายถึง คะแนนเต็มของการสอบหลังเรียน หรือกิจกรรมหลังเรียน

N หมายถึง จำนวนนักเรียน

2.2 ใช้วิธีการทางสถิติแบบ t-test Dependent เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในคิดอย่างมีเหตุผล ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล จากสูตร (Ferguson.1971 : 154)

$$t = \frac{\Sigma D}{\sqrt{\frac{N\Sigma D^2 - (\Sigma D)^2}{N-1}}} \quad ,df = N - 1$$

ΣD หมายถึง ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนใช้ชุดการเรียน

ΣD^2 หมายถึง ผลรวมของกำลังสองของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนใช้ชุดการเรียน

N หมายถึง จำนวนนักเรียน

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและแปลความหมาย ผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

N	หมายถึง	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
E_1	หมายถึง	ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดการเรียนคิดเป็นร้อยละจากการทำแบบฝึกหัด หรือประกอบกิจกรรมระหว่างเรียน
E_2	หมายถึง	ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนในตัวนักเรียนหลังจากการเรียนด้วยชุดการเรียน) คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบทดสอบย่อยหลังเรียนด้วยชุดการเรียน
ΣD	หมายถึง	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนใช้ชุดการเรียน
ΣD^2	หมายถึง	ผลรวมของกำลังสองของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนใช้ชุดการเรียน
t	หมายถึง	ค่าที่ใช้ในการพิจารณา (t - test Dependent)

การวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและแปรผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลอง มีลำดับขั้นดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหาเรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอน โดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ปรากฏผลในตาราง 5 ดังนี้

ตาราง 5 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

ชุดการเรียน	เกณฑ์ 80 / 80	
	E_1	E_2
ชุดที่ 1 เรื่องความเท่ากันทุกประการ	93.75	82.50
ชุดที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม	94.75	91.25
ชุดที่ 3 เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน	94.25	82.00
ชุดที่ 4 เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม	92.00	88.50
ชุดที่ 5 เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน	85.75	92.25
ชุดที่ 6 เรื่องรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	97.50	95.50
ชุดที่ 7 เรื่องทบทวนรูปสามเหลี่ยมและความเท่ากันทุกประการ	89.75	89.00
เฉลี่ย	92.54	88.71

จากตาราง 5 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ประสิทธิภาพของชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ทั้ง 7 ชุด มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อ 1

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอน โดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล โดยนำคะแนนความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนและหลังการทดลองมาเปรียบเทียบ โดยใช้ t – test Dependent ปรากฏผลในตาราง 6 ดังนี้

ตาราง 6 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอน โดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

	N	$\overline{X}$	S^2	ΣD	ΣD^2	t
Pretest	148	11.51	17.93	-	-	
						27.54**
Posttest	148	19.23	23.21	1,161	10,873	

$t_{(.01,\ 147)} = 2.326$ ** มีนัยสำคัญที่ .01

จากตาราง 6 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอน โดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อ 2

3. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอน โดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล โดยนำคะแนนความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนและหลังการทดลองมาเปรียบเทียบ โดยใช้ t – test Dependent ปรากฏผลในตาราง 7 ดังนี้

ตาราง 7 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

	N	$\overline{X}$	S^2	ΣD	ΣD^2	t
Pretest	148	34.09	72.01	-	-	
						9.15**
Posttest	148	38.07	72.06	589	6,461	

$t_{(.01,\ 147)} = 2.326$ ** มีนัยสำคัญที่ .01

จากตาราง 7 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอน โดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อ 3

บทที่ 5
สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การศึกษาครั้งนี้ เป็นการวิจัยเชิงพัฒนาโดยมีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนาชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ซึ่งสามารถสรุปสาระสำคัญได้ดังนี้

สังเขป ความมุ่งหมาย สมมุติฐาน และวิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อพัฒนาชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนก่อนการทดลองและหลังการทดลองใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล
3. เพื่อศึกษาความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนก่อนการทดลองและหลังการทดลองใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

สมมุติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. ชุดการเรียนวิชาวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง
3. ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดนวลนรดิศ เขตภาษีเจริญ กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 โรงเรียนวัดนวลนรดิศ เขตภาษีเจริญ กรุงเทพมหานคร จำนวน 3 ห้องเรียน รวม 148 คน ที่ได้มาโดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 10 ห้องเรียน จำนวน 400 คน โดยทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนโดยคละความสามารถของนักเรียน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

2.1 ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 7 ชุด

2.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ มีความยากตั้งแต่ 0.42 - 0.77 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.23 - 0.85 และมีค่าความเชื่อมั่น 0.86

2.3 แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 60 ข้อ มีความยากตั้งแต่ 0.20 - 0.79 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.22 - 0.83 และมีค่าความเชื่อมั่น 0.83

3. วิธีดำเนินการทดลอง

3.1 ทำการทดสอบก่อนเรียน (Pretest) กับกลุ่มตัวอย่าง ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.2 ดำเนินการสอนโดยผู้วิจัยเป็นผู้สอน โดยใช้เวลาในการสอน 14 คาบ ๆ ละ 50 นาที

3.3 เมื่อเสร็จสิ้นการทดลอง จึงทำการทดสอบหลังเรียน (Posttest) กับกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.4 ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์โดยวิธีการทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมุติฐาน

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

4.1 หาประสิทธิภาพของชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล โดยใช้สูตร E_1 / E_2

4.2 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล โดยใช้สถิติแบบ t – test Dependent

4.3 เปรียบเทียบความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนก่อนและหลังที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล โดยใช้สถิติแบบ t – test Dependent

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

1. ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล มีประสิทธิภาพ ดังนี้

ชุดการเรียนที่ 1 เรื่องความเท่ากันทุกประการ มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 93.75 / 82.50

ชุดการเรียนที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 94.75 / 91.25

ชุดการเรียนที่ 3 เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 94.25 / 82.00

ชุดการเรียนที่ 4 เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 92.00 / 88.50

ชุดการเรียนที่ 5 เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 85.75 / 92.25

ชุดการเรียนที่ 6 เรื่องรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 97.50 / 95.50

ชุดการเรียนที่ 7 เรื่องทบทวนรูปสามเหลี่ยมและความเท่ากันทุกประการ มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 89.75 / 89.00

ดังนั้น ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80 / 80 ทั้ง 7 ชุดการเรียน

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผล

1. ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อ 1 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ได้กำหนดกิจกรรมการเรียนให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม และในแต่ละชุดการเรียนประกอบด้วยเนื้อหา กิจกรรมการเรียน แบบฝึกหัด และแบบทดสอบพร้อมเฉลย ซึ่งเมื่อนักเรียนได้ศึกษาเนื้อหาและทำกิจกรรมในชุดการเรียนเรียบร้อยแล้ว นักเรียนจะทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนแต่ละชุดการเรียน และนักเรียนสามารถตรวจคำตอบของแบบฝึกหัดและแบบทดสอบก่อนที่จะศึกษาชุดการเรียนชุดต่อไป ซึ่งถือว่าเป็นการให้ข้อมูลย้อนกลับทำให้นักเรียนมีโอกาสแก้ไขข้อบกพร่อง ทำให้เกิดกำลังใจและความเชื่อมั่นในการศึกษาต่อไป ซึ่งสอดคล้องกับจิตวิทยาการเรียนรู้ของซันด์ (Sund. 1976 : 184) ที่ว่า นักเรียนจะเรียนรู้ได้ดีที่สุดก็ต่อเมื่อได้เกี่ยวข้องโดยตรงกับการค้นคว้าหาความรู้โดยการจัดกิจกรรมที่จะนำไปสู่ความสำเร็จในการค้นคว้า และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดเห็นของตนเองอย่างสมเหตุสมผล และยุพิน พิพิธกุล. (2524 : 88) กล่าวว่ากิจกรรมที่ผู้เรียนได้มีโอกาสทราบผลได้อย่างชัดเจนในทันทีทันใดนั้น เป็นการเสริมแรงให้ผู้เรียนเกิดความกระตือรือร้นในการเรียนรู้เป็นอย่างดี ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ ฮาเรส (Haress. n.d. : 93 – 94) ที่กล่าวว่า แบบฝึกเปิดโอกาสให้นักเรียนตอบสนองต่อสิ่งเร้า ด้วยการแสดงความสามารถและความเข้าใจของสิ่งที่เรียนรู้ในแบบฝึก และผลการวิจัยนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ เพ็ญประภา แสนลี (2542 : 57)ที่ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการเรื่องพหุนาม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และงานวิจัยของ สุภาภรณ์ ทิพย์สุวรรณ (2543 :64) ได้ทำการวิจัยเพื่อพัฒนาชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความรับผิดชอบในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องจำนวนเต็ม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนแบบเรียนเป็นคู่กับการสอนตามคู่มือครู มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนก่อนและหลังการทดลองโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อ 2 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

2.1 ในการเรียนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลนั้น นักเรียนจะทราบจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ระบุไว้ในชุดการเรียนแต่ละชุด และเมื่อทราบจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมแต่ละเนื้อหาแล้ว นักเรียนจะศึกษาเนื้อหาและทำกิจกรรม แบบฝึกหัด และแบบทดสอบท้ายชุดการเรียน ซึ่งนักเรียนสามารถตรวจคำตอบได้จากเฉลยท้ายชุดการเรียน ทำให้นักเรียนทราบผลการเรียนในการเรียนรู้ของตนเองตลอดเวลา ซึ่งสอดคล้องกับแนวความคิดของ วีระ ไทยพานิช (2529 : 137) ที่ว่า การจัดการ

เรียนการสอนโดยใช้ชุดการเรียนซึ่งมีการวัดผลการเรียนรู้บ่อย ๆ จะช่วยให้นักเรียนรู้การกระทำของตนเอง และเป็นการสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ ที่สอดคล้องกับการเรียนแบบรอบรู้ของบลูม (Bloom. 1976 : 115 –127) ที่กล่าวว่า การสอนที่มีประสิทธิภาพต้องมีองค์ประกอบสำคัญ 4 ประการคือ การชี้แนวการเรียนหรือการบอกจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม การให้นักเรียนทำกิจกรรมอย่างจริงจัง การให้การเสริมแรง (Reinforcement) และการทดสอบ

2.2 ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล อยู่บนพื้นฐานที่ยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแท้จริง นักเรียนจะได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้และฝึกฝนตามลำดับ เมื่อมีข้อสงสัยหรือไม่เข้าใจในเนื้อหานักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน หรืออาจจะซักถามหรือปรึกษา ขอคำแนะนำจากครูผู้สอนที่คอยดูแลอย่างใกล้ชิด ซึ่งมีส่วนช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหา จึงส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

3. ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนก่อนและหลังการทดลองใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ปรากฏว่า ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อ 3 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

3.1 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลอง เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งอยู่ในช่วงอายุประมาณ 11 – 15 ปี ซึ่งซันด์ (Sund. 1976 – 184) ได้แสดงความคิดเห็นว่าเด็กที่เริ่มอายุย่างเข้าสู่วัยรุ่น ความรู้สึกนึกคิดและความเข้าใจของเด็กวัยนี้ จะมีวิวัฒนาการเข้าสู่ความเป็นผู้ใหญ่มากขึ้น เพียเจต์เรียกลักษณะความเข้าใจของเด็กวัยนี้ว่า ขั้นมีแนวคิดปฏิบัติการแบบนามธรรม (Formal Operation) จากการศึกษาค้นคว้างานวิจัยของเพียเจต์พบว่า รูปแบบการกระทำที่เป็นเหตุเป็นผลของเด็กเมื่อย่างเข้าวัยนี้จะเป็นระบบ และใช้กระบวนการคิดอย่างสลับซับซ้อน เริ่มขยายวงจากสิ่งที่เป็นรูปธรรม (Concrete Objects) ออกไป โดยการนำความคิดที่เป็นประสบการณ์เดิม ความคิดที่เป็นนามธรรม มาเป็นข้อมูลประกอบความคิดมากขึ้น จากพัฒนาการด้านความคิดดังกล่าว ทำให้เด็กในวัยนี้สามารถเผชิญกับปัญหาในรูปแบบต่าง ๆ โดยใช้การกระทำที่เป็นเหตุผล (Logical Operation) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของพอลแลนด์ (Polland. 1979 : 445 – 451) ที่พบว่า นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาช่วงอายุ 11 – 15 ปี มีพัฒนาการขั้นการคิดแบบกึ่งนามธรรมเปลี่ยนแปลงไปสู่ขั้นการคิดแบบนามธรรม สามารถคิดหาเหตุผลได้ และสอดคล้องกับงานวิจัยของกนิษฐา อุ่นอนันต์ (2532 : 49) พบว่า ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยรูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถด้านการใช้เหตุผล กับนักเรียนที่เรียนด้วยการสอนตามคู่มือครูของสสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3.2 การเรียนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล มีขั้นตอนให้นักเรียนได้เรียนรู้ตั้งแต่ขั้นแรกจนถึงขั้นสุดท้าย เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายของจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ที่มุ่งให้นักเรียนได้ใช้ความ

คิดของตนเอง ในการพิจารณาจำแนกข้อมูลการจัดลำดับความสำคัญของข้อมูลแล้วนำมาเชื่อมโยงกัน เพื่อสรุปอ้างอิงหาความสัมพันธ์ของข้อมูลนั้น ๆ จนสามารถระบุความคิดรวบยอด และคิดคำนวณได้อย่างคล่องแคล่ว ซึ่งผู้วิจัยพบว่า ในขณะที่นักเรียนศึกษาเนื้อหาและทำกิจกรรมในชุดการเรียน นักเรียนได้พัฒนาความคิดของตนเองอยู่ตลอดเวลา ซึ่งสอดคล้องกับงานทดลองของเลวิน (Levin. 1979) ที่ได้ทดลองสอบกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่ประเทศอิสราเอล พบว่า ความสามารถด้านการคิดอย่างมีเหตุผลสามารถสอนได้ ถ้าจัดประสบการณ์การเรียนรู้หรือวิธีสอนอย่างเหมาะสม และสอดคล้องกับงานวิจัยของสมเจตน์ ไวยากรณ์ (2530 : 93) ที่ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษารูปแบบการสอน เพื่อส่งเสริมความสามารถด้านการใช้เหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่ารูปแบบการสอนที่สร้างขึ้น สามารถสอนให้ผู้เรียนเกิดพฤติกรรมการคิด ตามทัศนะของบลูม และคนอื่น ๆ ได้ทุกระดับ พฤติกรรม แต่พฤติกรรมการคิดดังกล่าวต้องการเวลาสอนแตกต่างกัน โดนเฉพาะพฤติกรรมการคิดด้านการสังเคราะห์และการประเมินค่า ต้องการเวลาในการสอนมากกว่าพฤติกรรมการคิดด้านการวิเคราะห์ เมื่อเปรียบเทียบกับการสอนตามปกติแล้วพบว่ารูปแบบการสอนที่สร้างขึ้นช่วยให้ผู้เรียนทุกระดับการเรียน มีความสามารถด้านการใช้เหตุผลในทุก ๆ ด้านสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ ข้อค้นพบดังกล่าวสรุปได้ว่า รูปแบบการสอนที่สร้างขึ้นเหมาะสมที่จะนำไปใช้ประกอบการสอนในโรงเรียน เพื่อส่งเสริมด้านการใช้เหตุผลของผู้เรียนได้อย่างดี

ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า

1. ในคาบแรกของการเรียนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล นักเรียนยังสับสนและไม่เข้าใจขั้นตอนในการศึกษาเนื้อหาจากชุดการเรียน แต่เมื่อผู้วิจัยได้ชี้แจงและให้คำแนะนำกับนักเรียนเรียบร้อยแล้ว กิจกรรมการเรียนการสอนที่ดำเนินต่อไปด้วยดี

2. บรรยากาศภายในห้องเรียน จะมีการซักถาม การแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันระหว่างนักเรียนกับนักเรียน เมื่อนักเรียนมีข้อสงสัยก็สามารถปรึกษากับครูผู้สอนได้ตลอดเวลา ซึ่งครูผู้สอนจะอธิบายให้นักเรียนเข้าใจในเนื้อหานั้น ๆ พร้อมทั้งการชมเชย การให้กำลังใจ ในความเพียรพยายามของนักเรียนทุกคน จึงทำให้กิจกรรมการเรียนการสอนมีความราบรื่น นักเรียนมีความสุขกับการศึกษาจากชุดการเรียนรวมทั้งปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับนักเรียน ครูกับนักเรียน เป็นไปในทางบวกอย่างเห็นได้ชัด

3. เมื่อนักเรียนศึกษาเนื้อหาและทำกิจกรรมแล้ว นักเรียนจะทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบท้ายชุดการเรียน ซึ่งนักเรียนสามารถตรวจคำตอบได้ทันทีเมื่อทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบเสร็จเรียบร้อย เนื่องจากมีนักเรียนบางคนดูเฉลยก่อนทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบ ผู้วิจัยจึงได้ชี้แจงให้นักเรียนตระหนักถึงความสำคัญของการศึกษาเนื้อหาจากชุดการเรียนด้วยความตั้งใจมากกว่าคะแนนที่ได้มาด้วยความไม่เข้าใจในเนื้อหา ซึ่งนักเรียนก็ยินดีที่จะปฏิบัติตาม ดังนั้นผู้วิจัยจึงคอยดูแลนักเรียนอย่างใกล้ชิด ตลอดกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละคาบเรียน

4. ผู้วิจัยมีการเสริมแรงนักเรียนโดยการให้รางวัลสำหรับนักเรียนที่มีคะแนนรวมแบบฝึกหัดและแบบทดสอบสูงสุดของแต่ละห้อง รวมทั้งนักเรียนที่สามารถทำงานได้เรียบร้อยที่สุด จึงทำให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจ มีความตั้งใจ และความกระตือรือร้น ในการศึกษามาจากชุดการเรียนทุกชุด

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการศึกษาค้นคว้า

1.1 ควรแยกเฉลยแบบฝึกหัดและแบบทดสอบออกจากชุดการเรียนแต่ละชุด เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้ว ให้นักเรียนตรวจคำตอบด้วยตนเองจากเฉลยที่ครูแจกให้

1.2 ครูควรตรวจแบบฝึกหัดและแบบทดสอบอีกครั้ง และให้นักเรียนทราบผลของการเรียนในคาบเรียนต่อไป เพื่อเป็นการสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนเกิดความเพียรพยายามในการศึกษาจากชุดการเรียนต่อไป

1.3 ถ้านักเรียนมีผลการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ครูผู้สอนควรเรียกพบเป็นรายบุคคลแล้วสอนเสริมให้นักเรียนเพื่อให้เกิดความเข้าใจในเนื้อหา และเกิดกำลังใจในการศึกษาชุดการเรียน

1.4 ในการเรียนด้วยชุดการเรียน กิจกรรมการเรียนการสอนจะเน้นให้นักเรียนได้ศึกษาเนื้อหาและทำกิจกรรมด้วยตนเอง ซึ่งอาจมีนักเรียนบางคนไม่สามารถปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ ได้ทันเวลาที่กำหนด ครูผู้สอนจึงต้องพยายามคอยดูแลนักเรียนอย่างใกล้ชิด ควรให้คำอธิบายและสร้างกำลังใจให้กับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนมีทัศนคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และเพื่อผลสัมฤทธิ์ที่จะสูงขึ้นต่อไป

1.5 เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ควรจัดให้เหมาะสมกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เพื่อให้นักเรียนเกิดความต่อเนื่องในการเรียนรู้ และเกิดประสิทธิภาพในการเรียนรู้อย่างสูงสุด

1.6 ในการสอนโดยใช้ชุดการเรียน ครูผู้สอนจะเหนื่อยมากกว่าการสอนปกติ เพราะครูต้องคอยให้คำแนะ คำอธิบาย และความเป็นกันเองกับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนเกิดความไว้วางใจและมีความสุขในการเรียนรู้ ดังนั้นครูต้องควบคุมอารมณ์ของตนเองตลอดเวลา ทั้งนี้ก็เพื่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติที่ดีของนักเรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

2. ข้อเสนอแนะในการศึกษาค้นคว้าต่อไป

2.1 ควรมีการส่งเสริมให้มีการสอนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทุกชั้นเรียน เนื่องจากแนวทางในการปฏิบัติมีขั้นตอน ถ้านักเรียนได้รับการฝึกฝนอยู่เสมอ อาจจะทำให้ผู้เรียนมีนิสัยการทำงานอย่างมีระบบ และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

2.2 ควรมีการศึกษาการใช้ชุดการเรียนเพื่อส่งเสริมการคิดอย่างมีเหตุผล กับนักเรียนในกลุ่มที่มีความสามารถทางการเรียนแตกต่างกัน เช่นนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง หรือต่ำ เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่

✓2.3 ควรมีการศึกษาการใช้ชุดการเรียนกับบทเรียนคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่น ๆ

2.4 ควรมีการศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนต่อชุดการเรียน เพื่อนำข้อมูลที่ได้รับไปปรับปรุงให้เหมาะสมต่อไป

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

กนิษฐา อุ่นอนันต์. (2532). *การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วยรูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถด้านการใช้เหตุผลกับการสอนตามคู่มือครูของสสวท.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (วิทยาศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

กันยารัตน์ ฤทธิ์บำรุง. (2531). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ ทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยการฝึกอภิปรายแก้ปัญหาร่วมกันทั้งห้อง เป็นกลุ่มย่อย และแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (วิทยาศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

กิดานันท์ มลิทอง. (2531). *เทคโนโลยีการศึกษาร่วมสมัย.* กรุงเทพฯ : ภาควิชาโสตทัศนศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. (2540). *แผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติฉบับที่ 8 (พ.ศ. 2540 – 2544).* กรุงเทพฯ : สำนักนายกรัฐมนตรี.

คณะกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์. (2524). *ชุดการเรียนการสอนสำหรับครูคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ : ทบวงมหาวิทยาลัย.

ฉลองชัย สุรวัฒนบูรณ์. (2528). *การเลือกและการใช้สื่อการสอน.* กรุงเทพฯ : ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ฉวีวรรณ ศรศรีสังข์. (2541). *การสร้างและหาประสิทธิภาพของชุดการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทศนิยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

ฉวีวรรณ เศวตมาลย์. (2540). *เอกสารประกอบการอบรมกิจกรรมคณิตศาสตร์ "การแก้ปัญหา"* : กรุงเทพ : สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

เฉลิมศักดิ์ ภูมี. (2538). *ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาเรื่องเศษส่วน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.* วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การประถมศึกษา). ขอนแก่น : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.

ชม ภูมิภาค. (2524). *เทคโนโลยีทางการสอนและการศึกษา.* พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

ชวาล แพรัตกุล. (2520). *เทคนิคการเขียนข้อสอบ.* กรุงเทพฯ : ม.ป.พ.

ชัยยงค์ พรหมวงศ์. (2521). *นวกรรมและเทคโนโลยีทางการศึกษากับการสอนระดับอนุบาล.* กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.

-------. (2526). *เทคโนโลยีและการสื่อสารการศึกษา.* กรุงเทพฯ : ยูไนเต็ดโปรดักชั่น.

ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ. (2528). *การวัดความถนัด.* สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

-------. (2539). *การพัฒนาทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ โดยใช้แบบฝึกที่สร้างตามทฤษฎีสมรรถภาพทางสมองของเทอร์สโตน.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (การทดสอบและการวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

เชิดศักดิ์ โฆวาสินธุ์. (2530). *การฝึกสมรรถภาพสมองเพื่อพัฒนาคุณภาพการคิด.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

ไชยยศ เรืองสุวรรณ. (2522). *หลักการทฤษฎีเทคโนโลยีและนวกรรมทางการศึกษา.* พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : เรือนแก้วการพิมพ์.

ณรงค์ พ่วงศรี. (2525). *การสร้างแบบทดสอบการคิดอย่างมีเหตุผล.* วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.

นันทิยา จิตภิรมย์. (2532). *การศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนที่ใช้สอนเรื่องพหุนาม ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

นิลอุบล ดาวเรือง. (2535). *การศึกษาปฏิสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์กับวิธีสอนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

นุชลดา ส่องแสง. (2540). *การสร้างชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการบวก การลบ ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

บุญชม ศรีสะอาด. (2528). *นวัตกรรมทางการศึกษา.* พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางเขน.

บุญทรง เจียมจิรังกร. (2532). *การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนมินิคอร์สกับการสอนตามคู่มือครู.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (เทคโนโลยีการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

บุญชู ชลัษเฐียร. (2539). *การพัฒนาการวัดความสามารถด้านเหตุผลเชิงวิเคราะห์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (การทดสอบและวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). "หน่วยที่ 12 การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์," *ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12-15.* กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

พจนา สังวรณ์กิจ. (2529). *การทดลองสอนวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ชุดการเรียนด้วยตนเอง.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

พรรณี ชูทัย. (2528). *จิตวิทยาการเรียนการสอน.* กรุงเทพฯ : วรวุฒิการพิมพ์.

พวงรัตน์ ทวีรัตน์. (2538). *วิธีการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์.* พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ : สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

พัชรินทร์ เปรมประเสริฐ. (2542). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการคณิตศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครู.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

เพ็ญประภา แสนลี. (2542). *การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการ เรื่องพหุนาม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

ไพศาล หวังพานิช. (2526). *การวัดผลการศึกษา.* กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.

มาลาตี โหมดเขียว. (2541). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนวิชาสังคมศึกษาโดยการสอนแบบกระบวนการสร้างเสริมค่านิยมกับการสอนตามคู่มือครู.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

ยุพิน พิพิธกุล. (2524). *การสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์บพิธการพิมพ์.

ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ตันบรรจง. (2531). *สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ : ม.ป.พ.

รุ่งทิวา จักร์กร. (2527). *วิธีสอนทั่วไป.* กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอนคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2536). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา.* พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.

-------. (2541). *เทคนิคการสร้างและสอบข้อสอบความถนัดทางการเรียน.* พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : ชมรมเด็ก.

วัชรินทร์ บุญมาทิต. (2532). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาเคมีและการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนด้วยตนเองที่เน้นคำถามอเนกนัย.*ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (วิทยาศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

วาทินี ธีระตระกูล. (2534). *การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ในการสอนซ่อมเสริมจุดบกพร่องเรื่องเวลา ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมกับการสอนซ่อมเสริมตามปกติ.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

วิมล พงษ์ปาลิต. (2541). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

วิชัย วงษ์ใหญ่. (2525). *พัฒนาหลักสูตรการสอน – มิติใหม่.* พิมพ์ครั้งที่ 3 . กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.

วิริยะ ศิริชานนท์. (2532). *การพัฒนาและการประเมินผลชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมทักษะการคูณ สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

วีระ ตันตระกูล และปรีชา นิพนธ์พิทยา. (2533). *บันไดสู่ความก้าวหน้าของข้าราชการครู กทม.* กรุงเทพฯ : อุดมศึกษา.

วีระ ไทยพานิช. (2529). *57 วิธีสอน.* กรุงเทพฯ : ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

วิชาการ, กรม. (2535). *หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521* (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : คุรุสภาลาดพร้าว.

-------. (2540). *ผลการประเมินคุณภาพการศึกษา ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2540.* กรุงเทพฯ : สำนักงานทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ.

วิโชติ พงษ์ศิริ. (2540). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบคอนสตรัคติวิซึมด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหา กับการสอนตามคู่มือครู.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

ศิริลักษณ์ ปิตะนีระวัตร์. (2536). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนกลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต ด้วยวิธีแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์กับวิธีสอนปกติ.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์. (2526). *แบบทดสอบวัดความถนัดทางการเรียน.* กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช.

สมจิต สวธนไพบูลย์. (2535). *สมรรถภาพการสอนของครู : การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางวิทยาศาสตร์.* กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

สมเจตน์ ไวยาการณ์. (2530). *รูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถด้านการใช้เหตุผล.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

สาโรจน์ แพ่งยัง. (2529). *เทคโนโลยีการผลิตสื่อการสอน หลักการและทฤษฎีที่นำไปใช้.* กรุงเทพฯ : ม.ป.พ.

สิริพร ทิพย์คง. (ม.ป.ป.). *งานวิจัยการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ 2521 – 2538 รวมวิทยานิพนธ์ของนิสิตปริญญาโท สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ศิลปศาสตร์มหาบัณฑิต.* ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ กรุงเทพฯ.

สุภนันท์ เสถียรศรี. (2536). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ การคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้แบบฝึกกิจกรรมการคิดกับการสอนตามคู่มือครู.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

สุภาภรณ์ ทิพย์สุวรรณ. (2543). *การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบเรียนเป็นคู่ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์. (2533). *การพัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้ไขโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต. (2528). *เทคโนโลยีทางการศึกษา.* กรุงเทพฯ : ภาควิชาครุศาสตร์เทคโนโลยี สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.

หน่วยศึกษานิเทศก์, กรมสามัญศึกษา, กระทรวงศึกษาธิการ. (2527). *คู่มือการบริหารงานวิชาการระดับมัธยมศึกษา.* กรุงเทพฯ : จงเจริญการพิมพ์.

หทัย ตันหยง. (2525). *การสอนสังคมศึกษาในโรงเรียนมัธยมศึกษา.* พิษณุโลก. ภาควิชาหลักสูตรการสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ พิษณุโลก.

อนันต์ จันทร์กวี. (2525). "แนวคิดแก้ปัญหากับผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4," *ชุดการเรียนการสอนสำหรับครูวิทยาศาสตร์ เล่ม 1.* กรุงเทพฯ : ม.ป.พ.

อิทธิพงษ์ ดุสิตพันธ์. (2538). *การสร้างชุดการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

อรุณี ระย้าแก้ว. (2539). *การพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ที่เน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์ ในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องสมการ อัตราส่วน ร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนกะทู้วิทยา จังหวัดภูเก็ต.* ปริญญานิพนธ์ ศศ.ม. (หลักสูตรและการสอน). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. ถ่ายเอกสาร.

Baroody, Arthur J. (1993). "Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8", *Helping Children Think Mathematically.* New York : Macmillan Publishing Company.

Bell, Frederick H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics (in Secondary Schools).* Dubuque, Iowa : Wm. C. Brown Company Publishers.

Bloom, Benjamin S. (1976). *Taxonomy of Education Objective Handbook I : Cognitive Domain.* New York : David McKay Company Inc.

Branca, N.A. (1980). "Problem Solving as a Goal, Process, and Basic Skill. In S. Krulik and R.E. Reys (Eds.)," *Problem Solving in School Mathematics* : 1980 Yearbook. P. 3-8. Reston, VA : NCTM.

Brawley, Olelthe Daniels. (1975, January). *"A Study of Evaluation the Effects of Using Multi Media Instructional Modules to Teacher Time – Telling to Retarded Learner," Dissertation Abstracts International.* 35 (7) : 4280 – A.

Bruner, J.S. and R.R. Diver. (1966). *Studies in Cognitive Growth.* New York : John Wiley and Sons.

Cardarelli, Sally M. (1973). *Individualized Instruction Programmed and Material.* New Jersey : Englewood Cliffs.

Charles, Randall and Frank K. Lester. (1982). *Teaching Problem Solving. What, Why & How.* Dale Seymour Publications.

Day, Roger P. (1986, October). "A Problem-Solving Component for Junior High School Mathematics," *Arithmetic Teacher.* 32(2) : 14-17.

Duan, James. (1973). *Individualized Instruction Programs and Materials.* Englewood Cliffs, New Jersey : Educational Technology Publication.

Edwards Clifford H. (1975, February). "Changing Teacher Behaviour through Self-Instruction And Supervised Micro Teaching in a Competency Based Program," *The Journal of Educational Research.*

Ferguson, George A. (1971). *Statistical Analysis in Psychology and Education.* 4th ed. Tokyo : McGraw-Hill Kogakasha.

Gagne', Robert M. and L.J. Briggs. (1974). *Principles of Instructional Design.* New York : Holt, Rinehart and Winston Inc.

Gagne', Robert M. (1977). *The Conditions of Learning and Theory of Instruction.* (Third Edition) New York : Holt, Rinehart and Winston Inc.

Gooya, Zahhra. (1994, February). "Influences of Metacognition-Based teaching and Teaching via Problem Solving on Students' Beliefs about Mathematics and Mathematical Problem-Solving," *Dissertation Abstracts International.* 54 : 2865-A.

Guilford, J.P. (1967). *The Nature of Human Intelligence.* New York : McGraw-Hill.

Guilford, J.P. and Hoepfner. (1971). *The Analysis of Intelligence.* New York : McGraw-Hill.

Haress, J.H. (n.d.). "The Two Meanings of Mathematics," *A Handbook of Programmed Learning.* p. 93 – 94. India : Anad Press.

Heinig, Ruth Beall. (1981). *Creative Dramatics for the Classroom Teacher.* Englewood Clifts. New Jersey : Prentice-Hall.

Henderson. K.B. and R.E. Pingry. (1956). "Problem Solving in Mathematics, " in *The Learning of mathematics : Its Theory and Practice (21 st Yearbook of NCTM).* p. 228-270. Washington D.C. : National Council of Teachers of Mathematics.

Hilgard, Ernest R. (1957). *Introduction to Psychology.* New York : Harcourt, Brace and World Inc.

Hoolowell, Kathleen Am. (1977). "A Flow Chart Model of Cognitive Process in Mathematical Problem-Solving," *Dissertation Abstracts International.* 37 : 7373-8015-A.

Hopkins, M.H. (1985, March). "A Classroom Model for Diagnosing the Problem Solving of Elementary School Students," *Dissertation Abstracts International.* 45 : 2790-A.

Houston, Robert W. and others. (1972). *Developing Instruction Modules : A Module System for Writing Modules.* College of Education. Texas : University of Houston.

John, K.W. (1966, October). "A Comparison of Two Methods of Teaching Eighth Grade General Science : Traditional and Structured Problem-Solving," *Dissertation Abstracts International.* 27(24) : 994-995-A.

Johnson, Donavan A. and Rising, Gerald R. (1967). *Guidelines for Teaching Mathematics.* Belmont, California : Wadsworth Publishing Company Inc.

Kantowski, Mary Grace. (1980). "Some Thoughts on Teaching for Problem Solving," in *Problem Solving in School Mathematics. 1980 Yearbook.* p.195-203. Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Karplus, Robert. (1977). "Science Teaching and the Development of Reasoning," *Journal of Research in Science Teaching.* 14(2) : 169-175.

Kemp, Jerrold E. and Deane K. Dayton. (1985). *Planning and Producing Instructional Media.* 5th ed. New York : Harper and Row.

Krulik, Stephen and Jesse A. Rudnick. (1993). *Reasoning and Problem Solving. A Handbook for Elementary School Teachers.* Boston : Allyn and Bacon, Inc.

Krulik, Stephen and Robert E. Reys. (1980). *Problem Solving in School Mathematics.* Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Lappan, Glenda and Pamela W, Schram. (1989). "Communication and Reasoning : Critical Dimensions of Sense Making in Mathematics," in *New Directions for Elementary School Mathematics. 1989 yearbook.* p. 14 – 30 Reston. Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Lester, F.K. (1978). *Mathematical Problem Solving in the Elementary School, : Some Education and Psychological Considerations.* Columbus, Ohio : ERIC/SMEAC.

Levin, Tamer. (1979). "Instruction Which Enable Students to Develop Higher Mental Process," *In Evaluation in Education.* Vol. 3 : 174 – 220 Choppin B.H. and Postletwaire (e.d.) Pergamon Press Ltd.

Meek E.B. (1972). "Learning Packages Versus Conventional Method of Instruction," *Dissertation Abstracts International.* 33 : 4295 – 4296.

Nickerson, Raymond S. (1984, September). "Kinds of Thinking Taught in Current Programs," *Educational Leadership.* 42(1) : 26 – 36.

Palland, G.J. (1979). "Transition to Formal Thought," *Journal of Research in Science Teacher.* 16 (5) : 445 – 451.

Piaget, J and B, Inhelder. (1969). *The Psychology of the Child.* Translated by Helen Weaver. New York : Basic Books.

Polya, George. (1985). *How to Solve It.* Princeton : University Press.

Prescott, Banial A. (1961). "Report of Conference on Child Students," *Education Bulletin,* Bangkok : Faculty of Education. Chulalongkorn University.

Putt, John Ian. (1979, March). "An Exploratory Investigation of Two Methods of Instruction in Mathematical Problem Solving at the Fifth Grade Level," *Dissertation Abstracts International.* 39(9) : 5382-A.

Ray, Charles Lear. (1979, December). "A Comparative Laboratory Study of the Effects of Lower Level and Higher Level Question on Students' Abstract Reasoning and Critical Thinking in Two Non-Directive High School Chemistry Classrooms," *Dissertation Abstracts International.* 40 : 3220-A.

Reitman, W.R. (1965). *Cognition and Thought.* New York : John Wiley and Sons.

Reys, Robert E., Marilyn N. Suydam and Mary Montgomery Lindquist. (1992). *Helping Children Learn Mathematics.* 3rd ed. Boston : Allyn and Bacon, Inc.

Rowan, Thomas E. and Lorna J. Morrow. (1993). *Implementing the K – 8 Curriculum and Evaluation Standards Readings From the Arithmetic Teacher.* Reston Virginia : National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Schoenfield, A.H. (1988). "When Good Teaching Leads to Bad Results : The Disasters of 'Well Taught' Mathematics Classes," *Educational Psychologist.* 23 : 145-146.

Shaw, Terry J. (1977, March). "The Effect of Problem Solving Training in Science Upon Utilization of Problem-Solving Skills in Science an Social Studies, "*Dissertation Abstracts International.* 38(9) : 5337-A.

Stollburg, R.J. (1956, September). "Problem Solving, the Precious Gem in Science Teaching," *Science Teacher.* 23. : 225-228.

Sund, Robert B. (1976). *Piaget For Education : A Multimedia Program.* Ohio : Charles E. Merrill Publishing Company, A Bell & Howell Company, 184 p.

Thorndike, Robert L. (1950). "How Children Learn the Principle and Techniques of Problem-Solving," *Learning and Instruction.* p. 192-216. Chicago : The National Society for the Study of Education.

Tougaw, Paul William. (1994, February). "A Study of the Effect of Using an 'Open Approach' to Teaching Mathematics upon the Mathematical Problem-Solving Behaviors of Secondary School Students," *Dissertation Abstracts International.* 54 : 2934-A.

Vivas, David A. (198, September). "The Design and Evaluation of Course in Thinking Operations for First Grades in Venezuala (Cognitive, Elementary Learning)," *Dissertation Abstracts International.* 46 (03A) : 603.

William, James Melford. (1981, October). "A Comparison Study of the Tradition Teaching Procedures on Student Attitude, Achievement, and Critical Thinking Ability in Eleventh Grade United States History," *Dissertation Abstracts International.* 42 (4) : 1605-A.

Wilson, James W. (1971). "Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics," in *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning.* p.643 – 696. Edited by Benjamin S. Bloom. U.S.A., McGraw-Hill.

Wilson, Cynthia R. (1989, August). "An Analysis of a Direct Instruction Produce in Teaching Word Problem – Solving to Learning Disabled Student," *Dissertation Abstracts International.* 50 (02A) : 416.

Writt, Patrich James. (1988, July). "Mathematical Problem – Solving : An Exploration of the Relation of the Relationship between Strategies and Heuristics," *Dissertation Abstracts International.* 48(1) : 72 – A.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

1. ตารางค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ
2. ตารางค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล
3. ตารางค่า X และค่า X^2 ในการหาค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ
4. ตารางค่า p ค่า q และค่า pq ในการหาค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ
5. ตารางค่า X และค่า X^2 ในการหาค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล
6. ตารางค่า p ค่า q และค่า pq ในการหาค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

ตาราง 8 ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	0.54	0.55	16	0.68	0.72
2	0.53	0.85	17	0.62	0.61
3	0.42	0.49	18	0.73	0.66
4	0.43	0.59	19	0.72	0.80
5	0.60	0.53	20	0.43	0.59
6	0.66	0.65	21	0.59	0.64
7	0.56	0.24	22	0.48	0.58
8	0.77	0.76	23	0.59	0.56
9	0.75	0.78	24	0.66	0.74
10	0.52	0.30	25	0.70	0.82
11	0.59	0.23	26	0.69	0.70
12	0.60	0.39	27	0.50	0.68
13	0.63	0.69	28	0.54	0.48
14	0.60	0.46	29	0.75	0.52
15	0.62	0.36	30	0.57	0.59

ตาราง 9 ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	0.69	0.70	31	0.80	0.73
2	0.72	0.44	32	0.50	0.48
3	0.62	0.71	33	0.65	0.66
4	0.74	0.64	34	0.37	0.24
5	0.79	0.68	35	0.66	0.65
6	0.72	0.22	36	0.68	0.62
7	0.31	0.70	37	0.73	0.55
8	0.26	0.41	38	0.76	0.62
9	0.75	0.28	39	0.56	0.51
10	0.68	0.62	40	0.79	0.69
11	0.72	0.80	41	0.68	0.83
12	0.64	0.47	42	0.72	0.80
13	0.32	0.72	43	0.75	0.78
14	0.78	0.42	44	0.37	0.40
15	0.75	0.78	45	0.79	0.66
16	0.78	0.68	46	0.54	0.62
17	0.72	0.44	47	0.78	0.75
18	0.76	0.62	48	0.57	0.67
19	0.78	0.55	49	0.57	0.67
20	0.79	0.52	50	0.37	0.69
21	0.78	0.75	51	0.44	0.76
22	0.44	0.38	52	0.75	0.78
23	0.57	0.67	53	0.79	0.55
24	0.79	0.55	54	0.39	0.28
25	0.54	0.55	55	0.20	0.28
26	0.79	0.57	56	0.52	0.44
27	0.50	0.40	57	0.26	0.41
28	0.75	0.38	58	0.40	0.53
29	0.42	0.42	59	0.40	0.46
30	0.72	0.80	60	0.57	0.59

ข้อ 1-15 (จำแนกประเภท), ข้อ 16-30 (อุปมาอุปไมย), ข้อ 31-45 (อนุกรมภาพ), ข้อ 46-60 (สรุปอ้างอิง)

ตาราง 10 ค่า X และค่า X^2 ในการหาค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ

นักเรียนคนที่	คะแนน (X)	X^2	นักเรียนคนที่	คะแนน (X)	X^2
1	28	784	51	27	729
2	5	25	52	21	441
3	29	841	53	25	625
4	29	841	54	19	361
5	15	225	55	18	324
6	22	484	56	21	441
7	9	81	57	25	625
8	13	169	58	25	625
9	22	484	59	22	484
10	11	121	60	18	324
11	15	225	61	23	529
12	18	324	62	22	484
13	16	256	63	17	289
14	25	625	64	18	324
15	25	625	65	21	441
16	24	576	66	22	484
17	27	729	67	27	729
18	11	121	68	28	784
19	13	169	69	8	64
20	15	225	70	19	361
21	13	169	71	15	225
22	9	81	72	20	400
23	11	121	73	17	289
24	22	484	74	20	400
25	13	169	75	20	400

ตาราง 10 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนน (X)	X^2	นักเรียนคนที่	คะแนน (X)	X^2
26	9	81	76	14	196
27	8	64	77	20	400
28	13	169	78	20	400
29	27	729	79	15	225
30	16	256	80	17	289
31	13	169	81	20	400
32	18	324	82	28	784
33	18	324	83	15	225
34	22	484	84	15	225
35	9	81	85	14	196
36	23	529	86	13	169
37	7	49	87	14	196
38	6	36	88	14	196
39	5	25	89	14	196
40	30	900	90	16	256
41	16	256	91	16	256
42	23	529	92	29	841
43	21	441	93	24	576
44	21	441	94	21	441
45	5	25	95	15	225
46	25	625	96	12	144
47	22	484	97	15	225
48	14	196	98	21	441
49	25	625	99	25	625
50	29	841	100	15	225

$\Sigma X = 1,825 \quad \Sigma X^2 = 37,171$

ค่าความแปรปรวน ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ

$$S_t^2 = \frac{N\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}{N(N-1)}$$

$$= \frac{(100 \times 37,171) - (1,825)^2}{100(100-1)}$$

$$= \frac{3,717,100 - 3,330,625}{100 \times 99}$$

$$= \frac{386,475}{9,900}$$

$$= 39.04$$

ตาราง 11 ค่า p ค่า q และค่า pq ในการหาค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ

ข้อที่	p	q	pq	ข้อที่	p	q	pq
1	0.61	0.39	0.24	16	0.62	0.38	0.24
2	0.63	0.37	0.23	17	0.74	0.26	0.19
3	0.39	0.61	0.24	18	0.86	0.14	0.12
4	0.35	0.65	0.23	19	0.64	0.36	0.23
5	0.81	0.19	0.15	20	0.46	0.54	0.25
6	0.67	0.33	0.22	21	0.64	0.36	0.23
7	0.71	0.29	0.21	22	0.51	0.49	0.25
8	0.84	0.16	0.13	23	0.48	0.52	0.25
9	0.77	0.23	0.18	24	0.63	0.37	0.23
10	0.66	0.34	0.22	25	0.61	0.39	0.24
11	0.69	0.31	0.21	26	0.74	0.26	0.19
12	0.51	0.49	0.25	27	0.44	0.56	0.25
13	0.59	0.41	0.24	28	0.53	0.47	0.25
14	0.67	0.33	0.22	29	0.64	0.36	0.23
15	0.65	0.35	0.23	30	0.65	0.35	0.23
							Σpq = 6.58

ค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1}\left[1-\frac{\Sigma pq}{S_t^2}\right]$$

$$= \frac{30}{29}\left[1-\frac{6.58}{39.04}\right]$$

$$= (1.03)\times(1-0.17)$$

$$= 1.03\times 0.83$$

$$= 0.86$$

ตาราง 12 ค่า X และค่า X^2 ในการหาค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

นักเรียนคนที่	คะแนน (X)	X^2	นักเรียนคนที่	คะแนน (X)	X^2
1	37	1,369	51	42	1,764
2	30	900	52	46	2,116
3	35	1,225	53	37	1,369
4	40	1,600	54	43	1,849
5	32	1,024	55	41	1,681
6	36	1,296	56	41	1,681
7	31	961	57	42	1,764
8	32	1,024	58	42	1,764
9	29	841	59	44	1,936
10	36	1,296	60	35	1,225
11	35	1,225	61	35	1,225
12	37	1,369	62	47	2,209
13	37	1,369	63	40	1,600
14	33	1,089	64	42	1,764
15	35	1,225	65	38	1,444
16	29	841	66	41	1,681
17	32	1,024	67	42	1,764
18	43	1,849	68	28	784
19	33	1,089	69	50	2,500
20	42	1,764	70	52	2,704
21	20	400	71	51	2,601
22	20	400	72	54	2,916
23	47	2,209	73	52	2,704
24	43	1,849	74	48	2,304
25	46	2,116	75	51	2,601

ตาราง 12 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนน (X)	X^2	นักเรียนคนที่	คะแนน (X)	X^2
26	45	2,025	76	51	2,601
27	38	1,444	77	49	2,401
28	26	676	78	50	2,500
29	25	625	79	33	1,089
30	29	841	80	42	1,764
31	28	784	81	43	1,849
32	29	841	82	36	1,296
33	28	784	83	39	1,521
34	22	484	84	24	576
35	28	784	85	45	2,025
36	41	1,681	86	27	729
37	46	2,116	87	33	1,089
38	40	1,600	88	22	484
39	46	2,116	89	25	625
40	33	1,089	90	34	1,156
41	44	1,936	91	32	1,024
42	45	2,025	92	35	1,225
43	44	1,936	93	38	1,444
44	46	2,116	94	35	1,225
45	43	1,849	95	31	961
46	42	1,764	96	37	1,369
47	46	2,116	97	29	841
48	39	1,521	98	34	1,156
49	33	1,089	99	26	676
50	43	1,849	100	26	676

$\Sigma X = 3,759 \quad \Sigma X^2 = 147,697$

ค่าความแปรปรวน ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

$$S_t^2 = \frac{N\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}{N(N-1)}$$

$$= \frac{(100 \times 147,697) - (3,759)^2}{100(100-1)}$$

$$= \frac{14,769.700 - 14,130,081}{100 \times 99}$$

$$= \frac{639,619}{9,900}$$

$$= 64.61$$

ตาราง 13 ค่า p ค่า q และค่า pq ในการหาค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

ข้อที่	p	q	pq	ข้อที่	p	q	pq
1	0.81	0.19	0.15	31	0.88	0.12	0.11
2	0.88	0.12	0.11	32	0.53	0.47	0.25
3	0.72	0.28	0.20	33	0.66	0.34	0.22
4	0.74	0.26	0.19	34	0.25	0.75	0.19
5	0.78	0.22	0.17	35	0.70	0.30	0.21
6	0.48	0.52	0.25	36	0.61	0.39	0.24
7	0.35	0.65	0.23	37	0.69	0.31	0.21
8	0.22	0.78	0.17	38	0.73	0.27	0.20
9	0.50	0.50	0.25	39	0.43	0.57	0.25
10	0.82	0.18	0.15	40	0.78	0.22	0.17
11	0.80	0.20	0.16	41	0.78	0.22	0.17
12	0.61	0.39	0.24	42	0.72	0.28	0.20
13	0.44	0.56	0.25	43	0.83	0.17	0.14
14	0.84	0.16	0.13	44	0.36	0.64	0.23
15	0.60	0.40	0.24	45	0.78	0.22	0.17
16	0.84	0.16	0.13	46	0.56	0.44	0.25
17	0.74	0.26	0.19	47	0.84	0.16	0.13
18	0.74	0.26	0.19	48	0.55	0.45	0.25
19	0.79	0.21	0.17	49	0.69	0.31	0.21
20	0.78	0.22	0.17	50	0.38	0.62	0.24
21	0.79	0.21	0.17	51	0.52	0.48	0.25
22	0.33	0.67	0.22	52	0.63	0.37	0.23
23	0.43	0.57	0.25	53	0.78	0.22	0.17
24	0.78	0.22	0.17	54	0.32	0.68	0.22
25	0.62	0.38	0.24	55	0.15	0.85	0.13
26	0.78	0.22	0.17	56	0.49	0.51	0.25
27	0.41	0.59	0.24	57	0.35	0.65	0.23
28	0.70	0.30	0.21	58	0.36	0.64	0.23
29	0.37	0.63	0.23	59	0.42	0.58	0.24
30	0.77	0.23	0.18	60	0.54	0.46	0.25

$\Sigma pq = 12.06$

ค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

$$(r_{tt}) = \frac{n}{n-1}\left[1-\frac{\Sigma pq}{S_t^2}\right]$$

$$= \frac{60}{59}\left[1-\frac{12.06}{64.61}\right]$$

$$= (1.02)\times(1-0.19)$$

$$= 1.02\times 0.81$$

$$= 0.83$$

ภาคผนวก ข

1. ตารางคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง
2. ตารางคะแนนความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง
3. ตารางคะแนนประสิทธิภาพของชุดการเรียน จำนวน 7 ชุด

ตาราง 14 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่2 ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลองจำนวน 148 คน (คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

นักเรียนคนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน	D	D^2	นักเรียนคนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน	D	D^2
1	10	19	9	81	75	11	11	0	0
2	12	19	7	49	76	12	16	4	16
3	17	15	-2	4	77	8	20	12	144
4	18	26	8	64	78	5	13	8	64
5	8	17	9	81	79	7	10	3	9
6	8	20	12	144	80	9	21	12	144
7	17	29	12	144	81	8	20	12	144
8	16	21	5	25	82	17	20	3	9
9	16	23	7	49	83	14	22	8	64
10	17	29	12	144	84	10	18	8	64
11	17	26	9	81	85	12	22	10	100
12	15	25	10	100	86	11	17	6	36
13	18	24	6	36	87	11	18	7	49
14	13	24	11	121	88	7	21	14	196
15	18	24	6	36	89	14	15	1	1
16	19	28	9	81	90	6	16	10	100
17	19	30	11	121	91	12	20	8	64
18	13	20	7	49	92	16	21	5	25
19	18	25	7	49	93	6	13	7	49
20	9	19	10	100	94	7	19	12	144
21	17	24	7	49	95	11	18	7	49
22	15	26	11	121	96	15	25	10	100
23	14	23	9	81	97	11	17	6	36
24	14	21	7	49	98	13	22	9	81
25	18	23	5	25	99	12	17	5	25

ตาราง 14 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน	D	D^2	นักเรียนคนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน	D	D^2
26	9	16	7	49	100	11	19	8	64
27	9	19	10	100	101	9	19	10	100
28	13	24	11	121	102	10	20	10	100
29	18	28	10	100	103	13	20	7	49
30	12	21	9	81	104	7	9	2	4
31	11	16	5	25	105	8	14	6	36
32	15	20	5	25	106	6	19	13	169
33	14	19	5	25	107	13	17	4	16
34	19	26	7	49	108	7	16	9	81
35	15	20	5	25	109	3	14	11	121
36	20	28	8	64	110	6	21	15	225
37	10	24	14	196	111	10	14	4	16
38	13	15	2	4	112	5	9	4	16
39	13	19	6	36	113	12	23	11	121
40	16	23	7	49	114	3	10	7	49
41	12	20	8	64	115	12	16	4	16
42	14	25	11	121	116	13	9	-4	16
43	9	22	13	169	117	8	17	9	81
44	17	24	7	49	118	7	20	13	169
45	11	21	10	100	119	7	13	6	36
46	6	19	13	169	120	7	19	12	144
47	13	23	10	100	121	12	23	11	121
48	12	15	3	9	122	3	14	11	121
49	23	22	-1	1	123	9	15	6	36
50	15	21	6	36	124	9	12	3	9

ตาราง 14 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน	D	D^2	นักเรียนคนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน	D	D^2
51	7	18	11	121	125	13	16	3	9
52	7	17	10	100	126	11	18	7	49
53	21	27	6	36	127	13	14	1	1
54	6	19	13	169	128	12	23	11	121
55	15	23	8	64	129	5	10	5	25
56	14	20	6	36	130	11	25	14	196
57	16	26	10	100	131	7	11	4	16
58	8	10	2	4	132	16	19	3	9
59	9	18	9	81	133	7	23	16	256
60	10	20	10	100	134	12	21	9	81
61	16	27	11	121	135	9	17	8	64
62	12	21	9	81	136	19	24	5	25
63	12	25	13	169	137	6	18	12	144
64	13	18	5	25	138	7	12	5	25
65	7	10	3	9	139	10	13	3	9
66	12	20	8	64	140	9	23	14	196
67	14	21	7	49	141	9	19	10	100
68	11	16	5	25	142	8	15	7	49
69	17	22	5	25	143	6	12	6	36
70	10	21	11	121	144	8	20	12	144
71	8	18	10	100	145	13	11	-2	4
72	8	18	10	100	146	2	14	12	144
73	13	25	12	144	147	6	7	1	1
74	20	23	3	9	148	8	14	6	36
					รวม	1,703	2,846	1,161	10,873

การวิเคราะห์ข้อมูลวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง สถิติที่ใช้ทดสอบสมมุติฐานข้อ 2 คือแบบ t – test Dependent

$$t = \frac{\Sigma D}{\sqrt{\frac{(N\Sigma D^2)-(\Sigma D)^2}{N-1}}}, \; df = N-1$$

$$= \frac{1,161}{\sqrt{\frac{(148\times 10,873)-(1,347,921)}{147}}}, df = 147$$

$$= \frac{1,161}{\sqrt{\frac{1,609,204-1,347,921}{147}}}$$

$$= \frac{1,161}{\sqrt{\frac{261,283}{147}}}$$

$$= \frac{1,161}{1777.44}$$

$$= \frac{1,161}{42.16}$$

$$= 27.54^{**}$$

$$t_{.01} = 2.326 \;, \; df = 147$$

ตาราง 15 คะแนนความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลองจำนวน 148 คน (คะแนนเต็ม 60 คะแนน)

นักเรียนคนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน	D	D^2	นักเรียนคนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน	D	D^2
1	43	49	6	36	75	18	26	8	64
2	30	32	2	4	76	35	30	-5	25
3	39	36	-3	9	77	32	32	0	0
4	48	46	-2	4	78	29	32	3	9
5	39	39	0	0	79	36	35	-1	1
6	40	42	2	4	80	40	39	-1	1
7	47	51	4	16	81	22	29	7	49
8	46	49	3	9	82	35	36	1	1
9	34	43	9	81	83	41	36	-5	25
10	41	49	8	64	84	33	34	1	1
11	43	47	4	16	85	48	51	3	9
12	44	42	-2	4	86	25	34	9	81
13	49	44	-5	25	87	36	39	3	9
14	48	53	5	25	88	25	40	15	225
15	40	49	9	81	89	41	40	-1	1
16	43	44	1	1	90	28	40	12	144
17	48	50	2	4	91	39	38	-1	1
18	32	40	8	64	92	40	42	2	4
19	39	50	11	121	93	15	24	9	81
20	29	42	13	169	94	38	37	-1	1
21	47	50	3	9	95	39	42	3	9
22	45	51	6	36	96	34	43	9	81
23	41	43	2	4	97	37	41	4	16
24	34	38	4	16	98	38	42	4	16
25	47	43	-4	16	99	35	34	-1	1

ตาราง 15 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน	D	D^2	นักเรียนคนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน	D	D^2
26	37	45	8	64	100	33	40	7	49
27	27	33	6	36	101	42	41	-1	1
28	38	47	9	81	102	27	36	9	81
29	48	51	3	9	103	28	31	3	9
30	38	45	7	49	104	16	15	-1	1
31	15	39	24	576	105	17	22	5	25
32	40	39	-1	1	106	35	38	3	9
33	24	34	10	100	107	36	37	1	1
34	45	49	4	16	108	32	28	-4	16
35	33	37	4	16	109	31	38	7	49
36	47	50	3	9	110	33	41	8	64
37	18	35	17	289	111	24	23	-1	1
38	33	21	-12	144	112	29	34	5	25
39	39	46	7	49	113	39	35	-4	16
40	45	49	4	16	114	20	10	-10	100
41	36	44	8	64	115	28	35	7	49
42	43	47	4	16	116	34	39	5	25
43	38	39	1	1	117	33	42	9	81
44	33	36	3	9	118	25	31	6	36
45	38	43	5	25	119	23	37	14	196
46	32	44	12	144	120	23	36	13	169
47	38	38	0	0	121	47	51	4	16
48	30	28	-2	4	122	21	19	-2	4
49	32	41	9	81	123	26	20	-6	36
50	46	42	-4	16	124	19	17	-2	4

ตาราง 15 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน	D	D^2	นักเรียนคนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน	D	D^2
51	28	31	3	9	125	38	42	4	16
52	32	33	1	1	126	29	36	7	49
53	48	49	1	1	127	37	44	7	49
54	32	36	4	16	128	38	41	3	9
55	40	43	3	9	129	35	40	5	25
56	43	45	2	4	130	39	43	4	16
57	44	47	3	9	131	24	27	3	9
58	21	20	-1	1	132	44	47	3	9
59	30	39	9	81	133	36	40	4	16
60	21	29	8	64	134	34	42	8	64
61	44	47	3	9	135	17	22	5	25
62	36	40	4	16	136	42	44	2	4
63	36	48	12	144	137	34	40	6	36
64	39	37	-2	4	138	23	18	-5	25
65	28	32	4	16	139	28	37	9	81
66	31	42	11	121	140	31	27	-4	16
67	38	36	-2	4	141	30	42	12	144
68	17	23	6	36	142	32	42	10	100
69	34	41	7	49	143	21	24	3	9
70	41	45	4	16	144	31	37	6	36
71	25	34	9	81	145	35	39	4	16
72	31	36	5	25	146	17	33	16	256
73	30	38	8	64	147	26	22	-4	16
74	43	45	2	4	148	23	33	10	100
					รวม	5,045	5,634	589	6,461

การวิเคราะห์ข้อมูลวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง สถิติที่ใช้ทดสอบสมมุติฐานข้อ 3 คือแบบ t – test Dependent

$$t = \frac{\Sigma D}{\sqrt{\frac{(N\Sigma D^2)-(\Sigma D)^2}{N-1}}}, \quad df = N-1$$

$$= \frac{589}{\sqrt{\frac{(148\times 6{,}461)-(346{,}921)}{147}}}, df = 147$$

$$= \frac{589}{\sqrt{\frac{956{,}228-346{,}921}{147}}}$$

$$= \frac{589}{\sqrt{\frac{609{,}307}{147}}}$$

$$= \frac{589}{\sqrt{4144.95}}$$

$$= \frac{589}{64.38}$$

$$= 9.15^{**}$$

$$t_{.01} = 2.326 \quad , \quad df = 147$$

ตาราง 16 ประสิทธิภาพชุดการเรียนที่ 1 เรื่องความเท่ากันทุกประการ

นักเรียนคนที่	แบบฝึกหัดระหว่างเรียน (10 คะแนน)	แบบทดสอบ (10 คะแนน)	นักเรียนคนที่	แบบฝึกหัดระหว่างเรียน (10 คะแนน)	แบบทดสอบ (10 คะแนน)
1	10	10	21	9	9
2	9	7	22	10	10
3	8	10	23	10	8
4	10	10	24	10	9
5	10	10	25	10	10
6	10	9	26	9	8
7	8	10	27	10	10
8	10	8	28	10	6
9	10	10	29	10	9
10	9	8	30	10	10
11	9	4	31	9	8
12	9	8	32	10	10
13	10	9	33	10	6
14	10	8	34	10	8
15	10	10	35	7	7
16	9	6	36	9	7
17	10	5	37	7	5
18	10	8	38	10	8
19	10	10	39	8	9
20	6	5	40	10	8
			รวม	375	330

การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนที่1 เพื่อทดสอบสมมุติฐานข้อ 1

$$E_1 = \frac{\frac{\Sigma X}{N}}{A} \times 100 \qquad E_2 = \frac{\frac{\Sigma F}{N}}{B} \times 100$$

$$= \frac{375}{400} \times 100 \qquad = \frac{330}{400} \times 100$$

$$= 93.75 \qquad = 82.50$$

$$E_1 / E_2 = 93.75 / 82.50$$

ตาราง 17 ประสิทธิภาพชุดการเรียนที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

นักเรียนคนที่	แบบฝึกหัดระหว่างเรียน (10 คะแนน)	แบบทดสอบ (10 คะแนน)	นักเรียนคนที่	แบบฝึกหัดระหว่างเรียน (10 คะแนน)	แบบทดสอบ (10 คะแนน)
1	10	10	21	10	8
2	10	10	22	10	10
3	9	8	23	10	10
4	10	10	24	9	8
5	10	10	25	10	8.
6	9	10	26	9	10
7	6	7	27	10	10
8	10	10	28	9	6
9	10	10	29	10	10
10	10	7	30	10	10
11	7	6	31	10	10
12	9	10	32	10	10
13	10	9	33	10	8
14	10	4	34	10	10
15	10	10	35	10	10
16	8	10	36	9	7
17	10	10	37	7	10
18	10	10	38	10	10
19	10	10	39	10	10
20	8	9	40	10	10
			รวม	379	365

การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนที่ 2 เพื่อทดสอบสมมุติฐานข้อ 1

$$E_1 = \frac{\frac{\Sigma X}{N}}{A} \times 100 \qquad E_2 = \frac{\frac{\Sigma F}{N}}{B} \times 100$$

$$= \frac{379}{400} \times 100 \qquad = \frac{365}{400} \times 100$$

$$= 94.75 \qquad = 91.25$$

$$E_1 / E_2 = 94.75/91.25$$

ตาราง 18 ประสิทธิภาพชุดการเรียนที่ 3 เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

นักเรียนคนที่	แบบฝึกหัดระหว่างเรียน (10 คะแนน)	แบบทดสอบ (10 คะแนน)	นักเรียนคนที่	แบบฝึกหัดระหว่างเรียน (10 คะแนน)	แบบทดสอบ (10 คะแนน)
1	10	10	21	10	10
2	9	8	22	10	10
3	9	10	23	10	10
4	10	10	24	10	10
5	10	10	25	9	5
6	10	8	26	10	1
7	10	6	27	9	10
8	10	10	28	8	2
9	10	10	29	10	10
10	10	3	30	10	10
11	7	10	31	10	9
12	9	6	32	9	10
13	10	10	33	10	6
14	10	7	34	10	10
15	10	10	35	7	9
16	7	9	36	8	2
17	9	8	37	9	9
18	10	9	38	10	10
19	10	10	39	10	9
20	9	9	40	9	3
			รวม	377	328

การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนที่ 3 เพื่อทดสอบสมมุติฐานข้อ 1

$$E_1 = \frac{\frac{\Sigma X}{N}}{A} \times 100 \qquad E_2 = \frac{\frac{\Sigma F}{N}}{B} \times 100$$

$$= \frac{377}{400} \times 100 \qquad = \frac{328}{400} \times 100$$

$$= 94.25 \qquad = 82.00$$

$$E_1 / E_2 = 94.25 / 82.00$$

ตาราง 19 ประสิทธิภาพชุดการเรียนที่ 4 เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม

นักเรียนคนที่	แบบฝึกหัดระหว่างเรียน (10 คะแนน)	แบบทดสอบ (10 คะแนน)	นักเรียนคนที่	แบบฝึกหัดระหว่างเรียน (10 คะแนน)	แบบทดสอบ (10 คะแนน)
1	10	8	21	10	10
2	8	10	22	10	10
3	9	10	23	10	10
4	9	10	24	9	10
5	9	10	25	10	6
6	9	7	26	10	10
7	8	10	27	8	10
8	10	9	28	9	7
9	10	9	29	10	10
10	9	8	30	8	9
11	10	7	31	10	10
12	9	7	32	9	9
13	9	10	33	9	7
14	9	5	34	9	7
15	10	9	35	8	7
16	8	10	36	9	7
17	9	10	37	10	10
18	10	10	38	9	10
19	10	10	39	10	10
20	7	6	40	9	10
			รวม	368	354

การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนที่ 4 เพื่อทดสอบสมมุติฐานข้อ 1

$$E_1 = \frac{\frac{\Sigma X}{N}}{A} \times 100 = \frac{368}{400} \times 100 = 92.00$$

$$E_2 = \frac{\frac{\Sigma F}{N}}{B} \times 100 = \frac{354}{400} \times 100 = 88.50$$

$$E_1 / E_2 = 92.00 / 88.50$$

ตาราง 20 ประสิทธิภาพชุดการเรียนที่ 5 เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

นักเรียนคนที่	แบบฝึกหัดระหว่างเรียน (10 คะแนน)	แบบทดสอบ (10 คะแนน)	นักเรียนคนที่	แบบฝึกหัดระหว่างเรียน (10 คะแนน)	แบบทดสอบ (10 คะแนน)
1	10	9	21	8	10
2	8	8	22	10	10
3	7	10	23	9	10
4	9	10	24	7	10
5	9	10	25	8	10
6	8	9	26	9	10
7	6	7	27	8	10
8	9	10	28	9	10
9	10	10	29	9	10
10	9	7	30	8	9
11	7	10	31	9	10
12	9	8	32	8	10
13	10	10	33	9	10
14	9	4	34	9	9
15	9	9	35	7	6
16	8	10	36	9	9
17	9	10	37	9	10
18	9	10	38	8	10
19	10	10	39	9	7
20	6	8	40	10	10
			รวม	343	369

การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนที่ 5 เพื่อทดสอบสมมุติฐานข้อ 1

$$E_1 = \frac{\frac{\Sigma X}{N}}{A} \times 100 = \frac{343}{400} \times 100 = 85.75$$

$$E_2 = \frac{\frac{\Sigma F}{N}}{B} \times 100 = \frac{369}{400} \times 100 = 92.25$$

$$E_1 / E_2 = 85.75 / 92.25$$

ตาราง 21 ประสิทธิภาพชุดการเรียนที่ 6 เรื่องรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

นักเรียนคนที่	แบบฝึกหัดระหว่างเรียน (10 คะแนน)	แบบทดสอบ (10 คะแนน)	นักเรียนคนที่	แบบฝึกหัดระหว่างเรียน (10 คะแนน)	แบบทดสอบ (10 คะแนน)
1	10	10	21	10	10
2	10	10	22	10	10
3	10	10	23	10	9
4	10	9	24	9	8
5	10	10	25	7	10
6	10	10	26	10	10
7	10	10	27	10	9
8	10	10	28	10	10
9	10	10	29	10	10
10	10	10	30	10	9
11	10	10	31	10	9
12	10	10	32	10	9
13	10	10	33	10	10
14	8	9	34	9	9
15	10	9	35	8	9
16	10	9	36	10	10
17	10	10	37	10	10
18	10	10	38	10	9
19	9	9	39	10	10
20	10	7	40	10	10
			รวม	390	382

การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนที่ 6 เพื่อทดสอบสมมุติฐานข้อ 1

$$E_1 = \frac{\frac{\Sigma X}{N}}{A} \times 100 \qquad E_2 = \frac{\frac{\Sigma F}{N}}{B} \times 100$$

$$= \frac{390}{400} \times 100 \qquad = \frac{382}{400} \times 100$$

$$= 97.50 \qquad = 95.50$$

$$E_1 / E_2 = 97.50/95.50$$

ตาราง 22 ประสิทธิภาพชุดการเรียนที่ 7 เรื่องทบทวนรูปสามเหลี่ยมและความเท่ากันทุกประการ

นักเรียนคนที่	แบบฝึกหัดระหว่างเรียน (10 คะแนน)	แบบทดสอบ (10 คะแนน)	นักเรียนคนที่	แบบฝึกหัดระหว่างเรียน (10 คะแนน)	แบบทดสอบ (10 คะแนน)
1	10	9	21	9	9
2	8	10	22	10	10
3	10	10	23	10	10
4	9	5	24	10	9
5	10	10	25	9	10
6	7	8	26	8	10
7	10	10	27	4	8
8	10	9	28	9	9
9	10	6	29	10	9
10	9	10	30	9	7
11	10	9	31	9	6
12	9	9	32	8	10
13	10	10	33	10	10
14	9	9	34	9	8
15	9	10	35	7	8
16	8	8	36	9	9
17	10	9	37	9	10
18	10	10	38	8	7
19	10	9	39	10	10
20	4	7	40	10	10
			รวม	359	356

การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนที่ 7 เพื่อทดสอบสมมุติฐานข้อ 1

$$E_1 = \frac{\frac{\Sigma X}{N}}{A} \times 100 \qquad E_2 = \frac{\frac{\Sigma F}{N}}{B} \times 100$$

$$= \frac{359}{400} \times 100 \qquad = \frac{356}{400} \times 100$$

$$= 89.75 \qquad = 89.00$$

$$E_1 / E_2 = 89.75 / 89.00$$

ภาคผนวก ค

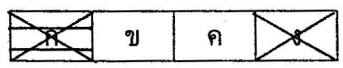
1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล
3. แผนการสอนโดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการ

♠ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ♠

เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

♦คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบเลือกตอบมีทั้งหมด 30 ข้อ ใช้เวลาทำ 50 นาที
2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (x) ทับตัวอักษร ก ข ค ง ที่นักเรียนพิจารณาให้เป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว และถ้าต้องการเปลี่ยนคำตอบให้ทำดังตัวอย่าง



3. <u>ห้าม</u> ขีด เขียน หรือทำเครื่องหมายใด ๆ ลงในแบบทดสอบ

★ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ★

เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ **ชั้น** มัธยมศึกษาปีที่ 2

รายวิชา ค 203 คณิตศาสตร์ 3 **จำนวน** 30 ข้อ **เวลา** 50 นาที

◆**จุดประสงค์ที่ 1** บอกได้ว่าส่วนของเส้นตรง มุม วงกลม และรูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการเมื่อใด

1. ส่วนของเส้นตรงสองเส้นในข้อใดมีลักษณะเท่ากันทุกประการ
   ก. ขนานกัน
   ข. มีขนาดเท่ากัน
   ค. มีความยาวเท่ากัน
   ง. มีความหนาเท่ากัน

2 ตัวอย่างในข้อใดหมายถึงส่วนของเส้นตรงสองเส้นเท่ากันทุกประการ
   ก. รัศมีของวงกลมวงเดียวกัน
   ข. เส้นกึ่งสองเส้นของรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ
   ค. ส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยมที่มีฐานยาวเท่ากัน
   ง. เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูรูปเดียวกัน

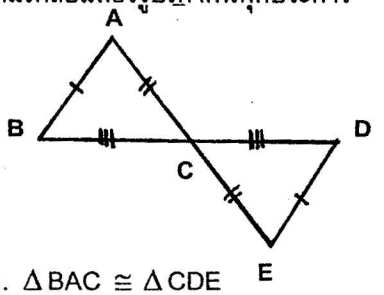
3. มุมในข้อใดเท่ากันทุกประการ
   ก. มุมป้านทุกมุม
   ข. มุมตรงทุกมุม
   ค. มุมแหลมทุกมุม
   ง. มุมประชิดสองมุมฉากใด ๆ

4. รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการเมื่อใด
   ก. มีพื้นที่เท่ากัน
   ข. มีด้านยาวเท่ากันสามคู่
   ค. มีความยาวเส้นรอบรูปเท่ากัน
   ง. มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่

5. รูปวงกลมสองรูปในลักษณะใดไม่เท่ากันทุกประการ
   ก. มีพื้นที่เท่ากัน
   ข. มีคอร์ดยาวเท่ากัน
   ค. มีรัศมียาวเท่ากัน
   ง. มีเส้นรอบวงยาวเท่ากัน

6. ประโยคใด ไม่ถูกต้อง
   ก. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีพื้นที่เท่ากันไม่จำเป็นต้องเท่ากันทุกประการ
   ข. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสองรูปที่มีฐานและส่วนสูงยาวเท่ากันจะเท่ากันทุกประการ
   ค. เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมจะแบ่งรูปวงกลมออกเป็นสองส่วนที่เท่ากันทุกประการ
   ง. เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมใด ๆจะแบ่งรูปสี่เหลี่ยมออกเป็นสองส่วนที่เท่ากันทุกประการ

7. ข้อใดเขียนถูกต้องตามความสมนัยของรูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ



ก. $\Delta BAC \cong \Delta CDE$

ข. $\Delta CBA \cong \Delta DCE$

ค. $\Delta ABC \cong \Delta EDC$

ง. $\Delta ABC \cong \Delta CDE$

จุดประสงค์ที่ 2 ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปสัมพันธ์กันแบบใด

ตั้งแต่ข้อ 8 - 14 พิจารณารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้เท่ากันทุกประการหรือไม่ ถ้าเท่ากันทุกประการจะสัมพันธ์กันแบบใด โดยใช้ตัวเลือกต่อไปนี้

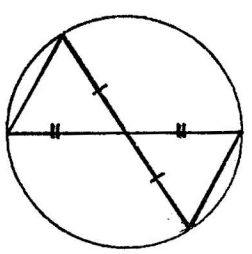
ก. ด้าน-มุม-ด้าน

ข. มุม-ด้าน-มุม

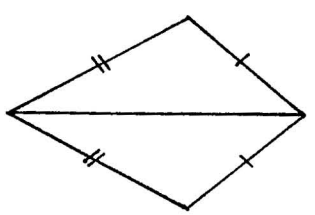
ค. ด้าน-ด้าน-ด้าน

ง. รูปสามเหลี่ยมสองรูปไม่เท่ากันทุกประการ

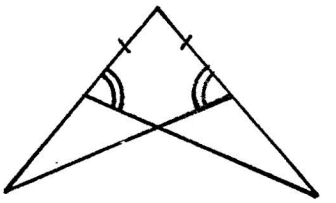
8.



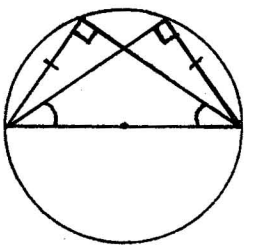
9.



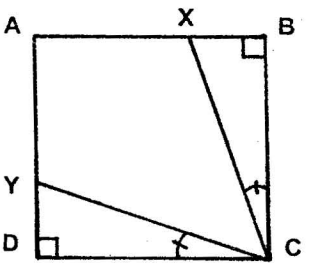
10.



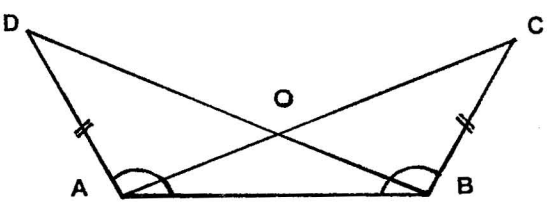
11.



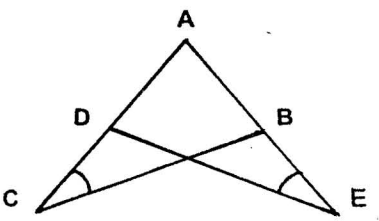
12. รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมี $D\hat{C}Y = B\hat{C}X$ แล้ว $\Delta CDY \cong \Delta CBX$ แบบใด



13. จากรูป กำหนดให้ AD = BC, $B\hat{A}D = A\hat{B}C$ แล้ว $\Delta ABD \cong \Delta BAC$ แบบใด



14. จากรูป กำหนดให้ AC = AE, $A\hat{C}B = A\hat{E}D$ แล้ว $\Delta ABC \cong \Delta ADB$ แบบใด



◆**จุดประสงค์ที่ 3** ระบุถึงข้อสรุปเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วและนำไปใช้ได้

(15.) กรณีใดไม่เป็นข้อสรุปของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
ก. มุมที่ฐานมีขนาดเท่ากัน
ข. มีด้านยาวเท่ากันสามด้าน
ค. เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดตั้งฉากกับฐาน
ง. เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดแบ่งครึ่งฐาน

(16.) มุมใดไม่ใช่มุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
ก. มุมตรง
ข. มุมฉาก
ค. มุมป้าน
ง. มุมแหลม

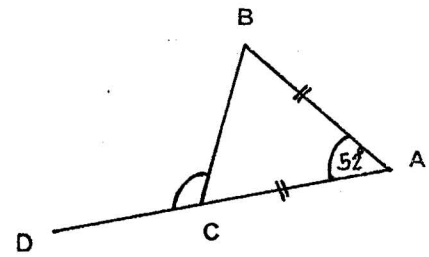
(17.) ถ้ามุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วกาง 112 องศา มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วกางมุมละกี่องศา
ก. 17 องศา
ข. 34 องศา
ค. 48 องศา
ง. 68 องศา

(18.) ถ้ามุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วกางมุมละ 78.5 องศา มุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วกางกี่องศา
ก. 23 องศา
ข. 46 องศา
ค. 57 องศา
ง. 114 องศา

(19.) รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่ง มีด้านประกอบมุมยอดยาวกว่าฐาน 7 ซม. ถ้าเส้นรอบรูปของสามเหลี่ยมหน้าจั่วยาว 41 ซม. ด้านฐานจะยาวกี่เซนติเมตร
ก. 7 ซม.
ข. 9 ซม.
ค. 14 ซม.
ง. 18 ซม

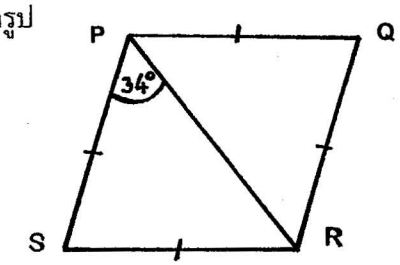
(20.) กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มี AB = AC ถ้า AB = 3X + 1, AC = 4X – 2 และ BC = 2X – 1 แล้วเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม ABC ยาวกี่หน่วย
ก. 25 หน่วย
ข. 30 หน่วย
ค. 35 หน่วย
ง. 40 หน่วย

(21.) จากรูป



มุม BCD มีขนาดกี่องศา
ก. 64 องศา
ข. 104 องศา
ค. 116 องศา
ง. 128 องศา

(22.) จากรูป



รูปสี่เหลี่ยม PQRS เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ผลรวมของ $P\hat{S}R$ และ $P\hat{R}Q$ เท่ากับกี่องศา

ก. 34 องศา

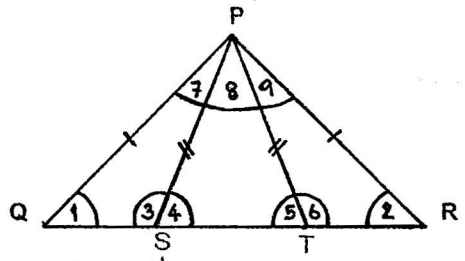
ข. 68 องศา

ค. 112 องศา

ง. 146 องศา

◊จุดประสงค์ที่ 4 นำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วและความเท่ากันทุกประการใช้ในการพิสูจน์ได้

(23.) จากรูป กำหนดให้ PQ = PR, PS = PT ถ้า $P\hat{S}Q$ มีขนาด 120 องศา รูปสามเหลี่ยม PST เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด



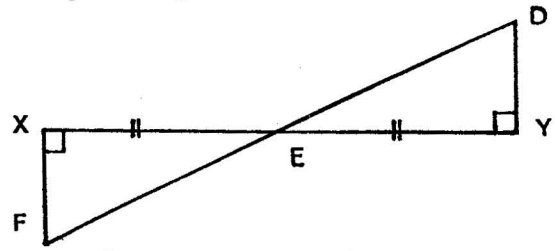
ก. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ข. รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน

ค. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

ง. รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

จากรูป ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 24 - 26



กำหนดให้ EX = EY จงพิสูจน์ว่า $\Delta EFX \cong \Delta EDY$

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $E\hat{X}F = E\hat{Y}D$	โจทย์กำหนดให้
2. EX = EY	โจทย์กำหนดให้
3. ①	②
4. $\Delta EFX \cong \Delta EDY$	③

(24.) หมายเลข ① หมายถึงกรณีใด

ก. EF = ED

ข. FX = DY

ค. $E\hat{F}X = E\hat{D}Y$

ง. $F\hat{E}X = D\hat{E}Y$

(25.) หมายเลข ② หมายถึงกรณีใด

ก. จากรูป

ข. โจทย์กำหนดให้

ค. มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน

ง. สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

(26.) หมายเลข ③ หมายถึงกรณีใด

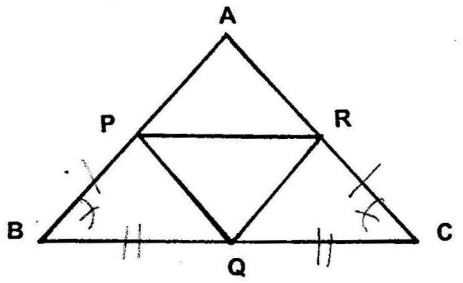
ก. ด้าน-มุม-ด้าน

ข. มุม-ด้าน-มุม

ค. ด้าน-ด้าน-ด้าน

ง. มุม-ด้าน-ด้าน

จากรูป ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 27 - 30



รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มี AB = AC และ P, Q, R เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AB, BC และ AC ตามลำดับ จงพิสูจน์ว่า PQ = RQ

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. PB = RC	โจทย์กำหนดให้
2. ①	②
3. BQ = CQ	โจทย์กำหนดให้
4. ③	④
5. PQ = RQ	ผลจากข้อ 4

27. หมายเลข ① หมายถึงกรณีใด
   ก. $P\hat{B}Q = R\hat{C}Q$
   ข. $P\hat{Q}B = R\hat{Q}C$
   ค. $B\hat{P}Q = C\hat{R}Q$
   ง. $P\hat{A}R = P\hat{Q}R$

28. หมายเลข ② หมายถึงกรณีใด
   ก. มุมร่วม
   ข. มุมประชิด
   ค. โจทย์กำหนดให้
   ง. สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

29. หมายเลข ③ หมายถึงกรณีใด
   ก. $\Delta PQB \cong \Delta QCR$
   ข. $\Delta PBQ \cong \Delta RCQ$
   ค. $\Delta APR \cong \Delta QPR$
   ง. $\Delta RAP \cong \Delta CRQ$

30. หมายเลข ④ หมายถึงกรณีใด
   ก. ด้าน-มุม-ด้าน
   ข. มุม-ด้าน-มุม
   ค. ด้าน-ด้าน-ด้าน
   ง. มุม-มุม-มุม

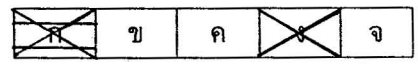
ขอขอบใจนักเรียนทุกคนค่ะ

แบบทดสอบ
วัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

Φ แบบทดสอบความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล Φ
ชุด การจำแนกประเภท

◆**คำชี้แจง**

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบเลือกตอบมีทั้งหมด 15 ข้อ ใช้เวลาทำ 10 นาที
2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (x) ทับตัวอักษร ก ข ค ง หรือ จ ที่นักเรียนพิจารณาให้เป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว และถ้าต้องการเปลี่ยนคำตอบให้ทำดังตัวอย่าง



3. <u>ห้าม</u> ขีด เขียน หรือทำเครื่องหมายใด ๆ ลงในแบบทดสอบ
4. แบบทดสอบฉบับนี้แบ่งเป็น 2 ตอน (ตอนละ 10 ข้อ)

◆<u>ตอนที่ 1</u> แบบทดสอบชุดการจำแนกประเภทแบบ<u>เข้าพวก</u>หมายถึง การให้หาคำตอบที่เหมือนตัวเร้าที่กำหนด

◆<u>ตัวอย่าง</u> 2 4 6 ...

ก. 8 ข. 9 ค. 10 ง. 11 จ. 12

จากตัวอย่างข้างต้น คำตอบที่ถูกต้องที่สุดคือ ตัวเลือก ก เนื่องจาก 2,4,6 เป็นจำนวนคู่ที่มีค่าเพิ่มขึ้นทีละ 2 ดังนั้น จำนวนคู่ต่อไปคือ 8

◆<u>ตอนที่ 2</u> แบบทดสอบชุดการจำแนกประเภทแบบ<u>ไม่เข้าพวก</u>หมายถึง การกำหนดตัวเร้าเป็นชุดแล้ว ให้หาคำที่ไม่เข้าพวก

◆<u>ตัวอย่าง</u> ข้อใด<u>ไม่</u>เข้าพวก

ก. 6 ข. 9 ค. 11 ง. 13 จ. 15

จากตัวอย่างข้างต้น คำตอบที่ถูกต้องที่สุดคือ ตัวเลือก ก เนื่องจาก 6 เป็นจำนวนคู่ 9, 11, 13, และ 15 เป็นจำนวนคี่

Φ แบบทดสอบชุดการจำแนกประเภท Φ

◆**คำชี้แจง** ตั้งแต่ข้อ 1 – 7 จงหาคำตอบที่<u>เข้าพวก</u>กับข้อมูลที่กำหนดให้

(1.) 5 25 125 625 ...

ก. 650 ข. 1,025 ค. 1,250 ง. 1,625 จ. 3,125

(2.) 1,024 256 64 16 ...

ก. 8 ข. 4 ค. 2 ง. 1 จ. 0

(3.) $\frac{1}{6}$ 1 6 36 ...

ก. 6^3 ข. 6^4 ค. 6^5 ง. 6^6 จ. 6^7

(4.) 1 3 6 8 ...

ก. 10 ข. 11 ค. 12 ง. 13 จ. 14

(5.) นิ้ว ฟุต เซนติเมตร ...

ก. ไร่ ข. งาน ค. เมตร ง. ตารางวา จ. ตารางเมตร

(6.) จำนวนเต็มลบ จำนวนเต็มศูนย์ จำนวนเต็มบวก ...

ก. จำนวนนับ ข. จำนวนคู่ ค. จำนวนคี่ ง. จำนวนเต็ม จ. จำนวนเฉพาะ

(7.) คืบ ศอก วา เส้น ...

ก. ถัง ข. กรัม ค. หลา ง. ไมล์ จ. โยชน์

◆**คำชี้แจง** ตั้งแต่ข้อข้อ 8 – 15 จงหาคำตอบที่ไม่เข้าพวกจากข้อมูลที่กำหนดให้

8. ก. $\frac{1}{2}$
   ข. $\frac{1}{3}$
   ค. $\frac{1}{4}$
   ง. $\frac{1}{5}$
   จ. $\frac{1}{8}$

9. ก. ด้าน-มุม-ด้าน
   ข. มุม-ด้าน-มุม
   ค. ด้าน-ด้าน-ด้าน
   ง. มุม-มุม-ด้าน
   จ. มุม-มุม-มุม

10. ก. วา
    ข. คืบ
    ค. ฟุต
    ง. ศอก
    จ. เส้น

11. ก. a + b = b + a
    ข. a - b = b - a
    ค. a x b = b x a
    ง. a x (b + c) = (a x b) + (a x c)
    จ. (b + c) x a = (b x a) + (c x a)

12. ก. $\frac{2}{3}$
    ข. $\frac{3}{4}$
    ค. $\frac{15}{14}$
    ง. $\frac{17}{20}$
    จ. $\frac{18}{32}$

13. ก. ฐาน x สูง
    ข. ด้าน x ด้าน
    ค. กว้าง x ยาว
    ง. $\frac{1}{2}$ x ฐาน x สูง
    จ. กว้าง x ยาว x สูง

14. ก. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
    ข. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
    ค. รูปสี่เหลี่ยมคางหมู
    ง. รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
    จ. รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

15. ก. จำนวนตรงข้ามของ 1 คือ -1
    ข. จำนวนตรงข้ามของ -(-2) คือ -2
    ค. จำนวนตรงข้ามของ 3-(-3) คือ -6
    ง. จำนวนตรงข้ามของ (-4)+4 คือ -8
    จ. จำนวนตรงข้ามของ 5-(-6) คือ -11

ทำแบบทดสอบชุดอุปมาอุปไมยต่อไปนะจ๊ะ

♣ แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ♣
ชุดอุปมาอุปไมย

♦คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบเลือกตอบมีทั้งหมด 15 ข้อ ใช้เวลาทำ 10 นาที
2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (x) ทับตัวอักษร ก ข ค ง หรือ จ ที่นักเรียนพิจารณาให้เป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว และถ้าต้องการเปลี่ยนคำตอบให้ทำดังตัวอย่าง

3. <u>ห้าม</u> ขีด เขียน หรือทำเครื่องหมายใด ๆ ลงในแบบทดสอบ
4. ให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ของสองคำแรกในแต่ละข้อ ซึ่งมีความสัมพันธ์กันอย่างใดอย่างหนึ่งแล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาใช้กับคู่ต่อไป โดยตัวเลือกต้องสอดคล้องกับความสัมพันธ์คู่แรก ดังตัวอย่างต่อไปนี้

♦<u>ตัวอย่าง</u> $2^2 : 3^2 \rightarrow 4 : ?$

ก. 4^2 ข. 5^2 ค. 6 ง. 9 จ. 16

จากตัวอย่างข้างต้น คำตอบที่ถูกต้องที่สุดคือ ตัวเลือก ง เนื่องจาก $2^2 = 4$ ดังนั้น $3^2 = 9$

♣ แบบทดสอบชุดอุปมาอุปไมย ♣

◆คำชี้แจง ตั้งแต่ข้อ 16 – 30 จงหาคำตอบที่สัมพันธ์กับข้อมูลที่กำหนดให้

(16.) 32 : 8 → 4 : ?

ก. 1 ข. 3 ค. 5 ง. 7 จ. 9

(17.) 144 : 12 → 256 : ?

ก. 13 ข. 14 ค. 16 ง. 24 จ. 26

(18.) 3^5 : 243 → 5^3 : ?

ก. 5 ข. 15 ค. 25 ง. 35 จ. 125

(19.) มุมแหลม : 75 องศา → มุมป้าน : ?

ก. 30 องศา ข. 50 องศา ค. 90 องศา ง. 140 องศา จ. 190 องศา

(20.) ปริมาตร : ลูกบาศก์ → พื้นที่ : ?

ก. ไร่ ข. ปอนด์ ค. ตาราง ง. เอเคอร์ จ. กิโลกรัม

(21.) เส้นผ่านศูนย์กลาง : รัศมี → 12 : ?

ก. 6 ข. 24 ค. 36 ง. 48 จ. 144

(22.) จำนวนนับ : เศษส่วน → จำนวนเต็มบวก : ?

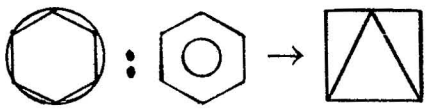
ก. ทศนิยม ข. จำนวนเต็ม ค. จำนวนเต็มลบ ง. จำนวนเต็มศูนย์ จ. จำนวนธรรมชาติ

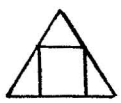
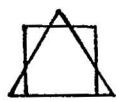
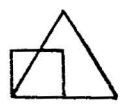
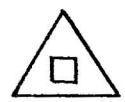
(23.) รูปสี่เหลี่ยมใด ๆ : $\frac{1}{2}$ x เส้นทแยงมุม x ผลบวกของเส้นกิ่ง → รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน : ?

ก. กว้าง x ยาว ข. ฐาน x สูง ค. ด้าน x ด้าน ง. $\frac{1}{2}$ x ฐาน x สูง จ. $\frac{1}{2}$ x สูง X ผลบวกของด้านคู่ขนาน

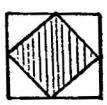
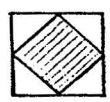
24. ||| : △ → |||| : ?

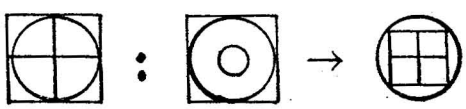
ก. ข. ค. ง. จ.

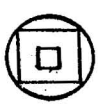
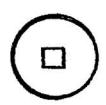
25. 

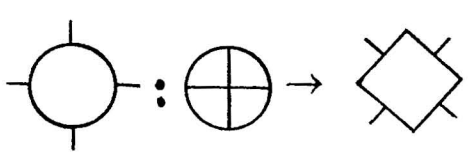
ก.  ข. ค.  ง.  จ. 

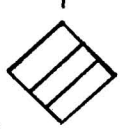
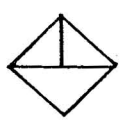
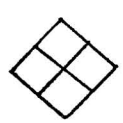
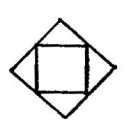
26.

ก.  ข. ค. ง.  จ.

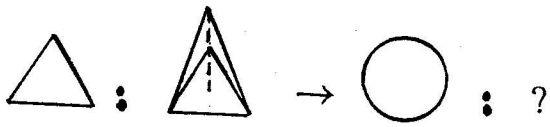
27. 

ก.  ข. ค. ง. จ. 

28. 

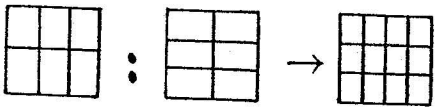
ก.  ข.  ค. ง.  จ. 

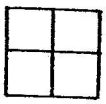
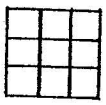
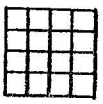
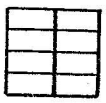
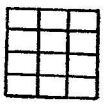
29.



ก. ข. ค. ง. จ.

30.



ก.  ข.  ค.  ง.  จ. 

ทำแบบทดสอบชุดอนุกรมภาพต่อไปนะจ๊ะ

♠ แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ♠

ชุด อนุกรมภาพ

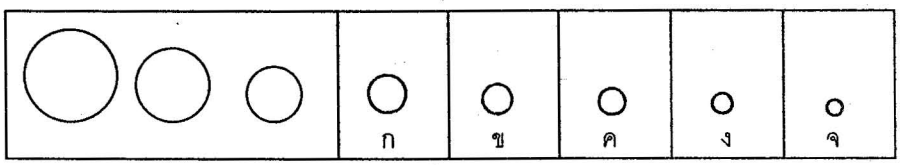
◆คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบเลือกตอบมีทั้งหมด 15 ข้อ ใช้เวลาทำ 15 นาที
2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (x) ทับตัวอักษร ก ข ค ง หรือ จ ที่นักเรียนพิจารณาให้เป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว และถ้าต้องการเปลี่ยนคำตอบให้ทำดังตัวอย่าง

3. <u>ห้าม</u> ขีด เขียน หรือทำเครื่องหมายใด ๆ ลงในแบบทดสอบ
4. แบบทดสอบฉบับนี้แบ่งเป็น 2 ตอน

◆<u>ตอนที่ 1</u> ชุดอนุกรมภาพมิติเดียว ในแต่ละข้อมีการเรียงลำดับอย่างใดอย่างหนึ่ง ซึ่งมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกัน ให้เลือกคำตอบที่มีแนวโน้มเช่นเดียวกับภาพชุดแรกที่กำหนดให้

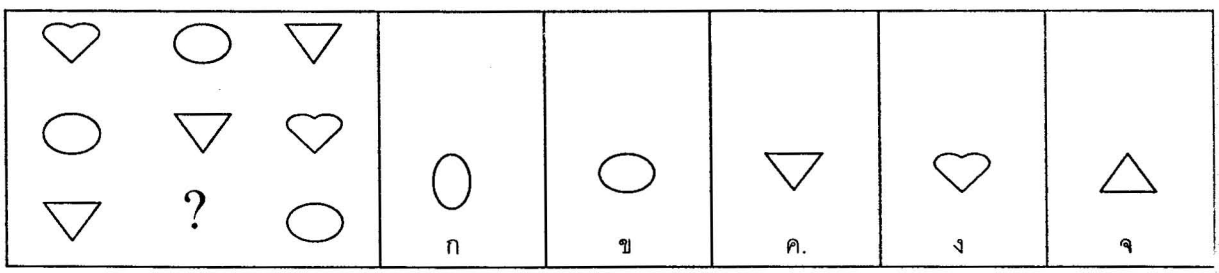
◆ <u>ตัวอย่าง</u>



จากตัวอย่างข้างต้น ตัวเลือกที่ถูกต้องที่สุดคือตัวเลือก ก เนื่องจากรูปภาพที่กำหนดมีรูปวงกลมเรียงขนาดจากใหญ่ไปเล็ก ดังนั้นรูปวงกลมต่อไปควรเป็นตัวเลือก ก

◆<u>ตอนที่ 2</u> ชุดอนุกรมภาพหลายมิติ ในแต่ละข้อกำหนดรูปภาพให้ 1 ชุด ซึ่งมีการเรียงลำดับอย่างใดอย่างหนึ่ง ให้พิจารณารูปภาพที่ว่างไว้เป็นรูปภาพในตัวเลือกใด

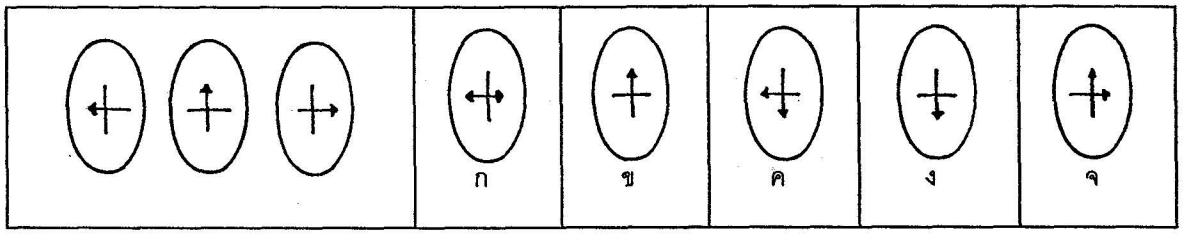
◆ <u>ตัวอย่าง</u>



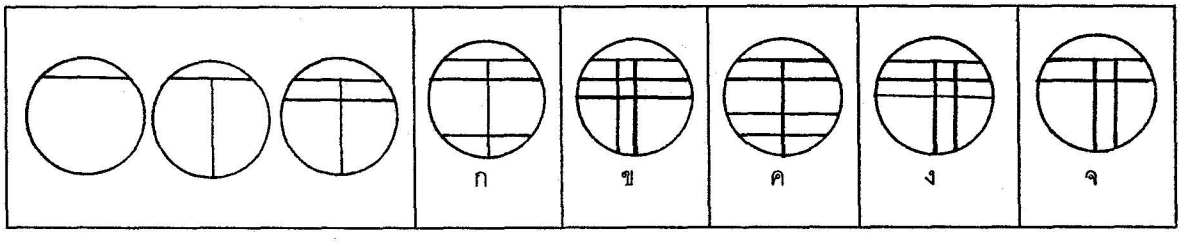
จากตัวอย่างข้างต้น ตัวเลือกที่ถูกต้องที่สุดคือ ตัวเลือก ง เนื่องจากรูปภาพที่กำหนดมีภาพแตกต่างกัน 3 แบบ คือรูป ♡ , ⬭ และ ▽ ดังนั้นรูปภาพที่ว่างควรเป็นรูป♡

◆ตอนที่ 1 อนุกรมภาพมิติเดียว

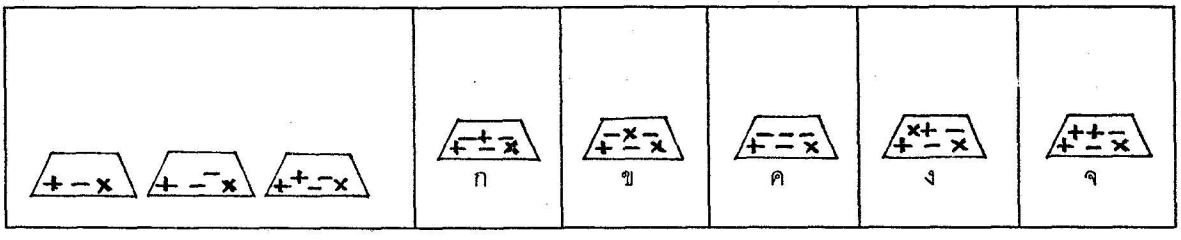
31.



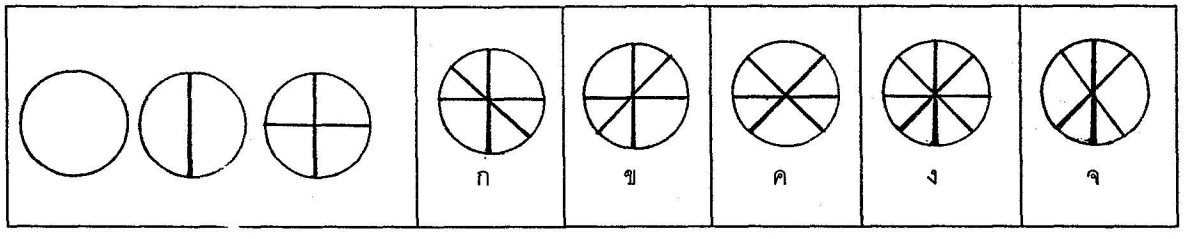
32.



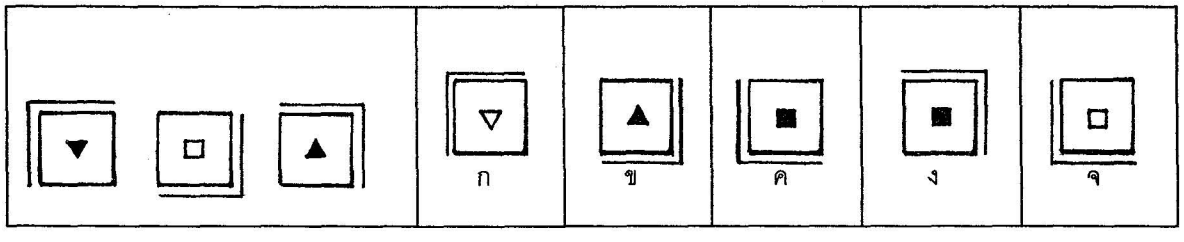
33.



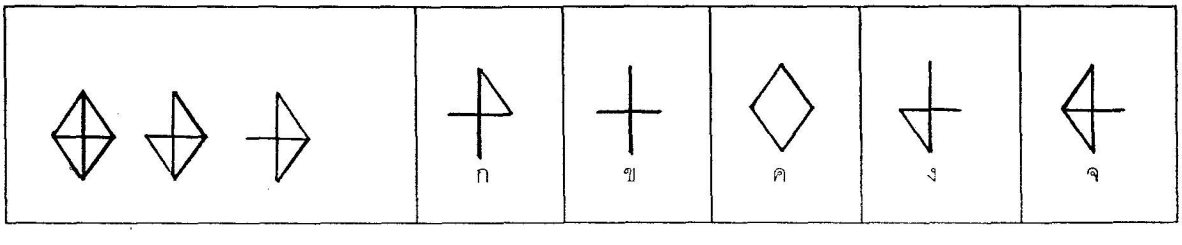
34.



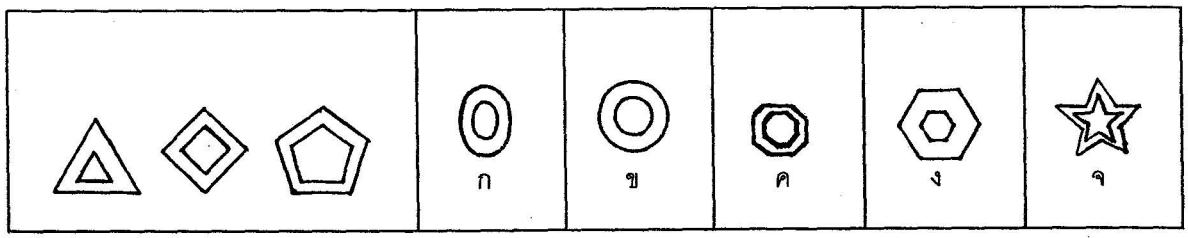
35.



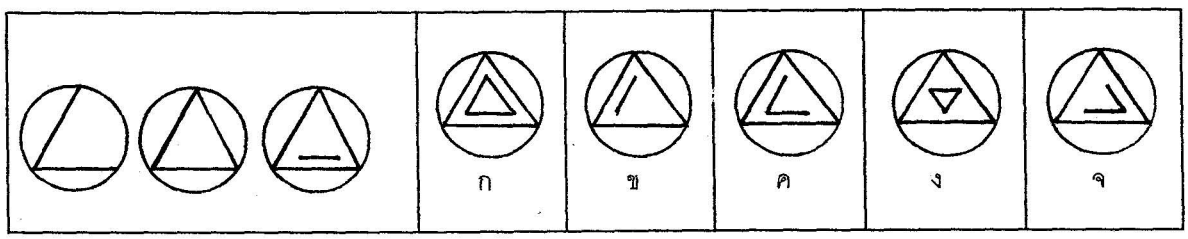
36.



37.

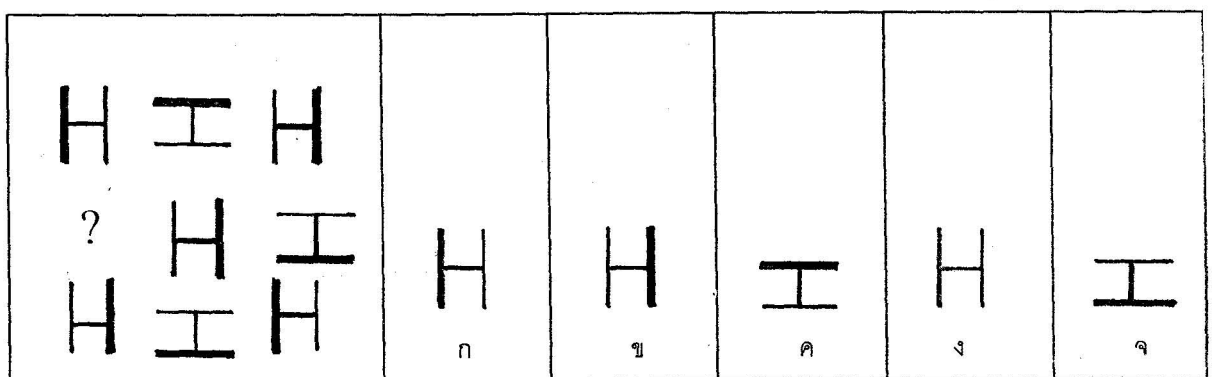


38.

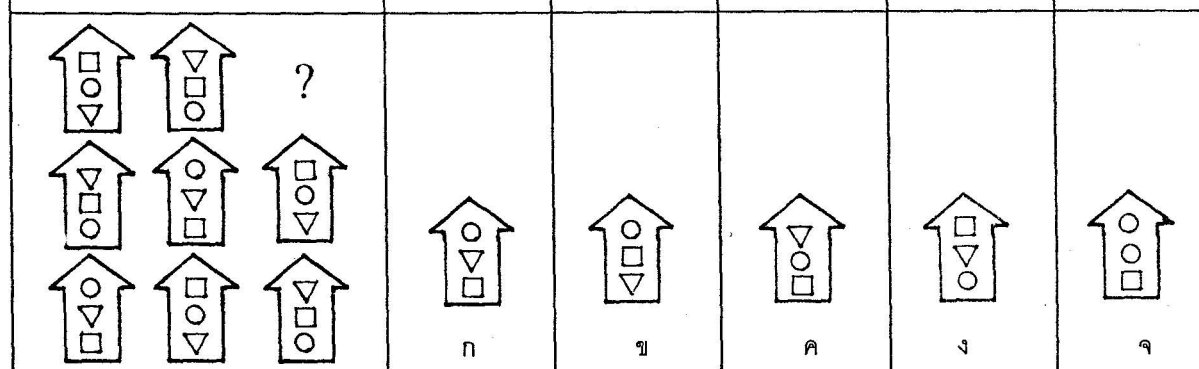


◆ตอนที่ 2 อนุกรมภาพหลายมิติ

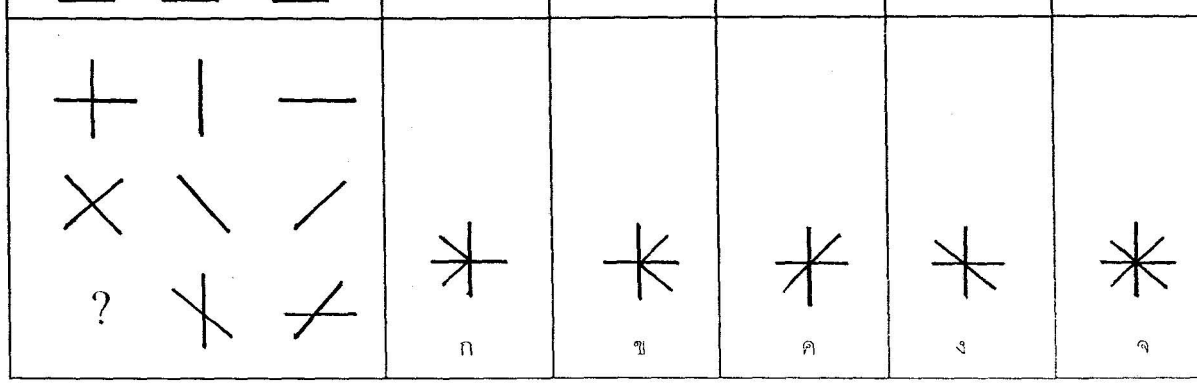
39.



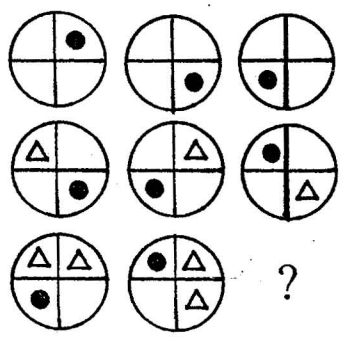
40.



41.

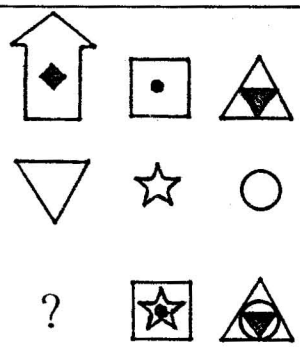


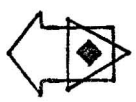
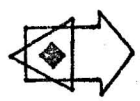
42.



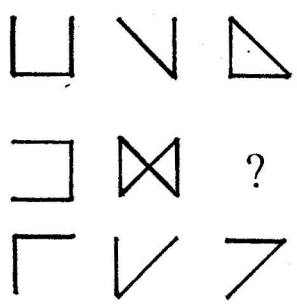
ก ข ค ง จ

43.



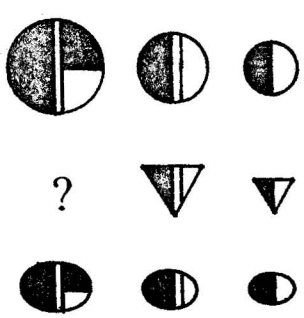
ก ข  ค ง  จ

44.



ก ข ค ง จ

45.



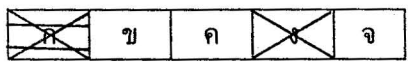
ก ข ค ง จ

ทำแบบทดสอบชุดการสรุปอ้างอิงต่อไปอีกนะจ๊ะ

♥ แบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ♥
ชุด การสรุปอ้างอิง

♦คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบเลือกตอบมีทั้งหมด 15 ข้อ ใช้เวลาทำ 15 นาที
2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (x) ทับตัวอักษร ก ข ค ง หรือ จ ที่นักเรียนพิจารณาให้เป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว และถ้าต้องการเปลี่ยนคำตอบให้ทำดังตัวอย่าง



3. <u>ห้าม</u> ขีด เขียน หรือทำเครื่องหมายใด ๆ ลงในแบบทดสอบ
4. แบบทดสอบแต่ละข้อประกอบด้วยคำถามที่เป็นสถานการณ์ หรือข้อความใดข้อความหนึ่ง ให้นักเรียนพิจารณาสรุปความจากสถานการณ์ หรือข้อความนั้นอย่างสมเหตุสมผล โดยเลือกตัวเลือกที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

◆<u>ตัวอย่าง</u> พ่อมีอาชีพรับราชการ แม่มีอาชีพค้าขาย ดังนั้นอาจสรุปได้ว่า

ก. ลูกมีอาชีพเหมือนพ่อ
ข. ลูกมีอาชีพเหมือนแม่
ค. ลูกทำงานหนักกว่าแม่
ง. ลูกทำงานหนักกว่าพ่อ
จ. ยังสรุปแน่นอนไม่ได้

จากตัวอย่าง คำตอบที่ถูกต้องที่สุดคือตัวเลือก จ เพราะไม่สามารถนำเหตุทั้งสองมาสรุปได้ว่าลูกจะมีอาชีพอะไร จากการทำงานของพ่อและแม่ ก็ไม่สามารถสรุปได้ว่าใครทำงานหนักกว่ากัน ตลอดจนรายได้จากอาชีพของพ่อและแม่จากข้อมูลนี้

♥ แบบทดสอบชุดการสรุปอ้างอิง ♥

46. ถนน A ขนานกับ ถนน B, ถนน C ขนานกับ ถนน D, ถนน B ตั้งฉากกับ ถนน D, ดังนั้น
ก. ถนน A ขนานกับถนน C
ข. ถนน A ขนานกับถนน D
ค. ถนน B ขนานกับถนน C
ง. ถนน A ตั้งฉากกับถนน C
จ. ยังสรุปแน่นอนไม่ได้

47. ในการยืนเข้าแถวโดยเรียงตามลำดับความสูงจากมากไปน้อย ถ้านาย A เข้าแถวอยู่ระหว่าง นาย B และนาย C, นาย B อยู่ระหว่าง นาย A กับนาย D, นาย C อยู่ระหว่าง นาย A กับ นาย E ดังนั้น ใครยืนอยู่ตรงกลาง
ก. A
ข. B
ค. C
ง. D
จ. E

48. ช้อนมีจำนวนเป็นสามเท่าของชาม, จานมีจำนวนเป็นสองเท่าของส้อม, ช้อนและส้อมมีจำนวนเท่ากัน ดังนั้นสิ่งของใดมีจำนวนมากที่สุด
ก. ชาม
ข. จาน
ค. ชามและจาน
ง. ช้อนและส้อม
จ. ยังสรุปแน่นอนไม่ได้

49. ตำบล A อยู่เหนือตำบล B, ตำบล B อยู่ใต้ตำบล C, ตำบล C อยู่เหนือตำบล D และตำบล A อยู่ใต้ ตำบล D ตำบลอะไรอยู่ใต้สุด
ก. A
ข. B
ค. C
ง. D
จ. ยังสรุปแน่นอนไม่ได้

50. ของสิ่งหนึ่งมีน้ำหนัก 5 กิโลกรัม
B ประมาณค่าได้มากกว่า A แต่น้อยกว่า E
D ประมาณค่าได้เท่ากับ E แต่มากกว่า C
C ประมาณค่าได้มากกว่า B ถ้า D ประมาณค่าได้ 5 กิโลกรัม ดังนั้น ใครประมาณค่าได้คลาดเคลื่อนมากที่สุด
ก. A
ข. B
ค. C
ง. D
จ. E

51. นางจันทร์เป็นแม่ของนางอังคาร, นายพฤหัสบดีเป็นลูกของนางอังคาร, นายศุกร์เป็นลูกของนายพฤหัสบดี, นายพุธเป็นลูกเขยของนางจันทร์ ดังนั้นอาจสรุปได้ว่า
ก. นางจันทร์เป็นย่าของนายพฤหัสบดี
ข. นายศุกร์เป็นเหลนของนางจันทร์
ค. นายพุธเป็นตาของนายศุกร์
ง. นางอังคารเป็นยายนายศุกร์
จ. ยังสรุปแน่นอนไม่ได้

52. ถ้ามีเลข 9 เท่านั้นที่หาร 36 ลงตัว แล้ว A หาร 36 ลงตัว ดังนั้นอาจสรุปได้ว่า
    ก. A คือ เลข 9
    ข. 36 หาร A ลงตัว
    ค. A หาร 36 ไม่ลงตัว
    ง. A และ 36 หารด้วย 36 ลงตัว
    จ. ยังสรุปแน่นอนไม่ได้

53. ดินอ้วนกว่าน้ำ แต่ดินผอมกว่าลม, ไฟอ้วนกว่าลม ดังนั้นใครผอมที่สุด
    ก. ดิน
    ข. น้ำ
    ค. ลม
    ง. ไฟ
    จ. ยังสรุปแน่นอนไม่ได้

54. แนวต้นมะพร้าวขนานกับอาคารเรียน แต่ตั้งฉากกับถนน, ถนนทำมุม 45 องศากับแนวสวนหย่อม ดังนั้น
    ก. ถนนขนานกับอาคารเรียน
    ข. ถนนขนานกับแนวต้นมะพร้าว
    ค. แนวสวนหย่อมตั้งฉากกับแนวต้นมะพร้าว
    ง. อาคารเรียนทำมุม 45 องศากับแนวสวนหย่อม
    จ. ยังสรุปแน่นอนไม่ได้

55. นิลสูงกว่าทับทิม แต่นิลก็เตี้ยกว่าโกเมน, มรกตเตี้ยกว่านิล แต่มรกตก็สูงกว่าบุษราคัม ดังนั้น
    ก. บุษราคัมเตี้ยที่สุด
    ข. ทับทิมสูงกว่าบุษราคัม
    ค. มรกตอยู่ระหว่างนิลกับทับทิม
    ง. นิลอยู่ระหว่างโกเมนกับมรกต
    จ. ยังสรุปแน่นอนไม่ได้

56. ถ้า x เป็นจำนวนคู่, y เป็นจำนวนคี่ โดยที่ x,y มีค่ามากกว่าศูนย์ และผลคูณระหว่าง x กับ y เท่ากับ z ดังนั้นผลลัพธ์ของ y + Z เป็นเช่นไร
    ก. เป็นจำนวนคู่
    ข. เป็นจำนวนคี่
    ค. เป็นจำนวนเฉพาะ
    ง. เป็นจำนวนเต็มศูนย์
    จ. เป็นจำนวนนับที่น้อยกว่า 10

57. ถ้านำ m คูณกับ $\frac{8}{n}$ แล้วผลคูณมีค่าเท่ากับสี่เท่าของ n ดังนั้น
    ก. $m = 2n$
    ข. $m = 2n^2$
    ค. $n = 2m$
    ง. $2m = n^2$
    จ. $2n = m^2$

58. เด็กหญิงฟ้าใส วิ่งออกกำลังกายจากบ้านไปทางทิศเหนือ แล้วหันกลับวิ่งไปทางทิศตะวันออก ต่อจากนั้นเด็กหญิงฟ้าใส ก็วิ่งลงมาทางทิศใต้ แล้ววิ่งเลี้ยวกลับไปทางทิศตะวันตก ดังนั้นขณะนี้เด็กหญิงฟ้าใส อยู่ทางทิศใดของบ้าน
    ก. เหนือ
    ข. ใต้
    ค. ตะวันออก
    ง. ตะวันตก
    จ. ยังสรุปแน่นอนไม่ได้

59. ถ้า a มากกว่า b, b มากกว่า c และ d น้อยกว่า 0 แล้วข้อสรุปใดเป็นจริง
    ก. ad มากกว่า bd
    ข. ad น้อยกว่า cd
    ค. bd มากกว่า cd
    ง. bd ไม่มากกว่า ad
    จ. cd ไม่น้อยกว่า bd

60. จังหวัด ก อยู่ทางทิศตะวันออกของจังหวัด ข, จังหวัด ข อยู่เหนือจังหวัด ค, แต่จังหวัด ข อยู่ใต้จังหวัด ง ดังนั้น

ก. จังหวัด ข อยู่เหนือสุด

ข. จังหวัด ก อยู่ทางทิศตะวันออกของจังหวัด ง

ค. จังหวัด ข อยู่ทางทิศตะวันตกของจังหวัด ก

ง. จังหวัด ก อยู่ทางทิศตะวันออกของจังหวัด ค

จ. ยังสรุปแน่นอนไม่ได้

ขอขอบใจนักเรียนทุกคนที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีนะจ๊ะ

แผนการสอน

โดยใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการ

แผนการสอนที่ 1

วิชา คณิตศาสตร์ **รหัส ค 203 ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2**
เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ **จำนวน 2 คาบ คาบละ 50 นาที**

สาระสำคัญ

1. รูปสองรูปเท่ากันทุกประการ เมื่อสามารถนำรูปหนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี
2. ส่วนของเส้นตรงสองเส้นเท่ากันทุกประการ เมื่อส่วนของเส้นตรงสองเส้นนั้นยาวเท่ากัน
3. มุมสองมุมเท่ากันทุกประการ เมื่อมุมทั้งสองนั้นมีขนาดเท่ากัน
4. ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน มุมตรงข้ามจะมีขนาดเท่ากัน

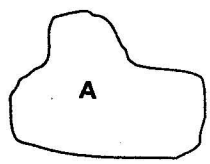
จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อเรียนแล้วนักเรียน

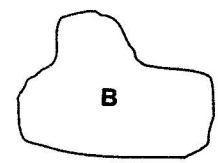
1. บอกนิยามความเท่ากันทุกประการของรูปสองรูปใด ๆ ได้ถูกต้อง
2. บอกสมบัติความเท่ากันทุกประการของส่วนของเส้นตรงสองเส้นใด ๆ ได้ถูกต้อง
3. บอกนิยามความเท่ากันทุกประการของมุมสองมุมใด ๆ ได้ถูกต้อง
4. เขียนสัญลักษณ์แทนคำว่า "เท่ากันทุกประการกับ" ได้ถูกต้อง
5. ระบุตำแหน่งของมุมตรงข้าม และเหตุผลที่ทำให้มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากันได้ถูกต้อง

เนื้อหา

บทนิยาม รูปสองรูปเท่ากันทุกประการ เมื่อสามารถนำรูปหนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี

พิจารณา รูป A และ รูป B ต่อไปนี้

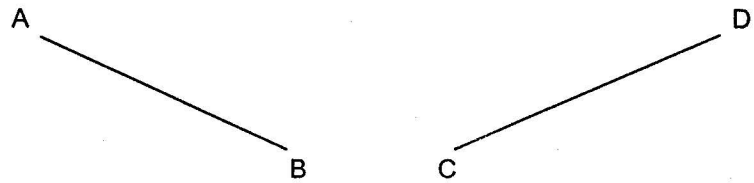




ใช้กระดาษลอกลายลอกรูป A แล้วนำไปทับกับรูป B จะทับกันได้สนิทพอดี
จึงกล่าวได้ว่า รูป A และ รูป B เท่ากันทุกประการ จะเขียนแทนด้วย "รูป A $\cong$ รูป B"
(อ่านว่า รูป A เท่ากันทุกประการกับ รูป B) สัญลักษณ์ $\cong$ แทนคำว่า "เท่ากันทุกประการกับ"

ส่วนของเส้นตรงสองเส้นเท่ากันทุกประการ เมื่อส่วนของเส้นตรงสองเส้นยาวเท่ากัน

พิจารณา ส่วนของเส้นตรง AB และ ส่วนของเส้นตรง CD ต่อไปนี้



ใช้กระดาษลอกลายลอกส่วนของเส้นตรง AB แล้วนำไปทับกับส่วนของเส้นตรง CD จะทับกันได้สนิทพอดี

จึงกล่าวได้ว่า ส่วนของเส้นตรง AB และ ส่วนของเส้นตรง CD เท่ากันทุกประการจะเขียนแทนด้วย "$\overline{AB} \cong \overline{CD}$" (อ่านว่า ส่วนของเส้นตรง AB เท่ากันทุกประการกับ ส่วนของเส้นตรง CD)

ดังนั้น ถ้า $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ จะได้ m ($\overline{AB}$) = m ($\overline{CD}$) (อ่านว่า ความยาวของส่วนของเส้นตรง AB เท่ากับ ความยาวของส่วนของเส้นตรง CD) หรือ เขียนแทนด้วย AB = CD และถ้า AB = CD จะได้ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

มุมสองมุมเท่ากันทุกประการ เมื่อมุมทั้งสองมีขนาดเท่ากัน

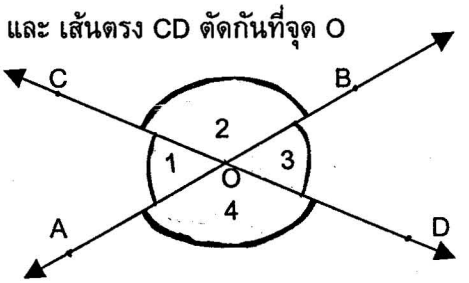
พิจารณา มุม BAC และ มุม EDF ต่อไปนี้

ใช้กระดาษลอกลายลอกมุม BAC แล้วนำไปทับกับมุม EDF ให้จุด A ทับ จุด D จะเห็นว่า $\overrightarrow{AC}$ ทับ $\overrightarrow{DF}$ และ $\overrightarrow{AB}$ ทับ $\overrightarrow{DE}$

จึงกล่าวได้ว่า มุม BAC และมุม EDF เท่ากันทุกประการ จะเขียนแทนด้วย "$\hat{BAC} \cong \hat{EDF}$" (อ่านว่า มุม BAC เท่ากันทุกประการกับ มุม EDF)

ดังนั้น ถ้า $B\hat{A}C \cong E\hat{D}F$ หรือเขียนแทนด้วย $\hat{A} \cong \hat{D}$ จะได้ m ($B\hat{A}C$) = m ($E\hat{D}F$) (อ่านว่า ขนาดของมุม BAC เท่ากับ ขนาดของมุม EDF) หรือเขียนแทนด้วย m ($\hat{A}$) = m ($\hat{D}$) และถ้า m ($\hat{A}$) = m ($\hat{D}$) จะได้ $\hat{A} \cong \hat{D}$

พิจารณา เส้นตรง AB และ เส้นตรง CD ตัดกันที่จุด O



จากรูป เรียก มุม 1 และ มุม 3 , มุม 2 และ มุม 4 ว่า "เป็นมุมตรงข้าม"

ใช้กระดาษลอกลายลอกมุม 1 นำไปทับกับมุม 3 จะทับกันได้สนิทพอดี จึงกล่าวได้ว่า มุม 1 และ มุม 3 เท่ากันทุกประการ จะเขียนแทนด้วย $\hat{1} \cong \hat{3}$ ในทำนองเดียวกันจะได้ว่า $\hat{2} \cong \hat{4}$

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า ถ้า $\hat{1} = \hat{3}$ แล้ว $\hat{1} \cong \hat{3}$ และ ถ้า $\hat{2} = \hat{4}$ แล้ว $\hat{2} \cong \hat{4}$

คาบที่ 1

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ (10 นาที)

ครูสนทนาและซักถามนักเรียนถึงความแตกต่างระหว่างรูปเรขาคณิต และทรงเรขาคณิต พร้อมยกตัวอย่างประกอบคำอธิบาย และบอกนักเรียนว่าในบทนี้จะเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต โดยเฉพาะรูปสามเหลี่ยม

ขั้นสอน (30 นาที)

1. ครูแจกชุดการเรียนที่ 1 ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด
2. ครูให้นักเรียนศึกษาคำชี้แจง จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เนื้อหา และทำกิจกรรมในชุดการเรียนที่ 1 (ตอนที่ 1) เรื่องความเท่ากันทุกประการ

ขั้นสรุป (10 นาที)

นักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาเรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสองรูปใด ๆ และความเท่ากันทุกประการของส่วนของเส้นตรงสองเส้นใด ๆ โดยมีครูคอยให้คำแนะนำ

สื่อการสอน

1. กระดาษลอกลาย
2. รูปเรขาคณิตและทรงเรขาคณิต
3. ชุดการเรียนที่ 1 (ตอนที่ 1) เรื่องความเท่ากันทุกประการ

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากความตั้งใจ และความสนใจในการทำกิจกรรม

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากความตั้งใจ และความสนใจในการทำกิจกรรม
2. พิจารณาจากผลการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน จากชุดการเรียนที่ 1 (ตอนที่ 1) เรื่องความเท่ากันทุกประการ

คาบที่ 2

ขั้นนำ (10 นาที)

ครูทบทวนความเท่ากันทุกประการของรูปสองรูปใด ๆ และความเท่ากันทุกประการของส่วนของเส้นตรงสองเส้นใด ๆ ที่เรียนมาแล้ว

ขั้นสอน (30 นาที)

1. ครูแจกชุดการเรียนที่ 1 (ตอนที่ 2) เรื่องความเท่ากันทุกประการ ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด
2. ครูให้นักเรียนศึกษาคำชี้แจง จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เนื้อหา และทำกิจกรรมในชุดการเรียนที่ 1 (ตอนที่ 2) เรื่องความเท่ากันทุกประการ ด้วยความความตั้งใจ

ขั้นสรุป (10 นาที)

นักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาเรื่อง ความเท่ากันทุกประการของมุมสองมุมใด ๆ โดยมีครูคอยให้คำแนะนำ และให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนที่ 1 เรื่องความเท่ากันทุกประการ

สื่อการสอน

1. กระดาษลอกลาย
2. ชุดการเรียนที่ 1 (ตอนที่ 2) เรื่องความเท่ากันทุกประการ

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากความตั้งใจ และความสนใจในการทำกิจกรรม
2. พิจารณาจากผลการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนจากชุดการเรียนที่ 1 (ตอนที่ 2) เรื่องความเท่ากันทุกประการ และแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนที่ 1

แผนการสอนที่ 2

วิชา คณิตศาสตร์ **รหัส ค 203** **ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2**
เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม **จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที**

สาระสำคัญ

1. รูปสามเหลี่ยม ABC คือรูปที่ประกอบด้วยส่วนของเส้นตรงสามเส้น $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ และ $\overline{AC}$ เชื่อมต่อจุด A,B และ C ที่ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน เรียกจุด A, B และ C ว่า จุดยอดของรูปสามเหลี่ยม ABC และเรียก $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ และ $\overline{AC}$ ว่า ด้านของรูปสามเหลี่ยม ABC

2. สมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการแล้ว ด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ กล่าวคือ มีด้านที่ยาวเท่ากันสามคู่ ด้านต่อด้าน และมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสามคู่ มุมต่อมุม

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อจบบทเรียนแล้วนักเรียนสามารถ

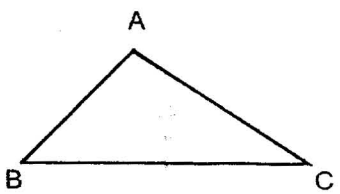
1. บอกสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมได้ถูกต้อง
2. บอกด้านที่มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ เมื่อกำหนดให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการได้ถูกต้อง
3. บอกมุมที่มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ เมื่อกำหนดให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการได้ถูกต้อง

เนื้อหา

> บทนิยาม รูปสามเหลี่ยม ABC คือรูปที่ประกอบด้วยส่วนของเส้นตรงสามเส้น $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ และ $\overline{AC}$ เชื่อมต่อจุด A,B และ C ที่ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน เรียกจุด A, B และ C ว่า จุดยอดของรูปสามเหลี่ยม ABC และเรียก $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ และ $\overline{AC}$ ว่า ด้านของรูปสามเหลี่ยม ABC

รูปสามเหลี่ยม ABC อาจเขียนแทนด้วย Δ ABC

พิจารณา รูปสามเหลี่ยม ABC ต่อไปนี้

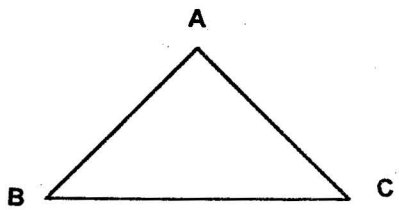


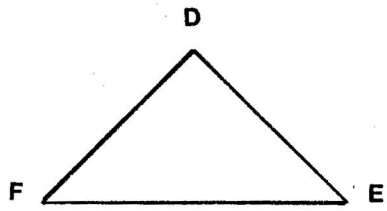
จากรูป เรียก จุด A, B และ C ว่า จุดยอดของ Δ ABC เรียก AB, BC และ AC ว่า ด้านของ Δ ABC

สมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการแล้ว ด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ กล่าวคือ มีด้านที่ยาวเท่ากันสามคู่ ด้านต่อด้าน และมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสามคู่ มุมต่อมุม

พิจารณา รูปสามเหลี่ยม ABC และ รูปสามเหลี่ยม DEF เท่ากันทุกประการ





จากรูป $\hat{A} = \hat{D}$ ($B\hat{A}C$ สมนัยกับ $E\hat{D}F$)

$\hat{B} = \hat{E}$ ($A\hat{B}C$ สมนัยกับ $D\hat{E}F$)

$\hat{C} = \hat{F}$ ($A\hat{C}B$ สมนัยกับ $D\hat{F}E$)

และ AB = DE ($\overline{AB}$ สมนัยกับ $\overline{DE}$)

BC = EF ($\overline{AB}$ สมนัยกับ $\overline{EF}$)

AC = DF ($\overline{AC}$ สมนัยกับ $\overline{DF}$)

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ (10 นาที)

ครูทบทวนความรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสองรูปใด ๆ ส่วนของเส้นตรงสองเส้นใด ๆ และมุมสองมุมใด ๆ ที่เรียนมาแล้ว

ขั้นสอน (30 นาที)

1. ครูแจกชุดการเรียนที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด
2. ครูให้นักเรียนศึกษาคำชี้แจง จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เนื้อหา และทำกิจกรรมในชุดการเรียนที่ 2

ขั้นสรุป (10 นาที)

นักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาเรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม โดยมีครูคอยให้คำแนะนำ และให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนที่ 2

สื่อการสอน

1. กระดาษลอกลาย
2. ชุดการเรียนที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากความตั้งใจ และความสนใจในการทำกิจกรรม
2. พิจารณาจากผลการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนจากชุดการเรียนที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

แผนการสอนที่ 3

วิชา คณิตศาสตร์ **รหัส ค 203 ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2**
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน **จำนวน 2 คาบ คาบละ 50 นาที**

สาระสำคัญ

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อจบบทเรียนแล้วนักเรียนสามารถ

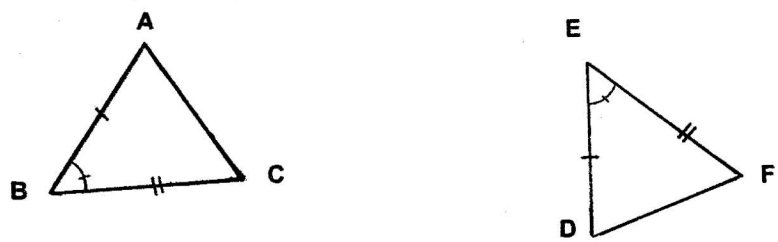
1. บอกนิยามความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูป ที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน ได้ถูกต้อง
2. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้ มีสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน หรือไม่
3. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน เท่ากันทุกประการหรือไม่
4. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้ เท่ากันทุกประการแบบ ด้าน-มุม-ด้าน หรือไม่ พร้อมให้เหตุผลได้ถูกต้อง

เนื้อหา

> ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ

พิจารณา รูปสามเหลี่ยม ABC และ รูปสามเหลี่ยม DEF

กำหนดให้ AB = DE , BC = EF และ $A\hat{B}C = D\hat{E}F$



จากรูป จะได้ รูปสามเหลี่ยม ABC และ รูปสามเหลี่ยม DEF เป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน และรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากันทุกประการกับรูปสามเหลี่ยม DEF (Δ ABC $\cong$ Δ DEF)

คาบที่ 1

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ (10 นาที)

ครูทบทวนความรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูป ที่เรียนมาแล้ว

ขั้นสอน (30 นาที)

1. ครูแจกชุดการเรียนที่ 3 (ตอนที่ 1) เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน
2. ครูให้นักเรียนศึกษาคำชี้แจง จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เนื้อหา และทำกิจกรรมในชุดการเรียนที่ 3

ขั้นสรุป (10 นาที)

1. นักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาเรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน โดยมีครูคอยให้คำแนะนำ และให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนที่ 3 (ตอนที่ 1)

สื่อการสอน

1. กระดาษลอกลาย
2. ชุดการเรียนที่ 3 (ตอนที่ 1) เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากความตั้งใจ และความสนใจในการทำกิจกรรม
2. พิจารณาจากผลการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน จากชุดการเรียนที่ 3 (ตอนที่ 1) เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน และแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนที่ 3 (ตอนที่ 1)

คาบที่ 2

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ (10 นาที)

ครูทบทวนความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน ที่เรียนมาแล้ว

ขั้นสอน (30 นาที)

1. ครูแจกชุดการเรียนที่ 3 (ตอนที่ 2) เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน
2. ครูให้นักเรียนศึกษาคำชี้แจง จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เนื้อหา และทำกิจกรรมในชุดการเรียนที่ 3

ขั้นสรุป (10 นาที)

นักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาเรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน โดยมีครูคอยให้คำแนะนำ และให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนที่ 3 (ตอนที่ 2)

สื่อการสอน

1. ชุดการเรียนที่ 3 (ตอนที่ 2) เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากความตั้งใจ และความสนใจในการทำกิจกรรม
2. พิจารณาจากผลการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน จากชุดการเรียนที่ 3 (ตอนที่ 2) เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน และแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนที่ 3 (ตอนที่ 2)

แผนการสอนที่ 4

วิชา คณิตศาสตร์ **รหัส ค 203 ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2**

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม **จำนวน 2 คาบ คาบละ 50 นาที**

สาระสำคัญ

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองมีขนาดเท่ากันยาวเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อจบบทเรียนแล้วนักเรียนสามารถ

1. บอกนิยามความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูป ที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม ได้ถูกต้อง
2. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้ มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม หรือไม่
3. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม เท่ากันทุกประการหรือไม่
4. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้ เท่ากันทุกประการแบบ มุม-ด้าน-มุม หรือไม่ พร้อมให้เหตุผลได้ถูกต้อง

เนื้อหา

> ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองมีขนาดเท่ากันยาวเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ

พิจารณา รูปสามเหลี่ยม ABC และ รูปสามเหลี่ยม DEF

กำหนดให้ $A\hat{B}C = D\hat{E}F$, $A\hat{C}B = D\hat{F}E$ และ BC = EF

จากรูป จะได้ รูปสามเหลี่ยม ABC และ รูปสามเหลี่ยม DEF เป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม และรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากันทุกประการกับรูปสามเหลี่ยม DEF (Δ ABC $\cong$ Δ DEF)

คาบที่ 1

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ (10 นาที)

ครูทบทวนความรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม ที่เรียนมาแล้ว

ขั้นสอน (30 นาที)

1. ครูแจกชุดการเรียนที่ 4 (ตอนที่ 1) เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม
2. ครูให้นักเรียนศึกษาคำชี้แจง จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เนื้อหา และทำกิจกรรมในชุดการเรียนที่ 4

ขั้นสรุป (10 นาที)

นักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาเรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม โดยมีครูคอยให้คำแนะนำ และให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนที่ 4 (ตอนที่ 1)

สื่อการสอน

1. ชุดการเรียนที่ 4 (ตอนที่ 1) เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากความตั้งใจ และความสนใจในการทำกิจกรรม
2. พิจารณาจากผลการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนจากชุดการเรียนที่ 4 (ตอนที่ 1) เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม และแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนที่ 4 (ตอนที่ 1)

คาบที่ 2

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ (10 นาที)

ครูทบทวนความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม ที่เรียนมาแล้ว

ขั้นสอน (30 นาที)

1. ครูแจกชุดการเรียนที่ 4 (ตอนที่ 2) เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม
2. ครูให้นักเรียนศึกษาคำชี้แจง จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เนื้อหา และทำกิจกรรมในชุดการเรียนที่ 4

ขั้นสรุป (10 นาที)

นักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาเรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม โดยมีครูคอยให้คำแนะนำ และให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนที่ 4 (ตอนที่ 2)

สื่อการสอน

1. ชุดการเรียนที่ 4 (ตอนที่ 2) เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากความตั้งใจ และความสนใจในการทำกิจกรรม
2. พิจารณาจากผลการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนจากชุดการเรียนที่ 4 (ตอนที่ 2) เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม และแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนที่ 4 (ตอนที่ 2)

แผนการสอนที่ 5

วิชา คณิตศาสตร์ รหัส ค 203 ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน จำนวน 2 คาบ คาบละ 50 นาที

สาระสำคัญ

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ ด้านต่อด้านแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อจบบทเรียนแล้วนักเรียนสามารถ

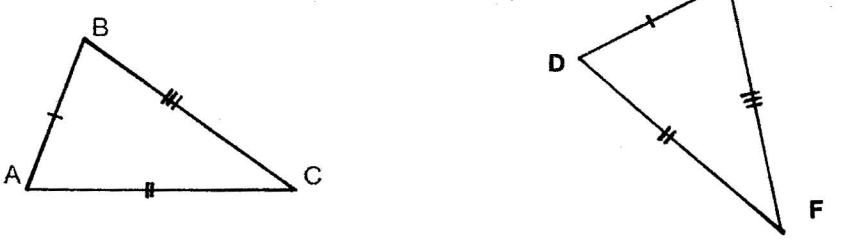
1. บอกนิยามความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูป ที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน ได้ถูกต้อง
2. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้ สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน ได้ถูกต้อง
3. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน เท่ากันทุกประการหรือไม่
4. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้ เท่ากันทุกประการแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน หรือไม่ พร้อมให้เหตุผลได้ถูกต้อง

เนื้อหา

> ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ ด้านต่อด้านแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ

พิจารณา รูปสามเหลี่ยม ABC และ รูปสามเหลี่ยม DEF

กำหนดให้ AB = DE , BC = EF และ AC = DF



จากรูปจะได้ รูปสามเหลี่ยม ABC และ รูปสามเหลี่ยม DEF เป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน และรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากันทุกประการกับรูปสามเหลี่ยม DEF (Δ ABC $\cong$ Δ DEF)

คาบที่ 1

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ (10 นาที)

ครูทบทวนความรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม ที่เรียนมาแล้ว

ขั้นสอน (30 นาที)

1. ครูแจกชุดการเรียนที่ 5 (ตอนที่ 1) เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน
2. ครูให้นักเรียนศึกษาคำชี้แจง จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เนื้อหา และทำกิจกรรมในชุดการเรียนที่ 5

ขั้นสรุป (10 นาที)

นักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาเรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน โดยมีครูคอยให้คำแนะนำ และให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนที่ 5 (ตอนที่ 1)

สื่อการสอน

1. ชุดการเรียนที่ 5 (ตอนที่ 1) เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากความตั้งใจ และความสนใจในการทำกิจกรรม
2. พิจารณาจากผลการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนจากชุดการเรียนที่ 5 (ตอนที่ 1) เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน และแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนที่ 5 (ตอนที่ 1)

คาบที่ 2

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ (10 นาที)

ครูทบทวนความรู้เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน ที่เรียนมาแล้ว

ขั้นสอน (30 นาที)

1. ครูแจกชุดการเรียนที่ 5 (ตอนที่ 2) เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน
2. ครูให้นักเรียนศึกษาคำชี้แจง จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เนื้อหา และทำกิจกรรมในชุดการเรียนที่ 5

ขั้นสรุป (10 นาที)

นักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาเรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน โดยมีครูคอยให้คำแนะนำ และให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนที่ 5 (ตอนที่ 2)

สื่อการสอน

1. ชุดการเรียนที่ 5 (ตอนที่ 2) เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากความตั้งใจ และความสนใจในการทำกิจกรรม
2. พิจารณาจากผลการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนจากชุดการเรียนที่ 5 (ตอนที่ 2) เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน และแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนที่ 5 (ตอนที่ 2)

แผนการสอนที่ 6

วิชา คณิตศาสตร์ **รหัส** ค 203 **ชั้น** มัธยมศึกษาปีที่ 2
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว **จำนวน** 1 คาบ **เวลา** 50 นาที

สาระสำคัญ

1. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านสองด้านยาวเท่ากัน
2. สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีดังนี้
   2.1 เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว แบ่งรูปสามเหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ
   2.2 มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน
   2.3 เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว แบ่งครึ่งฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
   2.4 เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

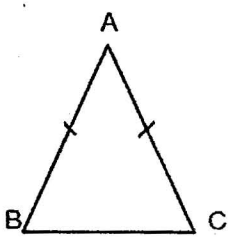
จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อจบบทเรียนแล้วนักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่าด้านใดเป็นฐาน มุมใดเป็นมุมยอด และมุมใดเป็นมุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมได้ถูกต้อง
2. บอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วได้ถูกต้อง

เนื้อหา

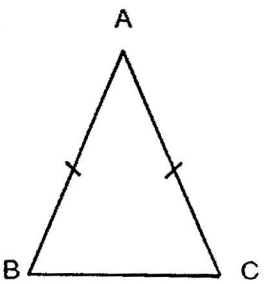
รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านสองด้านยาวเท่ากัน

พิจารณา รูปสามเหลี่ยม ABC ต่อไปนี้



จากรูป รูปสามเหลี่ยม ABC เรียกว่า รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC
(AB = AC)

พิจารณา รูปสามเหลี่ยม ABC ต่อไปนี้



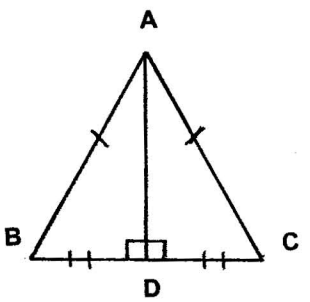
จากรูป AB = AC
ด้าน BC เรียกว่า ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC
$B\hat{A}C$ เรียกว่า มุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC
$A\hat{B}C$ และ $A\hat{C}B$ เรียกว่า มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว แบ่งรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ

1. มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน
2. เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว แบ่งครึ่งฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
3. เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

พิจารณา รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC มี AB = AC ลาก $\overline{AD}$ แบ่งครึ่งมุมยอด BAC พบฐาน BC ที่จุด D



จากรูป Δ ABD $\cong$ Δ ACD (ด้าน-มุม-ด้าน)

$A\hat{B}D = A\hat{C}D$

$\overline{BD} = \overline{CD}$

$\overline{AD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{BC}$

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ (10 นาที)

ครูทบทวนความรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน, มุม-ด้าน-มุม, และ ด้าน-ด้าน-ด้าน ที่เรียนมาแล้ว

ขั้นสอน (30 นาที)

1. ครูแจกชุดการเรียนที่ 6 เรื่องรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
2. ครูให้นักเรียนศึกษาคำชี้แจง จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เนื้อหา และทำกิจกรรมในชุดการเรียนที่ 6

ขั้นสรุป (10 นาที)

นักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาเรื่อง รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โดยมีครูคอยให้คำแนะนำ และให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนที่ 5

สื่อการสอน

1. ไม้โพรแทรกเตอร์
2. ชุดการเรียนที่ 6 เรื่องรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากความตั้งใจ และความสนใจในการทำกิจกรรม
2. พิจารณาจากผลการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนจากชุดการเรียนที่ 6 เรื่องรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนที่ 6

แผนการสอนที่ 7

วิชา คณิตศาสตร์ **รหัส** ค 203 **ชั้น** มัธยมศึกษาปีที่ 2
เรื่อง ทบทวนรูปสามเหลี่ยมและความเท่ากันทุกประการ **จำนวน** 2 คาบ คาบละ 50 นาที

สาระสำคัญ

1. สมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการแล้ว ด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ กล่าวคือ มีด้านที่ยาวเท่ากันสามคู่ ด้านต่อด้าน และมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสามคู่ มุมต่อมุม

2. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน, มุม-ด้าน-มุม, หรือ ด้าน-ด้าน-ด้าน รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ

3. สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีดังนี้

3.1 เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว แบ่งรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ

3.2 มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน

3.3 เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว แบ่งครึ่งฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

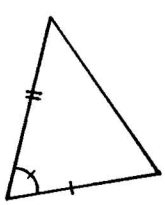
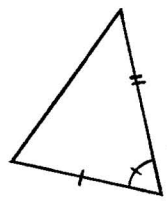
3.4 เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

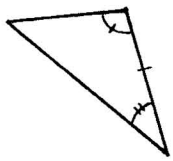
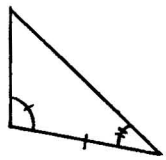
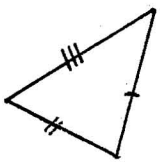
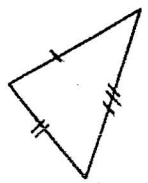
จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อจบบทเรียนแล้วนักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ ที่กำหนดให้ เท่ากันทุกประการหรือไม่ ได้ถูกต้อง
2. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่เท่ากันทุกประการ สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน, มุม-ด้าน-มุม, หรือ ด้าน-ด้าน-ด้าน ได้ถูกต้อง
3. นำสมบัติความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม และรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ไปใช้ในการพิสูจน์ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมได้ถูกต้อง

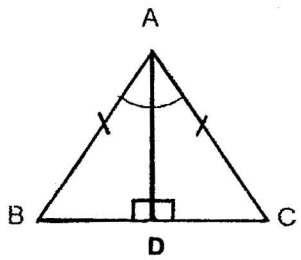
เนื้อหา

ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ ที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน, มุม-ด้าน-มุม, หรือ ด้าน-ด้าน-ด้าน

		ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ

		รูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองมีขนาดเท่ากันยาวเท่ากันด้วยแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ
		ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ ด้านต่อด้านแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

	1. Δ BAD $\cong \Delta$ CAD 2. $A\hat{B}D = A\hat{C}D$ 3. BD = CD 4. $\overline{AD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{BC}$

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ

ครูทบทวนความรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูป ที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน, มุม-ด้าน-มุม, ด้าน-ด้าน-ด้าน และรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่เรียนมาแล้ว

ขั้นสอน

1. ครูแจกชุดการเรียนที่ 7 เรื่องทบทวนรูปสามเหลี่ยมและความเท่ากันทุกประการ
2. ครูให้นักเรียนศึกษาคำชี้แจง จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เนื้อหา และทำกิจกรรมในชุดการเรียนที่ 7

ขั้นสรุป

นักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาเรื่องทบทวนรูปสามเหลี่ยมและความเท่ากันทุกประการ โดยมีครูคอยให้คำแนะนำและให้นักเรียนทำแบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนที่ 7

สื่อการสอน

1. ชุดการเรียนที่ 7 เรื่องทบทวนรูปสามเหลี่ยมและความเท่ากันทุกประการ

การวัดผลและการประเมินผล

1. สังเกตจากความตั้งใจ และความสนใจในการทำกิจกรรม
2. พิจารณาจากผลการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนจากชุดการเรียนที่ 7 เรื่องทบทวนรูปสามเหลี่ยมและความเท่ากันทุกประการ และแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนที่ 7

ชุดการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา
เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล
ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการ

ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เพื่อส่งเสริมการคิดอย่างมีเหตุผล

✷✷✷

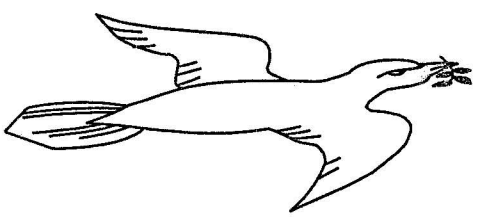
ชุดการเรียนที่ 1

เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

รายวิชา ค 203 คณิตศาสตร์ 3

จำนวน 2 คาบ คาบละ 50 นาที



โรงเรียน.....

ชื่อ..... นามสกุล.....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่..... เลขที่ .....

คำชี้แจง

ให้นักเรียนทุกคนศึกษาจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมและเนื้อหาเรื่อง **ความเท่ากันทุกประการ** อย่างละเอียด พร้อมทำกิจกรรม แบบฝึกหัดระหว่างเรียนและแบบทดสอบย่อย ในแต่ละชุดการเรียนด้วยความตั้งใจ

เมื่อนักเรียนสงสัยในขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งในชุดการเรียน นักเรียนสามารถซักถามปัญหานั้น ๆ กับเพื่อน หรือครูผู้สอนที่จะคอยให้คำปรึกษาในขณะที่นักเรียนศึกษาเนื้อหาจากชุดการเรียน

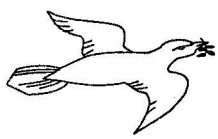
เมื่อนักเรียนได้ศึกษาเนื้อหาและทำกิจกรรมทุกขั้นตอนแล้ว ให้นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนให้เสร็จเรียบร้อย และตรวจคำตอบด้วยตนเอง จากเฉลยแบบฝึกหัดที่แนบมากับชุดการเรียน พร้อมรวมคะแนนทั้งหมดสำหรับข้อที่ทำได้ถูกต้องด้วยความซื่อสัตย์

ในขั้นตอนสุดท้ายของการเรียนด้วยชุดการเรียน ให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียน โดยดำเนินการเช่นเดียวกันกับการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน จึงถือว่าเสร็จสิ้นสำหรับการเรียนด้วยชุดการเรียนเรื่อง **ความเท่ากันทุกประการ**

✶✶✶ จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ✶✶✶

เมื่อเรียนเรื่อง **ความเท่ากันทุกประการ** นักเรียน

1. บอกนิยามความเท่ากันทุกประการของรูปสองรูปใด ๆ ได้ถูกต้อง
2. บอกสมบัติความเท่ากันทุกประการของส่วนของเส้นตรงสองเส้นใด ๆ ได้ถูกต้อง
3. บอกสมบัติความเท่ากันทุกประการของมุมสองมุมใด ๆ ได้ถูกต้อง
4. เขียนสัญลักษณ์แทนคำว่า "เท่ากันทุกประการกับ" ได้ถูกต้อง
5. ระบุตำแหน่งของมุมตรงข้ามและเหตุผลที่ทำให้มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากันได้ถูกต้อง

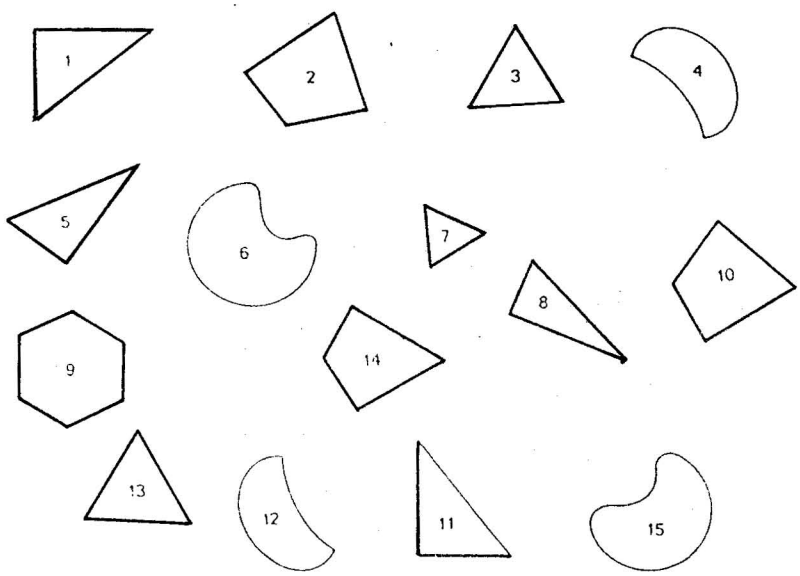


พร้อมแล้วใช่ไหมที่จะศึกษาหาความรู้
เราไปด้วยกันนะจ๊ะ ❤❤❤

ตอนที่ 1 เรื่องความเท่ากันทุกประการ (จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที)

ความเท่ากันทุกประการของรูปสองรูปใด ๆ

ให้นักเรียนหาวิธีการใดวิธีการหนึ่งที่จะตรวจสอบดูว่ารูปใดต่อไปนี้ทับกันได้สนิท



วิธีการที่ใช้ตรวจสอบคือ.....

และมีรูปที่ทับกันได้สนิทดังนี้.....

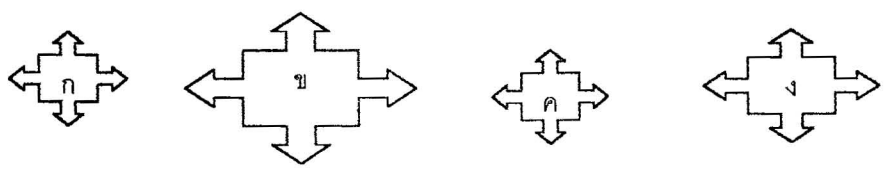
บทนิยาม รูปสองรูปเท่ากันทุกประการ เมื่อสามารถนำรูปหนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี

เมื่อรูป A และ รูป B เท่ากันทุกประการ เขียนแทนด้วย "รูป A ≅ รูป B" (อ่านว่า รูป A เท่ากันทุกประการกับ รูป B)

สัญลักษณ์ ≅ แทนคำว่า "เท่ากันทุกประการกับ"

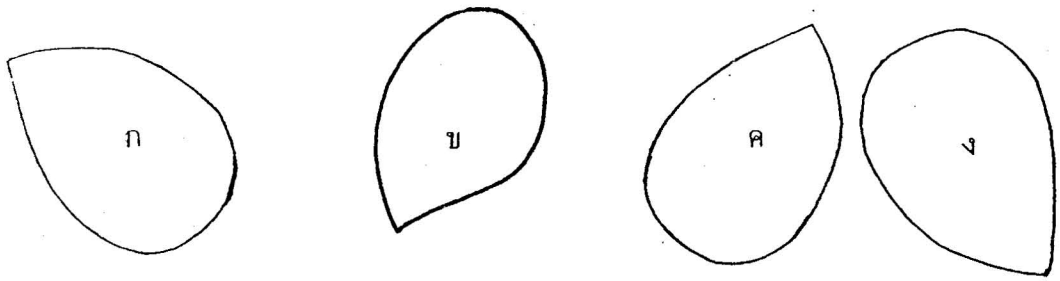
ตั้งแต่ข้อ 1 - 3 ให้นักเรียนใช้วิธีการข้างต้นเพื่อหาว่ารูปคู่ใดบ้างเท่ากันทุกประการ และใช้สัญลักษณ์ ≅ ในการเขียนคำตอบ เช่น

ตัวอย่าง



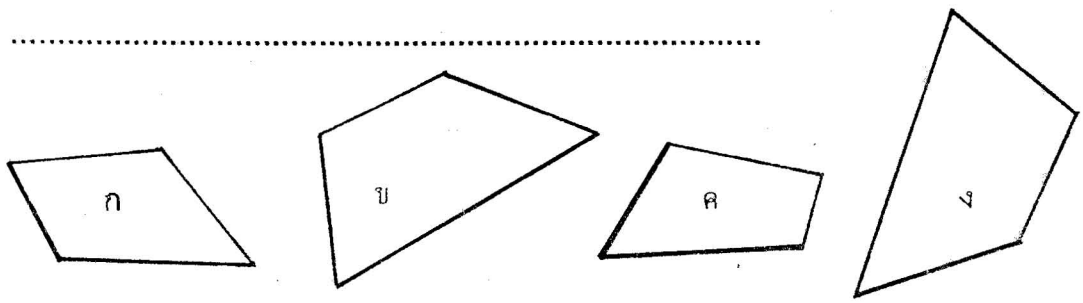
ตอบ รูป ก ≅ รูป ค

1.



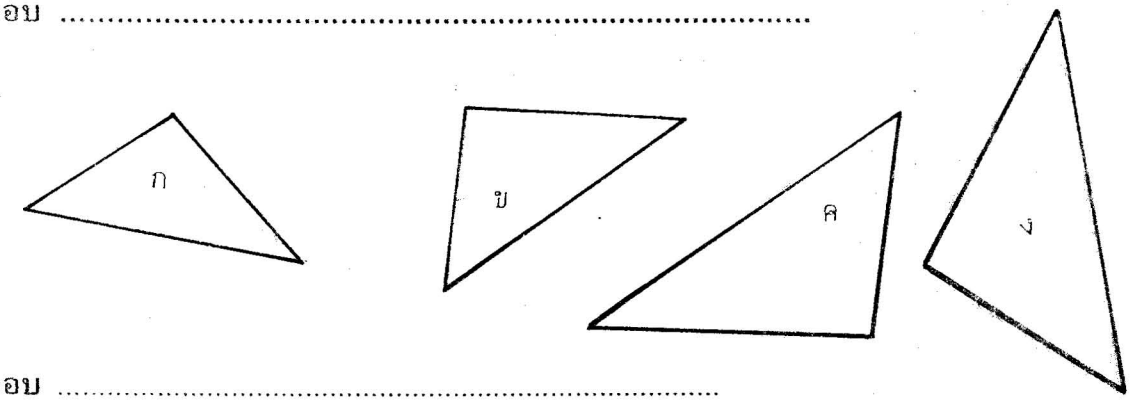
ตอบ .....

2.



ตอบ .....

3.



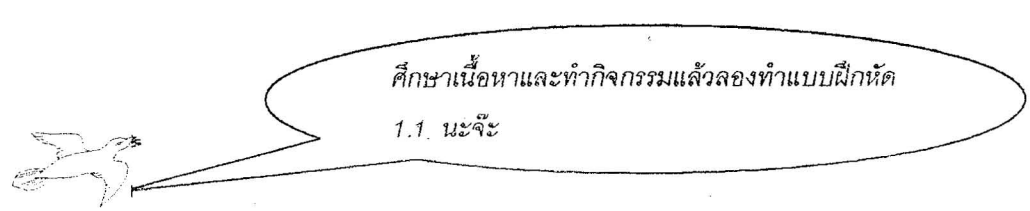
ตอบ .....

★ **รูปสองรูปเท่ากันทุกประการ เมื่อ.....**

★ **ข้อสังเกต** ★

(1.) ถ้านักเรียนใช้กระดาษลอกลายย้ายรูปเรขาคณิตใด ๆ ได้ แล้ว**รูปร่างและขนาด**ของรูปนั้นเปลี่ยนแปลงหรือไม่.....

(2.) ในการย้ายรูปเรขาคณิตใด ๆ นอกจากจะมีการเปลี่ยนแปลง**ตำแหน่ง**ของรูปแล้วยังมีการเปลี่ยนแปลงสิ่งใดอีกหรือไม่.....



แบบฝึกหัดที่ 1.1

เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสองรูปใด ๆ

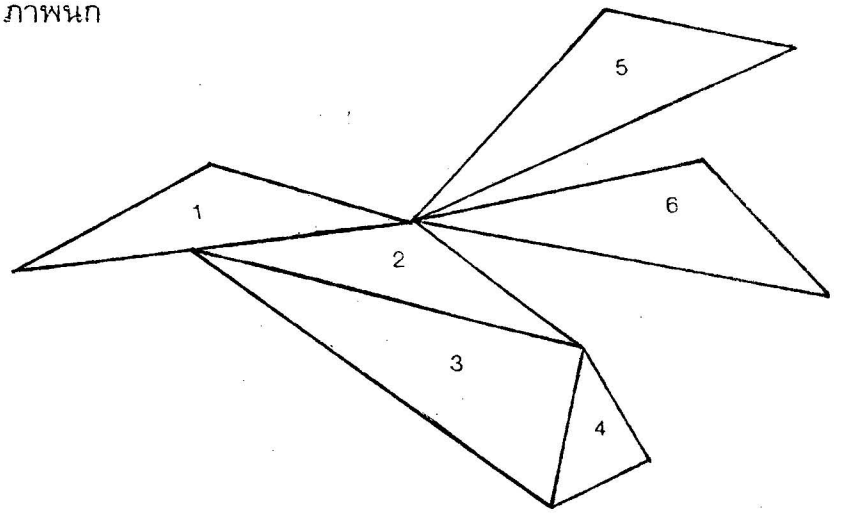
① รูปสองรูปใด ๆ จะเท่ากันทุกประการเมื่อ .....

② ถ้านำรูปสองรูปใด ๆ มาทับกันแล้วทับกันไม่สนิท รูปสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการหรือไม่

.....

③ จากภาพที่กำหนดให้

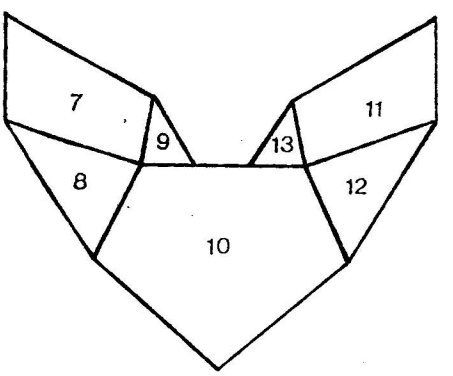
③.1 ภาพนก



มีรูปที่ทับกันสนิท ..... คู่

ได้แก่ .....

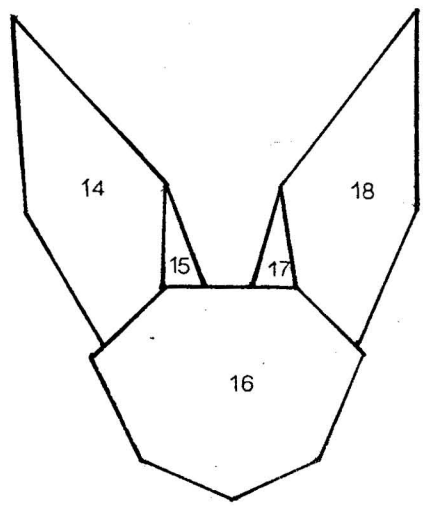
③.2 ภาพหัวสุนัขจิ้งจอก



มีรูปที่ทับกันสนิท ..... คู่

ได้แก่ .....

(3.3) ภาพหัวกระต่าย



มีรูปที่ทับกันสนิท ..... คู่

ได้แก่ .....

④ การที่รูปสองรูปทับกันสนิท แสดงว่ารูปสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการหรือไม่

.....

⑤ จากข้อ 3 จะได้รูปหมายเลขใดบ้างที่เท่ากันทุกประการ โดยใช้สัญลักษณ์ "≅"

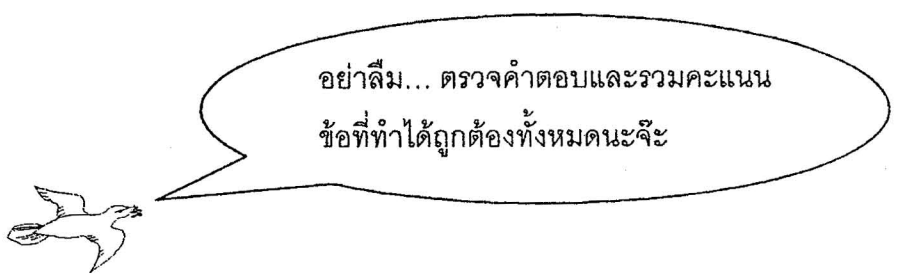
5.1 ภาพนก .....

5.2 ภาพหัวสุนัขจิ้งจอก .....

5.3 ภาพหัวกระต่าย .....

⑥ นักเรียนเขียนนิยามความเท่ากันทุกประการของรูปสองรูปใด ๆ ได้ว่า

.....



รวมคะแนนทั้งหมด ..... คะแนน

(คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

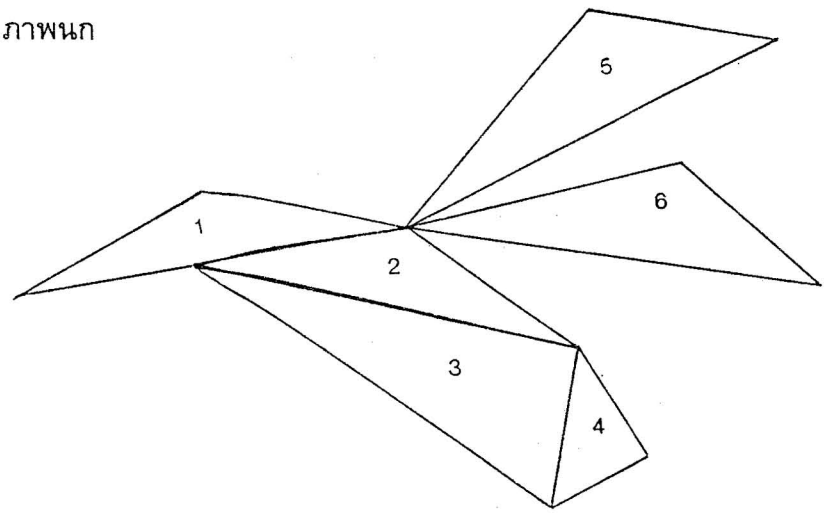
เฉลย
แบบฝึกหัดที่ 1.1
เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสองรูปใด ๆ

(1.) รูปสองรูปใด ๆ จะเท่ากันทุกประการเมื่อ **รูปหนึ่งทับกับอีกรูปหนึ่งได้สนิท** (1 คะแนน)

(2.) ถ้านำรูปสองรูปใด ๆ มาทับกันแล้วทับกันไม่สนิท รูปสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการหรือไม่
ไม่เท่ากันทุกประการ (1 คะแนน)

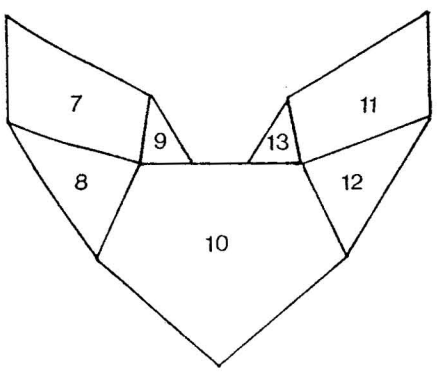
(3.) จากภาพที่กำหนดให้

(3.1) ภาพนก



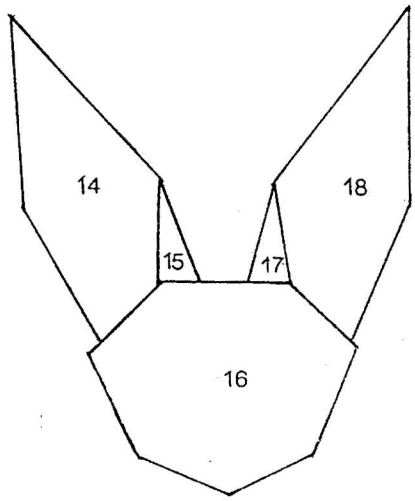
มีรูปที่ทับกันสนิท **2** คู่
ได้แก่ **รูป 1 กับรูป 2 และรูป 5 กับรูป 6** (1คะแนน)

(3.2) ภาพหัวสุนัขจิ้งจอก



มีรูปที่ทับกันสนิท **3** คู่
ได้แก่ **รูป 7 กับรูป 11, รูป 8 กับรูป 12 และรูป 9 กับรูป 13** (1 คะแนน)

(3.3) ภาพหัวกระต่าย



มีรูปที่ทับกันสนิท **2** คู่
ได้แก่ **รูป 14 กับรูป 18, รูป 15 กับรูป 17** (1 คะแนน)

(4.) การที่รูปสองรูปทับกันสนิท แสดงว่ารูปสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการหรือไม่
เท่ากันทุกประการ (1 คะแนน)

(5.) จากข้อ 3 จะได้รูปหมายเลขใดบ้างที่เท่ากันทุกประการ โดยใช้สัญลักษณ์ "$\cong$"
5.1 ภาพนก **รูป 1 $\cong$ รูป 2, รูป 5 $\cong$ รูป 6** (1 คะแนน)
5.2 ภาพหัวสุนัขจิ้งจอก **รูป 7 $\cong$ รูป 11, รูป 8 $\cong$ รูป 12, รูป 9 $\cong$ รูป 13** (1 คะแนน)
5.3 ภาพหัวกระต่าย **รูป 14 $\cong$ รูป 18, รูป 15 $\cong$ รูป 17** (1 คะแนน)

(6.) นักเรียนเขียนนิยามความเท่ากันทุกประการของรูปสองรูปใด ๆ ได้ว่า
รูปสองรูปเท่ากันทุกประการ เมื่อรูปหนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี (1 คะแนน)

ความเท่ากันทุกประการของส่วนของเส้นตรงสองเส้นใด ๆ

ให้นักเรียน พิจารณาความเท่ากันทุกประการของส่วนของเส้นตรงสองเส้นใด ๆ โดยทำกิจกรรมและตอบคำถามต่อไปนี้

(1) สร้าง $\overline{AB}$ (ส่วนของเส้นตรง AB) และ $\overline{CD}$ (ส่วนของเส้นตรง CD) ให้มีความยาวเท่ากัน

(2) ใช้กระดาษลอกลายลอก $\overline{AB}$ นำไปทับกับ $\overline{CD}$ โดยให้ จุด A ทับ จุด C จะได้

2.1 จุด ..... ทับจุด ..... ด้วย

2.2 $\overline{AB}$ ทับ.....ได้สนิทพอดีแสดงว่า.....

(3) นักเรียนคิดว่า ถ้ามีส่วนของเส้นตรงสองเส้นที่ยาวเท่ากัน ส่วนของเส้นตรงสองเส้นนี้จะเท่ากันทุกประการหรือไม่.....

(4) นักเรียนคิดว่า ถ้ามีส่วนของเส้นตรงสองเส้นที่เท่ากันทุกประการ ส่วนของเส้นตรงทั้งสองจะยาวเท่ากันหรือไม่.....

คำตอบที่นักเรียนได้จากข้อ 3 และ 4 สรุปเป็นสมบัติได้ดังนี้

ส่วนของเส้นตรงสองเส้นเท่ากันทุกประการ เมื่อ.....

จากสมบัติข้างต้น ส่วนของเส้นตรง AB เท่ากันทุกประการกับส่วนของเส้นตรง CD เขียนแทนด้วย "$\overline{AB} \cong \overline{CD}$"

ดังนั้น ถ้า $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ จะได้ m ($\overline{AB}$) = m ($\overline{CD}$) (อ่านว่า ความยาวของส่วนของเส้นตรง AB เท่ากับความยาวของส่วนของเส้นตรง CD) หรือ เขียนแทนด้วย AB = CD และ ถ้า AB = CD จะได้ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

ข้อสังเกต

1. **$\overline{AB}$ หมายถึงส่วนของเส้นตรง AB**
2. **$\overleftrightarrow{AB}$ หมายถึงเส้นตรง AB**
3. **$\overrightarrow{AB}$ หมายถึงรังสี AB**

ศึกษาเนื้อหาและทำกิจกรรมเสร็จแล้ว
ลองทำแบบฝึกหัด 1.2 นะจ๊ะ

แบบฝึกหัด 1.2

เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของส่วนของเส้นตรงสองเส้นใด ๆ

① ถ้ากำหนดให้ส่วนของเส้นตรงสองเส้นใด ๆ เท่ากันทุกประการ แสดงว่าส่วนของเส้นตรงสองเส้นนั้นจะต้อง .....

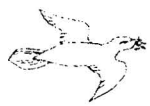
② เมื่อนักเรียนสร้าง $\overline{PQ}$ ยาว 5 ซม. และ $\overline{MN}$ ยาว 5 ซม. แล้วใช้กระดาษลอกลายลอก $\overline{PQ}$ นำไปทับกับ $\overline{MN}$ โดยใช้ชุด P ทับจุด M จะได้ว่า

2.1 จุด ..... ทับจุด ..... ด้วย

2.2 $\overline{PQ}$ และ ..... ทับกันสนิท

③ ส่วนของเส้นตรงสองเส้นยาวเท่ากัน แสดงว่า .....

④ ส่วนของเส้นตรงสองเส้นจะเท่ากันทุกประการเมื่อ .....



อย่าลืม... ตรวจคำตอบและรวมคะแนน
ข้อที่ทำได้ถูกต้องทั้งหมดนะจ๊ะ

รวมคะแนนทั้งหมด ..... คะแนน

(คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

เฉลย
แบบฝึกหัด 1.2
เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของส่วนของเส้นตรงสองเส้นใด ๆ

(1.) ถ้ากำหนดให้ส่วนของเส้นตรงสองเส้นใด ๆ เท่ากันทุกประการ แสดงว่าส่วนของเส้นตรงสองเส้นนั้นจะต้อง **มีความยาวเท่ากัน** (2 คะแนน)

(2.) เมื่อนักเรียนสร้าง $\overline{PQ}$ ยาว 5 ซม. และ $\overline{MN}$ ยาว 5 ซม. แล้วใช้กระดาษลอกลายลอก $\overline{PQ}$ นำไปทับกับ $\overline{MN}$ โดยใช้ชุด P ทับจุด M จะได้ว่า

2.1 จุด **Q** ทับจุด **N** ด้วย (2 คะแนน)

2.2 $\overline{PQ}$ และ $\overline{MN}$ ทับกันสนิท (2 คะแนน)

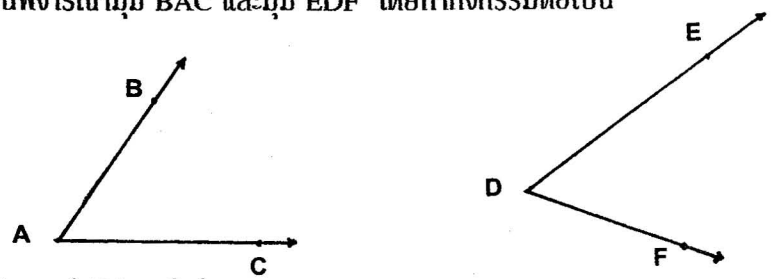
(3.) ส่วนของเส้นตรงสองเส้นยาวเท่ากัน แสดงว่า **ส่วนของเส้นตรงสองเส้นเท่ากันทุกประการ** (2 คะแนน)

(4.) ส่วนของเส้นตรงสองเส้นจะเท่ากันทุกประการเมื่อ **มีความยาวเท่ากัน** (2 คะแนน)

ตอนที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการ (จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที)

ความเท่ากันทุกประการของมุมสองมุมใด ๆ

ให้นักเรียนพิจารณามุม BAC และมุม EDF โดยทำกิจกรรมต่อไปนี้



1. นักเรียนจะใช้วิธีการใดในการหาขนาดของมุม BAC และมุม EDF .....
2. มุม BAC และ มุม EDF มีขนาด.....องศา และ.....องศา ตามลำดับ
3. ให้นักเรียนใช้กระดาษลอกลายลอกมุม BAC นำไปทับกับมุม EDF โดยให้จุดยอดมุม A ทับจุดยอดมุม D จะได้

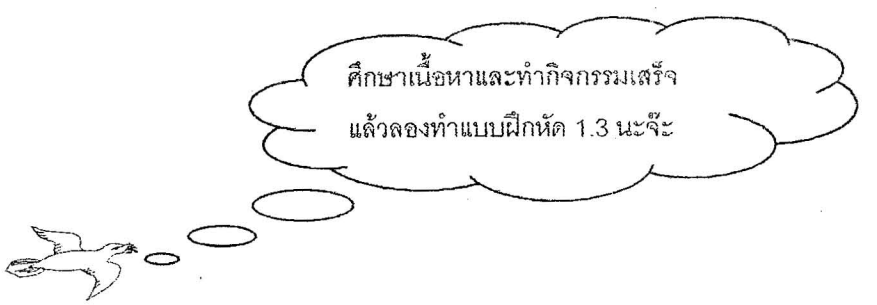
   3.1 $\overrightarrow{AB}$ ทับ $\overrightarrow{DE}$ และ $\overrightarrow{AC}$ ทับ.....

   3.2 มุม BAC ทับ..... ได้สนิทพอดี
4. นักเรียนคิดว่า ถ้ามุมสองมุมมีขนาดเท่ากัน มุมทั้งสองนี้จะเท่ากันทุกประการหรือไม่.....
5. นักเรียนคิดว่า ถ้ามุมสองมุมเท่ากันทุกประการ มุมทั้งสองนี้จะมีขนาดเท่ากันหรือไม่.....

คำตอบที่ได้จากข้อ 4 และ 5 สรุปเป็นสมบัติได้ดังนี้

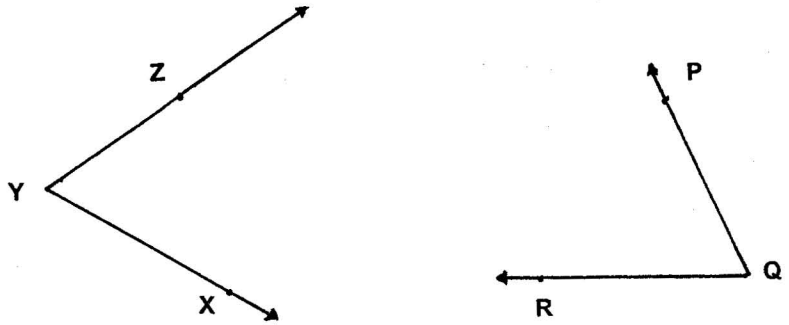
มุมสองมุมเท่ากันทุกประการเมื่อ.....

จากสมบัติข้างต้น ถ้า $\hat{A} \cong \hat{B}$ จะได้ m($\hat{A}$) = m($\hat{B}$) (อ่านว่า ขนาดของมุม A เท่ากับขนาดของมุม B) หรือเขียนแทนด้วย $\hat{A} = \hat{B}$ และถ้า $\hat{A} = \hat{B}$ จะได้ $\hat{A} \cong \hat{B}$



แบบฝึกหัด 1.3
เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของมุมสองมุมใด ๆ

①จากรูป



1.1 มุม XYZ มีขนาด.....องศา

1.2 มุม PQR มีขนาด.....องศา

1.3 เมื่อใช้กระดาษลอกลายลอกมุม XYZ นำไปทับกับมุม PQR โดยให้จุดยอดมุม Y ทับจุดยอดมุม Q ดังนั้น

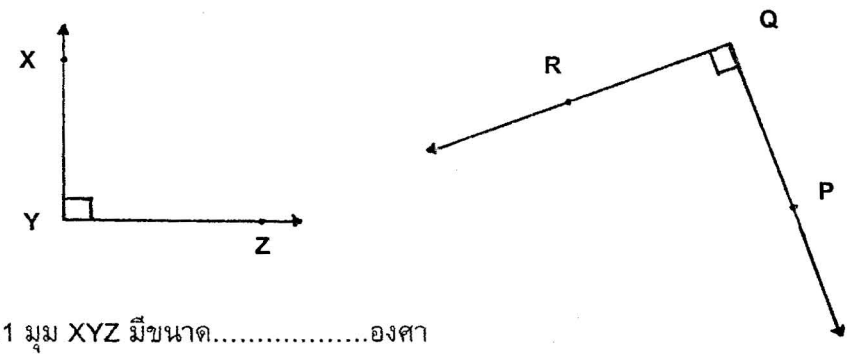
ก. $\overrightarrow{YX}$ ทับ $\overrightarrow{QR}$ และ $\overrightarrow{YZ}$ ทับ.....

ข. มุม XYZ ทับ.....ได้สนิทพอดี

②มุมสองมุมมีขนาดเท่ากัน แสดงว่า.....

③มุมสองมุมเท่ากันทุกประการ แสดงว่า.....

④จากรูป



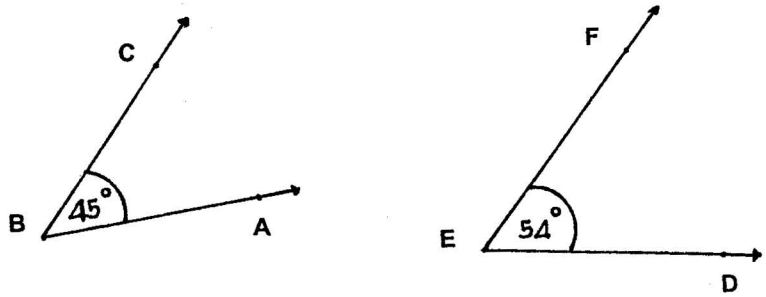
4.1 มุม XYZ มีขนาด.....องศา

4.2 มุม PQR มีขนาด.....องศา

4.3 มุม XYZ และมุม PQR เท่ากันทุกประการหรือไม่เพราะเหตุใด.....

.....

⑤.จากรูป



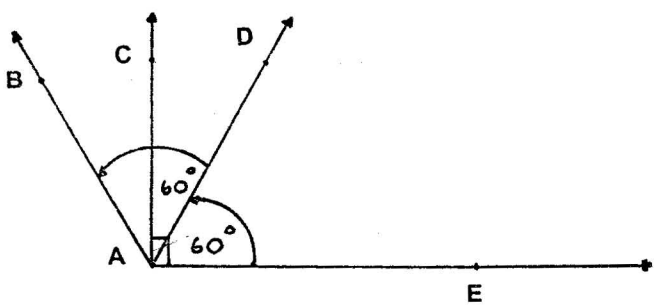
5.1 มุม ABC มีขนาด.....องศา

5.2 มุม DEF มีขนาด.....องศา

5.3 มุม ABC และมุม DEF เท่ากันทุกประการหรือไม่เพราะเหตุใด.....

.....

⑥.จากรูป กำหนดให้มุม EAC มีขนาด 90 องศา และมุม DAB มีขนาด 60 องศา



6.1 มุม CAB มีขนาด.....องศา

6.2 มุม DAC มีขนาด.....องศา

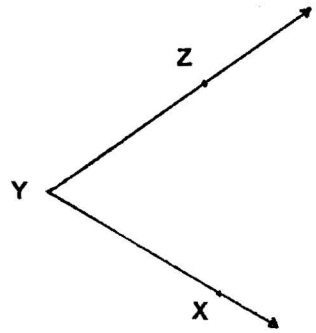
6.3 มุมคู่ใดบ้างที่เท่ากันทุกประการ.....

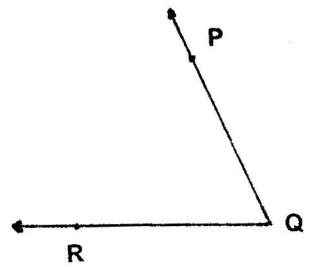
รวมคะแนนทั้งหมด.....คะแนน

(คะแนนเต็ม 15 คะแนน)

เฉลย
แบบฝึกหัด 1.3
เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของมุมสองมุมใด ๆ

1. จากรูป





1.1 มุม XYZ มีขนาด 65 องศา (1 คะแนน)

1.2 มุม PQR มีขนาด 65 องศา (1 คะแนน)

1.3 เมื่อใช้กระดาษลอกลายลอกมุม XYZ นำไปทับกับมุม PQR โดยให้จุดยอดมุม Y ทับจุดยอดมุม Q ดังนั้น

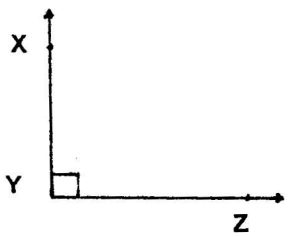
ก. $\overrightarrow{YX}$ ทับ $\overrightarrow{QR}$ และ $\overrightarrow{YZ}$ ทับ $\overrightarrow{QP}$ (1 คะแนน)

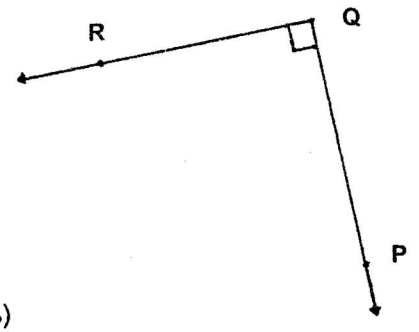
ข. มุม XYZ ทับ **มุม PQR** ได้สนิทพอดี (1 คะแนน)

2. มุมสองมุมมีขนาดเท่ากัน แสดงว่า **มุมทั้งสองเท่ากันทุกประการ** (1 คะแนน)

3. มุมสองมุมเท่ากันทุกประการ แสดงว่า **มุมทั้งสองมีขนาดเท่ากัน** (1 คะแนน)

4. จากรูป





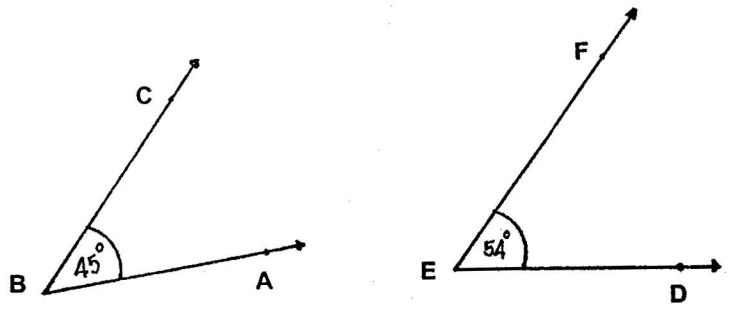
4.1 มุม XYZ มีขนาด **90** องศา (1 คะแนน)

4.2 มุม PQR มีขนาด **90** องศา (1 คะแนน)

4.3 มุม XYZ และมุม PQR เท่ากันทุกประการหรือไม่เพราะเหตุใด

เท่ากันทุกประการ เพราะมุมทั้งสองมีขนาดเท่ากัน (1 คะแนน)

5. จากรูป



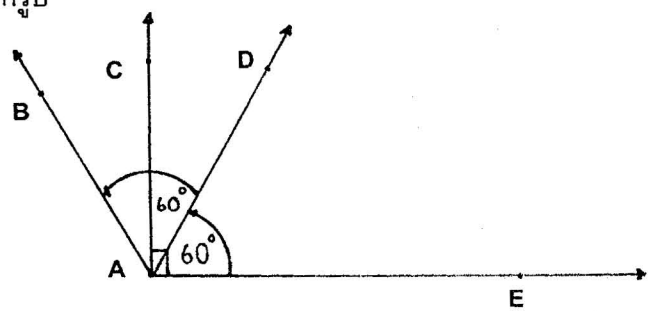
5.1 มุม ABC มีขนาด **45** องศา (1 คะแนน)

5.2 มุม DEF มีขนาด **54** องศา (1 คะแนน)

5.3 มุม ABC และมุม DEF เท่ากันทุกประการหรือไม่เพราะเหตุใด

ไม่เท่ากันทุกประการ เพราะมุมทั้งสองมีขนาดไม่เท่ากัน (1 คะแนน)

6. จากรูป



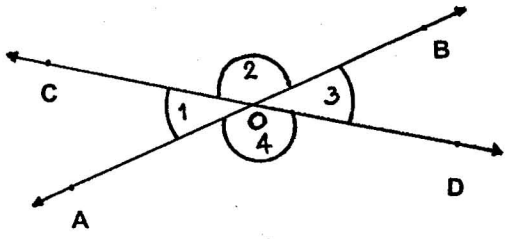
6.1 มุม CAB มีขนาด **30** องศา (1 คะแนน)

6.2 มุม DAC มีขนาด **30** องศา (1 คะแนน)

6.3 มุมคู่ใดบ้างที่เท่ากันทุกประการ มุม **CAB** และมุม **DAC** (1 คะแนน)

ความเท่ากันทุกประการของมุมตรงข้ามที่เกิดจากเส้นตรงสองเส้นตัดกัน

ให้นักเรียนพิจารณารูปต่อไปนี้



กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ (เส้นตรง AB) และ $\overleftrightarrow{CD}$ (เส้นตรง CD) ตัดกันที่จุด O (อ่านว่า โอ)

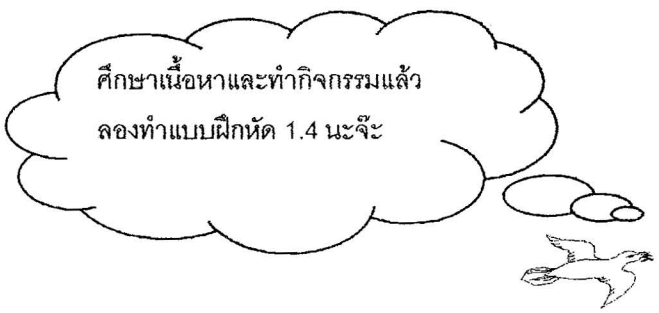
1. จากรูป $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ตัดกันที่จุด O ทำให้เกิดมุมทั้งหมด.....มุม ได้แก่.....

2. ถ้ามุม 1 และมุม 3 เป็นมุมตรงข้ามกัน แล้วมีมุมใดเป็นมุมตรงข้ามกันอีกหรือไม่ (ถ้ามีให้ระบุ)
.....

3. นักเรียนจะใช้วิธีการใดในการตรวจสอบว่ามุม 1 และ มุม 3 เท่ากันทุกประการหรือไม่
.....

4. จากการตรวจสอบในข้อ 3 สรุปได้ว่ามุม 1 และ มุม 3 มีขนาดเท่ากันหรือไม่.....
ในทำนองเดียวกัน นักเรียนคิดว่ามุม 2 และมุม 4 มีขนาดเท่ากันหรือไม่ .....
คำตอบที่ได้จากข้อ 3 และ 4 สรุปเป็นสมบัติได้ดังนี้

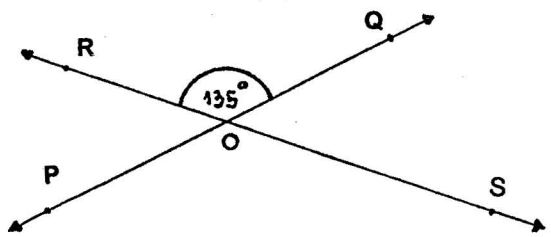
★ **ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกันจะเกิด..... ซึ่งมีขนาดของมุมเท่ากัน..... คู่**



แบบฝึกหัด 1.4

เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของมุมตรงข้ามที่เกิดจากเส้นตรงสองเส้นตัดกัน

1. จากรูป



กำหนดให้ $\overleftrightarrow{PQ}$ ตัดกับ $\overleftrightarrow{RS}$ ที่จุด O จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 $\overleftrightarrow{PQ}$ และ $\overleftrightarrow{RS}$ ตัดกันทำให้เกิดมุมตรงข้าม.....คู่

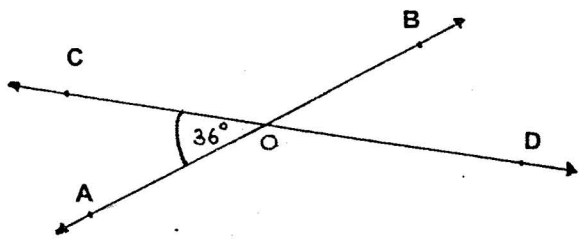
1.2 $R\hat{O}Q$ = ... และ $P\hat{O}R$ = ...

1.3 $P\hat{O}S$ มีขนาด.....องศา เพราะ.....

1.4 $P\hat{O}R$ + $R\hat{O}Q$ เท่ากับ.....องศา เพราะ.....

1.5 จากข้อ 1.4 จะได้ว่า $P\hat{O}R$ มีขนาด.....องศา ดังนั้น $S\hat{O}Q$ มีขนาด.....องศา

2. จากรูป

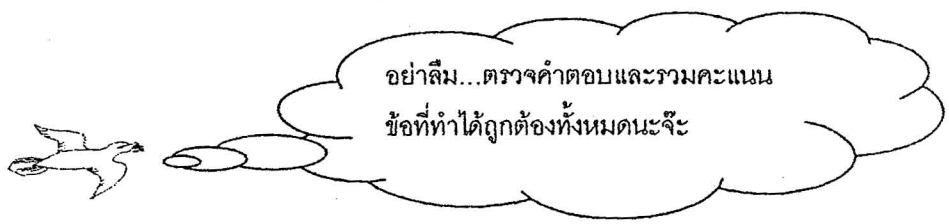


กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ ตัดกับ $\overleftrightarrow{CD}$ ที่จุด O จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 $A\hat{O}C$ = ...และมีขนาด.....องศา

2.2 $C\hat{O}B$ = ...และมีขนาด.....องศา

2.3 มีมุมคู่ใดบ้างที่เท่ากันทุกประการ.....



รวมคะแนนทั้งหมด.....คะแนน

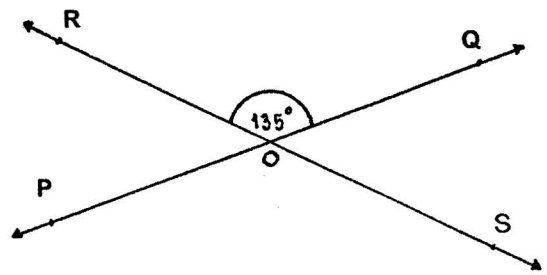
(คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

เฉลย

◆ แบบฝึกหัด 1.4 ◆

เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของมุมตรงข้ามที่เกิดจากเส้นตรงสองเส้นตัดกัน

(1.) จากรูป



กำหนดให้ $\overleftrightarrow{PQ}$ ตัดกับ $\overleftrightarrow{RS}$ ที่จุด O จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 $\overleftrightarrow{PQ}$ และ $\overleftrightarrow{RS}$ ตัดกันทำให้เกิดมุมตรงข้าม **2** คู่ (1 คะแนน)

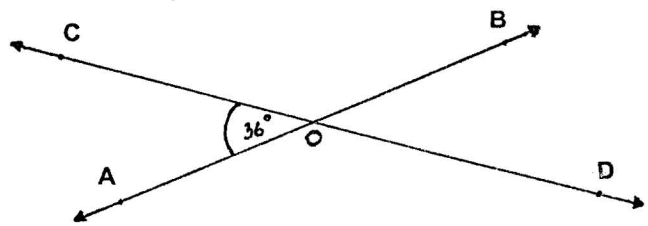
1.2 $R\hat{O}Q$ = $P\hat{O}S$ และ $P\hat{O}R$ = $S\hat{O}Q$ (1 คะแนน)

1.3 $P\hat{O}S$ มีขนาด **135** องศา เพราะ **มีขนาดเท่ากับ** $R\hat{O}Q$ **(มุมตรงข้าม)** (1 คะแนน)

1.4 $P\hat{O}R$ + $R\hat{O}Q$ เท่ากับ **180** องศา เพราะ **เป็นมุมตรง** (1 คะแนน)

1.5 จากข้อ 1.4 จะได้ว่า $P\hat{O}R$ มีขนาด **45** องศา ดังนั้น $S\hat{O}Q$ มีขนาด **45** องศา (1 คะแนน)

(2.) จากรูป



กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ ตัดกับ $\overleftrightarrow{CD}$ ที่จุด O จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 $A\hat{O}C$ = $D\hat{O}B$ และมีขนาด **36** องศา (2 คะแนน)

2.2 $C\hat{O}B$ = $A\hat{O}D$ และมีขนาด **144** องศา (2 คะแนน)

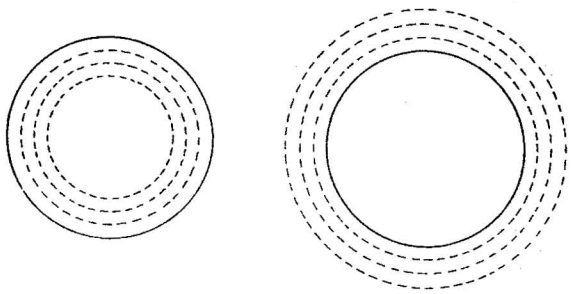
2.3 มีมุมคู่ใดบ้างที่เท่ากันทุกประการ $A\hat{O}C$ **กับ** $D\hat{O}B$ **และ** $C\hat{O}B$ **กับ** $A\hat{O}D$ (1 คะแนน)

แบบทดสอบย่อย
ชุดการเรียนที่ 1
เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

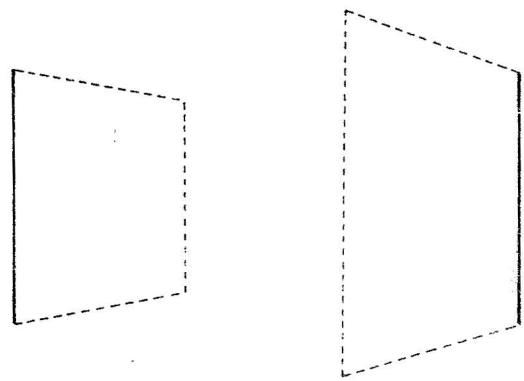
คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามในกระดาษคำตอบ (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

① จงพิจารณารูปในแต่ละข้อเท่ากันทุกประการหรือไม่ (ข้อละ 1 คะแนน)

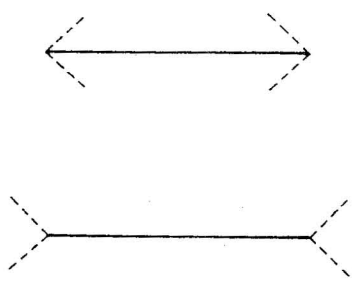
1.1



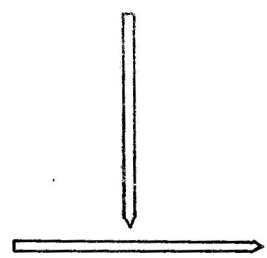
1.2



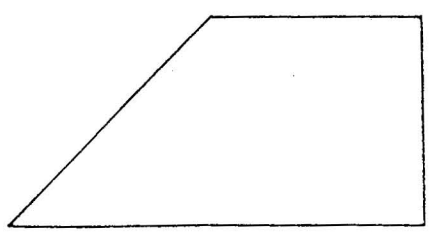
1.3



1.4

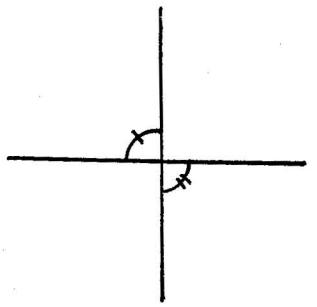


② จากรูป ให้นักเรียนใช้ส่วนของเส้นตรง 4 เส้น แบ่งรูปดังกล่าวออกเป็น 4 รูปที่เท่ากันทุกประการ (2 คะแนน)

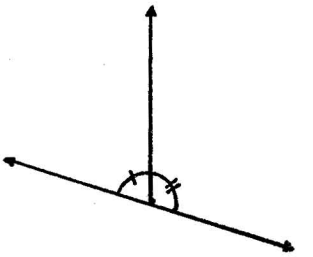


③ จงระบุมุมคู่ใดเป็นมุมตรงข้าม (1 คะแนน)

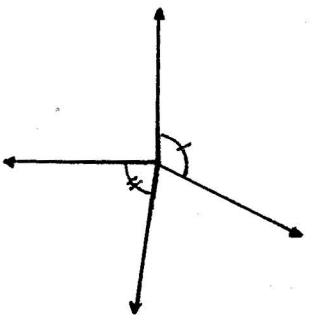
ก.



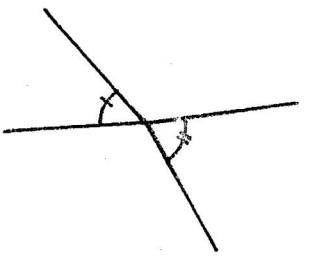
ค.



ข.



ง.

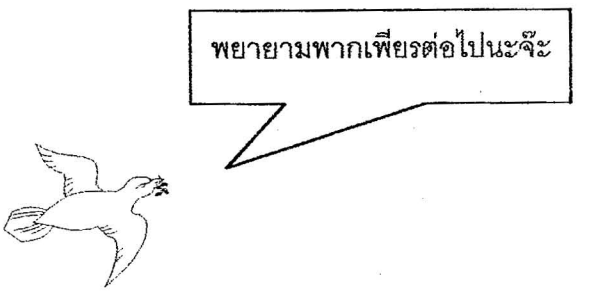


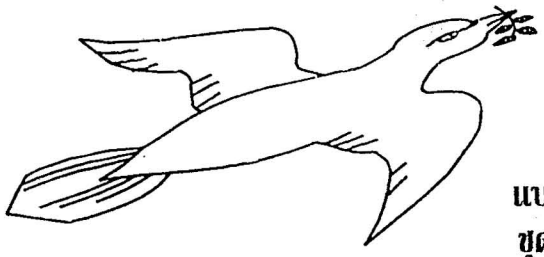
④ ให้นักเรียนตอบคำถามแต่ละข้อต่อไปนี้ พร้อมยกตัวอย่างโดยการวาดรูปประกอบ (ข้อละ 1 คะแนน)

4.1 รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสองรูปมีพื้นที่เท่ากัน จะเท่ากันทุกประการหรือไม่

4.2 รูปวงกลมสองรูปมีรัศมียาวเท่ากัน จะเท่ากันทุกประการหรือไม่

4.3 รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความยาวเส้นรอบรูปเท่ากัน จะเท่ากันทุกประการหรือไม่



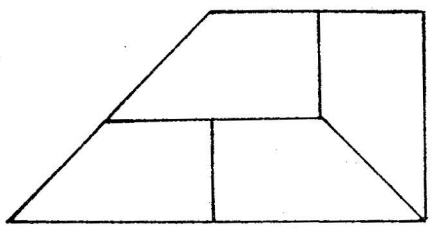


เฉลย
แบบทดสอบย่อย
ชุดการเรียนที่ 1
เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

1. (ข้อละ 1 คะแนน)

1.1 เท่ากันทุกประการ
1.2 เท่ากันทุกประการ
1.3 เท่ากันทุกประการ
1.4 ไม่เท่ากันทุกประการ

2. (2 คะแนน)



3. (1 คะแนน) ตอบ ข้อ ก

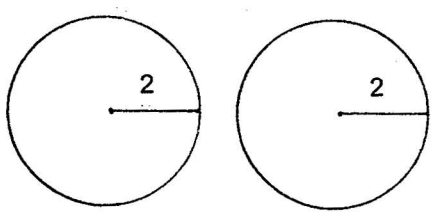
4. (ข้อละ 1 คะแนน)

4.1 ไม่เท่ากันทุกประการ

ตัวอย่าง

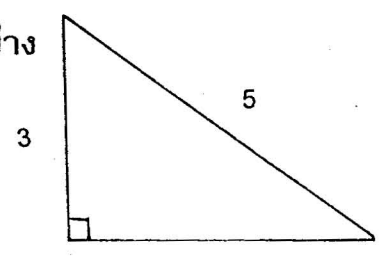
4.2 เท่ากันทุกประการ

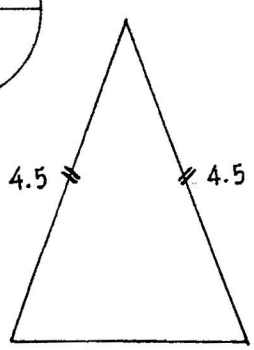
ตัวอย่าง



4.3 ไม่เท่ากันทุกประการ

ตัวอย่าง





(คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมการคิดอย่างมีเหตุผล

* * *

ชุดการเรียนที่ 2

เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม **ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2**

รายวิชา ค 203 คณิตศาสตร์ 3 **จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที**

โรงเรียน.....

ชื่อ..... นามสกุล.....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่..... เลขที่ .....

คำชี้แจง

ให้นักเรียนทุกคนศึกษาจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมและเนื้อหาเรื่อง **ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม** อย่างละเอียด พร้อมทำกิจกรรม แบบฝึกหัดระหว่างเรียนและแบบทดสอบย่อย ในแต่ละชุดการเรียนด้วยความตั้งใจ

เมื่อนักเรียนสงสัยในขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งในชุดการเรียน นักเรียนสามารถซักถามปัญหานั้น ๆ กับเพื่อน หรือครูผู้สอน ที่จะคอยให้คำปรึกษาในขณะที่นักเรียนศึกษาเนื้อหาจากชุดการเรียน

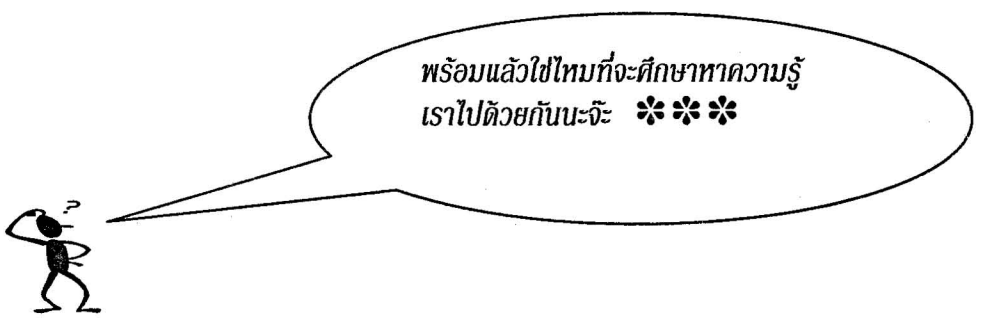
เมื่อนักเรียนได้ศึกษาเนื้อหาและทำกิจกรรมทุกขั้นตอนแล้ว ให้นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนให้เสร็จเรียบร้อย และตรวจคำตอบด้วยตนเอง จากเฉลยแบบฝึกหัดที่แนบมากับชุดการเรียน พร้อมรวมคะแนนทั้งหมดสำหรับข้อที่ทำได้ถูกต้องด้วยความซื่อสัตย์

ในขั้นตอนสุดท้ายของการเรียนด้วยชุดการเรียน ให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียน โดยดำเนินการเช่นเดียวกันกับการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน จึงถือว่าเสร็จสิ้นสำหรับการเรียนด้วยชุดการเรียนเรื่อง **ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม**

✻ ✻ ✻จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ✻ ✻ ✻

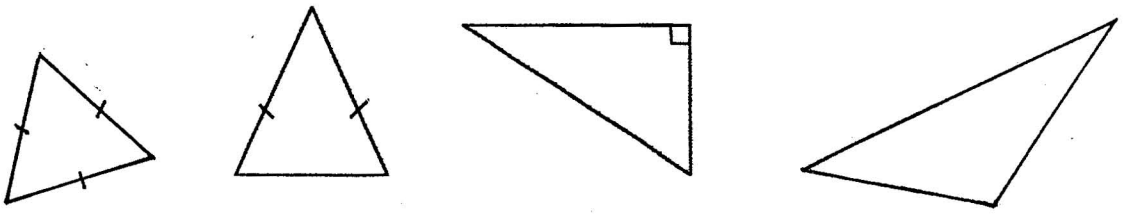
เมื่อเรียนเรื่อง **ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม** นักเรียน

1. บอกสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมได้ถูกต้อง
2. ระบุด้านและมุมที่มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ จากรูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการได้ถูกต้อง



ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที)

ให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้



(ก) (ข) (ค) (ง)

1. จากรูปสามเหลี่ยม (ก) (ข) (ค) และ (ง) แต่ละรูปเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด
   1.1 รูป (ก) เรียกว่า.....
   1.2 รูป (ข) เรียกว่า.....
   1.3 รูป (ค) เรียกว่า.....
   1.4 รูป (ง) เรียกว่า.....
2. จากรูป (ก) ถึง (ง) แต่ละรูปมีจุดยอดมุม.....จุด และมีด้าน.....ด้าน

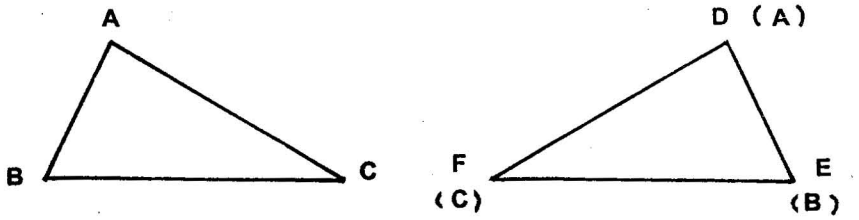
คำตอบที่ได้จากข้อ 1 และ 2 เราจะนิยามรูปสามเหลี่ยมได้ดังนี้

บทนิยาม รูปสามเหลี่ยม ABC คือรูปที่ประกอบด้วยส่วนของเส้นตรงสามเส้น $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ และ $\overline{AC}$ เชื่อมต่อจุด A,B และ C ที่ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน
เรียกจุด A, B และ C ว่า จุดยอดของรูปสามเหลี่ยม ABC
และเรียก $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ และ $\overline{AC}$ ว่า ด้านของรูปสามเหลี่ยม ABC

รูปสามเหลี่ยม ABC อาจเขียนแทนด้วย ΔABC

นักเรียนทราบมาแล้วว่า ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดทับกันได้สนิท เรากล่าวว่ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองนั้นเท่ากันทุกประการ ในตอนนี้พิจารณาในทางกลับกัน สมมุติว่ามีรูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ เท่ากันทุกประการ

จากรูป



(1.) รูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม DEF เท่ากันทุกประการหรือไม่ และตรวจสอบโดยวิธีใด.....

(2.) ถ้า $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ แสดงว่ารูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม DEF ทับกันได้สนิท ดังนั้น

2.1 จุด A ทับจุด D จุด B ทับ..... และจุด C ทับ.....

2.2 ด้าน AB ทับด้าน DE ด้าน BC ทับ..... และด้าน AC ทับ.....

2.3 มุม BAC ทับมุม EDF มุม ABC ทับ..... และมุม ACB ทับ.....

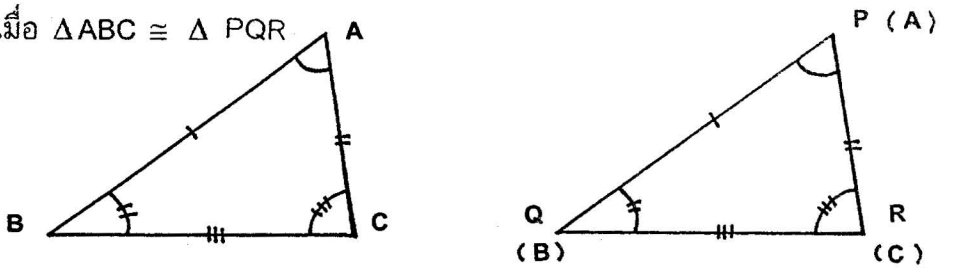
2.4 $\overline{AB}$ = ... $\overline{BC}$ = ...และ $\overline{AC}$ = ...

2.5 $B\hat{A}C$ = ... $A\hat{B}C$ =.....และ $A\hat{C}B$ = ...

คำตอบจากข้อ 1 และ 2 สรุปเป็นสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมได้ดังนี้

★ **ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการแล้ว ด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ กล่าวคือมีด้านยาวเท่ากันสามคู่ ด้านต่อด้าน และมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสามคู่ มุมต่อมุม**

ข้อสังเกต เมื่อ $\Delta ABC \cong \Delta PQR$



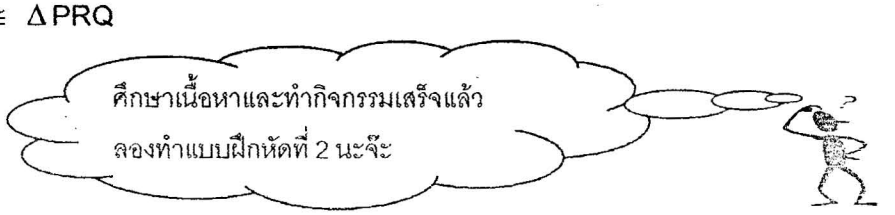
จากรูป $B\hat{A}C$ = ... $A\hat{B}C$ =..... และ $A\hat{C}B$ = ...

และ AB = ... BC = ... และ AC = ...

จะกล่าวว่า $B\hat{A}C$ สมนัยกับ $Q\hat{P}R$, $A\hat{B}C$ สมนัยกับ ..... และ $A\hat{C}B$ สมนัยกับ.....

และ $\overline{AB}$ สมนัยกับ $\overline{PQ}$, $\overline{BC}$ สมนัยกับ..... และ $\overline{AC}$ สมนัยกับ.....

ในการเขียนสัญลักษณ์แทนรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ มักนิยมเขียนตัวอักษรตามลำดับของ**มุมและด้านที่สมนัยกัน** ดังนั้นเมื่อรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากันทุกประการกับรูปสามเหลี่ยม PQR จึงมักเขียนเป็น $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ แต่จะไม่นิยมเขียนเป็น $\Delta ABC \cong \Delta PRQ$

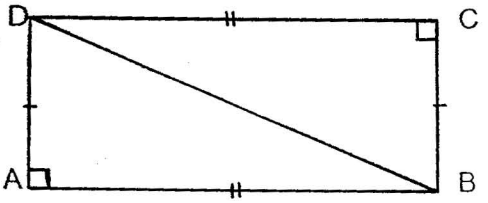


แบบฝึกหัดที่ 2
เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

◉ ตั้งแต่ข้อ 1-4 กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ จงตอบคำถามต่อไปนี้

ความยาวของด้านที่สมนัย **ขนาดของมุมที่สมนัย**

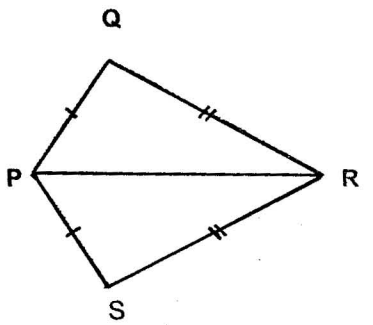
1.



1.1 AB = CD
AD = CB
BD = ...

1.2 $A\hat{D}B = C\hat{B}D$
$B\hat{A}D = D\hat{C}B$
$D\hat{B}A$ = ...

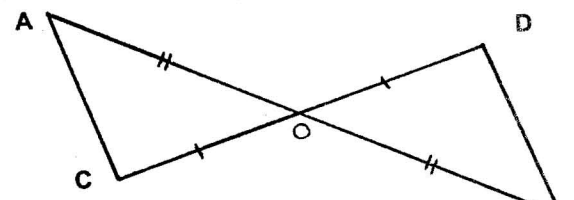
2.



2.1 PQ = ...
PR = ...
QR = ...

2.2 $P\hat{Q}R$ = ...
$Q\hat{R}P$ = ...
$R\hat{P}Q$ = ...

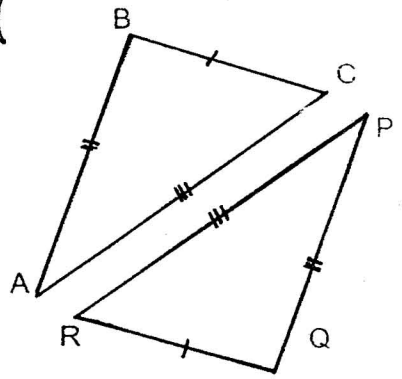
3.



3.1 AC = ...
AO = ...
CO = ...

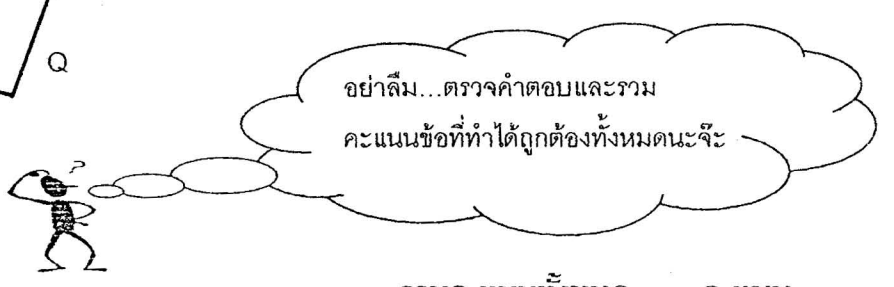
3.2 $A\hat{O}C$ = ...
$C\hat{A}O$ = ...
$O\hat{C}A$ = ...

4.



4.1 AB = ...
AC = ...
BC = ...

4.2 $A\hat{B}C$ = ...
$B\hat{C}A$ = ...
$C\hat{A}B$ = ...

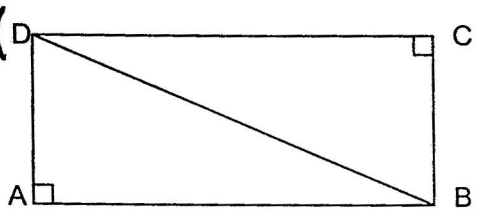
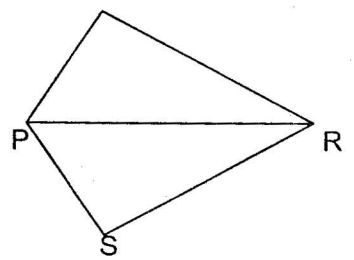
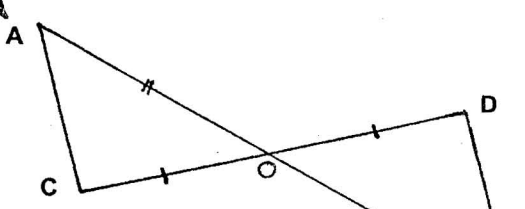
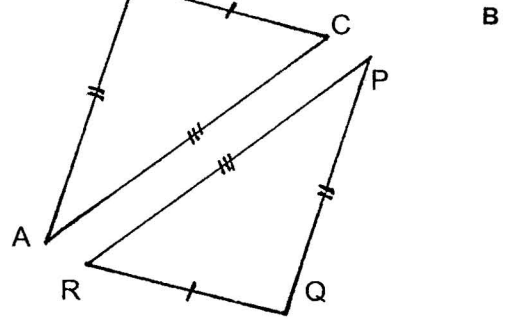


รวมคะแนนทั้งหมด.....คะแนน

(คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

เฉลย
แบบฝึกหัดที่ 2
เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

ตั้งแต่ข้อ 1-4 กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ จงตอบคำถามต่อไปนี้

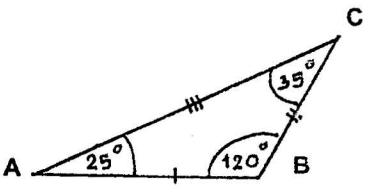
	ความยาวของด้านที่สมนัย	ขนาดของมุมที่สมนัย
1. 	1.1 AB = CD AD = CB BD = **DB**	1.2 $A\hat{D}B = C\hat{B}D$ $B\hat{A}D = D\hat{C}B$ $D\hat{B}A = B\hat{D}C$ (2 คะแนน)
2. 	2.1 PQ = **PS** PR = **PR** QR = **SR**	2.2 $P\hat{Q}R = P\hat{S}R$ (2 คะแนน) $Q\hat{R}P = S\hat{R}P$ (2 คะแนน) $R\hat{P}Q = R\hat{P}S$ (2 คะแนน)
3. 	3.1 AC = **BD** AO = **BO** CO = **DO**	3.2 $A\hat{O}C = B\hat{O}D$ (2 คะแนน) $C\hat{A}O = D\hat{B}O$ (2 คะแนน) $O\hat{C}A = O\hat{D}B$ (2 คะแนน)
4. 	4.1 AB = **PQ** AC = **PR** BC = **QR**	4.2 $A\hat{B}C = P\hat{Q}R$ (2 คะแนน) $B\hat{C}A = Q\hat{R}P$ (2 คะแนน) $C\hat{A}B = R\hat{P}Q$ (2 คะแนน)

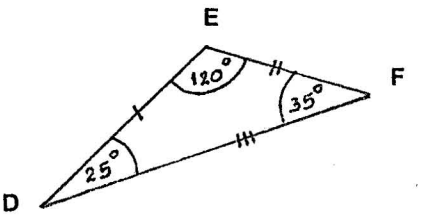
แบบทดสอบย่อย
ชุดการเรียนที่ 2
เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามในกระดาษคำตอบ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

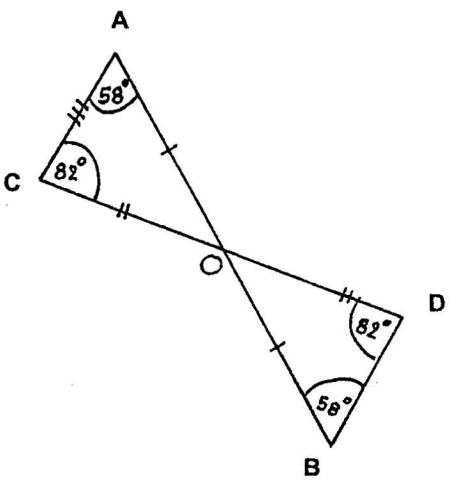
จงพิจารณารูปสามเหลี่ยมในแต่ละข้อสามารถสรุปได้หรือไม่ว่าเท่ากันทุกประการ ถ้าเท่ากันทุกประการให้ระบุความยาวของด้านที่สมนัย และขนาดของมุมที่สมนัย

1.

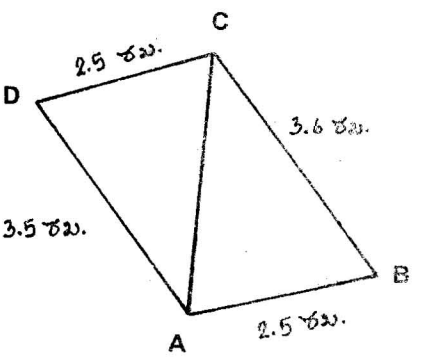




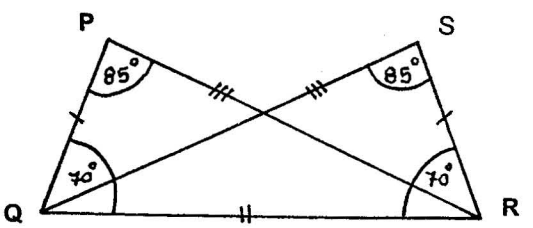
2.



3.



4.



เฉลย
แบบทดสอบย่อย
ชุดการเรียนที่ 2
เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

1. ตอบ เท่ากันทุกประการ

ความยาวของด้านที่สมนัย มีดังนี้ AB = DE หรือ BA = ED , BC = EF หรือ CB = FE , AC = DF หรือ CA = FD **(3 คะแนน)**

ขนาดของมุมที่สมนัย มีดังนี้ $A\hat{B}C = D\hat{E}F$ หรือ $C\hat{B}A = \hat{F}ED$, $B\hat{A}C = E\hat{D}F$ หรือ $C\hat{A}B = F\hat{D}E$, $A\hat{C}B = D\hat{F}E$ หรือ $B\hat{C}A = E\hat{F}D$ **(3 คะแนน)**

2. ตอบ เท่ากันทุกประการ

ความยาวของด้านที่สมนัย มีดังนี้ AC = BD หรือ CA = DB , AO = BO หรือ OA = OB , CO = DO หรือ OC = OD **(3 คะแนน)**

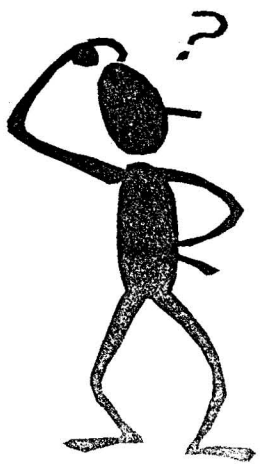
ขนาดของมุมที่สมนัย มีดังนี้ $A\hat{O}C = B\hat{O}D$ หรือ $C\hat{O}A = D\hat{O}B$, $A\hat{C}O = B\hat{D}O$ หรือ $O\hat{C}A = O\hat{D}B$, $C\hat{A}O = D\hat{B}O$ หรือ $O\hat{A}C = O\hat{B}D$ **(3 คะแนน)**

3. ตอบ ไม่เท่ากันทุกประการ **(2 คะแนน)**

4. ตอบ เท่ากันทุกประการ

ความยาวของด้านที่สมนัย มีดังนี้ PQ = SR หรือ QP = RS , QR = RQ หรือ RQ = QR , PR = SQ หรือ RP = QS **(3 คะแนน)**

ขนาดของมุมที่สมนัย มีดังนี้ $P\hat{Q}R = S\hat{R}Q$ หรือ $R\hat{Q}P = Q\hat{R}S$, $P\hat{R}Q = S\hat{Q}R$ หรือ $Q\hat{R}P = R\hat{Q}S$, $Q\hat{P}R = R\hat{S}Q$ หรือ $R\hat{P}Q = Q\hat{S}R$ **(3 คะแนน)**



(คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เพื่อส่งเสริมการคิดอย่างมีเหตุผล

ชุดการเรียนที่ 3

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

รายวิชา ค 203 คณิตศาสตร์ 3 **จำนวน 2 คาบ คาบละ 50 นาที**

โรงเรียน.....

ชื่อ..... นามสกุล.....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่..... เลขที่ .....

คำชี้แจง

ให้นักเรียนทุกคนศึกษาจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมและเนื้อหาเรื่อง **รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน** อย่างละเอียด พร้อมทำกิจกรรม แบบฝึกหัดระหว่างเรียนและแบบทดสอบย่อย ในแต่ละชุดการเรียนด้วยความตั้งใจ

เมื่อนักเรียนสงสัยในขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งในชุดการเรียน นักเรียนสามารถซักถามปัญหานั้น ๆ กับเพื่อน หรือครูผู้สอนที่จะคอยให้คำปรึกษาในขณะที่ที่นักเรียนศึกษาเนื้อหาจากชุดการเรียน

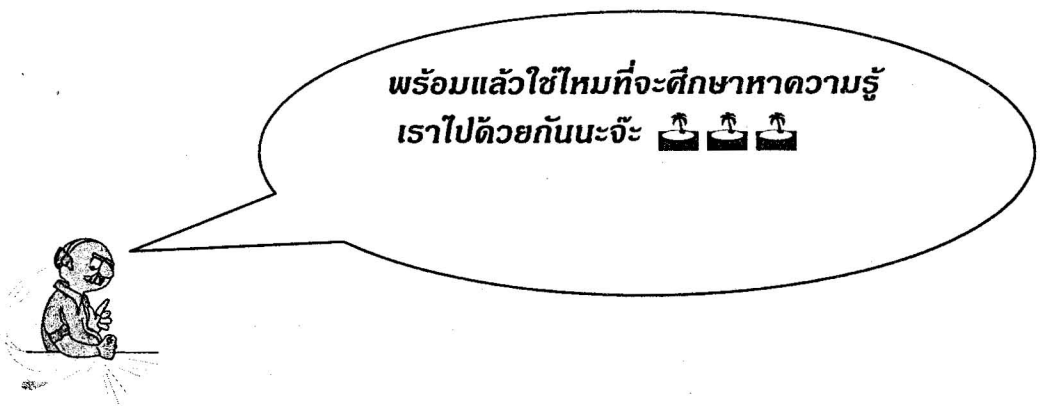
เมื่อนักเรียนได้ศึกษาเนื้อหาและทำกิจกรรมทุกขั้นตอนแล้ว ให้นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนให้เสร็จเรียบร้อย และตรวจคำตอบด้วยตนเอง จากเฉลยแบบฝึกหัดที่แนบมากับชุดการเรียน พร้อมรวมคะแนนทั้งหมดสำหรับข้อที่ทำได้ถูกต้องด้วยความซื่อสัตย์

ในขั้นตอนสุดท้ายของการเรียนด้วยชุดการเรียน ให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียน โดยดำเนินการเช่นเดียวกันกับการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน จึงถือว่าเสร็จสิ้นสำหรับการเรียนด้วยชุดการเรียนเรื่อง **รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบด้าน-มุม-ด้าน**

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนเรื่อง **รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน** นักเรียน

1. อธิบายลักษณะของรูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน ได้ถูกต้อง
2. จำแนกรูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน ได้
3. ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน เท่ากันทุกประการ
4. ให้เหตุผลจากรูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่กำหนดให้ เท่ากันทุกประการแบบ ด้าน-มุม-ด้าน ได้

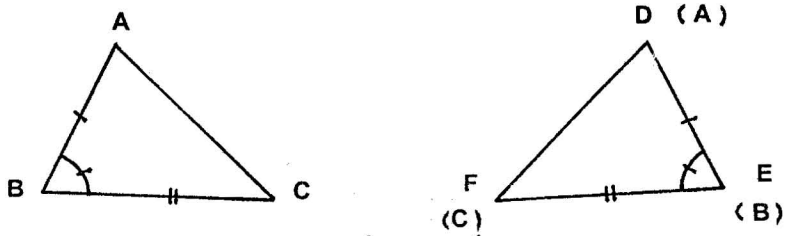


ตอนที่ 1 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที)

เมื่อนักเรียนต้องการทราบว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่ อาจทำได้โดยใช้บทนิยาม เพื่อดูว่ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองทับกันได้สนิทหรือไม่ ซึ่งวิธีนี้อาจจะไม่สะดวก เพราะต้องลอกรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งแล้วนำไปทับรูปสามเหลี่ยมอีกรูปหนึ่ง หรือต้องใช้การคาดคะเนด้วยสายตาซึ่งอาจผิดพลาดได้

กิจกรรมต่อไปนี้จะช่วยให้นักเรียนบอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ โดยไม่ต้องลอกรูปสามเหลี่ยมแล้วนำไปทับกัน

(1.) ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมสองรูป โดยให้มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และให้มุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากันด้วย ดังตัวอย่างต่อไปนี้



จากรูป AB = DE , BC = EF และ $A\hat{B}C = D\hat{E}F$

(1.1)

.....

(1.2)

.....

(1.3)

.....

(2.) ให้นักเรียนใช้กระดาษลอกลายตรวจสอบดูว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อ 1.1 ถึง 1.3 มีคู่ใดบ้างที่เท่ากันทุกประการ.....

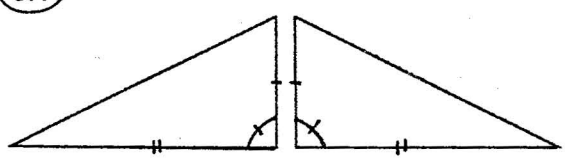
เพื่อความสะดวกจะกล่าวว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน และอาจเขียน ด.ม.ด. แทน ด้าน-มุม-ด้าน

จากการที่นักเรียนได้ศึกษาและทำกิจกรรมข้างต้น อาจสรุปได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ จะมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน เมื่อ

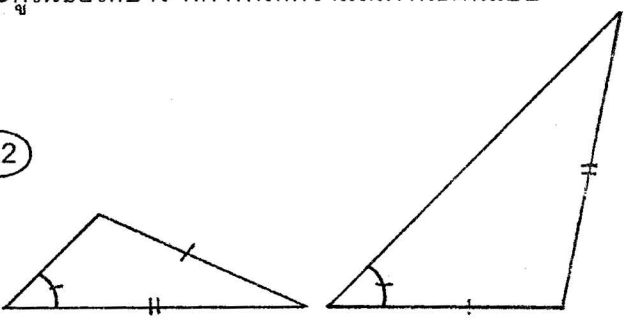
1. มีด้านยาวเท่ากัน..... คู่
2. มีมุมขนาดเท่ากัน..... คู่
3. ตำแหน่งของมุมที่มีขนาดเท่ากันจะอยู่.....ด้านคู่ที่ยาวเท่ากัน

(3.) ให้นักเรียนตรวจสอบว่ารูปสามเหลี่ยมแต่ละคู่ในข้อใดบ้าง ที่กำหนดความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

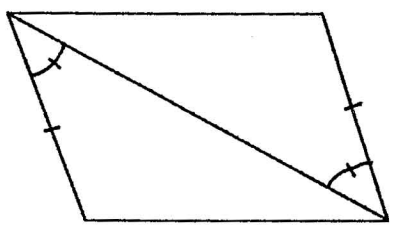
(3.1)



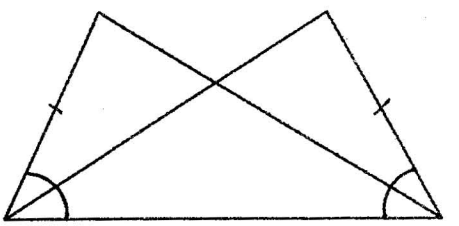
(3.2)



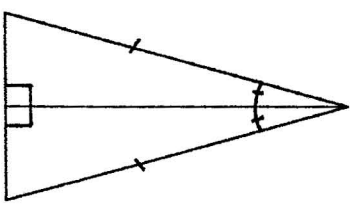
(3.3)



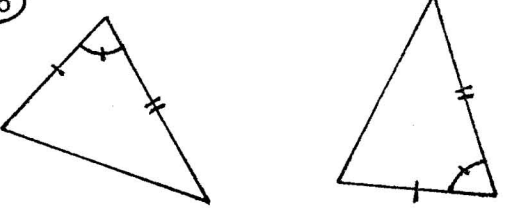
(3.4)



(3.5)



(3.6)

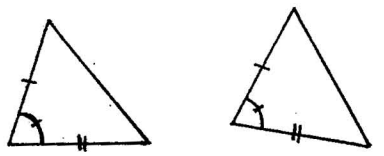


ตอบ.....

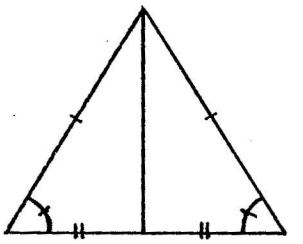
(4.) เมื่อนักเรียนใช้กระดาษลอกลายตรวจสอบรูปสามเหลี่ยมคู่ที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน ในข้อ 3 มีรูปสามเหลี่ยมแต่ละคู่ทับกันสนิทแสดงว่า.....

5. จงบอกว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อใดเท่ากันทุกประการ เพราะมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

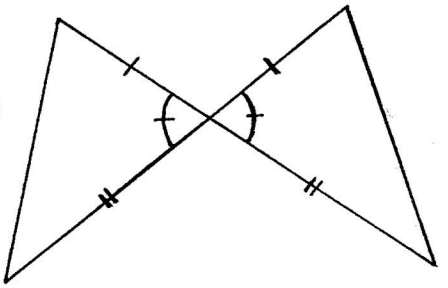
5.1



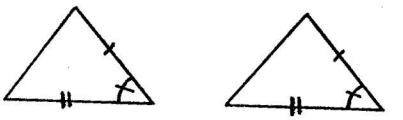
5.2



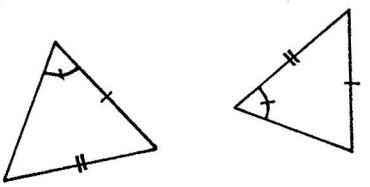
5.3



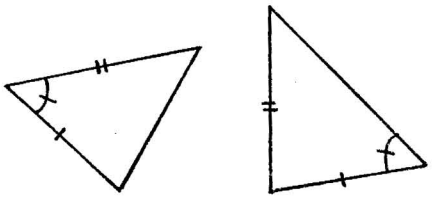
5.4



5.5



5.6

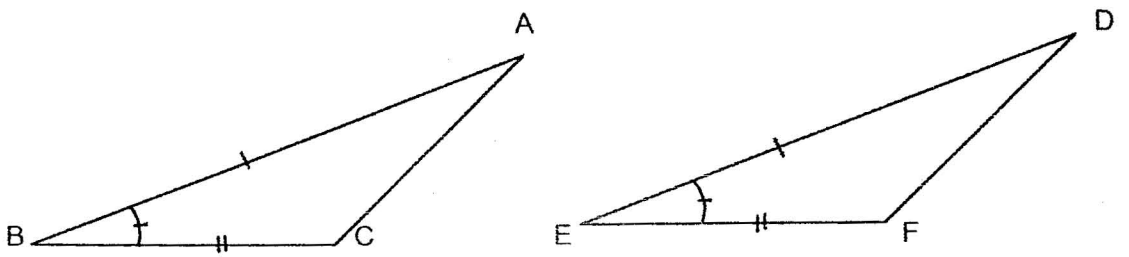


ตอบ .....

★ ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ

แบบฝึกหัด 3.1
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

① จากรูป



1.1 △ ABC และ △ DEF มีสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ

AB = ..., BC = ..., $A\hat{B}C$ = ...

1.2 △ ABC ≅ △ DEF หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

② จากรูป

2.1 △ PQR และ △ XYZ มีสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ

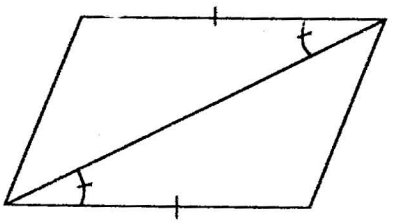
PQ = ..., QR = ..., $P\hat{Q}R$ = ...

2.2 △ PQR ≅ △ XYZ หรือไม่ เพราะเหตุใด

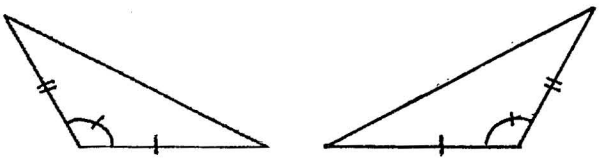
.....

◉ ตั้งแต่ข้อ 3 - 7 ให้พิจารณารูปสามเหลี่ยมใดที่เท่ากันทุกประการแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

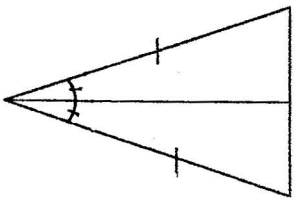
③



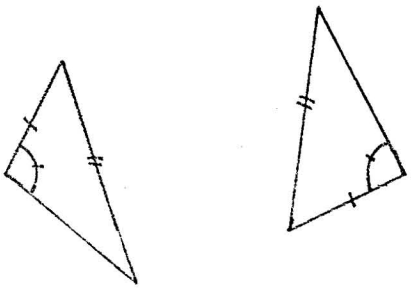
⑥



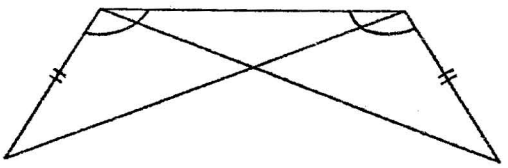
④



⑦



⑤



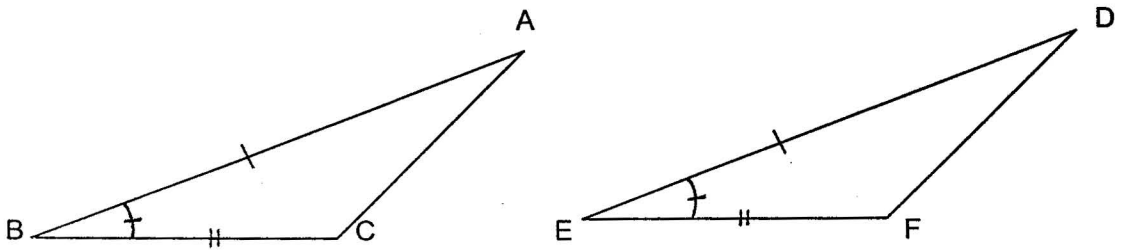
อย่าลืม...ตรวจคำตอบและรวม
คะแนนข้อที่ทำได้ถูกต้องทั้งหมดนะจ๊ะ

รวมคะแนนทั้งหมด.....คะแนน

(คะแนนเต็ม 15 คะแนน)

เฉลย
แบบฝึกหัด 3.1
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

(1.) จากรูป



1.1 Δ ABC และ Δ DEF มีสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ

AB = **DE** , BC = **EF** , $A\hat{B}C = D\hat{E}F$ (3 คะแนน)

1.2 Δ ABC $\cong$ Δ DEF หรือไม่ เพราะเหตุใด

เท่ากันทุกประการ เพราะรูปสามเหลี่ยมสองรูปสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (2 คะแนน)

(2.) จากรูป

2.1 Δ PQR และ Δ XYZ มีสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ

PQ = **XY**, QR = **XZ**, และ $P\hat{Q}R = X\hat{Y}Z$ (3 คะแนน)

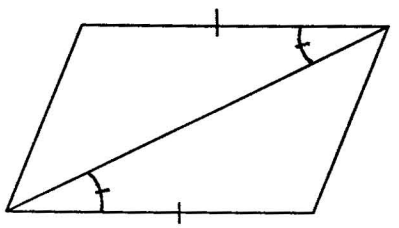
2.2 Δ PQR $\cong$ Δ XYZ หรือไม่ เพราะเหตุใด

ไม่เท่ากันทุกประการ เพราะรูปสามเหลี่ยมสองรูปไม่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

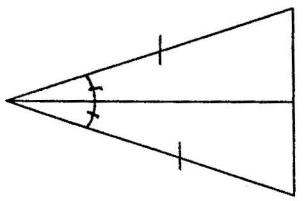
(2 คะแนน)

ตั้งแต่ข้อ 3 - 7 ให้พิจารณารูปสามเหลี่ยมใดที่เท่ากันทุกประการแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

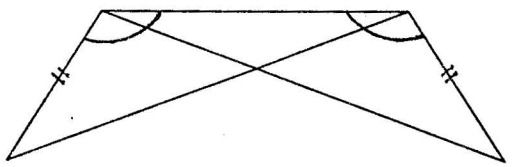
✓ (3.)



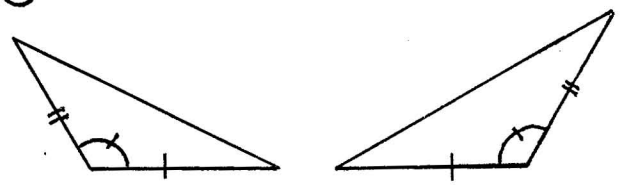
✓ (4.)



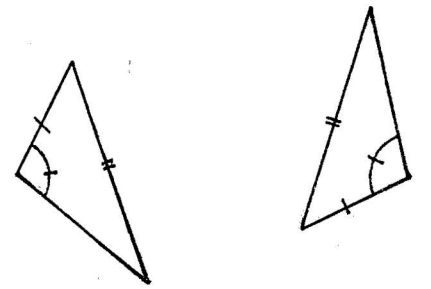
✓ (5.)



✓ (6.)



× (7.)

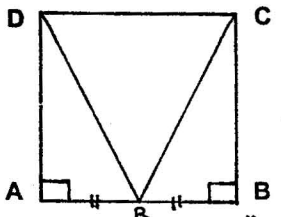


ตอนที่ 2 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ต่อ) (จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที)

การให้เหตุผลแสดงให้เห็นว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน จะเท่ากันทุกประการเสมอนั้น ให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และ R เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ จงพิจารณาว่า

$\triangle$ ADR $\cong$ $\triangle$ BCR หรือไม่ เพราะเหตุใด



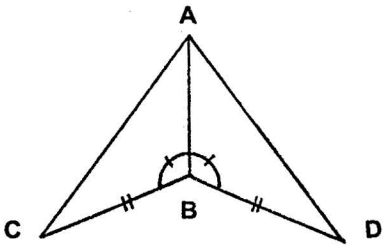
วิธีทำ $\triangle$ ADR $\cong$ $\triangle$ BCR จากเหตุผลต่อไปนี้

1. AD = ...(สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส)
2. $D\hat{A}R$ = ...(สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส)
3. AR = ...(R เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$)

ดังนั้น $\triangle$ ADR $\cong$ $\triangle$ BCR (ด้าน-มุม-ด้าน)

ผลที่ได้จาก $\triangle$ ADR $\cong$ $\triangle$ BCR คือ มีด้านเท่ากันอีก 1 คู่ ได้แก่ $DR = CR$ และมีมุมขนาดเท่ากันอีก 2 คู่ ได้แก่ $A\hat{R}D = B\hat{R}C$ และ $A\hat{D}R = B\hat{C}R$

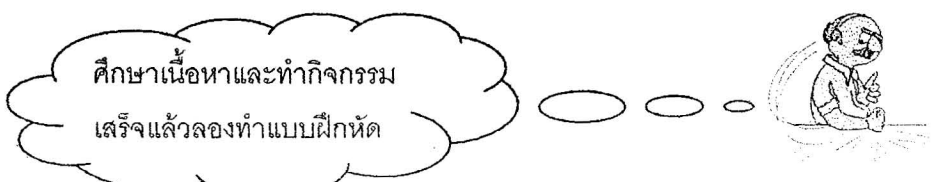
ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $A\hat{B}C = A\hat{B}D$ และ BC = BD จงให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใด $AC = AD$



วิธีทำ
1. BC = ... (โจทย์กำหนดให้)
2. $A\hat{B}C$ = ... (โจทย์กำหนดให้)
3. AB = ...(ด้านร่วม)
4. $\triangle$ABC $\cong$ $\triangle$ ABD (.....)

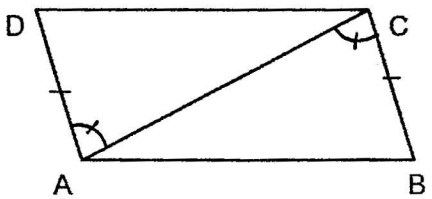
ดังนั้น $AC = AD$ เนื่องจาก $\triangle$ABC $\cong$ $\triangle$ ABD

ผลที่ได้จาก $\triangle$ ABC $\cong$ $\triangle$ ABD คือ มีด้านเท่ากันอีก 1 คู่ ได้แก่ AC = ... และมีมุมขนาดเท่ากันอีก 2 คู่ ได้แก่ $A\hat{C}B$ = ... และ $B\hat{A}C$ = ...



แบบฝึกหัด 3.2
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

(1) กำหนดให้ AD = CB และ $D\hat{A}C = B\hat{C}A$ จงพิจารณาว่า △ADC ≅ △ CBA หรือไม่ เพราะเหตุใด



วิธีทำ 1. AD = ... (โจทย์กำหนดให้)

2. $D\hat{A}C$ = ... (โจทย์กำหนดให้)

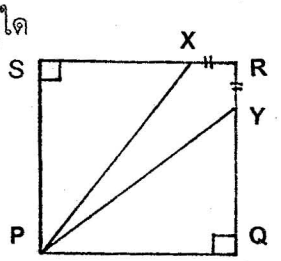
3. AC = CA (.....)

ดังนั้น △ADC ≅ △ CBA (ด้าน-มุม-ด้าน)

ผลที่ได้จาก △ ADC ≅ △ CBA คือ มีด้านเท่ากันอีก 1 คู่ และมีมุมขนาดเท่ากันอีก 2 คู่ ดังนี้

CD = ... , $A\hat{C}D$ = ... และ $A\hat{D}C$ = ...

(2) กำหนดให้ PQRS เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มี RX = RY จงพิจารณาว่า △PQY ≅ △ PSX หรือไม่ และ $PX = PY$ เพราะเหตุใด



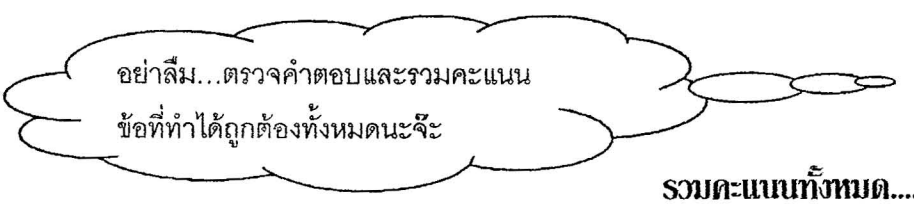
วิธีทำ △PQY ≅ △ PSX จากเหตุผลต่อไปนี้

1. PQ = ... (สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส)
2. $P\hat{Q}Y$ = ... (.....)
3. QY = ... (โจทย์กำหนดให้)
4. △PQY ≅ △ PSX ( )

ผลที่ได้จาก △ PQY ≅ △ PSX คือ มีด้านเท่ากันอีก 1 คู่ และมีมุมขนาดเท่ากันอีก 2 คู่ ดังนี้

PX = ... , $P\hat{X}S$ = ... และ $S\hat{P}X$ = ...

ดังนั้น $PX = PY$ เนื่องจาก.....

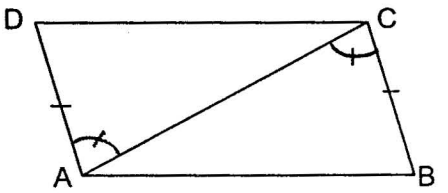


รวมคะแนนทั้งหมด.....คะแนน

(คะแนนเต็ม 15 คะแนน)

เฉลย
◉ แบบฝึกหัด 3.2 ◉
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

(1.) กำหนดให้ AD = CB และ $D\hat{A}C = B\hat{C}A$ จงพิจารณาว่า Δ ADC $\cong$ Δ CBA หรือไม่ เพราะเหตุใด



วิธีทำ 1. AD = CB (โจทย์กำหนดให้) (1 คะแนน)

2. $D\hat{A}C = B\hat{C}A$ (โจทย์กำหนดให้) (1 คะแนน)

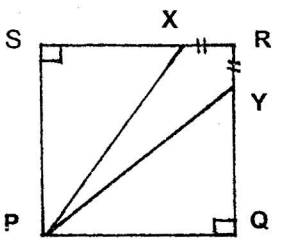
3. AC = CA (**ด้านร่วม**) (1 คะแนน)

ดังนั้น Δ ADC $\cong$ Δ CBA (ด้าน-มุม-ด้าน)

ผลที่ได้จาก Δ ADC $\cong$ Δ CBA คือ มีด้านเท่ากันอีก 1 คู่ และมีมุมขนาดเท่ากันอีก 2 คู่ ดังนี้

$CD = BA$, $A\hat{C}D = C\hat{A}B$ และ $A\hat{D}C = C\hat{B}A$ (3 คะแนน)

(2.) กำหนดให้ PQRS เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มี RX = RY จงพิจารณาว่า Δ PQY $\cong$ Δ PSX หรือไม่ และ $PX = PY$ เพราะเหตุใด



วิธีทำ Δ PQY $\cong$ Δ PSX จากเหตุผลต่อไปนี้

1. PQ = **PS** (สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส) (1 คะแนน)

2. $P\hat{Q}Y = P\hat{S}X$ (**สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส**) (2 คะแนน)

3. QY = **SX** (โจทย์กำหนดให้) (1 คะแนน)

4. Δ PQY $\cong$ Δ PSX (**ด้าน-มุม-ด้าน**) (1 คะแนน)

ผลที่ได้จาก Δ PQY $\cong$ Δ PSX คือ มีด้านเท่ากันอีก 1 คู่ และมีมุมขนาดเท่ากันอีก 2 คู่ ดังนี้

$PX = PY$, $P\hat{X}S = P\hat{Y}Q$ และ $S\hat{P}X = Q\hat{P}Y$ (3 คะแนน)

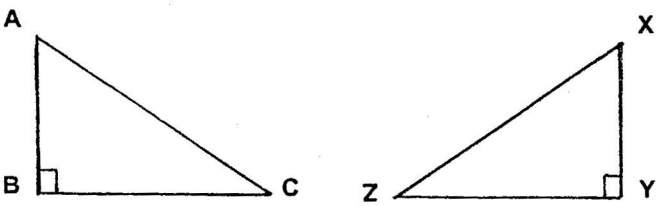
ดังนั้น $PX = PY$ เนื่องจาก **Δ PQY $\cong$ Δ PSX** (1 คะแนน)

อย่าลืม...ตรวจคำตอบและรวมคะแนน
ข้อที่ทำได้ถูกต้องทั้งหมดนะจ๊ะ

แบบทดสอบย่อย
ชุดการเรียนที่ 3
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

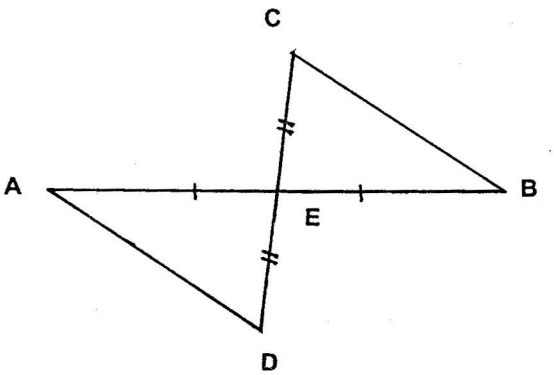
คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามในกระดาษคำตอบ (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

(1) จากรูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม XYZ



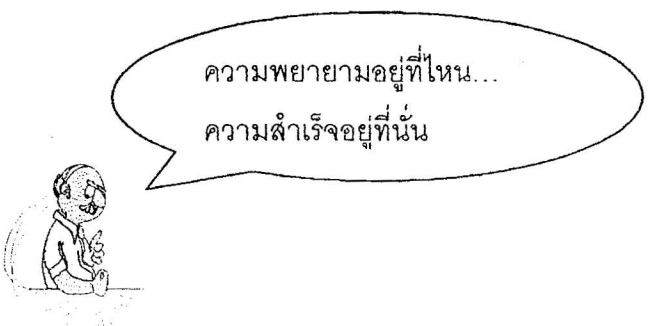
นักเรียนสามารถกำหนดด้านที่ยาวเท่ากันหรือมุมที่มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ เพื่อแสดงว่า $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ แบบ ด้าน-มุม-ด้าน ได้หรือไม่ จงแสดงวิธีทำ (3 คะแนน)

(2) จากรูป



จงให้เหตุผล $\triangle AED \cong \triangle BEC$ แบบ ด้าน-มุม-ด้าน หรือไม่ เพราะเหตุใด (4 คะแนน)

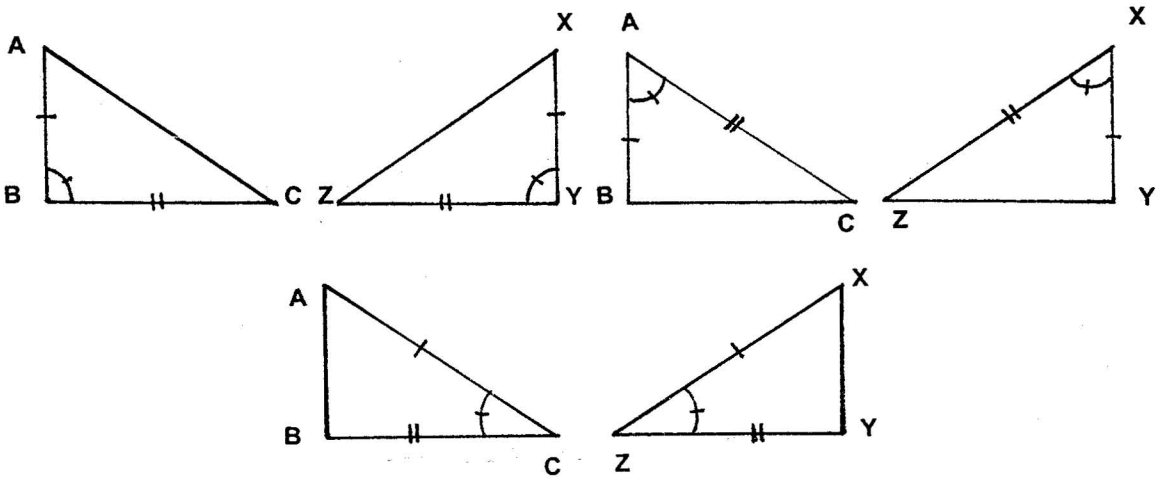
(3) จากข้อ 2 ถ้า $\triangle AED \cong \triangle BEC$ แบบ ด้าน-มุม-ด้าน ให้นักเรียนระบุผลที่ได้จากรูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ (3 คะแนน)



เฉลย
แบบทดสอบย่อย
ชุดการเรียนที่ 3
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

(1.) (3 คะแนน)

นักเรียนจะสร้างรูปแบบใดแบบหนึ่ง หรือ ครบทุกรูปก็ได้คะแนน 3 คะแนน



(2.) (4 คะแนน)

เนื่องจาก 1. AE = BE (โจทย์กำหนดให้) (1 คะแนน)

2. $A\hat{E}D = B\hat{E}C$ (มุมตรงข้าม) (1 คะแนน)

3. DE = CE (โจทย์กำหนดให้) (1 คะแนน)

ดังนั้น $\triangle AED \cong \triangle BEC$ แบบ ด้าน-มุม-ด้าน (1 คะแนน)

(3.) (3 คะแนน)

ผลที่ได้คือ มีมุมขนาดเท่ากัน 2 คู่ และมีด้านยาวเท่ากัน 1 คู่ ดังนี้

1. $A\hat{D}E = B\hat{C}E$ หรือ $E\hat{D}A = E\hat{C}B$ (1 คะแนน)

2. $D\hat{A}E = C\hat{B}E$ หรือ $E\hat{A}D = E\hat{B}C$ (1 คะแนน)

3. AD = BC หรือ DA = CB (1 คะแนน)

(คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เพื่อส่งเสริมการคิดอย่างมีเหตุผล

ชุดการเรียนที่ 4

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

รายวิชา ค 203 คณิตศาสตร์ 3 จำนวน 2 คาบ คาบละ 50 นาที

โรงเรียน.....

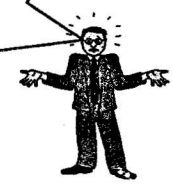
ชื่อ..... นามสกุล.....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่..... เลขที่ .....

คำชี้แจง

ให้นักเรียนทุกคนศึกษาจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมและเนื้อหาเรื่อง **รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม** อย่างละเอียด พร้อมทำกิจกรรม แบบฝึกหัดระหว่างเรียนและแบบทดสอบย่อย ในแต่ละชุดการเรียนด้วยความตั้งใจ

เมื่อนักเรียนสงสัยในขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งในชุดการเรียน นักเรียนสามารถซักถามปัญหานั้น ๆ กับเพื่อน หรือครูผู้สอนที่จะคอยให้คำปรึกษาในขณะที่นักเรียนศึกษาเนื้อหาจากชุดการเรียน



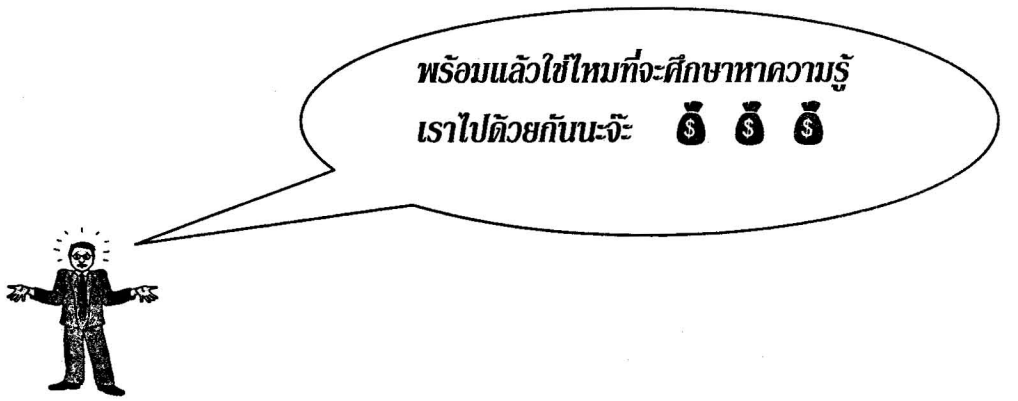
เมื่อนักเรียนได้ศึกษาเนื้อหาและทำกิจกรรมทุกขั้นตอนแล้ว ให้นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนให้เสร็จเรียบร้อย และตรวจคำตอบด้วยตนเอง จากเฉลยแบบฝึกหัดที่แนบมากับชุดการเรียน พร้อมรวมคะแนนทั้งหมดสำหรับข้อที่ทำได้ถูกต้องด้วยความซื่อสัตย์

ในขั้นตอนสุดท้ายของการเรียนด้วยชุดการเรียน ให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียน โดยดำเนินการเช่นเดียวกันกับการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน จึงถือว่าเสร็จสิ้นสำหรับการเรียนด้วยชุดการเรียนเรื่อง **รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม**

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนเรื่อง **รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม** นักเรียน

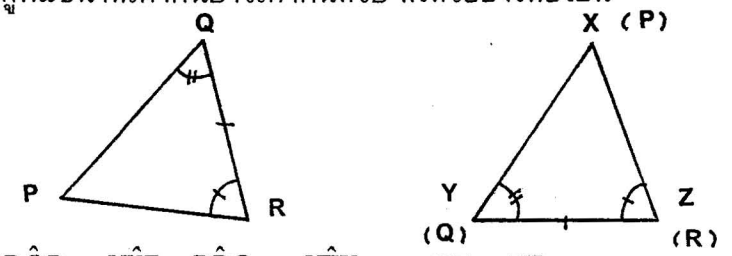
1. อธิบายลักษณะของรูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่เท่ากันทุกประการสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม ได้ถูกต้อง
2. จำแนกรูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม ได้
3. ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม เท่ากันทุกประการ
4. ให้เหตุผลจากรูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่กำหนดให้ เท่ากันทุกประการแบบ มุม-ด้าน-มุม ได้



ตอนที่ 1 เรื่องรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม–ด้าน–มุม (จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที)

กิจกรรมต่อไปนี้จะช่วยให้นักเรียนบอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ โดยไม่ต้องลอกรูปสามเหลี่ยมแล้วนำไปทับกัน

(1.) ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมสองรูป โดยให้มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และให้ด้านที่เป็นแขนร่วมของมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันยาวเท่ากันด้วย ดังตัวอย่างต่อไปนี้



จากรูป $P\hat{Q}R = X\hat{Y}Z$, $P\hat{R}Q = X\hat{Z}Y$ และ QR = YZ

(1.1)

.....

(1.2)

.....

(1.3)

.....

(2.) ให้นักเรียนใช้กระดาษลอกลายตรวจสอบดูว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อ 1.1 ถึง 1.3 มีคู่ใดบ้างที่เท่ากันทุกประการ.....

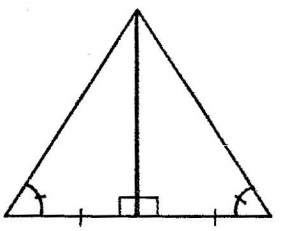
เพื่อความสะดวกจะกล่าวว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองนั้นยาวเท่ากัน เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม และอาจเขียน ม.ด.ม. แทน มุม-ด้าน-มุม

จากการที่นักเรียนได้ศึกษาและทำกิจกรรมข้างต้น อาจสรุปได้ว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม เมื่อ

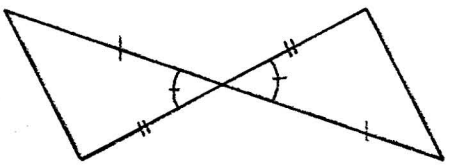
1. มีมุมขนาดเท่ากัน..... คู่
2. มีด้านยาวเท่ากัน..... คู่
3. ตำแหน่งของด้านที่ยาวเท่ากันจะอยู่.....มุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน

(3.) ให้นักเรียนตรวจสอบว่ารูปสามเหลี่ยมแต่ละคู่ในข้อใดบ้าง ที่กำหนดความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม

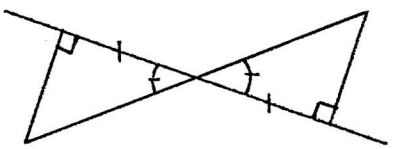
(3.1)



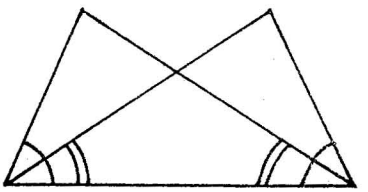
(3.2)



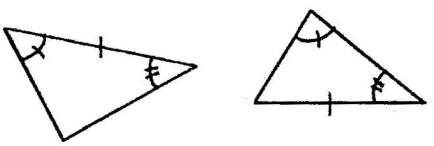
(3.3)



(3.4)



(3.5)



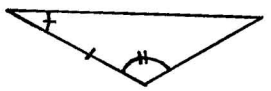
(3.6)

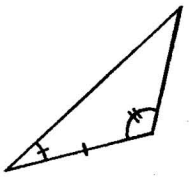
ตอบ.....

(4.) เมื่อนักเรียนใช้กระดาษลอกลายตรวจสอบรูปสามเหลี่ยมคู่ที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม ในข้อ 3 มีรูปสามเหลี่ยมแต่ละคู่ทับกันสนิทแสดงว่า.....

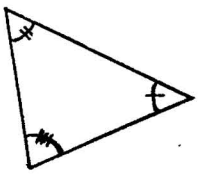
(5.) จงบอกว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อใดเท่ากันทุกประการ เพราะมีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม

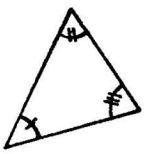
(5.1)



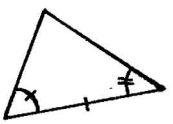


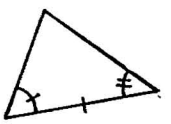
(5.2)



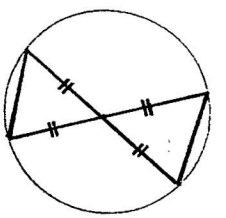


(5.3)

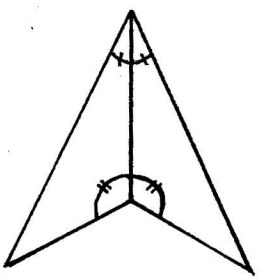




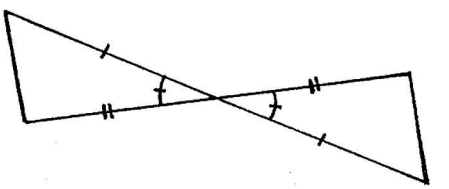
(5.4)



(5.5)

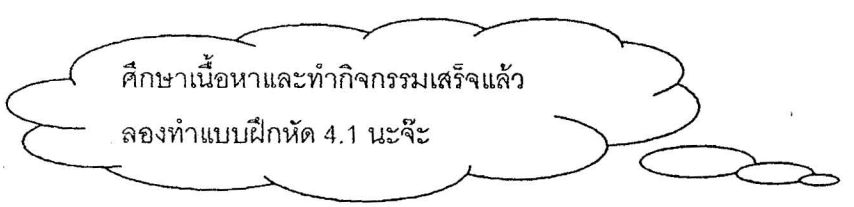


(5.6)



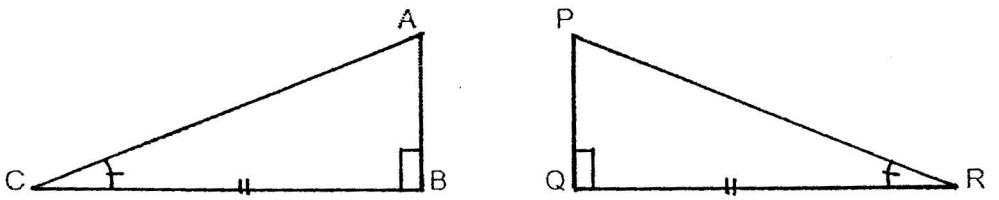
ตอบ .....

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองมีขนาดเท่ากันด้วยแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ



แบบฝึกหัด 4.1
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม–ด้าน–มุม

① จากรูป



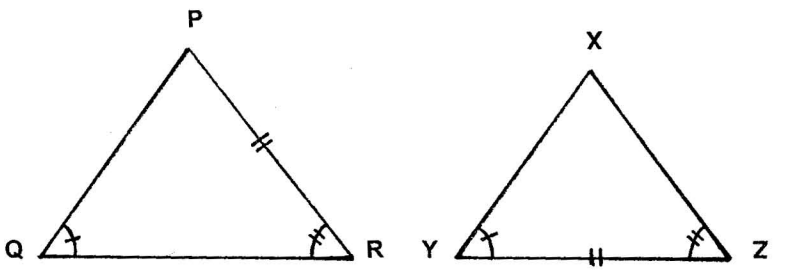
1.1 $\triangle$ABC และ $\triangle$PQR มีสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ

BC = ..., $A\hat{B}C$ = ..., $A\hat{C}B$ = ...

1.2 $\triangle$ABC $\cong$ $\triangle$PQR หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

② จากรูป



2.1 $\triangle$ PQR และ $\triangle$XYZ มีสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ

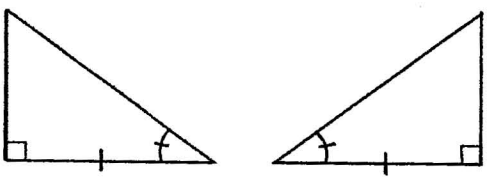
PR = ..., $P\hat{Q}R$ = ..., $Q\hat{R}P$ = ...

2.2 $\triangle$PQR $\cong$ $\triangle$XYZ หรือไม่ เพราะเหตุใด

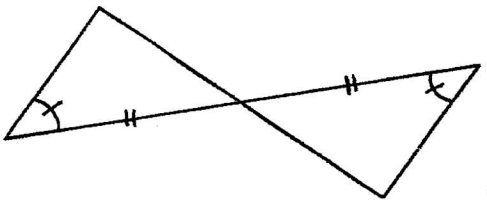
.....

◉ ตั้งแต่ข้อ 3 - 7 ให้พิจารณารูปสามเหลี่ยมใดที่เท่ากันทุกประการแบบ มุม-ด้าน-มุม

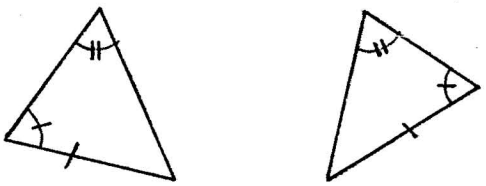
③.



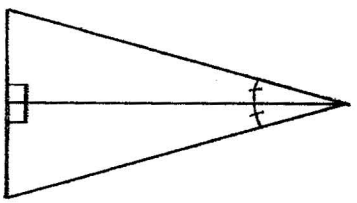
⑥.



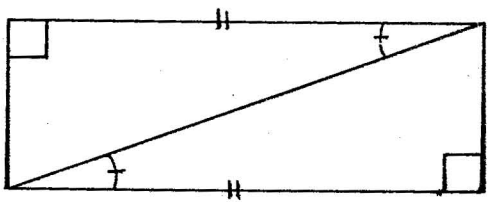
④.

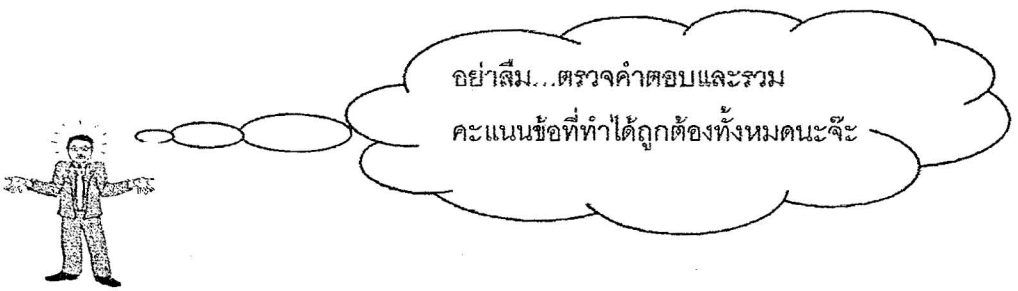


⑦.



⑤.



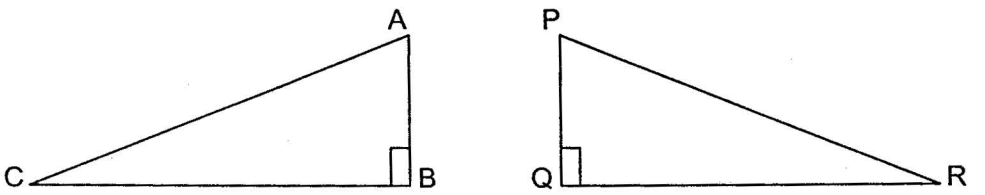


รวมคะแนนทั้งหมด.....คะแนน

(คะแนนเต็ม 15 คะแนน)

เฉลย
⏩ แบบฝึกหัด 4.1 ⏪
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม

(1.) จากรูป



1.1 ΔABC และ ΔPQR มีสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ

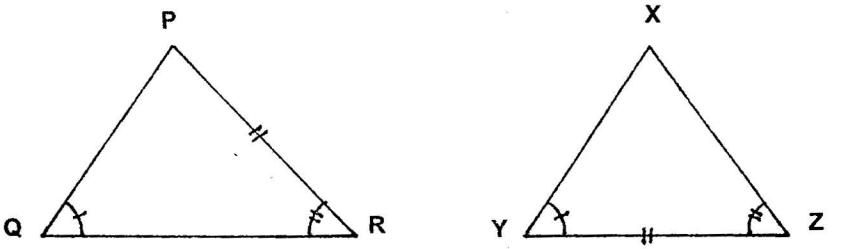
BC = **QR** , $A\hat{B}C = P\hat{Q}R$, $A\hat{C}B = P\hat{R}Q$ (3 คะแนน)

1.2 $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

เท่ากันทุกประการ เพราะรูปสามเหลี่ยมสองรูปสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม

(2 คะแนน)

(2.) จากรูป



2.1 Δ PQR และ ΔXYZ มีสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ

PR = **YZ** , $P\hat{Q}R = X\hat{Y}Z$ และ $Q\hat{R}P = Y\hat{Z}X$ (3 คะแนน)

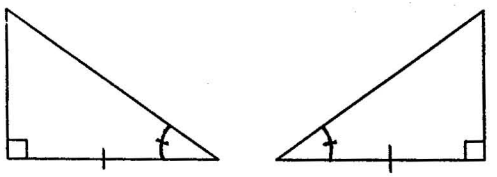
2.2 $\Delta PQR \cong \Delta XYZ$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

ไม่เท่ากันทุกประการ เพราะรูปสามเหลี่ยมสองรูปไม่มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม

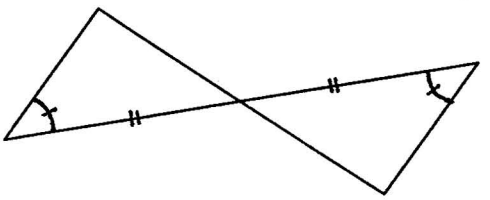
(2 คะแนน)

ตั้งแต่ข้อ 3 - 7 ให้พิจารณารูปสามเหลี่ยมใดที่เท่ากันทุกประการแบบ มุม-ด้าน-มุม

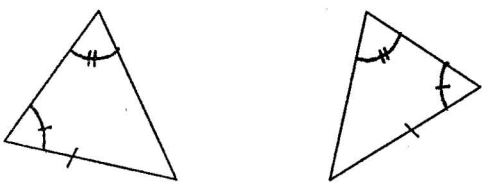
✓ (3.)



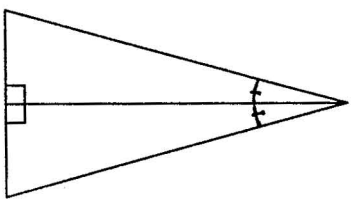
✓ (6.)



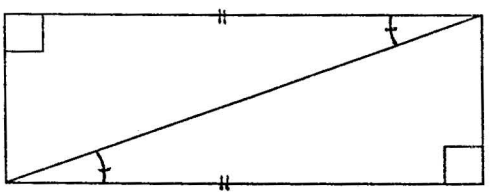
× (4.)



✓ (7.)



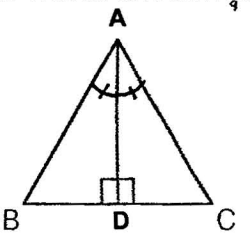
✓ (5.)



ตอนที่ 2 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม–ด้าน–มุม (ต่อ) (จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที)

การให้เหตุผลแสดงให้เห็นว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม จะเท่ากันทุกประการเสมอนั้น ให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $\overline{AD}$ แบ่งครึ่งมุม BAC และตั้งฉากกับ $\overline{BC}$ ที่จุด D จงพิจารณาว่า $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ หรือไม่ เพราะเหตุใด



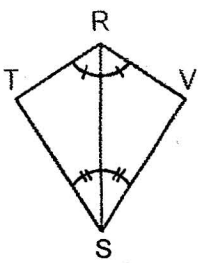
วิธีทำ $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ จากเหตุผลต่อไปนี้

1. $B\hat{A}D$ = ... (โจทย์กำหนดให้)
2. AD = ... (ด้านร่วม)
3. $A\hat{D}B$ = ... (โจทย์กำหนดให้)

ดังนั้น $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (มุม-ด้าน-มุม)

ผลที่ได้จาก $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ คือ มีมุมขนาดเท่ากันอีก 1 คู่ ได้แก่ $A\hat{B}D = A\hat{C}D$ และมีด้านยาวเท่ากันอีก 2 คู่ ได้แก่ $AB = AC$ และ $BD = CD$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $\overline{RS}$ แบ่งครึ่งมุม TRV และ TSV ตามลำดับ จงพิจารณาว่า $\triangle TRS \cong \triangle VRS$ หรือไม่ และ $RT = RV$ เพราะเหตุใด



วิธีทำ $\triangle TRS \cong \triangle VRS$ จากเหตุผลต่อไปนี้

1. $T\hat{R}S$ = ... (กำหนดให้)
2. RS = ...(.....)
3. $T\hat{S}R$ = ...(กำหนดให้)
4. $\triangle TRS \cong \triangle VRS$ (.....)

ผลที่ได้จาก $\triangle TRS \cong \triangle VRS$ คือ มีมุมขนาดเท่ากันอีก 1 คู่ ได้แก่ $R\hat{T}S$ = ...และมีด้านยาวเท่ากันอีก 2 คู่ ได้แก่ RT = ... และ ST = ...

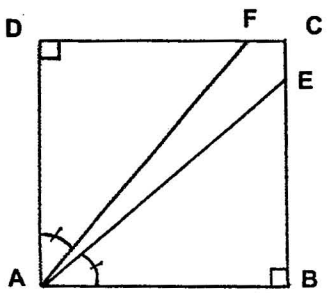
ดังนั้น $RT = RV$ เนื่องจาก $\triangle TRS \cong \triangle VRS$

ศึกษาเนื้อหาและลองทำแบบฝึกหัด 4.2 นะจ๊ะ

แบบฝึกหัด 4.2

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม

① กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และ $D\hat{A}F = B\hat{A}E$ จงให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใด $\triangle ADF \cong \triangle ABE$



วิธีทำ 1. $D\hat{A}F$ = ... (.....)

2. AD = ...(สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส)

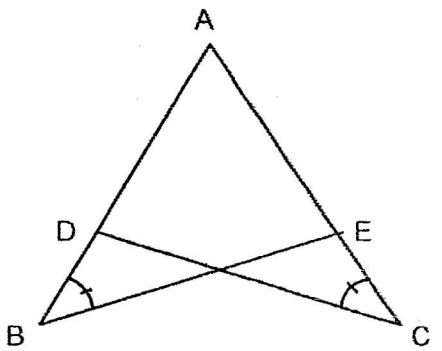
3. $A\hat{D}F$ = ... (.....)

ดังนั้น $\triangle ADF \cong \triangle ABE$ (.....)

ผลที่ได้จาก $\triangle ADF \cong \triangle ABE$ คือ มีมุมขนาดเท่ากันอีก 1 คู่ และมีด้านยาวเท่ากันอีก 2 คู่ ดังนี้

$A\hat{F}D$ = ... , AF = ... และ DF = ...

② กำหนดให้ AB = AC และ $A\hat{B}E = A\hat{C}D$ จงให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใด $\triangle ABE \cong \triangle ACD$



วิธีทำ 1. $A\hat{B}E$ = ... (.....)

2. AB = ...(.....)

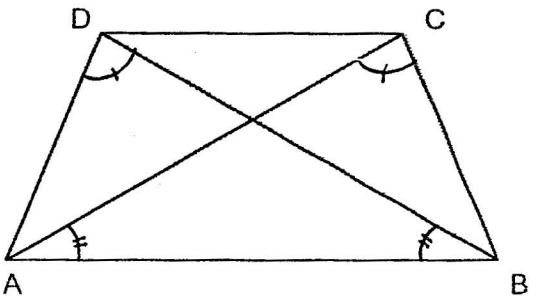
3. $B\hat{A}E$ = ... (.....)

ดังนั้น $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ (.....)

ผลที่ได้จาก $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ คือ มีมุมขนาดเท่ากันอีก 1 คู่ และมีด้านยาวเท่ากันอีก 2 คู่ ดังนี้

$A\hat{D}C$ = ... , AD = ... และ CD = ...

③ กำหนดให้ DB = CA , $A\hat{D}B = B\hat{C}A$ และ $A\hat{B}D = B\hat{A}C$ จงให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใด $D\hat{A}B = C\hat{B}A$



วิธีทำ 1. $A\hat{D}B$ = ... (.....)

2. DB = ...(.....)

3. $A\hat{B}D$ = ... (.....)

4. $\triangle$ADB $\cong$ $\triangle$BCA (.....)

ผลที่ได้จาก $\triangle$ADB $\cong$ $\triangle$BCA คือ มีมุมขนาดเท่ากันอีก 1 คู่ และมีด้านยาวเท่ากันอีก 2 คู่ ดังนี้

$A\hat{B}C$ = ... , AB = ... และ BC = ...

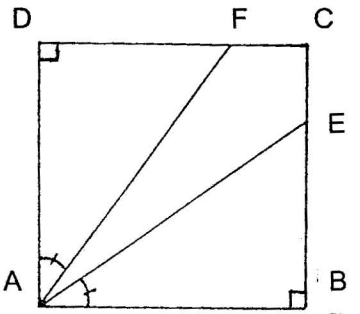
ดังนั้น $D\hat{A}B = C\hat{B}A$ เนื่องจาก .....

รวมคะแนนทั้งหมด.....คะแนน

(คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

เฉลย
แบบฝึกหัด 4.2
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม

(1.) กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และ $D\hat{A}F = B\hat{A}E$ จงให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใด $\Delta ADF \cong \Delta ABE$



วิธีทำ 1. $D\hat{A}F = B\hat{A}E$ (**โจทย์กำหนดให้**) (2 คะแนน)

2. AD = **AB** (สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส) (1 คะแนน)

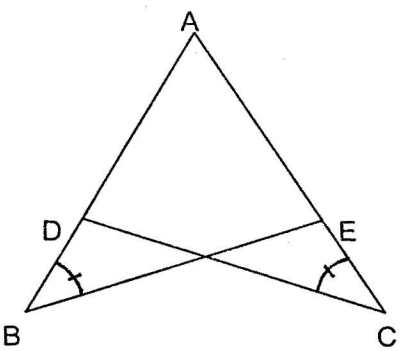
3. $A\hat{D}F = A\hat{B}E$ (**สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส**) (2 คะแนน)

ดังนั้น $\Delta ADF \cong \Delta ABE$ (**มุม-ด้าน-มุม**) (1 คะแนน)

ผลที่ได้จาก $\Delta ADF \cong \Delta ABE$ คือ มีมุมขนาดเท่ากันอีก 1 คู่ และมีด้านยาวเท่ากันอีก 2 คู่ ดังนี้

$A\hat{F}D = A\hat{E}B$, $\overline{AF} = \overline{AE}$ และ $\overline{DF} = \overline{BE}$ (3 คะแนน)

(2.) กำหนดให้ AB = AC และ $A\hat{B}E = A\hat{C}D$ จงให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใด $\Delta ABE \cong \Delta ACD$



วิธีทำ 1. $A\hat{B}E = A\hat{C}D$ (โจทย์**กำหนดให้**) (2 คะแนน)

2. AB = **AC** (โจทย์**กำหนดให้**) (2 คะแนน)

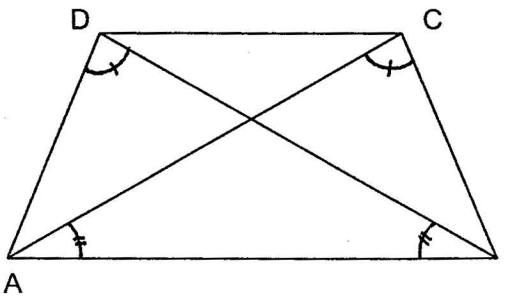
3. $B\hat{A}E = C\hat{A}D$ (**มุมร่วม**) (2 คะแนน)

ดังนั้น $\Delta ABE \cong \Delta ACD$ (**มุม-ด้าน-มุม**) (1 คะแนน)

ผลที่ได้จาก $\Delta ABE \cong \Delta ACD$ คือ มีมุมขนาดเท่ากันอีก 1 คู่ และมีด้านยาวเท่ากันอีก 2 คู่ ดังนี้

$A\hat{D}C =$, $A\hat{E}B$, $\overline{AD} = \overline{AE}$ และ $\overline{CD} = \overline{BE}$ (3 คะแนน)

3. กำหนดให้ DB = CA , $A\hat{D}B = B\hat{C}A$ และ $A\hat{B}D = B\hat{A}C$ จงให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใด $D\hat{A}B = C\hat{B}A$



วิธีทำ 1. $A\hat{D}B = A\hat{C}B$ (**โจทย์กำหนดให้**) (2 คะแนน)

2. DB = **CA** (**โจทย์กำหนดให้**) (2 คะแนน)

3. $A\hat{B}D = B\hat{A}C$ (**โจทย์กำหนดให้**) (2 คะแนน)

4. $\Delta ADB \cong \Delta BCA$ (**มุม-ด้าน-มุม**) (1 คะแนน)

ผลที่ได้จาก $\Delta ADB \cong \Delta BCA$ คือ มีมุมขนาดเท่ากันอีก 1 คู่ และมีด้านยาวเท่ากันอีก 2 คู่ ดังนี้

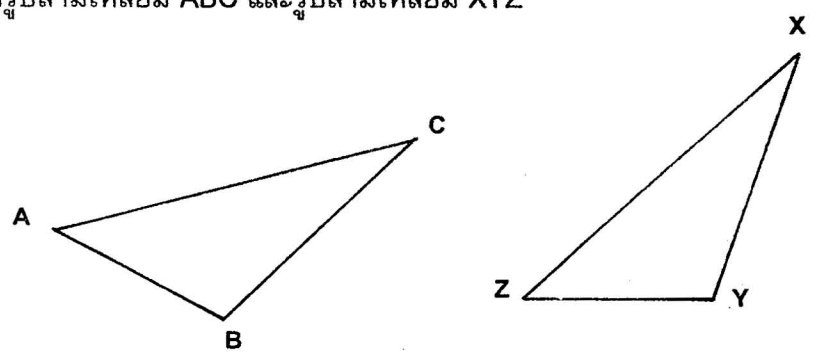
$A\hat{B}C = B\hat{A}D$, $\overline{AB} = \overline{BA}$ และ $\overline{BC} = \overline{AD}$ (3 คะแนน)

ดังนั้น $D\hat{A}B = C\hat{B}A$ เนื่องจาก $\Delta ADB \cong \Delta BCA$ (1 คะแนน)

แบบทดสอบย่อย
ชุดการเรียนที่ 4
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม

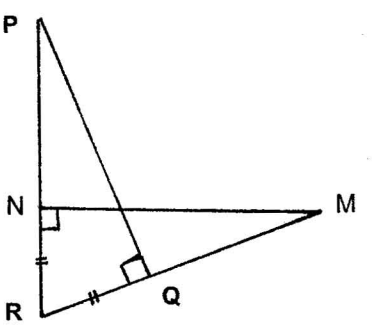
คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามในกระดาษคำตอบ (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

①จากรูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม XYZ



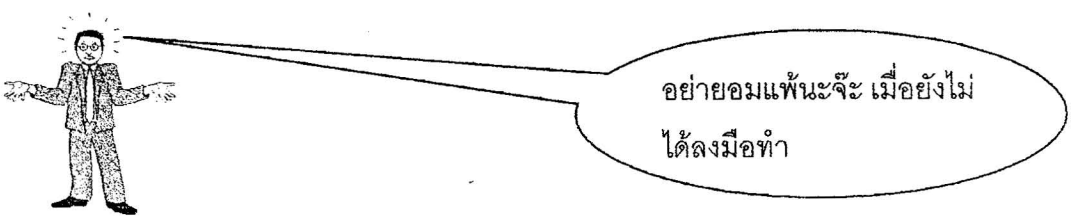
นักเรียนสามารถกำหนดด้านที่ยาวเท่ากันหรือมุมที่มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ เพื่อแสดงว่า △ABC ≅ △XYZ แบบ มุม-ด้าน-มุม ได้หรือไม่ จงแสดงวิธีทำ (3คะแนน)

②จากรูป



จงให้เหตุผล △PQR ≅ △MNR แบบ มุม-ด้าน-มุม หรือไม่ เพราะเหตุใด (4 คะแนน)

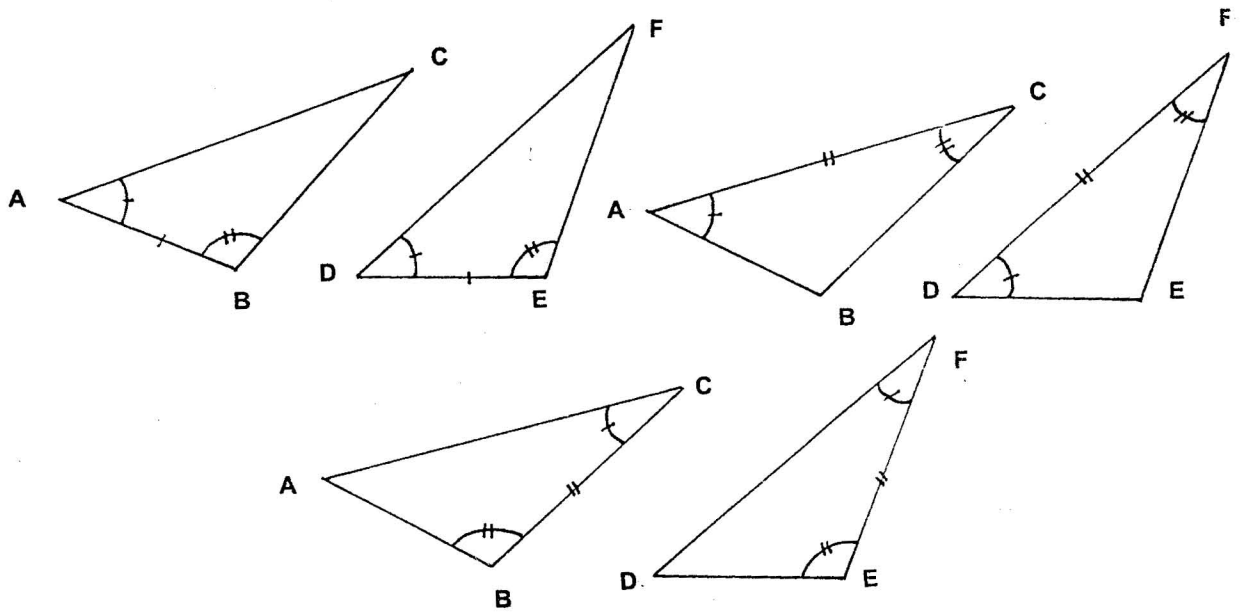
③จากข้อ 2 ถ้า △PQR ≅ △MNR แบบ มุม-ด้าน-มุม ให้นักเรียนระบุผลที่ได้จากรูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ (3 คะแนน)



เฉลย
แบบทดสอบย่อย
ชุดการเรียนที่ 4
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม

(1.) (3 คะแนน)

นักเรียนจะสร้างรูปแบบใดแบบหนึ่ง หรือ ครบทุกรูปก็ได้คะแนน 3 คะแนน



(2.) (4 คะแนน)

เนื่องจาก 1. $P\hat{Q}R = M\hat{N}R$ (โจทย์กำหนดให้) (1 คะแนน)

2. QR = NR (โจทย์กำหนดให้) (1 คะแนน)

3. $P\hat{R}Q = M\hat{R}N$ (มุมร่วม) (1 คะแนน)

ดังนั้น $\triangle$PQR $\cong$ $\triangle$MNR แบบ มุม-ด้าน-มุม (1 คะแนน)

(3.) (3 คะแนน)

ผลที่ได้คือ มีด้านยาวเท่ากัน 2 คู่ และมีมุมขนาดเท่ากันอีก 1 คู่ ดังนี้

1. PQ = MN หรือ QP = NM (1 คะแนน)
2. PR = MR หรือ RP = RM (1 คะแนน)
3. $R\hat{P}Q = R\hat{M}N$ หรือ $Q\hat{P}R = N\hat{M}R$ (1 คะแนน)

(คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เพื่อส่งเสริมการคิดอย่างมีเหตุผล

☞ ☞ ☞

ชุดการเรียนที่ 5

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

รายวิชา ค 203 คณิตศาสตร์ 3 จำนวน 2 คาบ คาบละ 50 นาที

โรงเรียน.....

ชื่อ..... นามสกุล.....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่..... เลขที่ .....

คำชี้แจง

ให้นักเรียนทุกคนศึกษาจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมและเนื้อหาเรื่อง **รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน** อย่างละเอียด พร้อมทำกิจกรรม แบบฝึกหัดระหว่างเรียนและแบบทดสอบย่อย ในแต่ละชุดการเรียนด้วยความตั้งใจ

เมื่อนักเรียนสงสัยในขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งในชุดการเรียน นักเรียนสามารถซักถามปัญหานั้น ๆ กับเพื่อน หรือครูผู้สอนที่จะคอยให้คำปรึกษาในขณะที่นักเรียนศึกษาเนื้อหาจากชุดการเรียน

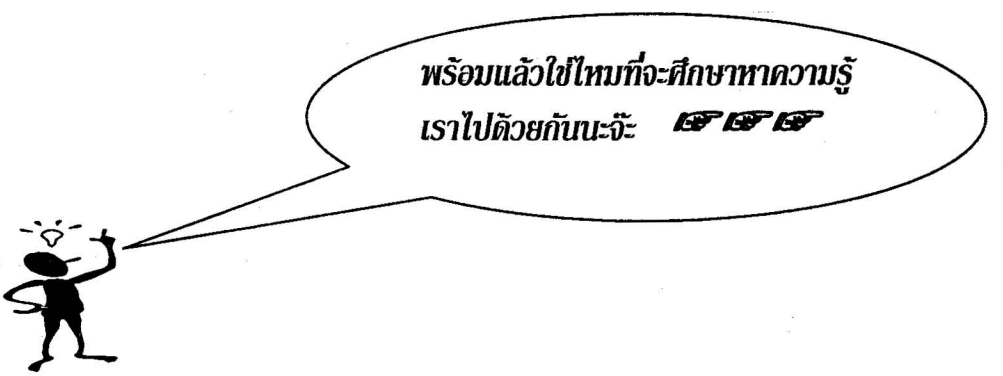
เมื่อนักเรียนได้ศึกษาเนื้อหาและทำกิจกรรมทุกขั้นตอนแล้ว ให้นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนให้เสร็จเรียบร้อย และตรวจคำตอบด้วยตนเอง จากเฉลยแบบฝึกหัดที่แนบมากับชุดการเรียน พร้อมรวมคะแนนทั้งหมดสำหรับข้อที่ทำได้ถูกต้องด้วยความซื่อสัตย์

ในขั้นตอนสุดท้ายของการเรียนด้วยชุดการเรียน ให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียน โดยดำเนินการเช่นเดียวกันกับการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน จึงถือว่าเสร็จสิ้นสำหรับการเรียนด้วยชุดการเรียนเรื่อง **รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบด้าน-ด้าน-ด้าน**

☞ ☞ ☞ จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ☞ ☞ ☞

เมื่อเรียนเรื่อง **รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน** นักเรียน

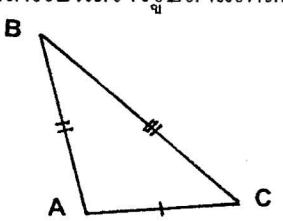
1. อธิบายลักษณะของรูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน ได้ถูกต้อง
2. จำแนกรูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน ได้
3. ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน เท่ากันทุกประการ
4. ให้เหตุผลจากรูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่กำหนดให้ เท่ากันทุกประการแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน ได้

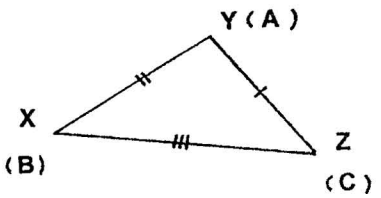


ตอนที่ 1 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (จำนวน 1 ตาบ เวลา 50 นาที)

กิจกรรมต่อไปนี้จะช่วยให้นักเรียนบอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ โดยไม่ต้องลอกรูปสามเหลี่ยมแล้วนำไปทับกัน

(1.) ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมสองรูป โดยให้มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ ดังตัวอย่างต่อไปนี้





จากรูป AB = YX , BC = XZ และ AC = YZ

(1.1)

.....

(1.2)

.....

(1.3)

.....

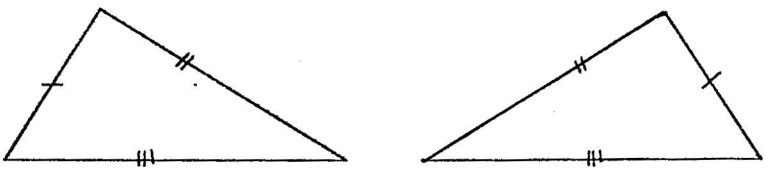
(2.) ให้นักเรียนใช้กระดาษลอกลายตรวจสอบดูว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อ 1.1 ถึง 1.3 มีคู่ใดบ้างที่เท่ากันทุกประการ.....

เพื่อความสะดวกจะกล่าวว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ ด้านต่อด้าน เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน และอาจเขียน ด.ด.ด. **แทน ด้าน-ด้าน-ด้าน**

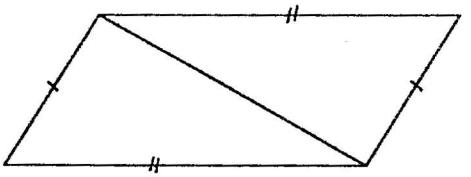
จากการที่นักเรียนได้ศึกษาและทำกิจกรรม อาจสรุปได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ จะมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน เมื่อมีด้านยาวเท่ากัน ..... คู่

(3.) ให้นักเรียนตรวจสอบว่ารูปสามเหลี่ยมแต่ละคู่ในข้อใดบ้าง ที่กำหนดความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

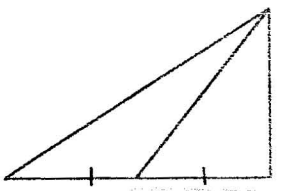
(3.1)



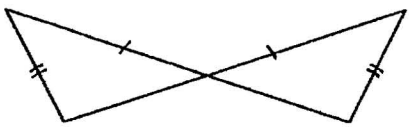
(3.2)



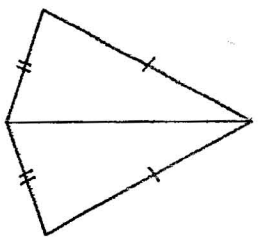
(3.3)



(3.4)



(3.5)

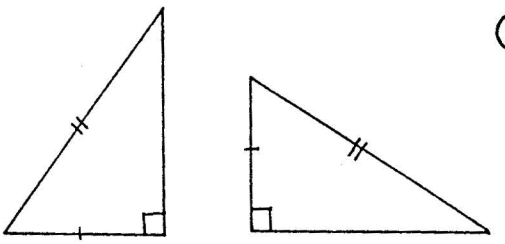


ตอบ .....

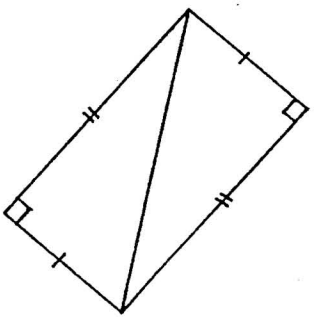
(4.) เมื่อนักเรียนใช้กระดาษลอกลายตรวจสอบรูปสามเหลี่ยมคู่ที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน ในข้อ 3 มีรูปสามเหลี่ยมแต่ละคู่ทับกันสนิทแสดงว่า.....

5. จงบอกว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อใดเท่ากันทุกประการ เพราะมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

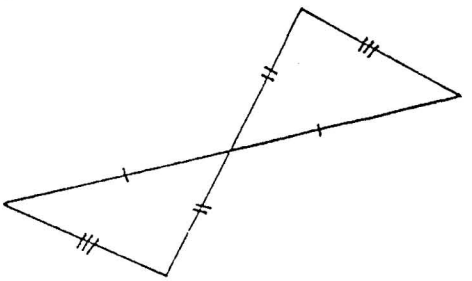
5.1



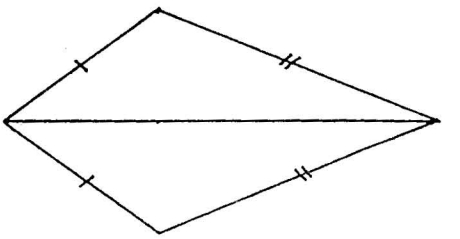
5.2



5.3

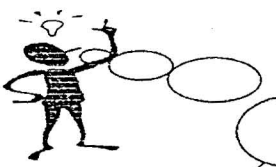


5.4



ตอบ .....

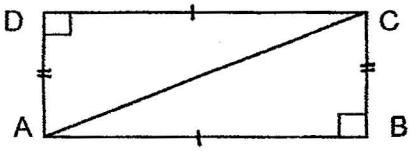
★ ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ ด้านต่อด้านแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ



ศึกษาเนื้อหาและทำกิจกรรม
เสร็จแล้วลองทำแบบฝึกหัด
5.1 นะจ๊ะ

แบบฝึกหัด 5.1
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

①.จากรูป



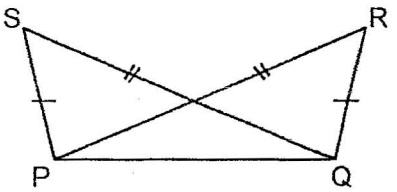
1.1 พิจารณา △ABC และ △CDA จะได้

AB = ..., BC = ..., AC = ...

1.2 △ABC ≅ △CDA หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

②.จากรูป



2.1 พิจารณา △PQR และ △QPS จะได้

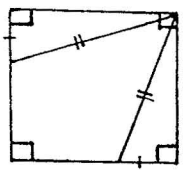
PS = ..., QS = ..., PQ = ...

2.2 △PQR ≅ △QPS หรือไม่ เพราะเหตุใด

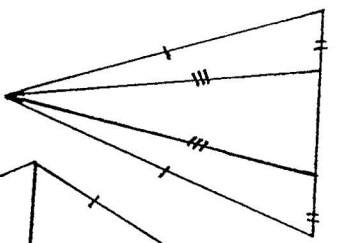
.....

◉ ตั้งแต่ข้อ 3 – 7 ให้พิจารณารูปสามเหลี่ยมใดที่เท่ากันทุกประการแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

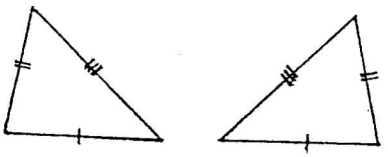
③.



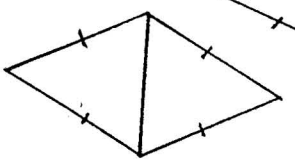
④.



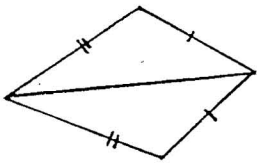
⑤.

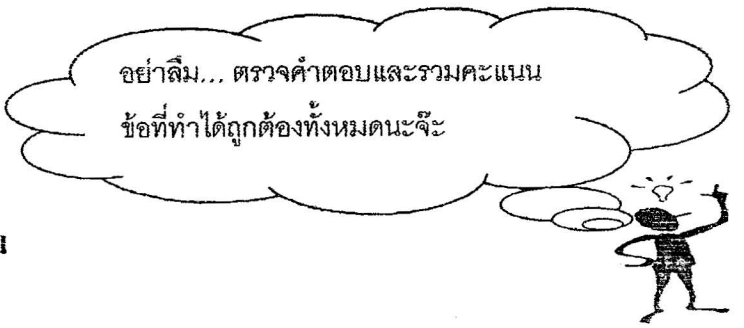


⑥.



⑦.





รวมคะแนนทั้งหมด.....คะแนน

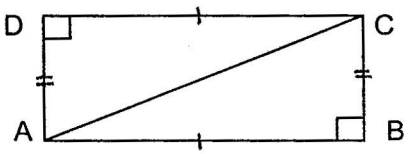
(คะแนนเต็ม 15 คะแนน)

เฉลย

แบบฝึกหัด 5.1

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

(1.) จากรูป



1.1 พิจารณา ΔABC และ ΔCDA จะได้

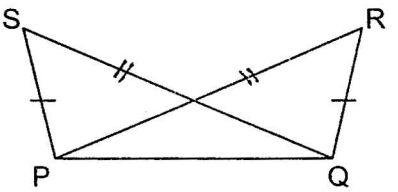
AB = **CD** , BC = **DA** , AC = **CA** (3 คะแนน)

1.2 $\Delta ABC \cong \Delta CDA$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

เท่ากันทุกประการ เพราะรูปสามเหลี่ยมสองรูปสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

(2 คะแนน)

(2.) จากรูป



2.1 พิจารณา ΔPQR และ ΔQPS จะได้

PS = **QR** , QS = **PR** , PQ = **QP** (3 คะแนน)

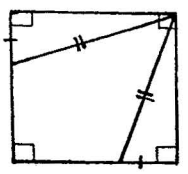
2.2 $\Delta PQR \cong \Delta QPS$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

เท่ากันทุกประการ เพราะรูปสามเหลี่ยมสองรูปสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

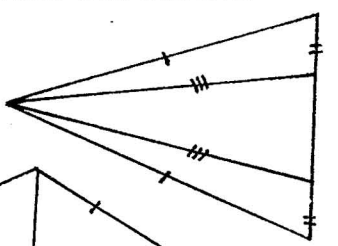
(2 คะแนน)

ตั้งแต่ข้อ 3 – 7 ให้พิจารณารูปสามเหลี่ยมใดที่เท่ากันทุกประการแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

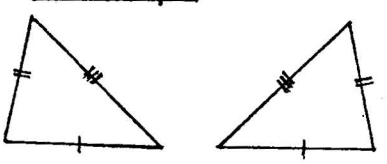
✓(3.)



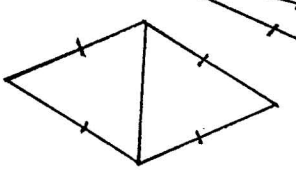
✓(4.)



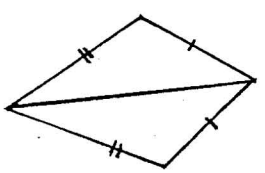
✓(5.)



✓(6.)



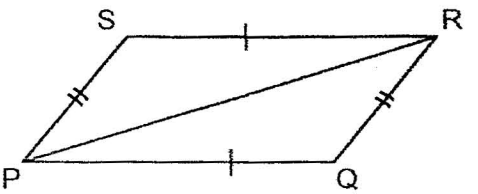
✓(7.)



ตอนที่ 2 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน–ด้าน–ด้าน (ต่อ) (จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที)

การให้เหตุผลแสดงให้เห็นว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน จะเท่ากันทุกประการเสมอนั้น ให้นักเรียนพิจารณาจากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ PQRS เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จงพิจารณาว่า $\triangle PQR \cong \triangle RSP$ หรือไม่ เพราะเหตุใด



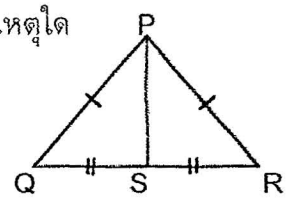
วิธีทำ $\triangle PQR \cong \triangle RSP$ จากเหตุผลต่อไปนี้

1. PQ = ... (สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน)
2. QR = ... (สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน)
3. PR = ... (ด้านร่วม)

ดังนั้น $\triangle PQR \cong \triangle RSP$ (ด้าน-ด้าน-ด้าน)

ผลที่ได้จาก $\triangle PQR \cong \triangle RSP$ คือ มีมุมขนาดเท่ากัน 3 คู่ ได้แก่ $P\hat{S}R = R\hat{Q}P$, $S\hat{P}R = Q\hat{R}P$ และ $P\hat{R}S = R\hat{P}Q$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ PQ = PR , QS = RS จงพิจารณาว่า $\triangle PQS \cong \triangle PRS$ หรือไม่ และ $P\hat{Q}S = P\hat{R}S$ เพราะเหตุใด



วิธีทำ $\triangle PQS \cong \triangle PRS$ จากเหตุผลต่อไปนี้

1. PQ = ... (โจทย์กำหนดให้)
2. QS = ... (.....)
3. PS = ... (.....)
4. $\triangle PQS \cong \triangle PRS$ (.....)

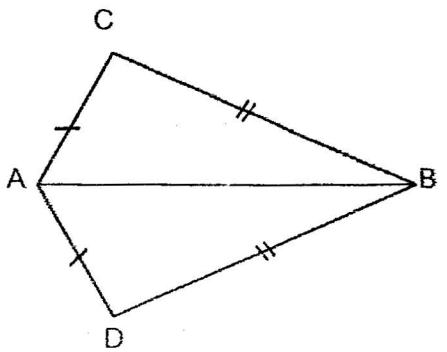
ผลที่ได้จาก $\triangle PQS \cong \triangle PRS$ คือ มีมุมขนาดเท่ากัน 3 คู่ ได้แก่ $P\hat{Q}S$ = ... , $P\hat{S}Q$ = ... และ $Q\hat{P}S$ = ...

ดังนั้น $P\hat{Q}S = P\hat{R}S$ เนื่องจาก $\triangle PQS \cong \triangle PRS$

ศึกษาเนื้อหาและทำกิจกรรมเสร็จแล้วลองทำแบบฝึกหัด 5.2 นะจ๊ะ

แบบฝึกหัด 5.2
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

(1.) กำหนดให้ AC = AD และ BC = BD จงให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใด $\triangle ABC \cong \triangle ABD$



วิธีทำ 1. AC = ... (โจทย์กำหนดให้)

2. BC = ... (โจทย์กำหนดให้)

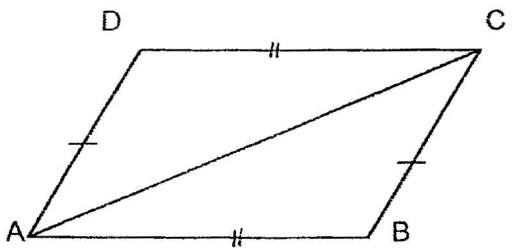
3. AB = ... (.....)

ดังนั้น $\triangle ABC \cong \triangle ABD$ (ด้าน-ด้าน-ด้าน)

ผลที่ได้จาก $\triangle ABC \cong \triangle ABD$ คือ มีมุมขนาดเท่ากัน 3 คู่ ดังนี้ $A\hat{B}C$ = ... ,

$A\hat{C}B$ = ... และ $B\hat{A}C$ = ...

(2.) กำหนดให้ AB = CD และ AD = CB จงให้เหตุผลว่า เพราะเหตุใดเส้นทแยงมุม AC จึงแบ่งรูปสี่เหลี่ยม ABCD ออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ



วิธีทำ 1. CD = ... (โจทย์กำหนดให้)

2. AD = ... (โจทย์กำหนดให้)

3. AC = ... (.....)

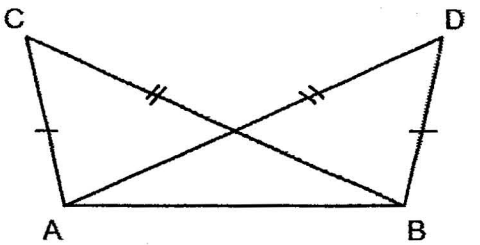
4. $\triangle ADC \cong \triangle ABC$ (ด้าน-ด้าน-ด้าน)

ดังนั้นเส้นทแยงมุม AC แบ่งรูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ เนื่องจาก $\triangle ADC \cong \triangle ABC$

ผลที่ได้จาก $\triangle ADC \cong \triangle ABC$ คือ มีมุมขนาดเท่ากัน 3 คู่ ได้แก่ $A\hat{D}C$ = ... ,

$A\hat{C}D$ = ... และ $C\hat{A}D$ = ...

③ กำหนดให้ AC = BD และ BC = AD จงให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใด $A\hat{C}B = B\hat{D}A$



วิธีทำ 1. AC = ... (กำหนดให้)

2. BC = ... (กำหนดให้)

3. AB = ... (.....)

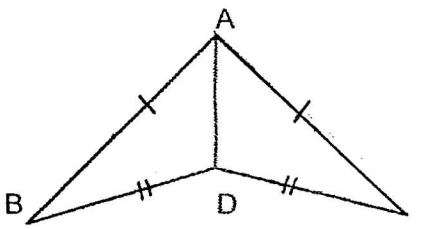
4. $\triangle$ACB $\cong$ $\triangle$BDA (ด้าน-ด้าน-ด้าน)

ผลที่ได้จาก $\triangle$ACB $\cong$ $\triangle$BDA คือ มีมุมขนาดเท่ากัน 3 คู่ ดังนี้ $A\hat{B}C$ = ... ,

$A\hat{C}B$ = ... และ $B\hat{A}C$ = ...

ดังนั้น $A\hat{C}B = B\hat{D}A$ เนื่องจาก .....

④ กำหนดให้ AB = AC และ BD = CD จงให้เหตุผลว่า $\overline{AD}$ แบ่งครึ่งมุม BAC หรือไม่ เพราะเหตุใด



วิธีทำ 1. AB = ... (โจทย์กำหนดให้)

2. BD = ... (โจทย์กำหนดให้)

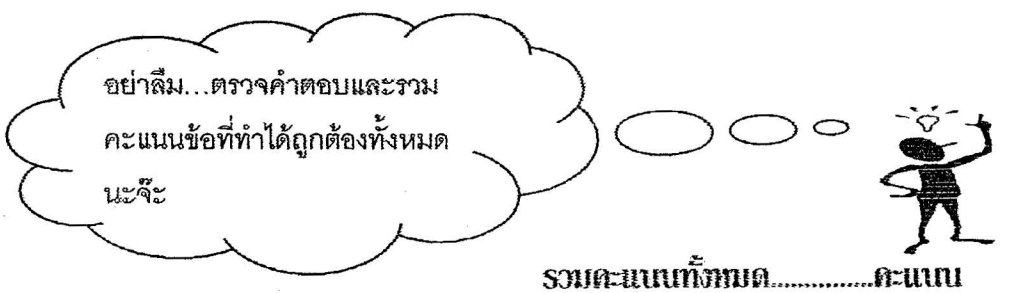
3. AD = ... (.....)

4. $\triangle$ABD $\cong$ $\triangle$ACD (ด้าน-ด้าน-ด้าน)

ผลที่ได้จาก $\triangle$ABD $\cong$ $\triangle$ACD คือ มีมุมขนาดเท่ากัน 3 คู่ ดังนี้ $A\hat{B}D$ = ... ,

$A\hat{D}B$ = ... และ $B\hat{A}D$ = ...

ดังนั้น $\overline{AD}$ แบ่งครึ่งมุม BAC เนื่องจาก .....

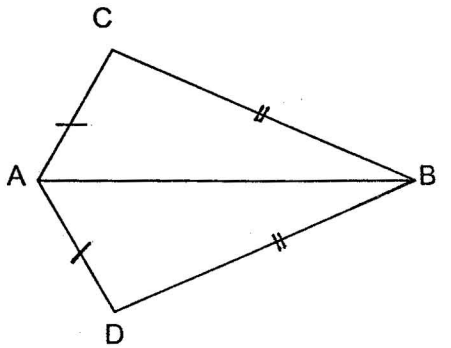


รวมคะแนนทั้งหมด.....คะแนน

(คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

เฉลย
แบบฝึกหัด 5.2
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

(1.) กำหนดให้ AC = AD และ BC = BD จงให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใด $\Delta ABC \cong \Delta ABD$



วิธีทำ 1. AC = **AD** (โจทย์กำหนดให้) (1 คะแนน)

2. BC = **BD** (โจทย์กำหนดให้) (1 คะแนน)

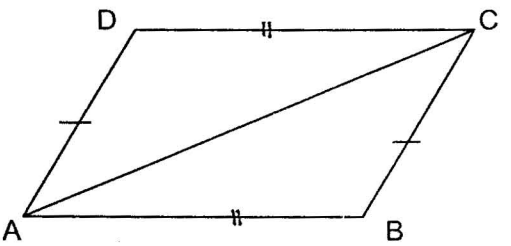
3. AB = **AB** (**ด้านร่วม**) (2 คะแนน)

ดังนั้น $\Delta ABC \cong \Delta ABD$ (ด้าน-ด้าน-ด้าน)

ผลที่ได้จาก $\Delta ABC \cong \Delta ABD$ คือ มีมุมขนาดเท่ากัน 3 คู่ ดังนี้ $A\hat{B}C = A\hat{B}D$,

$A\hat{C}B = A\hat{D}B$ และ $B\hat{A}C = B\hat{A}D$ (3 คะแนน)

(2.) กำหนดให้ AB = CD และ AD = CB จงให้เหตุผลว่า เพราะเหตุใดเส้นทแยงมุม AC จึงแบ่งรูปสี่เหลี่ยม ABCD ออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ



วิธีทำ 1. CD = **AB** (โจทย์กำหนดให้) (1 คะแนน)

2. AD = **CB** (โจทย์กำหนดให้) (1 คะแนน)

3. AC = **CA** (**ด้านร่วม**) (2 คะแนน)

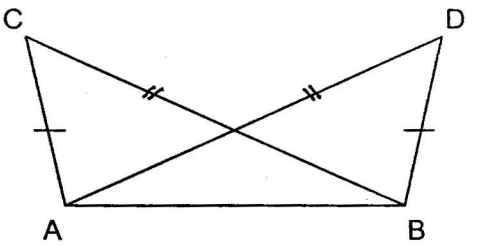
4. $\Delta ADC \cong \Delta ABC$ (ด้าน-ด้าน-ด้าน)

ดังนั้นเส้นทแยงมุม AC แบ่งรูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ เนื่องจาก $\Delta ADC \cong \Delta ABC$

ผลที่ได้จาก $\Delta ADC \cong \Delta ABC$ คือ มีมุมขนาดเท่ากัน 3 คู่ ได้แก่ $A\hat{D}C = C\hat{B}A$,

$A\hat{C}D = C\hat{A}B$ และ $C\hat{A}D = A\hat{C}B$ (3 คะแนน)

(3.) กำหนดให้ AC = BD และ BC = AD จงให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใด $A\hat{C}B = B\hat{D}A$



วิธีทำ 1. AC = **BD** (โจทย์กำหนดให้) (1 คะแนน)

2. BC = **AD** (โจทย์กำหนดให้) (1 คะแนน)

3. AB = **BA** (**ด้านร่วม**) (2 คะแนน)

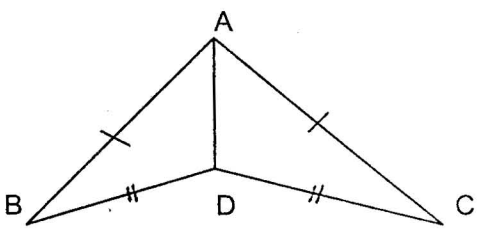
4. $\Delta ACB \cong \Delta BDA$ (ด้าน-ด้าน-ด้าน)

ผลที่ได้จาก $\Delta ACB \cong \Delta BDA$ คือ มีมุมขนาดเท่ากัน 3 คู่ ดังนี้ $A\hat{B}C = B\hat{A}D$,

$A\hat{C}B = B\hat{D}A$. และ $B\hat{A}C = A\hat{B}D$ (3 คะแนน)

ดังนั้น $A\hat{C}B = B\hat{D}A$ เนื่องจาก $\Delta ACB \cong \Delta BDA$ (1 คะแนน)

(4.) กำหนดให้ AB = AC และ BD = CD จงให้เหตุผลว่า $\overline{AD}$ แบ่งครึ่งมุม BAC หรือไม่ เพราะเหตุใด



วิธีทำ 1. AB = **AC** (โจทย์กำหนดให้) (1 คะแนน)

2. BD = **CD** (โจทย์กำหนดให้) (1 คะแนน)

3. AD = **AD** (**ด้านร่วม**) (2 คะแนน)

4. $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ (ด้าน-ด้าน-ด้าน)

ผลที่ได้จาก $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ คือ มีมุมขนาดเท่ากัน 3 คู่ ดังนี้ $A\hat{B}D = A\hat{C}D$,

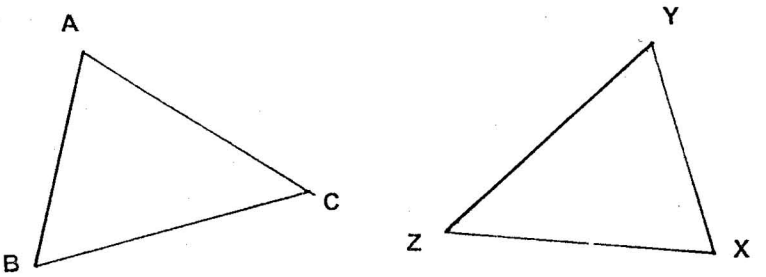
$A\hat{D}B = A\hat{D}C$ และ $B\hat{A}D = C\hat{A}D$ (3 คะแนน)

ดังนั้น $\overline{AD}$ แบ่งครึ่งมุม BAC เนื่องจาก $B\hat{A}D = C\hat{A}D$ (1 คะแนน)

แบบทดสอบย่อย
ชุดการเรียนที่ 5
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

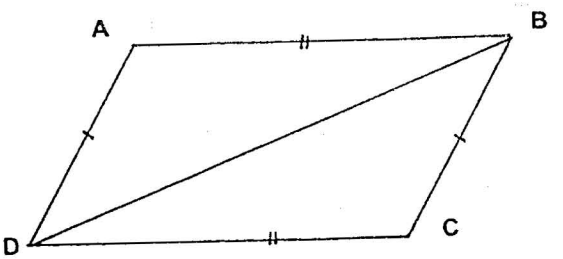
คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามในกระดาษคำตอบ (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

1. จากรูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม XYZ



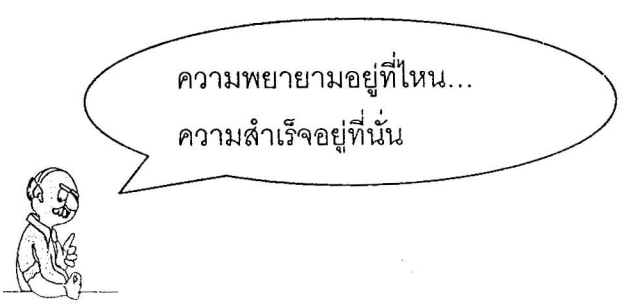
นักเรียนสามารถกำหนดด้านที่ยาวเท่ากันหรือมุมที่มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ เพื่อแสดงว่า $\Delta ABC \cong \Delta XYZ$ แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน ได้หรือไม่ จงแสดงวิธีทำ (3 คะแนน)

2. จากรูป



กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาด จงให้เหตุผล $\Delta ABD \cong \Delta CDB$ แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน หรือไม่ เพราะเหตุใด (4 คะแนน)

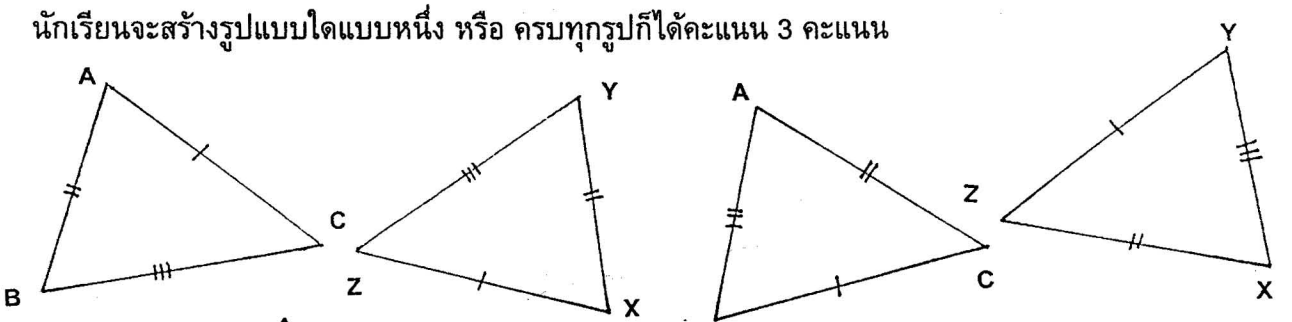
3. จากข้อ 2 ถ้า $\Delta ABD \cong \Delta CDB$ แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน ให้นักเรียนระบุผลที่ได้จากรูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ (3 คะแนน)



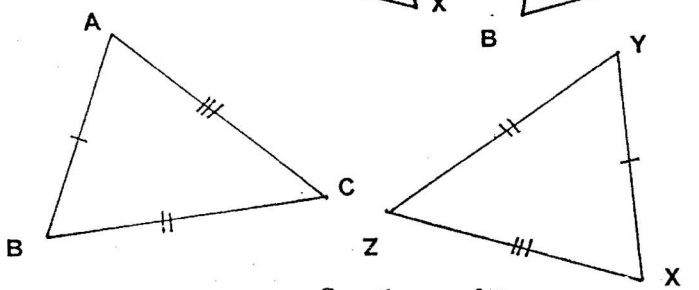
เฉลย
แบบทดสอบย่อย
ชุดการเรียนที่ 5
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

(1.) (3 คะแนน)

นักเรียนจะสร้างรูปแบบใดแบบหนึ่ง หรือ ครบทุกรูปก็ได้คะแนน 3 คะแนน



(2.) (4 คะแนน)

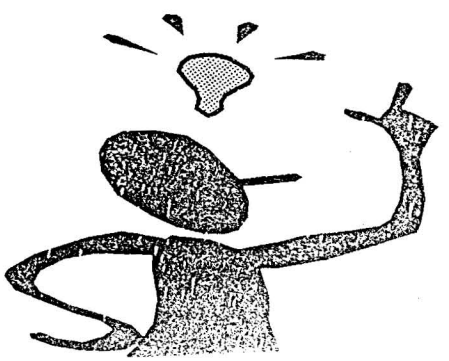


เนื่องจาก
1. AB = CD (โจทย์กำหนดให้) (1 คะแนน)
2. AD = CB (โจทย์กำหนดให้) (1 คะแนน)
3. BD = DB (ด้านร่วม) (1 คะแนน)
4. ดังนั้น $\Delta ABD \cong \Delta CDB$ แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (1 คะแนน)

(3.) (3 คะแนน)

ผลที่ได้คือ มีมุมขนาดเท่ากัน 3 คู่ ดังนี้

1. $A\hat{B}D = C\hat{D}B$ หรือ $D\hat{B}A = B\hat{D}C$ (1 คะแนน)
2. $B\hat{A}D = D\hat{C}B$ หรือ $D\hat{A}B = B\hat{C}D$ (1 คะแนน)
3. $B\hat{D}A = D\hat{B}C$ หรือ $A\hat{D}B = C\hat{B}D$ (1 คะแนน)



(คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เพื่อส่งเสริมการคิดอย่างมีเหตุผล

❋ ❋ ❋

ชุดการเรียนที่ 6

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว **ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2**

รายวิชา ค 203 คณิตศาสตร์ 3 **จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที**

โรงเรียน.....

ชื่อ..... นามสกุล.....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่..... เลขที่ .....

คำชี้แจง

ให้นักเรียนทุกคนศึกษาจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมและเนื้อหาเรื่อง **รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว** อย่างละเอียด พร้อมทำกิจกรรม แบบฝึกหัดระหว่างเรียนและแบบทดสอบย่อย ในแต่ละชุดการเรียนด้วยความตั้งใจ

เมื่อนักเรียนสงสัยในขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งในชุดการเรียน นักเรียนสามารถซักถามปัญหานั้น ๆ กับเพื่อน หรือครูผู้สอนที่จะคอยให้คำปรึกษาในขณะที่นักเรียนศึกษาเนื้อหาจากชุดการเรียน

เมื่อนักเรียนได้ศึกษาเนื้อหาและทำกิจกรรมทุกขั้นตอนแล้ว ให้นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนให้เสร็จเรียบร้อย และตรวจคำตอบด้วยตนเอง จากเฉลยแบบฝึกหัดที่แนบมากับชุดการเรียน พร้อมรวมคะแนนทั้งหมดสำหรับข้อที่ทำได้ถูกต้องด้วยความซื่อสัตย์

ในขั้นตอนสุดท้ายของการเรียนด้วยชุดการเรียน ให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียน โดยดำเนินการเช่นเดียวกันกับการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน จึงถือว่าเสร็จสิ้นสำหรับการเรียนด้วยชุดการเรียนเรื่อง **รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว**

❋ ❋ ❋ จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ❋ ❋ ❋

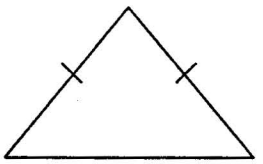
เมื่อเรียนเรื่อง **รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว** นักเรียน

1. อธิบายส่วนประกอบของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วได้ถูกต้อง
2. ระบุถึงข้อสรุปเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วได้ถูกต้อง

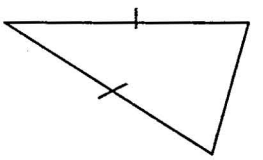
พร้อมแล้วใช่ไหมที่จะศึกษาหาความรู้
เราไปด้วยกันนะจ๊ะ ❋ ❋ ❋

รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที)

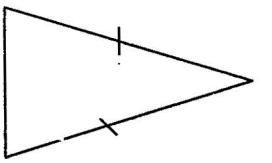
ให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้แล้วตอบคำถามต่อไปนี้



(ก)

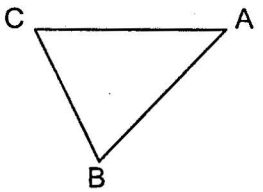


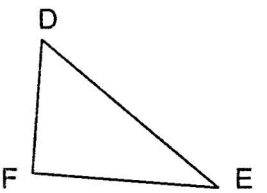
(ข)

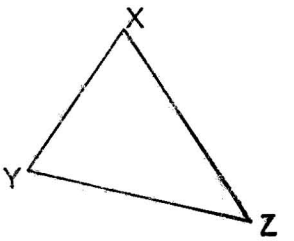


(ค)

1. จากรูปสามเหลี่ยม (ก) (ข) และ (ค) แต่ละรูปมีสิ่งที่เหมือนกันคือ .....

2. 

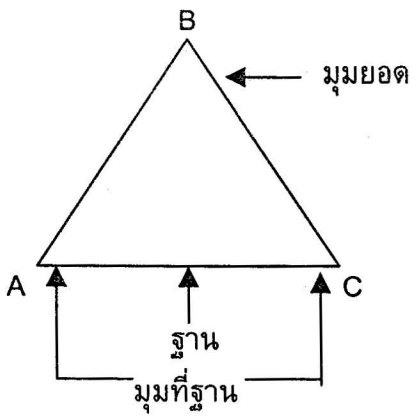




เมื่อนักเรียนใช้ไม้โพรแทรกเตอร์วัดความยาวด้านทั้งสามของ ΔABC , ΔDEF และ ΔXYZ จะได้ว่ารูปสามเหลี่ยมใดบ้างที่มีด้านยาวเท่ากันหนึ่งคู่.....
และเรียกรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันหนึ่งคู่ว่า.....

รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากัน.....คู่

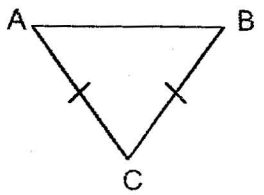
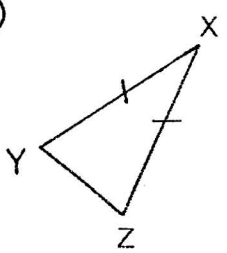
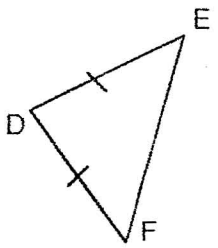
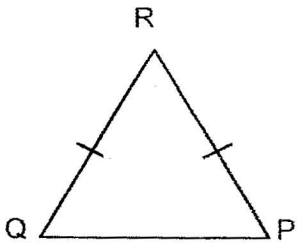
พิจารณา รูป ΔABC



จากรูป ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มี BA = BC จะได้ว่า

1. ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือ AC
2. มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือ $B\hat{A}C$ และ $B\hat{C}A$

◉ ตั้งแต่ข้อ 1 – 4 ให้นักเรียนระบุส่วนประกอบของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วต่อไปนี้

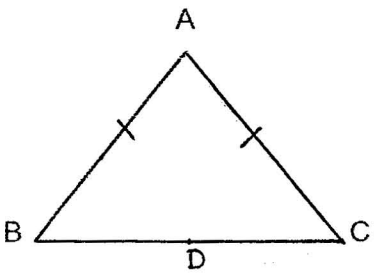
	ฐาน	มุมที่ฐาน	มุมยอด
1. 	_____	_____	_____
2. 	_____	_____	_____
3. 	_____	_____	_____
4. 	_____	_____	_____

5. จากข้อ 1 – 4 เมื่อนักเรียนใช้กระดาษลอกลายหรือไม้โพรแทรกเตอร์ตรวจสอบ มีรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วข้อใดมีมุมที่ฐานมีขนาดเท่ากัน.....

★ **มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมี.....เท่ากัน**

พิจารณารูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC มี AB = AC

ให้นักเรียนลาก $\overline{AD}$ แบ่งครึ่งมุมยอด BAC พบฐาน BC ที่จุด D



ตั้งแต่ข้อ 1 – 3 จงตอบคำถามต่อไปนี้

(1.) จากรูป ผลที่ได้จากการลาก $\overline{AD}$ แบ่งครึ่งมุมยอด BAC ทำให้มุมยอดถูกแบ่งออกเป็นสองมุมที่มีขนาดเท่ากันคือ $B\hat{A}D$ = ...

(2.) พิจารณา △ABD และ △ACD

2.1 AB = ... (โจทย์กำหนดให้)

2.2 $B\hat{A}D$ = ... ($\overline{AD}$ แบ่งครึ่งมุมยอด BAC)

2.3 AD = ... (.....)

ดังนั้น △ABD ≅ △ACD (.....)

(3.) ผลที่ได้จาก △ABD ≅ △ACD มีดังนี้คือ

3.1 BD = ...แสดงว่า $\overline{AD}$ แบ่งครึ่ง $\overline{BC}$

3.2 $A\hat{D}B$ = ...แสดงว่า $\overline{AD}$ ตั้งฉาก $\overline{BC}$

3.3 $A\hat{B}D$ = ...แสดงว่ามุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน

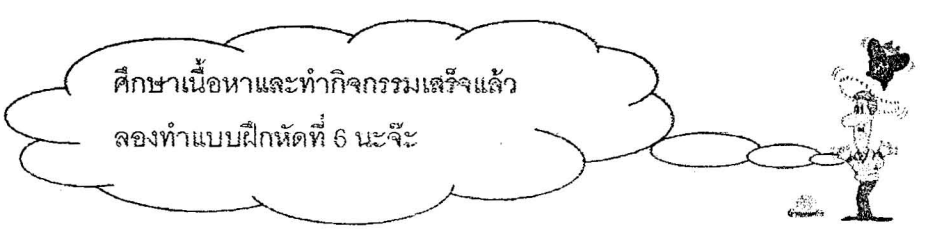
ข้อสรุปเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

(1.) มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากันหรือไม่.....

(2.) เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว แบ่งรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการหรือไม่.....

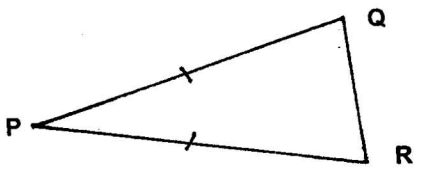
(3.) เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วแบ่งครึ่งฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วหรือไม่.....

(4.) เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วหรือไม่.....



แบบฝึกหัดที่ 6
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

①



จากรูป PQR เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มี PQ = PR จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วคือ .....

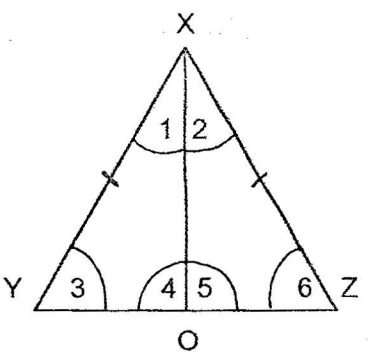
1.2 มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วคือ .....

1.3 มุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วคือ .....

1.4 ถ้ามุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว PQR กาง 70 องศา มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว PQR กางมุมละ .....องศา

1.5 ถ้าเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว PQR เท่ากับ 30 เซนติเมตร มีด้านประกอบมุมยอดยาวด้านละ 12 เซนติเมตร ดังนั้นความยาวฐานเท่ากับ .....เซนติเมตร

②



จากรูป XYZ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มี XY = XZ จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 $\hat{1}$ = ...

2.2 $\hat{3}$ = ...

2.3 $\hat{4}$ = ...และมีขนาดเท่ากับ.....องศา

2.4 OY = ...

2.5 XO = ...

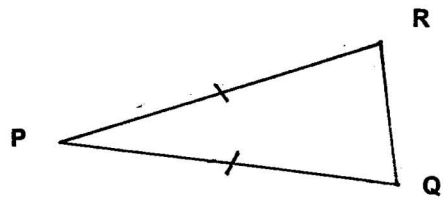
อย่าลืม... ตรวจคำตอบและรวมคะแนนข้อที่ทำได้ถูกต้องทั้งหมดนะจ๊ะ

รวมคะแนนทั้งหมด.....คะแนน

(คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

เฉลย
แบบฝึกหัดที่ 6
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

1.



จากรูป PQR เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มี PQ = PR จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วคือ $\overline{QR}$ (1 คะแนน)

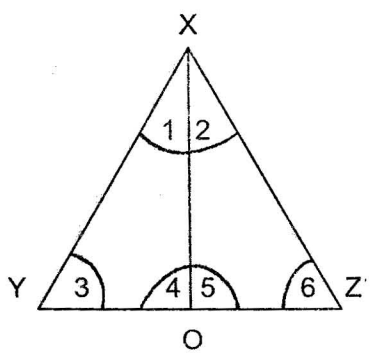
1.2 มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วคือ $\hat{2}$ และ $\hat{3}$ (1 คะแนน)

1.3 มุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วคือ $\hat{1}$ (1 คะแนน)

1.4 ถ้ามุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว PQR กาง 70 องศา มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว PQR กางมุมละ **55** องศา (1 คะแนน)

1.5 ถ้าเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว PQR เท่ากับ 30 เซนติเมตร มีด้านประกอบมุมยอดยาวด้านละ 12 เซนติเมตร ดังนั้นความยาวฐานเท่ากับ **6** เซนติเมตร (1 คะแนน)

2.



จากรูป XYZ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มี XY = XZ จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 $\hat{1}$ = $\hat{2}$ (1 คะแนน)

2.2 $\hat{3}$ = $\hat{6}$ (1 คะแนน)

2.3 $\hat{4}$ = $\hat{5}$ มีขนาดเท่ากับ **90** องศา (1 คะแนน)

2.4 OY = **OZ** (1 คะแนน)

2.5 XO = **XO** (1 คะแนน)

แบบทดสอบย่อย
ชุดการเรียนที่ 6
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองหน้าจั่ว

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามในกระดาษคำตอบ (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

① จงเขียนเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อที่ถูกต้อง และเครื่องหมาย ✗ หน้าข้อความที่ไม่ถูกต้อง (ข้อละ 1 คะแนน)

_____ 1.1 รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

_____ 1.2 ถ้าลากเส้นจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาแบ่งครึ่งฐาน จะได้รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วสองรูปเสมอ

_____ 1.3 ถ้าลากเส้นจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาตั้งฉากกับฐาน จะได้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ

_____ 1.4 ถ้ารูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วสองรูปมีมุมที่ฐานเท่ากันจะเท่ากันทุกประการ

② จงตอบคำถามต่อไปนี้ (ข้อละ 1 คะแนน)

2.1 ถ้ามุมยอดของรูปสามเหลี่ยมกาง 120 องศา มุมที่ฐานกางมุมละ.....องศา

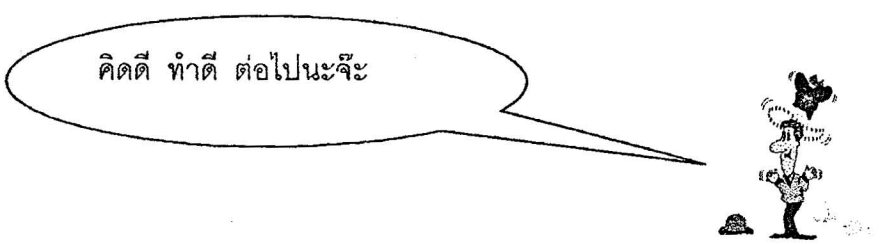
2.2 ถ้ามุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของมุมที่ฐานแล้ว มุมยอดมีขนาด.....องศา

2.3 ถ้ามุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วกางมุมละ 35 องศา มุมยอดกาง.....องศา

2.4 ถ้ามุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเป็น 4 เท่าของมุมยอดแล้ว มุมยอดมีขนาด.....องศา

2.5 ถ้ารูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งมีเส้นรอบรูปยาว 45 เซนติเมตร และฐานมีความยาว 11 เซนติเมตร ดังนั้นด้านประกอบมุมยอดยาวด้านละ.....เซนติเมตร

2.6 ถ้ามุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาด 2X , 4X – 4 และ 69 – X องศา ตามลำดับ มุมที่ฐานแต่ละมุมมีขนาด.....องศา



เฉลย
แบบทดสอบย่อย
ชุดการเรียนที่ 6
เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองหน้าจั่ว

1. (ข้อละ 1 คะแนน)

✓ 1.1
✗ 1.2
✓ 1.3
✗ 1.4

2. (ข้อละ 1 คะแนน)

2.1 30 องศา
2.2 36 องศา
2.3 110 องศา
2.4 20 องศา
2.5 17 เซนติเมตร
2.6 46 องศา

(คะแนนเต็ม 10 คะแนน)

ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมการคิดอย่างมีเหตุผล

ชุดการเรียนที่ 7

เรื่อง ทบทวนรูปสามเหลี่ยมและความเท่ากันทุกประการ **ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2**

รายวิชา ค 203 คณิตศาสตร์ 3 **จำนวน 2 คาบ คาบละ 50 นาที**

โรงเรียน.....

ชื่อ..... นามสกุล.....

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่..... เลขที่ .....

คำชี้แจง

ให้นักเรียนทุกคนศึกษาจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมและเนื้อหาเรื่อง **ทบทวนรูปสามเหลี่ยมและความเท่ากันทุกประการ** อย่างละเอียด พร้อมทำกิจกรรม แบบฝึกหัดระหว่างเรียนและแบบทดสอบย่อย ในแต่ละชุดการเรียนด้วยความตั้งใจ

เมื่อนักเรียนสงสัยในขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งในชุดการเรียน นักเรียนสามารถซักถามปัญหานั้น ๆ กับเพื่อน หรือครูผู้สอนที่จะคอยให้คำปรึกษาในขณะที่ที่นักเรียนศึกษาเนื้อหาจากชุดการเรียน

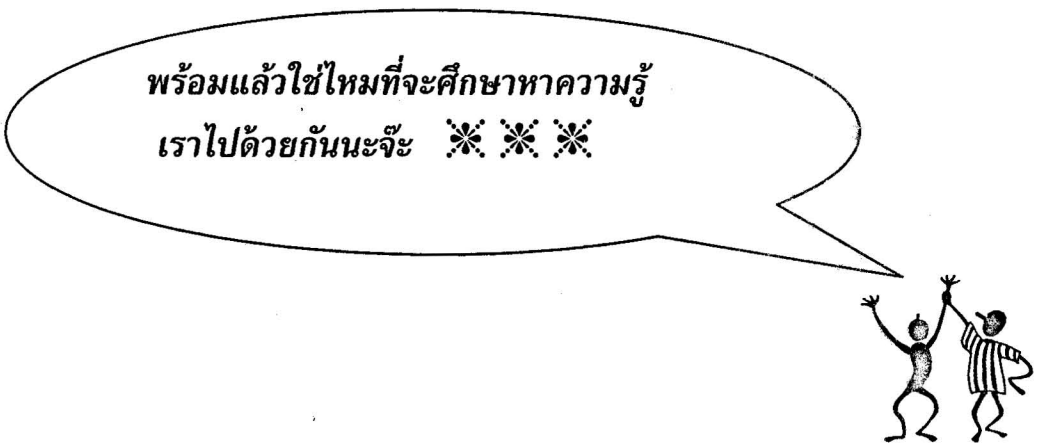
เมื่อนักเรียนได้ศึกษาเนื้อหาและทำกิจกรรมทุกขั้นตอนแล้ว ให้นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนให้เสร็จเรียบร้อย และตรวจคำตอบด้วยตนเอง จากเฉลยแบบฝึกหัดที่แนบมากับชุดการเรียน พร้อมรวมคะแนนทั้งหมดสำหรับข้อที่ทำได้ถูกต้องด้วยความซื่อสัตย์

ในขั้นตอนสุดท้ายของการเรียนด้วยชุดการเรียน ให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียน โดยดำเนินการเช่นเดียวกันกับการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน จึงถือว่าเสร็จสิ้นสำหรับการเรียนด้วยชุดการเรียนเรื่อง **ทบทวนรูปสามเหลี่ยมและความเท่ากันทุกประการ**

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนเรื่อง **ทบทวนรูปสามเหลี่ยมและความเท่ากันทุกประการ** นักเรียน

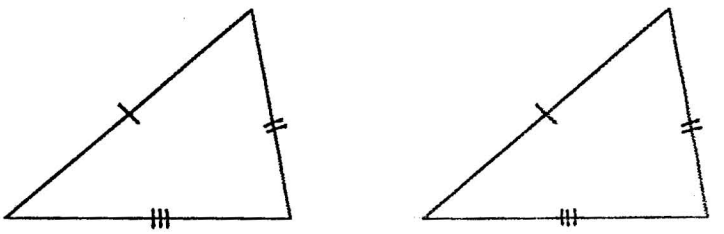
1. ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ เท่ากันทุกประการหรือไม่
2. ระบุได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ ที่เท่ากันทุกประการ สัมพันธ์กันแบบด้าน-มุม-ด้าน, มุม-ด้าน-มุม หรือ ด้าน-ด้าน-ด้าน ได้ถูกต้อง
3. นำสมบัติความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมและรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ใช้ในการพิสูจน์ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมได้ถูกต้อง



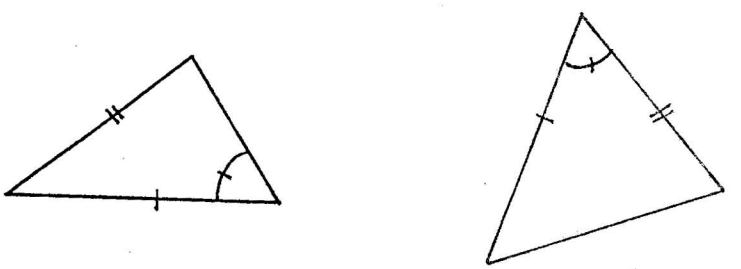
ทบทวนรูปสามเหลี่ยมและความเท่ากันทุกประการ (จำนวน 2 คาบ คาบละ 50 นาที)

ให้นักเรียนพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปในแต่ละข้อต่อไปนี้เท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด โดยเขียนเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อที่เลือกตอบ

ตัวอย่าง

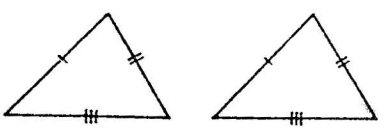


☑ เท่ากันทุกประการ แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน ☐ ไม่เท่ากันทุกประการ



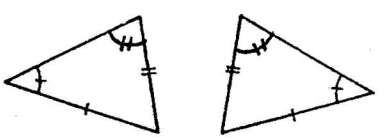
☐ เท่ากันทุกประการ แบบ..... ☑ ไม่เท่ากันทุกประการ

1.



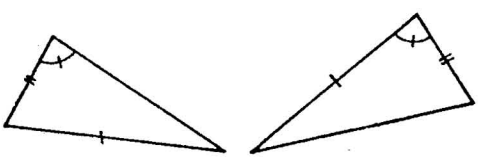
☐ เท่ากันทุกประการ แบบ.....
☐ ไม่เท่ากันทุกประการ

2.



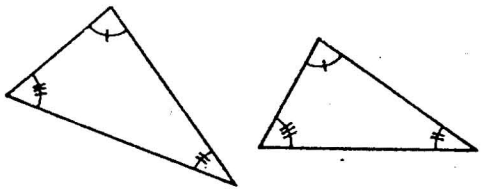
☐ เท่ากันทุกประการ แบบ.....
☐ ไม่เท่ากันทุกประการ

3.



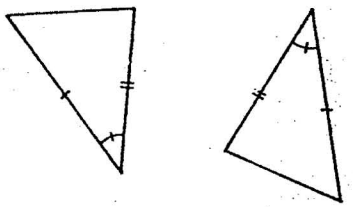
☐ เท่ากันทุกประการ แบบ.....
☐ ไม่เท่ากันทุกประการ

4.



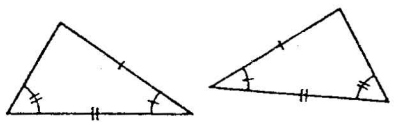
❍ เท่ากันทุกประการ แบบ.....
❍ ไม่เท่ากันทุกประการ

5.



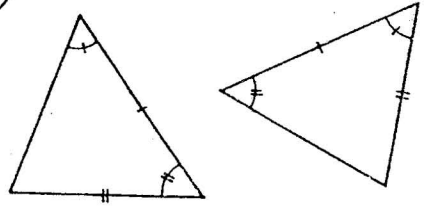
❍ เท่ากันทุกประการ แบบ.....
❍ ไม่เท่ากันทุกประการ

6.



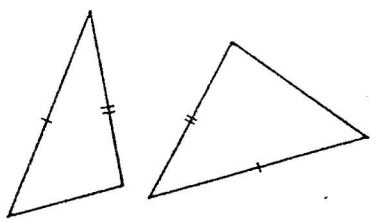
❍ เท่ากันทุกประการ แบบ.....
❍ ไม่เท่ากันทุกประการ

7.



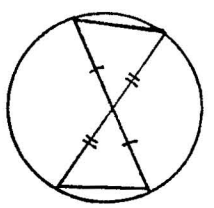
❍ เท่ากันทุกประการ แบบ.....
❍ ไม่เท่ากันทุกประการ

8.



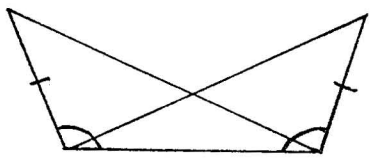
❍ เท่ากันทุกประการ แบบ.....
❍ ไม่เท่ากันทุกประการ

9.



❍ เท่ากันทุกประการ แบบ.....
❍ ไม่เท่ากันทุกประการ

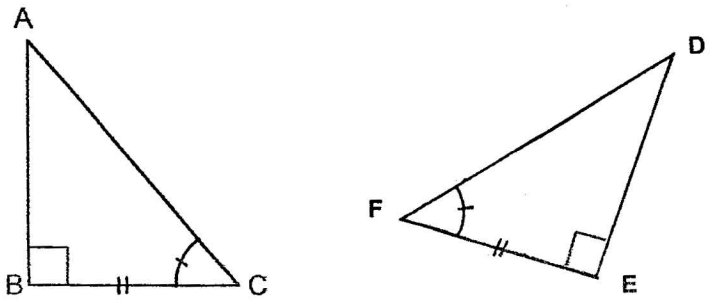
10.



❍ เท่ากันทุกประการ แบบ.....
❍ ไม่เท่ากันทุกประการ

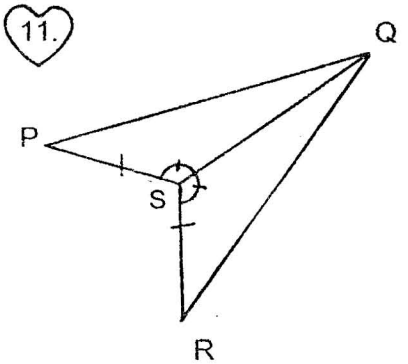
ตั้งแต่ข้อ 11 – 15 ให้นักเรียนพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันแบบใด และให้ระบุผลจากการที่รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ

ตัวอย่าง



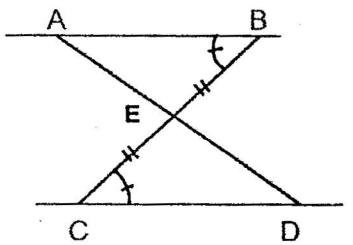
$\triangle ABC \cong \triangle DEF$ แบบ มุม-ด้าน-มุม ผลที่ได้คือ $B\hat{A}C = E\hat{D}F$, AB = DE และ AC = DF

11.



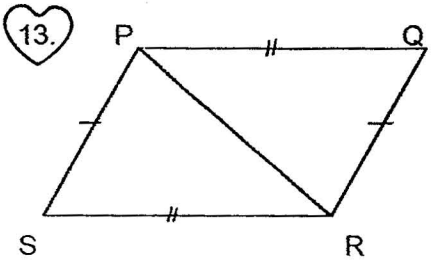
$\triangle PQS \cong$ ..... แบบ .....
ผลที่ได้คือ .....
.....

12.



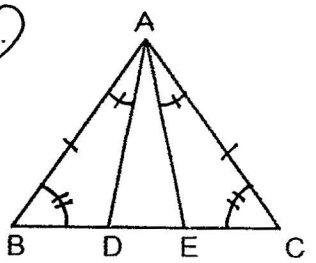
$\triangle ABE \cong$ ..... แบบ .....
ผลที่ได้คือ .....
.....

13.



$\triangle PQR \cong$ ..... แบบ .....
ผลที่ได้คือ .....
.....

14.

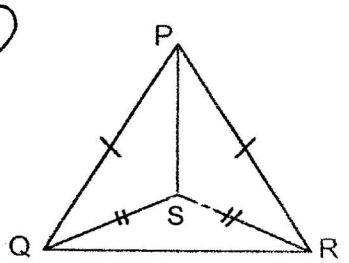


$\triangle ABD \cong$ ..... แบบ .....

ผลที่ได้คือ .....

.....

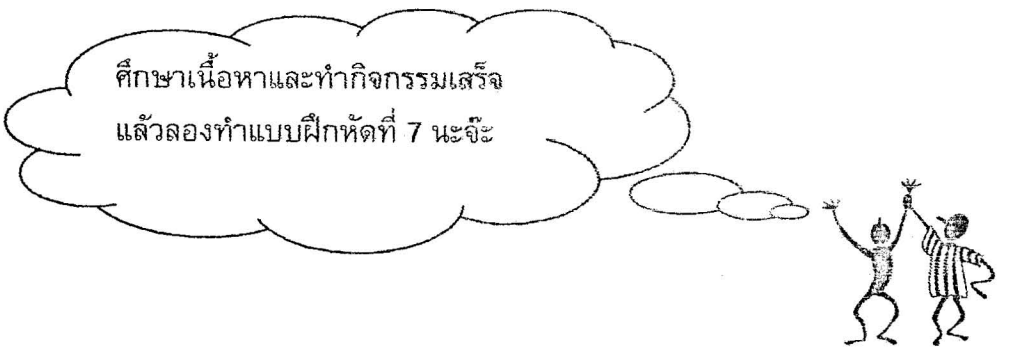
15.



$\triangle PQS \cong$ ..... แบบ .....

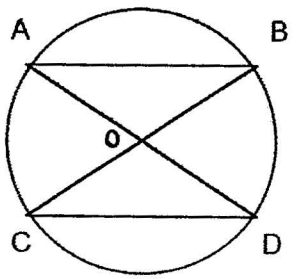
ผลที่ได้คือ .....

.....



แบบฝึกหัด 7
เรื่อง ทบทวนรูปสามเหลี่ยมและความเท่ากันทุกประการ

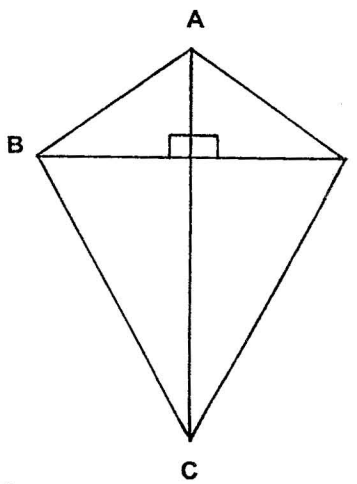
①



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม
จงพิจารณาว่า $\triangle AOB \cong \triangle COD$ และ $AB = CD$ เพราะเหตุใด

1.1 OA = ... (.....)
1.2 $A\hat{O}B$ = ...(.....)
1.3 OB = ...(.....)
1.4 .....(.....)
ดังนั้น .....เนื่องจาก.....

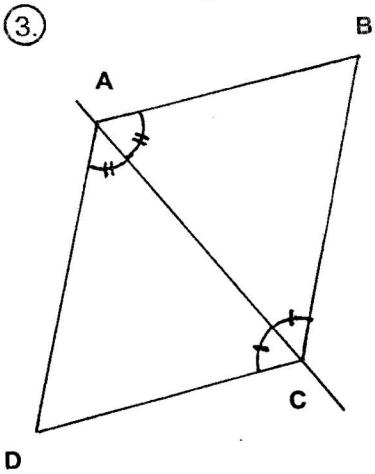
②



จากรูป ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว
จงพิจารณาว่า $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ และ $A\hat{B}C = A\hat{D}C$
เพราะเหตุใด

2.1 AB = ...(.....)
2.2 AC = ...(.....)
2.3 BC = ...(.....)
2.4 .....(.....)
ดังนั้น .....เนื่องจาก.....

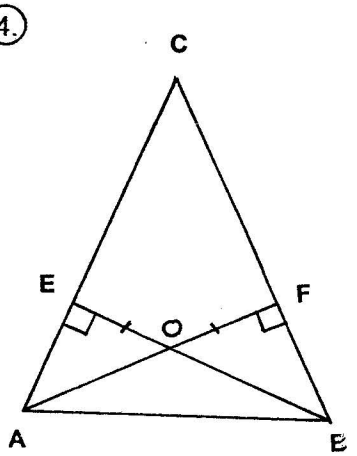
③



จากรูป กำหนดให้ $\overline{AC}$ แบ่งครึ่ง $B\hat{A}D$ และ $B\hat{C}D$ ตามลำดับ
จงพิจารณาว่า $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ และ $BC = DC$ เพราะเหตุใด

3.1 $B\hat{A}C$ = ...(.....)
3.2 AC = ...(.....)
3.3 $A\hat{C}B$ = ...(.....)
3.4 .....(.....)
ดังนั้น .....เนื่องจาก.....

④.



จากรูป กำหนดให้ OE = OF, $\overline{BE}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AC}$ และ $\overline{AF}$ ตั้งฉากกับ $\overline{BC}$

จงพิจารณาว่า △AOE ≅ △BOF และ △AOB เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วหรือไม่ เพราะเหตุใด

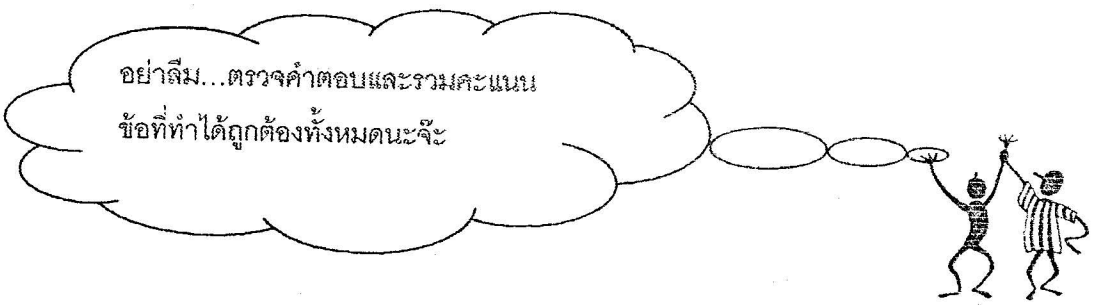
4.1 $A\hat{E}O$ = ... (.....)

4.2 OE = ... (.....)

4.3 $A\hat{O}E$ = ...(.....)

4.4 ..... (.....)

ดังนั้น .....เนื่องจาก.....

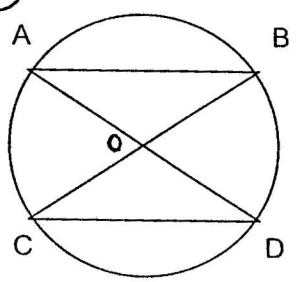


รวมคะแนน.....คะแนน

(คะแนนเต็ม 40 คะแนน)

เฉลย
แบบฝึกหัด 7
เรื่อง ทบทวนรูปสามเหลี่ยมและความเท่ากันทุกประการ

1.



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

จงพิจารณาว่า $\Delta AOB \cong \Delta COD$ และ $\overline{AB} = \overline{CD}$ เพราะเหตุใด

1.1 OA = **OC** (รัศมีของวงกลมเดียวกันจะยาวเท่ากัน) (2 คะแนน)

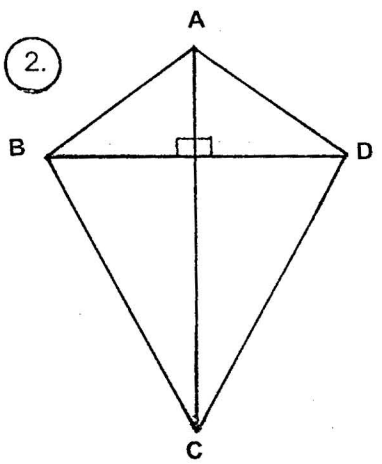
1.2 $A\hat{O}B = C\hat{O}D$ (มุมตรงข้ามที่เกิดจากเส้นตรงสองเส้นตัดกันจะมีขนาดเท่ากัน) (2 คะแนน)

1.3 OB = **OD** (รัศมีของวงกลมเดียวกันจะยาวเท่ากัน) (2 คะแนน)

1.4 $\Delta AOB \cong \Delta COD$ (ด้าน-มุม-ด้าน) (2 คะแนน)

ดังนั้น $\overline{AB} = \overline{CD}$ เนื่องจาก $\Delta AOB \cong \Delta COD$ (2 คะแนน)

2.



จากรูป ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว จงพิจารณาว่า

$\Delta ABC \cong \Delta ADC$ และ $A\hat{B}C = A\hat{C}D$ เพราะเหตุใด

2.1 AB = **AD** (รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าวจะมีเส้นทแยงมุมตัดกันเป็นมุมฉาก และมีด้านประกอบมุมยาวเท่ากันสองคู่) (2 คะแนน)

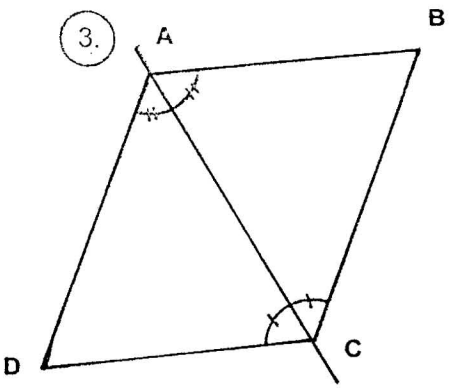
2.2 AC = **AC** (ด้านร่วมของรูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม ADC) (2 คะแนน)

2.3 BC = **DC** (รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าวจะมีเส้นทแยงมุมตัดกันเป็นมุมฉาก และมีด้านประกอบมุมยาวเท่ากันสองคู่) (2 คะแนน)

2.4 $\Delta ABC \cong \Delta ADC$ (ด้าน-ด้าน-ด้าน) (2 คะแนน)

ดังนั้น $A\hat{B}C = A\hat{C}D$ เนื่องจาก $\Delta ABC \cong \Delta ADC$

3.



จากรูป กำหนดให้ $\overline{AC}$ แบ่งครึ่ง $B\hat{A}D$ และ $B\hat{C}D$ ตามลำดับ

จงพิจารณา $\Delta ABC \cong \Delta ADC$ และ $\overline{BC} = \overline{DC}$ เพราะเหตุใด

3.1 $B\hat{A}C = D\hat{A}C$ ($\overline{AC}$ แบ่งครึ่ง $B\hat{A}D$) (2 คะแนน)

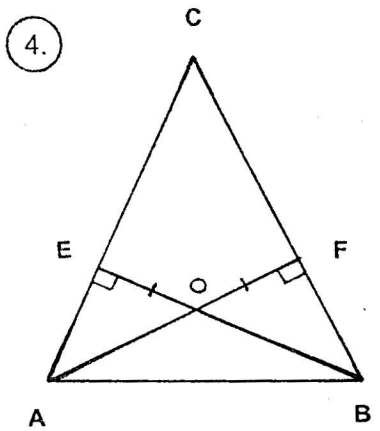
3.2 AC = **AC** **(เป็นด้านร่วมของรูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม ADC)** (2 คะแนน)

3.3 $A\hat{C}B = A\hat{C}D$ ($\overline{AC}$ แบ่งครึ่ง $B\hat{C}D$) (2 คะแนน)

3.4 $\Delta ABC \cong \Delta ADC$ **(มุม-ด้าน-มุม)** (2 คะแนน)

ดังนั้น $\overline{BC} = \overline{DC}$ เนื่องจาก $\Delta ABC \cong \Delta ADC$ (2 คะแนน)

4.



จากรูป กำหนดให้ OE = OF, $\overline{BE}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AC}$ และ $\overline{AF}$ ตั้งฉากกับ $\overline{BC}$

จงพิจารณาว่า $\Delta AOE \cong \Delta BOF$ และ ΔAOB เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วหรือไม่ เพราะเหตุใด

4.1 $A\hat{E}O = B\hat{F}O$ **(โจทย์กำหนดให้)** (2 คะแนน)

4.2 OE = **OF** **(โจทย์กำหนดให้)** (2 คะแนน)

4.3 $A\hat{O}E = B\hat{O}F$ **(มุมตรงข้ามที่เกิดจากเส้นตรงสองเส้นตัดกันจะมีขนาดเท่ากัน)** (2 คะแนน)

4.4 $\Delta AOE \cong \Delta BOF$ **(มุม-ด้าน-มุม)** (2 คะแนน)

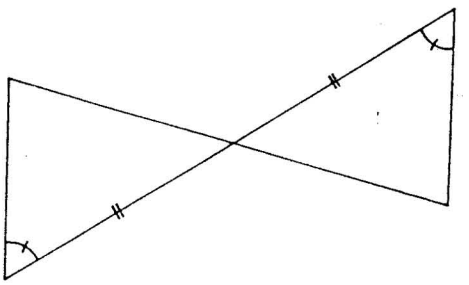
ดังนั้น ΔAOB **เป็น** Δ**หน้าจั่ว** เนื่องจาก **AO = BO** (2 คะแนน)

แบบทดสอบย่อย
ชุดการเรียนที่ 7
เรื่อง ทบทวนรูปสามเหลี่ยมและความเท่ากันทุกประการ

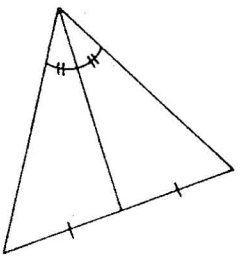
คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามในกระดาษคำตอบ (คะแนนเต็ม **20** คะแนน)

(1.)จงพิจารณารูปสามเหลี่ยมในแต่ละข้อ นักเรียนสรุปได้หรือไม่ว่าเท่ากันทุกประการ ถ้าเท่ากันทุกประการ ให้ระบุความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมสองรูป สัมพันธ์กันแบบใด (ข้อละ 1 คะแนน)

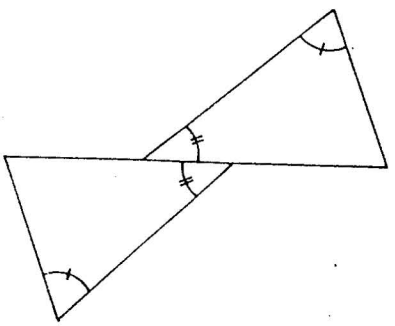
(1.1)



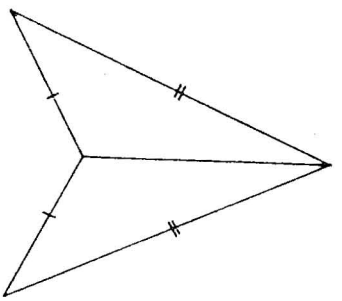
(1.2)



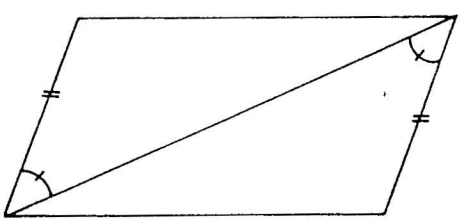
(1.3)



(1.4)

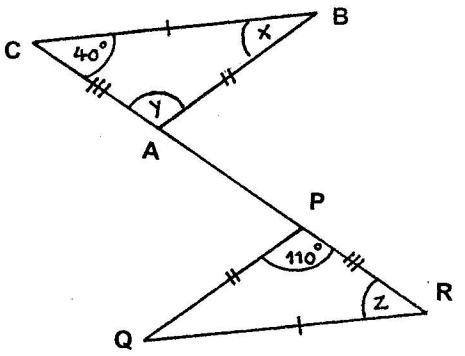


(1.5)

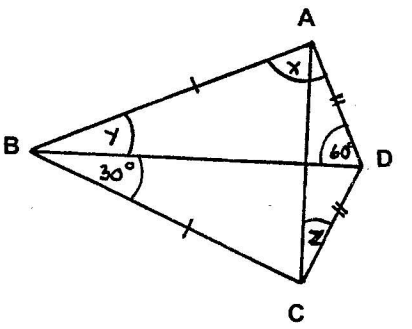


2. ให้นักเรียนระบุขนาดของมุมจากรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการต่อไปนี้ (ข้อละ 3 คะแนน)

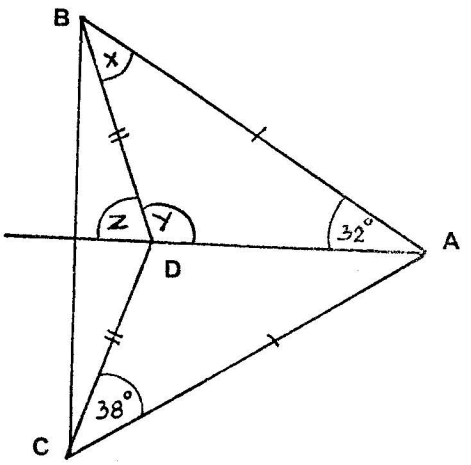
2.1



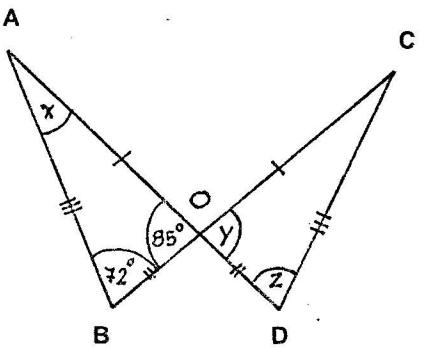
2.2



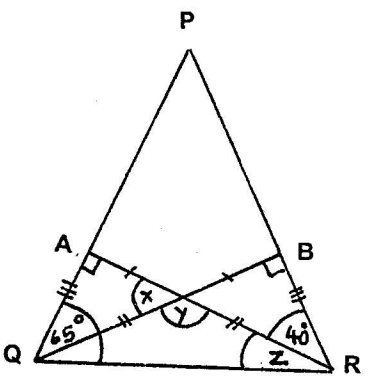
2.3

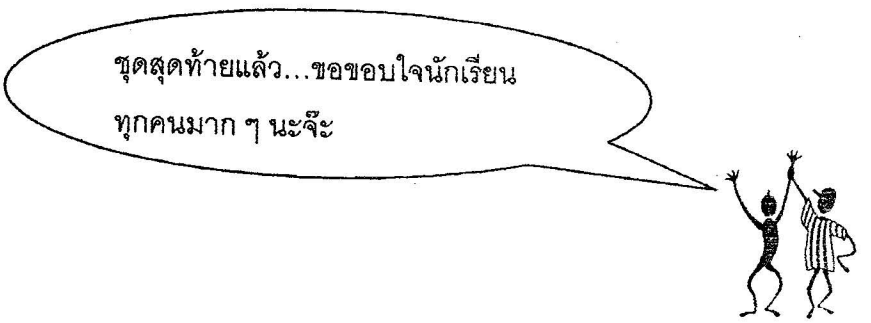


2.4



2.5





เฉลย
แบบทดสอบย่อย
ชุดการเรียนที่ 7
เรื่อง ทบทวนรูปสามเหลี่ยมและความเท่ากันทุกประการ

1. (ข้อละ 1 คะแนน)

1.1 เท่ากันทุกประการแบบ มุม-ด้าน-มุม

1.2 ไม่สามารถสรุปได้ว่าเท่ากันทุกประการ

1.3 ไม่สามารถสรุปได้ว่าเท่ากันทุกประการ

1.4 เท่ากันทุกประการแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

1.5 เท่ากันทุกประการแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

1.6 เท่ากันทุกประการแบบ มุม-ด้าน-มุม

2. (ข้อละ 3 คะแนน)

ข้อ	X	Y	Z
2.1	**30** องศา	**110** องศา	**40** องศา
2.2	**90** องศา	**30** องศา	**30** องศา
2.3	**38** องศา	**110** องศา	**70** องศา
2.4	**23** องศา	**85** องศา	**72** องศา
2.5	**50** องศา	**130** องศา	**25** องศา

(คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

ภาคผนวก ง

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

ผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ (แผนการสอนและชุดการเรียน)

1. อาจารย์ปาจรีย์ วัชชวัลคุ
   โรงเรียนสตรีวิทยา กรุงเทพมหานคร
2. อาจารย์ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา
   โรงเรียนวัดราชบพิธ กรุงเทพมหานคร
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุพจน์ ไชยสังข์
   คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดผลทางการศึกษา (แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์)

1. อาจารย์ปาจรีย์ วัชชวัลคุ
   โรงเรียนสตรีวิทยา กรุงเทพมหานคร
2. อาจารย์ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา
   โรงเรียนวัดราชบพิธ กรุงเทพมหานคร
3. รองศาสตราจารย์ ดร.ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ
   สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ผู้เชี่ยวชาญด้านแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

1. รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์
   คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ดิลก ดิลกานนท์
   สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. รองศาสตราจารย์ ดร.ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ
   สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ	นางสาวสุภาพร บุญหนัก
วันเดือนปีเกิด	24 ตุลาคม 2507
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดลำปาง
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	227/202 ถนนจรัญสนิทวงศ์ แขวงวัดท่าพระ เขตบางกอกใหญ่ กรุงเทพมหานคร
ตำแหน่งหน้าที่การงาน	อาจารย์ 1 ระดับ 5
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนวัดนวลนรดิศ แขวงปากคลอง เขตภาษีเจริญ กรุงเทพมหานคร
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ.2523	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ม.ศ.3) โรงเรียนอรุโณทัย จังหวัดลำปาง
พ.ศ.2525	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 (ม.ศ.5) โรงเรียนเขลางค์นคร จังหวัดลำปาง
พ.ศ.2530	ศศ.บ.(คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยรามคำแหง
พ.ศ.2543	กศ.ม.(การมัธยมศึกษา การสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ