การพัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ โดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

ปริญญานิพนธ์

ของ

สมมาด บรรจงรัตน์

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา
มีนาคม 2540

คณะกรรมการควบคุมและคณะกรรมการสอบได้พิจารณาปริญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการควบคุม

..... ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.ปิยวดี วงษ์ใหญ่)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชัย วงษ์ใหญ่)

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุนีย์ เหมะประสิทธิ์)

คณะกรรมการสอบ

..... ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.ปิยวดี วงษ์ใหญ่)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชัย วงษ์ใหญ่)

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุนีย์ เหมะประสิทธิ์)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(รองศาสตราจารย์ อรพินท์ เจียระพงษ์)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(รองศาสตราจารย์ ดร.สิริพร ทิพย์คง)

บัณฑิตวิทยาลัยอนุมัติให้รับปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ดร.ศิริยุภา พูลสุวรรณ)

วันที่ 14 เดือน มีนาคม พ.ศ. 2540

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดีเนื่องจากได้รับความกรุณา เมตตา เอาใจใส่ให้คำปรึกษา ให้กำลังใจด้วยความห่วงใยและตรวจแก้ไขอย่างละเอียดจาก รองศาสตราจารย์ ดร.ปิยวดี วงษ์ใหญ่ ประธานกรรมการ รองศาสตราจารย์ ดร.วิชัย วงษ์ใหญ่ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ ในฐานะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ผู้วิจัยซาบซึ้งในความกรุณาของท่านเป็นอย่างสูง ขอกราบขอบพระคุณต่อพระคุณของท่านอาจารย์ทั้งสามเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงต่อ รองศาสตราจารย์ ดร.สิริพร ทิพย์คง คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ที่ได้กรุณาเป็นกรรมการร่วมในการพิจารณาปริญญานิพนธ์ตลอดจนให้คำปรึกษา แนะนำ ตรวจสอบ ซึ่งเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น ขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงต่อ รองศาสตราจารย์ ดร.สุเทพ ทองอยู่ อาจารย์ที่ปรึกษาที่ท่านได้กรุณาสั่งสอนอบรม ติดตามให้กำลังใจด้วยความห่วงใยเสมอมา

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ ผอ.ประสิทธิ์ พร้อมมูล ผู้อำนวยการกองวิทยาลัยเทคนิค ที่ท่านได้กรุณาสนับสนุนให้ผู้วิจัยได้ลาศึกษาต่อเต็มเวลา และคอยให้กำลังใจผู้วิจัยด้วยความห่วงใยเสมอมา ขอขอบพระคุณ ผอ.บัวทอง จิรยุพงศ์ ผู้อำนวยการวิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช ผอ.ภักดี ธุระเจน ผู้อำนวยการวิทยาลัยเทคโนโลยีและอุตสาหกรรมการต่อเรือนครศรีธรรมราช ที่ได้กรุณาให้การสนับสนุนการทำวิจัยและให้กำลังใจผู้วิจัยตลอดมา ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ยินดี ศักดิ์เลิศวัชระ รองศาสตราจารย์ ดร.คณิต ไข่มุกด์ ดร.สุรชัย มีชาญ ที่ได้กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบแบบทดสอบสำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ขอขอบพระคุณ วิทยากร ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จินดา สุวพันธ์ และอาจารย์ สมเดช บุญประจักษ์ ที่ได้กรุณาสละเวลาให้ความรู้แก่ครูที่เข้าร่วมในการวิจัยเชิงปฏิบัติการในครั้งนี้

ผู้วิจัยขอขอบคุณ อาจารย์ เกรียงศักดิ์ ช่วยคงทอง อาจารย์ วราภรณ์ เชตวรรณ์และอาจารย์ วิไลพร สมสุข อาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์วิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช ที่ได้กรุณาสละเวลา อุทิศแรงกายแรงใจ และพลังความคิด เพื่อร่วมกันพัฒนาการเรียนการสอนในการวิจัยเชิงปฏิบัติการครั้งนี้อย่างเต็มความสามารถ ขอขอบคุณ รองศาสตราจารย์ พิชากร แปลงประสพโชค ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สมวงษ์ แปลงประสพโชค อาจารย์ ธ.ธง พวงสุวรรณ อาจารย์ มานะ เอกจริยวงศ์ อาจารย์ ชัยวุฒิ เส้งนุ้ย อาจารย์ ศุภพงษ์ ประภาศิริ อาจารย์ จรัญ ชัยทิพย์ และ อาจารย์ รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ ตลอดจนเพื่อนร่วมรุ่นทุกคน ที่ได้กรุณา

ให้ความช่วยเหลือผู้วิจัยในด้านต่าง ๆ ด้วยดีเสมอมา ขอขอบคุณนักเรียนทุกคนที่มีส่วนร่วมให้การทำปริญญานิพนธ์ของผู้วิจัยสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

นอกเหนือจากคณาจารย์และผู้มีพระคุณที่ได้กล่าวนามมาแล้วข้างต้น ผู้วิจัยขอขอบคุณกัลยาณมิตรทุกท่านที่ไม่ได้กล่าวนามไว้ ณ ที่นี้ ที่ท่านได้กรุณาให้ความอนุเคราะห์และกำลังใจแก่ผู้วิจัยด้วยดีเสมอมา และเหนืออื่นใดผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ ที่ท่านได้เลี้ยงดู อบรมและสนับสนุนให้ผู้วิจัยได้มีโอกาสศึกษาจนถึงระดับนี้ ขอขอบพระคุณครูบาอาจารย์ทุกท่านที่ได้อบรม สั่งสอน สนับสนุน และเป็นกำลังใจในการศึกษาของผู้วิจัยตลอดมา และขอขอบคุณพี่ น้อง หลาน และเพื่อน ๆ ทุกคนที่มีส่วนช่วยให้งานวิจัยนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

สมมาต บรรจงรัตน์

สารบัญ

บทที่ หน้า

บทที่ หน้า

บทที่		หน้า

บัญชีตาราง

บัญชีภาพประกอบ

บทที่ 1
บทนำ

ความสำคัญและความเป็นมาของปัญหา

ปัจจุบันการศึกษาทางด้านอาชีวศึกษานับว่าเป็นการศึกษาที่มีความสำคัญอีกด้านหนึ่ง โดยเฉพาะสาขาช่างอุตสาหกรรม ในการจัดการศึกษาทางด้านช่างอุตสาหกรรมนั้นนอกจากจะจัดให้นักเรียนได้เรียนวิชาชีพเป็นด้านหลักแล้วจำเป็นต้องเรียนวิชาสามัญเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาชีพด้วย คณิตศาสตร์เป็นวิชาพื้นฐานที่สำคัญวิชาหนึ่งของการศึกษาทางด้านช่างอุตสาหกรรม โดยมีจุดประสงค์หลักในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนได้มีความรู้ ความเข้าใจในหลักการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานของวิชาชีพ เกิดทักษะทางคณิตศาสตร์และสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันและในวิชาชีพได้ (กรมอาชีวศึกษา. 2538 : 112 ; กระทรวงศึกษาธิการ. 2535 : 60 ; กระทรวงศึกษาธิการ. 2523 : 158)

จากการศึกษาสภาพการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ(ปวช.)สาขาช่างอุตสาหกรรมที่ผ่านมา พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมของนักเรียนยังอยู่ในระดับที่ควรจะต้องปรับปรุงให้สูงขึ้น ดังเช่น จากรายงานการประเมินผลการดำเนินการในช่วงแผนพัฒนาอาชีวศึกษาระยะที่ 6 ของกรมอาชีวศึกษา (พ.ศ. 2530 - 2534) ในช่วง 3 ปีแรก สรุปปัญหาทางการดำเนินงานของสถานศึกษาข้อหนึ่งว่า นักเรียนมีพื้นฐานความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐาน ทำให้การเรียนการสอนเป็นไปอย่างเชื่องช้า (กรมวิชาการ. 2534 : 190) และจากรายงานการวิจัยของกรมวิชาการได้ระบุว่านักเรียนที่จบการศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ แล้วเตรียมตัวเข้าสู่ตลาดแรงงานเพื่อการประกอบอาชีพนั้นจะต้องปรับปรุงความรู้วิชาสามัญอันได้แก่ วิชาคณิตศาสตร์ (กรมวิชาการ. 2534 : 73 ข้อ 4.3) นอกจากนี้ เจิมศักดิ์ หัวเพชร และคณะศึกษานิเทศก์ (ม.ป.ป. : 20) ได้ศึกษาพบว่านักเรียนชั้นปีที่ 1 หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช 2530 ประเภทวิชาช่างอุตสาหกรรมที่ออกกลางคันร้อยละ 23.81 ในจำนวนนี้เป็นนักเรียนที่เรียนอ่อนวิชาคณิตศาสตร์เป็นส่วนมาก และจากการศึกษาของศุภพงษ์ ปิ่นเวหา (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2534 : 1215-1219) ได้ศึกษาเฉพาะวิทยาลัยเทคนิคกลุ่มภาคเหนือ พบว่านักเรียนมีพื้นความรู้ทางคณิตศาสตร์ต่ำ ขาดความสนใจในการศึกษาค้นคว้า มีเจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนค่อนข้างต่ำ และนอกจากนี้ผู้วิจัยได้เก็บรวบรวมข้อมูลผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ช่าง

อุตสาหกรรมของนักเรียนในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ สังกัดวิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช ตั้งแต่ปีการศึกษา 2533 ถึงปีการศึกษา 2537 พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนยังอยู่ในระดับที่ควรจะต้องปรับปรุงให้สูงขึ้นเช่นเดียวกัน ดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 1 แสดงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมของนักเรียนวิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช ในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ โดยคิดเฉลี่ยเป็นร้อยละของคะแนนเต็มในแต่ละปีการศึกษา ตั้งแต่ปีการศึกษา 2533 - 2537

ปีการศึกษา / รายวิชา	2533	2534	2535	2536	2537
คณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม 1	68.57	62.89	58.25	54.71	61.22
คณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม 2	49.29	52.13	51.62	44.88	43.49
คณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม 3	-	56.66	59.77	67.36	49.04
คณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม 4	-	66.25	58.85	66.95	64.03
คณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม 5	-	64.98	56.03	51.69	55.60

<u>หมายเหตุ</u> จากตารางข้างต้นนี้เป็นตารางแสดงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช 2530 (ฉบับปรับปรุงครั้งที่ 1 พ.ศ. 2533) ซึ่งเป็นหลักสูตรที่ประกาศใช้ในปีการศึกษา 2533 - 2537 สำหรับในปีการศึกษา 2538 กระทรวงศึกษาธิการได้ประกาศใช้หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช 2538 แทนหลักสูตรเดิม ซึ่งในหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช 2538 นี้จะมีวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาบังคับ 2 รายวิชา คือวิชาคณิตศาสตร์ 1 วิชาคณิตศาสตร์ 2 และวิชาเลือกเสรีอีก 5 รายวิชา คือวิชาคณิตศาสตร์ 3 วิชาคณิตศาสตร์ 4 วิชาคณิตศาสตร์ 5 วิชาคณิตศาสตร์ 6 และวิชาคณิตศาสตร์ 7 วิชาละ 2 หน่วยกิต ซึ่งเมื่อพิจารณาเนื้อหาโดยรวมในรายวิชาคณิตศาสตร์ 1 วิชาคณิตศาตร์ 2 วิชาคณิตศาสตร์ 5 วิชาคณิตศาสตร์ 6 และวิชาคณิตศาสตร์ 7 ในหลักสูตรใหม่นี้กับเนื้อหารายวิชาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมรวมทั้ง 5 รายวิชาของหลักสูตรเดิมตามตารางข้างต้นแล้ว จะพบว่าเนื้อหาโดยรวมไม่ได้แตกต่างกันมากนัก

จากการศึกษารายงานการวิจัยและข้อมูลดังกล่าวข้างต้นจะเห็นได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ สาขาช่างอุตสาหกรรมนั้นยังอยู่ในระดับที่ควรจะต้องปรับปรุงพัฒนาให้สูงขึ้น

ในการศึกษาถึงประเด็นที่เป็นปัญหาในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์ครูผู้สอนและนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ สังกัดวิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราชในปีการศึกษา 2537 พบว่าเนื้อหาที่เป็นปัญหาในการเรียนการสอนมากที่สุดคือการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ซึ่งเป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ประยุกต์ในงานช่างอุตสาหกรรม โดยจะมีสอดแทรกอยู่ในแต่ละเนื้อหาของบทเรียน ซึ่งข้อสรุปที่ได้จากการสัมภาษณ์นี้สอดคล้องกับความคิดเห็นของครูที่เข้ารับการอบรมปฏิบัติการวิธีสอนคณิตศาสตร์ในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ ประเภทวิชาช่างอุตสาหกรรมในปี พ.ศ. 2536 ซึ่งได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับประเด็นที่เป็นปัญหาในการเรียนการสอน โดยการตอบแบบสอบถามของผู้วิจัยซึ่งสามารถสรุปความคิดเห็นได้ว่านักเรียนมีปัญหาในประเด็นต่อไปนี้ในระดับมากตามลำดับคือ นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาไม่ได้ นักเรียนมีพื้นฐานคณิตศาสตร์ต่ำ นักเรียนมีทักษะการคิดคำนวณต่ำ และนอกจากนี้ในการศึกษาของสุพิศา แก้วสุวรรณ (2536 : 71) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2530 : 33-35, 41-43) พบว่าความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนช่างอุตสาหกรรมยังอยู่ในเกณฑ์ขั้นต่ำ และจากการศึกษาของเอิบศรี ตุษยะเดช (2529) พบว่าเนื้อหาที่เป็นปัญหาในการสอนได้แก่ การนำลอการิทึม สมการเสิร์ด สมการกำลังสอง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรไปใช้แก้โจทย์ปัญหาทางช่างอุตสาหกรรม นอกจากนี้ นิตยา เลิศวีรนนทรัตน์ (2529 : 80) ได้ศึกษาพบว่าครูคณิตศาสตร์ในวิทยาลัยเทคนิคมีการรับรู้เกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม 1 และ 2 ที่เป็นปัญหาในระดับปานกลางได้แก่ การประยุกต์เสิร์ดในงานช่าง การใช้การแปรผันในงานช่าง ความละเอียดของการวัดในงานช่าง การใช้สัดส่วนผกผันในงานช่าง และการใช้เรขาคณิตในงานช่าง

จากข้อมูลและรายงานการวิจัยดังกล่าวข้างต้น จะเห็นได้ว่านักเรียนที่เรียนสายอาชีวศึกษาสาขาช่างอุตสาหกรรมนั้น จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์โดยเฉพาะความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นำไปประยุกต์ใช้ในทางช่างอุตสาหกรรมอยู่ในระดับที่ควรจะต้องปรับปรุงพัฒนาให้ดีขึ้นกว่าเดิม ทั้งนี้เนื่องจากจุดประสงค์หลักในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมนั้นก็เพื่อให้นักเรียนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันและในวิชาชีพได้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาหาแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมขึ้น

ในการจัดการเรียนการสอนตัวแปรหนึ่งที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนได้แก่คุณภาพการสอนของครู ดังเช่น ในงานวิจัยของบุญชม ศรีสะอาด (2524 : 184) ปาจรีย์ วัชชวัลคุ (2527) อรวรรณ ณรงค์สรศักดิ์ (2534) โพส (Post. 1985 : 892-893-A) รีเลย์ (Reley. 1984 : 1007-A) และคอกส์ (Cox. 1987 : 35-A) ผู้สอนมีอิทธิพลสำคัญยิ่งกว่าสิ่งอื่นใดในการศึกษา บรรดาหลักสูตรการและอุปกรณ์เครื่องใช้ต่าง ๆ แม้จะสำคัญเพียงใดก็จะไม่มีประโยชน์หรือมีคุณค่า ถ้าหากผู้สอนไม่ช่วยทำให้สิ่งเหล่านั้นเป็นประโยชน์แก่ความเจริญก้าวหน้าของผู้เรียน ธวัชชัย ชัยจิรฉายากุล (2529 : 186) ได้กล่าวว่าบุคคลที่จะทำให้หลักสูตรสามารถบรรลุผลตามจุดมุ่งหมายที่วางไว้คือครูผู้สอน เพราะจะเป็นผู้ที่วางแผนและดำเนินการในเรื่องการนำหลักสูตร แผนการสอน และคู่มือในรูปต่าง ๆ มาจัดเป็นกิจกรรมเพื่อให้เกิดประสบการณ์หรือการเรียนรู้ขึ้นในตัวผู้เรียน จึงกล่าวได้ว่าครูคือหัวใจของหลักสูตร

จากคำกล่าวและงานวิจัยข้างต้นได้ชี้ให้เห็นถึงความสำคัญของบทบาทและพฤติกรรมการสอนของครูที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ดังนั้นแนวทางในการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนแนวทางหนึ่งก็คือการพัฒนาพฤติกรรมการสอนของครู ซึ่งแนวทางในการพัฒนาพฤติกรรมการสอนของครูนั้นมีอยู่หลายแนวทาง เช่น การจัดประชุมอบรมเพื่อเพิ่มพูนความรู้ การสัมมนาแลกเปลี่ยนความคิดเห็น การเผยแพร่ความรู้ทางเอกสาร การสาธิตการสอน การสังเกตวิเคราะห์พฤติกรรมการสอนของครูในห้องเรียน (กรมวิชาการ. 2528 : 1) นอกจากแนวทางดังกล่าวแล้วแนวทางในการพัฒนาพฤติกรรมการสอนของครูอีกแนวทางหนึ่งก็คือ การที่ให้ครูได้เข้ามาร่วมเป็นผู้วิจัย ซึ่งเคมมิสและแมคทาคกาท (Kemmis and McTaggart. 1990 : 5) ได้เรียกรูปแบบของการรวบรวมปัญหาจากการสะท้อนการปฏิบัติงาน (collective self-reflective enquiry) ของกลุ่มผู้ปฏิบัติงานในสถานการณ์ของสังคมใดสังคมหนึ่งเพื่อต้องการที่จะปรับปรุงหลักการเหตุผลและวิธีการปฏิบัติงานเพื่อให้ได้รูปแบบหรือแนวทางไปใช้ในการพัฒนาคุณภาพของการปฏิบัติงานนั้นว่า **การวิจัยเชิงปฏิบัติการ (action research)** ซึ่งสุมิตร คุณานุกร (2518 : 235,239) ได้กล่าวถึงการวิจัยเชิงปฏิบัติการว่าเป็นวิธีการที่จะช่วยให้ความเชื่อทางทฤษฎีและการปฏิบัติจริงตรงกัน เพราะเมื่อบุคคลเห็นความบกพร่องของตัวเองในการปฏิบัติก็จะพยายามหาวิธีการเปลี่ยนแปลงการกระทำของตนเองให้ถูกต้องตามที่เห็นว่าควรจะเป็น มีการหาสาเหตุของปัญหา การทดลองปฏิบัติใหม่ ๆ เกิดขึ้น ซึ่งจะนำไปสู่การเปลี่ยนแปลงในทางที่ดีขึ้นกว่าเดิม

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยเฉพาะในต่างประเทศได้มีงานวิจัยหลายเรื่องที่ได้นำวิธีการวิจัยเชิงปฏิบัติการเข้ามาพัฒนาการเรียนการสอน ซึ่งพบว่ากระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการนี้สามารถพัฒนาการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังเช่นในงานวิจัยของคลาร์ก (Clark. 1994 : 497 - A) ซึ่งได้ทำการวิจัยเชิงปฏิบัติการแบบมีส่วนร่วมกับครูคณิตศาสตร์ในระดับเกรด 7 และเกรด 8 จำนวน 3 คน โดยมีจุดประสงค์เพื่อปรับปรุงการสอนคณิตศาสตร์ของครูในด้านที่เกี่ยวกับการใช้วิธีการสืบสวนสอบสวน ผลจากการวิจัยเชิงปฏิบัติการในครั้งนี้ปรากฏว่าครูได้มีการพัฒนาการสอนในด้านนี้เป็นอย่างดี และไม่เพียงแต่เฉพาะวิชาคณิตศาสตร์เท่านั้นในวิชาอื่นก็มีการพัฒนาตามไปด้วย นอกจากนี้ วู (Woo. 1993 : 1441) ได้อาศัยรูปแบบของการวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อปรับปรุงการสอนของเขาที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือ (cooperative learning) พบว่าคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลองเพิ่มจาก 78.9 คะแนนเป็น 96.4 คะแนน ในขณะที่กลุ่มควบคุมเพิ่มจาก 82.6 คะแนน เป็น 89.8 คะแนน ดิโอเทลีวิ-ไรเช็ค (Diotalevi-Ryczek. 1988 : 2315 - A) ได้ทำการวิจัยเชิงปฏิบัติการร่วมกับครูประถมศึกษา เพื่อสร้างความตระหนักและพัฒนาการใช้คอมพิวเตอร์ในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งผลการวิจัยพบว่าจากกิจกรรมที่ครูปฏิบัติแสดงให้เห็นว่าครูมีความเข้าใจถึงการใช้คอมพิวเตอร์กับการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี และพบว่าการใช้คอมพิวเตอร์มีผลดีในด้าน 1) การกระตุ้นความสนใจของนักเรียน 2) การกระตุ้นให้มีการโต้ตอบระหว่างนักเรียน 3) การจัดการเรียนการสอนเป็นรายบุคคล 4) ส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียน/ ไรท์ (Wright. 1989 : 1214 - A) ได้ทำกรณีศึกษาโครงการลดความกังวลทางคณิตศาสตร์ (math anxiety) ในกลุ่มครูประจำการเพศหญิงระดับประถมศึกษา โดยอาศัยกระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการตั้งแต่การวางแผน การลงมือปฏิบัติและการประเมินโครงการ และใช้การประชุมเชิงปฏิบัติการเพื่อร่วมกันวางแผนพัฒนา ทำให้มีผลดีต่อการพัฒนาเพื่อลดความกังวลทางคณิตศาสตร์ของครูประถมศึกษา/และนอกจากนี้ในการพัฒนาหลักสูตรการฝึกอบรม อาร์มสตรอง (Armstrong. 1991 : 2348-A) ได้อาศัยวิธีการวิจัยเชิงปฏิบัติการและกรณีศึกษา (Case Study Research) มาเป็นเครื่องมือในการพัฒนาหลักสูตรพิเศษสำหรับครูประจำการและฝึกอบรมครูคณิตศาสตร์ที่มีประสบการณ์และคุณวุฒิทางคณิตศาสตร์ต่ำ โดยร่วมกับนักการศึกษาในท้องถิ่นและอาจารย์ใน Loughborough University of Technology ซึ่งทำให้ได้รูปแบบ (model) ของการฝึกอบรมและแนวทางในการจัดการฝึกอบรมเพื่อแก้ปัญหาในการขาดแคลนครูคณิตศาสตร์

จากรายงานการวิจัยดังกล่าวข้างต้นจะเห็นได้ว่าการวิจัยเชิงปฏิบัติการนั้นสามารถนำมาใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี และประกอบกับ

หลักการแนวคิดของการวิจัยเชิงปฏิบัติการนั้นเป็นการวิจัยที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อแก้ปัญหาหรือเพื่อปรับปรุงการปฏิบัติงานที่ดำเนินอยู่เป็นหลัก ดังนั้นเพื่อมุ่งพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น เพื่อนักเรียนจะได้นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันและในวิชาชีพได้ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำเอากระบวนการการวิจัยเชิงปฏิบัติการมาเป็นแนวทางในการพัฒนาพฤติกรรมการสอนของครูเพื่อนำไปสู่การพัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมต่อไป

จุดมุ่งหมายของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ พัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ โดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

ความสำคัญของการวิจัย

ผลการวิจัยครั้งนี้มีความสำคัญดังต่อไปนี้

1. ทำให้ได้แผนการสอนและระบบการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพที่มีประสิทธิภาพ

2. ทำให้ครูตระหนักในกระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการ ซึ่งนำไปสู่การพัฒนาการเรียนการสอนและเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการสอนของครู

3. เป็นแนวทางในการพัฒนาพฤติกรรมการสอนของครูในหน่วยงานที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาครู

ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ได้กำหนดขอบเขตของการวิจัยไว้ดังนี้

1. รูปแบบและวิธีการวิจัยที่ใช้ในการวิจัยนี้อาศัยรูปแบบและวิธีการวิจัยเชิงปฏิบัติการตามแนวคิดของเคมมิสและแมคทาคกาทเป็นแนวทางในการดำเนินการวิจัย โดยใช้เวลาในการวิจัยแบ่งตามขั้นตอนต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

ระยะที่ 1 ศึกษาสภาพการจัดการเรียนการสอน และปัญหาในการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม โดยวิธีการจัดกลุ่มสนทนาและสัมภาษณ์ระดับลึกใช้เวลาในการศึกษา 8 วัน

ระยะที่ 2 จัดประชุมเชิงปฏิบัติการเพื่อวางแผนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ในเนื้อหาเรื่องสมการใช้เวลา 19 วัน

ระยะที่ 3 นำแผนการสอนจากระยะที่ 2 ไปปฏิบัติตามวงจรการวิจัยเชิงปฏิบัติการ ใช้เวลา 11 สัปดาห์

2. เนื้อหาวิชาที่ใช้ในการวิจัยเป็นเนื้อหาที่เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในเรื่องสมการ ในรายวิชาคณิตศาสตร์ 6 หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช 2538 เดิม 2533-2537 ใช้หลักสูตร 2530 ปรับปรุงปีที่ 9/33

3. ครูที่เข้าร่วมการวิจัยเชิงปฏิบัติการเป็นครูสอนรายวิชาคณิตศาสตร์ 6 ในวิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช ปีการศึกษา 2539 จำนวน 3 ท่าน

4. นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการวิจัยเป็นนักเรียนในระดับชั้น ปวช. 2 ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ 6 ในปีการศึกษา 2539 วิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช อำเภอเมือง จังหวัดนครศรีธรรมราช

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การวิจัยเชิงปฏิบัติการ หมายถึง การวิจัยที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อแก้ปัญหาหรือปรับปรุงการปฏิบัติงานที่ดำเนินอยู่ โดยอาศัยการมีส่วนร่วมของกลุ่ม ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน คือ ขั้นวางแผน ขั้นปฏิบัติการ ขั้นสังเกต และขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ และเมื่อครบวงจรหนึ่ง ๆ แล้วจะพิจารณาปรับปรุงแผนใหม่เพื่อนำไปปฏิบัติในวงจรต่อไป

2. โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม หมายถึงคำถามหรือสถานการณ์ในทางช่างอุตสาหกรรมที่เป็นประโยคภาษาและเกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งต้องใช้เทคนิควิธีการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหานั้น

สมมติฐานของการวิจัย

1. แผนการสอนที่ครูที่เข้าร่วมการวิจัยสร้างและพัฒนาขึ้นตามขั้นตอนของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ยตามที่ครูร่วมกันกำหนดขึ้น

2. คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมของนักเรียนหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

3. ครูที่เข้าร่วมการวิจัยเชิงปฏิบัติการในครั้งนี้ปรับปรุงและพัฒนาพฤติกรรมในการสอนไปในทางที่ดีขึ้น

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้แบ่งประเด็นในการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องออกเป็น 2 ตอน ตามเนื้อหาสาระดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 แนวคิด และงานวิจัยที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และการจัดการเรียนการสอนโดยทั่วไป

1.1. การจัดเนื้อหาสาระ

1.2. รูปแบบการสอน ขั้นตอนและยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหา การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เทคนิคการสอนและวิธีสอน

1.3. สื่อการเรียนการสอน

1.4. การวัดผลและประเมินผล

1.5 ข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องสมการและแนวทางในการจัดการเรียนการสอน

ตอนที่ 2 การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

2.1. ความหมายของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

2.2. จุดประสงค์ของการวิจัยเชิงปฏิบัติการทางการศึกษา

2.3. ความแตกต่างระหว่างการวิจัยทางการศึกษากับการวิจัยเชิงปฏิบัติการทางการศึกษา

2.4. รูปแบบและขั้นตอนของการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

2.5. การจัดกลุ่มสนทนา การสัมภาษณ์ระดับลึก และการประชุมเชิงปฏิบัติการ

2.6. งานวิจัยเชิงปฏิบัติการทางการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ตอนที่ 1 แนวคิด และงานวิจัยที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และการจัดการเรียนการสอนโดยทั่วไป

ในการจัดการเรียนการสอนโดยทั่วไปนั้น นักการศึกษาได้กล่าวถึงองค์ประกอบของแผนการสอนไว้ไม่แตกต่างกันมากนัก ดังเช่น

มอร์ (Moore. 1992 : 81)ได้กำหนดให้แผนการสอนแบบหน่วยประกอบด้วยองค์ประกอบต่อไปนี้

1. หัวข้อเรื่อง
2. เป้าหมายและจุดประสงค์
3. เนื้อหาโดยสังเขป
4. กิจกรรมการเรียนการสอน
5. แหล่งและวัสดุหลักสูตร
6. การประเมินผล

นอกจากนี้ มอร์ (Moore. 1992 : 7 - 8) ได้กล่าวถึงกระบวนการวางแผนการสอนว่า ในการวางแผนการสอนนั้นเราต้องคิดถึงคำตอบของคำถามต่อไปนี้ตามลำดับ

1. ควรจะสอนเนื้อหาอะไร
2. อะไรเป็นจุดประสงค์ที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียน
3. วัสดุการสอนที่จำเป็นมีอะไรบ้าง
4. วิธีไหนเป็นวิธีที่ดีที่สุดในการนำเข้าสู่บทเรียน
5. อะไรเป็นยุทธวิธีการเรียนการสอนที่ดีที่สุดสำหรับจุดมุ่งหมายของการเรียนรู้
6. ควรจะจบบทเรียนอย่างไร
7. ควรจะประเมินนักเรียนอย่างไร

จากแนวคิดเกี่ยวกับองค์ประกอบของแผนการสอนและกระบวนการวางแผนการสอนดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงได้ศึกษารวบรวมแนวคิดและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และการจัดการเรียนการสอนโดยทั่วไป เพื่อนำมาจัดเป็นแหล่งข้อมูลสำหรับเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนของครูที่เข้าร่วมในการวิจัยต่อไป ซึ่งจะประกอบด้วยประเด็นต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. การจัดเนื้อหาสาระที่จะสอน
2. รูปแบบการสอน ขั้นตอนและยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหา การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เทคนิคการสอนและวิธีสอน
3. สื่อการเรียนการสอน

4. การวัดผลและประเมินผล
5. ข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องสมการ และแนวทางในการจัดการเรียนการสอน

โดยจะกล่าวถึงรายละเอียดในแต่ละประเด็น ดังต่อไปนี้

1.1 การจัดเนื้อหาสาระ

การจัดโครงสร้างของเนื้อหาในหลักสูตรต้องคำนึงถึงหลักการ 3 ประการ (มาลี นิสสัยสุข. 2536 : 43) คือ

1.1.1 ความต่อเนื่องของเนื้อหา ซึ่งเนื้อหาของหลักสูตรที่ดีจะต้องมีความต่อเนื่องไม่ซ้ำซ้อนจนทำให้เนื้อหาที่จะต้องเรียนเพิ่มเติมขาดหายไป

1.1.2 ลำดับความยากง่ายของเนื้อหา ในการจัดเนื้อหาในหลักสูตรให้จัดเป็นลำดับจากง่ายไปสู่ยาก และจากความรู้เชิงเดียวไปสู่ความรู้ที่มีความซับซ้อน

1.1.3 การบูรณาการของเนื้อหา หมายถึงความผสมผสานกลมกลืนระหว่างเนื้อหาวิชา โดยที่เนื้อหาวิชาหนึ่งอาจมีความเกี่ยวข้องกับเนื้อหาของอีกวิชาหนึ่ง

การสอนที่มีการเตรียมและการวางแผนอย่างรอบคอบ จะต้องพิจารณาถึงหลักการจัดโครงสร้างเนื้อหาของหลักสูตรทั้ง 3 ประการนี้ ครูควรศึกษาหลักสูตรให้รอบคอบว่า เนื้อหาของหลักสูตรมีความต่อเนื่อง จัดเนื้อหาตามลำดับความยากง่าย และมีความผสมกลมกลืนกันหรือไม่ ถ้าหลักสูตรมีข้อบกพร่องในหลักการข้อหนึ่งข้อใดครูจำเป็นต้องสร้างเสริมส่วนนั้นขึ้นหรือปรับปรุงให้เหมาะสมกับการเรียนรู้ของนักเรียน การวางแผนการสอนอย่างรอบคอบและเป็นระบบของครูจึงจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับการแก้ไขและปรับปรุงการจัดโครงสร้างเนื้อหาของหลักสูตร (มาลี นิสสัยสุข. 2536 : 43-44) สำหรับการสอนการแก้โจทย์ปัญหานั้นไม่ควรที่จะแยกเป็นหัวข้อเฉพาะการแก้โจทย์ปัญหาเพียงอย่างเดียว แต่ควรที่จะแทรกไปในทุกเนื้อหาของคณิตศาสตร์ (Kroll and Miller. 1993 : 71 ; citing Grouws and Good. 1989)

1.2 รูปแบบการสอน ขั้นตอนและยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหา การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เทคนิคการสอนและวิธีสอน

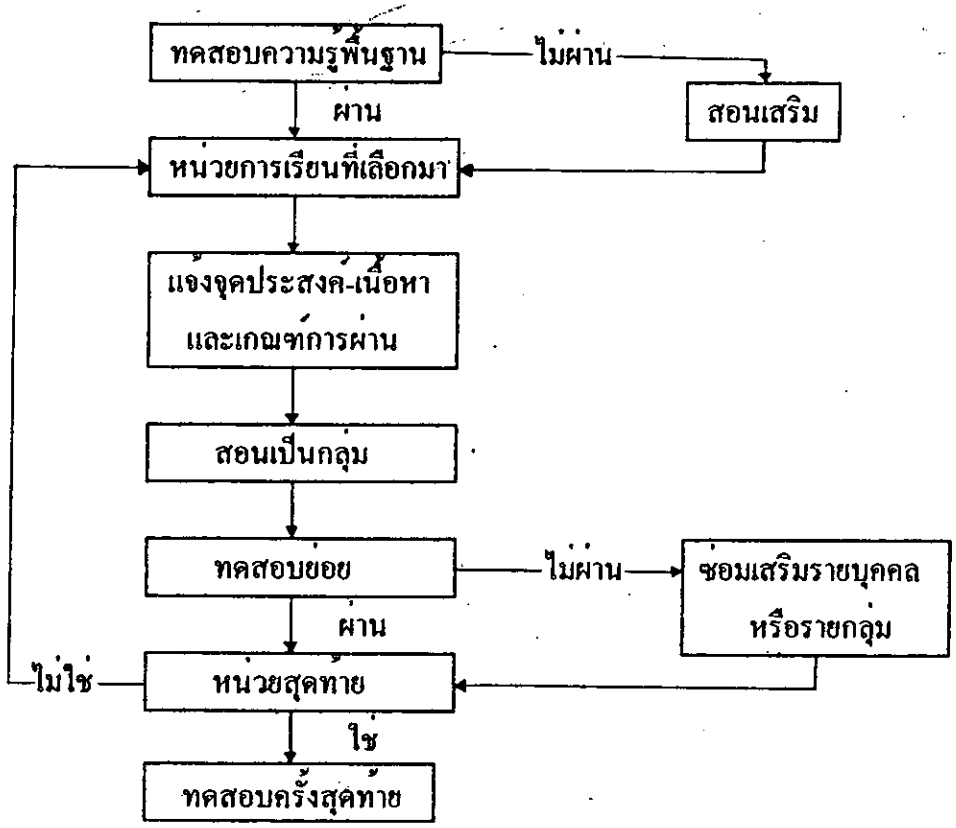
โดยจะกล่าวถึงในแต่ละประเด็นดังต่อไปนี้

1.2.1 รูปแบบการสอน เป็นโครงสร้างที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่าง ๆ ที่จะใช้จัดกระทำ เพื่อให้เกิดผลแก่ผู้เรียนตามจุดประสงค์ที่ได้กำหนดไว้ (ละเอียด รักษ์เผ่า. 2528 : 9) ตัวอย่างรูปแบบการสอน ได้แก่

รูปแบบการสอนของบลูม (Bloom) รูปแบบการสอนของบลูมนี้เรียกว่า การเรียนเพื่อรอบรู้ (mastery learning) มีองค์ประกอบต่าง ๆดังนี้

1. ทดสอบความรู้พื้นฐาน
2. บอกจุดมุ่งหมายของวิชาและวิธีเรียน กับเกณฑ์การรอบรู้
3. การสอนเป็นกลุ่ม
4. การสอบย่อยเพื่อวินิจฉัย
5. การซ่อมเสริม แก้ไขสิ่งบกพร่อง
6. การสอบหลังสอน

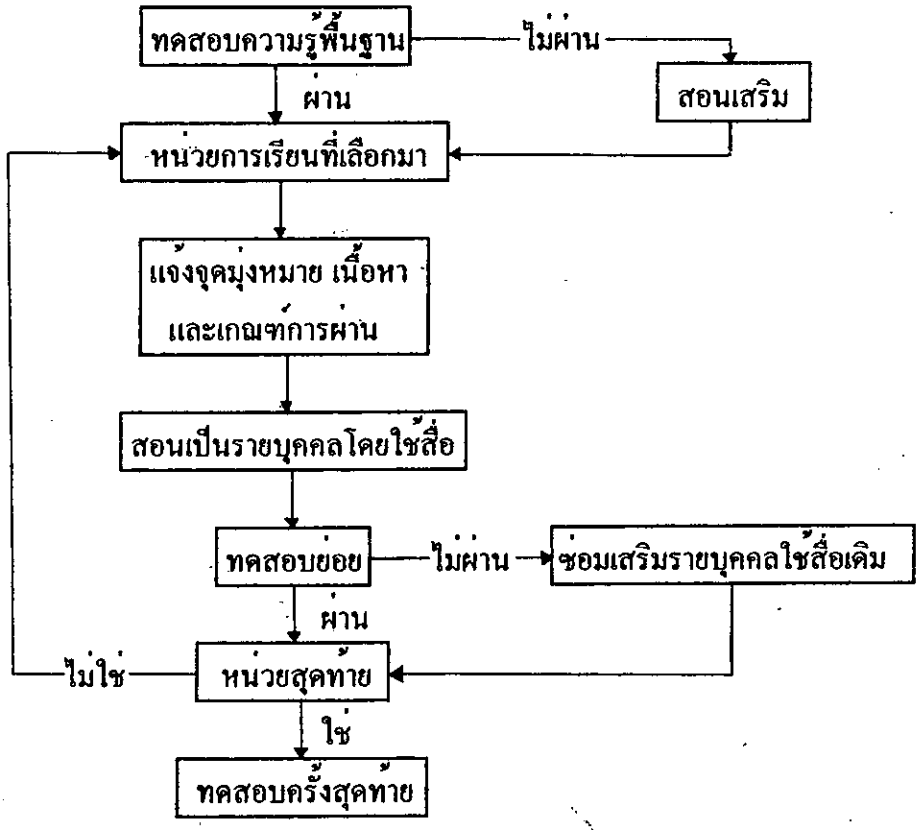
เขียนเป็นลำดับขั้นตอนได้ดังนี้ (Kim. 1971:123-126)



ภาพประกอบ 1 รูปแบบการสอนของบลูม

รูปแบบการสอนของบลูมเป็นรูปแบบที่ใช้สำหรับสอนเป็นกลุ่มเป็นชั้น จุดเด่นที่สำคัญมีหลายประการ เช่น มีการตรวจสอบพื้นฐานและทำให้ผู้เรียนมีพื้นฐานเท่ากันก่อนเรียน การให้ผู้เรียนรู้จุดประสงค์และเกณฑ์ที่จะต้องบรรลุ มีการสอบย่อยและสอนซ่อมเสริมผู้ที่ไม่บรรลุความรอบรู้ตามเกณฑ์ (บุญชม ศรีสะอาด. 2537 : 143)

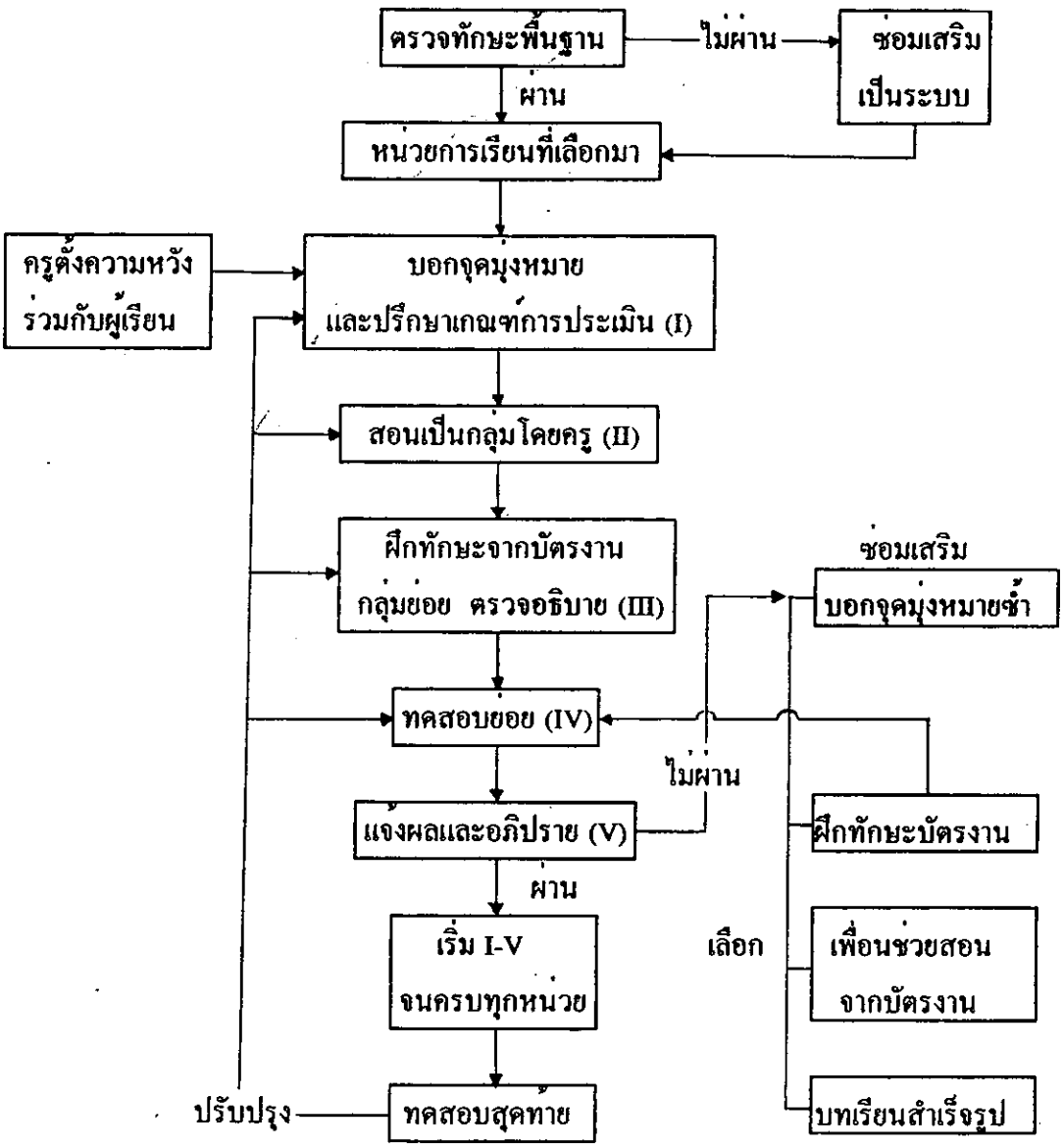
รูปแบบการสอนของเคลเลอร์ (Keller) เคลเลอร์ได้เสนอรูปแบบการสอนเป็นการเรียนเพื่อรอบรู้ จากการเรียนเป็นรายบุคคล ซึ่งมีองค์ประกอบต่าง ๆ เขียนเป็นลำดับขั้นได้ดังนี้ (ละเอียด รักษ์เผ่า. 2528 : 35)



ภาพประกอบ 2 รูปแบบการสอนของเคลเลอร์

จุดเด่นของรูปแบบการสอนของเคลเลอร์ คือการให้ผู้เรียนได้แข่งขันกับตนเองเป็นรายบุคคลโดยใช้สื่อและเมื่อซ่อมเสริมก็ซ่อมเสริมโดยใช้สื่อเดิม (ละเอียด รักษ์เผ่า. 2528 : 36)

ละเอียด รักษ์เผ่า (2530 : 40-49) ได้อาศัยรูปแบบการสอนของบลูม มาพัฒนารูปแบบการสอนเป็นกลุ่มเพื่อให้ผลการเรียนที่ใกล้เคียงกับผลการสอนแบบตัวต่อตัว โดยอาศัยแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยมาเป็นพื้นฐานในการพัฒนา ซึ่งผลการวิจัยพบว่ารูปแบบการสอนที่พัฒนาขึ้นช่วยให้กลุ่มผู้เรียนที่มีความถนัดต่ำสามารถเพิ่มพูนศักยภาพในตนเองจนสามารถมีผลสัมฤทธิ์ได้เท่าเทียมกับผู้เรียนที่มีความถนัดสูง ซึ่งรูปแบบการสอนที่พัฒนาขึ้นมีองค์ประกอบและขั้นตอนดังต่อไปนี้



ภาพประกอบ 3 รูปแบบการสอนที่พัฒนาโดยละเอียด รักษ์เผ่า

นอกจากนี้ แฮทฟิลด์และคณะ (Hatfield and others. 1993 : 45-47) ได้เสนอให้ใช้รูปแบบการสอนของ Missouri Mathematics Project (MMP) กับการเรียนแบบร่วมมือ มาเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ เนื่องจากเขาได้ศึกษาจากรายงานการวิจัยพบว่ารูปแบบการสอนที่ประกอบด้วยขั้นตอน 5 ขั้นตอนของ MMP นั้น ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้นกว่าการสอนแบบเก่าและพบว่าการเรียนแบบร่วมมือทำให้ผลสัมฤทธิ์ในการคำนวณสูงขึ้น และครูผู้สอนมีความพึงพอใจกับการใช้การเรียนแบบร่วมมือมาก ดังนั้นแฮทฟิลด์และคณะจึงได้เสนอรูปแบบการสอนที่ประกอบด้วยขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทบทวน เป็นการทบทวนสิ่งที่ได้เรียนมาก่อนที่จะเริ่มต้นบทเรียนใหม่

ขั้นที่ 2 ขั้นพัฒนา ครูนำเสนอความรู้ใหม่โดยให้นักเรียนได้ทราบถึงจุดประสงค์ของบทเรียน ในขั้นตอนนี้ครูอาจจะใช้วิธีการต่าง ๆ เช่น การบรรยาย การอภิปราย การสาธิต

ขั้นที่ 3 ขั้นปฏิบัติภายใต้การควบคุม ครูมอบหน้าที่ให้นักเรียนฝึกหัดทำโจทย์จากตัวอย่างข้อต่อ ๆ ไป แล้วครูสังเกตข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นของนักเรียน

ขั้นที่ 4 ขั้นปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียน นักเรียนปฏิบัติงานที่ได้รับมอบหมายเป็นรายบุคคลในชั้นเรียน หรือเป็นกลุ่มในการเรียนแบบร่วมมือ

ขั้นที่ 5 ขั้นมอบหมายการบ้าน การให้การบ้านนักเรียนนอกเวลาเรียนนั้นเพื่อให้นักเรียนได้มีเวลาสำหรับการสำรวจคำตอบและการแก้โจทย์ปัญหา

1.2.2 ขั้นตอนและยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหา

ในการแก้โจทย์ปัญหาโพลยา (Polya. 1957 : XVI-XVII) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นทำความเข้าใจโจทย์ว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง มีเงื่อนไขอะไรบ้าง สิ่งที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ สิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไร ในการทำความเข้าใจโจทย์ถ้าไม่ชัดเจนควรใช้การเขียนภาพ แยกสถานการณ์หรือเงื่อนไขออกเป็นส่วน ๆ บนกระดาษซึ่งจะทำให้เข้าใจโจทย์ได้ดียิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผน เป็นขั้นค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้กับสิ่งที่ต้องการหา ถ้าหากไม่สามารถเชื่อมโยงได้ก็ควรอาศัยหลักการวางแผนในการแก้ปัญหาดังนี้

1. เป็นโจทย์ปัญหาที่เคยพบมาก่อนหรือไม่ หรือมีลักษณะคล้ายกับโจทย์ที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่

2. รู้เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับโจทย์ที่ต้องการแก้เพียงใด และรู้ทฤษฎีที่จะใช้แก้หรือไม่

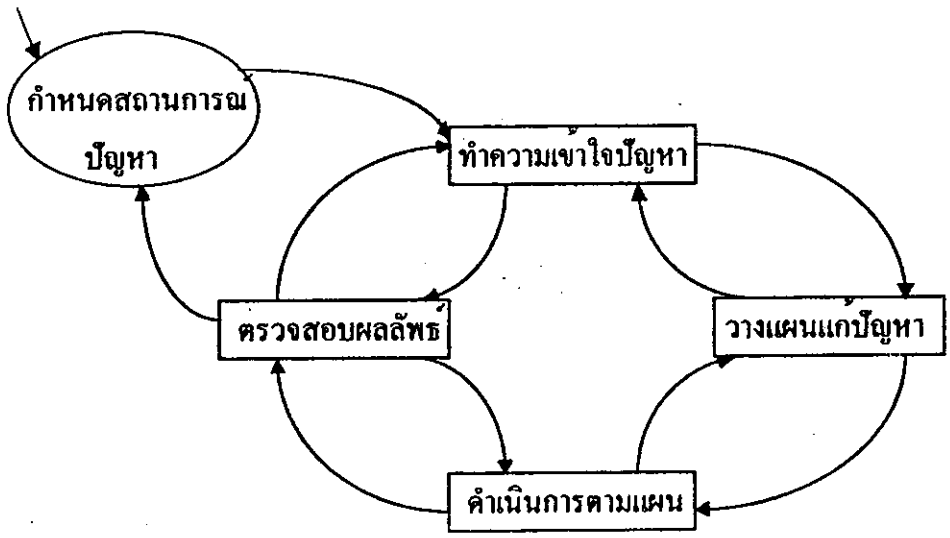
3. พิจารณาสิ่งที่ไม่รู้ในโจทย์และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคยซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกัน และพิจารณาดูว่าจะใช้วิธีการที่เคยพบมากับโจทย์ที่ต้องการแก้ได้หรือไม่

4. ควรอ่านโจทย์ปัญหาอีกครั้งและวิเคราะห์ดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบมาหรือไม่

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นการปฏิบัติตามแผนที่วางไว้และตรวจสอบว่าแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัตินั้นถูกต้องหรือไม่

ขั้นที่ 4 ขั้นการตรวจสอบย้อนกลับ เป็นขั้นการตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ โดยพิจารณาว่าเราสามารถตรวจสอบผลลัพธ์ได้หรือไม่ ผลลัพธ์ที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ สามารถใช้วิธีการอื่นแก้โจทย์ปัญหานี้ได้หรือไม่ สามารถทำความเข้าใจได้ง่ายหรือไม่ สามารถนำผลหรือวิธีการไปใช้แก้ปัญหาอื่นได้หรือไม่

วิลสันและคณะ (Wilson and others. 1993 : 60-62) ได้เสนอกรอบงานในการแก้โจทย์ปัญหาที่ต้องเน้นถึงความเป็นพลวัตร (dynamic) และวงจรธรรมชาติของการแก้โจทย์ปัญหาไว้ โดยวิลสันและคณะเห็นว่าในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนนั้นนักเรียนอาจจะเริ่มที่ขั้นแรกด้วยการทำความเข้าใจโจทย์แล้วจึงวางแผนในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งระหว่างการดำเนินการนั้นนักเรียนอาจจะค้นพบสิ่งที่ทำให้เข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้แต่ไม่สามารถดำเนินการได้นั้น นักเรียนอาจจะกลับไปเริ่มวางแผนใหม่หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่หรือตั้งคำถามใหม่ ซึ่งการดำเนินการดังกล่าวนี้เป็นการดำเนินการที่เป็นไปได้ในการแก้โจทย์ปัญหา โดยที่ไม่จำเป็นต้องไปเริ่มต้นใหม่ในขั้นทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป วิลสันและคณะจึงได้เสนอกระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาในลักษณะที่เป็นพลวัตรและวงจรธรรมชาติดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 4 ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาตามแนวคิดของวิลสันและคณะ

คอนเวย์ (Conway. 1968 : 159) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. คัดเลือกข้อมูล ซึ่งจะต้องค้นหาสิ่งต่อไปนี้

1.1 ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหาโดยตรง ซึ่งอาจจะมีหรือไม่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาก็ตาม

1.2 ข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งอาจจะเป็นข้อมูลที่น่าสนใจแต่ไม่ได้ช่วยในการหาคำตอบของปัญหา

1.3 ข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม เนื่องจากปัญหาโดยทั่วไปไม่จำเป็นต้องประกอบด้วยข้อมูลที่ต้องการใช้ในการหาคำตอบเสมอไป

2. แปลความหมายของคำถาม ต้องทำความเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร แล้วพิจารณาข้อมูลที่โจทย์ให้มา

3. ระบุเทคนิคที่จะใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งจะต้องพิจารณาว่าเทคนิคทางพีชคณิตอะไรที่ต้องใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาและทบทวนเทคนิคที่เหมาะสม

4. กำหนดคำตอบอย่างคร่าว ๆ เป็นการพยายามสรุปผลของคำตอบโดยการประมาณผลจากการคำนวณทั้งหมด

ยีโอทิส และ โฮสทิกา (Yeotis and Hosticka. 1980 : 561) ได้เสนอลำดับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วยขั้นตอน 8 ขั้นตอนดังนี้

1. เลือกข้อมูลที่ได้มาจากปัญหา
2. จัดจำแนกข้อมูลออกเป็นข้อมูลที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้องสำหรับการแก้ปัญหา
3. เรียงลำดับข้อมูลที่มีความจำเป็นที่จะใช้ในการหาคำตอบของปัญหา
4. พิจารณาดูว่าข้อมูลที่จำเป็นข้อมูลใดที่ได้มาแล้วและข้อมูลใดที่ยังต้องการเก็บรวบรวมอีก
5. พิจารณาดูว่าจะเก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการด้วยวิธีใด
6. เก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการ
7. ใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องทั้งหมดในการแก้ปัญหา
8. ตรวจสอบความเชื่อถือได้ของคำตอบ

ครูลิค (Krulik. 1977 : 649 - 652) ได้เสนอลำดับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าควรประกอบด้วยขั้นตอนต่อไปนี้

1. อ่านโจทย์และทำความเข้าใจโจทย์ว่าโจทย์ถามอะไร ต้องการอะไร มีข้อมูลอะไรที่โจทย์บอก แล้วเริ่มเขียนรูปแบบ (model) หรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
2. หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์บอกกับข้อมูลที่โจทย์ถามด้วยการคิดย้อนกลับแล้วเริ่มตั้งสมมติฐานหลาย ๆ ข้อเพื่อหาทางทดสอบสมมติฐาน
3. หาวิธีการที่ถูกต้องเพื่อทดสอบสมมติฐาน
4. ตรวจสอบผลลัพธ์ว่าสิ่งที่ค้นพบนั้นเป็นการตอบปัญหาที่ถูกต้องเพียงใด

ในทำนองเดียวกันปีเตอร์ (Peter. 1984 : 1062-A) ได้สรุปรวบรวมขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จากบทความและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในช่วงปี ค.ศ. 1894 - 1983 พบว่าขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นโดยทั่วไปจะประกอบด้วยขั้นตอนดังนี้

1. อ่านโจทย์ปัญหาอย่างพินิจพิเคราะห์
2. หาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
3. กำหนดสัญลักษณ์แทนตัวที่ไม่ทราบค่า
4. เขียนความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ไม่ทราบค่าและสิ่งที่ทราบค่าเพื่อกำหนดกระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหา

5. คาดคะเนคำตอบที่เป็นไปได้
6. คิดคำนวณแก้โจทย์ปัญหา
7. ตรวจสอบคำตอบ
8. สรุปคำตอบ

นอกจากนี้ กมล ชื่นทองคำ (2527 : 33-34) ได้สรุปถึงขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วยขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> เป็นขั้นตีความและทำความใจปัญหา ประกอบด้วย

1.1 การทำความเข้าใจความหมายของคำและสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหา

1.2 การมองปัญหาหลาย ๆ แง่มุมเพื่อดูความเป็นไปได้ของปัญหา

1.3 การวาดรูปประกอบปัญหา ถ้าเป็นไปได้

1.4 การหาส่วนที่สำคัญของปัญหา เช่น สิ่งที่โจทย์ถาม ข้อมูลที่ให้มาและเงื่อนไขต่าง ๆ

1.5 การค้นหาความสัมพันธ์และส่วนต่าง ๆ ของปัญหา

<u>ขั้นที่ 2</u> เป็นขั้นตอนการวางแผนในการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

2.1 การทบทวนความรู้เดิมที่มีอยู่ซึ่งจะต้องใช้ในการแก้ปัญหา

2.2 การคิดถึงวิธีการให้เหตุผลเพื่อจะระบุสิ่งที่ต้องการ

2.3 การแบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหา ว่าอะไรเป็นขั้นตอนใหญ่ อะไรเป็นขั้นตอนย่อย จะต้องหาอะไรก่อนอะไรหลัง

2.4 พิจารณาปัญหาที่ใกล้เคียงกัน เพื่อจะดูว่ามีอะไรร่วมหรือคล้ายคลึงกันบ้าง จะได้แก้ปัญหาในลักษณะที่คล้าย ๆ กัน

2.5 การพิจารณาว่าข้อมูลที่ให้มาในโจทย์นั้นเพียงพอหรือไม่

2.6 การเลือกวิธีคำนวณที่เหมาะสม

<u>ขั้นที่ 3</u> เป็นขั้นปฏิบัติการแก้โจทย์ปัญหา ประกอบด้วย

3.1 การลงมือคิดคำนวณตามแผนงานที่วางไว้ในขั้นที่ 2

3.2 การคาดคะเนคำตอบที่ใกล้เคียง

3.3 การตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ รวมทั้งการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ

3.4 การตรวจสอบว่าคำตอบสอดคล้องกับเงื่อนไขที่ให้มาหรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบกระบวนการต่าง ๆ ในการหาคำตอบ

3.5 การปรับปรุงคำตอบให้เป็นคำตอบที่สมบูรณ์

ในด้านยุทธวิธีของการแก้โจทย์ปัญหาได้มีผู้ที่เสนอยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาไว้หลายท่านด้วยกัน ได้แก่

แฮทฟิลด์และคณะ (Hatfield and others. 1993 : 55-60) ได้เสนอว่าในการแก้โจทย์ปัญหานักเรียนต้องรู้ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาที่หลากหลายอันได้แก่

1. การคาดคะเนและตรวจสอบ
2. การค้นหารูปแบบ
3. การพิจารณาว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่
4. การเขียนภาพประกอบ เขียนกราฟ และสร้างตาราง
5. การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก
6. การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ
7. การสร้างแบบจำลองของปัญหา
8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ
9. การเทียบเคียงกับปัญหาอื่น
10. การเขียนผังขั้นตอนการดำเนินงาน
11. การทำให้เป็นปัญหาอย่างง่าย

อนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2523 : 55-56) ได้เสนอยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาไว้ดังต่อไปนี้

1. อ่านปัญหาทำความเข้าใจกับข้อความในปัญหานั้นแล้วหาว่า
   1.1 โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
   1.2 โจทย์ต้องการหาอะไร
2. จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ลองแปลงเป็นรูปภาพ แผนภาพ เพื่อให้เห็นเป็นรูปธรรมเท่าที่ทำได้
3. จากรูปภาพในข้อ 2 ทำให้เราได้เงื่อนไขอะไรเพิ่มเติมอีกบ้าง โดยอาศัย นิยาม คุณสมบัติ ทฤษฎีต่าง ๆ ที่เคยเรียนรู้มาแล้ว
4. ในบรรดาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และเงื่อนไขเพิ่มเติมในข้อ 3 มีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร หรือมีเงื่อนไขใหม่อะไรเพิ่มเติมอีก

5. คิดหาวิธีแก้ปัญหาโดยนึกถึงปัญหาที่คล้าย ๆ กับปัญหาอย่างนี้ว่าเคยทำหรือเปล่า ถ้าเคยลองใช้วิธีการนั้น ๆ มาทดลองดู ถ้าไม่เคยแก้ปัญหาแบบนี้มาก่อนก็วิเคราะห์จากสิ่งที่โจทย์ต้องการว่าต้องการเงื่อนไขอะไรบ้างจึงจะได้ดังที่โจทย์ต้องการ และเงื่อนไขนั้นมีในข้อ 3 และ 4 หรือไม่ ถ้ามีก็แสดงว่าเราจะแก้ปัญหาได้ถ้ายังไม่มีก็ต้องพิจารณาต่อไปว่าจากเงื่อนไขในข้อ 3 และ 4 จะมีอะไรเพิ่มเติมอีกจึงจะนำไปสู่เหตุเพื่อให้สรุปผลได้ตามที่โจทย์ต้องการ

6. เรียบเรียงจัดลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

7. ทดสอบคำตอบว่าจะถูกต้องสมเหตุสมผลหรือไม่

8. ถ้าการแก้ปัญหาโจทย์มีได้หลายวิธีก็ให้พิจารณาหาวิธีที่สั้นและง่ายที่สุด

1.2.3 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เทคนิคการสอนและวิธีสอน

ในการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาเพื่อให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาและถ่ายโยงการเรียนรู้ไปสู่การแก้ปัญหาในสถานการณ์ทั่วไปได้นั้น ครูในฐานะผู้สอนสามารถเสริมสร้างทักษะในการแก้ปัญหาให้แก่นักเรียนได้ ซึ่งสิริพร ทิพย์คง(2537 : 58-59) ได้เสนอแนะแนวทางในการดำเนินการสอนไว้ดังนี้

1. เลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียน เป็นโจทย์ปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้น

2. ทดสอบดูว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้เพียงพอหรือไม่ในที่นี้ได้แก่ความคิดรวบยอดทักษะการคิดคำนวณ หลักการ กฎหรือสูตรต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วและสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ถ้านักเรียนมีความรู้ในเรื่องเหล่านี้ไม่เพียงพอครูต้องสอนเสริมหรือทบทวนในสิ่งที่นักเรียนเคยเรียนไปแล้ว

3. ให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิด กระตุ้นให้นักเรียนคิดว่านักเรียนจะสามารถใช้ความคิดรวบยอด ทักษะ และหลักการใดในการแก้ปัญหาโจทย์นั้น ๆ

4. คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน แบบฝึกหัดหรือโจทย์ปัญหาที่ให้นักเรียนทำจะต้องมีหลายระดับทั้งยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา เป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้กับนักเรียน

5. ทดสอบดูว่านักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหานั้น ๆ โดยครูถามนักเรียนว่าโจทย์ต้องการถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้

6. ฝึกให้นักเรียนรู้จักการหาคำตอบโดยประมาณก่อนที่จะคิดคำนวณ เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง เพราะในชีวิตประจำวันของคนเรานั้นเราต้องใช้การประมาณค่า

7. ช่วยนักเรียนคิดในการที่จะได้มาซึ่งความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหา ครูแนะนำให้นักเรียนวาดภาพเขียนแผนผัง และการใช้คำถามเหล่านี้ถามนักเรียนเช่น สิ่งใดหรืออะไรที่นักเรียนไม่ทราบจากโจทย์ สิ่งที่โจทย์ให้มานั้นเพียงพอหรือไม่ สิ่งที่ให้มาสัมพันธ์กับสิ่งที่โจทย์ถามอย่างไร มีข้อมูลอะไรบ้างในโจทย์ที่นักเรียนไม่จำเป็นต้องใช้ เป็นต้น นอกจากนี้ครูอาจจะทบทวนความคิดรวบยอดของสิ่งที่นักเรียนเรียนไปแล้วและสัมพันธ์กับโจทย์ และเน้นให้นักเรียนอ่านโจทย์อย่างระมัดระวัง

8. ช่วยนักเรียนในการหาข้อมูลจากการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา เช่น การถามนักเรียนว่านักเรียนเคยแก้โจทย์ปัญหาข้อนี้หรือโจทย์ที่มีลักษณะคล้ายข้อนี้มาก่อนหรือไม่ ลองคิดวิธีที่นักเรียนคิดว่าจะแก้ปัญหาโจทย์ข้อนี้ได้ ลองแก้โจทย์ปัญหาดู ทำตารางหรือวาดรูป ลองแตกปัญหาของโจทย์นั้นเป็นปัญหาย่อย ๆ ลองอ่านโจทย์แต่ละวรรคแล้วคิดดูว่ามันเกี่ยวข้องกันอย่างไร การอ่านโจทย์จะอ่านออกเสียงให้ตนเองได้ยินก็ได้ ลองแก้ปัญหาส่วนที่นักเรียนคิดว่าตนเองทำได้ดูก่อน เป็นต้น

9. การแก้ปัญหาโจทย์ครูอาจถามนักเรียนว่าการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนที่นักเรียนทำนั้นเชื่อถือได้หรือไม่ นักเรียนมีวิธีการอื่น ๆ ที่จะใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์นั้นได้หรือไม่ วิธีการที่นักเรียนใช้แก้นั้นถูกต้องหรือไม่เพียงใด ตลอดจนการทบทวนวิธีการคิดแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอนเมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว ครูสนับสนุนให้นักเรียนตอบวิธีการที่นักเรียนคิดและทำในการแก้ปัญหาโจทย์นั้น ๆ

บทบาทอื่น ๆ ที่ครูจะทำได้อีก เช่น คำพูดที่ใช้ควรส่งเสริมการใช้ความคิด การให้นักเรียนนำปัญหามาเองเพื่อมาถามกัน ให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาด้วยกลุ่มเล็ก ๆ และให้นักเรียนได้มีโอกาสคาดคะเนคำตอบอย่างมีแบบแผน

นอกจากนี้ สิริพร ทิพย์คง(2537 : 60-62) และ ยุพิน พิพิธกุล (2523 : 132 -134) ได้ให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมในการดำเนินการสอนการแก้โจทย์ปัญหาในประเด็นต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. สร้างบรรยากาศในการแก้ปัญหา
   - 1.1 ให้ช่วงเวลาในการคิด การวิเคราะห์และการทดลอง
   - 1.2 ยอมรับคำถามที่นักเรียนถาม
   - 1.3 อย่าทำให้นักเรียนเกิดความกลัว
   - 1.4 ครูจะต้องมีความอดทนเมื่อนักเรียนแก้ปัญหาไม่ได้

2. สร้างแรงจูงใจให้แก่นักเรียน

2.1 เน้นความสำคัญในการแก้ปัญหา โจทย์แบบฝึกหัดข้อแรก ๆ ควรจะเป็นโจทย์ที่นักเรียนทุกคนทำได้

2.2 ให้โจทย์ที่ง่ายก่อนแล้วจึงให้ทำโจทย์ที่ยาก

2.3 ให้นักเรียนมีโอกาสเตรียมตัวในการที่จะแก้ปัญหาโจทย์ที่ยาก

2.4 ปลุกให้นักเรียนอยากรู้อยากเห็นด้วยการใช้ปัญหาลับสมอง

3. วิธีที่จะเพิ่มความเข้าใจ

3.1 แสดงให้นักเรียนเห็นว่าจะอ่านปัญหาโจทย์อย่างไร อ่านแล้วต้องหยุดคิดแยกแยะสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้

3.2 ครูอ่านปัญหาอีกครั้งหนึ่งเพื่อนักเรียนจะได้เห็นปัญหาอย่างแจ่มชัด

3.3 ถามนักเรียนเพื่อจะตรวจดูให้แน่ว่านักเรียนเข้าใจข้อความศัพท์และสิ่งที่เกี่ยวข้องกับโจทย์หรือไม่

3.4 ช่วยนักเรียนในการพิจารณาข้อความที่สำคัญอันจะเป็นเหตุผลนำไปสู่การแก้ปัญหานั้น

3.5 แยกปัญหานั้นออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่ง่ายขึ้น

3.6 ถ้านักเรียนไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นที่ไหนควรจะส่งเสริมให้นักเรียนเขียนความจริงที่ได้จากปัญหานั้นเพื่อจะได้มองเห็นแนวทาง

3.7 ให้นักเรียนเขียนปัญหาที่เกี่ยวข้องกันและให้พิจารณาตัวแปรในกรณีของโจทย์ปัญหาสมการ

4. เน้นถึงความยืดหยุ่นและเรื่องต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา

4.1 อย่าเคร่งครัดต่อกระบวนการทีละขั้นหรือแบบฟอร์มจนเกินไป

4.2 แนะนำให้นักเรียนเปลี่ยนวิธีการเมื่อเจอปัญหายาก

4.3 ให้รู้จักพิจารณาเปรียบเทียบปัญหาที่มีข้อมูลไม่ครบ และปัญหาที่มีข้อมูลพิเศษเพิ่มเติม

4.4 ส่งเสริมให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธีในโจทย์ข้อเดียวกัน

5. ให้คำแนะนำที่จะสร้างรูปแบบเพื่อการค้นคว้าหาคำตอบ

5.1 ใช้แผนผังแสดงวิธีแก้

5.2 ใช้ไดอะแกรม โมเดล หรือเขียนร่างเพื่อแยกดูโครงสร้าง

5.3 ใช้สัญลักษณ์เขียนแทนตัวแปรของปัญหา

6. แสดงให้นักเรียนเห็นว่าจะตั้งคำถามตัวเองอย่างไร

6.1 โจทย์กำหนดอะไร

6.2 โจทย์ต้องการให้หาอะไร

6.3 ความคิดอะไรที่เคยเรียนมาแล้วและจะมาสัมพันธ์กับปัญหานี้

6.4 ปัญหาอะไรที่เคยทำมาแล้วและคล้ายกับปัญหานี้มีข้อแตกต่างอย่างไร

6.5 จะเรียงลำดับขั้นการคิดอย่างไร จะหาอะไรก่อนหลัง และแยกแยะออกเป็นปัญหาย่อยอย่างไร

6.6 จะสรุปปัญหานั้นได้อย่างไร

6.7 เมื่อแก้ปัญหาแล้วจะมีวิธีตรวจย้อนหรือตรวจคำตอบอย่างไร

7. เน้นวิธีการแก้ปัญหามากกว่าที่จะบอกว่าแก้อย่างไร

7.1 ถามนักเรียนในการที่จะหาวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา

7.2 ให้ความยอมรับในแต่ละส่วนที่ใช้วิธีการถูกต้องมากกว่าคำตอบถูกต้องแต่วิธีการผิด

7.3 การแก้โจทย์ปัญหาต้องดูที่วิธีการคิดของนักเรียนด้วย

7.4 ให้โอกาสแก่นักเรียนในการแสดงวิธีการแก้ปัญหา

7.5 ให้รู้จักวิเคราะห์วิธีทำ

8. ส่งเสริมการทดลอง การลองผิดลองถูก การคาดคะเน การเดาคำตอบอย่างมีเหตุผลซึ่งจะนำไปสู่การแก้โจทย์ปัญหา

9. ควรจะให้มีการฝึกทำโจทย์ปัญหาบ่อย ๆ

10. ให้นักเรียนกล่าวหรือเขียนการแก้ปัญหาของเขาในแบบฟอร์มที่ถูกต้อง

11. ใช้โจทย์ปัญหานั้นเพื่อค้นพบความคิดรวบยอดตามแนวคณิตศาสตร์สมัยใหม่

12. ใช้โจทย์ปัญหานั้นเป็นแบบฝึกหัดไปในตัว

แฮทฟิลด์ และคณะ (Hatfield and others. 1993 : 60-61) ได้เสนอเทคนิคและแนวทางในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาไว้ดังนี้

1. เอาใจใส่กับการเลือกโจทย์ปัญหา พิจารณาถึงระดับความยากง่ายและความสนใจของนักเรียน

2. จัดนักเรียนเป็นกลุ่มขนาดเล็กให้ทำแบบฝึกหัดที่เป็นโจทย์ปัญหาร่วมกัน

3. ให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และข้อมูลที่จำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหา

4. สร้างความเข้าใจให้นักเรียนโดยอาศัยการตั้งคำถาม

5. เสนอโจทย์ปัญหาที่หลากหลายไม่ซ้ำซาก

6. ให้นักเรียนได้แก้โจทย์ปัญหาเป็นประจำ

7. จัดโอกาสให้นักเรียนได้สร้างและวิเคราะห์โจทย์ปัญหา

8. จัดโอกาสให้นักเรียนได้แก้โจทย์ปัญหาที่แตกต่างกันด้วยยุทธวิธีที่เหมือนกัน และแก้โจทย์ปัญหาที่เหมือนกันด้วยยุทธวิธีที่แตกต่างกัน

9. ช่วยเหลือนักเรียนเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้โจทย์ปัญหาที่เป็นปัญหาเฉพาะด้านเพื่อเป็นการเพิ่มประสบการณ์ให้แก่นักเรียน

10. ฝึกให้นักเรียนเห็นถึงความสัมพันธ์ของปัญหา

11. ยอมให้นักเรียนใช้เวลามากพอควรในการแก้โจทย์ปัญหา อภิปรายผลลัพธ์ และสะท้อนเกี่ยวกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน

12. แสดงให้นักเรียนเห็นถึงวิธีการในการประมาณคำตอบและทดสอบคำตอบ

13. ให้นักเรียนได้อภิปรายถึงวิธีการที่แตกต่างกันในการแก้โจทย์ปัญหาเดียวกัน

ครูลิค และ รูดนิกค์ (Krulik and Rudnick. 1980 : 37-74) ได้เสนอแนะกิจกรรมในการสอนเพื่อพัฒนาทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนไว้ดังนี้

1. สร้างบรรยากาศของความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหา

2. ให้การสนับสนุนนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหา

3. สอนวิธีการอ่านโจทย์ปัญหาให้แก่นักเรียน

4. สร้างโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับนักเรียน

5. กำหนดให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาเอง

6. ให้นักเรียนได้ร่วมกันแก้โจทย์ปัญหาเป็นคู่ หรือเป็นกลุ่มขนาดเล็ก

7. สนับสนุนให้นักเรียนใช้การเขียนภาพด้วยมือในการแก้โจทย์ปัญหา

8. แนะนำวิธีการแก้โจทย์ปัญหาที่เป็นไปได้จากการศึกษาข้อมูลทั้งหมดให้แก่นักเรียน

9. สร้างคำถามที่ทำให้นักเรียนได้คิดอย่างสร้างสรรค์

10. ให้ความสำคัญกับการคิดและจินตนาการที่สร้างสรรค์ของนักเรียน

11. สนับสนุนให้นักเรียนใช้เครื่องคิดคำนวณ

12. ใช้ประโยชน์ของการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน

13. ให้นักเรียนเขียนผังขั้นตอนการดำเนินงานในการแก้โจทย์ปัญหา

14. ใช้เกมในการสอน

15. ในการสอนให้ใช้โจทย์ปัญหาหลายขั้นตอนประกอบด้วย

16. ไม่ควรสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์ใหม่ในขณะที่สอนการแก้โจทย์ปัญหา

ชาลส์ และเลสเตอร์ (Charles and Lester : cite in Kroll and Miller. 1993 : 69) ได้เสนอแนะกิจกรรมการสอนโจทย์ปัญหาไว้ดังนี้

1. อ่านโจทย์ปัญหาในชั้นเรียน หรือให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหา แล้วอภิปรายเกี่ยวกับคำหรือข้อความที่นักเรียนอาจจะไม่เข้าใจ

2. ใช้การอภิปรายในชั้นเรียนเกี่ยวกับการทำความเข้าใจปัญหา และยุทธวิธีในการหาคำตอบที่เป็นไปได้

3. ในขณะที่นักเรียนดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา ครูควรสังเกตและถามนักเรียนถึงขั้นตอนที่นักเรียนกำลังดำเนินการอยู่

4. ให้ข้อแนะนำเท่าที่จำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหา

5. จัดเตรียมโจทย์ปัญหาเพิ่มเติมเท่าที่เป็นไปได้

6. ให้นักเรียนที่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้แล้วตอบคำถามเพื่อเป็นการตรวจสอบคำตอบทีละขั้นตอน

7. แสดงคำตอบและอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบ เพื่อให้เห็นยุทธวิธีที่แตกต่างกันในการหาคำตอบที่ถูกต้อง

8. ให้นักเรียนบรรยาย หรืออภิปรายเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาที่ผ่านมา หรือให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาที่ขยายเพิ่มเติม

9. อภิปรายถึงลักษณะเด่นเฉพาะของปัญหา

นอกจากนี้ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 66-74) ได้เสนอวิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยามาเป็นแนวทางในการพัฒนา ซึ่งจะกล่าวถึงโดยสรุปในแต่ละด้านดังต่อไปนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา มีแนวทางดังนี้

1.1 การพัฒนาทักษะการอ่าน การอ่านเป็นปัจจัยสำคัญในการทำความเข้าใจปัญหาซึ่งนักเรียนจะต้องสามารถวิเคราะห์ได้ว่าข้อมูลส่วนใดสำคัญ ข้อมูลส่วนใดเป็นข้อมูลที่กำหนดให้มาเกิน ข้อมูลส่วนใดขาดหายไป ซึ่งการทำความเข้าใจโจทย์นี้อาจจะฝึกเป็นรายบุคคลหรือฝึกเป็นกลุ่มโดยการอภิปรายร่วมกัน

1.2 การใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ ซึ่งได้แก่ การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาซึ่งจะทำให้ปัญหามีความเป็นรูปธรรมขึ้น ทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น การลดขนาดของปริมาณต่าง ๆ ซึ่งจะช่วยให้โครงสร้างของปัญหามีความชัดเจนขึ้น หรืออาจจะใช้วิธีการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา หรือการเปลี่ยนแปลงสถานการณ์ให้เป็นเรื่องใกล้ตัว

1.3 การใช้ปัญหาที่ใกล้เคียงชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำความเข้าใจ เช่น ใช้ปัญหาที่กำหนดข้อมูลเกินความจำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกวิเคราะห์สืบหาข้อมูลมาให้เหมาะสมในการแก้ปัญหา

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา มีแนวทางดังนี้

2.1 ครูต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง เช่น อาจใช้คำถามถามนำโดยอาศัยข้อมูลต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดให้

2.2 ส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมาดัง ๆ คือสามารถบอกให้คนอื่นทราบว่าตนคิดอะไร หรือเขียนแบบแผนลำดับขั้นตอนการคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 สร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้คิดวางแผนก่อนลงมือทำเสมอ เพราะจะทำให้มองเห็นภาพรวมของปัญหา สามารถประเมินความเป็นไปได้ได้ทันทีในระยะเริ่มต้น

2.4 จัดหาปัญหามาให้นักเรียนได้ฝึกคิดบ่อย ๆ ซึ่งจะต้องเป็นปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 รูปแบบ เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิดไม่ยึดติดในรูปแบบใดรูปแบบหนึ่งโดยเฉพาะ

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน

ในขั้นดำเนินการตามแผนนักเรียนต้องตีความ ขยายความ นำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจนตามลำดับขั้นตอน ความสามารถดังกล่าวนี้สามารถสร้างให้เกิดขึ้นได้อย่างช้า ๆ ในตัวผู้เรียนจากการทำโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัด โดยการฝึกให้นักเรียนวางแผนจัดลำดับความคิดก่อนแล้วจึงค่อยลงมือแสดงวิธีการหาคำตอบตามลำดับความคิดนั้น ในการดำเนินการตามแผนครูควรให้นักเรียนฝึกการตรวจสอบการวางแผนก่อนที่จะลงมือทำตามแผน โดยการพิจารณาถึงความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้ว่าเหมาะสมกับการแก้ปัญหานั้นหรือไม่

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ มีแนวทางดังนี้

4.1 กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ให้เคยชินจนเป็นนิสัย

4.2 ฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบ แล้วเทียบเคียงผลลัพธ์ที่ได้กับค่าที่คาดคะเนไว้

4.3 ฝึกการตีความหมายของคำตอบ ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักตีความหมายของคำตอบและพิจารณาว่าคำตอบมีความหมายสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่ มีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด

4.4 สนับสนุนให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี

4.5 ให้นักเรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน

นอกจากนี้ ดไวท์ (Dwight. 1966: 471) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 7 ขั้นตอนดังนี้

1. ให้นักเรียนอ่านคำถามทั้งหมดของโจทย์เพื่อทำความเข้าใจอย่างคร่าว ๆ ก่อน

2. ให้อ่านทบทวนอีกครั้งและระบุให้ได้ว่า

2.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร

2.2 อะไรเป็นข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่โจทย์ต้องการให้หาคำตอบ

3. แสดงหรือระบุให้เห็นอย่างชัดเจนถึงความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันของจำนวนที่รู้ค่าและจำนวนที่ไม่รู้ค่าซึ่งระบุในตัวโจทย์ปัญหา โดยแสดงออกเป็นคำพูด หรือประโยคที่ชัดเจน

4. เขียนประโยคสัญลักษณ์ในการหาคำตอบ

5. คำนวณหรือหาตัวเลขที่ทำให้ประโยคสัญลักษณ์เป็นจริง
6. ตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการคำนวณ
7. ใช้คำหรือประโยคแสดงวิธีทำในการแก้ปัญหา

นอกจากนี้ นิพนธ์ จิตต์ภักดี (2517 : 7-10) ได้เสนอแนวทางในการใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นความสามารถของนักเรียนในแต่ละลำดับขั้นของการแก้โจทย์ปัญหา ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตาราง 2 แสดงลำดับขั้นในการแก้โจทย์ปัญหาและการใช้คำถามนำ

ลำดับขั้นในการแก้โจทย์ปัญหา	คำถามนำ
1) อ่านโจทย์ให้เข้าใจเป็นตอน ๆ พยายามใช้อุปกรณ์ประกอบเรื่องราวตามโจทย์	1) นักเรียนเล่าเรื่องราวของโจทย์ข้อนี้ เป็นคำพูดของนักเรียนเองว่าอย่างไร
2) หาว่าโจทย์ถามอะไร	2) โจทย์ข้อนี้ให้หาอะไร โจทย์ไม่กำหนดอะไรให้
3) โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง เลือกข้อความที่ไม่เกี่ยวข้องกับการทำโจทย์ข้อนี้	3) โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง เราต้องรู้ทุกข้อความที่โจทย์กำหนดให้หรือไม่
4) เลือกกระบวนการที่ใช้กับโจทย์ข้อนี้	4) นักเรียนต้องใช้วิธีการใดบ้าง
5) แปลโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์	5) เขียนประโยคสัญลักษณ์ข้อนี้ว่าอย่างไร
6) กะประมาณคำตอบ	6) คำตอบควรได้ประมาณเท่าไร
7) คิดคำนวณและเปรียบเทียบกับที่คาดคะเน	7) ให้นักเรียนลงมือคิดเลขข้อนี้ และดูว่าคำตอบที่ได้ใกล้เคียงกับที่ประมาณไว้หรือไม่

ตาราง 2 (ต่อ)

ลำดับขั้นในการแก้โจทย์ปัญหา	คำถามนำ
8) ตรวจสอบคำตอบ	8) คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ เราจะตรวจสอบคำตอบได้อย่างไร มีวิธีการหาคำตอบของโจทย์ข้อนี้ด้วยวิธีอื่นอีกหรือไม่
9) ใส่คำตอบ	9) คำตอบที่ได้เกี่ยวข้องกับข้อความในโจทย์ตอนไหน

นอกจากกิจกรรมการเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวข้างต้นแล้ว การสอนซ่อมเสริมและการให้การบ้านก็เป็นกิจกรรมส่วนหนึ่งของการจัดการเรียนการสอนด้วย ซึ่งได้มีงานวิจัยและแนวคิดเกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมและการให้การบ้าน ดังนี้

การสอนซ่อมเสริม การสอนซ่อมเสริมเป็นวิธีการหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนมีโอกาสได้รับความรู้ในส่วนที่บกพร่อง เพื่อให้มีพื้นฐานความรู้สูงขึ้นสามารถบรรลุจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ ซึ่งวิธีการสอนซ่อมเสริมมีหลายวิธีได้แก่ นักเรียนสอนกันเอง การสอนแบบตัวต่อตัว การสอนเป็นกลุ่มย่อย การสอนโดยการใช้ชุดการเรียน การใช้ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล การใช้บทเรียนสำเร็จรูป การใช้สมุดแบบฝึกหัดเรียนด้วยตนเอง การทำกิจกรรมเพิ่มเติม การจับคู่ถามตอบจากบัตรคำที่สร้างโดยนักเรียน และการแข่งขันกันทำงานเป็นกลุ่ม (กรมวิชาการ 2535 : 52-54) จากการศึกษาของ สุมนรัตน์ ชมสวนสวรรค์ (2531) พบว่าการสอนซ่อมเสริมโดยเพื่อนช่วยสอนให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และสร้างแรงจูงใจได้สูงกว่าการสอนโดยครูหรือบทเรียนสำเร็จรูป ส่วนพนิดา พิสิฐอมรชัย (2528) พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มอ่อนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนเสริมจากครูกับกลุ่มที่เรียนเสริมจากเพื่อนนักเรียนไม่แตกต่างกัน และจากการศึกษาของอรุณศรี ประทุมวัลย์ (2534) พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมของนักเรียนกลุ่มที่ทำการทดสอบย่อยหลังเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ทำแบบฝึกหัด นอกจากนี้ นฤมล จันโทสถ (2532) ได้ศึกษาพบว่าการสอนซ่อมเสริมโดยใช้สื่อประสมทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าการสอนแบบปกติ

การให้การบ้าน เบลล์ (Bell . 1981) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการให้การบ้านไว้ดังนี้

1. การให้การบ้านควรให้แบบกระจาย ให้ทีละน้อยเป็นแบบบันไดเวียน ดีกว่าการให้เป็นจำนวนมากในครั้งเดียว

2. ควรมีคำตอบของแบบฝึกหัดบางข้อ และควรมีข้อแนะนำสำหรับข้อยาก ตลอดจนควรหลีกเลี่ยงแบบฝึกหัดที่ซ้ำซาก

3. ควรให้นักเรียนได้ทำแบบฝึกหัดในชั่วโมงเรียนด้วย เพื่อให้โอกาสนักเรียนได้ปรึกษาครู

การให้แบบฝึกหัดได้มีงานวิจัยหลายชิ้นที่ได้เสนอแนะให้ใช้การทดสอบแทนการให้แบบฝึกหัด เช่น จากการศึกษาของกรรณาภรณ์ บูรณยุกติ (2530) บุญสม เขื่อนโพธิ์ (2531) และอรุณศรี ประทุมวัลย์ (2534) พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่ทดสอบย่อยหลังเรียน หรือทดสอบย่อยทุกคาบเรียน หรือทดสอบย่อยทุกสัปดาห์สูงกว่ากลุ่มที่ทำแบบฝึกหัด

เสริมศักดิ์ สุรวัลลภ (ม.ป.ป. : 101,189-190) ได้ให้ความเห็นว่า ครูสามารถกำหนดแบบฝึกหัดให้แก่นักเรียนแตกต่างกันได้ นักเรียนที่เรียนอ่อนหรือปานกลางอาจจะได้รับแบบฝึกหัดเพื่อทบทวนพื้นฐานความรู้เดิมก่อนที่จะให้ฝึกทักษะในมโนคติที่ครูสอน สำหรับนักเรียนเก่งครูอาจเตรียมแบบฝึกหัดพิเศษเพื่อท้าทายความสามารถของเขา ในการให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยไม่ต้องแสดงวิธีทำนั้นควรเป็นกิจกรรมเฉพาะภายในชั้นเรียนเท่านั้น ไม่ควรให้นักเรียนทำการบ้านโดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ สำหรับการทำการบ้านนั้นควรให้นักเรียนได้แสดงวิธีทำอย่างครบถ้วนและควรใช้เวลาในการทำไม่นานเกิน 30 นาที ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนไม่เกิดความเมื่อยล้าและเบื่อหน่าย สำหรับการตรวจแบบฝึกหัดนั้นโดยเฉพาะการให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดภายในคาบเวลาที่สอน ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามข้อสงสัยได้ตลอดเวลา และไม่ควรให้นักเรียนทำจนเสร็จหมดทุกข้อแล้วจึงนำมาส่งให้ครูตรวจ ครูควรเดินตรวจสอบหรือคอยให้ความช่วยเหลือแนะนำการทำงานของนักเรียนอย่างทั่วถึงทุกคน หรือให้นักเรียนนำมาส่งครูตรวจสอบความถูกต้องเมื่อเสร็จข้อแรก หรือนำมาส่งให้ตรวจทีละข้อเพื่อที่ครูจะได้ตรวจสอบแนะนำแก้ไขได้ทันท่วงทีก่อนที่นักเรียนจะทำข้อต่อไปผิดอีกหรือผิดหมดทุกข้อ ซึ่งอาจจะเป็นไปได้สำหรับนักเรียนที่เรียนอ่อนอันจะเป็นสาเหตุของความเบื่อหน่ายและมีเจตคติที่ไม่ดี และไม่ว่านักเรียนจะทำถูกหรือผิดก็ตามการเสริมแรงในทางบวกอย่างถูกต้องมีเหตุผลเป็นสิ่งที่มีความจำเป็นเสมอ ซึ่งอาจทำได้โดยการให้คำยกย่องชมเชย การให้กำลังใจและการให้คะแนน เป็นต้น

การใช้เวลาในการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพ เสริมศักดิ์ สุรวัลลภ (ม.ป.ป. : 188) ได้เสนอให้ลดทักษะในการเขียนลงแล้วเพิ่มทักษะในการคิดให้มากขึ้นแทนที่ครูจะให้นักเรียนเขียนโจทย์ลงในสมุดและแสดงวิธีทำอย่างละเอียดทุกข้อทุกขั้นตอน หลังจากที่ครู

อธิบายเนื้อหาใหม่เสร็จสิ้นลงครูอาจให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำตามลำดับขั้นตอนเพียงสองสามข้อหรือเพียงบางหัวข้อเท่านั้น เพื่อเป็นการตรวจสอบความเข้าใจในการคิดของนักเรียนและสนองวัตถุประสงค์ที่กำหนดให้นักเรียนสามารถแสดงวิธีทำได้ หลังจากนั้นเมื่อครูแน่ใจว่านักเรียนเข้าใจขั้นตอนในการคิดแล้วครูอาจจะเพียงให้นักเรียนคิดคำนวณแก้ปัญหาในเศษกระดาษแล้วเขียนเฉพาะคำตอบลงในสมุดเท่านั้นก็พอ และถ้าครูต้องการตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนอาจจะขอดูเศษกระดาษที่นักเรียนใช้ประกอบการคิด หรืออาจจะให้นักเรียนอธิบายวิธีการคิดให้ครูฟังก็ได้

1.3 สื่อการเรียนการสอน

อุปกรณ์ประกอบการเรียนคือสิ่งที่สามารถช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ทักษะและเจตคติตามจุดหมายของหลักสูตรคณิตศาสตร์ที่ตั้งไว้ อุปกรณ์ประกอบการเรียนในที่นี้อาจเป็นเครื่องมือทดลองสำหรับปฏิบัติการ เช่น บัตรคำ บัตรคำสั่ง แผ่นภาพ สมุดฝึกปฏิบัติ รูปทรงเรขาคณิตต่าง ๆ วัสดุสิ้นเปลือง และแผนภูมิ เป็นต้น อุปกรณ์ประกอบการเรียนมีบทบาทสำคัญยิ่งที่ช่วยให้ครูสามารถแปลงเนื้อหาจากนามธรรมไปสู่รูปธรรม นอกจากนี้ยังช่วยให้นักเรียนสามารถค้นพบมโนคติบางประการด้วยตนเองได้อีกด้วย ดังนั้นครูจึงต้องมีความสามารถในการเลือกอุปกรณ์ประกอบการเรียนมาใช้ให้เหมาะสมกับเนื้อหา (เสริมศักดิ์ สุรวัลลภ. ม.ป.ป :100)

แนวโน้มในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะต้องเกี่ยวข้องกับเทคโนโลยีเป็นอย่างมาก เช่น เรียนโดยใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ใช้เครื่องคิดเลขในการคำนวณ ฯลฯ ในการนำเทคโนโลยีมาใช้ในการเรียนการสอนนั้น จะต้องนำมาใช้ให้เหมาะสมตามสภาพความต้องการ สิ่งใดที่คิดว่าไม่เหมาะสม ไม่คุ้มค่า ก็ไม่ควรนำมาใช้ (เสริมศักดิ์ สุรวัลลภ. ม.ป.ป. : 171)

จากผลการวิจัยเกี่ยวกับสื่อการเรียนการสอนของ ซุคแดมและฮิกจินส์ (1977) (เสริมศักดิ์ สุรวัลลภ. ม.ป.ป. : 177-178) พบว่า

1. นักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้อุปกรณ์ของจริงซึ่งครูได้จัดเตรียมไว้ จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนโดยปราศจากอุปกรณ์ของจริง

2. การใช้อุปกรณ์ของจริง รูปภาพ และสัญลักษณ์มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ โดยที่การใช้อุปกรณ์จากของจริงและรูปภาพให้ประสิทธิผลต่อการเรียนสูงกว่าการใช้สัญลักษณ์

3. การใช้อุปกรณ์ของจริงเป็นเครื่องแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ และเป็นเครื่องเสริมสร้างให้เกิดการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ อย่างเช่น การใช้แท่งไม้ ลูกคิด เป็นต้น

4. การใช้อุปกรณ์ทั้งหลายเป็นไปได้ทั้งสองทาง คือ ทั้งครูและนักเรียนเป็นผู้ใช้อุปกรณ์นั้น บางครั้งนักเรียนจะต้องคอยพิจารณาสังเกตจากการที่ครูทดลองสาธิต และบางครั้งนักเรียนจะต้องเป็นผู้ทดลองกระทำเอง

5. การใช้อุปกรณ์มีประสิทธิผลไม่เพียงแต่กับนักเรียนในชั้นเล็ก ๆ แต่กับนักเรียนในชั้นสูง ๆ ให้ประสิทธิผลเช่นกัน

สิ่งสำคัญที่ครูผู้สอนควรจะตระหนักในการนำอุปกรณ์มาใช้ก็คือ เราไม่สามารถนำอุปกรณ์มาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์กับทุกเนื้อหา และไม่จำเป็นว่าทุกวันทุกชั่วโมงที่ครูสอนจำเป็นจะต้องมีอุปกรณ์ประกอบ เพราะเนื้อหาบางเรื่องหรือแบบฝึกหัดที่กำหนดขึ้นมาเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกทักษะไม่จำเป็นต้องใช้อุปกรณ์ แต่อย่างไรก็ตามอุปกรณ์ก็มีส่วนช่วย และมีประสิทธิผลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ชาลส์ (Charles. 1982 : 17-32) ได้กล่าวถึงสื่อวัสดุอุปกรณ์ที่ใช้ในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถในระดับสูงและปานกลางว่าควรมีการรวบรวมและจัดชุดโจทย์ปัญหาที่ดี ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งในการสอนการแก้โจทย์ปัญหา โดยที่โจทย์ปัญหาแยกเป็นโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยกระบวนการ และโจทย์ปัญหาที่สามารถแก้ด้วยการแปลงเป็นประโยคคณิตศาสตร์ โดยควรมีลักษณะดังนี้

1. โจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยกระบวนการ ควรมีลักษณะที่พึงปรารถนา 4 ประการดังนี้

1.1 เป็นที่สนใจของนักเรียน โดยที่ปัญหาอาจเป็นหรือไม่เป็นไปตามโลกแห่งความเป็นจริงก็ได้

1.2 เนื้อหาสาระของโจทย์ควรเป็นสิ่งที่นักเรียนคุ้นเคย ซึ่งอาจจะเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผนเพียงเล็กน้อย

1.3 ไม่สามารถแก้ได้โดยใช้เพียงหลักแห่งการคำนวณ

1.4 เป็นปัญหาที่แก้ได้โดยใช้กลวิธีได้มากกว่า 1 วิธี

2. โจทย์ปัญหาที่สามารถแก้ด้วยการแปลงเป็นประโยคคณิตศาสตร์ และแก้ด้วยกระบวนการควรมีลักษณะดังนี้

2.1 เนื้อหาสาระชุดของโจทย์ปัญหาควรมีเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย

2.2 โครงสร้างเชิงเหตุผลของปัญหาจะมีลักษณะแปรเปลี่ยนตามปัจจัยต่าง ๆ เช่น โจทย์ที่มีข้อมูลมากเกินไปหรือไม่เพียงพอ มีเงื่อนไขของสภาพโจทย์ปัญหาต่าง ๆ กัน และมีการแก้ปัญหาด้วยขั้นตอนที่ต่างกัน

2.3 ชุดของปัญหาควรจะเสนอในรูปชุดของปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งอาจจะเป็นชุดปัญหาในแง่ของโลกแห่งความเป็นจริงหรือในแง่ของคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ และอาจเป็นชุดปัญหาที่มีหรือไม่มีรูปภาพประกอบ นอกเหนือจากชุดโจทย์ปัญหาที่ดีแล้วสื่อที่จะช่วยในการสอนได้อีกคือแผ่นป้ายที่แสดงถึงกลวิธีการแก้ปัญหา

การพัฒนารูปแบบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องการแปรผันสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดย ปัทมา ครุฑมณี (2535 : 35) ได้จัดสื่อการเรียนการสอนต่าง ๆ ประกอบในชุดการเรียนการสอนอันได้แก่ แผนภูมิ แบบฝึก เอกสารแนะแนวทาง บัตรคำ บทเรียนการ์ตูน เกมและเพลง

การพัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยสุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2533 : 127) ได้จัดสื่อประสมไว้ในชุดการเรียนการสอนซึ่งประกอบด้วยสื่อการสอนสำหรับครู ได้แก่ แผ่นใส แถบประโยค บัตรคำ รูปภาพ หนังสือพิมพ์ นิตยสาร เป็นต้น และสื่อการเรียนรู้สำหรับนักเรียน ได้แก่ แบบฝึกเป็นกลุ่ม แบบฝึกรายบุคคล บัตรงาน แผ่นป้าย และเกมต่าง ๆ เป็นต้น

ด้านเกี่ยวกับการใช้เครื่องคิดเลขประกอบการสอนคณิตศาสตร์ สมพล เล็กสกุล (2525 : 88) ได้กล่าวถึงประโยชน์ที่จะได้รับจากการใช้เครื่องคิดเลข ดังนี้

1. เป็นเครื่องมือจูงใจให้นักเรียนมีความสนใจอย่างต่อเนื่องในวิชาคณิตศาสตร์มากยิ่ง ๆ ขึ้น

2. เป็นเครื่องมือในการคิดคำนวณแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั่วไปได้รวดเร็วถูกต้องและมีประสิทธิภาพมากขึ้น

3. เป็นเครื่องมือจูงใจให้นักเรียนพยายามแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ยุ่งยากและสลับซับซ้อน

4. เป็นเครื่องมือสำหรับให้นักเรียนได้ประยุกต์ใช้สิ่งที่เรียนมาทางคณิตศาสตร์ให้กว้างขวางออกไป

จากการศึกษาของ ซีเทลา (Szetela. 1987 : 215 - 229) เกี่ยวกับการใช้เครื่องคิดเลขในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาในระดับเกรด 7 พบว่านักเรียนที่ใช้เครื่องคิดเลขในการคำนวณการแก้โจทย์ปัญหาจะประสบความสำเร็จในการใช้และเลือกยุทธวิธีการแก้โจทย์ปัญหาและนักเรียนที่ใช้เครื่องคิดเลขจะมีเจตคติที่ดีขึ้นต่อการแก้โจทย์ปัญหา

แชงก์ (Chang. 1979 : 1323-1324 : A) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลการใช้เครื่องคิดเลขในการสอนคณิตศาสตร์ในระดับเกรด 7 และ 8 พบว่านักเรียนที่ใช้เครื่องคิดเลขมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้ใช้เครื่องคิดเลข และสอดคล้องกับการศึกษาของ

ฮอบกินส์ (Hopkins. 1979 : 2801 : A) ที่พบว่านักเรียนที่ใช้เครื่องคิดเลขมีผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคิดเลข

ฮอธอร์น (Hawthorne. 1973 : 671-672) ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับการใช้เครื่องคิดเลขว่าสามารถใช้เป็นสิ่งที่ทำให้เกิดแรงจูงใจในการเรียน เพราะความยุ่งยากในการคิดคำนวณจะทำให้ความสนใจของผู้เรียนลดลง

องค์กรครูคณิตศาสตร์ของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics. 1976 : 92-94) ได้เสนอแนวทางในการใช้เครื่องคิดเลขโดยใช้เป็นเครื่องมือกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหา และช่วยลดเวลาสำหรับการคำนวณ ซึ่งแต่เดิมต้องใช้เวลามากและมีความยุ่งยากซับซ้อนถ้าจะคำนวณโดยใช้กระดาษและดินสอ

สำเริง เวชสุนทร (2524 : 62-67) กล่าวถึงบทบาทของเครื่องคิดเลขที่มีต่อการเรียนการสอนนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำในการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหา โดยมุ่งเน้นทักษะการคิดคำนวณเพียงเล็กน้อยให้ใช้เครื่องคิดเลขในการคำนวณได้ และสอนให้ความสำคัญต่อวิธีแก้ปัญหา การหาหนทางในการแก้ปัญหาให้มากขึ้น จะช่วยให้นักเรียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้ดีพอสมควร และที่สำคัญคือเครื่องคิดเลขจะช่วยกระตุ้นความสนใจในการเรียนด้วยทำให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

นอกจากนี้จากการศึกษาผลการสอนแบบใช้ขั้นตอนฝึกความเข้าใจโจทย์ปัญหาร่วมกับการใช้เครื่องคิดเลขของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ ของกานต์กนิษฐ์ นิลกำแหง (2537 : 46) พบว่าผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาของกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบใช้ขั้นตอนฝึกความเข้าใจโจทย์ปัญหาร่วมกับการใช้เครื่องคิดเลขสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบใช้ขั้นตอนฝึกความเข้าใจโจทย์ปัญหา และกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบใช้ขั้นตอนฝึกความเข้าใจโจทย์ปัญหาร่วมกับการใช้เครื่องคิดเลขสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ

1.4. การวัดผลและประเมินผล

ในด้านการวัดผลและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์ สิริพร ทิพย์คง (2537: 291-293) ได้ให้ข้อเสนอแนะว่า การวัดผลการเรียนของนักเรียนควรเป็นการชี้ให้นักเรียนได้เห็นพัฒนาการในด้านการเรียนของตนเอง โดยครูใช้การวัดแบบอิงเกณฑ์ซึ่งเป็นการวัดที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถของนักเรียนแต่ละคนว่ามีความสามารถหรือได้เรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์นั้น ๆ มากน้อยเพียงใด โดยไม่ได้นำไปเปรียบเทียบกับความสามารถของกลุ่มแต่อาจจะมีเกณฑ์มาตรฐานกำหนดไว้อย่างแน่ชัดว่าต้องการให้นักเรียนมีความสามารถมากน้อยเพียงใด สำหรับการประเมินผลนอกจากจะดูจากคะแนนผลการสอบของนักเรียนแล้ว ครูควรดูผลจากการทำแบบฝึกหัดของนักเรียนระหว่างการเรียน การตอบคำถาม การร่วมกิจกรรมของนักเรียน และการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนระหว่างการเรียน การสัมภาษณ์นักเรียน เพราะคะแนนจากการสอบเพียงอย่างเดียวไม่ควรเป็นตัวบ่งชี้ถึงความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้นแนวโน้มการวัดและประเมินผลการเรียนของนักเรียนควรมีลักษณะดังนี้

1. แบบทดสอบควรเน้นกระบวนการคิดการได้มาซึ่งคำตอบมากกว่าคำตอบที่นักเรียนคิดได้
2. แบบทดสอบที่ใช้ควรเป็นแบบอัตนัยที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา
3. ครูควรจะมีการวินิจฉัยความรู้พื้นฐานของนักเรียนก่อนการสอนเนื้อหาใหม่
4. การประเมินผลงานที่นักเรียนทำ โดยครูมอบหมายโครงงานเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ให้นักเรียนร่วมกันรับผิดชอบและทำเป็นกลุ่ม เมื่อนักเรียนทำโครงงานเสร็จแล้วครูควรให้นักเรียนทุกคนในกลุ่มประเมินผลการทำงานของตนและสมาชิกทุกคนในกลุ่มโดยการให้คะแนน และครูประเมินผลงานที่นักเรียนทำด้วยแล้วนำผลการประเมินของแต่ละกลุ่มมาสรุปโดยพิจารณาจากคะแนนที่นักเรียนประเมินตนเอง คะแนนที่นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มประเมินให้เพื่อนสมาชิกและการประเมินของครู ซึ่งนักเรียนแต่ละคนอาจจะได้คะแนนไม่เท่ากันทั้งนี้ขึ้นอยู่กับผลงานของตนเอง

นอกจากแนวคิดดังกล่าวข้างต้นแล้วได้มีงานวิจัยที่เกี่ยวกับการวัดผลและประเมินผลซึ่งได้แก่ สมชาย พุยศิริ(2533) และยุพร ริมชลการ(2534) ได้ศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่มีการทดสอบย่อยก่อนเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ไม่มีการทดสอบย่อยก่อนเรียน บุญสม เขื่อนโพธิ์(2531) ได้ศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่ทดสอบย่อยทุกคาบเรียนและกลุ่มที่ทดสอบย่อยทุกสัปดาห์สูงกว่ากลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดทุกคาบเรียน แต่กลุ่มที่ทดสอบย่อยทุกคาบเรียนกับกลุ่มที่ทดสอบย่อยทุกสัปดาห์ไม่แตกต่างกัน และกรรณาภรณ์ บูรณยุกติ(2530)

ได้ศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่มีการทดสอบย่อยในเนื้อหาคล้ายการบ้านสูงกว่ากลุ่มที่มีการตรวจให้คะแนนการบ้าน

สำหรับเครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลนั้น จากการศึกษาวิจัยกระบวนการคิดแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนช่างอุตสาหกรรม ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพของสุพิศา แก้วสุวรรณ (2536 : 47-48, 79) ซึ่งเลือกใช้แบบทดสอบอัตนัยเป็นเครื่องมือวัดกระบวนการคิดแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya) 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบ นอกจากนี้ ชาลส์ และคณะ (Charles and others. 1987 : 15-61, 80) ได้เสนอเทคนิคการประเมินการแก้โจทย์ปัญหาไว้ 4 วิธี ดังนี้คือ

1. ใช้การสังเกตและสอบถามนักเรียน
2. ใช้ข้อมูลการประเมินตนเอง (self-assessment data) จากนักเรียน
3. ใช้เทคนิคการให้คะแนนจากภาพรวม (holistic)
4. ใช้แบบทดสอบแบบเลือกตอบและเติมคำตอบ

ซึ่งจะกล่าวถึงรายละเอียดของแต่ละเทคนิควิธีโดยสังเขปดังนี้

1. การสังเกตและการสอบถาม

การสังเกตและการสอบถามนักเรียนในขณะที่นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาอยู่จะทำให้ได้ข้อมูลเกี่ยวกับการปฏิบัติ เจตคติ และความตระหนักต่อการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งวิธีการนี้อาจจะเป็นการสังเกตและสอบถามแบบไม่เป็นทางการ (informal observation and questioning) จากนักเรียนเป็นรายบุคคล เป็นกลุ่มเล็ก หรือทั้งชั้น หรืออาจจะใช้วิธีการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (structured interview) เป็นต้น

2. การใช้ข้อมูลจากการประเมินตนเองของนักเรียน

เทคนิควิธีนี้จะทำให้เราทราบถึงความรู้สึก ความเชื่อ ความตั้งใจ และรูปแบบการคิดของนักเรียนได้อย่างเปิดเผย เทคนิควิธีที่ใช้ได้แก่ การรายงานของนักเรียน และการตอบแบบสอบถามแบบเลือกตอบ ซึ่งการรวบรวมข้อมูลจากการรายงานของนักเรียนนั้นอาจจะให้นักเรียนเขียนรายงาน หรือบันทึกเทปเกี่ยวกับความคิดเห็นและประสบการณ์ในการแก้โจทย์ปัญหาที่ผ่านมา และในการให้นักเรียนตอบแบบสอบถามนั้นจะให้นักเรียนเลือกตอบประเด็นต่าง ๆ จากแบบสอบถามที่เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาและด้านเจตคติต่อการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน

3. การให้คะแนนจากภาพรวม

การให้คะแนนจากภาพรวมเป็นการประเมินกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนจากการเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบ ซึ่งการให้คะแนนอาจจะให้โดยการกำหนดระดับหรือจุดให้คะแนนในแต่ละขั้นของกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา หรือการให้โดยการกำหนดคะแนนจากภาพรวมของการหาคำตอบในแต่ละระดับโดยอาศัยเกณฑ์ที่เกี่ยวกับกระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหา หรือโดยการอาศัยความรู้สึกและประสบการณ์ของผู้ประเมินกำหนดระดับคะแนนจากการศึกษาวิธีการหาคำตอบของนักเรียน แต่วิธีการหลังนี้ไม่เหมาะสำหรับครูที่มีประสบการณ์ในการประเมินการแก้โจทย์ปัญหาน้อย

4. การใช้แบบทดสอบแบบเลือกตอบ และเติมคำตอบ

โดยปกติในการวัดผลและประเมินผลโดยอาศัยแบบทดสอบที่เป็นแบบเลือกตอบและเติมคำตอบนั้น ครูมักจะเน้นให้นักเรียนหาคำตอบที่ถูกต้องของปัญหาเท่านั้นโดยไม่ได้เน้นถึงกระบวนการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน ดังนั้นในการตั้งข้อคำถามในแบบทดสอบเหล่านี้ครูควรที่จะกำหนดข้อคำถามที่มุ่งประเมินกระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนด้วย

จากเทคนิคในการวัดผลและประเมินผลดังกล่าวข้างต้นนั้น ผู้ประเมินจะเลือกใช้เทคนิควิธีใดนั้นควรที่จะได้คำนึงถึงองค์ประกอบต่อไปนี้คือ

1. ผลลัพธ์ที่ต้องการวัด
2. จำนวนนักเรียนที่ต้องการวัด
3. เวลาที่ใช้ในการประเมิน
4. ประสบการณ์ของครูในการสอนและการประเมินการแก้โจทย์ปัญหา
5. การนำผลของการประเมินไปใช้
6. วัสดุอุปกรณ์ที่ใช้ในการประเมิน

นอกจากนี้ชาลส์และคณะได้ให้ข้อคิดเห็นที่ควรจะคำนึงถึงเกี่ยวกับการวัดผลและประเมินผลการแก้โจทย์ปัญหาไว้ดังนี้

1. การวัดผลและประเมินผลไม่ได้มีความหมายเหมือนกับการให้เกรดนักเรียน
2. ควรที่จะประเมินกระบวนการคิดของนักเรียนเช่นเดียวกับการหาคำตอบที่ถูก
3. พยายามที่จะสังเกตและสอบถามนักเรียนในขณะที่เขาแก้โจทย์ปัญหาด้วยเสมอ
4. ควรที่จะตรวจสอบความสอดคล้องระหว่างแผนการประเมินกับวัตถุประสงค์ในการสอน

5. ควรที่จะประเมินเจตคติและความตระหนักในการแก้โจทย์ปัญหาด้วย

6. ควรหาโอกาสสัมภาษณ์นักเรียนด้วย

7. นักเรียนทุกคนจะไม่ได้รับการประเมินการแก้โจทย์ปัญหาในทุกประสบการณ์

8. นักเรียนควรที่จะได้รับทราบแผนการประเมินของครู

1.5 ข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องสมการและแนวทางในการจัดการเรียนการสอน

1.5.1 ข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องสมการ

จากการศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เขตการศึกษา 3 ของเจริญ แก้วประดิษฐ์ (2533) พบว่าความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 อยู่ในระดับต่ำมาก และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนในแต่ละชั้นเป็นดังนี้

1. ความสามารถในการตีความและทำความเข้าใจโจทย์อยู่ในระดับปานกลาง

2. ความสามารถในการใช้ตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่าอยู่ในระดับปานกลาง

3. ความสามารถในการเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ตามที่โจทย์กำหนดอยู่ในระดับต่ำ

4. ความสามารถในการแก้สมการอยู่ในระดับต่ำมาก

5. ความสามารถในการตรวจสอบคำตอบอยู่ในระดับต่ำมาก

อรัญ ชุยกระเดื่อง (2534) ได้ศึกษาความคลาดเคลื่อนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร พบว่าความคลาดเคลื่อนในขั้นตอนการเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ตามที่โจทย์กำหนดนักเรียนคลาดเคลื่อนร้อยละ 25.17 ขั้นตอนในการตอบคำตอบตามที่โจทย์ต้องการนักเรียนคลาดเคลื่อนร้อยละ 24.55 ขั้นตอนในการใช้ตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่านักเรียนคลาดเคลื่อนร้อยละ 21.93 ขั้นตอนในการแก้สมการหาคำตอบนักเรียนคลาดเคลื่อนร้อยละ 20.90 และขั้นตอนในการตีความและทำความเข้าใจโจทย์นักเรียนคลาดเคลื่อนร้อยละ 7.45

เบญจา เขียวสม (2534 : 31-32) ได้ดำเนินการวิจัยเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยตามพฤติกรรมการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยอาศัยเนื้อหาเรื่องสมการ ซึ่งในขั้นดำเนินการสร้างแบบทดสอบเขาได้ทำการทดสอบเพื่อรวบรวมรวม

ข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียน ซึ่งผลจากการทดสอบพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในประเด็นต่อไปนี้

1. ไม่สามารถแปลความหมายของคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้
2. ไม่สามารถสรุปความสัมพันธ์ของข้อความที่โจทย์กำหนดได้
3. ไม่สามารถหาความสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ ทีโจทย์กำหนดได้
4. บกพร่องในเรื่องการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวนจากข้อความที่กำหนด
5. ไม่สามารถแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้อง ไม่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาได้
6. ไม่สามารถค้นหาข้อมูลเพิ่มเติมที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้
7. ขาดความเข้าใจในการใช้คุณสมบัติการเท่ากัน
8. ขาดความสามารถในการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
9. ขาดความสามารถในการคำนวณหาผลสำเร็จของจำนวนที่อยู่ในรูปเศษส่วน

ปราโมทย์ มากชู (2528 : 144-147) ได้ศึกษาข้อผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในจังหวัดภาคเหนือพบว่านักเรียนมีข้อผิดพลาดในการดำเนินการและการทำให้เป็นผลสำเร็จมากกว่าการประยุกต์

นอกจากนี้ เชส (Chase. 1970 : 262-269) ได้กล่าวถึงสาเหตุที่ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้เนื่องมาจากอุปสรรคดังต่อไปนี้

1. ครูสอนเน้นทักษะการคิดคำนวณมากกว่าวิธีการหรือกระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหา
2. นักเรียนขาดความสามารถในการอ่าน อ่านโจทย์แล้วไม่เข้าใจ
3. เวลาในการเรียนโจทย์ปัญหาไม่เหมาะสมหรือไม่เพียงพอ
4. ภาษาและคำที่ใช้ในโจทย์ปัญหาไม่กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคิดเชิงวิเคราะห์ หรือไม่เหมาะสมกับวัยและระดับสติปัญญาของเด็ก
5. นักเรียนไม่รู้จักคาดคะเนหรือประมาณคำตอบ
6. นักเรียนขาดความสามารถในการคิดคำนวณ ขาดทักษะในเรื่องการบวก ลบ คูณ และหาร
7. นักเรียนขาดการคิดหาเหตุผล มองไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อที่จะบรรลุสิ่งที่โจทย์ต้องการ
8. นักเรียนใช้วิธีการในการแก้โจทย์ปัญหาผิด เพราะไม่ได้นำเอาทฤษฎีหรือความรู้ที่เรียนไปแล้วมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

9. นักเรียนขาดความตั้งใจที่จะแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งอาจเกิดจากบทเรียนไม่มีลักษณะยั่วยุความสนใจของนักเรียน

10. นักเรียนมีความสะเพร่า นำตัวเลขมาใช้อย่างผิด ตีความในโจทย์ปัญหาผิด ตลอดจนการคิดคำนวณผิด

1.5.2 แนวทางในการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องสมการ

1.5.2.1 ขั้นตอนและยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ

สำหรับขั้นตอนและยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาสมการได้มีผู้เสนอวิธีการไว้ไม่แตกต่างกันมากนัก ดังเช่น

เฮลตัน (Helton. 1958 : 203) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการไว้ดังนี้

1. อ่านทำความเข้าใจโจทย์ เพื่อหาว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไร ต้องการให้หาตัวไม่ทราบค่าเพียงตัวเดียวหรือมากกว่านั้น
2. กำหนดสัญลักษณ์เป็นตัวแทนของตัวแปรที่ไม่ทราบค่า
3. หาความสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับโจทย์
4. เขียนสมการ
5. แก้สมการหาคำตอบ
6. ให้ความหมายของคำตอบ เช่น บอกหน่วย
7. ตรวจสอบคำตอบ

มิลเลอร์และฮีเรน (Miller and Heeren. 1978 : 245) ได้กล่าวว่าสิ่งที่หลีกเลี่ยงไม่ได้ในการแก้โจทย์ปัญหาคือ การแปลงประโยคภาษาให้เป็นประโยคทางพีชคณิตก่อนที่จะหาคำตอบของปัญหานั้น และได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการดังนี้

1. สมมติตัวแปรแทนตัวที่ต้องการทราบหรือตัวที่ไม่ทราบค่า
2. แปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปสมการ
3. แก้สมการหาคำตอบ
4. ตรวจสอบคำถามที่ได้ว่าเป็นไปตามเงื่อนไขของโจทย์หรือไม่

ดอลเซียนี่ และคณะ (Dolciani and others. 1967 : 317) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการไว้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจโจทย์
2. พิจารณาว่าสิ่งที่โจทย์บอกคืออะไร จะสมมติสัญลักษณ์แทนตัวไม่ทราบค่าได้อย่างไร และจะอธิบายสัญลักษณ์นั้นได้อย่างไร

3. สามารถเขียนเป็นภาพออกมาเพื่อช่วยให้เข้าใจชัดเจนขึ้นได้หรือไม่

4. ข้อเท็จจริงที่โจทย์ให้มามีความสัมพันธ์กับสิ่งที่ต้องการหาอย่างไรและจะเขียนความสัมพันธ์นั้นได้อย่างไร

5. เขียนสมการและแก้สมการเพื่อหาคำตอบ

6. ตรวจสอบคำตอบ

นอกจากนี้ โมเชอร์ (Mosher. 1974 : 54) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการไว้ดังนี้

1. อ่านโจทย์ให้ละเอียดรอบคอบ และถ้าเป็นไปได้ควรวาดรูปประกอบ

2. ทำความเข้าใจว่าโจทย์ให้หาอะไร

3. สมมติตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

4. เขียนปริมาณอื่น ๆ ในรูปของตัวแปรจากขั้นที่ 3

5. หาความสัมพันธ์ที่เท่ากันของปริมาณ 2 ปริมาณ

6. นำปริมาณทั้ง 2 ปริมาณนั้นมาเขียนให้อยู่ในรูปของสมการ

7. แก้สมการเพื่อหาคำตอบ

8. ตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดหรือไม่

มูลเลอร์ (Mueller. 1972: 32 - 33) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการไว้ดังนี้

1. พิจารณาว่าโจทย์ให้หาอะไร ตัวไม่ทราบค่าคืออะไร แล้วสมมติตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่านั้น

2. หาความสัมพันธ์ระหว่างตัวที่ทราบค่ากับตัวไม่ทราบค่าจากข้อมูลที่โจทย์ให้มา

3. เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์จากข้อมูลในขั้นที่ 2

4. แก้สมการเพื่อหาค่าของตัวแปรจากขั้นที่ 3

5. ตรวจสอบคำตอบ โดยใช้คำตอบจากขั้นที่ 4

แมสซิง และแซนเดอร์ (Massing and Sanders. 1977 : 149) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการไว้ดังนี้

1. อ่านโจทย์ให้รอบคอบว่าโจทย์ให้หาอะไร
2. สมมติสิ่งที่โจทย์ให้หาว่าต้องการอะไร
3. เขียนสมการโดยใช้ข้อมูลที่โจทย์ให้มา
4. แก้สมการ
5. ตรวจสอบคำตอบ

1.5.2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องสมการ

ในการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องสมการพบว่า พรทิพย์ พรหมสาขา ณ สกลนคร (2527) ได้ศึกษาถึงผลของการสอนที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในเนื้อหาเรื่องโจทย์ปัญหาสมการ โดยนักเรียนในกลุ่มควบคุมได้รับการสอนการแก้โจทย์ปัญหาตามคู่มือครู กลุ่มทดลองที่หนึ่งได้รับการสอนเน้นทักษะการแปลความหมายโจทย์และแก้ปัญหาโดยตารางวิเคราะห์ กลุ่มทดลองที่สองได้รับการสอนเน้นทักษะการแปลความหมายโจทย์และแก้ปัญหาโดยอิสระ ผลการศึกษาพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนในกลุ่มทดลองที่หนึ่งและกลุ่มทดลองที่สองสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมและความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนในกลุ่มทดลองที่หนึ่งกับกลุ่มทดลองที่สองไม่แตกต่างกัน

นคร ปลื้มฤดี (2530 : 59-62) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนเรื่องสมการโดยใช้วิธีการเรียนเพื่อรู้แจ้งกับการสอนตามปกติ ผลจากการศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่สอนโดยใช้วิธีการเรียนเพื่อรู้แจ้งสูงกว่าการสอนตามปกติ ซึ่งสอดคล้องกับการศึกษาของศิริวรรณ ฤกษนันทน์ (2531 : 59-60) ที่ได้ศึกษาถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องสมการที่เรียนโดยหลักการเรียนเพื่อรู้แจ้ง พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่สอนโดยใช้วิธีการเรียนเพื่อรู้แจ้งสูงกว่ากลุ่มที่เรียนโดยวิธีสอนตามปกติ

ประเทศ วิเศษสา (2532 : 23) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนด้วยตนเองจากบทเรียนด้วยตนเองในเนื้อหาเรื่องสมการและอสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า

นักเรียนที่เรียนด้วยตนเองจากบทเรียนดังกล่าว มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนปกติ

นอกจากนี้ ศิริรัตน์ วรวณิชยา (2539 : 19) ได้ศึกษาถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากชุดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นซึ่งประกอบด้วยแผนการสอน บทเรียนสำเร็จรูป เอกสารสรุปบทเรียนพร้อมแบบฝึกหัด และแผ่นโปร่งใส ผลจากการศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสูงกว่ากลุ่มที่เรียนจากการสอนตามปกติ

<u>ตอนที่ 2 การวิจัยเชิงปฏิบัติการ (Action Research)</u>

การวิจัยเชิงปฏิบัติการได้เริ่มขึ้นครั้งแรกในราวปี ค.ศ. 1920 โดยได้มีการนำวิธีการทางวิทยาศาสตร์มาใช้ในการศึกษาปัญหาต่าง ๆ มีการศึกษาเกี่ยวกับปฏิสัมพันธ์ของกลุ่มและกระบวนการกลุ่ม จากนั้นการวิจัยเชิงปฏิบัติการก็ได้รับการพัฒนามาเป็นลำดับ ผู้ที่ถือว่าเป็นบิดาของการวิจัยเชิงปฏิบัติการก็คือ เคอร์ท เลวิน (Kurt Lewin) ในปี ค.ศ. 1944 เขาได้เขียนหนังสือเกี่ยวกับการวิจัยเชิงปฏิบัติการขึ้น โดยได้ชี้ให้เห็นถึงการเชื่อมโยงช่องว่างระหว่างทฤษฎีกับการปฏิบัติเข้าด้วยกันเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาของสังคม เขาพยายามใช้ทฤษฎีทางสังคม (Social Theory) และการปฏิบัติทางสังคม (Social Action) มาร่วมกันแก้ปัญหาในการทำงานต่าง ๆ อย่างเป็นระบบโดยอาศัยวิธีการทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Method) เลวินกล่าวว่า การวิจัยเชิงปฏิบัติการเป็นการจัดการทางสังคมอย่างมีเหตุผล มีการวางแผน และมีการประเมินผลการปฏิบัติงานตามที่วางแผนไว้ เขาได้พบความสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดระหว่างการปฏิบัติงานกับการวิจัย และได้เสนอแนะว่าการปฏิบัติงานกับการวิจัยจะต้องควบคู่กันไปเพื่อจุดมุ่งหมายในการปรับปรุงงานอยู่ตลอดเวลา ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1960 เป็นต้นมาการวิจัยเชิงปฏิบัติการได้ถูกนำมาใช้อย่างกว้างขวางยิ่งขึ้นทั้งด้านการพัฒนาสังคม เศรษฐกิจการเมืองและการศึกษา เป็นการนำวิธีการทางวิทยาศาสตร์มาใช้ในการเพิ่มประสิทธิภาพและคุณภาพในการทำงานอย่างเป็นระบบมีขั้นตอนที่ถูกต้องสมบูรณ์ครบวงจรของการทำงาน (ทวีป ศิริรัศมี. 2537 : 10-11) ซึ่งแนวคิดของเลวินนี้ได้เป็นพื้นฐานของการวิจัยเชิงปฏิบัติการของนักวิจัยเชิงปฏิบัติการในรุ่นต่อมาอันได้แก่ อีลเลียตและอะเดลแมน (Elloitt and Adelman) เคมมิส (Kemmis) และเอบบัท (Ebbutt)

2.1 ความหมายของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

การวิจัยเชิงปฏิบัติการเป็นการวิจัยที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อแก้ปัญหาหรือปรับปรุงกิจการ

งานที่ดำเนินการอยู่โดยเฉพาะ ซึ่งความหมายของการวิจัยเชิงปฏิบัติการได้มีผู้ให้ความหมายไว้หลายท่านด้วยกัน ดังเช่น

สุภางค์ จันทวานิช (2537 : 68) ได้ให้ความหมายของการวิจัยเชิงปฏิบัติการว่า หมายถึงกระบวนการที่ผู้วิจัยได้เลือกกิจกรรมอย่างใดอย่างหนึ่งที่เห็นว่าดี เหมาะสม ตามความรู้ความเข้าใจของผู้วิจัยมาดำเนินการปฏิบัติเพื่อทดลองว่าใช้ได้หรือไม่ ประเมินความเหมาะสมในความเป็นจริง ควบคุมแนวทางปฏิบัติการแล้วนำผลมาปรับปรุงปฏิบัติการเพื่อนำไปทดลองใหม่จนกว่าจะได้ผลเป็นที่น่าพอใจ

เอบบัท (Ebbutt. 1985 : 156) ได้ให้ความหมายของการวิจัยเชิงปฏิบัติการที่เกี่ยวกับการศึกษาว่า เป็นการศึกษาอย่างเป็นระบบโดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อเปลี่ยนแปลงและปรับปรุงการปฏิบัติงานทางการศึกษา โดยอาศัยการมีส่วนร่วมของกลุ่มในการปฏิบัติงานและการสะท้อนผลการปฏิบัติงานนั้น

เคมมิส และ แมคทาคกาท (Kemmis and McTaggart. 1990 : 5) ได้ให้ความหมายของการวิจัยเชิงปฏิบัติการว่า เป็นรูปแบบของการรวบรวมปัญหาหรือคำถามจากการสะท้อนการปฏิบัติงานของกลุ่มผู้ปฏิบัติงานในสถานการณ์ของสังคมใดสังคมหนึ่ง เพื่อต้องการที่จะปรับปรุงหลักการและความถูกต้องของสังคมนั้น หรือเพื่อปรับปรุงการปฏิบัติการทางการศึกษา และในขณะเดียวกันเป็นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับการปฏิบัติงานนั้น ๆ ให้สอดคล้องกับสถานการณ์ที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษาความหมายของการวิจัยเชิงปฏิบัติการดังกล่าวข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การวิจัยเชิงปฏิบัติการเป็นการวิจัยที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อแก้ปัญหาหรือปรับปรุงการปฏิบัติงานที่ดำเนินอยู่ โดยอาศัยการมีส่วนร่วมของกลุ่มในการปฏิบัติงานและการสะท้อนผลของการปฏิบัติงานนั้น

2.2 จุดประสงค์ของการวิจัยเชิงปฏิบัติการทางการศึกษา

จุดประสงค์ของการวิจัยเชิงปฏิบัติการที่เกี่ยวข้องกับการศึกษานั้น โคเฮน และเมเนี่ยน (Cohen and Manion. 1980 : 176) ได้จำแนกจุดประสงค์เป็น 5 ประเด็นดังต่อไปนี้

1. เพื่อเป็นกระบวนการในการวินิจฉัยปัญหาที่เกิดขึ้นในสถานการณ์เฉพาะที่หรือเพื่อปรับปรุงสถานการณ์ที่เกิดขึ้น

2. เพื่อเป็นกระบวนการในการฝึกอบรม ส่งเสริมให้ครูได้รับรู้ทักษะและวิธีการใหม่ ๆ เพิ่มความสามารถในการวิเคราะห์และความตระหนักในตนเองมากขึ้น

3. เพื่อเป็นกระบวนการในการเพิ่มพูนหรือเสนอวิธีการใหม่ ๆ สำหรับนำไปใช้ในการเรียนการสอนเพื่อนำไปสู่การเปลี่ยนแปลง

4. เพื่อเป็นกระบวนการในการปรับปรุงแก้ไขความไม่เข้าใจกันระหว่างครูผู้ปฏิบัติงานและนักวิจัย และช่วยแก้ไขส่วนที่เป็นจุดอ่อนของการวิจัยแบบเก่า

5. เพื่อเป็นกระบวนการในการแสวงหาทางเลือกที่เหมาะสม วิธีการที่พึงพอใจในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน

จากจุดประสงค์ดังกล่าวข้างต้นพอจะสรุปได้ว่าการวิจัยเชิงปฏิบัติการในทางการศึกษานั้นมีจุดมุ่งหมายเพื่อปรับปรุง เปลี่ยนแปลง แก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นในการปฏิบัติงาน และเสาะแสวงหาแนวทาง วิธีการใหม่ ๆ ที่เหมาะสมกับสภาพการเรียนการสอนในชั้นเรียนนั้น ๆ เพื่อนำไปสู่การเปลี่ยนแปลง และเป็นการประสานความคิดในเชิงทฤษฎีกับปฏิบัติจริงเข้าด้วยกัน

2.3 ความแตกต่างระหว่างการวิจัยทางการศึกษากับการวิจัยเชิงปฏิบัติการทางการศึกษา

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ชี้ให้เห็นถึงประเด็นที่แตกต่างกันระหว่างการวิจัยทางการศึกษากับการวิจัยเชิงปฏิบัติการทางการศึกษาไว้ ซึ่งพอจะสรุปประเด็นหลักๆได้ดังต่อไปนี้ (Sowell and Casey. 1982 : 227, 236)

1. จุดประสงค์ของการวิจัย

จุดประสงค์ของการวิจัยทางการศึกษานั้นจะเน้นเพื่อการพัฒนาความรู้ในเชิงทฤษฎีและการปฏิบัติทางการศึกษาเป็นหลัก ส่วนจุดประสงค์ของการวิจัยเชิงปฏิบัติการนั้นจะเน้นเพื่อการปรับปรุง แก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นในการปฏิบัติงาน และเสาะแสวงหาแนวทาง วิธีการใหม่ ๆ ที่เหมาะสมกับสภาพการเรียนการสอนในชั้นเรียนนั้น ๆ เพื่อนำไปสู่การปรับปรุง แก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นในการเรียนการสอน

2. การออกแบบการวิจัยและเกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ในการวิจัยทางการศึกษานั้นจะมีการคิดวางแผนออกแบบการวิจัยอย่างรอบคอบก่อนทำการวิจัย และจะยึดถือแบบแผนการวิจัยนั้นอย่างเคร่งครัดจนเสร็จสิ้นกระบวนการวิจัย ซึ่งแตกต่างกับการวิจัยเชิงปฏิบัติการที่ นิยามของปัญหาการวิจัย สมมติฐานการวิจัย วิธีการวิจัย ตัวแปรจัดกระทำ(treatment) วิธีการที่ใช้ทดสอบสมมุติฐาน ตลอดจนเครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล สามารถที่จะแก้ไขปรับเปลี่ยนพัฒนาเพื่อให้เหมาะสมสอดคล้องกับสถานการณ์ในขณะที่ดำเนินการวิจัยได้

สำหรับเกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินคุณภาพของงานวิจัยนั้นแตกต่างกัน กล่าวคือ การวิจัยทางการศึกษานั้นจะพิจารณาจากความรู้ที่ได้เพิ่มขึ้นจากการวิจัยและประโยชน์ในการนำไปประยุกต์ใช้ ส่วนการวิจัยเชิงปฏิบัติการนั้นจะพิจารณาจากข้อค้นพบเหล่านั้นว่าสามารถนำไปปรับปรุงการปฏิบัติงานของผู้ที่ร่วมในการวิจัยได้ดีเพียงใด

3. การสรุปอ้างอิง

ผลการวิจัยที่ได้จากการวิจัยทางการศึกษานั้นสามารถนำไปสรุปอ้างอิงสู่กลุ่มประชากรได้แต่ผลการวิจัยที่ได้จากการวิจัยเชิงปฏิบัติการนั้นไม่สามารถสรุปอ้างอิงไปสู่กลุ่มประชากรได้เพราะเป็นการศึกษาเฉพาะที่ แต่อย่างไรก็ตามผลการวิจัยเชิงปฏิบัติการนั้นสามารถสรุปอ้างอิงในลักษณะแนวตั้งได้ ซึ่งเป็นการสรุปอ้างอิงกับกลุ่มประชากรในอนาคต เช่น ถ้าครูที่สอนชั้นประถมปีที่ 3 ในโรงเรียน ก. ใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนของเขาเอง ผลที่ได้จากการวิจัยนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับนักเรียนชั้นประถมปีที่ 3 ในโรงเรียน ก. ที่เขาอาจจะสอนในปีการศึกษาต่อไปได้

4. บทบาทของผู้วิจัย

การวิจัยทางการศึกษานั้นสามารถที่จะทำได้ทั้งเป็นคณะหรือเป็นรายบุคคล แต่ในการวิจัยเชิงปฏิบัติการนั้นจำเป็นต้องร่วมมือกันทำเป็นคณะ ดังนั้นบุคคลที่ร่วมในการวิจัยเชิงปฏิบัติการจะต้องมีทักษะในการที่จะศึกษาปัญหาร่วมกันและประสานกันในการปฏิบัติการวิจัยอย่างมีประสิทธิภาพ

2.4 รูปแบบและขั้นตอนของการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

รูปแบบและขั้นตอนของการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการที่นำเสนอโดยนักการศึกษาที่สำคัญได้แก่ รูปแบบการวิจัยของเลวิน รูปแบบการวิจัยของอีลเลียต รูปแบบการวิจัยของเอบบัท และรูปแบบการวิจัยของเคมมิสและแมคทาคกาท ซึ่งรูปแบบและขั้นตอนการดำเนินการวิจัยที่นำเสนอโดยนักการศึกษาดังกล่าวนี้จะมีลักษณะที่แตกต่างกันไปบ้าง แต่อย่างไรก็ตามโดยหลักการพื้นฐานของแนวคิดแล้วไม่ได้แตกต่างกันมากนัก เนื่องจากรูปแบบที่ได้พัฒนาขึ้นโดยนักการศึกษาแต่ละท่านนั้นต่างก็อาศัยแนวคิดของเลวินเป็นพื้นฐาน ซึ่งขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยตามรูปแบบต่าง ๆ ของนักการศึกษาเหล่านี้จะประกอบด้วยขั้นตอนหลัก ๆ ดังนี้คือ ขั้นการวางแผนปฏิบัติการ ขั้นการปฏิบัติการตามแผน ขั้นการสำรวจและสะท้อนผลของการปฏิบัติแล้วดำเนินการปรับปรุงแผนปฏิบัติการใหม่เพื่อนำไปปฏิบัติในวงจรต่อไปเป็นวงจรเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะได้รูปแบบของการปฏิบัติงานที่น่าพอใจ โดยวิธีการปฏิบัติที่ถือว่าเป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติการนั้นจะต้องมีการร่วมมือกันของกลุ่มผู้ปฏิบัติงาน (McKernan. 1994 : 15-27)

สำหรับรูปแบบของการวิจัยที่ผู้วิจัยเห็นว่าเป็นรูปแบบที่ง่ายต่อการทำความเข้าใจและแสดงให้เห็นถึงความต่อเนื่องของกระบวนการวิจัยได้ชัดเจน ได้แก่รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการของเคมมิสและแมคทาคกาท ซึ่งจะกล่าวถึงรายละเอียดของรูปแบบและขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยตามแนวคิดนี้ ดังต่อไปนี้

รูปแบบและขั้นตอนการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการของเคมมิสและแมคทาคกาท (Kemmis and McTaggart)

สตีเฟน เคมมิส (Stephen Kemmis) และโรบิน แมคทาคกาท (Robin McTaggart) แห่งมหาวิทยาลัยเดคิน (Deakin University) ในประเทศออสเตรเลีย ได้พัฒนารูปแบบของการวิจัยเชิงปฏิบัติการมาจากแนวคิดของเลวิน ซึ่งเขาได้เสนอรูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการแบบบันไดเวียนที่ประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน โดยประกอบด้วย ขั้นวางแผน ขั้นปฏิบัติการ ขั้นสังเกต และขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ เมื่อครบวงจรหนึ่ง ๆ แล้วจะพิจารณาปรับปรุงแผนใหม่เพื่อนำไปปฏิบัติในวงจรต่อไปเป็นวงจรเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนกว่าการเปลี่ยนแปลงของการปฏิบัติงานที่เกิดขึ้นได้ผลเป็นที่น่าพึงพอใจ ในการวิจัยเชิงปฏิบัติการในรูปวงจรของเคมมิสและแมคทาคกาทนี้เขาจะเน้นถึงการทำงานร่วมกันของผู้ปฏิบัติงาน เป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติการแบบมีส่วนร่วม(Participatory Action Research) โดยที่ทุกคนมีส่วนสำคัญและมีบทบาทในทุกขั้นตอนของการวิจัย (Kemmis and McTaggart. 1990 : 15) ดังจะกล่าวถึงขั้นตอนการดำเนินงานในแต่ละขั้นตอนพอสังเขปดังต่อไปนี้

1. ขั้นวางแผน เป็นการวิเคราะห์สถานการณ์ สะท้อนการปฏิบัติงานและระบุข้อขัดแย้งต่าง ๆ ในการปฏิบัติงานที่ผ่านมานำมาสรุปและเผยแพร่ในกลุ่ม กระตุ้นให้เกิดความคิดในการพัฒนากิจกรรมนั้น ๆ ซึ่งอาจจะทำได้โดยการให้ความรู้เชิงทฤษฎี นำผลการวิจัยหรือวิธีการที่มีประสิทธิภาพมาเผยแพร่แก่ผู้ร่วมการวิจัย แล้วจึงวางแผนในการพัฒนากิจกรรมเหล่านั้นร่วมกัน นำแผนที่วางไว้นั้นมาวิจารณ์ร่วมกันเพื่อให้แผนการพัฒนานั้นเป็นที่ยอมรับในกลุ่มผู้ปฏิบัติงาน ขั้นตอนการวางแผนนี้นอกจากการวิเคราะห์สถานการณ์ของกิจกรรมที่ต้องการพัฒนาการกระตุ้นกลุ่มสมาชิกให้เกิดความอยากที่จะพัฒนากิจกรรมนั้นแล้ว การรวบรวมวรรณคดีที่เกี่ยวข้อง เช่น ทฤษฎี หลักการ และผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยให้กลุ่มสามารถวางแผนหาวิธีการที่เหมาะสมและมีหลักการได้ อันจะเป็นแนวทางในการพัฒนากิจกรรมนั้น ๆ ได้อย่างมีคุณภาพต่อไป (อาภรณ์ เชื้อประไพศิลป์. 2534 : 8) สำหรับแผนที่กำหนดไว้ควรมีลักษณะที่ยืดหยุ่นได้พอสมควร เพื่อที่จะสามารถปรับให้เข้ากับความเปลี่ยนแปลงและความขัดแย้งที่อาจเกิดขึ้นได้ ในกระบวนการของการวางแผนนี้ผู้ร่วมงานจะต้องให้ความร่วมมือร่วมใจในการอภิปราย (ทั้งในแง่ทฤษฎีและปฏิบัติ) เพื่อให้เกิดการวิเคราะห์และปรับปรุงแผนงานให้สามารถปฏิบัติได้จริงในสถานการณ์ที่เป็นอยู่ (Kemmis and McTaggart. 1990 : 11-12)

2. ขั้นปฏิบัติการ การปฏิบัติเป็นการดำเนินการตามแผนที่วางไว้ ซึ่งจะใช้เป็นฐานของการพัฒนาการกระทำในขั้นต่อไป การปฏิบัติตามแผนที่วางไว้อย่างมีเหตุมีผลแล้วนั้นอาจจะไม่เป็นไปตามแผนที่วางไว้อย่างสมบูรณ์แบบก็ได้ เนื่องจากสภาพการณ์ที่เป็นจริงอาจจะมีการ

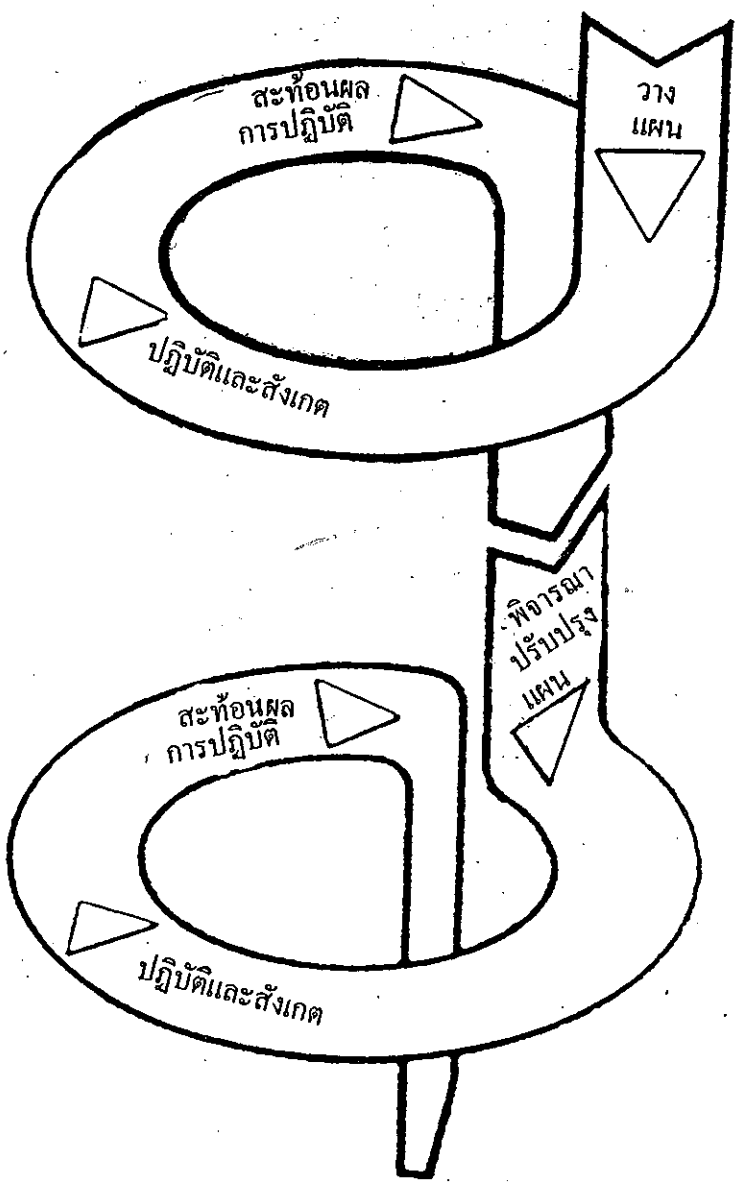
เปลี่ยนแปลงได้ ดังนั้นแผนที่วางไว้สำหรับการปฏิบัติจะต้องมีความยืดหยุ่นและพร้อมที่จะเปลี่ยนแปลงได้ด้วย การปฏิบัติการตามแผนนั้นจะต้องเป็นไปตามลักษณะที่เป็นจริงของสังคม โดยเน้นเพื่อการปรับปรุง ในกรณีที่เกิดความเห็นไม่ตรงกันหรือเกิดความขัดแย้งกันขึ้นจำเป็นต้องอาศัยการประนีประนอมกัน (Kemmis and McTaggart. 1990 : 12)

3. ขั้นสังเกต ลักษณะหนึ่งของการวิจัยเชิงปฏิบัติการที่แตกต่างไปจากการปฏิบัติงานโดยทั่วไปก็คือการสังเกต การสังเกตเป็นการเก็บข้อมูลเกี่ยวกับผลของการปฏิบัติงานเพื่อเป็นการจัดเตรียมข้อมูลพื้นฐานสำหรับสะท้อนผลการปฏิบัติ การสังเกตอย่างรอบคอบเป็นสิ่งจำเป็นเนื่องจากการปฏิบัตินั้นจะมีขอบเขตของสภาพความเป็นจริง การสังเกตจะต้องมีการวางแผนเพื่อให้ได้ข้อมูลที่เป็นพื้นฐานของการสะท้อนต่อไป ข้อมูลจากการสังเกตจะต้องเปิดกว้างการสังเกตข้อมูลตามที่วางแผนไว้จะต้องมีความยืดหยุ่นสำหรับการจัดเก็บข้อมูลจากที่ไม่เคยคาดคิดไว้ด้วย นักวิจัยจะต้องสังเกตกระบวนการปฏิบัติ สังเกตผลของการปฏิบัติที่เกี่ยวเนื่องและมีผลต่อกัน สำหรับการสังเกตนี้จะรวมถึงการรวบรวมข้อมูลโดยเทคนิควิธีการต่าง ๆ เช่น การใช้แบบสอบถาม แบบทดสอบ การสัมภาษณ์ การสังเกตแบบมีส่วนร่วม การบันทึกภาคสนาม การวิเคราะห์เอกสาร การบันทึกเสียง การบันทึกภาพ ฯลฯ (Kemmis and McTaggart. 1990 : 13, 100 - 105)

สำหรับการสังเกตแบบมีส่วนร่วมนั้นเป็นวิธีการที่นักวิจัยเชิงคุณภาพใช้กันมาก ในการสังเกตแบบมีส่วนร่วมนั้นนักวิจัยจะเก็บรวบรวมข้อมูลโดยการเข้าไปร่วมกิจกรรมกับกลุ่มบุคคลที่ต้องการศึกษาและแสดงบทบาทเป็นส่วนหนึ่งของสมาชิกกลุ่มด้วย แต่ในขณะเดียวกันก็จะคอยเฝ้าสังเกตบุคคลที่ตนต้องการศึกษาว่ามีการกระทำหรือมีพฤติกรรมเป็นอย่างไร ซึ่งบทบาทของผู้วิจัยอาจจะเปลี่ยนไปมาได้ระหว่างการเป็นผู้สังเกตกับการเป็นผู้เข้าร่วมกลุ่ม (สุภางค์ จันทวานิช. 2537 : 55) ในแง่ของระเบียบวิธีการสังเกตแบบมีส่วนร่วมนั้นสุภางค์ จันทวานิช (2537 : 47) ได้ให้ความเห็นว่า การสังเกตนั้นไม่ใช่เป็นการเฝ้าดูเพียงอย่างเดียว แต่ผู้วิจัยจะต้องซักถามบางสิ่งบางอย่างที่อาจจะไม่เข้าใจจากการสังเกตด้วย และทำการจดบันทึกข้อมูลจากการสังเกตเพื่อการวิเคราะห์พฤติกรรมต่อไป นั่นคือในการสังเกตแบบมีส่วนร่วมจะประกอบด้วยกระบวนการ 3 ขั้นตอน คือ การสังเกต การซักถาม การจดบันทึก

4. ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ เป็นการสะท้อนการปฏิบัติที่ได้รับการบันทึกไว้ในขั้นการสังเกต ซึ่งจะสะท้อนถึงกระบวนการ ปัญหา ประเด็นที่ขัดข้องในการปฏิบัติ การสะท้อนนี้จะอาศัยการอภิปรายร่วมกันของผู้ที่มีส่วนร่วมในการวิจัย ซึ่งจะช่วยให้ได้ภาพสะท้อนของกลุ่มที่นำไปสู่การปรับปรุงสถานการณ์และจัดเตรียมข้อมูลสำหรับการพิจารณาปรับปรุงแผนใหม่ การสะท้อนนี้จะเป็นการประเมินอย่างหนึ่ง ซึ่งผู้วิจัยเชิงปฏิบัติการจะต้องตัดสินใจจาก

ประสบการณ์ของตนว่าผลของการปฏิบัตินั้นเป็นสิ่งที่ต้องการหรือไม่ และการสะท้อนนี้จะเป็นข้อมูลในการวางแผนการดำเนินการในขั้นต่อไป (Kemmis and McTaggart. 1990 : 13)



ภาพประกอบ 5 รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการของเคมมิสและแมคทาคกาท

(Kemmis and McTaggart., 1990 : 11)

ในกระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการตามแนวคิดของเคมมิสและแมคทาคกาทนี้ การเริ่มต้นดำเนินการวิจัยไม่จำเป็นต้องเริ่มที่ขั้นแรกเสมอไป บางครั้งกลุ่มผู้วิจัยอาจจะมีแผนการปฏิบัติไว้เรียบร้อยแล้ว (ซึ่งอาจจะได้มาจากการศึกษางานที่ทำอยู่) ก็จะเริ่มด้วยขั้นปฏิบัติการเป็นขั้นแรก ในขณะที่บางกลุ่มผู้วิจัยอาจจะมีข้อมูลเกี่ยวกับการปฏิบัติงานของเขาและชอบที่จะเริ่มด้วยการสะท้อนเพื่อที่จะกำหนดแผนการปฏิบัติต่อไป แต่โดยปกติการวิจัยเชิงปฏิบัติการส่วนใหญ่มักจะเริ่มที่ขั้นการสะท้อนเพื่อที่จะเป็นการสำรวจสถานการณ์ในเบื้องต้น สำหรับเป็นฐานในการตัดสินใจเกี่ยวกับแนวคิดที่สนใจร่วมกันที่จะนำมาเป็นแนวคิดในการวางแผนและปฏิบัติงานต่อไป

สำหรับกลุ่มที่ร่วมในการวิจัยต้องเป็นกลุ่มบุคคลที่มีความสนใจร่วมกัน มีความร่วมมือร่วมใจกัน สมาชิกทุกคนจะต้องมีส่วนร่วมในการเสนอความคิดเห็น และยอมรับในข้อตกลงเกี่ยวกับการปฏิบัติด้วยความรู้สึกที่เป็นส่วนหนึ่งของกลุ่ม และรวมทั้งการมีส่วนร่วมในทุกขั้นตอนของการวิจัยด้วย (Kemmis and McTaggart. 1990 : 53)

2.5 การจัดกลุ่มสนทนา การสัมภาษณ์ระดับลึก และการประชุมเชิงปฏิบัติการ

ในการสะท้อนสภาพการณ์ขั้นต้นเพื่อเป็นพื้นฐานของการวางแผนและการปฏิบัติงานในขั้นต่อไป วิธีการศึกษารวบรวมข้อมูลเพื่อสะท้อนสภาพการณ์ที่ปรากฏนั้น การจัดกลุ่มสนทนา (focus group discussion) และการสัมภาษณ์ระดับลึก (in-depth interview) เป็นวิธีการวิจัยเชิงคุณภาพอีกรูปแบบหนึ่งที่สามารถสะท้อนสภาพการณ์ที่ปรากฏในการปฏิบัติงานให้ผู้ที่เข้าร่วมวิจัยได้เข้าใจถึงสภาพการณ์นั้น

การจัดกลุ่มสนทนา (focus group discussion) เป็นวิธีการรวบรวมข้อมูลจากการสนทนากับผู้ให้ข้อมูลสำคัญเป็นการสนทนาเป็นกลุ่ม (กลุ่มละประมาณ 7-8 คน) ซึ่งผู้เข้าร่วมกลุ่มสนทนานี้ได้มาจากการเลือกสรรตามหลักเกณฑ์ที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ว่าจะเป็นผู้ที่สามารถให้คำตอบตรงประเด็น และสามารถตอบตรงวัตถุประสงค์ที่สนใจศึกษาได้มากที่สุด โดยที่ผู้กำกับการสนทนาจะเป็นผู้คอยซักถามและจุดประเด็นการสนทนาในกลุ่มตามแนวคำถามที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ ในการสร้างแนวคำถามนั้นผู้วิจัยจะกำหนดจากวัตถุประสงค์ของการศึกษาว่าต้องการทราบอะไร แล้วกำหนดออกมาเป็นประเด็น นำมาสร้างเป็นแนวคำถามย่อย ๆ เพื่อเป็นแนวคำถามที่ใช้สำหรับการสนทนากลุ่ม ภายหลังจากเสร็จสิ้นการจัดกลุ่มสนทนาแล้วผู้วิจัยก็จะจัดเตรียมข้อมูลสำหรับการวิเคราะห์ต่อไป จุดเด่นของการใช้วิธีการจัดกลุ่มสนทนาคือการนำเอาพลวัตรของกลุ่ม (group dynamic) มาเป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เข้าร่วมกลุ่มสนทนาแสดงความคิดเห็นและทัศนะของตนออกมา

ซึ่งความคิดเห็นหรือทัศนะบางอย่างอาจจะไม่สามารถแสดงออกมาได้หากเป็นการสัมภาษณ์แบบตัวต่อตัว (นภาภรณ์ หะวานนท์. 2535 : 19 - 20, วีรสิทธิ์ สิทธิไตรย์. 2533 : 19 - 30)

การสัมภาษณ์ระดับลึก (in-depth interview) เป็นวิธีการหนึ่งของการสัมภาษณ์แบบไม่เป็นทางการ ในการสัมภาษณ์แบบไม่เป็นทางการนี้ผู้สัมภาษณ์สามารถสร้างคำถามหรือดัดแปลงคำถามในขณะที่สัมภาษณ์ได้ ซึ่งจะได้เปรียบการสัมภาษณ์แบบเป็นทางการอยู่มาก และยังสามารถยืดหยุ่นคำถามเพื่อหาข้อมูลที่เห็นว่าเกี่ยวข้องต่อไปได้เรื่อย ๆ โดยไม่มีข้อจำกัดทำให้ได้ข้อมูลละเอียดลึกซึ้งและถูกต้องมากกว่า ในการสัมภาษณ์แบบนี้ตัวผู้วิจัยหรือผู้วิเคราะห์ข้อมูลมักจะเป็นผู้สัมภาษณ์เองจึงรู้ว่าต้องการข้อมูลแบบใดเพื่อวัตถุประสงค์ใด ฉะนั้นจึงสามารถตั้งคำถามในขณะที่สัมภาษณ์ได้โดยอาจจะเตรียมแนวคำถามกว้าง ๆ ไว้ล่วงหน้า ในการสัมภาษณ์ระดับลึกเป็นการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์มีจุดสนใจอยู่แล้ว จึงพยายามหันความสนใจของผู้ถูกสัมภาษณ์ให้เข้าสู่จุดที่สนใจ ทั้งนี้เพราะในบางครั้งผู้สัมภาษณ์อาจจะไม่ต้องการทราบเหตุผลหรือข้อเท็จจริงในเรื่องหนึ่งเรื่องใดทุกขั้นตอนเพราะอยู่นอกเหนือขอบเขตของการวิจัยในขณะนั้นจึงเลือกสัมภาษณ์เฉพาะจุดที่ต้องการ ฉะนั้นลักษณะที่สำคัญของการสัมภาษณ์ระดับลึกจึงอยู่ที่ว่าผู้วิจัยจะต้องรู้ก่อนแล้วว่าต้องการข้อมูลอะไร ชนิดใด เมื่อเห็นว่าผู้ถูกสัมภาษณ์พูดนอกเรื่องหรือนอกเหนือจากจุดที่สนใจก็พยายามโยงเข้าหาประเด็นที่ต้องการสัมภาษณ์ได้ (สุภางค์ จันทวานิช. 2537 : 76 - 81)

จากวิธีการวิจัยเชิงคุณภาพโดยอาศัยเทคนิคการจัดกลุ่มสนทนาและการสัมภาษณ์ระดับลึกข้างต้นนี้ จะเห็นได้ว่าเป็นเทคนิควิธีที่จะสามารถสะท้อนสภาพการณ์และปัญหาในการเรียนการสอนให้ผู้ร่วมวิจัยได้เข้าใจถึงสภาพการณ์ที่เกิดขึ้นได้ ทั้งนี้เพื่อจะได้ตระหนักถึงปัญหาในการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม เพื่อนำไปสู่ขั้นตอนการวางแผนการสอนและพัฒนาการเรียนการสอนในวงจรการวิจัยเชิงปฏิบัติการต่อไป

การประชุมเชิงปฏิบัติการ (participatory workshop) เป็นวิธีการหนึ่งที่ถูกเลือกเข้ามาเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการวิจัย เนื่องจากการประชุมเชิงปฏิบัติการจะเปิดโอกาสให้ผู้ที่เข้าร่วมการวิจัยได้มีส่วนร่วมกันในการสร้างเสริมความเข้าใจต่อกฎเกณฑ์และความรู้ โดยอาศัยการแปลความ การตีความร่วมกัน ตลอดจนทำให้การตรวจสอบกิจกรรมและความสัมพันธ์ในการปฏิบัติการเกี่ยวกับการสอนของผู้ที่เข้าร่วมในการวิจัยได้อย่างละเอียดชัดเจน (Chuaprapaisilp. 1989 : 153 ; citing Davis and Callon. 1977 ; Boud and Kilty. 1981 ; Guilbert. 1981 ; Kemmis. 1988) ซึ่งความเข้าใจต่อกฎเกณฑ์และความรู้นั้นเป็นสิ่งที่สำคัญสำหรับการปรับปรุงการปฏิบัติการสอน และนอกจากนี้การประชุมเชิงปฏิบัติการยังเปิดโอกาสให้ผู้วิจัยได้สร้างบรรยากาศที่เปิดกว้างและตรงไปตรงมา ซึ่งจะทำให้การปฏิบัติงานของผู้ร่วมการวิจัยสามารถสร้างสรรค์ผลงานกับกลุ่มได้

อย่างพินิจพิเคราะห์ (Chuaprapaisilp. 1989 : 153 citing Davis and Callon. 1977 ; Guba and Lincoln. 1982) ดังนั้น ผู้วิจัยจึงได้นำเอาวิธีการประชุมเชิงปฏิบัติการเข้ามาเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการวิจัยในครั้งนี้

2.6 งานวิจัยเชิงปฏิบัติการทางการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยอาศัยกระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการในต่างประเทศได้มีการวิจัยเชิงปฏิบัติการที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์หลายเรื่อง ดังเช่น

คลาร์ก (Clark. 1994 : 497-A) ได้ทำการวิจัยเชิงปฏิบัติการร่วมกับครูคณิตศาสตร์ในระดับเกรด 7 และเกรด 8 จำนวน 3 คน โดยมีจุดประสงค์เพื่อปรับปรุงการสอนคณิตศาสตร์ของครูในแง่ของการใช้วิธีการสืบสวนสอบสวน ซึ่งคลาร์กได้ทำหน้าที่เป็นผู้ช่วยเหลือครูในการเตรียมกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนโดยอาศัยมโนมติของการสืบสวนสอบสวนและเป็นที่ปรึกษาในการปรับปรุงกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้เวลาในช่วงพักกลางวัน 25 ครั้งและช่วงเช้า 5 ครั้ง นอกจากนั้นเขาจะทำหน้าที่เป็นผู้เก็บรวบรวมข้อมูลและสะท้อนเกี่ยวกับการปฏิบัติการสอนของครู ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเขาจะทำหน้าที่เป็นผู้สังเกตการณ์แบบมีส่วนร่วมในชั้นเรียนโดยใช้เวลาในช่วงเช้า 42 ครั้ง และสัมภาษณ์ครูแต่ละคน 3 ครั้ง ในการเก็บรวบรวมข้อมูลจากการประชุมและสัมภาษณ์นั้นจะใช้การบันทึกเทปโทรทัศน์ทุกครั้ง และใช้แบบบันทึกการสังเกตชั้นเรียนในการสังเกตชั้นเรียนแบบมีส่วนร่วม ซึ่งผลของการวิจัยเชิงปฏิบัติการในครั้งนี้ปรากฏว่าครูได้มีการพัฒนาการสอนของเขาในด้านนี้ได้เป็นอย่างดี และนอกจากนั้นผลของการวิจัยในครั้งนี้ยังได้ส่งผลไปถึงการพัฒนาวิชาอื่นตามไปด้วย

วู (Woo. 1993 : 1441) ได้ทำการวิจัยเรื่องการใช้การเรียนแบบร่วมมือเพื่อเตรียมนักเรียนสำหรับการสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยมีจุดประสงค์ที่จะปรับปรุงการสอนของเขาในการเตรียมนักเรียนเพื่อการสอบแข่งขันทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเขาได้อาศัยการสะท้อนตามรูปแบบของกระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการมาปรับปรุงการสอนที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือ ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาจากกลุ่มตัวอย่างนักเรียน 35 คน โดยการคัดเลือกมาจากโรงเรียน 5 โรงใน Burnaby School District # 41 โดยครูแต่ละโรงเรียนเป็นผู้คัดเลือกนักเรียนที่เคยร่วมการแข่งขันทางคณิตศาสตร์ (Canadian Mathematics Competition) ในปีที่ผ่านมาเข้ามาร่วมกลุ่มกันเพื่อทบทวนสำหรับการเตรียมตัวสอบแข่งขัน ในการเก็บรวบรวมข้อมูลผู้วิจัยได้เก็บรวบรวมจากคะแนนในการแข่งขันของนักเรียนแต่ละคน เก็บข้อมูลด้านเจตคติโดยการสำรวจ และเก็บข้อมูลอื่นๆโดยการบันทึกเทปโทรทัศน์ และการจดบันทึก ผู้วิจัยได้ติดตามและประเมินความก้าวหน้า

เป็นไปอย่างต่อเนื่องตามรูปแบบของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ ซึ่งผลของการวิจัย พบว่าคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มนักเรียนที่ร่วมมือกันศึกษาเพิ่มจาก 78.9 คะแนนเป็น 96.4 คะแนน และสำหรับกลุ่มนักเรียนที่ไม่ได้ร่วมมือกันศึกษาคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มจะเพิ่มจาก 82.6 คะแนนเป็น 89.8 คะแนน และด้านเจตคติพบว่านักเรียนที่ร่วมมือกันศึกษามีเจตคติที่ดีขึ้นต่อวิชาคณิตศาสตร์

ดิโอเทลีวิ-ไรเช็ค (Diotalevi-Ryczek. 1988 : 2315-A) ได้ทำการวิจัยเชิงปฏิบัติการร่วมกับครูประถมศึกษาในเมือง 2 เมือง โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างความตระหนักและพัฒนาการใช้คอมพิวเตอร์ในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา สำหรับกระบวนการในการวิจัยเชิงปฏิบัติการนี้จะเริ่มด้วยการให้การศึกษากับกลุ่มวิจัยเกี่ยวกับกระบวนการการศึกษา การปรับปรุงรายวิชาโดยยึดจุดประสงค์เดิมของรายวิชา การพัฒนาวัสดุหลักสูตรและกิจกรรมการเรียนการสอน รวมถึงการแนะนำยุทธวิธีการสอน การให้ครูได้ระบุถึงความต้องการของเขาเกี่ยวกับการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนตามลำดับก่อนหลัง หลังจากนั้นกลุ่มวิจัยจึงร่วมกันวางแผนการปฏิบัติ โดยร่วมกันออกแบบกิจกรรมเพื่อก่อให้เกิดการเสริมแรงและเพิ่มประสิทธิภาพการเรียนรู้ของนักเรียนทุกคน ซึ่งกิจกรรมที่กลุ่มวิจัยสร้างขึ้นนั้นพบว่ามีผลดีในด้าน 1) การกระตุ้นความสนใจของนักเรียน 2) การกระตุ้นให้มีการโต้ตอบระหว่างนักเรียน 3) การจัดการเรียนการสอนเป็นรายบุคคล 4) ส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียน

ไรท์ (Wright. 1989 : 1214-A) ได้ทำกรณีศึกษาโครงการลดความกังวลทางคณิตศาสตร์ (math anxiety) ในกลุ่มครูประจำการเพศหญิงระดับประถมศึกษา โดยอาศัยกระบวนการการวิจัยเชิงปฏิบัติการเป็นกรอบความคิดในการพัฒนา โดยขั้นแรกผู้วิจัยได้รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับความต้องการของครู ทดสอบเกี่ยวกับความกังวลทางคณิตศาสตร์ของครู และกำหนดขอบเขตของการศึกษาเกี่ยวกับความกังวลทางคณิตศาสตร์และแนวทางลดความกังวลที่เป็นไปได้ หลังจากนั้นจึงจัดประชุมเชิงปฏิบัติการ 7 ครั้ง ในหัวข้อที่เกี่ยวกับความกังวลทางคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีการแก้โจทย์ปัญหา การศึกษาพิเศษ ความกังวลเกี่ยวกับคอมพิวเตอร์และการตอบสนองทางบวกของครูต่อบทเรียนและพฤติกรรมในชั้นเรียน ซึ่งกิจกรรมเหล่านี้มีผลดีต่อการพัฒนาเพื่อลดความกังวลทางคณิตศาสตร์ของครูประถมศึกษาได้เป็นอย่างดี และนอกจากนั้นกิจกรรมเหล่านี้ยังได้รับการสนับสนุนจากผู้บริหารและเพื่อนร่วมงานเป็นอย่างดี จากการวิจัยในครั้งนี้ได้พบว่ากระบวนการการพัฒนากลุ่มที่ดีต้อง 1) ให้ครูแต่ละคนที่กลัวคณิตศาสตร์ตั้งใจปฏิบัติงาน 2) ให้มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันระหว่างผู้ร่วมงาน ผู้บริหาร และผู้เชี่ยวชาญ 3) ใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือในการแก้โจทย์ปัญหา 4) ใช้กิจกรรมที่กล่าวถึงข้างต้นนั้นจัดเตรียมหลักสูตรของโรงเรียน 5) ให้มีการเพิ่มขวัญกำลังใจให้แก่ครูและนักเรียน 6) พัฒนาวิชาชีพให้แก่ครู

นอกจากนี้อาร์มสตรอง (Armstrong. 1991 : 2348-A) ได้ทำการวิจัยร่วมกับนักการศึกษาในท้องถิ่นและอาจารย์ใน Loughborough University of Technology เพื่อพัฒนาหลักสูตรพิเศษสำหรับครูประจำการและฝึกอบรมครูคณิตศาสตร์ที่มีประสบการณ์และคุณวุฒิทางคณิตศาสตร์ต่ำ โดยอาศัยวิธีการวิจัยเชิงปฏิบัติการและกรณีศึกษา (Case Study Research) มาเป็นเครื่องมือในการพัฒนา ในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยนั้นผู้วิจัยใช้เทคนิควิธีการสังเกตแบบมีส่วนร่วมและการสัมภาษณ์เป็นวิธีการหลัก ใช้แบบสอบถาม และใช้การเขียนบรรยายความเป็นเครื่องมือประกอบด้วย ซึ่งผลในการวิจัยนี้ทำให้ได้รูปแบบ (model) ของการฝึกอบรมและแนวทางในการจัดการฝึกอบรมเพื่อแก้ปัญหาในการขาดแคลนครูคณิตศาสตร์

สำหรับในประเทศไทยนั้นเท่าที่ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าพบว่า อาภรณ์ เชื้อประไพศิลป์ (1989) ได้ทำการวิจัยทางด้านพยาบาลศึกษาโดยอาศัยรูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการของเคมมิสและแมคทาคกาทมาใช้ในการวิจัย ส่วนในด้านของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นผู้วิจัยไม่พบว่าได้มีการนำวิธีการวิจัยเชิงปฏิบัติการ โดยอาศัยรูปแบบและกระบวนการวิจัยดังกล่าวมาใช้ในการวิจัยแต่อย่างใด

ในงานวิจัยของอาภรณ์ เชื้อประไพศิลป์ (Chuaprapaisilp. 1989) นั้นได้ทำการวิจัยเชิงปฏิบัติการตามรูปแบบของเคมมิสและแมคทาคกาทเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนภาคปฏิบัติทางการพยาบาล โดยอาศัยกรอบความคิดในการวิจัยจากทฤษฎีการเรียนรู้จากประสบการณ์ (Experiential Learning Theory) และทฤษฎีการวิเคราะห์ (Critical Theory) สำหรับขั้นตอนในการวิจัยนั้นประกอบด้วยขั้นตอน 3 ขั้นตอนคือ ขั้นที่ 1 ศึกษาเกี่ยวกับการใช้การประชุมก่อนและหลังคลีนิคในคณะพยาบาลศาสตร์จากมหาวิทยาลัยในประเทศไทย 3 แห่ง โดยอาศัยวิธีการวิจัยเชิงคุณภาพ ขั้นที่ 2 จัดประชุมเชิงปฏิบัติการเพื่อวางแผนการปฏิบัติเกี่ยวกับการดำเนินการการประชุมก่อนและหลังคลีนิค ขั้นที่ 3 นำแผนการประชุมก่อนและหลังคลีนิคที่ได้ในขั้นที่ 2 ไปปฏิบัติ ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการสะท้อนนั้นผู้วิจัยได้ใช้การสังเกตแบบมีส่วนร่วม การสัมภาษณ์ การบันทึกเสียง การบันทึกเทปโทรทัศน์ และบันทึกในสมุดบันทึกประจำวัน ซึ่งผลการวิจัยในครั้งนี้พบว่ากระบวนการวิจัยที่ใช้นี้สามารถพัฒนารูปแบบการเรียนรู้จากประสบการณ์เพื่อใช้เป็นกรอบสำหรับการเรียนรู้จากประสบการณ์ในการเรียนการสอนทางพยาบาลศึกษาได้เป็นอย่างดี

บทที่ 3
การดำเนินการวิจัย

ผู้วิจัยดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ ตามลำดับขั้นตอนดังต่อไปนี้

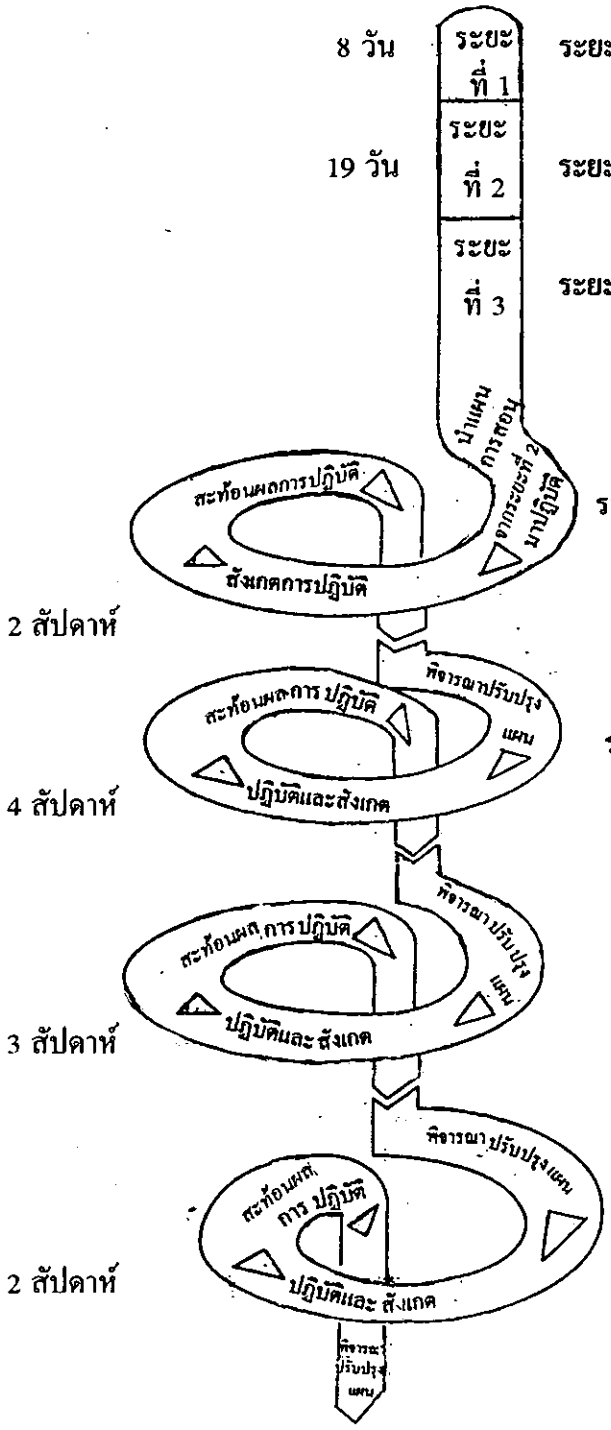
ระยะที่ 1 ศึกษาสภาพการจัดการเรียนการสอนและปัญหาในการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ด้วยวิธีการจัดกลุ่มสนทนาและสัมภาษณ์ระดับลึกเพื่อสะท้อนการปฏิบัติการสอน

ระยะที่ 2 จัดประชุมเชิงปฏิบัติการเพื่อวางแผนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในเนื้อหาเรื่องสมการ

ระยะที่ 3 พัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมตามวงจรการวิจัยเชิงปฏิบัติการ 4 รอบ ซึ่งในแต่ละรอบประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นวางแผน
2. ขั้นปฏิบัติการ
3. ขั้นสังเกต
4. ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ

ดังภาพประกอบและรายละเอียดในการดำเนินการดังต่อไปนี้



ระยะที่ 1 จัดกลุ่มสนทนาและสัมภาษณ์ระดับลึก เพื่อสะท้อนการปฏิบัติการสอน

ระยะที่ 2 จัดประชุมเชิงปฏิบัติการเพื่อวางแผนการสอน

ระยะที่ 3 พัฒนาการเรียนการสอนตามวงจรการวิจัยเชิงปฏิบัติการ 4 รอบดังต่อไปนี้

รอบที่ 1 นำแผนการสอนเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรมาดำเนินการสอน

รอบที่ 2 นำแผนการสอนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมาดำเนินการสอน

รอบที่ 3 นำแผนการสอนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรมาดำเนินการสอน

รอบที่ 4 นำแผนการสอนเรื่องสมการกำลังสอง มาดำเนินการสอน

ภาพประกอบ 6 ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย

ตาราง 3 แสดงระยะเวลาในการดำเนินการวิจัยแต่ละขั้นตอน

ลำดับขั้นตอน	การดำเนินการ	เวลาที่ใช้	ช่วงเวลา
ระยะที่ 1	จัดกลุ่มสนทนา	3 วัน	มีนาคม 2539
	สัมภาษณ์ระดับลึก	5 วัน	เมษายน-พฤษภาคม 2539
ระยะที่ 2	ประชุมเชิงปฏิบัติการ	19 วัน	พฤษภาคม-กันยายน 2539
ระยะที่ 3	พัฒนาการเรียนการสอนตามวงจรการวิจัยเชิงปฏิบัติการ	11 สัปดาห์	ตุลาคม 2539-มกราคม 2540

<u>ระยะที่ 1 ศึกษาสภาพการจัดการเรียนการสอนและปัญหาในการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม โดยวิธีการจัดกลุ่มสนทนาและการสัมภาษณ์ระดับลึกเพื่อสะท้อนการปฏิบัติการสอน</u>

1.1 การจัดกลุ่มสนทนา (focus group discussion)

จุดประสงค์ในการจัดกลุ่มสนทนา เพื่อศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับสภาพการจัดการเรียนการสอนและปัญหาในการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในเนื้อหาเรื่องสมการ

การคัดเลือกนักเรียนเข้ากลุ่มสนทนา ผู้วิจัยคัดเลือกนักเรียนเข้ากลุ่มสนทนาโดยอาศัยหลักเกณฑ์ดังนี้

1. เป็นนักเรียนช่างอุตสาหกรรมจากแต่ละสาขาวิชาช่างที่ได้รับคะแนนในรายวิชาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม 2 ในระดับคะแนน 0-1 ในปีการศึกษา 2537

เนื่องจากในปีการศึกษา 2538 เป็นปีแรกที่ประกาศใช้หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช 2538 และเนื้อหาเรื่องสมการที่ใช้ในการวิจัยนี้เป็นเนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์ 6 ซึ่งจะเริ่มเรียนครั้งแรกในปีการศึกษา 2539 จึงยังไม่มีนักเรียนที่เคยเรียนรายวิชานี้มาก่อน แต่เนื้อหาเรื่องนี้เป็นเนื้อหาเดิมในรายวิชาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม 2 ในหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพพุทธศักราช 2530 (ฉบับปรับปรุงครั้งที่ 1 พ.ศ. 2533) ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้คัดเลือกนักเรียนที่เคยเรียนวิชาคณิตศาสตร์~~ศาสตร์~~ช่างอุตสาหกรรม 2 ในปีการศึกษา 2537 เข้ากลุ่มสนทนาแทน

2. เป็นนักเรียนจากกลุ่มในข้อ 1 ที่อาสาสมัครเข้ามาร่วมกลุ่มสนทนา เพื่อร่วมแสดงความคิดเห็นและสะท้อนปัญหาในการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม

การจัดกลุ่ม หลังจากคัดเลือกนักเรียนเข้ากลุ่มสนทนาได้ตามเกณฑ์ดังกล่าวข้างต้นจำนวน 40 คนแล้ว ผู้วิจัยจัดกลุ่มสนทนา 4 กลุ่ม กลุ่มละ 7-8 คน โดยจัดกลุ่มแยกตามสาขาวิชาช่างดังต่อไปนี้

สาขาวิชาช่างไฟฟ้ากำลัง มี 4 ห้องเรียน จัดกลุ่มสนทนา 1 กลุ่ม

สาขาวิชาช่างอีเล็กทรอนิกส์ มี 3 ห้องเรียน จัดกลุ่มสนทนา 1 กลุ่ม

สาขาวิชาช่างก่อสร้าง มี 4 ห้องเรียน จัดกลุ่มสนทนา 2 กลุ่ม

สำหรับกลุ่มสนทนาจากสาขาวิชาช่างก่อสร้าง 2 กลุ่มนี้ได้ใช้กลุ่มหนึ่งเป็นกลุ่มทดลองในการสนทนาเพื่อใช้เป็นแนวทางปรับปรุงการสนทนา และในการคัดเลือกนักเรียนเข้าร่วมกลุ่มสนทนาแต่ละกลุ่มนั้นได้คัดเลือกนักเรียนสำรองไว้กลุ่มละ 3 คน เพื่อป้องกันการขาดหายไปของสมาชิกในวันจัดกลุ่มสนทนาด้วย ซึ่งผลจากการจัดกลุ่มสนทนาในวันที่กำหนดปรากฏว่าในกลุ่มทดลองมีนักเรียนจากสาขาวิชาช่างก่อสร้างเข้าร่วมกลุ่มจำนวน 8 คน และในกลุ่มสนทนา 3 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 มีนักเรียนจากสาขาวิชาช่างไฟฟ้ากำลังเข้าร่วมกลุ่มจำนวน 8 คน กลุ่มที่ 2 มีนักเรียนจากสาขาวิชาช่างอีเล็กทรอนิกส์เข้าร่วมกลุ่มจำนวน 8 คน และกลุ่มที่ 3 มีนักเรียนจากสาขาวิชาช่างก่อสร้างเข้าร่วมกลุ่มจำนวน 7 คน

การกำหนดประเด็นและแนวคำถาม แนวคำถามในการสนทนาเป็นแนวคำถามที่ต้องการศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่เกี่ยวกับสภาพการจัดการเรียนการสอนและปัญหาในการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในประเด็นต่าง ๆ โดยจำแนกตามหมวดคำถามหลักเป็นด้าน ๆ ดังต่อไปนี้

1. ด้านเนื้อหาสาระที่เรียน
2. ด้านรูปแบบการสอน กิจกรรมการเรียนการสอน เทคนิคการสอนและวิธีสอน
3. ด้านสื่อการเรียนการสอน
4. ด้านการวัดผลและประเมินผล
5. ด้านพฤติกรรมการสอนของครู
6. ด้านกระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน
7. ปัญหาในประเด็นอื่น ๆ

(ดูประเด็นและแนวคำถามที่ใช้ในการสนทนาในแนวทางในการจัดกลุ่มสนทนา ในภาคผนวก ก.)

ขั้นตอนการเตรียมและดำเนินการสนทนากลุ่ม ดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. จัดสร้างคำถามสำหรับการสนทนากลุ่มจากประเด็นข้างต้น

2. จัดเตรียมบุคคลากรผู้ช่วย ซึ่งประกอบด้วยผู้จดบันทึกการสนทนา เจ้าหน้าที่บันทึกเทปและบริการทั่วไป

3. จัดเตรียมวัสดุอุปกรณ์ สถานที่

4. ทดลองจัดกลุ่มสนทนากับกลุ่มทดลอง 1 กลุ่มที่เตรียมไว้ ซึ่งคัดเลือกมาจากกลุ่มสนทนาของสาขาวิชาช่างก่อสร้างที่จัดไว้ 2 กลุ่ม ในการดำเนินการสนทนาผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้ถามคำถามและกำกับการสนทนา

5. ปรับปรุงแนวคำถามและแนวทางการสนทนากลุ่ม และแก้ไขข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นในการจัดกลุ่มสนทนาจากกลุ่มทดลอง

6. ดำเนินการสนทนากับกลุ่มสนทนาที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ 3 กลุ่ม โดยผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้ถามคำถามและกำกับการสนทนา

7. วิเคราะห์ข้อมูล ในการวิเคราะห์ข้อมูลผู้วิจัยได้กำหนดเค้าโครงการวิเคราะห์ว่ามีหัวข้อใดบ้างจากการอ่านบทสนทนาและจากประเด็นคำถามที่กำหนดไว้ในการสนทนาแล้วจึงจัดหมวดหมู่ของเนื้อหาในบทสนทนาและวิเคราะห์ตามหัวข้อที่กำหนดไว้ในเค้าโครงการวิเคราะห์ เพื่อสรุปความคิดเห็นของนักเรียนที่เกี่ยวกับสภาพการจัดการเรียนการสอนและปัญหาในการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมต่อไป

ระยะเวลาของการจัดกลุ่มสนทนา จัดกลุ่มสนทนากับกลุ่มทดลองในช่วงสัปดาห์ที่ 2 ของเดือนมีนาคม พ.ศ.2539 และจัดกลุ่มสนทนากับกลุ่มที่กำหนดไว้ในช่วงสัปดาห์ที่ 3 ของเดือนมีนาคม 2539 โดยที่เวลาที่ใช้ในการดำเนินการสนทนาในแต่ละกลุ่มจะใช้เวลาประมาณ 60-100 นาที เพื่อมิให้ผู้เข้าร่วมสนทนาเหนื่อยหรือเกิดความเบื่อหน่าย

1.2 การสัมภาษณ์ระดับลึก (in-depth interview)

จุดประสงค์ในการสัมภาษณ์ระดับลึก เพื่อศึกษาสภาพการจัดการเรียนการสอนและปัญหาในการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในเนื้อหาเรื่องสมการจากครูผู้สอนที่สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม 2 ในปีการศึกษา 2537 สังกัดวิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช

การเตรียมและการดำเนินการสัมภาษณ์ ดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. กำหนดประเด็นและจัดสร้างแนวคำถามสำหรับการสัมภาษณ์เพื่อศึกษาสภาพการจัดการเรียนการสอนและปัญหาในการสอนในประเด็นต่าง ๆ โดยจำแนกตามหมวดคำถามหลักเป็นด้าน ๆ ดังต่อไปนี้

1.1 ด้านเนื้อหาสาระที่สอน

1.2 ด้านรูปแบบการสอน กิจกรรมการเรียนการสอน เทคนิคการสอน และวิธีสอน

1.3 ด้านสื่อการเรียนการสอน

1.4 ด้านการวัดผลและประเมินผล

1.5 ด้านพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน

1.6 ด้านกระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน

1.7 ปัญหาในประเด็นอื่น ๆ

(ดูประเด็นและแนวคำถามที่ใช้สัมภาษณ์ ในแนวทางการสัมภาษณ์ระดับลึก ในภาคผนวก ก.)

2. ทดลองสัมภาษณ์ครูผู้สอนที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม 2 ในปีการศึกษา 2537 สังกัดวิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราชจำนวน 1 ท่าน

3. ปรับปรุงแนวคำถาม และแก้ไขข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นในการสัมภาษณ์

4. สัมภาษณ์ครูผู้สอนที่สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม 2 ในปีการศึกษา 2537 สังกัดวิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราชจำนวน 3 ท่าน ตามแนวคำถามที่ปรับปรุงแล้วจากข้อ 3 และในการสัมภาษณ์ได้บันทึกการสัมภาษณ์โดยเทปบันทึกเสียงและการจดบันทึก

5. สรุปและวิเคราะห์ข้อมูลจากการสัมภาษณ์โดยวิธีเดียวกันกับการวิเคราะห์ข้อมูลในการจัดกลุ่มสนทนา

ระยะเวลาของการสัมภาษณ์ ทดลองสัมภาษณ์ตามข้อ 2 ในช่วงสัปดาห์ที่ 3 ของเดือนเมษายน พ.ศ.2539 และดำเนินการสัมภาษณ์ครูอีก 3 ท่านตามข้อ 4 ในช่วงสัปดาห์ที่ 4 ของเดือนเมษายน 2539 และสัปดาห์แรกของเดือนพฤษภาคม 2539 สำหรับระยะเวลาที่ใช้ในการสัมภาษณ์ครูแต่ละท่านใช้เวลาประมาณ 1 ชั่วโมง

<u>ระยะที่ 2 จัดประชุมเชิงปฏิบัติการเพื่อวางแผนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ในเนื้อหาเรื่องสมการ</u>

จุดประสงค์ของการประชุมเชิงปฏิบัติการ มีจุดประสงค์ดังต่อไปนี้

1. เพื่อให้ครูที่เข้าร่วมการวิจัยเชิงปฏิบัติการได้เข้าใจถึงสภาพที่แท้จริงของการจัดการเรียนการสอนและปัญหาที่เกิดขึ้นในการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม

2. เพื่อให้ครูที่เข้าร่วมการวิจัยเชิงปฏิบัติการมีความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการตามรูปแบบและขั้นตอนการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการของเคมมิสและแมคทาคกาท

3. เพื่อร่วมกันแสวงหาแนวทางในการพัฒนาการจัดการเรียนการสอนจากแหล่งวิทยาการที่ผู้วิจัยจัดเตรียมไว้จากแนวคิดและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และจากการนำเสนอความรู้เทคนิคและวิธีการสอนของวิทยากร เพื่อเป็นแนวทางในการวางแผนการสอนของครูที่เข้าร่วมการวิจัยในอันดับต่อไป

4. เพื่อให้ได้ระบบการเรียนการสอน แผนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในเนื้อหาเรื่องสมการ

5. เพื่อสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในเนื้อหาเรื่องสมการ

6. เพื่อกำหนดเกณฑ์ในการหาประสิทธิภาพของแผนการสอน

กิจกรรมในการประชุมเชิงปฏิบัติการ ประกอบด้วยกิจกรรมต่อไปนี้ตามลำดับ

1. สะท้อนสภาพและปัญหาในการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมที่ผ่านมาต่อกลุ่ม โดยผู้วิจัยนำเสนอข้อสรุปที่ได้จากการวิเคราะห์ข้อมูลของการจัดกลุ่มสนทนาพร้อมด้วยเอกสารสรุป

2. ครูที่ร่วมการวิจัยศึกษากระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการตามรูปแบบและขั้นตอนการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการของเคมมิสและแมคทาคกาท โดยผู้วิจัยนำเสนอขั้นตอนของการดำเนินการวิจัยโดยสรุปพร้อมเอกสาร

3. ครูที่ร่วมการวิจัยศึกษาแนวทางในการพัฒนาการจัดการเรียนการสอนจากแหล่งวิทยาการที่ผู้วิจัยจัดเตรียมไว้โดยศึกษาจากแหล่งข้อมูล 2 ด้านต่อไปนี้

3.1 แหล่งวิทยาการด้านบุคคล ซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์ศึกษา ได้แก่ อาจารย์ผู้สอนในระดับอุดมศึกษา 1 ท่าน และศึกษานิเทศก์ 1 ท่าน นำเสนอความรู้เกี่ยวกับเทคนิคการสอนและวิธีสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในหัวข้อเรื่อง “เทคนิคและวิธีการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับชั้นประกาศนียบัตรวิชาชีพ ”

3.2 แหล่งวิทยาการด้านเอกสาร ประกอบด้วย

3.2.1 ความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการตามแนวคิดของเคมมิสและแมคทากาท

3.2.2 ความรู้เกี่ยวกับการวางแผนการสอน

3.2.3 แนวคิดและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และการจัดการเรียนการสอนโดยทั่วไป

3.2.4 แนวคิดเกี่ยวกับการกำหนดเกณฑ์ในการหาประสิทธิภาพของแผนการสอน

3.2.5 ชุดของโจทย์ปัญหาสมการ เป็นชุดของโจทย์ปัญหาสมการในเนื้อหาต่าง ๆ ทั้ง 4 เนื้อหา ได้แก่ โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปร และโจทย์ปัญหาสมการกำลังสอง

ในการศึกษาจากแหล่งวิทยาการด้านเอกสารของครู ผู้วิจัยได้แจกเอกสารแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมให้ครูได้นำไปศึกษาด้วยตนเองก่อน 1 สัปดาห์ แล้วจึงนำมาศึกษาและหาข้อสรุปร่วมกันในกลุ่มในภายหลัง

4. ร่วมกันวางแผนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในเนื้อหาเรื่องสมการ ตามแนวคิดของกลุ่มที่ได้จากข้อสรุปในการศึกษาจากแหล่งวิทยาการและผนวกกับแนวคิดและประสบการณ์ของสมาชิกภายในกลุ่ม โดยมุ่งแก้ไขปัญหาในการเรียนการสอนที่เกิดขึ้นจากการศึกษาในระยะที่ 1 และพัฒนาการเรียนการสอนในประเด็นที่กลุ่มเห็นว่าเหมาะสมต่อไป สำหรับประเด็นที่จะพิจารณาถึงในการวางแผนการสอนนั้นประกอบด้วย

4.1 จุดประสงค์ในการเรียนการสอนของแต่ละเนื้อหา

4.2 การจัดเนื้อหาสาระที่จะสอน

4.3 รูปแบบการสอน ขั้นตอนและยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหา การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เทคนิคการสอนและวิธีสอน

4.4 สื่อการเรียนการสอน

4.5 การวัดผลและประเมินผล

5. ร่วมกันเขียนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในเนื้อหาเรื่องสมการ เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนของการทดลอง ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างและหาคุณภาพดังต่อไปนี้

5.1 กำหนดจุดมุ่งหมายในการสร้างแบบทดสอบ

5.2 สร้างตารางวิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

5.3 เขียนข้อสอบตามตารางวิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งประกอบด้วยข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ข้อสอบแบบเติมคำตอบ และข้อสอบแบบแสดงวิธีทำ โดยที่ในแต่ละตอนจะประกอบด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา

สมการในเนื้อหาเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร และสมการกำลังสอง

5.4 นำแบบทดสอบแบบเลือกตอบจำนวน 11 ข้อ แบบเติมคำตอบจำนวน 4 ข้อ และแบบแสดงวิธีทำจำนวน 4 ข้อไปให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (content validity) โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม (IOC) ตามวิธีการของโรวิเนลลี่และแฮมเบิลตัน (Rovinelli and Hambelton) ซึ่งประกอบด้วยผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์ศึกษาและการวัดผลประเมินผล 3 ท่าน เพื่อพิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อวัดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องการหรือไม่

5.5 พิจารณาคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC มากกว่าหรือเท่ากับ 0.5 ไว้ ส่วนข้อสอบที่มีค่า IOC น้อยกว่า 0.5 จะตัดทิ้งไปหรืออาจจะนำมาปรับปรุงแก้ไขใหม่ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญต่อไป ซึ่งผลจากการตรวจสอบของผู้เชี่ยวชาญปรากฏว่าข้อสอบทุกข้อมีค่า IOC มากกว่า 0.5 จึงได้พิจารณาคัดเลือกข้อสอบทุกข้อไว้ และได้พิจารณาแก้ไขข้อความบางตอนตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

5.6 นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองกับนักเรียนในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 3 วิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช จำนวน 40 คนที่ไม่ใช่กลุ่มทดลองแต่เคยเรียนเนื้อหาเรื่องที่ทำการทดลองมาแล้วในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2538 โดยผู้วิจัยได้นัดหมายนักเรียนไว้ล่วงหน้า 2 สัปดาห์ พร้อมกับได้กำหนดขอบเขตของเนื้อหาที่จะทำการทดสอบให้ทราบเพื่อนักเรียนจะได้ไปทำการทบทวนตรงตามเนื้อหาที่ทำการทดสอบ

5.7 นำข้อมูลที่ได้จากการทดลองไปวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น โดยอาศัยสูตรและวิธีการดังต่อไปนี้

5.7.1 แบบทดสอบแบบเลือกตอบจำนวน 11 ข้อ

นำข้อมูลที่ได้จากการตรวจให้คะแนนมาวิเคราะห์เป็นรายข้อและประมวลผลโดยใช้โปรแกรมสิรี เพื่อหาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

5.7.2 แบบทดสอบแบบเติมคำตอบจำนวน 4 ข้อ และแบบแสดงวิธีทำจำนวน 4 ข้อ

นำข้อมูลที่ได้จากการตรวจให้คะแนนมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ โดยการแบ่งกลุ่มนักเรียนที่เข้าสอบออกเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อนโดยเทคนิค 25% ของนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมดแล้วคำนวณหาค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบจากสูตรที่

D.R.Whitney and D.L.Sabers ได้เสนอไว้ (อังคณา สายยศ. 2536) (ดูภาคผนวก ฉ.) และหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยใช้วิธีการของ Cronbach หา Coefficient alpha

5.8 พิจารณาคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไปไว้

จากการพัฒนาแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในเนื้อหาเรื่องสมการตามขั้นตอนดังกล่าวข้างต้น ปรากฏผลดังนี้

1. แบบทดสอบตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบมีทั้งหมด 8 ข้อ ประกอบด้วยแบบทดสอบวัดความสามาถในการแก้โจทย์ปัญหาสมการในเนื้อหา สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร และสมการกำลังสอง เนื้อหาละ 2 ข้อ วิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบตอนที่ 1 ได้เท่ากับ 0.767

2. แบบทดสอบตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบแบบเติมคำตอบโดยให้นักเรียนได้เติมคำตอบตามขั้นตอนของการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา มีทั้งหมด 4 ข้อ ประกอบด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสมการในเนื้อหา สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร และสมการกำลังสอง เนื้อหาละ 1 ข้อ วิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบตอนที่ 2 ได้เท่ากับ 0.88

3. แบบทดสอบตอนที่ 3 เป็นแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำมีทั้งหมด 3 ข้อ ประกอบด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสมการในเนื้อหา สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และสมการกำลังสอง เนื้อหาละ 1 ข้อ วิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบตอนที่ 3 ได้เท่ากับ 0.777

นอกจากครูที่ร่วมในการวิจัยร่วมกันสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในเนื้อหาดังกล่าวข้างต้นแล้ว ครูได้ร่วมกันสร้างแบบทดสอบประจำบทเรียนเพื่อวัดความสามารถในการแก้สมการและแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียน ในเนื้อหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร และสมการกำลังสอง โดยที่ในแต่ละฉบับประกอบด้วยแบบทดสอบแบบเลือกตอบ แบบเติมคำตอบ และแบบแสดงวิธีทำ สำหรับแบบทดสอบที่วัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสมการในแต่ละฉบับนั้นจะเป็นแบบทดสอบที่คู่ขนานกับแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสมการในแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนข้างต้นด้วย

6. ร่วมกันสร้างสื่อการเรียนการสอน ประกอบด้วยเอกสารต่อไปนี้

6.1 บทเรียนทบทวนด้วยตนเองสำหรับเนื้อหาที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อให้นักเรียนได้นำไปศึกษาด้วยตนเองนอกชั้นเรียน

6.2 บทเรียนในชั้นเรียนเป็นบทเรียนที่ใช้ประกอบการเรียนการสอนในชั้นเรียน

6.3 ใบงานของแต่ละบทเรียนที่ให้นักเรียนได้ทำเป็นกิจกรรมในชั้นเรียน

โดยที่สื่อการเรียนการสอนเหล่านี้เขียนขึ้นโดยอาศัยแนวคิดที่สรุปร่วมกันของผู้วิจัยและครูที่ร่วมการวิจัย โดยแบ่งความรับผิดชอบในการเขียนต้นฉบับให้ครูแต่ละคนเป็นบท ๆ ไป แล้วนำมาตรวจสอบร่วมกันในกลุ่มอีกครั้งหนึ่ง หลังจากนั้นผู้วิจัยนำไปปรับปรุงตามข้อสรุปร่วมกันของกลุ่มอีกครั้งหนึ่งและผลิตออกมาเป็นสื่อการเรียนการสอนในแต่ละบทเรียน

7. ครูที่ร่วมการวิจัยร่วมกันกำหนดเกณฑ์ในการหาประสิทธิภาพของแผนการสอนโดยอาศัยเกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย E_1/E_2

โดยที่ E_1 หมายถึง ร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่นักเรียนได้จากคะแนนเก็บระหว่างเรียนทั้งหมด (formative evaluation)

E_2 หมายถึง ร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่นักเรียนได้จากการประเมินผลขั้นสุดท้าย (summative evaluation)

ระยะเวลาของการประชุมเชิงปฏิบัติการ ใช้เวลาในช่วงเช้าของวันจันทร์ ซึ่งเป็นช่วงที่ครูที่เข้าร่วมการวิจัยทุกคนมีเวลาว่างตรงกัน (คาบที่ 3-6 เวลา 09.00 น.-12.20 น.) ในทุกสัปดาห์ของภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2539 ตั้งแต่วันที่ 20 พฤษภาคม 2539 ถึง วันที่ 23 กันยายน 2539 และนัดหมายนอกเหนือจากเวลานี้ในวันพฤหัสบดีที่ 20 มิถุนายน 2539 เวลา 10.00 น. - 13.00 น. กับวันศุกร์ที่ 28 มิถุนายน 2539 เวลา 09.20 น. - 11.20 น. เพื่อรับฟังการบรรยายของวิทยากรที่เชิญมาให้ความรู้ 2 ท่าน ดังรายละเอียดในตารางต่อไปนี้

ตาราง 4 แสดงระยะเวลาของการประชุมเชิงปฏิบัติการ

การดำเนินการ	ระยะเวลา	ช่วงเวลา
1. ผู้วิจัยสะท้อนสภาพและปัญหาในการเรียนการสอนที่ผ่านมา	1 วัน	20 พฤษภาคม 2539
2. ศึกษากระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการ	1 วัน	27 พฤษภาคม 2539
3. ศึกษาแนวทางในการพัฒนาการจัดการเรียนการสอน จากแหล่งข้อมูลด้านเอกสาร	3 วัน	3, 10, 17 มิถุนายน 2539
4. เข้ารับฟังการบรรยายของวิทยากร 2 ท่าน	2 วัน	20, 28 มิถุนายน 2539
5. ร่วมกันวางแผนการสอน สร้างแบบทดสอบ และจัดเตรียมสื่อการเรียนการสอน	12 วัน	ตั้งแต่ 24 มิถุนายน ถึง 23 กันยายน 2539

<u>ระยะที่ 3 พัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมตามวงจรการวิจัยเชิงปฏิบัติการ</u>

ในขั้นตอนนี้เป็นการพัฒนาการเรียนการสอนโดยการนำแผนการสอนที่ได้จากระยะที่ 2 มาปฏิบัติตามวงจรการวิจัยเชิงปฏิบัติการ โดยดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้ตามลำดับ

1. สุ่มกลุ่มตัวอย่างนักเรียนจากสาขาวิชาช่างที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ 6 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2539 ซึ่งมีทั้งหมด 3 สาขาวิชาช่าง ประกอบด้วยสาขาวิชาช่างก่อสร้าง 4 ห้องเรียน สาขาวิชาช่างไฟฟ้ากำลัง 3 ห้องเรียน สาขาวิชาช่างอีเล็กทรอนิกส์ 3 ห้องเรียน มาสาขาวิชาละ 2 ห้องเรียนเพื่อเป็นกลุ่มทดลองในการวิจัย ได้กลุ่มทดลองทั้งหมด 6 ห้องเรียน ได้แก่

1.1 สาขาวิชาช่างก่อสร้างกลุ่มที่ 5-6 และกลุ่มที่ 7-8

1.2 สาขาวิชาช่างไฟฟ้ากำลังกลุ่มที่ 3-4 และกลุ่มที่ 5-6

1.3 สาขาวิชาช่างอีเล็กทรอนิกส์กลุ่มที่ 1-2 และกลุ่มที่ 3-4

การจัดห้องเรียนวิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราชมีนโยบายจัดห้องเรียนในรายวิชาทฤษฎีห้องเรียนละ 2 กลุ่ม รวมนักเรียนโดยประมาณห้องเรียนละ 40 คน

2. สุ่มกลุ่มทดลองจากข้อ 1 เพื่อให้ครูที่ร่วมการวิจัย 3 คนสอนกลุ่มทดลองคนละ 2 ห้องเรียน ซึ่งการสุ่มนี้มีเงื่อนไขว่าครูแต่ละคนจะต้องสอนกลุ่มทดลอง 2 ห้องเรียนที่ต่างสาขาวิชาช่างกัน ซึ่งผลการสุ่มเป็นดังนี้

ครูคนที่ 1 สอนสาขาวิชาช่างก่อสร้างกลุ่มที่ 5-6 มีนักเรียนจำนวน 38 คน
และสาขาวิชาช่างไฟฟ้ากำลังกลุ่มที่ 5-6 มีนักเรียนจำนวน 41 คน

ครูคนที่ 2 สอนสาขาวิชาช่างอีเล็กทรอนิกส์กลุ่มที่ 3-4 มีนักเรียนจำนวน 45 คน และสาขาวิชาช่างไฟฟ้ากำลังกลุ่มที่ 3-4 มีนักเรียนจำนวน 41 คน

ครูคนที่ 3 สอนสาขาวิชาช่างอีเล็กทรอนิกส์กลุ่มที่ 1-2 มีนักเรียนจำนวน 44 คน และสาขาวิชาช่างก่อสร้างกลุ่มที่ 7-8 มีนักเรียนจำนวน 40 คน

3. ทดสอบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมของนักเรียนในกลุ่มทดลองในเนื้อหาเรื่องสมการ โดยใช้แบบทดสอบก่อนเรียนข้างต้น โดยดำเนินการทดสอบในสัปดาห์แรกของภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2539 ระหว่างวันที่ 21-25 ตุลาคม 2539

4. นำแผนการสอนจากระยะที่ 2 มาดำเนินการสอนและพัฒนาแผนการสอนตามขั้นตอนของการวิจัยเชิงปฏิบัติการต่อไป ดังรายละเอียดต่อไปนี้

รอบที่ 1 สัปดาห์ที่ 1-2	นำแผนการสอนเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรมาดำเนินการสอน
รอบที่ 2 สัปดาห์ที่ 3-6	นำแผนการสอนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมาดำเนินการสอน
รอบที่ 3 สัปดาห์ที่ 7-9	นำแผนการสอนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรมาดำเนินการสอน
รอบที่ 4 สัปดาห์ที่ 10-11	นำแผนการสอนเรื่องสมการกำลังสองมาดำเนินการสอน

สำหรับการสังเกตการสอนแบบมีส่วนร่วมในขั้นการสังเกตของแต่ละรอบในการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการนี้ ผู้วิจัยได้สังเกตการสอนในกลุ่มทดลอง 3 กลุ่มจากกลุ่มที่ครูแต่ละคนสอนคนละ 1 ห้องเรียน ซึ่งเวลาที่ใช้ในการสังเกตการสอนจะใช้เวลากลุ่มละ 2 คาบต่อสัปดาห์ และในการสังเกตการสอนในแต่ละรอบของการดำเนินการวิจัยนั้นได้ใช้กลุ่มทดลองในการสังเกตการสอนสลับกัน กล่าวคือ ในรอบที่ 1 และรอบที่ 3 สังเกตการสอนใน 3 กลุ่มทดลองแรก และในรอบที่ 2 และรอบที่ 4 สังเกตการสอนใน 3 กลุ่มทดลองหลัง

รายละเอียดในการดำเนินการวิจัยในแต่ละรอบเป็นดังนี้

รอบที่ 1 นำแผนการสอนเรื่อง สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร มาดำเนินการสอนเป็นเวลา 2 สัปดาห์ โดยดำเนินการวิจัยเป็นลักษณะวงจรย่อยในแต่ละสัปดาห์ ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

สัปดาห์ที่ 1

ขั้นปฏิบัติการ ดำเนินการสอนเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรตามแผนการสอนที่วางไว้

ขั้นสังเกต ผู้วิจัยสังเกตการสอนแบบมีส่วนร่วมในกลุ่มทดลอง 3 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 1 ครั้ง ครั้งละ 2 คาบ โดยอาศัยแบบการสังเกตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นเครื่องมือในการสังเกต

ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ ผู้วิจัยนำเสนอผลการสังเกตและผู้ร่วมการวิจัยร่วมแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนที่ผ่านมาต่อที่ประชุมกลุ่ม

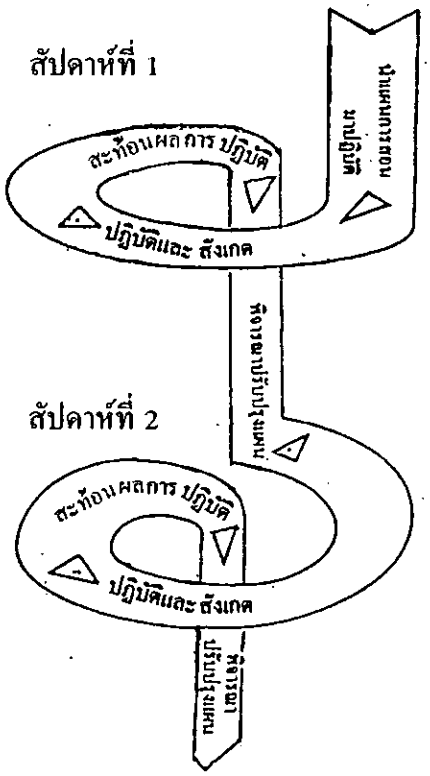
ขั้นพิจารณาปรับปรุงแผน ผู้ร่วมการวิจัยร่วมกันพิจารณาหาแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขปัญหาที่สะท้อนจากการปฏิบัติ และปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องที่เกิดขึ้น

สัปดาห์ที่ 2

ขั้นปฏิบัติการ ดำเนินการสอนตามแผนการสอนที่ได้ปรับปรุงจากสัปดาห์ที่ 1

ขั้นสังเกต ดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ผู้วิจัยสังเกตการสอนแบบมีส่วนร่วมในกลุ่มทดลอง 3 ห้องเรียนซึ่งเป็นกลุ่มเดิมที่สังเกตในสัปดาห์ที่ 1 กลุ่มละ 1 ครั้ง ครั้งละ 2 คาบ โดยอาศัยแบบการสังเกตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นเครื่องมือในการสังเกต
2. ทดสอบความสามารถในการแก้สมการและแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนในเนื้อหาเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร ในกลุ่มทดลองทั้ง 6 กลุ่ม โดยใช้แบบทดสอบที่ประกอบด้วยแบบทดสอบ



ภาพประกอบ 7 ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยในแต่ละสัปดาห์

การแก้สมการและแบบทดสอบโจทย์ปัญหาสมการ โดยที่ในส่วนของแบบทดสอบการแก้โจทย์ปัญหาสมการจะเป็นแบบทดสอบที่คู่ขนานกับแบบทดสอบก่อนเรียน ในส่วนที่เป็นโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร

3. ศึกษาหาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนจากแบบทดสอบ สมุดแบบฝึกหัด และใบงานต่างๆ ที่มอบหมายให้นักเรียนทำ โดยให้ครูผู้สอนรวบรวมและสรุปข้อบกพร่องที่พบ
4. สำรวจความคิดเห็นของนักเรียนในกลุ่มทดลองเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนโดยการสุ่มกลุ่มตัวอย่างจากกลุ่มทดลองทั้ง 6 ห้องเรียน และอาศัยแบบสอบถามที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
5. สัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มทดลอง โดยการคัดเลือกนักเรียนจากกลุ่มทดลอง 6 กลุ่มกลุ่มละ 4 คน จำแนกเป็นนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และนักเรียนอ่อน 1 คน มาให้ข้อมูลเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนในเนื้อหาเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร ตามแนวคำถามในแบบสัมภาษณ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ในการสัมภาษณ์ผู้วิจัยได้นำนักเรียนดังกล่าวข้างต้นมาจัดเป็นกลุ่มสัมภาษณ์แยกเป็น 3 กลุ่มตามครูผู้สอน ซึ่งแต่ละกลุ่มจะประกอบด้วยสมาชิกกลุ่มละ 8 คน แล้วผู้วิจัยจึงดำเนินการสัมภาษณ์รวมเป็นกลุ่มตามแนวคำถามที่กำหนดไว้
6. เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลองจากแบบทดสอบก่อนเรียนในเนื้อหาเรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร กับคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบในข้อ 2 ในส่วนที่เป็นโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรโดยใช้ t-test (dependent samples)

7. หาประสิทธิภาพของแผนการสอนเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรโดยหาค่า E_1/E_2 เปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่ครูร่วมกันกำหนดไว้

ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ ผู้วิจัยนำเสนอผลการสังเกต ผลการประเมินการปฏิบัติจากขั้นการสังเกตข้อ 1-7 และผู้ร่วมการวิจัยร่วมเสนอความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนที่ผ่านมาต่อที่ประชุมกลุ่ม

ขั้นพิจารณาปรับปรุงแผน ผู้ร่วมการวิจัยร่วมกันพิจารณาหาแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขปัญหาที่สะท้อนจากการปฏิบัติและพัฒนาแผนการสอนในทุกเนื้อหาในประเด็นที่เห็นว่าควรจะต้องปรับปรุงแก้ไข และในขณะเดียวกันผู้วิจัยปรับปรุงแก้ไขเครื่องมือในการสังเกตและประเมิน ซึ่งได้แก่ แบบสังเกต แบบสัมภาษณ์ และแบบสอบถาม

รอบที่ 2 นำแผนการสอนเรื่อง **ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร** มาดำเนินการสอนเป็นเวลา 4 สัปดาห์ ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

สัปดาห์ที่ 3-5 ดำเนินการตามขั้นตอนต่าง ๆ ในทำนองเดียวกันกับการดำเนินการในเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรในสัปดาห์ที่ 1

สัปดาห์ที่ 6 ดำเนินการตามขั้นตอนต่างๆ ในทำนองเดียวกันกับการดำเนินการในเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรในสัปดาห์ที่ 2

รอบที่ 3 นำแผนการสอนเรื่อง **ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร** มาดำเนินการสอนเป็นเวลา 3 สัปดาห์ ตามขั้นตอนต่าง ๆในทำนองเดียวกันกับการดำเนินการในเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

รอบที่ 4 นำแผนการสอนเรื่อง **สมการกำลังสอง** มาดำเนินการสอนเป็นเวลา 2 สัปดาห์ ตามขั้นตอนต่าง ๆ ในทำนองเดียวกันกับการดำเนินการในเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร

สำหรับในสัปดาห์ที่ 2 ของรอบที่ 4 นี้ ซึ่งเป็นสัปดาห์สุดท้ายของการทดลองจะดำเนินการเพิ่มเติมในประเด็นดังต่อไปนี้ด้วยกล่าวคือ

ขั้นสังเกต ดำเนินการตามขั้นตอนต่าง ๆดังต่อไปนี้เพิ่มเติม

1. ทดสอบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสมการรวมทั้ง 4 เนื้อหาด้วยแบบทดสอบหลังเรียน ซึ่งเป็นแบบทดสอบที่ใช้เป็นแบบทดสอบก่อนเรียนในตอนต้น
2. เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลองจากแบบทดสอบหลังเรียนกับแบบทดสอบก่อนเรียน รวมทั้ง 4 เนื้อหา โดยใช้ t-test (dependent samples)
3. หาประสิทธิภาพของแผนการสอนรวมทั้ง 4 เนื้อหา โดยการหาค่า E_1/E_2 เปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่ครูร่วมกันกำหนดขึ้นจากการประชุมเชิงปฏิบัติการ

ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ ผู้วิจัยนำเสนอผลการสังเกต ผลการประเมินการปฏิบัติจากขั้นการสังเกต และผู้ร่วมการวิจัยร่วมแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนที่ผ่านมาต่อที่ประชุมกลุ่ม

ขั้นพิจารณาปรับปรุงแผน ผู้ร่วมการวิจัยร่วมกันพิจารณาหาแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขปัญหาที่สะท้อนจากการปฏิบัติ และพัฒนาแผนการสอนในทุกเนื้อหาในประเด็นที่เห็นว่าควรจะต้องปรับปรุงแก้ไขเพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนต่อไป

การทดสอบสมมติฐานในการวิจัย

1. ทดสอบสมมติฐานข้อที่ 1 โดยการหาประสิทธิภาพของแผนการสอนโดยรวมตลอดการทดลอง (ค่า E_1/E_2) แล้วเปรียบเทียบกับเกณฑ์ประสิทธิภาพที่ครูร่วมกันกำหนดขึ้นจากการประชุมเชิงปฏิบัติการ

2. ทดสอบสมมติฐานข้อที่ 2 โดยการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนในกลุ่มทดลองจากแบบทดสอบหลังเรียนกับแบบทดสอบก่อนเรียน รวมทั้ง 4 เนื้อหาโดยใช้ t-test (dependent samples)

3. ทดสอบสมมติฐานที่ 3 เกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการสอนของครู โดยอาศัยหลักฐานข้อมูลจากการสังเกต การสอบถามและสัมภาษณ์นักเรียน และการประเมินตนเองของครู

บทที่ 4

ผลการศึกษาสภาพการจัดการเรียนการสอนและปัญหาในการจัดการเรียนการสอน การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม

ในการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการเรียนการสอน การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ โดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้เริ่มดำเนินการวิจัยในขั้นแรกโดยการศึกษาถึงสภาพของการจัดการเรียนการสอนและปัญหาในการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในระยะที่ผ่านมา เพื่อนำข้อมูลเหล่านี้ไปสะท้อนให้ครูผู้สอนที่เข้าร่วมในการวิจัยเชิงปฏิบัติการในครั้งนี้ได้รับทราบถึงสภาพของปัญหาที่แท้จริงที่เกิดขึ้นในการจัดการเรียนการสอน เพื่อจะได้ร่วมกันดำเนินการแก้ไขปัญหาเหล่านั้นและได้ดำเนินการพัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมของนักเรียนให้สัมฤทธิ์ผลสูงขึ้นในขั้นตอนต่อไป ดังนั้นในการดำเนินการวิจัยในระยะที่ 1 ผู้วิจัยจึงได้ดำเนินการศึกษาสภาพการจัดการเรียนการสอนและปัญหาในการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ด้วยวิธีการจัดกลุ่มสนทนาและสัมภาษณ์ระดับลึกขึ้น ซึ่งผลการศึกษาจะได้นำเสนอเป็นตอน ๆ ไปดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 สภาพการจัดการเรียนการสอนและปัญหาในการจัดการเรียนการสอน การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ข้อมูลจากความคิดเห็นของนักเรียนโดยวิธีการจัดกลุ่มสนทนา

ตอนที่ 2 สภาพการจัดการเรียนการสอนและปัญหาในการจัดการเรียนการสอน การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ข้อมูลจากการสัมภาษณ์ระดับลึกจากครูผู้สอน

ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ตอนที่ 1 สภาพการจัดการเรียนการสอนและปัญหาในการจัดการเรียนการสอน การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ข้อมูลจากความคิดเห็นของนักเรียนโดยวิธีการจัดกลุ่มสนทนา

ในการศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับสภาพการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมโดยวิธีการจัดกลุ่มสนทนานี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาจากนักเรียนในสาขาวิชาช่างไฟฟ้ากำลัง สาขาวิชาช่างอิเล็กทรอนิกส์และสาขาวิชาช่างก่อสร้าง ที่ได้รับคะแนนในรายวิชาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม 2 ในปีการศึกษา 2537 ในระดับคะแนน 0-1 ผลของการศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนนี้จะได้นำเสนอเป็นด้าน ๆ ดังต่อไปนี้

1.1 ด้านเนื้อหาสาระ

1.2 ด้านพฤติกรรมการสอนของครู

1.3 ด้านพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน

1.4 ด้านสื่อการเรียนการสอน

1.5 ด้านการวัดผลและประเมินผล

1.6 ด้านสภาพแวดล้อม

ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1.1 ด้านเนื้อหาสาระ

จากการศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนพบว่าเนื้อหาที่ครูสอนสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละหัวข้อ การจัดลำดับเนื้อหามีการเรียงลำดับเนื้อหาเหมาะสมและต่อเนื่อง แต่ในขณะเดียวกันนักเรียนสาขาวิชาช่างไฟฟ้ากำลังได้ให้ความเห็นว่าในเรื่องสมการควรเรียงลำดับเนื้อหาใหม่เป็นดังนี้คือ สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร และสมการกำลังสองตามลำดับ แทนการเรียงลำดับเนื้อหาเดิมในหนังสือเรียนที่เรียงจากเรื่อง สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร สมการกำลังสอง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรตามลำดับ

เมื่อพิจารณาถึงระดับความยากง่ายของเนื้อหาพบว่าเนื้อหาบางตอนบางเรื่องยากและบางตอนไม่ยาก แต่นักเรียนส่วนมากเห็นว่าเนื้อหาที่ยากมีมากกว่าเนื้อหาที่ง่าย ซึ่งเนื้อหาที่ยากได้แก่ การแก้โจทย์ปัญหาในทุกเรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร ด้านปริมาณของเนื้อหานักเรียนเห็นว่าปริมาณของเนื้อหามากเกินไปไม่เหมาะสมกับเวลา ซึ่งในการสอนครูต้องรีบเร่งสอนให้จบหลักสูตรภายในเวลาที่กำหนดทำให้นักเรียนตามบทเรียนไม่ทัน ในด้านการนำไปใช้นักเรียนเห็นว่าเนื้อหาเรื่องสมการ เลขยกกำลังและโจทย์ปัญหามีประโยชน์สามารถนำไปใช้ในงานช่างและในชีวิตประจำวันได้

1.2 ด้านพฤติกรรมการสอนของครู

จากการศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมการสอนของครูจะนำเสนอผลของการศึกษาเป็นด้านๆ ดังต่อไปนี้

1.2.1 ด้านรูปแบบการสอน

1.2.2 ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน

1.2.3 ด้านเทคนิคการสอน วิธีสอน พฤติกรรมการสอนโดยทั่วไปและเจตคติของครู

1.2.4 ด้านเทคนิคการสอน วิธีสอน และพฤติกรรมการสอนการแก้โจทย์ปัญหาของครู

1.2.1 ด้านรูปแบบการสอน ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในแต่ละภาคเรียนครูบอกจุดประสงค์ของเนื้อหาทุกบทเรียนในภาคเรียนนั้นๆ ให้นักเรียนทราบในคาบแรก รวมถึงบอกวิธีการวัดผลและประเมินผล สัดส่วนของคะแนนเก็บและเกณฑ์ในการผ่าน แต่ก็พบว่านักเรียนส่วนมากไม่ได้สนใจจุดประสงค์ที่ครูบอกให้ทราบเท่าที่ควร

ในการดำเนินการสอนแต่ละเนื้อหาครูไม่ได้ทำการทดสอบความรู้พื้นฐานและสอนซ่อมเสริมความรู้พื้นฐานให้นักเรียนโดยตรง แต่ในขณะที่ดำเนินการสอนถ้าครูพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในความรู้พื้นฐานที่จะนำมาใช้ในการเรียนเรื่องนั้นๆ แล้ว ครูจะซ่อมเสริมความรู้พื้นฐานที่จะใช้ในการเรียนเรื่องนั้น ๆ ให้นักเรียนโดยการอธิบายบนกระดานดำ ในการสอนเนื้อหาครูใช้วิธีการอธิบายบนกระดานดำเป็นหลัก โดยส่วนมากมักเป็นการอธิบายตัวอย่างในหนังสือเรียน หลังจากครูอธิบายตัวอย่างแล้วได้ให้นักเรียนทำโจทย์แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนซึ่งอาจจะให้ทำเป็นกลุ่มหรือเป็นรายบุคคลในชั้นเรียน หรืออาจให้ทำเป็นการบ้านเป็นรายบุคคล ในการตรวจแบบฝึกหัดส่วนมากครูใช้วิธีการเฉลยคำตอบให้นักเรียนตรวจจากกระดานดำ และสำหรับข้อที่นักเรียนส่วนใหญ่ทำผิดครูจะเฉลยวิธีทำพร้อมกับการอธิบายให้นักเรียนได้ตรวจและแก้ไขจากกระดานดำ เมื่อสอนจบเนื้อหาในแต่ละบทแล้วครูทำการทดสอบประจำบทนั้นๆ แต่ก็มีบางครั้งและครูบางคนที่ไม่ได้ทำการทดสอบประจำบท

สำหรับการสอนซ่อมเสริมความรู้พื้นฐานนั้นนักเรียนมีความคิดเห็นว่า ครูควรสอนซ่อมเสริมความรู้พื้นฐานให้แก่นักเรียนก่อนที่จะสอนเนื้อหาใหม่ทุกครั้ง ซึ่งในการสอนซ่อมเสริมความรู้พื้นฐานนั้นนักเรียนเห็นด้วยที่จะให้ใช้ชุดการเรียนด้วยตนเอง แต่ควรมีคะแนนให้นักเรียนเพื่อเป็นการกระตุ้นความสนใจของนักเรียนด้วย

1.2.2 ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนครูจัดกิจกรรมให้นักเรียนปฏิบัติในชั้นเรียนน้อยมาก มีการจัดบ้างเป็นครั้งคราวซึ่งได้แก่กิจกรรมการให้นักเรียนทำโจทย์แบบฝึกหัดในห้องเรียนเป็นรายบุคคลหรือโดยการปรึกษากันเป็นกลุ่มแล้วให้ตัวแทนไปทำโจทย์บนกระดานดำ ซึ่งกิจกรรมเหล่านี้เป็นกิจกรรมที่นักเรียนมีความพึงพอใจพอสมควร ทำให้บรรยากาศในการเรียนการสอนดีขึ้น แต่ในขณะเดียวกันถ้าครูบังคับให้นักเรียนออกไปทำโจทย์บนกระดานดำนักเรียนที่ถูกบังคับจะมีความรู้สึกที่ไม่ดีต่อครูผู้สอน

สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนั้นนักเรียนมีความคิดเห็นว่า ถ้าครูได้จัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ปฏิบัติในชั้นเรียนขึ้นจะทำให้นักเรียนมีความสนใจในการเรียนสูงขึ้นและสามารถแก้ปัญหาความเบื่อหน่ายต่อการเรียนของนักเรียนได้ ด้วย และในขณะเดียวกันนักเรียนมีความคิดเห็นต่อการจัดกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ (cooperative learning) ว่าเป็นกิจกรรมที่มีความเป็นไปได้ และนักเรียนเห็นว่าการให้เพื่อนที่เรียนเก่งอธิบายสิ่งที่นักเรียนไม่เข้าใจจะทำความเข้าใจได้ดีกว่าการถามครูเนื่องจากนักเรียนมีความกล้าที่จะถามเพื่อนมากกว่าถามครู และเพื่อนจะใช้ภาษาที่เข้าใจกันได้ง่ายกว่า

นอกจากนี้เกี่ยวกับการให้การบ้านครูผู้สอนได้มอบหมายการบ้านให้นักเรียนทำทุกครั้งที่เรียน โดยเลือกจากแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนของแต่ละบทเป็นการบ้าน และจะมีโจทย์จากภายนอกเสริมเข้ามาให้นักเรียนได้ทำเพิ่มเติมบ้างเล็กน้อยในบางครั้งเท่านั้น แต่ในขณะเดียวกันครูบางคนไม่ได้มอบหมายการบ้านให้นักเรียนได้ทำเลย แต่จะใช้วิธีการนำโจทย์แบบฝึกหัดท้ายบทมาทำบนกระดานดำพร้อมกับการถามตอบนักเรียนในเวลาเรียนแทน ถ้านักเรียนคนใดสนใจที่จะทำแบบฝึกหัดก็ให้เลือกทำเองตามความสนใจของแต่ละคน สำหรับระดับความยากง่ายของการบ้านที่ครูมอบหมายให้นักเรียนทำนั้นนักเรียนเห็นว่าความยากง่ายของการบ้านอยู่ในระดับปานกลาง และสอดคล้องกับเนื้อหาที่เรียน

สำหรับการตรวจการบ้านของนักเรียนนั้นเนื่องจากครูมีภาระในการสอนมากหลายห้องเรียนและหลายคาบต่อสัปดาห์จึงไม่มีเวลาในการตรวจการบ้านให้นักเรียนทุกคนและทุกครั้งที่ทำส่งแต่ครูใช้วิธีการลงชื่อกำกับไว้ในสมุดแบบฝึกหัดของนักเรียนทุกครั้งที่ทำการบ้านส่งและให้คะแนนเก็บจากการบ้านของนักเรียนทุกครั้งที่ทำส่งโดยจะให้คะแนนไม่แตกต่างกันไม่ว่านักเรียนจะทำการบ้านได้ถูกต้องหรือไม่ก็ตาม แต่ยกเว้นกรณีที่นักเรียนลอกการบ้านส่งครูจะหักคะแนนเก็บออกบ้างเป็นบางส่วน และในขณะเดียวกันสำหรับครูที่ไม่ได้มอบหมายการบ้านให้นักเรียนทำเลยก็จะไม่มีการเก็บคะแนนจากส่วนนี้ สำหรับการบ้านที่ครูไม่ได้ตรวจให้นักเรียนนั้นครูใช้วิธีการเฉลยคำตอบให้นักเรียนตรวจจากกระดานดำ และสำหรับข้อที่นักเรียนส่วนใหญ่ทำ

ผิดหรือนักเรียนต้องการให้เฉลยวิธีทำครูก็จะเฉลยวิธีทำพร้อมกับการอธิบายให้นักเรียนได้ตรวจและแก้ไขจากกระดานดำ

สำหรับการให้การบ้านนั้นนักเรียนมีความคิดเห็นว่า ครูควรกำหนดการบ้านให้นักเรียนได้ทำด้วยเพื่อทบทวนในสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปแล้ว และควรทำในลักษณะของเอกสารแบบฝึกหัดเป็นแผ่นๆ เพื่อให้ครูตรวจและเก็บคะแนนได้สะดวก และนอกจากนี้นักเรียนยังมีความเห็นว่าครูควรตรวจการบ้านให้นักเรียนบ้างไม่ใช่เพียงแค่ลงชื่อกำกับไว้เท่านั้นเพราะว่าการตรวจการบ้านให้นักเรียนนั้นจะทำให้นักเรียนมีกำลังใจและแรงจูงใจที่จะเรียนรู้ได้สูงขึ้น

1.2.3 ด้านเทคนิคการสอน วิธีสอน พฤติกรรมการสอนและเจตคติของครู จากการศึกษาเกี่ยวกับเทคนิคการสอนและวิธีสอนของครูพบว่า โดยปกติแล้วครูมักใช้วิธีการสอนแบบบรรยายตามหนังสือเรียนเป็นหลัก โดยการยกตัวอย่างจากหนังสือเรียนมาอธิบายบนกระดานดำ หลังจากนั้นจะให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด และให้โจทย์แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนไปเป็นการบ้าน ซึ่งการที่ครูสอนโดยวิธีการอธิบายตามตัวอย่างในหนังสือเรียนนี้นักเรียนเห็นว่าเป็นวิธีการที่น่าเบื่อมาก

ด้านพฤติกรรมการสอนของครูนักเรียนมีความคิดเห็นว่าครูบางคนสอนดีบางคนสอนไม่ดี ซึ่งโดยปกติครูไม่ได้เข้มงวดกับนักเรียนมากนักไม่ว่าจะเป็นในชั้นเรียนหรือเกี่ยวกับการทำการบ้าน ในการสอนครูมักจะสนใจเฉพาะนักเรียนกลุ่มที่ตั้งใจเรียนหรือนักเรียนกลุ่มเก่งซึ่งมักจะนั่งด้านหน้าของชั้นเรียนเป็นหลัก ไม่ได้ให้ความสนใจกับนักเรียนทั่วทั้งห้องเรียน และไม่ได้คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล เช่นในการสอนสาขาวิชาช่างที่ครูคิดว่านักเรียนส่วนใหญ่เป็นนักเรียนเก่ง ครูจะสอนโดยยึดนักเรียนกลุ่มเก่งเป็นหลักไม่ได้ให้ความสนใจกับนักเรียนกลุ่มอ่อนเท่าที่ควร หรือแม้กระทั่งการถามตอบเป็นรายบุคคลในชั้นเรียนถ้านักเรียนตอบคำถามของครูผิด ครูบางคนจะไม่อธิบายให้นักเรียนคนที่ตอบผิดรู้ว่าผิดอย่างไร แต่จะอธิบายนักเรียนทุกคนบนกระดานดำโดยที่ไม่ได้สนใจว่านักเรียนคนที่ตอบผิดนั้นเข้าใจหรือไม่ ซึ่งถ้าครูเห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจแล้วก็จะผ่านไปเลย ในการเรียนนักเรียนที่ไม่เข้าใจจะรู้สึกว่าครูอธิบายสับสนไม่เป็นขั้นเป็นตอน

การสอนแต่ละเนื้อหาครูไม่ได้ตรวจสอบสภาพความรู้พื้นฐานที่แท้จริงของนักเรียนในแต่ละสาขาวิชา ไม่ได้มีการสอนซ่อมเสริมความรู้พื้นฐานของนักเรียนก่อนสอน และนักเรียนเห็นว่าครูดำเนินการสอนเร็วเพื่อให้จบทันเวลาโดยเฉพาะเมื่อใกล้สิ้นภาคเรียน ทำให้นักเรียนตามบทเรียนไม่ทัน ซึ่งสาเหตุหนึ่งของการสอนไม่ทันเวลาเนื่องมาจากเนื้อหาที่เรียนมีมากเกินไป

ด้านความตั้งใจต่อการสอนของครู นักเรียนมีความคิดเห็นว่าครูบางคนตั้งใจสอนดี แต่บางคนไม่ได้มีความตั้งใจที่จะสอนให้เต็มที่ ไม่ได้เอาใจใส่ต่อการสอนมากนัก ไม่ได้เตรียมการสอนมาล่วงหน้า บางคนเข้าห้องสอนไม่ตรงต่อเวลาโดยเฉพาะในคาบแรก บางครั้งก็สอนไม่เต็มเวลา และในบางครั้งครูมีกิจธุระไม่ได้เข้าสอนในคาบปกติตามตารางสอนและในภายหลังครูก็ไม่ได้หาเวลามาสอนชดเชยให้นักเรียน ทำให้ต้องรีบเร่งสอนในภายหลังจึงทำให้นักเรียนตามบทเรียนไม่ทัน และสำหรับการควบคุมอารมณ์ของครูในบางครั้งนักเรียนเห็นว่าครูจะใช้อารมณ์โดยไม่มีเหตุผล ชอบดุและขู่นักเรียนในบางครั้ง

ด้านการควบคุมชั้นเรียน นักเรียนมีความคิดเห็นว่าครูบางคนเข้มงวดกับนักเรียนมากเกินไป แต่ในขณะเดียวกันครูบางคนก็ไม่ได้สนใจนักเรียนเท่าที่ควร เช่นครูบางคนจะลงโทษนักเรียนที่คุยกันในขณะเรียนหรือไม่สนใจในการเรียนโดยการให้ออกไปนั่งทำโจทย์นอกห้องเรียน ถ้านักเรียนทำโจทย์ได้ก็อนุญาตให้เข้ามานั่งเรียนในห้องเรียนตามปกติ หรือในบางครั้งอาจให้ออกไปทำโจทย์บนกระดานดำ หรือในบางครั้งถ้านักเรียนไม่สนใจเรียนครูอาจหักคะแนนคุณธรรม หรือในบางครั้งอาจว่ากล่าวตักเตือนและในบางครั้งอาจจะให้ออกจากห้องเรียนไปบ้าง ในบางครั้งสำหรับครูบางคนถ้านักเรียนทำโจทย์ไม่ได้ครูจะลงโทษโดยการให้นักเรียนยืนในช่วงเวลาหนึ่ง ในขณะที่ครูบางคนก็ไม่ได้สนใจถึงพฤติกรรมที่ไม่พึงประสงค์ของนักเรียนเลยไม่ว่านักเรียนจะตั้งใจเรียนหรือไม่ตั้งใจเรียนก็ตาม สำหรับการเสริมแรงทางบวกนั้นครูจะให้การเสริมแรงในกรณีที่นักเรียนทำโจทย์ถูกต้องบ้างเป็นบางครั้งบางคราวเท่านั้นโดยการบอกนักเรียนว่าถูกต้อง ซึ่งเกี่ยวกับการเสริมแรงนี้นักเรียนมีความคิดเห็นว่าครูควรให้กำลังใจหรือให้คำชมเชยนักเรียนบ้างในกรณีที่นักเรียนตอบคำถามหรือทำโจทย์ได้ถูกต้อง และในกรณีที่นักเรียนตอบคำถามผิดหรือทำโจทย์ผิดครูไม่ควรตำหนิหรือดูถูกนักเรียนหรือทำให้นักเรียนหมดกำลังใจ แต่ควรที่จะอธิบายแก้ไขในประเด็นที่นักเรียนทำผิดด้วย และเกี่ยวกับการควบคุมชั้นเรียนนักเรียนเห็นว่าครูไม่ควรบังคับนักเรียนมากเกินไป ควรให้นักเรียนได้เรียนด้วยความสบายใจเพราะจะทำให้นักเรียนบรรลุผลในการเรียนได้สูงกว่าการถูกบังคับ

การจัดการเรียนการสอนนักเรียนมีความคิดเห็นว่าการที่นักเรียนจะสัมฤทธิ์ผลในการเรียนหรือไม่นั้นขึ้นอยู่กับพฤติกรรมของครูเป็นหลัก ซึ่งพฤติกรรมการสอนที่ไม่ดีในทัศนะของนักเรียนได้แก่ การเข้มงวดกับนักเรียนมากเกินไป ไม่เป็นกันเองกับนักเรียน เตรียมตัวสอนไม่พร้อม นำเฉพาะโจทย์ตัวอย่างในหนังสือเรียนมาสอน ซึ่งแนวทางในการพัฒนาพฤติกรรมการสอนของครูนั้นนักเรียนได้ให้ข้อเสนอแนะไว้ในหลายประเด็นได้แก่

1. ในการสอนอยากให้ครูวางตัวเป็นกันเองกับนักเรียน สอนให้สนุก อารมณ์ดี ไม่เครียดหรืออารมณ์เสียง่าย ซึ่งจะทำให้นักเรียนกล้าถามในสิ่งที่ไม่เข้าใจ

2. ครูควรแสวงหาวิธีการสอนที่ทำให้นักเรียนไม่รู้สึกเบื่อต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งในการสอนนักเรียนจะชอบครูที่มีอารมณ์ดี สอนไม่เครียด อธิบายเป็นขั้นเป็นตอน สอนได้เข้าใจ ไม่สอนโดยการอธิบายตามหนังสือเรียนเป็นหลัก

3. ครูไม่ควรมีอคติต่อนักเรียนในสาขาวิชาใดสาขาวิชาหนึ่งหรือชื่นชอบนักเรียนสาขาวิชาใดสาขาวิชาหนึ่งเป็นพิเศษ ในการสอนควรให้ความสนใจกับนักเรียนทุกคนอย่างเท่าเทียมกันไม่ว่าจะเป็นนักเรียนกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน และในการลงโทษนักเรียนไม่ควรลงโทษโดยการประจานนักเรียนหน้าชั้นเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดอคติต่อครู

4. ครูควรสอนซ่อมเสริมความรู้พื้นฐานให้แก่นักเรียนก่อนที่จะสอนเนื้อหาใหม่ และวิธีการสอนซ่อมเสริมควรใช้เป็นชุดการเรียนด้วยตนเองเนื่องจากไม่ต้องเสียเวลาในคาบเรียนมากนัก

5. ในกรณีที่คาบเรียนต่อเนื่อง 2 คาบ ครูควรที่จะให้นักเรียนได้พักระหว่างคาบเรียนเพื่อเปลี่ยนอริยาบทบ้าง เนื่องจากในการเรียน 2 คาบต่อเนื่องพอเริ่มเรียนคาบเรียนที่ 2 นักเรียนจะรู้สึกเบื่อและเครียด ไม่ค่อยสนใจในการเรียนต่อไปอีกแล้ว

6. นักเรียนอยากให้ครูสอนเป็นขั้นเป็นตอน และสอนช้า ๆในจุดที่ยาก ๆ และควรให้ความสนใจกับนักเรียนทั่วทั้งห้องเรียน ไม่ใช่สนใจเฉพาะนักเรียนที่นั่งด้านหน้าของชั้นเรียนเพียงกลุ่มเดียวเท่านั้น ควรสนใจนักเรียนที่นั่งด้านหลังของชั้นเรียนบ้าง และครูบางคนเสียงเบาพูดไม่ค่อยได้ยินควรปรับเสียงให้ดังขึ้น

7. นักเรียนเห็นว่าในการสอนครูไม่ควรมุ่งเพื่อที่จะสอนให้จบหลักสูตรแต่เพียงอย่างเดียว แต่ควรที่จะสนใจถึงความเข้าใจของนักเรียนเป็นสำคัญ

8. ครูควรสอนเทคนิคในการทำโจทย์ต่าง ๆ และแนวคิดวิธีลัดให้นักเรียน

9. ครูควรเข้าสอนให้ตรงเวลา

1.2.4 ด้านเทคนิคการสอน วิธีสอน และพฤติกรรมการสอนการแก้โจทย์ปัญหาของครู จากการศึกษาเกี่ยวกับเทคนิคการสอน วิธีสอน และพฤติกรรมการสอนการแก้โจทย์ปัญหาของครูพบว่าครูจะยกโจทย์ปัญหาจากตัวอย่างในหนังสือเรียนที่ไม่ยากหรือวิธีทำที่ยาวหรือซับซ้อนเกินไปมาเป็นตัวอย่างอธิบายบนกระดานดำ ซึ่งครูบางคนจะอธิบายวิธีทำตามตัวอย่างในหนังสือเรียน ไม่ได้อธิบายถึงวิธีการเขียนสมการว่าเขียนมาได้อย่างไร ในขณะที่ครูบางคนอธิบายถึงวิธีการเขียนสมการว่าเขียนมาได้อย่างไรตามตัวอย่างในหนังสือเรียน แต่ไม่ได้ฝึกให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์และเขียนสมการเอง ในการอธิบายตัวอย่างส่วนมากครูมักจะใช้วิธีการถามตอบ ซึ่งในการตอบคำถามนักเรียนมักจะดูคำตอบมาจากตัวอย่างในหนังสือเรียนเพื่อตอบคำถามครูแทนที่จะคิดด้วยตนเอง แต่ก็มีครูเพียงบางคนเท่านั้นที่สอนให้นักเรียนได้ฝึกวิเคราะห์โจทย์

และสร้างความสัมพันธ์จากโจทย์ด้วยตนเอง หรือในบางครั้งครูจะร่วมกันวิเคราะห์โจทย์กับนักเรียน โดยครูฝึกให้นักเรียนได้หาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ถาม และหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ถาม ซึ่งนักเรียนเห็นว่าเป็นวิธีการที่ดีและทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ ในขณะที่ครูบางคนให้นักเรียนหาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ถาม แล้วครูจึงเขียนสมการและอธิบายให้นักเรียนเห็นว่าเขียนสมการได้อย่างไรโดยไม่ได้ฝึกให้นักเรียนได้เขียนสมการด้วยตนเอง ซึ่งวิธีการนี้นักเรียนเห็นว่าเป็นวิธีการที่ทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่มีลักษณะเช่นเดียวกับโจทย์ตัวอย่างได้ แต่ไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาที่แตกต่างไปจากตัวอย่างได้ และครูบางคนได้ให้นักเรียนทั้งชั้นฝึกเขียนสมการจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ ซึ่งจะพบว่ามีเพียงนักเรียนกลุ่มเก่งเท่านั้นที่สามารถเขียนสมการได้

สำหรับเทคนิคการสอน วิธีสอน และพฤติกรรมการสอนการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนมีความคิดเห็นว่าวิธีการสอนที่ครูเน้นให้นักเรียนได้วิเคราะห์โจทย์ปัญหาด้วยตนเอง ครูร่วมกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหากับนักเรียน หรือให้นักเรียนได้ร่วมกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหา เป็นวิธีการสอนที่ดีกว่าการที่ครูนำโจทย์ปัญหามาเขียนแสดงวิธีทำตามหนังสือเรียนบนกระดานดำแล้วอธิบายให้นักเรียนฟังตามที่เขียนว่าทำอย่างไร นักเรียนมีความคิดเห็นว่าวิธีการที่จะทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้นั้นครูควรสอนวิธีคิดแก้โจทย์ปัญหาหลาย ๆ วิธี สอนหลักการคิดแก้โจทย์ปัญหาแต่ละข้อให้เป็นตัวอย่าง เน้นวิธีการคิดแก้โจทย์ปัญหามากกว่าการทำความเข้าใจกับวิธีการทำโจทย์ปัญหาในตัวอย่างต่าง ๆ และนอกจากนี้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นเพิ่มเติมว่าในการสอนให้นักเรียนคิดวิเคราะห์โจทย์ปัญหานั้น ครูไม่ควรที่จะเคร่งเครียดเกินไป ไม่เข้มงวดเกินไป ให้สอนแบบเป็นกันเอง แต่ก็ไม่ควรปล่อยนักเรียนจนเกินไป

1.3 ด้านพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน

จากการศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนจะนำเสนอผลของการศึกษาเป็นด้าน ๆ ดังต่อไปนี้

1.3.1 ด้านพฤติกรรมการเรียนโดยทั่วไปของนักเรียน

1.3.2 ด้านสภาพปัญหาในการเรียนและสาเหตุของปัญหา

1.3.3 ด้านขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา สภาพปัญหาและสาเหตุของปัญหาในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน

1.3.1 ด้านพฤติกรรมการเรียนโดยทั่วไปของนักเรียน จากการศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนโดยทั่วไปของนักเรียนพบว่านักเรียนส่วนมากจะตั้งใจเรียน โดยเฉพาะนักเรียนที่นั่งด้านหน้าของชั้นเรียน สำหรับนักเรียนที่นั่งด้านหลังชั้นเรียนส่วนมากจะเป็นนักเรียนกลุ่มอ่อนซึ่งมักจะไม่ค่อยตั้งใจเรียน ไม่ได้สนใจการเรียนอย่างต่อเนื่อง ฟังครูสอนบ้างไม่ฟังบ้าง คุยกับ

เพื่อนในขณะที่ครูสอนบ้าง นั่งหลับบ้างและบางคนเข้ามานั่งในชั้นเรียนเพียงเพื่อให้หมดเวลาไปวันหนึ่ง ๆ เท่านั้น ส่วนนักเรียนที่นั่งใกล้หน้าต่างมักจะชอบมองไปนอกหน้าต่างเสมอเนื่องจากอาคารเรียนอยู่ติดรั้วของวิทยาลัยใกล้ร้านอาหารนอกวิทยาลัยและสาเหตุส่วนหนึ่งเนื่องจากนักเรียนเบื่อบทเรียนในชั้นเรียนด้วย ด้านการเรียนถ้านักเรียนไม่เข้าใจสิ่งที่ครูสอนนักเรียนจะไม่กล้าถามหรือไม่กล้าบอกครูว่าไม่เข้าใจตรงส่วนไหนของบทเรียน เนื่องจากนักเรียนไม่ทราบว่าจะตั้งคำถามถามครูว่าอย่างไร จึงทำให้ครูจบเนื้อหาเรื่องนั้นไปทั้ง ๆ ที่นักเรียนยังไม่เข้าใจ สำหรับนักเรียนกลุ่มอ่อนที่สนใจในการเรียนก็มักจะถามสิ่งที่ไม่เข้าใจจากเพื่อนซึ่งบางครั้งเพื่อนสามารถอธิบายให้เข้าใจได้แต่ในบางครั้งก็ไม่สามารถที่จะอธิบายให้เข้าใจได้ โดยปกตินักเรียนมักจะให้เพื่อนอธิบายสิ่งที่ไม่เข้าใจให้ในช่วงเวลาใกล้เวลาสอบ หรือใกล้กำหนดส่งงาน หรือหลังจากการทดสอบในแต่ละครั้ง หรือเมื่อทำการบ้านไม่ได้ ซึ่งนักเรียนเห็นว่าการถามจากเพื่อนจะทำให้เข้าใจได้ง่ายและเป็นกันเองกว่าการถามครู ส่วนนักเรียนกลุ่มเก่งถ้าเรียนไม่เข้าใจจะถามครู สำหรับการเตรียมตัวในการทดสอบนักเรียนจะทบทวนด้วยตนเองหรืออาจจะทบทวนร่วมกับเพื่อน ๆ เป็นกลุ่มบ้าง

ด้านพฤติกรรมการทำการบ้านของนักเรียนพบว่านักเรียนมักจะลอกการบ้านจากเพื่อน โดยไม่ได้ทำความเข้าใจก่อนลอกเพียงแต่ต้องการลอกให้เสร็จทันกำหนดส่งเท่านั้น และในขณะเดียวกันนักเรียนบางคนก็ไม่เคยทำการบ้านเลย สำหรับการตรวจการบ้านของนักเรียนนั้นส่วนมากครูมักจะใช้วิธีการเฉลยวิธีทำให้นักเรียนตรวจจากกระดานดำซึ่งนักเรียนจะตรวจว่าเหมือนหรือต่างจากที่ครูเฉลย ถ้าต่างกันนักเรียนจะลอกจากที่ครูเฉลยบนกระดานดำแทน ด้านความคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับการบ้านนักเรียนเห็นว่าการบ้านมีประโยชน์ แต่นักเรียนเห็นว่าตัวเองไม่ค่อยจะได้รับประโยชน์จากการบ้านเท่าที่ควรเนื่องจากไม่ค่อยได้ฝึกฝนทำการบ้านด้วยตนเอง

ด้านเจตคติของนักเรียนพบว่านักเรียนมีความรู้สึกเบื่อวิชาคณิตศาสตร์ทั้ง ๆ ที่เห็นว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในทางช่าง ซึ่งนักเรียนเห็นว่าครูมีส่วนในการทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีหรือไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้วย ด้านเจตคติของนักเรียนต่อครูผู้สอนพบว่านักเรียนจะรู้สึกกลัวครูบางคน รู้สึกเบื่อครูบางคน นักเรียนจะไม่ชอบครูที่ดุนักเรียนบ่อย ๆ หรือครูที่ชอบใช้อารมณ์อย่างไม่มีเหตุผล นักเรียนจะไม่ชอบครูที่สอนไม่เข้าใจ บังคับนักเรียนมากเกินไป สนใจเฉพาะนักเรียนที่ตั้งใจเรียนไม่สนใจนักเรียนทั้งชั้นเรียน และในด้านเจตคติของนักเรียนต่อโจทย์ปัญหาพบว่านักเรียนจะไม่ชอบโจทย์ปัญหา นักเรียนทำโจทย์ปัญหาแล้วจะรู้สึกท้อแท้ เบื่อหน่ายไม่อยากทำ นักเรียนจะชอบการแก้สมการมากกว่าการแก้โจทย์ปัญหาสมการ และโดยเฉพาะโจทย์ปัญหาที่เป็นโจทย์ยาว ๆ นักเรียนจะไม่ชอบเลย เนื่องจากทำความเข้าใจยากซับซ้อน แต่

อย่างไรก็ตามนักเรียนมีความต้องการที่จะพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของตนเอง และเห็นว่านักเรียนทุกคนควรที่จะมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาให้ได้

1.3.2 ด้านสภาพปัญหาในการเรียนและสาเหตุของปัญหาในการเรียนของนักเรียน จากการศึกษาเกี่ยวกับสภาพปัญหาในการเรียนและสาเหตุของปัญหาในการเรียนของนักเรียน นักเรียนมีความคิดเห็นว่าสาเหตุที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำนั้นขึ้นอยู่กับตัวนักเรียนและครูผู้สอน ในด้านของตัวนักเรียนเองนักเรียนมีความคิดเห็นว่าสาเหตุเนื่องมาจากนักเรียนไม่ได้สนใจเรียน ขี้เกียจ และไม่ได้ตั้งใจเรียนอย่างจริงจัง มีเจตคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์และครูผู้สอน ไม่เข้าใจบทเรียน ไม่กล้าถามครูเมื่อไม่เข้าใจบทเรียน และในบางครั้งเมื่อนักเรียนถามครูแล้วครูอธิบายก็ยังไม่เข้าใจจึงทำให้เบื่อไม่อยากเรียน ในบางครั้งนักเรียนฟังครูอธิบายในชั้นเรียนเข้าใจแต่ก็ไม่สามารถที่จะแก้โจทย์ได้ ซึ่งนักเรียนเห็นว่าเป็นเพราะครูสอนใช้ตัวอย่างง่าย ๆ แต่โจทย์ที่ให้นักเรียนทำเป็นโจทย์ที่ยาก และสาเหตุที่ทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ได้แก่ นักเรียนมีเจตคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์มาตั้งแต่ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น นักเรียนแก้โจทย์โดยเฉพาะโจทย์ปัญหาไม่ได้ ในด้านของครูผู้สอนนักเรียนเห็นว่าครูสอนไม่ดี ไม่น่าสนใจ นักเรียนจึงคุยกับเพื่อนมากกว่าการสนใจบทเรียน และการที่นักเรียนมีเจตคติที่ไม่ดีต่อครูนั้นเนื่องมาจากพฤติกรรมการสอนของครูที่นักเรียนไม่ชอบ เช่น การเข้มงวดกับนักเรียนมากเกินไป ไม่เป็นกันเองกับนักเรียน เตรียมการสอนไม่พร้อม

ด้านเกี่ยวกับการบ้านนักเรียนมีความคิดเห็นว่าการที่นักเรียนไม่ทำการบ้านหรือลอกการบ้านเพื่อนนั้นเนื่องมาจากนักเรียนทำโจทย์การบ้านไม่ได้ ไม่มีที่ปรึกษา ทำไม่ทันเวลาที่กำหนดส่ง ขี้เกียจ ต้องทำการบ้านวิชาอื่นด้วย และอีกส่วนหนึ่งเนื่องมาจากครูให้ทำแบบฝึกหัดจากหนังสือเรียนแต่นักเรียนบางคนไม่มีหนังสือเรียนจึงไม่ได้ทำการบ้าน

ด้านของความรู้พื้นฐานนักเรียนจะมีปัญหาเกี่ยวกับความแตกต่างของความรู้พื้นฐาน บกพร่องในความรู้พื้นฐาน จึงทำให้มีปัญหาเรียนไม่ทันเพื่อนร่วมชั้น ซึ่งนักเรียนบางคนเห็นว่าตัวนักเรียนเองมีปัญหาในความรู้พื้นฐานเพราะว่าผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นอยู่ในระดับต่ำ แต่นักเรียนบางคนเห็นว่าตัวเองไม่มีปัญหาในความรู้พื้นฐานเนื่องจากผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นอยู่ในระดับดี แต่เมื่อมาเรียนในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลับต่ำลง สำหรับความรู้พื้นฐานที่นักเรียนบกพร่องได้แก่ การแยกตัวประกอบ การใช้สมบัติของการเท่ากันในการหาคำตอบของสมการ และการแก้สมการ

สำหรับสาเหตุของปัญหาในการเรียนในประเด็นอื่น ๆ ได้แก่ นักเรียนไม่ได้ทบทวนบทเรียนที่ได้เรียนไปในแต่ละครั้ง ช่วงเวลาที่ใช้ในการสอนไม่เหมาะสมซึ่งนักเรียนเห็นว่า

ในการจัดตารางสอนควรจัดวิชาคณิตศาสตร์ไว้ในช่วงเวลาเช้าซึ่งเป็นช่วงเวลาที่เหมาะสมสำหรับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มากที่สุด

1.3.3 ด้านขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา สภาพปัญหาและสาเหตุของปัญหาในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน จากการศึกษาเกี่ยวกับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนพบว่า นักเรียนในบางสาขาวิชาจะดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาตามขั้นตอนดังนี้คือ ทำความเข้าใจโจทย์ กำหนดตัวแปร เขียนรูปประกอบ ถ้ามีสูตรนักเรียนจะแทนค่าในสูตร ถ้าไม่มีสูตรนักเรียนจะเขียนสมการ แต่อย่างไรก็ตามนักเรียนจะมีปัญหาในขั้นเขียนสมการมาก ด้านพฤติกรรมการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนโดยปกตินั้นนักเรียนจะพิจารณาว่าเป็นโจทย์ปัญหาที่ง่ายหรือยาก ถ้าเป็นโจทย์ปัญหาที่ง่ายนักเรียนจะคิดหาคำตอบได้แต่จะมีปัญหาในการเขียนแสดงวิธีทำ ถ้าเป็นโจทย์ปัญหาที่ยากนักเรียนมักจะลอกจากเพื่อนหรือบางคนอาจจะไม่ทำเลย

ด้านของสภาพปัญหาและสาเหตุของปัญหาพบว่านักเรียนมีปัญหาในประเด็นต่าง ๆได้แก่ ในการทำความเข้าใจโจทย์นักเรียนบางคนไม่สามารถที่จะบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ถูกต้อง แต่อย่างไรก็ตามนักเรียนส่วนใหญ่สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ถูกต้อง สำหรับปัญหาที่สำคัญในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนคือนักเรียนไม่สามารถสร้างความสัมพันธ์หรือเขียนสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ แต่ก็พอจะมีนักเรียนกลุ่มเก่งที่สามารถเขียนสมการจากโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรได้ ในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนถ้าโจทย์กำหนดสมการหรือสูตรต่าง ๆ มาให้ หรือให้โจทย์ปัญหาที่มีลักษณะเหมือนกับโจทย์ปัญหาที่ครูใช้เป็นตัวอย่างในการสอนแล้วนักเรียนจะสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ สำหรับการแก้สมการนั้นนักเรียนบางส่วนจะมีปัญหาในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร

จากปัญหาที่เกิดขึ้นในการแก้โจทย์ปัญหานักเรียนมีความคิดเห็นว่าสาเหตุที่ไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้เนื่องจากนักเรียนไม่มีวิธีคิด ขาดหลักการคิด ทำให้ไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างไร และนักเรียนไม่สามารถที่จะทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาที่เป็นโจทย์ซับซ้อนหรือโจทย์ที่ยาว ๆ ได้ ซึ่งสาเหตุเหล่านี้นักเรียนเห็นว่าเกิดจากการที่นักเรียนไม่ได้ตั้งใจเรียนและครูสอนไม่เข้าใจ และนอกจากนี้พบว่ามีประเด็นสาเหตุของปัญหาอื่น ๆ ได้แก่ ปัญหาความรู้พื้นฐาน ปัญหาจากการที่ไม่ได้ฝึกการแก้โจทย์ปัญหาบ่อย ๆ และปัญหาศัพท์ทางช่างซึ่งจะเป็นปัญหาบ้างกับนักเรียนในบางสาขาวิชาช่างที่ไม่เคยชินกับคำศัพท์ของสาขาวิชาช่างอื่น แต่ก็เป็นนักเรียนเพียงส่วนน้อยเนื่องจากโดยปกติบทนิยามของศัพท์ทางช่างจะมีอยู่ในหนังสือเรียนแล้ว

1.4 ด้านสื่อการเรียนการสอน

จากการศึกษาพบว่าในการสอนครูไม่ค่อยได้ใช้สื่อการเรียนการสอนมากนัก ซึ่งโดยปกติจะมีเพียงชอลค์ กระดานดำ และหนังสือเรียนเท่านั้นไม่มีเอกสารอื่นประกอบ ในด้านของการใช้เครื่องคิดเลขครูไม่ได้สนับสนุนและแนะนำให้นักเรียนได้ใช้เครื่องคิดเลขในการแก้โจทย์ปัญหา และในการทดสอบแต่ละครั้งครูจะไม่อนุญาตให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขในการทำข้อทดสอบ แต่ในชั้นเรียนครูจะอนุญาตให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขได้ สำหรับการใช้เครื่องคิดเลขนี้จะมีครูเพียงบางคนเท่านั้นที่สนับสนุนให้นักเรียนได้ใช้เครื่องคิดเลขในการทำแบบฝึกหัดด้วย แต่อย่างไรก็ตามนักเรียนส่วนมากมักจะใช้การทดเลขในกระดาษทดแทนการใช้เครื่องคิดเลข

ด้านสื่อการเรียนการสอนนักเรียนมีความคิดเห็นว่าในการสอนครูควรที่จะใช้สื่อการเรียนการสอนที่น่าสนใจ ไม่น่าเบื่อ เข้าใจง่ายและสามารถทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ดียิ่งขึ้นมาประกอบการสอนด้วย สื่อเอกสารที่ใช้ควรจะมีภาพประกอบบ้างเพื่อนักเรียนจะได้ทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น และนอกจากนี้นักเรียนมีความคิดเห็นว่าควรจะมีแผนภาพหรือสูตรประกอบในห้องเรียนด้วย แต่อย่างไรก็ตามนักเรียนได้ให้ความเห็นเพิ่มเติมว่าสื่อการเรียนการสอนไม่ได้เป็นปัจจัยหลักที่จะทำให้นักเรียนสัมฤทธิ์ผลในการเรียนหรือไม่ แต่ปัจจัยหลักนั้นนักเรียนเห็นว่าขึ้นอยู่กับพฤติกรรมการสอนของครูเป็นสำคัญ

ด้านของโจทย์ปัญหาครูผู้สอนจะใช้โจทย์ปัญหาจากหนังสือเรียน ซึ่งลักษณะโจทย์จะเป็นโจทย์ที่แตกต่างกันไป มีทั้งโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับทางช่างไฟฟ้ากำลัง ช่างอิเล็กทรอนิกส์ ช่างก่อสร้าง และช่างกลโรงงาน ซึ่งนักเรียนเห็นว่าเป็นโจทย์ที่น่าสนใจพอสมควร แต่อย่างไรก็ตามนักเรียนเห็นว่าครูควรที่จะจัดหาโจทย์มาเพิ่มเติมจากโจทย์ในหนังสือเรียนด้วย โดยไม่จำเป็นต้องเป็นโจทย์ที่เกี่ยวกับสาขาวิชาช่างของนักเรียนเท่านั้น ควรเป็นโจทย์ที่หลากหลายใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันและทางช่างได้ แต่อย่างไรก็ตามนักเรียนมักจะชอบโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับสาขาวิชาช่างของตนเองมากกว่า

1.5 ด้านการวัดผลและประเมินผล

จากการศึกษาเกี่ยวกับการวัดผลและประเมินผลพบว่า การวัดผลและประเมินผลครูได้แบ่งคะแนนออกเป็น 2 ส่วนตามวิธีการประเมินผลของวิทยาลัยคือแบ่งเป็นคะแนนคุณธรรม 20 คะแนนและคะแนนวิชาการ 80 คะแนน โดยแบ่งคะแนนวิชาการเป็นคะแนนสอบปลายภาค 40 คะแนน คะแนนระหว่างภาคเรียน 40 คะแนน ส่วนคะแนนคุณธรรมจะเกี่ยวกับเวลาเรียนและการแต่งกายของนักเรียน ซึ่งครูจะหักคะแนนคุณธรรมของนักเรียนจากคะแนนเต็ม 20 คะแนนในกรณีที่นักเรียนแต่งกายไม่ถูกต้อง ไม่ตั้งใจเรียน ขาดเรียน เข้าเรียนไม่ตรงต่อเวลา ซึ่งครูแต่ละคนมีเกณฑ์ในการหักคะแนนแตกต่างกันไป การเก็บคะแนนระหว่างภาคเรียนครูจะใช้

วิธีการทดสอบประจำบทซึ่งครูบางคนทดสอบตอนจบบทเรียนบทเรียนละ 1 ครั้ง บางคนทดสอบครั้งละ 2 หรือ 3 บทเรียน นอกจากคะแนนทดสอบประจำบทแล้วครูเก็บคะแนนจากสมุดแบบฝึกหัดของนักเรียนและจากการทดสอบกลางภาคเรียน แต่อย่างไรก็ตามพบว่าครูบางคนเก็บคะแนนจากการทดสอบประจำบทและการทดสอบกลางภาคเรียนเท่านั้น และในส่วนของกิจกรรมในเวลาเรียนพบว่าครูไม่ได้เก็บคะแนนจากกิจกรรมใด ๆ ในเวลาเรียน สำหรับคะแนนจากการทดสอบในแต่ละครั้งครูได้แจ้งให้นักเรียนทราบทุกครั้งหลังจากตรวจเสร็จ ด้านของเวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบครูกำหนดเวลาให้นักเรียนได้ทำอย่างเหมาะสมแต่สำหรับนักเรียนกลุ่มอ่อนแล้วจะทำไม่ทันเวลา

ด้านของแบบทดสอบได้ใช้แบบทดสอบแบบเลือกตอบในการสอบปลายภาคและกลางภาค ส่วนการทดสอบประจำบทนั้นได้ใช้แบบทดสอบแบบเลือกตอบ แบบเติมคำตอบและแบบแสดงวิธีทำ ซึ่งในการทดสอบประจำบทครูมักใช้แบบทดสอบต่างชุดที่คู่ขนานกันในห้องเรียนเดียวกันเพื่อป้องกันการทุจริตในการสอบของนักเรียน และใช้แบบทดสอบฉบับเดียวกันทั้งห้องเรียนในการสอบปลายภาคและระหว่างภาคเรียน ในวิธีการตรวจข้อสอบแบบแสดงวิธีทำนั้นครูได้ให้คะแนนเป็นตอน ๆ ไป

ด้านพฤติกรรมการทำแบบทดสอบของนักเรียน นักเรียนชอบแบบทดสอบแบบเลือกตอบมากกว่าแบบอื่น ๆ เนื่องจากนักเรียนเข้าใจว่าตนเองสามารถทำข้อสอบได้มากกว่าแบบทดสอบแบบอื่นเพราะว่านักเรียนมีโอกาสเดาคำตอบได้และในบางครั้งนักเรียนมักลอกคำตอบจากเพื่อนได้ง่ายกว่าแบบทดสอบแบบอื่น สำหรับแบบทดสอบแบบวิธีทำนั้นนักเรียนไม่ชอบเพราะว่านักเรียนเขียนแสดงวิธีทำไม่ได้ จึงรู้สึกว่ายากไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นเขียนอย่างไร และบางคนเขียนแสดงวิธีทำออกมาแล้วก็จะไม่มั่นใจว่าตนเองทำได้ถูกต้องหรือไม่ โดยเฉพาะบางคนจะยึดติดและกังวลเกี่ยวกับรูปแบบกลัวว่าจะไม่เหมือนกับที่ครูสอนเป็นตัวอย่าง และบางคนทำไม่ได้ก็พยายามลอกจากเพื่อนคนเก่งซึ่งบางครั้งก็สามารถลอกได้บ้างเป็นบางข้อบางตอน แต่อย่างไรก็ตามนักเรียนเห็นว่าแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำสามารถวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาได้ดีกว่าแบบทดสอบแบบเลือกตอบเนื่องจากนักเรียนไม่มีโอกาสเดาคำตอบได้

สำหรับปัญหาในการวัดผลและประเมินผลนักเรียนมีปัญหาที่ไม่สามารถจำสูตรหรือกฎหรือสมบัติบางอย่างทางคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ ซึ่งนักเรียนให้ความเห็นว่าในการทดสอบแต่ละครั้งครูควรกำหนดสูตรหรือสมบัติต่าง ๆ ที่ต้องใช้ไว้ให้ด้วย และเกี่ยวกับการเก็บคะแนนระหว่างภาคเรียนนักเรียนมีความคิดเห็นว่าครูเก็บคะแนนระหว่างภาคเรียนน้อยเกินไป ซึ่งนักเรียนเห็นว่าครูควรที่จะเก็บคะแนนระหว่างภาคเรียนให้มากขึ้นแล้วลดคะแนนทดสอบปลายภาคให้น้อยลง โดยให้เก็บคะแนนระหว่างภาคเรียนให้บ่อยครั้งขึ้นอาจจะเป็น

สัปดาห์ละครั้งก็ได้เนื่องจากถ้าเวลาผ่านไปนานแล้วจึงทดสอบครั้งหนึ่งหรือทดสอบครั้งละหลายๆ เนื้อหา ทำให้นักเรียนลืมและสับสน และการเก็บคะแนนแต่ละครั้งไม่ควรเก็บมากเกินไปเนื่องจากถ้าครูเก็บคะแนนครั้งละมาก ๆ ถ้านักเรียนเกิดความผิดพลาดหรือทำข้อสอบไม่ได้หรือบกพร่องในการทดสอบครั้งนั้นจะทำให้นักเรียนหมดกำลังใจ และนอกจากนี้ในการเก็บคะแนนแต่ละครั้งนักเรียนเห็นว่าไม่จำเป็นต้องเป็นคะแนนจากการทดสอบทุกครั้งไปซึ่งอาจจะเก็บจากกิจกรรมต่าง ๆ ก็ได้ สำหรับการแจ้งผลการทดสอบนักเรียนเห็นว่าครูควรแจ้งผลการทดสอบทุกครั้งและเฉลยแบบทดสอบให้นักเรียนด้วย นอกจากนี้ปัญหาอื่น ๆ ที่เกี่ยวกับการวัดผลและประเมินผลได้แก่ การออกข้อสอบเกินจากเนื้อหาที่เรียนหรือเกินไปจากที่ครูสอน

1.6 ด้านสภาพแวดล้อม

นอกจากการศึกษาสภาพปัญหาในด้านต่าง ๆ ดังกล่าวข้างต้นแล้ว ในด้านของสภาพแวดล้อมพบว่าภายในชั้นเรียนมีจำนวนนักเรียนมากเกินไปซึ่งมีจำนวนมากกว่า 40 คน และปัญหาจากสภาพแวดล้อมภายนอกชั้นเรียนพบว่าจะมีปัญหาเกี่ยวกับเสียงดังรบกวนจากรถที่วิ่งผ่านไปมาและเสียงดังจากการก่อสร้างที่ใกล้กับอาคารเรียน

ตอนที่ 2 <u>สภาพการจัดการเรียนการสอนและปัญหาในการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ข้อมูลจากการสัมภาษณ์ระดับลึกจากครูผู้สอน</u>

ในการสัมภาษณ์ครูผู้สอนเกี่ยวกับสภาพการจัดการเรียนการสอนและปัญหาในการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมโดยการสัมภาษณ์ระดับลึกนั้นผู้วิจัยได้สัมภาษณ์ครูผู้สอน 3 ท่าน ซึ่งเป็นครูที่เคยสอนรายวิชาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม 2 และเป็นผู้ที่จะเข้าร่วมในการวิจัยเชิงปฏิบัติการในครั้งนี้ ซึ่งผลการสัมภาษณ์ผู้วิจัยจะได้นำเสนอเป็นด้าน ๆ ดังต่อไปนี้

2.1 ด้านเนื้อหาสาระ

2.2 ด้านพฤติกรรมการสอนของครู

2.3 ด้านพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน

2.4 ด้านสื่อการเรียนการสอน

2.5 ด้านการวัดผลและประเมินผล

ดังรายละเอียดต่อไปนี้

2.1 ด้านเนื้อหาสาระ

จากการศึกษาพบว่าเนื้อหาที่ครูสอนสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละหัวข้อ การจัดลำดับเนื้อหามีการเรียงลำดับเนื้อหาจากง่ายไปยาก ต่อเนื่องและเหมาะสม แต่ครูบางคนมีความคิดเห็นว่าในเรื่องสมการควรเรียงลำดับเนื้อหาใหม่เป็นดังนี้ สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร และสมการกำลังสองตามลำดับ แทนการเรียงลำดับเนื้อหาเดิมในหนังสือเรียนที่เรียงจากเรื่อง สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร สมการกำลังสอง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรตามลำดับ ซึ่งสอดคล้องกับความคิดเห็นของนักเรียนสาขาวิชาช่างไฟฟ้ากำลัง

เมื่อพิจารณาถึงระดับความยากง่ายของเนื้อหาครูเห็นว่าอยู่ในระดับปานกลาง แต่สำหรับเรื่องโจทย์ปัญหาครูเห็นว่าเป็นเรื่องที่ค่อนข้างยากสำหรับนักเรียน ด้านความสอดคล้องระหว่างเวลากับเนื้อหาพบว่าเวลาที่ใช้สอนค่อนข้างน้อยเนื้อหาค่อนข้างมากทำให้ต้องเร่งสอนในบางเรื่อง โดยเฉพาะในเรื่องสมการซึ่งมีเนื้อหาค่อนข้างมาก และครูได้ให้ความเห็นว่าในหลักสูตรใหม่ที่จะใช้ในปีการศึกษา 2539 นั้นได้ลดจำนวนคาบจากหลักสูตรเก่าลงมาจาก 3 คาบต่อสัปดาห์เป็น 2 คาบต่อสัปดาห์โดยที่เนื้อหาคงเดิมซึ่งครูได้ให้ความเห็นว่าน่าจะเกิดปัญหาเกี่ยวกับเวลาที่ใช้ในการสอนโดยอาจจะทำให้สอนไม่ทันตามเวลาในหลักสูตรใหม่ สำหรับในหลักสูตรที่ผ่านมาครูบางคนเห็นว่าเนื้อหาไม่ได้มากเกินไปแต่มีปัญหาที่สภาพของนักเรียนซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่เป็นนักเรียนกลุ่มที่เรียนอ่อน จึงทำให้ต้องใช้เวลาในการสอนและเสียเวลาในการทบทวนมากจึงทำให้สอนไม่ทันตามเวลาที่กำหนดไว้ในหลักสูตร ด้านการนำไปใช้ครูเห็นว่าจากการสอนซึ่งปกติจะสอนตามหนังสือเรียนของสสวท.นั้นเนื้อหาที่สอนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานช่างและชีวิตประจำวันได้เป็นบางเรื่องบางสาขาวิชาเท่านั้น เนื่องจากโจทย์ในหนังสือเรียนนั้นจะเป็นโจทย์ที่เน้นไปทางด้านช่างไฟฟ้ากำลัง ช่างอิเล็กทรอนิกส์ และช่างก่อสร้าง มากกว่าสาขาวิชาช่างอื่น ๆ

2.2 ด้านพฤติกรรมการสอนของครู

จากการศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมการสอนของครูจะนำเสนอผลของการศึกษาเป็นด้าน ๆ ดังต่อไปนี้

2.2.1 ด้านรูปแบบการสอน

2.2.2 ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน

2.2.3 ด้านเทคนิคการสอน วิธีสอน พฤติกรรมการสอนโดยทั่วไปและเจตคติของครู

2.2.4 ด้านเทคนิคการสอน วิธีสอน และพฤติกรรมการสอนการแก้โจทย์ปัญหาของครู

2.2.1 ด้านรูปแบบการสอน ในการดำเนินการสอนครูไม่ได้ทดสอบความรู้พื้นฐานและสอนซ่อมเสริมความรู้พื้นฐานให้นักเรียนโดยตรงเนื่องจากมีเวลาไม่เพียงพอ แต่ในขณะที่ดำเนินการสอนถ้าครูพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในความรู้พื้นฐานที่จะนำมาใช้ในการเรียนเรื่องนั้น ๆ แล้วครูจะสอนซ่อมเสริมความรู้พื้นฐานที่จะใช้ในการเรียนเรื่องนั้น ๆ ให้นักเรียนโดยการอธิบายบนกระดานดำ เช่น ในการสอนเรื่องการแก้สมการกำลังสองครูจะไปทบทวนเรื่องการแยกตัวประกอบให้นักเรียนก่อนสอนเนื้อหาการแก้สมการกำลังสอง แต่อย่างไรก็ตามครูเห็นว่าในการสอนซ่อมเสริมความรู้พื้นฐานนี้จะมีปัญหาเกี่ยวกับเวลาที่ใช้ในการสอนเนื่องจากจะทำให้เวลาที่ใช้ในการสอนเนื้อหาลดน้อยลงไป

ในการสอนในแต่ละภาคเรียนครูจะบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาแต่ละบทอย่างคร่าว ๆ บอกวิธีการวัดผลและประเมินผล บอกสัดส่วนของคะแนนเก็บและเกณฑ์ในการประเมินให้นักเรียนได้ทราบก่อนเรียน แต่ครูบางคนก็ไม่ได้บอกจุดประสงค์ในการเรียนรู้ให้นักเรียนได้ทราบ ในการสอนแต่ละเนื้อหาส่วนมากครูจะใช้วิธีการอธิบายบนกระดานดำเป็นหลัก และในบางครั้งจะมีกิจกรรมให้นักเรียนออกมาทำโจทย์บนกระดานดำบ้าง ก่อนจบการเรียนในชั้นเรียนแต่ละครั้งแล้วครูจะให้โจทย์การบ้านนักเรียนไปทำ ในการตรวจการบ้านนั้นครูไม่มีเวลาสำหรับตรวจการบ้านให้นักเรียนได้ครบทุกครั้งทุกข้อเนื่องจากครูต้องสอนหลายห้องเรียนหลายคาบ ส่วนมากครูใช้วิธีการเฉลยคำตอบและวิธีทำให้นักเรียนได้ตรวจจากกระดานดำแทน แต่ก็มีครูบางคนที่ได้ตรวจการบ้านทุกครั้ง ในการสอนเมื่อสอนจบเนื้อหาในแต่ละบทแล้วครูจะทำการทดสอบประจำบท หรือครูบางคนอาจจะทดสอบครั้งละ 1-2 บทเพื่อเป็นการเก็บคะแนนระหว่างภาคเรียนซึ่งผลในการทดสอบแต่ละครั้งครูจะใช้เป็นคะแนนเก็บระหว่างภาคเรียนแต่ไม่ได้นำผลการทดสอบมาเป็นเครื่องมือในการสอนซ่อมเสริมหรือแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนของนักเรียน

2.2.2 ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนครูจะจัดกิจกรรมให้นักเรียนปฏิบัติในชั้นเรียนน้อยมาก มีการจัดบ้างเป็นครั้งคราวซึ่งได้แก่ กิจกรรมการให้นักเรียนทำโจทย์บนกระดานดำเป็นรายบุคคลบ้าง หรือครูบางคนให้นักเรียนแบ่งกลุ่มทำโจทย์แข่งกันโดยให้แต่ละกลุ่มทำโจทย์ร่วมกันแล้วส่งตัวแทนไปทำโจทย์บนกระดานดำ หรือครูบางคนอาจจะให้นักเรียนร่วมกันคิดแก้โจทย์เป็นกลุ่มกลุ่มละ 3-5 คน โดยเฉพาะในกรณีที่เป็นโจทย์ปัญหาครูจะมอบหมายให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มคิดแก้โจทย์ปัญหาร่วมกัน แล้วครูพิจารณาว่านักเรียนในแต่ละกลุ่มทำได้ถูกต้องหรือไม่ ถ้าครูเห็นว่านักเรียนทำได้ถูกต้องแล้วก็จะให้ส่งตัวแทนของกลุ่มไปแสดงวิธีทำให้เพื่อนดูบนกระดานดำและครูจะอธิบายให้นักเรียนฟังอย่างคร่าว ๆ อีกครั้งหนึ่ง แล้วจึงให้นักเรียนทั้งชั้นลอกลงสมุด

นอกจากนี้ในการให้การบ้านครูได้มอบหมายการบ้านให้นักเรียนทำทุกครั้ง

ที่เรียน โดยจะเลือกจากแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนของแต่ละบทเป็นการบ้าน และในบางครั้งครูบางคนจะมีโจทย์นอกหนังสือเรียนเสริมเข้ามาให้นักเรียนได้ทำเพิ่มเติมด้วย ในการให้การบ้านนักเรียนในแต่ละครั้งครูจะมอบหมายการบ้านให้นักเรียนไม่มากเกินไปโดยจะมอบหมายให้ครั้งละประมาณ 3-5 ข้อที่แตกต่างกันไปซึ่งจะมีทั้งข้อง่ายและข้อยากควบคู่กัน และจะให้สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์ที่เรียนในแต่ละครั้ง

สำหรับการตรวจการบ้านครูจะไม่มีเวลาสำหรับการตรวจการบ้านให้นักเรียนได้ครบทุกข้อทุกครั้งที่นักเรียนทำส่งเนื่องจากครูต้องสอนหลายห้องเรียนหลายคาบ ส่วนมากครูจะใช้วิธีการเฉลยคำตอบและแสดงวิธีทำในข้อที่นักเรียนส่วนใหญ่ทำผิดหรือทำไม่ได้ ให้นักเรียนได้ตรวจจากกระดานดำแทน แต่ก็มีครูบางคนที่ได้ตรวจการบ้านให้นักเรียนทุกครั้งที่ทำส่ง ในกรณีที่ครูไม่ได้ตรวจการบ้านให้นักเรียนนั้นครูจะลงชื่อกำกับไว้ในสมุดแบบฝึกหัดของนักเรียนเพื่อไว้สำหรับตรวจสอบจำนวนครั้งของการส่งการบ้านของนักเรียนแต่ละคนเพื่อสรุปเป็นคะแนนเก็บในส่วนของการบ้านต่อไป

2.2.3 ด้านเทคนิคการสอน วิธีสอน พฤติกรรมการสอนโดยทั่วไปและเจตคติของครู จากการศึกษาเกี่ยวกับเทคนิคการสอนและวิธีสอนของครูพบว่า โดยปกติครูมักจะใช้วิธีการสอนแบบบรรยายตามหนังสือเรียนเป็นหลัก โดยการยกตัวอย่างจากหนังสือเรียนมาอธิบายบนกระดานดำแล้วหลังจากนั้นจะให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดและให้โจทย์แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนไปเป็นการบ้าน หรือในบางครั้งอาจจะให้นักเรียนทำโจทย์แบบฝึกหัดในชั้นเรียนเป็นกลุ่มหรืออาจจะให้นักเรียนทำโจทย์บนกระดานดำ สำหรับการกำหนดจำนวนคาบในการสอนแต่ละเนื้อหาครูจะยึดตามเวลาที่กำหนดไว้ในคู่มือครูเป็นแนวทาง

การสอนบางครั้งครูจะไม่เข้าใจสภาพที่แท้จริงของนักเรียน เช่น บางครั้งครูคิดว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้ที่เคยเรียนมาแล้วอยู่ในระดับที่ดีแล้ว จึงไม่ได้สนใจทบทวนความรู้พื้นฐานให้นักเรียนทั้ง ๆ ที่นักเรียนยังมีปัญหาความรู้พื้นฐานอยู่ หรือบางครั้งครูสังเกตพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนในชั้นเรียนแล้วเห็นว่านักเรียนน่าจะเข้าใจบทเรียนได้ดีแล้วจึงสอนบทเรียนนั้นไปอย่างรวดเร็ว แต่เมื่อทำการทดสอบวัดผลจริง ๆ แล้วก็ปรากฏว่านักเรียนยังทำข้อสอบไม่ได้

ด้านการควบคุมชั้นเรียนและการเสริมแรงนักเรียนพบว่าครูจะลงโทษนักเรียนในกรณีที่นักเรียนมีพฤติกรรมที่ไม่เหมาะสมในชั้นเรียนโดยการว่ากล่าวตักเตือนบ้าง โดยการหักคะแนนคุณธรรมบ้าง หรือในบางครั้งถ้านักเรียนคุยกันในเวลาเรียนครูบางคนจะถามให้นักเรียนตอบบ้าง ให้ทำโจทย์บนกระดานดำบ้าง ครูบางคนให้นักเรียนออกไปจากห้องเรียนและหักคะแนนคุณธรรมครั้งละ 2 คะแนนบ้าง ครูบางคนให้นักเรียนที่ไม่ค่อยสนใจในการเรียนและชอบนั่งด้านหลังชั้นเรียนขึ้นมานั่งด้านหน้าชั้นเรียนบ้าง ในกรณีที่นักเรียนนั่งหลับครูจะให้

นักเรียนออกไปล้างหน้าหรือครูบางคนอาจจะปล่อยให้นักเรียนหลับไปสักพักหนึ่งแล้วจึงให้เพื่อนเรียกขึ้นมา ด้านการเสริมแรงครูไม่ค่อยได้เสริมแรงทางบวกให้นักเรียนมากนัก

ด้านเจตคติของครูต่อนักเรียนพบว่าครูบางคนมีความคิดความรู้สึกต่อนักเรียนในแต่ละสาขาวิชาแต่ละห้องเรียนแตกต่างกันไป ครูบางคนชอบสอนบางสาขาวิชาบางห้องเรียนไม่ชอบสอนบางสาขาวิชาบางห้องเรียนซึ่งขึ้นอยู่กับสภาพของนักเรียนในแต่ละห้องเรียน เช่นในบางสาขาวิชาบางห้องเรียนครูรู้สึกว่านักเรียนเป็นนักเรียนกลุ่มอ่อนไม่ค่อยสนใจเรียน บางสาขาวิชาบางห้องเรียนครูรู้สึกว่านักเรียนมีพฤติกรรมก้าวร้าว ครูจึงไม่ค่อยชอบสอนห้องเรียนเหล่านั้นมากนัก

2.2.4 ด้านเทคนิคการสอน วิธีสอน และพฤติกรรมการสอนการแก้โจทย์ปัญหาของครู จากการศึกษาเกี่ยวกับเทคนิคการสอนวิธีสอนและพฤติกรรมการสอนการแก้โจทย์ปัญหาของครูพบว่า ครูจะสอนโดยการยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาจากตัวอย่างและแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน จากโจทย์ปัญหาที่ง่ายไปยากมาอธิบายบนกระดานดำเป็นตัวอย่างให้นักเรียน ซึ่งวิธีการสอนโดยการยกตัวอย่างโจทย์ปัญหานี้ครูบางคนจะให้นักเรียนอ่านโจทย์แล้วครูสรุปว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ โจทย์ถามหาอะไร และอธิบายแนวทางในการเขียนสมการให้นักเรียนแล้วให้นักเรียนเขียนสมการออกมา ซึ่งพบว่านักเรียนส่วนใหญ่จะเขียนสมการไม่ได้ ครูจึงเขียนสมการและอธิบายให้นักเรียนเองแล้วจึงดำเนินการแก้สมการต่อไปโดยใช้วิธีการถามตอบนักเรียน ส่วนครูบางคนจะตีความจากโจทย์ให้นักเรียนแล้วร่วมกันคิดและเขียนสมการกับนักเรียนโดยใช้วิธีการถามตอบ แต่ก็มีครูบางคนที่สอนโดยการให้นักเรียนได้ฝึกวิเคราะห์โจทย์เอง โดยให้นักเรียนหาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ถาม และเขียนสมการโดยการฝึกให้นักเรียนเขียนสมการจากโจทย์ปัญหาง่าย ๆ ที่เคยเรียนมาแล้วในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นก่อนแล้วจึงเสนอโจทย์ที่ยากขึ้นตามลำดับ เมื่อนักเรียนเขียนสมการได้แล้วจะให้นักเรียนร่วมกันแก้สมการโดยใช้วิธีการถามตอบระหว่างครูกับนักเรียน ในการสอนโดยการใช้วิธีการถามตอบระหว่างครูกับนักเรียนจะพบว่าครูมักจะไม่ค่อยได้ให้เวลาสำหรับการคิดหาคำตอบของนักเรียนเท่าที่ควร กล่าวคือหลังจากครูถามคำถามนักเรียนแล้วถ้าครูเห็นว่านักเรียนไม่ตอบคำถามหรือตอบไม่ได้ครูก็จะบอกคำตอบและแนวคิดให้นักเรียนเลย ในการสอนโจทย์ปัญหาหลังจากครูอธิบายตัวอย่างโจทย์บนกระดานดำให้นักเรียนแล้วครูจะมอบหมายให้นักเรียนฝึกแก้โจทย์ปัญหาจากแบบฝึกหัดโดยให้ทำในห้องเรียนบ้างเป็นการบ้านบ้าง

ด้านยุทธวิธีการแก้โจทย์ปัญหาครูบางคนได้สอนให้นักเรียนใช้วิธีการวาดรูปประกอบบ้าง ครูบางคนได้สอนให้นักเรียนนำตัวแปรไปแทนในโจทย์ปัญหาเป็นตอน ๆ บ้าง แต่อย่างไรก็ตามโดยปกติครูมักจะไม่ค่อยได้สอนยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาให้นักเรียน

ด้านเจตคติของครูต่อการสอนการแก้โจทย์ปัญหาพบว่าครูบางคนไม่ชอบสอนการแก้โจทย์ปัญหาและไม่ชอบแก้โจทย์ปัญหาเนื่องจากครูรู้สึกว่าเป็นเรื่องที่ยาก ในด้านความคิดเห็นของครูต่อแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนนั้นครูเห็นว่าครูเองยังไม่มีแนวคิดและแนวทางในการพัฒนาความสามารถในด้านนี้ของนักเรียนแต่อย่างใด ซึ่งครูบางคนได้เสนอให้สอนการแก้โจทย์ปัญหาให้น้อยลงและวัดผลการแก้โจทย์ปัญหาให้น้อยลงด้วยเพื่อเป็นการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการเรียนการสอนโจทย์ปัญหาที่เกิดขึ้น นอกจากนี้ครูบางคนได้ให้ความคิดเห็นเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนว่าควรที่จะจัดให้มีการสอนซ่อมเสริมความรู้พื้นฐานของนักเรียนก่อน จัดทำสื่อการเรียนการสอนที่ทำให้นักเรียนสามารถเข้าใจบทเรียนได้ง่ายขึ้นเพื่อทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ แต่อย่างไรก็ตามครูมีความคิดเห็นว่าจะมีปัญหาในด้านของเวลาเนื่องจากครูต้องสอนหลายห้องเรียนหลายคาบไม่มีเวลาในการจัดทำสื่อ และในการสอนซ่อมเสริมความรู้พื้นฐานก็จะมีปัญหาเกี่ยวกับเวลาเช่นเดียวกัน เนื่องจากครูเห็นว่าเวลาที่กำหนดให้ในหลักสูตรนั้นน้อยเกินไปโดยเฉพาะในหลักสูตรใหม่ที่จะสอนในปีการศึกษา 2539 นี้

2.3 ด้านพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน

จากการศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนจะนำเสนอผลของการศึกษาเป็นด้าน ๆ ดังต่อไปนี้

2.3.1 พฤติกรรมการเรียนโดยทั่วไปของนักเรียน

2.3..2 สภาพปัญหาและสาเหตุของปัญหาในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน

2.3.1 พฤติกรรมการเรียนโดยทั่วไปของนักเรียน จากการศึกษาพบว่านักเรียนส่วนมากจะตั้งใจเรียน ให้ความร่วมมือกับการทำกิจกรรมในชั้นเรียนเป็นอย่างดี มีปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียนที่ดีกับครูโดยเฉพาะนักเรียนที่นั่งด้านหน้าของชั้นเรียนซึ่งส่วนมากมักจะเป็นนักเรียนกลุ่มเก่งและกลุ่มที่ตั้งใจเรียน สำหรับนักเรียนกลุ่มอ่อนชอบนั่งด้านหลังชั้นเรียนมักจะไม่ค่อยตั้งใจเรียนไม่สนใจการเรียนอย่างต่อเนื่องฟังครูสอนบ้างไม่ฟังบ้าง ไม่จริงจังกับกิจกรรมที่มอบหมายให้ทำคุยกับเพื่อนในขณะที่ครูสอนบ้าง นั่งหลับบ้าง นั่งวาดรูปเล่นบ้าง เอางานวิชาอื่นมาทำบ้าง และนักเรียนบางคนชอบนั่งใกล้หน้าต่างแล้วมักจะชอบมองไปนอกหน้าต่างเสมอ นอกจากนี้พฤติกรรมอื่น ๆ ที่ครูเห็นว่าไม่เหมาะสมสำหรับนักเรียนบางห้องบางคน ได้แก่ความก้าวร้าวของนักเรียน การไม่เชื่อฟังครู การไม่มีปฏิสัมพันธ์กับครูเมื่อครูถามคำถามให้ตอบ เกี่ยวกับบรรยากาศในชั้นเรียนครูเห็นว่านักเรียนบางห้องเรียนจะเรียนอย่างมีความสุขแต่บางห้องเรียนนักเรียนจะมีความเครียดโดยเฉพาะนักเรียนที่เรียนไม่เข้าใจ ในกรณีที่มีการจัดการเรียนการสอน 2 คาบต่อเนื่องนักเรียนจะเริ่มรู้สึกเบื่อและไม่สนใจการเรียนในช่วงของคาบเรียนที่ 2

ด้านพฤติกรรมการทำการบ้านของนักเรียนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่จะทำการบ้านส่งครูโดยเฉพาะนักเรียนกลุ่มเก่งจะทำการบ้านส่งทุกข้อทุกครั้ง แต่ก็มีนักเรียนบางคนไม่ทำการบ้านส่งครูเลย ในการทำการบ้านนักเรียนมักจะลอกการบ้านจากเพื่อนส่งครูโดยเฉพาะนักเรียนกลุ่มอ่อนจะลอกการบ้านจากเพื่อนเป็นประจำ นักเรียนกลุ่มปานกลางจะทำบางส่วนและลอกบางส่วน ซึ่งในการลอกบางครั้งนักเรียนจะลอกมาผิด ๆ โดยไม่ได้พิจารณาหรือทำความเข้าใจก่อนลอก

ด้านเจตคติของนักเรียนพบว่านักเรียนกลุ่มอ่อนจะไม่ชอบวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนกลุ่มเก่งจะสนใจต่อการเรียนดี ด้านเจตคติต่อโจทย์ปัญหาพบว่านักเรียนจะไม่ชอบโจทย์ปัญหาเนื่องจากเห็นว่าเป็นเรื่องที่ยาก โดยทั่วไปในเรื่องสมการนักเรียนจะชอบการแก้สมการมากกว่าการแก้โจทย์ปัญหาสมการ และในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรหรือระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร นักเรียนมักจะชอบใช้ดีเทอร์มินันต์ในการแก้ระบบสมการมากกว่าวิธีการกำจัดตัวแปร ด้านเจตคติของนักเรียนต่อครูผู้สอน ครูส่วนใหญ่เห็นว่านักเรียนมีเจตคติที่ดีกับครูเป็นกันเองกับครู แต่ครูบางคนเห็นว่านักเรียนมีเจตคติที่ไม่ดีต่อครู ซึ่งครูคิดว่าเป็นผลเนื่องมาจากนักเรียนมีเจตคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อนจึงทำให้เกิดเจตคติที่ไม่ดีต่อครูผู้สอนตามมา

2.3.2 สภาพปัญหาและสาเหตุของปัญหาในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน จากการศึกษาความคิดเห็นของครูพบว่า ในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนนักเรียนจะมีปัญหาในประเด็นต่าง ๆ ดังนี้ ขั้นทำความเข้าใจโจทย์นักเรียนกลุ่มอ่อนไม่สามารถทำความเข้าใจโจทย์ได้ ขั้นเขียนสมการถ้าเป็นโจทย์ที่ค่อนข้างง่ายนักเรียนกลุ่มปานกลางจะเขียนสมการได้ แต่ถ้าเป็นโจทย์ระดับปานกลางและยากนักเรียนกลุ่มอ่อนและกลุ่มปานกลางจะเขียนสมการไม่ได้ แต่สำหรับนักเรียนกลุ่มเก่งซึ่งเป็นกลุ่มที่มีจำนวนน้อยมากสามารถเขียนสมการได้ ขั้นการแก้สมการนักเรียนกลุ่มอ่อนจะแก้สมการไม่ได้แต่นักเรียนกลุ่มเก่งและกลุ่มปานกลางจะสามารถแก้สมการได้ และขั้นตรวจสอบคำตอบนั้นนักเรียนมักจะไม่ได้ตรวจสอบคำตอบ นักเรียนมักจะนำค่าตัวแปรที่ได้จากการแก้สมการมาเป็นคำตอบของโจทย์ปัญหา ในการแก้โจทย์ปัญหาครูเห็นว่าประเด็นหลักที่เป็นปัญหาของนักเรียนคือการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาเพื่อเขียนสมการ ซึ่งนักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์เพื่อเขียนสมการได้ แต่ถ้าเป็นโจทย์ปัญหาที่กำหนดสมการมาให้แล้วหรือเป็นโจทย์ปัญหาที่สามารถแก้ได้ด้วยวิธีการแทนค่าลงในสูตรต่าง ๆ แล้วนักเรียนจะสามารถแก้โจทย์ปัญหาเหล่านั้นได้ แต่อย่างไรก็ตามยังพบว่านักเรียนบางส่วนไม่สามารถแก้สมการกำลังสอง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรได้ ในส่วนของปัญหาเกี่ยวกับศัพท์ทางช่างครูเห็นว่าเป็นปัญหาเพียงเล็กน้อย ในด้านของความรู้พื้นฐานพบว่านักเรียนจะบกพร่องในเรื่องการแยกตัว

ประกอบ การใช้สมบัติของการเท่ากันในการหาคำตอบของสมการ การคิดคำนวณ การบวกลบคูณหารจำนวนลบ การแก้สมการ การหา ค.ร.น และการกำจัดตัวแปรในการแก้ระบบสมการ และนอกจากนี้จะพบว่านักเรียนจะมีปัญหาเกี่ยวกับความแตกต่างของความรู้พื้นฐานระหว่างนักเรียนในห้องเรียนเดียวกัน เนื่องจากนักเรียนแต่ละคนมาจากสถานศึกษาในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีสภาพการเรียนการสอนที่แตกต่างกัน

จากสภาพปัญหาที่นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้นั้นเนื่องมาจากสาเหตุหลายประการด้วยกัน ได้แก่ ด้านของครูผู้สอนพบว่าครูไม่มีเทคนิควิธีการสอนที่จะพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนได้ ครูบางคนขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา ไม่ชอบแก้โจทย์ปัญหา และไม่ชอบสอนโจทย์ปัญหาเนื่องจากเห็นว่าเป็นเรื่องที่ยาก ด้านของนักเรียนพบว่านักเรียนไม่มีวิธีคิด ขาดหลักการคิด ทำให้ไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างไร ไม่สามารถคิดวิเคราะห์โจทย์ได้ แต่อย่างไรก็ตามนักเรียนจะสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่คล้ายกับตัวอย่างที่ครูอธิบายได้ แต่ก็ไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาที่แตกต่างจากตัวอย่างได้และในการเขียนแสดงวิธีทำนักเรียนเขียนคำอธิบายในแต่ละบรรทัดไม่ค่อยได้

2.4 ด้านสื่อการเรียนการสอน

จากการศึกษาพบว่าในการสอนครูไม่ค่อยได้ใช้สื่อการเรียนการสอนมากนัก ซึ่งโดยปกติจะมีเพียงชอลค์ กระดานดำ และหนังสือเรียน สำหรับครูบางคนจะเขียนแผ่นโปสเตอร์สรุปสมบัติของเลขยกกำลังปิดไว้ที่ผนังห้องเรียนบ้างเท่านั้น ในด้านของการใช้เครื่องคิดเลขพบว่าครูส่วนใหญ่ไม่ได้สนับสนุนและแนะนำให้นักเรียนได้ใช้เครื่องคิดเลขในการแก้โจทย์ปัญหาจะมีครูเพียงบางคนเท่านั้นที่สนับสนุนให้นักเรียนได้ใช้ และในการทดสอบแต่ละครั้งครูจะไม่อนุญาตให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขในการทำข้อสอบ

สำหรับสื่อการเรียนการสอนครูมีความคิดเห็นว่าถ้าครูมีสื่อที่ดีจะทำให้การเรียนการสอนเป็นไปได้รวดเร็วขึ้นและนักเรียนจะสามารถเข้าใจบทเรียนได้ดีขึ้น แต่จะมีปัญหาเกี่ยวกับการจัดทำสื่อการเรียนการสอนเหล่านั้นเนื่องจากครูไม่มีเวลาและแนวทางในการจัดทำสื่อต่าง ๆ ที่จะนำมาประกอบการเรียนการสอน

ด้านของโจทย์ปัญหาครูใช้โจทย์ปัญหาจากหนังสือเรียนซึ่งลักษณะโจทย์จะเป็นโจทย์ที่แตกต่างกันไป มีทั้งโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับทางช่างไฟฟ้ากำลัง ช่างอิเล็กทรอนิกส์ ช่างก่อสร้าง และช่างกลโรงงาน แต่โจทย์ค่อนข้างจะเน้นหนักไปทางช่างไฟฟ้ากำลังและช่างอิเล็กทรอนิกส์ เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาครูเห็นว่าโจทย์บางข้อเป็นโจทย์ที่ค่อนข้างยาวและนักเรียนบางสาขาวิชาต้องทำโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับสาขาวิชาช่างอื่นด้วยซึ่งเป็นปัญหาสำหรับนักเรียนพอ

สมควร แต่อย่างไรก็ตามครูมีความคิดเห็นว่าลักษณะโจทย์ปัญหาไม่ควรที่จะเป็นโจทย์เฉพาะสาขาวิชาช่างสาขาใดสาขาหนึ่งเท่านั้นแต่ควรที่จะเป็นโจทย์ที่เหมาะสมสำหรับนักเรียนทุกสาขาวิชาช่าง

2.5 ด้านการวัดผลและประเมินผล

จากการศึกษาเกี่ยวกับการวัดผลและประเมิ นผลพบว่า ในการวัดผลและประเมินผลครูจะแบ่งคะแนนออกเป็น 2 ส่วนตามวิธีการประเมินผลของวิทยาลัยคือแบ่งเป็นคะแนนคุณธรรม 20 คะแนนและคะแนนวิชาการ 80 คะแนนจากคะแนนเต็ม 100 คะแนน โดยคะแนนวิชาการจะแบ่งเป็นคะแนนระหว่างภาคเรียน 40 คะแนน คะแนนสอบปลายภาค 40 คะแนน ส่วนคะแนนคุณธรรมจะเกี่ยวกับเวลาเรียนและการแต่งกายของนักเรียน ถ้านักเรียนขาดเรียน เข้าเรียนสายแต่งกายไม่ถูกระเบียบแล้วนักเรียนจะถูกหักคะแนนคุณธรรมครั้งละ 2 คะแนน และในขณะเดียวกันครูบางคนหักคะแนนคุณธรรมเมื่อนักเรียนไม่ตั้งใจเรียนด้วย ในการเก็บคะแนนระหว่างภาคเรียนครูใช้วิธีการทดสอบประจำบทซึ่งครูบางคนทดสอบตอนจบบทเรียนบทเรียนละ 1 ครั้ง หรือถ้าบางบทที่เนื้อหามากครูบางคนจะแบ่งทดสอบเป็นตอน ๆ ไป แต่ในบางครั้งถ้ามีเวลาไม่เพียงพอครูบางคนอาจจะทดสอบรวมครั้งละ2-3 บท นอกจากคะแนนทดสอบแต่ละบทและคะแนนจากการทดสอบกลางภาคเรียนแล้วครูจะเก็บคะแนนจากสมุดแบบฝึกหัดของนักเรียนด้วย ในการให้คะแนนจากสมุดแบบฝึกหัดครูไม่ได้ให้ตามความถูกต้องของการบ้านที่นักเรียนทำส่งเป็นหลักแต่ครูจะพิจารณาจากการทำการบ้านส่งของนักเรียนว่าทำครบตามที่ครูมอบหมายให้ทำหรือไม่ แต่อย่างไรก็ตามครูบางคนก็ไม่ได้นำคะแนนจากแบบฝึกหัดมาเป็นคะแนนเก็บเนื่องจากเห็นว่านักเรียนมักจะลอกการบ้านเพื่อนมาส่งซึ่งทำให้ไม่สามารถวัดความรู้ความเข้าใจของนักเรียนจากการทำการบ้านได้ ดังนั้นครูบางคนจะนำเฉพาะคะแนนทดสอบประจำบทและกลางภาคเรียนเท่านั้นมาเป็นคะแนนเก็บ สำหรับคะแนนจากการทดสอบแต่ละครั้งครูจะแจ้งให้นักเรียนทราบทุกครั้งในช่วง 1 สัปดาห์ถัดไป และจะอธิบายสิ่งที่นักเรียนส่วนใหญ่บกพร่องให้นักเรียนทราบในชั้นเรียน ส่วนของคะแนนเก็บจากการทดสอบแต่ละบทครูแต่ละคนจะกำหนดคะแนนเต็มแตกต่างกันไป ด้านความคิดเห็นของครูเกี่ยวกับการวัดผลนี้ครูเห็นว่าการที่ครูได้ทำการทดสอบย่อยนักเรียนบ่อย ๆ จะทำให้นักเรียนตั้งใจเรียนมากขึ้น

ด้านของแบบทดสอบครูใช้แบบทดสอบแบบเลือกตอบในการสอบปลายภาคและระหว่างภาค ในส่วนของการทดสอบประจำบทนั้นครูจะใช้แบบทดสอบแบบเลือกตอบ แบบเติมคำตอบ และแบบแสดงวิธีทำ ซึ่งในการทดสอบประจำบทในชั้นเรียนแต่ละครั้งนั้นครูมักจะใช้แบบทดสอบคู่ขนานในห้องเรียนเดียวกันเพื่อป้องกันการลอกคำตอบและวิธีทำจากเพื่อน แต่สำหรับการทดสอบปลายภาคและระหว่างภาคเรียนนั้นครูจะใช้แบบทดสอบฉบับเดียวกันทั้งห้อง

เรียนเนื่องจากไม่ต้องการให้เกิดความยุ่งยากสำหรับกรรมการควบคุมห้องสอบคนอื่น ๆ ส่วนของแบบทดสอบที่เกี่ยวกับโจทย์ปัญหานั้นในการทดสอบประจำบทครูจะใช้แบบทดสอบแบบเติมคำตอบและแบบแสดงวิธีทำ ส่วนในการทดสอบปลายภาคครูจะใช้แบบทดสอบแบบเลือกตอบ โดยที่แบบทดสอบแบบเลือกตอบและแบบเติมคำตอบนั้นจะใช้วิธีกำหนดโจทย์ปัญหามาข้อหนึ่งแล้วให้นักเรียนตอบคำถามเป็นตอน ๆ ไป ด้านของการตรวจข้อสอบถ้าเป็นข้อสอบแบบแสดงวิธีทำครูจะตรวจให้คะแนนในข้อสอบเป็นตอน ๆ ไป ซึ่งถ้าครูพบว่านักเรียนทำผิดในขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งแล้วครูจะไม่ตรวจในขั้นตอนที่เหลือให้นักเรียนอีกต่อไป แต่ก็มีครูบางคนที่ทำการตรวจในขั้นตอนต่อไปให้นักเรียนด้วย เช่น ในเรื่องโจทย์ปัญหาสมการถ้านักเรียนเขียนสมการผิดแต่นักเรียนสามารถแก้สมการที่นักเรียนเขียนได้ถูกต้องครูก็จะให้คะแนนในขั้นตอนของการแก้สมการไปบางส่วนจากคะแนนเต็มของขั้นตอนนี้ จากการตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนครูพบว่านักเรียนส่วนมากะแก้โจทย์ปัญหาไม่ค่อยได้ ซึ่งขั้นตอนที่นักเรียนมีปัญหามากที่สุดคือนักเรียนไม่สามารถเขียนสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ และนอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนบางส่วนไม่สามารถแก้สมการได้

ด้านของปัญหาเกี่ยวกับการวัดผลและประเมินผลพบว่านักเรียนบางส่วนมักชอบลอกคำตอบและวิธีทำจากเพื่อน ซึ่งครูได้แก้ปัญหานี้ในการทดสอบประจำบทโดยการใช้แบบทดสอบคู่ขนานในห้องเรียนเดียวกันเพื่อป้องกันการลอกคำตอบและวิธีทำจากเพื่อน ซึ่งพบว่าสามารถป้องกันพฤติกรรมการลอกข้อสอบของนักเรียนได้ผลพอสมควร แต่อย่างไรก็ตามก็ยังมีปัญหาที่นักเรียนในห้องเรียนที่สอบก่อนบางคนจะจำข้อสอบที่ตนเองสอบแล้วไปบอกเพื่อนในห้องเรียนอื่นที่ยังไม่ได้สอบต่อไป และปัญหาของแบบทดสอบที่ใช้วัดนั้นครูก็ไม่มั่นใจว่าเป็นแบบทดสอบที่คู่ขนานกันจริงๆ สำหรับปัญหาอื่น ๆ ที่เกี่ยวกับการวัดผลและประเมินผลได้แก่ ปัญหาในการทำข้อสอบของนักเรียนเนื่องจากนักเรียนบางส่วนไม่ชอบคิดหาคำตอบของโจทย์แต่ชอบใช้วิธีการเดาคำตอบเสียมากกว่า และปัญหาเกี่ยวกับเวลาการตรวจแบบทดสอบของครูเนื่องจากครูต้องสอนนักเรียนจำนวนมากหลายห้องเรียน จึงทำให้ไม่สามารถตรวจแบบทดสอบได้ทัน

บทที่ 5

แนวทางการพัฒนาการเรียนการสอนและการวางแผนการสอน

ข้อสรุปจากการประชุมเชิงปฏิบัติการ

การวิจัยเชิงปฏิบัติการในครั้งนี้ผู้วิจัยได้เลือกนำวิธีการประชุมเชิงปฏิบัติการ เข้ามาเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการวิจัย เนื่องจากการประชุมเชิงปฏิบัติการเปิดโอกาสให้ครูซึ่งเป็นผู้ร่วมการวิจัยได้มีส่วนร่วมในการสร้างเสริมความเข้าใจต่อกฎเกณฑ์และความรู้ต่าง ๆ ร่วมกันซึ่งเป็นสิ่งที่สำคัญสำหรับการปรับปรุงการปฏิบัติการสอน และนอกจากนี้การประชุมเชิงปฏิบัติการยังเปิดโอกาสให้ผู้วิจัยได้สร้างบรรยากาศที่เปิดกว้างและตรงไปตรงมา ซึ่งจะทำให้การปฏิบัติงานของผู้ร่วมการวิจัยสามารถสร้างสรรค์ผลงานกับกลุ่มได้อย่างพินิจพิเคราะห์อีกด้วย (Chuaprapaisilp. 1989 : 153 citing Davis and Callon.1977)

กิจกรรมที่จัดขึ้นในการประชุมเชิงปฏิบัติการในการวิจัยนี้ประกอบด้วยกิจกรรมต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. สะท้อนสภาพและปัญหาในการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมที่ผ่านมาต่อกลุ่มเป็นด้าน ๆ โดยผู้วิจัยนำเสนอข้อสรุปที่ได้จากการวิเคราะห์ข้อมูลของการจัดกลุ่มสนทนาพร้อมด้วยเอกสารสรุป เพื่อต้องการให้ครูที่เข้าร่วมการวิจัยเชิงปฏิบัติการในครั้งนี้ได้เข้าใจถึงสภาพที่แท้จริงของการจัดการเรียนการสอนและปัญหาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมที่ผ่านมา เพื่อเป็นการกระตุ้นและสร้างความตระหนักต่อสภาพปัญหาให้แก่ครูที่เข้าร่วมในการวิจัย

2. ร่วมกันศึกษาและทำความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการจากเอกสารในประเด็นของความเป็นมา ความหมายของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ ความเชื่อพื้นฐานของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ จุดประสงค์ของการวิจัยเชิงปฏิบัติการทางการศึกษา ความแตกต่างระหว่างการวิจัยทางการศึกษากับการวิจัยเชิงปฏิบัติการทางการศึกษา รูปแบบและขั้นตอนของการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการ ตลอดจนแนวทางของการร่วมมือกันระหว่างนักวิจัยกับนักปฏิบัติ และตัวอย่างงานวิจัยเชิงปฏิบัติการทางการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในต่างประเทศ

3. ร่วมกันศึกษาแนวทางการพัฒนาการจัดการเรียนการสอนจากแหล่งวิทยาการที่ผู้วิจัยจัดเตรียมไว้ โดยศึกษาจากแหล่งข้อมูล 2 ด้านต่อไปนี้

3.1 แหล่งวิทยาการด้านบุคคล ซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์ศึกษา ได้แก่ อาจารย์ผู้สอนในระดับอุดมศึกษา 1 ท่าน และศึกษานิเทศก์ 1 ท่าน นำเสนอความรู้เกี่ยวกับเทคนิคการสอนและวิธีสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในหัวข้อเรื่อง "เทคนิคและวิธีการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับชั้นประกาศนียบัตรวิชาชีพ"

3.2 แหล่งวิทยาการด้านเอกสาร ประกอบด้วย

3.2.1 ความรู้เกี่ยวกับการวางแผนการสอน

3.2.2 แนวคิดและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และการจัดการเรียนการสอนโดยทั่วไป

3.2.3 แนวคิดเกี่ยวกับการกำหนดเกณฑ์การหาประสิทธิภาพของแผนการสอน

3.2.4 ชุดของโจทย์ปัญหาสมการ

4. ร่วมกันวางแผนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในเนื้อหาเรื่องสมการ ตามแนวคิดของกลุ่มที่ได้จากข้อสรุปของการศึกษาจากแหล่งวิทยาการและผนวกกับแนวคิดและประสบการณ์ของสมาชิกภายในกลุ่ม โดยมุ่งแก้ไขปัญหาในการเรียนการสอนที่เกิดขึ้นจากการศึกษาในระยะที่ 1 และพัฒนาการเรียนการสอนในประเด็นที่กลุ่มเห็นว่าเหมาะสมต่อไป สำหรับประเด็นที่จะพิจารณาถึงในการวางแผนการสอนเพื่อจัดทำแผนการสอนนั้นประกอบด้วย

4.1 จุดประสงค์ในการเรียนการสอนของแต่ละเนื้อหา

4.2 การจัดเนื้อหาสาระที่จะสอน

4.3 รูปแบบการสอน ขั้นตอนและยุทธวิธีการแก้โจทย์ปัญหา การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เทคนิคการสอนและวิธีสอน

4.4 สื่อการเรียนการสอน

4.5 การวัดผลและประเมินผล

5. ร่วมกันเขียนแบบทดสอบวัดความสามารถการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในเนื้อหาเรื่องสมการ

6. ร่วมกันสร้างสื่อการเรียนการสอน ประกอบด้วยเอกสารต่อไปนี้

6.1 บทเรียนทบทวนด้วยตนเองสำหรับเนื้อหาที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อให้นักเรียนได้นำไปศึกษาทบทวนด้วยตนเองนอกชั้นเรียน

6.2 บทเรียนในชั้นเรียนเป็นบทเรียนที่ใช้ประกอบการเรียนการสอนในชั้นเรียน

6.3 ใบงานของแต่ละบทเรียนที่ให้นักเรียนได้ทำเป็นกิจกรรมในชั้นเรียน

7. ครูที่ร่วมการวิจัยร่วมกันกำหนดเกณฑ์ในการหาประสิทธิภาพของแผนการสอน โดยอาศัยเกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย (E_1/E_2)

แนวทางการพัฒนาการเรียนการสอนข้อสรุปจากการประชุมเชิงปฏิบัติการ

ผลจากการจัดกิจกรรมต่าง ๆ ในการประชุมเชิงปฏิบัติการที่ผ่านมา ทำให้ครูที่เข้าร่วมการวิจัยได้ร่วมกันกำหนดแนวทางการพัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในด้านต่าง ๆ ขึ้น ซึ่งจะได้นำเสนอข้อสรุปของแนวทางการพัฒนาการเรียนการสอนที่กำหนดขึ้นเป็นด้าน ๆ ดังต่อไปนี้

1. ด้านการจัดเนื้อหาสาระ
2. ด้านรูปแบบการสอน
3. ด้านขั้นตอนและยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ
4. ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เทคนิคการสอนและวิธีสอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการ
5. ด้านสื่อการเรียนการสอน
6. ด้านการวัดผลและประเมินผล

ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. ด้านการจัดเนื้อหาสาระ

การจัดเนื้อหาสาระผู้ร่วมการวิจัยได้ให้ความคิดเห็นว่าการจัดเรียงลำดับเนื้อหาควรที่จะจัดเรียงลำดับเนื้อหาใหม่ ตามความคิดเห็นของครูบางท่านที่ได้เสนอไว้ในการสัมภาษณ์ระดับลึกและจากความคิดเห็นของนักเรียนที่ได้จากการจัดกลุ่มสนทนา โดยจัดเรียงลำดับเนื้อหาใหม่เป็นดังนี้คือ สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร และสมการกำลังสองตามลำดับ ซึ่งผู้ร่วมการวิจัยเห็นว่าการจัดเรียงลำดับเนื้อหาใหม่เช่นนี้จะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้อย่างต่อเนื่องและเป็นระบบดีกว่าการเรียงลำดับเนื้อหาในหนังสือเรียนที่เรียงลำดับจากสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร สมการกำลังสอง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรตามลำดับ

ในส่วนของโจทย์ปัญหาสมการนั้นผู้ร่วมการวิจัยเห็นว่าควรที่จะแทรกไปในทุกเนื้อหาของบทเรียน หลังจากที่นักเรียนได้ศึกษาเกี่ยวกับวิธีการแก้สมการหรือระบบสมการในแต่ละวิธีแล้ว ซึ่งทำให้ได้ข้อสรุปเกี่ยวกับการจัดเรียงลำดับเนื้อหาเป็นไปตามลำดับดังนี้คือ การแก้สมการ

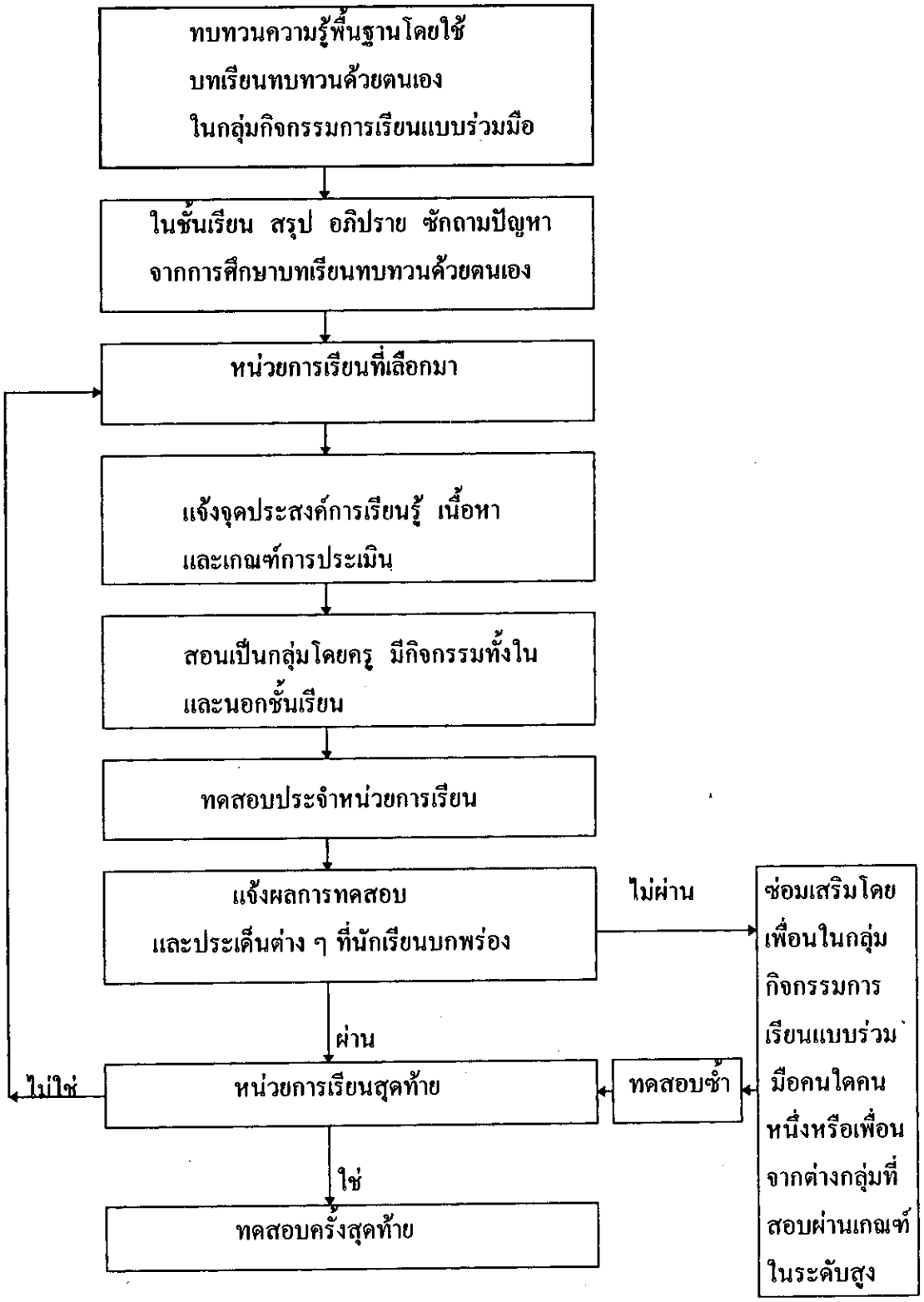
เชิงเส้นหนึ่งตัวแปรและโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปรและโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่าและโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์และโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปร และโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปร การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์และโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปร และการแก้สมการกำลังสองและโจทย์ปัญหาสมการกำลังสอง ตามลำดับ

2. ด้านรูปแบบการสอน

จากการร่วมกันพิจารณาถึงรูปแบบการสอนที่นำเสนอจากแหล่งวิทยาการด้านเอกสารร่วมกับความคิดเห็นของผู้ร่วมการวิจัย ผลปรากฏว่ารูปแบบการสอนที่ผู้ร่วมการวิจัยเลือกใช้และปรับปรุงขึ้นมีขั้นตอนและองค์ประกอบดังต่อไปนี้

1. ทบทวนความรู้พื้นฐานโดยใช้บทเรียนทบทวนด้วยตนเองในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือนอกชั้นเรียนก่อนเรียนเนื้อหานั้น ๆ
2. สรุป อภิปราย ซักถามปัญหาจากการศึกษาบทเรียนทบทวนด้วยตนเองในชั้นเรียน
3. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา และเกณฑ์การประเมิน
4. สอนเป็นกลุ่มโดยครู มีกิจกรรมทั้งในและนอกชั้นเรียน
5. ทดสอบประจำหน่วยการเรียน
6. แจ้งผลการทดสอบและประเด็นต่าง ๆ ที่นักเรียนบกพร่อง และสอนซ่อมเสริมนักเรียนที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์โดยเพื่อน
7. ทดสอบหลังเรียน เมื่อสอนครบหมดทุกเนื้อหาถึงบทเรียนสุดท้าย

ดังภาพประกอบต่อไปนี้



ภาพประกอบ 8 รูปแบบการสอนที่ได้จากการประชุมเชิงปฏิบัติการ

การพิจารณาเกี่ยวกับรูปแบบการสอนนั้น ผู้ร่วมการวิจัยได้พิจารณาถึงรูปแบบการเรียนเพื่อรอบรู้ของบลูม (Bloom) ซึ่งเป็นการสอนทั้งห้อง มีจุดเด่นที่มีการตรวจสอบความรู้พื้นฐานและทำให้ผู้เรียนมีพื้นฐานเท่ากันก่อนเรียน การให้ผู้เรียนรู้จุดประสงค์และเกณฑ์ที่จะต้องบรรลุ มีการสอบย่อยและสอนซ่อมเสริมผู้ที่ไม่บรรลุความรอบรู้ตามเกณฑ์ และได้พิจารณาถึงรูปแบบการเรียนเพื่อรอบรู้ของเคลเลอร์ (Keller) ซึ่งจัดการเรียนเป็นรายบุคคลโดยใช้สื่อ โดยมีจุดเด่นที่แตกต่างจากรูปแบบการเรียนเพื่อรอบรู้ของบลูมคือเป็นการสอนเป็นรายบุคคลโดยใช้สื่อ และเมื่อซ่อมเสริมก็จะซ่อมเสริมโดยใช้สื่อเดิม และนอกจากนั้นผู้ร่วมการวิจัยได้พิจารณาถึงรูปแบบการสอนที่ ละเอียด รักษ์เผ่า ได้พัฒนามาจากรูปแบบการสอนของบลูมซึ่งได้เพิ่มเติมจากบลูมในบางประเด็นได้แก่ ครูตั้งความหวังร่วมกับนักเรียน การฝึกทักษะจากบัตรงาน การซ่อมเสริมโดยใช้วิธีการต่าง ๆ เช่น โดยการฝึกทักษะบัตรงาน เพื่อนช่วนสอนจากบัตรงาน และจากบทเรียนสำเร็จรูป ซึ่งผลจากการร่วมกันศึกษาและพิจารณาถึงความเป็นไปได้ของผู้ร่วมการวิจัยในประเด็นต่าง ๆ นั้นพบว่า ในประเด็นของการทดสอบความรู้พื้นฐานถ้าทดสอบความรู้พื้นฐานแล้วพบว่านักเรียนไม่ผ่านเกณฑ์นั้นจะต้องทำการสอนซ่อมเสริมให้นักเรียน ซึ่งผู้ร่วมการวิจัยเห็นว่าเป็นไปได้ยากเนื่องจากเวลาในหลักสูตรมีน้อยครูต้องทำการสอนหลายห้องเรียนและหลายคาบไม่มีเวลาที่จะทำการทดสอบและตรวจแบบทดสอบได้ในทุกหน่วยการเรียน ผู้ร่วมการวิจัยจึงเสนอให้ทำการทบทวนความรู้พื้นฐานทั้งหมดที่นักเรียนต้องนำไปใช้ในการเรียนในแต่ละบทเรียน โดยไม่ต้องทำการทดสอบความรู้พื้นฐาน แต่จะให้ทุกคนได้ไปทบทวนความรู้พื้นฐานที่จะต้องใช้ในการเรียนในแต่ละบทเรียนโดยอาศัยบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง และให้ทำการทบทวนร่วมกันในกลุ่มกิจกรรมที่กำหนดไว้ ในรูปการเรียนแบบร่วมมือ (cooperative learning) สำหรับบทเรียนใดที่เนื้อหาเป็นเนื้อหาใหม่และไม่ได้อาศัยความรู้พื้นฐานเกินไปกว่าความรู้พื้นฐานที่ได้ทบทวนในบทเรียนข้างต้นมาแล้วก็จะไม่ทำการทบทวนความรู้พื้นฐานเหล่านั้นซ้ำอีก

หลังจากนักเรียนได้ร่วมกันทบทวนจากบทเรียนทบทวนด้วยตนเองแล้วจะไม่มีการทดสอบความรู้พื้นฐานเหล่านั้น แต่จะทำการสรุป อภิปราย ซักถามในชั้นเรียนแทน ถ้าพบว่านักเรียนยังมีข้อบกพร่องหรือไม่เข้าใจหัวข้อใดหัวข้อหนึ่งหรือเนื้อหาใดเนื้อหาหนึ่งแล้วครูจะทำการทบทวนซ้ำให้นักเรียนในชั้นเรียนด้วย สำหรับบทเรียนทบทวนด้วยตนเองนั้นผู้ร่วมการวิจัยเห็นว่าควรที่จะประกอบด้วย บทนิยาม กฎเกณฑ์ต่าง ๆ โดยสรุปพร้อมด้วยตัวอย่างประกอบ ตัวอย่างการแก้สมการพร้อมด้วยการอธิบายถึงแนวคิดและหลักการการแก้สมการในแต่ละขั้นแต่ละตอน และโจทย์แบบฝึกหัดให้นักเรียนได้ฝึกทำเพื่อเป็นการทบทวนด้วย การสรุปและทบทวนในชั้นเรียนนั้นหลังจากครูร่วมกันสรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ร่วมกับนักเรียนแล้ว ครูอาจจะทำ

การทบทวนเกี่ยวกับการแก้สมการโดยการเฉลยแบบฝึกหัดบางข้อที่นักเรียนทำผิดหรือทำไม่ได้ก็ได้

จากรูปแบบการสอนที่ผู้ร่วมการวิจัยได้สรุปมาใช้นั้น หลังจากครูได้ทำการสรุปและอภิปรายทบทวนความรู้พื้นฐานผ่านไปแล้วครูจะนำเข้าสู่บทเรียนใหม่ โดยจะแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหาที่จะเรียนและเกณฑ์การประเมินที่กำหนดไว้ให้นักเรียนได้รับทราบ หลังจากนั้นจึงดำเนินการสอนทั้งชั้นเรียนโดยอาศัยกิจกรรมต่าง ๆ ซึ่งเป็นกิจกรรมที่มอบหมายให้นักเรียนทำทั้งในชั้นเรียนและนอกชั้นเรียน เมื่อจบบทเรียนหนึ่ง ๆ แล้วจะทำการทดสอบประจำท้ายบทเรียนนั้น หลังจากครูตรวจข้อสอบเสร็จแล้วจะแจ้งผลการทดสอบและประเด็นต่าง ๆ ที่นักเรียนบกพร่องให้นักเรียนทราบ ถ้านักเรียนคนใดไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ (ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม) จะทำการสอนซ่อมเสริมบทเรียนนั้นให้กับนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ โดยอาศัยเพื่อนในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือคนใดคนหนึ่ง หรือเพื่อนจากต่างกลุ่มที่สอบผ่านเกณฑ์ในระดับสูง และถ้าปรากฏว่านักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมสามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้ ผู้ที่ทำการสอนซ่อมเสริมให้เพื่อนจะได้รับคะแนนเพิ่มอีกร้อยละ 5 ของคะแนนที่นักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมทำได้

จากรูปแบบการสอนที่ผู้ร่วมการวิจัยได้ร่วมกันปรับปรุงนั้นจะเห็นได้ว่ามีความแตกต่างจากรูปแบบการเรียนเพื่อรอบรู้ของบลูมในประเด็นหลักคือ ประเด็นที่เกี่ยวกับการทบทวนความรู้พื้นฐานและประเด็นของการสอนซ่อมเสริมให้แก่ผู้ที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์ของแต่ละบทเรียน สำหรับในส่วนของประเด็นอื่น ๆ นั้นจะเห็นได้ว่าไม่ได้แตกต่างกันมากนัก ดังรูปแบบที่ได้นำเสนอไว้แล้วข้างต้น

3. ด้านขั้นตอนและยุทธวิธีการแก้โจทย์ปัญหาสมการ

การพิจารณาเกี่ยวกับขั้นตอนและยุทธวิธีการแก้โจทย์ปัญหาสมการ ผู้ร่วมการวิจัยได้พิจารณาถึงขั้นตอนและยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya) แนวคิดของวิลสันและคณะ (Wilson and others) ข้อสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการจากหนังสือเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และจากแนวคิดของนักคณิตศาสตร์ศึกษาอีกหลายท่านในแหล่งข้อมูลที่จัดไว้ ผนวกกับแนวคิดของผู้ร่วมการวิจัยและจากการรับฟังการบรรยายของวิทยากร ทำให้ได้ข้อสรุปของขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการเป็นดังนี้

ขั้นที่ 1 เป็นขั้นทำความเข้าใจโจทย์ ให้นักเรียนอ่านโจทย์และทำความเข้าใจโจทย์ โดยให้นักเรียนระบุให้ได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง (โดยควรระบุเป็นข้อ ๆ) และให้ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาด้วย

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์โจทย์ เป็นการพิจารณาถึงความสัมพันธ์ต่าง ๆ จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ พิจารณาถึงความสัมพันธ์ที่เท่ากันของปริมาณ 2 ปริมาณและเงื่อนไขต่าง ๆ ในโจทย์ ซึ่งในขั้นตอนนี้ถ้าเป็นไปได้ควรอาศัยการวาดรูป เขียนแผนภาพประกอบ หรือเขียนตารางเพื่อทำให้นักเรียนได้เห็นความสัมพันธ์ที่ชัดเจนขึ้น

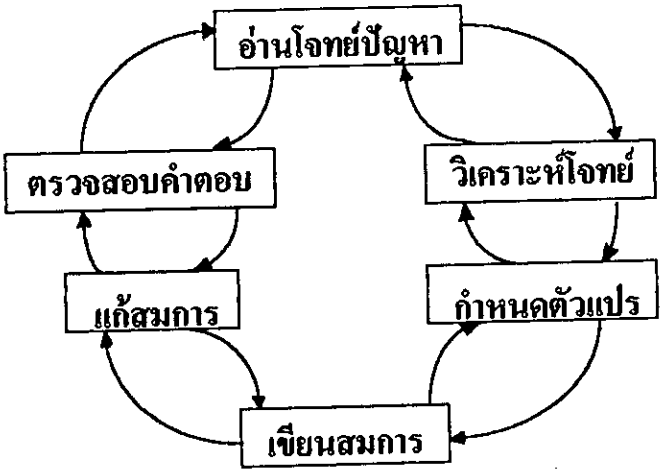
ขั้นที่ 3 เป็นการกำหนดตัวแปร โดยให้นักเรียนกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา แล้วเปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์เพื่อเชื่อมโยงไปสู่การเขียนสมการในขั้นตอนต่อไป

ขั้นที่ 4 เป็นขั้นเขียนสมการ ซึ่งในขั้นนี้เป็นการนำประโยคสัญลักษณ์ในขั้นที่ 3 ไปแทนข้อความหรือความสัมพันธ์ในขั้นที่ 2 เพื่อเขียนเป็นสมการ

ขั้นที่ 5 เป็นการแก้สมการเพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 6 เป็นการตรวจสอบคำตอบที่ได้ ซึ่งนักเรียนจะต้องตรวจสอบกับเงื่อนไขต่าง ๆ ในโจทย์จากที่ระบุไว้ในขั้นที่ 1 ว่าสอดคล้องและเป็นจริงกับทุกเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ไว้หรือไม่

นอกจากการกำหนดขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการดังกล่าวข้างต้นแล้ว ผู้ร่วมการวิจัยยังได้นำแนวคิดของวิลสันและคณะมาผนวกเข้าไปกับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการทั้ง 6 ขั้นตอนข้างต้นอีกด้วย เนื่องจากเห็นว่าในการแก้โจทย์ปัญหาสมการตามสภาพความเป็นจริงของนักเรียนนั้น เมื่อนักเรียนดำเนินการในขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งแล้วนักเรียนอาจจะไม่สามารถดำเนินการได้ ซึ่งในกรณีนี้ผู้ร่วมการวิจัยเห็นว่านักเรียนควรที่จะย้อนกลับไปพิจารณาถึงขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาโดยไม่จำเป็นต้องไปเริ่มต้นใหม่ในขั้นตอนแรกในขั้นทำความเข้าใจโจทย์เสมอไป ดังนั้นจึงสรุปขั้นตอนของการดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาสมการได้เป็นแผนภาพ ในรูปวงจรของการแก้โจทย์ปัญหาสมการเป็นดังนี้



ภาพประกอบ 9 แผนภาพแสดงขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการ

สำหรับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการทั้ง 6 ขั้นตอนข้างต้นนี้ จะได้นำเสนอนักเรียนเป็นขั้นตอนโดยสรุปดังต่อไปนี้

<u>ขั้นที่ 1.</u> อ่านโจทย์ให้ละเอียดรอบคอบ พิจารณาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง และโจทย์ต้องการให้หาอะไร

<u>ขั้นที่ 2.</u> วิเคราะห์โจทย์ โดยการพิจารณาถึงความสัมพันธ์ที่เท่ากันของปริมาณ 2 ปริมาณและเงื่อนไขต่าง ๆ ในโจทย์ เพื่อนำไปสู่การกำหนดตัวแปรและเขียนสมการ (ถ้าเป็นไปได้ควรวาดรูป เขียนแผนภาพประกอบ หรือเขียนตาราง เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจได้ชัดเจนยิ่งขึ้น)

<u>ขั้นที่ 3.</u> กำหนดตัวแปร เพื่อแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา แล้วเปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์

<u>ขั้นที่ 4.</u> เขียนสมการ โดยการพิจารณาจากความสัมพันธ์ในขั้นที่ 2 และประโยคสัญลักษณ์ในขั้นที่ 3

<u>ขั้นที่ 5</u> แก้สมการ เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

<u>ขั้นที่ 6.</u> ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขต่าง ๆ ในโจทย์ว่าสอดคล้องกันหรือไม่

จากแนวคิดและข้อสรุปของการสอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการโดยอาศัยขั้นตอนทั้ง 6 ขั้นตอนนี้ ผู้ร่วมการวิจัยเห็นว่าน่าจะเป็นแนวทางในการพัฒนาความสามารถการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนได้

4. ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เทคนิคการสอนและวิธีสอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการ

ด้านของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผู้ร่วมการวิจัยได้พิจารณาถึงความเป็นไปได้ของการจัดการเรียนแบบร่วมมือ (cooperative learning) จากการที่ได้ศึกษาจากแหล่งวิทยาการด้านเอกสารและจากการรับฟังการบรรยายของวิทยากร ผนวกกับความคิดเห็นของนักเรียนจากการจัดกลุ่มสนทนาและครูที่ร่วมการวิจัยเห็นว่า การสอนเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาสมการควรที่จะจัดเวลาส่วนหนึ่งให้นักเรียนได้ร่วมกิจกรรมการแก้โจทย์ปัญหาสมการในชั้นเรียนและจัดกลุ่มสำหรับทำกิจกรรมนอกชั้นเรียนด้วย โดยให้นักเรียนได้จัดกลุ่มทำกิจกรรมร่วมกันโดยที่กลุ่มหนึ่งจะประกอบด้วยสมาชิกกลุ่มละ 4 คน ซึ่งมีนักเรียนที่เรียนเก่ง 1 คน เรียนปานกลาง 2 คน และเรียนอ่อน 1 คน โดยให้นักเรียนพิจารณาจากผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ผ่านมาเป็นเกณฑ์ในการจัดกลุ่ม สำหรับการให้คะแนนในแต่ละบทเรียนนั้นจะพิจารณาเป็น 2 ส่วน กล่าวคือ ส่วนแรกจะพิจารณาจากคะแนนสอบของแต่ละบุคคล ส่วนที่สองจะพิจารณาจากคะแนนเฉลี่ยของแต่ละกลุ่มโดยจะเพิ่มคะแนนเป็นคะแนนพิเศษ ให้แก่นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มเท่า ๆ กัน โดยเพิ่มให้แต่ละคนเท่ากับร้อยละ 15 ของคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มนั้น ๆ ซึ่งอัตราของคะแนนพิเศษที่เพิ่มให้แก่นักเรียนแต่ละคนนี้ใช้เกณฑ์ตามความคิดเห็นของผู้ร่วมการวิจัยที่เห็นว่าเป็นอัตราที่ไม่สูงหรือต่ำเกินไป

จากหลักการของการจัดกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือนี้ ผู้ร่วมการวิจัยเห็นว่าเป็นกิจกรรมที่เหมาะสมเนื่องจากเห็นว่าเป็นกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน มีการระดมพลังสมอง เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามสิ่งที่ไม่เข้าใจจากเพื่อนได้ ซึ่งเห็นว่าการที่นักเรียนได้เรียนรู้จากเพื่อนนักเรียนคนที่เข้าใจบทเรียนแล้วหรือได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันแล้วจะทำให้นักเรียนได้เข้าใจบทเรียนได้ดียิ่งขึ้น เนื่องจากเห็นว่านักเรียนเก่งที่เข้าใจคำสอนของครูได้ดีแล้วจะสามารถเปลี่ยนคำสอนของครูเป็นภาษาพูดของนักเรียน ซึ่งจะสามารถอธิบายให้เพื่อนฟังได้และทำให้เพื่อนเข้าใจบทเรียนได้ดียิ่งขึ้น และนอกจากนี้ผู้ร่วมการวิจัยยังเห็นว่าเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกทักษะทางสังคมอีกด้วย จะได้มีเพื่อนร่วมกลุ่ม รู้วิธีการทำงานเป็นกลุ่มหรือเป็นทีม และเห็นว่าเป็นวิธีการที่สามารถแก้ความเบื่อหน่ายต่อบทเรียนของนักเรียนได้อีกด้วย

ด้านของเทคนิคการสอนและวิธีสอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการ ผู้ร่วมการวิจัยเห็นว่า

เพื่อเป็นการแก้ปัญหาการเบื่อหน่ายการเรียนของนักเรียน ครูควรที่จะหลีกเลี่ยงการอธิบายตามตัวอย่างในหนังสือเรียน และควรจัดทำสื่อการเรียนการสอนเป็นเอกสารประกอบการเรียนการสอนที่เว้นวิธีทำไว้แทนการเขียนตัวอย่างแสดงวิธีทำอย่างครบถ้วน เพื่อให้นักเรียนได้เติมคำตอบจากการสอนโดยวิธีการถามตอบของครูในชั้นเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนสนใจบทเรียนได้ดีกว่าการอธิบายตามตัวอย่างที่แสดงวิธีทำไว้เรียบร้อยแล้วในหนังสือเรียน ซึ่งเป็นการปรับปรุงตามความคิดเห็นของนักเรียนที่ได้เสนอไว้จากการจัดกลุ่มสนทนา

ด้านการสอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการ ผู้วิจัยได้เสนอให้ครูได้จัดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกการแก้โจทย์ปัญหาสมการบ่อย ๆ มากขึ้น เนื่องจากนักเรียนได้สะท้อนให้เห็นจากการจัดกลุ่มสนทนาถึงสาเหตุหนึ่งของการที่นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการไม่ได้ว่า สาเหตุที่นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการไม่ได้ สาเหตุหนึ่งเนื่องมาจากไม่ได้รับการฝึกการแก้โจทย์ปัญหาสมการบ่อย ๆ ซึ่งครูที่ร่วมการวิจัยเห็นด้วยที่จะจัดให้มีการฝึกการแก้โจทย์ปัญหาสมการให้นักเรียนมากขึ้น โดยจัดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกการแก้โจทย์ปัญหาสมการในชั้นเรียนจากการสอนตัวอย่างในชั้นเรียนบางตอน ให้นักเรียนได้ฝึกการแก้โจทย์ปัญหาสมการจากใบงานในชั้นเรียนและจากการทำโจทย์แบบฝึกหัดนอกชั้นเรียน เป็นต้น

ด้านที่เกี่ยวกับการบ้าน ผู้ร่วมการวิจัยเห็นว่าควรที่จะมีการบ้านให้นักเรียนได้ทำทุกสัปดาห์เพื่อเป็นการเพิ่มทักษะในการคิดแก้โจทย์ปัญหาสมการให้แก่นักเรียน และเพื่อเป็นการเพิ่มแรงจูงใจให้แก่นักเรียนที่ทำการบ้านส่งจึงได้กำหนดคะแนนสำหรับนักเรียนที่ทำการบ้านส่งในแต่ละครั้งไว้ส่วนหนึ่งด้วย แต่อย่างไรก็ตามเนื่องจากสภาพการทำการบ้านที่ผ่านมานักเรียนมักจะลอกการบ้านของเพื่อนส่งครู ผู้ร่วมการวิจัยจึงเห็นว่าควรที่จะจัดทำโจทย์แบบฝึกหัดให้แตกต่างกันจำนวน 4 ชุด โดยที่โจทย์ในแต่ละชุดจะมีส่วนหนึ่งที่เป็นโจทย์ที่มีระดับความยากง่ายเท่ากันทำเป็นโจทย์ที่มีลักษณะที่ขนานกัน และในอีกส่วนหนึ่งจะเป็นโจทย์ที่มีระดับความยากง่ายต่างระดับกัน 4 ระดับ โดยที่ชุดที่ 1 เป็นโจทย์ที่ง่ายกว่าชุดอื่น ๆ และชุดถัดไปจะมีความยากเพิ่มขึ้นตามลำดับ ซึ่งจะแจกให้นักเรียนในกลุ่มอ่อน นักเรียนกลุ่มค่อนข้างอ่อน นักเรียนกลุ่มปานกลางและนักเรียนกลุ่มเก่งตามลำดับของความยากง่ายของโจทย์แต่ละชุด

นอกจากนี้ในด้านของพฤติกรรมการสอนของครู หลังจากที่ครูได้รับทราบข้อเสนอแนะของนักเรียนจากการจัดกลุ่มสนทนาแล้ว ครูเห็นด้วยกับความคิดเห็นของนักเรียนที่จะปรับปรุงพฤติกรรมในประเด็นต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. การวางตัวของครูควรวางตัวให้เป็นกันเองกับนักเรียน ไม่ดุ ไม่เครียด ปรับเปลี่ยนความรู้สึกที่ไม่ดีหรืออคติต่อนักเรียนสาขาวิชาใดสาขาวิชาหนึ่ง ให้ความสนใจกับนักเรียนทุกคนอย่างเท่าเทียมกัน

2. จัดให้มีการสอนซ่อมเสริมความรู้พื้นฐานโดยอาศัยบทเรียนทบทวนด้วยตนเองก่อนที่จะทำการสอนเนื้อหาใหม่

3. สอนหรืออธิบายอย่างเป็นขั้นเป็นตอน ไม่สอนเร็วเกินไป ใช้การถามตอบนักเรียนในการสอนมากขึ้นกว่าการบรรยายเป็นหลัก

4. สอนเทคนิคการแก้โจทย์ปัญหาสมการตามที่ได้สรุปไว้ในหัวข้อที่ 3

5. การสอนที่มีคาบเรียนต่อเนื่อง 2 คาบ ครูจะให้นักเรียนได้เปลี่ยนอิริยาบถโดยการให้ทำกิจกรรมกลุ่มในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือในคาบเรียนหลัง หรือระหว่างคาบเรียนตามความเหมาะสมของแต่ละเนื้อหา

5. ด้านสื่อการเรียนการสอน

การจัดทำสื่อการเรียนการสอนผู้ร่วมการวิจัยได้ร่วมกันพิจารณาถึงสื่อการเรียนการสอนในประเด็นต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

5.1 บทเรียนทบทวนด้วยตนเอง

5.2 บทเรียนในชั้นเรียน

5.3 ใบงาน

5.4 โจทย์ปัญหาสมการ

โดยจะกล่าวถึงรายละเอียดในแต่ละประเด็นดังต่อไปนี้

5.1 บทเรียนทบทวนด้วยตนเอง เป็นบทเรียนที่ใช้ทบทวนความรู้พื้นฐานที่ใช้ในการแก้สมการหรือระบบสมการที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว โดยจะให้นักเรียนได้ไปศึกษาทบทวนด้วยตนเองในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือที่จัดกันไว้ และร่วมกันทำโจทย์แบบฝึกหัดในกลุ่มกิจกรรมนอกชั้นเรียนก่อนที่จะเรียนในชั้นเรียนล่วงหน้า 1 สัปดาห์ ซึ่งบทเรียนทบทวนด้วยตนเองนี้จะประกอบด้วย บทนิยาม กฎเกณฑ์ต่าง ๆ โดยสรุปพร้อมด้วยตัวอย่างประกอบ ตัวอย่างการแก้สมการพร้อมด้วยการอธิบายถึงแนวคิดและหลักการการแก้สมการในแต่ละขั้นแต่ละตอนและโจทย์แบบฝึกหัดให้นักเรียนได้ฝึกทำเพื่อเป็นการทบทวน ในส่วนของการเฉลยแบบฝึกหัดนั้นจะแจกเป็นเอกสารเฉลยเฉพาะคำตอบให้นักเรียนในชั้นเรียน โดยไม่ได้แนบไปกับบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง เนื่องจากผู้ร่วมการวิจัยเห็นว่าถ้าแนบการเฉลยคำตอบไปให้นักเรียนพร้อมกับบทเรียนทบทวนด้วยตนเองนั้นนักเรียนจะไม่พยายามคิดแก้โจทย์แบบฝึกหัดก่อนการดูคำตอบที่เฉลยไว้ ดังนั้นครูที่ร่วมการวิจัยจึงให้ความคิดเห็นว่าบทเรียนทบทวนด้วยตนเองจึงไม่ควรที่จะทำเป็นบทเรียนสำเร็จรูป แต่จะทำเป็นบทเรียนทบทวนด้วยตนเองและทำเฉลยเป็นเอกสารมาแจกนักเรียนในชั้นเรียนหลังจากนักเรียนทำโจทย์แบบฝึกหัดแล้ว เพื่อให้นักเรียนได้ตรวจสอบคำตอบแทนการใช้บทเรียนสำเร็จรูป

5.2 บทเรียนในชั้นเรียน เป็นบทเรียนที่ใช้ประกอบการเรียนการสอนในชั้นเรียน ซึ่งจะเป็นเนื้อหาที่ต่อเนื่องจากบทเรียนทบทวนด้วยตนเองหรือเป็นเนื้อหาใหม่ สำหรับในเรื่องสมการถ้านักเรียนได้เรียนและทบทวนเกี่ยวกับการแก้สมการลักษณะใดมาแล้ว บทเรียนในชั้นเรียนจะเป็นบทเรียนที่เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาสมการของสมการที่เรียนมาแล้วนั้น แต่ถ้าเป็นการแก้สมการที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในบทเรียนในชั้นเรียนก็จะเป็นเรื่องเกี่ยวกับการแก้สมการก่อนแล้วจึงต่อเนื่องด้วยการแก้โจทย์ปัญหาสมการนั้น ๆ ตามมา สำหรับองค์ประกอบในบทเรียนในชั้นเรียนนั้นจะประกอบด้วย บทนิยาม กฎ หลักการต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง ตัวอย่างประกอบ โจทย์แบบฝึกหัด สำหรับตัวอย่างประกอบนั้นจะไม่แสดงวิธีทำไว้อย่างครบถ้วนทุกขั้นตอน แต่จะเว้นไว้สำหรับการใช้การถามตอบกับนักเรียนในชั้นเรียนหรือเว้นไว้ให้นักเรียนได้เติมคำตอบหรือคิดหาคำตอบในแต่ละขั้นตอนเอง เพื่อไม่ต้องการให้นักเรียนนั่งฟังครูอธิบายเพียงด้านเดียว และเพื่อไม่ต้องการให้นักเรียนดูคำตอบจากเอกสารที่มีอยู่ก่อนมาตอบคำถามของครูดังเช่นที่เคยผ่านมาในชั้นเรียน ซึ่งครูได้ยกตัวอย่างจากหนังสือเรียนทำให้นักเรียนไม่สนใจการสอนและการอธิบายของครูเท่าที่ควร เนื่องจากนักเรียนเห็นว่ามีอยู่แล้วในหนังสือเรียน และในการตอบคำถามของนักเรียนที่ผ่านมานักเรียนมักจะดูจากตัวอย่างในหนังสือเรียนตอบคำถามของครู

5.3 ใบงาน เป็นเอกสารโจทย์ที่ต้องการให้นักเรียนได้ร่วมกันคิดแก้โจทย์ปัญหาในชั้นเรียนเป็นกลุ่ม ในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือหลังจากได้ศึกษาตัวอย่างจากที่ครูสอนในชั้นเรียนแล้ว โดยแต่ละใบงานนั้นจะประกอบด้วยโจทย์ปัญหาสมการจำนวน 2-3 ข้อ ซึ่งใช้เวลาในการคิดแก้โจทย์ปัญหาสมการเหล่านั้นประมาณ 30-45 นาที ลักษณะของใบงานจะประกอบด้วยส่วนที่ให้ระบุเกี่ยวกับสมาชิกกลุ่ม กิจกรรมที่สมาชิกกลุ่มได้ร่วมกันปฏิบัติในกลุ่ม ส่วนของโจทย์สมการ และส่วนของวิธีทำที่ระบุขั้นตอนในการคิดแก้โจทย์ปัญหาสมการ 6 ขั้นตอนให้นักเรียนได้เติมคำตอบในการคิดแก้โจทย์ปัญหาสมการนั้น ๆ ในแต่ละขั้นตอน ซึ่งใบงานนี้ได้ใช้เป็นเครื่องมือในการฝึกกระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนโดยอาศัยกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือในชั้นเรียน

5.4 โจทย์ปัญหาสมการ เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาสมการที่จะใช้เป็นโจทย์ตัวอย่างในชั้นเรียน ในใบงาน และเป็นโจทย์ในแบบฝึกหัดผู้ร่วมการวิจัยได้ให้ความคิดเห็นว่าควรจะเป็นโจทย์ที่หลากหลายเกี่ยวข้องกับสาขาวิชาช่างต่าง ๆ หรือใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้ และอาจจะประกอบด้วยโจทย์ที่ฝึกการคิดแก้โจทย์ปัญหาทั่ว ๆ ไปด้วยก็ได้ โดยไม่จำเป็นต้องเป็นโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับช่างอุตสาหกรรมเพียงอย่างเดียว ซึ่งสอดคล้องกับความคิดเห็นของนักเรียนที่ได้จากการจัดกลุ่มสนทนา

ด้านของระดับความยากง่ายของโจทย์ปัญหาสมการผู้ร่วมการวิจัยเห็นว่าควรที่จะมีโจทย์ทั้ง 3 ระดับ คือ ง่าย ปานกลาง และยากปะปนกันไปทั้งในตัวอย่างที่สอนในชั้นเรียน ในใบงาน และแบบฝึกหัดที่มอบหมายให้นักเรียนไปทำเป็นการบ้าน แต่อย่างไรก็ตามการสอนโจทย์ปัญหาสมการในชั้นเรียน โจทย์ปัญหาสมการในใบงานหรือในแบบฝึกหัด ควรที่จะเริ่มต้นด้วยโจทย์ที่ง่ายก่อนแล้วจึงให้โจทย์ที่ยากในภายหลังเพื่อเป็นการสร้างแรงจูงใจให้แก่นักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ และนอกจากนี้ผู้วิจัยได้เสนอให้ครูได้ใช้โจทย์ปัญหาสมการที่มีข้อมูลมากเกินไปหรือน้อยเกินไปหรือไม่ถูกต้องให้นักเรียนได้ฝึกคิดด้วย เพื่อนักเรียนจะได้ฝึกการวิเคราะห์ข้อมูลในโจทย์โดยใช้ความคิดของตนเองอย่างเต็มที่ แต่ครูที่ร่วมการวิจัยเห็นว่าเวลาที่ใช้ในการสอนมีน้อยเกินไปไม่เหมาะที่จะใช้สำหรับฝึกนักเรียนให้ฝึกหัดวิเคราะห์โจทย์ในลักษณะนี้ได้

ด้านของรูปแบบสื่อการเรียนการสอนที่เป็นเอกสารต่าง ๆ ได้แก่ บทเรียนทบทวนด้วยตนเอง บทเรียนในชั้นเรียน และใบงาน ผู้ร่วมวิจัยได้พิจารณาความคิดเห็นของนักเรียนจากการจัดกลุ่มสนทนาที่ว่าครูควรที่จะใช้สื่อการเรียนการสอนที่น่าสนใจ ไม่น่าเบื่อ เข้าใจง่าย ควรมีภาพประกอบบ้าง เพื่อนักเรียนจะทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น ซึ่งในประเด็นนี้ผู้ร่วมการวิจัยเห็นด้วยที่ควรจะจัดทำสื่อการเรียนการสอนให้ดูน่าสนใจ ไม่น่าเบื่อ เข้าใจง่าย โดยจะใช้วิธีการเน้นประเด็นที่สำคัญ ข้อสรุปต่าง ๆ ให้นักเรียนเห็นได้ชัดเจนโดยอาศัยการเขียนกรอบล้อมรอบข้อความเหล่านั้น หรือใช้อักษรตัวหนา หรือใช้อักษรตัวเอียงประกอบกันไป และในขณะเดียวกันอาจจะหารูปภาพต่าง ๆ มาสอดแทรกเพื่อเป็นการผ่อนคลายความเครียดหรือเป็นการพักสายตาให้นักเรียนด้วย ในส่วนของบทเรียนในชั้นเรียนนั้นจะเว้นวิธีทำไว้ให้นักเรียนได้เติมคำตอบจากการสอนโดยวิธีการถามตอบของครูในชั้นเรียน แทนการเขียนตัวอย่างแสดงวิธีทำไว้อย่างครบถ้วนเพื่อต้องการให้นักเรียนแต่ละคนได้ติดตามบทเรียนอย่างต่อเนื่อง สำหรับสื่อการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นประกอบด้วยเอกสารประกอบบทเรียนชุดที่ 1 เรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร ชุดที่ 2 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ชุดที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร ชุดที่ 4 เรื่องสมการกำลังสอง ซึ่งในแต่ละชุดจะประกอบด้วยบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง บทเรียนในชั้นเรียน และใบงาน ยกเว้นชุดที่ 3 ไม่มีบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง (ดูภาคผนวก ช)

นอกจากประเด็นดังกล่าวข้างต้นแล้ว ในด้านของสื่อการเรียนการสอนผู้วิจัยได้เสนอให้ใช้เครื่องคิดเลขประกอบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาในเรื่องต่าง ๆ เนื่องจากผู้วิจัยไม่ต้องการให้ปัญหาในการคิดคำนวณเข้ามาเป็นอุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน และได้ชี้ให้ครูที่ร่วมการวิจัยเห็นถึงประโยชน์ของการใช้เครื่องคิดเลขจากความคิดเห็นของนักคณิตศาสตร์ศึกษาและจากผลงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง ในเอกสารแนวทางการพัฒนาการเรียนการสอนที่ให้ครูได้

ไปศึกษามา ซึ่งปรากฏว่าไม่สามารถที่จะเปลี่ยนแปลงเจตคติของครูเกี่ยวกับการใช้เครื่องคิดเลขได้ เนื่องจากครูเป็นห่วงว่านักเรียนจะไม่สามารถคิดคำนวณได้ นักเรียนจะขาดทักษะในการคิดคำนวณไป

6. ด้านการวัดผลและประเมินผล

ผู้ร่วมการวิจัยได้กำหนดอัตราส่วนของคะแนนในเรื่องสมการตามความสำคัญของเนื้อหา จุดประสงค์ในการเรียนการสอนแต่ละเนื้อหา และจำนวนคาบที่ใช้สอนในแผนการสอน ซึ่งผลสรุปของอัตราส่วนของคะแนนที่กำหนดเป็นดังนี้คือ คะแนนในเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร : คะแนนในเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร : คะแนนในเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร : คะแนนในเรื่องสมการกำลังสองเป็น 3 : 6 : 5 : 4 สำหรับในการทดสอบย่อยนั้นจะทำการทดสอบย่อยในทุกเนื้อหา ซึ่งสอดคล้องตามความคิดเห็นของนักเรียนที่ได้จากการจัดกลุ่มสนทนา นอกจากการเก็บคะแนนจากการทดสอบย่อยในแต่ละเนื้อหาแล้วจะเก็บคะแนนจากกิจกรรมอื่น ๆ อีกด้วย ซึ่งได้แก่จากใบงานและจากการบ้าน โดยที่คะแนนเต็มของคะแนนเก็บจากการบ้านในแต่ละเนื้อหาจะเป็นครึ่งหนึ่งของคะแนนเต็มของใบงาน เนื่องจากครูไม่มั่นใจว่านักเรียนจะลดพฤติกรรมการลอกการบ้านของเพื่อนได้หรือไม่ จึงได้ให้คะแนนในส่วนของการบ้านไม่มากนัก

จากการกำหนดอัตราส่วนของการให้คะแนนดังกล่าวข้างต้น จึงสามารถสรุปคะแนนเต็มของแต่ละเนื้อหาและกิจกรรม จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน ได้ตามตารางดังต่อไปนี้

$\frac{18}{100}$ 100 | 5.5, 90, 100

ตาราง 5 อัตราส่วนการให้คะแนนของแต่ละเนื้อหาและกิจกรรม

คะแนนจากแต่ละกิจกรรม / เนื้อหาเรื่อง	คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนจากใบงาน	คะแนนจากการบ้าน
สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร	14 คะแนน	2 คะแนน	1 คะแนน
ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	24 คะแนน	6 คะแนน	3 คะแนน
ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร	22 คะแนน	4 คะแนน	2 คะแนน
สมการกำลังสอง	19 คะแนน	2 คะแนน	1 คะแนน

5.5×3 = 16.5 = 17

3×6 = 17

6×5.5 = 33.0 = 33

5×4.4 = 27.5 = 28

5.5×4 = 22

สำหรับแบบทดสอบที่ใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนนั้นประกอบด้วยแบบทดสอบแบบเลือกตอบ แบบเติมคำตอบ และแบบแสดงวิธีทำ โดยที่แบบทดสอบในแต่ละเนื้อหา

จะวัดความสามารถในการแก้สมการและวัดความสามารถการแก้โจทย์ปัญหาสมการไปพร้อมกันในฉบับเดียวกัน ด้านของการวัดความสามารถการแก้โจทย์ปัญหาสมการนั้นจะใช้แบบทดสอบที่เน้นการวัดกระบวนการคิดการแก้ปัญหาของนักเรียนมากกว่าการคิดหาคำตอบ และในการตรวจให้คะแนนจะตรวจให้คะแนนแบ่งเป็นขั้นเป็นตอนไปในแต่ละข้อ ตามระดับความยากง่ายของแต่ละขั้นตอนในข้อนั้น ๆ

นอกจากนี้จากการศึกษางานวิจัยและจากแนวทางการพัฒนาการเรียนการสอน ผู้วิจัยได้เสนอแนะให้ครูได้ทำการทดสอบย่อยในทุกสัปดาห์ เนื่องจากเห็นว่าเป็นแนวทางที่จะพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนให้สูงขึ้นได้ และสอดคล้องกับความคิดเห็นของนักเรียนจากการจัดกลุ่มสนทนาที่ต้องการให้ครูเก็บคะแนนระหว่างภาคเรียนให้มากขึ้น โดยให้เก็บคะแนนระหว่างภาคเรียนให้บ่อยครั้งขึ้นซึ่งอาจจะเป็นสัปดาห์ละครั้งก็ได้ เนื่องจากนักเรียนเห็นว่าถ้าเวลาผ่านไปนานแล้วจึงทำการทดสอบครั้งหนึ่งหรือทดสอบครั้งละหลาย ๆ เนื้อหานั้น จะทำให้นักเรียนลืมและสับสนได้ แต่อย่างไรก็ตามครูที่ร่วมการวิจัยได้พิจารณาถึงจำนวนคาบและจำนวนห้องเรียนที่ครูแต่ละท่านต้องรับผิดชอบในการสอนในแต่ละสัปดาห์ และประกอบกับภาระหน้าที่ในส่วนที่ต้องรับผิดชอบนอกเหนือจากงานสอนปกติอีกมาก จึงทำให้ครูเห็นว่าไม่สามารถที่จะทำการทดสอบได้ในทุกสัปดาห์ เนื่องจากไม่มีเวลาในการตรวจข้อสอบให้นักเรียนได้ทันตามกำหนดเวลา และเนื่องจากเวลาของการเรียนการสอนตามหลักสูตรใหม่นี้ได้ลดจำนวนคาบลงจาก 3 คาบต่อสัปดาห์เป็น 2 คาบต่อสัปดาห์ ครูจึงเห็นว่าเวลาในการเรียนการสอนมีน้อยทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนต้องลดน้อยตามลงไปด้วย ดังนั้นจึงทำให้ไม่มีเวลาสำหรับการที่จะทำการทดสอบได้ในทุกสัปดาห์ แม้ว่าจะใช้แบบทดสอบเพียงเล็กน้อยในแต่ละครั้งก็ตามก็จะต้องใช้เวลาส่วนหนึ่งไปกับการจัดห้องสอบและการแจกแบบทดสอบหรือเก็บคืนแบบทดสอบ ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนในครั้งนี้จะสามารถทำการทดสอบย่อยได้เพียงเฉพาะตอนจบเนื้อหาของแต่ละเนื้อหาเท่านั้น

นอกจากนี้ผู้ร่วมการวิจัยได้ร่วมกันกำหนดเกณฑ์การประเมินประสิทธิภาพของแผนการสอนที่สร้างขึ้นด้วย โดยอาศัยเกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย (E_1/E_2) โดยได้ร่วมกันกำหนดเกณฑ์ของประสิทธิภาพของแผนการสอนเป็น 80/80 แต่อย่างไรก็ตามครูที่ร่วมการวิจัยส่วนใหญ่เห็นว่าเป็นเกณฑ์ที่อยู่ในระดับที่ค่อนข้างสูงพอควร โดยเฉพาะการประเมินความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนในหลักสูตรประเภทวิชาช่างอุตสาหกรรมด้วยแล้ว ครูที่ร่วมการวิจัยเห็นว่าเป็นไปได้ค่อนข้างยาก ซึ่งครูที่ร่วมการวิจัยได้แสดงความคิดเห็นว่าถ้านักเรียนสามารถทำคะแนนได้เกินระดับ 70/70 ก็ถือว่าเป็นระดับที่น่าพึงพอใจแล้ว แต่อย่างไรก็ตามเพื่อให้เป็นไปตามเกณฑ์การประเมินในระดับมาตรฐานสำหรับวิชาที่เป็นทักษะ ที่กำหนดเกณฑ์

ประสิทธิภาพไว้ไม่ต่ำกว่าระดับ 80/80 ครูที่ร่วมการวิจัยจึงได้ร่วมกันกำหนดเกณฑ์ในการประเมินประสิทธิภาพของแผนการสอนที่สร้างขึ้นไว้ที่ระดับ 80/80 ดังกล่าวข้างต้น

แนวทางการวางแผนการสอนเรื่องสมการข้อสรุปจากการประชุมเชิงปฏิบัติการ

จากข้อสรุปแนวทางการพัฒนาการเรียนการสอนในด้านต่าง ๆ ข้างต้น ผู้ร่วมการวิจัยได้ร่วมกันกำหนดแนวทางในการวางแผนการสอนในเนื้อหาเรื่องสมการในประเด็นต่าง ๆ ไว้ดังต่อไปนี้

1. การกำหนดเวลาในการสอนแต่ละเนื้อหา ผู้ร่วมการวิจัยได้ร่วมกันกำหนดความสำคัญของแต่ละเนื้อหา โดยการพิจารณาถึงจุดประสงค์ในการเรียนการสอนของแต่ละเนื้อหาตลอดจนพิจารณาถึงขอบเขตของเนื้อหานั้น ๆ จึงได้กำหนดจำนวนคาบในการเรียนการสอน และจำนวนคาบในการทดสอบของแต่ละเนื้อหาเป็นดังนี้

ตาราง 6 จำนวนคาบในการเรียนการสอนและการทดสอบของแต่ละเนื้อหา

เนื้อหาเรื่อง	จำนวนคาบ ในการเรียนการสอน	จำนวนคาบ ในการทดสอบ
1. สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร	3 คาบ	1 คาบ
2. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	6 คาบ	1 คาบ
3. ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร	5 คาบ	1 คาบ
4. สมการกำลังสอง	4 คาบ	1 คาบ

<u>หมายเหตุ</u> ในการจัดการเรียนการสอนในแต่ละสัปดาห์ใช้เวลาสัปดาห์ละ 2 คาบ

2. การกำหนดกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละสัปดาห์โดยสังเขป

<u>ก่อนสัปดาห์ที่ 1</u> มีกิจกรรมการเรียนการสอนดังต่อไปนี้

1. ทำการทดสอบก่อนเรียนด้วยแบบทดสอบก่อนเรียนที่จัดเตรียมไว้

2. อธิบายเกี่ยวกับหลักการเรียนแบบร่วมมือ การให้คะแนนในกิจกรรมต่าง ๆ คะแนนในการทดสอบและคะแนนพิเศษ แล้วให้นักเรียนไปจัดกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ

3. ครูแจกบทเรียนทบทวนด้วยตนเองที่เกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร ให้นักเรียนไปศึกษาร่วมกันในกลุ่มกิจกรรมที่จัดกันไว้ และกำหนดแบบฝึกหัดในบทเรียนทบทวนด้วยตนเองให้นักเรียนได้ไปทำเป็นการบ้าน

สัปดาห์ที่ 1-2 เนื้อหาเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร (รวม 4 คาบ)

<u>สัปดาห์ที่ 1</u> (2 คาบ) มีกิจกรรมการเรียนการสอนดังต่อไปนี้

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสาระสำคัญจากบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง ที่นักเรียนได้ไปศึกษาร่วมกันมา

2. ครูเฉลยแบบฝึกหัดที่มอบหมายให้นักเรียนไปทำจากบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง โดยการแจกเอกสารเฉลยคำตอบ และให้นักเรียนได้ซักถามปัญหาที่นักเรียนสงสัยจากการทำแบบฝึกหัดแต่ละข้อ และครูอาจจะเฉลยวิธีทำโจทย์บางข้อที่นักเรียนต้องการให้เฉลยวิธีทำให้ดู

3. ครูสอนเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร โดยการยกตัวอย่างโจทย์สมการที่โจทย์กำหนดสูตรหรือสมการมาให้แล้ว และโจทย์ปัญหาสมการที่โจทย์ไม่ได้กำหนดสูตรหรือสมการมาให้

4. ครูเสนอขั้นตอนในการคิดแก้โจทย์ปัญหาสมการในกรณีที่โจทย์ไม่ได้กำหนดสูตรหรือสมการมาให้ พร้อมกับแสดงวิธีทำการแก้โจทย์ปัญหาสมการตามขั้นตอน 6 ขั้นตอนที่นำเสนอให้เป็นตัวอย่างแก่นักเรียนในชั้นเรียน โดยที่วิธีสอนจะใช้วิธีการถามตอบเป็นวิธีการหลัก

<u>สัปดาห์ที่ 2</u> (2 คาบ) มีกิจกรรมการเรียนการสอนดังต่อไปนี้

1. ครูยกตัวอย่างการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร โดยอาศัยขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการ 6 ขั้นตอนตามที่เสนอไว้เพิ่มเติมอีก สำหรับวิธีสอนใช้วิธีการถามตอบเป็นวิธีการหลักตลอดไป

2. ครูให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรจากใบงานที่กำหนด ในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือที่จัดไว้ในชั้นเรียน

3. ทดสอบเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร และการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรเป็นเวลา 1 คาบ

4. เพื่อเตรียมความพร้อมด้านความรู้พื้นฐานในเรื่องที่จะเรียนในครั้งต่อไป ครูแจกบทเรียนทบทวนด้วยตนเองในเรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยวิธีการกำจัดตัวแปร ให้นักเรียนไปศึกษาร่วมกันในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือนอกชั้นเรียน และกำหนดแบบฝึกหัดในบทเรียนทบทวนด้วยตนเองให้นักเรียนได้ไปทำเป็นการบ้าน

สัปดาห์ที่ 3-6 (คาบแรก) เนื้อหาเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (รวม 7 คาบ)

<u>สัปดาห์ที่ 3</u> (2 คาบ) มีกิจกรรมการเรียนการสอนดังต่อไปนี้

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสาระสำคัญจากบทเรียนทบทวนด้วยตนเองที่นักเรียนได้ไปศึกษาร่วมกันมา

2. ครูเฉลยแบบฝึกหัดที่มอบหมายให้นักเรียนไปทำจากบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง โดยการแจกเอกสารเฉลยคำตอบและให้นักเรียนได้ซักถามปัญหาที่นักเรียนสงสัย จากการทำแบบฝึกหัดในแต่ละข้อ และครูอาจจะเฉลยวิธีทำโจทย์บางข้อที่นักเรียนต้องการให้เฉลยวิธีทำให้ดู

3. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาสมการนี้โดยอาศัยขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการ 6 ขั้นตอนตามที่ได้เสนอไว้ในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรข้างต้น สำหรับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในโจทย์ปัญหาสมการนี้จะใช้วิธีการกำจัดตัวแปร

4. ครูให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปรจากใบงานที่กำหนดในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือที่จัดไว้ในชั้นเรียน และมอบหมายโจทย์แบบฝึกหัดให้นักเรียนไปทำเป็นการบ้าน

5. ครูแจกบทเรียนทบทวนด้วยตนเองในเรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่า ให้นักเรียนไปศึกษาร่วมกันในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือนอกชั้นเรียนและกำหนดแบบฝึกหัดในบทเรียนทบทวนด้วยตนเองให้นักเรียนได้ไปทำเป็นการบ้าน

<u>สัปดาห์ที่ 4</u> (2 คาบ) มีกิจกรรมการเรียนการสอนดังต่อไปนี้

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสาระสำคัญจากบทเรียนทบทวนด้วยตนเองที่นักเรียนได้ไปศึกษาร่วมกันมา

2. ครูเฉลยแบบฝึกหัดที่มอบหมายให้นักเรียนไปทำจากบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง โดยการแจกเอกสารเฉลยคำตอบและให้นักเรียนได้ซักถามปัญหาที่นักเรียนสงสัยจากการทำแบบฝึกหัดในแต่ละข้อ และครูอาจจะเฉลยวิธีทำโจทย์บางข้อที่นักเรียนต้องการให้เฉลยวิธีทำให้ดู

3. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาสมการนี้โดยอาศัยขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการ 6 ขั้นตอนข้างต้น และการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้วิธีการแทนค่า

4. ครูให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่าจากใบงานที่กำหนด ในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือที่จัดไว้ในชั้นเรียน และมอบหมายโจทย์แบบฝึกหัดให้นักเรียนไปทำเป็นการบ้าน

<u>สัปดาห์ที่ 5</u> (2 คาบ) มีกิจกรรมการเรียนการสอนดังต่อไปนี้

1. ครูนำเสนอความรู้เกี่ยวกับดีเทอร์มินันต์ การหาค่าของดีเทอร์มินันต์อันดับสองโดยวิธีลัด และการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์ พร้อมด้วยตัวอย่างการหาค่าของดีเทอร์มินันต์และการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์

2. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาสมการนี้โดยอาศัยขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการ 6 ขั้นตอนข้างต้น และแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์

3. ครูให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยการใช้ดีเทอร์มินันต์ จากใบงานที่กำหนดในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือที่จัดไว้ในชั้นเรียน และมอบหมายโจทย์แบบฝึกหัดให้นักเรียนไปทำเป็นการบ้าน

<u>สัปดาห์ที่ 6</u> (คาบแรก 1 คาบ)

ทดสอบเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเป็นเวลา 1 คาบ

สัปดาห์ที่ 6 (คาบที่สอง) - 9 เนื้อหาเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร (รวม 6 คาบ)

<u>สัปดาห์ที่ 6</u> (คาบที่สอง 1 คาบ) มีกิจกรรมการเรียนการสอนดังต่อไปนี้

1. ครูนำเสนอความรู้เกี่ยวกับนิยามของระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร และหลักการในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปร พร้อมด้วยตัวอย่างการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปร

<u>สัปดาห์ที่ 7</u> (2 คาบ) มีกิจกรรมกจรเรียนการสอนดังต่อไปนี้

1. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปร และแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาสมการนี้โดยอาศัยขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการ 6 ขั้นตอนข้างต้น และแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยใช้วิธีการกำจัดตัวแปร

2. ครูให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปร จากใบงานที่กำหนดในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือที่จัดไว้ในชั้นเรียน และมอบหมายโจทย์แบบฝึกหัดให้นักเรียนไปทำเป็นการบ้าน

3. ครูนำเสนอความรู้เกี่ยวกับการหาค่าของดีเทอร์มินันต์อันดับสามโดยวิธีลัดพร้อมด้วยตัวอย่าง

<u>สัปดาห์ที่ 8</u> (2 คาบ) มีกิจกรรมการเรียนการสอนดังต่อไปนี้

1. ครูนำเสนอความรู้เกี่ยวกับวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยใช้ ดีเทอร์มินันต์

2. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปร และแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาสมการนี้โดยอาศัยขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการ 6 ขั้นตอนข้างต้น สำหรับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรในโจทย์ปัญหาสมการนี้จะใช้ดีเทอร์มินันต์

3. ครูให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยการใช้ดีเทอร์มินันต์ จากใบงานที่กำหนดในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือที่จัดไว้ในชั้นเรียน และมอบหมายโจทย์แบบฝึกหัดให้นักเรียนไปทำเป็นการบ้าน

<u>สัปดาห์ที่ 9</u> เป็นสัปดาห์ที่จัดให้มีการสอบกลางภาคเรียน จึงทำการทดสอบเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรและการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปรเป็นเวลา 1 คาบ และนอกจากการทดสอบแล้วครูได้แจกบทเรียนทบทวนด้วยตนเองเกี่ยวกับการแก้สมการกำลังสอง ให้นักเรียนไปศึกษาร่วมกันในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือนอกชั้นเรียนและกำหนดแบบฝึกหัดในบทเรียนทบทวนด้วยตนเองให้นักเรียนได้ไปทำเป็นการบ้านด้วย

สัปดาห์ที่ 10-11 เนื้อหาเรื่องสมการกำลังสอง (รวม 5 คาบ)

<u>สัปดาห์ที่ 10</u> (2 คาบ) มีกิจกรรมการเรียนการสอนดังต่อไปนี้

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสาระสำคัญจากบทเรียนทบทวนด้วยตนเองเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบ การแก้สมการกำลังสองโดยการแยกตัวประกอบ และการแก้สมการกำลังสองโดยการใช้สูตร

2. ครูเฉลยแบบฝึกหัดที่มอบหมายให้นักเรียนไปทำจากบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง โดยการแจกเอกสารเฉลยคำตอบและให้นักเรียนได้ซักถามปัญหาที่นักเรียนสงสัยจากการทำแบบฝึกหัดในแต่ละข้อ และครูอาจเฉลยวิธีทำโจทย์บางข้อที่นักเรียนต้องการให้เฉลยวิธีทำให้ดู

<u>สัปดาห์ที่ 11</u> (เพิ่มเวลาเรียนอีก 1 คาบ เพื่อทำการทดสอบท้ายบทเรียน รวมเป็น 3 คาบ) มีกิจกรรมการเรียนการสอนดังต่อไปนี้

1. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาสมการกำลังสอง และแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาสมการนี้โดยอาศัยขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการ 6 ขั้นตอนข้างต้น สำหรับการแก้สมการกำลังสองในโจทย์ปัญหาสมการนั้นจะพิจารณาความเหมาะสมของแต่ละสมการว่าจะใช้วิธีการแยกตัวประกอบหรือใช้สูตร ซึ่งโจทย์สมการที่เป็นตัวอย่างจะมีทั้งโจทย์ปัญหาสมการที่เหมาะสมสำหรับใช้วิธีการแยกตัวประกอบแก้สมการ และโจทย์ปัญหาสมการที่เหมาะสมสำหรับการใช้สูตรแก้สมการ

2. ครูให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองจากใบงานที่กำหนด ในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือที่จัดไว้ในชั้นเรียน โดยที่โจทย์ปัญหาสมการจะมีทั้งโจทย์ปัญหาสมการที่เหมาะสมสำหรับใช้วิธีการแยกตัวประกอบแก้สมการ และโจทย์ปัญหาสมการที่เหมาะสมสำหรับการใช้สูตรแก้สมการ

3. กำหนดโจทย์ปัญหาสมการเป็นแบบฝึกหัดให้นักเรียนไปทำเป็นการบ้าน

4. สำหรับในคาบเรียนพิเศษนอกเวลา 1 คาบ จะนัดหมายนักเรียนทำการทดสอบเกี่ยวกับการแก้สมการกำลังสองและการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสอง

<u>สัปดาห์ที่ 12</u> (2 คาบ) ทำการทดสอบหลังเรียนนอกเวลาเรียนด้วยแบบทดสอบหลังเรียนที่จัดเตรียมไว้

บทที่ 6

ผลการดำเนินการพัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ตามวงจรการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

การดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในครั้งนี้ หลังจากที่ผู้ร่วมการวิจัยได้กำหนดแนวทางการพัฒนาการเรียนการสอน และแนวทางการวางแผนการสอนจากการประชุมเชิงปฏิบัติการแล้ว ขั้นตอนต่อไปเป็นการนำแนวทางการพัฒนาการเรียนการสอนและแนวทางการวางแผนการสอนที่กำหนดไว้ในการประชุมเชิงปฏิบัติการมาปฏิบัติตามวงจรการวิจัยเชิงปฏิบัติการ โดยนำแนวทางที่กำหนดไว้มาดำเนินการสอนในชั้นเรียนกับนักเรียนสาขาวิชาช่างที่ลงทะเบียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 6 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2539 ซึ่งมีทั้งหมด 3 สาขาวิชาช่าง ประกอบด้วยสาขาวิชาช่างก่อสร้าง 4 ห้องเรียน สาขาวิชาช่างไฟฟ้ากำลัง 3 ห้องเรียน สาขาวิชาช่างอีเล็กทรอนิกส์ 3 ห้องเรียน โดยสุ่มมาเป็นกลุ่มทดลองเพื่อดำเนินการตามขั้นตอนของการวิจัยเชิงปฏิบัติการจำนวน 6 ห้องเรียน สาขาวิชาช่างละ 2 ห้องเรียน ตามรายละเอียดที่กล่าวถึงไว้ในบทที่ 3 แล้ว

การดำเนินการวิจัยครั้งนี้ได้ดำเนินการวิจัยเป็นรอบตามรูปแบบและขั้นตอนของการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการตามแนวคิดของเคมมิสและแมคทาคกาท โดยดำเนินการเป็นรอบจำนวน 4 รอบ ดังนี้

รอบที่ 1 นำแผนการสอนเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรมาดำเนินการสอน ในสัปดาห์ที่ 1-2

รอบที่ 2 นำแผนการสอนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมาดำเนินการสอนในสัปดาห์ที่ 3-6(คาบแรก)

รอบที่ 3 นำแผนการสอนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรมาดำเนินการสอนในสัปดาห์ที่ 6 (คาบที่สอง) - 9

รอบที่ 4 นำแผนการสอนเรื่องสมการกำลังสองมาดำเนินการสอน ในสัปดาห์ที่ 10 - 11

แต่ละรอบของการดำเนินการจะประกอบด้วยขั้นตอนของการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการดังนี้คือ ขั้นปฏิบัติการตามแผน ขั้นสังเกต ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ และขั้นพิจารณาปรับปรุงแผน สำหรับขั้นสังเกตของแต่ละรอบนั้นจะประกอบด้วยการสังเกตแบบมีส่วนร่วมในกลุ่มทดลอง 3 กลุ่มที่สอนโดยครูที่แตกต่างกัน การทดสอบประจำบทเรียน การศึกษาข้อบกพร่อง

ในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียน การสำรวจความคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนจากกลุ่มทดลองทั้ง 6 กลุ่ม และการสัมภาษณ์ตัวแทนของนักเรียนจากกลุ่มทดลอง 6 กลุ่มกลุ่มละ 4 คนโดยจัดกลุ่มสัมภาษณ์ 3 กลุ่มแยกตามครูผู้สอนกลุ่มละ 8 คน

นอกจากนั้นการดำเนินการสอนในแต่ละรอบยังประกอบไปด้วยวงจรการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการย่อย ๆ เป็นรายสัปดาห์ตามแผนการสอนที่กำหนดไว้อีกด้วย โดยที่ในแต่ละสัปดาห์จะประกอบด้วย ขั้นปฏิบัติการตามแผน ขั้นสังเกต ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ และขั้นพิจารณาปรับปรุงแผน โดยที่ในขั้นสังเกตของวงจรย่อยนี้จะเป็นการสังเกตแบบมีส่วนร่วมเพียงอย่างเดียว

สำหรับการนำเสนอผลการดำเนินการพัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาในเนื้อหาเรื่องสมการตามวงจรการวิจัยเชิงปฏิบัติการนี้ จะนำเสนอผลการดำเนินการวิจัยเป็นรอบ ๆ ดังต่อไปนี้

รอบที่ 1 ผลการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการในเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร

รอบที่ 2 ผลการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการในเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

รอบที่ 3 ผลการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการในเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร

รอบที่ 4 ผลการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการในเรื่องสมการกำลังสอง

โดยที่ในแต่ละรอบจะนำเสนอผลของการดำเนินการวิจัยเป็นรายสัปดาห์ และในแต่ละสัปดาห์จะนำเสนอในประเด็นต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. แผนการสอนรายสัปดาห์

2. ผลการสังเกตการสอนในชั้นเรียนในแต่ละสัปดาห์ และผลการสังเกตรวมในแต่ละรอบของการดำเนินการวิจัย

3. การสะท้อนผลการสังเกตและการพิจารณาปรับปรุงแผนการสอนจากแนวทางที่กำหนดไว้

ดังรายละเอียดต่อไปนี้

<u>รอบที่ 1</u> ผลการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการบทเรียนชุดที่ 1 เรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร (5 คาบ)

(ระหว่างวันที่ 28 ตุลาคม 2539 - 15 พฤศจิกายน 2539)

สัปดาห์ที่ 1 (2 คาบ) ระหว่างวันที่ 28 ตุลาคม 2539 - 1 พฤศจิกายน 2539

1.1 แผนการสอนสัปดาห์ที่ 1

แผนการสอนที่ 1

วิชาคณิตศาสตร์ 6	เรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร	เวลา 2 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. จำแนกได้ว่าสมการใดเป็นสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร
2. สามารถนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้แก้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรได้
3. แก้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรที่กำหนดให้ได้
4. แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรในกรณีที่โจทย์กำหนดสูตรหรือสมการมาให้ได้
5. แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรในกรณีที่โจทย์ไม่ได้กำหนดสูตรหรือสมการมาให้ได้

เนื้อหา

1. บทนิยามสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร
2. สมบัติของจำนวนจริงที่นำมาใช้แก้สมการ
3. การแก้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร
4. การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา และเกณฑ์การประเมินในเนื้อหาเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรให้นักเรียนทราบ
2. สอบถามนักเรียนเกี่ยวกับการทบทวน บทเรียนทบทวนด้วยตนเองหน่วยที่ 1

ทบทวนความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร (ดูบทเรียนในภาคผนวก ช) เพื่อตรวจสอบนักเรียนว่าได้ปฏิบัติงานตามที่ได้รับมอบหมายหรือไม่เพียงใด

3. ทบทวนบทนิยามของสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรโดยการยกตัวอย่างสมการต่าง ๆ ทั้งที่เป็นสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร และไม่เป็นสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรแล้วให้นักเรียนระบุว่าสมการใดเป็นสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร และสมการใดไม่เป็นสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร พร้อมทั้งระบุเหตุผลด้วย

4. ให้นักเรียนร่วมกันสรุปบทนิยามของสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร โดยการสุ่มถามตัวแทนของแต่ละกลุ่มกิจกรรมที่จัดแบ่งไว้

5. ให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มกิจกรรมส่งตัวแทนของกลุ่มสรุปสมบัติของจำนวนจริงที่นำไปใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร จากบทเรียนที่ได้ไปทบทวนร่วมกันมา กลุ่มละ 1 สมบัติ

6. เฉลยแบบฝึกหัดเกี่ยวกับสมบัติของจำนวนจริงที่ใช้ในการแก้สมการ จากแบบฝึกหัดที่ได้มอบหมายให้นักเรียนไปทำมาจากบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง โดยการแจกเอกสารเฉลยแบบฝึกหัด 1.1 และให้นักเรียนซักถามปัญหาที่นักเรียนสงสัยจากการทำแบบฝึกหัดในแต่ละข้อ และครูอาจจะเขียนอธิบายวิธีทำโจทย์บางข้อที่นักเรียนต้องการให้เฉลยวิธีทำ

7. ให้นักเรียนสรุปบทนิยามของคำตอบของสมการที่มีตัวแปร และบทนิยามของการแก้สมการ พร้อมทั้งระบุถึงลักษณะของสมการเมื่อพิจารณาตามลักษณะของคำตอบ โดยการสุ่มถามนักเรียน

8. ให้นักเรียนซักถามปัญหาเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรจากตัวอย่างที่ 1-4 ในบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง

9. แจกเอกสารเฉลยคำตอบของสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรในแบบฝึกหัด 1.2 และให้นักเรียนซักถามปัญหาที่นักเรียนสงสัยจากการทำแบบฝึกหัดในแต่ละข้อ และครูอาจจะเฉลยวิธีทำโจทย์บางข้อที่นักเรียนต้องการให้เฉลยวิธีทำ

10. อธิบายให้นักเรียนเห็นถึงประโยชน์ของสมการในการแก้โจทย์ปัญหาในทางช่างและในชีวิตประจำวัน

11. ยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาในทางช่างอุตสาหกรรมที่ใช้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรมาแก้ปัญหาในกรณีที่โจทย์กำหนดสูตรหรือสมการมาให้ จากตัวอย่างที่ 1 ใน บทเรียนที่ 1 บทเรียนในชั้นเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร (ดูบทเรียนในภาคผนวก ช)

12. ถามนักเรียนถึงแนวคิดและขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาข้อนี้ และครูแสดงวิธีแก้โจทย์ปัญหาข้อนี้โดยใช้วิธีการถามตอบนักเรียน

13. ยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาในทางช่างอุตสาหกรรม "ไม้อัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าแผ่นหนึ่งมีด้านยาวยาวเป็นสองเท่าของด้านกว้าง และเมื่อวัดความยาวรอบแผ่นได้ 7.2 เมตร อยากทราบว่าไม้อัดแผ่นนี้มีพื้นที่กี่ตารางเมตร" ให้นักเรียนร่วมกันค้นหาคำตอบของโจทย์ข้อนี้ในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ หลังจากนั้นครูแสดงการคิดแก้โจทย์ปัญหาสมการโดยใช้ 6 ขั้นตอน ที่สรุปไว้ในบทเรียนที่ 1 พร้อมกับอธิบายแผนภาพแสดงขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการประกอบ

14. นำขั้นตอน 6 ขั้นตอนมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาข้างต้น โดยใช้วิธีการถามตอบนักเรียนเป็นรายกลุ่มหรือรายบุคคลในแต่ละขั้นตอน แล้วให้นักเรียนเขียนเติมคำตอบของแต่ละขั้นตอนลงในเอกสารบทเรียนที่ 1 ตัวอย่างที่ 2 โดยที่ในขั้นที่ 1 ครูให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ เงื่อนไขในโจทย์ และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา สำหรับในขั้นที่ 2 ครูแสดงการวิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์โดยอาศัยการเขียนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและกำหนดให้ด้านกว้าง ยาว x เมตร แล้วให้นักเรียนระบุความยาวของด้านยาวจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้ และให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ที่เท่ากันของปริมาณสองปริมาณจากเงื่อนไขในโจทย์หรือจากรูปภาพในรูปของประโยคภาษา แล้วให้นักเรียนเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ต่อไปซึ่งจะได้สมการที่ต้องการ

15. ในขั้นที่ 5ให้นักเรียนแต่ละคนแก้สมการที่ได้จากขั้นที่ 4 ในเอกสารบทเรียน

16. อธิบายถึงวิธีการตรวจสอบคำตอบในการแก้โจทย์ปัญหาสมการโดยให้ตรวจสอบกับเงื่อนไขทุกเงื่อนไขในโจทย์

สื่อการเรียนการสอน

1. บทเรียนทบทวนด้วยตนเองหน่วยที่ 1 ทบทวนความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร

2. บทเรียนที่ 1 บทเรียนในชั้นเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร

การวัดผลและประเมินผล

1. ตรวจแบบฝึกหัดของนักเรียน

2. สังเกตการตอบคำถามของนักเรียนแต่ละคน

1.2 ผลการสังเกตการสอนในชั้นเรียนในสัปดาห์ที่ 1

ห้องเรียนที่ 1 ครูคนที่ 1 (สังเกตการสอนเวลา 13.10 น. - 14.50 น. วันศุกร์ที่ 1 พฤศจิกายน 2539) **ห้องเรียนที่ 2 ครูคนที่ 2** (สังเกตการสอนเวลา 16.30 น. - 18.10 น. วันศุกร์ที่ 1 พฤศจิกายน 2539) **ห้องเรียนที่ 3 ครูคนที่ 3** (สังเกตการสอนเวลา 07.20 น. - 09.00 น. วันศุกร์ที่ 1 พฤศจิกายน 2539)

พฤติกรรมการสอนของครู ครูสอบถามนักเรียนเกี่ยวกับการทบทวนบทเรียนด้วยตนเองหน่วยที่ 1 โดยเฉพาะการทำแบบฝึกหัดท้ายบท ปรากฏว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้ทำแบบฝึกหัดที่มอบหมายให้ได้เกือบครบถ้วน แต่พบว่าในห้องเรียนหนึ่งมีนักเรียนส่วนใหญ่ไม่ได้ทำโจทย์แบบฝึกหัดครูจึงสรุปสมบัติของจำนวนจริงจากเอกสารทบทวนด้วยตนเองให้นักเรียนในห้องเรียนนั้นแล้วเฉลยแบบฝึกหัด 1.1 และแบบฝึกหัด 1.2 ข้อ 6, 8 และ 10 ให้นักเรียนโดยใช้วิธีการถามตอบนักเรียนเป็นตอน ๆ แต่นักเรียนมักจะไม่ตอบคำถามของครู ครูจึงเฉลยคำตอบที่ถามนั้นด้วยตนเอง หลังจากนั้นครูจึงให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดข้อ 7 และ 9 ในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือและครูเฉลยตอนท้ายชั่วโมง สำหรับอีก 2 ห้องเรียนที่นักเรียนส่วนใหญ่ได้ทำแบบฝึกหัดที่มอบหมายให้ได้เกือบครบถ้วน ครูได้ทบทวนความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับสมบัติจำนวนจริงโดยสรุปร่วมกับนักเรียนโดยใช้วิธีการถามตอบนักเรียนทั้งชั้น แล้วจึงแจกเอกสารเฉลยแบบฝึกหัด 1.1 ให้นักเรียนตรวจและให้นักเรียนซักถามปัญหาที่นักเรียนสงสัย หลังจากนั้นครูสรุปเกี่ยวกับนิยามของคำตอบของสมการ นิยามของการแก้สมการและลักษณะของสมการเมื่อพิจารณาตามลักษณะของคำตอบให้นักเรียนบนกระดานดำ แล้วจึงเฉลยแบบฝึกหัด 1.2 ในการอธิบายครูมักจะไม่ได้ใช้การถามตอบนักเรียนมากนัก สำหรับการอธิบายเกี่ยวกับการแก้สมการ จะอธิบายการกำจัดค่าใดค่าหนึ่งให้หมดไปจากข้างใดข้างหนึ่งครูบางคนจะบอกนักเรียนว่าให้ย้ายข้างไปแล้วเปลี่ยนเครื่องหมายเป็นตรงกันข้าม

พฤติกรรมการเรียนของนักเรียน นักเรียนตั้งใจฟังครูสอนดี ตอบคำถามที่ครูถามได้ดี มีการซักถามครูในบางครั้ง แต่มีนักเรียนบางกลุ่มด้านหลังชั้นเรียนจะคุยกันบ้างในบางครั้ง และสำหรับบางห้องเรียนจะพบว่านักเรียนส่วนใหญ่เข้าห้องเรียนสายประมาณ 15 นาที ไม่ได้ทำแบบฝึกหัดที่มอบหมาย ในการเรียนนักเรียนห้องนี้มักจะไม่ตอบคำถามของครูเนื่องจากนักเรียนคิดคำตอบไม่ได้ เว้นแต่นักเรียนที่เรียนเก่งบางคนเท่านั้นที่ตอบคำถามของครูได้ ด้านความสนใจต่อการเรียนของนักเรียนพบว่านักเรียนกลุ่มด้านหน้าชั้นเรียนตั้งใจเรียนดี แต่นักเรียนกลุ่มหลังชั้นเรียนไม่ได้ตั้งใจเรียนอย่างต่อเนื่อง แต่อย่างไรก็ตามสำหรับการทำกิจกรรมของนักเรียนห้องเรียนนี้พบว่านักเรียนมีความตื่นตัวในการทำกิจกรรมกลุ่มมาก นักเรียนแสดงความคิดเห็นร่วมกัน

ในกลุ่มและช่วยกันคิดแก้โจทย์ได้ดี สำหรับการจัดกลุ่มกิจกรรมพบว่านักเรียนบางคนในบางห้องเรียนยังมีปัญหาที่เข้ากลุ่มไม่ได้

1.3 การสะท้อนผลการสังเกตและการพิจารณาปรับปรุงแผนการสอนจากแนวทางที่กำหนดไว้

(วันจันทร์ที่ 4 พฤศจิกายน 2539 เวลา 09.00 น. - 10.40 น.)

ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการสังเกตและสิ่งที่ควรปรับปรุงแก้ไขในประเด็นต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. ด้านการสอนครูควรใช้คำถามให้นักเรียนได้คิดและตอบมากกว่าการอธิบายวิธีทำให้นักเรียนฟัง

2. กรณีที่ครูถามนักเรียนทั้งชั้นแล้วนักเรียนบางห้องเรียนไม่มีปฏิสัมพันธ์กับครูในการตอบคำถามนั้น ครูอาจจะใช้วิธีการชี้ถามเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มกิจกรรมก็ได้แล้วให้ตัวแทนกลุ่มตอบคำถาม

3. กรณีที่นักเรียนเข้าห้องเรียนสายมาก ครูควรใช้ระเบียบของวิทยาลัยในการหักคะแนนคุณธรรมของนักเรียนครั้งละ 2 คะแนน

4. กรณีที่นักเรียนไม่สนใจการเรียนในช่วงคาบเรียนหลัง ๆ (โดยเฉพาะนักเรียนกลุ่มอ่อนที่ชอบนั่งด้านหลัง) อาจจะสาเหตุเนื่องมาจากการฟังครูบรรยายนานเกินไป ซึ่งควรแก้ไขโดยการจัดกิจกรรมกลุ่มให้นักเรียนทำโจทย์ร่วมกันในคาบเรียนหลังหรือจัดเป็นช่วง ๆ สลับกันไป

5. ด้านการสอนการแก้สมการโดยอาศัยสมบัติจำนวนจริงเพื่อกำจัดค่าใดค่าหนึ่งให้หมดไปครูไม่ควรบอกนักเรียนว่าให้ย้ายข้างไปแล้วเปลี่ยนเครื่องหมายเป็นตรงกันข้ามซึ่งอาจจะทำให้นักเรียนสับสนเกี่ยวกับเครื่องหมายได้ ควรใช้วิธีการบวกหรือลบทั้งสองข้าง

6. กรณีที่นักเรียนบางคนยังมีปัญหาเกี่ยวกับการจัดกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือให้ครูได้เข้าไปสอบถามปัญหาและแก้ไขปัญหาพร้อมกับจัดกลุ่มให้นักเรียนด้วย

7. ด้านการสอนในสัปดาห์นี้ครูไม่สามารถดำเนินการสอนให้เป็นไปตามกำหนดเนื้อหาในแนวทางการวางแผนการสอนที่วางไว้ในการประชุมเชิงปฏิบัติการได้ จึงปรับแผนการสอนเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรใหม่เป็น 5 คาบ ในสัปดาห์ที่ 1 และ 2 สัปดาห์ละ 2 คาบ และทดสอบประจำบทในสัปดาห์ที่ 3 อีก 1 คาบ สาเหตุที่สอนไม่ทันตามกำหนดเนื่องจากครูใช้เวลากับการทบทวนการแก้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรและเฉลยแบบฝึกหัดนานเกินไป

สัปดาห์ที่ 2 (2 คาบ) ระหว่างวันที่ 4 - 8 พฤศจิกายน 2539

2.1 แผนการสอนสัปดาห์ที่ 2 (ใช้แผนการสอนสัปดาห์ที่ 1 ที่ยังไม่ได้ดำเนินการสอนเข้ามาดำเนินการสอนก่อน และเลื่อนการทดสอบเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรจากแผนการสอนที่วางไว้เดิมไปทำการทดสอบในสัปดาห์ที่ 3 คาบแรกแทน)

แผนการสอนที่ 2

วิชาคณิตศาสตร์ 6 เรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร เวลา 2 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรในกรณีที่โจทย์กำหนดสูตรหรือสมการมาให้ได้

2. แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรในกรณีที่โจทย์ไม่ได้กำหนดสูตรหรือสมการมาให้ได้

เนื้อหา

1. โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูสนทนากับนักเรียนให้นักเรียนเห็นถึงประโยชน์ของสมการในการแก้โจทย์ปัญหาในทางช่างและในชีวิตประจำวัน

2. ยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาในทางช่างอุตสาหกรรมที่ใช้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรมาแก้ปัญหาในกรณีที่โจทย์กำหนดสูตรหรือสมการมาให้ จากตัวอย่างที่ 1 ใน "บทเรียนที่ 1 โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร" (ดูบทเรียนในภาคผนวก ช.)

3. ให้นักเรียนเสนอแนวคิดและขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาข้อนี้ และครูแสดงวิธีแก้โจทย์ปัญหาข้อนี้โดยใช้วิธีการถามตอบนักเรียน

4. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาในทางช่างอุตสาหกรรมในกรณีที่โจทย์ไม่ได้กำหนดสูตรหรือสมการมาให้ จากโจทย์ต่อไปนี้ "ไม้อัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าแผ่นหนึ่งมีด้านยาวยาวเป็นสองเท่าของด้านกว้าง และเมื่อวัดความยาวรอบแผ่นได้ 7.2 เมตร อยากทราบว่าไม้อัดแผ่นนี้มีพื้นที่กี่ตารางเมตร" ครูให้นักเรียนร่วมกันค้นหาคำตอบของโจทย์ข้อนี้ในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ หลังจากนั้นครูจึงสรุปขั้นตอนในการคิดแก้โจทย์ปัญหาสมการ 6 ขั้นตอน จากขั้นตอนที่สรุปไว้ในบทเรียนที่ 1 พร้อมกับอธิบายแผนภาพแสดงขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการประกอบ

5. ครูนำขั้นตอน 6 ขั้นตอนมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาข้างต้น โดยใช้วิธีการถามตอบนักเรียนเป็นรายกลุ่มหรือรายบุคคลในแต่ละขั้นตอน แล้วให้นักเรียนเขียนเติมคำตอบของแต่ละขั้นตอนลงในเอกสารบทเรียนที่ 1 ตัวอย่างที่ 2 โดยที่ในขั้นที่ 1 ครูให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ เงื่อนไขในโจทย์ และสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา สำหรับในขั้นที่ 2 ครูแสดงการวิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์โดยอาศัยการเขียนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและกำหนดให้ด้านกว้าง

ยาว x เมตร แล้วให้นักเรียนระบุความยาวของด้านยาวจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้ และให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ที่เท่ากันของปริมาณสองปริมาณจากเงื่อนไขในโจทย์หรือจากรูปภาพในรูปของประโยคภาษา แล้วให้นักเรียนเปลี่ยนประโยคภาษาจากความสัมพันธ์ที่ได้เป็นประโยคสัญลักษณ์ต่อไปซึ่งจะได้สมการที่ต้องการ

6. ในขั้นที่ 5ให้นักเรียนแต่ละคนแก้สมการที่ได้จากขั้นที่ 4 ในเอกสารบทเรียน

7. อภิปรายถึงวิธีการตรวจสอบคำตอบในการแก้โจทย์ปัญหาสมการโดยให้ตรวจสอบกับเงื่อนไขทุกเงื่อนไขในโจทย์

8. ยกโจทย์ปัญหาสมการตัวอย่างที่ 3 ในบทเรียนที่ 1 ให้นักเรียนอ่านโจทย์ และทำความเข้าใจโจทย์โดยการให้ระบุเกี่ยวกับโจทย์ในเอกสารขั้นที่ 1

9. จากรูปภาพให้นักเรียนวิเคราะห์ถึงความสัมพันธ์ของปริมาณสองปริมาณที่เท่ากันโดยครูใช้การถามตอบนักเรียนในแต่ละกลุ่ม

10. หลังจากนักเรียนระบุความสัมพันธ์โดยอาศัยทฤษฎีบทของปีทาโกรัสได้แล้ว ครูกำหนดให้แนวพับห่างจากปลายด้านหนึ่ง x มม. แล้วให้นักเรียนระบุระยะห่างของแนวพับกับปลายอีกด้านหนึ่งและให้นักเรียนเขียนสมการพร้อมแสดงวิธีการแก้สมการในขั้นที่ 4, 5 ตามลำดับในเอกสาร

11. ครูแสดงการตรวจสอบคำตอบกับเงื่อนไขของโจทย์จากเงื่อนไขที่ระบุไว้ในขั้นที่ 1

12. แจกใบงานที่ 1 ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรจากใบงานในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือที่จัดไว้ในชั้นเรียน

13. มอบหมายโจทย์ปัญหาสมการจากแบบฝึกหัดประจำบทเรียนที่ 1 ให้นักเรียนไปทำเป็นการบ้าน

14. แจกบทเรียนทบทวนด้วยตนเองหน่วยที่ 2 (2.1) ทบทวนความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปร ให้นักเรียนได้ไปศึกษาร่วมกันในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือนอกชั้นเรียน และกำหนดแบบฝึกหัดในบทเรียนทบทวนด้วยตนเองให้นักเรียนไปทำเป็นการบ้าน

15. กำหนดวันเวลาในการทดสอบเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรในสัปดาห์ต่อไปให้นักเรียนทราบ

สื่อการเรียนการสอน

1. บทเรียนที่ 1 บทเรียนในชั้นเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร
2. ใบงานที่ 1

2.2 ผลการสังเกตการสอนในชั้นเรียนในสัปดาห์ที่ 2

ห้องเรียนที่ 1 ครูคนที่ 1 (สังเกตการสอนเวลา 13.10 น. - 14.50 น. วันศุกร์ที่ 8 พฤศจิกายน 2539) **ห้องเรียนที่ 2 ครูคนที่ 2** (สังเกตการสอนเวลา 16.30 น. - 18.10 น. วันศุกร์ที่ 8 พฤศจิกายน 2539) **ห้องเรียนที่ 3 ครูคนที่ 3** (สังเกตการสอนเวลา 07.20 น. - 09.00 น. วันศุกร์ที่ 8 พฤศจิกายน 2539)

พฤติกรรมการสอนของครู ครูดำเนินการสอนเป็นไปตามแผนการสอนที่วางไว้ โดยที่การสอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการในแต่ละขั้นตอนครูจะใช้การถามคำถามนักเรียนได้ดีขึ้น และใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนในการวิเคราะห์โจทย์ได้ดี แต่พบว่าครูบางคนมักจะไม่ได้รอให้นักเรียนได้คิดหาคำตอบแต่จะเฉลยคำถามที่ถามนักเรียนด้วยตนเองเสียก่อน และในขั้นที่ 2 การวิเคราะห์โจทย์ครูส่วนมากมักจะอธิบายให้นักเรียนฟังมากกว่าการใช้การถามตอบ ในการมอบหมายให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการจากใบงานในกลุ่มกิจกรรม ครูจะเดินดูนักเรียนทำกิจกรรมในกลุ่มทุกกลุ่ม แต่ครูบางคนไม่ได้สำรวจติดตามดูการคิดแก้โจทย์ปัญหาสมการในแต่ละกลุ่มกิจกรรมของนักเรียน ในการสอนเกี่ยวกับการแก้สมการครูได้ปรับปรุงโดยการไม่อธิบายว่าย้ายข้าง แต่จะใช้การกำจัดค่าใดค่าหนึ่งให้หมดไปจากข้างใดข้างหนึ่งโดยวิธีการบวกหรือลบทั้งสองข้างแทน ในด้านการควบคุมพฤติกรรมของนักเรียนไม่ให้เข้าห้องเรียนสาย ครูได้กล่าวตักเตือนนักเรียนที่เข้าเรียนสายและได้ตกลงกับนักเรียนในเรื่องเงื่อนไขของการหักคะแนนคุณธรรมเมื่อนักเรียนขาดเรียน เข้าเรียนไม่ตรงเวลา หรือแต่งกายไม่ถูกต้อง

พฤติกรรมการเรียนของนักเรียน นักเรียนร่วมมือในกิจกรรมต่าง ๆ ได้ดี ตอบคำถามของครูได้ดี และในการทำกิจกรรมกลุ่มนักเรียนร่วมมือกันเป็นอย่างดี ร่วมกันเสนอความคิดของตนเองในการแก้โจทย์ปัญหาสมการแต่ละขั้นตอนในกลุ่มเป็นอย่างดี ในการร่วมกันคิดนักเรียนคนไหนสามารถคิดแก้โจทย์ได้ก็จะทำหน้าที่อธิบายแนวคิดของตนเองให้เพื่อนได้เข้าใจด้วย ในการทำกิจกรรมนักเรียนจะแบ่งหน้าที่เป็นหัวหน้ากลุ่มและผู้เขียนบันทึกในกลุ่มได้เรียบร้อย แต่อย่างไรก็ตามพบว่าพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนในบางห้องเรียนจะมีนักเรียนบางส่วนที่ไม่ได้ให้ความสนใจต่อการเรียนเท่าที่ควร และในการแก้โจทย์ปัญหาสมการนักเรียนจะมีปัญหาในขั้นการวิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์พอสมควร โดยเฉพาะในการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ 2 ปริมาณที่เท่ากัน

2.3 การสะท้อนผลการสังเกตและการพิจารณาปรับปรุงแผนการสอนจากแนวทางที่กำหนดไว้

(วันจันทร์ที่ 11 พฤศจิกายน 2539 เวลา 09.00 น. - 10.40 น.)

ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการสังเกตและสิ่งที่ควรปรับปรุงแก้ไขในประเด็นต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. มีการสอนโดยการใช้คำถามให้นักเรียนตอบมากขึ้น แต่ครูควรจะเว้นระยะเวลา

ให้นักเรียนได้คิดหาคำตอบด้วย ไม่ควรเร่งรัดให้นักเรียนตอบเร็วเกินไป หรือในกรณีที่นักเรียนตอบคำถามไม่ได้ครูควรเปลี่ยนคำถามใหม่โดยอาจจะใช้คำถามตะล่อมเข้าหาคำตอบแทนก็ได้

2. ด้านการมอบหมายให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่มจากใบงานทุกครั้งครูควรเดินดูการปฏิบัติกิจกรรรมในกลุ่มของนักเรียนทุกกลุ่มด้วย

3. ด้านการวิเคราะห์โจทย์ในขั้นที่ 2 ครูควรพยายามเน้นให้นักเรียนได้เขียนภาพประกอบ หรือการวาดรูปประกอบด้วย เพื่อจะทำให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

4. ด้านการนำเสนอขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา 6 ขั้นตอน ผู้วิจัยได้เสนอให้ใช้การเขียนลงในแผ่นใสแล้วฉายให้นักเรียนดูซึ่งจะทำให้ใช้เวลาในการสอนตอนนี้น้อยลง แต่ครูผู้สอนชี้แจงให้ทราบว่าในแผนกมีเครื่องฉายข้ามศีรษะเพียงเครื่องเดียว จึงไม่สามารถนำไปใช้ได้ทุกคนเพราะในบางครั้งต้องสอนพร้อมกัน

5. ในประเด็นที่เกี่ยวกับการบ้าน ตามแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนที่กำหนดไว้ว่าจะจัดทำโจทย์แบบฝึกหัดแต่ละครั้งให้แตกต่างกัน 4 ชุดเพื่อมอบให้นักเรียนกลุ่มอ่อน กลุ่มค่อนข้างอ่อน กลุ่มปานกลาง และกลุ่มเก่งได้ทำแตกต่างกัน แต่เมื่อทำการสอนจริงครูไม่สามารถจัดทำโจทย์แบบฝึกหัดที่แตกต่างกัน 4 ชุดได้ทันการเรียนการสอนในแต่ละสัปดาห์จึงได้ยกเลิกแนวคิดนี้ไป ครูจึงมอบหมายการบ้านให้นักเรียนไปทำทั้งชั้นเรียนไม่แตกต่างกัน

สัปดาห์ที่ 3 (1 คาบ) ระหว่างวันที่ 11-15 พฤศจิกายน 2539

3.1 แผนการสอนสัปดาห์ที่ 3 (คาบแรก 1 คาบ)

ทำการทดสอบเรื่อง "สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร" ใช้เวลา 1 คาบ หลังจากนั้นจึงแจกแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนเพื่อประเมินผลการสอนของครูแต่ละคนโดยให้นักเรียนไปแสดงความคิดเห็นลงในแบบสอบถามนอกเวลาเรียน

3.2 ผลการสังเกตการสอนในรอบที่ 1

ผลการสังเกตในรอบที่ 1 นี้จะหมายถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ผลการแสดงความคิดเห็นของนักเรียน ผลการสัมภาษณ์นักเรียน และผลการศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนในเนื้อหาเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร ซึ่งจะกล่าวถึงเป็นข้อ ๆ ดังต่อไปนี้

3.2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

ในด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน เมื่อพิจารณาถึงประสิทธิภาพของแผนการสอนเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรโดยการพิจารณาค่า E_1 / E_2

โดยที่ค่า E_1 หมายถึงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่นักเรียนได้จากคะแนนเก็บในระหว่างเรียน ในที่นี้คือ คะแนนจากแบบฝึกหัด และจากใบงาน

และ E_2 หมายถึงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่นักเรียนได้จากการประเมินผลขั้นสุดท้ายของบทเรียน ในที่นี้คือ คะแนนจากแบบทดสอบเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร

เมื่อพิจารณาถึงประสิทธิภาพของแผนการสอนแยกตามครูผู้สอนแต่ละคนและเฉลี่ยทั้งสามคนเป็นตามตารางต่อไปนี้

ตาราง 7 แสดงค่าประสิทธิภาพของแผนการสอนเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร

ครูผู้สอน	ค่า E_1 / E_2
คนที่ 1	75.14 / 74.57
คนที่ 2	78.78 / 69.25
คนที่ 3	79.06 / 62.87
เฉลี่ยทั้งสามคน	77.65 / 68.76

จากตาราง 7 จะเห็นได้ว่าประสิทธิภาพของแผนการสอนในเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรได้ต่ำกว่าเกณฑ์ที่ครูร่วมกันกำหนดไว้ (เกณฑ์ที่กำหนดร่วมกันไว้จากการประชุมเชิงปฏิบัติการได้กำหนดค่า E_1 / E_2 ไว้เท่ากับ 80 / 80) เมื่อพิจารณาค่า E_1 ซึ่งเป็นค่าที่ได้มาจากคะแนนจากแบบฝึกหัด และจากใบงาน ซึ่งพบว่านักเรียนบางส่วนไม่ได้ทำแบบฝึกหัดส่งครูจึงทำให้คะแนนเฉลี่ยส่วนนี้ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ สำหรับค่า E_2 ซึ่งเป็นค่าที่ได้มาจากคะแนนของแบบทดสอบ พบว่าแบบทดสอบมีความยากพอสมควร โดยเฉพาะแบบทดสอบการแก้สมการที่อยู่ในรูปเศษส่วน นักเรียนส่วนมากจะแก้สมการที่อยู่ในรูปเศษส่วนไม่ได้จึงทำให้คะแนนส่วนนี้ต่ำกว่าเกณฑ์ และในส่วนของโจทย์ปัญหาสมการนักเรียนส่วนมากจะมีปัญหาในขั้นการเขียนสมการและการเขียนอธิบายความในแต่ละขั้นแต่ละตอน

และเมื่อพิจารณาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรของนักเรียนก่อนเรียนกับหลังเรียนเป็นไปตามตารางต่อไปนี้

ตาราง 8 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาสมการในเนื้อหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร

ครูผู้สอน	N	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	ค่าสถิติ t	ค่าวิกฤต	ร้อยละของคะแนนเฉลี่ยหลังเรียน
คนที่ 1	79	5.05	11.75	16.19	2.38	69.12
คนที่ 2	86	5.67	11.38	13.97	2.37	66.93
คนที่ 3	84	4.25	11.46	18.52	2.37	67.44
เฉลี่ยทั้งสามคน		4.98	11.53	27.77	2.33	67.81

<u>หมายเหตุ</u> สัญลักษณ์ในตารางเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาสมการในเนื้อหาต่าง ๆ ตั้งแต่ตารางต่อไปนี้เป็นต้นไปจะแทนความหมายต่อไปนี้

N หมายถึง จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง

$\bar{x}_1$ หมายถึง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนก่อนเรียน

$\bar{x}_2$ หมายถึง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนหลังเรียน

จากการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรของนักเรียนก่อนเรียนกับหลังเรียนพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนของนักเรียนทุกกลุ่มแยกตามครูผู้สอนและโดยภาพรวมสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.01

3.2.2 ผลสรุปความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดการเรียนการสอน

จากการศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรของครูแต่ละคน โดยอาศัยแบบสอบถามพบว่าในแต่ละด้านนักเรียนมีความคิดเห็นดังต่อไปนี้

ด้านเนื้อหาสาระ พบว่านักเรียนมีความคิดเห็นว่าเนื้อหามีความน่าสนใจดี ระดับความยากง่าย การจัดเรียงลำดับเนื้อหา และระยะเวลาที่ใช้สอนมีความเหมาะสมดี แต่ก็พบว่าครูบางคนจัดเวลาที่ใช้สอนไม่เหมาะสมเท่าที่ควร

ด้านพฤติกรรมการสอนของครู พบว่านักเรียนมีความคิดเห็นว่าครูมีการเตรียมการสอนดี มีความแม่นยำในเนื้อหาที่สอน มีการจัดลำดับขั้นตอนในการสอน เทคนิคการสอนและ

วิธีสอนที่ดี มีเทคนิคในการสอนและวิธีสอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการ เสนอขั้นตอนและวิธีการในการแก้โจทย์ปัญหาสมการได้ดี กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือมีผลทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนและสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการได้ดี จัดกิจกรรมได้เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลาและเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมได้ดี ครูบางคนใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนได้ดีแต่บางคนพบว่าควรที่จะพัฒนาวิธีการใช้คำถามให้ดีขึ้นอีก ในการสอนครูให้กำลังใจนักเรียน มีความเป็นกันเองกับนักเรียนในระดับดี การพูด ภาษา และท่าทางเหมาะสมดี การปกครองชั้นเรียน การควบคุมอารมณ์ ความรับผิดชอบในการสอน ความกระตือรือร้นในการสอนและการตรงต่อเวลาดี และพบว่านักเรียนมีความเห็นต่อครูคนหนึ่งเกี่ยวกับการควบคุมอารมณ์ ความรับผิดชอบในการสอน ความกระตือรือร้นในการสอนและการตรงต่อเวลาอยู่ในระดับดีมาก นอกจากนี้นักเรียนมีความเห็นเกี่ยวกับการบ้านว่าปริมาณการบ้านมีความเหมาะสมดี การตรวจแบบฝึกหัดครูบางคนตรวจได้สม่ำเสมอแต่ครูบางคนไม่ได้ตรวจอย่างสม่ำเสมอ

ด้านสื่อการเรียนการสอน พบว่าบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง บทเรียนในชั้นเรียนและใบงานมีส่วนช่วยทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้ดี แต่นักเรียนบางกลุ่มเห็นว่าบทเรียนทบทวนด้วยตนเองมีส่วนช่วยทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้ในระดับพอใช้เท่านั้น นอกจากนี้นักเรียนเห็นว่าปริมาณของเนื้อหาในบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง ในบทเรียนในชั้นเรียนมีความเหมาะสมดี และด้านของโจทย์ปัญหาสมการในใบงานและแบบฝึกหัดมีความเหมาะสมดี ระดับความยากง่ายอยู่ในระดับดี

ด้านการวัดผลและประเมินผล พบว่ามีการทดสอบย่อยเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน มีการทดสอบรวมเมื่อจบบทเรียนอยู่ในระดับดี การให้คะแนนมีความยุติธรรมดี ปริมาณของข้อสอบกับเวลาที่ใช้ในการสอบมีความเหมาะสมดี

3.2.3 ผลการสัมภาษณ์นักเรียน

จากการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 8 คน แยกกลุ่มตามครูผู้สอนที่ต่างกัน พบว่าความคิดเห็นของนักเรียนต่อครูผู้สอนโดยภาพรวมเป็นดังนี้

ด้านเนื้อหาสาระ นักเรียนเห็นว่าน่าสนใจดี ระดับความยากง่ายเหมาะสม การจัดเรียงลำดับเนื้อหาดี ปริมาณของเนื้อหากับเวลาที่ใช้บางครั้งสอดคล้องกันบางครั้งสอนไม่ทัน

ด้านพฤติกรรมการสอนของครู นักเรียนเห็นว่าครูสอนได้ดี ใช้เทคนิคการสอนวิธีสอนได้ดี สำหรับกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือนักเรียนเห็นว่าเป็นกิจกรรมที่ดี ทำให้นักเรียนได้ช่วยเหลือกันในการเรียนโดยเฉพาะคนเก่งได้ช่วยอธิบายทำความเข้าใจให้นักเรียนที่เรียนอ่อนได้ ซึ่งในบางครั้งนักเรียนเห็นว่าเพื่อนสามารถอธิบายให้ตนเองเข้าใจได้ง่ายกว่าการอธิบายของครู ในด้านของขั้นตอนและยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหานักเรียนเห็นว่าเป็นขั้นตอนที่ยาวพอสมควร

แต่อย่างไรก็ตามขั้นตอนเหล่านี้นักเรียนเห็นว่าสามารถช่วยให้นักเรียนคิดวิเคราะห์โจทย์และแก้โจทย์ปัญหาสมการได้ดีขึ้น ส่วนด้านความรับผิดชอบต่อการสอนและการตรงต่อเวลานักเรียนเห็นว่าครูรับผิดชอบต่อการสอนและตรงต่อเวลาดี แต่มีครูบางคนที่ควรปรับปรุงพฤติกรรมเนื่องจากในบางครั้งครูไม่ค่อยตรงต่อเวลา และด้านการตรวจแบบฝึกหัดครูควรปรับปรุงด้วย โดยควรตรวจแบบฝึกหัดให้นักเรียนทุกครั้งที่ทำส่ง แต่อย่างไรก็ตามนักเรียนเห็นว่าครูบางคนได้ตรวจแบบฝึกหัดให้นักเรียนอย่างสม่ำเสมอ ส่วนการควบคุมพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนนักเรียนมีความคิดเห็นว่าครูบางคนควรดุนักเรียนบางคนหรือบางกลุ่มที่นั่งคุยกันในขณะที่ครูทำการสอนบ้าง

ด้านสื่อการเรียนการสอน นักเรียนเห็นว่าบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง บทเรียนในชั้นเรียนและใบงานดีแล้วมีส่วนช่วยให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ดี รูปแบบของสื่อการเรียนการสอนนักเรียนเห็นว่ามีรูปภาพประกอบดีจะได้คลายเครียดบ้าง ตัวอักษรเหมาะสม และในบทเรียนด้วยตนเองการอธิบายแนวคิดคู่กับวิธีทำนักเรียนเห็นว่าดีแล้ว เพราะสามารถทำให้นักเรียนทำความเข้าใจการแก้สมการในแต่ละขั้นแต่ละตอนได้ง่ายขึ้นเข้าใจแนวคิดและหลักการในการแก้สมการได้ดี สำหรับการเขียนตัวอย่างในบทเรียนในชั้นเรียนโดยไม่ได้แสดงวิธีทำไว้อย่างครบถ้วนทุกขั้นตอน แต่จะเว้นไว้ให้นักเรียนได้เติมคำตอบหรือคิดหาคำตอบในแต่ละขั้นตอนนั้นนักเรียนเห็นว่าดีแล้วเพราะนักเรียนจะได้คิดและติดตามการสอนของครูตลอดเวลา ในส่วนของโจทย์แบบฝึกหัดนักเรียนเห็นว่าโจทย์แบบฝึกหัดบางข้อค่อนข้างยาก

ด้านการวัดผลและประเมินผล นักเรียนเห็นว่าข้อสอบบางข้อยาก เช่น การแก้สมการที่อยู่ในรูปเศษส่วน สำหรับเวลาที่ใช้ในการสอบเหมาะสมแล้ว

ด้านปัญหาในการเรียนของนักเรียนพบว่านักเรียนกลุ่มอ่อนยังมีปัญหาในการแก้สมการโดยเฉพาะสมการที่มีความซับซ้อน และนักเรียนส่วนใหญ่จะมีปัญหาในการแก้โจทย์ปัญหาสมการในข้อที่ยากหรือโจทย์สลับซับซ้อน ซึ่งนักเรียนจะไม่สามารถทำการวิเคราะห์โจทย์หรือสร้างความสัมพันธ์จากโจทย์ในขั้นที่ 2 ได้จึงทำให้เขียนสมการไม่ได้ แต่ถ้าเป็นโจทย์ที่ไม่ยากหรือไม่สลับซับซ้อนเกินไป หรือเป็นโจทย์ที่กำหนดสูตรหรือสมการมาให้นักเรียนแล้วนักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการเหล่านั้นได้

3.2.4 ผลการศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียน

จากการศึกษาข้อบกพร่องในการแก้สมการและการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนจะพบว่า นักเรียนบกพร่องในการแก้สมการที่เป็นเศษส่วน โดยนักเรียนบางคนไม่สามารถกำจัดส่วนของเศษส่วนแต่ละพจน์ให้หมดไปได้ นักเรียนบางคนใช้สมบัติการแจกแจงไม่ถูกต้องโดยเฉพาะในกรณีที่ตัวคูณเป็นจำนวนลบ และในการแก้โจทย์ปัญหาสมการพบว่านักเรียนบางส่วน

ไม่สามารถเขียนข้อความอธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ในการแก้โจทย์ปัญหาสมการได้ทั้ง ๆ ที่นักเรียนสามารถเขียนสมการจากโจทย์ได้ถูกต้อง และพบว่านักเรียนบางส่วนไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์เพื่อสร้างความสัมพันธ์ได้

3.3 การสะท้อนผลการสังเกตและพิจารณาปรับปรุงแผนการสอนจากแนวทางที่กำหนดไว้

(วันพุธที่ 20 พฤศจิกายน 2539 เวลา 09.00 น. - 10.40 น.)

ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการสังเกตและสิ่งที่ควรปรับปรุงแก้ไขในประเด็นต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

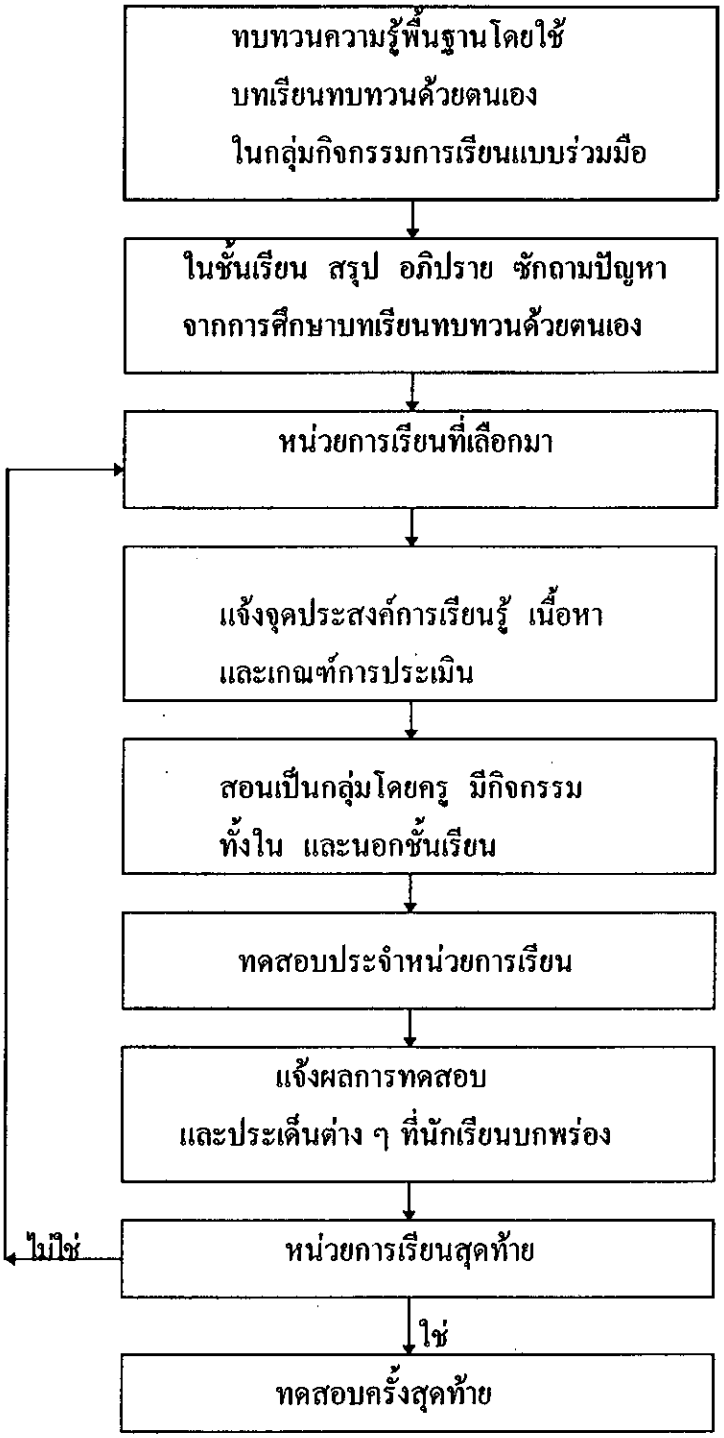
1. ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน จากการศึกษาข้อบกพร่องในการทำข้อสอบของนักเรียนจะเห็นได้ว่าครูควรแจ้งข้อบกพร่องให้นักเรียนทราบและทบทวนแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน ได้แก่ การใช้สมบัติการแจกแจง การแก้สมการในกรณีที่เป็นเศษส่วน และในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถเขียนแสดงวิธีทำหรือเขียนสมการในการแก้โจทย์ปัญหาสมการได้ ครูควรสอนโดยฝึกให้นักเรียนได้เขียนโจทย์เป็นรูปภาพหรือแผนภาพประกอบในขั้นที่ 2 แล้วสร้างความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ 2 ปริมาณที่เท่ากันในรูปของแผนภาพหรือรูปภาพประกอบ แล้วเปลี่ยนแผนภาพหรือรูปภาพเหล่านั้นเป็นประโยคสัญลักษณ์ในขั้นที่ 3 , 4 ต่อไป

2. ด้านพฤติกรรมการสอนครูบางคนควรปรับปรุงเกี่ยวกับการตรงต่อเวลาด้วย

3. ด้านการตรวจแบบฝึกหัด ผู้วิจัยเสนอให้ครูได้ตรวจแบบฝึกหัดทุกครั้งด้วย ครูบางคนที่ไม่ได้ตรวจแบบฝึกหัดทุกครั้งให้เหตุผลว่าเนื่องจากภาระการสอนมีมาก และภารกิจนอกเหนือจากการสอนมีอีกมากด้วย จึงทำให้บางครั้งไม่ได้ตรวจการบ้านให้นักเรียน เพียงแต่เปิดสมุดแบบฝึกหัดดูคร่าว ๆ แล้วลงชื่อกำกับไว้ว่าส่งแล้วแต่ก็ไม่บ่อยนัก ซึ่งจากการพิจารณาจากตารางสอนของครู ปรากฏว่าครูคนที่ 1 ต้องรับภาระการสอนทั้งหมด 33 คาบต่อสัปดาห์ จำนวน 14 ห้องเรียน ครูคนที่ 2 ต้องรับภาระการสอนทั้งหมด 28 คาบต่อสัปดาห์จำนวน 12 ห้องเรียน และต้องรับผิดชอบในตำแหน่งหัวหน้างานด้วย ส่วนครูคนที่ 3 ต้องรับภาระการสอนทั้งหมด 20 คาบต่อสัปดาห์จำนวน 10 ห้องเรียนและต้องรับผิดชอบในตำแหน่งหัวหน้างานอีกด้วย จากการพิจารณาถึงภาระหน้าที่ประจำของครูผู้สอนแต่ละคนก็นับว่ามากพอสมควร และนอกเหนือจากภาระหน้าที่ประจำเหล่านี้แล้ว ครูทุกคนจะได้รับคำสั่งจากวิทยาลัยให้ทำหน้าที่ต่าง ๆ ในกรณีที่มีกิจกรรมต่าง ๆ ขึ้นในวิทยาลัยจากการจัดของฝ่ายต่าง ๆ ด้วยซึ่งจะมีจัดขึ้นบ่อยครั้งมาก ดังนั้นสำหรับแนวทางในการแก้ไขปัญหานี้ครูที่ร่วมการวิจัยจึงกำหนดแนวทางว่าควรหาเวลาตรวจแบบฝึกหัดให้นักเรียนให้มากขึ้น ถ้าครั้งใดที่ไม่ได้ตรวจจริง ๆ จะใช้เวลาส่วนหนึ่งก่อนการสอนทำการเฉลยแบบฝึกหัดบางข้อที่นักเรียนส่วนใหญ่ทำไม่ค่อยจะได้ เพื่อให้นักเรียนตรวจและเป็นการทบทวนไปในตัวด้วย

4. สื่อการเรียนการสอน ครูที่ร่วมการวิจัยได้พิจารณาถึงการทำเอกสารเฉลยโจทย์แบบฝึกหัดในบทเรียนทบทวนด้วยตนเองที่ผ่านมา ครูได้ให้ความเห็นร่วมกันว่าในเรื่องของการแก้สมการหรือระบบสมการนั้นนักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบของสมการหรือระบบสมการที่แก้ได้ด้วยตนเองโดยการนำคำตอบที่ได้ไปแทนค่าในสมการหรือระบบสมการที่กำหนดให้ได้โดยไม่ยาก และจากการแก้สมการของนักเรียนที่ผ่านมานักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบของสมการได้ด้วยตนเองแล้ว ดังนั้นครูที่ร่วมการวิจัยจึงเห็นว่าไม่จำเป็นต้องทำเอกสารเฉลยโจทย์แบบฝึกหัดในบทเรียนทบทวนด้วยตนเองก็ได้

5. ด้านของรูปแบบการสอนที่ได้วางแนวทางไว้จากการประชุมเชิงปฏิบัติการ ในประเด็นของการสอนซ่อมเสริมให้แก่ผู้ที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์ของแต่ละเนื้อหานั้น โดยจัดสอนซ่อมเสริมให้โดยเพื่อนในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือคนใดคนหนึ่ง หรือโดยเพื่อนจากต่างกลุ่มที่สอบผ่านเกณฑ์ในระดับสูงมาทำการสอนซ่อมเสริมให้แก่นักเรียนคนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ ซึ่งในประเด็นนี้ครูที่ร่วมการวิจัยเห็นว่าเป็นการเพิ่มภาระให้แก่ครูในการจัดการเกี่ยวกับการสอบการตรวจข้อสอบซึ่งต้องใช้เวลานอกเวลาสอนในคาบปกติมาทำการทดสอบนักเรียนเหล่านี้ และประกอบกับเวลาในหลักสูตรมีน้อยด้วยจึงไม่สามารถจัดเวลาสำหรับทำการทดสอบให้นักเรียนกลุ่มที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์ได้ทุกเนื้อหา ดังนั้นจากรูปแบบการสอนที่กำหนดไว้ในแนวทางการพัฒนาการเรียนการสอนจากการประชุมเชิงปฏิบัติการจึงต้องตัดประเด็นการสอนซ่อมเสริมนักเรียนที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์ออกไป ทำให้ได้รูปแบบการสอนใหม่เป็นดังนี้



ภาพประกอบ 10 รูปแบบการสอนที่ได้ปรับปรุงในรอบที่ 1 ของการดำเนินการวิจัย

<u>รอบที่ 2</u> ผลการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการบทเรียนชุดที่ 2 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (7 คาบ)

(ระหว่างวันที่ 11 พฤศจิกายน 2539 - 6 ธันวาคม 2539)

สัปดาห์ที่ 3 (คาบที่สอง 1 คาบ) และสัปดาห์ที่ 4 (2 คาบ) ระหว่างวันที่ 11 - 22 พฤศจิกายน 2539

4.1 แผนการสอนสัปดาห์ที่ 3 (คาบที่สอง) และสัปดาห์ที่ 4

แผนการสอนที่ 3-4

วิชาคณิตศาสตร์ 6 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เวลา 3 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้
2. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปรได้
3. นำวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปร มาแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

เนื้อหา

1. บทนิยามระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปร
3. การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา และเกณฑ์การประเมินในเนื้อหาเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรให้นักเรียนทราบ
2. ให้นักเรียนร่วมกันสรุปบทนิยามของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ความสัมพันธ์ระหว่างกราฟของระบบสมการกับคำตอบของระบบสมการ โดยการสุ่มถามตัวแทนของแต่ละกลุ่มกิจกรรม
3. ให้นักเรียนสรุปเกี่ยวกับหลักการในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยวิธีการกำจัดตัวแปร โดยการให้ตัวแทนแต่ละกลุ่มกิจกรรมสรุปหลักการ

4. ให้นักเรียนซักถามปัญหาเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากตัวอย่างที่ 1-2 ในบทเรียนทบทวนด้วยตนเองหน่วยที่ 2 (2.1)

5. นำข้อบกพร่องในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนจากการตรวจแบบฝึกหัด 2.1.1 มานำเสนอให้นักเรียนทราบ และอาจจะเฉลยวิธีทำโจทย์บางข้อที่นักเรียนส่วนมากทำผิดหรือนักเรียนต้องการให้เฉลยวิธีทำให้ดู

6. อภิปรายให้นักเรียนเห็นถึงประโยชน์ของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในการแก้โจทย์ปัญหาในทางช่างอุตสาหกรรมและในชีวิตประจำวัน โดยการยกโจทย์ปัญหาสมการจากตัวอย่างที่ 1 ในบทเรียนที่ 2 (2.1) บทเรียนในชั้นเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (แก้สมการโดยวิธีการกำจัดตัวแปร)

7. ให้นักเรียนคิดแก้โจทย์ปัญหาสมการในตัวอย่างนี้โดยอาศัยขั้นตอน 6 ขั้นตอนที่ผ่านมา มาใช้ในการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการถามตอบตามขั้นตอนต่าง ๆ

8. ในขั้นที่ 2 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์ ครูนำเสนอยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาสมการข้อนี้โดยอาศัยตารางโดยให้นักเรียนได้พิจารณาจากโจทย์ว่าโจทย์ได้กล่าวถึงสิ่งใดบ้าง

9. จากตารางให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ 2 ปริมาณที่เท่ากัน 2 ชุด เพื่อนำไปสู่การเขียนระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

10. หลังจากนักเรียนเขียนระบบสมการได้แล้วให้นักเรียนแก้ระบบสมการที่ได้ในกลุ่มกิจกรรม และให้ตัวแทนของกลุ่มที่แก้ระบบสมการได้ก่อนออกมาแสดงวิธีทำให้เพื่อนดู

11. ให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบจากเงื่อนไขทุกเงื่อนไขในโจทย์แล้วพิจารณาดูว่าถูกต้องหรือไม่

12. แจกใบงานที่ 2 ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากใบงานในกลุ่มกิจกรรมในชั้นเรียน

13. มอบหมายโจทย์ปัญหาสมการจากแบบฝึกหัดประจำบทเรียนที่ 2 (2.1) ให้นักเรียนไปทำเป็นการบ้าน

14. แจกบทเรียนทบทวนด้วยตนเองหน่วยที่ 2 (2.2) ทบทวนความรู้พื้นฐานการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่า ให้นักเรียนได้ไปศึกษาร่วมกันในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือนอกชั้นเรียน และกำหนดแบบฝึกหัดในบทเรียนทบทวนด้วยตนเองให้นักเรียนไปทำเป็นการบ้าน

สื่อการเรียนการสอน

1. บทเรียนที่ 2 (2.1)บทเรียนในชั้นเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (แก้สมการโดยวิธีการกำจัดตัวแปร)

2. ใบงานที่ 2

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตการตอบคำถามของนักเรียนแต่ละคน
2. สังเกตการร่วมกิจกรรมในกลุ่ม
3. ตรวจใบงานและแบบฝึกหัดของนักเรียน

4.2 ผลการสังเกตการสอนในชั้นเรียนในสัปดาห์ที่ 3 (คาบที่สอง) และสัปดาห์ที่ 4

ห้องเรียนที่ 4 ครูคนที่ 1 (สังเกตการสอนเวลา 17.20 น. - 18.10 น. วันพฤหัสบดีที่ 14 พฤศจิกายน 2539 และเวลา 16.30 น. - 18.10 น. วันพฤหัสบดีที่ 21 พฤศจิกายน 2539) **ห้องเรียนที่ 5 ครูคนที่ 2** (สังเกตการสอนเวลา 13.10 น. - 14.00 น. วันศุกร์ที่ 15 พฤศจิกายน 2539 และเวลา 12.20 น -14.00 น วันศุกร์ที่ 22 พฤศจิกายน 2539) **ห้องเรียนที่ 6 ครูคนที่ 3** (สังเกตการสอนเวลา 14.50 น.-15.40 น. วันพฤหัสบดีที่ 14 พฤศจิกายน 2539 และเวลา 14.00 น.-15.40 น. วันพฤหัสบดีที่ 21 พฤศจิกายน 2539)

พฤติกรรมการสอนของครู ครูดำเนินการสอนตามแผนการสอนที่วางไว้ โดยเริ่มทบทวนและสรุปเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรร่วมกับนักเรียนโดยใช้การถามตอบ และให้นักเรียนสรุปว่าทำไมจึงไม่ใช้กราฟแก้ระบบสมการ ซึ่งจากการสังเกตพบว่าครูบางคนไม่ได้กล่าวถึงประเด็นนี้ หลังจากนั้นครูสอบถามปัญหาของนักเรียนจากการแก้ระบบสมการและครูได้เฉลยแบบฝึกหัด 2.1.1 ข้อ 9 ซึ่งสมการแต่ละสมการอยู่ในรูปเศษส่วนให้นักเรียน หลังจากนั้นครูได้กล่าวถึงโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรพร้อมกับยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาสมการจากตัวอย่างที่ 1 ในการสอนครูใช้การถามตอบตามขั้นตอนทั้ง 6 ขั้นได้ดี แต่ขั้นวิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์ครูบางคนจะบอกให้นักเรียนใช้ตารางวิเคราะห์ความสัมพันธ์แทนที่จะใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนได้คิดค้นหาวิธีการเอง การถามตอบแต่ละขั้นครูจะให้นักเรียนเขียนคำตอบลงในบทเรียนที่เว้นไว้ ในขั้นที่ 5 เป็นการแก้ระบบสมการครูจะให้นักเรียนร่วมกันแก้ระบบสมการที่ได้ในชั้นเรียน และร่วมกันตรวจสอบคำตอบที่ได้ในขั้นที่ 6 ในชั้นเรียน หลังจากครูสอนโจทย์ตัวอย่างที่ 1 จบแล้วครูให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในใบงานของกลุ่มซึ่งเป็นกิจกรรมในชั้นเรียน และครูได้กำหนดโจทย์แบบฝึกหัดให้นักเรียนไปทำเป็นการบ้านและแจก

บทเรียนด้วยตนเองหน่วยที่ 2(2.2) นอกจากนี้ครูได้แจ้งข้อบกพร่องจากการทำแบบทดสอบในเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรพร้อมบอกคะแนนผลการสอบด้วย สำหรับครูบางคนได้แจ้งข้อบกพร่องจากการทำแบบทดสอบและบอกคะแนนผลการสอบให้นักเรียนทราบก่อนการสอนโจทย์ปัญหาสมการ และจากการสังเกตการสอนพบว่าครูบางคนมักจะพูดเร็วไม่ค่อยได้เว้นช่วงจังหวะให้นักเรียนได้คิดตามเท่าที่ควร

พฤติกรรมการเรียนของนักเรียน นักเรียนตั้งใจเรียนดีร่วมมือในกิจกรรมต่าง ๆ ได้ดี ตอบคำถามของครูได้ดี แต่อย่างไรก็ตามพบว่านักเรียนบางกลุ่มจะฟังครูอธิบายเพียงอย่างเดียว ในการแก้โจทย์ปัญหาสมการนักเรียนจะใช้เครื่องคิดเลขเข้ามาช่วยในการคิดคำนวณ สำหรับบางกลุ่มกิจกรรมที่ไม่มีจะยืมจากกลุ่มอื่น ในการวิเคราะห์โจทย์นักเรียนฝึกวิเคราะห์โดยอาศัยตารางได้ดี โดยนักเรียนได้ร่วมกันอภิปรายในขั้นวิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์ได้ดี

4.3 การสะท้อนผลการสังเกตและการพิจารณาปรับปรุงแผนการสอนจากแนวทางที่กำหนดไว้

(วันจันทร์ที่ 25 พฤศจิกายน 2539 เวลา 09.00 - 10.40 น.)

ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการสังเกตและสิ่งที่ควรปรับปรุงแก้ไขในประเด็นต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. การสอนการวิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์ครูควรใช้การถามตอบนักเรียนให้มากขึ้น และในการสอนในขั้นที่ 3,4 ครูไม่ควรบอกให้นักเรียนเติมคำในช่องว่างเพียงอย่างเดียวแต่ควรจะเชื่อมโยงให้นักเรียนเห็นว่าข้อความที่เขียนอธิบายในขั้นที่ 3,4 นั้นเขียนมาได้อย่างไร ต้องการอธิบายอะไร ดังนั้นในการฝึกให้นักเรียนได้แก้โจทย์ปัญหาสมการในกิจกรรมกลุ่มจากใบงานต่อไป ควรที่จะเว้นข้อความในทุกขั้นตอนไว้ เพื่อให้นักเรียนได้เขียนข้อความอธิบายสิ่งที่นักเรียนคิดได้

2. ประเด็นของการใช้เครื่องคิดเลขในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ ผู้วิจัยได้เสนอให้ครูที่ร่วมการวิจัยเห็นว่า จากการสังเกตการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนนักเรียนมักจะใช้เครื่องคิดเลข เนื่องจากนักเรียนไม่ต้องการเสียเวลากับการคำนวณค่าต่าง ๆ และนักเรียนก็เห็นว่านักเรียนสามารถคิดคำนวณค่าเหล่านั้นโดยไม่ใช้เครื่องคิดเลขได้ แต่เพื่อความสะดวกนักเรียนจึงชอบใช้เครื่องคิดเลข ผู้วิจัยจึงเสนอให้ครูผู้สอนควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเพื่อไม่ให้การคิดคำนวณเข้ามาเป็นอุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนต่อไป ซึ่งครูที่ร่วมการวิจัยยอมรับและเห็นด้วยในข้อเสนอนี้ สำหรับการใช้เครื่องคิดเลขแม้ว่านักเรียนจะมีไม่ครบทุกคนครูก็ควรที่จะอนุญาตให้นักเรียนยืมจากเพื่อนในห้องเรียนได้

สัปดาห์ที่ 5 (2 คาบ) ระหว่างวันที่ 25 - 29 พฤศจิกายน 2539

5.1 แผนการสอนสัปดาห์ที่ 5

แผนการสอนที่ 5

วิชาคณิตศาสตร์ 6 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เวลา 2 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่าได้
2. นำวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่า มาแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

เนื้อหา

1. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่า
2. การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ให้นักเรียนสรุปเกี่ยวกับหลักการในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยวิธีการแทนค่า โดยการให้ตัวแทนแต่ละกลุ่มกิจกรรมสรุปหลักการ
2. ให้นักเรียนซักถามปัญหาเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากตัวอย่างที่ 1-2 ในบทเรียนทบทวนด้วยตนเองหน่วยที่ 2 (2.2)
3. นำข้อบกพร่องในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนจากการตรวจแบบฝึกหัด 2.2.1 มานำเสนอให้นักเรียนทราบ และอาจจะเฉลยวิธีทำโจทย์บางข้อที่นักเรียนส่วนมากทำผิดหรือนักเรียนต้องการให้เฉลยวิธีทำให้ดู

4 ยกโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากตัวอย่างที่ 1 ใน บทเรียนที่ 2 (2.2) บทเรียนในชั้นเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (แก้สมการโดยวิธีการแทนค่า)

5. ให้นักเรียนคิดแก้โจทย์ปัญหาสมการในตัวอย่างนี้โดยอาศัยขั้นตอน 6 ขั้นตอนที่ผ่านมา มาใช้ในการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการถามตอบตามขั้นตอนต่าง ๆ
6. ในขั้นที่ 2 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์ ครูให้นักเรียนพิจารณายุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้โจทย์ปัญหาสมการข้อนี้และสร้างความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ 2 ปริมาณที่เท่ากัน 2 ชุด เพื่อไปสู่การเขียนระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

7. หลังจากนักเรียนเขียนระบบสมการได้แล้วให้นักเรียนแก้ระบบสมการที่ได้ในกลุ่มกิจกรรม และให้ตัวแทนของกลุ่มที่แก้ระบบสมการได้ก่อนออกมาแสดงวิธีทำให้เพื่อนดู

8. ให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบจากเงื่อนไขทุกเงื่อนไขในโจทย์แล้วพิจารณาดูว่าถูกต้องหรือไม่

9. แจกใบงานที่ 3 ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากใบงานในกลุ่มกิจกรรมในชั้นเรียน

10. มอบหมายโจทย์ปัญหาสมการจากแบบฝึกหัดประจำบทเรียนที่ 2 (2.2) ให้นักเรียนไปทำเป็นการบ้าน

สื่อการเรียนการสอน

1. บทเรียนที่ 2 (2.2) บทเรียนในชั้นเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (แก้สมการโดยวิธีการแทนค่า)
2. ใบงานที่ 3

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตการตอบคำถามของนักเรียนแต่ละคน
2. สังเกตการร่วมกิจกรรมในกลุ่ม
3. ตรวจใบงานและแบบฝึกหัดของนักเรียน

5.2 ผลการสังเกตการสอนในชั้นเรียนในสัปดาห์ที่ 5

ห้องเรียนที่ 4 ครูคนที่ 1 (สังเกตการสอนเวลา 16.30 น. - 18.10 น. วันพฤหัสบดีที่ 28 พฤศจิกายน 2539) **ห้องเรียนที่ 5 ครูคนที่ 2** (สังเกตการสอนเวลา 12.20 น.-14.00 น. วันศุกร์ที่ 29 พฤศจิกายน 2539) **ห้องเรียนที่ 6 ครูคนที่ 3** (สังเกตการสอนเวลา 14..00 น.-15.40 น. วันพฤหัสบดีที่ 28 พฤศจิกายน 2539)

พฤติกรรมการสอนของครู ครูดำเนินการสอนตามแผนการสอนที่วางไว้ โดยให้ตัวแทนกลุ่มกิจกรรมบางกลุ่มสรุปหลักการในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่า ในการสอนโจทย์ปัญหาสมการในขั้นการวิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์ครูได้ถามให้นักเรียนคิดว่าจะใช้วิธีไหนดี ในขณะที่นักเรียนใช้เวลาคิดไม่ถึง 1 นาทีครูจึงบอกให้นักเรียนใช้ตารางวิเคราะห์ และครูเริ่มแสดงการวิเคราะห์โจทย์โดยใช้ตารางให้นักเรียนโดยไม่ได้ปล่อยให้นักเรียนได้ร่วมกันคิดก่อน ในขณะที่ครูในห้องเรียนหนึ่งได้บอกให้นักเรียนใช้ตารางวิเคราะห์หรือใช้การเขียนแผนภาพประกอบ ซึ่งครูได้อธิบายวิธีใช้ตารางวิเคราะห์ให้นักเรียนโดยอาศัยวิธี

การถามตอบ ส่วนวิธีการเขียนแผนภาพประกอบนั้นครูได้อธิบายให้นักเรียนฟัง หลังจากครูอธิบายแล้วครูใช้คำถามตามขั้นตอนที่เหลือในเอกสารให้นักเรียนตอบและเติมข้อความจนกระทั่งได้สมการ จึงให้นักเรียนแก้ระบบสมการในกลุ่มกิจกรรมและตรวจสอบคำตอบที่ได้ต่อไป จากการสังเกตการสอนพบว่าครูยังไม่ได้พยายามที่จะเชื่อมโยงจากขั้นการวิเคราะห์มาสู่การเขียนอธิบายในขั้นที่ 3,4 เพื่อนำไปสู่การเขียนสมการให้นักเรียนได้เข้าใจเท่าที่ควร หลังจากสอนตัวอย่างที่ 1 จบครูจึงให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการในใบงานที่ 3 ต่อไปและครูได้เดินดูการทำกิจกรรมของนักเรียนทุกกลุ่ม ในตอนปลายคาบครูได้มอบหมายโจทย์แบบฝึกหัดให้นักเรียนไปทำเป็นการบ้าน

พฤติกรรมการเรียนของนักเรียน นักเรียนสนใจการเรียนดี ในการทำกิจกรรมกลุ่มนักเรียนร่วมมือกันเป็นอย่างดี แต่นักเรียนจะมีปัญหาในการทำกิจกรรมในใบงานที่ 3 ในขั้นที่ 2 - 4 มาก เนื่องจากไม่สามารถเขียนข้อความอธิบายเชื่อมโยงไปสู่สมการได้แม้ว่านักเรียนบางคนจะเขียนสมการได้ถูกต้องก็ตาม และนอกจากนี้จะพบว่านักเรียนบางห้องจะสับสนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่า

5.3 การสะท้อนผลการสังเกตและการพิจารณาปรับปรุงแผนการสอนจากแนวทางที่กำหนดไว้

(วันจันทร์ที่ 2 ธันวาคม 2539 เวลา 9.00-10.40 น.)

ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการสังเกตและสิ่งที่ควรปรับปรุงแก้ไขในประเด็นต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. การสอนการวิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์ผู้วิจัยได้ย้ำให้ครูได้ใช้การถามตอบนักเรียนให้มากขึ้น และจากสภาพปัญหาที่นักเรียนไม่สามารถเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนสมการได้ จากการวิเคราะห์สภาพปัญหาร่วมกันเห็นว่าขั้นตอนที่ใช้มีความยืดเยื้อมากเกินไปโดยเฉพาะขั้นที่ 3 กับขั้นที่ 4 ไม่ควรแยกออกจากกันควรรวมเป็นขั้นเดียวกัน เนื่องจากหลังจากนักเรียนกำหนดตัวแปรแล้วนักเรียนจะต้องเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนสมการที่วิเคราะห์ไว้จากขั้นที่ 2 ในการสอนเพื่อให้นักเรียนสามารถเขียนข้อความอธิบายได้ ผู้ร่วมการวิจัยได้สรุปร่วมกันว่าในเอกสารบทเรียนและในใบงานให้รวมขั้นที่ 3 และขั้นที่ 4 เป็นขั้นเดียวกัน และในใบงานให้เว้นข้อความไว้เพื่อนักเรียนจะได้ฝึกเขียนข้อความการอธิบายไปสู่สมการ ในการสอนตัวอย่างหลังจากครูร่วมกับนักเรียนวิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์ได้แล้วและสามารถเขียนความสัมพันธ์ของปริมาณที่เท่ากัน 2 ปริมาณ จำนวน 2 ชุดในรูปของข้อความหรือแผนภาพหรือตารางได้แล้ว ต่อไปเป็นขั้นการกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องแล้วเขียนสมการ ในขั้นตอนนี้ครูควรฝึกให้นักเรียนได้อธิบายความคิดจากการวิเคราะห์โจทย์ออกมาเป็นขั้นเป็นตอน และฝึกการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ และเปลี่ยนประโยคสัญลักษณ์เป็นประโยคภาษาด้วย

ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการจะสรุปเหลือเพียง 5 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1. อ่านโจทย์ให้ละเอียดรอบคอบ พิจารณาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง และโจทย์ต้องการให้หาอะไร

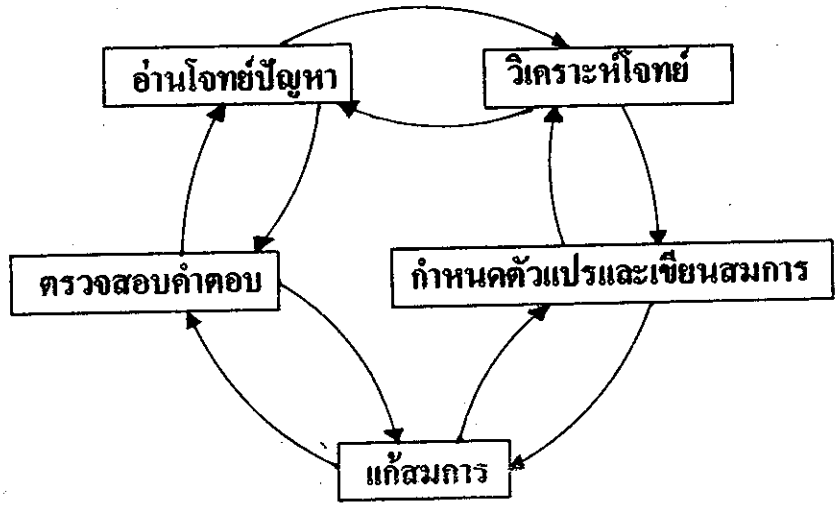
ขั้นที่ 2. วิเคราะห์โจทย์ โดยการพิจารณาถึงความสัมพันธ์ที่เท่ากันของปริมาณ 2 ปริมาณและเงื่อนไขในโจทย์ เพื่อนำไปสู่การกำหนดตัวแปรและสมการ (ถ้าเป็นไปได้ควรอาศัยการวาดรูป เขียนแผนภาพประกอบ หรือโดยอาศัยตาราง เพื่อจะได้ช่วยให้นักเรียนสามารถเห็นความสัมพันธ์จากโจทย์ปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น)

ขั้นที่ 3. กำหนดตัวแปรและเขียนสมการ เป็นการกำหนดตัวแปรเพื่อแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา และเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนประโยคสัญลักษณ์และสมการ โดยการพิจารณาจากเงื่อนไขต่าง ๆ ในโจทย์และจากความสัมพันธ์ที่วิเคราะห์ไว้ในขั้นที่ 2 แล้วจึงเขียนสมการต่อไป

ขั้นที่ 4. แก้สมการ เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 5. ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขทุกเงื่อนไขในโจทย์ว่าสอดคล้องกันหรือไม่

ซึ่งในแต่ละขั้นอาจต้องย้อนกลับไปยังขั้นก่อนหน้าเพื่อย้อนไปทำความเข้าใจและหาข้อมูลจากขั้นตอนที่ผ่านมาเพิ่มเติม จากขั้นตอนที่กล่าวถึงข้างต้นสามารถเขียนเป็นแผนภาพโดยสรุปได้ดังนี้



ภาพประกอบ 11 แผนภาพแสดงขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการ ที่ได้ปรับปรุงในรอบที่ 2 ของการดำเนินการวิจัย

สัปดาห์ที่ 6 (3 คาบ) ระหว่างวันที่ 2 - 6 ธันวาคม 2539 (นัดหมายนักเรียนเพิ่มเติมนอกเวลาเรียน 1 คาบเพื่อทำการทดสอบเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร)

6.1 แผนการสอนสัปดาห์ที่ 6

แผนการสอนที่ 6

วิชาคณิตศาสตร์ 6 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เวลา 2 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. หาค่าดีเทอร์มินันต์อันดับสองโดยวิธีลัดได้
2. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์ได้
3. แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยอาศัยกฎของคราเมอร์ได้

เนื้อหา

1. การหาค่าของดีเทอร์มินันต์อันดับสองโดยวิธีลัด
2. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์
3. โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูนำเสนอความรู้เกี่ยวกับดีเทอร์มินันต์และการหาค่าของดีเทอร์มินันต์อันดับสองโดยวิธีลัด

2. ให้นักเรียนร่วมกันหาค่าของดีเทอร์มินันต์อันดับสองโดยวิธีลัดจากดีเทอร์มินันต์ที่กำหนดให้ในชั้นเรียน

3. นำเสนอกฎของคราเมอร์ (Cramer's rule) และยกตัวอย่างการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้กฎนี้จากโจทย์ในตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 ในบทเรียนที่ 2 (2.3)

4. ให้นักเรียนแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากใบงานที่ 4 ในกลุ่มกิจกรรม

5. ยกโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากโจทย์ในตัวอย่างที่ 3 บทเรียนที่ 2 (2.3) ให้นักเรียนร่วมกันคิดแก้โจทย์นี้โดยอาศัยขั้นตอน 5 ขั้นตอนที่นำเสนอใหม่ในบทเรียนนี้ โดยใช้วิธีการถามตอบตามขั้นตอนต่าง ๆ เหล่านั้น

6. ในขั้นที่ 4 ให้นักเรียนได้ร่วมกันแก้ระบบสมการที่ได้โดยอาศัยกฎของคราเมอร์ในแต่ละกลุ่มกิจกรรม แล้วให้ตัวแทนของกลุ่มที่แก้ระบบสมการได้ก่อนออกมาแสดงวิธีทำให้เพื่อนดู

7. ให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบจากเงื่อนไขทุกเงื่อนไขในโจทย์แล้วพิจารณาดูว่าถูกต้องหรือไม่

8. ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากใบงานที่ 4 ในกลุ่มกิจกรรมในชั้นเรียน

9. มอบหมายโจทย์ปัญหาสมการจากแบบฝึกหัดประจำบทเรียนที่ 2 (2.3) ให้นักเรียนไปทำเป็นการบ้าน และนอกจากนี้ครูแจกแบบฝึกหัดโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรให้นักเรียนไปฝึกทำเพิ่มเติมด้วย

10. นัดหมายการทดสอบเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรกับนักเรียนนอกเวลาเรียน

สื่อการเรียนการสอน

1. บทเรียนที่ 2 (2.3) บทเรียนในชั้นเรียนเรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์ และโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2. ใบงานที่ 4

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตการตอบคำถามของนักเรียนแต่ละคน
2. สังเกตการร่วมกิจกรรมในกลุ่ม
3. ตรวจใบงานและแบบฝึกหัดของนักเรียน

<u>หมายเหตุ</u> การจัดการเรียนการสอนในวันพฤหัสบดีที่ 5 ธันวาคม 2539 ตรงกับวันเฉลิมพระชนมพรรษาพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัว จึงจัดการสอนชดเชยดังนี้

ห้องเรียนที่ 4 ครูคนที่ 1 สอนชดเชยในวันจันทร์ที่ 9 ธันวาคม 2539 เวลา 11.30-13.10 น.

ห้องเรียนที่ 6 ครูคนที่ 3 สอนชดเชยในวันจันทร์ที่ 9 ธันวาคม 2539 เวลา 09.50-11.30 น.

6.2 ผลการสังเกตการสอนในรอบที่ 2

ผลการสังเกตการสอนในรอบที่ 2 นี้จะหมายถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ผลการแสดงความคิดเห็นของนักเรียน ผลการสัมภาษณ์นักเรียน ผลการสังเกตการสอนในชั้นเรียนในสัปดาห์ที่ 6 และผลการศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนในเนื้อหาเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ซึ่งจะกล่าวถึงเป็นข้อ ๆ ดังต่อไปนี้

6.2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน เมื่อพิจารณาถึงประสิทธิภาพของแผนการสอนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยการพิจารณาค่า E_1 / E_2

โดยที่ค่า E_1 หมายถึงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่นักเรียนได้จากคะแนนเก็บในระหว่างเรียน ในที่นี้คือ คะแนนจากแบบฝึกหัด และจากใบงาน

และ E_2 หมายถึงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่นักเรียนได้จากการประเมินผลขั้นสุดท้ายของบทเรียน ในที่นี้คือ คะแนนจากแบบทดสอบเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เมื่อพิจารณาถึงประสิทธิภาพของแผนการสอนแยกตามครูผู้สอนแต่ละคนและเฉลี่ยทั้งสามคนเป็นตามตารางต่อไปนี้

ตาราง 9 แสดงค่าประสิทธิภาพของแผนการสอน เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ครูผู้สอน	ค่า E_1 / E_2
คนที่ 1	77.55 / 50.72
คนที่ 2	76.98 / 53.32
คนที่ 3	80.67 / 53.22
เฉลี่ยทั้งสามคน	78.37 / 52.46

จากตารางจะเห็นได้ว่าประสิทธิภาพของแผนการสอนในเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ต่ำกว่าเกณฑ์ที่ครูร่วมกันกำหนดไว้ (เกณฑ์ที่กำหนดร่วมกันไว้จากการประชุมเชิงปฏิบัติการได้กำหนดค่า E_1 / E_2 ไว้เท่ากับ 80 / 80) เมื่อพิจารณาค่า E_1 ซึ่งเป็นค่าที่ได้มาจากคะแนนจากแบบฝึกหัด และจากใบงาน พบว่านักเรียนบางส่วนไม่ได้ทำแบบฝึกหัดส่งครู และนักเรียนบางส่วนทำโจทย์แบบฝึกหัดไม่ครบและบางครั้งทำผิด จึงทำให้คะแนนเฉลี่ยส่วนนี้ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ สำหรับค่า E_2 ซึ่งเป็นค่าที่ได้มาจากคะแนนส่วนที่เป็นแบบทดสอบการแก้ระบบสมการและโจทย์ปัญหาสมการ พบว่านักเรียนส่วนมากจะแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีการแทนค่าไม่ได้จึงทำให้คะแนนส่วนนี้ต่ำกว่าเกณฑ์ และในส่วนของโจทย์ปัญหาสมการนักเรียนส่วนมากจะมีปัญหาในขั้นการเขียนสมการ โดยเฉพาะในแบบทดสอบแก้โจทย์ปัญหาสมการแบบเติมคำตอบ 1 ข้อ พบว่านักเรียนส่วนมากจะทำข้อสอบข้อนี้ไม่ได้ทั้งข้อ เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนความหมายของสัดส่วนในโจทย์ปัญหาสมการเป็นสมการได้ ทำให้ไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการข้อนี้ได้ทั้งข้อ จึงทำให้ค่า E_2 ที่ได้ค่อนข้างต่ำกว่าเกณฑ์ที่วางไว้มากพอสมควร

และเมื่อพิจารณาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนก่อนเรียนกับหลังเรียนเป็นไปตามตารางต่อไปนี้

ตาราง 10 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาสมการก่อนเรียนกับหลังเรียนในเนื้อหาเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ครูผู้สอน	N	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	ค่าสถิติ t	ค่าวิกฤต	ร้อยละของคะแนนเฉลี่ยหลังเรียน
คนที่ 1	79	3.76	13.53	17.49	2.38	40.99
คนที่ 2	86	4.99	18.55	14.35	2.37	56.21
คนที่ 3	84	3.99	16.90	15.26	2.37	51.23
เฉลี่ยทั้งสามคน		4.25	16.35	25.51	2.33	49.56

จากการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนก่อนเรียนกับหลังเรียนพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนของนักเรียนทุกกลุ่มแยกตามครูผู้สอนและโดยภาพรวมสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.01

6.2.2 ผลสรุปความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดการเรียนการสอน

จากการศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของครูแต่ละคน โดยอาศัยแบบสอบถามพบว่าในแต่ละด้านนักเรียนมีความคิดเห็นดังต่อไปนี้

ด้านเนื้อหาสาระ พบว่านักเรียนมีความคิดเห็นว่าเนื้อหามีความน่าสนใจดี ระดับความยากง่าย การจัดเรียงลำดับเนื้อหา และระยะเวลาที่ใช้สอนมีความเหมาะสมดี แต่ก็พบว่าครูบางคนจัดเวลาที่ใช้สอนไม่เหมาะสมเท่าที่ควร

ด้านพฤติกรรมการสอนของครู พบว่านักเรียนมีความคิดเห็นว่าครูมีการเตรียมการสอนดี มีความแม่นยำในเนื้อหาที่สอน มีการจัดลำดับขั้นตอนในการสอน เทคนิคการสอนและวิธีสอนที่ดี มีเทคนิคในการสอนและวิธีสอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการ เสนอขั้นตอนและวิธีการในการแก้โจทย์ปัญหาสมการได้ดี กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือมีผลทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนและสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการได้ดี จัดกิจกรรมได้เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลาและเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมได้ดี แต่พบว่าครูบางคนควรที่จะจัดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมให้สูงขึ้นอีก ครูใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนได้ดีขึ้นกว่าเดิม การสอนครูให้กำลังใจนักเรียน มีความเป็นกันเองกับนักเรียนในระดับดี การพูด ภาษา และท่าทางเหมาะสมดี การปกครองชั้นเรียน การควบคุมอารมณ์ ความรับผิดชอบในการสอน ความ

กระตือรือร้นในการสอนและการตรงต่อเวลาดี และพบว่านักเรียนมีความเห็นต่อครูคนหนึ่งว่ามีการควบคุมอารมณ์ ความรับผิดชอบในการสอน และการตรงต่อเวลาอยู่ในระดับดีมาก นอกจากนี้นักเรียนมีความเห็นเกี่ยวกับการบ้านว่าปริมาณการบ้านมีความเหมาะสมดี การตรวจแบบฝึกหัดครูบางคนตรวจได้สม่ำเสมอแต่ครูบางคนไม่ได้ตรวจอย่างสม่ำเสมอ

ด้านสื่อการเรียนการสอน พบว่าบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง บทเรียนในชั้นเรียนและใบงานมีส่วนช่วยทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้ดีขึ้น นอกจากนี้นักเรียนเห็นว่าปริมาณของเนื้อหาในบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง ในบทเรียนในชั้นเรียนมีความเหมาะสมดี และด้านของโจทย์ปัญหาสมการในใบงานและแบบฝึกหัดมีความเหมาะสมดี ระดับความยากง่ายอยู่ในระดับดี

ด้านการวัดผลและประเมินผล พบว่ามีการทดสอบย่อยเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน มีการทดสอบรวมเมื่อจบบทเรียนอยู่ในระดับดี การให้คะแนนมีความยุติธรรมดี ปริมาณของข้อสอบกับเวลาที่ใช้ในการสอบมีความเหมาะสมดี แต่นักเรียนห้องเรียนหนึ่งมีความเห็นว่าการทดสอบรวมเมื่อจบบทเรียนอยู่ในระดับพอใช้

6.2.3 ผลการสัมภาษณ์นักเรียน

จากการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 8 คน แยกกลุ่มตามครูผู้สอนที่ต่างกัน พบว่าความคิดเห็นของนักเรียนต่อครูผู้สอนโดยภาพรวมเป็นดังนี้

ด้านเนื้อหาสาระ นักเรียนเห็นว่าน่าสนใจดี แต่เป็นเรื่องที่ยากกว่าสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรทั้งในส่วนของการแก้ระบบสมการและในส่วนของโจทย์ปัญหาสมการ การแก้ระบบสมการนักเรียนเห็นว่าวิธีการแทนค่ายากกว่าวิธีอื่น ๆ และวิธีการใช้ดีเทอร์มินันต์ง่ายกว่าวิธีอื่น ๆ และสำหรับนักเรียนกลุ่มอ่อนเห็นว่าวิธีการกำจัดตัวแปรก็เป็นวิธีการที่ยากเช่นกัน เกี่ยวกับเนื้อหาที่ใช้สอนนักเรียนเห็นว่าโจทย์ที่ครูใช้สอนเป็นตัวอย่างในห้องเรียนจะง่ายกว่าโจทย์ในใบงานและแบบฝึกหัด ส่วนโจทย์แบบทดสอบจะยากมาก สำหรับระยะเวลาที่ใช้สอนกับปริมาณเนื้อหาพบว่าเวลาที่ใช้สอนน้อยเกินไป

ด้านพฤติกรรมการสอนของครู นักเรียนเห็นว่าครูสอนได้ดี อธิบายในชั้นเรียนเป็นขั้นเป็นตอนดี ใช้การถามตอบได้ดี สอนขั้นตอนการวิเคราะห์โจทย์ได้ดีขึ้น ในการสอนเกี่ยวกับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการนักเรียนเห็นว่าการแก้โจทย์ปัญหาสมการโดยอาศัยขั้นตอน 5 ขั้นตอนทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการได้ดีกว่าการอาศัยขั้นตอน 6 ขั้นตอนที่ผ่านมา เนื่องจากนักเรียนเห็นว่าเป็นขั้นตอนที่กระทัดรัดไม่ยุ่งยากซ้ำซ้อนเหมือนใช้ขั้นตอน 6 ขั้นตอนที่ผ่านมา การจัดกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือในห้องเรียนทำให้นักเรียนเรียนรู้ได้ดีขึ้น ด้านความรับผิดชอบต่อการสอน การตรวจแบบฝึกหัดและการตรงต่อเวลาครูได้ปรับปรุงดีขึ้นมีความกระตือรือร้นในการสอนดีขึ้น แต่อย่างไรก็ตามพบว่าครูบางคนไม่ได้ตรวจแบบฝึกหัดให้นักเรียน

ทุกครั้งที่ทำส่ง นอกจากนี้นักเรียนแสดงความคิดเห็นว่าในการควบคุมชั้นเรียนครูควรเข้มงวดกับนักเรียนบางส่วนที่ไม่ได้ตั้งใจเรียนให้มากขึ้นกว่านี้ด้วย

ด้านสื่อการเรียนการสอน นักเรียนเห็นว่าบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง บทเรียนในชั้นเรียนและใบงานอยู่ในระดับดีแล้วเนื้อหาพอดีไม่มากหรือน้อยเกินไป มีภาพประกอบเหมาะสม ระดับความยากง่ายของโจทย์ปัญหาสมการในใบงาน และแบบฝึกหัดมีคละกันทั้งระดับง่าย ปานกลาง และยากดีแล้ว นอกจากนี้นักเรียนเห็นว่าในบทเรียนทบทวนด้วยตนเองควรมีตัวอย่างให้มากขึ้น

ด้านการวัดผลและประเมินผล นักเรียนเห็นว่าข้อสอบแตกต่างจากที่เรียนยากกว่าที่เรียนมาก เวลาที่ใช้ในการทดสอบน้อยเกินไป จำนวนครั้งในการทดสอบเหมาะสมแล้ว

ด้านปัญหาในการเรียนของนักเรียน พบว่าในการแก้โจทย์ปัญหาสมการนักเรียนไม่สามารถเขียนข้อความอธิบายในการแก้โจทย์ปัญหาได้ โดยเฉพาะในการแก้โจทย์ปัญหาสมการในขั้นที่ 3 ที่ต้องเขียนข้อความอธิบายเหตุผลเพื่อนำไปสู่การเขียนประโยคสัญลักษณ์และสมการ ซึ่งนักเรียนไม่สามารถเขียนข้อความอธิบายได้แม้ว่าจะเขียนระบบสมการและแก้ระบบสมการเพื่อหาคำตอบได้ก็ตาม

6.2.4 ผลการศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียน

จากการศึกษาข้อบกพร่องในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของนักเรียนพบว่า ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปร นักเรียนบกพร่องในการใช้สมบัติของการแจกแจงในกรณีที่นำจำนวนลบคูณกระจายเข้าไปในวงเล็บ นักเรียนจะบกพร่องในประเด็นของการเปลี่ยนเครื่องหมาย ทำให้การนำสมการสองสมการมาลบกันในการกำจัดตัวแปรเกิดข้อผิดพลาด หรือบางครั้งนักเรียนเขียนแสดงการยกสมการมาลบกันผิด โดยนักเรียนไม่ได้เขียนวงเล็บทำให้เกิดข้อผิดพลาดในพจน์ถัดไปของสมการที่ยกมาลบ นอกจากนี้ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่าพบว่านักเรียนจะผิดพลาดในกรณีหาค่าของตัวแปรหนึ่งในรูปของอีกตัวแปรหนึ่ง ผิดพลาดในกรณีการใช้สมบัติของการแจกแจงหลังจากการแทนค่าตัวแปรหนึ่งในรูปของอีกตัวแปรหนึ่งโดยเฉพาะในกรณีที่ตัวคูณเป็นจำนวนลบ นอกจากนี้จากการตรวจข้อทดสอบของนักเรียนพบว่านักเรียนไม่สามารถเขียนสัดส่วนในรูปของสมการได้ ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการข้อนั้นในแบบทดสอบได้ ทำให้คะแนนผลการสอบส่วนที่เป็นโจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนในเนื้อหาเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่ำไป

6.2.5 ผลการสังเกตการสอนในชั้นเรียนในสัปดาห์ที่ 6

ห้องเรียนที่ 4 ครูคนที่ 1 (สังเกตการสอนเวลา 11.30 น. - 13.10 น. วันจันทร์ที่ 9 ธันวาคม 2539) **ห้องเรียนที่ 5 ครูคนที่ 2** (สังเกตการสอนเวลา 12.20 น. - 14.00 น. วันศุกร์ที่ 6 ธันวาคม 2539) **ห้องเรียนที่ 6 ครูคนที่ 3** (สังเกตการสอนเวลา 09.50 น. - 11.30 น. วันจันทร์ที่ 9 ธันวาคม 2539)

พฤติกรรมการสอนของครู ครูดำเนินการสอนตามแผนการสอนที่วางไว้โดยครูอธิบายนิยามของดีเทอร์มินันต์และอธิบายวิธีการหาค่าของดีเทอร์มินันต์อันดับสองจากเอกสารบทเรียนในชั้นเรียน แล้วยกตัวอย่างการหาค่าดีเทอร์มินันต์อันดับสองและให้นักเรียนหาค่าดีเทอร์มินันต์อันดับสองที่เว้นไว้ให้นักเรียนเติมในเอกสารแล้วครูเฉลยให้นักเรียนบนกระดานดำ ต่อจากนั้นครูนำเสนอกฎของคราเมอร์โดยการอธิบายจากเอกสารและบนกระดานดำพร้อมทั้งยกตัวอย่างการแก้ระบบสมการโดยใช้ดีเทอร์มินันต์ 2 ตัวอย่างจากเอกสารบทเรียนในชั้นเรียน ในการยกตัวอย่างครูใช้วิธีการถามตอบนักเรียนได้ดี

ขั้นต่อมาครูให้นักเรียนร่วมกันแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากใบงานที่ 4 ในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ 1 ข้อ หลังจากนักเรียนแก้ระบบสมการในใบงานแล้วครูยกโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากโจทย์ในตัวอย่างที่ 3 ในบทเรียน โดยใช้การถามตอบตามขั้นตอน 5 ขั้นตอนในบทเรียนที่ระบุไว้ให้นักเรียนได้ตอบและเขียนเติมลงในเอกสาร สำหรับในขั้นการแก้ระบบสมการของแต่ละข้อครูให้นักเรียนได้ร่วมกันแก้ระบบสมการเหล่านั้นในกลุ่มกิจกรรม หลังจากนั้นครูจึงเฉลยบนกระดานดำแทนการให้นักเรียนที่ทำได้ก่อนออกมาเฉลยบนกระดานดำให้เพื่อนดูตามแผนการสอนที่วางไว้ หลังจากนั้นครูให้นักเรียนทำกิจกรรมในใบงานที่ 4 ในชั้นเรียน แต่ไม่สามารถทำได้ทันเวลาเนื่องจากนักเรียนส่วนมากเข้าชั้นเรียนสายเนื่องจากฝนตกหนัก ครูจึงมอบหมายให้นักเรียนไปทำร่วมกันนอกชั้นเรียนและครูมอบหมายแบบฝึกหัดให้นักเรียนไปทำเป็นการบ้าน

สำหรับการสอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการจากตัวอย่างของครูคนหนึ่งพบว่าครูได้นำเสนอขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการ 5 ขั้นตอนให้นักเรียน และในขั้นที่ 2 ครูได้ใช้การถามตอบเกี่ยวกับการวิเคราะห์โจทย์ได้ดี โดยถามให้นักเรียนวิเคราะห์ว่าจะใช้การเขียนภาพหรือสร้างตาราง และหลังจากนั้นครูได้ร่วมกับนักเรียนวิเคราะห์โจทย์โดยใช้การเขียนภาพ หลังจากวิเคราะห์เสร็จครูให้นักเรียนทดลองใช้ตารางในการวิเคราะห์ดูปรากฏว่านักเรียนบอกว่าทำไม่ได้ ครูจึงแนะนำว่าในบางครั้งนักเรียนต้องเลือกใช้วิธีที่เหมาะสม

พฤติกรรมการเรียนของนักเรียน นักเรียนตั้งใจเรียนดีร่วมมือในกิจกรรมต่าง ๆ ได้ดี ยกเว้นกลุ่มด้านหลังชั้นเรียนบางคน แต่หลังจากครูให้ทำกิจกรรมกลุ่มนักเรียนกลุ่มนี้ก็ร่วมมือในกิจกรรมกลุ่มได้ดี และในห้องเรียนหนึ่งพบว่านักเรียนตั้งใจเรียนดีแต่ในคาบที่ 2 นักเรียนด้านหลังห้องเรียนเริ่มคุยกันบ้าง แต่เมื่อครูดุนักเรียนจึงหยุดการคุยกันและสนใจเรียนต่อ สำหรับการหาค่าดีเทอร์มินันต์และการแก้ระบบสมการโดยการใช้ดีเทอร์มินันต์นักเรียนส่วนใหญ่ทำได้ถูกต้อง

6.3 การสะท้อนผลการสังเกตและพิจารณาปรับปรุงแผนการสอนจากแนวทางที่กำหนดไว้

(วันพฤหัสบดีที่ 12 ธันวาคม 2539 เวลา 09.00 น. - 10.40 น.)

ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการสังเกตและสิ่งที่ควรปรับปรุงแก้ไขในประเด็นต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน จากการศึกษาข้อบกพร่องในการทำข้อสอบของนักเรียนเห็นว่าครูควรแจ้งข้อบกพร่องให้นักเรียนทราบ และทบทวนแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน ได้แก่ การใช้สมบัติการแจกแจง การนำสมการมาลบกันในการกำจัดตัวแปร การแก้ระบบสมการโดยวิธีการแทนค่า และการเขียนสัดส่วนในรูปของสมการ

2. ปัญหาการแก้โจทย์ปัญหาสมการจากปัญหาที่นักเรียนไม่สามารถเขียนข้อความอธิบายเหตุผลเพื่อนำไปสู่การเขียนประโยคสัญลักษณ์และสมการได้ ผู้วิจัยได้ให้ข้อเสนอแนะให้ครูฝึกการเขียนข้อความอธิบายให้แก่นักเรียนด้วย โดยได้ยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาสมการแล้วอธิบายขั้นตอนการสอนให้ครูดูกล่าวคือ ในการสอนหลังจากครูให้นักเรียนอ่านทำความเข้าใจโจทย์แล้วครูควรให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์โดยใช้วิธีการถามตอบ ให้นักเรียนบอกว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ โจทย์ถามอะไร มีเงื่อนไขอย่างไรบ้างโดยให้แยกแยะเงื่อนไขออกมาเป็นข้อ ๆ ต่อจากนั้นในขั้นที่ 2 จากเงื่อนไขที่กำหนดครูให้นักเรียนพิจารณาเขียนแผนภาพ หรือเขียนตารางแล้วพิจารณาสร้างความสัมพันธ์จากเงื่อนไขต่าง ๆ ซึ่งในขั้นนี้นักเรียนจะเห็นว่าเราสามารถเขียนความสัมพันธ์เป็นรูปของสมการในลักษณะของแผนภาพหรือประโยคภาษาได้ จากขั้นนี้ครูควรฝึกให้นักเรียนเปลี่ยนประโยคภาษาหรือแผนภาพเป็นประโยคสัญลักษณ์โดยใช้การถามตอบซึ่งจะทำให้ได้สมการขึ้นมา ต่อไปในขั้นที่ 3 เป็นการเขียนอธิบายสิ่งที่นักเรียนวิเคราะห์ไว้แล้วในขั้นที่ 2 ออกมาเป็นประโยคภาษาเพื่ออธิบายให้คนอื่นได้เข้าใจว่านักเรียนเขียนสมการได้อย่างไร ในการสอนครูฝึกหรืออธิบายให้นักเรียนเห็นว่าเราสามารถเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนสมการได้อย่างไรโดยการพิจารณาถึงสมการที่นักเรียนวิเคราะห์ไว้แล้วในขั้นที่ 2 เป็นตอน ๆ ไปแล้วเขียนข้อความอธิบายสิ่งที่นักเรียนวิเคราะห์ไว้แต่ละตอนนั้นออกมา ต่อจากนั้นเขียนเหตุผลอธิบายความสัมพันธ์ที่วิเคราะห์ไว้ได้ในขั้นที่ 2 เพื่ออธิบายเหตุผลของการเขียนสมการต่อไป สำหรับในขั้นการตรวจสอบคำตอบครูควรย้ำให้นักเรียนได้ตรวจสอบให้ครบทุกเงื่อนไขจากเงื่อนไขที่ได้ระบุไว้แล้วในขั้นที่ 1

3. ด้านอื่น ๆ จะพบปัญหาไม่มากนักซึ่งอาจจะมีประเด็นย่อย ๆ สำหรับครูบางคน เช่น การควบคุมชั้นเรียนครูบางคนควบคุมชั้นเรียนไม่ทั่วถึง ทำให้นักเรียนบางกลุ่มโดยเฉพาะหลังชั้นเรียนมักจะคุยกันบ้าง การตรวจการบ้านครูบางคนยังไม่ได้ตรวจการบ้านให้นักเรียนทุกครั้งที่ทำส่ง

นอกจากการสะท้อนผลการสังเกตดังกล่าวข้างต้นแล้วผู้ร่วมการวิจัยยังได้ร่วมกันพิจารณาถึงระยะเวลาที่ใช้สอนในเรื่องสมการที่เหลืออยู่ไม่มากนัก จึงเห็นว่าควรที่จะปรับแผนการสอนให้รวบรัดเข้ามา และเนื่องจากในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนครูเห็นว่านักเรียนเกิดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาสมการโดยอาศัยขั้นตอนที่นำเสนอได้ในระดับที่น่าพอใจพอสมควรแล้ว จึงควรลดเวลาที่วางแผนไว้ในการประชุมเชิงปฏิบัติการ จากกำหนดเวลาในการเรียนการสอนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นเส้นสามตัวแปรได้กำหนดไว้ 5 คาบ และสำหรับการทดสอบ 1 คาบ ควรลดเวลาในการเรียนการสอนเหลือเพียง 4 คาบ และในเรื่องสมการกำลังสองได้กำหนดเวลาในการเรียนการสอนไว้ 4 คาบ และสำหรับการทดสอบ 1 คาบ ควรลดเวลาในการเรียนการสอนเหลือเพียง 3 คาบ แต่ครูบางคนก็รู้สึกไม่มั่นใจว่าจะมีผลกระทบต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในเรื่องสมการหรือไม่ แต่ครูบางคนเห็นว่าถ้าไม่รวบรัดเช่นนี้แล้วจะมีผลกระทบต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในเรื่องเลขยกกำลัง และลอการิทึมในบทต่อไปและจะทำให้การสอนไม่ทันไม่จบหลักสูตรในภาคเรียนนี้ ครูทุกคนจึงเห็นด้วยที่จะให้รวบรัดแผนการสอนเข้ามาตามเวลาที่เสนอไว้ข้างต้น

<u>รอบที่ 3</u> ผลการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการบทเรียนชุดที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร (5 คาบ)

(ระหว่างวันที่ 9 - 27 ธันวาคม 2539)

สัปดาห์ที่ 7 (2 คาบ) ระหว่างวันที่ 9 - 13 ธันวาคม 2539)

7.1 แผนการสอนสัปดาห์ที่ 7

แผนการสอนที่ 7

วิชาคณิตศาสตร์ 6 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร เวลา 2 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรได้
2. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปรได้
3. นำวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปรมาแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปรได้

เนื้อหา

1. บทนิยามระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร
2. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยวิธีการจำกัดตัวแปร
3. การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปร

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา และเกณฑ์การประเมินในเนื้อหาเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรให้นักเรียนทราบ
2. บอกบทนิยามของสมการเชิงเส้นสามตัวแปร พร้อมยกตัวอย่างสมการทั้งที่เป็นสมการเชิงเส้นสามตัวแปรและไม่เป็นสมการเชิงเส้นสามตัวแปร แล้วให้นักเรียนระบุว่าสมการใดเป็นสมการเชิงเส้นสามตัวแปร และสมการใดไม่เป็นสมการเชิงเส้นสามตัวแปร พร้อมทั้งให้ระบุเหตุผลประกอบ
3. บอกบทนิยามของคำตอบของสมการเชิงเส้นสามตัวแปร บทนิยามของระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรและบทนิยามคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร
4. ยกตัวอย่างระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรจากตัวอย่างที่ 1 ในบทเรียนที่ 3(3.1) แล้วให้นักเรียนพยายามหาคำตอบของระบบสมการในตัวอย่างนี้
5. นำเสนอหลักการในการแก้ระบบสมการในตัวอย่างข้างต้น และสรุปหลักการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปรให้นักเรียน
6. ใช้หลักการที่สรุปแก้ระบบสมการในตัวอย่างที่ 1 โดยการเลือกกำจัดตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งออกไปจากระบบสมการ ทำให้ได้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
7. หลังจากได้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ครูให้นักเรียนแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ได้นี้ในชั้นเรียนเป็นรายบุคคลหรือปรึกษาเพื่อนในชั้นเรียน
8. หลังจากได้ค่าของตัวแปร 2 ตัวแล้วให้นักเรียนแทนค่าในสมการใดสมการหนึ่งในโจทย์ เพื่อหาค่าของตัวแปรที่เหลืออีกตัวหนึ่ง
9. ให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบของระบบสมการในเอกสารที่เว้นไว้
10. ยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปรจากตัวอย่างที่ 2 ในบทเรียนที่ 2

(2.3)โดยใช้วิธีการถามตอบให้นักเรียนระบุเกี่ยวกับโจทย์และวิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์

11. จากความสัมพันธ์ที่วิเคราะห์ได้จากโจทย์ในขั้นที่ 2 ครูแสดงการเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนสมการแต่ละสมการในขั้นที่ 3

12. ในขั้นที่ 4 ให้นักเรียนร่วมกันแก้ระบบสมการที่ได้จากขั้นที่ 3 ในกลุ่มกิจกรรม

13. ถามนักเรียนถึงหลักการในการตรวจสอบคำตอบและให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบที่ได้ในเอกสารบทเรียนในขั้นที่ 5

14. ครูแจกใบงานที่ 5 ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปรจากใบงานในกลุ่มกิจกรรมในชั้นเรียน

15. มอบหมายการบ้านจากแบบฝึกหัดประจำบทเรียนที่ 3(3.1) ให้นักเรียนไปทำเป็นการบ้าน

สื่อการเรียนการสอน

1. บทเรียนที่ 3 (3.1) บทเรียนในชั้นเรียนเรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปรและโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปร

2. ใบงานที่ 5

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตการตอบคำถามของนักเรียนแต่ละคน

2. สังเกตการร่วมกิจกรรมในกลุ่มกิจกรรม

3. ตรวจใบงานและแบบฝึกหัดของนักเรียน

7.2 ผลการสังเกตการสอนในชั้นเรียนในสัปดาห์ที่ 7

ห้องเรียนที่ 1 ครูคนที่ 1 (สังเกตการสอนเวลา 13.10 น. - 14.50 น. วันศุกร์ที่ 13 ธันวาคม 2539) **ห้องเรียนที่ 2 ครูคนที่ 2** (สังเกตการสอนเวลา 16.30 น. - 18.10 น. วันศุกร์ที่ 13 ธันวาคม 2539) **ห้องเรียนที่ 3 ครูคนที่ 3** (สังเกตการสอนเวลา 07.20 น. - 09.00 น. วันศุกร์ที่ 13 ธันวาคม 2539)

พฤติกรรมการสอนของครู การสอนครูเริ่มโดยการแจ้งข้อบกพร่องของนักเรียนจากการทำแบบทดสอบในเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและบอกคะแนนผลการสอบให้นักเรียนทราบ หลังจากนั้นครูได้เริ่มสอนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรตามแผนการสอนที่วางไว้ ในการสอนบทนิยามและตัวอย่างการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรครูใช้การถามตอบนักเรียนได้ดี การยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาสมการครูใช้การถามตอบนักเรียนในแต่ละขั้นตอนได้ดี และในขั้นที่ 2 ครูใช้การถามตอบเพื่อนำไปสู่การวิเคราะห์โจทย์ได้ดี และครูอธิบายวิธีเขียน

ข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนสมการของแต่ละสมการในขั้นที่ 3 ได้ดี แต่ในขณะเดียวกันก็พบว่าครูคนหนึ่งไม่ได้เสนอแนะหลักการในการเขียนอธิบายข้อความไปสู่สมการให้นักเรียน ในการมอบหมายกิจกรรมให้นักเรียนทำในใบงานครูได้ตรวจสอบติดตามและให้คำปรึกษากับนักเรียนทุกกลุ่มตลอดเวลา

พฤติกรรมการเรียนของนักเรียน ในการเรียนนักเรียนตอบคำถามของครูได้ดีแต่มีบางช่วงที่นักเรียนบางกลุ่มคุยกันในขณะที่ครูอธิบาย แต่อย่างไรก็ตามในการทำกิจกรรมกลุ่มนักเรียนร่วมมือกันทำโจทย์ในใบงานเป็นอย่างดีและนักเรียนจะชอบการทำกิจกรรมกลุ่มมากกว่าการฟังครูอธิบาย ในกลุ่มกิจกรรมนักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการในใบงานที่ครูให้ทำได้ การเขียนข้อความอธิบายสมการที่เขียนขึ้นนักเรียนสามารถเขียนได้แต่ไม่คล่องแคล่วเท่าที่ควร สำหรับโจทย์ข้อที่ 2 ในใบงานปรากฏว่านักเรียนทำไม่ทันในเวลา ครูจึงมอบหมายให้นักเรียนไปทำต่อนอกเวลาเรียน

7.3 การสะท้อนผลการสังเกตและการพิจารณาปรับปรุงแผนการสอนจากแนวทางที่กำหนดไว้

จากการสังเกตการสอนผู้วิจัยเห็นว่าครูดำเนินการสอนได้ดีแล้ว แต่มีบางประเด็นที่ควรปรับปรุงได้แก่

ครูควรฝึกการเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนสมการแต่ละสมการจากขั้นตอนที่วิเคราะห์ไว้ให้มากขึ้น

สัปดาห์ที่ 8 (2 คาบ) ระหว่างวันที่ 16 - 20 ธันวาคม 2539

8.1 แผนการสอนสัปดาห์ที่ 8

แผนการสอนที่ 8

วิชาคณิตศาสตร์ 6 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร เวลา 2 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. สามารถหาค่าดีเทอร์มินันต์อันดับสามโดยวิธีลัดได้
2. สามารถแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์ได้
3. การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยอาศัยกฎของคราเมอร์ได้

เนื้อหา

1. การหาค่าของดีเทอร์มินันต์อันดับสามโดยวิธีลัด
2. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์
3. โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปร

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. นำเสนอความรู้เกี่ยวกับการหาค่าของดีเทอร์มินันต์อันดับสามโดยวิธีลัด และยกตัวอย่างที่ 1 ในบทเรียนที่ 3(3.2)

2. ให้นักเรียนร่วมกันหาค่าของดีเทอร์มินันต์อันดับสามโดยวิธีลัดจากดีเทอร์มินันต์ที่โจทย์กำหนดให้ในชั้นเรียน

3. นำเสนอกฎของคราเมอร์ (Cramer's rule) ที่ใช้ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรและยกโจทย์จากตัวอย่างที่ 2 ในบทเรียนที่ 3 (3.2) เป็นตัวอย่างประกอบ ในการแก้ระบบสมการในตัวอย่างนี้ครูจะใช้วิธีการถามตอบ และให้นักเรียนร่วมกันหาค่าของดีเทอร์มินันต์แต่ละค่าที่ต้องใช้ในการแก้ระบบสมการ

4. ให้นักเรียนตรวจคำตอบของแต่ละสมการจากคำตอบที่ได้ในเอกสารบทเรียน

5. ยกโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปรจากโจทย์ในตัวอย่างที่ 3 บทเรียนที่ 3 (3.2) ให้นักเรียนร่วมกันคิดแก้โจทย์นี้โดยอาศัยขั้นตอน 5 ขั้นตอนข้างต้น โดยอาศัยวิธีการถามตอบ

6. ในขั้นที่ 4 ให้นักเรียนได้ร่วมกันแก้ระบบสมการที่ได้โดยอาศัยกฎคราเมอร์ในแต่ละกลุ่มกิจกรรม

7. ให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบจากเงื่อนไขทุกเงื่อนไขในโจทย์แล้วพิจารณาดูว่าถูกต้องหรือไม่

8. ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปรจากใบงานที่ 6 ในกลุ่มกิจกรรมในชั้นเรียน

9. มอบหมายโจทย์ปัญหาสมการจากแบบฝึกหัดประจำบทเรียนที่ 3 (3.2) ให้นักเรียนไปทำเป็นการบ้าน

10. บอกกำหนดการทดสอบเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรในสัปดาห์การสอบกลางภาคเรียนตามตารางสอบกลางภาคเรียน และครูแจกบทเรียนทบทวนด้วยตนเองหน่วยที่ 3 "ทบทวนความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวกับการแก้สมการกำลังสอง" ให้นักเรียนได้ไปศึกษาร่วมกันในกลุ่มกิจกรรม และกำหนดแบบฝึกหัดในบทเรียนทบทวนด้วยตนเองให้นักเรียนไปทำเป็นการบ้าน

สื่อการเรียนการสอน

1. บทเรียนที่ 3 (3.2) บทเรียนในชั้นเรียนเรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์ และโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปร

2. ใบงานที่ 6

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตการตอบคำถามของนักเรียนแต่ละคน

2. สังเกตการร่วมกิจกรรมในกลุ่ม
3. ตรวจใบงานและแบบฝึกหัดของนักเรียน

<u>หมายเหตุ</u> สัปดาห์ที่ 9 ระหว่างวันที่ 23 - 27 ธันวาคม 2539 เป็นสัปดาห์การสอบกลางภาคเรียน ซึ่งจะได้ทำการทดสอบเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรเป็นเวลา 1 คาบ ในวันพุธที่ 25 ธันวาคม 2539

8.2 ผลการสังเกตการสอนในรอบที่ 3

ผลการสังเกตในรอบที่ 3 นี้หมายถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ผลการแสดงความคิดเห็นของนักเรียน ผลการสัมภาษณ์นักเรียน ผลการสังเกตการสอนในชั้นเรียนในสัปดาห์ที่ 8 และผลการศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนในเนื้อหาเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร ซึ่งจะกล่าวถึงเป็นข้อ ๆ ดังต่อไปนี้

8.2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน เมื่อพิจารณาถึงประสิทธิภาพของแผนการสอนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยการพิจารณาค่า E_1 / E_2

โดยที่ค่า E_1 หมายถึงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่นักเรียนได้จากคะแนนเก็บในระหว่างเรียน ในที่นี้คือ คะแนนจากแบบฝึกหัด และจากใบงาน

และ E_2 หมายถึงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่นักเรียนได้จากการประเมินผลขั้นสุดท้ายของบทเรียน ในที่นี้คือ คะแนนจากแบบทดสอบเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร

เมื่อพิจารณาถึงประสิทธิภาพของแผนการสอนแยกตามครูผู้สอนแต่ละคนและเฉลี่ยทั้งสามคนเป็นตามตารางต่อไปนี้

ตาราง 11 แสดงค่าประสิทธิภาพของแผนการสอน เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร

ครูผู้สอน	ค่า E_1 / E_2
คนที่ 1	76.47 / 76.77
คนที่ 2	76.70 / 67.35
คนที่ 3	80.57 / 55.35
เฉลี่ยทั้งสามคน	77.88 / 66.24

จากตารางจะเห็นได้ว่าประสิทธิภาพของแผนการสอนในเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรได้ต่ำกว่าเกณฑ์ที่ครูร่วมกันกำหนดไว้ (เกณฑ์ที่กำหนดร่วมกันไว้จากการประชุมเชิงปฏิบัติการได้กำหนดค่า E_1 / E_2 ไว้เท่ากับ 80 / 80) เมื่อพิจารณาค่า E_1 ซึ่งเป็นค่าที่ได้มาจากคะแนนจากแบบฝึกหัด และจากใบงาน ซึ่งพบว่านักเรียนบางส่วนไม่ได้ทำแบบฝึกหัดส่งครู และนักเรียนบางส่วนทำโจทย์แบบฝึกหัดไม่ครบและบางครั้งทำผิด จึงทำให้คะแนนเฉลี่ยส่วนนี้ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ สำหรับค่า E_2 ซึ่งเป็นค่าที่ได้มาจากคะแนนส่วนที่เป็นแบบทดสอบการแก้ระบบสมการและโจทย์ปัญหาสมการ ซึ่งพบว่านักเรียนบางส่วนจะคำนวณค่าดีเทอร์มินันต์ที่ใช้ในการแก้ระบบสมการผิด และในการแก้ระบบสมการโดยวิธีการกำจัดตัวแปรพบว่านักเรียนบางส่วนไม่สามารถกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งออกไปให้เหลือระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ จึงทำให้คะแนนส่วนนี้ต่ำกว่าเกณฑ์และในส่วนของโจทย์ปัญหาสมการนักเรียนส่วนมากจะมีปัญหาในขั้นการแก้ระบบสมการ โดยนักเรียนไม่สามารถแก้ระบบสมการที่เขียนขึ้นได้จึงทำให้ค่า E_2 ที่ได้ค่อนข้างต่ำกว่าเกณฑ์ที่วางไว้

และเมื่อพิจารณาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปรของนักเรียนก่อนเรียนกับหลังเรียนเป็นไปตามตารางต่อไปนี้

ตาราง 12 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาสมการก่อนเรียนกับหลังเรียนในเนื้อหาเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร

ครูผู้สอน	N	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	ค่าสถิติ t	ค่าวิกฤต	ร้อยละของคะแนนเฉลี่ยหลังเรียน
คนที่ 1	79	4.27	21.24	26.31	2.38	75.85
คนที่ 2	86	3.95	18.60	15.96	2.37	66.42
คนที่ 3	84	4.08	14.70	12.22	2.37	52.51
เฉลี่ยทั้งสามคน		4.14	18.12	27.95	2.33	64.74

จากการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปรของนักเรียนก่อนเรียนกับหลังเรียนพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนของนักเรียนทุกกลุ่มแยกตามครูผู้สอนและโดยภาพรวมสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.01

8.2.2 ผลสรุปความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดการเรียนการสอน

จากการศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรของครูแต่ละคน โดยอาศัยแบบสอบถามพบว่าในแต่ละด้านนักเรียนมีความคิดเห็นดังต่อไปนี้

ด้านเนื้อหาสาระ พบว่านักเรียนมีความคิดเห็นว่าเนื้อหามีความน่าสนใจดี ระดับความยากง่าย การจัดเรียงลำดับเนื้อหา และระยะเวลาที่ใช้สอนมีความเหมาะสมดี

ด้านพฤติกรรมการสอนของครู พบว่านักเรียนมีความคิดเห็นว่าครูมีการเตรียมการสอนดี มีความแม่นยำในเนื้อหาที่สอน มีการจัดลำดับขั้นตอนในการสอน เทคนิคการสอนและวิธีสอนที่ดี มีเทคนิคในการสอนและวิธีสอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการ เสนอขั้นตอนและวิธีการในการแก้โจทย์ปัญหาสมการได้ดี กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือมีผลทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนและสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการได้ดี จัดกิจกรรมได้เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลาและเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมได้ดี ครูใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนได้ดี แต่ก็พบว่าครูบางคนใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนและจัดกิจกรรมให้เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลาในระดับพอใช้ การสอนครูให้กำลังใจนักเรียน มีความเป็นกันเองกับนักเรียนในระดับดี การพูด ภาษา และท่าทางเหมาะสมดี การปกครองชั้นเรียน การควบคุมอารมณ์ ความรับผิดชอบในการสอน ความกระตือรือร้นในการสอนและการตรงต่อเวลาดี และพบว่านักเรียนมีความเห็นต่อครูคนหนึ่งว่ามีการควบคุมอารมณ์ ความรับผิดชอบในการสอน และการตรงต่อเวลาอยู่ในระดับดีมาก นอกจากนี้นักเรียนมีความเห็นเกี่ยวกับการบ้านว่าปริมาณการบ้านมีความเหมาะสมดี การตรวจแบบฝึกหัดครูบางคนตรวจได้สม่ำเสมอแต่ครูบางคนไม่ได้ตรวจอย่างสม่ำเสมอ

ด้านสื่อการเรียนการสอน พบว่าบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง บทเรียนในชั้นเรียน และใบงานมีส่วนช่วยทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้ดี นอกจากนี้นักเรียนเห็นว่าปริมาณของเนื้อหาในบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง ในบทเรียนในชั้นเรียนมีความเหมาะสมดี และด้านของโจทย์ปัญหาสมการในใบงานและแบบฝึกหัดมีความเหมาะสมดี ระดับความยากง่ายอยู่ในระดับดี

ด้านการวัดผลและประเมินผล พบว่ามีการทดสอบย่อยเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน มีการทดสอบรวมเมื่อจบบทเรียนอยู่ในระดับดี การให้คะแนนมีความยุติธรรมดี ปริมาณของข้อสอบกับเวลาที่ใช้ในการสอบมีความเหมาะสมดี

8.2.3 ผลการสัมภาษณ์นักเรียน

จากการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 8 คน แยกกลุ่มตามครูผู้สอนที่ต่างกัน พบว่าความคิดเห็นของนักเรียนต่อครูผู้สอนโดยภาพรวมเป็นดังนี้

ด้านเนื้อหาสาระ นักเรียนเห็นว่าเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรเป็นเรื่องที่ยากกว่าเรื่องที่ผ่านมา และในการแก้ระบบสมการโดยวิธีการกำจัดตัวแปรจะยากกว่าการใช้ดีเทอร์มินันต์ นักเรียนจะรู้สึกสับสนในการกำจัดตัวแปร สำหรับการใช้ดีเทอร์มินันต์นักเรียนจะรู้สึกว่าง่ายขึ้น และใช้กฎของคราเมอร์ได้คล่องขึ้นกว่าเดิม เกี่ยวกับเนื้อหาที่ใช้สอนเป็นตัวอย่างในห้องเรียนจะง่ายกว่าโจทย์ในใบงาน และนอกจากนี้พบว่านักเรียนห้องหนึ่งเห็นว่าเนื้อหากับเวลาไม่สอดคล้องกัน เนื่องจากเวลาน้อยเกินไปทำให้ครูต้องรีบสอนนักเรียนจึงตามบทเรียนไม่ทัน

ด้านพฤติกรรมการสอนของครู นักเรียนเห็นว่าครูสอนได้ดี อธิบายในชั้นเรียนเป็นขั้นเป็นตอนดี ใช้การถามตอบได้ดี สอนขั้นตอนการวิเคราะห์โจทย์ได้ดี จัดกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือในห้องเรียนได้ดี ในด้านของการรับผิดชอบต่อการสอน การตรวจแบบฝึกหัด การตรงต่อเวลาและมีความกระตือรือร้นในการสอนดี ควบคุมชั้นเรียนได้ดี แต่พบว่าครูบางคนไม่ได้ตรวจแบบฝึกหัดให้นักเรียนทุกข้อ และในการสอนบางครั้งครูรีบสอนเพื่อให้ทันเวลาซึ่งทำให้นักเรียนตามบทเรียนไม่ทัน

ด้านสื่อการเรียนการสอน นักเรียนเห็นว่าบทเรียนในชั้นเรียนและใบงานเหมาะสมแล้ว

ด้านการวัดผลและประเมินผล นักเรียนเห็นว่าระดับความยากง่ายของแบบทดสอบอยู่ในระดับปานกลาง

ด้านปัญหาในการเรียนของนักเรียน พบว่าการเรียนบางครั้งนักเรียนฟังครูอธิบายได้เข้าใจแต่ไม่สามารถแก้โจทย์ได้เอง นักเรียนเห็นว่าเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรมีสมการเพิ่มขึ้นทำให้เป็นเรื่องที่ยากสำหรับนักเรียนและนักเรียนจะรู้สึกสับสนเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการโดยเฉพาะการใช้วิธีการกำจัดตัวแปร ในการแก้โจทย์ปัญหาสมการนักเรียนจะสามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ดีขึ้น และในการแก้ระบบสมการในโจทย์ปัญหานักเรียนมักจะอาศัยกฎของคราเมอร์มากกว่าวิธีการกำจัดตัวแปร สำหรับการแก้โจทย์ปัญหาสมการนักเรียนจะมีปัญหาในการเขียนข้อความอธิบายเหตุผลเพื่อนำไปสู่การเขียนสมการทั้ง ๆ ที่นักเรียนสามารถเขียนสมการได้

8.2.4 ผลการสังเกตการสอนในชั้นเรียนในสัปดาห์ที่ 8

ห้องเรียนที่ 1 ครูคนที่ 1 (สังเกตการสอนเวลา 13.10 น. - 14.50 น. วันศุกร์ที่ 20 ธันวาคม 2539) **ห้องเรียนที่ 2 ครูคนที่ 2** (สังเกตการสอนเวลา 16.30 น. - 18.10 น. วันศุกร์ที่ 20 ธันวาคม 2539) **ห้องเรียนที่ 3 ครูคนที่ 3** (สังเกตการสอนเวลา 07.20 น. - 09.00 น. วันศุกร์ที่ 20 ธันวาคม 2539)

พฤติกรรมการสอนของครู ครูสอนตามแผนการสอนที่วางไว้ ในการสอนหาค่า

ดีเทอร์มินันต์อันดับสามครูให้นักเรียนในห้องร่วมกันหาค่าของดีเทอร์มินันต์อันดับสามจากเอกสารบทเรียนที่ 3(3.2) แล้วครูเฉลยค่าของดีเทอร์มินันท์ที่นักเรียนแต่ละคนหา ซึ่งต้องใช้เวลานานพอสมควร แล้วครูจึงนำเสนอกฎของคราเมอร์ และยกโจทย์จากตัวอย่างที่ 2 ถามนักเรียนเกี่ยวกับขั้นตอนในการดำเนินการแก้ระบบสมการในโจทย์ข้อนี้ และให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มช่วยกันหาค่าดีเทอร์มินันต์แต่ละค่าที่ต้องใช้ในการแก้ระบบสมการ หลังจากแก้ระบบสมการได้แล้วครูให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบในเอกสารในชั้นเรียนต่อไป และหลังจากนั้นครูสอนตัวอย่างการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปรจากโจทย์ตัวอย่างที่ 3 ตามแผนการสอนที่วางไว้ ครูได้ใช้วิธีการถามตอบนักเรียนได้ดี หลังจากนั้นครูจึงให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปรจากใบงานที่ 6 ในกลุ่มกิจกรรมในชั้นเรียน และนักเรียนไม่สามารถทำกิจกรรมในเวลาเรียนได้ครบทั้ง 2 ข้อ ครูจึงให้นักเรียนไปทำต่อนอกเวลาเรียน และได้มอบการบ้านให้นักเรียนไปทำ พร้อมกับแจกบทเรียนทบทวนด้วยตนเองหน่วยที่ 3 ให้นักเรียนไปทบทวนและมอบโจทย์ในบทเรียนให้เป็นการบ้านด้วย จากการสังเกตการสอนพบว่าครูบางคนรีบสอนเพื่อให้ทันเวลาซึ่งทำให้นักเรียนตามบทเรียนไม่ทัน

พฤติกรรมการเรียนของนักเรียน นักเรียนตั้งใจเรียนดีร่วมกิจกรรมในชั้นเรียนได้ดี บางกลุ่มทำกิจกรรมในใบงานได้เพียงข้อเดียว ซึ่งโจทย์ในใบงานข้อที่ 1 เป็นโจทย์ที่กำหนดสมการมาให้แล้วจึงไม่ยากเกินไป และบางกลุ่มจะทำได้หนึ่งข้อกับข้อที่สองบางส่วน

8.2.5 ผลการศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียน

จากการศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปรของนักเรียนพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในการแก้ระบบสมการโดยวิธีการกำจัดตัวแปร และในการสร้างความสัมพันธ์จากโจทย์เพื่อเขียนสมการนักเรียนบางส่วนไม่สามารถสร้างได้ เนื่องจากเห็นว่าโจทย์มีความซับซ้อนมากขึ้นและโจทย์บางข้อยาวทำให้นักเรียนแยกแยะโจทย์วิเคราะห์โจทย์ไม่ได้

8.3 การสะท้อนผลการสังเกตและการพิจารณาปรับปรุงแผนการสอนจากแนวทางที่กำหนดไว้ (วันศุกร์ที่ 27 ธันวาคม 2539 เวลา 9.00 น. - 10.40 น.)

จากการสังเกตการสอนผู้วิจัยเห็นว่าครูดำเนินการสอนได้ดี แต่จะมีปัญหาในเรื่องเวลาจึงทำให้ครูต้องเร่งรีบสอน และทำให้นักเรียนทำกิจกรรมในชั้นเรียนไม่ทัน ในส่วนของการแก้ระบบสมการนักเรียนจะมีปัญหาในการกำจัดตัวแปร ซึ่งครูต้องใช้เวลาในการฝึกให้นักเรียนมากขึ้น อาจจะจัดทำชุดฝึกอีกชุดหนึ่งเฉพาะให้นักเรียนได้ไปฝึกทำเพิ่มเติม ซึ่งอาจจะเป็นในปีการศึกษาต่อไป และในการเขียนข้อความอธิบายเหตุผลเพื่อนำไปสู่การเขียนสมการครูควรใช้การถามตอบถึงที่มาของสมการที่นักเรียนเขียนไว้เป็นตอน ๆ

<u>รอบที่ 4</u> ผลการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการบทเรียนชุดที่ 4 เรื่องสมการกำลังสอง (5 คาบ)

(ระหว่างวันที่ 2 - 10 มกราคม 2540)

สัปดาห์ที่ 10 (2 คาบ) ระหว่างวันที่ 2 - 3 มกราคม 2540

9.1 แผนการสอนสัปดาห์ที่ 10

แผนการสอนที่ 9

วิชาคณิตศาสตร์ 6 เรื่องสมการกำลังสอง เวลา 2 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกได้ว่าสมการใดเป็นสมการกำลังสอง
2. แสดงวิธีการแก้สมการกำลังสอง โดยการแยกตัวประกอบและโดยวิธีใช้สูตรได้

เนื้อหา

1. การแก้สมการกำลังสอง โดยการแยกตัวประกอบ
2. การแก้สมการกำลังสอง โดยวิธีใช้สูตร

กิจกรรม

1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหาและเกณฑ์การประเมินในเนื้อหาเรื่อง การแก้สมการกำลังสองให้นักเรียนทราบ

2. สอบถามนักเรียนเกี่ยวกับการทบทวนบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง หน่วยที่ 3 เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนได้ทำการทบทวนบทเรียนด้วยตนเองตามที่ได้รับมอบหมายหรือไม่

3. ทบทวนบทนิยามของสมการกำลังสอง โดยการยกตัวอย่างสมการทั้งที่เป็นสมการกำลังสองและไม่เป็นสมการกำลังสอง แล้วให้นักเรียนระบุว่าสมการใดเป็นสมการกำลังสองและสมการใดไม่เป็นสมการกำลังสอง พร้อมทั้งให้เหตุผลด้วย

4. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดการแยกตัวประกอบของพหุนาม (แบบฝึกหัดที่ 3.1 - 3.4) โดยให้นักเรียนตอบคำถามจากแบบฝึกหัดที่นักเรียนได้ทำมาแล้วเป็นรายบุคคล และให้นักเรียนซักถามปัญหาที่นักเรียนสงสัยจากการทำแบบฝึกหัดในแต่ละข้อ และครูอาจจะอธิบายหรือแสดงวิธีทำโจทย์บางข้อที่นักเรียนต้องการให้เฉลยวิธีให้ดู

5. ทบทวนการแก้สมการกำลังสอง โดยการแยกตัวประกอบให้นักเรียนโดยการยกตัวอย่างสมการกำลังสองจากตัวอย่างที่ 1 - 3 ในเอกสารบทเรียนทบทวนด้วยตนเองหน่วยที่ 3 ซึ่งเป็นตัวอย่างที่สามารถใช้วิธีการแยกตัวประกอบหาคำตอบได้และแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบของสมการนั้น ๆ ด้วย ในการสอนครูใช้วิธีการถามตอบนักเรียนเนื่องจากนักเรียนได้ไปทบทวนบทเรียนมาก่อนแล้ว

6. ยกตัวอย่างสมการกำลังสองที่มีความยุ่งยากในการแยกตัวประกอบสำหรับนักเรียน ให้นักเรียนหาคำตอบโดยวิธีการแยกตัวประกอบ และครูซักถามคำตอบของสมการเมื่อได้รับคำตอบว่าไม่สามารถแยกตัวประกอบได้ ครูจึงเสนอแนะวิธีการหาคำตอบของสมการกำลังสองโดยการใช้สูตร

7. เสนอสูตรสำหรับการหาคำตอบของสมการกำลังสอง พร้อมทั้งชี้ข้อสังเกตคำตอบของสมการจากการใช้สูตร และยกตัวอย่างสมการกำลังสองจากตัวอย่างที่ 1 - 3 ในบทเรียนทบทวนด้วยตนเองหน่วยที่ 3 หัวข้อที่ 3

8. แสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบของสมการนั้น ๆ ให้นักเรียน

9. เฉลยการบ้านจากแบบฝึกหัดที่ 3.6 ให้นักเรียน

สื่อการเรียนการสอน

เอกสารบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง หน่วยที่ 3 "ทบทวนความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวกับการแก้สมการกำลังสอง"

การวัดผลประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามภายในชั้นเรียน
2. สังเกตความถูกต้องของการแก้สมการ
3. ตรวจแบบฝึกหัดของนักเรียน

9.2 ผลการสังเกตการสอนในชั้นเรียนในสัปดาห์ที่ 10

ห้องเรียนที่ 4 ครูคนที่ 1 (สังเกตการสอนเวลา 17.20 น. - 8.10 น. วันพฤหัสบดีที่ 2 มกราคม 2540) **ห้องเรียนที่ 5 ครูคนที่ 2** (สังเกตการสอนเวลา 13.10 น. - 14.00 น. วันศุกร์ที่ 3 มกราคม 2540) **ห้องเรียนที่ 6 ครูคนที่ 3** (สังเกตการสอนเวลา 14.50 น. - 15.40 น. วันพฤหัสบดีที่ 2 มกราคม 2540)

พฤติกรรมการสอนของครู ครูไม่ได้ดำเนินการสอนตามแผนการสอนที่วางไว้ เนื่องจากนักเรียนทำโจทย์แบบฝึกหัดไม่ครบตามกำหนด ครูจึงทบทวนเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบและเฉลยแบบฝึกหัดเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบให้นักเรียนพร้อมกับการให้นักเรียนทำโจทย์แบบฝึกหัดในชั้นเรียนสลับกันไป แล้วครูทบทวนเกี่ยวกับการแก้สมการโดยการแยกตัวประกอบให้นักเรียนจากตัวอย่าง 1 - 3 ในเอกสารและให้นักเรียนแก้สมการในแบบฝึกหัดในกลุ่มกิจกรรมในชั้นเรียนประมาณ 15 นาที แล้วจึงเฉลยแบบฝึกหัดให้นักเรียนตรวจจากกระดานดำ ต่อจากนั้นครูได้นำเสนอวิธีการแก้สมการกำลังสองโดยการใช้สูตรและยกตัวอย่างที่ 1 - 2 ในเอกสารประกอบ

และให้นักเรียนไปทำแบบฝึกหัด 3.6 บางข้อเป็นการบ้าน ในการสอนพบว่าครูจะดำเนินการสอนเร็วมาก เนื่องจากครูกลัวว่าจะสอนไม่ทันตามเวลาที่กำหนดไว้

พฤติกรรมการเรียนของนักเรียน นักเรียนตั้งใจเรียนดีร่วมมือในกิจกรรมในชั้นเรียนดี แต่ในการทบทวนบทเรียนด้วยตนเองหน่วยที่ 3 นักเรียนไม่ได้ไปทบทวนมาอย่างเต็มที่เนื่องจากเป็นช่วงปิดเทศกาลปีใหม่ ทำให้ครูต้องมาทบทวนให้ในชั้นเรียนแทน

9.3 การสะท้อนผลการสังเกตและการพิจารณาปรับปรุงแผนการสอนจากแนวทางที่กำหนดไว้

(วันจันทร์ที่ 6 มกราคม 2540 เวลา 09.00 น. - 10.40 น.)

ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการสังเกตและสิ่งที่ควรปรับปรุงแก้ไขในประเด็นต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

- การสอนครูไม่ได้สอนตามแผนการสอนที่วางไว้เนื่องจากนักเรียนไม่ได้ไปศึกษาบทเรียนทบทวนด้วยตนเองมาล่วงหน้า ทำให้ครูต้องใช้เวลาในคาบเรียนทบทวนให้นักเรียน สาเหตุที่นักเรียนไม่ได้ไปทบทวนมาเนื่องจากหลังจากนักเรียนได้รับบทเรียนทบทวนด้วยตนเองไปแล้วเป็นสัปดาห์ของการทดสอบกลางภาคเรียนนักเรียนต้องเตรียมตัวสอบจึงไม่ได้ทำการทบทวน และหลังจากสัปดาห์ทดสอบกลางภาคเรียนเป็นช่วงหยุดเทศกาลปีใหม่ 5 วัน นักเรียนต่างคนต่างแยกย้ายกันไปจึงไม่ได้ร่วมกันทบทวนบทเรียนร่วมกันในกลุ่ม

- การสอนครูไม่ได้ใช้วิธีการถามตอบมากนัก แต่ครูเน้นการอธิบายอย่างสรุปเพื่อต้องการให้จบบทเรียนได้ทันกำหนดเวลา ซึ่งปัญหานี้เกิดจากการจัดแบ่งเวลาไม่เหมาะสม ควรที่จะพิจารณาปรับปรุงสัดส่วนของเวลาในการสอนใหม่ในปีการศึกษาต่อไป

สัปดาห์ที่ 11 (2 คาบ) ระหว่างวันที่ 6 - 10 มกราคม 2540

10.1 แผนการสอนสัปดาห์ที่ 11

แผนการสอนที่ 10

วิชาคณิตศาสตร์ 6	เรื่องสมการกำลังสอง	เวลา 2 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. แก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองได้

เนื้อหา

การแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสอง

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ยกโจทย์ปัญหาสมการกำลังสองจากตัวอย่างที่ 1 ในบทเรียนที่ 4 ให้นักเรียนร่วมกันคิดแก้โจทย์นี้โดยอาศัยขั้นตอน 5 ขั้นตอนข้างต้น โดยอาศัยวิธีการถามตอบในแต่ละขั้นตอน

2. ในขั้นที่ 3 ครูอธิบายให้นักเรียนเห็นว่าจากขั้นที่ 2 ที่วิเคราะห์สมการไว้นักเรียนจะสามารถเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนสมการได้อย่างไรเป็นขั้นเป็นตอน

3. ในขั้นที่ 4 ให้นักเรียนร่วมกันแก้สมการกำลังสองที่ได้ในกลุ่มกิจกรรม โดยให้นักเรียนพิจารณาว่าควรจะใช้สูตรหรือวิธีการแยกตัวประกอบ

4. หลังจากได้คำตอบแล้วให้นักเรียนพิจารณาและตรวจสอบคำตอบด้วย

5. ในตัวอย่างที่ 2 ครูดำเนินการสอนในทำนองเดียวกันกับในตัวอย่างที่ 1

6. ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองจากใบงานที่ 7 ในกลุ่มกิจกรรมในชั้นเรียน

7. มอบหมายการบ้านจากแบบฝึกหัดประจำบทเรียนที่ 4 ให้นักเรียนไปทำเป็นการบ้าน

8. กำหนดวันเวลาในการทดสอบเรื่องสมการกำลังสองและการทดสอบหลังเรียน

สื่อการเรียนการสอน

1. บทเรียนที่ 4 บทเรียนในชั้นเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาสมการกำลังสอง

2. ใบงานที่ 7

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตการตอบคำถามของนักเรียนแต่ละคน

2. สังเกตการร่วมกิจกรรมในกลุ่มกิจกรรม

3. ตรวจใบงานและแบบฝึกหัดของนักเรียน

10.2 ผลการสังเกตการสอนในรอบที่ 4

ผลการสังเกตการสอนในรอบที่ 4 นี้จะหมายถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ผลการแสดงความคิดเห็นของนักเรียน ผลการสัมภาษณ์นักเรียน ผลการสังเกตการสอนในชั้นเรียน และผลการศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนในเนื้อหาเรื่องสมการกำลังสอง ซึ่งจะกล่าวถึงเป็นข้อ ๆ ดังต่อไปนี้

10.2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน เมื่อพิจารณาถึงประสิทธิภาพของแผนการสอนเรื่องสมการกำลังสองโดยการพิจารณาค่า E_1 / E_2

โดยที่ค่า E_1 หมายถึงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่นักเรียนได้จากคะแนนเก็บในระหว่างเรียน ในที่นี้คือ คะแนนจากแบบฝึกหัด และจากใบงาน

และ E_2 หมายถึงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่นักเรียนได้จากการประเมินผลขั้นสุดท้าย ของบทเรียน ในที่นี้คือ คะแนนจากแบบทดสอบเรื่องสมการกำลังสอง

เมื่อพิจารณาถึงประสิทธิภาพของแผนการสอนแยกตามครูผู้สอนแต่ละคนและเฉลี่ยทั้งสามคนเป็นตามตารางต่อไปนี้

ตาราง 13 แสดงค่าประสิทธิภาพของแผนการสอน เรื่องสมการกำลังสอง

ครูผู้สอน	ค่า E_1 / E_2
คนที่ 1	74.86 / 55.20
คนที่ 2	77.64 / 45.98
คนที่ 3	79.30 / 57.34
เฉลี่ยทั้งสามคน	77.25 / 52.78

จากตารางจะเห็นได้ว่าประสิทธิภาพของแผนการสอนในเรื่องสมการกำลังสองได้ต่ำกว่าเกณฑ์ที่ครูร่วมกันกำหนดไว้ (เกณฑ์ที่กำหนดร่วมกันไว้จากการประชุมเชิงปฏิบัติการได้กำหนดค่า E_1 / E_2 ไว้เท่ากับ 80 / 80) เมื่อพิจารณาค่า E_1 ซึ่งเป็นค่าที่ได้มาจากคะแนนจากแบบฝึกหัดและจากใบงาน ซึ่งพบว่านักเรียนบางส่วนไม่ได้ทำแบบฝึกหัดส่งครู และนักเรียนบางส่วนทำโจทย์แบบฝึกหัดไม่ครบและบางครั้งทำผิดเนื่องจากครูรีบเร่งสอน จึงทำให้คะแนนเฉลี่ยส่วนนี้ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ สำหรับค่า E_2 ซึ่งเป็นค่าที่ได้มาจากคะแนนส่วนที่เป็นแบบทดสอบการแก้สมการและโจทย์ปัญหาสมการ พบว่านักเรียนส่วนมากจะแก้สมการกำลังสองด้วยวิธีการใช้สูตรไม่ได้และในส่วนของโจทย์ปัญหาสมการนักเรียนส่วนมากจะมีปัญหาในขั้นการเขียนสมการและการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์จากโจทย์ จึงทำให้คะแนนส่วนนี้ต่ำกว่าเกณฑ์

และเมื่อพิจารณาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองของนักเรียนก่อนเรียนกับหลังเรียนเป็นไปตามตารางต่อไปนี้

ตาราง 14 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาสมการก่อนเรียนกับหลังเรียนในเนื้อหาเรื่องสมการกำลังสอง

ครูผู้สอน	N	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	ค่าสถิติ t	ค่าวิกฤต	ร้อยละของคะแนนเฉลี่ยหลังเรียน
คนที่ 1	79	2.84	10.16	18.86	2.38	46.19
คนที่ 2	86	2.63	10.28	16.83	2.37	46.73
คนที่ 3	84	2.24	10.58	15.87	2.37	48.11
เฉลี่ยทั้งสามคน		2.57	10.35	29.14	2.33	47.03

จากการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองของนักเรียนก่อนเรียนกับหลังเรียนพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนของนักเรียนทุกกลุ่มแยกตามครูผู้สอนและโดยภาพรวมสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.01

10.2.2 ผลสรุปความคิดเห็นของนักเรียนต่อการจัดการเรียนการสอน

จากการศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนการสอนเรื่องสมการกำลังสองของครูแต่ละคน โดยอาศัยแบบสอบถามพบว่าในแต่ละด้านนักเรียนมีความคิดเห็นดังต่อไปนี้

ด้านเนื้อหาสาระ พบว่านักเรียนมีความคิดเห็นว่าเนื้อหามีความน่าสนใจดี ระดับความยากง่าย การจัดเรียงลำดับเนื้อหา และระยะเวลาที่ใช้สอนมีความเหมาะสมดี

ด้านพฤติกรรมการสอนของครู พบว่านักเรียนมีความคิดเห็นว่าครูมีการเตรียมการสอนดี มีความแม่นยำในเนื้อหาที่สอนดี แต่ก็พบว่ามีครูคนหนึ่งที่นักเรียนเห็นว่ามีความแม่นยำในเนื้อหาที่สอนในระดับพอใช้ ครูมีการจัดลำดับขั้นตอนในการสอนดี มีเทคนิคการสอนและวิธีสอนที่ดี มีเทคนิคในการสอนและวิธีสอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการ เสนอขั้นตอนและวิธีการในการแก้โจทย์ปัญหาสมการได้ดี กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือมีผลทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนและสามารถแก้โจทย์ปัญหาสมการได้ดี จัดกิจกรรมได้เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลาและเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมได้ดี ครูใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนได้ดี การสอนครูให้กำลังใจนักเรียน มีความเป็นกันเองกับนักเรียนในระดับดี การพูด ภาษา และท่าทางเหมาะสมดี การปกครองชั้นเรียน การควบคุมอารมณ์ ความรับผิดชอบในการสอน ความกระตือรือร้นในการสอนและการตรงต่อเวลาดี และพบว่านักเรียนมีความเห็นต่อครูคนหนึ่งว่ามี

การควบคุมอารมณ์ ความรับผิดชอบในการสอนอยู่ในระดับดีมาก นอกจากนี้นักเรียนมีความเห็นเกี่ยวกับการบ้านว่าปริมาณการบ้านมีความเหมาะสมดี การตรวจแบบฝึกหัดครูตรวจได้สม่ำเสมอดีขึ้น

ด้านสื่อการเรียนการสอน พบว่าบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง บทเรียนในชั้นเรียน และใบงานมีส่วนช่วยทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้ดี นอกจากนี้นักเรียนเห็นว่าปริมาณของเนื้อหาในบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง ในบทเรียนในชั้นเรียนมีความเหมาะสมดี และด้านของโจทย์ปัญหาสมการในใบงานและแบบฝึกหัดมีความเหมาะสมดี ระดับความยากง่ายอยู่ในระดับดี

ด้านการวัดผลและประเมินผล พบว่ามีการทดสอบย่อยเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน มีการทดสอบรวมเมื่อจบบทเรียนอยู่ในระดับดี การให้คะแนนมีความยุติธรรมดี ปริมาณของข้อสอบกับเวลาที่ใช้ในการสอบมีความเหมาะสมดี

10.2.3 ผลการสัมภาษณ์นักเรียน

จากการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม กลุ่มละ 8 คน แยกกลุ่มตามครูผู้สอนที่ต่างกัน พบว่าความคิดเห็นของนักเรียนต่อครูผู้สอนโดยภาพรวมเป็นดังนี้

ด้านเนื้อหาสาระ นักเรียนเห็นว่าการแก้สมการกำลังสองโดยวิธีการแยกตัวประกอบง่ายกว่าการใช้สูตร เวลาในการสอนน้อยเกินไปทำให้ครูสอนเนื้อหาโจทย์ปัญหาสมการน้อยตามไปด้วย

ด้านพฤติกรรมการสอนของครู นักเรียนเห็นว่าครูสอนได้ดีแล้ว ไม่น่าเบื่อ มีสื่อการเรียนการสอนและกิจกรรมให้นักเรียนได้ร่วม ทำให้นักเรียนสนใจการเรียนมากขึ้น ไม่เบื่อหน่ายการเรียน ในการสอนโจทย์ปัญหาสมการครูสอนหลักการวิเคราะห์โจทย์ได้ดี และเกี่ยวกับการสอนโจทย์ปัญหาสมการโดยใช้การวิเคราะห์ 5 ขั้นตอนนักเรียนเห็นว่าเป็นวิธีการที่ดีทำให้นักเรียนคิดแก้โจทย์ปัญหาสมการได้ ในด้านความรับผิดชอบในการสอนครูรับผิดชอบต่อการสอนดี มีความกระตือรือร้นในการสอนและตรงต่อเวลาดี และในการตรวจแบบฝึกหัดและการบ้านครูได้ตรวจการบ้านให้นักเรียนสม่ำเสมอขึ้น

ด้านสื่อการเรียนการสอน นักเรียนกลุ่มหนึ่งเห็นว่าบทเรียนทบทวนด้วยตนเองควรเพิ่มตัวอย่างให้มากขึ้นกว่าที่มีอยู่ ส่วนบทเรียนในชั้นเรียนและใบงานดีแล้ว แต่อย่างไรก็ตามนักเรียนอีกสองกลุ่มเห็นว่าสื่อการเรียนการสอนดีแล้วไม่ต้องปรับปรุงอะไรเพิ่มเติม

ด้านการวัดผลและประเมินผล นักเรียนเห็นว่าข้อสอบมากเกินไปไม่เหมาะสมกับเวลาทำให้ทำข้อสอบไม่ทันเวลาและข้อสอบที่ยากมีมากกว่าข้อสอบที่ง่ายทำให้ทำข้อสอบไม่ค่อยจะได้

ด้านปัญหาในการเรียนของนักเรียน นักเรียนเห็นว่าตนเองสามารถที่จะวิเคราะห์โจทย์ได้ เขียนสมการจากการวิเคราะห์ได้และพอจะเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนสมการได้

แต่นักเรียนบางส่วนจะมีปัญหาในการแก้สมการกำลังสองโดยเฉพาะโดยวิธีการใช้สูตร เนื่องจากครูใช้เวลาในการสอนน้อยจึงทำให้นักเรียนแก้สมการกำลังสองโดยการใช้สูตรไม่ค่อยจะได้

10.2.4 ผลการสังเกตการสอนในชั้นเรียนในสัปดาห์ที่ 11

ห้องเรียนที่ 4 ครูคนที่ 1 (สังเกตการสอนเวลา 17.20 น. - 18.10 น. วันพฤหัสบดีที่ 9 มกราคม 2540) **ห้องเรียนที่ 5 ครูคนที่ 2** (สังเกตการสอนเวลา 13.10 น.-14.00 น. วันศุกร์ที่ 10 มกราคม 2540) **ห้องเรียนที่ 6 ครูคนที่ 3** (สังเกตการสอนเวลา 14.50 น. - 15.40 น. วันพฤหัสบดีที่ 9 มกราคม 2540)

พฤติกรรมการสอนของครู ในการสอนครูดำเนินการสอนตามแผนการสอนที่วางไว้ โดยยกโจทย์ปัญหาสมการกำลังสองจากตัวอย่างที่ 1 ในบทเรียนที่ 4 แล้วใช้การถามตอบนักเรียนทั้งชั้นเรียนตามขั้นตอนการวิเคราะห์โจทย์ 5 ขั้นตอน ในขั้นการวิเคราะห์โจทย์ครูใช้การวาดรูปให้นักเรียนสร้างความสัมพันธ์จากเงื่อนไขในโจทย์แล้วครูอธิบายถึงการเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนสมการอย่างเป็นขั้นเป็นตอน ในขณะที่ครูคนหนึ่งได้ใช้วิธีการถามตอบถึงการเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนสมการซึ่งต้องใช้เวลานานพอสมควร หลังจากนั้นครูให้นักเรียนแก้สมการกำลังสองในกลุ่มกิจกรรมและครูถามนักเรียนถึงการตรวจสอบคำตอบว่าทำอย่างไรแล้วครูจึงให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบจากเงื่อนไขที่ระบุไว้ ในตัวอย่างที่ 2 ครูใช้หลักการและวิธีการสอนเช่นเดียวกันกับตัวอย่างที่ 1 หลังจากนั้นจึงให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่มในใบงานที่ 7 ต่อไปจนเสร็จ และมอบหมายการบ้านให้นักเรียนไปทำพร้อมกับนัดหมายการทดสอบเรื่องสมการกำลังสอง และการทดสอบหลังเรียน

พฤติกรรมการเรียนของนักเรียน นักเรียนร่วมมือในกิจกรรมการเรียนการสอนดี ตอบคำถามของครูได้ดี ตั้งใจเรียนดี แต่ก็พบว่านักเรียนบางส่วนไม่มีทักษะในการแก้สมการกำลังสอง สำหรับในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือพบว่าบางกลุ่มไม่ได้ร่วมกันคิดแต่จะให้ต่างคนต่างคิด ใครคิดได้แล้วให้อธิบายเพื่อนในกลุ่มด้วย

10.2.4 ผลการศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียน

จากการศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองของนักเรียนจะพบว่านักเรียนบกพร่องในการใช้สูตรในการแก้สมการ และนักเรียนบางคนจะแยกตัวประกอบไม่ได้ นักเรียนบางคนจะไม่สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์ได้ และเนื่องจากเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอนมีน้อยเกินไป ทำให้นักเรียนไม่เกิดทักษะในเนื้อหาเรื่องนี้เท่าที่ควรจึงทำให้คะแนนผลการทดสอบในเรื่องนี้ต่ำกว่าเกณฑ์มาก

10.3 สรุปผลการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อกำหนดเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนและการวางแผนการสอนโจทย์ปัญหาสมการในปีการศึกษาต่อไป

จากการร่วมดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการในครั้งนี้ ผู้ร่วมการวิจัยได้ร่วมกันสรุปถึงประเด็นปัญหาและแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนและวางแผนการสอนโจทย์ปัญหาสมการ เพื่อนำไปปรับปรุงการเรียนการสอนในปีการศึกษาต่อไปในประเด็นต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. การจัดเรียงลำดับเนื้อหาผู้ร่วมการวิจัยเห็นว่าการจัดเรียงเนื้อหาจากเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร และสมการกำลังสองตามลำดับ เป็นการจัดเรียงลำดับเนื้อหาที่เหมาะสมแล้ว

2. โจทย์ปัญหาสมการควรแทรกในทุกเนื้อหาของบทเรียนเช่นเดียวกับที่ผ่านมา

3. ด้านรูปแบบการสอน ครูที่ร่วมการวิจัยเห็นว่ารูปแบบการสอนที่สรุปในรอบที่ 1 เป็นรูปแบบการสอนที่สอดคล้องกับสภาพการเรียนการสอนที่เป็นจริง

4. ด้านขั้นตอนและยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาสมการผู้ร่วมการวิจัยเห็นว่าขั้นตอน 5 ขั้นตอนที่สรุปในสัปดาห์ที่ 5 เป็นขั้นตอนและยุทธวิธีที่เหมาะสมแล้ว

5. ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้ร่วมการวิจัยเห็นว่าการจัดการเรียนแบบร่วมมือ (cooperative learning) เป็นกิจกรรมที่ดีและเหมาะสมสำหรับการจัดการเรียนการสอน โดยการจัดกลุ่มกลุ่มละ 4 คน ประกอบด้วยนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน อ่อน 1 คน สำหรับการแบ่งหน้าที่กันในกลุ่มควรจัดให้มีหัวหน้ากลุ่ม 1 คน ทำหน้าที่ดูแลประสานในกลุ่มและกระตุ้นสมาชิกกลุ่มในการทำกิจกรรมกลุ่ม และผู้เขียนรายงานหรือบันทึกอีก 1 คน เพื่อบันทึกหรือเขียนรายงานการทำกิจกรรมกลุ่ม เช่นการเขียนวิธีทำในใบงานของกลุ่มที่ใช้ส่งครูในแต่ละใบงานที่ได้รับมอบหมาย โดยหน้าที่นี้อาจจะสับเปลี่ยนกันได้ภายในกลุ่ม

6. ด้านวิธีการสอนครูเห็นว่าการสอนโดยใช้วิธีการถามตอบให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์หาคำตอบเป็นวิธีการที่เหมาะสม

7. ในประเด็นที่เกี่ยวกับการบ้าน ซึ่งครูไม่มีเวลาตรวจได้ทุกครั้งผู้ร่วมการวิจัยเห็นว่าครูอาจจะทำเฉลยแบบฝึกหัดแจกให้นักเรียนคืนคู่ไปกับสมุดแบบฝึกหัดของนักเรียนทุกครั้ง เพื่อนักเรียนจะได้นำไปตรวจเองได้ แต่อย่างไรก็ตามผู้ร่วมการวิจัยเห็นว่าครูควรตรวจการบ้านด้วยถ้าครั้งไหนไม่ได้ตรวจครูควรดูข้อบกพร่องในการทำโจทย์แบบฝึกหัดของนักเรียนอย่างคร่าว ๆ ด้วย เพื่อจะได้นำข้อบกพร่องของนักเรียนไปแก้ไขต่อไป

8. การสอนเพื่อให้ทันตามกำหนดเวลาในแผนที่กำหนดไว้จากการประชุมเชิงปฏิบัติการครูควรลดเวลาสอนในเนื้อหาเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรให้น้อยลง

9. การสอนในบางเรื่องบางตอนควรใช้เครื่องฉายข้ามศีรษะและแผ่นใสประกอบด้วย เพื่อจะได้ลดเวลาในการเขียนกระดานดำของครูลง ซึ่งทางแผนกวิชาคณิตศาสตร์ต้องดำเนินการจัดหาเครื่องฉายข้ามศีรษะมาเพิ่มเติมในแผนกด้วย

10. ด้านของสื่อการเรียนการสอน ซึ่งประกอบด้วยบทเรียนทบทวนด้วยตนเอง บทเรียนในชั้นเรียนและใบงาน ในแต่ละเนื้อหาผู้ร่วมการวิจัยเห็นว่าเหมาะสมดี

10.4 สรุปผลการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการในครั้งนี้

ผลการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในเนื้อหาเรื่องสมการ จะได้นำเสนอเป็น 3 ประเด็นดังต่อไปนี้

1. ประสิทธิภาพของแผนการสอนที่ผู้ร่วมการวิจัยสร้างขึ้น
2. คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมของนักเรียนก่อนเรียนกับหลังเรียน
3. การพัฒนาพฤติกรรมการสอนของครู

ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. ประสิทธิภาพของแผนการสอน

จากการดำเนินการวิจัยในครั้งนี้ หลังจากที่ผู้ร่วมการวิจัยได้ดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการเรียนการสอนในเนื้อหาดังกล่าวข้างต้น ด้วยกระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการตามขั้นตอนที่ผ่านมาพบว่า ค่าประสิทธิภาพของแผนการสอนโดยเฉลี่ยได้เท่ากับ 64.05 / 62.12 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ประสิทธิภาพที่ผู้ร่วมการวิจัยกำหนดไว้เท่ากับ 80 / 80 เมื่อพิจารณาถึงประสิทธิภาพของแผนการสอนแยกตามครูผู้สอนแต่ละคนและโดยรวมทั้งสามคนเป็นตามตารางต่อไปนี้

ตาราง 15 แสดงค่าประสิทธิภาพของแผนการสอนรวมทั้ง 4 บทเรียนในเรื่องสมการ

ครูผู้สอน	ค่า E_1 / E_2
คนที่ 1	65.99 / 64.38
คนที่ 2	63.76 / 64.26
คนที่ 3	62.53 / 57.83
คะแนนเฉลี่ยของทั้งสามคน	64.05 / 62.12

<u>หมายเหตุ</u> ค่า E_1 หมายถึงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่นักเรียนได้จากคะแนนเก็บในระหว่างเรียน ในที่นี้คือ คะแนนจากแบบฝึกหัด จากใบงาน และจากการทดสอบในบทเรียนทั้ง 4 ชุดข้างต้น

และค่า E_2 หมายถึงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่นักเรียนได้จากการประเมินผลขั้นสุดท้ายของการเรียน ในที่นี้คือ คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในเนื้อหาเรื่องสมการ

จากตารางจะเห็นได้ว่าประสิทธิภาพของแผนการสอนที่ดำเนินการสอนโดยครูแต่ละคนและโดยเฉลี่ยทั้งสามคนต่ำกว่าเกณฑ์ที่ครูร่วมกันกำหนดไว้ ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 1

2. คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนกับหลังเรียน

จากการศึกษาเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในเนื้อหาเรื่องสมการของนักเรียนก่อนเรียนกับหลังเรียนเป็นไปตามตารางต่อไปนี้

ตาราง 16 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนก่อนเรียนกับหลังเรียนรวมทั้ง 4 บทเรียนในเรื่องสมการ

ครูผู้สอน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนก่อนเรียน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนหลังเรียน	ค่าสถิติ t	ค่าวิกฤต
คนที่ 1	15.80	64.38	31.70	2.38
คนที่ 2	17.00	64.26	29.50	2.37
คนที่ 3	14.72	57.83	22.09	2.37
เฉลี่ยทั้งสามคน	15.84	62.12	46.53	2.33

จากการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมของนักเรียนก่อนเรียนกับหลังเรียนพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนของนักเรียนทุกกลุ่มแยกตามครูผู้สอนและโดยภาพรวมสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 2

3. การพัฒนาพฤติกรรมการสอนของครู

หลังจากครูได้เข้าร่วมในการวิจัยเชิงปฏิบัติการในครั้งนี้ผู้วิจัยได้เก็บรวบรวมข้อมูลจากการสังเกตการสอนแบบมีส่วนร่วมในแต่ละสัปดาห์ เก็บรวบรวมข้อมูลจากการสัมภาษณ์นักเรียนในแต่ละรอบของการวิจัย เก็บรวบรวมข้อมูลจากแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนในแต่ละรอบของการวิจัยดังรายละเอียดที่ได้แสดงไว้ในแต่ละรอบของการดำเนินการวิจัยที่ผ่านมา ประกอบกับข้อมูลจากการประเมินตนเองของครูที่เข้าร่วมในการวิจัยในครั้งนี้ (ดูภาคผนวก ง) พบว่าครูแต่ละคนได้ปรับปรุงและพัฒนาพฤติกรรมการสอนของตนไปในทางที่ดีขึ้น ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 3

บทที่ 7

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ พัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ โดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ ในการดำเนินการวิจัยได้ดำเนินการวิจัยแบ่งเป็น 3 ระยะกล่าวคือ

ระยะที่ 1 ศึกษาสภาพการจัดการเรียนการสอนและปัญหาในการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ด้วยวิธีการจัดกลุ่มสนทนาและสัมภาษณ์ระดับลึกเพื่อสะท้อนการปฏิบัติการสอน

ระยะที่ 2 จัดประชุมเชิงปฏิบัติการเพื่อวางแผนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในเนื้อหาเรื่องสมการ

ระยะที่ 3 พัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมตามวงจรการวิจัยเชิงปฏิบัติการ 4 รอบ ซึ่งในแต่ละรอบประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นวางแผน
2. ขั้นปฏิบัติการ
3. ขั้นสังเกต
4. ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ

การดำเนินการวิจัยในระยะที่ 1 ผู้วิจัยได้ศึกษาสภาพการจัดการเรียนการสอนและปัญหาในการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม โดยวิธีการจัดกลุ่มสนทนาและการสัมภาษณ์ระดับลึกเพื่อสะท้อนการปฏิบัติการสอน การจัดกลุ่มสนทนาผู้วิจัยได้จัดกลุ่มสนทนา 4 กลุ่ม กลุ่มละ 7-8 คน จากนักเรียนที่เคยเรียนเนื้อหาเรื่องสมการในปีการศึกษา 2537 โดยจัดเป็นกลุ่มทดลองสำหรับการสนทนา 1 กลุ่ม เพื่อนำผลไปปรับปรุงแนวทางในการจัดกลุ่มสนทนาต่อไป และสำหรับกลุ่มสนทนาอีก 3 กลุ่ม เป็นกลุ่มสนทนาที่จัดขึ้นเพื่อศึกษาถึงสภาพการจัดการเรียนการสอนและปัญหาในการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในเนื้อหาเรื่องสมการ โดยประกอบด้วยนักเรียนจากสาขาวิชาช่างไฟฟ้ากำลังกลุ่มหนึ่งจำนวน 8 คน นักเรียนจากสาขาวิชาช่างอีเล็กทรอนิกส์กลุ่มหนึ่งจำนวน 8 คน และนักเรียนจากสาขาวิชาช่างก่อสร้างอีกกลุ่มหนึ่งจำนวน 7 คน การสนทนาผู้วิจัยได้กำหนดประเด็นและแนวคำถามในการสนทนา เพื่อศึกษาหาข้อมูลด้านเนื้อหาสาระที่เรียน ด้านรูปแบบการสอน กิจกรรมการเรียนการสอน เทคนิคการสอนและวิธีการสอน ด้านสื่อการเรียน

การสอน ด้านการวัดผลและประเมินผล ด้านพฤติกรรมการสอนของครู ด้านกระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน และปัญหาในประเด็นอื่น ๆ และการสัมภาษณ์ระดับลึก ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในวิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราชที่เคยสอนเนื้อหาเรื่องสมการ 4 ท่าน โดยกำหนดให้ครูท่านหนึ่งเป็นครูที่ใช้ในการทดลองสัมภาษณ์เพื่อนำผลไปปรับปรุงแนวทางการสัมภาษณ์ครูอีก 3 ท่านต่อไป เพื่อศึกษาถึงสภาพการจัดการเรียนการสอนและปัญหาในการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในเนื้อหาเรื่องสมการ ในการสัมภาษณ์ระดับลึกผู้วิจัยได้กำหนดประเด็นและแนวคำถามทำนองเดียวกันกับประเด็นและแนวคำถามที่ใช้ในการจัดกลุ่มสนทนา

การดำเนินการวิจัยในระยะที่ 2 ผู้วิจัยได้จัดประชุมเชิงปฏิบัติการร่วมกับครูที่เข้าร่วมการวิจัยเพื่อร่วมกันวางแผนการสอน ร่วมกันแสวงหาแนวทางในการแก้ไขปัญหาที่ได้จากการศึกษาในระยะที่ 1 และแสวงหาแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในเนื้อหาเรื่องสมการ โดยกิจกรรมในการจัดประชุมเชิงปฏิบัติการนั้นประกอบด้วย การสะท้อนสภาพและปัญหาในการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมที่ผ่านมาต่อกลุ่ม ร่วมกันศึกษาเกี่ยวกับกระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการ ศึกษาแนวทางในการพัฒนาการจัดการเรียนการสอนจากแหล่งวิทยาการ ร่วมกันวางแผนการสอน เขียนแบบทดสอบ สร้างสื่อการเรียนการสอน และกำหนดเกณฑ์ในการหาประสิทธิภาพของแผนการสอน

การดำเนินการวิจัยในระยะที่ 3 เป็นการนำแผนการสอนที่ได้จากระยะที่ 2 มาปฏิบัติตามวงจรการวิจัยเชิงปฏิบัติการ โดยทดลองกับกลุ่มทดลองจากนักเรียนจากสาขาวิชาช่างก่อสร้าง 2 ห้องเรียน สาขาวิชาช่างไฟฟ้ากำลัง 2 ห้องเรียน และสาขาวิชาช่างอีเล็กทรอนิกส์ 2 ห้องเรียน เป็นระยะเวลา 11 สัปดาห์ จำนวน 4 รอบตามเนื้อหาใน 4 บทเรียน กล่าวคือ

รอบที่ 1 เนื้อหาเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร

รอบที่ 2 เนื้อหาเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

รอบที่ 3 เนื้อหาเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร

รอบที่ 4 เนื้อหาเรื่องสมการกำลังสอง

โดยที่แต่ละรอบของการทดลองจะประกอบด้วยขั้นตอนของการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการ 4 ขั้นตอน คือ ขั้นวางแผน ขั้นปฏิบัติการ ขั้นสังเกต และขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ สำหรับขั้นสังเกตของแต่ละรอบนั้นจะรวมถึงการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ผลการแสดงความคิดเห็นของนักเรียน ผลการสัมภาษณ์นักเรียน ผลการสังเกตการสอนแบบมีส่วนร่วมในชั้นเรียน และผลการศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนต่อเนื้อหาในรอบนั้น ๆ

เพื่อนำไปปรับปรุงแผนการสอนและพัฒนาแนวทางการจัดการเรียนการสอนในรอบต่อ ๆ ไป และนอกจากนี้ในแต่ละรอบของการดำเนินการวิจัยจะประกอบด้วยการวิจัยเป็นลักษณะวงจรย่อยในแต่ละสัปดาห์อีกด้วย

สำหรับการดำเนินการวิจัยในระยะที่ 3 นี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดสอบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียน โดยใช้แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน แล้วศึกษาเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนกับหลังเรียนโดยใช้ t-test (dependent samples) และในขณะเดียวกันได้ศึกษาหาประสิทธิภาพของแผนการสอนโดยรวมตลอดการทดลองด้วย นอกจากนี้ในแต่ละรอบของการดำเนินการวิจัยผู้วิจัยได้ประเมินประสิทธิภาพของแผนการสอนในแต่ละเนื้อหา และศึกษาเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนกับหลังเรียนในแต่ละเนื้อหาโดยใช้ t-test (dependent samples) อีกด้วย

ซึ่งจะได้นำเสนอผลการวิจัยโดยสรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะตามลำดับต่อไป

สรุปผลการวิจัย

การสรุปผลการวิจัยจะได้นำเสนอใน 3 ประเด็นกล่าวคือ

1. ด้านประสิทธิภาพของแผนการสอน
2. ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน
3. ด้านพฤติกรรมการสอนของครู

ซึ่งจะได้นำเสนอผลของการศึกษาเป็นด้าน ๆ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. ด้านประสิทธิภาพของแผนการสอน

จากการดำเนินการวิจัยในครั้งนี้ ผู้ร่วมการวิจัยได้ร่วมกันแสวงหาแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมขึ้น ซึ่งผลจากการนำแนวทางการสอนที่ได้ไปดำเนินการสอนตามแผนการสอนที่วางไว้ พบว่าประสิทธิภาพของแผนการสอนมีประสิทธิภาพต่ำกว่าเกณฑ์ที่ผู้ร่วมการวิจัยร่วมกันกำหนดไว้ กล่าวคือ ผู้ร่วมการวิจัยได้กำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพของแผนการสอนโดยอาศัยเกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย (E_1 / E_2) ไว้เท่ากับ 80 / 80 แต่ผลจากการวิจัยพบว่าค่าประสิทธิภาพของแผนการสอนได้เท่ากับ 64.05 / 62.12 และนอกจากนี้เมื่อพิจารณาถึงประสิทธิภาพของแผนการสอนแยกตามเนื้อหาพบว่า เมื่อสอนจบแต่ละบทเรียนแล้วทำการทดสอบท้ายบทเรียนนั้น ๆ ประสิทธิภาพของแผนการสอนในเนื้อหาเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรได้เท่ากับ 77.65 / 68.76 ประสิทธิภาพของแผนการสอนในเนื้อหาเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้เท่ากับ 78.37 / 52.46 ประสิทธิภาพของแผนการสอนในเนื้อหา

เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรได้เท่ากับ 77.88 / 66.24 และประสิทธิภาพของแผนการสอนในเนื้อหาเรื่องสมการกำลังสองได้เท่ากับ 77.25 / 52.78

2. ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

เมื่อพิจารณาถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียน พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.01 และนอกจากนี้เมื่อพิจารณาถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนในแต่ละเนื้อหาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังเรียนแต่ละเนื้อหาสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.01

3. ด้านพฤติกรรมการสอนของครู

จากการที่ครูได้เข้าร่วมการวิจัยเชิงปฏิบัติการในครั้งนี้ทำให้ครูได้ปรับปรุงและพัฒนาพฤติกรรมในการสอนไปในทางที่ดีขึ้น โดยพิจารณาจากข้อมูลที่ได้จากการสังเกตของผู้วิจัย จะเห็นได้ว่าครูที่ร่วมการวิจัยได้ปรับปรุงพฤติกรรมการสอนไปในทางที่ดีขึ้นตลอดระยะเวลา ผลจากการศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนโดยอาศัยแบบสอบถามและการสัมภาษณ์ต่างก็พบว่าครูได้ปรับปรุงพฤติกรรมการสอนไปในทางที่ดีขึ้นเช่นกัน และจากการประเมินตนเองของครูหลังจากได้ร่วมการวิจัยพบว่าครูแต่ละคนเห็นว่าตนเองได้พัฒนาในด้านการสอนดีขึ้นกว่าเดิมเช่นกัน

อภิปรายผลการวิจัย

จากผลการวิจัยพบว่าประสิทธิภาพของแผนการสอนที่ผู้ร่วมการวิจัยร่วมกันพัฒนาขึ้นนั้นต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน และครูที่เข้าร่วมในการวิจัยได้พัฒนาพฤติกรรมการสอนไปในทางที่ดีขึ้นนั้น ผู้วิจัยมีประเด็นที่จะอธิบายเพิ่มเติมดังนี้

1. ในด้านประสิทธิภาพของแผนการสอนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

จากผลการวิจัยแม้จะพบว่าประสิทธิภาพของแผนการสอนที่ผู้ร่วมการวิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ยเท่ากับ 64.05 / 62.12 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 80 / 80 แต่พบว่าครูที่ร่วมการวิจัยต่างก็มีความเห็นว่าประสิทธิภาพที่ได้นี้อยู่ในระดับที่น่าพึงพอใจพอสมควรเนื่องจาก

1. ครูเห็นว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น มีความก้าวหน้าในการเรียนมากขึ้นเมื่อเทียบกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม 2 ในปีที่ผ่านมา (ซึ่งเป็นรายวิชาที่มีเนื้อหาเช่นเดียวกันกับรายวิชาคณิตศาสตร์ 6) ซึ่งต่ำกว่าร้อยละ 50 ถึงแม้ว่าจะไม่ได้เน้นการวัดโจทย์ปัญหามากนักเนื่องจากเห็นว่าเป็นเรื่องที่ยาก ถ้ามีข้อสอบโจทย์ปัญหาก็มักใช้โจทย์ตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดที่เคยให้นักเรียนทำเป็นการบ้านเท่านั้น

2. มีข้อจำกัดด้านความรู้พื้นฐานของนักเรียนที่อยู่ในระดับต่ำ

3. การเปลี่ยนแปลงจำนวนคาบเรียนของรายวิชาในหลักสูตรใหม่โดยได้ลดจำนวนคาบเรียนต่อสัปดาห์จาก 3 คาบ / สัปดาห์ เป็น 2 คาบ / สัปดาห์ ในขณะที่เนื้อหาไม่ได้แตกต่างไปจากเดิม

4. ภาระหน้าที่ประจำของครูแต่ละคนที่ต้องรับผิดชอบมีมากจึงทำให้เป็นอุปสรรคต่อการพัฒนาการสอนของครู

5. เนื้อหาที่เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาเป็นเรื่องยากสำหรับนักเรียนหลักสูตรประเภทวิชาช่างอุตสาหกรรม ซึ่งพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่ค่อยดี

เพื่อขจัดอุปสรรคในการเรียนการสอนดังที่กล่าวมา จึงน่าจะได้มีการแก้ปัญหาในประเด็นเหล่านี้

1. ปรับปรุงหลักสูตรและเวลาให้สอดคล้องกัน

2. ลดภาระหน้าที่ประจำของครูแต่ละคนที่ต้องรับผิดชอบการสอนหลายห้องเรียน หลายคาบต่อสัปดาห์ รวมทั้งภาระหน้าที่ตามคำสั่งของสถานศึกษา

3. สนับสนุนการสอน สถานศึกษาควรมีความพร้อมในการบริการการจัดทำสื่อ ติดตามศึกษาถึงสภาพปัญหาในการจัดการเรียนการสอนของครู

4. สถานศึกษาควรบริหารงานวิชาการให้มีคุณภาพตามเกณฑ์มาตรฐาน

2. ด้านพฤติกรรมการสอนของครู

เมื่อพิจารณาถึงพฤติกรรมการสอนของครูพบว่าครูได้ปรับปรุงและพัฒนาพฤติกรรมการสอนของตนเองไปในทางที่ดีขึ้น ซึ่งได้แก่ การจัดเรียงเนื้อหาในการสอนให้เหมาะสมขึ้น จัดรูปแบบการสอนให้มีการทบทวนความรู้พื้นฐานโดยบทเรียนทบทวนด้วยตนเองในกลุ่มกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือนอกชั้นเรียน มีการทดสอบย่อยในทุกเนื้อหา มีขั้นตอนและยุทธวิธีในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาที่เหมาะสม จัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ปฏิบัติทั้งเป็นรายบุคคลและรายกลุ่มทั้งในและนอกชั้นเรียน มีสื่อประกอบการเรียนการสอนให้นักเรียนทั้งในและนอกชั้นเรียน วิธีการสอนครูได้ปรับเปลี่ยนจากวิธีการสอนแบบบรรยายตามหนังสือเรียนเป็นการสอนโดยใช้วิธีการถามตอบและให้นักเรียนได้คิดเขียนคำตอบหรือแสดงวิธีทำตามขั้นตอนต่าง ๆ โดยใช้ใบงาน นอกจากนี้ครูได้ปรับปรุงพฤติกรรมในบางด้านไปตามผลการสะท้อนจากการสังเกตและผลสะท้อนจากความคิดเห็นของนักเรียนอีกด้วย ซึ่งผลจากการวิจัยเชิงปฏิบัติการนี้ทำให้ครูได้ปรับปรุงพฤติกรรมการสอนไปในทางที่ดีขึ้นด้วยความเต็มใจซึ่งสอดคล้องกับที่ คลาร์ก (Clark. 1994 : 497-A) และ วู (Woo. 1993 : 1441) ได้ทำการวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อปรับปรุงการสอนคณิตศาสตร์ของครู

สำหรับปัจจัยที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการสอนของครูเหล่านี้ ผู้วิจัยเห็นว่าเป็นผลมาจากการที่ครูได้เข้าร่วมในกระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการ เนื่องจากในกระบวนการวิจัยได้จัดให้มีการประชุมเชิงปฏิบัติการเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็นร่วมกัน วางแผนการปฏิบัติการสอนร่วมกัน และศึกษาหาความรู้จากแหล่งข้อมูลร่วมกัน นอกจากนี้สิ่งที่สำคัญในกระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการคือจะมีขั้นตอนของการสะท้อนผลการปฏิบัติให้ครูทุกคนได้รับรู้สภาพของปัญหาที่เกิดขึ้นในแต่ละครั้งที่ปฏิบัติการสอน และร่วมกันแสวงหาวิธีการหรือแนวทางใหม่ที่ดีขึ้นกว่าเดิมต่อไป ซึ่งสอดคล้องกับที่สุมิตร คุณานุกร (2518 : 239) ได้กล่าวถึงการวิจัยเชิงปฏิบัติการว่าเมื่อบุคคลเห็นความบกพร่องของตนเองในการปฏิบัติก็จะพยายามหาวิธีการเปลี่ยนแปลงการกระทำของตนเองให้ถูกต้องตามที่เห็นว่าควรจะเป็น มีการหาสาเหตุของปัญหา ทดลองปฏิบัติใหม่ ๆ เกิดขึ้น ซึ่งจะนำไปสู่การเปลี่ยนแปลงในทางที่ดีขึ้นกว่าเดิม

ข้อเสนอแนะ

การนำเสนอข้อเสนอแนะต่อไปนี้เป็นการเสนอแนะจากข้อค้นพบจากการวิจัย ซึ่งจะได้นำเสนอเป็นด้าน ๆ ดังต่อไปนี้

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1.1 สำหรับหน่วยงานที่เกี่ยวข้อง มีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

1.1.1 หน่วยงานทุกระดับที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนควรที่จะสนับสนุนให้มีการทำวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อมุ่งพัฒนาบุคลากรในทุกระดับให้มีประสิทธิภาพในการปฏิบัติงานให้สูงขึ้น โดยกำหนดเป็นนโยบายของแต่ละหน่วยงาน

1.1.2 หน่วยงานที่รับผิดชอบเกี่ยวกับหลักสูตร ควรพิจารณาปรับปรุงเวลาสำหรับการการจัดการเรียนการสอนในแต่ละสัปดาห์ของรายวิชาคณิตศาสตร์ 6 ให้สอดคล้องกับเนื้อหารายวิชา

1.1.3 เกี่ยวกับภาระหน้าที่ของครู หน่วยงานที่เกี่ยวข้องควรพิจารณาลดภาระหน้าที่ของครูซึ่งมีชั่วโมงสอนมากเกินไป (25 - 33 คาบต่อสัปดาห์) ซึ่งจะมีผลกระทบต่อประสิทธิภาพของการจัดการเรียนการสอน และในขณะเดียวกันควรพิจารณาหาแนวทางผ่อนภาระของครูด้วยการจัดหาเจ้าหน้าที่สนับสนุนการจัดทำสื่อการเรียนการสอน สนับสนุนงบประมาณในการจัดจ้างผู้ช่วยครูในงานด้านตรวจการบ้านหรือซ่อมเสริม เป็นต้น

1.2 สำหรับครูผู้สอน มีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

1.2.1 ครูผู้สอนควรที่จะมีบทบาทในฐานะนักวิจัย โดยอาศัยกระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการไปปรับปรุงและพัฒนาการสอนของตนเองอยู่ตลอดเวลา

1.2.2 ครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ 6 สามารถที่จะนำแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่ได้จากการวิจัยนี้ไปใช้สอนในเนื้อหาเรื่องสมการได้ ซึ่งครูอาจจะยึดเอาแนวทางการเรียนการสอนที่ได้จากงานวิจัยนี้เป็นแบบร่าง (draft) ในการดำเนินการสอน และปรับปรุงให้สอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของแต่ละสถานศึกษาและพัฒนาให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้นโดยอาศัยกระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการต่อไปเป็นระยะ ๆ สำหรับประเด็นปัญหาหลายประเด็นที่ไม่ได้แก้ไขให้ลุล่วงไปในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ การสอนซ่อมเสริมให้แก่นักเรียนที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์ ปัญหาการตรวจการบ้านของครู ปัญหาการลอกการบ้านของนักเรียน ซึ่งผู้วิจัยเห็นว่าครูควรที่จะคิดหาแนวทางในการแก้ไขปัญหาเหล่านี้ด้วย สำหรับแนวทางในการแก้ไขปัญหาเหล่านี้ผู้วิจัยขอเสนอแนวทางเบื้องต้นไว้ดังนี้

1. ปัญหาการตรวจการบ้านของครู แนวทางในการแก้ไขปัญหานี้ครูอาจจะทำชุดเฉลยแบบฝึกหัดเพื่อให้นักเรียนได้ตรวจการบ้านเอง แต่ในบางครั้งครูควรจะได้ตรวจการบ้านของนักเรียนด้วย ซึ่งอาจเลือกตรวจเป็นบางข้อเพื่อจะได้หาข้อบกพร่องในการทำโจทย์แบบฝึกหัดของนักเรียน นอกจากแนวทางนี้ครูอาจจะจัดหางบประมาณเพื่อจ้างผู้ช่วยในการตรวจการบ้านของนักเรียน ซึ่งอาจจะจ้างนักเรียนที่เรียนเก่ง 4-5 คน มาช่วยตรวจการบ้านพร้อมกับครูก็ได้

2. ปัญหาในการสอนซ่อมเสริมนักเรียนที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์ ครูอาจจะจัดให้นักเรียนเก่งเป็นผู้ที่สอนซ่อมเสริมให้นักเรียนที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์ก็ได้ โดยมีสิ่งตอบแทนให้นักเรียนที่เป็นผู้สอนในรูปของคะแนนพิเศษหรือค่าจ้างเป็นรายชั่วโมงก็ได้ ส่วนของการวัดผลซ้ำสำหรับนักเรียนที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์นี้ ครูผู้สอนทุกคนอาจจะนัดนักเรียนสอบพร้อมกันทุกกลุ่มนอกเวลาเรียน เพื่อไม่ให้มีผลกระทบต่อการจัดการเรียนการสอนตามปกติ และในการตรวจแบบทดสอบนี้ครูอาจจะใช้ผู้ช่วยตรวจในทำนองเดียวกันกับการตรวจการบ้านก็ได้ แต่อย่างไรก็ตามครูควรที่จะพิจารณาถึงความเหมาะสมของประเด็นนี้ด้วย

3. ปัญหาการลอกการบ้านของนักเรียน ครูควรจัดชุดของโจทย์ปัญหาเป็นการบ้านที่มีความแตกต่างกัน ให้นักเรียนที่มีระดับความสามารถต่างกันทำโจทย์การบ้านต่างกัน

นอกจากประเด็นปัญหาที่นำเสนอแนวทางสำหรับการแก้ไขข้างต้นนี้แล้ว ผู้วิจัยเห็นว่าในกระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการผู้ร่วมการวิจัยมีโอกาสที่จะได้ร่วมกันคิดแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในการเรียนการสอน โดยอาศัยการระดมพลังสมองในกระบวนการวิจัยได้อีกแนวทางหนึ่ง ดังนั้นผู้วิจัยจึงเห็นว่าครูผู้สอนสามารถที่จะยึดถือเอากระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการไปเป็นกระบวนการในการพัฒนาการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้นต่อไปได้

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยต่อไป

2.1 ควรดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการในลักษณะเช่นนี้กับเนื้อหาอื่น ๆ ในรายวิชาคณิตศาสตร์ทุกรายวิชา และในรายวิชาอื่น ๆ ด้วย

2.2 ควรที่จะนำกระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการไปพัฒนาการด้านอื่น ๆ ของนักเรียนนอกจากด้านผลสัมฤทธิ์ เช่น เจตคติ ความสนใจ

2.3 ในการดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการในแต่ละรอบจะต้องมีการตรวจสอบพัฒนาการของผู้เรียนทุกรอบว่าผ่านตามเกณฑ์ที่กำหนดหรือไม่ ถ้าไม่ผ่านเกณฑ์จะต้องแก้ไขและปรับปรุงให้ถึงระดับที่น่าพึงพอใจก่อนแล้วจึงไปสอนเนื้อหาใหม่ในรอบต่อไป

2.4 ควรนำการวิจัยเชิงปฏิบัติการไปพัฒนาพฤติกรรมการสอนของครูในทุกระดับ

2.5 ควรดำเนินการวิจัยเชิงปฏิบัติการซ้ำในเนื้อหาเดิมโดยครูกลุ่มเดิมที่ร่วมการวิจัยในครั้งนี้ เพื่อได้ร่วมกันพิจารณาแก้ไขบางปัญหาที่ยังแก้ไขไม่ได้ เพื่อจะได้พัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในเนื้อหาเรื่องสมการของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้นไปกว่าการวิจัยในครั้งนี้

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

กมล ชื่นทองคำ. ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่สี่ในโรงเรียนสังกัดกรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2527. อัดสำเนา

กรรณาภรณ์ บูรณยุกติ. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างกลุ่มที่มีการตรวจให้คะแนนการบ้าน กลุ่มที่มีการทดสอบย่อยในเนื้อหาคล้ายการบ้าน และกลุ่มที่มีการทดสอบย่อยด้วยเนื้อหาตามแนวคิดสำคัญ. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2530. อัดสำเนา.

กานต์กนิษฐ์ นิลกำแหง. การศึกษาผลการสอนแบบใช้ขั้นตอนฝึกความเข้าใจโจทย์ปัญหาร่วมกับการใช้เครื่องคิดเลขของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2537. อัดสำเนา.

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. เอกสารประกอบการประชุมทางวิชาการเรื่องการวิจัยทางการศึกษาและการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาเล่ม 2. กรุงเทพฯ : ม.ป.ท., 2534.

เจริญ แก้วประดิษฐ์. การศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เขตการศึกษา 3. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2533. อัดสำเนา.

เจิมศักดิ์ หัวเพชร และคณะศึกษานิเทศก์. การศึกษาสถานภาพและปัญหาการออกกลางคันของนักเรียนชั้นปีที่ 1 ปีการศึกษา 2533 หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ (ปวช.) พุทธศักราช 2530 ประเภทวิชาช่างอุตสาหกรรม. กรุงเทพฯ : ศูนย์วิจัยและพัฒนาอาชีวศึกษา 1 หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมอาชีวศึกษา, ม.ป.ป., อัดสำเนา.

ทวีป ศิริรัศมี. "การวิจัยเชิงปฏิบัติการ," ข่าวสารวิจัยการศึกษา. 17 (6) : 9-21 ; สิงหาคม - กันยายน 2537.

ธวัชชัย ชัยจิรฉายากุล. การพัฒนาหลักสูตรจากแนวคิดสู่การปฏิบัติ. กรุงเทพฯ : อักษรบัณฑิต, 2529.

นคร ปลื้มฤดี. การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนเรื่องสมการโดยใช้วิธีการเรียนเพื่อรู้แจ้งกับการสอนตามปกติ. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2530. อัดสำเนา.

นภาภรณ์ หะวานนท์. "การศึกษาความคิดและทัศนะของคนจากการจัดกลุ่มสนทนา," ข่าวสารวิจัยการศึกษา 15(4) : 15-20 ; เมษายน-พฤษภาคม , 2535.

นฤมล จันโทสถ. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "เส้นตรง" โดยใช้สื่อประสมกับการสอนแบบปกติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนตากพิทยาคม จังหวัดตาก. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2532. อัดสำเนา.

นิตยา เลิศวีรนนทรัตน์. ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ตามการรับรู้ของครูคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายและวิทยาลัยเทคนิค. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2529. อัดสำเนา.

นิพนธ์ จิตต์ภักดี. "การสอนโจทย์ปัญหา," ประชาศึกษา. 2 : 7-10 ; กันยายน 2517

เบญจา เขียวสม. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยตามพฤติกรรมการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2534. อัดสำเนา.

บุญชม ศรีสะอาด. การพัฒนาการสอน. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น, 2537.

_____. รูปแบบของผลการเรียนในโรงเรียน. ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2524. อัดสำเนา.

บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์. การทดสอบแบบอิงเกณฑ์ : แนวคิดและวิธีการ. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์. 2527.

บุญสม เขื่อนโพธิ์. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดทุกคาบเรียน กลุ่มที่ทดสอบย่อยทุกคาบเรียนและกลุ่มที่ทดสอบย่อยทุกสัปดาห์ . วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2531. อัดสำเนา.

ปราโมทย์ มากชู. "Errors in Problem Solving in Ninth-Grade Mathematics," วารสารวิทยาศาสตร์ มศว. 1(2) : ธันวาคม 2528.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. "การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, วารสารคณิตศาสตร์. 38(434-435) : พฤศจิกายน - ธันวาคม 2537.

ปัทมา ครุฑมณี. การพัฒนารูปแบบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง "การแปรผัน" สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2535. อัดสำเนา.

ประเทศ วิเศษสา. การเรียนด้วยตนเองเรื่องสมการและอสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2532. อัดสำเนา.

ปาจรีย์ วัชชวัสดุ. อิทธิพลขององค์ประกอบด้านลักษณะของนักเรียน สภาพแวดล้อมทางบ้านและสภาพแวดล้อมทางโรงเรียน ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับประถมศึกษา ในกรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2527. อัดสำเนา.

พนิดา พิสิฐอมรชัย. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มอ่อนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างกลุ่มที่เรียนเสริมจากครูกับกลุ่มที่เรียนเสริมจากเพื่อนนักเรียน. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2528. อัดสำเนา.

พรทิพย์ พรหมสาขา ณ สกลนคร. ผลของการสอนที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2527. อัดสำเนา.

มาลี นิสสัยสุข. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาหลักการสอน. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน วิทยาลัยครูสวนสุนันทา, 2536. อัดสำเนา.

ยุพร ริมชลการ. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง "ฟังก์ชัน" ระหว่างกลุ่มที่มีการทดสอบย่อยก่อนเรียนกับกลุ่มที่ไม่มีการทดสอบย่อยก่อนเรียน. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2534. อัดสำเนา.

ยุพิน พิพิธกุล. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์ จำกัด, 2523.

ละเอียด รักษ์เผ่า. "งานวิจัยเรื่องรูปแบบการสอนเป็นกลุ่มที่ให้ผลการเรียนใกล้เคียงกับผลการสอนแบบครูหนึ่งคนต่อนักเรียนหนึ่งคน," วารสารการวัดผลการศึกษา. 8 (24) : มกราคม-เมษายน 2530.

_____. รูปแบบการสอนเป็นกลุ่มที่ให้ผลการเรียนใกล้เคียงกับผลการสอนแบบครูหนึ่งคนต่อนักเรียนหนึ่งคน. ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2528. อัดสำเนา.

วิชาการ, กรม. ผลการวิจัยเรื่องการวิเคราะห์พฤติกรรมการสอนจริยศึกษาของครูด้านปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. กรุงเทพฯ : ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ, 2528.

_____. รายงานการวิจัยการจัดการศึกษาระดับประถม มัธยม และอาชีวศึกษาของไทยในทศวรรษหน้าที่สอดคล้องกับลักษณะการเปลี่ยนแปลงทางสังคม. กรุงเทพฯ : กองวิจัยทางการศึกษา กรมวิชาการ, 2534.

_____. รายงานการวิจัยการติดตามนักเรียนที่จบ ป.6 รุ่นแรกของหลักสูตรประถมศึกษาพุทธศักราช 2521 ในระดับมัธยมศึกษาระยะที่ 2 ปีการศึกษา 2530-2532. กรุงเทพฯ : กองวิจัยทางการศึกษา กรมวิชาการ, 2534.

_____. รายงานการวิจัยการวิเคราะห์รูปแบบนวัตกรรมการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ : กองวิจัยทางการศึกษา กรมวิชาการ, 2535.

วีรสิทธิ์ สิทธิไตรย์. ผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงทางสังคมและการมีโครงการพัฒนา ที่มีต่อวิถีการดำเนินชีวิตของผู้สูงอายุในหมู่บ้านภาคตะวันออกเฉียงเหนือของประเทศไทย. สถาบันวิจัยประชากรและสังคม มหาวิทยาลัยมหิดล, 2533.

ศิริรัตน์ วรวณิชยา. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการ โดยใช้ชุดการเรียนการสอนของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2539. อัดสำเนา.

ศิริวรรณ ฤกษนันทน์. การศึกษาผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องสมการ ที่เรียนโดยหลักการเรียนเพื่อรู้แจ้ง. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2531. อัดสำเนา.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช 2524 ประเภทวิชาช่างอุตสาหกรรม. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์โรงเรียนสารพัดช่างพระนคร, 2523.

_____. หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช 2530 (ฉบับปรับปรุงครั้งที่ 1 พ.ศ. 2533) ประเภทวิชาช่างอุตสาหกรรมสาขาวิชาการก่อสร้าง. กรุงเทพฯ : แผนกช่างพิมพ์ วิทยาลัยสารพัดช่างพระนคร, 2535.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. รายงานสรุปการศึกษาผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์และคุณลักษณะบางประการของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ. (รายงานอันดับที่ 35/2530). กรุงเทพฯ : ม.ป.ท., 2530. อัดสำเนา.

สมชาย พุยศิริ. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง "อัตราส่วน" ระหว่างกลุ่มที่มีการทดสอบย่อยการเรียนกับกลุ่มที่ไม่มีการทดสอบย่อยก่อนเรียน. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2533. อัดสำเนา.

สมพล เล็กสกุล. "บทบาทของเครื่องคำนวณขนาดเล็กในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน," วารสาร มศว.ปทุมวัน. 7(2) : กุมภาพันธ์ 2525.

สิริพร ทิพย์คง. "การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา," วารสารคณิตศาสตร์. 38 (430-431) : กรกฎาคม - สิงหาคม 2537.

_____. "แนวโน้มการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์," ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12-15. บัณฑิตศึกษา สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2534.

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์. การพัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. กรุงเทพฯ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2533. อัดสำเนา.

สุพิศา แก้วสุวรรณ. การเปรียบเทียบกระบวนการคิดแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนช่างอุตสาหกรรม ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536. อัดสำเนา.

สุภางค์ จันทวานิช. วิธีการวิจัยเชิงคุณภาพ. พิมพ์ครั้งที่ 5 กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2537.

สุมนรัตน์ ชมสวนสวรรค์. การศึกษาผลสัมฤทธิ์และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนซ่อมเสริมโดยวิธีเพื่อนช่วยสอน. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2531. อัดสำเนา.

สุมิตร คุณานุกร. หลักสูตรและการสอน. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชวนพิมพ์, 2518.

เสริมศักดิ์ สุรวัลลภ. คณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, ม.ป.ป., อัดสำเนา.

สำเริง เวชสุนทร. "เครื่องคิดเลขไฟฟ้ากับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์," วารสารคณิตศาสตร์. 25 : 62-67 ; มีนาคม - เมษายน 2524.

อรวรรณ ณรงค์สรศักดิ์. ผลของการให้การบ้านที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กรุงเทพมหานคร : เทคนิคการวิเคราะห์โครงสร้าง. วิทยานิพนธ์ ค.ด. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2534. อัดสำเนา.

อนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์. ชุดเสริมประสบการณ์สำหรับครูคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ทบวงมหาวิทยาลัย, 2523. อัดสำเนา.

อรัญ ชุยกระเดื่อง. การศึกษาความคลาดเคลื่อนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2534. อัดสำเนา.

อรุณศรี ประทุมวัลย์. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง "การแยกตัวประกอบของพหุนาม"ระหว่างกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดและกลุ่มที่ทำการทดสอบย่อยหลังเรียน โรงเรียนระโนดวิทยา จังหวัดสงขลา. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2534. อัดสำเนา.

อังคณา สายยศ. "การวิเคราะห์ข้อสอบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในเชิงปฏิบัติ : อิงกลุ่ม, อิงเกณฑ์, อัตนัย, และ ICC," วารสารการวัดผลการศึกษา. 14(43) : พฤษภาคม-สิงหาคม 2536.

อาชีวศึกษา, กรม. การจัดการเรียนการสอนหมวดวิชาพื้นฐาน หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช 2538. กรุงเทพฯ : หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมอาชีวศึกษา, 2538. อัดสำเนา.

อาภรณ์ เชื้อประไพศิลป์. "การวิจัยเชิงปฏิบัติการในการพัฒนาคุณภาพการพยาบาล," จดหมายข่าวสมาคมวิจัยเชิงคุณภาพแห่งประเทศไทย. 5(1-2) : 3-10; 2534.

เอิบศรี ตุษยะเดช. ปัญหาการสอนคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม 3 (สค.211) ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 5 โปรแกรมช่างอุตสาหกรรมกรมสามัญศึกษา. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2529. อัดสำเนา.

Armstrong, P.K. "In-Service Education and Training for Teachers of Mathematics with Limited Qualifications and Experience," Dissertation Abstracts International. 51 : 2348-A; January, 1991.

Bell, Frederick H. Teaching and Learning Mathematics (in Secondary Schools). Iowa : Brown Company Publishers, 1981.

Chang, Lisa Li-Tze. "An Examination into the Effects of Calculator Assisted Instruction on the Mathematics Achievement and Attitude of Seventh and Eight Grade," Dissertation Abstracts International. 39 : 1323-1324 - A ; September, 1979.

Charles, Randall. "An Instructional System for Mathematical Problem Solving ," in Problem Solving in the Mathematics Classroom. by S.L.Rachlin. p.17-32 Calgary : Mathematics Council of the Alberta Teachers' Association, 1982.

Charles, Randall., Frank Lester and Phares O'Daffer. How to Evaluate Progress in Problem Solving. Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc. 1987.

Chase, Clinton I. "The Position of Certain Variables in the Prediction of Problem-Solving in Arithmetic,"in Kramer, Class. Problems in the Teaching of Elementary School Mathematics. p. 262 - 269. Boston Massachusetts : Allyn and Bacon,Inc., 1970.

Chuaprapaisilp, Arphorn. Improving Learning From Experience Through the Conduct of Pre and Post-Clinical Conferences : Action Research in Nursing Education in Thailand. Thesis of doctor of philosophy, Australia : School of Medical Education. University of New South Wales, 1989.

Clark, John Leonard. "Teachers Exploring the Concept of Mathematical Inquiry (Active Learning)," Dissertation Abstracts International. 55 : 497-498 -A : September, 1994.

Cohen, Louis and Lawrence Manion. Research Methods in Education. London : Croom Helm Ltd., 1980.

Conway, D. and M.j. Dreyfuss. Arithmetic Skills and Problem Solving. New York : Harcourt, Brace & World, Inc., 1968.

Cox, Bonnie Fern. "Instructional Management System : How It Affects Achievement, Selt-Concept, and Attitude toward Math of Fifth Grade Students," Dissertation Abstracts International. 48 : 35-A; July, 1987.

Diotalevi-Ryczek, Mary. "Building Mathematics and Computer Confidence Among Elementary Teachers : Case Studies of Staff Development in Schools Serving Minority Students, Dissertation Abstracts International. 48 : 2315-A: March, 1988.

Dolciani and others. Modern School Mathematics Structure and Method. Boston : Houghton Mifflin Company, 1967.

Dwight, Leslie A. Modern Mathematics for the Elementary Teacher. New York : Holt, Rinehart and Winston, 1966.

Ebbutt, Dave. "Educational Action Research : Some General Concerns and Specific Quibbles." Issues in Educational Research Qualitative Methods. edited by Robert G. Burgess. Great Britain : Taylor & Francis (Printers) Ltd. 1985.

Hatfield, Mary M., Nancy Tanner Edwards and Gary G. Bitter. Mathematics Methods for the Elementary and Middle School. 2nd ed. Massachusetts : Allyn and Bacon, Inc., 1993.

Hawthorne, Frank S. "Hand-Held Caculator : Help or Hindrance?," The Arithmetic Teacher. 20 : 671 - 672 ; December, 1973.

Helton, Floyd F. Introducing Mathematics. 2nd ed. New York : John Wiley & Sons, Inc. , 1958.

Hopkins, Billy Lynn. "The Effect of Hand-Held Caculator Curriculum in Selected Fundamentals of Mathematics Classes," Dissertation Abstracts International. 39 : 2801 - A; November, 1979.

Kemmis, S. and R. McTaggart. The Action Research Planner. 3rd ed. Victoria : Deakin University Press, 1990.

Kim, Hogwon. Mastery Learning : Theory and Practice. New York : Holt Rinehart and Winston Inc., 1971.

Kroll, Diana Lambdin and Tammy Miller. "Insights from Research on Mathematical Problem Solving in the Middle Grades," Research Ideas for the Classroom : Middle Grades Mathematics. edited by Douglas T. Owens. New York : Macmillan Publishing Company, 1993.

Krulik, Stephen. "Problem, Problem Solving and Strategy Games," The Mathematics Teachers. 70 : 649 - 652 ;, November, 1977.

Krulik, Stephen and Jesse A. Rudnick. Problem Solving : A Handbook for Teachers. 2nd ed. Massachusetts : Allyn and Bacon, Inc., 1980.

Massing, O. and Sanders, G.A. Fundamentals of Technical Mathematics. New York : McGraw-Hall Company of Canada Limited, 1977.

McKernan, James. Curriculum Action Research. London : Antony Rowe Ltd. 1994.

Miller, Charles D. and Heeren V.E. Mathematical Ideas. Illinois : Foresman and Glenview Company , 1978.

Moore, Kenneth D. Classroom Teaching Skills. 2nd ed. New York : McGraw-Hill, Inc., 1992.

Mosher, Robert E. Intermediate Algebra for Today. California : Harper and Row Publishers, 1974.

Mueller, Francis., J. General Mathematics for College Students. New Jersey : Prentice-Hall, Inc., 1972.

NCTM Instructional Affairs Committee. "Minicalculators in Schools,." The Mathematics Teacher. 69 : 92 - 94 ; January, 1976.

Peter, Orehovec, John. "Implications of the development of Mathematical Problem Solving, 1894 - 1983, " Dissertation Abstracts international. 45 : 1062 - A ; October, 1984.

Polya, G. How To Solve It : A New Aspect of Mathematical Method. New York : Doubleday and Company Garden City, 1957.

Post, Donna White. "A Study of Selected Factors of Mathematical Learning and their Relationship to Mathematical Achievement as Measured by the Basic Competency Test Scores of Third and Sixth Grade Students in Alabama," Dissertation Abstracts International. 46 : 892-893 - A; October, 1985.

Reley, William Samuel. "Elementary Children's Achievement Related to the Congruency between Teacher's and Aid's. Perceptions of the Paraprofessional Role," Dissertation Abstracts International. 45 : 1007-A; October, 1984.

Sowell, Evelyn J. and Rita J. Casey. Research Methods in Education. California : Wadsworth, Inc., 1982.

Szetela, W., an D. Super. "Calculators and instruction in problem solving in grade 7," Journal for Research in Mathematics Education, 18(3) : 215-229 ; May, 1987.

Wilson, James W., Maria L. Fernandez and Nelda Hadaway. "Mathematical Problem Solving ," Research Ideas for the Classroom : High School Mathematics. edited by Patricia S. Wilson. New York : Macmillan Publishing Company, 1993.

Woo, Ronald. "Using Cooperative Learning to Prepare Students for Mathematics Contests," Masters Abstracts International. 1 : 1441; Winter, 1993.

Wright, Perletter. "Reducing Math Anxiety in Female Elementary Teachers in a School Serving African-American Students : A Staff Development Project," Dissertation Abstracts International. 50 : 1214-A ; November, 1989.

Yeotis, C. and A. Hosticka. "Promoting the Transition to Formal Thought Through the Development of Problem Solving Skills in Middle School Mathematics and Science Curriculum," School Science and Mathematics. 80 : 557-565 ; November, 1980.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

แนวทางในการจัดกลุ่มสนทนา

และการสัมภาษณ์ระดับลึก

แนวทางในการจัดกลุ่มสนทนา

ก. บทนำ

1. แนะนำตัว
2. อธิบายจุดประสงค์ของการจัดกลุ่มสนทนา
3. ขอให้ทุกคนแสดงความคิดเห็นอย่างเต็มที่
4. ขอจดบันทึกและบันทึกเทปการสนทนา (อธิบายเหตุผลของการบันทึกและผลที่เกี่ยวเนื่องกับผู้ให้ข้อมูล)
5. ทำความรู้จักกับนักเรียนทุกคน ทักทาย พูดคุยเรื่องทั่ว ๆ ไป เพื่อให้ผู้เข้าร่วมกลุ่มสนทนาผ่อนคลายความตื่นเต้นและได้คุ้นเคยกัน

<u>หมายเหตุ</u> ในการจัดกลุ่มสนทนาจะใช้แบบเรียนที่นักเรียนเคยเรียนมาเป็นสื่อประกอบ เพื่อนักเรียนจะได้ใช้ทบทวนถึงประสบการณ์และความคิดเห็นที่ผ่านมา

ข. ประเด็นและแนวคำถามที่ใช้ในการสนทนา แยกเป็นด้าน ๆ ดังต่อไปนี้

1. ความคิดเห็นเกี่ยวกับเนื้อหาสาระที่เรียน

1.1 นักเรียนทราบจุดประสงค์ในการเรียนแต่ละเนื้อหาหรือไม่

1.2 เนื้อหาที่เรียนสอดคล้องกับจุดประสงค์หรือไม่เพียงใด

1.3 การจัดเรียงลำดับของเนื้อหาเหมาะสมหรือไม่เพียงใด

1.4 เนื้อหามีความยากง่ายเพียงใด (โดยเฉพาะเกี่ยวกับโจทย์ปัญหา) ปริมาณของเนื้อหากับเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอนเหมาะสมเพียงใด

1.5 เนื้อหาที่เรียนมีความน่าสนใจมากน้อยเพียงใด สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานช่างและชีวิตประจำวันได้มากน้อยเพียงใด และในด้านของโจทย์ปัญหามีความน่าสนใจหรือไม่เพียงใด

1.6 ปัญหาในประเด็นอื่น ๆ ที่เกี่ยวกับเนื้อหาสาระ

2. ความคิดเห็นเกี่ยวกับรูปแบบการสอน กิจกรรมการเรียนการสอน เทคนิคและวิธีการสอน

2.1 ก่อนเริ่มเนื้อหาในแต่ละบทเรียนครูผู้สอนมีการเตรียมความพร้อมของนักเรียนอย่างไรบ้าง (มีการทดสอบความรู้พื้นฐาน ซ่อมเสริมความรู้พื้นฐาน แจ้งจุดประสงค์ในการสอนของแต่ละเนื้อหา ระบุเกณฑ์ในการประเมินในแต่ละกิจกรรมและเนื้อหา ฯลฯ)

2.2 กิจกรรมที่ครูจัดขึ้นในชั้นเรียนมีอะไรบ้าง ลักษณะเป็นเช่นไร นักเรียนมีความคิดเห็นต่อกิจกรรมเหล่านี้อย่างไรบ้าง

2.3 การมอบหมายการบ้านครูมอบหมายให้นักเรียนทำมากน้อยเพียงใดในแต่ละครั้ง บ่อยครั้งหรือไม่ การบ้านกับเนื้อหาที่เรียนมีความสอดคล้องกันเพียงใด ระดับความยากง่ายเป็นเช่นไร ครูตรวจการบ้านโดยวิธีการใด การบ้านมีประโยชน์ต่อนักเรียนหรือไม่ นักเรียนมีความคิดเห็นอย่างไรเกี่ยวกับการบ้าน

2.4 วิธีการสอนที่ครูใช้ได้แก่วิธีใดบ้าง วิธีใดใช้มากที่สุด นักเรียนมีความคิดเห็นต่อวิธีการสอนเหล่านี้อย่างไร

2.5 ในการสอนโจทย์ปัญหาครูใช้วิธีการสอนอย่างไร ลำดับขั้นตอนในการสอนเป็นอย่างไร นักเรียนมีความคิดเห็นต่อวิธีการเหล่านี้อย่างไร

2.6 ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาที่ครูใช้และฝึกให้นักเรียนใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเป็นเช่นไร

3. ความคิดเห็นเกี่ยวกับพฤติกรรมการสอนโดยทั่วไปของครู

3.1 นักเรียนคิดว่าครูผู้สอนมีความกระตือรือร้น ตั้งใจสอนและเอาใจใส่ต่อการเรียนการสอนเพียงใด มีความสามารถในการสอนเพียงใด

3.2 การควบคุมชั้นเรียน การเสริมแรง การลงโทษ เป็นเช่นไร

3.3 ความคิดเห็นของนักเรียนต่อพฤติกรรมในการสอนของครูที่นักเรียนเห็นว่าควรปรับปรุงแก้ไขได้แก่อะไรบ้าง และพฤติกรรมในด้านใดที่นักเรียนเห็นว่าดีและเหมาะสมแล้ว

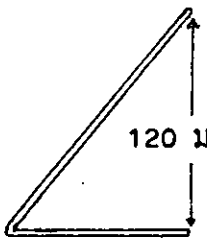
4. ด้านกระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน

4.1 ให้นักเรียนอธิบายถึงวิธีคิดและขั้นตอนในการดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนว่านักเรียนเริ่มต้นอย่างไร ดำเนินการในแต่ละขั้นตอนอย่างไร มียุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาอย่างไร (ใช้โจทย์ปัญหา 2 ลักษณะที่แตกต่างกันให้นักเรียนอธิบายวิธีคิดและขั้นตอนในการดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนจากโจทย์ปัญหา 2 ข้อ ต่อไปนี้

<u>โจทย์ข้อที่ 1.</u> ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้า (I) แรงเคลื่อนไฟฟ้า (E) ความต้านทาน (R) ของวงจรไฟฟ้าวงจรหนึ่งเขียนได้ดังนี้

$$I^2R + IE = 8{,}000$$

จงหาว่ากระแสไฟฟ้าในวงจรนี้เท่ากับเท่าใด ถ้าความต้านทานเป็น 2 โอห์มและแรงเคลื่อนไฟฟ้าเป็น 60 โวลต์



<u>โจทย์ข้อที่ 2.</u> เหล็กแผ่นหนึ่งยาว 180 มม. นำมาพับให้ได้ขนาดดังรูปโดยให้ปลายทั้งสองข้างห่างกัน 120 มม. จงหาตำแหน่งแนวพับ

4.2 ในการดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาแต่ละครั้งนักเรียนมีปัญหาในขั้นตอนใดบ้าง

4.3 นักเรียนคิดว่านักเรียนมีความรู้พื้นฐานที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเพียงพอหรือไม่ และนักเรียนคิดว่านักเรียนบกพร่องในความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาในส่วนใดบ้าง

4.4 นักเรียนคิดว่าสาเหตุที่ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้นั้นมีสาเหตุมาจากอะไรบ้าง และนักเรียนคิดว่าควรจะปรับปรุงการเรียนการสอนอย่างไรจึงจะทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้

5. ความคิดเห็นเกี่ยวกับสื่อการเรียนการสอน

5.1 สื่ออุปกรณ์ที่ใช้ประกอบการสอนมีอะไรบ้าง น่าสนใจเพียงใด

5.2 โจทย์ปัญหาที่สอนมีความน่าสนใจเพียงใด

5.3 ในการแก้โจทย์ปัญหาครูสนับสนุนให้นักเรียนได้ใช้สื่ออุปกรณ์อะไรประกอบบ้าง

5.4 อุปสรรคและปัญหาในการใช้สื่อมีอะไรบ้าง

5.5 นักเรียนมีความคิดเห็นอย่างไรบ้างเกี่ยวกับสื่อการเรียนการสอน

6. ความคิดเห็นเกี่ยวกับการวัดผลและประเมินผล

6.1 ในการประเมินผลครูประเมินนักเรียนจากกิจกรรมอะไรบ้าง โดยวิธีการใด เหมาะสมหรือไม่เพียงใด

6.2 ในการวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนครูใช้วิธีการใด ใช้แบบทดสอบแบบไหน

6.3 ความถี่ในการประเมินมีการทดสอบกี่ครั้ง และครูแจ้งผลการประเมินให้นักเรียนทราบทุกครั้งหรือไม่

6.4 ปัญหาเกี่ยวกับการวัดผลและประเมินผล และความคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับการวัดผลและประเมินผลเป็นเช่นไร

7. ปัญหาในประเด็นอื่น ๆ ความคิดเห็นของนักเรียนที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่จะเสนอเพิ่มเติมมีอะไรบ้าง

แนวทางในการสัมภาษณ์ระดับลึก

ก. บทนำ

1. อธิบายจุดประสงค์ในการสัมภาษณ์

2. ขอจดบันทึกและบันทึกเทปการสัมภาษณ์ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลของการบันทึก

ข. ประเด็นและแนวคำถามที่ใช้ในการสัมภาษณ์ แยกเป็นด้าน ๆ ดังต่อไปนี้

1. ด้านเนื้อหาสาระที่สอน

1.1 เนื้อหาที่สอนสอดคล้องกับจุดประสงค์หรือไม่เพียงใด

1.2 การจัดเรียงลำดับของเนื้อหามีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด

1.3 เนื้อหามีความยากง่ายเพียงใด (โดยเฉพาะในเรื่องของโจทย์ปัญหา)

1.4 ปริมาณของเนื้อหากับเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอนมีความเหมาะสมหรือไม่

1.5 เนื้อหามีความน่าสนใจมากน้อยเพียงใด มีประโยชน์สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานช่างและชีวิตประจำวันได้เพียงใด (โดยเฉพาะในเรื่องของโจทย์ปัญหา)

1.6 ปัญหาในประเด็นอื่น ๆ ที่เกี่ยวกับเนื้อหา และความคิดเห็นของครูเกี่ยวกับเนื้อหาสาระที่สอน

2. ด้านรูปแบบการสอน กิจกรรมการเรียนการสอน เทคนิคการสอนและวิธีสอน

2.1 รูปแบบการสอนที่ครูใช้ในการสอนมีลำดับขั้นตอนเป็นอย่างไร (มีการตรวจสอบความรู้พื้นฐานอย่างไร มีการซ่อมเสริมความรู้พื้นฐานอย่างไร แจ้งจุดประสงค์ในการสอนและเกณฑ์การประเมินของแต่ละเนื้อหาและกิจกรรมหรือไม่ มีการทดสอบย่อยหรือไม่ มีการซ่อมเสริมผู้ที่ไม่ผ่านเกณฑ์อย่างไร)

2.2 กิจกรรมที่ครูจัดขึ้นในชั้นเรียนมีอะไรบ้าง ลักษณะเป็นเช่นไร

2.3 เกี่ยวกับการบ้าน

2.3.1 ครูได้ให้การบ้านนักเรียนบ่อยครั้งแค่ไหน มากน้อยเพียงใด ลักษณะเป็นเช่นไร สอดคล้องกับเนื้อหาที่เรียนเพียงใด ระดับความยากง่ายเป็นเช่นไร

2.3.2 นักเรียนได้ทำการบ้านทุกข้อ ทุกครั้ง ทุกคนหรือไม่

2.3.3 วิธีการตรวจการบ้านทำอย่างไร นักเรียนทำได้ถูกต้องมากน้อยเพียงใด โจทย์ลักษณะไหนที่นักเรียนทำผิดมาก

2.4 วิธีการสอนที่ใช้ ใช้วิธีการสอนแบบใดบ้าง

2.5 การควบคุมชั้นเรียนทำอย่างไร การเสริมแรงการลงโทษดำเนินการอย่างไร

2.6 ในเรื่องเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาครูผู้สอนดำเนินการสอนตามลำดับขั้นตอนอย่างไร

2.7 ครูได้เสนอยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาอย่างไรให้แก่นักเรียนบ้าง

2.8 เจตคติของครูต่อนักเรียนในแต่ละแผนกเป็นเช่นไร

2.9 อุปสรรคและปัญหาเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนการสอน เทคนิคและวิธีการสอนมีอะไรบ้าง และความคิดเห็นของครูที่เกี่ยวกับรูปแบบการสอน กิจกรรมการเรียนการสอน เทคนิคการสอนและวิธีสอนเป็นเช่นไร

3. ด้านพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน

3.1 นักเรียนมีความสนใจต่อการเรียนเพียงใด

3.2 นักเรียนให้ความร่วมมือกับกิจกรรมในชั้นเรียนเพียงใด

3.3 พฤติกรรมของนักเรียนที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนการสอนในชั้นเรียนได้แก่อะไรบ้าง และครูได้ดำเนินการต่อพฤติกรรมที่ไม่พึงประสงค์อย่างไร

3.4 เจตคติของนักเรียนต่อเนื้อหาวิชาและต่อครูผู้สอนในทัศนะของครูเป็นเช่นไร

3.5 ปัญหาอื่น ๆ ที่เกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนของนักเรียน และความคิดเห็นของครูต่อพฤติกรรมของนักเรียนเป็นเช่นไร

4. ด้านกระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน

4.1 ในการดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาแต่ละครั้งนักเรียนมีขั้นตอนและวิธีการในการแก้โจทย์ปัญหาอย่างไร

4.2 ในการดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาแต่ละครั้งนักเรียนมีปัญหาในขั้นตอนใดบ้าง

4.3 ความรู้พื้นฐานที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนมีเพียงพอหรือไม่ นักเรียนบกพร่องพื้นฐานในเนื้อหาใดหรือประเด็นใดบ้าง

4.4 ปัญหาอื่น ๆ ของนักเรียนในการดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา และความคิดเห็นของครูเกี่ยวกับกระบวนการคิดแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน

5. ด้านสื่อการเรียนการสอน

5.1 สื่ออุปกรณ์ที่ใช้ประกอบการสอนมีอะไรบ้าง น่าสนใจเพียงใด

5.2 โจทย์ปัญหาที่สอนมีความน่าสนใจเพียงใด เกี่ยวข้องกับแผนกช่างต่าง ๆ โดยตรงหรือไม่

5.3 ในการแก้โจทย์ปัญหาครูได้สนับสนุนให้นักเรียนใช้สื่ออุปกรณ์อะไรประกอบบ้าง

5.4 อุปสรรคและปัญหาในการใช้สื่อการเรียนการสอนเป็นเช่นไร และความคิดเห็นของครูเกี่ยวกับการใช้สื่อการเรียนการสอนเป็นเช่นไร

6. ด้านการวัดผลและประเมินผล

6.1 การประเมินผลการเรียนของนักเรียนผู้สอนประเมินโดยใช้วิธีการใดบ้าง จากกิจกรรมอะไรบ้าง

6.2 ความถี่ในการประเมินเป็นเช่นไร (มีการทดสอบย่อยกี่ครั้ง) และได้แจ้งผลการประเมินให้นักเรียนได้ทราบทุกครั้งหรือไม่

6.3 ในการวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน ผู้สอนได้วัดโดยวิธีการใด ใช้แบบทดสอบลักษณะเป็นเช่นไร ตรวจให้คะแนนอย่างไร

6.4 ปัญหาเกี่ยวกับการวัดผลและประเมินผล และความคิดเห็นของครูเกี่ยวกับการวัดผลและประเมินผลเป็นเช่นไร

7. ปัญหาและความคิดเห็นในประเด็นอื่น ๆ ความคิดเห็นที่ครูจะเพิ่มเติมเกี่ยวกับการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมมีอะไรบ้าง

8. คำถามที่เกี่ยวโยงกับการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

จากสภาพปัญหาและอุปสรรคในการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมที่เกิดขึ้น ผู้สอนคิดว่าจะสามารถแสวงหาแนวทางและวิธีการในการแก้ปัญหาเหล่านั้น และสามารถพัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมให้ดีขึ้นได้หรือไม่

ภาคผนวก ข

แบบทดสอบประจำบทเรียน และแบบทดสอบก่อนเรียนหลังเรียน

แบบทดสอบประจำบทเรียน

บทที่ 1 แบบทดสอบสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร

บทที่ 2 แบบทดสอบระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

บทที่ 3 แบบทดสอบระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร

บทที่ 4 แบบทดสอบสมการกำลังสอง

แบบทดสอบก่อนเรียนหลังเรียน

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม เรื่องสมการ

แบบทดสอบประจำบทเรียน

บทที่ 1 แบบทดสอบสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร

บทที่ 2 แบบทดสอบระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

บทที่ 3 แบบทดสอบระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร

บทที่ 4 แบบทดสอบสมการกำลังสอง

แบบทดสอบสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร ระดับชั้น ปวช.

ชื่อ.....สาขาวิชา.....กลุ่มที่.....เลขที่.....

<u>คำชี้แจง</u>

แบบทดสอบมีทั้งหมด 3 ตอน ใช้เวลา 50 นาที

<u>ตอนที่ 1</u> เป็นแบบทดสอบแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 4 ข้อ ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวจากตัวเลือก ก,ข,ค หรือ ง ข้อใดข้อหนึ่งแล้วกาเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในข้อสอบของตอนที่ 1

<u>ตอนที่ 2</u> เป็นแบบทดสอบแบบเติมคำตอบ ให้นักเรียนเติมคำหรือข้อความที่ถูกต้องลงในช่องว่างของแต่ละข้อ

<u>ตอนที่ 3</u> เป็นแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ ให้นักเรียนแสดงวิธีทำลงในข้อสอบทั้ง 3 ข้อ

ตอนที่1

ข้อ 1. จากสมการ $N = \frac{1000S}{\pi d}$ จงหาค่า S

ก. $S = 1000\pi Nd$

ข $S = \frac{\pi Nd}{1000}$

ค. $S = \frac{\pi N}{1000d}$

ง. $S = \frac{Nd}{1000\pi}$

ข้อ 2. จากสมการ $V = \frac{2R}{R-r}$ จงหาค่า R

ก. $R = -\frac{Vr}{V-2}$

ข $R = \frac{Vr}{V-2}$

ค. $R = \frac{r}{V-2}$

ง. $R = -\frac{r}{V-2}$

โจทย์. สุนทรีย์ทำการก่ออิฐกำแพงแห่งหนึ่งได้ $\frac{1}{2}$ ของเวลาที่เคยก่ออิฐกำแพงขนาดเดียวกันจนเสร็จ และมอบให้สุนทรก่ออิฐต่อไปจนเสร็จ โดยสุนทรใช้เวลาอีก 3 ชั่วโมงจึงเสร็จ ถ้าการก่อกำแพงครั้งนี้ใช้เวลาทั้งสิ้น 9 ชั่วโมง อยากทราบว่าถ้าสุนทรีย์ก่ออิฐจนเสร็จเพียงคนเดียวต้องใช้เวลากี่ชั่วโมง

<u>จากโจทย์. ใช้ตอบคำถามข้อ 3 - 4</u>

คำถามข้อ 3. ถ้าสมมติให้เวลาที่สุนทรีย์ใช้ในการก่ออิฐจนเสร็จเพียงคนเดียวเป็น x ชั่วโมงแล้ว ข้อใดเป็นสมการที่ใช้หาเวลาที่สุนทรีย์ใช้ในการก่ออิฐกำแพงจนเสร็จเพียงคนเดียว

ก. $2x + 3 = 9$

ข. $2x - 3 = 9$

ค. $\frac{x}{2} + 3 = 9$

ง. $\frac{x}{2} - 3 = 9$

คำถามข้อ 4. เวลาที่สุนทรีย์ใช้ในการก่ออิฐจนเสร็จเพียงคนเดียวเป็นเวลากี่ชั่วโมง

ก. 3 ชั่วโมง

ข. 6 ชั่วโมง

ค. 12 ชั่วโมง

ง. 24 ชั่วโมง

<u>ตอนที่ 2</u>. แบบทดสอบแบบเติมคำตอบ

ข้อที่ 1. แผ่นเหล็กรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแผ่นหนึ่งมีความยาว 80 ซม. และความกว้าง 30 ซม. จะต้องตัดด้านกว้างออกเท่าไรเพื่อให้ได้แผ่นเหล็กที่มีพื้นที่ 2,240 ตารางเซนติเมตร

1.1 สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

1.2 จากโจทย์ สมมติให้ตัดแผ่นเหล็กด้านกว้างออก x ซม.

แล้วจะได้ว่าพื้นที่ส่วนที่เหลือเท่ากับ.....ตารางเซนติเมตร

(ให้เขียนในรูปของตัวแปร x)

1.3 จากโจทย์และข้อ 1.2 สามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้เป็น

.....

.....

1.4 จากสมการในข้อ 1.3 ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้สมการหาคำตอบ

1.5 สรุปคำตอบ.....

.....

และให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจคำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

<u>ตอนที่ 3.</u> แบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ ให้นักเรียนแสดงวิธีทำลงในข้อสอบ ทั้ง 3 ข้อ

ข้อที่ 1. จากสมการ $3(2x - 5) - 2(x - 3) = 3$ จงหาค่า x

ข้อที่ 2. จากสมการ $\frac{3x-1}{5} = \frac{x-1}{3} + \frac{7x-4}{15}$ จงหาค่า x

ข้อที่ 3. ในการผลิตชั้นลอยติดผนังของนักเรียนสาขาวิชาก่อสร้าง 3 กลุ่ม จำนวน 45 ชิ้น ปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่ 2 ผลิตได้เป็นสามเท่าของนักเรียนกลุ่มแรก และนักเรียนกลุ่มที่ 3 ผลิตได้มากกว่านักเรียนกลุ่มแรก 5 ชิ้น อยากทราบว่านักเรียนแต่ละกลุ่มผลิตได้กลุ่มละกี่ชิ้น

แบบทดสอบระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระดับชั้น ปวช.

<u>คำชี้แจง</u>

แบบทดสอบมีทั้งหมด 3 ตอน ใช้เวลา 90 นาที

<u>ตอนที่ 1</u> เป็นแบบทดสอบแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวจากตัวเลือก ก, ข,ค หรือ ง ข้อใดข้อหนึ่ง แล้วกาเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในกระดาษคำตอบของตอนที่ 1

<u>ตอนที่ 2</u> เป็นแบบทดสอบแบบเติมคำตอบ ให้นักเรียนเติมคำหรือข้อความที่ถูกต้องลงในช่องว่างของแต่ละข้อ

<u>ตอนที่ 3</u> เป็นแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ ให้นักเรียนแสดงวิธีทำลงในแบบทดสอบทั้ง 3 ข้อ

<u>ตอนที่ 1</u> แบบทดสอบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวนข้อคำถาม 12 คำถาม

จากระบบสมการที่กำหนดให้ จงแก้ระบบสมการโดยใช้ดีเทอร์มินันต์ (Determinant)

$$x = 3y - 2$$

$$9y = 4x - 7$$

ข้อ 1. ค่า D มีค่าตรงกับข้อใด

ก. 3 ข. - 3 ค. 21 ง. - 21

ข้อ 2. ค่า D_x มีค่าตรงกับข้อใด

ก. 3 ข. - 3 ค. 39 ง. - 39

ข้อ 3. ค่า D_y มีค่าตรงกับข้อใด

ก. 1 ข. - 1 ค. 15 ง. - 15

ข้อ 4. ค่าของ x และ y คือข้อใด

ก. x = 10 , y = 4 ข. x = 4 , y = 1

ค. x = 13 , y = 5 ง. x = 16 , y = 6

โจทย์. ในห้องปฏิบัติการ ช่างเทคนิคนำสารละลายสองชนิดมาผสมกัน โดยในสารละลายชนิดแรกมีแอลกอฮอล์อยู่ 4 % สารละลายชนิดที่สองมีแอลกอฮอล์อยู่ 20 % หลังจากผสมแล้วได้สารละลายผสมมีปริมาตร 20 ลิตร และมีแอลกอฮอล์อยู่ 16 % จงหาว่านำสารละลายทั้งสองชนิดมาผสมกันอย่างละกี่ลิตร

<u>จากโจทย์ ใช้ตอบคำถามข้อ 5 - 7</u>

ข้อ 5. ให้ x ลิตรเป็นปริมาตรของสารละลายชนิดแรก

y ลิตรเป็นปริมาตรของสารละลายชนิดที่สอง

ข้อใดเป็นปริมาตรของแอลกอฮอล์ในสารละลายผสม

ก. 20 ลิตร

ข. $x + y$ ลิตร

ค. $4x + 20y$ ลิตร

ง. $0.04x + 0.2y$ ลิตร

ข้อ 6. จากการกำหนด x และ y ในคำถามข้อ 5 ข้อใดเป็นระบบสมการเชิงเส้นในการหาปริมาตรของสารละลายแต่ละชนิด

ก. $x + y = 20$

$4x + 20y = 16$

ข. $x + y = 20$

$4x + 20y = 160$

ค. $x + y = 20$

$4x + 20y = 320$

ง. $x + y = 32$

$4x + 20y = 320$

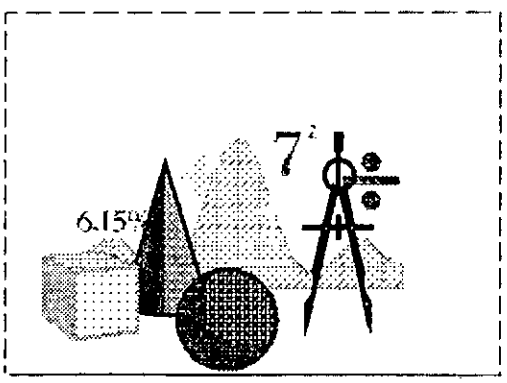
ข้อ 7. สารละลายแต่ละชนิดที่นำมาผสมกันมีปริมาตรอย่างละกี่ลิตร

ก. ชนิดแรก 5 ลิตร ชนิดที่สอง 15 ลิตร

ข. ชนิดแรก 4 ลิตร ชนิดที่สอง 16 ลิตร

ค. ชนิดแรก 15 ลิตร ชนิดที่สอง 5 ลิตร

ง. ชนิดแรก 16 ลิตร ชนิดที่สอง 4 ลิตร



ชื่อผู้เข้าสอบ.....สาขาวิชา.....กลุ่มที่ .....

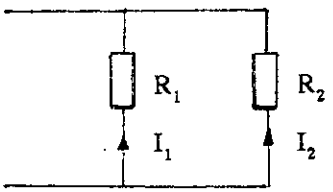
เลขที่.....

กระดาษคำตอบ ตอนที่ 1

ข้อ	1	2	3	4	5	6	7
ก							
ข							
ค							
ง							

<u>ตอนที่ 2</u>. แบบทดสอบแบบเติมคำตอบ

โจทย์. วงจรไฟฟ้าวงจรหนึ่งต่อแบบขนานดังรูป ผลรวมของกระแสไฟฟ้าในวงจรเท่ากับ 7 แอมแปร์ และอัตราส่วนของกระแสไฟฟ้าทั้งสองคือ $I_1 : I_2 = 2.5 : 1$ จงหาค่าของกระแสไฟฟ้าทั้งสองนี้



1. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

   .....

   .....

   สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

   .....

2. จากโจทย์สามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้เป็น

   สมการที่ 1.คือ.....

   สมการที่ 2.คือ.....

3. จากสมการ ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้สมการหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. สรุปคำตอบ.....

.....

และให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ.....

.....

.....

.....

<u>ตอนที่ 3</u>. ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ พร้อมทั้งการตรวจสอบคำตอบด้วย

1. จากระบบสมการ จงหาค่าของตัวแปร x และ y โดยวิธีการกำจัดตัวแปร

$$13 + 2y = 9x \quad .....(1)$$

$$3y = 7x \quad .....(2)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จากระบบสมการ จงหาค่าของตัวแปร x และ y โดยวิธีการแทนค่า

$$2x = 5y + 1 \quad \text{.....(1)}$$

$$24 - 7x = 3y \quad \text{.....(2)}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. น้ำหนักของกล่อง 2 ใบรวมกันเท่ากับ 34 กิโลกรัม กล่องที่หนักกว่าหนักมากกว่ากล่องที่เบาอยู่ 8 กิโลกรัม จงหาน้ำหนักของกล่องทั้งสองใบนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร ระดับชั้น ปวช.

ชื่อ.....สาขาวิชา.....กลุ่มที่.....เลขที่.....

<u>คำชี้แจง</u>

แบบทดสอบมีทั้งหมด 3 ตอน ใช้เวลา 50 นาที

<u>ตอนที่ 1</u> เป็นแบบทดสอบแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 2 ข้อ ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวจากตัวเลือก ก,ข,ค หรือ ง ข้อใดข้อหนึ่ง แล้วกาเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในแบบทดสอบของตอนที่ 1

<u>ตอนที่ 2</u> เป็นแบบทดสอบแบบเติมคำตอบ ให้นักเรียนเติมคำหรือข้อความที่ถูกต้องลงในช่องว่างของแต่ละข้อ

<u>ตอนที่ 3</u> เป็นแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ 1 ข้อ ให้นักเรียนแสดงวิธีทำลงในแบบทดสอบ

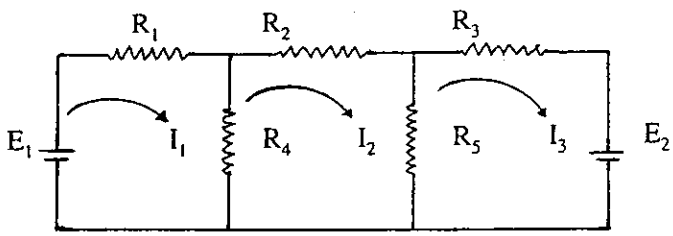
<u>ตอนที่1</u> แบบทดสอบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวนข้อคำถาม 2 ข้อ

<u>โจทย์</u> ในวงจรไฟฟ้ากระแสตรงดังรูป มีความสัมพันธ์ระหว่างความต้านทาน กระแสไฟฟ้าและแรงเคลื่อนไฟฟ้าเป็นดังสมการ

$$(R_1 + R_4)I_1 - R_4 I_2 = E_1$$

$$-R_4 I_1 + (R_2 + R_4 + R_5)I_2 - R_5 I_3 = 0$$

$$-R_5 I_2 + (R_3 + R_5)I_3 = -E_2$$



ถ้ากำหนด $R_1 = 2$ โอห์ม , $R_2 = 1$ โอห์ม , $R_3 = 1$ โอห์ม

$R_4 = 2$ โอห์ม , $R_5 = 1$ โอห์ม , $E_1 = 12$ โวลต์

และ $E_2 = 2$ โวลต์ จงหาค่า I_1 , I_2 และ I_3

<u>จากโจทย์ ใช้ตอบคำถามข้อ 1 - 2</u>

แบบทดสอบระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร ระดับชั้น ปวช.

ชื่อ.....สาขาวิชา..... .....กลุ่มที่.....เลขที่.....

<u>คำชี้แจง</u>

แบบทดสอบมีทั้งหมด 3 ตอน ใช้เวลา 50 นาที

<u>ตอนที่ 1</u> เป็นแบบทดสอบแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 2 ข้อ ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวจากตัวเลือก ก,ข,ค หรือ ง ข้อใดข้อหนึ่ง แล้วกาเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในแบบทดสอบของตอนที่ 1

<u>ตอนที่ 2</u> เป็นแบบทดสอบแบบเติมคำตอบ ให้นักเรียนเติมคำหรือข้อความที่ถูกต้องลงในช่องว่างของแต่ละข้อ

<u>ตอนที่ 3</u> เป็นแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ 1 ข้อ ให้นักเรียนแสดงวิธีทำลงในแบบทดสอบ

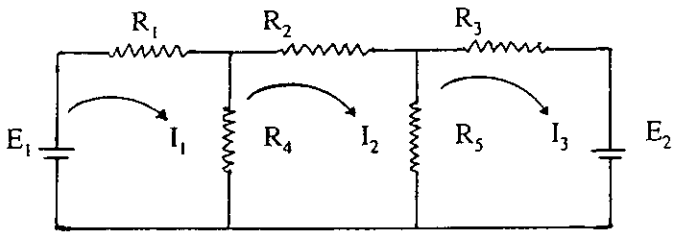
<u>**ตอนที่1**</u> แบบทดสอบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวนข้อคำถาม 2 ข้อ

<u>**โจทย์**</u> ในวงจรไฟฟ้ากระแสตรงดังรูป มีความสัมพันธ์ระหว่างความต้านทาน กระแสไฟฟ้าและแรงเคลื่อนไฟฟ้าเป็นดังสมการ

$$(R_1 + R_4)I_1 - R_4 I_2 = E_1$$

$$-R_4 I_1 + (R_2 + R_4 + R_5)I_2 - R_5 I_3 = 0$$

$$-R_5 I_2 + (R_3 + R_5)I_3 = -E_2$$



ถ้ากำหนด $R_1 = 2$ โอห์ม , $R_2 = 1$ โอห์ม , $R_3 = 1$ โอห์ม

$R_4 = 2$ โอห์ม , $R_5 = 1$ โอห์ม , $E_1 = 12$ โวลต์

และ $E_2 = 2$ โวลต์ จงหาค่า I_1 , I_2 และ I_3

<u>จากโจทย์ ใช้ตอบคำถามข้อ 1 - 2</u>

คำถามข้อ 1. จากข้อมูลที่กำหนดให้สามารถเขียนเป็นระบบสมการเชิงเส้น เพื่อหาค่า I_1 , I_2 และ I_3 ได้ตามข้อใด

ก. $4I_1 - 2I_2 = 12$
$2I_1 - 4I_2 + I_3 = 0$
$I_2 - 2I_3 = 2$

ข. $4I_1 - 2I_2 = 12$
$2I_1 + 4I_2 - I_3 = 0$
$I_2 + 2I_3 = -2$

ค. $4I_1 - 2I_2 = 2$
$2I_1 - 4I_2 + I_3 = 0$
$I_2 - 2I_3 = 12$

ง. $4I_1 + 2I_2 = 12$
$2I_1 + 4I_2 + I_3 = 0$
$I_2 + 2I_3 = 2$

คำถามข้อ 2. ค่า I_1 , I_2 และ I_3 ในวงจรเป็นเท่าไร

ก. $I_1 = 2$ แอมแปร์ , $I_2 = 0$ แอมแปร์ และ $I_3 = 4$ แอมแปร์

ข. $I_1 = 0$ แอมแปร์ , $I_2 = 2$ แอมแปร์ และ $I_3 = 4$ แอมแปร์

ค. $I_1 = 4$ แอมแปร์ , $I_2 = 2$ แอมแปร์ และ $I_3 = 0$ แอมแปร์

ง. $I_1 = 4$ แอมแปร์ , $I_2 = 0$ แอมแปร์ และ $I_3 = 2$ แอมแปร์

ตอนที่ 2 แบบทดสอบแบบเติมคำตอบ

โจทย์ข้อที่ 1. จงแก้ระบบสมการ

$$x + 2y = 1$$
$$y + z = 0$$
$$x + y + z = -1$$

โดยใช้ดีเทอร์มินันต์

วิธีทำ

จากระบบสมการ

$$x + 2y = 1$$
$$y + z = 0$$
$$x + y + z = -1$$

ให้นักเรียนหาค่าของ D , D_x , D_y และ D_z ซึ่งจะได้ว่า

$D =$

$=$

$D_x =$

$=$

$D_y =$

$=$

$D_z =$

$=$

ดังนั้นโดยกฎของคราเมอร์จะได้ว่า

$x =$

$y =$

และ $z =$

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการคือ (, ,)

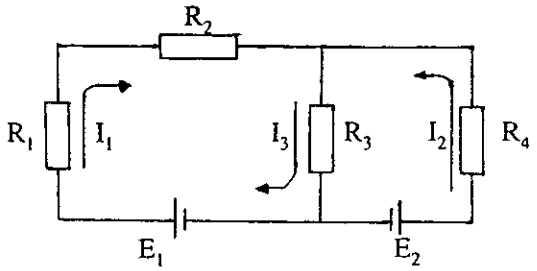
ตอบ

<u>โจทย์ข้อที่ 2.</u> วงจรไฟฟ้ากระแสตรงดังรูป มีความสัมพันธ์ระหว่างความต้านทาน กระแสไฟฟ้าและแรงเคลื่อนไฟฟ้า เป็นดังสมการ

$$R_1I_1 + R_2I_1 + R_3I_3 = E_1$$

$$R_3I_3 + R_4I_2 = E_2$$

$$I_1 + I_2 = I_3$$



เมื่อกำหนด $R_1 = 1$ โอห์ม $R_2 = 1$ โอห์ม $R_3 = 2$ โอห์ม $R_4 = 2$ โอห์ม $E_1 = 12$ โวลต์ และ $E_2 = 12$ โวลต์ จงหาค่า I_1 , I_2 และ I_3

2.1 สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

2.2 จากโจทย์แทนค่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ในสมการวงจรที่กำหนดจะได้ความสัมพันธ์เป็น

.....

.....

.....

.....

2.3 จากสมการในข้อ 2.2 ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้สมการหาคำตอบ

2.4 สรุปคำตอบ.....

.....

และให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจคำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

<u>ตอนที่ 3</u> แบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ

ให้นักเรียนแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรต่อไปนี้ โดยวิธีการกำจัดตัวแปร

$$x + y = 3$$

$$x - y + 2z = 1$$

$$x - z = 0$$

<u>วิธีทำ</u>

แบบทดสอบเรื่อง "**สมการกำลังสอง**" ระดับชั้น ปวช.

ชื่อ.....สาขาวิชา.....กลุ่มที่.....เลขที่.....

<u>คำชี้แจง</u>

แบบทดสอบมีทั้งหมด 3 ตอน ใช้เวลา 50 นาที

<u>ตอนที่ 1</u> เป็นแบบทดสอบแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 6 ข้อ ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวจากตัวเลือก ก,ข,ค หรือ ง ข้อใดข้อหนึ่ง แล้วกาเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในแบบทดสอบของตอนที่ 1

<u>ตอนที่ 2</u> เป็นแบบทดสอบแบบเติมคำตอบ ให้นักเรียนเติมคำหรือข้อความที่ถูกต้องลงในช่องว่างของแต่ละข้อ

<u>ตอนที่ 3</u> เป็นแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ 3 ข้อ ให้นักเรียนแสดงวิธีทำลงในแบบทดสอบ

<u>**ตอนที่1**</u> แบบทดสอบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวนข้อคำถาม 6 ข้อ

ข้อ 1. ค่าของ x จากสมการ $x^2 + 10x = 0$ คือข้อใด.

ก. 10 ข. 0

ค. 0 , 10 ง. 0 , −10

ข้อ 2. ค่าของ x จากสมการ $3x^2 - 10x - 8 = 0$ คือข้อใด.

ก. $4 , -\frac{2}{3}$ ข. $-4 , \frac{2}{3}$

ค. $4 , \frac{2}{3}$ ง. $\frac{4}{3} , 2$

ข้อ 3. ผลบวกของคำตอบทั้งสองของสมการ $x^2 - 2x - 15 = 0$ เท่ากับข้อใด.

ก. 14 ข. 8

ค. 2 ง. −2

ข้อ 4. สมการในข้อใดมีคำตอบเพียง 1 คำตอบ

ก. $x^2 - 3 = 0$ ข. $x^2 - 10x + 25 = 0$

ค. $x^2 - 4x - 5 = 0$ ง. $x^2 - 2x = 0$

โจทย์ สุเทพต้องการขยายห้องรับแขกที่บ้านของเขาซึ่งเป็นห้องสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 15 เมตร × 30 เมตร โดยจะขยายออกไปทั้งทางด้านกว้างและด้านยาวเท่า ๆ กัน ทำให้พื้นที่เพิ่มขึ้นอีก 100 ตารางเมตร อยากทราบว่าสุเทพได้ขยายด้านกว้างและด้านยาวของห้องรับแขกออกไปด้านละเท่าไร.

จากโจทย์ใช้ตอบคำถามข้อ 5 - 6

ข้อ 5. ถ้าสมมติให้ด้านกว้างและด้านยาวของห้องรับแขกที่ขยายออกไปยาวด้านละ x เมตรแล้ว ข้อใดเป็นพื้นที่ที่เพิ่มขึ้นของห้องรับแขกนี้

ก. $(x + 15)(x + 30) + 450$ ข. $(x + 15)(x + 30) - 450$

ค. $(x + 15)(x + 30) - 100$ ง. $(15 - x)(30 - x) - 450$

ข้อ 6. จากการกำหนด x ในข้อ 5. ข้อใดเป็นสมการที่ใช้หาความยาวของด้านแต่ละด้านที่ขยายออกไป

ก. $(x + 15)(x + 30) = 100$ ข. $(x + 15)(x + 30) = 450$

ค. $(x + 15)(x + 30) = 550$ ง. $(x + 15)(x + 30) = 600$

ตอนที่ 2 แบบทดสอบแบบเติมคำตอบ

โจทย์ ในการก่อสร้างถนนคอนกรีตรอบสนามหญ้ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว 100 เมตร กว้าง 94 เมตร ถ้าพื้นที่ของถนนทั้งหมดเป็น 1,200 ตารางเมตร อยากทราบว่าถนนกว้างเท่าไร

ข้อ 1. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

ข้อ 2. จากโจทย์สมมติให้ถนนคอนกรีตกว้าง x เมตร แล้วจะได้พื้นที่รวมของถนนและสนามทั้งหมดเท่ากับ.....ตารางเมตร (ให้เขียนในรูปของตัวแปร x)

ข้อ 3. จากโจทย์และข้อ 2. สามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้เป็น

.....

.....

.....

ข้อ 4. จากสมการในข้อ 3. ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้สมการหาคำตอบ

ข้อ 5. สรุปคำตอบ.....

.....

และให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

<u>ตอนที่ 3</u> แบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ*พร้อมตรวจสอบคำตอบด้วยทุกข้อ*

ข้อ 1. จงแก้สมการ $3x^2 - 8x + 4 = 0$ โดยวิธีการแยกตัวประกอบ

<u>วิธีทำ</u>

ข้อ 2. จงแก้สมการ $x^2 - 4x + 2 = 0$ โดยการใช้สูตร [ให้ตอบในรูปอย่างง่าย]

<u>วิธีทำ</u>

แบบทดสอบก่อนเรียนหลังเรียน

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม

เรื่องสมการ

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม

เรื่อง สมการ ระดับชั้น ปวช.

<u>คำชี้แจง</u>

แบบทดสอบมีทั้งหมด 3 ตอน 11 หน้า ใช้เวลา 90 นาที

<u>ตอนที่ 1</u> เป็นแบบทดสอบแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวจากตัวเลือก ก, ข,ค หรือ ง ข้อใดข้อหนึ่ง แล้วกาเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในกระดาษคำตอบของตอนที่ 1

<u>ตอนที่ 2</u> เป็นแบบทดสอบแบบเติมคำตอบ ให้นักเรียนเติมคำหรือข้อความที่ถูกต้องลงในช่องว่างของแต่ละข้อ

<u>ตอนที่ 3</u> เป็นแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ ให้นักเรียนแสดงวิธีทำลงในกระดาษเขียนตอบทั้ง 3 ข้อ

ชื่อ - สกุล .....

ชั้น ปวช.2 สาขาวิชาช่าง.....กลุ่มที่.....เลขที่.....

วิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช อ.เมือง จ.นครศรีธรรมราช

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม

เรื่อง สมการ ระดับชั้น ปวช.

<u>คำชี้แจง</u>

แบบทดสอบมีทั้งหมด 3 ตอน 11 หน้า ใช้เวลา 90 นาที

<u>ตอนที่ 1</u> เป็นแบบทดสอบแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวจากตัวเลือก ก, ข,ค หรือ ง ข้อใดข้อหนึ่ง แล้วกาเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในกระดาษคำตอบของตอนที่ 1

<u>ตอนที่ 2</u> เป็นแบบทดสอบแบบเติมคำตอบ ให้นักเรียนเติมคำหรือข้อความที่ถูกต้องลงในช่องว่างของแต่ละข้อ

<u>ตอนที่ 3</u> เป็นแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ ให้นักเรียนแสดงวิธีทำลงในกระดาษเขียนตอบทั้ง 3 ข้อ

ชื่อ - สกุล .....

ชั้น ปวช.2 สาขาวิชาช่าง.....กลุ่มที่.....เลขที่.....

วิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช อ.เมือง จ.นครศรีธรรมราช

<u>ตอนที่ 1</u> แบบทดสอบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวนข้อคำถาม 8 ข้อคำถาม

โจทย์ข้อที่ 1. วีรศักดิ์ได้ปูพื้นกระเบื้องในห้องห้องหนึ่ง เมื่อปูพื้นไปได้ $\frac{2}{3}$ ของเวลาที่เคยใช้ในการปูพื้นห้องขนาดเดียวกันจนเสร็จ เขามีงานอื่นต้องทำจึงได้มอบให้วีรยุทธปูพื้นต่อไป โดยวีรยุทธใช้เวลาอีก 2 ชั่วโมงจึงเสร็จ ถ้าการปูพื้นในครั้งนี้ใช้เวลาทั้งสิ้น 6 ชั่วโมง อยากทราบว่าถ้าวีรศักดิ์ปูพื้นกระเบื้องจนเสร็จเพียงคนเดียวต้องใช้เวลากี่ชั่วโมง

<u>จากโจทย์ข้อที่ 1. ใช้ตอบคำถามข้อ 1 - 2</u>

คำถามข้อ 1. ถ้าสมมติให้เวลาที่วีรศักดิ์ใช้ในการปูพื้นกระเบื้องจนเสร็จเพียงคนเดียวเป็น x ชั่วโมงแล้ว ข้อใดเป็นสมการที่ใช้หาเวลาที่วีรศักดิ์ใช้ในการปูพื้นกระเบื้องจนเสร็จเพียงคนเดียว

ก. $x + 2 = 6$

ข. $x - 2 = 6$

ค. $\frac{2x}{3} + 2 = 6$

ง. $\frac{2x}{3} - 2 = 6$

คำถามข้อ 2. เวลาที่วีรศักดิ์ใช้ในการปูพื้นกระเบื้องจนเสร็จเพียงคนเดียวเป็นเวลากี่ชั่วโมง

ก. 4 ชั่วโมง

ข. 6 ชั่วโมง

ค. 8 ชั่วโมง

ง. 12 ชั่วโมง

โจทย์ข้อที่ 2. ในห้องปฏิบัติการ ช่างเทคนิคนำสารละลายสองชนิดมาผสมกัน โดยในสารละลายชนิดแรกมีแอลกอฮอล์อยู่ 8 % สารละลายชนิดที่สองมีแอลกอฮอล์อยู่ 40 % หลังจากผสมแล้วได้สารละลายผสมมีปริมาตร 20 ลิตร และมีแอลกอฮอล์อยู่ 32 % จงหาว่านำสารละลายทั้งสองชนิดมาผสมกันอย่างละกี่ลิตร

<u>จากโจทย์ข้อที่ 2. ใช้ตอบคำถามข้อ 3 - 4</u>

คำถามข้อ 3. ให้ x ลิตรเป็นปริมาตรของสารละลายชนิดแรก

y ลิตรเป็นปริมาตรของสารละลายชนิดที่สอง

ข้อใดเป็นปริมาตรของแอลกอฮอล์ในสารละลายผสม

ก. 20 ลิตร

ข. $x + y$ ลิตร

ค. $8x + 40y$ ลิตร

ง. $0.08x + 0.4y$ ลิตร

คำถามข้อ 4. จากการกำหนด x และ y ในคำถามข้อ 3 ข้อใดเป็นระบบสมการเชิงเส้นในการหาปริมาตรของสารละลายแต่ละชนิด

ก. $x + y = 20$

$8x + 40y = 32$

ข. $x + y = 20$

$8x + 40y = 320$

ค. $x + y = 20$

$8x + 40y = 640$

ง. $x + y = 32$

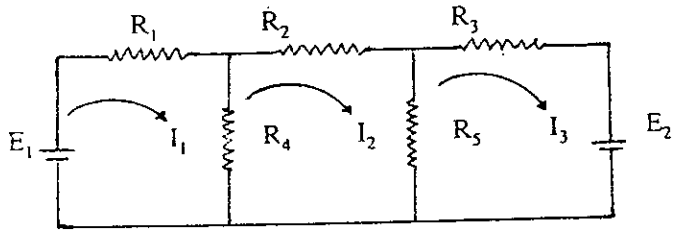
$8x + 40y = 640$

โจทย์ข้อที่ 3 ในวงจรไฟฟ้ากระแสตรงดังรูป มีความสัมพันธ์ระหว่างความต้านทาน กระแสไฟฟ้า และแรงเคลื่อนไฟฟ้าเป็นดังสมการ

$$(R_1 + R_4) I_1 - R_4 I_2 = E_1$$

$$-R_4 I_1 + (R_2 + R_4 + R_5) I_2 - R_5 I_3 = 0$$

$$-R_5 I_2 + (R_3 + R_5) I_3 = -E_2$$



ถ้ากำหนด $R_1 = 2$ โอห์ม , $R_2 = 1$ โอห์ม , $R_3 = 1$ โอห์ม

$R_4 = 2$ โอห์ม , $R_5 = 1$ โอห์ม , $E_1 = 12$ โวลต์

และ $E_2 = 2$ โวลต์ จงหาค่า I_1 , I_2 และ I_3

<u>จากโจทย์ข้อที่ 3 ใช้ตอบคำถามข้อ 5 - 6</u>

คำถามข้อ 5. จากข้อมูลที่กำหนดให้สามารถเขียนเป็นระบบสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่า I_1 , I_2 และ I_3 ได้ตามข้อใด

ก. $4I_1 - 2I_2 = 12$

$2I_1 + 4I_2 - I_3 = 0$

$I_2 + 2I_3 = -2$

ข. $4I_1 - 2I_2 = 12$

$2I_1 - 4I_2 + I_3 = 0$

$I_2 - 2I_3 = 2$

ค. $4I_1 + 2I_2 = 12$

$2I_1 + 4I_2 + I_3 = 0$

$I_2 + 2I_3 = 2$

ง. $4I_1 - 2I_2 = 2$

$2I_1 - 4I_2 + I_3 = 0$

$I_2 - 2I_3 = 12$

คำถามข้อ 6. ค่า I_1 , I_2 และ I_3 ในวงจรเป็นเท่าไร

ก. $I_1 = 0$ แอมแปร์ , $I_2 = 2$ แอมแปร์ และ $I_3 = 4$ แอมแปร์

ข. $I_1 = 2$ แอมแปร์ , $I_2 = 0$ แอมแปร์ และ $I_3 = 4$ แอมแปร์

ค. $I_1 = 4$ แอมแปร์ , $I_2 = 0$ แอมแปร์ และ $I_3 = 2$ แอมแปร์

ง. $I_1 = 4$ แอมแปร์ , $I_2 = 2$ แอมแปร์ และ $I_3 = 0$ แอมแปร์

โจทย์ข้อที่ 4. โรงงานแห่งหนึ่งมีพื้นเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 15 เมตร x 20 เมตร ต่อมาได้ขยายพื้นที่ออกไปทั้งทางด้านกว้างและด้านยาวเท่า ๆ กัน ทำให้พื้นที่เพิ่มขึ้นอีก 200 ตารางเมตร อยากทราบว่าโรงงานแห่งนี้ขยายด้านกว้างและด้านยาวออกไปด้านละเท่าไร

<u>จากโจทย์ข้อที่ 4. ใช้ตอบคำถามข้อ 7 - 8</u>

คำถามข้อ 7. ถ้าสมมติให้ด้านกว้างและด้านยาวที่ขยายออกไปยาวด้านละ x เมตรแล้ว ข้อใดเป็นพื้นที่ที่เพิ่มขึ้นของโรงงานแห่งนี้

ก. $(x + 15)(x + 20) - 300$

ข. $(x + 15)(x + 20) + 300$

ค. $(x + 15)(x + 20) - 200$

ง. $(15 - x)(20 - x) - 300$

คำถามข้อ 8. จากการกำหนด x ในคำถามข้อ 7. ข้อใดเป็นสมการที่ใช้หาความยาวของแต่ละด้านที่ขยายออกไป

ก. $(x + 15)(x + 20) = 100$

ข. $(x + 15)(x + 20) = 200$

ค. $(x + 15)(x + 20) = 300$

ง. $(x + 15)(x + 20) = 500$

<u>ตอนที่ 2</u>. แบบทดสอบแบบเติมคำตอบ

โจทย์ข้อที่ 1. สังกะสีแผ่นเรียบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแผ่นหนึ่งมีความยาว 60 เซนติเมตร และความกว้าง 20 เซนติเมตร ต้องตัดด้านกว้างออกเท่าไรเพื่อให้ได้สังกะสีที่มีพื้นที่ 1,080 ตารางเซนติเมตร

1.1 สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

1.2 จากโจทย์ สมมติให้ตัดสังกะสีด้านกว้างออก x ซม. แล้วจะได้ว่าพื้นที่ส่วนที่เหลือเท่ากับ.....ตารางเซนติเมตร (ให้เขียนในรูปของตัวแปร x)

1.3 จากโจทย์และข้อ 1.2 สามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้เป็น.....

.....

1.4 จากสมการในข้อ 1.3 ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้สมการหาคำตอบ

1.5 สรุปคำตอบ.....

.....

และให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ.....

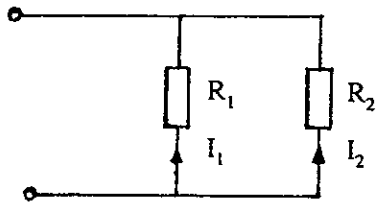
.....

.....

.....

.....

โจทย์ข้อที่ 2. วงจรไฟฟ้าวงจรหนึ่งต่อแบบขนานดังรูป ผลรวมของกระแสไฟฟ้าในวงจรเท่ากับ 5 แอมแปร์ และอัตราส่วนของกระแสไฟฟ้าทั้งสองคือ $I_1 : I_2 = 1.5 : 1$ จงหาค่ากระแสไฟฟ้าทั้งสองนี้



2.1 สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

2.2 จากโจทย์สามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้เป็น

สมการที่ 1.คือ.....

สมการที่ 2.คือ.....

2.3 จากสมการในข้อ 2.2 ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้สมการหาคำตอบ

2.4 สรุปคำตอบ.....

.....

และให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ.....

.....

.....

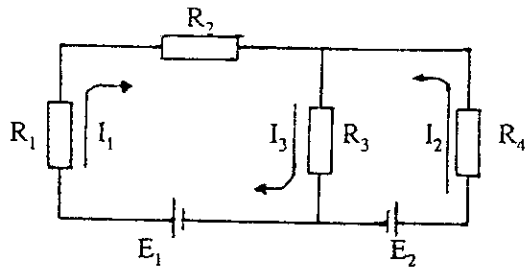
.....

โจทย์ข้อที่ 3. วงจรไฟฟ้ากระแสตรงดังรูป มีความสัมพันธ์ระหว่างความต้านทาน กระแสไฟฟ้าและแรงเคลื่อนไฟฟ้า เป็นดังสมการ

$$R_1I_1 + R_2I_1 + R_3I_3 = E_1$$

$$R_3I_3 + R_4I_2 = E_2$$

$$I_1 + I_2 = I_3$$



เมื่อกำหนด $R_1 = 2$ โอห์ม $R_2 = 3$ โอห์ม $R_3 = 5$ โอห์ม $R_4 = 5$ โอห์ม $E_1 = 15$ โวลต์ และ $E_2 = 15$ โวลต์ จงหาค่า I_1 , I_2 และ I_3

3.1 สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

แบบประเมินผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ 6 ของครูผู้สอน

คำชี้แจง แบบประเมินผลการสอนนี้จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น จึงขอความร่วมมือจากนักเรียนได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนในประเด็นต่าง ๆ ของครูผู้สอนคณิตศาสตร์ให้ตรงตามความคิดเห็นของนักเรียนอย่างอิสระ โดยใส่เครื่องหมาย √ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของนักเรียนมากที่สุด และขอให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นให้ครบทุกข้อด้วย. (ความคิดเห็นของนักเรียนไม่มีผลต่อคะแนนผลการเรียนและผลเสียหายใด ๆ ต่อนักเรียน)

ฉบับที่ 1. ประเมินผลการสอนในเนื้อหาเรื่อง **สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร**

ชื่ออาจารย์ผู้สอน .....

ข้อความที่ประเมินในแต่ละด้าน	ดีมาก	ดี	พอใช้	ควรปรับปรุง
ด้านเนื้อหาสาระ				
1. เนื้อหามีความน่าสนใจ	.....	.....	.....	.....
2. ระดับความยากง่ายของเนื้อหามีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
3. การจัดเรียงลำดับเนื้อหาเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
4. ปริมาณของเนื้อหากับระยะเวลาที่ใช้สอนเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
ด้านพฤติกรรมการสอนของครู				
5. ครูมีการเตรียมการสอน	.....	.....	.....	.....
6. ความแม่นยำในเนื้อหาที่จะสอน	.....	.....	.....	.....
7. จัดลำดับขั้นตอนในการสอนได้เหมาะสม	.....	.....	.....	.....
8. มีเทคนิคการสอนและวิธีสอนที่ทำให้นักเรียนเข้าใจและสนใจในบทเรียน	.....	.....	.....	.....
9. การนำเสนอขั้นตอนและวิธีการในการแก้โจทย์สมการ	.....	.....	.....	.....
10. มีเทคนิคในการสอนและวิธีสอนการแก้โจทย์สมการ	.....	.....	.....	.....
11. การจัดกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือมีผลทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนและสามารถแก้โจทย์สมการได้	.....	.....	.....	.....
12. จัดกิจกรรมได้เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลา	.....	.....	.....	.....
13. เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม	.....	.....	.....	.....
14. ใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน	.....	.....	.....	.....
15. ให้กำลังใจแก่นักเรียน	.....	.....	.....	.....
16. มีความเป็นกันเองกับนักเรียน	.....	.....	.....	.....
17. การพูดชัดถ้อยชัดคำ ใช้ภาษาเหมาะสม	.....	.....	.....	.....

ข้อความที่ประเมินในแต่ละด้าน	ดีมาก	ดี	พอใช้	ควรปรับปรุง
18. มีจังหวะการพูดอย่างเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
19. เสียงและท่าทางเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
20. ปกครองชั้นเรียนได้	.....	.....	.....	.....
21. การควบคุมอารมณ์	.....	.....	.....	.....
22. ความรับผิดชอบในการสอน	.....	.....	.....	.....
23. ความตั้งใจ กระตือรือร้น และสนใจในการสอน	.....	.....	.....	.....
24. การตรงต่อเวลา	.....	.....	.....	.....
25. ปริมาณของการบ้านที่ครูมอบหมายมีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
26. ครูตรวจแบบฝึกหัดสม่ำเสมอ	.....	.....	.....	.....
<u>ด้านสื่อการเรียนการสอน</u>				
27. บทเรียนทบทวนด้วยตนเองมีส่วนช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้	.....	.....	.....	.....
28. บทเรียนในชั้นเรียนมีส่วนช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้	.....	.....	.....	.....
29. ใบงานมีส่วนช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้	.....	.....	.....	.....
30. ปริมาณของเนื้อหาในบทเรียนทบทวนด้วยตนเองมีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
31. ปริมาณของเนื้อหาในบทเรียนในชั้นเรียนมีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
32. โจทย์สมการในใบงานที่ให้นักเรียนฝึกมีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
33. โจทย์ในแบบฝึกหัดในแต่ละบทเรียนมีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
34. ระดับความยากง่ายของโจทย์สมการ	.....	.....	.....	.....
<u>ด้านการวัดผลและประเมินผล</u>				
35. มีการทดสอบย่อยเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน	.....	.....	.....	.....
36. มีการทดสอบรวมเมื่อจบบทเรียน	.....	.....	.....	.....
37. มีความยุติธรรมในการให้คะแนน	.....	.....	.....	.....
38. ความเหมาะสมของปริมาณข้อสอบกับเวลาที่ใช้ในการสอบ	.....	.....	.....	.....

ข้อเสนอแนะอื่น ๆ เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน (ถ้ามี) โปรดระบุ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

<u>แบบประเมินผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ 6 ของครูผู้สอน</u>

<u>คำชี้แจง</u> แบบประเมินผลการสอนนี้จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น จึงขอความร่วมมือจากนักเรียนได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนในประเด็นต่าง ๆ ของครูผู้สอนคณิตศาสตร์ให้ตรงตามความคิดเห็นของนักเรียนอย่างอิสระ โดยใส่เครื่องหมาย √ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของนักเรียนมากที่สุด และขอให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นให้ครบทุกข้อด้วย. (ความคิดเห็นของนักเรียนไม่มีผลต่อคะแนนผลการเรียนและผลเสียหายใด ๆ ต่อนักเรียน)

<u>ฉบับที่ 2.</u> ประเมินผลการสอนในเนื้อหาเรื่อง **ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร**

ชื่ออาจารย์ผู้สอน .....

ข้อความที่ประเมินในแต่ละด้าน	ดีมาก	ดี	พอใช้	ควรปรับปรุง
<u>ด้านเนื้อหาสาระ</u>				
1. เนื้อหามีความน่าสนใจ	.....	.....	.....	.....
2. ระดับความยากง่ายของเนื้อหามีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
3. การจัดเรียงลำดับเนื้อหาเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
4. ปริมาณของเนื้อหากับระยะเวลาที่ใช้สอนเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
<u>ด้านพฤติกรรมการสอนของครู</u>				
5. ครูมีการเตรียมการสอน	.....	.....	.....	.....
6. ความแม่นยำในเนื้อหาที่จะสอน	.....	.....	.....	.....
7. จัดลำดับขั้นตอนในการสอนได้เหมาะสม	.....	.....	.....	.....
8. มีเทคนิคการสอนและวิธีสอนที่ทำให้นักเรียนเข้าใจและสนใจในบทเรียน	.....	.....	.....	.....
9. การนำเสนอขั้นตอนและวิธีการในการแก้โจทย์สมการ.....	.....	.....	.....	.....
10. มีเทคนิคในการสอนและวิธีสอนการแก้โจทย์สมการ	.....	.....	.....	.....
11. การจัดกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือมีผลทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนและสามารถแก้โจทย์สมการได้	.....	.....	.....	.....
12. จัดกิจกรรมได้เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลา	.....	.....	.....	.....
13. เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม	.....	.....	.....	.....
14. ใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน	.....	.....	.....	.....
15. ให้กำลังใจแก่นักเรียน	.....	.....	.....	.....
16. มีความเป็นกันเองกับนักเรียน	.....	.....	.....	.....

ข้อความที่ประเมินในแต่ละด้าน	ดีมาก	ดี	พอใช้	ควรปรับปรุง
17. การพูดชัดถ้อยชัดคำ ใช้ภาษาเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
18. มีจังหวะการพูดอย่างเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
19. เสียงและท่าทางเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
20. ปกครองชั้นเรียนได้	.....	.....	.....	.....
21. การควบคุมอารมณ์	.....	.....	.....	.....
22. ความรับผิดชอบในการสอน	.....	.....	.....	.....
23. ความตั้งใจ กระตือรือร้น และสนใจในการสอน	.....	.....	.....	.....
24. การตรงต่อเวลา	.....	.....	.....	.....
25. ปริมาณของการบ้านที่ครูมอบหมายมีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
26. ครูตรวจแบบฝึกหัดสม่ำเสมอ	.....	.....	.....	.....
<u>ด้านสื่อการเรียนการสอน</u>				
27. บทเรียนทบทวนด้วยตนเองมีส่วนช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้	.....	.....	.....	.....
28. บทเรียนในชั้นเรียนมีส่วนช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้	.....	.....	.....	.....
29. ใบงานมีส่วนช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้	.....	.....	.....	.....
30. ปริมาณของเนื้อหาในบทเรียนทบทวนด้วยตนเองมีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
31. ปริมาณของเนื้อหาในบทเรียนในชั้นเรียนมีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
32. โจทย์สมการในใบงานที่ให้นักเรียนฝึกมีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
33. โจทย์ในแบบฝึกหัดในแต่ละบทเรียนมีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
34. ระดับความยากง่ายของโจทย์สมการ	.....	.....	.....	.....
<u>ด้านการวัดผลและประเมินผล</u>				
35. มีการทดสอบย่อยเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน	.....	.....	.....	.....
36. มีการทดสอบรวมเมื่อจบบทเรียน	.....	.....	.....	.....
37. มีความยุติธรรมในการให้คะแนน	.....	.....	.....	.....
38. ความเหมาะสมของปริมาณข้อสอบกับเวลาที่ใช้ในการสอบ	.....	.....	.....	.....

ข้อเสนอแนะอื่น ๆ เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน (ถ้ามี) โปรดระบุ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

<u>แบบประเมินผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ 6 ของครูผู้สอน</u>

<u>คำชี้แจง</u> แบบประเมินผลการสอนนี้จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้นจึงขอความร่วมมือจากนักเรียนได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนในประเด็นต่าง ๆ ของครูผู้สอนคณิตศาสตร์ให้ตรงตามความคิดเห็นของนักเรียนอย่างอิสระ โดยใส่เครื่องหมาย √ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของนักเรียนมากที่สุด และขอให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นให้ครบทุกข้อด้วย. (ความคิดเห็นของนักเรียนไม่มีผลต่อคะแนนผลการเรียนและผลเสียหายใด ๆ ต่อนักเรียน)

<u>ฉบับที่ 3.</u> ประเมินผลการสอนในเนื้อหาเรื่อง **ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร**

ชื่ออาจารย์ผู้สอน .....

ข้อความที่ประเมินในแต่ละด้าน	ดีมาก	ดี	พอใช้	ควรปรับปรุง
<u>ด้านเนื้อหาสาระ</u>				
1. เนื้อหามีความน่าสนใจ	.....	.....	.....	.....
2. ระดับความยากง่ายของเนื้อหามีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
3. การจัดเรียงลำดับเนื้อหาเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
4. ปริมาณของเนื้อหากับระยะเวลาที่ใช้สอนเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
<u>ด้านพฤติกรรมการสอนของครู</u>				
5. ครูมีการเตรียมการสอน	.....	.....	.....	.....
6. ความแม่นยำในเนื้อหาที่จะสอน	.....	.....	.....	.....
7. จัดลำดับขั้นตอนในการสอนได้เหมาะสม	.....	.....	.....	.....
8. มีเทคนิคการสอนและวิธีสอนที่ทำให้นักเรียนเข้าใจและสนใจในบทเรียน	.....	.....	.....	.....
9. การนำเสนอขั้นตอนและวิธีการในการแก้โจทย์สมการ	.....	.....	.....	.....
10. มีเทคนิคในการสอนและวิธีสอนการแก้โจทย์สมการ	.....	.....	.....	.....
11. การจัดกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือมีผลทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนและสามารถแก้โจทย์สมการได้	.....	.....	.....	.....
12. จัดกิจกรรมได้เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลา	.....	.....	.....	.....
13. เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม	.....	.....	.....	.....
14. ใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน	.....	.....	.....	.....
15. ให้กำลังใจแก่นักเรียน	.....	.....	.....	.....
16. มีความเป็นกันเองกับนักเรียน	.....	.....	.....	.....
17. การพูดชัดถ้อยชัดคำ ใช้ภาษาเหมาะสม	.....	.....	.....	.....

ข้อความที่ประเมินในแต่ละด้าน	ดีมาก	ดี	พอใช้	ควรปรับปรุง
18. มีจังหวะการพูดอย่างเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
19. เสียงและท่าทางเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
20. ปกครองชั้นเรียนได้	.....	.....	.....	.....
21. การควบคุมอารมณ์	.....	.....	.....	.....
22. ความรับผิดชอบในการสอน	.....	.....	.....	.....
23. ความตั้งใจ กระตือรือร้น และสนใจในการสอน	.....	.....	.....	.....
24. การตรงต่อเวลา	.....	.....	.....	.....
25. ปริมาณของการบ้านที่ครูมอบหมายมีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
26. ครูตรวจแบบฝึกหัดสม่ำเสมอ	.....	.....	.....	.....
<u>ด้านสื่อการเรียนการสอน</u>				
27. บทเรียนในชั้นเรียนมีส่วนช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้	.....	.....	.....	.....
28. ใบงานมีส่วนช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้	.....	.....	.....	.....
29. ปริมาณของเนื้อหาในบทเรียนในชั้นเรียนมีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
30. โจทย์สมการในใบงานที่ให้นักเรียนฝึกมีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
31. โจทย์ในแบบฝึกหัดในแต่ละบทเรียนมีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
32. ระดับความยากง่ายของโจทย์สมการ	.....	.....	.....	.....
<u>ด้านการวัดผลและประเมินผล</u>				
33. มีการทดสอบย่อยเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน	.....	.....	.....	.....
34. มีการทดสอบรวมเมื่อจบบทเรียน	.....	.....	.....	.....
35. มีความยุติธรรมในการให้คะแนน	.....	.....	.....	.....
36. ความเหมาะสมของปริมาณข้อสอบกับเวลาที่ใช้ในการสอบ	.....	.....	.....	.....

ข้อเสนอแนะอื่น ๆ เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน (ถ้ามี) โปรดระบุ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบประเมินผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ 6 ของครูผู้สอน

คำชี้แจง แบบประเมินผลการสอนนี้จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น จึงขอความร่วมมือจากนักเรียนได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนในประเด็นต่าง ๆ ของครูผู้สอนคณิตศาสตร์ให้ตรงตามความคิดเห็นของนักเรียนอย่างอิสระ โดยใส่เครื่องหมาย √ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของนักเรียนมากที่สุด และขอให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นให้ครบทุกข้อด้วย. (ความคิดเห็นของนักเรียนไม่มีผลต่อคะแนนผลการเรียนและผลเสียหายใด ๆ ต่อนักเรียน)

ฉบับที่ 4. ประเมินผลการสอนในเนื้อหาเรื่อง **สมการกำลังสอง**

ชื่ออาจารย์ผู้สอน .....

ข้อความที่ประเมินในแต่ละด้าน	ดีมาก	ดี	พอใช้	ควรปรับปรุง
ด้านเนื้อหาสาระ				
1. เนื้อหามีความน่าสนใจ	.....	.....	.....	.....
2. ระดับความยากง่ายของเนื้อหามีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
3. การจัดเรียงลำดับเนื้อหาเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
4. ปริมาณของเนื้อหากับระยะเวลาที่ใช้สอนเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
ด้านพฤติกรรมการสอนของครู				
5. ครูมีการเตรียมการสอน	.....	.....	.....	.....
6. ความแม่นยำในเนื้อหาที่จะสอน	.....	.....	.....	.....
7. จัดลำดับขั้นตอนในการสอนได้เหมาะสม	.....	.....	.....	.....
8. มีเทคนิคการสอนและวิธีสอนที่ทำให้นักเรียนเข้าใจและสนใจในบทเรียน	.....	.....	.....	.....
9. การนำเสนอขั้นตอนและวิธีการในการแก้โจทย์สมการ	.....	.....	.....	.....
10. มีเทคนิคในการสอนและวิธีสอนการแก้โจทย์สมการ	.....	.....	.....	.....
11. การจัดกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือมีผลทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนและสามารถแก้โจทย์สมการได้	.....	.....	.....	.....
12. จัดกิจกรรมได้เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลา	.....	.....	.....	.....
13. เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม	.....	.....	.....	.....
14. ใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน	.....	.....	.....	.....
15. ให้กำลังใจแก่นักเรียน	.....	.....	.....	.....
16. มีความเป็นกันเองกับนักเรียน	.....	.....	.....	.....
17. การพูดชัดถ้อยชัดคำ ใช้ภาษาเหมาะสม	.....	.....	.....	.....

ข้อความที่ประเมินในแต่ละด้าน	ดีมาก	ดี	พอใช้	ควรปรับปรุง
18. มีจังหวะการพูดอย่างเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
19. เสียงและท่าทางเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
20. ปกครองชั้นเรียนได้	.....	.....	.....	.....
21. การควบคุมอารมณ์	.....	.....	.....	.....
22. ความรับผิดชอบในการสอน	.....	.....	.....	.....
23. ความตั้งใจ กระตือรือร้น และสนใจในการสอน	.....	.....	.....	.....
24. การตรงต่อเวลา	.....	.....	.....	.....
25. ปริมาณของการบ้านที่ครูมอบหมายมีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
26. ครูตรวจแบบฝึกหัดสม่ำเสมอ	.....	.....	.....	.....
<u>ด้านสื่อการเรียนการสอน</u>				
27. บทเรียนทบทวนด้วยตนเองมีส่วนช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้	.....	.....	.....	.....
28. บทเรียนในชั้นเรียนมีส่วนช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้	.....	.....	.....	.....
29. ใบงานมีส่วนช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้	.....	.....	.....	.....
30. ปริมาณของเนื้อหาในบทเรียนทบทวนด้วยตนเองมีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
31. ปริมาณของเนื้อหาในบทเรียนในชั้นเรียนมีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
32. โจทย์สมการในใบงานที่ให้นักเรียนฝึกมีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
33. โจทย์ในแบบฝึกหัดในแต่ละบทเรียนมีความเหมาะสม	.....	.....	.....	.....
34. ระดับความยากง่ายของโจทย์สมการ	.....	.....	.....	.....
<u>ด้านการวัดผลและประเมินผล</u>				
35. มีการทดสอบย่อยเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน	.....	.....	.....	.....
36. มีการทดสอบรวมเมื่อจบบทเรียน	.....	.....	.....	.....
37. มีความยุติธรรมในการให้คะแนน	.....	.....	.....	.....
38. ความเหมาะสมของปริมาณข้อสอบกับเวลาที่ใช้ในการสอบ	.....	.....	.....	.....

ข้อเสนอแนะอื่น ๆ เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน (ถ้ามี) โปรดระบุ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก ง

ความคิดเห็นของครูผู้สอนที่เข้าร่วมการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

<u>ความคิดเห็นของครูผู้สอนที่เข้าร่วมการวิจัยเชิงปฏิบัติการ</u>

ขอให้ท่านได้กรุณาเขียนบรรยายความคิดเห็นตามสภาพความเป็นจริง หลังจากได้เข้าร่วมการวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมในครั้งนี้ โดยพิจารณาเปรียบเทียบกับสภาพก่อนการเข้าร่วมการวิจัยในประเด็นต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. การพัฒนาตนเองในด้านการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ท่านคิดว่าได้พัฒนาตนเองในด้านใดบ้างและในระดับใด

2. การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน (โดยเฉพาะความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม) หลังจากได้ร่วมการวิจัยในครั้งนี้ ท่านสามารถพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนได้ดีขึ้นในระดับใด (โปรดเขียนรายละเอียดของการพัฒนาในความคิดเห็นของท่านให้เห็นชัดเจนด้วย)

3. ความคิดเห็นอื่น ๆ ที่เกี่ยวกับการร่วมการวิจัยเชิงปฏิบัติการในครั้งนี้ (ถ้ามีโปรดระบุรายละเอียดด้วย)

ความคิดเห็นของครูผู้สอนที่เข้าร่วมการวิจัยเชิงปฏิบัติการคนที่ 1
เกี่ยวกับการวิจัยเชิงปฏิบัติการในครั้งนี้

หลังจากที่พวกเขาได้เข้าร่วมการวิจัยเชิงปฏิบัติการในครั้งนี้ ที่พวกเขาคิดว่าที่พวกเขาได้เรียนรู้เกี่ยวกับการวางแผนการสอนหรือวิธีสอนต่างๆ โดยเฉพาะการวางแผนการสอนการแก้ปัญหาโจทย์ ซึ่งเมื่อก่อนที่พวกเขามักใช้วิธีสอนตามหนังสือเรียนเท่านั้น สอนให้นักเรียนได้ฝึกคิดวิเคราะห์โจทย์ตามขั้นตอน ที่ได้สอนในครั้งนี้ ซึ่งที่พวกเขาพอใจคือ มีการวางแผนวิธีที่ดีกว่าเดิม และมีการวางแผนว่านักศึกษาควรจะทำอย่างไรในการแก้ปัญหาโจทย์ โดยอาจจะใช้วิธีการวิเคราะห์เข้ามาช่วยได้

ในด้านผลการเรียนของนักเรียน ถึงว่าผลการทดสอบครั้งนี้จะไม่ได้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ก็ตาม แต่ว่าที่พวกเขาก็มีความพึงพอใจในผลการเรียนของนักเรียน โดยเฉพาะในด้านการแก้โจทย์ปัญหาซึ่งเป็นเรื่องที่ค่อนข้างยากสำหรับนักเรียนอยู่แล้ว ในการสอบครั้งนี้ ถึงพวกเขาก็มีความพึงพอใจที่นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ดีขึ้น แต่นักเรียนในระดับต่อๆ ไปที่ผ่านมา ยังคิดว่าที่ได้ใช้วิธีการสอน มีการเรียนการสอนเป็นที่น่าสนใจกับนักเรียนในระดับต่อๆ ไป ก็น่าจะทำให้นักเรียนมีผลการเรียนดีขึ้นได้

อย่างแรก คือว่า นักเรียน ส่วนมาก กะแบบ ให้ผล การเรียน เป็น 50% ทุกคน เพราะคิดว่า ในปีต่อไป ถ้าทุกคน จะมีความพร้อม ในการสอบต่อ เราจะมีวิธีการอีก ส่วนหนึ่ง ให้ผลการเรียน โดย team work ซึ่งทำให้ทุกคนมีสิทธิ์ ได้รับผลสำเร็จ ไปด้วยกัน

สำหรับ การให้เกรด ตามเกณฑ์ เชื่อมั่นว่าการ ในครั้งนี้ ที่พวกเขาเป็นต่อ เป็นวิธี การที่ดีที่ทำให้ หรือจะมีผล จากการสะท้อน จากนักเรียน มาปรับปรุง การสอนจากระบบ ต่อไปในภายหน้า ที่พวกเขาเป็นว่า ในการสอบ ตามเกณฑ์ เป็นต้น ที่ผมจัก สำหรับคนที่เก่ง เมื่อเทียบกับคนที่มีเกรดต่ำ ที่ปรับตัว มากกว่าคนที่ ส่วนมาก ให้เกรดต่ำ หรือสามารถปรับเป็น 2-3 เปอร์เซ็นต์ ต่อครั้งก็ได้ ถ้าที่พวกเขาเป็นว่า ส่วนมากการวัดผล ในทำนองนี้ ดีขึ้นไปอีก

ความคิดเห็นของครูผู้สอนที่เข้าร่วมการวิจัยเชิงปฏิบัติการคนที่ 2
เกี่ยวกับการวิจัยเชิงปฏิบัติการในครั้งนี้

จากการเข้าร่วมวิจัยเชิงปฏิบัติการในครั้งนี้ ข้าพเจ้าได้รับความรู้เกี่ยวกับเทคนิคในการสอนเรื่องการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ช่วงอุตสาหกรรม โดยใช้การวิเคราะห์โจทย์ในรูปแบบของการใช้แผนภาพ หรือใช้ตาราง เพื่อนำมาใช้ในการสร้างสมการให้ง่ายและชัดเจนขึ้น ซึ่งเมื่อก่อนข้าพเจ้าจะใช้การวิเคราะห์มาจากโจทย์เพียงอย่างเดียวมาใช้ในการสร้างสมการ ซึ่งอาจจะทำให้นักเรียนบางคนสร้างสมการผิดพลาดบ้างบางครั้ง และอีกอย่างหนึ่งคือในการตรวจคำตอบ เมื่อก่อนข้าพเจ้ามักจะให้นักเรียนตรวจคำตอบจากสมการที่สร้าง แต่ผลหลังจากการเข้าร่วมวิจัยในครั้งนี้ ทำให้ข้าพเจ้าได้ข้อคิดว่า การตรวจคำตอบจากสิ่งที่โจทย์ให้มานั้น จะทำให้ถูกต้องและมีความชัดเจนมากกว่าการตรวจคำตอบจากสมการที่สร้าง.

ส่วนการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนนั้น หลังจากสอนไปตามแผนการสอนและปฏิบัติการตามแผนของการวิจัยครั้งนี้ แม้ว่าจะไม่ได้ผลสูงสุดตามที่คาดหวัง แต่ก็ทำให้นักเรียนได้ข้อคิดในการดำเนินการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น และทำให้นักเรียนหลายคนที่เคยมีความคิดว่าการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นยาก จนไม่คิดอยากจะทำ กลับมีเจตคติที่ดีขึ้นมาก และรู้วิธีการขั้นตอนในการทำว่าจะทำอย่างไร ให้สะดวกและง่ายยิ่งขึ้น และทำให้นักเรียนทราบว่าการจะตรวจคำตอบให้ถูกต้องนั้น จะต้องตรวจจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ไม่ใช่ตรวจคำตอบจากสมการที่สร้าง และจากการทำใบงานร่วมกันนั้น ทำให้นักเรียนมีความรับผิดชอบ และมีความสามัคคีมากยิ่งขึ้น.

การวิจัยในครั้งนี้ มีประโยชน์ต่อครูผู้สอนและนักเรียน เป็นอันมาก ถ้าเนื้อหาอื่นๆ จะนำวิธีการและแผนการสอน ของการวิจัยครั้งนี้ไปใช้ น่าจะได้ผลดีมาก แต่ต้องมีเวลา ในการสอน การทดลีบมานอย่างมากจึงจะได้ผล.

ความคิดเห็นของครูผู้สอนที่เข้าร่วมการวิจัยเชิงปฏิบัติการคนที่ 3
เกี่ยวกับการวิจัยเชิงปฏิบัติการในครั้งนี้

1. การได้เข้าร่วมการวิจัยเชิงปฏิบัติการ เพื่อพัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชั้นอุดมศึกษาในครั้งนี้ ทำให้ผู้สอนได้พัฒนาตนเองเพิ่มขึ้น ในด้าน

- การพัฒนารูปแบบการสอน โดยได้มีการแลกเปลี่ยนประสบการณ์ และพฤติกรรมการสอนระหว่างผู้สอนที่เข้าร่วมวิจัย
- การได้รู้จักการอ่านโจทย์ปัญหา ในหลายๆ แง่มุม และสามารถนำไปประยุกต์กับโจทย์ปัญหาลักษณะต่างๆ ได้เพิ่มขึ้น ซึ่งแต่เดิมเคยมีความเข้าใจว่าการที่นักเรียนสามารถแก้ปัญหา หรือหาคำตอบของโจทย์ต่อไปได้ ก็จะสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ตามไปด้วย จึงมิได้เน้นการแก้โจทย์ปัญหา แต่เมื่อเข้าร่วมงานวิจัยทำให้ทราบว่าในตำราเป็นอย่างแล้ว การแก้โจทย์ปัญหาสำหรับนักเรียนยังเป็นเรื่องที่ยุ่งยากมาก แต่เมื่อได้ฝึกฝนให้นักเรียนได้รู้จักวิเคราะห์โจทย์ปัญหาตามวิธีการสอนนี้ มีผลทำให้นักเรียนบางกลุ่มได้พัฒนาขึ้น
- ครูผู้สอนมีความมั่นใจในวิธีสอน หรือวิธีการถ่ายทอดอย่างขึ้น จนมีความรู้สึกว่าโจทย์ปัญหา จะไม่เป็นปัญหาต่อไปอีกแล้ว

จึงคิดว่าการที่ได้เข้าร่วมการวิจัยในครั้งนี้ ได้ช่วยพัฒนาตนเองขึ้นเป็นอย่างมาก

2. การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน หลังจากได้ร่วมการวิจัยในครั้งนี้ นักเรียนมีพัฒนาการในการแก้โจทย์ปัญหาเพิ่มขึ้น โดยภาพรวมพบว่า นักเรียนเริ่มมีความรู้สึกที่ดีขึ้น เมื่อพบโจทย์ปัญหา (เดิมมีความมึดมน และสิ้นหวัง) รู้สึกพื้อ:วิเคราะห์โจทย์ปัญหา ตามขั้นตอน ทั้ง 5 ขั้น สามารถเขียนสมการจากโจทย์ปัญหาได้มากขึ้น ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีพัฒนาการในด้านที่ดีขึ้น เกิดบรรยากาศที่สนุกสนานในการเรียนโจทย์ปัญหามากขึ้น

3. สำหรับความคิดเห็นอื่นๆ ที่เกี่ยวกับการร่วมการวิจัยเชิงปฏิบัติการครั้งนี้ คือ ต้องการให้มีการวิจัยเช่นปฏิบัติเช่นนี้ในเนื้อหาอื่นๆ อีก ซึ่งยังมีเนื้อหาอื่นที่ยากแก่การอธิบาย หรือ ประสบการณ์การสอนของครูแต่ละคนต่างกัน เมื่อได้มีการเข้าร่วมวิจัยนี้ได้มีโอกาสพูดคุย แลกเปลี่ยนเทคนิคการสอนกัน เป็นการช่วยพัฒนาบุคลากรไปด้วย

ภาคผนวก จ

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจแบบทดสอบ
และรายนามวิทยากรที่บรรยายความรู้ให้แก่ครูที่เข้าร่วมการวิจัย

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจแบบทดสอบ

รองศาสตราจารย์ ยินดี ศักดิ์เลิศวัชระ	คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี
รองศาสตราจารย์ ดร.คณิต ไข่มุกด์	คณะสาธารณสุขศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล
ดร.สุรชัย มีชาญ	คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี

รายนามวิทยากรที่บรรยายความรู้ให้แก่ครูที่เข้าร่วมการวิจัย

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จินดา สุวพันธ์	คณะครุศาสตร์ สถาบันราชภัฏนครศรีธรรมราช
อาจารย์ สมเดช บุญประจักษ์	หน่วยศึกษานิเทศก์ เขตการศึกษา 6 กรมสามัญศึกษา

ภาคผนวก ฉ

สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบ
ผลการประเมินและการวิเคราะห์ข้อสอบ

การวิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา

ผู้วิจัยหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม (IOC) ตามวิธีของโรวิเนลลี่และแฮมเบิลตัน (บุญเชิด ภิญโญอนันต์พงษ์. 2527 : 68-70 ; อ้างอิงมาจาก Hambleton et al. 1978 : 34-37) ซึ่งดำเนินการดังนี้

1. นำข้อสอบและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน พิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อวัดตรงตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องการหรือไม่ โดยกำหนดคะแนนความคิดเห็นดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นวัดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องการ

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นวัดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องการ

-1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นไม่ได้วัดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องการ

2. คำนวณค่า IOC เป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกข้อสอบข้อที่มีค่า IOC มากกว่าหรือเท่ากับ 0.5 ไว้ ส่วนข้อที่ต่ำกว่า 0.5 จะตัดทิ้งไปหรืออาจจะนำมาปรับปรุงแก้ไขใหม่ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญต่อไป

สูตรการคำนวณ IOC

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ $\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

IOC คือ ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

การวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

1. นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแล้วจากขั้นวิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ไปทดลองกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มทดลองในการวิจัย

2. นำข้อมูลที่ได้จากการทดลองไปวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น โดยอาศัยสูตรและวิธีการดังต่อไปนี้

2.1 แบบทดสอบแบบเลือกตอบ

นำข้อมูลที่ได้จากการตรวจให้คะแนนมาวิเคราะห์เป็นรายข้อและประมวลผลโดยใช้โปรแกรมสิรี เพื่อหาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

2.2 แบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำและเติมคำตอบ

นำข้อมูลที่ได้จากการตรวจให้คะแนนมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ โดยการแบ่งกลุ่มนักเรียนที่เข้าสอบออกเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อนโดยเทคนิค 25% ของนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมดแล้วคำนวณหาค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบจากสูตรที่ D.R.Whitney and D.L. Sabers ได้เสนอไว้ดังนี้

2.2.1 หาค่าความยากง่ายของแบบสอบถาม

$$P = \frac{S_U + S_L - (2N \times X_{Min})}{2N(X_{Max} - X_{Min})}$$

เมื่อ P แทนค่าความยากง่ายของข้อสอบ

S_U แทนผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง

S_L แทนผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

N แทนจำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

X_{Max} แทนคะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

X_{Min} แทนคะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.2.2 หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{Max} - X_{Min})}$$

เมื่อ D แทนค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ

S_U แทนผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง

S_L แทนผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

N แทนจำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

X_{Max} แทนคะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

X_{Min} แทนคะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.2.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยใช้วิธีการของ Cronbach หา Coefficient alpha

3. พิจารณาคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไปไว้

ตาราง 17 ผลการประเมินและการวิเคราะห์ข้อสอบ จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมเรื่องสมการ ระดับชั้น ปวช.

แบบทดสอบก่อนการประเมินและการวิเคราะห์	ค่า IOC	ค่า P	ค่า D	ปรับแก้แบบทดสอบหลังการประเมินและการวิเคราะห์
<u>ตอนที่ 1 แบบทดสอบ</u>				
<u>แบบเลือกตอบ</u>				
คำถามข้อ 1.	0.67	0.90	0.00	ค่า P >0.80 ค่า D< 0.20 ตัดออก
คำถามข้อ 2.	0.67	0.60	0.80	คงไว้แล้วปรับเป็นคำถามข้อ 1.
คำถามข้อ 3.	0.67	0.43	0.60	คงไว้แล้วปรับเป็นคำถามข้อ 2.
คำถามข้อ 4.	1.00	0.30	0.70	คงไว้แล้วปรับเป็นคำถามข้อ 3.
คำถามข้อ 5.	1.00	0.33	0.50	คงไว้แล้วปรับเป็นคำถามข้อ 4.
คำถามข้อ 6.	1.00	0.35	0.10	ค่า D < 0.20 ตัดออก
คำถามข้อ 7.	1.00	0.30	0.80	คงไว้แล้วปรับเป็นคำถามข้อ 5.
คำถามข้อ 8.	1.00	0.35	0.70	คงไว้แล้วปรับเป็นคำถามข้อ 6.
คำถามข้อ 9.	1.00	0.75	0.70	คงไว้แล้วปรับเป็นคำถามข้อ 7.
คำถามข้อ 10.	1.00	0.78	0.50	คงไว้แล้วปรับเป็นคำถามข้อ 8.
คำถามข้อ 11.	1.00	0.88	0.40	ค่า P > 0.80 ตัดออก
<u>ตอนที่ 2 แบบทดสอบ</u>				
<u>แบบเติมคำตอบ</u>				
โจทย์ข้อที่ 1.	1.00	0.54	0.81	คงไว้เช่นเดิม
โจทย์ข้อที่ 2.	1.00	0.29	0.41	คงไว้เช่นเดิม
โจทย์ข้อที่ 3.	1.00	0.24	0.44	คงไว้เช่นเดิม
โจทย์ข้อที่ 4.	1.00	0.35	0.60	คงไว้เช่นเดิม

ตาราง 17 (ต่อ)

แบบทดสอบก่อนการประเมินและการวิเคราะห์	ค่า IOC	ค่า P	ค่า D	ปรับแก้แบบทดสอบหลังการประเมินและการวิเคราะห์
<u>ตอนที่ 3. แบบทดสอบ</u>				
<u>แบบแสดงวิธีทำ</u>				
โจทย์ข้อที่ 1.	1.00	0.44	0.88	คงไว้เช่นเดิม
โจทย์ข้อที่ 2.	1.00	0.41	0.82	คงไว้เช่นเดิม
โจทย์ข้อที่ 3.	1.00	0.05	0.10	ค่า P <0.20 ค่า D< 0.20 ตัดออก
โจทย์ข้อที่ 4.	1.00	0.20	0.40	คงไว้แล้วปรับเป็นโจทย์ข้อที่ 3.

ภาคผนวก ช

เอกสารประกอบบทเรียน

ชุดที่ 1 เอกสารประกอบบทเรียนเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร

ชุดที่ 2 เอกสารประกอบบทเรียนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ชุดที่ 3 เอกสารประกอบบทเรียนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร

ชุดที่ 4 เอกสารประกอบบทเรียนเรื่องสมการกำลังสอง

บทเรียนทบทวนด้วยตนเอง

หน่วยที่ 1

ทบทวนความรู้พื้นฐาน
ที่เกี่ยวกับ

การแก้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร

ชื่อ - สกุล .....

ชั้น ปวช.2 สาขาวิชาช่าง ..... กลุ่มที่ ..... เลขที่ .....

วิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช อ.เมือง จ.นครศรีธรรมราช

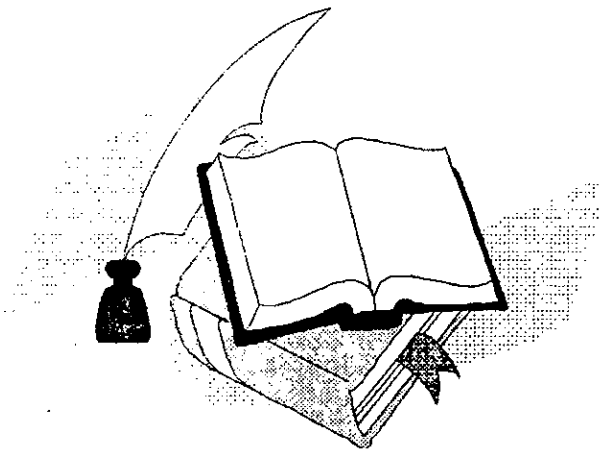
คำชี้แจงวิธีใช้บทเรียนทบทวนด้วยตนเอง

บทเรียนทบทวนด้วยตนเองนี้ เป็นบทเรียนที่ใช้ศึกษาเพื่อทบทวนความรู้พื้นฐานในการเรียนเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรของนักเรียน ก่อนที่นักเรียนจะได้เรียนเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรต่อไป

ในการศึกษาบทเรียนนี้ให้นักเรียนได้ไปศึกษาทบทวนด้วยตนเองก่อนหนึ่งครั้ง แล้วจึงมารวมกลุ่มตามที่ได้จัดไว้กลุ่มละ 4 คน เพื่อสรุปสาระสำคัญของบทเรียนร่วมกัน และทำแบบฝึกหัดร่วมกันต่อไป ในการศึกษาและปฏิบัติงานร่วมกันในกลุ่มขอให้นักเรียนได้บันทึกถึงกิจกรรมที่แต่ละคนได้ปฏิบัติในกลุ่มร่วมกันไว้ด้วย

ในกรณีที่นักเรียนมีปัญหาที่กลุ่มไม่สามารถแก้ไขหรือหาข้อสรุปภายในกลุ่มได้ ให้นักเรียนปรึกษาครูได้ หรืออาจจะนำปัญหานั้นมาปรึกษาหรืออภิปรายกันในชั้นเรียนต่อไป เพื่อนักเรียนจะได้ข้อสรุปที่ถูกต้องต่อไป

" ขอให้นักเรียนทุกคนได้ใช้ความสามารถและความพยายามของตนให้เต็มที่ "



หน่วยที่ 1

สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร

สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร คือ สมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียวและดีกรีสูงสุดของตัวแปรเท่ากับหนึ่ง

ซึ่งเขียนในรูปทั่วไปเป็น $ax + b = 0$ เมื่อ a , b เป็นค่าคงตัว

และ $a \neq 0$

ตัวอย่างของสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร ได้แก่

1.) $2x + 3 = 5$

2.) $\frac{5(x+1)}{2} - 3x = 4x$

สำหรับสมการ $x^2 + 2x = 5$ ไม่เป็นสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร เนื่องจากดีกรีสูงสุดของตัวแปรไม่เท่ากับ 1

และสมการ $x + y = -3$ ไม่เป็นสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร เนื่องจากตัวแปรมีมากกว่าหนึ่งตัว

ในการแก้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรเพื่อหาคำตอบของสมการที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นนั้น นักเรียนจะต้องอาศัยสมบัติต่าง ๆ ในระบบจำนวนจริงมาใช้ในการแก้สมการ ซึ่งจะได้ทบทวนถึงสมบัติต่าง ๆ เหล่านั้นโดยสรุปดังต่อไปนี้

1. <u>สมบัติสมมาตร</u>

ถ้า a และ b เป็นจำนวนใด ๆ ซึ่ง a = b แล้ว b = a

เช่น 1.) ถ้า $8 = x$ แล้ว $x = 8$

2.) ถ้า $x + y = 2$ แล้ว $2 = x + y$

2. สมบัติถ่ายทอด

ถ้า a , b และ c เป็นจำนวนใด ๆ ซึ่ง a = b และ b = c แล้ว a = c

เช่น 1.) ถ้า $x = y$ และ $y = 10$ แล้ว $x = 10$

2.) ถ้า $a + b = c$ และ $c = 2$ แล้ว $a + b = 2$

3. สมบัติการบวก

ถ้า a , b และ c เป็นจำนวนใด ๆ ซึ่ง a = b แล้ว a + c = b + c

นั่นคือ **ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน นำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาบวกกับแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลลัพธ์ที่ได้จะเท่ากัน**

เช่น 1.) ถ้า $x = 5$ แล้ว $x + 2 = 5 + 2$

2.) ถ้า $y + 3 = 4$ แล้ว $y + 3 + (-3) = 4 + (-3)$ หรือ $y = 1$

3.) ถ้า $2m - 4 = 0$ แล้ว $2m - 4 + 4 = 0 + 4$ หรือ $2m = 4$

ข้อสังเกต จากตัวอย่างข้างต้นนักเรียนจะเห็นว่า จำนวนที่นำมาบวกกับแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้นอาจจะเป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบก็ได้ ในกรณีที่บวกด้วยจำนวนลบจะมีความหมายเหมือนกับการนำจำนวนบวกมาลบออกทั้งสองข้างของสมการ

นั่นคือ ถ้า a , b และ c เป็นจำนวนใด ๆ ซึ่ง $a = b$ แล้ว $a + (-c) = b + (-c)$ **หรือ** $a - c = b - c$

เช่น ถ้า $y + 12 = 8$ แล้ว $y + 12 - 12 = 8 - 12$

หรือ $y = -4$

4. สมบัติการคูณ

ถ้า a , b และ c เป็นจำนวนใด ๆ ซึ่ง a = b แล้ว ca = cb

นั่นคือ **ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน นำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาคูณกับแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลลัพธ์ที่ได้จะเท่ากัน**

เช่น 1.) ถ้า $\frac{x-3}{4} = 2$ แล้ว $4(\frac{x-3}{4}) = 4 \times 2$ หรือ $x - 3 = 8$

2.) ถ้า $2x = 10$ แล้ว $\frac{1}{2}(2x) = \frac{1}{2}(10)$ หรือ $x = 5$

ข้อสังเกต จากตัวอย่างข้างต้นนักเรียนจะเห็นว่า จำนวนที่นำมาคูณกับจำนวนสองจำนวนที่เท่ากันนั้นอาจจะเป็นจำนวนเต็มหรือเป็นเศษส่วนก็ได้ โดยที่ถ้าคูณด้วยเศษส่วนนั้นตัวส่วนต้องไม่เป็นศูนย์ ซึ่งจะมีความหมายเหมือนกับการนำจำนวนที่ไม่เท่ากับศูนย์มาหารทั้งสองข้างของสมการ

นั่นคือ ถ้า a , b และ c เป็นจำนวนใด ๆ ซึ่ง $c \neq 0$ และ $a = b$ แล้ว $\frac{1}{c}(a) = \frac{1}{c}(b)$ หรือ $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

เช่น ถ้า $3y = 6$ แล้ว $\frac{3y}{3} = \frac{6}{3}$ หรือ $y = 2$

5. <u>สมบัติการสลับที่สำหรับการบวก</u>

ถ้า a , b เป็นจำนวนใด ๆ แล้ว a + b = b + a

เช่น 1.) $3 + 2 = 2 + 3$

2.) $3 + (-2) = (-2) + 3$ หรือ $3 - 2 = -2 + 3$

แต่นักเรียนจะเห็นได้ว่า $3 - 2 \neq 2 - 3$ นั่นคือ ***การลบไม่มีสมบัติการสลับที่***

6. <u>สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ</u>

ถ้า a , b เป็นจำนวนใด ๆ แล้ว ab = ba

เช่น 1.) $2 \times 5 = 5 \times 2$

2.) $(x - y)3 = 3(x - y)$

แต่นักเรียนจะเห็นได้ว่า $\frac{2}{5} \neq \frac{5}{2}$ นั่นคือ ***การหารไม่มีสมบัติการสลับที่***

7. <u>สมบัติการแจกแจง</u>

ถ้า a , b และ c เป็นจำนวนใด ๆ แล้ว a(b + c) = ab + ac

ซึ่งเรียกว่า <u>สมบัติการแจกแจงทางซ้าย</u>

และ (b + c) a = ba + ca เรียกว่า <u>สมบัติการแจกแจงทางขวา</u>

เช่น 1.) $2(x + 3) = 2x + (2 \times 3) = 2x + 6$

2.) $(y - 3)(-2) = y(-2) - 3(-2) = -2y + 6$

<u>กิจกรรม</u>

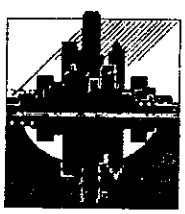
หลังจากนักเรียนได้ศึกษาถึงความหมายของสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร และสมบัติต่าง ๆ ในระบบจำนวนจริงข้างต้นแล้ว ให้นักเรียนร่วมกันสรุปสาระสำคัญที่ได้จากการศึกษาข้างต้นนั้นในกลุ่มของนักเรียนที่ได้จัดไว้ แล้วเขียนข้อสรุปลงในสมุดแบบฝึกหัด และให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.1 ร่วมกัน (ในการทำแบบฝึกหัดและสรุปสาระสำคัญร่วมกันนั้นให้นักเรียนได้บันทึกถึงหน้าที่และกิจกรรมที่นักเรียนแต่ละคนกระทำในกลุ่มไว้ด้วย.)

หน่วยที่ 1

แบบฝึกหัด 1.1

1. ให้นักเรียนเขียนเครื่องหมาย √ หน้าข้อที่ถูก และเขียนเครื่องหมาย × หน้าข้อที่ผิดสำหรับข้อที่ถูกให้นักเรียนระบุสมบัติต่าง ๆ ที่ใช้ในข้อนั้น ๆ ตามลำดับลงในช่องว่างท้ายข้อที่ถูกด้วย (เช่นในข้อที่ 1) และถ้าข้อใดผิดให้นักเรียนแก้ไขให้ถูกต้องพร้อมทั้งระบุสมบัติที่นักเรียนใช้ด้วย

ประโยคสัญลักษณ์	ระบุสมบัติที่ใช้
...✓...1. $a(b + c) = (b + c)a$	....สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ.....
.....2. $a(b - c) = ab - ac$	.....
.....3. ถ้า $2x + 3 = x - 1$ แล้ว $x - 1 = 2x + 3$	.....
.....4. ถ้า $ab = bc$ และ $bc = 25$ แล้ว $ab = 25$	.....
.....5. ถ้า $x + 5 = 8$ แล้ว $x + 5 - 5 = 8 - 5$	.....
.....6. ถ้า $5y = 2x + 3$ แล้ว $\frac{5y}{5} = \frac{2x+3}{5}$	.....
.....7. $x - y = y - x$	.....
.....8. ถ้า $2x + 6 = 12$ แล้ว $\frac{2x}{2} + 6 = \frac{12}{2}$	.....
.....9. ถ้า $x + y = z + y$ แล้ว $x = z$	.....
.....10. ถ้า $x - 10 = y + 2$ แล้ว $x - y = 12$	.....
.....11. ถ้า $\frac{x}{5} + \frac{x}{2} = 8$ แล้ว $2x + 5x = 8$	.....
.....12. ถ้า $\frac{x-4}{8} = 2x + 5$ แล้ว $x - 4 = 16x + 5$	.....



หน่วยที่ 1

2. ให้นักเรียนเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์ โดยอาศัยสมบัติต่าง ๆ ข้างต้น

2.1 ถ้า $x + 3 = 6$ แล้ว $x =$.....

2.2 ถ้า $3x = 12$ แล้ว $x =$.....

2.3 ถ้า $-4x = 12$ แล้ว $x =$.....

2.4 ถ้า $\frac{y+5}{2} = 7$ แล้ว $y + 5 =$.....

2.5 ถ้า $-2(x - 3) = 18$ โดยอาศัยสมบัติการแจกแจงทางซ้ายและสมบัติการบวก แล้วจะได้ว่า $-2x =$.....

2.6 ถ้า $\frac{3}{4}(x + 2) - 6 = 0$ โดยอาศัยสมบัติการบวกและการคูณแล้วจะได้ว่า

$x + 2 =$.....

3. โดยอาศัยสมบัติการแจกแจง ให้นักเรียนเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

3.1 $2(3x + 7) =$ .....

3.2 $(2x - 6)3 =$ .....

3.3 $-4(-2x + 3) =$ .....

3.4 $-2(2a - 3b + 5c) =$ .....

3.5 $\frac{1}{3}(x - 6y) + 4 =$ .....

3.6 $\frac{2}{5}(5x - 4y) =$ .....

3.7 $2x(3x - y) + 8 =$ .....

3.8 $(2x + 2)(3x - 1) =$ .....

หลังจากนักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.1 เสร็จแล้วให้นักเรียนเปิดไปศึกษาทบทวนเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรร่วมกันต่อไป...ในเอกสารหน้าต่อๆ ไปตามลำดับ.

หน่วยที่ 1

การแก้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร

ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นนักเรียนได้เรียนรู้ถึงวิธีการแก้สมการมาแล้ว ในบทเรียนต่อไปนี้จะเป็นการทบทวนเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร โดยอาศัยสมบัติต่าง ๆ ที่กล่าวถึงมาแล้วข้างต้น

คำตอบของสมการที่มีตัวแปร คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง

เช่น สมการ $\mathbf{3x + 4 = 10}$ เป็นสมการที่มี **2** เป็นคำตอบ

เนื่องจากเมื่อแทน x ด้วย 2 แล้วจะได้เป็น $3(\mathbf{2}) + 4 = 10$ ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า 2 เป็นคำตอบของสมการ $3x + 4 = 10$

<u>หมายเหตุ</u> คำตอบของสมการเราอาจเรียกว่า ***ราก (Root) ของสมการ*** ก็ได้

ในกรณีที่แทนตัวแปรในสมการด้วยจำนวนใดแล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง เราจะกล่าวว่าจำนวนนั้นสอดคล้องกับสมการ ดังเช่นจากสมการ $3x + 4 = 10$ ข้างต้นเรากล่าวได้ว่า 2 สอดคล้องกับสมการ $3x + 4 = 10$

การแก้สมการ คือ การหาคำตอบของสมการ

เมื่อพิจารณาถึงสมการต่าง ๆ ตามลักษณะของคำตอบของสมการจะพบว่ามีสมการใน 3 ลักษณะคือ

1. เป็นสมการที่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียว
2. เป็นสมการที่มีคำตอบมากมายไม่จำกัด
3. เป็นสมการที่ไม่มีคำตอบ หรือไม่มีจำนวนใดที่แทนตัวแปรแล้วทำให้สมการเป็นจริง

เช่น สมการ $x + 2 = 5$ จะได้ว่ามี **3** เป็นคำตอบเพียงคำตอบเดียวของสมการนี้

สมการ $x + 3 = 3 + x$ จะได้ว่าเป็นสมการที่มีคำตอบมากมายไม่จำกัด เนื่องจากไม่ว่านักเรียนจะนำจำนวนจริงใด ๆ มาแทนตัวแปรในสมการนี้ แล้วจะเห็นได้ว่าสมการนี้จะเป็นจริงเสมอ

สมการ $x - 5 = x$ จะได้ว่าเป็นสมการที่ไม่มีคำตอบเนื่องจาก ไม่ว่านักเรียนจะนำจำนวนจริงใด ๆ มาแทนตัวแปรในสมการนี้ก็ไม่สามารถที่จะทำให้สมการนี้เป็นจริงได้

ในการแก้สมการเพื่อหาคำตอบของสมการนั้นนักเรียนจะต้องอาศัยสมบัติต่าง ๆ ที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ซึ่งตัวอย่างการแก้สมการต่อไปนี้จะเป็นการทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $5x + 3 = 18$

แนวคิด	***วิธีทำ***
จากสมการ $5x + 3 = 18$ ต้องการให้ทางซ้ายมือเหลือพจน์ที่มีตัวแปร x อยู่ ดังนั้นจึงต้องทำให้ 3 ทางซ้ายมือหมดไป โดยการลบด้วย 3 ทั้งสองข้างของสมการ	$5x + 3 = 18$ $5x + 3 - 3 = 18 - 3$ $5x = 15$
ต้องการให้สัมประสิทธิ์ของ x เป็น 1 ดังนั้นจึงต้องนำ 5 มาหารทั้งสองข้างของสมการ	นำ 5 มาหารทั้งสองข้างของสมการ $\frac{5x}{5} = \frac{15}{5}$ ดังนั้น $x = 3$

ตรวจสอบคำตอบ แทน x ด้วย 3 ในสมการ $5x + 3 = 18$ จะได้ว่า $5(3) + 3 = 18$

ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้นคำตอบของสมการ $5x + 3 = 18$ คือ 3

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $4x + 5 = 2x - 1$

แนวคิด	***วิธีทำ***
จากสมการ $4x + 5 = 2x - 1$ ต้องการให้ทางซ้ายมือเหลือพจน์ที่มีตัวแปร x อยู่ และทางขวามือเหลือพจน์ที่เป็นค่าคงที่อยู่ ดังนั้นจึงต้องทำให้ 2x ทางขวามือหมดไป โดยการลบด้วย 2x ทั้งสองข้าง และทำให้ 5 ทางซ้ายมือหมดไปด้วยการลบด้วย 5 ทั้งสองข้างของสมการ	$4x + 5 = 2x - 1$ $4x + 5 - 2x - 5 = 2x - 1 - 2x - 5$ $4x - 2x = -1 - 5$ $2x = -6$
ต้องการให้สัมประสิทธิ์ของ x เป็น 1 ดังนั้นจึงต้องนำ 2 มาหารทั้งสองข้างของสมการ	นำ 2 มาหารทั้งสองข้างของสมการ $\frac{2x}{2} = \frac{-6}{2}$ ดังนั้น $x = -3$

ตรวจสอบคำตอบ แทน x ด้วย -3 ในสมการ $4x + 5 = 2x - 1$ จะได้ว่า

$$4(-3) + 5 = 2(-3) - 1$$

$$-12 + 5 = -6 - 1$$

$$-7 = -7$$ ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้นคำตอบของสมการ $4x + 5 = 2x - 1$ คือ -3

ตอบ

หน่วยที่ 1

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการ $\frac{5}{6} - \frac{t}{3} = \frac{5}{2} - 2t$

แนวคิด	*วิธีทำ*
จากสมการ $\frac{5}{6} - \frac{t}{3} = \frac{5}{2} - 2t$ ถ้าเราสามารถทำให้ส่วนของแต่ละพจน์หายไปได้เราก็จะดำเนินการแก้สมการได้ง่ายขึ้น ซึ่งวิธีการที่จะทำให้ส่วนของแต่ละพจน์หายไปนั้นเราสามารถทำได้โดยการนำ ค.ร.น. ของส่วนทุกพจน์ไปคูณทั้งสองข้างของสมการ ซึ่ง ค.ร.น. ของ 6 , 3 และ 2 คือ 6	จากสมการ $\frac{5}{6} - \frac{t}{3} = \frac{5}{2} - 2t$ นำ ค.ร.น. ของส่วนคือ 6 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ $6(\frac{5}{6} - \frac{t}{3}) = 6(\frac{5}{2} - 2t)$
กระจายผลคูณโดยอาศัยสมบัติการแจกแจงทางซ้าย	โดยอาศัยสมบัติการแจกแจงทางซ้าย จะได้ว่า $6(\frac{5}{6}) - 6(\frac{t}{3}) = 6(\frac{5}{2}) - 6(2t)$ $5 - 2t = 15 - 12t$
ต้องการให้ทางซ้ายมือเหลือพจน์ที่มีตัวแปร t อยู่และทางขวามือเหลือพจน์ที่เป็นค่าคงที่อยู่ ดังนั้นจึงต้องทำให้ -12t ทางขวามือหมดไปโดยการบวกด้วย 12t ทั้งสองข้างและทำให้ 5 ทางซ้ายมือหมดไปด้วยการลบด้วย 5 ทั้งสองข้าง	$5-2t+12t-5 = 15-12t+12t-5$ $10t = 10$

หน่วยที่ 1

ต้องการให้สัมประสิทธิ์ของ t เป็น 1 ดังนั้นจึงต้องนำ 10 มาหารทั้งสองข้างของสมการ	นำ 10 มาหารทั้งสองข้างของสมการ $\frac{10t}{10} = \frac{10}{10}$ ดังนั้น $t = 1$

ตรวจสอบคำตอบ แทน t ด้วย 1 ในสมการ $\frac{5}{6} - \frac{t}{3} = \frac{5}{2} - 2t$

จะได้ว่า $\frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{5}{2} - 2(1)$

$\frac{5-2}{6} = \frac{5-4}{2}$

$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้นคำตอบของสมการ $\frac{5}{6} - \frac{t}{3} = \frac{5}{2} - 2t$ คือ 1

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4 จงแก้สมการ $\frac{5(x+1)}{2} - \frac{2-3x}{3} = \frac{37}{3}$

แนวคิด	***วิธีทำ***
จากสมการ $\frac{5(x+1)}{2} - \frac{2-3x}{3} = \frac{37}{3}$ ทำให้ส่วนของแต่ละพจน์หายไปโดยการนำ ค.ร.น. ของส่วนทุกพจน์ไปคูณทั้งสองข้างของสมการ ซึ่ง ค.ร.น. ของ 2,3 และ 3 คือ 6	$\frac{5(x+1)}{2} - \frac{2-3x}{3} = \frac{37}{3}$ นำ ค.ร.น. ของส่วน คือ 6 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ $6\{\frac{5(x+1)}{2} - \frac{2-3x}{3}\} = 6\times\frac{37}{3}$
กระจายผลคูณโดยอาศัยสมบัติการแจกแจงทางซ้าย	โดยสมบัติการแจกแจงทางซ้าย จะได้ว่า $6\{\frac{5(x+1)}{2}\} - 6\{\frac{2-3x}{3}\} = 74$ $15(x+1) - 2(2-3x) = 74$

หน่วยที่ 1

	$15x + 15 - 4 + 6x = 74$ $21x + 11 = 74$
ต้องการให้ทางซ้ายมือเหลือพจน์ที่มีตัวแปร x อยู่ ดังนั้นจึงต้องทำให้ 11 ทางซ้ายมือหมดไปด้วยการลบด้วย 11 ทั้งสองข้าง	$21x+11-11 = 74 - 11$ $21x = 63$
ต้องการให้สัมประสิทธิ์ของ x เป็น 1 ดังนั้นจึงต้องนำ 21 มาหารทั้งสองข้างของสมการ	$\frac{21x}{21} = \frac{63}{21}$ ดังนั้น $x = 3$

ตรวจสอบคำตอบ แทน x ด้วย 3 ในสมการ $\frac{5(x+1)}{2} - \frac{2-3x}{3} = \frac{37}{3}$

จะได้ว่า $\frac{5(3+1)}{2} - \frac{2-3(3)}{3} = \frac{37}{3}$

$$\frac{20}{2} - \frac{(-7)}{3} = \frac{37}{3}$$

$$\frac{60+14}{6} = \frac{37}{3}$$

$$\frac{74}{6} = \frac{37}{3}$$ ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้นคำตอบของสมการ $\frac{5(x+1)}{2} - \frac{2-3x}{3} = \frac{37}{3}$ คือ 3

ตอบ

ข้อเสนอแนะ ในการแก้สมการเชิงเส้นที่ผ่านมาถ้านักเรียนเข้าใจการใช้สมบัติต่าง ๆ ในการแก้สมการได้ดีแล้ว นักเรียนอาจจะเขียนขั้นตอนวิธีการแก้สมการให้กระทัดรัดขึ้น

ได้ซึ่งจะทำให้เขียนวิธีทำได้สั้นลง เช่นจากตัวอย่าง 4 เราสามารถแสดงวิธีทำให้กระทัดรัดขึ้นได้ดังนี้

จากสมการ $$\frac{5(x+1)}{2} - \frac{2-3x}{3} = \frac{37}{3}$$

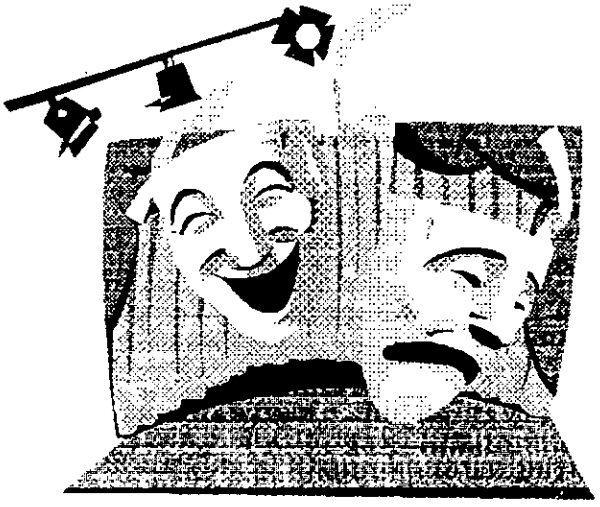
นำ ค.ร.น. ของส่วนคือ 6 มาคูณทั้งสองข้างของสมการจะได้เป็น

$$15(x+1) - 2(2 - 3x) = 74$$

$$15x + 15 - 4 + 6x = 74$$

$$21x = 74 - 15 + 4 = 63$$

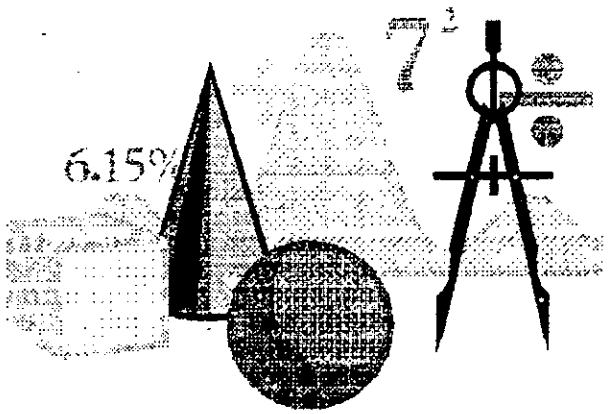
$$x = \frac{63}{21} = 3$$



แบบฝึกหัด 1.2

จงแก้สมการต่อไปนี้ (ให้แสดงวิธีทำโดยเขียนขั้นตอนอย่างกระทัดรัด ในทำนองเดียวกันกับในข้อเสนอแนะหลังตัวอย่าง 4 ข้างต้นนี้) พร้อมทั้งแสดงวิธีการตรวจคำตอบด้วย

1. $4x + 11 = -x + 31$
2. $5(x - 3) = 3(x + 1)$
3. $4(x - 7) + 2(3 - x) = 4$
4. $7y + 6 = 3y + 5$
5. $2[x - (2x + 11)] = 6$
6. $\frac{x}{3} + 4 = x - 2$
7. $0.3x - 1.8 + 0.2x = 0.7$
8. $\frac{3x}{2} - \frac{2x}{3} = x + \frac{7}{2}$
9. $\frac{3x-10}{2} = 2 - \frac{1-2x}{3}$
10. $\frac{3x-1}{3} + \frac{5}{12} = \frac{x}{4} + \frac{2x+1}{5}$



หน่วยที่ 1

เฉลยแบบฝึกหัด 1.1

ข้อ 1.

ข้อที่	คำตอบ	ระบุสมบัติที่ใช้ / หรือแก้ไขข้อที่ผิด
1.	ถูก	สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ
2.	ถูก	สมบัติการแจกแจงทางซ้าย
3.	ถูก	สมบัติสมมาตร
4.	ถูก	สมบัติถ่ายทอด
5.	ถูก	สมบัติการบวก
6.	ถูก	สมบัติการคูณ
7.	ผิด	ที่ถูกต้องคือ $x - y = -y + x$ โดยอาศัยสมบัติการสลับที่สำหรับการบวก
8.	ผิด	ที่ถูกต้องคือ ถ้า $2x + 6 = 12$ แล้ว $\frac{1}{2}(2x+6) = \frac{1}{2} \cdot 12$ หรือ $\frac{2x}{2} + \frac{6}{2} = \frac{12}{2}$ หรือ $x + 3 = 6$ โดยอาศัยสมบัติการคูณและการแจกแจงทางซ้าย
9.	ถูก	สมบัติการบวก
10.	ถูก	สมบัติการบวก
11.	ผิด	ที่ถูกต้องคือ ถ้า $\frac{x}{5} + \frac{x}{2} = 8$ แล้ว $10(\frac{x}{5} + \frac{x}{2}) = 10 \times 8$ หรือ $\frac{10x}{5} + \frac{10x}{2} = 80$ หรือ $2x + 5x = 80$ โดยอาศัยสมบัติการคูณและสมบัติการแจกแจงทางซ้าย
12.	ผิด	ที่ถูกต้องคือ ถ้า $\frac{x-4}{8} = 2x + 5$ แล้ว $8(\frac{x-4}{8}) = 8(2x+5)$ หรือ $x - 4 = 16x + 40$ โดยอาศัยสมบัติการคูณและสมบัติการแจกแจงทางซ้าย

หน่วยที่ 1

ข้อ 2.

2.1 $x = 3$

2.2 $x = 4$

2.3 $x = -3$

2.4 $y + 5 = 14$

2.5 $-2x = 12$

2.6 $x - 2 = 8$

ข้อ 3.

3.1 $2(3x + 7) = 6x + 14$

3.2 $(2x - 6)3 = 6x - 18$

3.3 $-4(-2x + 3) = 8x - 12$

3.4 $-2(2a - 3b + 5c) = -4a + 6b - 10c$

3.5 $\frac{1}{3}(x - 6y) + 4 = \frac{x}{3} - 2y + 4$

3.6 $\frac{2}{5}(5x - 4y) = 2x - \frac{8y}{5}$

3.7 $2x(3x - y) + 8 = 6x^2 - 2xy + 8$

3.8 $(2x + 2)(3x - 1) = (2x + 2)3x - (2x + 2)1$

$= 6x^2 + 6x - 2x - 2$

$= 6x^2 + 4x - 2$

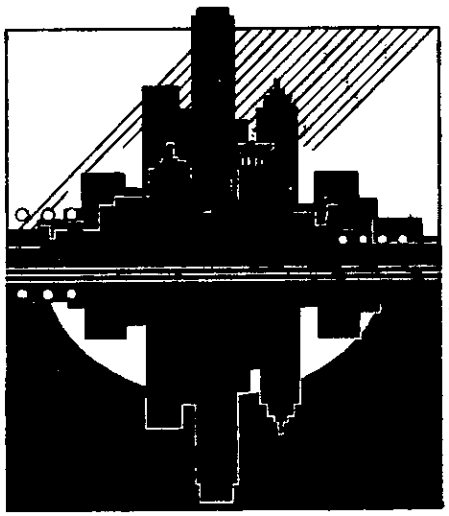
หน่วยที่ 1

เฉลยแบบฝึกหัด 1.2

1. ตอบ $x = 4$
2. ตอบ $x = 9$
3. ตอบ $x = 13$
4. ตอบ $y = -\frac{1}{4}$
5. ตอบ $x = -14$
6. ตอบ $x = 9$
7. ตอบ $x = 5$
8. ตอบ $x = -21$
9. ตอบ $x = 8$
10. ตอบ $x = \frac{1}{3}$

บทเรียนที่ 1

โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร



ชื่อ - สกุล .....

ชั้น ปวช.2 สาขาวิชาช่าง ..... กลุ่มที่ ..... เลขที่ .....

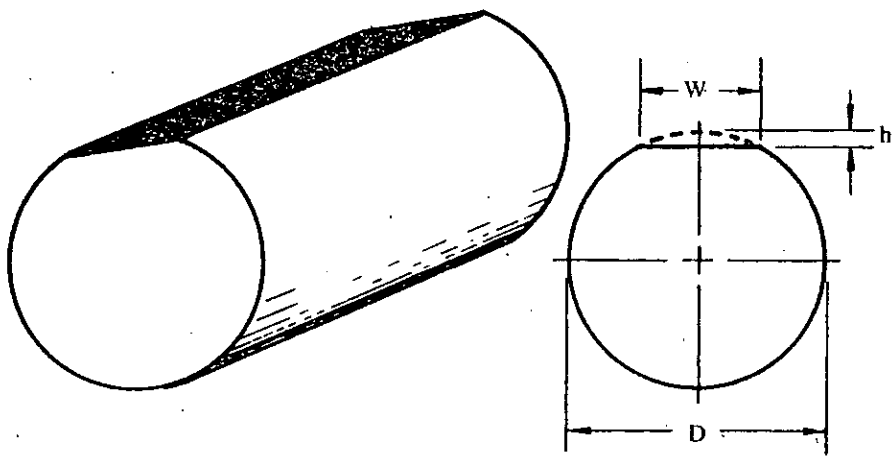
วิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช อ.เมือง จ.นครศรีธรรมราช

บทเรียนที่ 1

โจทย์สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร

ในการแก้ปัญหาในทางช่างและปัญหาในชีวิตประจำวันหลาย ๆ ปัญหานั้น หากนักเรียนได้นำเอาความรู้เรื่องสมการมาใช้ในการแก้ปัญหาแล้วจะทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเหล่านั้นได้ง่ายขึ้น เช่นในการหาความต้านทานรวมและกระแสไฟฟ้าที่ไหลในวงจร หรือในการหาความลึกของรอยกัดในการกลึงเพลาเมื่อทราบหน้ากว้างของรอยกัดและขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลางของเพลาที่กลึง ซึ่งในการแก้ปัญหาต่าง ๆ เหล่านี้นักเรียนจำเป็นต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการมาช่วยเพื่อให้สามารถแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ดังเช่นตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1. ให้ D เป็นขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของเพลา และรอยกัดในการกลึงเพลาลึกเท่ากับ h เกิดหน้ากว้างของรอยกัดเท่ากับ w ดังรูป ถ้าความสัมพันธ์ระหว่าง D , h และ w เป็นไปตามสูตร $D - 2h = \sqrt{D^2 - w^2}$ จงหาความลึกของรอยกัด เมื่อ D = 34 มิลลิเมตร และ w = 16 มิลลิเมตร



วิธีทำ

จากความสัมพันธ์ที่กำหนด $D - 2h = \sqrt{D^2 - w^2}$

และเมื่อกำหนดให้ $D = 34$ มิลลิเมตร และ $w = 16$ มิลลิเมตร

แทนค่า D และ w ในสมการจะได้ว่า

$$34 - 2h = \sqrt{34^2 - 16^2}$$

แก้สมการหาค่า h จะได้ว่า

$$-2h = \sqrt{1156 - 256} - 34$$

$$-2h = \sqrt{900} - 34 = 30 - 34$$

$$-2h = -4$$

$$h = \frac{-4}{-2} = 2 \text{ มิลลิเมตร}$$

ดังนั้นรอยกัดในการกลึงลึก 2 มิลลิเมตร

ตอบ

จากตัวอย่างข้างต้นนักเรียนจะเห็นได้ว่าในการแก้โจทย์ปัญหาทางช่างถ้าโจทย์กำหนดสูตรหรือสมการมาให้แล้ว นักเรียนจะสามารถแก้โจทย์ปัญหาเหล่านั้นได้ไม่ยากนัก แต่ถ้าเป็นโจทย์ที่ไม่ได้กำหนดสูตรหรือสมการมาให้แล้วจะพบว่าเป็นเรื่องที่ยุ่งยากสำหรับนักเรียนมากทีเดียว ดังเช่นจากโจทย์ต่อไปนี้

โจทย์ ไม้อัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าแผ่นหนึ่งมีด้านยาวยาวเป็นสองเท่าของด้านกว้าง และเมื่อวัดความยาวรอบแผ่นได้ 7.2 เมตร อยากทราบว่าไม้อัดแผ่นนี้มีพื้นที่กี่ตารางเมตร

บทเรียนที่ 1

ในการดำเนินการแก้โจทย์สมการโดยทั่วไปนั้น วิธีการหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถคิดแก้โจทย์สมการได้สะดวกขึ้น นักเรียนอาจจะอาศัยขั้นตอนในการคิดแก้โจทย์สมการได้ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1. อ่านโจทย์ให้ละเอียดรอบคอบ พิจารณาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ มีเงื่อนไขอย่างไร และโจทย์ต้องการให้หาอะไร

ขั้นที่ 2. วิเคราะห์โจทย์ โดยการพิจารณาถึงความสัมพันธ์ที่เท่ากันของปริมาณ 2 ปริมาณและเงื่อนไขในโจทย์ เพื่อนำไปสู่การกำหนดตัวแปรและสมการ (ถ้าเป็นไปได้ควรวาดรูปหรือเขียนแผนภาพประกอบ เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจได้ชัดเจนยิ่งขึ้น)

ขั้นที่ 3. กำหนดตัวแปร เพื่อแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา แล้วเปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์

ขั้นที่ 4. เขียนสมการ โดยการพิจารณาจากความสัมพันธ์ในขั้นที่ 2 และประโยคสัญลักษณ์ในขั้นที่ 3

ขั้นที่ 5 แก้สมการ เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

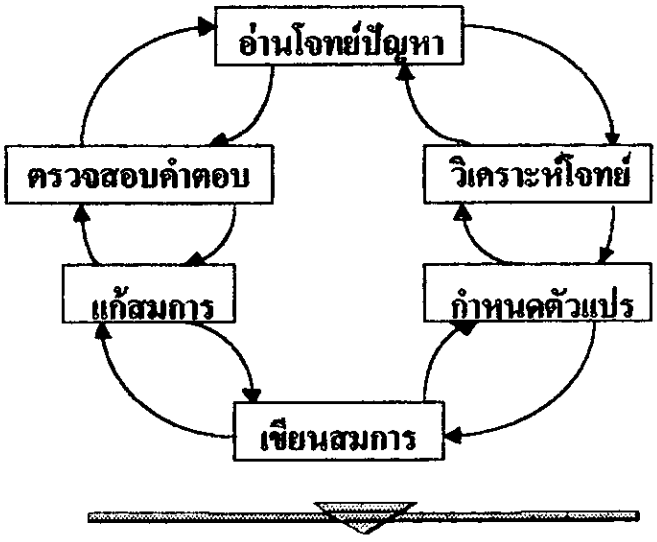
ขั้นที่ 6. ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์ว่าสอดคล้องกันหรือไม่

ในการดำเนินการแก้โจทย์สมการตามขั้นตอนที่นำเสนอข้างต้นนี้ ใน**ขั้นที่ 1** ให้นักเรียนได้อ่านโจทย์อย่างละเอียดรอบคอบ พิจารณาถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ เงื่อนไขต่าง ๆ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ใน**ขั้นที่ 2** จะเป็นการวิเคราะห์โจทย์เพื่อหาความสัมพันธ์ที่ได้จากโจทย์ แล้วพิจารณากำหนดตัวแปรและเขียนสมการใน**ขั้นที่ 3-4** และแก้สมการเพื่อหาคำตอบใน**ขั้นที่ 5** แล้วตรวจสอบคำตอบที่ได้ใน**ขั้นที่ 6** ต่อไป

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

จากขั้นตอนที่นำเสนอข้างต้นนั้น ในสภาพของความเป็นจริงในการดำเนินการแก้โจทย์สมการของนักเรียน ในบางครั้งจะพบว่านักเรียนไม่สามารถที่จะดำเนินการในขั้นตอนต่าง ๆ ไปได้ตามลำดับ ซึ่งในกรณีที่นักเรียนพบว่าไม่สามารถที่จะดำเนินการในขั้นตอนหนึ่งขั้นตอนใดได้นั้น ขอให้นักเรียนได้ย้อนกลับไปดำเนินการหรือพิจารณาในขั้นตอนที่ผ่านมาซ้ำอีกครั้ง เช่น หลังจากที่นักเรียนได้อ่านโจทย์ตามขั้นตอนที่ 1 แล้วแต่นักเรียนไม่สามารถที่จะวิเคราะห์โจทย์ได้ ขอให้นักเรียนได้ย้อนกลับไปอ่านโจทย์ทำความเข้าใจโจทย์ซ้ำอีกครั้งหนึ่ง พร้อมทั้งพิจารณาถึงเงื่อนไขต่าง ๆ ในโจทย์ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา หรือในกรณีที่นักเรียนต้องการเขียนสมการตามขั้นตอนที่ 4 แต่นักเรียนไม่สามารถที่จะเขียนได้ นักเรียนก็ควรที่จะย้อนกลับไปพิจารณาเกี่ยวกับการกำหนดตัวแปรหรือการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ในขั้นตอนที่ 3 หรืออาจจะย้อนกลับไปพิจารณาถึงขั้นการวิเคราะห์โจทย์เพื่อพิจารณาความสัมพันธ์ในขั้นที่ 2 อีกก็ได้ ซึ่งจากข้อเสนอแนะที่กล่าวถึงมานี้สามารถเขียนเป็นแผนภาพโดยสรุปได้ดังนี้...

สรุป แผนภาพแสดงขั้นตอนการแก้โจทย์สมการ



จากโจทย์สมการในหน้าที่ 2 นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์สมการนั้นโดยอาศัยการแทนค่าในสูตรหรือสมการที่กำหนดให้ในทำนองเดียวกับตัวอย่างที่ 1 ได้ เนื่องจากในโจทย์ไม่มีสูตรหรือสมการมาให้นักเรียน ดังนั้นจึงเป็นหน้าที่ของนักเรียนที่จะต้องเขียนสมการที่ถูกต้องขึ้นมาเองแล้วแก้สมการนั้นเพื่อหาคำตอบต่อไป ซึ่งนักเรียนสามารถที่จะดำเนินการแก้โจทย์สมการข้อนั้นได้โดยอาศัยขั้นตอนที่นำเสนอไว้ข้างต้น... ดังตัวอย่างต่อไปนี้

<u>ตัวอย่างที่ 2.</u> ไม้อัดสี่เหลี่ยมผืนผ้าแผ่นหนึ่งมีด้านยาวยาวเป็นสองเท่าของด้านกว้าง และเมื่อวัดความยาวรอบแผ่นได้ 7.2 เมตร อยากทราบว่าไม้อัดแผ่นนี้มีพื้นที่กี่ตารางเมตร

<u>ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ</u>

<u>ขั้นที่ 1.</u> *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

.....

<u>ขั้นที่ 2.</u> *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

บทเรียนที่ 1

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องแล้วเขียนประโยคสัญลักษณ์.*

ให้ไม้อัดแผ่นนี้กว้าง x เมตร

เนื่องจากไม้อัดแผ่นนี้มีความยาวของด้านยาวเป็นสองเท่าของด้านกว้าง

ดังนั้นไม้อัดแผ่นนี้มีความยาวของด้านยาวเป็น ..... เมตร

<u>ขั้นที่ 4.</u> *เขียนสมการโดยการพิจารณาจากความสัมพันธ์ในขั้นที่ 2 และจากประโยคสัญลักษณ์ในขั้นที่ 3.*

จากโจทย์กำหนดความยาวรอบแผ่นไม้อัดเท่ากับ 7.2 เมตร

ดังนั้นจะได้สมการเป็น .....

<u>ขั้นที่ 5.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ.*

นั่นคือไม้อัดแผ่นนี้กว้าง ..... เมตร ยาว .....เมตร

ดังนั้นมีพื้นที่เป็น ..... ตารางเมตร

<u>ขั้นที่ 6.</u> *ตรวจสอบคำตอบ.*

ไม้อัดแผ่นนี้กว้าง ..... เมตร ยาว .....เมตร

ซึ่งจะเห็นได้ว่าความยาวของด้านยาวเป็นสองเท่าของด้านกว้าง

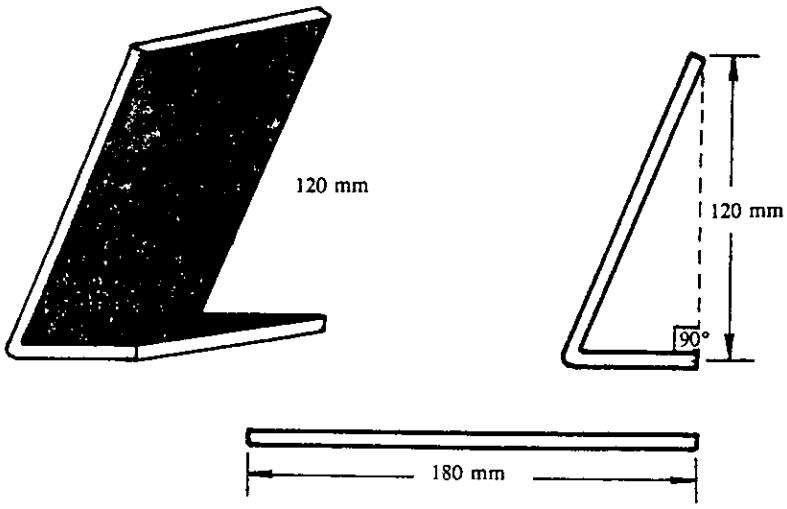
และความยาวรอบแผ่นไม้อัดนี้เท่ากับ .....เมตร

ถูกต้องตามที่โจทย์กำหนดให้หรือไม่ .....

<u>ตอบ</u> ไม้อัดแผ่นนี้มีพื้นที่ ..... ตารางเมตร

บทเรียนที่ 1

<u>ตัวอย่างที่ 3</u> เหล็กแผ่นหนึ่งยาว 180 มิลลิเมตร นำมาพับให้ได้ขนาดดังรูป โดยให้ปลายทั้งสองข้างห่างกัน 120 มิลลิเมตร จงหาตำแหน่งแนวพับ



<u>ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ</u>

<u>ขั้นที่ 1.</u> *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

.....

<u>ขั้นที่ 2.</u> *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

ขั้นที่ 3. *กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้อง แล้วเขียนประโยคสัญลักษณ์.*

ให้แนวพับห่างจากปลายด้านหนึ่ง x มม.

เนื่องจากเหล็กแผ่นนี้ยาว 180 มม.

ดังนั้นแนวพับจะห่างจากปลายอีกด้านหนึ่ง ..... มม.

ขั้นที่ 4. *เขียนสมการโดยการพิจารณาจากความสัมพันธ์ในขั้นที่ 2 และจากประโยคสัญลักษณ์ในขั้นที่ 3.*

จากการพับแผ่นเหล็กดังรูป โดยอาศัยทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

จะได้สมการเป็น .....

ขั้นที่ 5. *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ.*

ดังนั้นแนวพับอยู่ห่างจากปลายด้านหนึ่งของแผ่นเหล็ก ..... มม.

ขั้นที่ 6. *ตรวจสอบคำตอบ.*

จากแนวพับอยู่ห่างจากปลายด้านหนึ่งของแผ่นเหล็ก ..... มม.

ดังนั้นแนวพับจะอยู่ห่างจากปลายอีกด้านหนึ่งของแผ่นเหล็ก

..... มม.

โดยอาศัยทฤษฎีบทของปีทาโกรัสจะได้ว่าปลายทั้งสองข้างของ

แผ่นเหล็กพับนี้ห่างกันเท่ากับ .....

.....

ถูกต้องตามที่โจทย์กำหนดให้หรือไม่ .....

ตอบ แนวพับอยู่ห่างจากปลายด้านหนึ่งของแผ่นเหล็ก ..... มม.

แบบฝึกหัดประจำบทเรียนที่ 1

ให้นักเรียนแก้โจทย์สมการต่อไปนี้โดยแสดงวิธีทำเป็นการบ้าน (ในการแสดงวิธีทำนักเรียนไม่จำเป็นต้องเขียนแสดงขั้นตอนในการคิดให้เห็นเหมือนในตัวอย่างที่ผ่าน ๆ มา แต่อย่างไรก็ตามหลังจากนักเรียนแก้สมการได้คำตอบแล้วให้นักเรียนแสดงการตรวจสอบคำตอบจากเงื่อนไขต่าง ๆ ในโจทย์ให้เห็นด้วย)

1. ถ้าจำนวนฟันของมีดกัด (T) เส้นผ่านศูนย์กลาง (D) และความลึกกัด (d) สัมพันธ์กันตามสมการ $T = \frac{12.5D}{D+4d}$
   โดยที่ D , d มีหน่วยเป็นมิลลิเมตร
   จงหาเส้นผ่านศูนย์กลาง (D) เมื่อ T = 10 ฟัน และ d = 5 มิลลิเมตร
2. ความต้านทาน 3 ตัว คือ R_1 , R_2 และ R_3 ต่อกันแบบขนาน โดยที่ความต้านทานรวม (R_T) หาได้จากสูตร
   $$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$
   จงหา R_T เมื่อ $R_1 = 3$ โอห์ม, $R_2 = 5$ โอห์ม และ $R_3 = 2$ โอห์ม
3. กระแสไฟฟ้าในวงจรที่มีเซลล์ไฟฟ้า n เซลล์ ต่อแบบอนุกรม หาได้จากสูตร $I = \frac{nE}{R+nr}$ จงหาค่า R เมื่อ I = 1.5 แอมแปร์ n = 7 เซลล์ , E = 3 โวลต์ และ r = 1.1 โอห์ม
4. ชายคนหนึ่งขับรถยนต์ด้วยความเร็ว 90 กิโลเมตร / ชั่วโมง และพบว่าในการหยุดรถหลังจากเขาห้ามล้อแล้วรถยังแล่นต่อไปอีก 50 เมตร อยากทราบว่าอัตราหน่วงในการห้ามล้อเป็นเท่าไร

   ถ้ากำหนดให้ $S = \frac{v^2}{2b}$

   เมื่อ S แทนระยะทางที่รถต้องแล่นจนกว่าจะหยุดหลังจากห้ามล้อ มีหน่วยเป็นเมตร

   v แทนความเร็วของรถ มีหน่วยเป็นเมตรต่อวินาที

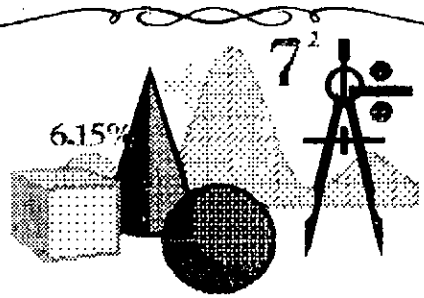
   b แทนอัตราหน่วงในการห้ามล้อ มีหน่วยเป็นเมตรต่อ(วินาที)^2

5. ทองเหลืองแท่งหนึ่งมีมวล 30 กิโลกรัม มีเนื้อทองแดง 60 เปอร์เซ็นต์ จงหามวลของทองแดงที่เติมลงไปเพื่อให้ได้โลหะผสมซึ่งมีเนื้อทองแดง 70 เปอร์เซ็นต์
6. ชิ้นงานสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง ขนาดของมุมที่หนึ่งโตเป็น 3 เท่าของมุมที่สอง และมุมที่สามมีขนาดโตกว่ามุมที่สอง 20 องศา มุมที่สองมีขนาดเท่าไร
7. นักเรียนคนหนึ่งเดินทางจากบ้านไปโรงเรียนด้วยอัตราเร็ว 5 กิโลเมตร/ชั่วโมง ถึงโรงเรียนช้าไป 2 นาที ถ้าเขาเดินด้วยอัตราเร็ว 6 กิโลเมตร/ชั่วโมง จะไปถึงโรงเรียนเร็วไป 5 นาที จงหาระยะทางระหว่างบ้านกับโรงเรียน
8. เครื่องสูบน้ำเครื่องหนึ่งสูบน้ำได้เต็มแท็งก์หนึ่งในเวลา 30 ชั่วโมง เครื่องสูบน้ำเครื่องที่สองสูบน้ำได้เต็มแท็งก์เดียวกันในเวลา 45 ชั่วโมง ถ้าใช้เครื่องสูบน้ำทั้งสองเครื่องพร้อมกัน จะต้องใช้เวลานานเท่าไรจึงจะได้น้ำเต็มแท็งก์นี้
9. ใช้รถแทรกเตอร์คันหนึ่งไถนาแปลงหนึ่งเสร็จในเวลา 10 ชั่วโมง ถ้าใช้รถแทรกเตอร์อีกคันหนึ่งร่วมกับแทรกเตอร์คันแรก สามารถไถนาแปลงเดียวกันเสร็จในเวลา 6 ชั่วโมง ถ้าใช้รถแทรกเตอร์คันที่สองคันเดียวไถนาแปลงนี้จะแล้วเสร็จในเวลากี่ชั่วโมง

<u>ปัญหาชวนคิด</u>

สิบเศียรชูศรี สามสิบสี่บาทา

นกเนื้อเท่าใดนา ลองปัญญาผู้เรียน



ใบงานที่ 1

ใบงานที่ 1.

กิจกรรมกลุ่มที่.....วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

สมาชิกกลุ่ม	กิจกรรมที่สมาชิกแต่ละคนปฏิบัติในกลุ่ม
1.	.....
2.	.....
3.	.....
4.	.....

คำชี้แจง *ให้นักเรียนร่วมกันแก้โจทย์สมการต่อไปนี้ในกลุ่มกิจกรรมที่กำหนดไว้ในชั้นเรียน*

ข้อที่ 1. เครื่องกลึงชนิดหนึ่งมีราคาเป็น 5 เท่าของเครื่องเจาะ ถ้าเครื่องกลึง 2 เครื่องและเครื่องเจาะ 3 เครื่องมีราคารวมกัน 416,000 บาท เครื่องกลึงและเครื่องเจาะมีราคาเครื่องละเท่าไร

ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ

ขั้นที่ 1. *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

.....

ขั้นที่ 2. *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

ใบงานที่ 1

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้อง แล้วเขียนประโยคสัญลักษณ์*

ให้เครื่องเจาะมีราคาเครื่องละ x บาท

เนื่องจากเครื่องกลึงมีราคาเป็น 5 เท่าของเครื่องเจาะ

ดังนั้นเครื่องกลึงมีราคาเครื่องละ ..... บาท

<u>ขั้นที่ 4.</u> *เขียนสมการโดยการพิจารณาจากความสัมพันธ์ในขั้นที่ 2 และจากประโยคสัญลักษณ์ในขั้นที่ 3*

จากโจทย์กำหนดให้ เครื่องกลึง 2 เครื่องและเครื่องเจาะ 3 เครื่อง

ราคารวมกันเป็น 416,000 บาท

ดังนั้นจะได้สมการเป็น .....

<u>ขั้นที่ 5.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ*

นั่นคือ เครื่องเจาะมีราคาเครื่องละ ..... บาท

และเครื่องกลึงมีราคาเครื่องละ ..... บาท

<u>ขั้นที่ 6.</u> *ตรวจสอบคำตอบ*

จากเครื่องกลึงราคาเครื่องละ ..... บาท

เครื่องเจาะราคาเครื่องละ ..... บาท

จะเห็นได้ว่าเครื่องกลึงมีราคาเป็น 5 เท่าของเครื่องเจาะ

และจะได้ว่าราคาของเครื่องกลึง 2 เครื่องกับเครื่องเจาะ 3 เครื่อง

ราคารวมกันเป็น ..... บาท

= ..... บาท

ใบงานที่ 1

ถูกต้องตามที่โจทย์กำหนดให้หรือไม่ .....

ตอบ เครื่องกลึงราคาเครื่องละ ..... บาท

เครื่องเจาะราคาเครื่องละ ..... บาท

ข้อที่ 2. เหล็กแผ่นเรียบรูปสามเหลี่ยมแผ่นหนึ่งวัดโดยรอบยาว 26 เซนติเมตร ด้านที่หนึ่งยาวเป็น $\frac{2}{3}$ เท่าของด้านที่สอง และยาวกว่าด้านที่สาม 2 เซนติเมตร ความยาวของด้านทั้งสามเป็นเท่าไร

ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ

ขั้นที่ 1. *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

.....

ขั้นที่ 2. *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

ใบงานที่ 1

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้อง แล้วเขียนประโยคสัญลักษณ์*

ให้ด้านที่สองยาว x ซม.

เนื่องจากด้านที่หนึ่งยาวเป็น $\frac{2}{3}$ เท่าของด้านที่สอง และยาวกว่าด้านที่สาม 2 เซนติเมตร

ดังนั้นจะได้ว่าด้านที่หนึ่งยาว ..... ซม.

ด้านที่สามยาว .....ซม.

<u>ขั้นที่ 4.</u> *เขียนสมการโดยการพิจารณาจากความสัมพันธ์ในขั้นที่ 2 และจากประโยคสัญลักษณ์ในขั้นที่ 3*

จากโจทย์กำหนดให้ความยาวเส้นรอบรูปเท่ากับ 26 ซม.

ดังนั้นจะได้สมการเป็น .....

.....

<u>ขั้นที่ 5.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ*

นั่นคือ ด้านที่หนึ่งยาว ..... ซม.

ด้านที่สองยาว ..... ซม.

ด้านที่สามยาว ..... ซม.

ใบงานที่ 1

<u>ขั้นที่ 6.</u> *ตรวจสอบคำตอบ*

จากด้านที่หนึ่งยาว ..... ซม. ด้านที่สองยาว ..... ซม.

และด้านที่สามยาว ..... ซม.

ซึ่งจะได้ว่าด้านที่หนึ่งยาวเป็น ..... เท่าของด้านที่สอง

และด้านที่หนึ่งยาวกว่าด้านที่สาม ..... ซม.

และความยาวรอบรูปได้เท่ากับ ..... ซม.

ถูกต้องตามที่โจทย์กำหนดให้หรือไม่ .....

<u>ตอบ</u> ด้านที่หนึ่งของแผ่นเหล็กรูปสามเหลี่ยมยาว ..... เซนติเมตร

ด้านที่สองยาว ..... เซนติเมตร และด้านที่สามยาว .....เซนติเมตร

<u>ข้อที่ 3.</u> คนงานคนหนึ่งต้องผลิตชิ้นงานตามสั่ง 910 ชิ้น ให้เสร็จภายใน 40 ชั่วโมง เขาเริ่มผลิตด้วยอัตราเร็ว 20 ชิ้นต่อชั่วโมง ครั้นผลิตไปได้ระยะหนึ่งเขาต้องเพิ่มอัตราการผลิตเป็น 25 ชิ้นต่อชั่วโมง ปรากฏว่าเสร็จทันกำหนดเวลาพอดี จงหาว่านับตั้งแต่เปลี่ยนอัตราการผลิตเขาผลิตงานได้เท่าไร

<u>ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ</u>

<u>ขั้นที่ 1.</u> *ระบุเกี่ยวกับโจทย์*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

.....

ใบงานที่ 1

<u>ขั้นที่ 2.</u> *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์*

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้อง แล้วเขียนประโยคสัญลักษณ์*

ให้จำนวนชิ้นงานที่ผลิตได้หลังจากเปลี่ยนอัตราการผลิตแล้วเป็น x ชิ้น

จากชิ้นงานที่ต้องผลิตทั้งหมดเท่ากับ 910 ชิ้น

ดังนั้นจำนวนชิ้นงานที่ผลิตได้ก่อนการเปลี่ยนอัตราการผลิต

= .....ชิ้น

และเวลาที่ใช้ในการผลิตในอัตรา 20 ชิ้นต่อชั่วโมง

= ..... ชั่วโมง

เวลาที่ใช้ในการผลิตในอัตรา 25 ชิ้นต่อชั่วโมง

= ..... ชั่วโมง

<u>ขั้นที่ 4.</u> *เขียนสมการโดยการพิจารณาจากความสัมพันธ์ในขั้นที่ 2 และจากประโยคสัญลักษณ์ในขั้นที่ 3*

เนื่องจากคนงานผลิตชิ้นงานได้เสร็จทันกำหนดเวลาพอดี

ซึ่งใช้เวลารวมทั้งสิ้น 40 ชั่วโมง

ดังนั้นจะได้สมการเป็น .....

.....

ใบงานที่ 1

<u>ขั้นที่ 5.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ*

ดังนั้นจำนวนชิ้นงานที่ผลิตได้เมื่อเปลี่ยนอัตราการผลิตเป็น 25 ชิ้นต่อชั่วโมง

เท่ากับ ..... ชิ้น

<u>ขั้นที่ 6.</u> *ตรวจสอบคำตอบ*

จำนวนชิ้นงานที่ผลิตได้ในอัตราการผลิต 25 ชิ้นต่อชั่วโมง

เท่ากับ ..... ชิ้น จะใช้เวลาในการผลิตเป็นเวลา ..... ชั่วโมง

และจำนวนชิ้นงานที่ผลิตได้ในอัตราการผลิต 20 ชิ้นต่อชั่วโมง

เท่ากับ ..... ชิ้น จะใช้เวลาในการผลิตเป็นเวลา ..... ชั่วโมง

ดังนั้นรวมเวลาที่ใช้ในการผลิตชิ้นงานทั้งหมด 910 ชิ้น

เป็นเวลา ..... ชั่วโมง

ถูกต้องตามที่โจทย์กำหนดให้หรือไม่ .....

<u>ตอบ</u> จำนวนชิ้นงานที่ผลิตได้เมื่อเปลี่ยนอัตราการผลิตเป็น 25 ชิ้น

ต่อชั่วโมง เท่ากับ ..... ชิ้น

เอกสารประกอบบทเรียนชุดที่ 2

เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

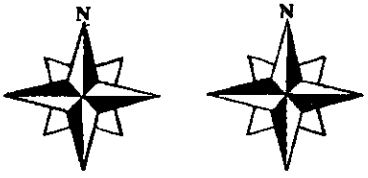
1. บทเรียนทบทวนด้วยตนเองหน่วยที่ 2 (2.1) ทบทวนความรู้พื้นฐานการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปร
2. บทเรียนที่ 2 (2.1) บทเรียนในชั้นเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (แก้สมการโดยวิธีการกำจัดตัวแปร)
3. ใบงานที่ 2
4. บทเรียนทบทวนด้วยตนเองหน่วยที่ 2 (2.2) ทบทวนความรู้พื้นฐานการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่า
5. บทเรียนที่ 2 (2.2) บทเรียนในชั้นเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (แก้สมการโดยวิธีการแทนค่า)
6. ใบงานที่ 3
7. บทเรียนที่ 2 (2.3) บทเรียนในชั้นเรียนเรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์ และโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
8. ใบงานที่ 4

บทเรียนทบทวนด้วยตนเอง

หน่วยที่ 2 (2.1)

ทบทวนความรู้พื้นฐาน

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปร



ชื่อ - สกุล .....

ชั้น ปวช.2 สาขาวิชาช่าง ..... กลุ่มที่ ..... เลขที่ .....

วิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช อ.เมือง จ.นครศรีธรรมราช

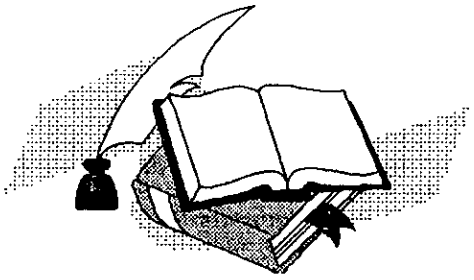
คำชี้แจง

ในบทเรียนทบทวนด้วยตนเองหน่วยที่ 2 นี้ จะเป็นการทบทวนความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรซึ่งนักเรียนเคยเรียนมาแล้วในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยที่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นั้นนักเรียนได้เรียนเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการเขียนกราฟ และโดยวิธีการทางพีชคณิต

ในที่นี้จะเป็นการทบทวนเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการทางพีชคณิตเป็นวิธีการหลัก เนื่องจากวิธีการนี้สามารถแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ครอบคลุมกว่าวิธีการเขียนกราฟ โดยที่วิธีการเขียนกราฟนั้นมีขีดจำกัดในกรณีที่คำตอบของระบบสมการเป็นคู่อันดับของเศษส่วนหรือทศนิยม ซึ่งคำตอบที่ได้ของระบบสมการโดยวิธีการเขียนกราฟในกรณีนี้อาจจะทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนขึ้นได้ ดังนั้นในบทเรียนทบทวนด้วยตนเองนี้จึงเน้นถึงวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการทางพีชคณิตเป็นวิธีการหลัก โดยที่ในหน่วยที่ 2 (2.1) นี้จะเป็นการทบทวนเกี่ยวกับนิยามของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร กราฟของสมการ และวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปร และสำหรับในหน่วยที่ 2 (2.2) ซึ่งเป็นบทเรียนทบทวนด้วยตนเองอีกชุดหนึ่งนั้น จะทบทวนเกี่ยวกับวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่าต่อไป

ในการศึกษาบทเรียนทบทวนด้วยตนเองหน่วยที่ 2 นี้ ขอให้นักเรียนได้ไปศึกษาทบทวนร่วมกันภายในกลุ่มที่จัดไว้ในทำนองเดียวกันกับวิธีการศึกษาบทเรียนทบทวนด้วยตนเองหน่วยที่ 1 เพื่อเป็นการทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการทางพีชคณิตที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว เพื่อเป็นพื้นฐานในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไป.

" ความพยายามและการช่วยเหลือกันภายในกลุ่ม ย่อมก่อให้เกิดความสำเร็จแก่นักเรียนทุกคน "



หน่วยที่ 2 (2.1)

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ สมการที่มีตัวแปรสองตัว เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเท่ากับหนึ่งและไม่มีการคูณกันของตัวแปร

ซึ่งเขียนในรูปทั่วไปเป็น $ax + by = c$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว และ a, b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

ตัวอย่างของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ได้แก่

1.) $x + y = 12$

2.) $x + 2y - 6 = 0$

สำหรับสมการ $2x + 3y^2 = 1$ ไม่เป็นสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เนื่องจากเลขชี้กำลังของ y ไม่เท่ากับหนึ่ง

และสมการ $3(xy + x) = 1$ ไม่เป็นสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เนื่องจากตัวแปรอยู่ในรูปของการคูณ

คำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่มี x และ y เป็นตัวแปร คือ ค่าของ **x** และ **y** ที่ทำให้สมการเป็นจริง

จากสมการ $x + y = 12$ เราจะพบว่าคำตอบของสมการเชิงเส้นนี้มีคำตอบมากมายไม่จำกัด ซึ่งคำตอบของสมการนี้คือจำนวนจริงใด ๆ ที่รวมกันแล้วได้เท่ากับ 12 นั่นเอง

<u>หมายเหตุ</u> ในการเขียนคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเรานิยมเขียนคำตอบของสมการในรูปของคู่อันดับ (x , y) เช่นจากสมการ $x + y = 12$ เราจะได้ว่า (-2, 14) , (0, 12) , (0.5, 11.5) , (2, 10) ,... ต่างก็เป็นคำตอบของสมการ $x + y = 12$

หน่วยที่ 2 (2.1)

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ให้ a, b, c, d, e และ f เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ a, b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน และ c, d ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน จะเรียก

$$ax + by = e$$

$$cx + dy = f$$

ว่า ***ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร*** และจะเรียกค่าของ x และ y ที่ทำให้สมการทั้งสองเป็นจริงว่า ***คำตอบของระบบสมการ*** ซึ่งนิยมเขียนคำตอบของระบบสมการในรูปของคู่อันดับ (x, y)

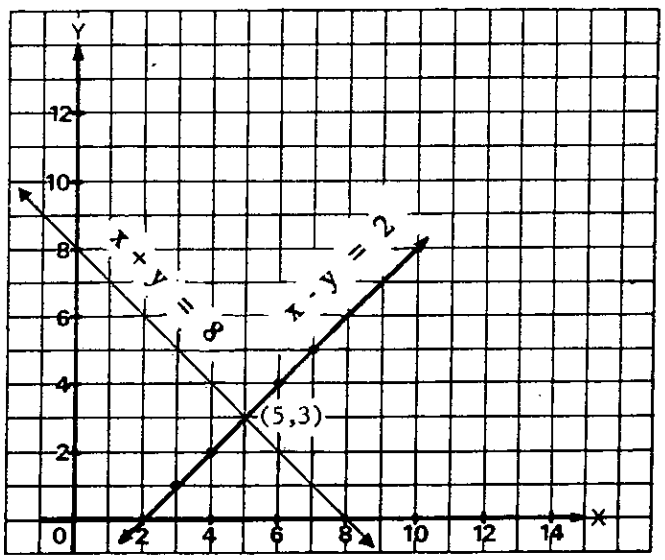
เช่น จากระบบสมการ

$$x + y = 8$$

$$x - y = 2$$

เป็นระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และพบว่า (5, 3) เป็นคำตอบของระบบสมการนี้ เนื่องจากเมื่อแทน $x = 5$, $y = 3$ ในสมการทั้งสองข้างต้นจะทำให้สมการทั้งสองเป็นจริง

ถ้านักเรียนเขียนกราฟของสมการทั้งสองบนระนาบแกนพิกัดฉากเดียวกัน จะเห็นได้ว่ากราฟของสมการทั้งสองเป็นกราฟเส้นตรงตัดกันที่จุด (5, 3) ดังรูป



หน่วยที่ 2 (2.1)

ในการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนั้นจะพบว่าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอาจไม่มีคำตอบ หรือมีคำตอบเดียว หรือมีหลายคำตอบก็ได้

ในกรณีที่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมีคำตอบเพียงคำตอบเดียว จะพบว่ากราฟของสมการทั้งสองเป็นเส้นตรงที่ตัดกันที่จุดเพียงจุดเดียว ซึ่งเป็นจุดที่คู่อันดับคือคำตอบของระบบสมการนั้น

เช่นในระบบสมการ $x + y = 8$

$x - y = 2$

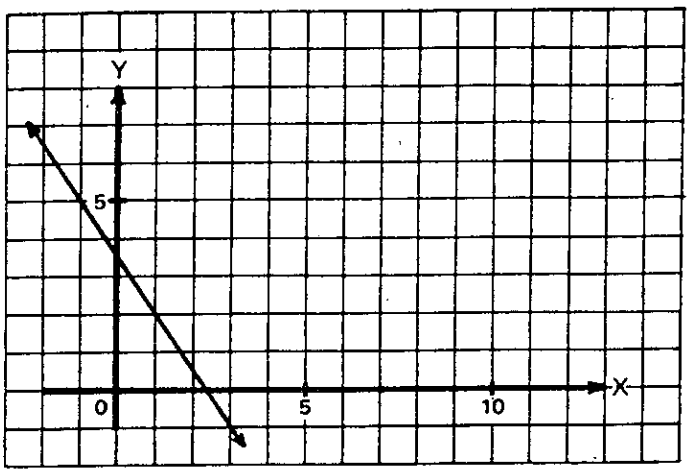
ที่ผ่านมา จะเห็นได้ว่ากราฟของสมการทั้งสองตัดกันที่จุด (5, 3) เพียงจุดเดียวเท่านั้น

ในกรณีที่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมีคำตอบหลายคำตอบ จะพบว่ากราฟของสมการทั้งสองเป็นเส้นตรงเดียวกันหรือทับกัน ซึ่งจะได้ว่าคำตอบของระบบสมการคือคู่อันดับที่แทนจุดทุกจุดบนเส้นตรงนั้น

เช่น ในระบบสมการ $3x + 2y = 7$

$6x + 4y = 14$

จะได้ว่ากราฟของสมการทั้งสองทับกันดังรูปต่อไปนี้



นั่นคือ จากกราฟจะได้คำตอบของระบบสมการนี้มีคำตอบหลายคำตอบ ดังเช่นถ้านักเรียนแทนค่า x , y ด้วยค่าในคู่อันดับต่อไปนี้ได้แก่ (-2, 6.5) , (-1, 5) , (0, 3.5) , (1, 2) , (2, 0.5) , ... ซึ่งเป็นจุดใด ๆ บนเส้นตรงทั้งสองในกราฟ นักเรียนจะเห็นได้ว่าค่าในคู่อันดับต่าง ๆ ที่นักเรียนแทนลงไปนั้นจะทำให้สมการทั้งสองเป็นจริงเสมอ

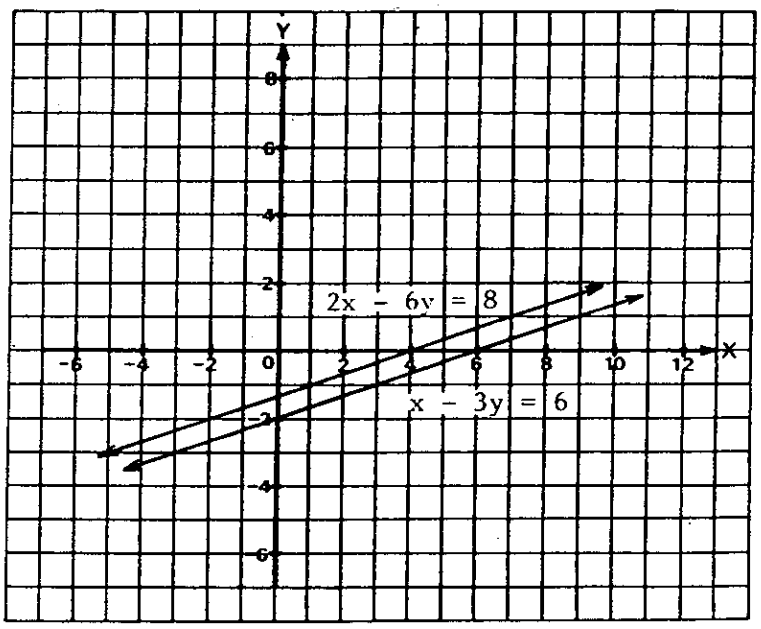
หน่วยที่ 2 (2.1)

<u>ในกรณีที่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไม่มีคำตอบ</u> จะพบว่ากราฟของสมการทั้งสองเป็นเส้นตรงที่ขนานกัน

เช่น ในระบบสมการ $x - 3y = 6$

$2x - 6y = 8$

จะได้ว่ากราฟของสมการทั้งสองขนานกันดังรูปต่อไปนี้



จากระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้ ให้นักเรียนหาคำตอบของระบบสมการโดยการเขียนกราฟ

1.) $2x - 3y = 14$

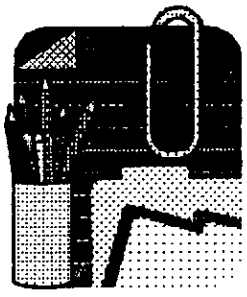
$3x + 2y = 8$

2.) $x + y = 3$

$2x + 2y = 9$

3.) $2x - y = 2$

$4x - 2y = 4$



หน่วยที่ 2 (2.1)

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

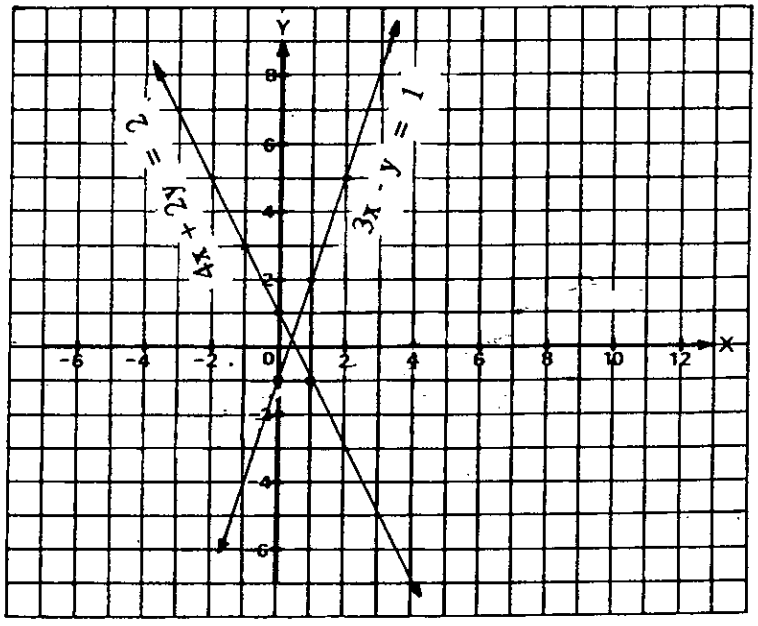
การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นั้น นักเรียนได้เรียนเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการเขียนกราฟ และโดยวิธีการทางพีชคณิต โดยที่วิธีการทางพีชคณิตนั้นนักเรียนได้เรียนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปรและโดยวิธีการแทนค่ามาแล้ว ในที่นี้จะเป็นการทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปรก่อน และสำหรับวิธีการแทนค่านั้นจะได้ทบทวนในบทเรียนทบทวนด้วยตนเองหน่วยที่ 2 (2.2) ต่อไป

สำหรับวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการเขียนกราฟนั้นจะไม่นำมาทบทวนในที่นี้ เนื่องจากเป็นวิธีการที่มีขีดจำกัดและคำตอบที่ได้มีโอกาสคลาดเคลื่อนได้ค่อนข้างสูง โดยเฉพาะในกรณีที่คำตอบของระบบสมการเป็นคู่อันดับของเศษส่วนหรือทศนิยม

เช่น ในระบบสมการ $3x - y = 1$

$4x + 2y = 2$

ถ้านักเรียนเขียนกราฟของสมการทั้งสองจะได้ดังรูปต่อไปนี้



จากกราฟนักเรียนจะได้ว่าเส้นตรงทั้งสองตัดกันที่จุดใด ?

นักเรียนจะเห็นได้ว่าจุดตัดที่นักเรียนอ่านได้จากกราฟนั้นมีโอกาสคลาดเคลื่อนได้สูง หรือแม้แต่ในกรณีที่คำตอบของระบบสมการเป็นจำนวนเต็มก็ตาม ความคลาดเคลื่อนจากการอ่านคู่อันดับของจุดตัดจากกราฟที่เขียนขึ้นก็มีโอกาสคลาดเคลื่อนได้สูงเช่นกัน

ดังนั้นในการเรียนเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในที่นี้จะเน้นวิธีการทางพีชคณิตเป็นวิธีการหลักเท่านั้น ดังรายละเอียดที่จะได้กล่าวถึงในอันดับต่อไป

วิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปร

ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปรนั้นจะอาศัยสมบัติการบวก และสมบัติการคูณต่อไปนี้

1.) ถ้า a, b, c และ d เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่ a = b และ c = d แล้ว

$$a + c = b + d$$

2.) ถ้า a , b และ k เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่ a = b แล้ว ka = kb

หลักการในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปรที่อาศัยสมบัติข้างต้นนี้ จะดำเนินการโดยการ***ทำให้สัมประสิทธิ์ของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งในสมการทั้งสองเท่ากันก่อน แล้วจึงนำสมการทั้งสองมาบวกหรือลบกันเพื่อกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งออกไป ซึ่งจะทำให้ได้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรขึ้นมา แล้วนักเรียนก็ดำเนินการแก้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรที่ได้นี้ต่อไป หลังจากได้คำตอบของสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรแล้วให้นักเรียนนำค่าของตัวแปรที่ได้นี้ไปแทนในสมการเชิงเส้นสองตัวแปรสมการใดสมการหนึ่ง ก็จะได้คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรตามที่ต้องการ*** ดังตัวอย่างต่อไปนี้

หน่วยที่ 2 (2.1)

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> จงแก้ระบบสมการ

$$2x + y = 12 \quad .....(1)$$
$$3x - 2y = 11 \quad .....(2)$$

<u>แนวคิด</u>	***<u>วิธีทำ</u>***
จากสมการ (1), (2) นักเรียนจะต้องกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งออกไปโดยอาศัยหลักการข้างต้น ซึ่งจากสมการ (1), (2) นักเรียนจะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถทำให้สัมประสิทธิ์ของ y ในสมการ (1), (2) เท่ากันได้ง่ายกว่าการทำให้สัมประสิทธิ์ของ x เท่ากัน ซึ่งทำได้โดยการนำ 2 ไปคูณสมการ (1) ทั้งสองข้าง จะได้สัมประสิทธิ์ของ y เป็น 2 ซึ่งเท่ากับในสมการ (2) กำหนดให้เป็นสมการ (3)	$2x + y = 12$ .....(1) $3x - 2y = 11$ .....(2) (1)× 2 จะได้ $4x + 2y = 24$ .....(3)
พิจารณาสมการ (2) กับ (3) จะเห็นได้ว่าถ้านำสมการ (2) กับ (3) มาบวกกันแล้วจะทำให้ตัวแปร y หายไป เนื่องจากสัมประสิทธิ์ของ y ที่ได้จะมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นจึงควรนำสมการ (2) มาบวกกับสมการ (3)	(2) + (3) จะได้ $(3x - 2y) + (4x + 2y) = 11 + 24$ $3x - 2y + 4x + 2y = 35$ $7x = 35$ ดังนั้น $x = 5$
เมื่อนักเรียนทราบค่าตัวแปร x แล้ว นักเรียนสามารถหาค่าของตัวแปร y ได้โดยการนำค่าตัวแปร x ที่ได้ไปแทนในสมการใดสมการหนึ่งข้างต้นที่นักเรียนเห็นว่าสะดวกและง่าย	แทนค่า x = 5 ใน (1) จะได้ $2(5) + y = 12$ $10 + y = 12$ ดังนั้น $y = 12 - 10$ $y = 2$

ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า $x = 5$ และ $y = 2$ ในสมการ (1) , (2)

จากสมการ (1) จะได้ว่า	จากสมการ (2) จะได้ว่า
$2x + y = 12$	$3x - 2y = 11$
$2(5) + 2 = 12$	$3(5) - 2(2) = 11$
$10 + 2 = 12$	$15 - 4 = 11$
$12 = 12$	$11 = 11$

ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริงทั้งสองสมการ

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการคือ (5 , 2)

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้ระบบสมการ

$$2x - 3y = 7 \quad \text{.....(1)}$$
$$3x - 4y = 10 \quad \text{.....(2)}$$

แนวคิด	***วิธีทำ***
จากสมการ (1), (2) ทำสัมประสิทธิ์ของ x ให้เท่ากัน จากสมการ (1) สัมประสิทธิ์ของ x เป็น 2 จากสมการ (2) สัมประสิทธิ์ของ x เป็น 3 ดังนั้นทำให้สัมประสิทธิ์ของ x ทั้งสองสมการเป็น 6 (เท่ากับ ค.ร.น.ของ 2 กับ 3) โดยการนำ 3 มาคูณสมการ (1) และนำ 2 มาคูณสมการ (2)	$2x - 3y = 7$ .....(1) $3x - 4y = 10$ .....(2) (1) × 3 จะได้ $6x - 9y = 21$ .....(3) (2) × 2 จะได้ $6x - 8y = 20$ .....(4)
----------	----------

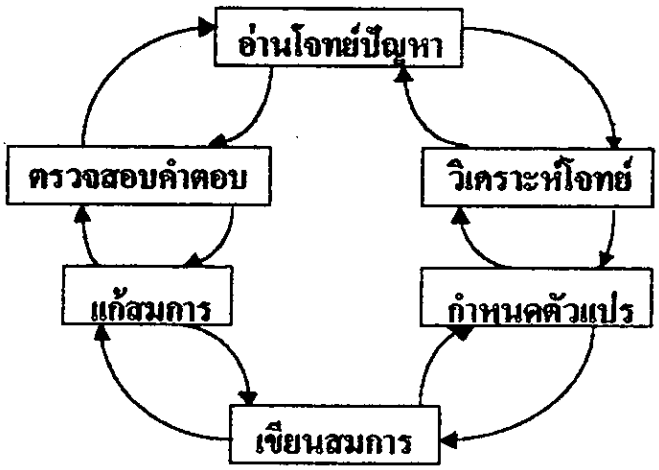
บทเรียนที่ 2 (2.1)

โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ในงานช่างและในชีวิตประจำวันนักเรียนจะพบโจทย์ปัญหาหลาย ๆ ปัญหา ที่นักเรียนสามารถนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ ซึ่งจะทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเหล่านั้นได้ง่ายขึ้น

สำหรับหลักการและขั้นตอนที่จะนำเสนอให้นักเรียนได้นำไปใช้ในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรนั้น นักเรียนสามารถอาศัยหลักการและขั้นตอนต่าง ๆ ได้เช่นเดียวกับขั้นตอนในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรที่ผ่านมาแล้วได้ แต่อาจจะแตกต่างกันบ้างในรายละเอียดของบางขั้นตอนเท่านั้น ซึ่งสรุปเป็นแผนภาพได้เช่นเดียวกันดังนี้

แผนภาพแสดงขั้นตอนการแก้โจทย์สมการ



ในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรตามขั้นตอนที่นำเสนอนี้ จะมีความแตกต่างจากการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรในเรื่องของรายละเอียดบางขั้นตอนเท่านั้น ได้แก่ ในขั้นการกำหนดตัวแปรนักเรียนต้องกำหนดตัวแปรแทนตัวที่ไม่ทราบ-

ค่า 2 ตัว และในขั้นเขียนสมการนักเรียนต้องเขียนสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการที่เป็นอิสระต่อกัน หลังจากนั้นก็ดำเนินการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรตามวิธีการที่ได้เรียนมาแล้ว และตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์ว่าสอดคล้องกันหรือไม่ในทำนองเดียวกันกับการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร

สำหรับในขั้นการวิเคราะห์โจทย์เพื่อพิจารณาถึงความสัมพันธ์ที่เท่ากันของปริมาณ 2 ปริมาณและเงื่อนไขต่าง ๆ ในโจทย์เพื่อนำไปสู่การกำหนดตัวแปรและสมการนั้น นอกจากเทคนิควิธีการวาดรูปหรือเขียนแผนภาพประกอบที่นักเรียนใช้ในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรแล้ว นักเรียนยังสามารถที่จะใช้เทคนิควิธีการอื่น ๆ ได้ด้วย ได้แก่การใช้ตารางในการวิเคราะห์โจทย์ ดังเช่นในตัวอย่างโจทย์ต่อไปนี้

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> กล่องใบหนึ่งบรรจุสลักเกลียวสองชนิด ชนิดแรกมีมวล 1 กิโลกรัมต่อ 16 ตัว ชนิดที่สองมีมวล 1 กิโลกรัมต่อ 10 ตัว ถ้าสลักเกลียวในกล่องใบนี้รวมกันทั้งหมดเท่ากับ 652 ตัว มวลทั้งหมดเป็น 49 กิโลกรัม ในกล่องนี้มีสลักเกลียวชนิดละกี่ตัว

<u>ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ</u>

<u>ขั้นที่ 1.</u> *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

.....

บทเรียนที่ 2 (2.1)

<u>ขั้นที่ 2.</u> *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

	จำนวนตัว / มวล	จำนวนตัว	มวล
ชนิดที่ 1			
ชนิดที่ 2			
	รวม		

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องแล้วเขียนประโยคสัญลักษณ์.*

ให้สลักเกลียวชนิดแรกมีทั้งหมด x ตัว

สลักเกลียวชนิดที่สองมีทั้งหมด y ตัว

เนื่องจากชนิดแรกมีมวล 16 ตัวต่อ 1 กิโลกรัม และมีทั้งหมด x ตัว

ดังนั้นสลักเกลียวชนิดแรกมีมวลทั้งหมดเป็น ..... กิโลกรัม

และชนิดที่สองมีมวล 10 ตัวต่อ 1 กิโลกรัม และมีทั้งหมด y ตัว

ดังนั้นสลักเกลียวชนิดที่สองมีมวลทั้งหมดเป็น ..... กิโลกรัม

<u>ขั้นที่ 4.</u> *เขียนสมการโดยการพิจารณาจากความสัมพันธ์ในขั้นที่ 2 และจากประโยคสัญลักษณ์ในขั้นที่ 3.*

จากโจทย์กำหนดสลักเกลียวรวมกันทั้งหมด 652 ตัว

ดังนั้นจะได้สมการเป็น .....(1)

และจากโจทย์กำหนดมวลสลักเกลียวรวมกันทั้งหมด 49 กิโลกรัม

ดังนั้นจะได้สมการเป็น .....(2)

บทเรียนที่ 2 (2.1)

<u>ขั้นที่ 5.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ.*

นั่นคือสลักเกลียวชนิดแรกมี ..... ตัว

สลักเกลียวชนิดที่สองมี ..... ตัว

<u>ขั้นที่ 6.</u> *ตรวจสอบคำตอบ.*

สลักเกลียวทั้งสองชนิดรวมกันเท่ากับ .....+.....=..... ตัว

สลักเกลียวชนิดแรกมีมวลเท่ากับ ..... กิโลกรัม

สลักเกลียวชนิดที่สองมีมวลเท่ากับ ..... กิโลกรัม

ดังนั้นสลักเกลียวทั้งสองชนิดมีมวลรวมกันเท่ากับ ..... กิโลกรัม

ถูกต้องตามที่โจทย์กำหนดให้หรือไม่ .....

<u>ตอบ</u> สลักเกลียวชนิดแรกมี ..... ตัว

สลักเกลียวชนิดที่สองมี ..... ตัว

บทเรียนที่ 2 (2.1)

แบบฝึกหัดประจำบทเรียนที่ 2 (2.1)

ให้นักเรียนแก้โจทย์สมการต่อไปนี้ (ในการแสดงวิธีทำนักเรียนไม่จำเป็นต้องเขียนแสดงขั้นตอนในการคิดให้เห็นเหมือนในตัวอย่างที่ผ่าน ๆ มาก็ได้ แต่หลังจากนักเรียนแก้ระบบสมการได้คำตอบแล้วให้นักเรียนแสดงการตรวจสอบคำตอบให้เห็นด้วย)

1. ขนาดของมุมสองมุมรวมกันเท่ากับ 90 องศา และผลต่างของขนาดของมุมเท่ากับ 22.8 องศา จงหาขนาดของมุมทั้งสอง
2. นายประจวบมีเงิน 9,600 บาท เขาลงทุนส่วนหนึ่งได้ดอกเบี้ย 6% ต่อปี ส่วนที่เหลือลงทุนได้ดอกเบี้ย 8% ต่อปี ถ้าในหนึ่งปีเขาได้ดอกเบี้ยทั้งหมด 632 บาท จงหาว่าเขาลงทุนแห่งละเท่าไร
3. ช่างปูนคนหนึ่งทำงานเป็นเวลา 3 ชั่วโมง และผู้ช่วยของเขาทำงาน 4 ชั่วโมง ได้เงินรวมกัน 255 บาท ถ้าชั่วโมงทำงานของคนทั้งสองกลับกันจะได้เงินรวมกัน 270 บาท จงหาอัตราค่าจ้างของแต่ละคนต่อชั่วโมง
4. กำหนดให้ k แทนค่าคงตัวของสปริง L_o แทนความยาวของสปริงขณะที่ไม่มีแรงมากระทำ L แทนความยาวของสปริงขณะที่มีแรง W มากระทำ

   ความสัมพันธ์ระหว่าง L_o , L , k และ W คือ $\mathbf{L = L_o - \frac{W}{k}}$

   เมื่อใช้แรงกด 400 นิวตันและ 900 นิวตันสปริงจะยาว 38 มิลลิเมตร และ 35.5 มิลลิเมตรตามลำดับ จงหา

   ก. ค่าคงตัวของสปริง

   ข. ความยาวของสปริงขณะที่ไม่มีแรงกด

   ค. แรงกดของสปริงที่ทำให้สปริงยาว 37.5 มิลลิเมตร

5. นายจตุรงค์ลงทุนรับเหมาทำรั้วบ้านและปูพื้นบ้านหลังหนึ่งเป็นเงิน 72,000 บาท โดยที่งานทำรั้วบ้านได้กำไร 5% ของเงินลงทุนในส่วนทำรั้วบ้าน และงานปูพื้นบ้านได้กำไร 7% ของเงินลงทุนในส่วนปูพื้นบ้าน ถ้าเขาได้กำไรจากการทำรั้วบ้านและปูพื้นบ้านเท่ากัน จงหาเงินลงทุนในงานแต่ละชนิด

ใบงานที่ 2

ใบงานที่ 2.

กิจกรรมกลุ่มที่.....วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

สมาชิกกลุ่ม	กิจกรรมที่สมาชิกแต่ละคนปฏิบัติในกลุ่ม
1.	.....
2.	.....
3.	.....
4.	.....

คำชี้แจง *ให้นักเรียนร่วมกันแก้โจทย์สมการต่อไปนี้ในกลุ่มกิจกรรมที่กำหนดไว้ในชั้นเรียน*

ข้อที่ 1. ผลรวมของความต้านทานสองตัวเท่ากับ 11,500 โอห์ม และผลต่างเท่ากับ 2,100 โอห์ม จงหาค่าความต้านทานของตัวต้านทานทั้งสอง

ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ

ขั้นที่ 1. *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

ขั้นที่ 2. *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

ใบงานที่ 2

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องแล้วเขียนประโยคสัญลักษณ์.*

ให้ตัวต้านทานตัวแรกมีค่าความต้านทานเป็น x โอห์ม

ตัวต้านทานตัวที่สองมีค่าความต้านทานเป็น y โอห์ม

ดังนั้นผลรวมของความต้านทานทั้งสองตัวเท่ากับ ..... โอห์ม

และผลต่างของความต้านทานทั้งสองตัวเท่ากับ ..... โอห์ม

<u>ขั้นที่ 4.</u> *เขียนสมการโดยการพิจารณาจากความสัมพันธ์ในขั้นที่ 2 และจากประโยคสัญลักษณ์ในขั้นที่ 3.*

จากโจทย์ผลรวมของความต้านทานทั้งสองตัวเท่ากับ 11,500 โอห์ม

ดังนั้นจะได้สมการเป็น .....(1)

และผลต่างของความต้านทานทั้งสองตัวเท่ากับ 2,100 โอห์ม

ดังนั้นจะได้สมการเป็น .....(2)

<u>ขั้นที่ 5.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ.*

นั่นคือค่าความต้านทานของตัวต้านทานทั้งสองคือ ..... โอห์ม

และ ..... โอห์ม

ใบงานที่ 2

ขั้นที่ 6. *ตรวจสอบคำตอบ.*

ดังนั้นจะได้ว่าผลรวมของความต้านทานทั้งสองตัวเท่ากับ

.....+.....=..... โอห์ม

และผลต่างของความต้านทานทั้งสองตัวเท่ากับ

..... - .....=..... โอห์ม

ถูกต้องตามที่โจทย์กำหนดให้หรือไม่ .....

ตอบ ค่าความต้านทานของตัวต้านทานทั้งสองคือ ..... โอห์ม

และ ..... โอห์ม

ข้อที่ 2 ตัวต้านทานสองตัวต่อกันแบบอนุกรมในวงจรไฟฟ้าวงจรหนึ่งมีค่าความต้านทานรวมเป็น 1,150 โอห์ม ถ้าค่าความต้านทานของตัวต้านทานตัวหนึ่งเพิ่ม 5% และค่าความต้านทานของตัวต้านทานอีกตัวหนึ่งเพิ่ม 10% ทำให้ค่าความต้านทานใหม่รวมเป็น 1,241 โอห์ม จงหาค่าความต้านทานเดิมของตัวต้านทานแต่ละตัว

ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ

ขั้นที่ 1. *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

.....

ใบงานที่ 2

<u>ขั้นที่ 2.</u> *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องแล้วเขียนประโยคสัญลักษณ์.*

ให้ตัวต้านทานตัวที่หนึ่งมีค่าความต้านทานเป็น x โอห์ม

ตัวต้านทานตัวที่สองมีค่าความต้านทานเป็น y โอห์ม

ถ้าค่าความต้านทานตัวที่หนึ่งเพิ่มขึ้น 5 % จะมีค่าความต้านทานเป็น ..... โอห์ม

และค่าความต้านทานตัวที่สองเพิ่มขึ้น 10 % จะมีค่าความต้านทานเป็น ..... โอห์ม

<u>ขั้นที่ 4.</u> *เขียนสมการโดยการพิจารณาจากความสัมพันธ์ในขั้นที่ 2 และจากประโยคสัญลักษณ์ในขั้นที่ 3.*

จากโจทย์ผลรวมของความต้านทานสองตัวเดิมเท่ากับ 1,150 โอห์ม

ดังนั้นจะได้สมการเป็น .....(1)

และผลรวมของความต้านทานใหม่เท่ากับ 1,241 โอห์ม

ดังนั้นจะได้สมการเป็น .....(2)

ใบงานที่ 2

<u>ขั้นที่ 5.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ.*

นั่นคือ ค่าความต้านทานของตัวต้านทานที่หนึ่งเท่ากับ ..... โอห์ม

และค่าความต้านทานของตัวต้านทานที่สองเท่ากับ ..... โอห์ม

<u>ขั้นที่ 6.</u> *ตรวจสอบคำตอบ.*

ดังนั้นจะได้ว่าผลรวมของความต้านทานทั้งสองตัวเท่ากับ

.....+.....=..... โอห์ม

และจากค่าความต้านทานตัวที่หนึ่งเพิ่มขึ้น 5 % ดังนั้นจะได้ว่า

ค่าความต้านทานตัวที่หนึ่งเพิ่มขึ้นเป็น ..... โอห์ม

และจากค่าความต้านทานตัวที่สองเพิ่มขึ้น 10 % ดังนั้นจะได้ว่า

ค่าความต้านทานตัวที่สองเพิ่มขึ้นเป็น ..... โอห์ม

นั่นคือผลรวมของค่าความต้านทานใหม่เท่ากับ .....โอห์ม

ถูกต้องตามที่โจทย์กำหนดให้หรือไม่ .....

<u>ตอบ</u> ค่าความต้านทานของตัวต้านทานที่หนึ่งเท่ากับ ..... โอห์ม

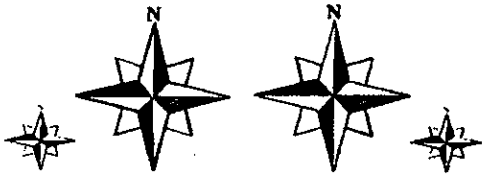
และค่าความต้านทานของตัวต้านทานที่สองเท่ากับ ..... โอห์ม

บทเรียนทบทวนด้วยตนเอง

หน่วยที่ 2 (2.2)

ทบทวนความรู้พื้นฐาน

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่า



ชื่อ - สกุล .....

ชั้น ปวช.2 สาขาวิชาช่าง ..... กลุ่มที่ ..... เลขที่ .....

วิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช อ.เมือง จ.นครศรีธรรมราช

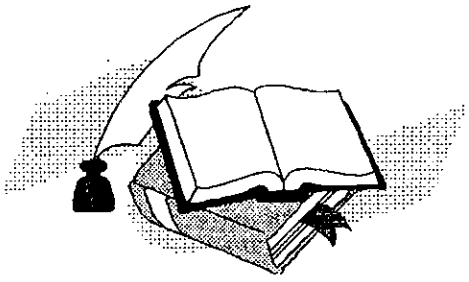
คำชี้แจง

ในบทเรียนทบทวนด้วยตนเองหน่วยที่ 2 (2.2) นี้ จะเป็นการทบทวนเกี่ยวกับวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่า ซึ่งนักเรียนเคยเรียนมาแล้วในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการศึกษาบทเรียนทบทวนด้วยตนเองหน่วยนี้ขอให้นักเรียนได้ไปศึกษาทบทวนร่วมกันภายในกลุ่มที่จัดไว้ ในทำนองเดียวกันกับวิธีการศึกษาบทเรียนทบทวนด้วยตนเองหน่วยต่าง ๆ ที่ผ่านมา เพื่อนักเรียนจะได้นำความรู้เกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่านี้ไปใช้ในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไป.

" ความพยายามและการช่วยเหลือกันภายในกลุ่ม ย่อมก่อให้เกิดความสำเร็จแก่นักเรียนทุกคน "

และ

" ความสำเร็จที่เกิดขึ้นย่อมก่อให้เกิดความภาคภูมิใจ และ ความมั่นใจ ต่อกลุ่มและต่อตนเอง "



หน่วยที่ 2 (2.2)

วิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่า

หลักการในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่านั้น จะอาศัยสมบัติของการเท่ากันมาใช้ในการจัดสมการใดสมการหนึ่ง ***โดยจัดให้ตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งในสมการนั้นอยู่ในรูปของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง แล้วจึงนำค่าตัวแปรที่ได้นี้ (ซึ่งอยู่ในรูปของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง) ไปแทนในสมการที่เหลือ*** ซึ่งจะทำให้สมการเชิงเส้นสองตัวแปรนั้นกลายเป็นสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรไป หลังจากนั้นจึงดำเนินการแก้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรที่ได้นี้จะทำให้ทราบค่าของตัวแปรหนึ่งตัว แล้วจึงนำค่าตัวแปรที่ได้ไปแทนในสมการใดสมการหนึ่งที่เหมาะสมเพื่อหาค่าของตัวแปรที่เหลืออีกตัวหนึ่งต่อไป ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้ระบบสมการ

$$2x - y = 7 \quad .....(1)$$

$$5y - 2x = -11 \quad .....(2)$$

แนวคิด	***วิธีทำ***
จากสมการ (1) หรือ (2) จัดรูปของตัวแปร x ในรูปของตัวแปร y หรือจัดรูปของตัวแปร y ในรูปของตัวแปร x แล้วแต่ความสะดวกและง่ายของนักเรียน ในที่นี้จะเห็นว่าถ้าอาศัยสมการ (1) จัดรูปของตัวแปร y ในรูปของตัวแปร x จะทำได้ง่ายและสะดวกกว่า ดังนั้นจึงจัดรูปของตัวแปร y ในรูปของตัวแปร x จากสมการ (1)	จาก (1) $2x - y = 7$ ดังนั้น $-y = 7 - 2x$ นำ (-1) มาคูณทั้งสองข้างของสมการจะได้ $y = -7 + 2x$ หรือ $y = 2x - 7$ .....(3)
นำค่า y ในรูปของตัวแปร x ที่ได้ไปแทน y ในอีกสมการหนึ่ง ในที่นี้คือสมการ (2) ซึ่งจะทำให้สมการ (2) ที่ได้เป็นสมการ	แทนค่า $y = 2x - 7$ จาก (3) ลงใน (2) จะได้ว่า $5(2x - 7) - 2x = -11$

หน่วยที่ 2 (2.2)

เชิงเส้นหนึ่งตัวแปร หลังจากนั้นจึงดำเนินการแก้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรที่ได้ต่อไป

$$10x - 35 - 2x = -11$$
$$8x = -11 + 35$$
$$x = \frac{24}{8} = 3$$

จากค่าของตัวแปร x ที่ได้นักเรียนสามารถหาค่าของตัวแปร y ได้ โดยการนำค่าตัวแปร x ที่ได้นี้ไปแทนในสมการใดสมการหนึ่งข้างต้นที่นักเรียนเห็นว่าสะดวกและง่าย ในที่นี้ได้แก่สมการ (3)

แทนค่า $x = 3$ ใน (3) จะได้

$$y = 2(3) - 7$$
$$= 6 - 7$$
$$= -1$$

<u>ตรวจสอบคำตอบ</u> แทนค่า $x = 3$, $y = -1$ ในสมการ (1) , (2)

จากสมการ (1) จะได้ว่า

$$2(3) - (-1) = 7$$
$$6 + 1 = 7$$
$$7 = 7$$

จากสมการ (2) จะได้ว่า

$$5(-1) - 2(3) = -11$$
$$-5 - 6 = -11$$
$$-11 = -11$$

ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริงทั้งสองสมการ

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการคือ (3,-1)

<u>ตอบ</u>

หน่วยที่ 2 (2.2)

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้ระบบสมการ

$$3x + 2y = 8 \quad .....(1)$$
$$2x - 5y = -1 \quad .....(2)$$

แนวคิด	***วิธีทำ***
จากสมการ (1) หรือ (2) จัดรูปของตัวแปร x ในรูปของตัวแปร y หรือจัดรูปของตัวแปร y ในรูปของตัวแปร x แล้วแต่ความสะดวกของนักเรียน ในที่นี้จะอาศัยสมการ (1) จัดรูปของตัวแปร x ในรูปของตัวแปร y	จาก (1) $3x + 2y = 8$ จะได้ $3x = 8 - 2y$ $x = \frac{8-2y}{3}$ .....(3)
นำค่า x ในรูปของตัวแปร y ที่ได้ไปแทนค่า x ในอีกสมการหนึ่ง ในที่นี้คือสมการ (2) ซึ่งจะทำให้สมการ (2) ที่ได้เป็นสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร หลังจากนั้นจึงดำเนินการแก้สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรที่ได้ต่อไป	แทนค่า $x = \frac{8-2y}{3}$ ใน (2) จะได้ว่า $2(\frac{8-2y}{3}) - 5y = -1$ $\frac{16-4y}{3} - 5y = -1$ นำ 3 มาคูณทั้งสองข้างของสมการจะได้ว่า $16 - 4y - 15y = -3$ $-19y = -3 - 16$ $y = \frac{-19}{-19}$ ดังนั้น $y = 1$
จากค่าของตัวแปร y ที่ได้นักเรียนสามารถหาค่าของตัวแปร x ได้ โดยการนำค่าตัวแปร y = 1 ที่ได้นี้ไปแทนในสมการใดสมการหนึ่งข้างต้นที่นักเรียนเห็นว่าสะดวกและง่าย ในที่นี้ได้แก่สมการ (3)	แทนค่า $y = 1$ ใน (3) จะได้ $x = \frac{8-2(1)}{3}$ $= \frac{6}{3}$ $= 2$

ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า $x = 2$, $y = 1$ ใน สมการ (1) , (2)

จากสมการ (1) จะได้ว่า	จากสมการ (2) จะได้ว่า
$3(2) + 2(1) = 8$	$2(2) - 5(1) = -1$
$6 + 2 = 8$	$4 - 5 = -1$
$8 = 8$	$-1 = -1$

ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริงทั้งสองสมการ

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการคือ (2, 1)

ตอบ

แบบฝึกหัด 2.2.1

ให้นักเรียนแก้ระบบสมการต่อไปนี้ในกลุ่มที่กำหนดไว้โดยวิธีการแทนค่า และให้แสดงวิธีทำในสมุดแบบฝึกหัด (ไม่จำเป็นต้องเขียนแนวคิดให้เห็นเหมือนในตัวอย่าง) และให้นักเรียนแสดงการตรวจคำตอบให้เห็นด้วย

1.) $x - 3y = 6$
$2x + 5y = 1$

2.) $5m + n = 8$
$3m - 4n = 14$

3.) $3x - 6y = 8$
$-x + 2y = 3$

4.) $6x + 2y = 1$
$12x + 4y = 2$

(5) $4x_C + 3x_L = 2.9$
$30x_L = 17 - 8x_C$

6.) $3(x + y) = 4(x - y) + 3$
$2(x - y) = 2y + 1$

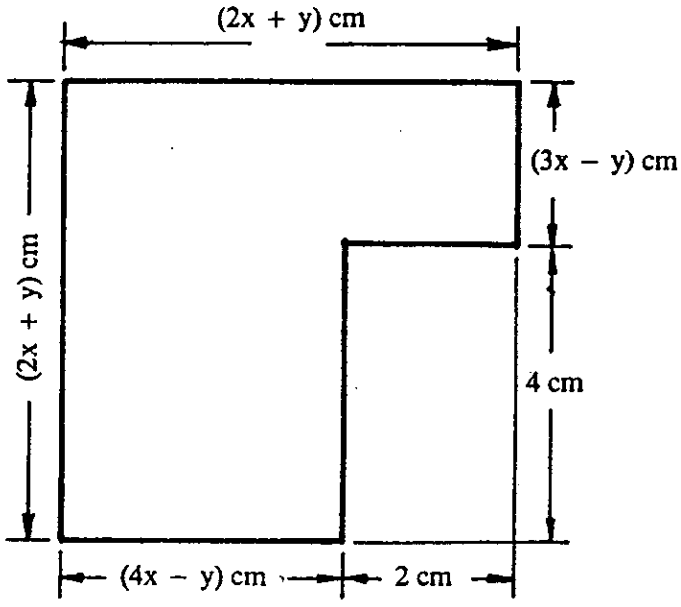
(7) $2.8\,I - 2.7\,i = 19.9$
$6 + 5\,i = 2.1\,I$

8.) $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 4$
$\frac{x}{10} - \frac{y}{9} = -\frac{1}{2}$

บทเรียนที่ 2 (2.2)

โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

(แก้สมการโดยวิธีการแทนค่า)



ชื่อ - สกุล .....

ชั้น ปวช.2 สาขาวิชาช่าง ..... กลุ่มที่ ..... เลขที่ .....

วิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช อ.เมือง จ.นครศรีธรรมราช

บทเรียนที่ 2(2.2)

<u>โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร</u>

ในบทเรียนนี้จะเป็นการนำความรู้เกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการแทนค่าที่นักเรียนได้ศึกษาทบทวนด้วยตนเองมาแล้วมาใช้ในการแก้โจทย์สมการ ซึ่งอาศัยหลักการและขั้นตอนในทำนองเดียวกันกับการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปร ดังตัวอย่างต่อไปนี้

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> นำทองเหลืองสองแท่งมาหลอมรวมกัน โดยที่ทองเหลืองแท่งแรกมีเนื้อทองแดง 30% แท่งที่สองมีเนื้อทองแดง 50% ได้ทองเหลืองแท่งใหม่มีมวล 200 กรัมและมีเนื้อทองแดงผสมอยู่ 45% จงหามวลของทองเหลืองแต่ละแท่งที่นำมาผสมกันนี้

<u>ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ</u>

<u>ขั้นที่ 1.</u> *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

.....

บทเรียนที่ 2(2.2)

<u>ขั้นที่ 2.</u> *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

(นักเรียนคิดว่าควรจะใช้การวาดรูป เขียนแผนภาพประกอบ หรืออาศัยตาราง ในการวิเคราะห์โจทย์ ...*หรือวิธีการไหนดี ?*)

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องแล้วเขียนประโยคสัญลักษณ์.*

สมมติให้ทองเหลืองแท่งแรกมีมวล x กรัม

ทองเหลืองแท่งที่สองมีมวล y กรัม

เนื่องจากทองเหลืองแท่งแรกมีเนื้อทองแดง 30%

ดังนั้นทองเหลืองแท่งแรกมีมวลทองแดงเท่ากับ ..... กรัม

และเนื่องจากทองเหลืองแท่งที่สองมีเนื้อทองแดง 50%

ดังนั้นทองเหลืองแท่งที่สองมีมวลทองแดงเท่ากับ ..... กรัม

บทเรียนที่ 2(2.2)

<u>ขั้นที่ 4.</u> *เขียนสมการโดยการพิจารณาจากความสัมพันธ์ในขั้นที่ 2 และจากประโยคสัญลักษณ์ในขั้นที่ 3.*

จากโจทย์กำหนดทองเหลืองแท่งใหม่มีมวล 200 กรัม

ดังนั้นจะได้สมการเป็น .....(1)

และจากกำหนดทองเหลืองแท่งใหม่มีเนื้อทองแดงผสมอยู่ 45%

ดังนั้นทองเหลืองแท่งใหม่มีมวลทองแดงเท่ากับ ..... กรัม

ซึ่งจะได้สมการอีกสมการหนึ่งเป็น .....(2)

<u>ขั้นที่ 5.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ.*

นั่นคือทองเหลืองแท่งแรกมีมวล ..... กรัม

และแท่งที่สองมีมวล ..... กรัม

<u>ขั้นที่ 6.</u> *ตรวจสอบคำตอบ.*

มวลของทองเหลืองทั้งสองแท่งรวมกันเท่ากับ .....+.....

= ..... กรัม

และจากทองเหลืองแท่งแรกมีเนื้อทองแดง 30%

ดังนั้นทองเหลืองแท่งแรกมีมวลทองแดงคิดเป็น ..... กรัม

และทองเหลืองแท่งที่สองมีเนื้อทองแดง 50%

ดังนั้นทองเหลืองแท่งที่สองมีมวลทองแดงคิดเป็น ..... กรัม

นั่นคือทองเหลืองแท่งใหม่มีมวลทองแดงรวมเท่ากับ ..... กรัม

คิดเป็น ..... %

ถูกต้องตามที่โจทย์กำหนดให้หรือไม่ .....

<u>ตอบ</u> ทองเหลืองแท่งแรกมีมวล ..... กรัม

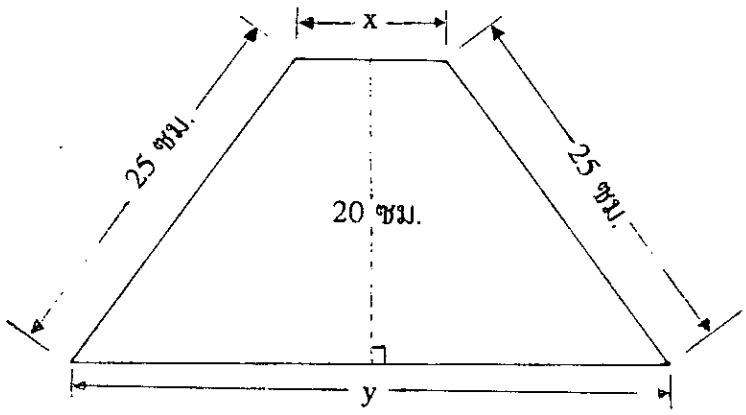
และทองเหลืองแท่งที่สองมีมวล ..... กรัม

บทเรียนที่ 2(2.2)

แบบฝึกหัดประจำบทเรียนที่ 2 (2.2)

ให้นักเรียนแก้โจทย์สมการต่อไปนี้ (ในการแสดงวิธีทำนักเรียนไม่จำเป็นต้องเขียนแสดงขั้นตอนในการคิดให้เห็นเหมือนในตัวอย่างที่ผ่าน ๆ มาก็ได้ แต่หลังจากนักเรียนแก้ระบบสมการได้คำตอบแล้วให้นักเรียนแสดงการตรวจสอบคำตอบให้เห็นด้วย และในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของโจทย์แต่ละข้อในตอนนี้ให้นักเรียนใช้วิธีการแทนค่า)

1. นายประจวบเดินทาง 560 กิโลเมตร ในช่วงแรกเขาเดินทางโดยรถยนต์ด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และช่วงหลังเขาเดินทางโดยรถไฟด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 72 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าเขาใช้เวลาทั้งสิ้น 9 ชั่วโมง จงหาว่าเขาเดินทางโดยรถยนต์และรถไฟอย่างละกี่กิโลเมตร
2. ชิ้นงานรูปสี่เหลี่ยมคางหมูดังรูปมีพื้นที่ 500 ตารางเซนติเมตร และอัตราส่วนของ $x : y = 1 : 4$ จงหาความยาวเส้นรอบรูปของชิ้นงานนี้



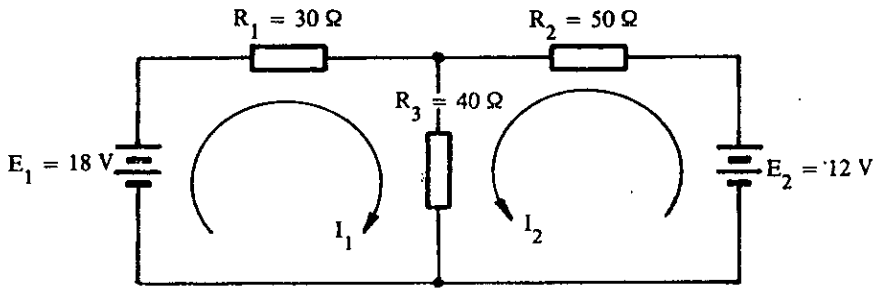
3. ปากกา 5 ด้ามและดินสอ 9 แท่งราคารวมกันเท่ากับ 52 บาท ถ้าปากกา 6 ด้ามและดินสอ 7 แท่งราคารวมกันเท่ากับ 51 บาท จงหาราคาปากกาและดินสอ

บทเรียนที่ 2(2.2)

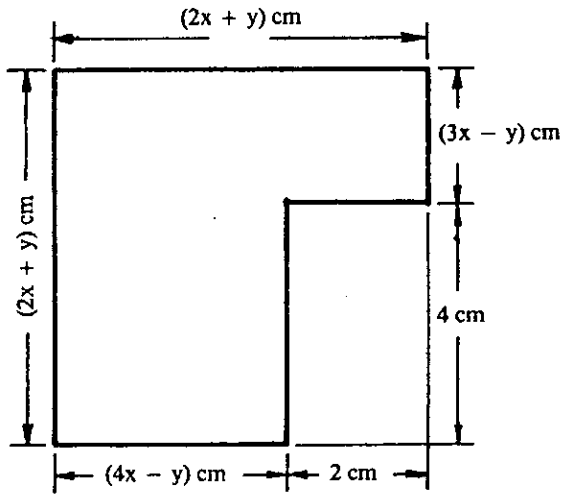
4. จากรูป จงหากระแสไฟฟ้า I_1 และ I_2 ในวงจร กำหนดความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้า ความต้านทาน และแรงเคลื่อนไฟฟ้าในวงจรเป็นดังนี้

$$I_1 R_1 + (I_1 + I_2)R_3 = E_1$$

และ $$(I_1 + I_2)R_3 + I_2 R_2 = E_2$$



5. ต้องการเลื่อยไม้อัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสชิ้นหนึ่งเพื่อใช้งานให้มีลักษณะดังรูป จะต้องใช้ไม้อัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีขนาดเท่าไร



ใบงานที่ 3

ใบงานที่ 3.

กิจกรรมกลุ่มที่.....วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

สมาชิกกลุ่ม	กิจกรรมที่สมาชิกแต่ละคนปฏิบัติในกลุ่ม
1.	.....
2.	.....
3.	.....
4.	.....

คำชี้แจง *ให้นักเรียนร่วมกันแก้โจทย์สมการต่อไปนี้ในกลุ่มกิจกรรมที่กำหนดไว้ในชั้นเรียน*

ข้อที่ 1. แผนกช่างก่อสร้างสั่งซื้อปูนซิเมนต์ตราเสือราคาถุงละ 75 บาท และปูนซิเมนต์ตราช้างราคาถุงละ 90 บาท รวมปูนซิเมนต์ทั้งหมด 60 ถุง และราคารวม 4,830 บาท จงหาว่าแผนกช่างก่อสร้างสั่งซื้อปูนซิเมนต์อย่างละกี่ถุง

ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ

ขั้นที่ 1. *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

.....

ใบงานที่ 3

<u>ขั้นที่ 2.</u> *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

(นักเรียนคิดว่าควรจะใช้การวาดรูป เขียนแผนภาพประกอบ หรืออาศัยตาราง ในการวิเคราะห์โจทย์ ...*หรือวิธีการไหนดี ?*)

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องแล้วเขียนประโยคสัญลักษณ์.*

สมมติให้สั่งซื้อปูนซิเมนต์ตราเสือมาทั้งหมด x ถุง

และสั่งซื้อปูนซิเมนต์ตราช้างมาทั้งหมด y ถุง

(*<u>นักเรียนจะเขียนประโยคสัญลักษณ์อะไรบ้างที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์สมการในข้อนี้ ?</u>*)

ใบงานที่ 3

<u>ขั้นที่ 4.</u> *เขียนสมการโดยการพิจารณาจากความสัมพันธ์ในขั้นที่ 2 และจากประโยคสัญลักษณ์ในขั้นที่ 3.* (นักเรียนต้องเขียนข้อความอธิบายเพื่อเป็นการนำไปสู่การเขียนสมการให้เห็นด้วย ในทำนองเดียวกันกับในตัวอย่าง)

<u>ขั้นที่ 5.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ.*

นั่นคือสั่งซื้อปูนซิเมนต์ตราเสือมาทั้งหมด ..... ถุง

และสั่งซื้อปูนซิเมนต์ตราช้างมาทั้งหมด ..... ถุง

ใบงานที่ 3

<u>ขั้นที่ 6.</u> *ตรวจสอบคำตอบ.* (ตรวจสอบตามเงื่อนไขในโจทย์ให้ครบถ้วน)

<u>ตอบ</u> แผนกช่างก่อสร้างสั่งซื้อปูนซิเมนต์ตราเสือมาทั้งหมด ..... ถุง
และสั่งซื้อปูนซิเมนต์ตราช้างมาทั้งหมด ..... ถุง

<u>ข้อที่ 2</u> ร้านค้าแห่งหนึ่งซื้อวิทยุมา 3 เครื่องและหลอดไฟฟ้า 7 หลอดเป็นเงินรวม 2,000 บาท แล้วเขาขายวิทยุไปได้กำไร 8% ขายหลอดไฟฟ้าได้กำไร 12% รวมกำไรทั้งสิ้นเป็นเงิน 174 บาท จงหาว่าเขาขายวิทยุไปราคาเครื่องละเท่าไรและหลอดไฟฟ้าราคาหลอดละเท่าไร

<u>ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ</u>

<u>ขั้นที่ 1.</u> *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

ใบงานที่ 3

<u>ขั้นที่ 2.</u> *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

(นักเรียนคิดว่าควรจะใช้การวาดรูป เขียนแผนภาพประกอบ หรืออาศัยตาราง ในการวิเคราะห์โจทย์ ...*หรือวิธีการไหนดี ?*)

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องแล้วเขียนประโยคสัญลักษณ์.*

(*<u>นักเรียนคิดว่าควรจะสมมติให้ตัวแปรแต่ละตัวแทนราคาซื้อหรือราคาขายต่อหน่วยจึงจะเหมาะสมกว่ากัน และจะเขียนประโยคสัญลักษณ์อะไรบ้างที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์สมการในข้อนี้ ?</u>*)

ใบงานที่ 3

<u>ขั้นที่ 4.</u> *เขียนสมการโดยการพิจารณาจากความสัมพันธ์ในขั้นที่ 2 และจากประโยคสัญลักษณ์ในขั้นที่ 3.* (นักเรียนต้องเขียนข้อความอธิบายเพื่อเป็นการนำไปสู่การเขียนสมการให้เห็นด้วย ในทำนองเดียวกันกับในตัวอย่าง)

<u>ขั้นที่ 5.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ.*

นั่นคือ ขายวิทยุไปราคาเครื่องละ ..... บาท

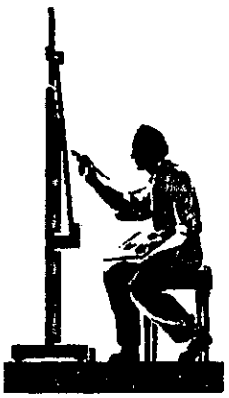
และขายหลอดไฟฟ้าราคาหลอดละ ..... บาท

ใบงานที่ 3

<u>ขั้นที่ 6.</u> *ตรวจสอบคำตอบ.*(ตรวจสอบตามเงื่อนไขในโจทย์ให้ครบถ้วน)

<u>ตอบ</u> ขายวิทยุไปราคาเครื่องละ ..... บาท

และขายหลอดไฟฟ้าราคาหลอดละ ..... บาท

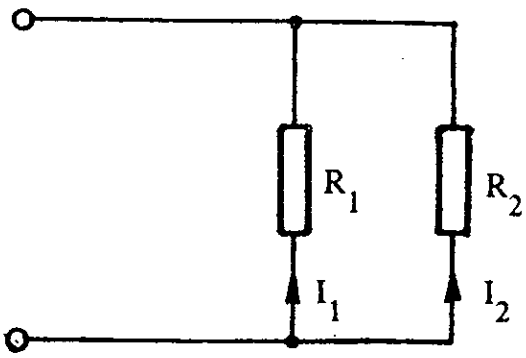


บทเรียนที่ 2 (2.3)

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์

และ

โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร



ชื่อ - สกุล .....

ชั้น ปวช.2 สาขาวิชาช่าง ..... กลุ่มที่ ..... เลขที่ .....

วิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช อ.เมือง จ.นครศรีธรรมราช

บทเรียนที่ 2 (2.3)

ดีเทอร์มินันต์และการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์

ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนั้นนอกจากจะอาศัยวิธีการกำจัดตัวแปรและการแทนค่าตามที่นักเรียนได้เรียนมาแล้วในบทเรียนข้างต้นนั้น ในการแก้ระบบสมการนี้ยังมีวิธีการอื่น ๆ อีกหลายวิธี ซึ่งในที่นี้จะได้นำเสนอวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยการใช้ดีเทอร์มินันต์ มาให้นักเรียนได้ศึกษาเพิ่มเติมอีกวิธีหนึ่ง ส่วนวิธีการอื่น ๆ นั้นนักเรียนจะได้ศึกษาในระดับชั้นที่สูงขึ้นไป

ในการศึกษาเกี่ยวกับวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์นั้น ในเบื้องต้นนักเรียนจะได้เรียนรู้เกี่ยวกับการหาค่าของดีเทอร์มินันต์ก่อน ซึ่งจะเป็นการเรียนรู้เพียงเพื่อนำดีเทอร์มินันต์มาประยุกต์ใช้ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นเท่านั้น ในส่วนของรายละเอียดที่เกี่ยวกับดีเทอร์มินันต์นั้นนักเรียนจะได้ศึกษาต่อในระดับชั้น ปวส.

1. ดีเทอร์มินันต์ (Determinant)

ดีเทอร์มินันต์ เป็นกลุ่มของจำนวนที่เขียนเรียงกันเป็นแถว (row) และหลัก (column) ในรูปแบบของจตุรัสภายในเส้นดิ่งสองเส้น

เช่น

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} \quad \text{หรือ} \quad \begin{vmatrix} 0 & -5 & 4 \\ 1 & 8 & 10 \\ 2 & -1 & 7 \end{vmatrix}$$

สำหรับจำนวนแต่ละจำนวนที่อยู่ภายในเส้นดิ่งนั้นเรียกว่า ***สมาชิกของดีเทอร์มินันต์***

สมาชิกที่อยู่ในแนวนอนเรียกว่าเป็น*สมาชิกในแถว (row)* และสมาชิกที่อยู่ในแนวตั้งเรียกว่าเป็น*สมาชิกในหลัก (column)*

บทเรียนที่ 2 (2.3)

ดีเทอร์มินันต์จะต้องมีจำนวนแถวและจำนวนหลักเท่ากันเสมอ หรืออาจจะกล่าวได้ว่าดีเทอร์มินันต์จะต้องมีจำนวนสมาชิกในแถวเท่ากับจำนวนสมาชิกในหลักเสมอ

1.1 <u>อันดับของดีเทอร์มินันต์</u>

ดีเทอร์มินันต์ที่ประกอบด้วยสมาชิก 2 แถว 2 หลัก เรียกว่า ดีเทอร์มินันต์อันดับสอง

ดีเทอร์มินันต์ที่ประกอบด้วยสมาชิก 3 แถว 3 หลัก เรียกว่า ดีเทอร์มินันต์อันดับสาม

และในทำนองเดียวกัน ...

ดีเทอร์มินันต์ที่ประกอบด้วยสมาชิก n แถว n หลัก (เมื่อ n แทนจำนวนเต็มบวกใด ๆ) เรียกว่า ดีเทอร์มินันต์อันดับ n

เช่น

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$ เป็นดีเทอร์มินันต์อันดับสอง

ซึ่งสมาชิกในแถวที่ 1 ประกอบด้วย a_1 , b_1

สมาชิกในแถวที่ 2 ประกอบด้วย a_2 , b_2

สมาชิกในหลักที่ 1 ประกอบด้วย a_1 , a_2

สมาชิกในหลักที่ 2 ประกอบด้วย b_1 , b_2

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$ เป็นดีเทอร์มินันต์อันดับสาม

** จากดีเทอร์มินันต์อันดับสามข้างบนนี้ ให้นักเรียนระบุสมาชิกในแต่ละแถวและแต่ละหลัก*

บทเรียนที่ 2 (2.3)

1.2 <u>การหาค่าของดีเทอร์มินันต์</u>

ในการหาค่าของดีเทอร์มินันต์อันดับต่าง ๆ นั้นจะมีความยุ่งยากและสลับซับซ้อนพอสมควร แต่สำหรับการหาค่าของดีเทอร์มินันต์อันดับสองและอันดับสามนั้นจะมีวิธีลัดที่ไม่ยุ่งยากมากนัก ดังนั้นในการศึกษาในระดับนี้จะเป็นการศึกษาถึงวิธีการหาค่าของดีเทอร์มินันต์อันดับสองและอันดับสามโดยวิธีลัดเท่านั้น เพื่อนักเรียนจะได้นำไปใช้ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและสามตัวแปรต่อไป

หลักการใน*<u>การหาค่าของดีเทอร์มินันต์อันดับสองโดยวิธีลัด</u>*นั้นจะอาศัยวิธีการคูณทแยงดังนี้

ถ้า $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$ เป็นดีเทอร์มินันต์อันดับสอง

แล้วจะได้ค่าของดีเทอร์มินันต์เท่ากับ $a_1 b_2 - a_2 b_1$

ซึ่งจะเห็นได้ว่า*<u>ค่าของดีเทอร์มินันต์อันดับสองที่ได้นั้นเท่ากับ ผลรวมของผลคูณของสมาชิกในแนวทแยงจากซ้ายไปขวา โดยที่ผลคูณในแนวทแยงลงให้คิดผลลัพธ์เท่ากับผลคูณที่ได้ และผลคูณในแนวทแยงขึ้นให้คิดผลลัพธ์ตรงกันข้ามกับผลลัพธ์ที่ได้</u>*

เช่น $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = (2)(5) - (3)(4) = -2$

$\begin{vmatrix} 2 & -4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = (2)(5) - (3)(-4) = 22$

สำหรับสัญลักษณ์ที่ใช้แทนดีเทอร์มินันต์นั้นจะใช้ det นำหน้าอักษร A , B, ฯลฯ หรือใช้ |A| , |B| ฯลฯ หรือ D หรือ Δ แทนดีเทอร์มินันต์ใด ๆ

บทเรียนที่ 2 (2.3)

สำหรับในบทเรียนต่อไปนี้จะใช้สัญลักษณ์ D แทนดีเทอร์มินันต์ใด ๆ ที่กล่าวถึง

** จากดีเทอร์มินันต์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ให้นักเรียนหาค่าของดีเทอร์มินันต์นั้น ๆ ตามวิธีการหาค่าของดีเทอร์มินันต์อันดับสองโดยวิธีลัดข้างต้น*

1. $D_1 = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}$

2. $D_2 = \begin{vmatrix} -5 & 8 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$

3. $D_3 = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}$

4. $D_4 = \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$

5. $D_5 = \begin{vmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{4} \end{vmatrix}$

สำหรับหลักการในการหาค่าของดีเทอร์มินันต์อันดับสามนั้น จะอาศัยวิธีการและขั้นตอนที่แตกต่างไปจากการหาค่าของดีเทอร์มินันต์อันดับสองที่กล่าวถึงนี้ ซึ่งนักเรียนจะได้ศึกษาในบทต่อไป

บทเรียนที่ 2 (2.3)

2. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์

ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์นั้น จะอาศัยกฎของคราเมอร์ (Cramer's rule) ซึ่งเป็นกฎที่ใช้ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นหลายตัวแปร

หลักการในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยอาศัยกฎของคราเมอร์นั้นสรุปได้ดังนี้...

กำหนดให้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรคือ

$$a_{11}x + a_{12}y = c_1$$

$$a_{21}x + a_{22}y = c_2$$

ถ้า $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0$ แล้วจะได้ว่า

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & a_{12} \\ c_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & c_1 \\ a_{21} & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}$$

จากดีเทอร์มินันต์ข้างต้นถ้ากำหนดให้

$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ เป็นดีเทอร์มินันต์ของสัมประสิทธิ์

$D_x = \begin{vmatrix} c_1 & a_{12} \\ c_2 & a_{22} \end{vmatrix}$ เป็นดีเทอร์มินันต์ที่ใช้สำหรับหาค่า x ซึ่งได้จากการนำค่าคงตัวไปแทนค่าสัมประสิทธิ์ของ x ใน D

และ $D_y = \begin{vmatrix} a_{11} & c_1 \\ a_{21} & c_2 \end{vmatrix}$ เป็นดีเทอร์มินันต์ที่ใช้สำหรับหาค่า y ซึ่งได้จากการนำค่าคงตัวไปแทนค่าสัมประสิทธิ์ของ y ใน D

ดังนั้นจะได้ว่า $x = \frac{D_x}{D}$ และ $y = \frac{D_y}{D}$ โดยที่ $D \neq 0$

บทเรียนที่ 2 (2.3)

จากกฎของคราเมอร์นี้นักเรียนจะเห็นได้ว่าในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนั้น นักเรียนจะต้องหาค่าของ D , D_x และ D_y ก่อน แล้วจึงนำค่าของ D ที่ได้ไปหาร D_x และ D_y เพื่อหาค่าของ x และ y ตามลำดับ ดังตัวอย่างต่อไปนี้.

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> จงแก้ระบบสมการ $2x - 3y = -1$

$-3x + 5y = 2$

โดยใช้ดีเทอร์มินันต์

<u>วิธีทำ</u>

จากระบบสมการ $2x - 3y = -1$ ..... (1)

$-3x + 5y = 2$ ..... (2)

หาค่าของ D , D_x และ D_y ได้ดังนี้

$D =$

$D_x =$

$D_y =$

ดังนั้นโดยกฎของคราเมอร์จะได้ว่า

$x = \frac{D_x}{D} =$

$y = \frac{D_y}{D} =$

บทเรียนที่ 2 (2.3)

ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า x = , y = ในสมการ (1) , (2)

จากสมการ (1) จะได้ว่า | จากสมการ (2) จะได้ว่า

ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริงทั้งสองสมการ

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการคือ (,)

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้ระบบสมการ $y = \frac{3x}{2} - 8$

$y = \frac{x}{3} - \frac{10}{3}$

โดยใช้ดีเทอร์มินันต์

วิธีทำ จากระบบสมการ $y = \frac{3x}{2} - 8$ ..... (1)

$y = \frac{x}{3} - \frac{10}{3}$ ..... (2)

ก่อนที่นักเรียนจะหาค่าของ D , D_x และ D_y นักเรียนจะต้องจัดสมการแต่ละสมการใหม่ โดยจัดให้สมการแต่ละสมการอยู่ในรูปของ $ax + by = c$ โดยที่ a, b, c เป็นค่าคงตัว และ a, b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

ดังนั้นจาก (1), (2) จัดสมการใหม่ได้ดังนี้

(1) × 2 $2y = 3x - 16$ ..... (3)

(2) × 3 $3y = x - 10$ ..... (4)

จาก (3) จะได้ $-3x + 2y = -16$ ..... (5)

จาก (4) จะได้ $-x + 3y = -10$ ..... (6)

บทเรียนที่ 2 (2.3)

ดังนั้นจาก (5), (6) หาค่าของ D , D_x และ D_y ได้ดังนี้

D =

D_x =

D_y =

ดังนั้นโดยกฎของคราเมอร์จะได้ว่า

$$x = \frac{D_x}{D} =$$

$$y = \frac{D_y}{D} =$$

ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า x = , y = ในสมการ (1) , (2)

จากสมการ (1) จะได้ว่า

จากสมการ (2) จะได้ว่า

ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริงทั้งสองสมการ

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการคือ (,)

ตอบ

บทเรียนที่ 2 (2.3)

การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์

ในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร นักเรียนสามารถนำวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์ ไปใช้แก้โจทย์สมการได้เช่นเดียวกันกับการแก้โจทย์สมการด้วยวิธีการที่ผ่านมา และสามารถอาศัยหลักการและขั้นตอนต่าง ๆ ได้เช่นเดียวกันกับวิธีการที่ผ่านมา

แต่อย่างไรก็ตามจากการสังเกตการแก้โจทย์สมการของนักเรียนจะพบว่านักเรียนส่วนใหญ่จะเกิดความสับสนระหว่างการเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนประโยคสัญลักษณ์ในขั้นที่ 3 กับการเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนสมการในขั้นที่ 4 ซึ่งสาเหตุดังกล่าวเกิดจากความยืดเยื้อของขั้นตอนที่กำหนดไว้ ดังนั้นเพื่อเป็นการปรับปรุงขั้นตอนในการคิดแก้โจทย์สมการของนักเรียนให้เหมาะสมยิ่งขึ้นจึงได้รวมขั้นที่ 3 กับขั้นที่ 4 เข้าเป็นขั้นตอนเดียวกัน ซึ่งสามารถสรุปเป็นขั้นตอนในการคิดแก้โจทย์สมการสำหรับนักเรียนได้ใหม่ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1. อ่านโจทย์ให้ละเอียดรอบคอบ พิจารณาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง และโจทย์ต้องการให้หาอะไร

ขั้นที่ 2. วิเคราะห์โจทย์ โดยการพิจารณาถึงความสัมพันธ์ที่เท่ากันของปริมาณ 2 ปริมาณและเงื่อนไขในโจทย์ เพื่อนำไปสู่การกำหนดตัวแปรและสมการ (ถ้าเป็นไปได้ควรอาศัยการวาดรูป เขียนแผนภาพประกอบ หรือโดยอาศัยตาราง เพื่อจะได้ช่วยให้นักเรียนสามารถเห็นความสัมพันธ์จากโจทย์ปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น)

ขั้นที่ 3. กำหนดตัวแปรและเขียนสมการ เป็นการกำหนดตัวแปรเพื่อแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา และเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนประโยคสัญลักษณ์และสมการ โดยการพิจารณาจากเงื่อนไขต่าง ๆ ในโจทย์และจากความสัมพันธ์ที่วิเคราะห์ไว้ในขั้นที่ 2 แล้วจึงเขียนสมการต่อไป

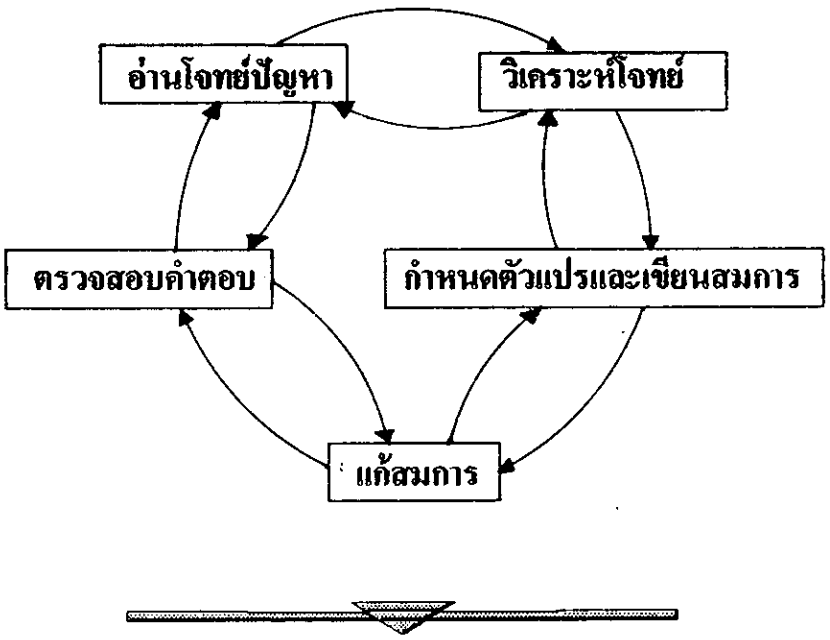
ขั้นที่ 4. แก้สมการ เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 5. ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขทุกเงื่อนไขในโจทย์ว่าสอดคล้องกันหรือไม่

บทเรียนที่ 2 (2.3)

จากขั้นตอนที่กล่าวถึงข้างต้นสามารถเขียนเป็นแผนภาพโดยสรุปได้ดังนี้

สรุป ***แผนภาพแสดงขั้นตอนการแก้โจทย์สมการ***



จากขั้นตอนและแผนภาพที่กล่าวถึงข้างต้นนี้ นักเรียนสามารถศึกษาและทำความเข้าใจให้ชัดเจนขึ้นได้จากโจทย์ตัวอย่างและจากการทำกิจกรรมในใบงานต่อไป

บทเรียนที่ 2 (2.3)

<u>ตัวอย่างที่ 3</u> อนุภาคสองชิ้นอยู่ห่างกัน 27 เซนติเมตร เริ่มเคลื่อนที่พร้อมกันไปในทิศทางเดียวกันจะไล่ตามกันทันในเวลา 9 วินาที แต่ถ้าเคลื่อนที่เข้าหากันจะชนกันในเวลา 3 วินาที จงหาอัตราเร็วของอนุภาคทั้งสองนี้

<u>ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ</u>

<u>ขั้นที่ 1.</u> *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

.....

<u>ขั้นที่ 2.</u> *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

(นักเรียนคิดว่าควรจะใช้การวาดรูป เขียนแผนภาพประกอบ หรืออาศัยตารางในการวิเคราะห์โจทย์ ...*หรือวิธีการไหนดี* ?)

บทเรียนที่ 2 (2.3)

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรและเขียนสมการ*

(เป็นขั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องและเขียนสมการ ซึ่งนักเรียนจะต้องเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนประโยคสัญลักษณ์และสมการ โดยการพิจารณาจากเงื่อนไขต่าง ๆ ในโจทย์และจากความสัมพันธ์ที่วิเคราะห์ไว้ในขั้นที่ 2)

เนื่องจากอนุภาคทั้งสองมีอัตราเร็วที่แตกต่างกัน

ดังนั้นสมมติให้อนุภาคชิ้นแรกเป็นอนุภาคที่มีอัตราเร็วสูงกว่าอีกอนุภาคหนึ่ง มีอัตราเร็วเป็น x เซนติเมตรต่อวินาที

และให้อนุภาคชิ้นที่สองมีอัตราเร็วเป็น y เซนติเมตรต่อวินาที

<u>ในกรณีที่อนุภาคเคลื่อนที่พร้อมกันไปในทิศทางเดียวกัน</u>

อนุภาคทั้งสองจะไล่ตามกันทันในเวลา 9 วินาที

ดังนั้นอนุภาคทั้งสองทันกันเมื่อ

อนุภาคชิ้นแรกเคลื่อนที่ได้ระยะทาง ..... ซม.

และอนุภาคชิ้นที่สองเคลื่อนที่ได้ระยะทาง ..... ซม.

แต่จากโจทย์กำหนดให้อนุภาคทั้งสองอยู่ห่างกัน 27 ซม.

ดังนั้นอนุภาคชิ้นแรกจะไล่ตามทันอนุภาคชิ้นที่สองก็ต่อเมื่อ

ระยะทางที่อนุภาคชิ้นแรกเคลื่อนที่ได้มากกว่าชิ้นที่สอง 27 ซม.

นั่นคือจะได้สมการเป็น .....*(1)*

<u>ในกรณีที่อนุภาคเคลื่อนที่เข้าหากันพร้อมกัน</u>

อนุภาคทั้งสองจะชนกันในเวลา 3 วินาที

ดังนั้นอนุภาคทั้งสองชนกันเมื่อ

อนุภาคชิ้นแรกเคลื่อนที่ได้ระยะทาง ..... ซม.

และอนุภาคชิ้นที่สองเคลื่อนที่ได้ระยะทาง ..... ซม.

แต่จากโจทย์กำหนดให้อนุภาคทั้งสองอยู่ห่างกัน 27 ซม.

ดังนั้นอนุภาคทั้งสองจะชนกันก็ต่อเมื่อ

ระยะทางที่อนุภาคทั้งสองเคลื่อนที่เข้าหากันรวมกันได้ 27 ซม.

ดังนั้นจะได้สมการเป็น .....*(2)*

<u>ขั้นที่ 4.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ.(ในที่นี้จะใช้คีเทอร์มินันต์แก้ระบบสมการ)*

นั่นคืออนุภาคชิ้นแรกมีอัตราเร็วเป็น ..... เซนติเมตรต่อวินาที

และอนุภาคชิ้นที่สองมีอัตราเร็วเป็น ..... เซนติเมตรต่อวินาที

บทเรียนที่ 2 (2.3)

<u>ขั้นที่ 5.</u> *ตรวจสอบคำตอบ.*

จากอนุภาคชิ้นแรกมีอัตราเร็ว ..... เซนติเมตรต่อวินาที

และอนุภาคชิ้นที่สองมีอัตราเร็ว ..... เซนติเมตรต่อวินาที

<u>ดังนั้นในการเคลื่อนที่ไปในทิศทางเดียวกันพร้อมกันในเวลา 9 วินาที</u>

อนุภาคชิ้นแรกจะเคลื่อนที่ไปได้ระยะทาง ..... ซม.

และอนุภาคชิ้นที่สองจะเคลื่อนที่ไปได้ระยะทาง ..... ซม.

ดังนั้นในการเคลื่อนที่ไปในทิศทางเดียวกันพร้อมกันในเวลา 9 วินาที

อนุภาคชิ้นแรกจะเคลื่อนที่ได้ระยะทางมากกว่าอนุภาคชิ้นที่สอง.....ซม.

นั่นคืออนุภาคชิ้นแรกจะเคลื่อนที่ทันอนุภาคชิ้นที่สองในเวลา 9 วินาที

<u>และในการเคลื่อนที่เข้าหากันพร้อมกันในเวลา 3 วินาที</u>

อนุภาคชิ้นแรกจะเคลื่อนที่ไปได้ระยะทาง ..... ซม.

และอนุภาคชิ้นที่สองจะเคลื่อนที่ไปได้ระยะทาง ..... ซม.

ดังนั้นในการเคลื่อนที่เข้าหากันพร้อมกันในเวลา 3 วินาที

อนุภาคทั้งสองชิ้นจะเคลื่อนที่ได้ระยะทางรวมกันเท่ากับ ..... ซม.

นั่นคืออนุภาคทั้งสองชิ้นจะชนกันในเวลา 3 วินาที

ถูกต้องตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ครบหรือไม่ .....

<u>ตอบ</u> อนุภาคชิ้นแรกมีอัตราเร็วเป็น ..... เซนติเมตรต่อวินาที

และอนุภาคชิ้นที่สองมีอัตราเร็วเป็น ..... เซนติเมตรต่อวินาที

บทเรียนที่ 2 (2.3)

แบบฝึกหัดประจำบทเรียนที่ 2(2.3)

ตอนที่ 1. ให้นักเรียนแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้โดยใช้ดีเทอร์มินันต์

1.) $4x + y = 1$
$x - 2y = 16$

2.) $4x + 12y = 4$
$-5x + y = 11$

3.) $3x + 5y = 3$
$x = 8 - 4y$

4.) $5m + n = 8$
$3m - 4n = 14$

5.) $5p + 7q = 1$
$4p - 2q = 16$

6.) $5r - 3s = 24$
$3r + 5s = 28$

7.) $0.3x - 0.2y = 4$
$0.2x + 0.3y = 1$

8.) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4$
$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 3$

ตอนที่ 2. ให้นักเรียนแก้โจทย์สมการต่อไปนี้ (ในการแสดงวิธีทำนักเรียนไม่จำเป็นต้องเขียนแสดงขั้นตอนในการคิดให้เห็นเหมือนในตัวอย่างที่ผ่าน ๆ มาก็ได้ แต่หลังจากนักเรียนแก้ระบบสมการได้คำตอบแล้วให้นักเรียนแสดงการตรวจสอบคำตอบให้เห็นด้วย และในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรของโจทย์แต่ละข้อในตอนนี้ให้นักเรียนใช้ดีเทอร์มินันต์)

1. ความสัมพันธ์ระหว่างแรง(F) กับน้ำหนักวัตถุ(W) ที่เครื่องจักรยกได้เป็น $F = aW + b$ ถ้าเครื่องจักรสามารถยกวัตถุหนัก 100 และ 400 นิวตันด้วยแรง 15 และ 30 นิวตันตามลำดับ จงหาค่า a, b และน้ำหนักที่เครื่องจักรยกได้เมื่อออกแรง 40 นิวตัน

บทเรียนที่ 2 (2.3)

2. ความยาวรอบสนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแห่งหนึ่งเท่ากับ 194 เมตร โดยที่ด้านยาวยาวกว่าสี่เท่าของด้านกว้างอยู่ 2 เมตร จงหาขนาดของสนามแห่งนี้
3. ต้องการตัดเหล็กเส้นเส้นหนึ่งซึ่งยาว 20 ฟุตออกเป็น 2 ท่อน โดยให้ 5 เท่าของท่อนสั้นยาวกว่า 2 เท่าของท่อนยาวอยู่ 2 ฟุต จงหาความยาวของเหล็กแต่ละท่อน
4. ผลบวกของกระแสไฟฟ้า I_1 และ I_2 ในวงจรหนึ่งเท่ากับ 48 mA ต่อมาเมื่อกระแสไฟฟ้า I_1 มีค่าเพิ่มขึ้นเป็นสามเท่าและ I_2 ลดลงครึ่งหนึ่ง ผลบวกของกระแสไฟฟ้าจะเปลี่ยนเป็น 64 mA จงหาค่าของกระแสไฟฟ้า I_1 และ I_2
5. ในการปฏิบัติงานในแผนกช่างเชื่อมโลหะแผ่น ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นสองกลุ่มเพื่อผลิตชิ้นงานตามแบบสองแบบที่แตกต่างกัน โดยที่กลุ่มที่หนึ่งมีจำนวนนักเรียนมากกว่า 3 เท่าของกลุ่มที่สองอยู่ 8 คน แล้วมอบหมายชิ้นงานให้นักเรียนแต่ละกลุ่มผลิต โดยที่กลุ่มที่หนึ่งผลิตตามแบบที่หนึ่งคนละ 4 ชิ้น กลุ่มที่สองผลิตตามแบบที่สองคนละ 5 ชิ้น ผลปรากฏว่าปลายภาคเรียนนักเรียนทั้งสองกลุ่มผลิตชิ้นงานได้ครบตามกำหนดทุกคน ได้ชิ้นงานทั้งหมดรวม 100 ชิ้น จงหาจำนวนนักเรียนในแต่ละกลุ่ม
6. นายเอกพจน์ขับรถยนต์จากจังหวัดหนึ่งไปยังอีกจังหวัดหนึ่งเป็นระยะทาง 270 กิโลเมตรใช้น้ำมันเบนซินทั้งสิ้น 23 ลิตร ถ้ารถยนต์คันนี้ใช้น้ำมันเบนซิน 1 ลิตรต่อระยะทาง 9 กิโลเมตรสำหรับการขับในเขตเมือง และ 1 ลิตรต่อระยะทาง 12 กิโลเมตรสำหรับการขับนอกเขตเมือง จงหาว่าเขาขับรถยนต์ในเขตเมืองกี่กิโลเมตรและนอกเขตเมืองกี่กิโลเมตร

บทเรียนที่ 2 (2.3)

แบบฝึกหัดโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร (เพิ่มเติม)

ให้นักเรียนแก้โจทย์สมการต่อไปนี้ (สำหรับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในแต่ละข้อนั้น นักเรียนจะเลือกใช้วิธีใดก็ได้ที่นักเรียนเห็นว่าสะดวกและง่าย แต่อย่างไรก็ตามในการแก้โจทย์สมการเหล่านี้ นักเรียนควรที่จะใช้วิธีการแก้ระบบสมการทั้งสามวิธีให้ชำนาญด้วย)

1. ถ้า $W = kL + C$ จงหาค่า k และ C กำหนดให้ $L = 3$ เมื่อ $W = 15$ และ $L = 4$ เมื่อ $W = 18$
2. ถ้าสมการที่ได้จากการต่อความต้านทาน R_1 และ R_2 ในวงจรไฟฟ้าวงจรหนึ่งคือ $\frac{5}{R_1} + \frac{4}{R_2} = 1.3$ และ $\frac{3}{R_1} - \frac{7}{R_2} = -1.1$ จงหา R_1 และ R_2 (หน่วยของความต้านทานเป็นโอห์ม)
3. ในการขับรถยนต์ระยะทาง 240 กิโลเมตร นาย ก. ใช้เวลานานกว่านาย ข. 1 ชั่วโมง แต่ถ้านาย ก. เพิ่มความเร็วเป็น 2 เท่าเขาจะใช้เวลาน้อยกว่านาย ข. 1 ชั่วโมง จงหาความเร็วในการขับรถยนต์ของคนทั้งสอง
4. ลวดทองแดงขดหนึ่งพร้อมขดมีราคาขดละ 110 บาท และตัวลวดทองแดงมีราคามากกว่าม้วนขด 100 บาท จงหาว่าม้วนขดและลวดทองแดงมีราคาหน่วยละเท่าไร
5. เครื่องจักร A และ B ทำงานพร้อมกัน สามารถผลิตชิ้นงานได้ 10,000 ชิ้น ภายในเวลา 8 ชั่วโมง แต่พอทำไปได้ 6 ชั่วโมงเครื่อง A ต้องหยุดปล่อยให้เครื่อง B ทำงานต่อไปอีก 5 ชั่วโมงจึงจะได้งานครบ 10,000 ชิ้น จงหาว่าถ้าเครื่อง A และ B แยกกันทำงานให้ได้งานเครื่องละ 10,000 ชิ้นแล้วแต่ละเครื่องจะต้องใช้เวลานานเท่าใด
6. ผสมน้ำส้มชนิด A ราคาลิตรละ 28 บาทกับน้ำส้มชนิด B ราคาลิตรละ 35 บาทในอัตราส่วน 5 : 2 แล้วขายไปในราคาลิตรละ 36 บาท จะมีกำไรทั้งสิ้น 126 บาท จงหาว่าผสมน้ำส้มชนิดละกี่ลิตร

บทเรียนที่ 2 (2.3)

7. ถ้าต้องการตัดเหล็กแผ่นเรียบแผ่นหนึ่งเป็นรูปสามเหลี่ยม โดยให้ขนาดของมุมที่ฐานสองมุมรวมกันได้ 30 องศา และ $\frac{1}{6}$ ของผลต่างของขนาดของมุมทั้งสองนั้นเป็น 3 องศา จงหาขนาดของมุมทั้งสองนั้น
8. จงหาจำนวนสองจำนวน ซึ่งจำนวนแรกมากกว่าสองเท่าของจำนวนที่สองอยู่เท่ากับ 3 และสองเท่าของจำนวนแรกมากกว่าจำนวนที่สองอยู่ 27
9. จงหาจุดตัดกันของเส้นตรง $4x - 5y = 1$ กับเส้นตรง $2x = 3y$
10. โรงแรมแห่งหนึ่งมีห้องสำหรับจัดเลี้ยงอยู่บนชั้นที่ 20 แต่มีลิฟท์สำหรับคนขึ้นไปหนึ่งตัว และลิฟท์อีกหนึ่งตัวสำหรับขนของ ในงานเลี้ยงครั้งหนึ่งมีแขกมาในงานมากจำเป็นต้องใช้ลิฟท์ทั้ง 2 ตัวเพื่อให้คนขึ้น ลิฟท์ที่ขนของจุคนได้มากกว่าลิฟท์สำหรับคนขึ้นอยู่ 20 คน ถ้าลิฟท์ที่คนขึ้นขึ้นไปได้ 12 เที่ยว และลิฟท์ที่ขนของนำคนขึ้นไป 8 เที่ยว โดยมีคนเต็มทุกเที่ยว ปรากฏว่าคนที่ขึ้นไปในงานเลี้ยงด้วยลิฟท์ทั้งสองรวม 460 คน อยากทราบว่าลิฟท์แต่ละตัวบรรจุคนได้เท่าไร
11. นายพิทยาเดินทางกลับบ้านทุกวันด้วยการเดินและวิ่งช้า ๆ ถ้าเขาเดินด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 4 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และวิ่งช้า ๆ ด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 8 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าระยะทางจากวิทยาลัยถึงบ้านเป็น 6 กิโลเมตร และเขาใช้เวลาเดินทางรวม 1 ชั่วโมง อยากทราบว่าเขาวิ่งได้ระยะทางกี่กิโลเมตรในการเดินทางกลับบ้านแต่ละวัน
12. วัตถุชิ้นหนึ่งเคลื่อนที่ได้ระยะทาง 6 เมตรในวินาทีที่ 3 และ 30 เมตรในวินาทีที่ 9 จงหาความเร็วต้นและความเร่งของวัตถุ (กำหนดให้ระยะทาง อัตราเร็ว อัตราเร่ง และเวลาสัมพันธ์กันตามสูตรต่อไปนี้

$$S_t = u + \frac{a}{2}(2t-1)$$

เมื่อ S_t แทน ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ไปได้ในช่วงเวลา t

t แทน ช่วงเวลาที่วัตถุใช้ในการเคลื่อนที่ทั้งหมด

u แทน อัตราเร็วเริ่มต้นของวัตถุ

a แทน ขนาดของอัตราเร่งเฉลี่ยในช่วงเวลา t

ใบงานที่ 4

ใบงานที่ 4.

กิจกรรมกลุ่มที่.....วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

สมาชิกกลุ่ม	กิจกรรมที่สมาชิกแต่ละคนปฏิบัติในกลุ่ม
1.	.....
2.	.....
3.	.....
4.	.....

คำชี้แจง *ให้นักเรียนร่วมกันแก้ระบบสมการและโจทย์สมการต่อไปนี้ในกลุ่มกิจกรรมที่กำหนดไว้ในชั้นเรียน*

ข้อที่ 1. จงแก้ระบบสมการ $5F = 9C + 160$

$F = C$

โดยใช้ดีเทอร์มินันต์

วิธีทำ

จากระบบสมการ $5F = 9C + 160$ ..... (1)

$F = C$ ..... (2)

จัดสมการ (1),(2) ใหม่ในรูปของ $aF + bC = c$ โดยที่ a, b, c เป็นค่าคงตัว และ a, b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน ได้ดังนี้

..... (3)

..... (4)

ดังนั้นจาก (3),(4) หาค่าของ D , D_F และ D_C ได้ดังนี้

$D =$

ใบงานที่ 4

D_F =

D_C =

ดังนั้นโดยกฎของคราเมอร์จะได้ว่า

F =

C =

<u>ตรวจสอบคำตอบ</u> แทนค่า F = , C = ในสมการ (1) , (2)

จากสมการ (1) จะได้ว่า

จากสมการ (2) จะได้ว่า

ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริงทั้งสองสมการ

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการคือ (,)

<u>ตอบ</u>

ใบงานที่ 4

<u>ข้อที่ 2.</u> อุปกรณ์ไฟฟ้าชิ้นหนึ่งประกอบด้วยไดโอดและทรานซิสเตอร์ 180 ตัว ช่างต้องการที่จะประกอบอุปกรณ์ไฟฟ้าชิ้นนี้ จึงเข้าไปสำรวจในสต็อก พบว่ามีไดโอดอยู่น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของจำนวนที่ต้องการใช้จริงอยู่ 4 ตัว และมีทรานซิสเตอร์อยู่เพียงหนึ่งในห้าของจำนวนที่ต้องการใช้จริง เขาจึงไปจัดหาชิ้นส่วนเหล่านี้มาเพิ่มเติมอีก 124 ชิ้นจึงได้ครบตามที่ต้องการพอดี จงหาว่าอุปกรณ์ไฟฟ้าชิ้นนี้ใช้ไดโอดและทรานซิสเตอร์อย่างละกี่ตัว

<u>ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ</u>

<u>ขั้นที่ 1.</u> *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

.....

<u>ขั้นที่ 2.</u> *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

(นักเรียนคิดว่าควรจะใช้การวาดรูป เขียนแผนภาพประกอบ หรืออาศัยตาราง ในการวิเคราะห์โจทย์ ...*หรือวิธีการไหนดี ?*)

ใบงานที่ 4

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องและเปลี่ยนประโยคภาษาที่ใช้แสดงความสัมพันธ์จากขั้นที่ 2 เป็นประโยคสัญลักษณ์ แล้วเขียนสมการจากความสัมพันธ์นั้น.*

(นักเรียนจะต้องเขียนข้อความอธิบายเหตุผลเพื่อนำไปสู่การเขียนประโยคสัญลักษณ์และสมการต่าง ๆ หลังจากนักเรียนกำหนดตัวแปรแล้วให้เห็นด้วย)

สมมติให้อุปกรณ์ไฟฟ้าชิ้นนี้ใช้ไดโอดจำนวน x ตัว

และใช้ทรานซิสเตอร์จำนวน y ตัว

ใบงานที่ 4

<u>ขั้นที่ 4.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ.(ในที่นี้จะใช้ดีเทอร์มินันต์แก้ระบบสมการ)*

นั่นคืออุปกรณ์ไฟฟ้าชิ้นนี้ใช้ไดโอดจำนวน ..... ตัว

และใช้ทรานซิสเตอร์จำนวน ..... ตัว

ใบงานที่ 4

<u>ขั้นที่ 5.</u> *ตรวจสอบคำตอบ.* (ตรวจสอบตามเงื่อนไขในโจทย์ให้ครบถ้วน)

ถูกต้องตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ครบถ้วนหรือไม่ .....

<u>ตอบ</u> อุปกรณ์ไฟฟ้าชิ้นนี้ใช้ไดโอดจำนวน ..... ตัว

และใช้ทรานซิสเตอร์จำนวน ..... ตัว

<u>ปัญหาชวนคิด</u>

กาลครั้งหนึ่งมีพญายูงฝูงปักษา บินร่อนมาลงสระใหญ่ในไพรสณฑ์ เกาะบัวตัวละใบทั่วอุบล แล้วบินวนเหลือหลามอยู่สามตัว บินใหม่เกาะใหม่ใบละสอง ใบบัวทองเหลือหนึ่งไม่พึงทั่ว จงรีบแจ้งให้ประจักษ์อย่าได้กลัว ว่ามีนกกี่ตัว บัวกี่ใบ ?

เอกสารประกอบบทเรียนชุดที่ 8

เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร

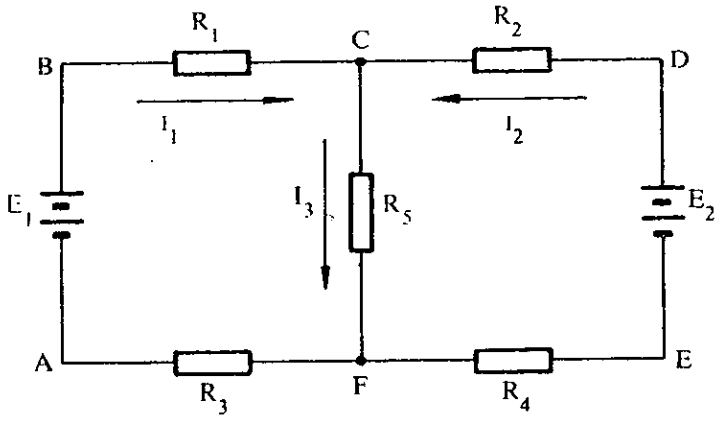
1. บทเรียนที่ 3 (3.1) บทเรียนในชั้นเรียนเรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปร และโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปร
2. ใบงานที่ 5
3. บทเรียนที่ 3 (3.2) บทเรียนในชั้นเรียนเรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์ และโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปร
4. ใบงานที่ 6

บทเรียนที่ 3 (3.1)

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร โดยวิธีการกำจัดตัวแปร

และ

โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปร



ชื่อ - สกุล .....

ชั้น ปวช.2 สาขาวิชาช่าง..... กลุ่มที่ ..... เลขที่ .....

วิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช อ.เมือง จ.นครศรีธรรมราช

บทเรียนที่ 3(3.1)

ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร

สมการเชิงเส้นสามตัวแปร คือ สมการที่มีตัวแปรสามตัว เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเท่ากับหนึ่ง และไม่มีการคูณกันของตัวแปร

ซึ่งเขียนในรูปทั่วไปเป็น $ax + by + cz = d$ เมื่อ a, b, c, d เป็นค่าคงตัว และ a, b, c ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

ตัวอย่างของสมการเชิงเส้นสามตัวแปร ได้แก่

1.) $x + y + z = 10$

2.) $2x + y - z + 15 = 0$

สำหรับสมการ $2x + y - z^2 = 18$ ไม่เป็นสมการเชิงเส้นสามตัวแปร เนื่องจากเลขชี้กำลังของ z ไม่เท่ากับหนึ่ง

และสมการ $15(xy + z + 5) = 0$ ไม่เป็นสมการเชิงเส้นสามตัวแปร เนื่องจากตัวแปรอยู่ในรูปของการคูณ

คำตอบของสมการเชิงเส้นสามตัวแปรที่มี x , y และ z เป็นตัวแปร คือ ค่าของ x, y และ z ที่ทำให้สมการเป็นจริง

จากสมการ $x + y + z = 10$ เราจะพบว่าคำตอบของสมการเชิงเส้นนี้มีคำตอบมากมายไม่จำกัด ซึ่งคำตอบของสมการนี้คือจำนวนจริงใด ๆ สามจำนวนที่รวมกันแล้วได้เท่ากับ 10 นั่นเอง

ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร

ให้ a_i, b_i, c_i และ d_i สำหรับ $i = 1, 2, 3$ เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่ a_1, b_1, c_1 ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน a_2, b_2, c_2 ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน และ a_3, b_3, c_3 ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน จะเรียก

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$
$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2$$
$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3$$

ว่า ***ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร*** และจะเรียกค่าของ x, y และ z ที่ทำให้สมการทั้งสามเป็นจริงว่า ***คำตอบของระบบสมการ*** ซึ่งนิยมเขียนคำตอบของระบบสมการเป็น (x, y, z)

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร

ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรเพื่อหาคำตอบของระบบสมการนั้นสามารถทำได้ในทำนองเดียวกันกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ผ่านมา แต่อย่างไรก็ตามจะพบว่าการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยวิธีการแทนค่านั้นจะยุ่งยากมากสำหรับระบบสมการที่มีสมการมากกว่าสองสมการขึ้นไป ดังนั้นในการเรียนเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรในที่นี้ จะเรียนเฉพาะการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยใช้วิธีการกำจัดตัวแปรและดีเทอร์มินันต์เท่านั้น ดังรายละเอียดที่จะได้กล่าวถึงต่อไป โดยจะแบ่งบทเรียนออกเป็น 2 บทเรียนดังนี้

1. บทเรียนที่ 3(3.1) จะเป็นการเรียนเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปรและโจทย์สมการเชิงเส้นสามตัวแปร ซึ่งเป็นเนื้อหาในบทเรียนบทนี้

2. บทเรียนที่ 3(3.2) จะเป็นการเรียนเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์และโจทย์สมการเชิงเส้นสามตัวแปร ซึ่งเป็นบทเรียนที่จะได้เรียนในบทต่อไป

<u>วิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปร</u>

ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปรนั้นจะอาศัยหลักการและสมบัติของจำนวนจริง เช่นเดียวกันกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปรที่ผ่านมา ซึ่งจะใช้วิธีการดังต่อไปนี้ กล่าวคือ ***ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรให้นักเรียนกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งออกไปจากระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรเสียก่อน (โดยอาศัยหลักการและวิธีการเดียวกันกับการกำจัดตัวแปรในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ผ่านมา) ซึ่งจะทำให้ได้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรชุดใหม่ขึ้นมา แล้วนักเรียนจึงดำเนินการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ได้นี้ด้วยวิธีการกำจัดตัวแปรตามที่เรียนมาแล้วต่อไป หลังจากได้คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแล้วนักเรียนก็นำค่าของตัวแปรทั้งสองที่ได้ไปแทนในสมการเชิงเส้นสามตัวแปรสมการใดสมการหนึ่ง ก็จะได้คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรตามที่ต้องการ*** ดังตัวอย่างต่อไปนี้

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> จงแก้ระบบสมการ

$$x + y + z = 6$$
$$x - y + z = 2$$
$$2x - y + 3z = 6$$

<u>วิธีทำ</u> จากระบบสมการ

$$x + y + z = 6 \quad \text{.....} (1)$$
$$x - y + z = 2 \quad \text{.....} (2)$$
$$2x - y + 3z = 6 \quad \text{.....} (3)$$

จากระบบสมการข้างต้นนักเรียนจะเห็นได้ว่าถ้าเรากำจัดตัวแปร y ออกไปจากระบบสมการจะทำได้ง่ายกว่าการกำจัดตัวแปรอื่น ๆ ซึ่งสามารถทำได้ดังนี้

(1) + (2) จะได้ $(x + y + z) + (x - y + z) = 6 + 2$

$$2x + 2z = 8 \quad \text{.....} (4)$$

และ (3) - (2) จะได้ $(2x - y + 3z) - (x - y + z) = 6 - 2$

$$2x - y + 3z - x + y - z = 4$$
$$x + 2z = 4 \quad \text{.....} (5)$$

ซึ่งนักเรียนจะเห็นได้ว่าสมการ (4),(5) ที่ได้นี้เป็นระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ซึ่งนักเรียนสามารถแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนี้ได้ ดังต่อไปนี้

ซึ่งจะได้ค่า x = และ z =

ต่อไปนำค่า x = และ z = ที่ได้ไปแทนในสมการใดสมการหนึ่งของระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรข้างต้น ซึ่งจะทำให้ทราบค่าของตัวแปร y ที่เหลือต่อไป

ในที่นี้แทนค่า x = และ z = ใน (1) จะได้ว่า

ดังนั้น y =

<u>ตรวจสอบคำตอบ</u> แทนค่า x = y = และ z =

ในสมการ (1),(2) และ (3)

จากสมการ (1) จะได้ว่า	จากสมการ (2) จะได้ว่า	จากสมการ (3) จะได้ว่า

ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริงทั้งสามสมการ

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการคือ (, ,)

<u>ตอบ</u>

<u>โจทย์สมการเชิงเส้นสามตัวแปร</u>

ในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสามตัวแปรนั้น นักเรียนสามารถอาศัยหลักการและขั้นตอนต่าง ๆ ได้เช่นเดียวกันกับขั้นตอนในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้ดีเทอร์มินันต์ในบทเรียนที่ 2 (2.3) ที่ผ่านมา ดังเช่นในตัวอย่างต่อไปนี้

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> แผ่นเหล็กเรียบรูปสามเหลี่ยมแผ่นหนึ่ง ขนาดของมุมที่โตที่สุดโตกว่ามุมที่เล็กที่สุดอยู่ 70 องศา และมุมที่โตที่สุดนี้โตเป็นสองเท่าของมุมที่เหลืออีกมุมหนึ่ง จงหาขนาดของมุมแต่ละมุมของเหล็กแผ่นนี้

<u>ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ</u>

<u>ขั้นที่ 1.</u> *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

.....

<u>ขั้นที่ 2.</u> *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

(นักเรียนคิดว่าควรจะใช้การวาดรูป เขียนแผนภาพประกอบ หรืออาศัยตารางในการวิเคราะห์โจทย์ ...*หรือวิธีการไหนดี ?*)

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรและเขียนสมการ*

(เป็นขั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องและเขียนสมการ ซึ่งนักเรียนจะต้องเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนประโยคสัญลักษณ์และสมการให้เห็นด้วย โดยการพิจารณาจากเงื่อนไขต่าง ๆ ในโจทย์และจากความสัมพันธ์ที่วิเคราะห์ไว้ในขั้นที่ 2)

ให้มุมที่โตที่สุดมีขนาด x องศา

มุมที่เล็กที่สุดมีขนาด y องศา

และมุมที่เหลือมีขนาด z องศา

เนื่องจากมุมภายในของสามเหลี่ยมใด ๆ รวม 180 องศา

ดังนั้นจะได้สมการเป็น .....*(1)*

และจากโจทย์กำหนดให้

ขนาดของมุมที่โตที่สุดโตกว่ามุมที่เล็กที่สุดอยู่ 70 องศา

ดังนั้นจะได้สมการเป็น .....*(2)*

และจากกำหนดมุมที่โตที่สุดนี้โตเป็นสองเท่าของมุมที่เหลืออีกมุมหนึ่ง

ดังนั้นจะได้สมการเป็น .....*(3)*

<u>ขั้นที่ 4.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ.*

นั่นคือมุมที่โตที่สุดมีขนาด ..... องศา

มุมที่เล็กที่สุดมีขนาด ..... องศา

และมุมที่เหลือมีขนาด ..... องศา

<u>ขั้นที่ 5.</u> *ตรวจสอบคำตอบ.*

มุมภายในทั้งสามของสามเหลี่ยมรวมเท่ากับ ..... องศา

ขนาดของมุมที่โตที่สุดโตกว่ามุมที่เล็กที่สุดอยู่เท่ากับ .....องศา

และจากมุมที่โตที่สุดมีขนาด ..... องศา

มุมที่เหลืออีกมุมหนึ่งมีขนาด ..... องศา

ดังนั้นมุมที่โตที่สุดมีขนาดเป็น ..... เท่าของมุมที่เหลืออีกมุมหนึ่ง

ถูกต้องตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ครบหรือไม่ .....

<u>ตอบ</u> ขนาดของมุมทั้งสามของแผ่นเหล็กนี้เท่ากับ ..... , ... และ.....

แบบฝึกหัดประจำบทเรียนที่ 3 (3.1)

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรต่อไปนี้โดยวิธีการกำจัดตัวแปร

1.)
$$x + y + z = 6$$
$$x - y + z = 2$$
$$2x - y + 3z = 6$$

2.)
$$2x - y + 3z = 12$$
$$x + 2y - 3z + 10 = 0$$
$$x + y - z + 3 = 0$$

3.)
$$x - z = 14$$
$$y + z = 21$$
$$x - y - z = 10$$

4.)
$$x + y + 6 = 0$$
$$z = 4$$
$$-x + y + 2z = 16$$

5.)
$$2x + y + 6z = 3$$
$$x - y + 4z = 1$$
$$3x + 2y - 2z = 2$$

6.)
$$5x - 7y + 4z - 2 = 0$$
$$3x + 2y = 3 + 2z$$
$$2x - y + 3z = 4$$

7.)
$$2x - 3y = -2 - z$$
$$3x + 3y = 2 + z$$
$$x - 6y + 3z + 2 = 0$$

8.)
$$x + y + z + 1 = 0$$
$$3x + y + z = 1$$
$$4x - 2y + 2z = 0$$

9.)
$$4I_1 - 3I_2 = 1$$
$$-3I_1 + 6I_2 - 2I_3 = 0$$
$$-2I_2 + 8I_3 = 10$$

10.)
$$x + y + z = 6$$
$$x - y + z = 2$$
$$2x - y + 3z = 6$$

<u>ตอนที่ 2.</u> ให้นักเรียนแก้โจทย์สมการต่อไปนี้ (ในการแสดงวิธีทำนักเรียนไม่จำเป็นต้องเขียนแสดงขั้นตอนในการคิดให้เห็นเหมือนในตัวอย่างที่ผ่าน ๆ มาก็ได้ แต่หลังจากนักเรียนแก้ระบบสมการได้คำตอบแล้วให้นักเรียนแสดงการตรวจสอบคำตอบให้เห็นด้วย)

1. จงหาจำนวนสามจำนวนซึ่งผลรวมของจำนวนทั้งสามเท่ากับ 4 จำนวนแรกลบด้วยสองเท่าของจำนวนที่สองและลบด้วยจำนวนที่สามได้ผลลัพธ์เท่ากับ 1 และสองเท่าของจำนวนแรกลบด้วยจำนวนที่สองและลบด้วยสองเท่าของจำนวนที่สามได้ผลลัพธ์เท่ากับ -1

2. โรงละครแห่งหนึ่งจุคนได้ 100 คน ถ้าในการขายบัตรเข้าชมละครในครั้งนี้คิดราคาบัตรสำหรับผู้ชายคนละ 30 บาท ผู้หญิงคนละ 20 บาท และเด็กคนละ 10 บาท รวมยอดเงินขายบัตรเข้าชมละครได้เท่ากับ 2,200 บาท และในการชมละครครั้งนี้พบว่าจำนวนผู้หญิงเป็นสองเท่าของจำนวนเด็ก จงหาจำนวนผู้ชาย ผู้หญิง และเด็กที่เข้าชมละครในครั้งนี้

3. ผลการทดสอบของนายสาธิตจากแบบทดสอบ 3 ฉบับได้คะแนนรวม 225 คะแนน ผลรวมของคะแนนฉบับที่ 1 กับฉบับที่ 2 มากกว่าคะแนนฉบับที่ 3 อยู่ 61 คะแนน และคะแนนของฉบับที่ 1 มากกว่าคะแนนของฉบับที่ 2 อยู่ 6 คะแนน จงหาคะแนนของแบบทดสอบแต่ละฉบับที่นายสาธิตทำได้

4. ในโรงงานแผนกช่างเชื่อมโลหะแผ่นมีเครื่องจักร A,B และ C สำหรับผลิตชิ้นงาน 3 เครื่อง ถ้าเครื่องจักรทั้งสามผลิตที่คั่นหนังสือขนาดเดียวกันพร้อมกัน จะได้ชิ้นงานรวมสัปดาห์ละ 570 ชิ้น ถ้าเครื่องจักร A และ B ผลิตพร้อมกันเพียงสองเครื่องจะได้ชิ้นงานรวมสัปดาห์ละ 340 ชิ้น และถ้าเครื่องจักร B และ C ผลิตพร้อมกันเพียงสองเครื่องจะได้ชิ้นงานรวมสัปดาห์ละ 420 ชิ้น จงหาอัตราการผลิตของเครื่องจักรแต่ละเครื่องต่อสัปดาห์

5. โรงเลื่อยจักร A,B และ C สามารถผลิตขาเก้าอี้ได้ 7,400 ชิ้นต่อวัน ถ้าโรงเลื่อยจักร A และ B ผลิตพร้อมกันเพียงสองโรงจะได้ 4,700 ชิ้นต่อวัน และถ้าโรงเลื่อยจักร B และ C ผลิตพร้อมกันเพียงสองโรงจะได้ 5,200 ชิ้นต่อวัน จงหาอัตราการผลิตขาเก้าอี้ของโรงเลื่อยจักรแต่ละโรง

ใบงานที่ 5

ใบงานที่ 5.

กิจกรรมกลุ่มที่.....วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

สมาชิกกลุ่ม	กิจกรรมที่สมาชิกแต่ละคนปฏิบัติในกลุ่ม
1.	.....
2.	.....
3.	.....
4.	.....

คำชี้แจง *ให้นักเรียนร่วมกันแก้โจทย์สมการต่อไปนี้ในกลุ่มกิจกรรมที่กำหนดไว้ในชั้นเรียน*

ข้อที่ 1. มีตัวต้านทาน 3 ตัว คือ R_1 , R_2 และ R_3 เมื่อนำมาต่อกันแบบอนุกรม มีความต้านทานรวม 18 โอห์ม และความสัมพันธ์ของค่าความต้านทานทั้งสามตัวเป็นไปตามสมการต่อไปนี้คือ $2R_1 - R_2 + 2R_3 = 21$ โอห์ม และ $R_1 - R_2 - R_3 = 2$ โอห์ม จงหาค่าความต้านทานของตัวต้านทานทั้งสามตัวนี้

ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ

ขั้นที่ 1. *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

.....

ใบงานที่ 5

<u>ขั้นที่ 2.</u> *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

(นักเรียนคิดว่าควรจะใช้การวาดรูป เขียนแผนภาพประกอบ หรืออาศัยตาราง ในการวิเคราะห์โจทย์ ...*หรือวิธีการไหนดี ?*)

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรและเขียนสมการ*

(เป็นขั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องและเขียนสมการ ซึ่งนักเรียนจะต้องเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนประโยคสัญลักษณ์และสมการให้เห็นด้วย โดยการพิจารณาจากเงื่อนไขต่าง ๆ ในโจทย์และจากความสัมพันธ์ที่วิเคราะห์ไว้ในขั้นที่ 2)

<u>ขั้นที่ 4.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ.*

นั่นคือ R_1 = ... โอห์ม R_2 = ... โอห์มและ R_3 = ... โอห์ม

<u>ขั้นที่ 5.</u> *ตรวจสอบคำตอบ.*(ตรวจสอบตามเงื่อนไขในโจทย์ให้ครบถ้วน)

ใบงานที่ 5

ถูกต้องตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ครบหรือไม่ .....

ตอบ ความต้านทาน R_1 = ... โอห์ม R_2 = ... โอห์ม

และ R_3 = ... โอห์ม

ข้อ 2 ในโรงงานแห่งหนึ่งมีเครื่องจักร A, B และ C รวม 3 เครื่องทำการผลิตชิ้นงานที่หมือนกัน ถ้าเครื่องจักรทั้งสามผลิตชิ้นงานพร้อมกันจะได้ชิ้นงานรวม 222 ชิ้นต่อวัน ถ้าเครื่องจักร A และ B ผลิตชิ้นงานพร้อมกันเพียงสองเครื่องจะได้ชิ้นงานรวม 159 ชิ้นต่อวัน ถ้าเครื่องจักร B และ C ผลิตชิ้นงานพร้อมกันเพียงสองเครื่องจะได้ชิ้นงานรวม 147 ชิ้น จงหาอัตราการผลิตของเครื่องจักรแต่ละเครื่องต่อวัน

ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ

ขั้นที่ 1. *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

.....

ขั้นที่ 2. *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

(นักเรียนคิดว่าควรจะใช้การวาดรูป เขียนแผนภาพประกอบ หรืออาศัยตารางในการวิเคราะห์โจทย์ ...*หรือวิธีการไหนดี ?*)

ใบงานที่ 5

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรและเขียนสมการ*

(เป็นขั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องและเขียนสมการ ซึ่งนักเรียนจะต้องเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนประโยคสัญลักษณ์และสมการให้เห็นด้วย โดยการพิจารณาจากเงื่อนไขต่าง ๆ ในโจทย์และจากความสัมพันธ์ที่วิเคราะห์ไว้ในขั้นที่ 2)

ให้อัตราการผลิตของเครื่องจักร A เป็น	x	ชิ้นต่อวัน
อัตราการผลิตของเครื่องจักร B เป็น	y	ชิ้นต่อวัน
และอัตราการผลิตของเครื่องจักร C เป็น	z	ชิ้นต่อวัน

ใบงานที่ 5

<u>ขั้นที่ 4.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ.*

นั่นคืออัตราการผลิตของเครื่องจักร A เท่ากับ ..... ชิ้นต่อวัน

อัตราการผลิตของเครื่องจักร B เท่ากับ ..... ชิ้นต่อวัน

และอัตราการผลิตของเครื่องจักร C เท่ากับ ..... ชิ้นต่อวัน

<u>ขั้นที่ 5.</u> *ตรวจสอบคำตอบ.* (ตรวจสอบตามเงื่อนไขในโจทย์ให้ครบถ้วน)

ถูกต้องตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ครบหรือไม่ .....

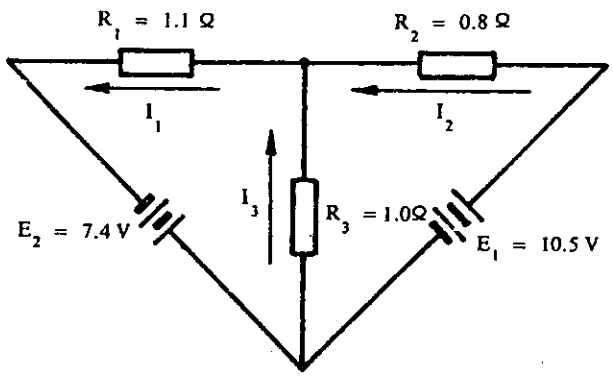
<u>ตอบ</u> อัตราการผลิตของเครื่องจักร A เท่ากับ ..... ชิ้นต่อวัน

อัตราการผลิตของเครื่องจักร B เท่ากับ ..... ชิ้นต่อวัน

และอัตราการผลิตของเครื่องจักร C เท่ากับ ..... ชิ้นต่อวัน

บทเรียนที่ 3 (3.2)

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปร โดยใช้ดีเทอร์มินันต์
และ
โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสามตัวแปร



ชื่อ - สกุล .....

ชั้น ปวช.2 สาขาวิชาช่าง ..... กลุ่มที่ ..... เลขที่ .....

วิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช อ.เมือง จ.นครศรีธรรมราช

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์

ในบทเรียนนี้นักเรียนจะได้เรียนเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์ ซึ่งเป็นวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรอีกวิธีหนึ่ง และพร้อมกับเรียนเกี่ยวกับการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยอาศัยวิธีการดังกล่าวด้วย

1. การหาค่าดีเทอร์มินันต์อันดับสาม

จากบทเรียนที่ 2(2.3) นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับนิยามของดีเทอร์มินันต์อันดับสามมาแล้ว ซึ่งจะเห็นได้ว่าดีเทอร์มินันต์อันดับสามนั้นจะประกอบด้วยสมาชิก 9 จำนวน เขียนเรียงกันเป็นแถวสามแถวและหลักสามหลักดังนี้

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

สำหรับหลักการในการหาค่าของดีเทอร์มินันต์อันดับสามโดยวิธีลัดนั้น จะอาศัยวิธีการโดยสรุปตามลำดับขั้นตอนดังนี้

1. นำสมาชิกในหลักที่ 1 และ 2 มาเขียนต่อท้ายจากหลักที่ 3 ทางขวามือเรียงตามลำดับ

2. คำนวณหาค่าของดีเทอร์มินันต์ ***โดยหาผลรวมของผลคูณของสมาชิกในแนวทแยงจากซ้ายไปขวา โดยที่ผลคูณในแนวทแยงลงให้คิดผลลัพธ์เท่ากับผลคูณที่ได้ และผลคูณในแนวทแยงขึ้นให้คิดผลลัพธ์ตรงกันข้ามกับผลลัพธ์ที่ได้***

เช่น

จากดีเทอร์มินันต์อันดับสาม $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$

โดยหลักการหาค่าดีเทอร์มินันต์ข้างต้นจะได้ว่า

ค่าของดีเทอร์มินันต์ $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \begin{matrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{matrix}$

$$= a_1 b_2 c_3 + b_1 c_2 a_3 + c_1 a_2 b_3$$
$$- a_3 b_2 c_1 - b_3 c_2 a_1 - c_3 a_2 b_1$$

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> จงหาค่าของดีเทอร์มินันต์ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

<u>วิธีทำ</u>

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{matrix}$$

=

= **<u>ตอบ</u>**

* ให้นักเรียนหาค่าของดีเทอร์มินันต์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้โดยวิธีลัดข้างต้นในชั้นเรียน

1. $D_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

2. $D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

3. $D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

2. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์

ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์นั้น จะอาศัยกฎของคราเมอร์ (Cramer's rule) ซึ่งสรุปได้ดังนี้

กำหนดให้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรคือ

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3$$

และให้ D แทนดีเทอร์มินันต์ของสัมประสิทธิ์ของตัวแปร (โดยให้สัมประสิทธิ์ของ x , y และ z เป็นสมาชิกในหลักที่ 1, 2 และ 3 ของ D ตามลำดับ)

D_x แทนดีเทอร์มินันต์ที่ใช้สำหรับหาค่า x ซึ่งได้จากการนำค่าคงตัวที่อยู่ทางขวาของระบบสมการไปแทนสัมประสิทธิ์ของ x (ในหลักที่ 1) ใน D

D_y แทนดีเทอร์มินันต์ที่ใช้สำหรับหาค่า y ซึ่งได้จากการนำค่าคงตัวที่อยู่ทางขวาของระบบสมการไปแทนสัมประสิทธิ์ของ y (ในหลักที่ 2) ใน D

D_z แทนดีเทอร์มินันต์ที่ใช้สำหรับหาค่า z ซึ่งได้จากการนำค่าคงตัวที่อยู่ทางขวาของระบบสมการไปแทนสัมประสิทธิ์ของ z (ในหลักที่ 3) ใน D

แล้วจะได้ว่า $x = \frac{D_x}{D}$, $y = \frac{D_y}{D}$ และ $z = \frac{D_z}{D}$ โดยที่ $D \neq 0$

นั่นคือ $x = \dfrac{\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}$, $y = \dfrac{\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}$

และ $z = \dfrac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}$

จากกฎของคราเมอร์ข้างต้นนั้น นักเรียนจะเห็นได้ว่าในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรนั้น นักเรียนจะต้องหาค่าของ D , D_x , D_y และ D_z ก่อน แล้วจึงนำค่าของ D ที่ได้ไปหาร D_x , D_y และ D_z เพื่อหาค่าของ x , y และ z ตามลำดับ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> จงแก้ระบบสมการ

$$x + 2y + 2z = 1$$
$$2x - y + z = 3$$
$$4x + y + 2z = 0$$

โดยใช้ดีเทอร์มินันต์

<u>วิธีทำ</u>

จากระบบสมการ

$$x + 2y + 2z = 1 \quad .....(1)$$
$$2x - y + z = 3 \quad .....(2)$$
$$4x + y + 2z = 0 \quad .....(3)$$

หาค่าของ D , D_x , D_y และ D_z ได้ดังนี้

D =

=

D_x =

=

D_y =

=

D_z =

=

ดังนั้นโดยกฎของคราเมอร์จะได้ว่า

$x = \frac{D_x}{D} =$, $y = \frac{D_y}{D} =$ และ $z = \frac{D_z}{D} =$

<u>ตรวจสอบคำตอบ</u> แทนค่า x = , y = และ z =

ในสมการ (1),(2) และ (3)

จากสมการ (1) จะได้ว่า	จากสมการ (2) จะได้ว่า	จากสมการ (3) จะได้ว่า

ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริงทั้งสามสมการ

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการคือ (, ,)

<u>ตอบ</u>

<u>หมายเหตุ</u> ในการใช้กฎของคราเมอร์เพื่อแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรนั้น ก่อนที่นักเรียนจะหาค่าของดีเทอร์มินันต์ต่าง ๆ นั้น นักเรียนจะต้องจัดระบบสมการให้ตัวแปรในสมการทั้งสามอยู่ทางซ้ายเรียงในลำดับเดียวกัน และให้ค่าคงตัวอยู่ทางขวาของสมการ เช่นเดียวกันกับในการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์ที่ผ่านมาในบทเรียนที่ 2(2.3)

การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์

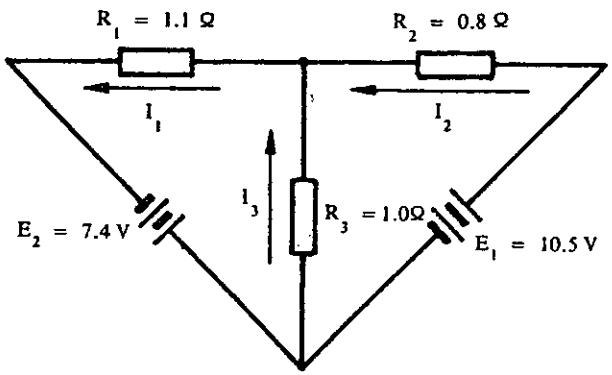
ในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสามตัวแปรนั้น นักเรียนสามารถอาศัยหลักการและขั้นตอนต่าง ๆ ได้เช่นเดียวกันกับขั้นตอนในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มินันต์ในบทเรียนที่ 2 (2.3) ที่ผ่านมา ดังเช่นในตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 3 ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้า ความต้านทาน และแรงเคลื่อนไฟฟ้า ดังรูป เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$I_1R_1 + I_3R_3 = E_2$$

$$I_2R_2 - I_3R_3 = E_1$$

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$



จากค่าของความต้านทานและแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่กำหนดให้ในวงจร จงหาค่าของกระแสไฟฟ้า I_1 , I_2 และ I_3

ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ

ขั้นที่ 1. *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

.....

<u>ขั้นที่ 2.</u> *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

(จากโจทย์ข้อนี้นักเรียนจะเห็นได้ว่าโจทย์ได้กำหนดความสัมพันธ์ในรูปของสมการมาให้แล้ว ดังนั้นนักเรียนสามารถนำความสัมพันธ์นั้นมาใช้ได้เลย)

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรและเขียนสมการ*

(จากโจทย์ข้อนี้นักเรียนจะเห็นได้ว่าโจทย์ได้กำหนดความสัมพันธ์ในรูปของสมการมาให้แล้ว ดังนั้นนักเรียนสามารถนำสมการเหล่านี้มาใช้ได้เลย เพียงแทนค่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ลงในสมการที่กำหนดเท่านั้นเอง)

ดังนั้นจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และจากสมการที่กำหนด แทนค่าความต้านทาน และแรงเคลื่อนที่กำหนด จะได้สมการเป็น

..... (1)

..... (2)

..... (3)

<u>ขั้นที่ 4.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ.*

ดังนั้นจะได้ I_1 = แอมแปร์ I_2 = แอมแปร์และ I_3 = แอมแปร์

<u>ขั้นที่ 5.</u> *ตรวจสอบคำตอบ.*

แทนค่า ความต้านทาน แรงเคลื่อนไฟฟ้า และกระแสไฟฟ้า ในสมการที่กำหนดให้ข้างต้น ทั้งสามสมการจะได้ดังนี้

ถูกต้องตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ครบหรือไม่ .....

<u>ตอบ</u> ค่าของกระแสไฟฟ้า I_1 = แอมแปร์ I_2 = แอมแปร์ และ I_3 = แอมแปร์

แบบฝึกหัดประจำบทเรียนที่ 3 (3.2)

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรต่อไปนี้โดยใช้ดีเทอร์มินันต์

1.) $x + y = 9$
$x - y + 2z = 2$
$4y - 3z = 5$

2.) $m - n + 6 = 0$
$m + p + 9 = 0$
$3n + p = 1$

3.) $3r + 2s + 3t + 7 = 0$
$5r - 3s + 2t + 4 = 0$
$7r + 4s + 5t - 2 = 0$

4.) $2x - 3y + z = 0$
$5x + 4y - 2z = 7$
$x + 8y - 5z = 4$

5.) $x + 2y - 3z = 9$
$2x - y + 2z = -8$
$3x - y - 4z = 3$

6.) $x - y + 2z = 0$
$x - 2y + 3z = -1$
$2x - 2y + z = -3$

7.) $4x - y - 3z = 1$
$8x + y - z = 5$
$2x + y + 2z = 5$

8.) $3x + 2y + 2z = 3$
$x + 2y - z = 5$
$2x - 4y + z = 0$

9.) $p + q + r = 1$
$p - 2q - 3r = 3$
$4p + 5q + 6r = 4$

10.) $m + n + t = 6$
$m - n - t = 0$
$m + 2n + t = 5$

<u>ตอนที่ 2.</u> ให้นักเรียนแก้โจทย์สมการต่อไปนี้ สำหรับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรของโจทย์แต่ละข้อในตอนนี้ให้นักเรียนใช้ดีเทอร์มินันต์ และหลังจากนักเรียนแก้ระบบสมการได้คำตอบแล้วให้นักเรียนแสดงการตรวจสอบคำตอบให้เห็นด้วย

1. ถ้าเครื่องสูบน้ำ A , B และ C รวม 3 เครื่องสูบน้ำพร้อมกันจะสูบน้ำได้ 50 ถังต่อชั่วโมง แต่ถ้าเครื่องสูบน้ำ A และ B สูบน้ำพร้อมกันเพียงสองเครื่องจะสูบน้ำได้ 30 ถังต่อชั่วโมง และถ้าเครื่องสูบน้ำ A และ C สูบน้ำพร้อมกันเพียงสองเครื่องจะสูบน้ำได้ 32 ถังต่อชั่วโมง จงหาอัตราการสูบน้ำของเครื่องสูบน้ำแต่ละเครื่องต่อชั่วโมง

2. ในการจัดจ้างคนงาน 12 คนเพื่อก่อสร้างบ้านหลังหนึ่ง ซึ่งประกอบด้วยคนงานชาย หญิง และเด็ก โดยที่คนงานชายมีจำนวนมากกว่าคนงานหญิงอยู่ 1 คน ถ้าอัตราค่าจ้างสำหรับคนงานชายเป็น 150 บาทต่อวัน คนงานหญิงเป็น 120 บาทต่อวัน และเด็กเป็น 100 บาทต่อวัน พบว่านายจ้างต้องจ่ายค่าแรงงานวันละ 1,530 บาท จงหาว่าในการก่อสร้างบ้านหลังนี้ใช้คนงานชาย หญิง และเด็กกี่คน

3. ในสามเหลี่ยม ABC ขนาดของมุม B โตเป็นสองเท่าของมุม A และขนาดของมุม C โตกว่ามุม A 30 องศา จงหาขนาดของมุมทั้งสามของสามเหลี่ยมนี้

4. ในการบรรจุสินค้าใส่กล่องของชายคนหนึ่ง 87 กล่อง ตั้งแต่วันจันทร์ถึงวันพุธ ปรากฏว่าในวันอังคารเขาบรรจุได้มากกว่าในวันจันทร์ 15 กล่อง และในวันพุธเขาบรรจุได้น้อยกว่าในวันอังคาร 3 กล่อง จงหาว่าเขาบรรจุสินค้าในแต่ละวันได้กี่กล่อง

5. ในการทำคะแนนสอบปลายภาคของนายวิทยา นายมานะ และนายสุธน ทั้งสามคนรวม 575 คะแนน ถ้าคะแนนของนายวิทยามากกว่านายมานะ 15 คะแนน และคะแนนของนายสุธนมากกว่านายมานะ 20 คะแนน จงหาคะแนนสอบปลายภาคของนักเรียนแต่ละคน

ใบงานที่ 6

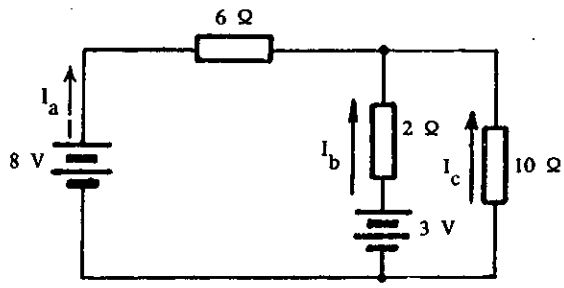
ใบงานที่ 6.

กิจกรรมกลุ่มที่.....วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

สมาชิกกลุ่ม	กิจกรรมที่สมาชิกแต่ละคนปฏิบัติในกลุ่ม
1.	.....
2.	.....
3.	.....
4.	.....

คำชี้แจง *ให้นักเรียนร่วมกันแก้โจทย์สมการต่อไปนี้ในกลุ่มกิจกรรมที่กำหนดไว้ในชั้นเรียน*

ข้อที่ 1. จากวงจรไฟฟ้าดังรูป



เขียนเป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ของกระแสไฟฟ้า I_a , I_b และ I_c ได้ดังนี้

$$I_a + I_b + I_c = 0$$

$$6I_a - 10I_c = 8$$

$$6I_a - 2I_b = 5$$

จงหาค่าของ I_a , I_b และ I_c

ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ

ขั้นที่ 1. *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

ใบงานที่ 6

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

.....

<u>ขั้นที่ 2.</u> *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรและเขียนสมการ*

<u>ขั้นที่ 4.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ.(ในที่นี้จะใช้ดีเทอร์มินันต์แก้ระบบสมการ)*

นั่นคือ I_a = ... แอมแปร์ I_b = ... แอมแปร์และ I_c = ... แอมแปร์

<u>ขั้นที่ 5.</u> *ตรวจสอบคำตอบ.*(ตรวจสอบตามเงื่อนไขในโจทย์ให้ครบถ้วน)

ถูกต้องตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ครบหรือไม่ .....

<u>ตอบ</u> กระแสไฟฟ้า I_a = ... แอมแปร์ I_b = ... แอมแปร์

และ I_c = ... แอมแปร์

ใบงานที่ 6

ข้อที่ 2. ช่างไฟฟ้า ช่างไม้ และช่างท่อ รวม 3 คน ได้รับเหมางานในบ้านหลังหนึ่ง โดยที่ช่างไฟฟ้าได้รับค่าจ้างชั่วโมงละ 50 บาท ช่างไม้ได้รับค่าจ้างชั่วโมงละ 45 บาท ช่างท่อได้รับค่าจ้างชั่วโมงละ 60 บาท ถ้าในการรับเหมางานวันแรก เขาได้รับค่าจ้างรวม 690 บาท โดยที่ช่างท่อใช้เวลาในการทำงานมากกว่าช่างไฟฟ้า 2 ชั่วโมงและมากกว่าช่างไม้ 1 ชั่วโมง จงหาเวลาที่ช่างแต่ละคนใช้ในการทำงานในวันแรกนี้

ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ

ขั้นที่ 1. *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

.....

ขั้นที่ 2. *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

(นักเรียนคิดว่าควรจะใช้การวาดรูป เขียนแผนภาพประกอบ หรืออาศัยตาราง ในการวิเคราะห์โจทย์ ...*หรือวิธีการไหนดี ?*)

ใบงานที่ 6

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรและเขียนสมการ*

(เป็นขั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องและเขียนสมการ ซึ่งนักเรียนจะต้องเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนประโยคสัญลักษณ์และสมการให้เห็นด้วย โดยการพิจารณาจากเงื่อนไขต่าง ๆ ในโจทย์และจากความสัมพันธ์ที่วิเคราะห์ไว้ในขั้นที่ 2)

ให้ช่างไฟฟ้าทำงานในวันแรก	x	ชั่วโมง
ช่างไม้ทำงานในวันแรก	y	ชั่วโมง
และช่างท่อทำงานในวันแรก	z	ชั่วโมง

<u>ขั้นที่ 4.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ..(ในที่นี้จะใช้ดีเทอร์มินันต์แก้ระบบสมการ)*

นั่นคือช่างไฟฟ้าทำงานในวันแรก ..... ชั่วโมง

ช่างไม้ทำงานในวันแรก ..... ชั่วโมง

และช่างท่อทำงานในวันแรก ..... ชั่วโมง

<u>ขั้นที่ 5.</u> *ตรวจสอบคำตอบ.* (ตรวจสอบตามเงื่อนไขในโจทย์ให้ครบถ้วน)

ถูกต้องตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ครบหรือไม่ .....

<u>ตอบ</u> ช่างไฟฟ้าทำงานในวันแรก ..... ชั่วโมง

ช่างไม้ทำงานในวันแรก ..... ชั่วโมง

และช่างท่อทำงานในวันแรก ..... ชั่วโมง

เอกสารประกอบบทเรียนชุดที่ 4

เรื่อง สมการกำลังสอง

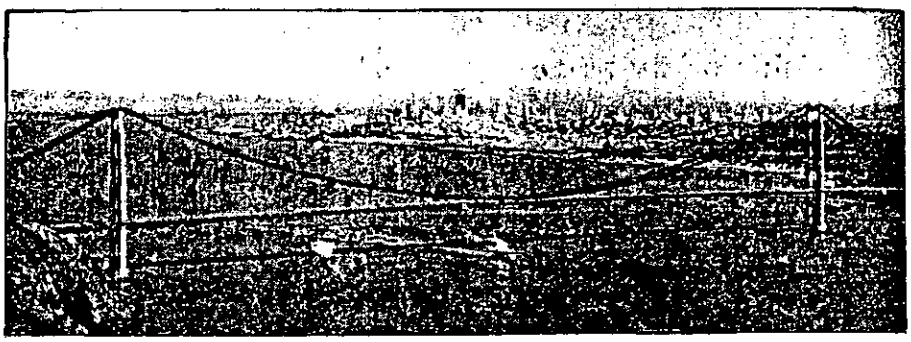
1. บทเรียนทบทวนด้วยตนเองหน่วยที่ 3 ทบทวนความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวกับการแก้สมการกำลังสอง
2. บทเรียนที่ 4 บทเรียนในชั้นเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาสมการกำลังสอง
3. ใบงานที่ 7

บทเรียนทบทวนด้วยตนเอง

หน่วยที่ 3

ทบทวนความรู้พื้นฐาน
ที่เกี่ยวกับ

การแก้สมการกำลังสอง



ชื่อ - สกุล .....

ชั้น ปวช.2 สาขาวิชาช่าง ..... กลุ่มที่ ..... เลขที่ .....

วิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช อ.เมือง จ.นครศรีธรรมราช

คำชี้แจง

ในบทเรียนทบทวนด้วยตนเองหน่วยที่ 3 นี้ จะเป็นการทบทวนเกี่ยวกับวิธีการแก้สมการกำลังสองซึ่งนักเรียนเคยเรียนมาแล้วในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยจะทบทวนในหัวข้อต่อไปนี้ตามลำดับ

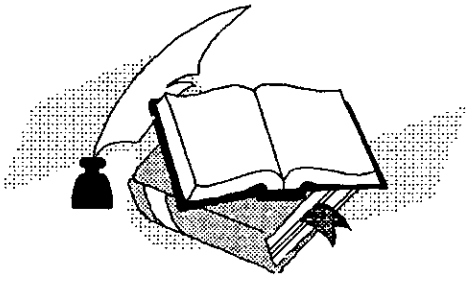
1. การแยกตัวประกอบของพหุนาม
2. การแก้สมการกำลังสองโดยการแยกตัวประกอบ
3. การแก้สมการกำลังสองโดยการใช้สูตร

ในการศึกษาบทเรียนทบทวนด้วยตนเองในหน่วยนี้ขอให้นักเรียนได้ไปศึกษาทบทวนร่วมกันภายในกลุ่มที่จัดไว้ ในทำนองเดียวกันกับวิธีการศึกษาบทเรียนทบทวนด้วยตนเองในหน่วยต่าง ๆ ที่ผ่านมา เพื่อนักเรียนจะได้นำความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการกำลังสองนี้ไปใช้ในการแก้โจทย์สมการกำลังสองต่อไป.

" ความพยายามและการช่วยเหลือกันภายในกลุ่ม ย่อมก่อให้เกิดความสำเร็จแก่นักเรียนทุกคน "

และ

" ความสำเร็จที่เกิดขึ้นย่อมก่อให้เกิดความภาคภูมิใจ และ ความมั่นใจ ต่อกลุ่มและต่อตนเอง "



สมการกำลังสอง

สมการกำลังสอง คือ สมการที่มีตัวแปรหนึ่งตัวและดีกรีสูงสุดของตัวแปรเท่ากับสอง

ซึ่งเขียนในรูปทั่วไปเป็น $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$

ตัวอย่างของสมการกำลังสอง ได้แก่

1.) $3x^2 - 7x + 2 = 0$

2.) $x^2 = 36$

สำหรับสมการ $2x^2 + 4y^2 = 6$ ไม่เป็นสมการกำลังสอง เนื่องจากตัวแปรมีมากกว่าหนึ่งตัว

ในการแก้สมการกำลังสองเพื่อหาคำตอบของสมการที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นนั้น นักเรียนได้เรียนเกี่ยวกับการแก้สมการกำลังสองโดยอาศัยวิธีการแยกตัวประกอบ โดยการใช้สูตร และโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์มาแล้ว สำหรับในงานช่างและในชีวิตประจำวันนั้นนักเรียนจะพบโจทย์ปัญหาหลาย ๆ ปัญหาที่นักเรียนสามารถนำสมการกำลังสองไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเหล่านั้นได้ ดังนั้นเพื่อให้นักเรียนสามารถนำความรู้เหล่านั้นไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้ ในบทเรียนนี้จึงเป็นการทบทวนความรู้ที่เกี่ยวกับการแก้สมการกำลังสอง โดยจะทบทวนเกี่ยวกับการแก้สมการกำลังสองโดยวิธีการแยกตัวประกอบและโดยการใช้สูตรเท่านั้น สำหรับวิธีการแก้สมการกำลังสองโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์นั้นจะไม่นำมาทบทวนในที่นี้ เนื่องจากเห็นว่าวิธีการแก้สมการกำลังสองโดยวิธีการแยกตัวประกอบ และโดยการใช้สูตรนั้นสามารถใช้แก้สมการกำลังสองได้ครอบคลุมและรัดกุมแล้ว และนักเรียนสามารถนำไปใช้แก้โจทย์สมการกำลังสองในงานช่างได้ง่ายกว่าการแก้สมการโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ ดังนั้นในการทบทวนเกี่ยวกับการแก้สมการกำลังสองในที่นี้

จะทบทวนเฉพาะในเรื่องต่อไปนี้ตามลำดับโดยสรุปเท่านั้น

1. การแยกตัวประกอบของพหุนาม
2. การแก้สมการกำลังสองโดยการแยกตัวประกอบ
3. การแก้สมการกำลังสองโดยการใช้สูตร

1. <u>การแยกตัวประกอบของพหุนาม</u>

การแยกตัวประกอบของพหุนามใด คือ การเขียนพหุนามนั้นในรูปการคูณของพหุนามที่มีดีกรีต่ำกว่า

เช่น $10xy + 15xz = 5x(2y + 3z)$ เป็นการแยกตัวประกอบของ $10xy + 15xz$ โดยอาศัยสมบัติการแจกแจง

ในการทบทวนเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบในที่นี้จะแบ่งเป็นกรณี ๆ ไป ดังต่อไปนี้

1.1 <u>การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยการเอาตัวประกอบร่วมออก</u>

การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยการเอาตัวประกอบร่วมออกนี้ทำได้โดยอาศัยสมบัติการแจกแจง ดังนี้

พิจารณา $a(b + c)$

โดยสมบัติการแจกแจงจะได้ว่า $a(b + c) = ab + ac$

หรือเขียนเป็น $ab + ac = a(b + c)$ (โดยสมบัติสมมาตร)

ซึ่งนักเรียนจะเห็นได้ว่า a เป็นตัวประกอบร่วมของ ab และ ac

ดังนั้นในการแยกตัวประกอบของ $ab + ac$ นี้ ทำได้โดยการเอาตัวประกอบร่วมออกได้ดังนี้

$$\underline{a}b + \underline{a}c = \underline{a}(b + c)$$

ตัวประกอบร่วม *เอาตัวประกอบร่วม a ออก*

เช่น

1.) $5x + 15 = 5(x) + 5(3)$

$= 5(x + 3)$ [เอา 5 ซึ่งเป็นตัวประกอบร่วมออก]

2.) $x^3 + x^2 + x = x(x^2) + x(x) + x(1)$

$= x(x^2 + x + 1)$ [เอา x ซึ่งเป็นตัวประกอบร่วมออก]

3.) $2x^5 + 4x^4 + 10x^3 = (2x^3)(x^2) + (2x^3)(2x) + (2x^3)(5)$

$= 2x^3(x^2 + 2x + 5)$

[เอา $2x^3$ ซึ่งเป็นตัวประกอบร่วมออก]

<u>หมายเหตุ</u> นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบของการแยกตัวประกอบได้ โดยการหาผลคูณของพหุนามที่แยกตัวประกอบได้ทางขวามือนั้น โดยอาศัยสมบัติการแจกแจงตรวจสอบดูว่าผลลัพธ์ที่ได้เท่ากับพหุนามทางซ้ายมือจริงหรือไม่

<u>แบบฝึกหัด 3.1</u>

ให้นักเรียนแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้โดยการเอาตัวประกอบร่วมออก (ให้เขียนคำตอบลงในช่องว่างที่เว้นไว้ท้ายข้อแต่ละข้อ)

1.) $15x + 25$ = ...	2.) $9x - 12y$ = ...
3.) $3x^2 - 6x + 9$ = ...	4.) $2a^2 - 18a - 28$ = ...
5.) $21x^2y - 28xy^2$ = ...	6.) $30xy^2 - 25x^2y$ = ...
7.) $15x^3 - 25x^2 + 30x$ = ...	8.) $12x^3yz + 30x^2y^3$ = ...
9.) $49xy - 21x^2y^2 + 35x^3y^3$ = ...	10.) $121a^3b^2 - 22a^2b^3 + 33a^3b^3$ = ...

1.2 การแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูป $x^2 + bx + c$ เมื่อ b และ c เป็นจำนวนเต็ม

ในการแยกตัวประกอบของ $x^2 + bx + c$ เมื่อ b และ c เป็นจำนวนเต็ม ซึ่งนักเรียนเคยเรียนมาแล้วนั้นสามารถสรุปหลักการได้ดังนี้

พหุนาม $x^2 + bx + c$ แยกตัวประกอบได้เป็น $(x + d)(x + e)$ เมื่อ $b = d + e$ และ $c = de$

นั่นคือ จากข้อสรุปในการแยกตัวประกอบของ $x^2 + bx + c$ เมื่อ b และ c เป็นจำนวนเต็มในกรอบข้างบนนี้ นักเรียนจะต้องหาจำนวน 2 จำนวน (ในที่นี้คือ d กับ e) ซึ่งเมื่อรวมกันแล้วต้องได้ผลลัพธ์เท่ากับ b และเมื่อคูณกันแล้วต้องได้ผลลัพธ์เท่ากับ c ***ซึ่งนักเรียนอาจจะหาได้โดยการเขียน c ในรูปผลคูณของจำนวนเต็มสองจำนวนก่อน แล้วนำจำนวนทั้งสองมารวมกันดูว่าได้ผลลัพธ์เท่ากับ b หรือไม่*** ถ้าได้ตามที่กล่าวถึงนี้แสดงว่านักเรียนสามารถแยกตัวประกอบของพหุนามนั้นได้เป็น $(x + d)(x + e)$

เช่น ในการแยกตัวประกอบของ $x^2 + 5x + 6$

ในที่นี้ $b = 5$ และ $c = 6$ ซึ่งนักเรียนจะต้องหา d และ e

หลักในการหา d และ e ทำได้โดยการเขียน 6 ในรูปของผลคูณของจำนวนสองจำนวนซึ่งได้เป็น (6)(1) หรือ (1)(6) หรือ (2)(3) หรือ (3)(2) แล้วนักเรียนเลือกจำนวนสองจำนวนที่รวมกันแล้วได้ 5 ซึ่งได้แก่ 2 กับ 3

นั่นคือ จะได้ว่า $d = 2, e = 3$ หรือ $d = 3, e = 2$

ดังนั้นจะได้ว่า $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$ หรือ $(x + 3)(x + 2)$

จากคำตอบที่ได้นักเรียนสามารถตรวจสอบได้ว่านักเรียนแยกตัวประกอบได้ถูกต้องหรือไม่ โดยการหาผลคูณของ $(x + 2)(x + 3)$ โดยอาศัยสมบัติการแจกแจงดังนี้

$$(x + 2)(x + 3) = x^2 + 3x + 2x + 6$$
$$= x^2 + 5x + 6$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่าการแยกตัวประกอบที่ได้ข้างต้นนั้นถูกต้อง และในทำนองเดียวกัน นักเรียนสามารถใช้วิธีการตรวจสอบดังกล่าวนี้เพื่อตรวจสอบการแยกตัวประกอบในโจทย์การแยกตัวประกอบในกรณีอื่น ๆ ได้ด้วย

ตัวอย่างที่ 1 จงแยกตัวประกอบของ $x^2 - 2x - 15$

แนวคิด แยกตัวประกอบของ - 15 ออกเป็น de โดยที่ $d + e = -2$

ซึ่งจะได้ว่า $d = -5$ และ $e = 3$

เนื่องจาก $de = (-5)(3) = -15$ และ $d + e = (-5) + (3) = -2$

ดังนั้นจะได้ว่า $x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3)$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 จงแยกตัวประกอบของ $x^2 + 7x - 18$

แนวคิด แยกตัวประกอบของ - 18 ออกเป็น de โดยที่ $d + e = 7$

ซึ่งจะได้ว่า $d = -2$ และ $e = 9$

เนื่องจาก $de = (-2)(9) = -18$ และ $d + e = (-2) + 9 = 7$

ดังนั้นจะได้ว่า $x^2 + 7x - 18 = (x - 2)(x + 9)$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 จงแยกตัวประกอบของ $x^2 - 9x + 20$

แนวคิด แยกตัวประกอบของ 20 ออกเป็น de โดยที่ $d + e = -9$

ซึ่งจะได้ว่า $d = -4$ และ $e = -5$

เนื่องจาก $de = (-4)(-5) = 20$ และ $d + e = (-4) + (-5) = -9$

ดังนั้นจะได้ว่า $x^2 - 9x + 20 = (x - 4)(x - 5)$

ตอบ

หมายเหตุ ให้นักเรียนตรวจสอบการแยกตัวประกอบในตัวอย่างทั้ง 3 ข้างต้นด้วยว่าการแยกตัวประกอบข้างต้นนั้นถูกต้องหรือไม่ โดยอาศัยสมบัติการแจกแจง

แบบฝึกหัด 3.2

ให้นักเรียนแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้ (ให้เขียนเฉพาะคำตอบลงในช่องว่างที่เว้นไว้ท้ายข้อแต่ละข้อ)

1.) $x^2 + 8x + 12$ = ...	2.) $x^2 - 8x + 12$ = ...
3.) $y^2 - 9y + 14$ = ...	4.) $x^2 + 2x - 15$ = ...
5.) $b^2 - 8b - 20$ = ...	6.) $z^2 - 2z - 24$ = ...
7.) $-x^2 - 2x + 8$ = ...	8.) $x^4 - x^2 - 30$ = ...
9.) $x^2 - 10xy + 16y^2$ = ...	10. $a^4 - 3a^2b^2 - 10b^4$ =.....

1.3 การแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว $a \neq 0$ และ $c \neq 0$

ในการแยกตัวประกอบของ $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว $a \neq 0$ และ $c \neq 0$ ซึ่งนักเรียนเคยเรียนมาแล้วนั้นสามารถสรุปหลักการได้ดังนี้

> ***$ax^2 + bx + c$ แยกตัวประกอบได้เป็น $(mx + d)(nx + e)$***
> ***เมื่อ $a = mn$, $c = de$ และ $b = me + nd$***

ข้อสังเกต จากข้อสรุปข้างต้นจะได้ว่าพหุนาม

$$ax^2 + bx + c = (mx + d)(nx + e)$$

(เพื่อความสะดวกต่อไปนี้เราจะเรียก ax^2 ว่าพจน์หน้า bx ว่าพจน์กลาง และ c ว่าพจน์หลัง)

ซึ่งนักเรียนจะเห็นได้ว่า

(mx)(nx) = ax^2 คือ *ผลคูณของพจน์หน้าของพหุนามในวงเล็บแรกกับพจน์หน้าของพหุนามในวงเล็บหลัง ได้เป็นพจน์หน้าของพหุนามที่ต้องการแยกตัวประกอบ*

ดังรูปที่ 1

$$mnx^2 = ax^2$$

$$(mx + d)(nx + e)$$

de = c คือ *ผลคูณของพจน์หลังของพหุนามในวงเล็บแรกคูณกับพจน์หลังของพหุนามในวงเล็บหลัง ได้เป็นพจน์หลังของพหุนามที่ต้องการแยกตัวประกอบ*

ดังรูปที่ 2

$$de = c$$

$$(mx + d)(nx + e)$$

และ **mex + ndx = bx** คือ *ผลบวกของผลคูณระหว่างพจน์หน้าของพหุนามในวงเล็บแรกกับพจน์หลังของพหุนามในวงเล็บหลัง และพจน์หลังของพหุนามในวงเล็บแรกกับพจน์หน้าของพหุนามในวงเล็บหลัง ได้เป็นพจน์กลางของพหุนามที่ต้องการแยกตัวประกอบ*

ดังรูปที่ 3

$$ndx$$

$$(mx + d)(nx + e)$$

$$mex$$

จากรูปที่ 1 - 3 นักเรียนอาจจะใช้วิธีการท่องจำหลักในการหาโดยใช้รหัสดังต่อไปนี้ก็ได้

จากรูปที่ 1 อาจจะจำว่า "***หน้าคูณหน้าได้หน้า***"

จากรูปที่ 2 อาจจะจำว่า "***หลังคูณหลังได้หลัง***"

และจากรูปที่ 3 อาจจะจำว่า "***หน้าคูณหลังบวกหลังคูณหน้าได้กลาง***"

ดังนั้น ในการแยกตัวประกอบของ $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว $a \neq 0$ และ $c \neq 0$ นักเรียนสามารถทำได้ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. แยกพจน์หน้าของพหุนามดีกรีสองออกเป็นผลคูณของพหุนามดีกรีหนึ่งสองพหุนาม แล้วเขียนพหุนามทั้งสองนี้เป็นพจน์หน้าของพหุนามสองพหุนามที่เป็นผลลัพธ์

เช่น จากพหุนาม $6x^2 - 7x - 5$ จะแยกพจน์หน้าได้เป็น

$(3x \quad)(2x \quad)$ หรือ $(6x \quad)(x \quad)$

2. แยกพจน์หลังของพหุนามดีกรีสองออกเป็นผลคูณของจำนวน 2 จำนวน แล้วเขียนจำนวนทั้งสองเป็นพจน์หลังของพหุนามในข้อ 1. ซึ่งจากพหุนามที่กำหนดให้ $6x^2 - 7x - 5$ พจน์หลังคือ -5 ซึ่งแยกได้เป็น 5 กับ (-1) หรือ (-5) กับ 1 ซึ่งคูณกันแล้วได้เท่ากับ - 5 แล้วจึงเขียนจำนวนทั้งสองเป็นพจน์หลังของพหุนามในข้อ 1.ดังนี้

$(3x + 5)(2x - 1)$	$(6x + 5)(x - 1)$
$(3x - 1)(2x + 5)$	$(6x - 1)(x + 5)$
$(3x - 5)(2x + 1)$	$(6x - 5)(x + 1)$
$(3x + 1)(2x - 5)$	$(6x + 1)(x - 5)$

3. เลือกพหุนามสองพหุนามที่ผลคูณของพหุนามทั้งสองได้พจน์กลางเท่ากับพจน์กลางของพหุนามที่กำหนด ดังนั้นจากพหุนามที่กำหนดให้ $6x^2 - 7x - 5$ ซึ่งพจน์กลางเท่ากับ - 7x ดังนั้นจึงเลือกพหุนาม $(3x - 5)(2x + 1)$ ซึ่งผลคูณของพหุนามทั้งสองได้พจน์กลางเท่ากับ - 7x ดังนั้นคำตอบของการแยกตัวประกอบคือ

$6x^2 - 7x - 5$ แยกตัวประกอบได้เป็น $(3x - 5)(2x + 1)$

จากผลลัพธ์ของการแยกตัวประกอบดังกล่าวข้างต้นนักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบได้โดยการหาผลคูณของ $3x - 5$ กับ $2x + 1$ ได้ดังนี้

$(3x - 5)(2x + 1)$ พจน์หน้าคูณพจน์หน้าคือ $(3x)(2x) = 6x^2$ ได้เป็นพจน์หน้าของพหุนามที่กำหนด

$(3x - 5)(2x + 1)$ พจน์หลังคูณพจน์หลังคือ $(-5)(1) = -5$ ได้เป็นพจน์หลังของพหุนามที่กำหนด

และ $(3x - 5)(2x + 1)$ พจน์หน้าคูณพจน์หลัง บวก พจน์หลังคูณพจน์หน้า คือ $(3x)(1) + (-5)(2x) = -7x$ ได้เป็นพจน์กลางของพหุนามที่กำหนด

ซึ่งนักเรียนจะเห็นได้ว่าจากการตรวจสอบโดยวิธีการดังกล่าวข้างต้นนี้จะได้พจน์หน้าของผลคูณของพหุนามทั้งสองเป็น $6x^2$ พจน์กลางเป็น $-7x$ และพจน์หลังเป็น -5 ซึ่งตรงตามพหุนามที่กำหนดคือ $6x^2 - 7x - 5$

ดังนั้นในการแยกตัวประกอบทุกครั้งไม่ว่าพหุนามจะอยู่ในรูปแบบใดก็ตาม หลังจากนักเรียนแยกตัวประกอบได้แล้วนักเรียนควรที่จะตรวจสอบคำตอบที่ได้ โดยการหาผลคูณของพหุนามที่เป็นผลลัพธ์ของการแยกตัวประกอบนั้นในทำนองเดียวกันกับการตรวจสอบคำตอบของการแยกตัวประกอบข้างต้นนี้

<u>ตัวอย่างที่ 4</u> จงแยกตัวประกอบของ $6x^2 - 11x - 10$

<u>แนวคิด</u> พจน์หน้าของพหุนามที่กำหนดคือ $6x^2$ ซึ่งแยกได้เป็น

$(6x)(x)$ หรือ $(3x)(2x)$

ดังนั้นพหุนามที่กำหนดสามารถแยกได้เป็น

$(6x \quad)(x \quad)$ หรือ $(3x \quad)(2x \quad)$

และพจน์หลังของพหุนามที่กำหนดคือ -10 ซึ่งสามารถแยกได้เป็น $(10)(-1)$ หรือ $(-10)(1)$ หรือ $(5)(-2)$ หรือ $(-5)(2)$ ซึ่งจะมีคู่ใดคู่หนึ่งเพียงคู่เดียวเท่านั้นที่เป็นพจน์หลังของพหุนามที่เป็นผลลัพธ์ของการแยกตัวประกอบนี้ ซึ่งนักเรียนต้องเลือกคู่ที่เหมาะสมจากการตรวจสอบพจน์กลางกับพหุนามที่กำหนด โดยวิธีการหาพจน์กลางของผลคูณตามวิธีการข้างต้น

ซึ่งพบว่าผลคูณของ $(3x + 2)(2x - 5)$ ได้พจน์กลางเป็น

$(3x)(-5) + (2)(2x) = -15x + 4x = -11x$ ตรงกับพจน์กลางของพหุนามที่กำหนด

ดังนั้น $6x^2 - 11x - 10$ แยกตัวประกอบได้เป็น $(3x + 2)(2x - 5)$

<u>วิธีทำ</u> $6x^2 - 11x - 10 = (3x + 2)(2x - 5)$

<u>ตอบ</u>

<u>ตัวอย่างที่ 5</u> จงแยกตัวประกอบของ $8x^2 - 14x - 15$

<u>แนวคิด</u> $8x^2$ แยกตัวประกอบได้เป็น $(8x)(x)$ หรือ $(4x)(2x)$

และ -15 แยกตัวประกอบได้เป็น $(15)(-1)$ หรือ $(-15)(1)$

หรือ $(3)(-5)$ หรือ $(-3)(5)$

เลือกผลคูณของพหุนามที่เหมาะสม โดยการตรวจสอบพจน์กลางของผลคูณด้วยวิธีการที่ผ่านมา กับพจน์กลางของพหุนามที่กำหนด

จากการพิจารณาผลคูณของ $(4x + 3))(2x - 5)$ พบว่าได้พจน์กลางเป็น

$(4x)(-5) + (3)(2x) = -20x + 6x = -14x$ ตรงกับพจน์กลางของพหุนามที่กำหนด

ดังนั้น $8x^2 - 14x - 15$ แยกตัวประกอบได้เป็น $(4x + 3)(2x - 5)$

<u>วิธีทำ</u> $8x^2 - 14x - 15 = (4x + 3)(2x - 5)$

<u>ตอบ</u>

ตัวอย่างที่ 6 จงแยกตัวประกอบของ $-12x^2 + 7x + 10$

แนวคิด $-12x^2$ แยกตัวประกอบได้เป็น $(-12x)(x)$ หรือ $(12x)(-x)$

หรือ $(-3x)(4x)$ หรือ $(3x)(-4x)$

และ 10 แยกตัวประกอบได้เป็น $(10)(1)$ หรือ $(5)(2)$

หรือ $(-10)(-1)$ หรือ $(-5)(-2)$

เลือกผลคูณของพหุนามที่เหมาะสม โดยการตรวจสอบพจน์กลางของผลคูณด้วยวิธีการที่ผ่านมา กับพจน์กลางของพหุนามที่กำหนด

จากการพิจารณาผลคูณของ $(-4x + 5)(3x + 2)$ พบว่าได้พจน์กลางเป็น $(-4x)(2) + (5)(3x) = -8x + 15x = 7x$ ตรงกับพจน์กลางของพหุนามที่กำหนด

ดังนั้น $-12x^2 + 7x + 10$ แยกตัวประกอบได้เป็น $(-4x + 5)(3x + 2)$

วิธีทำ $-12x^2 + 7x + 10 = (-4x + 5)(3x + 2)$

ตอบ

แบบฝึกหัด 3.3

ให้นักเรียนแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้ (ให้เขียนเฉพาะคำตอบลงในช่องว่างที่เว้นไว้ท้ายข้อแต่ละข้อ)

1.) $2x^2 + 7x + 3 =$	2.) $5y^2 - 14y + 8 =$ .....
3.) $6x^2 - 19x + 10 =$	4.) $10a^2 + 7a - 12 =$ .....
5.) $2R^2 - 7R + 6 =$	6.) $6x^2 + 5x - 6 =$ .....
7.) $4x^2 + 10x + 6 =$	8.) $12x^2 + 13x - 4 =$ .....
9.) $9 - 8x - x^2 =$	10.) $-2x^2 + 13x - 15 =$.....

<u>ข้อสังเกต</u> นักเรียนจะเห็นได้ว่าหลักการและวิธีการในการแยกตัวประกอบในหัวข้อ 1.3 นี้ สามารถใช้กับการแยกตัวประกอบในหัวข้อ 1.2 ได้ด้วย ซึ่งวิธีนี้จะครอบคลุมวิธีการแยกตัวประกอบในหัวข้อ 1.2 และวิธีนี้ยังสามารถใช้ในกรณีที่เป็นพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสองในหัวข้อ 1.4 ที่จะกล่าวถึงต่อไปได้ด้วย

1.4 <u>การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง</u>

พหุนามดีกรีสองที่สามารถเขียนได้ในรูปของ $x^2 - a^2$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ เรียกว่า *<u>ผลต่างของกำลังสอง</u>* เช่น $x^2 - 4$, $x^2 - 9$

ซึ่งจะแยกตัวประกอบได้ดังนี้

$$\boxed{x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)}$$

เช่น $x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x + 2)(x - 2)$ [ในที่นี้ a = 2]

$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3)$ [ในที่นี้ a = 3]

$x^2 - 100 = x^2 - 10^2 = (x + 10)(x - 10)$ [ในที่นี้ a = 10]

$x^2 - 5 = x^2 - (\sqrt{5})^2 = (x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$ [ในที่นี้ $a = \sqrt{5}$]

สำหรับรูปทั่วไปของพหุนามที่อยู่ในรูปผลต่างของกำลังสองคือ $A^2 - B^2$ เมื่อ A และ B แทนพหุนาม จะแยกตัวประกอบได้ดังนี้

$$\boxed{A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)}$$

ดังเช่นตัวอย่างต่อไปนี้

<u>ตัวอย่างที่ 7</u> จงแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูปผลต่างของกำลังสองต่อไปนี้

1.) $4x^2 - 9$

2.) $(x + 1)^2 - 25$

3.) $4x^2 - 25y^2$

4.) $(2x + 1)^2 - (x - 2)^2$

วิธีทำ

1.) $4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2$ [ในที่นี้ A = 2x , B = 3]

$= (2x + 3)(2x - 3)$

2.) $(x + 1)^2 - 25 = (x + 1)^2 - 5^2$ [ในที่นี้ A = x + 1 , B = 5]

$= (x + 1 + 5)(x + 1 - 5)$

$= (x + 6)(x - 4)$

3.) $4x^2 - 25y^2 = (2x)^2 - (5y)^2$ [ในที่นี้ A = 2x , B = 5y]

$= (2x + 5y)(2x - 5y)$

4.) $(2x + 1)^2 - (x - 2)^2 = \{(2x + 1) + (x - 2)\}\{(2x + 1) - (x-2)\}$

[ในที่นี้ A = 2x +1 , B = x-2]

$= (2x + 1 + x - 2)(2x + 1 - x + 2)$

$= (3x - 1)(x + 3)$

แบบฝึกหัด 3.4

ให้นักเรียนแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้ (ให้เขียนเฉพาะคำตอบลงในช่องว่างที่เว้นไว้ท้ายข้อแต่ละข้อ)

1.) $x^2 - 49$ = ...	2.) $x^2 - 64$ = ...
3.) $y^2 - 81$ = ...	4.) $4x^2 - 1$ = ...
5.) $64 - s^2$ = ...	6.) $a^2b^2 - 100$ = ...
7.) $25x^2 - 169$ = ...	8.) $16x^2 - 36y^2$ = ...
9.) $9x^2 - (y - 2)^2$ = ...	10.) $(x + y)^2 - (2x - 3y)^2$ = ...

2. การแก้สมการกำลังสองโดยการแยกตัวประกอบ

ในการแก้สมการกำลังสองโดยการแยกตัวประกอบนั้น จะอาศัยสมบัติของพหุนามที่ว่า " ถ้า A และ B เป็นพหุนามซึ่ง AB = 0 แล้ว A หรือ B อย่างน้อยหนึ่งพหุนามต้องเป็นศูนย์ "

ดังนั้นในการแก้สมการกำลังสองโดยการแยกตัวประกอบ ในขั้นแรกนักเรียนต้องจัดสมการให้อยู่ในรูปของสมการกำลังสองในรูปทั่วไป คือ $ax^2 + bx + c = 0$ (จัดให้ทางขวามือของสมการเป็นศูนย์ก่อน) แล้วจึงแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองทางซ้ายมือเป็นผลคูณของพหุนามดีกรีหนึ่ง หลังจากนั้นจึงเขียนสมการในรูปของพหุนามดีกรีหนึ่งจากพหุนามที่แยกตัวประกอบได้ เป็นสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรสองสมการตามสมบัติของพหุนามที่กล่าวถึงข้างบน แล้วจึงหาค่าของตัวแปรที่ทำให้แต่ละสมการเป็นจริง ซึ่งจะทำให้ได้คำตอบของสมการกำลังสองที่ต้องการ ดังเช่นตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $x^2 - 2x - 3 = 0$

วิธีทำ

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองทางซ้ายมือจะได้เป็น

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

ดังนั้นโดยสมบัติของพหุนามจะได้ว่า

$$(x - 3) = 0 \text{ หรือ } (x + 1) = 0$$

$$x = 3 \text{ หรือ } x = -1$$

ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า $x = 3$ และ -1 ในสมการ $x^2 - 2x - 3 = 0$

ถ้า $x = 3$ จะได้ว่า $(3)^2 - 2(3) - 3 = 0$

$9 - 6 - 3 = 0$ ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

และถ้า $x = -1$ จะได้ว่า $(-1)^2 - 2(-1) - 3 = 0$

$1 + 2 - 3 = 0$ ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้นคำตอบของสมการคือ 3 และ -1

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $-3 + 4x - x^2 = 0$

วิธีทำ

จากสมการ $-3 + 4x - x^2 = 0$

จัดสมการใหม่ในรูปทั่วไปจะได้เป็น $-x^2 + 4x - 3 = 0$

นำ -1 คูณทั้งสองข้างของสมการจะได้สมการเป็น

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองทางซ้ายมือจะได้เป็น

$$(x - 3)(x - 1) = 0$$

ดังนั้นโดยสมบัติของพหุนามจะได้ว่า

$x - 3 = 0$ หรือ $x - 1 = 0$

$x = 3$ หรือ $x = 1$

ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า $x = 3$ และ $x = 1$ ในสมการ $-3 + 4x - x^2 = 0$

ถ้า $x = 3$ จะได้ว่า $-3 + 4(3) - (3)^2 = 0$

$-3 + 12 - 9 = 0$ ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

และถ้า $x = 1$ จะได้ว่า $-3 + 4(1) - (1)^2 = 0$

$-3 + 4 - 1 = 0$ ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้นคำตอบของสมการคือ 3 และ 1

ตอบ

<u>ตัวอย่างที่ 3</u> จงแก้สมการ $-6x^2 + 12x - 6 = 0$

<u>วิธีทำ</u>

จากสมการ $-6x^2 + 12x - 6 = 0$

ทำสมการให้ง่ายขึ้นโดยการนำ - 6 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

จะได้สมการเป็น $x^2 - 2x + 1 = 0$

แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองทางซ้ายมือจะได้เป็น

$$(x - 1)(x - 1) = 0$$

ดังนั้นโดยสมบัติของพหุนามจะได้ว่า

$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

<u>ตรวจสอบคำตอบ</u> แทนค่า $x = 1$ ในสมการ $-6x^2 + 12x - 6 = 0$

จะได้ว่า $-6(1)^2 + 12(1) - 6 = 0$

$-6 + 12 - 6 = 0$ ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้นคำตอบของสมการคือ 1

<u>ตอบ</u>

<u>แบบฝึกหัด 3.5</u>

ให้นักเรียนหาคำตอบของสมการต่อไปนี้ในกลุ่มกิจกรรมที่กำหนดไว้ ในการแสดงวิธีทำให้นักเรียนแสดงวิธีทำในสมุดแบบฝึกหัดและให้นักเรียนแสดงการตรวจสอบคำตอบให้เห็นด้วย

1.) $x^2 - 8x + 15 = 0$

2.) $x^2 + 4x + 3 = 0$

3.) $x^2 - 6x + 9 = 0$

4.) $5 - 4x - x^2 = 0$

5.) $2x^2 - 5x = 12$

6.) $4x^2 - 25 = 0$

7.) $a^2 - 9a + 20 = 0$

8.) $0.2x^2 - 0.3x = 0.5$

9.) $x(2x + 3) = 44$

10.) $\frac{x+3}{x+5} = \frac{4}{x}$

3. การแก้สมการกำลังสองโดยการใช้สูตร

ในการแก้สมการกำลังสองโดยการแยกตัวประกอบที่ผ่านมานั้น ในบางครั้งจะมีปัญหาสำหรับนักเรียนในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถแยกตัวประกอบของพหุนามทางซ้ายของสมการกำลังสองที่อยู่ในรูปทั่วไปได้ ดังนั้นในกรณีเช่นนี้นักเรียนต้องใช้สูตรในการแก้สมการกำลังสองแทน ซึ่งการแก้สมการกำลังสองโดยการใช้สูตรนี้สามารถใช้แก้สมการได้ทั้งในกรณีที่พหุนามทางซ้ายสามารถแยกตัวประกอบได้หรือไม่สามารถแยกตัวประกอบได้ก็ตาม

ในการแก้สมการกำลังสองอาศัยสูตรดังต่อไปนี้

คำตอบของสมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$

เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว $a \neq 0$ และ $b^2 - 4ac \geq 0$

หาได้จากสูตร $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ข้อสังเกต จากสูตรการหาคำตอบของสมการกำลังสองข้างต้น

ถ้า $b^2 - 4ac = 0$ แล้วสมการจะมีคำตอบเดียว

ถ้า $b^2 - 4ac > 0$ แล้วสมการจะมีคำตอบ 2 คำตอบ

และถ้า $b^2 - 4ac < 0$ แล้วสมการจะไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $2x^2 = 7x - 3$

วิธีทำ

จากสูตร $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

จัดสมการให้อยู่ในรูปทั่วไปได้เป็น $2x^2 - 7x - 3 = 0$

ในที่นี้ $a = 2$, $b = -7$ *และ* $c = 3$

แทนค่าในสูตร จะได้ว่า

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(2)(3)}}{2(2)}$$

$$= \frac{7 \pm \sqrt{49-24}}{4}$$

$$= \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4}$$

$$x = \frac{7+5}{4} = 3 \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2}$$

<u>ตรวจสอบคำตอบ</u> แทนค่า $x = 3$ และ $\frac{1}{2}$ ในสมการ $2x^2 = 7x - 3$

ถ้า $x = 3$ จะได้ว่า $2(3)^2 = 7(3) - 3$

$2(9) = 21 - 3$

$18 = 18$ ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

และถ้า $x = \frac{1}{2}$ จะได้ว่า $2(\frac{1}{2})^2 = 7(\frac{1}{2}) - 3$

$2(\frac{1}{4}) = \frac{7}{2} - 3$

$\frac{1}{2} = \frac{7-6}{2} = \frac{1}{2}$ ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้นคำตอบของสมการคือ 3 และ $\frac{1}{2}$

<u>ตอบ</u>

<u>ข้อสังเกต</u> จากตัวอย่างที่ 1 นี้ นักเรียนจะเห็นได้ว่าถ้านักเรียนแก้สมการกำลังสองนี้โดยการแยกตัวประกอบนักเรียนจะสามารถแก้สมการนี้ได้สะดวกและง่ายกว่าการใช้สูตร ดังนั้นถ้านักเรียนสามารถแยกตัวประกอบของพหุนามทางซ้ายของสมการกำลังสองที่อยู่ในรูปทั่วไปได้ นักเรียนควรใช้วิธีการแยกตัวประกอบแก้สมการแทนการใช้สูตร แต่ถ้าไม่สามารถแยกตัวประกอบได้นักเรียนก็ควรที่จะใช้สูตรดังเช่นในตัวอย่างต่อไปนี้

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> จงแก้สมการ $x^2 - 2x - 2 = 0$

<u>วิธีทำ</u>

จากสูตร $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ในที่นี้ $a = 1$, $b = -2$ *และ* $c = -2$

แทนค่าในสูตร จะได้ว่า

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-2)}}{2(1)}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{4+8}}{2}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{4 \times 3}}{2}$$

$$= \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{2(1 \pm \sqrt{3})}{2}$$

$$= 1 \pm \sqrt{3}$$

$x = 1+\sqrt{3}$ หรือ $x = 1-\sqrt{3}$

<u>ตรวจสอบคำตอบ</u> แทนค่า $x = 1-\sqrt{3}$ และ $1+\sqrt{3}$ ในสมการ $x^2 - 2x - 2 = 0$

ถ้า $x = 1+\sqrt{3}$ จะได้ว่า $(1+\sqrt{3})^2 - 2(1+\sqrt{3}) - 2 = 0$

$$1 + 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 - 2 - 2\sqrt{3} - 2 = 0$$

$$1 + 2\sqrt{3} + 3 - 2 - 2\sqrt{3} - 2 = 0$$

ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

และถ้า $x = 1-\sqrt{3}$ จะได้ว่า $(1 - \sqrt{3})^2 - 2(1 - \sqrt{3}) - 2 = 0$

$$1 - 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 - 2 + 2\sqrt{3} - 2 = 0$$

$$1 - 2\sqrt{3} + 3 - 2 + 2\sqrt{3} - 2 = 0$$

ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้นคำตอบของสมการคือ $1+\sqrt{3}$ และ $1 - \sqrt{3}$

<u>ตอบ</u>

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการ $9t^2 - 30t + 25 = 0$

วิธีทำ

จากสูตร $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ในที่นี้ $x = t$, $a = 9$, $b = -30$ *และ* $c = 25$

แทนค่าในสูตร จะได้ว่า

$$t = \frac{-(-30) \pm \sqrt{(-30)^2 - 4(9)(25)}}{2(9)}$$

$$= \frac{30 \pm \sqrt{900 - 900}}{18}$$

$$= \frac{30}{18}$$

$$= \frac{5}{3}$$

ให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบของสมการในตัวอย่างนี้ด้วยตนเอง

ซึ่งจะได้คำตอบของสมการคือ $\frac{5}{3}$ **ตอบ**

ข้อสังเกต จากสมการในตัวอย่างนี้นักเรียนจะเห็นได้ว่าสมการมีคำตอบเพียงคำตอบเดียวเนื่องจาก $b^2 - 4ac = (-30)^2 - 4(9)(25) = 900 - 900 = 0$

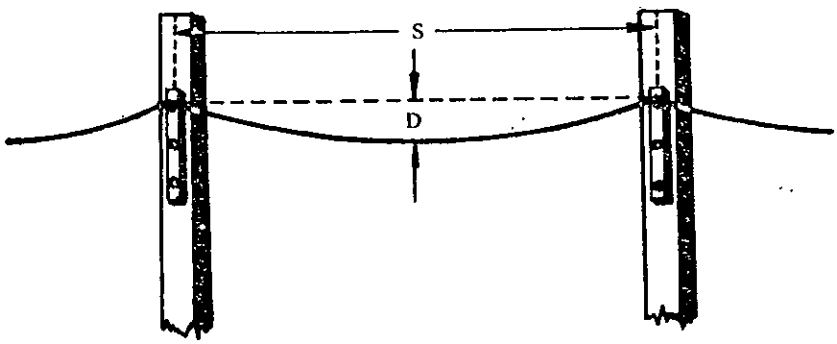
แบบฝึกหัด 3.6

ให้นักเรียนหาคำตอบของสมการต่อไปนี้ในกลุ่มกิจกรรมที่กำหนดไว้ โดยการแสดงวิธีทำในสมุดแบบฝึกหัด สำหรับวิธีการในการแก้สมการนั้นนักเรียนจะเลือกใช้การแยกตัวประกอบหรือการใช้สูตรนั้น ให้นักเรียนพิจารณาเองตามความเหมาะสมของโจทย์แต่ละข้อ และในแต่ละข้อให้นักเรียนแสดงการตรวจสอบคำตอบให้เห็นด้วย

1.) $x^2 + 3x + 2 = 0$	2.) $y^2 - 5y + 6 = 0$
3.) $3y^2 - 11y = 4$	4.) $3x^2 - 5x = 0$
5.) $4t^2 = 12t - 9$	6.) $w^2 - 25 = 8w$
7.) $2 = 4x - x^2$	8.) $5x^2 + 1 = -10x$
9.) $2z^2 = 6z - 11$	10.) $x^2 + 5x + 3 = 0$

บทเรียนที่ 4

โจทย์ปัญหาสมการกำลังสอง



ชื่อ - สกุล .....

ชั้น ปวช.2 สาขาวิชาช่าง ..... กลุ่มที่ ..... เลขที่ .....

วิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช อ.เมือง จ.นครศรีธรรมราช

บทเรียนที่ 4

โจทย์สมการกำลังสอง

ในการแก้ปัญหาในทางช่างและปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันหลาย ๆ ปัญหา นักเรียนสามารถนำสมการกำลังสองไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ สำหรับวิธีการแก้สมการนั้นนักเรียนจะเลือกใช้วิธีการใช้สูตรหรือการแยกตัวประกอบก็ได้ ขึ้นอยู่กับพหุนามทางซ้ายของสมการในรูปทั่วไปสามารถแยกตัวประกอบได้หรือไม่ ถ้าสามารถแยกตัวประกอบได้นักเรียนก็ควรใช้การแยกตัวประกอบ ถ้าไม่สามารถแยกตัวประกอบได้นักเรียนก็ควรใช้สูตรในการแก้สมการกำลังสองนั้น

สำหรับหลักการและขั้นตอนในการแก้โจทย์สมการกำลังสองนักเรียนสามารถอาศัยหลักการและขั้นตอนในทำนองเดียวกันกับการแก้โจทย์สมการในบทเรียนที่ 2 (2.3) และบทเรียนที่ 3 (3.1-3.2) ที่ผ่านมาได้ ดังเช่นตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ช่างต้องการเจาะแผ่นโลหะรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแผ่นหนึ่งซึ่งมีขนาด 20 มิลลิเมตร x 25 มิลลิเมตร โดยเจาะตรงกลางเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเว้นจากขอบเข้ามาเท่า ๆ กัน พื้นที่ของส่วนที่เจาะคิดเป็น 60% ของพื้นที่เดิม จงหาขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่เจาะ

ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ

ขั้นที่ 1. *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

.....

<u>ขั้นที่ 2.</u> *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

(นักเรียนคิดว่าควรจะใช้การวาดรูป เขียนแผนภาพประกอบ หรืออาศัยตาราง ในการวิเคราะห์โจทย์ ...*หรือวิธีการไหนดี* ?)

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรและเขียนสมการ*

(เป็นขั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องและเขียนสมการ ซึ่งนักเรียนจะต้องเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนประโยคสัญลักษณ์และสมการให้เห็นด้วย โดยการพิจารณาจากเงื่อนไขต่าง ๆ ในโจทย์และจากความสัมพันธ์ที่วิเคราะห์ไว้ในขั้นที่ 2)

ให้สี่เหลี่ยมผืนผ้าที่เจาะตรงกลางห่างจากขอบด้านละ x มิลลิเมตร

ดังนั้นรอยเจาะจะมีความกว้าง $20 - 2x$ มิลลิเมตร

และความยาว $25 - 2x$ มิลลิเมตร

ดังนั้นพื้นที่ส่วนที่เจาะเท่ากับ $(20 - 2x)(25 - 2x)$ ตารางมิลลิเมตร

จากกำหนดพื้นที่เดิมของแผ่นโลหะเท่ากับ 20×25

$= 500$ ตารางมิลลิเมตร

และพื้นที่ส่วนที่เจาะคิดเป็น 60 % ของพื้นที่เดิม

นั่นคือพื้นที่ส่วนที่เจาะเท่ากับ $500 \times \frac{60}{100} = 300$ ตารางมิลลิเมตร

ดังนั้นจะได้สมการเป็น

<u>ขั้นที่ 4.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ.*

จากค่าของ x ที่ได้นักเรียนคิดว่าเป็นไปได้ทั้งสองค่าหรือไม่

และด้วยเหตุผลใด ?

ดังนั้นขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่เจาะมีความกว้าง มิลลิเมตร

และความยาว มิลลิเมตร

<u>ขั้นที่ 5.</u> *ตรวจสอบคำตอบ.*

สี่เหลี่ยมผืนผ้าที่เจาะตรงกลางห่างจากขอบด้านละ 2.5 มิลลิเมตรเท่ากัน

และพื้นที่ส่วนที่เจาะเท่ากับ ตารางมิลลิเมตร

จากกำหนดพื้นที่เดิมของแผ่นโลหะเท่ากับ 500 ตารางมิลลิเมตร

ดังนั้นพื้นที่ส่วนที่เจาะคิดเป็น % ของพื้นที่เดิม

ถูกต้องตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ครบหรือไม่ .....

<u>ตอบ</u> รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่เจาะมีขนาดเท่ากับ

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> ต้องการทำกล่องรูปสี่เหลี่ยมที่มีก้นกล่องเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ไม่มีฝาจากแผ่นโลหะ โดยให้มีปริมาตร 80 ลูกบาศก์เซนติเมตรและมีความสูง 3 เซนติเมตร จะต้องใช้แผ่นโลหะขนาดเท่าไร

<u>ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ</u>

<u>ขั้นที่ 1.</u> *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

.....

<u>ขั้นที่ 2.</u> *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

(นักเรียนคิดว่าควรจะใช้การวาดรูป เขียนแผนภาพประกอบ หรืออาศัยตาราง ในการวิเคราะห์โจทย์ ...*หรือวิธีการไหนดี* ?)

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรและเขียนสมการ*

(เป็นขั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องและเขียนสมการ ซึ่งนักเรียนจะต้องเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนประโยคสัญลักษณ์และสมการให้เห็นด้วย โดยการพิจารณาจากเงื่อนไขต่าง ๆ ในโจทย์และจากความสัมพันธ์ที่วิเคราะห์ไว้ในขั้นที่ 2)

ให้แผ่นโลหะที่ใช้ทำกล่องมีขนาดยาวด้านละ x เซนติเมตร

จากกำหนดให้กล่องมีความสูง 3 เซนติเมตร

ดังนั้นก้นกล่องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสจะยาวด้านละ $x - 6$ เซนติเมตร

นั่นคือมีปริมาตรเท่ากับ $3(x - 6)(x - 6)$ ลูกบาศก์เซนติเมตร

และจากกำหนดให้กล่องมีปริมาตรเท่ากับ 80 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ดังนั้นจะได้สมการเป็น

<u>ขั้นที่ 4.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ.*

จากค่าของ x ที่ได้นักเรียนคิดว่าเป็นไปได้ทั้งสองค่าหรือไม่

และด้วยเหตุผลใด ?

ดังนั้นแผ่นโลหะที่ใช้ทำกล่องมีขนาดยาวด้านละ เซนติเมตร

<u>ขั้นที่ 5.</u> *ตรวจสอบคำตอบ.*

จากแผ่นโลหะที่ใช้ทำกล่องมีขนาดยาวด้านละ เซนติเมตร

และจากกำหนดให้กล่องมีความสูง 3 เซนติเมตร

ดังนั้นก้นกล่องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสจะยาวด้านละ เซนติเมตร

และกล่องจะมีปริมาตรเท่ากับ ลูกบาศก์เซนติเมตร

ถูกต้องตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ครบหรือไม่ .....

<u>ตอบ</u> แผ่นโลหะที่ใช้ทำกล่องมีขนาดยาวด้านละ เซนติเมตร

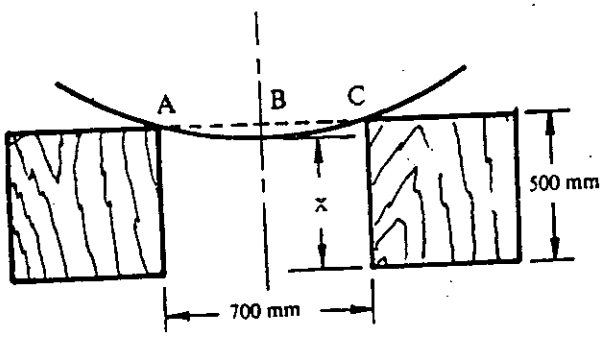
แบบฝึกหัดประจำบทเรียนที่ 4

ให้นักเรียนแก้โจทย์สมการต่อไปนี้โดยแสดงวิธีทำในสมุดแบบฝึกหัด (ในการแสดงวิธีทำนักเรียนไม่จำเป็นต้องเขียนแสดงขั้นตอนในการคิดให้เห็นเหมือนในตัวอย่างที่ผ่านมาก็ได้ แต่หลังจากนักเรียนแก้สมการได้คำตอบแล้วให้นักเรียนแสดงการตรวจสอบคำตอบให้เห็นด้วย)

1. ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้า (I) แรงเคลื่อนไฟฟ้า (E) และความต้านทาน (R) ของวงจรไฟฟ้าวงหนึ่งเขียนได้ดังนี้ $I^2R + IE = 8{,}000$ จงหาว่ากระแสไฟฟ้าในวงจรนี้เท่ากับเท่าใด ถ้าความต้านทานเป็น 2 โอห์มและแรงเคลื่อนไฟฟ้าเป็น 60 โวลต์ (กำหนด $I > 0$)

2. กระป๋องทรงกระบอกใบหนึ่งไม่มีฝา มีเส้นผ่านศูนย์กลาง d มิลลิเมตร สูง h มิลลิเมตร กระป๋องใบนี้ทำมาจากแผ่นโลหะกลมมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง B มิลลิเมตร ความสัมพันธ์ระหว่าง B, d, h เป็นไปตามสมการ $B^2 = d^2 + 4dh$ ถ้า B เท่ากับ 80 มิลลิเมตร h เท่ากับ 30 มิลลิเมตร จงหาขนาดของ d

3. ล้อม้วนสายเคเบิล มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 2.5 เมตร วางบนขอนไม้สูง 500 มิลลิเมตร 2 อัน ซึ่งมีระยะห่างกัน 700 มิลลิเมตร จงหาระยะที่ล้ออยู่เหนือพื้นดิน



4. ในการพาดสายไฟฟ้าแรงสูงยาว L หน่วย ระหว่างเสา 2 ต้น ซึ่งอยู่ในระดับเดียวกันและห่างกัน S หน่วย ทำให้เกิดระยะตกท้องช้าง D หน่วย ความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสามคือ $L = S + \frac{8D^2}{3S}$ ถ้าต้องการพาดสายไฟฟ้าแรงสูงยาว 150 เมตร ให้ระยะตกท้องช้างไม่เกิน 5 เมตร จะต้องตั้งเสาห่างกันเท่าไร

5. ถ้าต้องการต่อความต้านทาน 2 ตัวแบบขนาน ให้มีความต้านทานรวมเป็น 20 โอห์ม และความต้านทานแต่ละตัวมีความแตกต่างกัน 10 โอห์ม ความสัมพันธ์ของความต้านทานคือ $\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ เมื่อ R_T แทนความต้านทานรวม R_1 , R_2 แทนความต้านทานตัวที่ 1 และ 2 ตามลำดับ จงหาค่าของความต้านทานแต่ละตัว

6. เมื่อไฟฟ้ากระแสสลับผ่านหม้อแปลงไฟฟ้าทำให้กำลังที่สูญเสียในแกนเหล็ก (P) ของหม้อแปลงไฟฟ้า มีความสัมพันธ์กับความถี่ (f) ดังสมการ

$$P = 0.1\,f + 0.006\,f^2$$

จงหาค่าของความถี่ (f) ในหน่วยเป็นเฮิรตซ์ เมื่อ P มีค่าเท่ากับ 20 วัตต์

7. แผ่นคัชชีแผ่นหนึ่งมีขนาดพื้นที่ 1,350 ตารางเซนติเมตร ด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 15 เซนติเมตร จงคำนวณหาความยาวของด้านแต่ละด้านของแผ่นคัชชีนี้

8. ด้านยาวของสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งเป็นสองเท่าของด้านกว้าง ถ้าด้านกว้างเพิ่มอีก 2 นิ้วโดยที่ด้านยาวเท่าเดิม สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหม่จะมีพื้นที่ 48 ตารางนิ้ว จงหาว่าสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปเดิมกว้างและยาวเท่าใด

9. กล่องใบหนึ่งมีปริมาตร 162 ลูกบาศก์นิ้ว ยาว 9 นิ้ว และความกว้างเป็นสองเท่าของความสูง จงหาความกว้างและความสูงของกล่อง

10. บริษัทผลิตกล่องกระดาษแห่งหนึ่งได้รับใบสั่งทำกล่องกระดาษใส่ไม้ขีดจากลูกค้าซึ่งต้องการกล่องที่มีความลึก 3 เซนติเมตร ด้านยาวเป็นสองเท่าของด้านกว้าง และมีปริมาตร 150 ลูกบาศก์เซนติเมตร ด้านบนเป็นพลาสติกใส บริษัทวางแผนจะทำกล่องจากกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยตัดมุมทั้ง 4 ออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดกว้าง 3 เซนติเมตรแล้วพับขึ้นเป็นกล่อง จงหาขนาดของกระดาษก่อนตัดมุมทั้ง 4 ออก

ใบงานที่ 7

ใบงานที่ 7.

กิจกรรมกลุ่มที่.....วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

สมาชิกกลุ่ม	กิจกรรมที่สมาชิกแต่ละคนปฏิบัติในกลุ่ม
1.	.....
2.	.....
3.	.....
4.	.....

คำชี้แจง *ให้นักเรียนร่วมกันแก้โจทย์สมการต่อไปนี้ในกลุ่มกิจกรรมที่กำหนดไว้ในชั้นเรียน*

ข้อที่ 1. แผ่นโลหะรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีขนาดกว้าง 1.2 เมตร ยาว 1.6 เมตร ต้องการพับทำเป็นกล่องให้มีพื้นที่ก้นกล่อง 1.17 ตารางเมตร อยากทราบว่ากล่องสูงเท่าไร

ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ

ขั้นที่ 1. *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

.....

ใบงานที่ 7

<u>ขั้นที่ 2.</u> *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

(นักเรียนคิดว่าควรจะใช้การวาดรูป เขียนแผนภาพประกอบ หรืออาศัยตาราง ในการวิเคราะห์โจทย์ ...*หรือวิธีการไหนดี ?*)

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรและเขียนสมการ*

(เป็นขั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องและเขียนสมการ ซึ่งนักเรียนจะต้องเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนประโยคสัญลักษณ์และสมการให้เห็นด้วย โดยการพิจารณาจากเงื่อนไขต่าง ๆ ในโจทย์และจากความสัมพันธ์ที่วิเคราะห์ไว้ในขั้นที่ 2)

ใบงานที่ 7

<u>ขั้นที่ 4.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ.*

นั่นคือกล่องสูง เมตร

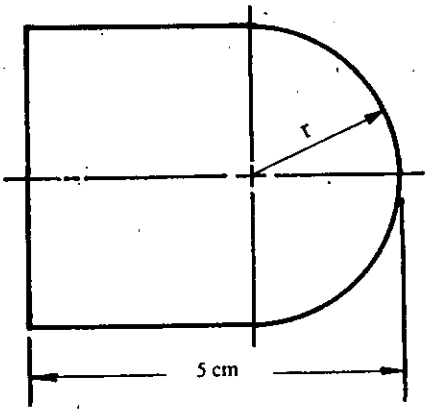
<u>ขั้นที่ 5.</u> *ตรวจสอบคำตอบ.*(ตรวจสอบตามเงื่อนไขในโจทย์ให้ครบถ้วน)

ถูกต้องตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ครบหรือไม่ .....

<u>ตอบ</u> กล่องสูง เมตร

ใบงานที่ 7

ข้อ 2 โลหะแผ่นหนึ่งมีปลายข้างหนึ่งเป็นรูปครึ่งวงกลม รัศมี r ดังรูป วัดความยาวจากปลายด้านหนึ่งไปยังส่วนโค้งยาวที่สุดได้ 5 เซนติเมตร และมีพื้นที่ 18 ตารางเซนติเมตร จงหาค่าของ r (กำหนดให้ $\pi = 3.14$)



ขั้นตอนในการคิดและวิธีการแก้โจทย์สมการ

ขั้นที่ 1. *ระบุเกี่ยวกับโจทย์.*

1.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้ .....

.....

.....

1.2 มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง .....

.....

.....

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร .....

.....

ขั้นที่ 2. *วิเคราะห์ความสัมพันธ์จากโจทย์.*

(นักเรียนคิดว่าควรจะใช้การวาดรูป เขียนแผนภาพประกอบ หรืออาศัยตารางในการวิเคราะห์โจทย์ ...*หรือวิธีการไหนดี ?*)

ใบงานที่ 7

<u>ขั้นที่ 3.</u> *กำหนดตัวแปรและเขียนสมการ*

(เป็นขั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องและเขียนสมการ ซึ่งนักเรียนจะต้องเขียนข้อความอธิบายเพื่อนำไปสู่การเขียนประโยคสัญลักษณ์และสมการให้เห็นด้วย โดยการพิจารณาจากเงื่อนไขต่าง ๆ ในโจทย์และจากความสัมพันธ์ที่วิเคราะห์ไว้ในขั้นที่ 2)

<u>ขั้นที่ 4.</u> *แก้สมการเพื่อหาคำตอบ.*

ใบงานที่ 7

ดังนั้นได้ค่าของ r เท่ากับ เซนติเมตร

<u>ขั้นที่ 5.</u> *ตรวจสอบคำตอบ.* (ตรวจสอบตามเงื่อนไขในโจทย์ให้ครบถ้วน)

ถูกต้องตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ครบหรือไม่ .....

<u>ตอบ</u> ค่าของ r เท่ากับ เซนติเมตร

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ นายสมมาต ชื่อสกุล บรรจงรัตน์

เกิดวันที่ 5 มกราคม	พุทธศักราช 2502
สถานที่เกิด	อำเภอระโนด จังหวัดสงขลา
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	บ้านเลขที่ 263 / 70 ถนนราชดำเนิน ตำบลท่าวัง อำเภอเมือง จังหวัดนครศรีธรรมราช 80000
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	อาจารย์ 2 ระดับ 6
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	วิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช อำเภอเมือง จังหวัดนครศรีธรรมราช

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2518 มัธยมศึกษาตอนปลาย(แผนกวิทยาศาสตร์) จากโรงเรียนมหาวชิราวุธ สงขลา

พ.ศ. 2522 วท.บ.(ศึกษาศาสตร์) วิชาเอกคณิตศาสตร์ วิชาโทฟิสิกส์ จากมหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี

พ.ศ. 2531 วท.ม.(การสอนคณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยเชียงใหม่

พ.ศ. 2539 กศ.ด.(คณิตศาสตร์ศึกษา) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

การพัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ โดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

บทคัดย่อ

ของ

สมมาต บรรจงรัตน์

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา
มีนาคม 2540

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรม ในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ โดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการแบบมีส่วนร่วมระหว่างผู้วิจัยและครูผู้สอน 3 ท่าน ซึ่งในการดำเนินการวิจัยได้ดำเนินการเป็น 3 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 ศึกษาปัญหา ศึกษาสภาพการจัดการเรียนการสอนและปัญหาในการจัดการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมที่เกิดขึ้น โดยวิธีการจัดกลุ่มสนทนากับนักเรียน และสัมภาษณ์ระดับลึกครูผู้สอน สรุปปัญหาที่พบได้แก่ การจัดเรียงลำดับเนื้อหา พื้นฐานความรู้ของผู้เรียน วิธีการสอนของครู ภาระการสอนของครูที่มีมาก และการตรวจการบ้าน

ระยะที่ 2 ประชุมปฏิบัติการเพื่อวางแผน จัดประชุมเชิงปฏิบัติการระหว่างผู้วิจัยกับครูผู้สอนโดยอาศัยข้อมูลด้านปัญหาและข้อเสนอแนะที่ได้จากระยะที่ 1 และอาศัยข้อมูลจากผู้เชี่ยวชาญและเอกสารความรู้เพื่อวางแผน และจัดทำแผนการสอน สื่อและแบบประเมินผล ซึ่งในด้านของสื่อการเรียนการสอนได้มีการจัดทำบทเรียนทบทวนความรู้ด้วยตนเองเพื่อแก้ปัญหาการขาดความรู้พื้นฐานของนักเรียน นอกจากนั้นยังได้จัดทำเอกสารบทเรียนในเวลาเรียน จัดทำใบงาน เน้นการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา และในการวางแผนการสอนได้แบ่งการสอนโจทย์ปัญหาออกเป็น 4 บทเรียน

ระยะที่ 3 ดำเนินการสอน ทำการทดสอบก่อนเรียนและพัฒนาการเรียนการสอนตามวงจรการวิจัยเชิงปฏิบัติการเป็น 4 รอบโดยแบ่งตามเนื้อหา 4 บทเรียน ซึ่งแต่ละวงจรประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้น คือ (1) ร่วมกันวางแผนการสอนกับผู้วิจัย (2) ปฏิบัติการสอน (3) สังเกตการสอนโดยผู้วิจัย (4) สะท้อนผลการปฏิบัติการสอน ในแต่ละวงจรจะนำการสะท้อนผลการปฏิบัติมาปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนในบทเรียนต่อไป และหลังจากเรียนจบทุกเนื้อหาได้ทำการทดสอบหลังเรียนแล้วนำผลการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนมาวิเคราะห์ด้วยคะแนนที (t-test) ในการดำเนินการในระยะที่ 3 นี้ใช้นักเรียน 6 ห้องเรียนจาก 3 สาขาวิชาช่างจำนวนทั้งสิ้น 249 คน ใช้เวลา 11 สัปดาห์ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2539

ผลการวิจัยพบว่า

1. ประสิทธิภาพของแผนการสอนที่ได้ต่ำกว่าเกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ยตามที่ครูร่วมกันกำหนดขึ้น

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ช่างอุตสาหกรรมของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

3. ครูที่เข้าร่วมการวิจัยได้ปรับปรุง และพัฒนาพฤติกรรมการสอนไปในทางที่ดีขึ้น

IMPROVING INSTRUCTION ON SOLVING MATHEMATICAL WORD PROBLEMS FOR INDUSTRIAL STUDENTS OF VOCATIONAL EDUCATION CERTIFICATE BY ACTION RESEARCH

AN ABSTRACT

BY

SOMMART BANJONGRAT

Presented in partial fulfillment of the requirements

for the Doctor degree in Mathematics Education

at Srinakharinwirot University

March 1997

This study attempted to investigate in depth the instruction of mathematical word problems to vocational students with industrial major. As conventional method had consistently failed to solve the perennial problems in teaching word problems, an innovative approach was employed through action research methodology. This approach was carried out sequentially in three phases, led by the researcher with the cooperation of three mathematics teachers who did the teaching.

Phase I: Problems identification. The targeted group of students were interviewed with the purpose of finding out their needs, weaknesses, and personal comments about learning mathematics. Additional information relating to the problems of teaching was obtained from the teachers, thus making the complete cycle between students and teachers. The following areas were identified as the obstacles to the success of teaching: students' mathematical background, ordering of topics in the curriculum, teaching methods, teaching overload, and homework grading policy.

Phase II:Pre-instruction planning. Based on the data from Phase I and from other related documents on teaching as well as suggestions from some specialists in education, the researcher conducted a workshop with three teachers as participants. The purpose of this meeting was to come up with instructional plans, instructional media, and evaluation procedures. Other materials produced in the workshop included self-learning modules for review of mathematical background, lesson plan for each instructional period. All directed toward developing student's ability in tackling word problems within a conducive learning environment. The word problems were strategically divided into 4 lessons.

Phase III. Implementation. All students were pre-tested for their knowledge in solving word problems. For each of the 4 lessons, there were 4 sequential steps for each teacher to follow: (1) planning with the researcher (2) teaching (3) observation by the researcher and (4) reflection on the teaching process. The next cycle was benefited from the data from the previous one, making the improvement of teaching more easier and meeting the individual needs of students. Post test was administered at the end of the fourth lesson, with the purpose of comparing the respective pre-test scores using t-test at the 0.01 level of significance.

There were 249 vocational students taking part in Phase III, which lasted 11 weeks in the second semester of the 1996 academic year.

The analysis of the collected data revealed that:

1. The effectiveness of the lesson plans was below the expected criterion set forth by the three teachers.

2. The students performed much better on the post test, indicating the effect of this innovative approach to teaching.

3. The three teachers had improved their own teaching method and felt better with this approach.