

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด

ปริญญานิพนธ์

ของ

รจนา รัตนานิคม

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์

ตุลาคม 2544

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

๖1๔.๒๐๖๖

๖๖๖๖

๖๖

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด

บทคัดย่อ

ของ

รจนา รัตนานิคม

17 011.2544

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์

ตุลาคม 2544

15341

รจนา รัตนานิคม. (2544). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม.(คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
คณะกรรมการควบคุม: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุภาพร ศรีบุรินทร์, รองศาสตราจารย์ อรพินท์ เจียระพงษ์.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด และเปรียบเทียบความสามารถทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนมัธยมวัดธาตุทอง กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2542 จำนวนชั้นละ 30 คน รวม 60 คน ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างโดยใช้บทเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้นใช้เวลาสอน 10 คาบ ๆ ละ 50 นาที เมื่อสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างครบตามเนื้อหาที่กำหนดแล้วทดสอบนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น

ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถเพียงพอในการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ .05

A STUDY OF ACHIEVEMENT OF MATHAYOMSUKSA 1 AND 2
STUDENTS IN LEARNING THE CONCEPT OF PROBABILITY
BY USING LEARNER – CENTERED ACTIVITIES

AN ABSTRACT
BY
ROCHANA RATANANIKOM

Presented in Partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree in Mathematics
at Srinakharinwirot University

October 2001

Rochana Ratananikom. (2001). *A Study of Achievement of Mathayomsuksa 1 and 2 Students in Learning The Concept of Probability By Using Learner – Centered Activities*. Master Thesis, M.Ed. (Mathematics). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University.
Advisor Committee: Assist. Prof. Supapron Sriburindr, Assoc. Prof. Orapin Cheerapong.

The purposes of this research were to study the achievement of MathayomSuksa 1 and 2 students in learning probability by using learner–centered activities and to compare the abilities in learning probability of those students in MathayomSuksa 1 and 2

The subjects were 60 students of Mathayomwatthardtong School , Bangkok , who studied mathematics in the academic year 2001. Thirty students were in MathayomSuksa 1 and 30 students were in MathayomSuksa 2. The researcher taught them the probability lessons for 10 periods, 50 minutes per period. The achievement test on probability was administered at the end of the experiment

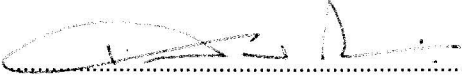
The result indicated that the MathayomSuksa 1 and 2 students were able to learn probability at the .01 significant level. The performances of those two groups were different at the .05 significant level.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด

ของ
นางสาวรจนา รัตนานิคม

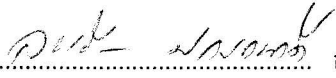
ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

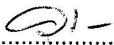
..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ศาสตราจารย์ ดร. เสริมศักดิ์ วิศาลาภรณ์)
วันที่.....๖.....เดือน.....พฤษภาคม.....พ.ศ. 2544

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

..... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุภาพร ศรีบุรินทร์)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ อรพินท์ เจียระพงษ์)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(อาจารย์ ละเอียด ประธนาดี)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ รวีวรรณ งามสันติกุล)

ประกาศคุณูปการ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณา ช่วยเหลืออย่างดียิ่งจากผู้ช่วยศาสตราจารย์
สุภาพร ศรีบุรินทร์ ประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ อรพินท์ เจียระพงษ์ กรรมการที่ปรึกษา
วิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงในความกรุณาไว้ ณ โอกาสนี้

ในการทดลองสอนผู้วิจัยได้รับความร่วมมืออย่างดีจากโรงเรียนมัธยมวัดธาตุทอง เขตวัฒนา
กรุงเทพมหานคร ที่กรุณาอำนวยความสะดวกให้ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
และ 2 ด้วยความเรียบร้อย นอกจากนี้สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และหัวหน้าสาขา
คณิตศาสตร์มัธยมศึกษา บุคลากรของสาขาคณิตศาสตร์มัศึกษายังให้ความช่วยเหลือ ให้คำปรึกษาใน
ด้านการเตรียมเครื่องมือ และเอกสารต่าง ๆ ตลอดจนคำแนะนำในการปรับปรุงบทเรียนและคู่มือครูเกี่ยวกับการ
การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ และทุกท่านที่ได้มีส่วนช่วยเหลือการทำวิทยานิพนธ์เรื่องนี้ให้
สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

รจนา รัตนานิคม

ตุลาคม 2544

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	3
ความสำคัญของการวิจัย	3
ขอบเขตของการวิจัย.....	4
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย.....	4
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....	4
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย.....	4
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย.....	4
ตัวแปรที่ศึกษา.....	4
นิยามศัพท์เฉพาะ	4
สมมุติฐานการวิจัย.....	5
ข้อตกลงเบื้องต้น.....	5
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	6
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับเรื่อง ความน่าจะเป็น ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น	6
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด	8
ปรัชญาการศึกษาที่เป็นพื้นฐานสำคัญ.....	8
ทฤษฎีการเรียนรู้	9
แนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน	11
รูปแบบการจัดการเรียนการสอน	12
บทบาทของครูผู้สอน	14
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเรื่อง ความน่าจะเป็น ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และการจัด กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด	18
3 วิธีดำเนินการวิจัย	20
การเลือกกลุ่มตัวอย่าง	20
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย	20
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	20
ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	21
การเก็บรวบรวมข้อมูล	24
การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล	24

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	25
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	25
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	28
สังเขปความมุ่งหมาย สมมุติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัย.....	28
ความมุ่งหมาย.....	28
สมมุติฐานการวิจัย.....	28
วิธีดำเนินการวิจัย.....	28
สรุปผลการวิจัย.....	29
อภิปรายผล.....	29
ข้อเสนอแนะ	32
ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย.....	32
ข้อเสนอแนะเพื่อการเรียนการสอน.....	32
บรรณานุกรม.....	34
ภาคผนวก.....	38
ภาคผนวก ก.....	39
ภาคผนวก ข.....	53
ภาคผนวก ค.....	59
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	144

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียนที่ได้จาก แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2.....	25
2 การทดสอบความสามารถในการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์.....	26
3 การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 โดยใช้การทดสอบลิลล์ฟอर्स.....	26
4 ผลเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 โดยใช้การทดสอบแมน – วิทนีย์.....	27

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

สังคมในปัจจุบันมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว อันเป็นผลมาจากความเจริญก้าวหน้าของวิทยาการต่างๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งความเจริญทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ระบบการศึกษาจึงเป็นการเตรียมคนสำหรับสังคมในอนาคต จะต้องเป็นการเตรียมคนให้เป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถ รู้จักคิดวิเคราะห์ ให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ ซึ่งสอดคล้องกับแผนการศึกษาชาติที่มีเป้าหมายของการจัดการศึกษาคือ “การพัฒนาคน และคุณภาพของคน” ให้เป็นผู้ที่มีปัญญา รู้จักเหตุและผล รู้จักแก้ปัญหาได้อย่างชาญฉลาด รู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงต่างๆ ที่เกิดขึ้นอย่างรวดเร็วและหลากหลาย มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ อีกทั้งยังมุ่งพัฒนาพฤติกรรมทางสังคมที่ดีงามทั้งในการทำงานและการอยู่ร่วมกัน (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2540 : 1-2)

หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีจุดประสงค์ที่จะให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน และเป็นพื้นฐานในการศึกษาคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ ที่อาศัยคณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์ช่วยให้คนรู้จักคิด วิเคราะห์ ให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ ความรู้ทางคณิตศาสตร์บางสาขายังช่วยในการตัดสินใจถูกต้องมากขึ้น ซึ่งจะเห็นได้ว่าเหตุการณ์ที่ต้องเผชิญในชีวิตประจำวันทำให้ต้องอาศัยการตัดสินใจอยู่ตลอดเวลา โดยเฉพาะเหตุการณ์ที่กำลังจะเกิดขึ้นในอนาคต อาทิ เรื่อง การเดินทาง การศึกษา การบริโภคอุปโภค การเมือง เศรษฐกิจ ตลอดจนสังคมล้วนแต่ต้องอาศัยข้อมูลมาพิจารณาเพื่อการตัดสินใจทั้งสิ้น นอกจากนี้ในสังคมไทยมีบุคคลบางพวกบางกลุ่มที่มีความเชื่อ ค่านิยมบางประการ อาทิ การเชื่อถือโชคกลาง ไสยศาสตร์ คำทำนาย การขอเสี่ยงโชคทางการพนัน และการเล่นหวยใต้ดิน ซึ่งถ้าบุคคลเหล่านี้มีความรู้หรือมีเครื่องมือช่วยการตัดสินใจจะทำให้ทราบว่าการเชื่อหรือเสี่ยงหรือไม่

ความน่าจะเป็นช่วยอธิบายสิ่งต่าง ๆ ที่พบในชีวิตประจำวัน และเป็นเครื่องมืออย่างหนึ่งที่จะช่วยประกอบการตัดสินใจเพราะจะทำให้ทราบโอกาสที่จะเป็นไปได้ว่ามีมากน้อยเพียงไร เช่น เรื่องการซื้อสลากกินแบ่งรัฐบาล การพยากรณ์อากาศที่มีรายงานว่าวันพรุ่งนี้จะมีฝนตก 65 เปอร์เซ็นต์ของพื้นที่ การวินิจฉัยทางการแพทย์ด้วยการทดสอบที่บอกว่า 3 เปอร์เซ็นต์ของผู้ที่ทดลองกินยาชนิด ก มีโอกาสหายจากการเป็นโรคเอดส์ ในขณะที่กินยาชนิด ข มีโอกาสหาย 2 เปอร์เซ็นต์ เป็นต้น ดังนั้นจากเหตุผลและตัวอย่างดังกล่าวจึงควรให้นักเรียนได้มีโอกาสเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นพื้นฐาน และควรให้เรียนตั้งแต่ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นซึ่งนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นน่าจะเรียนเกี่ยวกับความน่าจะเป็นเบื้องต้นได้ ดังที่ ไวท์ (White. 1974 : 1969-A) ได้เสนอแนะในงานวิจัยของเขาว่านักเรียนเกรด 7 และ 8 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่อง มโนมติเบื้องต้นของความน่าจะเป็นได้และให้น่าเนื้อหาเรื่อง ความน่าจะเป็นเบื้องต้น บรรจุในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 7 และ 8 ซึ่งใกล้เคียงกับงานวิจัยของ สุเทพ ทองอยู่ (2517 : 17) ที่ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 สามารถเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น ได้

จากการวิเคราะห์เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นของประเทศไทย พบว่าเนื้อหาเรื่อง ความน่าจะเป็น บรรจุในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นวิชาเลือกเสรี สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในขณะที่ต่างประเทศ อาทิ สหรัฐอเมริกา อังกฤษ ญี่ปุ่น และเกาหลีใต้ บรรจุเรื่อง ความน่าจะเป็น

ไว้ในระดับชั้นที่ต่ำกว่าชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และจากการศึกษาโครงการวิจัยและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์นานาชาติครั้งที่ 3 (The Third International Mathematics and Science Study หรือ TIMSS) พบว่าผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ของประเทศไทย เมื่อเทียบกับประเทศต่าง ๆ ที่เข้าโครงการนี้จะคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 อยู่ในอันดับที่ 18 ส่วนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 อยู่ในอันดับที่ 20 (สสวท. 2540) ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับประเทศในภูมิภาคเอเชียแล้ว คะแนนของประเทศไทยน้อยกว่าคะแนนของประเทศอื่นๆ เป็นอย่างมากโดยเฉพาะสิงคโปร์ เกาหลีใต้ ญี่ปุ่น และฮ่องกง เป็นต้น และผู้วิจัยพบว่า ได้มีการนำเรื่อง ความน่าจะเป็น มาใช้ในการประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์ของโครงการ TIMSS ครั้งนี้ ซึ่งเนื้อหาดังกล่าวในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศไทยไม่มีสอนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 แต่มีสอนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และเป็นวิชาเลือกเสรี

ประเด็นที่น่าสนใจจากการศึกษา TIMSS อีกประเด็นหนึ่ง พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มักจะทำข้อสอบที่เป็นข้อสอบแบบอธิบายความหรือแสดงวิธีทำไม่ได้ ส่วนใหญ่จะเว้นว่างหรือเขียนตอบอธิบายไม่ได้ใจความ ทำให้มีผลต่อคะแนนในภาพรวมได้ นับว่าเป็นประเด็นสำคัญประเด็นหนึ่งในด้านการเรียนการสอน (สุพร เข้มเฮง. 2539 : 28-30) ซึ่งสาเหตุสำคัญมาจากการขาดแคลนครูอาจารย์ที่จบมาด้านนี้ และครูส่วนใหญ่ยังสอนแบบบรรยาย ไม่มีสื่อ และกิจกรรมอื่นๆ ประกอบ (วิทยากร เชียงกูล. 2541 : 137) ดังนั้นสภาพการจัดการเรียนการสอนในปัจจุบันเป็นปัญหาที่ต้องการแก้ไขด่วน ตลอดจนจากการศึกษางานวิจัยของสุเทพ ทองอยู่ (2517 : 18) ที่ได้นำเนื้อหาเรื่อง ความน่าจะเป็น ประกอบด้วยการจัดลำดับ การเลือกหมู่ การทดลองสุ่ม และความน่าจะเป็น มาทดลองสอนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึง 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สอบได้คะแนนเฉลี่ย 19.54 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สอบได้คะแนนเฉลี่ย 25.02 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สอบได้คะแนนเฉลี่ย 28.74 จากคะแนนเต็ม 40 คะแนน และจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มี 23 คน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มี 26 คน และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มี 29 คน จากจำนวนนักเรียนที่เข้าสอบชั้นละ 50 คน จากผลการวิจัยสรุปได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ไม่สามารถเรียนเนื้อหาดังกล่าวได้ ท่านจึงได้เสนอแนะว่าควรมีการศึกษาว่าจะเริ่มสอนเรื่อง ความน่าจะเป็น ในชั้นใดและควรจัดเนื้อหาอย่างน้อยเพียงใด ซึ่งทำให้ผู้วิจัยมีความคิดที่จะศึกษาว่าสามารถนำเรื่อง ความน่าจะเป็น มาสอนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้หรือไม่ และควรสอนเนื้อหาใดบ้างจึงเหมาะสม นอกจากนี้ประเทศไทยอยู่ในช่วงที่มีการปฏิรูปการศึกษาจึงทำให้ครู อาจารย์ หรือผู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษามี การเปลี่ยนแปลงการจัดกระบวนการเรียนการสอนจากเดิมเพื่อให้มีคุณภาพมากที่สุด ดังนั้นผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาถึงเทคนิควิธีสอนที่แตกต่างจากการสอนแบบปกติ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุดว่าส่งผลต่อการเรียนการสอนหรือไม่ เพราะผู้วิจัยเชื่อว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนได้คิด วิเคราะห์ ทดลอง และสรุปความรู้ได้ด้วยตนเองจะทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ และส่งผลต่อการพัฒนาทางด้านสติปัญญาของผู้เรียน นอกจากนี้มีผู้ทำการวิจัย พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการร่วมกันแก้ปัญหาในกลุ่มเพื่อนที่จัดเป็นคู่ เป็นกลุ่มเล็ก หรือเป็นคณะ จะช่วยการฝึกทำงานร่วมกัน การอธิบายร่วมกันทำให้เห็นแนวทางในการแก้ปัญหา ตลอดจนการร่วมกันคิดเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่ทำให้เกิดความเจริญงอกงามทางปัญญา การที่ผู้เรียนร่วมกันทำงานเป็นคู่ เป็นกลุ่มเล็ก หรือเป็นคณะ จะมีประสิทธิภาพกว่าให้เขาทำงานตามลำพัง ดังที่ รัตนา ตรีกลาง (2537 : 66) กล่าวว่ากลุ่มนักเรียนที่เรียนเป็นคณะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่เรียนเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้น โดยแนวคิดการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเช่นนี้เป็นการจัดการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด ซึ่งสอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 มาตรา 22 ที่กำหนดไว้ว่า การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือ

ว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ

จากความสำเร็จและเหตุผลดังกล่าวทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงเนื้อหาขึ้นใหม่โดยยึดเนื้อหาตามแบบของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ (ค 012) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็น ตามหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เป็นหลัก และแทรกการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด โดยจะนำไปทดลองสอนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 สำหรับเหตุผลที่ผู้วิจัยสนใจที่จะทดลองสอน เรื่อง ความน่าจะเป็น ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 เพราะนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 มีอายุ 12-14 ปี ซึ่งตามหลักการพัฒนาทางสติปัญญาของเพียเจต์ ได้จัดเด็กที่มีอายุ 12-15 ปี อยู่ในขั้นคิดอย่างเป็นนามธรรม (Formal – Operational Stage) เป็นขั้นที่เด็กสามารถคิดอย่างเป็นเหตุผลและคิดในสิ่งที่ซับซ้อนอย่างเป็นนามธรรมมากขึ้น ซึ่งผลที่ได้จากงานวิจัยนี้อาจนำไปใช้ในการพิจารณาเนื้อหาที่จะบรรจุลงในวิชาคณิตศาสตร์ ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีจุดมุ่งหมาย ดังนี้

1. เพื่อศึกษาว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สามารถเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ตามบทเรียนที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด ได้หรือไม่
2. เพื่อเปรียบเทียบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ตามบทเรียนที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แตกต่างกันหรือไม่

ความสำคัญของการวิจัย

1. ทำให้ทราบว่าควรเริ่มสอน เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ที่ชั้นใด
2. ทำให้ทราบความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
3. ผลจากการวิจัยอาจเป็นแนวทางในการพิจารณาเลือกเนื้อหา เรื่อง ความน่าจะเป็น เพื่อบรรจุให้เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ต่อไป

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนมัธยมวัดธาตุทอง เขตวัฒนา กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ของ โรงเรียนมัธยมวัดธาตุทอง เขตวัฒนา กรุงเทพมหานคร ที่ได้จากการอาสาสมัครเข้าเรียนชั้นละ 30 คน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ กลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่มใช้เวลาในการทดลองกลุ่มละ 10 คาบ ๆ ละ 50 นาที

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหา เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น ประกอบด้วยหัวข้อต่อไปนี้

1. บทนำ
2. การทดลองสุ่มและเหตุการณ์
3. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ บทเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด

ตัวแปรตาม ได้แก่ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบ เรื่อง ความน่าจะเป็น ตามบทเรียนที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น
2. เกณฑ์ หมายถึง ร้อยละ 50 ของคะแนนรวม กล่าวคือ ถ้าผู้เรียนได้คะแนนในการทำแบบทดสอบ ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนรวม ถือว่าผู้นั้นสอบผ่านเกณฑ์ (กระทรวงศึกษาธิการ.2534 : 28)
3. บทเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น หมายถึง บทเรียนที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้นโดยยึดเนื้อหาตามแบบของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ (ค 012) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็น ตามหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เป็นหลัก และแทรกการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด
4. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด คือ การจัดกิจกรรมที่หลากหลายให้สอดคล้องและเหมาะสมกับความสามารถและวัยของผู้เรียน ส่งเสริมบรรยากาศให้ผู้เรียนได้มีโอกาสร่วมกันคิด ลงมือปฏิบัติ ทำกิจกรรม โดยครูเป็นผู้แนะนำ ให้คำปรึกษา เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ร่วมกัน

สมมุติฐานของการวิจัย

1. จำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
2. จำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ไม่แตกต่างกัน

ข้อตกลงเบื้องต้น

ในการวิจัยครั้งนี้ บทเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้นมีความเหมาะสมที่จะนำไปทดลองสอนได้

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยที่เกี่ยวกับการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด ผู้วิจัยได้ศึกษาจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับ เรื่อง ความน่าจะเป็น ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น
2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับ เรื่อง ความน่าจะเป็น ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับ เรื่อง ความน่าจะเป็น ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ได้จัดให้คณิตศาสตร์เป็นวิชาบังคับแกน ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ที่ผู้เรียนทุกคนต้องเรียน ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 คณิตศาสตร์เป็นวิชาเลือกเสรี เนื้อหาเรื่อง ความน่าจะเป็น ปรากฏอยู่ในวิชาเลือกเสรี รายวิชา ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 การเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น ผู้เรียนจะได้เรียนเกี่ยวกับความหมายของความน่าจะเป็น การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ โดยในการเรียนมีจุดมุ่งหมายสำคัญ คือ ต้องการให้ผู้เรียนหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ง่าย ๆ ที่สามารถนับผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้จากการทดลองสุ่ม และนับผลในเหตุการณ์ได้ โดยผลทั้งหมดจากการทดลองสุ่มแต่ละตัวมีโอกาสที่จะเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2543 : 177)

ในต่างประเทศ เช่น ประเทศสหรัฐอเมริกา อังกฤษ ญี่ปุ่น และเกาหลีใต้ มีการเรียนการสอน เรื่อง ความน่าจะเป็น ในระดับชั้นต่าง ๆ ในโรงเรียน ดังนี้

ประเทศสหรัฐอเมริกาโดยสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics) ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็น ตั้งแต่ระดับชั้นประถมศึกษาถึงมัธยมศึกษาตอนปลาย มาตรฐานเกี่ยวกับเรื่อง ความน่าจะเป็น ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นซึ่งอยู่ในเกรด 6-8 นี้มีจุดประสงค์ให้ผู้เรียนมีความเข้าใจและสามารถประยุกต์ความคิดพื้นฐานเกี่ยวกับความน่าจะเป็น ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนสามารถ (NCTM, 2000 : 248)

1. เข้าใจและสามารถใช้คำที่เหมาะสมเพื่อจะอธิบายส่วนเติมเต็มและเหตุการณ์ไม่เกิดร่วม
2. ใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนและความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับความน่าจะเป็นเพื่อกำหนดและทดสอบข้อความคาดการณ์ของผลจากการทดลองหรือสถานการณ์จำลอง
3. คำนวณความน่าจะเป็นสำหรับเหตุการณ์เชิงประกอบอย่างง่ายโดยใช้วิธีแจกแจงรายการเป็นระบบ แผนภาพต้นไม้ และพื้นที่

การเรียนการสอนเรื่อง ความน่าจะเป็น ในระดับนี้ครูควรให้ผู้เรียนได้เรียนจากสถานการณ์จริงอย่างง่าย โดยให้ผู้เรียนทำกิจกรรมและตอบคำถามจากสถานการณ์ เช่น ในกล่องใบหนึ่งมีบัตรที่มีหมายเลขกำกับ 1 – 100 แล้วสุ่มหยิบขึ้นมา 1 ใบแล้ว จงหาความน่าจะเป็นที่ได้บัตรที่เป็นผลคูณของ 5 และนำไปสู่การเรียนในรูปสัญลักษณ์ (NCTM, 2000 : 253-254)

ประเทศอังกฤษได้แบ่งระดับการศึกษาออกเป็น 4 ช่วงชั้น ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นอยู่ในช่วงชั้นที่ 3 เรียนระดับที่ 7–9 (อายุ 11–14 ปี) โดยกรมการศึกษาและการอาชีพ (Department for Education and Employment) กำหนดให้วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาบังคับที่ผู้เรียนทุกคนต้องเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น และเริ่มเรียนในเกรด 7 ซึ่งจุดประสงค์ของการเรียน ความน่าจะเป็น ในเกรดนี้ให้ผู้เรียนสามารถ (DFEE. 2000 : 28)

1. เข้าใจศัพท์และแนวคิดพื้นฐานที่เกี่ยวกับความน่าจะเป็น
2. ตระหนักว่า ความน่าจะเป็น คือวิถีทางที่จะหาโอกาสของเหตุการณ์ และทราบว่าความน่าจะเป็นมีค่าระหว่าง 0 ถึง 1 คำนวณความน่าจะเป็นบนพื้นฐานของผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้ที่เท่า ๆ กัน
3. เขียนผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม
4. รวบรวมข้อมูลจากการทดลองสุ่มและบันทึกข้อมูลนั้นในรูปตารางแจกแจงความถี่ และประมาณค่าความน่าจะเป็นบนพื้นฐานของข้อมูล
5. เปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นจากการทดลองสุ่มกับค่าความน่าจะเป็นจากทฤษฎี

และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นสิ่งที่สำคัญ ครูจะเป็นผู้จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนโดยผู้เรียนเป็นผู้ทำกิจกรรม ซึ่งกิจกรรมอาจทำทั้งชั้นเรียนเป็นกลุ่ม เป็นคู่ หรือเป็นรายบุคคล ถ้าผู้เรียนเกิดความคลุ้มเคลือไม่ชัดเจนในการเรียน ครูจะอธิบายให้ความกระจ่างทันที (DFEE. 2000 : 10)

ประเทศญี่ปุ่นโดยสมาคมการศึกษาคณิตศาสตร์ของประเทศญี่ปุ่น (Japan Society of Mathematical Education) กำหนดให้วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาบังคับในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เกรด 1–3 (อายุ 12–14 ปี) เรื่อง ความน่าจะเป็น เรียนในเกรด 2 มีจุดประสงค์ให้ผู้เรียนมีความเข้าใจ ความคิดเกี่ยวกับความน่าจะเป็นโดยการสังเกต การทดลองที่เกี่ยวกับเหตุการณ์ที่เป็นรูปธรรม ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนสามารถ (JSME. 2000 : 24)

1. จัดการกรณีที่เป็นไปได้ให้อยู่ในลำดับที่เหมาะสม
2. เข้าใจความหมายของความน่าจะเป็นว่าเป็นเหตุการณ์ที่ไม่แน่นอนที่อาจจะเกิดขึ้น และสามารถหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ในกรณีตัวอย่างได้

และจากบทความของยานาชิ โอซามุ (Yanase Osamu. 2000 : 39–40) ได้กล่าวว่า บทเรียนที่ดีต้องให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติเพื่อนำไปสู่ความรู้เชิงคณิตศาสตร์ ผู้เรียนจะมีความสุขและเข้าใจในคณิตศาสตร์ได้

นอกจากนี้ที่ประเทศเกาหลีใต้ ได้มีการเรียนการสอนเรื่อง ความน่าจะเป็น เช่นกัน จากบทความของลี ยอง หวา (Lee Kyeong Hwa. 2000 : 237-239) ได้กล่าวถึงการเรียนการสอน เรื่อง ความน่าจะเป็น ซึ่งเริ่มเรียนที่เกรด 6 มีจุดประสงค์ให้ผู้เรียนสามารถ

1. เข้าใจความหมายของจำนวนผลลัพธ์ในเหตุการณ์
2. หาจำนวนผลลัพธ์ในเหตุการณ์
3. หาจำนวนผลลัพธ์ในสองเหตุการณ์ที่ปรากฏขึ้นอย่างพร้อม ๆ กัน โดยเขียนเป็นคู่อันดับ
4. หาจำนวนผลลัพธ์ในเหตุการณ์ที่ปรากฏขึ้นอย่างต่อเนื่อง
5. หาจำนวนผลลัพธ์ในเหตุการณ์ที่ซับซ้อน
6. หาอัตราส่วนของผลลัพธ์ของเหตุการณ์ต่อผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

การเรียนการสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นของประเทศเกาหลีใต้ เน้นการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สามารถแจกแจงได้ ครูผู้สอนเริ่มต้นโดยให้ผู้เรียนได้ทำกิจกรรมหรือเล่นเกม เพื่อสำรวจความหมายของความน่าจะเป็น เพื่อนำไปสู่บทนิยามของความน่าจะเป็น ซึ่งในระดับนี้ยังไม่เรียนความน่าจะเป็นเชิงทฤษฎี

จากการศึกษาเอกสารเกี่ยวกับหลักสูตรดังกล่าว พบว่า ในต่างประเทศหลายประเทศได้สอนเรื่องความน่าจะเป็น ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และการเรียนการสอนส่วนใหญ่ให้ผู้เรียนได้มีโอกาสทดลอง ลงมือปฏิบัติ ทำกิจกรรม เพื่อให้เกิดแนวคิดเบื้องต้นเกี่ยวกับความน่าจะเป็น

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด

การจัดการศึกษาตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ต้องยึดหลักว่า ผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ ซึ่งศาสตราจารย์นายแพทย์ประเวศ วะสี กล่าวว่า การเรียนรู้ที่ยึดผู้เรียนสำคัญที่สุด หมายถึง การเรียนรู้ในสถานการณ์จริง สถานการณ์จริงของแต่ละคนไม่เหมือนกัน จึงต้องเอาผู้เรียนแต่ละคนเป็นตัวตั้ง ผู้สอนต้องเลือกจัดให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์ กิจกรรมและการทำงานอันนำไปสู่การพัฒนาผู้เรียนครบทุกด้าน ทั้งทางกาย ทางจิตใจหรืออารมณ์ ทางสังคม และทางสติปัญญา (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2543 : ก)

ก่อนจะมีพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ได้มีการกล่าวถึง การเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางหรือจุดศูนย์กลางการเรียนรู้ของผู้เรียน จากการศึกษาความหมายของการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุดกับการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง พบว่าเป็นคำที่มีความหมายเดียวกัน ดังที่กรมวิชาการ (2543 : 4-5) ได้ใช้คำว่า การจัดกระบวนการเรียนรู้ที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด หรือการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางควบคู่กัน ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนต่างก็มุ่งให้ความสำคัญกับผู้เรียน ให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เหมาะสมให้กับผู้เรียน ดังนั้นในการอ้างอิงเอกสารที่เกี่ยวข้องต่อไปนี้ ผู้วิจัยอ้างอิงจากเอกสารที่กล่าวถึงการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางควบคู่ไปด้วย ทั้งนี้เพราะการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุดเป็นคำที่บัญญัติใหม่ในพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 จึงยังไม่มีงานวิจัยหรือเอกสารกล่าวถึงเท่าใดนัก

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด ผู้วิจัยคิดว่าแนวการจัดการเรียนรู้ที่ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญก็เพื่อมุ่งประโยชน์สูงสุดต่อผู้เรียน ดังนั้นควรจัดเนื้อหาสาระ วางแผนการสอน กำหนดกิจกรรม วางขั้นตอนที่เหมาะสมในการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับความสนใจ และความถนัดของผู้เรียน โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างผู้เรียน การจัดสาระการเรียนรู้จึงควรให้มีความหลากหลายรวมทั้งรูปแบบของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนหลากหลาย อาทิ การเรียนรู้ร่วมกันทั้งชั้นเรียนเป็นกลุ่มเล็ก เป็นคู่ หรือเรียนเป็นรายบุคคล เป็นต้น ดังนั้นผู้เรียนมีทักษะในการแสวงหาความรู้จากแหล่งการเรียนรู้อย่างหลากหลาย ซึ่งผู้เรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเอง จึงมีการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง หรือจุดศูนย์กลางการเรียนรู้ของผู้เรียน

ปรัชญาการศึกษาที่เป็นพื้นฐานสำคัญ

ในการจัดการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุดควรได้คำนึงถึงปรัชญาการศึกษาเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้มีประสิทธิผลต่อผู้เรียนมากที่สุด ซึ่งวัฒนาพร ระบุว่า (2541 : 3-6) ได้รวบรวมปรัชญาการศึกษาที่สอดคล้องกับการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ดังนี้

ปรัชญาพัฒนานิยม (Progressivism)

การศึกษาจะต้องพัฒนาผู้เรียนทุกด้านทั้งด้านร่างกายอารมณ์ สังคม อาชีพ และสติปัญญาโดยจัดให้ผู้เรียนได้เรียนตามความสนใจ ความถนัดและคุณลักษณะของเขา สิ่งที่ยึดควรเป็นประโยชน์สัมพันธ์สอดคล้องกับชีวิตประจำวันและสังคมของผู้เรียนให้มากที่สุด รวมทั้งส่งเสริมความเป็นประชาธิปไตยทั้งในและนอกห้องเรียน บทบาทครู คือ เตรียม แนะนำและให้คำปรึกษาแก่ผู้เรียน สนับสนุนให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้เข้าใจและ

เห็นจริงด้วยตนเอง ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้ได้ดีเมื่อได้ประสบการณ์ตรงจากการลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง และการทำงานร่วมกัน

ปรัชญาปฏิรูปนิยม (Reconstructionism)

การศึกษาจะต้องเป็นไปเพื่อการปรับปรุง พัฒนาและสร้างสรรค์สังคมใหม่ที่ดีและเหมาะสมกว่าขึ้นมา ครูต้องเป็นนักบุกเบิก เป็นนักแก้ปัญหา สนใจและใฝ่รู้ในเรื่องของสังคมและปัญหาสังคมอย่างกว้างขวาง และเอาจริงเอาจัง มีทักษะในการรวบรวมสรุปและวิเคราะห์ปัญหา มีความเป็นประชาธิปไตยเน้นให้ทุกคนมีส่วนร่วมกันคิดพิจารณา เรียนรู้วิธีการทำงานร่วมกัน ได้รับการฝึกฝนให้รู้จักเทคนิคและวิธีการต่าง ๆ ที่จะทำความเข้าใจ และแก้ปัญหาของสังคมในแนวทางประชาธิปไตย

ปรัชญาอัตถิภาวนิยม (Existentialism)

การศึกษามุ่งพัฒนาให้คนมีอิสระภาพและมีความรับผิดชอบ ซึ่งสิ่งนี้จะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีสิทธิและเสรีภาพที่จะเป็นผู้เลือกเอง ครูเป็นเพียงผู้กระตุ้นส่งเสริมการเรียนรู้ ผู้เรียนจะมีโอกาสรู้จักตนเอง รู้เป้าหมายที่ตนเองต้องการและมีความรับผิดชอบในหน้าที่ของตน

ปรัชญาการศึกษาตามแนวพุทธศาสตร์ (Buddhistic Philosophy of Education)

การเรียนการสอนมุ่งให้ผู้เรียนเป็นผู้ลงมือกระทำเอง เรียนรู้ด้วยตนเอง โดยจัดให้เรียนรู้เพื่อให้เกิดปัญญาด้วยกระบวนการของการรับรู้ข้อมูลต่าง ๆ อย่างหลากหลาย หรือการคิดวิเคราะห์และการลงมือปฏิบัติอย่างจริงจัง ครูมีบทบาทเป็นผู้ให้การศึกษาหรือผู้ช่วยให้ผู้เรียนเกิดปัญญา หรือเกิดการเรียนรู้ และทำตนเป็นกัลยาณมิตรของผู้เรียน

จากปรัชญาการศึกษาดังกล่าวพบว่า การจัดการเรียนการสอนให้ความสำคัญกับผู้เรียนมีอิสระในการเลือกเรียนตามความสนใจ ความสามารถ และความถนัด รวมถึงการได้รับการพัฒนาทั้งทางด้านร่างกาย ปัญญา จิตใจ และสังคม โดยให้ผู้เรียนได้ค้นหาคำตอบและลงสรุปความรู้ด้วยตนเอง จากการศึกษาการปฏิบัติ ครูจะต้องคอยส่งเสริมการจัดสภาพแวดล้อม และอำนวยความสะดวก ให้คำแนะนำ คำปรึกษากับผู้เรียน เพื่อให้เกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ทฤษฎีการเรียนรู้

แนวคิดทางด้านการเรียนรู้มีอิทธิพลสำคัญต่อนักการศึกษาและครูเพื่อที่จะกำหนดรูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ซึ่งวัฒนาพร ระเบียบทุกข์ (2541 : 4-5) ได้รวบรวมไว้ดังนี้

แนวคิดของกลุ่มพฤติกรรมนิยม (Behaviorism or S.R. Associationism)

สิ่งแวดล้อมและประสบการณ์จะเป็นตัวกำหนดพฤติกรรม การเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อมีการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนอง การแสดงพฤติกรรมจะมีความถี่มากขึ้นหากได้รับการเสริมแรง นักทฤษฎี คือ เบอรรีซ เอฟ. สกินเนอร์ (Burphus F. Skinner) เห็นว่าการจัดการศึกษาในปัจจุบันไม่ค่อยมีประสิทธิภาพเพราะครูมักสนใจแต่เรื่องผลการเรียนโดยไม่คำนึงถึงวิธีการที่จะช่วยให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จ บทเรียนสำเร็จรูปจึงน่าจะเป็นทางเลือกที่ดีในการจัดการเรียนการสอนเพราะสามารถเสริมแรงได้ทันทั่วถึง ผู้เรียนสามารถทำงานได้ตามลำพัง รู้สึกเป็นอิสระรู้จักการพึ่งตนเองและมีความเชื่อมั่นในตนเองมากขึ้น

แนวคิดของกลุ่มมนุษยนิยม (Humanism)

คำนึงถึงความเป็นคนของคนที่มีความสามารถที่จะนำตนเองและพึ่งตนเองได้ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ที่จะทำประโยชน์ให้สังคม มีอิสระภาพในการเลือกทำสิ่งต่าง ๆ ที่จะไม่ทำให้ผู้อื่นหรือตนเองเดือดร้อน ในการจัดการเรียนการสอนควรให้เด็กมีสมรรถภาพทั้ง 3 ด้านไปพร้อม ๆ กัน คือ ด้านความรู้ (Cognitive)

ด้านเจตคติ (Affective) และด้านทักษะ (Psychomotor) นั่นคือครูควรฝึกให้ผู้เรียนรู้จักคิด รู้จักใช้เหตุผล มีความชื่นชมหรือมีเจตคติที่ดีต่อสิ่งที่เรียน และให้ผู้เรียนได้ลงมือกระทำกิจกรรมต่าง ๆ ด้วยตนเอง นักทฤษฎี คือ คาร์ล อาร์.รอเจอร์ส (Carl R.Rogers) ได้นำหลักการของผู้เรียนเป็นศูนย์กลางมาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนการสอน และลักษณะของครูจะต้องเชื่อและศรัทธาในความเป็นมนุษย์ ความเชื่อและความไว้วางใจจะช่วยให้บุคคลพัฒนาศักยภาพของตน ครูต้องจริงใจ ไม่เสแสร้ง และต้องพยายามสื่อให้ผู้เรียนทราบถึงความรู้สึกนึกคิดด้านดีที่ครูมีให้เขา รวมทั้งการให้เกียรติผู้เรียนทั้งในแง่ความรู้สึกและความคิดเห็น และ อาร์เธอร์ ดับบลิว คอมบส์ (Arthur W.Combs) มีความคิดว่าหลักการสำคัญของการจัดการเรียนการสอน คือการช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาความรู้สึกนึกคิดเกี่ยวกับตนเองในทางบวก งานของครูคือการอำนวยความสะดวกให้กับผู้เรียน กระตุ้นให้กำลังใจให้ความช่วยเหลือ เป็นผู้ร่วมคิดและเป็นเพื่อนกับผู้เรียน

แนวคิดของกลุ่มคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist)

ปัจจัยภายในมีส่วนช่วยให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย และความรู้เดิมมีส่วนเกี่ยวข้องและเสริมสร้างความเข้าใจของผู้เรียน ข้อความนี้ไปสอดคล้องกับแนวคิดของปรัชญาคอนสตรัคติวิซึม (Constructivism) ที่เชื่อว่าการเรียนรู้เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายใน ผู้เรียนเป็นผู้สร้าง (Construct) ความรู้จากความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบเห็นกับความรู้ ความเข้าใจที่มีอยู่เดิม พยายามที่จะทำความเข้าใจเกี่ยวกับเหตุการณ์ และปรากฏการณ์ที่ตนพบเห็นมาสร้างเป็นโครงสร้างทางปัญญา (Cognitive Structure)

ทฤษฎีคอนสตรัคติวิซึม (ศิริชัย กาญจนวาสี. 2543 : 4 – 5) ได้รับอิทธิพลทางความคิดมาจาก จิน เปียเจท์ (Jean Piager) และ ลุย ไวโกทสกี (Lew Vygotsky) สรุปได้ว่า คอนสตรัคติวิซึมมีองค์ประกอบสำคัญ 4 ส่วน ได้แก่

1. ผู้เรียนสร้างระบบความเข้าใจด้วยตนเอง มากกว่าการส่งผ่านหรือการถ่ายทอดจากผู้สอน (Construct Their Own Understanding)
2. การเรียนรู้ใหม่สร้างบนฐานของการเรียนรู้ที่ผ่านมา (Prior Understanding)
3. การเรียนรู้เกิดขึ้นจากการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม (Social Interaction)
4. การเรียนรู้ด้วยประสบการณ์จริงส่งเสริมให้การเรียนรู้มีความหมาย (Meaningful Learning)

ซึ่งแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิซึมนำไปสู่การพัฒนา หลักการเรียนรู้ที่ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง (Learner-Centered Principle) ดังนี้

1. ความรู้ที่ผ่านมาของผู้เรียนเป็นพื้นฐานสำคัญต่อการเรียนรู้สิ่งใหม่
2. ผู้เรียนมีความต้องการที่จะคิดเพื่อสร้างกลยุทธการเรียนรู้ของตนเอง
3. ผู้เรียนตื่นตัวที่จะมีปฏิสัมพันธ์เพื่อสร้างสรรค์องค์ความรู้ใหม่
4. การใช้กิจกรรมสถานการณ์จริงช่วยให้การเรียนรู้มีความหมาย
5. การกระตุ้นและแรงจูงใจช่วยสร้างพลังการเรียนรู้
6. บริบททางสังคมของห้องเรียนมีผลต่อการเรียนรู้

จากแนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้ดังกล่าว พบว่าการจัดการเรียนการสอนควรให้ผู้เรียนได้มีการพัฒนาศักยภาพของตนเองได้อย่างเต็มที่ โดยครูจัดกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด วิเคราะห์ กระตุ้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง เพื่อค้นพบสิ่งใหม่ ๆ และมีปฏิสัมพันธ์กันกับเพื่อนสมาชิกในกลุ่ม เพื่อสามารถนำเสนอโดยการอภิปราย ใช้หลักเหตุและผลในการยอมรับฟังความคิดเห็นและประเมินผลร่วมกันกับผู้อื่น รู้จักการทำงานเป็น

ทีม ตลอดจนสามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ได้ นอกจากนี้การเรียนรู้เป็นกระบวนการของการสร้างองค์ความรู้ใหม่ ๆ ซึ่งการเรียนรู้ขึ้นอยู่กับความรู้เดิมเป็นพื้นฐาน

แนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน

มีผู้กล่าวถึงแนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนในลักษณะที่ให้ความสำคัญกับผู้เรียน ไวดังนี้ จอห์น ดิวอี้ (ศิริชัย กาญจนวาสี. 2543 : 2) เป็นผู้บุกเบิกคนสำคัญของการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง (Child-Centered Learning) มีแนวคิดว่าการศึกษาคือเป็นฟังก์ชันหนึ่งของสังคม โรงเรียนจึงมีปฏิสัมพันธ์กับสังคมอยู่ตลอดเวลา ครูที่ดีจะต้องนำประสบการณ์ ความสนใจและปัญหาจากสังคมภายนอกเข้ามาแทรกในกิจกรรมของโรงเรียน ครูจะต้องเข้าใจความต้องการและความสนใจของเด็ก ตระหนักในการสร้างผู้เรียนให้เกิดความงอกงามและพัฒนาการ (Growth and Development) ตามศักยภาพของเด็กแต่ละคน หลักสูตรไม่ใช่ศูนย์กลางของการเรียนรู้ แต่ศูนย์กลางของการเรียนรู้อยู่ที่ตัวเด็ก (Child-Centered) เด็กเป็นศูนย์กลางในสิ่งที่เขาต้องการเรียนรู้ เมื่อเด็กมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมจะทำให้เกิดการเรียนรู้ เด็กจะเรียนรู้ได้ดีผ่านกิจกรรมที่เด็กลงมือกระทำ (Learning by Doing) และกระทำตามความคิดของตนเอง

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2543 : 20) กล่าวว่า กระบวนการการเรียนรู้ที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด หมายถึง การกำหนดจุดหมาย สาระ กิจกรรม แหล่งเรียนรู้ สื่อการเรียน และการประเมินผลที่มุ่งพัฒนา “คน”และ“ชีวิต” ให้เกิดประสบการณ์การเรียนรู้เต็มตามความสามารถ สอดคล้องกับความถนัด ความสนใจ และความต้องการของผู้เรียน

กรมวิชาการ (2540 : 1-3) กล่าวว่า การสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง หมายถึง การสอนที่มุ่งจัดกิจกรรมที่สอดคล้องกับการดำรงชีวิต เหมาะสมกับความสามารถ และความสนใจของผู้เรียน โดยให้นักเรียนมีส่วนร่วมและลงมือปฏิบัติจริงทุกขั้นตอนจนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

วัฒนาพร ระบุบุทช์ (2541 : 12) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง เป็นกระบวนการที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ โดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้คิด ค้นคว้า และสร้างข้อความรู้ด้วยตนเอง ได้มีปฏิสัมพันธ์ที่ดีระหว่างกัน มีส่วนร่วมกันสร้างความรู้อย่างมีกระบวนการ ได้ผลงานที่ดี และสามารถนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ได้

ทิศนา ขัมมณี (2543 : 17-20) ได้เสนอหลักในการจัดการเรียนการสอน โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในลักษณะที่ให้ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง (Construction of Knowledge) และค้นพบข้อความรู้ด้วยตนเองแล้ว แต่ต้องพึงการมีปฏิสัมพันธ์ (Interaction) กับผู้อื่น หรือสิ่งแวดล้อมรอบตัว รวมทั้งต้องอาศัยทักษะกระบวนการต่าง ๆ (Process Skills) อาทิ ทักษะการแสวงหาความรู้ ทักษะการคิดและกระบวนการคิดต่าง ๆ ทักษะการจัดการ และทักษะการทำงานเป็นกลุ่มหรือทำงานทีม เป็นต้น นอกจากนั้นการเรียนรู้จะเป็นไปอย่างต่อเนื่อง เมื่อผู้เรียนมีความพร้อมในการเรียนรู้ มีประสาทการรับรู้ที่ตื่นตัว ใฝ่ต่อการรับรู้ข้อมูล ซึ่งสิ่งที่ทำให้ผู้เรียนอยู่ในสภาพดังกล่าวได้ก็คือ การให้มีโอกาสได้เคลื่อนไหวร่างกาย (Physical Participation) โดยการทำกิจกรรมที่มีลักษณะหลากหลายดังกล่าวยังจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างแท้จริงและที่มีความหมายต่อตนเอง ซึ่งความรู้ความเข้าใจนั้น จะมีความลึกซึ้งและอยู่คงทนขึ้น ก็ต้องอาศัยการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ (Application) ในการจัดการแก้ไขสถานการณ์ที่หลากหลาย

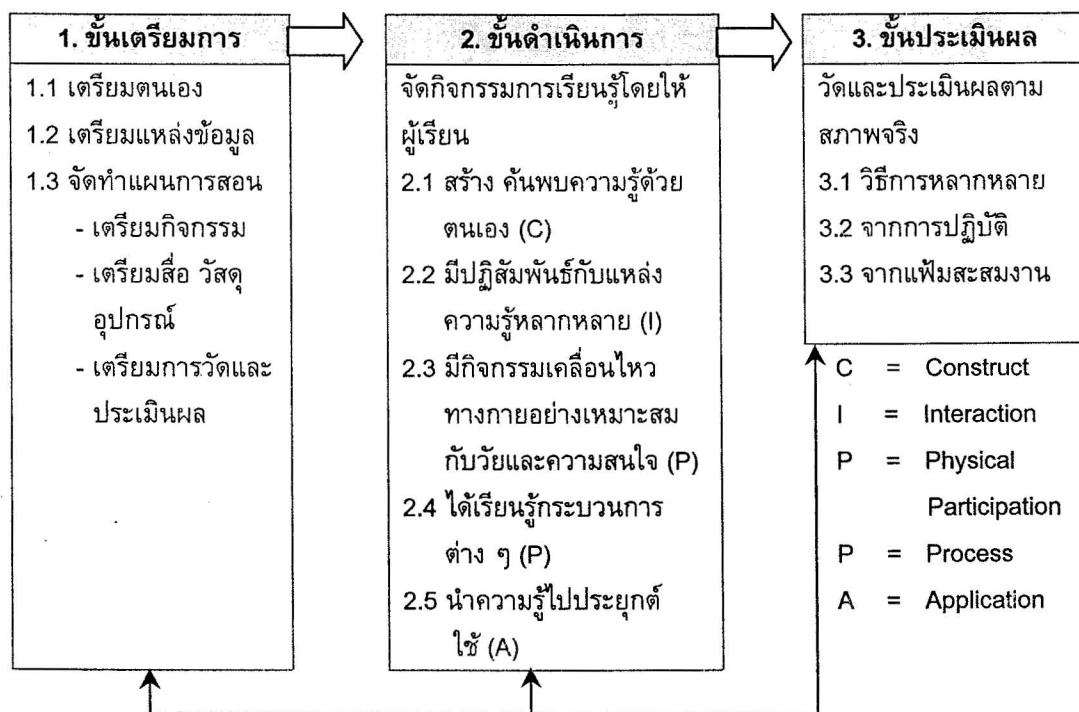
ศิริชัย กาญจนวาสี (2543 : 6) กล่าวว่า การเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง หมายถึง กระบวนการพัฒนาร่างกาย จิตใจ สติ ปัญญา ความรู้ และคุณธรรมของผู้เรียนด้วย การยึดผู้เรียนเป็นแกนกลางของการพัฒนาความเจริญงอกงาม สร้างการมีส่วนร่วมรู้ ร่วมคิด ร่วมกระทำ โดยผู้สอนทำหน้าที่วางแผนจัดกิจกรรม กระตุ้นให้

ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ส่งเสริมความคิดและอำนวยความสะดวกให้ผู้เรียนได้พัฒนาตนเองอย่างเต็มที่ สอดคล้องกับศักยภาพ ความต้องการและความสนใจของผู้เรียน

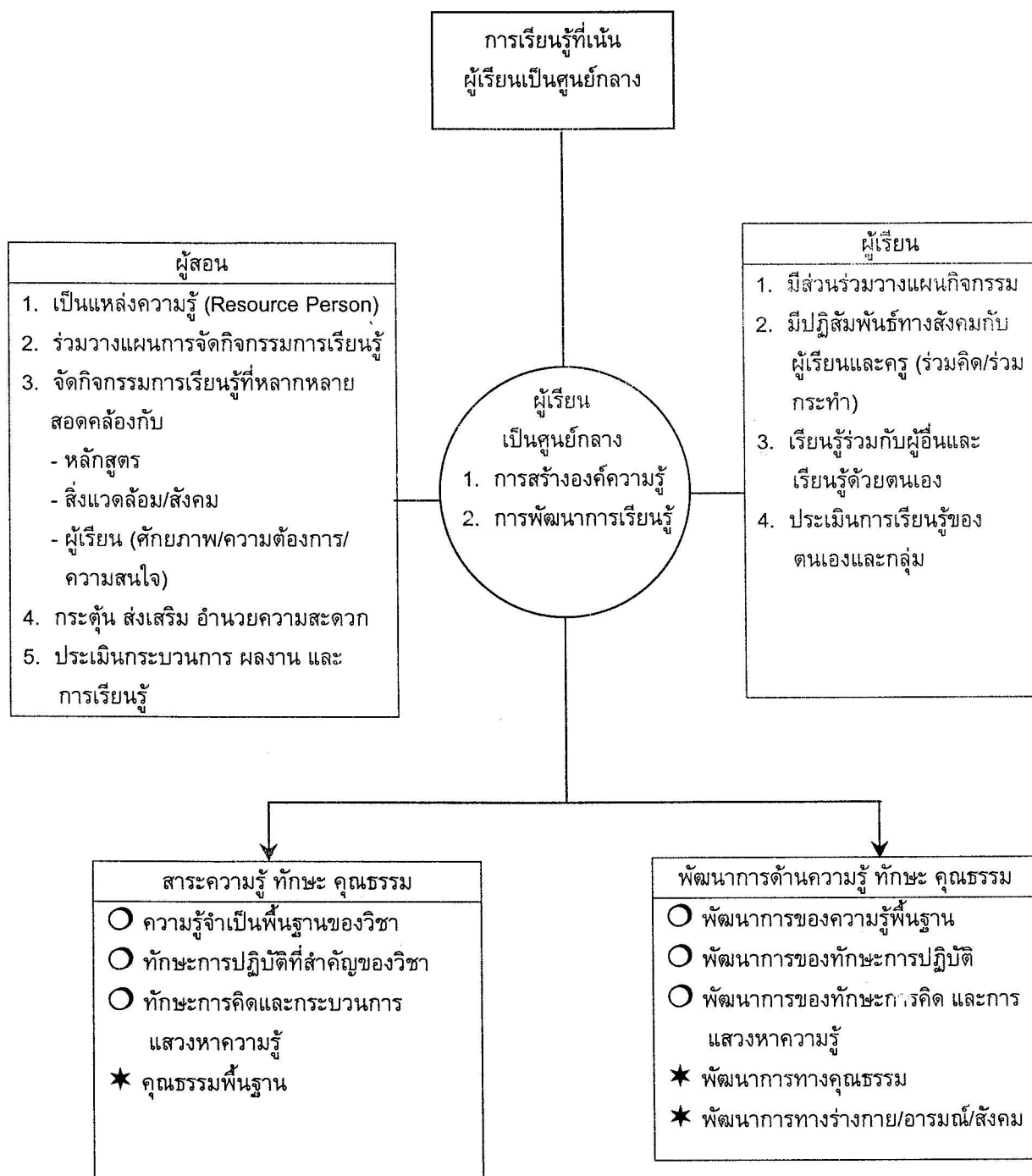
จากแนวคิดของนักการศึกษาดังกล่าว พบว่า แนวคิดการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนสำคัญที่สุด หรือการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง คือ การจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาเต็มตามศักยภาพ และคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ที่มุ่งเน้นประโยชน์ของผู้เรียนสำคัญที่สุด โดยจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติจริง มีส่วนร่วมกันคิดวิเคราะห์ หาเหตุผลมาสนับสนุนความคิด โดยมีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด ความรู้ซึ่งกันและกันเพื่อให้เกิดการยอมรับในความคิดและการกระทำที่หลากหลาย รวมถึงศึกษาหาความรู้ด้วยตนเองและร่วมกับผู้อื่น และครูส่งเสริมบรรยากาศให้เกิดการเรียนรู้ร่วมกัน

รูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด

รูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีหลากหลายวิธีที่มุ่งให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้สำเร็จ อาทิ กรมสามัญศึกษา ได้เสนอแนะแนวการดำเนินการของครูไว้โดยยึดหลัก และประยุกต์รูปแบบ CIPPA Model ของ รองศาสตราจารย์ ดร.พิศนา แคมมณี ไว้งนี้ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2543 : 3)



และรองศาสตราจารย์ ดร.ศิริชัย กาญจนวาสี (2543 : 6) ได้เสนอรูปแบบการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ไว้ดังนี้



หมายเหตุ ○ ควรประเมินในระดับรายวิชา
★ ควรประเมินในระดับรายบุคคล

นอกจากนี้วิธีการจัดการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุดหรือการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางมีหลากหลายวิธี ดังที่ อรรถัย มูลคำ (2542 : 30-31) วัฒนาพร กระจับทุกซ์ (2541 : 17) และ กรมวิชาการ (2543 : 25-28) ได้กล่าวถึง อาทิ เกมการศึกษา สถานการณ์จำลอง กรณีศึกษา บทบาทสมมติ โปรแกรมสำเร็จรูป ชุดการสอน คอมพิวเตอร์ช่วยสอน โครงงาน กลุ่มสัมพันธ์ การเรียนแบบร่วมมือ การฝึกปฏิบัติการ ศึกษาด้วยตนเอง เทคนิคคู่คิด การอภิปรายกลุ่มแบบต่าง ๆ เป็นต้น ซึ่งไม่มีวิธีการจัดการเรียนการสอนที่ดีที่สุด ขึ้นอยู่กับลักษณะเนื้อหาวิชาและจุดประสงค์การเรียนรู้ ดังนั้น การเรียนการสอนควรใช้หลากหลายวิธีมาผสมผสานกัน เพื่อให้เหมาะสมกับลักษณะเนื้อหาวิชา วิธีการเรียนรู้ของผู้เรียนแต่ละคน และประสบการณ์ของครู เพื่อให้การเรียนการสอนบรรลุเป้าหมาย ซึ่งศาสตราจารย์ยุพิน พิพิธกุล (2543 : 27-28) ได้กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง โดยให้หลักในการจัดกิจกรรมเพื่อมุ่งให้ผู้เรียนมีความสามารถ ดังนี้

1. ผู้เรียนมีความสามารถในการหาข้อสรุป
2. ผู้เรียนมีความสามารถในการคิดคำนวณ
3. ผู้เรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล วิเคราะห์ สังเคราะห์
4. ผู้เรียนมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
5. ผู้เรียนมีความสามารถในการใช้กลวิธีต่าง ๆ แก้ปัญหา
6. ผู้เรียนมีความสามารถในการแสวงหาและสร้างองค์ความรู้
7. ผู้เรียนมีความสามารถในการใช้ข้อมูลและความรู้ในการช่วยตัดสินใจ
8. ผู้เรียนมีความสามารถในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์
9. ผู้เรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

บทบาทของครูในการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง

เบนเน็ต (cited in Brendes and Ginnis. 1986 ; Bennett. 1969 ; กรมสามัญศึกษา. 2540 : 23) ได้เปรียบเทียบบทบาทครูรุ่นใหม่กับครูรุ่นเก่า ไว้ดังนี้

ครูรุ่นใหม่ (Progressive)	ครูรุ่นเก่า (Traditional)
1. สอนผู้เรียนโดยวิธีบูรณาการเนื้อหา	1. สอนแยกเนื้อหาวิชา
2. แสดงบทบาทในฐานะผู้นำ (Guide) ประสบการณ์ทางการศึกษา	2. มีบทบาทในฐานะตัวแทนของเนื้อหาวิชา (Knowledge)
3. กระตือรือร้นในบทบาท ความรู้สึกของผู้เรียน	3. ละเลย เหยอเมย ตอบบทบาทของผู้เรียน
4. ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการวางแผนของหลักสูตร	4. ผู้เรียนไม่มีส่วนร่วมแม้แต่จะออกความคิดเกี่ยวกับหลักสูตร
5. ใช้เทคนิคการค้นพบด้วยตนเองของผู้เรียนเป็นกิจกรรมหลัก	5. ใช้เทคนิคการเรียนโดยการท่องจำเป็นหลัก
6. มีการเสริมแรงหรือให้รางวัลมากกว่าการลงโทษ มีการใช้แรงจูงใจภายใน	6. มุ่งเน้นการให้รางวัลภายนอก เช่น ระดับผลการเรียน แรงจูงใจภายนอก
7. ไม่เคร่งครัดกับมาตรฐานทางวิชาการจนเกินไป	7. เคร่งครัดกับมาตรฐานทางวิชาการมาก
8. มีการทดสอบเล็กน้อย	8. มีการทดสอบสม่ำเสมอเป็นระยะ ๆ
9. มุ่งเน้นการทำงานเป็นกลุ่มแบบร่วมมือ	9. มุ่งเน้นการแข่งขัน

ครูรุ่นใหม่ (Progressive)	ครูรุ่นเก่า (Traditional)
10. สอนโดยไม่ยึดติดกับห้องเรียน	10. สอนในขอบเขตของห้องเรียน
11. มุ่งสร้างสรรค์ประสบการณ์ใหม่ให้ผู้เรียน	11. เน้นย้ำประสบการณ์ใหม่เพียงเล็กน้อย
12. มุ่งเน้นความรู้ทางวิชาการและทักษะด้านจิตพิสัย เท่าเทียมกัน	12. มุ่งเน้นความรู้ทางวิชาการเป็นสำคัญละเลย ความรู้สึกหรือทักษะทางด้านจิตพิสัย
13. มุ่งเน้นการประเมินกระบวนการเป็นสำคัญ	13. ประเมินกระบวนการเล็กน้อย

นอกจากนี้ในการจัดการเรียนการสอน ครูมีบทบาทที่สำคัญในการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางให้บรรลุตามเป้าหมาย ดังที่ กรมวิชาการ (2543 : 12-14) ได้กล่าวไว้ดังนี้

1. การเตรียมการสอน

- 1.1 ศึกษาและวิเคราะห์เรื่องที่จะสอนให้เข้าใจ
- 1.2 ศึกษาหาแหล่งความรู้ที่หลากหลาย
- 1.3 วางแผนการสอน
 - 1.3.1 กำหนดวัตถุประสงค์ให้ชัดเจน
 - 1.3.2 วิเคราะห์เนื้อหาและความคิดรวบยอด และกำหนดรายละเอียดให้ชัดเจน
 - 1.3.3 ออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนสำคัญที่สุด หรือเน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง
 - 1.3.4 กำหนดวิธีการประเมินผลการเรียนรู้
- 1.4 จัดเตรียม
 - 1.4.1 สื่อ วัสดุการเรียนการสอน ให้เพียงพอสำหรับผู้เรียน
 - 1.4.2 เอกสาร หนังสือ หรือข้อมูลต่าง ๆ ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียน
 - 1.4.3 ติดต่อแหล่งความรู้ต่าง ๆ ซึ่งอาจจะเป็นบุคคล สถานที่ หรือสารสนเทศ วัสดุต่าง ๆ และศึกษาหาความรู้เพิ่มเติม
 - 1.4.4 เครื่องมือการประเมินผลการเรียนรู้
 - 1.4.5 ห้องเรียน หรือสถานที่เพื่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เช่น การจัดโต๊ะ เก้าอี้ ในลักษณะต่าง ๆ

2. การสอน

- 2.1 สร้างบรรยากาศการเรียนรู้ที่ดี
- 2.2 กระตุ้นผู้เรียนให้สนใจในการเข้าร่วมกิจกรรม
- 2.3 จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนที่ได้เตรียมไว้ โดยอาจมีการปรับเปลี่ยนให้เหมาะกับผู้เรียน และสถานการณ์ที่เป็นจริง
 - 2.3.1 ดูแลให้ผู้เรียนดำเนินกิจกรรมต่าง ๆ แก้ปัญหาที่อาจเกิดขึ้น
 - 2.3.2 อำนวยความสะดวกแก่ผู้เรียนในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้
 - 2.3.3 กระตุ้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมอย่างเต็มที่
 - 2.3.4 สังเกตและบันทึกพฤติกรรมและกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน รวมทั้งเหตุการณ์ที่จะส่งผลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนที่เกิดขึ้นขณะทำกิจกรรม
 - 2.3.5 ให้คำแนะนำ และข้อมูลต่าง ๆ แก่ผู้เรียนตามความจำเป็น

- 2.3.6 บันทึกปัญหาและข้อขัดข้องต่าง ๆ ในการดำเนินกิจกรรมเพื่อการปรับปรุงกิจกรรมให้ดีขึ้น
- 2.3.7 ให้การเสริมแรงผู้เรียนตามความเหมาะสม
- 2.3.8 ให้ความคิดเห็นเกี่ยวกับผลงานการเรียนรู้ของผู้เรียน และให้ข้อมูลเนื้อหา ความรู้เพิ่มเติมแก่ผู้เรียนตามความเหมาะสม
- 2.3.9 ให้ข้อมูลป้อนกลับแก่ผู้เรียนเกี่ยวกับพฤติกรรมและกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน รวมทั้งให้ข้อเสนอแนะตามความเหมาะสม

3. การประเมินผล

- 3.1 เก็บรวบรวมผลงาน และประเมินผลงานของผู้เรียน
- 3.2 ประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนตามที่กำหนดไว้ในแผนการสอน

นอกจากนี้สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2543 : 19) ได้กล่าวว่า ครูมีบทบาทปลูกเร้าและเสริมแรงศิษย์ในทุกกิจกรรมให้ค้นพบคำตอบและแก้ปัญหาด้วยตนเอง รวมทั้งร่วมกันทำงานเป็นกลุ่ม จัดกิจกรรมปลูกฝังคุณธรรม ความมีวินัย รับผิดชอบในการทำงาน ผู้เรียนมีโอกาสฝึกการประเมินและปรับปรุงตนเอง ยอมรับผู้อื่น สร้างจิตสำนึกในความเป็นพลเมืองและเป็นพลโลก

ทิศนา ขัมมณี (2542 : 26) ได้กล่าวถึง บทบาทของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ไว้ดังนี้

1. บทบาทการมีส่วนร่วมในการแสวงหาข้อมูล ข้อเท็จจริง ความคิดเห็น หรือประสบการณ์ต่าง ๆ จากแหล่งความรู้ที่หลากหลาย เพื่อนำมาใช้ในการเรียนรู้
2. บทบาทในการศึกษาหรือลงมือกระทำกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อทำความเข้าใจ ใช้ความคิดในการกลั่นกรอง แยกแยะ วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูล ข้อเท็จจริง ความคิดเห็น ความรู้สึก หรือประสบการณ์ต่าง ๆ ที่หามาได้ และสร้างความหมายให้แก่ตนเอง
3. บทบาทในการจัดระบบระเบียบความรู้ที่ได้สร้างขึ้น เพื่อช่วยให้การเรียนรู้เกิดความคงทน และสามารถนำความรู้นั้นไปใช้ได้สะดวกยิ่งขึ้น
4. บทบาทในการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันเพื่อช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจในความรู้นั้น ๆ มากยิ่งขึ้น

จะเห็นได้ว่า ในการจัดการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด หรือการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง บทบาทของครูและบทบาทของผู้เรียนนั้นเปลี่ยนแปลงไปจากเดิมคือ จากการศึกษาที่ครูเป็นผู้ถ่ายทอดความรู้หรือผู้บอกความรู้เพียงอย่างเดียวมาเป็นผู้จัดเตรียมกิจกรรม สภาพแวดล้อมที่เอื้อต่อการเรียนรู้ คอยให้คำปรึกษา แนะนำ เพื่อช่วยผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ และต่อๆ คำนึงถึงความต้องการ ความสนใจและความสามารถของผู้เรียนเป็นสำคัญที่สุด ส่วนบทบาทของผู้เรียนก็เปลี่ยนจากเคยที่เป็นเพียงผู้รับรู้ นั่งฟังอย่างเดียวมาเป็นผู้ที่ต้องลงมือกระทำหรือลงมือปฏิบัติ รวมถึงมีส่วนร่วมในการอภิปรายและแสดงความคิดเห็นต่าง ๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจอย่างถ่องแท้และใช้ศักยภาพของตนเองได้อย่างเต็มที่

นอกจากนี้ศูนย์พัฒนาคุณภาพการเรียนการสอน (พ.ค.ร.) สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2543 : 30-31) ได้พัฒนาตัวบ่งชี้การจัดกระบวนการเรียนรู้ที่ผู้เรียนสำคัญที่สุดหรือการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง โดยกำหนดตัวบ่งชี้การเรียนของผู้เรียน 9 ข้อ และตัวบ่งชี้การสอนของครู 10 ข้อ ไว้ดังนี้

ตัวบ่งชี้การเรียนของผู้เรียน	ตัวบ่งชี้การสอนของครู
1. ผู้เรียนมีประสบการณ์ตรงสัมพันธ์กับธรรมชาติและสิ่งแวดล้อม 2. ผู้เรียนฝึกปฏิบัติจนค้นพบความถนัดและวิธีการของตนเอง 3. ผู้เรียนทำกิจกรรมแลกเปลี่ยนเรียนรู้จากกลุ่ม 4. ผู้เรียนฝึกคิดอย่างหลากหลายและสร้างสรรค์จินตนาการ ตลอดจนได้แสดงออกอย่างชัดเจนและมีเหตุผล 5. นักเรียนได้รับเสริมแรงให้ค้นหาคำตอบแก้ปัญหาทั้งด้วยตนเองและร่วมด้วยช่วยกัน 6. นักเรียนได้ฝึกค้น รวบรวมข้อมูล และสร้างสรรค์ความรู้ด้วยตนเอง 7. ผู้เรียนเลือกทำกิจกรรมตามความสามารถ ความถนัดและความสนใจของตนเองอย่างมีความสุข 8. ผู้เรียนฝึกตนเองให้มีวินัย และรับผิดชอบในการทำงาน 9. นักเรียนฝึกประเมิน ปรับปรุงตนเองและยอมรับผู้อื่น ตลอดจนใฝ่หาความรู้อย่างต่อเนื่อง	1. ครูเตรียมการสอนทั้งเนื้อหาและวิธีการ 2. ครูจัดสิ่งแวดล้อมและบรรยากาศที่ปลุกเร้าจิตใจและเสริมแรงให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ 3. ครูเอาใจใส่ผู้เรียนเป็นรายบุคคล และแสดงความเมตตาต่อผู้เรียนอย่างทั่วถึง 4. ครูจัดกิจกรรมและสถานการณ์ให้ผู้เรียนได้แสดงออกและคิดอย่างสร้างสรรค์ 5. ครูส่งเสริมให้ผู้เรียนฝึกคิด ฝึกทำ และฝึกปรับปรุงตนเอง 6. ครูส่งเสริมกิจกรรมแลกเปลี่ยนเรียนรู้จากกลุ่ม พร้อมทั้งสังเกตส่วนดีและปรับปรุงส่วนด้อยของผู้เรียน 7. ครูใช้สื่อการสอนเพื่อฝึกการคิด การแก้ปัญหา และการค้นพบความรู้ 8. ครูใช้แหล่งเรียนรู้หลากหลายและเชื่อมโยงประสบการณ์กับชีวิตจริง 9. ครูฝึกฝนกิริยามารยาท และวินัยตามวิถีวัฒนธรรมไทย 10. ครูสังเกตและประเมินพัฒนาการของผู้เรียนอย่างต่อเนื่อง

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุดในงานวิจัยนี้จะมีลักษณะเป็นการสาธิต การทดลอง การทำกิจกรรม การอธิบาย ตลอดจนลักษณะของกิจกรรมที่กำหนดให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมลงมือปฏิบัติสำรวจ สืบเสาะและหาเหตุผล ตามไปกิจกรรม ใบบาง โดยปฏิบัติเป็นรายบุคคล เป็นคู่ เป็นกลุ่มเล็ก หรือเป็นคณะ ทำให้มีผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้มากที่สุด เพื่อสามารถคิดสรุปแนวคิด (Concept) และอภิปรายสรุปทั้งชั้นเพื่อนำไปสู่แนวคิดร่วมกัน ครูเป็นผู้ชี้แนะ กำกับ คอยให้คำแนะนำ และมีการประเมินผลร่วมกัน

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับ เรื่อง ความน่าจะเป็น ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และการจัด กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอน เรื่อง ความน่าจะเป็น และการจัดกิจกรรมที่เป็นส่วนหนึ่งของ กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด หรือการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง เท่าที่ ผู้วิจัยได้ศึกษามาเป็นการวิจัยเกี่ยวกับการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียน ในระดับ ชั้นต่าง ๆ หรือการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนแบบปกติกับวิธีสอน แบบต่าง ๆ ดังนี้

งานวิจัยภายในประเทศ

สุเทพ ทองอยู่ (2517 : 17) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองคือ การจัดลำดับ การเลือกหมู่ การทดลองสุ่ม และ ความน่าจะเป็น พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 สามารถเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น ส่วนนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1 ไม่สามารถเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ตามหัวข้อดังกล่าวข้างต้น และผลสัมฤทธิ์ในการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นที่สูง สูงกว่าผลสัมฤทธิ์ในการเรียนของนักเรียนชั้นที่ต่ำกว่าอย่างมีนัย สำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และอีก 2 ปีต่อมา สุพจน์ ไชยสังข์ (2519 : 30) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การทดลอง เปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น แก่นักศึกษาชั้น ป.กศ. สูง วิชาเอกคณิตศาสตร์ โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนของนักศึกษาที่เรียนจากบทเรียน โปรแกรมสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ในการเรียนของนักศึกษาที่เรียนจากการสอนตามปกติ และรัตนา ตรีกลาง (2537 : 66) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี ที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็น ซึ่งสอนโดยการเรียนเป็นคณะและการเรียนเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้น ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยการเรียน เป็นคณะซึ่งมีนักเรียนคณะละ 5-6 คน และการเรียนเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .05 และกลุ่มที่เรียนเป็นคณะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่เรียนเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้น

อารีย์ คำปล้อง (2536 : 45) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการใช้การสอนแบบปฏิบัติการที่มีผลต่อผล สัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมบัติที่เกี่ยวกับวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอิสลามวิทยาลัย แห่งประเทศไทย กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การสอนแบบปฏิบัติการ ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนจากการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 อีก 1 ปีต่อมา วรวงศ์ สังข์วรรณ (2537 : 45) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชา คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์และอสมการ ซึ่งสอนโดยใช้เกมและสอนโดยการ อธิบายและแสดงเหตุผล ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2 เรื่อง โจทย์และอสมการ ของกลุ่มที่สอนโดยใช้เกมแตกต่างกับกลุ่มที่สอนโดยการอธิบายและแสดงเหตุผล อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และกลุ่มที่สอนโดยใช้เกมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่สอนโดย การอธิบายและแสดงเหตุผล นอกจากนี้ ภาณุจนา สุจินะพงษ์ (2539 : 45) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ศึกษาผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สอนโดยใช้ กิจกรรมการเรียนรู้นร่วมกับกิจกรรมปกติ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยม ศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้นร่วมสูงกว่าการเรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนตามปกติ ซึ่งสอดคล้อง กับงานวิจัยของสุนันท์ แสงงามมงคล (2541 : 32) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา

คณิตศาสตร์ เรื่อง ลอการิทึม โดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมของนักศึกษาระดับ ประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาที่เรียนโดยใช้ ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมสูงกว่านักศึกษาที่เรียนโดยวิธีสอนปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .01

รัตนา เจียมบุญ (2540 : 57 – 58) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติ ต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบร่วมมือประกอบการสอนแบบ TGT กับการสอนตามคู่มือครู พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบร่วมมือประกอบการสอนแบบ TGT สูงกว่านักเรียน ที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ เรียนจากการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ TGT และการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับ วิโชติ พงษ์ศิริ (2540 : 68) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติ ต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยการใช้อีกิจกรรมการเรียนแบบ คอนสตรัคติวิซึ่มด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรม การเรียนแบบคอนสตรัคติวิซึ่มด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหากับนักเรียนที่เรียนโดยการสอนตามคู่มือครูมีเจตคติต่อ การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนที่เรียนโดยใช้ กิจกรรมการเรียนแบบคอนสตรัคติวิซึ่มด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหามีเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่า นักเรียนที่เรียนโดยตามคู่มือครู

งานวิจัยต่างประเทศ

ไวท์ (White, 1974 : 1969-A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษา ความสามารถของนักเรียนเกรด 7 และ 8 ใน การเรียนคณิตศาสตร์เบื้องต้นของความน่าจะเป็น ผลการวิจัยสรุปได้ว่า นักเรียนเกรด 7 และ 8 มีความสามารถเพียงพอในการเรียน เรื่อง มโนคติเบื้องต้น ของความน่าจะเป็น และไวท์ได้เสนอให้นำเนื้อหา เรื่อง ความน่าจะเป็น เบื้องต้น บรรจุในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 7 และ 8

จากผลการวิจัยดังกล่าวเห็นได้ว่า เนื้อหาระดับสูงที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อนในระดับชั้นนั้น สามารถนำมาพัฒนาเป็นบทเรียนเพื่อสอนผู้เรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ บรูเนอร์ (Bruner) ที่ว่าครูผู้สอนสามารถสอนวิชาใด ๆ ให้กับผู้เรียนระดับใดก็ได้ แต่ต้องปรับปรุงเนื้อหาและวิธี สอนให้เหมาะสมกับสติปัญญาและตามลักษณะของวัยของผู้เรียนระดับนั้น และการจัดการเรียนการสอนที่ผู้เรียน สำคัญที่สุด ด้วยการให้นักเรียนทดลอง คิด วิเคราะห์ และใช้กิจกรรมที่เหมาะสม รวมทั้งการใช้รูปแบบการ เรียนที่แตกต่างจากการที่นักเรียนนั่งฟังครูบรรยายอย่างเดียว น่าจะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มากกว่า ซึ่งจาก ผลการวิจัยดังกล่าวมาแล้ว พบว่า การสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนแบบร่วมมือการเรียนเป็นคณะ การเล่นเกมมี ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนสูงกว่าการจัดการเรียนการสอนโดยวิธีปกติ นักเรียนที่มีความ สามารถทางการเรียนต่างกันมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกัน นอกจากนี้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อการจัด กิจกรรมการเรียน การสอนส่งผลให้ผู้เรียนชอบวิชาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การเรียนแบบร่วมมือซึ่งเป็นวิธีหนึ่งในการ เรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ทำให้ผู้เรียนมีพัฒนาการทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นกว่า การเรียนการสอนตามปกติ

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. การกำหนดกลุ่มตัวอย่างและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดกลุ่มประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนมัธยมวัดธาตุทอง เขตวัฒนา กรุงเทพมหานคร

การเลือกกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ของ โรงเรียนมัธยมวัดธาตุทอง เขตวัฒนา กรุงเทพมหานคร ที่ได้จากการอาสาสมัครเข้าเรียนชั้นละ 30 คน ผู้วิจัยใช้คะแนนจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละชั้นมาจัดเรียงคะแนนจากคะแนนสูงไปต่ำแล้วแบ่งกลุ่ม ๆ ละประมาณ 4 คน โดยวิธีจัดแบบความสามารถทางการเรียน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยเป็นเนื้อหาที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้นโดยยึดเนื้อหาตามแบบของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ (ค 012) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็น ตามหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เป็นหลัก เนื้อหาที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น ประกอบด้วยเนื้อหาต่อไปนี้

1. บทนำ
2. การทดลองสุ่มและเหตุการณ์
3. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ผู้วิจัยใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

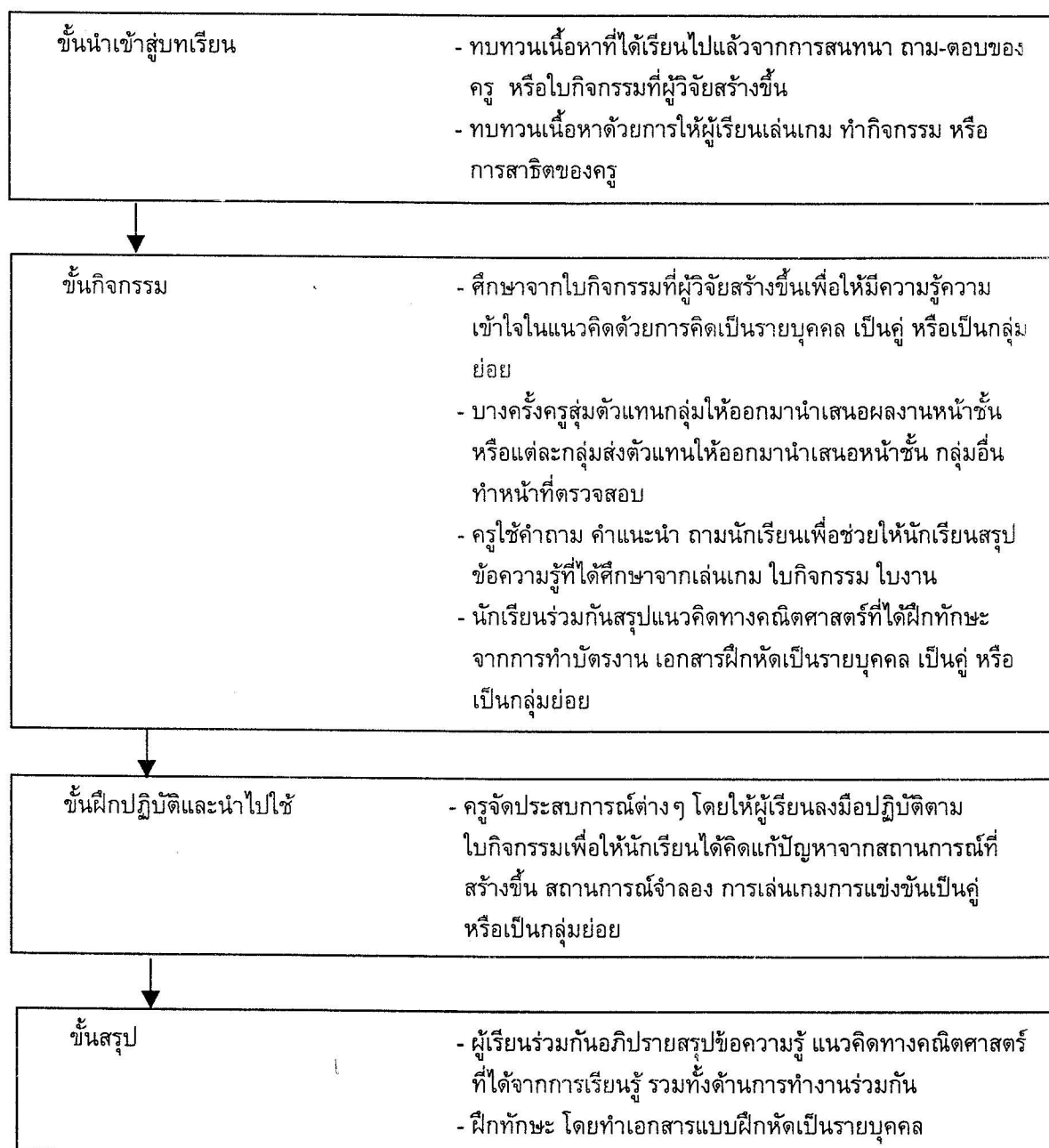
1. บทเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยในบทเรียนแต่ละเรื่องได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุดให้สอดคล้องกับเนื้อหา ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น
2. คู่มือครู สำหรับใช้ประกอบการสอน เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นแบบทดสอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ

ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

สร้างบทเรียนและคู่มือครูตามลำดับขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาบทเรียนและคู่มือครู เรื่อง ความน่าจะเป็น เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างบทเรียนและคู่มือครู จากเอกสารและหนังสือต่อไปนี้
 - 1.1 แบบเรียนและคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2536)
 - 1.2 คู่มือดำเนินการอบรมครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2542 : 6-1 ถึง 6-25)
 - 1.3 Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics (NCTM. 1989 : 109 -111)
 - 1.4 Professional Standards for Teaching Mathematics (NCTM. 1991 : 40-42)
 - 1.5 Principles and Standards for School Mathematics (NCTM. 1998)
 - 1.6 Exploring Mathematics Grade 7 (Scott Foresman. 1996 : 418A-449)
 - 1.7 Exploring Mathematics Grade 8 (Scott Foresman. 1996 : 506A-539)
 - 1.8 Addison-Wesley Mathematics Grade 7 (Addison-Wesley. 1995 : 340A-365)
2. สร้างบทเรียนที่ประกอบด้วยเนื้อหาและกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด และคู่มือครู ตามลำดับขั้นตอนดังนี้
 - 2.1 เขียนบทเรียน เกี่ยวกับเนื้อหา เรื่อง ความน่าจะเป็น ซึ่งประกอบด้วย บทนำ การทดลอง สุ่มและเหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เพื่อใช้สอนในเวลา 10 คาบๆ ละ 50 นาที ด้วยบทเรียนประกอบด้วย หน่วยการเรียนรู้ย่อย ซึ่งได้จัด อธิบายเนื้อหาให้เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน เรียงลำดับขั้นจากง่ายไปยาก และมีเนื้อหาสอดคล้องกับเนื้อหา เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่เป็นวิชาเลือกเสรี รายวิชา ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (สสวท. 2543 : 177) ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนโดยสรุปเป็นแผนภูมิแสดงลำดับขั้นตอนการนำเสนอบทเรียนในการจัดการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด สำหรับใช้ในการวิจัยดังนี้

**แผนภูมิแสดงลำดับขั้นตอนการนำเสนอบทเรียน
ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด**



2.2 กำหนดจุดประสงค์ โดยมีจุดประสงค์ของการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น เพื่อให้ผู้เรียนสามารถ

1. เขียนผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม
2. เขียนเหตุการณ์ที่กำหนดให้
3. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดจากการทดลองสุ่มโดยที่ผลแต่ละตัวจากการทดลองสุ่มมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน

2.3 จัดทำคู่มือครู โดยจัดทำเป็นแผนการสอนของแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ประกอบด้วย ชื่อหน่วยการเรียนรู้ เวลาที่ใช้สาระสำคัญของเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนการสอน สื่อการเรียนการสอน การวัดผลและประเมินผล เอกสารเพิ่มเติมสำหรับครู ซึ่งประกอบด้วยเนื้อหา 3 หน่วยการเรียนรู้ มีจำนวน 10 แผนการสอน ซึ่งแต่ละแผนการสอนใช้เวลา 50 นาที หรือ 1 คาบ ได้แก่

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 บทนำ คือ แผนการสอนที่ 1-2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ คือ แผนการสอนที่ 3-6

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ คือ แผนการสอนที่ 7-10

2.4 นำบทเรียนและคู่มือครูที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น ไปให้คณะกรรมการควบคุมปฏิญาณนิพนธ์ ผู้ทรงคุณวุฒิด้านคณิตศาสตร์ 3 ท่านและครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ (ค 012) 1 ท่านตรวจเพื่อพิจารณาความเหมาะสมในด้านความตรงตามจุดประสงค์ ความเที่ยงตรงต่อเนื้อหา กิจกรรมและความเหมาะสมของภาษา แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง

2.5 นำบทเรียนและคู่มือครูไปปรับปรุงแก้ไขตามความคิดเห็นของคณะกรรมการควบคุมปฏิญาณนิพนธ์ และผู้ทรงคุณวุฒิในข้อที่ 2.4 จากนั้นนำไปเขียนรายละเอียดของหน่วยการเรียนรู้และรวบรวมเป็นบทเรียนที่สมบูรณ์พร้อมที่จะนำไปทดลองสอนกลุ่มตัวอย่าง

3. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น มีลักษณะและขั้นตอนการสร้างดังนี้

3.1 ลักษณะของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นข้อสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ

3.2 ขั้นตอนในการเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น มีดังนี้

3.2.1 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น จำนวน 30 ข้อ โดยให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

3.2.2 นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปฏิญาณนิพนธ์ และผู้ทรงคุณวุฒิ และอาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์ของโรงเรียนมัธยมวัดธาตุทอง 1 ท่านตรวจพิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อมีความเที่ยงตรงต่อเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่ โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ (Content Validity) จากการหาค่า IOC ถ้าดัชนีที่คำนวณได้มากกว่าหรือเท่ากับ 0.5 แสดงว่าข้อสอบวัดเป็นตัวแทนจุดประสงค์นั้น ส่วนข้อที่ได้ค่าดัชนีน้อยกว่า 0.5 นำมาปรับปรุงแก้ไข

3.2.3 นำแบบทดสอบที่ผ่านการพิจารณาจากคณะกรรมการควบคุมปฏิญาณนิพนธ์ ผู้ทรงคุณวุฒิ และอาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์ของโรงเรียนมัธยมวัดธาตุทองแล้ว ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนมัธยมวัดธาตุทอง จำนวน 50 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มทดลองและเคยเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็นมาแล้ว

3.2.4 วิเคราะห์แบบทดสอบ โดยนำแบบทดสอบที่ได้จากการทดสอบในข้อ 3.2.3 มาตรวจให้คะแนน ข้อที่เลือกตอบถูกให้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิด หรือไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1 ตัวเลือก ให้ 0 คะแนน จากนั้นวิเคราะห์แบบทดสอบเพื่อหาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) คัดเลือกข้อที่มีค่าความยากง่ายระหว่าง 0.2–0.8 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป จำนวน 20 ข้อ ไว้ใช้และนำมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตร KR-20 พบว่า ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบมีค่าเท่ากับ 0.69

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยสอนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้บทเรียนและคู่มือครูที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น ใช้เวลาทั้งสัปดาห์ละ 10 คาบ ๆ ละ 50 นาที เป็นเวลาติดต่อกัน 5 วัน
2. ภายหลังการทดลองผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น ชนิดข้อสอบปรนัย 20 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยได้คัดเลือกและปรับปรุงแล้ว ใช้เวลาทดสอบ 1 ชั่วโมง
3. วิเคราะห์ผลการทดสอบ โดยการตรวจให้คะแนนทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ข้อที่เลือกตอบ ถูกต้องให้ 1 คะแนน ข้อที่เลือกตอบผิดหรือไม่ตอบหรือตอบมากกว่า 1 คำตอบในแต่ละข้อให้ 0 คะแนน เพื่อนำคะแนนที่ได้ไปทำการวิเคราะห์ต่อไป

การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
2. ทำการทดสอบสมมุติฐานที่ว่า จำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับสัดส่วนของประชากรด้วยการทดสอบ Z (Z-Test)
3. ทำการทดสอบสมมุติฐานที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 มีความสามารถทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ไม่แตกต่างกัน โดยดำเนินการตามลำดับดังนี้
 - 3.1 ทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอर्स (Lilliefors Test)
 - 3.2 ถ้าคะแนนจากข้อ 3.1 มีการแจกแจงปกติ เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 โดยใช้การทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยประชากรด้วยการทดสอบ Z ถ้าคะแนนจากข้อ 3.1 ไม่มีการแจกแจงปกติ จะเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 โดยใช้การทดสอบแมน-วิทนี (Mann-Whitney Test)
4. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล
 - 4.1 ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 - 4.2 ค่าสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อสอบ ได้แก่ IOC, KR-20, ค่า P และค่า R
 - 4.3 การทดสอบสมมุติฐาน ได้แก่
 - 4.3.1 ทดสอบสัดส่วนประชากร 1 กลุ่ม โดยใช้การทดสอบ Z
 - 4.3.2 ทดสอบภาวะการแจกแจงปกติ โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอर्स
 - 4.3.3 ทดสอบผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรโดยใช้การทดสอบ Z หรือการทดสอบแมน-วิทนี

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลตามความมุ่งหมายของการวิจัยและสมมุติฐานของการวิจัย ผู้วิจัยได้เสนอผลการวิเคราะห์ตามลำดับดังนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2
2. การทดสอบความสามารถในการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์
3. การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 โดยใช้การทดสอบลิลล์ฟอร์ส
4. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 โดยใช้การทดสอบแมน – วิทนี

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ข้อมูลที่น่ามาวิเคราะห์ ได้แก่ คะแนนที่ได้จากการทดสอบกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 30 คน และกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 30 คน ซึ่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบ จำนวน 20 ข้อ ได้ดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลดังต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ปรากฏดังตาราง 1

ตาราง 1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนน เต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละ ของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยง เบนมาตรฐาน ฐาน (s)
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	30	20	10.9	54.5	2.34
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	30	20	12.17	60.85	2.65

จากตาราง 1 จะเห็นได้ว่า

- 1.1 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 30 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 10.9 คิดเป็นร้อยละ 54.5 ของคะแนนเต็ม และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 2.34

1.2 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 30 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 12.17 เป็นร้อยละ 60.85 ของคะแนนเต็ม และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 2.65

2. การทดสอบความสามารถในการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์ ปรากฏดังตาราง 2

ตาราง 2 การทดสอบความสามารถในการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่ผ่าน เกณฑ์	ค่าสถิติ z
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	30	22(73.33%)	2.56**
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	30	26(86.67%)	4.02**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 2 จะเห็นได้ว่า

2.1 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม หรือ ตั้งแต่ 10 คะแนนขึ้นไปจาก 20 คะแนน มีจำนวน 22 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 73.33 และจากการทดสอบสมมุติฐาน พบว่า จำนวนนักเรียนที่สอบผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อ 1

2.2 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม หรือ ตั้งแต่ 10 คะแนนขึ้นไปจาก 20 คะแนน มีจำนวน 26 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 86.67 และจากการทดสอบสมมุติฐาน พบว่า จำนวนนักเรียนที่สอบผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อ 2

3. การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอรัส (Lilliefors test) ปรากฏดังตาราง 3

ตาราง 3 การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอรัส

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	ค่าสถิติ (T)	ค่าวิกฤต	P-value
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	30	.181*	.161	.013*
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	30	.124	.161	.200

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง 3 จะเห็นได้ว่า คะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ไม่มีการแจกแจงปกติ แต่คะแนนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีการแจกแจงปกติ

4. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2

เนื่องจากคะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ไม่มีการแจกแจงปกติ แต่คะแนนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีการแจกแจงปกติ จึงใช้การทดสอบแมน – วิทนี (Mann – Whithney test) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ปรากฏดังตาราง 4

ตาราง 4 ผลเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 โดยใช้การทดสอบแมน – วิทนี

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	ค่าสถิติ (z)	ค่าวิกฤติ	P-value
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	30	-2.011*	±1.96	.044*
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	30			

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง 4 จะเห็นได้ว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมุติฐานข้อ 3 และจากตาราง 1 จะเห็นได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 10.9 ซึ่งน้อยกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 12.17

บทที่ 5

สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

สังเขปความมุ่งหมาย สมมุติฐาน และวิธีการศึกษาค้นคว้า

ความมุ่งหมาย

1. เพื่อศึกษาว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สามารถเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ตามบทเรียนที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด ได้หรือไม่
2. เพื่อเปรียบเทียบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ตามบทเรียนที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แตกต่างกันหรือไม่

สมมุติฐานของการวิจัย

1. จำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
2. จำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ไม่แตกต่างกัน

วิธีดำเนินการวิจัย

1. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ของ โรงเรียนมัธยมวัดธาตุทอง เขตวัฒนา กรุงเทพมหานคร ที่ได้จากการอาสาสมัครเข้าเรียนชั้นละ 30 คน ผู้วิจัยใช้คะแนนจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละชั้นมาจัดเรียงคะแนนสูงไปต่ำแล้วแบ่งกลุ่ม ๆ ละประมาณ 4 คน โดยวิธีจัดแบบลดความสามารถทางการเรียน
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
 - 2.1 บทเรียนและคู่มือครู เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น
 - 2.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นข้อสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ
3. วิธีดำเนินการทดลอง
 - 3.1 นำบทเรียนและคู่มือครู เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น ไปสอนกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนและมีผู้ช่วยควบคุมในการทำกิจกรรมของนักเรียน 1 คน ใช้เวลาในการสอนแต่ละชั้นจำนวน 10 คาบ ๆ ละ 50 นาที

3.2 ผู้วิจัยสอนกลุ่มตัวอย่างครบตามเนื้อหาที่กำหนด แล้วทำการทดสอบกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มพร้อมกันด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ซึ่งแบบทดสอบมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.69 แบบทดสอบเป็นข้อสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 50 นาที หลังจากนั้นนำคะแนนไปวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป

สรุปผลการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนี้สำคัญ .01 ดังนั้นสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถเพียงพอทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ .05 ดังนั้นสรุปได้ว่า นักเรียนทั้งสองระดับชั้นนี้มีความสามารถทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น แตกต่างกัน โดยนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สูงกว่า

อภิปรายผล

ผลการวิจัยปรากฏว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถเพียงพอทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก
 - 1.1 บทเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้นมีเนื้อหาเรียงลำดับจากเนื้อหาง่ายไปหาเนื้อหายาก และผู้วิจัยใช้ภาษาที่เข้าใจง่ายรวมทั้ง เรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นเรื่องที่ไม่ต้องใช้ความรู้พื้นฐานมากนัก ซึ่งนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 มีความรู้พื้นฐานเพียงพอที่จะเรียนรู้และเข้าใจได้พร้อม ๆ กัน
 - 1.2 วิธีการเรียนการสอนโดยยึดหลักการจัดกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง อภิปรายและสรุปผล มีการใช้สื่อ อุปกรณ์การเรียนการสอนที่เป็นรูปธรรมง่ายต่อการทำความเข้าใจเนื้อหาที่เรียน ซึ่งเป็นการจัดการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด โดยจัดกิจกรรมในหลายรูปแบบและสอดคล้องกับการสอนแต่ละชั้น คือ ชี้นำเข้าสู่บทเรียน ช้สอน และขั้นสรุป ได้แก่
 - 1.2.1 ชี้นำเข้าสู่บทเรียน ใช้วิธีเรียนเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้น โดยใช้การบรรยาย สาธิต หรือทดลอง ผู้วิจัยนำเสนอเนื้อหาที่จะเรียน โดยใช้คำถามกระตุ้น ท้าทาย หรือสนทนาให้ผู้เรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น อยากทำความเข้าใจปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนด และทบทวนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน มีการใช้สื่อ อุปกรณ์ ของจริงที่เร้าความสนใจให้ผู้เรียนเกิดความกระตือรือร้นที่จะเรียน มีการใช้แผ่นโปสเตอร์ประกอบเพื่อความสะดวกในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและเป็นการประหยัดเวลา ทำให้ผู้เรียนมีเวลาในการปฏิบัติกิจกรรมมากขึ้น

1.2.2 ขั้นสอน ใช้วิธีเรียนเป็นรายบุคคล เป็นคู่ หรือเป็นกลุ่มย่อย ผู้วิจัยมอบหมายงานให้ผู้เรียนปฏิบัติตามใบงาน ใบกิจกรรม เพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีประสบการณ์ในการฝึกคิด วิเคราะห์ ศึกษาวิธีการเรียนรู้ และการค้นพบความรู้ด้วยตนเองหรือจากกลุ่มเพื่อน มีการร่วมมือกันทำงานและอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน ช่วยเหลือกันในการแก้ปัญหาภายในกลุ่มทำให้การปฏิบัติกิจกรรมนั้นเกิดผลสำเร็จ นอกจากนี้การจัดกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม มีการโต้แย้ง แสดงความคิดเห็น ตรวจสอบแนวคิด เรียนรู้แนวคิดที่หลากหลายจากเพื่อน และบูรณาการแนวคิดที่หลากหลายเข้าด้วยกันทำให้ได้แนวคิดที่สมบูรณ์มีประสิทธิภาพมากขึ้น ซึ่งมีส่วนส่งเสริมให้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนบางคนหมดไป เพราะการที่ผู้เรียนอภิปรายร่วมกัน ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้ที่ถูกต้อง ชัดเจน และแก้ไขความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของตนเอง ในขณะที่ผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมครูเป็นเพียงผู้คอยให้ความช่วยเหลือคำแนะนำ อาทิ การใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้ผู้เรียนเกิดแนวคิด การอภิปรายร่วมกัน และเป็นกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่มีประสิทธิภาพ ส่งผลทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจและมีความคิดรวบยอดเรื่องที่เรียน

1.2.3 ขั้นสรุป ผู้วิจัยและผู้เรียนช่วยกันสรุปประเด็นเนื้อหาในแต่ละคาบเรียน เพื่อเป็นการสร้างความเข้าใจร่วมกันระหว่างครูกับผู้เรียนให้มีความเข้าใจตรงกัน ให้แบบฝึกหัดเสริมเป็นรายบุคคล เป็นคู่ หรือเป็นกลุ่มย่อยในช่วงเวลาที่เหลือหรือเป็นการบ้านเพื่อเป็นการฝึกทักษะ ทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจเนื้อหาที่เรียนกระจ่างชัดเจนยิ่งขึ้น และมีมโนคติในเนื้อหาที่เรียนแต่ละคาบอย่างถูกต้อง ตลอดจนสามารถนำความรู้ความเข้าใจไปประยุกต์ได้ นอกจากนี้ยังเป็นการตรวจสอบว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนมากน้อยเพียงใด และนำผลที่ได้ไปปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในคาบถัดไปให้มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น

1.3 การวัดผลและประเมินผล ผู้วิจัยใช้วิธีการประเมินที่หลากหลาย ประเมินจากการเขียนแสดงวิธีหาคำตอบของปัญหา การนำเสนอด้วยวาจา การสังเกตการอภิปรายจากการทำงานเป็นรายบุคคล เป็นคู่ หรือเป็นกลุ่มย่อย และการนำเสนอหน้าชั้นเรียน ซึ่งเป็นกิจกรรมระหว่างเรียนและกิจกรรมหลังเรียน และส่งผลให้ผู้เรียนเตรียมตัวพร้อมอยู่เสมอทั้งในด้านการเรียนและการทดสอบ

1.4 ผู้วิจัยใช้เวลาในการทดลองสอน 10 คาบ ๆ ละ 50 นาที ซึ่งเพียงพอและเหมาะสมสำหรับเนื้อหาที่ใช้สอนผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ซึ่งผู้เรียนส่วนใหญ่มีความพร้อมพอที่จะเรียน เรื่องความน่าจะเป็นได้ นอกจากนี้ช่วงเวลาที่ผู้วิจัยทำการทดลองสอนกลุ่มตัวอย่างเป็นเวลาปิดเทอมปลายซึ่งกลุ่มตัวอย่างเพิ่งจะผ่านการเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่หลากหลาย ให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ศึกษาค้นคว้าหาความรู้ร่วมกันจากสถานการณ์ที่กำหนด มีการช่วยเหลือกัน แสดงความคิดเห็น อภิปรายและแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน ซึ่งผลจากการทำกิจกรรมนี้ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ ครุมีบทบาทสำคัญในการเตรียมบทเรียน และอำนวยความสะดวก ให้คำแนะนำเท่าที่จำเป็น ซึ่งสอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ที่เกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2542 : 13) และสอดคล้องกับผลงานวิจัยที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง อาทิ งานวิจัยของ จารุวรรณ ยังรักษา (2542 : 83) ที่ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบคอนสตรัคติวิซึมเป็นกลุ่ม กับเป็นรายบุคคล และการสอนตามคู่มือครู สดาร์ตัน ไผ่พงสาวงค์ (2543 : 84) ที่พัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ใช้การจัดการเรียนการสอนแบบ CIPPA MODEL เรื่อง เส้นขนานและความคล้าย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จรรยา ภูอุดม (2544 : 110) ที่พัฒนารูปแบบ

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ และปรีชา เนาว์เย็นผล(2544 : 120) กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เป็นต้น

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 มีความสามารถทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น แตกต่างกัน ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

2.1 ทางด้านเนื้อหา เรื่อง ความน่าจะเป็น ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนควรมี อาทิ เรื่อง อัตราส่วน เศษส่วน และจำนวน เป็นต้น จากการวิเคราะห์เนื้อหาพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรียนเรื่องดังกล่าวน้อยกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทำให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวุฒิภาวะทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2.2 ทางด้านการสื่อสาร และการสื่อความหมาย จากการทดลองสอนพบว่า ในการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ยังมีปัญหาเกี่ยวกับการอ่าน กล่าวคือ นักเรียนขาดทักษะในการอ่านความสามารถในการอ่าน ทำความเข้าใจปัญหาหรือคำสั่งมีน้อย ครูต้องให้ความช่วยเหลือดูแลเอาใจใส่อย่างใกล้ชิด โดยใช้วิธีการกระตุ้นเพื่อแนะแนวทางให้ผู้เรียนคิด อภิปรายกัน ซึ่งส่งผลทำให้การปฏิบัติกิจกรรมตามใบงานและใบกิจกรรมต้องใช้เวลามาก นอกจากนี้จากการสังเกตการทำแบบฝึกหัดเสริมด้านการใช้ภาษา ผู้เรียนส่วนใหญ่เขียนหนังสือไม่ถูกต้องและไม่สามารถเขียนข้อความเพื่อสื่อความหมายในสิ่งที่ต้องการได้อย่างถูกต้อง ทำให้เมื่อผู้เรียนต้องการเขียนอภิปรายเหตุผลในคำตอบของตัวเองหรือของกลุ่ม ผู้เรียนไม่รู้ว่าเขียนอย่างไร ซึ่งแตกต่างกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สามารถปฏิบัติกิจกรรมได้คล่องตัวกว่ากันและทันตามเวลาที่กำหนด อาจเป็นเพราะว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวุฒิภาวะและประสบการณ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า

จากการทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการจากการศึกษาค้นคว้า ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. กิจกรรมการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนคิดและลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองในระยะแรกผู้เรียนยังไม่คุ้นเคยกับการปฏิบัติกิจกรรม กระบวนการกลุ่มหรือทักษะการทำงานกลุ่ม ความสามารถในการอ่านและทำความเข้าใจปัญหาของผู้เรียนมีน้อย กล่าวคือผู้เรียนอ่านโจทย์ หรือคำสั่งไม่เข้าใจ ผู้เรียนจะรับถามโดยไม่พยายามคิดหรือปรึกษาหารือกันภายในกลุ่มก่อน ผู้วิจัยต้องคอยกระตุ้นให้ผู้เรียนช่วยกันคิด ช่วยกันทำ หลังจากนั้นผู้เรียนก็จะเริ่มเข้าใจถึงวิธีการเรียนแบบนี้ ผู้เรียนเริ่มแบ่งงานกันทำอย่างทั่วถึง แสดงความคิดเห็นและอภิปรายร่วมกันในกลุ่มย่อยเพื่อหาข้อสรุปให้ได้

2. การปฏิบัติกิจกรรมของแต่ละกลุ่ม มีการจัดกลุ่มแบบละความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนแต่ละคนได้แสดงแนวคิด ช่วยเหลือและสนับสนุนซึ่งกันและกันผลการวิจัยพบว่า กลุ่มผู้เรียนส่วนใหญ่สามารถหาข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง แต่ในการนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนยังพบข้อบกพร่องในเรื่องการใช้ภาษา มีบางกลุ่มที่ได้ข้อสรุปไม่ถูกต้องครบถ้วน เมื่อมีการร่วมกันอภิปรายในชั้นเรียนโดยครูช่วยเพิ่มเติม ผู้เรียนก็จะเข้าใจและยอมรับข้อสรุปที่ถูกต้อง

3. กิจกรรมการเรียนการสอนประกอบด้วยสื่อ อุปกรณ์ ของจริง ทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ ไม่เบื่อหน่าย มีความตื่นตัวที่อยากจะร่วมกิจกรรมและมีการส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนให้ผู้เรียนแสดงความสามารถของตนเองได้เต็มศักยภาพ และส่งเสริมการเรียนรู้ที่จะทำงานร่วมกันระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียน ทำให้การเรียนประสบผลสำเร็จ

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

1. ควรนำรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ไปทดลองใช้กับเนื้อหาหรือรายวิชาคณิตศาสตร์อื่น ๆ เพื่อศึกษาถึงความเป็นไปได้และผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นว่ามีความแตกต่างจากผลการวิจัยครั้งนี้หรือไม่ อย่างไร
2. ควรนำรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ไปทดลองใช้เพื่อศึกษาถึงผลของรูปแบบที่มีต่อตัวแปรอื่น ๆ ที่มีความสำคัญต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน อาทิความสามารถในด้านการแก้ปัญหา ด้านการให้เหตุผล ด้านการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอและด้านการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ
3. ควรนำรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีอิสระในการเลือกกลุ่มเรียนตามความสมัครใจ เพื่อศึกษาดูผลการทดลองจะเป็นอย่างไร
4. ควรนำรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ศึกษาถึงประเด็นต่าง ๆ อาทิ เจตคติต่อวิธีสอน ความคงทนในการเรียนรู้ เป็นต้น
5. ควรนำรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ไปทดลองสอนในระหว่างปีของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 เพื่อดูว่าผลการวิจัยจะแตกต่างกันหรือไม่

ข้อเสนอแนะเพื่อการเรียนการสอน

1. จากผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ในกลุ่มตัวอย่างส่วนใหญ่มีความสามารถเพียงพอในการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ดังนั้น ผลการวิจัยนี้น่าจะเป็นแนวทางให้ผู้จัดทำหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พิจารณาเลือกเนื้อหา เรื่อง ความน่าจะเป็น นำมาบรรจุในรายวิชาบังคับของหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งสอดคล้องกับ NCTM (The National Council of Teachers of Mathematics) ซึ่งบรรจุเรื่องดังกล่าวในระดับประถมศึกษา และ DEEE (Department for Education and Employment) ซึ่งบรรจุเรื่องดังกล่าวไว้ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น
2. การจัดการเรียนการสอน เรื่อง ความน่าจะเป็น ครูควรส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง ให้มากที่สุด โดยให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติจริงด้วยตนเอง ควรมุ่งที่จะให้ผู้เรียนทุกคนเกิดความสามารถที่จะวิเคราะห์ คิดค้นทดลอง และค้นพบด้วยตนเอง จนสามารถหาข้อสรุป และเกิดวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปใช้ได้ ครูควรมีบทบาทเป็นเพียงผู้แนะนำ สนับสนุน และอำนวยความสะดวกให้ผู้เรียนบรรลุจุดมุ่งหมายได้อย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด

3. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ หรือการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง มุ่งให้ผู้เรียนได้ทำกิจกรรมด้วยตนเอง ซึ่งครูจะต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล สภาพความพร้อมทางร่างกาย จิตใจ อารมณ์ สังคม สติปัญญา ตลอดจนพื้นฐานหรือประสบการณ์เดิมของผู้เรียนแต่ละคน

4. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ครูจำเป็นต้องมีการเตรียมล่วงหน้า อาทิ การเตรียมบทเรียน ควรศึกษาเนื้อหาที่ใช้สอนให้ละเอียดโดยมีการกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ วางแผนกิจกรรมการเรียนการสอน กำหนดเวลาให้ผู้เรียนใช้ศึกษาหาความรู้และรวบรวมข้อมูล ตลอดจนต้องจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ ข้อเสนอแนะต่าง ๆ ไว้ล่วงหน้า แล้วนำมาจัดเตรียมไว้ในห้องเรียนให้เป็นหมวดหมู่สะดวกในการค้นหาและเพียงพอกับจำนวนผู้เรียน เพื่อความคล่องตัวในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กาญจนา สุจินะพงษ์. (2539). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู่วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ร่วม. ปรินุญานินพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, ถ่ายเอกสาร.
- จารุวรรณ ยิ่งรักษา. (2542). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู่วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบค้นพบโดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิซึ่มเป็นกลุ่มกับเป็นรายบุคคล และการสอนตามคู่มือครู. ปรินุญานินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, ถ่ายเอกสาร.
- จรรยา ภูอุดม. (2544). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้. ปรินุญานินพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, ถ่ายเอกสาร.
- ทีศนา แคมมณี. (2542). "การจัดการเรียนการสอนโดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง," วารสารวิชาการ. 2(5) : 26.
- _____. (2543). "การจัดการเรียนการสอนโดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง : โมเดลชิปป่า," ในประมวลบทความนวัตกรรมเพื่อการเรียนรู้สำหรับครูยุคปฏิรูปการศึกษา. พิมพ์นธ์ เดชะคุปต์ และคณะ. หน้า 1-22. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินุญานินพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, ถ่ายเอกสาร.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2543,กรกฎาคม-กันยายน). "พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 กับการสอนคณิตศาสตร์," วารสาร สสวท. 28(110) : 24-31.
- รัตนา เจียมบุญ. (2540). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยกิจกรรมการเรียนการสอนแบบร่วมมือประกอบการสอนแบบ TEAMS-GAMES-TOURNAMENTS กับการสอนตามคู่มือครู. ปรินุญานินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, ถ่ายเอกสาร.
- รัตนา ตรีกลาง. (2537). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยการเรียนรู้เป็นคณะและการเรียนรู้เป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้น. วิทยานินพนธ์ ศป.ม. (ศึกษาศาสตร์-การสอน). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, ถ่ายเอกสาร.
- ศิริชัย กาญจนวาสี. (2543). "การเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง," ในการประชุมปฏิบัติการนวัตกรรมการเรียนรู้สำหรับครูยุคใหม่ ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สามัญศึกษา, กรม. (2540). การจัดประสบการณ์เรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง. กรุงเทพฯ : หน่วยศึกษานิเทศก์. กรมสามัญศึกษา.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2543). คู่มือครู วิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2543). *ปฏิรูปการเรียนรู้ ผู้เรียนสำคัญที่สุด*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว,
- สุดารัตน์ ไข่ผงสว่างค์. (2543). *การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ใช้การจัดการเรียนการสอนแบบ CIPPA MODEL เรื่อง เส้นขนานและความคล้าย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, ถ่ายเอกสาร.
- สุนันท์ แสงงามมงคล. (2541). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลอการิทึม โดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, ถ่ายเอกสาร.
- สุพจน์ ไชยสังข์. (2519). *การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น แก่นักศึกษาชั้น ป.กศ. สูง เอกคณิตศาสตร์ โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนแบบปกติ*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, ถ่ายเอกสาร.
- สุพร เข้มเฮง. (2539, ตุลาคม-ธันวาคม) "ผลสัมฤทธิ์วิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยเมื่อเปรียบเทียบกับนานาชาติ," *วารสาร สสวท.* 42(99) : 28-30
- สุเทพ ทองอยู่. (2517). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, ถ่ายเอกสาร.
- วรวงศ์ สังข์วรรณ. (2537). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง โจทย์สมการและอสมการ ซึ่งสอนโดยใช้เกมและสอนโดยการอธิบายและแสดงเหตุผล*. วิทยานิพนธ์ ศป.ม. (ศึกษาศาสตร์-การสอน). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, ถ่ายเอกสาร
- วิชาการ, กรม. (2539). *การสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว,
- วิโชติ พงษ์ศิริ. (2540). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิซิมด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, ถ่ายเอกสาร
- วิทยากร เชียงกุล. (2541). *รายงานสภาวะการศึกษาไทย ปี 2540*. กรุงเทพฯ : สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ.
- วัฒนาพร ระบุทุกข์. (2541). *การจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง*. กรุงเทพฯ : บริษัท ดันอ้อ 1999 จำกัด, 2541
- _____. (2542). *แผนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง*. กรุงเทพฯ : บริษัท แอลที เพรส จำกัด.
- อรัญญ์ มูลคำ, และคนอื่นๆ. (2542). *CHILD CENTRED : STORYLINE METHOD : การบูรณาการหลักสูตรและการเรียนการสอนโดยเน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง*. กรุงเทพฯ : ที.พี.พรินท์ จำกัด.
- Department for Education and Employment. (2000, March). UNITED KINGDOM.
<http://www.dfes.gov.uk>.

- Japan Society of Mathematical Education. (2000). *Mathematics Program in Japan*. Tokyo : Japan Society of Mathematical Education.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston Virginia : National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston Virginia : National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston Virginia : National Council of Teachers of Mathematics.
- White, Charles William. (1974, October). "A Study of the Ability of Seventh and Eighth Grade Student to Learn Basic Concepts of Probability and the Relationship between Achievement in Probability and Selected Factors," *Dissertation Abstracts International*. 35 (4) : 1969 – A.
- Yanase, Osama. (2000, July). "Good Lesson, Bad Lesson," in *Mathematics Education in Japan*. p. 38-41. Tokyo : Japan Society of Mathematical Education.
- Lee, Hwa Kyeong. (1999, May-June). "A Study on The Didactic Transposition of The Concept of Probability," in *8 Southeast Asian Conference on Mathematics Education*. Manila : Manila University.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- แสดงผลการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยผู้เชี่ยวชาญ
- ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น
- การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากรนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งใช้ตัวสถิติ Z ทดสอบ (Z-test for Population Proportion)
- การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอर्स (Lilliefors Test)
- แสดงผลเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 โดยใช้ค่าสถิติ z ของแมน – วิทนี

การประเมินแบบวัดความรู้พื้นฐาน เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยผู้เชี่ยวชาญ วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา

ผู้วิจัยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์ (IOC) ตามวิธีของโรวิเนลลี และ แฮมบลิตัน (บุญเชิด ภิญญอนันต์พงษ์. 2527 : 68-70 ; อ้างอิงมาจาก Hambleton et al. 1978 : 37) ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

1. นำแบบทดสอบและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน พิจารณาข้อสอบแต่ละข้อว่าตรงตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องการหรือไม่ โดยกำหนดคะแนนความคิดเห็นดังนี้
 - +1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นวัดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของข้อนั้น
 - 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นวัดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของข้อนั้น
 - 1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบข้อนั้นไม่วัดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของข้อนั้น
2. คำนวณค่า IOC เป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC มากกว่าหรือเท่ากับ 0.5 ส่วนข้อที่ต่ำกว่า 0.5 จะต้องนำมาปรับปรุงแก้ไขใหม่

สูตรการคำนวณ IOC

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

$\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

IOC คือ ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์

ตาราง 1 แสดงผลการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยผู้เชี่ยวชาญ

ข้อสอบ ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่าเฉลี่ย	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	1	1	1	3	1	ใช้ได้
2	1	1	1	3	1	ใช้ได้
3	1	1	1	3	1	ใช้ได้
4	1	0	1	2	0.67	ใช้ได้
5	1	1	1	3	1	ใช้ได้
6	1	1	1	3	1	ใช้ได้
7	1	1	1	3	1	ใช้ได้
8	1	1	1	3	1	ใช้ได้
9	1	1	1	3	1	ใช้ได้
10	1	1	1	3	1	ใช้ได้
11	1	1	1	3	1	ใช้ได้
12	1	1	1	3	1	ใช้ได้
13	1	1	1	3	1	ใช้ได้
14	1	1	1	3	1	ใช้ได้
15	1	1	1	3	1	ใช้ได้
16	1	1	1	3	1	ใช้ได้
17	1	1	1	3	1	ใช้ได้
18	1	1	1	3	1	ใช้ได้
19	1	1	1	3	1	ใช้ได้
20	1	1	1	3	1	ใช้ได้
21	1	1	1	3	1	ใช้ได้
22	1	1	1	3	1	ใช้ได้
23	1	1	1	3	1	ใช้ได้
24	1	1	1	3	1	ใช้ได้
25	1	1	1	3	1	ใช้ได้
26	1	1	1	3	1	ใช้ได้
27	1	1	1	3	1	ใช้ได้
28	1	1	1	3	1	ใช้ได้
29	1	1	1	3	1	ใช้ได้
30	1	1	1	3	1	ใช้ได้

สรุปผลการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ข้อสอบแต่ละข้อมี
ค่าดัชนีความสอดคล้องกับจุดประสงค์

ตาราง 2 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง
ความน่าจะเป็น

ข้อที่	p	r
1	.615	.308
2	.500	.538
3	.615	.308
4	.731	.538
5	.423	.538
6	.654	.538
7	.769	.308
8	.577	.385
9	.538	.462
10	.269	.385
11	.269	.231
12	.269	.231
13	.423	.385
14	.538	.308
15	.538	.615
16	.308	.308
17	.385	.308
18	.308	.308
19	.231	.308
20	.423	.231

ตาราง 3 ค่า p และค่า q และ Σpq ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น

ข้อที่	p	q	pq
1	.615	.385	.236775
2	.500	.500	.250000
3	.615	.385	.236775
4	.731	.269	.196639
5	.423	.577	.244071
6	.654	.346	.226284
7	.769	.231	.177639
8	.577	.423	.244071
9	.538	.462	.248556
10	.269	.731	.196639
11	.269	.731	.196639
12	.269	.731	.062139
13	.423	.577	.244071
14	.538	.462	.248556
15	.538	.462	.248556
16	.308	.692	.213136
17	.385	.615	.236775
18	.308	.692	.213136
19	.231	.769	.177639
20	.423	.577	.244071
			$\Sigma pq = 4.342167$

ตาราง 4 การคำนวณหาความเชื่อมั่นในการวัดของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง
ความน่าจะเป็น

x	f	fx	x ²	fx ²
20	2	40	400	800
19	2	38	361	722
18	3	54	324	972
17	2	34	289	578
16	4	64	256	1024
15	3	45	225	675
14	1	14	196	196
13	5	65	169	845
12	2	24	144	288
11	9	99	121	1089
10	6	60	100	600
9	9	81	81	729
8	1	8	64	64
7	1	7	49	49
Σf = 50		Σ fx = 633	Σ fx ² = 8631	

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{\frac{n \sum fx^2 - (\sum fx)^2}{n(n-1)}} \\ S &= \sqrt{\frac{50(8631) - (633)^2}{50(49)}} \\ &= \sqrt{\frac{431,550 - 400,689}{2450}} \\ &= \sqrt{\frac{30861}{2450}} \\ &= \sqrt{12.60} \\ S &= 3.549130 \\ S^2 &= 12.596324 \end{aligned}$$

ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (KR-20)

$$\begin{aligned} r_{tt} &= \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{s^2} \right\} \\ &= \frac{20}{19} \left\{ 1 - \frac{4.342167}{12.596324} \right\} \\ &= \frac{20}{19} \left\{ \frac{8.254157}{12.596324} \right\} \\ &= (1.052632)(0.655283) \\ &= 0.689772 \end{aligned}$$

ตาราง 5 คะแนนของกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น

เลขที่	คะแนน (20)
1	10
2	14
3	10
4	9
5	12
6	12
7	13
8	12
9	14
10	13
11	13
12	14
13	12
14	7
15	12
16	8
17	4
18	9
19	11
20	11
21	12
22	8
23	10
24	9
25	9
26	13
27	10
28	12
29	14
30	11
รวม 327	

การทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากรนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งใช้ตัวสถิติ Z
ทดสอบ (Z-test for Population Proportion)

$$\text{สมมุติฐานคือ } H_0 : P \leq 0.5$$

$$H_1 : P > 0.5$$

$$\alpha : .05$$

$$\text{ตัวสถิติทดสอบ } Z = \frac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{P_0(1-P_0)/n}}$$

เมื่อ $\hat{P}$ แทน สัดส่วนของจำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้
คะแนน

ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของจำนวนเต็ม

$$\hat{P} = \frac{22}{30} = \frac{11}{15} = 0.73$$

$$P_0 = 0.5 = \frac{1}{2}$$

n แทน จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 30 คน

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า } Z &= \frac{\frac{11}{15} - \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2}\right) / 30}} \\ &= \frac{\frac{7}{30}}{\sqrt{\frac{1}{4} \times \frac{1}{30}}} \\ &= \frac{7}{30} \times 2\sqrt{30} \\ &= \frac{7}{15} \times \sqrt{30} \\ &= 2.56 \end{aligned}$$

$$Z_{.01} = 2.326$$

เพราะว่า $2.56 > 2.326$

เพราะฉะนั้น ปฏิเสธ H_0

นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

ตาราง 6 การคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนกลุ่มตัวอย่างนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

x	f	fx	x ²	fx ²
14	4	56	196	784
13	3	39	169	507
12	8	96	144	1152
11	3	33	121	363
10	4	40	100	400
9	4	36	81	324
8	2	16	64	128
7	1	7	49	49
4	1	4	16	16
$\Sigma f = 30$		$\Sigma fx = 327$	$\Sigma fx^2 = 3723$	

$$X = \frac{\Sigma fX}{\Sigma f} = \frac{327}{30} = 10.9$$

$$S = \sqrt{\frac{n \Sigma fx^2 - (\Sigma fx)^2}{n(n-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{30(3723) - (327)^2}{30(29)}}$$

$$= \sqrt{\frac{111690 - 106929}{870}}$$

$$= \sqrt{\frac{4761}{870}}$$

$$S = 2.34$$

$$S^2 = 5.48$$

ตาราง 7 คะแนนของกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น

เลขที่	คะแนน (20)
1	15
2	8
3	15
4	13
5	12
6	13
7	15
8	15
9	14
10	11
11	10
12	14
13	15
14	11
15	14
16	12
17	15
18	12
19	13
20	11
21	10
22	13
23	15
24	11
25	6
26	7
27	8
28	11
29	10
30	16
รวม 365	

การทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากรนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งใช้สถิติ Z
ทดสอบ (Z-test for Population Proportion)

สมมุติฐานคือ $H_0 : P \leq 0.5$

$H_1 : P > 0.5$

$\alpha : .05$

$$\text{ตัวสถิติทดสอบ } Z = \frac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{P_0(1-P_0)/n}}$$

เมื่อ $\hat{P}$ แทน สัดส่วนของจำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้คะแนน
ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป ของจำนวนเต็ม

$$\hat{P} = \frac{26}{30} = \frac{13}{15} = 0.87$$

$$P_0 = 0.5 = \frac{1}{2}$$

n แทน จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 30 คน

$$\text{แทนค่า } Z = \frac{\frac{13}{15} - \frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2}\right)/30}}$$

$$= \frac{\frac{11}{30}}{\sqrt{\frac{1}{4} \times \frac{1}{30}}}$$

$$= \frac{11}{30} \times 2\sqrt{30}$$

$$= \frac{11}{15} \times \sqrt{30}$$

$$= 4.02$$

$$Z_{.01} = 2.326$$

เพราะว่า $4.02 > 2.326$

เพราะฉะนั้น ปฏิเสธ H_0

นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นจำนวน
มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

ตาราง 8 การคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนกลุ่มตัวอย่างนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

x	f	fx	x ²	fx ²
16	1	16	256	256
15	7	105	225	1575
14	3	42	196	588
13	4	52	169	676
12	3	36	144	432
11	5	55	121	605
10	3	30	100	300
8	2	16	64	128
7	1	7	49	64
6	1	6	36	36
Σf = 30		Σfx = 365	Σfx ² = 4645	

$$X = \frac{\sum fX}{\sum f} = \frac{365}{30} = 12.17$$

$$S = \sqrt{\frac{30(4645)-(365)^2}{30(29)}}$$

$$= \sqrt{\frac{139350-133225}{870}}$$

$$= \sqrt{\frac{6125}{870}}$$

$$S = 2.65$$

$$S^2 = 7.02$$

ตาราง 9 ตารางการทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบของนักเรียน
กลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอร์ส (Lilliefors Test)

Tests of Normality

ม.1	Kolmogorov-Smirnov ^a		
	Statistic	df	Sig.
คะแนน	.181	30	.013

a. Lilliefors Significance Correction

สมมติฐานของการทดสอบ คือ

H_0 : คะแนนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีการแจกแจงปกติ

H_1 : คะแนนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ไม่มีการแจกแจงปกติ

ขอบเขตวิกฤต คือ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $T > w_{0.95}$ ซึ่ง $w_{0.95} = .161$

หรือ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $P\text{-value} < \alpha$ ซึ่ง $P\text{-value} = \text{Sig.} = .013$

เนื่องจาก $0.181 > 0.161$ หรือ $0.013 < 0.05$ ดังนั้นแสดงว่า ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ .05

นั่นคือ คะแนนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ไม่มีการแจกแจงตามปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

Tests of Normality

ม.2	Kolmogorov-Smirnov ^a		
	Statistic	df	Sig.
คะแนน	.124	30	.200*

* This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

สมมติฐานของการทดสอบ คือ

H_0 : คะแนนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีการแจกแจงปกติ

H_1 : คะแนนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ไม่มีการแจกแจงปกติ

ขอบเขตวิกฤต คือ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $T > w_{0.95}$ ซึ่ง $w_{0.95} = .161$

หรือ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $P\text{-value} < \alpha$ ซึ่ง $P\text{-value} = \text{Sig.} = .200$

เนื่องจาก $0.124 < 0.161$ หรือ $0.2 > 0.05$ ดังนั้นแสดงว่า ยอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ .05

นั่นคือ คะแนนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีการแจกแจงตามปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตาราง 10 ตารางแสดงผลเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 โดยใช้ค่าสถิติ z ของแมน – วิทนี

Test Statistics^a

	คะแนน
Mann-Whitney U	315.000
Wilcoxon W	780.000
Z	-2.011
Asymp. Sig. (2-tailed)	.044

a Grouping Variable: ชั้น

สมมติฐานของการทดสอบ คือ

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

ขอบเขตวิกฤต คือ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $Z < -Z_{.025}$ หรือ $Z > Z_{.025}$ ซึ่ง $Z_{.025} = 1.96$

หรือ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $2 \Pr (Z < -2.011) < .05$

ซึ่ง $2 \Pr (Z < -2.011) = \text{Asymp. Sig. (2-tailed)} = .044$

เนื่องจาก $-2.011 < -1.96$ หรือ $0.044 < 0.05$ ดังนั้นแสดงว่า ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ .05

นั่นคือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แตกต่างกัน

ที่ระดับนัยสำคัญ .05

เพิ่ม สมมติฐานของการทดสอบ คือ

$H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$

$H_1 : \mu_1 < \mu_2$

ขอบเขตวิกฤต คือ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $Z < -Z_{.05}$ ซึ่ง $Z_{.05} = 1.64$

หรือ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $\Pr (Z < -2.011) < .05$

ซึ่ง $\Pr (Z < -2.011) = \frac{\text{Asymp. Sig. (2-tailed)}}{2} = \frac{.044}{2} = .022$

เนื่องจาก $-2.011 < 1.64$ หรือ $0.022 < 0.05$ ดังนั้นแสดงว่า ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ .05

นั่นคือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 น้อยกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ภาคผนวก ข

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง ความน่าจะเป็น

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์

เรื่อง ความน่าจะเป็น

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีคำถาม 20 ข้อ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง
2. ข้อคำถามทั้งหมดเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว เมื่อนักเรียนเลือกได้คำตอบแล้วให้ระบายในวงกลม ☐ ที่ตรงกับหมายเลขของตัวเลือกในกระดาษคำตอบให้เต็มวงกลม ตัวตั้งอย่าง

ข้อ 1. ☐ 1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4

3. ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบให้กาเครื่องหมาย **X** ทับคำตอบเดิมเสียก่อนแล้วจึงตอบตัวเลือกใหม่
ดังนี้

ข้อ 1. ☐ 1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4

1. การทดลองในข้อใดเป็นการทดลองสุ่ม
 - (1) เลือกซื้อหนังสือพิมพ์รายวัน
 - (2) การจับใบดำใบแดงเวลาคัดเลือกทหาร
 - (3) มีลูกบอลสีดำในกล่อง 1 ลูก กลับตาหยิบลูกบอลในกล่องใบนี้
 - (4) ครูประจำชั้นคัดเลือกนักเรียน 2 คนแรกที่ระลึกรู้ชื่อได้ เป็นผู้แทนของห้องไปแข่งขัน

2. บุรพาและตะวันฉายเล่นเกมทอดลูกเต๋าแข่งขันกัน โดยทอดลูกเต๋าค้นละ 1 ลูก พร้อมกัน ถ้าลูกเต๋าทิ้งสองออกแต้มคู่บุรพาเป็นผู้ชนะ และถ้าลูกเต๋าทิ้งสองออกแต้มคี่ตะวันฉายเป็นผู้ชนะ ผลนอกจากนี้ถือว่าเสมอ กัน ถ้าทั้งสองคนเล่นเกมนี้ 20 ครั้ง โอกาสใดต่อไปนี้จะเกิดขึ้นมากที่สุด

(1) บุรพาชนะ	(2) ตะวันฉายชนะ
(3) เสมอกัน	(4) สรุปไม่ได้

3. การทำข้อสอบแบบตอบถูกผิด มีจำนวน 2 ข้อ ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทำข้อสอบตรงกับข้อใด โดยกำหนดให้ T แทน ถูก F แทน ผิด

(1) (F, T)	(2) (F, T), (T, F)
(3) (T, T), (F, F), (F, T)	(4) (T, T), (T, F), (F, T), (F, F)

4. ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นในการจัดแข่งขันฟุตบอลของนักเรียน 4 ทีม คือ ทีม A ทีม B ทีม C และทีม D โดยจัดแบบพบกันหมด ตรงกับข้อใด

(1) AB, BC, DC	(2) AB, BC, DC, AC
(3) AB, BC, CD, DA	(4) AB, AC, AD, BC, BD, CD

5. ทิชามีต่างหูสีขาว 1 คู่ และต่างหูสีฟ้า 1 คู่ อยู่ในลิ้นชัก ถ้าสุ่มหยิบขึ้นมาสองข้างพร้อมกัน ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบแล้วได้ต่างหูต่างคู่กัน ตรงกับข้อใด
 กำหนดให้ ต่างหูสีขาว แทนด้วย x_1, x_2
 ต่างหูสีฟ้า แทนด้วย f_1, f_2

(1) x_1x_2, f_1f_2, x_1f_1	(2) x_1f_1, x_2f_1, x_1x_2
(3) $x_1f_1, x_2f_2, x_1f_2, x_2f_1$	(4) $x_1x_2, x_1f_1, x_1f_2, f_1f_2$

6. การทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง เหตุการณ์ที่ได้ผลบวกแต้มของลูกเต๋าทิ้งสองหารด้วย 6 ลงตัว ตรงกับข้อใด

(1) (3, 3), (2, 4), (4, 2)	(2) (3, 3), (2, 4), (5, 1), (2, 4)
(3) (3, 3), (2, 4), (5, 1), (1, 5)	(4) (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1), (6, 6)

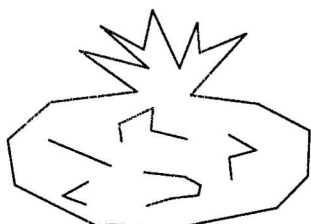
7. ถุงมือสีขาว 1 คู่ สีดำ 1 คู่ แยกข้างวางคละอยู่ในกล่องใบเดียวกัน กลับตาหยิบถุงมือขึ้นมา 2 ข้างพร้อมกัน เหตุการณ์ในข้อใดน่าจะเกิดขึ้นได้มากที่สุด

- (1) หยิบได้ถุงมือสีขาวทั้งคู่ (2) หยิบได้ถุงมือสีดำทั้งคู่
(3) หยิบได้ถุงมือต่างสีกัน (4) หยิบได้ถุงมือสีเดียวกัน

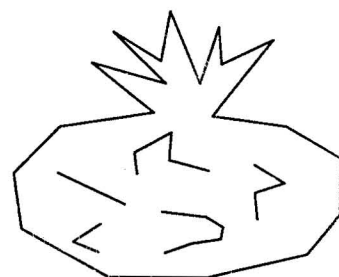
8. มีสลาก 5 ใบที่เขียนตัวเลข 1 ถึง 4 กำกับแต่ละใบและมีอยู่ใบหนึ่งที่ไม่มีตัวเลขกำกับ ถ้าทำการสุ่มหยิบสลาก 1 ใบ เหตุการณ์ที่จะหยิบสลากได้ที่มีตัวเลขกำกับเป็นจำนวนที่มากกว่า 1 ตรงกับข้อใด

- (1) 1, 3, 5 (2) 1, 2, 3, 4, 5
(3) 2, 3, 4 (4) 2, 3, 4, 5

9. ถุงทั้งสองนี้แต่ละถุงมีลูกแก้วสีเขียวเพียงลูกเดียว



ลูกแก้ว 100 ลูก



ลูกแก้ว 1,000 ลูก

ถ้าใจหยิบลูกแก้วออกจากถุงมาหนึ่งลูกโดยไม่ต้องดู ใจควรหยิบลูกแก้วจากถุงใดจึงจะมีโอกาสมากกว่าในการหยิบได้ลูกแก้วสีเขียว

- (1) ถุงที่มีลูกแก้ว 100 ลูก (2) ถุงที่มีลูกแก้ว 1000 ลูก
(3) มีโอกาสเท่ากันทุกถุง (4) บอกไม่ได้

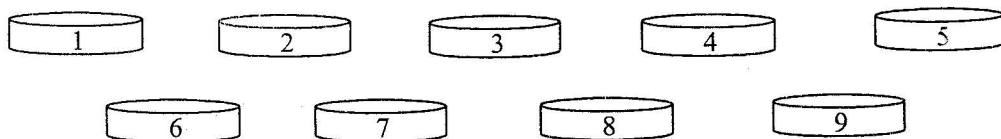
10. ข้อสอบข้อหนึ่งเป็นแบบให้เลือกตอบ 1 คำตอบจาก 4 ตัวเลือก ดิ๊งทำข้อสอบข้อนั้นไม่ได้ จึงเลือกคำตอบโดยการทำสลากข้อของตัวเลือกแล้วกลับตาหยิบสลาก โอกาสที่จะทำข้อสอบข้อนั้นได้ถูกต้องเป็นเท่าใด

- (1) 5% (2) 25%
(3) 50% (4) 75%

11. ลูกเต๋าลูกหนึ่งทาสีฟ้าบนหน้าที่มีแต้มเป็น 1 และ 4 ส่วนหน้าที่เหลือไม่ทาสี ถ้าทอดลูกเต๋า 1 ครั้ง โอกาสที่ลูกเต๋าวจะหงายหน้าที่ทาสีฟ้าเป็นเท่าใด

- (1) $16\frac{2}{3}\%$ (2) 25%
(3) $33\frac{1}{3}\%$ (4) 50%

12. มีลูกบาศก์ 1 ลูก แต่ละหน้าทาด้วยสีดำหรือสีแดงสีใดสีหนึ่ง เมื่อโยนลูกบาศก์ ความน่าจะเป็นที่หน้าของลูกบาศก์ที่ทาสีดำจะหงายขึ้นมาเป็น $\frac{2}{3}$ อยากทราบว่าหน้าที่ทาสีดำมีกี่หน้า
- (1) หนึ่ง (2) สอง
(3) สาม (4) สี่
13. กล้องโบนึ่งมีบัตรสีเขียวอยู่ $\frac{1}{6}$ ของกล้อง บัตรสีดำ $\frac{1}{12}$ ของกล้อง บัตรสีขาว $\frac{1}{2}$ ของกล้อง และบัตรสีฟ้า $\frac{1}{4}$ ของกล้อง ถ้าหยิบบัตร 1 ใบออกมาจากถุงโดยไม่ดู อยากทราบว่าน่าจะได้บัตรสีใดมากที่สุด
- (1) สีขาว (2) สีฟ้า
(3) สีเขียว (4) สีดำ
14. ล้นชักอันหนึ่งมีดินสออยู่ 35 ด้าม มีทั้งสีขาว สีน้ำเงิน สีแดง และสีเทา ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ดินสอสีน้ำเงินด้ามหนึ่งเป็น $\frac{2}{7}$ อยากทราบว่ามิดินสอสีน้ำเงินอยู่ในล้นชักกี่ด้าม
- (1) 4 (2) 6
(3) 8 (4) 10
15. เบี้ยสี 9 อันใส่รวมกันอยู่ในหม้อดินเผา ดังภาพ



กบหยิบเบี้ยสี ขึ้นมาจากหม้อดินเผา 1 อัน ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้เบี้ยสีที่มีเลขคี่กำกับอยู่เป็นเท่าใด

- (1) $\frac{1}{9}$ (2) $\frac{2}{9}$
(3) $\frac{5}{9}$ (4) $\frac{1}{2}$
16. กล้องโบนึ่งมีลูกปิงปองสีเหลือง 5 ลูก สีม่วง 13 ลูก และสีขาว 10 ลูก ที่มีขนาดเท่ากัน ถ้าสุ่มหยิบลูกปิงปองจากกล้อง 1 ลูก ความน่าจะเป็นที่จะหยิบลูกปิงปองมาแล้วไม่ใช่ลูกปิงปองสีขาว ตรงกับข้อใด
- (1) $\frac{1}{28}$ (2) $\frac{5}{28}$
(3) $\frac{10}{28}$ (4) $\frac{9}{14}$

17. ขวดโหลใบหนึ่งมีลูกกวาดสีแดง สีเขียว สีส้ม และสีเหลือง ที่มีขนาดเท่ากันอย่างละ 1 ลูก ถ้าหยิบตาหยิบลูกกวาดขึ้นมา 2 ลูกพร้อมกันแล้ว ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกกวาดสีส้มอยู่ด้วยตรงกับข้อใด

(1) $\frac{1}{2}$

(2) $\frac{1}{3}$

(3) $\frac{1}{4}$

(4) $\frac{3}{4}$

18. การใช้เลขโดด 0, 1 และ 2 สร้างจำนวนที่มี 2 หลัก ถ้าใช้เลขหลักไม่ซ้ำกัน แล้วความน่าจะเป็นที่จะได้เลขคู่ เป็นเท่าใด

(1) $\frac{1}{3}$

(2) $\frac{1}{6}$

(3) $\frac{2}{3}$

(4) $\frac{3}{4}$

19. ความน่าจะเป็นของการขึ้นแต้ม 6 หรือ 2 ของการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง เป็นเท่าใด

(1) $\frac{1}{3}$

(2) $\frac{1}{36}$

(3) $\frac{1}{6}$

(4) $\frac{2}{36}$

20. กล้องใบหนึ่งบรรจุมะพร้าว 6 ผล มีมะพร้าวดี 4 ผล มะพร้าวเสีย 2 ผล ถ้าสุ่มหยิบมะพร้าวขึ้นมา 3 ผล แล้วความน่าจะเป็นที่จะได้มะพร้าวดี 2 ผล และมะพร้าวเสีย 1 ผล เป็นเท่าใด

(1) 0.2

(2) 0.3

(3) 0.4

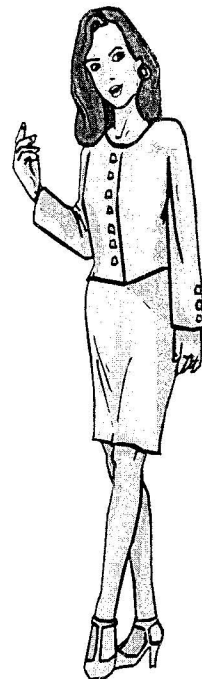
(4) 0.6

เฉลยคำตอบแบบทดสอบ

1. (2) 2. (3) 3. (4) 4. (4) 5. (3) 6. (4) 7. (3) 8. (3) 9. (1) 10. (2)
11. (3) 12. (4) 13. (1) 14. (4) 15. (3) 16. (4) 17. (1) 18. (4) 19. (1) 20. (4)

ภาคผนวก ค

- บทเรียน
- ครูมือครู



ให้ผู้เรียนพิจารณาการเล่นเกมต่อไปนี้ว่ามีการได้เปรียบเสียเปรียบกันหรือไม่ ตามกติกาที่ตั้งไว้

เกมบวกลูกเต๋า

อุปกรณ์ ลูกเต๋า 2 ลูก และแผ่นบันทึกผลการแข่งขัน

จำนวน ผู้เล่น 2 คน



กติกา ผู้เล่นคนหนึ่งเลือกแต้ม "คู่" และผู้เล่นคนที่สองเลือกแต้ม "คี่" แต่ละคนผลัดกันทอดลูกเต๋าค้างละ 2 ลูก แล้วนำแต้มที่ปรากฏบนลูกเต๋าทิ้งสองลูกมาบวกกัน

ถ้าผลบวกได้แต้ม คู่ แล้ว ผู้เล่นคนหนึ่งได้ 1 คะแนน

ถ้าผลบวกได้แต้ม คี่ แล้ว ผู้เล่นคนที่สองได้ 1 คะแนน

ให้ทั้งสองคนผลัดกันทอดลูกเต๋ารวมกันจนครบ 20 ครั้ง ผู้เล่นคนใดที่ได้คะแนนมากกว่าเป็นผู้ชนะ
ให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ผู้เรียนคิดว่า ผลบวกทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมีอะไรบ้าง และทำไมผู้เรียนคิดเช่นนั้น
2. ผู้เรียนคิดว่า เกมนี้มีใครได้เปรียบหรือเสียเปรียบบ้างหรือไม่
3. ให้ผู้เรียนอภิปรายเกี่ยวกับความหมายของคำว่า "ยุติธรรม หรือ เกมที่ยุติธรรม"
4. เกมบวกลูกเต๋านี้เป็นเกมที่ยุติธรรมหรือไม่ เพราะเหตุใด

เกมคูณ

อุปกรณ์ ลูกเต๋า 2 ลูก และแผ่นบันทึกผลการแข่งขัน

จำนวน ผู้เล่น 2 คน

กติกา ผู้เล่นคนหนึ่งเลือกแต้ม "คู่" และผู้เล่นคนที่สองเลือกแต้ม "คี่" แต่ละคนผลัดกันทอดลูกเต๋าค้างละ 2 ลูก แล้วนำแต้มที่ปรากฏบนลูกเต๋าทิ้งสองลูกมาคูณกัน

ถ้าผลคูณได้แต้ม คู่ แล้ว ผู้เล่นคนหนึ่งได้ 1 คะแนน

ถ้าผลคูณได้แต้ม คี่ แล้ว ผู้เล่นคนที่สองได้ 1 คะแนน

ให้ผู้เล่นทั้งสองผลัดกันทอดลูกเต๋ารวมกันจนครบ 20 ครั้ง ผู้เล่นคนใดที่ได้คะแนนมากกว่าเป็นผู้ชนะ

ให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ผู้เรียนคิดว่า ผลคูณทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมีอะไรบ้าง และทำไมผู้เรียนคิดเช่นนั้น
2. ผู้เรียนคิดว่า เกมนี้มีใครได้เปรียบหรือเสียเปรียบบ้างหรือไม่
3. เกมคูณนี้เป็นเกมที่ยุติธรรมหรือไม่ เพราะเหตุใด

เกมโยนเหรียญ

อุปกรณ์ เหรียญ 2 เหรียญ และแผ่นบันทึกผลการแข่งขัน

จำนวน ผู้เล่น 3 คน

กติกา ให้แต่ละคนเลือกว่าจะเล่นในนาม A, B หรือ C โดยมีข้อตกลงว่า

A หมายถึง เลือกการปรากฏหัวทั้งสองเหรียญ

B หมายถึง เลือกการปรากฏก้อยทั้งสองเหรียญ

C หมายถึง เลือกการปรากฏก้อย 1 เหรียญ และหัว 1 เหรียญ

ในการเล่นให้แต่ละคนผลัดกันโยนเหรียญครั้งละ 2 เหรียญ

ถ้าผลลัพธ์ ปรากฏหัวทั้งสองเหรียญแล้ว A ได้ 1 คะแนน

ถ้าผลลัพธ์ ปรากฏก้อยทั้งสองเหรียญแล้ว B ได้ 1 คะแนน

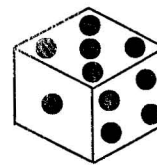
ถ้าผลลัพธ์ ปรากฏก้อย 1 เหรียญ และหัว 1 เหรียญแล้ว C ได้ 1 คะแนน

ให้ผู้เล่นทั้งสามคนผลัดกันโยนเหรียญ จนครบ 12 ครั้ง ผู้เล่นคนใดที่ได้คะแนนมากกว่าเป็นผู้ชนะ
ให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ผู้เรียนคิดว่า ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมีอะไรบ้าง และทำไมผู้เรียนจึงคิดเช่นนั้น
2. เกมโยนเหรียญเป็นเกมที่ยุติธรรมหรือไม่ เพราะเหตุใด

จากการพิจารณาการเล่นเกมข้างต้น ผู้เรียนคงจะเห็นว่าสำหรับบางกติกาโอกาสที่จะชนะของผู้เล่นมีเท่า ๆ กัน แต่สำหรับบางกติกาโอกาสที่จะชนะของผู้เล่นมีไม่เท่ากัน การหาโอกาสที่เหตุการณ์จะเกิดขึ้นช่วยให้เราตัดสินใจได้ดีขึ้นว่าเราเสียเปรียบหรือได้เปรียบ ในการศึกษาหาโอกาสหรือความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นั้น ผู้เรียนควรทราบเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม

การทดลองสุ่ม



ในการเล่นเก๋มถ้ามีการทอดลูกเต๋่า 1 ลูก 1 ครั้ง อาจปรากฏหน้าที่มีแต้ม 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6 หน้าใดหน้าหนึ่งขึ้นมาก็ได้ แต่เราไม่ทราบแน่นอนว่าจะเกิดหน้าใดขึ้น

การกระทำที่สามารถบอกได้ว่าผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมีอะไรบ้าง แต่ไม่สามารถบอกได้อย่างถูกต้องแน่นอนว่าจะเกิดผลอะไรจากผลทั้งหมดที่เป็นไปได้เหล่านั้น เรียกว่า การทดลองสุ่ม

ให้ผู้เรียนยกตัวอย่างการทดลองสุ่ม 1 ตัวอย่าง

ให้ผู้เรียนพิจารณาการกระทำต่อไปนี้ว่าเป็นการทดลองสุ่มหรือไม่

1. การออกรางวัลสลากกินแบ่งรัฐบาล
2. การแข่งขันฟุตบอลระหว่างทีมอาร์เซนอล และทีมลิเวอร์พูล
3. การเสี่ยงเข็มทิศ
4. การเปิดหนังสือโดยหลับตาเลือกหมายเลขหน้า
5. การสำรวจเพศของบุตรในครอบครัวของครอบครัวหนึ่ง

ให้ผู้เรียนทดลองสุ่มต่อไปว่าผลที่อาจเกิดขึ้นได้จากการทดลองเป็นอย่างไรบ้าง

การทดลองที่ 1 โยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 1 ครั้ง

การทดลองที่ 2 ทอดลูกเต๋่า 1 ลูก 1 ครั้ง

การทดลองที่ 3 หยิบลูกบ๊อง 2 ลูกพร้อมกัน จากถุงใบหนึ่งที่มีลูกบ๊องสีขา 3 ลูก และสีเหลือง 1 ลูก

การทดลองที่ 4 หยิบสลากมา 1 ใบ จากกล่องใบหนึ่งที่มีสลากอยู่ 5 ใบ แต่ละใบมีหมายเลขกำกับ 1, 2, 3, 4 และ 5 ตามลำดับ

ผู้เรียนจะเห็นว่าในการทดลองสุ่มดังกล่าวต้องมีผลจากการทดลองสุ่มและเราสามารถเขียนผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม เช่น

การทดลองที่ 1 การโยนเหรียญ 1 เหรียญ 1 ครั้ง ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นคือ เหรียญปรากฏหน้าหัว และ ก้อย

การทดลองที่ 2 การทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นคือแต้ม 1, 2, 3, 4, 5 และ 6

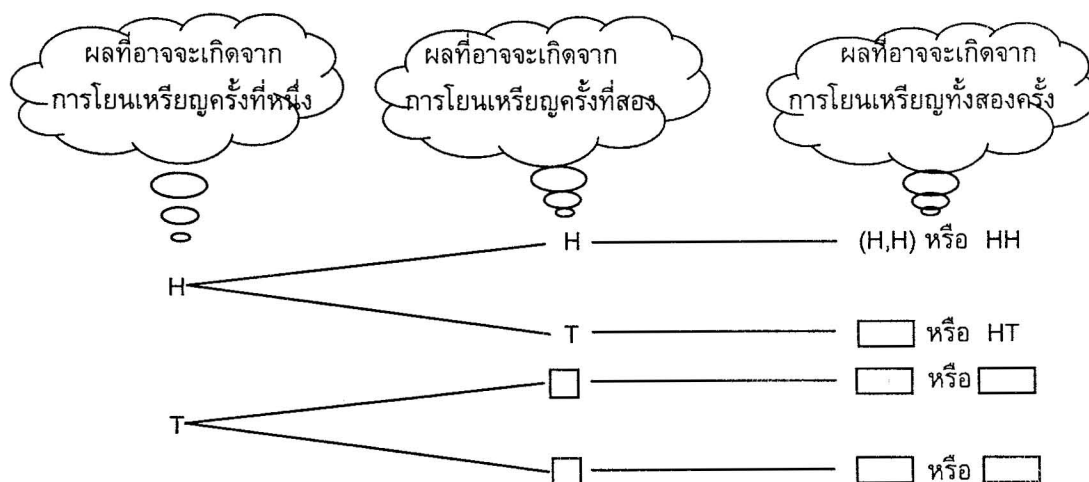
การทดลองที่ 3 การหยิบลูกปิงปอง 2 ลูกพร้อมกัน จากถุงใบหนึ่งที่มีลูกปิงปองสีขาว 3 ลูก และสีเหลือง 1 ลูก ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นคือ ได้ลูกปิงปองสีขาว 1 ลูก สีเหลือง 1 ลูก และสีขาว 2 ลูก

การทดลองที่ 4 การหยิบสลากมา 1 ใบ จากกล่องใบหนึ่งที่มีสลากอยู่ 5 ใบ แต่ละใบมีหมายเลขกำกับ 1, 2, 3, 4 และ 5 ตามลำดับ ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นคือ หมายเลข 1, 2, 3, 4 และ 5

ผู้เรียนจะพบว่า ในการกระทำที่ทำให้เกิดการทดลองสุ่มนั้นเราต้องการทราบผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมีอะไรบ้าง และในการศึกษาเรื่องนี้ผู้เรียนต้องมีความสามารถในการเขียนผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้จากการทดลองสุ่ม

ให้ผู้เรียนพิจารณาการทดลองสุ่มต่อไปนี้และเติมผลที่อาจเกิดขึ้นในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. ในการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 2 ครั้ง เมื่อกำหนดให้ H แทน หัว และ T แทน ก้อย



ในการหาผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้จากการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 2 ครั้ง ผู้เรียนอาจใช้แผนภาพต้นไม้ และสามารถใช้คู่อันดับเขียนผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น โดยให้สมาชิกตัวหนึ่งของคู่อันดับแทนผลที่อาจเกิดขึ้นจากการโยนเหรียญครั้งที่หนึ่ง สมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับแทนผลที่อาจเกิดขึ้นจากการโยนเหรียญครั้งที่สอง

จะได้ ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมี 4 แบบ ได้แก่.....

เอ๊ะถ้าเป็นการโยนเหรียญ 2 เหรียญ
1 ครั้ง ผลลัพธ์จะเป็นอย่างไรนะ

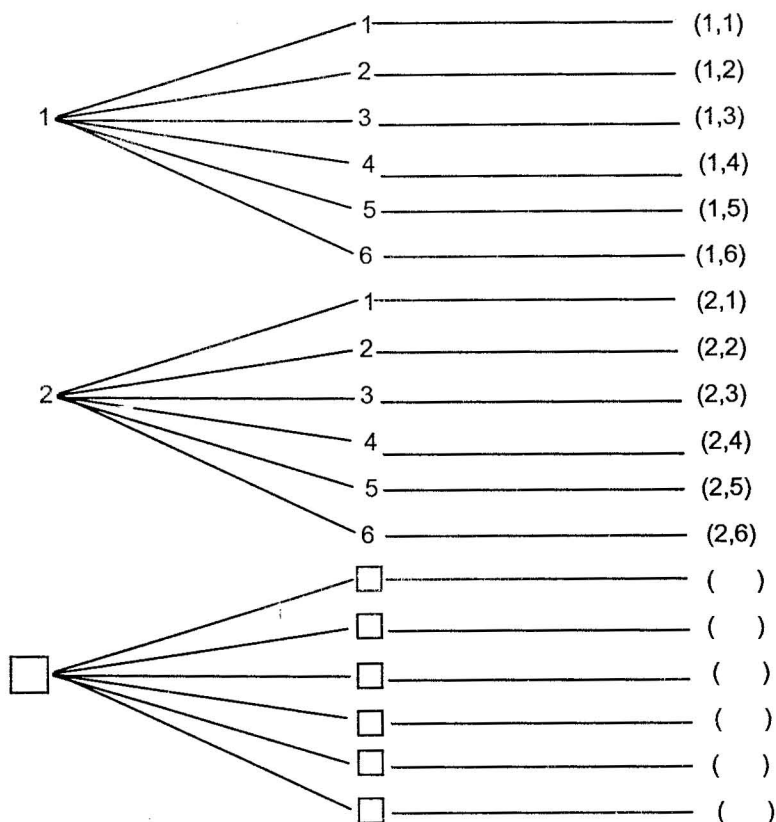


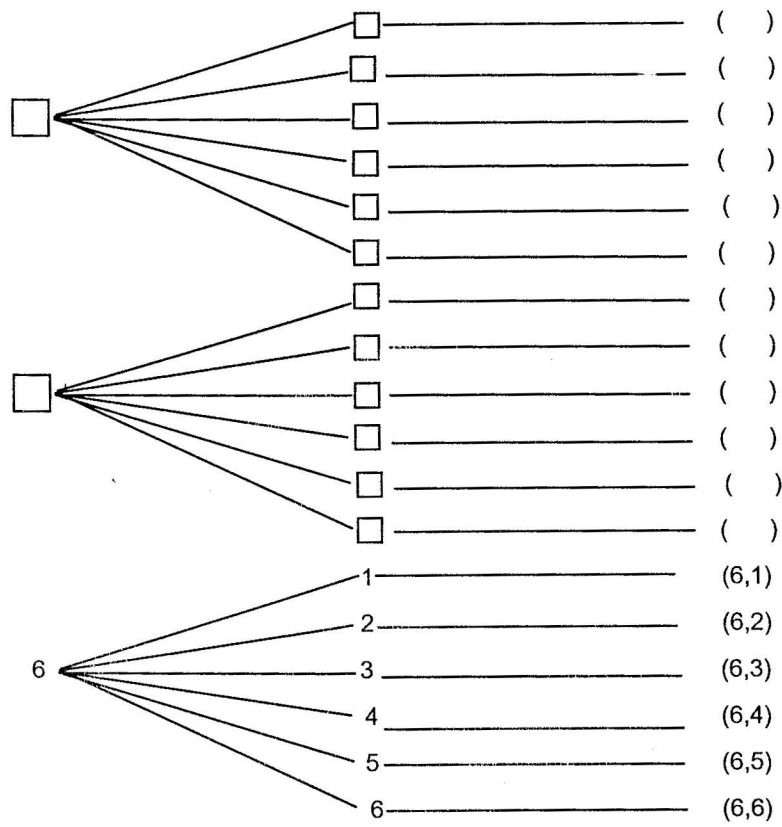
2. ในการทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน ผู้เรียนอาจใช้แผนภาพต้นไม้ช่วยในการหาผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น ดังนี้

ผลที่อาจจะเกิดจาก
การทอดลูกเต๋าลูกแรก

ผลที่อาจจะเกิดจาก
การทอดลูกเต๋าลูกที่สอง
ขึ้นอยู่กับลูกเต๋าลูกแรก

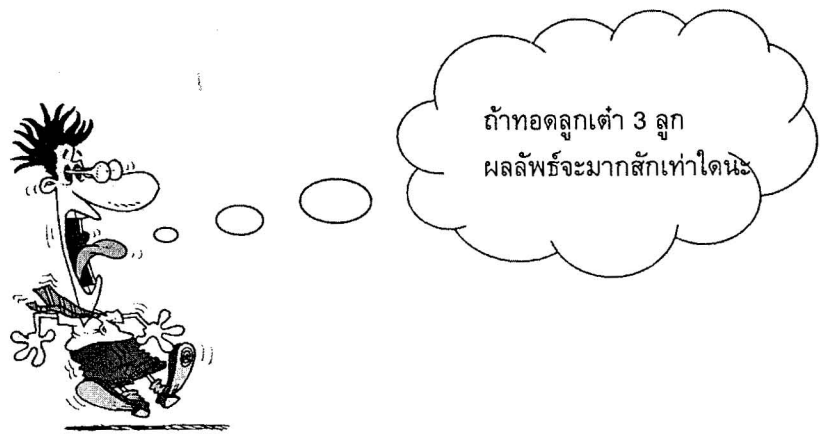
ผลที่อาจจะเกิดขึ้นจาก
การทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน



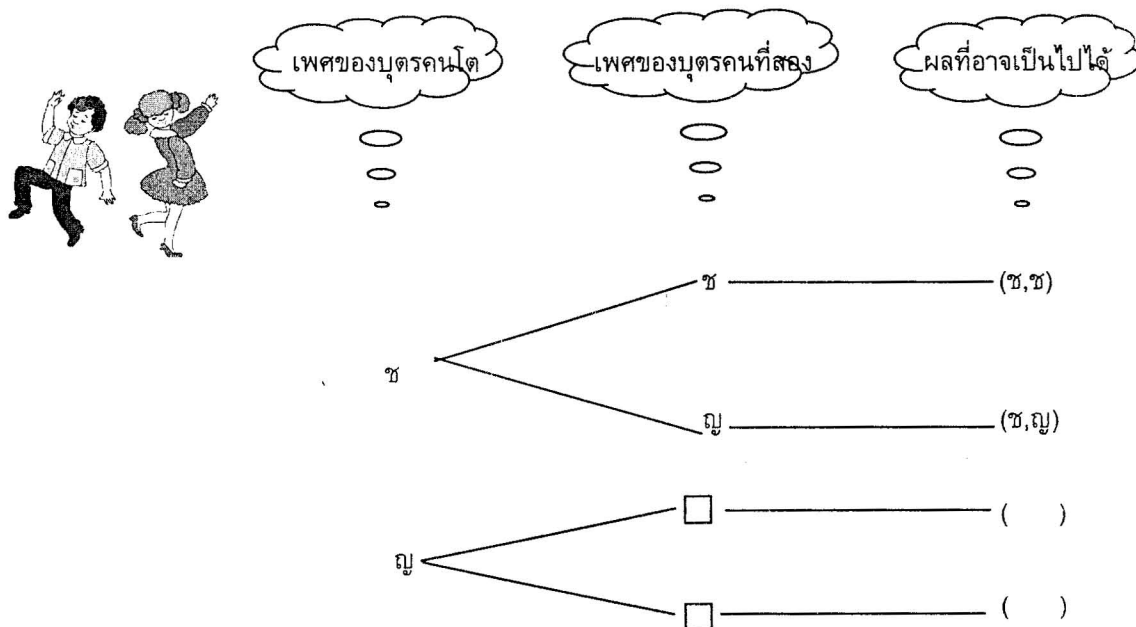


จะได้ ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมี 36 แบบ ได้แก่

- (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)
- (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)
- (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)
- (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)
- (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)
- (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)



3. ในการสำรวจเพศของบุตรในครอบครัวที่มีบุตรสองคน เมื่อกำหนดให้ ญ แทน เพศหญิง และ ช แทน เพศชาย



ในการหาผลทั้งหมดที่อาจเป็นไปได้ในการสำรวจเพศของบุตรในครอบครัว ผู้เรียนอาจใช้แผนภาพต้นไม้ และสามารถใช้คู่อันดับแทนบุตรสองคน โดยสมาชิกตัวที่หนึ่งของคู่อันดับแทนเพศของบุตรคนโต และ สมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับแทนเพศของบุตรคนที่สอง

จะได้ ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมี 4 แบบ ได้แก่ (ช,ช), (ช,ญ),



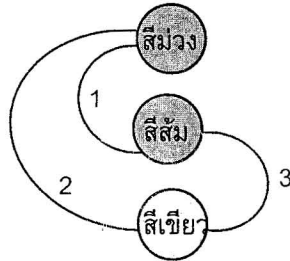
ถ้าครอบครัวหนึ่งมีบุตรสามคน
ผลทั้งหมดที่อาจเป็นไปได้จะเป็น

.....
.....

ในทำนองเดียวกันถ้าครอบครัวหนึ่งมีบุตรสี่คน
ผลทั้งหมดที่อาจเป็นไปได้จะเป็น

.....
.....
.....

4. ในการสุ่มหยิบลูกโป่ง 2 ลูกพร้อมกัน จากกล่องใบหนึ่งที่บรรจุลูกโป่งสีม่วง 1 ลูก สีส้ม 1 ลูก และสีเขียว 1 ลูก



แบบที่ 1 คือ สีม่วง กับ สีส้ม

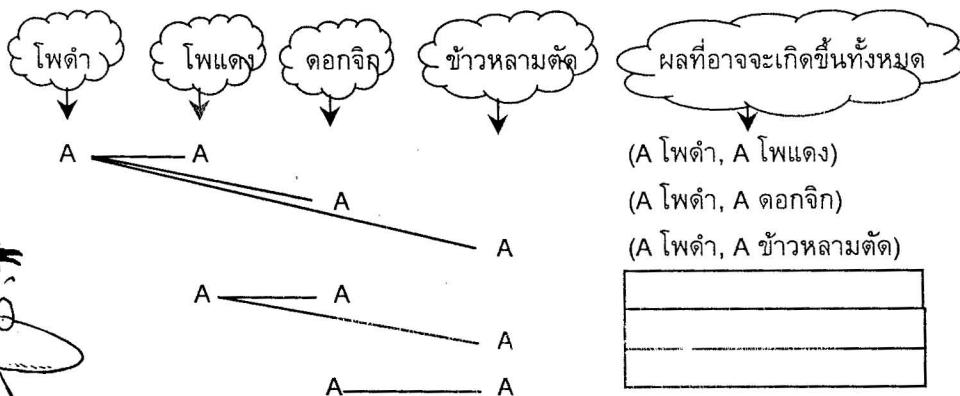
แบบที่ 2 คือ สีม่วง กับ สีเขียว

แบบที่ 3 คือ

จะได้ ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมี 3 แบบ ได้แก่ (สีม่วง, สีส้ม), (สีม่วง, สีเขียว),

5. ในการสุ่มหยิบไพ่ที่ละ 2 ใบ จากไพ่น้ำ A จำนวน 4 ใบ คือ A ไพดำ A ไพแดง A ดอกจิก และ A ข้าวหลามตัด

ผู้เรียนอาจใช้แผนภาพช่วยในการหาผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบไพ่ที่ละ 2 ใบ ดังนี้



จะได้ ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมี 6 แบบ ได้แก่ (A ไพดำ, A ไพแดง)
(A ไพดำ, A ดอกจิก), (A ไพดำ, A ข้าวหลามตัด), (A ไพแดง, A ดอกจิก)
(A ไพแดง, A ข้าวหลามตัด), (A ดอกจิก, A ข้าวหลามตัด)



เหตุการณ์

ในการทดลองสุ่ม สามารถบอกได้ว่าผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมีอะไรบ้าง แต่ในบางครั้งเรามักสนใจผลบางอย่างที่จะเกิดขึ้นว่าผลนั้นเป็นอะไรได้บ้าง เช่น

ผู้เรียนเคยทราบมาแล้วว่าในการทดลองทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมี 6 แบบ คือ 1, 2, 3, 4, 5 และ 6

ถ้าเราสนใจเฉพาะ ผลที่เป็นแต้มคู่ ผลที่เกิดขึ้นคือ 2, 4, 6

ถ้าเราสนใจเฉพาะ ผลที่เป็นแต้มคี่ ผลที่เกิดขึ้นคือ 1, 3, 5

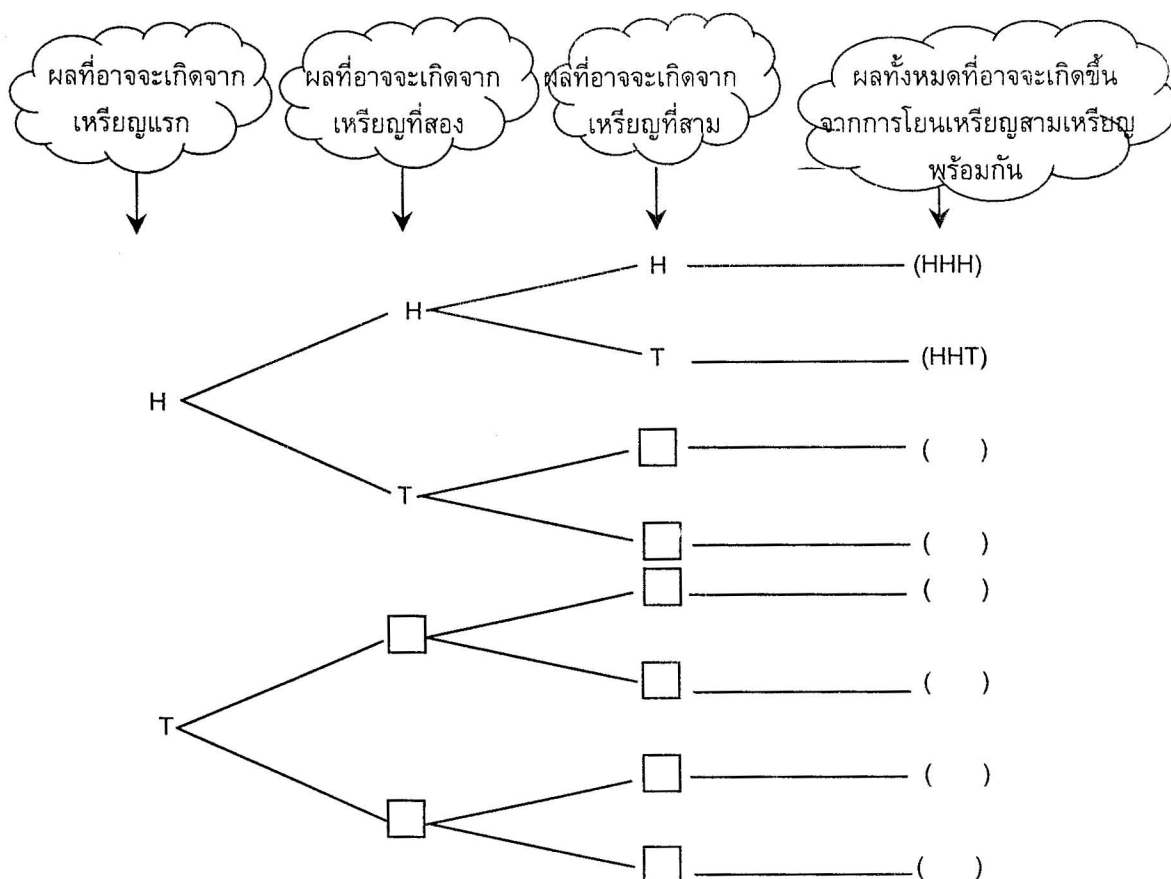
ถ้าเราสนใจเฉพาะ ผลที่เป็นแต้มน้อยกว่า 5 ผลที่เกิดขึ้นคือ 1, 2, 3, 4

เราเรียกผลที่เราสนใจจากการทดลองสุ่มว่า “เหตุการณ์”

ให้ผู้เรียนพิจารณาการทดลองสุ่มและเหตุการณ์ที่สนใจต่อไปนี้

1. ในการโยนเหรียญบาท 3 เหรียญ 1 ครั้ง และสนใจเหตุการณ์ที่จะเกิดหัวอย่างน้อย 2 เหรียญ

ในการหาผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการโยนเหรียญบาท 3 เหรียญ 1 ครั้ง ผู้เรียนอาจใช้แผนภาพต้นไม้หาผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น ดังนี้

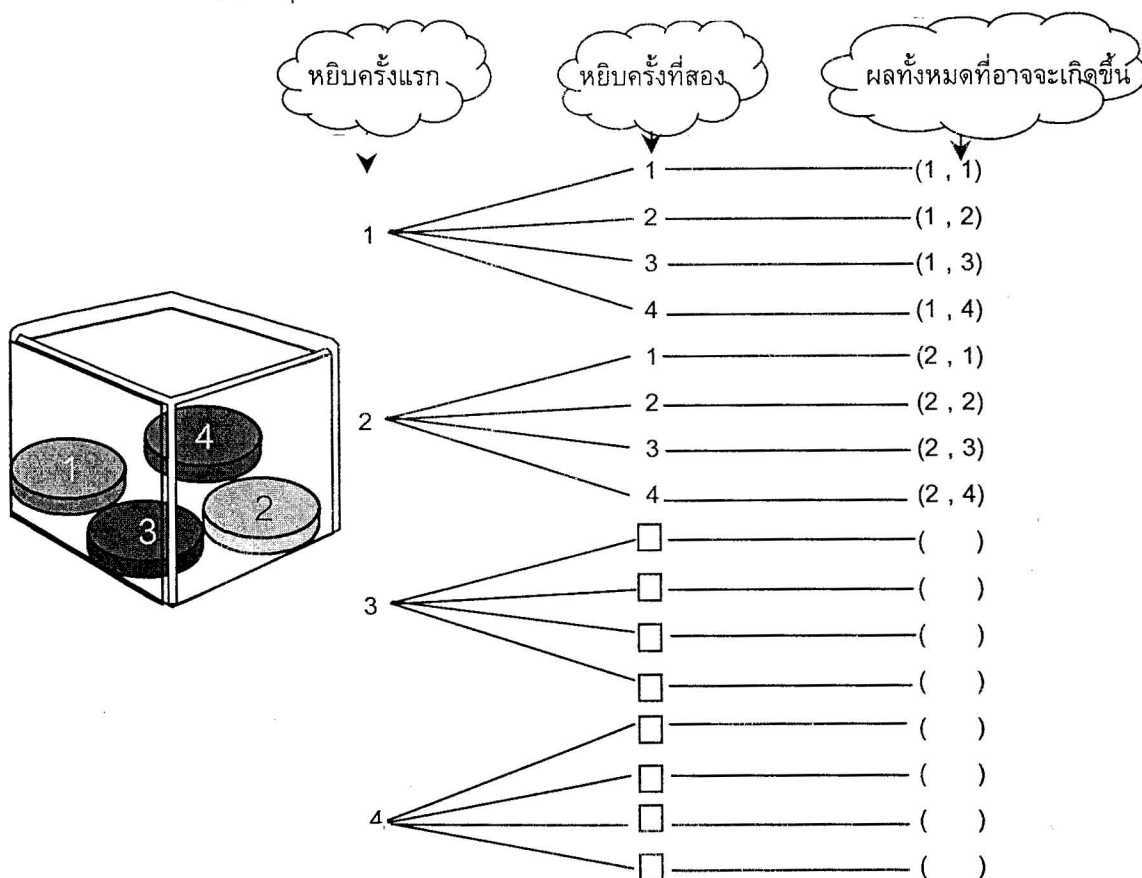


จะได้ ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมี 8 แบบ ได้แก่ (HHH), (HHT),

และเหตุการณ์ที่จะเกิดหัวอย่างน้อย 2 เหรียญ มี 4 แบบ ได้แก่

2. ในการหยิบเบียร์ 2 ครั้ง ๆ ละ 1 อันจากกล่องที่มีเบียร์อยู่ 4 อัน ที่มีหมายเลขกำกับเป็น 1, 2, 3 และ 4 โดยครั้งแรกหยิบขึ้นมา 1 อัน แล้วนำมาดูว่าได้หมายเลขใด หลังจากนั้นใส่กลับคืนลงในกล่อง แล้วหยิบขึ้นมาอีก 1 อันเป็นครั้งที่สอง นำมาดูว่าได้หมายเลขใด จงหา

- (1) ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม
- (2) เหตุการณ์ที่ผลรวมของหมายเลขทั้งสองครั้งมีค่าเท่ากับ 5
- (3) เหตุการณ์ที่หยิบครั้งแรกได้หมายเลข 3
- (4) เหตุการณ์ที่หยิบครั้งที่สองได้หมายเลข



ผู้เรียนจะสังเกตเห็นได้ว่าการหยิบเบียร์ครั้งแรกขึ้นมาดูแล้วใส่กลับคืนลงในกล่อง ทำให้เบียร์อันนั้นก็อาจจะถูกหยิบขึ้นมาได้อีกในครั้งที่สอง

จะได้ (1) ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมี 16 แบบ ได้แก่ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4),

(2) เหตุการณ์ที่ผลรวมของหมายเลขทั้งสองครั้งมีค่าเท่ากับ 5 มี 4 แบบ ได้แก่.....

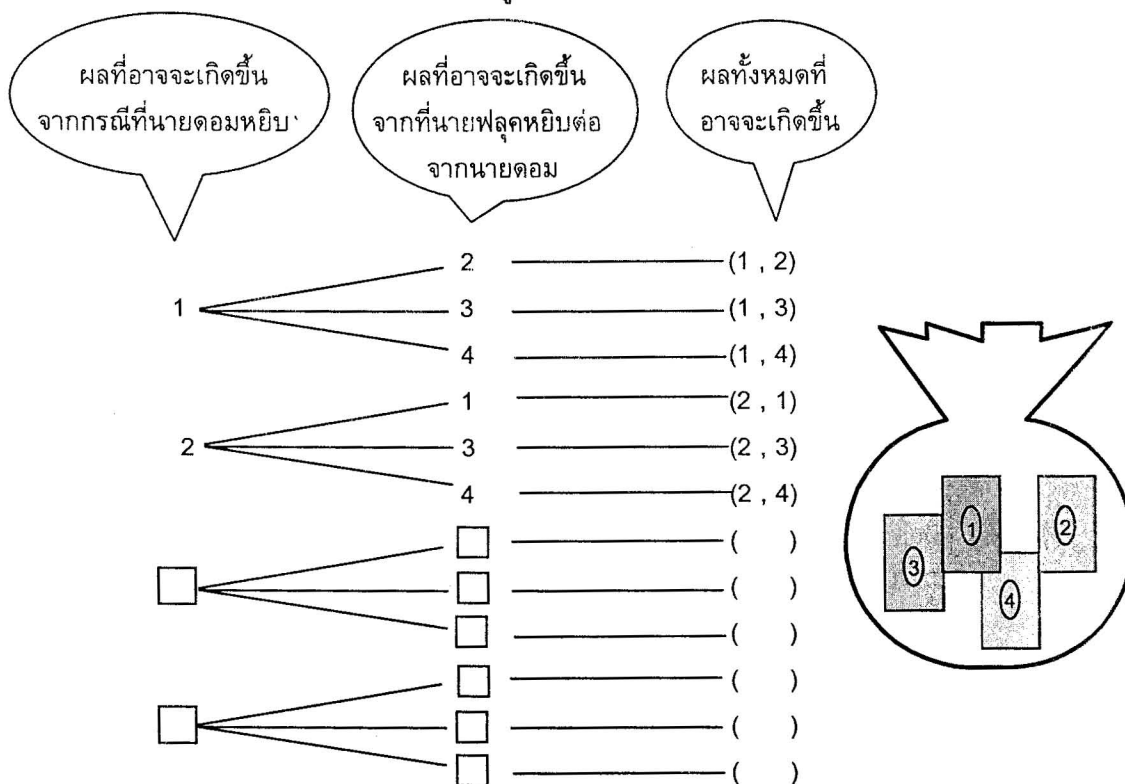
(3) เหตุการณ์ที่หยิบครั้งแรกได้หมายเลข 3 มี 4 แบบ ได้แก่

(4) ไม่มีเหตุการณ์ที่หยิบครั้งที่สองได้หมายเลข 5

3. ในการหยิบบัตร 1 ใบจากถุงที่มีบัตรอยู่ 4 ใบ แต่ละใบมีหมายเลขกำกับ 1, 2, 3 และ 4 ตามลำดับ นายดอมหยิบบัตรออกมาจากถุง 1 ใบ โดยไม่ใส่คืนในถุง หลังจากนั้นนายฟลุคหยิบออกมาอีก 1 ใบ จงหา

- (1) ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม
- (2) เหตุการณ์ที่ผลรวมของหมายเลขบนบัตรที่นายดอมและนายฟลุคได้มีค่าเท่ากับ 5
- (3) เหตุการณ์ที่ผลรวมของหมายเลขบนบัตรที่นายดอมและนายฟลุคมีค่าน้อยกว่า 5

ในการหาผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้ ผู้เรียนอาจใช้แผนภาพต้นไม้แสดง ดังนี้



จะได้ (1) ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมี 12 แบบ ได้แก่ (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3),

(2, 4),

(2) เหตุการณ์ที่ผลรวมของหมายเลขบนบัตรที่นายดอมและนายฟลุคหยิบได้มีค่าเท่ากับ 5
มี 4 แบบ ได้แก่

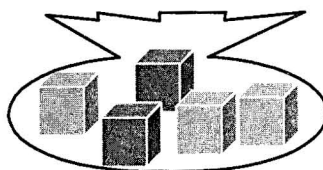
(3) เหตุการณ์ที่ผลรวมของหมายเลขบนบัตรที่นายดอมและนายฟลุคหยิบมีค่าน้อยกว่า 5
มี 4 แบบ ได้แก่



4. ในการหยิบลูกบาศก์สี 2 ลูกพร้อมกันจากถุงใบหนึ่งที่มีลูกบาศก์สีเขียว 2 ลูก และสีฟ้า 3 ลูก

จงหา

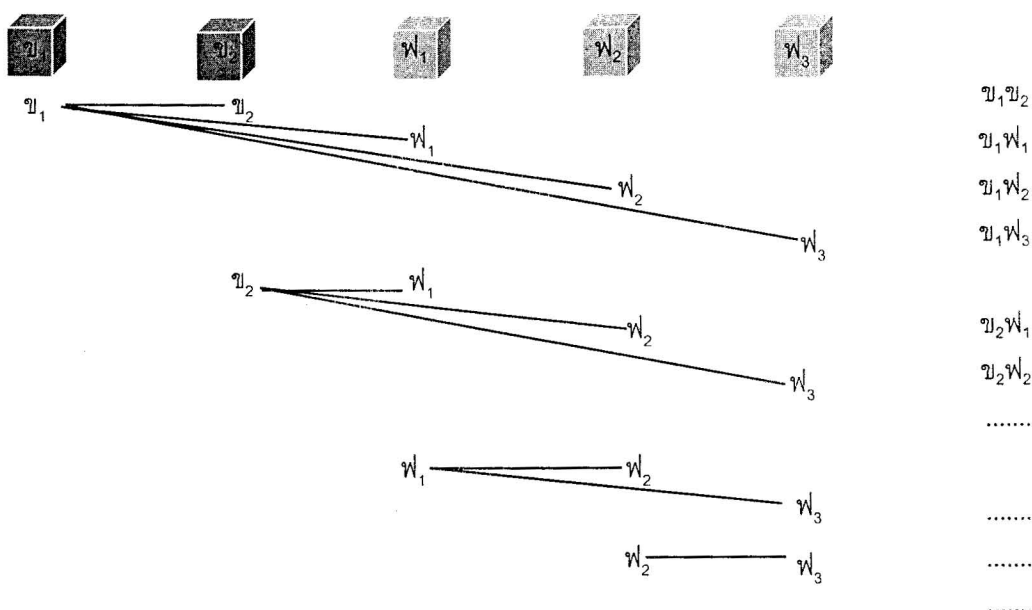
- (1) ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม
- (2) เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบาศก์สีเดียวกัน
- (3) เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบาศก์ต่างสีกัน



ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการหยิบลูกบาศก์สี 2 ลูกพร้อมกัน

เมื่อกำหนดให้ x_1 แทน ลูกบาศก์สีเขียวลูกที่หนึ่ง x_2 แทน ลูกบาศก์สีเขียวลูกที่สอง

y_1 แทน ลูกบาศก์สีฟ้าลูกที่หนึ่ง และ y_2 แทน ลูกบาศก์สีฟ้าลูกที่สอง



จะได้ (1) ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมี 10 แบบ ได้แก่ x_1x_2 , x_1y_1 , x_1y_2 , x_1y_3 , x_2y_1 , x_2y_2 ,

(2) เหตุการณ์ที่จะหยิบลูกบาศก์ได้สีเดียวกันมี 4 แบบ ได้แก่.....

(3) เหตุการณ์ที่จะหยิบลูกบาศก์ได้ต่างสีกันมี 6 แบบ ได้แก่.....

ให้ผู้เรียนพิจารณาการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จากการทดลองสุ่มจะเห็นว่าผลทั้งหมดที่จะเกิดขึ้นคือ 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 และถ้าเราสนใจเหตุการณ์ "ได้แต้มตั้งแต่ 1 ขึ้นไป" เราจะได้เหตุการณ์ที่เราสนใจคือ 1, 2, 3, 4, 5, 6 ซึ่งจะเห็นว่า ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้ กับผลที่เกิดเหตุการณ์ "ได้แต้มตั้งแต่ 1 ขึ้นไป" เป็นผลชุดเดียวกัน

เราเรียกเหตุการณ์ "ได้แต้มตั้งแต่ 1 ขึ้นไป" จากการทดลองสุ่มครั้งนี้ว่า เหตุการณ์ที่แน่นอน และจากการทดลองสุ่มครั้งนี้จะเห็นว่าเราไม่สามารถที่จะได้แต้มมากกว่า 6 เราเรียกเหตุการณ์ "ได้แต้มมากกว่า 6" จากการทดลองสุ่มครั้งนี้ว่า เหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

ให้ผู้เรียนพิจารณาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1. การโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 1 ครั้ง

ในการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ โดยที่เหรียญบาทนี้เป็นเหรียญที่มีความเที่ยงตรง กล่าวคือ มีโอกาสที่จะเกิดหัวและก้อยได้เท่า ๆ กัน

ถ้าเราให้ H แทน ผลที่เกิดหัว และ T แทน ผลที่เกิดก้อย

จะได้ ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมี 2 แบบ ได้แก่ H และ T

ถ้าเราสนใจเหตุการณ์ที่จะเกิดหัวจากการโยนเหรียญ ผลของเหตุการณ์คือ H ซึ่งผลที่เป็น H นั้น มีจำนวน 1 แบบ จากผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นในจำนวน 2 แบบ

จะเห็นว่า ในการทดลองสุ่มนี้ การเกิดหัวจะมีโอกาสเกิดขึ้นได้ 1 ใน 2

หรือ กล่าวได้อีกอย่างหนึ่งว่า ในการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดหัวเท่ากับ $\frac{1}{2}$ หรือ 0.5 หรือ 50%

ผู้เรียนคิดว่าในการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดก้อยเป็นเท่าใด

ถ้ามีการทดลองสุ่มให้โยนเหรียญ 1 เหรียญ 50 ครั้ง ผู้เรียนคาดว่าจะเกิดหัวกี่ครั้ง เพราะเหตุใด

2. การทดลองทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง

ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก โดยที่ลูกเต๋านี้เป็นลูกเต๋ายุติธรรม กล่าวคือ ผลที่เกิดขึ้นจากการทอดลูกเต๋าสุ่มแต่ละผลมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน

ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จะได้ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมี 6 แบบ หรือ 6 ผล ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5 และ 6

ถ้าเราสนใจเหตุการณ์ที่ลูกเต๋ารับขึ้นแต้ม 4 ซึ่งผลของเหตุการณ์ดังกล่าวคือ 4 ซึ่งมีจำนวน 1 ผล จากผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นในจำนวน 6 ผล

จะเห็นว่า ในการทดลองสุ่มนี้ การเกิดแต้ม 4 มีโอกาสที่จะเกิดขึ้นได้ 1 ใน 6

หรือ กล่าวว่า ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋ารับขึ้นแต้ม 4 เป็น $\frac{1}{6}$

ผู้เรียนคิดว่า ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋ารับขึ้นแต้มเป็นจำนวนคี่เป็นเท่าใด

ถ้าเราสนใจเหตุการณ์ที่ลูกเต๋ารับขึ้นแต้มที่เป็นจำนวนคี่ ผลของเหตุการณ์ดังกล่าวคือ 1, 3 และ 5 ซึ่งมีจำนวน 3 ผล จากผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้จำนวน 6 ผล ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่

ลูกเต๋ารับขึ้นแต้มเป็นจำนวนคี่เป็น $\frac{3}{6}$ หรือ $\frac{1}{2}$

ผู้เรียนคิดว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้เป็นเท่าใด

(1) ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋ารับขึ้นแต้ม 6 เป็น

เพราะ

(2) ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋ารับขึ้นแต้มเป็นจำนวนคู่ เป็น

เพราะ

(3) ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋ารับขึ้นแต้มเป็นจำนวนเฉพาะ เป็น

เพราะ

(4) ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋ารับแต้มเป็นจำนวนผลคูณของ 2 เป็น.....

เพราะ

(5) ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋ารับแต้มที่ไม่ใช่ 4 เป็น

เพราะ

จะสังเกตได้ว่า การหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่มีผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มแต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน ตามตัวอย่างข้างต้น เราสามารถหาได้จากสูตรต่อไปนี้

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลที่จะเกิดในเหตุการณ์นั้น}}{\text{จำนวนผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

ให้ผู้เรียนพิจารณาการทดลองสุ่มต่อไปนี้

1. กล่องใบหนึ่งมีเม็ดแม่เหล็กสีน้ำเงิน 4 เม็ด สีเขียว 3 เม็ด สีดำ 2 เม็ด และสีเหลือง 1 เม็ด สุ่มหยิบเม็ดแม่เหล็ก 1 เม็ด จงหา

(1) ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น

(2) ความน่าจะเป็นจะเกิดเหตุการณ์หยิบได้เม็ดแม่เหล็กสีดำ

(3) ความน่าจะเป็นจะเกิดเหตุการณ์หยิบได้เม็ดแม่เหล็กสีเขียวหรือสีน้ำเงิน

(4) ความน่าจะเป็นจะเกิดเหตุการณ์หยิบได้เม็ดแม่เหล็กที่ไม่ใช่สีน้ำเงิน

ถ้าพิจารณาให้เม็ดแม่เหล็กสีทั้ง 10 เม็ดแตกต่างกัน โดยกำหนดให้

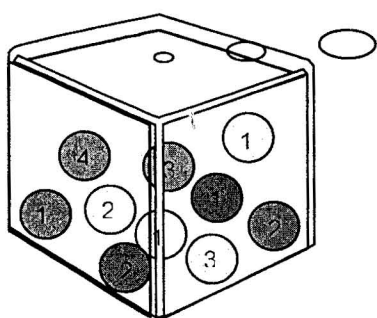
เม็ดแม่เหล็กสีน้ำเงินเม็ดที่หนึ่ง แทนด้วย n_1 เม็ดแม่เหล็กสีน้ำเงินเม็ดที่สอง แทนด้วย n_2

เม็ดแม่เหล็กสีน้ำเงินเม็ดที่สาม แทนด้วย n_3 เม็ดแม่เหล็กสีน้ำเงินเม็ดที่สี่ แทนด้วย n_4

เม็ดแม่เหล็กสีเขียวเม็ดที่หนึ่ง แทนด้วย x_1 เม็ดแม่เหล็กสีเขียวเม็ดที่สอง แทนด้วย x_2

เม็ดแม่เหล็กสีเขียวเม็ดที่สาม แทนด้วย x_3 เม็ดแม่เหล็กสีดำเม็ดที่หนึ่ง แทนด้วย d_1

เม็ดแม่เหล็กสีดำเม็ดที่สอง แทนด้วย d_2 และ เม็ดแม่เหล็กสีเหลืองเม็ดที่หนึ่ง แทนด้วย l_1



หยิบเม็ดแม่เหล็ก 1 เม็ด
จะได้ผลเป็นอย่างไรจะ

จะได้ (1) ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมี 10 แบบ ได้แก่.....

(2) ความน่าจะเป็นที่จะได้เม็ดแม่เหล็กสีดำ เท่ากับ $\square$

(3) ความน่าจะเป็นที่จะได้เม็ดแม่เหล็กสีเขียวหรือสีน้ำเงิน เท่ากับ $\square$ หรือ $\frac{1}{5}$

(4) ความน่าจะเป็นที่จะได้เม็ดแม่เหล็กที่ไม่ใช่สีน้ำเงิน เท่ากับ $\square$ หรือ $\square$

2. ขวดโหลใบหนึ่งมีห่วงสีแดง 3 อัน และสีเขียว 2 อัน เขย่าแล้วหยิบห่วงขึ้นมา 2 อันโดยไม่มอง ผู้เรียนจะเห็นว่าการเขียนผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้โดยไม่คำนึงถึงความแตกต่างของห่วงสีแดง และห่วงสีเขียวแต่ละอัน จะได้ว่าผลแต่ละอันมีโอกาสที่จะเกิดขึ้นไม่เท่ากัน เพราะห่วงทั้งสองสีมีจำนวนไม่เท่ากัน

ถ้าพิจารณาให้ห่วงสีทั้ง 5 อันแตกต่างกัน โดยกำหนดให้

ห่วงสีแดงอันที่หนึ่ง แทนด้วย d_1 ห่วงสีแดงอันที่สอง แทนด้วย d_2 ห่วงสีแดงอันที่สาม แทนด้วย d_3

ห่วงสีเขียวอันที่หนึ่ง แทนด้วย p_1 ห่วงสีเขียวอันที่สอง แทนด้วย p_2

ซึ่งทำให้ผลที่ห่วงแต่ละอันมีโอกาสที่จะถูกหยิบได้เท่า ๆ กัน

ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการหยิบห่วง 2 อันมี ดังนี้



จะได้ ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมี 10 แบบ ได้แก่.....

เหตุการณ์ที่ได้ห่วงสีแดงด้วยกัน ได้แก่

จำนวนผลที่เกิดขึ้นในเหตุการณ์ห่วงสีแดงด้วยกัน เท่ากับ

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะได้ห่วงสีแดงด้วยกัน เท่ากับ $\frac{4}{10}$

เหตุการณ์ที่ได้ห่วงสีต่างกัน ได้แก่

จำนวนผลที่เกิดขึ้นในเหตุการณ์ห้วงสีต่างกัน เท่ากับ

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะได้ห้วงสีต่างกัน เท่ากับ

ผู้เรียนคิดว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้ เป็นเท่าใด

- (1) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะได้ห้วงสีแดงทั้งสองอัน เป็น.....
- (2) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะได้ห้วงสีเขียวอย่างน้อยหนึ่งอัน เป็น.....
- (3) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะได้ห้วงสีเขียวทั้งสองอัน เป็น.....

3. การทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน จงหาความน่าจะเป็นต่อไปนี้

(1) ผลรวมแต้มมากกว่า 10 เป็น

(2) ผลรวมแต้มเป็น 5 เป็น

(3) ลูกเต๋าลูกใดลูกหนึ่งเกิดแต้ม 3 เป็น

ผู้เรียนเคยทดลองสุ่มนี้มาแล้ว ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมี 36 แบบ และสามารถจัดกลุ่มเพื่อตอบปัญหา ได้ดังนี้

แต้มลูกที่สอง						
แต้มลูกที่หนึ่ง	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

เหตุการณ์ที่ผลรวม
ของแต้มเป็น 5

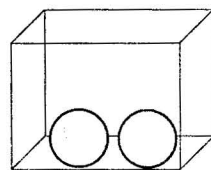
เหตุการณ์ที่ลูกใด
ลูกหนึ่งเกิดแต้ม 3

เหตุการณ์ผลรวม
แต้มมากกว่า 10

4. การหยิบลูกปิงปอง 1 ลูก จากกล่องใบหนึ่งที่มีลูกปิงปองขนาดเดียวกันที่มีสีเขียว 2 ลูก
จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

(1) หยิบได้ลูกปิงปองสีเขียวเป็น

(2) หยิบได้ลูกปิงปองสีแดงเป็น



จากการทดลองข้างต้นจะเห็นว่า เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกปิงปองสีเขียว ได้แก่ x_1 และ x_2 และ
ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการหยิบลูกปิงปอง 1 ลูก ได้แก่ x_1 และ x_2 ซึ่งเหตุการณ์ที่สนใจนี้เป็น
เหตุการณ์ที่แน่นอนและมีผลในเหตุการณ์เหมือนกับผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม นั่นคือ จำนวน
ผลในเหตุการณ์และจำนวนผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้มีจำนวนเท่ากัน ดังนั้น จากสูตรการหาความน่าจะเป็น
ของเหตุการณ์ จะได้ว่า **ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่แน่นอน เป็น 1**

จากการทดลองนี้จะเห็นว่า เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกปิงปองสีแดงเกิดขึ้นไม่ได้ ถือว่าเป็น
เหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้ สำหรับเหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้ เหตุการณ์นั้นจะไม่มีผลเกิดขึ้น นั่นคือ จำนวนผลใน
เหตุการณ์เป็น 0 จะได้ว่า **ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้ เป็น 0** เราสรุปได้ว่า

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ใด ๆ จะเป็นจำนวนใด
จำนวนหนึ่งตั้งแต่ 0 ถึง 1

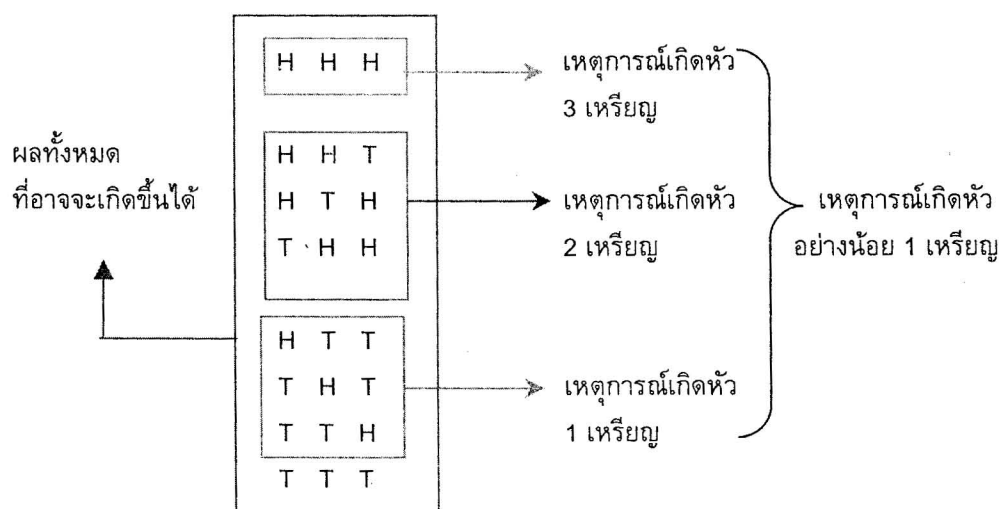


5. การโยนเหรียญ 3 อันพร้อมกัน จงหา

(1) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์เกิดหัวอย่างน้อย 1 เหรียญ

(2) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์เกิดหัวเท่ากับก้อย

ผู้เรียนเคยทำการทดลองโยนเหรียญ 3 เหรียญพร้อมกันมาแล้ว ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมี 8 แบบ ได้แก่ HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT ซึ่งสามารถจัดให้เป็นกลุ่มได้ ดังนี้



จากแผนภาพข้างต้น จะได้จำนวนผลของเหตุการณ์เกิดหัวอย่างน้อย 1 เหรียญ เป็น 7 ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดหัวอย่างน้อย 1 เหรียญ

$$\text{เท่ากับ } \frac{\text{จำนวนผลที่เกิดในเหตุการณ์ที่เกิดหัวอย่างน้อย 1 เหรียญ}}{\text{จำนวนผลทั้งหมดที่เกิดจากการทดลองสุ่ม}} \quad \text{เท่ากับ } \frac{7}{8}$$

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดหัวเท่ากับก้อย

$$\text{เท่ากับ } \frac{\text{จำนวนผลที่เกิดในเหตุการณ์ที่เกิดหัวเท่ากับก้อย}}{\text{จำนวนผลทั้งหมดเกิดจากการทดลองสุ่ม}} \quad \text{เท่ากับ } \frac{0}{8} \text{ หรือ } 0$$

ผู้เรียนได้คำนวณหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่าง ๆ จากการทดลองสุ่มที่ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นแต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กันแล้ว ความน่าจะเป็นที่หาได้นี้ถือว่าเป็นความน่าจะเป็นในทางทฤษฎี แต่ในทางปฏิบัติแล้วเมื่อเราโยนเหรียญ 1 เหรียญ 10 ครั้ง ก็ได้หมายความว่า ต้องขึ้นหัว 5 ครั้ง ก้อย 5 ครั้งเสมอไป แต่ถ้าได้ทดลองโยนเหรียญ 1 เหรียญ มาก ๆ ครั้ง เช่น หนึ่งร้อยครั้ง หรือพันครั้ง จำนวนครั้งที่เกิดหัวหรือก้อยจะใกล้เคียงกัน ซึ่งเป็นการหา ความน่าจะเป็นในทางปฏิบัติ

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เท่ากับ $\frac{\text{จำนวนครั้งที่ทดลองแล้วได้ผลในเหตุการณ์}}{\text{จำนวนครั้งที่ทำการทดลอง}}$
--

เช่นการทดลองต่อไปนี้

การทดลอง ในการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ และทอดลูกเต๋า 1 ลูก 50 ครั้ง บันทึกผลลงตารางนี้

ผล	รอยขีด	ความถี่	ผล	รอยขีด	ความถี่
(1, หัว)			(1, ก้อย)		
(2, หัว)			(2, ก้อย)		
(3, หัว)			(3, ก้อย)		
(4, หัว)			(4, ก้อย)		
(5, หัว)			(5, ก้อย)		
(6, หัว)			(6, ก้อย)		

ในการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ และทอดลูกเต๋า 1 ลูก ผู้เรียนคิดว่าโอกาสที่ผลแต่ละตัวจะเกิดขึ้น มีโอกาสเท่า ๆ กันหรือไม่

ผู้เรียนคิดว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้ เป็นเท่าใด

เหตุการณ์ที่สนใจ	ความน่าจะเป็น ในทางปฏิบัติ	ความน่าจะเป็น ในทางทฤษฎี
1. เหรียญบาทขึ้นก้อยและลูกเต๋ได้แต้ม 5		
2. เหรียญบาทขึ้นหัวและลูกเต๋ได้แต้มไม่เกิน 4		
3. ลูกเต๋ได้แต้ม 6		
4. เหรียญบาทขึ้นก้อย		
5. เหรียญบาทขึ้นหัวและลูกเต๋ได้แต้ม 0		

คู่มือครู

แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เรื่อง ความน่าจะเป็น

หัวข้อเรื่อง เกมและกติกา

คาบที่ 1 – 2

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

สามารถบอกข้อได้เปรียบเสียเปรียบของการเล่นเกมตามกติกาที่กำหนดได้

2. เนื้อหา

เกมและกติกาที่ทำให้เกิดข้อได้เปรียบและเสียเปรียบในการเล่นเกม

2.1 เกมบวกลูก ผู้เล่น 2 คน ผลัดกันทอดลูกเต๋าค้างละ 2 ลูก รวมกัน 20 ครั้ง และหาผลบวกของแต้มที่ปรากฏในแต่ละครั้ง

- กติกา
- คนที่หนึ่งได้ 1 คะแนน ถ้าผลบวกได้แต้มคู่
 - คนที่สองได้ 1 คะแนน ถ้าผลบวกได้แต้มคี่
 - ผู้ที่ได้คะแนนมากกว่าเป็นผู้ชนะ

2.2 เกมคูณ ผู้เล่น 2 คน ผลัดกันทอดลูกเต๋าค้างละ 2 ลูก รวมกัน 20 ครั้ง และหาผลคูณของแต้มที่ปรากฏในแต่ละครั้ง

- กติกา
- คนที่หนึ่งได้ 1 คะแนน ถ้าผลคูณได้แต้มคู่
 - คนที่สองได้ 1 คะแนน ถ้าผลคูณได้แต้มคี่
 - ผู้ที่ได้คะแนนมากกว่าเป็นผู้ชนะ

2.3 เกมโยนเหรียญ ผู้เล่น 3 คน ผลัดกันโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน ให้แต่ละคนเลือกเล่นในนาม A, B หรือ C และทำการเล่นรวมกัน 12 ครั้ง

- กติกา
- A ได้คะแนน 1 คะแนน ถ้าเหรียญปรากฏหัวทั้งสองเหรียญ
 - B ได้คะแนน 1 คะแนน ถ้าเหรียญปรากฏก้อยทั้งสองเหรียญ
 - C ได้คะแนน 1 คะแนน ถ้าเหรียญปรากฏก้อย 1 เหรียญและหัว 1 เหรียญ
 - ผู้ที่ได้คะแนนมากกว่าจะเป็นผู้ชนะ

3. กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ

3.1 ครูนำเสนอเกี่ยวกับการเล่นเกมต่าง ๆ ที่ส่วนใหญ่จะมีกติกาในการเล่น เกมที่ครูหรือผู้เรียนเคยเล่นกันอาจมีกติกาในการเล่นแตกต่างกันบ้างตามแต่ละท้องถิ่น เช่น เกมตั้งเต๋ อีตัก หมากเก็บ หมากกรุก หมากฮอส เป่ายิงฉุบ ฯลฯ ครูอาจเล่าถึงวิธีการเล่นและกติกาในการเล่นของเกบบางเกมที่ผู้เรียนไม่รู้จัก และชี้ให้เห็นว่าบางเกมการแพ้หรือชนะขึ้นอยู่กับความสามารถของผู้เล่น แต่บางเกมการแพ้หรือชนะขึ้นอยู่กับ การสุ่มและดวงของผู้เล่นด้วย เช่น เกมเป่ายิงฉุบ

ขั้นสอน

ครูแบ่งกลุ่มผู้เรียนเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน

3.2 ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1.1 “เกมบวกลบ” ให้กลุ่มละ 2 ใบ ซึ่งในแต่ละกลุ่มแบ่งเป็น 2 ฝ่ายศึกษาวิธีการเล่นเกม ทดลองเล่น และช่วยกันตอบคำถามและอภิปรายกันภายในกลุ่ม

3.3 ครูสุ่มกลุ่มออกมานำเสนอผลการทดลอง 2 – 3 กลุ่ม ที่มีความคิดเห็นแตกต่างกัน และช่วยกันอภิปรายสรุปผลที่ได้จาก “เกมบวกลบ” นี้

3.4 ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1.2 “เกมคูณ” ให้กลุ่มละ 2 ใบ ให้จับคู่กันศึกษาวิธีการเล่นเกม ทดลองเล่น และตอบคำถามเป็นคู่ก่อน หลังจากนั้นให้สรุปผลการเล่นในกลุ่มอีกครั้ง

3.5 ครูสุ่มกลุ่มออกมานำเสนอผลการทดลอง 2 – 3 กลุ่มที่ไม่ใช่กลุ่มเดิมในข้อ 3.3 และช่วยกันอภิปรายสรุปผลที่ได้จาก “เกมคูณ” นี้อีกครั้ง

3.6 ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1.3 “เกมโยนเหรียญ” ให้กลุ่มละ 1 ใบ ศึกษาวิธีการเล่นเกม กำหนดตัวผู้เล่นและผู้บันทึกข้อมูล ให้ทดลองโยนเหรียญและบันทึกข้อมูลซึ่งภายในกลุ่มโยนเหรียญรวมกัน 12 ครั้งเสร็จแล้วช่วยกันอภิปรายผลภายในกลุ่ม

3.7 ครูสุ่มกลุ่มออกมานำเสนอผลการทดลอง 2 – 3 กลุ่มที่ไม่ใช่กลุ่มเดิมในข้อ 3.5 และช่วยกันอภิปรายสรุปผลที่ได้จาก “เกมโยนเหรียญ”

ขั้นสรุป

3.8 ให้ผู้เรียนช่วยกันอภิปรายหาผลสรุปจากเกมทั้งสาม โดยครูใช้คำถามและตั้งข้อสังเกตเกี่ยวกับกติกาที่กำหนดไว้ในการเล่นเกมทั้งสาม ซึ่งพบว่าบางกติกา เช่น เกมโยนเหรียญ ทำให้โอกาสที่จะชนะของผู้เล่นเกมมีไม่เท่ากัน

3.9 ครูตรวจสอบความเข้าใจอีกครั้งโดยยกตัวอย่างเกมให้ผู้เรียนช่วยกันตอบว่าเป็นเกมที่ยุติธรรมหรือไม่ เพราะเหตุใด

4. สื่อการเรียนรู้

- 4.1 อุปกรณ์ได้แก่ เงินเหรียญ และลูกเต๋า
- 4.2 ใบกิจกรรมที่ 1.1 “เกมบวกลบ”
- 4.3 ใบกิจกรรมที่ 1.2 “เกมคูณ”
- 4.4 ใบกิจกรรมที่ 1.3 “เกมโยนเหรียญ”
- 4.5 เอกสารเพิ่มเติมสำหรับครู

5. การวัดผลและประเมินผล

- 5.1 สังเกตความร่วมมือในการทำกิจกรรม
- 5.2 ตรวจผลแบบบันทึกใบกิจกรรมที่ 1.1 (งานเป็นกลุ่ม)
- 5.3 งานจากแบบบันทึกใบกิจกรรมที่ 1.2 (งานเป็นคู่และกลุ่ม)
- 5.4 ตรวจผลแบบบันทึกใบกิจกรรมที่ 1.3 (งานเป็นกลุ่ม)

ใบกิจกรรมที่ 1.1

เกมบวกลูกเต๋า

ชื่อ.....
ชื่อ.....

ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มเล่นเกม และบันทึกข้อมูลลงในตาราง
กติกา มีผู้เล่น 2 คน
ผู้เล่นคนที่หนึ่งเลือกแต้ม “คู่” และผู้เล่นคนที่สองเลือกแต้ม “คี่”
แต่ละคนผลัดกันทอดลูกเต๋าค้างละ 2 ลูก โดยนำแต้มที่ปรากฏบนลูกเต๋าทิ้งสองลูก มาบวกกัน
ถ้าบวกกันได้แต้ม คู่ แล้ว ผู้เล่นคนแรกได้ 1 คะแนน
ถ้าบวกกันได้แต้ม คี่ แล้ว ผู้เล่นคนที่สองได้ 1 คะแนน

ผลบวกของ แต้มที่ปรากฏ	ลำดับครั้งที่ทอดลูกเต๋าค้าง										รวมคะแนน
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
จำนวนคู่											
จำนวนคี่											

ผลบวกของ แต้มที่ปรากฏ	ลำดับครั้งที่ทอดลูกเต๋าค้าง										รวมคะแนน
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
จำนวนคู่											
จำนวนคี่											

1. ผู้เรียนคิดว่า ผลบวกทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมีอะไรบ้าง
-
-
2. ผู้เรียนคิดว่า เกมนี้มีใครได้เปรียบหรือเสียเปรียบบ้างหรือไม่
-
-
3. ให้ผู้เรียนอภิปรายเกี่ยวกับความหมายของคำว่า “ยุติธรรม” หรือ เกมที่ยุติธรรม
-
-
4. เกมบวกลูกเต๋าค้างนี้เป็นเกมที่ยุติธรรมหรือไม่ เพราะเหตุใด
-
-

ใบกิจกรรมที่ 1.2

เกมคุณ

ชื่อ.....
ชื่อ.....

ให้ผู้เรียนจับคู่กันเล่นเกมภายในกลุ่ม และบันทึกข้อมูลลงในตาราง
กติกา มีผู้เล่น 2 คน
ผู้เล่นคนที่หนึ่งเลือกแต้ม “คู่” และผู้เล่นคนที่สองเลือกแต้ม “คี่”
แต่ละคนผลัดกันทอดลูกเต๋ารั้งละ 2 ลูก โดยนำแต้มที่ปรากฏบนลูกเต๋าทิ้งสองลูก มาคูณกัน
ถ้าคูณกันได้แต้ม คู่ แล้ว ผู้เล่นคนที่หนึ่งได้ 1 คะแนน
ถ้าคูณกันได้แต้ม คี่ แล้ว ผู้เล่นคนที่สองได้ 1 คะแนน

ผลคูณของ แต้มที่ปรากฏ	ลำดับครั้งที่ทอดลูกเต๋า										รวมคะแนน
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
จำนวนคู่											
จำนวนคี่											

ผลคูณของ แต้มที่ปรากฏ	ลำดับครั้งที่ทอดลูกเต๋า										รวมคะแนน
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
จำนวนคู่											
จำนวนคี่											

1. ผู้เรียนคิดว่า ผลคูณทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมีอะไรบ้าง และทำไมผู้เรียนคิดเช่นนั้น
-
-
2. ผู้เรียนคิดว่า เกมนี้มีใครได้เปรียบหรือเสียเปรียบบ้างหรือไม่
-
-
3. เกมคุณนี้เป็นเกมที่ยุติธรรมหรือไม่ เพราะเหตุใด
-
-

กลุ่ม.....

ใบกิจกรรมที่ 1.3

เกมโยนเหรียญ

ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มเล่นเกม และบันทึกข้อมูลลงในตาราง

กติกา มีผู้เล่น 3 คน

ให้แต่ละคนเลือกว่าจะเล่นในนาม A, B หรือ C โดยมีข้อตกลงว่า

A หมายถึง เลือกหน้าที่ปรากฏหัวทั้งสองเหรียญ

B หมายถึง เลือกหน้าที่ปรากฏก้อยทั้งสองเหรียญ

C หมายถึง เลือกหน้าที่ปรากฏก้อย 1 เหรียญ และหัว 1 เหรียญ

ในการเล่นให้แต่ละคนผลัดกันโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน ไปเรื่อย ๆ จนโยนครบ 12 ครั้ง

ถ้าผลลัพธ์ คือ การปรากฏหัว 2 เหรียญ แล้ว A ได้ 1 คะแนน

ถ้าผลลัพธ์ คือ การปรากฏก้อย 2 เหรียญ แล้ว B ได้ 1 คะแนน

ถ้าผลลัพธ์ คือ การปรากฏก้อย 1 เหรียญ และหัว 1 เหรียญ แล้ว C ได้ 1 คะแนน

ผู้เล่น	ครั้งที่												รวม คะแนน
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
A													
B													
C													

1. ผู้เรียนคิดว่า ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมีอะไรบ้าง และทำไมผู้เรียนจึงคิดเช่นนั้น

.....

.....

.....

2. เกมโยนเหรียญเป็นเกมที่ยุติธรรมหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

เอกสารเพิ่มเติมสำหรับครู

ในกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่อง เกมและกติกา นี้ต้องการให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดเกี่ยวกับกติกาในการเล่นเกมที่แต่ละเกมว่า กติกานั้นเป็นส่วนสำคัญที่ทำให้เกิดการได้เปรียบหรือเสียเปรียบในการเล่นบางกติกาทำให้โอกาสที่จะชนะของผู้เล่นมีเท่า ๆ กัน แต่บางกติกาโอกาสที่จะชนะของผู้เล่นมีไม่เท่ากัน ผู้เรียนทุกคนควรระมัดระวังและตระหนักถึงความได้เปรียบและเสียเปรียบในกติกาที่กำหนดไว้ในเกมที่ผู้เรียนจะลงเล่นหรือร่วมกิจกรรมนั้น และในกิจกรรมนี้ต้องการสร้างพื้นฐานความคิดเกี่ยวกับการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ ที่จะต้องหาจากเกมและกติกาที่ทุก ๆ ผลที่อาจเกิดขึ้นต้องมีโอกาสเกิดได้เท่า ๆ กัน

เกมที่ยุติธรรม หมายถึงเกมที่เล่นแล้วผู้เล่นแต่ละคนมีโอกาสที่จะชนะได้เท่า ๆ กัน

อุปกรณ์ที่ยุติธรรม หมายถึงอุปกรณ์ที่นำมาใช้ในการเล่นเกมที่มีความเที่ยงตรง เช่น ลูกเต๋าที่ไม่ถ่วงน้ำหนัก ลูกแก้วที่นำมาหยิบบ้างมีขนาดเท่ากัน เป็นต้น

เกมบวกล

ผลบวกเป็นจำนวนคู่ ได้จากแต้มของลูกเต๋า 2 ลูกที่ปรากฏดังนี้

(1,1) , (1,3) , (1,5) , (2,2) , (2,4) , (2,6) , (3,1) , (3,3) , (3,5)

(4,2) , (4,4) , (4,6) , (5,1) , (5,3) , (5,5) , (6,2) , (6,4) , (6,6)

มีรูปแบบที่เกิดต่างกัน 18 แบบ และผลบวกที่ได้มี 6 จำนวน ได้แก่ 2, 4, 6, 8, 10, 12

ผลบวกเป็นจำนวนคี่ ได้จากแต้มของลูกเต๋า 2 ลูกที่ปรากฏดังนี้

(1,2) , (1,4) , (1,6) , (2,1) , (2,3) , (2,5) , (3,2) , (3,4) , (3,6)

(4,1) , (4,3) , (4,5) , (5,2) , (5,4) , (5,6) , (6,1) , (6,3) , (6,5)

มีรูปแบบที่เกิดต่างกัน 18 แบบ และผลบวกที่ได้มี 5 จำนวน ได้แก่ 3, 5, 7, 9, 11

เกมบวกลจึงเป็นเกมที่ยุติธรรม เพราะจำนวนรูปแบบที่เกิดมี 18 แบบเท่ากัน ทั้งสองทีมจึงมีโอกาสชนะได้เท่า ๆ กัน

เกมคูณ

ผลคูณที่เป็นจำนวนคู่ ได้จากแต้มของลูกเต๋า 2 ลูกที่ปรากฏดังนี้

(1,2) , (1,4) , (1,6) , (2,1) , (2,2) , (2,3) , (2,4) , (2,5) , (2,6)

(3,2) , (3,4) , (3,6) , (4,1) , (4,2) , (4,3) , (4,4) , (4,5) , (4,6)

(5,2) , (5,4) , (5,6) , (6,1) , (6,2) , (6,3) , (6,4) , (6,5) , (6,6)

มีรูปแบบที่เกิดต่างกัน 27 แบบ และผลคูณที่ได้มี 12 จำนวน ได้แก่ 2, 4, 6, 8, 10, 12, 16, 18, 20, 24, 30, 36

ผลคูณที่เป็นจำนวนคี่ ได้จากแต้มของลูกเต๋า 2 ลูกที่ปรากฏดังนี้

(1,1) , (1,3) , (1,5) , (3,1) , (3,3) , (3,5) , (5,1) , (5,3) , (5,5)

มีรูปแบบที่เกิดต่างกัน 9 แบบ และผลคูณที่ได้มี 6 จำนวน ได้แก่ 1, 3, 5, 9, 15, 25

เกมคูณจึงเป็นเกมที่ไม่ยุติธรรม เพราะจำนวนรูปแบบที่เกิดมีไม่เท่ากัน ทั้งสองคนจึงมีโอกาสชนะได้ไม่เท่ากัน

เกมโยนเหรียญ

การโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง หน้าทีปรากฏจากเหรียญเป็นดังนี้

(หัว, หัว) , (หัว, ก้อย) , (ก้อย, หัว) , (ก้อย, ก้อย)

จะเห็นว่ารูปแบบที่ปรากฏหน้าของเหรียญต่างกัน คือ (หัว, ก้อย) และ (ก้อย, หัว) มีโอกาสที่จะเกิดมากกว่ารูปแบบที่ปรากฏหน้าของเหรียญที่เหมือนกัน คือ (หัว, หัว) หรือ (ก้อย, ก้อย)

เกมโยนเหรียญจึงเป็นเกมที่ไม่ยุติธรรม เพราะคนเล่นในนาม C มีโอกาสชนะได้มากกว่า

จากเกมโยนเหรียญนี้ ถ้าครูต้องการให้ผู้เรียนได้คิดสร้างสรรค์เพิ่มเติม ครูอาจให้ผู้เรียนช่วยกันเปลี่ยนกติกาการเล่นใหม่ให้เป็นเกมที่ยุติธรรมได้ เช่น แบ่งผู้เรียนเป็น 2 ฝ่าย ได้แก่ ฝ่ายที่ปรากฏหน้าของเหรียญเหมือนกันกับฝ่ายที่ปรากฏหน้าของเหรียญต่างกัน

เกมอื่น ๆ ที่ครูอาจนำมาใช้เพื่อตรวจสอบความเข้าใจกับผู้เรียน เช่น

เกมหลบตาหยิบลูกปิงปองสีในกล่องที่มีลูกปิงปองสีแดง 3 ลูก และสีขาว 3 ลูก

กติกา 1 ฝ่ายหยิบได้สีแดงและฝ่ายหยิบได้สีขาวให้หยิบคนละ 1 ครั้ง ๆ ละ 1 ลูก

กติกา 2 หยิบสองลูกพร้อมกันคนละ 1 ครั้ง แต่ละฝ่ายจะได้แต้ม 1 คะแนน เมื่อ

ฝ่าย ก. หยิบได้สีแดงทั้งสองลูก

ฝ่าย ข. หยิบได้สีขาวทั้งสองลูก

ฝ่าย ค. หยิบได้สีต่างกัน

แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เรื่อง ความน่าจะเป็น

หัวข้อเรื่อง การทดลองสุ่ม

คาบที่ 3

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1.1 สามารถบอกความหมายของการทดลองสุ่มได้
- 1.2 สามารถบอกการกระทำเชิงการทดลองสุ่มได้
- 1.3 สามารถเขียนผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มได้

2. เนื้อหา

2.1 การทดลองสุ่ม

การกระทำที่สามารถบอกได้ว่าผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมีอะไรบ้าง แต่ไม่สามารถบอกได้อย่างถูกต้องแน่นอนว่าจะเกิดผลอะไรขึ้นจากผลทั้งหมดที่เป็นได้เหล่านั้น เรียกว่า การทดลองสุ่ม

2.2 ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

- 1) การโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 2 ครั้ง ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมี 4 แบบ ได้แก่ (H,H), (H,T), (T,H), (T,T) หรือ (หัว,หัว), (หัว,ก้อย), (ก้อย,หัว), (ก้อย,ก้อย)
- 2) การทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมี 36 แบบ ได้แก่
 (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)
 (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)
 (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)
 (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)
 (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)
 (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)
- 3) การโยนเหรียญบาท 1 เหรียญและลูกเต๋า 1 ลูกพร้อมกัน ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมี 12 แบบ ได้แก่
 (H,1), (H,2), (H,3), (H,4), (H,5), (H,6)
 (T,1), (T,2), (T,3), (T,4), (T,5), (T,6)
- 4) การทอดลูกเต๋าสี่หน้า 2 ลูกพร้อมกัน ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมี 16 แบบ ได้แก่
 (1,1), (1,2), (1,3), (1,4)
 (2,1), (2,2), (2,3), (2,4)
 (3,1), (3,2), (3,3), (3,4)
 (4,1), (4,2), (4,3), (4,4)

3. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

3.1 ครูใช้สื่อแป้งวงกลมที่หนึ่งซึ่งบนแป้งวงกลมแบ่งพื้นที่เป็นห้าส่วน มีหมายเลข 1 – 5 แต่ละส่วนมีพื้นที่ไม่เท่ากัน ครูใช้คำถามให้ผู้เรียนบอกผลที่จะเกิดจากการหมุนแป้งวงกลม 1 ครั้งว่า เมื่อแป้งหยุดหมุนลูกศรบนแป้งวงกลมจะชี้ตรงกับหมายเลขใดบ้าง ครูอาจให้ผู้เรียนทดลองหมุนและให้เพื่อน ๆ ลองทายหมายเลขที่ตรงกับลูกศร และอภิปรายถึงโอกาสที่จะเกิดขึ้นจากการทดลอง แล้วเปลี่ยนมาเป็นแป้งวงกลมที่สองซึ่งบนแป้งวงกลมแบ่งพื้นที่เป็นห้าส่วน มีหมายเลข 1 – 5 แต่ละส่วนมีพื้นที่เท่า ๆ กัน และอภิปรายถึงโอกาสที่จะเกิดขึ้นจากการทดลองเปรียบเทียบกัน

ขั้นสอน

3.2 ครูให้ผู้เรียนร่วมกันพิจารณาการทดลองต่อไปนี้อย่างพร้อมกัน และให้ช่วยกันบอกผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น

- การโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ
- การทอดลูกเต๋า 1 ลูก
- การหยิบลูกปิงปอง 2 ลูกพร้อมกันจากถุงใบหนึ่งที่มีลูกปิงปองสีขาว 3 ลูกและสีเหลือง 1 ลูก
- การหยิบสลากที่มีหมายเลข 1 ถึง 5

ครูให้ผู้เรียนช่วยกันอภิปรายผลที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองดังกล่าว เพื่อหาข้อสรุปและให้ความหมายคำว่า การทดลองสุ่ม

3.3 ครูแจกเอกสารฝึกหัดที่ 3.1 ให้ผู้เรียนทุกคนทำและช่วยกันเฉลยคำตอบ

3.4 ครูแบ่งกลุ่มผู้เรียนเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน และแจกใบงานที่ 3.1 ให้กลุ่มละ 1 ใบ โดยแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมตามใบงาน เสร็จแล้วครูสุ่มกลุ่ม 1 – 2 กลุ่มออกมานำเสนอผลงานที่แตกต่างกัน และช่วยกันอภิปรายสรุปผลที่ได้จากใบงานนี้ ครูแนะนำการใช้แผนภาพต้นไม้ช่วยในการหาผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้จากการทดลองนี้

3.5 ครูแจกใบงานที่ 3.2 ให้ผู้เรียนทุกคนทำ เสร็จแล้วครูสุ่มกลุ่ม 1 – 2 กลุ่มที่ไม่ใช่กลุ่มในข้อ 3.4 ออกมานำเสนอผลงานที่แตกต่างกัน และช่วยกันอภิปรายสรุปผลที่ได้จากใบงานนี้

ขั้นสรุป

3.6 ครูให้ผู้เรียนช่วยกันสรุปผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม โดยเน้นในประเด็นของการทดลองต่อไปนี้ว่ามีผลเหมือนกันหรือต่างกันอย่างไร

- การโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 2 ครั้ง กับ การโยนเหรียญบาท 2 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง
- การโยนลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง กับ การโยนลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง

3.7 ครูตรวจสอบความเข้าใจอีกครั้งโดยให้ผู้เรียนทุกคนเขียนผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการโยนลูกเต๋าสีหน้า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง เสร็จแล้วให้ช่วยกันเฉลยคำตอบบนกระดาน ครูตรวจสอบความถูกต้อง

3.8 ครูแจกเอกสารแบบฝึกหัดที่ 3.1 ให้ผู้เรียนทุกคนทำเป็นการบ้าน

4. สื่อการเรียนรู้

- 4.1 อุปกรณ์ได้แก่ แป้นวงกลม เงินเหรียญ ลูกเต๋า ลูกบ๊อง สลาก และลูกเต๋าสีหน้า
- 4.2 เอกสารฝึกหัดที่ 3.1
- 4.3 ใบงานที่ 3.1 – 3.2
- 4.4 เอกสารแบบฝึกหัดที่ 3.1
- 4.4 เอกสารเพิ่มเติมสำหรับครู

5. การวัดผลและประเมินผล

- 5.1 สังเกตความร่วมมือในการทำกิจกรรม
- 5.2 ตรวจผลแบบบันทึกใบงานที่ 3.1 (งานเป็นกลุ่ม)
- 5.3 ตรวจผลแบบบันทึกใบงานที่ 3.2 (งานเป็นกลุ่ม)
- 5.4 งานจากเอกสารฝึกหัดที่ 3.1 (งานเป็นรายบุคคล)
- 5.5 งานจากเอกสารแบบฝึกหัดที่ 3.1 (งานเป็นรายบุคคล)

เอกสารฝึกหัดที่ 3.1

ชื่อ

1. ให้พิจารณาการกระทำในแต่ละข้อต่อไปนี้และตอบว่าเป็นการทดลองสุ่มหรือไม่เป็น
การทดลองสุ่ม โดยใช้เครื่องหมาย (✓)

การกระทำ	เป็น	ไม่เป็น
1) ผลการออกรางวัลเลขท้าย 2 ตัว ของสลากกินแบ่งรัฐบาล		
2) หยิบลูกแก้ว 2 ลูกจากถุงซึ่งบรรจุลูกแก้ว 7 ลูก ที่มีขนาดและสีเดียวกันโดยไม่มอง		
3) มีการสอบแข่งขันชิงรางวัล โดยมีผู้เข้าสอบ 50 คน มีผู้สอบคัดเลือกได้เพียง 2 คนเท่านั้น		
4) กล้องใบหนึ่งมีบัตรอยู่ 20 ใบ เขียนหมายเลข 1 ถึง 20 หลับตาหยิบขึ้นมา 1 ใบ		
5) การจับสลากรายชื่อของนักเรียนเพื่อเป็นประธานนักเรียน ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง จำนวน 1 คน		

2. ให้ลงยกตัวอย่าง 1 ตัวอย่างที่เป็นการทดลองสุ่ม

.....

.....

.....

.....

ใบงานที่ 3.1

กลุ่ม

ตอนที่ 1 จงเขียนคำตอบที่ได้จากการโยนเหรียญในตารางต่อไปนี้

การทดลองสุ่ม	ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น	จำนวนผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น
ตัวอย่าง โยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 1 ครั้ง	H , T	2
1) โยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 2 ครั้ง		
2) โยนเหรียญบาท 2 เหรียญ พร้อมกัน 1 ครั้ง		

จากตารางคำตอบที่ได้จากข้อ 1) และ 2) ในตารางที่ 1 มีผลลัพธ์เหมือนกันหรือแตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร

.....

ตอนที่ 2 จงเขียนคำตอบที่ได้จากการทอดลูกเต๋ในตารางต่อไปนี้

การทดลองสุ่ม	ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น	จำนวนผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น
1) ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง		
2) ทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง		

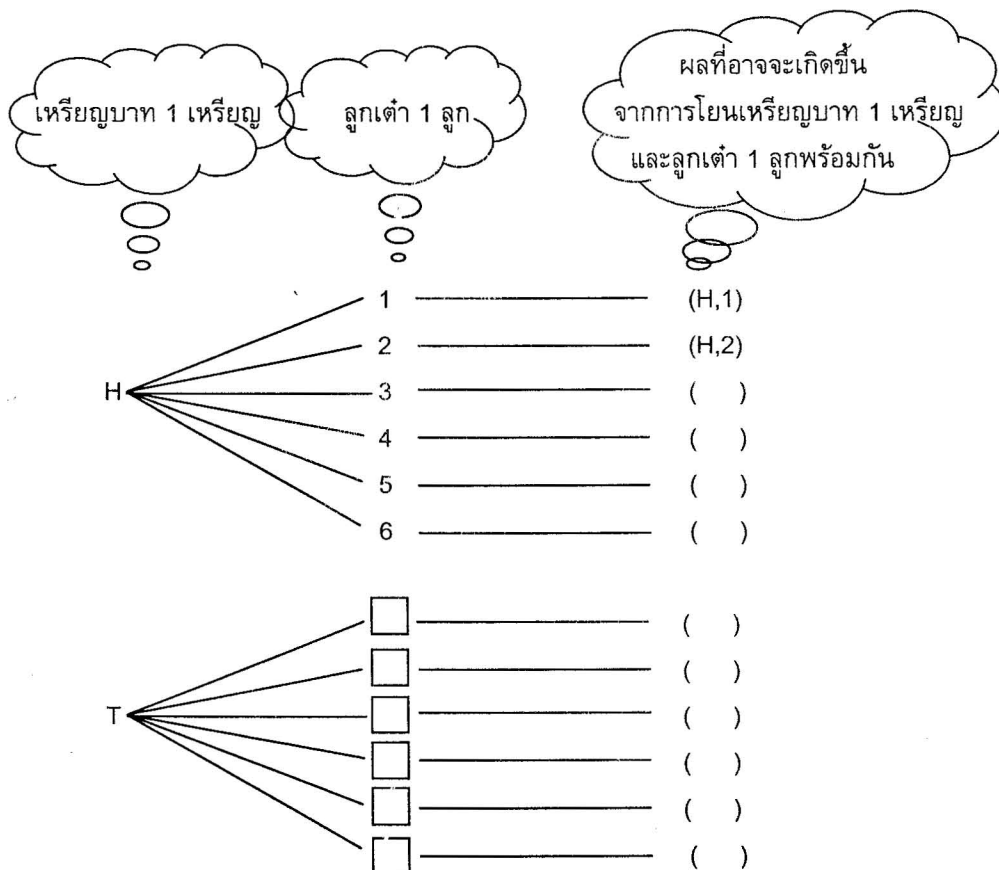
จากตารางคำตอบที่ได้จากข้อ 1) และ 2) ในตารางที่ 2 มีผลลัพธ์เหมือนกันหรือแตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร

.....

ใบงานที่ 3.2

ชื่อ.....

1. ให้เขียนผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นในแผนภาพต้นไม้ข้างล่างนี้ให้สมบูรณ์
แผนภาพต้นไม้แสดงผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญกับลูกเต๋า 1 ลูกพร้อมกัน



และผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมีแบบ ได้แก่

.....

.....

.....

.....

เอกสารแบบฝึกหัดที่ 3.1

ชื่อ

1. จงเขียนผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทอดลูกเต๋าสีหน้า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงเขียนผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทอดลูกเต๋ากับลูกเต๋าสีหน้าพร้อมกัน 1 ครั้ง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

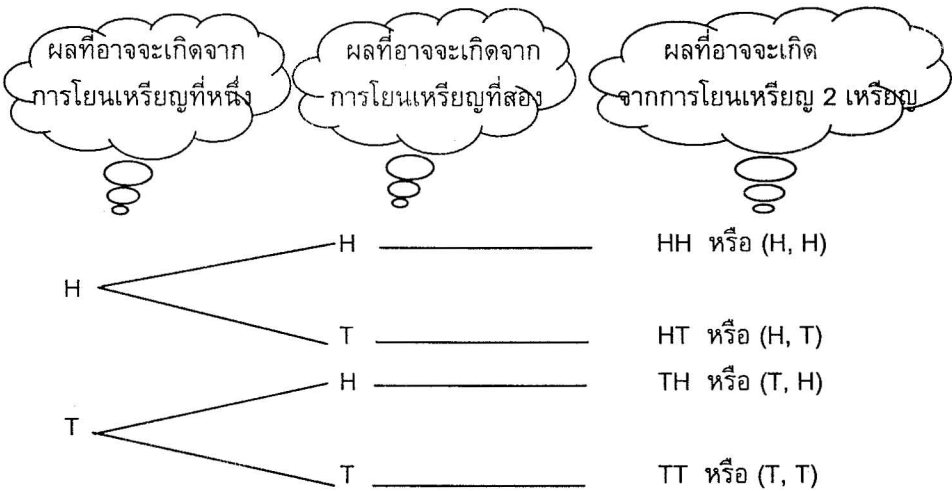
.....

เอกสารเพิ่มเติมสำหรับครู

ในกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่อง การทดลองสุ่ม นี้ต้องการให้ผู้เรียนได้ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการกระทำที่เป็นการทดลองสุ่ม ซึ่งผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นแต่ละผลนั้น มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน การแข่งขันทุกชนิดถึงแม้จะทราบผลที่อาจเกิดขึ้นได้ว่ามีชนะ แพ้ และเสมอ แต่การกระทำนี้ไม่ถือว่าเป็นการทดลองสุ่มเพราะผลที่จะเกิดนั้นบางครั้งสามารถทายล่วงหน้าได้เพราะการแข่งขันอาศัยความสามารถของผู้เล่น

ในแนวคิดหนึ่งที่จะช่วยในการหาผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้จากการทดลองสุ่มคือ การเขียนแผนภาพต้นไม้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

แผนภาพต้นไม้แสดงผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นในการโยนเหรียญบาท 2 เหรียญพร้อมกัน



ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการโยนเหรียญบาท 2 เหรียญพร้อมกัน จะเหมือนกันกับผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 2 ครั้ง ซึ่งผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้ ดังนี้

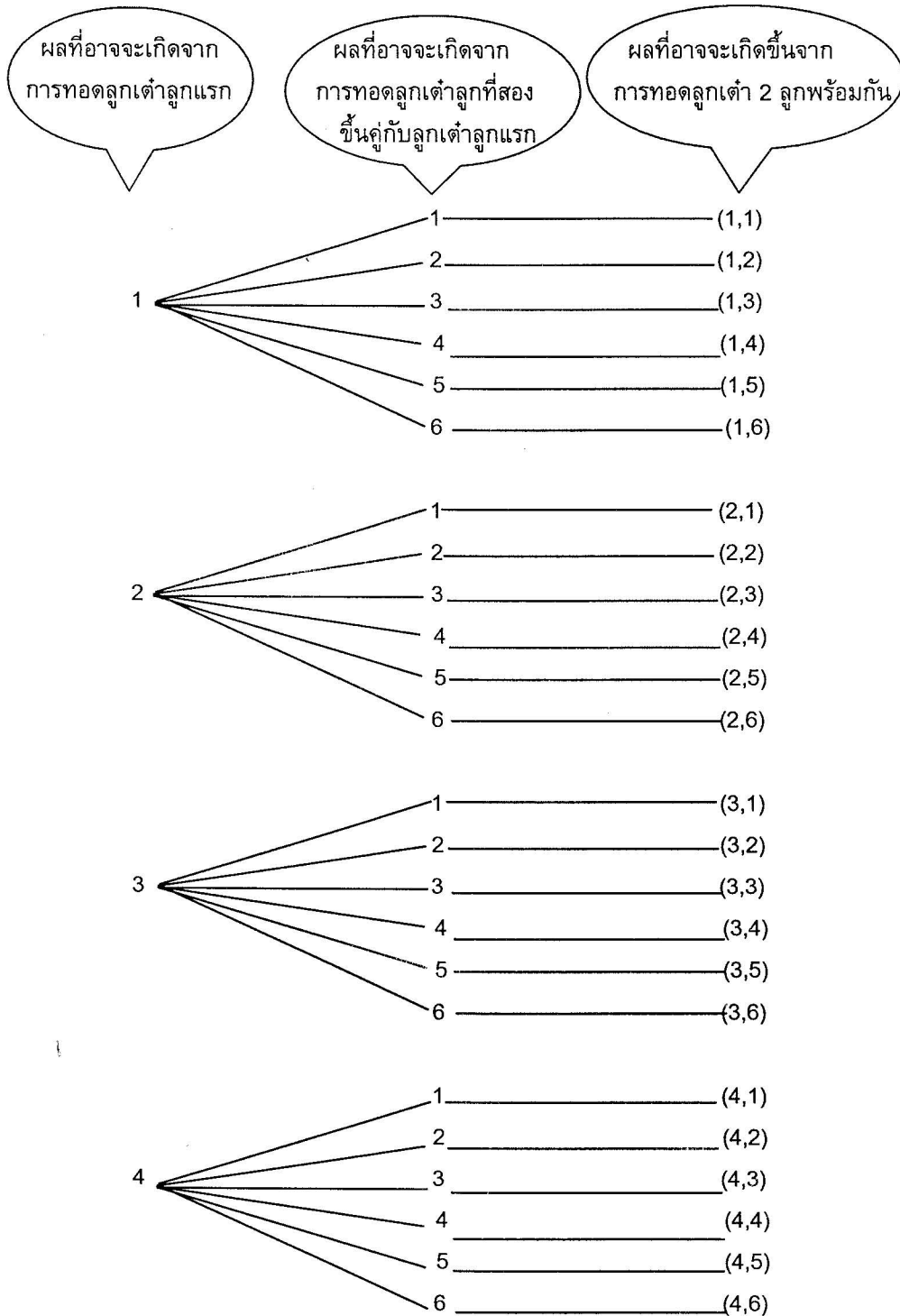
(H, H), (H, T), (T, H) และ (T, T)

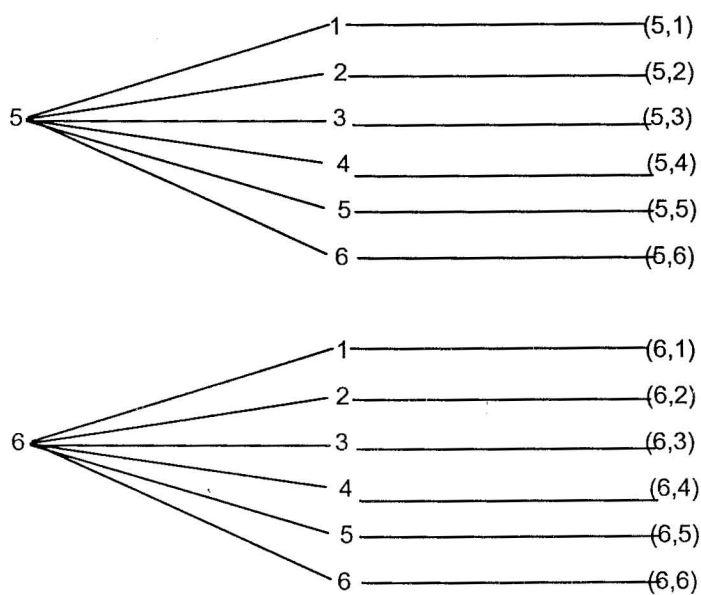
ผู้เรียนอาจจะมีปัญหาเกี่ยวกับผล (H, T) และ (T, H) จากการโยนเหรียญบาท 2 เหรียญพร้อมกันว่าเป็นผลเดียวกันหรือไม่ ครูอาจใช้สิ้ดัมเหรียญใดเหรียญหนึ่งไว้ เพื่เน้นให้เห็นถึงความแตกต่างของเหรียญที่ปรากฏ (H, T) กับ (T, H) หรืออาจจะวางเหรียญไว้ในมือข้างละ 1 เหรียญ แล้วโยนเหรียญพร้อมกัน ผู้เรียนจะเห็นความแตกต่างระหว่างเหรียญที่ปรากฏ ซึ่งแต่ละเหรียญจะปรากฏหน้าได้ ดังนี้

มือซ้าย	มือขวา	ผลที่อาจเกิดขึ้นได้
H	H	HH
H	T	HT
T	H	TH
T	T	TT

ดังนั้น ผลที่เกิดขึ้นระหว่าง (H, T) กับ (T, H) จึงไม่ใช่ผลเดียวกัน

ในการหาผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้จากการทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน เพื่อให้ผู้เรียนเห็นผลที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มได้ชัดเจน ครูอาจใช้ลูกเต๋า 2 ลูกที่มีแต้มสีแตกต่างกันหรือสีของลูกเต๋าดังกัน เช่น ลูกเต๋าดำมีแต้มสีแดงกับลูกเต๋าสีเขียวเป็นสื่อในการทดลองสุ่ม ซึ่งผู้เรียนจะเห็นได้ว่า ในการทอดลูกเต๋า 1 ครั้ง ลูกเต๋าดำแต่ละลูกเป็นอิสระในการที่จะเกิดแต้มใดก็ได้ ดังนี้





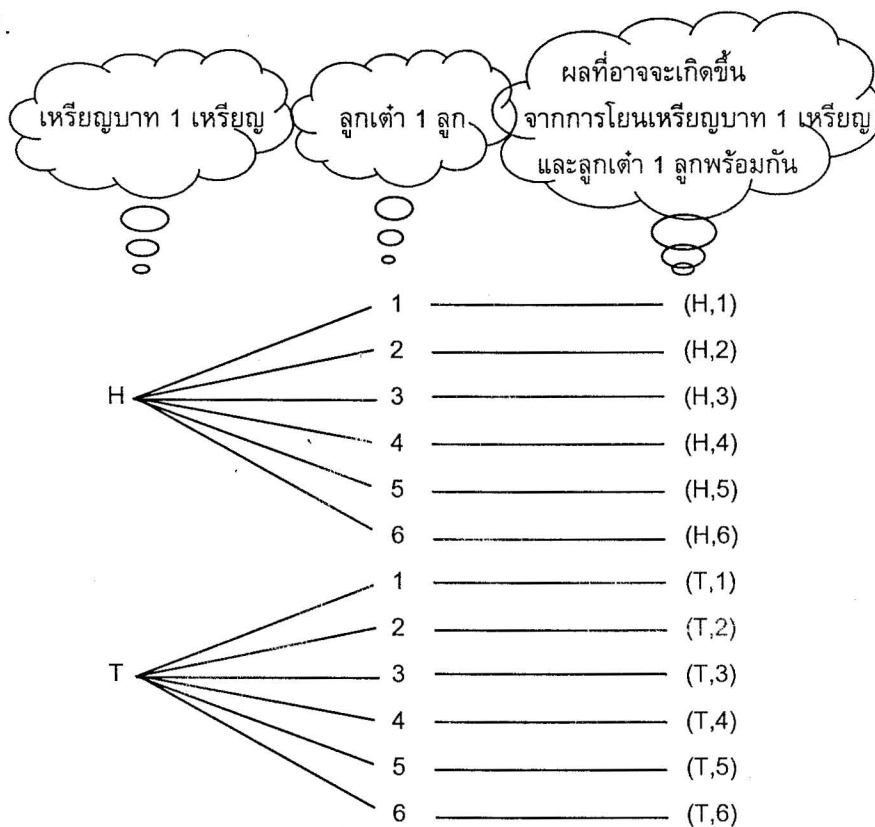
จากแผนภาพต้นไม้ข้างต้น จะเห็นว่าการทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง กับ การทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง มีผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นเหมือนกันคือ

จะได้ ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมี 36 แบบ ได้แก่

(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6),
 (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6),
 (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6),
 (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6),
 (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6),
 (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)

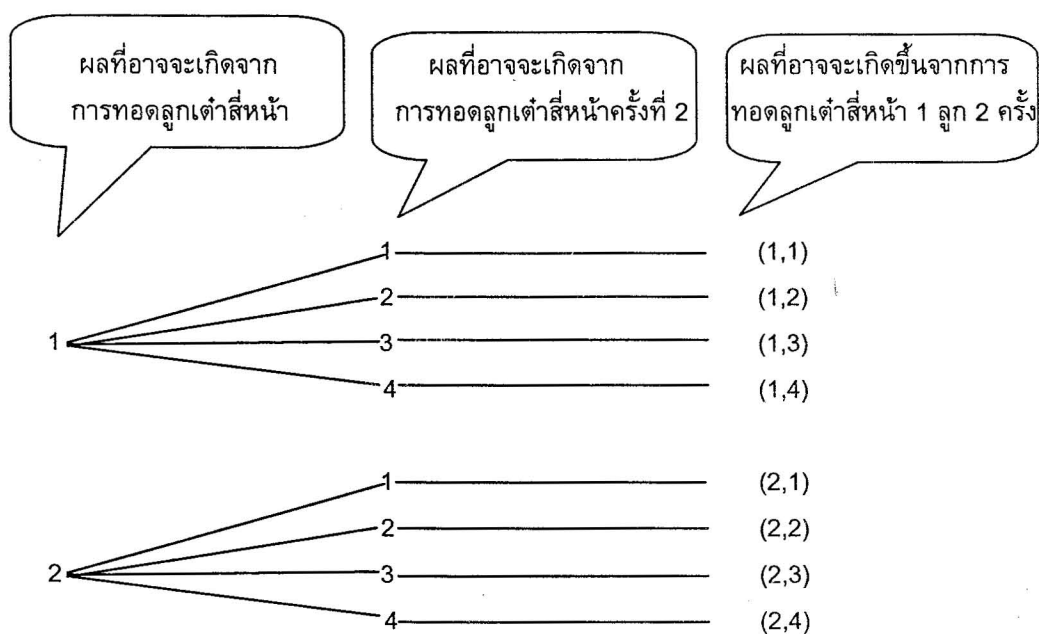
เฉลยคำตอบใบงานที่ 3.2 มีดังนี้

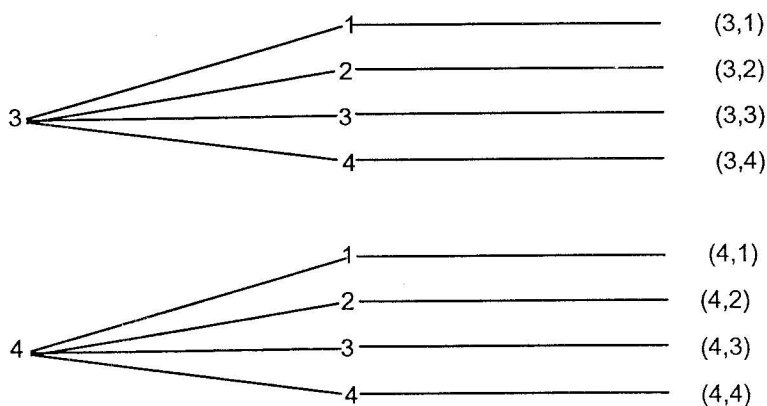
1.



จะได้ ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญกับลูกเต๋า 1 ลูก มี 12 แบบ ได้แก่ (H,1), (H,2), (H,3), (H,4), (H,5), (H,6), (T,1), (T,2), (T,3), (T,4), (T,5), (T,6)

2.





จะได้ ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทอดลูกเต๋าสีหน้า 1 ลูก 2 ครั้ง มี 16 แบบ ได้แก่

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4)
 (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4)
 (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4)
 (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)

เฉลยคำตอบเอกสารแบบฝึกหัดที่ 3.1

1. ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทอดลูกเต๋าสีหน้า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง มี 16 แบบ ได้แก่

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4)
 (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4)
 (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4)
 (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)

2. ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทอดลูกเต๋ากับลูกเต๋าสีหน้าพร้อมกัน 1 ครั้ง มี 24 แบบ ได้แก่

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4),
 (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4)
 (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4)
 (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)
 (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4)
 (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4)

แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เรื่อง ความน่าจะเป็น

หัวข้อเรื่อง การทดลองสุ่ม (ต่อ)

คาบที่ 4

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1.1 สามารถบอกความหมายของการทดลองได้สุ่มได้
- 1.2 สามารถบอกการกระทำเชิงการทดลองสุ่มได้
- 1.3 สามารถเขียนผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มได้

2. เนื้อหา

การทดลองสุ่มและผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้จากการทดลองสุ่ม

- 5) การสำรวจเพศของบุตรในครอบครัวที่มีบุตร 2 คน ผลทั้งหมดที่อาจเป็นไปได้ 4 แบบ ได้แก่ (ช,ช), (ช,ญ), (ญ,ช), (ญ,ญ)
- 6) การสุ่มหยิบลูกบิงปอง 2 ลูกพร้อมกัน จากถังใบหนึ่งที่บรรจุลูกบิงปองสีชมพู 1 ลูก สีขาว 1 ลูก และ สีเขียว 1 ลูก ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมี 3 แบบ ได้แก่ (สีชมพู, สีขาว), (สีชมพู, สีเขียว), (สีขาว, สีเขียว)
- 7) การสุ่มหยิบไพ่ 2 ใบจากไพ่นาฬิกา A ซึ่งมี 4 ใบ คือ A โพดำ A โพแดง A ดอกจิก และ A ข้าวหลามตัด
 - หยิบไพ่ 2 ใบพร้อมกัน ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมี 6 แบบ ได้แก่ A โพดำ A โพแดง, A โพดำ A ดอกจิก, A โพดำ A ข้าวหลามตัด, A โพแดง A ดอกจิก, A โพแดง A ข้าวหลามตัด, A ดอกจิก A ข้าวหลามตัด
 - หยิบไพ่ทีละใบแล้วไม่ใส่คืนก่อนหยิบไพ่อีกใบที่สอง ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมี 12 แบบ ได้แก่ (A โพดำ, A โพแดง), (A โพดำ, A ดอกจิก), (A โพดำ, A ข้าวหลามตัด), (A โพแดง, A โพดำ), (A โพแดง, A ดอกจิก), (A โพแดง, A ข้าวหลามตัด), (A ดอกจิก, A โพดำ), (A ดอกจิก, A โพแดง), (A ดอกจิก, A ข้าวหลามตัด), (A ข้าวหลามตัด, A โพดำ), (A ข้าวหลามตัด, A โพแดง), (A ข้าวหลามตัด, A ดอกจิก)
 - หยิบไพ่ทีละใบแล้วใส่คืนก่อนหยิบไพ่อีกใบที่สอง ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมี 16 แบบ ได้แก่ (A โพดำ, A โพดำ), (A โพดำ, A โพแดง), (A โพดำ, A ดอกจิก), (A โพดำ, A ข้าวหลามตัด), (A โพแดง, A โพแดง), (A โพแดง, A โพดำ), (A โพแดง, A ดอกจิก), (A โพแดง, A ข้าวหลามตัด), (A ดอกจิก, A ดอกจิก), (A ดอกจิก, A โพดำ), (A ดอกจิก, A ข้าวหลามตัด), (A ดอกจิก, A โพแดง), (A ข้าวหลามตัด, A ข้าวหลามตัด), (A ข้าวหลามตัด, A โพดำ), (A ข้าวหลามตัด, A โพแดง), (A ข้าวหลามตัด, A ดอกจิก)
- 8) การสุ่มหยิบบัตรตัวอักษร 2 ใบจากถุงที่มีบัตรตัวอักษร ก ง ด
 - หยิบบัตรตัวอักษร 2 ใบพร้อมกัน ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมี 3 แบบ ได้แก่ กง, กด, งด

- หยิบบัตรตัวอักษร 2 ใบ โดยหยิบทีละใบแล้วไม่ใส่คืนก่อนหยิบใบที่สอง ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมี 6 แบบ ได้แก่ กง, กต, งก, งต, ตก, ตง
- หยิบบัตรตัวอักษร 2 ใบ โดยหยิบทีละใบแล้วใส่คืนก่อนหยิบใบที่สอง ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมี 9 แบบ ได้แก่ กก, กง, กต, งง, งก, งต, ตต, ตก, กง

3. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

3.1 ครูทบทวนเรื่องการทดลองสุ่ม โดยใช้คำถามผู้เรียนถึงการสำรวจเพศของบุตรในครอบครัวหนึ่งที่มีสองคน ผลทั้งหมดที่อาจเป็นไปได้มีกี่แบบ อะไรบ้าง ซึ่งครูใช้แผนภาพต้นไม้ในการแสดงผลทั้งหมด และอาจจะถามต่อว่าถ้าครอบครัวนั้นมีบุตรสามคนหรือสี่คน ผลทั้งหมดที่เป็นไปได้มีกี่แบบ อะไรบ้าง

ขั้นสอน

3.2 ครูแบ่งกลุ่มผู้เรียนเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน และแจกใบงานที่ 4.1 ให้กลุ่มละ 1 ใบ โดยแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมตามใบงาน โดยครูเน้นว่าในการทดลองสุ่มนั้นสิ่งที่จะหยิบแต่ละขั้นมีโอกาสถูกหยิบเท่า ๆ กันและให้ผู้เรียนอธิบายถึงวิธีการหยิบสิ่งของพร้อมกัน กับการหยิบทีละหนึ่งอัน ทั้งกรณีที่หยิบออกมาแล้วใส่คืนกับกรณีที่หยิบออกมาแล้วไม่ใส่คืนก่อนหยิบครั้งต่อไปว่ามีผลเหมือนกัน หรือผลต่างกันอย่างไร

3.3 เมื่อผู้เรียนแต่ละกลุ่มทำเสร็จแล้ว ครูสุ่มกลุ่มผู้เรียน 1-2 กลุ่มให้ออกมานำเสนอผลงานที่แตกต่างกัน

3.4 ครูแจกใบงานที่ 4.2 ให้ผู้เรียนทุกคนทำ เสร็จแล้วครูสุ่มกลุ่ม 1 – 2 กลุ่มที่ไม่ใช่กลุ่มในข้อ 3.3 ออกมานำเสนอผลงานที่แตกต่างกัน และช่วยกันอธิบายสรุปผลที่ได้จากใบงานนี้

ขั้นสรุป

3.5 ครูและผู้เรียนช่วยกันสรุปผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม โดยการที่ครูสาธิตการสุ่มหยิบไฟ 2 ใบจากไฟหน้า A มี 4 ใบ คือ A โฟดำ A โฟแดง A ดอกจิก และ A ข้าวหลามตัด ที่เน้นในประเด็นต่อไปนี้ว่ามีผลเหมือนกัน หรือต่างกันอย่างไร

- กรณีที่หยิบพร้อมกัน
- กรณีที่หยิบครั้งละหนึ่งใบ แล้วไม่ใส่คืนก่อนหยิบครั้งต่อไป
- กรณีที่หยิบครั้งละหนึ่งใบ แล้วใส่คืนก่อนหยิบครั้งต่อไป

3.6 ครูแจกเอกสารแบบฝึกหัดที่ 4.1 ให้ผู้เรียนทุกคนทำเป็นการบ้าน

4. สื่อการเรียนรู้

- 4.1 อุปกรณ์ ได้แก่ ห่วง ลูกปิงปอง บัตรตัวอักษร และไฟ
- 4.3 ใบงานที่ 4.1 – 4.2
- 4.4 เอกสารแบบฝึกหัดที่ 4.1
- 4.4 แผ่นโป่งใส

5. การวัดผลและประเมินผล

- 5.1 สังเกตความร่วมมือในการทำกิจกรรม
- 5.2 ตรวจผลแบบบันทึกใบงานที่ 4.1 (งานเป็นกลุ่ม)
- 5.3 ตรวจผลแบบบันทึกใบงานที่ 4.2 (งานเป็นกลุ่ม)
- 5.4 งานจากเอกสารแบบฝึกหัดที่ 4.1 (งานเป็นรายบุคคล)

ใบงานที่ 4.2

၇၁.....

จงเติมข้อความลงในตารางให้สมบูรณ์

เมื่อกำหนด ถังใบหนึ่งมีลูกปิงปองสีส้ม 1 ลูก สีขาว 1 ลูก และสีม่วง 1 ลูก

[illegible]

เอกสารแบบฝึกหัดที่ 4.1

ชื่อ

1. จงเขียนผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้จากการสุมหีบบัตรตัวอักษร 2 ใบจากถุงที่มีบัตรตัวอักษรอยู่ 3 ใบ คือ ก, ง, ด

- หีบบัตรตัวอักษร 2 ใบจากถุงพร้อมกัน
ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมี.....แบบ ได้แก่
.....
.....

- หีบบัตรตัวอักษร 2 ใบ โดยหีบทีละใบ แล้วไม่ใส่คืนก่อนหีบใบที่สอง
ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมี.....แบบ ได้แก่
.....
.....

- หีบบัตรตัวอักษร 2 ใบ โดยหีบทีละใบ แล้วใส่คืนก่อนหีบใบที่สอง
ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมี.....แบบ ได้แก่
.....
.....

เอกสารเพิ่มเติมสำหรับครู

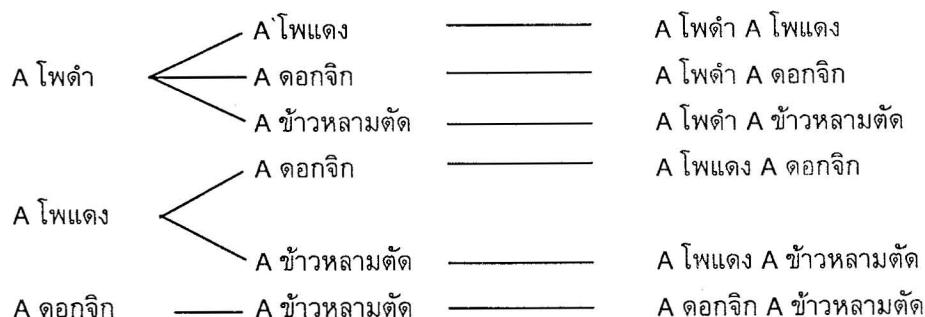
ในการทดลองสุมการหยิบลูกปิงปองจากถุง หยิบไฟจากสำรับ หรือการทอดลูกเต๋า สิ่งที่ต้องระวัง คือควรสับไฟให้ดี หรือเขย่าถึงเสียก่อนเพื่อให้การทดลองไม่เกิดความลำเอียง ซึ่งการหยิบทั่วไป มี 3 แบบ คือ

- หยิบพร้อมกันตามจำนวนที่กำหนด
- หยิบออกมาทีละชิ้นแล้วไม่ใส่คืนก่อนหยิบครั้งต่อไปตามจำนวนที่กำหนด
- หยิบออกมาทีละชิ้นแล้วใส่คืนก่อนหยิบครั้งต่อไปตามจำนวนที่กำหนด เช่น

การสุมหยิบไฟ 2 ใบจากหน้า A มี 4 ใบ คือ A โปดำ A โปแดง A ดอกจิก และ

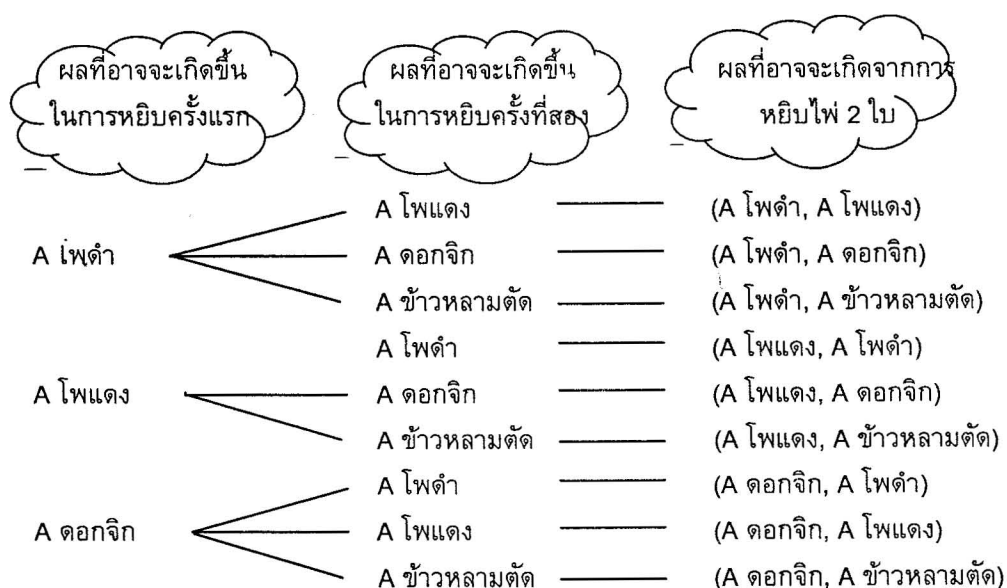
A ข้าวหลามตัด

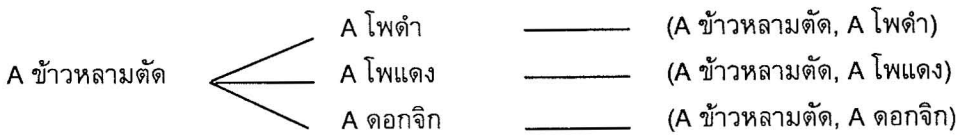
กรณีที่ 1 หยิบไฟ 2 ใบพร้อมกัน เขียนแผนภาพ ได้ดังนี้



จะได้ ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมี 6 แบบ ได้แก่ A โปดำ A โปแดง, A โปดำ A ดอกจิก, A โปดำ A ข้าวหลามตัด, A โปแดง A ดอกจิก, A โปแดง A ข้าวหลามตัด, A ดอกจิก A ข้าวหลามตัด

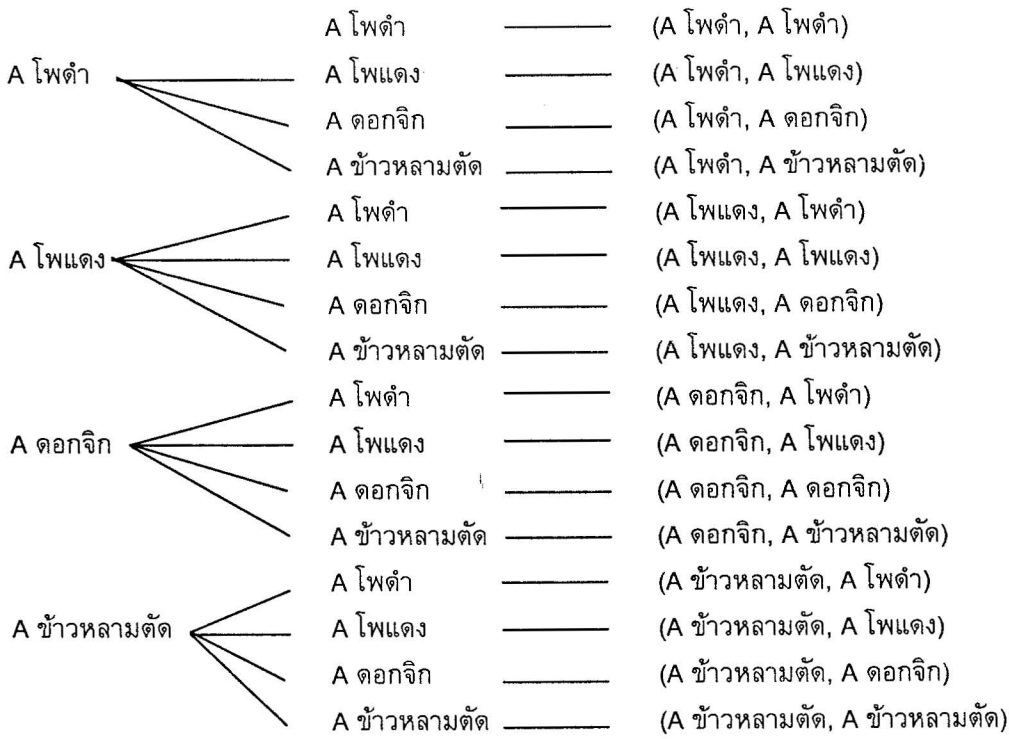
กรณีที่ 2 หยิบไฟทีละใบแล้วใส่คืนก่อนหยิบไฟใบที่สอง เขียนแผนภาพ ได้ดังนี้





จะได้ ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมี 12 แบบ ได้แก่ (A โปดำ, A โปแดง), (A โปดำ, A ดอกจิก), (A โปดำ, A ข้าวหลามตัด), (A โปแดง, A โปดำ), (A โปแดง, A ดอกจิก), (A โปแดง, A ข้าวหลามตัด), (A ดอกจิก, A โปดำ), (A ดอกจิก, A โปแดง), (A ดอกจิก, A ข้าวหลามตัด), (A ข้าวหลามตัด, A โปดำ), (A ข้าวหลามตัด, A โปแดง), (A ข้าวหลามตัด, A ดอกจิก)

กรณีที่ 3 หยิบไฟ้ทีละใบแล้วใส่คืนก่อนหยิบไฟ้ใบที่สอง เขียนแผนภาพ ได้ดังนี้



จะได้ ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมี 12 แบบ ได้แก่ (A โปดำ, A โปดำ), (A โปดำ, A โปแดง),
 (A โปดำ, A ดอกจิก), (A โปดำ, A ข้าวหลามตัด), (A โปแดง, A โปดำ),
 (A โปแดง, A โปแดง), (A โปแดง, A ดอกจิก), (A โปแดง, A ข้าวหลามตัด),
 (A ดอกจิก, A โปดำ), (A ดอกจิก, A โปแดง), (A ดอกจิก, A ดอกจิก),
 (A ดอกจิก, A ข้าวหลามตัด), (A ข้าวหลามตัด, A โปดำ), (A ข้าวหลามตัด, A โปแดง),
 (A ข้าวหลามตัด, A ดอกจิก), (A ข้าวหลามตัด, A ข้าวหลามตัด)

หมายเหตุ ในการทดลองสุ่มหยิบไพ่ กรณีที่ 1 จะไม่คิดอันดับในการหยิบ ซึ่งในการหยิบไพ่ได้
 A โปดำ 1 ใบ A โปแดง 1 ใบ อาจเขียนแทนด้วย A โปดำ A โปแดง หรือ A โปแดง A โปดำ
 เพราะถือว่า คือผลเดียวกัน ส่วนกรณีที่ 2 และ 3 เป็นการหยิบไพ่ที่คำนึงถึงอันดับของสิ่งที่เกิดขึ้น
 จึงต้องใช้คู่อันดับในการเขียนแสดงผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น

เฉลยคำตอบใบงานที่ 4.1

1. ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการหยิบห่วง 2 อันจากถังพร้อมกัน มี 6 แบบ ได้แก่ d_1d_2 , d_1d_3 , d_1h ,
 d_2d_3 , d_2h , d_3h
2. ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการหยิบห่วง 2 อันจากถัง โดยหยิบทีละอันและเมื่อหยิบขึ้นมาแล้วไม่ใส่คืน
 มี 12 แบบ ได้แก่ (d_1, d_2) , (d_1, d_3) , (d_1, h) , (d_2, d_1) , (d_2, d_3) , (d_2, h) , (d_3, d_1) , (d_3, d_2) , (d_3, h) , (h, d_1) ,
 (h, d_2) , (h, d_3)

เฉลยคำตอบใบงานที่ 4.2

1. ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการหยิบลูกบิงปอง 2 ลูก โดยหยิบทีละลูกแล้วไม่ใส่คืนก่อนหยิบลูกที่สอง
 มี 6 แบบ ได้แก่ (ส้ม,ขาว), (ส้ม,ม่วง), (ขาว,ส้ม), (ขาว,ม่วง), (ม่วง,ส้ม), (ม่วง,ขาว)
2. ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการหยิบลูกบิงปอง 2 ลูก โดยหยิบทีละลูกแล้วใส่คืนก่อนหยิบลูกที่สอง
 มี 9 แบบ ได้แก่ (ส้ม,ส้ม), (ส้ม,ขาว), (ส้ม,ม่วง), (ขาว,ส้ม), (ขาว,ขาว), (ขาว,ม่วง), (ม่วง,ส้ม), (ม่วง,ขาว),
 (ม่วง,ม่วง)

แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เรื่อง ความน่าจะเป็น
หัวข้อเรื่อง เหตุการณ์

คาบที่ 5

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

สามารถบอกความหมายของเหตุการณ์และเขียนเหตุการณ์ที่สนใจได้

2. เนื้อหา

ในการทดลองสุ่ม สามารถคาดคะเนได้ว่าผลทั้งหมดอาจที่จะเกิดขึ้นมีอะไรบ้าง และเรามักสนใจในบางอย่างที่จะเกิดขึ้นว่าผลนั้นเป็นอะไรได้บ้าง เช่น

จากการทดลองการหมุนแป้นวงกลมที่มีวงล้อหมายเลข 0 – 9 ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้แก่ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 และ 9

- ถ้าเราสนใจเฉพาะเข็มชี้ที่หมายเลขเป็นจำนวนคู่ ผลที่เกิดขึ้นได้แก่หมายเลข 0, 2, 4, 6, 8
- ถ้าเราสนใจเฉพาะเข็มชี้ที่หมายเลขเป็นจำนวนคี่ ผลที่เกิดขึ้นได้แก่หมายเลข 1, 3, 5, 7, 9
- ถ้าเราสนใจเฉพาะเข็มชี้ที่หมายเลขเป็นผลคูณของ 3 ผลที่เกิดขึ้นได้แก่หมายเลข 3, 6, 9
- ถ้าเราสนใจเฉพาะเข็มชี้ที่หมายเลขเป็นจำนวนเฉพาะ ผลที่เกิดขึ้นได้แก่หมายเลข 2, 3, 5, 7

เราเรียกผลที่เราสนใจจากการทดลองสุ่มว่า “เหตุการณ์”

พิจารณาผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้จากการทดลองสุ่มและเหตุการณ์ที่สนใจ

2.1 การโยนเหรียญบาท 3 เหรียญ 1 ครั้ง พร้อมทั้งเขียนเหตุการณ์ที่จะเกิดห้อย่างน้อย 2 เหรียญ

- ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมี 8 แบบ ได้แก่ HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT
- เหตุการณ์ที่จะเกิดห้อย่างน้อย 2 เหรียญ มี 4 แบบ ได้แก่ HHH, HHT, HTH, THH

2.2 การหยิบเบียร์ 2 ครั้ง ๆ ละ 1 อันจากกล่องที่มีเบียร์อยู่ 4 อัน ที่มีหมายเลขกำกับ 1, 2, 3 และ 4 โดยครั้งแรกหยิบขึ้นมา 1 อัน แล้วนำมาดูว่าได้หมายเลขใด หลังจากนั้นใส่กลับคืนลงในกล่องแล้วหยิบขึ้นมาอีก 1 อันเป็นครั้งที่สอง นำมาดูว่าได้หมายเลขใด

- ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมี 16 แบบ ได้แก่ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4)
- เหตุการณ์ที่ผลรวมของหมายเลขทั้งสองครั้งมีค่าเท่ากับ 5 มี 4 แบบ ได้แก่ (1,4), (2,3), (3,2), (4,1)
- เหตุการณ์ที่ครั้งแรกได้หมายเลข 3 มี 4 แบบ ได้แก่ (3,1), (3,2), (3,3), (3,4)
- ไม่มีเหตุการณ์ที่ครั้งที่สองได้หมายเลข 5

2.3 การหยิบบัตร 1 ใบจากถุงที่มีบัตรอยู่ 4 ใบ แต่ละใบมีหมายเลขกำกับ 1, 2, 3 และ 4 ตามลำดับนายดอมหยิบบัตรออกมาจากถุง 1 ใบ หลังจากนั้นนายพลหยิบออกมามาก 1 ใบ

- ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมี 12 แบบ ได้แก่ (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3)

- เหตุการณ์ที่ผลรวมของหมายเลขบนบัตรที่นายดอมและนายฟลุคได้มีค่าเท่ากับ 5 มี 4 แบบ ได้แก่ (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)

- เหตุการณ์ที่ผลรวมของหมายเลขบนบัตรที่นายดอมและนายฟลุคมีค่าน้อยกว่า 5 มี 4 แบบ ได้แก่ (1, 2), (1, 3), (2, 1), (3, 1)

2.4 หยิบลูกบาศก์สี 2 ลูกพร้อมกันจากถุงใบหนึ่งที่มีลูกลูกบาศก์สีเขียว 2 ลูก และสีฟ้า 3 ลูก

- ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มมี 10 แบบ ได้แก่ (x_1, x_2) , (x_1, f_1) , (x_1, f_2) , (x_1, f_3) , (x_2, f_1) , (x_2, f_2) , (x_2, f_3) , (f_1, f_2) , (f_1, f_3) , (f_2, f_3)

- เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบาศก์สีเดียวกันมี 4 แบบ ได้แก่ (x_1, x_2) , (f_1, f_2) , (f_1, f_3) , (f_2, f_3)

- เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบาศก์ต่างสีกันมี 6 แบบ ได้แก่ (x_1, f_1) , (x_1, f_2) , (x_1, f_3) , (x_2, f_1) , (x_2, f_2) , (x_2, f_3)

3. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

3.1 ครูสนทนากับผู้เรียนถึงการกระทำที่เป็นการทดลองสุ่ม เช่น หมุนแป้นวงกลมที่มีวงล้อหมายเลข 0 – 9 ถ้ามองถึงผลที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม และโอกาสที่ผลแต่ละตัวจะเกิดเป็นอย่างไร (ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)

ขั้นสอน

3.2 ครูทำการสาธิตหมุนแป้นวงกลมที่มีวงล้อหมายเลข 0 – 9 และถามถึงผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น ได้แก่ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

- ถ้าเราสนใจเฉพาะเข็มชี้ที่หมายเลขเป็นจำนวนคู่ ผลที่เกิดขึ้นได้แก่หมายเลขใด
- ถ้าเราสนใจเฉพาะเข็มชี้ที่หมายเลขเป็นจำนวนคี่ ผลที่เกิดขึ้นได้แก่หมายเลขใด
- ถ้าเราสนใจเฉพาะเข็มชี้ที่หมายเลขเป็นผลคูณของ 3 ผลที่เกิดขึ้นได้แก่หมายเลขใด
- ถ้าเราสนใจเฉพาะเข็มชี้ที่หมายเลขเป็นจำนวนเฉพาะ ผลที่เกิดขึ้นได้แก่หมายเลขใด

ครูแนะนำผู้เรียนให้รู้จักคำว่าเหตุการณ์โดยใช้แผ่นโปรงใส

เราเรียกผลที่เราสนใจจากการทดลองสุ่มว่า เหตุการณ์

3.3 ครูยกตัวอย่างการทดลองสุ่ม โดยการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ และเหรียญห้าบาท 1 เหรียญ ถ้ามองผู้เรียนถึงผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น [(H,H), (H,T), (T,H), (T,T) หรือ HH, HT, TH, TT]

- ถ้าเราสนใจผลที่จะเกิดหัวอย่างน้อย 1 เหรียญ จะได้ผลเป็นอย่างไร [(H,T), (T,H), (H,H)] หรือ (HT, TH, HH) โดยครูแนะนำถึงคำว่า เกิดหัวอย่างน้อย 1 เหรียญ หมายความว่า อาจเกิดหัว 1 เหรียญหรือเกิดหัวทั้งสองเหรียญก็ได้

3.4 ครูแบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน ให้กลุ่มที่ 1, 3 ศึกษาตัวอย่างในแบบเรียนข้อ 1 กลุ่มที่ 2, 4 ศึกษาตัวอย่างในแบบเรียนข้อ 2 กลุ่มที่ 5, 6 ศึกษาตัวอย่างในแบบเรียนข้อ 3 และกลุ่มที่ 7, 8 ศึกษาตัวอย่างในแบบเรียนข้อ 4 ซึ่งให้ผู้เรียนลงมือทำการทดลองและครูเป็นผู้คอยแนะนำ ตั้งคำถามให้ผู้เรียนช่วยกันอภิปรายถึงประเด็นต่าง ๆ

3.5 หลังจากที่ได้ศึกษาตัวอย่างในแบบเรียนแล้ว ครูแจกใบงานที่ 5.1 ให้ผู้เรียนทำเป็นรายคู่และปรึกษากันภายในกลุ่ม

3.6 หลังจากนั้นครูแจกใบงานที่ 5.2 ให้ผู้เรียนทำเป็นกลุ่ม เมื่อทำเสร็จแล้วครูให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่ม แลกกันตรวจใบงาน และครูสุ่มกลุ่มผู้เรียนมา 2 กลุ่มออกมานำเสนอข้อความรู้ที่ได้จากใบงาน และทำการ ตรวจสอบความถูกต้องไปพร้อมกันทั้งชั้นเรียน

ขั้นสรุป

3.8 ครูสรุปผลการทำใบงานทั้งหมดของผู้เรียน โดยใช้แผ่นโป่งใส

3.9 ครูให้ผู้เรียนทำเอกสารแบบฝึกหัดที่ 5.1

4. สื่อการเรียนรู้

4.1 อุปกรณ์การเรียนรู้ ได้แก่ แป้นวงกลม เงินเหรียญ เบี้ย บัตร และลูกบาศก์

4.2 ใบงานที่ 5.1 – 5.2

4.3 เอกสารแบบฝึกหัดที่ 5.1

4.4 แผ่นโป่งใส

5. การวัดผลและประเมินผล

5.1 สังเกตความร่วมมือในการทำกิจกรรม

5.2 ตรวจผลแบบบันทึกใบงานที่ 5.1 (งานเป็นกลุ่ม)

5.3 ตรวจผลแบบบันทึกใบงานที่ 5.2 (งานเป็นกลุ่ม)

5.4 งานจากเอกสารแบบฝึกหัดที่ 5.1 (งานเป็นรายบุคคล)

ใบงานที่ 5.1

ชื่อ.....

พิจารณาข้อความต่อไปนี้แล้วเติมข้อความลงในช่องว่าง

การทดลอง	ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น ได้จากการทดลองสุ่ม	ผลที่เราสนใจจากการ ทดลองสุ่ม
การทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง สนใจเหตุการณ์ที่ได้แต้มมากกว่า 1	1,2,3,4,5,6	2,3,4,5,6
1. ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 2 คน สนใจเหตุการณ์ที่ได้เพศของบุตร ต่างกัน		
2. ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 3 คน สนใจเหตุการณ์ที่ได้เพศของบุตร เหมือนกัน		
3. การโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 3 ครั้ง สนใจเหตุการณ์ที่ได้ ก้อยอย่างน้อย 2 ครั้ง		
4. การโยนเหรียญบาท 3 เหรียญ 1 ครั้ง สนใจเหตุการณ์ที่ได้หัว อย่างมาก 2 เหรียญ		
5 หยิบสลาก 1 ใบ ซึ่งมี หมายเลข 20 ถึงหมายเลข 30 จากกล่อง สนใจเหตุการณ์ที่จะ หยิบสลากที่หารด้วย 3 ลงตัว		
6. การหยิบลูกบาศก์สี 2 ลูกพร้อมกัน จากถุงที่มีลูกบาศก์สีฟ้า 2 ลูก และ สีเขียว 2 ลูก สนใจเหตุการณ์ที่ได้ ลูกบาศก์สีเหมือนกัน		

ใบงานที่ 5.2

กลุ่ม.....

1. จงเติมผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง ดังนี้

แต้มลูกที่สอง						
แต้มลูกที่หนึ่ง	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)				
3						
4						
5						
6						

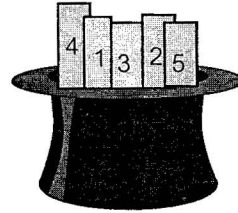
2. จงเติมผลที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองทอดลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง

เหตุการณ์ที่สนใจ	ผลที่จะเกิดขึ้น
1. ผลบวกของแต้มลูกเต๋า 2 ลูกเป็น 5	
2. ผลบวกของแต้มลูกเต๋า 2 ลูกมากกว่า 9	
3. ผลบวกของแต้มลูกเต๋า 2 ลูกไม่น้อยกว่า 5	
4. ผลบวกของแต้มลูกเต๋า 2 ลูกไม่เกิน 4	
5. ผลบวกของแต้มลูกเต๋า 2 ลูกหารด้วย 2 ลงตัว	

เอกสารแบบฝึกหัดที่ 5.1

ชื่อ

นายตุ้ยมีการ์ด 5 ใบ อยู่ในหมวกและแป้นวงกลม ดังรูป
ถ้านายตุ้ยต้องการหยิบการ์ด 1 ใบกับหมุนแป้นวงกลม
ผู้เรียนช่วยนายตุ้ยตอบคำถามต่อไปนี้



ตัวอย่าง ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการหยิบการ์ดได้หมายเลขไม่เกิน 3 และหมุนแป้นวงกลมได้สีเขียว
ผู้เรียนดำเนินการดังนี้

ขั้นที่ 1 หยิบการ์ดได้หมายเลขไม่เกิน 3 คือ 1 และ 2

ขั้นที่ 2 จับคู่หมายเลขของขั้นที่ 1 กับสีเขียวย

ขั้นที่ 3 จะได้ (1, เขียวย) และ (2, เขียวย)

1. ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้จากการหยิบการ์ดและหมุนแป้นวงกลมเป็นอย่างไร

.....

.....

.....

.....

2. ผลทั้งหมดของเหตุการณ์ที่หยิบได้การ์ดหมายเลขเป็นจำนวนคู่และหมุนแป้นวงกลมได้สีแดง

.....

.....

.....

.....

3. ผลทั้งหมดของเหตุการณ์หยิบได้การ์ดหมายเลขเป็นผลคูณของ 2 และหมุนแป้นวงกลมได้สีเขียวหรือสีแดง

.....

.....

.....

.....

เฉลยคำตอบใบงานที่ 5.1

1. ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 2 คน สนใจเหตุการณ์ที่ได้เพศของบุตรต่างกัน
ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น ได้แก่ ชช, ชญ, ญช, ญญ
เหตุการณ์ที่ได้เพศของบุตรต่างกัน ได้แก่ ชญ, ญช
2. ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 3 คน สนใจเหตุการณ์ที่ได้เพศของบุตรเหมือนกัน
ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น ได้แก่ ชชช, ชชญ, ชญช, ชญญ, ญชช, ญชญ, ญญช, ญญญ
สนใจเหตุการณ์ที่ได้เพศของบุตรเหมือนกัน ได้แก่ ชชช, ญญญ
3. การโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 3 ครั้ง สนใจเหตุการณ์ที่ได้ก้อยอย่างน้อย 2 ครั้ง
ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น ได้แก่ HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT
สนใจเหตุการณ์ที่ได้ก้อยอย่างน้อย 2 ครั้ง ได้แก่ HTT, THT, TTH, TTT
4. การโยนเหรียญบาท 3 เหรียญ 1 ครั้ง สนใจเหตุการณ์ที่ได้หัวอย่างมาก 2 เหรียญ
ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น ได้แก่ HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT
สนใจเหตุการณ์ที่ได้หัวอย่างมาก 2 เหรียญ ได้แก่ HHT, HTH, THH, THT, TTH
5. หยิบสลาก 1 ใบ ซึ่งมีหมายเลข 20 ถึงหมายเลข 30 จากกล่อง สนใจเหตุการณ์ที่จะหยิบสลากที่หารด้วย 3 ลงตัว
ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น ได้แก่ 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30
สนใจเหตุการณ์ที่จะหยิบสลากที่หารด้วย 3 ลงตัว ได้แก่ 21, 24, 27, 30
6. การหยิบลูกบาศก์สี 2 ลูกพร้อมกัน จากถุงที่มีลูกบาศก์สีฟ้า 2 ลูก และสีเขียว 2 ลูก สนใจเหตุการณ์ที่ได้ลูกบาศก์สีเหมือนกัน
ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น ได้แก่ (φ_1, φ_2) , (φ_1, χ_1) , (φ_1, χ_2) , (φ_2, χ_1) , (φ_2, χ_2) , (χ_1, χ_2)
สนใจเหตุการณ์ที่ได้ลูกบาศก์สีเหมือนกัน ได้แก่ (φ_1, φ_2) , (χ_1, χ_2)

เฉลยคำตอบใบงานที่ 5.2

1. การทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมี 36 แบบ ได้แก่ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)
2. เหตุการณ์ที่สนใจ
 - 1) ผลบวกของแต้มลูกเต๋า 2 ลูกเป็น 5 ได้แก่ (1,4), (2,3), (3,2), (4,1)
 - 2) ผลบวกของแต้มลูกเต๋า 2 ลูกมากกว่า 9 ได้แก่ (4,6), (5,5), (5,5), (6,4), (6,5), (6,6)
 - 3) ผลบวกของแต้มลูกเต๋า 2 ลูกไม่น้อยกว่า 5 ได้แก่ (1,4), (1,5), (1,6), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)
 - 4) ผลบวกของแต้มลูกเต๋า 2 ลูกไม่เกิน 4 ได้แก่ (1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (3,1)
 - 5) ผลบวกของแต้มลูกเต๋า 2 ลูกหารด้วย 2 ลงตัว ได้แก่ (1,1), (1,3), (1,5), (2,2), (2,4), (2,6), (3,1), (3,3), (3,5), (4,2), (4,4), (4,6), (5,1), (5,3), (5,5), (6,2), (6,4), (6,6)

เฉลยคำตอบเอกสารแบบฝึกหัดที่ 5.1

1. ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้จากการหยิบการ์ดและหมุนแป้นวงกลม ได้แก่ (1, ดำ), (2, ดำ), (3, ดำ), (4, ดำ), (5, ดำ), (1, เขียว), (2, เขียว), (3, เขียว), (4, เขียว), (5, เขียว), (1, แดง), (2, แดง), (3, แดง), (4, แดง), (5, แดง), (1, ม่วง), (2, ม่วง), (3, ม่วง), (4, ม่วง), (5, ดำ)
2. ผลทั้งหมดของเหตุการณ์ที่หยิบได้การ์ดหมายเลขเป็นจำนวนคู่และหมุนแป้นวงกลมได้สีแดง ได้แก่ (2, แดง), (4, แดง)
3. ผลทั้งหมดของเหตุการณ์ที่หยิบได้การ์ดหมายเลขเป็นผลคูณของ 2 และหมุนแป้นวงกลมได้สีเขียวหรือสีแดง ได้แก่ (2, เขียว), (4, เขียว), (2, แดง), (4, แดง),

แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เรื่อง ความน่าจะเป็น

หัวข้อเรื่อง เหตุการณ์ (ต่อ)

คาบที่ 6

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1.1 สามารถบอกเหตุการณ์ที่แน่นอนและเหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้
- 1.2 สามารถเขียนแสดงเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้

2. เนื้อหา

จากการทดลองสุ่ม ให้ผู้เรียนพิจารณาการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จะเห็นว่าผลทั้งหมดที่จะเกิดขึ้น คือ 1,2,3,4,5 และ 6 และถ้าเราสนใจเหตุการณ์ “ได้แต้มตั้งแต่ 1 ขึ้นไป” จะได้ว่าเหตุการณ์คือ 1,2,3,4,5,6 จะเห็นว่า ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นได้ และเหตุการณ์ “ได้แต้มตั้งแต่ 1 ขึ้นไป” เป็นผลชุดเดียวกัน

เราเรียกเหตุการณ์ “ได้แต้มตั้งแต่ 1 ขึ้นไป” จากการทดลองสุ่มครั้งนี้ว่า เหตุการณ์ที่แน่นอน และจากการทดลองสุ่มครั้งนี้จะเห็นว่าเราไม่สามารถที่จะได้แต้มมากกว่า 6 เราเรียกเหตุการณ์ “ได้แต้มมากกว่า 6” จากการทดลองสุ่มครั้งนี้ว่า เหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้

3. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

3.1 ครูและผู้เรียนร่วมกันทบทวนเรื่องเหตุการณ์ที่เราสนใจจากการทดลองสุ่ม โดยให้ผู้เรียนช่วยกันยกตัวอย่างการทดลองสุ่ม พร้อมทั้งบอกเหตุการณ์ที่เราสนใจซึ่งเกิดจากการทดลองสุ่ม โดยใช้วิธีการถามตอบ

ขั้นสอน

3.2 ครูแบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน และครูแจกซองอุปกรณ์ที่ 1 ให้ทุกกลุ่ม ภายในกลุ่มปรึกษากันพร้อมทั้งเขียนสถานการณ์เกี่ยวกับการทดลองสุ่มและเหตุการณ์ที่สนใจให้สอดคล้องกับอุปกรณ์ในซอง แล้วบันทึกลงในใบงานที่ 6.1 เมื่อทำเสร็จแล้วส่งงานที่ครู

3.3 ครูให้แต่ละกลุ่มแบ่งหน้าที่รับผิดชอบ เช่น การอ่านคำชี้แจง การบันทึกผลการเรียนรู้ การนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน

3.4 ครูแจกใบคำชี้แจง ใบแบบบันทึกผลการเรียนรู้ พร้อมทั้งซองอุปกรณ์ที่ 2 ให้ทุกกลุ่ม

3.5 สมาชิกภายในกลุ่ม ศึกษาคำชี้แจง ชักถาม อภิปรายกันเองเกี่ยวกับงานที่กำหนดให้ ซึ่งจะมีบัตรงาน 8 ใบ ให้สมาชิกแต่ละคนสุ่มหยิบคนละ 2 ใบ ถ้าสมาชิกภายในกลุ่มคนใดทำเสร็จแล้วก็ช่วยสมาชิกคนอื่นได้เมื่อทำเสร็จครบทุกคนแล้วให้แลกเปลี่ยนตรวจคำตอบ ถ้ามีผิดก็ให้อธิบายแก้ไขข้อบกพร่อง หลังจากนั้นบันทึกลงในแบบบันทึกผลการเรียนรู้

3.6 ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้กำหนดบัตรงานที่จะนำเสนอ และแต่ละกลุ่มนำแบบบันทึกผลการเรียนรู้ส่งครูกลุ่มละ 1 แผ่น

ขั้นสรุป

3.7 ครูเฉลยการทำบัตรงานด้วยการซักถามเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปของคำต่าง ๆ โดยใช้ แผ่นโปรงใสเกี่ยวกับเหตุการณ์ที่แน่นอน เหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้

3.8 ผู้เรียนทำเอกสารแบบฝึกหัดที่ 6.1

4. สื่อการเรียนรู้

4.1 อุปกรณ์ ได้แก่ เหรียญ ลูกเต๋า ลูกบาศก์ ลูกแก้ว ลูกปิงปอง เม็ดแมงเหล็ก ห่วง บัตร กิกและไฟ

4.2 ใบงานที่ 6.1

4.3 เอกสารแบบฝึกหัดที่ 6.1

4.4 แผ่นโปรงใส

5. การวัดผลและประเมินผล

5.1 สังเกตความร่วมมือในการทำกิจกรรม

5.2 ตรวจผลแบบบันทึกใบงานที่ 6.1 (งานเป็นกลุ่ม)

5.3 ตรวจผลแบบบันทึกของอุปกรณ์ที่ 2 (งานเป็นกลุ่ม)

5.4 งานจากเอกสารแบบฝึกหัดที่ 6.1 (งานเป็นรายบุคคล)

ของอุปกรณ์ที่ 1

ใบงานที่ 6.1

กลุ่ม.....

ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มเขียนสถานการณ์เกี่ยวกับการทดลองสุ่มและเหตุการณ์สนใจให้สอดคล้องกับ
อุปกรณ์ในช่องที่แจกของแต่ละกลุ่ม

อุปกรณ์ ประกอบด้วย

สถานการณ์

เหตุการณ์ที่สนใจ.....

- กลุ่มที่
- สมาชิกกลุ่ม 1
- 2.....
- 3.....
- 4.....

ของอุปกรณ์ที่ 2

คำชี้แจง

ให้สมาชิกคนหนึ่งอ่านคำชี้แจงนี้ให้เพื่อนในกลุ่มฟังและให้ทุกคนร่วมกันคิด ชักถาม อธิบาย ภาระงานที่กลุ่มต้องทำจนเข้าใจชัดเจนทุกคน และดำเนินการตามขั้นตอนให้แล้วเสร็จ

1. เปิดของอุปกรณ์จะมีบัตรงาน 8 ใบ ให้สมาชิกแต่ละคนสุ่มหยิบคนละ 2 ใบ แล้วแต่ละคนหาผลที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มจนครบคนละ 2 ใบ
2. สมาชิกคนใดทำเสร็จก่อนให้ช่วยเหลือสมาชิกคนอื่นในกลุ่มได้ และเมื่อทำเสร็จทุกคนแล้วให้แลกเปลี่ยนตรวจคำตอบพร้อมทั้งอธิบายแก้ไขข้อบกพร่อง
3. ให้บันทึกผลจากการทดลองสุ่มที่เป็นเหตุการณ์ที่แน่นอนและเหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้ลงในแบบบันทึก
4. ปรับปรุงแก้ไขข้อความที่บันทึกไว้ (ถ้ามี) ให้ตัวแทนกลุ่มอ่านข้อสรุปของการทดลองสุ่มที่กำหนดให้ ให้กลุ่มรับทราบอีกครั้งหนึ่งและนำแบบบันทึกผลการเรียนรู้ส่งครู

แบบบันทึกผลการเรียนรู้

ลำดับที่	การทดลองสุมที่กำหนดให้	เหตุการณ์ที่แน่นอน	เหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			
7.			
8.			

ชื่อกลุ่ม

สมาชิกในกลุ่ม

1.

2.

3.

4.

5.

บัตรงาน 1	
การทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง	
เหตุการณ์	ผลที่เกิดขึ้น
1. ได้แต้มน้อยกว่า 7	
	
2. ได้แต้มมากกว่า 6	
	
เหตุการณ์ที่แน่นอน ได้แก่	
เหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้ ได้แก่	

บัตรงาน 2	
การทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง	
เหตุการณ์	ผลที่เกิดขึ้น
1. ได้แต้มมากกว่าเท่ากับ 1	
	
2. ได้แตมน้อยกว่า 1	
	
เหตุการณ์ที่แน่นอน ได้แก่	
เหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้ ได้แก่	

บัตรงาน 3	
ถุงใบหนึ่งมีลูกบาศก์สีเขี้ยว 4 ลูก หลับตาหยิบลูกบาศก์ 1 ลูกจากถุง	
เหตุการณ์	ผลที่เกิดขึ้น
1. ได้ลูกบาศก์สีเขี้ยว	
	
2. ได้ลูกบาศก์สีดำ	
	
เหตุการณ์ที่แน่นอน ได้แก่	
เหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้ ได้แก่	

บัตรงาน 4

ถุงใบหนึ่งมีเบี้ยสี หมายเลข 1 ถึงหมายเลข 10 หลับตาหยิบเบี้ยสี 1 อันจากถุง

เหตุการณ์

ผลที่เกิดขึ้น

1. ได้เบี้ยหมายเลขอย่างน้อย 1

→

.....

.....

2. ได้เบี้ยหมายเลข 12

→

.....

.....

เหตุการณ์ที่แน่นอน ได้แก่

เหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้ ได้แก่

บัตรงาน 5

การทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง

เหตุการณ์

ผลที่เกิดขึ้น

1. ผลบวกแต้มรวมกันไม่เกิน 12

→

.....

.....

2. ผลบวกแต้มรวมกันเป็น 1

→

.....

.....

เหตุการณ์ที่แน่นอน ได้แก่

เหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้ ได้แก่

บัตรงาน 6

การทอดลูกเต๋า 1 ลูกพร้อมกัน 2 ครั้ง

เหตุการณ์

ผลที่เกิดขึ้น

1. ผลบวกของแต้มอย่างน้อย 2

→

.....

.....

2. ผลบวกของแต้มมากกว่า 12

→

.....

.....

เหตุการณ์ที่แน่นอน ได้แก่

เหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้ ได้แก่

บัตรงาน 7

การโยนเหรียญบาท 2 เหรียญ 1 ครั้ง

เหตุการณ์

ผลที่เกิดขึ้น

1. ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น

→

.....

2. ไม่ได้ทั้งหัวและก้อย

→

.....

เหตุการณ์ที่แน่นอน ได้แก่

เหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้ ได้แก่

บัตรงาน 8

การโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 3 ครั้ง

เหตุการณ์

ผลที่เกิดขึ้น

1. ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น

→

.....

2. ได้หัวและก้อยเท่ากัน

→

.....

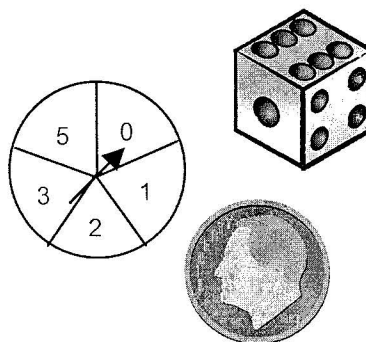
เหตุการณ์ที่แน่นอน ได้แก่

เหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้ ได้แก่

เอกสารแบบฝึกหัดที่ 6.1

ชื่อ

นายบุรพาหมุ่นเป็นวงกลม 1 อัน ที่มีหมายเลข 0,1,2,3, และ 5 กำกับ พร้อมกับโยนลูกบาศก์ และเหรียญ 1 เหรียญ ดังรูป ผู้เรียนช่วยนายบุรพาตอบคำถามต่อไปนี้



ตัวอย่าง (1, 6, H), (2, 5, H), (3, 4, H), (5, 2, H)

เหตุการณ์ที่สนใจคืออะไร

คำตอบ เหตุการณ์ที่สนใจคือผลบวกเป็น 7 ที่เกิดจากการหมุนแป้นวงกลมกับการโยนลูกบาศก์และการโยนเหรียญเกิดหัว

1. (0, 1, T), (0, 2, T), (1, 1, T), (1, 2, T), (2, 1, T), (2, 2, T)

เหตุการณ์ที่สนใจคือ

2. (2, 2, H), (2, 3, H), (2, 5, H), (3, 2, H), (3, 3, H), (3, 5, H), (5, 2, H), (5, 3, H), (5, 5, H)

เหตุการณ์ที่สนใจคือ

3. (5, 5, T), (5, 5, H), (5, 6, T), (5, 6, H)

เหตุการณ์ที่สนใจคือ

แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เรื่อง ความน่าจะเป็น

หัวข้อเรื่อง ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

คาบที่ 7

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

สามารถหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ได้จากการทดลองสุ่ม ซึ่งผลที่เกิดขึ้นทุก ๆ ตัวมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน

2. เนื้อหา

2.1 การโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ โดยที่เหรียญบาทนี้เป็นเหรียญที่มีความเที่ยงตรง กล่าวคือ มีโอกาสที่จะเกิดหัวและก้อยได้เท่า ๆ กัน

ถ้าเราให้ H แทน ผลที่เกิดหัว และ T แทน ผลที่เกิดก้อย

ดังนั้น ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น 2 แบบ ได้แก่ H และ T

ถ้าเราสนใจเหตุการณ์ที่จะเกิดหัวจากการโยนเหรียญ ผลของเหตุการณ์คือ H ซึ่งเป็นผลที่เป็น H นั้นมีจำนวน 1 แบบ จากผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้จำนวน 2 แบบ

ดังนั้น ในการทดลองสุ่มนี้ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดหัวคือ 1 ใน 2

หรือ กล่าวได้อีกอย่างหนึ่งว่า ในการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดหัวเท่ากับ

$$\frac{1}{2} \text{ หรือ } 50\%$$

2.2 การทอดลูกเต๋า 1 ลูก โดยที่ลูกเต๋านี้เป็นลูกเต๋ายุติธรรม กล่าวคือ แต้มแต่ละแต้มของลูกเต๋ามีโอกาสที่จะเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน

ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นคือ แต้ม 1, 2, 3, 4, 5 และ 6

ถ้าเราสนใจเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าชี้แต้ม 4 ผลของเหตุการณ์ดังกล่าวคือ 4 ซึ่งมีจำนวน 1 ผล จากผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้จำนวน 6 ผล

ดังนั้น ในการทดลองสุ่มนี้ ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าชี้แต้ม 4 คือ 1 ใน 6

หรือ กล่าวว่า ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าชี้แต้ม 4 เป็น $\frac{1}{6}$

จากการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่มีผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มแต่ละตัว มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน ตามตัวอย่างข้างต้น เราสามารถหาได้จากสูตรต่อไปนี้

$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลที่จะเกิดในเหตุการณ์นั้น}}{\text{จำนวนผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$
--

3. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

3.1 ครูยกตัวอย่าง โดยสาธิตการทดลองสุ่มที่มีการ์ด 4 ใบ ที่เขียนรายชื่อผู้เรียนลงใบละ 1 ชื่อ โดยเป็นผู้ชาย 3 ชื่อ และผู้หญิง 1 ชื่อ แล้วครูทำการสลับการ์ด ให้ผู้เรียนออกมาหยิบ 1 ใบ ถามถึงผลที่อาจจะเกิดขึ้นทั้งหมดว่ามีชื่อใครบ้างที่อาจถูกหยิบ และเหตุการณ์ที่สนใจที่จะได้ผู้หญิงเป็นหัวหน้าห้อง และผู้ชายเป็นรองหัวหน้าเป็นเท่าใด

ขั้นสอน

3.2 ครูถามถึงการโยนเหรียญ 1 เหรียญ 1 ครั้ง ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้แก่อะไรบ้าง (หัว และ ก้อย) โดยแนะนำให้ผู้เรียนรู้จักเหรียญที่มีความเที่ยงตรง กล่าวคือ มีโอกาสที่จะเกิดหัวและก้อยได้เท่า ๆ กัน และ ถ้าเราสนใจเหตุการณ์ที่เกิด"หัว" จากการโยนเหรียญ ซึ่งการเกิดหัวเป็นผล 1 แบบ ในผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้ 2 แบบ จึงกล่าวได้ว่า ความน่าจะเป็นที่จะเกิดหัวเป็น $\frac{1}{2}$ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดหัว 50% และถาม

ผู้เรียนว่าในการโยนเหรียญ 1 เหรียญ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดก้อยเป็นเท่าใด ($\frac{1}{2}$ หรือ 50%)

3.3 ครูถามถึงการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง ว่าผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้แก่อะไรบ้าง (1, 2, 3, 4, 5, 6) โดยแนะนำให้ผู้เรียนรู้จักลูกเต๋ายุติธรรม กล่าวคือ มีโอกาสที่ผลของแต่ละลูกเต๋ายกเกิดขึ้นมีโอกาส เท่า ๆ กัน และถ้าเราสนใจเหตุการณ์ที่ลูกเต๋ารับขึ้นแต้ม 6 ซึ่งเป็นผลอย่างหนึ่งในผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้ใน 6 อย่าง จึงกล่าวได้ว่า ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋ารับขึ้นแต้ม 6 เป็น $\frac{1}{6}$

3.4 ครูถามผู้เรียนว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้เป็นเท่าใด

- ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋ารับขึ้นแต้มเป็นจำนวนคี่ เป็นเท่าใด เพราะเหตุใด
- ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋ารับขึ้นแต้มเป็นจำนวนคู่ เป็นเท่าใด เพราะเหตุใด
- ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋ารับขึ้นแต้มเป็นจำนวนเฉพาะ เป็นเท่าใด เพราะเหตุใด
- ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋ารับขึ้นแต้มเป็นผลคูณของ 2 เป็นเท่าใด เพราะเหตุใด
- ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋ารับขึ้นแต้มที่ไม่ใช่ 4 เป็นเท่าใด เพราะเหตุใด

3.5 ครูถามผู้เรียนถึงข้อสรุปวิธีการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์โดยใช้แผนโปรงใส

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลที่จะเกิดในเหตุการณ์นั้น}}{\text{จำนวนผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

และเน้นข้อความต่อไปนี้ให้นักเรียนเข้าใจ

ผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มแต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน

3.6 ครูและผู้เรียนร่วมกันทำกิจกรรม โดยครูกำหนดโจทย์ ห้องเรียนห้องหนึ่งมีนักเรียนชาย 2 คน และนักเรียนหญิง 3 คน ครูต้องการสุ่มเลือกนักเรียนหญิง 2 คน เป็นคณะกรรมการ

3.7 ครูให้ผู้เรียนทุกคนในกลุ่มทำใบงานที่ 7.1

ขั้นสรุป

3.8 ครูและผู้เรียนเฉลยใบงานโดยการถามตอบพร้อมกับตรวจสอบความถูกต้อง

4. สื่อการเรียนรู้

- 4.1 อุปกรณ์ ได้แก่ เหรียญบาท ห้าบาท สิบบาท บัตร และไฟ
- 4.2 ใบงานที่ 7.1
- 4.3 เอกสารแบบฝึกหัดที่ 7.1
- 4.4 เอกสารเพิ่มเติมสำหรับครู
- 4.5 แผ่นโปสเตอร์

5. การวัดผลและประเมินผล

- 5.1 สังเกตความร่วมมือในการทำกิจกรรม
- 5.2 ตรวจผลแบบบันทึกใบงานที่ 7.1 (งานเป็นกลุ่ม)
- 5.3. งานจากเอกสารแบบฝึกหัดที่ 7.1 (เป็นรายบุคคล)

ใบงานที่ 7.1

ชื่อ.....

ตอนที่ 1 การโยนเหรียญ 1 เหรียญ 3 ครั้ง
ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น มี 8 แบบ ได้แก่

เหตุการณ์	ผลที่เกิดขึ้นใน เหตุการณ์	จำนวนผลของ เหตุการณ์	ความน่าจะเป็น ของเหตุการณ์
1. หัวมากกว่าก้อย			
2. ก้อย 3 ครั้ง			
3. หัวและก้อยเท่ากัน			
4. ก้อยในการโยน 2 ครั้ง			
5. ก้อยหรือหัวอย่างน้อย 1 ครั้ง			

ตอนที่ 2 จงเติมข้อความลงในตารางให้สมบูรณ์

เหตุการณ์ของการทดลองสุ่ม	จำนวนผลเกิดขึ้นในเหตุการณ์	จำนวนผลทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น	ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์
1. การหยิบไพ่ 1 ใบจากสำรับ			
2. การหยิบไพ่ 1 ใบจากสำรับ สนใจเหตุการณ์ที่ได้แต้ม 10			
3. การหยิบไพ่ 1 ใบจากสำรับ สนใจเหตุการณ์ที่ได้ไพ่หน้าแดง			
4. การหยิบไพ่ 1 ใบจากสำรับ สนใจเหตุการณ์ที่ได้ไพ่หน้าโพแดง			
5. การหยิบไพ่ 1 ใบจากสำรับ สนใจเหตุการณ์ที่ได้ไพ่หน้า K			

เอกสารเพิ่มเติมสำหรับครู

ในการสอนเพื่อให้ผู้เรียนมองเห็นเหตุการณ์ที่สนใจและต้องการหาความน่าจะเป็น ครูอาจนำเสนอแนวคิดโดยใช้แผนภาพต้นไม้และตารางหาผลลัพธ์ที่ต้องการ ดังตัวอย่าง

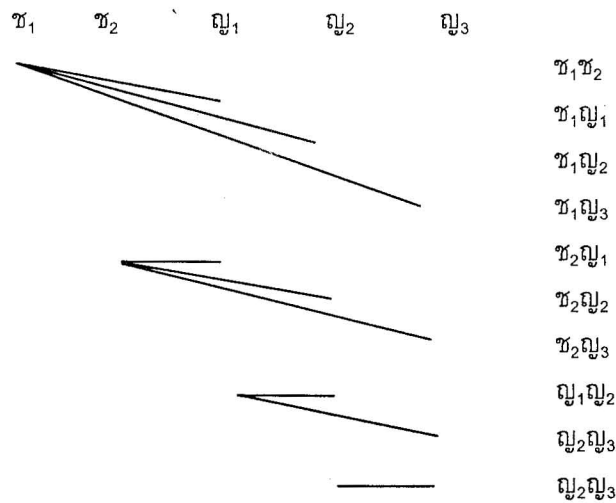
โจทย์ ในห้องเรียนหนึ่งมีนักเรียนชาย 2 คน และนักเรียนหญิง 3 คน ครูต้องการเลือกนักเรียน 2 คน เป็นคณะกรรมการ โดยการสุ่มหยิบสลากชื่อของนักเรียนทั้งห้าคน

กำหนดให้ นักเรียนชายคนที่หนึ่ง แทนด้วย $ซ_1$ นักเรียนชายคนที่สอง แทนด้วย $ซ_2$

นักเรียนหญิงคนที่หนึ่ง แทนด้วย $ญ_1$ นักเรียนหญิงคนที่สอง แทนด้วย $ญ_2$

นักเรียนหญิงคนที่สาม แทนด้วย $ญ_3$

ครูอาจใช้แผนภาพในการช่วยหาผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการเลือกนักเรียน 2 คน เป็นคณะกรรมการ มีผลการเลือกที่แตกต่างกัน 10 แบบ ดังนี้



ซึ่งในการเลือกคณะกรรมการโดยการสุ่ม ผลแต่ละแบบมีโอกาสถูกเลือกได้เท่า ๆ กัน ดังนั้น

ความน่าจะเป็นของแต่ละแบบเป็น $\frac{1}{10}$ ครูอาจนำเสนอให้ผู้เรียนเห็นผลที่เกิดในแต่ละเหตุการณ์พร้อมกับความน่าจะเป็นของแต่ละเหตุการณ์ โดยใช้ตารางดังนี้

คณะกรรมการ	ความน่าจะเป็น
ซ ₁ ซ ₂	1 / 10
ซ ₁ ญ ₁	1 / 10
ซ ₁ ญ ₂	1 / 10
ซ ₁ ญ ₃	1 / 10
ซ ₂ ญ ₁	1 / 10
ซ ₂ ญ ₂	1 / 10
ซ ₂ ญ ₃	1 / 10
ญ ₁ ญ ₂	1 / 10
ญ ₂ ญ ₃	1 / 10
ญ ₁ ญ ₃	1 / 10

จากตารางข้างต้น ถ้าเราสนใจเหตุการณ์ที่เลือกคณะกรรมการเป็นนักเรียนหญิง เราก็สามารถบันทึกจำนวนนักเรียนหญิงที่ถูกเลือก เป็นคณะกรรมการที่เป็นนักเรียนหญิงทั้งสองคน เช่น $\Omega_1\Omega_2$ หรือมีคณะกรรมการเป็นนักเรียนหญิง 1 คน เช่น $\Omega_1\Omega_3$ ซึ่งเราสามารถใส่จำนวนนักเรียนหญิงที่ถูกเลือกที่เป็นคณะกรรมการเพิ่มเติมในตารางได้ ดังนี้

คณะกรรมการ	จำนวนนักเรียนหญิงที่เป็นกรรมการ	ความน่าจะเป็น
$\Omega_1\Omega_2$	0	1 / 10
$\Omega_1\Omega_1$	1	1 / 10
$\Omega_1\Omega_2$	1	1 / 10
$\Omega_1\Omega_3$	1	1 / 10
$\Omega_2\Omega_1$	1	1 / 10
$\Omega_2\Omega_2$	1	1 / 10
$\Omega_2\Omega_3$	1	1 / 10
$\Omega_1\Omega_2$	2	1 / 10
$\Omega_2\Omega_3$	2	1 / 10
$\Omega_1\Omega_3$	2	1 / 10

จากตารางจะเห็นว่า ในการหาจำนวนนักเรียนหญิงที่ถูกเลือกเป็นคณะกรรมการ มี 0, 1 หรือ 2 ถ้าพิจารณา กรณีที่ความน่าจะเป็นที่เลือกคณะกรรมการเป็นนักเรียนหญิง 1 คน มี 6 แบบ คือ $\Omega_1\Omega_1$, $\Omega_1\Omega_2$, $\Omega_1\Omega_3$, $\Omega_2\Omega_1$, $\Omega_2\Omega_2$, $\Omega_2\Omega_3$ ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เลือกคณะกรรมการเป็นนักเรียนหญิง 1 คน เป็น $\frac{6}{10}$ หรือ กรณีที่ความน่าจะเป็นที่เลือกคณะกรรมการไม่เป็นนักเรียนหญิง มี 1 แบบ คือ $\Omega_1\Omega_2$ ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่เลือกคณะกรรมการไม่เป็นนักเรียนหญิงเป็น $\frac{1}{10}$ ซึ่งเราก็สามารถจัดตารางข้างบนนี้ใหม่ให้ดูง่ายขึ้น ได้ดังนี้

จำนวนนักเรียนหญิงที่เป็นกรรมการ	ความน่าจะเป็น
0	1 / 10
1	6 / 10
2	3 / 10

เฉลยคำตอบใบงานที่ 7.1

ตอนที่ 1 การโยนเหรียญ 1 เหรียญ 3 ครั้ง ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น มี 8 แบบ ได้แก่ HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT

1. เหตุการณ์หัวมากกว่าก้อย ได้แก่ HHH, HHT, HTH, THH

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เป็น $\frac{4}{8}$ หรือ $\frac{1}{2}$

2. เหตุการณ์ก้อย 3 ครั้ง ได้แก่ TTT

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เป็น $\frac{1}{8}$

3. ไม่มีเหตุการณ์หัวและก้อยเท่ากัน

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เป็น $\frac{0}{8}$ หรือ 0

4. ก้อยในการโยนครั้งที่ 1 ได้แก่ THH, THT, TTH, TTT

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เป็น $\frac{4}{8}$ หรือ $\frac{1}{2}$

5. ก้อยหรือหัวอย่างน้อย 1 ครั้ง ได้แก่ HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เป็น $\frac{8}{8}$ หรือ 1

ตอนที่ 2

1. เหตุการณ์การหยิบไพ่ 1 ใบจากสำรับ

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เป็น $\frac{1}{52}$

2. เหตุการณ์การหยิบไพ่ 1 ใบจากสำรับ สนใจเหตุการณ์ที่ได้แต้ม 10

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เป็น $\frac{4}{52}$ หรือ $\frac{1}{13}$

3. เหตุการณ์การหยิบไพ่ 1 ใบจากสำรับ สนใจเหตุการณ์ที่ได้ไพ่หน้าแดง

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เป็น $\frac{26}{52}$ หรือ $\frac{1}{2}$

4. เหตุการณ์การหยิบไพ่ 1 ใบจากสำรับ สนใจเหตุการณ์ที่ได้ไพ่หน้าโพแดง

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เป็น $\frac{13}{52}$ หรือ $\frac{1}{4}$

5. เหตุการณ์การหยิบไพ่ 1 ใบจากสำรับ สนใจเหตุการณ์ที่ได้ไพ่หน้า K

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เป็น $\frac{4}{52}$ หรือ $\frac{1}{13}$

แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เรื่อง ความน่าจะเป็น

หัวข้อเรื่อง ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ (ต่อ)

คาบที่ 8

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

สามารถหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่แน่นอน และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้จากตัวอย่างต่าง ๆ ได้

2. เนื้อหา

2.1 กล่องใบหนึ่งมีเม็ดแม่เหล็กสีน้ำเงิน 4 เม็ด สีเขียว 3 เม็ด สีดำ 2 เม็ด และสีเหลือง 1 เม็ด สุ่มหยิบเม็ดแม่เหล็ก 1 เม็ด จงหา

- 1) ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น ได้แก่ $n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6, n_7, n_8, n_9, n_{10}, n_{11}, n_{12}$
- 2) ความน่าจะเป็นจะเกิดเหตุการณ์หยิบได้เม็ดแม่เหล็กสีดำ เป็น $\frac{2}{10}$
- 3) ความน่าจะเป็นจะเกิดเหตุการณ์หยิบได้เม็ดแม่เหล็กสีเขียวหรือสีน้ำเงิน เป็น $\frac{7}{10}$
- 4) ความน่าจะเป็นจะเกิดเหตุการณ์หยิบได้เม็ดแม่เหล็กที่ไม่ใช่สีน้ำเงิน เป็น $\frac{6}{10}$

2.2 ขวดโหลใบหนึ่งมีห่วงสีแดง 3 อัน และสีเขียว 2 อัน เขย่าแล้วหยิบห่วงขึ้นมา 2 อันโดยไม่มอง

- 1) ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น ได้แก่ $(ด_1ด_2), (ด_1ด_3), (ด_1ด_4), (ด_1ด_5), (ด_2ด_3), (ด_2ด_4), (ด_2ด_5), (ด_3ด_4), (ด_3ด_5), (ด_4ด_5), (ด_1ด_2), (ด_1ด_3), (ด_1ด_4), (ด_1ด_5), (ด_2ด_3), (ด_2ด_4), (ด_2ด_5), (ด_3ด_4), (ด_3ด_5), (ด_4ด_5)$
- 2) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะได้ห่วงสีแดงเดียวกัน เป็น $\frac{4}{10}$
- 3) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะได้ห่วงสีต่างกัน เป็น $\frac{6}{10}$
- 4) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะได้ห่วงสีแดงทั้งสองอัน เป็น $\frac{3}{10}$
- 5) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะได้ห่วงสีเขียวอย่างน้อยหนึ่งอัน เป็น $\frac{7}{10}$
- 6) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะได้ห่วงสีเขียวทั้งสองอัน เป็น $\frac{1}{10}$

2.3 การทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน จงหาความน่าจะเป็น

- 1) ความน่าจะเป็นผลรวมแต้มมากกว่า 10 เป็น $\frac{3}{36}$
- 2) ความน่าจะเป็นผลรวมแต้มเป็น 5 เป็น $\frac{4}{36}$
- 3) ความน่าจะเป็นลูกเต๋าลูกใดลูกหนึ่งเกิดแต้ม 3 เป็น $\frac{11}{36}$

2.4 การหิบลูกปิงปอง 1 ลูก จากกล่องใบหนึ่งที่มีลูกปิงปองขนาดเดียวกันที่มีสีเขียว 2 ลูก จงหา

1) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์หิบลูกปิงปองสีเขียว เป็น $\frac{2}{2}$ หรือ 1

2) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์หิบลูกปิงปองสีแดง เป็น $\frac{0}{2}$ หรือ 0

2.5 การโยนเหรียญ 3 อันพร้อมกัน จงหา

1) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์เกิดหัวอย่างน้อย 1 เหรียญ เป็น $\frac{7}{8}$

2) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์เกิดหัวเท่ากับก้อย เป็น $\frac{0}{8}$ หรือ 0

3. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

3.1 ครูทบทวนถึงเหตุการณ์ที่ได้จากการทดลองสุ่ม ซึ่งผลที่เกิดขึ้นทุก ๆ ตัวมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน

ขั้นสอน

3.2 ครูแบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน ให้กลุ่มที่ 1, 3, 5 ศึกษาตัวอย่างในแบบเรียนข้อ 1 กลุ่มที่ 2, 4, 6, 7 ศึกษาตัวอย่างในแบบเรียนข้อ 2 พร้อมให้กลุ่มผู้เรียนรับอุปกรณ์และลงมือทำการทดลอง โดยครูเป็นผู้คอยแนะนำ ตั้งคำถามให้ผู้เรียนช่วยกันอภิปรายถึงประเด็นต่าง ๆ

3.3 ครูสุ่มกลุ่มผู้เรียนบางกลุ่มออกมานำเสนอผลงานหน้าชั้น พร้อมทั้งซักถามถึงประเด็นต่าง ๆ ให้ผู้เรียนแสดงความคิดเห็นของกลุ่ม

3.4 ครูและผู้เรียนศึกษาตัวอย่างในแบบเรียนข้อ 3 ถึง 5 ไปพร้อม ๆ กัน

ขั้นสรุป

3.5 ครูและผู้เรียนสรุปถึงความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่แน่นอน และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้

3.6 ผู้เรียนทำเอกสารแบบฝึกหัดที่ 8.1

4. สื่อการเรียนรู้

4.1 อุปกรณ์ ได้แก่ เม็ดแม่เหล็ก ห่วงสี ลูกเต๋า ลูกปิงปอง เหรียญบาท และสลากกินแบ่งรัฐบาล

4.2 เอกสารแบบฝึกหัดที่ 8.1

4.3 แผ่นโป่งใส

5. การวัดผลและประเมินผล

5.1 สังเกตความร่วมมือในการทำกิจกรรม

5.2 งานจากเอกสารแบบฝึกหัดที่ 8.1 (เป็นรายบุคคล)

เอกสารแบบฝึกหัดที่ 8.1

ชื่อ.....

1. สลากกินแบ่งรัฐบาลหนึ่งชุดมี 1×10^6 ฉบับ กำหนดวงเงินรางวัลต่อชุด ดังนี้

รางวัลที่หนึ่งมี	1 รางวัล
รางวัลที่สองมี	5 รางวัล
รางวัลที่สามมี	10 รางวัล
รางวัลที่สี่มี	50 รางวัล
รางวัลที่ห้ามี	100 รางวัล
รางวัลเลขท้าย 3 ตัว เสียง 4 ครั้ง	4,000 รางวัล
รางวัลข้างเคียงรางวัลที่หนึ่งมี	2 รางวัล
รางวัลเลขท้าย 2 ตัว เสียง 1 ครั้ง	10,000 รางวัล

จงหาความน่าจะเป็นของการที่ผู้ซื้อสลาก 1 ฉบับ

- 1.1 ถูกรางวัลที่ 1
- 1.2 ถูกรางวัลที่ 3
- 1.3 ถูกรางวัลที่ไม่ใช่เลขท้าย 2 ตัว
- 1.4 ถูกรางวัลเลขท้าย 4 ตัว

- 1.1 จำนวนผลจากเหตุการณ์ที่ผู้ซื้อจะถูกรางวัลที่ 1 เท่ากับ 1 รางวัล
∴ ความน่าจะเป็นที่ผู้ซื้อสลาก 1 ฉบับ จะถูกรางวัลที่ 1 เท่ากับ
- 1.2 จำนวนผลจากเหตุการณ์ที่ผู้ซื้อจะถูกรางวัลที่ 3 เท่ากับ.....
∴ ความน่าจะเป็นที่ผู้ซื้อสลาก 1 ฉบับ จะถูกรางวัลที่ 3 เท่ากับ.....
- 1.3 จำนวนผลจากเหตุการณ์ที่ถูกรางวัลที่ไม่ใช่เลขท้าย 2 ตัว เท่ากับ.....
∴ ความน่าจะเป็นที่ผู้ซื้อสลาก 1 ฉบับ จะถูกรางวัลที่ไม่ใช่เลขท้าย 2 ตัว เท่ากับ.....
- 1.4 จำนวนผลจากเหตุการณ์ที่ผู้ซื้อจะถูกรางวัลเลขท้าย 4 ตัว เท่ากับ.....
∴ ความน่าจะเป็นเหตุการณ์ที่ผู้ซื้อจะถูกรางวัลเลขท้าย 4 ตัว เท่ากับ.....

การหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์สรุปได้ว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์เป็นจำนวน (บวก/ลบ)
.....ไม่ได้ เพราะ
และต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ.....และน้อยกว่าหรือเท่ากับ.....

แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เรื่อง ความน่าจะเป็น

หัวข้อเรื่อง ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ (ต่อ)

คาบที่ 9 – 10

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1.1 ให้นักเรียนสามารถหาความน่าจะเป็นในทางปฏิบัติได้
- 1.2 ให้นักเรียนสามารถหาความน่าจะเป็นในทางทฤษฎีได้

2. เนื้อหา

ผู้เรียนได้คำนวณหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่าง ๆ จากการทดลองสุ่มที่ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นแต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กันแล้ว ความน่าจะเป็นที่หาได้นี้ถือว่าเป็นความน่าจะเป็นในทางทฤษฎี แต่ในทางปฏิบัติแล้วเมื่อเราโยนเหรียญ 1 เหรียญ 10 ครั้ง ก็ได้หมายความว่า ต้องขึ้นหัว 5 ครั้ง ก้อย 5 ครั้งเสมอไป แต่ถ้าได้ทดลองโยนเหรียญ 1 เหรียญ มาก ๆ ครั้ง เช่น หนึ่งร้อยครั้ง หรือพันครั้ง จำนวนครั้งที่เกิดหัวหรือก้อยจะใกล้เคียงกัน ซึ่งเป็นการหา ความน่าจะเป็นในทางปฏิบัติ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

- 2.1 การทอดลูกเต๋า 1 ลูก 100 ครั้ง
- 2.2 การโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ
- 2.3 การโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ และทอดลูกเต๋า 1 ลูก 50 ครั้ง

3. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

3.1 ครูทบทวนถึงการโยนเหรียญ 1 เหรียญที่มีความเที่ยงตรง ว่าโอกาสของผลทั้งหมดที่เกิดขึ้นแต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน ถามผู้เรียนว่า ความน่าจะเป็นของการเกิดหัวและก้อยมีค่าเป็นเท่าใด (50%) และถามต่อว่าการทอดลูกเต๋า 1 ลูก ที่เป็นลูกเต๋ายุติธรรม ว่าเป็นอย่างไร(แต้มของลูกเต๋ามีโอกาสที่จะเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน)

ขั้นสอน

3.2 ให้ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้ ถ้าผู้เรียนทอดลูกเต๋า 1 ลูก ซึ่งเป็นลูกเต๋ายุติธรรม ผู้เรียนคิดว่าโอกาสหน้าแต่ละหน้าของลูกเต๋ามีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กันหรือไม่ ความน่าจะเป็นแต้มของลูกเต๋ามีค่าเป็นเท่าใด และการโยนเหรียญ 1 เหรียญที่มีความเที่ยงตรง โอกาสของผลทั้งหมดที่เกิดขึ้นแต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กันหรือไม่ ความน่าจะเป็นของการเกิดหัวและก้อยมีค่าเป็นเท่าใด

3.3 ครูแบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน แล้วให้ผู้เรียนทำใบกิจกรรมที่ 9.1 และทำใบกิจกรรมที่ 9.2

- 3.4 ครูให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมา 1 คน เพื่อมาเขียนผลลงในกระดาษกราฟที่ครูเตรียมไว้ให้
- 3.5 ครูสุ่มกลุ่มผู้เรียนบางกลุ่มมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน

ขั้นสรุป

3.6 ครูสรุปผลการทำใบกิจกรรมที่ 9.1 และใบกิจกรรมที่ 9.2

3.7 ผู้เรียนศึกษาตัวอย่างในแบบเรียนหน้า 20 พร้อมทั้งทำส่งครู

4. สื่อการเรียนรู้

4.1 อุปกรณ์ ได้แก่ ลูกเต๋า เหรียญบาท และกระดาษกราฟ

4.2 ใบกิจกรรมที่ 9.1

4.3 ใบกิจกรรมที่ 9.2

5. การวัดผลและประเมินผล

5.1 สังเกตความร่วมมือในการทำกิจกรรม

5.2 ตรวจสอบใบแบบบันทึกใบกิจกรรม (งานเป็นกลุ่ม)

ใบกิจกรรมที่ 9.1

1. ให้สมาชิกในกลุ่มผลัดเปลี่ยนกัน ทอดลูกเต๋า 100 ครั้ง แล้วบันทึกแต้มที่ปรากฏของหน้าลูกเต๋าค้างของแต่ละครั้งที่ทอดในตารางต่อไปนี้

แต้มที่ปรากฏ	รอยขีด	รวมจำนวนครั้ง
แต้ม 1		
แต้ม 2		
แต้ม 3		
แต้ม 4		
แต้ม 5		
แต้ม 6		
รวม		100

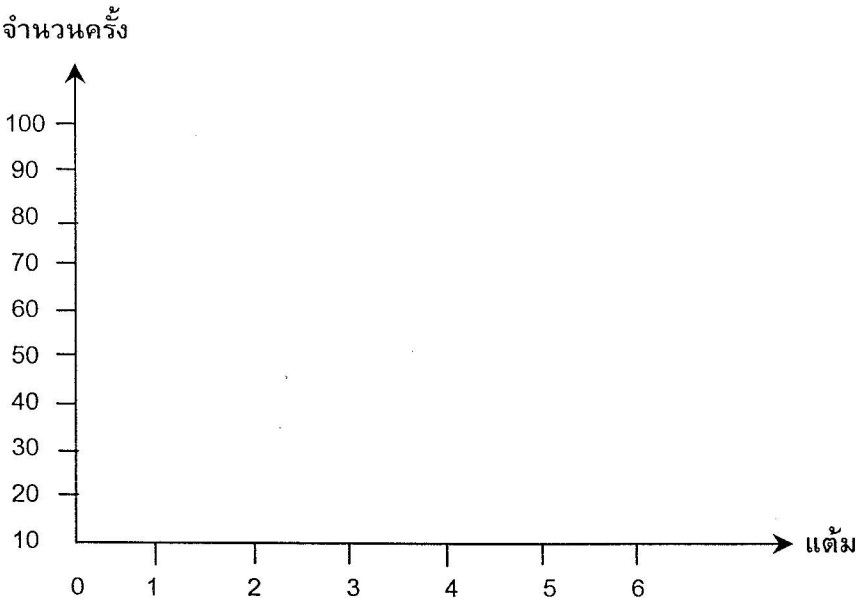
2. ให้สมาชิกในกลุ่มบันทึกผลจากการทอดลูกเต๋า 100 ครั้งของกลุ่มตนเองและกลุ่มเพื่อนลงในตารางต่อไปนี้

กลุ่มที่	แต้มที่ปรากฏ						รวม
	แต้มที่ 1	แต้มที่ 2	แต้มที่ 3	แต้มที่ 4	แต้มที่ 5	แต้มที่ 6	
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							

3. ให้บันทึกข้อมูลการทอดลูกเต๋าดังต่อไปนี้ โดยพิจารณาจากจำนวนครั้งที่ทอดลงในตารางต่อไปนี้

ผลการทอดลูกเต๋าดังต่อไปนี้	จำนวนครั้งที่ทอด	แต้มที่ปรากฏ					
		แต้มที่ 1	แต้มที่ 2	แต้มที่ 3	แต้มที่ 4	แต้มที่ 5	แต้มที่ 6
1 ถึง 2	200						
1 ถึง 4	400						
1 ถึง 6	600						
1 ถึง 8	800						

4. จงใช้ข้อมูลจากตารางในข้อ 3 เขียนกราฟเส้นแสดงจำนวนแต้มที่ปรากฏจากการทอดลูกเต๋าดังต่อไปนี้โดยใช้ดินสอสีที่ต่างกัน



ให้ผู้เรียนอภิปรายผลการปฏิบัติกิจกรรมในประเด็นต่อไปนี้

- 1. การทอดลูกเต๋าถ้าจำนวนครั้งของการทอดมากพอ ผลการทดลองน่าจะเป็นอย่างไร
.....
.....
- 2. จากผลที่ผู้เรียนบันทึกได้นี้เป็นไปตามข้อคาดการณ์ของผู้เรียนหรือไม่ ถ้าไม่ได้เป็นเพราะเหตุใด
.....
.....
- 3. การปฏิบัติครั้งนี้ ถ้าเป็นการปฏิบัติที่มีความเที่ยงตรงแล้วกราฟที่ได้ในข้อ 4 ควรเป็นอย่างไร
.....
.....

ใบกิจกรรมที่ 9.2

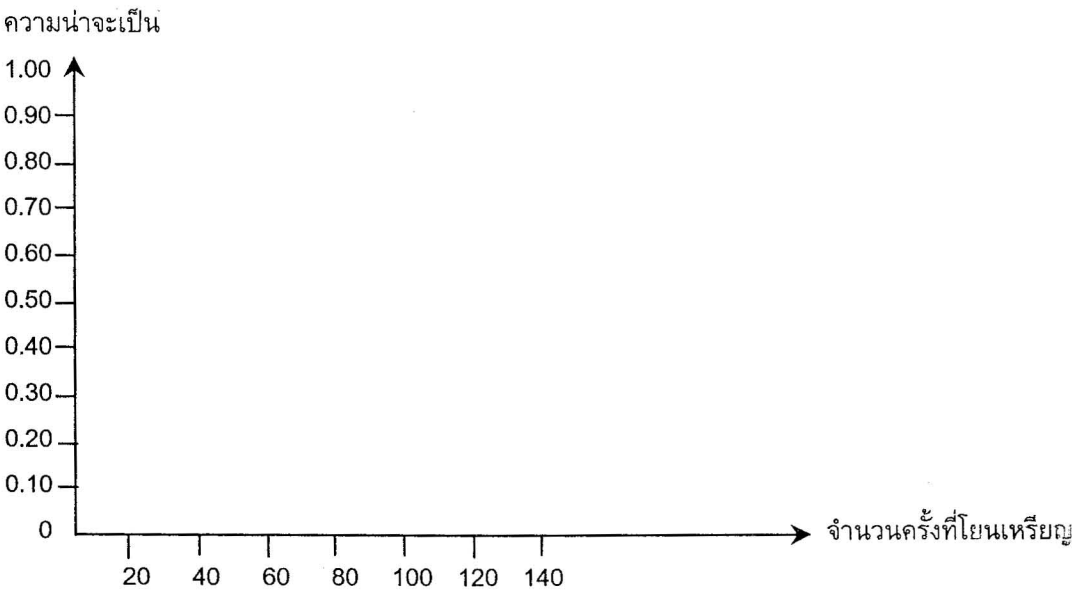
1. ให้สมาชิกในกลุ่มผลัดกันโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 20 ครั้ง แล้วบันทึกผลลงตาราง

เกิดหน้า	หัว	ก้อย	รวมจำนวนครั้ง
รอยขีด			
ความถี่			

2. ให้สมาชิกในกลุ่มบันทึกผลการโยนเหรียญ 1 บาท 20 ครั้ง ของกลุ่มและกลุ่มเพื่อน ลงในตารางต่อไปนี้

การทดลองกลุ่มที่	1	2	3	4	5	6	7
ผลรวมสะสมของจำนวนครั้งที่เกิดก้อย							
ผลรวมสะสมของจำนวนครั้งที่โยน	20	40	60	80	100	120	140
ความน่าจะเป็น							

3. ให้แต่ละกลุ่มใช้ข้อมูลในข้อ 2 เขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนครั้งที่โยน และความน่าจะเป็น ลงในตารางต่อไปนี้



ให้ผู้เรียนอภิปรายผลการปฏิบัติกิจกรรมในประเด็นต่อไปนี้

1. ถ้าจำนวนครั้งของการทดลองมากพอ ความน่าจะเป็นของการเกิดก้อยจากการโยนเหรียญ 1 เหรียญ จะเป็นอย่างไร

.....

.....

.....

.....

2. จากผลที่ผู้เรียนบันทึกได้นี้เป็นไปตามข้อคาดการณ์ของผู้เรียนหรือไม่ ถ้าไม่ได้เป็นเพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

3. การปฏิบัติครั้งนี้ ถ้าเป็นการปฏิบัติที่มีความเที่ยงตรงแล้ว กราฟในข้อ 3 ควรเป็นอย่างไร

.....

.....

.....

.....

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาวรจนา รัตนานิคม
วันเดือนปีเกิด	เกิดวันที่ 15 เดือน พฤศจิกายน พุทธศักราช 2512
สถานที่เกิด	อำเภอบางเขน จังหวัดกรุงเทพมหานคร
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	95/51 อุโมงเพลิงโครงการ 2 ซอยประชาอุทิศ ถนนลำลูกกา ตำบลคูคต อำเภอลำลูกกา จังหวัดปทุมธานี 12130
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	นักวิชาการ
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 924 ถนนสุขุมวิท เอกมัย กรุงเทพฯ 10110
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2531	มัธยมศึกษาปีที่ 6 (แผนกวิทยาศาสตร์) จากโรงเรียนดอนเมืองทหารอากาศบำรุง
พ.ศ. 2535	ครุศาสตรบัณฑิต (วิชาเอกคณิตศาสตร์) จากวิทยาลัยครูจันทระเกษม
พ.ศ. 2544	การศึกษามหาบัณฑิต (วิชาเอกคณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร