

THE LIBRARY
COLLEGE OF EDUCATION
BANGKOK THAILAND

การศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ
(Transformation Geometry) ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ปริณิธานิพนธ์
ของ
วิทยา รุ่งอรุณพิศาล

เสนอต่อวิทยาลัยวิชาการศึกษา
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
มิถุนายน 2517

การศึกษาลักษณะของการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ
(Transformation Geometry) ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

บทคัดย่อ

ของ

วิทยา รุ่งอรุณพิศาล

เสนอต่อวิทยาลัยวิชาการศึกษา
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษานามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต

มิถุนายน 2517

จุดมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อศึกษาว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3 สามารถเรียนวิชาเรขาคณิต การแปลงสภาพเบื้องต้นได้หรือไม่
2. เพื่อศึกษาว่า ควรจะเริ่มสอนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นตั้งแต่ชั้นใด

วิธีดำเนินการ

1. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลอง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3 โรงเรียนมัธยมสาธิต วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร กรุงเทพมหานคร จำนวน 120 คน ในปีการศึกษา 2516 นักเรียนกลุ่มนี้มีผลการเรียนและผลการสอบเฉลี่ยอยู่ในระดับปานกลาง
2. เนื้อหาวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นที่สร้างขึ้นเพื่อการทดลอง ประกอบด้วย 5 หัวข้อคือ ระบบแกนพิกัด การสะท้อน การเลื่อน การหมุน และความสัมพันธ์ของการแปลงสภาพกับเรื่องอื่น
3. ผู้วิจัยทดลองสอนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้น ตามเนื้อหาในแบบเรียนที่สร้างขึ้น แก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3 ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2516 โดยใช้เวลาสอนชั้นละ 15 ชั่วโมง
4. เมื่อสอนครบเนื้อหาวิชาแล้วได้ทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้น เพื่อประเมินผลการเรียนของนักเรียน แบบทดสอบมีความเชื่อมั่นเท่ากับ .6856

สรุปผลของการทดลอง

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3 สามารถเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นได้
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นสูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แต่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชานี้แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ.

A STUDY OF THE MATHAYOM SUKSA 1 - 3 STUDENTS' ACHIEVEMENT
IN LEARNING SOME CONCEPTS IN TRANSFORMATION GEOMETRY

ABSTRACT

BY

WITHYA RUNGADUNPLISAN

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Master of Education Degree
the College of Education
June, 1974.

Purposes of the study :

1. To study whether the students in Mathayom Suksa 1 - 3 can learn some concepts in transformation geometry.
2. To find out in what grades the students are ready to learn some concepts in transformation geometry.

Procedures :

1. The subjects were 120 Mathayom Suksa 1 - 3 students of the Secondary Demonstration School of the College of Education, Prasarnmit, Bangkok, in the academic year B.E. 2516. These subjects were average students in each grade.
2. The contents comprised : rectangular system, reflection, translation, rotation, transformation and related topics.
3. The students in each grade was taught fifteen hours during the second term of the academic year B.E. 2516 by the researcher.
4. One achievement test on the topics covered, was used as evaluative measures. The reliability coefficient of the test was .6856.

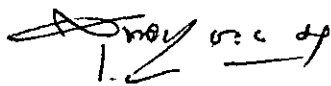
Major Findings :

1. The students in Mathayom Suksa 1 - 3 were able to learn some concepts in transformation geometry.
2. The achievement of learning some concepts in transformation geometry of the students in Mathayom Suksa 3 is statistically higher than that of the students in Mathayom Suksa 2 and 1, while that of the students in these latter grades is not statistically different.

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำคณะนิติศาสตร์ได้พิจารณาปริญญานิพนธ์นี้แล้ว
เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาคณะนิติศาสตร์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
ของวิทยาลัยวิชาการศึกษาได้

สุวิมล วัฒนา

ประธาน

1.  ๒๕๑๗

กรรมการ

มิถุนายน 2517

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงด้วยดี เนื่องจากผู้วิจัยได้รับความช่วยเหลือจากคุณทรงคุณวุฒิหลายท่าน โดยเฉพาะคุณะอาจารย์ที่ปรึกษาทั้ง 2 ท่าน คือ รศ.ศาสตราจารย์ ดร.สุชาติ รัตนกุล และคุณะศาสตราจารย์ สุพจน์ ชะนะมา ซึ่งผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอบพระคุณในการกรุณาและน้ำใจที่ได้นำเอาใจใส่ ใฝ่แนวกิจการงานและแนะนำอย่างใกล้ชิดโดยตลอด ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.เสริมทกกี วิจารณ์ภรณ์ หัวหน้าฝ่ายวิชาการ วิทยาลัยวิชาการศึกษา พิษณุโลก อาจารย์บรรจง สุนทรสัจ คีตภานีเทศก์ กรมสามัญศึกษา และ Mr. Benjamin Pade อาสาสมัครชาวอเมริกันซึ่งทำหน้าที่ศึกษานิเทศก์ประจำหน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา ที่กรุงวอชิงตัน ดี.ซี. ที่กรุณาให้ความช่วยเหลือทั้งการให้คำแนะนำและให้สัมภาษณ์เพื่อการค้นคว้าหาความรู้ในครั้งนี้

ขอขอบคุณ อาจารย์อุทัยวรรณ คัดหลี่แท้ รองผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ วิทยาลัยครูนิลสงคราม พิษณุโลก ที่กรุณาสละเวลาเพื่อตรวจแก้ภาษาอังกฤษให้อย่างถี่ถ้วน อาจารย์สำเร็จ บุญเรืองรัตน์ ที่กรุณาให้คำแนะนำเกี่ยวกับการวางแผนวิจัยและการใช้สถิติ อาจารย์สุวรรณา มุ่งเกษม ที่กรุณาตรวจแก้และแปลภาษาไทย ตลอดจนอาจารย์ใหญ่ โรงเรียนมัธยมสาธิต วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประชานิคม อาจารย์ใหญ่โรงเรียนสาธิต วิทยาลัยครูนิลสงคราม พิษณุโลก อาจารย์ ดร.เปรี๊ยะ กุมุท อาจารย์ทัศนีย์ กุศลวิภาวดี และอาจารย์พรทิพย์ เจริญรัตน์ ที่กรุณาให้ความร่วมมือและความสะดวกในทางต่าง ๆ ตลอดเวลาทำการทดลอง

บุคคลผู้วิจัยเคารพและระลึกถึงเสมอ คือ อาจารย์ศิริณี ทาละลักษมณ์ ที่กรุณาได้รับปรึกษานิพนธ์นี้ ให้คำแนะนำพร้อมกับให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยอย่างดียิ่ง ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้ด้วย

วิทยา รุ่งอรุณพิศาล

สารบัญ

บทที่	หน้า
1	บทนำ
	ความมุ่งหมายในการศึกษาครั้งนี้
	สมมุติฐานในการศึกษาครั้งนี้
	ความสำคัญของการศึกษาครั้งนี้
	ข้อตกลงเบื้องต้น
	ขอบเขตของการศึกษาครั้งนี้
	คำจำกัดความศัพท์เฉพาะ
2	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย
3	การดำเนินการศึกษาค้นคว้า
	แหล่งข้อมูลและกลุ่มตัวอย่าง
	เครื่องมือในการทดลอง
	เนื้อหาในแบบเรียนที่ใช้ทดลองสอน
	วิธีการดำเนินการศึกษาค้นคว้า
	วิธีจัดกระทำกับข้อมูล
4	ผลของการศึกษาค้นคว้า
	ข้อตกลงเกี่ยวกับการวิเคราะห์และแปลผล
	ผลของการศึกษาค้นคว้า

๕	บทย่อ สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ	36
	ความมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้า	36
	การดำเนินการศึกษาค้นคว้า	36
	การวิเคราะห์ข้อมูล	37
	ผลของการทดลอง	37
	สรุปผลของการศึกษาค้นคว้า	38
	อภิปรายผล	39
	ข้อเสนอแนะ	41
	บรรณานุกรม	43
	ภาคผนวก ก.	(1)
	ภาคผนวก ข.	(3)
	ภาคผนวก ค.	(6)
	ภาคผนวก ง.	(15)

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	แสดงค่าคะแนนเฉลี่ย ($\bar{X}$) และความเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากแบบทดสอบ	31
2	แสดงเปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป โดยจำแนกตามชั้น	32
3	แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบ	33
4	แสดงค่าที (t - test) จากการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของ นักเรียนครั้งละ 2 ชั้น	34
5	แสดงค่า P_H , P_L , p , r และ Δ ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้น	(2)

คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่มีความเจริญงอกงามและมีความเปลี่ยนแปลงได้ทันองเดียวกับ
 สิ่งมีชีวิตทั้งหลาย นับตั้งแต่สมัยโบราณมาจนกระทั่งทุกวันนี้ คณิตศาสตร์ได้วิวัฒนาการมาเป็นลำดับ
 (สุวรรณ มุ่งเกษม, 2513 : 7) โดยเฉพาะคณิตศาสตร์ที่มนุษย์สร้างขึ้นในคริสต์ศตวรรษ
 ที่ 20 ซึ่งมีปริมาณมากกว่าคณิตศาสตร์ทั้งหมดในประวัติศาสตร์ร่วมกันเสียอีก (วิชาการ ,
 2509 : 3.4 - 1) ในปัจจุบันคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญว่าในอดีตเป็นอันมาก อาทิเช่น
 คณิตศาสตร์ เป็นเครื่องนำทางไปสู่ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์ เทคนิค เศรษฐกิจและ
 สังคม ตลอดจนเป็นพื้นฐานสำหรับการค้นคว้าวิจัยทุกประเภท (การฝึกหัดครู, 2509 : 3)
 จนกล่าวได้ว่าความเจริญก้าวหน้าในวิทยาการทุกแขนงต้องอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์อย่างขาด
 ไม่ได้ จึงเกิดความจำเป็นที่จะต้องขยาย เปลี่ยนแปลง และจัดเนื้อหาในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์
 ทุกระดับเสียใหม่ เพื่อให้สอดคล้องกับความจำเป็นและความต้องการ ของโลกในปัจจุบัน

คณิตศาสตร์ที่ได้รับการพิพากษ์วิจารณ์จนกระทั่งมีการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงให้เหมาะสมยิ่งขึ้น
 เป็นวิชาแรกคือ เรขาคณิต ทั้งนี้เนื่องจากตั้งแต่สมัยโบราณเป็นต้นมา มนุษย์ถูกจำกัดให้เรียนรู้
 วิชาเรขาคณิตเฉพาะในหนังสือชุด Elements ของยูคลิดอย่างเกี่ยวเท่านั้น หรืออาจกล่าวได้ว่า
 การเรียนวิชาเรขาคณิตตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน ซึ่งมีระยะเวลาไม่น้อยกว่า 2000 ปี ตกอยู่ภายใต้
 อิทธิพลของยูคลิดมาโดยตลอด ไม่มีการเปลี่ยนแปลงและปรับปรุงใด ๆ ทั้งสิ้น (Adler, 1968 :
 226) จนกระทั่งถึงปี ค.ศ. 1867 วิลสัน (Wilson) ซึ่งเป็นชาวอังกฤษ เริ่มแต่งหนังสือ
 เรขาคณิตขึ้นใหม่เพื่อใช้แทนหนังสือชุด Elements ของยูคลิด และอีก 4 ปีต่อมาได้มีการจัดตั้ง
 สมาคมเพื่อปรับปรุงการสอนวิชาเรขาคณิต (Association for the Improvement of
 Geometrical Teaching) ขึ้นในบริเตนอังกฤษ เมื่องานของสมาคมขยายกว้างขวางออกไป
 ตามลำดับ จึงเปลี่ยนชื่อของสมาคมใหม่เป็นสมาคมคณิตศาสตร์ (The Mathematical
 Association), (England, 1961 : 4 - 10)

ในปี ค.ศ. 1901 สมาคมอีกสมาคมหนึ่งในประเทศอังกฤษคือ British Association ได้จัดประชุมขึ้นที่เมืองกลาสโกว์ ในประเทศอังกฤษ การประชุมครั้งนี้ ศาสตราจารย์เพอร์รี (Perry) ได้เสนอรายงานวิจารณ์การสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระบายนั้น อย่างรุนแรง ทำให้บรรณานักคณิตศาสตร์และนักวิทยาศาสตร์ที่มีชื่อเสียงทั้งในประเทศอังกฤษ และประเทศอื่น ๆ โดยเฉพาะในสหรัฐอเมริกาเริ่มให้ความสนใจในการศึกษาทางคณิตศาสตร์ อย่างแท้จริง ทั้งมีการอภิปรายและวิจารณ์ข้อคิดเห็นของศาสตราจารย์เพอร์รีเป็นอันมาก สำคัญของรายงานที่ศาสตราจารย์เพอร์รีเสนอในครั้งนั้น คือผู้สอนคณิตศาสตร์ส่วนมากมุ่งสอนให้นักเรียนสอบได้เท่านั้น ไม่ได้คำนึงถึงประโยชน์และคุณค่าบางอย่างที่นักเรียนควรได้รับไปพร้อมกับ การเรียนนั้นด้วยเลย เป็นต้นว่า การฝึกให้นักเรียนรู้จักใช้ความคิดอย่างมีเหตุผล การสร้างบรรยากาศให้นักเรียนได้เรียนด้วยความสนุกสนานและพอใจ และการรู้จักใช้คณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิชาอื่น ๆ โดยเฉพาะวิชาวิทยาศาสตร์ ผู้ที่สนับสนุนศาสตราจารย์เพอร์รีคือ เฮฟไซด์ (Heaviside) ซึ่งเป็นนักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษ เฮฟไซด์กล่าวว่า เด็กทุกคนมีไหวพริบดีหรือฉันทรรกศาสตร์ จึงอาจจะไม่สามารถพิสูจน์ทฤษฎีบทใดก่อนการ เรียนรู้เกี่ยวกับพื้นฐานของการพิสูจน์และเรื่องเบื้องต้นอื่น ๆ ครูจึงควรเปิดโอกาสให้เด็กได้สังเกตและทดลองก่อนที่จะเรียนรู้วิธีการพิสูจน์ นอกจากนั้นเฮฟไซด์ยังได้เสนอแนะว่าการ เรียนวิชาเรขาคณิตจะได้ผลดียิ่งขึ้น ถ้าครูสามารถสอนวิชานี้ให้สัมพันธ์เชื่อมโยงกับวิชาอื่นด้วย โดยเฉพาะอย่างยิ่งวิชาฟิสิกส์เบื้องต้น (สุวรรณา มุ่งเกษม, 2513 : 96 - 97)

ในปี ค.ศ. 1902 สมาคมคณิตศาสตร์ได้แต่งตั้งคณะกรรมการขึ้นชุดหนึ่งเรียกว่า "Teaching Committee" หน้าที่สำคัญประการหนึ่งของคณะกรรมการชุดนี้คือหาทางล้มล้างวิธีการวัดผลการเรียนวิชาเรขาคณิต ที่กำหนดให้ยึดหนังสือเรขาคณิตของยูคลิดเป็นแบบฉบับตายตัว โดยไม่ยอมรับวิธีการพิสูจน์วิธีอื่นที่แตกต่างจากวิธีการ ของยูคลิด การดำเนินงานของคณะกรรมการชุดนี้ก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงที่สำคัญบางประการ เช่น ทำให้มีผู้เขียนตำราเรขาคณิตแนวใหม่ เพิ่มขึ้นอีกหลายแบบ (England, 1961 : 4 - 10)

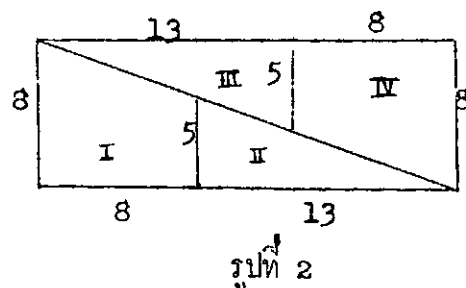
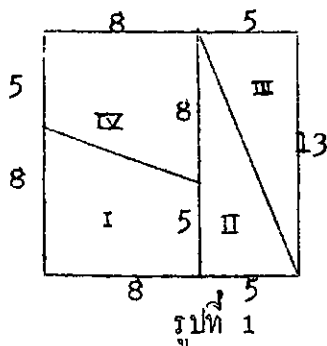
ในปี ค.ศ. 1908 นักคณิตศาสตร์ชาวเยอรมันชื่อคลาเยน (Klein) ได้ค้นพบจุดอ่อน และข้อบกพร่องในเรขาคณิตตามแบบของยูคลิดหลายประการ ถึงต่อไปนี้ (Eves and Newsom, 1964 : 37)

1. การยอมรับสิ่งที่สมมุติขึ้นตามสามัญสำนึก โดยไม่มีการศึกษา (Axioms หรือ Postulates) กำหนดไว้ก่อน ตัวอย่างเช่น ยูคลิดถือว่าถ้าลากเส้นตรงผ่านจุดยอดเข้าไปในรูปสามเหลี่ยมแล้ว เส้นตรงเส้นนั้นจะคงตัดด้านที่อยู่ตรงข้ามของรูปสามเหลี่ยมรูปนั้นเสมอ ผู้ที่ช่วยแก้ปัญหาดังกล่าวคือ พาช (Pasch) พาชเสนอว่าควรจะต้องมีข้อตกลงหรือกติการับรองเสียก่อน จึงมีผู้เรียกกติกาเกี่ยวกับเรื่องนี้ว่า กติกาของพาช (Pasch's Axiom)

2. การพิสูจน์เกี่ยวกับสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ด้วยวิธีการยกรูปซ้อนกัน (Principle of Superposition) นักคณิตศาสตร์รุ่นหลังเห็นว่า วิธีการเช่นนั้นไม่รัดกุมพอ เพราะสามารถหาเหตุผลมาแย้งได้ เช่น วูล์ฟ (Wolfe, 1945 : 5-7) ให้เหตุผลไว้ว่า ถ้าถือว่าจุดเป็นตำแหน่งก็จะเคลื่อนที่ไม่ได้ แต่ถ้าถือว่าจุดเป็นสิ่งที่เคลื่อนที่ได้แล้วมิติ (Dimension) ของสิ่งที่เคลื่อนที่ได้ก็จะต้องเปลี่ยนแปลงไปตามหลักของวิชาฟิสิกส์สมัยใหม่ และ มิลลิงตัน (Millington, 2516 : 73) กล่าวว่า เรขาคณิตตามแบบของยูคลิดมีอิสระในเรื่องการเปลี่ยนรูปมาก แต่ขณะเดียวกันก็ขาดคุณสมบัติคงค่า (Invariant Property) ที่จะเน้นให้ทราบว่ารูปที่เปลี่ยนแปลงไปนั้นยังมีขนาดและรูปร่างคงเดิม

3. การให้นิยามคำศัพท์ที่ใช้ทุก ๆ คำ เนื่องจากยูคลิดพยายามให้นิยามหรือคำอธิบายคำศัพท์ที่ใช้ในวิชาเรขาคณิตทุก ๆ คำ โดยไม่ได้พิจารณาถึงนิยามศัพท์ (Undefined Terms) เลย เขาถือว่าจุด เส้น เป็นต้น แต่สุชาติ (สุชาติ รัตนกุล, 2507 : 3 - 4) กล่าวว่า การให้นิยามคำศัพท์เหล่านี้จะทำให้เพิ่มปัญหา คือทำให้เข้าใจคำศัพท์นั้นยากยิ่งขึ้น

4. ความบกพร่องของการสร้างรูปตามสิ่งที่กำหนดให้ โดยไม่ได้พิจารณาว่าสิ่งที่สร้างนั้นตรงกับความเป็นจริงหรือไม่ จึงทำให้รูปที่สร้างแล้วบางรูปคลาดเคลื่อนจากสภาพที่เป็นจริงอย่างเห็นได้ชัด ดังตัวอย่างต่อไปนี้



ถ้าเปรียบเทียบรูปทั้งสองจะเห็นว่าส่วนย่อยของรูปทั้งสองเท่ากันทุกส่วน แต่พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมใหญ่ทั้งสองรูปไม่เท่ากัน กล่าวคือสี่เหลี่ยมรูปที่ 1 มีพื้นที่ 169 ตารางหน่วย และสี่เหลี่ยมรูปที่ 2 มีพื้นที่ 168 ตารางหน่วย (เสริมศักดิ์ วิจารณ์, 2514 : 40 - 43)

ในปี ค.ศ. 1908 ปีเดียวกันนี้เอง สมาคมการศึกษาแห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NEA) และสหพันธ์ครูคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของสหรัฐอเมริกา (American Federation of Teachers of the Mathematical and Natural Sciences) ร่วมกันจัดตั้งคณะกรรมการขึ้นชุดหนึ่งชื่อว่า "National Committee of Fifteen on Geometry Syllabus" เพื่อทำหน้าที่ปรับปรุงหลักสูตรวิชาเรขาคณิตใหม่ประโยชน์ และน่าสนใจยิ่งขึ้น (สุวรรณ มุ่งเกษม, 2513 : 56)

ในปี ค.ศ. 1909 ในประเทศอังกฤษ มีผู้พิมพ์หนังสือเกี่ยวกับการสอนวิชาเรขาคณิตและวิชาพีชคณิตด้วยวิธีเขียนกราฟ (Teaching of Geometry and Graphic Algebra) หนังสือเล่มนี้ชี้ให้เห็นความสัมพันธ์ของการสอนวิชาเรขาคณิตและวิชาพีชคณิตด้วยเรื่องกราฟ (England, 1961: 10 - 11)

ในปี ค.ศ. 1958 องค์การ O.E.E.C. (The Organization for European Economic Cooperation) จัดการสัมมนาเพื่อปรับปรุงหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ขึ้นที่เมืองโรยัวมองค์ (Royaumont) ในประเทศฝรั่งเศส ตามรายงานสรุปผลของการสัมมนาปรากฏว่าสมาชิกส่วนใหญ่ไม่พอใจในสถานการณ์การศึกษาทางคณิตศาสตร์ที่เป็นอยู่ในเวลานั้นเป็นอันมาก และทัศนคติที่รุนแรงที่สุดก็คือ แนวความคิดของศาสตราจารย์ดียูดอนน์ (Dieudonne!) ที่เสนอให้เลิกสอนเรขาคณิตแบบของยุคลิดโดยสิ้นเชิง (Euclid must go!) เพื่อเอาเวลาที่เสียไปในการเรียนเรขาคณิตของยุคลิดมาเรียนรู้เรื่องต่าง ๆ ที่มีประโยชน์กว่าแทน (O.E.C.D., 1961 : 35 - 38)

ในครึ่งหลังของคริสต์ศตวรรษที่ 19 หลายประเทศต่างเคลื่อนไหวที่จะปรับปรุงหลักสูตรและการสอนวิชาคณิตศาสตร์อย่างจริงจัง อาทิเช่น อังกฤษ ฝรั่งเศส เยอรมัน และสหรัฐอเมริกา (สุวรรณ มุ่งเกษม, 2513 : 52 - 53) กล่าวคือ

1. ประเทศอังกฤษ ซิลเวสเตอร์ (Sylvester) แนะนำให้เลิกสอนเรขาคณิตตามแบบของยูคลิด และเพอร์รี (Perry) เสนอให้เน้นการศึกษาคณิตศาสตร์ประยุกต์ให้มากขึ้น และเน้นการสอนวิชาเรขาคณิตด้วยวิธีให้นักเรียนได้สังเกต และทดลอง เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถค้นพบข้อเท็จจริงต่าง ๆ ด้วยตนเอง และควรใช้กราฟในการสอนคณิตศาสตร์ด้วย
2. ประเทศฝรั่งเศส แทนเนอรี (Tannery) เสนอให้ปรับปรุงหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศฝรั่งเศส ตามแนวความคิดของซิลเวสเตอร์และเพอร์รี
3. ประเทศเยอรมนี คลายน์ (Klein) เสนอให้ปรับปรุงการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศเยอรมนีเช่นเดียวกับที่ผู้เสนอในประเทศอังกฤษ นอกจากนั้นคลายน์ ยังได้เสนอแนวความคิดในการสอนคณิตศาสตร์ที่สำคัญประการหนึ่ง คือการสอนเรื่องฟังก์ชัน (Function) เพื่อเชื่อมโยงวิชาพีชคณิตและวิชาเรขาคณิตเข้าด้วยกัน
4. สหรัฐอเมริกา มัวร์ (Moore) เสนอให้มีการปรับปรุงและแก้ไขหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวเดียวกับนักคณิตศาสตร์ชาวยุโรป

สำหรับในประเทศไทย ตั้งแต่แรกเริ่มจัดการศึกษาเป็นต้นมา นักเรียนระดับมัธยมศึกษาทุกคน ต้องเรียนวิชาเรขาคณิตตามแบบของยูคลิดเป็นวิชาบังคับเหมือนกันทั้งประเทศ และเป็นเรขาคณิตชนิดเดียวเท่านั้นที่นักเรียนระดับนี้ได้เรียนรู้ คนไทยโดยทั่วไปจึงเข้าใจว่าวิชาเรขาคณิตตามแบบของยูคลิดแบบเดียวเท่านั้น (เสริมศักดิ์ วิจารณ์, 2514 : 1) ถึงแม้ว่าจะมีการเคลื่อนไหวเพื่อปรับปรุงการศึกษาทางด้านคณิตศาสตร์ ทั้งที่เกี่ยวกับหลักสูตร การเขียนตำรา และวิธีสอน หลายครั้ง เช่น ในปี พ.ศ. 2504 กระทรวงศึกษาธิการประกาศใช้หลักสูตรใหม่ตามแผนการศึกษาชาติ พ.ศ. 2503 แต่หลักสูตรคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงใหม่ในครั้งนั้นมีการเปลี่ยนแปลงเพียงส่วนน้อยเท่านั้น หรือแทบจะไม่มี การเปลี่ยนแปลงเลย โดยเฉพาะวิชาเรขาคณิต และในปี พ.ศ. 2508 กระทรวงศึกษาธิการได้แต่งตั้งคณะกรรมการขึ้นคณะหนึ่ง เรียกว่า "คณะกรรมการพิจารณาหลักสูตรคณิตศาสตร์" โดยมีศาสตราจารย์เสนาะ ตันมูญเย็น เป็นประธานกรรมการ เพื่อให้คณะกรรมการวางแนวทางในการปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ร่วมกับกรมวิชาการ หลักสูตรเรขาคณิตซึ่งคณะกรรมการได้พิจารณาร่างขึ้นส่วนใหญ่ยังเป็นเรขาคณิตตามแบบของยูคลิด

แต่มีการเปลี่ยนแปลงบางอย่าง เช่น คัดเรื่องที่เห็นว่ายากและไม่จำเป็นออก จัดเรียงลำดับของเนื้อเรื่องใหม่ ใช้วิธีพีชคณิตช่วยในการพิสูจน์บ้าง และเริ่มสอนเรขาคณิตวิเคราะห์

(Coordinate Geometry) ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (วิชาการ, 2509 : 1.2 - 4)

ในปี พ.ศ. 2513 กระทรวงศึกษาธิการได้จัดตั้งสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (The Institute for the Promotion of Teaching of Science and Technology) ขึ้น เพื่อเป็นศูนย์การปรับปรุงหลักสูตร แบบเรียน วิธีสอน และการวัดผล การเรียนการสอนวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีทุกระดับการศึกษา สำหรับสาขาวิชาคณิตศาสตร์ สถาบันได้แต่งตั้งคณะกรรมการขึ้นคณะหนึ่ง เพื่อทำหน้าที่ร่างหลักสูตร เขียนแบบเรียน เขียนคู่มือครู ตลอดจนทดลองใช้แบบเรียนที่ร่างขึ้น หลักสูตรเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาที่ร่างขึ้นครั้งนี้ ได้ขยายการเรียนวิชาเรขาคณิตให้กว้างขึ้นกว่าเดิม เช่น เสนอให้เรียนวิชาเรขาคณิต การแปลงสภาพ (Transformation Geometry) ตั้งแต่ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และเสนอให้เรียนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ ตลอดจนพัฒนาการของเรขาคณิตต่าง ๆ เป็นต้นว่า

Axiomatic Geometry, Affine Geometry และ Non - Euclidean Geometry

ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ทางสถาบันคาดว่าจะสามารถประกาศใช้หลักสูตร ดังกล่าวนี้อย่างเป็นทางการ ปีการศึกษา 2519 (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2515 : 1 - 37)

สุชาติ (สุชาติ รัตนกุล, 2507 : 4 - 5) เสนอแนะว่า การสอนวิชาเรขาคณิตนั้นไม่ควรจะจำกัดความคิดของผู้เรียนให้อยู่ในวงแคบ ๆ เฉพาะเรขาคณิตตามแบบของยูคลิดเท่านั้น แต่ควรสอนให้นักเรียนตระหนักในความจริงที่ว่า เรขาคณิตตามแบบของยูคลิดเป็นเพียงเรขาคณิตชนิดหนึ่งในบรรดาเรขาคณิตที่มีอยู่ด้วยกันหลายชนิด โดยชี้ให้เห็นว่าทฤษฎีที่พิสูจน์ไว้ว่าถูกต้องหรือสมเหตุสมผล (Valid) ในเรขาคณิตชนิดหนึ่ง อาจพิสูจน์ไว้ว่าไม่ถูกต้องหรือไม่สมเหตุสมผล (Invalid) ในเรขาคณิตอีกชนิดหนึ่งก็ได้

วิชาเรขาคณิตที่มนุษย์คิดสร้างขึ้นใหม่ภายหลังเรขาคณิตของยูคลิดได้แก่ Analytic Geometry, Projective Geometry, Hyperbolic Geometry, Elliptic Geometry, Spherical Geometry, Affine Geometry, Axiomatic Geometry และ Transformation Geometry ฯลฯ (Adler, 1968 : 226)

จากผลการวิจัยของพายัพ (พายัพ บุปผาคำ, 2505 : 46) เรื่องทัศนคติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีต่อวิชาเรขาคณิต สรุปได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนมากมีความเห็นว่าวิชาเรขาคณิตระดับประถมศึกษาตอนปลายนั้นง่ายแต่วิชาเรขาคณิตที่เรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ค่อนข้างยาก และเป็นเรื่องที่ไม่น่าสนใจ สาเหตุที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ไม่ชอบวิชาเรขาคณิตที่เรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีดังนี้

1. เรขาคณิตตามแบบของยูคลิดนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้น้อยมากเพราะเรขาคณิตตามแบบของยูคลิดที่เกี่ยวกับการพิสูจน์ข้อเท็จจริงหรือการนำไปใช้ ผู้เรียนจึงมองไม่เห็นคุณค่าหรือประโยชน์จากการเรียน (เสริมศักดิ์ วิชาลาภรณ์, 2514 : 34) และศาสตราจารย์แฟร์ (Fehr, 2516 : 11 - 12) กล่าวว่า เรขาคณิตตามแบบของยูคลิด เป็นการศึกษาถึงลักษณะของสิ่งที่ตกลงกัน (Axioms หรือ Postulates) และแสดงวิธีการพิสูจน์ที่ใช้เหตุผล แต่จากพยานหลักฐานต่าง ๆ แสดงว่าแนวความคิดที่เป็นเหตุเป็นผลที่ใช้ในการพิสูจน์นั้นนำไปใช้ในชีวิตจริงได้น้อยมาก การศึกษาเรขาคณิตในปัจจุบันนี้ จึงควร เน้นถึงคุณค่าทางสังคมอย่างอื่นให้มาก

2. วิธีการพิสูจน์ในเรขาคณิตตามแบบของยูคลิดเป็นวิธีการที่ค่อนข้างยาก ศาสตราจารย์แฟร์ (Fehr, 2516 : 12) กล่าวว่า วิธีการพิสูจน์ในวิชา Affine Geometry ซึ่งมีโครงสร้างทางพีชคณิต ง่ายกว่าวิธีการพิสูจน์ในเรขาคณิตตามแบบของยูคลิด เฮฟเวิร์ธ (England, 1961:7-9) กล่าวว่า ผู้ที่จะสามารถเรียนการพิสูจน์ทฤษฎีได้ควรจะต้องผ่านการเรียนภาคปฏิบัติซึ่งมีการสังเกต ทดลอง และสามารถนำผลไปใช้ได้เสียก่อน แม้แต่ยูคลิดเองก็ยอมรับว่าการพิสูจน์ในเรขาคณิตของยูคลิดนั้นไม่ใช่เรื่องง่าย ๆ เพราะครั้งหนึ่งกษัตริย์ปโตเลมีที่ I (Ptolemy I) เคยถามยูคลิดว่า "ไม่มีวิธีการพิสูจน์ที่ง่ายกว่าวิธีการที่ใช้ในหนังสือชุด Elements แล้วหรือ?" และยูคลิดกราบทูลว่า "There is no royal road to geometry" (เสริมศักดิ์ วิชาลาภรณ์, 2514 : 34)

3. วิธีการสอนไม่เหมาะสม เพราะการสอนของครูส่วนมากเน้นการอธิบายให้นักเรียนฟัง หรือวิธีการที่ครูเป็นผู้บอกและนักเรียนคอยรับฟังเท่านั้น ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดหาเหตุผลและวิเคราะห์หาคำตอบเองได้น้อยมาก มิลลิ่งตัน (Millington, 2516 : 66)

กล่าวว่า การสอนเรขาคณิตตามตำราของยูคลิดไม่เปิดทางให้มีการศึกษาคณิตศาสตร์แบบสร้างสรรค์ ซึ่งจะต้องมีการทดลอง และการใช้จินตนาการ เป็นต้น แต่เป็นการสอนไปตามกฎที่จัดเตรียมไว้ โดยเคร่งครัดเท่านั้น

4. พื้นความรู้ของนักเรียนยังไม่เพียงพอที่จะเรียนการพิสูจน์ ทั้งนี้เพราะ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มิได้เรียนหลักการให้เหตุผลหรือหลักการพิสูจน์ในวิชาตรรกศาสตร์ มาก่อนเลย จากการวิจัยของบิรตัน (บิรตัน กองกิตติไพศาล, 2513 : 45) ปรากฏว่า ความสามารถในการพิสูจน์ในวิชาเรขาคณิตของกลุ่มนักเรียนที่เรียนวิชาตรรกศาสตร์ กับกลุ่มนักเรียน ที่ไม่ได้อ่านวิชาตรรกศาสตร์ มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ แสดงว่าการพิสูจน์ในวิชาเรขาคณิต จำเป็นต้องอาศัยความรู้ทางตรรกศาสตร์ด้วย และสุชาติ (สุชาติ รัตนกุล, 2510 : 1) กล่าวว่า ทฤษฎีต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ทุกแขนงประกอบด้วยการประกอบกันขององค์ประกอบที่สำคัญ 2 ประการคือ กติกากับ ตรรกศาสตร์ เมื่อนักเรียนไม่มีพื้นฐานในวิชาตรรกศาสตร์ จึงทำให้ให้นักเรียนระดับมัธยมศึกษาส่วนมาก ต้องเผชิญอุปสรรคในการเรียนวิชาเรขาคณิตและคณิตศาสตร์แขนงอื่น ๆ

เนื่องจากในปัจจุบันวิทยาการทุกด้านได้เปลี่ยนแปลงและขยายกว้างขวางขึ้น ประกอบกับ มนุษย์จำเป็นต้องใช้ความรู้เพื่อปรับปรุงชีวิตและสังคมมากยิ่งขึ้น จะเห็นการเรียนรู้จึงควรเป็นไป เพื่อขยายความคิดมากกว่าจำกัดความคิดของผู้เรียน โดยเฉพาะการเรียนเรขาคณิตที่จำกัดอยู่ เฉพาะในเรขาคณิตตามแบบของยูคลิดเพียงอย่างเดียวเท่านั้นยังไม่เพียงพอ และไม่มีเหตุผลใดที่จะ ต้องยึดแนวการศึกษาเพียงแนวนั้นเท่านั้น จึงมีผู้เสนอว่าเราจำเป็นต้องคัดเนื้อเรื่องบางส่วนใน เรขาคณิตตามแบบของยูคลิดออก ส่วนเนื้อเรื่องที่เหลืออยู่ก็พยายามสร้างใหม่รากฐานมั่นคงต่อไป ในขณะที่เดียวกันก็เพิ่มการเรียนเรขาคณิตชนิดอื่นด้วย โดยเฉพาะเรขาคณิตการแปลงสภาพ

(Transformation Geometry) ศาสตราจารย์เฟร์ (Fehr, 2516 : 12 - 45)

กล่าวว่า การเรียนเรขาคณิตการแปลงสภาพเป็นการเรียนในสิ่งที่สัมพันธ์กับชีวิตมากกว่าการเรียน เรขาคณิตตามแบบของยูคลิด และสามารถอธิบายโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ได้แจ่มแจ้ง ที่สุด นอกจากนี้ยังเป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับศิลปะแบบต่าง ๆ ให้แก่การระบาย ภาพเขียน ภูมิภาครวม สถาปัตยกรรม และสุนทรียภาพ นักเรียนจึงควรได้เรียนรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตการแปลงสภาพ วิลสัน (Wilson, 2516 : 103 - 105) กล่าวว่า เรขาคณิตการแปลงสภาพเป็นวิชาที่เกี่ยวข้อง

กับความเปลี่ยนแปลง (Transformation) จึงสัมพันธ์กับความเปลี่ยนแปลงของโลกมากกว่าเรขาคณิตตามแบบของยูคลิด และสามารถเชื่อมโยงสาขาต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ได้อย่างกว้างขวาง นอกจากนี้วิธีการศึกษาในวิชานี้ที่ใช้การสำรวจ ทดลอง และการนำไปใช้ยังสามารถสนองความสนใจและความสามารถของนักเรียนที่มีสติปัญญาในระดับปานกลางเป็นส่วนใหญ่

ดังนั้นงานวิจัยฉบับนี้จึงมีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาถึงความสามารถของนักเรียนในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นเป็นสำคัญ แต่จะจำกัดขอบเขตเฉพาะนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นเท่านั้น

ความมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อศึกษาว่านักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น สามารถเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้น ได้หรือไม่
2. เพื่อศึกษาว่า ควรเริ่มสอนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นตั้งแต่ชั้นใด
3. เพื่อเสนอแนะเกี่ยวกับการสอนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นในโรงเรียน

สมมุติฐานในการศึกษาค้นคว้า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นสามารถเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นได้
2. นักเรียนในระดับชั้นที่สูงกว่า มีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นสูงกว่านักเรียนในระดับชั้นที่ต่ำกว่า

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

1. ผลจากการศึกษาค้นคว้าเรื่องนี้ จะทำให้ทราบถึงความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3 ในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้น

2. ผลจากการศึกษาค้นคว้าเรื่องนี้ ทำให้ทราบว่าควรจะเริ่มสอนวิชาเรขาคณิตการ-
แปลงสภาพเบื้องต้น ตั้งแต่ชั้นใดจึงจะเหมาะสมที่สุด
3. ผลจากการศึกษาค้นคว้าเรื่องนี้ จะเป็นแนวทางในการพิจารณาปรับปรุงหลักสูตร
วิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษา
4. ผลจากการศึกษาค้นคว้าเรื่องนี้ จะช่วยให้การศึกษาค้นคว้าและวิจัยเกี่ยวกับ
ความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอื่น ๆ ต่อไป

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. การศึกษาเรื่องนี้ เป็นการ ศึกษาในลักษณะของการ วิจัยแบบทดลอง
(Experimental Research) เพื่อให้ทราบถึงความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น
ในการ เรียนวิชาเร ขาคณิตการ แปลงสภาพเบื้องต้น
2. ผลของการศึกษาค้นคว้า ถือจากการวิเคราะห์ข้อมูลที่ ได้จากการทดสอบด้วย
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการ เรียนวิชาเร ขาคณิตการ แปลงสภาพที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
3. นักเรียนชั้นใดสามารถหาคะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบได้ตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป และ
นักเรียนที่ ได้คะแนนตั้งแต่ 50 % ขึ้นไปนั้นมีจำนวนไม่น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของนักเรียนทั้งหมดในชั้น
ถือว่านักเรียนชั้นนั้นมีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนวิชาเร ขาคณิตการ แปลงสภาพเบื้องต้น
ตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้

ขอบเขตของการ ศึกษาค้นคว้า

1. การศึกษาเรื่องนี้ กระทำกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
โรงเรียนมัธยมสาธิตวิทยาลัยวิชาการ ศึกษา ประสานมิตร กรุงเทพมหานคร ชั้นละ 40 คน
รวมนักเรียนทั้งหมด 120 คน
2. การศึกษาเรื่องนี้ มุ่งศึกษาถึงความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น
ในการ เรียนวิชาเร ขาคณิตการ แปลงสภาพเบื้องต้นตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยเฉพาะ

คำจำกัดความศัพท์เฉพาะ

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น หมายถึงนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมศึกษาสตรีวิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร ปีการศึกษา 2516
2. ผลสัมฤทธิ์ หมายถึง คะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบ
3. การแปลงสภาพ หมายถึงสภาพคงเดิมหรือสภาพที่เปลี่ยนไปของรูปทรง เนื่องจากการเลื่อน หรือการหมุน หรือการสะท้อน
4. การสะท้อน หมายถึง การ เปลี่ยนสภาพของรูปทรงให้อยู่ในลักษณะที่สมมาตรกับรูปทรงในสภาพเดิม ซึ่งรูปทรงในสภาพใหม่นั้นอยู่ในลักษณะที่คล้ายกับภาพของวัตถุที่เกิดขึ้นในกระจกเงา
5. การเลื่อน หมายถึง การกระทำให้รูปทรงเคลื่อนที่ไปในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง แต่รูปร่างและขนาดของรูปทรงนั้นไม่เปลี่ยนแปลง
6. การหมุน หมายถึง การกระทำให้รูปทรงเคลื่อนที่รอบจุดใดจุดหนึ่งหรือรอบแกนใดแกนหนึ่ง แต่รูปร่างและขนาดของรูปทรงนั้นไม่เปลี่ยนแปลง.

บทที่ ๒

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย

ปัจจุบันประเทศต่าง ๆ กำลังตื่นตัวในด้านการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาอย่างมาก และได้มีการศึกษาค้นคว้าและวิจัยเกี่ยวกับการศึกษาคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวาง เพื่อนำผลของการศึกษามาปรับปรุงหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ให้ทันสมัยยิ่งขึ้น (วิชาการ, 2509 : 3.1 - 1) แต่ในที่นี้จะกล่าวเฉพาะบางส่วนที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยครั้งนี้เท่านั้น

โครงการทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์แผนปัจจุบันระดับมัธยมศึกษา ที่มีชื่อเสียงมาก โครงการหนึ่งของอังกฤษชื่อ The School Mathematics Project ซึ่งมีชื่อย่อว่า SMP ได้เสนอให้ปรับปรุงหลักสูตรวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาด้วยการลดทฤษฎีบทของยูคลิดให้น้อยลง ในขณะที่เดียวกันก็ศึกษาเพิ่มเติมเกี่ยวกับ Euclidean space เกี่ยวกับวิธีการแปลงสภาพ เรื่อง การสะท้อน การหมุน การเลื่อน และการขยาย นอกจากนี้ยังเสนอให้ศึกษาเกี่ยวกับระบบแกนพิกัดฉาก (O.E.C.D., 1964 : 363)

คินเซลลา (Kinsella, 1965 : 20 - 21) กล่าวว่า วิธีการแปลงสภาพในวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ ซึ่งได้แก่ การเลื่อน (Translation) การหมุน (Rotation) และการสะท้อน (Reflection) ล้วนเป็นสมาชิกของกลุ่ม (Group) แสดงว่าวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพได้ช่วยให้เรารู้จักความหมายชัดเจนกว่าเดิม เพราะแต่เดิมนั้นการศึกษาเรื่องกลุ่มจะต้องเกี่ยวข้องกับสมาชิกที่เป็นนามธรรม โอเปอเรชัน (Operation) ที่เป็นนามธรรม และการพิสูจน์ในสิ่งที่เป็นนามธรรม เท่านั้น

จากรายงานของแฟร์ (Fehr, 1965 : 38 - 44) สรุปได้ดังนี้

1. ในปี ค.ศ. 1960 มีการประชุมระดับชาติเพื่อปรับปรุงหลักสูตรวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาครั้งแรก ที่เมืองอาฮัส (Aarhus) ประเทศเดนมาร์ก ในการประชุมครั้งนี้ได้ประชุมเสนอให้นำแนวคิดของคัลลัน มาใช้ปรับปรุงการสอนวิชาเรขาคณิต เพื่อให้

เนื้อหาวิชาเรขาคณิตน่าสนใจยิ่งขึ้น เห็นเสนอให้สอนเรื่องกรุปของการแปลงสภาพ เวกเตอร์ ที่สัมพันธ์กับการแปลงสภาพ ตลอดจนวิธีจัดข้อบทพร้อมในเรขาคณิตตามแบบของยูคลิดให้หมดไป

2. ประเทศอิตาลี ในปี พ.ศ. 1961 มีการประชุมระดับชาติเพื่อปรับปรุง หลักสูตรวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาครั้งที่ 2 ที่เมืองโบโลญญา(Bologna) ต่อมาอีก 1 ปีคือ ในปี ค.ศ. 1962 จึงมีการปรับปรุงหลักสูตรและการสอนเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาในประเทศอิตาลีใหม่ โดยเฉพาะหลักสูตรใหม่เน้นความสำคัญเรื่องกรุปของการแปลงสภาพไว้มาก

3. ประเทศสวีตเซอร์แลนด์ ในปี ค.ศ. 1961 ได้ปรับปรุงหลักสูตรวิชาเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาดังนี้

3.1 นักเรียนที่มีอายุระหว่าง 15 - 16 ปี กำหนดให้เรียนเรื่องการสมมาตร (Symmetry) การแปลงสภาพของรูปทรงต่าง ๆ เวกเตอร์ แมทริกส์ (Matrices) เรขาคณิตวิเคราะห์และเรขาคณิตตามแบบของยูคลิด

3.2 นักเรียนที่มีอายุระหว่าง 16 - 17 ปี กำหนดให้เรียนเกี่ยวกับวิธีพิสูจน์ในเรขาคณิต กรุปของการแปลงสภาพ ริง (Rings) ฟีลด์ (Fields) แมทริกส์ และเรขาคณิตชนิดต่าง ๆ เช่น Affine Geometry, Projective Geometry และ Non-Euclidean Geometry เป็นต้น

4. ประเทศญี่ปุ่น ในปี ค.ศ. 1966 ได้ปรับปรุงหลักสูตร เรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาใหม่ ตามหลักสูตรที่ปรับปรุงใหม่ เฉพาะวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนต้นส่วนใหญ่กำหนดให้เรียนเกี่ยวกับเรขาคณิตการแปลงสภาพ เช่น เรื่องการสมมาตร การหมุน การสะท้อน และการเลื่อน ตลอดจนวิธีการแปลงสภาพที่สัมพันธ์กับคุณสมบัติของรูปเหลี่ยมต่าง ๆ (Fehr, 1966 : 578)

วิลเลียม (William, 1967 : 46) กล่าวว่า ในการประชุมของคณะผู้เชี่ยวชาญ คำนคณิตศาสตร์ที่เมืองแฮมเบิร์ก ประเทศเยอรมัน เมื่อปี พ.ศ. 1966 ที่ประชุมได้เสนอแนะให้สอนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ เรื่อง การสะท้อน การเลื่อน การหมุน การสมมาตร และการคล้ายกัน แก่นักเรียนที่มีอายุตั้งแต่ 12 ปีขึ้นไป

แอคเลอร์ (Adler, 1968 : 223 - 230) กล่าวว่า จุดมุ่งหมายประการหนึ่งของการเรียนวิชาเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษา คือการ เรียนรู้ถึงลักษณะของการแปลงสภาพในสเปซ (Space) เช่นการแปลงสภาพของรูปที่อยู่ในระนาบ เป็นต้น

กาเซีย (Garcia, 1968 : 441 - 444) กล่าวว่าประเทศต่าง ๆ ในกลุ่มอเมริกากลางและอเมริกาใต้ ซึ่งได้แก่ โคลัมเบีย เปรู อาร์เจนตินา บราซิล และประเทศอื่น ๆ ได้ประชุมร่วมกันหลายครั้ง เช่นในปี ค.ศ. 1961 และ 1965 จนกระทั่งในปี ค.ศ. 1966 จึงได้ร่างหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาขึ้นใหม่ ตามหลักสูตรที่ร่างใหม่ โดยเฉพาะวิชาเรขาคณิต นอกจากจะรู้เรขาคณิตตามแบบของยูคลิดแล้วยังมีเรื่องเพิ่มเติมใหม่ เช่น เวกเตอร์ การแปลงสภาพในเชิงเส้น (Linear Transformation) และแมทริกส์

ยูซิสกิน (Usiskin, 1969 : 63-64) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การศึกษาผลสัมฤทธิ์และทัศนคติของนักเรียนชั้นปีที่ 10 เกี่ยวกับการเรียนเนื้อหาเรขาคณิตตามตำราของยูคลิด ภายใต้วิธีการแปลงสภาพ" ผู้วิจัยได้สร้างแบบเรียนเพื่อทดลองสอนในหัวข้อต่อไปนี้

1. คุณสมบัติและกติกาของการสะท้อนภาพ
2. นิยามของการเท่ากันทุกประการ และการคล้ายกันในเรื่องของการแปลงสภาพ
3. หลักการพิสูจน์ด้วยวิธีการแปลงสภาพ
4. การพิสูจน์เรื่องการเท่ากันทุกประการ และการคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยมทุกชนิด ภายใต้วิธีการแปลงสภาพ

5. ความสัมพันธ์ของแมทริกส์กับการแปลงสภาพ

จากการทดลองสอนและทดสอบ สรุปผลได้ดังนี้

1. การสอนวิชาเรขาคณิตของยูคลิดสามารถพัฒนาช่วยการใช้วิธีการแปลงสภาพได้
2. ครูที่สอนวิชาเรขาคณิตแบบเดิมอยู่แล้ว ไม่มีปัญหาในการเตรียมการสอนตามวิธีการใหม่แต่อย่างใด

3. นักเรียนสามารถนำวิธีการแปลงสภาพ ไปใช้แก้ปัญหาในคณิตศาสตร์
แผนปัจจุบันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

เบคเคอร์ (Becker, 1970 : 322 - 323) กล่าวว่า ประเทศในกลุ่มอาหรับ
ซึ่งประกอบด้วย อียิปต์ อิรัก ซิเรีย จอร์แดน เลบานอน และซูดาน ได้ร่วมกันร่างหลักสูตร
วิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาชั้นใหม่ เมื่อ ค.ศ. 1969 โดยเฉพาะวิชาเรขาคณิตชั้นปีที่ 10
ในหลักสูตรใหม่ เป็นวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเรื่อง การเลื่อน การหมุน การเท่ากันทุก-
ประการ การขยาย และการคล้ายกัน

คอร์ต (Kort, 1970 : 3157A) ได้เปรียบเทียบการสอนวิชาเรขาคณิตด้วยวิธี
การแปลงสภาพกับวิธีอื่น โดยทำการทดลองกับนักเรียนชั้นปีที่ 10 และใช้แบบเรียนที่ค็อกฟอร์ด
(Coxford) และยูนิสกินได้สร้างขึ้นเป็นเครื่องมือในการทดลอง ผลของการทดลองสรุปได้ว่า
นักเรียนชั้นปีที่ 10 และชั้นปีที่ 11 ควรเริ่มต้นเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพตามเนื้อเรื่อง
ในแบบเรียนดังกล่าว นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้เสนอแนะว่าควรปรับปรุงเนื้อหาและวิธีสอนวิชาเรขาคณิต
ในระดับมัธยมศึกษา เพื่อให้ผู้เรียนมีโอกาสศึกษาได้กว้างขวางกว่าเดิม โดยเฉพาะควร
พิจารณาใช้ประโยชน์จากวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพให้มากที่สุด

โฮบาน (Hoban, 1970 : 5482B) ได้ทดลองสอนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ
แก่นักเรียนชั้นปีที่ 7 ซึ่งเทียบเท่ากับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หัวข้อเรื่องที่ทดลองสอนได้แก่
การสะท้อน การเลื่อน และการหมุน ตามเนื้อเรื่องในหนังสือ Unified Modern
Mathematics Course I ซึ่งคณะกรรมการปรับปรุงหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา
ของสหรัฐอเมริกา (The Secondary School Mathematics Curriculum
Improvement Study) ได้สร้างขึ้น ผลของการทดลองสรุปได้ว่านักเรียนในระดับนี้สามารถ
เรียนรูวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพได้เป็นอย่างดี และแบบเรียนที่ใช้ทดลองสอนในครั้งนั้นมี
คุณภาพสูง

อลสัน (Olson, 1970 : 5944A) ได้ทดลองสอนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ
แก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษา โดยใช้เนื้อหาตามตำราของยูคลิด หัวข้อที่สอนคือ การขนานกัน
การตั้งฉากกัน การเท่ากันทุกประการ และการแปลงสภาพที่อยู่ในโครงสร้างทางพีชคณิต ซึ่งเป็น

เนื้อเรื่องในหนังสือ *Plane Geometry and Its Groups* ของ Guggenheimer
วิธีการที่ใช้ประกอบการสอนมีดังนี้

1. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดทุกครั้งที่ได้รับมอบหมาย
2. ฉายภาพโปร่งแสงประกอบการสอน
3. ครูให้คำแนะนำแก่นักเรียน

ผลของการทดลองสรุปได้ว่า นักเรียนชายและนักเรียนหญิงสามารถเข้าใจในวิธีการ
แปลงสภาพได้ไม่แตกต่างกัน นักเรียนที่มีความสามารถในระดับสูง สนใจอุปกรณ์การสอน
มากกว่านักเรียนที่มีความสามารถในระดับต่ำ และอดลสันเห็นว่าอุปกรณ์การสอนเหมาะสมกับ
นักเรียนที่มีความสามารถในระดับสูงเท่านั้น

วิลลิฟอร์ด (Williford, 1970 : 64624) ได้ทดลองสอนวิชาเรขาคณิตการ-
แปลงสภาพ เรื่องการเคลื่อนที่ของของแข็งและการเท่ากันทุกประการ แก่นักเรียนชั้นประถมศึกษา
ปีที่ 2 และ 3 จำนวน 63 คน เมื่อสอนครบเนื้อหาวิชาแล้วได้ทดสอบด้วยแบบทดสอบ 2 ชนิด
คือแบบทดสอบวัดการใช้ทักษะและแบบทดสอบวัดการนำผลไปใช้ ผลของการทดลองสรุปได้ว่า
นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 และ 3 สามารถเรียนรู้เรื่องเกี่ยวกับการใช้ทักษะมากกว่าการ
นำผลไปใช้

ซิลกาเลียส (Shulgalis, 1971 : 5478A) ได้กระทำการวิจัยเรื่อง "การวิเคราะห์
การสอนวิชาเรขาคณิตด้วยวิธีการแบบเก่า และการสอนวิชาเรขาคณิตด้วยวิธีการแปลงสภาพใน
ระดับชั้นมัธยมศึกษา" หลังจากการวิจัยครั้งนี้ซิลกาเลียสได้แต่งหนังสือชื่อ "พื้นฐานของวิชาเรขาคณิต
ซึ่งประกอบด้วยหัวข้อต่อไปนี้ มีนิยาม (Concept) พื้นฐานของวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ
ความสำคัญของการแปลงสภาพในวิชาเรขาคณิตเบื้องต้น ลักษณะของรูปที่มีส่วนประกอบเหมือนกัน
แต่คุณสมบัติต่างกัน รูปที่คล้ายกัน ความสัมพันธ์ของการแปลงสภาพกับเรขาคณิตชนิดต่าง ๆ
ความสัมพันธ์ของวิชาพีชคณิตกับวิชาเรขาคณิตในเรื่อง mapping และสรุป จุดมุ่งหมายในการ
แต่งหนังสือคือ

1. ช่วยสร้างพื้นฐานในวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพให้แก่ครูคณิตศาสตร์ทั่วไป
ที่มีพื้นฐานความรู้ในวิชานี้ยังไม่เพียงพอ เพื่อช่วยให้ครูเหล่านั้นสามารถตัดสินใจสอนวิชาเรขาคณิต-
การแปลงสภาพได้มากยิ่งขึ้น

2. เพื่อช่วยให้ครูคณิตศาสตร์สามารถดำเนินการสอนวิชาเรขาคณิตได้อย่างมีประสิทธิภาพ เมื่อใช้วิธีการแปลงสภาพ

แกสต์ (Gast, 1971 : 37 - 39) กล่าวว่า ประเทศต่าง ๆ หลายประเทศ เช่น ฝรั่งเศส เยอรมันนี สหภาพโซเวียต รุสเซีย เดนมาร์ก ยูโกสลาเวีย กรีซ อังกฤษ เบลเยียม และสหรัฐอเมริกา ได้จัดให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ กล่าวคือ

1. ประเทศฝรั่งเศส ในปี ค.ศ. 1959 มีการสัมมนาของคณะผู้เชี่ยวชาญ คณิตศาสตร์ ที่เมืองโรยัวมองค์ (Royaumont) การสัมมนาครั้งนี้ศาสตราจารย์ดีอูดองค์ (Dieudonne) ได้เสนอให้มีการสอนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ เรื่อง การหมุน การสมมาตร และกรุปของการแปลงสภาพ แก่นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาที่มีอายุระหว่าง 14 - 16 ปี

2. ประเทศเยอรมันนี ในปี ค.ศ. 1960 บอทซ์ (Botch) ได้เสนอแนะให้สอนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ แก่นักเรียนที่มีอายุตั้งแต่ 12 หรือ 13 ปี โดยเริ่มเรียนเกี่ยวกับการตัดและพับกระดาษ การลากเส้น และการสร้างรูป เป็นต้น และจากรายงานของเซอร์ไวส์ (Servais) แสดงว่าโรงเรียนมัธยมศึกษาในประเทศเยอรมันนี ได้ทดลองสอนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเป็นจำนวนมาก และมีแนวโน้มว่าจะเพิ่มจำนวนโรงเรียนมัธยมศึกษาที่ทดลองสอนวิชานี้ขึ้นอีก

3. ประเทศสหภาพโซเวียต รุสเซีย ในปี ค.ศ. 1960 ได้ปรับปรุงหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ใหม่ ตามหลักสูตรที่ปรับปรุงใหม่นี้ได้กำหนดให้นักเรียนที่มีอายุ 15 - 18 ปี หรือตั้งแต่ชั้นปีที่ 8 ขึ้นไป เรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ โดยเฉพาะเรื่องกรุปของการแปลงสภาพ ส่วนนักเรียนระดับชั้นที่ต่ำกว่านั้นยังเรียนวิชาเรขาคณิตตามแบบของยูคลิดอยู่

4. ประเทศเดนมาร์ก ในปี ค.ศ. 1960 มีการประชุมระดับชาติเพื่อปรับปรุงหลักสูตรเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาเป็นครั้งแรก และปี ค.ศ. 1962 จึงได้ปรับปรุงหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาใหม่ แนวความคิดใหม่ในการปรับปรุงหลักสูตรในครั้งนี้ก็คือ การกำหนดให้เรียนวิชาพีชคณิตและวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพในลักษณะเป็นศูนย์กลางของวิชาคณิตศาสตร์แขนงอื่น ๆ

5. ประเทศยูโกสลาเวีย ในปี ค.ศ. 1960 คณะผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ ได้พิจารณาร่างหลักสูตรวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาชั้นใหม่ โดยแบ่งเป็น 2 ระดับดังนี้

ระดับที่ 1 สำหรับนักเรียนที่มีอายุระหว่าง 11 - 15 ปี เรียนวิชาเรขาคณิตตามแนวคิดของบอธซ์ เริ่มตั้งแต่การตัดและพับกระดาษ การลากเส้น และการสร้างรูป นอกจากนี้ยังต้องเรียนเพิ่มเติมเรื่อง การหมุน การสะท้อน การเลื่อน และการขยายทวน

ระดับที่ 2 สำหรับนักเรียนที่มีอายุระหว่าง 15 - 18 ปี เรียนเกี่ยวกับหลักของการแปลงสภาพให้กว้างและลึกซึ้งยิ่งขึ้น ตลอดจนการใช้วิธีการแปลงสภาพเพื่อเชื่อมโยงกับคณิตศาสตร์แขนงอื่น เช่น เรื่อง กรุป เป็นต้น

การร่างหลักสูตรครั้งนี้ได้รับคำแนะนำและช่วยเหลือจากศาสตราจารย์แฟร์ แห่งมหาวิทยาลัยโคลัมเบีย ซึ่งเป็นกรรมการผู้หนึ่งในคณะกรรมการปรับปรุงหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาของสหรัฐอเมริกา

6. ประเทศกรีซ ในปี ค.ศ. 1961 สถาบันที่มีชื่อว่า "Pedagogy Institute" ได้จัดทำร่างหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ใหม่ และคณะกรรมการของสถาบันได้ทดลองหลักสูตรที่ร่างขึ้นใหม่ในปีการศึกษา 1962 ตามหลักสูตรที่ร่างไว้เพื่อกำหนดให้เรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพในระดับมัธยมศึกษาด้วย

7. ประเทศอังกฤษ ในปี ค.ศ. 1961 เริ่มจัดตั้งโครงการปรับปรุงการสอนวิชาคณิตศาสตร์ (The School Mathematics Project) คณะกรรมการของโครงการได้จัดทำร่างหลักสูตรและทดลองหลักสูตรใหม่ในปีการศึกษา 1962 - 1963 ตามหลักสูตรที่ร่างขึ้นใหม่นี้ได้กำหนดให้เรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพตั้งแต่ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

8. ประเทศเบลเยียม ในปี ค.ศ. 1961 ได้จัดตั้งคณะกรรมการระหว่างชาติเพื่อปรับปรุงการสอนคณิตศาสตร์ (The International Commission for the Improvement of Mathematical Instruction) ขึ้น คณะกรรมการชุดนี้เสนอให้นำวิธีการทางพีชคณิตและวิธีการแปลงสภาพไปพัฒนาเนื้อหาและการสอนวิชาเรขาคณิตแบบเดิมให้น่าสนใจยิ่งขึ้น

๑. ประเทศสหรัฐอเมริกา ในปี ค.ศ. 1963 นักคณิตศาสตร์และนักวิทยาศาสตร์ที่มีชื่อเสียงจำนวน 29 ท่าน ได้ประชุมปรึกษาและอภิปรายทัศนะเกี่ยวกับการศึกษาทางคณิตศาสตร์ที่เมืองเคมบริดจ์ ในมลรัฐแมสซาชูเซตส์ หลังจากการประชุมครั้งนี้ทำให้นักคณิตศาสตร์หลายท่านศึกษาและวิจัยเกี่ยวกับการสอนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพในระดับมัธยมศึกษา เป็นต้นว่า

ซีทโทเมอร์ (Sitomer) แอดเลอร์ (Adler) รวมทั้งแซนเดอร์ส (Sanders) และเดนนิส (Dennis) ซึ่งเป็นกรรมการของโครงการทดลองเพื่อปรับปรุงแก้ไขการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาที่มีชื่อว่า "University of Illinois Committee on School Mathematics" นอกจากนี้ ค็อกฟอร์ด (Coxford) ยังได้ริเริ่มใช้วิธีการแปลงสภาพในการสอนตามเนื้อหาวิชาเรขาคณิตตามแบบของยูคลิด ในเรื่องการคล้ายกัน การเท่ากันทุกประการ แกสท์ สรุปว่า ในสหรัฐอเมริกาวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพมีบทบาทอยู่ในโรงเรียนทั้งระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและมัธยมศึกษาตอนปลาย กล่าวคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นส่วนมากเรียนเรื่อง กราฟ mapping การเลื่อน การหมุน และการสะท้อน ส่วนนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายเรียนกว้างและลึกซึ้งกว่าในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น นอกจากนี้ยังเรียนเพิ่มเติมเกี่ยวกับทฤษฎีของการแปลงสภาพ และการใช้คุณสมบัติของการแปลงสภาพเพื่อพัฒนาเรขาคณิตตามแบบของยูคลิดอีกด้วย

โซลเฮียม (Solheim, 1971 : 3165A) ได้เปรียบเทียบการสอนวิชาเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษา ระหว่างการใช้วิธีสอนแบบเก่ากับการใช้วิธีการแปลงสภาพ ผลปรากฏว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการแปลงสภาพ มีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตไม่แตกต่างจากนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีแบบเก่า แต่ทัศนคติของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการแปลงสภาพเปลี่ยนไปจากเดิม กล่าวคือทัศนคติของนักเรียนกลุ่มนี้ต่อวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปเปลี่ยนไปในทางบวก โดยเฉพาะทัศนคติต่อวิชาเรขาคณิตซึ่งสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติเมื่อระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ นอกจากนี้ยังปรากฏว่าครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาส่วนมาก มีความประสงค์ให้บรรจุวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา

แจคส์
วิชาตรีโกณมิติ

: 3258A) ได้ทำการทดลองเพื่อเปรียบเทียบการสอนสภาพกับวิธีอื่น แก่นักเรียนระดับมัธยมศึกษา ผลของการ

ทดลองสรุปไว้ดังนี้

1. นักเรียนกลุ่มตัวอย่างสามารถเข้าใจ มโนภาพ ภาษา และสัญลักษณ์ที่ใช้ในวิธีสอนทั้ง 2 วิธี ได้ไม่แตกต่างกัน
2. ความสามารถที่จะเรียนรู้และเข้าใจมโนภาพเบื้องต้น ตลอดจนเข้าใจเทคนิคของการแก้ปัญหาในวิชาตรีโกณมิติวิเคราะห์ ไม่ได้ขึ้นอยู่กับวิธีสอนที่แตกต่างกัน
3. การเรียนวิชาตรีโกณมิติวิเคราะห์ด้วยวิธีการแปลงสภาพนั้น ผู้เรียนไม่ว่าเป็นทองอาภัพพื้นความรู้มากเหมือนกับการเรียนด้วยวิธีอื่น

สเตฟเฟินสัน (Stephenson, 1972 : 962A) ได้เสนอแนะว่า ความบรรลุเรื่องการแปลงสภาพให้เป็นอย่างศูนย์กลางของหลักสูตรวิทยาศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา และควรใช้เทคนิคการเชื่อมโยงวิชาเรขาคณิตและวิชาพีชคณิตเข้าด้วยกัน เนื้อเรื่องที่สามารรถสอนด้วยการแปลงสภาพและเทคนิคได้ คือ การเรียงลำดับ ระบบทาง การแบ่งแยก (Separation) การเท่ากันทุกประการ การขนานกัน และการคล้ายกัน ตลอดจนทฤษฎีบทในวิชาเรขาคณิตตามแบบของยูคลิดด้วย

วิลสัน (Wilson, 2516 : 104 - 105) กล่าวว่า วิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเป็นวิชาที่เหมาะสมกับนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา ด้วยเหตุผลดังต่อไปนี้

1. เรขาคณิตการแปลงสภาพเป็นวิชาที่สัมพันธ์และสอดคล้องกับสภาพความเป็นไปเปลี่ยนแปลงของโลก ผู้เรียนสามารถนำความรู้ในวิชานี้ไปใช้ในชีวิตจริงได้มากกว่าเรขาคณิตตามแบบของยูคลิดหรือเรขาคณิตชนิดอื่น
2. เนื้อหาของเรขาคณิตการแปลงสภาพสัมพันธ์กับเรื่องเรขาคณิต ดังนั้นผู้สอนสามารถจัดสอนให้สัมพันธ์กันได้ ซึ่งเป็นการสนับสนุนแนวความคิดของคณิตศาสตร์แผนปัจจุบันที่มุ่งให้คณิตศาสตร์ทุกสาขาได้ผูกพันและผสมกลมกลืนเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันมากที่สุด
3. เรขาคณิตการแปลงสภาพมีโครงสร้างที่คล้ายกับโครงสร้างของแอฟริกัน ทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความเข้าใจจากวิชาหนึ่งไปสู่อีกวิชาหนึ่งได้ตั้งแต่วัยเด็ก สนุกและตื่นเต้นกับการเรียนด้วย

4. เรขาคณิตการแปลงสภาพมีความสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับวิชาพีชคณิต และคณิตศาสตร์สาขาอื่น ๆ ที่อยู่ในหลักสูตร ระดับมัธยมศึกษาซึ่งกำลังปรับปรุงใหม่

5. การแปลงสภาพเป็นฟังก์ชัน และฟังก์ชันเป็นมโนภาพที่สำคัญมาก ในวิชาคณิตศาสตร์ ฉะนั้นการเรียนเรขาคณิตการแปลงสภาพจึงช่วยขยายความเข้าใจในเรื่องฟังก์ชันให้แจ่มแจ้งยิ่งขึ้น

6. แนวการศึกษาวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ ซึ่งประกอบด้วยการสังเกต การสำรวจ และการทดลอง จนกระทั่งสามารถสรุปเป็นกฎเกณฑ์และนำไปใช้ได้ เป็นวิธีการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพวิธีหนึ่ง และเหมาะสมอย่างยิ่งกับนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา

บทที่ 3

การดำเนินการศึกษาค้นคว้า

แหล่งข้อมูลและกลุ่มตัวอย่าง แบ่งเป็น 2 ประเภทคือ

1. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองสอนและวิเคราะห์ข้อทดสอบเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3 โรงเรียนสาธิตวิทยาลัทธิพิบูลสงคราม จังหวัดพิษณุโลก ชั้นละ 25 คน รวมนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างประเภทนี้ 75 คน

2. กลุ่มตัวอย่างเพื่อการทดลอง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3 โรงเรียนสาธิตวิทยาลัทธิพิบูลสงคราม ประสานมิตร ชั้นละ 40 คน รวมนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างเพื่อการทดลอง 120 คน

การเลือกกลุ่มตัวอย่างมีวิธีการดังต่อไปนี้

1. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองสอนและวิเคราะห์ข้อทดสอบ ใช้วิธีสุ่ม (Random Sampling) ชั้นละ 25 คน จากจำนวนนักเรียนประมาณชั้นละ 80 คน จำนวนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจึงเทียบได้เท่ากับ 31.25 %

2. กลุ่มตัวอย่างเพื่อการทดลอง ใช้วิธีเลือกนักเรียนจากทั้ง 3 ชั้น ชั้นละ 1 ห้องเรียน โดยพิจารณาจากห้องเรียนที่นักเรียนมีผลการสอบและผลการเรียนโดยเฉลี่ยอยู่ในระดับปานกลางเป็นสำคัญ กล่าวคือ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยเลือกนักเรียนห้อง 1.4 เพราะนักเรียนกลุ่มนี้มีผลการสอบและผลการเรียนเฉลี่ยอยู่อันดับที่ 4 จากจำนวน 6 อันดับ *

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยเลือกนักเรียนห้อง 2.4 เพราะนักเรียนกลุ่มนี้มีผลการสอบและผลการเรียนเฉลี่ยอยู่อันดับที่ 4 จากจำนวน 6 อันดับ *

* นักเรียนที่เรียนอยู่ห้อง 1.1, 2.1, และ 3.1 มีผลการสอบและผลการเรียนเฉลี่ยอยู่อันดับที่ 1 ของแต่ละระดับชั้น.

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยเลือกนักเรียนห้อง 3.3 เพราะนักเรียน
กลุ่มนี้ผลการสอบและผลการเรียนเฉลี่ยอยู่อันดับที่ 3 จากจำนวน 6 อันดับ

เครื่องมือในการทดลอง

1. แบบเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ประกอบด้วย
หัวข้อต่อไปนี้

1.1 ระบบแกนมุมฉาก

1.2 การสะท้อน

1.3 การเลื่อน

1.4 การหมุน

1.5 การแปลงสภาพที่สัมพันธ์กับเรื่องอื่น

2. ภาพโปรงแสงจำนวน 40 ชุด และเครื่องฉายภาพโปรงแสง

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้น
ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 50 ข้อ

เนื้อหาในแบบเรียนที่ทดลองสอน

1. ระบบแกนมุมฉาก

1.1 ความหมายของแกนมุมฉาก

1.2 ตำแหน่งของจุดและคู่ลำดับ

1.3 กราฟเส้นตรง

2. การสะท้อน

2.1 รูปสมมาตรและแกนสมมาตร

2.2 ความหมายของการสะท้อนภาพ

- 2.3 การระดมความคิดเห็นจากผู้เกี่ยวข้อง
- 2.4 คุณสมบัติของการสละสลวย
3. การเลือก
 - 3.1 ความหมายของการเลือก
 - 3.2 ทิศทางของการเลือก
 - 3.3 การเลือกแบบถ่วงน้ำหนัก
 - 3.4 คุณสมบัติของการเลือก
4. การผสม
 - 4.1 การผสมเฉพาะรอบรู้จิตใจ ๆ
 - 4.2 การผสมภาพรวมแบบใด ๆ
 - 4.3 คุณสมบัติของการผสม
 - 4.4 การผสมแบบเฉพาะ
5. ความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนแปลงสภาพกับเรื่องอื่น
 - 5.1 ความสัมพันธ์ระหว่างวิธีการเปลี่ยนแปลงสภาพ และกฎพื้นฐานทางคณิตศาสตร์
 - 5.2 กลุ่ม (group) ของการเปลี่ยนแปลงสภาพ
 - 5.3 การมีส่วนร่วมของสมาชิกในการเปลี่ยนแปลงสภาพ
 - 5.4 การเปลี่ยนแปลงสภาพที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

วิธีดำเนินการที่นักศึกษาค้นคว้า

1. ผู้วิจัยสร้างแบบเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ โดยที่นักศึกษางานวิจัยค้นคว้าในสหรัฐอเมริกา และศึกษาจากแบบเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทย ๆ รวมทั้งแบบเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพของหน่วยศึกษานิเทศก์ กระทรวงศึกษาธิการ และแบบเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเชิงทฤษฎีและการสาธิตทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้สร้างขึ้น.

2. ทำภาพโปร่งแสง (Transparency) จำนวน 40 ชุด เพื่อประกอบ การสอนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้น ตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้น ตามเนื้อหาในแบบเรียนที่ใช้ทดลองสอน จำนวน 120 ข้อ

4. ทดลองสอนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้น ตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แก่นักเรียนซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองสอนและวิเคราะห์ข้อทดสอบ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2516 โดยสอนพร้อมกันทั้ง 3 ชั้น จำนวนชั่วโมงที่สอนชั้นละ 15 ชั่วโมง ผู้สอน คืออาจารย์พรทิพา เพชรรัตน์ เมื่อทดลองสอนครบเนื้อหาวิชาแล้วจึงทำการทดสอบควยแบบ ทดสอบที่สร้างขึ้นในข้อ 3 โดยใช้เวลาสอบ 2 ชั่วโมง 20 นาที

5. วิเคราะห์ข้อทดสอบตามหลักคักกลุ่ม 27 % เป็นกลุ่มสูงและ 27 % เป็นกลุ่มต่ำ เปิดตารางสำเร็จของแฟน (Fan, 1952 : 3 - 32) หาค่าความยากง่าย (p) อำนาจ- จำแนก (r) ความยากง่ายมาตรฐาน (Δ) ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (r_{tt}) และความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด (SE_{meas}) (ตารางวิเคราะห์ข้อทดสอบแสดงใน ภาคผนวก)

การวิเคราะห์ข้อทดสอบ (Item Analysis) ปรากฏผลดังนี้

5.1 คัดเลือกข้อทดสอบในเกณฑ์ได้ 50 ข้อ ข้อทดสอบที่คัดเลือกไว้ 50 ข้อนี้ มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ .29 ถึง .88 ค่าความยากง่ายเฉลี่ยเท่ากับ .605 และมีอำนาจในการจำแนกกลุ่มคะแนนสูงและกลุ่มคะแนนต่ำตั้งแต่ .26 ถึง .70 ค่าอำนาจในการจำแนกเฉลี่ย เท่ากับ .446

5.2 ค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบที่คัดเลือกไว้ 50 ข้อนี้เท่ากับ .6856

5.3 ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดเท่ากับ 3.1178

6. จัดเรียงข้อของแบบทดสอบที่ได้วิเคราะห์แล้ว ตามลำดับเนื้อหาและความยากง่าย เพื่อจะทดสอบครั้งต่อไป

7. ทดลองสอนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้น ตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แก่นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างเพื่อการทดลอง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2516 การทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยสอนด้วยตนเอง ด้วยวิธีสอนวิธีเดียวกันทั้ง 3 ชั้น และใช้เวลาในการสอนชั้นละ 15 ชั่วโมง รวมชั่วโมงที่สอนทั้งสิ้น 45 ชั่วโมง

8. เมื่อสอนเนื้อหาวิชาครบแล้ว จึงทำการทดสอบนักเรียนทั้ง 3 ชั้นพร้อมกัน โดยใช้เวลาในการสอบ 1 ชั่วโมง เท่ากันทุกชั้น ด้วยแบบทดสอบซึ่งได้วิเคราะห์แล้วในข้อ 5

9. วิเคราะห์ผลจากการทดสอบเพื่อตรวจสอบสมมุติฐานดังนี้

9.1 หากคะแนนเฉลี่ย ความเปลี่ยนแปลงมาตรฐานของคะแนนจากแบบทดสอบ และเปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป ในแต่ละชั้น เพื่อให้ทราบว่า คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นใดมีค่าตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป และนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป ในชั้นนั้น มีจำนวนไม่น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของนักเรียนทั้งหมดในชั้นหรือไม่

9.2 วิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance) เพื่อหาว่า โดยส่วนรวมแล้ว คะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบของนักเรียนแต่ละชั้นแตกต่างกันหรือไม่โดยใช้ F - test ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้ง 3 ชั้นพร้อมกัน

ถ้าพบความแตกต่างของความแปรปรวนจึงใช้ t - test เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยทีละคู่ เช่นคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อให้ทราบว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นใดแตกต่างกันจริง ทั้งนี้เพื่อหาข้อยุติว่าควร เริ่มสอนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้น ตั้งแต่ชั้นใดจึงจะเหมาะสมที่สุด

วิธีจัดการกับข้อมูล

1. หากคะแนนเฉลี่ย (Mean) คำนวณจากสูตร (Garrett, 1958 : 27)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ	$\bar{X}$	แทน	คะแนนเฉลี่ย
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนน
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่ม

2. หาค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) คำนวณจากสูตร
(Ferguson, 1966 : 67)

$$S = \sqrt{\frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ	S	แทน	ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนน
	$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่ม

3. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (Reliability) คำนวณจากสูตรของ
คูเตอร์และริชาร์ดสัน (Richardson and Kuder, 1939 : 681 - 687)

$$r_{tt} = \frac{NS_t^2 - M(n - M)}{S_t^2 (n - 1)}$$

เมื่อ	r_{tt}	แทน	ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	n	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	S_t^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบ (ซึ่งเท่ากับกำลังสองของค่า S ในข้อ 2)
	M	แทน	คะแนนเฉลี่ย (จากข้อ 1)

4. หาค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด (Standard Error of Measurement)
คำนวณจากสูตร (Gulliksen, 1950 : 63)

$$SE_{meas} = S_x \sqrt{1 - r_{tt}}$$

เมื่อ	SE_{meas}	แทน	ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด
	S_x	แทน	ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (จากข้อ 2)
	r_{tt}	แทน	ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (จากข้อ 3)

5. วิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance) ของคะแนน เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้ง 3 กลุ่มร่วมกัน ด้วยการหาค่า F ดังนี้ (Freund, 1962 : 138)

Source of Variation	df	Sum of Square	Mean of Square	F
Between Treatments	$k - 1$	SS_B	$MS_B = \frac{SS_B}{k - 1}$	$\frac{MS_B}{MS_E}$
(within groups) (Error)	$k(n - 1)$	SS_E	$MS_E = \frac{SS_E}{k(n - 1)}$	-
Total	$kn - 1$	SS_T	-	

เมื่อ	k	แทน	จำนวนกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	จำนวนสมาชิกในแต่ละกลุ่มตัวอย่าง (จำนวนสมาชิกเท่ากันทุกกลุ่ม)
	df	แทน	Degree of Freedom

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{1j} \quad \text{แทน} \quad \text{ผลรวมของคะแนนแต่ละตัว}$$

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{1j}^2 \quad \text{แทน} \quad \text{ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง}$$

$$SS_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \left[\sum_{j=1}^n X_{ij} \right]^2 - \frac{1}{kn} \left[\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{ij} \right]^2$$

$$SS_T = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{ij}^2 - \frac{1}{kn} \left[\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{ij} \right]^2$$

$$SS_E = SS_T - SS_B$$

6. วิเคราะห์ค่าที (t - test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย
ของนักเรียนครึ่งละ 2 กลุ่ม คำนวณจากสูตร (Edwards, 1950 : 94)

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_2^2}{N_2}}}$$

เมื่อ $\bar{X}_1, \bar{X}_2$ แทน คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2
 S_1^2, S_2^2 แทน ค่าความแปรปรวนของคะแนนกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2
 N_1, N_2 แทน จำนวนนักเรียนกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2

ผลของการศึกษาค้นคว้า

ข้อตกลงเกี่ยวกับการวิเคราะห์และแปลผล

1. นักเรียนชั้นใดมีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสูงกว่า จะมีความสามารถในการเรียนวิชาที่สูงกว่านักเรียนในชั้นที่มีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนต่ำกว่า

2. นักเรียนชั้นใดสามารถทำคะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบได้ตั้งแต่ 50% ขึ้นไป และนักเรียนที่ได้อะคะแนนตั้งแต่ 50% ขึ้นไปในชั้นนั้น มีจำนวนไม่น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของนักเรียนทั้งหมดในชั้น ถือว่านักเรียนชั้นนั้นมีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ผลของการศึกษาค้นคว้า

1. การวิเคราะห์ข้อมูลหาคะแนนเฉลี่ย และความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบทดสอบ

ในการทดลองสอนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นแก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3 ผู้วิจัยได้ทำการทดสอบ 1 ครั้ง และหลังจากทำการทดสอบแล้ว ได้คำนวณหาคะแนนเฉลี่ยและความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบทดสอบ ปรากฏผลดังแสดงในตาราง 1

ตาราง 1 แสดงคะแนนเฉลี่ย ($\bar{X}$) และความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ของคะแนน
จากแบบทดสอบ

ระดับชั้น / คะแนน	คะแนนเฉลี่ย ($\bar{X}$)		ความเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S)
	$\bar{X}$	$\bar{X}$ คิดเป็น %	
มัธยมศึกษาปีที่ 1	31.400	62.80	4.9912
มัธยมศึกษาปีที่ 2	32.525	65.05	4.7735
มัธยมศึกษาปีที่ 3	36.850	73.70	6.4631
เฉลี่ยทั้งหมด	33.5917	67.183	5.4092

จากตาราง 1 แสดงให้เห็นว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้คะแนนเฉลี่ย ($\bar{X}$) 31.40 คะแนน จากคะแนนเต็ม 50 คะแนน หรือคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ได้เท่ากับ 62.80 %
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้คะแนนเฉลี่ย ($\bar{X}$) 32.525 คะแนน จากคะแนนเต็ม 50 คะแนน หรือคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ได้เท่ากับ 65.05 %
3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ย ($\bar{X}$) 36.85 คะแนน จากคะแนนเต็ม 50 คะแนน หรือคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ได้เท่ากับ 73.70

ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1. คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3 สูงกว่า 50 % ทุกชั้น
2. คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วย

2. การวิเคราะห์หาเปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนแต่ละชั้น ที่ได้คะแนนจากการทดสอบ
ตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป ปรากฏผลดังแสดงในตาราง 2

ตาราง 2 แสดงเปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป
 โดยจำแนกตามชั้น

ระดับชั้น	จำนวนนักเรียนทั้งหมด	จำนวนนักเรียนที่ได้ คะแนนตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป	เปอร์เซ็นต์ของจำนวน นักเรียนที่ได้คะแนน ตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป
มัธยมศึกษาปีที่ 1	40	36	90
มัธยมศึกษาปีที่ 2	40	40	100
มัธยมศึกษาปีที่ 3	40	39	97.5
เฉลี่ยทั้งหมด	40	38.8	95.83

จากตาราง 2 แสดงให้เห็นว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 40 คน มีผู้ทำคะแนนได้ตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป 36 คน แสดงว่าจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 50 % ขึ้นไปในชั้นนี้เท่ากับ 90 %

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 40 คน มีผู้ทำคะแนนได้ตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป 40 คน แสดงว่าจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 50 % ขึ้นไปในชั้นนี้เท่ากับ 100 %

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 40 คน มีผู้ทำคะแนนได้ตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป 39 คน แสดงว่าจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 50 % ขึ้นไปในชั้นนี้เท่ากับ 97.5 %

ซึ่งสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3 ที่ได้คะแนนจากการทดสอบตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป มีจำนวนมากกว่า 50 % ของนักเรียนแต่ละชั้น ทุกชั้น

จากตาราง 1 และ 2 ผลการทดลองทั้งหมดแสดงให้เห็นว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3 ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างเพื่อการทดลอง มีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนวิชาเรขาคณิต การแปลงสภาพเบื้องต้นตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้

3. การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3 โดยใช้วิธีวิเคราะห์แบบวันเวย์ (One Way Analysis of Variance) ปรากฏผลดังแสดงไว้ในตาราง 3

ตาราง 3 แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบ

Source of Variation	df	SS	MS	F
Between	2	662.3170	331.1585	11.1212 [*]
Error	118	3,489.6750	29.7778	-
Total	120	4,151.9920	-	-

* มีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01

จากตาราง 3 แสดงให้เห็นว่าความแปรปรวน (Variance) ของคะแนนจากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับความเชื่อมั่น 99 % ($F = 11.1212$) หมายความว่า ความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3 แต่ละชั้นแตกต่างกัน

4. การวิเคราะห์ค่าที (t-test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย
ของนักเรียนแต่ละชั้นที่ละครึ่ง ปรากฏผลดังแสดงไว้ในตาราง 4

ตาราง 4 แสดงค่าที (t-test) จากการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของนักเรียน
ครึ่งละ 2 ชั้น

ระดับชั้น	มัธยมศึกษาปีที่ 1	มัธยมศึกษาปีที่ 2	มัธยมศึกษาปีที่ 3
มัธยมศึกษาปีที่ 1	-	1.0302	4.2231 *
มัธยมศึกษาปีที่ 2	-	-	3.4042 *

* มีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01

จากตาราง 4 แสดงให้เห็นว่า

1. คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ไม่แตกต่างกันหรือแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01 และถ้าพิจารณาจากคะแนนเฉลี่ย จะพบว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล็กน้อย แสดงว่าเราไม่ควรถือว่าความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ของนักเรียน 2 ชั้นนี้แตกต่างกัน
2. คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01 ซึ่งแสดงว่าความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

3. คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กับคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01 แสดงว่าความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จึงสรุปได้ว่า ความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ไม่แตกต่างกัน หรืออยู่ในระดับเดียวกัน แต่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถในการเรียนวิชานี้สูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2

บทที่ 5

บทย่อ สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อศึกษาว่านักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น สามารถเรียนวิชาเรขาคณิต การแปลงสภาพเบื้องต้น ได้หรือไม่
2. เพื่อศึกษาว่า ควรเริ่มสอนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นตั้งแต่ชั้นใด
3. เพื่อเสนอแนะ เกี่ยวกับการสอนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นในโรงเรียน

การดำเนินการศึกษาค้นคว้า

1. กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างเพื่อการทดลอง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3 โรงเรียนมัธยมสาธิตวิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร ในปีการศึกษา 2516 ชั้นละ 40 คน รวมนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง 120 คน

การเลือกกลุ่มตัวอย่าง ผู้วิจัยพิจารณาเลือกเฉพาะกลุ่มของนักเรียนที่มีผลการสอบและผลการเรียนเฉลี่ยอยู่ในระดับปานกลางของแต่ละระดับชั้น

2. เครื่องมือในการทดลอง

2.1 แบบเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นประกอบด้วย 5 หัวข้อ คือ ระบบแกนมุมฉาก การสะท้อน การเลื่อน การหมุน และความสัมพันธ์ของการแปลงสภาพกับเรื่องอื่น

2.2 ภาพโปรงแสงที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามเนื้อหาในแบบเรียน จำนวน 40 ชุด และเครื่องฉายภาพโปรงแสง

2.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้น
 ชนิดเลือกตอบ จำนวน 50 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง
 แบบทดสอบฉบับนี้ มีค่าความเชื่อมั่น .6856 ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด
 3.1178 อำนาจจำแนกเฉลี่ย .446 และความยากง่ายเฉลี่ย .605

3. วิธีดำเนินการทดลอง

3.1 ผู้วิจัยทดลองสอนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้น ตามแบบเรียนที่ผู้วิจัย
 สร้างขึ้นแก่นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2516 โดยให้นักเรียนที่เป็น
 กลุ่มตัวอย่างทุกชั้นเรียนจากแบบเรียนอย่างเดียวกัน วิธีสอนวิธีเดียวกัน และผู้สอนใช้เวลาสอน
 เท่ากัน

3.2 ระยะเวลาสอน ใช้เวลาสอนชั้นละ 15 ชั่วโมง

3.3 ทำการทดสอบนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างเมื่อทดลองสอนครบเนื้อหาแล้ว ด้วย
 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยเริ่มต้น
 และสิ้นสุดการทดสอบพร้อมกันทั้ง 3 ชั้น ในเวลาทดสอบชั้นละ 1 ชั่วโมง

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล ใช้วิธีการทางสถิติดังนี้

1. หาคะแนนเฉลี่ย (Mean)
2. หาค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)
3. วิเคราะห์ความแปรปรวน เพื่อทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยของ
 นักเรียนทั้ง 3 ชั้น โดยใช้ F - test
4. ทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยทีละ 2 ชั้น โดยใช้ t - test

ผลของการทดลอง

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างเพื่อการทดลอง ได้คะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบเท่ากับ 31.40, 32.52 และ 36.85 คะแนน ตามลำดับ จากคะแนนเต็ม 50 คะแนน คิดเทียบเป็นเปอร์เซ็นต์ได้เท่ากับ 62.80 %, 65.05 % และ 73.70 % ตามลำดับ จากผลดังกล่าว สรุปได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3 ได้คะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบสูงกว่า 50 % ทุกชั้น

2. จำนวนนักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3 ที่ทำคะแนนได้ตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป เท่ากับ 36, 40, และ 39 คน ตามลำดับ จากจำนวนนักเรียนชั้นละ 40 คน คิดเทียบเป็นเปอร์เซ็นต์ได้เท่ากับ 90 %, 100 % และ 97.5 % ตามลำดับ จากผลดังกล่าว สรุปได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3 ที่ทำคะแนนในการทดสอบได้ตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป มีจำนวนมากกว่า 50 % ของนักเรียนทั้งหมดในชั้นทุกชั้น

3. ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยระหว่างชั้น คือ

3.1 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ยสูงสุด คือ 36.85 คะแนน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้คะแนนเฉลี่ย 32.52 คะแนน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้คะแนนเฉลี่ยต่ำสุด คือ 31.40 คะแนน แสดงว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนสูงขึ้นหรือต่ำลงโดยสัมพันธ์กับระดับชั้น

3.2 คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01 แต่คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กับคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01 และคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01 เช่นกัน

สรุปผลของการศึกษาค้นคว้า

ผู้วิจัยตั้งเกณฑ์ไว้ว่า นักเรียนชั้นใดสามารถทำคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบได้ตั้งแต่ 50 %

ขึ้นไป และนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 50 % ขึ้นไปในชั้นนั้น มีจำนวนไม่น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของนักเรียนทั้งหมดในชั้น ถือว่านักเรียนชั้นนั้นมีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้ ผลการทดลองสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3 มีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนวิชานี้ และจากการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยระหว่างชั้น ปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถอยู่ในระดับเดียวกัน แต่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถในการเรียนวิชานี้สูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2

อภิปรายผล

1. ผลของการทดลองสอนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นแก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3 ปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 62.80 % นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 65.05 % และจากการทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย แสดงว่านักเรียนทั้งสองชั้นมีความสามารถในการเรียนวิชานี้ไม่แตกต่างกัน จึงอาจจะเริ่มต้นสอนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นให้แก่ นักเรียนได้ตั้งแต่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หรือชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แต่ถ้าถือว่าชั้นใดได้คะแนนเฉลี่ยสูงสุดเป็นชั้นที่เหมาะสมที่จะเรียนวิชานี้มากที่สุดแล้ว ควรจัดสอนวิชานี้ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มากกว่าชั้นอื่น ทั้งนี้เพราะนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ยในวิชานี้สูงสุด นอกจากนี้ควรจะได้พิจารณาองค์ประกอบต่อไปนี้ด้วย

1.1 ประสิทธิภาพและพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละระดับชั้นไม่เท่ากัน กล่าวคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีประสิทธิภาพและพื้นฐานทางคณิตศาสตร์มากกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ซึ่งอาจเป็นผลให้สามารถเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นได้ดีกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2

1.2 นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างเพื่อการทดลอง อาจไม่ใช่ตัวแทนของนักเรียนแต่ละชั้นอย่างแท้จริง เพราะเหตุผลดังต่อไปนี้

- 1.2.1 กลุ่มตัวอย่างของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เป็นนักเรียนห้อง 1.4
ระดับความสามารถของนักเรียนกลุ่มนี้ต่ำกว่าระดับปานกลางของชั้นเล็กน้อย
- 1.2.2 กลุ่มตัวอย่างของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นนักเรียนห้อง 2.4
ระดับความสามารถของนักเรียนกลุ่มนี้ต่ำกว่าระดับปานกลางของชั้นเล็กน้อย
- 1.2.3 กลุ่มตัวอย่างของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นนักเรียนห้อง 3.3
ระดับความสามารถของนักเรียนกลุ่มนี้สูงกว่าระดับปานกลางของชั้นเล็กน้อย

2. จากผลการทดสอบปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ซึ่งมีความสามารถต่ำกว่าระดับปานกลางของชั้นเล็กน้อย สามารถทำคะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบได้ถึง 62.80 % และ 65.05 % ตามลำดับ แสดงว่าการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้น ไม่จำเป็นต้องอาศัยความสามารถหรือสติปัญญาของผู้เรียนในระดับสูงเท่านั้น แต่ผู้ที่มีความสามารถในระดับปานกลางและมีพื้นฐานความรู้ไม่มากนักก็สามารถจะเรียนวิชานี้ได้ ผลการทดลองนี้สอดคล้องกับผลการวิจัยของแจ๊คสัน (Jackson, 1972 : 3258A) ที่กล่าวว่า การเรียนวิชาตรีโกณมิติวิเคราะห์ด้วยวิธีการแปลงสภาพ ไม่ต้องอาศัยพื้นฐานความรู้มากเหมือนกับการเรียนวิชาตรีโกณมิติวิธีอื่น ผลการวิจัยนี้ยังสนับสนุนข้อเสนอแนะของเฟร์ (Fehr, 2516 : 5 - 19) ที่ว่า หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปในระดับชั้นมัธยมศึกษา ไม่ควรจัดเพื่อให้นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาสูงเท่านั้น แต่ควรเป็นการศึกษาทั่วไป โดยคำนึงถึงความถนัดและความสนใจของนักเรียนแต่ละบุคคลให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ และต้องให้สามารถสนองความต้องการของนักเรียนทุกคน ทุกระดับความสามารถและความสนใจ เพื่อสร้างให้เกิดความสามารถทางคณิตศาสตร์แก่ผู้ที่จะเป็นพลเมืองของชาติ

3. ผลของการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งนี้อาจมีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบและการใช้แบบทดสอบ กล่าวคือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพเบื้องต้นที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีความเชื่อมั่น .6856 แสดงว่าผลที่ได้จากการใช้แบบทดสอบฉบับนี้เชื่อถือได้ประมาณ 68 % ความยากง่ายเฉลี่ย .605 แสดงว่าแบบทดสอบฉบับนี้ค่อนข้างง่าย และอำนาจจำแนกเฉลี่ย .446 แสดงว่าแบบทดสอบฉบับนี้สามารถจำแนกนักเรียนตามระดับความสามารถได้ประมาณ 45 % นอกจากนี้ยังมีความคลาดเคลื่อนในการวัดเท่ากับ 3.1178 แสดงว่าถ้าหากสามารถ

ขจัดความคลาดเคลื่อนดังกล่าวให้หมดไปหรือให้เหลือน้อยที่สุด อาจจะทำให้ผลการวิจัยสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ข้อเสนอแนะ

ก. สำหรับการปรับปรุงหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

1. เนื่องจากพัฒนาการของความรู้ในทุกสาขาวิชาเป็นไปอย่างกว้างขวาง รวมทั้งความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ด้วย ดังนั้นครูคณิตศาสตร์ทุกคนควรศึกษา ค้นคว้าหาความรู้อยู่เสมอ เพื่อนำผลที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าไปปรับปรุงการสอนให้เนื้อหาที่สอนน่าสนใจ และมีคุณค่าแก่ผู้เรียนมากยิ่งขึ้น

2. การสอนวิชาคณิตศาสตร์ไม่ควรจะจำกัดอยู่เฉพาะในหลักสูตร ระยะเวลาในการสอน และมุ่งฝึกสมองของผู้เรียนเท่านั้น แต่ควรจะได้พิจารณาถึงความสามารถและความสนใจของผู้เรียนให้มาก โดยปรับบทเรียนและวิธีสอน เพื่อให้สนองความต้องการ ความสามารถ และความสนใจของนักเรียนทุกคน

3. ในการพิจารณาปรับปรุงและเปลี่ยนแปลงหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ควรพิจารณาถึงเนื้อเรื่องที่ให้ประโยชน์ต่อผู้เรียน และผู้เรียนสามารถนำไปใช้ได้อย่างกว้างขวางด้วย

4. ผู้สอนคณิตศาสตร์ควรส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองให้มากที่สุด การสอน การมุ่งที่จะให้นักเรียนทุกคนเกิดความสามารถที่จะสังเกต วิเคราะห์ และทดลอง จนสามารถสรุปเป็นกฎเกณฑ์และสร้างวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปใช้ได้ ผู้สอนควรมีบทบาทเป็นเพียงผู้แนะ นำและสนับสนุนให้ผู้เรียนบรรลุจุดมุ่งหมายได้อย่างดีที่สุด

5. ควรจะได้มีการวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มาก เพื่อการปรับปรุงและเปลี่ยนแปลงหลักสูตร ตลอดจนวิธีสอนคณิตศาสตร์ให้มีความทันสมัยทันกับนานาประเทศ

ข. สำหรับการศึกษาก่อนเข้าศึกษา

1. ควรจะได้มีการทดลองเรื่องนี้อีกสักให้กว้างขวาง เพื่อหาผลที่แน่นอนยิ่งขึ้น
2. ควรทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพในชั้นที่ต่ำกว่าและสูงกว่าระดับมัธยมศึกษาตอนต้น
3. ควรทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลของการสอนวิชาเรขาคณิต ด้วยวิธีการแปลงสภาพกับวิธีใช้เวกเตอร์ ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลาย
4. ควรทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลของการสอนวิชาเรขาคณิต ด้วยวิธีการแบบเก่ากับวิธีการแปลงสภาพ ของนักเรียนทั้งระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลาย
5. ควรทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์และทัศนคติของนักเรียนที่เข้าเรียนวิชาตอนต้น เกี่ยวกับการเรียนวิชาเรขาคณิตตามตำราของยูคลิดด้วยวิธีการแปลงสภาพ
6. ควรทำการวิจัยเพื่อศึกษาว่า เรขาคณิตการแปลงสภาพเหมาะที่จะเป็นวิชาบังคับทั่วไปในระดับชั้นใดบ้าง
7. การทำวิจัยเพื่อให้ได้ผลสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ควรใช้เวลาในการทดลองประมาณ 1 ภาคเรียน ก่อนการทดลองควรมี pretest และหลังการทดลองมี post - test ด้วย

บรรณานุกรม

การฝึกหัดครู, กรม กระทรวงศึกษาธิการ เอกสารการสัมมนาผู้สอนคณิตศาสตร์ระดับประกาศนียบัตร
วิชาการศึกษาชั้นสูง ของสถานฝึกหัดครูระดับวิทยาลัย หน่วยศึกษานิเทศก์ 2509, 121 หน้า.

ปิยรัตน์ ก้องกิตติไพศาล การใช้ตรรกศาสตร์ในการสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปรินญาณพนา
การศึกษามหาบัณฑิต วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร 2513, 70 หน้า.

พายัพ บุปผาคำ ทัศนคติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ต่อวิชาเรขาคณิต วิทยานิพนธ์ครุศาสตรบัณฑิต
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2504, 56 หน้า.

วิชาการ, กรม กระทรวงศึกษาธิการ รายงานการสัมมนาครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา
18 เมษายน - 6 พฤษภาคม 2509 แผนกการพิมพ์วิทยาลัยครูสวนสุนันทา 2509, 108 หน้า.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี รายงานการดำเนินงานตั้งแต่ 1 ตุลาคม 2515
ถึง 30 กันยายน 2514 ม.ป.ท. 2515, 37 หน้า.

สุชาติ รัตนกุล คณิตศาสตร์แผนปัจจุบัน เล่ม 1 กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ โรงพิมพ์ศาสนา
2507, 102 หน้า.

_____ คณิตศาสตร์แผนปัจจุบัน เล่ม 2 กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ โรงพิมพ์คุรุสภา
พระสุเมรุ 2510, 118 หน้า.

สุเทพ จันทร์สมศักดิ์ ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น โรงพิมพ์เจริญกิจ 2514, 68 หน้า.

สุวรรณ มุ่งเกษม พัฒนาการของการศึกษาทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา ปรินญาณพนา
การศึกษามหาบัณฑิต วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร 2513, 173 หน้า.

เสนาะ กันบุญเย็น "รายงานการปรับปรุงการศึกษาคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษา" วารสาร
คณิตศาสตร์ 70 : 441, กรกฎาคม 2505.

เสริมศักดิ์ วิภาลาภรณ์ Foundations of Geometry วิทยาลัยวิชาการศึกษา
พิมพ์โลก พิมพ์โรเนียว 2514, 105 หน้า.

Adler, Irving, A New Look At Geometry, The New American
Library, New York, 1967, 414 pp.

_____, ___, "What Shall We Teach in High School Geometry?",
The Mathematics Teacher, 61 : 226 - 232, March, 1968.

Alberty, Elsie J., "Mathematics in General Education," The
Mathematics Teacher, 59 : 428, May, 1966.

Backman, Carl A., and Cromie, Robert G., Introduction to
Concepts of Geometry, Prentice - Hall, Inc., Englewood
Cliffs, New Jersey, 1971, 320 pp.

Becker, Jerry P., "Note on the First International Congress
on Mathematical Education," The Mathematics Teacher,
63 : 318 - 325, April, 1970.

Brumfiel, Charles F., and Vance, Irvin E., Algebra and
Geometry for Teacher, Addison - Wesley Publishing Co.,
California, 1970, 376 pp.

Buck, Charles, "What Should High School Geometry Be?", The
Mathematics Teacher, 61 : 466 - 471, May, 1968.

Cerna, Soledad Y. de la, A Teacher's Guide on Motion Geometry
for Grade V and VI, SEAMEO Regional Centre for Education
in Science and Mathematics, Penang, Malaysia, 1973, 51 pp.

Coxeter, H. S. M., Introduction to Geometry, John Wiley & Sons,
Inc., New York, 1969, 469 pp.

Coxford, Arthur F., and Usiskin, Zalman P., Geometry : A
Transformation Approach, Laidlaw Brother's Publishers,
California, 1971, 612 pp.

- Eccles, Frank M., Vance, Elbridge P., and Mikula, Thomas M., Analytic and Vector Geometry, Addison - Wesley Publishing Company, Inc., London, 1969, 453 pp.
- Edward, Allen L., Experimental Design in Psychological Research, New York, 1950, 446 pp.
- England, Ministry of Education, Teaching Mathematics in Secondary Schools, Her Majesty's Stationery Office, London, 1961, 154 pp.
- Eves, Howard, and Newsom, Carroll V., An Introduction to the Foundations and Fundamental Concepts of Mathematics, Holt, Rinehart and Winston, New York. 1964, 363 pp.
- Fan, Chung - Teh, Item Analysis Table, Educational Testing Service, Princeton, New Jersey, 1952, 32 pp.
- Fehr, Howard F., "Reform of Mathematics Education Around The World," The Mathematics Teacher, 58 : 37 - 44, January, 1965.
- _____, _____, "The Mathematics Program in Japanese Secondary Schools," The Mathematics Teacher, 59 : 577 - 579, October, 1966.
- _____, _____, "A Unified Mathematics Program for Grades Seven Through Twelve," The Mathematics Teacher, 59 : 463, May, 1966.
- _____, _____, "ความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับสังคม" การสัมมนาวิชาคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแปล โรงพิมพ์คุรุสภา พระสุเมรุ 2516, หน้า 1 - 20.
- _____, _____, "ของใหม่ในการศึกษาคณิตศาสตร์" การสัมมนาวิชาคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแปล โรงพิมพ์คุรุสภา พระสุเมรุ 2516, หน้า 36 - 56.

- _____, _____, and Phillips, Jo McKeenby, Teaching Modern Mathematics in the Elementary School, Addison - Wesley Publishing Company, Inc., New York, 1972, 515 pp.
- Fletcher, T.J., Some Lessons in Mathematics; A Handbook on the Teaching of Modern Mathematics, University of Cambridge Press, 1964, 367 pp.
- Freund, John E., Mathematic Statistics, Prentice Hall, Inc., New Jersey, 1962, 390 pp.
- Ferguson, George A., Statistical Analysis in Psychology and Education, McGraw - Hill, New York, 1966, 446 pp.
- Gans, David, Transformations and Geometries, Appleton Century - Crofts, New York, 1969, 402 pp.
- Garcia, Mariana, 'Reforms in Mathematical Education in Central And South America,' The Mathematics Teacher, 61 : 441 - 444, April, 1968.
- Garrett, Henry E., Statistics in Psychology and Education, New York, 1958, 478 pp.
- Gast, Richard H., 'The High School Geometry Controversy : Is Transformation Geometry the Answer?', The Mathematics Teacher, 64 : 37 - 39, January, 1971.
- Grande, J.J. Del, Egsgred, J.C., and Mulligan, H.A., Mathematics 10, W.J. Gage Limited, Toronto, Canada, 1967, 458 pp.
- Gullikson, Harold, Theory of Mental Test, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1950, 486 pp.
- Hendrix, Gertrude, 'Learning by Discovery,' The Mathematics Teacher, 54 : 290 - 299, March, 1967.
- Hoban, Michael James, 'Transformation Geometry in the Junior High School : An Evaluation of A Curricular Unit in the Seventh Grade,' Dissertation Abstract, 9 : 5482 - 5483, March, 1971.

- Jackson, Adam, "Teaching Analytical Trigonometry via Transformations : A Comparison with the Wrapping Function Approach," Dissertation Abstract, 7 : 3258 - 3259 A, January, 1973.
- Kaner, Peter, Modern World Mathematics V.I., J.W. Arrowsmith Ltd., Bristol, 1970, 170 pp.
- Kelly, Pual J., and Ladd, Norman E., Geometry, Scott, Foresman and Company, Chicago, 1965, 600 pp.
- Kinsella, John J., Secondary School Mathematics, The Center for Applied Research in Education, Inc., New York, 1965, 116 pp.
- Kort, Anthone Paul, "Transformation VS Non - Transformation Tenth Grade Geometry : Effects on Retention of Geometry and on Transfer in Eleventh - Grade Mathematics," Dissertation Abstract, 6 : 3157 - 3158 A, December, 1971.
- Levi, Howard, Foundations of Geometry and Trigonometry, Prentice - Hall, Inc., New Jersey, 1960, 347 pp.
- Meserve, Bruce E., and Izzo, Joseph A., Fundamentals of Geometry, Addison - Wesley Publishing Company, Inc., California, 1969, 246 pp.
- Willington, Alaric, "Approaches to Geometry," การสัมมนาวิชาคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแปล โรงพิมพ์คุรุสภา พระสุเมรุ 2516, หน้า 65 - 79.
- National Council of Educational Research and Training, Geometry Part 1, National Council of Educational Research and Training, New Delhi, 1967, 94 pp.
- National Council of Teachers of Mathematics, Insights into Modern Mathematics, N.C.T.M., Inc., Washington D.C., 1957, 440 pp.
- _____, Enrichment Mathematics for the Grades, National Council of Teachers of Mathematics, Washington D.C., 1963, 368 pp.

- O.E.C.D., Mathematics To-day : A Guide for Teacher, Organization for Economic Co - operation and Development Publications, Paris, 1964, 420 pp.
- _____, New Thinking in School Mathematics, Organization for Economic Co - operation and Development Publications, Paris, 1961, 246 pp.
- Olson, Alton Thorpe, "High School Plane Geometry Through Transformations : An Exploratory Study," Dissertation Abstract, 11 : 5944 A, May, 1971.
- Richardson, M.W., and Kuder, C.F., "The Calculation of Test Reliability Coefficients Based Upon the Method of Rational Equivalence," Journal of Educational Psychology, 30 : 681 - 687, 1939.
- Scottish Mathematics Group, Modern Mathematics for Schools Book 4, Morrison & Gibb Limited, Edinburgh, 1969, 292 pp.
- Secondary School Mathematics Curriculum Improvement Study, Unified Modern Mathematics Course I, Teacher College Columbia University, New York, 1968, 395 pp.
- Shilgalis, Thomas Walter, "Transformations in High School Geometry : A Critical Analysis," Dissertation Abstract, 10 : 5478 A, April, 1972.
- SMP, The School Mathematics Project Teacher's Guide for Book A, Cambridge University Press, 1971, 144 pp.
- Snell, K.S., and Morgan, J.B., New Mathematics : A Unified Course for Secondary School, Cambridge University Press, 1971, 325 pp.
- Solheim, Jerome Harold, "The Effect of the Study of Transformations of the Plane on the Attitudes of Secondary School Geometry Students," Dissertation Abstract, 6 : 3165 A, December, 1971.

- Stephenson, Carl Gene, "A Comparison of the Postulational Structure of the Synthetic, Transformation and Vector Approaches to Plane Geometry," Dissertation Abstract, 3 : 962 A, September, 1972.
- Unesco Mathematic Project for the Arab States, Mathematics Grade 10, Unesco, July, 1970, 385 pp.
- Usiskin, Zalman Philip, "The Effects of Teaching Euclidean Geometry via Transformations on Student Achievement and Attitudes in Tenth - Grade Geometry," Dissertation Abstract, 2 : 688 A, August, 1970.
- Whitworth, Dennis, and Edwards, Maurice, Teaching Mathematics to the Ordinary Pupil, University of London Press Ltd., London, 1969, 202 pp.
- William, J.D., Mathematics Reform in the Primary School, Unesco Institute for Education, Hamburg, 1967, 130 pp.
- Williford, Harold Johnson, "A Study of Transformational Geometry Instruction in the Primary Grades," Dissertation Abstract, 12 : 6462 A, June, 1971.
- Wilson, Bryan, "เรขาคณิตในโรงเรียนมัธยม" การสัมมนาวิชาคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ โรงเรียนพสุธา พระสุเมรุ 2516. หน้า 102 - 111.
- Wolfe, Harold E., Introduction to Non - Euclidean Geometry, The Dryden Press, New York, 1945, 247 pp.
- Yaglom, I.M., Geometric Transformations I, translated from the Russian by Allen Shields, Random House, Inc., New York, 1962, 133 pp.

ภาคผนวก ก.

ตารางวิเคราะห์ข้อทดสอบ

ตาราง 5 แสดงค่า P_H , P_L , p , r และ Δ ของแบบทดสอบวัดคุณลักษณะ
ในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ เบื้องต้น

ข้อ	P_H	P_L	p	r	Δ
1	.85	.55	.71	.35	10.8
2	.85	.50	.69	.40	11.1
3	.90	.35	.65	.59	11.5
4	.99	.70	.88	.61	8.2
5	.95	.55	.83	.70	9.2
6	.95	.65	.82	.47	9.3
7	.80	.40	.61	.42	11.9
8	.75	.45	.60	.31	11.9
9	.80	.35	.58	.46	12.2
10	.95	.40	.71	.64	10.7
11	.80	.20	.50	.59	13.0
12	.70	.30	.60	.40	13.0
13	.75	.15	.60	.44	13.7
14	.90	.35	.65	.59	11.5
15	.85	.50	.69	.40	11.1
16	.90	.65	.79	.35	9.8
17	.60	.25	.42	.35	13.8
18	.90	.50	.72	.48	10.7
19	.80	.35	.58	.46	12.2
20	.95	.45	.74	.61	10.5
21	.90	.60	.76	.39	10.1
22	.90	.65	.79	.35	9.8
23	.95	.30	.67	.70	11.3
24	.90	.60	.76	.39	10.1
25	.75	.15	.70	.55	14.1

ข้อ	P_H	P_L	p	r	Δ
26	.70	.40	.55	.31	12.5
27	.70	.30	.50	.40	13.0
28	.65	.30	.47	.35	13.3
29	.85	.25	.60	.31	14.1
30	.80	.20	.60	.31	14.1
31	.55	.15	.34	.44	14.7
32	.95	.60	.80	.51	9.6
33	.80	.50	.66	.33	11.4
34	.75	.35	.55	.41	12.5
35	.80	.50	.66	.53	11.4
36	.70	.45	.58	.26	12.2
37	.90	.45	.70	.51	10.9
38	.70	.10	.38	.62	14.3
39	.50	.15	.31	.40	14.9
40	.45	.15	.29	.35	15.2
41	.45	.15	.29	.35	15.2
42	.80	.15	.47	.65	13.3
43	.70	.35	.53	.35	12.7
44	.80	.20	.50	.59	13.0
45	.65	.20	.42	.46	13.8
46	.75	.35	.55	.41	12.5
47	.85	.30	.55	.41	12.5
48	.70	.30	.50	.40	13.0
49	.75	.35	.55	.41	12.5
50	.85	.55	.71	.35	10.8

ภาคผนวก ข.

ตัวอย่างการคำนวณค่าสถิติ

ตัวอย่างการคำนวณค่าสถิติ

1. คำนวณหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

$$\text{จากสูตร } r_{tt} = \frac{nS_t^2 - M(n - M)}{S_t^2(n - 1)}$$

$$\text{แทนค่าตามสูตร } r_{tt} = \frac{(50 \times 30.92) - 33.2(50 - 33.2)}{30.92(50 - 1)}$$

$$= \frac{1546 - 507.36}{1515.08}$$

$$= \frac{1038.64}{1515.08}$$

$$\therefore r_{tt} = .6856$$

2. คำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

$$\text{จากสูตร } SE_{meas} = S_x \sqrt{1 - r_{tt}}$$

แทนค่าตามสูตร

$$SE_{meas} = 5.5606 \sqrt{1 - .6856}$$

$$= 5.5606 \sqrt{.3144}$$

$$= 5.5606 \times .5607$$

$$\therefore SE_{meas} = 3.1178$$

3. คำนวณเพื่อหาค่า F - test

$$\text{จากสูตร } F = \frac{SS_B/k - 1}{SS_E/k(n - 1)} = \frac{MS_B}{MS_E}$$

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ } SS_B &= 662.3170 \\
 SS_E &= 3,489.6750 \\
 MS_B &= 331.1585 \\
 MS_E &= 29.7778 \\
 \text{แทนค่าตามสูตร } F &= \frac{331.1585}{29.7778} \\
 \therefore F &= 11.1212
 \end{aligned}$$

4. คำนวณเพื่อหาค่า t - test (เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับ คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2)

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร } t &= \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_2^2}{N_2}}} \\
 \text{แทนค่าตามสูตร } t &= \frac{32.525 - 31.4}{\sqrt{\frac{24.9128}{40} + \frac{22.7942}{40}}} \\
 &= \frac{1.125}{\sqrt{.62282 + .569855}} \\
 &= \frac{1.125}{\sqrt{1.192675}} \\
 &= \frac{1.125}{1.0920} \\
 \therefore t &= 1.0302
 \end{aligned}$$

ภาคผนวก ค *

แบบทดสอบวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ
ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

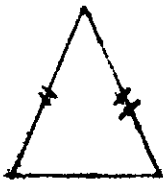
แบบทดสอบวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ
ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

คำอธิบายวิธีทำแบบทดสอบ

- ข้อทดสอบฉบับนี้มี 50 ข้อ และใช้เวลาทำ 1 ชั่วโมง
- ให้นักเรียนเลือกตอบคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว จาก ก.ข.ค. และ ง. ที่กำหนดให้ โดยทำเครื่องหมาย  ในกระดาษคำตอบให้ตรงกับข้อนั้น

ตัวอย่าง

0. รูปสามเหลี่ยมที่กำหนดไว้นี้เรียกว่า
สามเหลี่ยมอะไร ?



- สามเหลี่ยมมุมฉาก
- สามเหลี่ยมด้านเท่า
- สามเหลี่ยมด้านไม่เท่า
- สามเหลี่ยมหน้าจั่ว

กระดาษคำตอบ

0. ก ข ค ง
   
 สำหรับข้อนี้ ขอ ง. เป็นคำตอบที่ถูกต้อง

3. นักเรียนเพิ่งจำได้ว่า ข้อสอบทุกข้อจะมีคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวเท่าๆ
 กับการเปลี่ยนคำตอบ ก็คิดเส้นไขว่รอบเดิมเสียก่อน ดังตัวอย่างการเปลี่ยนคำตอบจาก
 ข เป็น ค. เป็นข้อ ค. ต่อไปนี้

0. ก ข ค ง
   

4. ถ้าต้องการทดสอบให้ตกลงในกระดาษว่างที่แนบมาให้ โปรดอย่าขีดเขียนลงบน
 แบบทดสอบนี้

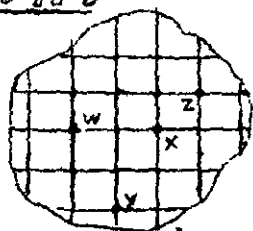
5. ให้นักเรียนทุกคน เขียนชื่อ และนามสกุล ด้วยตัวอักษรบรรจง พร้อมทั้งระบุชั้น
 ที่เรียนให้ถูกต้อง

1. วิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพสัมพันธ์
กับวิชาใดมากที่สุด ?

- ก. ตรีโกณมิติ
- ข. พีชคณิต
- ค. เลขคณิต
- ง. สถิติ

จงพิจารณาภาพข้างล่างนี้เพื่อตอบคำถาม

ข้อ 2 และ ข้อ 3



2. ถ้าจุด W ตรงกับคู่ค่าตัว (5, 6)

จุด Y จะตรงกับคู่ค่าตัวใด ?

- ก. (5, 3)
- ข. (6, 4)
- ค. (7, 5)
- ง. (8, 6)

3. ถ้าจุด Z ตรงกับคู่ค่าตัว (2, -3)

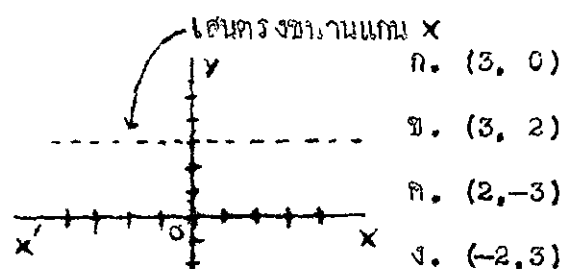
จุด W จะตรงกับคู่ค่าตัวใด ?

- ก. (1, -4)
- ข. (-1, -4)
- ค. (0, 4)
- ง. (-1, 4)

4. จุดตัดของเส้นตรง $y = 3$ กับ $x = -2$
ตรงกับคู่ค่าตัวใด ?

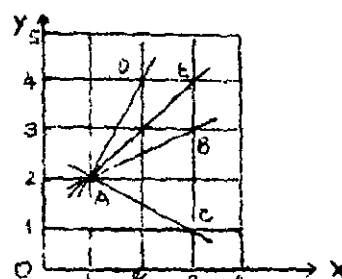
- ก. (-2, 3)
- ข. (2, -3)
- ค. (3, -2)
- ง. (-3, 2)

5. กราฟเส้นตรงในภาพข้างใด ?



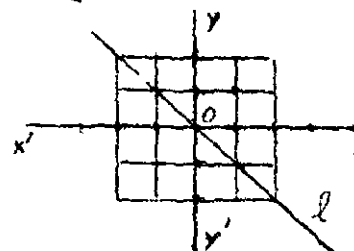
- ก. (3, 0)
- ข. (3, 2)
- ค. (2, -3)
- ง. (-2, 3)

6. จากรูป เส้นตรงที่มีสมการ $y = 2x$
คือเส้นใด ?



- ก. เส้นตรง AB
- ข. เส้นตรง AC
- ค. เส้นตรง AD
- ง. เส้นตรง AE

7. จากรูปเส้นตรง l มีสมการเป็นอย่างไร ?



- ก. $x + y = 0$
- ข. $x - y = 0$
- ค. $x + y = 1$
- ง. $x - y = 1$

8. รูปที่มีจำนวนแกนสมมาตรมากที่สุดคือรูปใด ?

- ก. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
- ข. รูปสามเหลี่ยมคานแหล่
- ค. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
- ง. รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

9. ตัวอักษรที่ไม่มีแกนสมมาตรเลยคือตัวอักษรใด ?

- ก. D
- ข. H
- ค. N
- ง. T

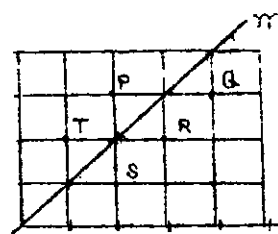
10. แกนสมมาตรของวงกลมมีจำนวนเท่าไร ?

- ก. 0 แกน
- ข. 360 แกน
- ค. 720 แกน
- ง. มีจำนวนไม่จำกัด

11. รูปที่มีจำนวนแกนสมมาตรมากกว่า 2 แกนคือรูปใด ?

- ก. 
- ข. 
- ค. 
- ง. 

12. จากรูป ถ้าเส้นตรง m เป็นเส้นสะท้อนภาพ ภาพสะท้อนของจุด P คือจุดใด ?



- ก. จุด Q
- ข. จุด R
- ค. จุด S
- ง. จุด T

13. ถ้าแกน X เป็นเส้นสะท้อนภาพ ภาพสะท้อนของจุด $(-1, 3)$ คือจุดใด ?

- ก. $(-1, -3)$
- ข. $(1, -3)$
- ค. $(-3, 1)$
- ง. $(3, -1)$

14. ถ้าแกน Y เป็นเส้นสะท้อนภาพ ภาพสะท้อนของจุด $(1, 5)$ คือจุดใด ?

- ก. $(0, 5)$
- ข. $(-1, 5)$
- ค. $(1, -5)$
- ง. $(-1, -5)$

15. ถ้าเส้นตรง $x = -1$ เป็นเส้นสะท้อนภาพ ภาพสะท้อนของจุด $(1, 2)$ คือจุดใด ?

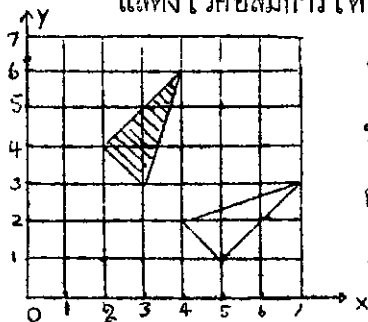
- ก. $(-2, 2)$
- ข. $(-3, 2)$
- ค. $(-4, 2)$
- ง. $(-5, 2)$

16. ถ้า $y = x$ เป็นเส้นสะท้อนภาพ

ภาพสะท้อนของจุด $(-6, 2)$ คือจุดใด *

- ก. $(-2, -6)$
- ข. $(2, -6)$
- ค. $(-2, 6)$
- ง. $(2, 6)$

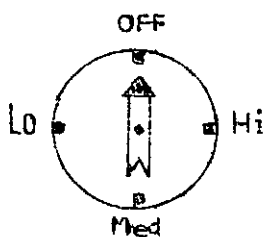
17. สมการของเส้นสะท้อนภาพของรูปที่แสดงไว้คือสมการใด ?



- ก. $y = x$
- ข. $y = 2x$
- ค. $y = x + 1$
- ง. $y = x + 2$

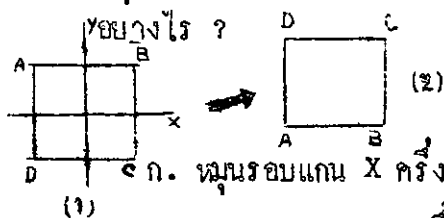
18. ถ้าหมุนหัวลูกศรไป $2\frac{3}{4}$ รอบในทาง

ทวนเข็มนาฬิกา หัวลูกศรจะชี้ตำแหน่งใด?



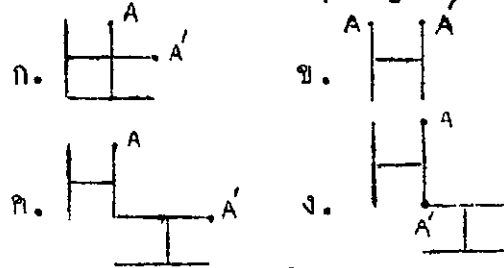
- ก. OFF
- ข. Lo
- ค. Hi
- ง. Med

19. รูปที่ (2) เกิดจากการหมุนรูปที่ (1)

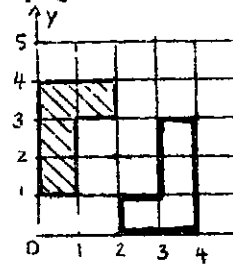


- ก. หมุนรอบแกน X ครึ่งรอบ
- ข. หมุนรอบแกน Y ครึ่งรอบ
- ค. หมุนรอบแกน AC ครึ่งรอบ
- ง. หมุนรอบแกน BD ครึ่งรอบ

20. รูปที่มีการแปลงสภาพด้วยการหมุนคือรูปใด ?



21. จุดศูนย์กลางของการหมุนรูปนี้คือจุดใด ?

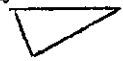


- ก. $(0, 0)$
- ข. $(1, 1)$
- ค. $(2, 2)$
- ง. $(3, 3)$

22. เป็นรูปซึ่งเกิดจากการหมุน

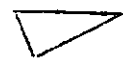


ทวนเข็มนาฬิกา กี่รอบ ?



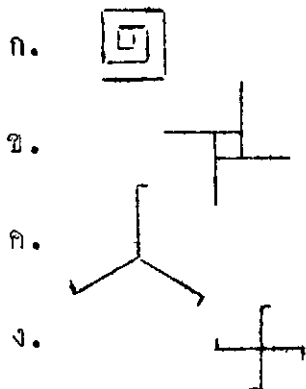
- ก. $\frac{1}{4}$ รอบ
- ข. $\frac{1}{3}$ รอบ
- ค. $\frac{1}{2}$ รอบ
- ง. 1 รอบ

23. เป็นรูปซึ่งเกิดจากการหมุนตามเข็มนาฬิกากี่องศา ?

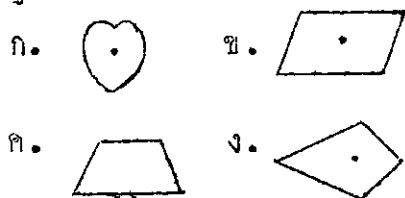


- ก. -90°
- ข. -180°
- ค. -270°
- ง. -360°

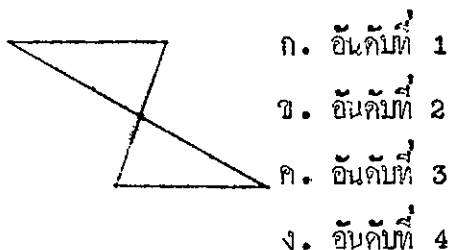
24. รูปที่หมุนรอบจุดศูนย์กลางของรูป 120° แล้วรูปนั้นยังอยู่ในลักษณะเดิมคือรูปใด ?



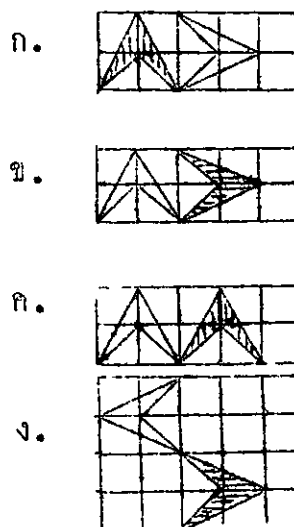
25. รูปที่หมุนรอบจุดศูนย์กลางของรูป 180° แล้วรูปนั้นยังอยู่ในลักษณะเดิมคือรูปใด ?



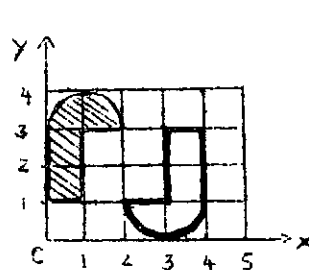
26. รูปที่แสดงไว้นี้มีการสมมาตรแบบหมุน อื่นกับที่เท่าไร ?



27. เป็นรูปที่เกิดจากการหมุน ทวนเข็มนาฬิกา 270° คือรูปใด ?

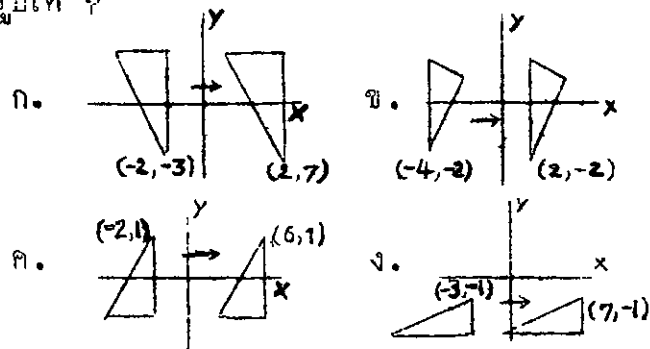


28. ถ้า เกิดจากการหมุน จุด (4, 3) แปลงสภาพเป็นจุดใด ?

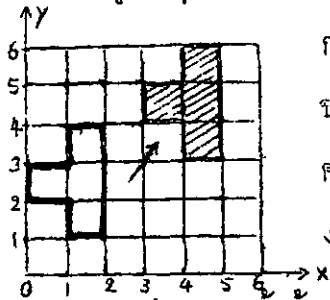


- ก. (2, 4)
- ข. (1, 3)
- ค. (1, 1)
- ง. (0, 1)

29. รูปที่บ่งสมการของการเลื่อนเป็น $x' = x + 4$ คือรูปใด ?



30. จากรูป, จุด $(0, 3)$ เลื่อนไปยังจุดใด



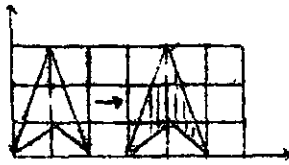
ก. $(2, 4)$

ข. $(3, 5)$

ค. $(4, 5)$

ง. $(5, 6)$

31. การเลื่อนรูปในข้อนี้มีสมการเป็น
อย่างไร ?



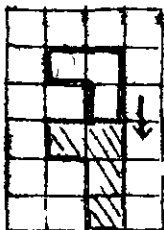
ก. $x' = x + 1$

ข. $x' = x + 2$

ค. $x' = x + 3$

ง. $x' = x + 4$

32. การเลื่อนรูปในข้อนี้มีสมการเป็น
อย่างไร ?



ก. $y' = y - 1$

ข. $y' = y - 2$

ค. $y' = y - 3$

ง. $y' = y - 4$

33. ถ้า $y' = y - 3$ เป็นสมการของการเลื่อน
จุด $(0, -1)$ เลื่อนไปยังจุดใด ?

ก. $(0, 4)$

ข. $(-3, -1)$

ค. $(0, -4)$

ง. $(3, -1)$

34. ถ้าจุด $(-3, 2)$ เลื่อนไปยังจุด $(8, -6)$

สมการของการเลื่อนเป็นอย่างไร ?

ก. $x' = x + 1$ และ $y' = y - 4$

ข. $x' = x + 11$ และ $y' = y - 6$

ค. $x' = x + 11$ และ $y' = y - 8$

ง. $x' = x + 11$ และ $y = y - 9$

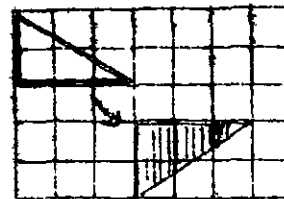
35. ถ้าสมการของการเลื่อนเป็น $x' = x - 2$

และ $y' = 2y$, จุด $(3, 2)$ จะเลื่อนไปยังจุดใด

ก. $(3, 4)$ ข. $(3, 0)$

ค. $(1, 4)$ ง. $(1, 0)$

36. รูปนี้เกิดจากการแปลงสภาพอย่างไร ?



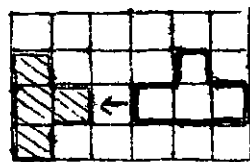
ก. หมุนแล้วเลื่อน

ข. เลื่อนแล้วหมุน

ค. สะท้อนแล้วหมุน

ง. สะท้อนแล้วเลื่อน

จงพิจารณารูปแล้วตอบคำถามข้อ 37 และ ข้อ 38



ถ้ารูปนี้แสดงการแปลงสภาพ

ที่เกิดจากการหมุนแล้วตาม

ด้วยการเลื่อนโดยทิศทางของ

การเลื่อนขนานแกน X หรือแกน Y

37. มุมที่เกิดจากการหมุนทวนเข็มนาฬิกาใช้มากเท่าใด ?

ก. 90°

ข. 180°

ค. 270°

ง. 360°

38. ผลของการเลื่อนเป็นอย่างไร ?

ก. $x' = x - 1$

ข. $x' = x - 2$

ค. $x' = x - 3$

ง. $x' = x - 4$

39. คุณสมบัติที่ไม่จำเป็นสำหรับกรุป

(group) คือข้อใด ?

ก. Commutative law

ข. Associative law

ค. มีสมาชิกที่เป็น Identity

ง. สมาชิกแต่ละตัว มี Inverse

40. ในตารางที่แสดงไว้นี้ คุณสมบัติของกรุป (group) ข้อใดที่ขาดไป ?

x	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

ก. กฎการปิด (closure law)

ข. มีสมาชิกที่เป็นเอกลักษณ์

ค. กฎการจัดหมู่ (Associative law)

ง. สมาชิกแต่ละตัวมี Inverse

41. ข้อความที่สอดคล้องกับกฎการสลับที่

(Commutative law) คือข้อใด ?

ก. $R_1 \cdot R_2 = R_1 \cdot R_3$

ข. $R_1 \cdot R_3 = R_3 \cdot R_2$

ค. $R_1 \cdot R_2 = R_2 \cdot R_3$

ง. $R_1 \cdot R_2 = R_2 \cdot R_1$

42. ข้อความที่สอดคล้องกับกฎการจัดหมู่

(Associative law) คือข้อใด ?

ก. $(2 + 3) \times 4 = 2 + (3 \times 4)$

ข. $(2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4)$

ค. $(2 - 3) \times 4 = 2 - (3 \times 4)$

ง. $(2 - 3) + 4 = 2 - (3 + 4)$

43. จากตาราง ข้อความใดเป็นเท็จ ?

$\otimes$	e	R_1	R_2
e	e	R_1	R_2
R_1	R_1	e	R_2
R_2	R_2	R_1	e

ก. $R_1 \otimes R_1 = e$

ข. $R_1 \otimes R_2 = R_2$

ค. $R_1 \otimes R_1 = R_2 \otimes R_2$

ง. $R_1 \otimes R_2 = R_2 \otimes R_1$

จงพิจารณาตารางแล้วตอบคำถามข้อ 44

ข้อ 45

(x)	e	R ₁	R ₂	R ₃
e	e	R ₁	R ₂	R ₃
R ₁	R ₁	e	R ₃	R ₂
R ₂	R ₂	R ₃	e	R ₁
R ₃	R ₃	R ₂	R ₁	e

44. ข้อความใดเป็นจริง ?

ก. R₁ เป็น inverse ของ R₂

ข. $(R_1 \otimes R_2) \otimes R_3 = R_3$

ค. $(R_1 \otimes R_2) \otimes e = R_3$

ง. $R_1 \otimes R_2 = R_2 \otimes R_3$

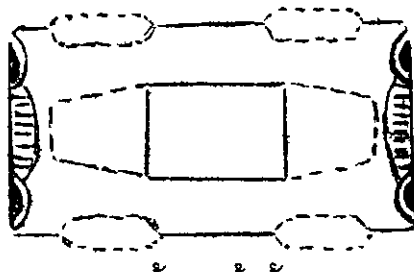
45. $R_1 \otimes \{R_2 \otimes (R_3 \otimes R_1)\}$

เท่ากับคำตอบข้อใด ?

ก. e ข. R₁

ค. R₂ ง. R₃

46.

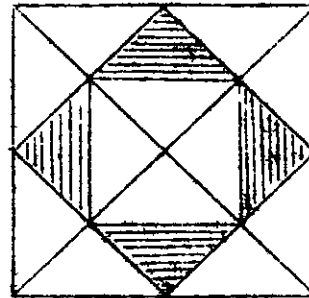


การเขียนภาพข้างบนนี้ใช้การแปลงสภาพวิธีใด ?

ก. การหมุน ข. การเลื่อน

ค. การสะท้อน ง. การขยาย

47. ถ้าสี่เหลี่ยมทุกรูปเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส ภาพที่สามารถแปลงสภาพจากส่วนประกอบที่เล็กที่สุดเท่าใด ?



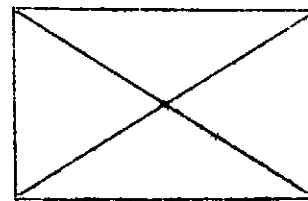
ก. $\frac{1}{16}$ ของภาพ

ข. $\frac{1}{8}$ ของภาพ

ค. $\frac{1}{4}$ ของภาพ

ง. $\frac{1}{2}$ ของภาพ

48. ภายในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้ มีสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการอย่างมากที่สุดกี่รูป ?



ก. 4 รูป

ข. 5 รูป

ค. 6 รูป

ง. 7 รูป

49. ถ้าจะพิสูจน์ว่ารูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีด้านขนานมีคามยาวเท่ากันสองคู่ ต้องใช้คุณสมบัติของการแปลงสภาพวิธีใด ?

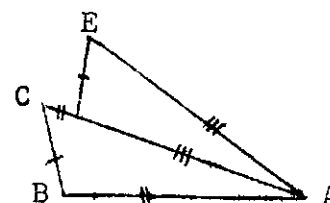
ก. การสะท้อน

ข. การขยาย

ค. การเลื่อน

ง. การหมุน

50. จากรูปจะพิสูจน์ให้ $\triangle ABC$ เท่ากับ $\triangle ADE$ ทุกประการ ควรคุณสมบัติของการแปลงสภาพวิธีใด ?



ก. การหมุน

ข. การเลื่อน

ค. การขยาย

ง. การสะท้อน

ภาคผนวก ง.

✓
เฉลยข้อสอบ

๒

เลขยวดยาน

1. (ข)	11. (ง)	21. (ค)	31. (ค)	41. (ง)
2. (ข)	12. (ข)	22. (ค)	32. (ข)	42. (ข)
3. (ข)	13. (ก)	23. (ก)	33. (ค)	43. (ง)
4. (ก)	14. (ข)	24. (ค)	34. (ก)	44. (ค)
5. (ง)	15. (ข)	25. (ข)	35. (ค)	45. (ข)
6. (ค)	16. (ข)	26. (ข)	36. (ง)	46. (ก)
7. (ก)	17. (ค)	27. (ข)	37. (ก)	47. (ข)
8. (ข)	18. (ค)	28. (ง)	38. (ค)	48. (ค)
9. (ก)	19. (ก)	29. (ก)	39. (ค)	49. (ก)
10. (ง)	20. (ง)	30. (ข)	40. (ง)	50. (ก)