

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สอนโดยให้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้
กับการสอนตามคู่มือครู ของ สสวท.

ปริญญานิพนธ์

ของ

วราภัทร ชัยเลิศ

26 พ.ธ. 2534

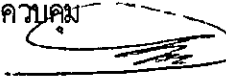
เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา

เมษายน 2534

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

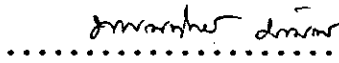
คณะกรรมการควบคุม และคณะกรรมการสอบได้พิจารณาปริญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว
เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอก
การมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการควบคุม



ประธาน

(ผศ.ดร.วิชัย ดิสสระ)



กรรมการ

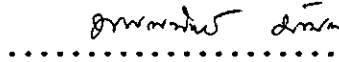
(รศ.พรเทพย์ ม้ามณี)

คณะกรรมการสอบ



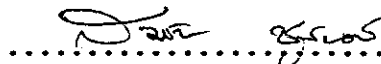
ประธาน

(ผศ.ดร.วิชัย ดิสสระ)



กรรมการ

(รศ.พรเทพย์ ม้ามณี)



กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(ดร.สมชาย ชูชาติ)

บัณฑิตวิทยาลัยอนุมัติให้รับปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ



คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ศ. ดร.สมพร บัวทอง)

วันที่ .. ส .. เดือน .. พ.ศ. พ.ศ. 2534

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความช่วยเหลือและให้คำแนะนำอย่างดียิ่ง จากผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย ตีลสระ รองศาสตราจารย์พรหมทิพย์ ม้ามณี และอาจารย์

เสริมศักดิ์ สุรวัฒนา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาและขอบกราบบขอบพระคุณอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอบกราบบขอบพระคุณอาจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ ที่ให้ความกรุณารับการแต่งตั้งเป็นกรรมการเพิ่มเติม รองศาสตราจารย์อังคณา สายยศ ที่ได้ให้คำปรึกษาเกี่ยวกับวิธีการสอนตามหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ การสร้างแบบแผนการวิจัยและการใช้สถิติเพื่อการวิจัยในครั้งนี้ได้สมบูรณ์ รองศาสตราจารย์ ดร.สุเทพ ทองอยู่ ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุมานัน รุ่งเรืองธรรม ที่กรุณาให้คำปรึกษา คำแนะนำให้การสร้างแบบทดสอบ

ขอบขอบพระคุณอาจารย์เดชา มุกต์มณี ผู้อำนวยการโรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง และเพื่อนครูโรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง และขอบขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ 5 ปีการศึกษา 2533 ที่อำนวยความสะดวกให้ความช่วยเหลือในการทดลองหาคุณภาพของเครื่องมือ และการทดลองเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัย

ขอบขอบพระคุณอาจารย์ธเนศ บวรเกตุ หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์ และอาจารย์วิเชียร ศรีพระจันทร์ คณะวิชาครุศาสตร์ วิทยาลัยครูสวนสุนันทา อาจารย์อำนวยการ เลี้ยจันทร์บริบูรณ์ โรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง ที่กรุณาให้คำปรึกษาในการตรวจความถูกต้องสมบูรณ์ของแผนการสอน และแบบทดสอบในฐานะผู้เชี่ยวชาญการสอนวิชาคณิตศาสตร์

ขอบขอบคุณอาจารย์จรรवरณ เพ็ญสุข ที่ดำเนินการช่วยเหลือจัดพิมพ์แบบทดสอบ อาจารย์กุหลาบ ชัยเลิศ อาจารย์บุษยงค์ รักเรียน ที่ช่วยตรวจสอบความถูกต้องในการพิมพ์ ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอบขอบคุณ เพื่อนนิสิตปริญญานิเทศศาสตร์ เอกการมัธยมศึกษา ปีการศึกษา 2531 ตลอดจนทุกท่านที่เป็นกำลังใจและให้ความช่วยเหลือในการทำปริญญานิพนธ์ครั้งนี้จนสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดา และคุณครูทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้ ตลอดจนมีส่วนในการวางรากฐานการศึกษาให้กับผู้วิจัย

รวมภัทร ชัยเลิศ

สารบัญ

บทที่

หน้า

1	บทนำ	1
	ภูมิหลัง	1
	ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	4
	ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า	5
	นิยามศัพท์เฉพาะ	7
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	13
	เอกสารที่เกี่ยวกับการเรียนเพื่อรอบรู้	48
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักการเรียนเพื่อรอบรู้	48
	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความมีวินัยในตนเอง	52
	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับระดับความสามารถ	61
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับความสามารถ	65
	เอกสารและงานวิจัยเกี่ยวกับ สสวท	67
	สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า	88
3	วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า	89
	ประชากร	89
	กลุ่มตัวอย่าง	89
	เนื้อหาและระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	90
	แบบแผนการวิจัย	91

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	92
การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ	92
วิธีดำเนินการทดลอง	101
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	102
 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	 109
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	109
การวิเคราะห์ข้อมูล	109
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	110
 5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	 119
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	119
สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า	120
วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า	120
การวิเคราะห์ข้อมูล	125
สรุปผลการวิเคราะห์ข้อมูล	126
อภิปรายผล	127
ข้อสังเกต	135
ข้อเสนอแนะ	136
 บรรณานุกรม	 139

ภาคผนวก	149
ภาคผนวก ก	150
ภาคผนวก ข	202
ภาคผนวก ค	365
ประวัติย่อของผู้วิจัย	370

บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

1	ความแตกต่างระหว่างหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ที่ สสวท. พัฒนาขึ้น กับหลักสูตร พุทธศักราช 2503	75
2	แบบแผนการวิจัย	91
3	แสดงค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้	96
4	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่าง กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมภายหลังการทดลอง	111
5	การเปรียบเทียบความมั่นใจในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมภายหลังการทดลอง	112
6	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับ ความสามารถของนักเรียนกลุ่มระดับความสามารถสูง ระหว่างกลุ่มทดลองและ กลุ่มควบคุมภายหลังการทดลอง	113
7	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับ ความสามารถของนักเรียนกลุ่มระดับความสามารถปานกลาง ระหว่างกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม ภายหลังการทดลอง	114
8	การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับ ความสามารถของนักเรียนกลุ่มระดับความสามารถต่ำ ระหว่างกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม ภายหลังการทดลอง	115
9	การเปรียบเทียบความมั่นใจในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตาม ระดับความสามารถของนักเรียนกลุ่มระดับความสามารถสูง ระหว่างกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม ภายหลังการทดลอง	116

10	การเปรียบเทียบความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตาม ระดับความสามารถของนักเรียนกลุ่มระดับความสามารถปานกลาง ระหว่าง กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ภายหลังการทดลอง	117
11	การเปรียบเทียบความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตาม ระดับความสามารถของนักเรียนกลุ่มระดับความสามารถต่ำ ระหว่างกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม ภายหลังการทดลอง	118
12	แสดงจำนวนกลุ่มตัวอย่าง จำแนกตามระดับความสามารถทางการเรียน คณิตศาสตร์ ของกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม	121
13	แสดงค่า P,B และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้เรื่อง ภาคตัดกรวย	123
14	แสดงค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (B) ของแบบทดสอบวัดความรู้ พื้นฐานเรื่องภาคตัดกรวย	150
15	แสดงค่า p ค่า q และค่า pq ของแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐาน เรื่องภาคตัดกรวย	151
16	แสดงค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (B) ของแบบทดสอบย่อยประจำ หน่วยการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวย	158
17	แสดงจำนวนคนที่ผ่านเกณฑ์และไม่ผ่านเกณฑ์การรอบรู้ของแบบทดสอบย่อย ประจำหน่วยภาคเรียนที่ 1	162
18	แสดงค่าความยากง่าย (P) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องภาคตัดกรวย	187
19	แสดงค่า p ค่า q และค่า pq ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชา คณิตศาสตร์ เรื่องภาคตัดกรวย	188

20	แสดงค่าอำนาจจำแนก (t) ของแบบสอบถามวัดความมีวินัยในตนเองในการเรียน วิชาคณิตศาสตร์	196
21	แสดงค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามวัดความมีวินัยในตนเองในการเรียน วิชาคณิตศาสตร์	197
22	ตารางวิเคราะห์เนื้อหา จุดประสงค์ทั่วไปและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	203

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ

หน้า

1	แสดงความสามารถในการเรียนวิชาหนึ่งของนักเรียนก่อนเริ่มต้นการสอนและหลังสิ้นสุดการสอน เมื่อให้การสอนเหมือนกัน เวลาเท่ากัน	21
2	แสดงความสามารถในการเรียนของนักเรียน ที่ใช้วิธีการสอน คุณภาพการสอน และเวลาเรียนแตกต่างกันตามความสามารถของแต่ละบุคคล	21
3	แสดงรูปแบบการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ในโรงเรียนของบลูม	22
4	เส้นโค้งของความถี่สะสม (Ogive) แสดงลักษณะของการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน	28
5	องค์ประกอบของความสัมพันธ์ในการสร้างมโนคติ	37
6	การทำงานของเด็ก 2 กลุ่ม คือกลุ่มเก่งหรือเด็กปกติเปรียบเทียบกับเด็กปัญญาอ่อน	44
7	ตารางกราฟแสดงผลความก้าวหน้าของนักเรียน	46
8	ขั้นตอนพัฒนาหลักสูตรโดยสังเขป	69
9	ขั้นตอนการสอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้	100

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด กระบวนการและเหตุผล ฝึกให้ผู้เรียน คิดอย่างมีระเบียบ และเป็นรากฐานของวิทยาการหลายสาขา ความเจริญก้าวหน้าทางด้าน เทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ ฯลฯ ล้วนอาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น (ยุพิน พิพิธกุล. 2530 : 1) ดังนั้นวิชาคณิตศาสตร์จึงเข้ามามีบทบาทและมีความสำคัญในชีวิตประจำวันมากขึ้น เป็นลำดับ จะสังเกตได้ว่าเกือบทุกสาขาวิชาต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ เช่น ด้านสังคมวิทยา ต้องอาศัยความรู้ทางสถิติ นักธุรกิจต้องใช้ความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ช่วยคิดคำนวณผลิตผล ทางวิทยาการต่าง ๆ (สมจิต ชีวปรีชา. 2529 : 2) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตระหนักถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ดังกล่าว จึงมีการปรับปรุงหลักสูตรและ วิธีสอนคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับความเปลี่ยนแปลงทางสังคมและวิทยาการด้านต่าง ๆ โดยระบุ จุดประสงค์ในหลักสูตรว่าเพื่อฝึกให้นักเรียนมีทักษะในการคิดคำนวณเพื่อใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันให้สามารถคิดอย่างมีเหตุผล และใช้เหตุผลในการแสดงความคิดเห็นอย่างมีระเบียบ ชัดเจนและรัดกุม (กรมวิชาการ. 2525 : 60) แต่การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน มีปัญหาอยู่หลายประการ ปัญหาที่สำคัญคือนักเรียนสอบตกมีเป็นจำนวนมาก ในปีการศึกษา 2526 ซึ่งเป็นปีที่การใช้หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 ครบวงจร กรมวิชาการได้ทำการทดสอบนักเรียนที่กำลังเรียนอยู่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ทั่วประเทศ จำนวน 147,834 คน จากโรงเรียนทั้งหมด 794 แห่ง เพื่อตรวจสอบคุณภาพการศึกษาพบว่านักเรียนมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหมวดวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ยร้อยละ 47.98 คะแนน และนักเรียนที่มีคะแนนสูงกว่าเกณฑ์ที่พึงประสงค์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มเพียงร้อยละ 23.3 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด (กรมวิชาการ. 2528 : 14-148) ทั้งนี้เป็นเพราะครูผู้สอนคณิตศาสตร์ทั่วไปยังไม่เข้าใจ

หลักการและจุดหมายในการสอน มีความเข้าใจว่าการสอนคณิตศาสตร์แผนใหม่หรือแผนปัจจุบัน มุ่งเน้นเรื่องความเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์แต่ด้านเดียว ไม่จำเป็นต้องให้นักเรียน ฝึกปฏิบัติทำแบบฝึกหัดมากนัก เพราะถือว่าถ้าสอนเรื่องใดให้เข้าใจแล้วทำตัวอย่างให้ดู ให้นักเรียน ทำแบบฝึกหัดตามตัวอย่างที่ให้เพียงไม่กี่ข้อ ย่อมเป็นการเพียงพอและเป็นการถูกต้องตามหลักการ สอนคณิตศาสตร์แผนใหม่แล้ว (สุชาติ รัตนกุล. 2526 : 518) กล่าวได้ว่าการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ในปัจจุบันยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร (พิสุทธิ วีระจิตต์. 2525 : 4) เนื่องจาก นักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจ ขาดทักษะการคิดคำนวณในเนื้อหาพื้นฐานบางประการและขาดทักษะ ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามที่ตั้งจุดประสงค์ไว้ (ภัทรกุล จริยวิทยานนท์. 2530 : 11) ประกอบกับกิจกรรมการสอนยัง เป็นการบรรยายและการอธิบายของครูเป็นส่วนใหญ่ ใช้วัสดุอุปกรณ์ สื่อการสอนอย่างเดียวกันโดยไม่คำนึงถึงความแตกต่างของนักเรียน นักเรียนเป็นผู้รับฟังและคอย รับความรู้ที่ครูมอบให้ (กรมวิชาการ. 2527 : 74) จึงทำให้นักเรียนจำนวนหนึ่งไม่ประสบความสำเร็จ ในการเรียน เกิดความเบื่อหน่ายไม่อยากเรียนและไม่สนใจเรียนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนจึงอยู่ในเกณฑ์ต่ำ (เกษม ศิริสัมพันธ์. 2525 : 17) นักเรียนเกิดความท้อถอยและ เกลียดชังวิชาคณิตศาสตร์ (อารี สัมณวี. 2523 : คำนำ)

จะเห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนส่งผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน นักเรียน จะเรียนได้ดีที่สุดเมื่อได้เรียนตามความเหมาะสมกับความสามารถ ความแตกต่างระหว่างบุคคล ได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ ได้รู้ประสบการณ์แห่งความสำเร็จตลอดจนได้รับการเสริม แรงอย่างเหมาะสม (นิพนธ์ ศุภปริติ. 2525 : 2) ดังนั้นครูจะต้องจัดการเรียนการสอนให้ สอดคล้องกับความแตกต่างระหว่างบุคคล กล่าวคือ คนที่เรียนรู้ได้เร็วก็อาจใช้เวลาในการเรียน การสอนน้อยลง ส่วนคนที่เรียนรู้ได้ช้าก็ใช้เวลาเพิ่มขึ้น เพื่อให้คนที่เรียนช้าได้มีผลสัมฤทธิ์ทาง การเรียนสูงขึ้นเท่าเทียมกับคนที่เรียนรู้ได้เร็ว (อุทัย เพชรช่วย. 2529 : 22 - 23) มีการทบทวนบทเรียนก่อนสอนเรื่องใหม่ เป็นการสร้างความพร้อมเพื่อให้นักเรียนสามารถโยง ความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ให้สัมพันธ์กัน เนื้อหาที่สอนแต่ละครั้งต้องไม่มากเกินไป กำหนดบทเรียน สั้น ๆ และแบบฝึกหัดง่าย ๆ ให้ทำก่อน ฝึกทักษะการคิดคำนวณช่วงเวลาสั้น ๆ ให้นักเรียน ประสบผลสำเร็จบ่อย ๆ เป็นการกระตุ้นและการเสริมกำลังใจ แล้วจึงให้ทำแบบฝึกหัดที่ยากขึ้น

เป็นลำดับจนเต็มความสามารถของนักเรียน เมื่อฝึกทดลองก็แข็งแรงขบกร่องและจัดให้มีการ
ประเมินผลเป็นระยะ ๆ พร้อมทั้งทำสถิติให้เห็นความก้าวหน้าของตนเองเพื่อเป็นแนวทางใน
การพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่อไป (สมจิต ชีววิชา. 2529 : 60 - 61)

การสอนนี้มีหลายวิธี แต่การสอนที่จะทำให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ถึงเกณฑ์หรือ
จุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ โดยคำนึงถึงเวลาที่แต่ละคนใช้ในการเรียนแตกต่างกันออกไปตามความ
สามารถและทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น คือการสอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้
(Mastery Learning) หรือการเรียนที่ทำให้ผู้เรียนมีความสามารถหรือมีพฤติกรรมตาม
จุดมุ่งหมายที่กำหนด (กมล ภูประเสริฐ. 2522 : 15) โดยครูต้องศึกษาหลักการและ
จุดหมายของหลักสูตรว่าในวิชาที่สอนได้กำหนดให้นักเรียนต้องเรียนรู้อะไรบ้าง ต้องพิจารณา
ความสัมพันธ์ต่อเนื่องของเนื้อหาว่า จะจัดกิจกรรมในหัวข้อใดตามลำดับก่อนหลังเพื่อให้ผู้เรียน
เรียนรู้ตามลำดับ บลุม และคนอื่น ๆ (Bloom and others. 1971 : 53 - 54) ได้ทดลอง
ใช้กระบวนการเรียนการสอนเพื่อรอบรู้โดยนำบทเรียนมาแยกเป็นหน่วยย่อย ๆ เพื่อให้เข้าใจง่าย
และมีความสัมพันธ์ต่อเนื่องกัน แล้ววัดผลจากการสอนโดยใช้ข้อสอบย่อย (Formative Testing)
นำผลการสอนมาเป็นข้อมูลย้อนกลับ (Feed - back) เพื่อช่วยสอนซ่อมเสริมนักเรียนที่ยังอ่อน
ปรากฏว่าเป็นวิธีการที่ยอมรับกันแพร่หลาย ด้วยเหตุนี้การเรียนเพื่อรอบรู้จึงได้มีการพัฒนาไปหลาย
รูปแบบ

จี.ดี. ฮอทชคิส (G.D. Hotchkis) ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนจากมหาวิทยาลัย
แมคควอร์รี ประเทศออสเตรเลีย ได้พัฒนารูปแบบของการเรียนเพื่อรอบรู้ให้สมบูรณ์ขึ้นโดยเลือก
เอารูปแบบของการเรียนรู้ที่มีความสอดคล้องและเหมาะสมกับแนวความคิดของหลักการเรียนเพื่อ
รอบรู้ โดยเสนอว่าก่อนสอนมีการนำบทเรียนมาแยกเป็นหน่วยย่อย ๆ เน้นการสร้างนิเมติ
(Teaching Concept) เพราะเห็นว่าการที่นักเรียนจำนวนมากไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียน
คณิตศาสตร์ เพราะไม่เข้าใจนิเมติที่ถูกต้อง การสอนของครูจะมุ่งให้นักเรียนลงมือปฏิบัติมากจน
เกิดความเข้าใจแล้วสรุปเป็นนิเมติที่ถูกต้อง นอกจากนี้ จี.ดี. ฮอทชคิส (G.D. Hotchkis)
ยังเน้นในเรื่องของการศึกษาให้ตรงจุด แม่นยำและรวดเร็ว (Precision Teaching) หมายถึง
การสอนให้ตรงจุดประสงค์และใช้แบบฝึก (Probe) ซึ่งจะกำหนดปริมาณงานหรือจำนวนข้อและ

เวลาในการฝึกไว้จำกัดเพื่อให้เกิดความเข้าใจในการทำแบบฝึกหัดให้เสร็จในเวลาอันรวดเร็ว และมีความถูกต้องตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ด้วย และยังสนใจการปรับแก้พฤติกรรม (Behavior Modification) สำหรับนักเรียนที่มีปัญหาในการเรียนพร้อม ๆ กันไปด้วย เช่น กรณีที่มีช่วงความสนใจสั้นก็จะใช้การฝึกเป็นช่วงสั้น ๆ จนนักเรียนมีนิสัยการทำงานดีขึ้น ก็จะขยายเวลาฝึกให้ยาวออกไป จากผลการทดลองในประเทศออสเตรเลีย ปรากฏว่าให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงโดยนักเรียนสามารถผ่านเกณฑ์การสอบรู้ได้เป็นส่วนใหญ่ (Hotchkis. 2529 : ประชุมปฏิบัติการ คุรุศาสตร์โรงเรียนมัธยมสาธิต ประสานมิตร)

ในการเรียนการสอนนั้น นอกจากจะมีจุดมุ่งหมายให้ผู้เรียนมีความรู้ความสามารถในวิชาที่เรียน ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนมีวินัยในตนเอง โดยให้นักเรียนมีปรรานาพฤติกรรมที่ดีด้วยตนเอง ให้เป็นคนมีจิตใจจดจ่อในการทำงาน เตือนตัวเอง หักห้ามใจตัวเองมิให้กระทำผิดวินัย ข้อยบ้คับ เป็นต้น (สุโท เจริญสุข. 2515 : 89) ในหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ นักเรียนต้องทำแบบฝึก ให้เกิดการเรียนรู้และช่วยทำให้เกิดความชำนาญแม่นยำในเนื้อหาที่เรียน ตลอดจนการเรียนซ่อมเสริมของนักเรียนที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์ในแต่ละหน่วยการเรียน โดยการทำแบบฝึกเพิ่มให้เพื่อนช่วยสอน เป็นต้น ล้วนมีส่วนส่งเสริมให้นักเรียนมีวินัยในตนเอง เช่น มีความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่น ความตั้งใจ ความอดทน ความเสียสละ เป็นต้น

จากหลักการและเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาว่าการสอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของ ฮอททคิส โดยจำแนกตามระดับความสามารถของนักเรียน จะส่งผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันหรือไม่

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ กับสอนตามคู่มือครู สสวท.
2. เพื่อเปรียบเทียบความมีวินัยในตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ กับสอนตามคู่มือครู สสวท.

3. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ กับสอนตามคู่มือครู สสวท. จำแนกตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์

4. เพื่อเปรียบเทียบความมีวินัยในตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ กับสอนตามคู่มือครู สสวท. จำแนกตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

ผลจากการศึกษาค้นคว้าจะเป็นแนวทาง ให้ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องปรับปรุงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ เหมาะสมกับความต้องการ และความสามารถของนักเรียน อันเป็นพื้นฐานในการเรียนชั้นสูงต่อไป

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

1. ประชากรที่ศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง อำเภอบ้านโป่ง จังหวัดราชบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2533 จำนวน 8 ห้องเรียน รวมนักเรียนทั้งหมด 341 คน

2. กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง อำเภอบ้านโป่ง จังหวัดราชบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2533 จำนวน 52 คน โดยการสุ่มแบบแบ่งชั้น (Stratified Random Sampling) (พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2531 : 92 - 93) การแบ่งชั้นจำแนกตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์จากกลุ่มประชากร โดยใช้ผล การสอบคัดเลือกเข้าเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในวิชาคณิตศาสตร์และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทาง การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 เป็นเกณฑ์ จำแนกได้ 3 ระดับคือ

กลุ่มสูง เป็นนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่เปอร์เซ็นไทล์ที่ 75 ขึ้นไป

กลุ่มปานกลาง เป็นนักเรียนที่ได้คะแนนระหว่างเปอร์เซ็นไทล์ที่ 25 กับ 75

กลุ่มต่ำ เป็นนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่เปอร์เซ็นไทล์ที่ 25 ลงมา

นำกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 52 คนที่ได้จากการสุ่มแบบแบ่งชั้น เป็นนักเรียนกลุ่มสูง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มต่ำ ตามสัดส่วนของแต่ละระดับความสามารถ ให้นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างในแต่ละระดับความสามารถจับฉลาก แบ่งเป็นกลุ่มทดลองที่ 1 และกลุ่มทดลองที่ 2 แล้วนำกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม จับฉลากเพื่อกำหนดเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 26 คน เพื่อทำการทดลองดังนี้

กลุ่มทดลอง ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้

กลุ่มควบคุม ได้รับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท.

3. ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง กลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่มใช้เวลาในการทดลอง 17 คาบ คาบละ 50 นาที

4. เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง เรืองภาคัตถกรวย จากแบบเรียนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (ค 012) ของกระทรวงศึกษาธิการ จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

5. ตัวแปรที่ศึกษา

5.1 ตัวแปรอิสระ ได้แก่

5.1.1 การสอนโดยให้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้

5.1.2 การสอนตามคู่มือครูของ สสวท.

5.1.3 ระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์

5.1.3.1 ระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ สูง

5.1.3.2 ระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ ปานกลาง

5.1.3.3 ระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ ต่ำ

5.2 ตัวแปรตาม มี 2 ตัวแปร คือ

5.2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

5.2.2 ความมั่นใจในตนเองของนักเรียน

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ (Mastery Learning) หมายถึง การจัดระบบ การเรียนการสอนที่คำนึงถึงความสามารถในการเรียนรู้ของผู้เรียนซึ่งมีความแตกต่างกันตามหลัก การของ ฮอททคิส (Hotchkis) โดยจัดลำดับเนื้อหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ ลดหลั่นและมีความ เกี่ยวเนื่องกัน การสอนแต่ละเนื้อหาจะเน้นการสร้างมโนคติ (Concept) ของเนื้อหานั้น ๆ สลับ ด้วยการฝึกทักษะจากแบบฝึก (Probe) และมีการทดสอบย่อยระหว่างเรียนเพื่อตรวจสอบดูว่าผู้เรียน เกิดการเรียนรู้หรือไม่ มีการตรวจแก้ไขข้อบกพร่องให้ผู้เรียน พร้อมกับให้ผู้เรียนบันทึกผลลงใน แบบบันทึกผลการเรียนของแต่ละคน เพื่อดูความก้าวหน้าในการเรียนและเป็นข้อมูลย้อนกลับในการ พิจารณาการสอนของครู ให้โอกาสและเวลาในการเรียนรู้ที่เหมาะสมเพียงพอตามความ สามารถที่แตกต่างกันของผู้เรียน จะช่วยให้ผู้เรียนทุกคนสามารถเรียนรู้ได้อย่างแตกฉาน ซึ่งการ เรียนเพื่อรอบรู้ตามหลักการของฮอททคิส ประกอบด้วยขั้นตอนของการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1.1 ขั้นการเรียนรู้ (Acquisition) เป็นขั้นตอนการสอนของครู องค์กรประกอบ ที่สำคัญของขั้นนี้เริ่มจากการเตรียมการสอนของครูจนถึงขั้นลงมือสอน พัฒนาผู้เรียนจากการที่ไม่รู้ให้ เกิดการเรียนรู้โดยเน้นการสร้างมโนคติ

1.2 ขั้นการเพิ่มความชำนาญ (Fluency) เป็นขั้นตอนการฝึกความแม่นยำ หลังจากที่ได้เรียนรู้มโนคติที่ถูกต้องมาแล้ว นักเรียนจะได้รับการฝึกทักษะจากแบบฝึกมีการตรวจ แก้ไขข้อบกพร่องพร้อมกับบันทึกผลการฝึก ลงในแบบบันทึกผลการเรียน

1.3 ขั้นทำให้จำ (Maintainance) ครูต้องวิเคราะห์ว่าสิ่งใดที่จะต้องให้ผู้ เรียนจำระยะสั้นหรือระยะยาว ถ้าเป็นสิ่งจำเป็นต่อการเรียนในบทต่อไป ครูต้องพยายามหาวิธี เพื่อให้ผู้เรียนจำในสิ่งที่เรียนไปแล้วและไม่ลืม แม้ว่าเวลาจะผ่านไป คือมีการทดสอบสม่ำเสมอ หมายงานให้ทำอยู่เรื่อย ๆ จนผู้เรียนรู้ว่าเรื่องนี้มีผลสำคัญ

1.4 ขั้นนำไปใช้ (Application) จากการเรียนด้วยวิธีการที่ถูกต้องมีความ ชำนาญจำได้แม่นยำแล้ว ทำให้ผู้เรียนเกิดความมั่นใจสามารถนำเอาความรู้ไปแก้ปัญหามา ใน สถานการณ์ต่าง ๆ ที่ครูจัดให้ได้ เช่น การทำข้อสอบประจำหน่วย การทำข้อสอบปลายภาคเรียน

แม้ครูจะออกข้อสอบยาก ๆ มา ก็ไม่เป็นปัญหาอย่างยากสำหรับผู้เรียน

1.5 ขั้นการประยุกต์ใช้ (Adaptation) ขั้นนี้เป็นความคาดหวังของครูที่จะให้นักเรียนซึ่งมีประสบการณ์ของชีวิตจริงได้ เช่น การนำเอาความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนวิทยาศาสตร์ เป็นต้น

2. การสอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยยึดหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวคิดของชอททคิส โดยมีขั้นตอนการสอน ดังนี้

2.1 สอบวัดความรู้พื้นฐานของนักเรียนก่อนทำการสอน เพื่อดูว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้เดิมพอที่จะเรียนเนื้อหาในหน่วยการเรียนรู้ที่จะเริ่มเรียนต่อไปหรือไม่ ถ้านักเรียนยังมีความรู้พื้นฐานไม่เพียงพอ ครูควรสอนให้นักเรียนมีความพร้อมก่อนแล้วจึงเริ่มสอน

2.2 บอกจุดประสงค์การเรียนรู้ แล้วเริ่มกิจกรรมตามลำดับของหน่วยการเรียนรู้

2.3 สอนเนื้อหาแต่ละหัวข้อย่อยด้วยกิจกรรมต่าง ๆ เช่น อธิบาย สาธิต ถามตอบ ปฏิบัติ เล่นเกม เป็นต้น เน้นให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจในเนื้อหาที่เรียน แล้วให้ฝึกทักษะจากแบบฝึกเพื่อส่งเสริมให้เกิดความแม่นยำด้วยเวลาสั้น ๆ ตรวจให้คะแนน แก้ไขข้อบกพร่องและบันทึกผลการเรียน ลงในแบบบันทึกผลการเรียน เพื่อให้นักเรียนสามารถจดจำวิธีการ หลักเกณฑ์และสรุปข้อเท็จจริงเพื่อนำไปใช้ได้

2.4 เมื่อสอนจบแต่ละหน่วยการเรียนรู้ จะมีการวัดผลทันที โดยใช้แบบทดสอบย่อยเพื่อดูว่านักเรียนผ่านเกณฑ์การรอบรู้ที่ตั้งไว้หรือไม่

2.4.1 ถ้านักเรียนสอบไม่ผ่านเกณฑ์ ก็จัดให้เรียนซ่อมเสริม ด้วยการสอนใหม่ โดยวิธีการอธิบาย ชักถามชี้แจงข้อผิดพลาด ศึกษาจากแบบฝึก ให้เพื่อนนักเรียนที่สอบผ่านเกณฑ์ช่วยสอน

2.4.2 ถ้านักเรียนสอบผ่านเกณฑ์ ก็ให้ช่วยสอนนักเรียนที่ยังไม่ผ่านเกณฑ์ หรือให้ทำแบบฝึกหัดที่ท้าทายความสามารถ

2.5 ใช้ข้อสอบคู่ขนานกับการสอบครั้งแรกของนักเรียนที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์ในหัวข้อ

2.4.1 ซึ่งได้เรียนซ่อมเสริมแล้ว

3. การสอนตามคู่มือครู สสวท. หมายถึง วิธีสอนที่ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนการสอนย่อยของโรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง อ.บ้านโป่ง จ.ราชบุรี ที่สร้างขึ้นตามข้อเสนอแนะในคู่มือครูของ สสวท. โดยมีกิจกรรมการเรียนการสอนตามขั้นตอนดังนี้ คือ

3.1 ครูบอกจุดประสงค์การเรียนรู้

3.2 นำเข้าสู่บทเรียน โดยการสนทนา อภิปราย ชักถาม เพื่อสร้างความสนใจและทบทวนความรู้พื้นฐานให้นักเรียน

3.3 ดำเนินการสอนโดยการอธิบาย อภิปราย ถามตอบสั้น ๆ เล่นเกม

3.4 ทำแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ ถ้านักเรียนสอบไม่ผ่านเกณฑ์ 80% ขึ้นไป จะนำเนื้อหาที่นั้นมาสอนซ่อมเสริม

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หมายถึง ความสามารถของนักเรียนจากการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์ ซึ่งเป็นความรู้ความสามารถของนักเรียนในการเรียน ประเมินได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและได้ตรวจสอบคุณภาพแล้ว ซึ่งสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านสติปัญญา ความรู้ และการคิดซึ่งวิลสัน (Wilson. 1971 : 643 - 685) แบ่งออกเป็น 4 ชั้นคือ

4.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ (Computation) เป็นความสามารถในการระลึกถึงข้อเท็จจริง คัพท์ นิยาม และกระบวนการต่าง ๆ ที่ได้เรียนมาแล้ว สามารถนำมาแก้ปัญหาโจทย์อย่างง่าย ๆ ที่เหมือนกับตัวอย่างหรือแบบฝึกที่เคยทำมาแล้ว

4.2 ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับนิยามหลักการ กฎ การสรุปอ้างอิงโครงสร้างที่ได้เรียนมาแล้วมาสัมพันธ์กับโจทย์ หรือปัญหาใหม่ เพื่อที่จะได้ตีความหมาย แปลความ และขยายความอย่างสมเหตุสมผล

4.3 การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่คล้ายคลึงกับที่เคยเรียนมาแล้ว ตลอดจนความสามารถในการเปรียบเทียบวิเคราะห์ข้อมูลการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและสมมาตรกัน

4.4 การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย การค้นหาความสัมพันธ์ การสร้างข้อพิสูจน์ การวิพากษ์วิจารณ์ ตลอดจนความสามารถในการ

สร้างสูตร และการทดสอบความถูกต้องของสูตรนั้น แต่โจทย์ปัญหาจะอยู่ในขอบข่ายเนื้อหาวิชาที่เคยเรียนมาแล้ว

5. ความมีวินัยในตนเอง (Self Discipline) หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการควบคุมพฤติกรรมให้เป็นไปตามความต้องการและตามระเบียบกฎเกณฑ์ของสังคม โดยเกิดจากการสำนึกขึ้นมาเอง อันจะก่อให้เกิดความเจริญแก่ตนเองและต่อสังคม ผู้ที่มีวินัยในตนเองมีคุณลักษณะและพฤติกรรม ดังต่อไปนี้ คือ ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความตั้งใจ ความอดทน ลักษณะความเป็นผู้นำและความซื่อสัตย์

5.1 ความรับผิดชอบ หมายถึง การกระทำของบุคคลที่แสดงถึงความเอาใจใส่จดจ่อ และรับเป็นภาระต่อหน้าที่การงาน การดำเนินชีวิต และการเป็นอยู่ของตน และผู้อยู่ในความดูแลตลอดจนสังคม พยายามทำหน้าที่ต่าง ๆ อย่างเต็มความสามารถและตรงต่อเวลา

5.2 ความเชื่อมั่นในตนเอง หมายถึง ความมั่นใจที่จะกระทำการใด ๆ อย่างองอาจ ซึ่งถ้าตั้งใจกระทำสิ่งใดแล้วจะไม่มีอาการลังเล หรือหวั่นวิตกในความสามารถของตนเอง แม้จะมีอุปสรรคก็ไม่ยอมล้มเลิก หรือเปลี่ยนใจแต่อย่างใดทั้งสิ้น

5.3 ความตั้งใจ หมายถึง ความมุ่งมั่นที่ผลักดันให้บุคคลพยายามประกอบกิจกรรมอย่างใดอย่างหนึ่ง เพื่อให้บรรลุจุดหมายที่ตั้งไว้ เช่น การพยายามทำการบ้านที่ครูสั่งอย่างสม่ำเสมอ การวางแผนล่วงหน้าก่อนลงมือกระทำ การทบทวนบทเรียนแผนการไปเที่ยวเตร่การทำงานอย่างเป็นระเบียบ เป็นต้น

5.4 ความอดทน หมายถึง ความสามารถของร่างกาย ความคิด และจิตใจที่จะทนต่อการปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ ได้ เช่น การทำงานทุกอย่างให้สำเร็จโดยไม่คำนึงถึงอุปสรรค การหันออกกำลังกาย ซึ่งทำให้ร่างกายแข็งแรง การบังคับตนเองเมื่อเกิดความเหนื่อยอ่อนและเกียจคร้าน

5.5 ลักษณะความเป็นผู้นำ หมายถึง ลักษณะของบุคคลที่แสดงถึงความเสียสละ ไม่มุ่งทำลายผู้อื่น มีเหตุผล ไม่ลำเอียง ปราศจากอคติใด ๆ ให้ความสำคัญในความผิดพลาดของผู้อื่น มีความเห็นอกเห็นใจผู้อื่น ไม่เห็นแก่ตัว มีน้ำใจเป็นนักกีฬา

5.6 ความซื่อสัตย์ หมายถึง การประพฤติตนอย่างเหมาะสม และตรงต่อความจริง ประพฤติปฏิบัติอย่างตรงไปตรงมาทั้งกาย วาจา ใจ ต่อตนเอง และผู้อื่น เช่น ไม่หลอกลวง ไม่ทุจริต พูดแต่ความจริง ปฏิบัติตามระเบียบกฎเกณฑ์ที่กำหนดไว้

การวิจัยครั้งนี้ความมีวินัยในตนเองวัดได้จากคะแนนการทำแบบสอบถามวัดความมีวินัยในตนเอง ซึ่งปรับปรุงจากแบบสอบถามความมีวินัยในตนเองของ กาญจนา มีพลัง (2532 : 94 - 97)

6. ระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ระดับการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียน โดยใช้ผลการสอบเข้าเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 เป็นเกณฑ์ แบ่งได้เป็น 3 กลุ่ม คือ

กลุ่มสูง หมายถึง กลุ่มนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75 ขึ้นไป

กลุ่มปานกลาง หมายถึง กลุ่มนักเรียนที่ได้คะแนนระหว่างเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25

กับ 75

กลุ่มต่ำ หมายถึง กลุ่มนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 ลงมา

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยเรียบเรียงเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามลำดับดังนี้

1. เอกสารเกี่ยวกับการเรียนเพื่อรอบรู้
 - 1.1 ความหมายของการเรียนเพื่อรอบรู้
 - 1.2 ประวัติการเรียนเพื่อรอบรู้
 - 1.3 รูปแบบการเรียนเพื่อรอบรู้ของแควโรล
 - 1.4 รูปแบบการเรียนเพื่อรอบรู้ของบลูม
 - 1.5 รูปแบบการเรียนเพื่อรอบรู้ของของฮอททคิส
 - 1.6 การสอนให้เกิดนิมิต
 - 1.7 การสอนเพื่อให้เกิดความชำนาญ
 - 1.8 การรับพฤติกรรม
2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักการเรียนเพื่อรอบรู้
 - 2.1 งานวิจัยในต่างประเทศ
 - 2.2 งานวิจัยภายในประเทศ
3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความมีวินัยในตนเอง
 - 3.1 ความหมายของความมีวินัยในตนเอง
 - 3.2 ทฤษฎีเบื้องต้นเกี่ยวกับพัฒนาการของการมีวินัยในตนเอง
 - 3.3 คุณลักษณะของผู้ที่มีวินัยในตนเอง
 - 3.4 การส่งเสริมพัฒนาความมีวินัยในตนเอง
 - 3.5 ประโยชน์ของการมีวินัยในตนเอง

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความมีวินัยในตนเอง
 - 4.1 งานวิจัยในต่างประเทศ
 - 4.2 งานวิจัยภายในประเทศ
5. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับระดับความสามารถ
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับความสามารถ
 - 6.2 งานวิจัยในต่างประเทศ
 - 6.3 งานวิจัยภายในประเทศ
7. เอกสารและงานวิจัยเกี่ยวกับ สสวท.
 - 7.1 ประวัติ สสวท.
 - 7.2 หน้าที่ของ สสวท.
 - 7.3 การดำเนินงานของ สสวท.
 - 7.4 หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ที่พัฒนาโดย สสวท.
 - 7.5 ความแตกต่างระหว่างหลักสูตรที่ สสวท. พัฒนาขึ้นกับหลักสูตร
พุทธศักราช 2503
 - 7.6 การปรับปรุงหนังสือเรียนและคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา
 - 7.7 การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2534
 - 7.8 การเรียนการสอนโดยใช้หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ สสวท.
 - 7.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับ สสวท.

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนเพื่อรอบรู้

1.1 ความหมายของการเรียนเพื่อรอบรู้

ได้มีผู้ให้ความหมายไว้มากมายดังนี้

สุรพล เกียนวัฒนา (2521 : 1) กล่าวว่า การเรียนเพื่อรอบรู้เป็นปรัชญาอันหนึ่ง
เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนซึ่งยืนยันว่า "นักเรียนเกือบทุกคนสามารถเรียนรู้เรื่องราวต่าง ๆ

ที่ได้รับจากการสอนได้ แต่ต้องอยู่ภายใต้เงื่อนไขว่าการสอนนั้นต้องมีประสิทธิภาพ"

พรหม ฆ. เจนจิต (2528 : 88) ได้ให้ความหมายของการเรียนเพื่อรอบรู้ว่าหมายถึง การเรียนที่ผู้เรียนสามารถทำได้จริงตามวัตถุประสงค์หรือตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้โดยมีต้องแบ่งขั้นหรือ เปรียบเทียบกับผู้อื่น ถ้าผู้เรียนยังทำไม่ได้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้จะต้องมีการซ่อมเสริมเพื่อช่วยให้ทำได้ ตามเกณฑ์หรือตามวัตถุประสงค์นั้น ๆ

บลูม (Bloom. 1971 : 47) ได้ให้ความหมายของการเรียนเพื่อรอบรู้ว่าหมายถึง การเรียนที่ผู้เรียนต้องมีความรู้พื้นฐานพอที่จะเรียนในแต่ละบทเรียนได้ โดยวัดจากแบบทดสอบความรู้ พื้นฐาน ถ้าผู้เรียนคนใดมีความรู้พื้นฐานทางการเรียนยังอยู่ในเกณฑ์ต่ำ ต้องมาเรียนซ่อมเสริมให้พื้นฐาน ถึงเกณฑ์ก่อน แล้วจึงเริ่มบทเรียนต่อไป โดยชี้แจงจุดประสงค์ของวิชาที่เรียนในหน่วยการเรียนรู้ นั้น ๆ และชี้แจงวิธีที่จะทำให้บรรลุผลสัมฤทธิ์ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ เมื่อการเรียนการสอนแต่ละหน่วย เสร็จสิ้นลงจะมีการทดสอบย่อย ถ้ามีนักเรียนคนใดไม่ผ่านเกณฑ์ก็ต้องเรียนซ่อมเสริมก่อนที่จะเริ่มใน หน่วยการเรียนรู้ต่อไป ด้วยวิธีการนี้สามารถช่วยให้นักเรียนจำนวน 75% ถึง 95% เกิดการเรียนรู้ ถึงขั้นรอบรู้ (Master) ในระดับ 80% ถึง 100% ของเนื้อหาทั้งหมดที่สอน

บล็อก (Block. 1971 : 104 - 106) ได้ให้ความหมายของการเรียนเพื่อรอบรู้ ว่า หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ประกอบด้วยผู้เรียนซึ่งทำแบบทดสอบ เพื่อวัดความสามารถตาม จุดประสงค์ที่วางไว้ ได้คะแนนผ่านเกณฑ์ที่กำหนดให้ เกณฑ์ที่ตั้งไว้ปกติขึ้นกับผู้สอนและวิชาที่สอน เกณฑ์ดังกล่าวมีช่วงอยู่ระหว่าง 80% - 100%

ฮอททคิส (Hotchkis. 2529 : บรรยายพิเศษในหัวข้อ "Mastery Learning" มศว.ประสานมิตร) ได้ให้ความหมายการเรียนเพื่อรอบรู้ว่า หมายถึง การจัดการเรียน การสอนแบบกลุ่มที่คำนึงถึงความสามารถในการเรียนรู้ของผู้เรียนซึ่งมีความแตกต่างกัน โดยจัด ลำดับเนื้อหาออกเป็นหัวข้อย่อย ๆ และมีความต่อเนื่องกัน ในการสอนแต่ละเนื้อหาย่อย ๆ จะเน้น การสร้างมโนทัศน์และการฝึกทักษะพื้นฐานจากแบบฝึก มีการทดสอบย่อยและแก้ไขข้อบกพร่องในการ เรียนด้วยการสอนใหม่ เพื่อให้นักเรียนทุกคนสามารถเรียนรู้ได้อย่างแตกฉาน

1.2 ประวัติของการเรียนเพื่อรอบรู้

แม้ว่ายุทธศาสตร์การเรียนรอบรู้ จะพัฒนาขึ้นเมื่อไม่นานมานี้เอง แต่แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนการสอนลักษณะนี้มีมานานกว่า 60 ปีแล้ว กล่าวคือเมื่อปี ค.ศ. 1922 มีโครงการสอนที่มุ่งทำให้นักเรียนมีความรอบรู้ในสิ่งที่ตนเรียนอยู่ คือโครงการวินเนทกา (Winnetka Plan) ของวอชเบิร์น และคนอื่น ๆ (Washburne and others. 1922) ต่อมาในปี ค.ศ. 1926 เกิดโครงการสอนของศาสตราจารย์มอร์ริสัน (Morrison. 1926 ; Block. : 1971 : 3) โครงการทั้งสองแบบมีลักษณะคล้ายคลึงกันหลายประการ ดังนี้ (สุธรรม จันทน์หอม. 2527 : 3 - 4)

ประการแรก เริ่มด้วยการนิยามคำว่า รอบรู้ ในรูปของจุดหมายทางการศึกษา ที่คาดหวังจะให้นักเรียนได้เรียนรู้ ซึ่งในทัศนะของวอชเบิร์น เน้นด้านความรู้ความคิด (Cognitive) ส่วนมอร์ริสัน เน้นจุดประสงค์ทั้งสามด้านคือ ด้านความรู้ความคิด (Cognitive) จิตพิสัย (Affective) และด้านทักษะพิสัย (Psychomotor)

ประการที่สอง เนื้อหาหรือประสบการณ์การเรียนการสอน จะจัดในรูปของหน่วยการเรียนแต่ละหน่วยการเรียน ประกอบด้วย เนื้อหา ประสบการณ์ อุปกรณ์ และกิจกรรมที่จัดไว้เป็นอย่างดี เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถบรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด

ประการที่สาม นักเรียนแต่ละคนจะต้องสอบได้คะแนนถึงเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ของแต่ละหน่วยการเรียน ก่อนที่จะผ่านไปเรียนหน่วยต่อไป เงื่อนไขนี้มีความสำคัญมากสำหรับโครงการสอนแบบวินเนทกา เพราะการจัดหน่วยการเรียนจะคำนึงถึงลำดับขั้นการเรียนรู้ (Hierarchy of Learning) เรียงลำดับความยากง่ายของเนื้อหาไว้ด้วย

ประการที่สี่ มีการทดสอบเพื่อวินิจฉัยปัญหาการเรียนภายหลังจากเรียนจบแต่ละหน่วยการเรียน ผลการทดสอบจะบอกให้ทราบว่า นักเรียนมีความรอบรู้ (Master) ในเนื้อหาตอนนั้นหรือยัง การแจ้งผลการสอบแก่นักเรียน จะเป็นแรงเสริมการเรียนรู้และเป็นแนวทางให้การศึกษานับสิ่งที่นักเรียนยังต้องการรู้ แต่จะไม่นำผลนี้ไปคิดระดับคะแนนภายหลังแต่อย่างใด

ประการที่ห้า จากการใช้แบบทดสอบเพื่อวินิจฉัยภายหลังแต่ละหน่วยการเรียน นักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์จะได้รับคำแนะนำให้ปรับปรุงตนเอง ช่วยตนเองตามโครงการสอนแบบ

วิเทศก้า และนักเรียนจะได้รับการช่วยเหลือโดยวิธีการสอนแบบต่าง ๆ ตามความเหมาะสมของแต่ละคน จนกระทั่งนักเรียนมีความรอบรู้ในเนื้อหาแต่ละตอน ส่วนวิธีการของมอร์ริสัน เช่น สอนใหม่เป็นกลุ่ม ตัวเป็นรายบุคคล จัดกิจกรรมการเรียนรู้ใหม่ หรือแนะนำวิธีเรียนแบบใหม่ให้นักเรียน

ประการสุดท้าย เวลาของการเรียนไม่ได้ถูกกำหนดไว้ตายตัวเหมือนการเรียนตามปกติ คือโครงการสอนแบบวิเทศก้า อนุญาตให้นักเรียนแต่ละคนเรียนรู้ตามความสามารถของตนเอง จะใช้เวลาเท่าใดก็เป็นเรื่องของนักเรียนแต่ละคน สำหรับวิธีการของมอร์ริสันนั้น เวลาขึ้นอยู่กับครูผู้สอนเห็นว่านักเรียนส่วนมากงานชิ้นนี้มีผลสัมฤทธิ์ในระดับที่น่าพอใจแล้ว จึงจะเลื่อนไปเรียนหน่วยการเรียนรู้ต่อไป

แม้ว่าความคิดของวอช เบอร์น และมอร์ริสันจะคล้ายกัน แต่เพราะวิธีการของมอร์ริสันสามารถแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้มากกว่าและดีกว่า ทำให้วิธีการของมอร์ริสันได้รับความนิยมและแพร่หลายมากในปี ค.ศ. 1930 หลังจากนั้น ความคิดเกี่ยวกับการเรียนเพื่อรอบรู้ก็คลายความนิยมลงไปในช่วงสงครามโลกครั้งที่สอง เนื่องจากการขาดแคลนเทคโนโลยีที่จะทำการเรียนตามวิธีนี้ได้ผล จนกระทั่งปลายปี ค.ศ. 1950 และ ต้นปี ค.ศ. 1960 มีการค้นพบเทคโนโลยีทางการศึกษานวัตกรรมขึ้น เรียกว่า บทเรียนโปรแกรม โดยสกินเนอร์ (Skinner. 1954) แนวความคิดพื้นฐานเกี่ยวกับบทเรียนโปรแกรมคือการเรียนเรื่องใด ๆ แม้ว่าเนื้อหาจะยากสักเพียงใดก็ตาม การเรียนให้เข้าใจจะต้องเขียนเนื้อหาตอนต้น ๆ ที่ง่าย ๆ ก่อน (Block. 1975 : 4 ; citing Skinner. 1954) หลักการสร้างบทเรียนโปรแกรมนั้นต้องวิเคราะห์พฤติกรรมลูกโซ่ (Chain Behavior) เมื่อจำแนกและจัดลำดับพฤติกรรมแล้ว จึงจัดหน่วยการเรียนรู้ตามนั้น หน่วยการเรียนรู้จัดเป็นหน่วยการเรียนรู้ย่อย ๆ โดยถือว่าแบบเรียนคือสิ่งเร้า และผู้เรียนเป็นผู้ตอบสนอง ถ้านักเรียนตอบสนองได้ถูกต้องก็สามารถเลื่อนไปเรียนหน่วยอื่นต่อไปได้ ทำนองนี้เรื่อยไปจนกว่าจะจบทุกหน่วยการเรียนรู้ นักเรียนสามารถศึกษาบทเรียนด้วยตนเอง บทเรียนโปรแกรมจึงเป็นสื่อที่ช่วยขจัดปัญหาความแตกต่างระหว่างบุคคลได้ดีพอสมควร อย่างไรก็ตาม แม้ว่าบทเรียนโปรแกรมจะเป็นสื่อที่ดีช่วยให้นักเรียนมีความรู้ในเนื้อหาวิชาแต่บทเรียนโปรแกรมก็ไม่ได้ให้รูปแบบของการเรียนรู้

เมื่อหลักการเรียนเพื่อรอบรู้เสื่อมความนิยมไป และคนส่วนใหญ่เกือบจะล้มหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวความคิดของเบอร์นและมอร์ริสัน สืบเนื่องจากการที่โรงเรียนต่าง ๆ ในสหรัฐอเมริกาถูกโจมตีในเรื่องของการที่นักเรียนเรียนอ่อนลง ประกอบกับมีเหตุการณ์สำคัญอันเนื่องมาจากการที่ประเทศรัสเซียประสบความสำเร็จในการส่งจรวดออกนอกโลก ทำให้ชาวอเมริกันมาสนใจและมุ่งส่งเสริมเฉพาะคนที่เก่งทางด้านวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ ต่อมาในปี ค.ศ. 1960 เริ่มมีเสียงวิพากษ์วิจารณ์กันมากเกี่ยวกับผลผลิตของการจัดการศึกษาที่มุ่งแต่การแข่งขัน การเปรียบเทียบ นอกจากนั้นในระบอบเวลาดังกล่าว ยังเป็นช่วงเวลาที่ทฤษฎีการเรียนรู้แบบเริ่มเข้ามา มีบทบาท โดยเฉพาะอย่างยิ่งการที่เน้นเกี่ยวกับวัตถุประสงค์ในการสอนแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ซึ่งมีลักษณะค่อนข้างจะสมบูรณ์แบบ ดังนั้นความคิดเกี่ยวกับ "การเรียนเพื่อรอบรู้" จึงได้รับการรื้อฟื้นขึ้นมาอีกครั้งหนึ่ง

ในปี ค.ศ. 1963 จอห์น บี. แครอล (John B. Carroll) ได้สร้างโครงการทางการศึกษาขึ้นมีชื่อว่า "รูปแบบของการเรียนรู้ในโรงเรียน" (Model of School Learning) ซึ่งเขาได้เสนอว่า ในการจัดการเรียนการสอนนั้นสิ่งสำคัญที่ครูจะต้องคำนึงถึงคือ เวลาที่จะให้กับนักเรียนแต่ละคนในการเรียนเนื้อหาตามที่กำหนด และเขาได้กล่าวว่า "ระดับของการเรียนรู้ขึ้นอยู่กับเวลาที่ใช้ในการเรียน ความพากเพียร ความถนัด คุณภาพของการสอนและความสามารถของผู้เรียนที่จะเข้าใจสิ่งที่สอน" โมเดลการสอนนี้เน้นเกี่ยวกับการสร้างค่านิยม และความคิดรวบยอดให้กับผู้เรียน ซึ่งหมายความว่าครูจะต้องใช้เวลาแก่นักเรียนมากขึ้น และจัดการสอนให้เป็นพิเศษสำหรับนักเรียนบางคนที่ยังช้าหรือเรียนไม่ทันเพื่อน

ต่อมาในปี ค.ศ. 1969 เบนจามิน บลูม (Benjamin Bloom) ได้ใช้รูปแบบที่แครอลเสนอไว้มาเป็นพื้นฐานในการจัดการเรียนเพื่อรอบรู้ โดยที่เขามีความคิดเห็นเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนแบบเก่า ซึ่งมีครูเป็นศูนย์กลางว่า ทั้งครูและนักเรียนมุ่งแต่เรื่องของการแข่งขันเพื่อความสำเร็จทางวิชาการ ดังนั้นเป้าหมายของการศึกษาจึงเป็นไปเพื่อการนี้ ซึ่งเป็น การเสียประโยชน์และเป็นการทำลายระบบการศึกษาแผนใหม่ที่มีพัฒนานักเรียน สนใจที่จะศึกษาค้นคว้าหาความรู้ด้วยความอยากรู้อยากเห็น มีแรงจูงใจตลอดจนมีระดับของความคาดหวัง และจากสภาพของการแข่งขันจะมีนักเรียนเพียงบางส่วนเท่านั้นที่ประสบความสำเร็จ สำหรับนักเรียนอีก

ส่วนหนึ่งที่ไม่พบกับความสำเร็จก็จะพบแต่ความผิดหวังนี่แล้วปีเล่าตลอดเวลา 10 - 12 ปี ที่อยู่ในโรงเรียน และจะมีความรู้สึกที่ทำลายจิตใจและความรู้สึกนึกคิดเกี่ยวกับตนเองลงไปทุก ๆ วัน ดังนั้นผมจึงได้เสนอความคิดซึ่งเป็นทางออกให้แก่การศึกษาแผนเก่า ดังนี้

1. นักเรียนส่วนมากเรียนได้ ถ้าครูรู้จักใช้วิธีการที่เหมาะสม
 2. นักเรียนแต่ละคนจะใช้เวลาแตกต่างกันในการเรียนเนื้อหาตามที่กำหนด เป็นการจัดการเรียนการสอนเพื่อสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล ซึ่งจะต่างจากการจัดการเรียนการสอนในระบบเดิม ที่คำนึงถึงเกี่ยวกับความสามารถของนักเรียนว่าจะเรียนได้มากเท่าใดหรือดีเพียงใดภายในเวลาที่กำหนด
 3. แนะนำให้มีการทดสอบ แต่ไม่ใช่เป็นไปเพื่อที่จะวัดว่าใครเก่งหรือใครอ่อน แต่จะใช้สำหรับวินิจฉัยเพื่อที่จะได้จัดการสอนให้เหมาะสมต่อไป
 4. ตั้งวัตถุประสงค์ในการเรียนให้เด่นชัด จัดเตรียมวัสดุอุปกรณ์ที่จะช่วยเหลือให้นักเรียนประสบความสำเร็จ ตลอดจนการสอนซ่อมเสริมให้กับผู้ที่ต้องการความช่วยเหลือ
- แม้ว่าวิธีการต่าง ๆ ที่ผมเสนอไว้นี้จะคล้ายคลึงกับวิธีการที่ วอร์ซเบอร์น และมอร์ริสันได้เสนอไว้นานแล้วตั้งแต่ปี ค.ศ. 1922 ก็ตาม แต่ความคิดเกี่ยวกับการเรียนเพื่อรอบรู้ก็ยังไม่เป็นที่แพร่หลาย เพิ่งจะเป็นที่ยอมรับและใช้กันอย่างกว้างขวางเมื่อไม่นานมานี้เอง เมื่อมีการพูดถึงสิ่งสำคัญต่อไปนี้

1. วัตถุประสงค์ในการสอนโดยเมเจอร์ (Mager) กรอนลันด์ (Grunlund) และบลูม (Bloom) สภาพการเรียนรู้ของกาเย่ (Gagne') ตลอดจนการใช้เครื่องคอมพิวเตอร์เป็นเครื่องช่วยสอนทั้งของกลาสเซอร์ (Glasser) และเอทคินสัน (Atkinson)
2. ความจำเป็นที่จะต้องมีการวัดผลเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน (Formative) มากกว่าที่จะวัดผลรวมยอดในตอนสุดท้าย (Summative) อย่างเดียว

1.3 รูปแบบการเรียนเพื่อรอบรู้ของแคโรล

ในปี ค.ศ. 1963 แคโรล (Carroll. 1963 : 723 - 733) ได้เสนอรูปแบบแนวความคิดพื้นฐานของทฤษฎีการเรียนเพื่อรอบรู้ในบทความเรื่อง "รูปแบบการเรียนในโรงเรียนของ

แคโรล" (John B. Carroll's Model of School Learning) รูปแบบการเรียนรู้เพื่ออธิบายของแคโรลก็คือ การให้เวลาที่นักเรียนต้องการอย่างเพียงพอ ครูจะต้องคำนึงถึงเวลาที่จะให้กับนักเรียนแต่ละคนในการเรียนเนื้อหาตามที่กำหนด และต้องหากลวิธีสอนที่เหมาะสมกับความแตกต่างของนักเรียนแต่ละคนด้วย ซึ่งจะมีผลทำให้นักเรียนที่เรียนไม่เก่งหรือนักเรียนที่มีความถนัดต่ำ สามารถที่จะเรียนได้เท่าเทียมกับผู้มีความสามารถสูง ซึ่งแคโรลได้เขียนสรุปเป็นสมการได้ว่า

$$\text{ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน} = f \left[\frac{\text{เวลาที่ใช้ในการเรียนจริง}}{\text{เวลาที่ต้องการใช้สำหรับการเรียน}} \right]$$

อธิบายได้ว่าเวลาที่ใช้ในการเรียนจริงหมายถึง เวลาที่ผู้เรียนใช้ในการเรียนแต่ละหน่วยซึ่งขึ้นอยู่กับองค์ประกอบ 2 ประการ คือ เวลาที่ครูอนุญาตให้ใช้กับความอดทนในการเรียนของนักเรียน ส่วนเวลาที่ต้องการใช้สำหรับเรียนหมายถึง เวลาที่ผู้เรียนจำเป็นจะต้องใช้จึงจะประสบความสำเร็จซึ่งขึ้นอยู่กับองค์ประกอบ 3 ประการคือ ความสามารถในการเรียนวิชานั้น ๆ คุณภาพการสอนของครูและความสามารถที่จะเข้าใจสอน บลูม (Bloom and others. 1971 : 45 - 50) ได้อธิบาย องค์ประกอบทั้ง 5 ประการ ที่จะส่งผลต่อสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

1. ความสามารถ (Aptitude) ในการเรียนสามารถแปรเปลี่ยนไปได้ตามสภาพแวดล้อมและความชำนาญ โดยแคโรลได้กล่าวว่า ความสามารถเป็นเพียงจำนวนของเวลาที่ผู้เรียนต้องการเพื่อที่จะเรียนรู้งานชิ้นหนึ่งเท่านั้น ดังนั้น นักเรียนที่มีความสามารถในการเรียนรู้สูงจะใช้เวลาในการศึกษาน้อย

2. คุณภาพของการสอน (Quality of Instruction) เนื่องจากความแตกต่างกันของนักเรียนแต่ละคน ทำให้นักเรียนต้องการรูปแบบและคุณภาพในการสอนที่จะให้บรรลุผลแตกต่างกันไปด้วย เนื้อหาและวัตถุประสงค์อันเดียวกันอาจต้องใช้วิธีสอนหลายรูปแบบที่จะทำให้นักเรียนเหล่านั้นบรรลุผลได้ แคโรล (Carroll. 1963 : n.d.) ได้ให้คำอธิบายคุณภาพของการสอนไว้ในรูปแบบของความสามารถของผู้สอนต่อการที่จะอธิบายนำเสนอสิ่งที่จะเรียน แบ่งย่อยเนื้อหาที่จะเรียนทำให้เกิดผลดีที่สุดสำหรับผู้เรียน

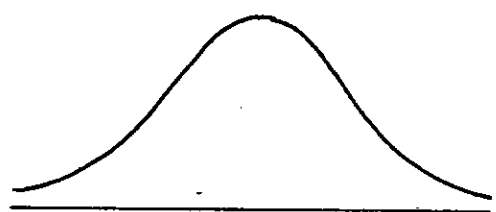
3. ความสามารถที่จะเข้าใจการสอน (Ability to Understand Instruction) เป็นความสามารถของผู้เรียน ที่เข้าใจว่าจะต้องเรียนอะไร หรือจะต้องทำอะไร และจะต้องดำเนินการเรียนอย่างไร เพื่อให้การเรียนสัมฤทธิ์ผลตามจุดมุ่งหมาย ความสามารถที่จะเข้าใจบทเรียนนั้นขึ้นอยู่กับระดับสติปัญญาทั่วไปและความสามารถในการเข้าใจภาษา ดังนั้นนักเรียนที่มีสติปัญญาดีกก็จะเกิดการมองเห็นสิ่งต่าง ๆ ที่กระเจายกันอยู่ แล้วสามารถจัดเข้าเป็นระเบียบ สัมพันธ์กันได้ โดยที่ครูไม่ต้องบอก เพียงแต่ชี้แนะเท่านั้น รวมทั้งมีความสามารถเข้าใจภาษาได้ดี เมื่อได้ยิน ได้ฟัง ได้อ่าน ก็เข้าใจความหมายทันที ทำให้นักเรียนเข้าใจในสิ่งที่ตนจะต้องทำได้เร็วขึ้น นักเรียนจะประสบความสำเร็จในการเรียนโดยไม่ต้องใช้เวลามากนัก

4. ความอดสาหะในการเรียน (Perseverance) หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าความมีใจจดจ่อต่อการเรียน แคโรลได้ให้ความหมายของการตั้งใจว่าเป็นเวลาที่ผู้เรียนปรารถนาที่จะใช้ในการเรียน ถ้านักเรียนต้องการจำนวนเวลาที่จะเรียนเพื่อให้รอบรู้สำหรับงานอย่างหนึ่งไว้และเขาได้ใช้เวลาน้อยกว่าที่เขาต้องการ เขาก็จะเรียนสิ่งนั้นได้ แต่ไม่ถึงระดับที่เรียกว่ารอบรู้ ผู้สอนจะต้องจัดบทเรียนตลอดจนความยากง่ายให้เหมาะสมกับเวลาที่นักเรียนแต่ละคนต้องการ

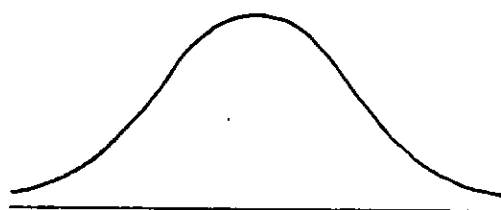
5. เวลาที่ครูอนุญาตให้ใช้ (Time Allowed for Learning) เวลาสำหรับจะใช้เรียนแต่ละรายวิชาจะถูกกำหนดได้แน่นอนในแต่ละภาคเรียนและตามหลักสูตรของแต่ละวิชา ซึ่งบางครั้งก็มีมากเกินไปสำหรับบางคน จึงต้องให้มีเวลาที่เพียงพอที่จะเรียนสำหรับนักเรียนแต่ละคน

1.4 รูปแบบการเรียนเพื่อรอบรู้ของบลูม

จากแนวคิดและรูปแบบของการจัดการเรียนรู้ในโรงเรียนของแคโรล ซึ่งต่อมา บลูม ได้นำมาเป็นพื้นฐานในการจัดการเรียนเพื่อรอบรู้ (Mastery Learning) โดย บลูม (Bloom, 1976 : 4) ได้อธิบายว่า ถ้าความถนัดหรือความสามารถของนักเรียนในการเรียนวิชาหนึ่ง มีการแจกแจงเป็นโค้งปกติ (Normally Distributed) และนักเรียนทุกคนได้รับการสอนเหมือนกัน ให้เวลาเรียนเท่ากัน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่วัดได้เมื่อนักเรียนเรียนจบแล้ว จะมีการแจกแจงเป็นโค้งปกติ ดังภาพประกอบ 1



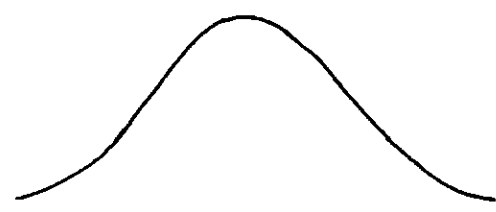
ความสามารถของนักเรียนที่จะเรียนวิชาหนึ่ง
(ความสามารถของนักเรียนก่อนเริ่มต้นการสอน)



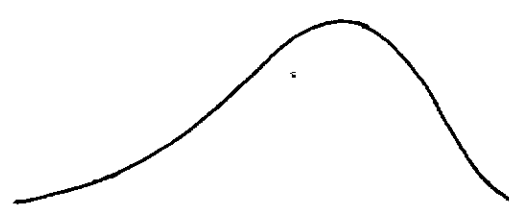
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังสิ้นสุด
การสอน (ให้การสอนเหมือนกัน เวลาเท่ากัน)

ภาพประกอบ 1 แสดงความสามารถในการเรียนวิชาหนึ่งของนักเรียนก่อนเริ่มต้นการสอนและหลัง
สิ้นสุดการสอน เมื่อให้การสอนเหมือนกัน เวลาเท่ากัน

นอกจากนี้ยังพบว่า สหสัมพันธ์ระหว่างความถนัดและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจะมีค่า
ค่อนข้างสูงประมาณ .70 ในทางตรงกันข้ามถ้าความสามารถของนักเรียนมีการแจกแจงเป็นโค้งปกติ
แต่คุณภาพของการสอนและเวลาที่ใช้ในการเรียนแตกต่างกันตามความเหมาะสมของแต่ละบุคคลแล้ว
จะทำให้นักเรียนส่วนมากมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังสิ้นสุดการสอนเป็นโค้งเบ้ซ้าย (Negatively
Skew) ดังภาพประกอบ 2



ความสามารถของนักเรียนในการเรียนรู้

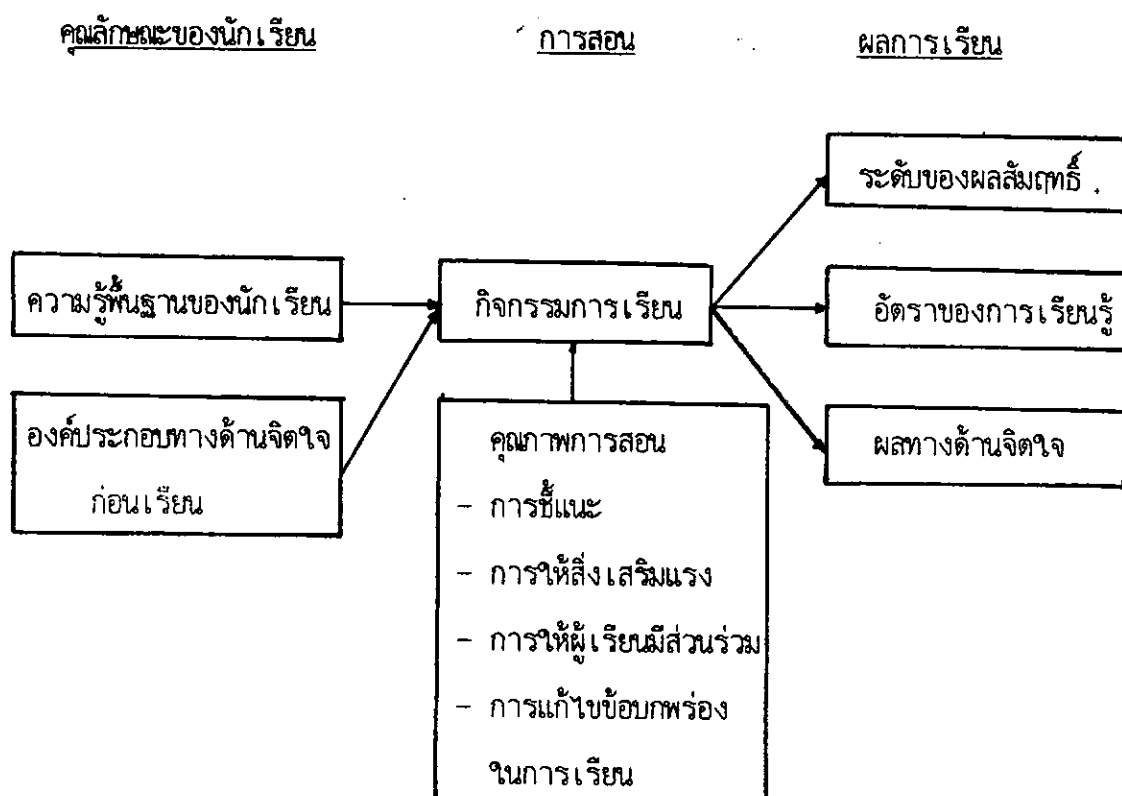


ผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนที่ได้รับวิธีการสอนและ
เวลาเรียนแตกต่างกันตามความเหมาะสม
ของแต่ละบุคคล

ภาพประกอบ 2 แสดงความสามารถในการเรียนของนักเรียน ที่ใช้วิธีการสอน คุณภาพการสอน
และเวลาเรียนแตกต่างกันตามความสามารถของแต่ละบุคคล

รูปแบบการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ในโรงเรียนของบลูม

จากแนวคิดดังกล่าวในปี ค.ศ.1976 บลูมได้เสนอรูปแบบการเรียนรู้ในโรงเรียนไว้ดังนี้
(Bloom. 1976 : 11)



ภาพประกอบ 3 แสดงรูปแบบการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ในโรงเรียนของบลูม

รูปแบบการเรียนรู้ในโรงเรียนของบลูม ประกอบด้วยตัวแปรด้านความรู้พื้นฐานของนักเรียนก่อนเรียน (Cognitive Entry Behavior) องค์ประกอบทางด้านจิตใจก่อนเรียน (Affective Entry Characteristics) และคุณภาพของการสอน (Quality of Instruction) เป็นตัวกำหนดผลการเรียน (Learning) อันได้แก่ระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน อัตราการเรียนรู้ และผลทางด้านจิตใจหลังเรียน

คุณภาพของการสอน จัดเป็นตัวแปรที่สำคัญตัวหนึ่งที่จะส่งผลถึงความสำเร็จของนักเรียนโดยตรง ประกอบด้วยองค์ประกอบ 4 ประการ ดังนี้

1. การชี้แนะ (Cue) หมายถึง การอธิบายของครูที่ทำให้ผู้เรียนเห็นชัดเจนตั้งแต่ตอนแรกว่า เรียนแล้วจะมีความสามารถอะไรบ้าง การจะเรียนเพื่อให้เกิดความสามารถ เรียนอย่างไร นักเรียนจะต้องทำอะไรบ้าง อย่างไร
2. การมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ (Participation) หมายถึง การที่นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ต่าง ๆ เช่น การให้นักเรียนได้ฝึกหัด ได้ตอบสนองในกิจกรรมการเรียนรู้
3. การเสริมแรง (Reinforcement) การให้สิ่งเสริมแรงนั้น บลูมเสนอว่าควรให้ในระหว่างที่มีการเรียนการสอน ส่วนจะให้เป็นลักษณะไหนและปริมาณเท่าใด ต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล
4. การให้ข้อมูลย้อนกลับและแก้ไขสิ่งบกพร่อง (Feed-back and Correction) หมายถึงครูจะต้องแจ้งผลการสอบและข้อบกพร่องต่าง ๆ ในการเรียนให้นักเรียนทราบทันทีว่า เขามีความสามารถในการเรียนมากน้อยเพียงใด ครูจะต้องแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนของนักเรียนควบคู่กันไปกับการสอนเพื่อให้นักเรียนมีพื้นฐานอย่างเพียงพอในการเรียนบทเรียนต่อไป

กลวิธีการเรียนเพื่อรอบรู้ของบลูม

บลูม (Bloom. 1976 : 7 - 17) ได้กล่าวถึงกลวิธีการเรียนเพื่อรอบรู้ว่าเป็นกระบวนการสอนที่จะปรับให้เข้ากับความต้องการและความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน โดยใช้กระบวนการวินิจฉัยเพื่อให้ได้ข้อมูลย้อนกลับและทำการสอนซ่อมเสริม เพื่อให้นักเรียนทุกคนได้บรรลุถึงจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้ การวินิจฉัยเป็นการค้นหาข้อบกพร่องซึ่งได้จากการทดสอบย่อย ทำให้ได้ข้อมูลย้อนกลับไปยังครูและนักเรียน ในการวินิจฉัยนี้ทำให้ครูทราบว่า ยังสอนนักเรียนไม่ผ่านเกณฑ์ในข้อใดของจุดประสงค์การเรียนรู้ มีนักเรียนมากน้อยเพียงใดที่ไม่ผ่านเกณฑ์และจะจัดการซ่อมเสริมจุดประสงค์นั้นอย่างไร จึงจะเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน ส่วนการซ่อมเสริมให้ทำควบคู่กันไปกับการสอนเป็นกลุ่มตามปกติ สำหรับตัวนักเรียนเองก็จะทราบว่าตน

บทพร้อมในเรื่องใด จะหาวิธีศึกษาเพิ่มเติมอย่างไรจึงจะบรรลุเกณฑ์ที่ตั้งไว้

อาคม จันทบุตร (2521 : 4 - 5) ได้กล่าวถึงวิธีสอนที่จะช่วยให้เกิดการเรียนเพื่อรอบรู้ไว้ 6 วิธีด้วยกัน คือ

1. การเรียนเป็นกลุ่ม (Group Study) คือการให้นักเรียนได้เรียนร่วมกันช่วยเหลือกัน ทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนความรู้ เด็กเก่งจะช่วยเหลือเด็กอ่อน ซึ่งโดยวิธีนี้ จะทำให้นักเรียนที่เรียนกันเป็นกลุ่มนั้น ได้รับความรู้ไปพอ ๆ กัน
 2. การใช้ระบบช่วยสอนพิเศษ (Tutorial Help) อาจเป็นการที่ครูช่วยเหลือนักเรียนเป็นรายบุคคลตัวต่อตัวสำหรับนักเรียนที่เรียนอ่อน เพื่อให้นักเรียนหรืออาจให้นักเรียนเก่งช่วยสอนนักเรียนอ่อน ตัวต่อตัวก็ได้
 3. ตำราเรียน (Text Books) ควรมิตำราเรียนหลาย ๆ แบบให้เหมาะสมกับนักเรียน เพราะนักเรียนพวกหนึ่งอาจจะอ่านแบบหนึ่งเข้าใจ แต่อาจจะอ่านอีกแบบหนึ่งไม่เข้าใจ ดังนั้นถ้าเราสามารถจัดแบบเรียนไว้หลายชนิดให้เลือกก็จะทำให้นักเรียนเรียนรู้ได้ดีขึ้น
 4. แบบฝึกหัดเสริมทักษะ หรือแบบเรียนด้วยตนเอง (Workbooks and Programmed Instruction Units) เป็นสิ่งที่นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยตนเอง ซึ่งอาจจะให้เด็กอ่อนไปฝึกให้เพื่อนหรือเสริมทักษะให้เด็กเก่งในขณะที่ครูสอนซ่อมเสริมให้เด็กอ่อน
 5. เครื่องมือโสตทัศนวัสดุและเกมทางวิชาการ (Audiovisual Methods and Academic Games) เป็นเครื่องมือและวิธีการในการสอนที่จะช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้จริงได้ดีขึ้น และสามารถทำให้นักเรียนได้เรียนตามความแตกต่างของแต่ละคน หรือให้เรียนร่วมกันก็ได้ รวมทั้งยังเป็นสิ่งที่น่าสนใจ ทำให้เกิดแรงจูงใจในการเรียนได้ดีอีกด้วย
 6. นักเรียนจะต้องเป็นผู้กระทำการเรียน คือให้กิจกรรมของนักเรียนให้มาก และกิจกรรมนั้นจะต้องมุ่งตรงไปยังจุดประสงค์ในการเรียนเรื่องนั้น ๆ อย่างชัดเจน
- สุเทพ สันติวรานนท์ (2528 : 91) ได้สรุปกลวิธีในการเรียนเพื่อรอบรู้ของอบสมว่า เป็นระบบการสอนที่เน้นวิธีการสอนเป็นกลุ่ม โดยใช้เทคนิคเฉพาะสำหรับทำให้การเรียนการสอนเหมาะสมกับความต้องการของผู้เรียนแต่ละคน ซึ่งอาจจะแตกต่างไปจากการสอนแบบเดิมที่เคยปฏิบัติกันมาในลักษณะต่อไปนี้ คือ

1. เน้นการรอบรู้ในจุดประสงค์การเรียนรู้ทั้งหมดของแต่ละหน่วยการเรียนรู้
2. การทดสอบระหว่างเรียนต้องกระทำอยู่เสมอเพื่อวินิจฉัยหาข้อบกพร่องและดูความก้าวหน้าในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ส่วนในการตัดสินผลการเรียนจะกระทำเมื่อมีการทดสอบรวมในเนื้อหาที่มีหลายหน่วย หรือเนื้อหาทั้งหมดที่เรียนมา
3. มีการเพิ่มเวลาสำหรับช่วยผู้เรียนที่ต้องการให้เกิดการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ ด้วยเหตุนี้แทนที่จะยืดเวลาเรียนคงที่ ก็มีการยืดหยุ่นเวลาเรียนให้แก่นักเรียนที่ยังไม่บรรลุการเรียนรู้ในสิ่งที่เรียน

1.5 รูปแบบการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ซึ่งพัฒนาโดยฮอททคิส

จี.ดี.ฮอททคิส (G.D. Hotchkis) อาจารย์แห่งมหาวิทยาลัยแมคควอรี ประเทศออสเตรเลีย เป็นนักการศึกษาผู้หนึ่งที่ได้ทำการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับวิธีการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ และพบว่า องค์ประกอบการเรียนรู้ของแคโรลสัน ยังขาดประเด็นที่สำคัญอีกประการหนึ่ง ซึ่งแคโรลสันไม่ได้กล่าวถึง คือ ประสิทธิภาพเดิมของผู้เรียน ส่วนทฤษฎีการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ของบลูมซึ่งได้แนวคิดมาจากแคโรลสัน แม้จะเป็นทฤษฎีการเรียนรู้ทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพ และทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น แต่เพราะยังขาดปัจจัยที่สำคัญคือ เครื่องมือที่เหมาะสมกับการสอนเป็นกลุ่ม ในสภาพของห้องเรียนที่มีนักเรียนจำนวนมาก จากการปรับองค์ประกอบของการเรียนรู้ และการกำหนดใช้เครื่องมือที่เน้นอนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้รูปแบบของการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ ได้พัฒนาขึ้นมาอีกขั้นหนึ่งตามแนวของฮอททคิสมีความสมบูรณ์ขึ้น

จากการประชุมปฏิบัติการครุคณิตศาสตร์โรงเรียนมัธยมสาธิต มศว ประสานมิตร (3 - 7 พฤศจิกายน 2529) และการบรรยายพิเศษในหัวข้อ "Mastery Learning" ที่คณะศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ (19 พฤศจิกายน 2529) โดย จี.ดี.ฮอททคิส ซึ่งสรุปแนวคิดเกี่ยวกับการสอนด้วยหลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ของฮอททคิสได้ดังนี้

องค์ประกอบการเรียนรู้ของฮอททคิส

ตามทฤษฎีการเรียนรู้แบบเก่ามีความเชื่อว่าเด็กเกิดมาพร้อมกับความสามารถที่ติดตัวมาศักยภาพ (Potential) ที่มีอยู่ในตัวเด็กเป็นสิ่งจำกัด เช่นเดียวกับความถนัดก็เป็นสิ่งจำกัดด้วย

เราสามารถทำนายว่าเด็กมีความสามารถ ความถนัดในการเรียนรู้จากไอคิวของเด็ก ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนแบบเก่า ครูส่วนใหญ่มักยึดไอคิวของเด็กเป็นตัวกำหนดการเรียนรู้ กล่าวคือ ถ้าครูเห็นเด็กคนใดมีไอคิวสูง ก็จะสอนให้แตกต่างไปจากเด็กที่มีไอคิวต่ำ ทั้งนี้ครูถือว่าไอคิวเป็นเรื่องถาวร ครูคิดว่าเด็กเก่งต้องเก่งมาแต่กำเนิด ความรู้เช่นนี้มีมาตั้งแต่ ค.ศ. 1960 แต่ในช่วง 50 ปีหลัง นักการศึกษาเริ่มสงสัยว่า สิ่งที่เกิดขึ้นเป็นจริงหรือ และเมื่อไม่มีให้มีการทดสอบไอคิว จึงได้พบว่าไอคิวเป็นสิ่งที่เปลี่ยนแปลงได้

ดังนั้นในทฤษฎีการเรียนรู้แบบใหม่เชื่อว่าไอคิวของเด็กสามารถเปลี่ยนแปลงได้ ถ้าการสอนของครูมีประสิทธิภาพ ด้วยเหตุนี้ในปัจจุบันทั้งสหรัฐอเมริกาและออสเตรเลียจึงเลิกวัดไอคิวเด็ก เพื่อทำนายผลการเรียนรู้ในอนาคตของเด็ก แต่จะหันมาสนใจถึงวิธีการที่จะช่วยให้เด็กได้พัฒนาการเรียนรู้ไปตามความสามารถของเขา โดยการคำนึงถึงองค์ประกอบของตัวแปรที่จะทำให้เกิดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น ด้วยเหตุนี้ฮอথคิสจึงได้นำเอาตัวแปรทั้ง 5 ตัวที่เป็นองค์ประกอบของการเรียนรู้ของแคโรลมาเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้และได้เสริมปัจจัยที่สำคัญอีกประการหนึ่ง คือ ประสบการณ์ก่อนเรียน ดังนั้น องค์ประกอบการเรียนรู้ของฮอথคิสจึงมีตัวแปร 6 ตัว ดังนี้

1. ความถนัด (Aptitude)
2. คุณภาพของการสอน (Quality of Instruction)
3. ความพากเพียร (Perseverance)
4. ความสามารถที่จะเข้าใจการสอน (Ability to Understand Instruction)
5. โอกาสทางการเรียน (Opportunity)
6. ประสบการณ์ก่อนเรียน (Previous Learning Experience)

ตัวแปร 5 ตัวแรก ฮอথคิส อธิบายตามแนวคิดของแคโรล ส่วนตัวแปรที่เพิ่มขึ้นมาใหม่คือ ประสบการณ์ก่อนเรียน ฮอথคิสได้อธิบายว่า ประสบการณ์ก่อนเรียนเป็นสิ่งสำคัญมากซึ่งมีผลต่อสภาพจิตใจของเด็ก กล่าวคือ ถ้าเด็กมีเจตคติที่ดีเพราะเคยประสบผลสำเร็จในการเรียนมาก่อน จะทำให้การเรียนรู้ในเรื่องต่อไปเป็นไปด้วยความง่ายดาย ในทางตรงกันข้ามถ้าเด็กไม่เคยประสบผลสำเร็จมาก่อน เด็กจะมีเจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียนเรื่องต่อไป เขาจะทำนายว่าตัวเขาไม่มีทาง

เรียนเรื่องใหม่ได้แน่ ครูจึงต้องสร้างเจตคติที่ดีให้กับเด็ก พยายามให้เขาพบความสำเร็จในการเรียน
ทุกครั้ง เพื่อให้การทำนายของเด็กออกมาในรูปของการเรียนรู้เพื่อให้เกิดการรอบรู้ (Master)
ฮอททคิสจึงเห็นว่าถ้าการสอนของครูมีประสิทธิภาพแล้ว สิ่งที่เกิดขึ้นกับเด็กมี 2 อย่าง คือ

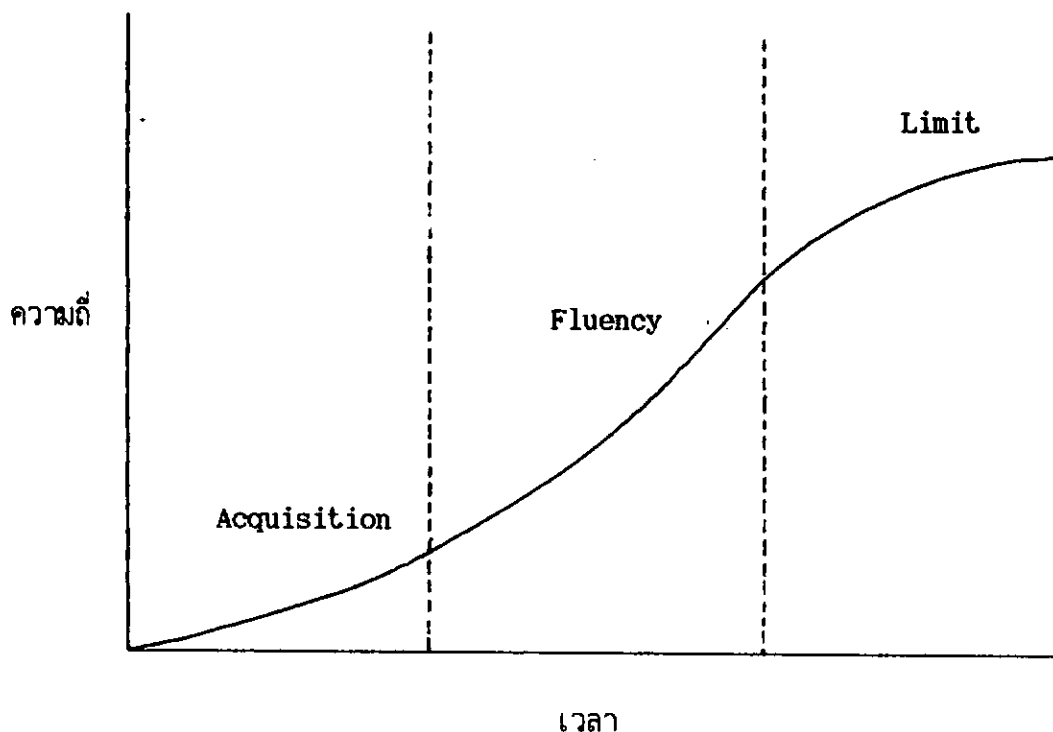
1. เด็กที่ไม่เคยประสบความสำเร็จอาจประสบความสำเร็จได้
2. เด็กที่ประสบความสำเร็จอยู่แล้ว อาจมีความสามารถที่จะเรียนได้ด้วยตัวเอง หน้าที่
ของครูจึงควรเน้นในสิ่งต่อไปนี้

2.1 ให้นักเรียนมีทักษะ (Skill) ความรู้ความเข้าใจ (Cognitive) ในสิ่งที่
ที่สอนอย่างจริงจัง

2.2 ให้นักเรียนรู้ว่าเขาจะเรียนต่อไปได้ด้วยตนเองได้อย่างไร

ลำดับขั้นของการเรียนรู้ของฮอททคิส

ในด้านการเรียนของมนุษย์ จากผลงานการวิจัยในสหรัฐอเมริกาและออสเตรเลีย
พบว่า การเรียนรู้ของมนุษย์นั้น ไม่ได้เป็นเส้นโค้งปกติ (Normal Curve) แต่จะเป็นเส้นโค้ง
ของความถี่สะสม (Ogive) ซึ่งมีลักษณะดังนี้



ภาพประกอบ 4 เส้นโค้งของความถี่สะสม (Ogive) แสดงลักษณะของการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน

จากกราฟเส้นโค้งของความถี่สะสม (Ogive) บ้างต้นซึ่งแบ่งลักษณะของการเรียนรู้ของมนุษย์ออกเป็น 3 ขั้นตอน สามารถอธิบายได้ดังนี้

1. ขั้นของการเรียนรู้ (Acquisition) อัตราความเร็วและการตอบสนองของนักเรียนต่ำ ความแม่นยำของนักเรียนมีน้อย การเรียนรู้จะเป็นแบบลองผิดลองถูก นักเรียนต้องอาศัยเวลาและแตกต่างกัน ครูต้องสอนและฝึกมาก ๆ

2. ขั้นสร้างความชำนาญ (Fluency) นักเรียนมีการพัฒนาขึ้น อัตราการเรียนรู้และความเร็วมีมากขึ้น นักเรียนทำผิดน้อยลงแต่ยังต้องอาศัยเวลาอยู่มาก มีนักเรียนบางคนยังทำได้ต่ำกว่าเกณฑ์ที่ครูกำหนดไว้ ครูต้องให้การเสริมแรงและให้การฝึกต่อไปเรื่อย ๆ

3. ขั้นสุดความสามารถ (Limit) นักเรียนมีการพัฒนาถึงขั้นสูงสุด อัตราการเรียนรู้คงที่ แต่ยังต้องอาศัยเวลาอยู่ เด็กจะเริ่มเบื่อถ้าให้การฝึกแบบเดิมซ้ำ ๆ เพราะถึงจะฝึกต่ออย่างไร

เขาก็ไม่สามารถทำได้สูงกว่านี้อีกแล้ว เมื่อถึงขั้นนี้แล้วครูต้องหยุดฝึกแต่จะ เปลี่ยนเป็นงานและ กิจกรรมที่ยากและท้าทายความสามารถมากกว่าเดิม

เพราะความเชื่อว่าการเรียนรู้ของมนุษย์จะมีการพัฒนาไปตามทฤษฎีของเล็นคังความถี่ สะสม ฮอททิส จึงได้แบ่งขั้นการเรียนรู้ของเขาออกเป็น 5 ขั้นตอนตามลำดับ ดังนี้

1. ขั้นการเรียนรู้ (Acquisition) เป็นขั้นที่นักเรียนเริ่มพัฒนาจากไม่รู้อะไรเลยไป จนรู้บางอย่างจนกระทั่งเกิดการเรียนรู้ การเรียนรู้ขั้นนี้เด็กจึงทำผิดมาก อัตราการทำผิดของเด็กอาจแตกต่างกันมาก ขึ้นอยู่กับกิจกรรมที่ครูจัดและความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน องค์ประกอบที่สำคัญของขั้นนี้จึง เป็นการเตรียมการสอนของครูจนถึงขั้นลงมือสอน ซึ่งผู้สอนจะต้อง ดำเนินการดังนี้

1.1 จัดเรียงลำดับเนื้อหาในหลักสูตรให้มีความยากง่ายลดหลั่นและมีความ เกี่ยวเนื่องกัน

1.2 กำหนดเวลาที่เหมาะสมในแต่ละบทเรียน

1.3 เตรียมข้อทดสอบอันประกอบด้วยข้อทดสอบย่อย (Formative Test) และ ข้อทดสอบรวม (Summative Test) แบบฝึก (Probe)

1.4 กำหนดแผนการสอนโดยเน้นในเรื่องของการสร้างนิเมติ (Concept) ให้ กับผู้เรียนเป็นสำคัญ

หลังจากที่ครูเตรียมแผนการสอนตามข้อ 1.1 - 1.4 แล้วในขณะลงมือสอน ครูจะต้อง คอยสังเกตในเรื่องต่อไปนี้

1.5 ความเหมาะสมของเวลาให้กับเด็กแต่ละคนในแต่ละบทเรียน

1.6 ความยากง่ายและความเหมาะสมกับทักษะพื้นฐานของเด็ก

1.7 ปัญหาที่อาจเกิดขึ้นในระหว่างการเรียนรู้ของเด็ก

2. ขั้นการเพิ่มความชำนาญ (Fluency) หลังจากที่ได้เรียนรู้และเกิดนิเมติที่ถูกต้องแล้ว เด็กอาจยังมีบางสิ่งบางอย่างที่ผิดพลาดอยู่บ้าง สิ่งที่คุณครูควรกระทำต่อไปในขั้นนี้ คือ ครูจะต้องหาวิธีการให้เด็กได้มีการทำกิจกรรมมาก ๆ เพื่อฝึกให้เกิดความแม่นยำและรวดเร็วอีกทั้งจะเป็นการสร้างนิสัยในการเรียนรู้ของเด็ก

3. **ขั้นทำให้จำ (Maintainance)** จุดประสงค์ของการสอน คือ การให้ผู้เรียนสามารถจำได้ บัญชีอยู่ว่าทำอย่างไรให้เด็กจำได้นานและจำอย่างถาวร ถ้าเห็นว่าสิ่งนั้นเป็นสิ่งที่จำเป็นต่อชีวิตและการเรียนในบทเรียนต่อ ๆ ไป ในขั้นนี้สิ่งที่ครูผู้สอนจะต้องทำก็คือ มีการทดสอบสม่ำเสมอหมายความว่าทำอยู่เรื่อย ๆ จนผู้เรียนรู้ว่าเรื่องนี้มีผลสำคัญ การทดสอบและการทำงานเป็นประจำจะทำให้เด็กจำในสิ่งที่เรียนไปแล้ว และไม่ลืมแม้เวลาจะผ่านไป

4. **ขั้นการนำไปใช้ (Application)** จากการเรียนด้วยวิธีการที่ถูกต้องใน 3 ขั้นตอนข้างต้น คือ การรับรู้ - ความคล่องตัว - การจำได้นาน ถ้าหากครูได้ฝึกไว้อย่างดีจนเด็กมีความชำนาญจำได้แม่นยำแล้ว สิ่งสำคัญที่ครูผู้สอนต้องทำในขั้นนี้ คือ พิจารณาวินัยที่เรียนในห้องเรียนนั้นในสภาพแวดล้อมทั่วไปมีอยู่บ่อยเพียงใด ถ้ามีอยู่บ่อย การจัดกิจกรรมเพื่อให้เด็กได้แก้ปัญหานั้นในห้องเรียนก็ไม่ต้องมีมาก เช่น ภาษาเด็กจะสามารถใช้และสัมผัสได้ตลอดเวลา ส่วนคณิตศาสตร์นั้นจะมีโอกาสพบเห็นน้อยมากในสภาพแวดล้อม ดังนั้น จึงเป็นความจำเป็นของครูที่จะต้องจัดกิจกรรมเพื่อให้เด็กได้ปฏิบัติเพื่อการแก้ปัญหามากที่สุดเท่าที่จะทำได้ โดยเฉพาะต้องพยายามให้สถานการณ์ใหม่ ๆ แก่เด็ก

5. **ขั้นการประยุกต์ใช้ (Adaptation)** การสอนที่ดีจะต้องคำนึงถึงการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน เราคงไม่ปรารถนาเพียงเพื่อให้เด็กสามารถตอบข้อสอบได้เพียงอย่างเดียว เพราะจุดประสงค์ที่สำคัญของการศึกษา คือ การทำให้เด็กซึ่งเรียนครบหลักสูตรแล้วสามารถนำความรู้ความเข้าใจพร้อมทั้งมีเจตคติ มีแนวคิดตลอดจนความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ไปใช้ในการแก้ปัญหาชีวิตประจำวันได้ การเรียนรู้นั้นจึงเป็นความรับผิดชอบอย่างสูงสุดของครูผู้สอน ที่จะทำให้เด็กซึ่งต้องเผชิญหน้ากับปัญหาในโลกแห่งความจริง สามารถปรับตัวและแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง

ขั้นตอนการจัดโปรแกรมการเรียนเพื่อรับรู้ของชอททคิส

ในการจัดโปรแกรมการเรียนการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรู้แจ้งของชอททคิส ซึ่งชอททคิสได้เสนอแนะไว้ดังนี้

1. การสร้างหน่วยการเรียนรู้ (List Unit) ในขั้นนี้หน้าที่ของครู คือ ศึกษาหลักสูตรว่า ในวิชาที่สอนนั้นหลักสูตรได้กำหนดให้นักเรียนต้องเรียนรู้อะไรบ้าง

2. จัดเนื้อหาที่จะสอนให้เรียงตามลำดับขั้นตอน (Plan In Order) หลังจากครูทราบว่ามีเนื้อหาอะไรบ้างที่จะต้องสอน ในขั้นนี้ครูต้องพิจารณาความสัมพันธ์ต่อเนื่องของเนื้อหาว่าจะจัดกิจกรรมในหัวข้อใดตามลำดับก่อนหลัง เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ตามลำดับ

3. พิจารณาดึงความสำคัญของหน่วยการเรียนรู้ (Mark the Essential Unit) ในขั้นนี้หลังจากที่ครูพิจารณาลำดับก่อนหลังของเนื้อหาแล้ว ให้ดูว่าบทใดหรือหน่วยใดมีความสำคัญมากที่จะนำไปใช้ในบทต่อไป ครูต้องดูว่าอะไรบ้างที่นักเรียนยังไม่ได้ และจะต้องปูพื้นฐานให้กับนักเรียนเพื่อนำไปสู่การเรียนรู้ในบทเรียนต่อไปได้

4. เริ่มพิจารณาบทเรียนในหน่วยที่จะสอน (Take Unit) ในขั้นนี้เป็นการสร้างหน่วยการเรียนรู้ของครู โดยเริ่มจากหน่วยที่ 1, 2, 3.... ตามลำดับ ซึ่งขั้นตอนที่ครูจะต้องทำ คือ เริ่มจากการนำเอาบทเรียนหรือหน่วยการเรียนรู้ที่จะสอนมาแยกเป็นหัวข้อย่อย ๆ หรือหน่วยการเรียนรู้ย่อย ๆ พร้อมกับกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้จากจุดประสงค์ใหญ่ การกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ถ้าจะให้ได้ผลดีครูต้องพิจารณาใน 4 ข้อต่อไปนี้

4.1 นักเรียนจะทำอะไรได้บ้าง (What Behaviours) ครูก็ตั้งจุดประสงค์ขึ้น

4.2 ในสถานการณ์อย่างไร (What Condition) หมายถึงครูจะให้ให้นักเรียนทำที่ไหน ในห้องเรียนหรือนอกห้องเรียน กำหนดไว้ชัดเจน

4.3 ระดับความยากง่ายเพียงใด (What Level of Difficulty) หมายถึงการกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้นั้น ครูต้องคำนึงถึงความยากง่ายพอเหมาะกับการเรียน

4.4 ใช้เกณฑ์อะไรตัดสิน (What Criteria) หมายถึง เกณฑ์ที่ครูคิดว่านักเรียนจะประสบผลสำเร็จ

5. การทำข้อทดสอบระหว่างเรียนในแต่ละหน่วย (Formative Test) การสร้างข้อทดสอบระหว่างเรียนโดยทั่วไปไม่หวังว่านักเรียนทั้งหมดจะทำได้ แต่คำนึงถึงความสามารถของนักเรียนซึ่งเริ่มจากง่ายไปสู่ยาก การทำข้อสอบของครูอาจเตรียมไว้ก่อนหรือสร้างในระหว่างที่กำลังสอน โดยปกติจะเป็นการสร้างร่วมกันระหว่างครูผู้สอน ครั้งละประมาณ 6 - 8 ข้อ ใช้เวลาในการทำข้อสอบ ประมาณ 5 - 10 นาที

6. การทำข้อสอบรวม (Summative Test) สำหรับใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ

ข้อสอบที่ใช้ทดสอบนักเรียนจึงควรมีลักษณะดังนี้

6.1 วัดความเข้าใจ (Understand) ซึ่งความเข้าใจในที่นี้เป็นความเข้าใจที่อยู่ในหัวข้อของนักเรียน การสอนจึงใช้เพียงการพิจารณาความเข้าใจ วิธีการที่ครูควรจะทำ คือ ให้นักเรียนปฏิบัติคิดว่าเขาเข้าใจแค่ไหนในเนื้อหาที่เรียน ข้อสอบจึงไม่ควรเป็นแบบเลือกตอบเพียงอย่างเดียว

6.2 การกำหนดข้อสอบควรให้มีระดับความยากง่ายพอเหมาะ ให้นักเรียนทั้งชั้นทำได้ โดยการตั้งเกณฑ์ต่ำสุดเอาไว้ด้วย การออกข้อสอบสำหรับการทดสอบรวมต้องพิจารณากันระหว่างผู้สอนว่ามีอะไรบ้างที่ควรจะวัดนักเรียน

ลำดับขั้นของการเรียนเพื่อรอบรู้ของฮอททคิส

ในการจัดการเรียนการสอนตามหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ของฮอททคิส ในแต่ละหน่วยการเรียนมีดังนี้

1. วิจัยจัดความรู้พื้นฐานเดิมของนักเรียนก่อนที่จะทำการสอนในหน่วยการเรียนนั้น ๆ ถ้าพบว่านักเรียนบางส่วนหรือบางคนที่ยังไม่มีพื้นฐานความรู้ที่จะเริ่มหน่วยการเรียน ครูก็ทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นให้กับนักเรียนเหล่านั้นก่อนที่จะเริ่มหน่วยการเรียน เมื่อนักเรียนมีความพร้อมแล้วครูจึงเริ่มต้นสอน

2. บอกจุดประสงค์การเรียนรู้ในหัวข้อที่ 1 ของหน่วยการเรียนที่ 1 บอกจุดประสงค์การเรียนรู้ในหัวข้อที่ 2, 3, ... แล้วเริ่มกิจกรรมตามลำดับ

3. การทดสอบย่อย เมื่อสอนจบแต่ละหน่วยการเรียนแล้วครูก็ทำการทดสอบย่อย เพื่อสรุปผลการเรียนว่านักเรียนผ่านหรือไม่ผ่านเกณฑ์ที่ครูตั้งไว้

3.1 ถ้านักเรียนสอบไม่ผ่านเกณฑ์ ก็จัดให้เรียนซ่อมเสริมด้วยการสอนใหม่จากครู

3.2 ถ้านักเรียนสอบผ่านเกณฑ์ ก็ให้ผ่านไปเรียนหน่วยการเรียนต่อไป

4. ใช้ข้อสอบคู่ขนานกับการทดสอบครั้งแรกทดสอบนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ในหัวข้อ (3.1) ซึ่งได้เรียนซ่อมเสริมไปแล้ว

ในขณะที่นักเรียนสอบไม่ผ่านเกณฑ์ เรียนซ่อมเสริมอยู่นั้น นักเรียนที่ผ่านเกณฑ์แล้วจะได้รับ

การฝึกทักษะความแม่นยำด้วยเอกสารฝึกหัด (Work Sheet) ที่มีปัญหาและท้าทายมากขึ้นตามลำดับ

ใช้วิธีการเดียวกันนี้สำหรับจัดกิจกรรมในหน่วยการเรียนรู้ต่อ ๆ ไป โดยดำเนินการตามขั้นตอนของข้อ 1 - 4 ข้างต้น

1.6 การสอนให้เกิดมโนคติ

จี.ดี. ฮอททิส ได้ให้ความหมายของมโนคติว่า หมายถึงประสบการณ์ทางใจ ซึ่งเป็นสิ่งที่มีอยู่ในหัวใจของเด็ก รวมไปถึงความคิด กฎเกณฑ์ กติกาและความหมายต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับความจริงซึ่งปรากฏอยู่ในสมองเด็ก สิ่งเหล่านี้ไม่อาจมองเห็นได้ แต่สามารถทดสอบได้ว่ามโนคติอย่างไรต่อสิ่งนั้น ๆ

การสอนให้เกิดมโนคติเป็นสิ่งสำคัญมากในการเรียนรู้ของเด็ก เพราะมีเด็กจำนวนมากที่ไม่เข้าใจมโนคติที่ถูกต้องของวิชาคณิตศาสตร์แล้ว ทำให้ไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียน เกิดการเบื่อหน่าย ต่อต้านครูและก้าวร้าว ดังนั้นเมื่อเริ่มเรียน ครูจะต้องปลูกฝังมโนคติที่ถูกต้อง โดยให้เด็กเข้าใจก่อน แล้วจึงลงมือฝึกปฏิบัติ

การสร้างมโนคตินั้น ฮอททิส ได้นำแนวคิดของ เอนเกลแมน (Engelman) และแครีน (Carrine) จากเรื่องทฤษฎีการสอน (Theory of Instruction) ซึ่งกล่าวว่า การเรียนรู้จะเกิดได้จะต้องมีองค์ประกอบ 3 อย่างด้วยกัน คือ

1. องค์ประกอบทางด้านพฤติกรรมของมนุษย์
2. ความรู้ทางวิชาการด้านปัญหาต่าง ๆ เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ฯลฯ
3. การสื่อความหมายของข้อความ

เนื่องจากว่า มโนคติเป็นกระบวนการทางสมอง (Mental Process) ที่เป็นแนวคิด (Idea) เป็นความคิด (Thought) และเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายในใจของเด็ก ฉะนั้นการสร้างให้เกิดมโนคติจึงมีความจำเป็นต้องชี้ให้เห็นชัดขึ้น ด้วยวิธีการดังนี้

1.1 มโนคติพื้นฐาน (Basic Concept) เป็นการนำสื่อที่มีอยู่ในโลกแห่งความเป็นจริง หมายความว่า สื่อที่จะนำมาสร้างมโนคตินั้นควรจะเป็นของจริงที่สัมผัสได้ และในการสอน

ให้เกิดมโนคติได้จะต้องให้ได้เห็นและมีการเปรียบเทียบ ซึ่งอาจทำได้ 2 วิธี คือ โดยการจำแนก (Discrimination Learning) และโดยการแสดงให้เห็นขอบเขตจำกัด (Set Limit)

1.1.1 การสร้างมโนคติโดยการจำแนก (Discrimination Learning) เป็นการนำเอาของตั้งแต่ 2 สิ่งขึ้นไป เปรียบเทียบกัน แล้วให้ผู้เรียนเข้าใจว่าหมายถึงอะไร เช่น จะสอนสีแดง จะต้องนำทั้งของที่มีสีแดงและสีอื่นมาเปรียบเทียบโดยผู้สอนเพียงแต่พูดว่า นี่สีแดง และไม่ใช่สีแดง จนเห็นว่า เมื่อทดสอบดู ผู้เรียนตอบได้ถูกต้องในเวลาอันรวดเร็ว จึงจะสอนเรื่องต่อไป การสอนโดยการจำแนกควรเน้นความสำคัญ 2 ประการ คือ การฝึกเด็กเกี่ยวกับลักษณะทั่วไป (General) ของที่ต้องการให้เรียนรู้ เช่น รู้จักลักษณะทั่วไปของสุนัขว่า มีสี ขนาดต่าง ๆ กัน และการฝึกเกี่ยวกับลักษณะเฉพาะ (Specific) ของสิ่งที่ต้องการให้เรียนรู้ เช่น พันธุ์ต่าง ๆ ของสุนัข

1.1.2 การสร้างมโนคติโดยการให้เห็นจำนวนจำกัด (Set Limit) นั้น เมื่อสอนให้รู้จักสีแดงแล้ว ควรจะให้เด็กเห็นระดับสีต่าง ๆ ที่ใกล้เคียง ๆ กัน เช่น แดงอ่อน ชมพู ส้ม เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจว่า สีแดงควรจะอยู่ในขอบเขตที่จำกัดมากน้อยเพียงใด

1.2 มโนคติต่อเนื่อง (Joining Concept) เมื่อได้สร้างมโนคติพื้นฐานแล้ว ครูจะต้องกำหนดแผนการที่จะนำไปเสริมหรือเชื่อมกับมโนคติใหม่ให้เข้าด้วยกัน เช่น จะสอนคำว่า ใต้ เราไม่อาจแสดงมโนคติของคำว่า ใต้ ได้โดยตรง ต้องอาศัยสิ่งอื่นประกอบ เช่น เด็กมีความเข้าใจคำว่าปากกาแล้ว สีแล้ว เราก็นำปากกาสีแดงและปากกาสีน้ำเงินอยู่ใต้สมุด เป็นต้น วิธีการนี้อาจจะใช้วิธีการเลือกให้ตรงกับตัวอย่าง (Matching to Sample) โดยเริ่มจากหนึ่งต่อหนึ่ง (One to One) และต่อไปจึงเป็นการเลือกให้ตรงตัวอย่างที่มากกว่าหนึ่งขึ้นไป จนเห็นว่าผู้เรียนมีความแม่นยำและรวดเร็วในการฝึกแล้วก็ให้ผ่านไปเรียนเรื่องอื่น

1.3 มโนคติแบบคล้ายคลึง (Correlated Concept) คือมโนคติ 2 สิ่งที่มีความคล้ายคลึงกัน เช่น สอนให้ผู้เรียนได้เห็นและเข้าใจคำว่า ใต้ แล้ว อาจจะให้ผู้เข้าใจคำต่อไปคือคำว่า ข้างล่าง เพราะมีความหมายใกล้เคียงกัน ดังนั้นการสอนเพื่อสื่อความกับเด็กเราสามารถจะใช้ได้กับทุกวิชา แต่จะต้องสร้างมโนคติถูกต้องให้กับเด็ก ซึ่ง เฮนเกลแมน และแคริน ได้สรุปว่าวิธีการสอนมโนคติที่ถูกต้องก่อนนั้น ครูจะต้องปฏิบัติดังนี้ คือ

1. ครูต้องรู้วิธีการ
2. ครูต้องรู้เนื้อหาหลักสูตร
3. ครูต้องให้แรงเสริมและการปรับพฤติกรรมของมนุษย์

แม้ว่าการสอนให้เกิดมโนคติไม่ใช่เรื่องง่าย ๆ สำหรับครู แต่ครูสามารถที่จะสร้างมโนคติให้กับเด็กได้ด้วยการพิจารณาถึงองค์ประกอบของสิ่งต่าง ๆ ดังนี้

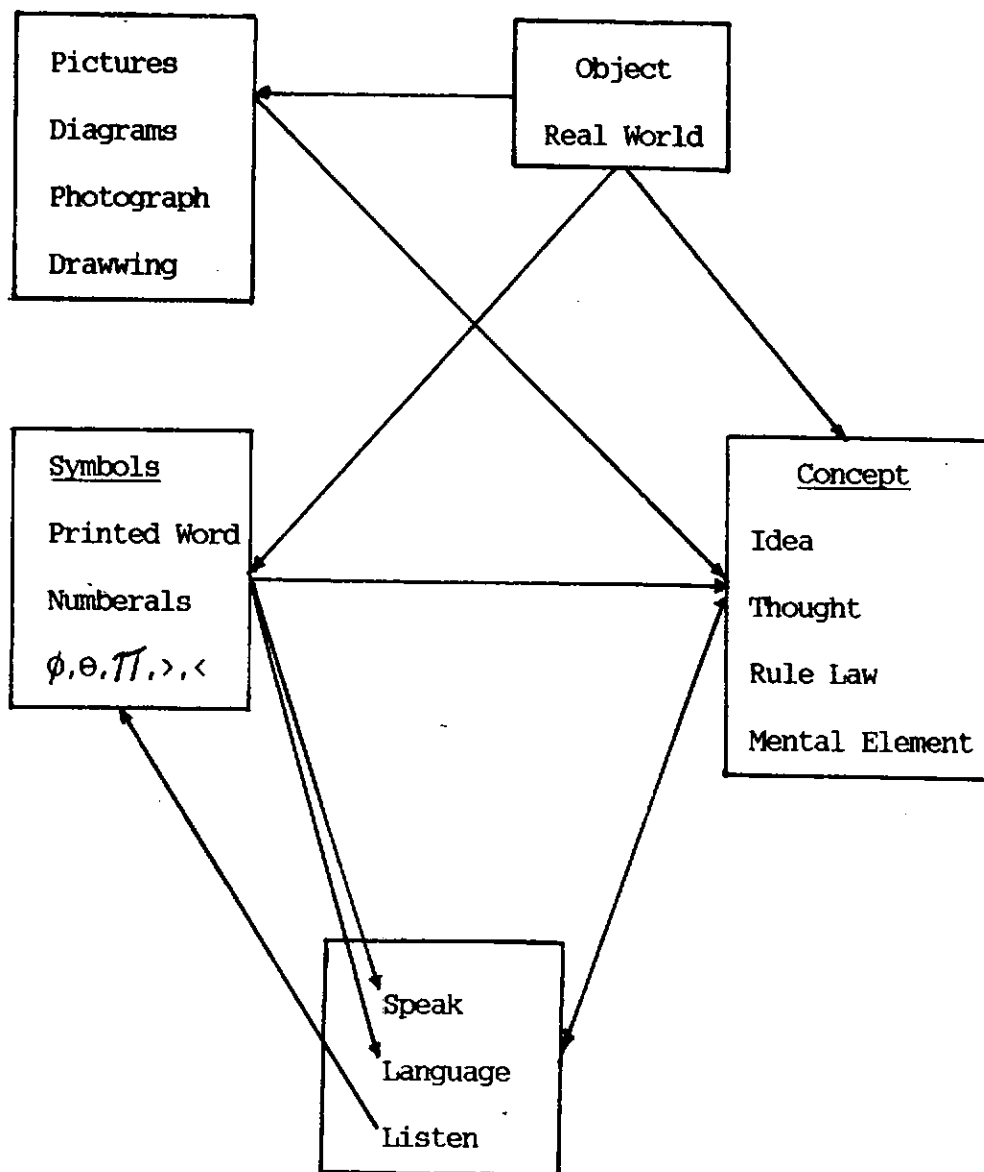
1. วัตถุในโลกของความเป็นจริง (Object in the Real World) หมายถึงสิ่งต่าง ๆ ที่ปรากฏอยู่ในโลกซึ่งเด็กสามารถพบเห็นและสัมผัสได้ ถ้าต้องการให้เด็กเกิดมโนคติเกี่ยวกับวัตถุในโลกของความเป็นจริง เมื่อจะสอนความคิดรวบยอดสิ่งใดต้องคำนึงถึงสิ่งนั้น เช่น สามารถมองด้วยตาได้ สามารถจับต้องได้ ครูต้องเอามาให้ดูหรือเอามาให้จับต้องได้ ให้เด็กเกิดการแยกแยะได้ด้วยตนเอง ทั้งนี้เพราะมโนคติบางอย่างไม่สามารถบอกเด็กด้วยคำพูดให้เข้าใจได้ เช่น สีแดง หนัก กลัว ฯลฯ ตัวอย่างเช่น ต้องการสอนมโนคติเกี่ยวกับสีแดง ครูก็ต้องเอาสีอื่นที่ไม่ใช่สีแดงมาให้นักเรียนดู แล้วนักเรียนจะแยกแยะได้เองว่าสีแดงมีลักษณะเช่นใด

2. การใช้รูปภาพ (Picture) แผนภาพ (Diagram) ภาพถ่าย (Photographs) และภาพวาด (Drawing) ก็เป็นสิ่งจำเป็นในการสอนมโนคติ เพราะวัตถุบางอย่างครูไม่สามารถนำมาให้นักเรียนดูตัวอย่างได้ เช่น ถ้าจะสอนมโนคติ "ข้าง" สิ่งที่ทำคือให้ดูรูปภาพ หรือภาพวาด หรือหุ่นจำลองขนาดเล็กแทนของจริง เพราะเป็นการยากที่จะนำเอาข้างจริง ๆ มาให้นักเรียนดู

3. สัญลักษณ์ (Symbols) หมายถึง ตัวอักษร (Printed Word) ตัวเลข (Numerals) และตัวโน้ต เช่น 0 , 1 , = , , > , < การสอนสิ่งเหล่านี้ให้เด็กเกิดมโนคติ เป็นความคิดและเข้าใจความหมาย ต้องอาศัยคำพูดและตัวอย่างในการสอนประกอบกันนั้นหมายถึงครูจะต้องใช้รูปภาพมาสัมพันธ์กับภาษา

4. ภาษา (Language) เป็นการสื่อความหมายซึ่งประกอบด้วยผู้พูด (Speaker) และผู้ฟัง (Listen) การใช้ภาษาในการสอนมโนคติ คงไม่เกิดประโยชน์หากขาดวัตถุในโลกแห่งความจริง หรือรูปภาพและสัญลักษณ์

ดังนั้น ในการสอนให้เด็กเกิดจินตนาการจึงต้องอาศัยความสัมพันธ์ขององค์ประกอบทั้ง 4 อย่างประกอบกัน บางคนเข้าใจว่าเด็กเรียนรู้ได้โดยการได้ยิน บางคนเข้าใจว่าเด็กเรียนรู้ได้ด้วยการเข้าใจสัญลักษณ์ แต่จริงแล้ว สัญลักษณ์และภาษาไม่ใช่สิ่งที่จะทำให้เด็กเกิดจินตนาการได้ดีกว่าวัตถุในโลกแห่งความเป็นจริง แต่ถึงกระนั้นก็ตาม สิ่งต่าง ๆ ดังกล่าวจะประกอบรวมกันในการสอนให้เด็กเกิดจินตนาการได้ ความสัมพันธ์ดังกล่าวสามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



ภาพประกอบ 5 องค์ประกอบของความสัมพันธ์ในการสร้างมโนคติ

กฎการสอนมโนคติ

1. การให้ตัวอย่างเพียงตัวอย่างเดียว ไม่เพียงพอที่จะทำให้เกิดมโนคติได้ เช่น ใช้รูปภาพเพียงรูปเดียว

2. ต้องใช้ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างให้เด็กดู แต่ไม่ได้หมายความว่าตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างใช้ได้เสมอไป

3. ต้องให้ตัวอย่างที่ไม่ใช่ตัวอย่างอีกหลาย ๆ ตัวอย่างเข้าไปช่วย เพื่อทำให้เด็กเกิดการแยกแยะและสรุปเป็นนิยามของตนเองได้

ตัวอย่าง ถ้าต้องการสอน "สีแดง" ต้องการให้เด็กเกิดนิยามว่า "สีแดง" คืออะไร ถ้าครูยกปากกาสีแดงเพียงอย่างเดียวแล้วบอกว่า "สีแดง" เด็กอาจเข้าใจว่า "สีแดง" คือปากกาก็ได้ เช่นเดียวกันถ้าต้องการสอน "ปากกา" แล้วยกปากกาสีแดงให้ดูด้วย เด็กอาจเข้าใจว่า "ปากกา" คือสีแดงก็ได้ ซึ่งวิธีการเช่นนี้ครูไม่ควรกระทำ ดังนั้นถ้าต้องการให้เด็กเกิดนิยามเกี่ยวกับสีแดง ครูต้องมีตัวอย่างวัตถุที่เป็นสีแดงหลาย ๆ ชนิด ซึ่งการมีวัตถุสีแดงหลาย ๆ ชนิด ก็ยังไม่เพียงพอ ครูต้องหาวัตถุอื่น ๆ ที่ไม่ใช่สีแดงด้วย ให้เด็กดูหลาย ๆ ชนิด และถามว่า "ใช่" หรือ "ไม่ใช่" ถ้ายกวัตถุสีแดงแล้วตอบว่า "ใช่" ถ้าสีอื่น "ไม่ใช่" แรก ๆ ครูบอกว่า "ใช่" หรือ "ไม่ใช่" แต่เมื่อเด็กดูหลาย ๆ สิ่ง แล้วเกิดการแยกแยะ ในที่สุดเด็กจะได้นิยามด้วยตัวเองว่า "สีแดง" คืออะไร

ข้อควรระวังสำหรับการสอนให้เกิดนิยาม ถ้าหากครูสอนนิยามใดไปและนักเรียนจำได้แล้ว ครูไม่ควรเปลี่ยนนิยามนั้นอีก เพราะการทำเช่นนั้น จะเป็นการทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ช้าลง กว่าจะคุ้นเคยกับการใช้นิยามใหม่ ดังนั้นถ้าสอนนิยามใดให้นักเรียน ครูจะต้องให้นิยามนั้นถูกต้องตั้งแต่ตอนแรก

1.7 การสอนเพื่อให้เกิดความชำนาญ (Precision Teaching)

คำว่า Precision เป็นศัพท์ของวิศวกรรมศาสตร์ หมายถึง แม่นยำ ตรง รวดเร็ว ฉะนั้น Precision Teaching หมายถึงการสอนอย่างถูกต้องตรงตามวัตถุประสงค์และรวดเร็ว เป็นการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องและส่งเสริมให้เกิดความชำนาญในการแก้ปัญหา ทั้งนี้เพราะ นักศึกษามีความเชื่อมั่นเรื่องของพฤติกรรมของมนุษย์ จากการศึกษางานวิจัยของ ลินส์เลย์ (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ. 2529 : 15 ; อ้างอิงมาจาก Linsley. n.d.) เรื่อง Prosthetic Environment ซึ่งให้เห็นว่าในสังคมนี้ไม่มีผู้พิการ แต่มีสภาพแวดล้อม

พิการ ลินส์เลย์ เชื่อว่าความพิการ คือความบกพร่องต่าง ๆ ซึ่งสามารถจะหาสิ่งมาชดเชยได้ สิ่งที่มาทดแทนนั้นจะทำให้บุคคลนั้นไม่พิการต่อไป เช่นคนที่มีความพิการที่ขา ถ้าเขาสามารถสวมขาเทียมและใช้ไม้ค้ำยันก็จะทำให้เขาสามารถเคลื่อนไหวได้ เช่นเดียวกับคนปกติหรือใกล้เคียงกับคนปกติ ดังนั้นสภาพแวดล้อมที่ควรเป็นคือ สภาพแวดล้อมนั้นต้องทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้เร็วขึ้น เพื่อเรียนตามเพื่อนหรือเด็กปกติได้ทัน ครูจึงควรเปลี่ยนความเชื่อที่ว่าเด็กเรียนไม่ได้ดี เพราะตัวของเด็กแล้วหันมาพิจารณาว่าทำไมเด็กจึงไม่สามารถเรียนได้ การสอนเพื่อฝึกความแม่นยำ ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญ 2 ประการคือ การเคลื่อนไหว (Movement) และการนับ (Count)

การเคลื่อนไหว (Movement) หมายถึงการเคลื่อนไหวที่แสดงออกถึงการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นในขณะนั้นและทำได้รวดเร็ว เช่น ครูบอกให้นักเรียนชี้เลข 27 นักเรียนชี้ที่ 27 ได้ทันที

การนับ (Count) หมายถึง การนับข้อถูกและข้อผิดของนักเรียนซึ่งเป็นการประเมินความแม่นยำ เช่น ครูให้นักเรียนนับเลข 10 ตัว ในเวลาที่จำกัด ถ้านับได้ 8 ตัว แสดงว่านับได้ 80 % หรือเป็นการประเมินว่ามีความแม่นยำ 80 %

การนับมีประสิทธิภาพคือ ทำให้นักเรียนทราบผลการเรียนของตัวเอง และมีการพัฒนาความรวดเร็วในการทำ การคิด และบันทึกผลลงในแผ่นกราฟ ทุกจุดประสงค์ต้องทำได้ 80 % จึงถือว่าผ่านจุดประสงค์ ถ้าไม่ถึง 80 % ต้องฝึกใหม่

องค์ประกอบของการสอนเพื่อฝึกความแม่นยำ

องค์ประกอบที่สำคัญของการสอนเพื่อฝึกความแม่นยำและทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้เร็วขึ้น สิ่งที่ต้องคำนึงถึงประกอบด้วย

1. เครื่องมือในการฝึกหรือแบบฝึก (Probe)
2. การกำหนดเกณฑ์ของปริมาณงาน (Quantity)
3. การกำหนดเกณฑ์ของเวลา (Timing)
4. การบันทึกผลความก้าวหน้า (Progressing Chart)

จ.ดี ชอทคิส ได้อธิบายถึงองค์ประกอบที่สำคัญของการสอนเพื่อฝึกความแม่นยำ

ดังรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. เครื่องมือในการฝึก หรือแบบฝึก (Probe) มีลักษณะคล้ายกับแบบทดสอบย่อย เพียงแต่มีจำนวนข้อปัญหามากกว่า แบบฝึกแต่ละชั้นของแต่ละเนื้อหาวิชาย่อมมีจำนวนปัญหาแตกต่างกันออกไป อาจเป็น 30, 60, หรือ 100 ข้อก็ได้ นอกจากนี้การใช้แบบฝึกจำเป็นต้องกำหนดเกณฑ์ของจำนวนข้อว่า จะให้ผู้ฝึกสามารถทำได้ 20 หรือ 30 หรือ 40 ข้อ แล้วแต่กรณี การฝึกจะต้องฝึกเป็นประจำโดยให้ทำในเวลาสั้น ๆ และจำกัด อาจเริ่มจาก 30 วินาที 1 นาที หรือ 2 นาที หรือมากกว่านั้นแล้วบันทึกผลจำนวนข้อที่ทำได้ถูก และผิด ลงในแบบบันทึกผลความก้าวหน้า ถ้าผู้ฝึกสามารถทำได้ถูกต้องและถึงเกณฑ์ที่กำหนดเมื่อไรก็ให้เรียนในเรื่องต่อไป

การสร้างแบบฝึก (Probe)

แบบฝึกมีลักษณะคล้ายแบบทดสอบย่อย (Formative Test) แต่แบบฝึกมีลักษณะที่เฉพาะเจาะจงมากกว่า ขณะที่แบบทดสอบย่อยจะทดสอบหลายจุดประสงค์ในครั้งเดียว แต่แบบฝึกจะสร้างขึ้นตามความจำเป็นเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา เฉพาะทักษะและฝึกเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความชำนาญ กำหนดเวลาในการทำแต่ละครั้งเป็นระยะเวลาสั้น ๆ อาจใช้เวลา 30 วินาที 1 นาที, 2 - 3 นาที จากนั้นทำการบันทึกผลทั้งข้อถูกและข้อผิดลงในแผนภูมิ หากผู้เรียนสามารถทำได้ถูกต้องตามเกณฑ์ที่กำหนดก็จะเรียนในเรื่องหรือทักษะอื่นต่อไป

ในการสร้างแบบฝึกนั้น ไฮเวล และมอร์เฮด (Howell and Morehead. 1978 : 74 - 75) ได้เสนอแนะสำหรับการเลือกหรือเขียนพฤติกรรมที่จะสร้างแบบฝึกดังนี้

1. ความสะดวกในการนำไปใช้ ต้องแน่ใจว่าในการนำไปใช้จะมีคำแนะนำและกระบวนการให้คะแนนที่อำนวยความสะดวกในการติดตามผล การนำไปใช้และการตีความ
2. มีการระบุจุดประสงค์อย่างชัดเจน ทราบจุดประสงค์และข้อจำกัดของเครื่องมือในการใช้
3. วัดตรงตามเนื้อหาและจุดประสงค์ที่กำหนดไว้โดยอาจารย์รวมทั้งทักษะย่อยต่าง ๆ
4. ข้อทดสอบเป็นตัวนำไปสู่จุดประสงค์ การพัฒนาแบบทดสอบเพื่อดูว่าครบตามจุดประสงค์หรือไม่ อาจใช้รูปแบบตารางวิเคราะห์ข้อทดสอบ

5. จุดประสงค์ต้องได้มาตรฐาน โดยพิจารณาแบบที่เหมาะสมสำหรับเนื้อหาที่ทดสอบ อาจกำหนดมาตรฐานจากการตรวจสอบเอกสาร ถามผู้เชี่ยวชาญ สัมภาษณ์ที่มาตราฐานหรือตรวจสอบข้อพิสูจน์เชิงประจักษ์
6. ใช้ข้อทดสอบ ซึ่งสามารถตรวจสอบพฤติกรรมที่สังเกตเห็นได้ จะต้องพิจารณาว่าการประเมินข้อทดสอบนั้นชัดเจนเพียงพอหรือไม่ หากไม่ชัดเจนต้องใช้วิธีการที่จะทำให้เป็นกระบวนการที่สังเกตได้
7. มีการรวบรวมข้อมูลอัตราความเร็ว เพื่อตัดสินว่า ทักษะใดควรปฏิบัติอย่างคล่องแคล่วเพียงใด
8. มีการรวบรวมตัวอย่างของพฤติกรรมอย่างเพียงพอ พิจารณาเนื้อหาและเขียนจำนวนข้ออย่างเพียงพอจากเนื้อหา
9. สร้างรูปแบบของสิ่งเร้าที่เหมาะสม ตรวจสอบข้อความที่ได้สรุปไว้และแน่ใจว่าแต่ละข้อตรงกับข้อความนั้น
10. มีกระบวนการให้คะแนนอย่างเหมาะสม โดยใช้กฎเกณฑ์การวัดผล

หลักการใช้แบบฝึก

1. ดูว่าเราจะใช้แบบฝึกเพื่อสอนอะไรแก่นักเรียน การใช้แบบฝึกไม่ได้เน้นเอามาวัดเพื่อดูเกรด แต่ดูว่าการสอนของครูเป็นอย่างไร ถ้าพิจารณาพบว่านักเรียนทำแบบฝึกหัดผิดมาก ครูก็จะได้ว่าผิดเพราะอะไร
2. ใช้แบบฝึกสำหรับฝึกทักษะพื้นฐาน (Basic Skill) เพื่อพัฒนาให้นักเรียนเกิดความคล่องแคล่ว เช่นการฝึกทักษะพื้นฐานเกี่ยวกับ บวก ลบ คูณ และหารเลขหลักเดียว
3. การใช้แบบฝึกบ่อย ๆ ต้องมั่นใจว่านักเรียนทำแบบฝึกนั้นได้เอง ไม่ใช่ท่องจำได้ นั่นคือการใช้แบบฝึกอย่างใช้แบบซ้ำ ๆ กัน แม้เรื่องเดียวกันคล้ายกันแต่ก็ต้องต่างแบบกัน
4. ควรใช้แบบฝึกทุกครั้งทีสอน กล่าวคือ เมื่อครูสอนเรื่องใดไป ต้องใช้แบบฝึกกับนักเรียนทันที เช่นสอนไป 10 นาที ใช้แบบฝึกวัด 1 นาที แบบฝึกจึงเป็นเครื่องมือในการวัดผลที่ครูสอนไปได้อย่างดี

5. การใช้แบบฝึกเพียง 1 นาที ก็เพียงพอสำหรับวัตถุประสงค์ที่เกิดขึ้นกับนักเรียนที่ได้เรียนรู้แล้ว แต่ถ้าพฤติกรรมใดไม่สามารถวัดได้ใน 1 นาที ก็ขยายเวลาออกไปได้ เช่นการเขียนเรียงความ

6. การใช้แบบฝึก ใช้เพื่อตรวจสอบความก้าวหน้าในการเรียนของนักเรียนว่าเป็นอย่างไร การตัดสินผลจากการให้นักเรียนฝึก ดูได้จากการบันทึกข้อมูลลงในชาร์ต ดังนั้น แบบฝึกจึงต้องใช้คู่กับชาร์ต

7. การใช้แบบฝึกจะประสบผลสำเร็จกับนักเรียนมากที่สุด ก็ต่อเมื่อแบบฝึกนั้นเป็นไปตามขั้นตอนของหลักสูตร มีการเรียงลำดับจากง่ายไปหายาก นั่นคือผู้สอนต้องศึกษาหลักสูตรและแยกเนื้อหาออกเป็นจุดประสงค์ย่อย ๆ ก่อนที่จะสร้างแบบฝึก

8. การใช้แบบฝึกจะกระทำอย่างต่อเนื่อง แต่เมื่อใดก็ตามที่นักเรียนได้บรรลุถึงเป้าหมายที่ครูกำหนดไว้แล้ว ครูต้องเปลี่ยนเรื่องทันที เพราะถ้านักเรียนเกิดการรอบรู้และเก่งแล้ว แต่ครูยังให้ทำกิจกรรมซ้ำ ๆ ซาก ๆ จะทำให้เบื่อและไม่เกิดผลดีกับนักเรียนอีกต่อไป

ประโยชน์ของแบบฝึก

1. ใช้ในการปรับพฤติกรรมในการเรียนรู้ของผู้เรียนได้อย่างดี
2. ใช้ในการส่งเสริมความเข้าใจ
3. ใช้ส่งเสริมความชำนาญ คิดในใจ แก้ปัญหาได้เร็ว ถูกต้อง แม่นยำ
4. ใช้ส่งเสริมวิธีการเรียนรู้และแก้ปัญหาด้วยตนเอง
5. ใช้ส่งเสริมความตรงต่อเวลา

2. การกำหนดเกณฑ์ของปริมาณงาน (Quantity)

ในการกำหนดจำนวนของปัญหาที่จะนำมาใช้เป็นเครื่องมือในการฝึกนักเรียนจะต้องคำนึงถึงเรื่องที่สำคัญดังต่อไปนี้

2.1 ความยากง่ายของปัญหาจะต้องเหมาะสม โดยจะต้องถือเกณฑ์ของความง่ายเพื่อให้นักเรียนทุกคนทำได้

2.2 มีปริมาณของข้อปัญหาไม่มากนักน้อยกว่าเวลาที่กำหนด

2.3 ลักษณะปัญหาจะต้องเสริมสร้างทักษะพื้นฐาน (Basic Skill)

3. การกำหนดเกณฑ์ของเวลา (Timing)

หลังจากที่สร้างแบบฝึกเรียบร้อยแล้ว ครูควรจะต้องหาเวลาที่จำเป็นจะใช้ในการแก้ปัญหา (Time Needed) เพื่อจะได้ใช้เป็นตัวกำหนดเวลามาตรฐาน ซึ่งการหาเวลามาตรฐานให้ได้ดีและถูกต้องสามารถทำได้ดังนี้

3.1 ให้นักเรียนที่เรียนดี อาจจะเป็นนักเรียนที่อยู่ในชั้นเดียวกัน หรือชั้นที่เหนือกว่าหนึ่งชั้น ทดลองทำแล้วจับเวลา แล้วนำเวลานั้นมากำหนดเป็นเวลามาตรฐานก็ได้

3.2 ให้เพื่อนครูทดลองทำแล้วจับเวลา เมื่อได้เวลาจริงเท่าใดให้คุณด้วย 2 จะเป็นเวลาที่กำหนดให้สำหรับเด็ก

การกำหนดเวลาในการฝึกเพื่อให้เกิดผลที่สำคัญ 3 ประการ คือ

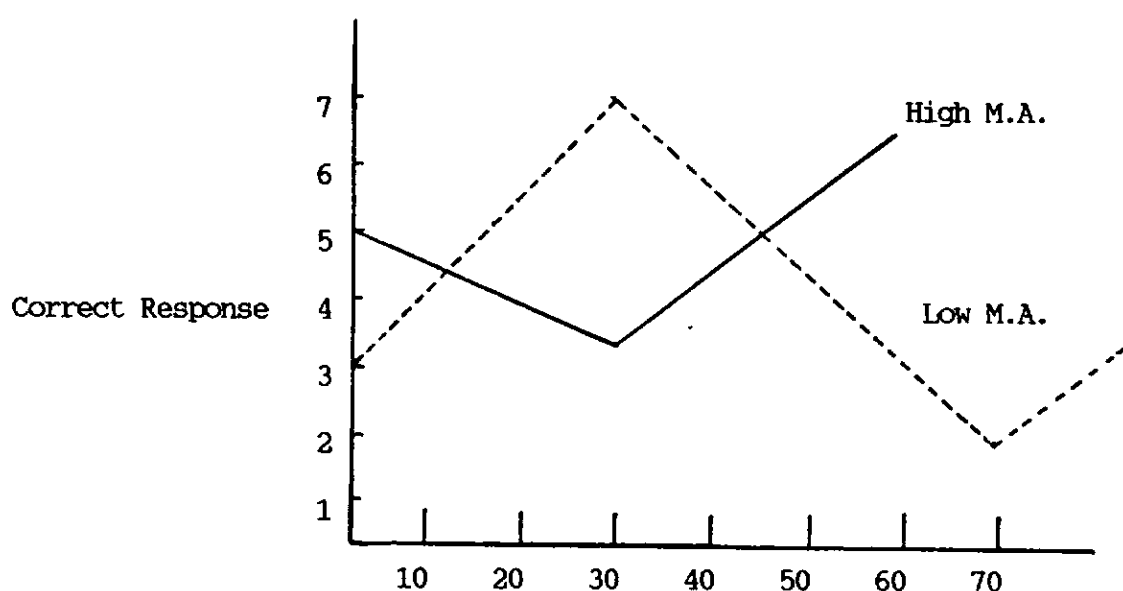
1. เป็นการปรับปรุงพฤติกรรมของนักเรียนที่มีปัญหาของความสนใจในระยะเวลาสั้น ๆ ให้มีโอกาสหันมาสนใจงานที่มอบหมายเพื่อที่จะช่วยขยายเวลาเพิ่มขึ้น
2. ทำให้นักเรียนได้เล็งเห็นความสำคัญของเวลามากขึ้น
3. เป็นการเสริมความสามารถของนักเรียนในด้านความเร็ว ความแม่นยำ

4. การบันทึกความก้าวหน้า (Progressing Charts)

การฝึกหัดเพื่อเสริมความเข้าใจ ความเร็วและความแม่นยำ ทั้งครูผู้มอบหมายงานและนักเรียนจะไม่สามารถเห็นความก้าวหน้าและปัญหาในการฝึก หากไม่มีการบันทึกผลของการฝึกแต่ละครั้ง ทั้งค่าคำตอบถูกและคำตอบผิดเพื่อที่จะได้แก้ไข นอกจากนี้ยังเป็นเครื่องชี้แนวทางการปรับและหยุดการฝึกเพื่อการเรียนรู้ในบทต่อไป นักจิตวิทยาพฤติกรรมเชื่อว่าความรู้ความเข้าใจที่มีอยู่ในส่วนของสมองมนุษย์ เราคงจะวัดโดยตรงไม่ได้ นอกจากว่าจะหาวิธีให้บุคคลนั้นแสดงออกด้วยการกระทำ แล้วสังเกตพฤติกรรมนั้น ๆ เพื่อสรุปว่าคืออะไร การสรุปนั้น อาจจะตรงหรือไม่ ขึ้นอยู่กับว่าจำนวนครั้งของพฤติกรรมที่กระทำ ยิ่งทำมากครั้ง ความแน่นอนเที่ยงตรงก็

ย่อมมีมาก ดังนั้น การสอนโดยวิธีการฝึกความชำนาญจึงต้องมีการฝึกให้ทำซ้ำบ่อย ๆ ด้วยแบบฝึก เพื่อจะสรุปได้แน่นอนว่าพฤติกรรมที่แสดงออกมานั้น ตรงตามจุดประสงค์ของการสอน

จากการศึกษาของ ซีแมน และ เฮาร์ (สำนักงานการประถมศึกษาแห่งชาติ. 2529 : 20 ; อ้างอิงมาจาก Zeaman and Houre. n.d.) ได้ทดลอง 2 กลุ่ม คือ เด็กเก่งหรือเด็กปกติเปรียบเทียบกับเด็กปัญญาอ่อนให้ทำงาน

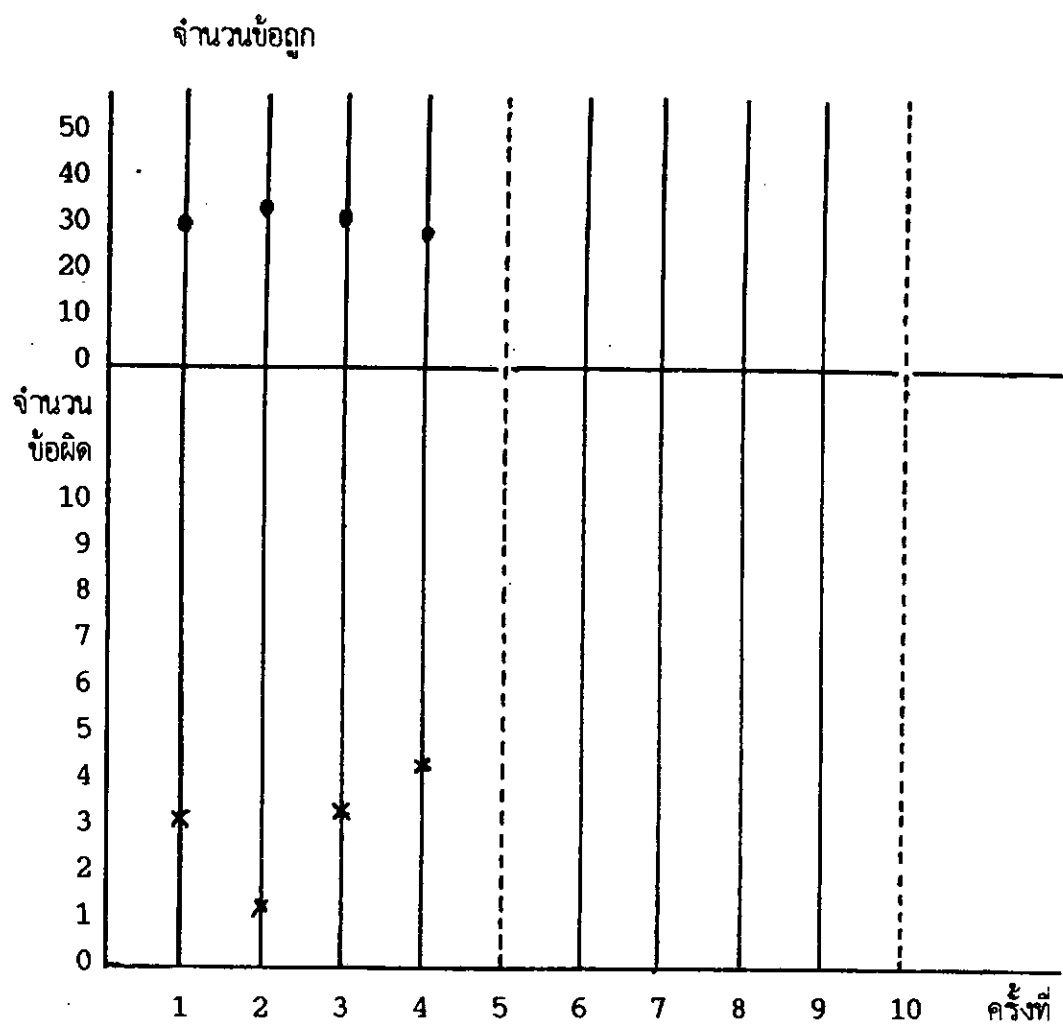


ภาพประกอบ 6 การทำงานของเด็ก 2 กลุ่ม คือกลุ่มเก่งหรือเด็กปกติเปรียบเทียบกับเด็กปัญญาอ่อน

งานที่ให้ทำนี้ เชื่อว่าเด็กทั้งสองกลุ่มไม่เคยพบกันมาก่อน ในการทดลองนี้ไม่มีการให้คำแนะนำในการเรียนรู้ เด็กทั้งสองกลุ่มจะต้องพยายามลองผิดถูก (Trails and Errors) เพื่อหาวิธีการเรียนรู้ด้วยตนเอง ซีแมนพบว่า ในการทดลองครั้งแรก เด็กทั้ง 2 กลุ่ม มิได้มีความก้าวหน้าแตกต่างกันเลย ถ้านับจากจำนวนครั้ง ในช่วง 30 ครั้งแรก จะไม่ค่อยแตกต่างกัน แต่พอครั้งที่ 50 จะเห็นได้ว่า เด็กกลุ่มเก่งได้พบวิธีการเรียนรู้แล้ว ส่วนเด็กปัญญาอ่อนต้องลองผิดลองถูกต่อไปอีก จนถึงครั้งที่ 80 จากนั้นจึงรู้วิธีการเรียน หลังจากนั้นจะเห็นว่าความก้าวหน้าของทั้ง 2 กลุ่ม มีความลาดชันอยู่ในลักษณะเดียวกัน

สรุปผลการทดลองพบว่า

1. การเรียนรู้ของเด็กไม่ว่าประเภทใด ความแตกต่างของระยะเวลานั้นอยู่กับจำนวนครั้งที่เด็กได้กระทำ
2. อาจลดเวลาและจำนวนครั้งลงได้ ถ้าเน้นการฝึกความชำนาญในส่วนที่เป็นจุดสำคัญ จะทำให้เวลาที่ใช้ในการเรียนรู้สั้นลง จำนวนครั้งในการฝึกจะลดลงด้วย



ครั้งที่ จำนวนข้อ	1	2	3	4	5
•	30	34	31	29	
X	3	1	3	4	

- หมายถึง ข้อที่เด็กทำถูก
X หมายถึง ข้อที่เด็กทำผิด

ภาพประกอบ 7 ตารางกราฟแสดงผลความก้าวหน้าของนักเรียน

1.8 การปรับพฤติกรรม

การปรับพฤติกรรมของมนุษย์ เป็นการนำเอาผลการคิดค้นวิจัยมาปรับความประพฤติอันไม่พึงประสงค์ให้ลดลง สำหรับพฤติกรรมที่ดีอยู่แล้วก็ให้คงอยู่ โดยอาศัยหลักการหลายอย่างมาช่วยกัน ชอททคิส ได้ทดลองการปรับพฤติกรรมโดยนำทฤษฎีของธอร์นไดค์ (Thorndike) หรือกฎแห่งการกระทำ (Law of Effect) ซึ่งเป็นทฤษฎีทางพฤติกรรมศาสตร์ ซึ่งพบโดยการสังเกตการกระทำของมนุษย์ ที่จะเกิดพฤติกรรมซ้ำ ๆ เสมอ ถ้ามีความพอใจหรือแรงเสริมในทางลบ นอกจากนี้ยังได้นำเอาทฤษฎีของพาฟลอฟ (Pavlov) คือเรื่องการวางเงื่อนไข โดยพบว่า มนุษย์จะมีปฏิกิริยาสะท้อนกลับที่ควบคุมไม่ได้ นอกจากนี้ยังได้นำเอาแนวทฤษฎีของ วัตสัน สกินเนอร์ และเพียเจท์ (Watson, Skinner and Piaget) มาผสมผสานกัน โดยไม่ยึดเอาแนวของบุคคลหนึ่งบุคคลใดเท่านั้น

การปรับพฤติกรรม (Behavioral Modification) เป็นการหาวิธีการเพื่อให้เด็กเกิดความเข้าใจ และการจัดสภาพการณ์ให้เด็กเกิดความคิดที่ถูกต้องในจังหวะเวลาที่เหมาะสม เช่น การเริ่มจากสิ่งที้ง่าย ๆ ใช้เวลาสั้น ๆ สำหรับเด็กที่มีช่วงความสนใจสั้น จนเขาเกิดมีใจจดจ่อกับงานแล้วจึงค่อยเพิ่มเวลา

การปรับพฤติกรรมเป็นการเรียนการสอนที่ ชอททคิส ทดลองใช้ในการเรียนการสอนคือ

1. เริ่มจากงานที่ง่าย ๆ ด้วยการให้ผู้เรียนเขียนตามตัวอย่าง เป็นการให้เด็กเลียนแบบจนเกิดความชำนาญ ทำได้รวดเร็ว แม่นยำ มีความตั้งใจและสนใจที่จะทำกิจกรรม
2. การหล่อหลอมพฤติกรรม (Shaping) เป็นการนำเอางานง่าย ๆ มาให้เด็กทีละน้อยในเวลาสั้น ๆ เพียง 1 - 2 นาที เป็นการเริ่มต้นการปรับพฤติกรรมขึ้น มีใจจดจ่อกับงานจึงค่อยเพิ่มเวลา และให้งานที่ยากขึ้น
3. ใช้พฤติกรรมต่อเนื่อง (Chaining) เริ่มให้เด็กทำงานจากงานที่เด็กสามารถทำได้และเรียนรู้ไปแล้ว เรียงลำดับเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ใหม่ อาจทำได้ 2 วิธี

วิธีที่ 1 เป็นการให้เด็กทำสิ่งใดสิ่งหนึ่งจนเสร็จด้วยตนเองแล้ว จึงจะให้แรงเสริมเพื่อให้นำเอาสิ่งอื่นมากระทำซ้ำอีกให้เกิดความต่อเนื่องไปเรื่อย ๆ

วิธีที่ 2 เป็นการให้เด็กทำงาน โดยครูได้ดำเนินการมาก่อนจนเหลืองานเพียง

เล็กน้อย แล้วให้เด็กทำต่อจนเสร็จ เช่น ตีกระดุมให้ 3 เม็ด เหลือเม็ดที่ 4 ให้เด็กทำ เด็กทำได้ ก็ให้แรงเสริม แล้วให้เริ่มทำกลับจากเม็ดที่ 4 ไปหาเม็ดแรกอีกครั้ง

โดยสรุปแล้วในการลดหรือขจัดพฤติกรรมไม่พึงประสงค์อาจทำได้ดังนี้

1. การหยุดให้แรงเสริม (Extinction) เพราะการให้แรงเสริมแล้วไม่ได้ผล จึงหยุดเพื่อหาแนวทาง
2. การลงโทษ (Punishment) วิธีการนี้เป็นวิธีการที่ไม่ค่อยได้ผล เด็กไม่หยุดการกระทำ
3. การให้แรงเสริมเมื่อเด็กแสดงพฤติกรรม 2 อย่าง พร้อมกันได้ (D.R.I. หรือ Differential Reinforcement of Incompatible Behavior) ตัวอย่างการให้แรงเสริมวิธีนี้ เช่น เด็กนั่งทำงานไม่ลุกขึ้นเอะอะ นั่งทำงานเรียบร้อย แล้วต้องชมทันที
4. การให้แรงเสริมเมื่อเด็กแสดงพฤติกรรมอื่น ๆ นอกเหนือจากพฤติกรรมไม่พึงประสงค์ (D.R.O. หรือ Differential Reinforcement of "Other") ตัวอย่างการให้แรงเสริมวิธีนี้ เช่น เด็กชอบลุกเดินไม่ทำงาน ถ้าเขานั่งลงทำงานเราเสริมแรงทันที

ขอทบทวนว่า การนำเอาทฤษฎีมาเป็นกิจกรรมให้เด็กทำในลักษณะที่มีความเหมาะสม ทั้งความยากง่าย เริ่มด้วยเวลาสั้น ๆ ให้แรงเสริมให้เหมาะสม เด็กได้เห็นทิศทางของการเรียนรู้ และเห็นความก้าวหน้าในการเรียนแล้ว ปัญหาทางพฤติกรรมจะลดลงซึ่งเป็นการเสริมให้เด็กสามารถใช้วิธีการเรียนเพื่อรอบรู้ (Mastery Learning) ได้ผลอย่างแน่นอน

2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักการเรียนเพื่อรอบรู้

2.1 งานวิจัยในต่างประเทศ

บล็อก (Block. 1970 : 104) ได้วิจัยเปรียบเทียบผลการสอนด้วยวิธีเรียนเพื่อรอบรู้กับการสอนด้วยวิธีธรรมดา โดยทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนวิชาพีชคณิต ในกลุ่มทดลองเมื่อสอนเนื้อหาแต่ละตอนจบแล้วจะได้รับการทดสอบย่อย ข้อมูลที่ได้จากการทดสอบย่อยจะแจ้งให้นักเรียนทราบและทำการแก้ไขข้อบกพร่อง จนทำคะแนนได้ถึงเกณฑ์ที่เรียกว่ารอบรู้ และมี

การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนสอนและหลังสอน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่สอนด้วยวิธีการเรียนเพื่อรอบรู้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่สอนด้วยวิธีธรรมดาอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ผลการวิจัยครั้งนี้แสดงให้เห็นว่า การสอนด้วยวิธีการเรียนเพื่อรอบรู้ให้ผลดีกว่าการสอนด้วยวิธีธรรมดา

เคอร์ช (Kersh. 1970 : 121) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษารูปแบบการเรียนรู้อย่างแคโรล ทำการทดลองกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ในวิชาคณิตศาสตร์ กิจกรรมการเรียนการสอนแบ่งออกเป็น 4 ระยะ ระยะแรกครูเข้าสอนในชั้นตามปกติประมาณ 3 - 4 สัปดาห์ เมื่อสอนเนื้อหาให้นักเรียนใช้สื่อการเรียนที่เหมาะสมกับนักเรียนเองเป็นเวลาหนึ่งสัปดาห์ แล้วทำการทดสอบใหม่ในการสอบครั้งหลังนี้มีการให้สิ่งเสริมแรง เช่น คำชมเชยที่นักเรียนเลือกสื่อการเรียน แล้วทำให้นักเรียนทำข้อสอบถูกมาก ผลการวิจัยพบว่า โดยการให้แบบทดสอบฉบับเดียวกันและใช้เกณฑ์อันเดียวกัน พบว่าสัดส่วนของนักเรียนที่เรียนอยู่ในกลุ่มทดลองทำคะแนนได้ถึงเกณฑ์ผ่านเพิ่มมากขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ เมื่อเทียบกับนักเรียนที่เรียนกับครูคนเดียวเท่านั้นเมื่อปีที่ผ่านมา ในกลุ่มนักเรียนที่มีฐานะทางเศรษฐกิจสูงในปี ค.ศ. 1966 ทำคะแนนได้ถึงเกณฑ์รู้แจ้งเพียง 19% เมื่อเทียบกับในปี ค.ศ. 1967 สอนโดยให้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ทำคะแนนได้ถึงเกณฑ์ 75% ในกลุ่มนักเรียนที่มีฐานะทางเศรษฐกิจต่ำในปี ค.ศ. 1966 ไม่มีจำนวนนักเรียนที่ทำคะแนนได้ถึงเกณฑ์ที่เรียกว่ารอบรู้ แต่ในปี ค.ศ. 1967 คนที่ทำคะแนนได้ถึงเกณฑ์ที่เรียกว่ารอบรู้ 20% ของคนทั้งหมด

รีส (Reese. 1977 : 4904 - A) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีสอนแบบบรรยายกับการสอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามวิธีของบรูมในวิชาพีชคณิต กลุ่มตัวอย่างแบ่งเป็นนักเรียนที่สอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ 2 กลุ่ม สอนด้วยวิธีสอนแบบบรรยาย 2 กลุ่ม กลุ่มตัวอย่างเรียนเนื้อหาเดียวกัน ใช้เวลาเรียนเท่ากันและผู้สอนคนเดียวกัน ใช้ข้อสอบวัดความรู้ทั้งก่อนและหลังการทดลอง ผลการวิจัยพบว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสองกลุ่มที่เรียนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ จากการสอบครั้งสุดท้ายมากกว่ากลุ่มที่สอนแบบธรรมดาอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ไบเลย์ (Bailey. 1978 : 7219 - A) ได้ทำการวิเคราะห์หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ในรายละเอียดกลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กอายุ 15 - 16 ปี ที่เรียนในโรงเรียนเซกสูงที่มีความสามารถ

ทุกระดับ นักเรียนเหล่านี้ส่งมาจากโรงเรียนที่มีขนาดกลาง พบว่ากลุ่มนักเรียนที่เรียนโดยวิธีหลัก การเรียนเพื่อรอบรู้ ทำคะแนนได้สูงกว่าและใช้เวลามากกว่ากลุ่มนักเรียนที่เรียนในกลุ่มควบคุม ถ้าเอาอิทธิพลของเวลาออกไปแล้วคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม จะไม่แตกต่างกัน ในการศึกษาพฤติกรรมการเรียน เช่น เวลาที่ใช้ในการศึกษาโจทย์แบบฝึกหัด เพิ่มเติม นักเรียนในกลุ่มทดลองใช้เวลาในการเรียนแตกต่างจากนักเรียนในกลุ่มควบคุมอย่างมีนัย สำคัญทางสถิติ นอกจากนี้วิธีการเรียนโดยวิธีหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดคือ การศึกษาใช้คำถามและการทดสอบตนเอง

2.2 งานวิจัยภายในประเทศ

ประมวล เนียมมาลัย (2527 : 75) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้านพุทธานุภาพของ นักเรียนที่เรียนจากบทเรียนโปรแกรมโดยวิธีเรียนเพื่อรอบรู้กับการเรียนวิธีธรรมดา ผลการวิจัย พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ด้านพุทธานุภาพของนักเรียนที่เรียนจากการใช้บทเรียนโปรแกรมโดยวิธี เรียนเพื่อรอบรู้สูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ด้านพุทธานุภาพของนักเรียนที่เรียนจากการใช้บทเรียน โปรแกรมโดยวิธีธรรมดา

บุษกร อินทรวัตร (2527 : 218) ได้เปรียบเทียบความถนัดทางการเรียนและแรงจูงใจ ใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยวิธีเรียนเพื่อรอบรู้ กับไม่ใช้วิธีเรียนเพื่อรอบรู้ โดยให้กลุ่มทดลองได้เรียนตามหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ที่ต้องตรวจสอบ ความรู้พื้นฐานก่อนแล้วบอกจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ พร้อมทั้งบอกเกณฑ์ให้ แก่นักเรียนด้วย เมื่อครูสอนจบแต่ละหน่วยแล้วก็ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย ในกรณีที่นักเรียนคน ใดสอบไม่ผ่านเกณฑ์ ก็จะได้รับการเรียนสอนเสริมโดยครูชี้แจงข้อบกพร่องของนักเรียนในการทำ แบบทดสอบ ส่วนกลุ่มควบคุมใช้วิธีดำเนินการสอนชุดเดียวกับกลุ่มทดลอง ต่างกันตรงส่วนที่ไม่มีการ กำหนดเกณฑ์ การผ่านจุดประสงค์ และไม่มีการซ่อมเสริมนักเรียนที่ทำคะแนนจากแบบทดสอบได้ต่ำ ผลการทดลองปรากฏว่า ความถนัดทางการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนที่สอนโดยวิธีเรียนเพื่อ รอบรู้กับนักเรียนที่สอนโดยไม่ใช้วิธีเรียนเพื่อรอบรู้ ให้ผลไม่แตกต่างกัน แต่นักเรียนที่ได้รับการสอน โดยวิธีเรียนเพื่อรอบรู้มีความถนัดทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นกว่าก่อนสอน อย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ .01

นคร ปัสมฤติ (2530 : 73) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และความสนใจในการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนเรื่องสมการ โดยใช้วิธีการเรียนเพื่อรอบรู้กับ การสอนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีการเรียนเพื่อรอบรู้มีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนแตกต่างกันกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

จัญญะ เรื่องประพันธ์ (2531 : 73) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ในการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องพหุนาม โดยใช้หลัก การเรียนเพื่อรอบรู้กับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยหลักการ เรียนเพื่อรอบรู้ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัย สำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิริวรรณ ฤกษ์นันท์ (2531 : 63) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์และความคงทน ในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนเรื่องสมการ โดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ ผลปรากฏว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและ ความคงทนในการเรียนรู้ แตกต่างกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. อย่างมีนัย สำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นงนุช พูลสวัสดิ์ (2532 : 121) ได้วิจัยการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอนโดยวิธีเรียน เพื่อรอบรู้กับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. ผลปรากฏว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยหลักการ เรียนเพื่อรอบรู้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ แตกต่างกับนักเรียนที่ได้รับ การสอนตามคู่มือครู สสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สวาท นาวาทอง (2532 : 77) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์กับสมรรถภาพการสอนของครูโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ ปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับสมรรถภาพการสอนของครูโดยใช้หลักการเรียนเพื่อ รอบรู้ตามแนวของชอททซ์สอยอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุรางค์ เนียมฉาย (2532 : 84) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจใน การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามระดับความสามารถ

ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลปรากฏว่านักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนแตกต่างกัน เมื่อได้รับการสอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากผลการวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ทั้งในประเทศและต่างประเทศ ชี้ให้เห็นว่า กลุ่มนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นไม่ว่าจะด้วยสื่อการเรียนการสอนลักษณะใด นอกจากนี้ยังทำให้นักเรียนที่เรียนอ่อนมีโอกาสทำคะแนนได้ถึงเกณฑ์ที่ตั้งไว้ เช่นเดียวกับนักเรียนที่เรียนเก่ง

3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความมีวินัยในตนเอง

3.1 ความหมายของความมีวินัยในตนเอง

ความมีวินัยในตนเอง เป็นคุณลักษณะหนึ่งของบุคคล ซึ่งได้มีผู้ให้ความหมายไว้หลายท่านดังนี้

วินเซนต์ (Vincent. 1961 : 42 - 43) กล่าวว่าความมีวินัยในตนเอง หมายถึง การที่บุคคลไม่กระทำการใด ๆ อันเป็นผลทำให้เกิดความยุ่งยากแก่ตนเองในอนาคตหรือการไม่เข้าไปยุ่งเกี่ยวเรื่องส่วนตัวหรือสิทธิของผู้อื่น รวมทั้งการที่บุคคลนั้นกระทำการที่ตนไม่อยากจะกระทำ แต่การกระทำนั้นช่วยให้ความต้องการและสิทธิของผู้อื่นได้รับการตอบสนองหรือกระทำการใดอันเป็นผลทำให้ผู้อื่นประสบผลสำเร็จในอนาคต

อิงลิชและอิงลิช (English and English. 1968 : 487) ได้ให้ความหมายของความมีวินัยในตนเองว่า เป็นลักษณะของการนำตนเอง การควบคุมหรือการบังคับตนเอง โดยอาศัยแรงจูงใจที่สัมพันธ์กับอุดมคติที่บุคคลสร้างขึ้นสำหรับตนเอง หรือเป็นการควบคุมพฤติกรรมของตนเองให้เป็นไปตามความตั้งใจ

กู๊ด (Good. 1973 : 525) ได้กล่าวถึง วินัยในตนเองว่าหมายถึงการบังคับควบคุมพฤติกรรมของบุคคล ไม่ใช่บังคับโดยอำนาจภายนอก แต่บังคับโดยอำนาจภายในตัวบุคคล และเป็นอำนาจที่เกิดจากการเรียนรู้ หรือการยอมรับในคุณค่าอันใดอันหนึ่ง ซึ่งทำให้บุคคลสามารถ

บังคับพฤติกรรมของตนให้เป็นไปตามนั้น

วิวัฒน์ อัสวานิชย์ (2523 : 8) กล่าวว่าวินัยในตนเองหมายถึง ความสามารถที่บุคคล รู้ตัวอยู่ตลอดเวลาในการแสดงพฤติกรรมทางด้านความเป็นผู้นำ ความรู้สึกรับผิดชอบ ความอดทน ไม่กังวลใจ มีความเชื่อมั่นในตนเอง ซึ่งเป็นพฤติกรรมที่ตนต้องการแต่ไม่ขัดกับกฎเกณฑ์ ข้อบังคับ ของสังคมทั่วไป รวมไปถึงการปฏิบัติตามระเบียบที่สังคมวางไว้ ตลอดจนมีความเห็นใจ ไม่เกรง ใจโดยปราศจากเหตุผล มีความตั้งใจและความเชื่ออำนาจภายในตนเอง

สุนารี เตชะไชยวิวัฒน์ (2527 : 14) ให้ความหมายของวินัยในตนเองหมายถึง ความสามารถของบุคคลในการควบคุมอารมณ์และพฤติกรรมของบุคคลให้เป็นไปตามความมุ่งหวัง โดยอำนาจภายในตนเอง และไม่เปลี่ยนแปลงความตั้งใจ แม้จะมีสิ่งรื้ออื่น ๆ ทั้งภายในหรือ ภายนอกมากระทบก็ตาม นอกจากนี้สิ่งที่ทำจะต้องไม่ขัดต่อกฎระเบียบของสังคมและไม่ละเมิดสิทธิ ของผู้อื่น

อำพร กาทอง (2529 : 7) ให้ความหมายมีวินัยในตนเองว่าเป็นความสามารถของ บุคคลในการควบคุมอารมณ์ และพฤติกรรมของตนเองให้เป็นไปตามที่ตนมุ่งหวังไว้ โดยเกิดจาก การสำนึกขึ้นมาเอง แต่ทั้งนี้จะต้องไม่กระทำการใด ๆ อันเป็นผลทำให้เกิดความยุ่งยากแก่ตนเอง ในอนาคต และจะต้องเป็นสิ่งที่ก่อให้เกิดความเจริญแก่ตนเองและผู้อื่น โดยไม่ขัดต่อระเบียบของ สังคม และไม่ขัดต่อสิทธิของผู้อื่น

อนุชิต สงแพง (2530 : 12) กล่าวว่า ความมีวินัยในตนเองหมายถึงความสามารถ ของบุคคลในการควบคุมพฤติกรรมของตนเอง ของบุคคลนั้น ๆ เพื่อให้พฤติกรรมเป็นไปตามที่ตน มุ่งหวังไว้ โดยสิ่งที่มุ่งหวังนั้นจะต้องเป็นสิ่งที่นำความเจริญให้แก่ตนเอง และไม่ขัดต่อระเบียบ กฎเกณฑ์ของสังคม หรือละเมิดสิทธิของผู้อื่น

รัตน นภารัตน์ (2531 : 28) สรุปว่าความมีวินัยในตนเอง หมายถึง ความสามารถ ของบุคคลในการควบคุมอารมณ์และพฤติกรรมให้เป็นไปตามความต้องการและตามระเบียบกฎเกณฑ์ ของสังคม โดยเกิดจากการสำนึกตัวขึ้นมาเอง ไม่เฉพาะจะอยู่ภายใต้เงื่อนไขข้อบังคับจากภายนอกเท่านั้น แม้จะมีอุปสรรคก็ยังคงไม่เปลี่ยนแปลงพฤติกรรมนั้น

กาญจนา มีพลัง (2532 : 24) สรุปว่า ความมีวินัยในตนเอง หมายถึง ความสามารถ

ของบุคคลในการควบคุมอารมณ์และพฤติกรรมให้เป็นไปตามความต้องการ และตามระเบียบกฎเกณฑ์ของสังคม โดยเกิดจากการสำนึกขึ้นมาเอง อันก่อให้เกิดผลดีต่อตนเองและสังคม

จากความหมายดังกล่าวพอสรุปได้ว่า ความมีวินัยในตนเอง หมายถึง ความสามารถที่จะกำหนดบุคลิกของตน ให้อยู่ในกฎเกณฑ์ของสังคม โดยมีเป้าหมายที่จะปฏิบัติงานที่รับผิดชอบได้ ประสิทธิภาพสำเร็จ ทั้งนี้ต้องไม่ละเมิดสิทธิของผู้อื่น

3.2 ทฤษฎีเบื้องต้นเกี่ยวกับการพัฒนาการของวินัยแห่งตน

ลักษณะ "วินัยแห่งตน" มีความสำคัญต่อการแสดงออกทางจริยธรรมและคุณธรรมของบุคคล มากกว่าลักษณะทางความรู้ วิชา และความสามารถกระทำกิจกระทำชั่วด้วย ฉะนั้นการให้ความสำคัญเกี่ยวกับกำเนิดและการเจริญเติบโตของจิตลักษณะการมีวินัยแห่งตน จึงเป็นสิ่งจำเป็นในเรื่องนี้ นักจิตวิทยาพัฒนาการได้ให้ความสนใจมานานแล้วและมีความเห็นว่าความมีวินัยแห่งตนหรือความสามารถควบคุมตนเองอย่างถูกต้อง เป็นหลักชัยของการพัฒนาทางจิตของบุคคล นั่นคือความมีวินัยแห่งตน เป็นลักษณะสำคัญของผู้ที่บรรลุภาวะทางจิต ฉะนั้นการมีวินัยแห่งตน จึงสามารถจะใช้เป็นเครื่องมือวัดระดับพัฒนาการทางจิตของบุคคลได้ด้วยทฤษฎีสำคัญที่เกี่ยวข้องกับพัฒนาการของวินัยแห่งตนมี 2 ทฤษฎี คือ ทฤษฎีของเมาเรอร์ (Mowrer) ว่าด้วยจุดกำเนิดของการควบคุมตนและทฤษฎีของแพคและแฮวริงhurst (Pack and Havinghurst) ว่าด้วยพัฒนาการของแรงจูงใจทางจริยธรรม ซึ่งยึดการควบคุมของอีโก้เป็นหลัก (ดวงเดือน พันธุมนาวิน, 2523 : 5 - 6) จากทฤษฎีทั้งสองนี้ ดวงเดือน พันธุมนาวิน (2532 : 7 - 9) ได้กล่าวสรุปถึงพัฒนาการการมีวินัยของเด็กว่า การมีวินัยจะเริ่มปรากฏในเด็กช่วงวัย 8 - 10 ปี เริ่มชัดเจนในช่วงวัยเด็กโต 7 - 12 ปี ฉะนั้น การให้จริยศึกษาเพื่อเสริมสร้างวินัยในตนเองควรเริ่มในวัยเด็ก ส่วนในวัยรุ่นและผู้ใหญ่ตอนต้นจริยศึกษาจะช่วยให้ความแปรปรวนในลักษณะของบุคคลมาหยุดอย่างถาวรที่มีลักษณะที่สมบูรณ์ที่สุด แทนที่จะหยุดอยู่ที่ประเภทของบุคลิกภาพเชิงจริยธรรมที่ต่ำกว่า

ดังนั้น การมีวินัยในตนเองจึงสามารถปลูกฝังและพัฒนาได้ ซึ่งการเรียนการสอนจะเป็นส่วนหนึ่งที่ทำให้เด็กมีวินัยในตนเอง ดังที่ ศุภิพร นิมิตรกุล (2521 : 63) กล่าวว่า ความมีวินัย

แห่งตนจะเกิดขึ้นได้โดยการเรียนการสอนในโรงเรียน การสอนของครูนั้นควรจะมีกิจกรรมที่ส่งเสริมการทำงานด้วยตนเอง ซึ่งทำให้ผู้เรียนรู้จักสิทธิและหน้าที่ของตนเองมีความรับผิดชอบในการปฏิบัติงาน อันเป็นการฝึกฝนความมีวินัยแห่งตนแก่ผู้เรียนให้เกิดสะสมเพิ่มมากขึ้น

3.3 คุณลักษณะของผู้ที่มีวินัยในตนเอง

กรุณา กิจขยัน (2517 : 21) ได้สรุปเกี่ยวกับความมีวินัยในตนเองไว้ว่า บุคคลที่มีวินัยแห่งตนจะมีคุณลักษณะและพฤติกรรมดังนี้

1. มีความรับผิดชอบ
2. เชื่อมั่นในตนเอง
3. มีความรู้สึกรับผิดชอบ
4. มีความตั้งใจจริง ใจคอมั่นคง
5. กล้าคิด กล้าทำ กล้าพูด
6. มีความเห็นอกเห็นใจผู้อื่น และไม่เกรงใจโดยปราศจากเหตุผล
7. ไม่กังวลใจ
8. มีลักษณะความเป็นผู้นำ
9. มีความอดทน
10. มีความซื่อสัตย์ จริงใจมีเหตุผล

วิวัฒน์ มุลสถาน (2523 : 33) สรุปว่าบุคคลที่มีวินัยในตนเองควรมีลักษณะและพฤติกรรม ดังนี้

1. เชื่อมั่นในตนเอง
2. มีความรู้สึกรับผิดชอบ
3. มีความตั้งใจจริง
4. มีลักษณะความเป็นผู้นำ
5. มีเหตุผล
6. เคารพสิทธิของผู้อื่น

7. ทำตามกฎเกณฑ์ของสังคม

8. มีความอดทน

นอกจากนี้ ช. ชนบท (2530 : 48 - 49) ได้กล่าวว่า บุคคลจะมีวินัยในตนเองได้นั้น จะต้องอาศัยหลักธรรมที่ช่วยให้คนอยู่ด้วยกันอย่างเป็นระเบียบ และมีความสุข ได้แก่ หิริ โอตตัปปะ เพราะ หิริ คือความรู้สึกอายตัวเองที่จะกระทำอะไรที่ไม่ถูกต้อง เช่น ทำผิดระเบียบ ทำผิดกฎหมาย เป็นต้น โอตตัปปะ คือความรู้สึกกลัวว่าถ้าทำผิดระเบียบ ผิดกฎหมายแล้วจะมีผลร้ายตอบในภายหลัง หิริ โอตตัปปะ จึงเปรียบเสมือนสิ่งที่ยึดควบคุมความประพฤติของบุคคลที่อยู่ภายใน ซึ่งสามารถควบคุมบุคคลได้ทั้งในที่ลับและที่แจ้ง

ดังนั้น บุคคลที่มีวินัยในตนเองควรมีลักษณะและพฤติกรรมดังนี้

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีความเชื่อมั่นในตนเอง
3. มีความตั้งใจ
4. มีความอดทน
5. มีลักษณะความเป็นผู้นำ
6. มีความซื่อสัตย์

3.4 การส่งเสริมพัฒนาความวินัยในตนเอง

ในการส่งเสริมพัฒนานักเรียนให้เป็นผู้มีวินัยในตนเองนั้น สุชา จันทร์เอม (2521 : 191) ได้เสนอแนะวิธีไว้ดังนี้

1. ครูทำงานร่วมกับเด็ก
2. ครูปฏิบัติต่อเด็กเป็นรายบุคคลไปตามความสามารถของแต่ละบุคคล
3. ส่งเสริมการเรียนรู้ของเด็กเป็นรายบุคคล
4. ส่งเสริมความเจริญงอกงามทุกด้านของเด็ก
5. โดยการจัดประสบการณ์หรือกิจกรรมให้เด็กเลือกเรียนตามความสามารถ

ความสนใจ ความถนัดโดยธรรมชาติและความต้องการของเด็ก

สำหรับลักษณะการเรียนการสอนที่มุ่งจะปลูกฝังให้นักเรียนมีวินัยในตนเองนั้น
กาญจนา หาสิตะพันธุ์ (2517 : 203 - 204) ได้เสนอข้อควรปฏิบัติของครูดังนี้

1. ครูควรใช้วิธีแนะแนวทางนักเรียน ซึ่งอาจแสดงให้เห็นว่าครูเชื่อมั่นคุณค่า
ของนักเรียน แทนที่จะใช้วิธีการซึ่งเป็นการดูถูกความมั่นใจตัวเอง
2. ครูพิจารณาเหตุการณ์แต่ละเหตุการณ์ เมื่อมีการกระทำผิดทางวินัยขึ้น
พิจารณาความต้องการ และประวัติชีวิตของบุคคลที่เกี่ยวข้องกับการกระทำผิดนั้น จะไม่มีการ
ลงโทษเพื่อให้เป็นตัวอย่างแก่กลุ่ม แต่จะช่วยให้การเรียนรู้เพื่อเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของบุคคลที่
กระทำผิดนั้น
3. จัดโรงเรียนและห้องเรียนให้มีบรรยากาศเต็มไปด้วยความเคารพและ
เชื่อถือกัน
4. ครูยอมรับเด็กทุกคน ซึ่งจะต้องช่วยให้เด็กเกิดความสบายใจในลักษณะของ
คนที่ต่างจากเพื่อนทุกคน
5. ครูช่วยให้เด็กเข้าใจเหตุผลของมาตรฐานและกฎต่าง ๆ และให้เห็นผล
ของพฤติกรรมของตน ครูบอกขอบเขตกว้าง ๆ ของพฤติกรรม ซึ่งเป็นที่ยอมรับของสังคม ต่อจาก
นั้นให้เด็กช่วยวางกฎเอง
6. ครูช่วยให้เด็กรู้จักปกครองตนเอง โดยให้วางโครงการกิจกรรมของตนเอง
จัดเครื่องใช้บนชั้นและประดับตกแต่งห้อง เด็กโตขึ้นจะค่อย ๆ รับภาระในการปกครองตนเองให้
มากขึ้น
7. ครูศึกษาพฤติกรรมของเด็กตามวิธีวิทยาศาสตร์ หาเหตุผลของพฤติกรรม
และวิธีเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม
8. ครูช่วยเด็กให้เข้าใจต้นตอของพฤติกรรมของตนและของผู้อื่น และ
หาหนทางที่เหมาะสมในการเผชิญความขัดแย้ง

นอกจากนี้ สุชา จันทรเฒ และสุรางค์ จันทรเฒ (2517 : 192) กล่าวถึง
บทบาทของครูในการพัฒนานักเรียนให้มีวินัยในตนเอง ดังนี้

1. การสร้างความสามัคคี น้ำหนึ่งใจเดียวกันขึ้นในห้องเรียน ให้มีความรู้สึก

ว่ามีส่วนร่วมกัน และยอมเสียสละเพื่อหมู่คณะ

2. สร้างความรู้สึกรักให้เด็กเห็นว่าตนมีความสำคัญต่อหมู่คณะ
3. สร้างบรรยากาศแห่งความเป็นกันเองภายในห้องเรียน
4. สร้างความเชื่อมั่นในตนเองให้เกิดขึ้นในตัวเด็ก
5. พยายามศึกษาเด็กเป็นรายบุคคล เพื่อนำไปเป็นเครื่องมือแก้ปัญหาด้านวินัย
6. ควรหัดให้เด็กรับผิดชอบในการแก้ปัญหาด้านต่าง ๆ
7. ไม่ควรใช้การห้ามเป็นเครื่องมือทางวินัย ควรใช้วิธีช่วยทำให้ทำในสิ่งที่ถูก
8. ให้โอกาสเด็กมีส่วนร่วมในการจัดโรงเรียน
9. ครูต้องเตรียมการสอนและกิจกรรมเป็นอย่างดี โดยคำนึงถึงความแตกต่าง

ระหว่างบุคคล

10. ระเบียบที่วางไว้ควรเริ่มจากนักเรียน ให้นักเรียนร่วมมือกันวางกฎเกณฑ์

ดังนั้น ความมีวินัยในตนเองของนักเรียนสามารถปลูกฝังและพัฒนาได้โดยครูเป็นผู้มีบทบาทสำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน รวมทั้งให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมนั้น ได้อย่างเหมาะสมและสอดคล้องกับคุณลักษณะ และพฤติกรรมที่ก่อให้เกิดความมีวินัยในตนเอง

3.5 ประโยชน์ของการมีวินัยในตนเอง

สมาคมเรื่องเด็กแห่งสหรัฐ (ยูพีดี เทเซฮ์องกูร. 2525 : 17 ; อ้างอิงมาจาก (Child Study Association of America. 1953 : 132 - 135) เน้นให้เห็นถึงจุดมุ่งหมายการสร้างวินัยในตนเองเพื่อระงับหรือควบคุมความโกรธ ความรู้สึกต่ำต้อย ความรู้สึกตัวเองมีความผิดอยู่ตลอดเวลาและมีความกลัวต่าง ๆ เพราะความรู้สึกเหล่านี้เป็นสาเหตุทำให้บุคคลขาดความเชื่อมั่นในตนเอง การแสดงหรือจัดความรู้สึกดังกล่าว จึงเป็นทางหนึ่งที่ทำให้เด็กสามารถพัฒนาความเชื่อมั่นในตนเองได้

สกัน สมิตร์ (2521 : 20 - 21) กล่าวว่า การฝึกทางวินัยโดยมีจุดประสงค์ให้นักเรียนสำนึกผิด คือ ให้นักเรียนมีความเคารพ มีมารยาทและความประพฤติอันดีงาม มีความเห็นอกเห็นใจ มีความร่วมมือซึ่งกันและกัน และยังกล่าวต่อไปอีกว่า ถ้าสามารถค้นนิสัยประจำใจให้ดีได้

ดังจุดประสงค์แล้ว ความมั่นคง ปลอดภัยและความรุ่งเรืองของชาติจะมีได้อย่างไม่มีปัญหาทั้งในปัจจุบันและอนาคต นอกจากนี้ยังกล่าวถึงคุณค่าของวินัยในตนเองซึ่งพอสรุปได้ดังนี้ คือ

1. วินัยทำให้ผู้รักษาเป็นคนดี เป็นเครื่องมือป้องกันความเสื่อมเสีย
2. วินัยเป็นเครื่องวัดความดีของคน ใครจะเป็นคนดีหรือคนเลว ดีมาก ด้อย ไม่มีอะไรเป็นเครื่องวัดได้แม่นยำเท่ากับการสังเกตวินัยของผู้นั้น ผู้ใดเคร่งครัดในวินัยในตนเอง ผู้นั้นเป็นคนดี

3. วินัยเป็นเครื่องแสดงความแตกต่างระหว่างบุคคล

ดังนั้น ผู้ที่มีวินัยในตนเองย่อมก่อให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง เป็นที่สรรเสริญของสังคม อันก่อให้เกิดประโยชน์ต่อประเทศชาติ

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความมีวินัยในตนเอง

4.1 งานวิจัยในต่างประเทศ

เชเวียคอฟ และฟริทซ์ (Sheviakov and Fritz. 1955 : 8 - 14) ได้ศึกษาถึงประเภทของวินัยที่ปลูกฝังให้แก่เด็กว่าไม่ควรเป็นวินัยรากฐานของการปฏิบัติตามคำสั่ง และให้ความเห็นต่อไปอีกว่าควรเป็นเรื่องของความเต็มใจ ซึ่งมีใช้การกระทำตามคำสั่งหรือเพราะการลงโทษ นั่นคือ การปลูกฝังให้เกิดวินัยในตนเอง ซึ่งตั้งอยู่บนรากฐานแห่งความชื่นชอบและรักในอุดมคติหรือยึดมั่นในอุดมการณ์ที่ตนสร้างขึ้น

วิกกินส์ (Wiggins. 1971 : 2899) ได้อ้างถึงการศึกษาของโกซ์ (Gough) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับความมีวินัยในตนเอง พบว่าผู้ที่มีวินัยในตนเองสูงจะมีความรับผิดชอบมาก มีความวิตกกังวลน้อย มีความอดทน มีเหตุผลของตนเอง มีความยืดหยุ่นในความคิดและมีพฤติกรรมที่สังคมยอมรับ และยังพบว่า โดยทั่วไปจะมีสุขภาพสมบูรณ์ดีกว่าผู้ที่ขาดความมีวินัยในตนเอง

เจซิลด์ (Jersild. 1960 : 165) ได้ค้นคว้าเกี่ยวกับแรงผลักดันภายในตัวเด็ก พบว่าบิดามารดามีอิทธิพลยิ่งในการสร้างวินัยให้กับเด็ก และบิดามารดาจะต้องไม่ตามใจเด็กเกินไป แต่จะต้องไม่เข้มงวดกวดขันจนเกินไป ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของฮอฟแมน (Hoffman.

1970 : 286) ได้ศึกษาการฝึกวินัย 3 วิธี ได้แก่ การให้เหตุผลการปล่อยปละละเลย และการรวมอำนาจ ผลการศึกษาพบว่า บิดามารดาที่ฝึกวินัยเด็กโดยวิธีการให้เหตุผลจะทำให้เด็กมีวินัยในตนเองสูงกว่าเด็กที่ได้รับการฝึกวินัยจากบิดามารดา โดยวิธีการปล่อยปละละเลยและการรวมอำนาจ

ไบรอันท์ (Bryant. 1977 : 4854 - 8) ได้ศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของครูกับนักเรียนที่มีความเชื่อแตกต่างกัน โดยให้ครูบรรยายลักษณะของนักเรียนที่มีความเชื่ออำนาจภายในตนเองจะมีวินัยมากกว่า ปรับตัวได้ดีกว่า มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและมีความอดทนมากกว่า นักเรียนที่มีความเชื่ออำนาจภายนอกตน

4.2 งานวิจัยภายในประเทศ

ลัดดาวรรณ ณ ระนอง (2526 : 56) ได้ศึกษาผลการทดลองใช้กิจกรรมกลุ่มในการพัฒนาความมีวินัยในตนเองของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนทุ่งมหาเมฆ กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2524 จำนวน 28 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 14 คน และกลุ่มควบคุม 14 คน กลุ่มทดลอง ใช้ฝึกกิจกรรมกลุ่ม กลุ่มควบคุมสอนตามปกติ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองมีพัฒนาการความมีวินัยในตนเองสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนในกลุ่มทดลองมีพัฒนาการความมีวินัยในตนเองสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สมชาย สิงห์พันธ์ (2526 : 50) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความมีวินัยในตนเอง ในการสอนจริยธรรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยวิธีสอนแบบซินดิเคท กับการสอนตามคู่มือแนวการสอนของหน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจริยธรรมของกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญและความมีวินัยในตนเองของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 วินัยในตนเองของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมหลังการเรียนแตกต่างกับก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อำพร กาทอง (2529 : 69) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความ

มีวินัยในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนวิชาสังคมศึกษาโดยวิธีการสอนแบบ
 ชินดิเคห์ การสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมและการสอนตามคู่มือแนวการสอนของหน่วยศึกษา
 นิเทศก์ กรมสามัญศึกษา ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยการสอนแบบชินดิเคห์ สอนโดยใช้
 บทเรียนโปรแกรม และสอนตามคู่มือการสอนของหน่วยศึกษานิเทศก์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่าง
 กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และพบว่านักเรียนที่เรียนโดยการสอนทั้ง 3 แบบนี้
 มีความมีวินัยในตนเองแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

รัตน นภารัตน์ (2531 : 54) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความ
 มีวินัยในตนเองของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนวิชาสังคมศึกษาโดยการสอนแบบบูรณาการ
 กับการสอนตามคู่มือแนวการสอนของหน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา ผลการศึกษาพบว่า กลุ่ม
 ทดลองและกลุ่มควบคุมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
 วินัยในตนเองของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ และพบว่า
 กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความมีวินัยในตนเองหลังการทดลองสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญ
 ทางสถิติที่ระดับ .01

กาญจนา มีพลึง (2532 : 57 - 58) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 และความมีวินัยในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนวิชาสังคมศึกษาโดยการสอน
 แบบการเรียนรู้เป็นทีมกับการสอนตามคู่มือครู ผลการศึกษาพบว่านักเรียนที่เรียนวิชาสังคมศึกษาโดยการสอน
 แบบการเรียนรู้เป็นทีมกับการสอนตามคู่มือครู มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความมีวินัยในตนเอง
 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนทั้งในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม
 มีความมีวินัยในตนเองหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

5. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับระดับความสามารถ

ไอแอนนี มีความเชื่อว่า (Ianni. 1970 : 1 - 8)

1. นักเรียนทุกคนมีความสามารถในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้มากกว่าที่เขา
 กำลังเรียนอยู่ในปัจจุบัน

2. มีวิธีสอนหลายวิธีที่จะสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียนได้ผลดี
3. จะต้องมียุทธวิธีสอนที่เหมาะสมกับนักเรียนแต่ละคน ซึ่งจะทำให้นักเรียนเจริญ

ไปในทางที่ควร -

4. การเพิ่มเติมและการย้อนกลับมาแก้ไข ควรจะทำทันทีทันใดระหว่างการสอน
5. ในแต่ละคุณภาพของการศึกษาที่แต่ละคนจะได้รับ ควรจะสูงสุดเท่าที่จะเป็น

ไปได้

ให้มีผู้กล่าวถึงผลดีของวิธีสอนโดยแยกเด็กเป็นกลุ่มตามความสามารถไว้หลาย

ท่าน เช่น อรสา กุมาริ ปุทฺท (2514 : 11) สนิท ไกรสินธุ์ (2516 : 32) บัณฑิต พฤษะวัน (2519 : 112 - 113) ซึ่งสรุปได้ดังนี้คือ

1. เด็กจะเรียนได้ดีกว่าเรียนพร้อม ๆ กันและเหมือนกัน ทั้งนี้เพราะเด็กได้เรียนในอัตราความสามารถของตัวเอง
2. ครูมีโอกาสใกล้ชิดและรู้ความเป็นไปของเด็กทุกคน
3. ครูสามารถสอนได้ทั่วถึง เพราะจำนวนหมู่เด็กมีน้อยคน
4. เด็กมีโอกาสได้มีส่วนร่วมในกิจกรรม เป็นการส่งเสริมความสามัคคีจากการทำงานร่วมกัน
5. เด็กจะมีทัศนคติที่ดีต่อการเรียน ต่อครู และโรงเรียน ทำให้มีความสนใจและไม่เบื่อหน่ายบทเรียน
6. สะดวกแก่ครูในการสอน เพราะเด็กในแต่ละกลุ่มมีความสามารถใกล้เคียงกัน
7. ส่งเสริมให้เด็กมีความรับผิดชอบและมีวินัยในตนเอง

สุภากร ราชากรกิจ (2515 : 289) ได้ให้ข้อสังเกตเกี่ยวกับเด็กชาวนาเลิคว่า หมายถึงเด็กที่มีความสามารถทางสมองสูง ซึ่งจะแสดงชัดตั้งแต่เยาว์วัย ลักษณะอย่างอื่นคือร่างกายแข็งแรงอยู่เสมอ มีความเชื่อมั่นในตนเอง บุคลิกเข้มแข็ง ชอบอิสระ อยากรู้ อยากเห็น มีความสนใจกว้าง ใฝ่ต่อความรู้ลึก เรียนรู้ต่าง ๆ ได้เร็วกว่าเด็กปกติ มีความคิดริเริ่ม มีสมาธิดี ในสิ่งที่สนใจ สามารถอ่านและสะกดคำได้เร็ว ใช้น้ำชาได้ดี มีความสามารถในการเปรียบเทียบ

หาเหตุผลและมีผลการเรียนสูง

นอกจากนี้ สุนากร ราชากรกิจ ได้กล่าวถึงวิธีจัดสอนเด็กเชาวน์เลิศทั้งในสหรัฐอเมริกา และในประเทศไทยดังนี้

วิธีสอนเด็กเชาวน์เลิศในสหรัฐอเมริกา

1. จัดโรงเรียนสำหรับเด็กที่มีสมองเจียนแหลมโดยเฉพาะ
2. จัดเป็นชั้นเรียนพิเศษ โดยคัดเลือกเด็กที่มีความสามารถสูงในวิชาคณิตศาสตร์ให้เรียนรวมกัน แต่วิชาดนตรี ศิลปะ พลศึกษา ให้เรียนรวมกับเด็กอื่น เพื่อให้รู้จักปรับตัวเข้ากับเด็กปกติ

3. จัดชั้นเรียนพิเศษในตอนใดตอนหนึ่งของวัน

4. ให้ครูพิเศษหมุนเวียนมาช่วยสอน

สำหรับสภาพของไทย จำนวนนักเรียนที่มีลักษณะเชาวน์เลิศแต่ละชั้นจะมีจำนวนไม่พอที่จะจัดเป็นชั้นเรียนพิเศษได้ ดังนั้นจึงเป็นหน้าที่ของครูที่จะต้องเอาใจใส่เป็นพิเศษแก่เด็กที่จะมองข้าม เพราะเห็นว่าง่ายแล้ว ผู้สอนสามารถที่จะจัดโปรแกรมเพื่อส่งเสริมนักเรียนที่เรียนเก่ง ดังนี้

1. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยตามความสามารถ ในขณะที่ยังเรียนคณิตศาสตร์
2. นำการสอนตามเอกัตภาพมาใช้ เช่น บทเรียนโปรแกรม
3. จัดเนื้อหาวิชาที่สูงขึ้นมาสอนให้สอดคล้องตามข้อ 1

บันลือ พดกษะวัน (2519 : 112) กล่าวว่า การจัดกลุ่มตามความสามารถ (Ability Grouping) เป็นการจัดกลุ่มโดยคัดเลือกความสามารถเป็นเกณฑ์ คือพิจารณาความสามารถทางสติปัญญาเป็นเกณฑ์ โดยมากมักอาศัยผลการสอบเข้าของเด็ก ใช้เป็นเกณฑ์ในการจัดชั้น โดยอาศัยเครื่องมือวัด เช่น ข้อทดสอบมาตรฐาน (Standardized Achievement Test)

นอกจากนี้ ยุพิน พิพิธกุล (2530 : 234 - 235) กล่าวถึงวิธีการส่งเสริมนักเรียนที่เรียนเก่ง ดังนี้

1. หาโจทย์แปลก ๆ มาให้ทำ หรือส่งเสริมให้คิดปัญหาแปลก ๆ ในหนังสือวารสารคณิตศาสตร์ และหนังสือต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์

2. ให้นักศึกษาเนื้อหาที่ยากขึ้น ผูกให้ค้นคว้าด้วยตนเองแล้วเขียนรายงานส่งหรือนำมาเสนอหน้าชั้นเรียน
3. ส่งเสริมให้อ่านหนังสือจิตตาศาสตร์ ที่เป็นเครื่องเสริมความรู้ เช่น ปัญหาลับสมอง ปริศนา กลอน เกม เพลง
4. ส่งเสริมให้มีส่วนร่วมในชุมนุมจิตตาศาสตร์ของโรงเรียน หรือเป็นสมาชิกสมาคมจิตตาศาสตร์
5. ส่งเสริมให้เข้าสอบแข่งขัน ซึ่งสมาคมต่าง ๆ จัดขึ้น และเข้าแข่งขันในรายการทายปัญหาต่าง ๆ เพื่อเป็นการฝึกฝนความรู้
6. ส่งเสริมให้นักเรียนเก่งได้ลงมือปฏิบัติจริงและค้นคว้าเรื่องต่าง ๆ
7. ส่งเสริมให้จัดโปรแกรมพิเศษ และจัดนิทรรศการ แสดงผลงานของตน
8. ให้เป็นผู้ช่วยสอน เพื่อนนักเรียนด้วยกันหรือช่วยดูแลในการทดลองเรื่องต่าง ๆ ทางจิตตาศาสตร์ เช่นในการเรียนเป็นคณะ ถ้าโรงเรียนจัดขึ้นแบบคละกันไป ก็อาจจะเลือกนักเรียนเก่งเป็นหัวหน้าหรือผู้นำกลุ่ม ในการสอนซ่อมเสริมวิชาจิตตาศาสตร์ ครูอาจจะให้นักเรียนซึ่งเรียนเก่งช่วยสอนนักเรียนซึ่งเรียนอ่อน

พร้อมกันนี้ยังได้เสนอแนะกิจกรรมที่ใช้สอนนักเรียนอ่อนดังนี้ (ยุทิน พิพิธกุล. 2530 : 242)

1. ควรจัดบทเรียนให้จบเป็นหน่วย นำวัสดุมาแสดงให้ดูเป็นช่วงสั้น ๆ ตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจแล้ว จึงจะเปลี่ยนเรื่องใหม่
2. ควรจะเปลี่ยนวิธีการสอนและจัดกิจกรรมให้เหมาะสมกับเนื้อหา ในแต่ละบทเรียน อาจจะมีการฝึกทักษะในการคำนวณเป็นช่วงสั้น ๆ
3. ให้นักเรียนมีโอกาสปฏิบัติทดลองด้วยตนเองและค้นพบข้อสรุปด้วยตนเอง
4. ทำการสอนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลหรือกลุ่ม
5. นำวัสดุและสิ่งแวดลอมจากสภาพท้องถิ่นมาใช้ เช่นครูอาจจะมอบหมายให้นักเรียนไปเก็บตัวเลขที่เกี่ยวข้องในชีวิตประจำวันมาแล้วตั้งโจทย์ให้คำนวณ
6. ควรจะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ศึกษาด้วยตนเองด้วยการทำกิจกรรมต่าง ๆ โดย

ครูอาจจะกำหนดบทเรียนสั้น ๆ และง่าย ๆ แล้วมีแบบฝึกหัดให้

7. ควรจะให้ความช่วยเหลือแก่นักเรียนเป็นพิเศษในการแนะนำที่ว่า จะเรียนอย่างไร จะใช้หนังสืออะไรประกอบและไม่ควรหวังว่านักเรียนจะทำโจทย์ได้ทุกครั้ง

8. ครูควรจะสร้างบรรยากาศในห้องเรียนให้เกิดความสนใจอยากรู้อยากเห็น ให้ นักเรียนได้ออกมาเขียนกระดานดำ มีการสาธิตทดลองจัดนิทรรศการ เป็นต้น

6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับความสามารถ

6.1 งานวิจัยในประเทศ

สเปนซ์ (Spencé. 1959 : 1682) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับเรื่องการจัดกลุ่มนักเรียน ภายใต้นั้น เพื่อสอนวิชาเลขคณิตในชั้นกลางของโรงเรียนประถมศึกษา โดยกลุ่มทดลองจะถูกแบ่ง ออกเป็นสามกลุ่มย่อย คือ กลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มอ่อน จากนั้นทำการสอนกลุ่มย่อยทีละ กลุ่ม โดยใช้วิธีสอนและอุปกรณ์ต่าง ๆ มากมาย ส่วนกลุ่มควบคุมจะถูกสอนพร้อมกันทั้งชั้น นอกจากนี้ ยังออกแบบสอบถามทัศนคติของครู ผู้เรียน บิดามารดา ในตอนท้ายการศึกษาด้วย ผลของการ ทดลองปรากฏว่า กลุ่มนักเรียนในชั้นทดลองได้คะแนนสูงกว่ากลุ่มนักเรียนในชั้นควบคุม และผลของ การตอบแบบสอบถามปรากฏว่า ทัศนคติของบิดามารดา นักเรียน และครูต่างแสดงว่าชอบที่จะเรียน ในวิธีการนี้ทั้งสิ้น

โพรวัส (Provas. 1960 : 391 - 398) ได้ศึกษาวิจัยเรื่องการจัดกลุ่มตามความ สามารถในวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 4 - 6 จำนวน 494 คน ใช้เวลาใน การทดลอง 1 ปี โดยแบ่งเด็กออกเป็นระดับตามความสามารถ คือ กลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลาง และ กลุ่มอ่อน ส่วนกลุ่มควบคุมจัดแบบคละกัน ผลของการทดลองปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ เด็กในกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม นอกจากนั้นยังพบว่าเด็กกลุ่มเก่งในกลุ่มทดลองจะมีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมมาก และกลุ่มปานกลางในกลุ่มทดลองจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สูงกว่ากลุ่มควบคุมเล็กน้อย ส่วนในกลุ่มอ่อนนั้นพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกัน

(National Education Association. 1968 : 31 ; citing Provas. 1960 : 391 - 398)

เดอวาร์ (Dewar. 1963 : 266 - 269) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการจัดกลุ่มเพื่อสอนเลขคณิตในระดับ 6 จำนวน 8 ชั้น ซึ่งจัดกลุ่มดังนี้ กลุ่มทดลองแบ่งออกเป็นระดับความสามารถ คือกลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มอ่อน ส่วนกลุ่มควบคุมจัดชั้นเรียนแบบคละกัน แล้วดำเนินการสอน หลังจากนี้ทดสอบ ผลของการทดลองปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของเด็กกลุ่มเก่ง และกลุ่มอ่อนในกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อนในกลุ่มควบคุม ส่วนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มปานกลางในห้องทดลองและห้องควบคุมไม่แตกต่างกัน (National Education Association. 1968 : 27 ; citing Dewar. 1963 : 266 - 269)

6.2 งานวิจัยภายในประเทศ

สมศักดิ์ สันธะเวชญ์ (2521 : 43 - 47) ได้ทำการวิจัยเรื่องการเลือกใช้วิธีแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนหลักสูตร สสวท. พบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงและต่ำ เลือกใช้พฤติกรรมความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ แสดงว่าไม่ว่านักเรียนจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงหรือต่ำ เลือกใช้พฤติกรรมความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณในวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน และนอกจากพฤติกรรมด้านความรู้ความจำแล้ว ในการเลือกใช้พฤติกรรมความเข้าใจพบว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง และต่ำ เลือกใช้พฤติกรรมความเข้าใจแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ แสดงว่าไม่ว่านักเรียนจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงหรือต่ำ เลือกใช้พฤติกรรมความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

จารุณี เข้มแข็ง (2524 : 34 - 38) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เมื่อสอนโดยแยกกลุ่มตามความสามารถกับไม่แยกกลุ่ม พบว่าเมื่อสอนโดยวิธีแยกกลุ่มตามความสามารถ ให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าวิธีไม่แยกกลุ่มตามความสามารถทั้งกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ ส่วนกลุ่มกลางของทั้งสองวิธีให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกัน

ศุขฉวี พทรวาณิช (2528 : 88 - 94) ได้เปรียบเทียบการสอนโดยวิธีการให้การบ้าน ไม่ให้การบ้าน และให้การบ้านตามระดับความสามารถในวิชาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่มีการบ้านตามระดับความสามารถแตกต่างกัน และนักเรียนกลุ่มเก่งมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มอ่อน นักเรียนกลุ่มเก่งกับกลุ่มปานกลาง และนักเรียนกลุ่มปานกลางกับกลุ่มอ่อนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

สุรางค์ เนียมฉาย (2532 : 84) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องทศนิยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยให้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ ตามระดับความสามารถ พบว่านักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนแตกต่างกันจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 หลังจากนั้นได้ทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นรายคู่ ปรากฏว่านักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนต่ำกับสูง และนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนปานกลางกับสูงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนต่ำกับปานกลางมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

7. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับ สสวท.

7.1 ประวัติของ สสวท.

รัฐบาลได้จัดตั้งสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ขึ้นเมื่อวันที่ 16 มกราคม พ.ศ. 2515 หลังจากที่ได้มีการดำเนินโครงการปรับปรุงการสอนเคมีและฟิสิกส์ระดับมัธยมศึกษาในเอเชีย ตั้งแต่พุทธศักราช 2508 โดยได้รับการสนับสนุนจากโครงการพัฒนาการศึกษาแห่งสหประชาชาติ (UNDP) และองค์การการศึกษาวิทยาศาสตร์และวัฒนธรรมแห่งสหประชาชาติ (UNESCO)

สสวท. มีฐานะเป็นรัฐวิสาหกิจ สังกัดกระทรวงศึกษาธิการ มีคณะกรรมการส่งเสริมการสอน

วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเป็นผู้วางนโยบาย คณะกรรมการนี้ประกอบด้วยปลัดกระทรวงศึกษาธิการเป็นประธาน ผู้อำนวยการ สสวท. เป็นเลขานุการ และมีกรรมการโดยตำแหน่งคือ อธิบดีกรมการฝึกหัดครู อธิบดีกรมสามัญศึกษา อธิบดีกรมวิชาการ เลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ และกรรมการผู้ทรงคุณวุฒิอีกจำนวนหนึ่ง

7.2 หน้าที่ของ สสวท.

สสวท. ทำหน้าที่พัฒนาและปรับปรุงหลักสูตรวิชาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี โดยมีวัตถุประสงค์ดังนี้

1. พัฒนาและปรับปรุงหลักสูตรวิชาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี
2. ส่งเสริมวิธีการสอนและการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี
3. ส่งเสริมการค้นคว้าและวิจัยเกี่ยวกับหลักสูตร วิธีสอนและการวัดผลที่เกี่ยวข้อง

ต่าง ๆ ทั้งภายในและนอกประเทศ

4. ส่งเสริมให้มีความสัมพันธ์อันจะก่อให้เกิดประโยชน์ร่วมกันระหว่างสถาบันที่เกี่ยวข้อง
- ต่าง ๆ ทั้งภายในและนอกประเทศ

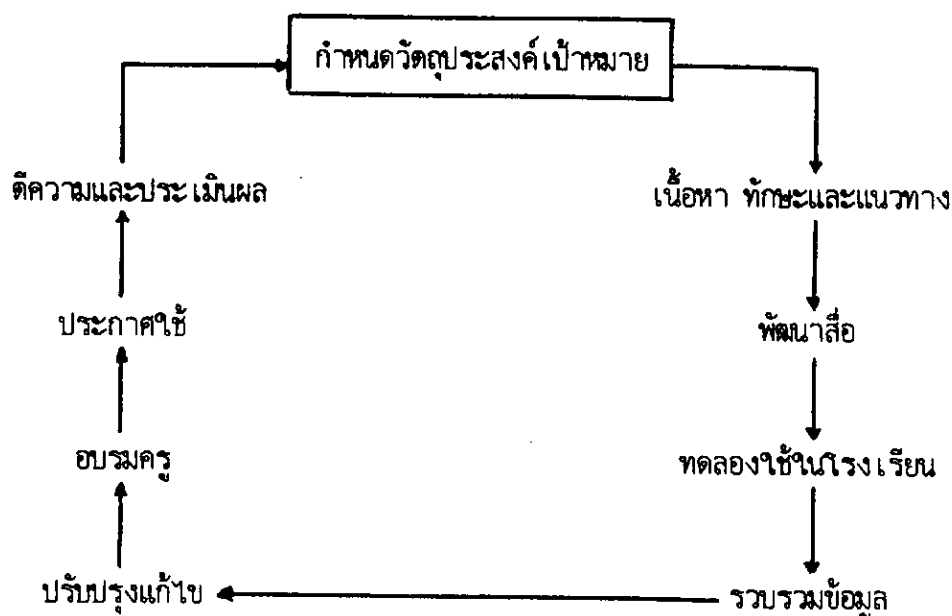
7.3 การดำเนินงานของ สสวท.

การดำเนินงานของ สสวท. แบ่งเป็น 12 สาขา และ 3 สำนักงาน ซึ่งประกอบด้วยหน่วยงานต่าง ๆ โดยมีผู้อำนวยการ สสวท. เป็นผู้ดูแลและดำเนินการให้สอดคล้องกับแผนพัฒนาและเป้าหมายที่กำหนด

บุคลากรของ สสวท. ประกอบด้วยเจ้าหน้าที่ประจำและเจ้าหน้าที่สมทบทั้งที่ปฏิบัติงานเต็มเวลาและบางส่วนช่วงเวลา รวมทั้งสิ้นประมาณ 225 คน ในจำนวนนี้ส่วนหนึ่งได้รับความช่วยเหลือให้ยืมตัวจากกรม กอง ต่าง ๆ ในสังกัดกระทรวงศึกษาธิการ ทบวง มหาวิทยาลัย และหน่วยงานอื่น ๆ

สสวท. มี 9 สาขาที่รับผิดชอบงานวิชาการ โดยทำหน้าที่พัฒนาและปรับปรุงหลักสูตรวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาจนถึงระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ทั้งสายสามัญ

ศึกษาและอาชีวศึกษา ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ รวมถึงจัดทำหนังสือเรียน คู่มือครู หนังสืออ่านประกอบ ตลอดจนกิจกรรมอบรมครู ขั้นตอนการพัฒนาหลักสูตรโดยสังเขปแสดงได้ดังนี้



ภาพประกอบ 8 ขั้นตอนพัฒนาหลักสูตรโดยสังเขป

งานด้านเสริมวิชาการมี 3 สาขา ทำหน้าที่

1. วิจัย ติดตามผลและประเมินผล เพื่อการพัฒนาและปรับปรุงหลักสูตรตลอดจนพัฒนาแบบวัดต่าง ๆ เพื่อประเมินผลการเรียนของนักเรียน
 2. ออกแบบและสร้างอุปกรณ์ประกอบการเรียนการสอนวิชาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี
 3. ผลิตสื่อทัศนวัสดุที่ใช้ประกอบการเรียนการสอนวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์
- อันได้แก่ เทปบันทึกภาพ ภาพนิ่งประกอบเสียง และแผ่นโปร่งใส

นอกจากนี้ สสวท. ยังได้ร่วมมือกับหน่วยงานอื่นในการพัฒนาการศึกษาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยี เช่น ได้ร่วมมือกับกรมการฝึกหัดครู ในการจัดตั้งศูนย์บริการการสอน

วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีชั้นในวิทยาลัยครู 36 แห่งทั่วประเทศ ให้เป็นแหล่งบริการทางด้านวิชาการ ตลอดจนช่วยเหลือให้บริการแก่ไปรษณีย์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับการเรียนการสอน วิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ร่วมมือกับกระทรวงวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและการพลังงาน ทบวงมหาวิทยาลัย และกระทรวงศึกษาธิการ ในการดำเนินโครงการพัฒนาและส่งเสริมผู้มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี (สสวท.) เพื่อผลิตนักวิทยาศาสตร์ที่มีความสามารถสูงตามความต้องการของประเทศ ให้ความร่วมมือกับองค์การระหว่างประเทศ ทั้งทางด้านการทำวิจัยร่วมกัน เช่น โครงการวิจัยและประเมินผลวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ร่วมกับนานาชาติ และเป็นที่ศึกษาดูงานแก่เจ้าหน้าที่ทางการศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาหลักสูตร สื่อการเรียนการสอน วิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีจากประเทศต่าง ๆ เป็นต้น

7.4 หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ที่พัฒนาโดย สสวท.

ในช่วงแรกของการพัฒนาหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ของ สสวท. คณะกรรมการพิจารณาหลักสูตรได้จัดให้มีการสัมมนาวิชาคณิตศาสตร์ขึ้นระหว่างวันที่ 15 - 26 พฤษภาคม 2515 ณ ห้องประชุมคณะพาณิชย์ศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้เข้าสัมมนาเกิดความสนใจในการปรับปรุงหลักสูตร การสอนวิชาคณิตศาสตร์และเพื่อกำหนดตัวบุคคลที่จะร่วมในการผลิตสื่อการเรียนการสอนหรือการทดลองหลักสูตร ผู้เข้าร่วมสัมมนาประกอบด้วย อาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับหัวหน้าวิชาหรือตัวแทนทุกระดับการศึกษา ทั้งในส่วนกลางและส่วนภูมิภาคทั่วประเทศทั้งที่สอนในโรงเรียนสามัญศึกษา อาชีวศึกษา ฝึกหัดครู วิทยาลัย และมหาวิทยาลัย รวมทั้งศึกษานิเทศก์จากหน่วยงานที่เกี่ยวข้องและคณะกรรมการวิชาการ และผู้เชี่ยวชาญต่างประเทศ รวมทั้งสิ้นประมาณ 120 คน นอกจากนั้นยังมีผู้สังเกตการณ์จากโรงเรียน วิทยาลัย และหน่วยงานต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาอีก 54 คน

วิธีดำเนินการสัมมนาประกอบด้วยการบรรยายโดยเฉพาะวิทยากรทั้งชาวไทยและชาวต่างประเทศ การอภิปรายในที่ประชุมใหญ่ การอภิปรายกลุ่มย่อย และการรายงานผลการประชุม กลุ่มวิทยากรฝ่ายไทยได้แก่ คณะกรรมการการพิจารณาหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ของ สสวท. ในขณะนั้น ส่วนวิทยากรชาวต่างประเทศมี 6 คน มาจากประเทศอังกฤษ 5 คน และสหรัฐอเมริกา

1 คน หัวข้อเรื่องที่สัมมนาในครั้งนี้มีทั้งสิ้น 11 เรื่อง คือ ความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับสังคม พัฒนาการของคณิตศาสตร์ในโรงเรียน การคำนวณและโครงสร้าง เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ความน่าจะเป็นและสถิติ กระบวนการเรียนรู้ วิถีแห่งเรขาคณิต คุณค่าของคอมพิวเตอร์ เรขาคณิตระดับประถมศึกษา เรขาคณิตระดับมัธยมศึกษา และความสัมพันธ์ของเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์แขนงต่าง ๆ

เพื่อให้ทราบถึงบรรยากาศของวงการศึกษาในช่วงเตรียมการเปลี่ยนแปลงหลักสูตรดังกล่าว ขอยกข้อความบางตอนจากคำกล่าวรายงานของผู้อำนวยการ สสวท. ในขณะนั้น คือ นายสนั่น สุมิตร มาดังนี้

สถาบันฯ ได้ดำเนินการวางแผนการสัมมนา พิจารณาหลักสูตรตั้งแต่ระดับประถมศึกษาที่ 1 ถึงระดับมัธยมศึกษา... ความมุ่งหมายอันสำคัญในการจัดการสัมมนาในครั้งนี้ก็เพื่อที่จะได้ร่วมหารือกันพิจารณาปรับปรุงแก้ไขหลักสูตรคณิตศาสตร์ ซึ่งถ้ากล่าวเช่นนั้นย่อมก่อให้เกิดการวิตกกังวลและวิจารณ์กันไป แต่ตามความเป็นจริงแล้ว สถาบันฯ ได้พยายามค้นคว้าศึกษาปรึกษา และพยายามหาข้อมูล ตลอดจนรับฟังความคิดเห็นของทุกฝ่าย และทุกท่านอย่างอิสระและกว้างขวาง เพื่อความปรารถนาอันสูงสุดร่วมกัน คือ ความเจริญก้าวหน้าทางด้านวิชาการให้ทันต่อโลก ซึ่งประเทศต่าง ๆ ได้ทำไปแล้วและกำลังทำอยู่ในปัจจุบัน และพิจารณาเห็นว่า ถ้าประเทศเราเพิกเฉยและละเลยการพิจารณาแล้วก็จะติดตามเขาไม่ทัน... เราได้เรียนได้สอนวิชาคณิตศาสตร์แบบเดิมกันมานานนับสิบ ๆ ปี โดยไม่ได้ขยับขยายหรือแก้ไขเปลี่ยนแปลงเลย ในขณะที่นานาประเทศได้เจริญรุดหน้าไปไกลมากแล้ว... การเปลี่ยนแปลงหลักสูตร โดยเฉพาะหลักสูตรคณิตศาสตร์มาเป็นคณิตศาสตร์แบบใหม่ นั้นไม่ใช่ของง่าย ย่อมต้องประสบอุปสรรคนานาประการ เป็นต้นว่า ผู้รับไม่เข้าใจถึงวัตถุประสงค์บ้าง ครูไม่พร้อมที่จะรับและจะสอนบ้าง นักเรียนไม่พร้อมบ้าง เหล่านี้เป็นต้น...

ฯพณฯ ม.ล.ปิ่น มาลากุล ประธานในพิธีเปิดการสัมมนา ได้กล่าวปราศรัยซึ่งมีข้อความบางตอนว่า

...ผมมีความรู้สึกว่าเป็นวันสำคัญอย่างยิ่ง อยากจะบอกว่าเป็นวันสำคัญในประวัติศาสตร์
 ศึกษาของเมืองไทยด้วย เพราะว่าการปรับปรุงหลักสูตร ซึ่งจะมีผลไปถึงประชาชนจำนวน
 ล้านทั่วประเทศ ไม่ใช่เรื่องเล็กน้อย ถ้าทำทั้งหลายทำดีผลดีจะตามมาอย่างรวดเร็ว
 พอสสมควร ถ้าทำไม่ดีตรงกันข้าม... เราจะปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ไปทำไมกัน...
 เมื่อมีของใหม่เกิดขึ้น เราจะปล่อยไว้ตามลำพังกระนั้นหรือ เราก็ต้องพยายามรับของ
 ดีงามของที่เห็นว่าเหมาะสมมาเป็นสมบัติของเราด้วย เพราะว่าเราก็อยู่ในโลก ความ
 จริงผมมีความรู้สึกว่าคุณคณิตศาสตร์เป็นภาษาของโลกภาษาเดียวที่ใช้กันอย่างทั่วถึง..ก็เมื่อ
 โลกเขาใช้ภาษาที่เข้าถึงประชาชนทั่วโลกกัน เมื่อเขาเปลี่ยนไปอย่างใดแล้ว ถ้าเราไม่
 เปลี่ยนเราก็เป็นประเทศอีกกลุ่มหนึ่งซึ่งพูดภาษาโลกไม่เป็น...ไม่น่าจะมีปัญหาอะไรว่าจะ
 ปรับปรุงหรือไม่ปรับปรุง แต่ว่าสำคัญอยู่ที่วิธีการปรับปรุงทั้งนั้น จะปรับปรุงอย่างใด เร็ว
 หรือช้าอย่างใด ให้อะไรถึงอย่างใด...ผลการทดลองบางอย่างในต่างประเทศอาจจะใช้ไม่
 ได้เลยในสภาพของเรา บางอย่างอาจจะใช้ได้บางส่วน บางอย่างอาจจะใช้ได้มากพอใช้...

หลังจากการสัมมนาครั้งสำคัญนี้ คณะกรรมการพิจารณาหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ของ สสวท.
 ได้พยายามหาทิศทางของการปรับปรุงหลักสูตรที่จะเหมาะสมกับสภาพของประเทศไทย นอกจากการ
 สัมมนาครั้งใหญ่ดังได้กล่าวแล้ว ก็ยังมีการประชุมสัมมนาย่อย ๆ อีกหลายครั้ง คณะกรรมการฯ ได้
 ศึกษาค้นคว้าหลักสูตรและผลการทดลองใช้หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์แนวใหม่ในประเทศต่าง ๆ อย่าง
 ละเอียดลึกซึ้งรวมทั้งเดินทางไปดูงานพัฒนาหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ในต่างประเทศด้วย ในการ
 ร่างหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ถึงมัธยมศึกษาปีที่ 5 รวม 12 ชั้นนั้น
 คณะกรรมการฯ ได้พบปัญหาที่ต้องตัดสินใจเลือกทิศทางมากมายหลายประการตัวปัญหาและผลการ
 ตัดสินใจของคณะกรรมการมิได้มีการประมวลไว้เป็นหลักฐานแต่อย่างใด แต่ปรากฏผลออกมาในรูป
 ของรายละเอียดหลักสูตรแบบเรียน และคู่มือครู ซึ่งหลังจากการทดลองใช้แล้ว ได้ประกาศใช้
 ทั่วประเทศในที่สุด

กระบวนการพัฒนาหลักสูตรของ สสวท.

เมื่อได้กำหนดทิศทางของหลักสูตรแล้ว คณะกรรมการ ก็ได้พัฒนาหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ของทั้ง 12 ชั้นมาเป็นลำดับ ตั้งแต่เขียนรายละเอียดหลักสูตร เขียนแบบเรียนและคู่มือครู ออกแบบอุปกรณ์ประกอบการสอน อบรมครูในโครงการสอนในโรงเรียนกลุ่มตัวอย่าง ประชุมสัมมนาครู ในโครงการเพื่อรวบรวมข้อมูลอันจะเป็นประโยชน์ต่อการปรับปรุงแบบเรียนและคู่มือครู พร้อมทั้ง ออกไปสังเกตการสอนตามโรงเรียนกลุ่มตัวอย่างต่าง ๆ การสอนในโรงเรียนกลุ่มตัวอย่างเริ่มที่ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายก่อน เนื่องจากจะประกาศใช้หลักสูตรทั่วประเทศก่อนระดับอื่น

การทดลองสอนตามหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ที่พัฒนาโดย สสวท. ระดับมัธยมศึกษาใน โรงเรียนกลุ่มตัวอย่างรุ่นแรกมีขึ้นในปีการศึกษา 2517 และดำเนินการใน 3 ปีการศึกษาติดต่อกัน กล่าวคือ หลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ดำเนินการสอนในปีการศึกษา 2517, 2518 และ 2519 และหลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ดำเนินการสอนในปีการศึกษา 2518, 2519 และ 2520 ปีการศึกษา 2520 เริ่มใช้หลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั่วประเทศและใช้หลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในปีถัดมา ส่วนหลักสูตรระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและประถมศึกษาที่มีขั้นตอนการพัฒนาทำนองเดียวกัน โดยเริ่มใช้หลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และประถมศึกษาปีที่ 1 ทั่วประเทศ ในปีการศึกษา 2521 และชั้นอื่น ๆ ในปีถัดมาตามลำดับ ปีการศึกษา 2526 เป็นปีที่โรงเรียนทั่วประเทศได้มีการอบรมครูอย่างทั่วถึง สำหรับครูในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย สสวท. จัดการอบรมเองเกือบทั้งหมด โดย จัดอบรมทั้งในส่วนกลางและในเขตการศึกษาต่าง ๆ ส่วนระดับอื่นซึ่งมีครูเป็นจำนวนมาก นอกจาก สสวท. จะจัดอบรมเองเท่าที่จะมีกำลังทำได้แล้ว ยังได้รับความร่วมมือจากวิทยาลัยครูทั่วประเทศ รับผิดชอบอบรม และมหาวิทยาลัยในส่วนภูมิภาคก็มีส่วนช่วยให้การอบรมครูระดับต่าง ๆ อยู่เสมอ

ใน พ.ศ. 2518 กระทรวงศึกษาธิการได้ประกาศใช้หลักสูตรประโยคมัธยมศึกษาตอนปลาย ฉบับใหม่ ซึ่งมีโครงสร้างเปลี่ยนแปลงไปจากหลักสูตรพุทธศักราช 2503 หลายประการ เช่น ยกเลิก การแบ่งเป็นแผนกวิทยาศาสตร์ ศิลปะ และทั่วไป มีวิชาบังคับน้อยลง โดยให้นักเรียนมีโอกาส เลือกวิชาตามความถนัดและความสนใจและมีการกำหนดให้เรียนวิชาชีพให้เพียงพอที่จะปฏิบัติงาน ได้หากไม่ศึกษาต่อ ใช้ระบบหน่วยกิตในการจัดโปรแกรมการเรียน หมวดวิชาคณิตศาสตร์ไม่เป็นวิชา บังคับอีกต่อไป สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เนื้อหาวิชาหมวดต่าง ๆ ได้รับการพัฒนาและ

เปลี่ยนแปลงไปเป็นอันมาก แต่หมวดวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์นั้นยังคงใช้นิยามเดิมของหลักสูตรพุทธศักราช 2503 นำมาจัดตอนเป็นรายวิชาตามโครงสร้างใหม่ เช่น เนื้อหาคณิตศาสตร์ ก เดิมนำมาแบ่งเป็น 4 รายวิชา ๑ ละ 2 หน่วยกิต และเนื้อหาคณิตศาสตร์ บ เดิม นำมาแบ่งเป็น 8 รายวิชา ๑ ละ 2 หน่วยกิต นักเรียนจะเลือกเรียนกี่รายวิชาก็ได้ พร้อมกับการประกาศใช้หลักสูตรพุทธศักราช 2518 กระทรวงศึกษาธิการได้ประกาศใช้หลักสูตรหมวดวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ที่พัฒนาโดย สสวท. คู่ขนานกันไปด้วย ทั้งนี้เพื่อให้หลักสูตรที่พัฒนาโดย สสวท. ได้รับการประกาศใช้อย่างเป็นทางการ นักเรียนในโครงการดำเนินการสอนในโรงเรียนกลุ่มตัวอย่างจะได้ไม่มีปัญหา เมื่อเริ่มใช้หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่พัฒนาโดย สสวท. ทัวประเทศในปีการศึกษา 2520 หลักสูตรคณิตศาสตร์พุทธศักราช 2518 ซึ่งมีเนื้อหาเหมือนหลักสูตรพุทธศักราช 2503 ทุกประการ ก็ถูกเลิกใช้ไป

หลังจากมีการประกาศใช้หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ของแต่ละระดับแล้ว สสวท. ได้จัดติดตามผลการใช้หลักสูตรทั่วประเทศ เพื่อทราบปัญหาที่เกิดขึ้นในโรงเรียนอันเนื่องมาจากการเรียนการสอนตามหลักสูตร และเพื่อรวบรวมข้อมูลมาใช้ในการปรับปรุงหนังสือเรียน คู่มือครู และอุปกรณ์การสอน นอกจากนั้นยังได้มีการวิจัยต่าง ๆ ด้วย ข้อมูลบางส่วนที่ได้จากการวิจัยและติดตามผลนี้ สสวท. ได้นำมาเป็นแนวทางในการจัดทำสื่อเสริมประสบการณ์สำหรับครูเพื่อให้อ่านได้อย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น และข้อมูลอื่น ๆ อาทิ ข้อมูลเกี่ยวกับรายละเอียดของเนื้อหาวิชา ข้อมูลเกี่ยวกับความเหมาะสมของเวลาที่ใช้สอน ยังช่วยในการวางแผนทางเพื่อปรับปรุงหลักสูตรให้สมบูรณ์และเหมาะสมยิ่งขึ้นต่อไป

7.5 ความแตกต่างระหว่างหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ที่ สสวท. พัฒนากับหลักสูตรพุทธศักราช 2503

หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่ สสวท. พัฒนาค้น เมื่อเปรียบเทียบกับหลักสูตรพุทธศักราช 2503 เป็นดังตาราง

ตาราง 1 ความแตกต่างระหว่างหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ที่ สสวท. พัฒนาขึ้น กับหลักสูตร
พุทธศักราช 2503

หลักสูตรที่พัฒนาโดย สสวท.	หลักสูตรพุทธศักราช 2503
1. โปรแกรมคณิตศาสตร์เป็นแบบบูรณาการทั้งระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลายใช้ชุดและฟังก์ชันเป็นเครื่องเชื่อมโยงหัวข้อต่าง ๆ ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย สนับสนุนให้สอนโดยครูคนเดียวจนถ้าเป็นไปได้เพื่อให้ความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหา 2. สอนเรขาคณิตแบบยูคลิดในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น แต่เน้นการใช้สามัญสำนึกและการสังเกตมากกว่าแบบแผนที่เป็นทางการคัดเลือกเฉพาะความคิดรวบยอดและทฤษฎีบทที่สำคัญ ๆ และมีประโยชน์มากเท่านั้น ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายเลิกสอนเรขาคณิตแบบยูคลิด แต่บรรจุเรขาคณิตวิเคราะห์เวกเตอร์ และตรรกศาสตร์ไว้ในหลักสูตรแทน	1. โปรแกรมคณิตศาสตร์แบ่งเป็นแขนงต่าง ๆ คือ แบ่งเป็น เลขคณิต - พีชคณิต และเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและแบ่งเป็นเลขคณิต - พีชคณิต เรขาคณิต ตรรกศาสตร์และสถิติในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย แขนงต่าง ๆ เหล่านี้มักสอนขนานกันไปตลอดปีการศึกษา โดยครูหลายคน 2. สอนเรขาคณิตแบบยูคลิดตามแบบแผนเดิม สัปดาห์ละ 2 ชั่วโมง ตลอด 3 ปี ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย นักเรียนสายวิทยาศาสตร์เรียนเรขาคณิตแบบยูคลิดสัปดาห์ละ 2 ชั่วโมง ตลอด 2 ปี (นักเรียนสายอื่นไม่ต้องเรียนเรขาคณิต)

ตาราง 1 (ต่อ)

หลักสูตรที่พัฒนาโดย สสวท.	หลักสูตรพุทธศักราช 2503
3. แบ่งเวลาสอนให้เน้นการสร้างความคิดรวบยอดและการสร้างทักษะทางเลบคณิต พิชคณิตในระดับใกล้เคียงกัน โดยมีความเชื่อว่าความเข้าใจจะนำไปสู่ทักษะที่มั่นคง 4. แนะนำให้รู้จักหัวข้อใหม่ ๆ อย่างกว้างขวาง เช่น สถิติภาคบรรยายและความน่าจะเป็นแบบใช้สามัญสำนึกในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ส่วนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีหัวข้อใหม่ ๆ เช่น แคลคูลัส เมตริกซ์ ตรรกศาสตร์ เน้นคุณสมบัติของจำนวนและการใช้กราฟของฟังก์ชันในทั้งสองระดับ หัวข้อที่ยุ่งยากซับซ้อน แต่ไม่มีประโยชน์มากนักได้ถูกตัดออกไป เช่น เศษซ้อน วิธีทางพิชคณิต และเรขาคณิตในการหารากที่สาม ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เลิร์ด ประเภทต่างๆ ของอนุกรม ก้าวหน้าในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย 5. สนับสนุนให้ครูตั้งคำถามให้นักเรียนตอบบ่อย ๆ กระตุ้นให้นักเรียนค้นพบหลักเกณฑ์ต่าง ๆ ด้วยตนเองในเรื่องที่	3. เน้นการฝึกฝนให้เกิดทักษะทางเลบคณิต-พิชคณิตให้เวลาแก่การฝึกทำโจทย์ที่มีตัวเลขซับซ้อนมาก ไม่เน้นการสร้างความคิดรวบยอด 4. หลักสูตรครอบคลุมจำนวนหัวข้อน้อยกว่า แต่ให้เวลามากสำหรับแต่ละหัวข้อ เน้นการพิสูจน์ทฤษฎีบทต่าง ๆ ในเรขาคณิตแบบยูคลิด และให้เวลาสอนสำหรับการพิสูจน์ และจดจำเอกลักษณ์ทางตรีโกณมิติมาก 5. ครูสอนแบบบอกเล่าบรรยายเป็นส่วนใหญ่แบบฝึกหัดในแบบเรียนเป็นประเภทฝึกฝนวิธีการที่ปรากฏในตัวอย่างให้แม่นยำยิ่งขึ้น

ตาราง 1 (ต่อ)

หลักสูตรที่พัฒนาโดย สสท.	หลักสูตรพุทธศักราช 2503
สามารถทำได้ แบบเรียนบรรจุแบบฝึกหัดประเภทที่นักเรียนต้องคิดวิธีแก้ปัญหาคด้วยตนเองและประเภทเพิ่มเติมทฤษฎีและคุณสมบัติต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้ว นอกเหนือไปจากแบบฝึกหัดประเภทฝึกทักษะ	

7.6 การปรับปรุงหนังสือเรียนและคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

กระทรวงศึกษาธิการเห็นชอบให้ สสท. ปรับปรุงหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อใช้ในโรงเรียนตั้งแต่ปีการศึกษา 2528 และ 2529 ตามลำดับ การปรับปรุงหนังสือเรียนครั้งนี้ นอกจากจะมีการปรับปรุงลำดับเนื้อหาคำอธิบายและแบบฝึกหัดให้เหมาะสมแล้ว สสท. ยังได้รวมเล่มหนังสือเรียนของแต่ละชั้นเพื่อให้ครูผู้สอนเจือยทดสอบทั้งปี การศึกษาให้เหมาะสมกับสภาพการเรียนการสอนของโรงเรียน ทั้งนี้ได้แนะนำจำนวนบท (โดยประมาณ) ที่ควรจัดสอนในแต่ละภาคการศึกษาไว้ด้วย ในด้านคู่มือครูนั้น สสท. ได้ปรับปรุงใหม่เช่นกันโดยได้เปลี่ยนรูปเล่มและเพิ่มเนื้อหาสาระที่ครูผู้สอนต้องการคือ มีเนื้อหาที่เป็นส่วนเสริมความรู้ครู จุดประสงค์การเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนการสอน เจลยคำตอบแบบฝึกหัด และตัวอย่างข้อสอบ

สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กระทรวงศึกษาธิการเห็นชอบให้มีการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างและคำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ปีการศึกษา 2530 เป็นต้นมา ในส่วนโครงสร้างนั้นได้เปลี่ยนแปลงจากการจัดแบ่งรายวิชาคณิตศาสตร์ ออกเป็นสองสายคือ สายที่ใช้เวลาเรียน 4 คาบต่อ

สัปดาห์ และสายที่ใช้เวลาเรียน 6 คาบต่อสัปดาห์ มาเป็นการจัดแบ่งแบบใหม่ คือ แบ่งรายวิชาออกเป็นสองสายคือ สายที่ใช้เวลาเรียน 4 คาบต่อสัปดาห์ (ค 311, ค 312) และสายที่ใช้เวลาเรียน 2 คาบต่อสัปดาห์-(ค 321, ค 322) ทั้งนี้หลักการในการจัดเนื้อหาในแต่ละสายว่า ให้นำเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้นไป มาจัดไว้ในรายวิชาที่ใช้เวลาเรียน 4 คาบต่อสัปดาห์ ส่วนเนื้อหาที่เหมาะสมสำหรับนักเรียนที่มีความถนัดและสนใจในวิชาคณิตศาสตร์จะนำไปจัดไว้ในรายวิชาที่ใช้เวลาเรียน 2 คาบต่อสัปดาห์

ในการเลือกเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้เลือกตามวิธีใดวิธีหนึ่งดังนี้

	ภาคเรียนที่ 1	ภาคเรียนที่ 2
วิธีที่ 1	ค 311	ค 312
วิธีที่ 2	ค 311 และ ค 321	ค 312 และ ค 322
วิธีที่ 3	ค 311 และ ค 321	ค 312
วิธีที่ 4	ค 311	ค 312 และ ค 321
วิธีที่ 5	ค 311	ค 312 และ ค 322

ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

สืบเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างและคำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กระทรวงศึกษาธิการได้เห็นชอบให้ สสวท. ปรับปรุงเนื้อหาบางส่วนในหนังสือเรียนและคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายให้สอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลงดังกล่าว โดยให้ปรับปรุงเท่าที่จำเป็นเท่านั้น กล่าวคือ ให้ปรับปรุงเฉพาะหนังสือเรียนและคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ รายวิชา ค 011 และ ค 013 เพื่อใช้ในปีการศึกษา 2531 และ 2532 เป็นต้นไป ตามลำดับ

7.7 การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2534

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

กระทรวงศึกษาธิการได้ประกาศปรับปรุงหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 เพื่อเริ่มใช้ในปีการศึกษา 2533 ในโรงเรียนร่วมพัฒนาการใช้หลักสูตร และเริ่มใช้ในปีการศึกษา 2534 ในโรงเรียนทั่วประเทศ ในหลักสูตรฉบับปรับปรุง วิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ประกอบด้วยวิชาบังคับ และวิชาเลือกเสรี ดังต่อไปนี้

วิชาบังคับ

บังคับแกน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ค 101 คณิตศาสตร์ 1	3 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 102 คณิตศาสตร์ 2	3 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1.5 หน่วยการเรียนรู้

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ค 203 คณิตศาสตร์ 3	3 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 204 คณิตศาสตร์ 4	3 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1.5 หน่วยการเรียนรู้

บังคับเลือก

วิชาเลือกเสรี

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ค 031 เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 1	2 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1 หน่วยการเรียนรู้
ค 032 เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2	2 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1 หน่วยการเรียนรู้

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ค 033 เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 3	2 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1 หน่วยการเรียนรู้
ค 034 เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 4	2 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1 หน่วยการเรียนรู้

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ค 011 คณิตศาสตร์	5 คาบ/สัปดาห์/ภาค	2.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 012 คณิตศาสตร์	5 คาบ/สัปดาห์/ภาค	2.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 021 คณิตศาสตร์	2 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1 หน่วยการเรียนรู้
ค 022 คณิตศาสตร์	2 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1 หน่วยการเรียนรู้

วิชาบังคับแกน ซึ่งจัดไว้ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นวิชาที่นักเรียนทุกคนต้องเรียน ส่วนวิชาเลือกเสรีนั้นนักเรียนจะเลือกเรียนทุกรายวิชา หรือเลือกบางรายวิชา หรืออาจไม่เลือกเลยก็ได้ หากนักเรียนเลือกเรียนวิชาเลือกเสรีในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 นักเรียนจะต้องเลือกเรียนรายวิชาที่คู่กับวิชาบังคับแกนในลำดับเดียวกัน ส่วนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 การเลือกเรียนมีเงื่อนไขว่า ถ้าจะเรียนรายวิชา ค 012 ต้องเรียนรายวิชา ค 011 มาก่อน รายวิชา ค 022 ต้องเลือกควบคู่กับรายวิชา ค 012 แต่ถ้าเลือกรายวิชา ค 021 จะเลือกเรียนรายวิชาเดียว หรือเลือกควบคู่กับรายวิชา ค 011 หรือควบคู่กับรายวิชา ค 012 ก็ได้

ในระยะแรกของการใช้หลักสูตรฉบับปรับปรุง หนังสือเรียนและคู่มือครูของวิชาบังคับแกน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 และของวิชาเลือกเสรีชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จะใช้หนังสือเรียนและคู่มือครูชุดเดิมไปก่อน โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้จัดทำคำแนะนำการใช้หนังสือเรียนและคู่มือครูชุดเดิมไว้ในเอกสารชี้แจงการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของแต่ละชั้น เพื่อครูจะได้นำไปใช้ต่อไป ส่วนวิชาเลือกเสรีชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 นั้น ในการจัดการเรียนการสอนให้ครูจัดเนื้อหา กิจกรรมและแบบฝึกหัดสำหรับรายวิชาเหล่านั้นเอง โดยพิจารณาให้สัมพันธ์กับเนื้อหาที่นักเรียนกำลังเรียนอยู่ในวิชาบังคับแกนและให้เหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน

ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

กระทรวงศึกษาธิการได้ประกาศปรับปรุงหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 เพื่อใช้ในปการศึกษา 2533 ในโรงเรียนร่วมพัฒนาการใช้หลักสูตร และเริ่มใช้ในปการศึกษา 2534 ในโรงเรียนทั่วประเทศ การปรับปรุงหลักสูตรครั้งนี้มีการปรับปรุงจุดมุ่งหมายของหลักสูตร เพื่อให้เกิดความชัดเจน สามารถนำไปปฏิบัติได้อย่างถูกต้องตรงกันทั้งในด้านการบริหารหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน นอกจากนี้ยังทำให้เห็นเป้าหมายของการจัดการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ลงมือทำประโยชน์ให้สังคมตามความสามารถของตนโดยให้ผู้เรียนได้พัฒนาตนเอง พัฒนาอาชีพและพัฒนาสังคม ในส่วนของโครงสร้างหลักสูตรมีการปรับลดจำนวนหน่วยการเรียนรู้ของวิชาบังคับจำนวน 36 หน่วยการเรียนรู้ ให้เหลือ 30 หน่วยการเรียนรู้ โดยลดจำนวนหน่วยการในกลุ่มวิชาพื้นฐานวิชาอาชีพลง 6 หน่วยการเรียนรู้ สำหรับวิชาบังคับแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ วิชาแกนบังคับ จำนวน 15 หน่วยการเรียนรู้ และวิชาบังคับเลือก 15 หน่วยการเรียนรู้

โครงสร้างหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

สำหรับวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายตามโครงสร้างหลักสูตรฉบับปรับปรุงเป็นวิชาเลือกเสรี สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้ปรับปรุงโครงสร้างและคำอธิบายรายวิชาให้เหมาะสมยิ่งขึ้น และกำลังดำเนินการปรับปรุงหนังสือเรียนให้สอดคล้องคำอธิบายรายวิชาด้วย ทั้งนี้จะขอประกาศใช้หนังสือเรียนชุดปรับปรุง ตั้งแต่ปีการศึกษา 2534 โดยทยอยใช้ตั้งแต่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตามลำดับทีละปีไป วิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายมี 2 โครงสร้าง ดังนี้

โครงสร้างที่ 1 สำหรับผู้ที่ต้องการเน้นหนักทางคณิตศาสตร์ ให้เลือกเรียนรายวิชา

ดังต่อไปนี้

ค 011 คณิตศาสตร์	5 คาบ/สัปดาห์/ภาค	2.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 012 คณิตศาสตร์	5 คาบ/สัปดาห์/ภาค	2.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 013 คณิตศาสตร์	5 คาบ/สัปดาห์/ภาค	2.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 014 คณิตศาสตร์	5 คาบ/สัปดาห์/ภาค	2.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 015 คณิตศาสตร์	5 คาบ/สัปดาห์/ภาค	2.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 016 คณิตศาสตร์	5 คาบ/สัปดาห์/ภาค	2.5 หน่วยการเรียนรู้

สำหรับผู้ที่ต้องการเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติมจากรายวิชา ค 011 - ค 016 อาจเลือกเรียนรายวิชาต่อไปนี้

ค 021 คณิตศาสตร์	1 คาบ/สัปดาห์/ภาค	0.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 022 คณิตศาสตร์	1 คาบ/สัปดาห์/ภาค	0.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 023 คณิตศาสตร์	1 คาบ/สัปดาห์/ภาค	0.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 024 คณิตศาสตร์	1 คาบ/สัปดาห์/ภาค	0.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 025 คณิตศาสตร์	1 คาบ/สัปดาห์/ภาค	0.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 026 คณิตศาสตร์	1 คาบ/สัปดาห์/ภาค	0.5 หน่วยการเรียนรู้

สำหรับผู้ที่ต้องการเรียนคณิตศาสตร์เฉพาะด้านเพิ่มเติมจากรายวิชา ค 011 - ค 016 อาจเลือกเรียนรายวิชาต่อไปนี้

ค 031 คณิตศาสตร์	2 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1 หน่วยการเรียนรู้

โครงสร้างที่ 2 สำหรับผู้ที่ต้องการเรียนคณิตศาสตร์พอเป็นพื้นฐาน ให้เลือกเรียนรายวิชา

ดังต่อไปนี้

ค 041 คณิตศาสตร์	3 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 042 คณิตศาสตร์	3 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1.5 หน่วยการเรียนรู้

ค 043 คณิตศาสตร์	3 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 044 คณิตศาสตร์	3 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 045 คณิตศาสตร์	3 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 046 คณิตศาสตร์	3 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1.5 หน่วยการเรียนรู้

สำหรับรายวิชา ค 011 - ค 016 นั้น เป็นชุดที่จัดไว้สำหรับนักเรียนที่ต้องการเน้นหนักทางคณิตศาสตร์ และสำหรับนักเรียนกลุ่มนี้หากต้องการเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติมอีกอาจเลือกรายวิชา ค 021 - ค 026 ซึ่งเป็นชุดที่เน้นการศึกษาด้วยตนเอง และเรื่องที่เลือกให้เป็นการตกลงกันระหว่างผู้เรียนและผู้สอนเป็นรายบุคคลโดยความเห็นชอบของโรงเรียนและให้ใช้รหัสวิชา ค 021 เป็นรายวิชาแรกที่เริ่มเรียนของแต่ละคน นอกจากนั้นหากนักเรียนต้องการเลือกเรียนรายวิชาที่เป็นเนื้อหาเฉพาะด้านเพิ่มเติมอีกอาจเลือก ค 031 ซึ่งเน้นการศึกษาและฝึกทักษะการพิสูจน์ทฤษฎีและข้อสรุปทางเรขาคณิต ส่วนในอนาคตอาจมีรายวิชาที่เน้นเนื้อหาเฉพาะด้านอื่น ๆ เพิ่มเติมอีก

เนื้อหาวิชา ค 011 - ค 016 และ ค 041 - ค 046 มีการปรับปรุงและเพิ่มเติมจากหลักสูตรพุทธศักราช 2524 เนื่องจากหลักสูตรเดิมนั้นได้ใช้มาร่วม 13 ปีแล้ว พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนจำเป็นต้องเรียนรู้ได้เพิ่มเติมจากเดิม เพราะการนำคณิตศาสตร์ไปใช้นั้นได้ทวีมากขึ้นในทุกสาขาวิชาไม่เฉพาะแต่ในวิทยาศาสตร์เท่านั้น นอกจากการเพิ่มเติมเนื้อหาแล้วยังจำเป็นต้องจัดลำดับเนื้อหาใหม่ให้เหมาะสมยิ่งขึ้นโดยอาศัยข้อมูลจากการติดตามผลการใช้หลักสูตรพุทธศักราช 2524 มาประกอบการพิจารณา

เนื่องจากหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายมีการเปลี่ยนแปลงค่อนข้างมาก เมื่อนำมาพิจารณาประกอบกับการจัดลำดับเนื้อหาในหลักสูตรที่เนื้อหาพื้นฐานจะเป็นเนื้อหาที่ต้องศึกษาในขั้นต้น เพื่อจะเรียนเนื้อหาที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กับในขั้นต่อไป การใช้หนังสือเรียนและคู่มือครูชุดปรับปรุงของ สสวท. จึงจะขอประกาศใช้ระยะสั้น โดยเริ่มชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในปีการศึกษา 2534 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในปีการศึกษา 2535 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในปีการศึกษา 2536

สำหรับเนื้อหาที่จะนำไปออกข้อสอบคัดเลือกเข้าศึกษาในระดับอุดมศึกษานั้น จะได้มีการประสานงานกับทบวงมหาวิทยาลัยเพื่อเริ่มออกข้อสอบคัดเลือกโดยใช้หลักสูตรฉบับปรับปรุงในการสอบคัดเลือกบุคคลเพื่อเข้าเรียนในระดับอุดมศึกษาประจำปีการศึกษา 2537 เป็นต้นไป

แนวทางการจัดการเรียนการสอน

เนื่องจากกรมวิชาการได้เสนอให้ประกาศใช้หลักสูตรฉบับปรับปรุงพร้อมกันทุกชั้นโดยให้ใช้ในโรงเรียนร่วมพัฒนาการใช้หลักสูตรในปีการศึกษา 2533 และให้โรงเรียนอื่น ๆ ทั่วประเทศ ใช้ในปีการศึกษา 2534 แนวทางการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายตามหลักการแล้วผู้สอนต้องจัดตามหลักสูตรที่ปรับปรุงใหม่ แต่อย่างไรก็ดี ผู้สอนสามารถใช้ดุลยพินิจในการจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับพื้นฐานของผู้เรียนและเวลาเรียนที่กำหนด ทั้งนี้ ในระยะแรกของการประกาศใช้หลักสูตร ผู้สอนอาจใช้หนังสือเรียนชุดเดิมในการเรียนการสอน หรืออาจพัฒนาเอกสารเพื่อใช้ในการเรียนการสอนหัวข้อที่ไม่มีอยู่ในหนังสือเรียนเดิมก็ได้

7.8 การเรียนการสอนโดยใช้หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ สสวท.

หนังสือเรียน

หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ประกอบด้วย

1. คำอธิบายเนื้อหา ซึ่งใช้ถ้อยคำสั้น ๆ และง่าย ๆ เพื่อให้นักเรียนสามารถเข้าใจได้ด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่
2. แบบฝึกหัดในชั้น เพื่อนำทางให้นักเรียนค้นหากฎเกณฑ์ต่าง ๆ ได้ด้วยตนเองโดยการแนะนำของครู
3. คำถามสั้น ๆ เพื่อชวนให้นักเรียนคิด สงสัย และเร้าให้สนใจในบทเรียนและตัวครู
4. แบบฝึกหัดท้ายหัวข้อให้นักเรียนทำเป็นงานบ้าน เพื่อฝึกทักษะทำให้เกิดความแม่นยำและรวดเร็ว
5. แบบฝึกหัดระยะคน (ในบางบท) ซึ่งเป็นโจทย์สำหรับการทบทวนและต้องการฝึกทักษะเพิ่มเติม

วิธีใช้หนังสือ

1. วิธีสอน

ครูอาจดำเนินการสอนตามขั้นตอนต่อไปนี้ประกอบกันตามความเหมาะสม

1. ให้นักเรียนอ่านคำอธิบายเองหรือครูอธิบาย
2. ให้นักเรียนช่วยกันตอบคำถามหรือทำกิจกรรมในชั้นเรียน
3. ให้นักเรียนช่วยกันสรุปเองหรือให้นักเรียนช่วยกันสรุปโดยมีครูช่วยเสริมแต่ง

หรือสำหรับข้อสรุปที่ยากเกินไป ครูอาจจะสรุปให้นักเรียนเลยก็ได้

ครูควรดัดแปลงวิธีสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหา สติปัญญา สภาพแวดล้อมและพื้นฐานความรู้ของนักเรียนอยู่เสมอ

2. กิจกรรมและแบบฝึกหัดในชั่วโมงเรียน

ครูอาจใช้วิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีที่เห็นว่าเหมาะสมประกอบกัน ดังนี้

1. ให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม
2. ให้นักเรียนทำกิจกรรมในห้องเรียนหรือนอกห้องเรียน
3. ให้นักเรียนตอบปากเปล่า ตอบแบบอภิปราย หรือแสดงวิธีทำบนกระดาน

ครูควรให้นักเรียนจดคำตอบที่ได้ไว้ด้วย สำหรับคำตอบที่เป็นผลสรุปหลักเกณฑ์ เช่นหลักสำหรับการหาผลบวกของจำนวนลบ ให้ครูเขียนบนกระดานและควรให้นักเรียนจดลงในสมุด

3. แบบฝึกหัดประจำหัวข้อและแบบฝึกหัดระคน

แบบฝึกหัดทุกแบบฝึกหัดได้เรียงลำดับจากง่ายไปยาก ส่วนข้อที่ใส่เครื่องหมายดอกจัน

(*) เป็นข้อที่ค่อนข้างยากสำหรับนักเรียนทั่วไป ในบางครั้ง แบบฝึกหัดข้อที่มีดอกจันอาจเรียงอยู่ตอนต้น ๆ ของแบบฝึกหัด ทั้งนี้เพื่อความต่อเนื่องของเนื้อหา

ครูอาจให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดข้อต้น ๆ ในห้องเรียน แต่โดยปกติแล้วนักเรียนจะต้องทำแบบฝึกหัดประจำหัวข้อเป็นการบ้าน จำนวนของแบบฝึกหัดให้ครูกำหนดเองตามความสามารถของนักเรียนในชั้น ไม่จำเป็นต้องให้ทำแบบฝึกหัดหมดทุกข้อ

สำหรับแบบฝึกหัดระคนให้ครูเลือกโจทย์เกี่ยวกับเนื้อหาที่ต้องการทบทวนหรือฝึกทักษะเพิ่มเติมจำนวนที่เหมาะสมไม่จำเป็นต้องทำหมดทุกข้อ

อุปกรณ์

ในการสอนเนื้อหาบางเรื่องที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่จับต้องได้ เช่น ปริมาตรของทรงกระบอกควรใช้อุปกรณ์ที่ทำได้ในท้องถิ่น เช่น กระบอกไม้ไผ่ กระป๋อง หรืออาจใช้กระดาษพับพอเป็นรูปร่างที่ต้องการ

นอกจากอุปกรณ์ดังกล่าว แผนภาพ หรือแผนภูมิ เช่น เส้นจำนวน ก็นับเป็นอุปกรณ์ที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ง่ายขึ้น

อุปกรณ์ที่จะขาดไม่ได้ คือ ชอล์กสี ชอล์กสีเป็นอุปกรณ์ที่สำคัญในการแสดงขั้นตอนและการแยกประเภท

การวัดผล

เนื้อหาที่จะทดสอบ อาจดูได้จากจุดประสงค์ที่มีอยู่ในแต่ละบทเรียน ซึ่งทั้งจุดประสงค์ประจำหัวข้อ และจุดประสงค์ประจำบท

จุดประสงค์ประจำหัวข้อ มีไว้เพื่อให้ครูได้ทดสอบเมื่อสอนจบหัวข้อหนึ่ง ๆ การทดสอบนี้อาจใช้การสังเกต การตอบคำถาม การทำแบบฝึกหัด หรือการทดสอบย่อย จุดประสงค์ใดที่ครูเห็นว่านักเรียนส่วนมากยังไม่ผ่าน ในชั่วโมงต่อไปครูควรรำนำเนื้อหาในบทเรียนนั้นมาสอนซ่อมเสริมใหม่

จุดประสงค์ประจำบท เป็นจุดประสงค์ปลายทางซึ่งจะเป็นข้อกำหนดขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่จะให้ทดสอบ ในการวัดผลตามจุดประสงค์นี้ ให้วัดโดยใช้แบบทดสอบและได้ให้ตัวอย่างแบบทดสอบไว้ท้ายบทเรียนแต่ละบท

ตัวอย่างแบบทดสอบ

ตัวอย่างแบบทดสอบที่ให้ไว้ในแต่ละบทเป็นแบบทดสอบสำหรับใช้ประเมินผลรวมของบทนั้น ๆ เพื่อเป็นการฝึกให้นักเรียนได้รู้จักเลือกนำความรู้ที่เรียนไปใช้ให้ถูกต้อง ข้อสอบบางข้อจึงวัดมากกว่าหนึ่งจุดประสงค์ ลักษณะของข้อสอบที่ให้ไว้ได้เลือกให้สอดคล้องและเหมาะสมกับเนื้อหาในแต่ละเรื่อง สัดส่วนของคะแนนก็ให้ไว้เพียงตัวอย่างที่ต้องการให้เห็นความสำคัญของเนื้อหาในแต่ละตอน ครูอาจเปลี่ยนแปลงได้ตามความเหมาะสม

อนึ่ง ในการออกข้อสอบแต่ละครั้ง ควรระมัดระวังให้ข้อสอบที่ออกนั้นสามารถวัดได้ตรงจุดประสงค์ที่ต้องการจะวัด และไม่ควรรำนำข้อสอบแบบใดแบบหนึ่งโดยเฉพาะ เพราะข้อสอบแต่ละแบบมีข้อดีและข้อเสียแตกต่างกัน การใช้ข้อสอบหลายแบบจะช่วยให้ข้อสอบฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากขึ้น ข้อสอบที่ให้ไว้เป็นเพียงตัวอย่าง ก่อนนำไปใช้ ครูควรพิจารณาปรับปรุงให้เหมาะสมกับสภาพและความสามารถของนักเรียนที่จะนำไปใช้สอบด้วย

7.9 งานวิจัยเกี่ยวกับ สสวท.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการได้ดำเนินงานโครงการวิจัยและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์ร่วมกันนานาชาติดังแต่พุทธศักราช 2521 และได้สิ้นสุดโครงการในพุทธศักราช 2528 โครงการนี้เป็นโครงการที่จัดทำร่วมกับประเทศต่าง ๆ ที่เป็นสมาชิกของสมาคมระหว่างชาติเพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA)) และประสานงานโดยสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาสภาพการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศไทยในแง่ของการจัดหลักสูตรผลสัมฤทธิ์ในวิชาคณิตศาสตร์และเจตคติคณิตศาสตร์ของนักเรียน ตลอดจนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต่าง ๆ เกี่ยวกับการเรียนการสอนที่มีผลสัมฤทธิ์ในวิชาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อคณิตศาสตร์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการปรับปรุงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้ดียิ่งขึ้น รายงานผลการวิจัยมีทั้งสิ้น 3 ฉบับ ในรายงานฉบับแรกเป็นการเสนอผลการวิเคราะห์หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ของไทยตั้งแต่สมัยโบราณจนถึงปัจจุบัน รายงานฉบับที่ 2 เป็นการเสนอผลการวิจัยและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 (ม.5) รายงานฉบับที่ 3 เป็นการเสนอผลการวิจัยและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (ม.2) (สสวท. 2529 : ไม่มีเลขหน้า)

สมบุรณ์ ชิตพงศ์ (2519 : 52 - 53) ได้ประเมินผลหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์หลักสูตร สสวท. ใช้ความเข้าใจ การนำไปใช้และการวิเคราะห์ในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์หลักสูตรกระทรวงศึกษาธิการ และมีทัศนคติ ความสนใจ แรงจูงใจ ความวิตกกังวลต่อคณิตศาสตร์เป็นไปทางบวกมากกว่านักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์หลักสูตรกระทรวงศึกษาธิการ และได้เสนอแนะว่า สสวท. ควรเน้นเรื่องการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาให้มากกว่านี้ เพราะพฤติกรรมด้านการนำไปใช้นั้นเป็นพฤติกรรมที่สำคัญในวิชาคณิตศาสตร์

จะเห็นว่า สสวท. ได้มีการวิจัยและติดตามผลการนำหลักสูตรไปใช้ตลอดเวลา มีการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงหลักสูตรให้เหมาะสมกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม นับว่าเป็นสิ่งที่ดีเพราะทำให้ผู้เรียนมีความรู้ทันสมัย และสามารถนำไปใช้ได้เหมาะสมกับสภาพเศรษฐกิจและสังคมในปัจจุบัน

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. - นักเรียนที่สอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ กับสอนตามคู่มือครู สสวท. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกัน
2. นักเรียนที่สอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ กับสอนตามคู่มือครู สสวท. มีความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกัน
3. นักเรียนที่สอนโดยใช้หลักการสอนเพื่อรอบรู้ กับสอนตามคู่มือครู สสวท. จำแนกตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกัน
4. นักเรียนที่สอนโดยใช้หลักการสอนเพื่อรอบรู้ กับสอนตามคู่มือครู สสวท. จำแนกตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ มีความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกัน

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการศึกษาค้นคว้าได้ดำเนินการตามลำดับขั้น ดังนี้

1. ประชากร
2. กลุ่มตัวอย่าง
3. เนื้อหาและระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
4. แบบแผนการวิจัย
5. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
6. การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ
7. วิธีดำเนินการทดลอง
8. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง อำเภอบ้านโป่ง จังหวัดราชบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2533 จำนวน 8 ห้องเรียน รวมนักเรียนทั้งหมด 341 คน.

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง อำเภอบ้านโป่ง จังหวัดราชบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2533 จำนวน 52 คน โดยการสุ่มแบบแบ่งชั้น (Stratified Random Sampling) (พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2531 : 92 - 93)

การแบ่งชั้นจำแนกตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์จากกลุ่มประชากร โดยนำผลการสอบคัดเลือกเข้าเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในวิชาคณิตศาสตร์ และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์-ค 011 เป็นเกณฑ์ จำแนกได้ 3 ระดับ คือ

กลุ่มสูง เป็นนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75 ขึ้นไป

กลุ่มปานกลาง เป็นนักเรียนที่ได้คะแนนระหว่างเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 กับ 75

กลุ่มต่ำ เป็นนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 ลงมา

นำกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 52 คนที่ได้จากการสุ่มแบบแบ่งชั้น เป็นนักเรียนกลุ่มสูง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มต่ำ ตามสัดส่วนของแต่ละระดับความสามารถ ให้นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างในแต่ละระดับความสามารถ จับฉลากแบ่งเป็นกลุ่มทดลองที่ 1 และกลุ่มทดลองที่ 2 แล้วนำกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม จับฉลากเพื่อกำหนดเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 26 คน เพื่อทำการทดลองดังนี้

กลุ่มทดลอง ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้

กลุ่มควบคุม ได้รับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท.

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องภาคตัดกรวย ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 ของกระทรวงศึกษาธิการ จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็นหน่วยย่อย ๆ เป็น 4 หน่วย ใช้เวลาในการสอน 17 คาบ ดังต่อไปนี้

หน่วยการเรียนรู้ 1. วงกลม

หน่วยการเรียนรู้ 2 พาราโบลา

หน่วยการเรียนรู้ 3 วงรี

หน่วยการเรียนรู้ 4 ไฮเพอร์โบลา

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่มใช้เวลาในการทดลอง 17 คาบ คาบละ 50 นาที
 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2533

แบบแผนการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง (Experimental Research) โดยใช้แบบ
 แผนการวิจัยแบบ Randomized Control-Group Posttest-only Design
 (ลัวน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2531 : 219) ดังตารางแผนการวิจัย

ตาราง 2 แบบแผนการวิจัย

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
ER	—	X	T ₂
CR	—	—	T ₂

- R แทน การกำหนดกลุ่มตัวอย่างโดยการสุ่มแบบแบ่งชั้น
 E แทน กลุ่มทดลอง เป็นกลุ่มที่สอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ของฮอททคิส
 C แทน กลุ่มควบคุม เป็นกลุ่มที่สอนโดยการสอนตามคู่มือครูของ สสวท.
 X แทน การสอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ของฮอททคิส
 T₂ แทน การทดสอบหลังเรียน

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. แผนการสอนที่ใช้กับกลุ่มทดลอง
2. แบบสอบวัดความรู้พื้นฐานก่อนเรียน
3. เอกสารประกอบการสอน
4. แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้
5. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
6. แบบสอบถามวัดความพึงพอใจในตนเอง

การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ

1. แผนการสอนแบบหน่วยการเรียนรู้ ใช้สำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มที่เรียนด้วยการสอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของซอทซคิส ประกอบด้วยหน่วยการเรียนรู้ 4 หน่วย ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 แบบเรียนคณิตศาสตร์ ค 012 และคู่มือการสอนคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

1.2 วิเคราะห์จุดมุ่งหมายทั่วไป จุดประสงค์การเรียนรู้ในเนื้อหาเรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์

1.3 กำหนดนิเวศของแต่ละหัวข้อเรื่องในแต่ละหน่วยการเรียนรู้

1.4 กำหนดจุดประสงค์ย่อยในแต่ละหน่วยการเรียนรู้จากจุดประสงค์ใหญ่

1.5 สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ตามขั้นตอนการเรียนรู้ของซอทซคิส ดังนี้

1.5.1 ขั้นการเรียนรู้ เริ่มจากการกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้รอบข่ายเนื้อหาที่จะเรียน กำหนดเวลาเรียนแต่ละหน่วย วิธีการเรียน การวัดและการประเมินผล รวมทั้ง

เกณฑ์การตัดสินในการรอบรู้ โดยครูจะแจ้งรายละเอียดของแต่ละหน่วยการเรียนรู้ก่อนเริ่มการเรียนการสอน สำหรับกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละคาบของแต่ละหน่วยการเรียนรู้จะแบ่งเนื้อหาออกเป็นตอนสั้น ๆ ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ เน้นการสร้างนิเมติและฝึกทักษะพื้นฐานจากแบบฝึก

1.5.2 ขั้นเพิ่มความชำนาญ เป็นขั้นตอนระยะสั้น ๆ ของการฝึกซึ่งสลับกับการสอนนิเมติในแต่ละตอน เป็นการทำกิจกรรมให้เกิดความแม่นยำรวดเร็ว และเป็นการสร้างนิสัยการทำงานของนักเรียน ในการฝึกแต่ละครั้งจะต้องกำหนดเวลาที่แน่นอน เพื่อให้เกิดความรวดเร็วความคู่กับความแม่นยำ และมีการบันทึกผลลงในแบบบันทึกความก้าวหน้าประจำตัวนักเรียน

1.5.3 ขั้นทำให้จำ เป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะได้รับการฝึกจากแบบฝึกที่ต่างจากแบบฝึกในขั้นเพิ่มความชำนาญ เพื่อให้นักเรียนได้มนิเมติในเนื้อหาที่เรียนและไม่ลืม

1.5.4 ขั้นการนำไปใช้ เป็นขั้นตอนที่นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบเรียน ทำแบบทดสอบย่อยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อดูความสามารถในการนำความรู้หลักเกณฑ์ที่เรียนไปแล้วไปใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ของนักเรียน

1.5.5 ขั้นการประยุกต์ใช้ เป็นขั้นความคาดหวังของครูที่จะให้นักเรียนซึ่งมีประสบการณ์ทางการเรียนแล้วนำเอาความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ

1.6 นำแผนการสอนที่สร้างเสร็จแล้วไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ตรวจสอบความเหมาะสมในการสร้างหน่วยการเรียนรู้

1.7 นำแผนการสอนที่ผู้เชี่ยวชาญตรวจและปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง อำเภอบ้านโป่ง จังหวัดราชบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2532 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างเพื่อหาข้อบกพร่องเกี่ยวกับเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมสื่อและเนื้อหา

1.8 นำแผนการสอนที่ทดลองมาแล้วมาปรับปรุงอีกครั้ง เพื่อนำไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. แบบสววัดความรู้พื้นฐานก่อนเรียน ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

2.1 ศึกษาหลักสูตรระดับมัธยมศึกษาตอนต้นเกี่ยวกับเรื่องที่สอนและเนื้อหาที่นักเรียนเคยเรียนมาก่อนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พร้อมทั้งศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับผู้สอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน เพื่อว่านักเรียนควรมีความรู้พื้นฐานในเรื่องอะไรบ้าง

2.2 นำเนื้อหาที่นักเรียนควรมีความรู้พื้นฐานมาเขียนเป็นจุดประสงค์การเรียนรู้

2.3 สร้างแบบทดสอบชนิด 5 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ

2.4 นำแบบทดสอบที่สร้างไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ตรวจสอบความเที่ยงตรงตามเนื้อหา และภาษาที่ใช้ โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับพฤติกรรม (บุญเชิด ภิณฺณอนันตพงษ์. 2526 : 89 - 91)

2.5 นำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานที่สร้างให้ครอบคลุมเนื้อหาไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2533 ที่ไม่ใช่กลุ่มทดลอง จำนวน 100 คน นำคะแนนที่ได้มาหาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (B) โดยใช้สูตรการหาดัชนี B ของเบรนนัน (Brennan)

2.6 เลือกแบบทดสอบเฉพาะข้อที่มีความยากง่ายตั้งแต่ .50 ขึ้นไปและค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ขึ้นไปจำนวน 20 ข้อ

2.7 นำแบบทดสอบที่ได้ ทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2533 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและไม่ใช่กลุ่มนักเรียนในข้อ 2.5 เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรลิฟวิงตัน (อันันต์ ศรีโสภา. 2520 : 68) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.79

3. เอกสารประกอบการสอน

3.1 แบบฝึก ผู้วิจัยดำเนินการสร้าง ดังนี้

3.1.1 ศึกษาหลักสูตรและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมเรื่อง ภาคตัดกรวย จากหนังสือแบบเรียนและคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อนำมากำหนดมโนคติในแต่ละหัวข้อเรื่อง

3.1.2 สร้างแบบฝึกให้สอดคล้องกับมโนคติที่กำหนดและทักษะพื้นฐานที่สำคัญของเนื้อหาพร้อมทั้งให้สอดคล้องกับแผนการสอน

3.1.3 นำแบบฝึกที่สร้างเสร็จแล้ว ไปทดลองใช้ควบคู่กับแผนการสอนที่สร้างไว้แล้วกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง อำเภอบ้านโป่ง จังหวัดราชบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2533 ที่ไม่ใช่มูลนิธิตัวอย่าง เพื่อหาข้อบกพร่องเกี่ยวกับภาษาและกำหนดเวลาที่เหมาะสม แล้วนำมาปรับปรุงอีกครั้งหนึ่งก่อนนำไปใช้จริง

3.2 เอกสารฝึกหัด ผู้วิจัยดำเนินการสร้าง ดังนี้

3.2.1 เก็บรวบรวมโจทย์ปัญหาเรื่อง ภาคตัดกรวย จากตำรา เอกสารวารสารและงานวิจัยต่าง ๆ มาสร้างเอกสารฝึกหัดให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ โดยเอกสารฝึกหัดที่สร้างจะมีลักษณะของปัญหาที่ยากและท้าทายมากกว่าแบบฝึกที่นักเรียนได้ฝึกมาแล้ว

3.2.2 นำเอกสารฝึกหัดที่สร้างไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่านตรวจสอบความเหมาะสมของภาษาและความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้

3.2.3 นำเอกสารฝึกหัดทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ ที่ผู้เชี่ยวชาญตรวจและแก้ไขแล้ว ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง อำเภอบ้านโป่ง จังหวัดราชบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2533 ที่ไม่ใช่มูลนิธิตัวอย่าง เพื่อแก้ไขความเหมาะสมทางด้านภาษาก่อนนำไปใช้ทดลองต่อไป

4. แบบทดสอบย่อยประจำหน่วยการเรียนรู้ เป็นแบบทดสอบที่ใช้หลังจากการสอนจบแต่ละหน่วยการเรียนรู้ เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก หน่วยละ 2 ฉบับ แบบคู่ขนานจำนวน 4 หน่วยการเรียนรู้ มีแบบทดสอบทั้งสิ้น 8 ฉบับ มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

4.1 ศึกษาทฤษฎีและวิธีสร้างแบบทดสอบชนิดอิงเกณฑ์

4.2 ใช้จุดประสงค์การเรียนรู้ของแต่ละหน่วยเป็นหลักในการสร้างแบบทดสอบย่อยแบบปรนัยเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

4.3 นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นไปให้ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบแก้ไขความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ตามวิธีการของโรวินสลิ และแฮมเบลตัน

4.4 นำแบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง อำเภอบ้านโป่ง จังหวัดราชบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2533 ที่ไม่ใช้กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 80 คน เพื่อหาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (B) โดยใช้สูตรของ Brennan (อังคณา สายยศ. 2526 : 31 - 32)

4.5 เลือกแบบทดสอบเฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จำนวน 10 ข้อ

4.6 นำแบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับที่คัดเลือกแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง อำเภอบ้านโป่ง จังหวัดราชบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2533 จำนวน 40 คน เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นโดยใช้สูตรของ คาร์เวอร์ (Carver) (อังคณา สายยศ. 2526 : 32 - 33) ได้ค่าความเชื่อมั่นดังนี้

ตาราง 3 แสดงค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้

หน่วยการเรียนรู้	ค่าความเชื่อมั่น (R_c)
1	0.85
2	0.88
3	0.88
4	0.83

4.7 คะแนนการสอบผ่านเกณฑ์ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ใช้เกณฑ์ 80 เปอร์เซนต์

5. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้ตัดสินผลการเรียนของผู้เรียนทั้งหมด เป็นแบบทดสอบชนิด 5 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอนต่อไปนี้

5.1 ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จากหนังสือเทคนิคการเขียนข้อสอบของ ชวาล แพรัตกุล (2520 : 1 - 405) และศึกษาเนื้อหาจุดประสงค์การเรียนรู้จากหนังสือคู่มือการสอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ภาคตัดกรวย

5.2 สร้างแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก ให้ครอบคลุมเนื้อหา จำนวน 60 ข้อ

5.3 นำแบบทดสอบที่สร้างไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับพฤติกรรม (บุญเชิด ภิณโณบัณฑิตพงษ์. 2526 : 89 - 91)

5.4 นำแบบทดสอบที่ผู้เชี่ยวชาญตรวจและแก้ไขแล้ว ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง อำเภอบ้านโป่ง จังหวัดราชบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2533 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 100 คน และผ่านการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย

5.5 นำผลการสอบมาตรวจหาคะแนน ข้อที่ตอบถูกให้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบหรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ ให้ 0 คะแนน

5.6 นำผลการตรวจมาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27% และเปิดตารางของ จุง เทห์ ฟาน (Fan. 1952 : 1 - 32) เลือกเฉพาะข้อที่มีความยากง่ายระหว่าง .20 - .80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ขึ้นไป จำนวน 30 ข้อ

5.7 นำแบบทดสอบที่ได้ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง อำเภอบ้านโป่ง จังหวัดราชบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2533 จำนวน 40 คน เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตร KR - 20 (ลัวัน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2531 : 168) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.84

6. แบบสอบถามวัดความมีวินัยในตนเอง ผู้วิจัยดำเนินการสร้างดังนี้

6.1 ศึกษาเรื่องความมีวินัยในตนเองจากข้อเขียนในเอกสารและตำราต่าง ๆ

6.2 รวบรวมลักษณะ นิยามต่าง ๆ ของความมีวินัยในตนเองจากเอกสารและตำราที่เกี่ยวข้อง

6.3 นำแบบสอบถามวัดความมีวินัยในตนเองของ กาญจนา มีพลัง (2532 : 94 - 97) ซึ่งเป็นมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) มาปรับปรุงทางด้านภาษา เพื่อให้เหมาะสมกับระดับความรู้ความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 40 ข้อ

6.4 นำแบบสอบถามที่ปรับปรุงแล้วไปให้ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่านตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงประจักษ์ (Face Validity) ว่าข้อความที่สร้างขึ้นวัดได้ครอบคลุมเนื้อหาในเรื่องความมีวินัยในตนเอง และพิจารณาว่า ข้อความใดมีความหมายเป็นทางบวก (Positive) ข้อความใดมีความหมายทางลบ (Negative)

6.5 นำแบบสอบถามวัดความมีวินัยในตนเอง ไปทดลองวัดกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง อำเภอบ้านโป่ง จังหวัดราชบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2532 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 100 คน

6.6 นำแบบสอบถามวัดความมีวินัยในตนเองที่นักเรียนทำแล้ว มาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ดังต่อไปนี้

ในกรณีที่ข้อความใดมีความหมายเป็นทางบวก (Positive) การให้คะแนนเป็นดังนี้

น้อยที่สุด	ให้คะแนน	4	คะแนน
น้อย	ให้คะแนน	3	คะแนน
นาน ๆ ครั้ง	ให้คะแนน	2	คะแนน
ไม่เคยเลย	ให้คะแนน	1	คะแนน

ในกรณีที่ข้อความใดมีความหมายเป็นทางลบ (Negative) การให้คะแนนเป็นดังนี้

น้อยที่สุด	ให้คะแนน	1	คะแนน
น้อย	ให้คะแนน	2	คะแนน
นาน ๆ ครั้ง	ให้คะแนน	3	คะแนน
ไม่เคยเลย	ให้คะแนน	4	คะแนน

ตัวอย่าง แบบสอบถามวัดความมีวินัยตนเอง

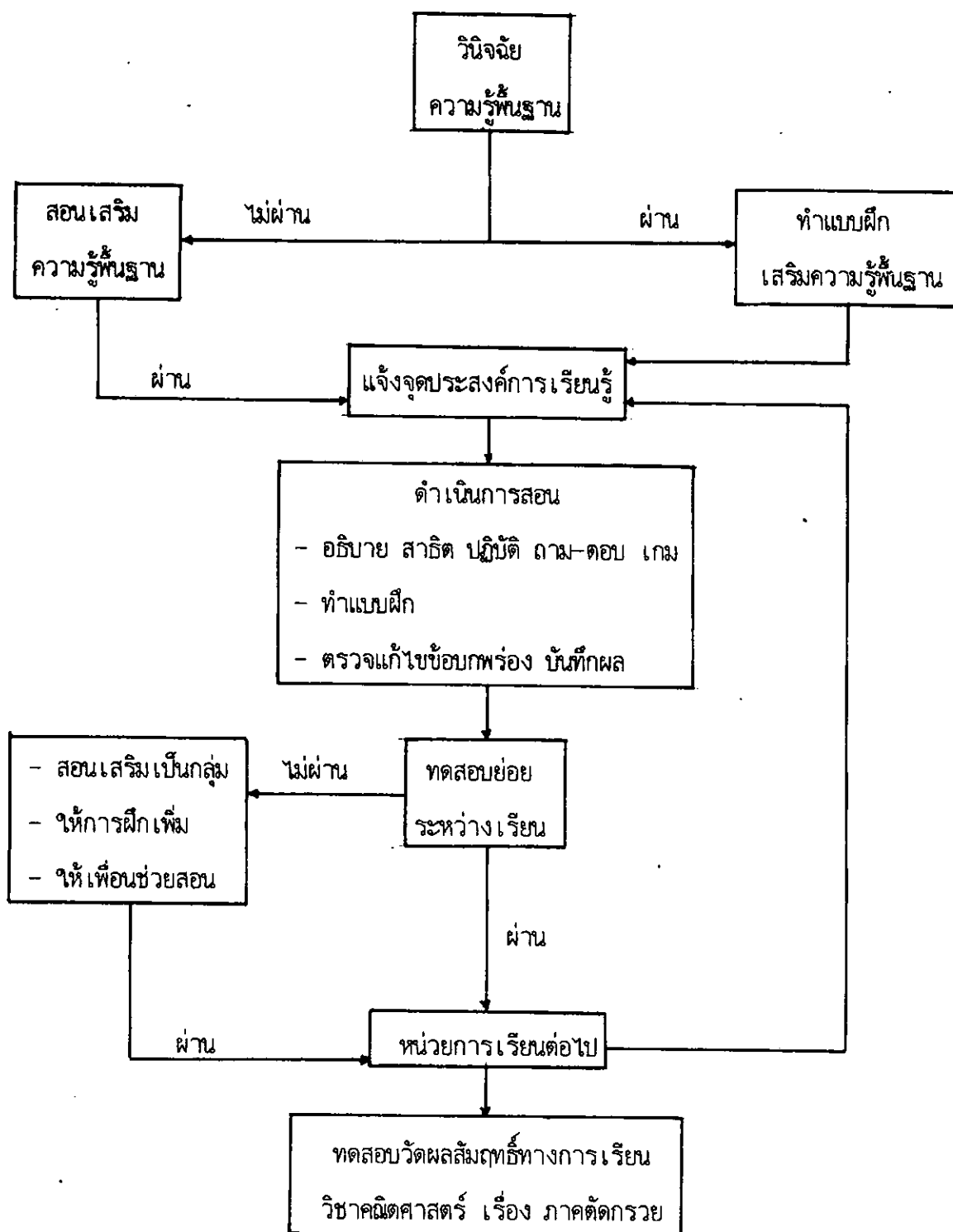
โปรดทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องทางขวามือเพียงช่องเดียวให้ตรงกับสภาพความเป็นจริงของนักเรียน

ข้อที่	ข้อความ	น้อยที่สุด	น้อย	นาน ๆ ครั้ง	ไม่เคยเลย
(0)	ฉันจะทำงานที่ได้รับมอบหมายโดยไม่ละเลยหรือเพิกเฉย	✓			
(00)	เมื่อฉันทำการบ้านไม่ได้ฉันจะเลิกทำทันที				✓

6.7 นำข้อมูลที่ได้นำมาวิเคราะห์ หาค่าอำนาจจำแนกของแบบสอบถามโดยวิธีการแจกแจงแบบที (t - distribution) (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2531 : 185)

6.8 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามที่คัดเลือกไว้ 20 ข้อ ด้วยสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นแบบแอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2531 : 171) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.84

การสอนโดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้



ภาพประกอบ 9 ขั้นตอนการสอนโดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้

วิธีดำเนินการทดลอง

1. ดำเนินการทดลองโดยใช้ผู้วิจัยเป็นผู้สอนทั้ง 2 กลุ่ม

1.1 กลุ่มทดลอง การสอนในกลุ่มทดลองเป็นการสอนโดยวิธีการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของสหพหุศาสตร์ ๑ ในวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ภาคตัดกรวย โดยแบ่งเนื้อหาเป็นหน่วยการเรียนรู้ย่อย 4 หน่วย ซึ่งมีการจัดการเรียนการสอนตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

1.1.1 ตรวจสอบความรู้พื้นฐาน

1.1.2 บอกจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ก่อนเริ่มดำเนินการสอนในทุกหน่วยการเรียนรู้

1.1.3 ดำเนินการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดให้นักเรียนเป็นผู้กระทำกิจกรรมในการเรียน ซึ่งจะประกอบด้วยการอธิบาย อภิปราย การตอบคำถามสั้น ๆ เกมเพื่อให้นักเรียนเกิดทักษะมีความแม่นยำ โดยจะมีการเน้นให้นักเรียนเกิดนิมิตในเนื้อหาที่สลับด้วยการฝึกทักษะพื้นฐานจากแบบฝึก ซึ่งจะต้องมีการตรวจให้คะแนน และแก้ไขข้อบกพร่องในแต่ละแบบฝึกนั้น ๆ แล้วให้นักเรียนบันทึกผลการฝึกฝนแบบบันทึกผลการเรียนของแต่ละคน เพื่อให้นักเรียนสามารถจดจำวิธีการ หลักเกณฑ์ และสรุปข้อเท็จจริงเพื่อนำมาใช้งานได้

1.1.4 ทดสอบย่อยประจำหน่วยการเรียนรู้ โดยใช้แบบทดสอบย่อยเพื่อสรุปผลการเรียนว่านักเรียนผ่านหรือไม่ผ่านตามเกณฑ์ 80 เปอร์เซนต์

1.1.4.1 ถ้านักเรียนสอบไม่ผ่านเกณฑ์ก็จัดให้นักเรียนเรียนซ่อมเสริมโดยการเฉลยแบบทดสอบย่อยเป็นกลุ่ม โดยมีนักเรียนที่สอบผ่านเกณฑ์เป็นผู้สอน

1.1.4.2 ถ้านักเรียนสอบผ่านเกณฑ์ก็ให้ศึกษาเอกสารฝึกหัดเพิ่มเติมซึ่งเป็นโจทย์ที่ยากขึ้นตามลำดับ และเป็นเพื่อนช่วยสอนนักเรียนที่เรียนซ่อมเสริม

1.2 กลุ่มควบคุม การสอนในกลุ่มควบคุมเป็นการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. โดยมีกิจกรรมการเรียนการสอนตามขั้นตอนดังนี้คือ

1.2.1 บอกจุดประสงค์การเรียนรู้

1.2.2 นำเข้าสู่บทเรียนโดยการสนทนา อภิปราย ชักถาม เพื่อสร้างความสนใจและทบทวนความรู้พื้นฐานให้นักเรียน

1.2.3 ดำเนินการสอนโดยการอธิบาย อภิปราย ตอบคำถามสั้น ๆ

1.2.4 ทำแบบทดสอบย่อยตามจุดประสงค์การเรียนรู้ ถ้ามีนักเรียนสอบไม่ผ่านเกณฑ์ 80 เปอร์เซ็นต์ จะนำเนื้อหาที่เรียนมาสอนซ่อมเสริมใหม่ทั้งชั้น

2. เมื่อสิ้นสุดการสอนตามแผนการสอนแล้ว จึงทำการทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และวัดความมีวินัยในตนเองด้วยแบบสอบถามวัดความมีวินัยในตนเองของนักเรียนกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง

3. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบและแบบสอบถาม แล้วนำผลไปวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการทางสถิติ

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาคะแนนเฉลี่ย (Mean) คำนวณจากสูตร (ลิวน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2531 : 59)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ย

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. ค่าความแปรปรวน (Variance) คำนวณจากสูตร (ลัวัน สายยศ และ

อังคณา สายยศ. 2531 : 62)

$$S^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ S^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนของกลุ่มตัวอย่าง

$\sum X$ แทน ผลรวมคะแนนทั้งหมดของกลุ่มตัวอย่าง

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

$N - 1$ แทน จำนวนตัวแปรอิสระ

X แทน คะแนนแต่ละตัวในกลุ่มตัวอย่าง

3. หาค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบย่อย แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐาน

และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์

มีสูตรดังนี้ (บุญเชิด ภิญญอนันตพงษ์. 2526 : 89 - 91)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์

$\sum R$ แทน ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญเนื้อหาวิชาทั้งหมด

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญเนื้อหาวิชา

4. หาค่าความยากง่ายของแบบทดสอบย่อยและแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐาน คำนวณจาก

สูตร (อังคณา สายยศ. 2526 : 31)

$$P = \frac{R}{N}$$

เมื่อ P แทน ค่าความยากง่าย
R แทน จำนวนคนที่ทำข้อสอบข้อนั้นถูก
N แทน จำนวนคนที่ทำข้อสอบข้อนั้น

5. หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบย่อยและแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานโดยใช้สูตร

ดัชนี B ของเบรนนเน (Brennan) (อังคณา สายยศ. 2526 : 32)

$$B = \frac{U}{n_1} - \frac{L}{n_2}$$

เมื่อ B แทน ดัชนีอำนาจจำแนกของเบรนนเน
U แทน จำนวนคนที่ทำข้อสอบข้อนั้นถูกของกลุ่มผ่านเกณฑ์
L แทน จำนวนคนที่ทำข้อสอบข้อนั้นถูกของกลุ่มไม่ผ่านเกณฑ์
 n_1 แทน จำนวนคนที่สอบผ่านเกณฑ์
 n_2 แทน จำนวนคนที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์

6. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อย คำนวณจากสูตรของ คาร์เวอร์ (Carver)

(อังกฤษ สายยศ. 2526 : 32 - 33)

ฉบับ A \ ฉบับ B	สอบไม่ผ่าน	สอบผ่าน
สอบผ่าน	b	a
สอบไม่ผ่าน	c	d

$$\text{ความเชื่อมั่น } R_{cc} = \frac{a + c}{N} \quad \text{เมื่อ } N = a + b + c + d$$

ข้อสอบฉบับ A และฉบับ B เป็นคู่ขนานกัน

7. หาค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

โดยใช้เทคนิค 27% ของ จูง เตห์ ฟาน (Fan. 1952 : 1 - 32)

8. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คำนวณจากสูตรของ

คูเดอร์ - ริชาร์ดสัน 20 (KR - 20) (ล้วน สายยศ และอังกฤษ สายยศ. 2531 : 168 - 170)

$$r_{tt} = \frac{n}{n - 1} \left(1 - \frac{\sum pq}{S^2_t} \right)$$

เมื่อ r_{tt} แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

n แทน จำนวนข้อของเครื่องมือวัด

p แทน สัดส่วนของผู้ที่ได้ในข้อหนึ่ง ๆ $= \frac{\text{จำนวนคนที่ทำถูก}}{\text{จำนวนคนทั้งหมด}}$

q แทน สัดส่วนของผู้ที่ทำผิดในข้อหนึ่ง ๆ คือ $q = 1 - p$

S^2_t แทน คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือฉบับนั้น

9. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐาน คำนวณจากสูตรของ ลิฟวิงตัน

(อนันต์ ศรีโสภา. 2520 : 68)

$$r_{cc} = \frac{r_{tt} \cdot S^2_o + (\bar{X} - c)^2}{S^2_o + (\bar{X} - c)^2}$$

เมื่อ r_{cc} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบชนิดอิงเกณฑ์

r_{tt} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบที่คำนวณได้จากสูตร คูเดอ-ริชาร์ดสัน 20

S^2_o แทน ค่าความแปรปรวนของคะแนนจากการทดสอบ

$\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนนจากการตอบแบบทดสอบ

c แทน คะแนนที่กำหนดเป็นเกณฑ์ไว้ในแบบทดสอบ

10. หาค่าอำนาจจำแนกของแบบสอบถามวัดความมีวินัยในตนเอง โดยวิธีแจกแจงค่าที (t - distribution) คำนวณจากสูตรของเอ็ดเวิร์ด (Edward) (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2531 : 185)

$$t = \frac{\bar{X}_H - \bar{X}_L}{\frac{S_H^2}{n_H} + \frac{S_L^2}{n_L}}$$

เมื่อ t แทน ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ

$\bar{X}_H$ แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มสูง

$\bar{X}_L$ แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มต่ำ

S_H^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของกลุ่มสูง

S_L^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของกลุ่มต่ำ

n_H แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่างในกลุ่มสูง

n_L แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่างในกลุ่มต่ำ

11. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามวัดความมีวินัยในตนเอง คำนวณโดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์ แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2531 : 171)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum S^2_1}{S^2_t} \right)$$

เมื่อ α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น

n แทน จำนวนข้อสอบในแบบสอบถาม

S^2_1 แทน คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ

S^2_t แทน คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือทั้งฉบับ

12. ทดสอบความแตกต่างของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และคะแนนความมีวินัย

ในตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม คำนวณโดยใช้ t-test แบบ

Independent Groups คำนวณจากสูตร (ลิ้น สายยศ และอังคณา สายยศ. 2531 : 84)

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s^2_1 + (n_2 - 1)s^2_2}{n_1 + n_2 - 2} \left\{ \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right\}}}$$

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

เมื่อ $\bar{X}_1$ แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างที่ 1

$\bar{X}_2$ แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างที่ 2

n_1 แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่ 1

n_2 แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่ 2

s^2_1 แทน ความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างที่ 1

s^2_2 แทน ความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างที่ 2

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล และแปลความหมายผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์ ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่ม

$\bar{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนแต่ละกลุ่ม

S^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนน

t แทน ค่าอัตราส่วนนัยสำคัญทางสถิติที่ใช้พิจารณา

df แทน ชั้นแห่งความเป็นอิสระ

การวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลผลการวิเคราะห์ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยขอเสนอตามลำดับดังนี้

1. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมภายหลังการทดลอง

2. การเปรียบเทียบความมั่นใจในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ภายหลังการทดลอง

3. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จำแนกตามระดับความสามารถของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ภายหลังการทดลอง

3.1 กลุ่มระดับความสามารถสูง

3.2 กลุ่มระดับความสามารถปานกลาง

3.3 กลุ่มระดับความสามารถต่ำ

4. การเปรียบเทียบความมั่นใจในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับความสามารถของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ภายหลังการทดลอง

4.1 กลุ่มระดับความสามารถสูง

4.2 กลุ่มระดับความสามารถปานกลาง

4.3 กลุ่มระดับความสามารถต่ำ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมภายหลังการทดลอง

หลังจากกลุ่มตัวอย่างทั้งสอง ได้เรียนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ทำการทดลองจบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแล้วนำคะแนนเฉลี่ยมาเปรียบเทียบกันโดยใช้ $t - test$ แบบ Independent Groups ได้ผลแสดงไว้ในตาราง 4

ตาราง 4 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมภายหลังการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\bar{X}$	s^2	t
กลุ่มทดลอง	26	19.00	25.04	2.17*
กลุ่มควบคุม	26	16.04	23.56	

$$*t (.05, 50) = 2.01$$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในตาราง 4 ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมภายหลังการทดลองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นั่นคือ นักเรียนได้รับการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้หลักการเรียนรู้ตามแนวของฮอทชคิส มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู สสวท. ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ในข้อ 1

2. การเปรียบเทียบความมั่นใจในตนเอง ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมภายหลังการทดลอง

ผู้วิจัยได้วัดความมั่นใจในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แล้วนำคะแนนเฉลี่ยของความแตกต่างภายหลังการทดลองของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองมาเปรียบเทียบกันโดยใช้ t - test แบบ Independent Groups ได้ผลแสดงไว้ในตาราง 5

ตาราง 5 การเปรียบเทียบความมั่นใจในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมภายหลังการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\bar{X}$	S^2	t
กลุ่มทดลอง	26	61.74	28.20	3.10**
กลุ่มควบคุม	26	57.46	21.14	

** $t (.01, 50) = 2.68$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในตาราง 5 ปรากฏว่า ความมั่นใจในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมภายหลังการทดลองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 นั่นคือ นักเรียนที่ได้รับการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของชอททคิส มีความมั่นใจในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู สสวท. ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ในข้อ 2

3. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จำแนกตามระดับความสามารถของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมภายหลังการทดลอง

จากการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์กับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยได้นำคะแนนเฉลี่ยของแต่ละกลุ่มระดับความสามารถมาเปรียบเทียบกันโดยใช้ t - test แบบ Independent Groups

3.1 กลุ่มระดับความสามารถสูง ได้ผลแสดงไว้ในตาราง 6

ตาราง 6 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับความสามารถของนักเรียนกลุ่มระดับความสามารถสูง ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมภายหลังการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\bar{X}$	s^2	t
กลุ่มทดลอง	7	24.71	6.91	2.05
กลุ่มควบคุม	7	21.57	9.62	

$$t (.05, 12) = 2.18$$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในตาราง 6 ปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับความสามารถของนักเรียนกลุ่มระดับความสามารถสูง ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ภายหลังการทดลอง ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นั่นคือนักเรียนกลุ่มระดับความสามารถสูง ที่ได้รับการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของชอททคิส มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู สสวท. ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ในข้อ 3

3.2 กลุ่มระดับความสามารถปานกลาง ได้ผลแสดงไว้ในตาราง 7

ตาราง 7 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับความสามารถของนักเรียนกลุ่มระดับความสามารถปานกลาง ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ภายหลังการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\bar{X}$	S^2	t
กลุ่มทดลอง	12	19.50	3.55	3.64**
กลุ่มควบคุม	12	16.25	6.02	

$$**t (.01, 22) = 2.82$$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในตาราง 7 ปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับความสามารถของนักเรียนกลุ่มระดับความสามารถปานกลาง ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ภายหลังการทดลอง แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 นั่นคือ นักเรียนกลุ่มระดับความสามารถปานกลาง ที่ได้รับการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของชอททคิส มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู สสวท. ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้ในข้อ 3

3.3 กลุ่มระดับความสามารถต่ำ ได้ผลแสดงไว้ในตาราง 8

ตาราง 8 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับความสามารถของนักเรียนกลุ่มระดับความสามารถต่ำ ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ภายหลังการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\bar{X}$	S^2	t
กลุ่มทดลอง	7	12.43	1.95	3.44**
กลุ่มควบคุม	7	10.14	1.14	

$$^{**}t (.01,12) = 3.06$$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในตาราง 8 ปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับความสามารถของนักเรียนกลุ่มระดับความสามารถต่ำ ระหว่างกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม ภายหลังการทดลอง แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 นั่นคือ นักเรียนกลุ่มระดับความสามารถต่ำ ที่ได้รับการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ตามแนวของซอทชคิส มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู สสวท. ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้ในข้อ 3

4. การเปรียบเทียบความมีวินัยในตนเอง ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับความสามารถของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมภายหลังการทดลอง

จากการวัดความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยได้นำคะแนนเฉลี่ยของแต่ละกลุ่มระดับความสามารถ มาเปรียบเทียบกันโดยใช้ t - test แบบ Independent Groups

4.1 กลุ่มระดับความสามารถสูง ได้ผลแสดงไว้ในตาราง 9

ตาราง 9 การเปรียบเทียบความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับความสามารถของนักเรียนกลุ่มระดับความสามารถสูง ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ภายหลังการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\bar{X}$	S^2	t
กลุ่มทดลอง	7	61.71	29.90	0.39
กลุ่มควบคุม	7	60.86	4.48	

$$t (.05, 12) = 2.18$$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในตาราง 9 ปรากฏว่า ความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับความสามารถของนักเรียนกลุ่มระดับความสามารถสูง ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ภายหลังการทดลอง ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นั่นคือ นักเรียนที่ได้รับการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของชอททคิส มีความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู สสวท. ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้ในข้อ 4

4.2 กลุ่มระดับความสามารถปานกลาง ได้ผลแสดงไว้ในตาราง 10

ตาราง 10 การเปรียบเทียบความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับความสามารถของนักเรียนกลุ่มระดับความสามารถปานกลาง ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ภายหลังการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\bar{X}$	S^2	t
กลุ่มทดลอง	12	61.92	36.27	2.39*
กลุ่มควบคุม	12	56.25	30.93	

$$*t (.05, 22) = 2.07$$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในตาราง 10 ปรากฏว่า ความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับความสามารถของนักเรียนกลุ่มระดับความสามารถปานกลาง ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ภายหลังการทดลอง แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นั่นคือ นักเรียนที่ได้รับการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ตามแนวของซอททคิส มีความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู สวท. ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้ในข้อ 4

4.3 กลุ่มระดับความสามารถต่ำ ได้ผลแสดงไว้ในตาราง 11

ตาราง 11 การเปรียบเทียบความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับความสามารถของนักเรียนกลุ่มระดับความสามารถต่ำ ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ภายหลังจากทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\bar{X}$	S^2	t
กลุ่มทดลอง	7	61.43	20.95	2.58*
กลุ่มควบคุม	7	56.14	8.48	

$$*t (.05,12) = 2.18$$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในตาราง 11 ปรากฏว่า ความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับความสามารถของนักเรียนกลุ่มระดับความสามารถต่ำ ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ภายหลังจากทดลอง แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นั่นคือ นักเรียนที่ได้รับการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้หลักการเรียนรู้ตามแนวของซอททคิส มีความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู สสวท. ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้ในข้อ 4

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และควมมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนรู้ เพื่อรอบรู้ กับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. จำแนกตามระดับความสามารถของนักเรียน ซึ่งมีลำดับขั้นของการวิจัย และผลการศึกษาได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สอน โดยใช้หลักการเรียนรู้ เพื่อรอบรู้ กับสอนตามคู่มือครู สสวท.
2. เพื่อเปรียบเทียบควมมีวินัยในตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สอนโดยใช้หลักการเรียนรู้กับสอนตามคู่มือ สสวท.
3. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สอนโดยใช้หลักการเรียนรู้ เพื่อรอบรู้ กับสอนตามคู่มือครู สสวท. จำแนกตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์
4. เพื่อเปรียบเทียบควมมีวินัยในตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สอนโดยใช้หลักการเรียนรู้ เพื่อรอบรู้ กับสอนตามคู่มือครู สสวท. จำแนกตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. นักเรียนที่สอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้กับสอนตามคู่มือครู สสวท. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกัน
2. นักเรียนที่สอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้กับสอนตามคู่มือครู สสวท. มีความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แตกต่างกัน
3. นักเรียนที่สอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้กับสอนตามคู่มือครู สสวท. จำแนกตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกัน
4. นักเรียนที่สอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้กับสอนตามคู่มือครู สสวท. จำแนกตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ มีความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกัน

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

1. ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง อำเภอบ้านโป่ง จังหวัดราชบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2533 จำนวน 8 ห้องเรียน รวมนักเรียนทั้งหมด 341 คน

2. กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง อำเภอบ้านโป่ง จังหวัดราชบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2533 จำนวน 52 คน โดยการสุ่มแบบแบ่งชั้น (Stratified Random Sampling) การแบ่งชั้นจำแนกตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ จากกลุ่มประชากร โดยใช้ผลการสอบคัดเลือกเข้าเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ในวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 เป็นเกณฑ์ จำแนกได้ 3 ระดับ คือ

กลุ่มสูง เป็นนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75 ขึ้นไป

กลุ่มปานกลาง เป็นนักเรียนที่ได้คะแนนระหว่างเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 กับ 75

กลุ่มต่ำ เป็นนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 ลงมา

นำกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 52 คนที่ได้จากการสุ่มแบบแบ่งชั้น เป็นนักเรียนกลุ่มสูง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มต่ำ ตามสัดส่วนของแต่ละระดับความสามารถ จับสลากแบ่งเป็นกลุ่มทดลองที่ 1 และกลุ่มทดลองที่ 2 แล้วนำกลุ่มตัวอย่างทั้งสองจับสลากเพื่อกำหนดเป็นกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 26 คน เพื่อทำการทดลอง ดังนี้

กลุ่มทดลอง ได้รับการสอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรับรู้

กลุ่มควบคุม ได้รับการสอนตามคู่มือครู สสวท.

ตาราง 12 แสดงจำนวนกลุ่มตัวอย่าง จำแนกตามระดับความสามารถทางการเรียน คณิตศาสตร์ ของกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	ระดับความสามารถ			รวม
	สูง	ปานกลาง	ต่ำ	
กลุ่มทดลอง	7	12	7	26
กลุ่มควบคุม	7	12	7	26

3. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

3.1 แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ มี 2 แบบ คือ

3.1.1 แผนการสอนแบบหน่วยการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ค 012

เรื่องภาคตัดกรวย ตามหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ของชอททคิส

3.1.2 แผนการสอนรายคาบวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องภาคตัดกรวย ตามคู่มือครู สสวท.

3.2 เอกสารประกอบการเรียน สำหรับกลุ่มทดลอง ประกอบด้วย

3.2.1 แบบฝึก

3.2.2 เอกสารฝึกหัด

3.2.3 แบบบันทึกความก้าวหน้าของนักเรียน

3.3 แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐาน ทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องภาคตัดกรวย จำนวน 20 ข้อ ที่มีค่าความยากง่ายระหว่าง .41 - .68 ค่าอำนาจจำแนกระหว่าง .23 - .70 และมีค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบที่คำนวณโดยใช้สูตรของลิฟวิงตัน เท่ากับ 0.79

3.4 แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1,2,3,4 เรื่องภาคตัดกรวย จำนวน 4 หน่วย หน่วยละ 2 ฉบับคู่ขนาน มีทั้งหมด 8 ฉบับ ที่มีค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบที่คำนวณโดยใช้สูตรของ คาร์เวอร์ ดังตารางต่อไปนี้คือ

ตาราง 13 แสดงค่า P,B และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้
ภาคตัดกรวย

หน่วยที่	ชุดที่	P	B	ความเชื่อมั่น
1	1	.35 - .74	.27 - .58	0.85
	2	.29 - .66	.35 - .71	
2	1	.34 - .71	.30 - .66	0.88
	2	.36 - .76	.26 - .64	
3	1	.38 - .73	.22 - .53	0.88
	2	.39 - .78	.26 - .56	
4	1	.39 - .70	.30 - .62	0.83
	2	.29 - .64	.24 - .59	

3.5 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องภาคตัดกรวย จำนวน 30 ข้อ มีค่าความยากง่ายระหว่าง .22 - .76 ค่าอำนาจจำแนกระหว่าง .22 - .70 และมีค่าความเชื่อมั่นที่คำนวณโดยใช้สูตร KR-20 เท่ากับ 0.84

4. วิธีดำเนินการทดลอง

4.1 ทำการทดลองสอน โดยผู้วิจัยสอนด้วยตนเองทั้งกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม ใช้เวลาคาบเรียน กิจกรรมพิเศษ และหลังเลิกเรียนตามปกติ (เวลา 16.10 น. - 17.00 น.) กลุ่มละ 17 คาบ ตามวิธีการดังนี้

4.1.1 กลุ่มทดลอง เป็นการสอนโดยวิธีการเรียนเพื่อรอบรู้ ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้ คือ

4.1.1.1 ก่อนเริ่มหน่วยการเรียนรู้ได้ตรวจสอบ ความรู้พื้นฐานก่อน โดยใช้เกณฑ์ต้องตอบถูกไม่น้อยกว่า 16 ข้อ ถ้ามีนักเรียนไม่ผ่านเกณฑ์ ก็จัดสอนเสริมความรู้พื้นฐานให้

4.1.1.2 บอกจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ก่อนเริ่มดำเนินการสอนในทุกหน่วยการเรียนรู้

4.1.1.3 ดำเนินการสอนโดยใช้แบบฝึก ให้นักเรียนเป็นผู้กระทำ กิจกรรมในการเรียนซึ่งประกอบด้วย การอธิบาย อภิปราย ตอบคำถามสั้น ๆ เพื่อให้นักเรียนเกิดทักษะ มีความแม่นยำ โดยจะมีการเน้นให้นักเรียนเกิดมโนคติในเนื้อหาสลับกัน การฝึกทักษะพื้นฐานจากแบบฝึก ซึ่งจะต้องมีการตรวจให้คะแนน และแก้ไขข้อบกพร่องในแต่ละแบบฝึกนั้น ๆ แล้วให้นักเรียนบันทึกผลการฝึกลงในแบบบันทึกผลการเรียนเป็นกราฟของแต่ละคน

4.1.1.4 เมื่อนักเรียนเรียนจบหน่วยการเรียนรู้หนึ่ง ๆ ให้ทำแบบทดสอบประจำหน่วย การเรียนที่ 1,2,3,4 ให้ผ่านเกณฑ์ต้องตอบถูกไม่น้อยกว่า 8 ข้อ ทุกแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ ถ้ามีนักเรียนต่ำกว่าเกณฑ์จะต้องเรียนซ่อมเสริมเป็นกลุ่มโดยการเฉลยอธิบาย ชักถามชี้แจงข้อผิดพลาดในแบบทดสอบชุดที่ 1 และเรียนซ่อมเสริมโดยให้นักเรียนที่สอบผ่านเกณฑ์แล้ว ช่วยสอนนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ แล้วให้นักเรียนทำแบบทดสอบ ชุดที่ 2 ให้ผ่านเกณฑ์ ก่อนเริ่มเรียนหน่วยการเรียนรู้ต่อไป สำหรับนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ แต่ละหน่วยการเรียนรู้แล้ว ให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัด

4.1.2 กลุ่มควบคุม สอนตามแผนการสอนรายคาบตามคู่มือครู สสวท.

4.2 เมื่อสิ้นสุดการทดลองตามแผนการสอนจึงทำการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และแบบสอบถามวัดความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์วัดความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้ทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้นำข้อมูลมาวิเคราะห์ตามลำดับดังนี้

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมภายหลังการทดลอง โดยทดสอบค่าเฉลี่ยความแตกต่างของคะแนนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมภายหลังการทดลองโดยใช้สถิติ t-test แบบ Independent Groups
2. เปรียบเทียบความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ภายหลังการทดลอง โดยทดสอบค่าเฉลี่ยความแตกต่างของคะแนนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ภายหลังการทดลอง โดยใช้สถิติ t-test แบบ Independent Groups
3. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับความสามารถทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ภายหลังการทดลอง โดยทดสอบค่าเฉลี่ยความแตกต่างของคะแนนจำแนกตามระดับความสามารถทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ภายหลังการทดลอง โดยใช้สถิติ t-test แบบ Independent Groups
4. เปรียบเทียบความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับความสามารถทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมภายหลังการทดลอง โดยทดสอบค่าเฉลี่ย ความแตกต่างของคะแนนจำแนกตามระดับความสามารถทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมภายหลังการทดลองโดยใช้สถิติ t-test แบบ Independent Groups

สรุปผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความมีวินัยในตนเองในการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการสอนตามหลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ตามแนวของชอททชคิส กับการสอนตามคู่มือครู สสวท. ได้ผลสรุปดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการสอนตามหลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้กับการสอนตามคู่มือครู สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการสอนตามหลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้กับการสอนตามคู่มือครู สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำแนกตามระดับความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการสอนตามหลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้กับการสอนตามคู่มือครู สสวท.

3.1 ระดับความสามารถสูง ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ปรากฏผลไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3.2 ระดับความสามารถปานกลาง ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ปรากฏผลแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3.3 ระดับความสามารถต่ำ ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ปรากฏผลแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ .01

4. ความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จำแนกตามระดับความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการสอนตามหลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้กับการสอนตามคู่มือครู สสวท.

4.1 ระดับความสามารถสูง ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ปรากฏผลไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ .05

4.2 ระดับความสามารถปานกลาง ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ปรากฏผลแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติ

ที่ระดับ .05

4.3 ระดับความสามารถต่ำ ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ปรากฏผลแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

การวิจัยครั้งนี้เป็นการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยการสอนตามหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของชอททคิส กับการสอนตามคู่มือครู สสวท. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลอภิปรายผลดังนี้

1. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จากการสอนทั้งสองแบบ ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของชอททคิส กับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู สสวท. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้ โดยนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของชอททคิสมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู สสวท. ซึ่งสอดคล้องกับผลงานวิจัยของชอททคิส (เอกสารสำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ. 2529 : 15 ; อ้างอิงมาจาก Hotchkis. 2529) นงนุช พูลสวัสดิ์ (2532 : 114) ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

1.1 ความพร้อมในการเรียนของนักเรียน ผู้วิจัยได้ทดสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียนว่ามีความรู้พื้นฐานเพียงพอที่จะเรียนเนื้อหาเรื่องภาคตัดกรวยได้หรือไม่ ทั้งนี้กำหนดให้นักเรียนต้องทำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานได้ผ่านเกณฑ์ 80 % และเมื่อพบว่านักเรียนทำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานไม่ผ่านเกณฑ์ ผู้วิจัยจะสอนเสริมความรู้พื้นฐานเพื่อให้นักเรียนเกิดความพร้อม ซึ่งเป็นไปตามหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของชอททคิส ที่คำนึงถึงประสบการณ์ก่อนเรียนเป็นสำคัญ และมีเจตคติที่ดีพร้อมที่จะเรียนเนื้อหาที่ผู้วิจัยเตรียมไว้ ซึ่งเป็นไปตามหลักจิตวิทยาากลุ่มเกลดส์ที่

กล่าวว่าบุคคลจะเกิดการเรียนรู้ได้ดีต้องมีประสบการณ์เดิมมาก่อน ประสบการณ์เดิมมีผลต่อจิตใจของนักเรียน ถ้านักเรียนมีเจตคติที่ดีเพราะเคยประสบผลสำเร็จในการเรียน จะทำให้การเรียนรู้ในเรื่องต่อไปได้อย่างง่ายดาย ซึ่งสอดคล้องกับกฎแห่งความพร้อมของธอร์นไคค์ที่กล่าวว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้ดีที่สุดเมื่อผู้เรียนมีความพร้อม (กมลรัตน์ หล้าสว่างษ์. 2528 : 220)

1.2 ผู้วิจัยได้จัดหน่วยการเรียนการสอนออกเป็นหน่วยย่อย ๆ มีจุดประสงค์การเรียนรู้และนิเมติเฉพาะสั้น ๆ เริ่มจากง่ายไปหายาก มีความสัมพันธ์ต่อเนื่อง ง่ายต่อการทำความเข้าใจ นอกจากนี้ยังให้นักเรียนทำแบบฝึก เมื่อทำแบบฝึกเสร็จแล้ว ต้องตรวจแก้ไขให้ถูกต้องทันที นักเรียนจะต้องบันทึกผลการเรียนจากการทำแบบฝึกลงในกราฟ อันเป็นหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของซอททิส ทำให้นักเรียนทราบผลการเรียนของตนเองตลอดเวลา จึงเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนทำงานได้สำเร็จบรรลุเป้าหมาย และสอดคล้องกับกระบวนการเรียนรู้ที่บลูม (บลูม พูลสวัสดิ์. 2532 : 20 ; อ้างอิงมาจาก Bloom. 1976 : 172) กล่าวถึงการให้ผลย้อนกลับและการแก้ไขสิ่งบกพร่อง (Feedback and Correction) เป็นสิ่งสำคัญอย่างหนึ่งที่จะทำให้การสอบมีคุณภาพการให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียนคือการแจ้งผลการสอบย่อยแต่ละหน่วยการเรียน เพื่อให้ผู้เรียนทราบว่าตนเองยังบกพร่องในเรื่องใด และครูจะต้องสอนซ่อมเสริมตรงไหนจึงจะบรรลุเกณฑ์ที่ตั้งไว้

1.3 การเพิ่มความชำนาญ เป็นขั้นตอนของการทำกิจกรรม กล่าวคือเป็นการทำแบบฝึกทำให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมเป็นของตนเอง และทราบผลการเรียนด้วยตนเอง เป็นการส่งเสริมการเรียนรู้ตามเอกิตภาพของแต่ละบุคคล เพราะนักเรียนทุกคนสามารถเรียนรู้ได้ตามความสามารถของตนโดยนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนสูงในวิชาคณิตศาสตร์ ก็จะทำแบบฝึกเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ส่วนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนต่ำ ก็จะได้รับ的帮助เหลือแก้ไขข้อบกพร่องให้ทำแบบฝึกได้อย่างถูกต้องแม่นยำก่อนที่จะเรียนเนื้อหาต่อไป จึงทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกพึงพอใจในการเรียน ซึ่งสอดคล้องกับกฎแห่งผลที่ได้รับ ตามทฤษฎีของธอร์นไคค์ (กมลรัตน์ หล้าสว่างษ์. 2528 : 108)

2. การเปรียบเทียบความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการสอนทั้งสองแบบ ผลการวิจัยปรากฏว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของฮอททิสกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู สสวท. มีความมีวินัยในตนเองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้ โดยนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของฮอททิส มีความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู สสวท. ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

2.1 กระบวนการเรียนการสอน โดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของฮอททิส มีการแบ่งเนื้อหาออกเป็นหน่วยย่อย ๆ เมื่อนักเรียนเรียนจบหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย จะต้องทำแบบทดสอบเพื่อทดสอบว่า นักเรียนมีความรู้ผ่านเกณฑ์หรือไม่ ดังนั้น นักเรียนจะต้องมีความพร้อมตลอดเวลา ที่จะทำแบบทดสอบทันทีเมื่อเรียนจบหน่วยการเรียนรู้ ซึ่งสอดคล้องกับกฎแห่งความพร้อมตามทฤษฎีของธอร์นไดค์ (กมลรัตน์ หล้าสุวงษ์. 2528 : 220) ซึ่งทำให้นักเรียนมีความตั้งใจเรียนตลอดเวลา

2.2 สภาพการเรียนการสอน การจัดกิจกรรมในห้องเรียนทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอนมากขึ้น มีการแก้ไขข้อบกพร่องทันทีจากการทำแบบฝึกและเมื่อสอบไม่ผ่านเกณฑ์ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ก่อนที่จะเรียนหน่วยการเรียนรู้ต่อไป เมื่อนักเรียนสอบไม่ผ่านเกณฑ์ก็จะได้รับการสอนซ่อมเสริม อาจเป็นการสอนซ่อมเสริมโดยเพื่อนนักเรียนที่สอบผ่านเกณฑ์แล้ว บรรยากาศในการเรียนจึงส่งเสริมให้นักเรียนกล้าแสดงออกในด้านความคิด ทำให้เกิดการยอมรับและมีมนุษยสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน ซึ่งอาจเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้มีความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังที่ มีสเสน. (รัตน นภารัตน์. 2531 : 59 ; อ้างอิงมาจาก Mussen. 1957 : 335) กล่าวว่า การสร้างความมีวินัยให้แก่นักเรียนนั้นจะต้องสร้างโดยอาศัยความเข้าใจที่ดีต่อกัน มีการใช้เหตุผลควบคู่กัน นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์แบบประชาธิปไตยที่ดีต่อกัน ทั้งกลุ่มเพื่อนและครู

2.3 การสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของฮอททิส กระบวนการเรียนที่สำคัญคือ การทำแบบฝึกที่สร้างขึ้นตามจุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนต้องทำแบบฝึกตามศักยภาพของตน ซึ่งส่งเสริมให้นักเรียนมีความตั้งใจ ความอดทน ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง

และความซื่อสัตย์ จึงเป็นส่วนหนึ่งที่ทำให้นักเรียนมีความมั่นใจในตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับการวิจัยของ ดอยล์ (กาญจนา มีปลั่ง. 2532 : 62 ; อ้างอิงมาจาก Doyle. 1961 : 301) ที่พบว่า นักเรียนที่ได้รับการส่งเสริมให้ทำงานหรือได้รับการศึกษาให้เป็นไปตามกำลังความสามารถ และยอมรับข้อบกพร่องของตน ให้ความสำคัญในความสำเร็จแล้ว นักเรียนจะเกิดความเชื่อมั่นในตนเอง ทำให้เกิดความมั่นใจในตนเองขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ศุภพร นิมิตรกุล (2521 : 63) ที่พบว่าความมั่นใจในตนเองจะเกิดขึ้นโดยการเรียนการสอนที่มีการทำงานด้วยตนเอง อันก่อให้เกิดให้นักเรียนมีความรับผิดชอบในการปฏิบัติงาน ซึ่งเป็นการฝึกฝนความมั่นใจในตนเองให้เกิดสะสมเพิ่มมากขึ้น

3. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จำแนกตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์

3.1 กลุ่มนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของฮอททชิส กับ การสอนตามคู่มือครู สสวท. ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

3.1.1 นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์สูงมักจะเรียนได้เร็ว เมื่อได้รับแรงกระตุ้นหรือครูอธิบายเพียงเล็กน้อยก็เกิดความเข้าใจ สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ใหม่และความรู้ซึ่งมีอยู่แล้ว สามารถศึกษาคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเองและมักจะทำแบบฝึกหัดล่วงหน้าเสมอ รู้จักเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างส่วนต่าง ๆ สังเกตรูปแบบและหาข้อสรุปได้แม้ได้รับการแนะนำเพียงเล็กน้อยก็สามารถทำได้ ทั้งงานที่มอบหมายให้ทำเป็นประจำและงานที่เป็นโครงการพิเศษเฉพาะบุคคล (ยุพิน พิพิธกุล. 2530 : 232 - 233)

3.1.2 นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์สูงมีความเข้าใจในสิ่งที่เรียนนามธรรมและแนวคิดทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี สามารถหาวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้หลาย ๆ วิธีและสามารถเลือกวิธีที่คิดว่าดีที่สุด ชอบสำรวจตรวจสอบเนื้อหาในแต่ละข้ออย่างลึกซึ้งสามารถที่จะถ้อยถึงสิ่งที่ได้เรียนไปแล้วให้เข้ากับสถานการณ์ใหม่ สามารถแก้ปัญหาโจทย์ทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนได้ สามารถเรียนรู้แนวคิดใหม่ได้อย่างรวดเร็ว (วัชรวิทย์ บุณยสิทธิ์. 2526 : 448)

ดังนั้น การที่นักเรียนมีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์สูงมีคุณลักษณะดังกล่าว จึงทำให้ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน อย่างไรก็ตามหากพิจารณาคะแนนเฉลี่ยของทั้งสองกลุ่ม ปรากฏว่า กลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่ากลุ่มควบคุม แสดงว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของชอททคิส มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู สสวท.

3.2 กลุ่มนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ปานกลาง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของชอททคิสกับการสอนตามคู่มือครู สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้ โดยนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของชอททคิสมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู สสวท. ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของชอททคิส จะต้องมีการเตรียมความพร้อมในการเรียนของนักเรียนโดยการทดสอบวัดความรู้พื้นฐานก่อน หากพบว่านักเรียนยังมีความรู้พื้นฐานไม่ถึงเกณฑ์ที่กำหนดครูจะสอนเสริมความรู้พื้นฐานให้แก่เด็กนักเรียนก่อนที่จะเรียนเนื้อหาบทเรียน และเนื้อหาที่สอนได้จัดแบ่งเป็นหน่วยการเรียนรู้เป็นหน่วยย่อย ๆ มีจุดประสงค์การเรียนรู้ และประเมินผลสั้น ๆ มีความสัมพันธ์ต่อเนื่องง่ายต่อการทำความเข้าใจ มีแบบฝึกหัดให้นักเรียนได้ทำ และตรวจเพื่อทราบผลการเรียนด้วยตนเอง แล้วบันทึกผลการเรียนลงในกราฟ นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ตามความสามารถของตน เป็นการส่งเสริมการเรียนตามเอ็กติภาพของแต่ละบุคคล ซึ่งเป็นไปตามการอภิปรายผลในข้อ 1.1 - 1.3

3.3 กลุ่มนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของชอททคิสกับการสอนตามคู่มือครู สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้โดยนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของชอททคิสมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู สสวท. ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการ

3.3.1 นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ มักจะมีเจตคติในทางลบต่อวิชาคณิตศาสตร์ มักจะไม่เข้าใจและไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้ มักจะ

คิดว่าตนเป็นผู้ที่ล้มเหลวเสมอ นักเรียนมีระดับความสามารถต่ำในด้านการอ่าน การฟัง ไม่เกิดมโนทัศน์ขณะที่เรียน มองไม่ออกในเรื่องที่เป็นนามธรรม ไม่รู้จักสรุป ตลอดจนไม่รู้จักเรียงลำดับความคิดและวิเคราะห์ (ยุพิน พิพิธกุล. 2530 : 237) แต่นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของฮอททคิส จะได้รับการเตรียมความพร้อมในการเรียนของนักเรียน โดยการทดสอบวัดความรู้พื้นฐานก่อน เมื่อปรากฏว่านักเรียนยังมีความรู้พื้นฐานไม่ถึงเกณฑ์ที่กำหนด ก็จะมีการสอนเสริมความรู้พื้นฐานก่อนที่จะเรียนเนื้อหาใหม่ไป และเนื้อหาที่สอนได้จัดแบ่งเป็นหน่วยการเรียนย่อย ๆ มีจุดประสงค์การเรียนรู้และมโนทัศน์สั้น ๆ มีความสัมพันธ์ต่อเนื่องง่ายต่อการทำความเข้าใจ มีแบบฝึกหัดให้นักเรียนได้ทำ และตรวจเพื่อทราบผลการเรียนด้วยตนเอง แล้วบันทึกผลการเรียนลงในกราฟ นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ตามความสามารถของตนเป็นการส่งเสริมการเรียนตามเอ็กติภาพของแต่ละบุคคล นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำในกลุ่มทดลองจะได้รับการช่วยเหลือแก้ไขข้อบกพร่องให้ทำแบบฝึกได้อย่างถูกต้องแม่นยำก่อนที่จะเรียนเนื้อหาต่อไป จึงทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกพึงพอใจในการเรียน ซึ่งสอดคล้องกับกฎแห่งผลที่ได้รับ ตามทฤษฎีของธอร์นไคค์ (กมลรัตน์ หล้าสงวณ. 2528 : 180)

3.3.2 นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ จะมีความสามารถในทางด้านการอ่านต่ำ ต่ำกว่าระดับปานกลางของชั้นเรียนที่นักเรียนเรียนอยู่ มักจำหลักเกณฑ์และมโนทัศน์เบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่เรียนผ่านไปแล้วไม่ได้ มีปัญหาในการหาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ และการสรุปเป็นหลักเกณฑ์โดยทั่วไป มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์น้อย มีเจตคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ขาดทักษะในการฟัง มีความตั้งใจในการเรียนเพียงช่วงสั้น ขาดความสามารถในการแสดงออกทางคำพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้คำถามที่แสดงให้เห็นว่าตนเองยังไม่เข้าใจในการเรียนนั้น ๆ (วัชร บุณยสิงห์. 2526 : 435) แต่นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของ ฮอททคิส จะได้รับการแก้ปัญหาดังกล่าว

4. การเปรียบเทียบความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จำแนกตามระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์

4.1 กลุ่มนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง ความมีวินัยในตนเอง

ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของฮอททคิส กับการสอนตามคู่มือครู สสวท. ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

4.1.1 นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง มักมีความสนุกสนาน ความขยัน ความรับผิดชอบ ความตั้งใจ ความเรียบร้อย และการมาเรียนสม่ำเสมอ มีความกระตือรือร้นในการเรียน สามารถศึกษาคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเองและมักจะทำแบบฝึกหัดล่วงหน้าเสมอ ขณะเรียนมักจะเรียนด้วยความสนุกสนานและสนใจอย่างแท้จริง มักจะใช้คำถามที่ทำให้เกิดความคิดสามารถทำงานได้โดยอิสระ แม้ได้รับการแนะนำเพียงเล็กน้อยทั้งงานที่ได้รับมอบหมายให้ทำตามปกติ และงานที่เป็นโครงการพิเศษเฉพาะบุคคล (ยุพิน พิพิธกุล. 2530 : 232 - 233)

4.1.2 นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์สูงสามารถหาวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้หลาย ๆ วิธีและสามารถเลือกวิธีที่คิดว่าดีที่สุด มีเป้าหมายในการทำงานและการดำเนินชีวิตและจะหาวิธีการไปสู่เป้าหมายนั้นโดยไม่ต้องมีสิ่งกระตุ้น สามารถทำงานที่ทำท้าทายได้เป็นระยะยาวโดยไม่ต้องมีการพัก ชอบสำรวจตรวจสอบเนื้อหาในแต่ละข้ออย่างลึกซึ้ง มีความสามารถในการอ่านและชอบการอ่าน มีความสนุกสนานในการเรียนรู้และชอบค้นคว้าหาความรู้ อยู่เสมอ มีความกระตือรือร้นและสนใจในสิ่งรอบตัวต่าง ๆ (วัชรวิ บุรณสิงห์. 2526 : 448)

ดังนั้น การที่นักเรียนมีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง มีคุณลักษณะดังกล่าวจึงทำให้ความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน อย่างไรก็ตามหากพิจารณาคะแนนเฉลี่ยของทั้งสองกลุ่ม ปรากฏว่า กลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่ากลุ่มควบคุม แสดงว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของฮอททคิส มีความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู สสวท.

4.2 กลุ่มนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ปานกลาง ความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของฮอททคิส กับการสอนตามคู่มือครู สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ โดยนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของฮอททคิส มีความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู สสวท.

ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการสอนโดยหลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ตามแนวของชอททคิส เมื่อนักเรียนเรียนจบหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยจะต้องทำแบบทดสอบว่า นักเรียนมีความรู้ผ่านเกณฑ์หรือไม่ ดังนั้นนักเรียนจะต้องมีความพร้อมตลอดเวลาซึ่งก่อให้เกิดความตั้งใจในการเรียนตลอดเวลา และกระบวนการเรียนที่สำคัญคือ การทำแบบฝึกที่สร้างขึ้นตามจุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนต้องทำแบบฝึกตามศักยภาพของตน ซึ่งส่งเสริมให้นักเรียนมีความตั้งใจ ความอดทน ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง และความซื่อสัตย์ ซึ่งเป็นไปตามการอภิปรายผลในข้อ 2.1 - 2.3

4.3 กลุ่มนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ ความมีวินัยในตนเอง ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ตามแนวของชอททคิส กับการสอนตามคู่มือครู สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้โดยนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ตามแนวของชอททคิส มีความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู สสวท. ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

4.3.1 นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ มักจะมีเจตคติในทางลบต่อวิชาคณิตศาสตร์ มักจะไม่เข้าใจและไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้ มักจะคิดว่าตนเป็นผู้ที่ล้มเหลวเสมอ ขอบนั้งใจลอย ใช้คำถามที่ไม่เหมาะสม เดา ไม่ชอบเข้าชั้นเรียน ไม่ยอมทำงาน ไม่มีความเป็นกันเองและชอบรบกวนคนอื่น (ยุทิน พิพิธกุล. 2530 : 237) แต่นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ตามแนวของชอททคิส กระบวนการเรียนที่สำคัญคือ การทำแบบฝึกที่สร้างขึ้นตามจุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนจะต้องทำแบบฝึกตามศักยภาพของตน ซึ่งส่งเสริมให้นักเรียนมีความตั้งใจ ความอดทน ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง และความซื่อสัตย์ และนักเรียนต้องตรวจสอบความถูกต้องในการทำแบบฝึกและบันทึกผลลงในกราฟด้วยตนเอง นักเรียนจะต้องมีความตั้งใจและเตรียมพร้อมตลอดเวลาที่จะทดสอบความรู้ว่านักเรียนมีความรู้ผ่านเกณฑ์หรือไม่ เมื่อเรียนจบในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ก่อนที่จะเรียนหน่วยการเรียนรู้ต่อไป เมื่อนักเรียนสอบไม่ผ่านเกณฑ์ก็จะได้รับการสอนซ่อมเสริม อาจเป็นการสอนซ่อมเสริมโดยเพื่อนนักเรียนที่สอบผ่านเกณฑ์แล้วทำให้เกิดการยอมรับและมีมนุษยสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน ซึ่งอาจเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้มีความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังที่ มัสเสน (รัตน นารัตน์. 2531 : 59 ; อ้างอิงมาจาก

Mussen. 1957 : 335) กล่าวว่า การสร้างความมีวินัยให้เกิดแก่นักเรียนนั้นจะต้องสร้างโดยอาศัยความเข้าใจที่ดีต่อกัน มีการใช้เหตุผลควบคู่กัน นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์แบบประชาธิปไตยที่ดีต่อกันทั้งกลุ่มเพื่อนและครู และสอดคล้องกับงานวิจัยของคลีฟร นิมิตรกุล (2521 : 63) ที่พบว่า ความมีวินัยในตนเองจะเกิดขึ้นโดยการเรียนการสอนที่มีการทำงานด้วยตนเองอันก่อให้เกิดนักเรียนมีความรับผิดชอบในการทำงาน ซึ่งเป็นการฝึกความมีวินัยในตนเองให้เกิดสะสมเพิ่มมากขึ้น

4.3.2 นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำมักมีความกดดันและรู้สึกวุ่นวายต่อความล้มเหลวทางด้านการเรียนของตนเอง และบางครั้งรู้สึกดูถูกตนเอง ขาดความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง ขาดทักษะในการฟังและไม่มีความตั้งใจในการเรียนหรือมีความตั้งใจในการเรียนเพียงช่วงเวลาสั้น ขาดความสามารถในการแสดงออกทางคำพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถเข้าใจคำถามที่แสดงให้เห็นว่าตนเองยังไม่เข้าใจในการเรียนนั้น ๆ (วัชร บรูณสิงห์. 2526 : 435) แต่นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของชอททคิส จะได้รับการทำแบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นตามจุดประสงค์การเรียนรู้ ตามลำดับความรู้จากง่ายไปหายาก มีการตรวจความถูกต้องและบันทึกผลการเรียนลงในกราฟด้วยตนเอง จะได้รับการแนะนำแก้ไขในสิ่งที่บกพร่องในการทำแบบฝึกหัดให้ถูกต้อง ก่อให้เกิดความมั่นใจในความสามารถของตนเองที่จะเรียนให้บรรลุเป้าหมายได้ ซึ่งกูด (Good. 1973 : 176) กล่าวว่า บุคคลจะมีวินัยในตนเองนั้น จะต้องเป็นบุคคลที่รู้จักบังคับอารมณ์และพฤติกรรมของตนเองให้เป็นไปตามที่ตนมุ่งหวังตามบทบาท หน้าที่ และสอดคล้องกับการวิจัยของดอยล์ (กาณูจนา มีพลิง. 2532 : 62 ; อ้างอิงมาจาก Doyle. 1961 : 301) ที่พบว่า นักเรียนที่ได้รับการส่งเสริมให้ทำงาน หรือได้รับการศึกษาให้เป็นไปตามกำลังความสามารถและยอมรับข้อบกพร่องของตน ให้ความสำคัญในความสำเร็จแล้วนักเรียนจะเกิดความเชื่อมั่นในตนเอง ซึ่งจะทำให้เกิดความมีวินัยในตนเองขึ้น.

ข้อสังเกตจากการทดลองครั้งนี้

จากการทดลองในครั้งนี้ ผู้วิจัยสังเกตแล้วได้แนวคิดพอสรุปได้ดังนี้

1. ก่อนเริ่มการเรียนในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ผู้วิจัยใช้เวลาประมาณ 15 นาที ในการ

แนะนำและทำความเข้าใจเกี่ยวกับวิธีการสอนตลอดจนการทดสอบวัดความรู้พื้นฐาน และการสอนเสริมสร้างความรู้พื้นฐาน ให้กับนักเรียนที่เรียนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของ ฮอททชคิส

2. การบันทึกผลการทำแบบฝึกลงในแบบบันทึกความก้าวหน้าทางการเรียน บันทึกจำนวนข้อที่นักเรียนทำถูก และจำนวนข้อทำผิด แล้วกำหนดตำแหน่งลงในตารางกราฟ ที่ผู้วิจัยจัดทำขึ้น เนื่องด้วยจำนวนของข้อคำถามในแบบฝึกแต่ละแบบฝึกมีจำนวนข้อคำถามไม่เท่ากัน จึงทำให้นักเรียนสามารถเปรียบเทียบผลการทำแบบฝึกว่ามีความก้าวหน้าหรือไม่ ผู้วิจัยจึงสร้างแบบบันทึกความก้าวหน้าทางการเรียนใหม่ โดยคิดจำนวนข้อถูกเป็นร้อยละของข้อคำถามทั้งหมด ในแบบฝึกซึ่งเมื่อนักเรียนนำผลจำนวนร้อยละของข้อที่ทำถูกไปกำหนดตำแหน่งลงในตารางกราฟ จะทำให้นักเรียนสังเกตความก้าวหน้าในการเรียนได้ชัดเจน

3. นักเรียนทั้งสองกลุ่ม แต่ละกลุ่มประกอบไปด้วยนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่างกัน จึงทำให้นักเรียนมีปัญหาประสิทธิภาพในการเรียนรู้ การทำแบบฝึก และการทำแบบฝึกหัด แตกต่างกัน ดังนั้นผู้วิจัยจึงแนะนำให้นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ช่วยคอยแนะนำ อธิบาย การทำแบบฝึก และแบบฝึกหัด แก่เพื่อนนักเรียนที่เกิดการเรียนรู้ช้า

4. การเรียนตามหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ ช่วยลดพฤติกรรมไม่พึงประสงค์ในชั้นเรียนได้ เพราะในแต่ละช่วงนักเรียนต้องสนใจ เอาใจใส่ทุกขั้นตอน ทำให้การควบคุมชั้นง่ายขึ้น

5. การใช้แบบฝึก ตลอดเวลาทุกคาบนั้น นักเรียนอาจเกิดความเครียดมากเกินไป เวลาเรียนจึงต้องมีการสลับการเล่นเกมหรือใช้เทคโนโลยีอื่น ๆ เข้าช่วย เช่น เฉลยแบบฝึกโดยใช้แผ่นใส

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

เนื่องจากผลการทดลองพบว่า การสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของ ฮอททชคิส นั้นให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แตกต่างจากการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. และเมื่อ

พิจารณาจากค่าคะแนนเฉลี่ยและความเบี่ยงเบนมาตรฐานแล้ว เป็นวิธีการที่มีแนวโน้มทางค่อนข้างดี ผู้วิจัยเห็นว่า ควรได้มีการเผยแพร่วิธีการ และส่งเสริมให้แพร่หลายในโรงเรียนต่าง ๆ ต่อไป ซึ่งถึงแม้ว่าจะมีปัญหาย่อยบ้างในเรื่องของการพัฒนาแบบฝึก แต่ถ้าปฏิบัติกันอย่างจริงจังก็คงจะไม่เป็นปัญหามากนัก ผู้วิจัยเห็นว่า การสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ มีผลดีหลายประการจึงได้รวบรวมข้อดีไว้ดังนี้ คือ

1.1 สามารถช่วยนักเรียนที่ไม่เคยประสบผลสำเร็จในการเรียนมาก่อนเลย ให้ประสบความสำเร็จได้ทันเพื่อน

1.2 สามารถแก้พฤติกรรมนักเรียนที่มีช่วงความสนใจสั้น ให้มีความตั้งใจเรียนมากขึ้น

1.3 แก้ปัญหาการจัดชั่วโมงซ่อมเสริมในโรงเรียนได้ เพราะการเรียนการสอนจะมีการสอนซ่อมเสริมไปในตัวแล้ว

1.4 ฝึกให้นักเรียนใช้ความคิดอยู่ตลอดเวลา และยังเป็นการฝึกการสร้างนิสัยที่ดีในการทำงานให้เกิดความแม่นยำ รวดเร็ว และตรงต่อเวลา

1.5 เป็นการฝึกนิสัยนักเรียนให้มีความซื่อสัตย์ เนื่องจากนักเรียนจะต้องตรวจแบบฝึก และบันทึกผลความก้าวหน้าด้วยตนเองทุกครั้ง

1.6 สามารถแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้ทันทั่วทั้ง โดยครูให้นักเรียนบันทึกผลการเรียนลงในแบบบันทึกผลการเรียน เป็นการสร้างนิสัย ในการรับผิดชอบ ความซื่อสัตย์ ซึ่งเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนปรับปรุงตนเองในการเรียน และครูปรับปรุงด้านการสอนในครั้งต่อไปได้ดีขึ้น

1.7 สามารถช่วยให้นักเรียนมีความเชื่อมั่นในตนเองไม่กลัวการสอบ ทำให้นักเรียนมีความสัมพันธ์ และทัศนคติที่ดีต่อครู ต่อเพื่อน และต่อวิชาเป็นอย่างดี

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยต่อไป

2.1 ควรทำการวิจัยในแนวเดียวกันนี้กับเนื้อหาอื่น ในระดับชั้นอื่น หรือวิชาอื่น ๆ อีก

2.2 ควรมีการศึกษาอิทธิพลของหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของ ฮอททคิส ที่มี

ผลต่อความวิตกกังวล ความรับผิดชอบ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ เจตคติของนักเรียน ในแนวเดียวกันนี้

2.3 ความรู้การศึกษความสัมพันธ์ระหว่างความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

กมล ภูประเสริฐ. "แนวคิดที่เกี่ยวกับการวัดผลการเรียนการสอน," พัฒนาวัดผล. 13 : 1 - 17 ; 2522.

กมลรัตน์ หล้าสงฆ์. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพฯ : ภาควิชาแนะแนวและจิตวิทยาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. 2528.

กรรณ กิจขันธ์. ความสัมพันธ์ระหว่างความมีวินัยแห่งตน ความเชื่ออำนาจภายใน-ภายนอก และคุณธรรมแห่งผลเมืองดี. ปรินฎานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2517. อัดสำเนา.

กาญจนา มีปลั่ง. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความมีวินัยในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนวิชาสังคมศึกษา โดยการสอนแบบการเรียนรู้แบบทีมกับการสอนตามคู่มือครู. ปรินฎานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2532. อัดสำเนา.

กาญจนา หาสิตะพันธ์. "การควบคุมตนเอง (Self-discipline)," นิตยสารวิชาการ รายงานการประชุมทางวิชาการครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ, 2517.

เกษม ศิริสัมพันธ์. "คำบรรยายพิเศษเรื่องนโยบายการจัดประถมศึกษาของ ทพท. รัฐมนตรีว่าการกระทรวงศึกษาธิการ," ประชาศึกษา. 10 : 14 - 18 ; กรกฎาคม 2525.

คณะกรรมการประถมศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. รายงานการประชุมเชิงปฏิบัติการเรื่อง การเรียนเพื่อรอบรู้ (Mastery Learning). 27 - 30 ; ตุลาคม 2529. เอกสารอัดสำเนา.

จรรยา เรืองประพันธ์. การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และแรงจูงใจในสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนโดยหลักการเรียนเพื่อรู้แจ้งกับการสอนตามคู่มือครู. ปรินฎานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2531. อัดสำเนา.

จารุณี เขียงเห็น. การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เมื่อสอนโดยแยกกลุ่มตามความสามารถกับไม่แยกกลุ่ม. ปรินฎานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2524. อัดสำเนา.

ช.ชนบท (นามแฝง). "วินัยในตนเองสอนให้เกิดขึ้นได้อย่างไร," สารพัฒนาหลักสูตร. 63 : 48 - 49 ; มิถุนายน 2530.

ชวาล แพทย์กุล. เทคนิคการเขียนข้อสอบ. กรุงเทพฯ : พัทธอักษร, 2520.

ดวงเดือน พันธุมนาวิน. จิตวิทยาการปลูกฝังวินัยแห่งตน. กรุงเทพฯ : สถาบัน

พฤติกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2523. อัดสำเนา.

ศุภี ทหารวานิช. การเปรียบเทียบการสอนโดยวิธีการให้การบ้าน ไม่ให้การบ้านและให้ การบ้านตามระดับความสามารถในวิชาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดสุพรรณบุรี. ปรินฎานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2528. อัดสำเนา.

นกร ปลื้มฤดี. การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนเรื่องสมการ โดยใช้วิธีการเรียนเพื่อรู้แจ้งกับการสอนตามปกติ. ปรินฎานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2530. อัดสำเนา.

นงนุช พูลสวัสดิ์. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอนโดยวิธีเรียนเพื่อรู้แจ้งกับการ สอนตามคู่มือครูของ สสวท. ปรินฎานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2532. อัดสำเนา.

นิพนธ์ ศุภปริดี. วารสารทางวิชาการ. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางแสน, 2 ; มิถุนายน - ตุลาคม 2525.

บันลือ พุกกะวัน. "แนวโน้มในการจัดการเรื่องการสอนระดับประถมศึกษา," ใน การประถมศึกษา. หน้า 99 - 126. ไทยวัฒนาพานิช, 2519.

บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์. การสอบแบบอิงเกณฑ์ : แนวคิดและวิธีการ. ภาควิชาพื้นฐาน การศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2526.

บุษกร อินทรวัตร. การศึกษาเปรียบเทียบความถนัดทางการเรียนและแรงจูงใจผู้สัมฤทธิ์ ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยวิธีเรียนเพื่อรู้แจ้ง กับไม่ใช้วิธีเรียนเพื่อรู้แจ้ง. ปรินฎานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2527. อัดสำเนา.

ประมวล เนียมมาลัย. การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ด้านพุทธิพิสัยและความสนใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนจากการใช้บทเรียนโปรแกรมโดยวิธีเรียนเพื่อรอบรู้กับวิธีธรรมดา. ปริญญาโท กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2527. อัดสำเนา.

พวงรัตน์ ทวีรัตน์. วิธีการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์. กรุงเทพฯ : เจริญผล, 2531.

พรณี ช. เจนจิต. จิตวิทยาการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ, 2528.

พิสุทธิ วีระจิตต์. การใช้เวลาในการเรียนเพื่อรู้แจ้ง "อัตราส่วนตรีโกณมิติ" โดยการนำชุดการสอนตามเอกลักษณ์ของนักเรียนที่มีผลทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกัน. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2525. อัดสำเนา.

ภัทรกุล จริยวิทยานนท์. "ผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของไทยเทียบกับนานาชาติ," สสวท. 15(2) : 11 - 14 ; เมษายน - มิถุนายน 2530.

ยุคดี เตชะอังกูร. การทดลองใช้หนังสือตะลุงเป็นสื่อกลางเพื่อพัฒนาจริยธรรมด้านวินัยแห่งตนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. ปริญญาโท กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2525. อัดสำเนา.

ยุพิน พิพิธกุล. การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2530.

รัตนา นภารัตน์. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความมีวินัยในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนวิชาสังคมศึกษาโดยใช้การสอนแบบบูรณาการกับการสอนตามคู่มือแนวการสอนของหน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา. ปริญญาโท กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2531. ถ่ายเอกสาร.

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. หลักการวิจัยทางการศึกษา. กรุงเทพฯ : บริษัทศึกษาพร จำกัด, 2531.

ลัดดาวรรณ ณ ระนอง. การศึกษากลยุทธ์การทดลองใช้กิจกรรมกลุ่มในการพัฒนาความมีวินัยในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปริญญาโท กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2525. อัดสำเนา.

วัชร บวรสิงห์. การสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 13. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2526.

วิชาการ, กรม. หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2525.

_____. รายงานการประเมินมาตรฐานการศึกษาระดับชาติ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นประจำปี การศึกษา 2525. สำนักทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2527.

วิชาการ, กรม. และคณะครุศาสตร์. การประเมินหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 กระบวนการนำหลักสูตรไปใช้. กองวิจัยทางการศึกษา กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2528.

วิวัฒน์ อัครวานิชย์. ความสัมพันธ์ระหว่างวินัยในตนเองกับความซื่อสัตย์ของเด็กไทย กรุงเทพฯ. ปริมาณานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2523. อัดสำเนา.

วิวัฒน์ มุลสถาน. ความสัมพันธ์ระหว่างการอบรมเลี้ยงดูและความมีวินัยในตนเอง. ปริมาณานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2523. อัดสำเนา.

ศิริวรรณ ฤกษ์นันท์. การศึกษาลักษณะวิชาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องสมการ ที่เรียนโดยหลักการเรียนเพื่อรู้แจ้ง. ปริมาณานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2531. ถ่ายเอกสาร.

สุสิทธิ์ นิมิตรกุล. เปรียบเทียบผลการเรียนวิชาสุขศึกษาชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เรื่องโรคติดต่อ โดยเข้าบทเรียนมัลติมีเดียกับการเรียนการสอนแบบปกติ. ปริมาณานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2521. อัดสำเนา.

สนั่น สมิตร์. วินัยในตนเอง. กรุงเทพฯ : กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ, 2521.

สนิท ไกรสินธุ์. "การสอนเด็กโดยแบ่งกลุ่มตามความสามารถ," วิทยาสาร. 46 : 31 - 32 ; ธันวาคม 2516.

สมจิต ชิวปรีชา. "ปัญหาเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และแนวทางแก้ไข," การศึกษา กทม. 10(12) : 2 - 7 ; ตุลาคม 2529.

- สมชาย สิงห์พันธ์. การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความมีวินัยในตนเอง ในการสอนจริยธรรมกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยวิธีสอนแบบชนิดิเคกับการ สอนตามคู่มือแนวการสอนของหน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2526. อัดสำเนา.
- สมศักดิ์ สันธะระเวช. การเลือกใช้วิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนหลักสูตร สสวท. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2521. อัดสำเนา.
- สวาท นาวาทอง. การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์กับ สมรรถภาพการสอนของครูโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2532. ถ่ายเอกสาร.
- สุชา จันทรเอม และสุรางค์ จันทรเอม. หลักการศึกษาจิตวิทยา หลักสูตรการสอน. กรุงเทพฯ : แพรวพิทยา, 2517.
- สุชา จันทรเอม. จิตวิทยาในห้องเรียน. กรุงเทพฯ : พีระพัฒนา, 2521.
- สุชาติ รัตนกุล. การสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 15. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. 2526.
- สุเทพ ลันติวรานนท์. "การเรียนเพื่อรอบรู้," ศึกษาศาสตร์. 1(2) : 79 - 92 ; กุมภาพันธ์ - พฤษภาคม 2528.
- สุเท เจริญสุข. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพฯ : แพรวพิทยา, 2515.
- สุธรรม จันทรหอม. "การเรียนแบบผ่านเกณฑ์หรือแบบรอบรู้," การวัดผลการศึกษา. 6(17) : 1 -10 ; กันยายน - ธันวาคม 2527.
- สุนารี เตชะโชควัฒน์. ความสัมพันธ์ระหว่างการอบรมเลี้ยงดู วินัยในตนเองและความภาคภูมิใจ ในตนเอง. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2527. อัดสำเนา.
- สุภากร ราชากรกิจ. "ข้อสังเกตเกี่ยวกับเด็กเรียนช้าและเด็กเชาวน์เลิศ," ใน หลักสูตรและ การสอนระดับประถมศึกษา. หน้า 289 - 291. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2515.

- สุพล เกียนวัฒนา. "เมื่อมอง Learning for Mastery กันอย่างกว้าง ๆ,"
ศึกษาศาสตร์สาร. มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. 7(3) : 1 - 5 ; กันยายน 2521.
- สุรางค์ เนียมฉาย. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
 ที่ได้รับการสอนโดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ ตามระดับความสามารถของนักเรียน
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปริณวนาพันธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 ประสานมิตร, 2532. ถ่ายเอกสาร.
- อนันต์ ศรีวิสา. การวัดและการประเมินผลการศึกษา. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช, 2520.
- อนุชิต สงแพง. การศึกษาวินัยในตนเองของนักเรียนชั้นประถมศึกษาในจังหวัดชลบุรี.
 ปริณวนาพันธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2530.
 อัดสำเนา.
- อรสา กุมาริ ปุกหุด. "การสอนตามความสามารถ," วิทยาสาร. 28 : 10 - 11 ;
 กรกฎาคม 2514.
- อังคณา สายยศ. "การเขียนข้อสอบอิงเกณฑ์," การวัดผลการศึกษา. 4(3) : 25 - 26 ;
 มกราคม - เมษายน 2526.
- อาคม จันทสุนทร. "การเรียนรู้เพื่อรอบรู้," ประชาศึกษา. 30(4) : 2 - 6 ; พฤศจิกายน
 2521.
- อารี สันตหจวี. การวิจัยและการพัฒนาสื่อการเรียนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา.
 คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2523 อัดสำเนา.
- อำพร เกาทอง. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาสังคมศึกษาและความมีวินัยใน
 ตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยการสอนแบบขั้นตอน สอนโดยใช้
 บทเรียนโปรแกรม และสอนตามแนวคู่มือการสอนของหน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา.
 ปริณวนาพันธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2529.
 อัดสำเนา.
- อุทัย เพชรช่วย. "จะลดจำนวนนักเรียนที่อ่อนคณิตศาสตร์ลงได้อย่างไร," มิตรครู. 28(8) :
 22 - 25 ; เมษายน 2529.
- ชอทชคิส. จี. ดี. ประชุมปฏิบัติการครุคณิตศาสตร์ โรงเรียนมัธยมสาธิต ประสานมิตร และการ
 บรรยายพิเศษในหัวข้อ "Mastery Learning," กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัย
 ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, พฤศจิกายน 2529.

- Bailey, John E. "Mastery Learning : An Analytital Study," Dissertation Abstracts International. 38 : 7219 - A; June, 1978.
- Block, James H. The Effects of Variance Levels of Performance on Selected Cognitive "Affectives and Time Variables." in Mastery Learning : Theory and Practice. p. 104 - 106. ed. by James H. Block, New York : Holt Rinehart and Winston, Inc., 1970.
- . "Mastery Learning," in Review of Research in Education. p. 20 : 21 ; 49 ; ed. by Shulman L.S. Vol 4. Peacock, Itasca, Illinois, 1975.
- Bloom, Benjamin S. and James H. Block "Mastery Learning," Mastery Learning Theory and Practices. New York : Holt, Rinehart and Winston, 1971.
- Bloom, Benjamin S. Human Characteristics and School Learning. New York : Mc Graw - Hill Book Company, 1976.
- Bryant, Brenda Kay. "Student-Teacher Relationships as Related to Internal. External Locus of Control", Dissertation Abstracts International. 32(8) : 4854 - B ; February, 1972.
- Carroll, John B. "A Model of School Learning," Teacher College Record. 64 : 723 - 733, May, 1963.
- English, H.B. and A.C. English. A Comprehensive Dictionary of Psychology and Psychoanalytical Terms. New York : Longman Green and Co, 1958.
- Fan, Chung - Teh. Item Analysis Table. New Jersey : Education Testing Service Princeton, 1952.
- Good, Carter V. Dictionary of Education. 3rd. ed., New York : McGraw-Hill Book Co., 1973.
- Hoffman, Martin L. Moral Development in Carmichael's Manual of Child Psychology. New York : John Wiley and Sons Inc., 1970.
- Howell, Kenneth W. and Mada Kay Morehead. Curriculum - Based Evaluation in Special and Remedial Education. Merrill Publishing Company, Columbus : Ohio, 1978.
- Ianni, F. "Technology and Culture in Education," Bulletin of the National Association of Secondary School Principle. 54 : 1 - 8, February, 1970.
- Jersild, Arther T. Child Psychology. 6th ed. New York : Prentice Hall, 1968.
- Kersh, Mildred E. (1970). "A Strategy for Mastery Learning in Fifth-Grade Arithmetics," in Mastery Learning : Theory and Practice. p. 121. ed. by James H. Block. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1971.

National Education Association. Ability Grouping. 1968.

Reese, Richard L. "A Comparative Study of the Lecture Method of Instruction with the Lecture Method Used in Conjunction with Mastery Learning in Teaching Intermediats Algebra at a Florida Junior College." Dissertation Abstracts International. 37 : 7904 - A ; February, 1977.

Sheviakov, G. V. and R. Fritz. Discipline For today's Children and Youth. Washington, D.C. : National Association, 1955.

Spence, Eugene Samuel. "Intra - Class Grouping of Pupils for Instruction in Arithmetics in the Intermediat Grades of the Elementary School," Dissertation Abstracts. 19 : 1682 ; January, 1959.

Vincent, Elizabeth Lee. Human Psychological Development. New York : Press Company, 1961.

Wiggins, Terry S. and others. The Psychology of Personality Reading New York : Adderson-Wesley, 1971.

Wilson, James W. "Evaluation fo Learning in Secondary School Mathematics," in Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning. p. 643 - 696, ed. by Benjamin S. Bloom U.S.A. McGraw-Hill 1971.

Wozencraft, Main. "Sex Comparision for Certain Abilities?" The Journal of Education Research. 1 : 21 - 22 ; September, 1963.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

1. ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานเรื่องภาคตัดกรวย
2. แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานเรื่องภาคตัดกรวย
3. ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบย่อยประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1,2,3,4
4. แบบทดสอบย่อยประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1,2,3,4
5. ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่องภาคตัดกรวย
6. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องภาคตัดกรวย
7. ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
8. แบบสอบถามวัดความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ตาราง 14 แสดงค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (B) ของแบบทดสอบวัดความรู้
พื้นฐานเรื่องภาคตัดกรวย

ข้อ	P	B
1	.41	.23
2	.60	.40
3	.68	.52
4	.54	.36
5	.68	.40
6	.64	.57
7	.58	.70
8	.66	.50
9	.64	.68
10	.46	.36

ข้อ	P	B
11	.50	.53
12	.58	.55
13	.54	.36
14	.48	.27
15	.53	.35
16	.60	.46
17	.64	.63
18	.63	.50
19	.55	.50
20	.58	.59

ตาราง 15 แสดงค่า p ค่า q และค่า pq ของแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐาน เรื่องภาคตัดกรวย

ข้อ	p	$q = 1-p$	pq
1	.33	.67	.22
2	.85	.15	.12
3	.92	.08	.07
4	.63	.37	.23
5	.95	.05	.05
6	.90	.10	.09
7	.80	.20	.16
8	.95	.05	.05
9	.83	.17	.14
10	.68	.32	.21

ข้อ	p	$q = 1-p$	pq
11	.60	.40	.24
12	.88	.12	.11
13	.90	.10	.09
14	.95	.05	.05
15	.68	.32	.21
16	.55	.45	.25
17	.88	.12	.11
18	.68	.32	.21
19	.90	.10	.09
20	.78	.22	.17

$$\Sigma pq = 2.87$$

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐาน เรื่องภาคตัดกรวย

$$1. S_o^2 = \frac{N X^2 - (\Sigma X)^2}{N(N-1)} = \frac{40 \times 10194 - (624)^2}{40 \times 39}$$

$$= 11.78$$

$$2. r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\Sigma pq}{S_o^2} \right] = \frac{20}{20-1} \left[1 - \frac{2.87}{11.78} \right]$$

$$= 0.79$$

$$3. r_{cc} = \frac{r_{tt} S_o^2 + (\bar{X} - c)^2}{S_o^2 + (\bar{X} - c)^2}$$

$$= \frac{0.79 \times 11.78 + (15.6 - 16)^2}{11.78 + (15.6 - 16)^2}$$

$$= 0.7928$$

ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานมีค่าเท่ากับ 0.79

แบบทดสอบความรู้พื้นฐาน

เรื่องภาคตัดกรวย จำนวนแบบทดสอบ 20 ข้อ เวลา 30 นาที

คำชี้แจง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1.
$$\frac{(x^2 - 1)(x^2 - 2x + 1)}{(x + 1)^2}$$
 มีค่าตรงกับข้อใด

1). $\frac{(x - 1)^3}{x + 1}$

2). $\frac{(x - 1)^2}{x + 1}$

3). $\frac{(x + 1)^2}{x - 1}$

4). $(x - 1)^2 (x + 1)$

5). $x^2 - 2x$

2. k จะมีค่าเท่าใด ที่ทำให้ $x^2 - 6x + k$ เป็นกำลังสองสมบูรณ์

1). 1

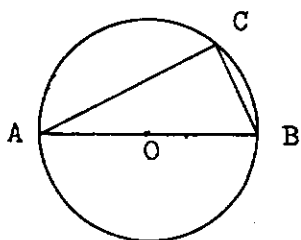
2). 4

3). 9

4). -4

5). -9

3.



จากรูป $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

$\overline{AC} = 16$ เซนติเมตร

$\overline{BC} = 12$ เซนติเมตร

จงหาความยาวรัศมีวงกลม

1). 6 เซนติเมตร

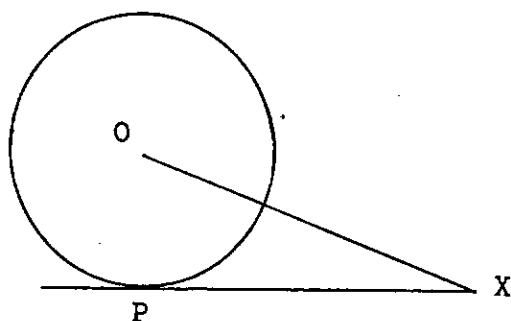
2). 7 เซนติเมตร

3). 8 เซนติเมตร

4). 10 เซนติเมตร

5). 12 เซนติเมตร

4.



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลาง

เส้นตรงจากจุด X สัมผัสวงกลมที่จุด P

$$\overline{OX} = 10 \text{ หน่วย}$$

$$\overline{PX} = 8 \text{ หน่วย}$$

ดังนั้น เส้นผ่าศูนย์กลางวงกลมยาวกี่หน่วย

1). 6 หน่วย

2). 8 หน่วย

3). 10 หน่วย

4). 12 หน่วย

5). 14 หน่วย

5. คู่อันดับข้อใดไม่เป็นสมาชิกของความสัมพันธ์

$$\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = 2x + 3\}$$

1). (0, 3)

2). (3, 9)

3). (-2, -1)

4). (2, 7)

5). (1, 6)

6. ถ้าคู่อันดับ (4, -3) เป็นสมาชิกของความสัมพันธ์ $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / 2x + 3my = -10\}$

แล้ว m จะมีค่าเท่าใด

1). 2

2). -2

3). 1

4). -1

5). 3

12. กราฟของสมการข้อใดผ่านจุด $(-2, 3)$

1). $3x + y = 3$

2). $2x - 3y = 13$

3). $x - 4y = 14$

4). $x - y = -5$

5). $3x + 2y = -2$

13. กราฟเส้นตรง $6x - 3y = 5$ ขนานกับเส้นตรง $4x - ky = 7$ ดังนั้น k มีค่าเท่าใด

1). 1

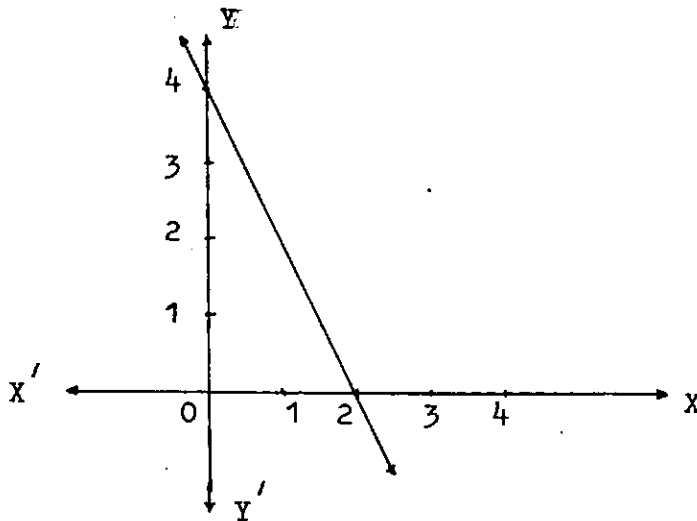
2). -1

3). 2

4). -2

5). $-\frac{1}{2}$

14.



จากรูป เป็นกราฟเส้นตรงของสมการใด

1). $2x + y = 4$

2). $2x - y = -4$

3). $x + 2y = 2$

4). $x + y = 4$

5). $x - y = 2$

15. กราฟเส้นตรงของสมการใดตั้งฉากกับเส้นตรงที่ผ่านจุด A $(3, -6)$ และ B $(4, 5)$

1). $x + 3y = 0$

2). $x + 11y = 0$

2). $3x - y = 0$

4). $x - 11y = 0$

5). $3x + 11y = 0$

- [illegible]

ตาราง 16 แสดงค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (B) ของแบบทดสอบย่อยประจำ
หน่วยการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวย

หน่วยที่	ข้อ	แบบทดสอบชุดที่ 1		แบบทดสอบชุดที่ 2	
		P	B	P	B
1	1	.54	.27	.65	.36
	2	.53	.49	.66	.35
	3	.60	.42	.54	.48
	4	.74	.27	.29	.39
	5	.35	.34	.54	.48
	6	.64	.38	.35	.36
	7	.48	.55	.49	.53
	8	.51	.51	.60	.42
	9	.53	.49	.39	.71
	10	.44	.58	.34	.69

ตาราง 16 (ต่อ)

หน่วยที่	ข้อ	แบบทดสอบชุดที่ 1		แบบทดสอบชุดที่ 2	
		P	B	P	B
2	1	.68	.37	.76	.26
	2	.71	.32	.68	.35
	3	.48	.59	.58	.46
	4	.69	.35	.51	.35
	5	.50	.56	.54	.50
	6	.41	.66	.36	.51
	7	.34	.62	.41	.64
	8	.46	.48	.51	.53
	9	.59	.47	.46	.22
	10	.40	.30	.41	.28

ตาราง 16 (ต่อ)

หน่วยที่	ข้อ	แบบทดสอบชุดที่ 1		แบบทดสอบชุดที่ 2	
		P	B	P	B
3	1	.73	.30	.78	.26
	2	.66	.37	.64	.41
	3	.63	.41	.63	.41
	4	.64	.40	.61	.42
	5	.64	.24	.64	.27
	6	.55	.34	.50	.56
	7	.55	.34	.56	.36
	8	.38	.53	.39	.56
	9	.40	.34	.45	.44
	10	.46	.22	.49	.32

ตาราง 16 (ต่อ)

หน่วยที่	ข้อ	แบบทดสอบชุดที่ 1		แบบทดสอบชุดที่ 2	
		P	B	P	B
4	1	.70	.30	.58	.24
	2	.56	.44	.64	.41
	3	.58	.43	.63	.31
	4	.56	.44	.61	.44
	5	.51	.49	.64	.29
	6	.51	.49	.50	.46
	7	.45	.56	.56	.27
	8	.50	.61	.39	.47
	9	.39	.62	.45	.40
	10	.41	.60	.29	.59

ตาราง 17 แสดงจำนวนคนที่ผ่านเกณฑ์และไม่ผ่านเกณฑ์การรอบรู้ของแบบทดสอบย่อย
ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

ชุดที่ 1 \ ชุดที่ 2	สอบไม่ผ่าน	สอบผ่าน
สอบผ่าน	1	9
สอบไม่ผ่าน	25	5

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อยประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

$$\begin{aligned}
 r_{cc} &= \frac{a + c}{N}, N = a + b + c + d \\
 &= \frac{9 + 25}{40} \\
 &= 0.85
 \end{aligned}$$

ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อยประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.85

ตาราง 17 (ต่อ) แสดงจำนวนคนที่ผ่านเกณฑ์และไม่ผ่านเกณฑ์การรับรู้ของแบบทดสอบย่อย
ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2

ชุดที่ 1 \ ชุดที่ 2	สอบไม่ผ่าน	สอบผ่าน
สอบผ่าน	1	5
สอบไม่ผ่าน	30	4

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อยประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2

$$\begin{aligned}
 r_{cc} &= \frac{a + c}{N}, \quad N = a + b + c + d \\
 &= \frac{5 + 30}{40} \\
 &= 0.88
 \end{aligned}$$

ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อยประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 มีค่าเท่ากับ 0.88

ตาราง 17 (ต่อ) แสดงจำนวนคนที่ผ่านเกณฑ์และไม่ผ่านเกณฑ์การรับรู้ของแบบทดสอบย่อย
ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 3

ชุดที่ 1 \ ชุดที่ 2	สอบไม่ผ่าน	สอบผ่าน
สอบผ่าน	2	2
สอบไม่ผ่าน	33	3

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อยประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 3

$$\begin{aligned}
 r_{cc} &= \frac{a + c}{N}, N = a + b + c + d \\
 &= \frac{2 + 33}{40} \\
 &= 0.88
 \end{aligned}$$

ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อยประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 มีค่าเท่ากับ 0.88

ตาราง 17 (ต่อ) แสดงจำนวนคนที่ผ่านเกณฑ์และไม่ผ่านเกณฑ์การรับรู้ของแบบทดสอบย่อย
ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 4

ชุดที่ 1 \ ชุดที่ 2	สอบไม่ผ่าน	สอบผ่าน
สอบผ่าน	4	1
สอบไม่ผ่าน	32	3

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อยประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 4

$$\begin{aligned}
 r_{cc} &= \frac{a + c}{N}, N = a + b + c + d \\
 &= \frac{1 + 32}{40} \\
 &= 0.83
 \end{aligned}$$

ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อยประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 มีค่าเท่ากับ 0.83

แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ชุดที่ 1

เรื่องภาคตัดกรวย (วงกลม) จำนวนแบบทดสอบ 10 ข้อ เวลา 20 นาที

คำชี้แจง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. สมการของกราฟวงกลมข้อใดมีรัศมี $\sqrt{13}$ หน่วย และมีจุดศูนย์กลางที่จุด $(-1, 0)$

1). $x^2 + y^2 - 2x - 12 = 0$

2). $x^2 + y^2 + 2x - 12 = 0$

3). $x^2 + y^2 + 2x + 12 = 0$

4). $x^2 + y^2 - 2x - 14 = 0$

5). $x^2 + y^2 + 2x - 14 = 0$

2. สมการวงกลมที่จุดปลายเส้นผ่านศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(3, 2)$ และ $(1, 4)$ คือข้อใด

1). $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 11 = 0$

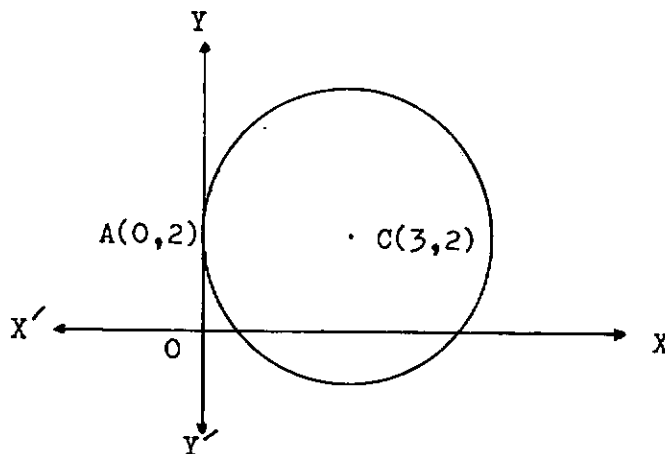
2). $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 11 = 0$

3). $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 11 = 0$

4). $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 11 = 0$

5). $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 11 = 0$

3.



จากรูป กราฟวงกลมสัมผัสแกน Y ที่จุด A จุด C $(3, 2)$ เป็นจุดศูนย์กลาง
กราฟวงกลมนี้คือข้อใด

1). $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 13 = 0$

2). $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$

3). $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$

4). $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 4 = 0$

5). $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 13 = 0$

4. ข้อใดเป็นจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลม ที่มีความสัมพันธ์ $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / x^2 + y^2 + 6y = 0\}$
- 1). จุดศูนย์กลาง $(0,-3)$ รัศมียาว 9 หน่วย
 - 2). จุดศูนย์กลาง $(0,3)$ รัศมียาว 9 หน่วย
 - 3). จุดศูนย์กลาง $(0,3)$ รัศมียาว 6 หน่วย
 - 4). จุดศูนย์กลาง $(0,-3)$ รัศมียาว 3 หน่วย
 - 5). จุดศูนย์กลาง $(0,3)$ รัศมียาว 3 หน่วย
5. สมการวงกลม $2x^2 + 2(y-2)^2 - 8 = 0$ มีจุดศูนย์กลางและความยาวรัศมี ดังข้อใด
- 1). จุดศูนย์กลาง $(0,2)$ รัศมียาว 2 หน่วย
 - 2). จุดศูนย์กลาง $(0,-2)$ รัศมียาว 2 หน่วย
 - 3). จุดศูนย์กลาง $(0,2)$ รัศมียาว 4 หน่วย
 - 4). จุดศูนย์กลาง $(0,-2)$ รัศมียาว 4 หน่วย
 - 5). จุดศูนย์กลาง $(0,2)$ รัศมียาว $\sqrt{8}$ หน่วย
6. จากสมการ $x^2 + y^2 + 2x - 9 = 0$ จะมีวิธีเขียนกราฟได้อย่างไร
- 1). ให้ $(-1,0)$ เป็นจุดศูนย์กลาง กางวงเวียนรัศมีถึงจุด $(1,2)$
 - 2). ให้ $(-1,0)$ เป็นจุดศูนย์กลาง กางวงเวียนรัศมีถึงจุด $(2,1)$
 - 3). ให้ $(-1,0)$ เป็นจุดศูนย์กลาง กางวงเวียนรัศมีถึงจุด $(2,2)$
 - 4). ให้ $(0,-1)$ เป็นจุดศูนย์กลาง กางวงเวียนรัศมีถึงจุด $(1,2)$
 - 5). ให้ $(0,-1)$ เป็นจุดศูนย์กลาง กางวงเวียนรัศมีถึงจุด $(1,-4)$
7. สมการวงกลมข้อใดผ่านจุด $(0,0)$, $(-2,5)$ และ $(0,5)$
- 1). $x^2 + y^2 - 2x + 5y = 0$
 - 2). $x^2 + y^2 + 2x - 5y = 0$
 - 3). $x^2 + y^2 + 2x + 5y = 0$
 - 4). $x^2 + y^2 - 2x - 5y = 0$
 - 5). $x^2 + y^2 + 5x + 2y = 0$
8. กราฟวงกลม $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$ ผ่านจุดใด
- 1). $(-1,-3)$
 - 2). $(-1,3)$
 - 3). $(1,-3)$
 - 4). $(1,3)$
 - 5). $(-3,1)$

9. กราฟของสมการ $x+y = 1$ ตัดกับกราฟของสมการ $x^2 + y^2 - x - 3y = 0$ ที่จุดใด

1). $(1,0)$ และ $(-1,2)$

2). $(1,0)$ และ $(1,-2)$

3). $(-1,0)$ และ $(-1,2)$

4). $(-1,0)$ และ $(1,-2)$

5). $(1,0)$ และ $(3,-2)$

10. สมการเส้นตรงใดสัมผัสวงกลม $x^2 + y^2 = 41$

1). $4x - 5y = 41$

2). $4x - 5y = -41$

3). $4y - 5x = 40$

4). $4y - 5x = -40$

5). $5x + 4y = 0$

แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ชุดที่ 2

เรื่อง ภาคตัดกรวย (วงกลม) จำนวนแบบทดสอบ 10 ข้อ เวลา 20 นาที

คำชี้แจง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

- คู่อันดับ $(1,2)$ เป็นจุดศูนย์กลางของสมการวงกลมใดที่เส้นรอบวงผ่านจุด $(-3,5)$

 - $x^2 + y^2 + 6x - 8y - 20 = 0$
 - $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 20 = 0$
 - $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$
 - $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 20 = 0$
 - $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$
- สมการวงกลมข้อใด ที่จุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางวงกลมอยู่ที่จุด $(0,5)$ และ $(4,-1)$

 - $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 13 = 0$
 - $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 8 = 0$
 - $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 5 = 0$
 - $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 5 = 0$
 - $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 13 = 0$
- สมการวงกลมข้อใดที่มีรัศมียาว 3 หน่วย และเส้นรอบวงสัมผัสแกน X ที่จุด $(2,0)$

 - $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 4 = 0$
 - $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$
 - $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 4 = 0$
 - $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 4 = 0$
 - $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 4 = 0$
- ข้อใดเป็นจุดศูนย์กลางและความยาวรัศมีของวงกลมที่มีความสัมพันธ์
 $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / 3x^2 + 3(y+3)^2 = 3\}$

 - จุดศูนย์กลาง $(0,-3)$ รัศมี $\sqrt{3}$ หน่วย
 - จุดศูนย์กลาง $(0,3)$ รัศมี $\sqrt{3}$ หน่วย
 - จุดศูนย์กลาง $(0,-3)$ รัศมี 3 หน่วย
 - จุดศูนย์กลาง $(0,3)$ รัศมี 1 หน่วย
 - จุดศูนย์กลาง $(0,-3)$ รัศมี 1 หน่วย
- ข้อใดเป็นจุดศูนย์กลางและความยาวรัศมีของวงกลม $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 4 = 0$

 - จุดศูนย์กลาง $(2,1)$ รัศมี 9 หน่วย
 - จุดศูนย์กลาง $(2,1)$ รัศมี 3 หน่วย
 - จุดศูนย์กลาง $(1,2)$ รัศมี 3 หน่วย
 - จุดศูนย์กลาง $(-2,-1)$ รัศมี 3 หน่วย
 - จุดศูนย์กลาง $(-2,-1)$ รัศมี 9 หน่วย

6. จะเขียนกราฟวงกลม $x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0$ ได้ดังข้อใด
- 1). ให้ $(0, -1)$ เป็นจุดศูนย์กลาง เส้นรอบวงผ่านจุด $(2, 0)$
 - 2). ให้ $(0, -1)$ เป็นจุดศูนย์กลาง เส้นรอบวงผ่านจุด $(1, -3)$
 - 3). ให้ $(0, 1)$ เป็นจุดศูนย์กลาง เส้นรอบวงผ่านจุด $(2, 3)$
 - 4). ให้ $(0, 1)$ เป็นจุดศูนย์กลาง เส้นรอบวงผ่านจุด $(2, 0)$
 - 5). ให้ $(0, 1)$ เป็นจุดศูนย์กลาง เส้นรอบวงผ่านจุด $(1, 2)$
7. กราฟวงกลม $3y^2 = 75 - 3x^2$ ผ่านจุดใด
- 1). $(3, 4)$ และ $(4, 3)$
 - 2). $(3, 4)$ และ $(3, 5)$
 - 3). $(4, 2)$ และ $(4, 3)$
 - 4). $(3, 2)$ และ $(-4, 3)$
 - 5). $(4, -3)$ และ $(-4, 2)$
8. กราฟวงกลม $4x^2 + 4y^2 - 2x - 2y = 0$ ผ่านจุดใด
- 1). $(-1, -2)$
 - 2). $(-1, 2)$
 - 3). $(2, 1)$
 - 4). $(1, 1)$
 - 5). $(0, 0)$
9. กราฟวงกลม $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 17 = 0$ และ $x^2 + y^2 + 10x - 8y - 31 = 0$ ตัดกันที่จุดใด
- 1). $(1, 2)$ และ $(-1, -10)$
 - 2). $(1, 2)$ และ $(-1, 10)$
 - 3). $(-1, 2)$ และ $(1, 10)$
 - 4). $(1, -2)$ และ $(1, 10)$
 - 5). $(-1, -2)$ และ $(-1, -10)$
10. เส้นตรง 1 สัมผัสวงกลม $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 23$ ที่จุด $(3, 4)$ เส้นตรง 1 คือข้อใด
- 1). $4y - 3x - 7 = 0$
 - 2). $4x + 3y - 8 = 0$
 - 3). $3y - 4x = 0$
 - 4). $4y - 3x - 24 = 0$
 - 5). $4x + 3y - 24 = 0$

แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ชุดที่ 1

เรื่อง ภาคตัดกรวย (พาราโบลา) จำนวน 10 ข้อ เวลา 20 นาที

คำชี้แจง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. สมการพาราโบลา $x^2 + 6y = 0$ มีไคเรกตริกซ์คือข้อใด
 - 1). $y = 3$
 - 2). $y = -1.5$
 - 3). $y = 1.5$
 - 4). $x = -1.5$
 - 5). $x = 1.5$
2. ข้อใดเป็นสมการไคเรกตริกซ์ของพาราโบลา $y^2 + 3x = 7x$
 - 1). $x = -1$
 - 2). $x = 1$
 - 3). $y = 1$
 - 4). $y = -1$
 - 5). $y = -4$
3. สมการพาราโบลามีจุดยอด $(0,0)$ รูปกราฟคว่ำ ได้แก่สมการข้อใด
 - 1). $y^2 + 12x = 0$
 - 2). $y^2 - 12x = 0$
 - 3). $x^2 + 2y = 0$
 - 4). $x^2 - 12y = 0$
 - 5). $x^2 - 6y = 0$
4. กราฟพาราโบลามีโฟกัส $(2,0)$ และไคเรกตริกซ์คือเส้นตรง $x = -2$ พาราโบลานี้มีสมการดังข้อใด
 - 1). $y^2 = -8x$
 - 2). $y^2 = 8x$
 - 3). $x^2 = -8x$
 - 4). $x^2 = 8y$
 - 5). ไม่มีคำตอบที่ถูกต้องจากข้อ 1). ถึง 4).
5. กราฟพาราโบลามีความสัมพันธ์เป็น $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / (y-3)^2 = -8(x+1)\}$ มีจุดยอดและโฟกัสดังข้อใด
 - 1). จุดยอด $(-1,3)$ โฟกัส $(-3,3)$
 - 2). จุดยอด $(0,3)$ โฟกัส $(0,0)$
 - 3). จุดยอด $(0,-3)$ โฟกัส $(0,6)$
 - 4). จุดยอด $(-3,0)$ โฟกัส $(0,6)$
 - 5). จุดยอด $(3,0)$ โฟกัส $(6,0)$

6. กราฟของสมการพาราโบลา $y^2 + 8x - 8y + 32 = 0$ มี

ก. จุดยอด $(-2, 4)$

ข. โฟกัส $(4, -4)$

ค. ไคเรตริกซ์คือเส้นตรง $x = 2$

ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง

1). ข้อ ก, ข, ค ถูก

2). ข้อ ก, ข ถูก ข้อ ค ผิด

3). ข้อ ก, ค ถูก ข้อ ข ผิด

4). ข้อ ก ถูก ข้อ ข, ค ผิด

5). ข้อ ข ถูก ข้อ ก, ค ผิด

7. สมการพาราโบลาไค แกนพาราโบลานานแกน Y และมีจุดยอด $(-1, -1)$.

1). $y^2 + 2y - x = 0$

2). $y^2 + 2y + x = 0$

3). $x^2 + 2x - y = 0$

4). $x^2 + 2x + y = 0$

5). $x^2 - 2x - y = 0$

8. พาราโบลามีโฟกัสอยู่บนเส้นตรง $y = 1$ มีสมการไคเรตริกซ์เป็น $x = 4$ โฟกัสอยู่ห่างจากไคเรตริกซ์ 4 หน่วย สมการพาราโบลานี้คือข้อใด

1). $x^2 - 4x - 8y + 4 = 0$

2). $x^2 + 4x - 8y + 20 = 0$

3). $y^2 - 2y + 8x - 15 = 0$

4). $x^2 + 4x + 8y + 12 = 0$

5). $x^2 + 4x + 8y - 12 = 0$

9. พาราโบลามีจุดยอด $(-1, 3)$ แกนพาราโบลานานแกน Y และกราฟผ่านจุด $(1, 2)$ มีสมการดังข้อใด

1). $x^2 + 2x - 4y + 13 = 0$

2). $x^2 + 2x + 4y - 11 = 0$

3). $2x^2 + 4x + 9y - 25 = 0$

4). $y^2 + 2y - 4x + 13 = 0$

5). $y^2 + 2y - 4x - 11 = 0$

10. กราฟพาราโบลามีจุดยอด $(2, -1)$ กราฟผ่านจุด $(3, 0)$ มีไคเรตริกซ์ขนานแกน Y สมการพาราโบลานี้คือข้อใด

1). $x^2 - 2x + 2y - 3 = 0$

2). $x^2 - 4x - y + 3 = 0$

3). $y^2 - 4y - x + 3 = 0$

4). $y^2 + 2y - x + 3 = 0$

5). $y^2 + 2y + x + 3 = 0$

แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ชุดที่ 2

เรื่อง ภาคตัดกรวย (พาราโบลา) จำนวน 10 ข้อ เวลา 20 นาที

คำชี้แจง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

- สมการใดเรกตริกซ์ของกราฟพาราโบลา $12y = x^2$ คือข้อใด
 - 1). $y = 3$
 - 2). $y = -3$
 - 3). $x = 3$
 - 4). $x = -3$
 - 5). $x = 6$
- กราฟพาราโบลา $y^2 + 24x = 0$ มีใดเรกตริกซ์คือข้อใด
 - 1). $y = -6$
 - 2). $y = 6$
 - 3). $x = -6$
 - 4). $x = 6$
 - 5). $x = 12$
- สมการของกราฟพาราโบลามีจุดยอด $(0,0)$ และกราฟเปิดทางซ้าย ได้แก่ข้อใด
 - 1). $y^2 + 12x = 0$
 - 2). $y^2 - 12x = 0$
 - 3). $y^2 - 6x = 0$
 - 4). $x^2 - 12y = 0$
 - 5). $x^2 + 12y = 0$
- สมการของกราฟพาราโบลามีจุดยอด $(0,0)$ และใดเรกตริกซ์คือเส้นตรง $x = 6$ ได้แก่ข้อใด
 - 1). $x^2 = 24y$
 - 2). $x^2 = -24y$
 - 3). $y^2 = 24x$
 - 4). $y^2 = -24x$
 - 5). ไม่มีคำตอบที่ถูกต้องจากข้อ 1). ถึง 4).
- กำหนดความสัมพันธ์ $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / (x-1)^2 = 8(y-2)\}$ ซึ่งมีกราฟเป็นพาราโบลา จะมีจุดยอดและโฟกัสตั้งข้อใด
 - 1). จุดยอด $(1,2)$ โฟกัส $(1,4)$
 - 2). จุดยอด $(-1,-2)$ โฟกัส $(-1,0)$
 - 3). จุดยอด $(1,-2)$ โฟกัส $(1,0)$
 - 4). จุดยอด $(-2,1)$ โฟกัส $(-2,3)$
 - 5). จุดยอด $(-1,-2)$ โฟกัส $(-1,2)$

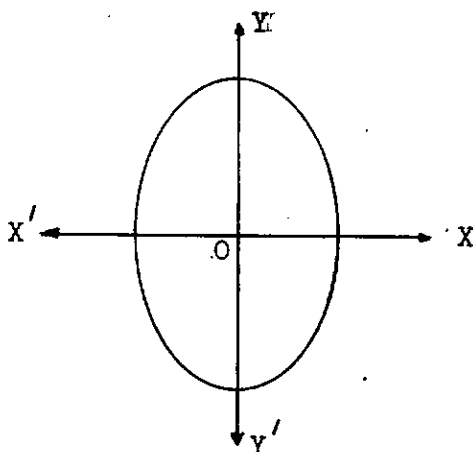
6. สมการพาราโบลา $y^2 + 4x - 4 = 0$ มีจุดยอดและโฟกัสตั้งข้อใด
- 1). จุดยอด $(0, -1)$ โฟกัส $(1, -1)$
 - 2). จุดยอด $(0, -1)$ โฟกัส $(-1, -1)$
 - 3). จุดยอด $(1, 0)$ โฟกัส $(0, 0)$
 - 4). จุดยอด $(-1, 0)$ โฟกัส $(-1, -1)$
 - 5). จุดยอด $(1, 0)$ โฟกัส $(-2, 0)$
7. พาราโบลาที่มีโฟกัสอยู่บนเส้นตรง $x = 1$ ไคเรกตริกซ์คือเส้นตรง $y = 4$ และโฟกัสอยู่ห่างจากไคเรกตริกซ์ 4 หน่วย สมการพาราโบลาคือข้อใด
- 1). $x^2 - 2x + 8y - 15 = 0$
 - 2). $x^2 - 4x - 8y + 12 = 0$
 - 3). $y^2 - 4y - 8x + 4 = 0$
 - 4). $y^2 - 4y - 8x - 12 = 0$
 - 5). $y^2 + 4y - 8x + 20 = 0$
8. กราฟพาราโบลาที่มีจุดยอด $(1, 2)$ โฟกัส $(-3, 2)$ สมการพาราโบลาคือข้อใด
- 1). $x^2 - 4x - 16y - 12 = 0$
 - 2). $x^2 - 4x + 16y - 12 = 0$
 - 3). $y^2 - 4y + 16x - 12 = 0$
 - 4). $y^2 - 4y - 16x - 12 = 0$
 - 5). $y^2 - 4y + 16x - 16 = 0$
9. กราฟพาราโบลาที่มีจุดยอด $(1, 0)$ กราฟผ่านจุด $(2, 2)$ และมีไคเรกตริกซ์ตั้งฉากแกน x สมการพาราโบลาคือข้อใด
- 1). $y^2 + 4x + 4 = 0$
 - 2). $y^2 - 4x + 4 = 0$
 - 3). $2y^2 - 4y + x + 2 = 0$
 - 4). $2y^2 - 4y - x + 2 = 0$
 - 5). $4y^2 - 8y - x + 4 = 0$
10. กราฟพาราโบลาที่มีจุดยอด $(1, 2)$ กราฟผ่านจุด $(0, 3)$ และ $(0, 1)$ สมการพาราโบลาคือข้อใด
- 1). $x^2 - 4x + y - 3 = 0$
 - 2). $x^2 - 4x - y + 3 = 0$
 - 3). $y^2 - 4y + x - 3 = 0$
 - 4). $y^2 - 4y - x + 3 = 0$
 - 5). $y^2 - 4y + x + 3 = 0$

แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ชุดที่ 1
เรื่อง ภาคตัดกรวย (วงรี) จำนวน 10 ข้อ เวลา 20 นาที

คำชี้แจง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. จุดยอดและโฟกัสของกราฟวงรี $3x^2 + 4y^2 - 12 = 0$ คือข้อใด
 - 1). จุดยอด $(-2, 0), (2, 0)$ โฟกัส $(-1, 0), (1, 0)$
 - 2). จุดยอด $(0, -2), (0, 2)$ โฟกัส $(0, -1), (0, 1)$
 - 3). จุดยอด $(-\sqrt{3}, 0), (\sqrt{3}, 0)$ โฟกัส $(-1, 0), (1, 0)$
 - 4). จุดยอด $(0, -\sqrt{3}), (0, \sqrt{3})$ โฟกัส $(0, -1), (0, 1)$
 - 5). จุดยอด $(2, 0), (2, 0)$ โฟกัส $(-\sqrt{3}, 0), (\sqrt{3}, 0)$
2. กราฟวงรีมีจุดยอด $(0, -4)$ และ $(0, 4)$ โฟกัส $(0, -2)$ และ $(0, 2)$ มีสมการดังข้อใด
 - 1). $y^2 + 16x^2 = 16$
 - 2). $4x^2 + 16y^2 = 64$
 - 3). $4y^2 + 16x^2 = 64$
 - 4). $12y^2 + 8x^2 = 96$
 - 5). $12y^2 + 16x^2 = 192$

3.



จากรูป เป็นจุดศูนย์กลางของวงรี มี $(0, -3)$ เป็นโฟกัสจุดหนึ่ง เส้นกราฟตัดแกน Y ที่ $(0, 5)$ สมการวงรีคือข้อใด

- 1). $9x^2 + 16y^2 = 144$
- 2). $9y^2 + 16x^2 = 144$
- 3). $9x^2 + 25y^2 = 225$
- 4). $9y^2 + 25x^2 = 225$
- 5). $16y^2 + 25x^2 = 400$

4. กราฟวงรีตัดแกน Y ซึ่งเป็นแกนเอกที่จุด $(0,4)$ และ $(0,-4)$ ถ้าแกนโทยาว 6 หน่วย
ดังนั้นสมการวงรีนี้คือข้อใด

1). $4x^2 + 7y^2 = 28$

2). $7x^2 + 4y^2 = 28$

3). $16x^2 + 9y^2 = 144$

4). $9x^2 + 16y^2 = 144$

5). $16x^2 + 7y^2 = 144$

5. กราฟวงรีตัดแกน X ที่จุด $(-7,0)$ และ $(7,0)$ ตัดแกน Y ที่จุด $(0,-5)$ และ $(0,5)$
สมการวงรีนี้คือข้อใด

1). $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$

2). $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{49} = 1$

3). $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{24} = 1$

4). $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$

5). $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{49} = 1$

6. กราฟวงรีที่มีแกนเอกอยู่บนแกน X ยาว 8 หน่วย แกนโทสั้นกว่าแกนเอก 2 หน่วย สมการ
วงรีนี้คือข้อใด

1). $9x^2 + 16y^2 = 144$

2). $16x^2 + 9y^2 = 144$

3). $4x^2 + 16y^2 = 64$

4). $16x^2 + 4y^2 = 64$

5). $9x^2 + 4y^2 = 36$

7. สมการวงรี $7(x+1)^2 + 16(y-2)^2 = 112$ มีโฟกัสตั้งข้อใด

1). $(-4,2)$ และ $(2,2)$

2). $(2,-4)$ และ $(2,2)$

3). $(-5,2)$ และ $(3,2)$

4). $(2,-5)$ และ $(2,3)$

5). $(3,2)$ และ $(-4,2)$

8. สมการวงรี $25x^2 + 9y^2 - 50x + 36y = 164$ มีลักษณะดังนี้

ก. จุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(1, -2)$

ข. แกนเอกอยู่บนเส้นตรง $x = 1$

แกนโทอยู่บนเส้นตรง $y = -2$

ค. โฟกัสอยู่ที่ $(1, 2)$ และ $(1, -6)$

ข้อสรุปใดถูกต้อง

1). ข้อ ก, ข, ค ถูก

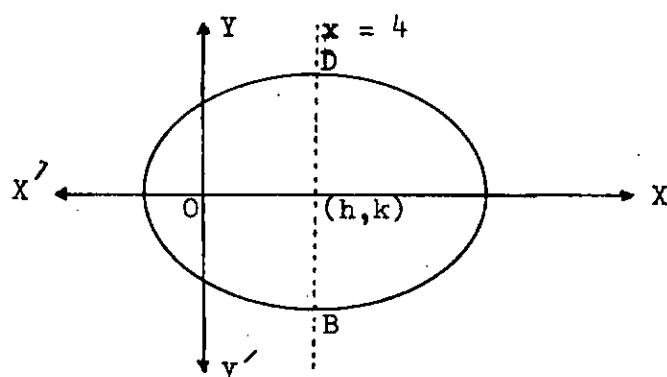
2). ข้อ ก, ข ถูก ข้อ ค ผิด

3). ข้อ ก, ค ถูก ข้อ ข ผิด

4). ข้อ ก ถูก ข้อ ข, ค ผิด

5). ข้อ ข, ค ถูก ข้อ ก ผิด

9.



จากรูป A มีพิกัด $(-4, 0)$ $\overline{BD}$ ยาว 8 หน่วย สมการแกนโทคือ $x = 4$ ดังนั้น แกนเอกยาวกี่หน่วย

1). 8 หน่วย

2). 10 หน่วย

3). 12 หน่วย

4). 14 หน่วย

5). 16 หน่วย

10. จากรูปข้อ 9. กราฟวงรีมีสมการดังข้อใด

1). $(y-4)^2 + 4x^2 = 64$

2). $(y+4)^2 + 4x^2 = 64$

3). $(x-4)^2 + 4y^2 = 64$

4). $(x+4)^2 + 4y^2 = 64$

5). $4(x+4)^2 + y^2 = 64$

แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ชุดที่ 2
เรื่องภาคตัดกรวย (วงรี) จำนวน 10 ข้อ เวลา 20 นาที

คำชี้แจง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. จุดยอดและโฟกัสของกราฟวงรีที่มีสมการ $9x^2 + 5y^2 = 45$ คือข้อใด
 - 1). จุดยอด $(0, -\sqrt{5})$ $(0, \sqrt{5})$ โฟกัส $(0, -2)$ $(0, 2)$
 - 2). จุดยอด $(-\sqrt{5}, 0)$ $(\sqrt{5}, 0)$ โฟกัส $(-2, 0)$ $(2, 0)$
 - 3). จุดยอด $(0, -3)$ $(0, 3)$ โฟกัส $(0, -2)$ $(0, 2)$
 - 4). จุดยอด $(-3, 0)$ $(3, 0)$ โฟกัส $(-2, 0)$ $(2, 0)$
 - 5). จุดยอด $(0, -\sqrt{5})$ $(0, \sqrt{5})$ โฟกัส $(0, -3)$ $(0, 3)$
2. กราฟวงรีมีจุดศูนย์กลางที่ $(0, 0)$ เส้นกราฟตัดแกน X ที่ $(3, 0)$ และแกน Y ที่ $(0, -5)$ วงรีมีสมการดังข้อใด

1). $16y^2 + 9x^2 = 144$	2). $25y^2 + 16x^2 = 400$
3). $16y^2 + 25x^2 = 400$	4). $25y^2 + 9x^2 = 225$
5). $9y^2 + 25x^2 = 225$	
3. วงรีมีจุดยอดที่ $(-4, 0)$ และ $(4, 0)$ โฟกัสที่ $(-2, 0)$ และ $(2, 0)$ วงรีมีสมการดังข้อใด

1). $12x^2 + 16y^2 = 192$	2). $12y^2 + 16x^2 = 192$
3). $12x^2 + 4y^2 = 48$	4). $4x^2 + 12y^2 = 48$
5). $16x^2 + 4y^2 = 64$	
4. กราฟวงรีตัดแกน X ที่จุด $(-2, 0)$ และ $(2, 0)$ แกนเอกยาว 8 หน่วย ถ้าแกนโทอยู่บนแกน X วงรีมีสมการดังข้อใด

1). $9x^2 + 16y^2 = 144$	2). $4x^2 + 9y^2 = 36$
3). $9x^2 + 4y^2 = 36$	4). $4y^2 + 16x^2 = 64$
5). $4x^2 + 16y^2 = 64$	

5. กราฟวงรีตัดแกน X ที่จุด $(-6,0)$ และ $(6,0)$ ตัดแกน Y ที่จุด $(0,-4)$ และ $(0,4)$ วงรีนี้มีสมการดังข้อใด

1). $16x^2 + 4y^2 = 64$

2). $16y^2 + 4x^2 = 64$

3). $4x^2 + 36y^2 = 144$

4). $16y^2 + 36x^2 = 576$

5). $16x^2 + 36y^2 = 576$

6. กราฟวงรีมีแกนเอกอยู่บนแกน Y ซึ่งยาวกว่าแกนโท 2 หน่วย ถ้าแกนโทยาว 4 หน่วย วงรีนี้มีสมการดังข้อใด

1). $4y^2 + 9x^2 = 36$

2). $9y^2 + 4x^2 = 36$

3). $16y^2 + 9x^2 = 144$

4). $9y^2 + 16x^2 = 144$

5). $4y^2 + 16x^2 = 64$

7. จากสมการวงรี $4(x-1)^2 + 9(y+2)^2 = 36$ พิกัดในข้อใดเป็นจุดยอดของวงรี

1). $(1,-2), (1,2)$

2). $(-2,-2), (4,-2)$

3). $(-2,-2), (-2,4)$

4). $(1,0), (1,-4)$

5). $(0,1), (-4,1)$

8. สมการวงรี $9x^2 + 25y^2 + 72x - 50y - 56 = 0$ มีจุดศูนย์กลางที่จุดใด

1). $(4,1)$

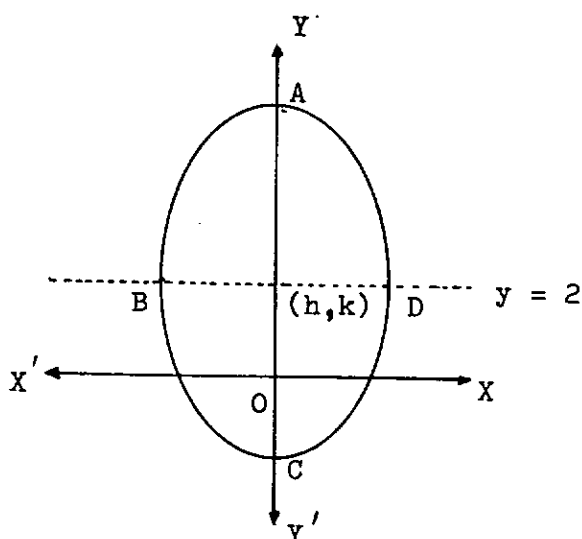
2). $(-1,4)$

3). $(4,-1)$

4). $(1,-4)$

5). $(-4,1)$

คำชี้แจง จากรูปใช้ตอบคำถามข้อ 9 - 10



กำหนดให้ A มีพิกัด $(0, 5)$ $\overline{BD}$ ยาว 4 หน่วย แกนโทอยู่บนเส้นตรง $y = 2$

9. แกนเอกยาวกี่หน่วย

1). 10 หน่วย

2). 8 หน่วย

3). 7 หน่วย

4). 6 หน่วย

5). 5 หน่วย

10. วงรีมีสมการดังข้อใด

1). $4(x-2)^2 + 9y^2 = 36$

2). $9(x-2)^2 + 4y^2 = 36$

3). $4(y-2)^2 + 9x^2 = 36$

4). $9(y-2)^2 + 4x^2 = 36$

5). $4(y+2)^2 + 9x^2 = 36$

แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ชุดที่ 1

เรื่อง ภาคตัดกรวย (ไฮเพอร์โบลา) จำนวน 10 ข้อ เวลา 20 นาที

คำชี้แจง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

- ความสัมพันธ์ $((x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / 7y^2 - 9x^2 - 63 = 0)$ กราฟเป็นไฮเพอร์โบลา ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง
 - กราฟมีจุดยอด $(0,-3), (0,3)$ โฟกัส $(0,-4), (0,4)$
 - กราฟมีจุดยอด $(0,-3), (0,3)$ โฟกัส $(0,-7), (0,7)$
 - กราฟมีจุดยอด $(-3,0), (3,0)$ โฟกัส $(-4,0), (4,0)$
 - กราฟมีจุดยอด $(-3,0), (3,0)$ โฟกัส $(-7,0), (7,0)$
 - กราฟมีจุดยอด $(-7,0), (7,0)$ โฟกัส $(-4,0), (4,0)$
- ไฮเพอร์โบลาที่มีจุดยอดที่ $(0,-3), (0,3)$ และโฟกัสอยู่ที่ $(0,-5), (0,5)$ มีสมการดังข้อใด
 - $16y^2 - 9x^2 = 144$
 - $9y^2 - 16x^2 = 144$
 - $16x^2 - 9y^2 = 144$
 - $9x^2 - 16y^2 = 144$
 - $16y^2 - 25x^2 = 400$
- กราฟไฮเพอร์โบลามีจุด $(0,0)$ เป็นจุดศูนย์กลาง จุดยอดทั้งสองห่างกัน 2 หน่วย และโฟกัสทั้งสองอยู่ห่างกัน 4 หน่วย ถ้าแกนตามขวางอยู่บนแกน X ไฮเพอร์โบลาที่มีสมการดังข้อใด
 - $4x^2 - 3y^2 = 12$
 - $4y^2 - 3x^2 = 12$
 - $3x^2 - 4y^2 = 12$
 - $3y^2 - 4x^2 = 12$
 - $3x^2 - y^2 = 12$
- กราฟไฮเพอร์โบลามีแกนตามขวางยาว 4 หน่วยอยู่บนแกน X แกนสังยุคยาว 6 หน่วย ถ้า $(0,0)$ เป็นจุดศูนย์กลาง ไฮเพอร์โบลาคือข้อใด
 - $9y^2 - 4x^2 = 36$
 - $4y^2 - 9x^2 = 36$
 - $9x^2 - 4y^2 = 36$
 - $4x^2 - 9y^2 = 36$
 - $4x^2 - 13y^2 = 52$

5. พหุสของไฮเพอร์โบลายอยู่บนแกน Y จุด (0,0) เป็นจุดศูนย์กลาง ถ้าแกนตามขวางยาว

6 หน่วย แกนสังยุคยาว 2 หน่วย สมการไฮเพอร์โบลาคือข้อใด

1). $9y^2 = 10x^2 + 90$

2). $9x^2 = 10y^2 + 90$

3). $x^2 = 9y^2 + 9$

4). $y^2 = 9x^2 + 9$

5). $y^2 = 10x^2 + 10$

คำชี้แจง ใช้สมการไฮเพอร์โบลานี้ตอบคำถามข้อ 6-7

$$9x^2 - 4y^2 + 36x + 32y + 8 = 0$$

6. จุดศูนย์กลางของไฮเพอร์โบลานี้อยู่ที่จุดใด

1). (2, -4)

2). (4, -2)

3). (3, 2)

4). (-4, 2)

5). (-2, 4)

7. พหุสของไฮเพอร์โบลายอยู่ที่จุดใด

1). $(-2 \pm \sqrt{13}, 4)$

2). $(-2, 4 \pm \sqrt{13})$

3). $(2 \pm \sqrt{13}, 4)$

4). $(-2, -4 \pm \sqrt{13})$

5). $(2 \pm \sqrt{13}, -4)$

8. กราฟไฮเพอร์โบลามีจุดศูนย์กลางที่จุด (-2, 1) จุดยอดอยู่ที่จุด (-2, 4) (-2, -2) และพหุสอยู่ที่จุด (-2, 6), (-2, -4) ไฮเพอร์โบลานี้มีสมการดังข้อใด

1). $9(y-1)^2 - 16(x+2)^2 = 144$

2). $9(x+2)^2 - 16(y-1)^2 = 144$

3). $16(y-1)^2 - 9(x+2)^2 = 144$

4). $16(x+2)^2 - 9(y-1)^2 = 144$

5). $16(x-2)^2 - 9(y+1)^2 = 144$

9. กราฟไฮเพอร์โบลามีแกนตามขวางยาว 2 หน่วยอยู่บนเส้นตรง $y = 4$ และแกนสังยุคยาว 6 หน่วยอยู่บนเส้นตรง $x = 5$ ไฮเพอร์โบลานี้มีสมการดังข้อใด

1). $(x-4)^2 - 9(y-5)^2 = 9$

2). $(y-4)^2 - 9(x-5)^2 = 9$

3). $9(x-4)^2 - (y-5)^2 = 9$

4). $9(y-4)^2 - (x-5)^2 = 9$

5). $9(x-5)^2 - (y-4)^2 = 9$

10. ข้อใดเป็นสมการของกราฟไฮเพอร์โบลามุมฉาก

1). $4x^2 = 5 + 4y^2$

2). $2x^2 - 3y^2 = 12$

3). $3x^2 = 12 - 3y^2$

4). $2y^2 + 2y = 3x^2 - 1$

5). $2x^2 + 2y^2 = 2x + 2y + 2$

แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ชุดที่ 2

เรื่อง ภาคตัดกรวย (ไฮเพอร์โบลา) จำนวน 10 ข้อ เวลา 20 นาที

คำชี้แจง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

- ความสัมพันธ์ $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / 7x^2 - 9y^2 - 63 = 0\}$ มีกราฟเป็นไฮเพอร์โบลา
ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง
 - กราฟมีจุดยอด $(0,-3), (0,3)$ โฟกัส $(0,-4), (0,4)$
 - กราฟมีจุดยอด $(0,-3), (0,3)$ โฟกัส $(0,-7), (0,7)$
 - กราฟมีจุดยอด $(-3,0), (3,0)$ โฟกัส $(-4,0), (4,0)$
 - กราฟมีจุดยอด $(-3,0), (3,0)$ โฟกัส $(-7,0), (7,0)$
 - กราฟมีจุดยอด $(-7,0), (7,0)$ โฟกัส $(-4,0), (4,0)$
- กราฟไฮเพอร์โบลามีแกนตามขวางอยู่บนแกน Y จุด $(0,0)$ เป็นจุดศูนย์กลาง จุดยอดทั้งสอง
ห่างกัน 2 หน่วย โฟกัสอยู่ห่างกัน 4 หน่วย สมการไฮเพอร์โบลาคือข้อใด
 - $3y^2 = x^2 + 3$
 - $y^2 = 3x^2 + 3$
 - $3y^2 = 4x^2 + 3$
 - $4x^2 = 3y^2 + 3$
 - $4y^2 = 3x^2 + 3$
- กราฟไฮเพอร์โบลามีจุด $(0,0)$ เป็นจุดศูนย์กลาง จุดยอดจุดหนึ่งคือ $(-2,0)$ โฟกัสทั้งสอง
อยู่ห่างกัน 6 หน่วย สมการไฮเพอร์โบลาคือข้อใด
 - $4y^2 - 5x^2 = 20$
 - $5y^2 - 4x^2 = 20$
 - $4x^2 - 5y^2 = 20$
 - $5x^2 - 4y^2 = 20$
 - โจทย์ไม่สมบูรณ์หาคำตอบไม่ได้
- กราฟไฮเพอร์โบลามีแกนตามขวางยาว 4 หน่วยอยู่บนแกน Y แกนลึงค์ยาว 6 หน่วย
ถ้าจุด $(0,0)$ เป็นจุดศูนย์กลาง สมการไฮเพอร์โบลาคือข้อใด
 - $9x^2 - 4y^2 = 36$
 - $9y^2 - 4x^2 = 36$
 - $4x^2 - 9y^2 = 36$
 - $4y^2 - 9x^2 = 36$
 - $4x^2 - 6y^2 = 24$

5. โฟกัสของไฮเพอร์โบลายู่บนแกน X กราฟมีแกนตามขวางยาว 6 หน่วย แกนลึงยุคยาว 2 หน่วยอยู่บนแกน Y สมการนี้คือ

1). $9x^2 = 10y^2 + 90$

2). $9y^2 = 10x^2 + 90$

3). $x^2 = 9y^2 + 9$

4). $y^2 = 9x^2 + 9$

5). $y^2 = 10x^2 + 10$

6. กราฟของสมการไฮเพอร์โบลา $3(y-2)^2 - 4(x+1)^2 = 12$ มีจุดศูนย์กลางและจุดยอดที่พิกัดใด

1). จุดศูนย์กลาง (2,-1) จุดยอด (2,-3) และ (2,1)

2). จุดศูนย์กลาง (-1,2) จุดยอด (-1,0) และ (-1,4)

3). จุดศูนย์กลาง (-2,1) จุดยอด (-2,1) และ (-2,3)

4). จุดศูนย์กลาง (1,-2) จุดยอด (1,-4) และ (1,0)

5). จุดศูนย์กลาง (2,1) จุดยอด (2,-1) และ (2,3)

7. $3x^2 - y^2 + 18x + 2y + 23 = 0$ เป็นสมการไฮเพอร์โบลามีโฟกัสอยู่ที่พิกัดใด

1). (-1,3) และ (3,3)

2). (-1,-1) และ (3,-1)

3). (-1,-3) และ (3,-3)

4). (-5,1) และ (-1,1)

5). (-1,-2) และ (3,2)

8. กราฟไฮเพอร์โบลามีจุดศูนย์กลางที่ (1,-2) จุดยอดที่ (-1,-2), (3,-2) และโฟกัสอยู่ที่ (-2,-2), (4,-2) มีสมการดังข้อใด

1). $5(x-1)^2 - 4(y+2)^2 = 20$

2). $5(x+2)^2 - 4(y-1)^2 = 20$

3). $4(x-1)^2 - 5(y+2)^2 = 20$

4). $4(x+1)^2 - 5(y-1)^2 = 20$

5). $5(y+2)^2 - 4(x-1)^2 = 20$

9. กราฟไฮเพอร์โบลามีจุดยอดที่ (-1,-1), (1,-1) ถ้าโฟกัสอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลาง 3 หน่วย มีสมการดังข้อใด

1). $8y^2 - x^2 + 2x - 9 = 0$

2). $8x^2 - y^2 + 2y - 9 = 0$

3). $8y^2 - x^2 - 2x + 9 = 0$

4). $8x^2 - y^2 - 2y - 9 = 0$

5). $8y^2 - x^2 - 2x - 9 = 0$

10. ข้อใดเป็นสมการของกราฟไฮเพอร์โบลามุมฉาก

1). $4x = 5y$

2). $5x^2 - 3y^2 = 15$

3). $3y^2 - 3x^2 = 18$

4). $3x^2 + 2y = 4$

5). $4y^2 + 4x^2 = 36$

ตาราง 18 แสดงค่าความยากง่าย (P) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องภาคตัดกรวย

ข้อ	P	r
1	.76	.41
2	.41	.30
3	.70	.37
4	.61	.48
5	.67	.30
6	.50	.70
7	.44	.59
8	.63	.37
9	.65	.63
10	.52	.37
11	.56	.44
12	.46	.56
13	.48	.52
14	.54	.33
15	.41	.44

ข้อ	P	r
16	.44	.59
17	.22	.22
18	.43	.33
19	.48	.44
20	.41	.22
21	.44	.59
22	.44	.22
23	.39	.56
24	.44	.22
25	.37	.30
26	.37	.22
27	.46	.48
28	.56	.59
29	.41	.59
30	.52	.59

ตาราง 19 แสดงค่า p ค่า q และค่า pq ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องภาคตัดกรวย

ข้อ	p	$q = 1-p$	pq
1	.92	.08	.07
2	.68	.32	.22
3	.80	.20	.16
4	.82	.18	.15
5	.35	.65	.03
6	.58	.42	.24
7	.68	.32	.22
8	.85	.15	.13
9	.78	.22	.17
10	.58	.42	.24
11	.75	.25	.19
12	.53	.47	.25
13	.73	.27	.20
14	.43	.57	.25
15	.23	.77	.18

ข้อ	p	$q = 1-p$	pq
16	.43	.57	.25
17	.30	.70	.21
18	.38	.62	.24
19	.58	.42	.24
20	.65	.35	.23
21	.43	.57	.25
22	.33	.67	.22
23	.70	.30	.21
24	.75	.25	.19
25	.25	.75	.19
26	.38	.62	.24
27	.73	.27	.20
28	.68	.32	.22
29	.65	.35	.23
30	.85	.15	.13

$$\Sigma pq = 5.95$$

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่องภาคตัดกรวย

$$1. \quad S^2_t = \frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}$$

$$= \frac{40 \times 13833 - (709)^2}{40(40-1)}$$

$$= 32.64$$

$$2. \quad r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S^2_t} \right]$$

$$= \frac{30}{30-1} \left[1 - \frac{5.95}{32.46} \right]$$

$$= 0.85$$

ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เท่ากับ 0.85

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 30 ข้อ เวลา 50 นาที

คำชี้แจง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. สมการของกราฟวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง $(3, -5)$ และรัศมียาว 2 หน่วย คือข้อใด
 - 1). $x^2 + y^2 - 6x + 10y - 30 = 0$
 - 2). $x^2 + y^2 + 6x - 10y + 30 = 0$
 - 3). $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 30 = 0$
 - 4). $x^2 + y^2 + 6x - 10y + 34 = 0$
 - 5). $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 34 = 0$
2. สมการวงกลมที่มีจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางที่จุด $(5, 4)$ และ $(1, -4)$ คือข้อใด
 - 1). $x^2 + y^2 - 6y - 11 = 0$
 - 2). $x^2 + y^2 + 6x - 29 = 0$
 - 3). $x^2 + y^2 - 6x - 29 = 0$
 - 4). $x^2 + y^2 + 6x + 11 = 0$
 - 5). $x^2 + y^2 - 6x - 11 = 0$
3. กราฟวงกลม $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 6 = 0$ มีจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลมดังข้อใด
 - 1). จุดศูนย์กลาง $(-3, 1)$ รัศมียาว 2 หน่วย
 - 2). จุดศูนย์กลาง $(1, -3)$ รัศมียาว 2 หน่วย
 - 3). จุดศูนย์กลาง $(-1, 3)$ รัศมียาว 2 หน่วย
 - 4). จุดศูนย์กลาง $(1, -3)$ รัศมียาว 4 หน่วย
 - 5). จุดศูนย์กลาง $(-3, 1)$ รัศมียาว 4 หน่วย
4. จะเขียนกราฟวงกลม $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 2 = 0$ ได้อย่างไร
 - 1). ให้ $(-1, -1)$ เป็นจุดศูนย์กลาง ทางวงเวียนรัศมีถึงจุด $(-1, 3)$
 - 2). ให้ $(-1, -1)$ เป็นจุดศูนย์กลาง ทางวงเวียนรัศมีถึงจุด $(-1, -3)$
 - 3). ให้ $(-1, -1)$ เป็นจุดศูนย์กลาง ทางวงเวียนรัศมีถึงจุด $(3, -1)$
 - 4). ให้ $(1, 1)$ เป็นจุดศูนย์กลาง ทางวงเวียนรัศมีถึงจุด $(-1, 3)$
 - 5). ให้ $(1, 1)$ เป็นจุดศูนย์กลาง ทางวงเวียนรัศมีถึงจุด $(-1, -3)$

5. $5x^2 + 5y^2 - 9x - 19y - 26 = 0$ เป็นสมการวงกลมที่ผ่านจุด 3 จุด ที่กำหนดให้ในข้อใด
- 1). $(1, 5), (-2, 3), (0, -1)$
 - 2). $(1, 5), (-2, 3), (1, 0)$
 - 3). $(-2, 3), (2, -1), (1, 2)$
 - 4). $(1, 5), (2, -1), (-2, 3)$
 - 5). $(-2, 3), (2, -1), (0, 1)$
6. จุดตัดของกราฟของสมการ $x + y = 7$ และ $3x^2 = 75 - 3y^2$ คือข้อใด
- 1). $(3, 4)$ และ $(4, 3)$
 - 2). $(4, 3)$ และ $(5, 2)$
 - 3). $(3, 4)$ และ $(2, 5)$
 - 4). $(8, -1)$ และ $(-1, 8)$
 - 5). $(6, 1)$ และ $(2, 5)$
7. กราฟวงกลมที่มีสมการ $x^2 + y^2 - 3x - 1 = 0$ ผ่านจุดใด
- 1). $(0, 1), (0, 3)$
 - 2). $(0, 1), (0, -1)$
 - 3). $(3, 1), (-3, 1)$
 - 4). $(3, 1), (-3, -1)$
 - 5). $(3, 1), (3, -1)$
8. จุด $(2, 3)$ เป็นจุดอยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมใด
- 1). $x^2 + y^2 + 3x - y - 10 = 0$
 - 2). $x^2 + y^2 - 3x - y - 10 = 0$
 - 3). $x^2 + y^2 - 3x + y - 10 = 0$
 - 4). $x^2 + y^2 + 3x + y - 10 = 0$
 - 5). $x^2 + y^2 - 3x - y + 10 = 0$
9. สมการพาราโบลา $x^2 = -20y$ มี โฟกัสและสมการไคเรกตริกซ์ดังข้อใด
- 1). โฟกัส $(0, -5)$ ไคเรกตริกซ์ $y = 5$
 - 2). โฟกัส $(0, 5)$ ไคเรกตริกซ์ $y = -5$
 - 3). โฟกัส $(0, -4)$ ไคเรกตริกซ์ $y = 4$
 - 4). โฟกัส $(-5, 0)$ ไคเรกตริกซ์ $x = 5$
 - 5). โฟกัส $(5, 0)$ ไคเรกตริกซ์ $y = -5$
10. สมการพาราโบลา $3y^2 - 36x = 0$ มีโฟกัสและสมการไคเรกตริกซ์ดังข้อใด
- 1). โฟกัส $(9, 0)$ ไคเรกตริกซ์ $x = -9$
 - 2). โฟกัส $(-3, 0)$ ไคเรกตริกซ์ $x = 3$
 - 3). โฟกัส $(3, 0)$ ไคเรกตริกซ์ $x = -3$
 - 4). โฟกัส $(0, -3)$ ไคเรกตริกซ์ $y = 3$
 - 5). โฟกัส $(0, 3)$ ไคเรกตริกซ์ $y = -3$

11. พาราโบลาที่มีโฟกัส (0,-4) จุดยอด (0,0) มีสมการดังข้อใด

1). $x^2 = 16y$

2). $x^2 = -16y$

3). $y^2 = 16x$

4). $y^2 = -16x$

5). $y^2 = -4x$

12. จากสมการพาราโบลา $(y-3)^2 = -8(x+2)$ ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง

1). จุดยอด (-2,3) โฟกัส (-4,3) ไตเรกตริกซ์ $y = 0$

2). จุดยอด (2,-3) โฟกัส (4,-3) ไตเรกตริกซ์ $x = 0$

3). จุดยอด (-2,3) โฟกัส (-4,3) ไตเรกตริกซ์ $x = 0$

4). จุดยอด (3,-2) โฟกัส (3,-4) ไตเรกตริกซ์ $y = 0$

5). จุดยอด (-3,2) โฟกัส (-3,4) ไตเรกตริกซ์ $x = 0$

13. จากสมการพาราโบลา $x^2 + 4x - 16y + 4 = 0$ ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง

1). จุดยอด (2,0) โฟกัส (2,4) ไตเรกตริกซ์ $y = -4$

2). จุดยอด (-2,0) โฟกัส (-2,4) ไตเรกตริกซ์ $y = -4$

3). จุดยอด (-2,0) โฟกัส (2,-4) ไตเรกตริกซ์ $y = 4$

4). จุดยอด (0,-2) โฟกัส (4,-2) ไตเรกตริกซ์ $x = -4$

5). จุดยอด (0,2) โฟกัส (-4,2) ไตเรกตริกซ์ $x = 4$

14. ข้อใดเป็นจุดยอดและโฟกัสของสมการพาราโบลา $4y - 24 = x^2 + 8x$

1). จุดยอด (4,-2) โฟกัส (4,-3)

2). จุดยอด (4,-2) โฟกัส (4,-1)

3). จุดยอด (2,-4) โฟกัส (2,-5)

4). จุดยอด (-4,2) โฟกัส (-4,3)

5). จุดยอด (-4,2) โฟกัส (-4,1)

15. พาราโบลาที่มีจุดยอดที่ (-1,0) และกราฟผ่านจุด (1,-2) ไตเรกตริกซ์ขนานกับแกน X มีสมการดังข้อใด

1). $x^2 + 2x - 2y - 7 = 0$

2). $x^2 + 2x - 2y + 1 = 0$

3). $x^2 + 2x + 2y + 1 = 0$

4). $x^2 - 2x + 2y + 1 = 0$

5). $x^2 - 2x - 2y - 3 = 0$

16. วงรีมีโฟกัส $(\pm 4, 0)$ จุดยอด $(\pm 5, 0)$ มีสมการดังข้อใด

1). $9x^2 + 16y^2 = 144$	2). $25x^2 + 16y^2 = 400$
3). $16x^2 + 25y^2 = 400$	4). $9x^2 + 25y^2 = 225$
5). $25x^2 + 9y^2 = 225$	

17. วงรีมีโฟกัส $(0, +5)$ กราฟผ่านจุด $(0, 8)$ มีสมการดังข้อใด

1). $25y^2 + 64x^2 = 1600$	2). $64y^2 + 25x^2 = 1600$
3). $25y^2 + 39x^2 = 975$	4). $64y^2 + 39x^2 = 2496$
5). $39y^2 + 64x^2 = 2496$	

18. กราฟวงรีผ่านจุด $(6, 1)$ มีจุดยอด $(+3, 0)$ มีสมการดังข้อใด

1). $3x^2 + 9y^2 = 27$	2). $9x^2 + 3y^2 = 27$
3). $3x^2 + 6y^2 = 18$	4). $6x^2 + 3y^2 = 18$
5). $6x^2 + 9y^2 = 54$	

19. จากสมการวงรี $\frac{(x+3)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1$ จุดยอดของวงรีคือข้อใด

1). $(7, 2), (-1, 2)$	2). $(5, 2), (1, 2)$
3). $(-3, 2), (-3, -2)$	4). $(3, 6), (3, -2)$
5). $(-3, 6), (-3, -2)$	

20. วงรี $9x^2 + 4y^2 + 36x + 24y + 36 = 0$ มีจุดศูนย์กลางดังข้อใด

1). $(3, 2)$	2). $(-3, 2)$
3). $(-3, -2)$	4). $(-2, -3)$
5). $(2, 3)$	

21. กราฟวงรีมีจุดปลายแกนเอกจุดหนึ่งที่ $(3, 5)$ และจุดปลายแกนโทจุดหนึ่งที่ $(1, 0)$ มีสมการดังข้อใด

1). $25y^2 + 4x^2 - 150y + 125 = 0$	2). $25x^2 + 4y^2 - 150x + 125 = 0$
3). $25y^2 + 4x^2 + 150y + 125 = 0$	4). $25x^2 + 4y^2 + 150x + 125 = 0$
5). $25y^2 + 4x^2 + 150y - 125 = 0$	

22. กราฟวงรีมีจุดยอด $(-1,8)$ และ $(-1,-2)$ เส้นกราฟผ่านจุด $(1,0)$ มีสมการดังข้อใด

1). $4x^2 + y^2 + 8x + 6y + 12 = 0$ 2). $4x^2 + y^2 + 8x - 6y + 12 = 0$

3). $4x^2 + y^2 - 8x - 6y - 12 = 0$ 4). $4x^2 + y^2 + 8x - 6y - 12 = 0$

5). $4x^2 + y^2 - 8x + 6y - 12 = 0$

23. ข้อใดเป็นจุดยอดและโฟกัสของสมการไฮเพอร์โบลา $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

1). จุดยอด $(0, \pm 3)$ โฟกัส $(0, \pm 5)$ 2). จุดยอด $(0, \pm 4)$ โฟกัส $(0, \pm \sqrt{7})$

3). จุดยอด $(\pm 3, 0)$ โฟกัส $(\pm \sqrt{7}, 0)$ 4). จุดยอด $(\pm 4, 0)$ โฟกัส $(\pm \sqrt{7}, 0)$

5). จุดยอด $(\pm 3, 0)$ โฟกัส $(\pm 5, 0)$

24. จากสมการไฮเพอร์โบลา $9y^2 - 16x^2 - 144 = 0$ ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง

1). จุดยอด $(0, \pm 5)$ โฟกัส $(0, \pm 4)$ 2). จุดยอด $(0, \pm 4)$ โฟกัส $(0, \pm 5)$

3). จุดยอด $(\pm 5, 0)$ โฟกัส $(\pm 4, 0)$ 4). จุดยอด $(\pm 4, 0)$ โฟกัส $(\pm 5, 0)$

5). จุดยอด $(\pm 4, 0)$ โฟกัส $(\pm \sqrt{7}, 0)$

25. สมการไฮเพอร์โบลาที่มีโฟกัส $(\pm 4, 0)$ และมีจุดยอดจุดหนึ่งเป็น $(2, 0)$ ดังนั้นสมการนี้คือข้อใด

1). $5x^2 - y^2 = 20$ 2). $5y^2 - x^2 = 20$

3). $3x^2 - y^2 = 12$ 4). $3y^2 - x^2 = 12$

5). $4x^2 - y^2 = 16$

26. กราฟไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(0, 0)$ มีจุดยอดจุดหนึ่งอยู่ที่ $(-3, 0)$ แกนสังยุคยาว 4 หน่วย ดังนั้นสมการนี้คือข้อใด

1). $6x^2 - 9y^2 = 54$ 2). $3x^2 - 2y^2 = 12$

3). $4x^2 - 6y^2 = 24$ 4). $9x^2 - 4y^2 = 36$

5). $4x^2 - 9y^2 = 36$

27. กราฟไฮเพอร์โบลามีจุดศูนย์กลางที่ $(0,0)$ โฟกัสทั้งสองห่างกัน 10 หน่วย และจุดยอดทั้งสองห่างกัน 8 หน่วย ถ้าแกนตามขวางอยู่บนแกน X จะมีสมการดังข้อใด

1). $16x^2 - 9y^2 = 144$

2). $9x^2 - 16y^2 = 144$

3). $4x^2 - 5y^2 = 40$

4). $5x^2 - 4y^2 = 40$

5). $9x^2 - 25y^2 = 225$

$$\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y+3)^2}{9} = 1$$

28. สมการไฮเพอร์โบล่า $\frac{\quad}{4} - \frac{\quad}{9} = 1$ มีจุดศูนย์กลางและจุดยอดอยู่ที่จุดใด

1). จุดศูนย์กลาง $(1,3)$ จุดยอด $(3,3), (-1,3)$

2). จุดศูนย์กลาง $(-1,3)$ จุดยอด $(-3,3), (1,3)$

3). จุดศูนย์กลาง $(1,-3)$ จุดยอด $(3,-3), (-1,-3)$

4). จุดศูนย์กลาง $(-1,-3)$ จุดยอด $(-3,-3), (1,-3)$

5). จุดศูนย์กลาง $(-1,3)$ จุดยอด $(-4,3), (2,3)$

29. สมการไฮเพอร์โบลามีจุดศูนย์กลางที่ $(-6,-2)$ แกนตามขวางขนานแกน Y ยาว 2 หน่วย แกนลึงยุคยาว 6 หน่วย มีสมการดังข้อใด

1). $9y^2 - x^2 - 36y + 12x + 9 = 0$

2). $9y^2 - x^2 - 39y - 12x - 9 = 0$

3). $9y^2 - x^2 + 36y + 12x - 9 = 0$

4). $9y^2 - x^2 + 36y - 12x - 9 = 0$

5). $9y^2 - x^2 - 36y + 12x - 9 = 0$

30. ไฮเพอร์โบล่าที่มีสมการ $4xy - 12 = 0$ มีกราฟอยู่ในควอดรันต์ใด

1). ควอดรันต์ที่ 2 และ 3

2). ควอดรันต์ที่ 4 และ 1

3). ควอดรันต์ที่ 1 และ 2

4). ควอดรันต์ที่ 2 และ 4

5). ควอดรันต์ที่ 1 และ 3

ตาราง 20. แสดงค่าอำนาจจำแนก (t) ของแบบสอบถามวัดความมีวินัยในตนเองในการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์

ข้อ	t	ข้อ	t
1	4.18	11	6.53
2	7.64	12	2.65
3	5.50	13	3.28
4	3.78	14	2.43
5	5.92	15	6.82
6	7.53	16	3.51
7	4.12	17	4.61
8	2.24	18	2.97
9	2.81	19	4.24
10	5.54	20	1.93

ตาราง 21 แสดงค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามวัดความมีวินัยในตนเองในการเรียน
วิทยาศาสตร์

ข้อ	ΣX_1	ΣX_1^2	S^2_1
1	134	466	.42
2	148	556	.21
3	129	433	.42
4	101	267	.29
5	117	361	.46
6	114	348	.57
7	93	245	.71
8	90	220	.43
9	118	382	.84
10	127	421	.44

ข้อ	ΣX_1	ΣX_1^2	S^2_1
11	116	356	.49
12	121	387	.52
13	86	224	.97
14	85	215	.85
15	115	351	.50
16	122	394	.54
17	133	463	.51
18	139	509	.64
19	114	346	.52
20	131	455	.64

$$\Sigma S^2_1 = 10.97$$

ค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามวัดความฉ้อฉลในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

$$\begin{aligned}
 1. \quad S^2_t &= \frac{N\sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)} \\
 &= \frac{40 \times 138191 - (2333)^2}{40(40-1)} \\
 &= 54.33
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad \alpha &= \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum S^2_i}{S^2_t} \right] \\
 &= \frac{20}{20-1} \left[1 - \frac{10.97}{54.33} \right] \\
 &= 0.84
 \end{aligned}$$

ความเชื่อมั่นของแบบสอบถามวัดความฉ้อฉลในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีค่าเท่ากับ 0.84

แบบสอบถามวัดความมั่นใจในตนเอง

ชื่อ..... เลขที่..... ชั้น.....

คำชี้แจงในการตอบแบบสอบถาม

แบบสอบถามฉบับนี้ ต้องการถามการปฏิบัติตนของนักเรียนในขณะที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนอ่านข้อความ แล้วพิจารณาว่านักเรียนปฏิบัติตามข้อความนั้น ๆ หรือไม่เพียงใด จากตัวเลือกที่กำหนด คือ

บ่อยที่สุด หมายถึง นักเรียนได้ปฏิบัติตามข้อความนั้นบ่อยที่สุด

บ่อย หมายถึง นักเรียนได้ปฏิบัติตามข้อความนั้นบ่อย

นาน ๆ ครั้ง หมายถึง นักเรียนได้ปฏิบัติตามข้อความนั้นไม่ค่อยบ่อยครั้งนัก

ไม่เคยเลย หมายถึง นักเรียนไม่เคยปฏิบัติตามข้อความนั้นเลย

คำตอบที่นักเรียนเลือกตอบจะไม่มี ถูก หรือ ผิด ให้นักเรียนตอบแบบสอบถามนี้ให้ตรงกับสภาพความเป็นจริงของตัวเองให้มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ และคำตอบของนักเรียนจะไม่มีผลกระทบต่อผลการเรียนของนักเรียนใด ๆ ทั้งสิ้น

วิธีตอบแบบสอบถาม ให้นักเรียนเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องตัวเลือกที่เห็นว่าตรงกับ การปฏิบัติที่แท้จริงของนักเรียน และในแต่ละข้อ นักเรียนเขียนเครื่องหมาย ✓ ได้เพียงช่องเดียว เท่านั้น

ตัวอย่าง

ข้อที่	ข้อความ	บ่อยที่สุด	บ่อย	นาน ๆ ครั้ง	ไม่เคยเลย
(0)	ฉันทำงานที่ได้รับมอบหมายโดยไม่ละเลยหรือเพิกเฉย.....	✓			
(00)	เมื่อฉันทำการบ้านไม่ได้ ฉันจะเลิกทำทันที.....				✓

แบบสอบถาม

ข้อที่	ข้อความ	บ่อยที่สุด	บ่อย	นานา ครั้ง	ไม่เคยเลย
1	ฉันเตรียมอุปกรณ์การเรียนที่ใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ พร้อมเสมอ.....				
2	ฉันส่งแบบฝึกหัดที่ครูสั่งตรงตามเวลาที่ครูกำหนด.....				
3	ฉันร่วมทำกิจกรรมการเรียนการสอนของครูด้วยความ เต็มใจ.....				
4	ฉันมักทำแบบฝึกหัดได้สำเร็จโดยไม่ต้องพึ่งพาอาศัย ผู้อื่น.....				
5	ขณะเรียนฉันเต็มใจที่จะตอบคำถามของครูเสมอ.....				
6	เมื่อฉันถูกกล่าวหาว่าทำแบบฝึกหัดผิด ฉันจะ พยายามคิดหาเหตุผลให้ได้ว่าผิดอย่างไร.....				
7	ฉันจะประเมินผลด้วยตนเองทุกครั้ง หลังจากที่ทำ แบบทดสอบเสร็จว่าผลการสอบควรเป็นเช่นใด ตนเองพึงพอใจแค่ไหน.....				
8	ฉันมักทำแบบฝึกหัดทันทีที่มีเวลาว่าง.....				
9	ฉันมักสนใจติดตามบทเรียน ที่เรียนในวันที่ฉัน ขาดเรียน.....				
10	ฉันมักทำแบบฝึกหัดอย่างเป็นระเบียบเรียบร้อย.....				
11	แม้ว่าวิชาคณิตศาสตร์จะมีสูตรการคิดคำนวณ มากมาย แต่ฉันก็พยายามทำความเข้าใจจนได้.....				
12	แม้ว่าแบบฝึกหัดจะน่าเบื่อหน่ายไม่น่าสนใจ ฉันจะ ทำจนเสร็จเรียบร้อย.....				

แบบสอบถาม (ต่อ)

ข้อที่	ข้อความ	บ่อยที่สุด	บ่อย	นานๆ ครั้ง	ไม่เคยเลย
13	ฉันจะหงุดหงิดและอารมณ์เสียทุกครั้งเมื่อแก้ปัญหา โจทย์ไม่ได้.....				
14	แม้ว่าจะมีเสียงดังรบกวนตลอดเวลา เช่น เสียง รถยนต์ เสียงเครื่องยนต์ การก่อสร้าง เป็นต้น ฉันก็มีสมาธิในการเรียน.....				
15	ฉันยินดีอธิบายเนื้อหาวิชาที่เพื่อนยังไม่เข้าใจนอก เวลาเรียน.....				
16	ฉันมักรู้สึกเหงาใจ เพื่อนที่ติดตามมาเรียนไม่ทัน.....				
17	ฉันจะให้เพื่อนยืมและใช้อุปกรณ์การเรียนของฉัน เมื่อเพื่อนไม่ได้เตรียมมา.....				
18	ฉันจะปิดบังไม่ให้เพื่อนรู้ว่าฉันเข้าจับทเรียนใน หน่วยการเรียนที่ผ่านไป.....				
19	เมื่อฉันรู้ว่าเพื่อนทำแบบฝึกหัดผิด ฉันจะชี้แจงให้เขา ทราบ.....				
20	ฉันจะตอบครูว่าทำแบบฝึกหัดทุกครั้ง แม้ว่าความ จริงทำเป็นบางครั้ง.....				

ภาคผนวก ข.

1. การวิเคราะห์เนื้อหา จุดประสงค์ทั่วไปและจุดประสงค์การเรียนรู้
เรื่องภาคตัดกรวย
2. แผนการสอนที่สอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวของซอททคิส
3. แบบฝึกเรื่องภาคตัดกรวย ให้ประกอบแผนการสอนที่สอนโดยใช้หลัก
การเรียนเพื่อรอบรู้
4. เอกสารฝึกหัด

ตาราง 22 ตารางวิเคราะห์เนื้อหา จุดประสงค์ทั่วไปและจุดประสงค์การเรียนรู้
เรื่องภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หน่วยที่	จำนวน คาบ/ หน่วย	เนื้อหา	จุดประสงค์ทั่วไป	คาบที่	จุดประสงค์การเรียนรู้
1	4	วงกลม	นักเรียนสามารถ 1. หาสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h,k) และรัศมียาว r หน่วย 2. หาพิกัดของจุดศูนย์กลางความยาวรัศมีและการเขียนกราฟวงกลม เมื่อทราบสมการวงกลม 3. ใช้ความรู้เรื่องการแก้สมการหาจุดตัดของกราฟวงกลมกับกราฟเส้นตรงจุดตัดของกราฟวงกลม 2 วง จุดที่เส้นรอบวงของกราฟวงกลมผ่าน	1 2 3	นักเรียนสามารถหาสมการวงกลม เมื่อทราบจุดศูนย์กลางและความยาวรัศมีของวงกลม นักเรียนสามารถ 1. หาพิกัดของจุดศูนย์กลางและความยาวรัศมีของวงกลม เมื่อกำหนดสมการวงกลมให้ 2. บอกวิธีเขียนกราฟได้ เมื่อกำหนดสมการวงกลม นักเรียนสามารถ 1. บอกได้ว่าจุดที่กำหนดให้ใด ๆ ผ่านวงกลมที่กำหนดให้หรือไม่ 2. หาพิกัดของจุดตัดระหว่างสมการวงกลมและเส้นตรงได้ 3. หาพิกัดของจุดตัดระหว่างสมการวงกลม 2 สมการได้

ตาราง 22 (ต่อ)

หน่วยที่	จำนวน คาบ/ หน่วย	เนื้อหา	จุดประสงค์ทั่วไป	คาบที่	จุดประสงค์การเรียนรู้
				7	นักเรียนสามารถหาสมการพาราโบลาที่มีจุดยอดที่พิกัดใด ๆ เมื่อทราบพิกัดของจุดยอด โฟกัส และสมการไดเรกทริกซ์
				8	นักเรียนสามารถหาสมการพาราโบลาเมื่อทราบพิกัดของจุดยอด โฟกัส และจุดที่กราฟผ่าน
3	4	วงรี	นักเรียนสามารถ 1.หาพิกัดของจุดศูนย์กลาง จุดยอด โฟกัส ทิศทางและความยาวแกนเอก ความยาวแกนโท เมื่อทราบสมการวงรี 2.หาสมการวงรี เมื่อทราบพิกัดของจุดศูนย์กลาง จุดยอด โฟกัส ทิศทางและความยาว	9 10	นักเรียนสามารถหาพิกัดของจุดยอด โฟกัส ทิศทางและความยาวแกนเอก ความยาวแกนโท เมื่อทราบสมการวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0,0)$ นักเรียนสามารถ 1. หาสมการวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0,0)$ เมื่อทราบพิกัดของจุดยอดและโฟกัส 2. หาสมการวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0,0)$ เมื่อทราบทิศทางและความยาวแกนเอก ความยาวแกนโท

ตาราง 22 (ต่อ)

หน่วยที่	จำนวน คาบ/ หน่วย	เนื้อหา	จุดประสงค์ทั่วไป	คาบที่	จุดประสงค์การเรียนรู้
			แกนเอก ความยาว แกนโท	11	นักเรียนสามารถหาพิกัดของจุดศูนย์กลาง จุดยอด โฟกัส ทิศทางและความยาวแกนเอก ความยาวแกนโท เมื่อทราบสมการวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดใด ๆ
				12	นักเรียนสามารถหาสมการวงรี เมื่อทราบพิกัดของจุดศูนย์กลาง จุดยอด โฟกัส ทิศทางและความยาวแกนเอก ความยาว แกนโทของกราฟ
4	5	ไฮเพอร์โบลา	นักเรียนสามารถ 1. หาพิกัดของจุดศูนย์กลาง จุดยอด โฟกัส ทิศทางและความยาวแกนตามขวาง ความยาวแกนสังยุค เมื่อทราบสมการไฮเพอร์โบลา 2. หาสมการไฮเพอร์โบลา เมื่อทราบพิกัด	13	นักเรียนสามารถหาพิกัดของจุดยอด โฟกัส ทิศทางและความยาวแกนตามขวาง ความยาวแกนสังยุค เมื่อทราบสมการไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0,0)
				14	นักเรียนสามารถ 1. หาสมการไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (0,0) เมื่อทราบพิกัดของจุดยอด โฟกัส 2. หาสมการไฮเพอร์โบลาที่มีจุด

ตาราง 22 (ต่อ)

หน่วยที่	จำนวน คาบ/ หน่วย	เนื้อหา	จุดประสงค์ทั่วไป	คาบที่	จุดประสงค์การเรียนรู้
			ของจุดศูนย์กลาง จุด ยอด โฟกัส ทิศทาง และความยาวแกน ตามขวาง ความยาว แกนล้อยู่	15	ศูนย์กลางที่จุด (0,0) เมื่อทราบ ทิศทางและความยาวแกนตามขวาง ความยาวแกนล้อยู่ นักเรียนสามารถหาพิกัดของจุดศูนย์กลาง จุดยอด โฟกัส ทิศทางและ ความยาวแกนตามขวาง ความยาว แกนล้อยู่ เมื่อทราบสมการไฮเพอร์ โบลา ที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดใด ๆ
				16	นักเรียนสามารถหาสมการไฮเพอร์ โบลา เมื่อทราบพิกัดของจุดศูนย์กลาง จุดยอด โฟกัส ทิศทางและความยาว แกนตามขวาง ความยาวแกนล้อยู่
				17	นักเรียนสามารถบอกได้ว่า 1. สมการไฮเพอร์โบลาใดเป็น ไฮเพอร์โบลาแนวนอน 2. กราฟของสมการไฮเพอร์โบลา แนวนอน $xy = k$ อยู่ในควอดรันต์ใด

แผนการสอนที่สอนโดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้

ตามแนวของซอซซคิส

คาบที่ 1

มโนคติ

เซตของจุดทุกจุดบนระนาบซึ่งอยู่ห่างจากจุดคงที่ จุดหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากัน เซตของจุดเหล่านั้นจะเป็นวงกลม จุดคงที่เรียกว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม และระยะทางที่เท่ากัน เรียกว่า รัศมีของวงกลม

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาสมการวงกลม เมื่อทราบจุดศูนย์กลาง และความยาวรัศมีของวงกลม

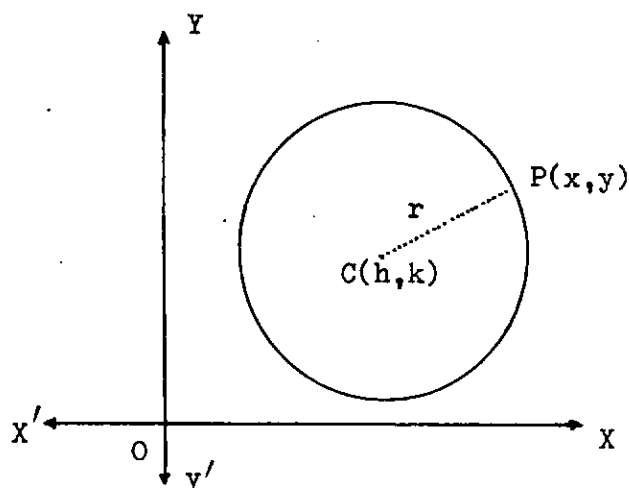
เนื้อหา

การหาความสัมพันธ์หรือสมการที่มีกราฟเป็นวงกลมซึ่งมีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และรัศมียาว r หน่วย

บันทึกกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นการเรียนรู้

1. ครูกำหนดพิกัดของจุด 2 จุด บนกระดานกราฟ ให้นักเรียนอธิบายวิธีการคำนวณหา ระยะทางระหว่างจุดทั้งสอง
2. ครูแสดงภาพรูปภาพวงกลมบนแผ่นโปสเตอร์ ให้ $C(h, k)$ เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาว r หน่วย และ $P(x, y)$ เป็นจุดใด ๆ บนวงกลม ดังรูป



3. เมื่อได้ภาพดังข้อ 2 แล้วครูให้นักเรียนแทนค่าในสูตรการหาระยะทางระหว่างจุด $C(h, k)$ และจุด $P(x, y)$

$$\text{จะได้ } /CP/ = \sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2}$$

$$\text{แต่ } /Cp/ = r$$

$$\text{ดังนั้น } \sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2} = r$$

$$\text{หรือ } (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

4. ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลม มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และรัศมีเท่ากับ r หน่วย คือ

$$\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2\}$$

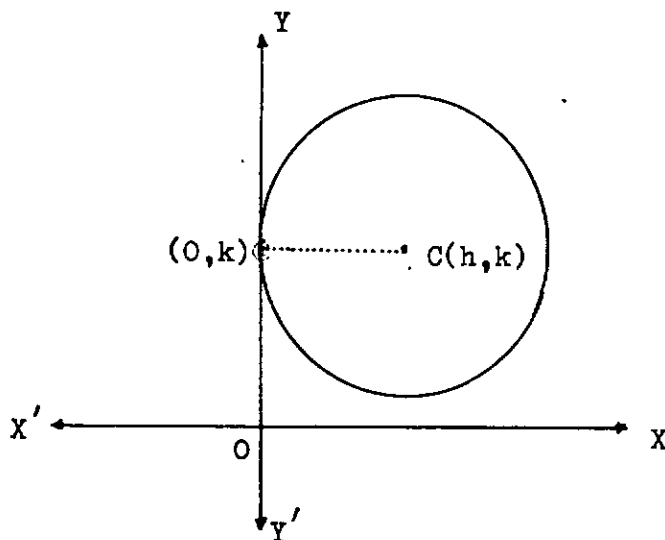
$$\text{พิจารณา } (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2.$$

$$\text{จะได้ } x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + h^2 + k^2 - r^2 = 0$$

ดังนั้น จะเป็นสมการของวงกลมรูปทั่วไปได้ คือ

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 1.1
6. ครูกำหนดจุด 2 จุดบนกระดาน 2 จุด ให้นักเรียนหาพิกัดของจุดกึ่งกลางระหว่างจุดทั้งสอง
7. ครูแสดงภาพบนแผ่นโปสเตอร์ ให้นักเรียนสรุปคุณสมบัติที่ได้จากภาพ



7.1 วงกลมสัมผัสแกน Y

7.2 รัศมีวงกลมที่ลากจากจุดศูนย์กลางไปยังจุดสัมผัสย่อมตั้งฉากกับแกน Y และขนานกับแกน X จะสามารถหาความยาวรัศมีได้

8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 1.2

ขั้นการเพิ่มความชำนาญ

1. ครูแจกแบบฝึกที่ 1.1 ให้นักเรียนแทนค่าในสูตรความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลม เมื่อกำหนดพิกัดของจุดศูนย์กลาง และความยาวรัศมีของวงกลม (อยู่ในขั้นการเรียนรู้ที่ 4)
2. ครูแจกแบบฝึกที่ 1.2 ให้นักเรียนแทนค่าในสูตรความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลม เมื่อกำหนดเงื่อนไขอื่นที่นักเรียนสามารถหาพิกัดของจุดศูนย์กลางและความยาวรัศมีของวงกลมได้ (อยู่ในขั้นการเรียนรู้ที่ 7)

ขั้นทำให้จำ

1. ครูให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลม มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) และรัศมียาว r หน่วย และกระจายใบสมการของวงกลมในรูปทั่วไปด้วย
2. ครูแจกแบบฝึกที่ 1.3 เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้เรียนรู้มาใช้แก้ปัญหาได้ แล้วให้นักเรียนบันทึกผลการเรียนหลังจากที่ได้ตรวจแก้ใบข้อบกพร่องแล้ว

ขั้นนำไปใช้

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบเรียนในแบบฝึกหัดที่ 3.1 ข้อ 1, 4, 5, 6, 7, 8, 9

สื่อการเรียนรู้การสอน

แผ่นปอโปร่งใส กระดาษกราฟ และแบบฝึก

การประเมินผล

1. สังเกตจากการยกตัวอย่างและตอบคำถาม
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน
3. สังเกตจากการทำแบบฝึกและบันทึกผลการเรียน
4. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด

คาบที่ 2

มโนคติ

เมื่อทราบสมการวงกลม จะหาจุดศูนย์กลางและความยาวรัศมีของวงกลมได้ จะต้องจัดสมการให้อยู่ในรูป $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ ซึ่ง (h,k) เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมมีรัศมียาว r หน่วย

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถหาพิกัดของจุดศูนย์กลางและความยาวรัศมีของวงกลม เมื่อกำหนดสมการวงกลมให้
2. บอกวิธีเขียนกราฟได้เมื่อกำหนดสมการวงกลม

เนื้อหา

การหาพิกัดของจุดศูนย์กลาง ความยาวรัศมี และการเขียนกราฟของวงกลม เมื่อกำหนดความสัมพันธ์หรือสมการของกราฟวงกลมมาให้

ขั้นกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นการเรียนรู้

1. ครูให้นักเรียนเขียนสมการของวงกลม ที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h,k) และมีรัศมียาว r หน่วย
2. ครูให้นักเรียนเขียนสมการของวงกลมบนกระดานดำ และบอกพิกัดที่เป็นจุดศูนย์กลาง ความยาวรัศมีของวงกลม

$$\text{เช่น } (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 4^2$$

นักเรียนสามารถบอกจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลมนี้ได้คือ $(2,-3)$ เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมียาว 4 หน่วย

3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 2.1

4. ครูเขียนสมการของวงกลมบนกระดาน ให้นักเรียนพิจารณาว่าจากสมการที่กำหนด จะมีวิธีเขียนกราฟได้อย่างไร

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 2.2

ขั้นการเพิ่มความชำนาญ

1. ครูแจกแบบฝึกที่ 2.1 ให้นักเรียนหาพิกัดของจุดศูนย์กลาง และความยาวรัศมีของวงกลม (อยู่ในขั้นการเรียนรู้ที่ 2)

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 2.2 ให้นักเรียนบอกวิธีเขียนกราฟ เมื่อกำหนดสมการของวงกลมให้ (อยู่ในขั้นการเรียนรู้ที่ 4)

ขั้นทำให้จำ

1. ครูให้นักเรียนแปลงสมการของวงกลมในรูปทั่วไป $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ ให้อยู่ในรูป $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 2.3 เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้เรียนรู้มาใช้แก้ปัญหาได้ แล้วให้นักเรียนบันทึกผลการเรียนหลังจากที่ได้ตรวจแก้ไขข้อบกพร่องแล้ว

ขั้นนำไปใช้

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบเรียน แบบฝึกหัดที่ 3.1 ข้อ 2, 3

สื่อการเรียนการสอน

กระดานกราฟและแบบฝึก

การประเมินผล

1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน
2. สังเกตจากการทำแบบฝึกและบันทึกผลการเรียน
3. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด

2. ครูให้ตัวแทนนักเรียนออกมาเขียนจุดคู่ลำดับบนกระดานกราฟ ซึ่งจะได้ว่า คู่ลำดับดังกล่าวอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน แล้วให้นักเรียนอธิบายจุดคู่ลำดับทุกจุดที่กราฟเส้นตรงผ่านจะมีความสัมพันธ์กับสมการ $y = x + 2$ อย่างไร
3. ครูเขียนสมการของวงกลม $x^2 + y^2 = 4$ ให้นักเรียนตอบว่ามีจุดใดบ้างที่อยู่บนกราฟวงกลมนี้
4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 3.1
5. ครูอธิบายให้นักเรียนทราบว่าถ้ากำหนดสมการให้ 2 สมการ อาจเป็นสมการเส้นตรงกับสมการวงกลม หรือสมการวงกลม หรือสมการวงกลมกับสมการวงกลม และให้เขียนกราฟพร้อมกัน ถ้าเส้นกราฟตัดกันแสดงว่า พิกัดของจุดที่ตัดกันจะต้องสอดคล้องกับสมการของกราฟทั้งสอง นั่นคือเป็นจุดที่เส้นกราฟทั้งสองผ่านจุดเดียวกัน

6. เมื่อกำหนดสมการให้ 2 สมการ ให้นักเรียนหาจุดตัดของกราฟจะหาได้โดยการแก้สมการ

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 3.2

ขั้นการเพิ่มความชำนาญ

1. ครูแจกแบบฝึกที่ 3.1 ให้นักเรียนบอกได้ว่าคู่ลำดับใดที่กราฟผ่านได้ พร้อมทั้งสามารถอธิบายเหตุผลได้ (อยู่ในขั้นการเรียนรู้ที่ 4)
2. ครูแจกแบบฝึกที่ 3.2 ให้นักเรียนสามารถใช้กระบวนการแก้สมการหาคำตอบของสมการได้ ซึ่งก็คือ จุดที่เส้นกราฟตัดกัน (อยู่ในขั้นการเรียนรู้ที่ 7)

ขั้นทำให้จำ

1. ให้นักเรียนสรุปหลักการพิจารณาว่าเส้นกราฟจะผ่านจุดใดได้เมื่อกำหนดสมการของกราฟให้
2. ให้นักเรียนสรุปหลักการแก้สมการ เมื่อกำหนดตัวแปรหาค่า 2 ตัว และสมการ 2 สมการ
3. ครูแจกแบบฝึกที่ 3.3 เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้เรียนมาใช้แก้ปัญหาได้ แล้วให้นักเรียนบันทึกผลการเรียน หลังจากที่ได้ตรวจแก้ไขข้อบกพร่องแล้ว

นำไปใช้

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบเรียน แบบฝึกหัดที่ 3.1 ข้อ 13,14,15,16,17,18

สื่อการเรียนการสอน

กระดานกราฟ และแบบฝึก

การประเมินผล

1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน
2. สังเกตจากการทำแบบฝึกและบันทึกผลการเรียน
3. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด

คาบที่ 4

มานะดี

เส้นตรงที่สัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาสมการของเส้นตรงที่สัมผัสวงกลมเมื่อกำหนดสมการวงกลม และพิกัดของจุดสัมผัสบนเส้นรอบวงของวงกลม

เนื้อหา

การใช้ความรู้เรื่องเส้นตรง ความชันของเส้นตรง เส้นขนาน เส้นตั้งฉาก ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง มาใช้ในการหาสมการเส้นสัมผัสวงกลม

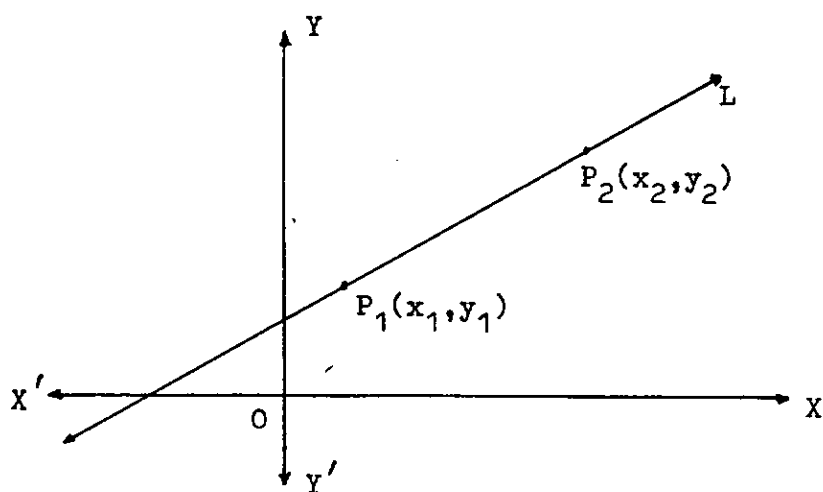
บันทึกกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นการเรียนรู้

1. ครูอธิบายทบทวนความรู้เรื่องเส้นตรง ความชันของเส้นตรง เส้นขนาน เส้นตั้งฉาก ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

1.1 L เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $P_1 (x_1, y_1)$ และ $P_2 (x_2, y_2)$ โดยที่ $x_1 \neq x_2$
 m เป็นความชันของเส้นตรง L ก็ต่อเมื่อ

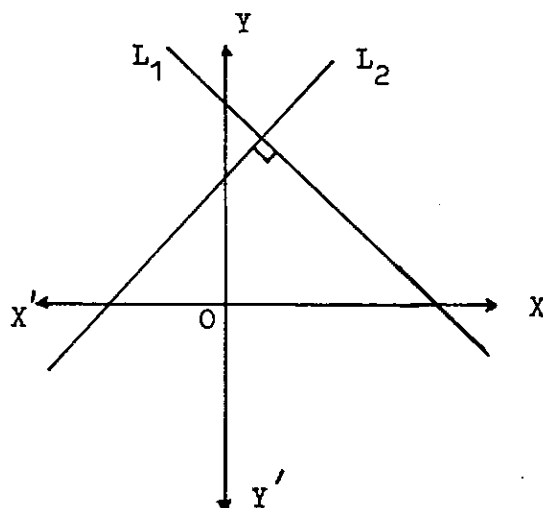
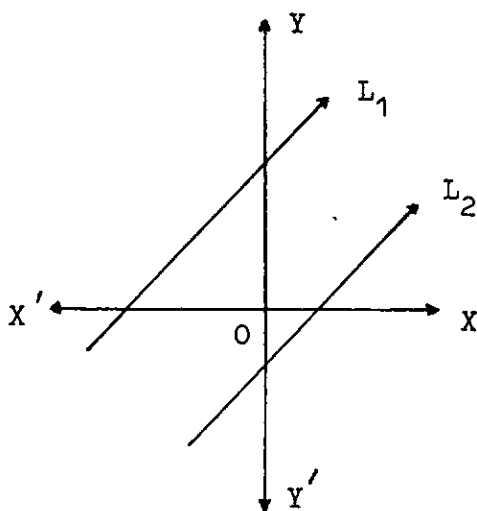
$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \quad \text{หรือ} \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



1.2 m_1 และ m_2 เป็นความชันของเส้นตรง L_1 และ L_2 ตามลำดับ

1.2.1 ถ้าเส้นตรง L_1 ขนานกับ L_2 แล้ว $m_1 = m_2$

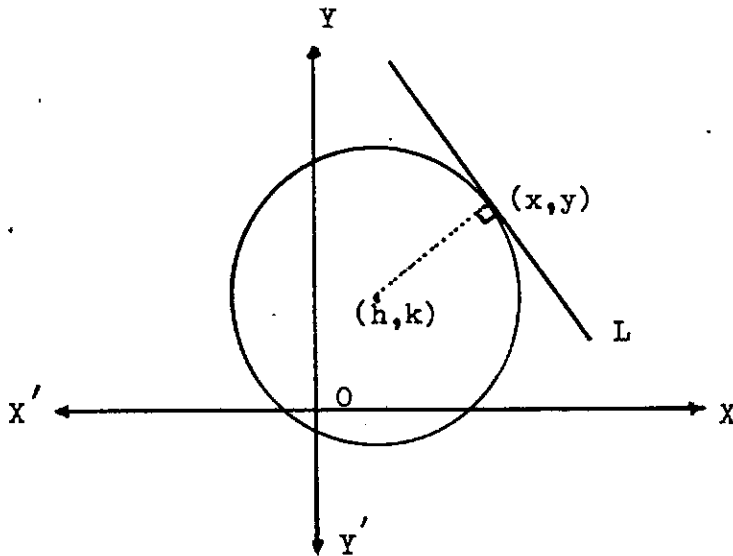
1.2.2 ถ้าเส้นตรง L_1 ตั้งฉากกับ L_2 แล้ว $m_1 \cdot m_2 = -1$



1.3 ถ้าเส้นตรง L ผ่านจุด $P(x, y)$ และ $P_1(x_1, y_1)$ ความสัมพันธ์ที่เป็นสมการของเส้นตรง L คือ $y - y_1 = m(x - x_1)$

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 4.1

3. ครูฉายภาพบนแผ่นโปร่งใส แล้วให้นักเรียนอภิปรายว่า จะหาความสัมพันธ์ที่เป็นสมการของเส้นตรง L ซึ่งเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด (x_1, y_1) อย่างไร



จะสรุปวิธีการหาความสัมพันธ์ที่เป็นสมการของเส้นตรง L ได้ดังนี้

3.1 หาความชัน (m_1) ของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม (h, k) และจุดสัมผัส (x_1, y_1) ซึ่งก็คือ ความชันของรัศมีวงกลมที่ตั้งฉากกับเส้นตรง L ที่จุดสัมผัส

3.2 เมื่อทราบความชันของรัศมี (m_1) สามารถหาความชันของเส้นตรงสัมผัสได้ (m_2) เพราะว่า $m_1 \cdot m_2 = -1$

3.3 จะได้ความสัมพันธ์ที่เป็นกราฟเส้นตรงของเส้นสัมผัสได้จากสูตร

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad (\text{ซึ่ง } m \text{ คือ } m_2 \text{ ในข้อ 3.2})$$

4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 4.2

ขั้นการเพิ่มความชำนาญ

1. ครูแจกแบบฝึกที่ 4.1 ให้นักเรียนหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุดที่กำหนดให้ 2 จุด และหาความชันของเส้นตรงที่ตั้งฉากกัน (อยู่ในขั้นการเรียนรู้ที่ 2)

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 4.2 ให้นักเรียนเข้าใจในการวิเคราะห์ปัญหาของโจทย์จนสามารถหาสมการเส้นตรงของเส้นสัมผัสวงกลมได้

ขั้นทำให้จำ

1. ครูให้นักเรียนสรุปกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์ เพื่อหาสมการเส้นตรงที่สัมผัสวงกลมที่จุดสัมผัสที่กำหนด

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 4.3 เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้เรียนรู้มาใช้แก้ปัญหาได้ แล้วให้นักเรียนบันทึกผลการเรียนหลังจากที่ได้ตรวจแก้ไขข้อบกพร่องแล้ว

ขั้นนำไปใช้

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบเรียนแบบฝึกหัด 3.1 ข้อ 11,12,14 และในเอกสารฝึกหัดประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

สื่อการเรียนการสอน

แผ่นโปร่งใส กระดานกราฟ และแบบฝึก

การประเมินผล

1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน
2. สังเกตจากการทำแบบฝึกและบันทึกผลการเรียน
3. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดจากแบบเรียนและเอกสารฝึกหัด

คาบที่ 5

มโนคติ

เซตของจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากเส้นตรงคงที่เส้นหนึ่ง และจุดคงที่จุดหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากันเสมอ เซตของจุดเหล่านั้นจะเป็นแนวโค้งเรียกว่า พาราโบลา เส้นตรงที่คงที่เรียกว่า ไคเรกตริกซ์ จุดที่คงที่เรียกว่า โฟกัส

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถหาพิกัดของโฟกัส สมการไคเรกตริกซ์ แกนสมการ ทิศทางการเปิดของกราฟ เมื่อทราบสมการของกราฟพาราโบลาที่มีจุดยอด $(0,0)$
2. นักเรียนสามารถหาสมการของกราฟพาราโบลาที่มีจุดยอด $(0,0)$ เมื่อทราบโฟกัสสมการไคเรกตริกซ์ หรือทิศทางของกราฟ

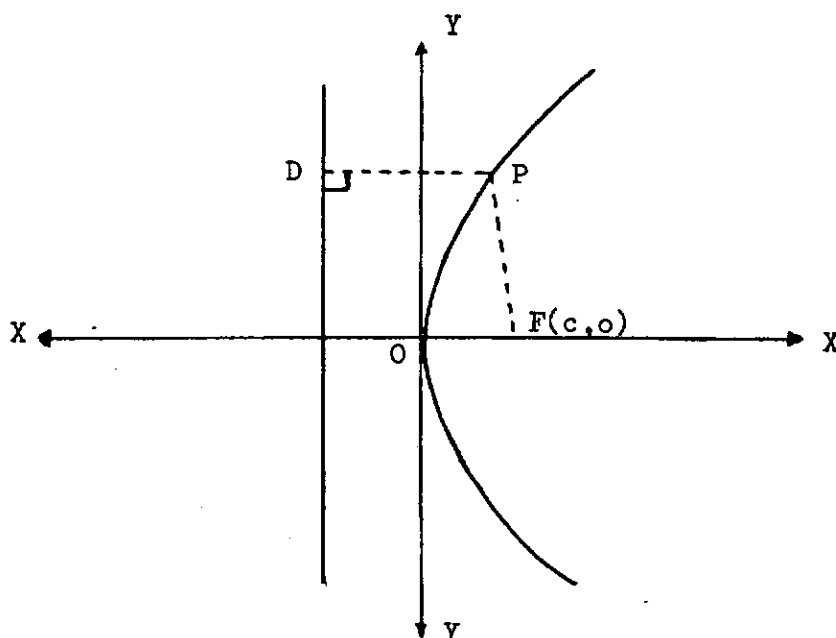
เนื้อหา

พาราโบลาที่มีจุดยอด $(0,0)$

1. พาราโบลาที่มีแกน X เป็นแกนสมมาตร ซึ่งอยู่ในรูป $y^2 = 4cx$
2. พาราโบลาที่มีแกน Y เป็นแกนสมมาตร ซึ่งอยู่ในรูป $x^2 = 4cy$

ขั้นกิจกรรมการเรียนรู้การสอนขั้นการเรียนรู้

1. ครูฉายภาพบนแผ่นโปร่งใส แสดงกราฟพาราโบลาที่มีจุดยอดที่จุดกำเนิด พร้อมทั้งอธิบายองค์ประกอบต่าง ๆ ของกราฟพาราโบลา



จากรูป โฟกัส คือ จุด $F(c,0)$

ไดเรกทริกซ์ คือ $x = -c$

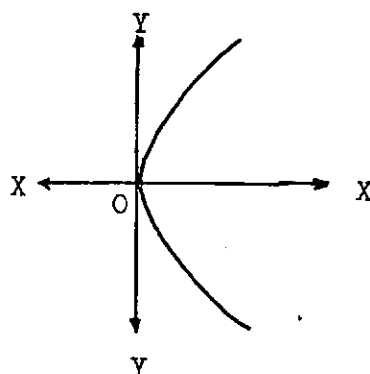
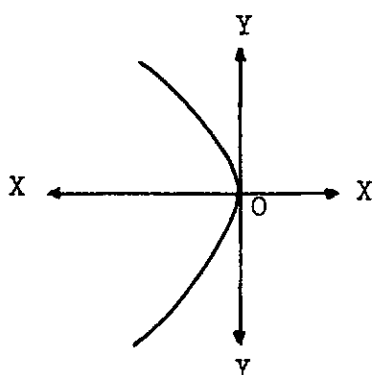
แกนของพาราโบลา คือ แกน X

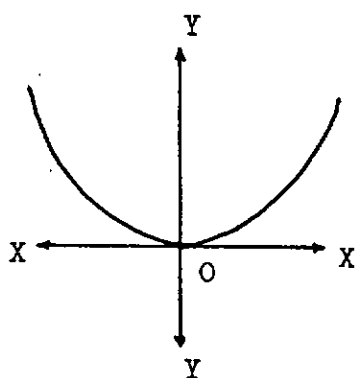
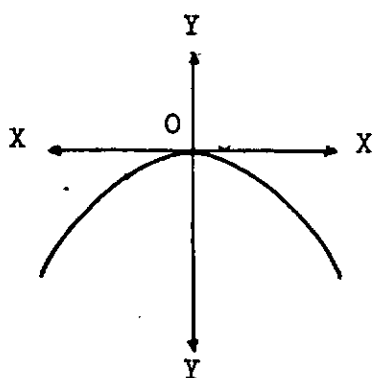
จุดยอด คือ $(0,0)$

P เป็นจุดใด ๆ บนพาราโบลา D เป็นโปรเจกชันของจุด P บนเส้นไดเรกทริกซ์

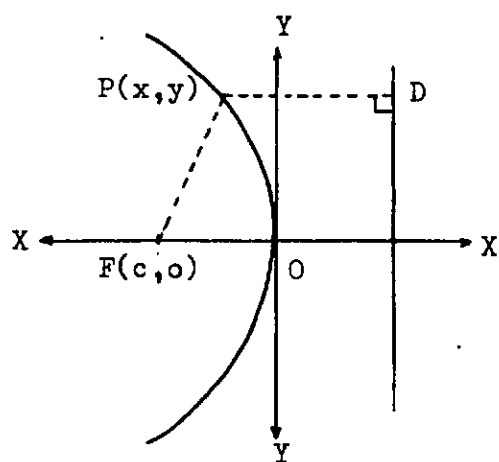
$$\text{จะได้ } |PF| = |PD|$$

3. ครูให้นักเรียนอภิปรายว่า กราฟพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด และแกนพาราโบลา คือ แกน X หรือแกน Y จะปรากฏกราฟพาราโบลาได้กี่ลักษณะ
จะได้ 4 ลักษณะ กล่าวคือ (ครูฉายภาพบนแผ่นโปร่งใส)

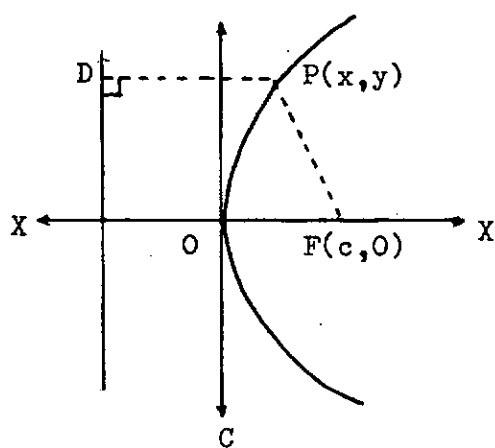




4. กระจายภาพแผ่นโปร่งใส และอธิบาย



$$c < 0$$



$$c > 0$$

ให้ $P(x,y)$ เป็นจุดใด ๆ บนพาราโบลา และ D เป็นโปรเจกชัน ของจุด P บน
ไดเรกทริกซ์

จากนิยาม จะได้ $|PF| = |PD|$

นั่นคือ
$$\sqrt{(x-c)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x+c)^2 + (y-y)^2}$$

$$(x-c)^2 + y^2 = (x+c)^2$$

$$x^2 - 2cx + c^2 + y^2 = x^2 + 2cx + c^2$$

ดังนั้น
$$y^2 = 4cx$$

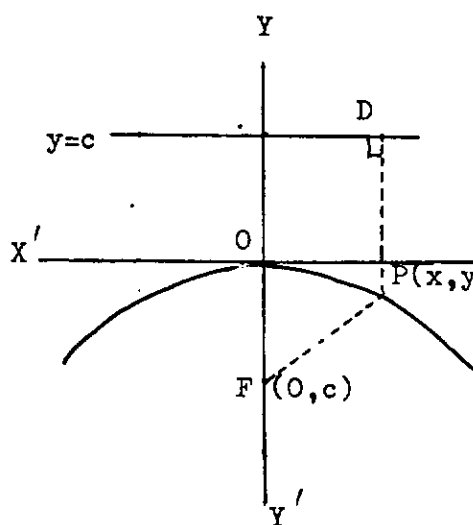
นั่นคือ $y^2 = 4cx$ เป็นสมการของพาราโบลาที่มีโฟกัสอยู่ที่จุด $(c, 0)$ ไคเรกตริกซ์คือ

เส้นตรง $x = -c$ และมีแกน X เป็นแกนของพาราโบลา

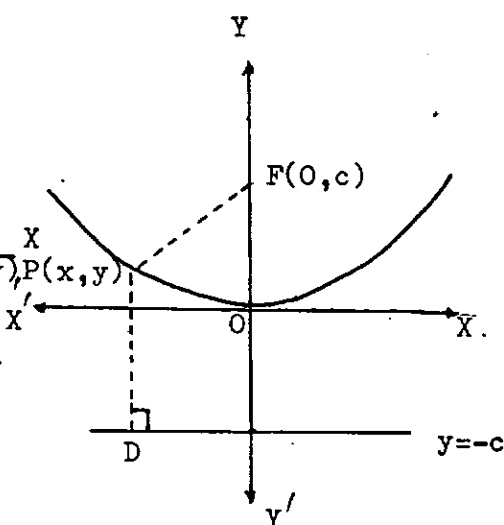
ถ้า $c > 0$, $y^2 = 4cx$ เป็นสมการของพาราโบลาที่มีกราฟเปิดทางขวา

ถ้า $c < 0$, $y^2 = 4cx$ เป็นสมการของพาราโบลาที่มีกราฟเปิดทางซ้าย

5. กระจายภาพบนแผ่นโปร่งใส และอธิบาย



เมื่อ $c < 0$



เมื่อ $c > 0$

ให้ $P(x, y)$ เป็นจุดใด ๆ บนพาราโบลา และ D เป็นโปรเจกชันของจุด P บนไคเรกตริกซ์

จากนิยาม จะได้ $|PF| = |PD|$

$$\begin{aligned}
 \text{นั่นคือ } \sqrt{(x - 0)^2 + (y - c)^2} &= \sqrt{(x - x)^2 + (y + c)^2} \\
 x^2 + (y - c)^2 &= (y + c)^2 \\
 x^2 + y^2 - 2cy + c^2 &= y^2 + 2cy + c^2 \\
 \text{ดังนั้น } x^2 &= 4cy
 \end{aligned}$$

นั่นคือ $x^2 = 4cy$ เป็นสมการของพาราโบลาที่มีโฟกัสอยู่ที่จุด $(c, 0)$ ไตเรตริกซ์คือ

เส้นตรง $y = -c$ และมีแกน Y เป็นแกนของพาราโบลา

ถ้า $c > 0$, $x^2 = 4cy$ เป็นสมการของพาราโบลาที่มีกราฟเปิดข้างบน (กราฟหงายขึ้น)

ถ้า $c < 0$, $x^2 = 4cy$ เป็นสมการของพาราโบลาที่มีกราฟเปิดข้างล่าง (กราฟคว่ำลง)

6. จากภาพแผ่นโปร่งใสในการเรียนรู้ที่ 4 และ 5 ครูให้นักเรียนอภิปรายสรุปข้อ

สังเกตขององค์ประกอบต่าง ๆ ของพาราโบลา โดยครูพยายามอธิบายชี้แนะแนวคิดจะได้ข้อสังเกต
ดังนี้

- 1) ระยะจากจุดยอดไปยังโฟกัสเท่ากับระยะห่างระหว่างจุดยอดกับไตเรตริกซ์
 - 2) แกนของพาราโบลาผ่านจุดยอดและโฟกัส
 - 3) แกนของพาราโบลาเป็นแกนสมมาตร
7. ครูยกตัวอย่างโจทย์สมการกราฟพาราโบลา $x^2 = -12y$ ให้นักเรียนหา
- 1) พิกัดของโฟกัส
 - 2) สมการของไตเรตริกซ์
 - 3) แกนสมมาตร

จะได้ 1) จากสมการ $x^2 = -12y$

$$\text{หรือ } x^2 = 4(-3)y$$

เมื่อเปรียบเทียบกับสมการ $x^2 = 4cy$ จะได้ $c = -3$

ดังนั้น โฟกัสอยู่ที่จุด $(0, -3)$

2) ในกรณีที่ $x^2 = 4cy$ และ $c < 0$

ไตเรตริกซ์ คือ $y = -c$

ดังนั้น $y = -(-3) = 3$

ไตเรตริกซ์ คือ $y = 3$

3) แกน Y เป็นแกนสมมาตร

8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 5.1

9. ครูยกตัวอย่างโจทย์

จงหาสมการของพาราโบลา ซึ่งมีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิดและโฟกัสอยู่ที่จุด $F(-3,0)$

แนวคิด เนื่องจากจุดยอดและโฟกัสอยู่บนแกน X

ดังนั้น แกน X เป็นแกนของพาราโบลา

สมการของพาราโบลานี้ อยู่ในรูป $y^2 = 4cx$

จาก $F(-3,0)$ จะได้ $c = -3$

ดังนั้นสมการของพาราโบลา คือ $y^2 = 4(-3)x$

หรือ $y^2 = -12x$

10. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 5.2

ขั้นการเพิ่มความชำนาญ

1. ครูแจกแบบฝึกที่ 5.1 เมื่อกำหนดสมการให้นักเรียนบอกโฟกัส ไตเรกตริกซ์ แกนพาราโบลา และลักษณะของกราฟ เมื่อจุดยอดของพาราโบลาอยู่ที่จุด $(0,0)$ (อยู่ในขั้นการเรียนรู้ที่ 8)

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 5.2 เมื่อกำหนดโฟกัสหรือไตเรกตริกซ์ เมื่อจุดยอดของพาราโบลาอยู่ที่จุด $(0,0)$ ให้นักเรียนหาสมการพาราโบลา และแกนของพาราโบลา

ขั้นทำให้จำ

1. ครูให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลาที่มีจุดยอดที่จุด $(0,0)$ ในลักษณะต่าง ๆ กัน 4 ลักษณะ

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 5.3 เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้เรียนรู้มาใช้แก้ปัญหาได้ แล้วให้นักเรียนบันทึกผลการเรียนหลังจากที่ได้ตรวจแก้ไขข้อบกพร่องแล้ว

ขั้นนำไปใช้

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบเรียน แบบฝึกหัดที่ 3.2 ข้อ 1,3,4

สื่อการเรียนรู้การสอน

แผ่นโปสเตอร์ กระดานกราฟ และแบบฝึก

การประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถาม และร่วมกิจกรรมของนักเรียน
2. สังเกตจากการทำแบบฝึกและบันทึกผลการเรียน
3. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด

คาบที่ 6

มโนคติ

เซตของจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากเส้นตรงคงที่เส้นหนึ่ง และจุดคงที่จุดหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากันเสมอ เซตของจุดเหล่านั้นจะเป็นแนวโค้งเรียกว่า พาราโบลา เส้นตรงที่คงที่เรียกว่าเส้นไดเรกตริกซ์ จุดที่คงที่เรียกว่า จุดโฟกัส

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาพิกัดของโฟกัส จุดยอด สมการไดเรกตริกซ์ สมการของแกน พาราโบลา หรือทิศทางการเปิดของกราฟ เมื่อทราบสมการของกราฟพาราโบลาที่มีจุดยอดที่พิกัดใด ๆ

เนื้อหา

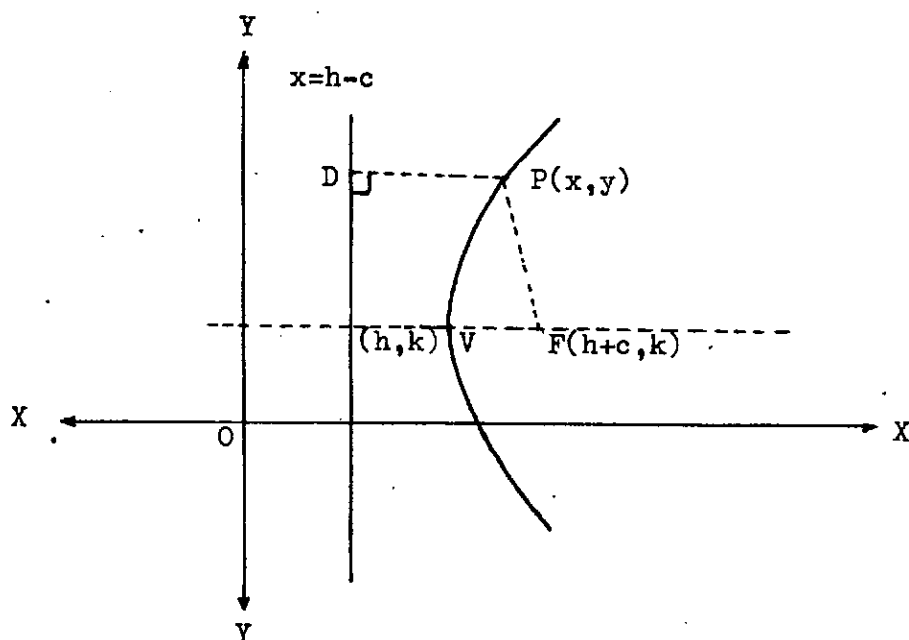
พาราโบลาที่มีพิกัดของจุดยอด (h, k)

1. พาราโบลาที่มีแกนพาราโบลานานกับแกน X ซึ่งอยู่ในรูป $(y - k)^2 = 4c(x - h)$
2. พาราโบลาที่มีแกนพาราโบลานานกับแกน Y ซึ่งอยู่ในรูป $(x - h)^2 = 4c(y - k)$

บันทึกกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นการเรียนรู้

1. ครูฉายภาพบนแผ่นโปร่งใส แสดงกราฟพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) และแกนของพาราโบลานานกับแกน X และอธิบายประกอบ



ให้ (h, k) เป็นจุดยอดและ $(h + c, k)$ เป็นโฟกัส จะได้ไคเรกตริกซ์ คือ เส้นตรง

$$x = h - c$$

เมื่อ $P(x, y)$ เป็นจุดใด ๆ บนพาราโบลา

จากนิยาม จะได้ $|PF| = |PD|$

$$\sqrt{(x - (h + c))^2 + (y - k)^2} = |x - (h - c)|$$

$$(x - (h + c))^2 + (y - k)^2 = (x - (h - c))^2$$

$$(y - k)^2 = 4cx - 4ch$$

$$(y - k)^2 = 4c(x - h)$$

นั่นคือ $(y - k)^2 = 4c(x - h)$ เป็นสมการของพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่ (h, k)

โฟกัสอยู่ที่ $(h + c, k)$ และไคเรกตริกซ์ คือเส้นตรง $x = h - c$

ถ้า $c > 0$, $(y - k)^2 = 4c(x - h)$ เป็นสมการของพาราโบลาที่มีกราฟเปิดทางขวา

ถ้า $c < 0$, $(y - k)^2 = 4c(x - h)$ เป็นสมการของพาราโบลาที่มีกราฟเปิดทางซ้าย

2. ครบถ้วนอย่างโจทย์

กำหนดสมการ $y^2 - 4y + 8x = 20$ ซึ่งมีกราฟเป็นพาราโบลา จงหา

1) พิกัดของจุดยอด

2) พิกัดของโฟกัส

3) สมการของไคเรกตริกซ์

4) แกนของพาราโบลา

ให้นักเรียนอภิปรายแนวความคิดกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์จะได้แนวความคิดว่าต้องจัด

สมการ $y^2 - 4y + 8x = 20$ ให้อยู่ในรูป $(y - k)^2 = 4c(x - h)$ เสียก่อน

$$\text{วิธีทำ จาก } y^2 - 4y + 8x = 20$$

$$y^2 - 4y + 4 + 8x = 20 + 4$$

$$(y - 2)^2 + 8x = 24$$

$$(y - 2)^2 = -8x + 24$$

$$(y - 2)^2 = -8(x - 3)$$

$$(y - 2)^2 = 4(-2)(x - 3)$$

เมื่อเทียบกับสมการของพาราโบลาในรูป

$$(y - k)^2 = 4c(x - h)$$

จะได้ $h = 3$, $k = 2$ และ $c = -2$

ดังนั้น พิกัดของจุดยอดคือ $(3, 2)$

พิกัดของโฟกัสคือ $(3 - 2, 2)$ หรือ $(1, 2)$

สมการของไคเรกตริกซ์ คือ $x = 3 - (-2)$

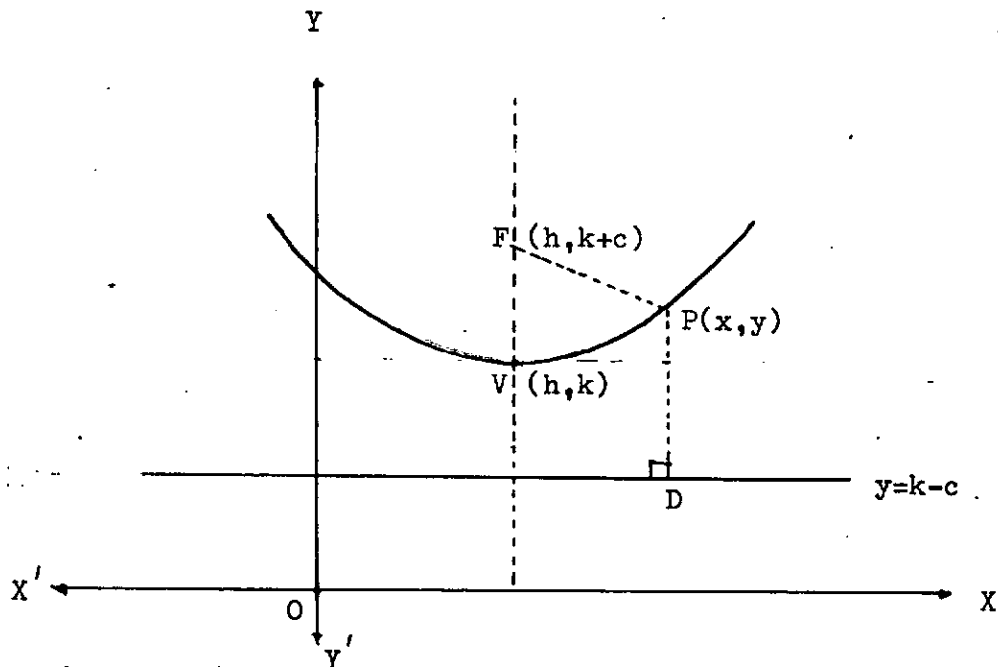
$$\text{หรือ } x = 5$$

แกนของพาราโบลานานกับแกน X และมีสมการเป็น $y = 2$

3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 6.1

4. ครูฉายภาพบนแผ่นโปร่งใส แสดงกราฟพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) และ

แกนของพาราโบลานานกับแกน Y และอธิบายประกอบ



ให้ (h, k) เป็นจุดยอด และ $(h, k + c)$ เป็นโฟกัส จะได้โดเรกตริกซ์ คือ เส้นตรง $y = k - c$

เมื่อ $P(x, y)$ เป็นจุดใด ๆ บนพาราโบลา

จากนิยาม จะได้ $|PF| = |PD|$

$$\sqrt{(x - h)^2 + (y - (k + c))^2} = |y - (k - c)|$$

$$(x - h)^2 + (y - (k + c))^2 = (y - (k - c))^2$$

$$(x - h)^2 = 4cy - 4ck$$

$$\text{หรือ } (x - h)^2 = 4c(y - k)$$

นั่นคือ $(x - h)^2 = 4c(y - k)$ เป็นสมการของพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่ (h, k)

โฟกัสอยู่ที่ $(h, k + c)$ และโดเรกตริกซ์ คือเส้นตรง $y = k - c$

ถ้า $c > 0$, $(x - h)^2 = 4c(y - k)$ เป็นสมการของพาราโบลาที่มีกราฟเปิดข้างบน

ถ้า $c < 0$, $(x - h)^2 = 4c(y - k)$ เป็นสมการของพาราโบลาที่มีกราฟเปิดข้างล่าง

4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 6.2

ขั้นการเพิ่มความชำนาญ

1. ครูแจกแบบฝึกที่ 6.1 เมื่อกำหนดสมการพาราโบลาที่มีจุดยอดที่จุดใด ๆ และแกนของพาราโบลานานกับแกน X ให้นักเรียนบอกจุดยอด โฟกัส โดเรกตริกซ์ และสมการของแกนพาราโบลา

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 6.2 เมื่อกำหนดสมการพาราโบลาที่มีจุดยอดที่จุดใด ๆ และแกนของพาราโบลานานกับแกน Y ให้นักเรียนบอกจุดยอด โฟกัส ไตเรกตริกซ์ และสมการของแกนพาราโบลา

ขั้นทำให้จำ

1. ครูให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลาที่มีจุดยอดที่จุด (h, k) พร้อมทั้งบอกส่วนประกอบต่าง ๆ ของกราฟ

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 6.3 เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้เรียนรู้มา ใช้แก้ปัญหาได้ แล้วให้นักเรียนบันทึกผลการเรียนหลังจากที่ได้ตรวจแก้ไขข้อบกพร่องแล้ว

ขั้นนำไปใช้

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบเรียน แบบฝึกหัดที่ 3.2 ข้อ 6

สื่อการเรียนการสอน

แผ่นโปสเตอร์ และแบบฝึก

การประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรมของนักเรียน
2. สังเกตจากการทำแบบฝึกและบันทึกผลการเรียน
3. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด

คาบที่ 7

มโนคติ

เซตของจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากเส้นตรงคงที่เส้นหนึ่งและจุดคงที่จุดหนึ่ง เป็น
ระยะทางเท่ากันเสมอ เซตของจุดเหล่านี้จะเป็นแนวโค้งเรียกว่าพาราโบลา เส้นตรงที่คงที่
เรียกว่าไคเรกตริกซ์ จุดที่คงที่เรียกว่า โฟกัส

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาสมการของกราฟพาราโบลาที่มีจุดยอดที่พิกัดใด ๆ เมื่อทราบพิกัดของ
จุดยอด โฟกัส และสมการเส้นไคเรกตริกซ์

เนื้อหา

พาราโบลาที่มีพิกัดของจุดยอด (h, k)

1. พาราโบลาที่มีแกนพาราโบลานานกับแกน X ซึ่งอยู่ในรูป $(y - k)^2 = 4c(x - h)$
2. พาราโบลาที่มีแกนพาราโบลานานกับแกน Y ซึ่งอยู่ในรูป $(x - k)^2 = 4c(y - h)$

ขั้นกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นการเรียนรู้

1. ครูฉายภาพบนแผ่นโปร่งใส แสดงกราฟพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) และ
แกนของพาราโบลานานกับแกน X (ภาพเดียวกับขั้นการเรียนรู้ที่ 1 ของคาบที่ 6)

ครูให้นักเรียนอภิปรายว่าถ้าทราบจุดยอด โฟกัส ไคเรกตริกซ์ของพาราโบลา
จะสามารถหาความสัมพันธ์ที่เป็นสมการพาราโบลาได้อย่างไร

2. ครูยกตัวอย่างโจทย์

จงหาสมการของพาราโบลาซึ่งมีจุดยอด $(1, 1)$ และโฟกัส F $(4, 1)$

ครูให้นักเรียนอภิปรายวิเคราะห์โจทย์ว่าควรมีแนวความคิดในการแก้ปัญหาโจทย์
อย่างไร

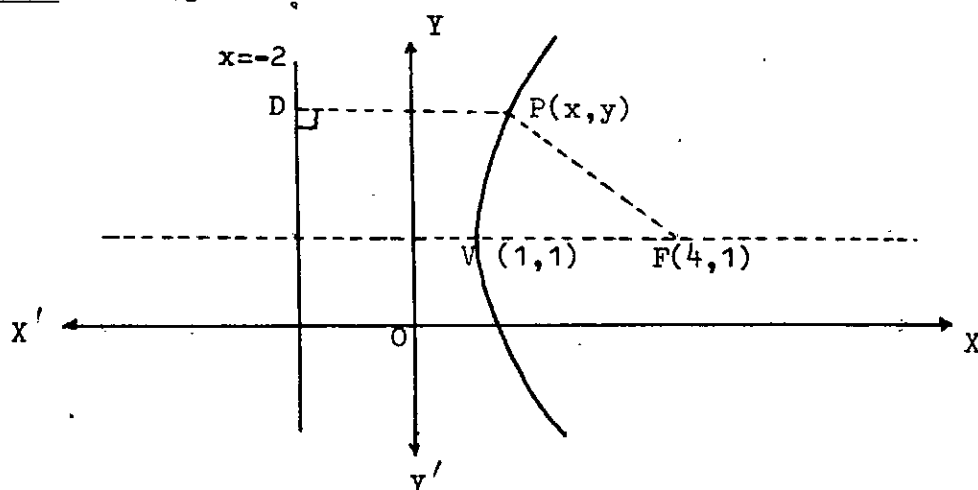
จะได้ว่า

2.1 ควรเขียนกราฟอย่างคร่าว ๆ เมื่อทราบทิศทางของกราฟ

2.2 ใช้นิยามของพาราโบลา

2.3 ใช้สูตร

วิธีทำ ให้ $P(x, y)$ เป็นจุดใด ๆ บนพาราโบลา



วิธีที่ 1 เนื่องจากระยะจากโฟกัสไปยังจุดยอดเท่ากับระยะห่างจากจุดยอดไปยัง

ไดเรกทริกซ์

ระยะจากโฟกัสไปยังจุดยอดเท่ากับ 3 หน่วย ดังนั้น ระยะห่างจากจุดยอดไปยัง

ไดเรกทริกซ์เท่ากับ 3 หน่วยด้วย

จะได้สมการไดเรกทริกซ์คือ $x = -2$

จากนิยามจะได้ $|PF| = |PD|$

$$\sqrt{(x - 4)^2 + (y - 1)^2} = |2 + x|$$

$$(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = (2 + x)^2$$

$$(y - 1)^2 = (x + 2)^2 - (x - 4)^2$$

$$(y - 1)^2 = 12(x - 1)$$

$$\text{หรือ } y^2 - 2y - 12x + 13 = 0$$

วิธีที่ 2 เนื่องจากแกนของพาราโบลาขนานกับแกน X

ดังนั้น สมการของพาราโบลาอยู่ในรูป $(y - k)^2 = 4c(x - h)$ ซึ่งมีจุดยอด (h, k) และโฟกัส $(h + c, k)$

กำหนดให้พาราโบลาที่มีจุดยอด $(1, 1)$ และโฟกัส $(4, 1)$

จะได้ $h = 1$, $k = 1$, และ $h + c = 4$

ดังนั้น $c = 3$

สมการพาราโบลา คือ $(y - 1)^2 = 4 \times 3 \times (x - 1)$

$$(y - 1)^2 = 12(x - 1)$$

$$\text{หรือ } y^2 - 2y - 12x + 13 = 0$$

3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 7.1

4. ครูฉายภาพบนแผ่นโปสเตอร์ แสดงกราฟพาราโบลา ที่มีจุดยอด (h, k) และแกนของพาราโบลาจะขนานกับแกน Y (ภาพเดียวกับขั้นตอนการเรียนรู้ที่ 4 ของคาบที่ 6)

ครูให้นักเรียนอภิปรายว่าถ้าทราบจุดยอด โฟกัส ไตเรกตริกซ์ ของพาราโบลา จะสามารถหาความสัมพันธ์ที่เป็นสมการพาราโบลาได้อย่างไร

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 7.2

ขั้นตอนเพิ่มความชำนาญ

1. ครูแจกแบบฝึกที่ 7.1 เมื่อกำหนดจุดยอด โฟกัส หรือไตเรกตริกซ์ ให้นักเรียนหาสมการพาราโบลา

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 7.2 เมื่อกำหนดจุดยอด โฟกัส หรือไตเรกตริกซ์ ให้นักเรียนหาสมการพาราโบลา

ขั้นทำให้จำ

1. ครูให้นักเรียนอภิปรายสรุปวิธีการหาสมการพาราโบลา เมื่อกำหนดจุดยอด โฟกัส หรือไตเรกตริกซ์

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 7.3 เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้เรียนรู้มาใช้แก้ปัญหาได้ แล้วให้นักเรียนบันทึกผลการเรียน หลังจากที่ได้ตรวจแก้ไขข้อบกพร่องแล้ว

ชี้นำไปใช้

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบเรียน แบบฝึกหัดที่ 3.2 ข้อ 5

สื่อการเรียนการสอน

แผ่นโปสเตอร์ และแบบฝึก

การประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถาม และร่วมอภิปรายของนักเรียน
2. สังเกตจากการทำแบบฝึกและบันทึกผลการเรียน
3. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด

คาบที่ 8

มโนคติ

เส้นกราฟพาราโบลาผ่านจุดใด ๆ จุดนั้นจะเป็นจุดที่มีคู่ลำดับที่สอดคล้องกับสมการพาราโบลา

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาสมการพาราโบลา เมื่อทราบพิกัดของโฟกัส หรือจุดยอด และจุดที่เส้นกราฟผ่าน

เนื้อหา

การใช้ความรู้เรื่องสมการมาหาคำนวณพิกัดของจุดยอดหรือโฟกัส เมื่อทราบว่าเส้นกราฟผ่านจุดใด

บันทึกกิจกรรมการเรียนรู้การสอนขั้นการเรียนรู้

1. ครูเขียนสมการ $y^2 - 4x + 4 = 0$ บนกระดานดำ
2. ให้นักเรียนอภิปรายว่าสมการดังกล่าวเป็นสมการของกราฟพาราโบลาหรือไม่ จะได้กราฟพาราโบลา ครูให้นักเรียนหาจุดยอดของพาราโบลา คือ $(1,0)$
3. ครูให้นักเรียนพิจารณาว่าจะมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่าจุด $(2,2)$ อยู่บนเส้นกราฟพาราโบลาหรือไม่

จะสรุปได้ว่าแทนค่า $x = 2$ และ $y = 2$ ลงในสมการ $y^2 - 4x + 4 = 0$ ทำให้สมการเป็นจริง

4. ครูให้นักเรียนพิจารณาว่าจุดยอดของพาราโบลาเป็นจุดอยู่บนเส้นกราฟพาราโบลาด้วย และสามารถพิสูจน์ได้เช่นเดียวกับขั้นการเรียนรู้ที่ 3
5. ครูยกตัวอย่างโจทย์

จงหาสมการพาราโบลา และโฟกัสของพาราโบลาที่มีจุดยอด $(-1, 3)$ แกนกราฟขนานกับแกน Y กราฟผ่านจุด $(-3, 2)$

แนวคิด

1. ทราบว่าแกนกราฟขนานกับแกน Y แสดงว่าต้องใช้สูตร

$$(x - h)^2 = 4c(y - k)$$

2. ต้องทราบค่า c

วิธีทำ กราฟผ่านจุด $(-3, 2)$ ฉะนั้น $x = -3, y = 2$

จุดยอดของกราฟคือ $(-1, 3)$ ฉะนั้น $h = -1, k = 3$

แต่แกนกราฟขนานกับแกน Y ดังนั้น รูปสมการพาราโบลา คือ

$$(x - h)^2 = 4c(y - k)$$

$$\text{ดังนั้น } (-3 - (-1))^2 = 4c(2 - 3)$$

$$(-2)^2 = 4c(-1)$$

$$4 = -4c$$

$$c = -1$$

นั่นคือ สมการพาราโบลาที่ต้องการคือ

$$(x - (-1))^2 = 4(-1)(y - 3)$$

$$(x + 1)^2 = -4(y - 3)$$

$$\text{หรือ } x^2 + 2x + 4y - 11 = 0$$

โฟกัสอยู่ที่ $(h, k + c)$

นั่นคือ โฟกัสของกราฟพาราโบลาที่ต้องการคือ $(-1, 3-1)$ หรือ $(-1, 2)$

6. จากตัวอย่างในขั้นตอนการเรียนรู้ขั้นที่ 5 ให้นักเรียนพิจารณาว่า จะตรวจคำตอบว่าถูกต้องได้โดยวิธีใด

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 8.1

8. ครูให้นักเรียนอภิปรายว่าถ้าทราบโฟกัส ทิศทางของกราฟพาราโบลา และจุดที่

กราฟผ่าน จะหาสมการพาราโบลาได้อย่างไร

จะสรุปได้ว่า ต้องพิจารณาลักษณะของกราฟเพื่อจะใช้สูตรได้ถูก และต้องหาจุดยอดและค่าคงที่ c ให้ได้

9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 8.2

ขั้นการเพิ่มความชำนาญ

1. ครูแจกแบบฝึกที่ 8.1 เมื่อกำหนดจุดยอดและทิศทางของกราฟพาราโบลา และจุดที่กราฟผ่าน ให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ที่เป็นสมการของกราฟพาราโบลา

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 8.2 เมื่อกำหนดโฟกัส และทิศทางของกราฟพาราโบลา และจุดที่กราฟผ่าน ให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ที่เป็นสมการของกราฟพาราโบลา

ขั้นทำให้จำ

1. ครูให้นักเรียนสรุปวิธีการหาความสัมพันธ์ที่เป็นสมการของกราฟพาราโบลา เมื่อทราบจุดยอดหรือโฟกัส และจุดที่กราฟผ่าน

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 8.3 เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้เรียนรู้มาใช้แก้ปัญหาได้ แล้วให้นักเรียนบันทึกผลการเรียน หลังจากที่ได้ตรวจแก้ไขข้อบกพร่องแล้ว

ขั้นนำไปใช้

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบเรียน แบบฝึกหัดที่ 3.2 ข้อ 7, 8, 9 และในเอกสารฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

กระดานกราฟ และแบบฝึก

การประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมกิจกรรมของนักเรียน
2. สังเกตจากการทำแบบฝึก และบันทึกผลการเรียน
3. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดและเอกสารฝึกหัด

คาบที่ 9

มโนคติ

เซตของจุดทุกจุดบนระนาบซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ ในเซตนี้ไปยังจุดคงที่สองจุดมีค่าคงตัว เซตของจุดเหล่านี้เรียกว่าวงรี และจุดคงที่สองจุดเรียกว่า โฟกัส

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาพิกัดของโฟกัส จุดยอด ทิศทางและความยาวของแกนเอก หรือความยาวของแกนโทของกราฟวงรี ที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0,0)$

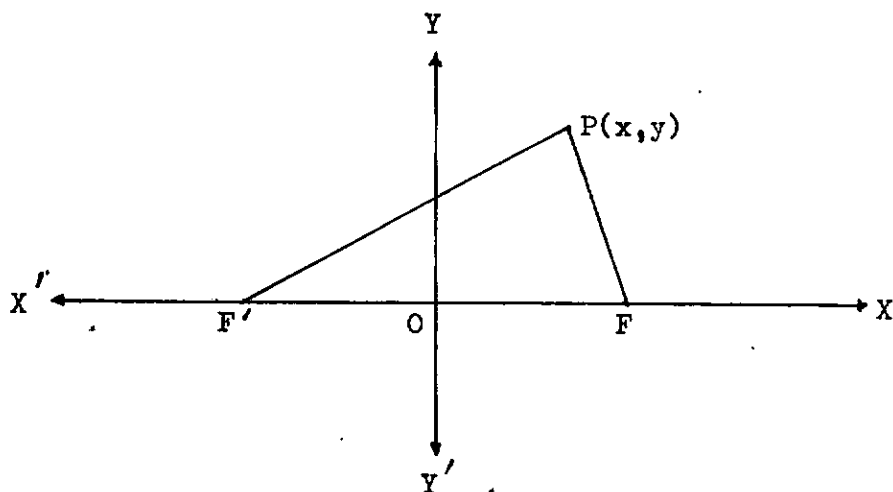
เนื้อหา

วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0,0)$

1. วงรีที่มีโฟกัสอยู่บนแกน X ที่จุด $(-c,0)$ และ $(c,0)$ มีสมการอยู่ในรูป $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ โดยที่ $a^2 > b^2$ และ $a^2 - c^2 = b^2$
2. วงรีที่มีจุดโฟกัสอยู่บนแกน Y ที่จุด $(0,c)$ และ $(0,-c)$ มีสมการอยู่ในรูป $y^2/a^2 + x^2/b^2 = 1$ โดยที่ $a^2 > b^2$ และ $a^2 - c^2 = b^2$

บันทึกกิจกรรมการเรียนรู้การสอนขั้นการเรียนรู้

1. ครูอธิบายนิยามของวงรีว่าวงรีคือ เซตของจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใด ๆ ในเซตนี้ไปยังจุดคงที่สองจุดมีค่าคงตัว จุดที่คงที่สองจุด เรียกว่า โฟกัส
2. ครูวาดรูปกราฟลงบนกระดานกราฟ แล้วอภิปรายร่วมกับนักเรียน



ถ้า $P(x, y)$ เป็นจุดใด ๆ บนวงรี ระยะระหว่างโฟกัสทั้งสองเท่ากับ $2c$
 จากนิยามจะได้ $|PF'| + |PF|$ เท่ากับค่าคงตัวซึ่งมากกว่า $2c$
 ให้ $2a$ เป็นค่าคงตัวดังกล่าว จะได้

$$|PF'| + |PF| = 2a \quad \text{โดยที่ } 2a > 2c$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + (y-0)^2} + \sqrt{(x-c)^2 + (y-0)^2} = 2a$$

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง และจัดรูปสมการใหม่จะได้

$$4cx - 4a^2 = -4a \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

หารด้วย $-4a$ ทั้งสองข้าง

$$\frac{a - cx}{a} = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง

$$a^2 - 2cx + \frac{c^2 x^2}{a^2} = x^2 - 2cx + c^2 + y^2$$

$$a^2 - c^2 = \frac{(1 - \frac{c^2}{a^2}) x^2 + y^2}{a^2}$$

$$a^2 - c^2 = \frac{(a^2 - c^2) x^2 + y^2}{a^2}$$

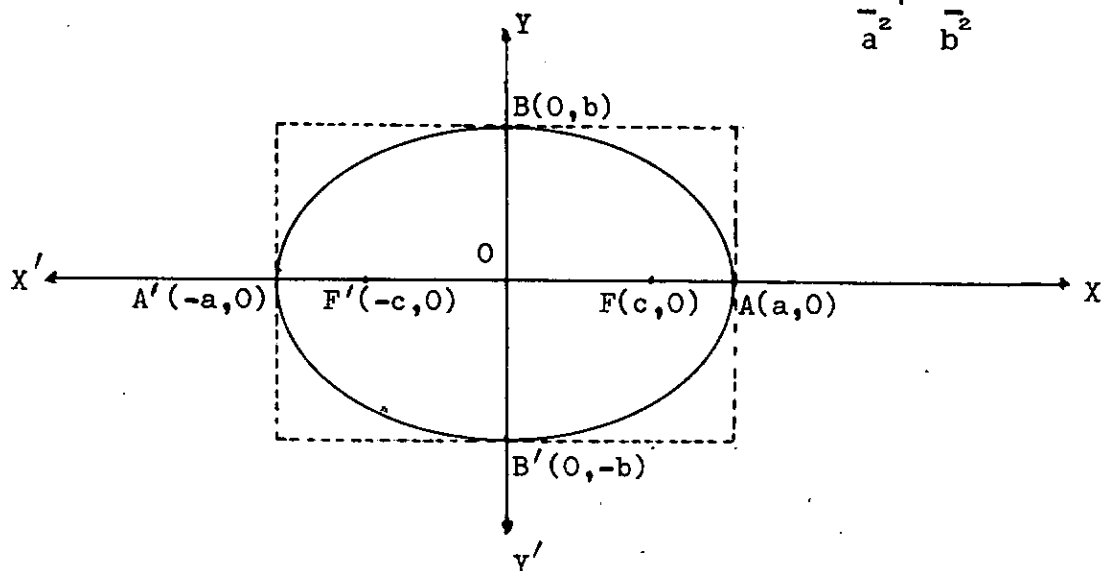
หารทั้งสองข้างด้วย $a^2 - c^2$

$$1 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2}$$

เนื่องจาก $0 < c < a$ ดังนั้น $a^2 - c^2$ เป็นจำนวนบวก ให้ $a^2 - c^2 = b^2$ จะได้

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{โดยที่ } a^2 > b^2$$

3. คราวนี้มาเขียนแผนโบว์ริงส์ แสดงถึงกราฟวงรีที่ได้ จากสมการ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$



จากรูปบนแผนโบว์ริงส์ ครูอธิบาย ให้นักเรียนทราบว่า

3.1 จุดกึ่งกลางระหว่างโฟกัสทั้งสองเรียกว่า จุดศูนย์กลางของวงรี

3.2 จุดที่เส้นตรงซึ่งลากผ่านโฟกัสทั้งสองตัดวงรีที่ A และ A' เรียกว่า จุดยอดของวงรี

3.3 ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดยอดทั้งสองเรียกว่า แกนเอก (major axis) ของวงรี ($AA' = 2a$)

3.4 ส่วนของเส้นตรงที่ลากตั้งฉากกับแกนเอกที่จุดศูนย์กลางจะตัดวงรีที่ B และ B' เรียกส่วนของเส้นตรง BB' ว่าแกนโท (minor axis) ของวงรี ($BB' = 2b$)

4. คราวนี้ตัวอย่างสมการวงรี $4x^2 + 9y^2 = 36$ ให้นักเรียนหาพิกัดของโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก และความยาวแกนโทของวงรี

จะได้ $4x^2 + 9y^2 = 36$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \quad \text{หรือ} \quad \frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$$

เทียบสูตร $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

ดังนั้น $a = 3$, $b = 2$

เนื่องจาก $a^2 - c^2 = b^2$

จะได้ $c = \sqrt{5}$

จากสมการวงรีมีแกนเอกอยู่บนแกน X และมีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0,0)$

โฟกัสอยู่ที่จุด $F(\sqrt{5},0)$ และ $F'(-\sqrt{5},0)$

จุดยอดอยู่ที่จุด $A(3,0)$ และ $A'(-3,0)$

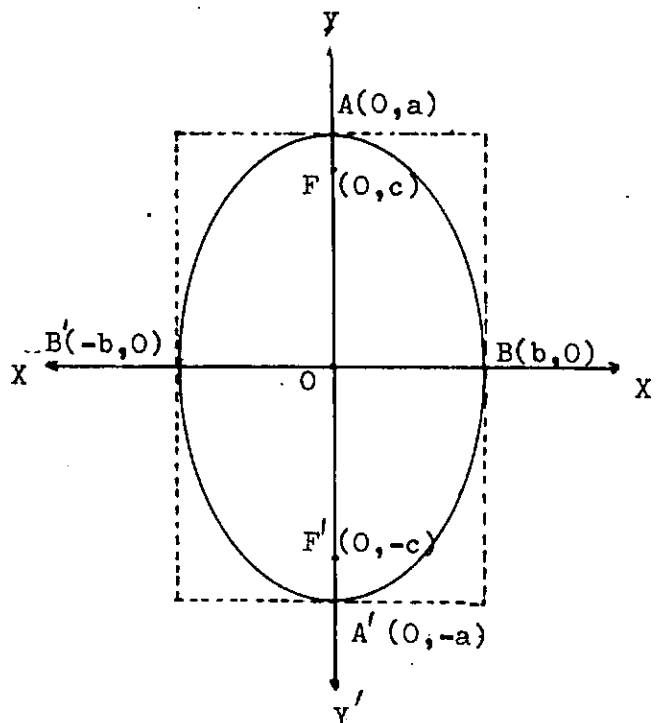
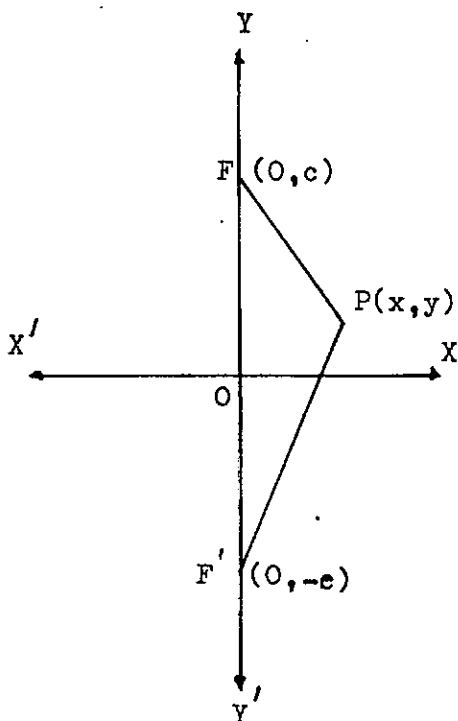
ความยาวแกนเอก $= 2a = 6$ หน่วย

ความยาวแกนโท $= 2b = 4$ หน่วย

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 9.1

6. ครูฉายภาพบนแผ่นโปร่งใส แล้วให้นักเรียนอภิปรายว่าจะสามารถหาความสัมพันธ์

ที่เป็นสมการของกราฟวงรีที่มีโฟกัสอยู่บนแกน Y ได้อย่างไร



จะสรุปได้ทำนองเดียวกับขั้นตอนการเรียนรู้ที่ 2 และ 3 จะได้ว่า วงรีที่มีโฟกัสอยู่บนแกน Y ที่จุด $F(0, -c)$ และ $F(0, c)$ มีสมการเป็น $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$ โดยที่ $a^2 > b^2$

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 9.2

ขั้นการเพิ่มความชำนาญ

1. ครูแจกแบบฝึกที่ 9.1 เมื่อกำหนดสมการวงรีที่มีโฟกัสอยู่บนแกน X ให้นักเรียนหา พิกัดของโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก และความยาวแกนโท

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 9.2 เมื่อกำหนดสมการวงรีที่มีโฟกัสอยู่บนแกน Y ให้นักเรียนหา พิกัดของโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก และความยาวแกนโท

ขั้นทำให้จำ

1. ครูให้นักเรียนสรุปวิธีการหาความสัมพันธ์ ของสมการที่มีกราฟวงรี และเมื่อทราบสมการวงรีนักเรียนสามารถหาพิกัดของโฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก และความยาวแกนโท

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 9.3 เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้เรียนรู้มาใช้แก้ปัญหาได้ แล้วให้นักเรียนบันทึกผลการเรียน หลังจากที่ได้ตรวจแก้ไขข้อบกพร่องแล้ว

ขั้นนำไปใช้

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบเรียน แบบฝึกหัดที่ 3.3 ข้อ 2

สื่อการเรียนการสอน

แผ่นโปร่งใส กระดานกราฟ และแบบฝึก

การประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมอภิปรายของนักเรียน
2. สังเกตจากการทำแบบฝึกและบันทึกผลการเรียน
3. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด

คาบที่ 10

มโนคติ

การหาสมการวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0,0)$ จะต้องทราบแกนเอก ครึ่งหนึ่งของความยาวแกนเอก (a) และครึ่งหนึ่งของความยาวแกนโท (b)

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถหาสมการของกราฟวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(0,0)$ เมื่อทราบพิกัดของโฟกัสและจุดยอดของกราฟ
2. นักเรียนสามารถหาสมการของกราฟวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(0,0)$ เมื่อทราบทิศทางและความยาวของแกนเอกและแกนโทของกราฟ

เนื้อหา

วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0,0)$

1. วงรีที่มีจุดโฟกัสอยู่บนแกน X ที่จุด $(-c,0)$ และ $(c,0)$ มีสมการอยู่ในรูป $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ โดยที่ $a^2 > b^2$ และ $a^2 - c^2 = b^2$
2. วงรีที่มีจุดโฟกัสอยู่บนแกน Y ที่จุด $(0,-c)$ และ $(0,c)$ มีสมการอยู่ในรูป $y^2/a^2 + x^2/b^2 = 1$ โดยที่ $a^2 > b^2$ และ $a^2 - c^2 = b^2$

บันทึกกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นการเรียนรู้

1. ครูอธิบายบททบทวนลักษณะของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0,0)$ ประกอบการฉายภาพบนแผ่นโปสเตอร์ ของขั้นการเรียนรู้ที่ 3,6 คาบที่ 9
2. ครูให้นักเรียนอภิปรายว่า วงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0,0)$ เมื่อทราบพิกัดของโฟกัส จุดยอดจะหาความสัมพันธ์ที่เป็นสมการวงรีได้อย่างไร

สรุปได้ว่า

1) เมื่อทราบพิกัดของโฟกัสหรือจุดยอด สามารถทราบได้ว่าแกนเอกของกราฟวงรีคือ แกน X หรือแกน Y เพื่อจะได้พิจารณาใช้สมการวงรี $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ หรือ $y^2/a^2 + x^2/b^2 = 1$ ได้ถูกต้อง

2) เมื่อทราบพิกัดของจุดยอดทำให้ทราบค่า a ได้

3) เมื่อทราบพิกัดของโฟกัสทำให้ทราบค่า c ได้

4) ดังนั้นสามารถหาค่า b ได้จาก $b^2 = a^2 - c^2$

5) นำค่า a และ b แทนค่าลงในสมการวงรีที่ต้องการ

3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 10.1

4. ครูฉายภาพบนแผ่นโปรงใส ของขั้นตอนการเรียนรู้ที่ 3,6 คาบที่ 9 และให้นักเรียนอภิปรายว่าความยาวแกนเอกและความยาวแกนโทของกราฟวงรีคือส่วนใดของกราฟ

จะได้ว่า ความยาวแกนเอกของวงรียาว $2a$ หน่วย

ความยาวแกนโทของวงรียาว $2b$ หน่วย

และ ระยะห่างระหว่างจุดโฟกัสยาว $2c$ หน่วย

5. ครูให้นักเรียนอภิปรายว่าถ้าทราบความยาวแกนเอกและแกนโทของกราฟวงรีจะสามารถหาความสัมพันธ์ที่เป็นสมการวงรีได้อย่างไร

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 10.2

ขั้นการเพิ่มความชำนาญ

1. ครูแจกแบบฝึกที่ 10.1 ให้นักเรียนหาสมการวงรีเมื่อทราบจุดยอดและโฟกัสของกราฟวงรี

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 10.2 ให้นักเรียนหาสมการวงรีเมื่อทราบทิศทางและความยาวของแกนเอกและแกนโท

ขั้นทำให้จำ

1. ครูให้นักเรียนอภิปรายสรุปวิธีการหาความสัมพันธ์ของสมการที่มีกราฟเป็นวงรีเมื่อทราบพิกัดของโฟกัส จุดยอด ทิศทางของแกนเอกหรือแกนโท ความยาวแกนเอก และความยาวแกนโท

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 10.3 เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้เรียนรู้มาใช้แก้ปัญหาได้ แล้วให้นักเรียนบันทึกผลการเรียนหลังจากที่ได้ตรวจแก้ไขข้อบกพร่องแล้ว

ขั้นนำไปใช้

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบเรียน แบบฝึกหัดที่ 3.3 ข้อ 1,3,4,5,6

สื่อการเรียนการสอน

แผ่นโปร่งใส กระดานกราฟ และแบบฝึก

การประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมอภิปรายของนักเรียน
2. สังเกตจากการทำแบบฝึกและบันทึกผลการเรียน
3. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด

คาบที่ 11

มโนเมติ

เซตของจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งผลบวกของระยะทางจุดใด ๆ ในเซตนี้ ไปยังจุดคงที่สองจุดมีค่าคงตัว เซตของจุดเหล่านี้เรียกว่าวงรี และจุดคงที่สองจุดเรียกว่า โฟกัส

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาพิกัดของจุดศูนย์กลาง จุดยอด โฟกัส ทิศทางและความยาวแกนเอก แกนโทของกราฟวงรี เมื่อทราบสมการของกราฟวงรี ที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดใด ๆ

เนื้อหา

วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h,k)

1. วงรีที่มีแกนเอกขนานกับแกน X มีโฟกัสอยู่ที่จุด $(h+c,k)$ และ $(h-c,k)$ มีสมการอยู่ในรูป

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

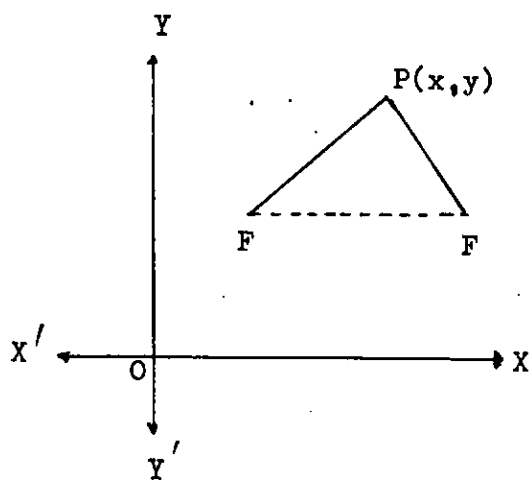
2. วงรีที่มีแกนเอกขนานกับแกน Y มีจุดโฟกัสอยู่ที่จุด $(h,k+c)$ และ $(h,k-c)$ มีสมการเป็น

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

ขั้นกิจกรรมการเรียนรู้การสอนขั้นการเรียนรู้

1. ครูฉายภาพบนแผ่นโปสเตอร์ แล้วให้นักเรียนอภิปรายว่า ถ้าจุดศูนย์กลางของวงรีอยู่ที่จุดใด ๆ (h,k) แกนเอกของวงรีขนานกับแกน X หรือแกน Y จะสามารถหาความสัมพันธ์ของ

สมการที่เป็นกราฟวงรีได้อย่างไร



จากรูป

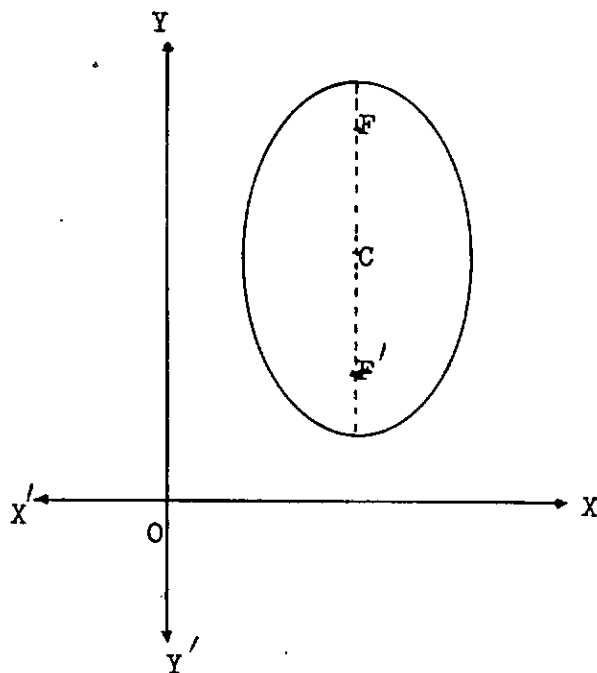
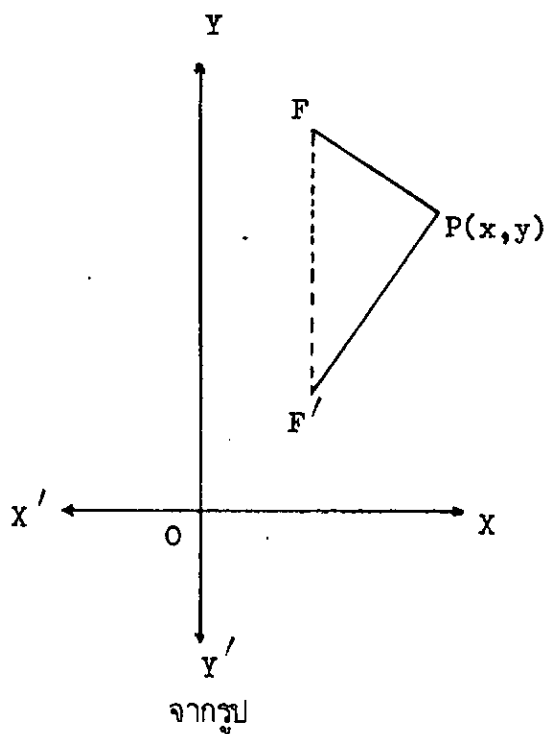
1. วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด $C(h, k)$
2. แกนเอกขนานกับแกน X
3. โฟกัสอยู่ที่จุด $F'(h - c, k)$ และ $F(h + c, k)$
4. จุดยอดวงรีอยู่ที่จุด $A'(h - a, k)$ และ $A(h + a, k)$
5. ผลบวกของระยะทางจากจุด $P(x, y)$ ใด ๆ บนวงรี ไปยังโฟกัสทั้งสองมีค่า

คงตัวเท่ากับ $2a$

สมการวงรีอยู่ในรูป

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

โดยที่ $a^2 > b^2$ และ $b^2 = a^2 - c^2$



1. วงรีมีจุดศูนย์กลางที่จุด $C(h, k)$
2. แกนเอกขนานกับแกน Y
3. โฟกัสอยู่ที่จุด $F(h, k - c)$ และ $F(h, k + c)$
4. จุดยอดวงรีอยู่ที่จุด $A(h, k - a)$ และ $A(h, k + a)$
5. ผลบวกของระยะทางจากจุด $P(x, y)$ ใด ๆ บนวงรีไปยังโฟกัสทั้งสอง มีค่า

คงตัวเท่ากับ $2a$

สมการวงรีอยู่ในรูป

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

โดยที่ $a^2 > b^2$ และ $b^2 = a^2 - c^2$

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 11.1

3. ครูเขียนสมการวงรีที่อยู่ในรูปทั่วไปบนกระดานดำให้นักเรียนอภิปรายว่าจะหาจุด

ศูนย์กลาง โฟกัส และจุดยอดได้อย่างไร เช่น

$$4x^2 + 9y^2 - 16x + 18y - 11 = 0$$

จะสรุปได้ว่าต้องจัดสมการให้อยู่ในรูป

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \quad ; \quad a^2 > b^2$$

หรือ
$$\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1 \quad ; \quad a^2 > b^2$$

จากสมการ

$$4x^2 + 9y^2 - 16x + 18y - 11 = 0$$

$$4x^2 - 16x + 9y^2 + 18y = 11$$

$$4x^2 - 16x + 16 + 9y^2 + 18y + 9 = 11 + 16 + 9$$

$$4(x^2 - 4x + 4) + 9(y^2 + 2y + 1) = 36$$

$$4(x - 2)^2 + 9(y + 1)^2 = 36$$

$$\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1$$

4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 11.2

ขั้นการเพิ่มความชำนาญ

1. ครูแจกแบบฝึกที่ 11.1 ให้นักเรียนหาจุดศูนย์กลาง โฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก ความยาวแกนโทของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดใด ๆ เมื่อกำหนดสมการวงรีให้

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 11.2 เพื่อให้นักเรียนเข้าใจในการจัดรูปสมการวงรีให้อยู่ในรูปทั่วไป $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ ให้อยู่ในรูป $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

หรือ
$$\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

ขั้นทำให้จำ

1. ครูให้นักเรียนอภิปรายสรุปวิธีการหาจุดศูนย์กลาง โฟกัส จุดยอด ความยาวแกนเอก ความยาวแกนโทของวงรีเมื่อทราบสมการวงรี

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 11.3 เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้เรียนรู้มาใช้แก้ปัญหาได้ แล้วให้นักเรียนบันทึกผลการเรียนหลังจากที่ได้ตรวจแก้ไขข้อบกพร่องแล้ว

ขั้นนำไปใช้

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบเรียน แบบฝึกหัดที่ 3.3 ข้อ 8,9

สื่อการเรียนการสอน

แผ่นโปรงใส กระดานกราฟ และแบบฝึก

การประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถามและร่วมอภิปรายของนักเรียน
2. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดและบันทึกผลการเรียน
3. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด

คาบที่ 12

มโนทัศน์

การหาสมการวงรีจะต้องทราบพิกัดของจุดศูนย์กลาง (h,k) ครึ่งหนึ่งของความยาวแกนเอก (a) และครึ่งหนึ่งของความยาวแกนโท (b)

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาสมการของกราฟวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่พิกัดใด ๆ เมื่อทราบพิกัดของโฟกัส จุดยอด จุดศูนย์กลาง ทิศทางและความยาวแกนเอก หรือความยาวแกนโทของกราฟ

เนื้อหา

วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h,k)

1. วงรีที่มีแกนเอกขนานกับแกน X มีโฟกัสอยู่ที่จุด $(h + c,k)$ และ $(h - c,k)$

มีสมการอยู่ในรูป

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

2. วงรีที่มีแกนเอกขนานกับแกน Y มีโฟกัสอยู่ที่จุด $(h,k + c)$ และ $(h,k - c)$

มีสมการเป็น

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

ขั้นกิจกรรมการเรียนรู้การสอนขั้นการเรียนรู้

1. ครูฉายภาพบนแผ่นโปสเตอร์ที่ใช้ในขั้นการเรียนรู้ที่ 1 คาบที่ 11 ให้นักเรียนอภิปรายว่า ถ้าจะหาความสัมพันธ์ที่เป็นสมการวงรีจะหาได้อย่างไร

สรุปได้ว่า

- 1.1 ต้องทราบทิศทางของกราฟวงรีว่าแกนเอกขนานกับแกน X หรือแกน Y
- 1.2 ต้องทราบจุดศูนย์กลาง (h,k)
- 1.3 ต้องทราบครึ่งหนึ่งของความยาวแกนเอก (a)
- 1.4 ต้องทราบครึ่งหนึ่งของความยาวแกนโท (b)

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 12.1

3. ครูให้นักเรียนอภิปรายว่ากรณีที่หาความสัมพันธ์ที่เป็นสมการวงรีถ้าโจทย์กำหนดพิกัดของจุดยอด โฟกัส จุดศูนย์กลางหรือจุดที่เส้นกราฟผ่าน เป็นต้น จะมีวิธีหาความสัมพันธ์ที่เป็นสมการวงรีได้อย่างไร

สรุปได้ว่า จากสิ่งที่กำหนดสามารถหาจุดศูนย์กลาง (h,k) ความยาวครึ่งหนึ่งของแกนเอก (a) ความยาวครึ่งหนึ่งของแกนโท (b) โดย

$$3.1 \text{ หลักเกณฑ์ที่ว่า } a^2 > b^2 \text{ และ } b^2 = a^2 - c^2$$

3.2 วงรีที่มีแกนเอกขนานกับแกน X มีจุดศูนย์กลางที่ (h,k) โฟกัสอยู่ที่ $(h + c, k)$ และ $(h - c, k)$ จุดยอดที่ $(h + a, k)$ และ $(h - a, k)$

3.3 วงรีที่มีแกนเอกขนานกับแกน Y มีจุดศูนย์กลางที่ (h,k) โฟกัสอยู่ที่ $(h, k + c)$ และ $(h, k - c)$ จุดยอดที่ $(h, k + a)$ และ $(h, k - a)$

4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 12.2

ขั้นการเพิ่มความชำนาญ

1. ครูแจกแบบฝึกที่ 12.1 ให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ที่เป็นสมการวงรี เมื่อกำหนดจุดศูนย์กลาง ทิศทางของแกนเอก ความยาวของแกนเอก และความยาวแกนโท

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 12.2 ให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ที่เป็นสมการวงรี เมื่อกำหนดจุดศูนย์กลาง โฟกัส จุดยอด หรือจุดที่กราฟผ่าน เป็นต้น

ขั้นทำให้จำ

1. ครูให้นักเรียนอภิปรายสรุปวิธีการหาความสัมพันธ์ที่เป็นสมการวงรี เมื่อกำหนดส่วนต่าง ๆ ของกราฟให้

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 12.3 เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้เรียนรู้ มาใช้แก้ปัญหาได้ แล้วให้นักเรียนบันทึกผลการเรียน หลังจากที่ได้ตรวจแก้ไขข้อบกพร่องแล้ว

ขั้นนำไปใช้

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด จากแบบเรียนแบบฝึกหัดที่ 3.3 ข้อ 5,6,7 และเอกสารฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

แผ่นโปร่งใส และแบบฝึก

การประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถาม และการร่วมอภิปรายของนักเรียน
2. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด และบันทึกผลการเรียน
3. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด และเอกสารฝึกหัด

คาบที่ 13

มโนคติ

เซตของจุดทุกจุดในระนาบ ซึ่งผลต่างของระยะทางจากจุดใด ๆ ในเซตนี้ไปยังจุดสองจุดมีค่าคงตัว เซตของจุดนี้เรียกว่า ไฮเพอร์โบลา และจุดคงที่ทั้งสอง เรียกว่า โฟกัส

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาพิกัดของโฟกัสและจุดยอดของกราฟไฮเพอร์โบลา เมื่อทราบสมการของกราฟไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(0,0)$

เนื้อหา

ไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(0,0)$

- ไฮเพอร์โบลาที่มีโฟกัสอยู่ที่จุด $(-c,0)$ และ $(c,0)$ มีสมการเป็น

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{โดยที่ } b^2 = c^2 - a^2$$

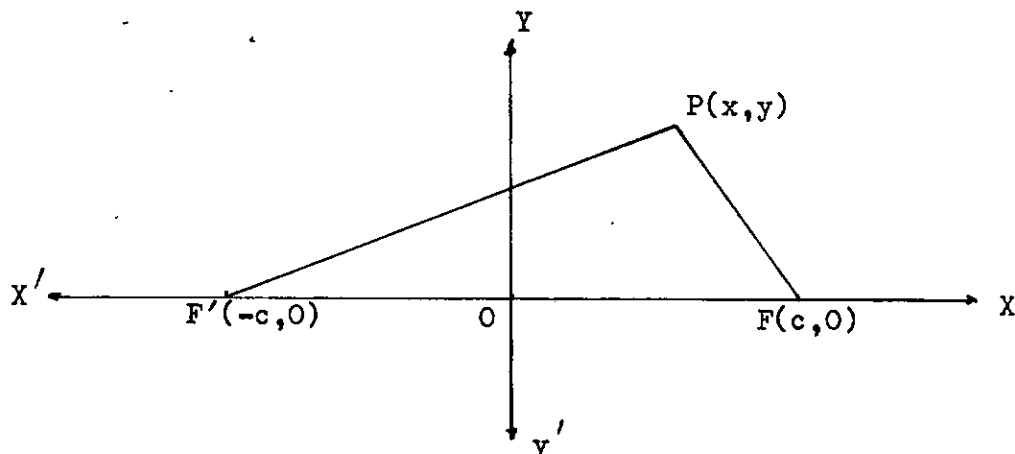
- ไฮเพอร์โบลาที่มีโฟกัสอยู่ที่จุด $(0,-c)$ และ $(0,c)$ มีสมการเป็น

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \quad \text{โดยที่ } b^2 = c^2 - a^2$$

บันทึกกรรมการเรียนการสอนขั้นการเรียนรู้

- ครูอธิบายนิยามของกราฟไฮเพอร์โบลาหมายถึง เซตของจุดทุกจุดในระนาบ ซึ่งผลต่างของระยะทางจากจุดใด ๆ ในเซตนี้ไปยังจุดคงที่สองจุดมีค่าคงตัว และเรียกจุดที่คงที่ทั้งสองจุดว่าโฟกัส

2. ครุเขียนกราฟบนกระดานกราฟ กำหนดให้จุด $(0,0)$ เป็นจุดศูนย์กลางของไฮเพอร์โบลา โฟกัสได้แก่ $F(-c,0)$ และ $F(c,0)$ จุด $P(x,y)$ เป็นจุดใด ๆ บน ไฮเพอร์โบลา



ระยะระหว่างโฟกัสทั้งสอง เท่ากับ $2c$

จากนิยาม $||PF'| - |PF||$ จะเท่ากับค่าคงตัว ซึ่งน้อยกว่า $2c$

ให้ $2a$ เป็นค่าคงตัวดังกล่าว เมื่อ $a > 0$

ดังนั้น $||PF'| - |PF|| = 2a$ โดยที่ $2a < 2c$

$$\sqrt{(x+c)^2 + (y-0)^2} - \sqrt{(x-c)^2 + (y-0)^2} = \pm 2a$$

$$(x+c)^2 + y^2 = \pm 2a + \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง และจัดรูปสมการใหม่ จะได้

$$4cx - 4a^2 = \pm 4a \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

หารด้วย $4a$ ทั้งสองข้าง

$$\frac{cx}{a} - a = \pm \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง

$$\frac{c^2 x^2}{a^2} - 2cx + a^2 = x^2 - 2cx + c^2 + y^2$$

$$\frac{c^2 x^2}{a^2} - x^2 - y^2 = c^2 - a^2$$

$$\frac{c^2 x^2 - a^2 x^2 - y^2}{a^2} = c^2 - a^2$$

$$\frac{(c^2 - a^2)x^2 - y^2}{a^2} = c^2 - a^2$$

หารทั้งสองข้างของสมการด้วย $c^2 - a^2$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{c^2 - a^2} = 1$$

เนื่องจาก $0 < a < c$ ดังนั้น $c^2 - a^2$ เป็นจำนวนบวก ให้ $c^2 - a^2 = b^2$ จะได้

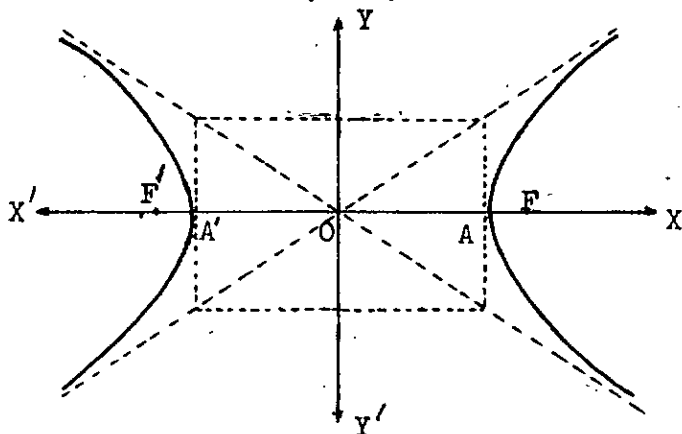
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

ดังนั้น ไฮเพอร์โบลามีโฟกัสอยู่ที่จุด $(-c, 0)$ และ $(c, 0)$ และมีผลต่างคงตัวเท่ากับ

2a มีสมการเป็น

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{โดยที่ } b^2 = c^2 - a^2$$

และมีสมการตั้งรูป (ครุฑฉายภาพบนแผ่นโปร่งใส)



$F'(-c, 0)$

$F(c, 0)$

$A'(-a, 0)$

$A(a, 0)$

$B'(0, -b)$

$B(0, 0)$

จากรูป จุดกึ่งกลางระหว่างโฟกัสทั้งสองเรียกว่า จุดศูนย์กลางของไฮเพอร์โบลาคือ จุด

$O(0, 0)$

จุดที่ไฮเพอร์โบลาคัดกับเส้นตรงที่ผ่านโฟกัสทั้งสองเรียกว่า จุดยอดของไฮเพอร์โบลาคือ

จุด $A(a, 0)$ และ $A'(-a, 0)$

ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดยอดทั้งสองเรียกว่า แกนตามขวาง (transverse axis) ของไฮเพอร์โบลายาว $2a$

เส้น BOB' เป็นเส้นตรงซึ่งแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับแกนตามขวางที่จุดศูนย์กลางของไฮเพอร์โบล่า และ $OB' = OB = b$ เรียกส่วนของเส้นตรง BB' ว่า แกนสังยุค (Conjugate axis) ของไฮเพอร์โบลายาว $2b$

3. ครูให้นักเรียนอภิปรายว่าถ้าทราบสมการไฮเพอร์โบล่าจะมีวิธีหาโฟกัส และจุดยอดได้อย่างไร

สรุปได้ว่า

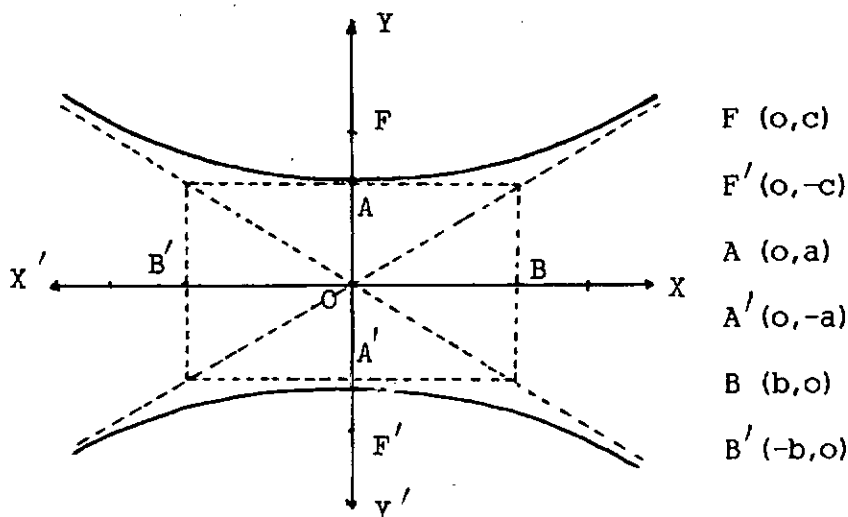
3.1 จากสมการที่กำหนดสามารถหาค่า a และ b

3.2 สามารถหาค่า c ได้จาก $b^2 = c^2 - a^2$

4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 13.1

5. ครูฉายภาพบนแผ่นโปร่งใส แสดงถึงไฮเพอร์โบล่า ที่มีโฟกัสอยู่ที่จุด $F(0, -c)$ และ $F'(0, c)$ และผลต่างคงตัวเป็น $2a$ มีสมการเป็น

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \quad \text{โดยที่ } b^2 = c^2 - a^2$$



ครูให้นักเรียนอภิปรายว่าจะสามารถพิสูจน์ว่าไฮเพอร์โบล่ามีสมการเป็น

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \quad \text{โดยที่ } b^2 = c^2 - a^2$$

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 13.2

ขั้นตอนการเพิ่มความชำนาญ

1. ครูแจกแบบฝึกที่ 13.1 ให้นักเรียนพิจารณาส่วนประกอบต่าง ๆ ของไฮเพอร์โบล่า

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \text{ ทำให้สามารถบอกโฟกัสและจุดยอดไฮเพอร์โบล่า (อยู่ในขั้นตอนการเรียนรู้ที่ 4)}$$

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 13.2 ให้นักเรียนพิจารณาส่วนประกอบต่าง ๆ ของไฮเพอร์โบล่า

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \text{ ทำให้สามารถบอกโฟกัสและจุดยอดไฮเพอร์โบล่า (อยู่ในขั้นตอนการเรียนรู้ที่ 6)}$$

ขั้นทำให้จำ

1. ครูให้นักเรียนอธิบายสรุปวิธีการหาโฟกัสและจุดยอดของไฮเพอร์โบล่า ที่มีจุด

ศูนย์กลางที่จุด $(0,0)$

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 13.3 เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้เรียนรู้มาใช้แก้ปัญหาได้ แล้ว

ให้นักเรียนบันทึกผลการเรียนหลังจากที่ได้ตรวจแก้ไขข้อบกพร่องแล้ว

ขั้นนำไปใช้

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบเรียน ในแบบฝึกหัดที่ 3.4 ข้อ 1.1, 1.2 และ 4

สื่อการเรียนการสอน

แผ่นโปร่งใส กระดานกราฟ และแบบฝึก

การประเมินผล

1. สังเกตจากการยกตัวอย่างและตอบคำถาม
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน
3. สังเกตจากการทำแบบฝึกและบันทึกผลการเรียน
4. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด

คาบที่ 14

มโนคติ

การหาสมการไฮเพอร์โบลา ที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0,0)$ จะต้องทราบแกนตามขวาง ครึ่งหนึ่งของความยาวแกนตามขวาง (a) และครึ่งหนึ่งของความยาวแกนลี้ยุค (b)

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถหาสมการของกราฟไฮเพอร์โบลา ที่มีจุดศูนย์กลางที่พิกัด $(0,0)$ เมื่อทราบพิกัดของโฟกัสและจุดยอดของกราฟพาราโบลา
2. นักเรียนสามารถหาสมการของกราฟไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่พิกัด $(0,0)$ เมื่อทราบทิศทางและความยาวแกนตามขวางและแกนลี้ยุค

เนื้อหา

ไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0,0)$

1. ไฮเพอร์โบลาที่มีโฟกัส อยู่ที่จุด $(-c,0)$ และ $(c,0)$ มีสมการเป็น

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{โดยที่ } b^2 = c^2 - a^2$$

2. ไฮเพอร์โบลาที่มีโฟกัส อยู่ที่จุด $(0,-c)$ และ $(0,c)$ มีสมการเป็น

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \quad \text{โดยที่ } b^2 = c^2 - a^2$$

บันทึกกรรมการเรียนการสอน

ขั้นการเรียนรู้

1. ครูฉายภาพบนแผ่นโปร่งใส แสดงไฮเพอร์โบลาที่ใช้ในขั้นการเรียนรู้ที่ 2 และ 5 ของการสอนคาบที่ 13

ให้นักเรียนอภิปรายว่าถ้าจะหาความสัมพันธ์ที่เป็นสมการไฮเพอร์โบล่าจะมีวิธีอย่างไร

สรุปได้ว่า

1.1 ต้องทราบทิศทางของกราฟไฮเพอร์โบล่า ว่าแกนใดเป็นแกนตามขวาง หรือแกนใดเป็นแกนตั้งยุค

1.2 ต้องทราบความยาวครึ่งหนึ่งของแกนตามขวาง (a)

1.3 ต้องทราบความยาวครึ่งหนึ่งของแกนตั้งยุค (b)

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 14.1

3. ครูฉายภาพบนแผ่นโปสเตอร์ที่ใช้ในชั้นการเรียนรู้ที่ 1 อีกครั้ง ให้นักเรียนอภิปรายว่าถ้าหาความสัมพันธ์ที่เป็นสมการไฮเพอร์โบล่า เมื่อทราบโฟกัส และจุดยอดจะมีวิธีหาสมการไฮเพอร์โบล่าได้อย่างไร

สรุปได้ว่า เมื่อทราบจุดยอดและโฟกัสสามารถหาค่า a และ c ทำให้หาค่า b ได้จาก $b^2 = c^2 - a^2$

4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 14.2

ขั้นตอนเพิ่มความชำนาญ

1. ครูแจกแบบฝึกที่ 14.1 ให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ที่เป็นกราฟไฮเพอร์โบล่า เมื่อทราบแกนตามขวาง ความยาวแกนตามขวาง และความยาวแกนตั้งยุค (อยู่ในชั้นการเรียนรู้ที่ 2)

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 14.2 ให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ที่เป็นกราฟไฮเพอร์โบล่า เมื่อทราบจุดยอดจุดหนึ่ง และโฟกัสจุดหนึ่ง (อยู่ในชั้นการเรียนรู้ที่ 4)

ขั้นทำให้จำ

1. ครูให้นักเรียนอภิปรายสรุปวิธีการหาความสัมพันธ์ที่เป็นกราฟไฮเพอร์โบล่า เมื่อทราบโฟกัส จุดยอด ทิศทางแกนตามขวาง แกนตั้งยุค และความยาวแกนตามขวาง และแกนตั้งยุค

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 14.3 เพื่อให้นักเรียน นำความรู้ที่ได้เรียนรู้มาใช้แก้ปัญหาได้ แล้วให้นักเรียนบันทึกผลการเรียน หลังจากที่ได้ตรวจแก้ไขข้อบกพร่องแล้ว

ขั้นนำใบ้

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบเรียนในแบบฝึกหัดที่ 3.4 ข้อ 2,3,6,7,8,9

สื่อการเรียนการสอน

แผ่นโปร่งใส และแบบฝึก

การประเมินผล

1. สังเกตจากการยกตัวอย่างและตอบคำถาม
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน
3. สังเกตจากการทำแบบฝึกและการบันทึกผลการเรียน
4. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด

คาบที่ 15

มโนคติ

เซตของจุดทุกจุดในระนาบ ซึ่งผลต่างของระยะทางจากจุดใด ๆ ในเซตนี้ไปยังจุดคงที่สองจุดมีค่าคงตัว เซตของจุดนี้เรียกว่า ไฮเพอร์โบลา และจุดคงที่ทั้งสองเรียกว่า โฟกัส

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาพิกัดของจุดศูนย์กลาง จุดยอด โฟกัส ความยาวแกนตามขวาง ความยาวแกนล้อยู่ หรือทิศทางแกนตามขวาง เมื่อทราบสมการของไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดใด ๆ

เนื้อหา

ไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k)

- ไฮเพอร์โบลามีจุดโฟกัสอยู่ที่จุด $(h + c, k)$ และค่า $(h - c, k)$ มีสมการในรูป

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1 \text{ โดยที่ } b^2 = c^2 - a^2$$

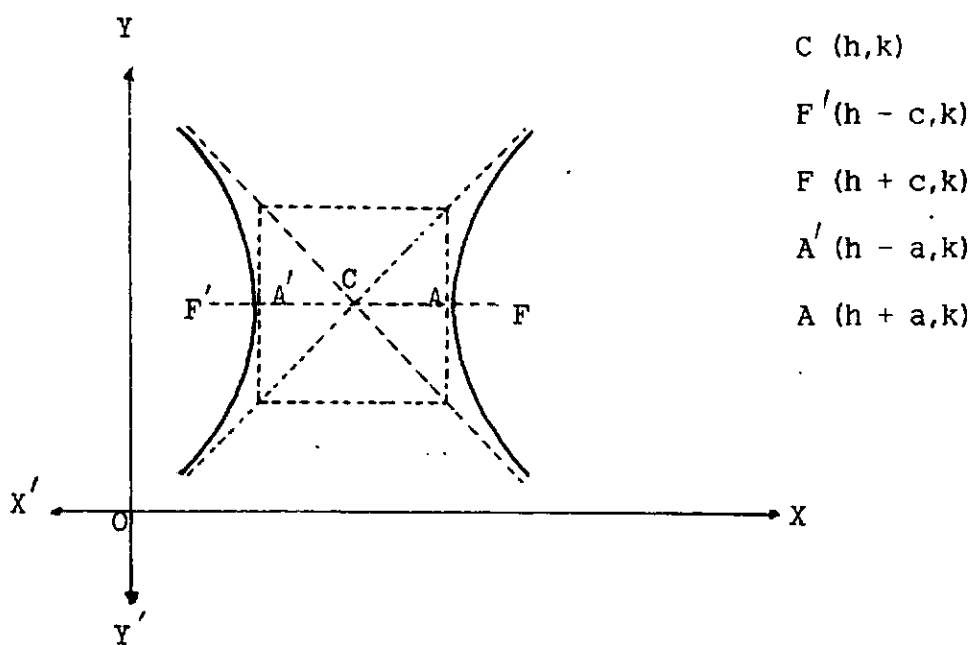
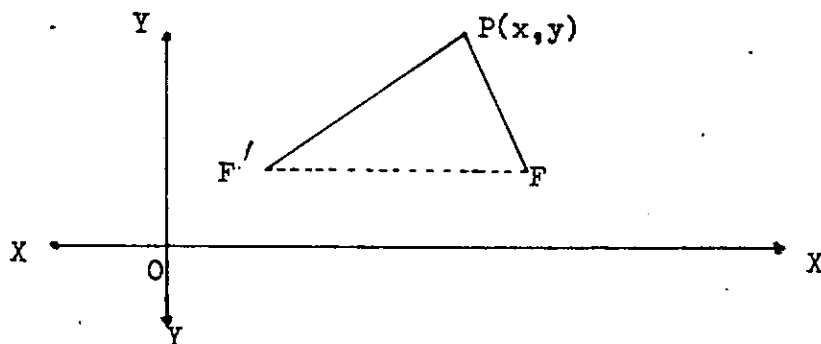
- ไฮเพอร์โบลามีจุดโฟกัสอยู่ที่จุด $(h, k + c)$ และค่า $(h, k - c)$ มีสมการในรูป

$$\frac{(y - k)^2}{a^2} - \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1 \text{ โดยที่ } b^2 = c^2 - a^2$$

บันทึกกรรมการเรียนการสอนขั้นการเรียนรู้

- ครูฉายภาพบนแผ่นโปร่งใส แสดงไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) แกนตามขวางขนานกับแกน X โฟกัสอยู่ที่จุด $(h + c, k)$ และ $(h - c, k)$ และผลต่างของระยะจากจุด $P(x, y)$ ใด ๆ ไปยังโฟกัสทั้งสองมีค่าคงตัวเท่ากับ $2a$ มีสมการเป็น

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1 \quad \text{โดยที่ } b^2 = c^2 - a^2$$



ครูให้นักเรียนอภิปรายว่าจากกราฟจะพิสูจน์ว่าความสัมพันธ์ที่เป็นสมการไฮเพอร์โบลาเป็นอย่างไร

2. จากภาพแผ่นโปรงใสในขั้นการเรียนรู้ที่ 1 จะได้รูปสมการไฮเพอร์โบลาเป็น

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

ถ้ากำหนดสมการไฮเพอร์โบลาจะหาจุดศูนย์กลาง โฟกัส จุดยอด ความยาวแกนตามขวาง (AA') และความยาวแกนสังยุค (BB') ได้อย่างไร ให้นักเรียนช่วยกันอภิปราย

สรุปได้ว่า

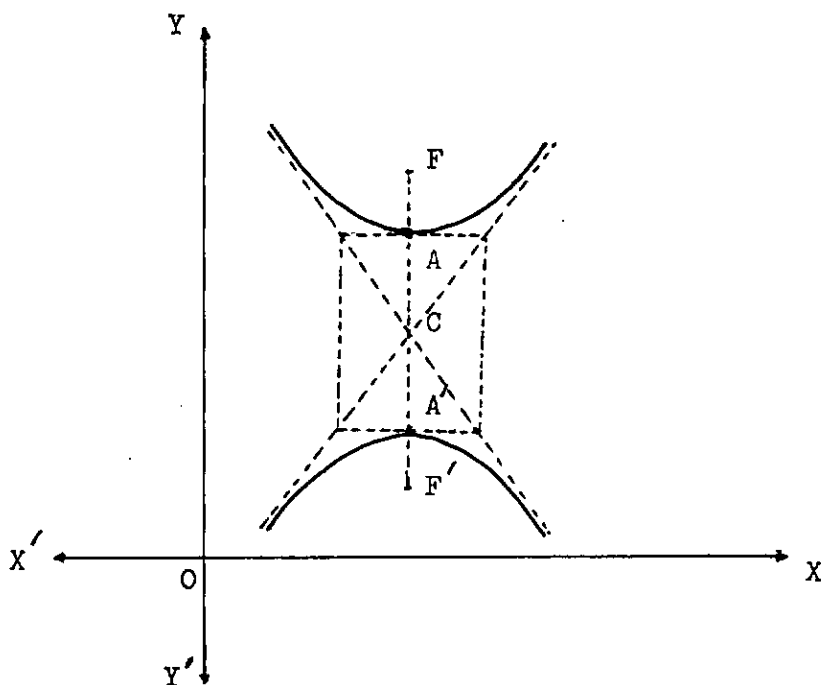
- 2.1 ต้องจัดสมการให้อยู่ในรูปที่ต้องการ
- 2.2 จะทราบความยาวครึ่งหนึ่งของแกนตามขวาง (a) และแกนลึงยุค (b)
- 2.3 เมื่อทราบค่า a และ b จะหา c ได้จาก $b^2 = c^2 - a^2$ ทำให้หา

โฟกัสไฮเพอร์โบลาได้

- 2.4 เมื่อทราบค่า a จะหาจุดยอดไฮเพอร์โบลาได้
3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 15.1
4. ครูฉายภาพบนแผ่นโปร่งใส แสดงไฮเพอร์โบลา ซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h,k)

แกนตามขวางขนานกับแกน Y โฟกัสอยู่ที่จุด (h, k + c) และ (h, k - c) และผลต่างของระยะจากจุด P (x,y) ใด ๆ ไปยังโฟกัสทั้งสองมีค่าคงตัวเท่ากับ 2a มีสมการเป็น

$$\frac{(y - k)^2}{a^2} - \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1 \quad \text{โดยที่ } b^2 = c^2 - a^2$$



C (h,k)
 F (h,k + c)
 F' (h,k - c)
 A (h,k + a)
 A' (h,k - a)

ให้นักเรียนอภิปรายเปรียบเทียบไฮเพอร์โบลาที่แกนตามขวางขนานกับแกน X และขนานกับแกน Y

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 15.2

ขั้นการเพิ่มความชำนาญ

1. ครูแจกแบบฝึกที่ 15.1 ให้นักเรียนบอกพิกัดของไฟกัส จุดยอด ความยาวแกนตามขวาง และความยาวแกนลึงยุค เมื่อแกนตามขวางขนานกับแกน X (อยู่ในขั้นการเรียนรู้ที่ 3)
2. ครูแจกแบบฝึกที่ 15.2 ให้นักเรียนบอกพิกัดของไฟกัส จุดยอด ความยาวแกนตามขวาง และความยาวแกนลึงยุคเมื่อแกนตามขวางขนานกับแกน Y (อยู่ในขั้นการเรียนรู้ที่ 5)

ขั้นทำให้จำ

1. ครูให้นักเรียนอธิบายสรุปวิธีการหาไฟกัส จุดยอด จุดศูนย์กลาง ความยาวแกนตามขวาง ความยาวแกนลึงยุค เมื่อกำหนดสมการไฮเพอร์โบลา
2. ครูแจกแบบฝึกที่ 15.3 เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้เรียนรู้มาใช้แก้ปัญหาได้ แล้วให้นักเรียนบันทึกผลการเรียน หลังจากที่ได้ตรวจแก้ไขข้อบกพร่องแล้ว

ขั้นนำไปใช้

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบเรียนในแบบฝึกหัดที่ 3.4 ข้อ 16

สื่อการเรียนการสอน

แผ่นโปสเตอร์ และแบบฝึก

การประเมินผล

1. สังเกตจากการยกตัวอย่างและตอบคำถาม
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน
3. สังเกตจากการทำแบบฝึกและการบันทึกผลการเรียน
4. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด

คาบที่ 16

มโนคติ

การหาสมการไฮเพอร์โบลา จะต้องทราบจุดศูนย์กลาง (h,k) แกนตามขวาง ครึ่งหนึ่งของความยาวแกนตามขวาง (a) และครึ่งหนึ่งของความยาวแกนเอก (b)

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาสมการของกราฟไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดใด ๆ เมื่อทราบพิกัดของโฟกัส จุดยอด จุดศูนย์กลาง หรือทิศทางความยาวแกนตามขวาง หรือแกนสังยุค

เนื้อหา

ไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h,k)

1. ไฮเพอร์โบลามีโฟกัส อยู่ที่จุด $(h + c,k)$ และ $(h - c,k)$ มีสมการในรูป

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1 \text{ โดยที่ } b^2 = c^2 - a^2$$

2. ไฮเพอร์โบลามีโฟกัสอยู่ที่จุด $(h,k + c)$ และค่า $(h,k - c)$ มีสมการในรูป

$$\frac{(y - k)^2}{a^2} - \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1 \text{ โดยที่ } b^2 = c^2 - a^2$$

บันทึกกิจกรรมการเรียนรู้การสอนขั้นการเรียนรู้

1. ครูฉายภาพบนแผ่นโปร่งใส แสดงกราฟไฮเพอร์โบลา ซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h,k) แกนตามขวางขนานกับแกน X ภาพเดียวกันที่ใช้ในขั้นการเรียนรู้ที่ 1 คาบที่ 15

2. จากสมการ $\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$ ซึ่งเป็นสมการไฮเพอร์โบลาของ

ไฮเพอร์โบลาดังกล่าว ให้นักเรียนอภิปรายว่าถ้ากำหนดจุดศูนย์กลาง โฟกัส จุดยอด ความยาวแกนตามขวาง ความยาวแกนลึงยุค หรือจุดที่กราฟผ่านจะมีวิธีหาความสัมพันธ์ที่เป็นสมการไฮเพอร์โบล่าได้อย่างไร

สรุปได้ว่า

2.1 ต้องทราบจุดศูนย์กลางของไฮเพอร์โบล่า (h, k)

2.2 ต้องทราบความยาวครึ่งหนึ่งของแกนตามขวาง (a) และความยาวครึ่งหนึ่งของแกนลึงยุค (b)

2.3 ถ้าทราบจุดยอดและโฟกัสของไฮเพอร์โบล่า สามารถหาค่าใดค่าหนึ่งที่ต้องการได้จาก $b^2 = c^2 - a^2$

3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 16.1

4. ครูฉายภาพบนแผ่นโปร่งใส แสดงไฮเพอร์โบล่าซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) แกนตามขวางขนานกับแกน Y ภาพเดียวกันที่ใช้ในชั้นการเรียนรู้ที่ 4 คาบที่ 15 เพื่อทบทวนสมการที่ได้

$$\frac{(y - k)^2}{a^2} - \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1$$

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 16.2

ขั้นการเพิ่มความชำนาญ

1. ครูแจกแบบฝึกที่ 16.1 ให้นักเรียนหาสมการไฮเพอร์โบล่าเมื่อกำหนดแกนตามขวางขนานกับแกน X จุดศูนย์กลางไฮเพอร์โบล่า ความยาวแกนตามขวางและความยาวแกนลึงยุค (อยู่ในชั้นการเรียนรู้ที่ 3)

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 16.2 ให้นักเรียนหาสมการไฮเพอร์โบล่าเมื่อกำหนดแกนตามขวางขนานกับแกน Y จุดศูนย์กลางไฮเพอร์โบล่า ความยาวแกนตามขวางและความยาวแกนลึงยุค (อยู่ในชั้นการเรียนรู้ที่ 5)

ขั้นทำให้จำ

1. ครูให้นักเรียนอภิปรายสรุปวิธีการหาความสัมพันธ์ที่เป็นสมการไฮเพอร์โบล่าเมื่อกำหนดโฟกัส จุดศูนย์กลาง จุดยอด ทิศทางแกนตามขวาง ความยาวแกนตามขวางหรือความยาวแกนลึงยุค

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 16.3 เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้เรียนรู้มาใช้แก้ปัญหาได้ แล้วให้นักเรียนบันทึกผลการเรียน หลังจากที่ได้ตรวจแก้ไขข้อบกพร่องแล้ว

ขั้นนำไปใช้

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบเรียนในแบบฝึกหัดที่ 3.4 ข้อ 5,10,11,12,14,15

สื่อการเรียนการสอน

แผ่นโปสเตอร์ และแบบฝึก

การประเมินผล

1. สังเกตจากการยกตัวอย่าง และตอบคำถาม
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน
3. สังเกตจากการทำแบบฝึกและการบันทึกผลการเรียน
4. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด

คาบที่ 17

มโนคติ

ไฮเพอร์โบลาสมฉาก จะมีความยาว แกนตามขวางยาวเท่ากับแกนลึงยุค ($2a = 2b$)
หรือสมการอยู่ในรูป $xy = k$

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าสมการใดเป็นสมการของกราฟไฮเพอร์โบลาสมฉาก
2. นักเรียนสามารถบอกได้ว่ากราฟของไฮเพอร์โบลาสมฉากในรูป $xy = k$ อยู่ในควอดรันต์ใด

เนื้อหา

ไฮเพอร์โบลาสมฉาก (Rectangular Hyperbola) ที่อยู่ในรูป $xy = k$ หรือในรูป $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$ หรือในรูป $y^2/a^2 - x^2/b^2 = 1$ เมื่อ $a^2 = b^2$ (นั่นคือ $2a = 2b$)

บันทึกกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูเขียนสมการต่อไปนี้บนกระดานดำให้นักเรียนพิจารณาว่าเป็นสมการของกราฟชนิดใด

สมการ	ชนิดของสมการ
1.1 $x^2 + y^2 = 4$	(วงกลม)
1.2 $x^2 = -12y$	(พาราโบลา)
1.3 $4x^2 + 6y^2 = 24$	(วงรี)
1.4 $4x^2 - 6y^2 = 24$	(ไฮเพอร์โบลา)
1.5 $6x^2 - 6y^2 = 54$	(ไฮเพอร์โบลา)

ข้อสังเกต จากไฮเพอร์โบลา $6x^2 - 6y^2 = 54$

$$\text{จัดรูปใหม่} \quad \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} = 1$$

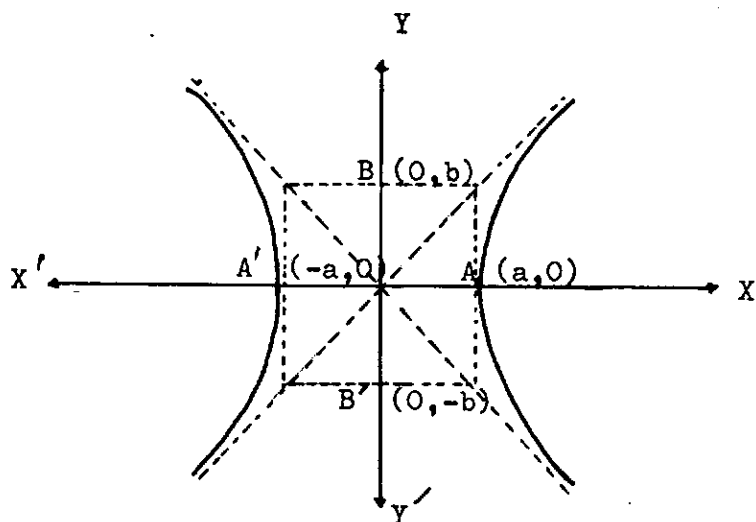
$$\text{เทียบกับ} \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\text{จะได้} \quad a^2 = 9 \quad \text{แล้ว} \quad a = 3 \quad \text{ฉะนั้น} \quad 2a = 6$$

$$b^2 = 9 \quad \text{แล้ว} \quad b = 3 \quad \text{ฉะนั้น} \quad 2b = 6$$

นั่นคือ ความยาวแกนตามขวาง = ความยาวแกนลึงยุค ดังรูป

$$|AA'| = |BB'|$$



ไฮเพอร์โบลาที่มีความยาวแกนตามขวางเท่ากับความยาวแกนลึงยุค เรียกว่า
ไฮเพอร์โบลามุมฉาก

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 17.1

3. ครูกำหนดสมการ $xy = 1$

ให้นักเรียนสร้างตารางแสดงความสัมพันธ์ที่สอดคล้องกับสมการ

x	y
1	1
2	$\frac{1}{2}$
10	$\frac{1}{10}$
100	$\frac{1}{100}$
-	-

x	y
-1	-1
-2	$-\frac{1}{2}$
-10	$-\frac{1}{10}$
-100	$-\frac{1}{100}$
-	-

จะเห็นว่า เมื่อ x มีค่าเพิ่มมากขึ้น y จะเข้าใกล้ 0

x มีค่าน้อยลง y จะเข้าใกล้ 0

และ

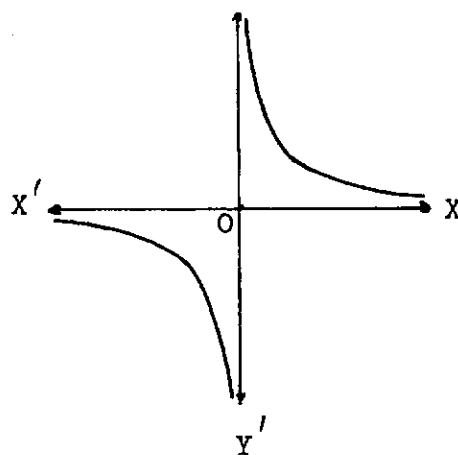
x	y
1	1
$\frac{1}{2}$	2
$\frac{1}{10}$	10
$\frac{1}{100}$	100
-	-

x	y
-1	-1
$-\frac{1}{2}$	-2
$-\frac{1}{10}$	-10
$-\frac{1}{100}$	-100
-	-

ดังนั้น เมื่อ x เข้าใกล้ 0 ทางขวา y จะมีค่าเพิ่มมากขึ้น

x เข้าใกล้ 0 ทางซ้าย y จะมีค่าลดลง

เพราะฉะนั้น กราฟของความสัมพันธ์นี้คือ (ครูฉายภาพบนแผ่นโปสเตอร์)



ถ้า $xy = k$

รูปกราฟจะเป็นอย่างไร ครูให้นักเรียนอภิปราย และสรุปได้ว่า สมการที่อยู่ในรูป $xy = k$ เรียกว่าสมการไฮเพอร์โบลามุมฉาก

ถ้า $k > 0$ กราฟจะอยู่ในควอดรันต์ที่ 2 และ 4

และ $k < 0$ กราฟจะอยู่ในควอดรันต์ที่ 1 และ 3

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกที่ 17.2

ขั้นการเพิ่มความชำนาญ

1. ครูแจกแบบฝึกที่ 17.1 เมื่อกำหนดสมการไฮเพอร์โบล่า ให้นักเรียนบอกความยาวแกนตามขวาง และความยาวแกนลึงยุค ทำให้สามารถให้เหตุผลได้ว่า สมการไฮเพอร์โบลาคือเป็นสมการไฮเพอร์โบลามุมฉาก (อยู่ในขั้นการเรียนรู้ที่ 2)

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 17.2 เมื่อกำหนดสมการให้นักเรียนสามารถจัดให้อยู่ในรูป $xy = k$ แล้วสามารถบอกได้ว่า กราฟของสมการนั้นอยู่ในควอดรันต์ใด (อยู่ในขั้นการเรียนรู้ที่ 3)

ขั้นทำให้จำ

1. ครูให้นักเรียนเปรียบเทียบสมการของภาคตัดกรวยว่ามีลักษณะแตกต่างกันอย่างไร และไฮเพอร์โบลามีลักษณะพิเศษอย่างไร ให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่าสมการใดเป็นไฮเพอร์โบลามุมฉากและสมการไฮเพอร์โบลามุมฉากในรูป $xy = k$ จะมีกราฟอยู่ในควอดรันต์ใด

2. ครูแจกแบบฝึกที่ 17.3 เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้เรียนรู้มาใช้แก้ปัญหาได้ แล้วให้นักเรียนบันทึกผลการเรียนหลังจากที่ได้ตรวจแก้ไขข้อบกพร่องแล้ว

ขั้นนำไปใช้

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบเรียนในแบบฝึกหัดที่ 3.4 ข้อ 13 และเอกสารฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

แผ่นโปร่งใส กระดานกราฟ และแบบฝึก

การประเมินผล

1. สังเกตจากการยกตัวอย่าง และตอบคำถาม
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน
3. สังเกตจากการทำแบบฝึกและการบันทึกผลการเรียน
4. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด

แบบบันทึกความก้าวหน้าในการเรียน

แบบฝึกเรื่องภาคตัดกรวย
ใช้ประกอบแผนการสอนที่สอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้
ตามแนวของซอทซคิส

ชื่อ เลขที่ ชั้น

แบบฝึกที่ 1.1

คำชี้แจง จงเขียนสมการวงกลม โดยไม่ต้องกระจายอยู่ในรูปทั่วไป

ข้อที่	จุดศูนย์กลาง (h,k)	รัศมี r หน่วย	$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$
1	(2,-3)	4	
2	(3,4)	5	
3	(-3,-2)	4	
4	(-1,4)	6	
5	(2,-4)	7	
6	(0,0)	4	
7	(2,1)	3	
8	(3,6)	7	
9	(-5,-2)	3	
10	(1,-3)	4	

ชื่อ เลขที่ ชั้น

แบบฝึกที่ 1.2

คำชี้แจง จงหาความยาวรัศมีวงกลม และสมการวงกลม โดยให้อยู่ในรูปมาตรฐาน

ข้อที่	กำหนดให้		รัศมี (หน่วย)	$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$
	จุดศูนย์กลาง	จุดบนเส้นรอบวง		
1	(2, -1)	(1, -2)		
2	(0, 0)	(-3, 4)		
3	(-3, 4)	(5, 4)		
4	(4, 3)	(4, -1)		
5	(-1, -2)	(-6, -2)		
6	(1, 2)	(-3, 4)		
7	(-6, 3)	(-2, 2)		
8	(5, -4)	(-2, 1)		
9	(-3, 2)	(0, 0)		
10	(2, 2)	(-5, -5)		
11	(-3, 2)	(-2, -1)		
12	(3, -2)	(2, 1)		

ชื่อ เลขที่ ชั้น

แบบฝึกที่ 1.3

คำชี้แจง จงเขียนสมการวงกลม โดยให้กระจายจากฐานมาตรฐานให้อยู่ในรูปทั่วไป

ข้อที่	จุดศูนย์กลาง	รัศมี (หน่วย)	$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$	$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$
1	(0,0)	7		= 0
2	(0,0)	5		= 0
3	(0,0)	a		= 0
4	(2,5)	5		= 0
5	(-2,5)	2		= 0
6	(-2,-5)	2		= 0
7	(2,-5)	5		= 0
8	(a,a)	a		= 0
9	(3,0)	2		= 0
10	(-6,0)	6		= 0
11	(0,7)	10		= 0
12	(0,-4)	4		= 0
13	(1,2)	3		= 0
14	(-2,1)	4		= 0
15	(-3,-1)	3		= 0

ชื่อ เลขที่ ชั้น

แบบฝึกที่ 2.1คำชี้แจง จากสมการวงกลมที่กำหนด จงหาศูนย์กลางและรัศมี

ข้อที่	สมการวงกลม	จุดศูนย์กลาง	รัศมี (หน่วย)	หมายเหตุ
1	$(x-0)^2 + (y-0)^2 = 4^2$			
2	$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5^2$			
3	$(x+1)^2 + (y-0)^2 = 8^2$			
4	$x^2 + (y-5)^2 = 25$			
5	$(x-3)^2 + y^2 = 16$			
6	$(x+3)^2 + (y+2)^2 = 9$			
7	$(x-4)^2 + (y+3)^2 = 36$			
8	$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 8$			
9	$(x-6)^2 + (y+4)^2 = 7$			
10	$(x+3)^2 + (y-5)^2 = 12$			
11	$x^2 + y^2 = 4$			
12	$x^2 + (y-5)^2 = 10$			
13	$(y-4)^2 + (x-3)^2 = 16$			
14	$(y+1)^2 + (x-2)^2 = 11$			
15	$(x-7)^2 + (y+2)^2 = 9$			

ชื่อ เลขที่ ชั้น

แบบฝึกที่ 2.2คำชี้แจง จงบอกวิธีเขียนกราฟวงกลม จากสมการที่กำหนด

ข้อที่	สมการ	จะเขียนกราฟโดย		
		จุดศูนย์กลาง	รัศมียาว (หน่วย)	
1	$x^2 + y^2 = 4^2$			
2	$x^2 + y^2 = 4$			
3	$x^2 + y^2 = 5$			
4	$x^2 + (y-3)^2 = 7^2$			
5	$(x+2)^2 + y^2 = 5^2$			
6	$x^2 + (y+2)^2 = 16$			
7	$(x-4)^2 + y^2 = 25$			
8	$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$			
9	$(x+2)^2 + (y+1)^2 = 7$			
10	$(x+3)^2 + (y-1)^2 = 8$			
11	$(x-3)^2 + (y+1)^2 = 12$			
12	$(x+1)^2 + (y-4)^2 = 5$			
13	$(x-5)^2 + (y+2)^2 = 4$			
14	$(x-m)^2 + (y+n)^2 = a$			
15	$(x+m)^2 + (y-n)^2 = 16$			

ชื่อ เลขที่ ชั้น

แบบฝึกที่ 2.2คำชี้แจง แบบฝึกนี้มี 2 ตอนตอนที่ 1 จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้สมบูรณ์ ถูกต้อง

1. $x^2 - 2x + \dots = (x-1)^2$

2. $x^2 + 4x + \dots = (x+2)^2$

3. $x^2 - 6x + \dots = (x-3)^2$

4. $x^2 + 6x + \dots = (x+3)^2$

5. $x^2 - 8x + \dots = (x-4)^2$

6. $x^2 + 8x + \dots = (x+4)^2$

7. $x^2 + y^2 - 6x + 8y = -9$

$$x^2 - 6x + \dots + y^2 + 8y + \dots = -9 + \dots + \dots$$

$$(x-3)^2 + (y+4)^2 = \dots$$

เป็นสมการวงกลม มีจุดศูนย์กลางที่ (.....) รัศมี หน่วย

8. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$

$$x^2 - 2x + \dots + y^2 - 4y + \dots = \dots$$

$$(\quad)^2 + (\quad)^2 = \dots$$

เป็นสมการวงกลม มีจุดศูนย์กลางที่ (.....) รัศมี หน่วย

ตอนที่ 2 จงเขียนสมการวงกลมให้อยู่ในรูปมาตรฐาน และบอกพิกัดจุดศูนย์กลาง และ ความยาวรัศมี

ข้อที่	สมการวงกลม	$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$	จุดศูนย์กลาง	ความยาวรัศมี(หน่วย)
1	$x^2 + y^2 - 4y = 12$			
2	$x^2 + y^2 - 2x + 4y = 20$			
3	$x^2 + y^2 + 2x + 2y = 2$			
4	$x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$			
5	$x^2 + y^2 + 6x - 8y - 21 = 0$			

ชื่อ เลขที่ ชั้น

แบบฝึกที่ 3.1

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อที่ถูก และเครื่องหมาย X หน้าข้อที่ผิด

- 1. จุด $(4,0)$ อยู่บนกราฟวงกลม $x^2 + y^2 = 16$
 - 2. กราฟวงกลม $x^2 + y^2 = 16$ ผ่านจุด $(0,-4)$
 - 3. กราฟวงกลม $x^2 + y^2 = 25$ ผ่านจุด $(-5,0)$
 - 4. กราฟวงกลม $x^2 + y^2 = 25$ ผ่านจุด $(-3,-4)$
 - 5. กราฟวงกลม $x^2 + y^2 = 25$ ผ่านจุด $(-4,3)$
 - 6. กราฟวงกลม $x^2 + y^2 = 25$ ผ่านจุด $(4,-3)$
 - 7. กราฟวงกลม $x^2 + y^2 = 25$ ผ่านจุด $(3,4)$
 - 8. กราฟวงกลม $x^2 + y^2 = 25$ ตัดแกน X ที่จุด $(-5,0)$ และ $(5,0)$
 - 9. กราฟวงกลม $x^2 + y^2 = 36$ ผ่านจุด $(-6,1)$
 - 10. กราฟวงกลม $x^2 + y^2 - x - 3y = 0$ ผ่านจุด $(2,2)$ และ $(2,1)$
-

ชื่อ เลขที่ ชั้น

แบบฝึกที่ 3.2คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมช่องว่างให้สมบูรณ์ ถูกต้อง

1. กราฟเส้นตรง
- $x - y = 3$
- และกราฟวงกลม
- $x^2 + y^2 = 17$
- ตัดกันที่จุดใด

วิธีทำ $x - y = 3$ ①

$x^2 + y^2 = 17$ ②

จาก 1 $x =$ ③

แทนค่า x จาก ③ ลงใน ②

$(\dots\dots\dots)^2 + y^2 = 17$

$+ \quad + \quad + y^2 = 17$

$2y^2 + 6y + \dots\dots\dots = 17$

$2y^2 + 6y - 8 = 0$

$y^2 + 3y - 4 = 0$

$(y+4)(y-\dots\dots) = 0$

$y+4 = 0$

$y = \dots\dots\dots$

แทนค่า y ลงใน ③

จะได้ $x = \dots\dots\dots$

ดังนั้น ถ้า $x = \dots\dots\dots, y = \dots\dots\dots$

$y - \dots\dots\dots = 0$

$y = \dots\dots\dots$

แทนค่า y ลงใน ③

จะได้ $x = \dots\dots\dots$

ดังนั้น ถ้า $x = \dots\dots\dots, y = \dots\dots\dots$ ดังนั้นกราฟเส้นตรง $x - y = 3$ และกราฟวงกลม $x^2 + y^2 = 17$ ตัดกันที่จุด (.....)

และ (.....) หรือ กราฟทั้งสองผ่านจุด (.....) และ (.....)

2. กราฟวงกลม $x^2+y^2 = 5$ และ x^2+y^2-2x ตัดกันที่จุดใด

วิธีทำ $x^2+y^2 = 5$ ①

$x^2+y^2-2x = 1$ ②

① - ② $2x =$

$x =$

แทนค่า x ใน ①

จะได้ $(\dots\dots\dots)^2+y^2 = 5$

$y^2 =$

ดังนั้น $y =$

ดังนั้น กราฟวงกลม $x^2+y^2 = 5$ และ $x^2+y^2-2x = 1$ ตัดกันที่จุด $(\dots\dots\dots)$ และ

$(\dots\dots\dots)$

ชื่อ เลขที่ ชั้น

แบบฝึกที่ 3.3

คำชี้แจง แบบฝึกนี้มี 2 ตอน ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

ตอนที่ 1

1. กราฟวงกลม $x^2 + y^2 = 13$ ผ่านจุด $(-2, \dots)$
 2. กราฟวงกลม $x^2 + y^2 = 13$ ผ่านจุด $(\dots, 3)$
 3. กราฟวงกลม $x^2 + y^2 = 9$ ผ่านจุด $(0, \dots)$
 4. กราฟวงกลม $x^2 + y^2 = 16$ ผ่านจุด $(\dots, 0)$
 5. กราฟวงกลม $x^2 + y^2 = 5$ ผ่านจุด $(1, \dots)$
 6. กราฟวงกลม $x^2 + y^2 = 12$ ผ่านจุด $(-2, \dots)$
 7. กราฟวงกลม $x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$ ผ่านจุด $(2, \dots)$
 8. กราฟวงกลม $x^2 + y^2 - 7x + 6 = 0$ ผ่านจุด $(\dots, 5)$
 9. กราฟวงกลม $x^2 + y^2 - 3x - 1 = 0$ ผ่านจุด $(\dots, -1)$
 10. กราฟวงกลม $4x^2 + 4y^2 - 2x - 2y = 0$ ผ่านจุด $(0, \dots)$
-

ตอนที่ 2 โจทย์ กราฟวงกลมที่มีสมการ $x^2+y^2-4x-8y-17 = 0$ ตัดกับกราฟวงกลมที่มีสมการ $x^2+y^2+10x-8y-31 = 0$ ที่จุดใด

วิธีทำ $x^2+y^2+10x-8y-31 = 0 \dots\dots\dots(1)$

$x^2+y^2-4x-8y-17 = 0 \dots\dots\dots(2)$

$(1) - (2) \dots\dots\dots = 0$

$\dots\dots\dots = 14$

$x = \dots\dots\dots$

แทนค่า x ลงใน (2)

$\dots\dots\dots+y^2\dots\dots-8y-17 = 0$

$y^2-8y\dots\dots = 0$

$(y\dots\dots)(y\dots\dots) = 0$

$y = \dots\dots\dots;$

นั่นคือ กราฟวงกลมทั้งสองตัดกันที่จุด $(\dots\dots\dots)$ และ $(\dots\dots\dots)$

ชื่อ เลขที่ ชั้น

แบบฝึกที่ 4.1

คำชี้แจง กำหนดให้ m_1 และ m_2 เป็นความชันของเส้นตรง L_1 และ L_2 ถ้า

1. เส้นตรง L_1 ผ่านจุด (x_1, y_1) และ (x_2, y_2) จงหา m_1
2. เส้นตรง L_1 ตั้งฉากกับเส้นตรง L_2 จงหา m_2

ข้อที่	(x_1, y_1)	(x_2, y_2)	$y_2 - y_1$ $x_2 - x_1$	m_1	m_2	$m_1 \cdot m_2$	
1	(5, 2)	(1, 4)					
2	(0, -3)	(-1, -5)					
3	(-7, 1)	(-2, -5)					
4	(-1, -6)	(-2, -3)					
5	(-3, 0)	(1, -4)					

ชื่อ เลขที่ ชั้น

แบบฝึกที่ 4.2

โจทย์ จงหาสมการเส้นสัมผัสวงกลม $x^2+y^2-6x+2y-15=0$ ที่จุด $(0,3)$

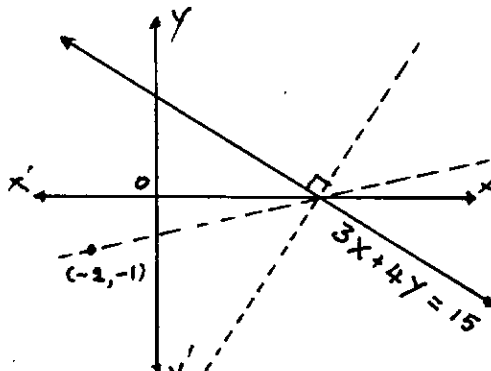
วิธีทำ สร้างตารางวิเคราะห์โจทย์

ขั้นที่	แนวคิด	วิธีทำ
1	หาพิกัดจุดศูนย์กลาง ของสมการวงกลมที่กำหนดโดยจัดให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์	$x^2+y^2-6x+2y-15=0$ $x^2-6x+\dots+y^2+2y+\dots=15+\dots+\dots$ $(x\dots)^2+(y\dots)^2=\dots\dots$
2	จากรูปมาตรฐานของสมการวงกลม $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$	จุดศูนย์กลางวงกลมอยู่ที่ (.....)
3	หาความชันของเส้นตรงที่เชื่อมจุดศูนย์กลางกับจุดสัมผัส (รัศมีวงกลม)	จากสูตร $m = \dots\dots\dots$ ดังนั้น $m_1 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
4	ความชันของเส้นสัมผัส	คือ $m_2 = \dots\dots\dots (m_1 \cdot m_2 = \dots\dots\dots)$
5	สามารถหาสมการเส้นตรง จากสูตรใด	$m(x_1-x_2) = (y_1-y_2)$
6	หาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด $(0,3)$ และมีความชัน $m = \dots\dots\dots$	$(x\dots\dots\dots) = (y\dots\dots\dots)$
7	สมการเส้นสัมผัสวงกลม	คือ $\dots\dots\dots = 0$

ชื่อ เลขที่ ชั้น

แบบฝึกที่ 4.3

โจทย์ จงหาสมการเส้นสัมผัสเส้นตรง $3x+4y = 15$ ที่จุด $(5,0)$ และวงกลมผ่านจุด $(-2,-1)$ วิธีทำ สร้างตารางวิเคราะห์โจทย์

ขั้นที่	แนวคิด	วิธีทำ
1	เขียนกราฟเส้นตรง $3x+4y = 15$ และกำหนดพิกัด $(5,0), (-2,-1)$	
2	หาความชันของเส้นตรง $3x+4y = 15$	จากสูตร $y = mx+b$; $y = \dots x + \dots$ ดังนั้น $m_1 = \dots$
3	เส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรง $3x+4y = 15$ จะมีความชัน m_2	$m_2 = \dots$ ($m_1 \cdot m_2 = \dots$)
4	เส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรง ที่จุด $(5,0)$ คือ	$(x-5) = (y-0)$ หรือ $\dots = \dots$

ขั้นที่	แนวคิด	วิธีทำ
5	เพราะว่าจุดศูนย์กลางอยู่บนเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง เส้นตรงที่เชื่อมจุด $(5,0)$ และ $(-2,-1)$ ดังนั้น ความชันของเส้นตรงผ่านจุด $(5,0)$ และ $(-2,-1)$ คือ m_3	 $m_3 = \dots\dots\dots$
6	ความชันของเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งกับเส้นตรงที่เชื่อมจุด $(5,0)$ และ $(-2,-1)$ มีความชันคือ m_4	$m_4 = \dots\dots\dots$
7	จุดกึ่งกลางระหว่างจุด $(5,0)$ และ $(-2,-1)$ คือ	$(\dots\dots\dots, \dots\dots\dots)$
8	สมการเส้นตรงที่ผ่านจุดกึ่งกลางระหว่างจุด $(5,0)$ และ $(-2,-1)$ (ขั้นที่ 7) มีความชัน m_4 (ขั้นที่ 6)	คือสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด $(\dots\dots\dots)$ มีความชัน ดังนั้น มีสมการเป็น
9	จุดศูนย์กลางของวงกลม จะอยู่บนเส้นตรงที่เป็นสมการขั้นที่ 4 และสมการเส้นตรงในขั้นที่ 8 ดังนั้นจากสมการทั้งสองแก้สมการหาจุดตัด	 ① ② $x = \dots\dots\dots, y = \dots\dots\dots$

ขั้นที่	แนวคิด	วิธีทำ
10	จุดศูนย์กลางวงกลมอยู่ที่กััด	(.....,.....)
11	หาความยาวรัศมีวงกลมได้อย่างไร	หาระยะทางระหว่างจุดศูนย์กลาง (....) และจุดที่เส้นรอบวงผ่าน (5,0)
12	หารัศมีวงกลม	จากสูตร $P_1P_2 = (.....)+(.....)$ ฉะนั้น $r = ... \text{ หน่วย}$
13	จากรูปมาตรฐานสมการวงกลม	
14	ตั้งน้สมการวงกลมที่ต้องการ	 = ... หรือ = 0

ชื่อ เลขที่ ชั้น

แบบฝึกที่ 5.1

คำชี้แจง สมการต่อไปนี้เป็นสมการพาราโบลา มีจุดยอดที่ (0,0) จงหาส่วนประกอบต่าง ๆ ของกราฟให้ถูกต้อง

ข้อที่	สมการ	c	จุดโฟกัส	ไดเรกทริกซ์	แกนพาราโบลา	ทิศทางของกราฟ
1	$x^2 = 8y$					
2	$x^2 = -8y$					
3	$y^2 = 8x$					
4	$y^2 = -8x$					
5	$x^2 = 6y$					
6	$x^2 = -6y$					
7	$y^2 = 6x$					
8	$y^2 = -6x$					
9	$x^2 + 12y = 0$					
10	$y^2 - 16x = 0$					

ชื่อ เลขที่ ชั้น

แบบฝึกที่ 5.2

คำชี้แจง จากตารางจงหาจุดพิกัดหรือสมการโดเรกตริกซ์ สมการพาราโบลา ที่มีจุดยอดที่
(0,0) และแกนพาราโบลา

ข้อที่	จุดพิกัด	โดเรกตริกซ์	สมการ	แกนพาราโบลา
1	(0,5)	$x = 7$ $x = -7$ $y = 7$ $y = -7$		
2	(0,-5)			
3	(5,0)			
4	(-5,0)			
5				
6				
7				
8				
9	(0,-7)			
10	(-4,0)			

ชื่อ เลขที่ ชั้น

แบบฝึกที่ 5.3

คำชี้แจง จงเติมคำตอบให้ถูกต้อง

1. สมการพาราโบลา $y^2 = -4x$ มีโฟกัสที่จุด (.....)
2. สมการพาราโบลา $x^2 = -8y$ มีสมการไคเรกตริกซ์คือ = ...
3. สมการพาราโบลา $y^2 - 5x = 0$ มีแกน เป็นแกนพาราโบลา
4. ตัวอย่างสมการพาราโบลาที่มีจุดยอดที่จุด $(0,0)$ กราฟเป็นรูปพาราโบลาหงาย เช่น
 1). 2).
5. สมการพาราโบลา $x^2 = 6y$ มีโฟกัสที่จุด (.....)
6. สมการพาราโบลา $y^2 = 7x$ มีสมการไคเรกตริกซ์ คือ = ...
7. สมการพาราโบลา $y^2 + 2x = 0$ มีจุดยอดที่จุด (.....)
8. สมการพาราโบลาที่มีจุดยอดที่ $(0,0)$ โฟกัสที่ $(0,-5)$ คือ
9. สมการพาราโบลาที่มีจุดยอดที่ $(0,0)$ โฟกัสที่ $(-6,0)$ คือ = 0
10. สมการพาราโบลาที่มีจุดยอดที่ $(0,0)$ สมการไคเรกตริกซ์ $x = 4$ คือ = 0
11. สมการพาราโบลาที่มีจุดยอดที่ $(0,0)$ สมการไคเรกตริกซ์ $y - 5 = 0$ คือ
12. สมการพาราโบลาที่มีจุดยอดที่ $(0,0)$ โฟกัสที่ $(3,0)$ คือสมการ = 0
 ถ้าเขียนกราฟจะได้สมการไคเรกตริกซ์คือ = 0

ชื่อ เลขที่ ชั้น

แบบฝึกที่ 6.1คำชี้แจง จากสมการพาราโบลาที่กำหนด จงหาส่วนประกอบต่าง ๆ ของกราฟให้ถูกต้อง

ข้อที่	สมการ	จุดยอด	โฟกัส	ไดเรกตริกซ์	แกนพาราโบลา
1	$(y-1)^2 = 8(x-2)$				
2	$(y-3)^2 = -12(x+1)$				
3	$(y+1)^2 = -8(x+2)$				
4	$(y+3)^2 = 12(x-1)$				
5	$(y+1)^2 = -8(x-2)$				
6	$(y-2)^2 = -12(x-3)$				
7	$(y-3)^2 = 12(x+1)$				
8	$(y+3)^2 = -12(x-1)$				
9	$y^2 - 6y - 4x + 5 = 0$ $y^2 - 6y + \dots = 4x - 5 + \dots$ $(y - \dots)^2 = 4(x + \dots)$				
10	$y^2 + 4y - 8x + 12 = 0$ $y^2 + 4y + \dots = 8x - 12 + \dots$ $(y + \dots)^2 = 8(x - \dots)$				

ชื่อ เลขที่ ชั้น

แบบฝึกที่ 6.2คำชี้แจง จากสมการพาราโบลาที่กำหนด จงหาส่วนประกอบต่าง ๆ ของกราฟให้ถูกต้อง

ข้อที่	สมการ	จุดยอด	โฟกัส	ไดเรกตริกซ์	แกนพาราโบลา
1	$(x-1)^2 = 8(y-2)$				
2	$(x-3)^2 = -12(y+1)$				
3	$(x+1)^2 = -8(y+2)$				
4	$(x+3)^2 = 12(y-1)$				
5	$(x+1)^2 = -8(y-2)$				
6	$(x-2)^2 = -12(y-3)$				
7	$(x-3)^2 = 12(y+1)$				
8	$(x+3)^2 = -12(y-1)$				
9	$x^2 - 6x - 4y + 5 = 0$ $x^2 - 6x + \dots = 4y - 5 + \dots$ $(x - \dots)^2 = 4(y + \dots)$				
10	$x^2 + 4x - 8y + 12 = 0$ $x^2 + 4x + \dots = 8y - 12 + \dots$ $(x + \dots)^2 = 8(y - \dots)$				

ชื่อ เลขที่ ชั้น

แบบฝึกที่ 6.3

คำชี้แจง จากสมการพาราโบลาที่กำหนด จงหาส่วนประกอบต่าง ๆ ของกราฟให้ถูกต้อง

ข้อที่	สมการ	จุดยอด	โฟกัส	ไดเรกทริกซ์	แกนพาราโบลา
1	$(y-3)^2 = -6(x+1)$				
2	$(x+2)^2 = 6(y+4)$				
3	$(x-3)^2 = -4(y-1)$				
4	$(y+4)^2 = 12(x-5)$				
5	$(x-1)^2 = -7(y+2)$				
6	$(y+3)^2 = -9(x-1)$				
7	$x^2+2x+5y+11 = 0$				
8	$x^2+8y-8 = 0$				
9	$y^2+8x+8 = 0$				
10	$y^2+2y+5y+9 = 0$				

ชื่อ เลขที่ ชั้น

แบบฝึกที่ 7.1คำชี้แจง จากส่วนประกอบของกราฟพาราโบลาที่กำหนด จงหาสมการพาราโบลาในรูปมาตรฐาน

ข้อที่	จุดยอด	โฟกัส	c	สมการพาราโบลา
1.	$(-3, 2)$	$(1, 2)$		
2.	$(1, 3)$	$(4, 3)$		
3.	$(-1, -2)$	$(1, -2)$		
4.	$(-6, -1)$	$(-2, -1)$		
5.	$(2, -1)$	$(6, -1)$		
ข้อที่	จุดยอด	ไดเรกทริกซ์	c	สมการพาราโบลา
6.	$(2, 3)$	$x = 5$		
7.	$(-2, 3)$	$x = -4$		
8.	$(2, -3)$	$x = -5$		
9.	$(-2, -3)$	$x = 2$		
10.	$(-3, -1)$	$x = -5$		

ข้อที่	พิกัด	โคเรกตริกซ์	c	จุดยอด	สมการพาราโบลา
11.	(1,4)	$x = 5$			
12.	(1,-4)	$x = -7$			
13.	(-1,4)	$x = 3$			
14.	(-1,4)	$x = -7$			
15.	(-1,-4)	$x = 7$			

ชื่อ เลขที่ ชั้น

แบบฝึกที่ 7.2คำชี้แจง จากส่วนประกอบของกราฟพาราโบลาที่กำหนด จงหาสมการพาราโบลาในรูปมาตรฐาน

ข้อที่	จุดยอด	จุดโฟกัส	c	สมการพาราโบลา
1.	(3,2)	(3,-1)		
2.	(-3,2)	(-3,5)		
3.	(3,-2)	(3,-6)		
4.	(-3,-2)	(-3,4)		
5.	(-1,4)	(-1,-1)		
ข้อที่	จุดยอด	ไดเรกทริกซ์	c	สมการพาราโบลา
6.	(3,4)	$y = -1$		
7.	(-3,4)	$y = 1$		
8.	(3,-4)	$y = -7$		
9.	(-3,-4)	$y = 2$		
10.	(-4,-3)	$y = -4$		

ข้อที่	พิกัด	ไดเรกตริกซ์	c	จุดยอด	สมการพาราโบลา
11.	(1,3)	$y = -1$			
12.	(-1,3)	$y = 7$			
13.	(1,-3)	$y = 1$			
14.	(-1,-3)	$y = -9$			
15.	(-4,-2)	$y = 4$			

ชื่อ เลขที่ ชั้น

แบบฝึกที่ 7.3คำชี้แจง จากส่วนประกอบของกราฟพาราโบลาที่กำหนด จงหาสมการพาราโบลาในรูปมาตรฐาน

ข้อที่	จุดยอด	จุดโฟกัส	c	สมการพาราโบลา
1.	$(-3, 2)$	$(2, 2)$		$= 0$
2.	$(1, 3)$	$(3, 3)$		$= 0$
3.	$(3, -2)$	$(3, -5)$		$= 0$
4.	$(-3, -2)$	$(-3, 4)$		$= 0$
5.	$(2, -1)$	$(5, -1)$		$= 0$
ข้อที่	จุดยอด	ไดเรกทริกซ์	c	สมการพาราโบลา
6.	$(-2, 3)$	$x = 1$		$= 0$
7.	$(2, -3)$	$x = -2$		$= 0$
8.	$(-3, 4)$	$y = -1$		$= 0$
9.	$(-3, -4)$	$y = 2$		$= 0$
10.	$(-4, 3)$	$x = 2$		$= 0$

ข้อที่	โฟกัส	ไดเรกตริกซ์	c	(h,k)	สมการพาราโบลา
11.	(1,2)	$x = 7$			$= 0$
12.	(-1,2)	$y = -4$			$= 0$
13.	(2,-1)	$x = -4$			$= 0$
14.	(-2,-1)	$y = 8$			$= 0$
15.	(-2,1)	$x = -4$			$= 0$

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 8.1คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมช่องว่างในตารางวิเคราะห์โจทย์ให้ถูกต้องโจทย์ จงหาสมการพาราโบลา ที่มีจุดยอดที่ (1,2) แกนของพาราโบลานานกับแกน Y และ
กราฟผ่านจุด (9,3)ตารางวิเคราะห์โจทย์

1. แกนพาราโบลานานกับแกน Y ดังนี้	ใช้สูตรมาตรฐานของสมการพาราโบลา $(\dots\dots)^2 = 4c(\dots\dots)$
2. กราฟผ่านจุด (9,3)	ดังนั้น $x = \dots\dots$; $y = \dots\dots$
3. กราฟมีจุดยอด (1,2)	ดังนั้น $h = \dots\dots$; $k = \dots\dots$
4. แทนค่า x, y, h และ k จากข้อ 2,3 ในสูตรข้อ 1	จะได้ $(\dots\dots)^2 = 4c(\dots\dots)$
5. จากข้อ 4 แก้สมการหาค่า c	จะได้ $c = 1$
6. ดังนั้นสมการที่ต้องการ	คือ $(\dots\dots)^2 = \dots\dots(\dots\dots)$
7. จัดอยู่ในรูปทั่วไป	คือ $\dots\dots = 0$

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 8.2คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมช่องว่างในตารางวิเคราะห์โจทย์ให้ถูกต้องโจทย์ จงหาสมการพาราโบลาที่แกนพาราโบลานอนกับแกน X มีโฟกัสที่ (3,1) และกราฟผ่านจุด (6,5)ตารางวิเคราะห์โจทย์

1. แกนพาราโบลานอนกับแกน X ดังนั้น	ใช้สูตรมาตรฐานของสมการพาราโบลา $(\dots\dots\dots)^2 = 4c(\dots\dots\dots)$
2. กราฟผ่านจุด (6,5)	ดังนั้น $x = \dots\dots\dots$; $y = \dots\dots\dots$
3. กราฟมีโฟกัส (3,1)	ดังนั้น $h+c = 3$ หรือ $h = 3-c$
4. โฟกัส (3,1) อยู่บนแกนพาราโบลาที่	ดังนั้น $k = \dots\dots\dots$
5. แทนค่า x, y, h และ k จากข้อ 2, 3, 4 ลงในสูตรข้อ 1	จะได้ $\dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots$
6. จากข้อ 5. แก้สมการหาค่า c	จะได้ $c = 1$; -4

ตารางวิเคราะห์โจทย์

7. ถ้า $c = 1$	จุดยอด (h,k) คือ (.....)
8. สมการพาราโบลาที่ต้องการ	คือ
9. ถ้า $c = -4$	จุดยอด (h,k) คือ (.....)
10. สมการพาราโบลาที่ต้องการ	คือ
11. <u>ดังนั้น</u> สมการพาราโบลาที่แทนพาราโบลากับแกน x มีโฟกัสที่ $(3,1)$ และกราฟผ่านจุด $(6,5)$ จะมีสมการพาราโบลาได้ 2 สมการ คือ 1. = 0 2. = 0	

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 8.3คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมช่องว่างในตารางวิเคราะห์โจทย์ให้ถูกต้องโจทย์ข้อ 1. จงหาสมการพาราโบลาที่แกนพาราโบลานอนกับแกน X กราฟมีจุดยอดที่ (1,1) และผ่านจุด (5,-3)ตารางวิเคราะห์โจทย์

1. แกนพาราโบลานอนกับแกน X ดังนั้น	ใช้สูตรมาตรฐานของสมการพาราโบลา $(\dots\dots)^2 = 4c(\dots\dots)$
2. กราฟผ่านจุด (5,-3)	ดังนั้น $x = \dots\dots$; $y = \dots\dots$
3. กราฟมีจุดยอด (1,1)	ดังนั้น $h = \dots\dots$; $k = \dots\dots$
4. แทนค่า x, y, h, k ลงในข้อ 1	จะได้ $(\dots\dots)^2 = 4c(\dots\dots)$
5. แก้สมการหาค่า c .	$\dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots$ จะได้ $c = \dots\dots\dots$
6. ดังนั้นสมการที่ต้องการ	คือ $(\dots\dots)^2 = \dots\dots(\dots\dots)$
7. จัดสมการอยู่ในรูปทั่วไป	$\dots\dots\dots = 0$

โจทย์ข้อ 2. จงหาสมการพาราโบลาที่แกนพาราโบลานานกับแกน Y มีโฟกัสที่ $(-2,4)$ และ
กราฟผ่านจุด $(2,1)$

ตารางวิเคราะห์โจทย์

1. แกนพาราโบลานานกับแกน Y ดังนั้น	ใช้สูตรมาตรฐานของสมการพาราโบลา $(\dots\dots\dots)^2 = 4c (\dots\dots\dots)$ จุดยอดคือ (h,k) โฟกัสคือ $(\dots\dots\dots)$
2. กราฟผ่านจุด $(2,1)$	ดังนั้น $x = \dots\dots\dots$; $y = \dots\dots\dots$
3. โฟกัส $(-2,4)$ อยู่บนแกนที่ขนานกับ Y	ดังนั้น $h = \dots\dots\dots$ และ $k+c = 4$ ดังนั้น $k = \dots\dots\dots$
4. แทนค่า x,y,h,k ในสูตรข้อ 1.	จะได้ $\dots\dots\dots$
5. แก้สมการหาค่า c	$\dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots$ จะได้ $c = \dots\dots\dots$, $\dots\dots\dots$

ตารางวิเคราะห์โจทย์

6. ถ้า $c = \dots\dots\dots$	จุดยอด (h,k) คือ $(\dots\dots\dots)$
7. ดังนั้นสมการพาราโบลาที่ต้องการ	คือ $(\dots\dots\dots)^2 = (\dots\dots\dots)$ หรือ $\dots\dots\dots = 0$
8. ถ้า $c = \dots\dots\dots$	จุดยอด (h,k) คือ $(\dots\dots\dots)$
9. ดังนั้นสมการพาราโบลาที่ต้องการ	คือ $(\dots\dots\dots)^2 = \dots\dots(\dots\dots\dots)$ หรือ $\dots\dots\dots = 0$

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 9.1

คำชี้แจง จงบอกส่วนประกอบต่าง ๆ ของกราฟวงรีจากสมการที่กำหนด

ข้อที่	สมการวงรี	a	b	c	จุดยอด	โฟกัส	ความยาว		
							แกนเอก	แกนโท	
1	$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$								
2	$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$								
3	$\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1$								
4	$x^2 + 9y^2 = 9$								
5	$4x^2 + 25y^2 = 100$								

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 9.2

คำชี้แจง จงบอกส่วนประกอบต่าง ๆ ของกราฟวงรีจากสมการที่กำหนด

ข้อที่	สมการวงรี	a	b	c	จุดยอด	โฟกัส	ความยาว		
							แกนเอก	แกนโท	
1	$\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{9} = 1$				() ()	() ()			
2	$\frac{y^2}{36} + \frac{x^2}{16} = 1$				() ()	() ()			
3	$\frac{y^2}{169} + \frac{x^2}{25} = 1$				() ()	() ()			
4	$y^2 + 9x^2 = 9$				() ()	() ()			
5	$4y^2 + 25x^2 = 100$				() ()	() ()			

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 9.3คำชี้แจง จงบอกส่วนต่าง ๆ ของกราฟวงรีจากสมการที่กำหนด

ข้อที่	สมการวงรี	โฟกัส	จุดยอด	ความยาว		
				แกนเอก	แกนโท	
1	$16x^2 + 25y^2 = 400$					
2	$3x^2 + 2y^2 = 6$					
3	$5x^2 + 2y^2 = 10$					
4	$3x^2 + 4y^2 = 12$					
5	$5x^2 + 3y^2 = 15$					

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 10.1คำชี้แจง จงหาสมการวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(0,0)$ เมื่อกำหนดพิกัดโฟกัสและจุดยอด

ข้อที่	จุดยอด	โฟกัส	a	b	c	สมการวงรี
1.	$(-5,0), (5,0)$	$(-3,0), (3,0)$				$\frac{x^2}{\quad} + \frac{y^2}{\quad} = 1$
2.	$(0,-5), (0,5)$	$(0,-3), (0,3)$				$\frac{x^2}{\quad} + \frac{y^2}{\quad} = 1$
3.	$(-4,0), (4,0)$	$(-1,0), (1,0)$				$\frac{x^2}{\quad} + \frac{y^2}{\quad} = 1$
4.	$(0,-4), (0,4)$	$(0,-1), (0,1)$				$\frac{x^2}{\quad} + \frac{y^2}{\quad} = 1$
5.	$(-4,0), (4,0)$	$(-2,0), (2,0)$				$\frac{x^2}{\quad} + \frac{y^2}{\quad} = 1$

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 10.2คำชี้แจง จงหาสมการวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่ (0,0)

ข้อที่	แกนเอก	ความยาว		a	a^2	b	b^2	สมการวงรี
		แกนเอก	แกนโท					
1	แกน X	18 หน่วย	12 หน่วย					 + ... = 1
2	แกน X	10 หน่วย	8 หน่วย					 + ... = 1
3	แกน X	8 หน่วย	6 หน่วย					 + ... = 1
4	แกน Y	18 หน่วย	12 หน่วย					 + ... = 1
5	แกน Y	10 หน่วย	8 หน่วย					 + ... = 1
6	แกน Y	8 หน่วย	6 หน่วย					 + ... = 1

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 10.3คำชี้แจง จงหาสมการวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่ (0,0)

ข้อที่	กำหนดให้	สมการวงรี
1	กราฟวงรีมีจุดยอดจุดหนึ่งที่ (-6,0) และโฟกัสจุดหนึ่งที่ (4,0)	$\frac{x^2}{\quad} + \frac{y^2}{\quad} = 1$ หรือ = 0
2	กราฟวงรีมีจุดยอดจุดหนึ่งที่ (0,-7) และโฟกัสจุดหนึ่งที่ (0,-5)	$\frac{x^2}{\quad} + \frac{y^2}{\quad} = 1$ หรือ = 0
3	พิกัด (5,0) เป็นจุดยอดของวงรี และพิกัด (-3,0) เป็นโฟกัสของวงรี	$\frac{x^2}{\quad} + \frac{y^2}{\quad} = 1$ หรือ = 0

ข้อที่	กำหนดให้	สมการวงรี
4	แกนเอกของวงรีอยู่บนแกน X ยาว 14 หน่วย และแกนโทยาว 10 หน่วย	$\frac{x^2}{\quad} + \frac{y^2}{\quad} = 1$ หรือ = 0
5	แกนโทของวงรีอยู่บนแกน X ยาว 8 หน่วย และแกนเอกยาว 10 หน่วย	$\frac{x^2}{\quad} + \frac{y^2}{\quad} = 1$ หรือ = 0
6	กราฟวงรีตัดแกน X ที่จุด $(-8,0)$ และ $(8,0)$ ตัดแกน Y ที่จุด $(0,5)$ และ $(0,-5)$	$\frac{x^2}{\quad} + \frac{y^2}{\quad} = 1$ หรือ = 0
7	จุด $(0,9)$ และ $(-7,0)$ อยู่บนกราฟวงรี	$\frac{x^2}{\quad} + \frac{y^2}{\quad} = 1$ หรือ = 0

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 11.1คำชี้แจง จงตอบคำถามต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	สมการวงรี	คำตอบที่ต้องการ
1	$\frac{(x-7)^2}{25} + \frac{(y+2)^2}{16} = 1$	จุดศูนย์กลางคือ (.....) จุดยอดคือ (.....), (.....) โฟกัส คือ (.....), (.....) ความยาวแกนเอก....หน่วย ความยาวแกนโท...หน่วย
2	$\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-4)^2}{4} = 1$	จุดศูนย์กลางคือ (.....) จุดยอดคือ (.....), (.....) โฟกัส คือ (.....), (.....) ความยาวแกนเอก....หน่วย ความยาวแกนโท...หน่วย
3	$\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$	จุดศูนย์กลางคือ (.....) จุดยอดคือ (.....), (.....) โฟกัส คือ (.....), (.....) ความยาวแกนเอก....หน่วย ความยาวแกนโท...หน่วย

ข้อที่	สมการวงรี	คำตอบที่ต้องการ
4	$\frac{(y+2)^2}{16} + \frac{(x+5)^2}{4} = 1$	จุดศูนย์กลางคือ (.....) จุดยอดคือ (.....), (.....) โฟกัส คือ (.....), (.....) ความยาวแกนเอก....หน่วย ความยาวแกนโท...หน่วย
5	$\frac{(y-1)^2}{25} + \frac{(x-3)^2}{9} = 1$	จุดศูนย์กลางคือ (.....) จุดยอดคือ (.....), (.....) โฟกัส คือ (.....), (.....) ความยาวแกนเอก....หน่วย ความยาวแกนโท...หน่วย
6	$\frac{(y+3)^2}{9} + \frac{(x-4)^2}{4} = 1$	จุดศูนย์กลางคือ (.....) จุดยอดคือ (.....), (.....) โฟกัส คือ (.....), (.....) ความยาวแกนเอก....หน่วย ความยาวแกนโท...หน่วย

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 11.2คำชี้แจง จงเติมช่องว่างให้ถูกต้อง

ข้อที่	กระจายสมการวงรีให้อยู่ในรูปทั่วไป	จัดสมการวงรีให้อยู่ในรูปทั่วไปให้อยู่ในรูปมาตรฐาน
1	$\frac{(x+1)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{4} = 1$ $4(\dots\dots\dots) + 9(\dots\dots\dots) = 36$ $\dots\dots\dots = 36$ $\dots\dots\dots = 0$	$4x^2 + 9y^2 + 8x + 36y + 4 = 0$ $4x^2 + 8x + \dots + 9y^2 + 36y + \dots = -4 + \dots + \dots$ $4(x^2 + 2x + \dots) + 9(y^2 + 4y + \dots) = \dots\dots\dots$ $(x \dots\dots\dots)^2 (y \dots\dots\dots)^2 = 1$ $\dots\dots\dots \dots\dots\dots$
2	$\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$ $9(\dots\dots\dots) + 16(\dots\dots\dots) = \dots$ $\dots\dots\dots = \dots$ $\dots\dots\dots = 0$	$9x^2 + 16y^2 - 18x - 96y + 9 = 0$ $9x^2 - 18x + \dots + 16y^2 - 96y + \dots = -9 + \dots + \dots$ $4(x^2 + 2x + \dots) + 9(y^2 + 4y + \dots) = \dots\dots\dots$ $9(\dots\dots\dots) + 16(\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$ $(\dots\dots\dots)^2 (\dots\dots\dots)^2 = 1$ $\dots\dots\dots \dots\dots\dots$

ข้อที่	กระจายสมการวงรีให้อยู่ในรูปทั่วไป	จัดสมการวงรีให้อยู่ในรูปทั่วไปให้อยู่ในรูปมาตรฐาน
3	$\frac{(y-2)^2}{4} + \frac{(x+3)^2}{3} = 1$ = ... = ... = 0	$4x^2 + 3y^2 + 24x - 12y + 36 = 0$ $4x^2 + 24x + \dots + 3y^2 - 12y + \dots = -36 + \dots + \dots$ $4(\dots) + 3(\dots) = \dots$ $\dots = 1$

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 11.3คำชี้แจง จงตอบคำถามต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

ข้อที่	สมการวงรี	คำตอบที่ต้องการ
1	$\frac{(x-5)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{4} = 1$	จุดศูนย์กลางคือ (.....) จุดยอดคือ (.....), (.....) โฟกัส คือ (.....), (.....) ความยาวแกนเอก....หน่วย ความยาวแกนโท...หน่วย
2	$\frac{(y+2)^2}{16} + \frac{(x-5)^2}{9} = 1$	จุดศูนย์กลางคือ (.....) จุดยอดคือ (.....), (.....) โฟกัส คือ (.....), (.....) ความยาวแกนเอก....หน่วย ความยาวแกนโท...หน่วย
3	$x^2 + 4y^2 - 24y + 32 = 0$	จุดศูนย์กลางคือ (.....) จุดยอดคือ (.....), (.....) โฟกัส คือ (.....), (.....) ความยาวแกนเอก....หน่วย ความยาวแกนโท...หน่วย

ข้อที่	สมการวงรี	คำตอบที่ต้องการ
4	$x^2 + 4y^2 - 2x - 3 = 0$	จุดศูนย์กลางคือ (.....) จุดยอดคือ (.....), (.....) โฟกัส คือ (.....), (.....) ความยาวแกนเอก....หน่วย ความยาวแกนโท...หน่วย
5	$4x^2 + y^2 + 8x + 10y + 13 = 0$	จุดศูนย์กลางคือ (.....) จุดยอดคือ (.....), (.....) โฟกัส คือ (.....), (.....) ความยาวแกนเอก....หน่วย ความยาวแกนโท...หน่วย
6	$9x^2 + 25y^2 + 72x - 50y - 56 = 0$	จุดศูนย์กลางคือ (.....) จุดยอดคือ (.....), (.....) โฟกัส คือ (.....), (.....) ความยาวแกนเอก....หน่วย ความยาวแกนโท...หน่วย

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 12.1

คำชี้แจง จากที่กำหนดในตาราง จงหาสมการวงรี เมื่อ ข้อ 1 - 4 แกนเอกขนานกับแกน X
และข้อ 5 - 8 แกนเอกขนานกับแกน Y

ข้อที่	จุดศูนย์กลาง	ความยาว		สมการวงรี
		แกนเอก	แกนโท	
1	(2, -3)	16 หน่วย	12 หน่วย	 = 1
2	(-4, 1)	14 หน่วย	12 หน่วย	 = 1
3	(-2, -5)	10 หน่วย	6 หน่วย	 = 1
4	(3, 4)	5 หน่วย	4 หน่วย	 = 1
5	(2, -3)	16 หน่วย	12 หน่วย	 = 1
6	(-4, 1)	14 หน่วย	12 หน่วย	 = 1
7	(-2, -5)	10 หน่วย	6 หน่วย	 = 1
8	(3, 4)	5 หน่วย	4 หน่วย	 = 1

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 12.2

คำชี้แจง จากที่กำหนดในตาราง จงหาค่า a^2, c^2, b^2 และสมการวงรี

ข้อที่	จุดศูนย์กลาง	จุดยอดจุดหนึ่ง	โฟกัสจุดหนึ่ง	a^2	c^2	b^2	สมการวงรี
1	(1, 3)	(4, 3)	(-2, 3)				 = 1
2	(2, -4)	(-3, -4)	(-2, -4)				 = 1
3	(-3, 2)	(2, 2)	(0, 2)				 = 1
4	(-4, -3)	(2, -3)	(-8, -3)				 = 1
5	(2, 3)	(2, 0)	(2, 5)				 = 1
6	(3, -2)	(3, 5)	(3, 3)				 = 1
7	(-4, 2)	(-4, 8)	(-4, 6)				 = 1
8	(-3, -2)	(-2, -8)	(-2, 2)				 = 1

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 12.3คำชี้แจง จากสิ่งที่กำหนด จงหาสมการวงรี

ข้อที่	กำหนดให้	สมการวงรี
1	กราฟวงรีมีจุดศูนย์กลางที่ $(-3, 4)$ แกนเอกขนาน แกน X ยาว 12 หน่วย และแกนโทยาว 10 หน่วย	 = 1 = 0
2	$(1, -2)$ เป็นจุดศูนย์กลางวงรี แกนโทขนานกับแกน X ยาว 8 หน่วย และแกนเอกยาว 10 หน่วย	 = 1 = 0
3	กราฟวงรีมีจุดศูนย์กลางที่ $(3, 2)$ เส้นกราฟตัดแกน เอกที่จุด $(3, 7)$ ตัดแกนโทที่จุด $(6, 2)$	 = 1 = 0
4	กราฟวงรีมีจุดศูนย์กลาง $(-3, -1)$ มี $(-3, 2)$ เป็นโฟกัสจุดหนึ่ง และ $(-3, 4)$ เป็นจุดยอดจุดหนึ่ง	 = 1 = 0
5	กราฟวงรีมีจุดศูนย์กลางที่ $(2, -4)$ มี $(-3, -4)$ เป็นโฟกัสจุดหนึ่ง และ $(8, -4)$ เป็นจุดยอดจุดหนึ่ง	 = 1 = 0

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 13.1

คำชี้แจง จงหาส่วนประกอบต่าง ๆ ของกราฟไฮเพอร์โบลา เมื่อรู้มาตรฐานของไฮเพอร์โบลา

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

โดยที่ $b^2 = c^2 - a^2$ โฟกัสคือ $(-c, 0)$ และ $(c, 0)$ จุดยอดคือ

$$(-a, 0) \text{ และ } (a, 0)$$

ข้อที่	สมการไฮเพอร์โบลา	a^2	b^2	c^2	a	c	จุดยอด	โฟกัส
1	$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$							
2	$\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{3} = 1$							
3	$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$							
4	$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$							

ข้อที่	สมการไฮเพอร์โบลา	a^2	b^2	c^2	a	c	จุดยอด	โฟกัส
5	$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$							
6	$\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$							
7	$\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$							
8	$\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = 1$							
9	$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$							
10	$\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{2} = 1$							

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 13.2คำชี้แจง จงหาส่วนประกอบต่าง ๆ ของกราฟไฮเพอร์โบลา เมื่อรู้มาตรฐานของไฮเพอร์โบลา

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \text{ โดยที่ } b^2 = c^2 - a^2 \text{ โฟกัสคือ } (0, -c) \text{ และ } (0, c) \text{ จุดยอดคือ}$$

$$(0, -a) \text{ และ } (0, a)$$

ข้อที่	สมการไฮเพอร์โบลา	a^2	b^2	c^2	a	c	จุดยอด	โฟกัส
1	$\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{5} = 1$							
2	$\frac{y^2}{1} - \frac{x^2}{3} = 1$							
3	$\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$							
4	$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$							

ข้อที่	สมการไฮเพอร์โบลา	a^2	b^2	c^2	a	c	จุดยอด	โฟกัส
5	$\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{12} = 1$							
6	$\frac{y^2}{5} - \frac{x^2}{4} = 1$							
7	$\frac{y^2}{3} - \frac{x^2}{6} = 1$							
8	$\frac{y^2}{2} - \frac{x^2}{3} = 1$							
9	$\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{2} = 1$							
10	$\frac{y^2}{7} - \frac{x^2}{2} = 1$							

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 13.3

คำชี้แจง จากสมการไฮเพอร์โบล่าที่กำหนดจงหาโฟกัส และจุดยอด

ข้อที่	สมการไฮเพอร์โบล่า		จุดยอด	โฟกัส
		รูปมาตรฐาน		
1	$x^2 - 9y^2 = 9$	 = 1		
2	$9x^2 - 16y^2 = 144$	 = 1		
3	$16y^2 - 4x^2 = 64$	 = 1		
4	$36x^2 - 100y^2 = 3600$	 = 1		
5	$36x^2 - 64y^2 = 2304$	 = 1		
6	$y^2 - 9x^2 = 9$	 = 1		
7	$16x^2 - 9y^2 = 144$	 = 1		

ข้อที่	สมการไฮเพอร์โบลา		จุดยอด	โฟกัส
		รูมาตรฐาน		
8	$4x^2 - 16y^2 = 64$	 = 1		
9	$36y^2 - 100x^2 = 3600$	 = 1		
10	$36y^2 - 64x^2 = 2304$	 = 1		
11	$16x^2 - 4y^2 = 64$	 = 1		
12	$16y^2 - 9x^2 = 144$	 = 1		
13	$9x^2 - y^2 = 9$	 = 1		
14	$100x^2 - 36y^2 = 3600$	 = 1		
15	$64y^2 - 36x^2 = 2304$	 = 1		

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 14.1

คำชี้แจง กำหนดความยาวแกนตามขวาง และแกนตั้งยุค จงหาสมการไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่ (0,0) จากข้อ 1 - 5 แกนตามขวางอยู่บนแกน X และข้อ 6 - 10 แกนตามขวางอยู่บนแกน Y

ข้อที่	ความยาวแกน		a	a^2	b	b^2	สมการไฮเพอร์โบลา
	ตามขวาง	ตั้งยุค					
1	10 หน่วย	8 หน่วย					 = 1
2	8 หน่วย	10 หน่วย					 = 1
3	14 หน่วย	10 หน่วย					 = 1
4	10 หน่วย	14 หน่วย					 = 1
5	8 หน่วย	6 หน่วย					 = 1
6	8 หน่วย	6 หน่วย					 = 1

ข้อที่	ความยาวแกน		a	a^2	b	b^2	สมการไฮเพอร์โบลา
	ตามขวาง	ตั้งยุค					
7	10 หน่วย	14 หน่วย					$\dots\dots\dots = 1$
8	14 หน่วย	10 หน่วย					$\dots\dots\dots = 1$
9	8 หน่วย	10 หน่วย					$\dots\dots\dots = 1$
10	10 หน่วย	8 หน่วย					$\dots\dots\dots = 1$

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 14.2

คำชี้แจง จงหาสมการไฮเพอร์โบลาที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(0,0)$ เมื่อกำหนดจุดยอดจุดหนึ่ง และ
โฟกัสจุดหนึ่ง

ข้อที่	จุดยอด	โฟกัส	c	c^2	a	a^2	b^2	สมการไฮเพอร์โบลา
1	(0,2)	(0,-3)						 = 1
2	(0,3)	(0,4)						 = 1
3	(0,1)	(0,-3)						 = 1
4	(0,-1)	(0,3)						 = 1
5	(0,-3)	(0,5)						 = 1
6	(2,0)	(-3,0)						 = 1
7	(3,0)	(4,0)						 = 1

ข้อที่	จุดยอด	โฟกัส	c	c ²	a	a ²	b ²	สมการไฮเพอร์โบลา
8	(1,0)	(-3,0)						 = 1
9	(-1,0)	(3,0)						 = 1
10	(-3,0)	(5,0)						 = 1

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 14.3

คำชี้แจง จงหาสมการไฮเพอร์โบลาจากสิ่งที่กำหนดเมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0,0)$ ข้อ 6 - 8
แกนตามขวางอยู่บนแกน X และข้อ 9 - 10 แกนตามขวางอยู่บนแกน Y

ข้อที่	จุดยอดจุดหนึ่ง	โฟกัสจุดหนึ่ง	สมการไฮเพอร์โบลา	
1	$(2,0)$	$(-5,0)$	 = 1	 = 0
2	$(-3,0)$	$(5,0)$	 = 1	 = 0
3	$(0,2)$	$(0,-5)$	 = 1	 = 0
4	$(0,-3)$	$(0,5)$	 = 1	 = 0
5	$(0,-1)$	$(0,-4)$	 = 1	 = 0

ข้อที่	ความยาวแกน		สมการไฮเพอร์โบลา	
	ตามขวาง	ตั้งยุค		
6	10 หน่วย	6 หน่วย	 = 1	 = 0
7	6 หน่วย	10 หน่วย	 = 1	 = 0
8	12 หน่วย	10 หน่วย	 = 1	 = 0
9	10 หน่วย	12 หน่วย	 = 1	 = 0
10	6 หน่วย	10 หน่วย	 = 1	 = 0

ชื่อ เลขที่ ... ชั้น

แบบฝึกที่ 15.1คำชี้แจง จากสมการที่กำหนดจงหาส่วนต่าง ๆ ของไฮเพอร์โบลา

ข้อที่	สมการไฮเพอร์โบลา	a^2	b^2	c^2	จุดยอด (h+a, k)	โฟกัส (h+c, k)	ความยาวแกน (หน่วย)	
							ตามขวาง	ลึงยุค
1	$\frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y+2)^2}{16} = 1$							
	(h,k) = (.....,.....)							
2	$\frac{(x+2)^2}{16} - \frac{(y-3)^2}{9} = 1$							
	(h,k) = (.....,.....)							
3	$\frac{(x-3)^2}{2} - \frac{(y+3)^2}{6} = 1$							
	(h,k) = (.....,.....)							

ข้อที่	สมการไฮเพอร์โบลา	a^2	b^2	c^2	จุดยอด (h+a,k)	โฟกัส (h+c,k)	ความยาวแกน (หน่วย)	
							ความยาว	ถึงศูนย์กลาง
4	$\frac{(x+1)^2}{4} - \frac{(y+5)^2}{5} = 1$							
	(h,k) = (.....,.....)							
5	$\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y-4)^2}{7} = 1$							
	(h,k) = (.....,.....)							

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....
แบบฝึกหัด 15.2

คำชี้แจง จากสมการที่กำหนดจงหาส่วนต่าง ๆ ของไฮเพอร์โบลา

ข้อที่	สมการไฮเพอร์โบลา	a^2	b^2	c^2	จุดยอด (h,k+a)	โฟกัส (h,k+c)	ความยาวแกน (หน่วย)	
							ตามขวาง	ตั้งยุค
1	$\frac{(y-1)^2}{9} - \frac{(x+1)^2}{16} = 1$ (h,k) = (.....)							
2	$\frac{(y+2)^2}{16} - \frac{(x-3)^2}{9} = 1$ (h,k) = (.....)							
3	$\frac{(y-3)^2}{2} - \frac{(x+3)^2}{6} = 1$ (h,k) = (.....)							
4	$\frac{(y+1)^2}{4} - \frac{(x+5)^2}{5} = 1$ (h,k) = (.....)							
5	$\frac{(y-2)^2}{9} - \frac{(x-4)^2}{7} = 1$ (h,k) = (.....)							

ชื่อ..... เลขที่..... ชั้น.....

แบบฝึกหัด 15.3

คำชี้แจง กำหนดสมการไฮเพอร์โบล่าจงหาจุดศูนย์กลาง จุดยอด และโฟกัส

ข้อที่	สมการไฮเพอร์โบล่า	จุดศูนย์กลาง	จุดยอด	โฟกัส
1	$16x^2 - 9y^2 + 54x - 225 = 0$ $\frac{(\dots\dots)^2}{\dots\dots} - \frac{(\dots\dots)^2}{\dots\dots} = 1$			
2	$4x^2 - y^2 + 8x - 8 = 0$ $\frac{(\dots\dots)^2}{\dots\dots} - \frac{(\dots\dots)^2}{\dots\dots} = 1$			
3	$4x^2 - 9y^2 - 4x + 36y - 71 = 0$ $\frac{(\dots\dots)^2}{\dots\dots} - \frac{(\dots\dots)^2}{\dots\dots} = 1$			
4	$21y^2 - 4x^2 - 126y - 16x + 89 = 0$ $\frac{(\dots\dots)^2}{\dots\dots} - \frac{(\dots\dots)^2}{\dots\dots} = 1$			
5	$7y^2 - 9x^2 + 14y + 72x - 200 = 0$ $\frac{(\dots\dots)^2}{\dots\dots} - \frac{(\dots\dots)^2}{\dots\dots} = 1$			

ชื่อ..... เลขที่..... ชั้น.....

แบบฝึกหัด 16.1

คำชี้แจง จากสิ่งที่กำหนดให้ในตาราง จงหาสมการไฮเพอร์โบลาที่มีแกนตามขวางขนานกับแกน x

ข้อที่	จุดศูนย์กลาง	ความยาวแกน		a^2	b^2	สมการไฮเพอร์โบลา
		ตามขวาง	ตั้งยุค			
1	(1,2)	8 หน่วย	10 หน่วย			$\dots\dots\dots = 1$
2	(-1,2)	10 หน่วย	8 หน่วย			$\dots\dots\dots = 1$
3	(1,-2)	12 หน่วย	8 หน่วย			$\dots\dots\dots = 1$
4	(-1,-2)	8 หน่วย	12 หน่วย			$\dots\dots\dots = 1$
5	(1,2)	14 หน่วย	10 หน่วย			$\dots\dots\dots = 1$
ข้อที่	จุดศูนย์กลาง	โฟกัสจุดหนึ่ง	จุดยอดจุดหนึ่ง	a^2	b^2	สมการไฮเพอร์โบลา
6	(0,3)	(5,3)	(3,3)			$\dots\dots\dots = 1$
7	(5,2)	(1,2)	(7,2)			$\dots\dots\dots = 1$
8	(-1,3)	(-4,3)	(1,3)			$\dots\dots\dots = 1$
9	(-2,-4)	(-5,-4)	(0,-4)			$\dots\dots\dots = 1$
10	(4,-3)	(8,-3)	(2,-3)			$\dots\dots\dots = 1$

ชื่อ..... เลขที่..... ชั้น.....

แบบฝึกหัด 16.2

คำชี้แจง จากสิ่งที่กำหนดให้ในตาราง จงหาสมการไฮเพอร์โบลาที่มีแกนตามขวางขนานกับแกน Y

ข้อที่	จุดศูนย์กลาง	ความยาวแกน		a^2	b^2	สมการไฮเพอร์โบลา
		ตามขวาง	ตั้งยุค			
1	(1,2)	8 หน่วย	10 หน่วย ...			 = 1
2	(-1,2)	10 หน่วย	8 หน่วย ...			 = 1
3	(1,-2)	12 หน่วย	8 หน่วย ...			 = 1
4	(-1,-2)	8 หน่วย	12 หน่วย ...			 = 1
5	(0,-1)	14 หน่วย	10 หน่วย ...			 = 1
ข้อที่	จุดศูนย์กลาง	โฟกัสจุดหนึ่ง	จุดยอดจุดหนึ่ง	a^2	b^2	สมการไฮเพอร์โบลา
6	(3,0)	(3,5)	(3,-4)			 = 1
7	(5,2)	(5,6)	(5,0)			 = 1
8	(-1,3)	(-1,-1)	(-1,5)			 = 1
9	(-2,-4)	(-2,0)	(-2,-5)			 = 1
10	(4,-3)	(4,1)	(4,-5)			 = 1

ชื่อ.....เลขที่.....ชั้น.....

แบบฝึกหัด 16.3

คำชี้แจง จงหาสมการไฮเพอร์โบลาจากสิ่งที่กำหนดให้

ข้อที่	กำหนดให้	สมการไฮเพอร์โบลา
1	กราฟไฮเพอร์โบลามีจุดศูนย์กลางที่ $(-2,1)$ แกนตามขวางขนานกับแกน X ยาว 10 หน่วย และแกนสังยุคยาว 8 หน่วย	 = 1 = 0
2	กราฟไฮเพอร์โบลามีจุดศูนย์กลางที่จุด $(-3,1)$ แกนตามขวางขนานกับแกน Y ยาว 10 หน่วย และแกนสังยุคยาว 8 หน่วย	 = 1 = 0
3	สมการไฮเพอร์โบลามีจุดศูนย์กลางที่จุด $(-4,1)$ จุดยอดจุดหนึ่ง คือ $(2,1)$ และแกนสังยุคยาว 8 หน่วย	 = 1 = 0
4	กราฟไฮเพอร์โบลามีจุดศูนย์กลางที่ $(4,-5)$ มี $(4,-2)$ เป็นโฟกัส ๑ แห่ง และระยะระหว่างจุดยอดทั้งสองห่างกัน 4 หน่วย	 = 1 = 0
5	กราฟไฮเพอร์โบลามีจุดยอดที่ $(-2,-1)$ และ $(6,-1)$ มี $(7,-1)$ เป็นโฟกัส ๑ แห่ง	 = 1 = 0

ชื่อ..... เลขที่..... ชั้น.....

แบบฝึกหัด 17.1

คำชี้แจง จากสมการไฮเพอร์โบล่าที่กำหนด จงหาความยาวแกนตามขวาง และแกนลึงยุค และพิจารณาว่า สมการใดเป็นไฮเพอร์โบลาลมจาก โดยเขียนเครื่องหมาย / ตรงช่องที่ต้องการ

ข้อที่	สมการ	ความยาวแกน (หน่วย)		ไฮเพอร์โบลาลมจาก	
		ตามขวาง	ลึงยุค	ไม่เป็น	เป็น
1	$4x^2 - 4y^2 = 36$				
2	$4x^2 - 9y^2 = 36$				
3	$5y^2 - 5x^2 = 20$				
4	$2y^2 - 2x^2 = 32$				
5	$16x^2 - 9y^2 = 144$				
6	$3x^2 - 3y^2 = 15$				
7	$\frac{(x-5)^2}{36} - \frac{(y+7)^2}{36} = 1$				
8	$\frac{(x+1)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{5} = 1$				
9	$16(x-3)^2 - 16(y+4)^2 = 64$				
10	$x^2 - y^2 - 2x + 4y - 7 = 0$				

ชื่อ..... เลขที่..... ชั้น.....

แบบฝึกหัด 17.2

คำชี้แจง จงพิจารณาว่าไฮเพอร์โบลามุมฉากต่อไปนี้ มีกราฟอยู่ในควอดรันต์ใด

ข้อที่	ไฮเพอร์โบลามุมฉาก	ควอดรันต์ที่
1	$xy = 15$	
2	$xy = -12$	
3	$xy + 8 = 0$	
4	$xy - 18 = 0$	
5	$4xy - 20 = 0$	
6	$5xy + 35 = 0$	
7	$xy + 7 = 0$ 3	
8	$xy - 8 = 0$ 4	
9	$6 = xy$	
10	$12 = -XY$	

ชื่อ..... เลขที่..... ชั้น.....

แบบฝึกหัด 17.3คำชี้แจง แบบฝึกหัดมี 2 ตอน

ตอนที่ 1 จงเขียนเครื่องหมาย / ในช่องที่สมการนั้นเป็น สมการไฮเพอร์โบลา และเป็นไฮเพอร์โบลามุมฉากหรือไม่ ถ้าไม่ใช่สมการไฮเพอร์โบลาให้ตอบด้วยว่าเป็นสมการชนิดใด ในช่องสมการอื่น ๆ

ข้อที่	สมการ	สมการไฮเพอร์โบลา		สมการอื่น ๆ
		ไม่เป็น	เป็น	
1	$6x^2 - 9y^2 = 54$			
2	$7x^2 - 7y^2 = 21$			
3	$6x^2 + 9y^2 = 54$			
4	$7x^2 + 7y^2 = 21$			
5	$5x^2 - 40y = 8$			
6	$4x^2 - 4y^2 + 9 = 0$			
7	$3y^2 - 3x^2 + 12 = 0$			
8	$2x^2 - 2y^2 - 4x + 4y = 8$			
9	$5y^2 - x^2 - 10y + 2x = 11$			
10	$5x^2 - 5y^2 - 10x - 7 = 0$			

ข้อที่	สมการ	สมการไฮเพอร์โบลา		สมการอื่น ๆ
		ไม่เป็น	เป็น	
11	$5x^2 - 5y^2 - 10x + 7 = 0$			
12	$5y^2 - 5x^2 - 10x + 7 = 0$			
13	$9y^2 - 18y + 4x = 8$			
14	$5xy - 6 = 0$			
15	$xy + 8 = 0$			

ตอนที่ 2 สมการที่กำหนดจะมีกราฟลักษณะใด ให้เขียนสมการนั้นเองลงในช่องขวามือ ตรงรูปกราฟที่ต้องการ

1. $xy = 8$

2. $xy = -5$

3. $xy + 1 = 0$

4. $3xy - 7 = 0$

5. $5xy + 9 = 0$

6. xy

$$- - 3 = 0$$

$$2$$

7. $8 - xy = 0$

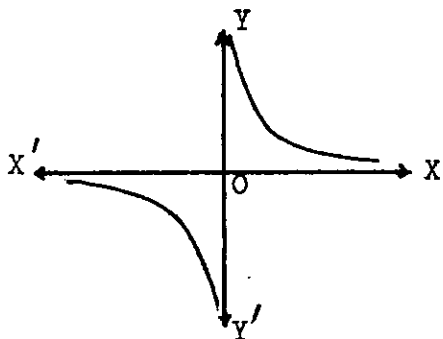
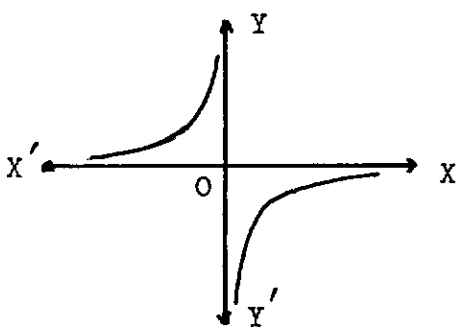
8. $15 = -xy$

9. $4 + xy = 0$

10. $\frac{xy}{5} + \frac{3}{2} = 0$

11. $x = \frac{5}{y}$

10. $3x - \frac{4}{y}$

รูปกราฟ	สมการ
	
	

เอกสารฝึกหัด

เอกสารฝึกหัดหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

1. จงหาสมการวงกลม ซึ่งมีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด และรัศมียาว a หน่วย
2. จงหาสมการวงกลม ซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(2, -3)$ และรัศมียาว 4 หน่วย
3. จงหาสมการวงกลม ที่เส้นรอบวงผ่านจุดกำเนิด และมีจุดศูนย์กลางที่ $(2, -1)$
4. สมการวงกลม $x^2 + y^2 + 4x - 6y = 12$ มีจุดศูนย์กลางที่จุดใด และรัศมีของวงกลมยาวกี่หน่วย
5. สมการวงกลม $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5 = 0$ มีจุดศูนย์กลางที่จุดใด และรัศมีของวงกลมยาวกี่หน่วย
6. กำหนดให้จุด $(2, 2)$ เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ซึ่งเส้นรอบวงผ่านจุด $(4, 5)$ จงหาสมการวงกลมนี้
7. กำหนดให้จุด $(-1, 1)$ เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ซึ่งเส้นรอบวงสัมผัสเส้นตรง $x + 2y = 4$ จงหาสมการวงกลมนี้
8. เส้นรอบวงของวงกลมผ่านจุด $(2, -2)$ และ $(3, 4)$ ถ้าจุดศูนย์กลางของวงกลมอยู่บนเส้น $x + y = 2$ จงหาสมการวงกลมนี้
9. จงหาสมการวงกลมที่เส้นรอบวงผ่านจุด $(2, 3)$, $(3, 2)$ และ $(-4, 3)$

คำชี้แจง ข้อ 10-13 จงหาสมการเส้นสัมผัสวงกลมที่กำหนดให้ ที่จุด P

10. $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$; $P(1, 3)$
11. $x^2 + y^2 + 5x - 6y - 21 = 0$; $P(2, -1)$
12. $x^2 + y^2 - 3x + 2y - 7 = 0$; $P(-1, 1)$
13. $x^2 + y^2 + 2x - 19 = 0$; $P(-3, 4)$

คำชี้แจง ข้อ 14-19 จงพิจารณาว่ากราฟของสมการในแต่ละข้อว่า เป็นวงกลม หรือจุด หรือ
เซตว่าง ถ้าเป็นสมการวงกลมให้หาจุดศูนย์กลางและรัศมีวงกลมด้วย

14. $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$

15. $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5 = 0$

16. $x^2 + y^2 + 3x + 5y - 1/2 = 0$

17. $2x^2 + 2y^2 + 3x + 5y + 2 = 0$

18. $x^2 + y^2 - 10x + 14y + 75 = 0$

19. $2x^2 + 2y^2 - 5x + 7y = 8$

20. จงหาจุดตัดของกราฟของสมการ $(x-1)^2 + y^2 = 2$ กับ $y-x=0$

21. จงแสดงว่าจุด $(0,0), (8,6), (1,-1)$ และ $(7,-1)$ อยู่บนวงกลม

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$$

22. จงหาสมการวงกลมที่เส้นรอบวงผ่านจุด $(5,3)$ ซึ่งมีจุดศูนย์กลางร่วมกับวงกลม

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$$

23. จงหาสมการวงกลมซึ่งเส้นรอบวงสัมผัสกับแกน Y และเส้นรอบวงผ่านจุด $(1,2)$ และ $(2,3)$

เอกสารฝึกหัดหน่วยการเรียนรู้ที่ 2

คำชี้แจง ข้อ 1.- 4 จงหาพิกัดของโฟกัส และสมการของเส้นไคเรตริกซ์

1. $y^2 = 8x$

2. $x^2 = 6y$

3. $y^2 = -12x$

4. $x^2 = -16y$

คำชี้แจง ข้อ 5 - 10 จงหาสมการพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด และสอดคล้องตามเงื่อนไขเพิ่มเติมที่กำหนด

5. มีโฟกัสที่ $(-4, 0)$

6. มีโฟกัสที่ $(0, 2)$

7. มีสมการไคเรตริกซ์ คือ $x = 7/3$

8. มีสมการไคเรตริกซ์ คือ $y = 2$

9. กราฟผ่านจุด $(2, 3)$ และแกนของพาราโบลาอยู่บนแกน X

10. กราฟผ่านจุด $(2, 3)$ และแกนของพาราโบลาอยู่บนแกน Y

คำชี้แจง ข้อ 11 - 16 จากสมการพาราโบลาที่กำหนด จงหาโฟกัส, จุดยอด, สมการไคเรตริกซ์ และแกนของกราฟพาราโบลา

11. $y = x^2 - 2x + 3$

12. $x = y^2 + 2y - 4$

13. $y = -4x^2 + 3x$

14. $x = -y^2 + 2y - 7$

15. $x^2 + 2y - 3x + 5 = 0$

16. $y^2 + 2x - 4y + 7 = 0$

คำชี้แจง ข้อ 17 - 20 จากที่กำหนดให้ จงหาสมการพาราโบลา

17. มีสมการไดเรกทริกซ์คือ $x = 0$ โฟกัสที่ $(6,0)$

18. มีสมการไดเรกทริกซ์คือ $y = 0$ โฟกัสที่ $(0,5)$

19. มีจุดยอดที่ $(0,4)$ และโฟกัสที่ $(0,2)$

20. มีจุดยอดที่ $(-2,0)$ และสมการไดเรกทริกซ์คือ $x = 1$

เอกสารฝึกหัดหน่วยการเรียนรู้ 3

คำชี้แจง ข้อ 1 - 6 จงหาครึ่งหนึ่งความยาวของแกนเอก ครึ่งหนึ่งความยาวแกนโท ระยะจากจุดศูนย์กลางวงรีถึงโฟกัส พิกัดของโฟกัสและจุดยอด

1. $25x^2 + 169y^2 = 4225$

2. $9x^2 + 16y^2 = 144$

3. $25x^2 + 16y^2 = 400$

4. $3x^2 + 2y^2 = 6$

5. $5x^2 + 2y^2 = 10$

6. $5x^2 + 4y^2 = 20$

คำชี้แจง ข้อ 7 - 11 จงหาสมการวงรีที่สอดคล้องตามเงื่อนไขที่กำหนด

7. มีจุดยอดที่ $(+5,0)$ และโฟกัสที่ $(+4,0)$

8. มีจุดยอดที่ $(0,+5)$ และโฟกัสที่ $(0,+3)$

9. จุดศูนย์กลางวงรีอยู่ที่จุดกำเนิด $(0,0)$ กราฟผ่านจุด $(4,3)$ และ $(-1,4)$

10. แกนเอกอยู่บนแกน X แกนโทอยู่บนแกน Y กราฟผ่านจุด $(-5,2)$ และ $(3,7)$

11. มีโฟกัสที่ $(+3,0)$ กราฟผ่านจุด $(4,1)$

12. จงหาสมการทางเดินของจุดที่ผลบวกของระยะทางจากจุด $(3,0)$ และ $(9,0)$ เท่ากับ 12 หน่วย

13. จงหาสมการทางเดินของจุดที่ผลบวกของระยะทางจากจุด $(6,0)$ และ $(-6,0)$ เท่ากับ 20 หน่วย

คำชี้แจง ข้อ 14 - 19 จากสมการวงรีที่กำหนด จงเขียนให้อยู่ในรูปมาตรฐาน และหาจุด

ศูนย์กลาง จุดยอด และโฟกัส ของวงรี

14. $9x^2 + 25y^2 - 18x + 100y = 116$

15. $9y^2 + 25x^2 + 18y - 100x = 116$

16. $25x^2 + 9y^2 - 50x + 36y = 164$

17. $25x^2 + 9y^2 + 50x - 36y = 164$

18. $25(x-1)^2 + 169(y+2)^2 = 4225$

19. $9x^2 + 64y^2 + 54x + 128y = 431$

เอกสารฝึกหัดหน่วยการเรียนรู้ที่ 4

คำชี้แจง ข้อ 1 - 15 จากสมการไฮเพอร์โบล่าที่กำหนด จงหาครึ่งหนึ่งความยาวแกนตามขวาง ครึ่งหนึ่งความยาวแกนตั้งยุค ระยะจากจุดศูนย์กลางถึงโฟกัส พิกัดของโฟกัส และจุดยอด

1. $16x^2 - 9y^2 = 144$
2. $16x^2 - 9y^2 + 576 = 0$
3. $25x^2 - 144y^2 + 3600 = 0$
4. $25x^2 - 144y^2 - 900 = 0$
5. $3x^2 - 2y^2 = 0$
6. $2x^2 - 3y^2 = 0$
7. $25x^2 - 9y^2 + 50x + 36y = 236$
8. $4y^2 - 100x^2 + 1000x - 24y = 2864$
9. $16x^2 - 9y^2 + 54y - 225 = 0$
10. $4x^2 - y^2 + 8x + 8 = 0$
11. $x^2 - y^2 - 10x - 2y - 40 = 0$
12. $4x^2 - 9y^2 - 4x + 36y - 71 = 0$
13. $4x^2 - 16y^2 + 12x + 16y + 69 = 0$
14. $16x^2 - y^2 - 16x + 6y - 1 = 0$
15. $9x^2 - 4y^2 - 36x - 8y + 32 = 0$

คำชี้แจง ข้อ 16 - 20 จงหาสมการไฮเพอร์โบล่าที่สอดคล้องตามเงื่อนไขที่กำหนด

16. มีจุดยอดที่ $(+5, 0)$ และโฟกัสที่ $(+7, 0)$
17. มีจุดยอดที่ $(+4, 0)$ และโฟกัสที่ $(+6, 0)$
18. มีจุดยอดที่ $(0, +4)$ และกราฟผ่านจุด $(-2, 5)$
19. โฟกัสที่ $(0, +10)$ และกราฟผ่านจุด $(2, 3)$
20. โฟกัสที่ $(+3, 0)$ และกราฟผ่านจุด $(4, 1)$

ภาคผนวก ค

1. ค่าเฉลี่ยการวิเคราะห์หลักสูตร คณิตศาสตร์ ค 012 เรื่อง ภาคตัดกรวย
2. การวิเคราะห์หลักสูตรที่เป็นสัดส่วนเพื่อใช้ในการออกข้อสอบตามเนื้อหา และพฤติกรรม
วิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องภาคตัดกรวย
3. การจัดกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยการวิเคราะห์หลักสูตร คณิตศาสตร์ ค 012 เรื่อง ภาคตัดกรวย

เนื้อหา พฤติกรรม	ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การนำ ไปใช้	การ วิเคราะห์	รวม
วงกลม	4	8	2	2	16
พาราโบลา	2	4	6	2	14
วงรี	2	6	2	4	14
ไฮเพอร์โบลา	6	6	2	2	16
รวม	14	24	12	10	60
อันดับความสำคัญ	2	1	3	4	

การวิเคราะห์หลักสูตรที่เป็นสัดส่วนเพื่อใช้ในการออกข้อสอบตามเนื้อหาและพฤติกรรม
 วิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่อง ภาคตัดกรวย

เนื้อหา \ พฤติกรรม	ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การนำ ไปใช้	การ วิเคราะห์	รวม
วงกลม	1	6	-	1	8
พาราโบลา	1	3	3	-	7
วงรี	-	3	1	3	7
ไฮเพอร์โบลา	3	4	-	1	8
รวม	5	16	4	5	30
อันดับความสำคัญ	2	1	4	2	

การจัดกลุ่มตัวอย่าง

1. พิจารณาจากผลการสอบคัดเลือกเข้าเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 วิชาคณิตศาสตร์
 จำนวนนักเรียน 341 คน จะได้ว่า คะแนนตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 คือ 4 คะแนน

คะแนนตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75 คือ 9 คะแนน

1.1 กลุ่มระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง คือนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 9
 คะแนน ขึ้นไป มีจำนวน 88 คน

ดังนั้น จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 52 คน จะมีจำนวนนักเรียนที่มีระดับความสามารถ
 ทางคณิตศาสตร์สูง $88 \times 52 = 13.45 \approx 14$ คน

1.2 กลุ่มระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ปานกลาง คือนักเรียนที่ได้คะแนนระหว่าง 4 และ 9 คะแนน มีจำนวน 159 คน

ดังนั้น จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 52 คน จะมีจำนวนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ปานกลาง $\frac{159 \times 52}{341} = 24.24 \approx 24$ คน

1.3 กลุ่มระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ คือนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 4 คะแนนลงมา มีจำนวน 94 คน

ดังนั้น จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 52 คน จะมีจำนวนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ $\frac{94 \times 52}{341} = 14.33 \approx 14$ คน

2. พิจารณาจากคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ปลายภาคเรียนที่ 1 จำนวนนักเรียน 239 คน จะได้ว่า คะแนนตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 คือ 12 คะแนน
คะแนนตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75 คือ 23 คะแนน

2.1 กลุ่มระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง คือนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 23 คะแนน ขึ้นไป มีจำนวน 63 คน

ดังนั้น จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 52 คน จะมีจำนวนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง $\frac{63 \times 52}{239} = 13.7 \approx 14$ คน

2.2 กลุ่มระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ปานกลาง คือนักเรียนที่ได้คะแนนระหว่าง 12 และ 23 คะแนน มีจำนวน 111 คน

ดังนั้น จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 52 คน จะมีจำนวนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ปานกลาง $\frac{111 \times 52}{239} = 24.15 \approx 24$ คน

2.3 กลุ่มระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ คือนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 12 คะแนนลงมา มีจำนวน 65 คน

ดังนั้น จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 52 คน จะมีจำนวนนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ $65 \times 52 = 14.1 \approx 14$ คน

239

กลุ่มตัวอย่างจะเป็นนักเรียนที่อยู่ในระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์เดียวกัน จากการพิจารณาของคะแนนสอบคัดเลือกเข้าเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 วิชาคณิตศาสตร์และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 เป็นเกณฑ์

กลุ่มตัวอย่าง	ระดับความสามารถ			รวม
	สูง	ปานกลาง	ต่ำ	
กลุ่มทดลอง	7	12	7	26
กลุ่มควบคุม	7	12	7	26
รวม	14	24	14	52

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ นายวรินทร์ . ชื่อสกุล ชัยเลิศ

เกิดวันที่ 15 ตุลาคม

พุทธศักราช 2493

สถานที่เกิด

บ้านหนองหิน ตำบลลำพญา อำเภอเมือง
จังหวัดนครปฐม

สถานที่อยู่ปัจจุบัน

บ้านเลขที่ 123/1 หมู่ 11 ตำบลหนองอ้อ
อำเภอบ้านโป่ง จังหวัดราชบุรี 70110

ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน

โรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง อำเภอบ้านโป่ง
จังหวัดราชบุรี 70110

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2510

มศ.5 แผนกวิทยาศาสตร์

โรงเรียนโพนสางศึกษา จังหวัดนครสวรรค์

พ.ศ. 2514

พ.กศ. (ประกาศนียบัตรพิเศษวิชาการศึกษา)

สมัครสอบ กระทรวงศึกษาธิการ

พ.ศ. 2515

พ.ม. (ประกาศนียบัตรประโยศครูพิเศษมัธยม)

สมัครสอบ กระทรวงศึกษาธิการ

พ.ศ. 2518

กศ.บ. (วิชาเอกคณิตศาสตร์-วิทยาศาสตร์)

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน

พ.ศ. 2530

ร.บ. (วิชาเอกทฤษฎีและเทคนิคทางรัฐศาสตร์)

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช

พ.ศ. 2534

กศ.ม (วิชาเอกการมัธยมศึกษา)

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

1

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สอนโดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้
กับการสอนตามคู่มือครู ของสสวท.

บทคัดย่อ
ของ
วรินทร์ ชัยเลิศ

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา
เมษายน 2533

การศึกษาครั้งนี้ มีจุดมุ่งหมาย เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จากการสอนโดยวิธีเรียนเพื่อรอบรู้ และการสอนตามคู่มือครูของ สสวท.

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนรัตนราชบุรีบำรุง อำเภอบ้านโป่ง จังหวัดราชบุรี จำนวน 52 คน ที่ได้มาโดยวิธีการสุ่มแบบแบ่งชั้น (Stratified Random Sampling) ได้กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมในแต่ละกลุ่มจะมีนักเรียน 3 ระดับ คือระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ โดยใช้คะแนนจากผลการสอบเข้าเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในวิชาคณิตศาสตร์ และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 เป็นเกณฑ์ ดังนี้

ระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง คือนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75 ขึ้นไป

ระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ปานกลาง คือนักเรียนที่ได้คะแนนระหว่างเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 ถึง 75

ระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ คือนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 ลงมา

กลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม ได้รับการสอนโดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ใช้เวลาในการทดลองกลุ่มละ 17 คาบ คาบละ 50 นาที ในเนื้อหาเรื่องภาคตัดกรวยดำเนินการทดลองโดยใช้แผนการวิจัยแบบ Randomized Control-Group Posttest-only Design เมื่อสิ้นสุดการทดลองแล้วทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบสอบถามวัดความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์หาความแตกต่าง โดยใช้สถิติการวิเคราะห์ t-test แบบ Independent Groups

ผลการวิเคราะห์พบว่า

1. การสอนโดยวิธีเรียนเพื่อรอบรู้กับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยวิธีเรียนเพื่อรอบรู้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความมีวินัยในตนเองในการเรียนรู้ สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับ

การสอนตามคู่มือครูของ สสวท.

2. เมื่อเปรียบเทียบระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมจำแนกตามระดับความสามารถ พบว่า

2.1 กลุ่มระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความมีวินัยในตนเอง ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

2.2 กลุ่มระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยวิธีเรียนเพื่อรอบรู้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความมีวินัยในตนเองในการเรียนรู้สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท.

A. COMPARISON OF ACADEMIC ACHIEVEMENT AND SELF DISCIPLINE IN MATHEMATICS
LEARNING OF MATHAYOM SUKSA IV STUDENTS THROUGH
THE MASTERY LEARNING AND THE
IPST TEACHER'S MANUAL

AN ABSTRACT

BY

VORAPAT CHAILERT

Presented in partial fulfillment of the requirements for the Master
of Education degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University

April 1990

The purposes of this study were to compare the mathematics achievement and self discipline of Mathayom Suksa IV students through Mastery Learning and IPST Teacher's Manual.

The two sample groups were stratified randomly sampling selected from 341 Mathayom Suksa IV students of Ratanarat Bumrong school, Amphoe Ban Pong, Changwat Ratchburi. One was assigned to the control group and the other to the experimental group. Each group comprised 3 learning ability level : high, average and low ability level which classified by the Mathayom Suksa IV entrance examination scores and the mathematics achievement of mathematics 011 scores in the first semester of 1990.

The high ability group consisted of the students who had gained the percentile of 75 or more ; the average ability group fell between 25 and 75 ; and the low ability group less than 25.

Each group was taught about "Conic Section" for 17 period. Each period lasted for 50 minutes. Randomized Control - Group Posttest - only Design was implemented. After treatment the subjects were posttest by the achievement test and the self discipline test. The data were processed by t - test Independent Groups.

The results of the study revealed that :

1. Mathematics achievement and self discipline mean scores of the experimental groups were significantly greater ($p < 0.05$ and $p < 0.01$ respectively) than that of the control groups.

2. According to their ability groups

- 2.1 There were no significantly differences between the high ability groups' mathematics achievement and self discipline mean scores

of the experimental and control groups.

2.2 Mathematics achievement and self discipline mean scores of the experimental average and low ability groups were significantly greater ($p < 0.01$ and $p < 0.05$ respectively) than that of the control groups.