

การศึกษาลักษณะวิธีการเรียนเรื่องเส้นตรงของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดย
วิธีสอนแบบปฏิบัติการ

ปริญญานิพนธ์

ของ

ปัทมา เขียววิศิษฐ์สกุล

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
กรุงเทพฯ 23 พระโขนง กรุงเทพฯ 11 โทร. 3921575, 3915058

- 8 ก.ค. 2526

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต

กุมภาพันธ์ 2526

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำตัวนิสิตและคณะกรรมการสอบได้พิจารณาปฏิญานิพนธ์
ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการที่ปรึกษา

(กมลวิมล) ประธาน
วช. แสงทอง กรรมการ

คณะกรรมการสอบ

(กมลวิมล) ประธาน
วช. แสงทอง กรรมการ
วช. แสงทอง กรรมการ

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความช่วยเหลือ และการแนะนำอย่างดียิ่งจาก
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ลาวัณย์ พลกล้า ผู้ช่วยศาสตราจารย์สมัย เหล่าวานิชย์ และ
ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุเทพ ทองอ้อย ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์อรพินท์ เจียรพะพงษ์ ที่กรุณาให้คำปรึกษา
ทางกานสถิติที่ใช้ในการวิจัย อาจารย์พัชรพรรณ เหล่าวานิชย์ ที่กรุณาให้ความช่วยเหลือ
ในทุก ๆ ด้าน และอาจารย์นิรมล แจ่มจำรัส ที่กรุณาให้ความช่วยเหลือและความ
ร่วมมือในการดำเนินการวิจัย

นอกจากนี้ ขอขอบคุณ คุณยงยุทธ บรรยงเมธ และคุณนวลสวาท ปิ่นแก้ว
ที่ให้ความช่วยเหลือในการนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไปทดสอบเพื่อคัดเลือก
ขอสอบ

ท้ายที่สุดนี้ ผู้วิจัยขอกราบน้อมรำลึกถึงพระคุณของบิดา มารดา ที่ได้อบรม
เลี้ยงดูให้ความอุปการะทั้งในด้านกำลังใจ และกำลังทรัพย์ สนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัย
ตลอดมา พระคุณนี้หาที่เปรียบมิได้

ปัทมา เขียววิจิษฐ์สกุล

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย	3
ความสำคัญของการวิจัย	3
ขอบเขตของการวิจัย	4
คำนิยามศัพท์เฉพาะ	4
สมมติฐานการวิจัย	4
2 เอกสารและการวิจัยที่เกี่ยวข้อง	5
ลักษณะของการสอนแบบปฏิบัติการ	5
คุณค่าของการสอนแบบปฏิบัติการ	5
ข้อควรระวังในการสอนแบบปฏิบัติการ	6
สื่อการเรียนการสอน	7
การวิจัยเกี่ยวกับการสอนโดยวิธีค้นพบ	11
การวิจัยเกี่ยวกับการสอนโดยใช้บทเรียนสำหรับศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง	14
การวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนแบบปฏิบัติการ	17
3 วิธีดำเนินการวิจัยและวิเคราะห์ข้อมูล	20
กลุ่มตัวอย่าง	20
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	20
วิธีดำเนินการทดลอง	23
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	23

บทที่	หน้า
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	25
5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	28
สรุป	28
อภิปรายผล	30
ข้อเสนอแนะ	31
บรรณานุกรม	33
ภาคผนวก	38

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 คะแนนเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	25
2 ค่าสถิติ F สำหรับความแปรปรวนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	26
3 ค่าสถิติ t สำหรับคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	27

ภูมิหลัง

การพัฒนาการศึกษาเป็นส่วนสำคัญในการปรับปรุงการศึกษาของชาติให้บรรลุเป้าหมายอย่างมีประสิทธิภาพ ในบริบทของศัพทมูลของการสอน ซึ่งประกอบด้วยการมุ่งหมายของการสอน วัตถุประสงค์ เนื้อหาวิชา วิธีสอน วัสดุอุปกรณ์การสอน และการประเมินผลนั้น วิธีสอนเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่ควรได้รับการพัฒนา การสอนให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ มีความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้ขึ้นอยู่กับครูและวิธีสอนของครู ครูต้องศึกษาเกี่ยวกับวิธีสอนใหม่ ๆ และเทคนิคการสอนแล้วนำมาปรับปรุงให้เหมาะสมกับเนื้อหาและสภาพแวดล้อม เพื่อช่วยให้นักเรียนพัฒนาความสามารถทางการคิดอย่างมีเหตุผล มีนวัตกรรม เกิดการเรียนรู้ และสามารถถ่ายโยงการเรียนรู้ ทดลองนำไปใช้ในการดำรงชีวิตได้เป็นอย่างดี

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาโดยทั่วไปนั้น ผู้สอนมักจะมุ่งให้นักเรียนสามารถคิดคำนวณได้เร็ว ถูกต้อง โดยไม่คำนึงถึงความเข้าใจ ดังนั้นการสอนจึงเป็นแบบที่ครูบอกให้รู้ อธิบายสูตร ยกตัวอย่าง และบอกเทคนิคต่าง ๆ แก่นักเรียน แล้วให้นักเรียนจำวิธีการ ทำตามตัวอย่างนั้น ๆ จนเกิดความเคยชิน นักเรียนสามารถทำโจทย์หาคะลစ်ได้ด้วยความประสงค์โดยอาศัยการจำจากแบบที่เคยเห็น โดยไม่รู้เหตุผลว่าเหตุใดจึงต้องทำเช่นนั้น และนักเรียนจะไม่สามารถแก้ปัญหาจากที่แตกต่างไปจากโจทย์ที่เคยทำ ซึ่งปัญหาดังกล่าวนี้นี้เป็นปัญหาที่พบเห็นอยู่เสมอในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาส่วนมากนั้นเป็นการสอนแบบครูเป็นผู้กระทำ นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนน้อยมาก บทบาทและหน้าที่ของผู้เรียนก็คือ เป็นผู้รับฟังและจดจำเนื้อหาที่ครูบอกให้เพื่อนำไปใช้ในการสอบเท่านั้น

นักเรียนไม่ค่อยมีโอกาสดำเนินการแสดงความเห็น การเรียนการสอนที่นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมเพียงเล็กน้อยนี้ทำให้นักเรียนไม่สนใจเรียน เกิดความเบื่อหน่าย หรือแม้ว่าบางครั้งครูอาจจะสอนโดยวิธีการค้นพบแบบถาม – ตอบ นักเรียนเก่งก็จะมีโอกาสตอบ เพราะคิดคำตอบได้เร็วกว่า นักเรียนที่คิดคำตอบไม่ได้ หรือต้องใช้เวลานานในการคิดคำตอบก็จะไม่ค่อยมีโอกาสดำเนินการตอบ ดังนั้นทุก ๆ ครั้งที่ครูถาม นักเรียนเหล่านี้มักจะคอยฟังคำตอบจากเพื่อนโดยที่ไม่คิดหาคำตอบด้วยตนเอง นอกจากนั้นอาจจะมีนักเรียนบางคนที่ไม่สนใจฟังคำถามของครูและคำตอบของเพื่อน ขณะที่ครูถามเขาอาจจะคิดถึงเรื่องอื่น ๆ นอกบทเรียน อาจจะทำเรื่องอื่นมาทำหรืออาจจะเล่นในห้องเรียน ซึ่งสร้างความรำคาญและรบกวนคนอื่น ๆ ที่กำลังเรียน

ปัญหาจากการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังที่กล่าวมาข้างต้น ล้วนแล้วแต่เป็นปัญหาที่ทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไม่ได้ผลเท่าที่ควร หรืออาจจะล้มเหลว และยังมีผลทำให้นักเรียนส่วนมากมีทัศนคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ขาดความสนใจและความกระตือรือร้นในการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนั้นควรปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (ชัยยงค์ พรหมวงศ์ 2520 : 17) กล่าวว่า การเรียนการสอนปัจจุบัน ครูควรลดบทบาทจากการเป็นผู้สอนมาเป็นผู้ประสานงานการเรียน โดยเปิดโอกาสให้มีกิจกรรมการเรียนสำหรับเรียนเป็นรายกลุ่มและรายบุคคลบ้าง และในการเรียนครูเรียนไม่ควรอาศัยแบบเรียนเพียงอย่างเดียว

การสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการเป็นการสอนที่เกิดจากแนวคิดที่ว่านักเรียนรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่งนั้น ถ้าจะให้รู้จริงต้องลงมือทำจริง ๆ ปฏิบัติจริง ถ้านักเรียนเรียนโดยการทำจริง ปฏิบัติจริง ศึกษาและสรุปกฎเกณฑ์ด้วยตนเอง จะทำให้นักเรียนเข้าใจมีโน้มน้าวใจในเรื่องนั้น สามารถถ่ายโยงความรู้ไปใช้ในสถานการณ์อื่น และสามารถจดจำเรื่องนั้น ๆ ได้นาน การสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการเป็นการสอนที่สนองความแตกต่างระหว่างบุคคล และสอดคล้องสอดคล้องกับแนวทางการเรียนโดยการกระทำตามหลักการเรียนรู้อย่าง จอน ดีวีย์ (John Dewey) นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับแนวความคิดของ

เจอร์โรม บรูเนอร์ (Jerome Bruner) เกี่ยวกับการสอน คือการสอนให้เกิดการเรียนรู้
 ของใหญ่เรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการทาง ๆ การสอนเนื้อหาไม่ใช่เพื่อให้ท่องจำแต่สอน
 เพื่อให้คิดอย่างมีเหตุผล ได้มีส่วนร่วมในการแสวงหาความรู้ (Cooney, 1975 :
 195 citing Bruner, 1960 : 610 - 613)

การสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการนั้นเป็นวิธีสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนจากปฏิบัติจริง
 เป็นการสอนจากประสบการณ์ตรง นักเรียนได้ทดลองทำ ปฏิบัติ แสหาข้อมูล จัด
 ระเบียบข้อมูล พิจารณาหาข้อสรุป ค้นหาหาวิธีการและขบวนการด้วยตนเอง
 (ลาวัลย์ พลกล้า 2523 : 2)

การสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการน่าจะเป็นวิธีสอนที่ช่วยแก้ปัญหาการสอนคณิตศาสตร์
 ที่กล่าวมาแล้วในตอนต้นได้ และน่าจะเป็นวิธีสอนที่ทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มี
 ประสิทธิภาพสูงขึ้น ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความประสงค์ที่จะสร้างบทเรียนสำหรับศึกษาด้วยตนเอง
 เรื่อง เส้นตรงตามรายวิชา ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เนื้อหาเรื่องเส้นตรงเป็น
 เนื้อหาที่มีลักษณะเป็นกิจกรรม ซึ่งสามารถจัดกิจกรรมตามแนวการสอนแบบปฏิบัติการให้
 นักเรียนแสวงหาความรู้และหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง นอกจากนี้ผู้วิจัยต้องการศึกษาลักษณะ
 ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างบทเรียนสำหรับการสอนแบบปฏิบัติการเรื่องเส้นตรง
2. เพื่อศึกษาลักษณะทางการเรียนเรื่องเส้นตรงของนักเรียนที่เรียนโดยวิธี
 สอนแบบปฏิบัติการ โดยเปรียบเทียบกับวิธีสอนแบบปกติ

ความสำคัญของการวิจัย

1. เพื่อเสนอแนะแนวทางในการปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

2. เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างบทเรียนที่นักเรียนสามารถศึกษาด้วยตนเอง

ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ทำการทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนมัธยมสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร ในภาคการศึกษาที่ 2 ปีการศึกษา 2525 และเนื้อหาที่ใช้ในการทดลองคือ เรื่องเส้นตรง ตามรายวิชา ค 012 หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลายของกระทรวงศึกษาธิการ

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การสอนแบบปฏิบัติการ หมายถึง การสอนที่ให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเองจากบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยครูคอยให้ความช่วยเหลือแนะนำ เมื่อจบบทเรียนครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อสรุปมโนคติ
2. บทเรียน หมายถึง บทเรียนที่ให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเอง ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นสื่อการสอนของการสอนแบบปฏิบัติการ เรื่องเส้นตรง
3. นักเรียน หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนมัธยมสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร ที่เรียน ค 012 ในภาคการศึกษาที่ 2 ปีการศึกษา 2525
4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเส้นตรงที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

สมมติฐานในการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเส้นตรงของนักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการกับวิธีสอนแบบปกติแตกต่างกัน

เอกสารและการวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ลักษณะของการสอนแบบปฏิบัติการ

ลาวัลย์ พลกล้า ได้กล่าวถึงวิธีการสอนแบบปฏิบัติการ ดังนี้ การสอนคณิตศาสตร์โดยวิธีการสอนแบบปฏิบัติการ เป็นวิธีสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนจากการปฏิบัติจริง เป็นการเรียนจากประสบการณ์ตรง นักเรียนได้ทดลองทำ ปฏิบัติ เลาะหาข้อมูล จัดระเบียบข้อมูล พิจารณาหาข้อสรุปค้นคว้า หาวิธีการขบวนการด้วยตนเอง การสอนแบบปฏิบัติการ จะมีลักษณะสำคัญดังนี้

1. ใช้วัสดุอุปกรณ์ ซึ่งอาจจะเป็นรูปธรรม กึ่งรูปธรรม นามธรรม
2. มีการจัดข้อมูล การจัดทำ การคิดค้น การคำนวณ หรือกิจกรรม ภายนอก เช่น การสร้าง การวัด ฯลฯ
3. นักเรียนเป็นผู้กระทำการ นักเรียนต้องมีความรับผิดชอบตนเอง ต่อกลุ่ม มีวินัยในการควบคุมตนเอง
4. ส่งเสริมปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียน
5. ให้นักเรียนได้เรียนตามความสามารถของตน

คุณค่าของการสอนแบบปฏิบัติการ

1. ช่วยให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดในเรื่องนั้น ๆ เกิดจินตนาการและความคิดสร้างสรรค์ในการหาขบวนการและวิธีการต่าง ๆ
2. นักเรียนจะสามารถโยงคณิตศาสตร์เข้ากับโลกภายนอกห้องเรียน หรือชีวิตจริง เพราะคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเรียนนั้น นักเรียนเรียนจากกิจกรรมที่ปฏิบัติจริง ทำให้เกิดมโนภาพในเรื่องนั้น ๆ นักเรียนจะไม่รู้สึกว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งลึกลับ

3. การเรียนจากการปฏิบัติจริง นักเรียนจะเกิดความเข้าใจอย่างถ่องแท้ ทำให้เกิดความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้ ซึ่งเป็นสิ่งที่พึงประสงค์อย่างยิ่งของการศึกษา
4. บรรยากาศในชั้นเรียน จะเป็นแบบนักเรียนเป็นศูนย์กลาง นักเรียนต้องทำกิจกรรมตลอดเวลา
5. การเรียนแบบปฏิบัติการ ทำให้นักเรียนอยู่ในบรรยากาศที่ไม่เคร่งเครียด ทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
6. เปิดโอกาสในการนำปัญหาต่าง ๆ มาให้นักเรียนคิดโดยอาศัยวัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ เป็นเครื่องช่วยในการวิเคราะห์โจทย์นั้นให้เป็นรูปธรรมหรือกึ่งรูปธรรมให้เกิดภาพพจน์ เข้าใจปัญหาโจทย์
7. ช่วยเร้าให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการแก้ปัญหา
8. เสริมสร้างทักษะในการคิดคำนวณ

ข้อควรระวังในการสอนแบบปฏิบัติการ

1. ต้องให้นักเรียนเข้าใจถึงบทบาทของนักเรียนในการเรียนแบบนี้ว่าต้องทำตามข้อปฏิบัติ การตอบการสรุปต้องอาศัยการคิดอย่างมีเหตุผล
2. ต้องมีการเตรียมบทเรียนอย่างดี ให้ความง่ายเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน ระวังอย่าให้นักเรียนเกิดความผิดหวัง ตื่นตระหนกต่อความล้มเหลวของตนเอง ครูต้องให้เวลานักเรียนเพื่อปรับตัวให้คุ้นเคยกับวิธีการเรียนแบบปฏิบัติการ
3. การสอนแบบปฏิบัติการ เป็นการสอนที่เน้นชมเชยการเรียนรู้มากกว่าการเรียนรู้เนื้อหาหรือผลคำตอบ ซึ่งต่างกับการเรียนแบบดั้งเดิมที่มุ่งเนื้อหาและคำตอบ ถึงแม้ว่าชมเชยการเรียนรู้เป็นสิ่งสำคัญอย่างหนึ่ง แต่เนื้อหาของคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ก็ยังคงมีความสำคัญที่จะต้องคำนึงด้วย ดังนั้นการสอนแบบปฏิบัติการควรใช้สลับกับการสอนแบบอื่น ๆ ด้วย

4. การทำงานแบบรายบุคคล และรายกลุ่มย่อย ต้องมุ่งให้นักเรียนรู้จักระดมความคิด การหาเหตุผล เพื่อให้เกิดความเข้าใจเนื้อหา

สื่อการเรียนการสอน

วิธีการสอนแบบปฏิบัติการ ต้องอาศัยสื่อการเรียนการสอนเป็นหลัก ครูต้องจัดหาบทเรียนต่าง ๆ พร้อมทั้งวัสดุอุปกรณ์ที่จำเป็นเตรียมไว้ให้พร้อม สื่อการสอนที่ใช้สำหรับวิธีการสอนแบบปฏิบัติการมีอยู่หลายรูปแบบ ดังนี้

1. บทเรียนปฏิบัติการ (laboratory lesson) บทเรียนแบบนี้ เป็นสื่อการสอนแบบหนึ่งที่ทำให้นักเรียนได้เรียนจากการที่ได้ทำจริง ๆ เป็นการเรียนตามวิธีการทางวิทยาศาสตร์ นักเรียนต้องทำตามข้อปฏิบัติ (laboratory direction) เป็นปฏิบัติการเพื่อหาข้อมูล บันทึกข้อมูล แล้วสรุปกฎเกณฑ์สูตรต่าง ๆ จากข้อมูลเหล่านั้น บทเรียนปฏิบัติการนี้อาจจะใช้สอนนักเรียนแบบรายบุคคลหรือกลุ่มย่อยก็ได้ จะใช้สอนในช่วงเวลาเรียนนอกช่วงชั่วโมงเรียนก็ได้ ถ้าโรงเรียนมีห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์ก็ใช้สอนในห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์ ถ้าไม่มีห้องปฏิบัติการก็ใช้สอนในห้องเรียน

2. บทเรียนกิจกรรม (activity lesson) บทเรียนนี้เป็นบทเรียนที่บอกให้นักเรียนทำกิจกรรมต่าง ๆ จะทำเป็นกลุ่มย่อยหรือรายบุคคลก็ได้ ในบทเรียนกิจกรรมจะบอกหัวข้อเรื่อง ระดับชั้น อุปกรณ์ กิจกรรม หรือข้อปฏิบัติต่าง ๆ ที่นักเรียนจะต้องทำ จะต้องพิจารณาหาข้อสรุปหรือคำตอบ บทเรียนกิจกรรมต่างกับบทเรียนปฏิบัติการตรงที่ว่า บทเรียนปฏิบัตินั้นนักเรียนจะต้องหาข้อสรุป โดยพิจารณาจากข้อสรุปต่าง ๆ ที่ตนเองหามา นักเรียนจะต้องคิดหาวิธีหรือข้อสรุปด้วยการคิดของตน ส่วนบทเรียนกิจกรรมนั้นจะให้ข้อมูลบางอย่างเพื่อช่วยในการหาข้อสรุป ถ้าจะพิจารณาในเชิงวิธีการเรียนรู้ ก็จะกล่าวได้ว่า บทเรียนปฏิบัติการใช้วิธีเรียนแบบค้นคว้า (discovery) ส่วนบทเรียนกิจกรรมนี้นักเรียนใช้วิธีเรียนแบบค้นคว้าโดยมีการแนะ (guide discovery) ในบทเรียนกิจกรรมนั้นจะมีข้อความเสนอแนะแนวความคิด และสิ่งที่จะนำมาใช้ประกอบในการคิดเพื่อให้นักเรียนหาข้อสรุปได้

3. บทเรียนโปรแกรม (programmed text) เป็นสื่อการสอนอย่างหนึ่งที่ให้นักเรียนใช้เรียนด้วยตนเอง บทเรียนโปรแกรมเกิดจากแนวคิดของนักจิตวิทยา กลุ่มสกีง์เร้าและการตอบสนอง (stimulus - response) ที่เชื่อว่าการเรียนรู้เกิดขึ้นจากการที่ผู้เรียนได้ตอบสนองต่อสิ่งเร้าและการตอบสนองต่อสิ่งเร้าทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม การสอนให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ ครูต้องเสนอสิ่งเร้าและให้นักเรียนตอบสนอง การเสนอสิ่งเร้าต้องค่อย ๆ เสนอให้ทีละเล็กทีละน้อย ดังนั้นในบทเรียนโปรแกรมเนื้อหาจะถูกแบ่งเป็นเนื้อหาย่อย ๆ เป็นตอน ๆ และจัดเรียงไปตามลำดับ แต่ละตอนนี้เรียกว่ากรอบ (frame) ภายในกรอบจะมีข้อความที่ให้เนื้อหา มีคำถามซึ่งเป็นการเสนอสิ่งเร้าและให้นักเรียนตอบคำถามเป็นการตอบสนองต่อสิ่งเร้า คำถามนี้จะเกี่ยวกับเนื้อหาหรือข้อความในกรอบนั้น เมื่อนักเรียนตอบคำถามแล้วก็ตรวจสอบคำตอบทันที โดยเฉลยที่อาจจะอยู่ด้านหลังของกรอบถัดไปหรือหน้าถัดไป การที่นักเรียนรู้ว่าคำตอบของตนเองถูกหรือผิดในทันทีที่ตอบเสร็จ นับว่านักเรียนได้รับการเสริมแรงแบบทันทีทันใด ถ้านักเรียนตอบถูกก็จะเกิดกำลังใจในการเรียนต่อ ถ้าตอบผิดก็จะย้อนกลับมาอ่านข้อความสั้น ๆ ในกรอบนั้นอีกครั้ง จะทำให้เกิดความเข้าใจโดยไม่เสียเวลามากนัก

บทเรียนโปรแกรมมีอยู่ 3 ประเภท คือ

3.1 บทเรียนโปรแกรมแบบเชิงเส้น บทเรียนโปรแกรมแบบนี้ นักเรียนจะต้องเรียนทุกกรอบไปตามลำดับไม่มีข้อยกเว้น การตอบคำถามเป็นแบบให้เติมข้อความโดยให้นักเรียนคิดหาคำตอบเอง

3.2 บทเรียนโปรแกรมแบบสาขา บทเรียนแบบนี้นักเรียนไม่จำเป็นต้องอ่านทุกกรอบ แต่อาจจะข้ามบางกรอบไป คำถามในกรอบจะเป็นแบบเลือกตอบ ถ้าตอบผิดก็ต้องไปศึกษากรอบเสริมบางกรอบ ส่วนผู้ที่ตอบถูกก็就不用ศึกษากรอบเสริมเหล่านั้น นักเรียนที่เรียนก็ตอบถูกก็จะเรียนได้เร็ว เพราะไม่ต้องไปศึกษากรอบเสริมให้เสียเวลา ส่วนนักเรียนที่เรียนไม่ค่อยดี พื้นความรู้ไม่ดี เมื่อตอบไม่ถูกก็มีกรอบที่จะศึกษาเพิ่มเติมให้เกิดความเข้าใจ

3.3 บทเรียนโปรแกรมแบบผสม บทเรียนแบบนี้ใช้ทั้งแบบที่ 1 และแบบที่ 2

4. บัตรงาน (work card, work sheet) บัตรงานเป็นสื่อการเรียนการสอนที่ใช้ฝึกนักเรียนให้เกิดทักษะในการคิดคำนวณ เป็นการนำความรู้ สูตร กฎเกณฑ์ต่าง ๆ ไปใช้หลังจากที่นักเรียนได้เรียนเนื้อหา นั้น ๆ แล้ว ในบัตรงานจะระบุ

- 1) เนื้อหา สูตร กฎเกณฑ์ที่จะนำไปใช้
- 2) ตัวอย่าง
- 3) โจทย์ที่จะให้นักเรียนทำ
- 4) ให้นักเรียนคิดสร้างโจทย์เองแล้วหาคำตอบ

เนื้อหาเดียวกัน อาจจะทำบัตรงานไว้หลายระดับ จนถึงยาก บัตรงานนี้เป็นสื่ออย่างง่ายที่สุด ที่ครูควรจัดทำไว้มาก ๆ และให้นักเรียนทำเพื่อเป็นเครื่องช่วยให้นักเรียน

- 4.1) มีความทรงจำ ในเนื้อหา นั้น ๆ ได้นาน
- 4.2) มีความแม่นยำ ทำได้ถูกต้อง
- 4.3) เกิดความมั่นใจ และ
- 4.4) มีประสิทธิภาพในการคิดคำนวณ

5. บัตรปัญหา (problem card) บัตรปัญหาเป็นสื่อการเรียนการสอนซึ่งใช้ฝึกให้นักเรียนคิดแก้ปัญหา โจทย์ปัญหาอาจจะมีลักษณะแตกต่างกัน เช่น

5.1 ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรที่นักเรียนเรียน แต่เป็นโจทย์ที่ยากและซับซ้อนกว่าที่มีอยู่ในตำราที่นักเรียนใช้ นักเรียนจำเป็นต้องใช้ความรู้จากเนื้อหาหลาย ๆ เรื่อง มาช่วยในการแก้ปัญหาหรืออาจจะเป็นการวิเคราะห์หาเหตุผลและวิธีการ

5.2 ปัญหาที่ไม่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ตามเนื้อหาที่ปรากฏในหลักสูตร และต้องอาศัยความรู้คณิตศาสตร์บางเรื่องเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา

5.3 ปัญหาที่อาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา

บัตรปัญหามีไว้เพื่อสร้างความสนใจ ทำให้นักเรียนพยายามคิดถ้านักเรียนทำงานตามคำสั่งเสร็จแล้วขณะที่กลุ่มอื่นหรือนักเรียนคนอื่นยังไม่เสร็จ ครูแจกบัตรปัญหาให้นักเรียนคิด ทำให้นักเรียนได้ใช้เวลาในช่วงเวลาเรียนอย่างเต็มที่ และเป็นการขจัดความวุ่นวายในชั้นเรียนซึ่งมักจะเกิดขึ้นเนื่องจากนักเรียนทำงานตามคำสั่งเสร็จแล้ว

6. เกม เกมจัดเป็นสื่อการเรียนอีกประเภทหนึ่งซึ่งใช้ให้นักเรียนเกิดความสนุกสนานในการเรียนคณิตศาสตร์ นอกจากนั้นยังใช้เป็นเครื่องมือในการฝึกทักษะในการคิดคำนวณ เกมแต่ละเกมควรจะมีจุดประสงค์ที่แน่นอนว่าเป็นการฝึกเนื้อหาอะไร ความสามารถอะไร (ลาวัลย์ พลกล้า 2523 : 2 - 11)

การสอนแบบปฏิบัติการครูต้องเตรียมสื่อการเรียนการสอน ซึ่งหมายถึงตัวบทเรียนต่าง ๆ ตารางที่ใช้บันทึกข้อมูล วัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ ให้พร้อมและเพียงพอกับจำนวนนักเรียน

การสอนแบบปฏิบัติการในที่นี้ เป็นการสอนที่ให้นักเรียนศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองโดยยึดหลักให้นักเรียนได้ปฏิบัติจริง และนักเรียนได้มีโอกาสคิดมากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ ให้นักเรียนหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง โดยให้ศึกษาจากบทเรียนประเภทต่าง ๆ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เช่น บทเรียนปฏิบัติการ บทเรียนกิจกรรม บทเรียนโปรแกรม ฯลฯ ซึ่งจะเป็นบทเรียนประเภทใดนั้นก็ขึ้นอยู่กับเนื้อหาแต่ละหัวเรื่อง เช่น เรื่องที่มีความสำคัญต้องใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนต่อไป หรือเนื้อหาประเภทที่สามารถหาข้อสรุปจากการสังเกตหรืออาศัยวิธีอุปมาอุปไมย ก็จะใช้บทเรียนปฏิบัติการแต่ถ้าเป็นเรื่องที่เป็นนามธรรมก็จะใช้บทเรียนโปรแกรมหรือบทเรียนกิจกรรม นอกจากนั้นบัตรงานเป็นสื่อการสอนที่ใช้เกือบทุกคาบของการเรียน เพื่อฝึกให้นักเรียนเกิดทักษะในการนำข้อสรุปที่ได้จากบทเรียนมาใช้ ส่วนบัตรปัญหานั้นเป็นสื่อการสอนที่เตรียมไว้สำหรับปัญหายาก หรือซับซ้อนกว่าที่มีอยู่ในตำราเรียนที่นักเรียนใช้ และเตรียมไว้สำหรับให้นักเรียนที่เรียนบทเรียนเสร็จก่อนเวลาที่กำหนดได้ฝึกคิด เพื่อไม่ให้เสียเวลาโดยเปล่าประโยชน์

ดังนั้นจะเห็นได้ว่า การสอนแบบปฏิบัตินั้นเป็นการสอนที่ใช้กระบวนการในการค้นพบด้วยวิธีอุปมาหรือวิธีนิรนัย โดยใช้สื่อต่าง ๆ กัน เพราะฉะนั้นงานวิจัยนี้

เกี่ยวข้องกับการสอนแบบปฏิบัติการก็จะรวมถึงงานวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนแบบค้นพบ หรืองานวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนโดยใช้บทเรียนสำหรับศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง

การวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนแบบค้นพบ

การวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนแบบค้นพบทั้งในประเทศและต่างประเทศนั้น ได้มีผู้ทำการวิจัยไว้มาก ซึ่งส่วนใหญ่จะทำการเปรียบเทียบกับการสอนปกติ

โรเบิร์ตสัน (Robertson, 1970 : 5278 - A) ได้ศึกษาลักษณะการสอนหลักเกณฑ์และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์จากการสอน 2 แบบ คือ แบบค้นพบโดยมีการแนะ และแบบบรรยาย (expository) กับนักเรียนเกรด 4 จำนวน 374 คน ครู 13 คน จากโรงเรียน 4 โรงเรียนในฟิลาเดเฟีย รัฐเพนซิลวาเนีย ได้ผลการวิจัย ดังนี้

1. เจตคติของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มดีขึ้น แต่จากการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยของเจตคติ พบว่า เจตคติของกลุ่มที่สอนแบบค้นพบโดยมีการแนะดีกว่าเจตคติของกลุ่มที่สอนแบบบรรยายอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. กลุ่มที่สอนแบบบรรยาย มีความสามารถในการคำนวณดีกว่ากลุ่มที่สอนแบบค้นพบโดยมีการแนะ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งการทดสอบหลังการเรียนและการทดสอบความคงทนของการเรียนรู้
3. ไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญเกี่ยวกับโมโนติ การนำไปใช้หลักเกณฑ์ และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์จากการทดสอบหลังการเรียน และจากการสอบวัดความคงทนของการเรียนรู้ พบว่า กลุ่มที่สอนแบบค้นพบโดยมีการแนะมีความสามารถในการนำไปใช้ได้ดีกว่ากลุ่มที่สอนแบบบรรยายอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

แมคเกรรี (McCreary. 1975 : 4432 - A) ได้ทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์ แก่นิสิตที่เรียนวิชาพีชคณิต จำนวน 81 คน ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม โดยใช้วิธีสอน 3 แบบ คือ แบบที่ใช้บทเรียนโปรแกรม แบบค้นพบโดยมีการแนะ และแบบบรรยายที่ใช้ คำরাประกอบ ผลการวิจัยสรุปได้ว่า วิธีสอนทั้ง 3 แบบ ให้ผลไม่แตกต่างกันเมื่อ พิจารณาจากคะแนนของนิสิตทั้ง 3 กลุ่ม และไม่แตกต่างกันในด้านการเปลี่ยนแปลงเจตคติ ต่อวิชาคณิตศาสตร์ แต่ถ้ามุ่งหมายของการสอนมุ่งพัฒนาทักษะทางการคำนวณ การสอน โดยการใช้บทเรียนโปรแกรมจะให้ผลดีที่สุด และถ้ามุ่งจะพัฒนาระดับความรู้ที่สูงกว่า เช่น ความเข้าใจ การวิเคราะห์ การสอนแบบค้นพบโดยมีการแนะ จะให้ผลดีที่สุด

ไฮแอท (Hiatt. 1980 : 3589 - A) ได้ทำการศึกษาผลของการสอน คณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยการใช้บทเรียนแบบค้นพบ โดยเปรียบเทียบกับ การสอนปกติ ผลของการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้ง สองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนอกจากนี้การทดลองสอนโดย ใช้บทเรียนแบบค้นพบทำให้เจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเปลี่ยนแปลงไป

ทรงศักดิ์ นิธิปริชา (ทรงศักดิ์ นิธิปริชา 2523 : 73) ได้ทำการศึกษา ถึงกลวิธีที่แตกต่างกันในการสอนเรื่องความสัมพันธ์ และฟังก์ชันสำหรับนักศึกษา ระดับ ประกาศนียบัตรวิชาการชั้นสูง วิทยาลัยครูบุรีรัมย์ โดยที่ผู้วิจัยทำการสอน 10 คาบ ๆ ละ 50 นาที ผลของการวิจัย ปรากฏว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาที่เรียนจากการสอนแบบค้นพบ กับการสอนแบบบรรยายแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความคงทนทางการเรียนของนักศึกษาทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกันอย่าง มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งทดสอบเมื่อสิ้นสุดการ ทดลองกับทดสอบเมื่อสิ้นสุดการทดลอง 2 ปีคาบ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .05 ทั้งวิธีสอนแบบค้นพบและแบบบรรยาย

3. แนวโน้มของนักศึกษาส่วนใหญ่ มีเจตนาที่ดีต่อวิธีสอนแบบค้นพบ มากกว่าวิธีสอนแบบบรรยาย

ปกรณ จันทรศิริ (ปกรณ จันทรศิริ 2523 : 81 - 82) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลของการใช้วิธีสอนที่แตกต่างกัน เรื่อง การจัดลำดับและการจัดหมู่สำหรับระดับประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง วิชาเอกคณิตศาสตร์ วิทยาลัยครูฉะเชิงเทรา ผลของการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาที่เรียนโดยวิธีสอนแบบค้นพบ และแบบบรรยายแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาที่เรียนโดยวิธีสอนแบบค้นพบสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาที่เรียนจากการสอนแบบบรรยาย

พัชรินทร์ กริณสมมิตร (พัชรินทร์ กริณสมมิตร 2523 : 26) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนเรื่อง ภาศศักรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยวิธีสอนแบบค้นพบและแบบบรรยาย ผลของการวิจัยปรากฏว่า วิธีสอนแบบบรรยายให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าแบบค้นพบ ไม่มีความแตกต่างกันทางความคงทนของการเรียนรู้อันเป็นผลจากวิธีสอนทั้งสองแบบ และพบว่านักเรียนมีเจตนาที่ดีต่อการสอนแบบค้นพบมากกว่าแบบบรรยาย

มยุรี ศรีทอง (มยุรี ศรีทอง 2523 : 37) ได้ศึกษาแนวโน้มผลการสอนเรื่อง เส้นตรงด้วยวิธีการสอนแบบค้นพบและแบบบรรยาย สำหรับนักศึกษาประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง วิชาเอกคณิตศาสตร์ ผลปรากฏว่า แนวโน้มของการสอนทั้งสองแบบแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนมีเจตนาดีในทางบวกต่อการสอนแบบค้นพบ

มนู วัฒนไพบูลย์ (มนู วัฒนไพบูลย์ 2523 : 39) ได้ศึกษาเจตนาดีและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เส้นขนานและความคล้าย ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ด้วยวิธีการสอนแบบค้นพบและแบบบรรยาย ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของการสอนโดยวิธีสอนแบบค้นพบและบรรยาย

แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความคงทนในการเรียนรู้ระหว่างวิธีสอนแบบค้นพบและแบบบรรยาย แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้ นักเรียนทุกระดับความสามารถมีเจตนาดีในทางบวกต่อวิธีสอนแบบค้นพบ

การวิจัยเกี่ยวกับการสอนโดยใช้บทเรียนสำหรับศึกษาค้นคว้าตนเอง

สำหรับการวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนโดยใช้บทเรียนสำหรับศึกษาค้นคว้าตนเองนั้น มีทั้งการนำไปสอนเปรียบเทียบกับการเรียนการสอนปกติ และนำไปให้นักเรียนเรียนเพื่อเปรียบเทียบกับสื่อสำเร็จรูปอื่น ๆ ซึ่งพอสรุปได้ ดังนี้

อีสเตอร์เคย์ (Easterday. 1963 : 303 - 307) ได้ทดลองสอนพีชคณิตโดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติแก่นักเรียนเกรด 9 ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มที่เรียนจากบทเรียนโปรแกรมดีกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่เรียนตามปกติ

แบงฮาร์ท และคณะ (Banghart and others. 1963 : 199 - 204) ได้เปรียบเทียบการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติแก่นักเรียนเกรด 4 ผลปรากฏว่า กลุ่มที่เรียนจากบทเรียนโปรแกรมให้ผลสัมฤทธิ์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนตามปกติ

เฟลคชูเซ็น แรมฮาเตอร์ และเบิร์ท (Schramm. 1964 : 43 citing Feldhusen, Ramhater and Birt. 1962 : 8 - 10) ได้ทดลองสอนทักษะพื้นฐานทางเลขคณิตแก่นักเรียนเกรด 7 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

ไวท์ (White. 1970 : 3373 - A) ได้วิจัยเปรียบเทียบผลการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติในวิชาคณิตศาสตร์ระดับวิทยาลัย ผลปรากฏว่า กลุ่มทดลองมีความสามารถทางคำนวณสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่ทางด้านการแก้ปัญหาพบว่า ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

เกอร์เบอร์ (Gerber. 1974 : 4908 - 4909 - A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับผลการสอนตรรกศาสตร์รวมทั้งความสามารถในการพิสูจน์กับนักศึกษาระดับวิทยาลัย โดยใช้บทเรียนโปรแกรมและการสอนปกติ ผลการทดลองปรากฏว่า นักศึกษาที่เรียนจากบทเรียนโปรแกรมสามารถเขียนการพิสูจน์ได้ดีกว่ากลุ่มที่เรียนตามปกติ

การทดลองสอนเปรียบเทียบบทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติในประเทศไทย มีผู้ทำการทดลองไว้ ดังนี้

เชื่อน ปิ่นเงิน (เชื่อน ปิ่นเงิน 2518 : 29) ได้ทดลองสอนเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องแก่นักศึกษาวิชาการศึกษาระดับสูง เอกคณิตศาสตร์ โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนแบบปกติ ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่เรียนจากบทเรียนโปรแกรมสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่เรียนแบบปกติที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

มานะ เอกจริยวงศ์ (มานะ เอกจริยวงศ์ 2520 : 41) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาสถิติของนักศึกษาฝึกหัดครู ป.กศ. ที่เรียนโดยวิธีสอนแบบปกติกับวิธีที่ใช้บทเรียนโปรแกรม ปรากฏผลคือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาที่เรียนจากวิธีสอนทั้งสองวิธีไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

วิไล แก้วงามอรุณ (วิไล แก้วงามอรุณ 2520 : 65) ได้สร้างบทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นตรงสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย และนำไปทดลองใช้เพื่อหาประสิทธิภาพของบทเรียนโปรแกรม ตามเกณฑ์มาตรฐาน 90/90 ผลการวิจัยปรากฏว่า บทเรียนโปรแกรมที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 92.23/70.76 ซึ่งแสดงว่านักเรียนทำบทเรียนโปรแกรมได้ถูกต้องสูงกว่ามาตรฐาน 90 ตัวแรก แต่ทำแบบทดสอบหลังเรียนบทเรียนโปรแกรมได้ถูกต้องต่ำกว่า 90 ตัวหลังที่กำหนดให้ แต่อย่างไรก็ตาม การทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยของการสอบก่อนและหลังเรียนบทเรียนโปรแกรม ปรากฏว่า มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สำหรับการวิจัยเกี่ยวกับการเปรียบเทียบการเรียนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับสื่อสำเร็จรูปชนิดอื่น ๆ มีผู้ทำการวิจัยไว้ ดังนี้

เพียช (Pierce. 1970 : 4692 - A) ได้เปรียบเทียบการสอน

3 แบบ คือการสอนปกติ การสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรม และการสอนแบบที่ใช้โปรแกรม
โสตทัศนวัสดุในการสอนคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนที่เรียนอ่อน ผลปรากฏว่า

1. นักเรียนที่มีความสามารถในการอ่านสูง จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
สูงกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการอ่านต่ำ ไม่ว่าจะสอนด้วยวิธีใดใน 3 วิธี

2. นักเรียนที่มีความสามารถในการอ่านต่ำ จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
สูงเมื่อสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมโสตทัศนวัสดุ

3. วิธีสอนแบบปกติช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนระยะ
แรก ๆ คีที่สุด

เบค (Beck. 1971 : 6270 - A) ได้เปรียบเทียบผลการสอนพีชคณิตระดับ
วิทยาลัยโดยวิธีสอน 3 แบบ คือ การสอนแบบปกติ การสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรม
และการสอนแบบที่ใช้สื่อสำเร็จรูปแบบผสม ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ
กลุ่มที่เรียนจากการสอนแบบปกติ และจากสื่อสำเร็จรูปแบบผสมไม่แตกต่างกัน แต่สูงกว่า
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่เรียนจากการสอนจากบทเรียนโปรแกรม

สมิธ (Smith. 1975 : 5879 - A) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีสอน 3 แบบ กับกลุ่มตัวอย่างที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับวิทยาลัย
จำนวน 60 คน และแบ่งออกเป็นกลุ่มที่สอนแบบบรรยาย 23 คน แบบค้นพบโดยมีการ
แนะ 20 คน ใช้บทเรียนโปรแกรม 17 คน โดยใช้คะแนนจากการทดสอบก่อนเรียน
เป็นเกณฑ์ในการแบ่งกลุ่มตัวอย่างออกเป็นกลุ่มที่มีความสามารถสูงและต่ำ ผลการวิจัย
ปรากฏว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่มีความสามารถสูงและต่ำ และ
ผลสัมฤทธิ์ในการแก้ปัญหาของกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับการสอนทั้ง 3 แบบ ไม่แตกต่างกันอย่าง
มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่เพิ่มขึ้นกับระดับความชอบของวิชา
คณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กันเมื่อใช้การสอนแบบค้นพบโดยมีการแนะและแบบที่ใช้บทเรียน
โปรแกรม

อย่างไรก็ตามยังสรุปไม่ได้ว่า วิธีสอนแบบค้นพบโดยมีการแนะ หรือแบบโปรแกรมดีกว่าการสอนแบบบรรยาย แต่เมื่อสังเกตจากความสนใจทั้งในและนอกห้องเรียนของกลุ่มตัวอย่างที่มีต่อวิธีสอนแบบค้นพบโดยมีการแนะ และสังเกตจากความก้าวหน้าในการแก้ปัญหาแล้ว ปรากฏว่า กลุ่มตัวอย่างมีความสนใจมาก และมีความก้าวหน้าอย่างมีนัยสำคัญ ซึ่งน่าจะเป็นข้อสนับสนุนว่า วิธีสอนแบบค้นพบโดยมีการแนะดีกว่าวิธีสอนทั้ง 2 แบบ

การวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนแบบปฏิบัติการ

สำหรับการวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนแบบปฏิบัติการ หรือการสอนที่เน้นกิจกรรมส่วนใหญ่จะเป็นการศึกษาเปรียบเทียบกับการสอนปกติ

เกตส์ (Gates. 1977 : 4193 - A) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตใน CUFM คณิตศาสตร์ระดับ 1 (Level 1) และเจตนาคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักศึกษาวิชาเอกการประถมศึกษา ที่เรียนจากการสอนแบบปฏิบัติการ และการสอนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างคือ นักศึกษาที่ลงทะเบียนเรียนคณิต 3391 ที่มหาวิทยาลัยอาร์คันซัส (Arkansas) ผลของการวิจัยปรากฏว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่เรียนจากการสอนแบบปฏิบัติการ และการสอนปกติแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นั่นคือ การเรียนโดยการสอนแบบปฏิบัติการ มีประสิทธิภาพมากกว่าการสอนแบบเก่าหรือแบบปกติ (traditional approach) แต่ก็ไม่แตกต่างกันมากมายนัก

2. เจตนาคติของทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นั่นคือ เจตนาคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ของทั้งสองกลุ่มค่อนข้างเหมือนกัน

จากผลของการวิจัยชี้ให้เห็นว่า การสอนแบบปฏิบัติการที่นำมาใช้กับการสอนปกติของครูเป็นเทคนิคการสอนที่มีประสิทธิภาพ

คอรวิน (Corwin. 1978 : 6584 -A) ได้ศึกษาเปรียบเทียบเจตนคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรขาคณิตที่เรียนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ และใช้การพับกระดาษเป็นรูปทรงทางเรขาคณิตเป็นเครื่องช่วย กับการสอนวิธีบรรยาย - อภิปราย โดยมีจุดมุ่งหมายของการวิจัยนี้เพื่อพัฒนาและปรับปรุงการสอนแบบปฏิบัติการ ซึ่งอาศัยการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตนคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน นอกจากนี้ยังได้ศึกษาถึงการตอบสนองของครูที่มีต่อการสอนแบบปฏิบัติการ การวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วยครู 8 คน โดยที่ครูแต่ละคนสอนนักเรียน 2 กลุ่ม กลุ่มหนึ่งสอนด้วยวิธีการสอนแบบปฏิบัติการ อีกกลุ่มหนึ่งสอนด้วยวิธีสอนแบบบรรยาย - อภิปราย ใช้เวลาในการทดลอง 15 สัปดาห์ ผลของการวิจัยปรากฏว่า เจตนคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนอกจากนี้พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตนคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์นั้นมีความสัมพันธ์กันในทางบวก สำหรับครูนั้นพบว่า มีเจตนคติในทางบวกต่อการสอนแบบปฏิบัติการ ทั้งครูและนักเรียนรู้สึกว่าการทดลองและการใช้เทคนิคพับกระดาษเป็นรูปทรงทางเรขาคณิต ช่วยทำให้นักเรียนมองเห็นภาพจนและเข้าใจเนื้อหาได้ดี

ลอนดอน (London. 1978 : 2113 -A) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 8 ที่เรียนโดยการสอนแบบเน้นกิจกรรมกับการสอนแบบปกติโดยยึดคำว่าเป็นหลัก สำหรับกลุ่มทดลองที่เรียนโดยการสอนแบบเน้นกิจกรรมนั้นใช้อุปกรณ์การสอนหลายประเภทด้วยกัน รวมทั้งบทเรียนปฏิบัติการ บทเรียนกิจกรรม สำหรับกลุ่มควบคุมนั้นเรียนโดยยึดคำว่าเป็นหลักและใช้คำได้อย่างกว้างขวาง ผลของการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 คะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบก่อนเรียนและการทดสอบหลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และพบว่า เจตนคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ซัคเกอร์ (Sucker. 1978 : 2804 - A) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนเรขาคณิต โดยวิธีการสอนแบบปฏิบัติการซึ่งนักเรียนจะได้เรียนเรขาคณิตในห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์ ผลของการวิจัยพบว่า การสอนแบบปฏิบัติการเป็นวิธีสอนที่ทำให้การเรียนเรขาคณิตมีประสิทธิภาพมากขึ้น

เดจาร์เน็ตต์ ออนดรัส (Dejarnette - Ondrus. 1978 : 3432 - A) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบเจตนคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 9 ที่เรียนโดยวิธีการสอนแบบปฏิบัติการสลับกับการสอนปกติ กับการสอนแบบบรรยาย - อภิปราย กลุ่มควบคุมมีนักเรียน 21 คน ให้เรียนจากการสอนแบบบรรยาย - อภิปราย ตลอดทั้ง 5 วัน ส่วนกลุ่มทดลองมีนักเรียน 18 คน ให้เรียนจากการสอนแบบปฏิบัติการสัปดาห์ละ 2 วัน อีก 3 วันเรียนจากการสอนแบบบรรยาย - อภิปราย ใช้เวลาในการทดลอง 23 สัปดาห์ ผลของการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และกลุ่มทดลองมีเจตนคติในทางบวกต่อวิชาคณิตศาสตร์มากกว่ากลุ่มควบคุม แต่อย่างไรก็ตามเป็นที่เชื่อกันว่าเจตนคติในทางบวกจะทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

บลอนท์ (Blount. 1980 : 1990 - A) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนในห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์ที่ซึ่งเป็นส่วนเสริมนอกจากการสอนปกติในชั้นเรียนในแง่ของเจตนคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยทำการทดลองกับนักศึกษาระดับปีที่ 1 จำนวน 166 คน โดยการสุ่มจากนักศึกษาทั้งหมด 813 คน ผลของการวิจัยปรากฏว่า การสอนแบบปฏิบัติการซึ่งใช้สลับกับการสอนปกติในชั้นเรียนมีผลต่อเจตนคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่เรียนโดยการสอนแบบปฏิบัติการสลับกับการสอนปกติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่เรียนจากการสอนปกติแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วิธีดำเนินการวิจัยและการวิเคราะห์ข้อมูล

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนมัธยมสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร ที่เรียน ค 012 ในภาคการศึกษาที่ 2 ปีการศึกษา 2525 โดยวิธีการสุ่ม 1 ห่อง เป็นกลุ่มทดลอง จากจำนวนทั้งหมด 2 ห่อง ส่วนที่เหลืออีก 1 ห่องเป็นกลุ่มควบคุม ซึ่งกลุ่มทดลองมีนักเรียน 46 คน กลุ่มควบคุมมีนักเรียน 45 คน โดยให้กลุ่มทดลองเป็นกลุ่มที่เรียนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ โดยมีผู้วิจัยเป็นผู้สอน และกลุ่มควบคุมเป็นกลุ่มที่เรียนจากการสอนแบบปกติ ซึ่งอาจารย์ประจำเป็นผู้สอน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย

1. บทเรียนสำหรับกลุ่มทดลอง (ดูรายละเอียดในภาคผนวก) บทเรียนสำหรับกลุ่มทดลองนี้สร้างขึ้นโดยยึดหลักการสอนแบบปฏิบัติการ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1.1 ศึกษาเนื้อหาเรื่องเส้นตรง ตามหลักสูตร ค 012 ของชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งประกอบด้วยเนื้อหา ดังนี้

1.1.1 ความชันของเส้นตรง

1.1.2 เส้นขนาน

1.1.3 เส้นตั้งฉาก

1.1.4 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

1.1.5 ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

1.2 สร้างบทเรียนประเภทต่าง ๆ เช่น บทเรียนปฏิบัติการ
บทเรียนกิจกรรม บทเรียนโปรแกรม บัตรงาน บัตรปัญหา โดยสร้างให้สอดคล้อง
กับจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
และมีขั้นตอนในการสร้างคือ

1.2.1 เลือกหัวข้อเรื่อง

1.2.2 เขียนความถึกรวมยอดหรือเนื้อหา หรือทักษะที่
ต้องการให้นักเรียนได้เรียนรู้

1.2.3 เลือกอุปกรณ์ที่จะให้นักเรียนใช้ในการทำกิจกรรม

1.2.4 กำหนดข้อปฏิบัติ

1.2.5 การจัดกลุ่ม ในการทำตามข้อปฏิบัติในข้อ 1.2.4
ผู้วิจัยกำหนดว่าให้นักเรียนทุกคนทำหรือทำเป็นกลุ่ม ถ้าทำเป็นกลุ่มจะใช้กลุ่มละกี่คน และ
แต่ละกลุ่มควรจะทำกิจกรรมเดียวกันหรือไม่

1.2.6 ออกแบบตารางในการเก็บข้อมูล

เมื่อสร้างบทเรียนเสร็จแล้ว นำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิทางคณิตศาสตร์ตรวจสอบและปรับปรุง
แก้ไข

1.3 นำบทเรียนที่สร้างขึ้นไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 4 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง และไม่เคยเรียนเรื่องเส้นตรงมาก่อน ซึ่งการทดลองแบ่ง
ออกเป็น 2 ขั้นตอน

ครั้งที่ 1 นำบทเรียนไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 4 โรงเรียนสตรีมหาพฤฒาราม จำนวน 5 คน เพื่อหาข้อบกพร่องของบทเรียน
ได้แก่ การใช้ภาษา ลำดับขั้นของกิจกรรม ความเหมาะสมของเนื้อหา และระยะเวลา
ที่ใช้ในการเรียน แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข

ครั้งที่ 2 นำบทเรียนที่ปรับปรุงแล้วจากครั้งที่ 1 ไปทดลองใช้กับนักเรียน โรงเรียนสตรีมหาพฤฒาราม กลุ่มใหม่ จำนวน 5 คน เพื่อค้นหาข้อบกพร่องต่าง ๆ สำหรับปรับปรุงบทเรียนเช่นเดียวกับครั้งที่ 1

บทเรียนที่ได้จากการทดลองทั้ง 2 ครั้ง นำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิทางคณิตศาสตร์ ตรวจสอบและแก้ไข บทเรียนที่ได้เป็นบทเรียนที่นำไปทดลองจริงกับกลุ่มทดลอง

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง เส้นตรง ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยมีขั้นตอนดังนี้

2.1 ผู้วิจัยสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเส้นตรง เป็นแบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 60 ข้อ โดยสร้างให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมของหลักสูตร นำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิทางคณิตศาสตร์ตรวจสอบเพื่อปรับปรุงแก้ไข

2.2 ผู้วิจัยนำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนพิบูลโลกศึกษา จังหวัดพิษณุโลก ที่เรียนเรื่อง เส้นตรงแล้วจำนวน 89 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนอินทรีบุรี จังหวัดสิงห์บุรี ที่เรียนเรื่องเส้นตรงแล้วจำนวน 44 คน เพื่อนำมาวิเคราะห์หาค่าอำนาจจำแนก (x) ค่าความยากง่าย (p) ค่าความเชื่อมั่น และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดของแบบทดสอบ

2.3 วิเคราะห์ข้อสอบ ผู้วิจัยนำข้อสอบที่ได้จากการทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างข้างต้นมาวิเคราะห์โดยการตรวจให้คะแนนในข้อที่ตอบถูกต้องข้อละ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบ หรือเลือกตอบมากกว่า 1 คำตอบให้คะแนนเป็น 0

2.3.1 วิเคราะห์ข้อสอบเป็นรายข้อ ตามหลักการตัด 27% กลุ่มสูง กลุ่มต่ำ และเปิดตารางสำเร็จรูปของ จุง เทห์ ฟาน (Chung Teh Fan) เลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ .20 - .80 ค่าอำนาจจำแนก (x) ตั้งแต่ .20 ขึ้นไปได้ข้อสอบจำนวน 50 ข้อ

2.3.2 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยใช้สูตร
ของ คูเคอร์ ริชาร์ดสัน พร้อมทั้งหาค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

วิธีดำเนินการทดลอง

1. ผู้วิจัยสอนกลุ่มทดลอง เรื่อง เส้นตรง โดยให้นักเรียนศึกษาค้นคว้า
จากบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และดำเนินการสอนเป็นลำดับขั้นตามกิจกรรมในโครงการสอน
เป็นเวลา 13 คาบ ๆ ละ 50 นาที

อาจารย์ประจำเป็นผู้สอนกลุ่มควบคุม เรื่อง เส้นตรง ซึ่งเป็นเนื้อหา
เดียวกันกับกลุ่มทดลอง และใช้เวลาเท่ากับกลุ่มทดลอง โดยวิธีสอนแบบปกติ

2. ทดสอบนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่
ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง 40 นาที

3. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นตรง ของนักเรียนกลุ่ม
ทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้ $t - test$

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ค่าสถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยของคะแนน

1.2 ค่าความแปรปรวนของคะแนน

2. ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คำนวณจากสูตร

KR - 20

3. ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด คำนวณจากสูตร

$$s_e = s_x \sqrt{1 - r_{tt}}$$

เมื่อ s_e แทน ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

s_x แทน ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน

r_{tt} แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

4. ทดสอบความแตกต่างระหว่างความแปรปรวน จำนวนจากสูตร

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}, \quad df = n_1 - 1, \quad n_2 - 1$$

เมื่อ F แทน ค่าสถิติในการแจกแจงแบบเอฟ

s_1^2, s_2^2 แทน ค่าความแปรปรวนของกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ตามลำดับ

โดย $s_1^2 > s_2^2$

5. ทดสอบเพื่อเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม โดยใช้ t - test จำนวนจากสูตร

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right]}}$$

เมื่อ $df = n_1 + n_2 - 2$

t แทน ค่าสถิติในการแจกแจงแบบที

$\bar{x}_1, \bar{x}_2$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ตามลำดับ

s_1^2, s_2^2 แทน ค่าความแปรปรวนของกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ตามลำดับ

n_1, n_2 แทน จำนวนตัวอย่างในกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ตามลำดับ

μ_1, μ_2 แทน ค่าเฉลี่ยของประชากรของกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ตามลำดับ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ข้อมูลที่น่ามาวิเคราะห์ ได้แก่ คะแนนจากการทดสอบของกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นตรง จำนวน 50 ข้อ
ดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลดังต่อไปนี้

1. หาค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของคะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏดังตาราง 1

ตาราง 1 คะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน(น)	คะแนนเฉลี่ย($\bar{x}$)	ความแปรปรวน (s^2)
กลุ่มทดลอง	46	45.652	115.406
กลุ่มควบคุม	45	44.089	72.063

2. ทดสอบความแปรปรวนของคะแนนจากการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ
กลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม ซึ่งปรากฏดังตาราง 2

ตาราง 2 ค่าสถิติ F สำหรับความแปรปรวนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน(n)	ความแปรปรวน(s^2)	F
กลุ่มทดลอง	46	115.406	1.6015
กลุ่มควบคุม	45	72.063	

$$F_{.025; (45, 44)} = 1.884$$

$$F_{.975; (45, 44)} = .532$$

จากตาราง 2 จะเห็นว่า $.532 < 1.6015 < 1.884$ แสดงว่า
ความแปรปรวนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05

3. นำคะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม มาเปรียบเทียบความแตกต่าง ซึ่งปรากฏผลดังตาราง 3

ตาราง 3 ค่าสถิติ t สำหรับคะแนนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s^2	t
กลุ่มทดลอง	46	45.652	115.406	.7690
กลุ่มควบคุม	45	44.069	72.063	

$$t_{.025 ; 89} = 1.99$$

จากตาราง 3 จะเห็นว่า $.7690 < 1.99$ แสดงว่าคะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองไม่แตกต่างกับคะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มควบคุม ที่ระดับนัยสำคัญ .05

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างบทเรียนสำหรับการสอนแบบปฏิบัติการ เรื่อง เส้นตรง
2. เพื่อศึกษาลักษณะนิสัยทางการเรียน เรื่อง เส้นตรง ของนักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ โดยเปรียบเทียบกับวิธีสอนแบบปกติ

สมมติฐานของการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นตรง ของนักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ กับวิธีสอนแบบปกติแตกต่างกัน

วิธีดำเนินการวิจัย

1. กลุ่มตัวอย่าง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนมัธยมสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร ที่เรียน ค 012 ในภาคการศึกษาที่ 2 ปีการศึกษา 2525 จำนวน 91 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง ซึ่งเรียนจากการสอนแบบปฏิบัติการ จำนวน 46 คน และกลุ่มควบคุมซึ่งเรียนจากการสอนปกติ จำนวน 45 คน
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
 - 2.1 บทเรียนสำหรับกลุ่มทดลอง เป็นบทเรียนสำหรับศึกษาค้นคว้าตนเอง ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อเป็นสื่อการสอนสำหรับการสอนแบบปฏิบัติการ โดยใช้เวลาในการสอน

13 คาบ คาบละ 50 นาที บทเรียน เรื่อง เส้นตรง แบ่งออกเป็น 7 บทดังนี้

บทที่ 1 มุมเอียงของเส้นตรงและการหาความชันของเส้นตรงเมื่อกำหนด
มุมเอียงของเส้นตรง

บทที่ 2 การหาความชันของเส้นตรง เมื่อกำหนดพิกัดของจุด 2 จุดบนเส้นตรง

บทที่ 3 เส้นตั้งฉาก

บทที่ 4 ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน x และเส้นตรง
ที่ขนานกับแกน y

บทที่ 5 สมการของเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน x และไม่ขนานกับ
แกน y

บทที่ 6 และบทที่ 7 การหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

2.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นตรง เป็นแบบปรนัย
ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 50 ข้อ ซึ่งมีความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ .89

3. วิธีดำเนินการทดลอง

3.1 สุ่มห้องเรียนห้องหนึ่งจากห้องเรียนทั้งหมด 2 ห้องเรียน เป็นกลุ่ม
ทดลองอีก 1 ห้องเรียน เป็นกลุ่มควบคุม

3.2 ผู้วิจัยสอนกลุ่มทดลองโดยการสอนแบบปฏิบัติการ และอาจารย์
ประจำวิชา ค 012 เป็นผู้สอนกลุ่มควบคุมโดยการสอนปกติ ใช้เวลาในการสอน 13 คาบ
คาบละ 50 นาที เท่ากันทั้ง 2 กลุ่ม

3.3 ทดสอบนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มด้วยแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่อง เส้นตรง ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

การวิเคราะห์ข้อมูล

เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นตรง ของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม โดยใช้ $t - test$

สรุปผลการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นตรง ของนักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนแบบ ปฏิบัติการ กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นตรง ของนักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนแบบปกติ ไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05

อภิปรายผล

ผลการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นตรง ของนักเรียน ที่เรียนจากการสอนแบบปฏิบัติการ กับการสอนปกติไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 อาจจะเนื่องมาจากสาเหตุดังนี้คือ

1. ครูที่สอนกลุ่มควบคุมมีพื้นฐานความรู้ดี และมีประสบการณ์ในการสอน
2. บทเรียนประเภทต่าง ๆ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นบทเรียน ที่

สามารถใช้แทนการสอนปกติที่สอนโดยผู้ที่มีประสิทธิภาพในการสอน

ถึงแม้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นตรงของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มไม่แตกต่างกัน แต่การสอนแบบปฏิบัติการทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน การสอน และรู้จักศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง ซึ่งเป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับการเรียนในระดับ สูงขึ้นและในการดำเนินชีวิตในอนาคต นอกจากนี้ในช่วงโมงครุมีโอกาสดังเกิดพฤติกรรม การเรียนการสอนของนักเรียนได้ ทำให้รู้ว่่านักเรียนคนใดควรจะได้รับ การแก้ไข ปรับปรุงหรือส่งเสริมอย่างไร นักเรียนที่ขาดเรียนก็สามารถรับบทเรียนไปศึกษานอกเวลาได้

ข้อสังเกตบางประการจากการวิจัย

1. ในการทดลองครั้งนี้ กระทำในห้องเรียนปกติซึ่งค่อนข้างคับแคบสำหรับการทำกิจกรรม ไม่สะดวกในการจัดเตรียมอุปกรณ์ต่าง ๆ สำหรับแต่ละคาบเรียน ซึ่งได้แก่ บทเรียน เฉลยบทเรียน บัตรงาน และการส่งงาน บางครั้งทำให้เสียเวลากว่ามีห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์จะช่วยให้สะดวกและรวดเร็วในการจัดกิจกรรม การจัดสื่อต่าง ๆ และการรับส่งงาน
2. ในการสอนคาบต้น ๆ นักเรียนเรียนได้ช้าเพราะยังไม่คุ้นเคยกับการเรียนด้วยตนเอง และขาดสมรรถภาพในการอ่าน แต่ในคาบเรียนหลัง ๆ นักเรียนเริ่มคุ้นกับวิธีการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง และมีสมรรถภาพในการอ่านสูงขึ้น
3. นักเรียนบางคนไม่พยายามคิดหาคำตอบ แต่จะดูคำตอบจากเพื่อน

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป
 - 1.1 เนื่องจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นตรง ของนักเรียนที่เรียนโดยวิธี สอนแบบปฏิบัติการ กับการสอนแบบปกติไม่แตกต่างกัน แต่การสอนแบบปฏิบัติการทำให้นักเรียนรู้จักศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง รักใคร่ชอบพอกัน ดังนั้นผู้วิจัยเห็นว่าควรจะได้มีการส่งเสริมนำวิธีการสอนนี้ไปใช้สอนคณิตศาสตร์ในห้องเรียนโดยเฉพาะในโรงเรียนที่มีครูคณิตศาสตร์จำนวนน้อย
 - 1.2 ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ควรจะต้องเลือกเนื้อหาที่ไม่ยากนัก และนักเรียนสามารถที่จะศึกษาได้ด้วยตนเอง สร้างเป็นบทเรียนประเภทต่าง ๆ ไว้ใช้สลับกับการสอนปกติเพื่อเปลี่ยนบรรยากาศในการเรียนและเพื่อฝึกให้นักเรียนรู้จักศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
 - 1.3 ผู้บริหารและผู้มีส่วนเกี่ยวข้องกับการศึกษา ควรให้การสนับสนุนและจัดอบรมครูประจำการ ในการสร้างบทเรียนต่าง ๆ เช่น บทเรียนกิจกรรม บทเรียน

ปฏิบัติการ บทเรียนโปรแกรม เพื่อจะได้นำไปใช้สอนให้เหมาะสมกับความสามารถในการเรียนรู้ของเด็ก

1.4 นำจะได้สนับสนุนให้จัดห้องเรียนสำหรับวิชาคณิตศาสตร์โดยเฉพาะ

1.5 ใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ประเภทต่าง ๆ ในการทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นในการศึกษาเรื่องต่อไป

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยต่อไป

2.1 ควรศึกษาเปรียบเทียบผลของวิธี สอนแบบปฏิบัติการที่ใช้สลับกับการสอนแบบปกติ กับผลของการสอนแบบปกติ

2.2 ทดลองใช้วิธี สอนแบบปฏิบัติการในการสอนซ่อมเสริม

2.3 สร้างบทเรียนคณิตศาสตร์ประเภทต่าง ๆ ให้เหมาะสมกับสมรรถภาพทางการเรียนของนักเรียน

2.4 สำนัวจเจตคติของครูและนักเรียนที่มีต่อวิธี สอนแบบปฏิบัติการ

2.5 ศึกษาความคงทนทางการเรียนรู้ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนแบบปฏิบัติการ

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ "แนวคิดเกี่ยวกับรูปแบบแผนการสอนสำหรับหลักสูตรประถมศึกษา"

ประถมศึกษา 2 : 15 - 18 กันยายน 2520

ทรงศักดิ์ นิธิปรีชา การศึกษากลวิธีที่แตกต่างกันในการสอน เรื่องความสัมพันธ์และ

ฟังก์ชันสำหรับนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง วิทยาลัยครูบุรีรัมย์

ปริญญาโท ศศ.ม. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ 2523, 192 หน้า อุดรธานี

ปกรณ จันทศิริ เปรียบเทียบผลการใช้กระบวนการสอนที่แตกต่างกัน เรื่องการจัด

ลำดับการจัดหมู่ สำหรับระดับ ป.กศ.สูง วิชาเอกคณิตศาสตร์ วิทยาลัยครูระยอง

ปริญญาโท ศศ.ม. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ 2523, 154 หน้า อุดรธานี

พัชรินทร์ กฐินสมมิตร การศึกษาเปรียบเทียบเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์สองแบบ

เรื่องภาคตัดกรวยสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของโรงเรียนโคกกระเทียม

วิทยาลัย ปริญญาโท ศศ.ม. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ 2524, 117 หน้า

อุดรธานี

มนู วัฒนไพบูลย์ การศึกษาเจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน

และความคลายควยวิธีสอนสองแบบ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปริญญาโท

ศศ.ม. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ 2523, 199 หน้า อุดรธานี

มยุรี ศรีทอง แนวโน้มนของผลการสอนเรื่องเส้นตรง โดยใช้วิธีสอนสองแบบ สำหรับ

นักศึกษาระดับ ป.กศ.สูง วิชาเอกคณิตศาสตร์ วิทยาลัยครูสงขลา ปริญญาโท

ศศ.ม. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ 2523, 196 หน้า อุดรธานี

มานะ เอกจริยวงศ์ การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาสถิติของนักเรียน

ฝึกหัดครูระดับ ป.กศ. โดยใช้วิธีสอนธรรมชาติ กับวิธีสอนที่จับทเรียนโปรแกรม

ปริญญาโท กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2520, 126 หน้า

อุดรธานี

ลาวัลย์ พลกล้า การสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัย

ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2523, 119 หน้า

วิไล แก้วงามอรุณ การสร้างบทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องเส้นตรง สำหรับชั้น

มัธยมศึกษาตอนปลาย ปริญญาโท ค.ม. 2520, 190 หน้า อักสำเนา

สุเทพ จันทรสมศักดิ์ คณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์ เล่ม 2 ปีอาชีวการ 2525, 154 หน้า

ศึกษาธิการ , กระทรวง กรมวิชาการ หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 โรงพิมพ์คุรุสภา

2524, 174 หน้า

เจื่อน ปิ่นเงิน การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตและความ

ต่อเนื่องในระดับ ป.กศ.สูง วิชาเอกคณิตศาสตร์โดยใช้นิทรรศการโปรแกรมกับการสอน

ปกติ ปริญญาโท ค.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2518, 31 หน้า

อักสำเนา

Banghart, Frank W. and others. "An Experimental Study of Programmed Versus Traditional Elementary School Mathematics", The Arithmetic Teacher. 10 : 199 - 204, April, 1963.

Beck, Marilyn Clark. "A Comparative Analysis of Three Methods to Teaching Remedial Algebra on Junior College Level," Dissertation Abstracts. 13(12) : 6270 - A, June, 1971.

Blount, Morris Alonzo. "Effects of a Recycling Laboratory on Attitude Toward and Achievement in Mathematics Among College Freshmen," Dissertation Abstracts. 41(5) : 1990 - A, November, 1980.

Cooney, Thomas J. Davis, Edward J. Henderson, K.B. Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics. Boston : Houghton Mifflin Company Boston, 1975. 462 p.

Corwin, Vera - Anne Whittier Versfelt. "A Comparison of Learning Geometry With or Without Laboratory Activities Using Manipulative Aids and Paper Folding Techniques," Dissertation Abstracts. 38(11) : 6584 - A, May, 1978.

Dejarnette - Ondrus, Patricia Sue. "A Study of the Effect of A Laboratory Approach in Conjunction with Classroom Instruction on Student Performance in And Attitude Toward Mathematics," Dissertation Abstracts. 39(6) : 3432 - A, December, 1978.

- Easterday, Keneth and Helen Easterday. "Ninth - Grade Algebra, Programmed Instruction, and Sex Difference, : An Experiment," The Mathematics Teacher. 3 : 302 - 307, March, 1963.
- Fan, Chung Teh. Item Analysis Table. New Jersey, Education Testing Service, Princeton, 1952. 32 p.
- Gates, Mary Jane. "Activities Learning as an Antitode for Attitude Problems : The Treament of Geometry in a CUPM Level I Mathematics Course for Elementary Education Majors," Dissertation Abstracts. 37(7) : 4193 - A, January, 1977.
- Gerber, Homer C. "An Investigation of the Efficts of Programmed Instruction in Logical Inferences Upon College Student Ability ~~to~~ to learn Proof Writing," Dissertation Abstracts. 34(8) : 4908 - 4909 - A, February, 1974.
- Hiatt, Charlotte Jean Cleis. "Achievement and Attitude in Trigonometry : The Effects of Guided Discovery Leasson in High School Trigonometry," Dissertation Abstracts. 40(7) : 3589 - A, January, 1980.
- London, Ernest. "A Comparative Study of the Achievement of Urban Eight Grade Mathematics Students Usind An Activity Oriented Mode of Instruction and A Conventional Textbook Mode," Dissertation Abstracts. 39(4) : 2113 - A, October, 1978.
- McCreary, Clara N. "An Experient with Programmed Instruction, Guided Discovery and Lecture Text Methods of Teaching a College Mathematics Course to Freshman," Dissertation Abstracts. 36(7) : 4432 - A, August, 1975.
- Pierce, David Randell. "A Comparison of Conventional Printed Programmed and Audio - Programmed Methods of Teaching Remediation - Oriented Mathematics," Dissertation Abstracts. 30(11) : 4692 - A, May, 1970.
- Robertson, Howard G. "The Effects of the Diseovery and Expository Approach of Presenting and Teaching Selected Mathematical Principles and Relationships to Fourth Grade Pupils," Dissertation Abstracts. 31(10) : 5278 - A, July, 1970.

- Schramm, Wilbur. The Research on Programmed Instruction : An Annotated Bibliography. U.S. Department of Health, Education, and Welfare, Washington D.C., 1964. 114 p.
- Smith, Myrtle Louise Atkinson. "A Comparison of Three Methods of Teaching Freshman Mathematics : Lecture, Guided Discovery and Programmed," Dissertation Abstracts. 36(9) : 5879 - A, November, 1975.
- Sucker, Andrew Arthur. "Laboratory Activities and Reading in High School Geometry," Dissertation Abstracts. 39(5) : 2804 - A, November, 1978.
- White, Charles Colven. "The Use of Programmed Texts for Remedial Mathematics Instruction in College," Dissertation Abstracts. 30(8) : 3373 - A, February, 1970.

การพิจารณา

ภาคผนวก ก.
การวิเคราะห์ข้อมูล

คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเส้นตรง ของกลุ่มทดลอง

เลขที่	คะแนนผลสัมฤทธิ์ (50)	เลขที่	คะแนนผลสัมฤทธิ์ (50)	เลขที่	คะแนนผลสัมฤทธิ์ (50)
1	48	17	49	32	49
2	48	18	49	33	48
3	48	19	45	34	49
4	45	20	47	35	49
5	48	21	39	36	44
6	43	22	45	37	48
7	48	23	47	38	48
8	50	24	47	39	46
9	49	25	42	40	48
10	43	26	39	41	48
11	42	27	44	42	47
12	37	28	50	43	35
13	48	29	44	44	38
14	44	30	37	45	43
15	49	31	49	46	48
16	49				

คะแนนเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเส้นตรง เท่ากับ 45.65

คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเส้นตรง ของกลุ่มควบคุม

เลขที่	คะแนนผลสัมฤทธิ์ (50)	เลขที่	คะแนนผลสัมฤทธิ์ (50)	เลขที่	คะแนนผลสัมฤทธิ์ (50)
1	46	16	44	31	47
2	49	17	50	32	45
3	44	18	43	33	47
4	48	19	32	34	47
5	50	20	50	35	45
6	49	21	46	36	46
7	48	22	49	37	45
8	46	23	49	38	47
9	48	24	43	39	33
10	50	25	44	40	35
11	49	26	47	41	26
12	40	27	48	42	42
13	47	28	48	43	23
14	49	29	47	44	45
15	49	30	46	45	42

คะแนนเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเส้นตรงเท่ากับ 44.089

ค่าความแปรปรวนของคะแนนเฉลี่ยสถิติทางการเรียนโรงเรียนโพธิ์ตากของนักเรียน

x_1	f	fx_1	x_1^2	fx_1^2
50	2	50	2500	5000
49	9	441	2401	21609
48	12	576	2304	27648
47	4	188	2209	8836
46	1	46	2116	2116
45	3	135	2025	6075
44	4	176	1936	7744
43	3	129	1849	5547
42	2	84	1764	3528
39	2	78	1521	3042
38	1	38	1444	1444
37	2	74	1369	2738
35	1	35	1225	1225
	46	2050		96552

$$\begin{aligned}
 s_1^2 &= \frac{n_1 \sum f(x_1)^2 - (\sum fx_1)^2}{n_1(n_1 - 1)} \\
 &= \frac{(46)(96552) - (2050)^2}{46(46 - 1)} \\
 &= \frac{4441392 - 4202500}{2070} \\
 &= \frac{238892}{2070} \\
 &= 115.406
 \end{aligned}$$

ค่าความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโรงเรียนโศกนาฏกรรมของกรุงเทพมหานคร

x_2	f	fx_2	x_2^2	fx_2^2
50	4	200	2500	10000
49	7	343	2401	16807
48	5	240	2304	11520
47	7	329	2209	15463
46	5	230	2116	10580
45	4	180	2025	8100
44	3	132	1936	5808
43	2	86	1849	3698
42	2	84	1760	3520
40	1	40	1600	1600
35	1	35	1225	1225
33	1	33	1089	1089
32	1	32	1024	1024
26	1	26	676	676
23	1	23	529	529
	45	2013		93219

$$\begin{aligned}
 s_2^2 &= \frac{n \sum f(x_2^2) - (\sum fx_2)^2}{n(n-1)} \\
 &= \frac{(45)(93219) - (2013)^2}{(45)(44)} \\
 &= \frac{4194855 - 4052169}{1980} \\
 &= \frac{142686}{1980} \\
 &= 72.063
 \end{aligned}$$

ค่าสถิติ F สำหรับความแปรปรวนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

$$\begin{aligned}
 F &= \frac{s_1^2}{s_2^2} && \text{โดย } s_1^2 > s_2^2 \\
 &= \frac{115.406}{72.063} \\
 &= 1.6015
 \end{aligned}$$

ค่าสถิติ t สำหรับคะแนนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right]}} \\
 &= \frac{(45.652 - 44.089)}{\sqrt{\frac{(46 - 1)(115.406) + (45 - 1)(72.063)}{46 + 45 - 2} \left[\frac{1}{46} + \frac{1}{45} \right]}} \\
 &= \frac{1.563}{\sqrt{4.1313}} \\
 &= \frac{1.563}{2.032} \\
 &= .7690
 \end{aligned}$$

ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบ

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	.61	.23	21	.61	.49	41	.62	.46
2	.65	.48	22	.46	.56	42	.43	.67
3	.75	.21	23	.36	.21	43	.60	.26
4	.65	.30	24	.58	.59	44	.52	.67
5	.45	.26	25	.80	.60	45	.40	.32
6	.39	.38	26	.80	.74	46	.46	.20
7	.32	.23	27	.62	.80	47	.48	.53
8	.35	.48	28	.54	.36	48	.41	.64
9	.80	.47	29	.61	.38	49	.50	.50
10	.48	.47	30	.59	.46	50	.38	.41
11	.80	.47	31	.58	.72			
12	.68	.44	32	.58	.49			
13	.37	.66	33	.63	.71			
14	.76	.53	34	.67	.66			
15	.77	.65	35	.68	.59			
16	.36	.24	36	.71	.56			
17	.69	.29	37	.46	.56			
18	.37	.40	38	.72	.59			
19	.79	.59	39	.76	.53			
20	.35	.42	40	.74	.58			

ค่า p (อัตราส่วนของคนที่ตอบถูก) ค่า q (อัตราส่วนของคนที่ตอบผิด) และค่า $\sum pq$

ของแบบทดสอบ

ข้อที่	p	q	pq
1	.60	.40	.24
2	.60	.40	.24
3	.77	.23	.18
4	.66	.34	.22
5	.44	.56	.25
6	.44	.56	.25
7	.45	.55	.25
8	.33	.67	.22
9	.81	.19	.15
10	.47	.53	.25
11	.82	.18	.15
12	.77	.23	.18
13	.44	.56	.25
14	.77	.23	.18
15	.75	.25	.19
16	.38	.62	.24
17	.74	.26	.19
18	.36	.64	.23
19	.80	.20	.16
20	.41	.59	.24

ข้อที่	p	q	pq
21	.56	.44	.25
22	.47	.53	.25
23	.31	.69	.21
24	.59	.41	.24
25	.81	.19	.15
26	.70	.30	.21
27	.56	.44	.25
28	.50	.50	.25
29	.64	.36	.23
30	.62	.38	.24
31	.56	.44	.25
32	.50	.50	.25
33	.59	.41	.24
34	.64	.36	.23
35	.72	.28	.20
36	.72	.28	.20
37	.58	.42	.24
38	.72	.28	.20
39	.78	.22	.17
40	.72	.28	.20

ข้อที่	p	q	pq
41	.54	.54	.25
42	.46	.54	.25
43	.56	.44	.25
44	.56	.44	.25
45	.38	.62	.24
46	.53	.47	.25
47	.45	.55	.25
48	.39	.61	.24
49	.43	.57	.25
50	.35	.65	.23

$$\sum pq = 11.18$$

การคำนวณค่าความแปรปรวนของคะแนนจากการทดสอบนักเรียน 133 คน

x	f	fx	x ²	fx ²
54	1	54	2916	2916
53	2	106	2809	5618
49	2	98	2401	4802
48	1	48	2304	2304
47	3	141	2209	6627
46	3	138	2116	6348
45	6	270	2025	12150
44	7	308	1936	13552
43	2	86	1849	3698
42	8	336	1764	14112
41	5	205	1681	8405
40	5	200	1600	8000
39	3	117	1521	4563
38	3	114	1444	4332
37	2	74	1369	2738
36	4	144	1296	5184
35	6	210	1225	7350
34	9	306	1156	10404
33	4	132	1089	4356
32	3	96	1024	3072

x	f	fx	x ²	fx ²
31	5	115	961	4805
30	4	120	900	3600
29	5	145	841	4205
28	8	224	784	6272
27	3	81	729	2187
25	1	25	625	625
24	3	72	576	1728
23	5	115	529	2645
22	4	88	484	1936
21	4	84	441	1764
20	1	20	400	400
19	3	57	361	1083
18	3	54	324	972
17	2	34	289	570
16	2	32	256	512
14	1	14	196	196
	133	4503		164039

$$\begin{aligned}
 s^2 &= \frac{n \sum f(x^2) - (\sum fx)^2}{n(n-1)} \\
 &= \frac{(133 \times 164039) - (4503)^2}{133(133-1)} \\
 &= \frac{1540178}{17556} \\
 &= 87.73
 \end{aligned}$$

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบและความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

$$\begin{aligned}
 r_{tt} &= \frac{n}{n-1} \left[\frac{s_x^2 - \sum pq}{s_x^2} \right] \\
 &= \frac{50}{49} \left[\frac{87.73 - 11.18}{87.73} \right] \\
 &= \frac{50}{49} \left[\frac{1 - 11.18}{87.73} \right] \\
 &= \frac{50}{49} (1 - .127) \\
 &= \frac{43.65}{49} \\
 &= .89
 \end{aligned}$$

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเส้นตรง มีความเชื่อมั่นเท่ากับ .89

ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

$$\begin{aligned}
 s_e &= s_x \sqrt{1 - r_{tt}} \\
 &= \sqrt{87.73} \cdot \sqrt{1 - .89} \\
 &= \sqrt{87.73 \times 0.11} \\
 &= 3.11
 \end{aligned}$$

ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดเท่ากับ 3.11

ภาคผนวก ข.

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นตรง

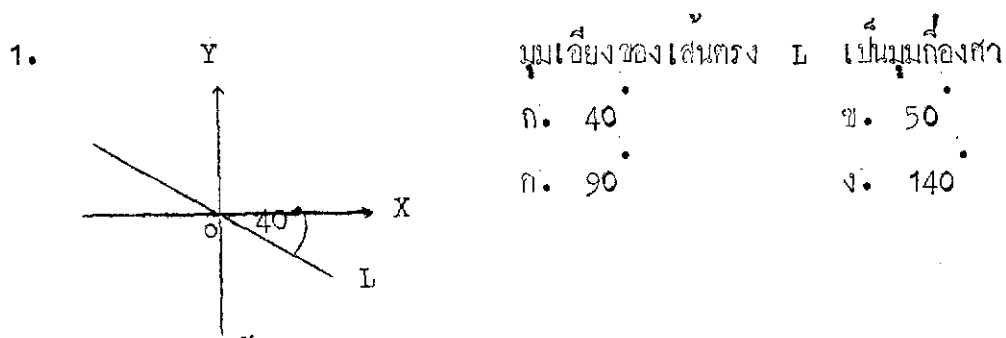
คำชี้แจงในการทำแบบทดสอบ

1. แบบทดสอบมีทั้งหมด 50 ข้อ ระยะเวลา 1 ชั่วโมง 40 นาที
2. คำถามทุกข้อเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ แต่ละคำถามมี 4 ตัวเลือกให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวจากตัวเลือก ก. ข. ค. หรือ ง. ข้อใดข้อหนึ่ง เมื่อเลือกได้แล้วให้กาเครื่องหมาย $\times$ ลงในกระดาษคำตอบ ดังตัวอย่าง

ตัวอย่าง (ข้อที่ถูกต้องคือ ข้อ ข.)

(0) ก. ~~ข.~~
ค. ง.
3. ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบให้กาเครื่องหมาย $\equiv$ หักคำตอบเดิมเสียก่อน แล้วจึงขีดคำตอบตัวเลือกใหม่ดังนี้

(0) ก. ~~ข.~~ ~~ค.~~ ง.
4. ข้อสอบแต่ละข้อมีคำตอบถูกเพียงคำตอบเดียว ข้อใดนักเรียนตอบมากกว่า 1 คำตอบ ขอนับว่าผิด และไม่ได้อะไร
5. ถ้านักเรียนพบข้อยากอย่าท้อใจ จงข้ามไปทำข้ออื่นเสียก่อน มีเวลาเหลืออีกอย่ากลับมาทำข้อนั้น พยายามทำใหม่มากที่สุด



2. มุมเอียงของเส้นตรง L คือมุมชนิดใด

- ก. มุมที่เส้นตรง L ทำกับแกน x โดยวัดมุมในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา
 ข. มุมที่เส้นตรง L ทำกับแกน x โดยวัดจากแกน x ไปหาเส้นตรง
 ค. มุมที่เส้นตรง L ทำกับแกน x โดยวัดจากแกน x ไปหาเส้นตรง
 ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา
 ง. มุมที่เส้นตรง L ทำกับแกน x โดยวัดจากแกน x ไปหาเส้นตรง
 ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา

3. มีค่าเท่ากับเท่าใดจึงทำให้เส้นตรงที่ผ่านจุด $(-5, 3)$ และ $(2, y)$ มีความชันเท่ากับ $-\frac{4}{7}$

- | | |
|-------|------------------|
| ก. -1 | ข. $\frac{4}{9}$ |
| ค. 1 | ง. 6 |

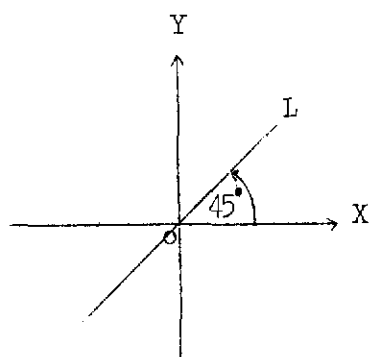
4. ถ้าจุด $(a, 6)$, $(-1, 4)$ และ $(-4, 2)$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกันแล้ว a จะมีค่าเท่าใด

- | | |
|-------|-------|
| ก. -4 | ข. -2 |
| ค. 2 | ง. 4 |

5. ถ้าเส้นตรง L ผ่านจุด $(2, 3)$ และ $(9, 5)$ จุดใดต่อไปนี้อยู่บนเส้นตรง L

- | | |
|---------------|--------------|
| ก. $(7, -12)$ | ข. $(22, 9)$ |
| ค. $(30, 11)$ | ง. $(20, 8)$ |

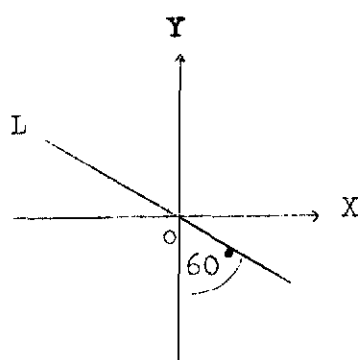
6.



จากรูปความชันของเส้นตรง L ที่หาได้
เท่ากับเท่าใด

ก. -1 ข. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ ค. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ง. 1

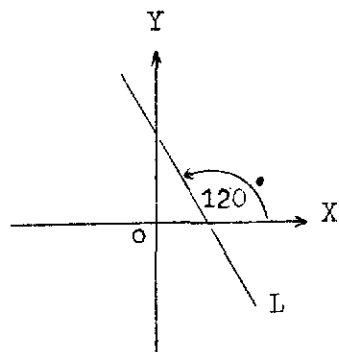
7.



จากรูปความชันของเส้นตรง L ที่หาได้
เท่ากับเท่าใด

ก. $-\sqrt{3}$ ข. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ ค. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ง. $\sqrt{3}$

8.



จากรูปความชันของเส้นตรง L ที่หาได้
เท่ากับเท่าใด

ก. $-\sqrt{3}$ ข. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ ค. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ง. $\sqrt{3}$

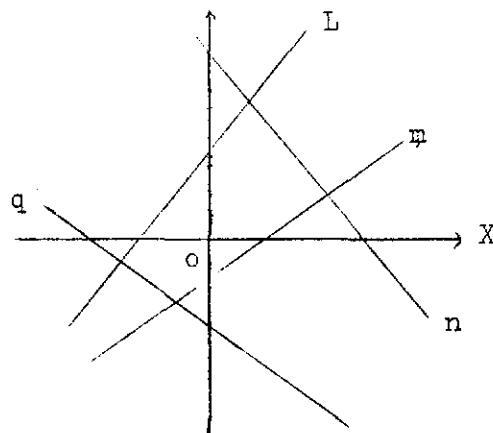
9. ถ้าความชันของเส้นตรง L มีค่าเท่ากับศูนย์ เส้นตรง L จะมีลักษณะอย่างไร

ก. ตั้งฉากกับแกน x ข. ขนานกับแกน x

ค. เส้นตรงผ่านจุดเริ่มต้น

ง. มีมุมเอียงเท่ากับ 45 องศา

10. จากรูปที่กำหนดให้เส้นตรงใดมีความชันเป็นจำนวนลบ



ก. n

ข. q

ค. L, m

ง. n, q

11. $A(x, y)$ และ $B(x_1, y_1)$ เป็นจุด 2 จุดในระนาบ เส้นตรงที่ผ่านจุด A และ B มีความชันเท่ากับเท่าใด

ก. $\frac{y - y_1}{x - x_1}, x \neq x_1$

ข. $\frac{x - y}{x_1 - y_1}, x_1 \neq y_1$

ค. $\frac{x - x_1}{y - y_1}, y \neq y_1$

ง. $\frac{x_1 - x}{y_1 - y}, y \neq y_1$

12. ความชันของเส้นตรง $3x + 7y - 9 = 0$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. $-\frac{7}{3}$

ข. $-\frac{3}{7}$

ค. $\frac{3}{7}$

ง. $\frac{7}{3}$

13. เส้นตรงในข้อใดทำให้เกิดสี่เหลี่ยมคางหมู

ก. $2x - 3y + 1 = 0$; $3x - 2y + 1 = 0$; $5x - 2y + 1 = 0$
 $5x + 2y - 1 = 0$

ข. $2x - 3y - 15 = 0$; $2x - 3y + 7 = 0$; $5x - 2y + 1 = 0$
 $5x + 2y - 1 = 0$

ค. $2x - 3y + 1 = 0$; $y = \frac{2}{3}x + 1$; $y = \frac{5}{2}x + 1$
 $y = -\frac{5}{2}x + 1$

ง. $2x - 3y + 1 = 0$; $5x - 2y + 1 = 0$; $y = \frac{2}{3}x - 15$
 $y = \frac{5}{2}x - 7$

14. เส้นตรงที่ผ่านจุด $(k, 7)$ และ $(-3, -2)$ ขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $(3, 2)$ และ $(1, -4)$ k มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. -12

ข. -8

ค. -2

ง. 0

15. ความชันของเส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $P(x, y)$ และ $Q(x_1, y_1)$ เมื่อ $x \neq x_1$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

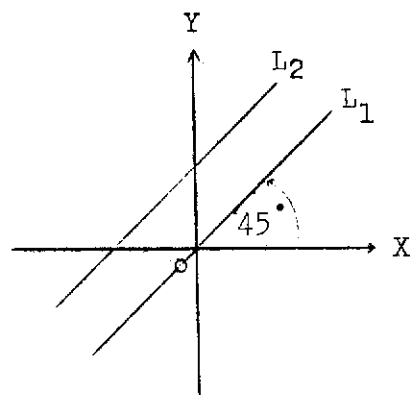
ก. $\frac{y - y_1}{x - x_1}$

ข. $\frac{-y - y_1}{x - x_1}$

ค. $\frac{x - x_1}{y - y_1}$

ง. $\frac{-x - x_1}{y - y_1}$

16.



เส้นตรง L_1 ขนานกับเส้นตรง L_2 ดังรูปที่กำหนดให้ ความชันของเส้นตรง L_2 มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. -1

ข. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

ค. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ง. 1

17. เส้นตรงคู่ขนานกัน

ก. เส้นตรงที่ผ่านจุด $(1, 3)$ และ $(3, 5)$ กับเส้นตรงที่ผ่านจุด $(-1, 3)$ กับ $(3, -5)$

ข. เส้นตรงที่ผ่านจุด $(-1, -3)$ และ $(-3, -5)$ กับเส้นตรงที่ผ่านจุด $(3, 7)$ กับ $(2, 9)$

ค. เส้นตรงที่ผ่านจุด $(1, 3)$ และ $(3, 5)$ กับเส้นตรงที่ผ่านจุด $(-1, -3)$ และ $(-3, -5)$

ง. เส้นตรงที่ผ่านจุด $(1, -3)$ และ $(3, -5)$ กับเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1, 3)$ และ $(3, 5)$

18. ความชันของเส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $P(x, y)$ และ $Q(x_1, y_1)$ เมื่อ $x \neq x_1$ เท่ากับเท่าใด

ก. $\frac{y - y_1}{x - x_1}$

ข. $-\frac{y - y_1}{x - x_1}$

ค. $\frac{y_1 - y}{x_1 - x}$

ง. $-\frac{x - x_1}{y - y_1}$

19. ถ้าความชันของเส้นตรง L เท่ากับ $\frac{3}{4}$ เส้นตรงซึ่งขนานกับเส้นตรง L จะมีความชันเท่ากับเท่าใด

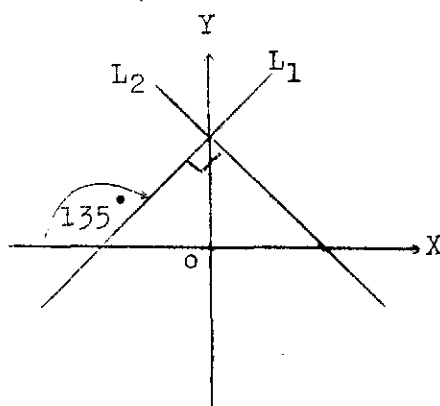
ก. $-\frac{4}{3}$

ข. $-\frac{3}{4}$

ค. $\frac{3}{4}$

ง. $\frac{4}{3}$

20.



จากรูป จงหาความชันของเส้นตรง L_2

ก. -1

ข. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

ค. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ง. 1

31. เส้นตรงที่ผ่านจุด $(-1, 3)$ และตั้งฉากกับเส้นตรง $2x - 8y + 9 = 0$ มีรูปสมการเป็นอย่างไร
- ก. $y - 4x - 1 = 0$ ข. $y + 4x + 1 = 0$
 ค. $y + 4x - 1 = 0$ ง. $y - 4x + 1 = 0$
32. เส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรง $2x - y = 0$ และมีระยะตัดแกน y เท่ากับ 2 มีรูปสมการเป็นอย่างไร
- ก. $y - 2x - 2 = 0$ ข. $y - 2x + 2 = 0$
 ค. $y + 2x - 2 = 0$ ง. $y + 2x + 2 = 0$
33. เส้นตรงที่ผ่านจุด $(2, -3)$ และ $(5, 3)$ มีรูปสมการเป็นอย่างไร
- ก. $2x + y - 2 = 0$ ข. $2x + y - 13 = 0$
 ค. $2x - y - 2 = 0$ ง. $2x - y - 7 = 0$
34. เส้นตรงที่มีความชันเท่ากับ -7 และมีระยะตัดแกน y เท่ากับ 0 มีรูปสมการเป็นอย่างไร
- ก. $y - 7x = 0$ ข. $7x - y = 0$
 ค. $7x + y = 0$ ง. $8x - y = 0$
35. เส้นตรง $4y + 3x - 7 = 0$ มีความชันเท่ากับเท่าใด
- ก. $-\frac{4}{3}$ ข. $-\frac{3}{4}$
 ค. $\frac{3}{4}$ ง. $\frac{4}{3}$
36. เส้นตรง L ซึ่งขนานกับเส้นตรง $8x - 2y + 5 = 0$ มีความชันเท่ากับเท่าใด
- ก. -4 ข. $-\frac{1}{4}$
 ค. $\frac{1}{4}$ ง. 4

37. เส้นตรง L ซึ่งขนานกับเส้นตรง $x + 4y - 7 = 0$ มีความชันเท่ากับเท่าใด

ก. -4

ข. $-\frac{1}{4}$

ค. $\frac{1}{4}$

ง. 4

38. เส้นตรง $x + 7y + 5 = 0$ ตัดแกน Y ที่จุดใด

ก. $(\frac{5}{7}, 0)$

ข. $(0, -\frac{5}{7})$

ค. $(0, \frac{5}{7})$

ง. $(-\frac{5}{7}, 0)$

39. เส้นตรง $2x + 3y = 4$ มีระยะตัดแกน x และระยะตัดแกน y เท่ากับเท่าไร

ก. $2, \frac{3}{4}$

ข. $2, \frac{4}{3}$

ค. $2, 3$

ง. $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$

40. เส้นตรง $3x - 2y = 6$ ตัดแกน x และแกน y ที่จุดอะไร ตามลำดับ

ก. $(2, 0)$ และ $(0, -3)$

ข. $(0, 2)$ และ $(-3, 0)$

ค. $(0, -3)$ และ $(0, 2)$

ง. $(-3, 0)$ และ $(0, 2)$

41. เส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรง $2x + 5y = 7$ และผ่านจุดกึ่งกลางของเส้นเชื่อมระหว่างจุด $(2, 7)$ และ $(-4, 1)$ มีรูปสมการเป็นอย่างไร

ก. $2x + 5y - 21 = 0$

ข. $2x + 5y - 18 = 0$

ค. $2x - 5y - 22 = 0$

ง. $2x - 5y + 9 = 0$

42. ถ้าเส้นตรง $2x + 3ky - 13 = 0$ ผ่านจุด $(-2, 4)$ แล้ว k มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. $\frac{12}{17}$

ข. $\frac{17}{21}$

ค. $\frac{21}{17}$

ง. $\frac{17}{12}$

43. เส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรง $3x + 2y = 8$ และผ่านจุดกึ่งกลางของเส้นเชื่อมระหว่างจุด $(5, -3)$ และ $(1, 1)$ มีรูปสมการเป็นอย่างไร
- ก. $3x - 2y - 11 = 0$ ข. $3x + 2y - 7 = 0$
 ค. $2x - 3y - 9 = 0$ ง. $2x + 3y - 3 = 0$
44. เส้นตรงที่ผ่านจุด $P(2, 5)$ และ $Q(-1, 3)$ ขัดกับเส้นตรงในข้อใด
- ก. $2x - 3y + 11 = 0$ ข. $3x - 2y - 11 = 0$
 ค. $2x + 3y + 11 = 0$ ง. $3x + 2y + 11 = 0$
45. จงหาระยะทางระหว่างเส้นตรง $3x - y - 2 = 0$ กับจุด $(1, 5)$
- ก. $\frac{4}{\sqrt{10}}$ ข. $\frac{\sqrt{10}}{4}$
 ค. 4 ง. 10
46. จงหาระยะทางระหว่างคู่ขนาน $3x + y + 5 = 0$ และ $7 - 3x - y = 0$
- ก. $-\frac{12}{\sqrt{10}}$ ข. $\sqrt{10}$
 ค. $\frac{12}{\sqrt{10}}$ ง. 12
47. ถ้าเส้นตรง $12x - 5y - 10 = 0$ เป็นเส้นตรงที่อยู่กึ่งกลางระหว่างคู่ขนานคู่หนึ่งซึ่งอยู่ห่างกัน 8 หน่วย จงหาสมการของคู่ขนานคู่นี้
- ก. $-12x + 5y - 50 = 0$ และ $-12x + 5y + 54 = 0$
 ข. $-12x + 5y + 50 = 0$ และ $-12x + 5y - 54 = 0$
 ค. $-12x + 5y + 62 = 0$ และ $-12x + 5y - 42 = 0$
 ง. $12x + 5y + 62 = 0$ และ $12x + 5y - 42 = 0$

48. จงหาสมการของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรง $2y = 5x - 9$ และอยู่ห่างจากจุด $(3, 5)$ เป็นระยะ $2\sqrt{29}$ หน่วย

ก. $2x - 5y - 89 = 0$ และ $2x + 5y - 27 = 0$

ข. $2x + 5y - 2\sqrt{29} = 0$ และ $2x + 5y + 2\sqrt{29} = 0$

ค. $2x + 5y - 2\sqrt{29} = 0$ และ $2x + 5y - 2 = 0$

ง. $2x + 5y - 89 = 0$ และ $2x + 5y + 27 = 0$

49. วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $P(-2, 3)$ สัมผัสกับเส้นตรง $x - 2y - 4 = 0$ ณ จุด ๆ หนึ่ง จงหารัศมีของวงกลมวงนี้

ก. $\frac{12\sqrt{5}}{5}$

ข. $\frac{12\sqrt{5}}{3}$

ค. 12

ง. $12\sqrt{5}$

50. จงหาระยะระหว่างจุด $(-2, 3)$ กับเส้นตรง $4x - 2y + 5 = 0$

ก. $\frac{9\sqrt{5}}{10}$

ข. $\frac{9\sqrt{5}}{5}$

ค. $\frac{9\sqrt{5}}{2}$

ง. $\sqrt{5}$

ภาคผนวก ค.
โครงการสอน
บทเรียนสำหรับวิธีสอนแบบปฏิบัติการ

โครงการสอน

เรื่อง เส้นตรง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

1. จุดประสงค์

เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1. หาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด 2 จุดที่กำหนดให้ เมื่อเส้นตรงนั้นไม่ขนานกับแกน y
2. หาความชันของเส้นตรง เมื่อกำหนดมุมเอียงของเส้นตรงให้
3. บอกได้ว่าเส้นตรง 2 เส้นที่กำหนดให้ขนานกันหรือตั้งฉากกัน โดยพิจารณาจากความชัน
4. หาสมการเส้นตรงเมื่อกำหนดเงื่อนไขต่าง ๆ ให้
5. หาความชันของเส้นตรงและจุดที่เส้นตรงตัดแกน x และแกน y และเขียนกราฟของเส้นตรงเมื่อกำหนดสมการเส้นตรงให้
6. หาระยะห่างระหว่างเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ กับจุด (x_1, y_1) ที่ไม่อยู่บนเส้นตรง

2. เนื้อหา

คาบที่ 1 - 3

ความชันของเส้นตรงที่ทราบพิกัดของจุดบนเส้นตรง 2 จุด $P(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ เมื่อ $x_1 \neq x_2$ มีค่าเท่ากับ $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$
 มุมเอียงของเส้นตรงคือ มุมที่เล็กที่สุดที่เส้นตรงทำกับแกน xx โดยวัดทวน
 เข็มนาฬิกา จากแกน x ไปหาเส้นตรงโดยมีค่าตั้งแต่ 0 องศาแต่น้อยกว่า 180 องศา

ความชันของเส้นตรงเท่ากับ $\tan \theta$ เมื่อ θ เป็นมุมเอียงของเส้นตรง
 ความชันของเส้นตรงที่มีมุมเอียง $0 < \theta < 90^\circ$ จะมีค่าเป็นจำนวนบวก
 (มากกว่าศูนย์)

ความชันของเส้นตรงที่มีมุมเอียง $\theta > 90^\circ$ จะมีค่าเป็นจำนวนลบ (น้อยกว่า
 ศูนย์)

เส้นตรงที่ขนานกับแกน x มีความชันเท่ากับ 0 เสมอ สำหรับเส้นตรง
 ที่ขนานกับแกน y นั้น ความชันหาค่าไม่ได้

ความชันของเส้นตรง (ที่ไม่ขนานกับแกน y) เส้นหนึ่งมีเพียงค่าเดียวเท่านั้น
 เส้นตรงสองเส้น (ที่ไม่ขนานกับแกน x) จะขนานกันก็ต่อเมื่อ ความชัน
 ของเส้นตรงสองเส้นเท่ากัน

ความที่ 4

เส้นตรงสองเส้นที่ไม่ขนานกับแกน y จะตั้งฉากกันก็ต่อเมื่อผลคูณของความ
 ชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากับ -1

ความที่ 5

ถ้าเส้นตรงตัดแกน x ที่จุด $(a, 0)$ เรียก a ว่าระยะตัดแกน x
 (x - intercept)

ถ้าเส้นตรงตัดแกน y ที่จุด $(0, b)$ เรียก b ว่าระยะตัดแกน y
 (y - intercept)

สมการของเส้นตรงที่ขนานกับแกน x คือ $y = b$ เมื่อ b เป็นจำนวน
 จริงใด ๆ

สมการของเส้นตรงที่ขนานกับแกน y คือ $x = a$ เมื่อ a เป็นจำนวน
 จริงใด ๆ

คาบที่ 6 - 7

สมการของเส้นตรงเป็นสมการเชิงเส้น ซึ่งสามารถเขียนสมการเส้นตรง
ในรูปแบบ $Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B และ C เป็นค่าคงตัว โดยที่ A
และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

สมการของเส้นตรงที่มีความชันเท่ากับ m และผ่านจุด (x_1, y_1) คือ

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

สมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด (x_1, y_1) และ (x_2, y_2) คือ $y - y_1$
 $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

สมการของเส้นตรงที่มีความชันเท่ากับ m และมีระยะตัดแกน y เท่ากับ

$$b \text{ คือ } y = mx + b$$

สมการของเส้นตรงที่มีระยะตัดแกน x เท่ากับ a และระยะตัดแกน y
เท่ากับ b คือ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

จากสมการของเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ สามารถหาความชัน
ได้โดยการจัดสมการใหม่ให้อยู่ในรูป $y = mx + b$ ซึ่งจะได้ว่าสัมประสิทธิ์
ของ x คือความชัน และ b คือระยะตัดแกน y

การหาระยะตัดแกน x ก็คือ หาว่าเมื่อ $y = 0$; x จะเป็นเท่าใด

การหาระยะตัดแกน y ก็คือ หาว่าเมื่อ $x = 0$; y จะเป็นเท่าใด

ในการเขียนกราฟของสมการเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ ที่กำหนดให้
ทำได้โดยจัดสมการให้อยู่ในรูป 1. $y = mx + b$ แล้วเขียนกราฟโดยอาศัย
ความชันและจุดตัดบนแกน y หรือ

$$2. \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \text{ แล้วเขียนกราฟโดยใช้}$$

จุดตัดบนแกน x และจุดตัดบนแกน y

ตอนที่ 8 - 9

ระยะทางระหว่างเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ กับจุด (x_1, y_1)

เท่ากับ $\frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ ซึ่งนิยมใช้สัญลักษณ์ d แทนระยะทางนี้

$$\text{นั่นคือ } d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

3. ความชัน

1. อัตราส่วนตรีโกณมิติ tangent

$$\begin{aligned} \tan \hat{CAB} &= \frac{\text{ด้านตรงกันข้าม } \hat{CAB}}{\text{ด้านประชิด } \hat{CAB}} \\ &= \frac{BC}{AB} \end{aligned}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \tan 45^\circ = 1, \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$\tan 90^\circ$ หาค่าไม่ได้

$$\tan \theta = -\tan (180^\circ - \theta)$$

ระยะระหว่างจุด $P_1(x_1, y_1)$ และจุด $P_2(x_2, y_2)$ ซึ่งเขียนแทนด้วย $|P_1P_2|$ หรือ $|P_2P_1|$ คือ $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

4. อุปกรณ์

1. ไมโครเมตร
2. กระดาษกราฟ
3. คินด
4. บทเรียน ซึ่งประกอบด้วย

- บทเรียนที่ 1 เรื่อง ความชันของเส้นตรงและความชันของเส้นตรง
ที่ขนานกัน
- บทเรียนที่ 2 เรื่อง ความชันของเส้นตรง
- บทเรียนที่ 3 เรื่อง เส้นตั้งฉาก
- บทเรียนที่ 4 เรื่อง ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับ
แกน x และความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นเส้นตรง
ที่ขนานกับแกน y
- บทเรียนที่ 5 เรื่อง สมการของเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน x และ
ไม่ขนานกับแกน y
- บทเรียนที่ 6 เรื่อง ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด
- บทเรียนที่ 7 เรื่อง ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

5. เจลยบทเรียน

6. บัตรงาน ซึ่งประกอบด้วย

- บัตรงานที่ 1 เรื่อง ความชันของเส้นตรงเมื่อกำหนดมุมเอียงของ
เส้นตรงให้
- บัตรงานที่ 2 เรื่อง เส้นขนาน
- บัตรงานที่ 3 เรื่อง ความชันของเส้นตรงเมื่อกำหนดคหิภักจุด 2 จุด
บนเส้นตรงให้
- บัตรงานที่ 4 เรื่อง ความชันของเส้นตรง บอกลักษณะของเส้นตรง
จากความชัน
- บัตรงานที่ 5 เรื่อง ความชันของเส้นตรงที่ขนานกัน
- บัตรงานที่ 6 เรื่อง เส้นขนาน การแสดงว่าเส้นตรงขนานกัน
- บัตรงานที่ 7 เรื่อง ความชันของเส้นตรงที่ตั้งฉากกัน
- บัตรงานที่ 8 เรื่อง เส้นตั้งฉาก การแสดงว่าเส้นตรงตั้งฉากกัน
- บัตรงานที่ 9 เรื่อง สมการเส้นตรงที่ขนานกับแกน x และสมการ
เส้นตรงที่ขนานกับแกน y

บัตรงานที่ 10 เรื่อง สมการเส้นตรง

บัตรงานที่ 11 เรื่อง สมการเส้นตรงและการเขียนกราฟ

บัตรงานที่ 12 เรื่อง ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุด

7. เฉลยบัตรงาน

8. บัตรปัญหา เรื่องการเขียนกราฟของเส้นตรงเมื่อกำหนดการชัน
และจุดที่เส้นตรงผ่าน 2 จุดให้และ เรื่องการหาสมการของเส้นตรง

5. กิจกรรม

คาบที่ 1 วันพฤหัสบดี 16 ธันวาคม 2525

- กิจกรรม
1. ชี้แจงการเรียนรู้จากบทเรียนในทุกคาบ ใช้เวลาประมาณ 10 นาที
 2. ครูแจกบทเรียนที่ 1 ให้
 3. นักเรียนทำบทเรียนที่ 1 ข้อ 1 - 5 ใช้เวลาประมาณ 20 นาที
 4. แจกเฉลยบทเรียนที่ 1
 5. นักเรียนตรวจคำตอบจากเฉลยบทเรียนที่ 1 ใช้เวลาประมาณ 10 นาที
 6. ครูและนักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายผลสรุปและปัญหาจากบทเรียน ใช้เวลา 5 - 10 นาที
 7. นักเรียนจดบันทึกผลสรุปลงในสมุด ใช้เวลา 5 นาที
 8. นักเรียนส่งบทเรียนและเฉลยบทเรียน

คาบที่ 2-3 วันศุกร์ที่ 17 ธันวาคม 2525

- กิจกรรม
1. แจกบทเรียนที่ 1
 2. นักเรียนทำบทเรียนที่ 1 ตั้งแต่ข้อ 6 จนจบบทเรียน ใช้เวลา 15 นาที

3. แจกเฉลยบทเรียนที่ 1
4. นักเรียนตรวจข้อคำถามจากเฉลยใช้เวลาประมาณ 10 นาที
5. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายปัญหาและผลสรุปจากบทเรียนใช้เวลา 10 นาที
6. นักเรียนจับบันทึกผลสรุปลงในสมุด ในเวลา 5 นาที
7. แจกบทเรียนที่ 2 ให้นักเรียนทำใช้เวลาประมาณ 15 นาที
8. แจกเฉลยบทเรียนที่ 2 ให้นักเรียนตรวจข้อคำถามใช้เวลา 10 นาที
9. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลสรุปและปัญหาจากบทเรียนใช้เวลา 10 นาที
10. นักเรียนจับบันทึกผลสรุปลงในสมุดใช้เวลา 5 นาที
11. แจกบัตรงานที่ 1 บัตรงานที่ 2 บัตรงานที่ 3 และบัตรงานที่ 4 ให้นักเรียนทำ
12. นักเรียนส่งบัตรงาน สำหรับนักเรียนที่ทำไมเสร็จนั้นนำไปทำเป็นการบ้าน
13. แจกแบบฝึกหัดที่ 1 พร้อมเน้นปัญหาให้นักเรียนทำเป็นการบ้านและส่งในวันจันทร์
ที่ 20 ธันวาคม 2525

คาบที่ 4 วันอังคารที่ 21 ธันวาคม 2525

- กิจกรรม
1. ครูชี้แจงขอบกพร่องในการทำบัตรงาน
 2. แจกบทเรียนที่ 3 ให้นักเรียนทำเป็นเวลา 30 นาที
 3. แจกเฉลยให้นักเรียนตรวจข้อคำถามเป็นเวลา 10 นาที
 4. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลสรุปและปัญหาจากบทเรียนเป็นเวลา 5 - 10 นาที
 5. นักเรียนจับบันทึกผลสรุป
 6. แจกบัตรงานที่ 5 บัตรงานที่ 6 บัตรงานที่ 7 และบัตรงานที่ 8 พร้อมทั้ง
แบบฝึกหัดที่ 2 และ 3 ให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน

คาบที่ 5 วันพฤหัสบดีที่ 23 ธันวาคม 2525

- กิจกรรม
1. ครูชี้แจงขอบกพร่องในการทำบัตรงาน
 2. แจกบทเรียนที่ 4 ให้นักเรียนทำข้อ 1 - 7 เป็นเวลา 15 นาที

3. แจกเฉลยให้นักเรียนตรวจคำตอบเป็นเวลา 5 นาที
4. นักเรียนทำทเรียนที่ 4 ข้อ 8 – 15 เป็นเวลา 10 นาที
5. นักเรียนตรวจคำตอบจากเฉลยเป็นเวลา 5 นาที
6. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลสรุปและปัญหาจากทเรียนเป็นเวลา 10 นาที
7. นักเรียนจับบันทึกผลสรุป
8. แจกบัตรงานที่ 9 ให้นักเรียนทำเป็นภาระงาน

คาบที่ 6 – 7 วันศุกร์ที่ 24 ธันวาคม 2525

กิจกรรม

1. แจกทเรียนที่ 5 ให้นักเรียนทำเป็นเวลา 50 นาที
2. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลสรุปและปัญหาจากทเรียนเป็นเวลา 10 นาที
3. แจกบัตรงานที่ 10 และบัตรงานที่ 11 ให้นักเรียนทำเป็นเวลา 40 นาที
4. แจกแบบฝึกหัดที่ 4 ให้นักเรียนทำเป็นภาระงาน

คาบที่ 8 วันอังคารที่ 26 ธันวาคม 2525

กิจกรรม

1. แจกทเรียนที่ 6 ให้นักเรียนทำเป็นเวลา 40 นาที
2. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยทเรียนที่ 6 เป็นเวลา 10 นาที

คาบที่ 9 วันพฤหัสบดีที่ 30 ธันวาคม 2525

กิจกรรม

1. แจกทเรียนที่ 7 ให้นักเรียนทำเป็นเวลา 40 นาที
2. แจกเฉลยให้นักเรียนตรวจสอบเป็นเวลา 10 นาที
3. นักเรียนจับบันทึกสูตรที่ได้จากทเรียน
4. ครูแจกบัตรงานที่ 12 และแบบฝึกหัดที่ 5 ให้นักเรียนทำเป็นภาระงาน

คาบที่ 10 วันอังคารที่ 4 มกราคม 2526

กิจกรรม ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยและอภิปรายบันทึกงานที่ 12 และแบบฝึกหัดที่ 5

คาบที่ 11 วันพฤหัสบดีที่ 6 มกราคม 2526

กิจกรรม ทบทวนโดย

1. วิธีการถาม – ตอบ

2. ให้นักเรียนตามปัญหาต่าง ๆ รวมทั้งแบบฝึกหัดทุกบท และร่วมกันอภิปรายคำตอบ

คาบที่ 12 – 13 วันจันทร์ที่ 10 มกราคม 2526

กิจกรรม ทำการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เส้นตรง เป็นเวลา 1 ชั่วโมง
40 นาที

หมายเหตุ ทำการทดสอบย่อยเพื่อวัดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนอกเวลาเรียน

6. ระยะเวลา

เริ่มตั้งแต่วันที่ 16 ธันวาคม 2525 ถึงวันที่ 10 มกราคม 2526

รวมระยะเวลา 13 คาบ โดยเรียนสัปดาห์ละ 4 คาบ

7. การประเมินผล

ประเมินผลโดย

1. การสังเกต

1.1 จากการทบทวนเรียน

1.2 จากการทำบัตรงาน

1.3 จากการทำแบบฝึกหัด

1.4 จากการซักถามและอภิปราย

3. การทดสอบย่อยวัดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

4. การทดสอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

บทเรียนสำหรับกลุ่มทดลอง

- | | |
|---------|-------------------|
| บทที่ 1 | บทเรียนกิจกรรม |
| บทที่ 2 | บทเรียนกิจกรรม |
| บทที่ 3 | บทเรียนปฏิบัติการ |
| บทที่ 4 | บทเรียนกิจกรรม |
| บทที่ 5 | บทเรียนโปรแกรม |
| บทที่ 6 | บทเรียนกิจกรรม |
| บทที่ 7 | บทเรียนกิจกรรม |

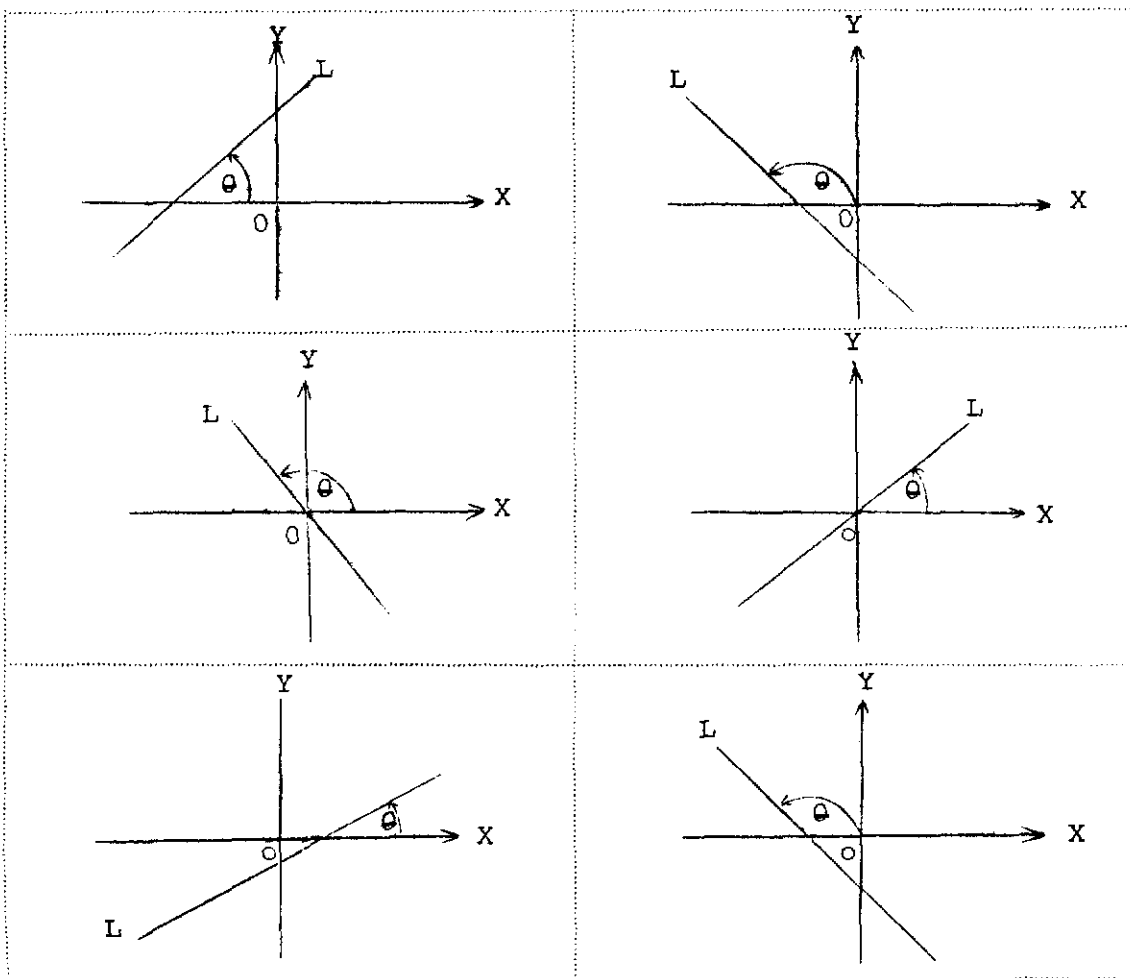
เรื่องความชันของเส้นตรง

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

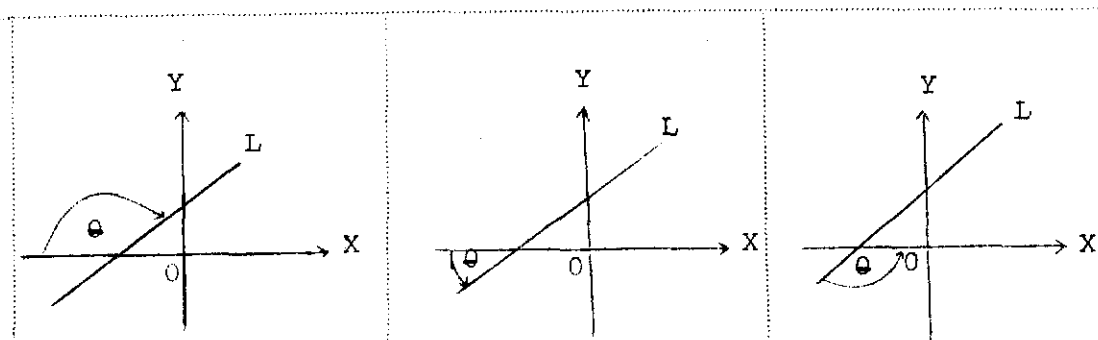
บทเรียนที่ 1

- จุดประสงค์
1. เพื่อให้นักเรียนสามารถบอกนิยามของมุมเอียงได้
 2. หาคความชันของเส้นตรงเมื่อกำหนดมุมเอียงของเส้นตรงให้

กิจกรรม 1. จากรูปต่อไปนี้จงสังเกตเส้นตรง L และมุม θ



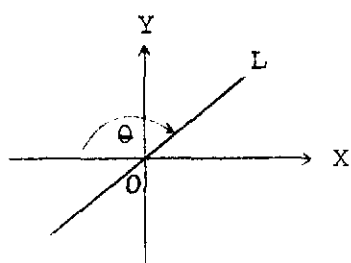
มุม θ เรียกว่ามุมเอียงของเส้นตรง L



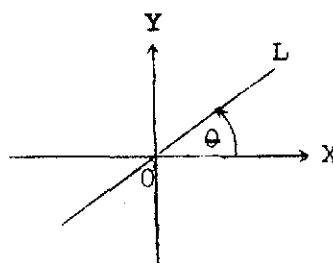
มุม θ ไม่ใช่มุมเอียงของเส้นตรง

2. จงพิจารณาว่ามุม θ เป็นมุมเอียงของเส้นตรง L หรือไม่ ถ้าเป็นจงขีดเครื่องหมาย $\checkmark$ ในช่องเป็น ถ้าไม่เป็นจงขีดเครื่องหมาย $\checkmark$ ในช่องไม่เป็น

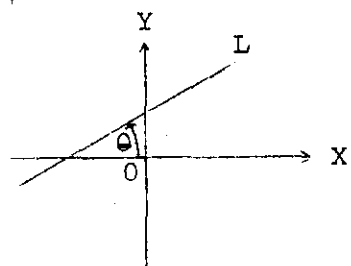
รูป ก.



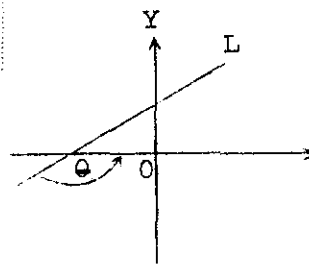
รูป ข.



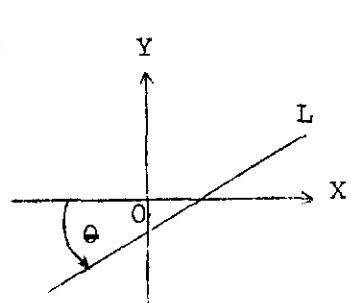
รูป ค.



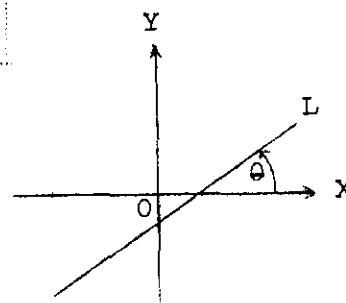
รูป ง.



รูป จ.

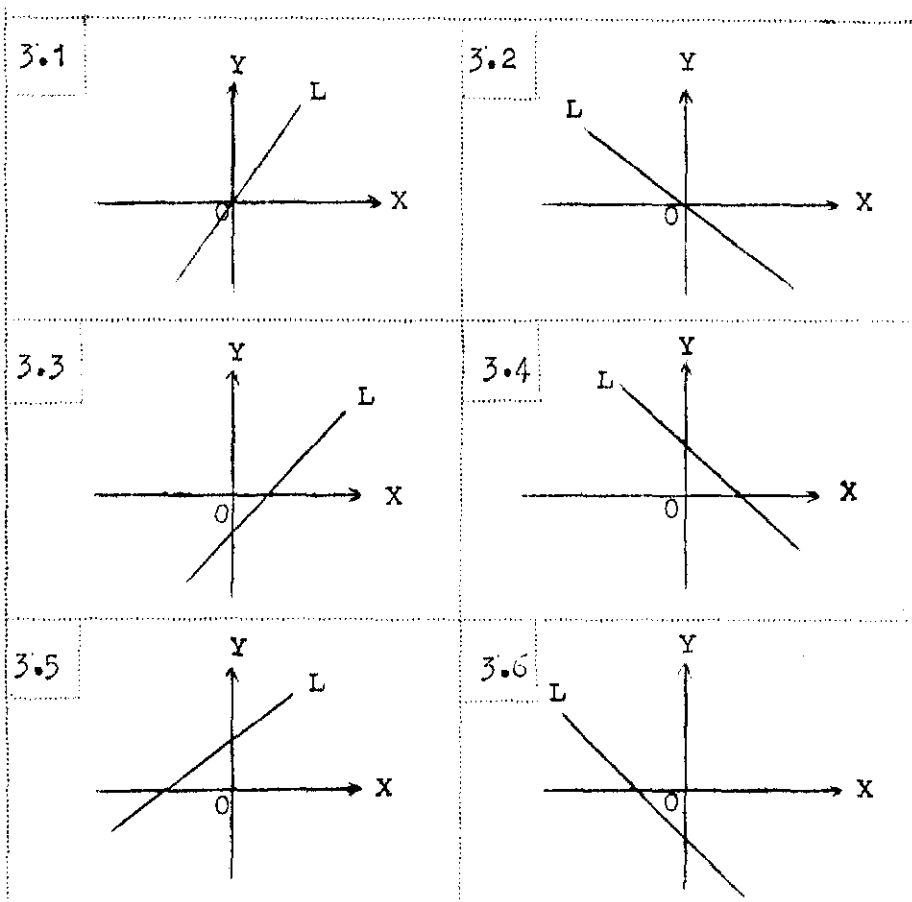


รูป ฉ.



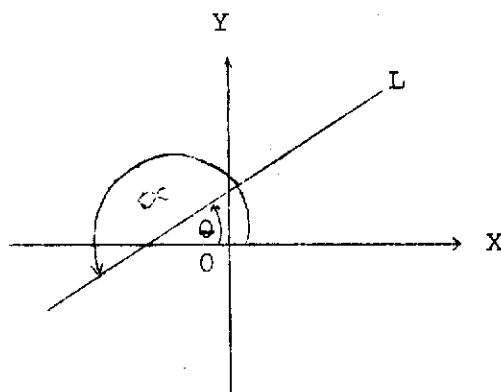
รูป	เป็น	ไม่เป็น
ก		
ข		
ค		
ง		
จ		
ฉ		

3. ให้มุมเอียงของเส้นตรง L เท่ากับ 0 จงเขียนมุม 0 ในรูปที่กำหนดให้



4. ถ้ากำหนดมุมเอียงต้องเป็นมุมที่เล็กที่สุดที่เส้นตรงกระทำบนแกน x ในทางทวนเข็มนาฬิกาแล้ว จงตอบคำถามต่อไปนี้
- 4.1 เส้นตรงซึ่งขนานกับแกน x จะทำมุมกับแกน x เป็นมุม 0° หรือ 180° ดังนั้นมุมเอียงของเส้นตรงที่ขนานกับแกน x เท่ากับเท่าใด ... (1)

4.2



- θ เป็นมุมที่เส้นตรง L ทำกับแกน x ในทางทวนเข็มนาฬิกา
 α เป็นมุมที่เส้นตรง L ทำกับแกน x ในทางทวนเข็มนาฬิกา
 มุมเอียงของเส้นตรง L เท่ากับเท่าใด (2)

- 4.3 มุมเอียงของเส้นตรงเส้นหนึ่งเท่ากับ 180° ได้หรือไม่ (3)

เพราะ (4)

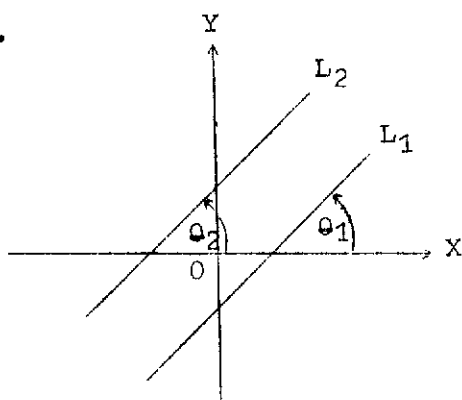
- 4.4 มุมเอียงจะต้องมีค่าไม่เกินเท่าใด (5)

5. จงหาข้อสรุปของมุมเอียงของเส้นตรงโดยเติมคำหรือข้อความในช่องว่างข้างล่างนี้

มุมเอียงของเส้นตรงใด ๆ ก็คือ (6) ที่เส้นตรงทำกับแกน (7)
 โดยวัด (8) (ทวนหรือตามเข็มนาฬิกาจาก (9) ไปยังเส้น
 ตรงนั้นและมีค่าตั้งแต่ (10) องศาขึ้นไปแต่น้อยกว่า (11) องศา

คำสั่ง จากข้อ 6 - 8 จงตอบคำถาม

6.



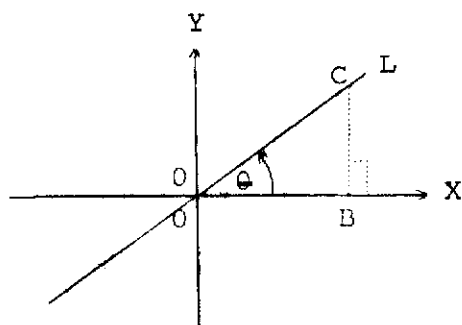
เส้นตรง L_1 ชานกับเส้นตรง L_2
 ดังรูป θ_1 และ θ_2 เป็นมุมเอียง
 ของเส้นตรง L_1 และ L_2 ตามลำดับ
 จงเปรียบเทียบ θ_1 และ θ_2
 เพราะเหตุใด
 (เท่ากัน/ไม่เท่ากัน)

..... (12)

เส้นตรงที่มีมุมเอียงเท่ากันจะสัมพันธ์กันอย่างไร (13)

7. มุมเอียงของแกน Y หรือเส้นตรงที่ชันานกับแกน Y เท่ากับเท่าใด ... (14)

8. ให้เส้นตรง L มีมุมเอียงเท่ากับ θ และ C เป็นจุด ๆ หนึ่งบนเส้นตรง
 จงลากส่วนของเส้นตรงจากจุด C ตั้งฉากกับแกน X ที่จุด B



จะได้ว่า OBC เป็นรูปสามเหลี่ยมประเททโค (15)

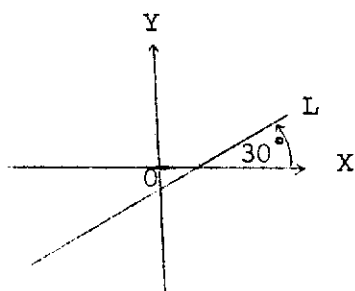
$\angle COB$ คือมุมเอียงของเส้นตรง L จึงมีค่าเท่ากับเท่าใด (16)

ถ้าเส้นตรง L มีมุมเอียงคือมุม θ แล้วเส้นตรง L จะมีความชันเท่ากับ
 $\tan \theta$ ในเมื่อ $\theta \neq 90^\circ$

ดังนั้น ความชันของเส้นตรง L เท่ากับ $\tan \theta = \frac{\text{ความตรงกันข้ามมุม } \theta}{\text{ด้านประชิดมุม } \theta}$

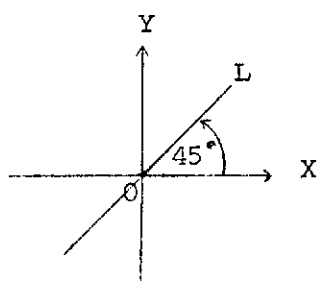
คำสั่ง ข้อ 9 - 11 จงหาค่าความชันของเส้นตรง L ในรูป

9.



$$\begin{aligned}\text{ความชันของเส้นตรง } L &= \tan 30^\circ \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}}\end{aligned}$$

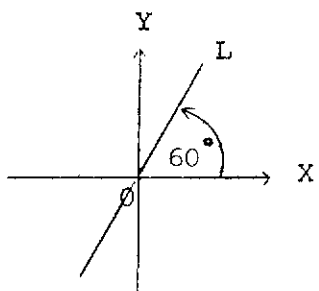
9.1



$$\text{ความชันของเส้นตรง } L = \dots\dots\dots (17)$$

$$= \dots\dots\dots (18)$$

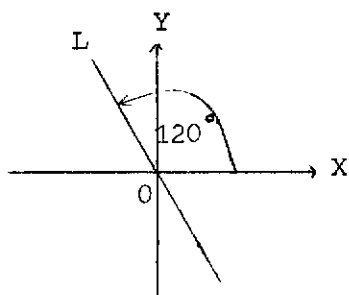
9.2



$$\text{ความชันของเส้นตรง } L = \dots\dots\dots (19)$$

$$= \dots\dots\dots (20)$$

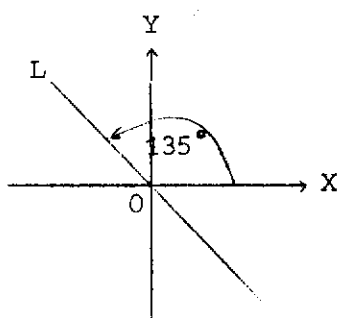
9.3



$$\text{ความชันของเส้นตรง } L = \dots\dots\dots (21)$$

$$= \dots\dots\dots (22)$$

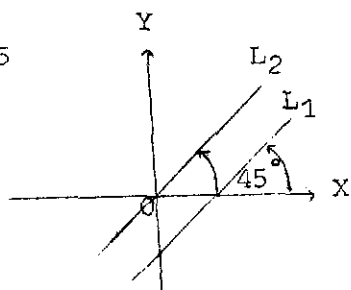
9.4



$$\text{ความชันของเส้นตรง } L = \dots\dots\dots (23)$$

$$= \dots\dots\dots (24)$$

9.5



เส้นตรง L_1 ขนานกับเส้นตรง L_2 มุมเอียง
ของเส้นตรง L_1 เท่ากับ 45° มุมเอียงของ
เส้นตรง L_2 เท่ากับ (25)
ความชันของเส้นตรง L_1 เท่ากับ (26)
ความชันของเส้นตรง L_2 เท่ากับ (27)

10. เส้นตรงที่ขนานกับแกน x มีมุมเอียงเท่ากับ 0 องศา ดังนั้นความชันของ
เส้นตรงที่ขนานกับแกน x เท่ากับ (28) = (29)
11. เส้นตรงที่ขนานกับแกน y มีมุมเอียงเท่ากับ 90 องศา ดังนั้นเส้นตรงที่ขนาน
กับแกน y มีความชันหรือไม่ (30) เพราะ (31)
12. เส้นตรงที่ขนานกันนั้นมีมุมเอียง (32) (เท่ากันหรือไม่เท่ากัน)
ดังนั้นเส้นตรงที่ขนานกันจึงมีความชัน (33) (เท่ากันหรือไม่เท่ากัน)

คำสั่ง จงหาข้อสรุปเกี่ยวกับความชันโดยการเติมคำหรือข้อความในช่องว่างข้างล่างนี้

เส้นตรงที่ขนานกับแกน x มีความชันเท่ากัน	เสมอ
เส้นตรงที่ขนานกันมีความชัน	
เส้นตรงที่ขนานกับแกน y	ความชัน

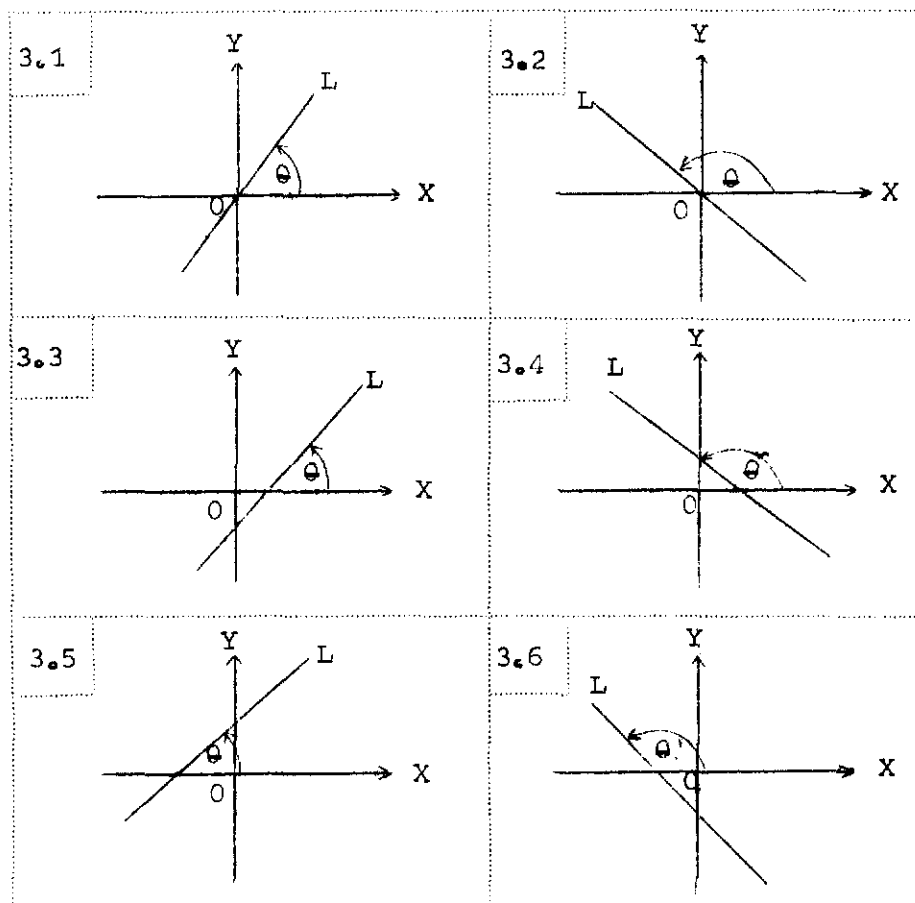
หมายเหตุ นิยมใช้สัญลักษณ์ m แทนความชันของเส้นตรงใด ๆ

แบบฝึกหัดที่ 1

2.

รูป	เป็น	ไม่เป็น
ก		✓
ข	✓	
ค	✓	
ง		✓
จ		✓
ฉ	✓	

3.



4. 4.1 (1) 0 องศา เพราะมุม 0 องศา เป็นมุมที่เล็กที่สุดที่เส้นตรงทำกับแกน x ในทางทวนเข็มนาฬิกา
- 4.2 (2) θ เพราะมุม θ เป็นมุมที่เล็กที่สุดที่เส้นตรงทำกับแกน x ในทางทวนเข็มนาฬิกา ส่วนมุม α ไม่เป็นมุมเชิงของเส้นตรง L
- 4.3 (3) ไม่ได้
- (4) เพราะเส้นตรงที่ทำมุม 180 องศาเป็นเส้นตรงเดียวกับเส้นตรงที่ทำมุม 0 องศากับแกน x ซึ่งก็คือเส้นตรงที่ขนานกับแกน x แต่เนื่องจากมุม 0 องศาเป็นมุมที่เล็กที่สุดที่เส้นตรงทำกับแกน x ในทางทวนเข็มนาฬิกา ดังนั้นมุมเชิงของเส้นตรงจึงเท่ากับ 180 องศา ไม่ได้
- 4.4 (5) 180 องศา

5. มุมเชิงของเส้นตรงใด ๆ คือมุมที่เล็กที่สุด (6) ที่เส้นตรงทำกับแกน x (7) โดยวัดทวนเข็มนาฬิกา (8) จากแกน x (9) ไปยังเส้นตรงนั้นและมีการตั้งแต 0 องศา (10) ขึ้นไปแทนน้อยกว่า 180 องศา (11)

6. (12) เท่ากัน เพราะเส้นตรง L_1 ขนานกับเส้นตรง L_2
- (13) ขนานกัน
7. (14) 90 องศา
8. (15) สามเหลี่ยมมุมฉาก (16) θ
9. 9.1 (17) $\tan 45^\circ$ (18) 1
- 9.2 (19) $\tan 60^\circ$ (20) $\sqrt{3}$
- 9.3 (21) $\tan 120^\circ$ (22) $-\sqrt{3}$
- 9.4 (23) $\tan 135^\circ$ (24) -1
- 9.5 (25) 45° (26) 1
10. (28) $\tan 0^\circ$ (29) 0

11. (30) ไม่มี (31) เพราะ $\tan 90^\circ$ หาค่าไม่ได้
 12. (32) เท่ากัน (33) เท่ากัน

เส้นตรงที่ขนานกับแกน x มีความชันเท่ากับศูนย์เสมอ
 เส้นตรงที่ขนานกันมีความชันเท่ากัน
 เส้นตรงที่ขนานกับแกน y ไม่มีความชัน

เรื่องความชันของเส้นตรง

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ใบงานที่ 1

เนื้อหา ความชันของเส้นตรงที่มีมุมเอียง θ มีค่าเท่ากับ $\tan \theta$

จงหาความชันของเส้นตรงที่มีมุมเอียง θ ที่กำหนดให้

มุมเอียง (องศา)	ความชัน	มุมเอียง (องศา)	ความชัน
0		90	
30		120	
45		135	
60		150	

เนลยป้ตรงานที่ 1

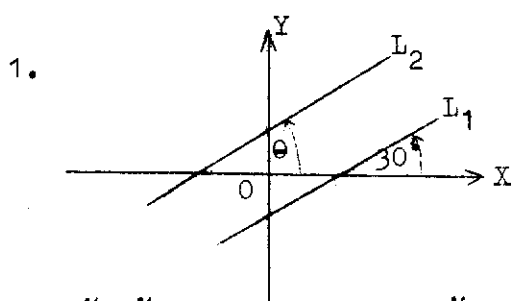
มุมเอียง (องศา)	ความชัน	มุมเอียง (องศา)	ความชัน
0	0	90	ไม่มี
30	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	120	$-\sqrt{3}$
45	1	135	-1
60	$\sqrt{3}$	150	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$

เรื่องเส้นขนาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทเรียนที่ 2

เนื้อหา เส้นตรง 2 เส้นใด ๆ จะขนานกันก็ต่อเมื่อความชันของเส้นตรงทั้งสองนั้น เท่ากัน
จงตอบคำถามต่อไปนี้



เส้นตรง L_1 ขนานกับเส้นตรง L_2

๑ มีค่าเท่ากับ องศา (1)

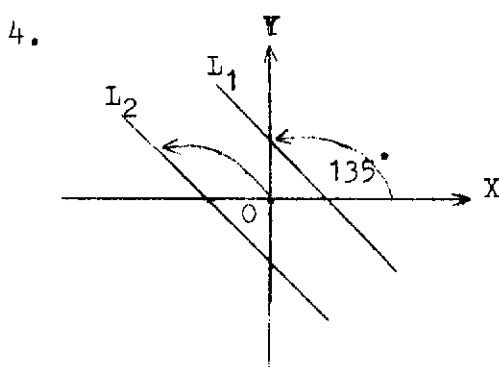
ความชันของเส้นตรง L_2 เท่ากับ

..... (2)

2. ถ้าเส้นตรง L_1 ขนานกับเส้นตรง L_2 โดยความชันของเส้นตรง L_1 เท่ากับ $\frac{2}{3}$ แล้ว ความชันของเส้นตรง L_2 เท่ากับ (3)

3. ถ้าเส้นตรง L_1 ขนานกับเส้นตรง L_2 โดยที่เส้นตรงทั้ง 2 เส้นต่างก็มีความชันเท่ากับ $\sqrt{3}$ แล้ว มุมเอียงของเส้นตรง L_1 เท่ากับ องศา (4)

และมุมเอียงของเส้นตรง L_2 เท่ากับ องศา (5)



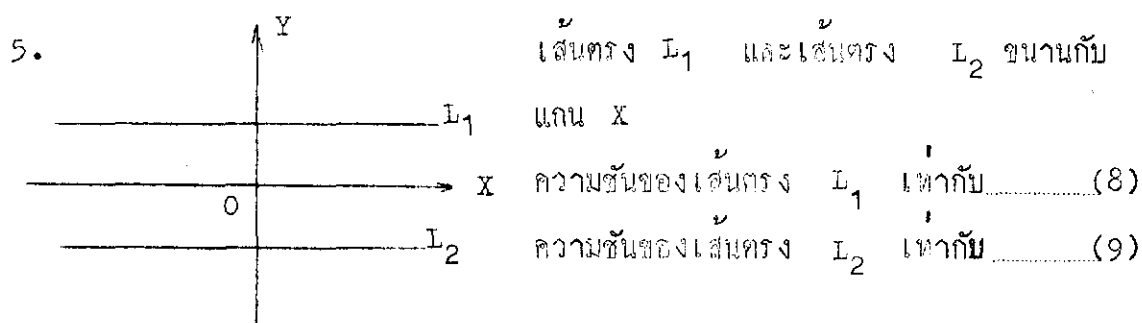
เส้นตรง L_1 ขนานกับเส้นตรง L_2

มุมเอียงของเส้นตรง L_2 เท่ากับ

..... องศา (6)

ความชันของเส้นตรง L_2 เท่ากับ

..... (7)



6. ถ้าเส้นตรง L_1 มีมุมเอียงเท่ากับ 30 องศา และเส้นตรง L_2 มีมุมเอียงเท่ากับ 45 องศา เส้นตรง L_1 ขนานกับเส้นตรง L_2 หรือไม่ (10)
- เพราะ (11) และความชันของเส้นตรง L_1 กับความชันของเส้นตรง L_2 เท่ากันหรือไม่ (12)
- เพราะ (13)
7. ถ้าเส้นตรง 2 เส้นใด ๆ ขนานกันจะได้ความเอียงของเส้นตรงทั้ง 2 เส้นนี้สัมพันธ์กันอย่างไร (14)
- และความชันของเส้นตรงทั้ง 2 เส้นนี้สัมพันธ์กันอย่างไร (15)

เฉลยใบิรงานที่ 2

1. (1) 30 (2) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
2. (3) $\frac{2}{3}$
3. (4) 60 องศา (5) 60 องศา
4. (6) 45 องศา (7) -1
5. (8) 0 (9) 0
6. (10) ไม่นานกัน
 - (11) มุมเอียงของเส้นตรง L_1 และมุมเอียงของเส้นตรง L_2 ไม่เท่ากัน
 - (12) ไม่เท่ากัน
 - (13) เส้นตรง L_1 และเส้นตรง L_2 ไม่นานกัน หรือเพราะมุมเอียงของเส้นตรงทั้งสองไม่เท่ากัน
7. (14) มุมเอียงเท่ากัน
 - (15) ความชันเท่ากัน

เรื่องความชันของเส้นตรง

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทเรียนที่ 2

จุดประสงค์

1. เมื่อกำหนดพิกัดของจุด 2 จุด บนเส้นตรงให้ สามารถหาความชันของเส้นตรงได้
2. สามารถบอกได้ว่าเส้นตรงที่มุมเอียงเป็นมุมแหลมหรือมุมป้าน มีความชันเป็นอย่างไร

กิจกรรม

1. จงตอบคำถามต่อไปนี้ หรือเติมข้อความให้ข้อความที่ถูกต้อง

$\tan 0^\circ$ มีค่าเท่ากับ (1)

ถ้า $0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ แล้ว $\tan \theta$ มีค่าตั้งแต่ (2) ถึง (3)

ถ้า $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ แล้ว $\tan \theta$ มีค่าเป็น (4)

(จำนวนบวก/จำนวนลบ)

และถ้า $90^\circ < \theta < 180^\circ$ แล้ว $\tan \theta$ มีค่าเป็น (5)

(จำนวนบวก/จำนวนลบ)

สำหรับ $0^\circ \leq \theta < 180^\circ$ ค่าของ $\tan \theta$ มีได้เพียงค่าเดียวเท่านั้น

2. ให้ θ เป็นมุมเอียงของเส้นตรง L จงตอบคำถามต่อไปนี้

ความชันของเส้นตรง L มีค่าเท่ากับ (6)

ถ้า $\theta = 0^\circ$ แล้วความชันของเส้นตรง L มีค่าเท่ากับเท่าใด (7)

ถ้า $\theta = 90^\circ$ แล้วความชันของเส้นตรง L มีค่าเท่ากับเท่าใด (8)

ถ้า $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ แล้วความชันของเส้นตรง L มีค่าเป็นจำนวนบวก หรือ
จำนวนลบ (10)

3. ผลที่ได้จากข้อ 2 จงตอบคำถามต่อไปนี้

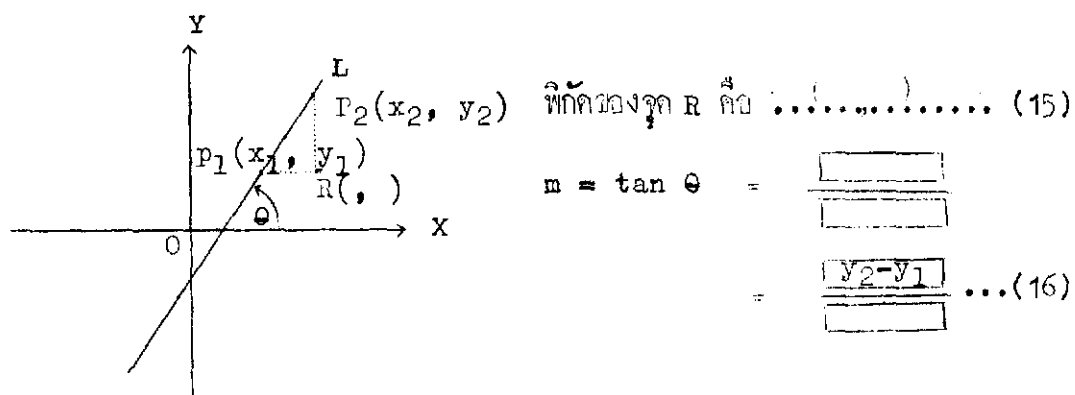
เส้นตรงที่ขนานกับแกน x มีความชันเท่ากับเท่าใด (11)

เส้นตรงที่ขนานกับแกน y มีความชันหรือไม่ (12)

เส้นตรงที่มีมุมเอียงเป็นมุมแหลมมีความชันเป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบ (13)

เส้นตรงที่มีมุมเอียงเป็นมุมป้านมีความชันเป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบ (14)

4. จากรูปที่กำหนดให้ L เป็นเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน y จงหาค่าและเติมพิทักต์ของจุด R



ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด (x_1, y_1) และ (x_2, y_2) $x_1 \neq x_2$
(ไม่ว่ามุมเอียงของเส้นตรงเป็นมุมแหลมหรือมุมป้าน)มีค่าเท่ากับ....

หมายเหตุ $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(-1)(y_2 - y_1)}{(-1)(x_2 - x_1)} = \frac{-y_2 + y_1}{-x_2 + x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

เฉลยบทเรียนที่ 2

1. (1) 0 (2) 0 (3) 1 (4) จำนวนบวก
(5) จำนวนลบ
2. (6) หนึ่งค่า (7) 0 (8) หกค่า (9) จำนวนบวก
(10) จำนวนลบ
3. (11) 0 (12) หนึ่งค่า (13) จำนวนบวก (14) จำนวนลบ
4. (15) $R(x_2, y_1)$ (16) $\frac{RP_2}{P_1R} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด (x_1, y_1) และจุด (x_2, y_2)
เมื่อ $x_1 \neq x_2$ (ไม่ว่ามุมเอียงของเส้นตรงเป็นมุม
แหลม หรือมุมป้าน) มีค่าเท่ากับ $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

เรื่องความชันของเส้นตรง

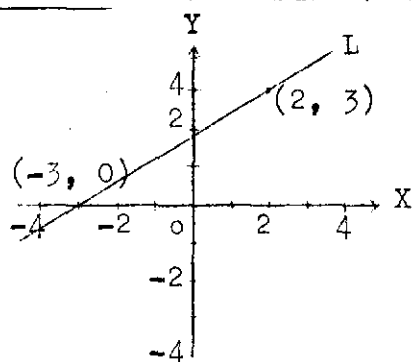
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ใบงานที่ 3

เนื้อหา

1. ความชันของเส้นตรงเมื่อทราบพิกัดของจุด $P_1 (x_1, y_1)$
 $P_2 (x_2, y_2)$ $x_1 \neq x_2$ บนเส้นตรงเท่ากับ $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
2. ความชันของเส้นตรงเท่ากับ $\tan \theta$ เมื่อทราบมุมเอียงของเส้นตรง

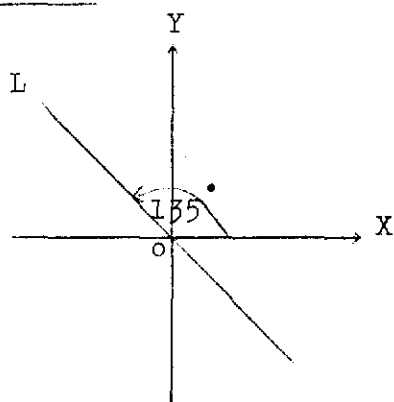
ตัวอย่างที่ 1 จงหาความชันของเส้นตรง L



ความชันของเส้นตรง L

$$\text{เท่ากับ } \frac{0 - 3}{-3 - 2} = \frac{3}{5}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาความชันของเส้นตรง L



เนื่องจาก $\tan \theta = -\tan (180^\circ - \theta)$

$$\therefore \tan 135^\circ = -\tan (180^\circ - 135^\circ)$$

$$= -\tan 45^\circ$$

$$= -1$$

1. จงหาความชันของเส้นตรงที่มีจุดผ่าน 2 จุดตามที่กำหนดให้

จุดผ่าน 2 จุด	ความชัน
$A(1, 2), B(2, 3)$	ความชัน = $\frac{\quad}{\quad} = \dots\dots\dots$
$A(-1, 3), B(2, 5)$	ความชัน = $\frac{\quad}{\quad} = \dots\dots\dots$
$A(0, 5), B(-2, 5)$	ความชัน = $\frac{\quad}{\quad} = \dots\dots\dots$
$A(-2, 1), B(1, 1)$	ความชัน = $\frac{\quad}{\quad} = \dots\dots\dots$
$A(-1, 0), B(-3, 2)$	ความชัน = $\frac{\quad}{\quad} = \dots\dots\dots$
$A(4, 4), B(5, 1)$	ความชัน = $\frac{\quad}{\quad} = \dots\dots\dots$

2. จงหาความชันของเส้นตรงเมื่อกำหนดมุมเอียงของเส้นตรงให้

มุมเอียง	ความชัน
45°	ความชัน = $\dots\dots\dots$
30°	ความชัน = $\dots\dots\dots$
60°	ความชัน = $\dots\dots\dots$
120°	ความชัน = $\dots\dots\dots$
130°	ความชัน = $\dots\dots\dots$

เฉลยใบทํางานที่ 3

1.

จุดผ่าน 2 จุด	ความชัน
A (1, 2), B (2, 3)	$\frac{3-2}{2-1}$ หรือ $\frac{2-3}{1-2} = 1$
A (-1, 3), B (2, 5)	$\frac{5-3}{2+1}$ หรือ $\frac{3-5}{-1-2} = \frac{2}{3}$
A (0, 5), B (-2, 5)	$\frac{5-5}{-2-0}$ หรือ $\frac{5-5}{0+2} = 0$
A (-2, 1), B (1, 1)	$\frac{1-1}{1+2}$ หรือ $\frac{1-1}{-2-1} = 0$
A (-1, 0), B (-3, 2)	$\frac{2-0}{-3+1}$ หรือ $\frac{0-2}{-1+3} = -1$
A (4, 4), B (5, 1)	$\frac{1-4}{5-4}$ หรือ $\frac{4-1}{4-5} = -3$

2.

มุมเอียง	ความชัน
45°	1
30°	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
60°	$\sqrt{3}$
120°	$-\sqrt{3}$
150°	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$

เรื่องความชันของเส้นตรง

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4

บทงานที่ 4

เนื้อหา

1. ความชันของเส้นตรง เมื่อทราบพิกัดของจุด $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$
 $x_1 \neq x_2$ บนเส้นตรงเท่ากับ $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
2. ความชันของเส้นตรงเท่ากับ $\tan \theta$ เมื่อ θ คือมุมเอียงของเส้นตรง
3. เส้นตรงที่มีมุมเอียงเป็นมุมแหลม (เอียงขวา) มีความชันเป็นจำนวนบวก และ
 เส้นตรงที่มีมุมเอียงเป็นมุมป้าน (เอียงซ้าย) มีความชันเป็นจำนวนลบ

กำหนดพิกัดของจุด 2 จุดบนเส้นตรง L หรือมุมเอียงของเส้นตรง L ให้
 จงหาความชันของเส้นตรง L แล้วใส่ในช่องที่ 2 และจงพิจารณาลักษณะของเส้นตรง L
 แล้วกาเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ 3 หรือ 4 หรือ 5 ตามลักษณะของเส้นตรง L

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
จุดผ่าน/มุมเอียง	ความชัน	ขนานแกน X	ขนานแกน Y	เอียงขวา	เอียงซ้าย
$(0, 1), (2, 1)$	0	✓			
$(3, 5), (3, 7)$					
$(2, 9), (4, 13)$					
$(-1, 5), (6, 5)$					
$(1, 3), (7, 14)$					
$(7, 3), (1, 14)$					
30 องศา					
45 องศา					
120 องศา					
135 องศา					

เฉลยใบทำงานที่ 4

(1) จุดผ่าน/มุมเอียง	(2) ความชัน	(3) ขนานแกน X	(4) ขนานแกน Y	(5) เอียงขวา	(6) เอียงซ้าย
(0, 1), (2, 1)	0	✓			
(3, 5), (3, 7)	ไม่มี		✓		
(2, 9), (4, 13)	2			✓	
(-1, 5), (6, 5)	0	✓			
(1, 3), (7, 14)	$\frac{11}{6}$			✓	
(7, 3), (1, 14)	$-\frac{11}{6}$				✓
30 องศา	$\frac{1}{\sqrt{3}}$			✓	
45 องศา	1			✓	
120 องศา	$-\sqrt{3}$				✓
135 องศา	-1				✓

บัตรปัญหา

1. ถ้าเส้นตรง 2 เส้นมีความชันเท่ากัน และมีจุดร่วมกันอยู่หนึ่งจุดแล้วเส้นตรงทั้งสองจะมีความสัมพันธ์กันอย่างไร
2. จงหาเส้นตรงที่ผ่านจุดและมีความชันตามที่กำหนดให้
 - 2.1 $(0, 0)$, $m = 0$
 - 2.2 $(0, 0)$, $m = 1$
 - 2.3 $(1, 5)$, $m = -\frac{2}{3}$
 - 2.4 $(-1, -2)$, $m = \frac{3}{4}$

แบบฝึกหัดที่ 1

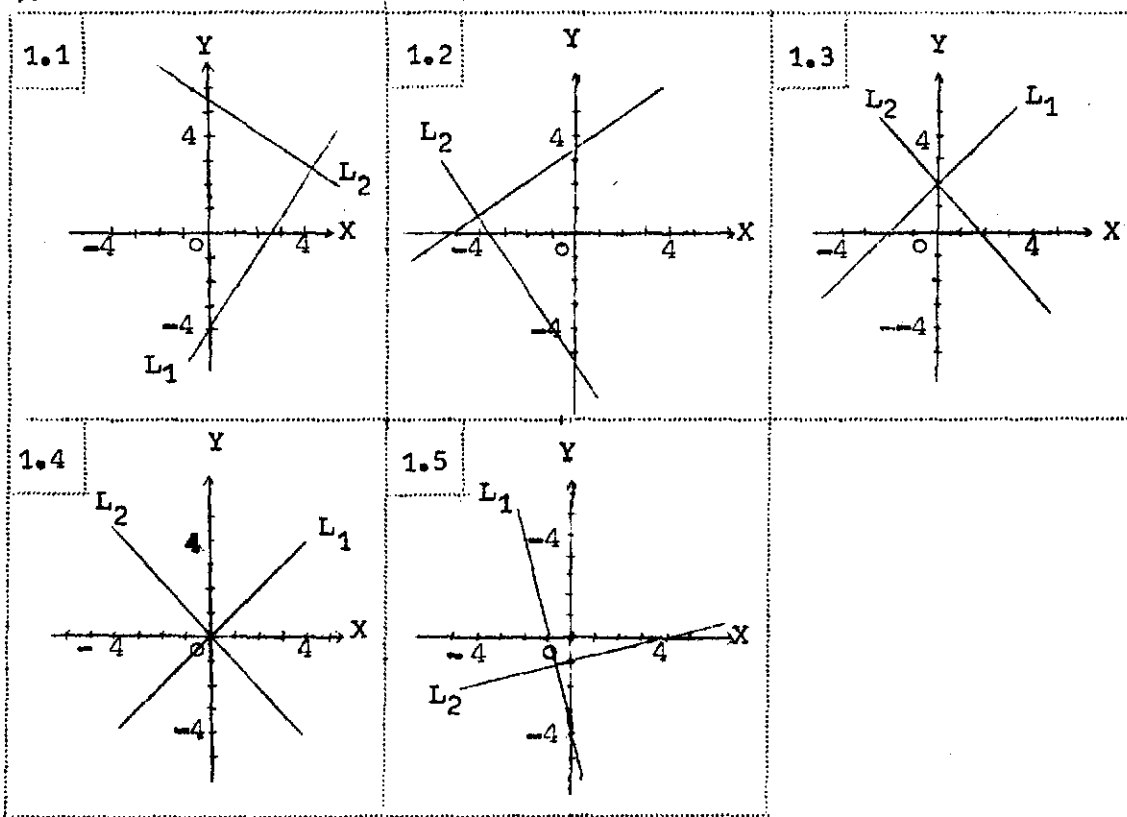
1. จงหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด 2 จุดต่อไปนี้
 - (1) $(0, 0)$ และ $(2, 6)$
 - (2) $(5, 3)$ และ $(12, 7)$
 - (3) $(t+1, s)$ และ $(2t, s-3)$
2. จงหาค่า x ที่ทำให้เส้นตรงที่ผ่านจุด P และ Q มีความชันเท่ากับ m ตามที่กำหนดให้
 - (1) $P(5, 2)$ และ $Q(x, 6)$, $m = 4$
 - (2) $P(4, x)$ และ $Q(-3, 1)$, $m = -\frac{1}{2}$
 - (3) $P(x, 12)$ และ $Q(5, 12)$, $m = 0$
3. จงหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(a, \frac{a}{b})$ และ $(b, \frac{b}{a})$ เมื่อ $a \neq 0$, $b \neq 0$
4. จงหาความชันและความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมซึ่งมีจุด $A(2, 10)$, $B(5, 7)$ และ $C(2, 4)$
5. กำหนดให้ $P(-6, 4)$, $Q(1, 4)$, $R(-1, -1)$ และ $S(-8, -1)$ เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่ง จงหาความชันของเส้นตรงแต่ละเส้นซึ่งแบ่งรูปสี่เหลี่ยมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีพื้นที่เท่ากัน
6. กำหนดให้ $A(-6, -2)$, $B(2, -2)$, C และ D เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีด้าน AB เป็นฐานที่ยาวเป็น 2 เท่าของด้านฐาน DC มีมุม A เป็นมุมฉากและมีพื้นที่ 24 ตารางหน่วย จงหาความชันของด้าน BC

แบบฝึกหัดที่ 2

1. จงแสดงว่าเส้นตรงซึ่งผ่านจุด $(-2, -4)$ และ $(3, 3)$ ขนานกับเส้นตรงซึ่งผ่านจุด $(1, -2)$ และ $(6, 5)$
2. เส้นตรงผ่านจุด $(k, 7)$ และ $(-3, -2)$ ขนานกับเส้นตรงซึ่งผ่านจุด $(3, 2)$ และ $(-1, -4)$ จงหาค่าของ k
3. จงแสดงว่า $(-2, -1)$, $(1, 0)$, $(4, 3)$ และ $(1, 2)$ เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู
4. จงหาค่า b ที่ทำให้จุด $(b, 6)$, $(1, -4)$ และ $(-4, 2)$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน
5. จุด $(1, 2)$, $(6, 7)$ และ $(-3, 4)$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกันหรือไม่เพราะเหตุใด
6. ให้ p, q และ x เป็นจำนวนจริง จงแสดงว่าจุด $(p, q+x)$, $(q, r+p)$ และ $(x, p+q)$ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน
7. จงแสดงว่าเส้นตรงที่เชื่อมจุดกึ่งกลางของด้านที่ไม่ใช่ด้านคู่ขนานของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูจะขนานกับด้านคู่ขนาน
8. จงแสดงว่าจุดกึ่งกลางด้านของรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ เป็นจุดยอดของสี่เหลี่ยมคางหมู

แบบฝึกหัดที่ 3

1.



(1) ข้อ	(2) พิกัดของจุด 2 จุด บนเส้นตรง L_1	(3) พิกัดของจุด 2 จุด บนเส้นตรง L_2	(4) ความชันของ เส้นตรง L_1	(5) ความชันของ เส้นตรง L_2	(6) มุมระหว่างเส้น ตรง L_1 กับ เส้นตรง L_2
1.1	$(\frac{16}{5}, 1), (2, -1)$	$(3, 4), (-2, 7)$	$\frac{5}{3}$	$-\frac{3}{5}$	90 องศา
1.2	$(2, 5), (-1, 3)$	$(-3, -1), (-1, -4)$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{3}{2}$	90 องศา
1.3	$(-2, 0), (0, 2)$	$(3, 0), (0, 3)$	1	-1	90 องศา
1.4	$(2, 2), (5, 5)$	$(-2, 2), (5, -5)$	1	-1	90 องศา
1.5	$(-2, 4), (0, -4)$	$(0, -1), (8, 1)$	-4	$\frac{1}{4}$	90 องศา

2. เส้นตรง 2 เส้นใดๆ ที่ไม่อยู่ในแนวตั้งหรือแนวนอนจะตั้งฉากกันก็ต่อเมื่อผลคูณของ
ของความชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากับ -1

เรื่องความชันของเส้นตรงที่ขนานกัน

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4

บทเรียนที่ 5

เนื้อหา เส้นตรง 2 เส้นใด ๆ จะขนานกันก็ต่อเมื่อความชันของเส้นตรงทั้งสองเส้นนั้นเท่ากัน

จงหาความชันของเส้นตรง L_2 ซึ่งขนานกับเส้นตรง L_1 ที่มีพิกัดของจุด 2 จุด บนเส้นตรง L_1 หรือมุมเอียงของเส้นตรง L_1 ตามที่กำหนดในการร่างของที่ 1

(1) พิกัดของจุด 2 จุด/มุมเอียงของเส้นตรง L_1	(2) ความชันของเส้นตรง L_2
(1, 3) , (4, 10)	
(0, 1) , (5, 1)	
(5, 7) , (11, 2)	
30 องศา	
45 องศา	
60 องศา	
120 องศา	
150 องศา	

เฉลยใบทำงานที่ 5

(1) พิกัดของจุด 2 จุด/มุมเอียงของเส้นตรง L_1	(2) ความชันของเส้นตรง L_2
(1, 3) , (4, 10)	$\frac{7}{3}$
(0, 1) , (5, 1)	0
(5, 7) , (11, 2)	$-\frac{5}{6}$
30 องศา	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
45 องศา	1
60 องศา	$\sqrt{3}$
120 องศา	$-\sqrt{3}$
135 องศา	-1
150 องศา	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$

เรื่องเส้นขนาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทเรียนที่ 6

เนื้อหา เส้นตรง 2 เส้นใด ๆ จะขนานก็เมื่อ ความชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 1 จงแสดงว่าเส้นตรงที่ผ่านจุด A (4, 5) และ B (1, 2) ขนานกับ
เส้นตรงที่จุด C (2, 8) และ D (-2, 4)

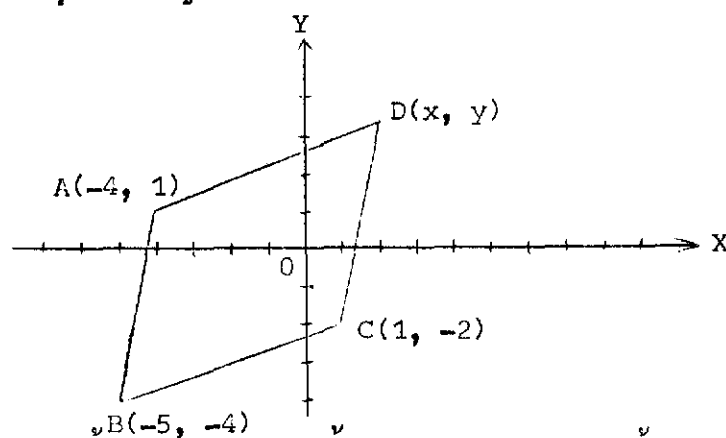
วิธีทำ ความชันของเส้นตรง $AB = \frac{5 - 2}{4 - 1} = 1$

ความชันของเส้นตรง $CD = \frac{8 - 4}{2 + 2} = 1$

ดังนั้นเส้นตรง AB ขนานกับเส้นตรง CD

ตัวอย่างที่ 2 จุด A(-4, 1), B(-5, 4), C(1, -2) และ D(x, y)
เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ABCD จงหาพิกัดของจุด

วิธีทำ



จากรูปคาน AD ขนานกับคาน BC ความชันของคาน AD จึงต้อง
เท่ากับความชันของคาน BC

$$\text{ความชันของด้าน } BC = \frac{-4 - (-2)}{-5 - 1} = \frac{1}{3}$$

$$\text{ความชันของด้าน } AD = \frac{y - 1}{x - (-4)} = \frac{y - 1}{x + 4}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{y - 1}{x + 4} = \frac{1}{3} \text{ หรือ } 3y - 3 = x + 4 \text{ หรือ } x - 3y = -7 \dots (1)$$

ในทำนองเดียวกัน ความชันของด้าน AB และความชันของด้าน CD จะต้องเท่ากัน

$$\text{ความชันของด้าน } AB = \frac{-4 - 1}{-5 - (-4)} = \frac{-5}{-5 + 4} = 5$$

$$\text{ความชันของด้าน } CD = \frac{-2 - y}{1 - x} = 5 \text{ หรือ } 5x - y = 7 \dots (2)$$

จากการแก้สมการ (1) และ (2) ได้ว่า $x = 2$ และ $y = 3$

ดังนั้นพิกัดของจุด D คือ (2, 3)

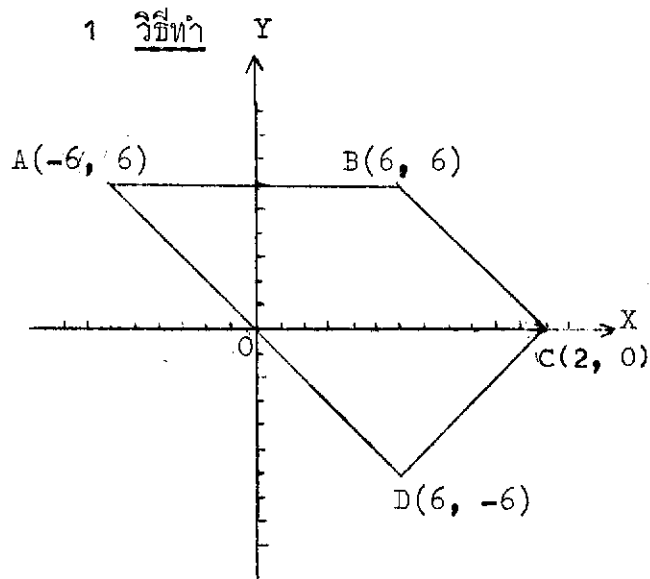
จงแสดงวิธีทำ

1. จงแสดงว่าจุด A(-6, 6), B(6, 6), C(12, 0) และ D(6, -6)

เป็นจุดยอดของสี่เหลี่ยมกางหมู

2. กำหนดให้ P(-3, -2), Q(1, 6), R(5, 4) และ S(3, 0) เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่ง จงแสดงว่าจุดกึ่งกลางของด้านทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยม PQRS เป็นจุดยอดของสี่เหลี่ยมคางหมู

เนอเดบัทรงงานที่ 6



$$\text{ความชันของเส้นตรง } AB = \frac{6 - 6}{6 - (-6)} = 0$$

$$\text{ความชันของเส้นตรง } BC = \frac{0 - 6}{12 - 6} = -1$$

$$\text{ความชันของเส้นตรง } CD = \frac{0 - (-6)}{12 - 6} = 1$$

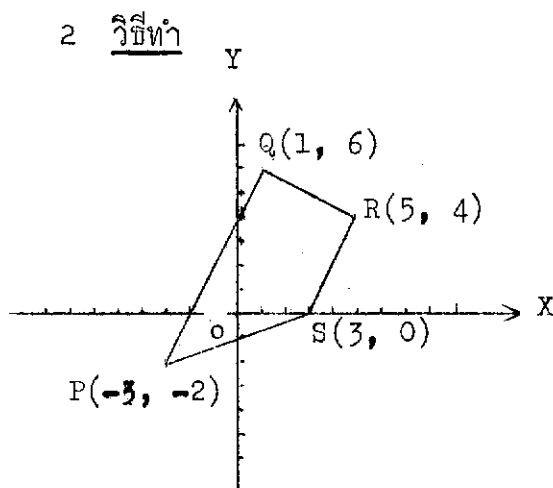
$$\text{ความชันของเส้นตรง } AD = \frac{6 - (-6)}{12 - 6} = -1$$

จะเห็นว่าเส้นตรง BC และ AD

มีความชันเท่ากัน ดังนั้นมีค่า BC

ขนานกับค่า AD เพียงคู่เดียว

นั่นคือ A(-6, 6), B(6, 6), C(12, 0) และ D(6, -6)
เป็นจุดยอดของสี่เหลี่ยมคางหมู



จากสูตร จุดกึ่งกลางระหว่างจุด (x_1, y_1)
และจุด (x_2, y_2) คือจุด $(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$

จุดกึ่งกลางของด้าน PQ คือจุด A(-1, 2)

จุดกึ่งกลางของด้าน QR คือจุด B(3, 5)

จุดกึ่งกลางของด้าน RS คือจุด C(4, 2)

จุดกึ่งกลางของด้าน SP คือจุด D(0, -1)

ต่อไปจะหาความชันของเส้นตรง AB, BC, CD และ AD

$$\text{ความชันของเส้นตรง } AB = \frac{2 - 5}{-1 - 3} = \frac{3}{4}$$

$$\text{ความชันของเส้นตรง } BC = \frac{5 - 2}{3 - 4} = -3$$

$$\text{ความชันของเส้นตรง } CD = \frac{-1 - 2}{0 - 4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{ความชันของเส้นตรง } AD = \frac{-1 - 2}{0 - (-1)} = -3$$

จะเห็นว่าเส้นตรง AB และ CD มีความชันเท่ากัน เส้นตรง BC และ AD มีความชันเท่ากัน ดังนั้นมีด้าน AB ขนานกับด้าน CD และด้าน BC ขนานกับด้าน AD

นั่นคือ $A(-1, 2)$, $B(3, 5)$, $C(4, 2)$ และ $D(0, -1)$ เป็นจุดยอดของสี่เหลี่ยมคานขนาน

เรื่องเส้นตรงฉาก

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ใบความรู้ที่ 7

เนื้อหา เส้นตรง 2 เส้นใด ๆ ที่ไม่อยู่ในแนวตั้งหรือแนวนอนจะตัดกันที่จุดเมื่อ
ผลคูณของความชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากับ -1

จงหาความชันของเส้นตรง L_2 ซึ่งตั้งฉากกับเส้นตรง L_1 ที่ให้ค่าของจุด
2 จุดบนเส้นตรง L_1 หรือมุมเอียงของเส้นตรง L_1 ตามที่กำหนดในตารางข้อที่ 1

(1) พิกัดของจุด 2 จุด / มุมเอียงของเส้นตรง L_1	(2) ความชันของเส้นตรง L_2
(1, 3) , (4, 4)	
(2, 7) , (5, 9)	
(1, 1) , (6, 6)	
(11, 5) , (9, 13)	
30 องศา	
45 องศา	
120 องศา	
135 องศา	
150 องศา	

เฉลยป้ตรงานที่ 7

(1) พิกัดของจุด 2 จุด/มุมเอียงของเส้นตรง L_1	(2) ความชันของเส้นตรง L_2
(1, 3) , (4, 4)	- 3
(2, 7) , (5, 9)	$-\frac{3}{2}$
(1, 1) , (6, 6)	- 1
(11, 5) , (9, 13)	$\frac{1}{4}$
30 องศา	$-\sqrt{3}$
45 องศา	- 1
60 องศา	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
120 องศา	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
135 องศา	1
150 องศา	$\sqrt{3}$

เรื่องเส้นตั้งฉาก

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทเรียนที่ 8

เนื้อหา เส้นตรงสองเส้นจะตั้งฉากกันก็ต่อเมื่อผลคูณของความชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากับ -1

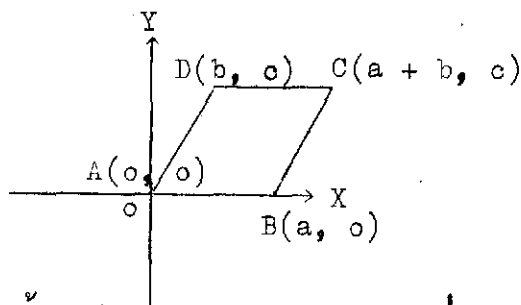
ตัวอย่างที่ 1 จงแสดงว่า จุด $A(-4, 3)$, $B(-1, 2)$ และ $C(2, 11)$ เป็นจุดยอดของสามเหลี่ยมมุมฉาก

วิธีทำ ความชันของด้าน AB เท่ากับ $\frac{3-2}{-4-1} = -\frac{1}{5}$
 ความชันของด้าน AC เท่ากับ $\frac{3-11}{-4-2} = \frac{4}{3}$
 ความชันของด้าน BC เท่ากับ $\frac{2-11}{-1-2} = 3$

จะเห็นว่าผลคูณของความชันของด้าน AB และด้าน BC เท่ากับ -1 นั่นคือ
 ด้าน AB ตั้งฉากกับด้าน BC
 ดังนั้นจุดทั้งสามเป็นจุดยอดของสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 2 จงแสดงว่า เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนตั้งฉากซึ่งกันและกัน

วิธีทำ



เมื่อความสละกาให้ A มีพิกัด $(0, 0)$ จุด B อยู่บนแกน x มีพิกัด $(a, 0)$
 จุด D มีพิกัด (b, c) เนื่องจากรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีด้านเท่ากันทุกด้าน
 ดังนั้นจุด C ต้องมีพิกัด $(a+b, c)$ และ $|AB| = |AD|$

$$\text{จะได้ } \sqrt{(a-0)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{(b-0)^2 + (c-0)^2}$$

$$\text{เพราะฉะนั้น } \sqrt{a^2} = \sqrt{b^2 + c^2}$$

$$\therefore a = b^2 + c^2$$

$$m_1 = \text{ความชันของเส้น } AC = \frac{c}{a+b}$$

$$m_2 = \text{ความชันของเส้น } BD = \frac{c}{b-a}$$

$$\text{ดังนั้น } m_1 m_2 = \frac{c}{a+b} \times \frac{c}{b-a} = \frac{c^2}{b^2 - a^2} = \frac{-c^2}{c^2} = -1$$

แสดงว่าเส้นตรงของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยgoneทั้งฉาก ซึ่งกันและกัน

1. กำหนดให้เส้นตรง L_1 ตั้งฉากกับเส้นตรง L_2 จงหาความชันของเส้นตรง L_2 เมื่อกำหนดความชันของเส้นตรง L_1 ให้

ความชันของเส้นตรง L_1	1	$-\frac{3}{4}$	$\frac{2}{7}$	-4	5	$\frac{6}{11}$	13	$\frac{15}{23}$	m_1
ความชันของเส้นตรง L_2									

2. กำหนดให้เส้นตรง L_1 ตั้งฉากกับเส้นตรง L_2 จงหาความชันของเส้นตรง L_2 เมื่อกำหนดพิกัดของจุด 2 จุด บนเส้นตรง L_1 ให้

พิกัดของจุด 2 จุด บนเส้นตรง L_1	(7, 2), (1, 5)	(2, 1), (9, 11)	(6, 3), ($\frac{15}{2}$, 4)	(-5, -3), (1, -13)
ความชันของเส้นตรง L_2				

3. จงแสดงวิธีทำ

3.1 เส้นตรงที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ตั้งฉากกันหรือไม่เพราะเหตุใด

3.1.1 เส้นตรง L_1 ผ่านจุด $(-30, 7)$ และ $(-3, -2)$ เส้นตรง L_2
ผ่านจุด $(3, 2)$ และ $(1, -4)$

3.1.2 เส้นตรง L_1 ผ่านจุด $(4, 3)$ และ $(-3, -5)$ เส้นตรง L_2
ผ่านจุด $(-2, -3)$ และ $(-8, 2)$

3.2 จงแสดงว่าเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสตั้งฉากซึ่งกันและกัน

แบบฝึกหัดที่ 8

1.

ความชันของเส้นตรง L_1	1	$-\frac{3}{4}$	$\frac{2}{7}$	-4	5	$\frac{6}{11}$	13	$\frac{15}{23}$	m_1
ความชันของเส้นตรง L_2	-1	$\frac{4}{3}$	$-\frac{7}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{11}{6}$	$-\frac{1}{13}$	$-\frac{23}{15}$	$-\frac{1}{m_1}$

2.

พิกัดของจุด 2 จุดบนเส้นตรง L_1	(7,2), (1,5)	(2,1), (9,11)	(6,3), ($\frac{15}{2}$, 4)	(-5,-3), (1,-13)
ความชันของเส้นตรง L_2	2	$-\frac{7}{10}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{5}$

3. 3.1

3.1.1 วิธีทำ ความชันของเส้นตรง $L_1 = \frac{7 - (-2)}{-30 - (-3)} = -\frac{1}{3}$

ความชันของเส้นตรง $L_2 = \frac{-4 - 2}{1 - 3} = 3$

ผลคูณของความชันของเส้นตรง L_1 กับความชันของเส้นตรง L_2

เท่ากับ -1

ดังนั้นเส้นตรง L_1 กับเส้นตรง L_2 ตั้งฉากกัน

3.1.2 วิธีทำ ความชันของเส้นตรง $L_1 = \frac{-5 - 3}{-3 - 4} = \frac{8}{7}$

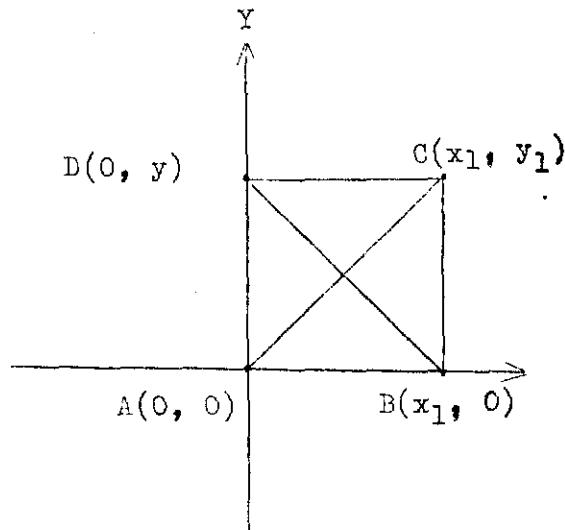
ความชันของเส้นตรง $L_2 = \frac{-3 - 2}{-2 - (-8)} = -\frac{5}{6}$

ผลคูณของความชันของเส้นตรง L_1 กับความชันของเส้นตรง L_2

เท่ากับ $-\frac{20}{7} \neq -1$

ดังนั้นเส้นตรง L_1 กับเส้นตรง L_2 ไม่ตั้งฉากกัน

3.2 วิธีทำ



จากรูป

ให้หาค่าของจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD

คือ $A(0, 0)$, $B(x_1, 0)$, $C(x_1, y_1)$ $D(0, y_1)$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้นความชันของเส้นทแยงมุม AC} &= \frac{0 - y_1}{0 - x_1} \\ &= \frac{y_1}{x_1} = m_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{และความชันของเส้นทแยงมุม BD} &= \frac{y_1 - 0}{0 - x_1} \\ &= -\frac{y_1}{x_1} = m_2 \end{aligned}$$

$$m_1 m_2 = \frac{y_1}{x_1} \left(-\frac{y_1}{x_1}\right) = -\frac{y_1^2}{x_1^2}$$

แต่ $y_1 = x_1$ เพราะ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

$$\text{ดังนั้น } m_1 m_2 = -1$$

นั่นคือ เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD ตัดกันเป็นมุมฉาก

แบบฝึกหัดที่ 3

1. ถ้าเส้นตรง L มีความชันเท่ากับ $\frac{k}{m}$, $k \neq 0$ จงหาความชันของเส้นตรงซึ่งตั้งฉากกับเส้นตรง L
2. จงหาความชันของเส้นตรงซึ่งตั้งฉากกับเส้นตรงซึ่งผ่านจุด $(3, 4)$ และ $(-3, -5)$
3. ถ้า P มีพิกัดเป็น (a, b) และ Q มีพิกัดไป $(-b, a)$ โดยที่ $a^2 + b^2 \neq 0$ จงแสดงว่าส่วนของเส้นตรง PQ ตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรง OQ เมื่อ O เป็นจุดกำเนิด
4. จงแสดงว่า $P(2, 3)$, $Q(-4, -3)$ และ $R(6, -1)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
5. เส้นตรงซึ่งผ่านจุด $(k, 7)$ และ $(-3, -2)$ ตั้งฉากกับเส้นตรงซึ่งผ่านจุด $(3, 2)$ และ $(1, -4)$ จงหาค่าของ k
6. จุด $(2, 5)$, $(2, 9)$, $(6, 9)$ และ $(6, 5)$ เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยม จงแสดงว่าเส้นทแยงมุมทั้งสองตั้งฉากซึ่งกันและกัน
7. จงแสดงว่า เส้นมัธยฐานของรูปสามเหลี่ยมเท่ากันสองเส้นแล้วสามเหลี่ยมนั้นจะเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
8. จงแสดงว่าจุด $(2, 1)$, $(6, 4)$, $(3, 8)$ และ $(-1, 5)$ เป็นจุดยอดของสี่เหลี่ยมจัตุรัสและหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมนี้ด้วย

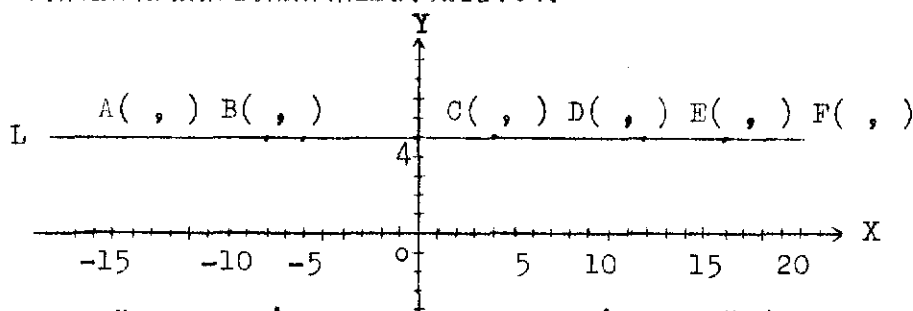
เรื่องความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน x และขนานกับแกน y

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4

บทเรียนที่ 4

- จุดประสงค์
1. เพื่อหาความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน x
 2. เพื่อหาความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน y

กิจกรรม จงตอบคำถามหรือเติมคำคอมดลงในช่องว่าง



พิจารณาเส้นตรง L ซึ่งขนานกับแกน x ในรูปที่กำหนดให้แล้วเติมพิักของจุด

A, B, C, D, E และ F

พิักของจุด A คือ(1) พิกัดของจุด D คือ(4)

พิักของจุด B คือ(2) พิกัดของจุด E คือ(5)

พิักของจุด C คือ(3) พิกัดของจุด F คือ(6)

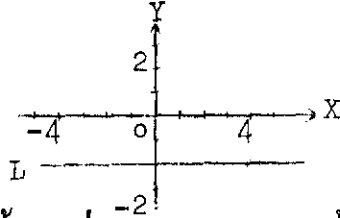
2. จากรูปในข้อ 1 ทุก ๆ จุดบนเส้นตรง L ซึ่งขนานกับแกน x จะมีพิักที่สองเท่ากัน(7) หรือ $y =$ (8)

ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน x และอยู่เหนือแกน x เป็นระยะ 5 หน่วยคือ เซต $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \dots\dots\dots\}$ (9)

3. ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน และตัดแกนที่จุด $(0, -5)$ คือ เซต $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \dots\dots\dots\}$ (10)

4. ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน x และอยู่ใต้แกน x เป็นระยะ 5 หน่วย คือเซต $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \dots\dots\dots\}$ (11)

5. ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง L ดังรูป คือเซต $\dots\dots\dots$ (12)



6. ถ้า L เป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน x แล้วเส้นตรง L ย่อมตั้งฉากกับแกน y และตัดแกน y ที่จุด $(0, b)$ โดยที่ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ

ถ้า b เป็นจำนวนจริงบวกเส้นตรง L จะอยู่ (เหนือ/ใต้) แกน x (13)

และอยู่ห่างจากแกน x เป็นระยะ $\dots\dots\dots$ หน่วย (14)

ถ้า b เป็นจำนวนจริงลบเส้นตรง L จะอยู่ (เหนือ/ใต้) แกน x (15)

และอยู่ห่างจากแกน x เป็นระยะ $\dots\dots\dots$ หน่วย (16)

ถ้า $b = 0$ เส้นตรง L คือ $\dots\dots\dots$ (17)

7. จากข้อ 6 ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง L ที่ขนานกับแกน x และผ่านจุด $(0, b)$ คือ $\dots\dots\dots$ (18)

จึงได้ว่า ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน x คือ (19)

เมื่อ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ

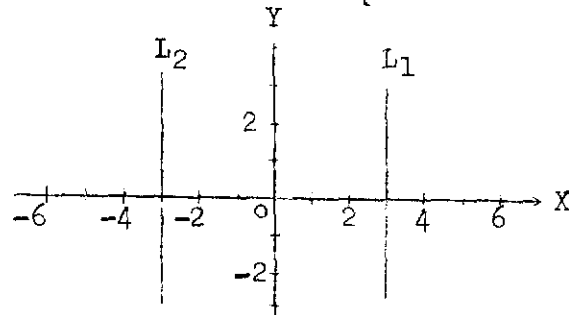
ข้อสังเกต การเขียนความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงนั้น บางครั้งเราอาจจะเขียนสั้น ๆ เฉพาะสมการเงื่อนไข ซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง x และ y และเรียกสมการนั้นว่า สมการเส้นตรง

สมการของเส้นตรงที่ขนานกับแกน x คือ $\dots\dots\dots$

ดูเฉลยข้อ 1 - 7 แล้วหาคำตอบข้อ 8 - 15 เติมในช่องว่างที่เว้นไว้

8. ความสัมพันธ์ของเส้นตรง L_1 คือเซต $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = \dots\}$ (20)

ความสัมพันธ์ของเส้นตรง L_2 คือเซต $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \dots\}$ (21)



9. ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงซึ่งขนานกับแกน Y และตัดแกน X

ที่จุด $(6, 0)$ คือเซต $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \dots\}$ (22)

10. ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงซึ่งขนานกับแกน Y และอยู่ทางซ้ายของ

แกน Y เป็นระยะ 4 หน่วย คือเซต $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \dots\}$ (23)

11. ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงซึ่งขนานกับแกน Y และอยู่ทางขวาของ

แกน Y เป็นระยะ 4 หน่วย คือเซต $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \dots\}$ (24)

12. ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงซึ่งขนานกับแกน Y และตัดแกน X

ที่จุด $(2, 0)$ คือ (25)

13. ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงซึ่งขนานกับแกน Y และตัดแกน X

ที่จุด $(-2, 0)$ คือ (26)

14. ถ้า L เป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y แล้วเส้นตรง L ย่อมตั้งฉากกับ

แกน X และตัดแกน X ที่จุด $(a, 0)$

ถ้า a เป็นจำนวนจริงบวก เส้นตรง L จะอยู่ ของแกน Y (27)

และห่างจากแกน Y เป็นระยะ หน่วย (28)

ถ้า a เป็นจำนวนจริงลบ เส้นตรง L จะอยู่
(ทางขวา/ทางซ้าย)

ของแกน Y (29) และห่างจากแกน Y เป็นระยะ หน่วย (30)

ถ้า $a = 0$ เส้นตรง L ก็คือ (31)

จึงได้ว่า สมการของเส้นตรง L ที่ขนานกับแกน Y และตัดแกน X ที่จุด
 $(a, 0)$ คือ (32)

15. จงหาสมการของเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y

สมการของเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y คือ
--

เฉลยบทเรียนที่ 4

1. (1) $(-9, 5)$ (2) $(-6, 5)$ (3) $(0, 5)$
 (4) $(4, 5)$ (5) $(12, 5)$ (6) $(16, 5)$
2. (7) 5 (8) 5 (9) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y=5\}$
3. (10) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = -5\}$
4. (11) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = -5\}$
5. (12) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = -2\}$
6. (13) เหนือ (14) $|b|$ (15) ใต้ (16) $|b|$ (17) แกน x
7. (18) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = b\}$
 (19) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = b\}$

สมการของเส้นตรงที่ขนานกับแกน x คือ $y = b$ เมื่อ $b \in \mathbb{R}$

8. (20) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = 3\}$ (21) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = -3\}$
9. (22) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = b\}$
10. (23) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = -4\}$
11. (24) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = 4\}$
12. (25) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = 2\}$
13. (26) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = -2\}$
14. (27) ทางขวา (28) $|a|$ (29) ทางซ้าย (30) $|a|$
 (31) แกน y (32) $x = a$

15.

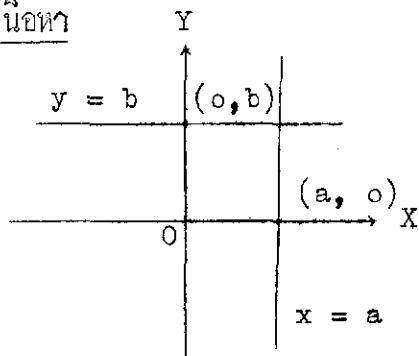
สมการของเส้นตรงที่ขนานกับแกน y คือ $x = a$ เมื่อ $a \in \mathbb{R}$

เรื่องสมการของเส้นตรงที่ขนานกับแกน X และสมการของเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทเรียนที่ 9

เนื้อหา



สมการของเส้นตรงที่ขนานกับแกน X คือ $y = b$ เมื่อ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ
สมการของเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y คือ $x = a$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ

ตัวอย่างที่ 1

เส้นตรงที่ขนานกับแกน Y และอยู่ทางซ้ายของแกน Y เป็นระยะ 2 หน่วย เป็นกราฟของความสัมพันธ์ $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = -\frac{2}{3}\}$

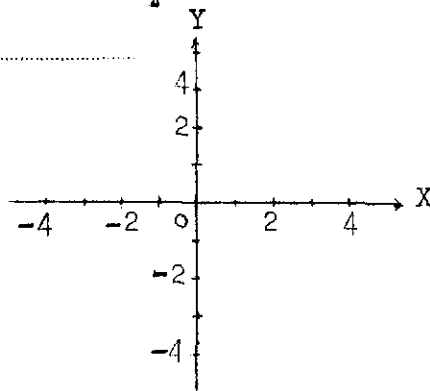
ตัวอย่างที่ 2

เส้นตรงที่ขนานกับแกน X และอยู่เหนือแกน X เป็นระยะ 3 หน่วย เป็นกราฟของความสัมพันธ์ $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 3\}$

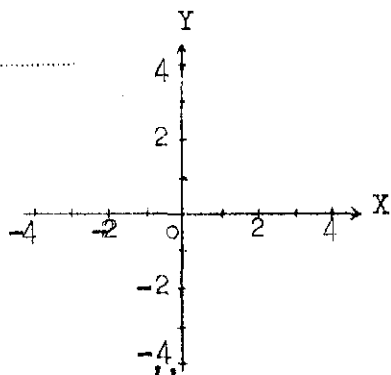
จงหาแบบฝึกหัดต่อไปนี้

1. จงหาความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงที่สอดคล้องตามที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนกราฟของความสัมพันธ์

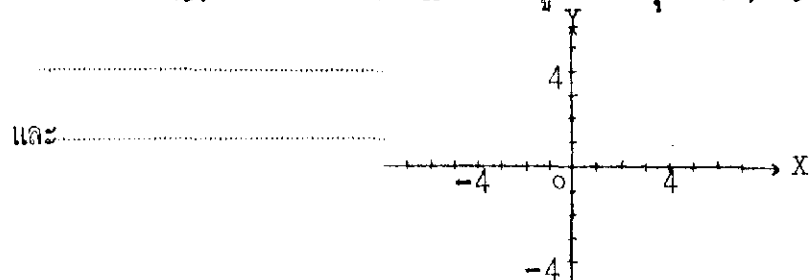
(1) ขนานกับแกน X และอยู่ใต้แกน X เป็นระยะ 3 หน่วย



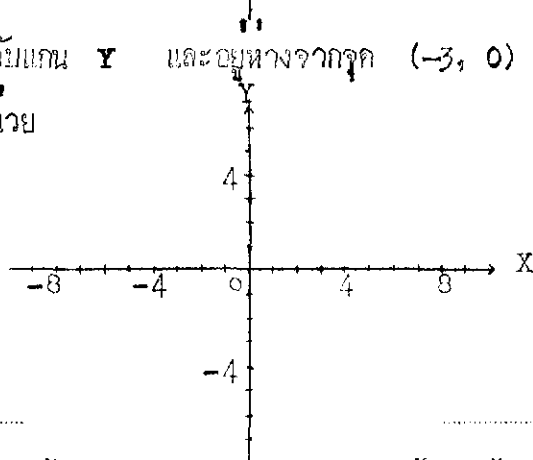
- (2) ขนานกับแกน Y และอยู่ทางขวาของแกน Y เป็นระยะ $\frac{3}{7}$ หน่วย



- (3) ขนานกับแกน X และอยู่ห่างจากจุด $(0, -3)$ เป็นระยะ 3 หน่วย

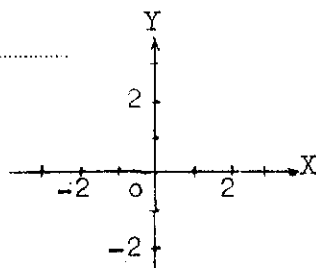


- (4) ขนานกับแกน Y และอยู่ห่างจากจุด $(-3, 0)$ ไปทางซ้ายเป็นระยะ 5 หน่วย

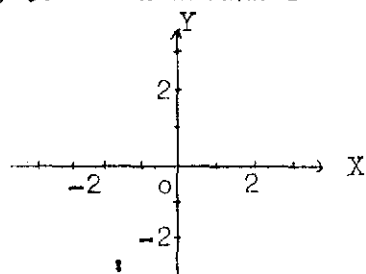


2. จงหาสมการของเส้นตรงที่คู่สมกับที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งวาดกราฟ

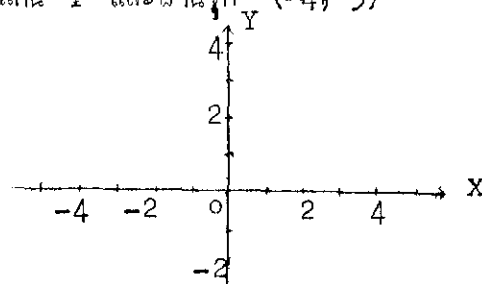
- (1) ผ่านจุด $(1, -2)$ และขนานกับแกน X



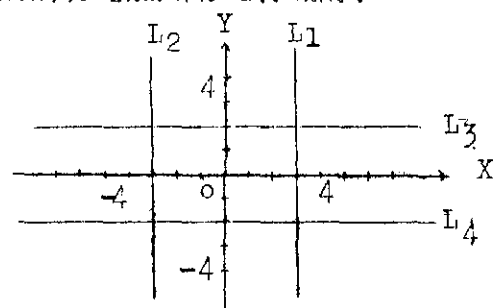
(2) ผ่านจุด $(1, 3)$ และขนานกับแกน Y



(3) ขนานกับแกน Y และผ่านจุด $(-4, 3)$



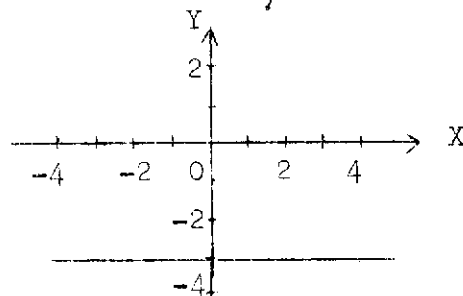
3. จากกราฟที่กำหนดให้จงเขียนสมการของเส้นตรง



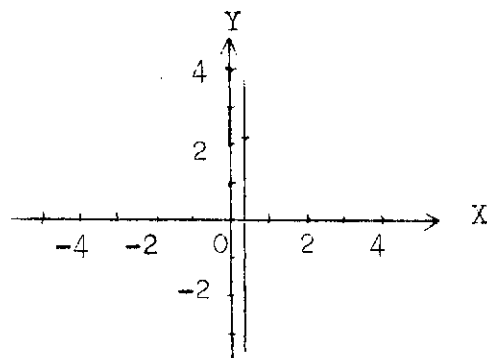
- | | |
|---------------------------|-----------|
| (1) สมการของเส้นตรง L_1 | คือ |
| (2) สมการของเส้นตรง L_2 | คือ |
| (3) สมการของเส้นตรง L_3 | คือ |
| (4) สมการของเส้นตรง L_4 | คือ |

แบบฝึกงานที่ ๑

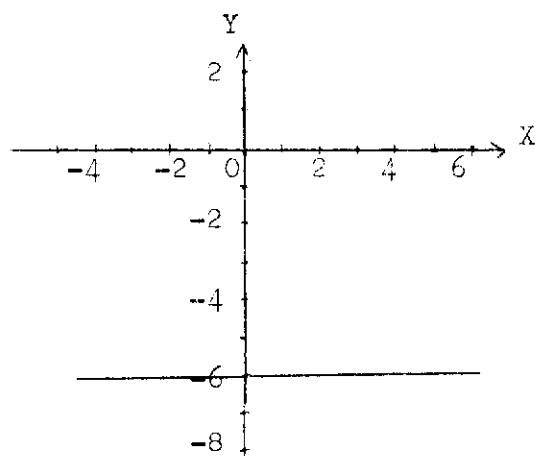
1. (1) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = -3\}$



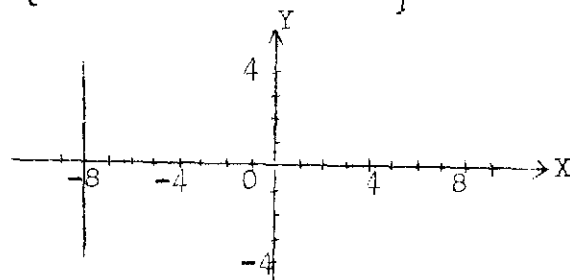
(2) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = \frac{3}{7}\}$



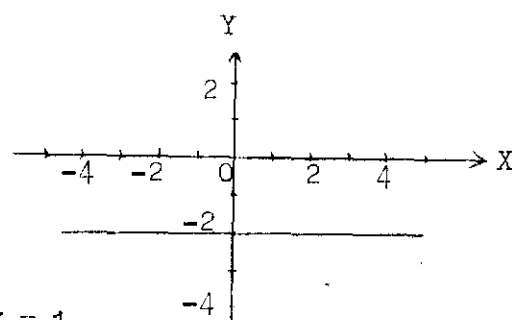
(3) $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = -6\}$ และ $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 0\}$



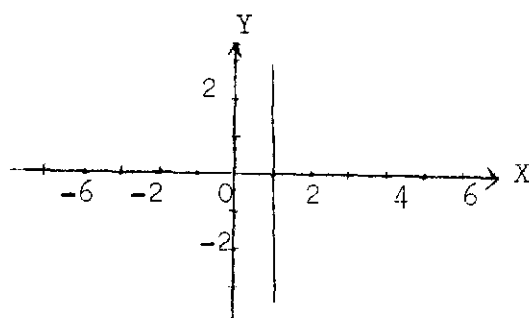
$$(4) \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = -8\}$$



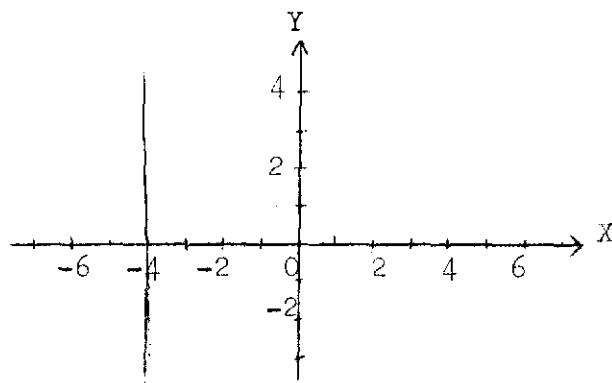
2. (1) $y = -2$



(2) $x = 1$



(3) $x = -4$



3. (1) $x = 3$

(2) $x = -3$

(3) $y = 2$

(4) $y = -2$

เรื่องสมการของเส้นตรงที่ไม่ขนานกับแกน x และไม่ขนานกับแกน y

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทเรียนที่ 5

จุดประสงค์ เมื่อเรียนจบบทเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถหาสมการของเส้นตรงเมื่อกำหนด

1. ความชันของเส้นตรง และจุด 1 จุดบนเส้นตรง
2. จุด 2 จุดบนเส้นตรง
3. ความชันของเส้นตรง และจุดตัดบนแกน y
4. จุดตัดบนแกน x และจุดตัดบนแกน y

กิจกรรม จงอ่านคำชี้แจงในการเรียนและปฏิบัติตามคำชี้แจงในการเรียน

คำชี้แจงในการเรียน

1. บทเรียนนี้เรียกว่าบทเรียนโปรแกรม เป็นบทเรียนที่สร้างขึ้นสำหรับให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง นักเรียนจะได้รับประโยชน์มากถ้านักเรียนปฏิบัติตามคำแนะนำในการเรียนอย่างเคร่งครัด

2. บทเรียนนี้จะแบ่งเป็นกรอบ ๆ ให้นักเรียนเริ่มต้นอ่านบทเรียนจากกรอบที่ 1 ทางขวามือ

3. กรอบใดมีคำถาม ถ้าเป็นคำถามแบบเติมคำในช่องว่างหรือประโยคใด ๆ ว่างไว้ให้ ให้นักเรียนเติมคำตอบลงไปเลย

4. นักเรียนจะตรวจคำตอบของนักเรียนใดทันทีจากกรอบทางซ้ายมือที่อยู่ถัดไปดังตัวอย่าง

	กรอบที่ 1 มีคำถาม
คำตอบของกรอบที่ 1	กรอบที่ 2 มีคำถาม
คำตอบของกรอบที่ 2	กรอบที่ 3

5. ในการอ่านและตอบคำถามในบทเรียน นักเรียนต้องไม่ดูคำตอบก่อน ให้นักเรียนใช้กระดาษปิดครอบข้อไว้ เมื่อตอบคำถามเสร็จแล้ว จึงเลื่อนกระดาษลงไป เพื่อดูคำตอบทางขวามือ และเมื่อคำตอบถูกถามครอบต่อไปให้อยู่ทางขวามือ

6. การที่นักเรียนตอบผิดไม่ใช่เรื่องเสียหาย ถ้านักเรียนตอบผิดให้อ่านกรอบนั้นซ้ำอีกครั้งหนึ่ง อ่านทำความเข้าใจเมื่อเข้าใจแล้ว จึงอ่านกรอบต่อไป

7. ให้นักเรียนอ่านทุก ๆ กรอบเรื่อยไปตามลำดับ อย่าข้ามกรอบใด ๆ กรอบหนึ่งไปคำถามสำหรับแต่ละกรอบไม่ใช่ข้อสอบ แต่เป็นสิ่งที่ให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนยิ่งขึ้น

8. เมื่อจบบทเรียนแต่ละบทจะมีแบบฝึกหัดให้นักเรียนทำ

นักเรียนพร้อมที่จะเรียนหรือยัง ถ้าพร้อมแล้วเริ่มเรียนได้

	1 ให้ L เป็นเส้นตรง และ $A(1, 5)$, $B(x, y)$ เป็นจุดใด ๆ บนเส้นตรง L ซึ่ง $x \neq 1$ แล้ว ความชันของเส้นตรง L เท่ากับ
$\frac{y - 5}{x - 1}$	2 ถ้าเส้นตรง L จากกรอบ 1 มีความชัน เท่ากับ $\frac{1}{3}$ แล้วจะได้ว่า $\frac{1}{3} = \dots\dots$
$\frac{y - 5}{x - 1}$	3 จากกรอบ 2 ได้ความสัมพันธ์ของเส้นตรง ที่ผ่านจุด $(1, 5)$ และมีความชันเท่ากับ $\frac{1}{3}$ คือ

$\frac{y - 5}{x - 1} = \frac{1}{3}$ หรือ $y - 5 = \frac{1}{3}(x - 1)$	4 สมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1, -5)$ และมีความชันเท่ากับ 7 คือ
$\frac{y + 5}{x - 1} = 7$ หรือ $y + 5 = 7(x - 1)$	5 สมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด $P(x_1, y_1)$ และมีความชันเท่ากับ m คือ
$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$ หรือ $y - y_1 = m(x - x_1)$	6 สมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(-3, 4)$ และมีความชันเท่ากับ $-\frac{5}{3}$ คือ
$\frac{y - 4}{x + 3} = -\frac{5}{3}$ หรือ $y - 4 = -\frac{5}{3}(x + 3)$ หรือ $3(y - 4) = -5(x + 3)$ หรือ $5x + 3y + 3 = 0$	7 ถ้าจะหาสมการของเส้นตรง L ที่ผ่านจุด $A(1, 2)$ และจุด $B(2, -5)$ เราจะหาความชันของเส้นตรง L ก่อน ความชันของเส้นตรง L เท่ากับ (1) จึงหาสมการของเส้นตรง L ที่ผ่านจุด $A(1, 2)$ คือ (2) และสมการของเส้นตรง ที่ผ่านจุด $B(2, -5)$ คือ (3)
(1) -7 (2) $\frac{y - 2}{x - 1} = -7$ หรือ $7x + y - 9 = 0$ (3) $\frac{y + 5}{x - 2} = -7$ หรือ $7x + y - 9 = 0$	8 สมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด $P(2, -3)$ และจุด $Q(5, 3)$ คือ

$\frac{y-3}{x-5} = 2 \quad \text{หรือ} \quad \frac{y+3}{x-2} = 2$ $\text{หรือ} \quad y - 2x + 7 = 0$	9 เส้นตรงที่ผ่านจุด $P(x_1, y_1)$ และจุด $Q(x_2, y_2)$ มีความชันเท่ากับ (1) สมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด P และ Q คือ (2)
(1) $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ หรือ $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (2) $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ หรือ $\frac{y - y_2}{x - x_2}$ $= \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ หรือ $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ หรือ $y - y_1 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} (x - x_1)$	10 สมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1, 3)$ และ $(2, 5)$ คือ (1) หรือ (2) หรือ = 0 (3)
(1) $\frac{y-3}{x-1} = 2$ (2) $\frac{y-5}{x-2} = 2$ (3) $y - 2x - 1 = 0$	11 สมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(4, 7)$ และ $(2, 3)$ คือ (1) หรือ = 0 (2)
(1) $\frac{y-7}{x-4} = 2$ หรือ $\frac{y-3}{x-2} = 2$ (2) $y - 2x + 1 = 0$	12 สมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(0, 1)$ และ $(3, 0)$ คือ (1) หรือ = 0 (2)

$$(1) \frac{y - 0}{x - 3} = -\frac{1}{3} \quad \text{หรือ} \quad \frac{y - 1}{x - 0} = -\frac{1}{3}$$

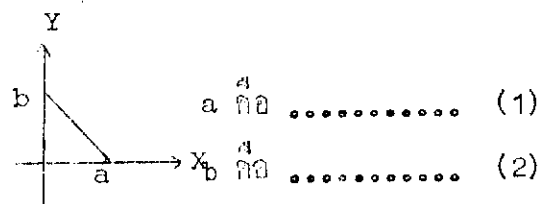
$$(2) \quad x + 3y - 3 = 0$$

13. ถ้าเส้นตรงตัดแกน X ที่จุด $(a, 0)$

จะเรียก a ว่าระยะตัดแกน X (X - intercept) และถ้าเส้นตรงตัดแกน Y

ที่จุด $(0, b)$ จะเรียก b ว่า ระยะตัด

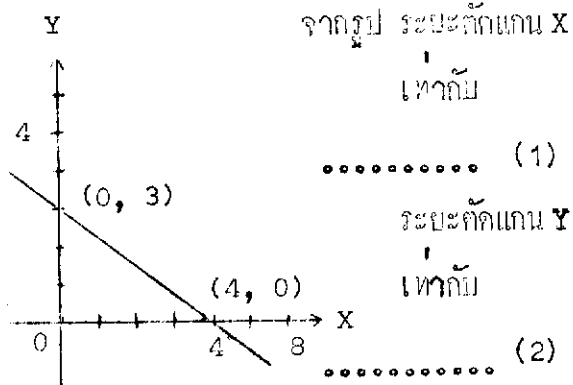
แกน Y (Y - intercept)



(1) ระยะตัดแกน X

(2) ระยะตัดแกน Y

14.



(1) 4

(2) 3

15.

ถ้าให้ระยะตัดแกน Y เท่ากับ b แสดงว่าเส้นตรงตัดแกน Y ที่จุด (1)

หรือเส้นตรงผ่านจุด (2)

$(0, b)$ $(0, b)$	16 ถ้าเส้นตรง L มีระยะตัดแกน Y เท่ากับ 3 เส้นตรงจะผ่านจุด (1) ถ้าเส้นตรง L มีความชันเท่ากับ $\frac{3}{4}$ สมการของเส้นตรง L คือ (2) หรือ $y = \dots\dots\dots$ (3)
(1) $(0, 3)$ (2) $\frac{y - 3}{x - 0} = \frac{3}{4}$ (3) $y = \frac{3x}{4} + 3$	17 เส้นตรง L มีระยะตัดแกน Y เท่ากับ b จะผ่านจุด (1) ถ้าเส้นตรง L มีความชันเท่ากับ m แล้วสมการของเส้นตรง L คือ (2) หรือ $y = \dots\dots\dots$ (3)
(1) $(0, b)$ (2) $\frac{y - b}{x - 0} = m$ (3) $y = mx + b$	18 สมการของเส้นตรงที่ตัดแกน Y ที่จุด $(0, -4)$ และมีความชันเท่ากับ $\frac{2}{3}$ คือ
$y = \frac{2}{3}x - 4$	19 สมการของเส้นตรงที่ตัดแกน Y ที่จุด $(0, 5)$ และมีความชันเท่ากับ $\frac{3}{7}$ คือ
$y = \frac{3}{7}x + 5$	20 สมการของเส้นตรงที่มีระยะตัดแกน Y เท่ากับ 9 และมีความชันเท่ากับ 3 คือ

$y = 3x + 9$	21. ถ้าระยะตัดแกน X ของเส้นตรง L เท่ากับ a แสดงว่าเส้นตรง L ตัดแกน X ที่จุด
$(a, 0)$	22. ถ้าเส้นตรง L มีระยะตัดแกน Y เท่ากับ b และระยะตัดแกน X เท่ากับ a แสดงว่าเส้นตรง L ผ่านจุด (1) และจุด (2) ตามลำดับ
(1) $(0, b)$ (2) $(a, 0)$	23. ถ้าเส้นตรง L มีระยะตัดแกน X เท่ากับ 4 และมีระยะตัดแกน Y เท่ากับ 7 แล้วเส้นตรงผ่านจุด (1) และจุด (2) สมการของเส้นตรง L คือ (3)
(1) $(4, 0)$ (2) $(0, 7)$ (3) $\frac{y - 0}{x - 4} = -\frac{7}{4}$ หรือ $\frac{y - 7}{x - 0} = -\frac{7}{4}$ หรือ $y = -\frac{7}{4}x + 7$ หรือ $7x + 4y - 28 = 0$	24. สมการของเส้นตรงที่มีระยะตัดแกน X เท่ากับ a และระยะตัดแกน Y เท่ากับ b คือ
$y = -\frac{b}{a}x + b$	25. จากสมการที่ได้ในกรอบที่ 24 ถ้าต้องการให้ทางขวามือของสมการเป็น 1 แล้วจะได้สมการของเส้นตรง L คือ = 1

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	26 สมการของเส้นตรงที่ตัดแกน X และตัดแกน Y ที่จุด (2, 0) และ (0, -6) ตามลำดับคือ								
$\frac{x}{2} + \frac{y}{-6} = 1$	27 สมการของเส้นตรงที่มีระยะตัดแกน X เท่ากับ -3 และมีระยะตัดแกน Y เท่ากับ 5 คือ								
$\frac{x}{-3} + \frac{y}{5} = 1$	28 สมการของเส้นตรงที่มีระยะตัดแกน X เท่ากับ -2 และมีระยะตัดแกน Y เท่ากับ -4 คือ								
$\frac{x}{-2} + \frac{y}{-4} = 1$	29 จงหาสมการของเส้นตรงที่มีเงื่อนไขตามที่กำหนดให้ <table border="1" data-bbox="724 1147 1353 1715"> <thead> <tr> <th>เงื่อนไข</th><th>สมการของเส้นตรง</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ผ่านจุด (3, 5) ความชันเท่ากับ $\frac{2}{5}$</td><td>..... (1)</td></tr> <tr> <td>ผ่านจุด (1, 2) และจุด (-2, -4)</td><td>..... (2)</td></tr> <tr> <td>ระยะตัดแกน Y เท่ากับ 4 ความชัน = 3</td><td>..... (3)</td></tr> </tbody> </table>	เงื่อนไข	สมการของเส้นตรง	ผ่านจุด (3, 5) ความชันเท่ากับ $\frac{2}{5}$	 (1)	ผ่านจุด (1, 2) และจุด (-2, -4)	 (2)	ระยะตัดแกน Y เท่ากับ 4 ความชัน = 3	 (3)
เงื่อนไข	สมการของเส้นตรง								
ผ่านจุด (3, 5) ความชันเท่ากับ $\frac{2}{5}$	 (1)								
ผ่านจุด (1, 2) และจุด (-2, -4)	 (2)								
ระยะตัดแกน Y เท่ากับ 4 ความชัน = 3	 (3)								

	เงื่อนไข	สมการของเส้นตรง
	ระยะตัดแกน x เท่ากับ 6, ระยะ ตัดแกน y เท่ากับ 11	 (4)
	ผ่านจุด (0, 1), ความชัน $\frac{5}{6}$	 (5)
	ผ่านจุด (3, 0) และ (0, 5)	 (6)
(1) $\frac{y-5}{x-3} = \frac{2}{5}$ หรือ $5y-2x-19=0$ (2) $\frac{y-2}{x-1} = 2$ หรือ $\frac{y+4}{x+2} = 2$ $y-2x=0$ (3) $y=3x+4$ หรือ $y-3x-4=0$ (4) $\frac{x}{6} + \frac{y}{11} = 1$ หรือ $11x+6y-66=0$ (5) $y = \frac{5}{6}x + 1$ หรือ $6y-5x-6=0$ (6) $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$ หรือ $5x+3y-15=0$	30 จากกรอบที่ 29 ใ้หาว่าทุกสมการเป็นสมการที่มี x, y ซึ่งกำลังเป็นหนึ่ง เรียกว่าสมการเชิงเส้น (linear equation) ซึ่งเขียนในรูปทั่วไปได้เป็น $Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B และ C เป็นค่าคงตัว โดยที่ A และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน สมการเส้นตรงเรียกว่าเป็นสมการเชิงเส้น *	
(1) $y = -3x + 7$ (2) -3 (3) 7	31 $2x + 3y + 4 = 0$ เป็นสมการ (1) มีกราฟเป็น (2)	

(1) เส้น (2) เส้นตรงที่มีความชันเท่ากับ - $\frac{2}{3}$	32. เนื่องจากสมการของเส้นตรงทุกอันที่สามารถเขียนได้ในรูปทั่วไป $Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B และ C เป็นค่าคงที่ โดยที่ A และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน และจะมีกรณีที่เป็นไปได้ 3 กรณีคือ (1) $A \neq 0$ และ $B \neq 0$ จะได้ว่า $y = \dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots$ (1) เมื่อเปรียบเทียบกับสมการในรูป $y = mx + b$ แล้ว จะเห็นว่า $m = \dots\dots\dots$ (2) และ $b = \dots\dots\dots$ (3) นั่นคือสมการ $Ax + By + C = 0$ มีกราฟเป็นเส้นตรงที่มีความชันเท่ากับ $\dots\dots$ (4) และมีระยะตัดแกน y เท่ากับ $\dots\dots$ (5) (2) $A \neq 0$ $B = 0$ จะได้ $x = \dots\dots$ $\dots\dots$ (6) ซึ่งเป็นสมการที่กราฟเป็นเส้นตรง $\dots\dots\dots$ (7) (3) $A = 0$ และ $B \neq 0$ จะได้ $y = \dots\dots$ $\dots\dots$ (8) ซึ่งเป็นสมการที่กราฟเป็นเส้นตรงที่ $\dots\dots$ (9)
(1) $-\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$ (2) $-\frac{A}{B}$ (3) $-\frac{C}{B}$ (4) $-\frac{A}{B}$ (5) $-\frac{C}{B}$ (6) $-\frac{C}{A}$	33. จากสมการ $y = mx + b$ นอกได้ว่าสัมประสิทธิ์ของ x คือความชันเท่ากับ m เทอมคงที่ b คือระยะตัดแกน y จากสมการ $3x + y - 7 = 0$ จัดได้เป็น $y = \dots\dots\dots$ (1) ความชันของเส้นตรง $3x + y - 7 = 0$ คือ $\dots\dots\dots$ (2) ระยะตัดแกน y คือ $\dots\dots\dots$ (3)

(7) ขนานกับแกน Y และตัดแกน X ที่จุด $(-\frac{C}{A}, 0)$ (8) $-\frac{C}{B}$ (9) ขนานกับแกน X และตัดแกน Y ที่จุด $(0, -\frac{C}{B})$	
(1) $y = -3x + 7$ (2) -3 (3) 7	34 ในการเขียนกราฟของสมการของเส้นตรงทำได้โดยเขียนสมการ $Ax + By + C = 0$ ให้อยู่ในรูป 1) $y = mx + b$ แล้วเขียนกราฟโดยใช้ความชันและจุดตัดบนแกน Y หรือ 2) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ แล้วเขียนกราฟโดยใช้จุดตัดบนแกน X และจุดตัดบนแกน Y

เรื่องสมการของเส้นตรง

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทงานที่ 10

เนื้อหา

รูปทั่วไปของสมการเส้นตรงคือ $Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B และ C เป็นค่าคงตัว โดยที่ A และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน จากสมการของเส้นตรง $y = mx + b$ สัมประสิทธิ์ของ x คือ ความชันของเส้นตรง เหนือค่าคงตัว b คือระยะตัดแกน Y การหาจุดที่เส้นตรงตัดแกน X ก็คือหาว่าเมื่อ $y = 0$, x จะมีค่าเท่าใด และการหาจุดที่เส้นตรงตัดแกน Y ก็คือหาว่าเมื่อ $x = 0$, y จะมีค่าเท่าใด

1. จงจัดสมการใหม่ให้อยู่ในรูป $y = mx + b$ แล้วใส่ในช่องที่ 2
2. จงหาความชันของเส้นตรงใส่ในการวางช่องที่ 3
3. จงหาระยะตัดแกน X และระยะตัดแกน Y ใส่ในช่องที่ 4 และ 5 ตามลำดับ
4. จงหาจุดตัดบนแกน X และจุดตัดบนแกน Y ใส่ในช่องที่ 6 และ 7 ตามลำดับ

(1) สมการ	(2) จัดใหม่เป็น	(3) ความชัน	(4) ระยะตัด แกน X	(5) ระยะตัด แกน Y	(6) จุดตัดบน แกน X	(7) จุดตัดบน แกน Y
$3x + y - 7 = 0$	$y =$					
$3x + 5y + 25 = 0$	$y =$					
$2y - 4x - 7 = 0$	$y =$					
$3x + \frac{y}{2} = 5$	$y =$					
$2x + y = 8$	$y =$					
$2y - x + 10 = 0$	$y =$					
$9x + 2y - 11 = 0$	$y =$					
$x + y - 13 = 0$	$y =$					

เนตยปกรงานที่ 10

(1) สมการ	(2) จัดใหม่เป็น	(3) ความ ชัน	(4) ระยะ ตัดแกน X	(5) ระยะ ตัดแกน Y	(6) จุดตัดบน แกน X	(7) จุดตัดบน แกน Y
$3x + y - 7 = 0$	$y = -3x + 7$	-3	$\frac{7}{3}$	7	$(\frac{7}{3}, 0)$	$(0, 7)$
$3x + 5y + 25 = 0$	$y = -\frac{3}{5}x - 5$	$-\frac{3}{5}$	$-\frac{25}{3}$	-5	$(-\frac{25}{3}, 0)$	$(0, -5)$
$4x + 2y - 7 = 0$	$y = -2x + \frac{7}{2}$	-2	$\frac{7}{2}$	$\frac{7}{2}$	$(\frac{7}{2}, 0)$	$(0, \frac{7}{2})$
$3x + \frac{y}{2} = 5$	$y = -6x + 10$	-6	$\frac{5}{3}$	10	$(\frac{5}{3}, 0)$	$(0, 10)$
$2x + y = 8$	$y = -2x + 8$	-2	4	8	$(4, 0)$	$(0, 8)$
$2y - x + 10 = 0$	$y = \frac{x}{2} - 5$	$-\frac{1}{2}$	10	-5	$(10, 0)$	$(0, -5)$
$-9x + 2y - 11 = 0$	$y = \frac{9}{2}x + \frac{11}{2}$	$\frac{9}{2}$	$-\frac{11}{2}$	$\frac{11}{2}$	$(-\frac{11}{9}, 0)$	$(0, \frac{11}{2})$
$x + y - 13 = 0$	$y = -x + 13$	-1	13	13	$(13, 0)$	$(0, 13)$

เรื่องสมการของเส้นตรง

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทเรียนที่ 11

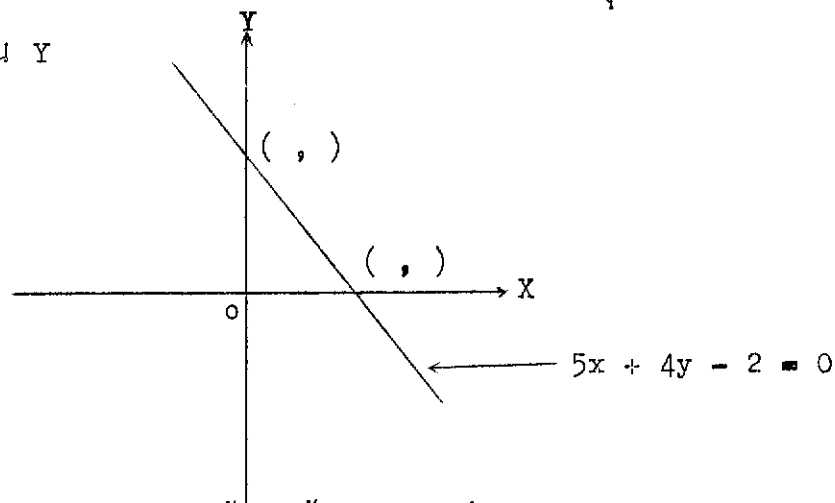
เนื้อหา

1. เส้นตรง 2 เส้นใด ๆ จะขนานกันก็ต่อเมื่อความชันของเส้นตรง 2 เส้นนั้นเท่ากัน
2. เส้นตรง 2 เส้นใด ๆ (ที่ไม่อยู่ในแนวตั้งหรือแนวนอน) จะตัดกันก็ต่อเมื่อผลคูณของความชันของเส้นตรงทั้งสองเท่ากับ -1

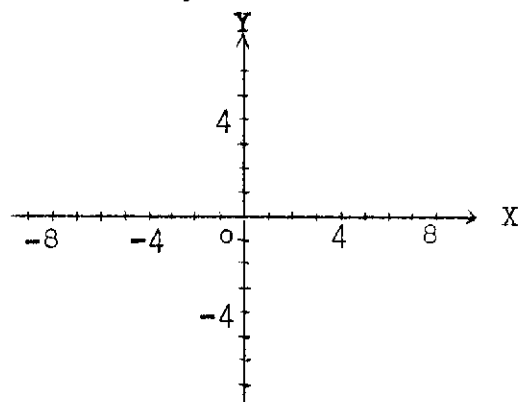
1. จงหาสมการของเส้นตรง L_1 ที่ผ่านจุดที่กำหนดให้ 1 จุด และขนานกับเส้นตรงที่กำหนดให้แล้วใส่ในตารางข้อที่ 3
2. จงหาสมการของเส้นตรง L_2 ที่ผ่านจุดที่กำหนดให้ 1 จุด (ในข้อที่ 2) และตั้งฉากกับเส้นตรงที่กำหนดให้ แล้วใส่ในตารางข้อที่ 4

(1) สมการของเส้นตรง ที่กำหนดให้	(2) พิกัดของจุด 1 จุด บนเส้นตรง L_1 และ เส้นตรง L_2	(3) สมการของเส้นตรง L_1 ซึ่ง ขนานกับเส้นตรงที่กำหนดให้	(4) สมการของเส้นตรง L_2 ซึ่งตั้งฉากกับเส้นตรง ที่กำหนดให้
$3x + 2y = 6$	(1, 1)		
$x - 4y + 7 = 0$	(2, 3)		
$2x + y = 4$	(-3, -5)		
$2x - 3y = 8$	(-2, 1)		
$6x - 4y + 5 = 0$	(4, -1)		
$5x + 4y - 2 = 0$	(0, 0)		
$x + y - 1 = 0$	(-2, -2)		

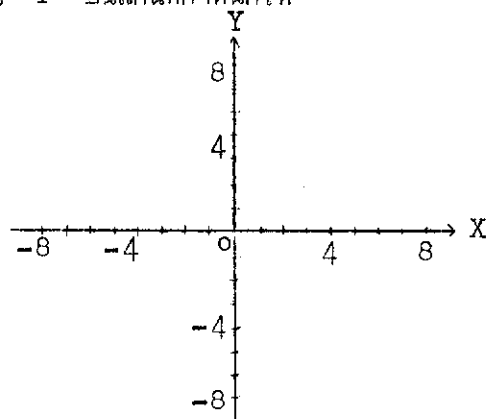
3. จากรูปสมการเส้นตรงคือ $5x + 4y - 2 = 0$ จงเติมพิกัดของจุดตัดบนแกน X และจุดตัดบนแกน Y



4. จากสมการ $2x = x + 6$ เส้นตรงนี้ตัดแกน X ที่จุด $(.....,.....)$ และตัดแกน Y ที่จุด $(.....,.....)$ จงแสดงตำแหน่งจุดตัดบนแกน X และจุดตัดบนแกน Y แล้วลากเส้นตรง $2y = x + 6$ ในแกนที่กำหนดให้



5. จงเขียนรูปเส้นตรง $y = -\frac{2}{3}x + 6$ และแสดงตำแหน่งของจุดตัดบนแกน X และแกน Y บนแกนที่กำหนดให้

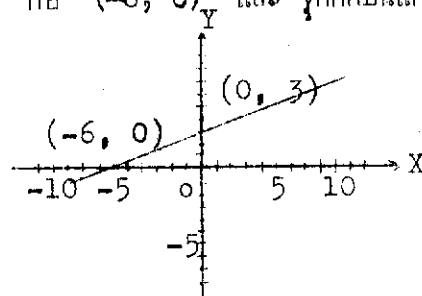


แบบฝึกหัดที่ 11

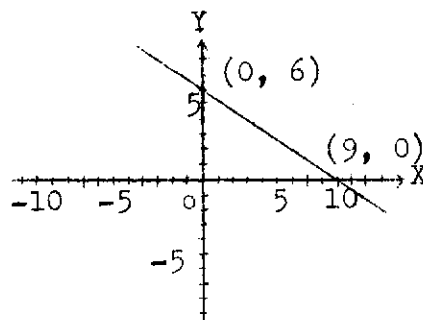
(1) สมการของเส้น ตรงที่กำหนดให้	(2) พิกัดของจุด 1 จุด บนเส้นตรง L_1 และ L_2	(3) สมการของเส้นตรง L_1 ซึ่งขนานกับเส้นตรงที่ กำหนดให้	(4) สมการของเส้นตรง L_2 ซึ่ง ตั้งฉากกับเส้นตรงที่กำหนดให้
$3x+2y = 6$	(1, 1)	$3x + 2y - 1 = 0$	$-2x + 3y - 1 = 0$
$x-4y+7 = 0$	(2, 3)	$x - 4y + 10 = 0$	$4x + y - 11 = 0$
$2x+y = 4$	(-3, -5)	$2x + y + 11 = 0$	$-x + 2y + 7 = 0$
$2x-3y = 8$	(-2, 1)	$2x - 3y + 7 = 0$	$3x + 2y + 4 = 0$
$6x-4y+5 = 0$	(4, -1)	$3x - 2y + 14 = 0$	$2x + 3y - 5 = 0$
$5x+4y-2 = 0$	(0, 0)	$5x + 4y = 0$	$-4x + 5y = 0$
$x+y-1 = 0$	(-2, -2)	$x + y + 4 = 0$	$-x + y = 0$

3. จุดตัดบนแกน x คือ $(\frac{2}{5}, 0)$ และ จุดตัดบนแกน y คือ $(0, \frac{1}{2})$

4. จุดตัดบนแกน x คือ $(-6, 0)$ และ จุดตัดบนแกน y คือ $(0, 3)$



5.



ป้ัตรปัญหำ

1. กำหนดให้จุด $P(t, 2)$ และ $Q(\frac{1}{4}, t)$ เป็นจุดบนพาราโบลา $x = ay^2$ จงหาสมการของเส้นตรง PQ
2. จงหาสมการของเส้นตรงทุกเส้น ที่ผ่านจุด $P(0, 13)$ และตัดวงกลมซึ่งมีจุดกำเนิดเป็นจุดศูนย์กลางและมีรัศมีเท่ากับ 5 หน่วย

แบบฝึกหัดที่ 4

1. ถ้า $t = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x - 2y = 4\}$ จงพิจารณาว่าจุดต่อไปนี้ เป็นสมาชิกของความสัมพันธ์ t หรือไม่

- | | |
|---------------|-----------------------------|
| (1) $(1, 0)$ | (4) $(6\sqrt{2}, \sqrt{2})$ |
| (2) $(2, -1)$ | (5) $(0, -2)$ |
| (3) $(-8, 6)$ | |

2. จงหาความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรงตามคุณสมบัติที่กำหนดให้ต่อไปนี้

- (1) ขนานกับแกน x และอยู่เหนือแกน x เป็นระยะ 3 หน่วย
- (2) ขนานกับแกน y และอยู่ทางซ้ายแกน y เป็นระยะ 5 หน่วย
- (3) ขนานกับแกน x และอยู่ทางจากจุด $(0, 2)$ เป็นระยะ 2 หน่วย
- (4) ขนานกับแกน y และอยู่ทางจากจุด $(-1, 0)$ เป็นระยะ 6 หน่วย

3. จงบอกความชันและจุดที่เส้นตรงต่อไปนี้ตัดแกน x และแกน y

- | | |
|-----------------------|--|
| (1) $2x - 3y = 7$ | (6) $\frac{3}{4}x - \frac{4}{3}y = 24$ |
| (2) $5x + 4y - 2 = 0$ | (7) $x - y = 0$ |
| (3) $x - 4y + 5 = 0$ | (8) $2y + 3 = 0$ |
| (4) $3x + 2y + 7 = 0$ | (9) $x = 4$ |
| (5) $5x - y - 11 = 0$ | (10) $3(y - 1) = -2(x - 2)$ |

4. จงแสดงว่าเส้นตรง $3y = 2x - 6$ ขนานกับเส้นตรง $y = \frac{2}{3}x + 1$

5. จงแสดงว่าเส้นตรง $2x + y = 8$ ตั้งฉากกับเส้นตรง $y = \frac{1}{2}x - 5$

6. จงแสดงว่าเส้นตรง $y + 5x + 8 = 0$ ตั้งฉากกับเส้นตรง $5y = x + 3$

7. จงหาสมการของเส้นตรงตามเงื่อนไขต่อไปนี้

- (1) ผ่านจุด $(2, -3)$ ขนานกับแกน X
- (2) ผ่านจุด $(2, -3)$ ขนานกับแกน Y
- (3) ทุกจุดบนเส้นตรงมีค่าพหุคูณ 1 เท่ากับ -5
- (4) ทุกจุดบนเส้นตรงมีพหุคูณ 2 เท่ากับ 4
- (5) ผ่านจุด $(0, 2)$ ความชัน เท่ากับ 4
- (6) ผ่านจุด $(-2, 5)$ ความชัน เท่ากับ 3
- (7) ผ่านจุด $(1, -2)$ และ $(5, 8)$
- (8) ความชันเท่ากับ 4 ระยะตัดแกน Y เท่ากับ -2
- (9) ผ่านจุดกำเนิด และมุมเอียงเท่ากับ 120° องศา
- (10) ระยะตัดแกน X เท่ากับ 2 ระยะตัดแกน Y เท่ากับ -5
- (11) ระยะตัดแกน X เท่ากับ -1 ความชันเท่ากับ 3
- (12) ระยะตัดแกน Y เท่ากับ -3 ผ่านจุด $(2, 5)$

8. จงหาความชัน และระยะตัดแกน Y ของสมการเส้นตรงต่อไปนี้

- (1) $3x + 2y = 18$
- (2) $x - 3y = 12$
- (3) $y = 3x + 4$
- (4) $2x - 7y + 5 = 0$
- (5) $(x - 2) + (4y - 3) = 0$

9. จงหาระยะตัดแกน X ของสมการเส้นตรงในข้อ 8

10. จงหาสมการของเส้นตรงผ่านจุด $(-1, 3)$ และขนานกับเส้นตรงต่อไปนี้

- (1) $y = -2x + 4$
- (2) $2x - 8y + 9 = 0$
- (3) $1 - x - 2y = 0$

11. จงหาสมการของเส้นตรงผ่านจุด $(-1, 3)$ และตั้งฉากกับเส้นตรงในข้อ 10
12. จงหาสมการเส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรง $2x - y = 0$ และมีระยะตัดแกน Y เท่ากับ 2
13. จงหาสมการเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรง $2x - y = 0$ และมีระยะตัดแกน Y เท่ากับ 2
14. จงเขียนกราฟของเส้นตรง $2x - 3y + 1 = 0$ และเส้นตรง $x + y - 2 = 0$ และหาพิกัดของจุดตัดของเส้นตรงทั้งสองโดยการแก้สมการ
15. จงหาความสัมพันธ์ที่กราฟจะเป็นเส้นตรงและ
 - (1) ผ่านจุด $(-1, 0)$ และขนานกับเส้นตรงซึ่งผ่านจุด $(1, 2)$ และ $(-3, 4)$
 - (2) ผ่านจุด $(-1, -4)$ และตั้งฉากกับเส้นตรงซึ่งผ่านจุด $(-1, 3)$ และ $(-2, -2)$
 - (3) จุดทุกจุดบนเส้นตรงอยู่ห่างจากจุด $(6, 0)$ และ $(2, 0)$ เป็นระยะเท่ากัน
16. จงหาสมการเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรง $x - 7y - 11 = 0$ และผ่านจุดที่เส้นตรง $x - 7y - 11 = 0$ ถัดกับเส้นตรง $3x + 5y - 7 = 0$
17. จงแสดงว่ารูปสี่เหลี่ยมที่เกิดจากการตัดกันของกราฟของเส้นตรง $5x - 3y + 17 = 0$, $3x + 5y - 6 = 0$, $5x - 3y - 8 = 0$, $3x + 5y + 4 = 0$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
18. จงแสดงว่าเส้นตรง $ax + by = d_1$ และเส้นตรง $ax + by = d_2$ ขนานกัน
19. ให้ $(0, 0)$, $(4, 0)$ และ (x, y) เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากับ 4 ตารางหน่วย จงหาว่า (x, y) เป็นจุดในครึ่งใดครึ่ง
20. จงเขียนกราฟของสมการเชิงเส้นต่อไปนี้
 - (1) $y = 4x - 3$
 - (2) $x + 4y - 1 = 0$
 - (3) $2x + 3 = 0$
 - (4) $y - 5 = 0$

เรื่องระยะทางระหว่างเส้นตรงกับจุด

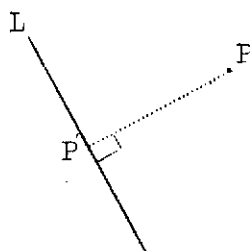
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทเรียนที่ 6

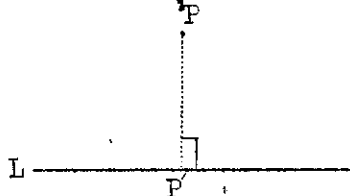
จุดประสงค์ - เพื่อให้นักเรียนสามารถลากเส้นแสดงระยะทางระหว่างเส้นตรงกับจุดที่กำหนดให้ (ที่ไม่อยู่บนเส้นตรงนั้น) พร้อมทั้งสรุปความหมายของระยะทางระหว่างเส้นตรงกับจุด

กิจกรรม

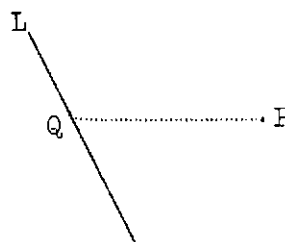
1. พิจารณารูปและข้อความภายใต้รูป แล้วสรุปความหมายของระยะทางระหว่างเส้นตรงกับจุดโดยการเติมข้อความลงในช่องว่างที่กำหนดให้



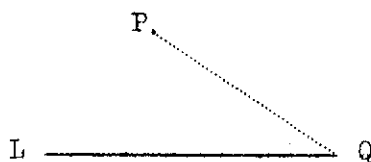
ถ้า P' เป็นโปรเจกชันของจุด P บนเส้นตรง L แล้ว $|PP'|$ เป็นระยะทางระหว่างเส้นตรง L กับจุด P



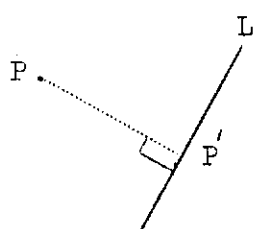
ถ้า P' เป็นโปรเจกชันของจุด P บนเส้นตรง L แล้ว $|PP'|$ เป็นระยะทางระหว่างเส้นตรง L กับจุด P



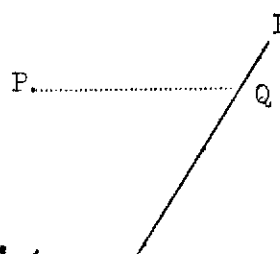
ถ้า Q ไม่เป็นโปรเจกชันของจุด P บนเส้นตรง L แล้ว $|PQ|$ ไม่เป็นระยะทางระหว่างเส้นตรง L กับจุด P



ถ้า Q ไม่เป็นโปรเจกชันของจุด P บนเส้นตรง L แล้ว $|PQ|$ ไม่เป็นระยะทางระหว่างเส้นตรง L กับจุด P



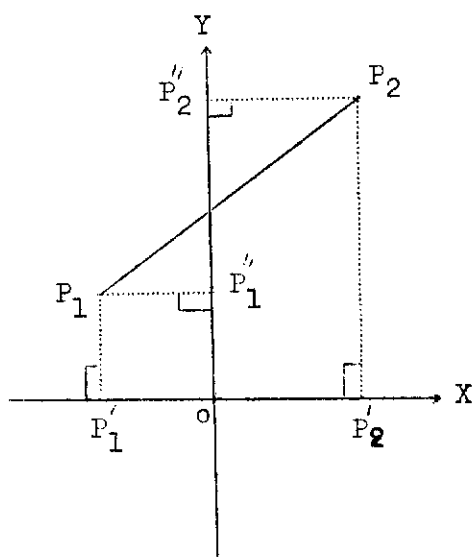
ถ้า P' เป็นโปรเจกชันของจุด P บนเส้นตรง L แล้ว $|PP'|$ เป็นระยะทางระหว่างเส้นตรง L กับจุด P



ถ้า Q ไม่เป็นโปรเจกชันของจุด P บนเส้นตรง L แล้ว $|PQ|$ ไม่เป็นระยะทางระหว่างเส้นตรง L กับจุด P

ระยะทางระหว่างเส้นตรงเส้นหนึ่งกับจุด ๆ หนึ่งที่ไม่อยู่บนเส้นตรง
นี้คือระยะ

2. จากรูป จงเติมคำทอบลองในช่องว่างที่กำหนดให้



2.1 ถ้า P_1' เป็นโปรเจกชันของจุด P_1 บนแกน x แล้ว ระยะทางระหว่างจุด P_1 กับแกน x เท่ากับ (1)

2.2 ถ้า P_1'' เป็นโปรเจกชันของจุด P_1 บนแกน y แล้ว ระยะทางระหว่างจุด P_1 กับแกน y เท่ากับ (2)

2.3 ถ้า P_2' เป็นโปรเจกชันของจุด P_2 บนแกน x แล้ว ระยะทางระหว่างจุด P_2 กับแกน x เท่ากับ (3)

2.4 ถ้า P_2'' เป็นโปรเจกชันของจุด P_2 บนแกน y แล้ว ระยะทางระหว่างจุด P_2 กับแกน y เท่ากับ (4)

3. ถ้า P_1 มีพิกัดเป็น $(2, 2)$ และ P_2 มีพิกัดเป็น $(-1, 2)$ แล้วจงหาระยะทางระหว่างจุด P_1, P_2 กับแกน X หรือแกน Y

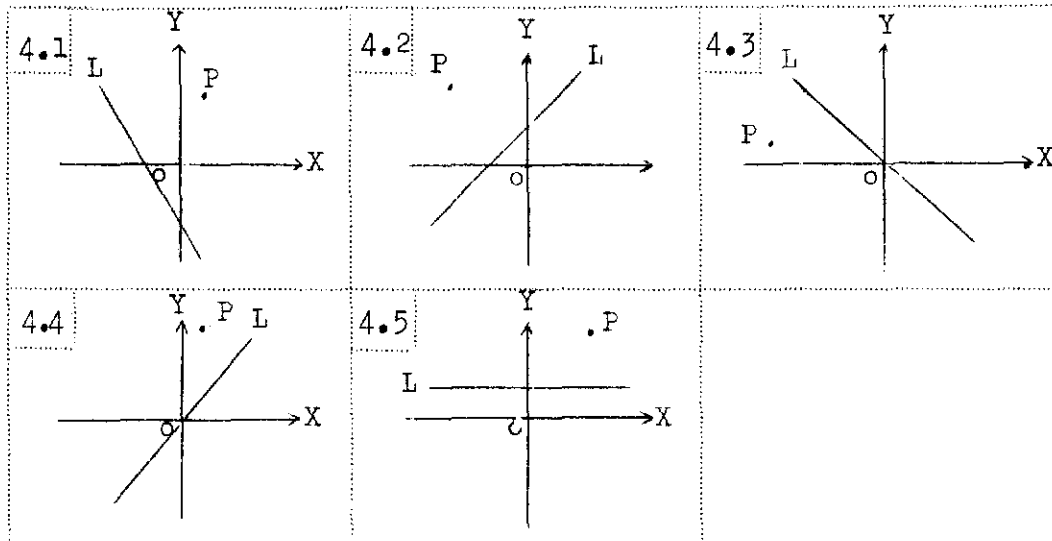
ระยะทางระหว่างจุด P_1 กับแกน X เท่ากับ(5)

ระยะทางระหว่างจุด P_1 กับแกน Y เท่ากับ(6)

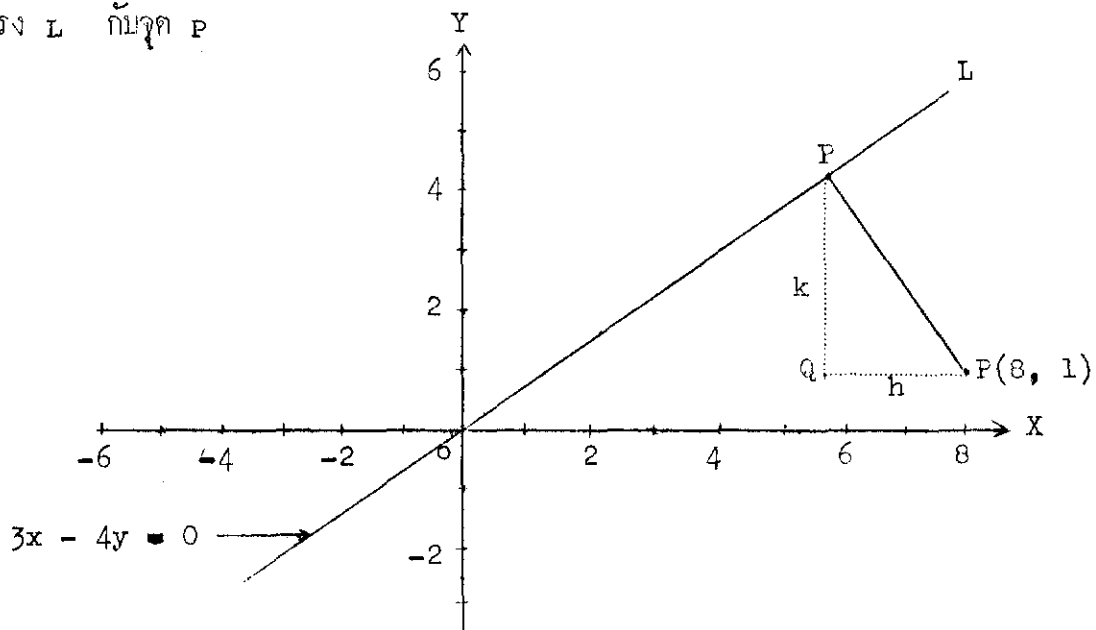
ระยะทางระหว่างจุด P_2 กับแกน X เท่ากับ(7)

ระยะทางระหว่างจุด P_2 กับแกน Y เท่ากับ(8)

4. จงลากส่วนของเส้นตรงแสดงระยะทางระหว่างเส้นตรง L กับจุด P



5. ให้ L เป็นเส้นตรงที่มีสมการเป็น $3x - 4y = 0$, P เป็นจุด ๆ หนึ่งที่มีพิกัดเป็น $(8, 1)$ P' เป็นโปรเจกชันของจุด P บนเส้นตรง L จงหาระยะทางระหว่างเส้นตรง L กับจุด P



วิธีการหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง L กับจุด P หาได้ดังนี้

5.1 จากจุด P ลากเส้นขนานแกน X จากจุด P' ลากเส้นขนานแกน Y ตัดกันที่จุด Q ให้ $QP = h$ และ $QP = k$ จึงได้ว่าพิกัดของจุด Q คือ $(\dots\dots, \dots)$ (9) เพราะฉะนั้นพิกัดของจุด P' คือ $(\dots\dots, \dots\dots)$

5.2 เนื่องจาก P' อยู่บนเส้นตรง L จึงได้ว่าพิกัดของจุด P' สอดคล้องกับสมการของเส้นตรง L ดังนั้นแทน x ด้วย $\dots\dots\dots$ (11) และแทน y ด้วย $\dots\dots\dots$ (12) ในสมการ $3x - 4y = 0$ จะได้ $\dots\dots\dots = 0$ หรือ $\dots\dots\dots = 20$ (13) ①

5.3 P' เป็นโปรเจกชันของจุด P บนเส้นตรง L ดังนั้นระยะห่างระหว่างเส้นตรง L กับจุด P คือ $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ (14)

5.4 ความชันของเส้นตรง L ซึ่งหาจากพิกัดของจุด P และ P' เท่ากับ $\dots\dots\dots$ (15) ความชันของเส้นตรง L ซึ่งมีสมการเป็น $3x - 4y = 0$ เท่ากับ $\dots\dots\dots$ (16)

5.5 เส้นตรง L กับเส้นตรง PP' ตั้งฉากกันดังนั้นจากข้อ 5.4 จึงได้ว่า $\dots\dots\dots -1$

หรือ $\dots\dots\dots 0$ (17) ②

5.6 จากสมการ 1 ที่ได้ในข้อ 5.2 และสมการ 2 ที่ได้ในข้อ 5.5 นำมาหาค่า h และ k ได้ $h = \dots\dots\dots$ (18)

$$k = \dots\dots\dots (19)$$

5.7 จากค่าของ h และ k ที่ได้ในข้อ 5.6 จึงได้ว่า $|PP'| = \dots\dots\dots$ (20) นั่นคือระยะระหว่างเส้นตรง L กับจุด P คือ $\dots\dots\dots$ (21)

เฉลยบทเรียนที่ 6

1.

ระยะทางระหว่างเส้นตรงเส้นหนึ่งกับจุด ๆ หนึ่งซึ่ง
ไม่อยู่บนเส้นตรงเส้นนี้ก็คือ ระยะระหว่างจุด ๆ นี้
กับจุดโปรเจกชันของจุดนั้นบนเส้นตรง

2. 2.1 (1) $|P_1 P'_1|$

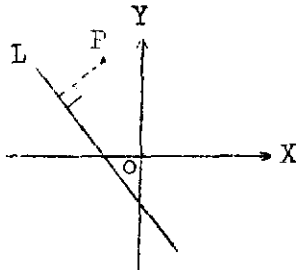
2.3 (3) $|T_2 P'_2|$

(2) $|P_1 P''_1|$

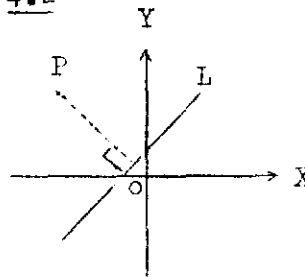
2.4 (4) $|F_2 P''_2|$

3. (5) 2 (6) 2 (7) 2 (8) 1

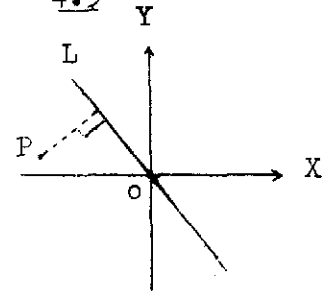
4. 4.1



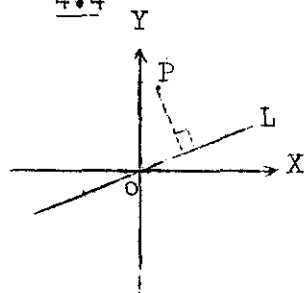
4.2



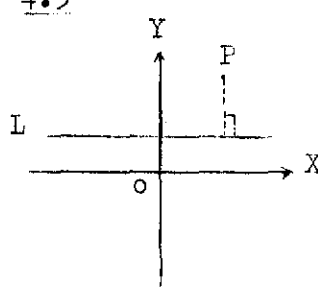
4.3



4.4



4.5



5. 5.1 (9) $(8 - h, 1)$ (10) $(8 - h, 1 + k)$

5.2 (11) $8 - h$ (12) $1 + k$

(13) $3(8 - h) - 4(1 + k) = 0$ หรือ $3h + 4k = 20$

$$5.3 \quad (14) \quad |pp'| = \sqrt{(8-h-9)^2 + (1+k-1)^2} = \sqrt{h^2 + k^2}$$

$$5.4 \quad (15) \quad \frac{1 - (1+k)}{8 - (-8-h)} = -\frac{k}{h} \quad (16) \quad \frac{3}{4}$$

$$5.5 \quad (17) \quad \left(\frac{3}{4}\right) \left(-\frac{k}{h}\right) = -1 \quad \text{and} \quad 4h - 3k = 0$$

$$6. \quad (18) \quad \frac{12}{5} \quad (19) \quad \frac{16}{5}$$

$$7. \quad (20) \quad \sqrt{\left(\frac{12}{5}\right)^2 + \left(\frac{16}{5}\right)^2} = 4 \quad (21) \quad 4$$

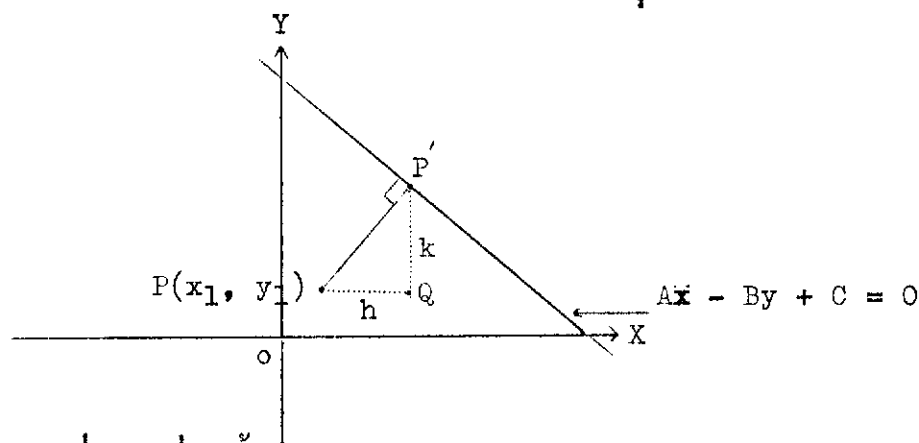
เรื่องระยะทางระหว่างเส้นตรงกับจุด

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทเรียนที่ 7

จุดประสงค์ เพื่อสรุปสูตรการหาระยะทางระหว่างเส้นตรงกับจุด

กิจกรรม ถ้า L เป็นเส้นตรงที่มีสมการ $Ax + By + C = 0$ โดยที่ $A \neq 0$ และ $B \neq 0$ $P(x_1, y_1)$ เป็นจุดที่อยู่นอกเส้นตรง L และจุด P' เป็นโปรเจกชันของจุด P บนเส้นตรง L จงหาระยะทางระหว่างเส้นตรง L กับจุด P



วิธีการหาระยะทางระหว่างเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ กับจุด $P(x_1, y_1)$

- จากจุด P ลากเส้นขนานแกน x จากจุด P' ลากเส้นขนานกับ y ตัดกันที่จุด Q
ให้ $PQ = h$ และ $QP' = k$
ดังนั้นพิกัดของจุด P' คือ (1)
- เนื่องจากจุด P' อยู่บนเส้นตรง L จึงได้ว่าพิกัดของจุด P' สอดคล้องกับสมการของเส้นตรง L แทน x ด้วย (2) และแทน y ด้วย (3)
- ในสมการ $Ax + By + C = 0$ จะได้ = 0 (4)
- จากสมการที่ได้ในข้อ 2 นำสมการนี้มาแยกกำลังสองทั้งสองข้างได้ว่า
 $A^2h^2 + 2ABhk + B^2k^2 = (Ax_1 + By_1 + C)^2$ (1)
- P' เป็นโปรเจกชันของจุด P บนเส้นตรง L ดังนั้นระยะทางระหว่างเส้นตรง L กับจุด P คือ ซึ่งเท่ากับ (5)

5. ความชันของเส้นตรง PP' ซึ่งหาจากพิกัดของจุด P และ P' เท่ากับ(6)

ความชันของเส้นตรง L ซึ่งมีสมการ $Ax + By + C = 0$ เท่ากับ(7)

6. เส้นตรง $Ax + By + C = 0$ ตั้งฉากกับเส้นตรง PP' ดังนั้นจากข้อ 5

จึงได้ว่า = -1

หรือ = 0 (8)

7. จากสมการที่ได้ในข้อ 6 นำสมการนั้นมาบวกกำลังสองทั้งสองข้างได้ว่า

..... = 0 (9) _____ (2)

8. จากสมการ 1 ในข้อ 3 และสมการ 2 ในข้อ 7 นำมาแก้สมการจึงได้ว่า

$h^2 + k^2$ (10)

ดังนั้น $|PP'|^2$ (11)

9. จากค่าของ $h^2 + k^2$ หรือ $|PP'|^2$ ที่ได้ในข้อ 8 จึงได้ว่า $|PP'|^2$

.....(12) นั่นคือระยะทางระหว่างเส้นตรง $Ax + By + C = 0$

กับจุด $P(x_1, y_1)$ เท่ากับ (13)

ข้อสังเกต นิยมใช้สัญลักษณ์ d แทนระยะทางระหว่างเส้นตรง $Ax + By + C = 0$

กับจุด $P(x_1, y_1)$

ให้ d แทน $|PP'|$ ดังนั้นจะได้ว่า

$d = \dots\dots\dots$

เฉลยบทเรียนที่ 7

1. (1) $(x_1 + h, y_1 + k)$

2. (2) $x_1 + h$ (3) $y_1 + k$

(4) $A(x_1 + h) + B(y_1 + k) + C = 0$

4. (5) $|PP'| = \sqrt{(x_1 + h - x_1)^2 + (y_1 + k - y_1)^2} = \sqrt{h^2 + k^2}$

5. (6) $\frac{y_1 - (y_1 + k)}{x_1 - (x_1 + h)} = \frac{k}{h}$

6 (7) $-\frac{A}{B}$

7. (8) $\left(-\frac{A}{B}\right) \left(\frac{k}{h}\right) = -1$ หรือ $Bh - Ak = 0$

8. (9) $B^2 h^2 - 2ABhk + A^2 k^2 = 0$

9. (10) $\frac{(Ax_1 + By_1 + C)^2}{A^2 + B^2}$ (11) $\frac{(Ax_1 + By_1 + C)^2}{A^2 + B^2}$

10. (12) $\frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ (13) $\frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

การหารากที่สองในขั้นจำเป็นต้องใช้ตัวคูณเพราะระยะทางนั้นต้องเป็นจำนวนบวก

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

เรื่องระยะทางระหว่างเส้นตรงกับจุด

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ใบทำงานที่ 12

เนื้อหา ระยะทางระหว่างเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ กับจุด (x_1, y_1) คือ

$$\frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาระยะระหว่างเส้นตรง $3x + 4y = 10$ กับจุด $(-2, -1)$

วิธีทำ จัดสมการ $3x + 4y = 10$ ให้อยู่ในรูป $Ax + By + C = 0$
ได้ดังนี้ $3x + 4y - 10 = 0$

จากสูตร
$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

ในที่นี้ $A = 3, B = 4, C = -10$

$x_1 = -2, y_1 = -1$ โดยการแทนค่าจะได้

$$\frac{|3(-2) + 4(-1) - 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 4$$

ดังนั้นระยะระหว่างเส้นตรง $3x + 4y - 10 = 0$ กับจุด $(-2, -1)$

คือ 4 หน่วย

ตัวอย่างที่ 2 จงหาระยะระหว่างเส้นคู่ขนาน $x - 2y + 5 = 0$ กับ

$$x - 2y - 5 = 0$$

วิธีทำ เลือกจุดบนเส้นตรง $x - 2y - 5 = 0$ มาหนึ่งจุด เช่น $(5, 0)$

หาระยะระหว่างเส้นตรง $x - 2y + 5 = 0$ กับจุด $(5, 0)$

จาก
$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$A = 1, B = -2, C = 5, x_1 = 5, y_1 = 0$

$$d = \frac{|5 - 2(0) + 5|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

ดังนั้นระยะห่างระหว่างเส้นตรงนี้ คือ $2\sqrt{5}$ หน่วย

ข้อสังเกต ถ้าต้องการหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง L_1 ซึ่งขนานกับเส้นตรง L_2 ทำได้โดยการเลือกจุดใดจุดหนึ่งบนเส้นตรง L_1 และหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง L_2 กับจุดนั้น (หรือเลือกจุดใดจุดหนึ่งบนเส้นตรง L_2 แล้วหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง L_1 กับจุดนั้น)

ตัวอย่างที่ 3 จงหาสมการของเส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรง $3x - 4y - 5 = 0$ และอยู่ห่างจากเส้นตรงนี้ 1 หน่วย

วิธีทำ ให้ $y = mx + c$ เป็นสมการของเส้นตรงที่ต้องการหา

แต่เส้นตรงนี้ขนานกับเส้นตรง $3x - 4y - 5 = 0$ จะได้ $m = \frac{3}{4}$

ดังนั้นสมการของเส้นตรงนี้ คือ $y = \frac{3x}{4} + c$ หรือ $\frac{3x}{4} - y + c = 0$

จากสมการ $3x - 4y - 5 = 0$ เมื่อ $y = 0$ จะได้ $x = \frac{5}{3}$

จะได้ $(\frac{5}{3}, 0)$ เป็นจุดอยู่บนเส้นตรง $3x - 4y - 5 = 0$

ดังนั้นจุด $(\frac{5}{3}, 0)$ อยู่ห่างจากเส้นตรง $\frac{3x}{4} - y + c = 0$ เป็นระยะ

1 หน่วย

จากสูตร
$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

ในที่นี้ $d = 1, A = \frac{3}{4}, B = -1, x_1 = \frac{5}{3}, y_1 = 0$

$$\text{จะได้ } 1 = \left| \left(\frac{3}{4}\right) \left(\frac{5}{3}\right) + (-1)(0) + C \right|$$

$$\frac{5}{4} = \left| \frac{5}{4} + C \right| \sqrt{\frac{9}{16} + 1}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{5}{4} + C = -\frac{5}{4} \quad \text{หรือ} \quad \frac{5}{4} + C = \frac{5}{4}$$

$$C = 0, -\frac{5}{2}$$

$$\text{ดังนั้นสมการเส้นตรงที่ต้องการ คือ } y = \frac{3x}{4} \quad \text{หรือ} \quad y = \frac{3x}{4} - \frac{5}{2}$$

1. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุดที่กำหนดให้ต่อไปนี้

$$(1) \quad 6x - 8y + 4 = 0, \quad (2, -3)$$

$$(2) \quad 4x + 2y - 8 = 0, \quad (0, 6)$$

2.. จงหาระยะห่างระหว่างคู่ขนานต่อไปนี้

$$(1) \quad 3x + 4y - 7 = 0, \quad 3x + 4y + 3 = 0$$

$$(2) \quad 3x - 4y - 7 = 0, \quad 3x - 4y + 16 = 0$$

3. จงหาสมการของเส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรง $4x - 3y + 26 = 0$ และอยู่ห่าง

จากจุด $(8, 8)$ เป็นระยะ 2 หน่วย

โดยปริมาตรงานที่ 12

1. (1) วิธีทำ จากสูตร $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

จากสมการ $6x - 8y + 4 = 0$ และจุด $(2, -3)$

ในที่นี้ $A = 6, B = -8, C = 4, x_1 = 2, y_1 = -3$

โดยการแทนค่าจะได้ $d = \frac{|(6 \times 2) + (-8) \times (-3) + 4|}{\sqrt{(6)^2 + (-8)^2}}$

ดังนั้นระยะทางระหว่างเส้นตรง $6x - 8y + 4 = 0$ กับจุด $(2, -3)$ คือ 4 หน่วย

(2) วิธีทำ จากสูตร $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

จากสมการ $4x + 2y - 8 = 0$ และจุด $(0, 6)$

ในที่นี้ $A = 4, B = 2, C = -8, x_1 = 0, y_1 = 6$

โดยการแทนค่าจะได้ $d = \frac{|(4 \times 0) + (2 \times 6) + (-8)|}{\sqrt{(4)^2 + (2)^2}} = \frac{4}{\sqrt{20}}$

ดังนั้นระยะทางระหว่างเส้นตรง $4x + 2y + 3 = 0$ กับจุด $(0, 6)$ คือ $\frac{4}{\sqrt{20}}$ หน่วย

2. (1) วิธีทำ เลือกจุดบนเส้นตรง $3x + 4y - 7 = 0$ มา 1 จุด เช่น $(0, \frac{7}{4})$

หาระยะทางระหว่างเส้นตรง $3x + 4y + 3 = 0$ กับจุด $(0, \frac{7}{4})$

จาก $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

ในที่นี้ $A = 3, B = 4, C = 3, x_1 = 0, y_1 = \frac{7}{4}$

โดยการแทนค่าจะได้ $d = \frac{|(3 \times 0) + (4 \times \frac{7}{4}) + 3|}{\sqrt{(3)^2 + (4)^2}} = 2$

ดังนั้นระยะทางระหว่างเส้นตรง $3x + 4y - 7 = 0$ กับ $3x + 4y + 3 = 0$ คือ 2 หน่วย

(2) วิธีทำ เลือกจุดบนเส้นตรง $6x - 8y + 16 = 0$ มาหนึ่งจุดเช่น $(0, 2)$

หาระยะห่างระหว่างเส้นตรง $3x - 4y - 7 = 0$ กับจุด $(0, 2)$

$$\text{จาก } d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\text{ในที่นี้ } A = 3, B = -4, C = -7$$

$$x_1 = 0, y_1 = 2$$

โดยการแทนค่าจะได้ว่า

$$d = \frac{|(3 \times 0) + (-4 \times 2) + (-7)|}{\sqrt{(3)^2 + (-4)^2}} = 3$$

ดังนั้นระยะห่างระหว่างเส้นตรง $6x - 8y + 16 = 0$ กับ $3x - 4y - 7 = 0$ คือ 3 หน่วย

3. วิธีทำ ให้ $y = mx + c$ เป็นสมการของเส้นตรงที่ต้องการหา

แต่เส้นตรงเส้นนี้ขนานกับเส้นตรง $4x - 3y + 26 = 0$ จะได้ $m = \frac{4}{3}$

ดังนั้นสมการของเส้นตรงที่ต้องการคือ $y = \frac{4x}{3} + c$ หรือ $\frac{4x}{3} - y + c = 0$

แต่เส้นตรงเส้นนี้อยู่ห่างจากจุด $(8, 8)$ เป็นระยะ 2 หน่วย

$$\text{จากสูตร } d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\text{ในที่นี้ } d = 2, A = \frac{4}{3}, B = -1, x_1 = 8, y_1 = 8$$

$$\text{จะได้ } 2 = \frac{|(\frac{4}{3} \times 8) + (-1 \times 8) + c|}{\sqrt{(\frac{4}{3})^2 + (-1)^2}} = \frac{|\frac{32}{3} - 8 + c|}{\sqrt{\frac{16}{9} + 1}}$$

$$\frac{10}{3} = \left| \frac{8}{3} + c \right| \quad \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + (-1)^2} \quad \sqrt{\frac{16}{9} + 1}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{8}{3} + c = \frac{10}{3} \quad \text{หรือ} \quad -\frac{10}{3}$$

$$c = \frac{2}{3}, \quad -\frac{18}{3}$$

ดังนั้นสมการเส้นตรงที่ต้องการคือ $y = \frac{4x}{3} + \frac{2}{3}$ หรือ $y = \frac{4x}{3} - \frac{18}{3}$

$$\text{ซึ่งก็คือ } 4x - 3y + 2 = 0 \quad \text{และ} \quad 4x - 3y - 18 = 0$$

แบบฝึกหัดที่ 5

1. จงหาระยะทางระหว่างเส้นตรงกับจุดที่กำหนดให้ต่อไปนี้
 - (1) $2x + 3y = 13$, $(0, 0)$
 - (2) $y - 4 = \frac{7}{5}(x - 3)$, $(8, 11)$
 - (3) $y = 1$, $(-1, 1)$
2. จงหาระยะทางระหว่างเส้นคู่ขนานต่อไปนี้
 - (1) $5x + 12y - 15 = 0$, $10x + 24y + 9 = 0$
 - (2) $x - y - 3 = 0$, $3x - 3y + 7 = 0$
 - (3) $3x + y + 5 = 0$, $7 - 3x - y = 0$
3. จงหาสมการของเส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรง $3x - 4y - 5 = 0$ และอยู่ห่างจากเส้นตรงนี้ 3 หน่วย
4. จงหาสมการของเส้นตรงที่ขนานกับเส้นตรง $2x - 5y - 7 = 0$ และอยู่ห่างจากจุด $(2, 3)$ เป็นระยะ $\sqrt{29}$ หน่วย
5. จงหาสมการของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรง $12y = 5x - 7$ และอยู่ห่างจากจุด $(-1, 2)$ เป็นระยะ 2 หน่วย
6. ถ้าเส้นตรง $12x - 5y - 10 = 0$ เป็นเส้นตรงที่อยู่กึ่งกลางระหว่างเส้นขนานคู่หนึ่งซึ่งอยู่ห่างกัน 8 หน่วย จงหาสมการของเส้นขนานคู่นี้

การศึกษาค้นคว้าเพื่อหาวิธีการเรียนเรื่องเส้นตรงของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดย
วิธีสอนแบบปฏิบัติการ

บทคัดย่อ
ของ
ปัทมา เขียววิเศษกุล

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
กุมภาพันธ์ 2526

การศึกษารังนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างบทเรียนสำหรับการสอนแบบปฏิบัติการ เรื่อง เส้นตรง และเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง เส้นตรงของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการโดยเปรียบเทียบกับการสอนแบบปกติ

กลุ่มตัวอย่างได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียน ค 012 ใน ภาคการศึกษาที่ 2 ปีการศึกษา 2525 โรงเรียนมัธยมสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร จำนวน 91 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง จำนวน 46 คน และกลุ่มควบคุม จำนวน 45 คน นักเรียนในกลุ่มทดลองได้รับการสอนแบบปฏิบัติการโดยการศึกษาด้วยตนเองจากบทเรียนปฏิบัติการเรื่อง เส้นตรงที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น นักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติโดยใช้เนื้อหาเดียวกันคือเรื่อง เส้นตรง และใช้เวลาในการทดลอง 13 คาบ ๆ ละ 50 นาที เมื่อสิ้นสุดการทดลองแล้วทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง เส้นตรงที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ผลของการทดลองปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง เส้นตรงของ นักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนปกติไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ

A STUDY OF MATTAYOM SUKSA FOUR STUDENTS'
LEARNING ACHIEVEMENT ON STRAIGHT LINE
BY USING LABORATORY APPROACH

AN ABSTRACT

BY

PATTAMA TEANRAVISITSAGOOŁ

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree
at Srinakharinwirot University
February 1983

The purposes of this study were to produce the laboratory lessons and to study students' learning achievement on the Straight Line by using laboratory approach comparing with conventional teaching.

The subjects were 91 Mattayom Suksa Four students registered Math. 012 in the second semester of the 1982 academic year at Mattayom Satit School, Srinakharinwirot University. The students were randomly divided into two groups as the experimental group and the controlled group. The experimental group consisted of 46 students was taught by using laboratory lessons produced by the researcher. The controlled group consisted of 45 students was taught by the conventional teaching. Both groups took 13 periods of studying the same content. The achievement test on Straight Line constructed by the researcher was administered to both groups for 1 hour and 40 minutes at the end of the experiment.

It was found that the learning achievement on Straight Line of the experimental group and the controlled group was not different at the significant level of .05.