

5/10/2527
10/10/2527
8 9

ผลของการให้เพื่อนช่วยสอนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เจดกตัตตอคณิตศาสตร์ และความงกทนในการเรียนรู
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ปริญญานิพนธ์

ของ

พรวณี โสชะโร

สำนักหอสมุดกลาง มหาวิทยาลัยศรีนกรินทรวิโรฒ
สุขุมวิท 23 พระโขนง กรุงเทพฯ 11 โทร 3921575, 3915058

9 พ.ค. 2527

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนกรินทรวิโรฒ ประสานมิตร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต

เมษายน 2527

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนกรินทรวิโรฒ

153861

ผลของการให้เพื่อนช่วยสอนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
 เจตคติต่อนิเทศศาสตร์ และความงอกหนในการเรียนรู
 ของนักศึกษาระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทคัดย่อ
 ของ
 พรพนี โสชะโร

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนกรินทร์วิโรฒ ประสานมิตร
 เพื่อเป็นส่วนหนึ่ของการศึกษาตามหลักสูตร
 ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
 เมษายน 2527

การศึกษานี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษานิสัยการเรียนรู้เพื่อช่วยสอนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติต่อคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนวรนาธิเฉลิม จังหวัดสงขลา ปีการศึกษา 2526 จำนวน 3 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 40 คน นักเรียน 3 ห้องนี้ถูกกลุ่มเพื่อรับการทดลอง 3 แบบ คือ นักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1 มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน กลุ่มทดลองที่ 2 มีเพื่อนช่วยสอนอย่างอิสระ และกลุ่มที่ 3 เป็นกลุ่มควบคุมไม่มีเพื่อนช่วยสอน นักเรียนทั้งสามกลุ่มได้รับการสอนเรื่องฟังก์ชันในชั้นเรียนสัปดาห์ละ 4 คาบ คาบละ 50 นาที รวมตลอดการทดลองเป็นจำนวน 14 คาบ เหมือนกัน สำหรับนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มแต่ละกลุ่มแบ่งเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 5 คน สำหรับให้เพื่อนช่วยสอนนอกเหนือเวลาเรียนในชั้น สัปดาห์ละ 2 คาบ คาบละ 50 นาที รวมตลอดการทดลองเป็นจำนวน 7 คาบ การวิจัยเชิงทดลองนี้ใช้แบบแผน Randomized Control Group Pretest-Posttest Design พร้อมทั้งมีการทดสอบความคงทนในการเรียนรู้หลังจากการสอนเสร็จสิ้นไปแล้ว 2 สัปดาห์ สถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูลคือ การวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ปรากฏว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เมื่อทดสอบความแตกต่างเป็นรายคู่ พบว่า กลุ่มทดลองทั้งสองแตกต่างจากกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ส่วนความแตกต่างระหว่างกลุ่มทดลองทั้งสองไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

2. เจตคติต่อคณิตศาสตร์ของทั้งสามกลุ่มพบว่าแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เมื่อทดสอบความแตกต่างเป็นรายคู่ พบว่ากลุ่มทดลองที่ 1 กับกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกนั้นไม่พบความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ

3. ความคงทนในการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

THE EFFECTS OF PEER TUTORING ON MATHEMATICS ACHIEVEMENT,
ATTITUDE TOWARDS MATHEMATICS AND LEARNING RETENTION
OF MATHAYOM SUKSA IV STUDENTS

AN ABSTRACT
BY
PANNEE SOTARO

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree
at Srinakharinwirot University
April 1984

The purpose of the study was to examine the effects of peer tutoring on mathematics achievement, attitude towards mathematics and retention of mathematics achievement, mathayom suksa IV students

The sample consisted of 3 classes, 40 students each during the 1982 academic year of Woranareecholeem School, Songkhla province. The three classes were randomly assigned treatments. The first was an experimental group in which all students were formal peer tutoring. The second was an experimental group in which all students were informal peer tutoring. The third was the control group in which the students were not peer tutoring. "Function" was taught to all three groups for fourteen periods which include four periods a week, and each period lasted fifty minutes. Both experimental groups were divided into subgroups of five students to peer tutoring in seven supplementary periods of fifty minutes. The experimental technique used in the study was the randomized control group pretest - posttest design and test retention after experimental lasted two weeks. The analysis of covariance was used to test the hypothesis. The results of this study were as follows:

1. The mathematics achievement test of the three groups were significantly different at the .05 level.

The test of significance between means in each pair, both experimental groups and control group were significantly different. In this case both experimental groups were not significantly.

2. The attitude towards mathematics of the three groups were significantly different at the .05 level. After the test of difference between means in each pair, the result was that the first experimental group and the control group differed significantly but the first experimental group and the second experimental group were not significantly different at the .05 level. And it shows that the experimental group and the control group were not significantly different

3. The result about retention was that the three groups were not significantly different at the .05 level.

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำตัวนิสิตและคณะกรรมการสอบ ได้พิจารณาปฏิญานิพนธ์ฉบับนี้แล้วเห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิตของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการที่ปรึกษา

.....ประธาน
.....กรรมการ

คณะกรรมการสอบ

.....ประธาน
.....กรรมการ
.....กรรมการ

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจากผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รวิวรรณ ชุ่มชัย อาจารย์ ดร.ผจงจิต อินทสุวรรณ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์บุญนาค บุญเรือง ที่ได้กรุณาให้ความช่วยเหลือและตรวจแผนการสอน อาจารย์สุธี บุญญะและอาจารย์อำพล คำรงกุลรัตน์ ที่ให้คำปรึกษาในระหว่างการทดลอง ผู้ช่วยศาสตราจารย์รุ่งทิวา จักรกร ที่ให้คำแนะนำตรวจทานเรื่องตั้งแต่ต้น

ขอขอบคุณคณะอาจารย์หมวดคณิตศาสตร์โรงเรียนมหาวชิราวุธ คณะอาจารย์หมวดคณิตศาสตร์และนักเรียนโรงเรียนวรนาวิเฉลิม จังหวัดสงขลา ที่ได้อนุเคราะห์และให้ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี

ขอขอบคุณคุณอนงค์ ไชยะโร คุณวัลลีย์ เรืองเกษตรกรณ์ คุณพรทิพย์ พรหมสาชา ณ สกลนคร คุณประยงค์ นาโค คุณสุภารัตน์ คำประกอบ คุณกมลพรรณ บุญกิจ รวมทั้งพี่ เพื่อนและน้อง ๆ ที่ให้ความช่วยเหลือและกำลังใจในการทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ขอบอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดา ครูอาจารย์และผู้อุปการะคุณทุกท่านของผู้วิจัย

พรรณี ไชยะโร

สารบัญ

บทที่		หน้า
1	บทนำ	1
	ภูมิหลัง	1
	/ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	5
	/ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า	5
	/ขอบเขตของการวิจัย	5
	นิยามศัพท์เฉพาะ	6
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	8
	เอกสารที่เกี่ยวกับการใช้เพื่อนช่วยสอน	8
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้เพื่อนช่วยสอน	12
	เอกสารและบทความเกี่ยวกับเจตคติ	18
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติต่อคณิตศาสตร์	23
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนรู้	26
	สมมุติฐานในการศึกษาค้นคว้า	28
3	วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า	29
	กลุ่มตัวอย่าง	29
	แบบแผนของการทดลอง	29
	วิธีดำเนินการทดลอง	30
	เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง	32
	เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	32
	สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	36

บทที่	หน้า
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	38
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	38
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	38
5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	47
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	47
สมมุติฐานในการศึกษาค้นคว้า	47
วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า	47
สรุปผลการศึกษาค้นคว้า	49
อภิปรายผล	50
ข้อเสนอแนะ	53
บรรณานุกรม	55
ภาคผนวก	63
ภาคผนวก ก	64
ภาคผนวก ข	74
ภาคผนวก ค	88

บทที่	หน้า
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	38
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	38
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	38
5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	47
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	47
สมมุติฐานในการศึกษาค้นคว้า	47
วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า	47
สรุปผลการศึกษาค้นคว้า	49
อภิปรายผล	50
ข้อเสนอแนะ	53
บรรณานุกรม	55
ภาคผนวก	63
ภาคผนวก ก	64
ภาคผนวก ข	74
ภาคผนวก ค	88

บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

1	คะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ จากการสอบวัดก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่ม ตัวอย่าง	39
2	คะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของ เจตคติต่อคณิตศาสตร์ จากการวัดก่อนและหลังเรียนของกลุ่มตัวอย่าง	40
3	คะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของความคงทนในการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง	41
4	ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมคะแนนผลสัมฤทธิ์ทาง การเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันของกลุ่มตัวอย่าง	42
5	ผลการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วทีละคู่ของ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของกลุ่มตัวอย่าง	43
6	ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมคะแนนเจตคติต่อคณิตศาสตร์ ของนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง	44
7	ผลการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วทีละคู่ ของเจตคติต่อคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง	45
8	ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมคะแนนความคงทนในการ เรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ..	46
9	แสดงค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของ แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน	65

10	แสดงค่า p ค่า q และค่า pq ของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	66
11	แสดงค่าความแปรปรวนของคะแนนจากการสอบนักเรียนเพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของเครื่องมือวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	67
12	เปรียบเทียบคะแนนหลังเรียนกับความคงทนในการเรียนรู้ของกลุ่มควบคุม	
13	ผลการทดสอบความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติต่อคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม	71
14	ผลการทดสอบการเท่ากันของโค้งเส้นถดถอยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เจตคติต่อคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม ...	72
15	แสดงค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน ของคะแนนก่อนและหลังการเรียนของนักเรียนผู้ช่วยสอนและนักเรียนที่ได้รับการช่วยสอนในแต่ละกลุ่มทดลอง	73
16	เปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการเรียนของนักเรียนที่เป็นผู้ช่วยสอนและนักเรียนที่ได้รับการช่วยสอนในแต่ละกลุ่มทดลอง	73

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์มีความสำคัญและมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์เป็นอันมาก ดังเห็นได้จากการแลกเปลี่ยน ซื้อขาย การคำนวณระยะทาง เวลา เป็นต้น ตลอดจน เป็นพื้นฐานนำไปสู่ความเจริญก้าวหน้าทางด้านวิทยาการต่าง ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี เศรษฐศาสตร์ และสังคมศาสตร์

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรกระทำเพื่อให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผล สามารถใช้เหตุผลในการแสดงความคิดเห็นอย่างเป็นระเบียบ ชัดเจนและรัดกุม มีความรู้ ความเข้าใจในหลักการและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีความสามารถและมั่นใจในการแก้ปัญหา คิดคำนวณได้อย่างถูกต้อง เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ 2524 : ก)

แต่ปรากฏว่าการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันมีปัญหาอยู่หลายประการ ปัญหาที่สำคัญ คือ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ประสบความสำเร็จในการเรียน ดังเห็นได้จากการประเมินผลการใช้หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 ปีการศึกษา 2522 ที่ตั้งเกณฑ์ว่า นักเรียนควรทำข้อสอบได้ร้อยละ 60 ของจำนวนจุดประสงค์ทั้งหมดในแต่ละวิชาพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่บรรลุผลตามจุดประสงค์ของหลักสูตร โดยเฉพาะ วิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนที่สามารถทำข้อสอบได้ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดมีเพียงร้อยละ 14.26 (กรมวิชาการ 2523 : 60 - 61) ปัญหาด้านการสอนของครูและปัญหาเกี่ยวกับตัวนักเรียนที่มองเห็นได้ชัดเจน เช่น จำนวนนักเรียนในโรงเรียนมีมากมายเกินความสามารถของครูที่จะรู้จักนักเรียนได้อย่างถ่องแท้ ครูส่วนใหญ่จะรู้จักนักเรียนเพียงว่าเรียนเก่งหรืออ่อน โดยพิจารณาจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนเท่านั้น ครูผู้สอนไม่สามารถที่จะใช้วิธีสอนที่แตกต่างกันกับนักเรียนทั้งห้องซึ่งมีความต้องการ ความถนัด หรือความสามารถที่แตกต่างกันภายในเวลาที่กำหนดได้ การหวังให้นักเรียน

ทุกคนรู้ และมีประสบการณ์เหมือนกันหมดในสิ่งที่ครูสอนย่อมเป็นไปได้ นักเรียนที่มีความถนัดสูง ความสามารถมากก็ย่อมมีสัมฤทธิ์ผลตามเป้าหมายหรือเปลี่ยนพฤติกรรมที่กำหนดไว้รวดเร็ว แต่นักเรียนที่มีความถนัดต่ำ หรือความสามารถน้อยก็ต้องอาศัยเวลามากขึ้นในการทำความสำเร็จ ดังนั้น ในห้องเรียนหนึ่ง ๆ จึงมีนักเรียนที่เรียนช้าและเร็วต่างกันเสมอ ซึ่งคล้ายคลึงกับผลการวิจัยของคณะกรรมการดำเนินงานระหว่างชาติ (คณะกรรมการดำเนินงานระหว่างชาติ 2520 : 20 - 21) ที่พบว่า ความแตกต่างของเด็กแต่ละคนในห้องเรียนซึ่งมีทั้งพวกเรียนเก่ง เรียนช้า และมีความพร้อมต่างกันนั้น เป็นปัญหาที่ครูกำลังประสบในการจัดการเรียนการสอนแก่นักเรียน และจากการวิจัยของ อุไรวรรณ อินทรีย์ (อุไรวรรณ อินทรีย์ 2520 : 27) พบว่า ความแตกต่างระหว่างบุคคลทางความสามารถ อัตราการเรียนรู้ วิธีการเรียนรู้ ความสนใจ และสิ่งที่ยอมรับผลต่อการเรียนรู้ของเด็ก

อีกประการหนึ่ง ในการสอนครูมักไม่อดทนกับการที่นักเรียนไม่สามารถค้นพบกระบวนการของเหตุผล และมักจะสอนข้ามขั้นต่าง ๆ ของการให้เหตุผลไป ทั้งนี้อาจเป็นเพราะครูไม่มีเวลาเตรียมการสอนที่ดีมาก่อน หรืออาจเห็นว่าขั้นที่ข้ามไปนั้นง่ายและชัดเจนเพียงพอแล้ว โดยพิจารณาจากความรู้สึกรู้สึกของตัวครูเองเป็นเกณฑ์ วิธีการสอนเช่นนี้อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับผู้เรียนเก่ง แต่จะเป็นปัญหายิ่งสำหรับผู้เรียนอ่อน เพราะผู้เรียนอ่อนและมีพื้นฐานความรู้ไม่ดี จะไม่ทราบขั้นต่าง ๆ ที่ครูเว้นไว้ และการเรียนเนื้อหาเหล่านั้นจะเป็นไปด้วยความไม่เข้าใจ (พรรณทิพย์ ม้ามณี 2520 : 21) ทำให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่ายในการเรียนไม่สามารถเรียนให้บรรลุจุดประสงค์ได้ เกิดความย่อท้อ และมีเจตคติที่ไม่ดีต่อคณิตศาสตร์

ปัญหาเหล่านี้ครูผู้สอนจะต้องหาวิธีสอนที่ช่วยป้องกันและแก้ไขให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้ได้รวดเร็วและทั่วถึง มีส่วนช่วยส่งเสริมสนับสนุนนักเรียนที่เรียนเก่ง และช่วยเหลือนักเรียนที่เรียนอ่อน

ได้นักการศึกษาและผู้เชี่ยวชาญเสนอแนะแนวทางในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ไว้ดังนี้ สมชาติ เทกเยี่ยม (สมชาติ เทกเยี่ยม 2522 : 2) ได้กล่าวว่า คุณลักษณะ

และพฤติกรรมของครูมีอิทธิพลต่อผู้เรียนเป็นอย่างมาก ในอันที่จะช่วยเสริมสร้าง พฤติกรรมที่พึงประสงค์ให้กับผู้เรียน ตลอดจนปลูกฝังเจตคติที่ดีต่อการเรียน สำหรับ ทางด้านวิธีสอน บุพิน พิพิธกุล (บุพิน พิพิธกุล 2523 : 22) เขียนอธิบายว่า วิธีการสอนคณิตศาสตร์นั้นมีหลายวิธี แต่ละวิธีมีข้อดีและข้อเสียอยู่ในตัวของมันเอง ผู้สอนจะต้องเลือกวิธีสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหา ประหยัดเวลา และทำให้นักเรียนเกิด การเรียนรู้ มีการพัฒนาความคิด และ นิพนธ์ กุชปรีดี (นิพนธ์ กุชปรีดี 2525 : 2) ได้กล่าวว่า ผู้เรียนจะเรียนได้ดีที่สุดเมื่อได้เรียนตามความเหมาะสมกับความสามารถ ความแตกต่างระหว่างบุคคล ได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ ได้รู้ประสบการณ์แห่ง ความสำเร็จ ตลอดจนการได้รับการเสริมแรงอย่างเหมาะสม นอกจากนี้ สุวัฒน์ นิยมคำ (สุวัฒน์ นิยมคำ 2520 : 12) ได้ให้ข้อเสนอแนะว่าวิธีจัดการเรียนการสอนให้ เหมาะกับความแตกต่างของเด็กแต่ละคนนั้นอาจทำได้หลายวิธีดังต่อไปนี้ คือ จัดวิธีสอน ให้แตกต่างกันหรือให้เวลาในการเรียนแตกต่างกัน หรือให้ความง่ายของเนื้อหา วิชาแตกต่างกัน

ประคินันท์ อุปรมัย (ประคินันท์ อุปรมัย 2525 : 131) ได้กล่าวว่า กลุ่มเพื่อนเป็นปัจจัยหนึ่งที่มีอิทธิพลต่อความคิด เจตคติ และพฤติกรรมของผู้เรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งผู้เรียนที่อยู่ในระยะวัยรุ่น เนื่องจากเด็กวัยรุ่นเป็นวัยที่ต้องการการยอมรับ จากเพื่อนมากเป็นพิเศษกว่าวัยอื่น ๆ และการกระทำตามกลุ่มเป็นหนทางหนึ่งที่จะได้รับการยอมรับจากเพื่อน ฉะนั้น พฤติกรรมของกลุ่มเพื่อนจึงเข้ามามีบทบาทต่อพฤติกรรมของ ผู้เรียนเป็นอย่างมาก และยัง (Young, 1972 : 630) ได้กล่าวว่า นักเรียนเรียนรู้สิ่ง ต่าง ๆ ได้จากกันและกันมากมาย ทำให้เกิดความเข้าใจได้ดีว่าการเรียนรู้จากครู เพราะภาษาที่ใช้เพื่อสื่อความเข้าใจ อยู่ในระดับเดียวกัน ทั้งนี้ อัลเลน (Allen, 1976 : 371) เชื่อว่าการปล่อยให้เด็กถ่ายทอดความรู้ให้กันนั้นก่อให้เกิดความเข้าใจ มากขึ้น เพราะเป็นการพูดคุยกับเพื่อนฝูงในวัยเดียวกัน ช่วยในการสื่อความหมายได้ง่าย และรวดเร็ว

อนึ่ง จากคู่มือการบริหารการใช้หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 ได้กล่าวว่า นักเรียนแต่ละคนมีความสามารถไม่เท่ากัน การจัดตั้งกลุ่มหรือมีความสามารถ หรือมีความสนใจต่อสายวิชานั้นเป็นพิเศษ นำมาสอนเพิ่มเติมให้มีความรู้ความสามารถสูงกว่า นักเรียนปกติ แล้วให้นักเรียนกลุ่มนี้แต่ละคนไปจับกลุ่มของนักเรียนที่เหลือ ทำการสอนแทนครู เป็นครั้งคราว หรือตั้งเป็นวิทยากรประจำกลุ่มก็ได้ นับว่าเป็นการช่วยแบ่งเบาภาระครูได้อีก ทางหนึ่ง (กระทรวงศึกษาธิการ 2526 : 15)

ปัญหาต่าง ๆ และข้อเสนอแนะที่กล่าวมาแล้วทั้งหมด วิธีอื่นหนึ่งที่จะช่วยป้องกัน และแก้ปัญหาในการเรียนของนักเรียนที่เรียนอ่อน เรียนช้า หรือเรียนไม่ทัน คือการเรียนรู้ออกจากครูในชั้นเรียนแล้วแบ่งกลุ่มย่อยให้เพื่อนที่เรียนเก่งในห้องเรียนช่วยสอนอีกครั้ง เพราะการให้เพื่อนช่วยสอนเป็นวิธีการที่จะช่วยให้นักเรียนที่เรียนอ่อน เรียนช้า สามารถเรียนได้ทันเพื่อน ช่วยให้นักเรียนที่เรียนไม่เข้าใจมีความเข้าใจมากขึ้น และสามารถบรรลุจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่วางไว้ ทั้งนี้เนื่องจากการใช้เพื่อนเป็นผู้ช่วยสอนย่อมเป็นการง่ายในการทำให้เกิดความเข้าใจ ด้วยเหตุที่ว่า ผู้ช่วยสอน และผู้ได้รับการสอนใช้ภาษาพูดในระดับเดียวกัน และเด็กในวัยนี้เป็นวัยที่ต้องการยกเพื่อน เพื่อนผู้ช่วยสอนเข้าใจปัญหาของเพื่อนผู้เรียนได้ก็เพราะคล้ายกับปัญหาที่ตัวเองเคยประสบมาทั้งสองฝ่ายจะรู้สึกเป็นอิสระในการซักถาม สรรวจปัญหาต่าง ๆ ทาง การเรียน ตลอดจนการฝึกการทำงานร่วมกัน การช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ทางด้านผู้ช่วยสอนก็จะได้รับประโยชน์ทางอ้อม คือ ช่วยให้ตนเองเข้าใจยิ่งขึ้น และได้ฝึกความรับผิดชอบ นอกจากนี้เป็นการแบ่งเบาภาระของครู และเป็นการสร้างเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ให้แก่ผู้เรียน

งานวิจัยครั้งนี้ต้องการตรวจสอบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติต่อคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีและไม่มีเพื่อนช่วยสอนมีความแตกต่างกันหรือไม่ เพื่อจะได้เป็นแนวทางในการเรียนการสอนอันจะส่งเสริมความสามารถของผู้ที่เรียนเก่ง และสนับสนุนช่วยเหลือผู้ที่เรียนอ่อนต่อไป

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อศึกษาผลของการให้เพื่อนช่วยสอนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เพื่อศึกษา เจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีและไม่มีเพื่อนช่วยสอน
3. เพื่อศึกษาผลของการให้เพื่อนช่วยสอนที่มีต่อความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อจะได้รูปแบบที่เหมาะสมในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่จะช่วยส่งเสริมสนับสนุนนักเรียนที่เรียนเก่ง และช่วยเหลือนักเรียนที่เรียนอ่อน
2. เพื่อให้ทราบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 อันเป็นแนวทางในการหาวิธีส่งเสริมหรือปลูกฝังเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
3. เพื่อเสนอแนะกลวิธีการสอน ให้มีความคงทนในการเรียนรู้ อันเป็นพื้นฐานการเรียนชั้นสูงต่อไป

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

1. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนวรนาธิเฉลิม อำเภอมือง จังหวัดสงขลา ปีการศึกษา 2526 โดยกลุ่มมาจำนวน 3 ห้องเรียน และสุ่มออกเป็นกลุ่มทดลอง 2 ห้องเรียน กลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน สำหรับกลุ่มทดลอง ห้องแรกใช้การสอนที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน ห้องที่สองใช้การสอนที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างอิสระ
2. ระยะเวลาในการทดลอง ทำการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2526 ใช้เวลาสอนกลุ่มละ 14 คาบ คาบละ 50 นาที สัปดาห์ละ 4 คาบ และใช้เวลา

ในการใช้เพื่อนช่วยสอนทั้งอย่างอิสระและมีแบบแผนนอกเวลาเรียนสัปดาห์ละ 2 คาบ คาบละ 50 นาที เป็นจำนวน 7 คาบ

3. เนื้อหาที่นำมาใช้ในการทดลอง เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค.012 เรื่องฟังก์ชันตามหลักสูตรของกระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งแบ่งออกเป็นหน่วยย่อยได้ดังนี้คือ ฟังก์ชัน ความหมายของฟังก์ชัน ฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ ฟังก์ชันกอมโพสิท ฟังก์ชันอินเวอร์ส ฟังก์ชันผกผัน

4. ตัวแปรที่จะศึกษา คือ

4.1 ตัวแปรอิสระ คือ วิธีการเรียน 3 แบบ ได้แก่

4.1.1 การเรียนที่มีเพื่อนเป็นผู้ช่วยสอนอย่างมีแบบแผน

4.1.2 การเรียนที่มีเพื่อนเป็นผู้ช่วยสอนอย่างอิสระ

4.1.3 การเรียนที่ไม่มีเพื่อนผู้ช่วยสอน

4.2 ตัวแปรตามคือ

4.2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

4.2.2 เจตคติต่อนคณิตศาสตร์

4.2.3 ความกตัญญูในการเรียนรู้

นิยามศัพท์เฉพาะ

การเรียนแบบมีเพื่อนเป็นผู้ช่วยสอน หมายถึง การเรียนการสอนตามปกติ ในชั้นเรียนที่มีครูเป็นผู้สอน นอกเหนือเวลาเรียนในชั้นเรียน จัดนักเรียนที่เรียนเก่ง เป็นผู้ช่วยสอนให้เพื่อนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 5 คน รวมทั้งผู้ช่วยสอน การช่วยสอนแบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ การช่วยสอนอย่างมีแบบแผน และการช่วยสอนอย่างอิสระ

การเรียนที่มีเพื่อนเป็นผู้ช่วยสอนอย่างมีแบบแผน หมายถึง การจัดให้มีการช่วยสอนโดยเพื่อนและในการช่วยสอนมีรูปแบบของการช่วยสอนที่แน่นอน รูปแบบการสอนประกอบด้วยจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ความถี่ครบยอด เนื้อหา วิธีการสอน และการประเมินผล ซึ่งครูเตรียมไว้ให้

การเรียนรู้ที่มีเพื่อนเป็นผู้ช่วยสอนอย่างอิสระ หมายถึง การจัดให้มีเพื่อนช่วยสอน และในการช่วยสอนนักเรียนผู้ช่วยสอนแต่ละคนจะเป็นผู้กำหนดเอง

การเรียนรู้แบบไม่มีเพื่อนเป็นผู้ช่วยสอน หมายถึง การเรียนการสอน ตามปกติในชั้นที่ครูสอนแบบบรรยาย นักเรียนมีปัญหาลึกเกี่ยวกับการเรียนซักถามได้จากครู ผู้สอนทั้งในและนอกเวลา

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสำเร็จในการเรียน คณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากการนำแบบทดสอบคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปทดสอบกับ นักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

เจตคติต่อคณิตศาสตร์ หมายถึง ท่าที ความคิดเห็น ความรู้สึกขานบุคคล ที่มีต่อเนื้อหา กิจกรรมในวิชาคณิตศาสตร์ ในการศึกษาครั้งนี้จึงวัดเจตคติที่มีต่อวิชา คณิตศาสตร์ก่อนและหลังจากที่กลุ่มตัวอย่างได้เรียนจบเนื้อหาที่ทดลองแล้ว ซึ่งวัดออกมา เป็นคะแนนได้ โดยใช้แบบสอบถามวัดเจตคติต่อคณิตศาสตร์

ความคงทนในการเรียนรู้ หมายถึง ปริมาณความรู้ที่ยังระลึกได้ซึ่งวัดจาก คะแนนที่นักเรียนทำได้ในการตอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับเดิม หลังจากการทดลองสอนผ่านไปแล้วเป็นเวลา 2 สัปดาห์

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้แยกเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามหัวข้อไว้ดังนี้

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการใช้เพื่อนช่วยสอน
2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้เพื่อนช่วยสอน
3. เอกสารและบทความเกี่ยวกับเจตคติ
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
5. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนรู้

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการใช้เพื่อนช่วยสอน

เพื่อนในชั้นเรียนมีอิทธิพลต่อการเรียนรู้มาก เนื่องจากเด็กในระดับชั้นมัธยมศึกษาเป็นเด็กวัยรุ่น ซึ่งเป็นวัยที่นิยมเพื่อน ชอบอยู่เป็นกลุ่ม เป็นพวก และชอบทำตามเพื่อน เพื่อต้องการการยอมรับจากกลุ่มเพื่อน ดังนั้น พฤติกรรมของกลุ่มเพื่อนจึงเข้ามามีบทบาทต่อพฤติกรรมของผู้เรียนเป็นอันมาก ในการจัดระบบการเรียนการสอน ถ้าครูวินิจฉัยได้ว่าเด็กคนใดเป็นที่ยอมรับหรือได้รับการยกย่องจากเพื่อนในห้องมากที่สุด แล้วพยายามส่งเสริมให้เด็กคนนั้นเป็นตัวแทนที่ดีของเพื่อนก็จะเป็นส่วนหนึ่งที่ช่วยให้ครูดำเนินการเรียนการสอนไปได้อย่างดี และถ้าครูวินิจฉัยได้ว่าเด็กคนใดเป็นเด็กเกเร เด็กคนใดเป็นเด็กเรียนอ่อนและในระหว่างเด็กเกเรกับเด็กอ่อนนั้นเด็กเกเรคนใดเป็นที่ชื่นชอบหรือถูกอิจฉาด้วยกับเด็กอ่อนคนใด ครูก็ยังสามารถใช้วิธีให้เด็กเกเรช่วยเหลือเด็กอ่อนได้อีกส่วนหนึ่ง (ลาวัดย์ พลกล้า 2526 : 261 และ ประคิษฐ์ อุดมย์ 2525 : 131)

หลักการพื้นฐานในการให้เพื่อนช่วยสอนที่สำคัญ 3 ประการ จากคำบรรยายของ บลูม (สถาบันวิจัยพฤติกรรมศาสตร์ 20 กรกฎาคม 2526)

1. การชี้แนะ (Cues) เป็นการบอกหรืออธิบายให้นักเรียนมองเห็นแนวทางในการเรียนรู้ ว่าเรียนอะไร เรียนอย่างไร เมื่อเรียนแล้วจะต้องมีความรู้ความสามารถอะไรบ้างในการช่วยสอนถ้าผู้ได้รับการสอนและผู้สอนมีปฏิสัมพันธ์กันเป็นอย่างดี ย่อมเป็นการง่ายในการเลือกตัวชี้แนะที่เหมาะสมกับผู้เรียน

2. การมีส่วนร่วมในกิจกรรม (Participation) การสอนที่มีคุณภาพจะต้องให้ผู้เรียน ได้มีส่วนร่วมในกิจกรรม เช่น การแสดงความสามารถ การซักถาม การทำแบบฝึกหัด ตลอดจนการรู้จักตอบสนองในกิจกรรมการเรียน ในขณะที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม ผู้สอนก็ได้รับข้อมูลย้อนกลับในการเรียนรู้ของผู้เรียน ซึ่งเป็นการตรวจสอบและป้องกันข้อผิดพลาดที่ผู้สอนจะได้แก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนรู้ ความรู้ไปกับการสอนเพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้

3. การเสริมแรง (Reinforcement) ตามหลักทฤษฎีการเรียนรู้เป็นที่ยอมรับว่าการเสริมแรงมีผลโดยตรงต่อผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียน ผู้สอนต้องพยายามใช้รูปแบบของการเสริมแรงหลาย ๆ ชนิด เช่น ยกย่อง แสดงคำทาง ให้รางวัล ความสนใจ การให้คำเป็นต้น ให้เหมาะกับเวลาและสภาพการณ์

การให้เพื่อนเป็นผู้ช่วยสอนในประเทศไทยเราได้ปฏิบัติมาเป็นเวลานานแล้ว แต่เป็นลักษณะที่นักเรียนช่วยเหลือกันเอง โดยที่นักเรียนที่เรียนในชั้นเดียวกันหรือนักเรียนที่เรียนชั้นสูงกว่า ช่วยสอนและชี้แนะปัญหาการเรียนให้กับนักเรียนที่เรียนอ่อนหรือเรียนช้า บ้างบางครั้งจะมีครูเป็นผู้ช่วยสนับสนุน หรือบางครั้งก็ไม่มีก็ได้ ส่วนมากจะช่วยสอนเป็นการภายใน ไม่มีกระบวนการช่วยสอนที่แน่นอน และไม่มีการบันทึกเป็นหลักฐานในการเผยแพร่

★ ความสำคัญในการให้เพื่อนช่วยเพื่อนในด้านการเรียน ดังเห็นได้จากหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (กระทรวงศึกษาธิการ 2524 : 104 - 105) ที่ระบุว่าโรงเรียนต้องจัดให้มีการซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนที่เรียนอ่อน วิธีการสอนซ่อมเสริมมีวิธีการต่าง ๆ หลายวิธี ขึ้นอยู่กับผู้สอนจะเลือกวิธีการใดที่เหมาะสมกับสภาพการณ์ เช่น การสอนแบบตัวต่อตัว การสอนเป็นกลุ่มย่อย นักเรียนสอนกันเอง แบบเรียนสำเร็จรูป สมุดแบบฝึกหัดเรียนด้วยตนเอง ให้ทำกิจกรรมเพิ่มเติม สำหรับการซ่อมเสริมแบบให้

นักเรียนสอนกันเองนั้น ผู้สอนอาจจะคัดเลือกนักเรียนเก่งช่วยสอนนักเรียนที่ยังไม่บรรลุจุดประสงค์ โดยใช้ช่วยสอนตัวต่อตัว หรือสอนเป็นกลุ่มย่อย ข้อดีของการที่ให้นักเรียนช่วยสอนกันเองก็คือนักเรียนใช้ภาษาเดียวกัน ดังนั้น การถ่ายทอดความรู้ก็คือ การใช้ถ้อยคำอธิบายก็ย่อมจะทำให้เข้าใจง่ายกว่าภาษาที่ครูใช้ และทั้งยังทำให้ผู้ช่วยสอนสนใจการเรียนเพิ่มขึ้น เพราะต้องมีความรับผิดชอบมากขึ้น

สำหรับในต่างประเทศเรื่องการช่วยสอนเพื่อนมีมานานแล้ว จากบทความของ พาอูลิตโต้ (Paolitto, 1976 . 216 - 219) กล่าวว่า หลักฐานที่ค้นพบเริ่มขึ้นในยุคของการเปลี่ยนแปลงทางวัฒนธรรมของประเทศอังกฤษ จากการบันทึกของ ควินติเลียน (Quintilian) ในหนังสืออินสตีติวติโอ ออราโทเรีย (Institutio Oratoria) ว่าด้วยความคิดเกี่ยวกับการให้เด็กหนุ่มเรียนบทเรียนจากรุ่นพี่และต่อมา ในปี ค.ศ. 1530 ครูชาวเยอรมัน ชื่อ ตรอทเซนดอร์ฟ (Trottyendorf) ได้ใช้วิธีให้เด็กโตกว่าช่วยเด็กอ่อนวัยกว่า ในประเทศสหรัฐอเมริกา เมื่อปี ค.ศ. 1820 วิลเลียม เบนเลย์ โพลล์ (William Bentley Powl) ได้จัดให้มีเพื่อนช่วยสอนเพื่อนอย่างเป็นระบบขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากเขารู้สึกว่า แม้แต่ครูคนใดก็ตามที่มีเวลาเพียงพอในการสอนเด็กเป็นการส่วนตัวอย่างทั่วถึง ก็ควรจะมีการสอนแบบนี้ เพราะการให้เพื่อนช่วยสอนมีประโยชน์ต่อเด็กทั้งสองฝ่าย แล้วช่วยฝึกการปกครองตนเองตามประชาธิปไตยอย่างแท้จริง และใน ค.ศ. 1960 เบนจามิน ไรท์ (Benjamin Wright) ช่วยทำให้นักการศึกษาหันมาสนใจการสอนโดยวิธีนี้อีกครั้ง ทั้งนี้เนื่องจากปัญหาการขาดแคลนครู ดังนั้นได้ว่าการสอนโดยการใช้เพื่อนช่วยสอน ได้รับความสนใจ และนำมาปฏิบัติเพื่อเป็นส่วนประกอบในการฝึกนักเรียนให้เป็นที่ยอมรับอีกครั้งหนึ่ง ทั้งนี้ด้วยความเชื่อที่ว่า ประสบการณ์ในการสอนตอนเด็ก ๆ จะมีบทบาทสำคัญมากต่อการตัดสินใจที่จะเข้ามาเป็นครู ซึ่งนับ เป็นการช่วยแก้ปัญหาภาวะขาดแคลนครูได้เป็นอย่างดี

ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1960 เป็นต้นมา ได้มีการสัมมนาเกี่ยวกับวิธีสอนโดยให้เพื่อนช่วยสอนและวิธีการสอนนี้ได้ถูกนำมาใช้ในโอกาสต่าง ๆ ตามจุดมุ่งหมาย และวิธีการที่แตกต่างกันไป โดยมุ่งความสนใจไปยังเด็กที่ด้อยหลัง เว้น เด็กในถิ่นยากจน เด็กที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ตลอดจนเด็กที่มีปัญหาทางด้านการประพฤติ

ในด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของการใช้เพื่อนช่วยสอน แกลทเทอร์ (Glaser, 1967 : 146-4) ได้ศึกษาผลของการช่วยสอนระยะสั้นของนักเรียนเกรด 5 และเกรด 6 จำนวน 40 คน พบว่าผลสัมฤทธิ์ในวิชาคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อโรงเรียนเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ จากการรวบรวมของเบียร์แมน และเฟอร์แมน (Bierman and Furman, 1980 : 33) ได้กล่าวว่า การใช้เพื่อนช่วยสอน ตัวผู้ช่วยสอนมีผลทางงานวิชาการ และมีแรงจูงใจที่จะเรียนเพิ่มขึ้น (Gartner, Kohler and Ricesman, 1971)

สิวแซลลาม (Siv.sallam, 1973 : 10) ได้พบว่า ผลที่เกิดขึ้นในทางบวกต่อนักเรียนผู้ได้การช่วยสอนจากเพื่อนนั้นเกิดขึ้นอย่างแน่นอน เนื่องจากนักเรียนเหล่านั้นได้รับความสนใจเป็นพิเศษจากเพื่อนผู้ช่วยสอน นักเรียนทั้งสองฝ่ายใช้ภาษาพูดในระดับเดียวกัน ย่อมก่อให้เกิดความเข้าใจง่ายขึ้น นักเรียนผู้ช่วยสอนเข้าใจปัญหาที่เขาเพิ่งประสบด้วยตนเอง ทั้งสองฝ่ายจะรู้สึกเป็นอิสระในการซักถาม และสำรวจปัญหาต่าง ๆ ทางกรเรียนโดยไม่ต้องมีความเกรงใจ และละอายใจต่อการซักถาม ทำให้เกิดสัมพันธภาพระหว่างผู้เรียนและผู้สอน นอกจากนี้เป็นการสร้างบรรยากาศภายในห้องเรียนให้ดีขึ้น และเบี่ยงเบนตัวเอง ไม่สนใจสิ่งอื่นใดมากนักสำหรับการให้เพื่อนช่วยสอน

อีลี และ ลาร์เซน (Ehly and Larsen, 1976 : 476) ได้กล่าวว่า การใช้เพื่อนช่วยสอน เป็นประโยชน์ไม่เพียงแต่ผู้รับการสอนเท่านั้น ผู้ช่วยสอนก็ได้ประโยชน์ด้วย ในการเลือกนักเรียนผู้ช่วยสอน ครูอาจเลือกนักเรียนที่เรียนเก่ง (อาจอยู่ในชั้นเดียวกันหรือชั้นสูงกว่าก็ได้) และมีความประพฤติดีหรืออาจจะเลือกนักเรียนที่อาสาสมัครช่วยสอน เพราะนักเรียนเหล่านี้จะได้รับผลจากประสบการณ์ในการช่วยสอน ถ้าได้รับการฝึกอย่างถูกต้อง การนิเทศ และการติดตามผลที่ดี

จากที่กล่าวมาแล้วจะเห็นว่า การใช้เพื่อนเป็นผู้ช่วยสอนเป็นประโยชน์ทั้งผู้ช่วยสอนและผู้ได้รับการช่วยสอน

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้เพื่อนเป็นผู้ช่วยสอน

สำหรับในประเทศไทย ได้มีผู้วิจัยคล้ายคลึงกับการใช้เพื่อนเป็นผู้ช่วยสอน คือ

ทรงสถิต กิตติคุณวัจนะ (ทรงสถิต กิตติคุณวัจนะ 2521 : 154) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของการให้นักเรียนสอนกันเอง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2521 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งในกรุงเทพฯ จำนวน 84 คน เป็นนักเรียนหญิง 43 คน นักเรียนชาย 41 คน โดยการเลือกนักเรียนจากคะแนนในการทำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์วิชาภาษาอังกฤษของนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มอ่อน โดยมีสมมติฐานคือ นักเรียนที่ได้รับการสอนจากเพื่อน จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาภาษาอังกฤษแตกต่างจากนักเรียนกลุ่มอ่อนที่ไม่ได้รับการสอนจากเพื่อนอย่างมีนัยสำคัญ ผลการศึกษาพบว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์วิชาภาษาอังกฤษของในกลุ่มทดลองสูงกว่าคะแนนของนักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้

* ช่อแก้ว โภคย์สุพัตร (ช่อแก้ว โภคย์สุพัตร 2525 : 122) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในวิชาหลักภาษาไทยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ที่เรียนโดยมีเพื่อนนักเรียนเก่งกว่าเป็นผู้สอน ผู้สอนมี 2 พวก คือ ผู้สอนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง กับผู้สอนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนจากโรงเรียนแห่งหนึ่งในกรุงเทพฯ จำนวน 66 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองที่ 1 จำนวน 33 คน เป็นกลุ่มที่สอนโดยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง กลุ่มทดลองที่ 2 จำนวน 33 คน เป็นกลุ่มที่สอนโดยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง ผู้สอนใช้ชุดการสอนประกอบการสอน ซึ่งเป็นชุดการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาในการทดลองสอน 14 กาย คาบละ 50 นาที หลังจากจบการสอนแล้วได้มีการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาหลักภาษาไทย วัดความสนใจ ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองที่ 1 สูงกว่ากลุ่มทดลองที่ 2 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ความแตกต่างระหว่างความสนใจในการเรียนกลุ่มทดลองที่ 1 และกลุ่มทดลองที่ 2 ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

ปรีชา วิเทศวิทยานุศาสตร์ (ปรีชา วิเทศวิทยานุศาสตร์ 2524 : 144) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาทักษะอ่าน 2 ซึ่งเป็นการเรียนซ่อมเสริมด้วยชุดการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองที่ 1 จำนวน 30 คน มีนักเรียนผู้ช่วยสอน เป็นผู้ดำเนินการ กลุ่มทดลองที่ 2 จำนวน 30 คน มีนักเรียนผู้ช่วยสอนกับครู ร่วมเป็นผู้ดำเนินการ กลุ่มควบคุม จำนวน 30 คน มีครูเป็นผู้ดำเนินการ ผลการศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาทักษะอ่าน 2 แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ อย่างไรก็ดี ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองทั้งสองและกลุ่มควบคุมผ่านเกณฑ์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ตั้งไว้

จากผลการวิจัยทั้งสามนี้ การจัดให้นักเรียนเป็นผู้ช่วยสอนเพื่อน หรือเป็นผู้ดำเนินการสอน ช่วยทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนอ่อนสูงขึ้นกว่าเดิม

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เพื่อนช่วยสอนในต่างประเทศ

เชฟเฟอร์ (Shafer, 1968 : 554-5) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการจัดโปรแกรมการให้ช่วยสอน-ให้คำปรึกษากับกลุ่มตัวอย่างที่เป็นนักศึกษามัธยมศึกษาปีที่ 1 วิทยาลัยเมดิสัน ที่มีความสามารถทางการเรียนต่ำ จำนวน 351 คน โดยแบ่งเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 117 คน กลุ่มที่ 1 เป็นกลุ่มทดลอง เป็นนักศึกษาที่อยู่ในหอพักวิทยาลัย และได้รับโปรแกรมการช่วยสอน-ให้คำปรึกษา กลุ่มที่ 2 เป็นกลุ่มควบคุมที่เป็นนักศึกษาในหอพักวิทยาลัย แต่ไม่ได้รับโปรแกรมการช่วยสอน-ให้คำปรึกษา กลุ่มที่ 3 เป็นกลุ่มควบคุมที่ 2 เป็นนักศึกษาอยู่นอกหอพักวิทยาลัย และไม่ได้รับโปรแกรมการช่วยสอน-

ให้คำปรึกษา ผลปรากฏว่า ไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรวมของกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง

ไลบลิช (Liebllich. 1976 680-681-A) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทักษะคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำ จากการใช้บทเรียนสำเร็จรูปโดยมีเพื่อนเป็นผู้ช่วยสอน กับการเรียนซ้ำด้วยตนเอง (Self Relearning) ผลปรากฏว่ามีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม และพบว่านักเรียนที่มีเพื่อนเป็นผู้ช่วยสอนให้ผลในการเรียนรู้ดีกว่า รอดดี้ (Roddy. 1981 4362-A) ได้ทดลองเกี่ยวกับการสอนโดยใช้เพื่อนเป็นผู้ช่วยสอนให้นักเรียนที่พิการระหว่างแบบธรรมชาติกับแบบเข้มงวด ซึ่งนักเรียนเกรด 4 และเกรด 5 ที่ไม่เสียเปรียบทางการศึกษา จำนวน 8 คน ได้รับการฝึกให้เป็นผู้ช่วยสอนที่เข้มงวดแก่เด็กพิการที่พูดไม่ชัดในการสื่อสาร จำนวน 8 คน ด้วยการจับเป็นคู่สอน เป็นเวลา 8 สัปดาห์ ใช้เวลาช่วยสอนสัปดาห์ละ 2 ครั้ง ครั้งละประมาณ 20 นาที ผู้ช่วยสอนจะได้รับผลย้อนกลับจากผู้ทดลอง ซึ่งมองดูเทคนิคการสอนระหว่างการช่วยสอนและระหว่างสัปดาห์ที่มีการพบปะกันกับผู้ทดลอง การเปลี่ยนแปลงในทักษะที่แสดงออกมาของเด็กพิการ วิเคราะห์ 2 วิธี คือ ความเป็นอิสระด้านพฤติกรรมของผู้ที่ได้รับการสอนระหว่างที่มีการช่วยสอนโดยใช้วิธีโอเทป และอัตราของพฤติกรรมจากครูประจำชั้นของนักเรียนแต่ละคน ผลแสดงให้เห็นว่า 7 ใน 8 ของเด็กที่ได้รับการสอนอย่างเข้มงวดได้รับทักษะจากผลการช่วยสอนอย่างชัดเจน สำหรับเด็กอีกหนึ่งคนผลไม่เด่นชัด ผลของการเปรียบเทียบผู้ช่วยสอนแบบเข้มงวดและแบบธรรมชาติ ผู้ช่วยสอนแบบเข้มงวดมีความภูมิใจในความเป็นครูสูงกว่าแบบธรรมชาติ และไม่มี ความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญของผู้ช่วยสอนในการวัดการสังเกตต่อโรงเรียนและเจตคติที่มีต่อผู้พิการ

เบียร์แมน และ เฟอร์แมน (Bierman and Furman, 1981 : 33 - 39) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับผลของบทบาทและเกณฑ์การมอบหมายงานเกี่ยวกับรูปแบบ เจตคติในระหว่างการสอนโดยใช้เพื่อนเป็นผู้ช่วยสอนกับนักเรียนเกรด 4 จำนวน 112 คน หญิง 56 คน ชาย 56 คน จากโรงเรียนประถม 4 โรงเรียนในแถบชานเมืองหลวง ภาษาที่เลือกมาใช้เป็นเป้าหมายคือ ภาษาเยอรมัน ซึ่งนักเรียนทั้งหมดไม่มีใครรู้ภาษาเยอรมัน กลุ่มตัวอย่างถูกจัดเป็นคู่เพศเดียวกัน ในชั้นเดียวกัน ได้ถูกเลือกแบบสุ่มเพื่อให้เป็นผู้สอนหรือผู้ได้รับการสอนแต่ละคู่ได้รับเกณฑ์ตามเงื่อนไขหนึ่งในสี่อย่างที่กำหนด คือ เกณฑ์ทางด้านสมรรถภาพ เกณฑ์ลักษณะนิสัยทางกายภาพ เกณฑ์ด้านโอกาส และไม่มีเกณฑ์ ผลปรากฏว่า

1. เจตคติของผู้สอนเป็นค่านิยมมากกว่าผู้ได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
2. กลุ่มตัวอย่างในเงื่อนไขที่ไม่มีเกณฑ์มีเจตคติค่านิยมมากกว่ากลุ่มที่มีเงื่อนไขด้านสมรรถภาพ ลักษณะนิสัยทางกายภาพ หรือเกณฑ์ด้านโอกาสอย่างมีนัยสำคัญ
3. ประเมินผลของบทบาทเกี่ยวกับเจตคติภายในงานที่ได้รับมอบหมายในแต่ละเงื่อนไข ปรากฏว่า
 - 3.1 เมื่องานได้รับมอบหมายตั้งอยู่บนเงื่อนไขของความสามารถ คะแนนเจตคติของผู้สอนเป็นค่านิยมมากกว่าผู้ได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญ
 - 3.2 เมื่อเงื่อนไขที่มอบหมายให้ขึ้นอยู่กับลักษณะที่แสดงออกทางกายภาพจะมีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ
 - 3.3 ไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติในเงื่อนไขเกี่ยวกับโอกาสและไม่มีเกณฑ์
4. ผู้สอนชอบบทบาทและรับบทบาทของตนว่ามีความสำคัญมากกว่าผู้ได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญ

บราวน์ (Brown. 1981 : 1457-1) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการใช้เพื่อนเป็นผู้ช่วยสอน ในการแก้ปัญหาโจทย์ทางคณิตศาสตร์ในโรงเรียนประถม เพื่อจัดรูปแบบบทเรียนสำเร็จรูป กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 4 จำนวน 160 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 80 คน กลุ่มควบคุม 80 คน และนักเรียนอาสาสมัครเกรด 6 จำนวน 80 คน ได้รับการฝึกให้เป็นผู้ช่วยสอน แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละเท่ากัน เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม การวิเคราะห์ใช้ความแปรปรวนรวมของการแสดงออกของนักเรียนเกรด 4 ที่ได้รับการช่วยสอน (เปรียบเทียบกับพวกที่ไม่ได้รับการช่วยสอน) และนักเรียนเกรด 6 ที่เป็นผู้ช่วยสอน (เปรียบเทียบกับพวกที่ไม่ได้เป็นผู้ช่วยสอน) ปรากฏว่ามีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมในเรื่องเจตคติของเด็กที่มีต่ออัตราการแก้ปัญหาในกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ จากการที่ศึกษาครั้งนี้แสดงให้เห็นว่า โปรแกรมการฝึกผู้ช่วยสอนเป็นประโยชน์ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งผู้ช่วยสอนและผู้ที่ได้รับการช่วยสอน

ออกัส (August. 1982 : 98-1) ได้ศึกษาผลของการใช้เพื่อนเป็นผู้สอนภาษาที่สองแก่นักเรียนชั้นประถมศึกษา โดยศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณของปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน ๆ ซึ่งเป็นเจ้าของภาษา และภาษาที่สองที่ได้รับ โดยใช้เวลาในการทดลอง 30 ครั้ง ครั้งละ 1 ชั่วโมง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองมีจำนวน 28 คน มีอายุ 6 - 10 ปี ผลการทดลองปรากฏว่า นักเรียนที่ได้รับการปฏิบัติในการจัดโครงสร้างมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนที่พูดภาษาอังกฤษได้คล่อง มีขอบเขตกว้างกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม และความสัมพันธ์ระหว่างปฏิสัมพันธ์ในการพูดภาษาอังกฤษกับเพื่อน กับสมรรถนะในการใช้ภาษาอังกฤษมีความสัมพันธ์กันในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แต่การจำกัดให้นักเรียนที่เป็นผู้ช่วยสอนพูดแต่ภาษาที่ต้องการเรียน ค่อนข้างที่จะเพิ่มปริมาณในการพูดภาษาที่สอง ผลการใช้เพื่อนเป็นผู้ช่วยสอนในครั้งนี้ ปรากฏว่าเป็นเทคนิคเพิ่มปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนภาษาที่สองกับกลุ่มเพื่อน ซึ่งพูดภาษาอังกฤษได้คล่องในการจัดโครงสร้าง

แมคเคทัน (McClathen, 1982 710-A) ได้เปรียบเทียบเจตคติ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นปีที่ 1 ในมหาวิทยาลัยลินคอล์น ที่ได้รับการช่วยสอนจากเพื่อน และไม่ได้รับการช่วยสอนจากเพื่อน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษากครั้งนี้ มี 25 คน สมักรใจจะเข้าร่วมปฏิบัติการในกลุ่มทดลอง และนักเรียนจำนวน 28 คน ได้รับมอบหมายให้เป็นกลุ่มควบคุมไม่มีส่วนร่วมในโปรแกรมการช่วยสอน ทดสอบก่อนและหลังการทดลอง โดยใช้ Computation Placement Test และ Semantic Differential Attitude Scale เป็นเครื่องมือในการทดลอง ใช้เวลา 14 สัปดาห์ นักเรียนที่เป็นผู้ช่วยสอนได้ถูกฝึกเป็นเวลา 2 สัปดาห์ จัดให้มีการช่วยสอนครั้งละ 50 นาที เป็นเวลา 12 สัปดาห์ ผลของการศึกษาปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แต่เจตคติที่มีต่อคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ แต่ทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมต่างมีเจตคติที่มีต่อคณิตศาสตร์ในทางบวกทั้งคู่

จากการวิจัยที่กล่าวมาแล้วได้ศึกษาถึงผลประโยชน์จากการสอนโดยมีเพื่อนเป็นผู้ช่วยสอน ทั้งทางค่านผลสัมฤทธิ์ เจตคติ อคติทัศนภาพ ผลที่ผู้ช่วยสอนและผู้ได้รับการสอนได้รับในค่าต่าง ๆ สำหรับตัวแปรที่สำคัญที่เป็นส่วนประกอบในการใช้เพื่อนช่วยสอนก็คือ ขนาดของกลุ่ม

* ขนาดของกลุ่ม การจัดกลุ่มในการช่วยสอนอาจจัดในลักษณะผู้ช่วยสอนกับผู้เรียนในอัตรา 1 ต่อ 1 หรือ 1 ต่อ 3 หรือ 1 ต่อ 5 หรือมากกว่าก็ได้ตามความเหมาะสม ซึ่งจากการวิจัยของ พรณี เกษมกล (พรณี เกษมกล 2522 : 76) ศึกษาพบว่า

1. กลุ่มร่วมมือขนาดห้าคนมีคะแนนความคิดสร้างสรรค์สูงกว่ากลุ่มร่วมมือขนาดสามคน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. กลุ่มร่วมมือขนาดเล็ก และกลุ่มร่วมมือขนาดสามคน มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

เยาวยา เคชะคุปต์ (เยาวยา เคชะคุปต์ 2517 : 34) ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับขนาดของกลุ่มว่า ขนาดของกลุ่มที่จะช่วยให้การทำงานหรือการเรียนการสอนประสพผลดี ควรเป็นกลุ่มขนาดเล็ก ซึ่งมีขนาดประมาณ 5 - 15 คน และเพชรสุดา เพชรใส (เพชรสุดา เพชรใส 2525 : 32) กล่าวว่า ขนาดของกลุ่มควรมีขนาดเล็ก คือ ประมาณ 4 คน ไม่เกิน 10 คน เพราะเหตุว่าถ้าสมาชิกมากกว่าที่กำหนด จะทำให้กลุ่มแตกเป็นกลุ่มย่อยได้ง่าย สมาชิกจะไม่สนใจกันเท่าที่ควร และผู้ช่วยสอนจะลำบากในการโน้มนำให้สมาชิกแต่ละคนสนใจกลุ่ม แต่ถ้าเป็นกลุ่มขนาดเล็กสมาชิกจะได้มีโอกาสสื่อความหมายซึ่งกันและกันเต็มที่ และ สเลเตอร์ (พรณี เกมกมล 2522 : 12 อ้างอิงมาจาก Slater, 1958) ได้กล่าวว่า กลุ่มที่มีขนาดใหญ่การมีสมาชิกประมาณห้าคน แต่ทั้งนี้ต้องขึ้นอยู่กับลักษณะของงานความร่วมมือภายในกลุ่ม และปัจจัยอื่น ๆ สเลเตอร์พบว่ากลุ่มขนาดเล็กเป็นกลุ่มที่ใหญ่ที่สุด สมาชิกเริ่มมีความไม่พอใจในการทำงานกลุ่ม และเริ่มมีความไม่ลงรอยกันในการตัดสินใจมากขึ้น แต่ขนาดห้าคนเป็นกลุ่มที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาภายในกลุ่มได้ดีกว่ากลุ่มขนาดอื่น

ในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยจึงจัดให้มีการสอนโดยมีเพื่อนเป็นผู้ช่วยสอนในลักษณะที่แบ่งกลุ่มทดลองเป็นกลุ่มย่อย ๆ กลุ่มละ 5 คน เพื่อจะได้ช่วยให้การสอนแบบมีเพื่อนช่วยสอนบรรลุเป้าประสงค์

เอกสารและบทความเกี่ยวกับเจตคติ

ในด้านความหมายของเจตคติ ได้มีนักการศึกษาให้ความหมายที่ต่างกันไป คือ

3. เจตคติที่เป็นกลาง เป็นการแสดงออกใบลักษณะที่ไม่เป็นทั้งเจตคติเชิงนิมานและเจตคติเชิงนิเสธ แต่อยู่ระหว่างกลางไม่เข้าข้างใดข้างหนึ่ง เช่น รู้สึกเฉย ๆ ไม่กังวกับชอบหรือเกลียด เป็นต้น

เชคคักกี้ โฆวาลินธู (เชคคักกี้ โฆวาลินธู 2520 : 38) กล่าวว่า เจตคติ หมายถึง ความรู้สึกของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่าง ๆ อันเป็นผลเนื่องจากการเรียนรู้ ประสบการณ์และเป็นตัวกระตุ้นให้บุคคลแสดงพฤติกรรม หรือแนวโน้มที่จะตอบสนองสิ่งเร้านั้น ๆ ไปในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง อาจเป็นไปใ้ทางสนับสนุนหรือคัดค้านก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับกระบวนการอบรมให้เห็นรูกระเบียบวิธีของสังคม (socialization) ซึ่งเจตคตินี้จะแสดงออกหรือปรากฏให้เห็นในกรณีสิ่งเร้านั้นเป็นสิ่งที่เร้าทางสังคม

ประกาศาเพ็ญ สุวรรณ (ประกาศาเพ็ญ สุวรรณ 2520 : 3) กล่าวว่า เจตคติเป็นความคิดเห็นซึ่งมีอารมณ์เป็นส่วนประกอบ เป็นส่วนที่พร้อมที่จะมีปฏิกิริยาเฉพาะอย่างต่อสถานการณ์ภายนอก และองค์ประกอบของเจตคติ แบ่งออกเป็น 3 ประการ คือ องค์ประกอบด้านความรู้ (Cognitive) องค์ประกอบด้านอารมณ์ ความรู้สึก (Affective) และองค์ประกอบทางค่านิยมปฏิบัติ (Behavior)

จากข้อความเหล่านี้สรุปได้ว่า เจตคติ หมายถึง ท่าที ความคิดเห็น ความรู้สึกของบุคคลที่มีต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใด ภายหลังจากการที่บุคคลได้รับประสบการณ์ในสิ่งนั้น ในการศึกษาครั้งนี้มุ่งวัดเจตคติต่อคณิตศาสตร์ก่อนและหลังจากที่กลุ่มตัวอย่างได้เรียนจบเนื้อหาที่ทดลองแล้ว ซึ่งวัดออกมาเป็นคะแนนได้โดยใช้แบบสอบถามวัดเจตคติต่อคณิตศาสตร์

สำหรับการเปลี่ยนแปลงเจตคติ เฮอร์เบอร์ท ซี เคลแมน (ซูซีฟ ออนโคสูง 2518 : 7 อ้างอิงมาจาก Herbert C. Calman.) ได้อธิบายการเปลี่ยนแปลงเจตคติว่าเป็นไปตามสภาพแวดล้อมของสังคมภายใต้กระบวนการดังนี้

1. การยินยอม (Compliance) คือ การยอมรับอิทธิพลจากผู้อื่น เพื่อให้เขาปฏิบัติตัวในทางที่ตนต้องการ หรือพอใจ

2. การเลียนแบบ (Identification) คือ การแสดงพฤติกรรมเพื่อให้เหมือนสมาชิกในสังคม หรือเพื่อให้คนอื่นเห็นว่าตนเป็นคนเก่ง เพื่อจะมีสัมพันธภาพอันดีกับคนอื่น

3. รับอิทธิพลจากสิ่งต่าง ๆ เนื่องจากตรงกับค่านิยมที่มีอยู่ในตัวบุคคลเอง (Internalization)

นอกจากนี้ ไทรแลนด์ (Triandis, 1971 : 3) กล่าวถึง สาเหตุของการเปลี่ยนแปลงเจตคติไว้ดังนี้คือ

1. ได้รับข้อมูลใหม่จากบุคคลหรือสื่อมวลชน
2. ได้รับประสบการณ์ตรงหรือความกระทบกระเทือนใจ
3. ถูกบังคับให้ปฏิบัติไม่ตรงกับเจตคติของตน
4. การรักษาทางจิตใจ เพื่อให้เข้าใจเหตุผลที่ถูกต้องขึ้น
5. เปลี่ยนเพื่อให้สอดคล้องกับพฤติกรรมใหม่

จะเห็นว่าเจตคติของบุคคลสามารถที่จะเปลี่ยนแปลงได้ภายใต้สถานการณ์หลาย ๆ อย่าง ดังกล่าวมาแล้ว ในทำนองเดียวกัน เจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ก็สามารถเปลี่ยนแปลงได้

ทางคาบประโยชน์ของเจตคติ ประภาเพ็ญ สุวรรณ (ประภาเพ็ญ สุวรรณ 2520 : 4) ได้กล่าวไว้ดังต่อไปนี้

1. ช่วยทำให้เข้าใจสิ่งแวดล้อมรอบ ๆ ตัว โดยการจัดรูปหรือจัดระบบสิ่งของต่าง ๆ ที่อยู่รอบตัวเขา
2. ช่วยให้มีการเข้าข้างตนเอง (Self-esteem) โดยช่วยให้บุคคลหลีกเลี่ยงสิ่งที่ไม่ดี หรือปกปิดความจริงบางอย่าง ซึ่งบ่งชี้ความไม่พอใจมาสู่ตัวเอง
3. ช่วยในการปรับตัวให้เข้ากับสิ่งแวดล้อมที่สลับซับซ้อน ซึ่งการมีปฏิริยาโต้ตอบหรือการกระทำสิ่งใดสิ่งหนึ่งลงไปในนั้น ส่วนมากจะทำในสิ่งที่ทำความพอใจมาให้หรือเป็นบำเหน็จรางวัลจากสิ่งแวดล้อม

4. ช่วยให้ผู้บุคคลสามารถแสดงออกถึงค่านิยมของตนเอง ซึ่งแสดงว่า เจตคตินั้นนำความพอใจมาให้ผู้บุคคลนั้น

การทดสอบวัดเจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ก็เพื่อจะได้ทราบ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และจัดสภาพแวดล้อมต่าง ๆ ให้ถูกต้อง เหมาะสมในการเรียน การสอน

ในการวัดเจตคตินั้น มีนักการศึกษาหลายท่านได้สร้างเครื่องมือวัดเจตคติ ไว้มากมายแบบด้วยกัน เช่น วัดเจตคติโดยใช้วิธี Equal Appearing Intervals ของ เชอร์สโตน การวัดเจตคติโดยใช้วิธี Scalogram Analysis ของ กัทแมน การวัดเจตคติโดยใช้วิธี Semantic Differential ของ ออสกูคและคนอื่น ๆ นอกจากนี้อาจใช้การวัดเจตคติโดยใช้วิธี Projective Techniques แต่ในการวิจัยเกี่ยวกับเจตคติครั้งนี้ผู้วิจัยได้เลือกใช้วิธี Summated Ratings ของ Likert ที่ สมบูรณ์ ชิตพงศ์ ได้สร้างไว้นำมาใช้ในการวิจัย

การวัดเจตคติโดยใช้วิธี Summated Ratings ประภาเพ็ญ สุวรรณ (ประภาเพ็ญ สุวรรณ 2520 : 27 - 29) กล่าวว่า วิธีการนี้สร้างขึ้นโดย Renis Likert กระบวนการของการสร้างแบบสอบถามก็โดยการสร้างข้อความ ที่แสดงเจตคติ (Attitude Statements) ขึ้นมาหลาย ๆ ข้อความ ให้ครอบคลุม หัวข้อที่จะศึกษา การตอบแบบสอบถามนี้มีข้อให้เลือกว่าข้อคือ 1) เห็นด้วยอย่างมาก 2) เห็นด้วย 2) ไม่แน่ใจ 4) ไม่เห็นด้วย 5) ไม่เห็นด้วยอย่างมาก ให้เลือก ตอบเพียงข้อใดข้อหนึ่งในแต่ละข้อ การให้คะแนนนั้นขึ้นอยู่กับชนิดของข้อความ เช่น ข้อความที่เป็นไปในทางบวก ถ้าผู้ตอบตอบว่า ไม่เห็นด้วยอย่างมาก ให้คะแนน 1 คะแนน แล้วเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ จนถึงตอบว่าเห็นด้วยอย่างมากให้ 5 คะแนน ส่วนข้อความที่เป็นไปในทางลบ ถ้าผู้ตอบตอบว่าไม่เห็นด้วยอย่างมากให้ 5 คะแนน แล้วลดลงมาเรื่อย ๆ จนถึงตอบว่า เห็นด้วยอย่างมาก ให้ 1 คะแนน

การสร้างแบบสอบถามตามขั้นตอนของ .ลีเกอร์ท มีดังนี้

ขั้นที่ 1 พิจารณาว่าจะวัดเจตคติของใคร ที่มีต่ออะไร และให้ความหมายของเจตคติและสิ่งที่จะวัดนั้นให้แน่นอน

ขั้นที่ 2 เมื่อตีความหมายของสิ่งที่จะวัดแน่นอนแล้ว ก็สร้างข้อความในแต่ละหัวข้อนั้น ๆ โดยให้คลุมเนื้อหาในหัวข้อเหล่านั้น และข้อความที่จะถามจะต้องเป็นข้อความที่ถามเกี่ยวกับความรู้สึก หรือความเชื่อของผู้ตอบ ซึ่ง ลีเกอร์ท ได้กล่าวถึงหลักในการสร้างแบบสอบถามไว้ดังนี้

1. ข้อความควรเขียนในแง่ความรู้สึก ความเชื่อ หรือความตั้งใจที่จะทำสิ่งหนึ่งสิ่งใด ไม่ใช่เป็นข้อเท็จจริง
 2. ข้อความที่บรรจุลงในสเกลจะต้องประกอบด้วยข้อความที่เป็นไปในทางบวก และข้อความที่เป็นไปในทางลบควบคู่กัน
 3. ข้อความแต่ละข้อความจะต้องสั้น เข้าใจง่าย ชัดเจน
- จำนวนข้อที่สร้างขึ้นครั้งแรกมีประมาณ 20 - 25 ข้อความ ในแต่ละหัวข้อของสิ่งที่จะวัด เมื่อได้ข้อความเพียงพอแล้ว ก็บรรจุลงในสเกลโดยให้มีข้อเลือก 5 ข้อเลือกดังกล่าวแล้ว

ขั้นที่ 3 ใ้แบบทดสอบกับกลุ่มบุคคลที่มีลักษณะพื้นฐานคล้าย ๆ กันกับกลุ่มที่เราจะศึกษาจุดมุ่งหมายเพื่อเป็นการสนับสนุน ข้อความ และคัดเลือกข้อความ โดยวิธีการวิเคราะห์ข้อความ (Item Analysis)

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

ในประเทศเราได้มีผู้วิจัยเกี่ยวกับเจตคติของนักเรียนที่มีต่อคณิตศาสตร์ไว้หลายท่าน เช่น

สุเทพ บุตรกันหา (สุเทพ บุตรกันหา 2517 : 57 - 58) ได้วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างเจตคติต่อคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2516 จำนวน 203

และ 200 คน ตามลำดับ พบว่า เจตคติต่อคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ในทางบวกกับ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ คือ นักเรียนมีเจตคติ ที่ดีต่อคณิตศาสตร์มีแนวโน้มว่าจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงตามไปด้วย และนักเรียนที่มีเจตคติที่ไม่พึงประสงค์ต่อวิชาคณิตศาสตร์ก็จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ต่ำด้วย

सानนท์ ฉายศรีศิริ (सानนท์ ฉายศรีศิริ 2522 : 103) ได้ศึกษา องค์ประกอบบางประการที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดนครปฐม พบว่า เจตคติที่มีต่อคณิตศาสตร์เป็นตัวพยากรณ์ที่ดี กล่าวคือ นักเรียนที่มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์มีแนวโน้มว่าจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนคณิตศาสตร์ตามด้วย

วัฒนา หงษ์ภู (วัฒนา หงษ์ภู 2523 : 50 - 51) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ ระหว่างเจตคติทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น ประถมปีที่ 6 ได้พบว่า เจตคติทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงมีเจตคติทางคณิตศาสตร์ แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

สุริยะ ชัยประมงค์ (สุริยะ ชัยประมงค์ 2524 : 27) ได้ศึกษาพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยการให้ข้อมูลย้อนกลับทันทีและโดยการให้ข้อมูล ย้อนกลับล่าช้า มีพฤติกรรมการเจตคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

เคชา นุ่นพันธ์ (เคชา นุ่นพันธ์ 2525 : 43) ได้ศึกษาเกี่ยวกับเจตคติ ต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยกระบวนการกลุ่มสัมพันธ์ พบว่า กลุ่มควบคุม และกลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างไม่มีนัย สำคัญทางสถิติ

สำหรับในต่างประเทศ การศึกษาวิจัยเกี่ยวกับเจตคติของนักเรียนที่มีต่อ วิชาคณิตศาสตร์ มีผู้วิจัยไว้ดังนี้

แมสแทนทอน (Mastantuono, 1970 : 248) ได้ศึกษาเจตคติต่อวิชาเลขคณิตของนักเรียนเกรด 3 และเกรด 5 จำนวน 602 คน โดยใช้แบบทดสอบสี่ฉบับ ผลปรากฏว่า ค่าสหสัมพันธ์ภายในของแบบทดสอบเจตคติทั้งสี่ฉบับ มีนัยสำคัญที่ระดับ .01 ทั้งระดับชั้นเรียน และเพศ นอกจากนี้ยังกล่าวว่า คะแนนเจตคติต่อวิชาเลขคณิตใช้พยากรณ์ผลการเรียนของนักเรียนได้ด้วย

ฟรานซิส (Francies, 1971 : 1333-A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับเจตคติต่อวิชาเลขคณิต และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 4 และเกรด 6 ในโรงเรียนประถม จำนวน 150 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาเลขคณิตในระดับปานกลาง และระดับสูงมีเจตคติต่อวิชาเลขคณิตดีกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาเลขคณิตในระดับต่ำ นอกจากนี้ยังพบอีกว่านักเรียนเกรด 4 และ เกรด 6 มีเจตคติต่อวิชาเลขคณิตต่าง ๆ กัน โดยนักเรียนเกรด 4 มีเจตคติในเรื่องความรู้สึกส่วนตัวต่อวิชาเลขคณิตดีกว่านักเรียนเกรด 6 และนักเรียนเกรด 6 มีเจตคติในเรื่องความสำคัญของวิชาเลขคณิตดีกว่านักเรียนเกรด 4

บราวน์ และ โฮลซแมน (Brown and Holtzman, 1976 : 4) ได้ศึกษาพบว่า

1. เจตคติในการเรียนกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญ
2. นักเรียนที่มีสติปัญญาเท่าเทียมกัน แต่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกัน เป็นเพราะมีเจตคติและแรงจูงใจในการเรียนแตกต่างกัน
3. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่ที่มีเจตคติไปในทางลบจะได้คะแนนต่ำกว่าระดับคะแนนที่คาดหวัง ส่วนนักเรียนที่มีเจตคติไปในทางบวกต่อวิชาคณิตศาสตร์สามารถทำคะแนนเฉลี่ยได้เหนือกว่าระดับคะแนนเดียวกัน

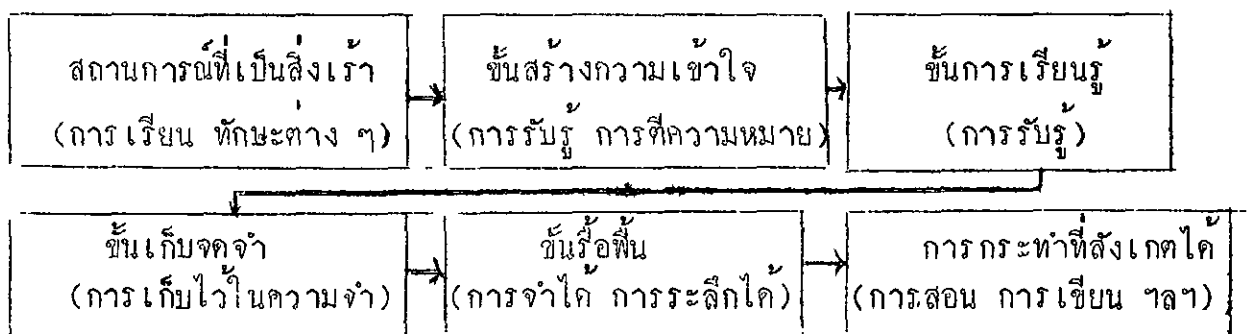
ผู้วิจัยเห็นว่าเจตคติต่อคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่น่าสนใจ ควรจะนำมาศึกษาค้นคว้า เนื่องจากเจตคติเป็นเครื่องบ่งชี้อันหนึ่งของพฤติกรรมอันจะได้นำมาใช้เป็นแนวทางในการเรียนการสอนให้บรรลุจุดมุ่งหมายของหลักสูตร

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนรู้

ความคงทนในการเรียนรู้ (Retention) คือ การคงไว้ซึ่งผลของการเรียน หรือความสามารถที่จะระลึกถึงสิ่งเร้าที่เคยเรียนได้ หลังจากที่ได้ทิ้งไว้ช่วงระยะเวลาหนึ่ง (Adams. 1967 . 9) ความจำเป็นพฤติกรรมภายใน (Convert Behavior) ซึ่งเกิดขึ้นภายในจิต เช่น เกี่ยวกับการรู้สึก การรับรู้ ความชอบ การจินตนาการของมนุษย์ การที่จะจดจำสิ่งเรียนมาน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับกระบวนการเรียนรู้ กาเย (Gagne. 1970 . 70 - 71) อธิบายขั้นตอนของกระบวนการเรียนรู้ และการจดจำไว้ดังนี้

1. ขั้นสร้างความเข้าใจ เป็นขั้นที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจสถานการณ์ที่เป็นสิ่งเร้า
2. ขั้นเรียนรู้ ในขั้นนี้จะมีการเปลี่ยนแปลงเกิดเป็นความสามารถอย่างใหม่
3. ขั้นเก็บไว้ในความจำ คือ การนำเอาส่วนที่เรียนรู้ไปเก็บไว้ในส่วนของความจำ ในช่วงระยะเวลาหนึ่ง—
4. ขั้นการรื้อฟื้น คือการเอาสิ่งที่เรียนไปแล้วและเก็บเอาไว้ นั่นออกมาใช้ในลักษณะของการกระทำที่สังเกตได้

ขั้นตอนต่าง ๆ ที่กล่าวมาแล้วนี้จะเกิดอย่างใกล้เคียงกันมาก การเกิดขั้นที่ 1 และขั้นที่ 2 อาจจะพิจารณารวมกันเป็นสภาพการณ์ของการเรียนรู้ ส่วนขั้นที่ 3 และขั้นที่ 4 เป็นสภาพของการจำ ดังเขียนเป็นแผนภูมิแสดงลำดับกระบวนการในการเรียนรู้ได้ดังนี้



สำหรับความคงทนในการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ สมบูรณ์ สินถาวร (สมบูรณ์ สินถาวร 2521 : 43) ได้ทำการวิจัย พบว่า การทดสอบย่อยทำให้ความคงทนในการเรียนรู้สูงกว่าวิธีการสอนที่ให้ให้นักเรียนฝึกทักษะด้วยการทำแบบฝึกหัด และสูงกว่าวิธีการสอนสิ่งพิมพ์พร้อมอย่างมีนัยสำคัญ แต่ความคงทนในการเรียนรู้ของกลุ่มนักเรียนที่ได้รับจากการสอนโดยวิธีการสอน สิ่งพิมพ์พร้อมกับการสอนที่ให้ให้นักเรียนฝึกทักษะด้วยการทำแบบฝึกหัดแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ ต่อมา รัตนา เชื้ออรัน (รัตนา เชื้ออรัน 2522 : 100) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนที่รู้และไม่รู้จุดมุ่งหมายพฤติกรรมในวิชาคณิตศาสตร์ชั้น ม.ศ. 4 พบว่า ความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการบอก และอธิบายจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการบอกแต่ไม่อธิบายจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม นักเรียนกลุ่มที่ไม่ได้รับการบอก และการอธิบายจุดมุ่งหมายของพฤติกรรม ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติทางด้านการวัดผล ทรงแศกดิ์ นิธิปริชา (ทรงแศกดิ์ นิธิปริชา 2523 : 73) ได้ศึกษากลวิธีที่แตกต่างกันในการสอนเรื่องความสัมพันธ์ และฟังก์ชันสำหรับนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง วิทยาลัยครูบุรีรัมย์ พบว่า ความคงทนของนักเรียนจากวิธีสอนแบบค้นพบ และแบบบรรยาย เมื่อสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้ ศศิธร เล็กสุขศรี (ศศิธร เล็กสุขศรี 2525 : 97) ได้ศึกษาผลของการทดสอบย่อยด้วยข้อสอบอัตนัย และข้อสอบปรนัยที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ปริมาณในการเดา และความคงทนในการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ความคงทนในการเรียนรู้ของกลุ่มที่ได้รับการทดสอบย่อยด้วยข้อสอบอัตนัยกับกลุ่มที่ได้รับการทดสอบย่อยด้วยข้อสอบปรนัยมีความคงทนในการเรียนรู้แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

จากงานวิจัยดังกล่าวจะเห็นว่า มีผู้สนใจศึกษาค้นคว้าถึงวิธีการต่าง ๆ เพื่อที่จะทำให้มีความคงทนในการเรียนรู้ดีขึ้น เพราะในวิชาคณิตศาสตร์จะต้องอาศัยความรู้พื้นฐานต่อเนื่องกันอยู่ตลอดเวลา ดังนั้น ความคงทนในการเรียนรู้ในวิชา

กตัญญูศาสตร์จึงเป็นสิ่งที่สำคัญ และความเป็นมาทุกอย่างหนึ่ง ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาว่า การให้เพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน อย่างอิสระ และไม่มีเพื่อนช่วยสอน ความกระทบ ในการเรียนรู้แตกต่างกันหรือไม่

สมมติฐานในการศึกษาครั้งนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีเพื่อนช่วยสอน อย่างมีแบบแผน อย่างอิสระ และไม่มีเพื่อนช่วยสอนแตกต่างกัน
2. เจตคติต่องานคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีเพื่อนช่วยสอน อย่างมีแบบแผน อย่างอิสระ และไม่มีเพื่อนช่วยสอนแตกต่างกัน
3. ความกระทบในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน อย่างอิสระ และไม่มีเพื่อนช่วยสอนแตกต่างกัน

บทที่ 3

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้านี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2526 โรงเรียนวรนาธิ์เฉลิม อำเภอมือง จังหวัด สงขลา จำนวน 3 ห้องเรียน โดยสุ่มขานจากห้องเรียนทั้งหมด 7 ห้องเรียน แล้วนำมาสุ่มเป็นกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 1 ห้องเรียน โดยมีนักเรียนห้องละ 40 คน กลุ่มทดลองที่ 1 หมายถึงกลุ่มที่มีเพื่อน ช่วยสอนอย่างมีแบบแผน กลุ่มทดลองที่ 2 หมายถึง กลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างอิสระ ส่วนกลุ่มควบคุมเป็นกลุ่มที่ไม่มีเพื่อนเป็นผู้ช่วยสอน สำหรับกลุ่มทดลองแต่ละกลุ่มมี นักเรียนชาย 5 คน หญิง 35 คน กลุ่มควบคุมมีนักเรียนชาย 4 คน หญิง 36 คน

แบบแผนของการทดลอง

แบบแผนของการทดลองเป็นชนิด Randomized Control -Group Pretest -Posttest Design จึงสามารถเขียนแสดงในรูปสัญลักษณ์ได้ดังนี้ (จวน สายยง และ อังกลา สายยง 2524 : 225 - 227)

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
R_1R	T_1	X_a	T_2
R_2C	T_1	X_b	T_2
CR	T_1	—	T_2

เมื่อ	X	คือ การจัดการกระทำ (Treatment)
	T ₁	คือ การสอบก่อนที่จะจัดการทำการทดลอง (Pretest)
	T ₂	คือ การสอบหลังที่จัดการทำการทดลองแล้ว (Posttest)
	R	คือ การกำหนดกลุ่มตัวอย่างแบบสุ่ม (Random assignment)
	C	คือ กลุ่มควบคุม (Control group)
	E	คือ กลุ่มทดลอง (Experimental group)
	E ₁ R	คือ กลุ่มทดลองที่ 1 ที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน
	E ₂ R	คือ กลุ่มทดลองที่ 2 ที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างอิสระ
	CR	คือ กลุ่มควบคุม ที่ไม่มีเพื่อนช่วยสอน

วิธีดำเนินการ

1. การเตรียมการก่อนการทดลองมีดังนี้

1.1 ผู้วิจัยสุ่มห้องเรียนที่ละห้องในห้องที่สุ่มได้เป็นห้องแรกเป็นกลุ่มทดลองที่ 1 ซึ่งเป็นกลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน ห้องที่สุ่มได้เป็นอันดับที่สองเป็นกลุ่มทดลองที่ 2 ซึ่งเป็นกลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างอิสระ และห้องที่สุ่มได้เป็นอันดับสุดท้ายเป็นกลุ่มควบคุม ในแต่ละกลุ่มทดลองแบ่งเป็นกลุ่มย่อย ๆ มีจำนวนกลุ่มละ 5 คน สำหรับให้เพื่อนช่วยสอน นอกเหนือจากเวลาเรียนในชั้น

1.2 ในแต่ละกลุ่มทดลอง ผู้วิจัยร่วมกับครูประจำวิชาคัดเลือกนักเรียน 8 คน ที่จะให้เป็นผู้ช่วยสอนเพื่อน โดยพิจารณาจากระดับคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ ค.011 ภาคเรียนที่ 1 ที่โคะแนนอยู่ในระดับที่ 1 - 8 ในห้องเรียน และเป็นผู้ที่มีบุคลิกลักษณะเหมาะสมที่จะเป็นผู้ช่วยสอนเพื่อนได้ ทั้งทางด้านสติปัญญา มนุษยสัมพันธ์ ลักษณะเป็นผู้นำ ตลอดจนเป็นผู้สมัครใจที่จะช่วยสอนคณิตศาสตร์ให้เพื่อนในกลุ่มได้

1.3 ผู้วิจัยเรียกประชุมนักเรียนที่เป็นผู้ช่วยสอนทั้งหมด 16 คน เพื่อชี้แจงสิ่งที่นักเรียนจะต้องทำ คือ นักเรียนที่เป็นผู้ช่วยสอนในกลุ่มทดลองที่ 1 จะต้องรับ

แผนการช่วยสอนจากผู้วิจัย แล้วนำไปศึกษาให้เข้าใจก่อนนำไปสอนเพื่อน และนักเรียน
ที่เป็นผู้ช่วยสอนในกลุ่มทดลองที่ 2 ผู้วิจัยชี้แนะแนวทางในการช่วยสอนให้เพื่อน และ
ให้หนังสือไว้สำหรับศึกษาค้นคว้าและอ่านประกอบการเรียนในเรื่องที่จะช่วยสอนเพื่อน
หลังจากนั้นแจกแบบแผนการช่วยสอนให้กับนักเรียนที่เป็นผู้ช่วยสอนในกลุ่มทดลองที่ 1

2. การทดสอบก่อนการทดลอง ได้ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง
ฟังก์ชัน ใช้เวลา 1 ชั่วโมง และทดสอบวัดเจตคติต่อคณิตศาสตร์ใช้เวลา 20 นาที

3. การทดลอง ผู้วิจัยสอนเรื่องฟังก์ชัน ให้กับกลุ่มตัวอย่างทั้งสามกลุ่ม
สัปดาห์ละ 4 คาบต่อกลุ่ม นอกจากนี้สำหรับกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มมีการจัดเวลา
พิเศษขึ้น สัปดาห์ละ 2 คาบ เพื่อให้เพื่อนช่วยสอนดังนี้

3.1 กลุ่มทดลองที่ 1 ให้เพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน

3.2 กลุ่มทดลองที่ 2 ให้เพื่อนช่วยสอนอย่างมีอิสระ

รวมเวลาที่นักเรียนแต่ละกลุ่มเรียนตลอดการทดลองคือ 14 คาบ และกลุ่มทดลอง
สองกลุ่มใช้เวลาพิเศษให้เพื่อนช่วยสอนอีกทั้งหมด 7 คาบ

4. หลังการทดลอง

4.1 เมื่อสิ้นสุดการเรียนการสอนให้นักเรียนกลุ่มควบคุม และกลุ่ม
ทดลองทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดเจตคติ
ต่อคณิตศาสตร์ด้วยแบบทดสอบฉบับเดียวกับทดสอบก่อนเรียน

4.2 ต่อมาอีก 2 สัปดาห์หลังการทดลอง ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทาง
การเรียนอีกครั้งด้วยข้อสอบชุดเดิม เพื่อตรวจสอบเกี่ยวกับความคงทนในการเรียนรู้

ระยะเวลาของการทดลอง

ช่วงการทดลองเริ่มตั้งแต่วันที่ 9 มกราคม - 20 กุมภาพันธ์ 2527 โดยมี
กิจกรรมต่าง ๆ ตามลำดับดังต่อไปนี้

9 มกราคม ทดสอบก่อนเรียน

10 มกราคม ถึง 3 กุมภาพันธ์ ผู้วิจัยสอนเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน
ตามปกติในห้องเรียน และการแบ่งกลุ่มให้เพื่อนช่วยสอนในกลุ่มทดลอง

6 กุมภาพันธ์ ทดสอบหลังการเรียน

20 กุมภาพันธ์ ทดสอบความคงทนในการเรียนรู้หลังการทดลอง 2 สัปดาห์

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง

เนื้อหาวิชาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ คือ วิชาคณิตศาสตร์ ค.012 ชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 4 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 กระทรวงศึกษาธิการ /
เรื่องฟังก์ชัน โดยแบ่งเนื้อหาวิชาออกเป็นหน่วยย่อยตามหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์
ค.012 ดังนี้

1. ความหมายของฟังก์ชัน
2. ฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ
3. ฟังก์ชันคอมโพสิท
4. ฟังก์ชันอินเวอร์ส
5. พีชคณิตของฟังก์ชัน

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1. แบบแผนการสอนของครู (ดูรายละเอียดเกี่ยวกับแผนการสอนในภาค
ผนวก ก) ในแต่ละคาบ อาศัยตามหลักเกณฑ์ในคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค.012 ชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 4 ของกระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งแบ่งการสอนเรื่องนี้ออกเป็น 14 คาบ
2. แผนการสอนของนักเรียนช่วยสอนกลุ่มทดลองที่ 1 ในแต่ละคาบที่สอน
เพื่อให้อยู่ในขอบข่ายและแนวทางอย่างเดียวกัน ผู้วิจัยจัดทำขึ้นโดยมีลำดับขั้นของการ
สร้างดังนี้

2.1 ศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับการทำแผนการสอนแบบต่าง ๆ แล้วนำบาคัดแปลงเป็นแนวทางในการทำแผนการสอนของนักเรียนผู้ช่วยสอน ให้เหมาะกับสภาพเนื้อหา และจุดประสงค์ของการเรียน

2.2 สร้างแผนการสอนของนักเรียนผู้ช่วยสอนเป็นคาบ ๆ ในแต่ละคาบ จะประกอบด้วยจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ความคิดรวบยอด เนื้อหา วิธีการสอน และการประเมินผลของแต่ละคาบ

2.3 นำแผนการสอนของนักเรียนผู้ช่วยสอนไปให้ผู้เชี่ยวชาญเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ช่วยตรวจสอบในเรื่องความสอดคล้องของเนื้อหาวิธีการ และจุดมุ่งหมาย

2.4 นำแผนการสอนของนักเรียนผู้ช่วยสอนไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มย่อย เพื่อหาข้อบกพร่อง และปรับปรุงแก้ไข

2.5 นำแผนการสอนของนักเรียนผู้ช่วยสอน (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ค) ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปใช้ในการวิจัยต่อไป

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ค.012 เรื่องฟังก์ชัน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อใช้ประเมินผลการเรียนของนักเรียนก่อนและหลังการเรียนบทเรียน แล้ว มีทั้งหมด 30 ข้อ เป็นแบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก ตัวอย่างเช่น

กำหนดให้ $f(x) = x^2 - 5x + 3$ แล้ว $f(4) - f(-3)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

ก. 2

ข. - 28

ค. - 30

ง. $f(1)$

จ. $f(7)$

คำตอบ ข้อ ข. ถูกต้อง

สำหรับแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มีวิธีดำเนินการสร้างดังต่อไปนี้

3.1 ศึกษาวิธีสร้าง และเทคนิคการสร้างข้อทดสอบที่ดีจากหนังสือ เทคนิคการเขียนข้อสอบของ ชวาล แพร์ทกุล (ชวาล แพร์ทกุล 2520 : 111 - 173) และหนังสือหลักการสร้างและวิเคราะห์ข้อสอบของ วิเชียร เกตุสิงห์ (วิเชียร เกตุสิงห์ 2518 : 1 - 161)

3.2 ผู้วิจัยร่วมกับอาจารย์ผู้สอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 นิสิตรปัญญาโท เอกการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) และนิสิตรปัญญาโท เอกการวัดผลการศึกษา รวม 5 คน ทำการวิเคราะห์หลักสูตร และสร้างตาราง วิเคราะห์หลักสูตรในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ค.012 เรื่องฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

3.3 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชันแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 50 ข้อ โดยยึดตาราง วิเคราะห์หลักสูตร และส่งให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content validity)

3.4 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค.012 ที่สร้างขึ้นไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน แล้ว จำนวน 110 คน ของโรงเรียนมหาวิทยาลัยราชภัฏ บำเหน็จเมือง จังหวัดสงขลา

3.5 นำแบบทดสอบที่นักเรียนทำแล้วมาตรวจให้คะแนน โดยมีเกณฑ์ ให้คะแนนแต่ละข้อดังนี้ คือ ถ้านักเรียนตอบถูกจะได้คะแนน 1 คะแนน ถ้าตอบผิดหรือ เว้นไม่ตอบให้ 0 คะแนน เมื่อตรวจและรวมคะแนนจากการตอบแบบทดสอบเรียบร้อยแล้ว นำผลที่ได้มาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบเป็น รายข้อ โดยใช้หลักการพิชิตกลุ่ม 27 เปอร์เซนต์เป็นกลุ่มสูงและต่ำ เปิดตาราง สำเร็จรูปของ จุง เทห์ ฟาน (Chung-teh Fan. 1952 16 - 32) เพื่อหาความยากง่ายและอำนาจจำแนก แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่ระบับ

ความยากง่ายอยู่ในช่วง .02 - .08 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .02 ขึ้นไป เป็นจำนวน 30 ข้อ หลังจากนั้นรวมคะแนนเฉพาะข้อสอบที่คัดเลือกไว้นำมาหาค่าความเชื่อมั่นแบบคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson) ที่ 20 (KR-20) (จ้วน สายยศ และอังคณา สายยศ 2524 : 169) ซึ่งได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.84 และความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดเป็น 2.31

4. แบบทดสอบวัดเจตคติต่อคณิตศาสตร์ เพื่อใช้วัดเจตคติของนักเรียนก่อน และหลังการเรียนบทเรียนแล้ว ผู้วิจัยได้ใช้แบบทดสอบวัดเจตคติต่อคณิตศาสตร์ของ สมบูรณ์ ชิตพงศ์ (สมบูรณ์ ชิตพงศ์ 2519 : ไม่มีเลขหน้า) จำนวน 20 ข้อ ซึ่งก่อนนี้ผู้วิจัยได้ทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 45 คน หากความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยคำนวณหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α-Coefficient) ได้เท่ากับ 0.82

ตัวอย่าง แบบทดสอบวัดเจตคติต่อคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นแบบมาตราส่วน ถังมาตร 5 ช่วง ดังต่อไปนี้

ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีค่า แก่การศึกษา					
2. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่นักเรียน มากกว่าวิชาอื่น					

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ค่าสถิติพื้นฐาน $\bar{X}$, S^2
2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เจตคติต่อคณิตศาสตร์ และ ความคงทนในการเรียนรู้ของกลุ่มตัวอย่างด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) (อังกฤษ สายยศ 2525 : 133 - 135) สำหรับตัวแปรผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์และเจตคติต่อคณิตศาสตร์นั้นตัวแปรตามเป็นผลการสอบหลังการเรียน และตัวแปรร่วม เป็นผลการสอบก่อนการเรียนและสำหรับความคงทนในการเรียนรู้นั้น ตัวแปรตาม เป็นผลการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ครั้งที่สามและจากการสอนจบสิ้นไปแล้ว 2 สัปดาห์ ส่วนตัวแปรร่วมเป็นคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ที่วัดหลังการเรียน สูตรการคำนวณมีดังนี้

แหล่งตัวแปร	SS	df	MS	F
ระหว่างกลุ่ม (b)	SS_b	k-1	$\frac{SS_b}{df_b}$	$\frac{MS_b}{MS_w}$
ภายในกลุ่ม (w)	SS_w	N-k-1	$\frac{SS_w}{df_w}$	
รวม (t)	SS_t	N-2	—	

เมื่อ N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด
 k แทน จำนวนกลุ่ม
 SS แทน ค่าปรับแล้วของผลบวกกำลังสองของคะแนน
 MS แทน ค่าปรับแล้วของค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของ
 คะแนน

df' แทน จำนวนชั้นแห่งความเป็นอิสระ

F แทน ค่าที่ใช้ในการพิจารณาใน F-distribution

3. ถ้าการทดสอบตามข้อ 2 ให้ผลที่ชี้ว่า ความแตกต่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
ขั้นต่อไปคือ การเปรียบเทียบพหุคูณ ตามวิธีการของ Scheffe' (ผจงจิต อินทสุวรรณ
2526 : 99)

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลจากผลการทดลอง และการแปลความหมายของผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อให้เข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้ใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

N	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด
n	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองแต่ละกลุ่ม
S^2	แทน ความแปรปรวนของคะแนน
$\bar{S}^2$	แทน ค่าปรับแล้วของผลบวกกำลังสองของคะแนน
$M\bar{S}$	แทน ค่าปรับแล้วของค่าเฉลี่ยของผลบวกกำลังสองของคะแนน
df	แทน จำนวนชั้นแห่งความเป็นอิสระ
E_{xy}	แทน ผลบวกของผลคูณภายในกลุ่ม
E_{yy}	แทน ผลบวกของกำลังสองภายในกลุ่ม สำหรับคะแนนชุด y
E_{xx}	แทน ผลบวกกำลังสองภายในกลุ่ม สำหรับคะแนนชุด x
S_c^2	แทน ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนภายในกลุ่ม
กลุ่มทดลองที่ 1	หมายถึง กลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน
กลุ่มทดลองที่ 2	หมายถึง กลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างอิสระ
กลุ่มควบคุม	หมายถึง กลุ่มที่ไม่มีเพื่อนช่วยสอน

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ได้เสนอตามลำดับดังนี้

1. ค่าคะแนนเฉลี่ย และความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เจตคติต่อคณิตศาสตร์ จากการสอบวัดก่อนเรียน หลังเรียน และความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์หลังการทดลอง 2 สัปดาห์ ของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติต่อคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์หลังการทดลอง 2 สัปดาห์ ของนักเรียน กลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม ในกรณีพบว่า ความแตกต่าง มีนัยสำคัญทางสถิติจะทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วทีละคู่ด้วย

ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน

ค่าคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติต่อคณิตศาสตร์ จากการสอบวัดก่อนเรียน หลังเรียน และความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์หลังการทดลอง 2 สัปดาห์ ของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม ผลปรากฏดังในตาราง 1 ตาราง 2 และตาราง 3 ตามลำดับ

ตาราง 1 คะแนนเฉลี่ย และความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จากการสอบวัดก่อนเรียน และหลังเรียนของกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	ก่อนเรียน		หลังเรียน	
	คะแนนเฉลี่ย	ความแปรปรวน	คะแนนเฉลี่ย	ความแปรปรวน
กลุ่มทดลองที่ 1	8.85	4.44	17.55	15.07
กลุ่มทดลองที่ 2	9.35	6.54	16.45	14.87
กลุ่มควบคุม	7.325	3.40	12.15	15.72

จากตาราง แสดงให้เห็นว่า คะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์จากการสอบวัดก่อนเรียนของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่ม
ควบคุม เป็น 8.85 9.35 และ 7.325 ส่วนความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็น 4.44 6.52 และ 3.4 ตามลำดับ สำหรับ
คะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จากการสอบวัดหลังเรียนของ
กลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม เป็น 17.55 16.45 และ
12.15 ส่วนความแปรปรวนเป็น 15.07 14.87 และ 15.72 การที่คะแนน
เฉลี่ยหลังเรียนของทุกกลุ่มมีค่าก่อกว้างต่ำ (ประมาณ 50% ของคะแนนเดิม) เนื่องจาก
นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ปานกลางและต่ำกว่า

✓ ตาราง 2 คะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของเจตคติต่อคณิตศาสตร์จากการวัดก่อน
และหลังเรียนของกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	ก่อนเรียน		หลังเรียน	
	คะแนนเฉลี่ย	ความแปรปรวน	คะแนนเฉลี่ย	ความแปรปรวน
กลุ่มทดลองที่ 1	81.15	57.72	81.9	64.96
กลุ่มทดลองที่ 2	83.125	60.01	83.1	52.14
กลุ่มควบคุม	78.8	32.98	76.8	67.29

จากตาราง แสดงให้เห็นว่า คะแนนเฉลี่ยของเจตคติต่อคณิตศาสตร์ จาก
การสอบวัดก่อนเรียนของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม เป็น
81.15 83.125 และ 78.8 ตามลำดับ ส่วนความแปรปรวนเป็น 57.72
60.01 และ 32.98 จะเห็นว่าก่อนเรียนค่าคะแนนเฉลี่ย และความแปรปรวน
ของเจตคติต่อคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ 2 สูงกว่ากลุ่มทดลองที่ 1 และกลุ่มควบคุม

สำหรับคะแนนเฉลี่ยของเจตคติต่อคณิตศาสตร์จากการสอบวัดหลังเรียนของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุมเป็น 81.9 83.1 76.8 และมีความแปรปรวนของเจตคติต่อคณิตศาสตร์เป็น 64.96 52.14 และ 67.27 ตามลำดับ จะเห็นว่าหลังเรียนกลุ่มทดลองที่ 2 มีค่าคะแนนเฉลี่ยมากกว่ากลุ่มทดลองที่ 1 และกลุ่มควบคุม แต่ความแปรปรวนในกลุ่มควบคุมมีมากกว่ากลุ่มทดลอง

ตาราง 5 คะแนนเฉลี่ย และความแปรปรวนของความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	คะแนนเฉลี่ย	ความแปรปรวน
กลุ่มทดลองที่ 1	17.38	16.96
กลุ่มทดลองที่ 2	16.58	17.12
กลุ่มควบคุม	15.28	15.025

จากตาราง แสดงให้เห็นว่า คะแนนเฉลี่ยของความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม เป็น 17.38 16.58 และ 15.28 ตามลำดับ ส่วนความแปรปรวน เป็น 16.96 17.12 และ 15.025 จะเห็นว่าค่าเฉลี่ยของความคงทนในการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองที่ 1 มากกว่า กลุ่มทดลองที่ 2 และค่าเฉลี่ยของกลุ่มทดลองที่ 2 มากกว่า กลุ่มควบคุม ค่าความแปรปรวนของกลุ่มทดลองที่ 2 มีค่ามากกว่าอีก 2 กลุ่ม

จากการตรวจสอบตาราง 1 เปรียบเทียบกับตาราง 3 เฉพาะผลการทดสอบ
หลังเรียน มีข้อที่น่าสนใจ 2 ประการ คือ

1. ในกลุ่มทดลองที่ 2 ความแปรปรวนของการทดสอบหลังการเรียนต่ำกว่า
ความแปรปรวนของควาบกงหนในการเรียนรู้
2. สำหรับกลุ่มควบคุม คะแนนเฉลี่ยของการทดสอบหลังการเรียนมีค่าน้อย
กว่าคะแนนเฉลี่ยของการสอบวัดความคงทนในการเรียนรู้

การเปรียบเทียบ

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติต่อคณิตศาสตร์
และความคงทนในการเรียนรู้ของคณาจารย์ทั้งการทดลอง 2 กลุ่มของนักเรียน
กลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม และมีความแตกต่าง
ระหว่างค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วที่จะถูก ปรากฏในตาราง 4 - 8 (ผลการตรวจสอบข้อตกลง
เบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมแสดงในตาราง 14 และ 15 ในภาคผนวก ก)

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ 1
กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม ด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม โดยมีคะแนน
ทดสอบก่อนเรียนเป็นค่าปรับรวมผลปรากฏในตาราง 4

ตาราง 4 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม

แหล่งตัวแปร	df	SS	MS	F
ระหว่างกลุ่ม	2	332.97	166.49	13.38
ภายในกลุ่ม	116	1448.15	12.48	
รวม	118	1781.13		

$$p < .05 \text{ เปิดตาราง } .05 \text{ } F_{2,116} = 3.075$$

จากตาราง แสดงให้เห็นว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน อย่างอิสระ และไม่มีเพื่อนช่วยสอน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมุติฐานข้อที่ 1 ที่ตั้งไว้ ดังนั้นจึงได้ทดสอบเพื่อเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็นรายคู่ โดยใช้วิธีการของ เชฟเฟ (Scheffe) ปรากฏผลดังตาราง 5

ตาราง 5 ผลการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วที่ละคู่ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสามกลุ่ม

กลุ่มตัวอย่าง	ค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้ว	กลุ่มทดลองที่ 1 เพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน	กลุ่มทดลองที่ 2 อิสระ	กลุ่มควบคุม
กลุ่มทดลองที่ 1	17.29	-	1.49	6.54 [*]
กลุ่มทดลองที่ 2	15.80	-	-	5.05 [*]

$$p < .05$$

จากตาราง แสดงให้เห็นว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ 1 และกลุ่มทดลองที่ 2 แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นั่นคือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน และอย่างอิสระไม่แตกต่างกัน แต่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 กับกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นั่นคือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอนกับกลุ่มไม่มีเพื่อนช่วยสอนแตกต่างกัน

การเปรียบเทียบเจตคติต่อคณิตศาสตร์ ของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม ด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม โดยมีคะแนนจากการทดสอบวัดเจตคติต่อคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองเป็นตัวแปรร่วม ดังแสดงในตาราง 6

ตาราง 6 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมคะแนนเจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม

แหล่งตัวแปร	df	SS	MS	F
ระหว่างกลุ่ม	2	255.99	127.995	3.93*
ภายในกลุ่ม	116	3777.80	32.57	
รวม	118	4033.79		

* $p < .05$ เปิดตาราง .05 $F_{2,116} = 3.075$

จากตาราง แสดงให้เห็นว่า เจตคติต่อคณิตศาสตร์ที่เรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน อย่างอิสระ และไม่มีเพื่อนช่วยสอน แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 2 ที่ตั้งไว้ ดังนั้น จึงได้ทดสอบเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของเจตคติต่อคณิตศาสตร์เป็นรายคู่ โดยใช้วิธีการของ เชฟเฟ (Scheffe) ปรากฏผลดังตาราง 7

ตาราง 7 ผลการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วที่ละคู่ของเจตคติ
 ทักษะการสื่อสารเรื่องฟังก์ชัน ของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม

กลุ่มตัวอย่าง	ค่าเฉลี่ย ที่ปรับแล้ว	กลุ่มทดลองที่ 1 81.78	กลุ่มทดลองที่ 2 81.50	กลุ่มควบคุม 78.49
กลุ่มทดลองที่ 1	81.78	-	0.28	3.29*
กลุ่มทดลองที่ 2	81.50	-	-	3.01

$$p < .05 \quad .05 \quad F_{2,116} = 3.075$$

จากตาราง แสดงให้เห็นว่า

เจตคติต่อคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ 1 และกลุ่มทดลองที่ 2 แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ นั่นคือ เจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน และอย่างอิสระ ไม่แตกต่างกัน

เจตคติต่อคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ นั่นคือ เจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างอิสระ และไม่มีเพื่อนช่วยสอนไม่แตกต่างกัน

เจตคติต่อคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ 1 และกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นั่นคือ เจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผนแตกต่างกับเจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ไม่มีเพื่อนช่วยสอน

การเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม ด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม โดยมีคะแนนทดสอบหลังเรียนเป็นตัวแปรร่วม ดังแสดงในตาราง 8

ตาราง 8 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมคะแนนความคงทนในการเรียนรู้
คณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่ม
ควบคุม

แหล่งตัวแปร	df	SS	MS	F
ระหว่างกลุ่ม	2	30.35	15.175	1.35
ภายในกลุ่ม	116	1154.53	9.95	
รวม	118	1184.88		

p .05 เปิดตาราง $.05 F_{2,116} = 3.075$

จากตาราง จะเห็นว่า ความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน
ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างไรไม่มี
นัยสำคัญ นั่นคือ นักเรียนที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน อย่างอิสระ และไม่มีเพื่อน
ช่วยสอนมีความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นการศึกษาผลของการให้เพื่อนช่วยสอนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติต่อคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งลำดับขั้นและผลการศึกษารูปได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

เพื่อศึกษาผลของการให้เพื่อนช่วยสอนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติต่อคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

สมมุติฐานในการศึกษาค้นคว้า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีเพื่อนช่วยสอน อย่างมีแบบแผน อย่างอิสระ และไม่มีเพื่อนช่วยสอนแตกต่างกัน
2. เจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีเพื่อนช่วยสอน อย่างมีแบบแผน อย่างอิสระ และไม่มีเพื่อนช่วยสอนแตกต่างกัน
3. ความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีเพื่อนช่วยสอน อย่างมีแบบแผน อย่างอิสระ และไม่มีเพื่อนช่วยสอนแตกต่างกัน

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

1. กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2526 โรงเรียนวรนาธิเฉลิม อำเภอมะนัง จังหวัดสงขลา จำนวน 3 ห้องเรียน จากการสุ่มเป็นกลุ่มทดลอง 2 กลุ่ม กลุ่มละ 40 คน และกลุ่มควบคุม

40 คน กลุ่มทดลองที่ 1 หมายถึง กลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน กลุ่มทดลองที่ 2 หมายถึง กลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างอิสระ ส่วนกลุ่มควบคุมเป็นกลุ่มที่ไม่มีเพื่อนเป็นผู้ช่วยสอน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

2.1 แบบแผนการสอนของครูตามปกติในแต่ละคาบ อาศัยตามหลักเกณฑ์ในคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค.012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของกระทรวงศึกษาธิการ จำนวน 14 คาบ (รายละเอียดภาคผนวก ค)

2.2 แผนการสอนของนักเรียนช่วยสอนเพื่อน ในกลุ่มทดลองที่ 1 ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 7 คาบ (ดูรายละเอียดภาคผนวก ค)

2.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ค.012 เรื่องฟังก์ชันเป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ มีความยากง่ายตั้งแต่ .26 ถึง .77 และมีความจำแนกตั้งแต่ .34 ถึง .75 ค่าของความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ คำนวณโดยใช้สูตร KR-20 เท่ากับ 0.84 และความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดเป็น 2.31

2.4 แบบทดสอบวัดเจตคติต่อคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ใช้แบบทดสอบวัดเจตคติต่อคณิตศาสตร์ของ สมบูรณ์ จิตพวง ซึ่งผู้วิจัยได้ทดลองใช้และคำนวณค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาได้เท่ากับ 0.82

3. การดำเนินการทดลอง การทดลองกระทำในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2526

3.1 ก่อนการทดลอง ได้ทำการทดสอบนักเรียน กลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน และแบบสอบวัดเจตคติต่อคณิตศาสตร์

3.2 การทดลองสอน กลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม ได้รับการสอนเรื่องฟังก์ชันจากผู้วิจัยสัปดาห์ละ 4 คาบ คาบละ 50 นาที จำนวน 14 คาบ ในชั้นเรียนปกติ

เหมือนกัน และกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 มีเพื่อนช่วยสอนในเวลาพิเศษนอกเหนือเวลาเรียนในชั้น สัปดาห์ละ 2 คาบ คาบละ 50 นาที เป็นจำนวน 7 คาบ ในการให้เพื่อนช่วยสอนในแต่ละกลุ่มทดลองแบ่งเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 5 คน ในกลุ่มทดลองที่ 1 ผู้ช่วยสอนได้รับแผนการสอนจากผู้วิจัย กลุ่มทดลองที่ 2 ผู้ช่วยสอนไม่ได้รับแผนการสอน มีความอิสระในการสอน

3.3 เมื่อเสร็จสิ้นการทดลอง ได้ทำการทดสอบนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง ทั้ง 3 กลุ่ม ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน และแบบสอบวัดเจตคติต่อคณิตศาสตร์ชุดเดียวกันกับที่ทดสอบก่อนการทดลอง ต่อมาอีก 2 สัปดาห์ หลังการทดลอง ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอีกครั้งด้วยข้อสอบชุดเดิม เพื่อหาความคงทนในการเรียนรู้ แล้วนำผลที่ได้มาวิเคราะห์

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

4.1 หากค่าคะแนนเฉลี่ย และความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ เจตคติต่อคณิตศาสตร์ จากการสอบวัดก่อนเรียนหลังเรียน และความคงทนในการเรียนรู้นักคณิตศาสตร์หลังการทดลอง 2 สัปดาห์ ของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม

4.2 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติต่อคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้นักคณิตศาสตร์หลังการทดลอง 2 สัปดาห์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสามกลุ่ม ด้วยการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม ถ้าพบว่ามี ความแตกต่างกันแล้วจะทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วทีละคู่

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีเพื่อนช่วยสอน อย่างมีแบบแผน อย่างอิสระ และไม่มีเพื่อนช่วยสอนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน และอย่างอิสระ แตกต่างจากกลุ่มที่ไม่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน และอย่างอิสระ ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

3. เจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน อย่างอิสระ และไม่มีเพื่อนช่วยสอน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. เจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน และอย่างอิสระ ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เช่นเดียวกับกลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างอิสระ และไม่มีเพื่อนช่วยสอน ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่เจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน และไม่มีเพื่อนช่วยสอน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. ความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน อย่างอิสระ และไม่มีเพื่อนช่วยสอน ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

ผลการทดลองปรากฏดังที่กล่าวมาแล้ว ต่อไปนี้เป็นข้ออภิปรายถึงผลการทดลองเรียงตามลำดับตัวแปรที่ศึกษา

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องฟังก์ชัน ที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน และอย่างอิสระ ไม่แตกต่างกัน แต่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน อย่างอิสระ แตกต่างจากผลการเรียนของนักเรียนที่ไม่มีเพื่อนช่วยสอน ทั้งนี้อาจจะเป็นผลเนื่องมาจากสาเหตุดังนี้คือ

1.1 การมีเพื่อนช่วยสอน ทำให้นักเรียนมีเวลาเรียนเพิ่มมากขึ้น เพราะ
ว่านักเรียนเหล่านี้ใช้เวลาเรียนโดยมีเพื่อนช่วยสอนสัปดาห์ละ 2 คาบ ในช่วงเวลาที่
เพิ่มชื่อนักเรียนที่มีเพื่อนช่วยสอนมีโอกาสได้ซักถามจากเพื่อน และทบทวนด้วยตนเอง
ทำให้มีโอกาสเข้าใจสิ่งที่เรียนมากขึ้น

1.2 การเรียนที่มีเพื่อนช่วยสอน มีการแบ่งกลุ่มย่อยทำให้มีการซักถาม
ภายในกลุ่มได้ทั่วถึง และมีความร่วมมือกันภายในกลุ่ม สำหรับกลุ่มที่ไม่มีเพื่อนช่วยสอน
ไม่ได้แบ่งกลุ่มย่อย การซักถามเพื่อนมีน้อย

1.3 กลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอน ผู้วิจัยได้คัดเลือกนักเรียนที่เป็นผู้ช่วยสอน
เพื่อน และผู้ได้รับการสอนในกลุ่มย่อยก็เป็นไปโดยความสมัครใจ ดังนั้นการช่วยเหลือ
ด้านการเรียนการสอนจึงเป็นไปด้วยดี และผู้ช่วยสอนเพื่อนมีความรับผิดชอบในการให้
คำแนะนำเพื่อนในกลุ่ม

1.4 นักเรียนที่เป็นผู้ช่วยสอน ต้องใช้เวลาเตรียมการสอน ต้องพยายาม
ทำความเข้าใจกับบทเรียนให้ลึกซึ้งและละเอียดถี่ถ้วน เพื่อที่จะได้สามารถถ่ายทอด
ความรู้เป็นคำพูดตนเองให้เพื่อน ๆ ในกลุ่มเข้าใจ ความพยายามดังกล่าวมีผลทำให้
นักเรียนเหล่านี้ทำข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันได้สูงกว่า
นักเรียนคนอื่น ๆ ความแตกต่างนี้เห็นได้ชัดเจนในตาราง 15 ในภาคผนวก ก

ผลการศึกษานี้สอดคล้องกับการศึกษาของ ทรงสถิต กิตติคุณวัจนะ
(ทรงสถิต กิตติคุณวัจนะ 2521 : 154) ที่ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภาษาอังกฤษ
ของการให้เพื่อนสอนกันเอง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา
2521 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งในกรุงเทพฯ จำนวน 84 คน เป็นนักเรียนหญิง 43 คน
นักเรียนชาย 41 คน ผลการศึกษาพบว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์วิชาภาษาอังกฤษในกลุ่ม
ให้เพื่อนสอนสูงกว่าคะแนนของนักเรียนในกลุ่มที่ไม่มีเพื่อนสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
และสอดคล้องกับการศึกษาของ ไลบลีค (Liebllich, 1976 . 680 - 681 - A)
ที่ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทักษะคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์
ต่ำ จากการใช้บทเรียนสำเร็จรูป โดยมีเพื่อนเป็นผู้ช่วยสอนกับการเรียนซ้ำด้วยตนเอง
(Self Relearning) ผลปรากฏว่ามีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างกลุ่มทดลอง

และกลุ่มควบคุม และพบว่านักเรียนที่มีเพื่อนเป็นผู้ช่วยสอนให้ผลในการเรียนรู้ดีกว่า นอกจากนี้สอดคล้องกับผลการศึกษาของ แมคเคตัน (McKethan, 1982 : 710-A) ที่ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักศึกษาชั้นปีที่ 1 ในมหาวิทยาลัยลินคอล์น ที่ได้รับการช่วยสอนจากเพื่อน และไม่ได้รับการสอนจากเพื่อน ผลปรากฏว่า กลุ่มที่ได้รับการสอนจากเพื่อน และไม่ได้รับการสอนจากเพื่อน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ในการศึกษารั้งนี้และผลการวิจัยอื่นที่ได้กล่าวมาแล้วทำให้สรุปได้ว่ามีอิทธิพลของผู้ช่วยสอนหรือผู้นำ ในกลุ่มการเรียน ทำให้ผลการเรียนของนักเรียนดีกว่า ให้นักเรียนทางกนทางหาความเข้าใจบทเรียนเอง

2. ผลของการศึกษาทางงานเจตคติต่อคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่มีเพื่อนช่วยสอน อย่างมีแบบแผน อย่างอิสระ และไม่มีเพื่อนช่วยสอนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และเมื่อทดสอบความแตกต่างระหว่างกาเฉลี่ยที่ปรับแล้วที่จะดูของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม ปรากฏว่า กลุ่มทดลองที่ 1 แตกต่างจากกลุ่มควบคุม แมวากลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุมจะไม่แตกต่างกันอย่างชัดเจน แต่มีแนวโน้มว่าต่างกัน จึงทำให้สรุปได้ว่ามีอิทธิพลของเพื่อนช่วยสอนอยู่ ทำให้นักเรียนมีความรู้สึกต่อวิชาคณิตศาสตร์ดีกว่าไม่มีเพื่อนช่วยสอน และการที่กลุ่มทดลองที่ 1 แตกต่างจากกลุ่มควบคุมอย่างมาคนั้น น่าจะเป็นเพราะเพื่อนที่ช่วยสอนเตรียมตัวมาดี มีแบบแผนในการสอนอย่างดี การเรียงลำดับการสอนก็ดีกว่า ฉะนั้นจึงเป็นการง่ายสำหรับเพื่อนที่รับฟังจะทำความเข้าใจ ทำให้มีความรู้สึกที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

ผลการศึกษาในคานนี้เท่าที่ปรากฏ มีการศึกษาของแมคเคตัน (McKethan, 1982 : 710 A) ที่ไ้ศึกษาเปรียบเทียบเจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นปีที่ 1 ในมหาวิทยาลัยลินคอล์นที่ได้รับการช่วยสอนจากเพื่อน และไม่ได้รับการช่วยสอนจากเพื่อน โดยนักเรียนที่เป็นผู้ช่วยสอนได้รับการฝึกให้ช่วยสอนเป็นเวลา 2 สัปดาห์ พบว่าเจตคติต่อคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มควบคุม และกลุ่มทดลองแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ แต่ทั้งนี้เนื่องจากเป็นการวิจัยกับนักศึกษาต่างประเทศ และในระดับมหาวิทยาลัย

3. ผลของการศึกษาทางด้านความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน อย่างอิสระ และไม่มีเพื่อนช่วยสอน แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 - เมื่อพิจารณาตาราง 1 และตาราง 3 ซึ่งแสดงคะแนนเฉลี่ยของผลการสอบหลังการเรียน และความคงทนในการเรียนรู้หลังการทดลอง 2 สัปดาห์ พบว่า ลำดับของคะแนนเฉลี่ยของทั้งสามกลุ่มคงเดิม คือ เรียงจากกลุ่มทดลองที่ 1 สูงสุด กลุ่มทดลองที่ 2 รองลงมา และกลุ่มควบคุมเป็นอันดับสุดท้าย แต่มีข้อน่าสังเกตว่า กลุ่มควบคุมซึ่งเดิมมีคะแนนเฉลี่ยเป็น 12.5 นั้น คะแนนเฉลี่ยอันเป็นผลของการสอบความคงทนในการเรียนรู้หลังการทดลอง 2 สัปดาห์เพิ่มขึ้นมาเป็น 15.28 การเพิ่มนี้มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (ดูตาราง 12 ในภาคผนวก ก) ผู้วิจัยได้สืบหาข้อมูลเพื่ออธิบายการเพิ่มของคะแนนในครั้งนี้ พบว่า ในช่วง 2 สัปดาห์ อันเป็นระยะเวลาระหว่างการสอบหลังเรียน และสอบวัดความคงทนในการเรียนรู้นั้น นักเรียนที่เรียนอ่อน เตรียมตัวดูหนังสือสอบซ่อม ดังนั้นคะแนนการเพิ่มนี้จึงเป็นผลมาจากการเตรียมตัวของนักเรียนดังกล่าว ซึ่งอยู่นอกเหนือการควบคุมของผู้วิจัย

จากการตรวจสอบคะแนนผลการสอบข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล ได้พบว่ามีนักเรียน 14 คน ที่ได้คะแนนต่ำกว่า 10 ในจำนวนนี้มีนักเรียนถึง 5 คน ที่ได้คะแนนเพิ่มขึ้นมาเป็น 16 - 19 คะแนน อีก 7 คน เพิ่มขึ้นเป็น 11 - 15 คะแนน และมีเพียง 2 คนเท่านั้นที่คะแนนลดลง 1 คะแนน แสดงให้เห็นว่านักเรียนที่ได้คะแนนน้อยเหล่านี้ปรับปรุงตัวเองขึ้นเป็นกรณีพิเศษ เพื่อเตรียมตัวสอบดังกล่าว

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

การจัดให้มีเพื่อนช่วยสอนเป็นสิ่งที่ควรปฏิบัติ ทำให้ทั้งนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติที่ดีว่าการไม่จัดให้มีเพื่อนช่วยสอน และการจัดให้มีเพื่อนช่วยสอนนั้นถ้าครูเตรียมแผนการสอนไว้ให้จะทำให้ได้รับผลดียิ่งกว่าให้นักเรียนช่วยสอนอย่างเป็นอิสระ

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

2.1 ควรจะศึกษาความแตกต่างระหว่างการมีเพื่อนช่วยสอน และการศึกษาด้วยตนเอง โดยใช้เวลาเท่ากัน เพื่อจะได้ทราบอิทธิพลของของการมีเพื่อนช่วยสอน และการพบทวนด้วยตนเองเมื่อความคุมเวลาแล้ว

2.2 ควรจะศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่มีความถนัดทางการเรียนต่างกัน ในการเรียนที่มีเพื่อนช่วยสอน และการเรียนซ้ำด้วยตนเอง จากสื่อการเรียนที่มีอยู่แล้ว เช่น โมดูล หรือแบบเรียนสำเร็จรูป เป็นต้น

2.3 ควรจะศึกษามูลของการให้เพื่อนช่วยสอน ที่มีอัตราส่วนของผู้ช่วยสอนกับผู้ได้รับการช่วยสอนเป็นอัตรา 1 ต่อ 1 1 ต่อ 3 และ 1 ต่อ 5 ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และตัวแปรอื่น ๆ

2.4 ในการศึกษาผลของการให้เพื่อนช่วยสอน ควรจะศึกษาเกี่ยวกับตัวแปรอื่น ๆ เช่น เพศ เจตคติของผู้ช่วยสอน และผู้ได้รับการสอน ความรับผิดชอบของผู้ช่วยสอน เป็นต้น

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

กรรมการดำเนินงานระหว่างชาติ, คณะ "ข้อสรุปผลการวิเคราะห์ข้อมูลและ
การแปลความ" ใน การสำรวจปัญหาและเจตคติของครูในเอเชียที่มีต่อการ
ใช้นวัตกรรมการเรียนการสอนระดับประถมศึกษา หน้า 13 - 89 จงเจริญการพิมพ์
2520

ชาวล แพทย์กุล เทคนิคการเขียนข้อทดสอบ โรงพิมพ์คุรุสภา 2520, 407 หน้า
ช่อแก้ว โภคสุภัทร์ การศึกษาลักษณะพฤติกรรมการเรียนและความสนใจในวิชาหลัก
ภาษาไทยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำที่เรียน
โดยวิธีการให้นักเรียนสอนกันเอง ปรินิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร 2525, 122 หน้า อัดสำเนา

ชูชีพ อ่อนโคกสูง เอกสารประกอบการสอนวิชาจิตวิทยาการศึกษา วรวิธิการพิมพ์
2518, 209 หน้า

เชิดศักดิ์ โฆวาสินธุ์ การวัดทัศนคติและบุคลิกภาพ สำนักงานทดสอบทางการศึกษา
และจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2520, 132 หน้า

เคชา นุ่นพันธุ์ ผลของการสอนโดยกระบวนการกลุ่มสัมพันธ์ในด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
ความภูมิใจในตนเอง และทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
ปรินิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2525,
156 หน้า อัดสำเนา

ทรงศักดิ์ นิธิปรีชา การศึกษากลวิธีที่แตกต่างกันในการสอนเรื่องความสัมพันธ์และ
ฟังก์ชันสำหรับนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง วิทยาลัยครูบุรีรัมย์
วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ 2523, 192 หน้า อัดสำเนา

ทรงสถิต กิตติคุณวัจนะ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของการให้นักเรียนสอนกันเอง
วิทยานิพนธ์ ค.ม. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2522, 59 หน้า อัดสำเนา

นิพนธ์ สุขปรีดี วารสารทางวิชาการ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

บางแสน หน้า 2 มิถุนายน - ตุลาคม 2525

ประคินันท์ อุปรมย์ "จิตวิทยาเกี่ยวกับผู้เรียนในระบบการเรียนการสอน" วิทยาการ
การสอน เล่ม 1 หน้า 337 มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช รุ่งศิลป์การพิมพ์
2525

ประภาเพ็ญ สุวรรณ ทัศนคติ : การวัด การเปลี่ยนแปลง และพฤติกรรมอนามัย

ไทยวัฒนาพานิช 2520, 143 หน้า

✓ ปรีชา วิเทศวิทยานุศาสตร์ การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชา
ทักษะอ่าน 2 ด้วยชุดการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเป็นกลุ่ม
โดยครูเป็นผู้ดำเนินการ นักเรียนผู้ช่วยสอนเป็นผู้ดำเนินการ และนักเรียนผู้ช่วยสอน
กับครูรวมเป็นผู้ดำเนินการ ปรินญาณันท์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร 2524, 144 หน้า อัดสำเนา

ผจงจิต อินทสุวรรณ "การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม" วิจัยและวัดผล'26

หน้า 99 ภาควิชาพื้นฐานการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ประสานมิตร 2526

พรรณทิพย์ ม้ามณี การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ในระดับมัธยมศึกษา โรงพิมพ์สารศึกษา
2520, 105 หน้า

✓ พรณี เกษกมล การร่วมมือ-การแข่งขันที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และ
ความคิดสร้างสรรค์ ปรินญาณันท์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ประสานมิตร 2522, 76 หน้า อัดสำเนา

✓ เพชรสุภา เพชรใส การทดลองการให้คำปรึกษามนุษย์ในการปรับพฤติกรรมก้าวร้าว
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปรินญาณันท์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร 2525, 126 หน้า อัดสำเนา

บุณิน ภิพิชกุล การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ บริษัทการพิมพ์ 2524, 514 หน้า

- ✓ เยาวภา เทศะคุปต์ ทฤษฎีกระบวนการกลุ่มสัมพันธ์สำหรับการสอนในระดับประถมศึกษา
 วิทยานิพนธ์ ค.ม. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2517, 297 หน้า อัดสำเนา
- ✓ รัตนา) เชื้อรีน การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และความคงทนของความรู้ของนักเรียน
ที่รู้ และไม่รู้จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมในวิชาคณิตศาสตร์ชั้น ม.ศ. 4 วิทยานิพนธ์
 ศศ.ม. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ 2523, 100 หน้า อัดสำเนา
- ✓ ลาววัลย์ พลกล้า "การวัดสิ่งแวดล้อมและห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์" การสอนคณิตศาสตร์
เล่ม 2 หน้า 561 มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
 2526
- ล้วน สายยศ และ อังคนา สายยศ หลักการวิจัยทางการศึกษา พิมพ์ครั้งที่ 2
 ทวีกิจการพิมพ์ 2524, 289 หน้า
- ✓ วิเชียร เกตุสิงห์ คู่มือการสร้างและวิเคราะห์ข้อสอบ โอเคียนการพิมพ์ 2518,
 164 หน้า
- ✓ วัฒนา หงษ์ภู ความสัมพันธ์ระหว่างทัศนคติทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดการบริหารส่วนจังหวัดฉะเชิงเทรา
 วิทยานิพนธ์ ค.ม. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2523, 93 หน้า อัดสำเนา
- ✓ ศศิธร) เล็กสุขศรี ผลของการทดสอบย่อยด้วยข้อสอบอัตนัย และข้อสอบปรนัยที่มีต่อ
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ปริมาณการเคา และความคงทนในการเรียนรู้ในวิชา
คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปรินญาพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 ประดิษฐ์มิตร 2525, 97 หน้า อัดสำเนา
- ศึกษาธิการ, กระทรวง กรมวิชาการ บทคัดย่อรายงานการวิจัยทางการศึกษาของ
กระทรวงศึกษาธิการ 2519 - 2524 โรงพิมพ์การศาสนา 2523, 195 หน้า
- ศึกษาธิการ, กระทรวง คู่มือการบริหารการใช้หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย
พุทธศักราช 2524 อมรินทร์การพิมพ์ 2526, 202 หน้า

ศึกษาธิการ, กระทรวง คู่มือการประเมินผลการเรียนตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย

พุทธศักราช 2524 โรงพิมพ์การศาสนา 2523, 111 หน้า

_____ คู่มือวิชาคณิตศาสตร์ ก. 012 โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว 2524, 121 หน้า

_____ หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก. 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (ม. 4)

โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว 2524, 174 หน้า

สมชาติ เทกแย้ม พฤติกรรมการสอนด้านการใช้อุปกรณ์การสอนและด้านทักษะทั่วไป

ของครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดกรุงเทพมหานคร

ปริญญาณิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2522,

55 หน้า อัดสำเนา

สมบูรณ์ ชิตพงศ์ การประเมินผลหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4

ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ปริญญาณิพนธ์ กศ.ค.

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2519, 119 หน้า อัดสำเนา

สมบูรณ์ ดินदार ผลของการทำแบบฝึกหัด การทดสอบย่อย และการสอนสิ่งที่ยากพร้อม

ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ปริญญาณิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัย

ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2521, 52 หน้า

สานนท์ ฉายศรีศิริ องค์ประกอบบางประการที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดนครปฐม ปริญญาณิพนธ์ กศ.ม.

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2522, 103 หน้า อัดสำเนา

สุริยะ ชัยประมงค์ การศึกษาผลของการใช้ข้อมูลย้อนกลับที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ในการเรียน

วิชาคณิตศาสตร์และพฤติกรรมด้านความสนใจ ทักษะคิด ความวิตกกังวล ของนักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปริญญาณิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ประสานมิตร 2524, 82 หน้า อัดสำเนา

สุเทพ มุตรกันหา การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
ความคิดสร้างสรรค์ การยอมรับตนเอง และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
ของนักเรียนประถมปีที่ 7 และมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปรินญาณพนธ์ กศ.ม.

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2517, 83 หน้า อัดสำเนา
สุวัฒน์ นิยมคำ "การเพิ่มคุณภาพของการเรียนรู้ จากการสอนทำได้อจริงหรือ"

ศึกษาศาสตร์สาร 1 : 4 - 13 มกราคม - มีนาคม 2520

อังคณา สายยศ "การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม" วิจัยและวิวัฒ 25

หน้า 131 - 135 ภาควิชาที่ฐานการศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2525

อุไรวรรณ อินทรีย์ "จะจัดการศึกษาเพื่อสนองความต้องการของบุคคลได้อย่างไร"

ศึกษาศาสตร์ 1 : 26 - 28 มกราคม - เมษายน 2520

Allen, Verman L. and others. "Research on Children
Tutoring Children : A Critical Review," Review of
Education Research. 46 . 355 - 380, Summer, 1976.

Allport, Gardon W. "Attitude," in C. Murchison. ed.
Handbook of Social Psychology. Clark University
Press, Mass, 1935. 1226 p.

August, Diane Louise. "The Effects of Peer Tutoring on
the Second Language Acquisition of Hispanic Elementary
School Children," Dissertation Abstracts. 43 : 98-A,
July, 1982.

Bierman, Karen Linon and Wyndol Furman. "Affects of Role
and Assignment Rationale on Attitudes Formed During
Peer Tutoring," Journal of Educational Psychology.
73 33 - 40, 1980.

Brown, William Henry. "Elementary School Peer Tutoring
in Mathematical Verbal Problem Solving," Dissertation
Abstracts. 42 1457-A, October, 1981.

Brown, William F. and Wayne H. Holtzman. SSHA Manual
Survey of Study Habits and Attitudes. New York,
Psychological Corporation, 1976.

Ehly, Stewart W. and Stephen C. Larsen. "Peer Tutoring to Individualize Instruction," The Elementary School Journal. p. 475 - 480, May, 1976.

Fan, Chung Teh. Item Analysis Table. Educational Testing Service, Princeton, New Jersey, 1952. 32 p.

Francies, Hallie Davis. "Arithmetic Attitudes and Arithmetic Achievement of Fourth and Sixth Grade Students in Urban Poverty-Area Elementary Schools," Dissertation Abstracts. 32 : 1533-A, September, 1971.

✓ Gagne, R.M. "The Condition of Learning," ed. New York Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1970. 409p.

Galter, Andrew Nick. "Significant Variables of Short-Term Tutoring," Dissertation Abstracts. 29 : 146-A, July, 1968.

Good, Carter V. Dictionary of Education. Prepared Under the Auspices of Phi Delta Kappa 2nd, New York, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1963.

Hassett, John J. "Peer Tutoring in New York City High School," Journal of Educational Psychology. 44 : 77-78, April, 1974.

Liebligh, Gerald Steward. "Peer Tutoring and Academic Success," Dissertation Abstracts. 38 : 680-A, August, 1977.

Mastantuono, A.K. "An Examination of Four Arithmetic Attitude Scale," Dissertation Abstracts. 32:248-A, 1970.

McKethan, Lillian Dolores. "An Attitudinal and Achievement Comparison of Mathematics Deficient Lincoln University Freshmen Resulting from Structured Peer Tutoring Versus No Peer Tutoring in Mathematics," Dissertation Abstracts. 43 : 710-A, September, 1982.

Poalitto, Diana Pritchard. "The Effect of Cross-Age Tutoring on Adolescence : An Inquiry into Theoretical Assumptions," Review of Educational Research. 46 : 215 - 237, 1976.

- Roddy, Joy Ann. "Integrating Normal and Severely Handicapped Children Using a Peer Tutoring Approach," Dissertation Abstracts. 41 4362-A, April, 1981.
- Shafer, Elizabeth Clover. "Academic Effectiveness of Ability Grouping and A Student Tutoring-Counseling Program at Madison College," Dissertation Abstracts. 30 554-A, July, 1969.
- Sivasailam, Thiagarajan. "Madras System Revised A New Structure for Peer Tutoring," Educational Technology. P. 10 - 15, December, 1972.
- Thurstone, L.L. Attitude Theory and Measurement. New York, John Wiley and Sons, Inc., 1967.
- Triandis, Harry C. Attitude an Attitude Change. p. 3, New York, John Wiley and Sons, Inc., 1971.
- Young, Carolyn. "Team Learning," The Arithmetic Teacher. 19 · 630 - 634, Deceber, 1972.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

การวิเคราะห์ข้อมูล

ตาราง 9 แสดงค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบ
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน

ข้อ	p	r	ข้อ	p	r
1	.77	.45	16	.48	.62
2	.79	.46	17	.48	.37
3	.69	.74	18	.34	.65
4	.72	.71	19	.70	.60
5	.78	.37	20	.36	.53
6	.77	.47	21	.57	.75
7	.79	.43	22	.26	.53
8	.46	.47	23	.65	.66
9	.52	.43	24	.27	.37
10	.43	.48	25	.41	.67
11	.34	.40	26	.72	.57
12	.50	.46	27	.31	.34
13	.52	.62	28	.75	.67
14	.56	.64	29	.46	.28
15	.52	.62	30	.52	.30

ตาราง 10 แสดงค่า p ค่า q และค่า pq ของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ข้อที่	p	$q = 1 - p$	pq	ข้อที่	p	q	pq
1	.75	.25	.19	16	.52	.48	.25
2	.85	.15	.13	17	.39	.61	.24
3	.68	.32	.22	18	.34	.66	.22
4	.72	.28	.20	19	.69	.31	.21
5	.83	.17	.14	20	.40	.60	.24
6	.84	.16	.13	21	.65	.35	.23
7	.85	.15	.13	22	.23	.77	.18
8	.40	.60	.24	23	.69	.31	.21
9	.58	.42	.24	24	.24	.76	.18
10	.41	.59	.24	25	.45	.54	.24
11	.34	.66	.22	26	.81	.19	.15
12	.60	.40	.24	27	.29	.71	.21
13	.58	.42	.24	28	.64	.36	.23
14	.57	.43	.25	29	.41	.59	.24
15	.49	.51	.25	30	.47	.53	.25

$$\sum p q = 6.34$$

ตาราง 11 แสดงค่าความแปรปรวนของคะแนนจากการสอบนักเรียน 110 คน*

X	f	fX	X ²	fX ²	X	f	fX	X ²	fX ²
5	1	5	25	25	24	4	96	576	2304
6	1	6	36	36	25	3	75	625	1875
7	2	14	49	98	26	3	78	676	2028
8	3	24	64	192	27	1	27	729	729
9	4	36	81	324	28	3	84	784	2352
10	4	40	100	400	29	1	29	841	841
11	8	88	121	968	30	1	30	900	900
12	1	12	144	144	110	1931			37521
13	6	78	169	1014					
14	4	56	196	784					
15	5	75	225	1125					
16	5	80	256	1280					
17	6	102	289	1734					
18	7	126	324	2268					
19	9	171	361	3249					
20	8	160	400	3200					
21	8	168	441	3528					
22	5	110	484	2420					
23	7	161	529	3703					

$$\begin{aligned}
 S^2 &= \frac{N \sum (fX^2) - (\sum fX)^2}{N(N-1)} \\
 &= \frac{110(37521) - 3728761}{110 \times 109} \\
 &= \frac{398549}{11990} \\
 &= 33.24 \\
 S &= 5.77
 \end{aligned}$$

เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของเครื่องมือวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

$$\begin{aligned}
 r_{tt} &= \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S^2} \right] \\
 &= \frac{30}{29} \left[1 - \frac{6.34}{33.24} \right] \\
 &= 0.84
 \end{aligned}$$

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันฉบับนี้มีค่าเท่ากับ 0.84

ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

$$\begin{aligned}
 S_e &= S \sqrt{1 - r_{tt}} \\
 &= 5.77 \sqrt{1 - 0.84} \\
 &= (5.77) (0.4) \\
 &= 2.31
 \end{aligned}$$

ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด = 2.31

การหาความเชื่อมั่นของข้อสอบวัดเจตคติต่อคณิตศาสตร์

S_t^2 คือ คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือทั้งฉบับ

$$\text{จากสูตร } S_t^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N - 1)}$$

แทนค่า

$$\begin{aligned} S_t^2 &= \frac{45(291249) - (3605)^2}{45 \times 44} \\ &= \frac{13106205 - 12996025}{1980} \\ &= 55.65 \end{aligned}$$

n คือ จำนวนข้อของเครื่องมือวัด

$$n = 20$$

$$\sum_{i=1}^{20} S_i^2 = 12.3$$

α ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร } \alpha &= \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right\} \\ &= \frac{20}{19} \left\{ 1 - \frac{12.3}{55.65} \right\} \\ &= \frac{20}{19} \{ 1 - 0.22 \} \\ &= 0.82 \end{aligned}$$

ตาราง 12 เปรียบเทียบคะแนนทดสอบหลังเรียนกับความคงทนในการเรียนรู้ของ
กลุ่มควบคุม

ค่าสถิติ	หลังการทดลอง	ความคงทน	t
$\bar{X}$	12.15	15.28	4.84*
S^2	15.72	15.025	

$$t_{.05} (df = 39) = 2.021$$

มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เพื่อตรวจสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนก่อนและหลังการเรียนเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงและความคงทนในการเรียนรู้มีความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนหลังการเรียนกับคะแนนความคงทนในการเรียนรู้หลังการทดลอง 2 สัปดาห์ เป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงตามข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม ดังผลแสดงในตาราง 13

ตาราง 13 ผลการทดสอบความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติต่อคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม

ตัวแปรตาม	E_{xy}	E_{xx}	S_e^2	F
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	432.05	560.975	12.48	26.66 ^{**}
เจตคติต่อคณิตศาสตร์	4479.5	5877.88	32.56	104.85 ^{**}
ความคงทนในการเรียนรู้	1223.5	1968.15	9.95	76.44 ^{**}

$$p < .01 \quad .01 \quad F_{1,116} = 6.878$$

จากตาราง ค่าอัตราส่วน F ทั้ง 3 ค่า มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 จึงสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนก่อน และหลังการเรียนเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง และความคงทนในการเรียนรู้ มีความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนหลังการเรียนกับคะแนนความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงแสดงว่าข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมที่ว่า ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสองนั้นเป็นเชิงเส้นตรง เป็นจริง

เพื่อตรวจสอบการเท่ากับของโค้งเส้นถดถอยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เจตคติต่อคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้ของกลุ่มตัวอย่างว่าเป็นไปตาม
ข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม ดังผลแสดงในตาราง 14

ตาราง 14 ผลการทดสอบการเท่ากับของโค้งเส้นถดถอยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เจตคติต่อคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้ ของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่ม
ทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม

ตัวแปรตาม	S_1	S_2	$J-1$	$J(n-2)$	F
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	1.71	1446.44	2	114	0.067
เจตคติต่อคณิตศาสตร์	5.95	3770.85	2	114	0.09
ความคงทนในการเรียนรู้	36.59	1117.94	2	114	1.87

$$p < .05 \quad .05 \quad F_{2,114} = 3.078$$

จากตาราง ค่าอัตราส่วน F ทั้ง 3 ค่า ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ จึงสรุปได้ว่า
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เจตคติต่อคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้ในแต่ละ
ตัวแปรตามมีโค้งของเส้นถดถอยของทั้งสามกลุ่มเท่ากัน ซึ่งแสดงว่าข้อตกลงเบื้องต้น
ของการวิเคราะห์ตัวแปรร่วมที่ว่า โค้งของเส้นถดถอยต้องเท่ากันในทุกกลุ่มเป็นจริง
สำหรับข้อมูลชุดนี้

ตาราง 15 แสดงค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนสอบก่อนและหลังการเรียน
ของนักเรียนผู้ช่วยสอนและนักเรียนที่ได้รับการช่วยสอนในแต่ละกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลองที่	นักเรียน	สถิติพื้นฐาน	ก่อนเรียน	หลังเรียน
1	ผู้ช่วยสอน (n = 8)	$\bar{X}$ s^2	8.625 14.55	22.625 8.55
	ผู้รับการ ช่วยสอน (n = 32)	$\bar{X}$ s^2	8.59 4.70	16.28 8.72
2	ผู้ช่วยสอน (n = 8)	$\bar{X}$ s^2	10.625 8.84	21.625 2.55
	ผู้รับการ ช่วยสอน (n = 32)	$\bar{X}$ s^2	9.03 5.71	15.16 9.49

ตาราง 16 เปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการเรียนของนักเรียน
ที่เป็นผู้ช่วยสอนและนักเรียนที่ได้รับการช่วยสอนในแต่ละกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลองที่	นักเรียน ผู้ช่วยสอน		นักเรียนที่ได้รับการช่วยสอน		t
	$\bar{X}$	s^2	$\bar{X}$	s^2	
1	22.625	8.55	16.25	8.72	5.44 ^{***1}
2	21.625	2.55	15.16	19.49	8.24 ^{***2}

$$p < .001$$

$$1. df = 38 \quad t = 3.57$$

$$2. df = 22 \quad t = 3.792$$

ภาคผนวก ข
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
แบบทดสอบวัด เจตคติต่อนคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน

คำอธิบาย

1. แบบทดสอบนี้มี 30 ข้อ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง
2. แบบทดสอบนี้เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบทั้งหมด ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว จากข้อ ก, ข, ค, ง หรือ จ โดยทำเครื่องหมายกากบาท (X) ในข้อที่ต้องการในกระดาษคำตอบ
3. ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบใหม่ เช่นเปลี่ยนจากข้อ ข เป็นข้อ ง ให้ทำดังนี้

ก	ข	ค	ง	จ
()	(X)	()	(X)	()
4. แบบทดสอบแต่ละข้อจะมีคำตอบถูกเพียงคำตอบเดียว ข้อใดที่นักเรียนขีดตอบมากกว่า 1 คำตอบ ข้อนั้นจะถือว่าผิด และไม่ให้คะแนน
5. ห้ามเขียนข้อความใด ๆ ลงในแบบทดสอบนี้ ถ้าต้องการทศเลขให้ใช้ด้านหลังของกระดาษคำตอบ

1. ความสัมพันธ์ในข้อใดไม่เป็นฟังก์ชัน

ก. $\{(x, y)/y = \sqrt{16-x^2}\}$

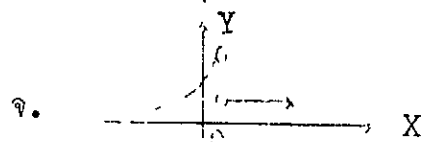
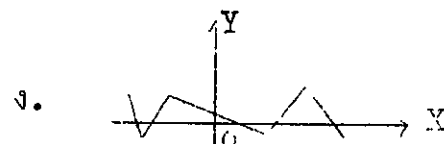
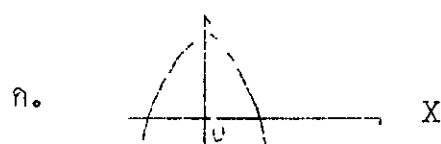
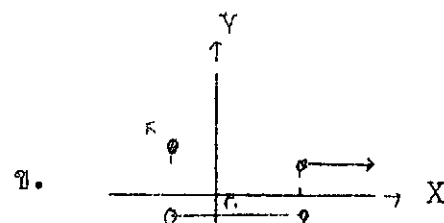
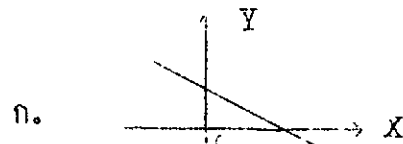
ข. $\{(x, y)/x=y\}$

ค. $\{(x, y)/y = \frac{1}{x}\}$

ง. $\{(x, y)/x=0\}$

จ. $\{(x, y)/y = |x|\}$

2. กราฟข้อใดไม่เป็นฟังก์ชัน



3. จงหาโดเมนของ $\{(x, y)/y = \frac{1-\sqrt{x}}{x}\}$

ก. $\{x/x \neq 0\}$

ข. $\{x/x > 0\}$

ค. $\{x/0 \leq x \leq 1\}$

ง. $\{x/x \in \mathbb{R}\}$

จ. $\{x/x \geq 0\}$

4. ความสัมพันธ์ในข้อใดที่เป็นฟังก์ชัน 1-1

ก. $\{(x, y)/x=3\}$

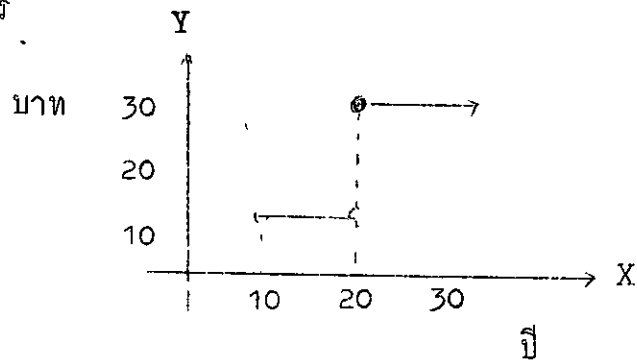
ข. $\{(x, y)/y = -2\}$

ค. $\{(x, y)/y = x^2\}$

ง. $\{(x, y)/y = 4 - x\}$

จ. $\{(x, y)/y = 5 - x^2\}$

5. กราฟแสดงอัตราค่าเช่าชมดนตรี โดยแกน x แทนอายุของผู้ซื้อบัตร แกน y แทนราคาบัตร



จากกราฟผู้เข้าชมคนตรีที่มีอายุ 60 ปี ต้องเสียค่าบัตรเข้าชมคนตรีเป็นกี่เท่า
ของผู้เข้าชมที่มีอายุ 15 ปี

- [illegible]

6. ค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน $f(x) = 2x^2 + 8x - 1$ คือ

- | | | | |
|----|----|----|----|
| ဂ. | -1 | ဈ. | -8 |
| ဃ. | -9 | ည. | 9 |
| ဇ. | 7 | | |

7. ถ้า $f(x) = x^2 - 5x + 3$ แล้ว $f(4) - f(-3)$ มีค่าเท่ากับ

- | | |
|-----------|-----------|
| ဂ. $f(1)$ | ဇ. $f(7)$ |
| ဃ. -28 | ဈ. -10 |
| ည. 2 | |

8. ถ้า $f(x) = 2x^2 - 11x + 14$ แล้วข้อใดเป็นจริง
- ฟังก์ชันมีค่าเป็นบวกเสมอ เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ
 - ฟังก์ชันมีค่าเป็นลบเสมอ เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ
 - ฟังก์ชันมีค่าเท่ากับ 0 เมื่อ $2 < x < 3.5$
 - ฟังก์ชันมีค่าเท่ากับ 0 เมื่อ $x > 3.5$ หรือ $x < 2$
 - ฟังก์ชันมีค่าน้อยกว่า 0 เมื่อ $2 < x < 3.5$
9. ผลบวกของเลขจำนวนหนึ่งกับห้าเท่าของอีกจำนวนหนึ่งมีค่าเท่ากับ 120 ผลคูณของเลขสองจำนวนนี้จะมีค่ามากที่สุด เท่ากับ
- 360
 - 600
 - 720
 - 1200
 - 3600
10. ฟังก์ชันที่กำหนดเงื่อนไขให้ดังต่อไปนี้ ข้อใดที่ไม่ใช่ฟังก์ชันพีชคณิต
- $f(x) = x^5 + 3x^2 + \frac{1}{2}x - 3$
 - $f(x) = x + 7$
 - $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$
 - $f(x) = 5^x$
 - $f(x) = 10$
11. ถ้า $f(a) = a + 1$ และ $g(a) = a^2 - 1$ จงหาค่าของ a เมื่อ $g(f(a)) = 8$
- 4, 2
 - 2, 4
 - $-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}$
 - จำนวนจริงทุกจำนวน
 - ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

12. กำหนดให้

$$f = \{(m,1), (n,3), (p,2)\}$$

$$g = \{(1,6), (2,0), (3,6)\}$$

$g \circ f$ คือฟังก์ชันใด

ก. $\{(1,m), (3,n), (p,2)\}$

ข. $\{(6,1), (6,2), (6,3)\}$

ค. $\{(6,m), (6,n), (0,p)\}$

ง. $\{(m,6), (n,0), (p,6)\}$

จ. $\{(m,6), (n,6), (p,0)\}$

13. ฟังก์ชันแต่ละข้อต่อไปนี้ คู่ใดที่หา $g \circ f$ ไม่ได้

ก. $f(x) = 2x$

ข. $f(x) = x$

$g(x) = x^2$

$g(x) = \sqrt{x}$

ค. $f(x) = x$

ง. $f = \{(1,2), (3,4), (5,4)\}$

$g(x) = (x+2)^2$

$g = \{(2,4), (4,8), (8,12)\}$

จ. ข้อ ก. กับข้อ ค. ถูก

14. ถ้า $f(x) = 2$, $g(x) = 3x - 5$, $h(x) = x^2$

จะได้ว่า $h \circ (g \circ f)(10)$ มีค่า

ก. 1

ข. 2

ค. 7

ง. 10

จ. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

15. ให้ $f = \{(x, y)/y = \sqrt{x-5}\}$ ข้อใดคือ f^{-1}

ก. $\{(x, y)/y = (x+5)^2, x \geq -5\}$ ข. $\{(x, y)/y = x^2+25\}$

ค. $\{(x, y)/y = \sqrt{x} + 5\}$ ง. $\{(x, y)/y = \sqrt{x+5}\}$

จ. $\{(x, y)/y = (x-5)^2\}$

16. พังก์ชันในข้อใดไม่มีฟังก์ชันอินเวอร์ส

ก. $\{(x, y)/y = \frac{1}{x-2}\}$ ข. $\{(x, y)/y = x\}$

ค. $\{(x, y)/y = x^2\}$ ง. $\{(x, y)/y = x^3\}$

จ. ไม่มีข้อถูก

17. ให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 3, 4, 5\}$ $f = \{(1, 1), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$
แล้วข้อความใดถูก

ก. f^{-1} of เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B

ข. $f \circ f$ เป็นฟังก์ชันจาก A ไป A

ค. f^{-1} of เป็นฟังก์ชันจาก A ไป A

ง. $f \circ f^{-1}$ เป็นฟังก์ชันจาก B ไป A

จ. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

21. กำหนดให้ $f(x) = 4x - 1$ และ $g(x) = x + 2$
ความสัมพันธ์ใดระหว่างฟังก์ชันทั้งสองที่ไม่ใช่ฟังก์ชัน 1-1

ก. $f+g$

ข. $f-g$

ค. $f \circ g$

ง. $f \cap g$

จ. $g \circ f$

22. จงหาเรนจ์ของ $f + g$ เมื่อกำหนดให้

$$f = \{(x, y) / y = x^2 + x - 2, -3 \leq x \leq 2\}$$

$$g = \{(x, y) / y = x^2 - 2x - 1, -2 \leq x \leq 4\}$$

ก. $\{x / -5 \leq x \leq 7\}$

ข. $\{x / -2 \leq x \leq 2\}$

ค. $\{x / -2 \leq x \leq 7\}$

ง. $\{x / \frac{23}{8} \leq x \leq 7\}$

จ. $\{x / \frac{-25}{8} \leq x \leq 7\}$

23. กำหนดให้ $f(x) = 3x + 1$ และ $g(x) = \sqrt{x}$

โดเมนของ $\frac{f}{g}$ คือข้อใด

ก. $\{x / x > 0\}$

ข. $\{x / x \geq 0\}$

ค. $\{x / x \neq 0\}$

ง. $\{x / x < 0\}$

จ. $\{x / x \leq 0\}$

24. ข้อใดเป็นคำขอบที่ถูกต้อง

ข้อความ ถ้า f และ g เป็นฟังก์ชัน โดเมนของ $f+g$, $f-g$, $f \circ g$
และ $\frac{f}{g}$ จะเท่ากัน

เหตุผล เพราะโดเมนของฟังก์ชันพหุคูณระหว่าง f กับ g เท่ากับ $D_f \cap D_g$

ก. ข้อความถูก เหตุผลถูก และสนับสนุนกัน

ข. ข้อความถูก เหตุผลถูก แต่ไม่สนับสนุนกัน

ก. ข้อความถูก แต่เหตุผลผิด

จ. ข้อความผิด และเหตุผลผิด

25. ถ้า $f = \frac{1}{3}(x, y)/2x - 3y = 1$,

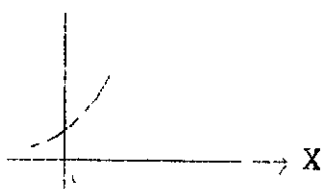
ก. $y = x$

ค. $y = \frac{1}{3}(6x^2 - x - 1)$

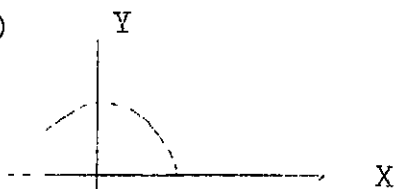
จ. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

26. กราฟใดที่เป็นฟังก์ชัน

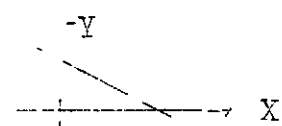
a)



c)



e)



ก. กราฟ a, c

ค. กราฟ e, d

จ. กราฟ a, e

27. ถ้ากำหนดให้ $f(x^2 + 2x - 1) = x^2 + 2x + 8$

แล้วค่าของ $f(-5)$ เท่ากับ

ก. 0

ค. 4

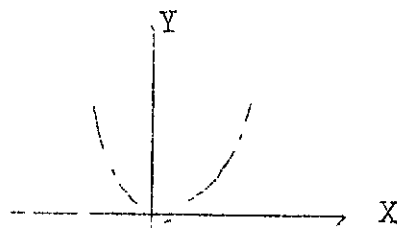
จ. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

ง. ข้อความผิด แต่เหตุผลถูก

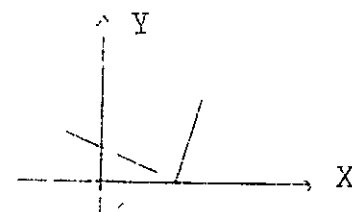
ข. $y = \frac{2x-1}{3}$

ง. $y = \frac{1}{6}(6x^2 - x - 1)$

b)



d)



ข. กราฟ b, c

ง. กราฟ b, d

ข. 2

ง. 7

28. ถ้า $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = 0$

แล้ว $f \circ (f^{-1} \circ g)$ คือเซตใด

ก. $\{(x, y) / y = 0\}$

ข. $\{(x, y) / y = x\}$

ค. $\{(x, y) / y = \frac{x-1}{2}\}$

ง. $\{(x, y) / y = 4x + 2\}$

จ. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

29. ถ้า $f(x) = 4x + 1$ และ $g(x) = x - 4$

ค่าของ $(f^{-1} \circ g^{-1})(x)$ เท่ากับ

ก. $(g \circ f)(x)$

ข. $(f \circ g)^{-1}(x)$

ค. $(g \circ f)^{-1}(x)$

ง. $(g^{-1} \circ f^{-1})(x)$

จ. $(g \circ f^{-1})(x)$

30. ข้อใดที่ถูกต้อง

ก. $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ เป็นฟังก์ชันเดียวกับ $g(x) = x + 2$

ข. ถ้า $f(x) = 3x^2 - 2x - 5$, $g(x) = |2x|$

แล้ว $(g \circ f)(x) \geq 0$ เสมอ

ค. ถ้า $f(x) = 3x + 1$ เมื่อ $0 \leq x < 1$

แล้ว $D_f^{-1} = \{x/1 < x < 4\}$

ง. ถ้า $f(x) = 4 + 3x$ แล้ว $f(-2) = (f \circ f)(-2)$

จ. ถูกทั้งข้อ ข. และข้อ ง.

แบบทดสอบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

คำชี้แจง ให้นักเรียนขีดเครื่องหมาย ✓ หลังข้อนั้นในช่องที่แสดงว่านักเรียนมีความรู้สึก "เห็นด้วยอย่างยิ่ง, เห็นด้วย, ไม่น่าใจ, ไม่เห็นด้วย, ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง" ตามความรู้สึกที่เป็นจริงเฉพาะตัวของท่าน

	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่น่าใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยิ่ง เรียนยิ่งน่าสนใจ					
2. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เนื้อหา ไม่ยาก					
3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ น่าเรียนมากกว่าวิชาอื่น ๆ					
4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ควร บังคับเรียนในทุกระดับ					
5. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เรียน ด้วยความสะดวกสบาย					
6. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เรียน รู้ได้อย่างกว้างขวาง					
7. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีค่า ควรแก่การศึกษา					
8. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่น่าจะ ใช้เวลาเรียนให้มากกว่านี้					

	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
9. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ส่งเสริม ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์					
10. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สามารถ นำไปใช้ในวิถีชีวิตประจำวันได้					
11. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยในการ พัฒนาสมอง					
12. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ทันสมัย และก้าวหน้าอยู่เสมอ					
13. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ทำให้ มนุษย์มีเหตุผลมากขึ้น					
14. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เรียนแล้ว มีความรู้สึกลึกซึ้งภูมิใจ					
15. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นที่ ยอมรับมานานแล้ว					
16. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเนื้อหา ซึ่งท้าทายความถนัดมนุษย์					
17. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็น รากฐานสำคัญในการเรียน วิทยาศาสตร์					

	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย ไม่แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
18. กลิตศาสตร์เป็นวิชาที่สร้าง ความมั่นใจให้กับผู้เรียน				
19. กลิตศาสตร์เป็นวิชาที่ก่นดลาค เรียนได้อย่างรวดเร็ว				
20. กลิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มี รากฐานทางความคิดอยู่ใน ระดับสูง				

ภาคผนวก ค

แผนการสอน

โครงการสอนของครู

- ตอนที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน
- ตอนที่ 2 ความหมายของฟังก์ชัน (กราฟของฟังก์ชัน)
- ตอนที่ 3 โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน
- ตอนที่ 4 ลักษณะของฟังก์ชัน
- ตอนที่ 5 การหาค่าฟังก์ชันและการเขียนฟังก์ชัน
- ตอนที่ 6,7 ฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ
- ตอนที่ 8 ฟังก์ชันควอดราติก การเขียนกราฟและการหาค่าต่ำสุด สูงสุด
- ตอนที่ 9 การหาเซตคำตอบของอสมการกำลังสองโดยการเขียนกราฟ
- ตอนที่ 10 ฟังก์ชันคอมโพสิท
- ตอนที่ 11 ฟังก์ชันอินเวอร์ส
- ตอนที่ 12 ฟังก์ชันอินเวอร์ส (ต่อ)
- ตอนที่ 13 ฟังก์ชันพีชคณิตฟังก์ชัน
- ตอนที่ 14 การเขียนกราฟฟังก์ชันพีชคณิตฟังก์ชัน

พื้นฐานความรู้ก่อนเรียนเรื่องฟังก์ชัน

- 1. เซต
- 2. ระบบจำนวนจริง
- 3. ความสัมพันธ์
- 4. เส้นตรง

ภาพที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน

จุดประสงค์

เมื่อเรียนจบในคาบนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. เขียนนิยามของฟังก์ชันได้อย่างถูกต้อง
2. บอกได้ถูกต้องว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ทั้งในรูปแบบภาพ แจกแจง

สมาชิก และบอกเงื่อนไขเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

เนื้อหา

ฟังก์ชันคือความสัมพันธ์ซึ่งในสองคู่ลำดับใด ๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

กิจกรรมการเรียนรู้

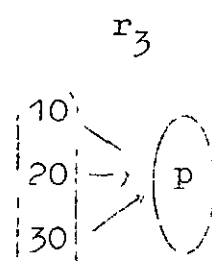
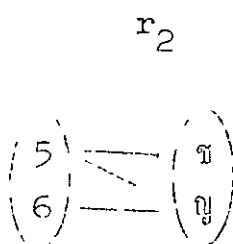
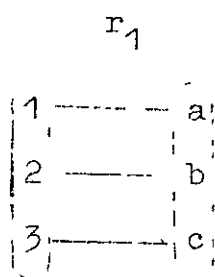
1. กรูทบทวนเรื่องความสัมพันธ์ให้นักเรียนยกตัวอย่างความสัมพันธ์ที่เขียนในรูปแบบแจกแจงสมาชิก 3 - 4 ความสัมพันธ์ เช่น

$$r_1 = \{(1, a), (2, b), (3, c)\}$$

$$r_2 = \{(5, ข), (6, ข), (5, ง)\}$$

$$r_3 = \{(10, p), (20, p), (30, p)\}$$

2. กรูเขียนแผนภาพการจับคู่ระหว่างสมาชิกของโดเมนกับสมาชิกของเรนจ์ของความสัมพันธ์ที่ยกมา เพื่อให้นักเรียนพิจารณาการจับคู่สมาชิก เช่น



จากแผนภาพที่แสดง กรูบอกว่ r_1, r_3 เป็นฟังก์ชัน r_2 ไม่เป็นฟังก์ชัน กรู
ยกตัวอย่างความสัมพันธ์อีก 4 - 5 ความสัมพันธ์ ให้นักเรียนพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชัน
หรือไม่

3. กรูและนักเรียนช่วยกันสรุปนิยามของฟังก์ชัน

4. ให้นักเรียนช่วยกันพิจารณาความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิกและแผนภาพ
ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด เช่น

$\{(1,3), (2,3), (4,5)\}$ เป็นฟังก์ชัน เพราะไม่มีคู่ลำดับใดที่สมาชิก
ตัวหน้าเหมือนกัน แล้วสมาชิกตัวหลังต่างกัน (หรือตามนิยามของฟังก์ชัน)

$\{(1,3), (2,5), (4,5)\}$ เป็นฟังก์ชัน เพราะไม่มีคู่ลำดับใดที่สมาชิก
ตัวหน้าเหมือนกัน แล้วสมาชิกตัวหลังต่างกัน

$\{(1,a), (12,a), (13,a), (14,b), (15,b)\}$ เป็นฟังก์ชัน เพราะ
ไม่มีคู่ลำดับใดที่สมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แล้วสมาชิกตัวหลังต่างกัน

$\{(8,10), (8,7), (18,10), (19,3)\}$ ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ
(8,10), (8,7) มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังต่างกัน

5. ให้นักเรียนยกตัวอย่างความสัมพันธ์แบบบอกเงื่อนไข แล้วพิจารณาว่า
เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด เช่น

$$r_1 = \{(x,y) \mid y = 2x + 1\}$$

$$r_2 = \{(x,y) \mid y = x^2\}$$

$$r_3 = \{(x,y) \mid y = x\}$$

จะได้ r_1, r_2 เป็นฟังก์ชัน เพราะไม่มีคู่ลำดับใดที่สมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แล้ว
สมาชิกตัวหลังต่างกัน

r_3 ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะมีคู่ลำดับที่สมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แล้วสมาชิกตัว
หลังต่างกัน เช่น (1,1), (1,-1)

6. กรุณามักเรียนเพื่อให้สรุปทฤษฎีในการหาความสัมพันธ์แบบบอกเงื่อนไขว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยพิจารณา $(x,y) \in r$ และ $(x,z) \in r$ ถ้าสรุปได้ว่า $y = z$ แสดงว่าความสัมพันธ์ r เป็นฟังก์ชัน แต่ถ้ามีอย่างน้อย 1 คู่ ที่ $y \neq z$ แสดงว่าความสัมพันธ์ r ไม่เป็นฟังก์ชัน

7. สรุปโดยให้นักเรียนช่วยกันคำตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

$$r_1 = \{(1,a), (2,a), (3,b)\}$$

$$r_2 = \{(5,2), (4,3), (6,1), (2,5), (3,4), (1,6)\}$$

$$r_3 = \{(1,a), (1,b), (1,c), (1,d)\}$$

$$r_4 = \{(x,y) \mid y = x + 3\}$$

$$r_5 = \{(x,y) \mid y^2 = x + 1\}$$

8. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้

ความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะเหตุใด

$$1. \{(1,a), (2,b), (3,b), (5,c)\}$$

$$2. \{(1,a), (2,b), (3,c), (4,d), (4,e)\}$$

$$3. \{(1,a), (2,a), (3,a), (4,a)\}$$

$$4. \{(x,y) \in A \times A \mid y \geq x, \quad A = \{1,2,3\}\}$$

$$5. \{(x,y) \in B \times B \mid y = x - 2\}, \quad B = \{-2, -1, 0\}$$

$$6. \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = 3\}$$

$$7. \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = -2\}$$

$$8. \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{x}\}$$

$$9. \{(x,y) \in A \times B \mid y < x : A = \{0,1\}, B = \{-1,1\}\}$$

$$10. \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } x \geq 0 \\ -1 & \text{เมื่อ } x < 0 \end{cases}\}$$

คาบที่ 2 ความหมายของฟังก์ชัน (กราฟของฟังก์ชัน)

จุดประสงค์

1. เมื่อกำหนดกราฟของความสัมพันธ์มาให้ นักเรียนสามารถบอกได้ว่าเป็นกราฟของฟังก์ชันหรือไม่
2. นักเรียนสามารถตรวจสอบว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยกราฟของความสัมพันธ์

เนื้อหา

กราฟของฟังก์ชัน คือกราฟของความสัมพันธ์ ซึ่งในสองคู่ลำดับใด ๆ ของกราฟความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

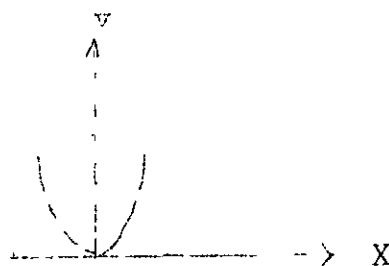
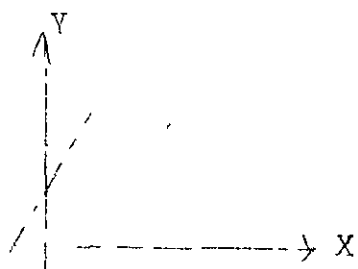
การพิจารณาว่ากราฟของความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชันหรือไม่ พิจารณาจากการลากเส้นในแนวตั้งตัดกราฟ ถ้าตัดได้เกินหนึ่งจุด แสดงว่าไม่เป็นฟังก์ชัน

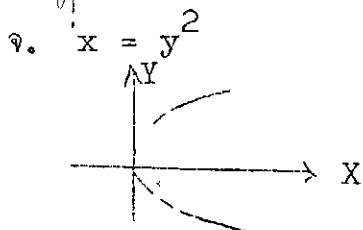
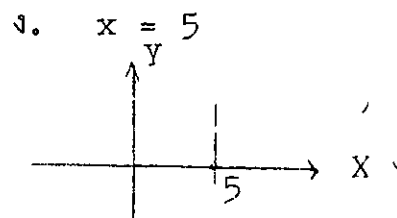
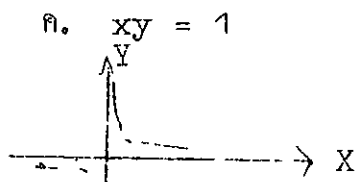
กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูซักถามนักเรียนทบทวนเกี่ยวกับนิยามของฟังก์ชัน การพิจารณาความสัมพันธ์ในรูปแจกแจงสมาชิก และในรูปแบบบอกเงื่อนไข ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่
2. ครูให้นักเรียนเขียนกราฟของความสัมพันธ์ในกระดานดำ

ก. $y = 2x + 1$

ข. $y = x^2$





จากความสัมพันธ์จะได้ว่า ก, ข, ค เป็นฟังก์ชัน

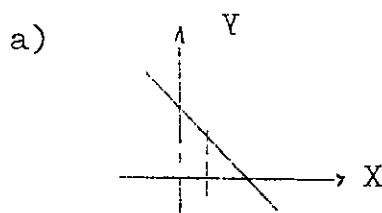
และ ง, จ ไม่เป็นฟังก์ชัน

3. ให้นักเรียนร่วมกันหาหลักเกณฑ์ในการพิจารณาจากกราฟว่า ความสัมพันธ์ใดเป็นฟังก์ชันหรือไม่

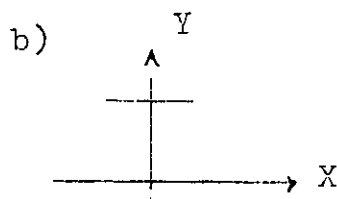
จะสรุปได้ว่า เมื่อลากเส้นขนานกับแกน y แล้ว ถ้ามีเส้นขนานอย่างน้อยหนึ่งเส้นที่ตัดกราฟของความสัมพันธ์มากกว่าหนึ่งจุด ความสัมพันธ์นั้นไม่เป็นฟังก์ชัน ทั้งนี้เพราะจุดตัดเหล่านั้นมีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังต่างกัน กล่าวคือ มี (x, y) และ (x, z) ที่เป็นสมาชิกของความสัมพันธ์ โดยที่ $y \neq z$ แต่ถ้าไม่ปีเส้นขนานกับแกน y เส้นใดเลยที่ตัดกราฟมากกว่าหนึ่งจุด สรุปได้ว่าความสัมพันธ์นั้นเป็นฟังก์ชัน

4. ให้ตัวอย่าง

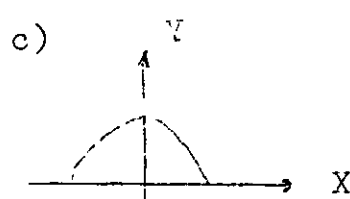
จงตรวจสอบว่ากราฟต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่



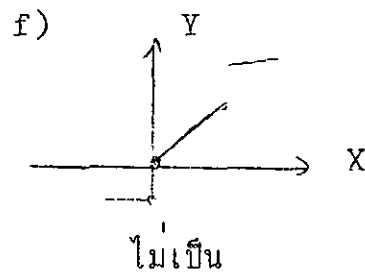
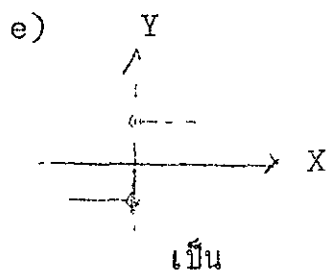
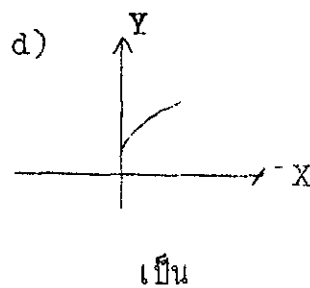
เป็น



เป็น



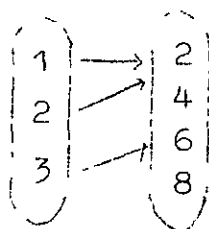
เป็น



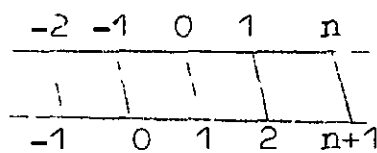
5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด

จากแผนภาพหรือกราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้ จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ในข้อใดบ้างที่เป็นฟังก์ชันและข้อใดบ้างที่ไม่เป็นฟังก์ชัน

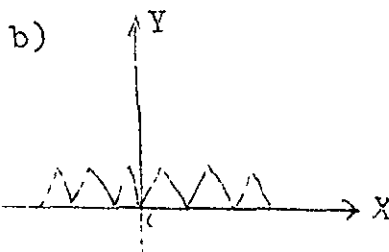
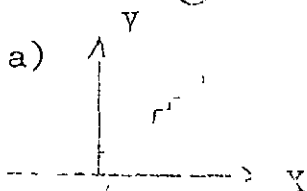
1)



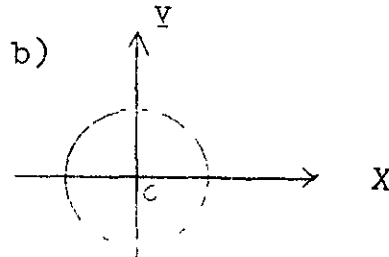
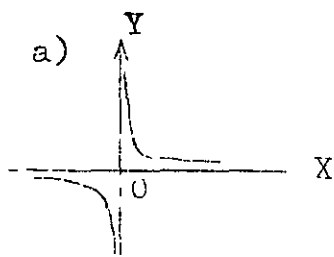
2)



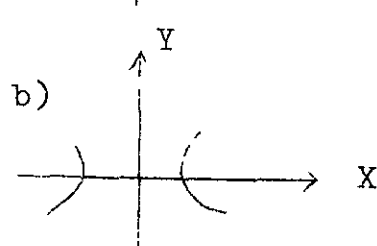
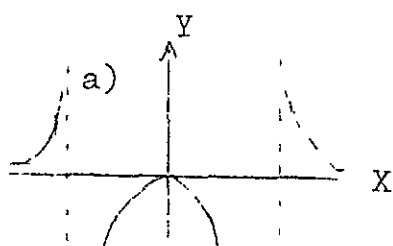
3)



4)



5)



คาบที่ 3 โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

จุดประสงค์

เมื่อนักเรียนเรียนจบในคาบนี้แล้ว สามารถหาค่าโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

เนื้อหา

ถ้า f เป็นฟังก์ชัน

โดเมนของฟังก์ชัน f หมายถึง เซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่ลำดับใน f เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ D_f

เรนจ์ของฟังก์ชัน f หมายถึง เซตของสมาชิกตัวหลังของคู่ลำดับในฟังก์ชัน f เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ R_f

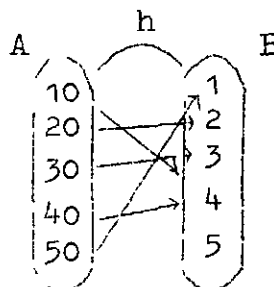
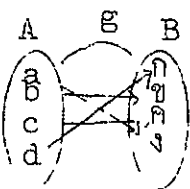
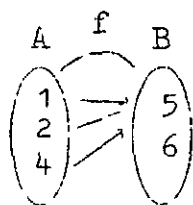
กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูพบทวนการหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วให้นักเรียนบอกความหมายของโดเมนของความสัมพันธ์ และเรนจ์ของความสัมพันธ์ แล้วครูอธิบายว่าในทำนองเดียวกันเนื่องจากฟังก์ชันเป็นความสัมพันธ์ ดังนั้นการหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันทำได้ เช่นเดียวกับการหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

$$\begin{aligned}\text{เช่น } f_1 &= \{(1,2), (3,4), (5,6)\} \\ f_2 &= \{(3,5), (6,5), (4,5)\} \\ f_3 &= \{(3,6), (4,8), (2,6)\}\end{aligned}$$

ให้นักเรียนหา $D_{f_1}, R_{f_1}, D_{f_2}, R_{f_2}, D_{f_3}, R_{f_3}$

2. ครูเขียนแผนภาพแสดงการจับคู่ของคู่ลำดับ แล้วให้นักเรียนหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน เช่น



ให้นักเรียนหา $D_f, R_f, D_g, R_g, D_h, R_h$

3. กรุอธิบายและให้ตัวอย่างการหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่เขียนอยู่ในรูปแบบบอกเงื่อนไข

ตัวอย่างที่ 1 ถ้า $f = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid y = x^2 + 1, x < 6\}$ จงหา D_f, R_f

ตัวอย่างที่ 2 ถ้า $f = \{(x, y) \mid y = 2x + 1\}$ และ $D_f = \{x \mid x < 10\}$ จงหา R_f

ตัวอย่างที่ 3 จงหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

ก. $y = |x + 1|$

ข. $y = 2x + 1$

ค. $y = \sqrt{x^2 + 1}$

ง. $y = \sqrt{1 - x^2}$

จ. $y = \frac{1}{x}$

4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด

1. กำหนดให้ $x = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ จงหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้ใน $U \times U$ พร้อมทั้งเขียนกราฟด้วย

1) $f(x) = 2x - 3$

2) $f(x) = 2x$

3) $y = 2x^2$

4) $f = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 25\}$

2. ถ้า $h(x) = x^2 - 6$ และโดเมนของ h คือ $\{x \mid -4 \leq x \leq 3\}$ จงหาเรนจ์ของ h

3. จงหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

1) $y = x^2$

2) $y = \frac{1}{x-4} - 5$

3) $y = \frac{3}{2-x^2}$

4. ถ้า $f(x) = x^2 + 3$, $x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ จงหาเรนจ์

ของ f

5. ถ้า $f = \{(x, y) \mid y = x^2\}$ และ $R_f = \{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$

จงหาโดเมนของ f

6. ถ้า $f(x) = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 4 \text{ และ } y = \frac{6}{4x+1}\}$

จงหาเรนจ์ของ f

ตอนที่ 4 ลักษณะของฟังก์ชัน

จุดประสงค์

1. นักเรียนสามารถบอกความหมายของ
 - ก. $f : A \rightarrow B$ หรือ $f : A \xrightarrow{f} B$ ได้อย่างถูกต้อง
 - ข. $f : A \xrightarrow{\text{ทั่วถึง}} B$ หรือ $f : A \xrightarrow{\text{onto}} B$ ได้อย่างถูกต้อง
 - ค. $f : A \xrightarrow{1-1} B$ ได้อย่างถูกต้อง
 - ง. $f : A \xrightarrow{1-1} B$ หรือ $f : A \xrightarrow{\text{one-to-one}} B$ ได้อย่างถูกต้อง
2. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันลักษณะใด
 - ก. function from A into B
 - ข. function from A onto B
 - ค. one to one function
 - ง. one to one correspondence
3. เมื่อถามกราฟของฟังก์ชันมาให้ สามารถบอกได้ถูกต้องว่าเป็นฟังก์ชัน 1 - 1 หรือไม่

เนื้อหา

1. f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เขียนแทนด้วย $f : A \rightarrow B$ หมายถึงฟังก์ชัน f ที่มีโดเมนเท่ากับ A และเรนจ์เป็นสับเซตของ B
2. f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B เขียนแทนด้วย $f : A \xrightarrow{\text{ทั่วถึง}} B$ หรือ $f : A \xrightarrow{\text{onto}} B$ หมายถึงฟังก์ชัน f ที่มีโดเมนเท่ากับ A และเรนจ์ของฟังก์ชันคือ B
3. f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B เขียนแทนด้วย $f : A \xrightarrow{1-1} B$ หมายถึงฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งที่มี $D_f = A$ และ $R_f \subset B$

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับเซต A และ B เช่น

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{a, b\}$$

และการแสดงความสัมพันธ์จาก A ไป B (เฉพาะที่เป็นฟังก์ชัน) เช่น

$$r_1 = \{(1, a), (2, b), (3, a)\}$$

$$r_2 = \{(1, b), (2, a), (3, b)\}$$

$$r_3 = \{(1, b), (2, a), (3, a)\}$$

$$r_4 = \{(1, 5), (3, 5)\}$$

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) r_1, r_2, r_3, r_4 เป็นฟังก์ชันหรือไม่ (เป็น)

- 2) โดเมนของความสัมพันธ์ใดเท่ากับเซต A (โดเมนของ

r_1, r_2, r_3) กรอบข้อความความสัมพันธ์จาก A ไป B ที่เป็นฟังก์ชัน และมีโดเมนเท่ากับเซต A เรียกฟังก์ชันจาก A ไป B

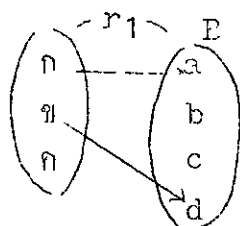
ดังนั้น r_1, r_2, r_3 เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B

ส่วน r_4 ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เพราะโดเมนของ r_4

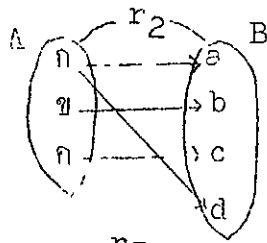
ไม่เท่ากับเซต A

จากแผนภาพให้นักเรียนพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันจาก A ไป B

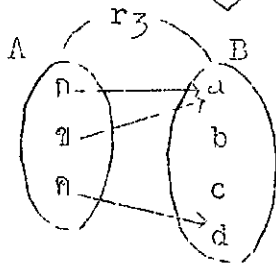
หรือไม่ เพราะเหตุใด



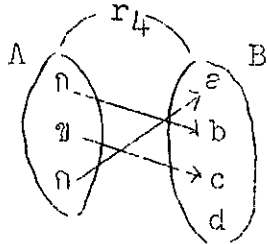
ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เพราะโดเมนของ r_1 ไม่เท่ากับ A



ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เพราะจะมีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังไม่เหมือนกัน



เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เพราะมีโดเมนเท่ากับ A และเรนจ์เป็นสับเซตของ B



เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เพราะมีโดเมนเท่ากับ A และเรนจ์เป็นสับเซตของ B

2. ภูภานคเขต A และ B เช่น

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{4, 5\}$$

ให้นักเรียนเขียนความสัมพันธ์ (เฉพาะที่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B) เช่น

$$r_1 = \{(1, 4), (2, 5), (3, 5)\}$$

$$r_2 = \{(1, 5), (2, 4), (3, 4)\}$$

$$r_3 = \{(1, 4), (2, 4), (3, 4)\}$$

$$r_4 = \{(1, 5), (2, 5), (3, 5)\}$$

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) r_1, r_2, r_3, r_4 เป็นฟังก์ชันหรือไม่ (เป็น)
- 2) r_1, r_2, r_3, r_4 เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่ (เป็น)
- 3) เรนจ์ของความสัมพันธ์ใดเท่ากับเซต B (เรนจ์ของ r_1, r_2)

กรุณาบอกว่าฟังก์ชันจาก A ไป B ที่มีเรนจ์เท่ากับเซต B เรียกว่าฟังก์ชัน
จาก A ไปทั่วถึง B

ดังนั้น r_1, r_2 เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B

ส่วน r_3, r_4 ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B เพราะเรนจ์ของ
 r_3, r_4 ไม่เท่ากับเซต B

3. กรุณากำหนดฟังก์ชันที่เขียนแบบแจกแจงสมาชิกทั้งที่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อ
หนึ่งและไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง เช่น

$$f_1 = \{(2, b), (4, c), (6, c)\}$$

$$f_2 = \{(2, c), (4, a), (6, b)\}$$

ให้นักเรียนพิจารณาคุณสมบัติในฟังก์ชันที่กำหนดให้ โดยกรูใช้คำถามประกอบ
เพื่อให้นักเรียนสรุปได้ว่า ใน f_1 มีบางคู่อันดับที่มีสมาชิกตัวหลังซ้ำกัน

ส่วน f_2 สมาชิกตัวหลังของแต่ละคู่อันดับไม่ซ้ำกัน

กรุณาบอกว่า f_2 เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

f_1 ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

4. ถ้า $A = \{1, 2, 3\}$

$$B = \{a, b, c\}$$

$$f_3 = \{(1, a), (2, b), (3, c)\}$$

$$f_4 = \{(1, a), (2, b), (3, a)\}$$

กรุณาว่า f_3, f_4 เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่ (เป็น)

f_3 เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่ (เป็น)

f_4 เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่ (ไม่เป็น)

f_3 เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B หรือไม่ (เป็น)

กรุณาว่าฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งที่ เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B นั้น
เรียกว่าฟังก์ชัน one to one correspondence ใช้สัญลักษณ์ $f: A \rightarrow B$
ทั่วถึง

หมายเหตุ: ในกรณีเท็จจริงไม่ได้บอกว่าฟังก์ชันจากเซตอะไรไปเซตอะไร
ให้ถือว่าเป็นฟังก์ชันจากเซตที่เป็นสับเซตของจำนวนจริงไปยังเซตจำนวนจริง

5. ให้นักเรียนช่วยกันสรุปที่เรียนจะได้ว่า

$f : A \rightarrow B$ จะต้องเป็นฟังก์ชันที่ $D_f = A$ และ $R_f \subseteq B$

$f : A \xrightarrow{\text{ทั่วถึง}} B$ จะได้ว่าเป็นฟังก์ชันที่มี $D_f = A$ และ $R_f = B$

$f : A \xrightarrow{1-1} B$ เมื่อ $D_f = A$ และจับคู่หนึ่งต่อหนึ่ง

$f : A \xrightarrow[\text{ทั่วถึง}]{1-1} B$ จะได้ว่าเป็นฟังก์ชันที่มี $D_f = A$, $R_f = B$ และจับคู่หนึ่งต่อหนึ่ง

6. กรอบลงในกรณีที่เป็นการหาความสัมพันธ์ต้องการพิจารณาว่า เป็นฟังก์ชัน 1-1 หรือไม่ ทดสอบได้ดังนี้

6.1 ลากเส้นขนานกับแกน y ตัดกราฟ เพื่อดูว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ แล้ว

6.2 ลากเส้นขนานกับแกน x ตัดกราฟ ถ้าตัดกราฟได้เกิน 1 จุด

ไม่เป็นฟังก์ชัน

7. ให้นักเรียนหาแบบฝึกหัด

1) ให้ $A = \{x, y, z\}$, $B = \{1, 0\}$ จงเขียน

ฟังก์ชันจาก A ไป B

2) กำหนดให้ $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, c, d\}$

$f_1 = \{(a, c), (b, d), (c, c)\}$ $f_5 = \{(a, b), (b, c), (c, d)\}$

$f_2 = \{(a, d), (b, d), (c, c)\}$ $f_6 = \{(a, c), (b, c), (c, c)\}$

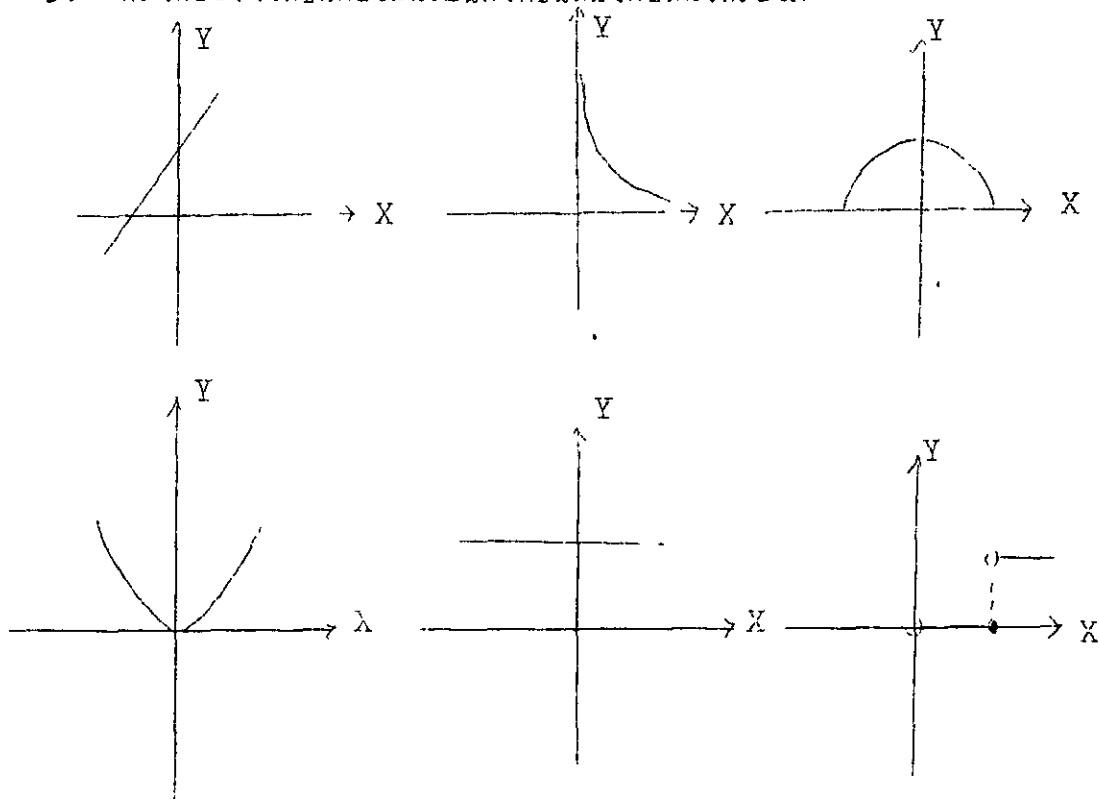
$f_3 = \{(b, a), (c, c), (d, a)\}$ $f_7 = \{(b, b), (c, c), (d, a)\}$

$f_4 = \{(a, b), (c, c), (b, c)\}$

จงพิจารณาฟังก์ชันที่กำหนดให้ว่ามีฟังก์ชันใดบ้างที่เป็น

- (1) ฟังก์ชันจาก A ไป B
- (2) ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B
- (3) ฟังก์ชันจาก B ไป A
- (4) ฟังก์ชันจาก B ไปทั่วถึง B
- (5) ฟังก์ชันจาก A ไป A
- (6) ฟังก์ชัน $1 - 1$
- (7) ฟังก์ชันจาก B ไปทั่วถึง B

3) กราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่



คาบที่ 5 กาคาค่าฟังก์ชันและการเขียนฟังก์ชัน

จุดประสงค์

ให้นักเรียนสามารถ

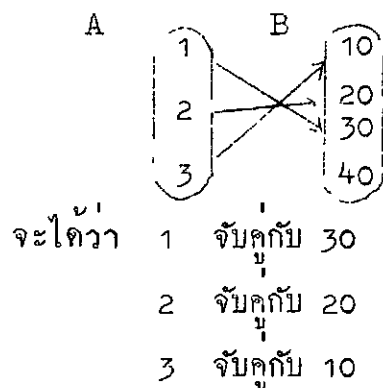
1. หาค่าของฟังก์ชัน ณ ตำแหน่งที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง
2. เขียนฟังก์ชันในแบบต่าง ๆ ได้ถูกต้อง

เนื้อหา

1. ถ้า f เป็นฟังก์ชัน และ $(x, y) \in f$ แล้ว เราจะกล่าวว่า y เป็นค่าของฟังก์ชัน f ที่ x เขียนแทนด้วย $f(x)$ อ่านว่าเอฟของเอกซ
2. การกำหนดฟังก์ชัน อาจอยู่ในรูป
 - 2.1 การแจกแจงสมาชิก
 - 2.2 แผนภาพแสดงการจับคู่ระหว่างสมาชิกของเซต 2 เซต
 - 2.3 ตารางแสดงคู่ลำดับ
 - 2.4 การบอกเงื่อนไข
 - 2.5 กราฟ

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูเขียนแผนภาพ แล้วให้นักเรียนสังเกตการจับคู่ของฟังก์ชัน



สรุปอีก เราเรียก 30 ว่าเป็นค่าของฟังก์ชัน f ที่ 1 และเขียนแทนด้วย $30 = f(1)$

20 ว่าเป็นค่าของฟังก์ชัน f ที่ 2 และเขียนแทนด้วย $20 = f(2)$

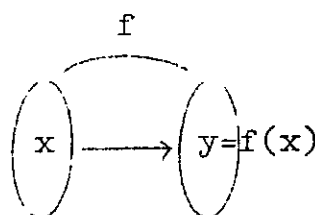
ถ้า $g = \{(-4, 16), (0, 15), (8, 12)\}$ ให้นักเรียนหาค่าของ

$$g(-4) = ? \quad [16]$$

$$g(0) = ? \quad [15]$$

ครูสรุปเป็นนิยามว่า

ถ้า f เป็นฟังก์ชัน และ $(x, y) \in f$ แล้ว จะกล่าวได้ว่า y เป็นค่าของฟังก์ชัน f ที่ x ค่าของฟังก์ชัน f ที่ x เขียนแทนด้วย $f(x)$
อ่านว่า เอฟของเอกซ



2. ให้ตัวอย่าง โดยให้นักเรียนช่วยกันทำบางข้อ

ตัวอย่าง ถ้า $A = \{a, b, c\}$, $B = \{ก, ข, ค\}$ และ

$$f : A \longrightarrow B$$

โดยที่ $f = \{(a, ก), (b, ข), (c, ค)\}$ จงหาค่าของ $f(a), f(b),$

$f(c)$

จะได้ว่า $f(a) = ก$

$$f(b) = ข$$

$$f(c) = ค$$

ตัวอย่าง ถ้า $g = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 + 3x + 2\}$ จงหาค่าของ $g(-1)$, $g(0)$, $g(5)$, $g(a)$, $g(p+q)$

$$y = g(x) = x^2 + 3x + 2$$

$$g(-1) = (-1)^2 + 3(-1) + 2 = 0$$

$$g(0) = (0)^2 + 3(0) + 2 = 2$$

$$g(5) = (5)^2 + 3(5) + 2 = 42$$

$$g(a) = a^2 + 3a + 2$$

$$g(p+q) = (p+q)^2 + 3(p+q) + 2$$

ตัวอย่าง

$$\text{ถ้า } f(x) = \begin{cases} 5 & x \leq 0 \\ 2x & 0 < x < 1 \\ x^2 & x \geq 1 \end{cases}$$

จงหาค่าของ $f(5)$, $f(\frac{1}{2})$, $f(-4)$, $f(-10)$

$$f(5) = (5)^2 = 25$$

$$f(\frac{1}{2}) = 2(\frac{1}{2}) = 1$$

$$f(-4) = 5$$

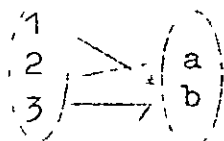
$$f(-10) = 5$$

3. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างฟังก์ชันที่เรียนมาแล้ว เขียนในรูปอย่างใดบ้าง นำมารวบรวมเป็นข้อ พร้อมทั้งให้หาค่าของฟังก์ชัน ดังนี้คือ

3.1 เขียนในรูปแจกแจงสมาชิก เช่น $f = \{(1, 2), (3, 4), (5, 6)\}$

จงหาค่าของ $f(1)$, $f(3)$

3.2 เขียนโดยใช้แผนภาพ เช่น



3.3 โดยตาราง เช่น

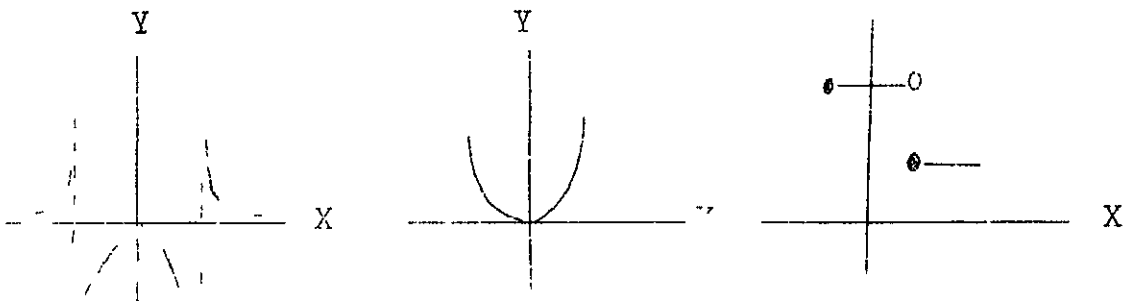
x	1	2	3	4	5	...
y	1	4	9	16	25	...

3.4 โดยการบอกเงื่อนไขของสมาชิกในเซต เช่น

$$f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2x\} \text{ หรือ } y = 2x \text{ หรือ } f(x) = 2x$$

$$g = \{(x, y) \mid y = x^2 - 1\} \text{ หรือ } y = x^2 - 1 \text{ หรือ } f(x) = x^2 - 1$$

3.5 โดยกราฟ เช่น



4. ให้ทำแบบฝึกหัด

- ถ้า $f(x) = x^2 + 3x - 5$ จงหาค่าของ $f(0)$, $f(-1)$, $f(3)$, $f(a)$, $f(a+b)$ และ $f(x+b)$

- ถ้า $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } x < 1 \\ x & \text{เมื่อ } 1 \leq x < 3 \\ 2 & \text{เมื่อ } x \geq 3 \end{cases}$

จงหาค่าของ $f(-2)$, $f(0)$, $f(1/2)$, $f(\sqrt{3})$, $f(q)$

3. ถ้า $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 + 4x - 3\}$

1. $f(3) + f(2) = f(3+2)$ หรือไม่

2. $f(3 \cdot 2) = f(3) \cdot f(2)$ หรือไม่

ตอนที่ 6, 7 ฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ

จุดประสงค์

1. เมื่อกำหนดเงื่อนไขของฟังก์ชันให้ ผู้เรียนสามารถบอกได้ว่าเป็นฟังก์ชันพีชคณิตหรือฟังก์ชันทรานเซนเดนทัล ได้อย่างถูกต้อง
2. เมื่อกำหนดเงื่อนไขของฟังก์ชันพีชคณิตให้ ผู้เรียนสามารถบอกได้ว่า ฟังก์ชันนั้นเป็นฟังก์ชันชนิดใดในฟังก์ชันเหล่านี้ ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันควอดราติก ฟังก์ชันชันมันโค ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ ฟังก์ชันโพลีโนเมียล ได้อย่างถูกต้อง
3. เขียนรูปทั่วไปของฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันควอดราติก ฟังก์ชันโพลีโนเมียล ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ ฟังก์ชันชันมันโค ได้อย่างถูกต้อง
4. เขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันควอดราติก ฟังก์ชันชันมันโค และฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ ได้อย่างถูกต้อง

เนื้อหา ฟังก์ชัน แบ่งออกเป็น 2 ชนิดใหญ่

1. ฟังก์ชันพีชคณิต (Algebraic Function) หมายถึงฟังก์ชันที่เงื่อนไขของฟังก์ชันอยู่ในรูปตัวแปรอิสระ กระทำต่อกันด้วยเครื่องหมายในทางพีชคณิต (บวก ลบ คูณ หาร ถอดราก ยกกำลัง) เท่านั้น เช่น $x^3 + x^{1/2} + 3x^{-2} + 4$ และฟังก์ชันพีชคณิตอย่างง่ายที่ควรรู้จักคือ

- 1.1 ฟังก์ชันเชิงเส้น เช่น $f(x) = 2x+3$
- 1.2 ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ เช่น $y = |x+2|$
- 1.3 ฟังก์ชันชันมันโค เช่น $f(x) = [x]$
- 1.4 ฟังก์ชันควอดราติก เช่น $y = x^2+3x+2$
- 1.5 ฟังก์ชันโพลีโนเมียล เช่น $y = x^3+3x^2+2x+5$

2. ฟังก์ชันอดิสัย (transcendental function) หมายถึงฟังก์ชันใด ๆ ที่ไม่ใช่ฟังก์ชันพีชคณิต เช่น

2.1 ฟังก์ชันเอกซโพเนนเชียล คือฟังก์ชันที่มีรูปทั่วไปอยู่ในรูป
 $f(x) = a^x$ เมื่อ $x \in \mathbb{R}$ และ a เป็นจำนวนจริงบวกที่ไม่เท่ากับ 1

2.2 ฟังก์ชันลอการิทึม (Logarithmic function) คือฟังก์ชันที่มี
 รูปทั่วไป $f(x) = \log_a x$ เมื่อ $x \in \mathbb{R}^+$ และ a เป็นจำนวนจริงบวกซึ่ง
 ไม่เท่ากับ 1

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูทบทวนเรื่องที่เราเรียนไปแล้วว่า เรียนเกี่ยวกับลักษณะของฟังก์ชัน การเขียน
 ฟังก์ชันต่อไปจะพูดถึงฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ

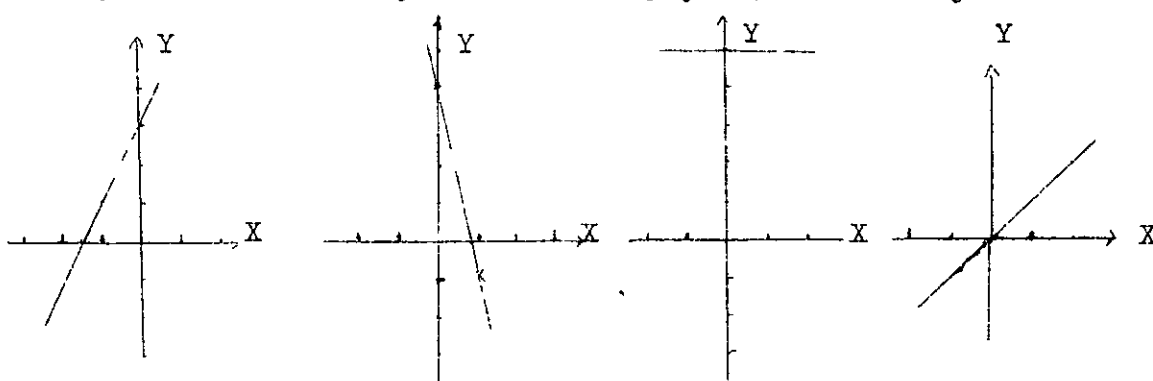
2. ครูอธิบายฟังก์ชันเชิงเส้น รูปทั่วไปของฟังก์ชันเชิงเส้น $y = ax + b$
 แล้วให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น

2.1 $y = 2x + 3$

2.2 $y = -5x + 4$

2.3 $y = 5$

2.4 $y = x$

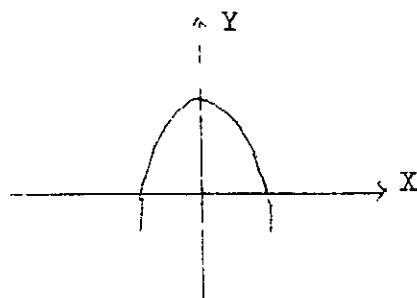
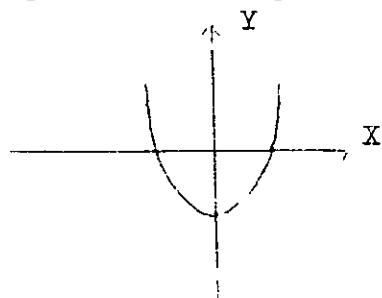


จะได้กราฟของฟังก์ชันเป็นเส้นตรง จากกราฟ 2.1 และ 2.2 กราฟจะทำมุมเอียงกับแกน x
 อย่างไรขึ้นอยู่กับค่า a หรือความชัน

จากกราฟ 2.3 $y = 5$ กราฟของฟังก์ชันเส้นตรงในลักษณะนี้เรียกว่าฟังก์ชันคงที่
 เขียนรูปทั่วไปเป็น $y = b$

จากกราฟ 2.4 $y = x$ เรียกว่าเป็นฟังก์ชันเอกลักษณ์ (Identity Function)

2. กราฟของฟังก์ชันควอดราติก มีรูปทั่วไปเป็น $y = ax^2 + bx + c$
เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$ ลักษณะกราฟของฟังก์ชันขึ้น
อยู่กับค่าของ a ดังรูป



กราฟที่ได้เป็นรูปพาราโบลา ถ้า $a > 0$ กราฟจะหงายขึ้นและ $a < 0$ กราฟจะคว่ำลง
(จะเรียนละเอียดอีกโดยเฉพาะอีกครั้ง)

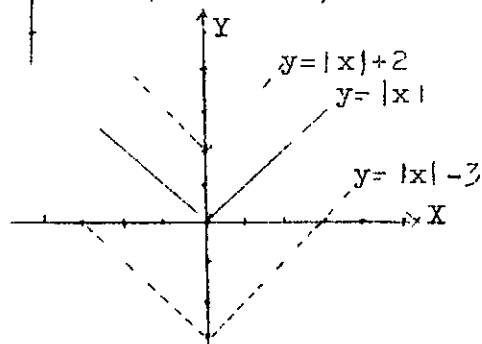
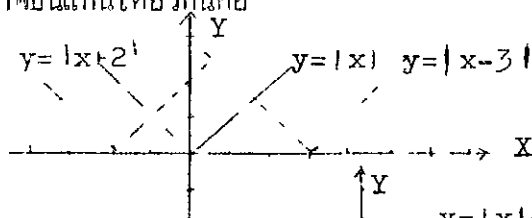
3. กราฟของความหมายของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ และให้ตัวอย่าง
ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ หมายถึงฟังก์ชันที่เขียนในรูปค่าสัมบูรณ์

เช่น $y = |x|$ $y = |x| + 5$ $y = |x+5|$ เป็นต้น

ให้นักเรียนออกมาเขียนกราฟบนแกนเดียวกันคือ

- ก. $y = |x|$
 $y = |x+2|$
 $y = |x-3|$

- ข. $y = |x|$
 $y = |x+2|$
 $y = |x-3|$



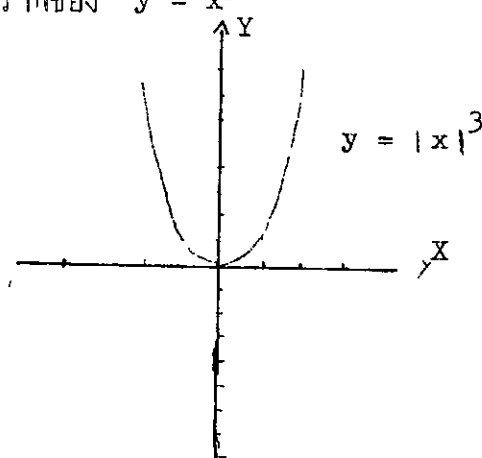
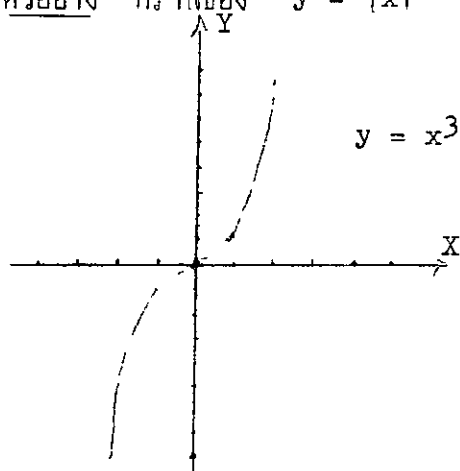
- ค. ให้นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์อื่น ๆ ให้นักเรียนใช้เป็นหลักในการ
เขียนกราฟค่าสัมบูรณ์อื่น ๆ เช่น $y = |x|^3$, $y = |x^2 - 1|$
 $y = |x^2 - 2x - 1|$

โดยอธิบายดังนี้ กราฟของ $y = f(|x|)$

กราฟของ $y = f(|x|)$ ได้จากกราฟของ $y = f(x)$ ดังนี้

- 1) ส่วนของกราฟซึ่ง $x \geq 0$ คงไว้
- 2) ส่วนของกราฟซึ่ง $x < 0$ ได้จากส่วนแรกสะท้อนข้ามแกน

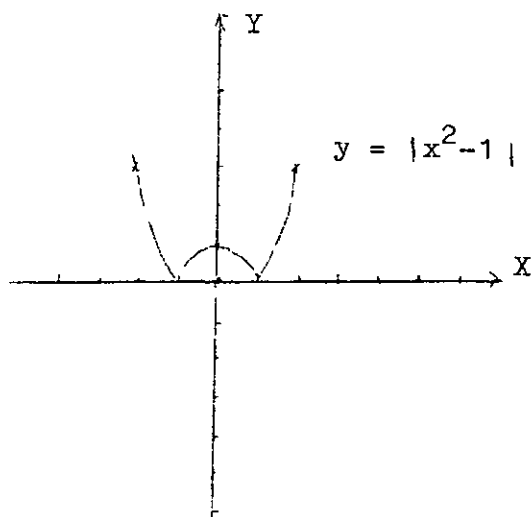
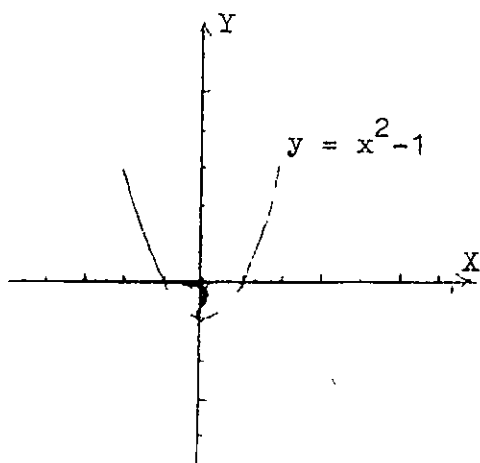
ตัวอย่าง กราฟของ $y = |x|^3$ ได้จากกราฟของ $y = x^3$



กราฟของ $y = |f(x)|$

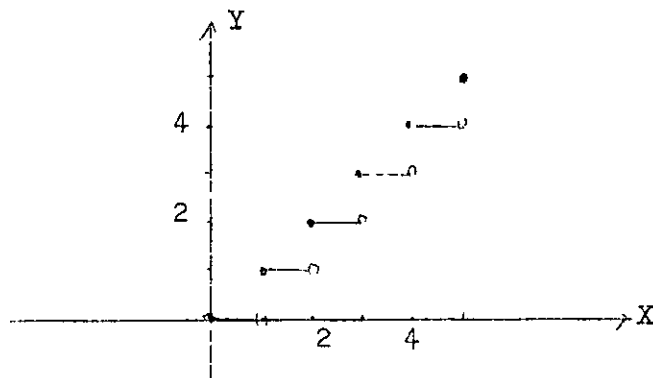
- 1) ส่วนของกราฟที่อยู่เหนือและบนแกน X คงไว้
- 2) ส่วนของกราฟที่ต่ำกว่าแกน X สะท้อนข้ามแกน X

ตัวอย่าง $y = |x^2 - 1|$ ได้จากกราฟของ $y = x^2 - 1$



4. ให้นิยามฟังก์ชันแบบขั้นบันไดว่าฟังก์ชันที่มีค่าคงที่เป็นช่วง ๆ มีกราฟรูปร่างคล้ายบันได เช่น อัตราค่าส่งพัสดุไปรษณีย์ต่อน้ำหนักเป็นกิโลกรัม หรือถ้าให้ $[x]$ แทนจำนวนเต็มที่มีความมากที่สุด ซึ่งน้อยกว่าหรือเท่ากับจำนวนจริง x

ตัวอย่าง จงเขียนกราฟของ $f(x) = [x]$ $0 \leq x \leq 5$



จากกราฟ $f(x) = [x]$ จงหาค่าของ $f(2.3)$, $f(4.5)$, $f(10\frac{11}{18})$

และ R_f นอกจากนี้ถ้าจะเป็นอัตราค่าจอดรถกับเวลาที่จอดคิดเป็นชั่วโมง เป็นต้น

5. ฟังก์ชันโพลิโนเมียล ให้นิยามฟังก์ชันโพลิโนเมียลรูปทั่วไปว่า

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก และ $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1, a_0$ เป็นค่าคงที่

เช่น $f(x) = x^5 + 3x^4 - 2x^3 + x + 5$ เป็นโพลิโนเมียลที่มีดีกรีเป็น 5

$f(x) = x^2 + 3x + 2$ เป็นโพลิโนเมียลที่มีดีกรีเป็น 2

$f(x) = 2x + 5$ เป็นโพลิโนเมียลที่มีดีกรีเป็น 1

$f(x) = 4$ เป็นโพลิโนเมียลที่มีดีกรีเป็น 0

คำถาม $f(x) = 2x^{\frac{1}{2}} + x$ เป็นฟังก์ชันโพลิโนเมียลหรือไม่ เพราะเหตุใด

[ไม่เป็นเพราะมีเลขยกกำลังเป็นเศษส่วน]

$f(x) = \sqrt{2} x^3 + 1$ เป็นฟังก์ชันโพลิโนเมียลหรือไม่ [เป็น]

$f(x) = x^{-4} + 3x^{-2} + 5$ เป็นฟังก์ชันโพลิโนเมียลหรือไม่ [ไม่เป็นเพราะเลขยกกำลังเป็นลบ]

ให้นักเรียนหาความสัมพันธ์เกี่ยวของระหว่างฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันควอดราติก
[จะได้ว่าฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันควอดราติก เป็นส่วนหนึ่งของฟังก์ชันโพลิโนเมียลที่มี
ดีกรีเป็น 1 และ 2 ตามลำดับ]

6. โดยทั่วไปเราแบ่งฟังก์ชันออกเป็น 2 ชนิดใหญ่คือ

6.1 ฟังก์ชันพีชคณิต คือฟังก์ชันที่หาค่าของฟังก์ชันเขียนได้โดยใช้นิพจน์ซึ่ง
ประกอบด้วยค่าคงที่ ตัวแปร และเครื่องหมาย บวก ลบ คูณ หาร กรณฑ์ กำลัง ดังเช่น

$$f(x) = 3x-4 \quad f(x) = 2x^2+5x+3 \quad f(x) = x^5+3x^2+x^3+3$$

$$f(x) = \frac{x^2-1}{x+1} \quad f(x) = 1 + \sqrt{x}$$

ฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ ที่กล่าวมาแล้วข้างต้นก็เป็นส่วนหนึ่งของฟังก์ชันพีชคณิต

6.2 ฟังก์ชันอดิสัย (transcendental function) หมายถึง
ฟังก์ชันใด ๆ ที่ไม่ใช่ฟังก์ชันพีชคณิต เช่น ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล
คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = a^x$ เมื่อ $x \in \mathbb{R}$ และ a เป็นจำนวนจริงบวกซึ่ง
ไม่เท่ากับ 1 เช่น $f(x) = 2^x$ ฟังก์ชันลอการิทึม (logarithmic function)
คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = \log_a x$ เมื่อ $x \in \mathbb{R}^+$ และ a เป็นจำนวนจริง
บวกซึ่งไม่เท่ากับ 1 เช่น $f(x) = \log_2 x$

7. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้

1. จงเขียนกราฟของอัตราค่าไปรษณีย์ากรในการส่งพัสดุภายในประเทศ
โดยให้แกน x เป็นน้ำหนักพัสดุ และแกน y เป็นค่าไปรษณีย์ากร ค่าส่งคิดกิโลกรัม
ละ 7 บาท ถ้าไม่ถึงกิโลกรัมคิดเป็นหนึ่งกิโลกรัม เกินกิโลกรัมใดก็ตามคิดเป็นกิโลกรัมถัดไป

2. งานการกุศลครั้งหนึ่ง กำหนดราคามัตรเข้าชมงานดังนี้ ผู้ที่มีอายุเกิน
12 ปีขึ้นไปมัตรละ 20 บาท ผู้ที่อายุตั้งแต่ 3 ปีถึง 12 ปี มัตรละ 5 บาท เด็กอายุต่ำกว่า
3 ปี ไม่ต้องซื้อมัตร จงเขียนกราฟของฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอายุกับราคามัตร
แล้วเขียนกราฟของฟังก์ชัน

3. จงเขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า
(A) กับด้านของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า x พร้อมทั้งบอกโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันนี้
4. เมื่อโยนก้อนหินลงไปในสระ ผิวน้ำจะเกิดระลอกเป็นวงกลมซึ่งรัศมีเพิ่มขึ้นตามเวลาที่ผ่านไป (t) การเพิ่มของรัศมีเป็นไปตามสมการ $r = 4t$
จงหาว่าพื้นที่ของวงกลมที่เกิดขึ้นบนผิวน้ำ สัมพันธ์กับเวลาอย่างไร
5. ต้องการเขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรของทรงกลม (v) กับรัศมีของทรงกลม (r) และจงหาค่า v เมื่อ $r = 729$ ลูกบาศก์เซนติเมตร
6. ต้องการหากล่องรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ให้มีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและมีความจุ 18 ลูกบาศก์เมตร ค่าวัสดุที่ใช้ทำฐาน ฝา และด้านข้างของกล่องต่อตารางเมตร เป็น 4, 5 และ 6 บาทตามลำดับ จงเขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าวัสดุทั้งหมดกับความยาวของด้านที่เป็นฐานกลอง
7. แผ่นป้ายแผ่นหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีเนื้อที่ 18 ตารางเมตร ต้องการทำเป็นป้ายโฆษณา โดยเว้นเนื้อที่ขอบบนเท่ากับขอบล่างโดยเว้นไว้ $\frac{3}{8}$ เมตร และเว้นด้านข้างไว้อีก $\frac{1}{2}$ เมตร ส่วนที่เหลือเป็นเนื้อที่โฆษณา จงหาความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อที่โฆษณากับความยาวด้านใดด้านหนึ่งของแผ่นป้ายโฆษณานี้
8. จงหาความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ผิวของถ้วยแกลรูปทรงกรวยบอกกับความสูงของถ้วยแกล เมื่อถ้วยแกลมีความสูงเท่ากับความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน

คาบที่ 8 ฟังก์ชันควอดราติก การเขียนกราฟและการหาค่าต่ำสุดสูงสุด

จุดประสงค์

1. นักเรียนสามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันควอดราติกได้ถูกต้อง
2. สามารถบอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันควอดราติกหรือไม่
3. หาค่าจุดวกกลับของฟังก์ชันควอดราติกได้ถูกต้อง
4. หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของฟังก์ชันได้ถูกต้อง

เนื้อหา ฟังก์ชันควอดราติก มีรูปทั่วไปเป็น $f(x) = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ และ a, b, c เป็นจำนวนใด ๆ เขียนกราฟของฟังก์ชันควอดราติกได้กราฟพาราโบลา มีลักษณะว่าหรือหงายขึ้นขึ้นอยู่กับค่าของ a ถ้า $a > 0$ ได้กราฟหงายขึ้น และถ้า $a < 0$ ได้กราฟคว่ำ

จุดวกกลับของฟังก์ชันคือ $\left(\frac{-b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a}\right)$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูพบหนูปทั่วไปของฟังก์ชันควอดราติก และตัวอย่างฟังก์ชันควอดราติก
2. ครูถามให้นักเรียนทบทวนเมื่อไร ฟังก์ชันของควอดราติกให้กราฟพาราโบลาคว่ำหรือหงาย

3. ครูอธิบายจุดวกกลับของฟังก์ชัน และค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของฟังก์ชัน โดยวิธีหาจุดวกกลับของฟังก์ชันดังนี้

$$\begin{aligned}
 f(x) &= ax^2 + bx + c \quad \text{เมื่อ } a \neq 0 \\
 &= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) \\
 &= a\left[\left\{x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right\} + \left\{\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}\right\}\right] \\
 &= a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \left(\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}\right)\right] \\
 &= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \left(c - \frac{b^2}{4a}\right)
 \end{aligned}$$

พิจารณาของ a เมื่อ $c - \frac{b^2}{4a}$ เป็นค่าคงที่

ถ้า $a > 0$ $f(x)$ จะมีค่าน้อยที่สุดเมื่อ $(x + \frac{b}{2a}) = 0$ คือ $x = -\frac{b}{2a}$

ถ้า $a < 0$ $f(x)$ จะมีค่ามากที่สุดเมื่อ $(x + \frac{b}{2a}) = 0$ คือ $x = -\frac{b}{2a}$

$\therefore$ จุดวกกลับของฟังก์ชันคือ $(-\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a})$

4. ครูกำลังประยชน์ของฟังก์ชันกวดราติควาสามารถนำไปแก้ปัญหาเกี่ยวกับค่าสูงสุดหรือค่าสุดบางปัญหาได้ หรือแกอสมการกำลังสองได้

ตัวอย่าง จงหาค่าสูงสุดหรือค่าสุดของฟังก์ชันต่อไปนี้

$$1) y = x^2 - 3x + 4$$

$$2) y = 2x - x^2$$

วิธีทำ 1) จุดวกกลับของฟังก์ชันกวดราติคอยู่ที่ $(-\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a})$

จากโจทย์ $a = 1, b = -3, c = 4$

กราฟของฟังก์ชันเป็นพาราโบลาหงายขึ้น ($a > 0$) ดังนั้นฟังก์ชัน
ในค่าต่ำสุด

ค่าต่ำสุดของฟังก์ชันคือ $4 - \frac{(-3)^2}{4(1)} = \frac{16-9}{4} = \frac{7}{4}$ Ans

$$2) y = 2x - x^2$$

จากโจทย์ $a = -1, b = 2, c = 0$

$a < 0$ ให้กราฟรูปคว่ำ ดังนั้นค่าฟังก์ชันในค่าสูงสุด

ค่าสูงสุดของฟังก์ชันคือ $0 - \frac{4}{4(-1)} = 1$ Ans

ตัวอย่างที่ 2 ผลบวกของเลขจำนวนหนึ่งกับสี่เท่าของเลขอีกจำนวนหนึ่งมีค่าเท่ากับ 80

จงหาจำนวนทั้งสองที่ทำให้ผลคูณของทั้งสองจำนวนมีค่ามากที่สุด

วิธีทำ ให้ x เป็นจำนวนแรก
 y เป็นจำนวนที่สอง

$$x+4y = 80$$

$$x = 80-4y$$

ให้ A แทนผลคูณของทั้งสองจำนวน

$$A = xy$$

$$= (80-4y)y$$

$$= 80y-4y^2$$

ค่าของ A จะมีความมากที่สุดเมื่อ $y = \frac{-80}{(-4)(2)} = 10$

$$x = 80-4(10) = 40$$

จำนวนแรกเป็น 40
 จำนวนที่สองเป็น 10 } Ans

5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด

1. จงหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของฟังก์ชันต่อไปนี้

$$1) y = 3x^2-4x-2$$

$$4) y = 6+x-x^2$$

$$2) y = 2x^2-4x+1$$

$$5) y = -16-8x-x^2$$

$$3) y = x^2+3x+4$$

2. เมื่อโยนก้อนหินขึ้นไปในอากาศในเวลา t ใด ๆ ระยะความสูงของก้อนหินจากพื้นเป็นไปตามสมการ $h(t) = 20t - 5t^2$

1) เมื่อใดที่ก้อนหินจะสูงจากพื้น 15 เมตร

2) ก้อนหินที่โยนขึ้นจะขึ้นไปสูงสุดเป็นระยะทางเท่าใด

3. ในวงจรไฟฟ้ามีแรงเคลื่อนไฟฟ้า 220 โวลต์ และมีความต้านทาน 22 โอห์ม ถ้า w เป็นกำลังไฟฟ้าในหน่วยวัตต์เมื่อมีกระแส I

แอมแปร์ไหลผ่าน และเป็นไปตามสมการ $w = 220I - 22I^2$

จงหาค่าลึงไฟฟ้าสูงสุดที่จะเกิดขึ้นได้ในวงจรนี้

4. เจ้าของหอพักแห่งหนึ่งพบว่าผลกำไรมีความสัมพันธ์กับจำนวนห้องดังนี้

$$P = -2s^2 + 88s \quad \text{เมื่อ } p \text{ เป็นกำไร } s \text{ เป็นจำนวนห้อง}$$

จงหาว่าถาต้องการผลกำไรมากที่สุดจะควรมีห้องกี่ห้อง

5. มีไม้ทำรั้วยาว 40 เมตร ต้องการกั้นรั้วรอบที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งอยู่ติดแม่น้ำ โดยกั้นรั้วเพียง 3 ด้าน เพื่อปลูกผักขาย จะตองกั้นรั้วอย่างไรจึงจะได้พื้นที่มากที่สุด

คาบที่ 9 การหาเซตคำตอบของอสมการโดยการเขียนกราฟ

จุดประสงค์ เมื่อกำหนดอสมการที่อยู่ในรูปฟังก์ชันกำลังสองมาให้ นักเรียนสามารถหาเซตคำตอบของอสมการจากกราฟได้อย่างถูกต้อง

เนื้อหา $ax^2+bx+c \geq 0$ $ax^2+bx+c < 0$

$ax^2+bx+c \leq 0$ $ax^2+bx+c > 0$

สามารถหาคำตอบได้จากการเขียนกราฟพิจารณาจากจุดตัดบนแกน x ของกราฟฟังก์ชัน $f(x) = ax^2+bx+c$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูถามให้นักเรียนตอบเพื่อทบทวน เกี่ยวกับจุดวกกลับ ค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของฟังก์ชันในคาบที่แล้ว

2. ครูอธิบายและให้ตัวอย่างการแก้อสมการโดยวิธีกราฟ เช่น

ตัวอย่างที่ 1 จงหาเซตคำตอบของ $x^2+2x-3 \geq 0$

วิธีทำ ให้ $y = x^2+2x-3$

จุดวกกลับของฟังก์ชันคือ $(-\frac{2}{2(1)}, -3-\frac{4}{4}) = (-1, -4)$

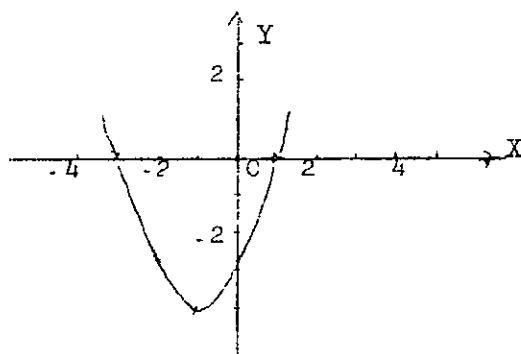
หาจุดตัดบนแกน x ได้เมื่อ $y = 0$

$$x^2+2x-3 = 0$$

$$(x+3)(x-1) = 0$$

ดังนั้นจุดตัดบนแกน x คือจุด $(-3, 0)$ และ $(1, 0)$

เขียนกราฟ $y = x^2+2x-3$



พิจารณาจากกราฟ $x^2+2x-3 \geq 0$ นั่นคือ $y \geq 0$

จะได้ $-3 \leq x \leq 1$

เซตคำตอบของสมการคือ $\{x \mid -3 \leq x \leq 1\}$ Ans

ให้นักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 2

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $6-x-x^2 \leq 0$

วิธีทำ ให้ $y = 6-x-x^2$

จุดวกกลับของฟังก์ชัน $\left(\frac{-(-1)}{2(-1)}, \frac{6-\frac{1}{4(-1)}}{4(-1)}\right) = (-\frac{1}{2}, 6\frac{1}{4})$

จุดตัดบนแกน x หาได้เมื่อ $y = 0$

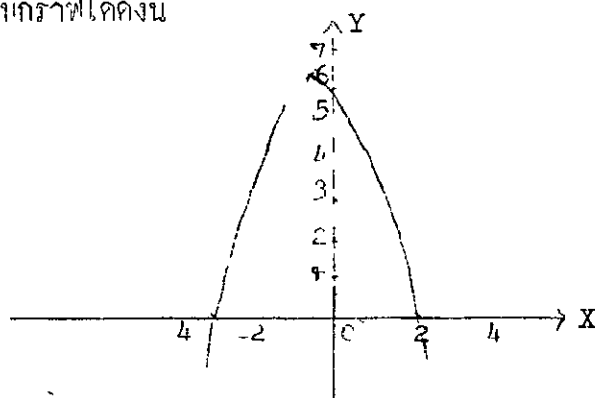
$$6-x-x^2 = 0$$

$$(3+x)(2-x) = 0$$

$$x = -3, 2$$

$\therefore$ จุดตัดบนแกน x คือจุด $(-3, 0)$ และ $(2, 0)$

เขียนกราฟได้ดังนี้



เมื่อ $y \leq 0$ แล้ว $x \leq -3$ หรือ $x \geq 2$

$\therefore 6-x-x^2 \leq 0$ เมื่อ $x \leq -3$ หรือ $x \geq 2$

เซตคำตอบของสมการคือ $\{x \mid x \leq -3 \text{ หรือ } x \geq 2\}$ Ans

3. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด

จงหาเซตคำตอบของสมการต่อไปนี้โดยการเขียนกราฟ

1. $x^2 + 2x - 3 \geq 0$

5. $x^2 - 7x - 44 > 0$

2. $x^2 - 2x \geq 35$

6. $28 - 12x - x^2 \leq 0$

3. $x^2 - 10x + 24 < 0$

7. $-x^2 + 6x \geq 5$

4. $x^2 + 8x \leq -15$

8. $8x \leq x^2$

คาบที่ 10 ฟังก์ชันคอมโพสิท

จุดประสงค์ เมื่อเรียนจบในคาบนี้ นักเรียน

1. สามารถบอกได้ว่ามีฟังก์ชันคอมโพสิทของฟังก์ชันสองฟังก์ชันที่กำหนดให้หรือไม่
2. เมื่อกำหนดฟังก์ชันสองฟังก์ชันที่สามารถหาคอมโพสิทฟังก์ชันได้ นักเรียนสามารถเขียนคอมโพสิทฟังก์ชันได้ถูกต้อง ทั้งในรูปการกำหนดเงื่อนไขและแผนภาพประกอบ
3. สามารถหาคาของคอมโพสิทฟังก์ชันได้ถูกต้อง เมื่อกำหนดคาของสมาชิกตัวหน้าให้

เนื้อหา ถ้า f และ g เป็นฟังก์ชัน และ $R_f \subset D_g$ ฟังก์ชัน คอมโพสิทของ f และ g เขียนแทนด้วย $g \circ f$ กำหนดโดย

$$g \circ f(x) = g(f(x)) \text{ สำหรับทุก } x \in D_f$$

ดังนั้น $D_{g \circ f} = D_f$

และในกรณีที่ $R_f \not\subset D_g$ ถือว่าไม่มีฟังก์ชันคอมโพสิทของ f และ g

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูพบทวนเรื่องการหาคาของฟังก์ชันดังนี้

ก. กำหนด $f(x) = 2x+1$ ให้นักเรียนหา $f(3)$, $f(a)$, $f(x+4)$
จะได้ $f(3) = 2(3)+1 = 7$

$$f(a) = 2(a)+1 = 2a+1$$

$$f(x+4) = 2(x+4)+1 = 2x+9$$

ข. กำหนดให้ $f(x) = x+3$, $g(x) = 4x-1$ ให้นักเรียนหา

$$f(1), f(-1), f(a), gf(1), gf(-1), g(f(a)) \text{ และ } f(f(x))$$

$$\text{จะได้ } f(1) = 4$$

$$f(-3) = 0$$

$$f(a) = a+3$$

$$g(f(11)) = g(4) = 16-1 = 15$$

$$g(f(-3)) = g(0) = 0-1 = -1$$

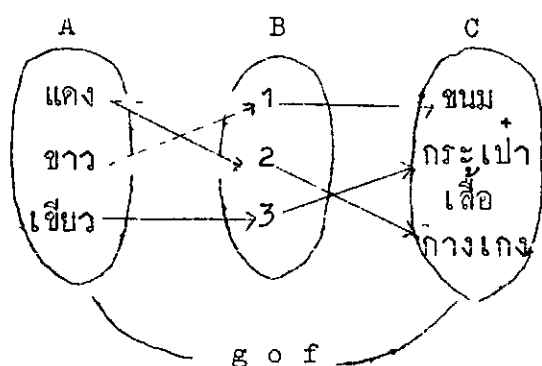
$$g(f(a)) = g(a+3) = 4(a+3)-1 = 4a+11$$

$$g(f(x)) = g(x+3) = 4(x+3)-1 = 4x+11$$

สรุปได้ว่า $g(f(x))$ คือค่าของฟังก์ชัน g ที่ $f(x)$

2. ครูเริ่มสอนคอมพิวเตอร์ฟังก์ชัน โดยยกตัวอย่าง

ครูเริ่มสอนการจับสลากของขวัญปีใหม่



$$f = \{(\text{แดง}, 1), (\text{ขาว}, 2), (\text{เขียว}, 3)\}$$

$$g = \{(1, \text{ขนม}), (2, \text{กระเป๋าสีเสื้อ}), (3, \text{กางเกง})\}$$

จะได้อะไรใหม่จากโดเมนของฟังก์ชัน f ไปยังเรนจ์ของฟังก์ชัน g เรียกว่า

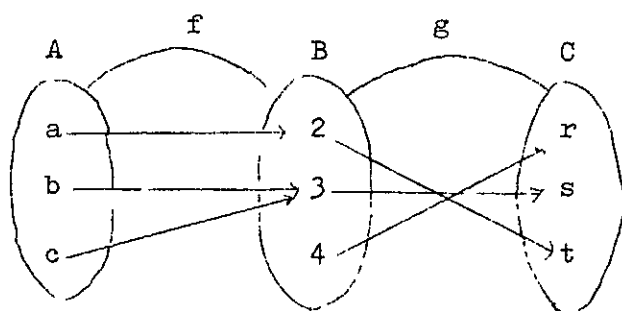
$g \circ f$ อ่านว่า จีโอเอฟ

$$g \circ f = \{(\text{แดง}, \text{กางเกง}), (\text{ขาว}, \text{ขนม}), (\text{เขียว}, \text{กระเป๋าสีเสื้อ})\}$$

$$(g \circ f)(\text{แดง}) = \text{กางเกง}$$

$$= g(3)$$

$$(g \circ f)(\text{แดง}) = g(f(\text{แดง}))$$



$$g \circ f = \{(a, r), (b, s), (c, s)\}$$

3. กรุณานิยามคอมโพสิชันฟังก์ชันว่า

นิยามให้ f และ g เป็นฟังก์ชันและ $R_f \subset D_g$ ฟังก์ชันคอมโพสิชันของ f และ g เขียนแทนด้วย $g \circ f$ กำหนดโดย $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ สำหรับทุก $x \in D_f$

ตัวอย่าง $f = \{(4, 7), (5, 7), (6, 8)\}$

$$g = \{(7, 10), (8, 9)\}$$

$$g \circ f = \{(4, 10), (5, 10), (6, 9)\}$$

ตัวอย่าง ถ้าให้ $f(x) = x^2$ และ $g(x) = 2x+3$ จะมี $g \circ f$ หรือไม่

เพราะเหตุใด ถ้ามีจงหา $g \circ f$

วิธีทำ เนื่องจาก $f(x) = x^2$

$$R_f = \{x \mid x \geq 0\}$$

$$g(x) = 2x+3$$

$$D_g = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$$

เพราะว่า $R_f \subset D_g$ จึงทำให้หา $g \circ f$ ได้

$$\begin{aligned}
 (g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\
 &= g(x^2) \\
 &= 2x^2 + 3
 \end{aligned}$$

นั่นคือ $g \circ f = \{ (x, y) \mid y = 2x^2 + 3 \}$ Ans

ตัวอย่าง กำหนดให้ $f(x) = x^2 + 2x + 1$ และ $g(x) = 3x - 1$

หาค่า $g \circ f$, $f \circ g$, $g \circ g$, $f \circ f$ ได้หรือไม่ ถ้าได้จงหา
 $(g \circ f)(1)$, $(f \circ g)(1)$, $(g \circ g)(1)$ และ $(f \circ f)(0)$

วิธีทำ $f(x) = x^2 + 2x + 1$ $g(x) = 3x - 1$

$$\begin{array}{lll}
 R_f = \{x \mid x \geq 0\} & D_g = \{x \mid x \in \mathbb{R}\} & R_f \subset D_g \text{ ถ้า } g \circ f \text{ ได้} \\
 R_g = \{x \mid x \in \mathbb{R}\} & D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\} & R_g \subset D_f \text{ ถ้า } f \circ g \text{ ได้} \\
 R_g = \{x \mid x \in \mathbb{R}\} & D_g = \{x \mid x \in \mathbb{R}\} & R_g \subset D_g \text{ ถ้า } g \circ g \text{ ได้} \\
 R_f = \{x \mid x \geq 0\} & D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\} & R_f \subset D_f \text{ ถ้า } f \circ f \text{ ได้}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (g \circ f)(1) &= g(f(1)) & (f \circ g)(1) &= f(g(1)) \\
 &= g(1^2 + 2 \cdot 1 + 1) & &= f(3 \cdot 1 - 1) \\
 &= g(4) & &= f(2) \\
 &= 3 \cdot 4 - 1 & &= 2^2 + 2 \cdot 2 + 1 \\
 &= 11 & &= 9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (g \circ g)(1) &= g(g(1)) & (f \circ f)(0) &= f(f(0)) \\
 &= g(3 - 1) & &= f(0^2 + 2 \cdot 0 + 1) \\
 &= g(2) & &= f(1) \\
 &= 3 \cdot 2 - 1 & &= 1^2 + 2 \cdot 1 + 1 \\
 &= 5 & &= 4
 \end{aligned}$$

4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด

1. ถ้า $f = \{(1,q), (2,r), (3,p)\}$ และ

$$g = \{(p,a), (q,b), (r,e), (s,d)\}$$

จงหา $g \circ f$ และ $(g \circ f)(2)$

2. กำหนดให้ $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3 + 1$ จงหา

1. $f(g(x))$ 2. $g(f(x))$

3. $f(g(x))$ เท่ากับ $g(f(x))$ หรือไม่

3. กำหนดให้ $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ และ

$$f(x) = 2x - 3 \quad g(x) = x^2 + 5 \quad \text{จงหา}$$

1. $g \circ f$ 5. $(g \circ f)(2)$

2. $f \circ g$ 6. $(f \circ f)(3)$

3. $(f \circ f)(x)$ 7. $(f \circ g)(x+1)$

4. $(g \circ g)(x)$

4. ถ้า $f(x) = x^2 - 2|x|$, $g(x) = x^2 + 1$ จงหา

1) $(g \circ f)(3)$ 3) $(g \circ f)(-4)$

2) $(f \circ g)(-2)$ 4) $(f \circ g)(5)$

5. ถ้า $f(x) = 2x + 1$ $g(x) = x^2$ จงหาค่าของ x ที่ทำให้

$$f(g(x)) = g(f(x))$$

6. ให้ $f(x) = x - 3$, $g(x) = x^2$, $h(x) = 2x + 1$ จงหา

1) $(f \circ g) \circ h$

2) $f \circ (g \circ h)$

คาบที่ 11 ฟังก์ชันอินเวอร์ส (Inverse Function)

จุดประสงค์ ให้นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่าอินเวอร์สของฟังก์ชันชนิดใดที่เป็นฟังก์ชัน
2. สามารถหาอินเวอร์สของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
3. หาค่าของฟังก์ชัน f^{-1} ที่ x ได้ถูกต้อง

- เนื้อหา
1. อินเวอร์สของฟังก์ชัน หาเหมือนอินเวอร์สของความสัมพันธ์ โดยการสลับตำแหน่งระหว่างสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลังของแต่ละคู่อันดับในฟังก์ชันนั้น
 2. อินเวอร์สของฟังก์ชันอาจเป็นฟังก์ชัน หรือไม่เป็นฟังก์ชันก็ได้
 3. อินเวอร์สของฟังก์ชันที่เป็นฟังก์ชัน เรียกว่า ฟังก์ชันอินเวอร์ส (Inverse function) ส่วนอินเวอร์สของฟังก์ชันที่ไม่เป็นฟังก์ชันก็เป็นความสัมพันธ์ธรรมดา
 4. ฟังก์ชันที่มีอินเวอร์สเป็นฟังก์ชันอินเวอร์สเสมอคือ ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูทบทวนอินเวอร์สของความสัมพันธ์ และเนื่องจากฟังก์ชันคือความสัมพันธ์อย่างหนึ่ง ดังนั้น การหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน จึงใช้วิธีเกี่ยวกับการหาอินเวอร์สของความสัมพันธ์ ครูยกตัวอย่างความสัมพันธ์ เช่น

$$f = \{(1, a), (2, c)\}$$

$$f^1 = \{(2, 3), (3, 3)\}$$

$$f^2 = \{(x, y) \mid y = 2x + 3\}$$

$$f^3 = \{(x, y) \mid y = x^2\}$$

ครูถามนักเรียนว่าความสัมพันธ์ใดเป็นฟังก์ชัน (f, f^1, f^2, f^3)

ครูให้นักเรียนหาอินเวอร์สของฟังก์ชันเหล่านี้ และครูบอกที่ใช้สัญลักษณ์ f^{-1}

แทนอินเวอร์สของฟังก์ชัน f

ครูถามนักเรียนว่าอินเวอร์สของฟังก์ชันเป็นฟังก์ชันเสมอไปหรือไม่ (ไม่) จาก

$$f, f^1, f^2, f^3$$

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$$

อินเวอร์สของฟังก์ชันใดที่ไม่เป็นฟังก์ชัน $x \mapsto$ อินเวอร์สของ f_2 และ f_4
 ครูบอกนักเรียนว่าอินเวอร์สของฟังก์ชันที่เป็นฟังก์ชัน เรียกว่า ฟังก์ชันอินเวอร์ส
 ให้นักเรียนพิจารณาการจับคู่ของสมาชิกตัวหน้าและตัวหลังของคู่ลำดับในฟังก์ชัน
 ที่จะได้อินเวอร์สของฟังก์ชัน เป็นฟังก์ชันอินเวอร์ส มีการจับคู่แบบหนึ่งต่อหนึ่ง

2. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปว่าฟังก์ชันที่จะมีฟังก์ชันอินเวอร์สต้องเป็นฟังก์ชัน
 หนึ่งต่อหนึ่ง

3. ครูให้ตัวอย่างฟังก์ชันที่อยู่ในรูปแจกแจงสมาชิก และบอกเงื่อนไข แล้วให้นักเรียน
 หาอินเวอร์สของฟังก์ชัน แล้วบอกว่าอินเวอร์สของฟังก์ชันเป็นฟังก์ชันอินเวอร์สหรือไม่ เช่น

$$f_1 = \{(1, 3), (4, 8), (5, 6), (14, 11), (12, -10)\}$$

$$f_2 = \{(2, 3), (4, 5), (6, 8), (7, 2)\}$$

$$f_3 = \{(x, y) \mid y = 3x - 1\}$$

$$f_4 = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x-1}\}$$

$$\text{แล้วจงหาค่าของ } f_1^{-1}(3), f_2^{-1}(3), f_3^{-1}(3), f_4^{-1}(3)$$

$$\text{วิธีทำ } f_1^{-1} = \{(3, 1), (8, 4), (6, 5), (11, 14), (-10, 12)\} \text{ เป็นฟังก์ชันอินเวอร์ส}$$

$$f_2^{-1} = \{(3, 2), (5, 4), (8, 6), (2, 7)\} \text{ เป็นฟังก์ชันอินเวอร์ส}$$

$$f_3^{-1} = \{(x, y) \mid y = \frac{x+1}{3}\} \text{ เป็นฟังก์ชันอินเวอร์ส}$$

$$f_4^{-1} = \{(x, y) \mid x = \sqrt{y-1} \text{ หรือ } \{(x, y) \mid y = x^2 + 1 \text{ และ } x \geq 0\} \text{ เป็นฟังก์ชันอินเวอร์ส}$$

$$\therefore f_1^{-1}(3) = 1, f_2^{-1}(3) = 4$$

$$f_3^{-1}(3) = 2, f_4^{-1}(3) = 10 \quad \underline{\text{Ans}}$$

4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด

1. กำหนดให้ $f = \{(a, 1), (b, 3), (c, 5)\}$ จงหา f^{-1} พร้อมทั้งโดเมน
 และเรนจ์ของ f

2. กำหนดให้ $f = \{(a,1), (a,2), (b,3), (c,4)\}$ จงหา f^{-1}
 พร้อมทั้งพิจารณาว่า f^{-1} เป็นฟังก์ชันหรือไม่เพราะเหตุใด
3. ให้ $f = \{(1,2), (3,4), (5,6), (7,8), (9,10)\}$ จงหา $f^{-1}(2)$
 $f^{-1}(6)$ และ $f^{-1}(10)$
4. กำหนดให้ $f(x) = 3x + 1$ จงหา f^{-1} และพิจารณาว่า f^{-1} เป็น
 ฟังก์ชันหรือไม่เพราะเหตุใด
5. กำหนดให้ $f = \{(x,y) \mid y = \sqrt{x}\}$ จงหาโดเมนและเรนจ์ของ f^{-1}
6. จากข้อ 4 จงหา $f^{-1}(2)$, $f^{-1}(1)$, $f^{-1}(7)$
7. กำหนดให้ $f = \{(2,1), (3,2), (4,3)\}$ จงหา $(f \circ f)^{-1}(2)$ $(f \circ f)^{-1}(3)$
 และ $(f \circ f)^{-1}(3)$

คาบที่ 12 อินเวอร์สฟังก์ชัน (ต่อ)

จุดประสงค์ เมื่อเรียนจบในคาบนี้ให้นักเรียน

1. สามารถเขียนกราฟของอินเวอร์สของฟังก์ชันที่กำหนดมาให้ได้ถูกต้อง
2. เมื่อกำหนด f เป็นฟังก์ชัน หนึ่งข้อหนึ่ง นักเรียนสามารถบอกได้ถูกต้องว่า

ก. f^{-1} เป็นฟังก์ชัน

ข. $(f \circ f^{-1})(x) = x$ เมื่อ $x \in D_{f^{-1}}$

ค. $(f^{-1} \circ f)(x) = x$ เมื่อ $x \in D_f$

ง. $f \circ f^{-1}$ ไม่จำเป็นที่จะเท่ากับ $f^{-1} \circ f$

3. เมื่อกำหนด $(g \circ f)(x)$ และ $f(x)$ ให้โดยที่ g เป็นฟังก์ชันหนึ่งข้อหนึ่งแล้ว นักเรียนสามารถหาค่าของ $f(x)$ ได้อย่างถูกต้อง

เนื้อหา 1. การเขียนกราฟของ f^{-1} เขียนได้จากการสลับตำแหน่งของ x และ y ในฟังก์ชัน f กราฟของ f และ f^{-1} มีเส้นตรง $y = x$ เป็นแกนสมมาตร

2. ถ้า f เป็นฟังก์ชันหนึ่งข้อหนึ่งแล้ว $(f \circ f^{-1})(x) = x$ เมื่อ $x \in D_{f^{-1}}$

3. เมื่อกำหนด $(g \circ f)(x)$ และ $g(x)$ ให้โดยที่ g เป็นฟังก์ชันหนึ่งข้อหนึ่ง จะหา $f(x)$ ได้โดยสมการ $f(x) = g^{-1}(g(f(x)))$ ทั้งนี้เพราะ $g^{-1}(g(f(x))) = f(x)$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูบอกการเขียนกราฟของอินเวอร์สฟังก์ชัน เขียนในทำนองเดียวกับอินเวอร์สของความสัมพันธ์ ดังตัวอย่างเช่น

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนอินเวอร์สของฟังก์ชันต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนกราฟ

1) $f(x) = x + 2$

2) $f(x) = x^3$

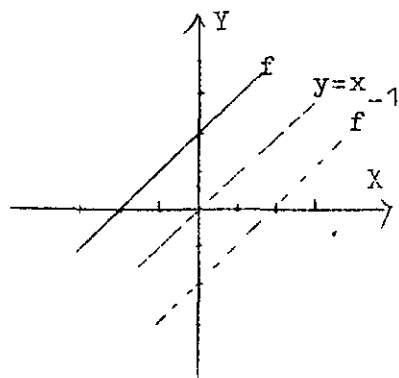
3) $f(x) = x^2$

1) $f(x) = x + 2$

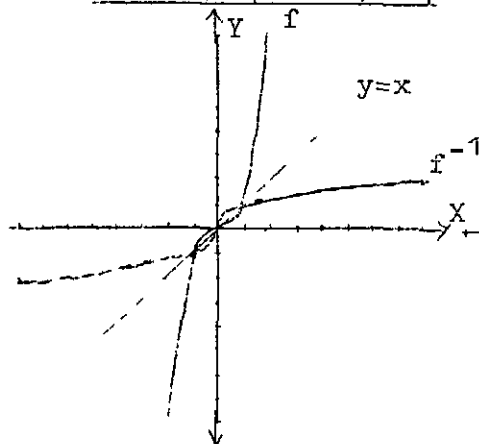
2) $f(x) = x^3$

3) $f(x) = x^2$

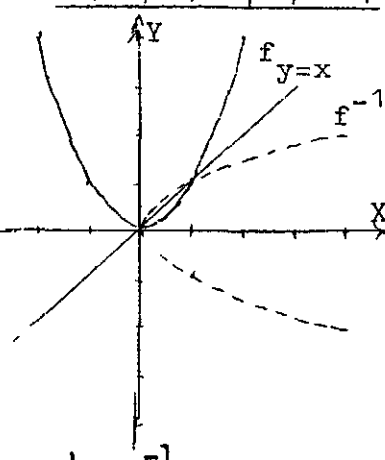
x	0	-2	1	-1
y	2	0	3	1



x	0	1	-1	2	-2
y	0	1	-1	8	-8



x	0	1	-1	2	-2
y	0	1	1	4	4



2. ครุยกตัวอย่างฟังก์ชัน f ที่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง แล้วแสดงให้เห็นจริงว่า $(f \circ f^{-1})(x) = x$

เมื่อ $x \in f$ เช่น ถ้า $f = \{(1, 2), (3, 4), (5, 6), (7, 8)\}$

$$f^{-1} = \{(2, 1), (4, 3), (6, 5), (8, 7)\}$$

$$f \circ f^{-1} = \{(1, 1), (3, 3), (5, 5), (7, 7)\}$$

$$(f \circ f^{-1})(x) = \{(2, 2), (4, 4), (6, 6), (8, 8)\}$$

$$(f \circ f^{-1})(1) = 1$$

$$(f \circ f^{-1})(3) = 3$$

$$(f \circ f^{-1})(2) = 2$$

ในทำนองเดียวกัน ถ้า g เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

$$(g \circ g^{-1})(x) = x \text{ เมื่อ } x \in D_{g^{-1}}$$

$$(g \circ g^{-1})(x) = x \text{ เมื่อ } x \in D_{g^{-1}}$$

3. กรุณาอธิบายว่าจากในกรณีข้อที่ 2 ทำให้ทราบว่าเมื่อกำหนด $(g \circ f)(x)$ และ $g(x)$

ให้โดยที่ g เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง จะหา $g^{-1}(x)$ ได้โดยอาศัยสมการ $f(x) = g$

$$(g \circ f^{-1})(x) \text{ ทั้งนี้เพราะ } g^{-1}(g(f(x))) = (g^{-1} \circ g)(f(x)) = f(x)$$

และในทำนองเดียวกัน ถ้ากำหนด $(g \circ f)(x)$ และ $f(x)$ ให้โดยที่ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง จะได้ $f^{-1}(f(g(x))) = (f \circ f^{-1})(g(x)) = g(x)$

ตัวอย่าง กำหนดให้ $(g \circ f)(x) = 2x^2$ และ $g(x) = 2x$ จงหา $f(x)$

วิธีทำ เนื่องจาก $g(x) = 2x$ จะได้ g เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

$$\text{และ } g^{-1}(x) = \frac{x}{2}$$

$$\text{จาก } f(x) = g^{-1}(g(f(x)))$$

$$= g^{-1}((g \circ f)(x))$$

$$= g^{-1}(2x^2)$$

$$= \frac{2x^2}{2}$$

$$\therefore f(x) = x^2$$

Ans.

4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1, 2, 3

1. จงเขียนกราฟของ f และ f^{-1} เมื่อกำหนด f ให้ดังนี้

1) $g(x) = 2x - 5$

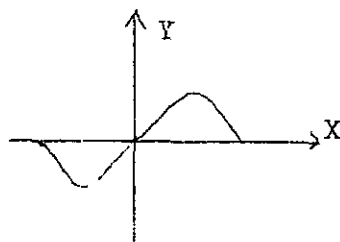
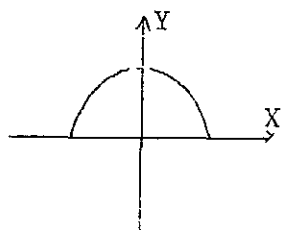
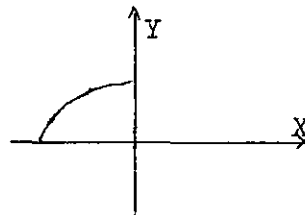
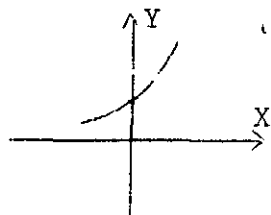
4) $f(x) = x + k$

2) $f(x) = 3x + 1$

5) $f(x) = ax + 1$

3) $f(x) = -x$

2. จงเขียนกราฟของ f^{-1} เมื่อกำหนด f ดังต่อไปนี้



3. ถ้า f และ g เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง จงหาค่าของ

$$1) (f \circ f^{-1})(2)$$

$$3) (g \circ g^{-1})(12)$$

$$2) (f^{-1} \circ f)(10)$$

$$4) (g^{-1} \circ g)(-1)$$

คาบที่ 13 ฟังก์ชันฟังก์ชัน

จุดประสงค์ เมื่อกำหนดฟังก์ชันให้ตั้งแต่ 2 ฟังก์ชันขึ้นไป ผู้เรียนสามารถ

1. หาผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหารของฟังก์ชันเหล่านั้นได้ถูกต้อง
2. หาโดเมนของฟังก์ชันผลลัพธ์ได้ถูกต้อง

เนื้อหา ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันที่มี D และ D' เป็นโดเมนของฟังก์ชัน f และ g ตามลำดับ

$$f + g = \{(x, y) \mid y = f(x) + g(x) \text{ และ } x \in D_f \cap D_g\}$$

$$f - g = \{(x, y) \mid y = f(x) - g(x) \text{ และ } x \in D_f \cap D_g\}$$

$$f \cdot g = \{(x, y) \mid y = f(x) \cdot g(x) \text{ และ } x \in D_f \cap D_g\}$$

$$f/g = \{(x, y) \mid y = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ และ } x \in D_f \cap D_g, g(x) \neq 0\}$$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูอธิบายในเรื่องของจำนวนจริงว่า ถ้ามีจำนวนจริง 2 จำนวน สามารถสร้างจำนวนจริงขึ้นมาใหม่ได้โดยใช้การบวก ลบ คูณ หาร ในทำนองเดียวกัน ฟังก์ชัน เมื่อมีฟังก์ชันตั้งแต่ 2 ฟังก์ชันก็สามารถสร้างฟังก์ชันขึ้นมาใหม่โดยการบวก ลบ คูณ หาร เช่น

$$f = \{(1, 2), (3, 6), (5, 10)\}, \quad f(1) = 2$$

$$g = \{(1, 1), (3, 4), (5, 8)\}, \quad g(1) = 1$$

$$f + g = \{(1, 3), (3, 10), (5, 18)\}, \quad (f+g)(1) = 2 + 1 = 3$$

$$f - g = \{(1, 1), (3, 2), (5, 2)\}, \quad (f-g)(1) = 2 - 1 = 1$$

$$f \cdot g = \{(1, 2), (3, 24), (5, 80)\}, \quad (f \cdot g)(1) = 2 \times 1 = 2$$

$$f/g = \{(1, 2), (3, \frac{3}{2}), (5, \frac{5}{4})\}, \quad f/g(1) = 2 \div 1 = 2$$

$$\text{ถ้า } p = \{(1, 2), (3, 4), (6, 8), (12, 5)\}, \quad D_p = \{1, 3, 6, 12\}$$

$$q = \{(0, 4), (1, 5), (3, 8), (6, 0)\}, \quad D_q = \{0, 1, 3, 6\}$$

$$p + q = \{(1, 7), (3, 12), (6, 8)\}, \quad D_{p+q} = \{1, 3, 6\}$$

$$p - q = \{(1, -3), (3, -4), (6, 8)\}, \quad D_{p-q} = \{1, 3, 6\}$$

$$p \cdot q = \{(1, 10), (3, 32), (6, 0)\}, \quad D_{p \cdot q} = \{1, 3, 6\}$$

$$p/q = \{(1, \frac{2}{5}), (3, \frac{1}{2})\}, \quad D_{p/q} = \{1, 3\}$$

2. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเป็นนิยามจะได้ว่า

ถ้า f, g เป็นฟังก์ชัน

$$\begin{array}{ll} (f+g)(x) = f(x) + g(x) & \text{เมื่อ } D_{f+g} = D_f \cap D_g \\ (f-g)(x) = f(x) - g(x) & \text{เมื่อ } D_{f-g} = D_f \cap D_g \\ (f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) & \text{เมื่อ } D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g \\ f/g(x) = \frac{f(x)}{g(x)} & \text{เมื่อ } D_{f/g} = D_f \cap D_g \text{ และ } g(x) \neq 0 \end{array}$$

3. ครูได้ตัวอย่างโดยให้นักเรียนช่วยกันทำ

ตัวอย่าง 1 กำหนดให้ $f = \{(1, a), (2, b), (b, c)\}$

$$g = \{(1, 8), (4, 5), (2, 4)\}$$

จงหา $f+g, f-g, f \cdot g, f/g, (f+g)(1), (f \cdot g)(2)$

ตัวอย่าง 2 ถ้า $f(x) = 4x + 3$ และ $g(x) = x$ จงหา $f+g, f-g, f \cdot g, f/g$
พร้อมบอกโดเมนของฟังก์ชันที่เป็นผลลัพธ์

ตัวอย่าง 3 ถ้า $f = \{(x, y) \mid y = 3x - 5, -1 < x < 10\}$

$$g = \{(x, y) \mid y = \frac{1}{2}x - 1\} \quad \text{จงหา } (f-g)(x), (f+g)(3), \\ (f \cdot g)(-1), f/g(2)$$

4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด

1. กำหนดให้ $f = \{(2, 4), (3, 6), (4, 8), (6, 3)\}$ และ

$$g = \{(3, 3), (4, 2), (5, 1), (6, 2)\}$$

จงหา $f+g$ และ $f \cdot g$

2. จงหา $(f+g)(x), (f-g)(x), (f \cdot g)(x)$ และ $f/g(x)$

พร้อมทั้งบอกโดเมนของฟังก์ชันที่เป็นผลลัพธ์ เมื่อกำหนด $f(x)$ และ $g(x)$ ดังต่อไปนี้

1) $f(x) = x - 2, \quad g(x) = 3x + 1$

2) $f(x) = x^2, \quad g(x) = 4$

$$3) \quad f(x) = \frac{1}{x}, \quad g(x) = 4$$

$$4) \quad f(x) = \frac{1}{x-1}, \quad g(x) = x + 1$$

$$5) \quad f(x) = \frac{1}{x-1}, \quad g(x) = (x-1)^2$$

$$6) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{für } x \neq 0, \quad g(x) = \frac{2}{x-1} \\ 1 & \text{für } x = 0 \end{cases}$$

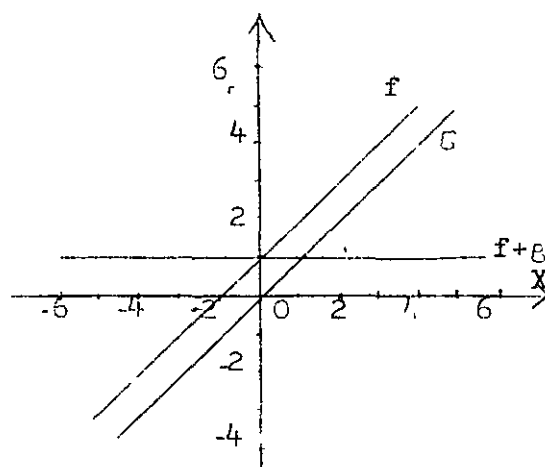
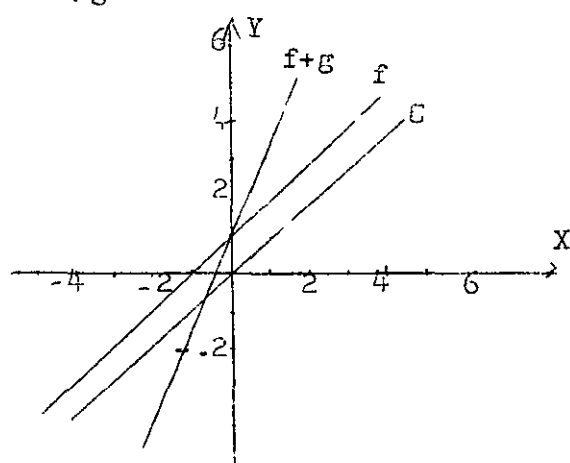
คาบที่ 14 การเขียนกราฟฟังก์ชันพีชคณิต

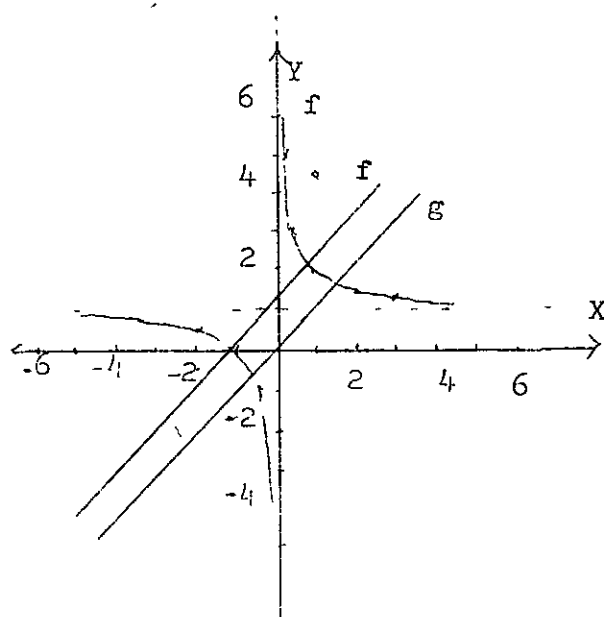
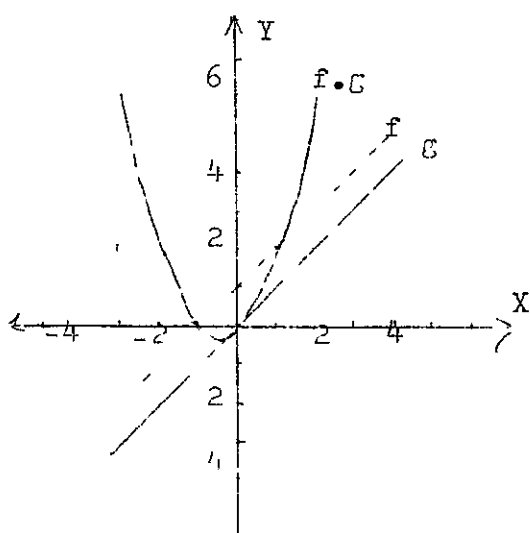
จุดประสงค์ เมื่อกำหนดฟังก์ชันมาให้ 2 ฟังก์ชัน นักเรียนสามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันเหล่านั้นได้อย่างถูกต้อง

เนื้อหา ถ้ากำหนดฟังก์ชัน f และ g มาให้สามารถ หา $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$ f/g ในรูปแจกแจงสมาชิก หรือบอกเงื่อนไข หรือเขียนกราฟ

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ทบทวนเนื้อหาและแบบฝึกหัดในคาบที่แล้ว
2. ครูยกตัวอย่างฟังก์ชันให้ 2 ฟังก์ชัน ให้นักเรียนหาฟังก์ชันพีชคณิตฟังก์ชันในกระดานดำ เช่น กำหนดให้ $f(x) = x + 1$, $g(x) = x$ แล้วให้นักเรียนหา $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$ และ f/g ในรูปบอกเงื่อนไข
3. จากโจทย์ในข้อ 2 ครูและนักเรียนช่วยกันเขียนกราฟของ $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$ และ f/g ในกระดานดำ ดังนี้





4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด

1. จงเขียนกราฟของ $f + g$ เมื่อกำหนด $f = \{(x, y) \mid y = x \text{ และ } -3 \leq x \leq 3\}$ และ $g = \{(x, y) \mid 2y = 1\}$

2. จงเขียนกราฟของ $(f + g)(x)$ เมื่อกำหนด $f(x)$ และ $g(x)$ ดังต่อไปนี้

1) $f(x) = x$, $g(x) = 1$

2) $f(x) = 2x$, $g(x) = \frac{1}{2}$

3) $f(x) = 1$, $g(x) = x$

โครงการให้เพื่อนช่วยสอน

- คาบที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน
- คาบที่ 2 โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน ลักษณะของฟังก์ชัน
- คาบที่ 3 การหาค่าฟังก์ชันและการเขียนฟังก์ชัน
- คาบที่ 4 ฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ
- คาบที่ 5 ฟังก์ชันกำลังสอง การเขียนกราฟ การหาเซตค่าตอบของอสมการกำลังสอง
- คาบที่ 6 ฟังก์ชันคอมโพสิท ฟังก์ชันอินเวอร์ส
- คาบที่ 7 พีรคณิตฟังก์ชัน

คาบที่ 1 ความหมายของฟังก์ชัน

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อเรียนจบแล้ว

1. ผู้เรียนเขียนนิยามของฟังก์ชันได้อย่างถูกต้อง
2. เมื่อกำหนดความสัมพันธ์มาให้ ผู้เรียนสามารถบอกได้ว่า ความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชันหรือไม่
3. เมื่อกำหนดกราฟของความสัมพันธ์มาให้ ผู้เรียนสามารถบอกได้ว่าความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชันหรือไม่ได้อย่างถูกต้อง

ความกิจกรรมย่อย

1. ความสัมพันธ์ที่เขียนแบบแจกแจงสมาชิกเป็นฟังก์ชันหรือไม่ พิจารณาได้จากคู่ลำดับทั้งหมดของความสัมพันธ์ว่า
 - ก. มีสมาชิกตัวหน้าซ้ำกันหรือไม่ ถ้าไม่มีสรุปได้ว่าเป็นฟังก์ชัน
 - ข. ถ้าสมาชิกตัวหน้าของคู่ลำดับซ้ำกัน โดยที่สมาชิกตัวหลังของคู่ลำดับนั้นต่างกัน แล้วความสัมพันธ์นั้นไม่เป็นฟังก์ชัน
2. ความสัมพันธ์ที่เขียนแบบบอกเงื่อนไข เป็นฟังก์ชันหรือไม่ พิจารณาได้ดังนี้

เมื่อ r เป็นความสัมพันธ์ให้ $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ แล้ว

 - ก. $y = z$ แสดงว่าความสัมพันธ์ r เป็นฟังก์ชัน
 - ข. $y \neq z$ แสดงว่าความสัมพันธ์ r ไม่เป็นฟังก์ชัน
3. กราฟของความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชันหรือไม่ พิจารณาได้จากลากเส้นขนานกันกับแกน y ตัดกราฟ ถ้าตัดกราฟเกินหนึ่งจุดไม่เป็นฟังก์ชัน และถ้าตัดกราฟได้ไม่เกินหนึ่งจุดแล้วเป็นฟังก์ชัน

เนื้อหา

ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งในสองคู่ลำดับใด ๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้า เหมือนกันแล้วสมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

วิธีสอน

1. สรุปเนื้อหาสำคัญที่เรียนไปแล้วให้เพื่อนฟัง เน้นฟังก์ชันทุกฟังก์ชันเป็นความสัมพันธ์ แต่ความสัมพันธ์ทุกความสัมพันธ์ไม่จำเป็นทั้งเป็นฟังก์ชัน
2. เปิดโอกาสให้เพื่อนได้ซักถามข้อสงสัยและช่วยกันตอบจากเนื้อหา ในการตอบพยายามยึดนิยามและหลักเกณฑ์ที่เรียนมาแล้ว
3. ให้เพื่อนทำแบบฝึกหัด
4. เฉลยแบบฝึกหัด อธิบายข้อที่เพื่อนผิด

การประเมินผล

ดูจากแบบฝึกหัดที่เพื่อนทำว่าถูกต้องหรือไม่

แบบฝึกหัด

1. จงพิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้ ข้อใดเป็นฟังก์ชันให้กาเครื่องหมาย $\surd$ และไปเป็นฟังก์ชันกาเครื่องหมาย $\times$
 1. $\{(1,2), (3,4), (5,6), (6,6)\}$
 2. $\{(2,1), (2,4), (3,6)\}$
 3. $\{(x,y) \mid x + y = 25, 0 < y < 5\}$
 4. $\{(x,y) \mid y = \frac{|x-2|}{x-2}\}$
 5. $\{(x,y) \mid 2x + 3y - 6 = 0\}$
 6. $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^3\}$
 7. $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 + x + 5 = 0\}$
 8. $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = |x|\}$
 9. $\{(x,y) \mid y = 1 \text{ ถ้า } x \geq 0 \text{ และ } y = x \text{ ถ้า } x < 0\}$
 10. $\{(x,y) \mid y = x \text{ เมื่อ } 0 \leq x \leq 5 \text{ และ } y = 2x \text{ เมื่อ } x \leq 0\}$
 11. $\{(x,y) \mid x \text{ เป็นชื่อโรงเรียนและ } y \text{ เป็นชื่อนักเรียนที่เรียนอยู่ในโรงเรียน}\}$

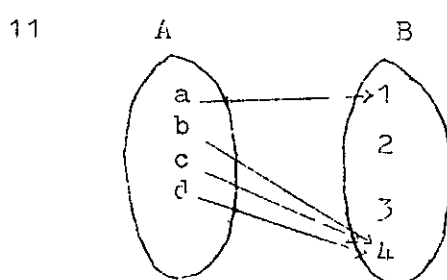
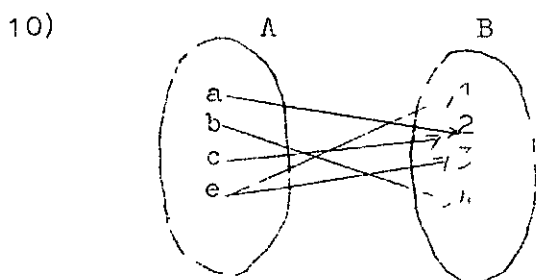
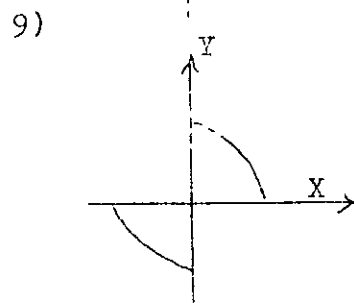
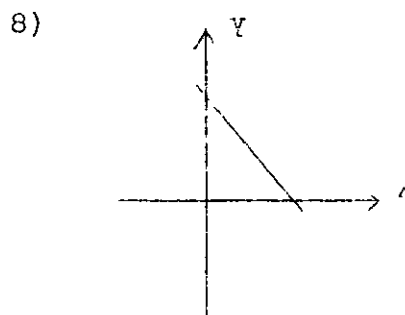
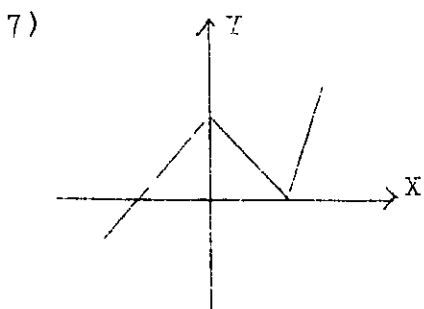
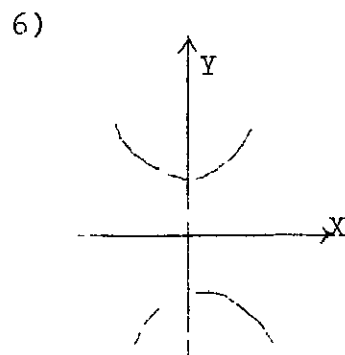
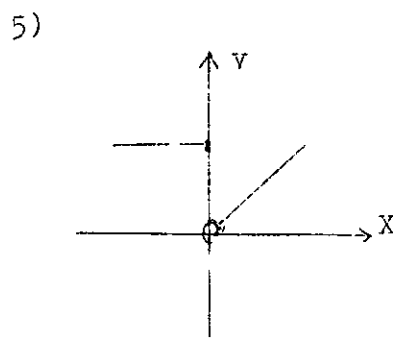
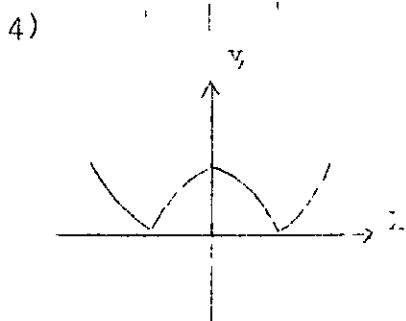
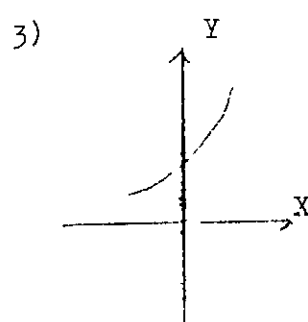
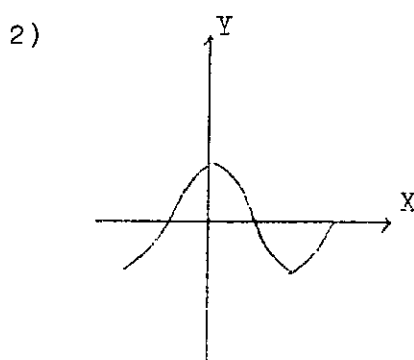
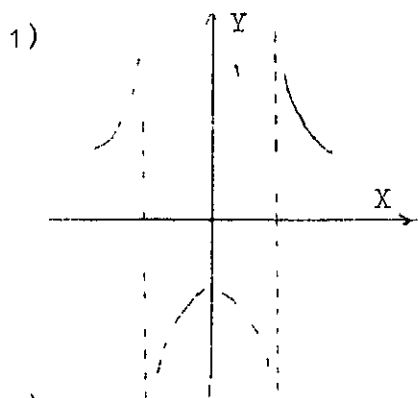
12. $\{(x, y) \mid y \text{ เป็นพหุของ } x\}$

13. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x + 3\}$

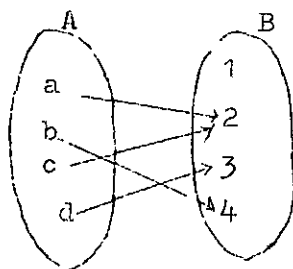
14. $\{(x, y) \in \mathbb{I} \times \mathbb{I} \mid x = y^2 + 1\}$

15. $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid xy = 2\}$

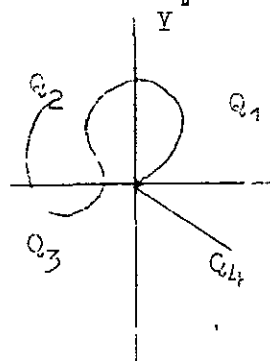
2. จากกราฟและแผนภาพต่อไปนี้จงพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่



12)



จากรูปจงตอบคำถามข้อ 13-15

13. กราฟใน Q_1 เป็นฟังก์ชันหรือไม่14. กราฟใน Q_1 กับ Q_3 เป็นฟังก์ชันหรือไม่15. กราฟใน Q_3 กับ Q_4 เป็นฟังก์ชันหรือไม่เฉลยแบบฝึกหัด

1) 1) /

2) X

3) ✓

4) /

5) ✓

6) /

7) X

8) ✓

9) ✓

10) X

11) X

12) /

13) X

14) X

15) ✓

2) 1) เป็น

2) เป็น

3) เป็น

4) เป็น

5) เป็น

6) ไม่เป็น

7) เป็น

8) เป็น

9) ไม่เป็น

10) ไม่เป็น

11) เป็น

12) เป็น

13) ไม่เป็น

14) ไม่เป็น

15) เป็น

แผนการให้เพื่อนช่วยสอน

คาบที่ 2 โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

ลักษณะของฟังก์ชัน

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อเรียนจบในคาบนี้แล้วจะต้อง

1. หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดมาให้ได้อย่างถูกต้อง
2. บอกความหมายของ
 - ก. $f: A \rightarrow B$ ได้อย่างถูกต้อง
 - ข. $f: A \xrightarrow{1-1} B$ หรือ $f: A \xrightarrow{\text{onto}} B$ ได้อย่างถูกต้อง
 - ค. $f: A \xrightarrow{1-1} B$ ได้อย่างถูกต้อง
 - ง. $f: A \xrightarrow{1-1} B$ ได้อย่างถูกต้อง

ทั่วทั้ง
3. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันลักษณะใด
 - ก. function from A into B
 - ข. function from A onto B
 - ค. One to one function
 - ง. One to one correspondence

ความคิดรวบยอด

1. การหาโดเมนของฟังก์ชันคือการหาเซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่ลำดับในฟังก์ชัน และหาเรนจ์ของฟังก์ชันได้จากการหาเซตของสมาชิกตัวหลังของคู่ลำดับในฟังก์ชัน
2. f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หมายถึงฟังก์ชันที่มีโดเมนเท่ากับเซต A และเรนจ์เป็นสับเซตของเซต B
3. f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B หมายถึงฟังก์ชันที่มีโดเมนเท่ากับเซต A และเรนจ์เท่ากับเซต B
4. f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B หมายถึงฟังก์ชันที่มีโดเมนเท่ากับเซต A และมีการจับคู่แบบหนึ่งต่อหนึ่งระหว่างสมาชิกของโดเมนและเรนจ์

5. ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B หมายถึงฟังก์ชันที่มีโคเมนเท่ากับเซต A มีเรนจ์เท่ากับเซต B และมีการจับคู่แบบหนึ่งต่อหนึ่งระหว่างสมาชิกของโคเมนและเรนจ์นอกจากนั้น $n(f) \ll n(B)$

6. ถ้า $f: A \xrightarrow{\text{ทั่วถึง}} B$ หรือ $f: A \xrightarrow{1-1} B$ หรือ $f: A \xrightarrow{\text{ทั่วถึง}} B$ แล้ว $f: A \rightarrow B$

7. ถ้า $f: A \xrightarrow{1-1} B$ แล้ว $f: A \rightarrow B$, $f: A \xrightarrow{1-1} B$, $f: A \xrightarrow{\text{ทั่วถึง}} B$

8. จะตรวจสอบกราฟของฟังก์ชันว่าเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่ ตรวจสอบได้จากการลากเส้นขนานกับแกน x ตัดกราฟ ถ้าตัดกราฟเกินหนึ่งจุดไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ถ้าตัดได้ไม่เกินหนึ่งจุดแล้วเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

เนื้อหา

1. โคเมนของฟังก์ชันคือเซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่ลำดับใช้สัญลักษณ์ D_f

$$D_f = \{x \mid (x,y) \in f\}$$

และเรนจ์ของฟังก์ชันคือเซตของสมาชิกตัวหลังของคู่ลำดับใช้สัญลักษณ์ R_f

$$R_f = \{y \mid (x,y) \in f\}$$

กัตัวอย่าง $f = \{(1,2), (3,4), (5,6)\}$

$$D_f = \{1, 3, 5\}$$

$$R_f = \{2, 4, 6\}$$

2. f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B ใช้สัญลักษณ์ $f: A \rightarrow B$ หมายถึงฟังก์ชัน f ที่มี $D_f = A$ และ $R_f \subset B$

3. f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ใช้สัญลักษณ์ $f: A \xrightarrow{\text{ทั่วถึง}} B$ หมายถึงฟังก์ชัน f ที่มี $D_f = A$ และ $R_f = B$

4. f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ใช้สัญลักษณ์ $f: A \xrightarrow{1-1} B$ หมายถึงฟังก์ชัน f ที่มี $D_f = A$ และ $R_f \subset B$ และ สมาชิกของโคเมนและเรนจ์จับคู่แบบหนึ่งต่อหนึ่ง

5. f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B (One to one correspondence)
 ใช้สัญลักษณ์ $f : A \xrightarrow{1-1} B$ หมายถึงฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งที่มี $D_f = A$ และ $R_f = B$
 ทัวถึง

วิธีสอน

1. จะขอให้ทุกคนว่านิยามของ D_f, R_f ก็อะไร

ให้กฎเกณฑ์เกี่ยวกับการหาโดเมนและเรนจ์ เช่น

- ในการหาร ตัวหารจะต้องไม่เท่ากับ 0 เช่น $\{(x,y) \mid y = \frac{1}{x-1}\}$
 จะได้ว่า $x-1 \neq 0$ นั่นคือ $x \neq 1$ จะได้ $D_f = \{x \mid x \neq 1\}$
- จำนวนจริงที่อยู่ในเครื่องหมาย $\sqrt{\quad}$ จะต้องเป็นจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 0 เช่น $\{(x,y) \mid y = \sqrt{1-x^2}\}$
 จะได้ว่า $1-x^2 \geq 0$ ซึ่งจะได้ว่า $x \leq 1$ นั่นคือ $-1 \leq x \leq 1$
 ดังนั้นโดเมนคือ $\{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$
- เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ $|a| \geq 0$ เสมอ
 เช่น $\{(x,y) \mid y = |x|\}$ จะได้เรนจ์ของฟังก์ชันคือ $\{x \mid x \geq 0\}$

2. ให้นิยามของ $f : A \rightarrow B, f : A \xrightarrow{1-1} B, f : A \xrightarrow{1-1} B, f : A \xrightarrow{1-1} B$ ว่าคืออะไร
 แต่ละฟังก์ชันสัมพันธ์กันอย่างไร ยกตัวอย่างประกอบ

3. การพิจารณากราฟของฟังก์ชันว่าเป็น 1-1 หรือไม่ โดยพิจารณาได้จากลากเส้นขนานกับแกน x ถ้ากราฟตัดเกิน 1 จุด แสดงว่าไม่เป็นฟังก์ชัน 1-1

4. เปิดโอกาสให้เพื่อนได้ซักถาม

5. ให้ทำแบบฝึกหัด เฉลยแบบฝึกหัดให้คะแนนข้อถูก 1 คะแนน ข้อผิด 0 คะแนน

6. แล้วอธิบายข้อที่เพื่อนทำผิด

แบบฝึกหัด

1. จงเติมคำตอบที่ถูกต้องในช่องว่าง

1.1 $f = \{(x, y) \mid y = x^2 \text{ และ } -5 \leq x \leq 0\}$ $D_f = \underline{\hspace{2cm}}, R_f = \underline{\hspace{2cm}}$

1.2 $g = \{(x, y) \mid xy = 10\}$, $D_g = \underline{\hspace{2cm}}, R_g = \underline{\hspace{2cm}}$

1.3 $h = \{(x, y) \mid y = \frac{1}{x-1}\}$, $D_h = \underline{\hspace{2cm}}, R_h = \underline{\hspace{2cm}}$

1.4 $j = \{(x, y) \mid y = x^2 - 1\}$, $D_j = \underline{\hspace{2cm}}, R_j = \underline{\hspace{2cm}}$

1.5 $k = \{(x, y) \mid y = \frac{1}{x}\}$, $D_k = \underline{\hspace{2cm}}, R_k = \underline{\hspace{2cm}}$

1.6 $l = \{(x, y) \mid y = 1 - \frac{2}{x}\}$, $D_l = \underline{\hspace{2cm}}, R_l = \underline{\hspace{2cm}}$

1.7 $m = \{(x, y) \mid y = x^2 + 1\}$ $D_m = \underline{\hspace{2cm}}, R_m = \underline{\hspace{2cm}}$

1.8 $n = \{(x, y) \mid y = 1 - x^2\}$ $D_n = \underline{\hspace{2cm}}, R_n = \underline{\hspace{2cm}}$

1.9 $o = \{(x, y) \mid y = x + 5\}$ $D_o = \underline{\hspace{2cm}}, R_o = \underline{\hspace{2cm}}$

1.10 $p = \{(x, y) \mid y = x^3\}$ $D_p = \underline{\hspace{2cm}}, R_p = \underline{\hspace{2cm}}$

2. ให้ $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$ จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่ เพราะเหตุใด

2.1 $f = \{(1, a), (2, b), (3, b), (5, e)\}$

2.2 $g = \{(2, a), (3, a), (1, a), (5, a), (4, a)\}$

2.3 $h = \{(1, a), (2, b), (3, c), (4, a), (4, e)\}$

2.4 $j = \{(1, a), (2, b), (3, c), (4, a), (4, e)\}$

2.5 $k = \{(5, a), (1, e), (4, b), (3, c), (2, d)\}$

3. ถ้า A เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก B เป็นเซตของจำนวนเต็ม f เป็นเซตของคู่อันดับ (x, y) โดยที่ $x \in A$, $y \in B$ และสอดคล้องความเงื่อนไขข้างล่างนี้ ในแต่ละกรณี จงพิจารณาว่า f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่

3.1 $x^2 + y = 3$

3.2 $y + x = 10$

3.3 $x * y = 1$

เฉลยแบบฝึกหัด

1. 1.1 $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$, $\{x \mid x \neq 0\}$
- 1.2 $\{x \mid x \neq 0\}$, $\{x \mid x \neq 0\}$
- 1.3 $\{x \mid x \neq 1\}$, $\{x \mid x \neq 0\}$
- 1.4 $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$, $\{x \mid x \geq -1\}$
- 1.5 $\{x \mid x > 0\}$, $\{x \mid x > 0\}$
- 1.6 $\{x \mid x \neq 0\}$, $\{x \mid x \neq 1\}$
- 1.7 $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$, $\{x \mid x \geq 1\}$
- 1.8 $\{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$, $\{x \mid 0 \leq x \leq 1\}$
- 1.9 $\{x \mid x \geq -5\}$, $\{x \mid x \geq 0\}$
- 1.10 $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$, $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$
2. 2.1 ไม่เป็น $D_f \neq A$
- 2.2 เป็น $E_f = A$ และ $R_g \subset B$
- 2.3 ไม่เป็น $D_h \neq A$
- 2.4 ไม่เป็น $D_j \neq A$
- 2.5 เป็น $D_k = A$, $R_k \subset B$
3. 3.1 เป็น
- 3.2 ไม่เป็น
- 3.3 เป็น

แผนการให้เพื่อนช่วยสอน

คาบที่ 3 การหาค่าฟังก์ชัน และการเขียนฟังก์ชัน

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อเรียนจบในคาบนี้แล้ว

1. หาค่าของฟังก์ชัน ณ ตำแหน่งที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง
2. เขียนฟังก์ชันในแบบต่าง ๆ ได้ถูกต้อง

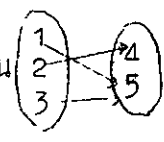
ความคิดรวบยอด

ถ้า f เป็นฟังก์ชัน และ $(x, y) \in f$ แล้ว ให้ $f(x)$ แทน y [$f(x)$ อ่านว่า f ของ x หรือค่าของฟังก์ชัน f ที่ x] เช่น $f = \{(x, y) \mid y = 3x + 1\}$ เขียนแทนด้วย $f(x) = 3x + 1$ หรือ $y = 3x + 1$

การหาค่าของ $f(x)$ คือการแทนค่า x ที่ต้องการหาในฟังก์ชัน ค่าที่ได้ก็คือค่าของฟังก์ชัน f ณ ตำแหน่ง x นั้น ๆ

การเขียนฟังก์ชันจากที่เรารู้มาแล้วจะเห็นว่าสามารถเขียนได้ในรูปของ

1. การแจกแจงสมาชิก เช่น $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$ ซึ่งเหมาะในกรณีที่มีสมาชิกน้อย ๆ

2. แผนภาพ แสดงการจับคู่ระหว่างสมาชิกของเซต 2 เซต เช่น 

3. ตารางแสดงคู่ลำดับ เหมาะในการเขียนกราฟ

4. การบอกเงื่อนไข สอดคล้องเพราะกะทัดรัด สามารถเขียนได้ครอบคลุมสมาชิกทุกตัว

5. โดยกราฟ พิจารณาได้ชัดเจนว่าเป็นฟังก์ชัน หรือไม่เป็นฟังก์ชัน

เนื้อหา 1. ถ้า f เป็นฟังก์ชัน และ $(x, y) \in f$ แล้ว เราจะกล่าวว่า y เป็นค่าของฟังก์ชัน f ที่ x เขียนแทนด้วย $f(x)$ อ่านว่า เอฟของเอ็กซ์

2. การกำหนดฟังก์ชัน อาจจะอยู่ในรูป

2.1 การแจกแจงสมาชิก

2.2 แผนภาพแสดงการจับคู่ระหว่างสมาชิกของเซต

2.3 ตารางแสดงคู่ลำดับ

2.4 การบอกเงื่อนไข

2.5 โดยกราฟ

วิธีสอน 1. ทบทวนเนื้อหาที่เรียนแล้วเกี่ยวกับการหาค่าฟังก์ชัน และการเขียนฟังก์ชัน
ในแบบต่าง ๆ

2. เปิดโอกาสให้เพื่อนได้ซักถามข้อสงสัย และไม่เข้าใจในเรื่องที่เรียน

3. ให้ทำแบบฝึกหัด เมื่อเสร็จแล้วเฉลยแบบฝึกหัด อธิบายข้อที่เพื่อนผิด

การประเมินผล

ดูว่าเพื่อนเข้าใจหรือไม่ พิจารณาได้จากจำนวนข้อถูกและข้อผิดในการทำแบบฝึกหัด

แบบฝึกหัด

จงเติมค่าในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. ถ้า $f(t) = t^3 - 1$ แล้ว $f(2) - f(-4) =$

2. ถ้า $f(x) = -5x^2 - kx + 4$ และ $f(-1) = 0$ แล้ว $k =$

3. ถ้า $f(x) = x$ ทุกค่าของ x ที่จะทำให้ $f(x+1) = f(2x)$ คือ $x =$

4. ถ้า $f(z) = az + b$ แล้ว $\frac{f(b) - f(a)}{b-a} =$

5. ถ้า $f(x) = \frac{1}{x}$ แล้ว $\frac{f(a+h) - f(a)}{h} =$

6. ถ้า $f(x) = \begin{cases} 10 & \text{เมื่อ } x \geq 120 \\ 5 & \text{เมื่อ } 80 < x < 120 \\ 0 & \text{เมื่อ } x < 80 \end{cases}$

แล้ว $f(50) + f(100) =$

$$7. \text{ ถ้า } f(x) = \begin{cases} 2x & \text{เมื่อ } x < 1 \\ x^2 - 5 & \text{เมื่อ } 1 \leq x < 10 \\ 3x + 1 & \text{เมื่อ } 10 \leq x \end{cases}$$

$$\text{แล้ว } f(-15) =$$

$$f(7) =$$

$$f(100) =$$

$$8. \text{ ถ้า } f(x) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } x > 100 \\ x & \text{เมื่อ } 2 \leq x \leq 100 \\ 2 & \text{เมื่อ } x < 2 \end{cases}$$

$$\text{แล้ว } f(0) =$$

$$f(2) =$$

$$f\left(\frac{5}{2}\right) =$$

$$f(120) =$$

9. จงเขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเส้นรอบรูป P ของ [จ] กับด้านกว้าง (w) เมื่อด้านยาวของ [จ] นี้น้อยกว่า 10 เซนติเมตร ให้บอกโดเมนด้วย

$$10. \text{ จงเขียนกราฟของ } f(x) = \begin{cases} 10 & \text{เมื่อ } x > 10 \\ 2x + 5 & \text{เมื่อ } -5 \leq x \leq 10 \\ 3 & \text{เมื่อ } x < -5 \end{cases}$$

เฉลยแบบฝึกหัด

1. 66

2. 1

3. $1, -\frac{1}{3}$

4. a

5. $-\frac{1}{a(a+h)}$

6. 5

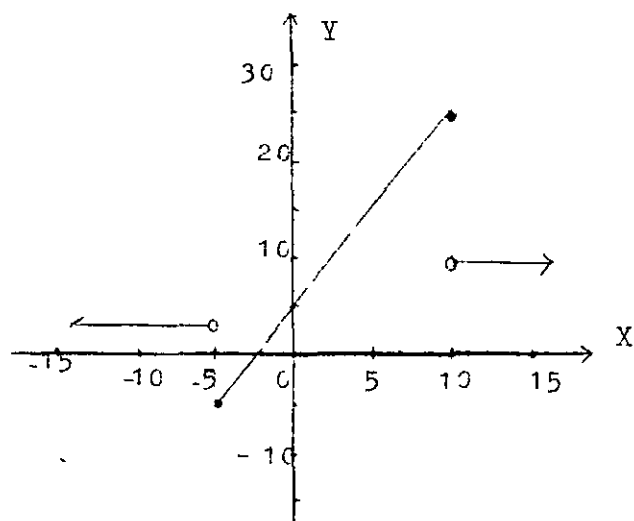
7. -30, 44, 301

8. $2, 2, \frac{5}{2}, 1$

9. $P = 2(w + 10)$ หรือ $f = \{(w, p) \mid P = 2(w + 10)\}$

$D_f = \{x \mid 0 < x < 10\}$

10.



แผนการให้เพื่อนช่วยสอน

คาบที่ 4 ฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เมื่อกำหนดฟังก์ชันมาให้ผู้เรียนสามารถบอกได้ว่า เป็นฟังก์ชันพีชคณิต หรือฟังก์ชันทรานเซนเดนทัล
2. เมื่อกำหนดฟังก์ชันพีชคณิตได้ ผู้เรียนสามารถบอกได้ว่าฟังก์ชันนั้นเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นหรือฟังก์ชันควอดราติก หรือฟังก์ชันโพลีโนเมียล หรือฟังก์ชันชันบันได หรือฟังก์ชันค่าสมบูรณ์ใดถูกต้อง
3. เขียนกราฟของฟังก์ชันเส้นฟังก์ชันควอดราติก ฟังก์ชันชันบันได และฟังก์ชันค่าสมบูรณ์ใดถูกต้อง

ความคิดรวบยอด

1. ฟังก์ชันเชิงเส้น มีรูปทั่วไปเป็น $y = mx + c$ มีกราฟเป็นเส้นตรง ซึ่งอาจเป็นฟังก์ชันคงที่หรือฟังก์ชันที่ไม่วนานกับแกน x
2. ฟังก์ชันค่าสมบูรณ์ เป็นฟังก์ชันที่มีนิพจน์เครื่องหมายค่าสมบูรณ์เช่น $y = |x|$ เป็นต้น
3. ฟังก์ชันควอดราติกมีรูปทั่วไปเป็น $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ มีกราฟเป็นรูปพาราโบลา
4. ฟังก์ชันแบบชันบันไดคือฟังก์ชันที่มีค่าเป็นช่วง ๆ
5. ฟังก์ชันโพลีโนเมียลมีรูปทั่วไปเป็น $y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$
6. ฟังก์ชันเชิงเส้นเป็นฟังก์ชันโพลีโนเมียลที่มีดีกรีเป็น 1
7. ฟังก์ชันควอดราติกเป็นฟังก์ชันโพลีโนเมียลที่มีดีกรีเป็น 2
8. ฟังก์ชันพีชคณิต ได้แก่ฟังก์ชันทั้งหมดที่กล่าวมาแล้ว และฟังก์ชันพีชคณิต หมายถึง ฟังก์ชันที่มีเงื่อนไขของฟังก์ชันอยู่ในรูปตัวแปรอิสระ กระทำต่อกันด้วยเครื่องหมายในทางพีชคณิตเท่านั้น

9. ฟังก์ชันทรานเซนเดนทัล หมายถึง ฟังก์ชันที่ไม่ใช่ฟังก์ชันพีชคณิต เช่น ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันลอการิทึม ฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล

เนื้อหา ฟังก์ชันแบ่งออกเป็น 2 ชนิดใหญ่ ๆ คือ

1. ฟังก์ชันพีชคณิต (Algebraic Functions) หมายถึง ฟังก์ชันที่มีเงื่อนไขของฟังก์ชันอยู่ในรูปตัวแปรอิสระ กระทำต่อกันด้วยเครื่องหมายในทางพีชคณิต (บวก ลบ คูณ หาร ถอดรากยกกำลังสอง) เท่านั้น เช่น $x^3 + x^2 + x + 4$ และฟังก์ชันพีชคณิตอย่างง่ายที่ควรรู้จักคือ

1.1 ฟังก์ชันเชิงเส้น เช่น $f(x) = 2x + 3$

1.2 ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ เช่น $y = |x + 2|$

1.3 ฟังก์ชันขั้นบันได เช่น $f(x) = \left[\frac{x}{2} \right]$

1.4 ฟังก์ชันควอดราติก เช่น $y = x^3 + 3x^2 + 2$

1.5 ฟังก์ชันโพลีโนเมียล เช่น $y = x^3 + 3x^2 + 2x + 5$

2. ฟังก์ชันทรานเซนเดนทัล คือฟังก์ชันที่ไม่ใช่ฟังก์ชันพีชคณิต เช่น ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล ฟังก์ชันลอการิทึม

วิธีสอน

- ผู้สอนจะต้องสรุปย่อเนื้อหาเกี่ยวกับฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ เช่น
 - ฟังก์ชันเชิงเส้น มีรูปทั่วไปอย่างไร เขียนกราฟได้เป็นกราฟลักษณะใด และจะเป็นฟังก์ชันที่เมื่อเร่ กราฟของฟังก์ชันจะวนกลับแกน y ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด
 - ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ มีลักษณะกราฟเป็นอย่างไร เขียนได้อย่างไรบ้าง
 - ฟังก์ชันควอดราติก มีรูปทั่วไปอย่างไร และเขียนกราฟได้เป็นรูปอะไร
 - ลักษณะของกราฟได้รูปคว่ำหรือหงายขึ้นอยู่กับค่าของอะไร
 - ฟังก์ชันโพลีโนเมียลเป็นฟังก์ชันที่มีรูปทั่วไป เป็น $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็ม ลักษณะของกราฟขึ้นอยู่กับดีกรีของฟังก์ชัน ถ้าดีกรีเป็น 1 ก็จะเป็นเส้นตรง ถ้าดีกรีเป็น 2 กราฟจะเป็นพาราโบลา

นอกจากนี้ถ้าฟังก์ชันอยู่ในรูปหารกัน เช่น $y = \frac{x+1}{x+2}$ เป็นส่วนหนึ่งของฟังก์ชันพีชคณิต ที่เรียกว่า ฟังก์ชันตรรกยะ (Rational Function)

จากที่กล่าวมาแล้วเป็นฟังก์ชันพีชคณิต สำหรับฟังก์ชันที่ไม่ใช่ฟังก์ชันพีชคณิต เรียกว่าฟังก์ชันทรานเซนเดนทัล เช่น ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันลอการิทึม ฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล

2. อธิบายข้อสงสัยและปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เพื่อนไม่เข้าใจ
3. ให้ทำแบบฝึกหัด
4. เฉลยแบบฝึกหัด

การประเมินผล ดูจากคะแนนที่ทำในแบบฝึกหัด

แบบฝึกหัด

1. จากฟังก์ชันที่กำหนดให้ จงพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นหรือไม่

1.1 $y = \frac{2}{3}x - 5$

1.2 $y = x^2 + 5$

1.3 $f(x) = 3x + 8$

1.4 $f(x) = x^3$

1.5 $y = 2$

2. จากฟังก์ชันที่กำหนดให้ จงพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันควอดราติกหรือไม่

2.1 $x + y - 5 \neq 0$

2.2 $y = x^2 + 4$

2.3 $f(x) = 2x^3$

2.4 $y = x^{-2} + 2x^{-3} + 5$

2.5 $y = 3x^2$

2.6 $f(x) = 1 - 2x - x^2$

2.7 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{6}x - 7$

2.8 $f(x) = xy + y^2$

2.9 $g(x) = 1 - x^2$

2.10 $f(x) = (1-x)^2$

3. จงพิจารณาว่าข้อต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่

3.1 ฟังก์ชันคงที่จะให้กราฟเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน X เสมอ

3.2 ฟังก์ชันคงที่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

3.3 ฟังก์ชันเชิงเส้น เป็นฟังก์ชันพหุนาม (Polynomial function)

สี่สีกริเป็น 1

3.4 ความสัมพันธ์ที่ให้กราฟเป็นเส้นตรงจะเป็นฟังก์ชันเสมอ

3.5 ฟังก์ชันที่ให้กราฟเป็นเส้นตรงจะเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

3.6 ฟังก์ชันเชิงเส้นเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

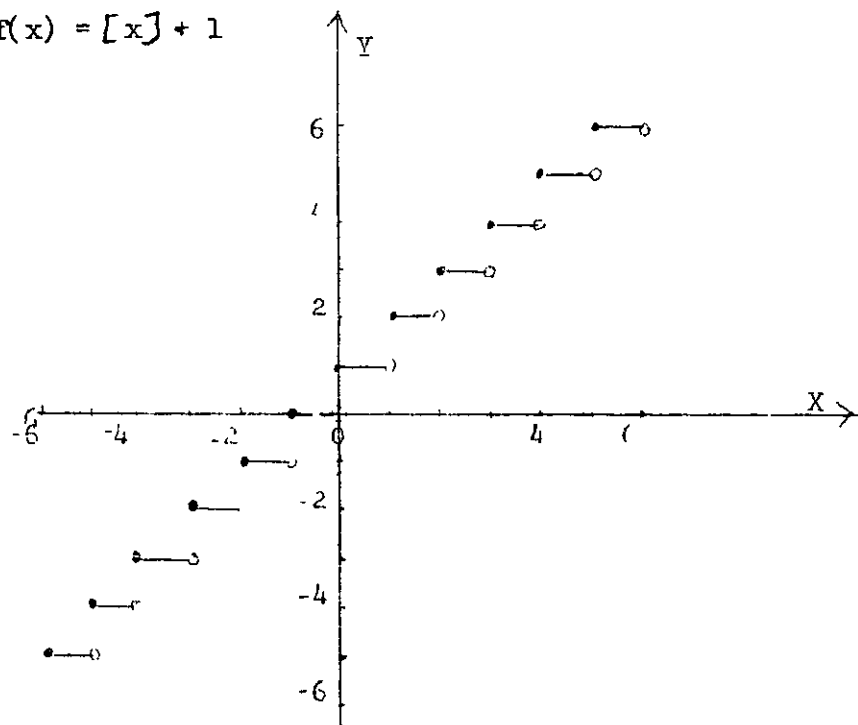
3.7 ถ้า A, B เป็นเซตจำกัด และ $n(A) > n(B)$ แล้วไม่สามารถ
สร้างฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ได้

4. จงเขียนกราฟ $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ เมื่อ $A \subset \mathbb{R}$ ซึ่ง $f(x) = [x] + 1$
 และ $[x]$ เป็นจำนวนเต็มที่มีค่ามากที่สุดที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ x
5. จงเขียนกราฟของ $y = 2|x| + 1$

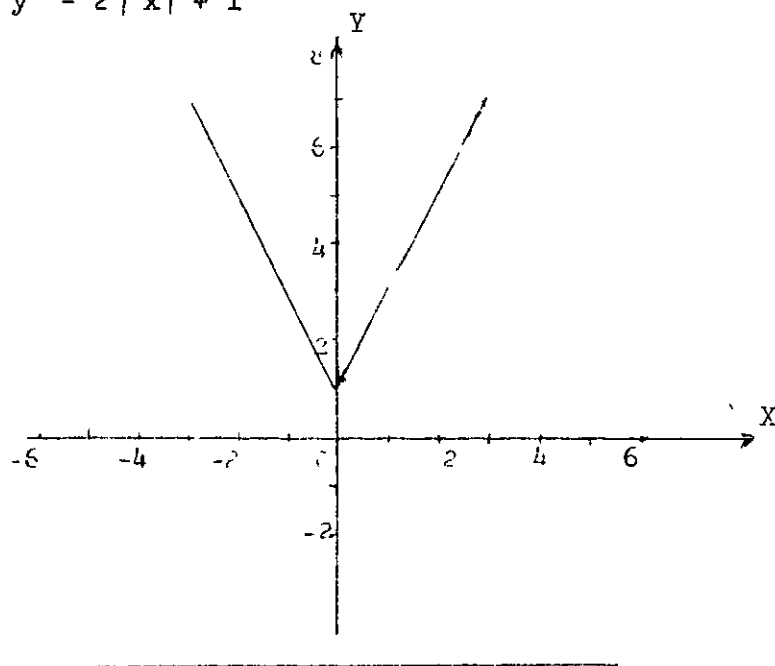
เฉลยแบบฝึกหัด

1.
 - 1.1 เป็น
 - 1.2 ไม่เป็น
 - 1.3 เป็น
 - 1.4 ไม่เป็น
 - 1.5 เป็น
2.
 - 2.1 ไม่เป็น
 - 2.2 เป็น
 - 2.3 ไม่เป็น
 - 2.4 ไม่เป็น
 - 2.5 เป็น
 - 2.6 เป็น
 - 2.7 เป็น
 - 2.8 ไม่เป็น
 - 2.9 เป็น
 - 2.10 เป็น
3.
 - 3.1 ถูก
 - 3.2 ผิด
 - 3.3 ถูก
 - 3.4 ผิด
 - 3.5 ผิด
 - 3.6 ถูก
 - 3.7 ถูก

4. $f(x) = [x] + 1$



5. $y = 2|x| + 1$



แผนการให้เพื่อนช่วยสอน

คาบที่ 5 ฟังก์ชันกำลังสอง การเขียนกราฟ การหาเซตคำตอบของสมการ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

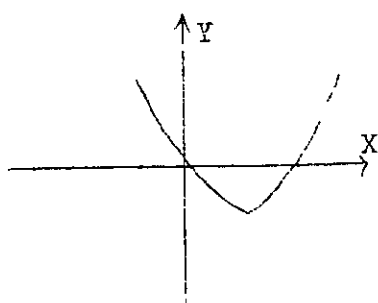
1. กำหนดฟังก์ชันกำลังสอง สามารถหาจุดวกกลับของฟังก์ชันได้ และบอกได้ว่าฟังก์ชันให้ค่าสูงสุดหรือต่ำสุด
2. กำหนดสมการที่อยู่ในรูปฟังก์ชันกำลังสอง นักเรียนสามารถหาเซตคำตอบของสมการจากกราฟได้อย่างถูกต้อง

ความคิดรวบยอด

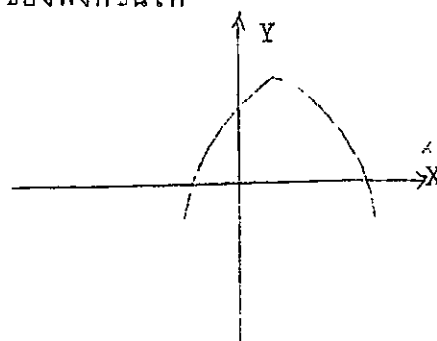
1. ฟังก์ชันกำลังสองมีรูปทั่วไปเป็น $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a \neq 0$ เขียนกราฟได้เป็นรูปพาราโบลาที่มีจุดวกกลับที่ $(-\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a})$ ลักษณะของกราฟจะว่าหรือหงายขึ้นขึ้นอยู่กับค่าของ a ถ้า $a > 0$ ได้กราฟหงาย และ $a < 0$ ได้กราฟคว่ำ
2. ฟังก์ชันกำลังสองให้ค่าสูงสุดหรือต่ำสุด สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการหามากที่สุดหรือน้อยที่สุดของปัญหาในชีวิตประจำวันได้
3. สมการกำลังสองสามารถหาเซตคำตอบได้จากการเขียนกราฟของฟังก์ชัน แล้วพิจารณาจุดตัดบนแกน x โดยยึดหลักว่าที่จุดตัดแกน x ค่าฟังก์ชันเป็นศูนย์

เนื้อหา 1. ฟังก์ชันกำลังสอง มีรูปทั่วไป เป็น $f(x) = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$

ถ้า $a > 0$ เขียนกราฟได้พาราโบลา
ลักษณะหงาย และสามารถหาค่าต่ำสุด
ของฟังก์ชันได้



ถ้า $a < 0$ เขียนกราฟได้พาราโบลา
ลักษณะคว่ำ และสามารถหาค่าสูงสุด
ของฟังก์ชันได้



2. จุดวกกลับของฟังก์ชัน $f(x) = ax^2 + bx + c$ คือจุด $(-\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a})$

3. อสมการกำลังสองสามารถหาเซตคำตอบได้จากการเขียนกราฟ แล้วพิจารณา

จุดตัดบนแกน x ของกราฟฟังก์ชัน $f(x) = ax^2 + bx + c$

เช่น ' จงหาเซตคำตอบของ $2x^2 + 3x + 1 \geq 0$

ให้ $2x^2 + 3x + 1 = y$

จาก $y = 2x^2 + 3x + 1$ เขียนกราฟได้

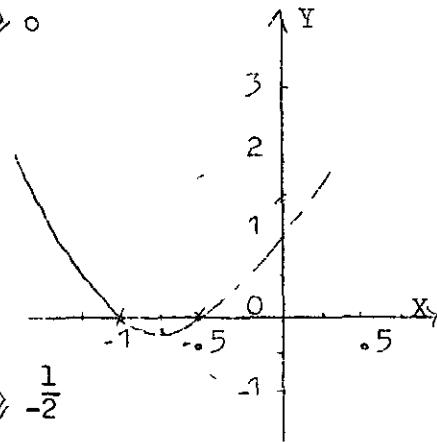
หาจุดตัดบนแกนได้จุด $(-\frac{1}{2}, 0)$, $(-1, 0)$

จุดวกกลับคือจุด $(-\frac{3}{4}, -\frac{1}{8})$

$$\therefore 2x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

นั่นคือ $y \geq 0$ ค่าของ $x \leq -1$ หรือ $x \geq -\frac{1}{2}$

เซตคำตอบ $\{ x / x \leq -1 \text{ หรือ } x \geq -\frac{1}{2} \}$



- วิธีสอน
1. สรุปเนื้อหาที่สำคัญ หลักการเขียนกราฟ และการหาเซตคำตอบของอสมการ
 2. เปิดโอกาสให้เพื่อนได้ซักถาม
 3. ให้ทำแบบฝึกหัด
 4. เฉลยแบบฝึกหัด

การประเมินผล ดูจากการทำแบบฝึกหัดว่าเข้าใจหรือไม่

แบบฝึกหัด

1. จากฟังก์ชันที่กำหนดให้ จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่าง

ฟังก์ชัน	ลักษณะของกราฟ	จุดวกกลับของกราฟ	ถ้า $y \geq 0$ แล้ว x มีค่าในช่วงใด	ถ้า $y < 0$ แล้ว x มีค่าในช่วงใด
1.1 $y = x^2 + 4x - 5$				
1.2 $y = 4 - x^2$				
1.3 $y = (x - 3)^2$				
1.4 $y = 4x^2$				
1.5 $y = 8 + 2x - x^2$				

2. จงขีดเครื่องหมาย / หน้าข้อที่ถูกต้อง และเครื่องหมาย X หน้าข้อผิด

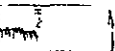
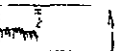
ถ้า $f = \{(x, y) \mid y = x^2 + 2x - 2 \text{ และ } -3 < x \leq 2\}$ แล้ว

2.1 $R_f = \{x \mid -3 < x \leq 6\}$

2.2 $R_f = \{x \mid 1 < x \leq 6\}$

2.3 $f(1) = 1$

2.4 $f(0) = -2$

3. มีผ้าม่านยาว 8 เมตร ต้องการนำไปกันห้องที่บริเวณมุมห้องเดิมเพื่อแบ่งส่วนของห้องเดิมเป็นรูป  จะกันให้มีคานกว้างและคานยาวของห้องยาวเท่าไร จึงจะทำให้มีพื้นที่มากที่สุด 

เฉลย

1.	ลักษณะกราฟ	จุดวกกลับ	ถ้า $y \geq 0$	ถ้า $y < 0$
1.1	หงาย	$(-2, -9)$	$x \leq -5$ หรือ $x \geq 1$	$-5 < x < 1$
1.2	คว่ำ	$(0, 4)$	$-2 \leq x \leq 2$	$x < -2$ หรือ $x > 2$
1.3	หงาย	$(3, 0)$	$x \in \mathbb{R}$	ไม่มีค่า x ใดๆ
1.4	หงาย	$(8, 0)$	$x \in \mathbb{R}$	ไม่มีค่า x ใดๆ
1.5	คว่ำ	$(1, 9)$	$-2 \leq x \leq 4$	$x < -2$ หรือ $x > 4$

2.	2.1	✓
	2.2	✗
	2.3	✓
	2.4	✓

3.	กว้าง 4 เมตร ยาว 4 เมตร
----	-------------------------

แผนการให้เพื่อนช่วยสอน

คาบที่ 6 ฟังก์ชันคอมโพสิทและฟังก์ชันอินเวอร์ส

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อเรียนจบในคาบนี้แล้ว ให้นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่ามีฟังก์ชันคอมโพสิทของฟังก์ชันสองฟังก์ชันที่กำหนดให้หรือไม่
2. เมื่อกำหนดฟังก์ชันสองฟังก์ชันที่สามารถหาฟังก์ชันคอมโพสิทได้ นักเรียนสามารถเขียนคอมโพสิทฟังก์ชันได้ถูกต้อง ทั้งในรูปการกำหนดเงื่อนไข และแผนภาพประกอบ
3. สามารถหาค่าของฟังก์ชันคอมโพสิทได้ถูกต้อง เมื่อกำหนดค่าของสมาชิกตัวหน้าให้
4. บอกได้ว่าอินเวอร์สของฟังก์ชันชนิดใดที่เป็นฟังก์ชัน
5. สามารถหาอินเวอร์สของฟังก์ชันและเขียนกราฟของอินเวอร์สของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้ และหาค่าของฟังก์ชันอินเวอร์สที่ x ใดๆ ได้ถูกต้อง

ความคิดรวบยอด

1. ถ้า $f : A \rightarrow B$ และ $g : B \rightarrow C$ แล้ว $g \circ f : A \rightarrow C$ โดยที่

$$g \circ f = \{ (x, y) \mid x \in f \text{ และ } y \in g \text{ เมื่อ } R_f \subset D_g \}$$
 และ $(g \circ f)(x) = g(f(x))$
2. ถ้า f เป็นฟังก์ชัน แล้ว f^{-1} แทนอินเวอร์สของฟังก์ชัน f ซึ่ง

$$f^{-1} = \{ (x, y) \mid x \in I_f \text{ และ } y \in D_f \}$$
3. อินเวอร์สของฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันอินเวอร์สเมื่อฟังก์ชันนั้นเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง
4. $f^{-1} \circ f^{-1}(x) = x$

เนื้อหา

1. ถ้า f และ g เป็นฟังก์ชัน และ $R_f \subset D_g$ ฟังก์ชันคอมโพสิทของ f และ g เขียนแทนด้วย $g \circ f$ กำหนดโดย

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) \text{ สำหรับทุก } x \in D_f$$
 ดังนั้น $D_{g \circ f} = I_f$
 ในกรณีที่ $R_f \not\subset D_g$ ถือว่าไม่มีฟังก์ชันคอมโพสิทของ f และ g

2. อินเวอร์สของฟังก์ชัน หาเหมือนอินเวอร์สของความสัมพันธ์ โดยการสลับตำแหน่งสมาชิกตัวหน้า และสมาชิกตัวหลัง ของแต่ละคู่อันดับในฟังก์ชันนั้น เช่น $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$, $f^{-1} = \{(2, 1), (3, 2), (4, 3)\}$
 อินเวอร์สของฟังก์ชันอาจเป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชันก็ได้
 อินเวอร์สของฟังก์ชันที่เป็นฟังก์ชันเรียกฟังก์ชันอินเวอร์ส

วิธีสอน

1. ให้เพื่อนทาบแบบฝึกหัดเพื่อหาข้อบกพร่องและจุดที่เพื่อนไม่เข้าใจ
2. เฉลยแบบฝึกหัด
3. เปิดโอกาสให้เพื่อนได้ซักถาม
4. ทบทวนรายสัปดาห์เพื่อฝึกผลึกและสรุปสาระเนื้อหาที่ควรจำ

ประเมินผล จากการทาบแบบฝึกหัด

แบบฝึกหัด

1. จงตรวจสอบว่าฟังก์ชันแต่ละคู่ที่กำหนดให้หา $g \circ f$, $f \circ g$ ได้หรือไม่ ถ้าได้จงหา $g \circ f$, $f \circ g$ ของแต่ละคู่

1.1 $f(x) = x + 2$, $g(x) = x + 1$

1.2 $f(x) = 3x - 1$, $g(x) = 2x + 4$

1.3 $f(x) = 3$, $g(x) = 2$

1.4 $f(x) = 2$, $g(x) = x^2$

1.5 $f(x) = 1 - x^2$, $g(x) = 1 + x$

1.6 $f(x) = 2x + x - 1$, $g(x) = 3x - 2$

2. ถ้า $f(x) = 1 - 2|x|$ และ $g(x) = x + 1$ จงหาค่าของ

2.1 $(g \circ f)(3)$

2.2 $(g \circ g)(-4)$

$$2.3 \quad (f \circ g)(5)$$

$$2.4 \quad (f \circ f)(1)$$

$$2.5 \quad (g \circ g)(0)$$

3. อินเวอร์สของฟังก์ชันต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

$$3.1 \quad f = \{(x, y) \mid y = 12 - x\}$$

$$3.2 \quad f = \{(x, y) \mid x + y = 20\}$$

$$3.3 \quad f = \{(x, y) \mid y = x^2 + 5\}$$

$$3.4 \quad f = \{(x, y) \mid y = \frac{1}{x}\}$$

$$4. \quad \text{ถ้า } f = \{(x, y) \mid y = x^2 + 1\} \text{ จงหาค่าของ } f^{-1}(10), f^{-1}(5)$$

$$5. \quad \text{ถ้า } f = \{(a, 0), (b, 2), (d, 5), (c, 4)\} \text{ จงหา } f^{-1}, f \circ f^{-1}, f^{-1} \circ f, (f \circ f^{-1})(4), (f^{-1} \circ f)(a)$$

$$6. \quad \text{ถ้า } f(x) = x + 1 \text{ และ } g(x) = 2x \text{ จงหา}$$

$$6.1 \quad (f \circ g)^{-1}(x) =$$

$$6.2 \quad (f^{-1} \circ g^{-1})(x) =$$

$$6.3 \quad (g^{-1} \circ f^{-1})(x) =$$

$$6.4 \quad (g \circ f)^{-1}(x) =$$

$$6.5 \quad (f \circ f^{-1})(x) =$$

$$6.6 \quad (f \circ f)(x) =$$

เฉลยแบบฝึกหัด

$$1. \quad 1.1 \quad \text{หา } g \circ f \text{ และ } f \circ g \text{ ได้}$$

$$g \circ f = \{(x, y) \mid y = x + 3\}$$

$$f \circ g = \{(x, y) \mid y = x + 3\}$$

1.2 หา $g \circ f$ และ $f \circ g$ ได้

$$g \circ f = \{(x, y) \mid y = 6x - 2\}$$

$$f \circ g = \{(x, y) \mid y = 6x + 11\}$$

1.3 หา $g \circ f$ และ $f \circ g$ ได้

$$g \circ f = \{(x, y) \mid y = 2\}$$

$$f \circ g = \{(x, y) \mid y = 3\}$$

1.4 หา $g \circ f$ และ $f \circ g$ ได้

$$g \circ f = \{(x, y) \mid y = 4\}$$

$$f \circ g = \{(x, y) \mid y = 2\}$$

1.5 หา $g \circ f$ และ $f \circ g$ ได้

$$g \circ f = \{(x, y) \mid y = 2 - x\}$$

$$f \circ g = \{(x, y) \mid y = x\}$$

1.6 หา $g \circ f$ และ $f \circ g$ ได้

$$g \circ f = \{(x, y) \mid y = 6x^2 + 3x - 5\}$$

$$f \circ g = \{(x, y) \mid y = 18x^2 - 21x + 5\}$$

2. 2.1 26

2.2 -33

2.3 -51

2.4 -1

2.5 2

3. 3.1 เป็นฟังก์ชัน

3.2 เป็นฟังก์ชัน

3.3 ไม่เป็นฟังก์ชัน

3.4 เป็นฟังก์ชัน

$$4. f^{-1}(10) = \pm 3$$

$$f^{-1}(5) = \pm 2$$

$$5. f^{-1} = \{(0,a), (3,b), (5,d), (4,c)\}$$

$$f \circ f^{-1} = \{(0,0), (2,2), (4,4), (5,5)\}$$

$$f^{-1} \circ f = \{(a,a), (b,b), (c,c), (d,d)\}$$

$$(f \circ f^{-1})(4) = 4$$

$$(f \circ f)(a) = a$$

$$6. \quad 6.1 \quad \frac{x-1}{2}$$

$$6.2 \quad \frac{x}{2} - 1$$

$$6.3 \quad \frac{x-1}{2}$$

$$6.4 \quad \frac{x}{2} - 1$$

$$6.5 \quad x$$

$$6.6 \quad x$$

แผนการให้เพื่อนช่วยสอน

คาบที่ 7 ฟังก์ชันฟังก์ชัน

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อกำหนดฟังก์ชันให้ตั้งแต่ 2 ฟังก์ชัน ผู้เรียนสามารถหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณและผลหารของฟังก์ชันเหล่านั้นได้ถูกต้อง พร้อมทั้งหาโดเมนของฟังก์ชันผลลัพธ์ได้ถูกต้อง

ความคิดรวบยอด

ถ้า f และ g เป็นฟังก์ชัน จะสร้างฟังก์ชัน $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$ และ $\frac{f}{g}$ ได้โดย

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \quad \text{และ} \quad D_{f+g} = D_f \cap D_g$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) \quad \text{และ} \quad D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g$$

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad \text{และ} \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g \quad \text{เมื่อ } g(x) \neq 0$$

เนื้อหา

ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันที่มี D_f และ D_g เป็นโดเมนของฟังก์ชัน f และ g

ตามลำดับ

$$\begin{aligned} f + g &= \{(x, y) \mid y = f(x) + g(x) \quad \text{และ} \quad x \in D_f \cap D_g\} \\ f - g &= \{(x, y) \mid y = f(x) - g(x) \quad \text{และ} \quad x \in D_f \cap D_g\} \\ f \cdot g &= \{(x, y) \mid y = f(x) \cdot g(x) \quad \text{และ} \quad x \in D_f \cap D_g\} \\ \frac{f}{g} &= \{(x, y) \mid y = \frac{f(x)}{g(x)} \quad \text{และ} \quad x \in D_f \cap D_g \quad \text{และ} \quad g(x) \neq 0\} \end{aligned}$$

วิธีสอน 1. สรุปสาระเนื้อหาที่สำคัญเรื่องฟังก์ชันให้เพื่อนฟัง และเน้นให้ทราบว่าฟังก์ชันจะต้องจำนิยามของฟังก์ชันให้ได้

2. ให้เพื่อนทำแบบฝึกหัด

3. เฉลยแบบฝึกหัด เปิดโอกาสให้เพื่อนซักถาม

4. สรุปย่อข้อที่อาจจะเข้าใจผิด เช่น $(g \cdot f)(x)$ กับ $(g \circ f)(x)$

ไม่เหมือนกัน การเตรียมตัวสอบ

ประเมินผล จากการซักถามและทำจากแบบฝึกหัดว่าเข้าใจหรือไม่

แบบฝึกหัด

1. กำหนดให้ $f = \{(3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 0)\}$
 $g = \{(3, 1), (4, 0), (5, 3), (6, 12)\}$

จงหา $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$, f/g , $(f + g)(3) + (f - g)(6)$

2. ถ้า $f = \{(x, y) \mid y = x^2 - 2|x|\}$ และ $g = \{(x, y) \mid y = x^2 + 1\}$

จงหา $(f + g)(x)$, $(f - g)(x)$, $(f + g)(-1)$, $(f - g)(-5)$, $(f \cdot g)(3)$,

$f/g(x)$ และ $f/g(-2)$

3. ถ้า $f(x) = 2x - 1$ และ $g(x) = x - 3$ จงหาค่าของ

3.1 $(f + f)(x)$

3.2 $(f - g)(x)$

3.3 $(f - g)(6)$

3.4 $(f \cdot f)(5)$

3.5 $f/g(10)$

4. จงเขียนกราฟของ $f + g$, $f - g$ เมื่อ $f = \{(x, y) \mid y = 1 - x\}$ และ
 $g = \{(x, y) \mid y = 5x + 1\}$

เฉลยแบบฝึกหัด

1. $f + g = \{(3, 3), (4, 3), (5, 7), (6, 12)\}$

$f - g = \{(3, 1), (4, 3), (5, 1), (6, -12)\}$

$f \cdot g = \{(3, 2), (4, 0), (5, 12), (6, 0)\}$

$f/g = \{(3, 2), (5, \frac{4}{3}), (6, 0)\}$

$(f + g)(3) = 3$

$(f - g)(6) = -12$

$$2. \quad (f-g)(x) = 2x^2 - 2|x| + 1$$

$$(f-g)(x) = -2|x| - 1$$

$$(f+g)(-1) = 1$$

$$(f-g)(-5) = -11$$

$$(f \cdot g)(3) = f(3) \cdot g(3) = 3 \times 10 = 30$$

$$f/g(x) = \frac{x^2 - 2|x|}{x^2 + 1}$$

$$f/g(-2) = 0$$

$$3.1 \quad (f^{-1} + f)(x) = \frac{x}{2} + 2x = \frac{5x}{2}$$

$$3.2 \quad (f^{-1} - g^{-1})(x) = \frac{x}{2} - (x + 3) = \frac{-x-3}{2}$$

$$3.3 \quad (f^{-1} - g^{-1})(6) = \frac{-6-3}{2} = \frac{-9}{2}$$

$$3.4 \quad (f^{-1} \cdot f)(5) = \frac{5}{2} \cdot 2(5) = 25$$

$$3.5 \quad f/g(10) = \frac{2(10)}{10-3} = \frac{20}{7}$$