ผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็น

ปริญญานิพนธ์

ของ

สัญญา ภัทรากร

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

พฤษภาคม 2552

ผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็น

ปริญญานิพนธ์

ของ

สัญญา ภัทรากร

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

พฤษภาคม 2552

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็น

บทคัดย่อ

ของ

สัญญา ภัทรากร

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

พฤษภาคม 2552

สัญญา ภัทรากร. (2552). *ผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็น*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพ ฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม : รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์, รองศาสตราจารย์ ดร.สมสรร วงษ์อยู่น้อย.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 ของโรงเรียนสายน้ำผึ้ง ในพระอุปถัมภ์ เขตคลองเตย กรุงเทพมหานครซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียนทั้งหมด 43 คน ใช้เวลาในการสอน 17 คาบ แบบแผนการวิจัยครั้งนี้เป็นแบบ One – Group Pretest – Posttest Design วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าสถิติ t – test for Dependent Samples และค่าสถิติ t – test one group

ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

THE EFFECTS OF ORGANIZING ACTIVE LEARNING ON PROBLEM SOLVING AND MATHEMATICAL COMMUNICATION ABILITIES OF MATHAYOMSUKSA III STUDENTS IN PROBABILITY

AN ABSTRACT

BY

SANYA PHATTARAKORN

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Master of Education Degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University
May 2009

Sanya Phattarakorn. (2009). *The Effects of Organizing Active Learning on Problem Solving and Mathematical Communication Abilities of Mathayomsuksa III Students in Probability*. Master thesis, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisory Committee : Assoc. Prof. Dr.Chaweewan Sawetamalya, Assoc. Prof. Dr.Somson Wongyoonoi.

The purpose of this research was to study the effects of organizing active learning of probability on problem solving and mathematical communication abilities of Matayomsuksa III students

The subjects of this study were 43 Matayomsuksa III students in the second semester of 2008 academic year from Sainampeung School. They were selected by using cluster random sampling technique. The experiment lasted for 17 periods. The One – Group pretest - posttest design was used for this study. The data were analyzed by using t – test for dependent samples and t – test one group.

The findings were as follows:

1. Mathematical problem solving ability for Matayomsuksa III students after attending active learning on probability was higher than that before attending the learning at the .01 level of significance.

2. Mathematical problem solving ability for Matayomsuksa III students after attending active learning on probability significantly passed at least 70 percent criterion at the .01 level of significance.

3. Mathematical communication ability for Matayomsuksa III students after attending active learning on probability was higher than that before attending the learning at the .01 level of significance.

4. Mathematical communication ability for Matayomsuksa III students after attending active learning on probability significantly passed at least 70 percent criterion at the .01 level of significance.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง
ผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสาร
ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็น
ของ
สัญญา ภัทรากร

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย สันติวัฒนกุล)
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2552

คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์

.....ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์)

.....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมสรร วงษ์อยู่น้อย)

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

…….....ประธาน
(อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์)

…….....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์)

…….....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมสรร วงษ์อยู่น้อย)

…….....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดีด้วยความกรุณาและการให้คำปรึกษา แนะแนวทางในการทำวิจัยจากรองศาสตราจารย์ ดร. ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ ประธานกรรมการที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.สมสรร วงษ์อยู่น้อย กรรมการที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ และอาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์ ประธานกรรมการสอบปากเปล่า ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล กรรมการสอบปากเปล่า ซึ่งท่านได้เสียสละเวลาอันมีค่า เพื่อให้คำปรึกษาชี้แนะแนวทางและปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ในการทำวิจัยนี้แก่ผู้วิจัยเป็นอย่างดี ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณในความกรุณาเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์ อาจารย์อุทัย ตั้งคำ อาจารย์จินดา พ่อค้าชำนาญ ซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ โดยได้ให้คำปรึกษา แนะนำ และแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้อำนวยการโรงเรียนสายน้ำผึ้ง ในพระอุปถัมภ์ฯ กรุงเทพมหานคร และคณะครูอาจารย์โรงเรียนสายน้ำผึ้ง ในพระอุปถัมภ์ฯ กรุงเทพมหานคร ทุกท่าน ที่ได้อำนวยความสะดวก เป็นกำลังใจ ให้ความช่วยเหลือ และให้การสนับสนุนให้ผู้วิจัยทำการวิจัยในครั้งนี้จนสำเร็จ และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสายน้ำผึ้ง ในพระอุปถัมภ์ฯ กรุงเทพมหานคร ทุกคนที่ให้ความร่วมมือในการวิจัยครั้งนี้เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ สมาชิกในครอบครัวทุกท่าน ผู้เป็นกำลังใจและให้การสนับสนุนแก่ผู้วิจัยจนประสบความสำเร็จ และขอขอบพระคุณทุกท่านที่มิได้เอ่ยนามมา ณ ที่นี้ ที่คอยช่วยเหลือให้คำแนะนำและให้กำลังใจตลอดเวลา ผู้วิจัยจักระลึกถึงพระคุณของทุกท่านตลอดไป

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดามารดาและครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

สัญญา ภัทรากร

สารบัญ

บทที่		หน้า
1	**บทนำ**	1
	ภูมิหลัง	1
	ความมุ่งหมายของการวิจัย	3
	ความสำคัญของการวิจัย	3
	ขอบเขตของการวิจัย	4
	ประชากรที่ใช้ในการวิจัย	4
	กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย	4
	เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย	4
	ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย	4
	ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย	4
	นิยามศัพท์เฉพาะ	5
	กรอบแนวคิดในการวิจัย	7
	สมมติฐานในการวิจัย	7
2	**เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง**	8
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา (Active Learning)	9
	ความหมายของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา	9
	หลักการของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา	13
	ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา	17
	ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา ในวิชาคณิตศาสตร์	22
	องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา	25
	กิจกรรมการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา	28
	บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา	39
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา	44
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	46
	ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์	46
	ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์	48
	ความหมายและความสำคัญของการแก้ปัญหา	52
	ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ	54

สารบัญ(ต่อ)

บทที่		หน้า
2(ต่อ)	องค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	56
	กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	61
	ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	69
	แนวทางการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา	77
	ปัจจัยที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	89
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	93
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	98
	ความหมายของการสื่อสาร	98
	ความสำคัญของการสื่อสาร	100
	ประเภทของการสื่อสาร	106
	องค์ประกอบของการสื่อสาร	109
	วัตถุประสงค์ของการสื่อสาร	113
	ความหมายและความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	116
	แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	118
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	123
3	**วิธีดำเนินการวิจัย**	128
	การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง	128
	ประชากร	128
	การเลือกกลุ่มตัวอย่าง	128
	เนื้อหาที่ใช้	128
	ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย	129
	การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	129
	วิธีดำเนินการวิจัย	139
	วิธีดำเนินการวิจัย	139
	การจัดกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล	140
	การวิเคราะห์ข้อมูล	140
	สถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูล	141

สารบัญ(ต่อ)

บทที่		หน้า
4	**ผลการวิเคราะห์ข้อมูล**	145
	สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	145
	การวิเคราะห์ข้อมูล	145
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	146
5	**สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ**	150
	ความมุ่งหมายของการวิจัย	150
	สมมติฐานในการวิจัย	150
	วิธีดำเนินการวิจัย	150
	สรุปผลการวิจัย	152
	อภิปรายผล	153
	ข้อสังเกตจากการวิจัย	156
	ข้อเสนอแนะ	157
บรรณานุกรม		158
ภาคผนวก		175
	ภาคผนวก ก	176
	ภาคผนวก ข	188
	ภาคผนวก ค	219
	ภาคผนวก ง	316
	ภาคผนวก จ	349
ประวัติย่อผู้วิจัย		351

บัญชีตาราง

ตาราง **หน้า**

1 การเปรียบเทียบลักษณะสำคัญของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา กับการจัดการเรียนรู้ที่ผู้เรียนเป็นฝ่ายรับความรู้..... 14

2 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 132

3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่าน..... 133

4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน..... 133

5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟัง..... 135

6 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด..... 137

7 แบบแผนการวิจัย..... 139

8 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น ก่อนและหลังการทดลอง..... 146

9 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)..... 147

10 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น ก่อนและหลังการทดลอง..... 148

11 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)..... 149

12 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน..... 177

13 ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน..... 177

14 ค่าความเชื่อมั่นของการตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... 178

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง **หน้า**

15 ค่าความเชื่อมั่นของการตรวจให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่าน..... 181
16 ค่าความเชื่อมั่นของการตรวจให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน..... 184
17 ค่า $\sum X_i$ ค่า $\sum X_i^2$ ค่า s_i^2 เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน..... 187
18 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น (20 คะแนน)..... 189
19 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟังของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น (12 คะแนน)..... 194
20 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น (8 คะแนน)..... 199
21 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น (20 คะแนน)..... 204
22 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น (20 คะแนน)..... 209
23 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยรวมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น (60 คะแนน)..... 214

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ		หน้า
1	กรอบแนวคิดในการวิจัย	7
2	ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาในเวลา 50 นาที	18
3	องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา	26
4	ผังความคิดรวบยอด	36
5	กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง	64
6	กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต	65
7	ลำดับขั้นของการแก้ปัญหา	67
8	กระบวนการแก้ปัญหา	68
9	กระบวนการสื่อสาร	109

บทที่ 1
บทนำ

ภูมิหลัง

การศึกษาถือว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของชีวิต โดยเฉพาะสังคมโลกปัจจุบันในยุคโลกาภิวัตน์ ยุคของการบริโภคข่าวสารข้อมูลไร้พรมแดน การศึกษาเป็นการพัฒนาคนให้มีคุณภาพเพื่อที่จะได้เป็นสมาชิกที่ดีของสังคมและสามารถอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข ดังนั้นการศึกษาจึงเป็นเครื่องมือที่สำคัญที่สุดในการพัฒนาประเทศ ดังจะเห็นได้จากแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติของประเทศไทยตั้งแต่แผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 8 (พ.ศ. 2540 - พ.ศ. 2544) จนถึงแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 10 (ฉบับปัจจุบัน พ.ศ. 2550 – พ.ศ. 2554) ได้มุ่งเน้นความสำคัญในการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ ซึ่งถือว่าเป็นทรัพยากรหลักที่สำคัญในการพัฒนาทุกด้าน การพัฒนาประเทศระบุให้ยึดประชาชนเป็นศูนย์กลางของการพัฒนา ทางด้านกฎหมายทางการศึกษาได้แก่ พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ก็ระบุไว้ชัดเจนว่า จะมุ่งเน้นการจัดการศึกษาเพื่อพัฒนาคนไทยให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญา มีความรู้และคุณธรรม มีจริยธรรมและวัฒนธรรมในการดำเนินชีวิต สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข เพื่อให้มีศักยภาพพร้อมที่จะแข่งขันและร่วมมือสร้างสรรค์บนเวทีโลก

ในปัจจุบันความเป็นอยู่ของคนเราได้มีเทคโนโลยีหรือวิทยาการแขนงต่าง ๆ ได้มาเกี่ยวข้องจนกลายเป็นปัจจัยสำคัญประการหนึ่งในการดำรงชีวิต เนื่องจากนำมาเป็นเครื่องมือเพื่อใช้อำนวยความสะดวกในชีวิตประจำวันและเมื่อพิจารณาถึงรากฐานที่สำคัญของเทคโนโลยีนั้น ๆ พบว่าจะต้องอาศัยความรู้พื้นฐานทางด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ทั้งสิ้น การที่จะพัฒนาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้ก็ต่อเมื่อได้พัฒนาทางด้านคณิตศาสตร์แล้วเป็นอย่างดี กล่าวคือ การมีความรู้ความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ที่ดีและแข็งแกร่งหรือมีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Power) ย่อมได้เปรียบเพราะจะสามารถพัฒนาศักยภาพทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีต่อไปได้ ดังนั้น ในการพัฒนาด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี จึงจำเป็นต้องพัฒนาด้านคณิตศาสตร์ก่อน เพราะความรู้ทางคณิตศาสตร์จะเป็นความรู้พื้นฐานที่สำคัญและจำเป็น และเป็นเครื่องมือที่มนุษย์จะได้นำไปใช้ในการพัฒนาความรู้ด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีให้เจริญก้าวหน้าต่อไป (ปานทอง กุลนาถศิริ. 2543 : 15)

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญวิชาหนึ่ง ถือว่าเป็นเครื่องมือในการพัฒนาความคิดของมนุษย์ซึ่งเป็นทรัพยากรที่สำคัญที่สุดในการพัฒนาประเทศ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบระเบียบมีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม ช่วยพัฒนามนุษย์ให้สมบูรณ์ทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถ

คิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2544 : บทนำ) นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นราชินีของวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาให้แต่ละบุคคลเป็นคนที่สมบูรณ์ เป็นพลเมืองดี เพราะคณิตศาสตร์ช่วยเสริมสร้างความมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบระเบียบในการคิด มีการวางแผนในการทำงาน มีความรับผิดชอบต่อกิจการงานที่ได้รับมอบหมาย ตลอดจนมีลักษณะการเป็นผู้นำในสังคม (สิริพร ทิพย์คง. 2536 : 9) การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ต้องการที่จะให้บุคคลมีความสามารถในหลาย ๆ ด้าน ซึ่งครอบคลุมในทุกด้านของจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมการเรียนรู้ ไม่ว่าจะเป็นในด้านพุทธิพิสัย (Cognitive Domain) ด้านจิตพิสัย (Affective Domain) และด้านทักษะพิสัย (Psychomotor Domain) และคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด เราใช้คณิตศาสตร์ในการพิสูจน์อย่างมีเหตุผล ว่าสิ่งที่เราคิดนั้นเป็นจริงหรือไม่ด้วยการคิด (ยุพิน พิพิธกุล. 2530 : 2)

ปัญหาการจัดการเรียนการสอนในปัจจุบัน คือ ผู้สอนส่วนใหญ่ยังคงใช้วิธีการสอนแบบบรรยายเพียงอย่างเดียว มุ่งเน้นสอนเนื้อหา ส่งเสริมการท่องจำ มากกว่ามุ่งให้ผู้เรียนคิดวิเคราะห์ เสาะแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง โดยไม่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของผู้เรียน ผู้เรียนที่เรียนรู้ช้าหรือฟังการบรรยายไม่ทันจะเกิดความเบื่อหน่าย ถึงแม้ว่าผู้สอนจะพูดอย่างช้า ๆ ผู้เรียนก็จะฟังอย่างรู้สึกเบื่อหน่ายและใจลอย (บัญญัติ ชำนาญกิจ. 2549 : 2) การจัดการเรียนรู้ที่สามารถกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้น อยากที่จะเรียนรู้ (มนัส บุญประกอบ และคนอื่น ๆ. 2543 : 10) นอกจากนั้นขณะจัดการเรียนรู้ ผู้เรียนจะต้องได้รับข้อมูลป้อนกลับ แก้ไขปัญหาที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้ในทันที ซึ่งการที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา (Active Learning) จะช่วยเอื้อต่อสถานการณ์เหล่านี้ได้เป็นอย่างดี (Shenker; Goss; & Bernstein. 1996 : 1-7)

การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา (Active Learning) เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับผู้สอนและเพื่อนในชั้นเรียน มีความร่วมมือกันระหว่างผู้เรียน ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนเป็นฝ่ายสร้างเนื้อหาใหม่ คอยนำทางเพื่อช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจและใช้ข้อมูลข่าวสารให้เป็นประโยชน์ กล่าวคือ ช่วยจุดตะเกียงการเรียนรู้ของผู้เรียน ดังนั้น ผู้เรียนและการเรียนรู้ของผู้เรียนจึงเป็นสิ่งสำคัญของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา ซึ่งจะเป็นการตอบสนองนโยบายในการปฏิรูปการศึกษาไทยที่ให้จัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ผู้เรียนจะได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ อันจะนำไปสู่การสร้างความรู้จากสิ่งที่ปฏิบัติในระหว่างการเรียนการสอน ช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของผู้เรียน ซึ่งเป็นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นจุดเน้นสำคัญในหลักสูตร เป็นเป้าหมายพื้นฐานในการสอนคณิตศาสตร์ และเป็นอันหนึ่งอันเดียวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นที่ผู้เรียนทุกคนจะต้องเรียนรู้ เข้าใจ สามารถคิดเป็น แก้ปัญหาได้ เพื่อจะนำกระบวนการนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันต่อไป เพราะการได้ฝึกแก้ปัญหาจะช่วยให้ผู้เรียนรู้จักคิด มีระเบียบขั้นตอนในการคิด รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และรู้จักตัดสินใจอย่างฉลาด (สิริพร ทิพย์คง. 2536 : 157) การแก้ปัญหาเป็นการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่าง

ประสบการณ์เดิมกับความรู้ความเข้าใจและการดำเนินการโดยใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งผู้เรียนจะต้องทำความเข้าใจในปัญหาและวิเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่เพื่อวางแผนในการแก้ปัญหา และตรวจสอบความถูกต้อง ตลอดจนความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya. 1957 : xvi – xvii) เมื่อต้องแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำเป็นต้องอาศัยความสามารถในการสื่อสาร เพราะนอกจากการอ่านเพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและค้นหาคำตอบแล้วยังต้องพูดหรือเขียนเพื่ออธิบายความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ผลการวิเคราะห์จากแบบรูป การนำเสนอข้อคาดการณ์ ตลอดจนการแสดงวิธีทำและการให้เหตุผล อีกทั้งวิชาคณิตศาสตร์มีเนื้อหาส่วนใหญ่เป็นนามธรรม ที่ต้องใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เข้ามาช่วยในการสื่อสารให้ความรู้นั้นมีความกะทัดรัดและชัดเจน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2551 : 65)

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาเพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ที่สอดคล้องกับแนวการจัดการศึกษาตามพระราชบัญญัติการศึกษา พุทธศักราช 2542 ซึ่งมุ่งให้ผู้เรียนคิดเป็น ทำเป็น และแก้ปัญหาเป็น โดยทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็น ซึ่งเป็นเนื้อหาที่มีความเหมาะสมเพื่อใช้ในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และเพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพสูงสุด ตลอดจนส่งเสริมให้นักเรียนได้มีโอกาสพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ให้ดียิ่งขึ้น

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. เพื่อศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ความสำคัญของการวิจัย

ผลการวิจัยครั้งนี้ ทำให้ทราบผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และเป็นแนวทางสำหรับครูสอนวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่นที่จะนำไปใช้ในการปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสายน้ำผึ้งในพระอุปถัมภ์ฯ เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 จำนวน 12 ห้องเรียน รวม 578 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสายน้ำผึ้งในพระอุปถัมภ์ฯ เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 ที่ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่มด้วยการจับสลากมา 1 ห้องเรียนจากห้องเรียนทั้งหมด ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่ต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนคละความสามารถของนักเรียนได้กลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน จำนวน 43 คน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ของกระทรวงศึกษาธิการที่จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เรื่อง ความน่าจะเป็น

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 ใช้เวลาทดลอง 17 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้

1. ทดสอบก่อนเรียน	1	คาบ
2. ดำเนินการสอน	15	คาบ
3. ทดสอบหลังเรียน	1	คาบ
รวม	17	คาบ

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

1. ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา
2. ตัวแปรตาม ได้แก่
   2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
   2.2 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา หมายถึง กระบวนการเรียนรู้ที่ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับผู้สอนและเพื่อนในชั้นเรียน มีความร่วมมือกันระหว่างผู้เรียน ผู้เรียนจะได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ อันจะนำไปสู่การสร้างความรู้จากสิ่งที่ปฏิบัติในระหว่างการเรียนการสอน โดยการพูดและการฟัง การเขียน การอ่าน และการสะท้อนความคิด โดยมีขั้นตอนในการสอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียมพร้อมเข้าสู่บทเรียน เป็นขั้นสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ ทบทวนความรู้เดิม แนะนำหัวข้อที่จะเรียน แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้ผู้เรียนทราบ นำเสนอสัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่ต้องใช้ ยกตัวอย่างสถานการณ์ให้ผู้เรียนเห็นตัวอย่าง และตั้งกติการ่วมกัน เพื่อให้ผู้เรียนมีความพร้อมและเกิดความสนใจ

ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอสถานการณ์ เป็นขั้นที่ผู้สอนนำสถานการณ์ปัญหามาเร้าความสนใจ เพื่อให้ผู้เรียนได้ร่วมกันวางแผนการแก้ปัญหา และร่วมกันคิดวิเคราะห์ปัญหา และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนซักถามในสิ่งที่สงสัย

ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติ เป็นขั้นที่ผู้เรียนได้ลงมือแก้ปัญหาตามที่ได้วางแผนไว้ มีการแลกเปลี่ยนความคิดกันภายในกลุ่ม และทุกคนในกลุ่มต้องมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา โดยผู้สอนเป็นผู้คอยแนะนำ

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปราย เป็นขั้นที่ผู้เรียนออกมานำเสนอแนวคิดหน้าชั้นเรียน โดยทุกกลุ่มมีหน้าที่ตรวจสอบและมีสิทธิ์ที่จะถามผู้เรียนที่ออกไปนำเสนอแนวคิด

ขั้นที่ 5 ขั้นสรุป เป็นขั้นที่ผู้เรียนร่วมกันสรุปความรู้ หรือแนวคิดที่ได้ เพื่อสะท้อนความคิดที่ได้จากการลงมือปฏิบัติ และเพื่อให้มั่นใจว่าผู้เรียนมีการเรียนรู้จริง

2. ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ต้องใช้ความรู้ ทักษะทางคณิตศาสตร์ และประสบการณ์ที่มีอยู่ในการหาคำตอบของสถานการณ์หรือคำถามนั้น

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ ความคิด ทักษะ หลักการ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดโดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากความสามารถใน 4 ด้าน ดังนี้

3.1 ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา หมายถึง ความสามารถในการหาว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์กำหนดอะไรให้บ้าง ต้องการให้หาอะไร

3.2 ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการวิเคราะห์สังเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหาทางคณิตศาสตร์ รวบรวมข้อมูล พิจารณาว่าสิ่งที่กำหนดให้เพียงพอต่อการหาคำตอบหรือไม่ เชื่อมโยงกับความรู้เดิม นึกถึงปัญหาที่คล้าย ๆ กัน แล้วนำมาออกแบบวิธีที่จะแก้ปัญหา

3.3 ความสามารถในการดำเนินการตามแผน หมายถึง ความสามารถในการดำเนินการ

ตามวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เลือก คำนวณหาคำตอบ และให้เหตุผล

3.4 ความสามารถในการตรวจสอบผล หมายถึง ความสามารถในการตรวจสอบดูว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ ถูกต้องหรือไม่ หาวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ง่ายกว่า สั้นกว่า

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ หรือสื่อต่าง ๆ เพื่อนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้องชัดเจน รัดกุม ซึ่งมี 4 ด้าน คือ

4.1 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟัง หมายถึง ความสามารถในการรับรู้จากเสียงที่ได้ยิน ซึ่งวัดโดยใช้แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟัง

4.2 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยการใช้ถ้อยคำ น้ำเสียง ซึ่งวัดโดยใช้แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

4.3 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่าน หมายถึง ความสามารถในการวิเคราะห์และจับใจความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดโดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่าน

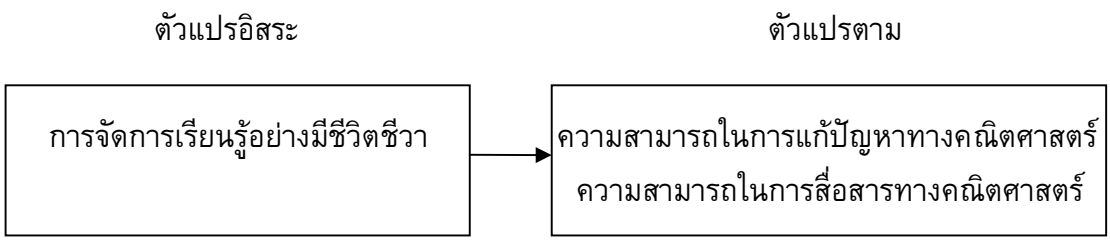
4.4 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน หมายถึง ความสามารถในการถ่ายทอดแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอักษร ตัวเลข หรือสัญลักษณ์ ซึ่งวัดโดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

5. เกณฑ์ หมายถึง ความต้องการขั้นต่ำที่จะยอมรับว่าผู้เรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวามีความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ โดยใช้เปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนดของ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. 2547 : 15) ให้ระดับผลการเรียนเป็น 8 ระดับ โดยมีแนวการให้ระดับผลการเรียนดังนี้

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 80 – 100 หมายถึง ผลการเรียนดีเยี่ยม ระดับผลการเรียน 4
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 75 – 79 หมายถึง ผลการเรียนดีมาก ระดับผลการเรียน 3.5
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 70 – 74 หมายถึง ผลการเรียนดี ระดับผลการเรียน 3
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 65 – 69 หมายถึง ผลการเรียนค่อนข้างดี ระดับผลการเรียน 2.5
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 60 – 64 หมายถึง ผลการเรียนน่าพอใจ ระดับผลการเรียน 2
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 55 – 59 หมายถึง ผลการเรียนพอใช้ ระดับผลการเรียน 1.5
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 50 – 54 หมายถึง ผลการเรียนต่ำ ระดับผลการเรียน 1
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 0 – 49 หมายถึง ผลการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์ ระดับผลการเรียน 0

ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 70

กรอบแนวคิดในการวิจัย



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

สมมติฐานในการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป

3. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา (Active Learning)
    - 1.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา
    - 1.2 หลักการของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา
    - 1.3 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา
    - 1.4 ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา ในวิชาคณิตศาสตร์
    - 1.5 องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา
    - 1.6 กิจกรรมการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา
    - 1.7 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา
    - 1.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
    - 2.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
    - 2.2 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์
    - 2.3 ความหมายและความสำคัญของการแก้ปัญหา
    - 2.4 ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ
    - 2.5 องค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
    - 2.6 กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
    - 2.7 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
    - 2.8 แนวทางการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา
    - 2.9 ปัจจัยที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
    - 2.10 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
    - 3.1 ความหมายของการสื่อสาร
    - 3.2 ความสำคัญของการสื่อสาร
    - 3.3 ประเภทของการสื่อสาร
    - 3.4 องค์ประกอบของการสื่อสาร
    - 3.5 วัตถุประสงค์ของการสื่อสาร
    - 3.6 ความหมายและความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

3.7 แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

3.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา (Active Learning)

การนำเอาการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวามาใช้ในการศึกษาเป็นแนวคิดที่ได้มีการพัฒนามานานแล้ว อาจเริ่มตั้งแต่มีกำเนิดมนุษยชาติ เพราะเป็นวิธีแรกของการเรียนรู้ที่มนุษย์ใช้เพื่อความอยู่รอด และเรียนรู้เพื่อเข้าสังคม เช่น การฝึกล่าสัตว์ มีการบันทึกว่ามีการนำการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวามาใช้ในการเรียนการสอนอย่างเป็นหลักฐานครั้งแรกในสมัยกรีกโบราณ โดยโซเครติส (Socrates) ที่ใช้หลักการสอนแบบซักถามนำ เน้นให้ผู้เรียนค้นพบคำตอบด้วยตัวผู้เรียนเอง จากการมีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน และมีปฏิสัมพันธ์กับผู้สอน และในเวลาต่อมามีนักการศึกษาเป็นจำนวนมากที่ให้ความสำคัญและส่งเสริมการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา โดยที่ผู้เรียนเป็นผู้ลงมือทำ อาทิ เช่น จอห์น ดิวอี้ (John Dewey) ที่กล่าวว่าผู้เรียนจะต้องเข้าไปมีส่วนร่วมในการจัดการเรียนรู้เพื่อเกิดแนวความคิดใหม่ ๆ ประสบการณ์จะช่วยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เนื้อหาที่จำเป็น ส่งเสริมทักษะการคิดที่เป็นนามธรรมและพัฒนาโครงสร้างสติปัญญาที่ซับซ้อน ส่วนเพียเจต์ (Piaget) เชื่อว่า เหตุผลนามธรรมพัฒนาจากการที่ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา (Lorenzen. 2001 : 1)

1.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

คำว่าการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา (Active Learning) การจัดการเรียนรู้จากประสบการณ์ (Experiential Learning) และการจัดการเรียนรู้โดยการลงมือปฏิบัติ (Hands-on Learning) มักเป็นคำที่ถูกนำมาใช้แทนกัน (Hendrikson. 1984 : 1) และมีชื่อเรียกเป็นภาษาไทยอีกหลายอย่าง ดังนี้ การจัดประสบการณ์แบบปฏิบัติการ (ยุพิน พิพิธกุล. 2523 : 87-88; ลาวัลย์ พลกล้า. 2523 : 1 – 2; สุเทพ อ่อนไสว. 2523 : 90; กาญจนา เกียรติประวัติ. 2524 : 141 – 142; วนิดา บุษยะกนิษฐ์. 2532 : 1 – 71; กุลยา ตันติผลาชีวะ. 2543 : 49 – 50) การเรียนรู้เชิงปฏิบัติ (อัมพิกา ภูเดช. 2541 : 57 - 58) การเรียนรู้แบบมีส่วนร่วม (อรทัย มูลคำ; และคนอื่น ๆ. 2542 : 18 – 21; สมศรี ตั้งมงคลเลิศ. 2548 : 1) การเรียนรู้ที่กระตือรือร้น (มนัส บุญประกอบ; และคนอื่น ๆ. 2543 : 1 - 164; ศิริพร มโนพิเชฐวัฒนา. 2547 : 1 – 177) การเรียนผ่านประสบการณ์ (ไผท สิทธิสุนทร. 2543 : 24-27) การเรียนรู้แบบศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง (วิศาล เยาวพงศ์ศิริ. 2545) การเรียนแบบใฝ่รู้ (บัญญัติ ชำนาญกิจ. 2549 : 1 – 7; พรเทพ รู้แผน. 2549 : 1 - 5) การจัดประสบการณ์แบบปฏิบัติจริง (สุชาดา นทีตานนท์. 2550 : 1 – 124) การเรียนรู้เชิงรุก (ปราวีณยา สุวรรณณัฐโชติ. 2551 : 1 - 3) และการเรียนเชิงรุก (ทวีวัฒน์ วัฒนกุลเจริญ. 2551 : 1 – 3) โดยในการตรวจเอกสาร และศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องผู้วิจัยจะใช้คำว่า การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา ซึ่งมีนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

มาร์คส์ (Marks. 1970 : 23) ให้ความเห็นว่า การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เป็นการจัดการเรียนการสอนที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนได้ค้นพบแนวคิดทางคณิตศาสตร์จากการปฏิบัติ เช่น การวัด การชั่งน้ำหนัก การพับกระดาษ กิจกรรมที่ทำด้วยมือต่าง ๆ การสังเกต และการทดลองแบบวิทยาศาสตร์ หลังจากนั้นให้นักเรียนสรุปข้อเท็จจริงและกฎเกณฑ์ต่าง ๆ

บอนเวล และไอสัน (Bonwell; & Eison. 1991 : 2) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา คือ การจัดการเรียนการสอนที่ผู้เรียนทำบางสิ่งบางอย่างและการคิดเกี่ยวกับบางสิ่งบางอย่างที่พวกเขากำลังลงมือปฏิบัติเพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่

ศูนย์การสอนและการเรียนรู้ (Center for Teaching and Learning. 1993 : 1) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา คือ การจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ผู้เรียนจะไม่นั่งฟังการบรรยายเพียงอย่างเดียว แต่จะลงมือกระทำ เพื่อให้เกิดทักษะในด้านต่าง ๆ ผู้เรียนจะมีการวิเคราะห์ และสร้างความรู้ขึ้นมาจากการที่พวกเขาได้อภิปรายหรือการจดบันทึก

เมเยอร์ส และโจนส์ (Meyers; & Jones. 1993 : 6) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงออกเกี่ยวกับการพูด การฟัง การอ่าน การเขียน และการไตร่ตรองแนวคิดและความรู้ที่ได้รับเป็นองค์ประกอบหลักที่สำคัญของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

เชงเคอร์ กอส และเบิร์นสไตน์ (Shenker; Goss; & Bernstein. 1996 : 1) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในบทบาทการเรียนรู้ของตนเองมากกว่าการรับความรู้หรือทัศนะใหม่ ๆ มาใช้โดยเป็นผู้รับฝ่ายเดียว การที่ผู้เรียนได้กระทำสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง และนำไปสู่การคิดเกี่ยวกับสิ่งที่ตนกำลังทำอยู่

ซิลเบอร์แมน (Silberman. 1996 : ix) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา คือ การจัดการเรียนรู้ที่ตรงกันข้ามกับการสอนแบบดั้งเดิม แบบที่ผู้สอนจัดการเรียนรู้โดยที่นักเรียนนั่งเรียนและฟังภายในห้องโดยผู้เรียนเป็นฝ่ายรับความรู้เพียงฝ่ายเดียว ไม่มีการตอบสนอง

ลอเรนเซน (Lorenzen. 2001 : 1) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เป็นการเรียนการสอนที่อนุญาตให้นักเรียนมีส่วนร่วมในชั้นเรียน นักเรียนจะมีบทบาทในฐานะผู้ฟังและมีการจดบันทึก บทบาทของผู้สอนต้องช่วยให้ผู้เรียนเกิดการค้นพบในระหว่างการทำงานของนักเรียนเพื่อให้เข้าใจในเนื้อหาที่สอน

เพ็ทที (Petty. 2004 : 1) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ให้โอกาสผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กัน ผู้สอนจะเป็นผู้สนับสนุนให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มากกว่าการที่ผู้เรียนจะได้รับความรู้จากการบรรยายเพียงอย่างเดียว

ลาวัลย์ พลกล้า (2523 : 2) กล่าวว่า การจัดประสบการณ์แบบปฏิบัติการ เป็นวิธีการสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนจากการปฏิบัติจริง เป็นการเรียนจากประสบการณ์ตรง นักเรียนได้ทดลองทำปฏิบัติ เสาะหาข้อมูล จัดระเบียบข้อมูล พิจารณาหาข้อสรุป ค้นคว้าหาวิธีการและกระบวนการด้วยตนเอง

สุเทพ อ่อนไสว (2523 : 90) กล่าวว่า การจัดประสบการณ์แบบปฏิบัติการ หมายถึง วิธีการสอนให้เกิดประสบการณ์ใหม่ ๆ และข้อเท็จจริงจากการสอบสวนและทดลอง โดยเนื้อแท้แล้วคือการขยายและหารายละเอียดของวิธีการทดลองนั่นเอง

วนิดา บุษยะกนิษฐ์ (2532 : 5) กล่าวว่า การจัดประสบการณ์แบบปฏิบัติการ หมายถึง การจัดกิจกรรมหรือประสบการณ์โดยการให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ตรงโดยการทดลองทำ ปฏิบัติ สืบเสาะหาข้อมูล คิดค้น สรุปผล โดยใช้สื่อที่สามารถทำให้เด็กเกิดการรับรู้ได้ด้วยประสาทสัมผัสทั้งห้า

อรทัย มูลคำ และคนอื่น ๆ (2542 : 19) กล่าวว่า การเรียนรู้แบบมีส่วนร่วม คือ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ถือเอาผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ผู้สอนจะต้องมีความเชื่อมั่น ให้การยอมรับและมีความเคารพในด้านความรู้ความสามารถของผู้เรียน ผู้สอนจะต้องเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงออกซึ่งความรู้ความสามารถเหล่านั้นอย่างเต็มที่ บรรดาความรู้ ทักษะ ความสามารถ ทัศนคติ ความคิดเห็น ตลอดจนทักษะปฏิบัติต่าง ๆ ที่ผู้เรียนและผู้สอนต่างมีอยู่เป็นของตัวเอง จะต้องได้รับการแบ่งบัน แลกเปลี่ยน และถ่ายทอด ซึ่งกันและกัน ทั้งนี้เพราะในการเรียนรู้แบบมีส่วนร่วมนั้น บุคคลทั้งสองฝ่ายจะต้องเป็นหุ้นส่วนซึ่งกันและกันในกิจกรรมการเรียนรู้อยู่เสมอ

กุลยา ตันติผลาชีวะ (2543 : 49-50) กล่าวว่า การจัดประสบการณ์แบบปฏิบัติการ หมายถึง การที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง ทั้งได้คิดได้กระทำ โดยมีผู้สอนเป็นผู้มีส่วนร่วมให้ความเห็นในการสร้างความเข้าใจ หรืออธิบายเมื่อผู้เรียนสงสัย การจัดประสบการณ์แบบปฏิบัติการนี้จะทำให้พุทธิปัญญาของผู้เรียนสร้างเครือข่ายความรู้ใหม่ที่งอกงามหรือขยายพื้นฐานความรู้เดิมให้กว้างขวางขึ้น

อังคณา รุ่งกลับ (2543 : 2) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบ Active Learning เป็นการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอนมากที่สุด โดยผู้เรียนจะต้องเป็นผู้พูด (ถาม อภิปราย ถกแถลง) ผู้ปฏิบัติ และศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองมากกว่าจะนั่งเป็นผู้ฟังเพียงอย่างเดียว นอกจากนั้นยังต้องถ่ายทอดประสบการณ์ความคิดของตนเอง รวมทั้งความรู้ที่ค้นคว้าหามาได้ให้กับกลุ่มเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการแก้ปัญหา และพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนทั้งกลุ่ม

ปรีชาญ เดชศรี (2545 : 53) ได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบ Active Learning ว่า การจัดการเรียนรู้แบบ Active Learning หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่มีกิจกรรมให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติทั้งในเชิงทักษะต่าง ๆ เช่น การทดลอง การสำรวจตรวจสอบ และปฏิบัติเพื่อพัฒนาเชาวน์ปัญญา เช่น การคิดแก้ปัญหา วิเคราะห์วิจารณ์ หรือการตัดสินใจเรื่องต่าง ๆ เพื่อแทนที่การเรียนการสอนที่ครูบอกเล่าให้นักเรียนได้ฟังเพียงด้านเดียว

บุหงา วัฒนะ (2546 : 30-31) ให้ได้คำจำกัดความเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้แบบ Active Learning ไว้ว่า เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างมีความหมาย โดยการร่วมมือระหว่างผู้เรียนด้วยกัน ในการนี้ ครูต้องลดบทบาทในการสอนและการให้ข้อความรู้แก่ผู้เรียนโดยตรง แต่ไปเพิ่มกระบวนการและกิจกรรมที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดความกระตือรือร้นในการจะทำกิจกรรม

ต่าง ๆ มากขึ้น และอย่างหลากหลาย ไม่ว่าจะเป็นการแลกเปลี่ยนประสบการณ์ โดยการพูด การเขียน การอภิปรายกับเพื่อน ๆ

จุฑาภัทร์ รินทร์ศรี (2547 : 73) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบ Active Learning คือ กระบวนการสร้างความรู้ที่ต้องอาศัยประสบการณ์ของผู้เรียนมาแลกเปลี่ยนกันทำให้เกิดความรู้ใหม่ ๆ อย่างต่อเนื่องด้วยการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนด้วยกันเอง และระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน ทำให้เกิดการขยายเครือข่ายการเรียนรู้ออกไปอย่างกว้างขวาง โดยอาศัยการแสดงออกโดยการพูดหรือการเขียน

ศิริพร มโนพิเชฐวัฒนา (2547 : 25) กล่าวว่า การเรียนรู้ที่กระตือรือร้น เป็นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนได้มีบทบาทในการรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของตนเองอย่างกระปรี้กระเปร่า โดยการลงมือทำและคิดสิ่งที่ตนกำลังทำ จากข้อมูลหรือกิจกรรมการเรียนการสอนที่ได้รับผ่านทางการอ่าน พูด ฟัง คิด เขียน อภิปราย แก้ปัญหาและมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม เพื่อทดแทนการสอนแบบบรรยาย

ศักดา ไชกิจภิญโญ (2548 : 12) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบ Active Learning คือ การเรียนที่ผู้เรียนหาความหมายและทำความเข้าใจด้วยตนเองหรือร่วมกันกับเพื่อน เช่น ร่วมกันสืบค้นหาคำตอบ ร่วมอภิปราย ร่วมนำเสนอ และสรุปความคิดรวบยอดร่วมกัน หรืออีกนัยหนึ่งคือการเปลี่ยนผู้เรียนจากการเป็นผู้นั่งฟังอย่างเดียว (Passive) มาเป็นผู้เรียนที่ร่วมกิจกรรมการแสวงหาความรู้ที่ผู้สอนกำหนด

สมศรี ตั้งมงคลเลิศ (2548 : 1) ได้กล่าวว่า การเรียนรู้แบบมีส่วนร่วม คือ การที่ครูต้องส่งเสริมและกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักรับผิดชอบในการเรียนรู้ของตนเอง เปิดโอกาสให้เรียนรู้จากกิจกรรมที่หลากหลาย และมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ เช่น ให้ได้ออกแบบ วางแผนการสำรวจตรวจสอบและแก้ปัญหาด้วยตนเอง วางแผนในการประเมินผลงาน ทำงานเป็นกลุ่ม ร่วมอภิปรายตลอดจนการพิจารณาไตร่ตรองผลงานของตนเอง หรือของคนอื่นแล้วสะท้อนความคิดออกมา

กองการศึกษาโรงเรียนนายทหารอาวุโส (2549 : 1-2) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบ Active Learning เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ผู้สอนเน้นให้ผู้เรียนได้รู้จักคิด วิเคราะห์ ทำความเข้าใจโต้ตอบ ระดมความคิด และแลกเปลี่ยนความคิดเห็นในระหว่างคาบเรียน โดยเน้นให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง

บัญญัติ ชำนาญกิจ (2549 : 3) กล่าวว่า การเรียนรู้แบบใฝ่รู้ เป็นการเรียนการสอนที่ผู้เรียนจะต้องค้นหาเนื้อเรื่องเพื่อก่อให้เกิดองค์ความรู้ โดยการพูดคุย การเขียน การอ่าน หรือการตั้งคำถาม หรือการเรียนการสอนที่ผู้เรียนมีการเคลื่อนไหว อาจให้ผู้เรียนทำงานคนเดียว เป็นกลุ่มเล็กหรือกลุ่มใหญ่ก็ได้

พรเทพ รู้แผน (2549 : 5) กล่าวว่า การเรียนรู้แบบใฝ่รู้ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้คิดและลงมือกระทำ (learning by thinking and doing) เพื่อแสวงหาความรู้ในสิ่งที่สนใจหรือมีข้อสงสัย จนกระทั่งได้คำตอบซึ่งถือว่าเป็นความรู้ที่ผู้เรียนสร้างขึ้นด้วยตนเอง การจัดการเรียนรู้แบบนี้จึงช่วยสร้างบรรยากาศในการเรียนรู้ที่ท้าทายผู้เรียน สร้างความกระตือรือร้น และความมีชีวิตชีวาให้กับผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

ณัฐพร เดชะ และสุทธาสินี เกสร์ประทุม (2550 : 1) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบ Active Learning เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในห้องเรียน และเรียนรู้ผ่านการปฏิบัติซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนไม่เพียงแต่สามารถเรียนรู้ได้อย่างรวดเร็ว แต่ยังช่วยพัฒนาทักษะกระบวนการคิดของผู้เรียน อาทิ การคิดอย่างมีระบบ การคิดเชิงวิเคราะห์และวิจารณ์ เป็นต้น

สุชาดา นทีตานนท์ (2550: 21) การจัดประสบการณ์แบบปฏิบัติจริง หมายถึง การจัดประสบการณ์หรือกิจกรรมให้แก่ผู้เรียนได้เรียนรู้จากการปฏิบัติจริงหรือกระทำกิจกรรมต่าง ๆ โดยตัวผู้เรียนเอง ทำให้เด็กเกิดการรับรู้ได้ด้วยประสาทสัมผัสทั้งห้า

คณะกรรมการบริหารโรงเรียนเพลินพัฒนา (2551 : 5) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบ Active Learning คือการที่ผู้เรียนต้องลงมือกระทำเพื่อให้เกิดความเข้าใจต่อสิ่งที่เรียนรู้ เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ผู้เรียนเป็นผู้ผลิตความรู้ขึ้นเอง

ปราวีณยา สุวรรณณัฐโชติ (2551 : 1) กล่าวว่า การเรียนรู้เชิงรุก เป็นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียน ดำเนินกิจกรรมต่าง ๆ ในการเรียนให้เกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมาย ซึ่งเป็นวิธีการเรียนรู้ในระดับลึก ผู้เรียนจะสร้างความเข้าใจและค้นหาความหมายของเนื้อหาสาระโดยเชื่อมกับประสบการณ์เดิมที่มี แยกแยะความรู้ใหม่ที่ได้รับกับความรู้เก่าที่มี สามารถประเมิน ต่อเติม และสร้างแนวคิดของตนเองซึ่งเรียกว่ามีการเรียนรู้เกิดขึ้น ซึ่งแตกต่างจากวิธีการเรียนรู้ในระดับผิวเผิน ซึ่งเน้นการรับข้อมูลและจดจำข้อมูลเท่านั้น ผู้เรียนลักษณะนี้จะเป็นผู้เรียนที่เรียนรู้วิธีการเรียน (Learning how to learn) เป็นผู้เรียนที่กระตือรือร้นและมีทักษะที่สามารถเลือกรับ ข้อมูล วิเคราะห์ และสังเคราะห์ข้อมูลได้อย่างมีระบบ

จากแนวคิดของนักการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา หมายถึง กระบวนการเรียนรู้ที่ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับผู้สอนและเพื่อนในชั้นเรียน มีความร่วมมือกันระหว่างผู้เรียน ผู้เรียนจะได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ อันจะนำไปสู่การสร้างความรู้จากสิ่งที่ปฏิบัติในระหว่างการเรียนการสอน โดยการพูดและการฟัง การเขียน การอ่าน และการสะท้อนความคิด

1.2 หลักการของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

เชงเคอร์ กอส และเบิร์นสไตน์ (Shenker; Goss; & Bernstein. 1996 : 1) กล่าวถึงหลักการของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา ดังนี้

1. เป็นการเรียนรู้ที่มุ่งลดการถ่ายทอดความรู้จากผู้สอนสู่ผู้เรียนให้น้อยลง และพัฒนาทักษะให้เกิดกับผู้เรียน
2. ผู้เรียนมีส่วนร่วมในชั้นเรียนโดยลงมือกระทำมากกว่านั่งฟังเพียงอย่างเดียว
3. ผู้เรียนมีส่วนในกิจกรรม เช่น อ่าน อภิปราย และเขียน
4. เน้นการสำรวจเจตคติและคุณค่าที่มีอยู่ในผู้เรียน
5. ผู้เรียนได้พัฒนาการคิดระดับสูงในการวิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินผลการนำไปใช้

6. ทั้งผู้เรียนและผู้สอนรับข้อมูลป้อนกลับจากการสะท้อนความคิดได้อย่างรวดเร็ว

ซิลเบอร์แมน (Silberman. 1996 : xi) กล่าวถึง ลักษณะสำคัญของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา ดังนี้

1. มีปฏิสัมพันธ์ ผู้เรียนมีการพูดคุยกับเพื่อนร่วมชั้นและยังเป็นการสร้างการร่วมมือกันและการมีการพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน

2. มีการเรียนรู้ที่เกิดจากประสบการณ์ของผู้เรียน

3. ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน

มหาวิทยาลัยเชฟฟิลด์ ฮอลแลม (Sheffield Hallam University. 2000 : 7) ได้กล่าวถึงการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาในฐานะการเรียนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ และสรุปความแตกต่างระหว่างการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา กับการสอนที่ผู้สอนเป็นศูนย์กลาง โดยผู้เรียนเป็นฝ่ายรับความรู้ฝ่ายเดียว (Passive Learning) ไว้ดังนี้

ตาราง 1 การเปรียบเทียบลักษณะสำคัญของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา กับการจัดการเรียนรู้ที่ผู้เรียนเป็นฝ่ายรับความรู้

การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา	การจัดการเรียนรู้ที่ผู้เรียนเป็นฝ่ายรับความรู้
- เน้นการทำงานเป็นกลุ่ม	- เน้นการบรรยายจากผู้สอน
- เน้นการร่วมมือระหว่างผู้เรียน	- เน้นการแข่งขัน
- เรียนรู้จากแหล่งเรียนรู้ที่หลากหลาย	- เป็นการสอนรวมทั้งชั้น
- ผู้เรียนรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของตน	- ผู้สอนรับผิดชอบการเรียนรู้ของผู้เรียน
- ผู้สอนเป็นเพียงผู้ชี้แนะประสบการณ์และอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้	- ผู้สอนเป็นผู้ชี้นำและจัดเนื้อหาเองทั้งหมด
- ผู้เรียนเป็นเจ้าของความคิดและการทำงาน	- ผู้สอนเป็นผู้ใส่ความรู้ลงในสมองของผู้เรียน
- เน้นทักษะ การวิเคราะห์และการแก้ปัญหา	- เน้นความรู้ในเนื้อหาวิชา
- ผู้เรียนมีวินัยในตนเอง	- ผู้สอนเป็นผู้วางกฎระเบียบวินัย
- ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการวางแผนหลักสูตร	- ผู้สอนเป็นผู้วางแผนหลักสูตรแต่ผู้เดียว
- ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา	- ผู้เรียนเป็นฝ่ายรับความรู้ที่ผู้สอนถ่ายทอดเพียงอย่างเดียว
- ใช้วิธีการเรียนรู้ที่หลากหลาย	- จำกัดวิธีการเรียนรู้และกิจกรรม

ที่มา : Sheffied Hallam University. (2000). **Active Teaching and Learning Approaches in Science : Workshop ORIC Bangkok.** p. 7.

ลาวัลย์ พลกล้า (2523 : 2) กล่าวว่า การจัดประสบการณ์แบบปฏิบัติการจะมีลักษณะสำคัญ ดังนี้

1. ใช้วัสดุอุปกรณ์ซึ่งอาจเป็นรูปธรรม (ของจริง) กึ่งรูปธรรม (หุ่นจำลอง รูปภาพ) นามธรรม (สัญลักษณ์ สิ่งพิมพ์ต่าง ๆ)

2. มีการจดข้อมูล การจัดทำ การคิดค้น การคำนวณ หรือกิจกรรมกายภาพ (Physical activity) เช่น การสร้าง การวัด ฯลฯ

3. นักเรียนเป็นผู้กระทำ นักเรียนต้องมีความรับผิดชอบต่อตนเอง ต่อกลุ่ม มีวินัยในการควบคุมตนเอง

4. ส่งเสริมปฏิสัมพันธ์ (interaction) ระหว่างนักเรียน

5. ให้นักเรียนได้เรียนตามความสามารถของตนเอง

อัมพิกา ภูเดช (2541 : 58) อธิบายว่า การเรียนรู้เชิงปฏิบัติต้องมีส่วนประกอบ ดังนี้

1. การมีวัสดุ อุปกรณ์ เครื่องมือ ที่เป็นของจริงที่ผู้สอนหาให้สำหรับผู้เรียนแต่ละคน ให้ผู้เรียนก่อสร้าง ทำโครงการสร้าง สร้างสรรค์และแก้ปัญหา

2. การมีโอกาสสำหรับการใช้มือ สัมผัสจริง ผู้เรียนทำงานอย่างคล่องแคล่ว กับวัสดุอุปกรณ์ เครื่องมือ

3. มีตัวเลือกสำหรับผู้เรียน ผู้เรียนเลือกกิจกรรมของตนเอง ผู้สอนให้ผู้เรียนเลือกกิจกรรมงานย่อย หรือแก้ปัญหาด้วยวิธีการของแต่ละบุคคล

4. ภาษาจากผู้เรียน ผู้เรียนพูดเกี่ยวกับสิ่งที่กำลังทำกับผู้สอนและเพื่อน

5. การสนับสนุนของผู้สอน ผู้สอนใช้กลยุทธ์หลากหลาย เพื่อสนับสนุนความพยายามของผู้เรียนและกระตุ้นเขาให้ลงมือทำสิ่งที่ท้าทายระยะยาวตามที่เขาพัฒนาความคิดของเขา ผู้สอนและเพื่อนช่วยผู้เรียนเกี่ยวกับการกระทำของเขา

อรทัย มูลคำ และคนอื่น ๆ (2542 : 18-19) อธิบายว่า ลักษณะสำคัญของการเรียนรู้แบบมีส่วนร่วม มีดังนี้

1. ผู้เรียนเป็นแหล่งของการเรียนรู้ที่สำคัญที่สุด เพราะประสบการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตที่สั่งสมมาจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ และนำไปประยุกต์ใช้กับชีวิตจริงได้

2. การเรียนรู้ที่สัมพันธ์กับชีวิตจริง ด้วยการเชื่อมโยงประสบการณ์ต่าง ๆ เข้ากับสถานการณ์ แล้วนำไปวิเคราะห์เพื่อกำหนดบทบาทที่เหมาะสม

3. ไม่มีการบังคับให้เกิดการเรียนรู้ ผู้เรียนสามารถระบุความต้องการในการเรียนรู้ของตนได้ วิธีการเรียนรู้นั้นจะต้องมีการเคารพและให้ความสำคัญซึ่งกันและกันระหว่างผู้สอนและผู้เรียน

4. ผู้เรียนต้องมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน กระบวนการเรียนรู้จะต้องเป็นไปในลักษณะของการทำกิจกรรม การมีส่วนร่วมในการลงมือปฏิบัติ ภายใต้บรรยากาศที่ส่งเสริม สนับสนุนให้ทุกคนได้มีโอกาสได้ร่วมกิจกรรมทุกรูปแบบทุกขั้นตอน นับตั้งแต่การกำหนดเนื้อหา การวางแผนกิจกรรมการเรียนรู้ การมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็นไม่ใช่เข้ามาร่วมในกิกรรมที่ถูกกำหนด

หรือวางแผนไว้ล่วงหน้า ทั้งนี้รวมถึงการมีส่วนร่วมในการประเมินผลด้วย เพื่อการประเมินที่ถูกต้องต่อเนื่องและเพื่อปรับปรุงการวางแผนการเรียนการสอนในโอกาสต่อไป

5. ผู้เรียนจะเกิดการเรียนได้ดีที่สุดด้วยการลงมือปฏิบัติ เพราะลำพังแต่เพียงการฟัง อ่าน อภิปราย ไม่เพียงพอแก่การเรียนรู้เท่ากับการได้มีโอกาสได้กระทำด้วยตนเอง

6. พลังที่เกิดจากการเรียนรู้ร่วมกัน การร่วมกันทำงานจะทำให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ได้เรียนรู้ถึงความรู้ ความสามารถและความสนใจ รวมทั้งทักษะของแต่ละคน ทำให้เกิดพลังงานในการทำงานมากขึ้น

7. ผู้เรียนจะเกิดการเรียนได้ดีที่สุดเมื่อไม่มีความกดดัน ไม่ว่าจะในเรื่องเวลา หรือทรัพยากรต่าง ๆ ก็ตาม ขอให้พยายามเอาชนะอุปสรรคเหล่านั้นให้จงได้

8. การประสบผลสำเร็จสนับสนุนให้เกิดการเรียนรู้ยิ่งขึ้น ผู้เรียนจะเกิดความพึงพอใจเมื่อตนประสบผลสำเร็จในงานที่ได้รับมอบหมาย ซึ่งนำไปสู่ความมั่นใจ และกระตุ้นให้อยากที่จะทำงานต่อไป

บุหงา วัฒนะ (2546 : 33) ได้อธิบายว่า การที่จะตัดสินว่าเป็นการจัดการเรียนรู้แบบ Active Learning ได้ก็ต่อเมื่อ

1. มีปฏิสัมพันธ์กันระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน
2. มีปฏิสัมพันธ์กันระหว่างผู้เรียนด้วยกัน
3. บรรลุผลสำเร็จทางด้านวิชาการ
4. เกิดทักษะการติดต่อสื่อสารระหว่างกัน
5. มีการพัฒนาทักษะกระบวนการการคิดไปสู่ในระดับที่สูงขึ้น
6. เกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาที่เรียนและเกิดแรงจูงใจต่อการเรียนรู้

ศักดา ไชกิจภิญโญ (2548 : 12) ได้อธิบายการจัดการเรียนรู้แบบ Active Learning ว่าประกอบไปด้วยลักษณะต่อไปนี้

1. ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้
2. ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง
3. ผู้เรียนพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง คือ วิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินผล
4. ผู้เรียนมีทัศนคติอยากเรียนรู้ เช่น กระตือรือร้นในการเข้าร่วมกิจกรรม

ชญานิษฏ์ รุ่งรังษี (2549 : 2) กล่าวถึง หลักสำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบ Active Learning ดังนี้

1. ผู้เรียนมีส่วนร่วมโดยตรงในกิจกรรมการเรียนรู้
2. ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยตนเองโดยการแลกเปลี่ยนความรู้
3. ผู้เรียนมีโอกาสประยุกต์ใช้ความรู้

บัญญัติ ชำนาญกิจ (2549 : 3-4) กล่าวถึง ลักษณะสำคัญของการเรียนรู้แบบใฝ่รู้ ดังนี้

1. ผู้เรียนได้เรียนรู้ร่วมกัน
2. ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้

3. ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง

4. ผู้เรียนรู้หน้าที่ วิธีการศึกษา และการทำงานในวิชาที่เรียนให้สำเร็จ

5. ผู้เรียนต้องอ่าน พูด ฟัง คิด และเขียน อย่างกระตือรือร้น

6. ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการคิดชั้นสูง คือ วิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินค่า

7. ผู้เรียนมีทัศนคติที่ดีต่อการเรียนรู้ กระตือรือร้นในการเข้าร่วมกิจกรรม

8. ผู้เรียนมีโอกาสประยุกต์ข้อมูล สารสนเทศ มโนทัศน์ หรือทักษะใหม่ ๆ ในการเรียนรู้

9. ความรู้เกิดจากประสบการณ์และการสร้างความรู้โดยผู้เรียน

10. ผู้สอนเป็นเพียงผู้อำนวยความสะดวกให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้

ทวีวัฒน์ วัฒนกุลเจริญ (2551 : 2) ได้เสนอรูปแบบการเรียนเชิงรุก ดังนี้

1. จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนศึกษาด้วยตนเอง เพื่อให้เกิดประสบการณ์ตรงกับการแก้ปัญหาตามสภาพจริง (Authentic situation)

2. จัดกิจกรรมเพื่อให้ผู้เรียนได้กำหนดแนวคิด การวางแผน การยอมรับ การประเมินผล และการนำเสนอผลงาน

3. บูรณาการเนื้อหารายวิชา เพื่อเชื่อมโยงความเข้าใจวิชาต่าง ๆ ที่แตกต่างกัน

4. จัดบรรยากาศในชั้นเรียนให้เอื้อต่อการทำงานร่วมกับผู้อื่น (Collaboration)

5. ใช้กลวิธีของกระบวนการกลุ่ม (Group processing)

6. จัดให้มีการประเมินผลโดยกลุ่มเพื่อน (Peer assessment)

จากการที่นักการศึกษาเสนอไว้ข้างต้น สรุปได้ว่า หลักการของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา ควรมีลักษณะ ดังนี้

1. ผู้เรียนมีการทำงานเป็นกลุ่ม

2. ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้

3. ผู้เรียนแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง

4. ผู้เรียนมีการพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง

5. ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นในการเข้าร่วมกิจกรรม

6. ผู้เรียนอ่าน พูด ฟัง คิด และเขียนอย่างกระตือรือร้น

7. ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้สอนและเพื่อนในชั้นเรียน

8. ผู้เรียนมีการใช้วัสดุของจริงที่ผู้สอนจัดหาให้ เพื่อสร้างสรรค์ผลงาน หรือแก้ปัญหา

1.3 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

บาลด์วิน และวิลเลียมส์ (Baldwin; & Williams. 1988 : 187) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาไว้ 4 ขั้น ดังนี้

1. ขั้นเตรียมพร้อม เป็นขั้นที่ผู้สอนนำผู้เรียนเข้าสู่เนื้อหา โดยการสร้างแรงจูงให้ผู้เรียนเกิดความกระตือรือร้นในการอยากที่จะเรียนรู้ต่อไป

2. ขั้นปฏิบัติงานกลุ่ม เป็นขั้นที่ผู้สอนให้ผู้เรียนเข้ากลุ่มย่อยเพื่อทำงานร่วมกัน และสรุปความคิดเห็นของกลุ่มอีกทั้งต้องแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันระหว่างกลุ่มอื่น ๆ โดยที่ผู้สอนต้องเสริมข้อมูลให้สมบูรณ์

3. ขั้นประยุกต์ใช้ เป็นขั้นที่ให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัด หรือทำแบบทดสอบหลังเรียน

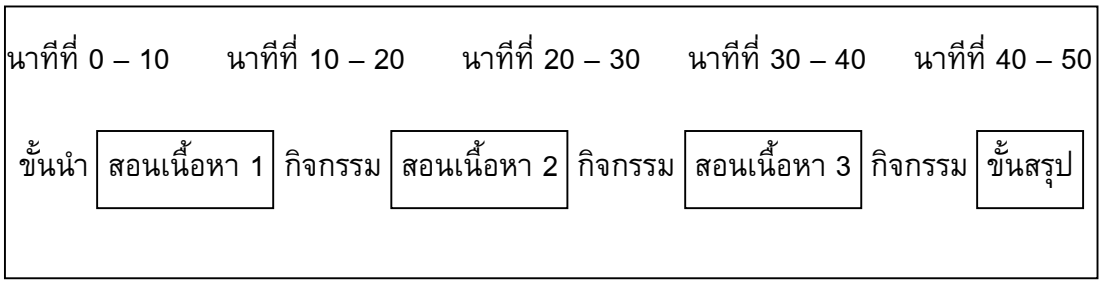
4. ขั้นติดตามผล เป็นขั้นที่ให้ผู้เรียนได้ค้นคว้าอิสระเพิ่มเติมโดยจัดทำเป็นรายงาน หรือให้นักเรียนเขียนบันทึกประจำวัน รวมถึงให้ผู้เรียนเขียนสรุปความรู้ที่ได้รับในคาบเรียนนั้น ๆ

จอห์นสัน และคนอื่น ๆ (Johnson; et al. 1991 : 29-30) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา สามารถทำตามขั้นตอนได้ดังนี้

1. ขั้นนำ (3-5 นาที) เป็นขั้นที่แสดงให้ผู้เรียนเห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาที่จะสอนกับสิ่งที่ผู้เรียนมีพื้นฐานอยู่ก่อนแล้ว พร้อมทั้งระบุโครงร่างของเนื้อหา แนวคิด ประเด็นหลัก ในการสอน ผู้เรียนจะเห็นความสำคัญและอยากเรียนรู้เรื่องนั้นมากขึ้น

2. ขั้นสอน เป็นขั้นที่ผู้สอนสอนเนื้อหา (10-15 นาที) ตามด้วยกิจกรรมอื่น (3-4 นาที) ปกติผู้สอนมักจะสอนติดต่อกันเป็นเวลานาน ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเฉื่อย และไม่กระตุ้นการเรียนรู้ จากการศึกษาพบว่าสมาธิหรือความสนใจของผู้เรียนจะลดลงอย่างรวดเร็วภายใน 15 นาที ดังนั้นในรูปแบบการสอนจึงแนะนำการสอน 10-15 นาที ตามด้วยกิจกรรมอื่น 3-4 นาที เพื่อเปลี่ยนบรรยากาศและเป็นการให้โอกาส ผู้สอนมีปฏิสัมพันธ์กับผู้เรียน เช่น การตั้งคำถามให้ผู้เรียนตอบ หรือจะให้ผู้เรียนช่วยกันคิดเป็นกลุ่มเพื่อตอบ ผู้เรียนจะเข้าใจเนื้อหา และจำได้นานกว่าถ้ามีการอภิปรายร่วมกัน ผู้สอนทำซ้ำโดยสอนเนื้อหาสลับกับกิจกรรมเรื่อย ๆ ไป จนใกล้หมดเวลาสอน

3. ขั้นสรุป เป็นขั้นที่ผู้เรียนสรุปเนื้อหาที่ได้เรียนด้วยตนเอง (4-6 นาที) โดยผู้สอนให้ผู้เรียนสรุปความเข้าใจของตนเอง โดยเขียนใจความสำคัญของเนื้อหาลงในแผ่นกระดาษ และแลกเปลี่ยนกับเพื่อนข้าง ๆ กันอ่าน หรือผู้สอนอาจสุ่มให้ผู้เรียนมาอ่านหน้าชั้นเรียน



ภาพประกอบ 2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาในเวลา 50 นาที

ที่มา : Johnson, David W.; et al. (1991). **Active Learning : Cooperation in the college classroom**. p. 30.

มัวร์ (Moore. 1994 : 22-23) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา ดังนี้

1. ขั้นนำ เป็นขั้นที่นำผู้เรียนเข้าสู่บทเรียนด้วยสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน เพื่อสร้างแรงจูงใจให้กับผู้เรียน

2. ขั้นปฏิบัติ เป็นขั้นที่ให้ผู้เรียนค้นหามโนคติของเนื้อหาในแต่ละหน่วยโดยใช้กระบวนการกลุ่ม และให้นักเรียนนำเสนอมโนคติที่ค้นพบ

3. ขั้นสรุป ขั้นนี้เป็นขั้นที่ผู้สอนและผู้เรียนช่วยกันสรุปบทเรียนในแต่ละเนื้อหา

4. ขั้นประเมินผล เป็นขั้นที่ผู้สอนให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด และประเมินผลจากแบบสังเกตพฤติกรรม ใบกิจกรรม และบันทึกการเรียนรู้

กาญจนา เกียรติประวัติ (2524 : 141-142) กล่าวถึงขั้นตอนการจัดประสบการณ์แบบปฏิบัติการ ดังนี้

1. ขั้นปฐมนิเทศและเร้าความสนใจ (Orientation and Motivation) ในขั้นนี้เป็นการพิจารณางาน จุดมุ่งหมายและการวางแผน ความเข้าใจแจ่มแจ้งในสิ่งที่จะทำ จะช่วยไม่ให้ผู้เรียนต้องเสียเวลาโดยเปล่าประโยชน์

2. ขั้นปฏิบัติการ (Work Period) ผู้เรียนทุกคนอาจทำงานปัญหาเดียวกัน หรือคนละปัญหาได้ในช่วงนี้เป็นการทำงานภายใต้การนิเทศ ความแตกต่างระหว่างบุคคลเป็นสิ่งที่ต้องนำมาพิจารณาในการมอบหมายงานหรือในการทำงาน

3. ขั้นสรุปกิจกรรม (Culminating Activities) อาจเป็นการอภิปราย การรายงาน การจัดนิทรรศการผลงานและอภิปรายเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนประสบการณ์หรือการค้นพบของผู้เรียน

วนิดา บุษยะกนิษฐ์ (2532 : 5-6) ได้เสนอขั้นตอนในการจัดประสบการณ์แบบปฏิบัติการ ดังนี้

1. ขั้นนำ เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนโดยการใช้วิธีสนทนา ถามคำถาม ตั้งปัญหา หรือสื่ออย่างใดอย่างหนึ่ง เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจ อยากค้นคว้า ปฏิบัติจริง

2. ขั้นกิจกรรม นักเรียนลงมือกระทำ ปฏิบัติจริงโดยใช้ประสาทสัมผัสทั้ง 5 ในการเรียนรู้

3. ขั้นสรุปผล โดยครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเป็นการสรุปกิจกรรม

ศิริพร มโนพิเชฐวัฒนา (2547 : 136-137) กล่าวถึงขั้นตอนการเรียนรู้ที่กระตือรือร้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่หน่วยการเรียน เป็นขั้นเตรียมความพร้อมของผู้เรียนโดยการสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ ทบทวนความรู้เดิม หรือมโนทัศน์ที่จำเป็นต้องเป็นฐานสำหรับความรู้ใหม่ แนะนำหัวข้อเรื่องที่จะเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นกิจกรรมชี้นำประสบการณ์ เป็นการเสนอสถานการณ์ด้วยกิจกรรมที่น่าสนใจ สัมพันธ์กับประสบการณ์ของผู้เรียน และเป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของผู้เรียน กิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมดจะรวมถึงการได้สนทนาสื่อสาร และการได้รับประสบการณ์ ดังนี้

- สนทนาสื่อสารกับตนเอง ด้วยกิจกรรมการอ่าน/การเขียนที่กระตือรือร้น และการเขียนแผนผังมโนทัศน์

- สนทนาสื่อสารกับผู้อื่น ด้วยกิจกรรมอภิปรายกลุ่ม การเรียนแบบร่วมแรงร่วมใจ และเกม

- ประสบการณ์จากการลงมือกระทำด้วยกิจกรรมปฏิบัติการทักษะพื้นฐานการทดลองและการสืบสอบ

- ประสบการณ์จากการสังเกตกับเหตุการณ์จริงโดยตรง หรือโดยอ้อม ด้วยกิจกรรมละครบทบาทสมมติ สถานการณ์จำลอง การใช้กรณีศึกษา และการศึกษานอกสถานที่

ขั้นที่ 3 ขั้นกิจกรรมสรุปเชื่อมโยง และประยุกต์ใช้ เน้นให้ผู้เรียนฝึกทักษะและนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ โดยผู้เรียนร่วมกันสรุปแนวคิด หลักการ และมโนทัศน์ของเนื้อหาในบทเรียน เพื่อผู้เรียนจะได้นำมโนทัศน์และหลักการดังกล่าวไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ต่อไป เป็นการบูรณาการประสบการณ์ มโนทัศน์ หลักการ และกฎเกณฑ์ สู่การสร้างมโนทัศน์ที่มีความหมายและกระจ่างยิ่งขึ้น ซึ่งสมาชิกในกลุ่มจะร่วมกันแก้สถานการณ์ปัญหาที่ได้รับมอบหมาย

ขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผล เป็นการประเมินเพื่อปรับปรุงและพัฒนาผู้เรียน โดยใช้การประเมินผลตามสภาพจริง เปิดโอกาสให้ผู้เรียนคิดไตร่ตรองในสิ่งที่เรียนรู้ (Reflect) และประเมินความคิดนั้นของผู้เรียน

บัญญัติ ชำนาญกิจ (2549 : 4-5) กล่าวว่า สำนักงานสภาสถาบันราชภัฏได้วิเคราะห์กระบวนการการเรียนรู้แบบใฝ่รู้ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นแลกเปลี่ยนประสบการณ์ ขั้นนี้เป็นขั้นที่ผู้สอนพยายามกระตุ้นให้ผู้เรียนดึงประสบการณ์เดิมของตนมาเชื่อมโยงหรืออธิบายประสบการณ์หรือเหตุการณ์ใหม่ แล้วนำไปสู่การขบคิดเพื่อเกิดข้อสรุปหรือองค์ความรู้ใหม่ และแบ่งปันประสบการณ์ของตนกับผู้อื่นที่อาจมีประสบการณ์เหมือนหรือต่างจากตนเอง เป็นการรวบรวมมวลประสบการณ์ที่หลากหลายจากแต่ละคน เพื่อนำไปสู่การเรียนรู้สิ่งใหม่ร่วมกัน ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนรู้สึกว่าตนมีความสำคัญเพราะได้มีส่วนร่วมในฐานะสมาชิก มีผู้ฟังเรื่องราวของตนเอง และได้รับรู้เรื่องราวของคนอื่น นอกจากจะได้แลกเปลี่ยนประสบการณ์แล้ว ยังทำให้สัมพันธภาพในกลุ่มผู้เรียนเป็นไปด้วยดี ส่วนผู้สอนไม่ต้องเสียเวลาในการอธิบายหรือยกตัวอย่าง เพียงแต่ใช้เวลาเล็กน้อยกระตุ้นให้ผู้เรียนได้แลกเปลี่ยนประสบการณ์กัน และยังช่วยให้ผู้สอนได้ทราบถึงความรู้พื้นฐานและประสบการณ์เดิมของผู้เรียน ซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ต่อไป

2. ขั้นสร้างองค์ความรู้ร่วมกัน ขั้นนี้ทำให้ผู้เรียนได้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ สร้างสรรค์มวลประสบการณ์ ข้อมูลความคิดเห็น ฯลฯ เพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ถ่องแท้ชัดเจน หรือเกิดข้อสรุป/องค์ความรู้ใหม่ หรือตรวจสอบ/ปรับ/เปลี่ยนความคิดความเชื่อของตนเอง กิจกรรมในขั้นนี้เป็นกิจกรรมกลุ่มที่เน้นการตั้งประเด็นให้ผู้เรียนได้คิด สะท้อนความคิด หรือบอกความคิดเห็นของตนเองให้คนอื่นได้รับรู้ และได้อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดระหว่างกันอย่างลึกซึ้งจนเกิดความเข้าใจชัดเจน ได้ข้อสรุปหรือองค์ความรู้ใหม่ หรือเกิด/ปรับ/เปลี่ยนความคิดความเชื่อตามจุดประสงค์ที่กำหนด

3. ขั้นนำเสนอความรู้ เป็นขั้นที่ทำให้ผู้เรียนได้รับข้อมูลความรู้ แนวคิด ทฤษฎี หลักการ ขั้นตอน หรือข้อสรุปต่าง ๆ โดยครูเป็นผู้จัดให้ เพื่อใช้เป็นต้นทุนในการสร้างองค์ความรู้ใหม่ หรือช่วยให้การเรียนรู้บรรลุจุดประสงค์ กิจกรรมการเรียนรู้อาจทำได้โดยการให้แนวคิด ทฤษฎี หลักการ ข้อมูล ความรู้ ขั้นตอนทักษะ ซึ่งทำได้โดยการบรรยาย ดูวีดิทัศน์ ฟังแถบเสียง อ่านเอกสาร/ใบความรู้/ตำรา ฯลฯ หรือการรวบรวมประสบการณ์ของผู้เรียนที่เป็นผลให้เกิดการเรียนรู้เนื้อหาสาระเพิ่มขึ้น หรือการรวบรวมข้อสรุปของการสะท้อนความคิดและอภิปรายประเด็นที่มอบหมายให้

4. ขั้นประยุกต์ใช้หรือลงมือปฏิบัติ เป็นขั้นที่ทำให้ผู้เรียนได้นำความคิดรวบยอด หรือข้อสรุป หรือองค์ความรู้ใหม่ที่เกิดขึ้นไปประยุกต์หรือทดลองใช้ หรือเป็นการแสดงผลสำเร็จของการเรียนรู้ในองค์ประกอบอื่น ๆ ซึ่งผู้สอนใช้กิจกรรมในองค์ประกอบนี้ในการประเมินผลการเรียนรู้ได้ และยังเป็นองค์ประกอบสำคัญที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้รู้จักการนำไปใช้ในชีวิตจริง

สุชาดา นทีตานนท์ (2550: 5) กล่าวถึงขั้นตอนการจัดประสบการณ์แบบปฏิบัติจริง ดังนี้

1. ขั้นนำ เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนด้วยการสนทนา ตอบคำถาม เพื่อทบทวนประสบการณ์เดิม โดยครูมีบทบาทในการกระตุ้นให้เด็กเกิดความสนใจและมีความพร้อมก่อนการปฏิบัติกิจกรรม

2. ขั้นปฏิบัติ เป็นขั้นที่เด็กได้เรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติจริงและมีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่นจากการ ค้นคว้า ทดลอง ปฏิบัติการ เพื่อสืบค้นหาคำตอบจนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง

3. ขั้นสรุป เป็นการสนทนาร่วมกันระหว่างเด็กและครูเมื่อทำกิจกรรมเสร็จเรียบร้อยเพื่อทบทวนประสบการณ์และนำเสนอผลงานที่สะท้อนความคิดเห็นจากการลงมือปฏิบัติจริง

จากแนวคิดดังกล่าวของนักการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่า ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวามี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียมพร้อมเข้าสู่บทเรียน เป็นขั้นสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ ทบทวนความรู้เดิม แนะนำหัวข้อที่จะเรียน แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้ผู้เรียนทราบ นำเสนอสัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่ต้องใช้ ยกตัวอย่างสถานการณ์ให้ผู้เรียนเห็นตัวอย่าง และตั้งกติการ่วมกัน เพื่อให้ผู้เรียนมีความพร้อมและเกิดความสนใจ

ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอสถานการณ์ เป็นขั้นที่ผู้สอนนำสถานการณ์ปัญหามาเร้าความสนใจเพื่อให้ผู้เรียนได้ร่วมกันวางแผนการแก้ปัญหา และร่วมกันคิดวิเคราะห์ปัญหา และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนซักถามในสิ่งที่สงสัย

ขั้นที่ 3 ขั้นลงมือปฏิบัติ เป็นขั้นที่ผู้เรียนได้ลงมือแก้ปัญหาตามที่ได้วางแผนไว้ มีการแลกเปลี่ยนความคิดกันภายในกลุ่ม และทุกคนในกลุ่มต้องมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา โดยผู้สอนเป็นผู้คอยแนะนำ

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปราย เป็นขั้นที่ผู้เรียนออกมานำเสนอแนวคิดหน้าชั้นเรียน โดยทุกกลุ่มมีหน้าที่ตรวจสอบและมีสิทธิ์ที่จะถามผู้เรียนที่ออกไปนำเสนอแนวคิด

ขั้นที่ 5 ขั้นสรุป เป็นขั้นที่ผู้เรียนร่วมกันสรุปความรู้ หรือแนวคิดที่ได้ เพื่อสะท้อนความคิดที่ได้จากการลงมือปฏิบัติ และเพื่อให้มั่นใจว่าผู้เรียนมีการเรียนรู้จริง

1.4 ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาในวิชาคณิตศาสตร์

โคพแลนด์ (Copeland. 1974 : 325-326) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาเป็นการจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้กระทำกิจกรรมกับวัสดุที่พบเห็น ซึ่งช่วยให้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ไม่เป็นนามธรรมไปจากโลกจริง ผู้เรียนได้รับการพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี จากการได้รับประสบการณ์การปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ

บอนเวล และไอสัน (Bonwell; & Eison. 1991 : 2-3) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาช่วยพัฒนาทักษะความคิดระดับสูงอย่างมีประสิทธิภาพ ช่วยให้ผู้เรียนวิเคราะห์ สังเคราะห์และประเมินข้อมูลในสถานการณ์ใหม่ได้ดี รวมถึงช่วยให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจจนสามารถชี้นำตนเองตลอดชีวิต ในฐานะผู้ฝึกใฝ่การเรียนรู้

เมเยอร์ส และโจนส์ (Meyers; & Jones. 1993 : xi) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาก่อประโยชน์ให้เกิดกับผู้เรียน โดยเพิ่มแรงจูงใจต่อการเรียนรู้ ลดการแข่งขัน และการแยกตัวจากชั้นเรียนของผู้เรียน ทุก ๆ คนเรียนรู้ที่จะทำงานร่วมกัน และสามารถได้ข้อมูลป้อนกลับทันที เนื่องจากธรรมชาติของการจัดการเรียนรู้เป็นแบบที่ส่งเสริมการมีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน ทำให้ผู้เรียนรู้สึกว่าคำแนะนำที่ได้รับจากเพื่อนมีคุณค่า

แคมป์เบล์ และพิคซินิน (Campbell; & Piccinin. 1999) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาเป็นการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับประสบการณ์ชีวิตของผู้เรียน เชื่อมโยงความรู้เดิมและส่งเสริมความจำในระยะยาว

ศูนย์เทคโนโลยีการศึกษาแห่งบัฟฟาโล (Buffalo Educational Technology Center. 2001) กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาไว้ ดังนี้

1. ผู้เรียนเข้าใจมโนทัศน์ที่สอนอย่างลึกซึ้งและถูกต้อง เกิดความคงทน และการถ่ายโยงความรู้ได้ดี

การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาทำให้ผู้เรียนได้ลงมือกระทำกิจกรรมที่มีความสนุก ท้าทาย และเร้าใจให้ติดตามอยู่เสมอ มีโอกาสใช้เวลาสร้างความคิดกับงานที่ลงมือกระทำมากขึ้น สามารถใช้มโนทัศน์ที่สำคัญในการแก้ปัญหา พัฒนาคำตอบของตนเอง บูรณาการและพัฒนามโนทัศน์ที่กำลังเรียนอย่างเป็นระบบ ทำให้เกิดความเข้าใจมโนทัศน์อย่างชัดเจน มีความสามารถและทักษะทั้งในเชิงความคิด และเทคนิควิธีที่จะใช้ปฏิบัติงานและแก้ปัญหาในชีวิตจริง

2. ทั้งผู้เรียนและผู้สอนได้รับประโยชน์จากข้อมูลป้อนกลับ

ผู้เรียนสามารถแก้ไขและปรับความเข้าใจมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ทันทีจากการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เพราะได้ใช้มโนทัศน์พูดคุยและเขียนสื่อสารซึ่งกันและกัน วิจารณ์โต้แย้งระหว่างเพื่อนและผู้สอน นอกจากนี้ผู้เรียนยังสามารถจัดระบบความคิด และสร้างวินัยต่อกระบวนการแก้ปัญหา รับผิดชอบต่อการเรียนรู้ด้วยตนเองและรู้ว่าสิ่งที่เรียนนั้นดีอย่างไร

ผู้สอนจะได้รับประโยชน์จากข้อมูลป้อนกลับอย่างสม่ำเสมอว่า ผู้เรียนเข้าใจหรือไม่เข้าใจอะไร ซึ่งการได้รับข้อมูลป้อนกลับนี้จะช่วยให้ผู้สอนสามารถปรับการสอนให้เหมาะสมกับผู้เรียนได้

3. ผู้เรียนได้รับประโยชน์จากแบบการสอนที่หลากหลาย

การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาทำได้ดีในชั้นเรียนที่มีผู้เรียนทั้งเก่งและอ่อน โดยผู้สอนใช้วิธีการที่แตกต่างเพื่อให้ผู้เรียนแต่ละคนเข้าใจ และสามารถมอบหมายให้ผู้เรียนที่เรียนได้เร็วกว่าอธิบายความเข้าใจให้เพื่อนฟัง เป็นการสอนโดยเพื่อนช่วยเพื่อน

4. ส่งเสริมเจตคติทางบวกต่อการเรียน

การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาช่วยให้ผู้สอนสามารถปรับเจตคติผู้เรียนต่อการจัดการเรียนรู้ได้ ถึงแม้จะสอนในชั้นเรียนขนาดใหญ่ เนื่องจากผู้เรียนได้รับความพอใจจากเนื้อหาและแบบฝึกหัดที่สัมพันธ์กับชีวิตจริง ทำให้เห็นความสำคัญ เกิดความพยายามและรับผิดชอบต่อการเรียนรู้มากขึ้น อันเนื่องมาจากการเห็นคุณค่าของการเรียนรู้ที่ตนเองได้ลงมือปฏิบัติจริง

5. ผู้เรียนได้ประโยชน์จากการมีปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียนกับเพื่อน

ผู้เรียนมีโอกาสตั้งคำถาม ตอบโต้ วิพากษ์วิจารณ์ และชื่นชม การทำงานที่มีวิธีการและมุมมองที่แตกต่างกันของแต่ละคน และแต่ละกลุ่ม สร้างความท้าทาย จูงใจทั้งผู้เรียนและผู้สอนให้สนุกสนาน น่าตื่นเต้น ผู้เรียนพัฒนาประสบการณ์ทางสังคม และได้เรียนรู้วิธีการเรียนด้วยตนเอง สามารถปฏิบัติงานร่วมกับผู้อื่นได้ดี มีมนุษยสัมพันธ์อันดีต่อกัน

มาร์โลว์ และเพจ (Marlowe; & Page. 2005 : 15) กล่าวถึง ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา ดังนี้

1. ช่วยพัฒนาความสามารถของนักเรียนในเรื่องการคิด การวางแผน และการกระทำ

2. ช่วยพัฒนาความคิดสร้างสรรค์

3. ช่วยให้เข้าใจเนื้อหาได้ดีขึ้น

4. ช่วยส่งเสริมความสัมพันธ์ที่ดีระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน และระหว่างผู้เรียนกับเพื่อนร่วมชั้น

5. ช่วยสร้างความสนใจในการเรียนของผู้เรียน

6. ช่วยให้ผู้เรียนมีทักษะในการอ่านเพิ่มมากขึ้น

7. ช่วยให้ทราบถึงความเป็นตัวตนที่แท้จริงของผู้เรียน

ยุพิน พิพิธกุล (2523 : 87-88) กล่าวถึงข้อดีของการจัดประสบการณ์แบบปฏิบัติการว่า

1. นักเรียนสนใจ เพราะได้ทำสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง

2. การจัดการเรียนรู้ที่กระตือรือร้นยึดหลักจิตวิทยาสองประการคือ การเรียนจากรูปธรรรมและการเรียนโดยการกระทำ

3. นักเรียนเข้าใจเนื้อหาวิชาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น และสามารถค้นพบความจริงด้วยตัวของเขาเอง

4. นักเรียนมีอิสระในการทำงาน และมีพัฒนาการเป็นรายบุคคล ทำให้เกิดความเชื่อมั่นในตนเอง

ลาวัลย์ พลกล้า (2523 : 3) กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดประสบการณ์แบบปฏิบัติการในวิชาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ช่วยให้นักเรียนเกิดมโนคติ เกิดความคิด เกิดจินตนาการและความคิดสร้างสรรค์ในการหากระบวนการและวิธีการต่าง ๆ

2. นักเรียนจะสามารถเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์เข้ากับโลกภายนอกห้องเรียน หรือชีวิตจริง เพราะคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเรียนนั้นนักเรียนเรียนจากกิจกรรมที่ปฏิบัติจริงทำให้เกิดมโนคติในเรื่องนั้น ๆ นักเรียนจะไม่รู้สึกว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งลึกลับสำหรับเขา

3. การเรียนจากการปฏิบัติจริงนักเรียนจะเกิดความเข้าใจอย่างถ่องแท้ ทำให้เกิดความสามารถในการถ่ายโยง (transfer) การเรียนรู้ซึ่งเป็นสิ่งที่พึงประสงค์อย่างยิ่งของการศึกษา

4. บรรยากาศในชั้นเรียนจะเป็นแบบนักเรียนเป็นศูนย์กลาง นักเรียนไม่มีโอกาสนั่งฟังกลางวัน คิดเรื่องต่าง ๆ นอกเรื่องเรียน นักเรียนทุกคนต้องคิด ต้องทำ ถ้าทำเป็นกลุ่มย่อยต้องมีการแสดงความคิดเห็นรับผิดชอบต่องานของตนและของกลุ่ม

5. การเรียนแบบปฏิบัติการทำให้นักเรียนอยู่ในบรรยากาศที่ไม่เคร่งเครียด ทำให้นักเรียนมีทัศนคติ เจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

6. เปิดโอกาสในการนำปัญหาต่าง ๆ มาให้นักเรียนคิดโดยอาศัยวัสดุต่าง ๆ เป็นเครื่องช่วยในการวิเคราะห์โจทย์นั้นให้เป็นรูปธรรมหรือกึ่งรูปธรรมให้เกิดภาพพจน์ เข้าใจปัญหาโจทย์

7. ช่วยเร้าให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการแก้ปัญหา

กาญจนา เกียรติประวัติ (2524 : 140) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดประสบการณ์แบบปฏิบัติการไว้ดังนี้

1. เพื่อเรียนรู้ด้านวิธีการ (Learning a Technique) ครูอาจจะสาธิตวิธีการเฉพาะอย่างให้นักเรียนสังเกต แต่ต้องให้นักเรียนมีโอกาสทดลองแสดงวิธีการนั้นด้วยตนเองด้วย

2. เพื่อฝึกทักษะ (Practicing a Skill) การปฏิบัติการต้องจัดเวลาและสถานที่ให้นักเรียนฝึกทักษะให้คล่องแคล่ว เพื่อสามารถนำไปใช้ได้

3. เพื่ออธิบายหลักการ (Illustrating a Principle) การปฏิบัติในแนวนี้ เป็นการปฏิบัติเพื่อขยายความสิ่งที่ได้ยินมาด้วยการบอก นักเรียนได้นำสิ่งที่เรียนมาใช้กับปัญหาจริง

4. เพื่อรวบรวมข้อมูลและเพิ่มพูนทักษะในการแปลความ (Gathering Data and Gaining Experience in the Interpretation) นักเรียนมีโอกาสรวบรวมข้อมูล จัดหมวดหมู่แล้วสรุปผล หรือนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

5. เพื่อปฏิบัติการสร้างสรรค์ (Performing Creative Work) เปิดโอกาสให้นักเรียนทดลองเทคนิคต่าง ๆ จากการได้รับประสบการณ์และแสดงความคิด

วนิดา บุษยะกนิษฐ์ (2532 : 39) อธิบายว่า การจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมให้ผู้เรียนได้ทำกิจกรรมหรือฝึกฝน ทำให้ผู้เรียนมีความพร้อมทางด้านคณิตศาสตร์มากขึ้น โดยเฉพาะการจัดประสบการณ์แบบปฏิบัติการ ซึ่งเหมาะสมกับวิชาต่าง ๆ ที่ต้องฝึกทักษะ เช่น คณิตศาสตร์ ศิลปศึกษา คหกรรมศาสตร์ เป็นต้น ซึ่งวิชาเหล่านี้เป็นวิชาทักษะ ถ้าให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงจะทำให้เด็กเกิดทักษะได้เป็นอย่างดี

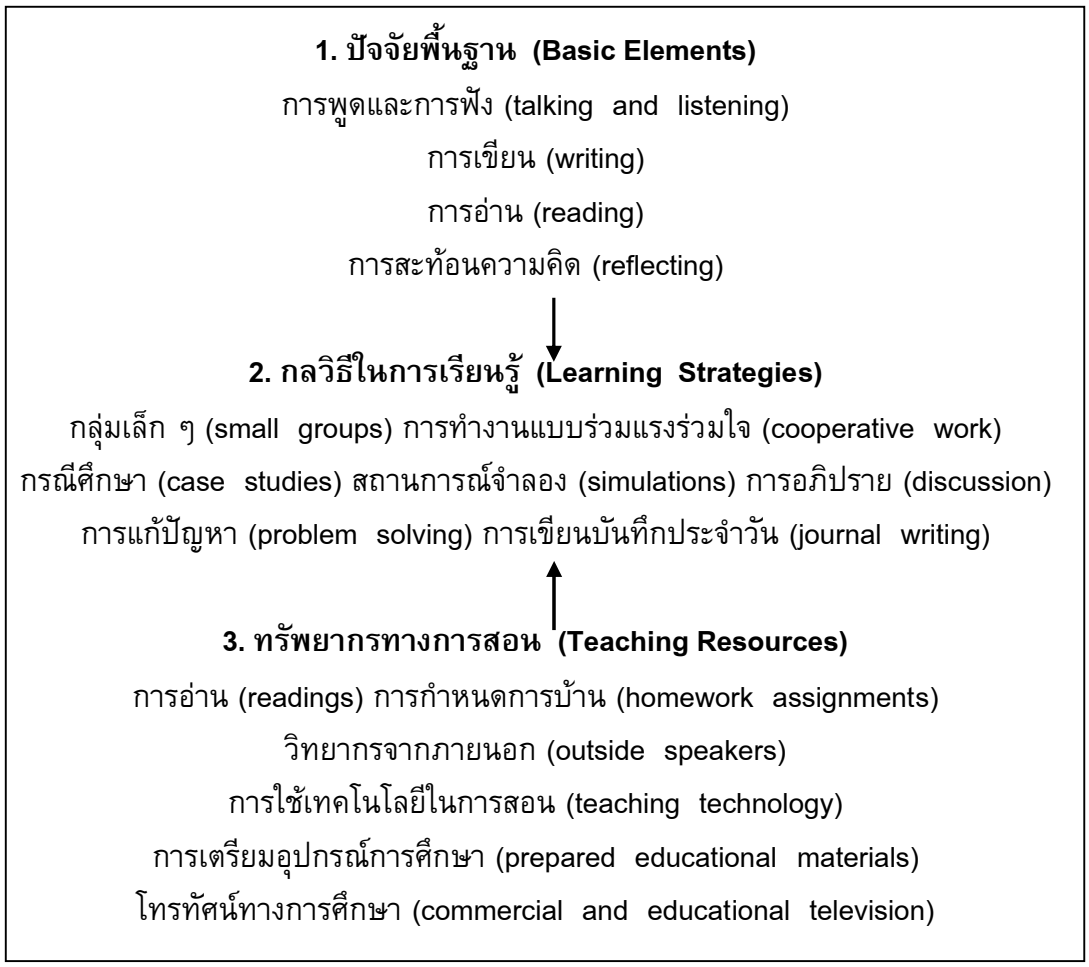
บัญญัติ ชำนาญกิจ (2549 : 3) กล่าวว่า การเรียนรู้แบบใฝ่รู้ เป็นการเรียนที่มีคุณค่า น่าตื่นเต้น สนุกสนาน ท้าทายความรู้ความสามารถ ผู้เรียนได้เรียนรู้สอดคล้องกับความสนใจของตนเอง ได้ลงมือคิดและปฏิบัติอย่างมีความหมาย สามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างแน่นอน การเรียนรู้แบบใฝ่รู้จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจได้ดีขึ้น และสามารถเก็บกักข้อมูลข่าวสารไว้ในความทรงจำได้นานขึ้น นอกจากนี้ยังมีประสิทธิภาพในการพัฒนากระบวนการรับรู้ในลำดับที่สูงขึ้น เช่น การคิดแก้ปัญหา การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์

สรุปว่า ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาในวิชาคณิตศาสตร์มีดังนี้

1. ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติทำให้ได้พัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี
2. ผู้เรียนสามารถจัดระบบความคิด และเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงได้
3. ช่วยทำให้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ไม่เป็นนามธรรมไปจากโลกจริง
4. ทำให้ผู้เรียนมีความคิดสร้างสรรค์ในการหากระบวนการและวิธีการต่าง ๆ
5. ทำให้การจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์มีความสนุก เร้าใจ และท้าทายความสามารถของผู้เรียน
6. ทำให้ผู้เรียนเกิดเจคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

1.5 องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

เมเยอร์ส และโจนส์ (Meyers; & Jones. 1993 : 19-20) กล่าวถึง องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาว่าประกอบด้วยปัจจัยที่มีความเกี่ยวข้องกัน 3 ประการ ได้แก่ ปัจจัยพื้นฐาน (Basic Elements) กลวิธีในการเรียนการสอน (Learning Strategies) และทรัพยากรทางการสอน(Teaching Resources) โดยมีรายละเอียดดังนี้



ภาพประกอบ 3 องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

ที่มา : Meyers, Chet.; & Jones, Thomas. B. (1993). **Promoting Active Learning : Strategies for the College Classroom**. p. 20.

ฟิงค์ (Fink. 1999 : 1-2) กล่าวถึงองค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา ดังนี้

1. การสนทนากับตัวเอง เพื่อผู้เรียนจะได้สะท้อนความคิด ถามตนเองว่าคิดอะไร มีความรู้สึกอย่างไร โดยบันทึกการเรียนรู้ หรือแฟ้มสะสมงาน ว่ากำลังเรียนอะไร เรียนอย่างไร สิ่งที่เรียนนี้มีบทบาทอย่างไรในชีวิตประจำวัน

2. การสนทนาสื่อสารกับผู้อื่น การอ่านตำรา หรือฟังคำบรรยาย ในการสอนแบบเดิมนั้น ผู้เรียนจะถูกจำกัดความคิด ไม่มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับผู้อื่น ขาดความมีชีวิตชีวาในการสนทนาสื่อสาร หากผู้สอนมอบหมายให้อภิปรายกลุ่มย่อยในหัวข้อที่น่าสนใจในการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา จะช่วยสร้างสรรค์สถานการณ์ในการสนทนาสื่อสารให้มีชีวิตชีวาได้

3. ประสบการณ์ที่ได้จากการลงมือกระทำ เป็นประสบการณ์ที่เกิดขึ้นโดยตรงจากการออกแบบ การทดลอง หรือทางอ้อมจากกรณีศึกษา บทบาทสมมติ กิจกรรมสถานการณ์จำลอง ฯลฯ

4. ประสบการณ์ที่ได้จากการสังเกต การที่ผู้เรียนเฝ้ามองหรือฟังคนอื่น ในสิ่งที่สัมพันธ์กับหัวข้อที่กำลังเรียน อาจเป็นการสังเกตโดยตรงจากสิ่งที่เกิดขึ้นจริง หรือจากการสังเกตสถานการณ์จำลอง จะทำให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ที่มีคุณค่า

บัญญัติ ชำนาญกิจ (2549 : 4) กล่าวถึง องค์ประกอบสำคัญของการเรียนรู้แบบใฝ่รู้ โดยดัดแปลงมาจากองค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาของเมเยอร์ และ โจนส์ (Meyers; & Jones. 1993 : 19-20) ดังนี้

1. ปัจจัยพื้นฐาน ของการสอนโดยใช้การเรียนรู้แบบใฝ่รู้ มีอยู่ 4 ประเด็น ได้แก่

1.1 การพูดและการฟัง จะช่วยให้ผู้เรียนได้ค้นหาความหมายของสิ่งที่เรียน

1.2 การเขียน จะช่วยให้ผู้เรียนได้ประมวลสารสนเทศใหม่ ๆ เป็นภาษาของเขาเอง

1.3 การอ่าน การตรวจเอกสารสรุป การบันทึกย่อ สามารถช่วยให้ผู้เรียนประมวลสิ่งที่อ่านและพัฒนาความสามารถในการเน้นสาระสำคัญ

1.4 การสะท้อนความคิด จะช่วยให้ผู้เรียนได้นำสิ่งที่เรียนรู้ไปเชื่อมโยงกับสิ่งที่รู้มาก่อน หรือนำความรู้ที่ได้รับไปเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน หรือการให้ผู้เรียนหยุดเพื่อใช้เวลาในการคิดและบอกให้ผู้อื่นรู้ว่าได้เรียนรู้อะไรบ้าง เป็นวิธีหนึ่งที่จะช่วยเพิ่มความสามารถในการเก็บกักความรู้ของผู้เรียน

2. กลวิธีในการเรียนรู้ สามารถใช้วิธีการได้หลากหลาย ดังนี้

2.1 การแบ่งกลุ่มเล็ก ๆ ได้แก่ การทำงานแบบร่วมมือ กรณีศึกษา สถานการณ์จำลอง การอภิปราย การแก้ปัญหา การเขียนบทความ

2.2 ห้องเรียนใหญ่ อาจใช้ rally robin, rally table, round robin, round table, pair checks, pair works, think-pair-share, team-pair-solo หรือ think-pair-square

3. ทรัพยากรในการสอน จะต้องมีแหล่งข้อมูลที่หลากหลายให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าและลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ได้แก่

3.1 การอ่าน

3.2 การให้การบ้าน

3.3 วิทยากรภายนอก

3.4 การใช้เทคโนโลยีในการสอน

3.5 การเตรียมอุปกรณ์การเรียนการสอน

3.6 การใช้โทรทัศน์เพื่อการศึกษา

อรทัย มูลคำ และคนอื่น ๆ (2542 : 21) กล่าวถึงองค์ประกอบของการเรียนรู้แบบมีส่วนร่วมไว้ดังนี้

1. ประสบการณ์ (Experience) ผู้สอนช่วยให้นักเรียนนำประสบการณ์เดิมของตนมาพัฒนาเป็นองค์ความรู้

2. การสะท้อนความคิด และการอภิปราย (Reflect and Discussion) ผู้สอนช่วยให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงออกเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และเรียนรู้ซึ่งกันและกันอย่างลึกซึ้ง

3. เข้าใจ และเกิดความคิดรวบยอด (Understanding and Conceptualization) ผู้เรียนเกิดความเข้าใจ และนำไปสู่การเกิดความคิดรวบยอด อาจจะเกิดขึ้นโดยผู้เรียนเป็นฝ่ายริเริ่มแล้วผู้สอนช่วยเติมแต่งให้สมบูรณ์ หรือผู้สอนเป็นผู้นำทางแล้วผู้เรียนเป็นผู้สานต่อจนความคิดนั้นสมบูรณ์เกิดเป็นความคิดรวบยอด

4. การทดลอง หรือการประยุกต์แนวคิด (Experiment or Application) ผู้เรียนนำเอาการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นใหม่ไปประยุกต์ใช้ในลักษณะหรือสถานการณ์ต่าง ๆ จนเกิดเป็นแนวทางปฏิบัติของผู้เรียนเอง

สรุปได้ว่า องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวามีดังนี้

1. ปัจจัยพื้นฐาน ได้แก่ การพูดและการฟัง การเขียน การอ่าน และการสะท้อนความคิด

2. กลวิธีในการเรียนรู้ ได้แก่ การแบ่งกลุ่มเล็ก ๆ การทำงานแบบร่วมแรงร่วมใจ กรณีศึกษา สถานการณ์จำลอง การอภิปราย การแก้ปัญหา และการเขียนบันทึกประจำวัน

3. ทรัพยากรทางการสอน ได้แก่ การอ่าน การให้การบ้าน วิทยากรจากภายนอก การใช้เทคโนโลยีในการสอน การเตรียมอุปกรณ์การศึกษา และโทรทัศน์ทางการศึกษา

1.6 กิจกรรมการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

แครทที่ (Cratty. 1985) เมเยอร์ส และโจนส์ (Meyers; & Jones. 1993 : 59-119) ซีลเลอร์ เทอร์นวัลด์ และบูล (Seeler; Turnwald; & Bull. 1994) ซิลเบอร์แมน (Silberman. 1996) พาร์เคนสัน วินเดล และเชลตัน (Parkenson; Windale; & Shelton. 1998) พอลสัน (Paulson. 2000) คณะทำงานการศึกษาของศูนย์การเรียนการสอนแห่งคาโรไลนา (Staff of Center for Teaching & Learning at Carolina. 2001) ได้เสนอแนะวิธีสอนและเทคนิคการสอนเพื่อการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาไว้สอดคล้องกัน ดังต่อไปนี้

1. การอภิปรายกลุ่ม (Group discussion) เป็นกลวิธีที่จัดให้มีขึ้นด้วยเจตนาร่วมกันที่จะพิจารณาเรื่องใดเรื่องหนึ่ง โดยนำข้อปัญหา และแง่คิดต่าง ๆ เกี่ยวกับเรื่องนั้นมากล่าวให้ช่วยกันแสดงความคิดเห็น หรือช่วยขบคิดเกี่ยวกับข้อปัญหานั้น เพื่อหาข้อสรุป ทุกคนมีส่วนร่วมในการพูดออกความเห็นอย่างเท่าเทียมกัน โดยไม่มีการแยกผู้พูดและผู้ฟัง เป็นวิธีที่ทำให้เกิดผลดีมากมาย เพราะเป็นการเริ่มจากความรู้พื้นฐานของผู้เรียนไปสู่ประสบการณ์ใหม่ ช่วยพัฒนาเจตคติ ยกระดับความสนใจและการมีส่วนร่วมของผู้เรียนทุกคนจากการทำงานเป็นกลุ่ม ใช้กระบวนการที่นำผู้เรียนได้คิด สื่อสาร และแบ่งปันความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ต่อกัน อาจจำแนกได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ ได้แก่

1.1 การอภิปรายกลุ่มย่อย (Small group discussion) เป็นกลวิธีการสอนที่มีประสิทธิภาพที่สุดอย่างหนึ่ง ที่สามารถใช้ได้กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในกรณีที่ต้องการให้มีการแสดงความคิดเห็นกันอย่างทั่วถึง

1.2 การอภิปรายทั้งชั้นเรียน (Whole class discussion) เป็นการอภิปรายที่มักมีผู้สอนเป็นผู้นำในการอภิปราย มักใช้เร้าความสนใจให้ผู้เรียนเริ่มแสดงความคิดเห็นในเรื่องใดเรื่องหนึ่งอาจเป็นการนำเข้าสู่บทเรียนหรือสรุปบทเรียน

เทคนิคที่ดีเทคนิคหนึ่งสำหรับการอภิปรายกลุ่ม ที่ช่วยให้การลงสรุปแนวความคิดรวดเร็ว คือ การระดมสมอง หากใช้วิธีการระดมสมองได้อย่างเหมาะสมจะกระตุ้นแนวคิดใหม่ และส่งเสริมการแก้ปัญหาที่ต้องการความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และที่มีจุดมุ่งหมายบ่งชี้ชัดเจนว่าไม่ต้องการคำตอบถูกผิด แต่ต้องการแนวทางแก้ปัญหาหลายแนวทาง ซึ่งระหว่างการระดมสมองทุกคนมีอิสระที่จะพูดและเสนอความคิดที่แตกต่างได้

2. เกม (Games) คือ กิจกรรมที่ใช้ผู้เล่นหนึ่งคนหรือมากกว่า เป็นการแข่งขันที่มีกฎเกณฑ์ หากเป็นเกมคณิตศาสตร์ต้องใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาเกี่ยวข้อง ช่วยให้ผู้เรียนสนุก ตื่นเต้น มีส่วนร่วมและกระตุ้นให้เรียนรู้ ช่วยพัฒนาทักษะแก้ปัญหา สื่อสาร การฟัง ความร่วมมือซึ่งกันและกัน ผู้สอนสามารถใช้เกมในการเสริมแรง ทบทวน สอนข้อเท็จจริง ทักษะและมโนทัศน์ ส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง ทำให้ผู้เรียนสนใจบทเรียน ผู้เรียนอ่อนและเก่งสามารถทำงานร่วมกันได้ดี ทำให้ผู้เรียนอ่อนเกิดกำลังใจในการเรียนมากขึ้น ทั้งอาจใช้เป็นการประเมินผลการเรียนรู้อย่างไม่เป็นทางการ

3. การแสดงบทบาทสมมติ (Role playing) เป็นกลวิธีที่ดีมาก เมื่อผู้สอนต้องการสำรวจความเข้าใจ เจตคติทางคณิตศาสตร์ หรือต้องการให้ผู้เรียนได้รู้ชัดว่า บุคคลที่อยู่ในสถานการณ์หนึ่ง ๆ นั้นรู้สึกอย่างไรและเพื่อเป็นการให้ข้อมูลสำหรับอภิปรายต่อไป โดยจัดให้มีการแสดงในสถานการณ์ที่คล้ายชีวิตจริง ผู้เรียนสวมบทบาทเป็นผู้เกี่ยวข้องที่อยู่ในสถานการณ์นั้น สิ่งสำคัญที่จะก่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจ เจตคติ และค่านิยม คือ การอภิปรายหลังการแสดง นอกจากเป็นผู้สังเกตการณ์แล้ว ผู้สอนจะเป็นผู้นำอภิปราย ผู้กำหนดบทบาท ผู้ควบคุมเวลา และช่วยแก้ไขปัญหาที่อาจเกิดขึ้นระหว่างการแสดงบทบาทสมมติ โดยองค์ประกอบหลักของการแสดงบทบาทสมมติจะประกอบด้วย บุคคลที่เกี่ยวข้อง ประเด็นปัญหาที่จะทำความเข้าใจ ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล เวลาและสถานที่ที่เกิดเหตุการณ์

4. การแสดงละคร (Drama) คล้ายคลึงกับการแสดงบทบาทสมมติ กล่าวคือ เป็นวิธีการที่ผู้เรียนเป็นผู้แสดงบทบาทที่ได้รับ ทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในเรื่องราวที่แสดง แต่ใช้เวลามากกว่าบทบาทสมมติ จึงเหมาะสมสำหรับใช้สอนเนื้อหาที่ยาก

5. การใช้กรณีศึกษา (Case study) เป็นวิธีหนึ่งที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักวิเคราะห์สถานการณ์แวดล้อมเฉพาะเรื่อง อาจเป็นเรื่องสมมติหรือชีวิตจริงที่อธิบายสิ่งที่เกิดขึ้นในชุมชนมักจะเกี่ยวกับปัญหาที่ผู้หนึ่งหรือหลายคนกำลังประสบอยู่ การใช้กรณีศึกษาจะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนร่วมพิจารณา แสดงความรู้สึก เพื่อสรุปปัญหา แนวคิด และแนวทางแก้ปัญหา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจเนื้อหา และสภาพความเป็นจริงที่ลึกซึ้ง พัฒนาความคิดทักษะการแก้ปัญหา การประยุกต์ความรู้เดิม สร้างความเชื่อมั่นว่าการตัดสินใจของตนมีความสำคัญและเชื่อถือได้ และสร้างแรงจูงใจที่จะเรียนสิ่งอื่นต่อไป

6. การสอนโดยใช้สถานการณ์จำลอง (Simulation techniques) คือ การสอนที่มีการเลียนแบบสภาพเหตุการณ์ หรือสมมติสถานการณ์ให้มีความคล้ายคลึงกับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง และสอดคล้องกับเนื้อหาบทเรียน จากนั้นเสนอเป็นกิจกรรมการสอน เพื่อให้ผู้เรียนได้ทดลองฝึกปฏิบัติ ออกความคิดเห็น หรือตัดสินใจเลือกแนวทางแก้ปัญหาจากสถานการณ์นั้น ทำให้ผู้เรียนมีประสบการณ์ในสภาพที่ใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากที่สุด ซึ่งวิธีการนี้จะทำให้ผู้เรียนสามารถสร้างความเข้าใจในหลักการทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการต่าง ๆ ที่ไม่เห็นเป็นรูปธรรม ผู้เรียนมีความรู้สึกร่วมต่อเหตุการณ์ได้ดี อีกทั้งยังสามารถถ่ายโยงการเรียนรู้ไปสู่การปฏิบัติจริงต่อไปได้ โดยผู้สอนต้องเตรียมอุปกรณ์ บทบาทหน้าที่ และสถานที่ ตลอดจนกล่าวนำและอธิบายบทบาทของผู้เรียนให้เข้าใจตรงกัน

7. การอ่านอย่างมีชีวิตชีวา (Active reading) เป็นกลวิธีการอ่านอย่างมีประสิทธิภาพ ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจเรื่องการอ่านได้ดีขึ้น ไม่ใช่การอ่านอย่างคร่าว ๆ หรืออ่านไปเรื่อย ๆ เหมือนการอ่านทั่วไป แต่เป็นการอ่านที่มีวัตถุประสงค์เพื่อหาคำตอบหรือตั้งคำถาม โดยประมวลความคิดจากสิ่งที่อ่าน เพื่อให้มั่นใจว่าผู้เรียนได้รับสาระจากการอ่านอย่างต่อเนื่อง ทั้งได้ใช้วิจารณญาณพินิจพิเคราะห์เรื่องที่อ่าน เป็นการอ่านเนื้อหาที่สนใจและก่อให้เกิดความสนใจค้นคว้าเพิ่มเติมด้วยตัวผู้เรียนเอง โดยใช้เทคนิคต่าง ๆ ที่ช่วยส่งเสริมผู้เรียนในการอ่านและทำความเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ได้ เช่น การเน้นคำ การเขียนแผนภาพ การอ่านแล้วตั้งคำถาม ฯลฯ

8. การเขียนอย่างมีชีวิตชีวา (Active Writing) เป็นกลวิธีกระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงออกเชิงความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิคต่าง ๆ ที่ช่วยส่งเสริมผู้เรียนในการเขียน เช่น บันทึกประจำวัน การเขียนบทละคร การทำรายงาน ฯลฯ

9. การทำงานกลุ่ม (Small group work) เป็นกิจกรรมที่จัดให้ผู้เรียนทำงานเป็นกลุ่มย่อย ๆ พูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และพัฒนาทักษะการทำงานร่วมกับผู้อื่น วิธีนี้ประสบผลสำเร็จเมื่อผู้เรียนมีการสะท้อนความคิดในสิ่งที่เรียน หรือประสบการณ์ที่ได้รับ

ปรีชาญ เดชศรี (2545 : 53-55) ได้กล่าวถึงกิจกรรมการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาไว้ดังนี้

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาสำหรับนักเรียนเป็นรายบุคคล

แบบที่ 1 การฝึกหัดเป็นรายบุคคลทั้งการเรียน การโต้ตอบ และการคิด การให้ทำกิจกรรมเหล่านี้มีเป้าหมายเพื่อ

1. เพิ่มพูนความรู้ความจำในเรื่องที่กำลังเรียนอยู่

2. ให้ข้อมูลป้อนกลับในทันทีแก่นักเรียน

3. นักเรียนมีโอกาสสำรวจตรวจสอบตนเองทั้งความรู้ เจตคติ และคุณค่าของการเรียนรู้

รูปแบบกิจกรรมได้แก่

1. การหยุดเพื่อทำความเข้าใจ วิธีนี้จะใช้เมื่อบรรยายไปแล้วประมาณ 10 – 15 นาที ให้ผู้สอนหยุดพักแล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจกับเรื่องที่เรียนมา ในขณะเดียวกันครูจะเดินไปรอบ ๆ

ห้องเพื่อให้นักเรียนซักถามเป็นรายบุคคลรวมทั้งตรวจสอบการบันทึกของนักเรียนด้วย วิธีนี้ช่วยให้นักเรียนที่ไม่มีโอกาสถามขณะบรรยาย ได้ซักถามปัญหาและทำความเข้าใจกับเนื้อหาที่เป็นช่วงสั้น ๆ ความเข้าใจที่เกิดขึ้นจะช่วยส่งผลให้เกิดการเรียนรู้เรื่องต่อไปทำได้ง่ายขึ้น

2. การให้เขียนสรุปเมื่อเรียนจบ เมื่อเรียนจบชั่วโมงแล้วให้ใช้วิธีการสรุปโดยให้นักเรียนแต่ละคนเขียนสรุปความรู้ที่ได้พร้อมกับส่งให้ครูตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจมากน้อยเพียงใด ครูจะต้องตรวจสอบก่อนเข้าสอนในชั่วโมงต่อไป เพื่อจะได้เข้าถึงพื้นฐานความรู้ที่ผ่านมาและนำไปเชื่อมโยงกับความรู้ที่จะให้ใหม่ในชั่วโมงต่อไป ด้วยวิธีนี้จะทำให้นักเรียนได้เรียนรู้อย่างต่อเนื่อง

3. ให้นักเรียนเขียนเรื่องที่เข้าใจดีที่สุดและน้อยที่สุด ก่อนจบแต่ละชั่วโมงสอน ให้เวลานักเรียนประมาณ 5 นาที เพื่อเขียนข้อความสั้น ๆ สรุปเรื่องที่เข้าใจได้มากที่สุดหรือดีที่สุด และเรื่องที่เข้าใจได้น้อยที่สุด ผลจากการเขียนจะช่วยให้นักเรียนมีโอกาสคิดทำความเข้าใจและทบทวนในเรื่องที่เรียนในทันทีทันใด

4. การตอบสนองต่อการสาธิตของครู เมื่อครูนำเสนอกิจกรรมหรือการสาธิตใด ๆ จบแล้วในทันที ให้นักเรียนเขียนข้อความสั้น ๆ เพื่อแสดงความคิดเห็นต่อการสาธิตของครู เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์และให้ข้อมูลป้อนกลับแก่ครูว่านักเรียนได้เรียนรู้อะไรบ้าง อย่างไรมากกว่าที่เป็นกิจกรรมเพื่อความสนุกสนาน

5. การบันทึกประจำวัน (หรือสัปดาห์) ครูตั้งประเด็นหรือคำถามหรือปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่กำลังเรียนอยู่หรือน่าสนใจ เพื่อให้นักเรียนไปอ่านค้นคว้าและเขียนในรูปของการบันทึกประจำวัน ทั้งนี้ครูจะต้องเก็บบันทึกและตรวจเป็นระยะเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนตื่นตัว และในเวลาเดียวกันก็เป็นข้อมูลป้อนกลับให้แก่นักเรียนด้วย

6. การตั้งคำถามสั้น ๆ เมื่อเริ่มต้นบทเรียนให้นักเรียนแต่ละคนร่วมกันตั้งคำถามและเขียนบนกระดาษ แล้วให้เวลานักเรียน 1- 2 นาทีเพื่อตอบหรืออภิปรายเกี่ยวกับปัญหานั้น การตอบหรืออภิปรายเช่นนี้จะช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ว่าเรื่องที่จะเรียนหรือเรื่องที่สนใจคืออะไร

แบบที่ 2 กิจกรรมที่เกี่ยวกับคำถามและคำตอบ กิจกรรมนี้มีเป้าหมายเพื่อ

1. เพิ่มความรู้ความเข้าใจให้แก่นักเรียนในเรื่องที่จะเรียนรู้

2. ส่งเสริมให้เกิดความคิดวิเคราะห์วิจารณ์

3. กระตุ้นให้นักเรียนได้สร้างข้อสรุปด้วยตนเอง

4. ให้ข้อมูลป้อนกลับในทันทีทันใดต่อการเรียนรู้ของนักเรียน

รูปแบบกิจกรรม ได้แก่

1. ให้เวลารอคำตอบ เมื่อถามคำถามแล้วต้องให้เวลาคิดอย่างเพียงพอก่อนให้แสดงคำตอบ โดยคำนึงถึงตัวนักเรียนเป็นสำคัญ ต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนได้คิดและตอบคำถาม ไม่ใช่เฉพาะนักเรียนเก่งหรือที่กล้าแสดงออก เมื่อถามแล้วรอจนนักเรียนคิดได้จึงให้ยกมือตอบ

2. ให้นักเรียนในห้องเรียนตอบคำถามเอง เมื่อถามคำถามและนักเรียนตอบคำถามโดยครูไม่ต้องทวนคำตอบอีก แต่ให้นักเรียนทำความเข้าใจเองหรือซักถามผู้ตอบจนเข้าใจชัดเจน เพราะถ้าครูทวนคำตอบอยู่เสมอจะทำให้นักเรียนไม่สนใจคำตอบจากเพื่อน แต่รอสรุปคำตอบจากครู หรือถ้า

นักเรียนตอบไม่ชัดเจนและไม่มีผู้ใดซักถาม ครูอาจถามคำถามที่เกี่ยวข้องกันเพื่อเพิ่มความชัดเจนอีกก็ได้

3. ส่งเสริมให้ฟังอย่างตั้งใจ เมื่อนักเรียนคนหนึ่งตอบคำถามแล้ว ให้นักเรียนอีกคนหนึ่งสรุปความรู้ที่ได้จากคำตอบของเพื่อนโดยใช้คำตอบของตนเอง

4. การเลือกสุ่มปัญหาหรือเรื่องที่ต้องการทำความเข้าใจ ให้นักเรียนเขียนปัญหาหรือเรื่องที่ต้องการทำความเข้าใจมากที่สุดลงในกระดาษ แล้วรวบรวมไว้ในที่เดียวกัน จากนั้นจึงสุ่มจับขึ้นมาเพื่อทำความเข้าใจหรืออภิปราย

5. การทดสอบแบบสั้น ๆ ให้นักเรียนแต่ละคนเขียนข้อสอบของตนเอง เพื่อรวบรวมไว้ทำเป็นแบบทดสอบต่อไป

แบบที่ 3 การให้ข้อมูลป้อนกลับในทันทีทันใด วิธีนี้ก่อให้เกิด

1. ข้อมูลป้อนกลับในทันทีแก่ครูเกี่ยวกับการเรียนรู้ของนักเรียน

2. เพิ่มพูนความรู้ในเรื่องที่กำลังเรียน

3. ส่งเสริมให้เกิดการคิดวิเคราะห์วิจารณ์

รูปแบบกิจกรรม ได้แก่

1. การให้สัญญาณมือ เมื่อมีคำถามหรือปัญหาแล้วให้นักเรียนตอบโดยใช้สัญญาณมือที่ได้ตกลงกันไว้โดยไม่ต้องส่งเสียง เช่น ข้อสอบแบบ 4 ตัวเลือก อาจกำหนดให้แต่ละนิ้วแทนข้อของตัวเลือกและวางมือไว้บนอกของตัวเอง วิธีนี้จะมีเฉพาะครูที่เห็นคำตอบอย่างชัดเจน โดยแต่ละคนจะไม่เห็นคำตอบของคนอื่น ซึ่งจะช่วยให้ครูได้ประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนได้ในทันที

2. ป้ายกระดาษ ให้คำถามหรือปัญหาแก่นักเรียนโดยเขียนป้ายกระดาษแล้วให้นักเรียนตอบโดยใช้สัญญาณมือตามข้อ 1

การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาจะก่อให้เกิดการกระตุ้นให้เกิดการคิดวิเคราะห์วิจารณ์

กิจกรรมดังกล่าว ๆ เมื่อปฏิบัติแล้ว จะส่งผล ดังนี้

1. ส่งเสริมให้เกิดทักษะการคิดวิเคราะห์วิจารณ์

2. กระตุ้นให้เด็กได้สร้างความรู้ด้วยตนเอง

3. เพิ่มความสามารถในการแสดงออกด้านการประยุกต์ใช้ความรู้ที่ได้จากบทเรียน

ตัวอย่างการสอน

1. การคาดการณ์ล่วงหน้าถึงเรื่องที่จะเรียน เพื่อให้นักเรียนสนใจในเรื่องที่จะเรียน ก่อนเริ่มต้นกิจกรรมครูสอบถามและให้นักเรียนเขียนเรื่องที่จะเรียนตามความรู้ ประสบการณ์เดิมที่มี และประเมินตนเองว่าเมื่อเรียนจบแล้วจะได้มีความรู้มากน้อยเพียงใด

2. ให้ปัญหาหรือข้อโต้แย้ง ให้นักเรียนรับปัญหาหรือข้อโต้แย้งเกี่ยวกับแนวคิดของประเด็นที่กำลังศึกษา เพื่อให้เด็กได้ประสบกับข้อขัดข้องก่อนได้คำตอบ การบังคับให้นักเรียนแสดงออกโดยยังไม่มีคำตอบที่ครูเป็นผู้บอกจะเป็นการเพิ่มความเป็นไปได้ของนักเรียนในการประเมินทฤษฎีอย่างมีวิจารณญาณเมื่อพบปัญหาเหล่านั้นในภายหลัง

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาสำหรับนักเรียนที่ทำเป็นคู่

กิจกรรมต่อไปนี้เกี่ยวข้องกับนักเรียนสองคนที่ทำกิจกรรมร่วมกัน ผลการทำกิจกรรมจะทำให้

1. ส่งเสริมให้เกิดทักษะการคิดวิเคราะห์วิจารณ์
2. เพิ่มความคิดระดับสูง
3. กระตุ้นให้นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเอง
4. กระตุ้นให้นักเรียนได้สำรวจตรวจสอบเจตคติและคุณค่าที่เกิดขึ้นกับตนเอง
5. ส่งเสริมให้นักเรียนรับฟังและพิจารณาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน

รูปแบบกิจกรรม ได้แก่

1. การอภิปราย ให้นักเรียนอภิปรายหรือแลกเปลี่ยนการบันทึกกับเพื่อนที่นั่งติดกันและอาจกำหนดบทบาทหน้าที่ของเพื่อนแต่ละคนในการทำกิจกรรมคู่ เช่น เป็นผู้ถามหรือผู้ตอบ หรือทั้งสองคนอภิปรายร่วมกัน

2. เปรียบเทียบสมุดบันทึกหรือใช้สมุดบันทึกร่วมกัน นักเรียนบางคนมีทักษะด้านการจดบันทึกอยู่ในระดับต่ำ วิธีการหนึ่งที่จะช่วยเพิ่มพูนทักษะการจดบันทึกคือให้ใช้วิธีเลียนแบบการจดบันทึกของผู้ที่มีทักษะหรือเปรียบเทียบกัน ผู้สอนอาจใช้วิธีหยุดการสอนชั่วคราวเพื่อการตรวจสอบหัวข้อหรือสาระสำคัญ โดยให้นักเรียนแลกเปลี่ยนกันอ่านบันทึก พร้อมกับเพิ่มเติมส่วนที่ตนเองบันทึกได้ไม่ครบ

3. ประเมินผลงานของผู้อื่น ให้นักเรียนแต่ละคนทำงานที่ได้รับหมอบหมายของตนเองจนเสร็จ เมื่อถึงกำหนดส่งงาน ให้นักเรียนส่งงานเป็น 2 ชุด โดยชุดหนึ่งส่งครูผู้สอนส่วนอีกชุดหนึ่งมอบให้เพื่อน จากนั้นครูจะกำหนดแนวทางในการประเมินและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ประเมินงานของเพื่อนที่ได้รับมา

กิจกรรมการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาสำหรับนักเรียนที่ทำเป็นกลุ่ม

กิจกรรมนี้เกี่ยวข้องกับนักเรียน 3 – 5 คน กิจกรรมที่ทำเป็นกลุ่มจะช่วยพัฒนา

1. การเรียนรู้และทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม
2. กระตุ้นทักษะการคิดวิเคราะห์วิจารณ์
3. เพิ่มพูนความคิดระดับสูง
4. เร่งเร้าให้เกิดความรู้ความคิดด้วยตนเอง
5. เร่งเร้าให้นักเรียนได้สำรวจตรวจสอบเจตคติและคุณค่าของตนเอง

รูปแบบกิจกรรม ได้แก่

1. การทำกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่ม (3 – 5 คน) ตั้งคำถามหรือปัญหาหลาย ๆ ประเด็นเพื่อให้ร่วมกันทำในแต่ละกลุ่ม และให้หมุนเวียนคำถามกันไปทั่วห้องเพื่อหาคำตอบหรือถามคำถามใหม่ ต่อจากนั้นให้นักเรียนแสดงผลที่ได้กับทั้งห้อง และให้นักเรียนทั้งห้องได้อภิปรายถึงแนวทางที่เป็นไปได้ของคำตอบที่เสนอ

2. งานกลุ่มบนกระดานดำ ให้นักเรียนทั้งกลุ่มแสดงวิธีแก้ปัญหาที่ค่อนข้างยากบนกระดานดำ

3. การทบทวน ให้นักเรียนในห้องเป็นกลุ่ม ๆ แก้ปัญหาร่วมกัน เพื่อทบทวนความรู้ที่เรียนมา (แทนการถามตอบปัญหาทั่วไป) เมื่อแก้ปัญหาภายในกลุ่มแล้วจึงให้ทั้งกลุ่มมาแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียนและให้เพื่อนในกลุ่มร่วมกันอภิปราย

4. การทำแผนผังความคิด แผนผังแนวคิดเป็นวิธีการหนึ่งที่แสดงถึงการเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดที่จะเรียนรู้ในห้องเรียน นักเรียนจะได้เรียนรู้วิธีการเชื่อมโยงแนวคิดที่สำคัญเข้าด้วยกัน โดยทั่วไปการเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดจะมีความซับซ้อนและเป็นไปได้หลายแนวทาง

5. Jigsaw Group ให้แต่ละกลุ่มศึกษาเรื่องใดเรื่องหนึ่งจนเข้าใจ แล้วแยกไปตั้งกลุ่มใหม่ที่สมาชิกมาจากกลุ่มที่ไม่ซ้ำกัน ต่อจากนั้นจึงให้สมาชิกแต่ละคนเผยแพร่ความรู้ที่มีแก่สมาชิกของกลุ่มที่รวมกันใหม่จนครบทุกคน

6. การแสดงสถานการณ์สมมติ ให้นักเรียนแต่ละคนแสดงสถานการณ์สมมติที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่เรียน ผลจากการแสดงจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

7. การระดมความคิดด้วยการเขียน ให้สมาชิกของกลุ่มระดมความคิดและเขียนแนวคิดเรื่อง ประเด็นหรือหัวข้อที่ได้เรียนมาแล้วลงบนกระดาษ โดยเขียนทีละคนและไม่ให้ซ้ำกัน ผลที่ได้จะแสดงถึงความรู้และความเข้าใจในเรื่องนั้น

8. การเล่นเกม เป็นกิจกรรมที่เหมาะสำหรับการเรียนการสอนเรื่องที่เข้าใจได้ยากและมีหลายแนวคิดอยู่ด้วยกัน

9. การอภิปรายแบบมีผู้นำเสนอ เป็นกิจกรรมที่เหมาะสำหรับการนำเสนอของกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งในเรื่องที่ได้รับหมอบหมายต่อเพื่อนร่วมห้อง

10. การโต้วาที เป็นวิธีการที่ดีวิธีหนึ่งที่ส่งเสริมให้ผู้แสดงออกได้คิดและนำเสนอข้อมูลที่จัดกระทำแล้ว การโต้วาทีจะมีทั้งฝ่ายเสนอที่ทำหน้าที่สนับสนุนและฝ่ายโต้แย้ง

ศักดา ไชกิจภิญโญ (2548 : 14) กล่าวถึงกิจกรรมในการจัดการเรียนรู้แบบ Active Learning ว่ามีหลายรูปแบบดังต่อไปนี้

1. Think-Pair-Share ผู้สอนตั้งปัญหา ผู้เรียนคิดหาคำตอบด้วยตนเองก่อนสัก 4-5 นาที ต่อมาจับคู่กับเพื่อน อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน หลังจากนั้นจึงสุ่มเรียกมานำเสนอหน้าชั้น

2. Minute Paper หลังจากบรรยายไป 15 นาที ผู้สอนสั่งให้ผู้เรียนสรุปที่เรียนไป 2 ประโยค ใน 1 นาที แล้วให้จับคู่แลกเปลี่ยนความคิดเห็น ผู้สอนอาจสุ่มเรียกผู้เรียนมานำเสนอหน้าชั้น

3. Jigsaw ผู้สอนเลือกเนื้อหาที่สามารถแบ่งออกเป็นส่วน ๆ ได้ หรือเลือกบทความที่มีเนื้อหาสอดคล้อง (ใกล้เคียง) 3-4 ชิ้น แบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่มเท่า ๆ กับเนื้อหา ให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมา 1 คน เลือกเนื้อหาที่เตรียมไว้ ให้อ่านทำความเข้าใจร่วมกัน หรือหาคำตอบร่วมกันในกลุ่ม แล้วกลับไปสอนที่กลุ่มดั้งเดิมของตนจนทุกคนได้สอนครบ

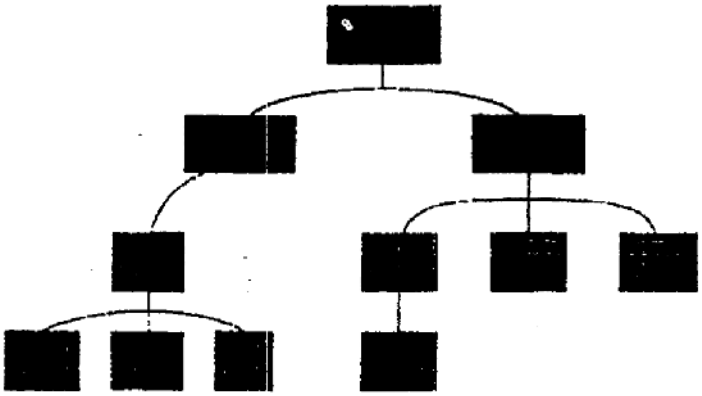
4. Round Table แบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่ม เพื่อตอบคำถาม โดยแต่ละกลุ่มได้รับกระดาษคำตอบ 1 แผ่น และปากกา 1 ด้าม ให้แต่ละกลุ่มเขียนคำตอบลงกระดาษ และเวียนให้กลุ่มอื่นดูคำถามคำตอบของกลุ่ม ผู้สอนอาจสุ่มเรียกมานำเสนอหน้าชั้น

5. Voting ให้ผู้เรียนยกมือเพื่อตอบคำถามของผู้สอนในลักษณะแสดงความคิดเห็นด้วยและไม่เห็นด้วย หรือแข่งกันตอบ

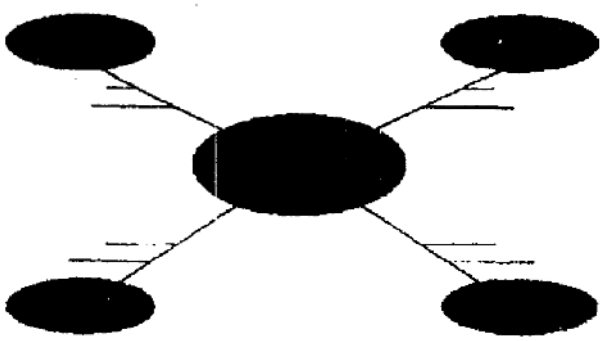
6. End of Class Query สามนาทีสุดท้ายก่อนหมดคาบการสอน ให้ผู้เรียนสรุปการเรียนรู้ โดยเขียนออกมา 2 ประโยค หรือให้ซักถามก่อนจบการสอน

7. Trade of Problem แบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่ม ในแต่ละกลุ่มจะได้บัตรคำถามไม่เหมือนกัน ให้แต่ละกลุ่มเขียนคำตอบที่บัตรคำถามด้านหลัง เสร็จแล้วส่งให้เพื่อนกลุ่มอื่น ในขณะเดียวกันกลุ่มตนเองก็ได้รับบัตรคำถามจากกลุ่มอื่น โดยยังไม่ให้ดูคำตอบ ให้สมาชิกในกลุ่มอ่านคำถาม และร่วมกันคิดหาคำตอบ เมื่อได้คำตอบแล้วให้พลิกดูคำตอบของกลุ่มก่อนหน้านี้ ถ้าคำตอบตรงกันไม่ต้องเขียนอะไรเพิ่มเติม แต่ถ้าคำตอบของกลุ่มไม่เหมือนกับคำตอบกลุ่มอื่น ให้เขียนคำตอบลงหลังบัตรคำถามนั้นเป็นอีกคำตอบหนึ่ง และให้ยื่นบัตรคำถามส่งให้กลุ่มอื่นต่อไป ในขณะเดียวกันก็รับบัตรคำถามของกลุ่มอื่นมา ให้ทำเช่นเดียวกันนี้จนครบ ผู้สอนรวบรวมบัตรคำถามที่มีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบ ให้ทั้งห้องร่วมอภิปรายหาคำตอบที่เป็นที่ยอมรับของทั้งห้อง

8. Concept Map แบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่ม แจกปากกาและแผ่นใสให้ ให้แต่ละกลุ่มเขียนประเด็นหลักที่ได้เรียนรู้ใส่ตรงกลางแผ่นใส พร้อมทั้งเขียนวงกลมล้อมรอบและเขียนประเด็นรองที่เกี่ยวข้องแล้ววงกลมล้อมรอบเช่นกัน แล้วเชื่อมโยงกับวงกลมประเด็นหลัก ซึ่งจะได้รูปร่างคล้ายลูกโซ่ต่อ ๆ กัน เป็นแบบใยแมงมุมหรือเป็นรูปดาว ซึ่งการดูภาพแบบแผนภูมิเช่นนี้จะทำให้จดจำได้ง่ายหรือเข้าใจได้ง่าย



หรือ



ภาพประกอบ 4 ผังความคิดรวบยอด

ที่มา : ศักดา ไชกิจภิญโญ. (2548). สอนอย่างไรให้ Active Learning. **นวัตกรรมการเรียนการสอน**. หน้า 14.

บัญญัติ ชำนาญกิจ (2549 : 6) ได้กล่าวถึงกลวิธีที่ทำให้เกิดการเรียนแบบใฝ่รู้ ดังนี้

1. ให้ผู้เรียนเขียนสรุปเรื่องที่ผู้สอนบรรยายหรือผู้เรียนอภิปรายทั้งชั้น
2. ให้ผู้เรียนอธิบายเรื่องที่ตนเองพูด
3. ให้ผู้เรียนผูกโยงปัญหาหรือเนื้อหากับความรู้ ประสบการณ์ของตนเอง พร้อมยกตัวอย่างประกอบ
4. เขียนคำบรรยายของผู้สอนโดยใช้ถ้อยคำหรือสำนวนของตนเอง พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบ
5. อธิบายทัศนะและมุมมองของตนเองที่มองปัญหานั้นแตกต่างจากคนอื่นในลักษณะมองต่างมุม
6. เขียนคำถามที่ตนเองสงสัยและข้องใจอยู่เพื่อต้องการให้ได้คำตอบที่ชัดเจนหรือมีเหตุผล
7. ร่วมอภิปรายในชั้นเรียน

ณัฐพร เดชะ และสุทธาสินี เกสร์ประทุม (2550 : 3-6) ได้กล่าวถึงกิจกรรมการจัดการเรียนรู้แบบ Active Learning ไว้ดังนี้

1. กิจกรรมเดี่ยว

1.1 Minute Papers เป็นกิจกรรมการเขียนที่ให้ระยะเวลาผู้เรียนในการเขียนตอบคำถามเป็นเวลา 1 นาที โดยกิจกรรมนี้สามารถใช้ได้ในทุกช่วงเวลาของการเรียนการสอนไม่ว่าจะเป็นก่อนเข้าสู่บทเรียน ระหว่างบทเรียน และท้ายบทเรียน เช่น ก่อนเริ่มเข้าสู่บทเรียน ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนเขียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนไปเมื่อครั้งที่แล้ว ในช่วงระหว่างและท้ายบทเรียนอาจถามว่า “ประเด็นสำคัญของหัวข้อนี้คืออะไร” เป็นต้น

1.2 Writing Activities เป็นกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับการเขียนต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นการเขียนสรุป เขียนรายงาน เขียนตอบคำถาม เป็นต้น

1.3 Muddiest Point เป็นกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนเขียนในสิ่งที่ตนเองไม่เข้าใจ หรือยังไม่กระจ่าง ซึ่งกิจกรรมนี้จะเป็นประโยชน์สำหรับผู้สอน เพราะจะช่วยให้ผู้สอนในการเตรียมการสอนครั้งต่อไปเพราะจะทำให้ทราบว่าผู้สอนยังมีข้อสงสัยในจุดใดบ้าง เพื่อจะได้กลับไปเน้นย้ำในจุดนั้นอีกครั้งหนึ่ง

1.4 Affective Response เป็นกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนเขียนแสดงความรู้สึกของตนเองที่มีต่อการเรียนการสอน หรือต่อรายวิชานั้นๆ เพื่อทราบถึงสร้างทัศนคติ และสร้างทัศนคติที่ดีให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน โดยการแสดงความรู้สึกนี้จะไม่มีผลต่อคะแนน แต่จะเป็นประโยชน์ต่อผู้สอนในการประเมินการสอนของตนเอง

1.5 Daily Journal ให้ผู้เรียนเขียนบันทึกกิจกรรมประจำวันของตนเอง โดยอาจใช้เทคโนโลยีเพื่อช่วยเหลือในการทำ คือให้ผู้เรียนใส่บันทึกของตนเองลงในอินเทอร์เน็ต หรือที่เรียกว่าการเขียน Blog ซึ่งจะเป็นการบูรณาการการสอนโดยการนำเทคโนโลยีมาใช้ ผู้สอนอาจใช้วิธีการให้ผู้เรียนเขียนแสดงความคิดเห็น หรือคิดวิเคราะห์เกี่ยวกับหัวข้อที่ได้เรียนไปในแต่ละครั้งลงใน Blog เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดทักษะในการคิด ไม่ว่าจะเป็นการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ เป็นต้น

1.6 Reading Quiz กิจกรรมการอ่านประเภทต่าง ๆ เช่นการอ่านเพื่อตอบคำถาม การอ่านเพื่อสรุปใจความสำคัญ

1.7 Concept Maps การให้ผู้เรียนสรุปความรู้หรือแนวคิดที่ตนเองได้รับออกมาในภาพรวมในรูปแบบของภาพวาด แผนภาพ หรือการทำ mind mapping ซึ่งวิธีการนี้จะเป็นประโยชน์อย่างมากโดยเฉพาะกับผู้เรียนที่มีปัญหาในการถ่ายทอดความคิดออกมาเป็นภาษาเขียน แต่อาจมีความสามารถในการถ่ายทอดความรู้ออกมาเป็นภาษาภาพ

1.9 Poster / Drawing / Display การให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงโดยมีผลงานออกมาอย่างเป็นรูปธรรม

2 กิจกรรมกลุ่ม

2.1 Think-pair-share เป็นกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนร่วมกันคิด ร่วมกันแก้ไขปัญหาเป็นคู่ๆ โดยวิธีการนี้สามารถปรับเปลี่ยนไปได้หลายรูปแบบ เช่น การให้ผู้เรียนต่างคนต่างหาคำตอบจากนั้นค่อยมาแลกเปลี่ยนคำตอบกัน แล้วร่วมกันสรุปคำตอบขึ้นใหม่เป็นต้น

2.2 Brainstorming การระดมสมองช่วยกันคิดเป็นกลุ่ม โดยสามารถร่วมกันระดมสมองทั้งห้อง หรือแบ่งกลุ่มแล้วให้ช่วยกันคิดเฉพาะในกลุ่ม จากนั้นจึงมาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน

2.3 Games การเล่นเกมต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหา

2.4 Debates การโต้วาที โดยการให้หัวข้อในการอภิปรายและให้ผู้เรียนเป็นผู้ค้นคว้าหาข้อมูลด้วยตนเองจากนั้นจึงนำเหตุผลของทั้งสองฝ่ายมาโต้กัน กิจกรรมนี้มีประโยชน์อย่างมากในการฝึกทักษะกระบวนการคิดขั้นสูง (Metacognition) เช่น การคิดอย่างมีเหตุมีผล การคิดวิเคราะห์ และสังเคราะห์

2.5 Teaching การสอนหรือการบรรยายซึ่งวิธีการสอนดั้งเดิมแบบนี้ก็สามารถนำมาประยุกต์ให้มีความเป็นการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาได้เช่นเดียวกัน ยกตัวอย่างเช่น การสอดแทรกการสาธิตเข้าไประหว่างการบรรยาย หรือการใช้กิจกรรมการเขียน หรือการบรรยายที่เรียกว่า “Guided Lecture” ซึ่งให้เวลาผู้เรียนในการฟังการบรรยายเป็นเวลา 20-30 นาที โดยไม่ให้มีการจด เมื่อจบการบรรยายจึงเปิดโอกาสให้ผู้เรียนจดสิ่งที่ตนเองสามารถจดจำได้โดยให้เวลา 5 นาที หลังจากนั้นจึงผู้เรียนออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ เพื่อแลกเปลี่ยนสิ่งที่ตนเองจดจำได้กับเพื่อนในกลุ่ม แล้วจึงมีการสรุปโดยผู้สอนอีกครั้งหนึ่ง

2.6 Jigsaw กิจกรรมนี้มีรูปแบบคล้ายคลึงกับการต่อจิ๊กซอว์ คือการให้ข้อมูลเพียงบางส่วนกับผู้เรียน จากนั้นผู้เรียนต้องศึกษาข้อมูลส่วนที่ตนเองได้รับและไปแลกเปลี่ยนความรู้ที่ได้กับเพื่อนในกลุ่มอีกทอดหนึ่ง

2.7 Demonstrations การสอนแบบการสาธิตที่ทำให้ผู้เรียนได้เห็นถึงขั้นตอนและวิธีการทำสิ่งต่าง ๆ อย่างแท้จริง ซึ่งจะตรงกับหลักการของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาในแง่ที่ว่าการเรียนการสอนแบบนี้จะเน้นให้ใช้สิ่งที่มีอยู่จริงที่ผู้เรียนจะสามารถพบเห็นได้จริง

2.8 Socratic Method เป็นวิธีการสอนซึ่งเน้นที่การตั้งคำถาม โดยดึงเอาหลักแนวคิดของนักปราชญ์ชาวกรีกผู้มีชื่อเสียงคือโสเครตีส (Socrates) วิธีการสอนแบบนี้เน้นให้เกิดกระบวนการคิดขั้นสูงกับผู้เรียนมากกว่าการมุ่งเน้นที่การหาคำตอบของคำถามนั้น

2.7 Wait Time การเว้นจังหวะให้เกิดความเงียบเพื่อรอคำตอบของผู้เรียนหลังจากที่ผู้สอนถามคำถาม หรือการเว้นจังหวะของผู้สอน หลังจากที่ผู้เรียนตั้งคำถาม ซึ่งมีงานวิจัยที่ชี้ชัดว่าการเว้นจังหวะให้นานขึ้นเป็น 3-5 วินาทีจะเกิดผลดีต่อผู้เรียนเพราะจะทำให้ผู้เรียนมีคำตอบที่หลากหลายและยาวมากขึ้น

2.8 Student Summary of Student Answer ให้ผู้เรียนสรุปคำตอบของเพื่อนร่วมชั้นที่ได้กล่าว หรือเขียนไปแล้ว โดยวิธีการนี้สามารถใช้เป็นวิธีการที่ตรวจสอบความสนใจของผู้เรียนในห้องเรียนได้อีกด้วย

2.9 Fish Bowl เป็นกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนเขียนคำตอบใส่กระดาษไว้แล้วผู้สอนนำมารวบรวมใส่ไว้ในโถจากนั้นจึงสุ่มเลือกคำตอบนั้นขึ้นมาอ่านโดยจะบอกชื่อหรือไม่ก็ได้ จากนั้นจึงแสดงความคิดเห็นต่อคำตอบนั้น หรือจัดแบ่งประเภทคำตอบของผู้เรียน โดยอาจให้ผู้เรียนช่วยกันคิดเพื่อจัดประเภทหรือลงคะแนนเสียงเพื่อคัดเลือกคำตอบที่ดีที่สุด นอกจากนี้วิธีการนี้ยังสามารถปรับเปลี่ยนได้หลายรูปแบบ เช่น ให้ผู้เรียนเขียนคำถามแล้วผู้สอนสุ่มเลือกเพื่อตอบคำถาม หรือให้ผู้เรียนเป็นผู้สุ่มเลือกคำตอบจากโถแทนผู้สอนเป็นต้น

2.11 Finger Symbols การใช้สัญลักษณ์มือเพื่อสื่อความหมายหรืออารมณ์แทนการพูดซึ่งจะช่วยให้เกิดความสนุกสนานและแปลกใหม่ในชั้นเรียน

2.12 Role Playing การแสดงบทบาทสมมติที่นอกจากจะช่วยให้เกิดความสนุกสนาน ยังกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความกล้าแสดงออก

2.13 Panel Discussion การอภิปรายแบบกลุ่ม เช่นเดียวกับการโต้วาทีที่วิธีการนี้ผู้เรียนจะได้ฝึกทักษะกระบวนการคิดขั้นสูง (Metacognition) และเรียนรู้เนื้อหาไปพร้อมๆกัน

สรุป ในการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา ผู้วิจัยได้ใช้กิจกรรมในการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

1. ตั้งคำถามสั้น ๆ ครูตั้งคำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนทุกคนได้คิดและตอบคำถาม

2. ทำงานเป็นกลุ่ม ผู้เรียนทำงานเป็นกลุ่มย่อย ๆ ในงานที่ได้รับหมอบหมาย

3. ระดมความคิด ผู้เรียนทุกคนมีอิสระที่จะพูดและเสนอความคิดของตนกับกลุ่มที่แบ่งแล้วให้ช่วยกันคิดเฉพาะในกลุ่ม

4. นำเสนอหน้าชั้นเรียน เป็นการแสดงแนวความคิดที่ได้ของกลุ่มจากการทำงานกลุ่มและการระดมความคิด

5. สรุปสิ่งที่เรียนด้วยตนเอง ก่อนหมดคาบการสอน ผู้สอนให้ผู้เรียนสรุปประเด็นสำคัญเพื่อตรวจสอบดูว่าผู้เรียนเข้าใจมากน้อยเพียงใด

6. ซักถามเมื่อเรียนจบ เมื่อเรียนจบในแต่ละคาบ ผู้สอนให้ผู้เรียนซักถามสิ่งที่สงสัยและข้องใจเพื่อให้ได้คำตอบที่ชัดเจนหรือมีเหตุผล

1.7 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

เชงเคอร์ กอส และเบิร์นสไตน์ (Shenker; Goss; & Bernstein. 1996 : 20-22) กล่าวถึงบทบาทของผู้สอนในการนำการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาไปใช้ในชั้นเรียน ดังนี้

1. การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาเป็นการขยายทักษะการคิดวิเคราะห์ และการคิดอย่างมีวิจารณญาณ ตลอดจนความสามารถของการประยุกต์เนื้อหาของผู้เรียน ดังนั้น จะต้องสื่อสารการเรียนการสอนอย่างชัดเจน

2. การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาจะต้องส่งเสริมความรับผิดชอบในการค้นคว้า และส่งเสริมการเรียนรู้นอกเวลาของผู้เรียน รวมทั้งการมีส่วนร่วมในกิจกรรมต่าง ๆ

3. การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาต้องมุ่งเน้นให้ผู้เรียนค้นหาคำตอบมากขึ้นด้วยตนเอง

4. การเรียนแบบบรรยายในชั้นเรียนอาจจะครอบคลุมเนื้อหามากกว่า แต่เมื่อผู้เรียนออกจากชั้นเรียนเนื้อหาที่มากจนไม่ชัดเจนจะทำให้ผู้เรียนลืม และไม่เข้าใจได้ ถึงแม้ว่าการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาจะใช้เวลาสอนมากกว่า และเรียนรู้มโนทัศน์ได้น้อยกว่า แต่ผู้สอนสามารถปรับแก้ได้โดยสอนมโนทัศน์ที่สำคัญ และสื่อสารอย่างชัดเจนกับผู้เรียน ว่าผู้เรียนต้องเรียนรู้บางมโนทัศน์ด้วยตนเอง ซึ่งผู้เรียนทำได้ดี เพราะผู้เรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้และสามารถนำไปใช้กับการเรียนมโนทัศน์ใหม่ด้วยตนเองได้

5. วิธีการเรียนรู้โดยผู้เรียนเป็นฝ่ายรับความรู้ อาจทำให้ผู้เรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ซึ่งเป็นผลจากการสอน ในขณะที่การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจในเนื้อหามากขึ้น เกิดความสนใจ สนุกสนาน และเกิดทักษะในการวิเคราะห์ สามารถถ่ายโอนความรู้ความเข้าใจที่เรียนได้

6. การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาวิธีการหนึ่ง ๆ ไม่ใช่วิธีการที่ดีที่สุดสำหรับผู้เรียนทุกคน ผู้สอนต้องเลือกกลวิธีและกิจกรรมที่เหมาะสม ศึกษาข้อมูลที่ผู้เรียนบางคนปฏิเสธ โต้เถียง และปรับกลวิธีการสอน ซึ่งการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาจะมีความยืดหยุ่นสูง สามารถปรับวิธีการใช้กิจกรรมและแหล่งเรียนรู้หลากหลาย ซึ่งทำได้มากกว่าการสอนแบบบรรยาย

ฟิงค์ (Fink. 1999 : 2-4) ได้เสนอการนำการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาไปใช้ในชั้นเรียน ดังนี้

1. ผู้สอนสร้างสรรค์กิจกรรมหลากหลาย เพื่อขยายประสบการณ์การเรียนรู้ของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา อีกทั้งผู้เรียนมีพื้นฐานและความสนใจต่างกัน ผู้สอนควรพิจารณากิจกรรมที่ส่งเสริมประสบการณ์ และการสนทนาสื่อสารให้มากขึ้น ตัวอย่างเช่น

1.1 แบ่งกลุ่มย่อย ให้ตัดสินใจหรือตอบคำถามที่สำคัญเป็นช่วง ๆ

1.2 ค้นหาวิธีที่จะให้ผู้เรียนเกิดการสนทนาตามสภาพจริงในชีวิตกับบุคคลอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง เช่น ดึงประสบการณ์ของผู้เรียนเข้ามาเชื่อมโยง เพื่อกระตุ้นความสนใจของกลุ่ม

1.3 ให้ผู้เรียนบันทึกการเรียนรู้ สร้างแฟ้มสะสมงาน บรรยายสิ่งที่เรียนรู้ ความคิดความรู้สึกจากการเรียนของผู้เรียน

1.4 ค้นหาวิธีที่จะช่วยให้ผู้เรียนสังเกต (โดยตรงและโดยอ้อม) ในวิชาที่เรียน

1.5 ค้นหาวิธีให้ผู้เรียนลงมือกระทำทั้งทางตรงและโดยอ้อม

2. นำวิธีการปฏิสัมพันธ์มาก่อให้เกิดประโยชน์มากที่สุด ประสบการณ์ที่ได้รับจากการลงมือกระทำ จากการสังเกตกับการสนทนาสื่อสารกับตนเองและผู้อื่น อันเป็นการพัฒนาคุณค่าในตัวเอง สามารถนำมาใช้ให้มากขึ้น เพื่อเพิ่มความหลากหลาย และความสนใจของผู้เรียน โดยการจัดลำดับกิจกรรมให้เหมาะสมกับการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน ผู้เรียนกับผู้เรียน และผู้เรียนกับกิจกรรม ตัวอย่างเช่น ให้ผู้เรียนสื่อสารกับตนเองโดยเขียนความคิดเห็นของตน ก่อนเข้ากลุ่มอภิปรายย่อย (สื่อสารกับผู้อื่น) กลุ่มอภิปรายควรจะได้ข้อคิดเห็นมากขึ้น การสังเกตปรากฏการณ์จะก่อให้เกิดการเรียนรู้ที่มากขึ้น และตามด้วยการลงมือกระทำ ระหว่างการลงมือ

กระทำ ผู้เรียนจะรับสัมผัสได้ดีขึ้นว่าตนเองจำเป็นต้องทำอะไร สิ่งใดจำเป็นต้องเรียนรู้ ในที่สุดหลังการลงมือกระทำ ผู้เรียนจะเข้าสู่กระบวนการสร้างประสบการณ์โดยการเขียน (สื่อสารกับตนเอง) และ/หรืออภิปรายกับผู้อื่น จะทำให้เข้าใจสิ่งต่าง ๆ ชัดเจนขึ้น ลำดับของกิจกรรมเช่นนี้จะทำให้ผู้สอนและผู้เรียนได้รับประโยชน์จากการมีปฏิสัมพันธ์กัน

3. สร้างศักยภาพระหว่างประสบการณ์กับการสนทนาสื่อสาร หลักการมีปฏิสัมพันธ์ข้างต้นช่วยสร้างศักยภาพ กล่าวคือ ประสบการณ์ใหม่ (ทั้งจากการลงมือกระทำ และการสังเกต) มีศักยภาพที่จะให้ผู้เรียนได้รับมุมมองใหม่ว่าสิ่งใดมีเหตุผลที่อธิบายได้หรือไม่ได้ มีศักยภาพที่จะช่วยผู้เรียนสร้างความหมายต่อการเรียนรู้ที่เป็นไปได้มากมาย ทำให้ผู้เรียนเกิดการรู้แจ้ง และรับประสบการณ์ใหม่เพิ่มขึ้น และลึกซึ้งขึ้น

ศูนย์ความเป็นเลิศด้านการสอนของมหาวิยาลัยแคนซัส (Center for Teaching Excellence, University of Kansas. 2000 :1-3) กล่าวถึง แนวทางในการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา ดังนี้

1. ผู้สอนเป็นผู้ชี้นำ

การเรียนเริ่มต้นจากความรู้เดิมของผู้เรียน ไม่ใช่ความรู้ของข้อมูล ผู้สอนมีหน้าที่รับผิดชอบในการส่งเสริมและกระตุ้นแรงจูงใจของผู้เรียน สนับสนุนและวินิจฉัยการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยต้องปฏิบัติต่อผู้เรียนอย่างให้เกียรติและเท่าเทียมกัน ให้การยอมรับและสนับสนุนความแตกต่างระหว่างบุคคล

2. ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการกำหนดจุดมุ่งหมาย

ผู้สอนเป็นผู้จัดหาจุดมุ่งหมายที่สำคัญให้แก่ผู้เรียน โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนสร้างหรือเลือกจุดมุ่งหมายเพิ่มเติม

3. บรรยากาศในชั้นเรียนมีลักษณะเป็นการเรียนรู้ร่วมกัน และสนับสนุนช่วยเหลือกันอย่างต่อเนื่อง

ผู้เรียนทุกคนรู้จักกันเป็นอย่างดี และเคารพในภูมิหลัง สถานภาพ ความสนใจ และจุดมุ่งหมายของกันและกัน

ผู้สอนจะใช้การสอนที่ส่งเสริมและสนับสนุนให้ผู้เรียนอภิปราย ทำงานกลุ่ม และร่วมมือกันปฏิบัติงานอย่างมีชีวิตชีวา

4. กิจกรรมการสอนยึดปัญหาเป็นสำคัญและแรงขับเคลื่อนไหวในการเรียนรู้เกิดจากผู้เรียน

การเรียนเริ่มจากปัญหาที่แท้จริงซึ่งเกี่ยวข้องกับจุดมุ่งหมายและความสนใจของผู้เรียน ผู้เรียนมีความยืดหยุ่นในการเลือกปัญหา จัดระบบการปฏิบัติงานและตารางเวลาเพื่อความก้าวหน้าด้วยตนเอง

ผู้สอนจะเริ่มสอนตั้งแต่ปัญหาง่าย ๆ เพื่อให้เกิดมโนทัศน์ รูปแบบของกิจกรรมต้องลดความซ้ำซ้อนของภาระงานที่ไม่จำเป็นให้อยู่ในระดับต่ำสุด ส่งเสริมและกำหนดให้ผู้เรียนปฏิบัติงานร่วมกันเป็นกลุ่ม

5. สนับสนุนให้มีการประเมินผลอย่างต่อเนื่องเพื่อพัฒนาผู้เรียน

ในด้านการประเมินผลนั้นควรทำการประเมินผลอย่างต่อเนื่องระหว่างการเรียนการสอนโดนเน้นที่การป้อนข้อมูลย้อนกลับ การประเมินผลทั้งหมดควรอิงเกณฑ์มากกว่าอิงกลุ่ม และให้ครอบคลุมข้อเท็จจริง มโนทัศน์และการประยุกต์ใช้ความรู้ทางวิทยาศาสตร์ เป็นการประเมินตามสภาพจริงอย่างสม่ำเสมอ

ผู้เรียนได้รับอนุญาตให้แก้ไขงาน ปรับปรุงงานใหม่หากการปฏิบัติงานนั้นไม่ได้มาตรฐานโดยระดับผลการเรียน พิจารณาจากงานที่มีการปรับปรุงแก้ไขแล้ว

ผู้สอนเป็นผู้มีบทบาทในการช่วยให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จ เกิดความภาคภูมิใจในความสำเร็จและความสามารถของตน ให้คำแนะนำโดยเน้นให้ผู้เรียนปรับปรุงงานให้ดีขึ้นมากกว่าการระบุข้อผิดพลาดเพื่อกล่าวโทษ

6. การสอนเป็นการพัฒนามากกว่าการชี้นำ หรือการนำเสนอ

การสอนเน้นที่ความเข้าใจและการประยุกต์ใช้ความรู้มากกว่าการจดจำและการทำซ้ำ โดยให้ความสำคัญกับวิธีการทางวิทยาศาสตร์ ยอมรับคำตอบที่หลากหลายมากกว่าคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว เน้นการใช้เทคโนโลยี สื่อ และวิธีการใหม่ ๆ ส่งเสริมและสนับสนุนให้ผู้เรียนชี้นำตนเอง และมีความยืดหยุ่นในการปฏิบัติงาน

ผู้เรียนเป็นผู้มีความกระตือรือร้น ในการส่งเสริมความรู้ มิใช่ผู้รับข้อมูลข่าวสารเพียงฝ่ายเดียว

ผู้สอนเป็นผู้จัดหาแนวทางหรือแหล่งข้อมูลให้กับผู้เรียน รวบรวมข้อมูลและนำข้อมูลจากการเรียนรู้นั้นไปใช้ประโยชน์ ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจรูปแบบและวิธีเรียนและช่วยผู้เรียนแก้ปัญหาด้านการเรียนรู้ของแต่ละบุคคล ผู้สอนจึงเป็นผู้แนะแนวทาง ไม่ใช่ผู้กำหนดขั้นตอนกิจกรรมให้ผู้เรียนปฏิบัติตามทุกขั้น แต่ต้องเน้นและให้ผู้เรียนเกิดความคิดเชิงวิเคราะห์

ลอเรนเซน (Lorenzen. 2001 : 5) กล่าวถึง บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา ดังนี้

1. พูดคุยกับนักเรียนในระหว่างการจัดการเรียนรู้
2. จัดห้องเรียนให้เหมาะสมกับการมีส่วนร่วมในการเรียนรู้
3. ให้มีการอภิปราย การตั้งคำถาม และการเขียนเพื่อให้นักเรียนมีส่วนร่วม
4. ให้เวลานักเรียนในการค้นหาคำตอบ ไม่เร่งเร้าเอาคำตอบจากนักเรียน
5. ให้รางวัลแก่นักเรียนที่มีส่วนร่วมเพื่อสร้างแรงจูงใจ
6. ให้เวลากับนักเรียนในช่วงท้ายคาบเพื่อให้นักเรียนถามคำถาม

ลาวัลย์ พลกล้า (2523 : 3) กล่าวถึงบทบาทของครูในการประสบการณ์แบบปฏิบัติการดังนี้

1. ต้องให้นักเรียนเข้าถึงบทบาทของนักเรียนในการเรียนรู้แบบนี้ว่าต้องทำตามข้อปฏิบัติการตอบและการสรุปต้องอาศัยการคิดอย่างมีเหตุผล

2. ต้องมีการเตรียมบทเรียนอย่างดี ให้มีความยากง่ายเหมาะกับความสามารถของนักเรียน ระวังอย่าให้นักเรียนผิดหวัง ตื่นตระหนกต่อความล้มเหลวของตนเอง ครูต้องให้เวลากับนักเรียนเพื่อปรับตัวให้คุ้นเคยกับวิธีการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

3. การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาเป็นการสอนที่เน้นกระบวนการเรียนรู้มากกว่าการรู้เนื้อหาหรือผลคำตอบ ซึ่งต่างกับการจัดการเรียนรู้แบบดั้งเดิมที่มุ่งเนื้อหาและคำตอบ ถึงแม้ว่ากระบวนการเรียนรู้เป็นสิ่งสำคัญอย่างหนึ่งแต่เนื้อหาของคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ก็ยังมีความสำคัญที่จะต้องคำนึงถึง

4. การทำงานรายบุคคลและแบบกลุ่มย่อยต้องมุ่งให้นักเรียนรู้จักการระดมความคิด การหาเหตุผล เพื่อให้เกิดความเข้าใจเนื้อหา

บุหงา วัฒนะ (2546 : 32) กล่าวถึงบทบาทของครูในการดำเนินการที่จะทำให้เกิดบรรยากาศของการจัดการเรียนรู้แบบ Active Learning ดังนี้

1. การเตรียมตัวให้พร้อมที่จะสอน หรือศึกษาขอบเขตและกรอบในการทำงาน

2. ศึกษาฝ่ายผู้เรียน วิเคราะห์จุดอ่อนจุดแข็ง

3. จัดระบบการเรียนการสอน ซึ่งจะเน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมมากที่สุด

4. รวบรวมทรัพยากรและผลิตขึ้นเพิ่มเติม โดยเฉพาะสื่อต่าง ๆ

5. ดำเนินการพัฒนาผู้เรียนและพัฒนางาน

6. ประเมินผล – สรุปผล และพัฒนางาน

ทวีวัฒน์ วัฒนกุลเจริญ (2551 : 3) กล่าวว่า การจะบรรลุวัตถุประสงค์ของการเรียนเชิงรุกผู้สอนควรมีบทบาทดังนี้

1. จัดให้ผู้สอนเป็นศูนย์กลางของการเรียน กิจกรรมหรือเป้าหมายที่ต้องการต้องสะท้อนความต้องการที่จะพัฒนาผู้เรียน และเน้นการนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงของผู้เรียน

2. สร้างบรรยากาศของการมีส่วนร่วม และการเจรจราโต้ตอบที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีกับผู้สอน และเพื่อนในชั้นเรียน

3. จัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เป็นพลวัต ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในทุกกิจกรรมที่สนใจรวมทั้งกระตุ้นให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการเรียน กิจกรรมที่เป็นพลวัต ได้แก่ การฝึกแก้ปัญหา การศึกษาด้วยตนเอง เป็นต้น

4. จัดสภาพการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Collaboratory Learning) ส่งเสริมให้เกิดการร่วมมือในกลุ่มผู้เรียน

5. จัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ท้าทาย และให้โอกาสผู้เรียนได้รับวิธีการสอนที่หลากหลายมากกว่าการบรรยายเพียงอย่างเดียว แม้รายวิชาที่เน้นทางด้านการบรรยายหลักการและทฤษฎีเป็นหลักก็สามารถจัดกิจกรรมเสริม อาทิ การอภิปราย การแก้ไขสถานการณ์ที่กำหนดเสริมเข้ากับกิจกรรมการบรรยาย

6. วางแผนในเรื่องของเวลาการสอนอย่างชัดเจน ทั้งในเรื่องของเนื้อหา และกิจกรรมในการเรียนทั้งนี้เนื่องจากการจัดการเรียนรู้ที่กระตือรือร้นจำเป็นต้องใช้เวลาการจัดกิจกรรมมากกว่า

การบรรยาย ดังนั้นผู้สอนจำเป็นต้องวางแผนการสอนอย่างชัดเจน โดยสามารถกำหนดรายละเอียดลงในประมวลรายวิชา เป็นต้น

7. ใจกว้าง ยอมรับในความสามารถในการแสดงออก และความคิดเห็นที่ผู้เรียนนำเสนอ

จากแนวคิดดังกล่าวของนักการศึกษา สรุปได้ว่า บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวามีดังนี้

1. จัดกิจกรรมให้หลากหลาย เร้าใจ และท้าทายความสามารถของผู้เรียน
2. จัดหาสื่อการสอนที่เป็นรูปธรรม และเหมาะสมกับเนื้อหาที่สอน
3. สร้างบรรยากาศให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน
4. จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับผู้สอนและเพื่อนในชั้น
5. ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีการค้นคว้า และระดมความคิด
6. ผู้สอนต้องมีใจกว้าง ยอมรับความสามารถของผู้เรียน
7. ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความร่วมมือกัน
8. วางแผนเวลาในการจัดการเรียนรู้
9. ผู้สอนต้องสื่อสารให้ชัดเจน

1.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

งานวิจัยต่างประเทศ

เบลานท์ (Blount. 1980 : 1990A) ได้ศึกษาผลการสอนคณิตศาสตร์โดยนำเอาการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาเพิ่มเข้ากับการจัดการเรียนรู้แบบเดิมเปรียบเทียบกับการจัดการเรียนรู้แบบเดิม กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยทำกิจกรรมปฏิบัติเพิ่มจากการจัดการเรียนรู้แบบเดิม กลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบบรรยาย – อภิปราย ผลการศึกษาปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติแต่กลุ่มทดลองมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์มากกว่ากลุ่มควบคุม

ฮาร์ดดิง ไรลีย์ และไบลฮ์ (Harding; Riley; & Bligh. 1981 : 139) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบการสอน 2 วิธีในการสอนสถิติทางคณิตศาสตร์ คือ การสอนโดยใช้สไลด์และการสอนที่เน้นการจดบันทึกกับนักเรียนการบิน โดยใช้เวลาศึกษา 2 ปี ผลการศึกษาพบว่า ในปีแรกผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มไม่แตกต่างกัน และในปีที่สอง พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนที่เน้นการจดบันทึกสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้สไลด์

คิสซ็อค (Kissock. 1986 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการใช้เทปวีดีโอสำหรับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาในวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษา โดยเลือกบทเรียนมา 12 บทเรียนและออกแบบบทเรียนใหม่ให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาและให้เหมาะสมกับความแตกต่างระหว่างบุคคล ผลการศึกษาพบว่า การใช้วิดีโอเทปในการสอนมีประโยชน์อย่างมากโดยแสดงให้เห็นว่าการใช้การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวานี้ทำให้การจัดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพ

จัดสัน (Judson. 1991 : 35) ได้ศึกษาการใช้คอมพิวเตอร์สำหรับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาวิชาแคลคูลัส 1 ที่มหาวิทยาลัย Trinity เป็นเวลา 10 สัปดาห์ในช่วงฤดูใบไม้ผลิ ผลการศึกษาพบว่า นักศึกษามีเจตคติที่ดีต่อวิชาแคลคูลัส 1 และนักเรียนได้แสดงให้เห็นถึงการมีส่วนร่วมในการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาอย่างเห็นได้ชัด

ไวลด์โฟเกล (Wildfogel. 1983 : 52) ได้ศึกษาการอภิปรายปัญหาในคาบเรียนวิชาแคลคูลัส ซึ่งได้ออกแบบการจัดการเรียนรู้ที่ให้โอกาสนักเรียนได้แสดงความคิดเห็นเพื่อความเข้าใจในหลักการทางคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีความเข้าใจในวิชาแคลคูลัสเป็นอย่างดี รวมทั้งมีความเข้าใจในหลักการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนจำเป็นต้องใช้หลักการทางคณิตศาสตร์นี้ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นต่อ ๆ ไป

แกนกูลิ (Ganguli. 1989 : 140) ได้ศึกษาการเพิ่มการจดบันทึกในระหว่างการจัดการเรียนรู้เพื่อการพัฒนาวิชาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า ในการเพิ่มให้มีการจดบันทึกในช่วงแรก ๆ นักเรียนยังไม่แสดงถึงความเข้าใจมากเท่าไร แต่เมื่อเพิ่มให้มีการจดบันทึกในระหว่างการจัดการเรียนรู้เรื่อย ๆ จะสังเกตได้ชัดว่า นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาที่ได้สอน และมีการจดบันทึกที่ดีขึ้น ซึ่งการศึกษาการเพิ่มการจดบันทึกต้องใช้เวลาในการศึกษา

โรเซนทอล (Rosenthal. 1995 : 223 - 228) ได้ศึกษากลวิธีในการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่องความน่าจะเป็นในรายวิชาคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้นในระดับมหาวิทยาลัย จากการศึกษาพบว่า การเรียนแบบร่วมมือกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ และการจดบันทึกหัวข้อสำคัญในระหว่างการเรียนการสอน การให้นักศึกษาออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน และการถามคำถามให้นักศึกษาคิดวิเคราะห์ได้ทำให้นักศึกษาได้มีการเคลื่อนไหวมากขึ้น เกิดการเรียนรู้ งานวิจัยนี้แสดงถึงกลวิธีในการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาที่ผู้สอนสามารถนำไปใช้ให้ผู้เรียนสามารถสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง ทำให้เกิดการเรียนรู้

คริสต์ตู และคนอื่น ๆ (Christou; et al. 2007 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการเคลื่อนไหวของนักเรียนในระหว่างการเรียนรู้โดยการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา จากการศึกษาพบว่า การเคลื่อนไหวในระหว่างการเรียนรู้ในการสอนเกี่ยวกับความรู้สึกเชิงเรขาคณิต นักเรียนได้สังเกตและลงมือกระทำ ทำให้นักเรียนสามารถสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง มีความสนใจในระหว่างการเรียนรู้อยู่ตลอด งานวิจัยนี้ยังสนับสนุนให้ผู้สอนเป็นผู้ช่วยเหลือนักเรียนให้สามารถสร้างความรู้ด้วยตนเอง และผู้สอนต้องให้ความสนใจในทุกสถานการณ์ที่นักเรียนได้ลงมือกระทำ

วีลเลอร์ (Wheeler. 2007 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา ที่ส่งเสริมให้นักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาได้ลงมือกระทำในวิชาคณิตศาสตร์ จากการศึกษาพบว่า กระบวนการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา มีประสิทธิภาพมาก ในรายวิชาพีชคณิต นักเรียนมีโอกาสพัฒนาความสามารถของตนเอง และพัฒนาทักษะความคิดรวบยอดและการคิดในระดับที่สูงขึ้นซึ่งเป็นเป้าหมายของการพัฒนาวิชาคณิตศาสตร์ การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวายังได้แสดงให้เห็นว่าการกระทำของนักเรียนเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้ด้วย

งานวิจัยในประเทศ

จากการสืบค้นงานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาในรายวิชาคณิตศาสตร์มีเพียง 1 เล่ม ดังนี้

ชัยณรงค์ ขันผนึก และคนอื่น ๆ (2547 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาการคิดและการตัดสินใจ เปรียบเทียบระหว่างนักศึกษาหญิงและนักศึกษาชายของมหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์จากกระบวนการเรียนรู้แบบ Active Learning ด้วยการใช้ชุดการเรียนและคอมพิวเตอร์ช่วยสอนคณิตศาสตร์ วิชา การคิดและการตัดสินใจ ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนจากการใช้ชุดการเรียนและคอมพิวเตอร์ช่วยสอนคณิตศาสตร์ วิชา การคิดและการตัดสินใจ จากกระบวนการเรียนรู้แบบ Active Learning จำแนกตามหน่วยการเรียนของชุดการเรียน 3 หน่วย คือ หน่วยที่ 1 เรื่อง สมองและทักษะการคิดของมนุษย์ หน่วยที่ 2 เรื่อง การพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูงเพื่อการให้เหตุผล และหน่วยที่ 3 เรื่อง การพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูงเพื่อการตัดสินใจ พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนของผู้เรียนสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ทั้งสามหน่วยการเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนจากการใช้ชุดการเรียนและคอมพิวเตอร์ช่วยสอนคณิตศาสตร์ วิชา การคิดและการตัดสินใจ จากกระบวนการเรียนรู้แบบ Active Learning เปรียบเทียบระหว่างนักศึกษาหญิงและนักศึกษาชาย พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของทั้งสามหน่วยการเรียนของนักศึกษาชายและหญิงไม่ได้แตกต่างกันมากนักโดยพบว่าทั้งค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียนและหลังเรียนมีค่าใกล้เคียงกัน และยังพบอีกว่าในหน่วยที่ 3 ซึ่งใช้เครื่องมือในการเรียนรู้หลายอย่างนักศึกษาหญิงกลับทำคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนได้สูงกว่านักศึกษาชายเล็กน้อย

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัย จะเห็นได้ว่า การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาเป็นการจัดการเรียนรู้ที่มีความเคลื่อนไหว ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับผู้สอนและเพื่อนในชั้น ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ใหม่ด้วยตนเอง โดยผู้สอนเป็นผู้ช่วยเหลือให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ ซึ่งสอดคล้องกับหลักสูตรใหม่ที่ใช้ในปัจจุบันที่ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

บรูคเนอร์ และกรอสนิเคิล (Bruckner; & Grossnicle. 1957 : 301) กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับปริมาณที่นักเรียนไม่สามารถตอบได้ทันทีโดยวิธีที่เคยชินและสิ่งที่เป็นปัญหาของนักเรียนเมื่อวานนี้อาจจะไม่ใช่ปัญหาในวันนี้ก็ได้

แอนเดอร์สัน และพิงกรี (Anderson; & Pingry. 1973 : 228) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบ ซึ่งผู้ตอบจะทำได้ดีต้องมีวิธีการที่เหมาะสม ใช้ความรู้ ประสบการณ์ และการตัดสินใจ

อดัมส์ เอลลิส และบีสัน (Adams; Ellis; & Beeson. 1977 : 173-174) กล่าวว่า ปัญหาคือสถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหา นั่นคือ การได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาจะได้จากการพิจารณาว่าจะต้องทำอย่างไร

ครูอิคแชงค์ และเชฟฟิลด์ (Cruikshank; & Sheffield. 1992 : 37) กล่าวว่า ปัญหาเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ทำให้งุนงง ปัญหาควรจะเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที หรือรู้วิธีหาคำตอบในทันที ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ไม่ได้หมายความว่าปัญหานั้นจะเกี่ยวข้องกับจำนวน ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาเกี่ยวข้องกับความรู้สึกหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์แต่ไม่จำเป็นต้องเกี่ยวข้องกับจำนวนก็ได้

รีส์ และคนอื่น ๆ (Reys; et al. 2001 : 70) กล่าวว่า ปัญหา คือ สถานการณ์ซึ่งบุคคลต้องการบางสิ่งบางอย่างและไม่รู้ว่าจะแก้ปัญหานั้นได้อย่างไร ถ้าปัญหานั้นทราบว่าจะแก้ปัญหาอย่างไรหรือทราบคำตอบโดยทันที สิ่งนั้นไม่เป็นปัญหา

พจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน (2525 : 520) กล่าวว่า ปัญหา หมายถึง ข้อสงสัย

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537 : 4) กล่าวว่า ปัญหาเป็นสภาพการณ์ที่ต้องการคำตอบ โดยผู้แก้ปัญหาไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ต้องใช้ทักษะความรู้และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างในการคิดหาคำตอบ สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่นั้นขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 62) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวนหรือคำอธิบายให้เหตุผล

2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใดต้องใช้ทักษะความรู้ และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้

3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา และเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับบุคคลอีกคนหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

สิริพร ทิพย์คง (2537 : 57) กล่าวว่า ปัญหาคือ คำถามที่ต้องการคำตอบ ปัญหาของนักเรียนคนหนึ่งอาจจะไม่ใช่ปัญหาของนักเรียนอีกคนหนึ่ง

สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 12) กล่าวว่า ปัญหา หมายถึง สถานการณ์ที่บุคคล หรือกลุ่มบุคคลเผชิญและต้องการหาคำตอบ ซึ่งยังไม่รู้วิถีทางที่จะได้คำตอบของปัญหานั้นทันที ต้องใช้ความรู้และวิธีการต่าง ๆ ที่มีอยู่มาผสมผสานเป็นแนวทางใหม่ในการหาคำตอบของปัญหา

ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการ (2544 : 10) กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่จะพบในการเรียนคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาต่าง ๆ จะต้องใช้ความสามารถในวิธีการแก้ปัญหา และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา

ปฐมพร บุญลี (2545 : 10) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ สถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ การพิสูจน์ และปัญหาที่ใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งผู้ตอบไม่สามารถตอบได้ทันที ผู้ตอบจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ เพื่อหาวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหานั้นให้สำเร็จลงได้

นัฏกัญญา เจริญเกียรติบวร (2547 : 24) กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์คือปัญหาที่เกี่ยวกับสถานการณ์หรือคำถาม ซึ่งผู้แก้ปัญหาต้องค้นคว้าหาวิธีการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ โดยไม่มีการระบุวิธีการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวิธีการ การใช้ความรู้ประสบการณ์ และการตัดสินใจของผู้แก้ปัญหาอย่างเหมาะสม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551 : 7) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

จากความหมายของการแก้ปัญหาที่นักการศึกษาหลายท่านได้อธิบายไว้ สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ต้องใช้ทักษะความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์ที่มีอยู่ในการคำตอบของสถานการณ์หรือคำถามนั้น

2.2 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

รัสเซล (Russel. 1961 : 225) แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่เป็นรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในแบบเรียน และหนังสือทั่ว ๆ ไป

2. ปัญหาที่ไม่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่พบทั่ว ๆ ไปในชีวิตประจำวัน

ครูลิค และรีส์ (Krulik; & Reys. 1980 : 24) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 5 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ความจำ
2. ปัญหาทางพีชคณิต
3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้
4. ปัญหาที่ให้ค้นหาส่วนที่หายไป
5. ปัญหาที่เป็นสถานการณ์

แรนดอล และเลสเตอร์ (Randall; & Lester. 1982 : 6 – 10) ได้พิจารณาจำแนกประเภทของปัญหาและเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหาแต่ละประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (exercise problem) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธี และการคำนวณเบื้องต้น

2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (simple translation problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาขั้นตอนเดียวมุ่งให้เข้าใจมโนคติทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดคำนวณ

3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (complex translation problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ

4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (process problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาเป็นการพัฒนายุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจ วางแผนการแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ

5. ปัญหาการประยุกต์ (applied problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนคติและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การจัดกระทำ การรวบรวม และการแทนข้อมูล และต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลเชิงปริมาณ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ทักษะ กระบวนการ มโนคติ และข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

6. ปัญหาปริศนา (puzzle problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มองได้หลายมุมมอง

โพลยา (Polya. 1985 : 123 – 128) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ปะเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นพบ (Problem to Find) เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎี หรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

บิทเทอร์ แฮทฟิลด์ และเอดเวิร์ดส์ (Bitter; Hatfield; & Edwards. 1989 : 37) แบ่งปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาปลายเปิด เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ เป็นปัญหาที่จะได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลากหลายวิธี

3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มีคำชี้แนะและคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจไม่ต้องค้นหาหรือไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

เรย์ส ซุยดัม และมอนท์โกเมอรี่ (Reys; Suydam; & Montgomery. 1992 : 29) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2. ปัญหาแปลกใหม่ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

บารูดี้ (Baroody. 1993 : 2-34 – 2-36) แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทโดยใช้ผู้แก้ปัญหาและโครงสร้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยในวิธีการหรือในโครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบในตัวอย่าง เมื่อพบปัญหาจะทราบได้เกือบทันทีว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอในการหาคำตอบ มุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง ปัญหาประเภทนี้มักพบในหนังสือเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่ไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้มีทั้งจำเป็นและไม่จำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ วิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ คำตอบก็อาจมีมากกว่า 1 คำตอบ

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 140) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 5 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่เป็นการค้นหาข้อความจริงหรือข้อสรุปใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยรู้มาก่อน

2. ปัญหาซึ่งมาจากการอภิปรายในชั้นเกี่ยวกับเนื้อหา

3. ปัญหาที่เกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ทฤษฎีบท หรือข้อสรุปที่มีผู้อื่นตั้งไว้

4. ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่าง ๆ มาใช้

5. ปัญหาที่ไม่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์แต่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา

ยุพิน พิพิธกุล (2530 : 133) กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่จะนำมาให้ผู้เรียนฝึกคิดนั้นอาจมีดังต่อไปนี้

1. ปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริง หรือข้อสรุปใหม่ที่ผู้เรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน

2. ปัญหาเกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ทฤษฎีบท

3. ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ ที่อาศัยนิยามทฤษฎีบทต่าง ๆ ซึ่งจะถูกนำมาใช้

4. ปัญหาที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 62 - 63) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาสามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภทคือ

1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ จำนวน หรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

2. พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ในการแก้ปัญหาผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ (2541 : 2) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 2 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาปกติ (routine problems) เป็นปัญหาที่พบในหนังสือเรียนและหนังสือทั่ว ๆ ไป ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้

2. ปัญหาที่ไม่ปกติ (nonroutine problems) เป็นปัญหาที่เน้นกระบวนการคิด และปริศนาต่าง ๆ ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการ (2544 : 19) ได้จำแนกปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 6 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาเป็นแบบฝึกทักษะ ปัญหาเช่นนี้ต้องใช้ความรู้และทักษะ

2. ปัญหาขั้นตอนเดียว เป็นปัญหาง่าย ๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหา โดยทำเพียงขั้นตอนเดียว

3. ปัญหาที่ซับซ้อน เป็นปัญหาที่ใช้วิธีการคิดมากกว่าหนึ่งขั้นตอน

4. ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ

5. ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์

6. ปัญหาในรูปปริศนา เป็นปัญหาที่ไม่สามารถจะหาคำตอบได้ทันที ต้องพิจารณาเงื่อนไขของโจทย์และทดลองแก้ปัญหา

จากประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสามารถสรุปได้ว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภทได้แก่

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่ไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหาของปัญหานั้น เมื่อพบปัญหาจะทราบทันทีว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด ซึ่งจะพบมากในหนังสือเรียนทั่ว ๆ ไป

2. ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีความซับซ้อน เน้นกระบวนการคิด ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยกับปัญหา ต้องใช้ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์และวิธีการต่าง ๆ มาใช้ในการแก้ปัญหานั้นเพื่อให้ได้คำตอบ

2.3 ความหมายและความสำคัญของการแก้ปัญหา

โพลยา (Polya. 1957 : 4-5) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นความสามารถพิเศษทางสมอง ซึ่งเป็นพรสวรรค์ของแต่ละบุคคล ทำให้บุคลนั้นมีความสามารถพิเศษเหนือผู้อื่น

กาเย (Gagné. 1970 : 63) อธิบายว่า กระบวนการแก้ปัญหาเป็นรูปแบบของการเรียนรู้อย่างหนึ่งที่ต้องอาศัยการเรียนรู้ประเภทหลักการที่มีความเกี่ยวข้องกันตั้งแต่สองประเภทขึ้นไป และการใช้หลักการนั้นประสมประสานกันจนเป็นความสามารถชนิดใหม่ที่เรียกว่าความสามารถทางด้านการคิดแก้ปัญหา การเรียนรู้ประเภทนี้ต้องอาศัยหลักการเรียนรู้มโนมติโดยสามารถมองเห็นลักษณะร่วมกันของสิ่งเร้าทั้งหมด

กู๊ด (Good. 1973 : 439) กล่าวว่า การแก้ปัญหา เป็นกระบวนการที่เราใช้เพื่อค้นหาหรือทำให้เกิดความสัมพันธ์ใหม่ ๆ จากสิ่งต่าง ๆ ที่เรากำลังสังเกตหรือรับรู้ กระบวนการดังกล่าวนี้ประกอบด้วยการตั้งสมมติฐานทั้งแบบเปิดและไม่เปิดเผย โดยใช้ความคิดและความเข้าใจทั้งอย่างง่าย ๆ หรืออย่างซับซ้อน เพื่อตรวจสอบสมมติฐานนั้น กระบวนการดังกล่าวนี้ถ้ากระทำอย่างเป็นระบบก็เรียกว่า การวิจัย

อาดัมส์ (Adams. 1977 : 173) อธิบายการแก้ปัญหาว่า เป็นกระบวนการที่ซับซ้อนทางสมองซึ่งนำไปสู่การจินตนาการ การคิดเป็นนามธรรม และการเชื่อมโยงความคิดต่าง ๆ ที่สำคัญต้องมีการพัฒนารูปแบบ เพราะรูปแบบของการแก้ปัญหาที่เคยใช้กับปัญหาหนึ่งสำเร็จ อาจใช้ไม่ได้กับปัญหาอื่น ดังนั้นการพัฒนารูปแบบการคิดไปสู่รูปแบบการคิดที่ยากขึ้นจึงมีความจำเป็นมาก

ครูลิค และรีส์ (Krulik; & Reys. 1980 : 3-4) กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาพอสรุปได้ดังนี้

1. การแก้ปัญหาเป็นเป้าหมายอันหนึ่ง (Problem Solving as a Goal) มักมีคำถามว่าทำไมจึงต้องสอนคณิตศาสตร์ หรือเป้าหมายในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์คืออะไร ทั้งนักการศึกษา นักคณิตศาสตร์และบุคคลที่เกี่ยวข้องมักเข้าใจว่า การแก้ปัญหาเป็นจุดหมายสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ เมื่อการแก้ปัญหาถูกนำมาพิจารณาว่าเป็นเป้าหมายอันหนึ่ง การแก้ปัญหาจึงเป็นอิสระจากปัญหาเฉพาะ กระบวนการและวิธีการ ตลอดจนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ แต่การพิจารณาที่สำคัญคือต้องคำนึงว่า จะแก้ปัญหาอย่างไร ซึ่งเป็นเหตุผลแรกสำหรับคณิตศาสตร์ศึกษาข้อพิจารณานี้มีอิทธิพลต่อหลักสูตรทั้งหมดและมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการฝึกปฏิบัติในห้องเรียน

2. การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการอันหนึ่ง (Problem Solving as a Process) การตีความในลักษณะนี้เห็นได้อย่างชัดเจนในการตอบปัญหาของนักเรียน ตลอดจนกระบวนการหรือ

ขั้นตอนที่กระทำเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ สิ่งสำคัญที่ควรนำมาพิจารณาคือ วิธีการ กระบวนการ และยุทธวิธีที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาเป็นสิ่งที่สำคัญในกระบวนการแก้ปัญหา และเป็นจุดสำคัญของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐานอันหนึ่ง (Problem Solving as a Basic Skill) การตีความลักษณะนี้จะพิจารณาเฉพาะเนื้อหาที่เป็นโจทย์ปัญหา คำนึงถึงรูปแบบของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหา การพิจารณาถึงการแก้ปัญหาว่าเป็นทักษะพื้นฐานจึงมีส่วนช่วยในการจัดการเรียนการสอนของครู ซึ่งต้องประกอบด้วยการสอนทักษะ มโนมติ และการแก้ปัญหา

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537 : 5-8) อธิบายว่า การแก้ปัญหาเป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิม ประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา ซึ่งความสำคัญของการแก้ปัญหา สรุปได้ดังนี้

1. การแก้ปัญหาเป็นความสามารถขั้นพื้นฐานของมนุษย์ ในชีวิตประจำวันของมนุษย์เรานั้นต้องพบกับปัญหาและอุปสรรคมากมาย ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีทำให้สภาพแวดล้อมและสังคมเปลี่ยนไป มนุษย์ต้องใช้ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอยู่ตลอดเวลา เพื่อให้สามารถปรับตัวอยู่ในสังคมได้ การที่บุคคลมีชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุขนั้นจำเป็นต้องมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอย่างชาญฉลาด รวดเร็ว ทันเหตุการณ์ และมีประสิทธิภาพซึ่งถือได้ว่าเป็นความสามารถขั้นพื้นฐานของมนุษย์

2. การแก้ปัญหาทำให้เกิดการค้นพบความรู้ใหม่ จากการศึกษาประวัติศาสตร์และคณิตศาสตร์ศึกษาจะพบว่าการคิดแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์นั้นก่อให้เกิดการค้นพบสาระความรู้ใหม่ ๆ ทำให้วิชาคณิตศาสตร์มีการพัฒนา เช่น ความพยายามของนักคณิตศาสตร์หลายท่านในการพิสูจน์สัจพจน์การขนานในเรขาคณิตของยูคลิด มีอิทธิพลต่อการพัฒนาเรขาคณิตแขนงใหม่ ๆ มาก เช่น เรขาคณิตนอกระบบยูคลิด เมื่อพบปัญหา ความพยายามที่จะคิดแก้ปัญหา จะก่อให้เกิดการพัฒนากระบวนการทางความคิด เป็นประสบการณ์ใหม่ ซึ่งเมื่อผสมผสานกับประสบการณ์เดิมจะก่อให้เกิดสาระความรู้ใหม่ ทั้งในเชิงเนื้อหาและวิธีการ

3. การแก้ปัญหาเป็นความสามารถที่ต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 62) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้แก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

อุษณีย์ โพธิสุข (2537 : 117) อธิบายว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ต้องใช้ความรู้ทักษะความเข้าใจและการใช้กลยุทธทางปัญญาที่จะสังเคราะห์ความรู้ ความเข้าใจ นำมาปรับใช้กับสถานการณ์ที่แตกต่างกัน

ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการ (2544 : 4) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นลักษณะเฉพาะที่สำคัญของมนุษย์ ซึ่งต้องใช้อยู่เสมอในการปรับตัวอยู่ในสังคม การคิดแก้ปัญหาทำให้เกิดข้อความรู้ใหม่ทั้งด้านเนื้อหาและวิธีการ เป็นทักษะที่สำคัญที่จะต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551 : 6-7) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหา เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การเรียนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อและมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที้เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต

จากความหมายและความสำคัญของการแก้ปัญหาข้างต้นที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ สรุปได้ว่า การแก้ปัญหา เป็นกระบวนการค้นหาคำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ในการค้นหาคำตอบ การแก้ปัญหาเป็นประบวนการที่มนุษย์ควรจะเรียนรู้และพัฒนาให้เกิดทักษะเพราะจะทำให้มนุษย์สามารถปรับตัวให้เข้ากับสังคมได้

2.4 ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537 : 90) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ท้าทายความสามารถของนักเรียน ต้องเป็นปัญหาที่ไม่ง่ายหรือยากเกินไป ถ้าง่ายเกินไปอาจไม่ดึงดูดความสนใจ ไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไปนักเรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ได้สำเร็จ

2. สภาพการณ์ของปัญหาเหมาะกับวัยของผู้เรียน สภาพการณ์ของปัญหาควรเป็นเรื่องที่ไม่ห่างไกลเกินไปกว่าที่นักเรียนจะทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ และนอกจากนี้ถ้าเป็นสถานการณ์ที่สามารถเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันได้ก็จะดีไม่น้อย

3. แปลกใหม่ ควรเป็นปัญหาที่ไม่ธรรมดาและนักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาก่อน

4. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดหาทางเลือกในการคำตอบได้หลายวิธี และได้พิจารณาเปรียบเทียบเลือกใช้วิธีที่เหมาะสมที่สุด

5. ใช้ภาษาที่กระชับรัดกุมถูกต้อง ปัญหาที่ดีไม่ควรทำให้นักเรียนต้องมีปัญหากับภาษาที่ใช้ ควรเน้นอยู่ที่ความเป็นปัญหาที่ต้องการหาคำตอบของตัวปัญหามากกว่า

ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการ (2544 : 18) กล่าวว่า ลักษณะของปัญหาที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. ภาษาที่ใช้กระชับ รัดกุม ถูกต้อง สามารถเข้าใจได้ง่าย

2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด ท้าทายความสามารถของนักเรียน

3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป

4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไป สำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้น ๆ

5. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน

6. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอ ที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้

7. ข้อมูลที่มีอยู่ต้องทันสมัย และเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

8. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี

9. นักเรียนสามารถใช้การวาดภาพลายเส้น แผนภาพไดอะแกรม หรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551 : 171-174) กล่าวถึง ลักษณะที่ดีของปัญหาที่ส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ปัญหาที่ดึงดูดความสนใจท้าทายความสามารถของนักเรียน เป็นปัญหาที่ไม่ง่ายหรือยากเกินไป เพราะถ้าง่ายเกินไปอาจไม่ดึงดูดความสนใจและไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไปนักเรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญหาได้สำเร็จ

2. ปัญหาที่แปลกใหม่และปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งนักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาก่อน เพราะถ้านักเรียนเคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาแล้ว ปัญหานั้นก็จะไม่ใช่ปัญหาที่น่าสนใจอีกต่อไป อย่างไรก็ตามสำหรับปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย ครูอาจดัดแปลง กำหนดสถานการณ์ขึ้นใหม่หรือเปลี่ยนแง่มุมของคำถามให้ต่างไปจากเดิม เพื่อให้กลายเป็นปัญหาที่แปลกใหม่สำหรับนักเรียนก็ได้

3. ปัญหาที่มีสถานการณ์ทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบและมีประสบการณ์ในการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดของศาสตร์อื่น ๆ ตลอดจนเพื่อให้นักเรียนเห็นคุณค่าว่าคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในบริบทอื่น ๆ นอกเหนือจากคณิตศาสตร์ได้

4. ปัญหาในสถานการณ์จริง ที่เหมาะสมกับวัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน ซึ่งนักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ การได้ลงมือแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง จะช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะ/กระบวนการด้านการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนเห็นคุณค่าว่า คณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ด้วย

5. ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

6. ปัญหาที่ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนเลือกใช้และปรับยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมได้หลากหลาย ตลอดจนเพื่อให้นักเรียนตระหนักว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธี

7. ปัญหาที่ส่งเสริมการสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความ คาดการณ์ อธิบาย และตัดสินข้อสรุปในกรณีทั่วไป เพื่อให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการสำรวจ สืบสวน รวบรวมข้อมูล ค้นหา

ความสัมพันธ์และแบบรูปที่จะนำไปสู่การสร้างข้อความคาดการณ์ ตรวจสอบข้อความคาดการณ์และตัดสินข้อสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

8. ปัญหาที่ส่งเสริมขั้นตอนการพัฒนาความคิดของนักเรียนเพื่อนำไปสู่ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งประกอบด้วย การคิดกำหนดปัญหาให้ชัดเจน การคิดหาคำตอบที่หลากหลาย การคิดพิจารณาไตร่ตรอง วิเคราะห์อย่างถี่ถ้วน รอบคอบและสมเหตุสมผล และตัดสินใจ เพื่อให้นักเรียนได้มีประสบการณ์และคุ้นเคยกับกระบวนการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ที่ถูกต้อง

9. ปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิด และนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิด การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ตลอดจนช่วยให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์เหล่านั้นได้ชัดเจนยิ่งขึ้นด้วย

10. ปัญหาที่ใช้ภาษาที่เหมาะสมกับวัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน เพื่อไม่ทำให้นักเรียนต้องมีปัญหากับภาษาที่ใช้

11. ปัญหาที่มีข้อมูลขาดหาย มีข้อมูลเกิน มีข้อมูลที่ขัดแย้งกันบ้าง หรืออาจมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบหรือไม่มีคำตอบเลย เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกคิดเกี่ยวกับปัญหา ตัดสินได้ว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา อะไรคือสิ่งที่กำหนดให้มา มีข้อมูลเพียงพอที่จะแก้ปัญหาได้หรือไม่ หรือมีข้อมูลเกินหรือขัดแย้งกันบ้างหรือไม่ ตลอดจนเพื่อให้นักเรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์อาจมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบ หรือไม่มีคำตอบเลย

จากลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจข้างต้น สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจควรมีลักษณะ ดังนี้

1. เร้าความสนใจ
2. แปลกใหม่
3. ท้าทายความสามารถของนักเรียน
4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไป
5. ใช้ภาษากระชับ รัดกุม
6. มีเงื่อนไขเพียงพอในการหาคำตอบ
7. หาคำตอบได้หลากหลายวิธี
8. นำไปสู่การเข้าใจในเนื้อหา

2.5 องค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ไคลด์ (Clyde. 1967 : 112) กล่าวถึง องค์ประกอบในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ดังนี้

1. วุฒิภาวะและประสบการณ์จะช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาได้ดีขึ้น

2. ความสามารถในการอ่าน

3. สติปัญญา

จอห์นสัน และไรซิง (Johnson; & Rising. 1967 : 107-110) อธิบายว่า การแก้ปัญหาควรประกอบด้วย

1. การมองเห็นภาพ ผู้แก้ปัญหาควรมองทะลุปัญหา มีความคิดกว้างไกลและมองเห็นแนวทางการแก้ปัญหา

2. การจินตนาการ ผู้แก้ปัญหาควรรู้จักจินตนาการว่าปัญหานั้นเป็นอย่างไรเพื่อหาแนวทางในการคิดแก้ปัญหา

3. การแก้ปัญหาอย่างมีทักษะ เมื่อมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาก็ลงมือทำอย่างมีระบบ ทำด้วยความชำนาญ มีความรู้สึกท้าทายที่จะแก้ปัญหาแปลก ๆ ใหม่ ๆ

4. การวิเคราะห์ ต้องรู้จักวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่กระทำนั้น

5. การสรุป เมื่อกระทำจนเห็นรูปแบบแล้วก็สามารถสรุปได้

6. แรงขับ ถ้าผู้แก้ปัญหาไม่สามารถได้ในทันที จะต้องมีแรงขับที่สร้างพลังความคิด ได้แก่ ความสนใจ เจตคติที่ดี อัตโนทัศน์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์

7. การยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาต้องไม่ยึดติดรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคยควรยอมรับรูปแบบอื่น ๆ และวิธีการใหม่ ๆ

8. การโยงความคิดการสัมพันธ์ความคิดเป็นเรื่องจำเป็นอย่างยิ่งในการแก้ปัญหา

ออซูเบล (Ausubel. 1968 : 538) กล่าวว่า ในการแก้ปัญหาโดยทั่วไปนั้นต้องใช้องค์ประกอบหลายอย่าง เช่น สติปัญญา และองค์ประกอบทางการคิด เช่น ความยืดหยุ่นทางการคิด การรวบรวมความคิด ความตั้งใจ

เฟอร์ (Fehr. 1972 : 127) กล่าวถึง สิ่งที่จะต้องใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การรู้จักคาดคะเนคำตอบ รู้จักประมาณอย่างคร่าว ๆ จะสามารถหลีกเลี่ยงจากคำตอบที่คาดเคลื่อนจากความเป็นจริงมากได้

2. การตีความคำตอบ เป็นสิ่งสำคัญพอ ๆ กับการหาคำตอบ บางครั้งผลการคำนวณที่ถูกต้องไม่เพียงพอที่จะตอบคำถามของปัญหา แต่ต้องดูถึงความเป็นไปได้ของปัญหาด้วย

ไฮเมอร์ และทรูบลัด (Heimer; & Trueblood. 1977 : 30-32) กล่าวถึง องค์ประกอบที่สำคัญบางประการที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ

2. ความสามารถในการคำนวณ

3. ความสามารถในการรวบรวมความรู้รอบตัว

4. ความสามารถในการรับรู้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้

5. ความสามารถในการให้เหตุผลสำหรับคำตอบที่ตั้งจุดมุ่งหมายไว้

6. ความสามารถในการเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

7. ความสามารถในการค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป

8. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya. 1980 : 225) กล่าวถึง สิ่งที่สัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นสิ่งที่มีส่วนช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ คือ ความรู้สึกเกี่ยวกับความเป็นไปได้ของปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบ และกลวิธีต่าง ๆ เช่น การลองผิดลองถูก เป็นต้น

แรนดอล และเลสเตอร์ (Randall; & Lester. 1982 : 10-12) กล่าวถึง องค์ประกอบของการแก้ปัญหา 3 ด้านคือ

1. ด้านประสบการณ์
2. ด้านความรู้สึก
3. ด้านสติปัญญาและความคิด

เฮดเดน และสเพียร์ (Hedden; & Spear. 1992 : 34-35) กล่าวถึง องค์ประกอบในการแก้ปัญหา ดังนี้

1. รูปแบบการรับรู้
2. ความสามารถภายในตัวบุคคล
3. เทคนิคการประมวลผลข้อมูล
4. พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
5. ความต้องการที่จะหาคำตอบ
6. ความมั่นใจในความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา

บารูดี้ (Baroody. 1993 : 2-10) กล่าวถึง องค์ประกอบหลักของการแก้ปัญหา 3 ประการ ดังนี้

1. ด้านความรู้ความคิด ประกอบด้วย ความรู้เกี่ยวกับมโนมติ และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
2. ด้านความรู้สึก เป็นแรงขับในการแก้ปัญหาที่มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่น ความตั้งใจ ความพยายามและความเชื่อของนักเรียน
3. ด้านการสังเคราะห์ความคิด เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา

คณะอนุกรรมการการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 141 – 142) กล่าวว่า การที่นักเรียนจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ นักเรียนควรจะต้องได้รับการฝึกฝนให้มีความรู้ความสามารถพื้นฐานดังต่อไปนี้

1. มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา มีความเข้าใจ มีมโนคติ และทักษะในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ๆ
2. มีความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ และการขยายความ
3. มีความสามารถในการแปลงข้อความเป็นสัญลักษณ์ หรือแผนภาพ
4. มีความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องในระหว่างข้อมูลที่มีอยู่ หาความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับประสบการณ์เก่า

5. มีความสามารถในการจัดข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน การวิเคราะห์หารูปแบบ และการหาข้อสรุป

นอกจากความรู้พื้นฐานทั้ง 5 ข้อ ดังกล่าวมาแล้ว ยังมีองค์ประกอบในด้านเจตคติที่จะช่วยเป็นพลังที่สำคัญยิ่งในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องมีคือ

6. ความใฝ่ใจใคร่รู้ มีความกระตือรือร้น อยากรู้อยากเห็น

7. มีศรัทธา มีกำลังใจ และมีความอดทนในการคิดแก้ปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 31-32) กล่าวถึง องค์ประกอบที่สำคัญที่ส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา มีดังนี้

1. องค์ประกอบเกี่ยวกับตัวผู้แก้ปัญหา ซึ่งเกี่ยวกับ

1.1 ความรู้ความคิดและประสบการณ์

1.2 ระดับสติปัญหาและความสามารถ

1.3 การรับรู้และการสังเคราะห์ความคิด

1.4 ทักษะและความรู้พื้นฐานต่าง ๆ เช่น ทักษะการอ่าน การดำเนินการและทักษะทางคณิตศาสตร์

1.5 ความรู้สึก ความต้องการที่จะแก้ปัญหา ความเชื่อและเจคติต่อการแก้ปัญหา

1.6 ความยืดหยุ่นและความมั่นใจในตนเองต่อความสามารถในการแก้ปัญหา

2. องค์ประกอบเกี่ยวกับสภาพแวดล้อม ซึ่งเกี่ยวกับ

2.1 บรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

2.2 วิธีการพัฒนาที่ส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหา

2.3 มีเวลาพัฒนาอย่างเพียงพอและได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง

2.4 สถานการณ์ปัญหาที่นำมาเป็นสื่อในการพัฒนา เป็นปัญหาที่ดีก่อให้เกิดการเรียนรู้และพัฒนาทักษะต่าง ๆ เป็นปัญหาที่น่าสนใจ ท้าทายความสามารถและเหมาะสมกับวัย

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ (2541 : 2-3) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า การแก้ปัญหาควรประกอบด้วย

1. การมองเห็นภาพ ผู้แก้ปัญหาควรมองทะลุปัญหา มีความคิดกว้างไกล และมองเห็นแนวทางการแก้ปัญหา

2. การจินตนาการ ผู้แก้ปัญหาควรรู้จักจินตนาการว่าปัญหานั้นเป็นอย่างไร เพื่อหาแนวทางในการคิดแก้ปัญหา

3. การแก้ปัญหาอย่างมีทักษะ เมื่อมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาก็ลงมือทำอย่างมีระบบ ทำด้วยความชำนาญ มีความรู้สึกท้าทายที่จะแก้ปัญหาแปลก ๆ ใหม่ ๆ

4. การวิเคราะห์ ต้องรู้จักวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่กระทำนั้น

5. การสรุป เมื่อกระทำจนเห็นรูปแบบแล้วก็สามารถสรุปได้

6. แรงขับ ถ้าผู้แก้ปัญหาไม่สามารถแก้ปัญหาได้ในทันที จะต้องมีแรงขับที่สร้างพลังความคิด ได้แก่ ความสนใจ เจตคติที่ดี อัตโนทัศน์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์

7. การยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาจะต้องไม่ยึดติดรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย ควรยอมรับรูปแบบอื่น ๆ และวิธีการใหม่ ๆ

8. การโยงความคิด การสัมพันธ์ความคิดเป็นเรื่องจำเป็นอย่างยิ่งในการแก้ปัญหา

ยุพิน พิพิธกุล (2544 : 140) กล่าวถึง องค์ประกอบที่เป็นพื้นฐานความรู้ของผู้เรียนในการเตรียมแก้ปัญหาดังนี้

1. ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ในเนื้อหาวิชาอย่างถ่องแท้

2. ผู้เรียนจะต้องมีความเข้าใจในมโนคติ (Concept) อย่างถูกต้อง

3. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการอ่าน การตีความการขยายความ

4. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการแปลข้อความ เป็นสัญลักษณ์ หรือแผนภาพ

5. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการวิเคราะห์ ความเกี่ยวข้องระหว่างประสบการณ์เก่ากับข้อมูลที่มีอยู่ใหม่

6. ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความสามารถในการจัดข้อมูลเป็นลำดับขั้นตอน วิเคราะห์หารูปแบบเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการ (2544 : 38) กล่าวว่า องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหามีดังนี้

1. ประสบการณ์ เช่น สิ่งแวดล้อมรอบ ๆ ตัว พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ วิธีการแก้ปัญหาที่คุ้นเคย ลักษณะของโจทย์ปัญหาที่คุ้นเคย อายุ

2. จิตพิสัย เช่น ความสนใจ ความตั้งใจ ความอดทน ความกระตือรือร้น ความกลัวแต่นักเรียนก็รู้สึกว่าจำเป็นต้องทำ ความพยายาม

3. สติปัญญา เช่น ความสามารถทางการอ่าน ความสามารถในการให้เหตุผล ความจำ ความสามารถในการคิดคำนวณ ความสามารถในการวิเคราะห์ ความสามารถในการมองภาพ 3 มิติ

จากความเห็นของนักการศึกษาเกี่ยวกับองค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า องค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีอยู่ 6 ประการ คือ

1. ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับกับปัญหานั้น ๆ

2. ความสามารถในการอ่าน แปลความ และตีความ

3. ความสามารถในการรับรู้ วิเคราะห์ และสังเคราะห์

4. ความสามารถในการคิดคำนวณ

5. เจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

6. สติปัญญา วุฒิภาวะ และประสบการณ์

2.6 กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya. 1957 : XVI-XVII) เสนอขั้นตอนกระบวนการการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) ต้องเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหานั้นหรือไม่ สามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ ถ้ายังไม่ชัดเจนในโจทย์อาจใช้การวาดรูปและแยกแยะสถานการณ์หรือเงื่อนไขในโจทย์ออกเป็นส่วน ๆ ซึ่งจะช่วยทำให้เข้าใจปัญหามากขึ้น

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) ผู้เรียนมองเห็นความสำคัญของข้อมูลต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหาอย่างชัดเจนมากขึ้น เป็นขั้นที่ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ถามกับข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ถ้าหากไม่สามารถหาความสัมพันธ์ได้ ก็ควรอาศัยหลักการของการวางแผนการแก้ปัญหา ดังนี้

2.1 เป็นโจทย์ปัญหาที่เคยประสบมาก่อนหรือไม่ หรือมีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่

2.2 รู้จักโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับโจทย์ที่จะแก้หรือไม่เพียงใด และรู้จักทฤษฎีที่จะใช้แก้หรือไม่

2.3 พิจารณาสิ่งที่ไม่รู้ในโจทย์และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกัน และพิจารณาดูว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เคยพบมาใช้กับโจทย์ที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่

2.4 ควรอ่านโจทย์ปัญหาอีกครั้ง และวิเคราะห์เพื่อดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบหรือไม่

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) ลงมือปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาด้วยการรู้จักเลือกวิธีการคิดคำนวณ สมบัติ กฎ หรือสูตรที่เหมาะสมมาใช้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล (Looking back) เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและตรวจสอบดูว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลที่น่าเชื่อถือได้หรือไม่ ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะใช้วิธีการอีกวิธีหนึ่งตรวจสอบเพื่อดูว่าผลลัพธ์ที่ได้ตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณค่าของคำตอบอย่างคร่าว ๆ

ไคลด์ (Clyde. 1967 : 109-112) ได้แบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 เข้าใจปัญหา คือ ความรู้เกี่ยวกับคำศัพท์ต่าง ๆ ที่ใช้ในปัญหานั้น

ขั้นที่ 2 การหาสิ่งที่ต้องการใช้หาคำตอบของปัญหา

ขั้นที่ 3 ดูความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่จะให้หาคำตอบ และความสัมพันธ์กับคำตอบ มองเห็นว่าต้องใช้การดำเนินการใด จึงจะได้คำตอบ ขั้นนี้ถือว่าเป็นขั้นให้เหตุผลที่แท้จริง นักเรียนที่ประสบความสำเร็จในขั้นนี้ต้องมีความสามารถ 3 ประการ คือ

1. มองเห็นเงื่อนไขอย่างชัดเจน

2. การวางแผนแก้ปัญหาและให้เหตุผล

3. ตัดสินคำตอบที่มีเหตุผล หรือสมเหตุสมผลเพียงใด

ขั้นที่ 4 การคำนวณ จะต้องมีทักษะพื้นฐานเป็นอย่างดี

กิลฟอร์ด (Guildford. 1971 : 12) กล่าวว่า การแก้ปัญหามี 5 ขั้นตอน คือ

1. เตรียมการ คือ ค้นหาว่าปัญหาคืออะไร

2. วิเคราะห์ คือ พิจารณาถึงสาเหตุของปัญหา

3. เสนอทางแก้ คือ การหาวิธีการเหมาะสมกับสาเหตุของปัญหามาแก้ไข

4. ตรวจสอบผล คือ พิจารณาผลลัพธ์ว่าตรงตามที่ต้องการหรือไม่ ถ้าไม่จะต้องหาวิธีอื่นจนกว่าจะได้ผลตามที่ต้องการ

5. นำไปประยุกต์ใช้ คือ นำวิธีแก้ปัญหาที่ได้ผลไปใช้กับปัญหาที่คล้ายกันในโอกาสต่อไป

เวียร์ (Weir. 1974 : 17) กล่าวถึง ขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นระบุปัญหา

2. ขั้นวิเคราะห์ปัญหา

3. ขั้นเสนอวิธีการแก้ปัญหา

4. ขั้นตรวจสอบผลลัพธ์

เบลล์ (Bell. 1978 : 312) กล่าวถึง ลำดับขั้นของการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

1. นำเสนอปัญหาในรูปทั่วไป

2. เสนอปัญหาในรูปที่สามารถดำเนินการได้

3. ตั้งสมมติฐานและเลือกวิธีดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา

4. ตรวจสอบสมมติฐานและดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบ หรือชุดของคำตอบที่เป็นไปได้

5. วิเคราะห์และประเมินคำตอบ รวมถึงวิธีซึ่งนำไปสู่การค้นพบยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

ออสบอร์น (Osborn. 1989 : 1995A) ได้เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ไว้ดังนี้

1. ขั้นค้นหาความจริง (Fact Finding) โดยการใช้คำถาม “ใคร”

2. ขั้นค้นหาปัญหา (Problem Finding) คือ ระบุนิยามของปัญหา

3. ขั้นค้นหาความคิดในการแก้ปัญหา (Idea Finding) โดยการระดมสมองจากสมาชิก

4. ขั้นค้นหาคำตอบ (Solution Finding) โดยใช้ตารางประเมินผล

5. ขั้นยอมรับนำไปปฏิบัติ (Acceptance Finding or Implementation)

ครูลิค และรูดนิค (Krulik; & Rudnick. 1993 : 39-57) กล่าวถึง ลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 5 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการอ่านและคิด (Read and Think) เป็นขั้นที่นักเรียนได้อ่านข้อปัญหา ตีความจากภาษา สร้างความสัมพันธ์ และระลึกถึงสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน ซึ่งโดยทั่วไปแล้ว

ปัญหาจะประกอบด้วยข้อเท็จจริงและคำถามอยู่รวมกันอาจทำให้เกิดการไขว้เขวได้ ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องแยกแยะข้อเท็จจริงและข้อคำถาม มองเห็นภาพของเหตุการณ์ บอกสิ่งที่กำหนดและสิ่งที่ต้องการ และกล่าวถึงปัญหาในภาษาของเขาเองได้

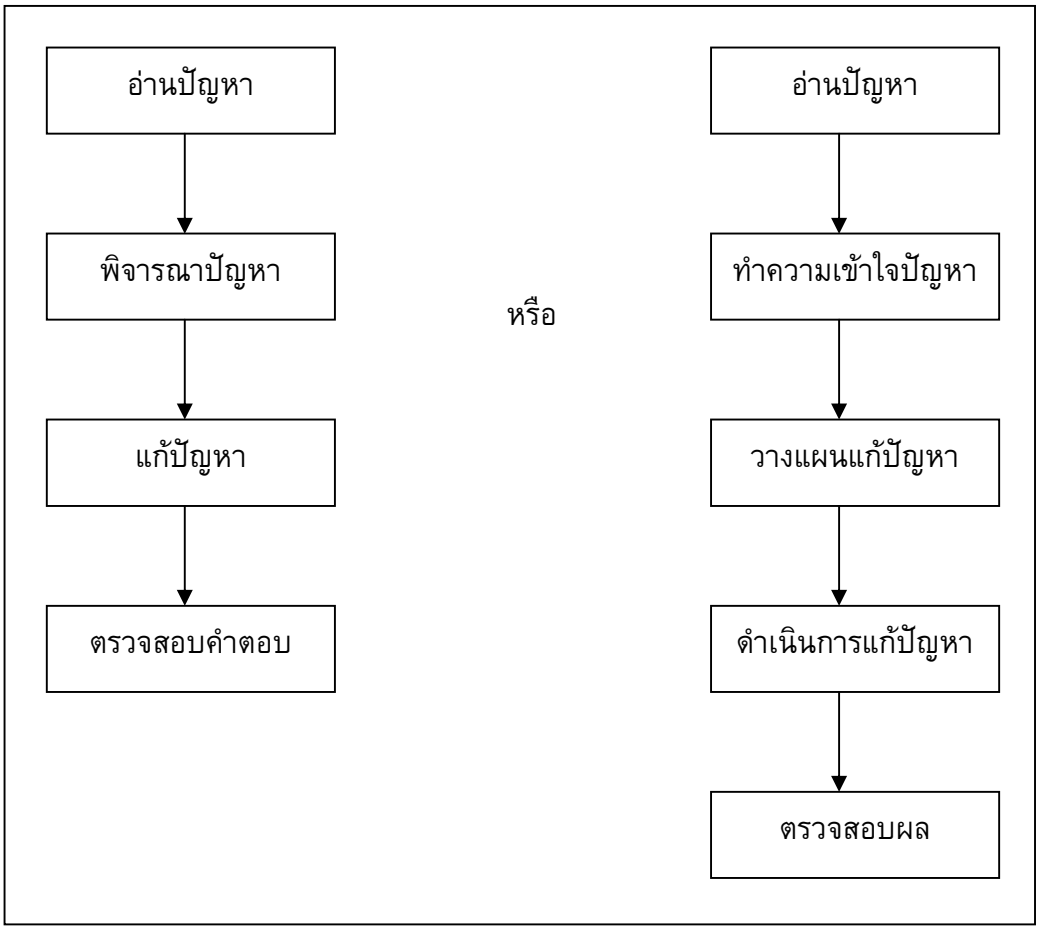
ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและวางแผน (Explore and Plan) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาจะวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหา รวบรวมข้อมูล พิจารณาว่าข้อมูลที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่ เชื่อมโยงข้อมูลเข้ากับความรู้เดิม เพื่อหาคำตอบที่เป็นไปได้ แล้ววางแผนเพื่อแก้ปัญหา โดยนำเอาข้อมูลที่มีอยู่มาสร้างเป็นแผนภาพหรือรูปแบบต่าง ๆ เช่น แผนผัง ตาราง กราฟ หรือวาดภาพประกอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นเลือกวิธีการแก้ปัญหา (Select a Strategy) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาต้องเลือกวิธีการที่เหมาะสมที่สุด แต่ละบุคคลจะเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไป และในการแก้ปัญหาหนึ่งปัญหาอาจจะมีการนำเอาหลาย ๆ วิธีการแก้ปัญหามาประยุกต์เพื่อแก้ปัญหานั้นก็ได้

ขั้นที่ 4 การค้นหาคำตอบ (Find an Answer) เมื่อเข้าใจปัญหาและเลือกวิธีในการแก้ปัญหาได้แล้ว นักเรียนควรจะประมาณคำตอบที่เป็นไปได้ ในขั้นนี้นักเรียนควรลงมือปฏิบัติด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งจะต้องอาศัยการประมาณค่า การใช้ทักษะการคิดคำนวณ การใช้ทักษะการคิดคำนวณ การใช้ทักษะทางพีชคณิต และการใช้ทักษะทางเรขาคณิต

ขั้นที่ 5 การมองย้อนและขยายผล (Reflect and Extend) ถ้าคำตอบที่ได้ไม่ใช่ผลที่ต้องการก็ต้องย้อนกลับไปยังกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อหาวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบที่ถูกต้องใหม่ และนำเอาวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่นต่อไป ในขั้นนี้ประกอบด้วย การตรวจสอบคำตอบ การค้นหาทางเลือกที่นำไปสู่ผลลัพธ์ การมองความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงและคำถาม การขยายผลลัพธ์ที่ได้ การพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้ และการสร้างสรรค์ปัญหาที่น่าสนใจจากข้อปัญหาเดิม

วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540 : 16-17 ; อ้างอิงจาก Wilson; Fernandez; & Hadaway. 1993. Research Ideas for the Classroom High School. p. 60-62) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหาโดยทั่วไปว่า มักนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยทั่วไปว่า มักนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นขั้น ๆ ในลักษณะที่เป็นกรอบการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง ดังนี้



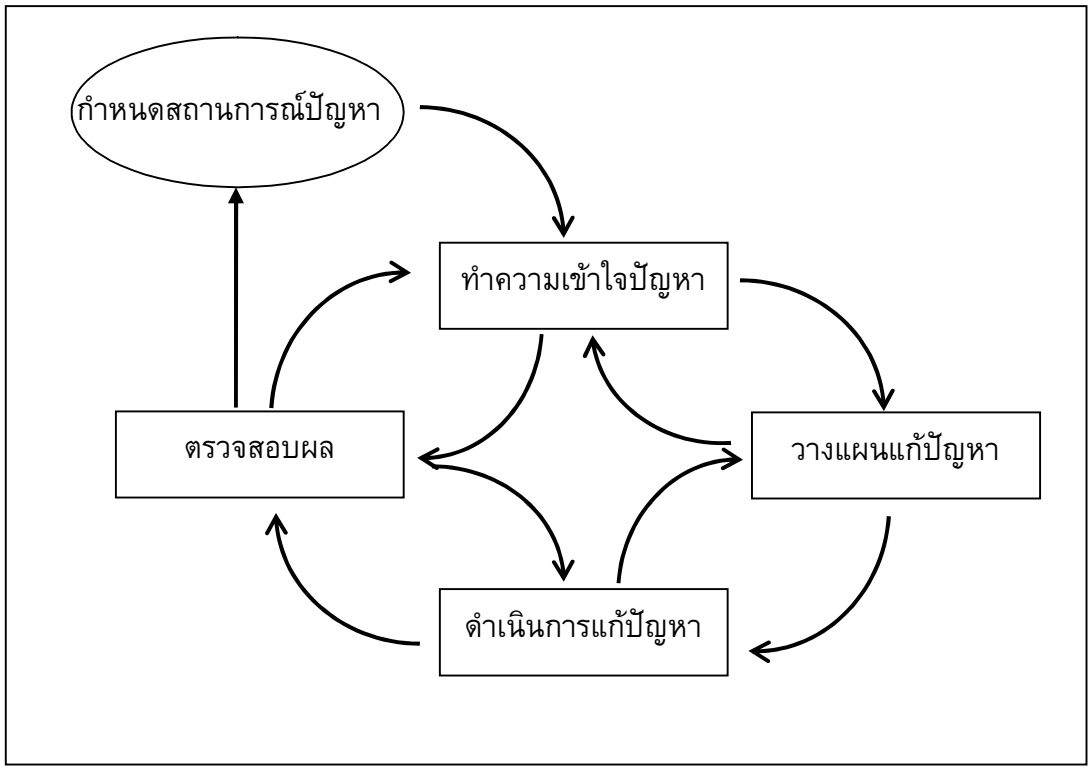
ภาพประกอบ 5 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง

ที่มา: สมเดช บุญประจักษ์. (2540). **การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ.** หน้า 16.

รูปแบบดังกล่าวเป็นเสมือนชุดของขั้นตอนการแก้ปัญหาซึ่งต้องดำเนินการตามขั้นตอนเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง จะเห็นว่าการดำเนินการในลักษณะแนวตรงเช่นนี้ทำให้ขาดการสืบสวนในการแก้ปัญหา ขาดการช่วยเหลือตนเอง ขาดการวางระบบความคิดและการวัดผลตนเอง (self-assessment) ซึ่งรูปแบบเช่นนี้ วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (Wilson; Fernandez; & Hadaway. 1993 : 60-62) มองว่า มีข้อบกพร่อง ดังนี้

1. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการในแนวตรงเสมอ
2. การแก้ปัญหาเป็นดังเช่นชุดของขั้นตอน
3. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ต้องจำ ต้องฝึก และต้องกระทำซ้ำ ๆ
4. เป็นการเน้นการได้มาเพียงคำตอบ

จากข้อบกพร่องข้างต้น วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (Wilson; Fernandez; & Hadaway. 1993 : 60-62) ได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา โดยเสนอเป็นกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต (dynamic) และเป็นวงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 6 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต

ที่มา: สมเดช บุญประจักษ์. (2540). **การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ**. หน้า 17.

ลูกศรเป็นการแสดงการพิจารณาตัดสินใจที่เป็นการเคลื่อนการทำงานจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรืออาจพิจารณาย้อนหลับไปขั้นตอนเดิมหากมีปัญหาหรือมีข้อสงสัยจะเห็นว่ากระบวนการไม่จำเป็นต้องเป็นแนวตรงดังรูปแบบเดิม เช่น เมื่อนักเรียนทำการแก้ปัญหาในขั้นตอนแรก คือ ทำความเข้าใจปัญหา แล้วเคลื่อนไปสู่การวางแผน ระหว่างการดำเนินการนั้น นักเรียนอาจค้นพบสิ่งที่ทำให้เข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้แต่ไม่สามารถดำเนินการได้ นักเรียนอาจจะกลับไปเริ่มวางแผนใหม่ หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ ซึ่งการดำเนินการดังกล่าวเป็นการดำเนินการที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหาโดยไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นใหม่ในการทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 147) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญญา ดังนี้

1. อ่านปัญหา ทำความเข้าใจกับข้อความในปัญหานั้น แล้วหาว่า

1.1 โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

1.2 โจทย์ต้องการหาอะไร

2. จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ลองแปลงเป็นรูปภาพ แผนภาพ เพื่อให้เห็นเป็นรูปธรรมเท่าที่จะทำได้

3. จากรูปภาพในข้อ 2 ทำให้ได้เงื่อนไขอะไรเพิ่มเติมอีกบ้างโดยอาศัย นิยาม สมบัติ ทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่เคยเรียนรู้มาแล้ว

4. ในบรรดาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และเงื่อนไขเพิ่มเติมในข้อ 3 มีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร หรือมีเงื่อนไขใหม่เพิ่มเติมอีก

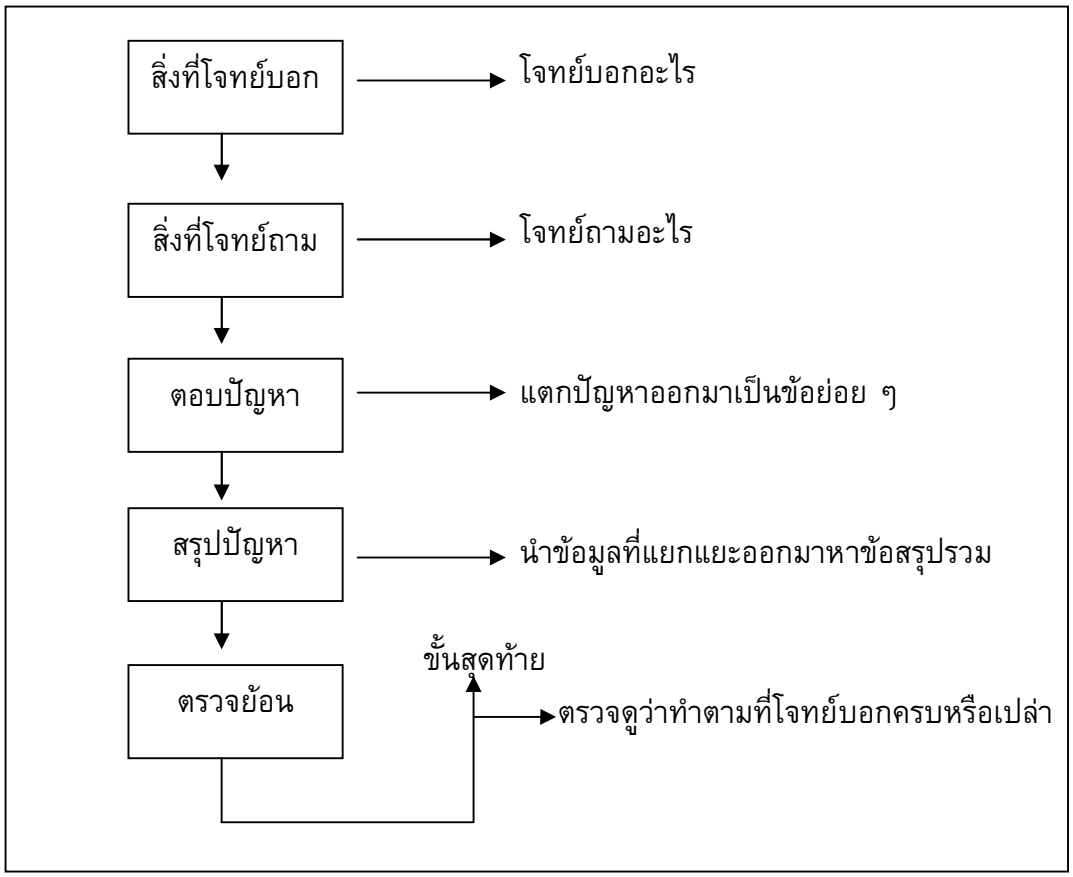
5. คิดหาวิธีแก้ปัญหา โดยนึกถึงปัญหาที่คล้าย ๆ อย่างนี้ว่าเคยทำหรือเปล่า ถ้าเคยลองใช้วิธีการนั้น มาทดลองดู ถ้าไม่เคยแก้ปัญหาแบบนี้มาก่อนก็วิเคราะห์จากสิ่งที่โจทย์ต้องการว่าต้องการเงื่อนไขอะไรบ้างจึงจะได้ดังสิ่งที่โจทย์ต้องการ และเงื่อนไขนั้นมีข้อ 3 และ 4 หรือไม่ ถ้ามีก็แสดงว่าจะแก้ปัญหาได้ ถ้ายังไม่มีก็ต้องพิจารณาต่อไปว่าจากเงื่อนไข (3), (4) จะมีอะไรเพิ่มเติมอีกจึงจะนำไปสู่เหตุเพื่อให้สรุปผลได้ตามที่โจทย์ต้องการ

6. เรียบเรียงจัดลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

7. ทดสอบคำตอบว่าถูกต้องสมเหตุสมผลหรือไม่

8. ถ้าการแก้ปัญหาโจทย์มีได้หลายวิธี ก็พิจารณาวิธีสั้นที่สุดและง่ายที่สุด

ยุพิน พิพิธกุล (2530 : 136) ได้เสนอแผนผังของลำดับขั้นของการแก้ปัญหาดังนี้



ภาพประกอบ 7 ลำดับขั้นของการแก้ปัญหา

ที่มา : ยุพิน พิพิธกุล. (2530). **การสอนคณิตศาสตร์**. หน้า 136.

ดุษฎี บริพัตร ณ อยุธยา (2531 : 140 -41) ได้เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาไว้ 5 ขั้น ดังนี้

1. ขั้นเก็บข้อมูล (fact Finding) ได้แก่ การเก็บข้อมูลเตรียมไว้สำหรับการพิจารณาว่าอะไรคือปัญหา

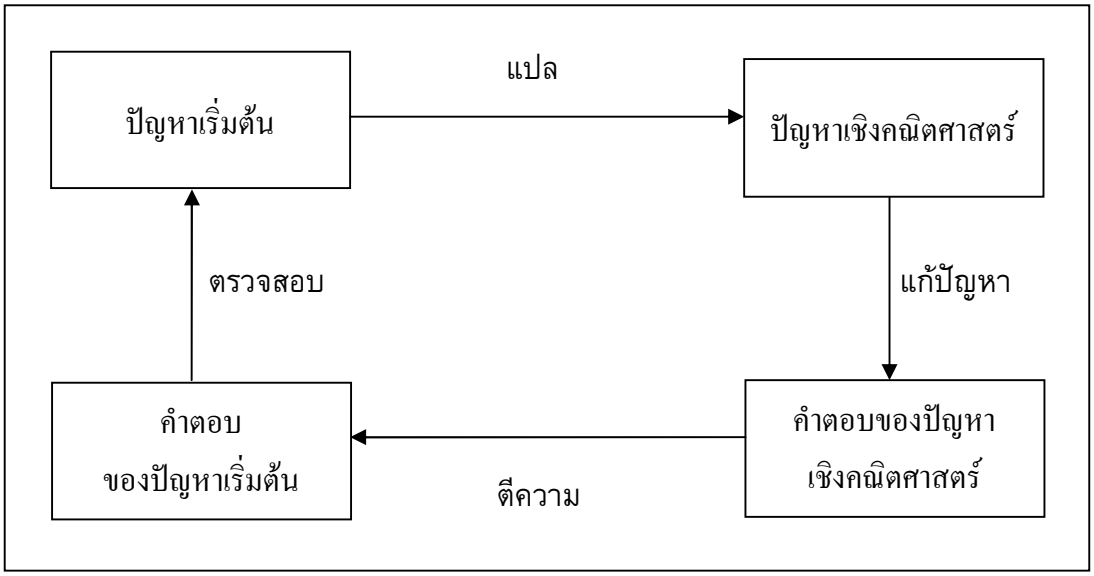
2. ขั้นวิเคราะห์ปัญหา (problem finding) ได้แก่ การวิเคราะห์ข้อมูลต่าง ๆ ที่หาไว้ในขั้นแรก

3. ขั้นระดมความคิด (idea finding) ได้แก่ การช่วยกันพิจารณาทุกแง่ทุกมุม เพื่อค้นหาว่าวิธีการคิดอ่านอันใดที่จะนำมาใช้แก้ปัญหาได้

4. ขั้นทดสอบ (solution finding) ได้แก่ การพิจารณาค้นหาดูว่าจะใช้หนทางหรือวิธีแก้ไขอันใดแก้ปัญหาได้

5. ขั้นยอมรับข้อเสนอ (acceptance finding)

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537 : 16-17) ได้แสดงกระบวนการแก้ปัญหาโดยภาพรวมดังนี้



ภาพประกอบ 8 กระบวนการแก้ปัญหา

ที่มา : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. (2537). **ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ (Foundations and Methodologies in Mathematics)**. หน้า 17.

ดวงเดือน อ่อนน่วม และคนอื่น ๆ (2537 : 13) กล่าวถึงขั้นตอนการแก้ปัญหา คือ

1. ขั้นรู้จักปัญหา (problem isolation)
2. ขั้นแสวงหาเค้าเงื่อน (search for cues)
3. ขั้นตรวจสอบความถูกต้อง (confirmative check)

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2542 : 15-16) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหา ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่ระบุสิ่งที่ต้องการ ระบุข้อมูลที่กำหนด และระบุเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่ต้องการกับข้อมูลที่กำหนด

2. วางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นการระบุข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นสำหรับการได้มาซึ่งสิ่งที่ต้องการ ระบุปัญหาย่อย และเลือกใช้ยุทธศาสตร์ที่เหมาะสมคือ สังเกตกระสวนหรือรูปแบบ คิดจากปลายเหตุย้อนสู่ต้นเหตุ เดาและทดสอบ ทดลองและสร้างสถานการณ์จำลอง ลดความซับซ้อนขอปัญหา แบ่งปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ ใช้วิธีอนุมานทางตรรกวิทยา และรายงานแจกแจงสมาชิกทั้งหมด

3. ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้เป็นการดำเนินการตามยุทธวิธีที่เลือก คำนวณหาคำตอบ และให้เหตุผล

4. ตรวจสอบกระบวนการและคำตอบ ขั้นตอนนี้เป็นการระบุว่าคำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่ ตรวจคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ หาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีกว่า สั้นกว่า ดัดแปลงเพิ่มเติม เงื่อนไขหรือข้อมูลเพื่อสร้างปัญหาใหม่ และวางนัยทั่วไป

จากกระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ข้างต้น สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 4 ขั้นตอนตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา คือ

1. ทำความเข้าใจปัญหา หาว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์กำหนดอะไรให้บ้าง และต้องการให้หาอะไร และเพียงพอต่อการหาคำตอบหรือไม่

2. วางแผนแก้ปัญหา วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหาทางคณิตศาสตร์ รวบรวมข้อมูล เชื่อมโยงกับความรู้เดิม นึกถึงปัญหาที่คล้าย ๆ กัน

3. ดำเนินการตามแผน ดำเนินการตามวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เลือก คำนวณหาคำตอบ และให้เหตุผล

4. ตรวจสอบผล ตรวจสอบดูว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ ถูกต้องหรือไม่ หาวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ง่ายกว่า สั้นกว่า

2.7 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ครูลิค และรูดนิค (Krulik; & Rudnick. 1993 : 45-50) ได้เสนอยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ดังนี้

1. การค้นหารูปแบบ (Pattern Recognition)

2. การทำย้อนกลับ (Working Backwards)

3. การคาดเดาและการตรวจสอบ (Guess and Test)

4. การแสดงบทบาทสมมติหรือการทดลอง (Simulation or Experimentation)

5. การสรุป รวบรวม หรือการขยายความ (Reduction / Expansion)

6. การแจงรายกรณีอย่างเป็นระบบ (Organized Listing / Exhaustive Listing)

7. การให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ (Logical Deduction)

แฮทฟิลด์ เอดเวิร์ดส์ และบิทเทอร์ (Hatfield; Edwards; & Bitter. 1993 : 50-60) ได้เสนอยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาไว้ 11 วิธี ดังนี้

1. การประมาณค่าและการตรวจสอบ (Estimation and Check) เป็นวิธีในการนำเสนอคำตอบที่ใกล้เคียงเพื่อตัดสินว่าแนวทางแก้ปัญหาน่าจะเป็นวิธีใดซึ่งคำตอบที่ได้อาจไม่ถูกต้องก็ได้ คำตอบที่ประมาณขึ้นมาจะต้องตรวจสอบเพื่อให้ได้เป็นคำตอบที่แท้จริง การประมาณคำตอบสามารถทำเป็นประจำจนทำให้เป็นพื้นฐานในชั้นเรียน

2. การหาแบบรูป (Looking for Pattern) ปัญหาบางปัญหามีวิธีแก้วิธีเดียวเท่านั้นคือการหาแบบรูปจากข้อมูลที่ให้มา และทำนายข้อมูลที่ไม่ได้ให้มา

3. การตรวจว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ (Insufficient Information) บางครั้งข้อมูลที่ให้มาไม่เพียงพอ มีบางส่วนขาดหายไป

4. การเขียนภาพ กราฟ และตาราง (Drawing Picture, Graphs and Table) วิธีนี้จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพจากปัญหาที่ยุ่งยากหรือปัญหาที่เป็นนามธรรม การวาดภาพ กราฟ และตารางเป็นการแสดงข้อมูลเชิงจำนวนให้นักเรียนเห็น ช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ไม่ปรากฏโดยทันที

5. การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก (Elimination of Extraneous Data) ปัญหาบางปัญหาให้ข้อมูลทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น นักเรียนต้องตัดข้อมูลส่วนที่ไม่จำเป็นออกเพื่อที่จะให้ข้อมูลนั้นแคบลงแทนที่จะพยายามใช้ข้อมูลทั้งหมดที่ไม่มีความหมาย

6. การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ (Developing Formula and Writing Equations) สูตรที่สร้างขึ้นจะใช้ประโยชน์โดยการแทนจำนวนลงในสูตรเพื่อหาคำตอบ

7. การสร้างแบบจำลอง (Modeling) การสร้างแบบจำลองของปัญหาจะทำให้นักเรียนเข้าใจมโนมติการดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา

8. การทำงานแบบย้อนกลับ (Working Backwards) การพิสูจน์ทางเรขาคณิตมักใช้วิธีนี้ นักเรียนต้องคิดย้อนกลับว่าจะหาคำตอบนั้นได้อย่างไร

9. การเขียนแผนภูมิสายงาน (Flowcharting) การเขียนแผนภูมิสายงานจะช่วยให้เห็นกระบวนการของการแก้ปัญหา ซึ่งผังงานเป็นเค้าโครงที่แสดงรายละเอียดของขั้นตอนที่ต้องดำเนินการตามเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ต้องการก่อนที่จะไปแก้ปัญหา

10. การลงมือแก้ปัญหานั้นทันที (Acting Out the Problem) เป็นการลงมือกระทำการแก้ปัญหาโดยทันที ซึ่งบางครั้งจะทำให้เห็นขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

11. การทำปัญหาให้ง่ายขึ้น (Simplifying the Problem) เป็นการแทนจำนวนน้อย ๆ ที่สามารถคำนวณได้ โดยที่นักเรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ก่อนที่จะแก้ไขปัญหาที่มีอยู่ นักเรียนจะต้องใช้ความรู้ในการเลือกการดำเนินการที่เหมาะสม

เคนเนดี้ และทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994 : 139-156) เสนอยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาไว้ 10 วิธี ดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป (Look for Pattern) เป็นวิธีที่ใช้กันอย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหา เด็กเล็กสามารถค้นหาและอธิบายแบบรูปของสิ่งต่าง ๆ ได้ เช่น แบบรูปของจำนวนดังต่อไปนี้ 0, 2, 4, 6, … ; 15, 20, 25, … เป็นต้น ส่วนเด็กโตจะคิดพร้อมกับแบบรูปที่เป็นนามธรรมและการใช้เหตุผลประกอบมากขึ้น

2. การใช้แบบจำลอง (Use a Model) ใช้สำหรับแก้ปัญหาที่ธรรมดาและไม่ธรรมดา นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้ใช้วิธีนี้ อุปกรณ์ที่เหมือนจริงจะดีสำหรับเด็กเล็กในขณะที่ตัวอย่างด้านนามธรรมสามารถใช้กับเด็กโตได้ดี การใช้แบบจำลองจะดีกว่าการวาดภาพสำหรับปัญหาบางปัญหา เนื่องจากสามารถเคลื่อนย้ายได้

3. การใช้ภาพหรือแผนภาพ (Use a Drawing or Diagram) เป็นประโยชน์มากสำหรับเด็กเล็ก โดยที่เด็กจะเรียนรู้ที่จะใช้ภาษาภาพเพื่อบันทึกข้อมูลเกี่ยวกับปัญหา ในขณะที่เขามีความพร้อม การนำเสนอรูปภาพและแผนภาพก็จะเปลี่ยนมาเป็นการแสดงจำนวนและสิ่งอื่น ๆ ทางคณิตศาสตร์ รูปภาพและแผนภาพมักจะใช้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างส่วนต่าง ๆ ของปัญหาตลอดจนกระบวนการสำหรับแก้ปัญหาด้วย

4. การลงมือแก้ปัญหาทันที (Act it Out) วิธีนี้เป็นการแก้ปัญหาโดยทันทีและไม่ค่อยประณีต เป็นการทำอย่างคร่าว ๆ เพื่อให้เห็นภาพรวมและขั้นตอนในการแก้ปัญหานั้นได้ง่ายขึ้น

5. การสร้างตารางและ/หรือสร้างกราฟ (Construct a Table and/or Graph) วิธีนี้ช่วยให้นักเรียนสามารถรวบรวมข้อมูลที่อยู่อย่างกระจัดกระจายมาเป็นรูปแบบที่มีความซับซ้อนน้อยลงสามารถใช้ประโยชน์ได้ดีกว่า

6. การเดาและตรวจสอบ (Guess and check) วิธีนี้ต้องการให้ผู้แก้ปัญหาได้ใช้เหตุผลในการตัดสินใจที่จะทำการเดา ไม่เดาโดยขาดการไตร่ตรองหรือเดาแบบยุ่งเหยิงจนไม่สามารถยอมรับได้ เมื่อเดาครั้งแรกควรจะตรวจสอบว่าถูกต้องหรือไม่ เป็นไปตามความจริงหรือไม่ ถ้ายังเป็นไปไม่ได้ต้องเดาซ้ำอีกจนกว่าจะได้คำตอบที่ใกล้เคียงที่สุด

7. การแจงกรณีที่เป็นไปได้ (Account for Possibilities) วิธีนี้ใช้แสดงความเป็นไปได้ของคำตอบก่อนที่จะทราบคำตอบ โดยอาจเขียนเป็นรายการหรือสร้างตารางเพื่อให้ง่ายต่อการแก้ปัญหา เหมาะสำหรับความเป็นไปได้ที่มีไม่มากนัก

8. การทำปัญหาให้ง่ายหรือแยกปัญหาเป็นส่วน ๆ (Simplify or Break into Parts) ใช้กับปัญหาที่ยากหรือปัญหาที่มีตัวเลขหรือจำนวนที่มีความซับซ้อนมาก ๆ ทำให้ปัญหานั้นมีความซับซ้อนน้อยลงเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

9. การทำย้อนกลับ (Work Backward) วิธีนี้มีความพิเศษที่สุดในบรรดาวิธีที่กล่าวมาทั้งหมด เป็นวิธีที่ช่วยให้เด็กได้พัฒนาทักษะความมีเหตุผลและเป็นสิ่งที่ท้าทายที่จะหาคำตอบ

10. การเปลี่ยมมุมมองของปัญหา (Change Your Point of View) ปัญหาบางปัญหามีความยุ่งยาก ซับซ้อน ไม่สามารถลงมือแก้ปัญหานั้นได้โดยตรง บางครั้งจึงต้องเปลี่ยนมุมมองจากจุดมุ่งหมายของปัญหาโดยตรงเป็นสถานการณ์อื่นที่มีอยู่ในปัญหา เพื่อวิเคราะห์แล้วลงมือแก้ปัญหานั้นเพื่อโยงไปยังจุดมุ่งหมายของปัญหาจริง ๆ

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537 : 23) กล่าวถึง ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ประกอบด้วยยุทธวิธี ดังนี้

1. การเดาและการตรวจสอบ ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบเป็นยุทธวิธีพื้นฐานที่เรานำมาใช้แก้ปัญหาอยู่เสมอ สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้ในกรณีที่การแก้ปัญหานั้นโดยตรงอาจยุ่งยาก ใช้เวลามาก หรือผู้แก้ปัญหาลืมวิธีการไปแล้ว การเดานั้นต้องเดาอย่างมีเหตุผล มีทิศทางเพื่อให้สิ่งที่เดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด การเดาครั้งหลัง ๆ ต้องอาศัยพื้นฐานข้อมูลการเดาครั้ง

ต้น ๆ ในกิจกรรมบางอย่างผู้แก้ปัญหาต้องการให้ได้คำตอบในเวลาอันรวดเร็ว บางทีถ้าใช้วิธีการแก้ปัญหานั้นโดยตรง แม้ว่าจะได้คำตอบที่ต้องการแต่ก็อาจต้องใช้เวลามากไม่ทันการ สามารถที่จะนำยุทธวิธีเดาและตรวจสอบนี้ไปใช้ได้

2. การเขียนแผนภาพ แผนภูมิ และการสร้างแบบจำลอง ช่วยให้มองเห็นปัญหาอย่างเป็นรูปธรรม ทำให้ผู้แก้เกิดความรู้สึกว่าได้สัมผัสกับตัวปัญหานั้นอย่างแท้จริง การเขียนภาพ แผนภูมิ และการสร้างแบบจำลองช่วยให้ผู้แก้ปัญหาทำความเข้าใจกับปัญหาได้ง่ายขึ้น นอกจากนี้ยังช่วยให้ผู้แก้ปัญหาสามารถกำหนดแนวทางวางแผนแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจนอีกด้วย

3. การสร้างตาราง เราสามารถใช้ตารางแสดงข้อมูลให้เป็นระบบมีระเบียบ ช่วยให้มองเห็นความเกี่ยวข้อง ความสัมพันธ์กันของข้อมูลได้ชัดเจนขึ้น อันจะนำไปสู่การหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการ

4. การใช้ตัวแปร การใช้ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าเป็นวิธีการแก้ปัญหาอย่างหนึ่งที่ใช้กันในวิชาพีชคณิต ผู้แก้ปัญหาสามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดกับตัวแปรที่สมมติขึ้น และในปัญหาบางปัญหาสามารถสร้างความสัมพันธ์ตามเงื่อนไขที่ปัญหากำหนดให้อยู่ในรูปสมการได้

5. การค้นหารูปแบบ การค้นหารูปแบบเป็นยุทธวิธีที่สำคัญมากในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เหมาะที่จะนำมาใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับรูปแบบของจำนวน ผู้แก้ปัญหาจะต้องศึกษาข้อมูลที่มีอยู่ วิเคราะห์ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเหล่านั้น แล้วคาดเดาคำตอบซึ่งอาจเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ถูกต้องก็ได้ จากปัญหาเดียวกัน ข้อมูลชุดเดียวกัน ผู้แก้ปัญหาแต่ละคน อาจค้นพบคำตอบที่แตกต่างกันก็ได้

6. การแบ่งเป็นกรณี ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลายปัญหาสามารถแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น เมื่อแบ่งปัญหาเป็นกรณีมากกว่า 1 กรณี ซึ่งในแต่ละกรณีจะมีความชัดเจนมากขึ้น เมื่อแก้ปัญหาคำตอบของทุกกรณีได้แล้ว พิจารณาคำตอบของทุกกรณีร่วมกัน จะได้ภาพรวมซึ่งเป็นคำตอบของปัญหาเริ่มต้น

7. การใช้การให้เหตุผลทางตรง ยุทธวิธีที่ใช้การให้เหตุผลทางตรงนี้มักพบอยู่ตลอดเวลาในการแก้ปัญหาโดยผู้แก้ปัญหามักใช้ร่วมกับยุทธวิธีอื่น ๆ ข้อความที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางตรงมักอยู่ในรูป “ถ้า A แล้ว B” โดยที่ข้อความ A เป็นเหตุบังคับให้เกิดข้อความ B การใช้การให้เหตุผลทางตรงในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้ ประมวลเข้ากับความรู้และประสบการณ์ที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่แล้วให้เหตุผลนำไปสู่คำตอบของปัญหาที่ต้องการ ปัญหาที่ใช้ยุทธวิธีนี้อาจไม่มีการคิดคำนวณเลยก็ได้ แต่เป็นการเน้นการให้เหตุผล

8. การใช้การให้เหตุผลทางอ้อม ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางปัญหาไม่ง่ายนักที่จะแก้ปัญหาโดยการใช้เหตุผลทางตรง ในกรณีเช่นนี้การให้เหตุผลทางอ้อมนับว่าเป็นวิถีทางที่ดีที่สุดวิธีหนึ่งที่จะนำมาใช้แก้ปัญหา ในการใช้การให้เหตุผลทางอ้อมเพื่อแสดงว่าเงื่อนไข “A” เป็นจริงทำได้โดยสมมติว่าเงื่อนไข “not A” เป็นจริง หลังจากนั้นหาเหตุผลมาแสดงว่าเป็นไปไม่ได้ที่ “not A” เป็น

จริง ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า “A” เป็นจริง ปัญหาที่ใช้การใช้เหตุผลทางอ้อมมักเป็นปัญหาให้พิสูจน์ สำหรับปัญหาให้ค้นหาจะใช้การให้เหตุผลโดยการพิสูจน์เพื่ออธิบายคำตอบของปัญหา

9. การทำย้อนกลับ ปัญหาบางปัญหาสามารถแก้ได้ง่ายกว่า ถ้าเริ่มต้นแก้ปัญหาโดยพิจารณาจากผลลัพธ์สุดท้ายแล้วมองย้อนกลับมาสู่ตัวปัญหาอย่างมีขั้นตอน ยุทธวิธีมองย้อนกลับใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์โดยพิจารณาจากผลย้อนกลับไปหาเหตุ ซึ่งจะต้องหาเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้

10. การสร้างปัญหาขึ้นใหม่ ปัญหาบางปัญหาถ้าแก้ปัญหานั้นเลยโดยตรงจะทำได้ยาก การสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ให้เกี่ยวข้องกับปัญหาเดิม แล้วศึกษาวิธีการแก้ปัญหาจากปัญหาใหม่ที่สร้างขึ้นนี้เป็นวิธีหนึ่งที่จะช่วยให้เกิดแนวคิดในการแก้ปัญหาเริ่มต้น ปัญหาที่สร้างใหม่อาจสร้างให้ครอบคลุมปัญหาเดิมทั้งหมด หรือสร้างขึ้นใหม่เพียงบางส่วนของปัญหาเดิมก็ได้

สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 19-23) กล่าวถึง ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ดังนี้

1. การหารูปแบบ เป็นการจัดระบบของข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด และจัดเป็นรูปแบบทั่วไปในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจเป็นรูปแบบของจำนวนหรือรูปแบบของรูปเรขาคณิต

2. เขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนแผนผังหรือภาพต่าง ๆ ของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้เห็นความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ

3. การสร้างรูปแบบ เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่คล้ายกับการเขียนภาพ แต่มีประโยชน์ที่ดีกว่าตรงที่นักเรียนสามารถเคลื่อนสิ่งที่นำมาจัดรูปแบบได้

4. การสร้างตารางหรือกราฟ การจัดข้อมูลลงในตารางเป็นการนำเสนอข้อมูลที่ง่ายและนำไปสู่การค้นพบรูปแบบ และข้อชี้แนะอื่น ๆ

5. การเดาและการตรวจสอบ เป็นการหาคำตอบของปัญหาจากสามัญสำนึก ผู้แก้ปัญหาคาดเดาแล้วตรวจสอบ ถ้าไม่ได้คำตอบก็เปลี่ยนแปลงการเดา และตรวจสอบอีกครั้งจนกระทั่งได้คำตอบของปัญหา การเดาและการตรวจสอบเป็นวิธีการที่ง่าย แต่อาจใช้เวลามากกว่ายุทธวิธีอื่น ๆ

6. แจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา ใช้ได้ดีในกรณีที่มีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้ที่แน่นอน มักจะใช้ตารางช่วยในการแจกแจงกรณี

7. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงสถานการณ์ มีเป้าหมาย 2 ประการคือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเป็นการแสดงให้รู้ว่าต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แสดงว่าเขาเข้าใจปัญหานั้น และนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง

8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนสุดท้าย แล้วทำย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น ใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

9. ระบุข้อมูลที่ต้องการและข้อมูลที่กำหนดให้

10. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือเปลี่ยนมุมมองของปัญหา บางปัญหามีความซับซ้อนหรือมีหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาให้เป็นปัญหาที่เล็กลงเพื่อง่ายต่อการหาคำตอบแล้วนำผลการแก้ปัญหาย่อย ๆ นี้ไปตอบปัญหาที่กำหนด หรือบางปัญหาอาจต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมองที่ต่างไปจากที่คุ้นเคยที่ต้องทำตามทีละขั้นตอน

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ (2541 : 5) ได้เสนอยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา เช่น

1. เดาและตรวจสอบ (Guess and check)

2. ทำให้ปัญหาง่ายลง (Make a simplier problem)

3. ค้นหารูปแบบ (Look for a pattern)

4. วาดรูป หรือแผนภาพ (Draw a picture)

5. ทำตาราง (Make a table)

6. แจงกรณีอย่างมีระบบ (Make an organized list)

7. ทำย้อนกลับ (Work backward)

8. ใช้หลักเหตุผล (Use logical reasoning)

9. การแสดงบทบาทสมมติ (Simulation)

ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ (2544 : 55-70) กล่าวถึง ยุทธวิธีการแก้ปัญหา ดังนี้

1. การลองผิดลองถูก ปัญหาบางข้อแก้ได้ดีที่สุดด้วยการลองผิดลองถูก โดยการคิดอย่างมีเหตุผลไปพร้อม ๆ กับกระบวนการ

2. การใช้อุปกรณ์ ตัวอย่าง หรือการร่าง บ่อยครั้งมากที่ปัญหาข้อหนึ่งสามารถแก้ไขได้ดีที่สุดหรืออย่างน้อยที่สุดทำให้เกิดความเข้าใจได้โดยการวาดหรือร่างรูป พับแผ่นกระดาษ ตัดเส้น เชือก หรือใช้อุปกรณ์ง่าย ๆ ทั่วไปที่มีอยู่พร้อมแล้วบางอย่างให้เป็นประโยชน์ ยุทธวิธีของการใช้อุปกรณ์สามารถทำให้สถานการณ์ดูเป็นจริงสำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นพวกเขาและสร้างความสนใจในปัญหา

3. การค้นหารูปแบบ การค้นหารูปแบบแล้วสร้างรูปทั่วไปเป็นยุทธวิธีแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมาก ครูจำเป็นต้องค้นหาปัญหาที่เหมาะสมที่จะสร้างความสนใจให้นักเรียน และกระตุ้นให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีนี้ให้เป็นประโยชน์

4. แสดงออกมา ปัญหาบางข้อแก้ไขได้ดีที่สุดโดยการใช้ยุทธวิธีแสดงสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องนั้นออกมาจริง ๆ วิธีการเช่นนี้ทำให้นักเรียนกลายเป็นผู้มีส่วนร่วมอย่างมีชีวิตชีวามากกว่าเป็นผู้นั่งดูเพียงอย่างเดียว และยังช่วยให้เขามองเห็นและเข้าใจความหมายของปัญหา ปัญหาปกติทั่วไปหลายข้อในพีชคณิตเบื้องต้นเกี่ยวข้องกับเวลา อัตรา และระยะทางซึ่งเหมาะสมกับการแสดงออกมาในชั้นเรียนได้อย่างวิเศษ ซึ่งไม่เพียงแต่ทำให้มองเห็นรายละเอียดของปัญหาได้ชัดเจนขึ้นเท่านั้น แต่ยังยั่วยุในการสอนด้วย

5. การทำรายการ ตาราง หรือแผนภูมิ เราได้ใช้ยุทธวิธีนี้ให้เป็นประโยชน์มาก่อนหน้านี้แล้ว อันที่จริงปัญหาหลายข้อเกี่ยวข้องกับการใช้ตาราง ตาราง และแผนภูมิ ครูสามารถกระตุ้นให้

นักเรียนใช้ประโยชน์จากวิธีนี้ได้บ่อยครั้งโดยการเลือกปัญหาที่เหมาะสมเพื่อยั่วยุให้เกิดจินตนาการและความสนใจขึ้น

และยังมียุทธวิธีการแก้ปัญหาอีก ดังนี้

1. ทำย้อนกลับ
2. เริ่มต้นจากการเดา
3. แก้ปัญหาที่เทียบเท่ากันแต่ง่ายกว่า
4. เชื่อมโยงปัญหาใหม่กับปัญหาที่คุ้นเคยมาแล้ว

ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการ (2544 : 52) กล่าวว่า ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหามีหลากหลาย ดังนี้

1. การหารูปแบบ
2. การเขียนแผนผัง หรือภาพประกอบ
3. การสร้างรูปแบบ
4. การสร้างตาราง หรือกราฟ
5. การคาดเดา และตรวจสอบ
6. การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด
7. การเขียนเป็นประโยคคณิตศาสตร์
8. การมองปัญหาย้อนกลับ
9. การระบุข้อมูลที่ต้องการ และข้อมูลที่กำหนดให้
10. การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือเปลี่ยนมุมมองปัญหานั้น

สมวงษ์ แปลงประสพโชค และสมเดช บุญประจักษ์ (2545 : 19) ได้รวบรวมยุทธวิธีที่ใช้แก้ปัญหา ดังนี้

1. ทดลองกับตัวอย่างง่าย ๆ
2. สร้างตาราง
3. เขียนแผนภาพหรือรูปภาพหรือสร้างโมเดล
4. หารูปแบบและตั้งกฎทั่วไป
5. เดาและตรวจสอบลงมือทดลองวิธีการเพื่อดูผล
6. กล่าวถึงปัญหาในรูปแบบใหม่ โดยเฉพาะรูปแบบที่เรารู้จัก
7. ให้ความสนใจทุกกรณีที่เป็นไปได้
8. หยุดเปลี่ยนมุมมองใหม่

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551 : 13-41) กล่าวว่า ยุทธวิธีแก้ปัญหาเป็นเครื่องมือสำคัญและสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ดี ที่พบบ่อยในคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะ

ยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้มักจะใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต

2. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจนช่วยให้ไม่ลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

4. การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณี ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมด ในการแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด นักเรียนอาจขจัดกรณีที่ไม่ใช้ออกก่อน แล้วค่อยค้นหาระบบหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจงกรณีที่เหมาะสม ยุทธวิธีนี้ก็จะไม่มีประสิทธิภาพ ยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ดีถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน ซึ่งบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วยในการแจกกรณีด้วยก็ได้

5. การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้อง มาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรก ๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไป นักเรียนควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

6. การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดของปัญหาในรูปของสมการ ซึ่งบางครั้งอาจเป็นอสมการก็ได้ ในการแก้สมการนักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อหาว่า ข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมามีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้แล้วเขียนสมการหรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น ในการหาคำตอบของสมการ มักใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยในการแก้สมการ ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ และเมื่อใช้สมบัติการเท่ากันมาช่วยแล้ว ต้องมีการตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหา ถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขของปัญหา ถือว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้องของปัญหานี้ ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางพีชคณิต

7. การคิดแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคย หรือที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้นเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีอื่นไม่ได้แล้ว สิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้ก็คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อยหรือเป็นส่วน ๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นนักเรียนอาจลดจำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคยหรือเคยแก้ปัญหามาก่อนหน้านี้

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาบางปัญหาเราใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ หรือการเขียนภาพและแผนภาพ จนทำให้บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีอื่นได้อย่างเด่นชัด ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

11. การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้ง ยุทธวิธีนี้มักใช้กับการแก้ปัญหาที่ยากแก้การแก้ปัญหาโดยตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความที่จะแสดงเป็นเท็จ

จากความเห็นของนักการศึกษาหลาย ๆ ท่านจะเห็นว่ายุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีอยู่หลายวิธี ผู้วิจัยสนใจยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. วิธีการค้นหารูปแบบ
2. วิธีการทำย้อนกลับ
3. วิธีการคาดเดาและตรวจสอบ
4. วิธีการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด
5. วิธีการเขียนแผนภาพ แผนภูมิ และการสร้างแบบจำลอง
6. วิธีการสร้างตาราง
7. วิธีการลงมือแก้ปัญหาทันที

2.8 แนวทางการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา

บารูดี้ (Baroody. 1993 : 2-31) กล่าวถึง การสอนการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. การสอนโดยผ่านการแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) แนวทางนี้ให้ความสนใจกับการใช้การแก้ปัญหาในการสอนเนื้อหา เป็นเครื่องมือสำหรับฝึกการคำนวณ ปัญหาที่ใช้จะแสดงให้เห็นว่ามีความสัมพันธ์กับโลกแห่งความเป็นจริง ปัญหาถูกใช้ในการเริ่มต้นและเป็นการกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายเกี่ยวกับหัวข้อนั้น ๆ ในบางครั้งปัญหาถูกใช้กระตุ้นให้นักเรียนตั้งใจเรียนและเป็นสิ่งที่ควบคุมเนื้อหา วิธีการหนึ่งที่จะสอนโดยใช้ปัญหา คือ แสดงปัญหาตั้งแต่เริ่มต้นโดยการแสดงให้นักเรียนเห็นว่าพวกเขาจะมีความสามารถแก้ปัญหานั้นได้ อีกวิธีหนึ่งก็คือใช้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ในการแสดงทักษะการเรียนรู้

2. การสอนเกี่ยวกับปัญหา (Teaching about problem solving) แนวทางนี้นำไปสู่การสอนโดยตรงเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาทั่ว ๆ ไป ปัญหาเป็นการอธิบายหรือแสดงให้เห็นถึงกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวของโพลยาทั้ง 4 ขั้นและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาสนับสนุนกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวของโพลยาทั้ง 4 ขั้น

3. การสอนสำหรับการแก้ปัญหา (Teaching for problem solving) แนวทางนี้ให้ความสนใจกับการสอนยุทธวิธีการแก้ปัญหาทั่ว ๆ ไปโดยให้โอกาสนักเรียนแก้ปัญหา นักเรียนจะเรียนรู้ถึงการใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวของโพลยาทั้ง 4 ขั้นและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่ท้าทาย

คณะอนุกรรมการการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 142-144) ได้กล่าวถึงแนวทางการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาว่า ครูจะเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญยิ่งในการพัฒนาความสามารถให้เกิดแก่นักเรียน ในการพัฒนานี้ครูควรมีหน้าที่ ดังนี้

1. พัฒนาความรู้ความสามารถ ในการนี้ครูต้องจัดกิจกรรมและประสบการณ์ต่าง ๆ ให้นักเรียนได้ปฏิบัติให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ เช่น

- ฝึกการอ่านตำรา เอกสารประกอบการเรียน แบบเรียนโปรแกรม ฯลฯ
- ดูหุ่นจำลองต่าง ๆ แผนภาพ แผ่นโปร่งใส สไลด์ ฟิล์มสตริป ฟังคำบรรยายจากเครื่องบันทึกเสียง
- ฝึกให้คิดและหาข้อสรุป จากการทำบทเรียนปฏิบัติการ (laboratory lesson) บัตรกิจกรรม (activity sheet หรือ activity card)
- ฝึกทักษะจากบัตรงาน (work card, task card, work sheet)
- เร้าใจให้เกิดความสนใจ ใคร่รู้ในวิชาคณิตศาสตร์ โดยการจัดนิทรรศการ การแสดงจัดเกมคณิตศาสตร์ จัดการแข่งขันตอบปัญหา ฯลฯ

ถ้าครูให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมหลาย ๆ อย่างดังกล่าวบ่อย ๆ ก็จะเป็นการฝึกฝนเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาให้นักเรียน

2. จัดสิ่งแวดล้อมให้เกิดบรรยากาศของการใฝ่หาความรู้ ในการนี้ครูจำเป็นต้องได้รับความร่วมมือและสนับสนุนจากฝ่ายบริหารที่จะจัดหาสิ่งที่ครูจำเป็นต้องใช้ในการจัดสิ่งแวดล้อม เช่น ถ้าครูสามารถจัดห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์ไว้ให้นักเรียนได้เข้าไปศึกษาหาความรู้แล้วก็จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่ง ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์เป็นห้องที่ใช้สำหรับปฏิบัติการคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการทำให้เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้สื่อต่าง ๆ การมีห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์จะช่วยทำให้ครูขยันคิดประดิษฐ์สร้างสื่อการเรียนการสอนให้นักเรียนใช้ เมื่อครูมีสื่อแปลก ๆ ให้นักเรียนได้ศึกษานักเรียนก็จะสนใจ เมื่อนักเรียนสนใจนักเรียนก็จะเกิดความอยากรู้อยากเห็น ถ้าครูให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์ เช่น จัดแผ่นป้ายนิทรรศการ เป็นเจ้าหน้าที่ดูแลห้องปฏิบัติการ ฯลฯ จะทำให้นักเรียนอยู่ในบรรยากาศของการเรียน การค้นคว้า ซึ่งจะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งสำหรับนักเรียน การที่นักเรียนได้เรียนคณิตศาสตร์โดยสื่อต่าง ๆ ในห้องปฏิบัติการแทนการสอนบางชั่วโมงของครู ทำให้นักเรียนได้รับการฝึกคิดทีละน้อย เป็นการสะสมความสามารถในการแก้ปัญหา ครูมีภาระหนักอย่างยิ่งในการจัดหาแบบฝึกหัดต่าง ๆ ไว้ในห้องปฏิบัติการ โดยให้มีทั้ง

อย่างง่าย และอย่างยาก หาเกมคณิตศาสตร์ไว้ให้เด็กเล่น จัดการทายปัญหาต่าง ๆ ฯลฯ สิ่งทั้งหลายนี้จะเป็นเครื่องจูงใจให้นักเรียนเข้าสู่บรรยากาศของการฝึกคิด และการเรียนคณิตศาสตร์

3. ครูต้องมีศรัทธาและความมุ่งมั่นในการพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการคิดแก้ปัญหา ในการพัฒนาความสามารถของนักเรียนนั้นต้องใช้เวลา และครูต้องขยันค้นคว้า จัดหาผลิตสื่อการสอนนานาชนิด เท่าที่จะหาได้เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการคิดแก้ปัญหา การจัดเตรียมสื่อการสอนของครูไม่ว่าในโรงเรียนใด สถาบันใดจะต้องเกี่ยวข้องกับผู้ร่วมงาน ผู้บังคับบัญชา ระเบียบราชการ ข้อบังคับต่าง ๆ และอาจจะมีส่วนทำให้ครูเกิดความท้อถอยคลายความมุ่งมั่นที่จะจัดหา สร้างสื่อ จัดกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาได้ ดังนั้นครูจำเป็นต้องมีความอดทน เสาะหาวิธีคิด วิธีทำงานที่จะไม่ให้ตนเองถอยห่างจากศรัทธาและความมุ่งมั่นในการพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหา การสอนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งที่ยากยิ่ง ต้องฝึกสมรรถภาพของนักเรียนหลายอย่าง ต้องอาศัยเครื่องมือในการฝึก ต้องใช้เวลา และครูต้องมีความขยัน และทำงานด้วยความศรัทธา ในการฝึกนักเรียนควรยึดหลักการดังต่อไปนี้

- ตั้งความหวังในการพัฒนาความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนอย่างมีเหตุผล จึงไม่ควรตั้งความหวังสูงจนเกินไป อาจทำให้ทั้งครูและนักเรียนเกิดความท้อถอย

- โจทย์ปัญหานั้น ใช้ความรู้ภายในขอบข่ายที่นักเรียนมีพื้นความรู้

- ใช้ภาษาให้เหมาะกับความสามารถในการอ่านของนักเรียน และค่อย ๆ พัฒนาความสามารถในการอ่านให้สูงจนถึงระดับที่ต้องการ

สิริพร ทิพย์คง (2536 : 60-62) กล่าวถึงแนวทางในการสอนการแก้ปัญหาดังนี้

1. สร้างบรรยากาศในการแก้ปัญหา

1.1 ใช้ช่วงเวลาในการคิด การวิเคราะห์และการทดลอง

1.2 ยอมรับคำถามที่นักเรียนถาม

1.3 อย่าทำให้นักเรียนเกิดความกลัว

1.4 ครูจะต้องมีความอดทน เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาไม่ได้

2. สร้างแรงจูงใจให้แก่นักเรียน

2.1 เน้นความสำคัญในการแก้ปัญหา โจทย์แบบฝึกหัดข้อแรก ๆ ควรจะเป็นโจทย์ที่นักเรียนทุกคนทำได้

2.2 ให้โจทย์ที่ง่ายก่อนแล้วจึงทำโจทย์ที่ยาก

2.3 ให้นักเรียนมีโอกาสเตรียมตัวในการที่จะแก้ปัญหาที่ยาก

2.4 ปลุกให้นักเรียนอยากรู้อยากเห็นด้วยการใช้ปัญหาลับสมอง

3. วิธีที่จะเพิ่มความเข้าใจ

3.1 แสดงให้นักเรียนเห็นว่าจะอ่านปัญหาโจทย์อย่างไร อ่านแล้วต้องหยุดคิดแยกแยะสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้

3.2 ครูอ่านปัญหาอีกครั้งหนึ่งเพื่อนักเรียนจะได้เห็นปัญหาอย่างแจ่มชัด

3.3 ถามนักเรียนเพื่อจะตรวจดูให้แน่ใจว่านักเรียนเข้าใจข้อความ ศัพท์ และสิ่งที่เกี่ยวข้องกับโจทย์หรือไม่

3.4 ช่วยนักเรียนในการพิจารณาข้อความที่สำคัญอันจะเป็นเหตุผลนำไปสู่การแก้ปัญหานั้น

3.5 แยกปัญหานั้นออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่ง่ายขึ้น

3.6 ถ้านักเรียนไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นที่ไหน ควรจะส่งเสริมให้นักเรียนเขียนความจริงที่ได้จากปัญหานั้นเพื่อจะได้มองเห็นแนวทาง

3.7 ให้นักเรียนเขียนปัญหาที่เกี่ยวข้องกันและให้พิจารณาตัวแปรในกรณีของโจทย์สมการ

4. เน้นถึงความยืดหยุ่นและเรื่องต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา

4.1 อย่าเคร่งต่อกระบวนการทีละขั้นหรือแบบฟอร์มจนเกินไป

4.2 แนะนำให้นักเรียนเปลี่ยนวิธีการเมื่อเจอปัญหายาก

4.3 ให้รู้จักพิจารณาเปรียบเทียบปัญหาที่มีข้อมูลไม่ครบ และปัญหาที่มีข้อมูลพิเศษเพิ่มเติม

4.4 ส่งเสริมให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธีในโจทย์ข้อเดียวกัน

5. ให้คำแนะนำที่จะสร้างรูปแบบเพื่อการค้นคว้าหาคำตอบ

5.1 ใช้แผนผังแสดงวิธีแก้

5.2 ใช้ไดอะแกรม โมเดล หรือเขียนร่างเพื่อแยกดูโครงสร้าง

5.3 ใช้สัญลักษณ์เขียนแทนตัวแปรของปัญหา

6. แสดงให้นักเรียนเห็นว่าจะตั้งคำถามถามตัวเองอย่างไร

6.1 โจทย์กำหนดอะไร

6.2 โจทย์ต้องการให้ทำอะไร

6.3 ความคิดอะไรที่เคยเรียนมาแล้วและจะมาสัมพันธ์กับปัญหานี้

6.4 ปัญหาอะไรที่เคยทำมาแล้วและคล้ายกับปัญหานี้ มีข้อแตกต่างอย่างไร

6.5 จะเรียงลำดับขั้นการคิดอย่างไร จะหาอะไรก่อนหลัง และแยกแยะออกเป็นปัญหาย่อยอย่างไร

6.6 จะสรุปปัญหานั้นอย่างไร

6.7 เมื่อแก้ปัญหาแล้วจะมีวิธีตรวจย้อนหรือตรวจคำตอบอย่างไร

7. เน้นวิธีการแก้ปัญหามากกว่าที่จะบอกว่าแก้อย่างไร

7.1 ถามนักเรียนในการที่จะหาวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา

7.2 ให้ความยอมรับในแต่ละส่วนที่ใช้วิธีการถูกต้องมากกว่าคำตอบถูกต้องแต่วิธีการผิด

7.3 การแก้โจทย์ปัญหาต้องดูที่วิธีการคิดของนักเรียนด้วย

7.4 ให้โอกาสแก่นักเรียนในการแสดงวิธีการแก้ปัญหา

7.5 ให้รู้จักวิเคราะห์วิธีทำ

8. ส่งเสริมการทดลอง การลองผิดลองถูก การคาดคะเน การเดาคำตอบอย่างมีเหตุผล ซึ่งจะนำไปสู่การแก้โจทย์ปัญหา

9. ควรจะให้มีการฝึกทำโจทย์ปัญหาบ่อย ๆ

10. ให้นักเรียนกล่าวหรือเขียนการแก้ปัญหาของเขาในแบบฟอร์มที่ถูกต้อง

11. ใช้โจทย์ปัญหานั้นเพื่อค้นพบความคิดรวบยอดตามแนว คณิตศาสตร์สมัยใหม่

12. ใช้โจทย์ปัญหานั้นเป็นแบบฝึกหัดไปในตัว

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537 : 96) กล่าวถึง การจัดกิจกรรมพัฒนาทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยสร้างกิจกรรมการแก้ปัญหาจากเนื้อหาสาระที่นักเรียนคุ้นเคยอยู่แล้ว ดังนี้

1. การใช้แบบฝึกหัดพัฒนาทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1 ฝึกการแก้ปัญหาจากแบบฝึกหัดธรรมดา แบบฝึกหัดในหนังสือเรียนหรือแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้นเองโดยทั่วไปมักมีโครงสร้างคล้ายกับตัวอย่างที่ได้นำเสนอไปแล้วในบทเรียน ซึ่งนักเรียนสามารถแสดงการหาคำตอบได้โดยวิธีการทำนองเดียวกับตัวอย่าง แบบฝึกหัดเหล่านี้ผู้สอนสามารถนำมาใช้เพื่อฝึกการแก้ปัญหาของนักเรียนได้เพียงแต่เพิ่มกิจกรรมเข้าไปอีกเล็กน้อยเท่านั้นคือ เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัดเสร็จเรียบร้อยหาคำตอบได้แล้ว ครูควรให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้อง และให้นักเรียนพิจารณาต่อไปว่า แบบฝึกหัดข้อดังกล่าวนั้นมีวิธีการหาคำตอบแบบอื่นอีกหรือไม่ วิธีการใหม่ที่ผู้สอนต้องการคือ วิธีการที่แตกต่างไปจากตัวอย่างหรือจากการทำแบบฝึกหัดของนักเรียน การศึกษาการแก้ปัญหาจากแบบฝึกหัดธรรมดา นอกจากการให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการคำตอบด้วยวิธีการของนักเรียนแล้ว ยังสามารถใช้แบบฝึกหัดนั้นฝึกการมองไปข้างหน้า โดยให้นักเรียนอาศัยประโยชน์จากวิธีการหาคำตอบของแบบฝึกหัดนั้นสร้างปัญหาหรือแบบฝึกหัดขึ้นเองใหม่ ซึ่งสามารถหาคำตอบได้โดยดัดแปลงวิธีการเดิม การให้นักเรียนแสดงวิธีคิดแบบอื่น ๆ และการให้สร้างปัญหาหรือแบบฝึกหัดขึ้นเอง อาจทำให้กิจกรรมการเรียนการสอนเบี่ยงเบนจากจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียนนั้นไปบ้าง แต่เมื่อมองโดยภาพรวม นักเรียนจะได้ฝึกการคิดแก้ปัญหาซึ่งสอดคล้องกับจุดประสงค์ของหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์

1.2 สร้างปัญหาจากแบบฝึกหัด แบบฝึกหัดโดยทั่วไปมักจะมีความซับซ้อนไม่มากนัก แต่แม้ว่าจะมีความซับซ้อน นักเรียนก็สามารถดัดแปลงวิธีการที่เรียนมาในชั้นเรียนใช้หาคำตอบได้ ผู้สอนสามารถสร้างปัญหาขึ้นเองจากแบบฝึกหัด ให้นักเรียนฝึกคิดต่อหลังจากที่ทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้ว ซึ่งปัญหาที่ผู้สอนสร้างขึ้นเองจากแบบฝึกหัดนี้จะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาได้อย่างเสรี

2. การใช้ข้อสอบแข่งขันพัฒนาทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ข้อสอบแข่งขันหรือข้อสอบคัดเลือกวิชาคณิตศาสตร์ของสถาบันที่มีชื่อเสียงต่าง ๆ เช่น ข้อสอบ

แข่งขันของสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ข้อสอบคัดเลือกเข้ามหาวิทยาลัย ข้อสอบเหล่านี้ถือได้ว่าเป็นปัญหาไม่ใช่โจทย์ปัญหาเหมือนอย่างเช่นในแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน เพราะเหตุว่าข้อสอบแทบทุกข้อของแต่ละฉบับค่อนข้างยาก มีความซับซ้อนไม่สามารถหาวิธีคิดหาคำตอบได้โดยตรง นักเรียนมักไม่เคยเห็นหรือมีประสบการณ์มาก่อน ข้อสอบนั้นเหมาะที่จะนำมาให้นักเรียนฝึกการคิดแก้ปัญหา แต่ข้อสอบบางข้อมีความซับซ้อน และยากที่จะแก้ปัญหาได้ แต่โดยลำพัง ครูผู้สอนจะมีบทบาทในการใช้คำถามเพื่อช่วยกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคิดในการแก้ปัญหา

3. การใช้หลักการคิดเลขเร็วพัฒนาทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา หลักการคิดเลขเร็ว เป็นการแสดงหลักการคิดคำนวณขั้นพื้นฐาน เช่น การบวก การลบ การคูณ การหาร การยกกำลัง เพื่อให้ได้ผลลัพธ์อย่างรวดเร็ว ครูสามารถสร้างกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะและความสามารถการแก้ปัญหาโดยนำหลักการคิดเลขเร็วมาเป็นสื่อได้ดังนี้

3.1 กำหนดหลักการคิดเลขเร็ว หรือให้นักเรียนศึกษาค้นคว้ามานำเสนอพร้อมทั้งอธิบายให้เหตุผล หรือพิสูจน์หลักการคิดเลขเร็วนั้นว่าเป็นจริง

3.2 กำหนดตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนค้นหารูปแบบ สรุปหลักการคิดเลขเร็วโดยการให้เหตุผลแบบอุปนัย หลังจากนั้นให้แสดงการตรวจสอบกฎโดยการให้เหตุผลแบบนิรนัย

3.3 จากหลักการคิดเลขเร็วที่ครูกำหนดให้ หรือจากที่นักเรียนค้นพบและตรวจสอบแล้วให้นักเรียนขยายแนวคิดนั้นสร้างหลักการคิดเลขเร็วขึ้นมาใหม่

รูปแบบของการจัดกิจกรรมสามารถทำได้ในรูปป้ายนิเทศ บัตรกิจกรรม ซึ่งมีแต่เฉพาะตัวปัญหาแล้วให้นักเรียนคิดหาคำตอบเอง หรืออาจมีคำถามเพื่อชี้แนะแนวทางซึ่งนำไปสู่คำตอบของปัญหาก็ได้ อาจจัดเป็นกิจกรรมให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล หรืออภิปรายร่วมกันเป็นกลุ่ม

4. การใช้ของเล่นเชิงคณิตศาสตร์พัฒนาทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของเล่นเชิงคณิตศาสตร์อาจมีชื่อเรียกเป็นอย่างอื่น เช่น ของเล่นชวนคิด ของเล่นพัฒนาความคิด ของเล่นฝึกสมองลองปัญหา จัดได้ว่าเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่งที่อยู่ในรูปแบบของเล่น ซึ่งผู้แก้ปัญหาสามารถจับต้องเพื่อทำความเข้าใจปัญหา วางแผน ทดลองเล่น และตรวจสอบได้ การที่ของเล่นเชิงคณิตศาสตร์มีแบบจำลองที่เป็นรูปธรรมทำให้สามารถดึงดูดความสนใจของนักเรียนให้อยากสัมผัส อยากทดลองแก้ปัญหา ของเล่นเชิงคณิตศาสตร์มีหลายชนิด เช่น ของเล่นประกอบรูปร่าง ของเล่นจัดลำดับ ของเล่นเชิงโทโพโลยี มีทั้งที่เป็นของไทยแท้ซึ่งสืบทอดกันมาแต่โบราณ และของต่างประเทศที่สามารถสร้างขึ้นเองได้ รูปแบบของการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาโดยใช้ของเล่นเชิงคณิตศาสตร์เป็นสื่อมีแนวทางดังนี้

- จัดทำอุปกรณ์ของเล่น พร้อมคำอธิบายประกอบการเล่นไว้ในมุมคณิตศาสตร์ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนศึกษาและทดลองเล่นด้วยตนเองอย่างอิสระ

- จัดทำอุปกรณ์ของเล่นแต่ละแบบให้มีจำนวนมากขึ้น เพื่อใช้เป็นสื่อในการร่วมกันอภิปรายเพื่อแก้ปัญหา ซึ่งอาจจัดในรูปกลุ่มสนใจ ชุมนุมคณิตศาสตร์ หรือเป็นกิจกรรมเสริมในชั้นเรียนก็ได้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 66-74) ได้เสนอวิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา

1.1 การพัฒนาทักษะการอ่าน การอ่านเป็นปัจจัยในการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนมักจะคุ้นเคยกับการอ่านข้อความยาว ๆ ซึ่งเป็นเรื่องราวที่สามารถทำความเข้าใจได้ไม่ยากนัก ต่างกับข้อความของโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัด หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มักจะสั้น ย่นย่อ รวบรัด การอ่านเพื่อทำความเข้าใจจำเป็นต้องใช้สมาธิ ใช้ความพยายามในการเก็บรายละเอียดของข้อมูลทั้งหมด และจะต้องสามารถวิเคราะห์ได้ว่าข้อมูลส่วนใดสำคัญบ้าง การจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะการอ่าน สามารถกระทำได้ในชั่วโมงคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะเมื่อถึงตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา ครูยังไม่ควรเริ่มต้นโดยมุ่งไปวิธีทำเพื่อหาคำตอบของปัญหาเลยทีเดียว แต่ครูต้องใช้เวลาในการฝึกการอ่าน และทำความเข้าใจข้อความในโจทย์ปัญหากันก่อน โดยอาจจะฝึกเป็นรายบุคคล หรือฝึกเป็นกลุ่มโดยอภิปรายร่วมกันถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหาความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความพอเพียง หรือความเกินพอของข้อมูลที่กำหนดให้ สำหรับนักเรียนบางคนที่มีปัญหาในการทำความเข้าใจปัญหาครูต้องจัดประสบการณ์เพิ่มเติมให้ เช่น การให้มีประสบการณ์จากการอ่านข้อความที่มีข้อมูลเชิงปริมาณจากหนังสือพิมพ์ หรือวารสารต่าง ๆ แล้วตั้งคำถามในสิ่งที่เป็นสาระสำคัญให้นักเรียนสามารถจับประเด็นจากสิ่งที่อ่านได้ ความสามารถในการเข้าใจข้อความที่อ่านจากโจทย์ปัญหาในตัวอย่าง แบบฝึกหัด หรือจากสื่ออื่น ๆ จะนำไปสู่ความสามารถในการเข้าใจปัญหาอื่น ๆ

1.2 การใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ มีกลวิธีหลายประการที่ช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้น เช่น

- การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหา จะทำให้ปัญหามีความเป็นรูปธรรมมากขึ้น ทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น
- การลดขนาดของปริมาณต่าง ๆ ที่กำหนดในตัวปัญหาลงในแนวทางที่จะเป็นไปได้เมื่อมีปริมาณน้อย ๆ จะช่วยให้โครงสร้างของปัญหามีความชัดเจนขึ้น การลดขนาดของปริมาณนี้จะต้องกระทำในแนวทางที่ถูกต้องมีความเป็นไปได้และสมเหตุสมผล เพราะมิฉะนั้นแล้วแทนที่จะช่วยให้เข้าใจปัญหาอาจทำให้ปัญหามีความยุ่งยากเพิ่มขึ้นก็ได้
- การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา กลวิธีนี้ใช้ได้ดีกับปัญหาการพิสูจน์ข้อความ การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับข้อความที่ต้องการพิสูจน์จะทำให้นักเรียนเข้าใจปัญหาดีขึ้น แต่ต้องคอยเตือนนักเรียนไว้เสมอว่า การยกตัวอย่างนั้นมิใช่เป็นการพิสูจน์ข้อความ
- การเปลี่ยนแปลงสถานการณ์ให้เป็นเรื่องใกล้ตัว สภาพการณ์ของปัญหาบางปัญหาอาจเป็นเรื่องที่ห่างไกลจากประสบการณ์ของนักเรียน อาจให้นักเรียนลองปรับเรื่องราวให้มาเป็นเรื่องที่ใกล้ตัวนักเรียนยิ่งขึ้น ถ้านักเรียนทำไม่ได้ ครูก็อาจดำเนินการเปลี่ยนแปลงเอง แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจกับปัญหาที่ปรับแล้วนี้ เช่น ปัญหาที่เกี่ยวกับวัฒนธรรม หรือปริมาณที่มี

หน่วยการวัดอย่างอื่นที่นักเรียนไม่คุ้นเคย อาจปรับสถานการณ์ใหม่ให้เรื่องที่เป็นวัฒนธรรมไทย หรือใช้ปริมาณที่นักเรียนรับรู้ได้

กลวิธีดังกล่าวนี้ควรเสนอแนะให้นักเรียนใช้อย่างสม่ำเสมอในการทำแบบฝึกหัดจนเกิดความเคยชินในการนำไปใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ

1.3 การใช้ปัญหาที่ใกล้เคียงชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำความเข้าใจ เช่น ใช้ปัญหาที่กำหนดข้อมูลเกินความจำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอเพื่อให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ว่าข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดไม่ได้ใช้บ้าง หรือหาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ต้องการข้อมูลด้านใดอีกบ้างเพราะปัญหาในชีวิตจริงนั้นมีปัจจัยที่เกี่ยวข้องมากมาย ผู้แก้ปัญหาจะต้องรู้จักเลือกเฉพาะปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหามาพิจารณา หรือบางครั้งมีข้อมูลไม่เพียงพอ ซึ่งเป็นหน้าที่ของผู้แก้ปัญหาจะต้องสืบหาข้อมูลมาให้เพียงพอกับการแก้ปัญหา

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหามีแนวทางดังนี้

2.1 ครูต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง เช่น อาจใช้คำถามถามนำ โดยอาศัยข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดให้ ถามแล้วเว้นระยะให้นักเรียนคิดหาคำตอบ ถ้าตอบไม่ได้เปลี่ยนคำถามใหม่ให้ง่ายลง คำตอบหลาย ๆ คำตอบของนักเรียนจะทำให้คำตอบของการวางแผนแก้ปัญหาค่อย ๆ ปรากฏชัดขึ้น หยุดใช้คำถามเมื่อนักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาแล้ว

2.2 ส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมาดัง ๆ คือสามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนเองคิดอะไร ไม่ใช่คิดอยู่ในใจตนเองเงียบ ๆ คนเดียว การคิดออกมาดัง ๆ อาจอยู่ในรูปการบอก หรือเขียนแบบแผนลำดับขั้นตอนการคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 สร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้คิดวางแผนก่อนลงมือทำเสมอ เพราะจะทำให้มองเห็นภาพรวม ๆ ของการแก้ปัญหา สามารถประเมินความเป็นไปได้ได้ทันทีในระยะเริ่มต้นก่อนที่จะลงมือทำไปแล้วจึงพบว่าหลงทางซึ่งทำให้เสียเวลา การทำงานอย่างมีแบบแผนเมื่อมีข้อบกพร่องเกิดขึ้นก็สามารถแก้ไขได้สะดวก ตรงประเด็น ควรเน้นว่าวิธีการแก้ปัญหานั้นสำคัญกว่าคำตอบเพราะวิธีการสามารถนำไปใช้ได้กว้างขวางกว่า

2.4 จัดหาปัญหามาให้นักเรียนฝึกคิดบ่อย ๆ ซึ่งจะต้องเป็นปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน ถ้าเป็นปัญหาที่ง่ายเกินไปอาจไม่เป็นที่สนใจของนักเรียนที่เรียนเก่ง แต่อาจเป็นสิ่งที่กระตุ้นความสนใจของนักเรียนที่เรียนอ่อน เพราะเขาได้มีโอกาสประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาได้เช่นกัน ถ้าปัญหานั้นเป็นปัญหาที่ยากเกินความสามารถของนักเรียนอาจมีส่วนทำให้นักเรียนเกิดความท้อถอย ไม่อยากคิด การให้นักเรียนได้มีโอกาสแก้ปัญหาบ่อย ๆ ทำให้ได้มีการวางแผน และได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ที่หลากหลาย สามารถพิจารณาเลือกเพื่อนำไปใช้ในการวางแผนเพื่อแก้ปัญหาใหม่ ๆ ได้

2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาควรส่งเสริมในนักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 รูปแบบ เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด ไม่ยึดติดอยู่ในรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง

โดยเฉพาะ การพิจารณาหายุทธวิธีใหม่จะก่อให้เกิดการคิดวางแผนแก้ปัญหาใหม่ นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน หลังจากทำความเข้าใจปัญหาและวางแผนแก้ปัญหาแล้ว ขั้นตอนต่อไปของการแก้ปัญหาคือ การลงมือแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ การวางแผนเป็นการจัดลำดับขั้นตอนความคิดอย่างคร่าว ๆ ไม่ละเอียดชัดเจนนัก ในขั้นดำเนินการตามแผนนักเรียนต้องตีความขยายความ นำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจนตามลำดับขั้นตอน ความสามารถดังกล่าวนี้สามารถสร้างให้เกิดขึ้นได้อย่างช้า ๆ ในตัวผู้เรียนจากการทำโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัดนั่นเอง โดยการฝึกให้นักเรียนวางแผนจัดลำดับความคิดก่อน แล้วจึงค่อยลงมือแสดงวิธีการหาคำตอบตามลำดับความคิดนั้น

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ ขั้นตรวจสอบของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็น ประเด็นแรก คือ การมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนการแก้ปัญหาตั้งแต่ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผน และขั้นดำเนินการตามแผนโดยพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการและผลลัพธ์รวมทั้งการพิจารณาหายุทธวิธีอื่น ๆ ในการแก้ปัญหา ประเด็นสอง คือ เป็นการมองไปข้างหน้า เป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เพิ่งสิ้นสุดลงนั้นทั้งในส่วนที่เป็นเนื้อหาและกระบวนการ โดยสร้างสรรค์ปัญหาที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์ขึ้นมาใหม่ การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหามีแนวทางดังนี้

4.1 กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ให้เคยชินจนเป็นนิสัย ในการทำแบบฝึกหัดเมื่อได้คำตอบแล้ว นักเรียนไม่ควรพึงพอใจอยู่เพียงเท่านั้น แต่จะต้องตรวจสอบดูความถูกต้องทั้งในส่วนที่เป็นกระบวนการ และคำตอบที่ได้ ครูอาจสร้างกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกตรวจสอบความถูกต้อง โดยการหาข้อพกพร่องจากการแสดงการแก้ปัญหาที่ครูสร้างขึ้นโดยเฉพาะก็ได้

4.2 ฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบ สำหรับปัญหาหรือแบบฝึกหัดที่มีการคิดคำนวณ เมื่อนักเรียนวางแผนแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ก่อนลงมือคิดคำนวณควรฝึกให้นักเรียนกะประมาณคาดคะเนคำตอบก่อน จากนั้นลงมือคิดคำนวณ แล้วเทียบเคียงผลลัพธ์ที่ได้กับค่าที่คาดคะเนไว้พิจารณาความเป็นไปได้

4.3 ฝึกการตีความหมายของคำตอบ เมื่อได้คำตอบของปัญหาแล้ว การตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบแต่เพียงอย่างเดียวนั้นยังไม่เพียงพอ ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักความหมายของคำตอบ คำตอบนั้นมีความหมายสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่ มีความสอดคล้องหรือไม่เพียงใด ชี้ให้นักเรียนเห็นว่าการตีความหมายของคำตอบนั้นมีความสำคัญเท่าเทียมกับวิธีการหาคำตอบ

4.4 สนับสนุนให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี ซึ่งอาจจะเป็นวิธีที่คล้ายกับตัวอย่างหรือวิธีที่นักเรียนสร้างสรรค์ขึ้นมาเองจากประสบการณ์ของนักเรียนเองก็ได้ จากนั้นพิจารณาว่าวิธีการเหล่านั้นถูกต้องหรือไม่ แตกต่างจากวิธีการที่แสดงในตัวอย่างหรือไม่ วิธีการใดสั้นและกะทัดรัดกว่า

4.5 ให้นักเรียนฝึดหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน โดยอาศัยสถานการณ์จากสภาพแวดล้อม จากกิจกรรมต่าง ๆ ในชีวิตจริง รวมทั้งการดัดแปลงโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัด ซึ่งนักเรียนจะทำได้เช่นนี้ได้จะต้องมีความเข้าใจในโครงสร้างของโจทย์ปัญหาเหล่านั้น เป็นการฝึกมองไปข้างหน้าโดยอาศัยประโยชน์จากการทำแบบฝึกหัดซึ่งใช้กระบวนการแก้ปัญหา ความเคยชินจากกระบวนการเหล่านี้ จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่มีความสามารถต่อไป

สุนีย์ เงินยวง (2546 : 22-23) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ควรเป็นดังนี้

1. ฝึกทักษะการอ่าน วิเคราะห์ทำความเข้าใจโจทย์ และตรวจสอบความรู้พื้นฐานของคำศัพท์ที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ เพื่อเพิ่มความสามารถในการตีความโจทย์ของนักเรียน

2. ปัญหาที่จะนำมาใช้นั้นควรเป็นโจทย์ที่สอดคล้องกับประสบการณ์ของนักเรียนและวิธีการนำเสนอโจทย์ปัญหาควรจะกระตุ้นให้นักเรียนต้องการที่จะแก้ปัญหา

3. สอนให้นักเรียนรู้จักวิธีการแก้ปัญหาหลาย ๆ รูปแบบ เพื่อให้นักเรียนสามารถเลือกและตัดสินใจใช้ให้เหมาะสมกับปัญหาที่แตกต่างกัน

4. ฝึกการคาดเดาคำตอบเพื่อให้นักเรียนเห็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาและสามารถไปสู่เป้าหมายของโจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง

5. ฝึกให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบที่ได้มาว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเหมาะสม ตามที่โจทย์ต้องการแล้วหรือไม่ เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการให้เหตุผลและยืนยันความถูกต้องของกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551 : 180-186) กล่าวถึงแนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาดังนี้

1. ครูควรใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ หรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้มีโอกาสทำงานร่วมมือเป็นทีมหรือกลุ่ม ได้ลงมือแก้ปัญหาและปฏิบัติภารกิจต่าง ๆ จนบรรลุจุดประสงค์ที่คาดหวังไว้ ได้พูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ได้สื่อสารและนำยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาของตน ได้อภิปรายถึงยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ได้สะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่กระทำร่วมกันตลอดจนได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน กล้าแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล มีทักษะการสื่อสารและทักษะการเข้าสังคม มีความเชื่อมั่นในตนเอง และสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้ ตลอดจนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้งและจดจำได้นานมากขึ้น ในการจัดกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ ครูจะต้องเลือก ขนาดของกลุ่ม ว่าควรเป็นเท่าไร ซึ่งโดยปกติกลุ่มละ 3-4 คน เมื่อเลือกขนาดของกลุ่มได้แล้ว ครูควรจัดนักเรียนเข้ากลุ่มโดยให้แต่ละกลุ่มมีนักเรียนที่มีระดับความสามารถเก่ง ปานกลางและอ่อน อยู่ในกลุ่มเดียวกัน หลังจากนั้นครูควรชี้แจงบทบาทและหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม โดยเน้นย้ำว่า ทุกคนต้องมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา เข้าใจ

งานของกลุ่มและสามารถอธิบายได้ ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมร่วมกันอยู่ ครูควรมีบทบาทในการตรวจตราสอดส่องการทำงานและพฤติกรรมของนักเรียนแต่ละคน คอยสอดแทรก/ขัดจังหวะกระบวนการแก้ปัญหาของกลุ่ม โดยใช้คำถามกระตุ้นเมื่อกลุ่มแก้ปัญหาไม่ได้หรือไม่ตรงประเด็น ตอบคำถาม (คำถามของกลุ่มเท่านั้น) และให้คำปรึกษาเท่าที่จำเป็น

2. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูอาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเอง เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดและกระบวนการของการแก้ปัญหา ได้เรียนรู้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ผ่านการแก้ปัญหา

3. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนคิด และนำเสอแนวคิดของตนอย่างอิสระ ครูอาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนเติมคำตอบเพียงคำตอบเดียว เติมคำตอบสั้น ๆ แล้วจึงเติมคำตอบเป็นข้อความหรือประโยค และเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับการได้คิด อธิบายในสิ่งที่ตนเองคิดและนำเสนอแนวคิดของตนแล้ว ครูควรให้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเพราะการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มจะช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะการคิด การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอร่วมกับเพื่อนสมาชิกในกลุ่มด้วย

4. ครูควรยอมรับความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด ซึ่งการตอบผิดของนักเรียนจะทำให้ครูได้รู้ว่าข้อผิดพลาดนั้นมาจากไหนและมีมากน้อยเพียงใด ครูไม่ควรย้ำสิ่งที่นักเรียนทำผิดหรือเข้าใจผิด แต่ครูควรซักถาม อธิบายและเปิดอภิปราย เพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

5. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนเริ่มต้นคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน เนื่องจากมีนักเรียนจำนวนมากไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นคิดแก้ปัญหาอย่างไร จึงรอให้ครูแนะและตั้งคำถามนำ ครูควรตระหนักว่าการถามนำมากเกินไป จะทำให้นักเรียนคุ้นเคยกับการคิดเพื่อตอบคำถามครูทีละคำถาม ต่อเนื่องกันจนได้คำตอบ โดยไม่คิดเพื่อหาวิธีแก้ปัญหาที่ครบขั้นตอนหรือกระบวนการด้วยตนเอง

6. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนคิดลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา ขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน ครูควรให้ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน เลือกใช้ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินกิจกรรม แล้วสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์และคุ้นเคยกับขั้นตอนและกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

7. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ครูควรกระตุ้นและสนับสนุนให้นักเรียนคิดหายุทธวิธีแก้ปัญหาอื่นที่แตกต่างจากเดิม แล้วให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาอื่นนั้น หาคำตอบของปัญหาอีกครั้ง เพื่อให้นักเรียนตระหนักว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี

8. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและตัดสินข้อสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง ซึ่งอาจเริ่มจากการให้นักเรียนฝึกตั้งคำถามกับตัวเองบ่อย ๆ โดยเป็นคำถามที่ต้องการคำอธิบาย เช่น เพราะเหตุใด ทำไม และอย่างไร แล้วให้นักเรียนลงมือสำรวจ สืบสวน รวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์และแบบรูป สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ตลอดจนตัดสินข้อสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

9. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ช่องทางการสื่อสารได้มากกว่าหนึ่งช่องทาง ในการนำเสนอยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาและนำเสนอยุทธวิธีในกระบวนการแก้ปัญหาแล้ว ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาใช้ช่องทางการสื่อสารอื่นที่ใช้ในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์อีกครั้ง เพื่อให้นักเรียนตระหนักว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ได้มากกว่าหนึ่งช่องทางการสื่อสาร

10. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาทั้งในคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ นักเรียนไม่เพียงมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบ แต่นักเรียนยังมีประสบการณ์ในการเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับแนวคิดของศาสตร์อื่นขณะแก้ปัญหาอีกด้วย ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าว่าคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในบริบทอื่น ๆ นอกเหนือจากคณิตศาสตร์ได้ และการแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบมีคุณค่ามากกว่าการแก้ปัญหาเดียวตลอดเวลา

11. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยอาศัยแนวคิด ยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิม ซึ่งในการสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมนี้จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของตนได้อย่างหลากหลายและเป็นอิสระ

12. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนรับรู้กระบวนการคิดของตนเอง ตรวจตราความคิดและกระบวนการคิดของตนเองว่า มีสิ่งใดบ้างที่รู้ และมีสิ่งใดบ้างที่ไม่รู้ ตลอดจนสะท้อนกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองออกมาด้วย

13. ครูควรเปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อให้นักเรียนได้มีความรู้เกี่ยวกับยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ครูควรเป็นผู้นำเปิดอภิปรายร่วมกับนักเรียนทั้งชั้นเกี่ยวกับยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาที่นักเรียนแต่ละคนได้ทำ แล้วร่วมกันพิจารณาและสรุปว่ายุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาใดที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า แนวทางการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาสามารถทำได้ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา คือ การพัฒนาทักษะการอ่าน การใช้กลวิธีที่ช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้น การใช้ปัญหาที่ใกล้เคียงชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำความเข้าใจ

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ครูต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมา

ดัง ๆ สร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้คิดวางแผนก่อนลงมือทำเสมอ จัดหาปัญหามาให้นักเรียนฝึกคิดบ่อย ๆ ส่งเสริมในนักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 รูปแบบ

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน ฝึกให้นักเรียนวางแผนจัดลำดับความคิดก่อน แล้วจึงค่อยลงมือแสดงวิธีการหาคำตอบตามลำดับความคิดนั้น

4.การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ให้เคยชินจนเป็นนิสัย ฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบ ฝึกการตีความหมายของคำตอบ สนับสนุนให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี ให้นักเรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน

2.9 ปัจจัยที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เฮดเดน และสเพียร์ (Hedden; & Speer. 1992 : 34-35) กล่าวถึงความสามารถของบุคคลในการแก้ปัญหาว่า ขึ้นอยู่กับหลายองค์ประกอบ ดังนี้

1. รูปแบบของการรับรู้
2. ความสามารถภายในตัวบุคคล
3. เทคนิคการประมวลผลข้อมูล
4. พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
5. ความต้องการที่จะหาคำตอบ
6. ความมั่นใจในความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา

บารูดี้ (Baroody. 1993 : 2-8) กล่าวถึง องค์ประกอบของการแก้ปัญหา ดังนี้

1. ด้านความรู้ความเข้าใจ (Cognitive Factors) ประกอบด้วย ความรู้เกี่ยวกับมโนคติและยุทธวิธีสำหรับการประยุกต์ความรู้กับสถานการณ์ใหม่ ๆ (ยุทธวิธีการแก้ปัญหา)

2. ด้านความรู้สึก (Affective Factors) เป็นแรงขับในการแก้ปัญหา และแรงขับนี้มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจและความเชื่อของนักเรียน

3. ด้านการสังเคราะห์ความคิด (Metacognitive Factor) เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งจะสามารถตอบตนเองได้ว่า ทรัพยากรอะไรบ้างที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และจะติดตามและควบคุมทรัพยากรเหล่านี้ได้อย่างไร

อดัมส์ เอลลิส และบีสัน (Adams; Ellis; & Beeson. 1977 : 174-175) กล่าวถึง ปัจจัยที่ส่งผลถึงความสามารถในการแก้ปัญหา 3 ด้าน คือ

1. สติปัญญา (Intelligence) การแก้ปัญหาจำเป็นต้องใช้ความคิดระดับสูง สติปัญญาจึงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งประการหนึ่งในการแก้ปัญหา องค์ประกอบของสติปัญญาที่มีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา คือ องค์ประกอบทางปริมาณ (quantitative factors) ดังนั้น นักเรียนบางคนอาจมีความสามารถในองค์ประกอบด้านภาษา (verbal factors) แต่อาจด้อยในความสามารถที่ไม่ใช่ภาษาหรือทางด้านปริมาณ

2. การอ่าน (Reading) การอ่านเป็นพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหา เพราะการแก้ปัญหาต้องอ่านอย่างรอบคอบ อ่านอย่างวิเคราะห์ อันจะนำไปสู่การตัดสินใจว่า ควรจะทำอะไรและอย่างไร มีนักเรียนจำนวนมากที่มีความสามารถในการอ่านแต่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้

3. ทักษะพื้นฐาน (Basic skills) หลังการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและตัดสินใจว่าทำอะไรแล้ว ก็ยังเหลือขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องเหมาะสม นั่นคือ นักเรียนจะต้องรู้การดำเนินการต่าง ๆ ที่จำเป็น ซึ่งก็คือ ทักษะพื้นฐานนั่นเอง

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 64-66) กล่าวถึงองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่าน และการฟัง เนื่องจากนักเรียนจะรับรู้ปัญหาได้จากการอ่าน และการฟัง แต่ปัญหาส่วนใหญ่มักอยู่ในรูปข้อความที่เป็นตัวอักษร เมื่อพบปัญหานักเรียนจะต้องอ่านและทำความเข้าใจโดยสามารถแยกประเด็นที่สำคัญ ๆ ของปัญหาออกมาให้ได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งต้องแยกแยะให้ได้ว่าปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง และปัญหาต้องการให้หาอะไร มีข้อมูลใดบ้างที่จำเป็นและไม่จำเป็นในการแก้ปัญหา การทำความเข้าใจปัญหาคณิตศาสตร์ต้องอาศัยองค์ความรู้เกี่ยวกับศัพท์ นิยาม มโนคติ และข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ซึ่งแสดงถึงศักยภาพทางสมองของนักเรียนในการระลึกถึงและสามารถนำมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ ปัจจัยสำคัญอีกประการหนึ่งที่ช่วยให้ทำความเข้าใจปัญหาเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ คือ การรู้จักเลือกใช้กลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การขีดเส้นใต้ข้อความสำคัญ การแบ่งวรรคตอน การจดบันทึกเพื่อแยกแยะประเด็นสำคัญ การเขียนภาพหรือแผนภูมิ การสร้างตัวแบบ การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา

2. ทักษะในการแก้ปัญหา ทักษะเกิดจากการฝึกฝนทำอยู่บ่อย ๆ จนเกิดความชำนาญ เมื่อนักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาอยู่เสมอ นักเรียนจะมีโอกาสได้พบปัญหาต่าง ๆ หลายรูปแบบซึ่งอาจจะมีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงกันหรือแตกต่างกัน นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา เมื่อเผชิญกับปัญหาใหม่ก็จะสามารถนำประสบการณ์เดิมมาเทียบเคียง พิจารณาว่าปัญหาใหม่นั้นมีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่ตนเองคุ้นเคยมาก่อนบ้างหรือไม่ ปัญหาใหม่นั้นสามารถแยกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่มีโครงสร้างของปัญหาคล้ายคลึงกับปัญหาที่เคยแก้มาแล้วหรือไม่ สามารถใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหาใหม่นี้ได้บ้าง นักเรียนที่มีทักษะในการแก้ปัญหาจะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว และเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณ และความสามารถในการให้เหตุผล หลังจากที่นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาและวางแผนในการแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ขั้นตอนต่อไป คือ การลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ซึ่งในขั้นตอนนี้ปัญหาบางปัญหาจะต้องใช้การคิดคำนวณและในบางปัญหาจะต้องใช้กระบวนการให้เหตุผล

การคิดคำนวณนับว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการแก้ปัญหา เพราะถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างแจ่มชัด และวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วคิดคำนวณไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหานั้นถือได้ว่าไม่ประสบความสำเร็จ นักเรียนจะต้องได้รับการฝึกฝนให้มีความสามารถในการคิดคำนวณมาตั้งแต่ระดับประถมศึกษา โดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะการคิดคำนวณพื้นฐาน ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ และการหาร ถ้านักเรียนได้รับการฝึกฝนมาไม่ดีพอย่อมเป็นปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์ทั่ว ๆ ไปไม่เฉพาะแต่การเรียนการแก้ปัญหาเท่านั้น สำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบายให้เหตุผล นักเรียนจะต้องอาศัยทักษะพื้นฐานในการเขียนการพูด นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจในกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความหมายของการพิสูจน์ และวิธีพิสูจน์แบบต่าง ๆ เท่าที่จำเป็นและเพียงพอในการนำไปใช้แก้ปัญหาในแต่ละระดับชั้น

4. แรงขับ เนื่องจากปัญหาเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ ซึ่งผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยและไม่สามารถหาวิธีการคิดหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ผู้แก้ปัญหาจะต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่เพื่อที่จะให้ได้คำตอบ นักเรียนผู้แก้ปัญหาจะต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้เกิดขึ้นจากปัจจัยทางด้านจิตพิสัย ซึ่งได้แก่ เจตคติ ความสนใจ อัตโนทัศน์ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหาซึ่งปัจจัยต่าง ๆ ทางด้านจิตพิสัย เหล่านี้ จะต้องใช้ระยะเวลายาวนานในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนโดยผ่านทางกิจกรรมต่าง ๆ ในการเรียนการสอน

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาที่ดีจะต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการคิดแก้ปัญหาโดยการบูรณาการความเข้าใจ ทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา ตลอดจนแรงขับที่มีอยู่เชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ สร้างเป็นองค์ความรู้ที่สามารถรับใช้เพื่อแก้ปัญหาใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2542 : 35-36) กล่าวถึง การฝึกกิจกรรมกระบวนการแก้ปัญหาดังนี้

1. ก่อนที่นักเรียนจะลองแก้ปัญหา นักเรียนควรอ่านโจทย์ให้เข้าใจถ้อยความคำถาม และคำศัพท์ที่อาจมีอยู่ในโจทย์ เช่น เลขโดด ตัวประกอบ เส้นทแยงมุม เป็นต้น โจทย์ให้รายละเอียดข้อเท็จจริงน้อยเกินไป หรือพอดี หรือมากเกินไปหรือไม่ นักเรียนสามารถเขียนโจทย์ใหม่หรือสรุปเรื่องราวในโจทย์โดยใช้ภาษาของตนเองได้หรือไม่ และสามารถเดาหรือคาดคะเนคำตอบที่เป็นไปได้ได้หรือไม่

2. นักเรียนมีแผนในการแก้ปัญหาหรือไม่ แผนดังกล่าวนี้เรียกว่า “ยุทธวิธี” ยุทธวิธีที่ใช้กันมากได้แก่ ค้นหารูปแบบ เขียนรูปหรือแผนภาพ แจงกรณีอย่างมีระบบ ทำตาราง ทำย้อนกลับ และใช้หลักเหตุผล

3. นักเรียนเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสม อาจใช้ยุทธวิธีหลายอันประกอบกัน หลังจากนั้นจึงลองแก้ปัญหา ถ้าไม่สามารถหาคำตอบได้ในเวลาที่กำหนด ให้ทำต่อไปจนกว่าจะได้คำตอบในระยะเริ่มต้น ความรวดเร็วไม่ใช่สิ่งสำคัญ เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ มากขึ้น มีความคิดทางด้านคณิตศาสตร์และมีทักษะมากขึ้นเวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหาจะลดลงตามธรรมชาติ

ถ้านักเรียนประสบความยุ่งยากในการคำนวณ อาจขอให้ครูช่วย หรือพี่เลี้ยงช่วย ถ้ายุทธวิธีดูเหมือนจะไม่สามารถหาคำตอบได้ให้ลองเลือกยุทธวิธีใหม่ ถ้ายังคิดหายุทธวิธีที่เหมาะสมไม่ได้ ให้ทำโจทย์ข้ออื่นก่อน หลังจากนั้นอาจต้องการลองแก้ปัญหาข้อนั้นอีก บางทีนักเรียนอาจจะคิดวิธีแก้ปัญหาข้อนั้นได้ภายหลัง

4. เมื่อนักเรียนได้คำตอบแล้ว ควรเปรียบเทียบกับคำตอบที่นักเรียนคาดคะเนไว้ คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ อ่านโจทย์และคำถามซ้ำอีกครั้ง เขียนคำตอบในรูปของประโยคที่สมบูรณ์ เปรียบเทียบคำตอบของนักเรียนกับคำตอบที่ให้ไว้ ถ้าคำตอบที่นักเรียนหาได้ถูกต้องแล้วให้คิดดูว่ามียุทธวิธีอื่นอีกหรือไม่ ที่ใช้แก้ปัญหาได้เช่นกัน ปัญหาข้อนี้สัมพันธ์หรือคล้ายคลึงกับปัญหาที่เคยพบมาก่อนหรือไม่ ถ้ายุทธวิธีในการแก้ปัญหาของนักเรียนแตกต่างจากยุทธวิธีที่ให้ไว้ให้เปรียบเทียบยุทธวิธีใดดีกว่า (หรือดีที่สุด) สำหรับนักเรียนเอง ถ้าแก้ปัญหาได้แต่ประสบปัญหายุ่งยากบางประการ ให้ลองแก้ปัญหาข้อนั้นอีกในภายหลัง เพื่อดูว่านักเรียนจำวิธีเอาชนะความยุ่งยากนั้นได้หรือไม่

ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการ (2544 : 106-107) กล่าวว่า สิ่งที่มีอิทธิพลมากที่สุดต่อการแก้ปัญหามีดังนี้

1. ความซับซ้อนของโจทย์ปัญหา ข้อมูลที่กำหนดให้มีจำนวนมาก
2. วิธีการนำเสนอโจทย์ปัญหา
3. ความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา
4. การใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง
5. การเริ่มต้นการแก้ปัญหา
6. ข้อมูลที่กำหนดให้ไม่เพียงพอ
7. เจตคติของนักเรียนที่มีต่อการแก้ปัญหา
8. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน

สรุปได้ว่า ปัจจัยที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา เมื่อนักเรียนพบปัญหาจะต้องอ่านและทำความเข้าใจว่าปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง และปัญหาต้องการให้หาอะไร มีข้อมูลใดบ้างที่จำเป็นและไม่จำเป็นในการแก้ปัญหา โดยอาศัยความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

2. ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา นักเรียนต้องวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหา เพื่อให้การแก้ปัญหาเป็นไปอย่างรวดเร็ว และเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณ บางปัญหาจะต้องใช้การคิดคำนวณ ซึ่งการคิดคำนวณนับว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการแก้ปัญหา เพราะเมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วคิดคำนวณไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหานั้นถือว่าไม่ประสบความสำเร็จ

4. ความสามารถในการให้เหตุผล บางปัญหาต้องใช้กระบวนการให้เหตุผล นักเรียนจะต้องอาศัยพื้นฐานในการเขียนหรือพูด มีความเข้าใจในกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

5. ความสามารถในการเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา นักเรียนอาจจะใช้หลายวิธีประกอบกันแล้วจึงทดลองแก้ปัญหา ในระยะเริ่มต้นอาจใช้เวลาในการแก้ปัญหามาก แต่เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้วิธีต่าง ๆ มากขึ้น เวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหาจะลดลงเอง

2.10 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

เบอร์กส์ (Burks. 1994 : 4019) ได้ใช้การเขียนเพื่อเป็นเครื่องมือในการสอนนักเรียนเกรด 8 ให้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ 4 ขั้น และยุทธวิธี 5 รูปแบบโดยให้ครู 5 คน ใช้บทเรียนซึ่งเน้นกิจกรรมเกี่ยวกับการเขียน กระบวนการ 4 ขั้น ประกอบด้วย การเข้าสู่ปัญหา (Enter) วางแผน (Plan) ลงมือแก้ปัญหา (Attack) และตรวจสอบ (Review) ซึ่งคล้ายกับแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาของโพลยา ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา คือ การหารูปแบบ การสร้างแผนภาพ การแจงรายการหรือการสร้างตาราง การเดาและตรวจสอบ และการทดลองแก้ปัญหาที่ง่ายกว่าเดิม โดยแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มทดลองซึ่งได้รับการสอนการแก้ปัญหา 2 สัปดาห์ หลังจากนั้นให้ทำกิจกรรมเกี่ยวกับการแก้ปัญหาใช้เวลา 7 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 2 วัน ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนการแก้ปัญหาในหนังสือเรียนตามปกติ ผลการศึกษาข้อมูลจากแบบทดสอบก่อนเรียน แบบทดสอบหลังเรียน การสัมภาษณ์ และแบบสอบถามทางด้านเจตคติ พบว่า นักเรียนและครูมีความเห็นว่ากิจกรรมที่สร้างขึ้นช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาโดยเฉพาะจะเห็นได้ชัดเจนมากเมื่อเปรียบเทียบระหว่างนักเรียนที่มีความสามารถระดับต่ำของทั้งสองกลุ่ม

กูยา (Gooya. 1994 : 2865) ได้ศึกษาความเข้าใจในคณิตศาสตร์และความเชื่อมั่นในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาจากการสอนที่เน้นการสังเคราะห์ความคิดและการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหากับนักศึกษาระดับปริญญาตรีที่ไม่ใช่สายวิทยาศาสตร์โดยจัดกิจกรรมการเรียนเป็น 3 ลักษณะ คือ การเขียนสรุป การใช้กลุ่มย่อย และการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น พบว่า การเขียนสรุปเป็นการสื่อสารระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน ช่วยให้ผู้เรียนเกิดความชัดเจนในแนวคิด สำหรับกลุ่มย่อยผู้เรียนได้เรียนรู้และติดตามการทำงานของกลุ่ม ได้อภิปรายปัญหากับคนอื่น ๆ และทำงานร่วมกันทำให้เกิดการตัดสินใจที่เหมาะสม ส่วนการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นทำให้ผู้เรียนได้พบจุดอ่อนและจุดเด่นของตนเอง ช่วยให้นักเรียนได้พิจารณาและตัดสินใจได้ดีขึ้น นอกจากนี้การใช้สื่อเสริมและนวัตกรรมต่าง ๆ ทำให้ผู้เรียนเข้าใจถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่างไปจากเดิมที่เข้าใจว่าเป็นการประยุกต์ใช้กฎหรือสูตรต่าง ๆ มาเป็นกระบวนการทำความเข้าใจและสร้างความรู้ใหม่

ทูกอว์ (Tougaw. 1994 : 2934) ได้ศึกษาผลการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาแบบเปิดกว้าง (Open Approach) ในการสอนคณิตศาสตร์โดยศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาและเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์กับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โดยการสร้างข้อคาดเดา การสืบค้น การค้นพบ การอภิปราย การพิสูจน์ และการหารูปทั่วไป ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นักเรียนต้องใช้ความรู้ทักษะ กระบวนการคิดและเจตคติทางบวก ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ผ่านการสอนโดยการแก้ปัญหาแบบเปิดกว้างมีเจตคติทางบวกต่อการเรียนและเพศไม่มีความแตกต่างต่อพฤติกรรมการแก้ปัญหา

ฟิกส์ดอล (Fiksdal. 1996 : 1064) ศึกษาการสอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหา โดยแบ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งกลุ่มทดลองได้รับการสอนยุทธวิธีการแก้ปัญหา 5 ยุทธวิธี คือ การสร้างแผนภาพ การแจงรายการ การแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า การใช้ตัวแปร และการหาแบบรูป ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มทดลองมีความชำนาญในการแก้ปัญหาและใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้เพิ่มขึ้นมากกว่ากลุ่มควบคุม

เวียสท์ (Wiest. 1997 : 5091) ศึกษาบทบาทของปัญหาที่มีเนื้อหาแปลกประหลาด (ทั้งในระดับน้อยและมาก) และปัญหาในชีวิตจริง (ทั้งที่เกี่ยวข้องกับเด็กและเกี่ยวข้องกับผู้ใหญ่) ที่มีผลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 4 และเกรด 6 ซึ่งเป็นนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาต่ำ ผลการศึกษาพบว่า มโนคติเกี่ยวกับเรื่องราวที่อยู่ในตัวปัญหา ความสามารถในการอ่าน โครงสร้างของภาษา และความสามารถเฉพาะตัวของนักเรียนต่างมีอิทธิพลต่อเจตคติในการแก้ปัญหาและความสามารถในการแก้ปัญหา นอกจากนั้นยังพบว่า นักเรียนชอบแก้ปัญหาที่มีเนื้อหาที่แปลกประหลาดทั้งในระดับน้อยและมากตลอดจนปัญหาในชีวิตจริงที่เกี่ยวข้องกับเด็กมากกว่าปัญหาในชีวิตจริงที่เกี่ยวข้องกับผู้ใหญ่ และความแตกต่างระหว่างเพศไม่มีผลต่อการแก้ปัญหา แต่นักเรียนที่มาจากชุมชนในเมืองและครอบครัวชนชั้นกลางมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดีกว่านักเรียนที่มาจากชุมชนในตำบลและครอบครัวที่ใช้แรงงาน เมื่อพิจารณาเฉพาะปัญหาที่เขาแก้ พบว่า นักเรียนเกรด 4 และเกรด 6 สามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสมร้อยละ 58 และร้อยละ 76 ตามลำดับ

แพนดิสซิโอ (Pandiscio. 2002: 216-220) ได้ทำการวิจัยโดยสำรวจการเชื่อมโยงมโนคติการพิสูจน์กับการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตของนักศึกษาฝึกสอน โดยใช้นักศึกษาฝึกสอน 4 คน (ชาย 2 คน หญิง 2 คน) แก้ปัญหาเรขาคณิตที่ไม่คุ้นเคย โดยใช้พื้นฐานมโนคติของยูคลิดจำนวน 2 ข้อ ให้สร้างการพิสูจน์ตามรูปแบบที่ให้ผลออกมาเป็นรูปแบบกรณีทั่วไปและให้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต ผลปรากฏว่า นักศึกษาฝึกสอนทั้ง 4 คนยอมรับว่าแม้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตจะไม่ได้ช่วยในการพิสูจน์ แต่ก็เป็นเครื่องมือช่วยสร้างการรับรู้ให้เกิดความเข้าใจสามารถเชื่อมโยงในปัญหาหรือทฤษฎีบท แล้วนำไปใช้ในการพิสูจน์ได้

เพรทลิ (Pretli. 2003 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่องการสืบสวนเกี่ยวกับผลการใช้คำสำคัญในปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีตัวแปร 2 ตัว ที่มีต่อความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 10 ในเรื่องการแก้ปัญหา จุดมุ่งหมายของงานวิจัยนี้คือ การกำหนดในการใช้คำสำคัญในเรื่อง

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งจะมีผลต่อความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหา กลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นนักเรียนเกรด 10 ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ในออนตาริโอ และนักเรียนที่ถูกเลือกมาจากโรงเรียน 40 มัธยมของรัฐบาลที่หลากหลายในวินเซอร์และพื้นที่โดยรอบ ในการสอบก่อนเรียนได้จัดให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการเรียนโดยกำหนดให้มีความแตกต่างของระดับนัยสำคัญทางสถิติระหว่างกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง จากผลการสอบก่อนเรียนพบว่าไม่มีนัยสำคัญทางสถิติระหว่างกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง และในกลุ่มปฏิสัมพันธ์ระหว่างครู (ปัจจัย A) และกลุ่มพิเศษ (ปัจจัย B) ก็ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติเช่นเดียวกัน ดังนั้นไม่มีผลทางสถิติในการวิเคราะห์ปัจจัยร่วม (ก่อนเรียน) ในการเรียน 7 วันสุดท้าย ในแต่ละวันมีระยะเวลา 74 นาที ซึ่งในการเรียนวันสุดท้ายมีการสอบหลังเรียนโดยให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการสืบสวนสอบสวน ผลการใช้คำสำคัญกับปัญหา ซึ่งสถิติ ANOVA แสดงผลการสอบหลังเรียนโดยพบว่ามีระดับนัยสำคัญที่ .01 สำหรับทั้ง 3 ปัจจัยคือ A, B และ A $\times$ B

วิลเลียม (William. 2003: 185-187) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาว่าสามารถช่วยเสริมการทำงานแก้ปัญหาได้ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่กำลังเริ่มต้นเรียนพีชคณิตจำนวน 42 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 22 คน และกลุ่มควบคุม 20 คน กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การเขียนตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้การแก้ปัญหาตามขั้นตอนแต่ไม่ต้องฝึกเขียน มีการทดสอบทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองสามารถทำงานแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม และนักเรียนกลุ่มทดลองมีการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาได้เร็วกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มทดลองพบว่า นักเรียนจำนวน 75% มีความพอใจในกิจกรรมการเรียนและนักเรียนจำนวน 80% บอกว่ากิจกรรมการเขียนจะช่วยให้เขาเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีขึ้นได้

แวน (Van. 2006: Abstract) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการนึกภาพ ภาพจำลองและการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ของนักเรียนด้วยความสามารถที่หลากหลาย ซึ่งจุดประสงค์ของการศึกษาครั้งนี้เป็นการทดลองใช้ภาพจำลองและความสัมพันธ์กับความสามารถในการนึกภาพของนักเรียนขณะที่ทำการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ นักเรียนที่ไร้ความสามารถที่จะเรียนรู้, นักเรียนที่ได้มาจากระดับทั่วไป และนักเรียนที่มีพรสวรรค์ในเกรด 6 จำนวน 66 คน ที่มีส่วนร่วมในการศึกษาครั้งนี้ นักเรียนถูกประเมินด้วยเครื่องมือของการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การแสดงออกทางภาพจำลอง และความสามารถในการนึกภาพ พบว่านักเรียนที่มีพรสวรรค์จะปฏิบัติได้ดีกว่านักเรียนที่ไร้ความสามารถที่จะเรียนรู้และผู้ที่ได้มาจากระดับทั่วไป นอกจากนี้ การใช้ภาพจำลองเกี่ยวกับแผนภูมิมีนัยสำคัญและความเหมาะสมที่เป็นไปได้ด้วยสูงกว่า การปฏิบัติบนการวัดภาพจำลองแต่ละอัน และการสนทนานั้นสัมพันธ์กันทางลบกับการใช้รูปแบบที่มีภาพประกอบ

งานวิจัยในประเทศ

กรองทิพย์ พงษ์ลิมศรี (2535 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาวิธีสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยจัดกิจกรรมการสอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกการพิสูจน์ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมตามกระบวนการแก้ปัญหาทีละขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 หาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ แปลงเป็นรูปและสัญลักษณ์ เป็นการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 2 หาสิ่งที่โจทย์ต้องการพิสูจน์ และแปลงเป็นสัญลักษณ์

ขั้นที่ 3 หาสิ่งที่จะได้เพิ่มเติมจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ โดยพิจารณาจากสัจพจน์ สิ่งที่เห็นจริง นิยาม และทฤษฎีบทต่าง ๆ พร้อมทั้งเขียนเป็นสัญลักษณ์

ขั้นที่ 4 ใช้กระบวนการวิเคราะห์ และสังเคราะห์จากสิ่งที่ได้จากขั้นที่ 2 และขั้นที่ 3 เพื่อหาเหตุต่าง ๆ ของผล และหาผลต่าง ๆ จากเหตุ

ขั้นที่ 5 เรียบเรียงการพิสูจน์ จากเหตุต่าง ๆ ตามลำดับไปสู่ผล

ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหาและนักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหาสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ

สุขจิตร ตั้งเจริญ (2543 : บทคัดย่อ) ศึกษาการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยฝึกการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหา 4 กลวิธี ได้แก่ กลวิธีเดาและตรวจสอบ กลวิธีสร้างตาราง กลวิธีวาดภาพ และกลวิธีทำย้อนกลับ พบว่าผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการฝึกการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมที่ไม่ได้รับการฝึกการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหา อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงใช้กลวิธีในการแก้ปัญหามากกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำ และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ปานกลางใช้กลวิธีในการแก้ปัญหามากกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ต่ำ และนักเรียนเลือกใช้กลวิธีเดาและตรวจสอบมากที่สุดในการแก้โจทย์ปัญหา รองลงมาคือกลวิธีทำย้อนกลับและกลวิธีวาดภาพ ตามลำดับ ส่วนกลวิธีสร้างตารางนักเรียนเลือกใช้น้อยที่สุด

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้กิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด พบว่าก่อนการทดลองนักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาค่อนข้างต่ำ ในระหว่างเรียนความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนค่อย ๆ พัฒนาขึ้นจากการแก้ปัญหาที่ต้องใช้การถามกระตุ้นแนะแนวทางแก้ไขปัญหาอย่างละเอียดไปเป็นการแก้ปัญหาที่ใช้การถามกระตุ้นให้คิดน้อยลง ในระยะสุดท้าย

ของการทดลองนักเรียนสามารถวางแผนกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาเองได้อย่างอิสระ และในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาหลังการทดลองนักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่มีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนเคยมีประสบการณ์มาก่อนได้ดีกว่าปัญหาที่แปลกใหม่

ปฐมพร บุญลี (2545 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถในการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากชุดแบบฝึกทักษะ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.1

เอนก จันทรจรูญ (2545 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการเรียนการสอนฝึกการแก้ปัญหาผ่านกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นของโพลยา และแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตของวิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ โดยใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา 10 ยุทธวิธี ได้แก่ ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ ยุทธวิธีการหารูปแบบ ยุทธวิธีเขียนแผนภาพหรือภาพประกอบ ยุทธวิธีแจงกรณีที่เป็นไปได้ ยุทธวิธีการทำย้อนกลับ ยุทธวิธีการสร้างตารางหรือกราฟ ยุทธวิธีการให้เหตุผล ยุทธวิธีการพิจารณากรณีที่ง่ายกว่าหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย ยุทธวิธีลงมือแก้ปัญหาเลย และยุทธวิธีการใช้แบบจำลอง พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังใช้ชุดการเรียนการสอนสูงกว่าก่อนใช้ชุดการเรียนการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นัฏกัญญา เจริญเกียรติบวร (2547 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากใช้การเรียนแบบร่วมมือสูงกว่าก่อนใช้การเรียนแบบร่วมมือ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วลีพร เดชเดชา (2547 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางเรขาคณิต ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางเรขาคณิตสูงกว่าก่อนการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางเรขาคณิตทุกเนื้อหาวิชา อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อรชร ภูบุญเติม (2550 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน (Representation) ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนหลังการสอนการแก้โจทย์สมการโดยการใช้ตัวแทน สูงกว่าก่อนสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัย จะเห็นได้ว่า การแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นที่นักเรียนทุกคนจะต้องเรียนรู้ เข้าใจ สามารถคิดเป็น และแก้ปัญหาได้ เพื่อจะนำกระบวนการนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันต่อไป เพราะการได้ฝึกการแก้ปัญหาจะช่วยให้นักเรียนรู้จักคิด มีระเบียบขั้นตอนในการคิด รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และรู้จักตัดสินใจอย่างฉลาด

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของการสื่อสาร

คำว่า “การสื่อสาร” ตรงกับคำในภาษาอังกฤษว่า communication มาจากภาษาลาตินว่า “communis” หรือ “common” ในภาษาอังกฤษมีความหมายว่าเหมือนกัน หรือร่วมกัน ดังนั้น เมื่อเราทำการสื่อสาร ก็คือ การที่เรามีความร่วมกันในการสื่อสาร สำหรับความหมายของการสื่อสาร มีผู้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ ดังนี้

เอเมอรี่ และคนอื่น ๆ (Emery; et al. 1960 : 3) ให้ความหมายของการสื่อสารว่า เป็นศิลปะของการถ่ายทอดข่าวสาร ความคิด และเจตคติจากคนหนึ่งไปยังอีกคนหนึ่ง

ฮาร์แนค และเฟสต์ (Harnack; & Fest. 1964 : 399) กล่าวว่า การสื่อสาร เป็นกระบวนการซึ่งคนเรามีปฏิกิริยาต่อกัน เพื่อความมุ่งหมายที่จะทำให้เกิดการผสมผสานกลมกลืนกันทั้งในระหว่างบุคคลและภายในตัวบุคคลผู้นั้นเอง

นิวคอมบ์ (Newcomb. 1965 : 129) กล่าวว่า การสื่อสาร คือ รูปแบบหนึ่งของการแลกเปลี่ยนซึ่งกันและกันระหว่างบุคคล ซึ่งหากเราจะกล่าวในเชิงโวหารแล้ว การแลกเปลี่ยนนั้นอาจทำให้บุคคลสามารถเข้าถึงจิตใจของผู้อื่นได้

ไรท์ (Wright. 1967 : 11) กล่าวว่า การสื่อสาร เป็นกระบวนการในการส่งทอดความหมายระหว่างบุคคลต่าง ๆ

ฮีเบิร์ท (Hiebert. 1974 : 6) ได้กล่าวว่า การสื่อสาร เป็นกระบวนการที่มีความเคลื่อนไหว และความต่อเนื่อง โดยมีเป้าหมายที่เฉพาะเจาะจง เช่น เพื่อแลกเปลี่ยนประสบการณ์ เพื่อถ่ายทอดค่านิยมทางสังคม เป็นต้น

บาร์เกอร์ (Barker. 1981 : 3) กล่าวว่า การสื่อสาร เป็นกระบวนการในการแลกเปลี่ยนข่าวสารที่มีลักษณะเป็นพลวัต (Dynamic) เปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา (Everchanging) และไม่มีที่สิ้นสุด (Unending)

ทับส์ และมอส (Tubbs; & Moss. 1983 : 4) กล่าวว่า การสื่อสาร เป็นกระบวนการของการร่วมกันสร้างสรรค์ความหมายระหว่างคนสองคนหรือมากกว่านั้น

วิลมอต (Wilmot. 1987 : 6) กล่าวว่า การสื่อสาร มีลักษณะที่เป็นกระบวนการ กล่าวคือ การสื่อสารเป็นกิจกรรมที่เกิดขึ้นอย่างต่อเนื่องกันระหว่างผู้ส่งสารกับผู้รับสาร โดยที่องค์ประกอบของการสื่อสารแต่ละองค์ประกอบมีความสัมพันธ์และเกี่ยวข้องกัน

เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต (2528 : 23) กล่าวว่า การสื่อสาร คือ กระบวนการถ่ายทอดสารจากผู้ส่งไปยังผู้รับ เพื่อให้เกิดความเข้าใจหรือรับรู้ร่วมกัน

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2530 : 4) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นกระบวนการส่งหรือถ่ายทอดเนื้อหาสาระ ประสบการณ์ ความคิดเห็น ความรู้สึก อารมณ์ ความสนใจ ทัศนคติ ค่านิยม และทักษะความชำนาญจากผู้ส่งไปยังผู้รับ โดยผ่านสื่อกลางและมีผลย้อนกลับมายังผู้ส่งเพื่อให้ได้ทราบปฏิกิริยาของผู้รับสาร

สวนิต ยมาภัย (2533 : 18) กล่าวว่า การสื่อสาร หมายถึง การนำเรื่องราวต่าง ๆ ที่เป็นข้อเท็จจริง ข้อคิดเห็น หรือความรู้สึก โดยอาศัยเครื่องนำไปโดยวิธีใกวิธีหนึ่งให้ไปถึงจุดหมายปลายทางที่ต้องการจนทำให้เกิดการกำหนดรู้ความหมายแห่งเรื่องราวขึ้นร่วมกันได้

บุญศรี ปราบณศักดิ์ และศิริพร จิรวัฒน์กุล (2534 : 9) กล่าวว่า การสื่อสาร คือ กระบวนการแลกเปลี่ยน และร่วมกันรับรู้เรื่องราวข่าวสารต่าง ๆ โดยมีความเข้าใจร่วมกันต่อสัญลักษณ์ที่แสดงเรื่องราวข่าวสารนั้น ๆ

ปรมะ สตะเวทิน (2534 : 7) ได้กล่าวว่า การสื่อสาร คือ กระบวนการของการถ่ายทอดสาร (message) จากบุคคลฝ่ายหนึ่งซึ่งเรียกว่า ผู้ส่งสาร (source) ไปยังบุคคลอีกฝ่ายหนึ่งซึ่งเรียกว่าผู้รับสาร (receiver) โดยผ่านสื่อ (channel)

มณฑล ใบบัว (2536 : 3) ให้ความหมายการสื่อสารว่า การสื่อสาร คือ กระบวนการทำความเข้าใจซึ่งกันและกัน

พูนทรัพย์ สิทธิพรหม (2540 : 3) ได้ให้ความหมายของสื่อสารไว้ว่า การสื่อสาร หมายถึงการที่มนุษย์เรามีปฏิสัมพันธ์กันที่จะสร้างความเข้าใจร่วมกันเพื่อดำรงชีวิตอยู่ในสังคมเดียวกัน

เกศินี จุฑาวิจิตร (2542 : 4) ได้ให้คำนิยามว่า การสื่อสาร เป็นกระบวนการที่มีความเคลื่อนไหวและเป็นการกระทำอย่างต่อเนื่องในการส่งและรับสารระหว่างผู้ส่งสารกับผู้รับสาร โดยผ่านสื่อต่าง ๆ อย่างมีวัตถุประสงค์ที่ชัดเจน

กิดานันท์ มลิทอง (2543 : 21) อธิบายว่า การสื่อสาร หมายถึงการถ่ายทอดเรื่องราว การแลกเปลี่ยนความคิด การแสดงออกของข้อความคิดและความรู้สึก นอกจากนี้การสื่อสารยังเป็นการที่บุคคลในสังคมมีปฏิสัมพันธ์โต้ตอบกันโดยผ่านทางข้อมูลข่าวสาร สัญลักษณ์และเครื่องหมายต่าง ๆ ด้วย

ณรงค์ สมพงษ์ (2543 : 4) กล่าวว่า การสื่อสาร หมายถึง กระบวนการในการส่งหรือแลกเปลี่ยนข่าวสาร ความคิด และทัศนคติจากบุคคลหนึ่งไปยังอีกบุคคลหนึ่ง

เนตรชนก คงทน (2545 : 2) อธิบายว่า การสื่อสาร คือ กระบวนการถ่ายทอดข้อมูลข่าวสาร จากผู้ส่งสารไปยังผู้รับสารโดยผ่านช่องทางการสื่อสาร เพื่อมีอิทธิพลต่อผู้รับสารไม่ทางใดก็ทางหนึ่ง

ศิริพร รัตนโกสินทร์ (2546 : 28) กล่าวว่า การสื่อสาร หมายถึง กระบวนการในการถ่ายทอดและแลกเปลี่ยนข่าวสาร ความคิด และทัศนคติจากบุคคลหนึ่งไปยังอีกบุคคลหนึ่ง เพื่อสร้างความเข้าใจร่วมกัน

บุญเลิศ ศุภดิลก (2548 : 82) ได้นิยามการสื่อสารไว้ว่า การสื่อสาร คือ กระบวนการแบ่งปันข่าวสารระหว่างมนุษย์

กิติมา สุรสนธิ (2549 : 1) กล่าวว่า การสื่อสาร หมายถึง การสร้างความร่วมกัน ความคล้ายคลึงกัน ให้เกิดขึ้นระหว่างผู้ส่งสารและผู้รับสาร ซึ่งทั้งสองฝ่ายจะต้องมีวัตถุประสงค์ในการสื่อสารที่สอดคล้องกันการสื่อสารจึงจะประสบความสำเร็จ

สุกัญญา บูรณเดชาชัย (2550 : 3) ได้กล่าวถึงความหมายของการสื่อสารไว้ 2 ประการ คือ

1. การสื่อสาร หมายถึง การสื่อสารระหว่างมนุษย์ (human communication) เท่านั้น ไม่รวมถึงการคมนาคมขนส่ง (transportation) สินค้า วัตถุสิ่งของ หรือบุคคลโดยอาศัยถนนหนทางแต่อย่างใด การสื่อสารเป็นพฤติกรรมอย่างหนึ่งของมนุษย์ (human behavior) ซึ่งมีความสัมพันธ์กับจิตใจ และการแสดงออกของคนที่ทำการสื่อสารกัน

2. การสื่อสารจะมีการแลกเปลี่ยน “ข่าวสาร” (information) ทัศนคติ (attitudes) ความคิด (idea) ฯลฯ ซึ่งในวงการสื่อสารมวลชนจะหมายถึง สาร (message) และเนื้อหาที่ผู้ส่งสารส่งผ่านสื่อไปยังผู้รับสาร

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551 : 71) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นกระบวนการถ่ายทอดข่าวสารจากผู้ส่งสาร (source) ไปยังผู้รับสาร (receiver) โดยนำเสนอผ่านช่องทางการสื่อสาร (Channel) ต่าง ๆ ได้แก่ การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การดู และการแสดงท่าทาง โดยอาจไม่ใช้สื่อ หรือใช้สื่อต่าง ๆ เช่น วิทยุ โทรทัศน์ หนังสือพิมพ์ วารสารหรือสิ่งตีพิมพ์ต่าง ๆ และอินเทอร์เน็ต

จากความหมายของการสื่อสารข้างต้น สรุปได้ว่า การสื่อสาร หมายถึง กระบวนการส่งหรือแลกเปลี่ยนข่าวสาร ความคิดเห็น ประสบการณ์ เจตคติ จากคนหนึ่งไปยังอีกคนหนึ่งโดยผ่านสื่อเพื่อสร้างความเข้าใจร่วมกัน

3.2 ความสำคัญของการสื่อสาร

เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต (2528 : 21-22) กล่าวว่า สื่อสาร เป็นกระบวนการทางสังคมเบื้องต้นที่จำเป็นอย่างยิ่งสำหรับสังคมมนุษย์ การสื่อสารในสังคมเจริญเพียงใด ความเจริญก้าวหน้าของสังคมย่อมมีเพียงนั้น ระบบการสื่อสารที่ทันสมัยในปัจจุบันช่วยอำนวยความสะดวกให้กับผู้สื่อสารมาก เป็นการเพิ่มพูนประสิทธิภาพในการทำงานให้สูงขึ้น

ถิรนันท์ อนวัชศิริวงศ์ (2529 : 1) กล่าวว่า การที่สังคมมนุษย์ดำรงสภาพเป็นสังคมอยู่ได้ก็เพราะมีการสื่อสารสัมพันธ์กัน การสื่อสารเป็นปรากฏการณ์ที่เชื่อมโยงหน่วยต่าง ๆ ในสังคม โดยเฉพาะอย่างยิ่งคือหน่วยบุคคลซึ่งเป็นหน่วยที่เล็กที่สุดเข้าด้วยกัน การสื่อสารของบุคคลหรือมนุษย์นี้ อาจจะกล่าวได้ว่าเป็นปรากฏการณ์ที่ซับซ้อนที่สุดในบรรดาปรากฏการณ์ของชีวิต

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2530 : 6-7) กล่าวว่า มนุษย์และสัตว์ มีความจำเป็นที่ต้องสื่อสาร 5 ประการ คือ

1. สื่อสารเพื่อสื่อความต้องการ มนุษย์และสัตว์ต้องสื่อความต้องการของตนให้อีกฝ่ายหนึ่งรับทราบเพื่อจะให้ได้มาซึ่งสิ่งที่ตนต้องการอันจะทำให้ตนเองอยู่รอด

2. การสื่อสารเพื่อสื่อความคิดเห็น มนุษย์และสัตว์ต้องสื่อความคิดเห็นของตนให้ผู้อื่นรับทราบเพื่อให้เกิดสภาวะสมดุลย์ของการอยู่ร่วมกัน เช่น แสดงข้อเสนอแนะตอบคำถาม วิธีแก้ปัญหาต่าง ๆ

3. สื่อสารเพื่อถ่ายทอดความรู้ ทัศนคติและความชำนาญ มนุษย์และสัตว์ต้องถ่ายทอดความรู้ ความนึกคิด ทัศนคติ ค่านิยมและทักษะความชำนาญไปยังอีกฝ่ายหนึ่งเพื่อประโยชน์ของฝ่ายรับ หรือประโยชน์ร่วมกัน

4. สื่อสารเพื่อการเตือนหรือการห้าม มนุษย์และสัตว์ต้องสื่อคำเตือนให้ระวังคำห้ามมิให้ละเมิดคำสั่งให้ปฏิบัติและคำชี้ชวนให้ทำเพื่อประโยชน์ของผู้รับและ/หรือประโยชน์ส่วนรวม มิใช่ประโยชน์ของผู้ส่งโดยตรง

5. สื่อสารเพื่อการโต้ตอบและสื่อเรื่องราว มนุษย์และสัตว์ต้องโต้ตอบกันระหว่างมนุษย์กับมนุษย์ มนุษย์กับสัตว์ และสัตว์กับสัตว์เอง เพื่อให้ทราบเรื่องราวความเป็นไปในอดีต ปัจจุบัน และอนาคตของทั้งสองฝ่าย

แม้นมาส ชวลิต และคนอื่น ๆ (2532 : 6-7) กล่าวว่า การสื่อสารช่วยเสริมให้เป้าหมายของสถาบันหรือองค์กรประสบความสำเร็จได้ การบอกกล่าวให้ความรู้ ให้ข้อมูลข่าวสารทำให้เกิดความเคลื่อนไหวในการทำงานไปในทิศทางที่กำหนด เกิดการรับรู้ในเรื่องเดียวกัน มีข้อมูลเพียงพอในการตัดสินใจ

บุญศรี ปราบณศักดิ์ และศิริพร จิรวัฒน์กุล (2534 : 10) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารไว้ 3 ประการ คือ

1. การสื่อสารเป็นองค์ประกอบสำคัญของชีวิตมนุษย์

2. การสื่อสารเป็นสายใยของสังคมชน

3. การสื่อสารเป็นความจำเป็นพื้นฐานอีกอย่างหนึ่งของมนุษย์

ปรมะ สตะเวทิน (2534 : 8-13) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารที่มีต่อมนุษย์ 5 ประการ คือ

1. ความสำคัญต่อความเป็นสังคม การที่มนุษย์สามารถรวมตัวกันเป็นกลุ่มเป็นสังคม นับตั้งแต่การรวมตัวกันเป็นครอบครัว ชุมชน เผ่าพันธุ์ จนกระทั้งถึงการรวมตัวเป็นสังคมขนาดใหญ่ในระดับประเทศนั้นอาศัยการสื่อสารเป็นพื้นฐาน กล่าวคือ การมีสังคมมนุษย์ตั้งแต่สังคมดั้งเดิมดึกดำบรรพ์จนกระทั่งถึงสังคมทันสมัยเช่นปัจจุบัน เกิดจากการที่มนุษย์สามารถทำการสื่อสารเพื่อให้เกิดความเข้าใจกัน และทำความตกลงกัน เพื่อสร้างกฎระเบียบของสังคมให้เป็นที่ยอมรับระหว่างสมาชิก เพื่อจะได้อยู่ร่วมกันอย่างสงบสุขเป็นสังคม และการที่สังคมยังดำรงสภาพความเป็นสังคมอยู่ได้ก็เนื่องจากสมาชิกของสังคมใช้การสื่อสารเป็นเครื่องมือในอันที่จะรักษาสถาบันต่าง ๆ และ

กฎเกณฑ์ต่าง ๆ ของสังคมให้เป็นที่ยอมรับและปฏิบัติกันต่อไปได้ หรือแม้แต่เมื่อสังคมมีการเปลี่ยนแปลงไป คนในสังคมก็ต้องอาศัยการสื่อสารเป็นเครื่องมือในการที่จะทำความเข้าใจระหว่างกัน สร้างกฎเกณฑ์ใหม่ เปลี่ยนแปลงทัศนคติ และพฤติกรรมให้สอดคล้องกับสภาพของสังคม กล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือการมีสังคมมนุษย์ต้องอาศัยการสื่อสาร สังคมมนุษย์เกิดจากการใช้การสื่อสารเป็นเครื่องมือในการที่จะรวมคนหลาย ๆ คนให้มาอยู่รวมกัน การสื่อสารจึงเปรียบเสมือนสายใยของสังคมที่ประสานหน่วยย่อยต่าง ๆ ของสังคมให้รวมเข้าไว้ด้วยกัน

2. ความสำคัญต่อชีวิตประจำวัน การสื่อสารมีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งยวดต่อการดำเนินชีวิตประจำวันของเรา อาจกล่าวได้ว่าตลอดเวลาที่เราตื่น (ซึ่งเป็นเวลาประมาณ 2 ใน 3 ของ 1 วัน) เราทำการสื่อสารอยู่ตลอดเวลา กิจกรรมต่าง ๆ ที่เราทำประจำวันนั้นมีการสื่อสารเข้ามาเกี่ยวข้องอยู่เสมอ

3. ความสำคัญต่ออุตสาหกรรมและธุรกิจ ในวงการอุตสาหกรรม การปฏิวัติทางด้านเทคโนโลยีในการผลิต ตลอดจนการพัฒนาประสิทธิภาพในการทำงาน ต้องอาศัยการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น โรงงานอุตสาหกรรมเองเป็นสถาบันหนึ่งซึ่งจะต้องมีความรับผิดชอบต่อสังคมและประชาชน กิจการด้านการสื่อสารแขนงหนึ่งที่เรียกว่า “การประชาสัมพันธ์” (public relations) จึงได้เกิดขึ้น โรงงานอุตสาหกรรมได้อาศัยการประชาสัมพันธ์เป็นเครื่องมือในการเผยแพร่ข่าวสารเพื่อลดปัญหาความขัดแย้งและสร้างความเข้าใจที่ถูกต้องให้เกิดขึ้น รวมทั้งตรวจสอบประชามติหรือความคิดเห็นของประชาชนกลุ่มต่าง ๆ ที่มีต่อโรงงานด้วย

4. ความสำคัญต่อการปกครอง ในการปกครอง ไม่ว่าจะเป็นการปกครองในระบอบใดหรือการปกครองในระดับใดนับตั้งแต่การปกครองท้องถิ่นไปจนถึงการปกครองในระดับชาติ ย่อมมีผู้เกี่ยวข้องอยู่ 2 ฝ่าย คือ ผู้ปกครองและผู้ถูกปกครองหรือประชาชน ผู้ปกครองไม่ว่าจะมาจากการเลือกตั้งหรือการแต่งตั้งย่อมมีภาระผูกพันที่จะต้องปฏิบัติต่อผู้ถูกปกครองหรือประชาชน เพื่อสร้างความเจริญให้แก่สังคมและความผาสุกแก่ประชาชน ผู้ปกครองจำเป็นต้องมีกฎหมาย มีอำนาจในการบังคับใช้กฎหมาย เพื่อสร้างความเป็นระเบียบในสังคม และบรรลุเป้าหมายที่ตั้งไว้ การจะกระทำเช่นนั้นได้ก็ต้องอาศัยการสื่อสารเป็นกลไก หรือเครื่องมือที่สำคัญ ในการดำเนินการปกครองรัฐบาลมีความจำเป็นที่จะต้องเผยแพร่ข่าวสารให้ประชาชนได้รับทราบและเข้าใจ เพื่อให้เกิดความร่วมมือและการปฏิบัติตามนโยบายและกฎเกณฑ์ที่รัฐบาลได้กำหนดไว้ นอกจากการเผยแพร่ข่าวสารแล้วรัฐบาลยังมีความจำเป็นในการที่จะได้รับทราบความรู้สึกนึกคิด และความต้องการหรือประชามติของประชาชนด้วย เพื่อจะได้ใช้เป็นแนวทางในการดำเนินนโยบายของรัฐบาลให้สอดคล้องกับประชามติ ในกรณีของการปกครองระบออบประชาธิปไตย หรือเพื่อควบคุมประชามติไม่ให้เบี่ยงเบน หรือต่อต้านโยบายของรัฐบาลในกรณีของการปกครองในระบบเผด็จการ

5. ความสำคัญต่อการเมืองระหว่างประเทศ ในวงการเมืองระหว่างประเทศก็มีความจะเป็นต้องอาศัยการสื่อสารเป็นปัจจัยที่สำคัญเช่นเดียวกัน เราจะเห็นได้ว่าเนื่องจากเหตุผลทางด้านการสื่อสาร และเหตุผลทางด้านการเมืองจึงทำให้สังคมโลกในปัจจุบันเป็นสังคมที่แคบ พัฒนาการของเทคโนโลยีทางการสื่อสารช่วยทำให้ประเทศต่าง ๆ สามารถติดต่อแลกเปลี่ยนข่าวสารและ

ความคิดกันได้โดยสะดวกและรวดเร็ว ในทำนองเดียวกันปัจจัยทางด้านการเมือง อันได้แก่ ระบอบการปกครอง แนวความคิด ตลอดจนผลประโยชน์ของประเทศชาติก็ทำให้เกิดการรวมตัวของประเทศต่าง ๆ เข้าด้วยกันเป็นกลุ่ม ๆ การรวมกลุ่มดังกล่าวเป็นทั้งในรูปอุดมการณ์ทางการเมือง ความมั่นคงทางทหาร การเศรษฐกิจ เป็นต้น

มณฑล ใบบัว (2536 : 3-4) กล่าวว่า การสื่อสาร มีความสำคัญ 5 ประการ คือ

1. ความสำคัญต่อความเป็นสังคม มนุษย์รวมตัวกันเป็นกลุ่มสังคมได้ตั้งแต่สังคมเล็กระดับครอบครัว จนกระทั่งถึงสังคมที่ใหญ่ระดับประเทศได้เพราะอาศัยการสื่อสารเป็นพื้นฐาน เมื่อมนุษย์รวมกันอยู่ ดำเนินชีวิตร่วมกัน ก็ย่อมตกลงในระเบียบ กติกาต่าง ๆ เพื่อใช้เป็นกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ของสังคม เพื่อให้สังคมนั้น ๆ ดำรงอยู่ได้ และมนุษย์ก็ใช้การสื่อสารซึ่งกันและกันเพื่อจะทำความเข้าใจ การที่สังคมมนุษย์ได้รับการพัฒนามาตลอดโดยไม่มีการขาดตอน ก็เพราะใช้การสื่อสารเป็นสายใยแห่งการถ่ายทอดประเพณี วัฒนธรรมความรู้สึกนึกคิดของคนรุ่นหนึ่งไปสู่คนอีกรุ่นหนึ่ง

2. ความสำคัญต่อชีวิตประจำวัน การสื่อสารมีบทบาทสำคัญยิ่งต่อชีวิตประจำวัน ในวันหนึ่ง ๆ ตลอดเวลาที่เราตื่นเราสื่อสารตลอดเวลา อาจจะสื่อสารกับตัวเอง สื่อสารกับผู้อื่น ทั้งนี้อาจเป็นคนในครอบครัว ผู้ร่วมงานกิจกรรมต่าง ๆ ในการดำรงชีวิตต่างก็อาศัยการสื่อสารเป็นเครื่องมือทั้งนั้น

3. ความสำคัญต่ออุตสาหกรรมและธุรกิจ การดำเนินอุตสาหกรรมและธุรกิจ ไม่ว่าจะเป็นขั้นตอนในการผลิต การจัดจำหน่าย ต่างก็ต้องอาศัยการสื่อสารทุกขั้นตอน นับตั้งแต่การสื่อสารกันระหว่างบุคคลจนกระทั่งถึงการสื่อสารกับมวลชน เช่น การโฆษณา การประชาสัมพันธ์ ทั้งนี้จะต้องอาศัยวิธีการสื่อสารโดยเฉพาะในปัจจุบันได้มีการนำเทคโนโลยีใหม่ ๆ มาใช้ในการสื่อสารมากมาย

4. ความสำคัญต่อการปกครอง ในการปกครอง ไม่ว่าจะเป็นการปกครองระดับใด หรือการปกครองระบอบใด ทั้งผู้ปกครองและผู้ถูกปกครอง จะต้องมีการตกลงร่วมกันในกฎเกณฑ์หรือระเบียบต่าง ๆ ผู้ปกครองต้องเผยแพร่ข่าวสารเหล่านี้ให้ผู้ถูกปกครองทราบทั้งทางตรงและทางอ้อม รวมทั้งประชาชนหรือผู้ถูกปกครองก็ต้องสื่อสารเรื่องต่าง ๆ ไปยังผู้ปกครองด้วย ซึ่งเป็นการสื่อสารทั้งแบบจากบนลงสู่ล่าง และแบบจากล่างขึ้นสู่บน

5. ความสำคัญต่อการเมืองระหว่างประเทศ ประเทศต่าง ๆ ต้องมีการติดต่อสื่อสารกันทั้งด้านการเมือง เศรษฐกิจ การทหาร ปัจจุบันเรามีองค์การในการทำหน้าที่ติดต่อสื่อสาร ข่าวการเมืองระหว่างประเทศ และการสื่อสารมวลชนเข้ามามีบทบาทสำคัญต่อชีวิตของเรามาก

พูนทรัพย์ สิทธิพรหม (2540 : 1) กล่าวว่า มนุษย์เราเป็นสัตว์ประเสริฐ มีการอยู่กันเป็นสังคม ชักนำให้รู้จักกัน มีความหมายตรงกันด้วย การสื่อสารกันด้วยการแสดงออกมาในรูปแบบต่าง ๆ ทั้งลักษณะท่าทาง แสดงออกทางเสียง ทางภาพและอาศัยวัตถุแวดล้อมประกอบกันเป็นความหมาย เพื่อให้เกิดความรู้ ความเข้าใจร่วมกัน มนุษย์ได้ใช้การสื่อสารเป็นเครื่องมือในการติดต่อปฏิสัมพันธ์กันมาตั้งแต่ดึกดำบรรพ์ การวาดภาพในผนังถ้ำ การใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ ตลอดจนการมีภาษา มีอักษรนับตั้งแต่จดหมาย สิ่งพิมพ์ วิทยุ โทรทัศน์ มนุษย์ได้คิดหาเทคโนโลยีและพัฒนาเครื่องมือสื่อสารต่าง ๆ ขึ้นมาจนถึงปัจจุบัน การสื่อสารได้เจริญรุดหน้ามีส่วนในการสร้างสรรค์

พัฒนาสังคมโลกให้แคบลงทุกวัน แม้จะอยู่คนละซีกโลก ต่างชาติ ต่างภาษา ต่างวัฒนธรรม มนุษย์ก็สามารถติดต่อสื่อสารกันได้อย่างรวดเร็ว จึงนับว่าการสื่อสารเป็นเครื่องมือชนิดหนึ่งที่คงการดำรงอยู่ของทุกชีวิตในสังคมโลก

สมชาย วรกิจเกษมสกุล (2540 : 69-70) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นกระบวนการขั้นพื้นฐานของการดำรงชีวิตของมนุษย์ในสังคม เพื่อแสดงความต้องการและความรู้สึกนึกคิดของตนเองให้ผู้อื่นได้รับทราบ จะได้ตอบสนองต่อความต้องการนั้น ๆ จึงกล่าวได้ว่า การสื่อสารเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้มนุษย์มีความเข้าใจซึ่งกันและกัน ส่งผลให้มนุษย์สามารถอยู่ร่วมกันได้อย่างเป็นปกติสุขในสังคมเดียวกัน

เกศินี จุฑาวิจิตร (2542 : 1-3) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสาร ดังนี้

1. การสื่อสารกับปัจเจกบุคคล โดยทั่วไปคนเรามีความต้องการพื้นฐานประการหนึ่งนอกเหนือจากปัจจัยสี่ นั่นคือ ความต้องการที่จะสื่อสารกับเพื่อนมนุษย์ด้วยกัน ความจำเป็นในด้านการสื่อสาร เป็นความจำเป็นพื้นฐานที่จะต้องมีเพื่อให้ชีวิตอยู่รอด ซึ่งแรงจูงใจที่จะก่อให้เกิดการสื่อสารกันระหว่างคนเรานี้อาจจะเป็นแรงจูงใจที่เกิดจากความต้องการอย่างตั้งอกตั้งใจหรือเป็นแรงจูงใจที่เกิดจากจิตใต้สำนึกก็ได้ แรงจูงใจที่ก่อให้เกิดการสื่อสารระหว่างคนเรา คือ

1.1 เพื่อค้นพบ และเรียนรู้ การที่คนเราได้ติดต่อพูดคุยกับบุคคลอื่น จะทำให้เกิดการค้นพบตัวเอง เกิดการเรียนรู้และเข้าใจตนเอง เข้าใจบุคคลอื่นมากขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งการสื่อสารระหว่างบุคคล ซึ่งเป็นการแลกเปลี่ยนความคิด ความรู้สึก ทำให้เราเรียนรู้ว่าแท้จริงแล้วความรู้สึกเจ็บปวด ทุกข์ สุขหรือเศร้าของคนเราไม่ได้แตกต่างกัน และนั่นเป็นการเรียนรู้ที่จะเอาใจเขามาใส่ใจเรา ส่วนการสื่อสารมวลชน ทำให้เราได้เรียนรู้เกี่ยวกับโลกภายนอก มีความรู้เรื่องเศรษฐกิจ การเมือง การพัฒนา กีฬา สิ่งแวดล้อม ฯลฯ ตลอดจนสินค้าและบริการใหม่ ๆ

1.2 เพื่อสร้างความสัมพันธ์ คนทุกคนต้องการที่จะมีความรัก และได้รับความรักจากบุคคลอื่น โดยพื้นฐานนี้จึงเป็นแรงจูงใจสำคัญประการหนึ่งที่ทำให้มีการติดต่อสื่อสารเพื่อสร้างความสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน ดังจะเห็นได้ว่าในเวลาที่เราเข้าไปอยู่ในสถานที่แปลกใหม่ ท่ามกลางบุคคลแปลกหน้าโดยไม่ได้พูดคุยกับใครเลย เราจะรู้สึกอึดอัดและไม่สบายใจ

1.3 เพื่อโน้มน้าวใจ ในการสื่อสารระหว่างบุคคล ผู้สื่อสารซึ่งผลัดกันเป็นผู้ส่งสารและผู้รับสาร ต่างก็พยายามที่จะเปลี่ยนความคิด โน้มน้าวทัศนคติและพฤติกรรมของอีกฝ่ายหนึ่งให้คล้อยตาม และเห็นด้วยกับตน

1.4 เพื่อความเพลิดเพลิน แรงจูงใจอีกประการหนึ่งที่ก่อให้เกิดการสื่อสารคือต้องการที่จะลดความตึงเครียดหรือแสวงหาความพึงพอใจและความเพลิดเพลิน ในแต่ละวันคนเรามักจะแสวงหาความเพลิดเพลิน และความบันเทิงในรูปแบบที่ตนพอใจ เช่น การฟังเพลง การชมละครโทรทัศน์ ฯลฯ

2. การสื่อสารกับสังคม มนุษย์ใช้การสื่อสารเป็นเครื่องมือในการถ่ายทอดวัฒนธรรม และกระบวนการขัดเกลาทางสังคมอันทำให้สังคมเกิดขึ้นและดำรงอยู่ได้ เราสามารถจำแนกความสำคัญของการสื่อสารต่อสังคมออกเป็น 8 ด้าน คือ

2.1 ด้านข่าวสาร เป็นการรวบรวม แยกแยะและกระจายข่าว ข้อเท็จจริงและความเห็น ซึ่งเป็นการทำให้เราเข้าใจบุคคลอื่น ชุมชนอื่น สถานการณ์ภายใน และภายนอกประเทศ ก่อนที่จะตัดสินใจอย่างเหมาะสมในเรื่องนั้น ๆ

2.2 ด้านการอยู่ร่วมกัน เป็นการสร้างสมความรู้ ความคิดร่วมกัน ซึ่งจะทำให้เราอยู่ในสังคมได้ ด้วยการตระหนักว่า คนแต่ละคนอาจทำตัวให้มีประโยชน์ต่อสังคมได้

2.3 ด้านแรงผลักดัน เป็นการส่งเสริมจุดมุ่งหมายทั้งระยะสั้น และระยะยาว ทั้งของส่วนตัว และสังคม ทั้งนี้เพื่อกระตุ้นให้ทุกคนมีบทบาท เพื่อจุดมุ่งหมายร่วมกัน

2.4 ด้านการอภิปราย เป็นการให้ข้อมูลต่าง ๆ เพื่อทำให้ปัญหาสังคมชัดเจนขึ้นอันนำไปสู่การสร้างความตระหนักและมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาร่วมกัน และเพื่อทำให้ประชาชนสนใจปัญหาของชุมชน

2.5 ด้านการศึกษา เป็นการกระจายความรู้ความเข้าใจเพื่อพัฒนาสติปัญญา สร้างลักษณะนิสัยและทักษะ ตลอดจนถ่ายทอดมรดกทางสังคม

2.6 ด้านความก้าวหน้า เป็นการเผยแพร่ผลงานทางศิลปวัฒนธรรม การรักษามรดกทางวัฒนธรรม และการทำให้เรางอกงามขึ้นด้วยการปลุกจินตนาการให้ตื่น และกระตุ้นความปรารถนาที่จะสร้างสรรค์ความงาม

2.7 ด้านบันเทิง เป็นการเผยแพร่ละคร ระบำ วรรณกรรม กีฬาและกิจกรรมอื่น ๆ เพื่อการพักผ่อน ทั้งในแง่ส่วนตัวและส่วนรวม

2.8 ด้านความสามัคคี เป็นการให้โอกาสผู้คน กลุ่มชนและเชื้อชาติต่าง ๆ ได้แสวงหาข้อมูลจากแหล่งที่หลากหลาย เพื่อช่วยให้พวกเขารู้จักและเข้าใจความคิดเห็นและความใฝ่ฝันของกันและกัน

บุญเลิศ ศุภดิลก (2548 : 83) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นพฤติกรรมอย่างหนึ่งของมนุษย์ เช่นเดียวกับพฤติกรรมอย่างอื่น เช่น การกิน การนอน การประหยัด หรือการลงคะแนนเสียง การสื่อสารเป็นกิจกรรมหรือสิ่งที่มนุษย์คิดและทำขึ้น เนื่องจากเป็นกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับมนุษย์ การสื่อสารจึงดูเหมือนมีชีวิตจิตใจและวิญญาณ การสื่อสารเกิดจากการที่มนุษย์เรามีความสัมพันธ์ (relationship) ซึ่งกันและกัน ความสัมพันธ์นี้อาจเกิดขึ้นระหว่างคนเพียงสองคน หรือระหว่างบุคคลคนเดียวกับบุคคลเป็นจำนวนมากก็ได้ ในอีกสถานการณ์หนึ่ง อาจเป็นความสัมพันธ์ระหว่างคนคนหนึ่งกับกลุ่มบุคคล องค์การ และสังคมส่วนรวม หรืออาจเป็นความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มบุคคล องค์การ และสังคมส่วนรวมก็ได้ทั้งนี้ นอกจากนี้ ความสัมพันธ์อาจปรากฏในรูประหว่างบุคคลกับสัตว์ หรือกับเครื่องยนต์กลไกก็เป็นได้

กิติมา สุรสนธิ (2549 : 1-2) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นกระบวนการ (process) ที่มีความสำคัญต่อมนุยษย์ทั้งในด้านการดำเนินชีวิต สังคม เศรษฐกิจ และการศึกษา จนอาจกล่าวได้ว่าการสื่อสารเป็นฟันเฟืองของเครื่องจักรกลแห่งสังคมที่ทำให้สังคมดำเนินไปได้อย่างไม่หยุดยั้ง เนื่องจากการสื่อสารเป็นทั้งเครื่องมือ (instrument) และวิธีการ (means) ในการก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงอย่างใดอย่างหนึ่งทั้งต่อปัจเจกบุคคล ต่อองค์กร และสังคม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551 : 64-65) อธิบายว่า กิจกรรมในชีวิตประจำวันที่คนส่วนใหญ่ขาดไม่ได้คือ การสื่อสาร เราใช้การสื่อสารเพื่อสร้างความเข้าใจให้เกิดขึ้นระหว่างกันและกัน ทั้งในด้านการดำเนินชีวิต อาชีพ สังคม เศรษฐกิจ และการศึกษา

จากความสำคัญของการสื่อสารที่นักการศึกษาหลาย ๆ ท่านกล่าวไว้ สรุปได้ว่า การสื่อสารมีความสำคัญ ดังนี้

1. ความสำคัญต่อความเป็นสังคม เมื่อมนุษย์อยู่รวมกันในสังคมต้องอาศัยการสื่อสารเป็นพื้นฐานเพื่อทำความเข้าใจกัน และดำเนินชีวิตร่วมกัน

2. ความสำคัญต่อชีวิตประจำวัน ในการดำรงชีวิตประจำวันย่อมต้องอาศัยการสื่อสารเป็นเครื่องมือในการติดต่อกับผู้อื่น

3. ความสำคัญต่ออุตสาหกรรมและธุรกิจ ในโรงงานอุตสาหกรรมต้องอาศัยการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพ เช่น การประชาสัมพันธ์ การสอบถามความคิดเห็น เป็นต้น

4. ความสำคัญต่อการปกครอง ระเบียบ กฎเกณฑ์ต่าง ๆ ย่อมต้องอาศัยการสื่อสารเป็นเครื่องมือในการถ่ายทอดให้ประชาชนได้รับทราบและเข้าใจ เพื่อความเป็นระเบียบ เพื่อสร้างความร่วมมือ เผยแพร่ข่าวสารต่าง ๆ

5. ความสำคัญต่อการเมืองระหว่างประเทศ ในการสานความสัมพันธ์กับประเทศต่าง ๆ การสื่อสารมีความจำเป็นอย่างมาก เช่น แลกเปลี่ยนข่าวสาร และความคิดเห็นกัน

3.3 ประเภทของการสื่อสาร

เฮลเลอร์ (Heller. 2003 : 6) จำแนกการสื่อสารเป็น 2 ประเภท คือ

1. การสื่อสารทางเดียว (One-Way Communication) เป็นการส่งข่าวสารหรือการสื่อความหมายไปยังผู้รับแต่เพียงฝ่ายเดียว โดยที่ผู้รับไม่สามารถตอบสนองทันที (Immediate Response) กับผู้ส่ง แต่อาจจะมีผลป้อนกลับไปยังผู้ส่งในภายหลังได้ การสื่อสารในรูปแบบนี้จึงเป็นการที่ผู้ส่งและผู้รับไม่สามารถมีปฏิสัมพันธ์ต่อกันได้ทันที

2. การสื่อสารสองทาง (Two-Way Communication) เป็นการสื่อสารหรือการสื่อความหมายที่ผู้รับมีโอกาสตอบสนองมายังผู้ส่งได้ในทันที โดยที่ผู้ส่งและผู้รับอาจจะอยู่ต่อหน้ากัน หรืออาจอยู่คนละสถานที่ก็ได้ แต่ทั้งสองฝ่ายจะสามารถมีการเจรจาหรือการโต้ตอบกันไปมา โดยที่ต่างฝ่ายต่างผลัดกันทำหน้าที่เป็นทั้งผู้ส่งและผู้รับในเวลาเดียวกัน

อรนุช เลิศจรรยารักษ์ และดาราวรรณ สุขุมาลชาติ (2533 : 32-44) ได้แบ่งประเภทของการสื่อสารไว้ 4 ประเภท คือ

1. การสื่อสารภายในตัวบุคคล หมายถึง การสื่อสารซึ่งเกิดขึ้นในตัวบุคคลแต่ละคน พูดสั้น ๆ คือ คนพูดกับตัวเองนั่นเอง การสื่อสารภายในตัวบุคคลเป็นไปได้เพราะมนุษย์สามารถกลายเป็นเป้าหมายของตัวเองต่อสัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่เขาใช้ในการสื่อสาร ด้วยสัญลักษณ์เหล่านี้เองอะไรซึ่งมนุษย์พูดต่อคนอื่นสามารถหมายความได้เช่นเดียวกับเขาพูดกับตัวเขาเอง

2. การสื่อสารระหว่างบุคคล หรือการสื่อสารตัวต่อตัว เป็นการสื่อสารโดยตรงระหว่างบุคคล 2 คนหรือมากกว่านั้น ซึ่งบุคคลเหล่านี้จะต้องอยู่ใกล้กันพอที่ประสาทสัมผัสทั้ง 5 (หู ตา จมูก ปาก ผิวหนัง) สามารถจะติดต่อกันได้ และปฏิกิริยาตอบสนอง (Feedback) นั้นมีได้ทันที

3. การสื่อสารระหว่างวัฒนธรรม ผู้ส่งสารอยู่ในวัฒนธรรมหนึ่ง ผู้รับสารอยู่ในอีกวัฒนธรรมหนึ่ง การสื่อสารระหว่างวัฒนธรรมนี้เกิดขึ้นในระดับวัฒนธรรมผู้ส่งสารและผู้รับสารมีปฏิกิริยาต่อกันในแง่ของสมาชิกในวัฒนธรรมมากกว่าสมาชิกของชาติ กระบวนการสื่อสารจะสำเร็จลงได้ก็ด้วยการที่คนต่างสังคม ต่างวัฒนธรรม พยายามศึกษาและเข้าใจวัฒนธรรมของกันและกัน ทั้งนี้เพราะวัฒนธรรมเป็นส่วนหนึ่งในการสื่อสาร และการสื่อสารสามารถส่งผ่านได้ทางวัฒนธรรม

4. การสื่อสารมวลชน เป็นกระบวนการแลกเปลี่ยนข่าวสารระหว่างกลุ่มคนจำนวนมากในสังคม โดยใช้ช่องทางคือสื่อมวลชน (mass media) ซึ่งสื่อมวลชนนั้น หมายถึงหนังสือพิมพ์ หนังสือนิตยสาร วิทยุ โทรทัศน์ และภาพยนต์ เป็นช่องทางของการสื่อสารมวลชน เมื่อสารนั้นถูกส่งออกไปแล้วจะไปถึงผู้รับสารจำนวนมากซึ่งเรียกว่ามวลชน (mass audience) ซึ่งหมายถึง ผู้อ่านหนังสือพิมพ์ หนังสือนิตยสาร ผู้ฟังวิทยุ ดูโทรทัศน์และภาพยนต์

มณฑล ใบบัว (2536 : 16-17) ได้แบ่งประเภทของการสื่อสารโดยการใช้ลักษณะวิธีการติดต่อระหว่างผู้รับสาร (receiver) และผู้ส่งสาร (sender) เป็นเกณฑ์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การสื่อสารระบบทางเดียว (One-Way Communication) คือ การสื่อสารในลักษณะที่ผู้ให้การสื่อสารไม่เปิดโอกาสให้ผู้รับการสื่อสารได้เป็นฝ่ายให้การสื่อสาร เป็นการแลกเปลี่ยนกันทั้งไม่เอาใจใส่ต่อการแสดงปฏิกิริยาย้อนกลับ (feed back) ของอีกฝ่ายหนึ่ง เพื่อใช้ในการปรับปรุงการติดต่อสื่อสารให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น เช่น การสื่อสารโดยผ่านเครื่องมือสื่อสารบางประเภท เช่น วิทยุ โทรทัศน์ หนังสือพิมพ์ หรือการออกคำสั่งแบบทหารไม่เปิดโอกาสให้ผู้รับคำสั่งมีโอกาสถามหรือโต้แย้ง

2. การสื่อสารระบบทางคู่ (Two-Way Communication) คือ การสื่อสารที่มีทั้งให้และรับข่าวสารระหว่างกัน ทั้งผู้ให้การสื่อสารก็เป็นผู้รับสารในขณะเดียวกันกับที่ผู้รับการสื่อสารได้กลับเป็นผู้ให้การสื่อสาร เช่น การติดต่อสื่อสารโดยผ่านเครื่องมือในการสื่อสารบางประเภท เช่น โทรทัศน์ หรือการพูดคุยกัน หรือการออกคำสั่งโดยให้อีกฝ่ายมีโอกาสถามหรือโต้แย้งได้

วรรณี โสมประยูร (2537 : 27) ได้จำแนกการสื่อสารเป็น 2 รูปแบบ คือ

1. การสื่อสารทางเดียว (One-way Communication) เป็นกระบวนการสื่อสารที่ไม่เปิดโอกาสให้ผู้รับสาร (ผู้เรียน) ส่งผลย้อนกลับไปยังผู้ส่งสาร (ผู้สอน) หรือตอบโต้ข่าวสารกันอย่างต่อเนื่อง ดังนั้นหากเกิดความเข้าใจคลาดเคลื่อนจึงส่งผลให้ไม่สามารถทำความเข้าใจร่วมกันได้

2. การสื่อสารสองทาง (Two-way Communication) เป็นกระบวนการสื่อสารที่เปิดโอกาสให้ผู้รับสาร (ผู้เรียน) สามารถส่งผลการตีความหมายของตนย้อนกลับไปยังผู้ส่งสาร (ผู้สอน) ได้ทันที เกิดการตอบสนองซึ่งกันและกัน มีโอกาสตั้งข้อสงสัย ซักถาม หรือโต้แย้ง อภิปรายหาข้อยุติ ข้อมูลย้อนกลับที่ได้จึงเปลี่ยนเป็นข่าวสารชุดใหม่ โดยผู้รับสารจะสลับหน้าที่เป็นผู้ส่งสาร และผู้ส่งสารจะเป็นผู้รับสาร

พูนทรัพย์ สิทธิพรหม (2540 : 29-32) ได้แบ่งประเภทของการสื่อสารไว้ 2 ประเภท คือ

1. การสื่อสารระหว่างบุคคล (Interpersonal Communication) เป็นกิจกรรมเกี่ยวข้องกับบุคคลตั้งแต่ 2 คนขึ้นไป ทั้งสองฝ่ายส่งสาร-รับสารโต้ตอบซึ่งกันและกัน

2. การสื่อสารมวลชน (Mass Communication) คือ การสื่อสารไปยังประชาชนจำนวนมากที่กระจัดกระจายทั่วไปโดยไม่มีขอบเขต และแต่ละบุคคลที่ติดต่อกันนั้น ไม่เลือกเพศ วัย และระดับการศึกษา การสื่อสารแบบมวลชนนี้เป็นประโยชน์ต่อการให้ข่าวสารที่มีอาณาเขตกว้างไกล (area coverage)

เกศินี จุฑาวิจิตร (2542 : 6) ได้จำแนกประเภทของการสื่อสารตามจำนวนของผู้สื่อสาร ดังนี้

1. การสื่อสารภายในตนเอง (Intrapersonal Communication) เป็นการสื่อสารกับตนเอง เช่น การคิด การตริตรองหาเหตุผล การวิเคราะห์ การทบทวนเรื่องที่พูดหรือเขียน การร้องเพลงฟังคนเดียว ซึ่งทั้งหมดนั้นจะมีผู้สื่อสารเพียงคนเดียว บุคคลผู้นั้นทำหน้าที่เป็นทั้งผู้ส่งสารและผู้รับสาร

2. การสื่อสารระหว่างบุคคล (Interpersonal Communication) เป็นการสื่อสารระหว่างบุคคลสองหรือสามคน เพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดเห็น และสร้างความสัมพันธ์ระหว่างกัน เช่น การพูดคุยกันแบบเห็นหน้าค่าตา การใช้โทรศัพท์คุยกัน เป็นต้น

3. การสื่อสารกลุ่มย่อย (Small Group Communication) เป็นการสื่อสารภายในกลุ่มคนจำนวนหนึ่ง ซึ่งผู้ส่งสารและผู้รับสารสามารถที่จะพูดคุยโต้ตอบกันได้โดยตรงและทั่วถึง เช่น การสื่อสารในการประชุมสัมมนา เพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ กระตุ้น และร่วมกันแก้ไขปัญหา

4. การสื่อสารกลุ่มใหญ่ (Large Group Communication) เป็นการสื่อสารระหว่างคนจำนวนมาก ซึ่งอยู่ในสถานที่เดียวกัน หรือใกล้เคียงกัน โดยอาจจะใช้สื่อโสตทัศน์เข้าช่วย เช่น การใช้โทรทัศน์วงจรปิดในการสอนนักศึกษากลุ่มใหญ่ที่มีหลายห้องเรียน การสื่อสารในกลุ่มใหญ่นี้ ได้แก่ การอภิปรายในหอประชุม การปราศรัยหาเสียง เป็นต้น โอกาสที่ผู้ส่งสาร และผู้รับสารจะสื่อสารกันได้อย่างโดยตรงและทั่วถึงกันมีน้อยมาก และขาดลักษณะของการสื่อสารแบบตัวต่อตัว

5. การสื่อสารมวลชน (Mass Communication) เป็นการสื่อสารที่ผู้ส่งสาร ซึ่งอาจจะมีมากกว่า 1 คน ส่งข่าวสารไปยังผู้รับสารที่มีเป็นจำนวนมาก ซึ่งอาศัยอยู่ในสถานที่ต่าง ๆ ห่างไกลกัน ได้อย่างรวดเร็ว ภายในระยะเวลาเดียวกันหรือใกล้เคียงกัน โดยผ่านทางสื่อมวลชนต่าง ๆ เช่น โทรทัศน์ วิทยุ หนังสือพิมพ์ เป็นต้น การสื่อสารแบบนี้ผู้ส่งสารไม่สามารถทราบปฏิกิริยาของผู้รับสารได้อย่างทันทีทันใด

จากประเภทของการสื่อสารที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น สรุปได้ว่า การสื่อสารมี 2 ประเภท คือ

1. การสื่อสารทางเดียว เป็นกระบวนการที่ไม่เปิดโอกาสให้ผู้รับสารส่งผลย้อนกลับ อาจเกิดเข้าใจกันผิด เพราะไม่มีโอกาสถามหรือโต้แย้ง

2. การสื่อสารสองทาง เป็นกระบวนการที่ผู้รับสารมีโอกาสส่งผลย้อนกลับ เกิดการตอบสนองกัน ผู้รับสารจะกลายเป็นผู้ส่งสาร และผู้ส่งสารก็จะกลายเป็นผู้รับสาร

3.4 องค์ประกอบของการสื่อสาร

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2530 : 8) กล่าวว่า การสื่อสารมีองค์ประกอบ 4 ส่วน คือ

1. ผู้ส่ง (sender) เป็นผู้สื่อความ ได้แก่ คน สัตว์ หรือเครื่องมือแทนคนและสัตว์

2. สาร (message) มี 3 ประเภทคือ

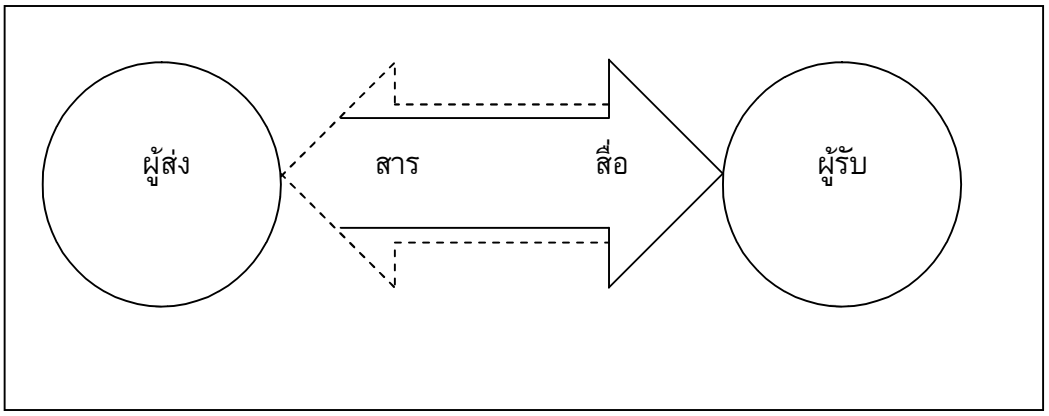
2.1 สารที่เป็นความคิดเห็น

2.2 สารที่เป็นความรู้สึก อารมณ์ ความสนใจ ทัศนคติ และค่านิยม

2.3 สารที่มุ่งฝึกทักษะความชำนาญ

3. สื่อหรือช่องทาง (medium/channel) เป็นตัวกลางหรือพาหนะหรือทางเดินของสาร อาจเป็นภาษาพูด/เขียน ภาษาท่าทาง โสตทัศนูปกรณ์ สื่อมวลชนประเภทต่าง ๆ

4. ผู้รับ (receiver) เป็นผู้รับการสื่อสาร หากรับได้ถูกก็จะเปลี่ยนพฤติกรรมตามที่ผู้ส่งกำหนดจุดมุ่งหมายไว้



ภาพประกอบ 9 กระบวนการสื่อสาร

ที่มา : ชัยยงค์ พรหมวงศ์. 2530. **หลักการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพ**. หน้า 8.

มณฑล ใบบัว (2536 : 33-44) กล่าวว่า ในการสื่อสารจะต้องมีองค์ประกอบอย่างน้อย 4 ประการ ได้แก่

1. ผู้ส่งสาร (sender) ก็คือ บุคลลซึ่งเป็นผู้เริ่มต้นสร้างและส่งสารไปยังผู้อื่นก็หมายถึงว่าผู้ส่งสารก็คือผู้เริ่มต้นการสื่อสารนั่นเอง ในการสื่อสารครั้งหนึ่ง ๆ นั้น ผู้ส่งสารจะทำหน้าที่เข้ารหัส (encoding) อันเป็นการแปลเอกสารให้อยู่ในรูปของสัญลักษณ์ที่มนุษย์คิดสร้างขึ้นแทนความคิด ผู้ส่งสารอาจจะเป็นบุคคล กลุ่มบุคคล องค์การ สถาบันก็ได้ ในการอภิปราย ผู้ส่งสารอาจมีมากกว่าหนึ่งคน ในการสื่อสารสาธารณชนผู้ส่งสารอาจมิได้ส่งสารในฐานะที่เป็นตัวของตัวเอง หากแต่ส่งสารในฐานะที่เป็นตัวแทนของหน่วยงานหรือสถาบันใดสถาบันหนึ่ง ผู้ส่งสารในกระบวนการสื่อสารมวลชนก็คือ ตัวแทนขององค์การเกี่ยวกับการสื่อสารมวลชน ซึ่งนอกจากจะส่งสารในฐานะที่เป็นตัวของตัวเองแล้ว ก็ยังมีความรับผิดชอบในฐานะที่เป็นตัวแทนของสถาบันการสื่อสารมวลชนนั้น ๆ ด้วย

2. สาร (message) คือ เรื่องราวอันมีความหมายและแสดงออกมาโดยอาศัยภาษาหรือสัญลักษณ์ใด ๆ ก็ตามที่สามารถทำให้เกิดการรับรู้ร่วมกันได้ สารจะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อผู้ส่งสารเกิดความคิดขึ้น และต้องการจะส่งสารนั้น ก็โดยการที่ผู้ส่งสารแสดงพฤติกรรมที่เรียกว่า การเข้ารหัส (encode) เพื่อแทนความคิดที่เกิดขึ้น เช่น พูด เขียน วาด แสดงท่าทางต่าง ๆ

3. ช่องทางหรือสื่อ (channel or medium) คือ การเข้ารหัสและการถอดรหัส, สิ่งที่นำสาร เช่น คลื่นแสง คลื่นเสียง วิทยุ โทรเลข โทรศัพท์ หนังสือพิมพ์ เป็นต้น และพาหนะของสิ่งที่ส่งสาร เช่น อากาศ การสื่อสาร สารจะถูกส่งไปยังผู้รับ โดยผ่านช่องทางหรือประสาทสัมผัสทางใดทางหนึ่งหรือหลายทาง ดังต่อไปนี้ คือ การเห็น การได้ยิน การสัมผัส การลิ้มรส และการได้กลิ่น ดังนั้นในการสื่อสารผู้ส่งจึงควรคำนึงถึงสื่อหรือช่องทางที่จะนำสารไปยังผู้รับ ทั้งนี้เพื่อจะทำให้สารนั้นถึงผู้รับอย่างสมบูรณ์ที่สุด

4. ผู้รับสาร (receiver) ผู้รับสารอาจจะมีคนเดียว เช่น การสนทนาของคน 2 คน หรืออาจจะเป็นกลุ่มบุคคล เช่น กลุ่มผู้ฟังการบรรยายหรือผู้ชมการแสดงหรืออาจจะเป็นมวลชน เช่น ผู้ชมรายการโทรทัศน์ ผู้ฟังวิทยุ หรือผู้อ่านหนังสือพิมพ์ ไม่ว่าผู้รับสารจะเป็นจำนวนเท่าไร ผู้รับสารต่างก็มีบทบาทขั้นพื้นฐานอยู่ 2 ประการ คือ การกำหนดรู้ความหมายตามเรื่องราวที่ผู้ส่งสารผ่านสื่ออย่างใดอย่างหนึ่งมาถึงตน และการแสดงปฏิกิริยาตอบสนองต่อผู้ส่งสาร

พูนทรัพย์ สิทธิพรหม (2540 : 20-21) กล่าวถึง องค์ประกอบของการสื่อสารว่า มีองค์ประกอบพื้นฐานอยู่ 4 ประการ คือ

1. ผู้ส่งสาร (sender) คือ ผู้เริ่มต้นสร้างและส่งสารไปยังผู้อื่นด้วยการเข้ารหัส ซึ่งอาจจะเป็นการใช้ภาษาวัจนะ หรืออวัจนะเพื่อเกิดการรับรู้ร่วมกัน

2. สาร (message) คือ สิ่งที่ผู้ส่งสารส่งไปให้ผู้รับสาร เป็นเรื่องราวต่าง ๆ ในรูปของข้อมูล ความรู้สึก ความคิดเห็น อันเป็นพฤติกรรมที่ผู้ส่งสารเร้าให้ผู้รับสารเกิดการรับรู้ในความหมายให้ตรงกัน

3. ช่องทางหรือสื่อ (channel or medium) เป็นองค์ประกอบสำคัญประการหนึ่งของการสื่อสาร เพราะเป็นตัวกลางที่จะนำสารสู่ผู้รับสาร

4. ผู้รับสาร (receiver)

ทัศนีย์ กระต่ายอินทร์ และสุภิต อนุศาสตร์ (2542 : 4 – 10) กล่าวถึง องค์ประกอบของการสื่อสาร ดังนี้

1. ผู้ส่งสาร (Sender) คือ บุคคลที่เริ่มต้นสร้างสารและส่งสารไปยังผู้อื่นโดยใช้ภาษาเป็นเครื่องมือ ผู้ส่งสารในฐานะผู้เริ่มต้นการสื่อสารจะส่งสารได้อย่างมีประสิทธิผล เพื่อพัฒนาตนเองให้มีคุณสมบัติ ดังนี้

1.1 เป็นผู้ที่มีเจตนาแน่ชัดที่จะให้ผู้อื่นรับรู้ตามประสงค์ของตน

1.2 เป็นผู้ที่มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่จะสื่อสารเพียงพอ ผู้สื่อสารอาจสำรวจระดับความรู้ความเข้าใจของตนเองตามลำดับเนื้อหา คือ

1.2.1 บอกได้ว่าเคยผ่านพบหรือได้ยินได้ฟังเรื่องนั้น ๆ มา

1.2.2 นำมาบอกกล่าวด้วยถ้อยคำของตนเองได้

1.2.3 ใช้ความรู้ ความชำนาญ แก้ไขสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

1.2.4 วิเคราะห์ปัญหาได้

1.2.5 ประมาณค่าได้

1.3 เป็นผู้ที่มีความเชื่อถือ ความเชื่อถือของผู้ส่งสารเป็นผลรวมของความรู้ ความสามารถ บุคลิกลักษณะ การเป็นคนที่สังคมยอมรับการเป็นคนคล่องแคล่วเปิดเผยในการติดต่อสื่อสาร

1.4 เป็นผู้ที่มีความพยายามจะเข้าใจความสามารถและความพร้อมของผู้รับสาร

1.5 เป็นผู้รู้จักใช้กลวิธีที่เหมาะสม ในการนำเสนอ อาศัยการเตรียมทักษะทางภาษา การใช้อุปกรณ์ ตลอดจนเทคโนโลยีในการสื่อสารอย่างเหมาะสม

2. สาร (Message) คือ เรื่องราวอันมีความหมายและแสดงออกโดยอาศัยภาษาหรือสัญลักษณ์ที่สามารถทำให้เกิดการรับรู้ร่วมกันได้ สารประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วน คือ

2.1 รหัสของสาร คือ ภาษาสัญลักษณ์ หรือสัญญาณที่มนุษย์คิดขึ้นเพื่อทดแทนความคิด

2.2 เนื้อหาของสารจะครอบคลุมความรู้ ความคิดและประสบการณ์ที่มนุษย์ต้องการถ่ายทอด แลกเปลี่ยนเพื่อความเข้าใจร่วมกัน โดยเนื้อหาของสารดังกล่าวแบ่งออกเป็น 3 ประเภท คือ เนื้อหาสารที่แสดงข้อเท็จจริง เนื้อหาสารที่แสดงข้อคิดเห็นหรือทรรศนะ และเนื้อหาสารที่แสดงความรู้สึก

2.3 การจัดการ หมายถึง รูปแบบวิธีการในการนำรหัสมาเรียบเรียง เพื่อให้ได้ใจความตามเนื้อหาที่ต้องการ สารที่ได้รับการจัดอย่างดีทั้งในด้านการเรียบเรียง การลำดับความ การลำดับความยากง่ายตลอดจนรูปแบบและการใช้ภาษาที่ดี

3. สื่อหรือช่องทาง (Media or Channel) สื่อหรือช่องทางเป็นองค์ประกอบสำคัญอีกประการหนึ่งในการสื่อสาร ผู้ส่งสารต้องอาศัยสื่อหรือช่องทาง ทำหน้าที่นำสารไปสู่ผู้รับสาร โดยทั่วไปสารจะถ่ายทอดเข้าสู่ระบบการเรียนรู้

4. ผู้รับสาร (Receiver) ผู้รับสารเป็นองค์ประกอบสำคัญในการสื่อสาร มีบทบาทในการกำหนดความรู้เรื่องราวที่ผู้ส่งสาร ส่งผ่านสื่อมาถึงตนและมีปฏิกิริยาตอบสนอง ผู้รับสารที่ดีควรทำหน้าที่ตามบทบาทของตนเอง และควรพัฒนาตนเองให้มีคุณสมบัติ ดังนี้

4.1 เป็นผู้ที่มีเจตนาแจ่มชัดและกระตือรือร้นที่จะรับสาร

4.2 เป็นผู้พยายามรับรู้เรื่องราวข่าวสารต่าง ๆ อย่างสม่ำเสมอ

4.3 เป็นผู้ที่มีความรู้สึกรวดเร็วและถูกต้อง

4.5 เป็นผู้ที่มีสมาธิ สามารถบังคับใจให้อยู่ที่เรื่องราวที่กำลังสื่อสาร

5. ปฏิกิริยาตอบกลับ (Feedback) ในการสื่อสารแต่ละครั้งผู้ส่งสารและผู้รับสารต่างมีวัตถุประสงค์ในการสื่อสารของตนเองและจะแสดงปฏิกิริยาตอบกลับเพื่อให้อีกฝ่ายหนึ่งรับรู้ความรู้สึกนึกคิดของตน ต่างต้องประเมินผลและบรรยากาศในการสื่อสารตลอดเวลา การสื่อสารอาจเกิดผลตรงตามเป้าหมาย ปฏิกิริยาตอบกลับจะช่วยให้ผู้ส่งสารสามารถปรับเปลี่ยนข้อมูล ท่าที หรือวิธีการสื่อสารเพื่อให้การสื่อสารบรรลุจุดประสงค์

กิดานันท์ มลิทอง (2543 : 23 -24) กล่าวถึง องค์ประกอบต่าง ๆ เพื่อให้การสื่อสารเกิดขึ้นได้ มีดังนี้

1. ผู้ส่ง ผู้สื่อสาร หรือต้นแหล่งของการส่ง (Sender, Communicator or Source) เป็นแหล่งหรือผู้ที่นำข่าวสารเรื่องราว แนวความคิด ความรู้ ตลอดจนเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้หลายอย่าง เช่น ผู้อ่านข่าว ครู นักร้อง นักเขียน จิตรกร ฯลฯ เป็นผู้นำเนื้อหาเรื่องราวของข่าว บทความ ภาพ มาเสนอแก่ผู้รับเรียกว่า “เข้ารหัส”

2. เนื้อหาเรื่องราว ได้แก่ เนื้อหาของสารหรือเรื่องราวที่ส่งออกมา เช่น ความรู้ ความคิด ข่าวสาร บทเพลง ข้อเขียน เพื่อให้ผู้รับรับข้อมูลเหล่านั้น

3. สื่อหรือช่องทางในการนำสาร หมายถึง ตัวกลางที่ช่วยถ่ายทอดแนวความคิด เหตุการณ์ เรื่องราวต่าง ๆ ผู้ส่งต้องการให้ไปถึงผู้รับ สื่อที่ใช้กันมากที่สุด คือ ภาษาพูด ซึ่งใช้เสียงเป็นสื่อ เวลาเขียนหรืออ่านหนังสือสื่อที่ใช้ก็คือ ภาษาเขียน หรือถ้ามีการสื่อความหมายกับคนใบ้ก็ใช้สื่อเป็นภาษามือ กิริยาท่าทางหรือการแสดงออกทางท่าทางหน้าตา

4. ผู้รับหรือกลุ่มเป้าหมาย (Receiver or Target Audience) ได้แก่ ผู้รับเนื้อหาเรื่องราวจากแหล่งหรือผู้ส่งส่งมา ผู้รับนี้อาจเป็นบุคคล กลุ่มชนหรือสถาบันก็ได้ เมื่อรับเรื่องราวแล้วผู้รับก็ต้องการถอดรหัส คือการแปลข่าวนั้นให้เข้าใจ

5. ผล (Effect) หมายถึง สิ่งที่เกิดขึ้นจากการที่ผู้ส่งสารส่งเรื่องราวไปยังผู้รับ ผลที่เกิดขึ้นคือ การที่ผู้รับอาจมีความเข้าใจหรือไม่รู้เรื่อง ยอมรับหรือปฏิเสธ พอใจหรือโกรธ สิ่งเหล่านี้เป็นผลของการสื่อสาร และจะเป็นผลสืบเนื่องต่อไปว่าการสื่อสารนั้นจะสามารถบรรลุผลตามจุดมุ่งหมายหรือไม่ทั้งนี้ย่อมขึ้นอยู่กับทัศนคติของผู้รับ สื่อที่ใช้ และสถานการณ์ในการสื่อสารเป็นสำคัญด้วย

6. ผลป้อนกลับ (Feedback) เป็นสิ่งที่เกี่ยวเนื่องจากผลซึ่งผู้รับส่งกลับมายังผู้ส่ง โดยผู้รับอาจแสดงอาการให้เห็น เช่น ง่วงนอน ปรบมือ ยิ้ม พนักหน้า ส่ายหน้า การพูดโต้ตอบ หรือการแสดงความคิดเห็น เพื่อเป็นข้อมูลที่ทำให้ผู้ส่งทราบว่า ผู้รับมีความพอใจหรือมีความเข้าใจในความหมายที่ส่งไปหรือไม่ ผลป้อนกลับนี้คือข้อมูลย้อนกลับอันเกิดจากการตอบสนองของผู้รับที่ส่งกลับไปยังผู้ส่งคนอื่นนั่นเอง

กิติมา สุรสนธิ (2549 : 8-26) อธิบายว่า องค์ประกอบของการสื่อสารจะต้องประกอบด้วยส่วนสำคัญ 4 ส่วน คือ

1. ผู้ส่งสาร (sender) หมายถึง บุคคลหรือกลุ่มบุคคลที่มีความคิด มีความต้องการ มีความตั้งใจที่จะส่งข้อมูลข่าวสาร อารมณ์ ความรู้สึกนึกคิด ความคิดเห็น ทัศนคติ ความเชื่อ และอื่น ๆ ไปยังผู้รับสาร เพื่อก่อให้เกิดผลอย่างใดอย่างหนึ่งต่อผู้รับสาร ผู้ส่งสารเป็นองค์ประกอบที่มีความ

สัมพันธ์กับองค์ประกอบอื่น ๆ ทั้งในแง่ของการเป็นผู้เลือกข้อมูลข่าวสารที่จะส่งหรือถ่ายทอดไป การเลือกวิธีการ และช่องทางที่จะทำให้สารไปถึงผู้รับสาร รวมทั้งเลือกและพยายามกำหนดตัวผู้ที่จะเป็นผู้รับข้อมูลข่าวสารโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อต้องการให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในระดับใดระดับหนึ่ง หรือในด้านใดด้านหนึ่งกับบุคคลที่เป็นผู้รับสาร เช่น ความต้องการในการเปลี่ยนแปลงการรับรู้หรือความรู้ การเปลี่ยนแปลงความเชื่อ ทัศนคติและพฤติกรรมของบุคคลของกลุ่มคนหรือของสังคม เป็นต้น

2. สาร (message) หมายถึง เรื่องราวที่มีความหมายและถูกแสดงออกมาโดยอาศัยภาษาหรือสัญลักษณ์ใด ๆ ก็ตามที่สามารถทำให้เกิดการรับรู้ร่วมกันระหว่างผู้ส่งสารและผู้รับสารได้ สารจะเป็นตัวเร้าให้ผู้รับสารเกิดการรับรู้ต่อความหมายและมีปฏิกิริยาตอบสนองต่อความหมายที่ได้รับ

3. ช่องทางการสื่อสารหรือสื่อ (channel or media) หมายถึง ประสาทสัมผัสทั้ง 5 ของมนุษย์ที่ใช้ในการรับรู้ความหมายจากสิ่งต่าง ๆ อันได้แก่ การมองเห็น การได้ยิน การดมกลิ่น การสัมผัส และการลิ้มรส เป็นต้น หรือนอกจากนี้ช่องสารหรือสื่อยังอาจหมายถึงคลื่นแสง คลื่นเสียง และอากาศที่อยู่รอบ ๆ ตัวคนเราด้วย

4. ผู้รับสาร (receiver) เป็นบุคคลที่มีความสำคัญในการสื่อสาร ซึ่งการสื่อสารจะมีความหมายอย่างไร จะประสบผลสำเร็จหรือไม่ ขึ้นอยู่กับผู้รับสารนั้นจะเลือกรับสาร เลือกที่จะตีความ และทำความเข้าใจต่อข่าวสารที่ตนเองได้รับนั้นอย่างไร ถึงแม้การสื่อสารจะเริ่มต้นจากผู้ส่งสาร แต่บุคคลที่จะแสดงว่าการสื่อสารจะประสบความสำเร็จหรือไม่นั้นก็คือผู้รับสาร ดังนั้น ในการสื่อสารทุกครั้งสิ่งที่ผู้ส่งจะต้องให้ความสำคัญและต้องคำนึงถึงอย่างมากก็คือตัวผู้รับสาร

สรุปได้ว่า องค์ประกอบของการสื่อสารมี 4 องค์ประกอบ คือ

1. ผู้ส่งสาร เป็นผู้เริ่มต้นในการส่งสารในรูปสัญลักษณ์ที่สร้างขึ้นแทนความคิด

2. สาร เป็นสิ่งที่ผู้ส่งสารส่งไปยังผู้รับสาร อาจจะเป็นข่าวสาร อารมณ์ ความรู้สึก ความคิดเห็น ซึ่งจะทำให้ผู้ส่งสารและผู้รับสารมีการรับรู้ตรงกัน

3. ช่องทางหรือสื่อ เป็นตัวกลางในการนำสารไปสู่ผู้รับสาร

4. ผู้รับสาร อาจมีคนเดียวหรือเป็นกลุ่ม การสื่อสารจะประสบความสำเร็จหรือไม่ ขึ้นอยู่กับผู้รับสารว่าจะตีความสารที่ได้รับนั้นอย่างไร

3.5 วัตถุประสงค์ของการสื่อสาร

บุญศรี ปราบณศักดิ์ และศิริพร จิรวัฒน์กุล (2534 : 31) กล่าวถึง วัตถุประสงค์ในการส่งสาร ดังนี้

1. เพื่อแจ้งให้ทราบ หมายถึง การที่ผู้สื่อสารทำการสื่อสารออกไปเพื่อบอกกล่าวเรื่องราวข้อมูล เหตุการณ์ต่าง ๆ ให้ผู้อื่นทราบ และเข้าใจ

2. เพื่อการสอนหรือให้การศึกษา หมายถึง ผู้สื่อสารมีความต้องการที่จะถ่ายทอดความรู้ความคิด หรือวิชาการให้ผู้รับได้เกิดความงอกงามทางปัญญาและจิตใจ

3. เพื่อสร้างความพอใจหรือความบันเทิง หมายถึง ผู้สื่อสารต้องการให้สารที่ตนส่งออกไปสร้างความสุข สนุกเพลิดเพลิน พอใจแก่ผู้รับ

4. เพื่อเสนอหรือชักจูงใจ หมายถึง ผู้สื่อสารต้องการเสนอแนวคิด หรือแนวปฏิบัติออกไปให้ผู้รับเห็นด้วย คล้อยตาม และยอมรับ

ปรมะ สตะเวทิน (2534 : 16) ได้กล่าวว่า วัตถุประสงค์หลัก ๆ ของผู้ส่งสารในการทำการสื่อสาร ได้แก่

1. เพื่อแจ้งให้ทราบ (Inform) ซึ่งหมายความว่า ในการทำการสื่อสารนั้นผู้ส่งสารมีความต้องการที่จะบอก แจ้งหรือชี้แจงข่าวสารเรื่องราว เหตุการณ์ ข้อมูล หรือสิ่งอื่นใดให้ผู้รับสารได้รับทราบหรือเกิดความเข้าใจ

2. เพื่อสอนหรือให้การศึกษา (Teach or Educate) ซึ่งหมายความว่า ผู้ส่งสารมีความต้องการที่จะสอนวิชาความรู้หรือเรื่องราวที่มีลักษณะเป็นวิชาการ เพื่อให้ผู้รับสารได้รับความรู้เพิ่มขึ้นจากเดิม

3. เพื่อสร้างความพอใจหรือให้ความบันเทิง (Please or Entertain) ซึ่งหมายความว่า ในการสื่อสารนั้นผู้ส่งสารมีความต้องการที่จะทำให้ผู้รับสารเกิดความรื่นเริงบันเทิงใจจากสารที่ตนส่งออกไป ไม่ว่าจะอยู่ในรูปของการพูด การเขียนหรือการแสดงกิริยาท่าทาง

4. เพื่อเสนอหรือชักจูงใจ (Propose or Persuade) ซึ่งหมายความว่า ผู้ส่งสารได้เสนอแนะสิ่งใดสิ่งหนึ่งต่อผู้รับสาร และมีความต้องการชักจูงใจให้ผู้รับสารมีความคิดคล้อยตามหรือยอมรับปฏิบัติตามการเสนอแนะของตน

มณฑล ใบบัว (2536 : 29-30) กล่าวว่า วัตถุประสงค์ในการสื่อสาร แบ่งออกเป็น 3 ประการด้วยกัน คือ

1. เพื่อบอกเล่าเรื่องราวข่าวสาร (To Inform) โดยสื่อสารกับผู้อื่นเพื่อให้เขาได้ทราบถึงสารนั้นอย่างถูกต้อง เป็นการสร้างความเข้าใจระหว่างกัน ซึ่งสามารถใช้วิธีการต่าง ๆ คือ

1.1 ใช้อธิบายให้หมดข้อสงสัยในเรื่องนั้น (to clarity)

1.2 เพื่อบอกให้รู้แจ้งในเรื่องนั้น เป็นการสร้างความสว่างทางปัญญา (to enlighten)

1.3 การแจ้งให้ทราบ หรือบอกให้รู้ไว้ (to inform)

1.4 การให้คำแนะนำ (to instruct)

1.5 การให้ความกระจ่างหรือความเข้าใจในเรื่องนั้น (to make clear)

2. เพื่อจูงใจให้ยอมรับหรือเปลี่ยนแปลงความเชื่อและเจตคติ (To Persuade) โดยสื่อสารเพื่อให้ผู้รับสารยอมรับหรือเห็นด้วยกับสารที่สื่อออกไป หรืออย่างน้อยทำให้เขาได้ยอมรับรู้ในเรื่องนั้น นอกจากจะเปลี่ยนความเชื่อหรือเจตคติแล้ว ในบางครั้งเราก็มุ่งผลถึงการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมซึ่งเป็นการประพฤติปฏิบัติของบุคคลด้วย ซึ่งสามารถใช้วิธีการต่าง ๆ คือ

2.1 ใช้การกระตุ้นให้เกิดการตื่นตัวในเรื่องนั้น ๆ (to actuate)

2.2 ทำให้แน่ใจ สร้างความมั่นใจในเรื่องนั้น ๆ (to convince)

2.3 ก่อให้เกิดปฏิกิริยาอย่างใดอย่างหนึ่ง (to evoke action)

2.4 สร้างความประทับใจให้เกิดขึ้น (to impress)

2.5 ก่อให้เกิดความเชื่อถือซึ่งจะมีผลทำให้โน้มน้าวใจได้ง่ายขึ้น (to induce belief)

2.6 ดลใจเรื่องใดเรื่องหนึ่ง (to inspire)

2.7 ชักนำ (to lead)

2.8 ชักชวนให้เขาทำตามที่ต้องการ (to persuade)

2.9 เสริมความเชื่อถือและความรู้สึกที่เขามีต่อเรื่องนั้น ๆ ให้เพิ่มมากยิ่งขึ้น (to reinforce belief and feeling)

2.10 ใช้การกระตุ้นอารมณ์เข้าช่วย (to stimulate emotion)

2.11 กระตุ้นให้เกิดการซักถาม เป็นการสร้างให้เกิดความสนใจในเรื่องนั้น ๆ (to induce inquiry)

3. เพื่อจรรโลงใจ (to entertain) โดยสื่อสารเพื่อให้ผู้รับสารมีความรู้สึกบันเทิงเริงใจ ซึ่งสามารถใช้วิธีการต่าง ๆ คือ

3.1 ให้ความเพลิดเพลินสนุกสนาน (to amuse)

3.2 ให้เกิดความสำราญบานใจ เกิดนันทนาการ (to recreats)

เกศินี จุฑาวิจิตร (2542 : 4-5) กล่าวว่า ในการสื่อสารครั้งหนึ่ง ๆ ทั้งผู้ส่งสาร และผู้รับสาร ต่างก็มีวัตถุประสงค์ในการสื่อสาร ซึ่งสามารถจำแนกวัตถุประสงค์ของการสื่อสารได้ดังนี้

1. เพื่อแจ้งให้ทราบ (to inform) เป็นวัตถุประสงค์ที่ผู้ส่งสารต้องการเผยแพร่หรือบอกกล่าวเรื่องราวเหตุการณ์ต่าง ๆ กิจกรรม นโยบาย ความเคลื่อนไหว ฯลฯ ของตนเองหรือหน่วยงานให้ผู้รับสารได้ทราบ ผู้รับสารก็มีความประสงค์ที่จะได้รับทราบข่าวสาร เพื่อนำไปใช้ในชีวิตประจำวันหรือเป็นข้อมูลสำหรับการตัดสินใจ

2. เพื่อให้การศึกษา (to educate) เป็นวัตถุประสงค์ที่ผู้ส่งสารต้องการให้ผู้รับสารได้เรียนรู้ และเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งมากกว่าการได้รับทราบ

3. เพื่อโน้มน้าวใจ (to persuade) เป็นวัตถุประสงค์ที่ผู้ส่งสารต้องการให้ผู้รับสารเกิดความรู้สึกชอบใจ สนใจหรือคล้อยตามสนับสนุนและต้องการที่จะปฏิบัติตาม ส่วนผู้รับสารทำการสื่อสารก็เพื่อต้องการที่จะได้ข้อมูลสำหรับการตัดสินใจ การสื่อสารที่มีวัตถุประสงค์เพื่อการโน้มน้าวหรือชักจูงใจ ได้แก่ การโฆษณา และการประชาสัมพันธ์ เป็นต้น

4. เพื่อความบันเทิง (to entertain) เป็นวัตถุประสงค์ที่ผู้ส่งสารต้องการให้ผู้รับสารเกิดความพึงพอใจ สนุกสนาน ในส่วนผู้รับสารเอง ก็ต้องการได้รับความพอใจ เพลิดเพลินใจ หรือสนุกสนาน

กิติมา สุรสนธิ (2549 : 28) กล่าวถึง วัตถุประสงค์ทั่วไปของการสื่อสาร ดังนี้

1. เพื่อแจ้งให้ทราบ (to inform) หรือการบอกให้รู้ เป็นวัตถุประสงค์ที่ผู้ส่งสารต้องการจะบอกเล่าหรือแจ้งเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นหรือข้อมูลข่าวสารต่าง ๆ ที่ได้รับรู้มาถ่ายทอดให้แก่ผู้รับสารได้ทราบ

2. เพื่อให้การศึกษา (to teach to educate) เป็นวัตถุประสงค์ที่ผู้ส่งสารต้องการจะให้ผู้รับได้มีความรู้ ความเข้าใจในบางเรื่อง หรือบางสิ่งบางอย่าง ตามที่ผู้ส่งสารต้องการ ซึ่งโดยทั่วไปแล้วเป็นวัตถุประสงค์ที่ผู้ส่งสารต้องใช้ความพยายามในแง่ของการสื่อสารประเภทแรก

3. เพื่อชักจูงใจหรือโน้มน้าวใจ (to propose or to persuade) เป็นวัตถุประสงค์ที่เน้นให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในเรื่องความรู้สึก นึกคิด ทัศนคติ หรือพฤติกรรม ซึ่งโดยทั่วไปบุคคลที่มีวัตถุประสงค์ในการสื่อสารในลักษณะนี้จำเป็นต้องใช้ความพยายามในการสื่อสารค่อนข้างสูง และจะเป็นต้องมีความตั้งใจอย่างมากเพื่อให้การสื่อสารครั้งนั้นบรรลุวัตถุประสงค์

4. เพื่อให้ความบันเทิง (to entertain) เป็นวัตถุประสงค์ของผู้ส่งสารที่ต้องการให้ผู้รับสารเกิดความสนุกสนานรื่นเริงบันเทิงใจ มีอารมณ์ที่ดีและแจ่มใส เป็นการพักผ่อนหย่อนใจภายหลังเคร่งเครียดจากการทำงานหรือครุ่นคิดในเรื่องใดเรื่องหนึ่งจนเกิดความหดหู่ ท้อแท้ใจ ซึ่งการสื่อสารหรือความบันเทิงจะช่วยให้เกิดความสนุกสนานหรือผ่อนคลายความเครียดได้

จากวัตถุประสงค์ของการสื่อสารข้างต้น สรุปได้ว่า การสื่อสารมีวัตถุประสงค์ดังนี้

1. เพื่อแจ้งให้ทราบ เป็นการบอกให้รู้ ผู้ส่งสารต้องการเผยแพร่หรือบอกเล่าเหตุการณ์ กิจกรรม นโยบาย ข่าวสาร ที่ได้รับรู้มาถ่ายทอดให้ผู้รับสารเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการใช้ชีวิตประจำวันหรือตัดสินใจ

2. เพื่อให้การศึกษา ผู้ส่งสารมีวัตถุประสงค์ให้ผู้รับสารได้รับความรู้

3. เพื่อโน้มน้าวใจ เป็นการสื่อสารให้ผู้รับสารเปลี่ยนแปลงความรู้สึกนึกคิด ทัศนคติ พฤติกรรมให้คล้อยตามหรือสนับสนุน

4. เพื่อความบันเทิง ผู้ส่งสารมีวัตถุประสงค์ให้ผู้รับเกิดความสนุกสนาน รื่นเริงบันเทิงใจ มีอารมณ์ดี เพลิดเพลิน ผ่อนคลายความเครียด

3.6 ความหมายและความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เทอร์เบอร์ (Thurber. 1976 : 513) ได้กล่าวถึงทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการตั้งสถานการณ์ในกิจกรรมการเขียนหรือพูดในเรื่องประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนซึ่งจะมีผลต่อการปรับปรุงที่ดีต่อตนเอง เมื่อผู้เรียนได้ฝึกหัดเพิ่มมากขึ้น ส่งผลให้ผู้เรียนมีพลังในการคิดด้วยตนเอง

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989 : 214) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างแนวคิดและสามารถทำความเข้าใจแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิด และได้ระบุความสามารถที่ต้องการให้เกิดขึ้นในตัวของนักเรียนเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. สามารถแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยการพูด การเขียน การสาธิต และการแสดงให้เห็นภาพ

2. สามารถทำความเข้าใจ แปลความหมาย และประเมินแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอโดย การพูด การเขียน หรือภาพต่าง ๆ

3. สามารถใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์แสดงแนวคิด อธิบายความสัมพันธ์ และจำลองเหตุการณ์

บารูดี้ (Baroody. 1993 : 2-9) ได้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์กับการสื่อสารว่า คณิตศาตร์เป็นภาษาหนึ่ง ภาษาของคณิตศาสตร์เป็นภาษาที่ใช้แทนแนวคิด และการสื่อสารแนวคิดที่หลากหลายได้ชัดเจน เที่ยงตรง และรัดกุม การเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมของสังคม ปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนและการสื่อสารระหว่างครูกับนักเรียนเป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

เคนเนดี้ และทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994 : 181) อธิบายว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นเป้าหมายที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพราะการสื่อสารจะเป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล ความรู้ และสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และเป็นการนำเสนอแนวคิด แลกเปลี่ยนความรู้

สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 45) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงแนวคิด นำเสนอแนวคิด และอธิบายความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย

1. ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูด การเขียน การแทนด้วยสัญลักษณ์ หรือการแสดงแนวคิดโดยใช้สื่อต่าง ๆ เช่น แผนภูมิ แผนภาพ หรือกราฟ

2. ความสามารถในการใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์และแสดงความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์

3. ความสามารถในการอธิบายแนวคิด และแลกเปลี่ยนแนวคิดทางคณิตศาสตร์

ศิริพร มาวรรณา (2546 : 16) ได้นิยามความหมายของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นพฤติกรรมที่แสดงให้เห็นถึงการพัฒนาทักษะในด้านการสื่อสาร เช่น การเล่าเรื่อง การเขียน สรุป การทำรายงานหรือศึกษาค้นคว้า จากตำรา วารสาร เอกสาร รายการโทรทัศน์ วิทยุ และการนำเสนอด้วยปากเปล่า เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความรู้และแนวคิดหลักการคณิตศาสตร์กับผู้อื่นได้อย่างกระฉับกระเฉง ถูกต้อง และชัดเจน ตลอดจนการวิเคราะห์ประเมินค่าแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ได้

ศิริพร รัตนโกสินทร์ (2546 : 30) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้ภาษาพูดและเขียน การใช้ศัพท์ สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงแนวคิดและอธิบายแนวคิด แสดงความหมายและความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551 : 70) อธิบายว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ หรือกระบวนการคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้อง

ชัดเจนและมีประสิทธิภาพ การที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายหรือการเขียน แลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็นถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวางลึกซึ้งและจดจำได้นานมากขึ้นอีกด้วย

จากแนวคิดของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์หมายถึง การถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างแนวคิดและอธิบายแนวคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน รัดกุม

3.7 แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เกรย์ และรีส (Gray; & Reese. 1957 : 397 – 398) กล่าวว่า ครูควรฝึกให้นักเรียนอ่านทบทวนอย่างละเอียด และรู้จักตั้งคำถามด้วยตนเองและควรชี้ให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องต่อไปนี้

1. สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
2. เข้าใจความหมายของเลขคณิต
3. หัดอ่านให้เร็วขึ้น
4. หัดเข้าใจศัพท์เกี่ยวกับปริมาณและคุณภาพ

เทอร์เบอร์ (Thurber. 1976 : 514-534) ได้กล่าวว่า กิจกรรมด้านทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ควรจัด ดังนี้

1. ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ (The Vocabulary of Mathematics) ซึ่งให้นักเรียนได้เข้าใจที่มาและความหมายของคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์หรือการสร้างคำศัพท์

2. การนำเสนอด้วยปากเปล่า (Oral Presentations) ได้แก่ การให้นักเรียนได้มีกิจกรรมดังนี้

2.1 การสรุปรายงานในห้องเรียนหรือการรายงานสั้น ๆ ที่ให้นักเรียนได้ออกมาพูดหน้าชั้นและมีคำถามถามตอบจากเพื่อนในชั้น

2.2 พูดนำเสนอเมื่อได้รับฟังหรือการอ่านหนังสือหรือการดูภาพยนตร์ ครูมอบหมายให้นักเรียนไปอ่าน หรือให้ชมภาพยนตร์เรื่องที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ แล้วนำมาพูดรายงาน โดยมีวัตถุประสงค์ของการพูดและการรายงาน

2.3 การนำเสนอเป็นกลุ่ม การทำงานเป็นทีมของนักเรียนโดยให้เตรียมเรื่องที่สนใจที่ต้องการพูด และนำเสนออภิปราย

2.4 เกมทางคณิตศาสตร์ อาจจะให้เล่นเกมในเวลาสั้น ๆ โดยการเขียนที่ให้แสดงจินตนาการ หรือกำหนดสถานการณ์มาและให้คิดแก้ปัญหานั้น

2.5 รายการโทรทัศน์และวิทยุ ให้ดูรายการที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ อาจจัดกิจกรรมกำหนดเวลาสั้น ๆ ให้ และให้มีการนำเสนอความคิดจากการดูรายการโทรทัศน์ หรือวิทยุ

3. การเขียนที่ดีและเพิ่มการเขียนให้มากกว่าเดิม โดยให้สนับสนุนการเขียนของนักเรียน อาจให้นักเรียนได้มีการสรุปจากบทเรียนที่ได้เรียนมา หรือในการให้นักเรียนได้เขียนจากประสบการณ์โดยไม่จำเป็นต้องจำกัดหน้าในการเขียน

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989 : 26) ได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า ควรเป็นกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการดำเนินการอย่างเต็มที่ ในลักษณะของการสืบค้น การสืบเสาะ การพรรณนาและการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยการอ่าน การพูดและการแสดงแนวคิด จัดการเรียนการสอนให้นักเรียนมีโอกาสปฏิสัมพันธ์ต่อกัน มีโอกาสชี้แจงแนวคิด อธิบายเหตุผล และชวนเชื่อให้บุคคลอื่นเห็นด้วยกับแนวคิดของตนทั้งการพูดและการฟัง กิจกรรมดังกล่าวจะช่วยให้นักเรียนได้สร้างความรู้ เรียนรู้ที่จะรับฟังแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ และทำให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดของตนเอง ดังนั้นการพูด การฟัง การอ่าน การเขียนและการแสดงแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ จึงเป็นกุญแจสำคัญในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสาร

โรวาน และมอร์โรว์ (Rowan; & Morrow. 1993 : 9-11) ได้เสนอแนะแนวทางในการส่งเสริมการสื่อสารไว้ดังนี้

1. นำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนได้พรรณนาถึงสิ่งที่พบ

2. ใช้เนื้อหา เรื่องราว หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของนักเรียน เช่น โครงงานที่มีกิจกรรมการสืบค้นเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน จะทำให้การใช้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นไปได้อย่างสมบูรณ์

3. การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิด จะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด และแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่ให้โอกาสนักเรียนได้คิดอย่างหลากหลายและคิดอย่างสร้างสรรค์ การส่งเสริมการใช้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในที่นี้ รวมไปถึงการให้นักเรียนได้ตั้งคำถามให้กับตนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การค้นพบตามที่เขาสนใจ

4. ให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด การเขียนสื่อสารแนวคิดเป็นสิ่งสำคัญและควรให้นักเรียนได้ฝึกเขียนแสดงแนวคิดของตนเอง เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย นั่นคือ เป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจนกับนักเรียน

5. ใช้กลุ่มแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน การให้นักเรียนนั่งเรียนเป็นแถวและนั่งประจำโต๊ะของตนเอง ไม่ได้ส่งเสริมให้เกิดการอภิปราย การจัดกลุ่มให้นักเรียนได้ร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้ เป็นการให้โอกาสนักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มเป็นการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรง

6. ให้การชี้แนะโดยตรงและชี้แนะโดยอ้อม การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การบริหารและจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนได้ทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานของการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล

มังกร ทองสุขดี (2535 : 143 -151) กล่าวว่า การฝึกการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อาจทำได้หลายวิธี ดังนี้

1. การอ่านหนังสือ เพื่อต้องการให้ผู้เรียนค้นหาข้อเท็จจริง หลักเกณฑ์ รวมทั้งข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะต่าง ๆ ในอันที่จะช่วยให้เกิดความคิด เพิ่มพูนสติปัญญาหรือความประทับใจ ครูควรจะต้องเลือกสรรเรื่องราวที่ผู้เรียนควรรู้ และควรจะชี้แจงให้ผู้เรียนทราบถึงจุดประสงค์ของการอ่านแต่ละเรื่องแต่ละครั้งว่าจะมีประโยชน์อย่างไรบ้าง เพราะการอ่านเกี่ยวกับคณิตศาสตร์นั้นจะต้องมีเป้าหมายของการอ่านที่แตกต่างไปจากการอ่านหนังสือประเภทอื่น ๆ ในห้องสมุดก็ดีหรือมุมหนังสือในห้องเรียนก็ดีควรจะได้มีการเสาะหาหนังสือเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ประเภทต่าง ๆ เช่น ตำรา วารสาร เอกสาร บทความ ให้มีจำนวนมากพอแก่ความต้องการ

2. การพัฒนาศัพท์ทางคณิตศาตร์ การทำความเข้าใจในศัพท์จะช่วยให้การเรียนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ซึ่งมีหลายวิธีดังนี้

2.1 ให้ผู้เรียนรู้ศัพท์ใหม่ขณะที่ร่วมกิจกรรมการเรียนการสอน

2.2 ให้ผู้เรียนรู้ศัพท์ทางโสตทัศนูปกรณ์ เช่น สอนให้ผู้เรียนจัดป้ายนิเทศ

2.3 ให้ผู้เรียนรู้ศัพท์จากการรายงาน

2.4 ให้ผู้เรียนรู้ศัพท์โดยการสร้างความคิดรวบยอด

2.5 ให้ผู้เรียนรู้ศัพท์จากการอ่านหนังสือ

2.6 ให้ผู้เรียนรู้ศัพท์จากการใช้พจนานุกรม

2.7 ให้ผู้เรียนรู้ศัพท์จากอุปกรณ์ที่ผู้เรียนทำขึ้นเอง เช่น การทำแผนภูมิ กราฟ

3. ฝึกให้ผู้เรียนมีทักษะการพูดและการถกปัญหา ในการสอนคณิตศาสตร์อาจจะฝึกให้ผู้เรียนมีทักษะเกี่ยวกับการถ่ายทอดความรู้โดยระบบการสื่อสารมีอยู่ 2 วิธี การรายงานโดยปากเปล่ากับการถกปัญหาซึ่งเป็นสิ่งที่ช่วยสร้างทักษะทางสังคมให้แก่ผู้เรียนอีกด้วย ในการนำเสนอปากเปล่าผู้เรียนจะต้องถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจของตนเองให้แก่เพื่อนอย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด ฉะนั้นการใช้ภาษาพูดอย่างถูกต้องจึงเป็นสิ่งสำคัญที่สุดในการถกปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบที่ดีที่สุด ครูจะต้องพยายามอธิบายให้ผู้เรียนทราบว่าการถกปัญหาคือ ความพยายามร่วมกันที่จะแก้ปัญหาเพื่อต้องการทดสอบข้อเท็จจริงหรือเสนอข้อคิดเห็น

ครูต้องเป็นบุคคลสำคัญของการเป็นผู้นำ เพื่อให้เกิดความร่วมมือระหว่างผู้เรียน และครูต้องเป็นผู้วางแผนให้ผู้เรียนได้ทราบว่าเขาจะต้องกระทำอย่างไรบ้าง เช่น ผู้เรียนจะต้องรู้สึกอำนาจหน้าที่ของตนเอง และรู้ว่าตนเองจะต้องมีความรับผิดชอบอย่างไร

4. ฝึกให้ผู้เรียนมีทักษะในการฟัง ในการเรียนของนักเรียนย่อมจะต้องอาศัยการฟังเป็นองค์ประกอบอย่างหนึ่ง เด็กที่มีทักษะในการฟังย่อมทำให้การเรียนมีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น และทักษะในการฟังนั้นเป็นสิ่งที่สามารถจะปรับปรุงแก้ไขได้ดีขึ้นได้และมีวัตถุประสงค์อยู่หลายประการ เช่น

4.1 ฝึกให้ผู้เรียนมีทักษะในการฟังเพื่อความถูกต้อง เช่น ฝึกให้ผู้เรียนฟังเกี่ยวกับคำชี้แจง ฟังเพื่อตอบปัญหา ฟังเพื่อติดตามเรื่องราว ฟังเพื่อให้ระลึกถึงสิ่งที่ผ่านมาแล้ว เป็นต้น

4.2 ฝึกให้มีทักษะในการฟังเพื่อพินิจพิจารณาและวิจารณ์ เช่น ฝึกให้ผู้เรียนฟังเกี่ยวกับคุณค่า ให้รู้จักข้อแตกต่างระหว่างข้อเท็จจริงกับความคิดเห็นเพื่อสรุปความหรือแสดงความคิด

4.3 ฝึกให้มีทักษะในการฟังเพื่อให้เกิดความซาบซึ้ง เช่น ฟังเรื่องราวเกี่ยวกับประวัติศาสตร์ คำประพันธ์หรือละคร

4.4 ฝึกให้มีทักษะในการฟังเพื่อให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ เช่น ช่วยให้ผู้เรียนเกิดความคิดใหม่ ๆ แปลก ๆ ภายหลังที่ผู้เรียนได้ฟังเกี่ยวกับการทดลอง การสาธิต การวิจัยเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ หรือสื่อใหม่ ๆ เป็นต้น

5. ฝึกให้มีทักษะในการเขียน ผู้เรียนมีโอกาสที่แสดงความสามารถในการเขียนมากมาย เช่น การทำการบ้าน การตอบปัญหา การเขียนรายงาน การฝึกให้นักเรียนมีทักษะในการเขียนจะเป็นสิ่งที่ช่วยให้ผู้เรียนได้รู้จักรวบรวมความรู้ต่าง ๆ เข้ามาเป็นหมวดหมู่ สร้างกฎเกณฑ์ และการนำเอาไปประยุกต์ใช้ ครูต้องคำนึงถึงความสามารถของผู้เรียนและช่วยให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์มากขึ้น สามารถนำความรู้ไปใช้ได้ในชีวิตประจำวันและหลีกเลี่ยงการคัดลอกจากตำราให้มากที่สุด

6. ฝึกให้มีทักษะในการใช้ห้องสมุด ครูควรจะหาทางยั่วยุหรือกระตุ้นให้เด็กเข้าห้องสมุดเพื่อศึกษาค้นคว้าหาข้อเท็จจริง และสะสมความรู้ให้กว้างขวางอยู่ตลอดเวลา นอกจากนั้นครูควรแนะนำให้ผู้เรียนรู้จักการใช้ห้องสมุด โดยแนะให้รู้จักเลือกหนังสือ วารสารเอกสาร หนังสืออ้างอิง

ประมวล ศิริผันแก้ว (2540 : 18-19) ได้กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ว่าความสามารถในการสื่อสารเป็นคุณลักษณะที่ต้องฝึกซ้ำ ๆ และสามารถฝึกทักษะในการสื่อสารได้ดังนี้

1. การเล่าหรือพูดทางคณิตศาสตร์เป็นการให้ข้อมูลข่าวสาร และแนวคิดสำคัญทางคณิตศาสตร์ที่มีเหตุผล การเล่าหรือการเขียนสรุปเรื่องราวทางคณิตศาสตร์ที่อ่านจากวารสาร หนังสือพิมพ์ หนังสือต่าง ๆ จากการดูโทรทัศน์หรือการสืบค้นข้อมูลทางอินเทอร์เน็ต โดยครูมอบหมายให้นักเรียนไปศึกษาค้นคว้า แล้วนำมาเล่าหรือเขียนให้ผู้อื่นรับรู้ เป็นการฝึกทักษะในการสื่อสารวิธีหนึ่ง

2. การเขียนบันทึกสรุปการไปทัศนศึกษาหรือการศึกษาภาคสนาม ในโอกาสที่นักเรียนกลับมาจากทัศนศึกษาหรือศึกษาภาคสนามแล้วให้เขียนรายงานสรุปถึงความรู้ความคิดในบางเรื่องที่ได้รับจากการไปทัศนศึกษาแต่ละครั้ง เช่น เมื่อพาไปสำรวจข้อมูลจำนวนนักเรียนในโรงเรียนใกล้เคียง นักเรียนควรจะสามารถเขียนบรรยายสรุปเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมทั่วไปในบริเวณโรงเรียน ลักษณะนิสัยของนักเรียนที่พบเห็น รวมทั้งข้อคิดเห็นที่มีต่อการจัดสภาพแวดล้อมในโรงเรียน ซึ่งผลสุดท้ายอาจให้นักเรียนแสดงข้อมูลนักเรียนออกมาในรูปแผนภูมิ รูปวงกลม แผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิเส้น เป็นต้น

3. การเล่นหรือบันทึกสิ่งที่สังเกตในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง กิจกรรมในส่วนนี้อาจทำได้ดังตัวอย่างเช่น ครูอาจให้นักเรียนบันทึกสิ่งที่สังเกตได้จากข้อแตกต่างของการนำเสนอข้อมูลในลักษณะต่าง ๆ

4. การจัดแสดงผลงานหรือการนำเสนอผลงานทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าหรือการสังเกตที่เกี่ยวข้องกับวิชาคณิตศาสตร์ในการนำเสนอควรให้มีการนำเสนอด้วยวาจาและผลงาน

นอกจากนี้กิจกรรมการเรียนการสอนในหลักสูตรสามารถใช้ฝึกทักษะในการนำเสนอผลงานทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนเขียนสรุปผลการศึกษาแล้วนำมาเล่าให้เพื่อนฟังก่อนที่จะเรียนครั้งต่อไปและถือว่าเป็นการนำเข้าสู่บทเรียนไปด้วย ทั้งนี้อาจมอบหมายให้กลุ่มใดกลุ่มหนึ่งเป็นผู้เล่า

5. การพูดหรือการอภิปรายทางคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมที่ใช้ฝึกทักษะในการสื่อสารได้วิธีหนึ่งให้โดยนักเรียนช่วยกันระบุเรื่องที่จะพูดหรืออภิปรายกำหนดให้นักเรียนขึ้นมาพูดหรืออภิปรายเป็นกลุ่ม มีการปรึกษาหารือกันในประเด็นที่จะพูด แบ่งกันไปอ่าน และค้นคว้าหาข้อมูลมาประกอบในการพูดหรืออภิปราย ตัวอย่างเช่น การพูด หรือการอภิปรายเรื่องราวในการนำเสนอข้อมูลที่เหมาะสมที่มีอยู่ตามหนังสือ สิ่งตีพิมพ์ต่าง ๆ หรือประโยชน์ในการนำเสนอข้อมูลในแต่ละรูปแบบประโยชน์ในการนำเสนอข้อมูลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

6. การสื่อสารด้วยเทคโนโลยีสารสนเทศและคอมพิวเตอร์ซึ่งพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารด้านเทคโนโลยีสารสนเทศ ทั้งในด้านรู้จักข้อมูลที่ตรงตามจุดประสงค์ รู้จักเก็บรวบรวมข้อมูลจากแหล่งข้อมูลที่เหมาะสม รู้จักประมวลข้อมูลให้เป็นสารสนเทศ รู้จักใช้การสื่อสารด้านเครือข่ายคอมพิวเตอร์ทั้งในด้านค้นคว้าหาข้อมูล และหาความรู้

กรมวิชาการ (2545 : 201-203) ได้แนะนำการจัดการเรียนรู้ให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอมีแนวทางในการดำเนินการดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน

2. ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยผู้สอนช่วยชี้แนะแนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ

การฝึกทักษะกระบวนการนั้นต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีแก้ปัญหาอย่างไร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อสารความหมาย

พิชิต แก้วก่อง (2549 : 24) กล่าวว่า ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การใช้คำถาม การพูดคุย การอภิปราย และการนำเสนอระหว่างครูกับนักเรียน หรือระหว่างนักเรียนด้วยกันมีส่วนสำคัญเป็นอย่างยิ่งที่จะทราบว่าผู้เรียนมีความสามารถทางการสื่อสารมากน้อยเพียงใด ครูผู้สอนควรนำเสนอสื่อรูปธรรม ส่งเสริมและฝึกทักษะให้นักเรียนในด้านการอภิปราย และการนำเสนอเทคนิคการเรียนการสอนที่เน้นการใช้คำถามที่ต้องใช้ความคิดระดับสูง เช่น คำถามปลายเปิด การจัด

กิจกรรมการเรียนการสอนควรส่งเสริมให้เกิดการสื่อสารระหว่าง ครูกับนักเรียน นักเรียนกับนักเรียนเพิ่มมากขึ้น

ปริญญา สองสีดา (2550 : 44) ได้สรุปแนวทางในการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทำได้หลายวิธี เช่น การให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการพูด การเขียน การอ่าน การใช้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันของเราเพื่อให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องใกล้ตัว หรืออาจจะให้นักเรียนร่วมมือและช่วยเหลือกันในงานกลุ่ม และที่สำคัญมากในการส่งเสริมการสื่อสารคือครูควรเป็นทั้งผู้ส่งสารและในขณะเดียวกันก็ต้องเป็นผู้รับสารด้วย ซึ่งการสื่อสารแบบนี้จะทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551 : 74) อธิบายว่า เพื่อให้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ ครูควรให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ดังนี้

1. มีส่วนร่วมอย่างกระฉับกระเฉง (active participation) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารมีโอกาสได้ซักถามหลังจากที่ฟังคำอธิบาย มีโอกาสนำเสนอแนวคิดหรือเหตุผลที่ต่างออกไป หรือได้ลองลงมือปฏิบัติ

2. มีโอกาสทราบผลการกระทำทันที (immediate feedback) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารได้รับคำติชมวิพากษ์วิจารณ์ทันทีในโอกาสแรกที่เป็นไปได้ ทั้งนี้เพื่อจะได้ทราบว่าผู้รับสารสามารถรับสารได้ดีเพียงใด

3. มีความรู้สึกภาคภูมิใจและประสบการณ์ที่เป็นความสำเร็จ (success expression) กล่าวคือ มีโอกาสท้าทายให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารได้คิดหรือได้ทำ ทั้งนี้เพราะเมื่อทำได้สำเร็จก็จะเกิดความภาคภูมิใจ

4. มีโอกาสได้รับสารทีละน้อยตามลำดับขั้น (gradual approximation) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารได้ใคร่ครวญตามทีละน้อยจากง่ายไปยาก จนเข้าใจในเนื้อหาของสารที่จะได้รับ

สรุปได้ว่า แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีดังนี้

1. จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนมีส่วนร่วม เช่น การสืบค้น การสืบเสาะ การพรรณนา การอธิบายแนวความคิดทางคณิตศาสตร์

2. จัดกิจกรรมให้นักเรียนมีโอกาสปฏิสัมพันธ์ต่อกัน

3. จัดกิจกรรมให้เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน และดึงดูดใจ

4. ใช้คำถามปลายเปิด กระตุ้นให้นักเรียนได้คิด

3.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

โรจาส (Rojas. 1992 : 52 – 05A) ทำการศึกษาวิจัยการส่งเสริมการเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น โดยการพัฒนานักเรียนด้านทักษะการอ่านและการเขียน โดยให้นักเรียนได้เรียนเป็นกลุ่ม

โดยให้นักเรียนเรียนเนื้อหา เรื่อง ความน่าจะเป็น และใช้เทคนิคในการเสริมกิจกรรมทางภาษาในการเรียนคณิตศาสตร์ ฝึกการสื่อสารให้แก่นักเรียนโดยกระตุ้นให้นักเรียนได้ค้นคว้าโดยใช้การเสริมแรงในการอ่าน เขียนและพูด ผลการศึกษาพบว่า การทดลองนี้ทำให้นักเรียนมีการเรียนดีขึ้นในกิจกรรมการเรียนแต่ว่านักเรียนเห็นประโยชน์ในกิจกรรมการอ่านเล็กน้อย โดยไม่รู้ว่าการอ่านจะมีประโยชน์อย่างไร และอะไรที่เป็นความสามารถในการอ่านของพวกเขา

เทอร์โลว์ (Thurlow. 1999 : 143-A) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และเจตคติของนักเรียนเกรด 5 ระหว่างการสอนโดยเน้นการฝึกให้เขียนบทความลงในวารสารกับการสอนตามปกติ ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน สำหรับกลุ่มทดลองนักเรียนที่มีความสามารถต่ำกว่าค่ามัธยฐานของกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่ำกว่านักเรียนที่มีความสามารถสูงกว่าค่ามัธยฐานของกลุ่ม และเพศชายมีเจตคติต่ำกว่าเพศหญิง

โจฮันนิ่ง (Johanning. 2000 : 151 – 160) ได้ศึกษาการวิเคราะห์การเขียนและการทำงานกลุ่มร่วมกัน ของนักเรียนมัธยมศึกษาในวิชาพีชคณิตเบื้องต้น โดยส่งเสริมให้นักเรียนอ่าน เขียน อภิปรายทางคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกับการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยให้ความสำคัญกับการเขียนที่จะช่วยให้นักเรียนคิดไปพร้อม ๆ กันโดยพิจารณาจากผลงานของนักเรียน เป็นการวิจัยเพื่อศึกษาความเข้าใจของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาว่ามีความเข้าใจอย่างไร คิดอย่างไรกับวิธีการแก้ปัญหาที่ได้เขียนอธิบาย ซึ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7 และ 8 จำนวน 48 คน การดำเนินการโดยใช้การเขียนและการทำงานกลุ่มทดลองเป็นเวลา 1 ปีมีการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยภาพถ่ายการมีส่วนร่วมและการอภิปรายกลุ่ม การสัมภาษณ์นักเรียน ผลการศึกษาพบว่าการเขียนอธิบายเป็นวิธีหนึ่งที่กระตุ้นนักเรียนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนได้สื่อสารความคิดของตนลงบนกระดาษและถ่ายทอดสู่บุคคลอื่น การเขียนอธิบายก่อนการอภิปรายกลุ่ม ทำให้มั่นใจว่านักเรียนทุกคนมีโอกาสศึกษาด้วยตนเองก่อนที่จะพบครูกับเพื่อน ๆ การเขียนทำให้นักเรียนมีความมั่นใจมากขึ้นในการทำงานกลุ่มโดยการแลกเปลี่ยนความคิดภายในกลุ่ม ซึ่งบรรยากาศเช่นนี้นักเรียนจะมีความกระตือรือร้นในการคิดและการมีส่วนร่วมในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย

โรดเฮฟเวอร์ (Rodeheaver. 2000 : 61 – 03A) ได้ศึกษากรณีระหว่างนักศึกษาฝึกสอนและความร่วมมือของครูที่สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา เพื่อศึกษาว่าการสื่อสารอะไรบ้างที่จะมีผลต่อการเรียนการสอน และทำการประเมินข้อมูลย้อนกลับจากนักศึกษาฝึกสอน ผลการศึกษาพบว่า ข้อมูลย้อนกลับของนักศึกษาฝึกสอนนี้แสดงถึงว่าครูได้ให้ความสำคัญกับการสื่อสารเป็นอย่างมาก โดยการจัดการสื่อสารเข้าไปในกระบวนการเรียนการสอน แต่ว่าคุณภาพของการสื่อสารนั้นจะเป็นการเน้นเพียงให้บรรลุจุดมุ่งหมายเท่านั้น ไม่ได้เน้นในด้านปฏิบัติ ซึ่งในการใช้การสื่อสารในการทดลองนี้ไม่ได้รับความเป็นอิสระจากครูเลย

โควิงตัน (Covington. 2001 : 61-12A) ได้ทำการวิจัยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในโครงการ Connect Mathematics Project (CMP) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา จุดมุ่งหมายของการศึกษา เพื่อพิจารณาผลของโครงการ CMP ที่

มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาซึ่งโรงเรียนตั้งอยู่ในตัวเมือง โดยมีจุดมุ่งหมายอยู่ข้อหนึ่งคือ การเปรียบเทียบรูปแบบของการมีปฏิสัมพันธ์และการสื่อสารในห้องเรียน ของทั้งสองกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองคือห้องเรียนที่เรียนจากโครงการ CMP และห้องเรียนที่เรียนจากห้องเรียนหลักสูตรปกติ ผลการศึกษาพบว่า รูปแบบของการมีปฏิสัมพันธ์ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม คือนักเรียนโครงการ CMP และนักเรียนที่เรียนในหลักสูตรปกติมีความแตกต่างกันมาก เพราะห้องเรียนโครงการ CMP จะให้โอกาสนักเรียนทางการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าห้องเรียนหลักสูตรปกติ นอกจากนี้ นักเรียนในโครงการ CMP ได้แสดงถึงการใช้ทักษะการให้เหตุผลทางพีชคณิตอยู่ในระดับเดียวกับนักเรียนในหลักสูตรปกติ แต่แสดงถึงความเข้าใจแนวคิด โดยมีการใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายกว่านักเรียนในหลักสูตรปกติ สรุป นักเรียนในโครงการ CMP จะมีผลการปฏิบัติเป็นที่น่าพอใจและได้รับประสบการณ์ทางบวก จากห้องเรียนมากกว่านักเรียนที่เรียนจากหลักสูตรปกติ ส่วนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

โพลูซ (Poluse. 2002: Abstract) ได้ศึกษาผลกระทบของการเขียนเกี่ยวกับการแสดงออกของความเข้าใจของนักเรียนมัธยมในการเรียน Pre-Calculus ในรูปแบบทักษะการสื่อสารและเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ จุดประสงค์ของการศึกษานี้เพื่อเป็นการบรรยายและการสำรวจผลกระทบของข้อตกลงกับกิจกรรมการเขียนเกี่ยวกับการแสดงออกเกี่ยวกับความเข้าใจของนักเรียนในการเรียน Pre-Calculus เกี่ยวกับความคิดรวบยอดก่อนเรียน ในเรื่อง ลำดับ อนุกรม และลิมิต การสื่อสารในภาษาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งหลายที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ความรู้สึกของนักเรียนเกี่ยวกับการเขียนทางคณิตศาสตร์ การศึกษากรณีเกี่ยวกับคุณภาพนี้ เป็นการวิเคราะห์การเขียนและการสัมภาษณ์ของนักเรียนมัธยมปลาย จำนวน 6 คน ที่เรียนหลักสูตร Pre-Calculus นักเรียนทั้ง 6 คน ศึกษาอย่างหนักเพื่อให้ผ่านการสอบ การสำรวจใช้เวลา 1 ปี เริ่มและจบด้วยการสัมภาษณ์ การสำรวจคำศัพท์ การทดสอบสองครั้ง และโครงงานสองโครงงานที่เขียนอย่างสร้างสรรค์ รวมถึงการใช้คำศัพท์ที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอดของลำดับ อนุกรมและลิมิต นำไปยังจุดประสงค์ของหนังสือเล่มเล็กที่เขียนขึ้นสามารถพกไปในการเดินทางได้

ฮาเลย์ (Haley. 2007: Abstract) ได้ศึกษาประสบการณ์และผลกระทบจากทักษะการสื่อสารของพยาบาล โดยการสำรวจพื้นฐานบนโครงสร้างเกี่ยวกับความคิดรวบยอดการวิเคราะห์ 6 ประเภทของเฮอรอน (Heron's) ข้อมูลที่ได้รวบรวมจากพยาบาล 40 คน จาก 4 องค์กร การศึกษาครั้งนี้พบว่า พยาบาลที่มีประสบการณ์มากกว่า 5 ปี จะมีทักษะการสื่อสารน้อยกว่าประสบการณ์ในการจัดการ พยาบาลที่มีประสบการณ์น้อยจะมีทักษะการสื่อสารที่น่าเชื่อถือ น่าไว้วางใจ การมีทักษะจะช่วยทำให้เกิดความสะดวกในการช่วยเหลือผู้ป่วย เริ่มจากการเชื่อมั่นในตนเองและความรับผิดชอบในงานนั้น ดังนั้นทักษะเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการจัดการที่มีประสิทธิภาพสำหรับองค์กรที่ให้ทักษะการสื่อสารเป็นทางเลือก

งานวิจัยในประเทศ

สมชาย วรกิจเกษมสกุล (2540 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหากับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยเน้นให้ผู้เรียนได้พูดและเขียนแสดงความรู้ ความเข้าใจ และให้ความช่วยเหลือเพื่อนในการอธิบายหรือแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และให้ครูผู้สอนได้ตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการคิดผ่านสื่อประสม ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังการสอนสูงกว่าก่อนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งศักยภาพทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร พัฒนาโดยฝึกผ่านกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ผลการศึกษาพบว่า ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารหลังการทดลองกับก่อนการทดลองของกลุ่มทดลองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม

วัชรี ขันเชื้อ (2545 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถทางการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการพูดและการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เมื่อเรียนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยใช้กระบวนการกลุ่มเพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสาร นักเรียนมีความสามารถการสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ร้อยละ 70

ศิริพร มาวรรณา (2546 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาผลการใช้ทักษะการสื่อสารและการประเมินผลตามสภาพจริงที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การนำเสนอข้อมูล โรงเรียนสระโบสถ์วิทยาคาร จังหวัดลพบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 จำนวน 37 คน ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนตามคู่มือครู โดยแทรกกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้ทักษะการสื่อสารและการประเมินผลตามสภาพจริงสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิริพร รัตนโกสินทร์ (2546 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ผลการศึกษาพบว่าความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล (2547 : บทคัดย่อ) ได้พัฒนาชุดการเรียน เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มินันต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียน เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มินันต์ ผลการศึกษาพบว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ภายหลังจากการเรียนด้วยชุดการเรียน เรื่องเมทริกซ์ และดีเทอร์มินันต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ปรากฏว่านักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยเฉลี่ยร้อยละ 79.94

ชานนท์ ศรีผ่องงาม (2549 : บทคัดย่อ) ได้พัฒนาชุดการเรียนแบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์ (Student Teams Achievement Division : STAD) เรื่อง จำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังการใช้ชุดการเรียนแบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์ ผลการศึกษาพบว่าความก้าวหน้าของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังการเรียนด้วยชุดการเรียนแบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์มีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป โดยมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 81.02

ทินรัตน์ กาญจนกุญชร (2550: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก “สุ จิ ปุ ลิ” ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเตรียมทหาร จำนวน 1 ห้องเรียนจำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้หลัก “สุ จิ ปุ ลิ” เรื่องแคลคูลัสเบื้องต้น มีประสิทธิภาพ 80.88/82.57 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้หลัก “สุ จิ ปุ ลิ” มีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัย จะเห็นได้ว่า การสื่อสารเป็นวิธีการหนึ่งที่ทำให้เกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ ในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน หรือระหว่างผู้เรียนด้วยกันมีส่วนสำคัญอย่างยิ่งที่จะทราบว่าผู้เรียนมีความสามารถในการสื่อสารมากน้อยเพียงใด การนำเสนอสื่อรูปธรรม การส่งเสริม การฝึกทักษะในด้านการอภิปราย และการเรียนการสอนที่เน้นการใช้คำถามที่ต้องใช้ความคิดระดับสูง เช่น คำถามปลายเปิด จะทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. วิธีดำเนินการวิจัย
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล
5. สถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสายน้ำผึ้ง ในพระอุปถัมภ์ฯ เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 จำนวน 12 ห้องเรียน รวม 578 คน

การเลือกกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสายน้ำผึ้ง ในพระอุปถัมภ์ฯ เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 ที่ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่มด้วยการจับสลากมา 1 ห้องเรียนจากห้องเรียนทั้งหมด ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่ต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนคละความสามารถของนักเรียนได้กลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน จำนวน 43 คน

เนื้อหาที่ใช้

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ของกระทรวงศึกษาธิการ ที่จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เรื่อง ความน่าจะเป็น

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 ใช้เวลาทดลอง 17 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้

1. ทดสอบก่อนเรียน	1	คาบ
2. ดำเนินการสอน	15	คาบ
3. ทดสอบหลังเรียน	1	คาบ
รวม	17	คาบ

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมีดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน
3. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟัง
4. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

ขั้นตอนในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

1. ศึกษาพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542
2. ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
3. ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-ม.3)
4. ศึกษาคู่มือการสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ
5. ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสายน้ำผึ้ง ในพระอุปถัมภ์ฯ เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
6. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา
7. วิเคราะห์สาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น เพื่อกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้และสาระการเรียนรู้

8. จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้โดยมีแผนการจัดการเรียนรู้ 15 แผน ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความน่าจะเป็น	2	คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การทดลองสุ่มและเหตุการณ์	4	คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์	5	คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ความน่าจะเป็นกับการตัดสินใจ	4	คาบ
รวม	15	คาบ

ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย

8.1 จุดประสงค์การเรียนรู้

8.1.1 ด้านความรู้

8.1.2 ด้านทักษะ / กระบวนการ

8.1.3 ด้านคุณลักษณะ

8.2 ความรู้พื้นฐาน

8.3 สาระการเรียนรู้

8.4 แหล่งการเรียนรู้

8.5 กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วยขั้นตอนดังนี้

8.5.1 ขั้นเตรียมพร้อมเข้าสู่บทเรียน

8.5.2 ขั้นนำเสนอสถานการณ์

8.5.3 ขั้นลงมือปฏิบัติ

8.5.4 ขั้นอภิปราย

8.5.5 ขั้นสรุป

8.6 การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

8.7 บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

9. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาที่ผู้วิจัยสร้างเสร็จแล้วเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน คือ อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์ อาจารย์อุทัย ตั้งคำ และอาจารย์จินดา พ่อค้าชำนาญ เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความชัดเจน และความถูกต้องของผลการเรียนรู้ที่คาดหวังสอดคล้องกับเนื้อหาและกิจกรรม สื่อการเรียนรู้ และความสอดคล้องระหว่างผลการเรียนรู้ที่คาดหวังกับการวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้ เพื่อนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

10. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะเรียบร้อยแล้วเสนอประธานและกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ตรวจสอบพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เรียบร้อยเพื่อนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มตัวอย่าง

ขั้นตอนในการสร้างและหาคุณภาพแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียนของกลุ่มตัวอย่าง เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ 20 คะแนน ใช้เวลา 50 นาที ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบ ดังนี้

1. วิเคราะห์เนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้

2. กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน ดังนี้

แบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวมเป็น 20 คะแนน โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค (Rubric Assessment) ซึ่งผู้วิจัยปรับปรุงจากเกณฑ์การตรวจให้คะแนนของสมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 48 – 51) และ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544 : 311)

ตาราง 2 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน / ความหมาย	การแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	- ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่เหมาะสม แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ชัดเจน ได้คำตอบที่ถูกต้องและสมบูรณ์
3 ดี	- ดำเนินการตามวิธีการแก้ปัญหาที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่เข้าใจบางส่วนของปัญหาผิดไป โดยเงื่อนไขบางอย่างของปัญหา หรือ - เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม หาคำตอบถูกต้อง แต่ดำเนินการตามวิธีแก้ปัญหาได้ไม่สมูรณ์ หรือ - เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม และแสดงจำนวนที่เป็นคำตอบของปัญหาแต่ไม่ได้นำมาใช้แสดงเป็นคำตอบของปัญหา
2 พอใช้	- ใช้วิธีการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม และได้คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีสิ่งที่แสดงถึงการมีความเข้าใจปัญหา หรือ - ใช้วิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่ไม่ได้ดำเนินการจนกระทั่งได้คำตอบ หรือ - ใช้วิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่ดำเนินการไม่ถูกต้อง และนำไปสู่การหาคำตอบที่ผิดพลาด หรือหาคำตอบไม่ได้ หรือ - ได้คำตอบของปัญหาย่อย ๆ ที่แบ่งจากปัญหาที่กำหนด แต่ดำเนินการต่อไปไม่ได้ หรือ - ได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ไม่ได้แสดงรายละเอียดของวิธีการแก้ปัญหา
1 ยังต้องปรับปรุง	- แสดงวิธีหาคำตอบ และมีสิ่งบ่งบอกความเข้าใจปัญหาบางประการและมีแนวทางที่จะไม่นำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง หรือ - พยายามแก้ปัญหาด้วยวิธีการแก้ปัญหาที่ไม่เหมาะสม เพียงแนวทางเดียวที่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ และไม่คิดหาวิธีการแก้ปัญหาอื่น หรือ - มีสิ่งบ่งชี้ถึงความพยายามที่หาเป้าหมายย่อย ๆ ของปัญหา แต่ไม่ได้ดำเนินการต่อ
0 ไม่มีความพยายาม	- ไม่แสดงการแก้ปัญหา หรือไม่ตอบสนองสิ่งที่สัมพันธ์กับปัญหา คัดลอกข้อมูลจากปัญหา แต่ไม่ได้นำมาใช้ให้เกิดความเข้าใจปัญหา

ตาราง 3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่าน

คะแนน / ความหมาย	การแสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	- บอกรายละเอียดเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน
3 ดี	- บอกรายละเอียดเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาได้อย่างคร่าว ๆ ไม่ชัดเจนในบางส่วน
2 พอใช้	- บอกรายละเอียดเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาได้ไม่ชัดเจนในบางส่วน
1 ยังต้องปรับปรุง	- บอกรายละเอียดเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาได้เพียงเล็กน้อย พอมองเห็นแนวทาง
0 ไม่มีความพยายาม	- ไม่สามารถบอกรายละเอียดเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาได้

ตาราง 4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

คะแนน / ความหมาย	การแสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	- เขียนเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ชัดเจน
3 ดี	- เขียนเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างคร่าว ๆ ไม่ชัดเจนในบางส่วน แต่ครอบคลุมสาระสำคัญ
2 พอใช้	- เขียนเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ชัดเจนในบางส่วนและครอบคลุมสาระสำคัญเพียงบางส่วน
1 ยังต้องปรับปรุง	- เขียนเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เพียงเล็กน้อย พอมองเห็นแนวทาง หรือ - มีสิ่งชี้ถึงความพยายามที่จะเขียนเพื่อแสดงแนวคิด
0 ไม่มีความพยายาม	- ไม่สามารถเขียนเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้เข้าใจได้

3. ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน ให้สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ โดยสร้างแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ แล้วนำแบบทดสอบและเกณฑ์การให้คะแนนเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน คือ อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์ อาจารย์อุทัย ตั้งคำ และอาจารย์จินดา พ่อค้าชำนาญ เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ โดยพิจารณาจากค่า IOC ตั้งแต่ .50 ขึ้นไป แล้วนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข ผลการพิจารณาค่า IOC มีค่าตั้งแต่ .67 - 1

4. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียนที่ผ่านการคัดเลือกแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสายน้ำผึ้ง ในพระอุปถัมภ์ฯ เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างในการวิจัย จำนวน 50 คน ที่เคยเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น มาแล้ว เพื่อหาค่าความยากและค่าอำนาจจำแนก

5. นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อโดยพิจารณาจากค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) พร้อมกับคัดเลือกเฉพาะข้อที่มีค่าความยาก (P_E) ตามเกณฑ์ตั้งแต่ .20 - .80 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตามเณฑ์ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป โดยได้ค่าความยาก (P_E) ตั้งแต่ .43 – .63 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ .56 – .88 โดยคัดเลือกให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้จำนวน 5 ข้อ

6. นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสายน้ำผึ้ง ในพระอุปถัมภ์ฯ เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยจำนวน 50 คน ที่เคยเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น มาแล้ว นำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์โดยมีผู้ช่วยวิจัยอีก 1 คนในการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบ จากนั้นนำคะแนนของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยมาหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน โดยได้ค่าความเชื่อมั่นของการให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เท่ากับ .92 ได้ค่าความเชื่อมั่นของการให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านเท่ากับ .92 และได้ค่าความเชื่อมั่นของการให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนเท่ากับ .84 แสดงว่าการตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดมีความเชื่อถือได้

7. นำแบบทดสอบมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแบบอัตนัยโดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา โดยได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ .79 แล้วนำแบบทดสอบที่หาค่าความเชื่อมั่นที่ได้เสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์เพื่อตรวจสอบ

8. นำแบบทดสอบที่ผ่านการตรวจสอบและแก้ไขไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสายน้ำผึ้ง ในพระอุปถัมภ์ฯ เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 1 ห้องเรียน

ขั้นตอนในการสร้างและหาคุณภาพแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟัง

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟังเป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟังจำนวน 3 ข้อ ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟัง ดังนี้

1. ศึกษาหลักการและวิธีการในการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากเอกสารและตำราที่เกี่ยวข้อง

2. สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

3. กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟัง ดังนี้

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟังจำนวน 3 ข้อ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค (Rubric Assessment) ซึ่งผู้วิจัยปรับปรุงเกณฑ์การตรวจให้คะแนนของสมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 48 – 51) และปรีชา เนาว์เย็นผล (2544 : 311)

ตาราง 5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟัง

คะแนน / ความหมาย	การแสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟังที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	- สรุปความจากการฟังได้ชัดเจน ครอบคลุมสาระสำคัญ และตรงประเด็น
3 ดี	- สรุปความจากการฟังได้อย่างคร่าว ๆ ไม่ชัดเจนในบางส่วน แต่ครอบคลุมสาระสำคัญ และตรงประเด็น
2 พอใช้	- สรุปความจากการฟังได้ไม่ชัดเจนในบางส่วน และครอบคลุมสาระสำคัญเพียงบางส่วน แต่ตรงประเด็นเป็นส่วนใหญ่
1 ยังต้องปรับปรุง	- สรุปความจากการฟังไม่ค่อยชัดเจน และไม่ครอบคลุมสาระสำคัญ แต่อาจตรงประเด็นบ้าง
0 ไม่มีความพยายาม	- ไม่สามารถสรุปความจากการฟังได้

4. ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟัง โดยให้สอดคล้องกับตารางวิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

5. นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟังที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน คือ อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์ อาจารย์อุทัย ตั้งคำ และอาจารย์จินดา พ่อค้าชำนาญ เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องเพื่อเตรียมใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟัง มีตัวอย่างดังนี้

สังเกตวันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

พฤติกรรมที่สังเกต	คะแนน				
	4	3	2	1	0
1. สรุปความจากการฟังได้อย่างชัดเจน					
2. สรุปความจากการฟังได้ครอบคลุมสิ่งที่เป็นสาระสำคัญ					
3. สรุปความจากการฟังได้ตรงประเด็น					

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟัง

คะแนน / ความหมาย	การแสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟังที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	- สรุปความจากการฟังได้ชัดเจน ครอบคลุมสาระสำคัญ และตรงประเด็น
3 ดี	- สรุปความจากการฟังได้อย่างคร่าว ๆ ไม่ชัดเจนในบางส่วน แต่ครอบคลุมสาระสำคัญ และตรงประเด็น
2 พอใช้	- สรุปความจากการฟังได้ไม่ชัดเจนในบางส่วน และครอบคลุมสาระสำคัญเพียงบางส่วน แต่ตรงประเด็นเป็นส่วนใหญ่
1 ยังต้องปรับปรุง	- สรุปความจากการฟังไม่ค่อยชัดเจน และไม่ครอบคลุมสาระสำคัญ แต่อาจตรงประเด็นบ้าง
0 ไม่มีความพยายาม	- ไม่สามารถสรุปความจากการฟังได้

ขั้นตอนในการสร้างและหาคุณภาพแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดเป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดจำนวน 2 ข้อ ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด ดังนี้

1. ศึกษาหลักการและวิธีการในการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากเอกสารและตำราที่เกี่ยวข้อง

2. สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

3. กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด ดังนี้

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดจำนวน 2 ข้อ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค (Rubric Assessment) ซึ่งผู้วิจัยปรับปรุงเกณฑ์การตรวจให้คะแนนของสมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 48 – 51) และปรีชา เนาว์เย็นผล (2544 : 311)

ตาราง 6 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

คะแนน / ความหมาย	การแสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	- ใช้ภาษาพูดในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ถูกต้องและชัดเจน
3 ดี	- ใช้ภาษาพูดในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนเป็นส่วนใหญ่ แต่ถูกต้อง
2 พอใช้	- ใช้ภาษาพูดในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนเป็นส่วนใหญ่ และถูกต้องบางส่วน
1 ยังต้องปรับปรุง	- ใช้ภาษาพูดในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ค่อยชัดเจนและไม่ถูกต้อง
0 ไม่มีความพยายาม	- ไม่สามารถใช้ภาษาพูดในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้

4. ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดโดยให้สอดคล้องกับตารางวิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

5. นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน คือ อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์ อาจารย์อุทัย ตั้งคำ และอาจารย์จินดา พ่อค้าชำนาญ เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องเพื่อเตรียมใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด มีตัวอย่างดังนี้

สังเกตวันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

พฤติกรรมที่สังเกต	คะแนน				
	4	3	2	1	0
1. ใช้ภาษาพูดในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ถูกต้อง					
2. ใช้ภาษาพูดในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ชัดเจน					

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

คะแนน / ความหมาย	การแสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	- ใช้ภาษาพูดในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ถูกต้องและชัดเจน
3 ดี	- ใช้ภาษาพูดในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนเป็นส่วนใหญ่ แต่ถูกต้อง
2 พอใช้	- ใช้ภาษาพูดในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนเป็นส่วนใหญ่ และถูกต้องบางส่วน
1 ยังต้องปรับปรุง	- ใช้ภาษาพูดในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ค่อยชัดเจนและไม่ถูกต้อง
0 ไม่มีความพยายาม	- ไม่สามารถใช้ภาษาพูดในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้

วิธีดำเนินการวิจัย

แบบแผนที่ใช้ในการวิจัยเป็นการวิจัยแบบ One – Group Pretest – Posttest Design (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2536 : 150)

ตาราง 7 แบบแผนการวิจัย

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T_1	X	T_2

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง

X แทน การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

T_1 แทน การสอบก่อนการจัดกระทำการทดลอง

T_2 แทน การสอบหลังการจัดกระทำการทดลอง

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนสายน้ำผึ้ง ในพระอุปถัมภ์ฯ เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองด้วยการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น เพื่อให้นักเรียนได้ปฏิบัติตนได้ถูกต้อง

3. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียนที่ได้สร้างขึ้นจำนวน 5 ข้อ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟังและด้านการพูดไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสายน้ำผึ้ง ในพระอุปถัมภ์ฯ เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับจากการทดสอบครั้งนี้เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pretest)

4. ดำเนินการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยใช้เวลาการสอน 15 คาบ คาบละ 50 นาที

5. เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาครบแล้ว ทำการทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟังและด้านการพูดอีกครั้ง และบันทึกผลการทดสอบให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Posttest)

6. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟังและด้านการพูด นำคะแนนที่ได้วิเคราะห์วิธีทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐานต่อไป

การจัดกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples

2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t – test one group

3. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples

4. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t – test one group

สถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูล

ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538 : 79)

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ $\overline{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ย

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2538 : 79)

$$s = \sqrt{\frac{N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน

$\sum X^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

$\left(\sum X\right)^2$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือ

2.1 หาค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2543 : 249)

$$\text{IOC} = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับลักษณะพฤติกรรม

$\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาค่าความยากของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียนเป็นรายข้อ โดยตัดคะแนนกลุ่มคะแนนกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน 27 เปอร์เซ็นต์ แล้วแทนค่าในสูตร (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2543 : 199 – 200)

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ P_E แทน ดัชนีความยากง่าย

S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

N แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$X_{\max}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

$X_{\min}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.3 หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียนเป็นรายข้อ โดยตัดกลุ่มคะแนนกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน 27 เปอร์เซ็นต์แล้วแทนค่าในสูตร (ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. 2543 : 210)

$$\mathrm{D} = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ D แทน ค่าอำนาจจำแนก

S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

N แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน

$X_{\max}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

$X_{\min}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.4 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน โดยการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) โดยใช้สูตรของครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543 : 218)

$$\alpha = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2}\right]$$

เมื่อ α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

n แทน จำนวนข้อสอบ

s_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ

s_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

โดยที่ $s_i^2 = \frac{N\sum X_i^2 - \left(\sum X\right)^2}{N(N-1)}$

เมื่อ s_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ

$\sum X_i$ แทน ผลทั้งหมดของคะแนนในข้อที่ i

$\sum X_i^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังในข้อที่ i

N แทน จำนวนคนเข้าสอบ

2.5 ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน โดยการใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน (ชูศรี วงศ์รัตนะ. 2550: 312)

$$r_{XY} = \frac{N\sum XY - \sum X\sum Y}{\sqrt{\left[N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2\right]\left[N\sum Y^2 - \left(\sum Y\right)^2\right]}}$$

เมื่อ r แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนชุด X

$\sum Y$ แทน ผลรวมของคะแนนชุด Y

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนชุด X แต่ละตัวยกกำลังสอง

$\sum Y^2$ แทน ผลรวมของคะแนนชุด Y แต่ละตัวยกกำลังสอง

$\sum XY$ แทน ผลรวมของผลคูณระหว่าง X กับ Y

N แทน จำนวนคนหรือสิ่งที่ศึกษา

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

3.1 ใช้วิธีการทางสถิติแบบ t – test for Dependent Samples เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น จากสูตร (Ferguson. 1971 : 154)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - \left(\sum D\right)^2}{N-1}}} \quad ; \; df = n-1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution

$\sum D$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

$\left(\sum D\right)^2$ แทน ผลรวมกำลังสองของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

n แทน จำนวนนักเรียน

3.2 ใช้วิธีการทางสถิติแบบ t – test one group เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ร้อยละ 70 จากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตนะ. 2550 : 133 - 134)

$$t = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad ; \; df = n-1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution

$\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลความหมายผลของการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
n	แทน	คะแนนเต็มของแบบทดสอบ
$\overline{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
μ_0	แทน	เกณฑ์ค่าเฉลี่ยที่ตั้งไว้ (μ_0 = 70%)
t	แทน	ค่าที่พิจารณาใน t - Distribution

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples

2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t – test one group

3. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples

4. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t – test one group

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยนำคะแนนก่อนและหลังการทดลองมาเปรียบเทียบ ใช้สถิติ t – test for Dependent Samples ปรากฏในตาราง 8

ตาราง 8 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น ก่อนและหลังการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	N	n	$\overline{X}$	s	t
ก่อนทดลอง	43	20	8.72	2.02	
					38.85**
หลังทดลอง	43	20	17.23	1.48	

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 8 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็นสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) ใช้สถิติ t – test one group ปรากฏในตาราง 9

ตาราง 9 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

	N	n	$\overline{X}$	s	μ_0(70%)	t
กลุ่มตัวอย่าง	43	20	17.23	1.48	14	15.38**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 9 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยนำคะแนนก่อนและหลังการทดลองมาเปรียบเทียบ ใช้สถิติ t – test for Dependent Samples ปรากฏในตาราง 10

ตาราง 10 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น ก่อนและหลังการทดลอง

ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	N	n	ก่อน		หลัง		t
			$\overline{X}$	s	$\overline{X}$	s	
ด้านการฟัง	43	12	5.60	1.09	10.53	1.22	32.02**
ด้านการพูด	43	8	3.21	0.71	7.05	0.92	26.48**
ด้านการอ่าน	43	20	13.30	1.19	17.67	1.17	29.38**
ด้านการเขียน	43	20	6.09	1.36	17.37	1.14	55.49**
รวม	43	60	28.21	2.83	52.63	3.92	59.66**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 10 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่าความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็นสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) ใช้สถิติ t – test one group ปรากฏในตาราง 11

ตาราง 11 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	N	n	$\overline{X}$	s	μ_0 (70%)	t
ด้านการฟัง	43	12	10.53	1.22	8.4	11.21**
ด้านการพูด	43	8	7.05	0.92	5.6	10.36**
ด้านการอ่าน	43	20	17.67	1.17	14	20.39**
ด้านการเขียน	43	20	17.37	1.14	14	19.82**
รวม	43	60	52.63	3.92	42	17.72**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 11 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่าความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บทที่ 5
สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. เพื่อศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สมมติฐานในการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป

3. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสายน้ำผึ้งในพระอุปถัมภ์ฯ เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 ที่ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่มด้วยการจับสลากมา 1 ห้องเรียนจากห้องเรียนทั้งหมด ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่ต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนคละความสามารถของนักเรียนได้กลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน จำนวน 43 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมีดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน

3. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟัง

4. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนสายน้ำผึ้ง ในพระอุปถัมภ์ฯ เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองด้วยการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น เพื่อให้นักเรียนได้ปฏิบัติตนได้ถูกต้อง

3. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียนที่ได้สร้างขึ้นจำนวน 5 ข้อ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟังและด้านการพูดไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสายน้ำผึ้ง ในพระอุปถัมภ์ฯ เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับจากการทดสอบครั้งนี้เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pretest)

4. ดำเนินการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยใช้เวลาการสอน 15 คาบ คาบละ 50 นาที

5. เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาครบแล้ว ทำการทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟังและด้านการพูดอีกครั้ง และบันทึกผลการทดสอบให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Posttest)

6. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟังและด้านการพูด นำคะแนนที่ได้วิเคราะห์วิธีทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐานต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples

2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t – test one group

3. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples

4. เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t – test one group

สรุปผลการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผล

จากการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็น สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

1.1 ในการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา ผู้วิจัยได้เสนอปัญหาให้นักเรียนคิดหาคำตอบโดยให้เวลานักเรียนทุกคนในการคิดหาคำตอบ และสร้างบรรยากาศที่ดีในการจัดการเรียนรู้เพื่อไม่ให้นักเรียนรู้สึกเครียดจนเกินไป ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของสิริพร ทิพย์คง (2544 : 5) ที่กล่าวว่า ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรให้เวลากับนักเรียนมากพอในการคิดแก้ปัญหา คำนึงถึงความรู้พื้นฐานที่นักเรียนจะต้องใช้ในการแก้ปัญหาเหล่านั้น สร้างบรรยากาศที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหา ให้กำลังใจและกระตุ้นให้นักเรียนคิด และจากงานวิจัยของโรว์ (Rowe. 1986 : 35) พบว่า ในชั้นเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ระดับประถมศึกษา ถ้าหากว่าคุณครูทิ้งระยะเวลาสัก 2-3 วินาทีหลังจากการถามคำถามออกไป นักเรียนจะตอบคำถามโดยมีการไตร่ตรองมากขึ้นและมีการพูดคุย ถกถึงปัญหานั้น ๆ มากขึ้นอีกด้วย ระยะเวลาในการรอคำตอบที่มากขึ้นจะนำไปสู่ห้องเรียนที่มีชีวิตชีวา นักเรียนจะมีส่วนร่วมมากขึ้น และยังได้สังเกตถึงผลที่ตามมาเมื่อมีการรอมากขึ้น เช่น ความยาวในการตอบคำถามของนักเรียนมากขึ้น, มีการตอบคำถามที่เหมาะสมมากขึ้นโดยที่ครูไม่ต้องขอร้อง, นักเรียนมีความมั่นใจในคำตอบของพวกเขามากขึ้น, นักเรียนมีการถามคำถามมากขึ้น, นักเรียนที่เรียนช้ามีส่วนร่วมมากขึ้น เป็นต้น

1.2 ผู้วิจัยได้ใช้ขั้นตอนในการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya. 1957 : XVI-XVII) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบผล โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน นักเรียนสามารถอภิปรายเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา และวิธีการแก้ปัญหาได้ ทำให้นักเรียนเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง ซึ่งสิริพร ทิพย์คง (2536: 157) กล่าวไว้ว่า การได้ฝึกแก้ปัญหาจะช่วยให้นักเรียนรู้จักคิด มีระเบียบขั้นตอนในการคิด รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และรู้จักตัดสินใจอย่างชาญฉลาด และสอดคล้องกับงานวิจัยของวิลเลียม (William. 2003: 185-187) ที่ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาว่าสามารถช่วยเสริมการทำงาน

แก้ปัญหาได้ พบว่า นักเรียนจำนวน 75% มีความพอใจในกิจกรรมการเรียนและนักเรียนจำนวน 80% บอกว่ากิจกรรมการเขียนจะช่วยให้เขาเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีขึ้นได้ และจากงานวิจัยของ สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : บทคัดย่อ), ปฐมพร บุญลี (2545 : บทคัดย่อ), เอนก จันทรจรูญ (2545 : บทคัดย่อ) และจินดาภรณ์ ช่วยสุข (2549 : บทคัดย่อ) พบว่า การฝึกการแก้ปัญหาผ่านกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นของโพลยาทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

1.3 ผู้วิจัยได้ฝึกให้นักเรียนแก้ปัญหาเป็นประจำ ซึ่งสอดคล้องกับกฎการเรียนรู้ของธอร์นไดค์ เกี่ยวกับกฎแห่งการฝึกหัด (Law of Exercise) ว่า การฝึกหัดบ่อย ๆ จะทำให้การเรียนรู้นั้นคงทนถาวร ถ้าไม่ได้ฝึกหัดบ่อย ๆ การเรียนรู้นั้นจะไม่คงทนถาวร และในที่สุดอาจลืมได้ ด้วยเหตุนี้จึงทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนสูงขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของเบอร์กส์ (Burks. 1994 : 4019) พบว่า การให้นักเรียนทำกิจกรรมเกี่ยวกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นเวลา 7 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 2 วัน จะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น และจากงานวิจัยของบงกชรัตน์ สมานสินธุ์ (2551 : บทคัดย่อ) พบว่า การฝึกให้นักเรียนแก้ปัญหาอยู่เป็นประจำทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ขึ้นไป

1.4 ผู้วิจัยได้นำเสนอปัญหาที่น่าสนใจ สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน และนักเรียนไม่เคยพบปัญหานั้นมาก่อน จึงทำให้นักเรียนสนใจเรียน และมีความกระตือรือร้นที่จะคิดหาคำตอบของปัญหานั้น ซึ่งตรงกับที่กรมวิชาการ (2544ก : 205) ได้กล่าวว่า ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเห็นถึงการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์กับชีวิตประจำวัน และสอดคล้องกับงานวิจัยของเวียสท์ (Wiest. 1997 : 5091) พบว่า นักเรียนชอบแก้ปัญหาที่มีเนื้อหาที่แปลก ตลอดจนปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง และนักเรียนสามารถที่จะวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสมอีกด้วย

2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

2.1 การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวามุ่งให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับผู้สอนและเพื่อนในชั้นเรียน มีความร่วมมือกันระหว่างผู้เรียน ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของบารูดี้ (Baroody. 1993 : 2-9) ที่ว่า การมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนด้วยกันและการสื่อสารระหว่างครูกับนักเรียนเป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน อีกทั้งผู้วิจัยได้เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงออกเกี่ยวกับการพูด การฟัง การอ่าน การเขียน ทำให้การสื่อสารมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น และสอดคล้องกับแนวคิดของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (ปริญญา สองสีดา. 2550 : 80; อ้างอิงจาก NCTM. 2000 : 270 -272) ที่กล่าวว่า ครูจะต้องจัดสภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการส่งเสริมให้นักเรียนมีการอภิปราย การถกเถียง การให้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์ มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ค้นหาปัญหาร่วมกัน รวมถึงการให้คำแนะนำจากครู การให้นักเรียนมีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย และการให้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้นักเรียนได้มีการสื่อสารซึ่งทำให้เกิดการเรียนรู้ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของโรจาส (Rojas. 1992 : 52 – 05A) พบว่า การฝึกการอ่าน การเขียน และการพูดให้กับนักเรียน ทำให้นักเรียนมีผลการเรียนดีขึ้น และสอดคล้องกับงานวิจัยของวัชรี ขันเชื้อ (2545 : บทคัดย่อ) พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการกลุ่มมีความสามารถในการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ร้อยละ 70

2.2. การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาเป็นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนต้องปฏิบัติ และศึกษาความรู้ด้วยตนเอง โดยการลงมือทำ และคิดในสิ่งที่กำลังทำ จากข้อมูลหรือกิจกรรมการเรียนการสอนที่ได้รับผ่านทางการฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน การฟัง เช่น การฟังคำชี้นำของครู การรับฟังความคิดเห็นของเพื่อนร่วมชั้น การพูด เช่น ในการทำงานร่วมกับผู้อื่น ก็ต้องมีการพูดคุยกัน มีการอธิบายให้เพื่อนคนอื่น ๆ ที่ไม่เข้าใจฟัง พูดคุยเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน อภิปรายเกี่ยวกับรายละเอียดของโจทย์ปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา และอภิปรายหน้าชั้นเรียน การอ่าน เช่น ในการแก้ปัญหาต้องมีการอ่านโจทย์เพื่อคิดหาแนวทางเพื่อจะหาคำตอบ การเขียน เช่น การแสดงวิธีแก้ปัญหา ซึ่งการฟัง การพูด การอ่าน และการเขียนนั้นมีความสำคัญมาก เพราะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล ความรู้ และสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551 : 70) ที่ว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้องชัดเจนและมีประสิทธิภาพ การที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายหรือเขียน แลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็น ถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับ

ฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวางลึกซึ้งและจดจำได้นานมากขึ้นอีกด้วย ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของศิริพร มาวรรณา (2546 : บทคัดย่อ) พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้นภายหลังได้รับการสอนโดยแทรกกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้ทักษะการสื่อสาร

2.3 การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เป็นการเรียนการสอนที่ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความสามารถของตนเองออกมาอย่างเต็มที่ เช่น การแสดงความคิดเห็นในการแก้ปัญหา ซึ่งการแก้ปัญหานี้จะช่วยให้นักเรียนได้รับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น และจะช่วยให้ผู้เรียนเห็นความคิดที่แตกต่างออกไป ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของรีเดเซล (Riedesel. 1990 : 337) ที่กล่าวว่า การสื่อสารช่วยให้ผู้เรียนเกิดความชัดเจนในการคิด อีกทั้งการสื่อสารยังเป็นทักษะที่ช่วยให้ผู้เรียนเกิดความคิดในระดับสูง และสอดคล้องกับงานวิจัยของสมชาย วรกิจเกษมสกุล (2540 : บทคัดย่อ) พบว่า การเรียนรู้โดยเน้นให้นักเรียนได้พูดและเขียนแสดงความรู้ ความเข้าใจ และให้ความช่วยเหลือเพื่อนในการอธิบาย หรือแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น

ข้อสังเกตจากการวิจัย

จากการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการจากการวิจัย ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนมีความสนใจในการเรียน ตั้งใจเรียน เอาใจใส่ในการเรียน และมีความกระตือรือร้นในการเรียน สังเกตได้จากเมื่อนักเรียนมีปัญหาหรือข้อสงสัยก็จะซักถามครู หรือซักถามกันเองระหว่างเรียน กล้าแสดงออก และกล้าที่จะตอบคำถาม

2. การจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ ด้วยตนเอง เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาและแสดงความคิดเห็น ครูมีหน้าที่แนะนำและช่วยเหลือ ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียน นักเรียนมีความสุขในการเรียน ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้สามารถที่จะสรุปความคิดรวบยอดได้ด้วยตนเอง

3. นักเรียนมีวิธีการแก้ปัญหาในสถานการณ์เดียวกันที่หลากหลาย สังเกตได้จากการอภิปรายหน้าชั้นเรียน ทำให้นักเรียนคนอื่น ๆ ได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็น ส่งผลให้นักเรียนสรุปความคิดรวบยอดได้ง่ายขึ้น

4. การตรวจใบกิจกรรมและแบบฝึกทักษะอย่างสม่ำเสมอทำให้ทราบถึงความก้าวหน้า ในขณะเดียวกันทำให้ทราบข้อบกพร่องต่าง ๆ ของนักเรียน ซึ่งทำให้ครูแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ผู้สอนต้องมีความอดทนในการรอฟังความคิดเห็นต่าง ๆ จากผู้เรียน ใส่ใจและให้คำชี้แนะ ไม่ลำเอียง สร้างบรรยากาศเป็นกันเองระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน

2. ในการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา ผู้สอนควรให้แรงเสริมเมื่อผู้เรียนปฏิบัติสิ่งต่าง ๆ ได้ถูกต้อง เพื่อให้ผู้เรียนรู้สึกภูมิใจ เกิดความมั่นใจ กล้าพูด และกล้าแสดงออกมากขึ้น

3. ในการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาแต่ละครั้ง ผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้หลากหลาย ทันสมัย และเหมาะสม เพื่อสร้างการเรียนรู้ให้กับผู้เรียน

4. ในการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาแต่ละครั้ง กิจกรรมบางกิจกรรมต้องใช้เวลาค่อนข้างมาก ผู้สอนควรคำนวณเวลาให้เหมาะสมกับแต่ละกิจกรรม

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

1. เนื่องด้วยในรายวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษานั้นยังไม่มีผู้ใดทำการวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความเห็นว่า

1.1 ควรจะมีการทำวิจัยโดยการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเลือกเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ทฤษฎีบทพีทาโกรัส อสมการ ฯลฯ หรือระดับชั้นอื่น ๆ

1.2 ควรจะมีการทำวิจัยโดยการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยศึกษาตัวแปรอื่น ๆ เช่น ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ความคิดสร้างสรรค์ เป็นต้น

2. ควรจะมีการสร้างเป็นชุดการเรียนคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา โดยศึกษาตัวแปรที่เกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

กรมวิชาการ. (2544ก). **คู่มือการจัดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).

----------. (2545). **หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544**. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

----------. (2545). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. **เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544**. กรุงเทพฯ : กรมวิชาการ.

กรมวิชาการ, ศูนย์พัฒนาหนังสือ. (2544). **หนังสือเสริมประสบการณ์วิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เรื่อง การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (Problem Solving)**. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.

กรมวิชาการ, ศูนย์พัฒนาหลักสูตร. (2541). **เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาอันดับที่ 9 เรื่อง การแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์**. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

กรองทิพย์ พงศ์ลิมศรี. (2535). **การสอนการพิสูจน์เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหา**. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

กองการศึกษาโรงเรียนนายทหารอาวุโส. (2549). **คู่มือประกอบการปฏิบัติการอภิปราย/สัมมนาในหลักสูตรนายทหารอาวุโส ประจำปีการศึกษา 2550**. (เอกสารประกอบการอภิปราย/สัมมนา). หน้า 1-2.

กาญจนา เกียรติประวัติ. (2524). **นวัตกรรมการศึกษา**. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

กิดานันท์ มลิทอง. (2543). **เทคโนโลยีการศึกษาและนวัตกรรม.** พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : อรุณการพิมพ์.

กิติมา สุรสนธิ. (2549). **ความรู้ทางการสื่อสาร.** พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : คณะวารสารศาสตร์และสื่อสารมวลชน มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

กุลยา ตันติผลาชีวะ. (2543). **การสอนแบบจิตปัญญา**. กรุงเทพฯ : บริษัท เอดิสันเพรสโปรดักส์ จำกัด.

เกศินี จุฑาวิจิตร. (2542). **การสื่อสารเพื่อพัฒนาท้องถิ่น.** นครปฐม : คณะวิทยาการจัดการ สถาบันราชภัฏนครปฐม.

คณะกรรมการบริหารโรงเรียนเพลินพัฒนา. (2551). ACTIVE LEARNING. **จดหมายข่าวเพลินพัฒนา**. 1(ภาคฉันทะ). หน้า 5.

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. (2537). **ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ (Foundations and Methodologies in Mathematics).** กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์, ทบวงมหาวิทยาลัย. (2524). **ชุดเสริมประสบการณ์สำหรับครูคณิตศาสตร์.** อัดสำเนา.

จินดาภรณ์ ช่วยสุข. (2549). **การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยหนังสือเรียนเล่มเล็กโดยใช้กิจกรรมกลุ่ม.** ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

จุฑาภัทร์ รินทร์ศรี. (2547). Active Learning. **วารสารวิชาการมหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์**. 1(1). หน้า 73-84.

จำรัส น้อมแสงศรี. (2520). **คู่มือการศึกษาเทคนิคและวิธีการสอนของครู.** กรุงเทพฯ : ภาควิชาภูมิศาสตร์ คณะสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ฉวีวรรณ เศวตมาลย์. (2544). **ศิลปะการสอนคณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.

ชญานิษฏ์ รุ่งรังษี. (2549). **แผนการจัดการเรียนรู้แบบ Active Learning วิชา 1000101 พฤติกรรมมนุษย์กับการพัฒนาตน หน่วยที่ 2 เรื่อง การพัฒนาตนเอง.** นครสวรรค์ : คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์.

ชานนท์ ศรีผ่องงาม. (2549). **การพัฒนาชุดการเรียนแบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์ (Student Teams Achievement Division : STAD) เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4**. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2550). **เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย.** พิมพ์ครั้งที่ 10. นนทบุรี : ไทเนรมิตกิจ อินเตอร์ โปรเกรสซิฟ จำกัด.

ชัยณรงค์ ขันผนึก; และคนอื่น ๆ. (2547). **การศึกษากระบวนการเรียนรู้แบบ Active Learning จากการใช้ชุดการเรียนและคอมพิวเตอร์ช่วยสอนคณิตศาสตร์วิชาการคิดและการตัดสินใจ ของนักศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์**. เพชรบูรณ์ : คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์.

ชัยยงค์ พรหมวงศ์. (2530). **หลักการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพ**. กรุงเทพฯ : คณะมนุษยศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2542). **ชุดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการจัดค่ายคณิตศาสตร์.** พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แนแนจเม้นท์.

ณรงค์ สมพงษ์. (2543). **การสื่อสารมวลชนเพื่องานส่งเสริม.** พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ณัฐพร เดชะ; และสุทธาสินี เกสร์ประทุม. (2550). Active Learning. **รายงานการสรุปกิจกรรมระหว่างวันที่ 15 – 21 ตุลาคม 2550**. หน้า 1.

ดวงเดือน อ่อนน่วม; และคนอื่น ๆ. (2537). **เรื่องน่ารู้สำหรับครูคณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ : บริษัทโรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.

ดุษฎี บริพัตร ณ อยุธยา. (2531). **เด็กปัญญาเลิศ.** กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ ปาณยา.

ถิรนันท์ อนวัชศิริวงศ์. (2529). **พฤติกรรมการสื่อสาร**. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.

ทวีวัฒน์ วัฒนกุลเจริญ. (2551). การเรียนเชิงรุก (Active Learning). สืบค้นเมื่อ 11 มิถุนายน 2551 จาก, **http://blog.eduzones.com/images/blog/sasithep/File/activet.pdf**.

ทินรัตน์ กาญจนกุญชร. (2550). **ผลการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก “สุ จิ ปุ ลิ” ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะ/กระบวนการการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเตรียมทหาร**. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ทัศนีย์ กระต่ายอินทร์; และสุภิต อนุศาสตร์. (2542). **เอกสารประกอบการเรียนวิชาภาษาไทยเพื่อการสื่อสารและการสืบค้น**. ลพบุรี : ศูนย์การพิมพ์สถาบันราชภัฏเทพสตรี

นัฏกัญญา เจริญเกียรติบวร. (2547**). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ.** ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

เนตรชนก คงทน. (2545). ความรู้เบื้องต้นการสื่อสาร. **โครงการส่งเสริมเข้าสู่ตำแหน่งทางวิชาการ**. นครราชสีมา : สถาบันราชภัฏนครราชสีมา.

บงกชรัตน์ สมานสินธุ์. (2551). **ผลการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

บุญเลิศ ศุภดิลก. (2548). แนวคิดการสื่อสารเพื่อการพัฒนา. **เอกสารการสอนชุดวิชา การสื่อสารกับการพัฒนา**. พิมพ์ครั้งที่ 2. นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

บุญศรี ปราบณศักดิ์; และศิริพร จิรวัฒน์กุล. (2534). **การสื่อสารเพื่อคุณภาพการพยาบาล**. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

บุหงา วัฒนะ. (2546). Active Learning. **วารสารวิชาการ**. 6(9) : 30-34.

บัญญัติ ชำนาญกิจ. (2549). ทำไมจึงจำเป็นต้องจัดการเรียนรู้แบบใฝ่รู้ในระดับอุดมศึกษา. **วารสารการจัดการความรู้ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์**. 1(1). หน้า 1-7.

ปฐมพร บุญลี. (2545). **การสร้างแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.** ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ปรมะ สตะเวทิน. (2534). **หลักและทฤษฎีการสื่อสาร.** นนทบุรี : คณะนิเทศศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ประมวล ศิริผันแก้ว. (2540). สมรรถภาพที่พึงประสงค์จากการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์. **วารสาร สสวท**. 25(96) : 16-19.

ประภัสสร วงศ์วรรณ. (2531**). ประมวลการสอนวิชาหลักและวิธีการสอน 241-301**. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ วิทยาลัยเทคโนโลยีและอาชีวศึกษา.

ปราวีณยา สุวรรณณัฐโชติ**.** (2551). **การเรียนเชิงรุก (Active Learning)**. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปริญญา สองสีดา. (2550). **ผลของการจัดการเรียนการสอนแบบ 4 MAT เรื่องทศนิยมและเศษส่วน ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. **วารสารคณิตศาสตร์**. 38(434-435) : 62-74.

----------. (2544). **กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**. ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ปรีชาญ เดชศรี. (2545). การเรียนรู้แบบ Active Learning : ทำได้อย่างไร. **วารสาร สสวท**. 30(116) : 53-55.

----------. (2545). การเรียนรู้แบบ Active Learning : ทำได้อย่างไร(ต่อ). **วารสาร สสวท**. 30(117) : 48-49.

ปานทอง กุลนาถศิริ. (2543). ความเคลื่อนไหว...เกี่ยวกับ NCTM : Principles and Standards for School Mathematics ในปี ค.ศ. 2000. **วารสาร สสวท**. 28(108) : 14 – 22.

ไผท สิทธิสุนทร. (2543). การเรียนรู้ผ่านประสบการณ์. **วารสารสานปฏิรูป**. 3(28) : 24-27.

พรทิพย์ ยาวะประภาษ. (2537). เทคนิคการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์. **วารสารคณิตศาสตร์**. 8(2) : 24.

พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล. (2547). **การพัฒนาชุดการเรียนเรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มินันต์ โดยการใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4**. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

พรเทพ รู้แผน. (2549). KM กับ Active Learning : ประสบการณ์ในมหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์. **วารสารการจัดการความรู้มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์**. 1(1). หน้า 5.

พิชิต แก้วก่อง. (2549). **การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสันหนองควาย จังหวัดเชียงราย**. ปริญญานิพนธ์ ศศ.ม. (คณิตศาสตร์). เชียงใหม่ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. ถ่ายเอกสาร.

พูนทรัพย์ สิทธิพรหม. (2540). **การสื่อสารเพื่อการพัฒนาท้องถิ่น**. กรุงเทพฯ : คณะวิทยาการจัดการ สถาบันราชภัฏพระนคร.

มณฑล ใบบัว. (2536). **หลักการและทฤษฎีการสื่อสาร**. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.

มนัส บุญประกอบ; และคนอื่น ๆ. (2543). **รายงานการวิจัย การวิจัยและพัฒนาเทคนิคการสอนวิทยาศาสตร์ตามแนวทางการยกระดับคุณภาพวิทยาศาสตร์ศึกษา**. กรุงเทพฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

มังกร ทองสุขดี. (2535). **การสอนวิทยาศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา**. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

แม้นมาส ชวลิต, คุณหญิง; และคนอื่น ๆ. (2532). **เอกสารการสอนชุดวิชา การสื่อสาร หน่วยที่ 1-8 มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช**. พิมพ์ครั้งที่ 1. นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ยุพิน พิพิธกุล. (2523). **การเรียนการสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์.

----------. (2530). **การสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการมัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

----------. (2544). **การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการมัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

ราชบัณฑิตยสถาน. (2525). **พจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2525**. กรุงเทพฯ : อักษรเจริญทัศน์.

ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. (2536). **เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.

----------. (2538). **เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา**. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.

----------. (2543). **เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้**. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.

ลาวัลย์ พลกล้า. (2523). **การสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ**. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

วนิดา บุษยะกนิษฐ์. (2532). **ผลของการจัดประสบการณ์แบบปฏิบัติการกับแบบปกติที่มีต่อทักษะการเปรียบเทียบของเด็กปฐมวัย**. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การศึกษาปฐมวัย). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

วรรณี โสมประยูร. (2537). **การสอนภาษาไทยในระดับประถมศึกษา**. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพาณิช.

วลีพร เดชเดชา. (2547). **การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางเรขาคณิต**. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

วิศาล เยาวพงศ์ศิริ. (2545). ทูลกระหม่อมฯกับการเรียนรู้วิชาแพทย์. สืบค้นเมื่อ 5 กรกฎาคม 2551 จาก, **http://www.thaifammed.org/article/king_med.html**.

วัชรี ขันเชื้อ. (2545). **การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยใช้กระบวนการกลุ่มเพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4**. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ศิริพร มโนพิเชฐวัฒนา. (2547). **การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์แบบบูรณาการที่เน้นผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ที่กระตือรือร้น เรื่อง ร่างกายมนุษย์**. ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (วิทยาศาสตรศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ศิริพร มาวรรณา. (2546). **ผลการใช้ทักษะการสื่อสารและการประเมินผลตามสภาพจริงที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการนำเสนอข้อมูล**. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ศิริพร รัตนโกสินทร์. (2546). **การสร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ.** ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ศักดา ไชกิจภิญโญ. (2548). สอนอย่างไรให้ Active Learning. **นวัตกรรมการเรียนการสอน**. 2(2) : 12-15.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2544). **คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

----------. (2551). **ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ : หจก.ส. เจริญการพิมพ์.

สมชาย วรกิจเกษมสกุล. (2540). **การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิด เพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหา.** ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สมวงษ์ แปลงประสพโชค; และสมเดช บุญประจักษ์. (2545). **กิจกรรมส่งเสริมการคิดและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร.

สมศรี ตั้งมงคลเลิศ. (2548). การอ่านแบบมีส่วนร่วม (Active Reading). **วารสาร สสวท**. 35(18) : 61.

สมเดช บุญประจักษ์. (2540). **การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ.** ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สวนิต ยมาภัย. (2533). **การสื่อสารของมนุษย์ : แนวคิดและแนวปฏิบัติขั้นพื้นฐาน.** กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สิริพร ทิพย์คง. (2536). **เอกสารคำสอนวิชา 158522 ทฤษฎีและวิธีการสอนวิชาคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.

----------. (2537 : กรกฎาคม-สิงหาคม). การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา. **วารสารคณิตศาสตร์**. 38(430-431) : 57-62.

----------. (2544). **การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ : ศูนย์พัฒนาหนังสือ.

สุกัญญา บูรณเดชาชัย. (2550). **การสื่อสารมวลชน : แนวคิด ทฤษฎี และสถานการณ์ในประเทศไทย**. ชลบุรี : มนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.

สุขจิตร ตั้งเจริญ. (2543). **การใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สุชาดา นทีตานนท์. (2550). **ผลการจัดประสบการณ์แบบปฏิบัติจริงที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ของเด็กปฐมวัย**. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การศึกษาปฐมวัย). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สุเทพ อ่อนไสว. (2523). **ศึกษา 131 หลักการสอนการเตรียมประสบการณ์ภาคปฏิบัติ**. ลพบุรี : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ วิทยาลัยครูเทพสตรี.

สุนีย์ เงินยวง. (2546). **การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพะเยาพิทยาคม จังหวัดพะเยา.** วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (คณิตศาสตร์). เชียงใหม่ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. ถ่ายเอกสาร.

สุวัฒน์ มุทธเมธา. (2522). **การเรียนการสอนปัจจุบัน (ศึกษา 333)**. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.

เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต. (2528). **เทคโนโลยีทางการศึกษา.** พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพ ฯ : สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2547**). แนวปฏิบัติเกี่ยวกับการใช้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544.** กรุงเทพฯ: สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา.

อรชร ภูบุญเติม. (2550). **การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน (Representation).** สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

อรนุช เลิศจรรยารักษ์; และดาราวรรณ สุขุมาลชาติ. (2533). **ทฤษฎีการสื่อสารเบื้องต้น**. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

อรทัย มูลคำ; และคนอื่น ๆ. (2542). **Child Center : Storyline Method : การบูรณาการหลักสูตรและการเรียนการสอนโดยเน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง**. กรุงเทพฯ : ที. พี. พริ้นท์ จำกัด.

อุษณีย์ โพธิสุข. (2537). **วิธีสอนเด็กปัญญาเลิศ**. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการศึกษาพิเศษ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

เอนก จันทรจรูญ. (2545). **การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการเรียนการสอน**. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

อังคณา รุ่งกลับ. (2543). ระบบการฝึก-ศึกษาของ สรส.ทำไมหนอต้อง Active Learning. **วารสารนาวิกศาสตร์**. 83(12). หน้า 2.

อัมพิกา ภูเดช (2541, มกราคม). การเรียนรู้เชิงปฏิบัติ (Active Learning). **การศึกษาเอกชน**. 7(72) : 57-58.

Adams, Sam. (1977). **Teaching Mathematics.** New York : Harper & Row.

Adams, Sam.; Ellis, Leslie.; & Beeson, B. F. (1977). **Teaching Mathematics with Emphasis on the Diagnostic Approach.** New York : Harper & Row, Publishers.

Anderson, K. B.; & Pingry, R. E. (1973). **Problem – Solving in Mathematics : Its Theory and Practice**. Washington, D.C. : The National Council of Teachers of Mathematics.

Ausubel, David P. (1968). **Education Psychology : A Cognitive View**. New York : Holt Rinehart and Winstion, Inc.

Baldwin, Jill.; & Williams, Hank. (1988). **Active Learning : a Trainer's Guide**. England : Blackwell Education.

Barker, Larry L. (1981). **Communication**. New Jersey : Prentice – Hall, Inc.

Baroody, Arthur J. (1993). **Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8 : Helping Children Think Mathematically**. New York : Macmillan.

Bell, Frederick H. (1978). **Teaching and Learning Mathematics (in Secondary)**. Dubuque, lowa : Wm. C. Brown Company Publishers.

Bitter, Gray G.; Hatfield, Mary M.; & Edwards, Noney T. (1989). **Mathematics Method for the Elementary and Middle Schools**. Boston : Allyn and Bacon, Inc.

Blount, Morris A. (1980). Effect of a Recycling Laboratory on Attitude Toward and Achievement on Mathematics among College Freshmen. **Dissertation Abstract**. p. 1990A.

Bonwell, Charles C.; & Eison, James A. (1991). Active Learning : Creative Excitement in the Classroom. **ASHE-ERIC Higher Education Reports No. 1**. Washington, D.C.

Bruckner, Leo J.; & Grossnicle, Faster E. (1957). **How to Make Arithmetic.** Philadelphia : The John C. Winston Co.

Buffalo Educational Technology Center. (2001). Teaching Strategies : Active Learning. Retrieved July 5, 2008, from **http://www.etc.buffalo.edu/tlr/whatis.html.**

Burks, Linda Carol. (1994). The Use of Writing as a Means of Teaching Eighth – Grade Students to Use Excutive Process and Heuristic Strategies to Solving Mathematical Problem. **Dissertation Abstracts International – A**. (CD – ROM). 54(11) : 4019. Available : UMI ; Dissertation Abstracts.

Campbell, E.; & Piccinin, S. (1999). Active Learning. In Centre for University Teaching Technologies, University of Ottawa. Retrieved July 5, 2008, from **http://www.uottawa.ca/academic/cut/options/Feb_99/ActiveLearning_en.htm**.

Center for Teaching Excellence, University of Kansas. (2000). Teaching Strategies : Active Learning. Retrieved July 5, 2008, from **http://www.ku.edu/~etc/resoures/teachingtips/active.html**.

Center for Teaching and Learning, University of Stanford. (1993). Active Learning : Getting Students to Work and Think in the Classroom. **Speaking of Teaching**. 5(1) : 1-4.

Christou, C.; et al. (2007). Developing an Active Learning Environment for the Learning of Stereometry. **International Conference on Technology and Mathematics Teaching (ICTMT8)**. Hradec Kralove, Czech Republic.

Clyde, Corle G. (1967). **Teaching Mathematics in the Elementary School**. New York : the Ronald Press Company.

Copeland, Richard W. (1974). **How Children Learn Mathematics**. New York : Macmillian.

Covington, C. L. M. (2001). The Effects of Connected Mathematics Project on Middle School Mathematics Achievement. **Dissertation Abstract**. 61-12A

Cratty, B. J. (1985). Active Learning. Houghton – Mifflin. Retrieved July 5, 2008, from **http://hydro4.sci.fan.edu/~rjordan/active_learning.htm**.

Cruikshank, Douglas E.; & Sheffield, Linda Jensen. (1992). **Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics**. New York : Macmillan.

Emery, Edwin; et al. (1960). **Introduction to Mass Communication**. Dadd, Mead & Co.

Fehr, Howard. (1972). **Teaching Modern Mathematics in the Elementary School**. Philippines : Addison – Wesley Publishing Company.

Ferguson, George A. (1971). **Statistical Analysis in Psychology and Education**. 4th ed. Tokyo : McGraw – Hill.

Fiksdal, Janel Kay. (1996). The Effects of Instruction in Heuristics of the Use of Problem Solving Strategies and Problem Solving Performance of Preservice Elementary Education Majors. **Dissertation Abstracts International – A**. (CD – ROM). 57(3) : 1064. Available : UMI ; Dissertation Abstracts.

Fink, L. Dee. (1999). **Active Learning**. Reprinted with permission of the University of Oklahoma Instructional Development Program. Retrieved July 5, 2008, from **http://www.hcc.hawaii.edu/intranet/committees/FacDevCom/guidebk.teachtip/active.htm**.

Gagné, Robert M. (1970). **The Conditional of Learning**. 2nd ed. New York : Holt, Rinehart and Winston.

Ganguli, Aparna B. (1989). Integrating writing in developmental mathematics. In **College Teaching**. 37(4) : 140-142.

Good, Carter V. (1973). **Dictionary of Education**. 3rd ed. New York : Teacher College Press.

Gooya, Zahra. (1994). Influences of Metacognition – Based Teaching and Teaching Via Problem Solving on Students' Beliefs about Mathematics and Mathematical Problem – Solving. **Dissertation Abstracts International – A**. (CD – ROM). 54(8) : 2865. Available : UMI ; Dissertation Abstract.

Gray, Lillian.; & Reese, Dora. (1957). **Teaching Children to Read**. New York : The Ronald Press Company.

Guildford, J. P. (1971). **Theoanalysis of Intelligence**. New York : McGraw – Hill.

Haley, Judy E. (2007). Experience Shown to Affect Communication Skills of Nurse Case Managers. **Dissertation Abstracts International**. 8(2) : 50.

Harding, C. M.; Riley, I. S.; & Bligh, D. A. (1981). A Comparison of Two Teaching Methods in Mathematical Statistics. **Studies in Higher Education**. 6(2) : p. 139-146.

Harnack, Victor R.; & Fest, Thorrell. (1964). **Group Discussion**. New York : Appleton – Century – Crofts.

Hatfield, Mary M.; Edwards, Noney T.; & Bitter, Gary G. (1993). **Mathematics Methods for the Elementary and Middle School**s. Boston : Allyn and Bacon.

Hedden, James W.; & Speer, William R. (1992). **Problem Solving Decision Making and Communicating in Mathematics.** 7th ed. New York : Macmillan Publishing Company.

Heimer, Ralph T.; & Trueblood, Cecil R. (1977). **Strategies for Teaching Children Mathematics**. Washington D.C. : Addison – Wesley Publishing Company, Inc.

Heller, Robert. (2003). **Communicate Clearly**. London : Dorling Kindersley Limited**.**

Hendrikson, L. (1984). Active Learning. Retrieved July 5, 2008, from **http://www.ed.gov/database/ERIC_Digests/ed253468.html.**

Hiebert, Ray Eldon. (1974). **Mass Media : An Introduction to Modern Communication**. New York : David McKay.

Johanning, Debra I. (2000). An Analysis of Writing and Postwriting Group Collaboration In Middle School Pre – Algebra. **School Science and Mathematics**. 100(3) : 151-160.

Johnson, David W.; et al. (1991). **Active Learning : Cooperation in the College Classroom.** Edina, MN : Interaction Book Company.

Johnson, Donavan A.; & Rising, Gerald R. (1967). **Guildelines for Teaching Mathematics**. Belmont, California : Wadsworth Publishing Company, Inc.

Judson, Phoebe. T. (1991)**.** A Computer Algebra Laboratory for Calculus I. **Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching.** 10(4) : 35-40.

Kennedy, Leonard M.; & Tipps, Steve. (1994). **Guiding Children's Learning of Mathematics**. 7th ed. California : Wadsworth.

Kissock, Craig Ed. (1986). Mathematics : Videotapes for Inservice Training for Active Learning. Retrieved July 5, 2008, from **http://eric.ed.gov/ERICWebPortal/custom/portlets/recordDetails.**

Krulik, Stephen.; & Reys, Robert E. (1980**). Problem Solving in School Mathematics**. Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Krulik, Stephen.; & Rudnick, Jesse A. (1993). **Reasoning and Problem Solving : A Handbook for Elementary School Teachers.** Massachusetts : Allyn and Bacon.

Lorenzen, M. (2001). Active Learning and Library and Library Instruction. Retrieved July 5, 2008, from **http://www.libraryreference.org/activebi.html**. (5 July 2008).

Marks, John L. (1970). **Teaching Elementary School Mathematics**. New York : McGraw-Hill, Inc.

Marlowe, Bruce A.; & Page, Marilyn L. (2005). **Creating and Sustaining the Constructivist Classroom**. California : Corwin Press.

Meyers, Chet; & Jones, Thomas. B. (1993). **Promoting Active Learning : Strategies for the College Classroom**. San Francisco: Jossey-Bass.

Moore, Kenneth D. (1994). **Secondary Instructional Method**. New York : Wm. C. Brown Communication, Inc.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics**. Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics.

Newcomb, Theodore M. (1965). **Social Psychology**. New York : Holt, Rinehart and Winston, Inc.

Osborn, Janet L. Kirk. (1989). Gifted and Talented Students in an Alternative Learning Center : Their Number and Characteristics. Doctoral Dissertation, Utah State University. **Dissertation Abstracts International.** 49 : 1995A**.**

Pandiscio, Eric A. (2002). Exploring the Link between Preservice Teacher's Connections of Proof and the Use of Dynamic Geometry Software. **School Science and Mathematics**. 102(5) : 216-220.

Parkenson, J.; Windale, M.; & Shelton, J. (1998). **Raising the Quality of Science Education : Teachers'Workshop**. Srinakharinwirot University. 6-9 October 1998. Photocopied.

Paulson, D. R. (2000). Active Learning and Cooperative Groups in the College Lecture Class. Retrieved July 5, 2008, from **http://curriculum.calstatela.edu/faculty/dpaulso/active/**.

Petty, Geoff. (2004). Active Learning Work : the evidence. Retrieved July 5, 2008, from **http://www.geoffpetty.com**.

Poluse, Mary T. (2002). The Effects of Expressive Writing on High School Pre-calculus Students' Understanding, Communication Skills and Attitudes toward Writing and Mathematics. **Dissertation Abstracts International**. 63/06 : 2117.

Polya, George. (1957). **How to Solve it.** 2nd ed. New York : Double Anchor Book.

----------. (1980). On Solving Mathematics Problem in High School. **Problem Solving in School Mathematics ; 1980 Yearbook.** Virginia : the National Council of Teachers of mathematics.

----------. (1985). **How to Solve it : A New Aspect of Mathematical Method**. New York : Doubleday and Company Garden City.

Pretli, Michael J. (2003). An Investigation to Determine the Effect of Key Words in Mathematical Word Problem in Two Variables on the Ability of Mathematics Students in Grade 10 to Solve Problems. Retrieved August 28, 2008, from **http://proquest.umi.com/pqdweb?did=765202201&sid=2&clientId=61839&RQT=309.**

Randall, Charles.; & Lester, Frank K. (1982). **Teaching Problem Solving What, Why & How**. Dale Seymour Publication.

Reys, Robert E.; et al. (2001). **Helping Children Learn Mathematics**. 6th ed. New York : John Wiley and Sons.

Reys, Robert E.; Suydum, Marilyn N.; & Montgomery, Mary L. (1992). **Helping Children Learn Mathematics.** 3rd ed. Boston : Allyn and Bacon, Inc.

Riedesel, C. Alan. (1990). **Teaching Elementary School Mathematics**. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice – Hall.

Rodeheaver, Lounette Reeves. (2000). A Case Study of Communication Between Secondary Mathematics Teachers and The Cooperative Teacher. **Dissertation Abstract International**. 61 – 03A.

Rojas, M. E. (1992). Enhancing the Learning of Probability Through Developing Students' Skill in Reading and Writing. **Dissertation Abstract International**. 52 – 05A**.**

Rosenthal, Jeffrey. (1995). Active Learning Strategies in Advance Mathematics Classes. **Studies in Higher Education**. 20(2). 223-228.

Rowan, Thomas E.; & Morrow, Lorna J. (1993). Implementing K-8 Curriculum and Evaluation Standards**. Reading from the Arithmetic Teacher**. Reston Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Rowe, Mary Budd. (1986). Spring wait time : Slowing down may be a way of speeding up. **Educator**.

Russell, Person V. (1961). **Essentials of Mathematics**. New York : John Wiley, Inc.

Seeler, D. C.; Turnwald, G. H.; & Bull, K. S. (1994). From Teaching to Learning : Part III. Lectures and Approaches to Active Learning. Retrieved July 5, 2008, from **http://borg.lib.vt.edu/yournals/JVME/V21-1/seeler1.html**.

Sheffield Hallam University. (2000). **Active Teaching and Learning Approaches in Science : Workshop ORIC Bangkok**. Photocopied.

Shenker, J. I.; Goss, S. A.; & Bernstein, D. A. (1996). Instructor's Resource Manual for Psychology : Implementing Active Learning in the Classroom. Retrieved July 5, 2008, from **http://s.psych/uiuc,edu/~jskenker/active.html**.

Silberman, M. (1996). **Active Learning**. Boston : Allyn & Bacon.

Staff of Center for Teaching & Learning at Carolina. (2001). Alternative Strategies and Active Learning. Retrieved July 5, 2008, from **http://www.unc.edu/depts/ecl/fye2.html**.

Thurber, Walter A.. (1976). **Teaching Science in Today's Secondary Schools**. Boston : Allyn and Bacon.

Thurlow, Deborah Lee. (1999). The Effects of Journal Writing on Fifth – Grade Subject Mathematics Attitudes and Achievement. **Dissertation Abstracts International - A**. (CD – ROM). 57(1) : 2620. Available : UMI ; Dissertation Abstracts.

Tougaw, Paul William. (1994). A Study of the Effect of Using an "Open Approach" to Teaching Mathematics upon the Mathematical Problem – Solving Behaviors of Secondary School Students. **Dissertation Abstracts International – A**. (CD – ROM). 54(8) : 2934. Available : UMI ; Dissertation Abstracts.

Tubbs, Stewart.; & Moss, Sylvia. (1983). **Human Communication**. 4th ed. New York : Random House.

Van, Garderen D. (2006). Spatial Visualization, Visual Imagery and Mathematical Problem Solving of Students with Varying Abilities. **Dissertation Abstracts International**. 39(6): 496.

Weir, John Joseph. (1974). Problem Solving in Everybody Problem. **Science Teacher**. 41 : 16-18 : April.

Wheeler, Amy. (2007). Active Learning to Improve Student Performance in Remedial Mathematics. In Paper Present at the annual meeting of the Mathematical Association of America. Retrieved June 18, 2008, from **http://www.allacademic.com/one/www/research**.

Wiest, Lynda R. (1997). The Role of Fantasy and Real – World Problem Contexts in Fourth – Grade and Six – Grade Students' Mathematical Problem Solving. **Dissertation Abstracts International – A**. (CD – ROM). 57(1) : 5091. Available : UMI ; Dissertation Abstracts.

Wildfogel, Dennis. (1983). A Mock Symposium for Your Calculus Class. **American Mathematical Monthly**. 90(1) : 52-53.

William, Kenneth M. (2003). Writing about the Problem-Solving Process to Improve Problem-solving Performance. **Mathematics Teacher**. 96(3) : 185.

Wilmot, W. W. (1987). **Dyadic Communication**. 3rd ed. New York : Random House.

Wilson, James W.; Fernandez, Maria L.; & Hadaway, Nelda. (1993). Mathematics Problem Solving. **Research Ideas for the classroom, High School**. New York : Macmillan Publishing Company.

Wright, Charles. (1967). **Mass Communication : A Sociological Perspective**. University of California.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน

- ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน

- ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่าน

- ค่าความเชื่อมั่นของเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

- ค่า $\sum X_i$ ค่า $\sum X_i^2$ ค่า S_i^2 เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน

ตาราง 12 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน

ผู้เชี่ยวชาญ	คะแนนความคิดเห็นข้อที่									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
คนที่ 1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
คนที่ 2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
คนที่ 3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
IOC	1	1	1	1	1	0.67	1	1	1	1

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียนเฉพาะข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า IOC $\geq$ 0.5 จึงคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67-1.00 จำนวน 9 ข้อ

ตาราง 13 ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน

ข้อที่	P_E	D	ผลการพิจารณา
1	0.50	0.56	ใช้
2	0.83	0.17	ไม่ใช้
3	0.43	0.69	ใช้
4	0.53	0.61	ใช้
5	0.52	0.88	ใช้
6	0.79	0.19	ไม่ใช้
7	0.32	0.13	ไม่ใช้
8	0.63	0.72	ใช้
9	0.21	0.25	ไม่ใช้

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียนเฉพาะที่มีค่าความยาก (P_E) อยู่ระหว่าง 0.43 – 0.63 ซึ่งเป็นความยากง่ายพอเหมาะ ไม่ยากหรือไม่ง่ายจนเกินไป และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.56 – 0.88 ซึ่งเป็นข้อที่แยกคนได้ และสามารถนำไปใช้ครั้งต่อไป โดยคัดเลือกแบบทดสอบนี้ทั้งหมด 5 ข้อ

ตาราง 14 ค่าความเชื่อมั่นของการตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจากผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
1	19	19	361	361	361
2	17	18	289	324	306
3	17	18	289	324	306
4	16	17	256	289	272
5	18	19	324	361	342
6	16	17	256	289	272
7	16	17	256	289	272
8	17	18	289	324	306
9	16	17	256	289	272
10	17	18	289	324	306
11	18	19	324	361	342
12	16	18	256	324	288
13	16	17	256	289	272
14	17	18	289	324	306
15	18	19	324	361	342
16	16	18	256	324	288
17	17	18	289	324	306
18	17	18	289	324	306
19	17	18	289	324	306
20	16	17	256	289	272
21	16	17	256	289	272
22	17	18	289	324	306
23	18	19	324	361	342
24	17	17	289	289	289
25	16	17	256	289	272
26	17	18	289	324	306

ตาราง 14 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจากผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
27	18	19	324	361	342
28	16	17	256	289	272
29	16	17	256	289	272
30	17	18	289	324	306
31	18	19	324	361	342
32	18	19	324	361	342
33	18	18	324	324	324
34	17	18	289	324	306
35	16	17	256	289	272
36	18	19	324	361	342
37	17	18	289	324	306
38	16	17	256	289	272
39	17	18	289	324	306
40	17	18	289	324	306
41	18	19	324	361	342
42	19	19	361	361	361
43	17	18	289	324	306
44	18	19	324	361	342
45	19	20	361	400	380
46	19	19	361	361	361
47	18	19	324	361	342
48	17	18	289	324	306
49	16	17	256	289	272
50	17	18	289	324	306
รวม	855	902	14,663	16,304	15,458

ศึกษาผลสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัยและผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 โดยการใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน

$$r_{XY} = \frac{N\sum XY - \sum X\sum Y}{\sqrt{\left[N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2\right]\left[N\sum Y^2 - \left(\sum Y\right)^2\right]}}$$

เมื่อ r แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนชุด X

$\sum Y$ แทน ผลรวมของคะแนนชุด Y

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนชุด X แต่ละตัวยกกำลังสอง

$\sum Y^2$ แทน ผลรวมของคะแนนชุด Y แต่ละตัวยกกำลังสอง

$\sum XY$ แทน ผลรวมของผลคูณระหว่าง X กับ Y

N แทน จำนวนคนหรือสิ่งที่ศึกษา

จากตาราง จะได้ $\sum X$ = 855, $\sum Y$ = 902, $\sum X^2$ = 14,663, $\sum Y^2$ = 16,304

$\sum XY$ = 15,458, N = 50

$$r_{XY} = \frac{50(15,458) - (855)(902)}{\sqrt{\left[50(14,663) - (855)^2\right]\left[50(16,304) - (902)^2\right]}}$$

= 0.92

ตาราง 15 ค่าความเชื่อมั่นของการตรวจให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่าน

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจากผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
1	16	17	256	289	272
2	17	18	289	324	306
3	17	18	289	324	306
4	16	17	256	289	272
5	17	18	289	324	306
6	17	18	289	324	306
7	18	19	324	361	342
8	17	19	289	361	323
9	18	19	324	361	342
10	18	19	324	361	342
11	16	17	256	289	272
12	16	17	256	289	272
13	16	17	256	289	272
14	16	17	256	289	272
15	17	18	289	324	306
16	18	19	324	361	342
17	17	18	289	324	306
18	18	19	324	361	342
19	16	17	256	289	272
20	17	18	289	324	306
21	16	17	256	289	272
22	17	18	289	324	306
23	17	18	289	324	306
24	17	19	289	361	323
25	18	19	324	361	342
26	17	18	289	324	306

ตาราง 15 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจากผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
27	18	19	324	361	342
28	16	17	256	289	272
29	17	18	289	324	306
30	16	17	256	289	272
31	17	18	289	324	306
32	16	17	256	289	272
33	17	18	289	324	306
34	17	19	289	361	323
35	19	20	361	400	380
36	16	17	256	289	272
37	17	18	289	324	306
38	17	19	289	361	323
39	17	18	289	324	306
40	17	18	289	324	306
41	17	18	289	324	306
42	16	17	256	289	272
43	17	19	289	361	323
44	16	17	256	289	272
45	16	17	256	289	272
46	17	18	289	324	306
47	17	19	289	361	323
48	16	17	256	289	272
49	16	17	256	289	272
50	18	19	324	361	342
รวม	843	899	14,241	16,199	15,186

ศึกษาผลสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านของผู้วิจัยและผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 โดยการใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน

$$r_{XY} = \frac{N\sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{\left[N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2\right]\left[N\sum Y^2 - \left(\sum Y\right)^2\right]}}$$

เมื่อ r แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนชุด X

$\sum Y$ แทน ผลรวมของคะแนนชุด Y

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนชุด X แต่ละตัวยกกำลังสอง

$\sum Y^2$ แทน ผลรวมของคะแนนชุด Y แต่ละตัวยกกำลังสอง

$\sum XY$ แทน ผลรวมของผลคูณระหว่าง X กับ Y

N แทน จำนวนคนหรือสิ่งที่ศึกษา

จากตาราง จะได้ $\sum X$ = 843, $\sum Y$ = 899, $\sum X^2$ = 14,241, $\sum Y^2$ = 16,199

$\sum XY$ = 15,186, N = 50

$$r_{XY} = \frac{50(15{,}186) - (843)(899)}{\sqrt{\left[50(14{,}241) - (843)^2\right]\left[50(16{,}199) - (899)^2\right]}}$$

= 0.92

ตาราง 16 ค่าความเชื่อมั่นของการตรวจให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจากผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
1	18	19	324	361	342
2	18	19	324	361	342
3	19	20	361	400	380
4	17	18	289	324	306
5	18	19	324	361	342
6	18	18	324	324	324
7	18	19	324	361	342
8	17	18	289	324	306
9	17	19	289	361	323
10	17	18	289	324	306
11	18	19	324	361	342
12	17	19	289	361	323
13	17	18	289	324	306
14	18	19	324	361	342
15	17	18	289	324	306
16	17	18	289	324	306
17	18	19	324	361	342
18	17	19	289	361	323
19	17	18	289	324	306
20	16	17	256	289	272
21	17	18	289	324	306
22	18	19	324	361	342
23	16	18	256	324	288
24	18	19	324	361	342
25	17	18	289	324	306
26	16	18	256	324	288

ตาราง 16 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากผู้วิจัย (X)	คะแนนจากผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 (Y)	X^2	Y^2	XY
27	19	20	361	400	380
28	18	19	324	361	342
29	17	18	289	324	306
30	17	18	289	324	306
31	18	19	324	361	342
32	17	18	289	324	306
33	17	19	289	361	323
34	18	19	324	361	342
35	18	19	324	361	342
36	18	19	324	361	342
37	19	20	361	400	380
38	18	19	324	361	342
39	17	18	289	324	306
40	18	19	324	361	342
41	17	19	289	361	323
42	17	18	289	324	306
43	18	19	324	361	342
44	17	18	289	324	306
45	17	18	289	324	306
46	17	19	289	361	323
47	19	20	361	400	380
48	18	19	324	361	342
49	18	19	324	361	342
50	18	19	324	361	342
รวม	876	933	15,374	17,431	16,366

ศึกษาผลสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของผู้วิจัยและผู้ตรวจให้คะแนนคนที่ 2 โดยการใช้สถิติสหสัมพันธ์อย่างง่ายของเพียร์สัน

$$r_{XY} = \frac{N\sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{\left[N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2\right]\left[N\sum Y^2 - \left(\sum Y\right)^2\right]}}$$

เมื่อ r แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนชุด X

$\sum Y$ แทน ผลรวมของคะแนนชุด Y

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนชุด X แต่ละตัวยกกำลังสอง

$\sum Y^2$ แทน ผลรวมของคะแนนชุด Y แต่ละตัวยกกำลังสอง

$\sum XY$ แทน ผลรวมของผลคูณระหว่าง X กับ Y

N แทน จำนวนคนหรือสิ่งที่ศึกษา

จากตาราง จะได้ $\sum X$ = 876, $\sum Y$ = 933, $\sum X^2$ = 15,374, $\sum Y^2$ = 17,431

$\sum XY$ = 16,366, N = 50

$$r_{XY} = \frac{50(16{,}366) - (876)(933)}{\sqrt{\left[50(15{,}374) - (876)^2\right]\left[50(17{,}431) - (933)^2\right]}}$$

= 0.84

ตาราง 17 ค่า $\sum X_i$ ค่า $\sum X_i^2$ ค่า s_i^2 เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน

ข้อที่	$\sum X_i$	$\sum X_i^2$	s_i^2
1	100	250	1.3
2	96	200	0.67
3	97	210	0.79
4	92	207	1.03
5	87	185	0.92

หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค

$$\alpha = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2}\right]$$

เมื่อ α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

n แทน จำนวนข้อสอบ

s_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ

s_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

จากตาราง จะได้ n = 5, $\sum s_i^2$ = 4.71, s_t^2 = 12.70

$$\alpha = \frac{5}{5-1}\left[1 - \frac{4.17}{12.70}\right]$$
$$= 0.79$$

ภาคผนวก ข

- การวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples และเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t – test one group

- การวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟังของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples และเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟังของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t – test one group

- การวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples และเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t – test one group

- การวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples และเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t – test one group

- การวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples และเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t – test one group

- การวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยรวมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติ t – test for Dependent Samples และเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยรวมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70) โดยใช้สถิติ t – test one group

ตาราง 18 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น (20 คะแนน)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน (X)	D	D^2	X^2
1	13	19	6	36	361
2	9	17	8	64	289
3	10	19	9	81	361
4	7	15	8	64	225
5	8	15	7	49	225
6	12	18	6	36	324
7	11	19	8	64	361
8	10	19	9	81	361
9	12	19	7	49	361
10	8	17	9	81	289
11	11	19	8	64	361
12	12	18	6	36	324
13	5	15	10	100	225
14	9	19	10	100	361
15	9	17	8	64	289
16	8	17	9	81	289
17	6	15	9	81	225
18	9	17	8	64	289
19	8	16	8	64	256
20	6	17	11	121	289
21	9	17	8	64	289
22	10	19	9	81	361
23	7	15	8	64	225
24	9	19	10	100	361

ตาราง 18 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน (X)	D	D^2	X^2
25	8	16	8	64	256
26	9	16	7	49	256
27	7	18	11	121	324
28	8	16	8	64	256
29	6	18	12	144	324
30	8	17	9	81	289
31	6	15	9	81	225
32	8	17	9	81	289
33	9	16	7	49	256
34	11	19	8	64	361
35	10	19	9	81	361
36	9	15	6	36	225
37	12	19	7	49	361
38	6	17	11	121	289
39	11	19	8	64	361
40	9	17	8	64	289
41	8	18	10	100	324
42	7	17	10	100	289
43	5	15	10	100	225
รวม	375	741	366	3,202	12,861

การวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น

จากสูตร $t = \dfrac{\sum D}{\sqrt{\dfrac{n\sum D^2 - \left(\sum D\right)^2}{N-1}}}$; df = $n - 1$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution

$\sum D$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

$\left(\sum D\right)^2$ แทน ผลรวมกำลังสองของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

n แทน จำนวนนักเรียน

เนื่องจาก $\sum D = 366$; $\sum D^2 = 3{,}202$; $\left(\sum D\right)^2 = 133{,}956$; $n = 43$

ดังนั้น
$$
\begin{aligned}
t &= \frac{366}{\sqrt{\dfrac{43(3{,}202) - 133{,}956}{43-1}}} \\
&= \frac{366}{\sqrt{\dfrac{137{,}686 - 133{,}956}{42}}} \\
&= \frac{366}{\sqrt{\dfrac{3{,}730}{42}}} \\
&= \frac{366}{\sqrt{88.81}} \\
&= \frac{366}{9.42} \\
&= 38.85
\end{aligned}
$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.704 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .01 เมื่อ df = 43 – 1 = 42)

การวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

จากสูตร $t = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\dfrac{s}{\sqrt{n}}}$; $df = n - 1$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution

$\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยหลังเรียน สูตร $\overline{X} = \dfrac{\sum X}{N}$

$$= \frac{741}{43}$$

$$= 17.23$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สูตร $s = \sqrt{\dfrac{N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}{N(N-1)}}$

$$= \sqrt{\frac{(43 \times 12{,}861) - (741 \times 741)}{43 \times 42}}$$

$$= \sqrt{\frac{553{,}023 - 549{,}081}{1{,}806}}$$

$$= \sqrt{\frac{3{,}942}{1806}}$$

$$= \sqrt{2.81}$$

$$= 1.48$$

เนื่องจาก $\overline{X} = 17.23$; $\mu_0 = 14$; $s = 1.48$; $n = 43$

ดังนั้น $$t = \frac{17.23 - 14}{\frac{1.48}{\sqrt{43}}}$$
$$= \frac{3.23}{0.21}$$
$$= 15.38$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.704 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .01 เมื่อ df = 43 – 1 = 42)

ตาราง 19 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟังของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น (12 คะแนน)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน (X)	D	D^2	X^2
1	7	12	5	25	144
2	5	10	5	25	100
3	6	12	6	36	144
4	4	9	5	25	81
5	4	9	5	25	81
6	7	11	4	16	121
7	6	12	6	36	144
8	7	12	5	25	144
9	7	12	5	25	144
10	7	11	4	16	121
11	6	11	5	25	121
12	5	10	5	25	100
13	5	9	4	16	81
14	6	11	5	25	121
15	5	11	6	36	121
16	6	10	4	16	100
17	3	9	6	36	81
18	5	9	4	16	81
19	4	8	4	16	64
20	6	9	3	9	81
21	7	10	3	9	100
22	6	12	6	36	144
23	7	10	3	9	100
24	6	12	6	36	144

ตาราง 19 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน (X)	D	D^2	X^2
25	6	11	5	25	121
26	6	10	4	16	100
27	5	11	6	36	121
28	4	9	5	25	81
29	5	11	6	36	121
30	4	11	7	49	121
31	5	9	4	16	81
32	6	10	4	16	100
33	7	11	4	16	121
34	7	12	5	25	144
35	7	12	5	25	144
36	4	8	4	16	64
37	6	12	6	36	144
38	5	11	6	36	121
39	6	12	6	36	144
40	4	11	7	49	121
41	6	11	5	25	121
42	6	11	5	25	121
43	5	9	4	16	81
รวม	241	453	212	1,088	4,835

การวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟังของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น

จากสูตร $t = \dfrac{\sum D}{\sqrt{\dfrac{n\sum D^2 - \left(\sum D\right)^2}{N-1}}}$; df = $n-1$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution

$\sum D$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

$\left(\sum D\right)^2$ แทน ผลรวมกำลังสองของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

n แทน จำนวนนักเรียน

เนื่องจาก $\sum D = 212$; $\sum D^2 = 1{,}088$; $\left(\sum D\right)^2 = 44{,}944$; $n = 43$

ดังนั้น
$$
\begin{aligned}
t &= \frac{212}{\sqrt{\dfrac{43(1{,}088) - 44{,}944}{43-1}}} \\
&= \frac{212}{\sqrt{\dfrac{46{,}784 - 44{,}944}{42}}} \\
&= \frac{212}{\sqrt{\dfrac{1{,}840}{42}}} \\
&= \frac{212}{\sqrt{43.81}} \\
&= \frac{212}{6.62} \\
&= 32.02
\end{aligned}
$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.704 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .01 เมื่อ df = 43 – 1 = 42)

การวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟังของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็นกับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

จากสูตร $t = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\dfrac{s}{\sqrt{n}}}$; $df = n - 1$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution

$\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยหลังเรียน สูตร $\overline{X} = \dfrac{\sum X}{N}$

$$= \frac{453}{43}$$

$$= 10.53$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สูตร $s = \sqrt{\dfrac{N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}{N(N-1)}}$

$$= \sqrt{\frac{(43 \times 4{,}835) - (453 \times 453)}{43 \times 42}}$$

$$= \sqrt{\frac{207{,}905 - 205{,}209}{1{,}806}}$$

$$= \sqrt{\frac{2{,}696}{1{,}806}}$$

$$= \sqrt{1.49}$$

$$= 1.22$$

เนื่องจาก $\overline{X} = 10.53$; $\mu_0 = 8.4$; $s = 1.22$; $n = 43$

ดังนั้น $$t = \frac{10.53 - 8.4}{\frac{1.22}{\sqrt{43}}}$$
$$= \frac{2.13}{0.19}$$
$$= 11.21$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.704 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .01 เมื่อ df = 43 – 1 = 42)

ตาราง 20 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น (8 คะแนน)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน (X)	D	D^2	X^2
1	4	8	4	16	64
2	3	7	4	16	49
3	4	8	4	16	64
4	2	6	4	16	36
5	2	6	4	16	36
6	4	8	4	16	64
7	4	8	4	16	64
8	3	8	5	25	64
9	4	7	3	9	49
10	3	7	4	16	49
11	4	8	4	16	64
12	4	8	4	16	64
13	2	6	4	16	36
14	4	8	4	16	64
15	3	7	4	16	49
16	2	7	5	25	49
17	3	6	3	9	36
18	4	7	3	9	49
19	3	6	3	9	36
20	2	7	5	25	49
21	3	7	4	16	49
22	4	8	4	16	64
23	3	5	2	4	25
24	3	8	5	25	64

ตาราง 20 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน (X)	D	D^2	X^2
25	3	6	3	9	36
26	3	6	3	9	36
27	3	8	5	25	64
28	4	6	2	4	36
29	4	8	4	16	64
30	2	7	5	25	49
31	3	6	3	9	36
32	3	7	4	16	49
33	4	6	2	4	36
34	3	8	5	25	64
35	4	8	4	16	64
36	3	6	3	9	36
37	2	8	6	36	64
38	4	7	3	9	49
39	3	8	5	25	64
40	4	7	3	9	49
41	3	8	5	25	64
42	3	7	4	16	49
43	3	5	2	4	25
รวม	138	303	165	671	2,171

การวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น

จากสูตร $t = \dfrac{\sum D}{\sqrt{\dfrac{n\sum D^2 - \left(\sum D\right)^2}{N-1}}}$; df = $n-1$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution

$\sum D$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

$\left(\sum D\right)^2$ แทน ผลรวมกำลังสองของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

n แทน จำนวนนักเรียน

เนื่องจาก $\sum D = 165$; $\sum D^2 = 671$; $\left(\sum D\right)^2 = 27{,}225$; $n = 43$

ดังนั้น
$$t = \frac{165}{\sqrt{\dfrac{43(671) - 27{,}225}{43-1}}}$$
$$= \frac{165}{\sqrt{\dfrac{28{,}853 - 27{,}225}{42}}}$$
$$= \frac{165}{\sqrt{\dfrac{1{,}628}{42}}}$$
$$= \frac{165}{\sqrt{38.76}}$$
$$= \frac{165}{6.23}$$
$$= 26.48$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.704 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .01 เมื่อ df = 43 – 1 = 42)

การวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็นกับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

จากสูตร $t = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\dfrac{s}{\sqrt{n}}}$; $df = n - 1$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution

$\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยหลังเรียน สูตร $\overline{X} = \dfrac{\sum X}{N}$

$$= \frac{303}{43}$$

$$= 7.05$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สูตร $s = \sqrt{\dfrac{N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}{N(N-1)}}$

$$= \sqrt{\frac{(43 \times 2{,}171) - (303 \times 303)}{43 \times 42}}$$

$$= \sqrt{\frac{93{,}353 - 91{,}809}{1{,}806}}$$

$$= \sqrt{\frac{1{,}544}{1{,}806}}$$

$$= \sqrt{0.85}$$

$$= 0.92$$

เนื่องจาก $\overline{X} = 7.05$; $\mu_0 = 5.6$; $s = 0.92$; $n = 43$

ดังนั้น $$t = \frac{7.05 - 5.6}{\frac{0.92}{\sqrt{43}}}$$
$$= \frac{1.45}{0.14}$$
$$= 10.36$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.704 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .01 เมื่อ df = 43 – 1 = 42)

ตาราง 21 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น (20 คะแนน)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน (X)	D	D^2	X^2
1	15	19	4	16	361
2	13	17	4	16	289
3	14	19	5	25	361
4	11	16	5	25	256
5	12	16	4	16	256
6	14	17	3	9	289
7	14	19	5	25	361
8	14	18	4	16	324
9	15	19	4	16	361
10	13	17	4	16	289
11	14	19	5	25	361
12	15	18	3	9	324
13	13	16	3	9	256
14	14	19	5	25	361
15	15	19	4	16	361
16	12	17	5	25	289
17	12	16	4	16	256
18	11	18	7	49	324
19	15	19	4	16	361
20	14	18	4	16	324
21	14	17	3	9	289
22	12	18	6	36	324
23	11	16	5	25	256
24	14	19	5	25	361

ตาราง 21 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน (X)	D	D^2	X^2
25	14	17	3	9	289
26	14	17	3	9	289
27	13	18	5	25	324
28	12	18	6	36	324
29	14	19	5	25	361
30	12	18	6	36	324
31	13	16	3	9	256
32	14	19	5	25	361
33	13	17	4	16	289
34	15	19	4	16	361
35	15	19	4	16	361
36	12	16	4	16	256
37	13	19	6	36	361
38	13	17	4	16	289
39	14	19	5	25	361
40	13	17	4	16	289
41	12	17	5	25	289
42	12	16	4	16	256
43	13	16	3	9	256
รวม	572	760	188	862	13,490

การวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น

จากสูตร $t = \dfrac{\sum D}{\sqrt{\dfrac{n\sum D^2 - \left(\sum D\right)^2}{N-1}}}$; df = $n-1$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution

$\sum D$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

$\left(\sum D\right)^2$ แทน ผลรวมกำลังสองของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

n แทน จำนวนนักเรียน

เนื่องจาก $\sum D = 188$; $\sum D^2 = 862$; $\left(\sum D\right)^2 = 35{,}344$; $n = 43$

ดังนั้น
$$
\begin{aligned}
t &= \frac{188}{\sqrt{\dfrac{43(862) - 35{,}344}{43-1}}} \\
&= \frac{188}{\sqrt{\dfrac{37{,}066 - 35{,}344}{42}}} \\
&= \frac{188}{\sqrt{\dfrac{1{,}722}{42}}} \\
&= \frac{188}{\sqrt{41}} \\
&= \frac{188}{6.4} \\
&= 29.38
\end{aligned}
$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.704 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .01 เมื่อ df = 43 – 1 = 42)

การวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็นกับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

จากสูตร $t = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\dfrac{s}{\sqrt{n}}}$; $df = n - 1$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution

$\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยหลังเรียน สูตร $\overline{X} = \dfrac{\sum X}{N}$

$$= \frac{760}{43}$$

$$= 17.67$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สูตร $s = \sqrt{\dfrac{N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}{N(N-1)}}$

$$= \sqrt{\frac{(43 \times 13{,}490) - (760 \times 760)}{43 \times 42}}$$

$$= \sqrt{\frac{580{,}070 - 577{,}600}{1{,}806}}$$

$$= \sqrt{\frac{2{,}470}{1{,}806}}$$

$$= \sqrt{1.37}$$

$$= 1.17$$

เนื่องจาก $\overline{X} = 17.67$; $\mu_0 = 14$; $s = 1.17$; $n = 43$

ดังนั้น $$t = \frac{17.67 - 14}{\frac{1.17}{\sqrt{43}}}$$
$$= \frac{3.67}{0.18}$$
$$= 20.39$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.704 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .01 เมื่อ df = 43 – 1 = 42)

ตาราง 22 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น (20 คะแนน)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน (X)	D	D^2	X^2
1	9	18	9	81	324
2	6	17	11	121	289
3	9	19	10	100	361
4	6	16	10	100	256
5	5	16	11	121	256
6	4	17	13	169	289
7	7	19	12	144	361
8	6	18	12	144	324
9	4	19	15	225	361
10	6	17	11	121	289
11	8	19	11	121	361
12	7	18	11	121	324
13	5	16	11	11	256
14	7	18	11	121	324
15	8	17	9	81	289
16	7	16	9	81	256
17	4	16	12	144	256
18	5	17	12	144	289
19	6	17	11	121	289
20	5	17	12	144	289
21	4	16	12	144	256
22	8	19	11	121	361
23	7	16	9	81	256
24	8	19	11	121	361

ตาราง 22 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน (X)	D	D^2	X^2
25	5	16	11	121	256
26	6	16	10	100	256
27	7	18	11	121	324
28	8	17	9	81	289
29	6	18	12	144	324
30	7	19	12	144	361
31	6	18	12	144	324
32	7	17	10	100	289
33	5	16	11	121	256
34	7	18	11	121	324
35	5	19	14	196	361
36	4	16	12	144	256
37	5	19	14	196	361
38	5	17	12	144	289
39	6	19	13	169	361
40	5	17	12	144	289
41	6	17	11	121	289
42	6	17	11	121	289
43	5	16	11	121	256
รวม	262	747	485	5,545	13,031

การวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น

จากสูตร $t = \dfrac{\sum D}{\sqrt{\dfrac{n\sum D^2 - \left(\sum D\right)^2}{N-1}}}$; df = $n-1$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution

$\sum D$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

$\left(\sum D\right)^2$ แทน ผลรวมกำลังสองของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

n แทน จำนวนนักเรียน

เนื่องจาก $\sum D = 485$; $\sum D^2 = 5{,}545$; $\left(\sum D\right)^2 = 235{,}225$; $n = 43$

ดังนั้น
$$
\begin{aligned}
t &= \frac{485}{\sqrt{\dfrac{43(5{,}545) - 235{,}225}{43-1}}} \\
&= \frac{485}{\sqrt{\dfrac{238{,}435 - 235{,}225}{42}}} \\
&= \frac{485}{\sqrt{\dfrac{3{,}210}{42}}} \\
&= \frac{485}{\sqrt{76.43}} \\
&= \frac{485}{8.74} \\
&= 55.49
\end{aligned}
$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.704 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .01 เมื่อ df = 43 – 1 = 42)

การวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

จากสูตร $t = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\dfrac{s}{\sqrt{n}}}$; $df = n - 1$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution

$\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยหลังเรียน สูตร $\overline{X} = \dfrac{\sum X}{N}$

$$= \frac{747}{43}$$

$$= 17.37$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สูตร $s = \sqrt{\dfrac{N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}{N(N-1)}}$

$$= \sqrt{\frac{(43 \times 13{,}031) - (747 \times 747)}{43 \times 42}}$$

$$= \sqrt{\frac{560{,}333 - 558{,}009}{1{,}806}}$$

$$= \sqrt{\frac{2{,}324}{1{,}806}}$$

$$= \sqrt{1.29}$$

$$= 1.14$$

เนื่องจาก $\overline{X} = 17.37$; $\mu_0 = 14$; $s = 1.14$; $n = 43$

ดังนั้น $$t = \frac{17.37 - 14}{\frac{1.14}{\sqrt{43}}}$$
$$= \frac{3.37}{0.17}$$
$$= 19.82$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.704 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .01 เมื่อ df = 43 – 1 = 42)

ตาราง 23 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยรวมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น (60 คะแนน)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน (X)	D	D^2	X^2
1	35	57	22	484	3,249
2	27	51	24	576	2,601
3	33	58	25	625	3,364
4	23	47	24	576	2,209
5	23	47	24	576	2,209
6	29	53	24	576	2,809
7	31	58	27	729	3,364
8	30	56	26	676	3,136
9	30	57	27	729	3,249
10	29	52	23	529	2,704
11	32	57	25	625	3,249
12	31	54	23	529	2,916
13	25	47	22	484	2,209
14	31	56	25	625	3,136
15	31	54	23	529	2,916
16	27	50	23	529	2,500
17	22	47	25	625	2,209
18	25	51	26	676	2,601
19	28	50	22	484	2,500
20	27	51	24	576	2,601
21	28	50	22	484	2,500
22	30	57	27	729	3,249
23	28	47	19	361	2,209
24	31	58	27	729	3,364

ตาราง 23 (ต่อ)

คนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน (X)	D	D^2	X^2
25	28	50	22	484	2,500
26	29	49	20	400	2,401
27	28	55	27	729	3,025
28	28	50	22	484	2,500
29	29	56	27	729	3,136
30	25	55	30	900	3,025
31	27	49	22	484	2,401
32	30	53	23	529	2,809
33	29	50	21	441	2,500
34	32	57	25	625	3,249
35	31	58	27	729	3,364
36	23	46	23	529	2,116
37	26	58	32	1,024	3,364
38	27	52	25	625	2,704
39	29	58	29	841	3,364
40	26	52	26	676	2,704
41	27	53	26	676	2,809
42	27	51	24	576	2,601
43	26	46	20	400	2,116
รวม	1,213	2,263	1,050	25,942	119,741

การวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยรวมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น

จากสูตร $t = \dfrac{\sum D}{\sqrt{\dfrac{n\sum D^2 - \left(\sum D\right)^2}{N-1}}}$; df = $n - 1$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution

$\sum D$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

$\left(\sum D\right)^2$ แทน ผลรวมกำลังสองของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา

n แทน จำนวนนักเรียน

เนื่องจาก $\sum D = 1{,}050$; $\sum D^2 = 25{,}942$; $\left(\sum D\right)^2 = 1{,}102{,}500$; $n = 43$

ดังนั้น
$$t = \frac{1{,}050}{\sqrt{\dfrac{43(25{,}942) - 1{,}102{,}500}{43-1}}}$$
$$= \frac{1{,}050}{\sqrt{\dfrac{1{,}115{,}506 - 1{,}102{,}500}{42}}}$$
$$= \frac{1{,}050}{\sqrt{\dfrac{13{,}006}{42}}}$$
$$= \frac{1{,}050}{\sqrt{309.67}}$$
$$= \frac{1{,}050}{17.6}$$
$$= 59.66$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.704 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .01 เมื่อ df = 43 – 1 = 42)

การวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยรวมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา เรื่อง ความน่าจะเป็น กับเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

จากสูตร $t = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\dfrac{s}{\sqrt{n}}}$; $df = n - 1$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution

$\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์

s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

ค่าเฉลี่ยหลังเรียน สูตร $\overline{X} = \dfrac{\sum X}{N}$

$$= \frac{2,263}{43}$$

$$= 52.63$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สูตร $s = \sqrt{\dfrac{N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}{N(N-1)}}$

$$= \sqrt{\frac{(43 \times 119,741) - (2263 \times 2263)}{43 \times 42}}$$

$$= \sqrt{\frac{5,148,863 - 5,121,169}{1,806}}$$

$$= \sqrt{\frac{27,694}{1,806}}$$

$$= \sqrt{15.33}$$

$$= 3.92$$

เนื่องจาก $\overline{X} = 52.63$; $\mu_0 = 42$; $s = 3.92$; $n = 43$

ดังนั้น $$t = \frac{52.63 - 42}{\frac{3.92}{\sqrt{43}}}$$
$$= \frac{10.63}{0.6}$$
$$= 17.72$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.704 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .01 เมื่อ df = 43 – 1 = 42)

ภาคผนวก ค

1. ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา
2. ตัวอย่างแบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

บทที่ 2 ความน่าจะเป็น จำนวน 15 คาบ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

เรื่อง ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ **จำนวน 5 คาบ**

---

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1) ดำเนินการแก้ปัญหาตามกระบวนการ 4 ขั้น ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบผล เพื่อหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ได้

2) ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

3) ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นประกอบการตัดสินใจได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ

1) แก้ปัญหาได้

2) สื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้

3) เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันได้

4) ให้เหตุผลได้

ด้านคุณลักษณะ

1) มีความรับผิดชอบ

2) มีระเบียบวินัย

3) ทำงานเป็นระบบ

2. ความรู้พื้นฐาน

1. เศษส่วนและทศนิยม
2. อัตราส่วนและร้อยละ
3. ความน่าจะเป็น
4. การทดลองสุ่มและเหตุการณ์

3. สาระการเรียนรู้

เมื่อเราโยนเหรียญหนึ่งเหรียญ 10 ครั้ง เหรียญอาจจะไม่ออกหัว 5 ครั้ง และออกก้อย 5 ครั้งเสมอไป ซึ่งย่อมทำให้เกิดความสงสัยได้ว่าเหรียญที่ใช้มีความ**เที่ยงตรง** หรือไม่ นั่นคือ การออกหัวหรือออกก้อยมีความเป็นไปได้เท่ากันหรือไม่

ในทางปฏิบัติเราจึงมักทำการทดลองสุ่มหลาย ๆ ครั้ง แล้วบันทึกแต่ละผลลัพธ์จากการทดลองดังในตัวอย่างการทดลองโยนเหรียญ 1 เหรียญ 20 ครั้ง ได้ผลตามตารางดังนี้

	ออกหัว	**ออกก้อย**	**รวม**
รอยขีด	𝍸 𝍸 |	𝍸 ||||	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸
จำนวนผลลัพธ์	11	9	20

จากการทดลองข้างต้น

ความน่าจะเป็นของการที่เหรียญจะออกหัวเท่ากับ $\frac{11}{20} = 0.55$

เรียกความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่หาโดยวิธีนี้ว่า **ความน่าจะเป็นในทางปฏิบัติ**

ในการทำการทดลองเพื่อหาความน่าจะเป็นในทางปฏิบัตินี้ ผู้ทำการทดลองต้องปล่อยให้เป็นธรรมชาติของเครื่องมือ และถ้าจำนวนการทดลองมากครั้งขึ้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะได้ใกล้เคียงกับ**ความน่าจะเป็นในทางทฤษฎี**มากขึ้นด้วย และเมื่อได้ผลลัพธ์ดังกล่าวเราจะถือว่าสิ่งที่ใช้ในการทดลองนั้น ๆ มีความเที่ยงตรง

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์หาได้จากสูตรต่อไปนี้

สูตร

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

เมื่อแต่ละผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

สมชายทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าอย่างน้อยหนึ่งลูกหงายขึ้นแต้ม 3
2) เหตุการณ์ที่ได้ผลรวมของแต้มมากกว่า 10
3) เหตุการณ์ที่ได้แต้มเดียวกันทั้งสองลูก

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าอย่างน้อยหนึ่งลูกหงายขึ้นแต้ม 3
2) เหตุการณ์ที่ได้ผลรวมของแต้มมากกว่า 10
3) เหตุการณ์ที่ได้แต้มเดียวกันทั้งสองลูก

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

สมชายทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

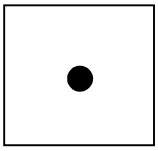
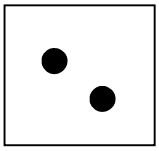
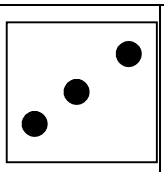
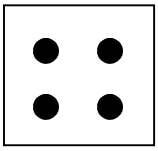
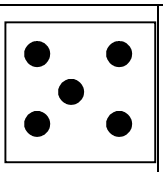
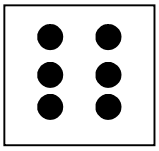
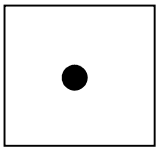
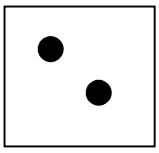
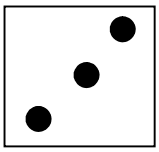
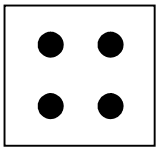
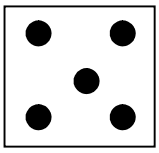
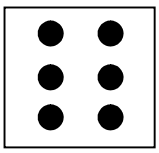
1. ใช้ตารางหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น
2. พิจารณาตารางเพื่อหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์
3. นำผลที่ได้จากข้อ 1 และ 2 ไปหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม

เพียงพอ

ขั้นดำเนินการตามแผน

การหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน โดยใช้ตารางหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มได้ ดังนี้

						
	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

จากตาราง จะได้ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น 36 แบบ คือ

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5) และ (6, 6)

1) เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าอย่างน้อยหนึ่งลูกหงายขึ้นแต้ม 3 มีผลลัพธ์ คือ
(1, 3), (2, 3), (3, 3), (4, 3), (5, 3), (6, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (3, 5) และ (3, 6)
จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 11
ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าอย่างน้อยหนึ่งลูกหงายขึ้นแต้ม 3
เท่ากับ $\frac{11}{36}$

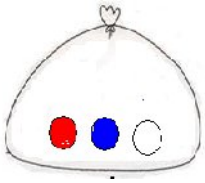
2) เหตุการณ์ที่ได้ผลรวมแต้มมากกว่า 10 มีผลลัพธ์ คือ (5, 6), (6, 5) และ (6, 6)
จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 3
ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ได้ผลรวมของแต้มมากกว่า 10 เท่ากับ $\frac{3}{36}$
หรือ $\frac{1}{36}$

3) เหตุการณ์ที่ได้แต้มเดียวกันทั้งสองลูก มีผลลัพธ์ คือ
(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5) และ (6, 6)
จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 6
ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ได้แต้มเดียวกันทั้สองลูกเท่ากับ $\frac{6}{36}$ หรือ $\frac{1}{36}$

ขั้นตรวจสอบผล

1. พิจารณาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากตารางอีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง
2. พิจารณาผลลัพธ์ของเหตุการณ์จากตารางอีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง
3. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้



ถุงใบหนึ่งมีลูกแก้วสีแดง สีน้ำเงิน และสีขาวอย่างละ 1 ลูก ทุกลูกมีขนาดเท่ากัน เขย่าถุงแล้วหยิบลูกแก้วขึ้นมาดูว่าได้สีอะไร 1 ลูก แล้วใส่คืนในถุง เขย่าแล้วหยิบลูกแก้วขึ้นมาดูว่าได้สีอะไรอีก 1 ลูก จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกแก้วสีแดงลูกหนึ่ง สีน้ำเงินลูกหนึ่ง

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกแก้วสีแดงลูกหนึ่ง สีน้ำเงินลูกหนึ่ง

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

ถุงใบหนึ่งมีลูกแก้วสีแดง สีน้ำเงิน และสีขาวอย่างละ 1 ลูก ทุกลูกมีขนาดเท่ากัน เขย่าถุงแล้วหยิบลูกแก้วขึ้นมาดูว่าได้สีอะไร 1 ลูก แล้วใส่คืนในถุง เขย่าแล้วหยิบลูกแก้วขึ้นมาดูว่าได้สีอะไรอีก 1 ลูก

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

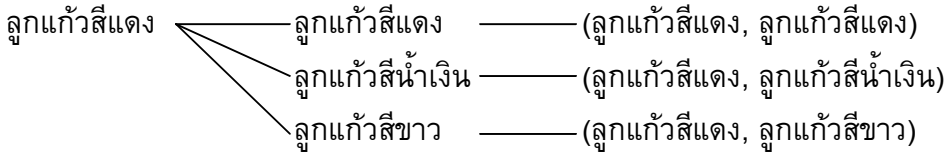
1. ใช้แผนภาพต้นไม้หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น
2. พิจารณาแผนภาพต้นไม้เพื่อหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์
3. นำผลที่ได้จากข้อ 1 และ 2 ไปหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

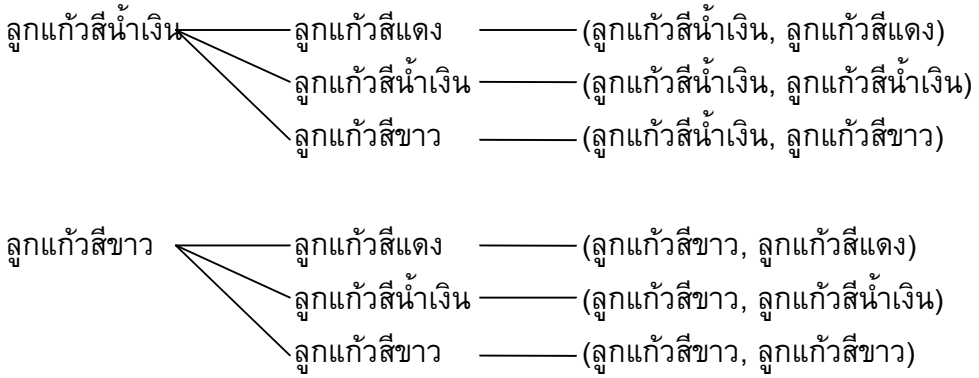
ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม

เพียงพอ

ขั้นดำเนินการตามแผน

การหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นสามารถใช้แผนภาพต้นไม้ ดังนี้





จะได้ ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น 9 แบบ คือ

(ลูกแก้วสีแดง, ลูกแก้วสีแดง), (ลูกแก้วสีแดง, ลูกแก้วสีน้ำเงิน),

(ลูกแก้วสีแดง, ลูกแก้วสีขาว), (ลูกแก้วสีน้ำเงิน, ลูกแก้วสีแดง),

(ลูกแก้วสีน้ำเงิน, ลูกแก้วสีน้ำเงิน), (ลูกแก้วสีน้ำเงิน, ลูกแก้วสีขาว),

(ลูกแก้วสีขาว, ลูกแก้วสีแดง), (ลูกแก้วสีขาว, ลูกแก้วสีน้ำเงิน) และ

(ลูกแก้วสีขาว, ลูกแก้วสีขาว)

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกแก้ว สีแดงลูกหนึ่ง สีน้ำเงินลูกหนึ่ง มีผลลัพธ์ คือ

(ลูกแก้วสีแดง, ลูกแก้วสีน้ำเงิน) และ (ลูกแก้วสีน้ำเงิน, ลูกแก้วสีแดง),

จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ เป็น 2

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกแก้ว สีแดงลูกหนึ่ง สีน้ำเงินลูกหนึ่ง

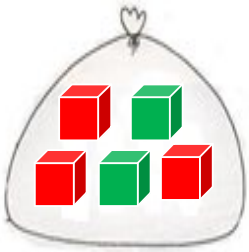
เท่ากับ $\frac{2}{9}$

ขั้นตรวจสอบผล

1. พิจารณาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง
2. พิจารณาผลลัพธ์ของเหตุการณ์จากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง
3. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 3 จงเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

หยิบลูกบาศก์ 2 ลูกพร้อมกันจากถุงใบหนึ่งที่มีลูกบาศก์สีเขียว 2 ลูก และสีแดง 3 ลูก



จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบาศก์สีเดียวกัน

2) เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบาศก์ต่างสีกัน

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบาศก์สีเดียวกัน

2) เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบาศก์ต่างสีกัน

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

หยิบลูกบาศก์ 2 ลูกพร้อมกันจากถุงใบหนึ่งที่มีลูกบาศก์สีเขียว 2 ลูก และสีแดง 3 ลูก

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

1. ใช้แผนภาพต้นไม้หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น โดยกำหนดให้

ข$_1$ แทน ลูกบาศก์สีเขียวลูกที่หนึ่ง ข$_2$ แทน ลูกบาศก์สีเขียวลูกที่สอง

ด$_1$ แทน ลูกบาศก์สีแดงลูกที่หนึ่ง ด$_2$ แทน ลูกบาศก์สีแดงลูกที่สอง

และ ด$_3$ แทน ลูกบาศก์สีแดงลูกที่สาม

2. พิจารณาแผนภาพต้นไม้เพื่อหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์

3. นำผลที่ได้จากข้อ 1 และ 2 ไปหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากสูตร

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม

เพียงพอ

ขั้นดำเนินการตามแผน

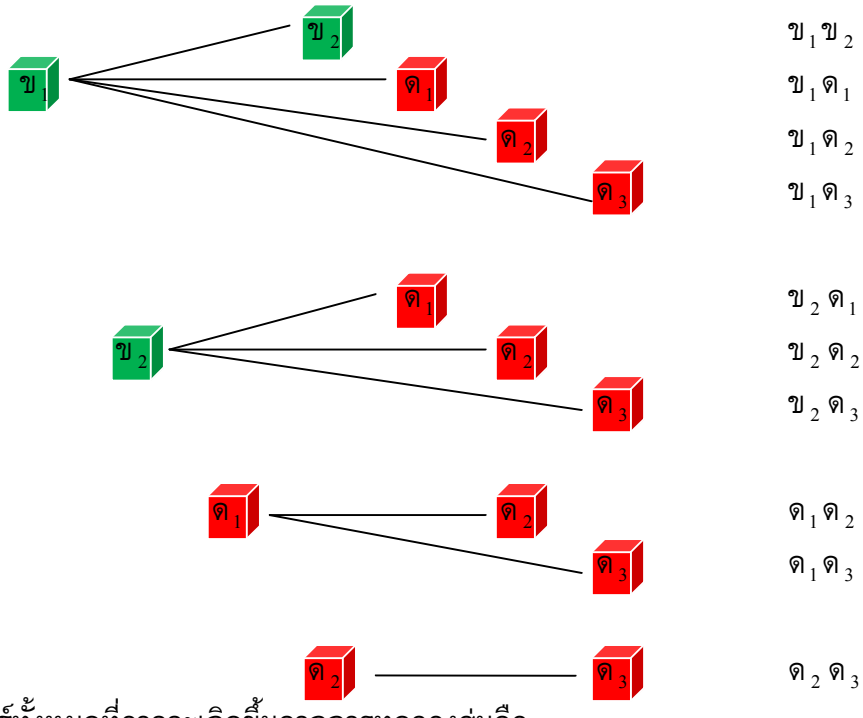
กำหนดให้

$ข_1$ แทน ลูกบาศก์สีเขียวลูกที่หนึ่ง $ข_2$ แทน ลูกบาศก์สีเขียวลูกที่สอง

$ด_1$ แทน ลูกบาศก์สีแดงลูกที่หนึ่ง $ด_2$ แทน ลูกบาศก์สีแดงลูกที่สอง

และ $ด_3$ แทน ลูกบาศก์สีแดงลูกที่สาม

หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มโดยใช้แผนภาพต้นไม้ได้ดังนี้



ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มคือ

$ข_1ข_2$, $ข_1ด_1$, $ข_1ด_2$, $ข_1ด_3$, $ข_2ด_1$, $ข_2ด_2$, $ข_2ด_3$, $ด_1ด_2$, $ด_1ด_3$ และ $ด_2ด_3$

จะได้ จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นเป็น 10

1) เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบาศก์สีเดียวกัน มีผลลัพธ์ คือ

$ข_1ข_2$, $ด_1ด_2$, $ด_1ด_3$ และ $ด_2ด_3$

จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 4

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบากศ์สีเดียวกันเท่ากับ $\frac{4}{10}$ หรือ $\frac{2}{5}$

2) เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบาศก์ต่างสีกัน มีผลลัพธ์ คือ

$ข_1ด_1$, $ข_1ด_2$, $ข_1ด_3$, $ข_2ด_1$, $ข_2ด_2$ และ $ข_2ด_3$

จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 6

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบาศก์ต่างสีกันเท่ากับ $\frac{6}{10}$ หรือ $\frac{3}{5}$

ขั้นตรวจสอบผล

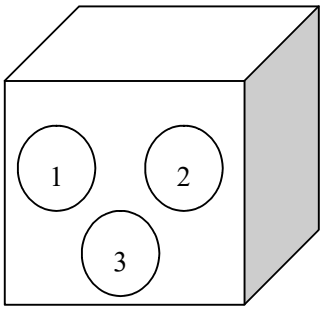
1. พิจารณาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

2. พิจารณาผลลัพธ์ของเหตุการณ์จากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

3. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากสูตรความน่าจะเป็นของเหตุการณ์อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 4 จงเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

สุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูกจากกล่องที่บรรจุลูกบอลอยู่ 3 ลูก ซึ่งแต่ละลูกมีหมายเลขกำกับไว้ ดังรูป



จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลหมายเลข 2

2) เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลลูกใดลูกหนึ่ง

3) เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลหมายเลข 4

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลหมายเลข 2

2) เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลลูกใดลูกหนึ่ง

3) เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลหมายเลข 4

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

สุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูกจากกล่องที่บรรจุลูกบอลอยู่ 3 ลูก ซึ่งแต่ละลูกมีหมายเลขกำกับไว้

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ จากสูตร

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม

เพียงพอ

ขั้นดำเนินการตามแผน

กำหนดให้ ลูกบอล$_1$, ลูกบอล$_2$ และ ลูกบอล$_3$ แทน ลูกบอลในกล่อง
จะได้ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น 3 แบบ คือ ลูกบอล$_1$, ลูกบอล$_2$ และ ลูกบอล$_3$

1) เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลหมายเลข 2 มีผลลัพธ์ คือ ลูกบอล$_2$
จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 1
ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลหมายเลข 2 เท่ากับ $\frac{1}{3}$

2) เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลลูกใดลูกหนึ่ง มีผลลัพธ์ คือ ลูกบอล$_1$, ลูกบอล$_2$ และลูกบอล$_3$
จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 3
ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลลูกใดลูกหนึ่ง เท่ากับ $\frac{3}{3}$ หรือ 1

3) ไม่มีผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลหมายเลข 4
จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 0
ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลหมายเลข 4 เท่ากับ $\frac{0}{3}$ หรือ 0

ขั้นตรวจสอบผล

1. พิจารณาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

2. พิจารณาหาเหตุการณ์จากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

3. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากสูตรความน่าจะเป็นของเหตุการณ์อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

4. แหล่งการเรียนรู้

1. กล่องทึบ

2. ปากกาสีแดง สีน้ำเงิน และสีดำ

3. เหรียญบาท

4. ถุงใบหนึ่งที่บรรจุลูกแก้วสีแดง สีน้ำเงิน และสีขาวอย่างละ 1 ลูก

5. ถุงบรรจุลูกบาศก์สีเขียว 2 ลูก และสีแดง 3

6. ลูกบอล 3 ลูก

7. กิจกรรม “คาดการณ์อย่างไร”

8. ใบบันทึกกิจกรรม “คาดการณ์อย่างไร”

9. ใบกิจกรรมที่ 7/1, 7/2, 8/1, 8/2, 9/1, 9/2, 10/1, 10/2, 11/1

10. แบบฝึกทักษะ 7, 8, 9, 10

11. Microsoft PowerPoint โจทย์ตัวอย่างที่ 1, โจทย์ตัวอย่างที่ 2, โจทย์ตัวอย่างที่ 3, โจทย์ตัวอย่างที่ 4, ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 7/2, ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 8/2, ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 9/2, ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 10/2,

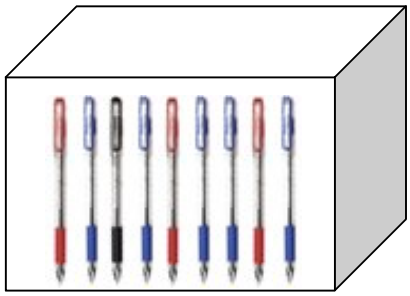
5. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นเตรียมพร้อมเข้าสู่บทเรียน

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาทบทวนในเรื่องการทดลองสุ่มและเหตุการณ์ โดยการใช้คำถาม-ถามตอบกับนักเรียน

2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทุกคนทราบ

3. ครูแสดงกล่องทึบที่บรรจุปากกาสีแดง 3 ด้าม สีน้ำเงิน 5 ด้ามและสีดำ 1 ด้าม ซึ่งปากกาทุกด้ามมีขนาดเท่ากันให้นักเรียนดู



4. ครูตั้งคำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนว่า ถ้าสุ่มหยิบปากกา 1 ด้ามจากกล่องใบนี้จะมีโอกาสได้ปากกาสีใดมากที่สุด เพราะเหตุใด (ได้ปากกาสีน้ำเงิน เพราะมีปากกาสีน้ำเงินมากที่สุด)

5. ครูถามนักเรียนว่า ถ้าสุ่มหยิบปากกา 1 ด้ามให้ได้สีดำจะมีโอกาสหยิบได้มากหรือน้อย เพราะเหตุใด (มีโอกาสหยิบได้ปากกาสีดำน้อยที่สุด เพราะมีเพียง 1 ด้ามจากปากกาในกล่องทั้งหมด 9 ด้าม)

6. ครูตั้งคำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนว่า นักเรียนคิดว่าเมื่อเราโยนเหรียญหนึ่งเหรียญ 10 ครั้ง เหรียญจะออกหัวหรือออกก้อยเท่ากันหรือไม่

7. ครูให้นักเรียนจับคู่กัน ทำการทดลองโยนเหรียญคนละ 10 ครั้ง แล้วบันทึกจำนวนที่เหรียญออกหัวและออกก้อย

8. เมื่อนักเรียนโยนเหรียญทั้งหมด 20 ครั้งเสร็จแล้ว ครูสุ่มถามผลที่ได้ของนักเรียน 1 คู่ว่าจากการโยนเหรียญทั้งหมด 20 ครั้ง ออกหัวกี่ครั้งและก้อยกี่ครั้ง เช่น

	ออกหัว	**ออกก้อย**	**รวม**
รอยขีด	𝍸 𝍸 |	𝍸 ||||	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸
จำนวนผลลัพธ์	11	9	20

9. ครูอธิบายให้นักเรียนฟังว่า ความน่าจะเป็นที่เหรียญออกหัวเท่ากับ 11 ครั้งจากการโยนเหรียญทั้งหมด 20 ครั้ง เท่ากับ $\frac{11}{20}$ หรือเท่ากับ 0.55

10. ครูอธิบายให้นักเรียนฟังว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่หาโดยวิธีนี้ว่า **ความน่าจะเป็นในทางปฏิบัติ** ซึ่งในการทำการทดลองเพื่อหาความน่าจะเป็นในทางปฏิบัตินี้ ผู้ทำการทดลองต้องปล่อยให้เป็นธรรมชาติของเครื่องมือ และถ้าจำนวนการทดลองมากครั้งขึ้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะ

ได้ใกล้เคียงกับ**ความน่าจะเป็นในทางทฤษฎี**มากขึ้นด้วย และเมื่อได้ผลลัพธ์ดังกล่าวเราจะถือว่าสิ่งที่ใช้ในการทดลองนั้น ๆ มีความเที่ยงตรง

11. ครูให้นักเรียนซักถามสิ่งที่สงสัย

12. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 7/1 ให้นักเรียนอ่านโจทย์ตัวอย่างที่ 1 พร้อมกัน

13. ครูยกโจทย์ตัวอย่างที่ 1 โดยการใช้ Microsoft PowerPoint ดังนี้

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> **จงเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้**

สมชายทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าอย่างน้อยหนึ่งลูกหงายขึ้นแต้ม 3

2) เหตุการณ์ที่ได้ผลรวมของแต้มมากกว่า 10

3) เหตุการณ์ที่ได้แต้มเดียวกันทั้งสองลูก

14. ครูซักถามให้นักเรียนพูดและแสดงแนวคิดของตนเกี่ยวกับปัญหา ดังนี้

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
- โจทย์ต้องการหาอะไร
- นักเรียนคิดว่าจะแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร

ให้นักเรียนช่วยกันพิจารณาเสนอแนะ แล้วครูเขียนสิ่งที่นักเรียนพูดและแสดงแนวคิดบนกระดานดำ

15. นักเรียนและครูร่วมกันแสดงวิธีแก้ปัญหา

16. ครูตั้งคำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนว่า ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มมีกี่แบบ อะไรบ้าง (36 แบบ คือ (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5) และ (6, 6))

17. ครูถามนักเรียนว่า เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าอย่างน้อยหนึ่งลูกหงายขึ้นแต้ม 3 มีผลลัพธ์คืออะไรบ้าง และมีจำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็นเท่าใด ((1, 3), (2, 3), (3, 3), (4, 3), (5, 3), (6, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (3, 5) และ (3, 6) จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ เป็น 11)

18. ครูถามนักเรียนว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าอย่างน้อยหนึ่งลูกหงายขึ้นแต้ม 3 เท่ากับเท่าใด ($\frac{11}{36}$)

19. ครูถามนักเรียนว่า เหตุการณ์ที่ได้ผลรวมแต้มมากกว่า 10 มีผลลัพธ์คืออะไรบ้าง และมีจำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็นเท่าใด ((5, 6), (6, 5) และ (6, 6) จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 3)

20. ครูถามนักเรียนว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ได้ผลรวมแต้มมากกว่า 10 เท่ากับเท่าใด ($\frac{3}{36}$ หรือ $\frac{1}{12}$)

21. ครูถามนักเรียนว่า เหตุการณ์ที่ได้แต้มเดียวกันทั้งสองลูก มีผลลัพธ์คืออะไรบ้าง และมีจำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็นเท่าใด ((1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5) และ (6, 6) จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ เป็น 6)

22. ครูถามนักเรียนว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ได้แต้มเดียวกันทั้งสองลูกเท่ากับเท่าใด ($\frac{6}{36}$ หรือ $\frac{1}{6}$)

23. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปวิธีการแก้ปัญหาที่ได้จากตัวอย่าง 1

24. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสูตรการคำนวณหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เมื่อแต่ละผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน ดังนี้

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

ขั้นนำเสนอสถานการณ์

1. ครูถามนักเรียนเพื่อเร้าความสนใจว่า นักเรียนชอบดื่มน้ำอัดลมหรือไม่ และชอบดื่มน้ำอัดลมชนิดใด

2. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 7/2 ให้นักเรียนทุกคน

3. ครูนำเสนอปัญหาตามใบกิจกรรมที่ 7/2 โดยการใช้ Microsoft PowerPoint ดังนี้

จากการสอบถามนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นเป็นรายคน จำนวน 50 คน ว่าชอบดื่มน้ำอัดลมหรือไม่แสดงดังตาราง

ชั้น / คำตอบ	ม.1	ม.2	ม.3	รวม
ชอบ	8	10	12	30
ไม่ชอบ	2	8	3	13
ไม่แสดงความคิดเห็น	2	4	1	7
รวม	**12**	**22**	**16**	**50**

จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สุ่มนักเรียนขึ้นมา 1 คน แล้วจะได้

1) นักเรียนที่ชอบดื่มน้ำอัดลม

2) นักเรียนที่ไม่ชอบดื่มน้ำอัดลม

3) นักเรียนชั้น ม.1 หรือ ม.2 ที่ไม่ชอบดื่มน้ำอัดลม

4. ครูซักถามให้นักเรียนพูดและแสดงแนวคิดของตนเกี่ยวกับปัญหาว่า โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง โจทย์ต้องการหาอะไร นักเรียนคิดว่าจะแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร

ขั้นลงมือปฏิบัติ

1. ครูให้นักเรียนทุกคนฝึกแก้ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 7/2 เป็นรายบุคคลแต่สามารถปรึกษากันได้ โดยครูซักถามนักเรียนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา

2. ครูคอยสังเกตการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียนทั้งชั้นพร้อมทั้งคอยให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนมีปัญหา

ขั้นอภิปราย

1. ครูสนทนาซักถามเกี่ยวกับการแก้ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 7/2

2. ครูสุ่มเรียกนักเรียน 3 คนออกมานำเสนอการแก้ปัญหา โดยครูและนักเรียนที่เหลือร่วมกันพิจารณาคำตอบเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

3. ครูให้โอกาสนักเรียนที่เหลือซักถามสิ่งที่สังสัยกับนักเรียนที่ออกไปนำเสนอ

4. ครูให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายผลจากการแก้ปัญหา และความรู้ที่ได้จากการแก้ปัญหา

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปขั้นตอนในการแก้ปัญหาว่าประกอบด้วย 4 ขั้น ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบผล

2. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปสูตรความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ ดังนี้

สูตร

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

เมื่อแต่ละผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน

3. ครูให้นักเรียนซักถามในเรื่องที่นักเรียนยังสงสัย

4. แจกแบบฝึกทักษะ 7 ให้นักเรียนนำกลับไปทำเป็นการบ้าน

คาบที่ 2

ขั้นเตรียมพร้อมเข้าสู่บทเรียน

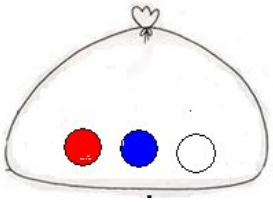
1. ครูสนทนาซักถามเกี่ยวกับสูตรการคำนวณหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เมื่อแต่ละผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

และขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาประกอบด้วยอะไรบ้าง และแต่ละขั้นตอนมีความสำคัญต่อการแก้ปัญหาอย่างไร

2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทุกคนทราบ

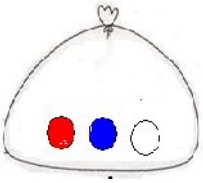
3. ครูแสดงถุงใบหนึ่งที่บรรจุลูกแก้วสีแดง สีน้ำเงิน และสีขาวอย่างละ 1 ลูกให้นักเรียนดู



4. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 8/1 ให้นักเรียนอ่านโจทย์ตัวอย่างที่ 2 พร้อมกัน

5. ครูยกโจทย์ตัวอย่างที่ 2 โดยการใช้ Microsoft PowerPoint ดังนี้

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> **จงเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้**



ถุงใบหนึ่งมีลูกแก้วสีแดง สีน้ำเงิน และสีขาวอย่างละ 1 ลูก ทุกลูกมีขนาดเท่ากัน เขย่าถุงแล้วหยิบลูกแก้วขึ้นมาดูว่าได้สีอะไร 1 ลูก แล้วใส่คืนในถุง เขย่าแล้วหยิบลูกแก้วขึ้นมาดูว่าได้สีอะไรอีก 1 ลูก จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกแก้วสีแดงลูกหนึ่ง สีน้ำเงินลูกหนึ่ง

6. ครูซักถามให้นักเรียนพูดและแสดงแนวคิดของตนเกี่ยวกับปัญหา ดังนี้

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
- โจทย์ต้องการหาอะไร
- นักเรียนคิดว่าจะแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร

ให้นักเรียนช่วยกันพิจารณาเสนอแนะ แล้วครูเขียนสิ่งที่นักเรียนพูดและแสดงแนวคิดบนกระดานดำ

7. นักเรียนและครูร่วมกันแสดงวิธีแก้ปัญหา

8. ครูตั้งคำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนว่า ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มมี อะไรบ้าง และมีจำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นเป็นเท่าใด ((ลูกแก้วสีแดง, ลูกแก้วสีแดง), (ลูกแก้วสีแดง, ลูกแก้วสีน้ำเงิน), (ลูกแก้วสีแดง, ลูกแก้วสีขาว), (ลูกแก้วสีน้ำเงิน, ลูกแก้วสีแดง), (ลูกแก้วสีน้ำเงิน, ลูกแก้วสีน้ำเงิน), (ลูกแก้วสีน้ำเงิน, ลูกแก้วสีขาว), (ลูกแก้วสีขาว, ลูกแก้วสีแดง), (ลูกแก้วสีขาว, ลูกแก้วสีน้ำเงิน) และ (ลูกแก้วสีขาว, ลูกแก้วสีขาว) จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นเป็น 9)

9. ครูถามนักเรียนว่า เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกแก้วสีแดงลูกหนึ่ง สีน้ำเงินลูกหนึ่งมีผลลัพธ์คืออะไรบ้าง และมีจำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็นเท่าใด ((ลูกแก้วสีแดง, ลูกแก้วสีน้ำเงิน) และ (ลูกแก้วสีน้ำเงิน, ลูกแก้วสีแดง) จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ เป็น 2)

10. ครูถามนักเรียนว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกแก้วสีแดงลูกหนึ่ง สีน้ำเงินลูกหนึ่งเท่ากับเท่าใด ($\frac{2}{9}$)

11. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปวิธีการแก้ปัญหาที่ได้จากตัวอย่างที่ 2

ขั้นนำเสนอสถานการณ์

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับอาหาร โดยครูถามนักเรียนว่า

- ใครทำอาหารเป็นบ้าง
- อาหารที่ชอบคืออะไร
- มื้อเช้านักเรียนทานข้าวกับอะไร ฯลฯ

2. ครูให้นักเรียนจับคู่เพื่อแก้ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 8/2

3. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 8/2 ให้นักเรียนแต่ละคู่

4. ครูนำเสนอปัญหาตามใบกิจกรรมที่ 8/2 โดยการใช้ Microsoft PowerPoint ดังนี้

มาริโอ้ไปรับประทานอาหารที่โรงอาหารของโรงเรียน แม่ค้าขายข้าวราดแกงมีกับข้าว 4 อย่าง คือ ไข่เจียว แกงส้ม ยำวุ้นเส้น และไก่ผัดขิง มีขนม 2 อย่าง คือ แกงบวดฟักทอง และรวมมิตร มาริโอ้ชอบกับข้าวและขนมทุกอย่าง ตัดสินใจเลือกไม่ได้ จึงสั่งให้แม่ค้าตักกับข้าวราดข้าวมา 2 อย่าง และตักขนมมา 1 ถ้วย จงหาความน่าจะเป็นที่มาริโอ้จะได้รับประทานกับข้าวเป็นไข่เจียว กับแกงส้ม และขนมรวมมิตร หรือได้รับประทานยำวุ้นเส้นกับไก่ผัดขิง และขนมแกงบวดฟักทอง

5. ครูซักถามให้นักเรียนพูดและแสดงแนวคิดของตนเกี่ยวกับปัญหาว่า โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง โจทย์ต้องการหาอะไร นักเรียนคิดว่าจะแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร

6. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่ร่วมกันคิดวางแผนเพื่อหาแนวทางในการได้มาซึ่งคำตอบ

ขั้นลงมือปฏิบัติ

1. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่ช่วยกันแก้ปัญหาจากใบกิจกรรมที่ 8/2 โดยครูซักถามนักเรียนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา

2. ครูเดินดูการแก้ปัญหาของนักเรียนทุกคู่ และคอยสังเกตการดำเนินการแก้ปัญหาของแต่ละคู่พร้อมทั้งคอยให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนมีปัญหา

ขั้นอภิปราย

1. ครูสนทนาซักถามเกี่ยวกับการแก้ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 8/2

2. ครูสุ่มเรียกนักเรียนออกมานำเสนอการแก้ปัญหา โดยครูและนักเรียนที่เหลือร่วมกันพิจารณาคำตอบเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

3. ครูให้โอกาสนักเรียนที่เหลือซักถามสิ่งที่สังสัยกับนักเรียนที่ออกไปนำเสนอ

4. ครูให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายผลจากการแก้ปัญหา และความรู้ที่ได้จากการแก้ปัญหา

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปขั้นตอนในการแก้ปัญหาว่าประกอบด้วย 4 ขั้น ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบผล

2. ครูให้นักเรียนซักถามในเรื่องที่นักเรียนยังสงสัย

3. แจกแบบฝึกทักษะ 8 ให้นักเรียนนำกลับไปทำเป็นการบ้าน

คาบที่ 3

ขั้นเตรียมพร้อมเข้าสู่บทเรียน

1. ครูสนทนาซักถามเกี่ยวกับสูตรการคำนวณหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เมื่อแต่ละผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

และขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาประกอบด้วยอะไรบ้าง และแต่ละขั้นตอนมีความสำคัญต่อการแก้ปัญหาอย่างไร

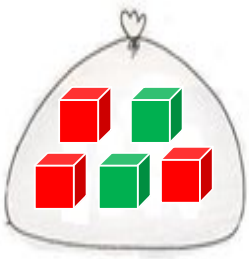
2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทุกคนทราบ

3. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 9/1 ให้นักเรียนอ่านโจทย์ตัวอย่างที่ 3 พร้อมกัน

4. ครูยกโจทย์ตัวอย่างที่ 3 โดยการใช้ Microsoft PowerPoint ดังนี้

ตัวอย่างที่ 3 จงเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

หยิบลูกบาศก์ 2 ลูกพร้อมกันจากถุงใบหนึ่งที่มีลูกบาศก์สีเขียว 2 ลูก และสีแดง 3 ลูก



จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบาศก์สีเดียวกัน

2) เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบาศก์ต่างสีกัน

5. ครูซักถามให้นักเรียนพูดและแสดงแนวคิดของตนเกี่ยวกับปัญหา ดังนี้

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
- โจทย์ต้องการหาอะไร
- นักเรียนคิดว่าจะแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร

ให้นักเรียนช่วยกันพิจารณาเสนอแนะ แล้วครูเขียนสิ่งที่นักเรียนพูดและแสดงแนวคิดบนกระดานดำ

6. นักเรียนและครูร่วมกันแสดงวิธีแก้ปัญหา

7. ครูตั้งคำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนว่า ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มมี อะไรบ้าง และมีจำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นเป็นเท่าใด ($ข_1ข_2$, $ข_1ด_1$, $ข_1ด_2$, $ข_1ด_3$, $ข_2ด_1$, $ข_2ด_2$, $ข_2ด_3$, $ด_1ด_2$, $ด_1ด_3$ และ $ด_2ด_3$ จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นเป็น 10)

8. ครูถามนักเรียนว่า เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบาศก์สีเดียวกันมีผลลัพธ์คืออะไรบ้าง และมีจำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็นเท่าใด ($ข_1ข_2$, $ด_1ด_2$, $ด_1ด_3$ และ $ด_2ด_3$ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ เป็น 4)

9. ครูถามนักเรียนว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบาศก์สีเดียวกันเท่ากับเท่าใด ($\frac{4}{10}$ หรือ $\frac{2}{5}$)

10. ครูถามนักเรียนว่า เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบาศก์ต่างสีกันมีผลลัพธ์คืออะไรบ้าง และมีจำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็นเท่าใด ($ข_1ด_1$, $ข_1ด_2$, $ข_1ด_3$, $ข_2ด_1$, $ข_2ด_2$ และ $ข_2ด_3$ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ เป็น 6)

11. ครูถามนักเรียนว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบาศก์ต่างสีกันเท่ากับเท่าใด ($\frac{6}{10}$ หรือ $\frac{3}{5}$)

12. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปวิธีการแก้ปัญหาที่ได้จากตัวอย่างที่ 3

ขั้นนำเสนอสถานการณ์

1. ครูแบ่งนักเรียนในชั้นเป็นกลุ่มเพื่อแก้ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 9/2 (กลุ่มละ 4-6 คน)

2. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 9/2 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม

3. ครูนำเสนอปัญหาตามใบกิจกรรมที่ 9/2 โดยการใช้ Microsoft PowerPoint ดังนี้

กบสุ่มหยิบลูกกวาด 2 เม็ดพร้อมกันจากถุงใบหนึ่งที่มีลูกกวาดสีแดง 4 เม็ด และสีดำ 2 เม็ด

จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) หยิบได้ลูกกวาดสีแดง 1 เม็ด และสีดำ 1 เม็ด

2) หยิบได้ลูกกวาดสีแดงทั้งสองเม็ด

3) หยิบได้ลูกกวาดสีดำทั้งสองเม็ด

4. ครูซักถามให้นักเรียนพูดและแสดงแนวคิดของตนเกี่ยวกับปัญหาว่า โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง โจทย์ต้องการหาอะไร นักเรียนคิดว่าจะแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร

5. ครูให้นักเรียนร่วมกันคิดวางแผนเพื่อหาแนวทางในการได้มาซึ่งคำตอบ

ขั้นลงมือปฏิบัติ

1. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันแก้ปัญหาจากใบกิจกรรมที่ 9/2 โดยครูซักถามนักเรียนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา

2. ครูเดินดูการแก้ปัญหาของนักเรียนทุกกลุ่ม และคอยสังเกตการดำเนินการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่มพร้อมทั้งคอยให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนมีปัญหา

ขั้นอภิปราย

1. ครูสนทนาซักถามเกี่ยวกับการแก้ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 9/2

2. ครูเรียกตัวแทนกลุ่มของแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอการแก้ปัญหา โดยครูและนักเรียนที่เหลือร่วมกันพิจารณาคำตอบเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

3. ครูให้โอกาสนักเรียนที่เหลือซักถามสิ่งที่สังสัยกับกลุ่มที่ออกไปนำเสนอ

4. ครูให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายผลจากการแก้ปัญหา และความรู้ที่ได้จากการแก้ปัญหา

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปขั้นตอนในการแก้ปัญหาว่าประกอบด้วย 4 ขั้น ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบผล

2. ครูให้นักเรียนซักถามในเรื่องที่นักเรียนยังสงสัย

3. แจกแบบฝึกทักษะ 9 ให้นักเรียนนำกลับไปทำเป็นการบ้าน

คาบที่ 4

ขั้นเตรียมพร้อมเข้าสู่บทเรียน

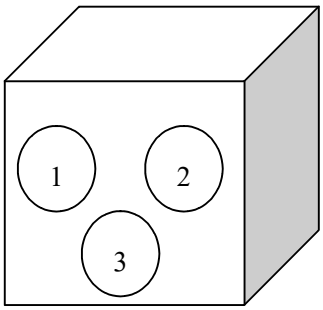
1. ครูสนทนาซักถามเกี่ยวกับสูตรการคำนวณหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เมื่อแต่ละผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

และขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาประกอบด้วยอะไรบ้าง และแต่ละขั้นตอนมีความสำคัญต่อการแก้ปัญหาอย่างไร

2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทุกคนทราบ

3. ครูแสดงกล่องที่บรรจุลูกบอลอยู่ 3 ลูกให้นักเรียนดู

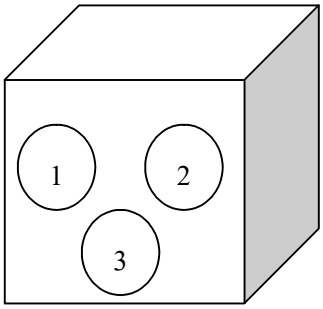


4. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 10/1 ให้นักเรียนอ่านโจทย์ตัวอย่างที่ 4 พร้อมกัน

5. ครูยกโจทย์ตัวอย่างที่ 4 โดยการใช้ Microsoft PowerPoint ดังนี้

ตัวอย่างที่ 4 จงเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

สุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูกจากกล่องที่บรรจุลูกบอลอยู่ 3 ลูก ซึ่งแต่ละลูกมีหมายเลขกำกับไว้ ดังรูป



จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลหมายเลข 2

2) เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลลูกใดลูกหนึ่ง

3) เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลหมายเลข 4

6. ครูซักถามให้นักเรียนพูดและแสดงแนวคิดของตนเกี่ยวกับปัญหา ดังนี้

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
- โจทย์ต้องการหาอะไร
- นักเรียนคิดว่าจะแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร

ให้นักเรียนช่วยกันพิจารณาเสนอแนะ แล้วครูเขียนสิ่งที่นักเรียนพูดและแสดงแนวคิดบนกระดานดำ

7. นักเรียนและครูร่วมกันแสดงวิธีแก้ปัญหา

8. ครูตั้งคำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนว่า ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มมี อะไรบ้าง และมีจำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นเป็นเท่าใด ($ฟ_1$, $ฟ_2$ และ $ฟ_3$ จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นเป็น 3)

9. ครูถามนักเรียนว่า เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีฟ้าหมายเลข 2 มีผลลัพธ์คืออะไรบ้าง และมีจำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็นเท่าใด ($ฟ_2$ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ เป็น 1)

10. ครูถามนักเรียนว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีฟ้าหมายเลข 2 เท่ากับเท่าใด ($\frac{1}{3}$)

11. ครูถามนักเรียนว่า เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีฟ้าลูกใดลูกหนึ่งมีผลลัพธ์คืออะไรบ้าง และมีจำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็นเท่าใด ($ฟ_1$, $ฟ_2$ และ $ฟ_3$ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ เป็น 3)

12. ครูถามนักเรียนว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีฟ้าลูกใดลูกหนึ่งเท่ากับเท่าใด ($\frac{3}{3}$ หรือ 1)

13. ครูถามนักเรียนว่า เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีขาวมีผลลัพธ์คืออะไรบ้าง และมีจำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็นเท่าใด (ไม่มีผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีขาว จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ เป็น 0)

14. ครูถามนักเรียนว่า เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีขาวเท่ากับเท่าใด ($\frac{0}{3}$ หรือ 0)

15. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปวิธีการแก้ปัญหาที่ได้จากตัวอย่างที่ 4

ขั้นนำเสนอสถานการณ์

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับไอศกรีม โดยครูถามนักเรียนว่า
   - ไอศกรีมมีรสอะไรบ้าง
   - นักเรียนชอบทานไอศกรีมรสอะไร
   - นักเรียนขอบทานไอศกรีมโรยหน้าด้วยอะไร ฯลฯ
2. ครูให้นักเรียนจับคู่เพื่อแก้ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 10/2
3. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 10/2 ให้นักเรียนแต่ละคู่
4. ครูนำเสนอปัญหาตามใบกิจกรรมที่ 10/2 โดยการใช้ Microsoft PowerPoint ดังนี้

จำเนียรเป็นแม่ค้าขายไอศกรีม มีไอศกรีมให้เลือก 3 รส ได้แก่ วานิลา, ช็อคโกแลต และสตอเบอร์รี่ โดยเลือกใส่ได้ 2 แบบ คือ กรวย และถ้วย และเลือกโรยหน้าไอศกรีมได้ 3 แบบ ได้แก่ อัลมอนด์, ลูกเกด และวิปครีม จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกค้าจะเลือกซื้อไอศกรีมใส่ถ้วยและโรยหน้าด้วยลูกเกด

5. ครูซักถามให้นักเรียนพูดและแสดงแนวคิดของตนเกี่ยวกับปัญหาว่า โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง โจทย์ต้องการหาอะไร นักเรียนคิดว่าจะแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร

6. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่ร่วมกันคิดวางแผนเพื่อหาแนวทางในการได้มาซึ่งคำตอบ

ขั้นลงมือปฏิบัติ

1. ครูให้นักเรียนแต่ละคู่ช่วยกันแก้ปัญหาจากใบกิจกรรมที่ 10/2 โดยครูซักถามนักเรียนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา

2. ครูเดินดูการแก้ปัญหาของนักเรียนทุกคู่ และคอยสังเกตการดำเนินการแก้ปัญหาของแต่ละคู่พร้อมทั้งคอยให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนมีปัญหา

ขั้นอภิปราย

1. ครูสนทนาซักถามเกี่ยวกับการแก้ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 10/2

2. ครูสุ่มเรียกนักเรียนออกมานำเสนอการแก้ปัญหา โดยครูและนักเรียนที่เหลือร่วมกันพิจารณาคำตอบเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

3. ครูให้โอกาสนักเรียนที่เหลือซักถามสิ่งที่สังสัยกับนักเรียนที่ออกไปนำเสนอ

4. ครูให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายผลจากการแก้ปัญหา และความรู้ที่ได้จากการแก้ปัญหา

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปขั้นตอนในการแก้ปัญหาว่าประกอบด้วย 4 ขั้น ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบผล

2. ครูตั้งคำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนเกี่ยวกับความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ ดังนี้

   - ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ใด ๆ จะเป็นจำนวนใดจำนวนหนึ่งตั้งแต่เท่าใดถึงเท่าใด (ตั้งแต่ 0 ถึง 1)
   - ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้นแน่นอนจะเท่ากับเท่าใด (1)
   - ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ไม่มีผลลัพธ์เกิดขึ้นเลยหรือเหตุการณ์ที่ไม่เกิดขึ้นแน่นอนจะเท่ากับเท่าใด (0)

3. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียน ดังนี้

> ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ใด ๆ จะเป็นจำนวนใดจำนวนหนึ่งตั้งแต่ 0 ถึง 1
> ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้นแน่นอนจะเท่ากับ 1
> ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ไม่มีผลลัพธ์เกิดขึ้นเลยหรือเหตุการณ์ที่ไม่เกิดขึ้นแน่นอนจะเท่ากับ 0

4. ครูให้นักเรียนซักถามในเรื่องที่นักเรียนยังสงสัย

5. แจกแบบฝึกทักษะ 10 ให้นักเรียนนำกลับไปทำเป็นการบ้าน

ขั้นเตรียมพร้อมเข้าสู่บทเรียน

1. ครูสนทนาซักถามเกี่ยวกับสูตรการคำนวณหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ เมื่อแต่ละผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทุกคนทราบ

3. ครูร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับโครงการรณรงค์เพื่อแก้ปัญหาต่าง ๆ ในสังคม โดยครูสอดแทรกให้นักเรียนตระหนักถึงหน้าที่ที่จะต้องช่วยกันรณรงค์ และปฏิบัติตนตามโครงการ

4. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 11/1 ให้นักเรียนทำเพื่อให้นักเรียนเห็นถึงความน่าจะเป็นกับชีวิตประจำวัน

5. ครูสุ่มเรียกนักเรียน 3 คน ออกมานำเสนอหน้า โดยครูและนักเรียนที่เหลือร่วมกันพิจารณาเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นนำเสนอสถานการณ์

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับความน่าจะเป็นในชีวิตประจำวัน
2. ครูแบ่งนักเรียนในชั้นเป็นกลุ่มเพื่อปฏิบัติกิจกรรม (กลุ่มละ 4-6 คน)
3. ครูแจกใบบันทึกกิจกรรมให้นักเรียนทุกคน
4. ครูอธิบายการปฏิบัติกิจกรรมว่า

กิจกรรม “คาดการณ์อย่างไร” มีเจตนาเพื่อให้นักเรียนเห็นตัวอย่างสถานการณ์ที่อาจจะเกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน ซึ่งจะมีอยู่ทั้งหมด 6 ฐาน แต่ละฐานจะมีอยู่ 1 สถานการณ์ เมื่อนักเรียนเข้าฐานและทำความเข้าใจกับสถานการณ์ในฐานนั้นแล้ว ให้นักเรียนบันทึกการคาดการณ์ในแต่ละสถานการณ์ลงในใบบันทึกกิจกรรมตามความคิดของนักเรียน ซึ่งจะเปลี่ยนฐานไปเรื่อย ๆ จนครบทั้ง 6 ฐาน

5. ครูให้นักเรียนซักถามสิ่งที่สงสัยก่อนลงมือปฏิบัติกิจกรรม

ขั้นลงมือปฏิบัติ

1. ครูให้นักเรียนเข้าฐาน ฐานละ 5 นาที โดยครูเป็นผู้ให้สัญญาณในการเปลี่ยนฐาน

2. ครูคอยสังเกตการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียน พร้อมทั้งคอยให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนมีปัญหา

ขั้นอภิปราย

1. ครูให้นักเรียนได้ร่วมกันแสดงความคิดเห็นทีละสถานการณ์

2. เมื่อมีนักเรียนบางคนคาดการณ์สถานการณ์นั้นแตกต่างไปจากเพื่อน ครูให้นักเรียนคนนั้นอธิบายการคาดการณ์ในสถานการณ์นั้นให้เพื่อนในชั้นฟัง และให้นักเรียนทั้งชั้นอภิปรายถึงการคาดการณ์ที่แตกต่างนั้นร่วมกัน

3. ในแต่ละสถานการณ์เมื่อนักเรียนแสดงความคิดเห็นแล้ว ครูให้นักเรียนช่วยกันพิจารณาว่าการคาดการณ์ใดสมเหตุสมผลโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็น

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียน

2. ครูให้นักเรียนซักถามในเรื่องที่นักเรียนยังสงสัย

6. การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้
1. ตรวจการปฏิบัติใบกิจกรรม	ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป	ใบกิจกรรมที่ 7/1, 7/2, 8/1, 8/2, 9/1, 9/2, 10/1, 10/2
2. ตรวจการปฏิบัติแบบฝึกทักษะ	ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป	แบบฝึกทักษะ 7, 8, 9, 10, 11
3. สังเกตการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้	คะแนนรวมร้อยละ 70 ขึ้นไป	แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

7. บันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

ผลการสอน

ในการสอนให้นักเรียนเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหา นักเรียนให้ความร่วมมือในการปฏิบัติใบกิจกรรมและแบบฝึกทักษะเป็นอย่างดี กล้าที่จะซักถามเมื่อมีข้อสงสัย นักเรียนมีการช่วยเหลือกัน

ปัญหาอุปสรรค

ในการเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต้องเขียนเยอะทำให้นักเรียนคนที่เขียนช้าปฏิบัติใบกิจกรรมเสร็จช้ากว่าเพื่อน

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

ให้กำลังใจนักเรียน และให้นักเรียนปฏิบัติใบกิจกรรมไปทีละขั้นพร้อม ๆ กัน

นายสัญญา ภัทรากร

ผู้จัดการเรียนรู้

ใบกิจกรรมที่ 7/1

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ตัวอย่างที่ 1 **จงเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้**

สมชายทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าอย่างน้อยหนึ่งลูกหงายขึ้นแต้ม 3
2) เหตุการณ์ที่ได้ผลรวมของแต้มมากกว่า 10
3) เหตุการณ์ที่ได้แต้มเดียวกันทั้งสองลูก

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง.....

.....

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

.....

.....

.....

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม.....

.....

.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

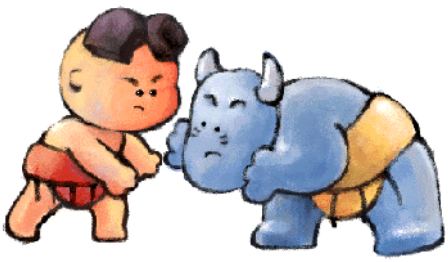
ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....



ใบกิจกรรมที่ 7/2

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

จงเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

จากการสอบถามนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นเป็นรายคน จำนวน 50 คน ว่าชอบดื่มน้ำอัดลมหรือไม่แสดงดังตาราง

ชั้น / คำตอบ	ม.1	ม.2	ม.3	รวม
ชอบ	8	10	12	30
ไม่ชอบ	2	8	3	13
ไม่แสดงความคิดเห็น	2	4	1	7
รวม	**12**	**22**	**16**	**50**

จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สุ่มนักเรียนขึ้นมา 1 คน แล้วจะได้

1) นักเรียนที่ชอบดื่มน้ำอัดลม

2) นักเรียนที่ไม่ชอบดื่มน้ำอัดลม

3) นักเรียนชั้น ม.1 หรือ ม.2 ที่ไม่ชอบดื่มน้ำอัดลม

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง.....

.....

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

.....

.....

.....

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม.....

.....

.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....

แนวตอบ ใบกิจกรรมที่ 7/2

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สุ่มนักเรียนขึ้นมา 1 คน แล้วจะได้

1) นักเรียนที่ชอบดื่มน้ำอัดลม

2) นักเรียนที่ไม่ชอบดื่มน้ำอัดลม

3) นักเรียนชั้น ม.1 หรือ ม.2 ที่ไม่ชอบดื่มน้ำอัดลม

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

จากการสอบถามนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นเป็นรายคน จำนวน 50 คน ว่าชอบดื่มน้ำอัดลมหรือไม่แสดงดังตาราง

ชั้น / คำตอบ	ม.1	ม.2	ม.3	รวม
ชอบ	8	10	12	30
ไม่ชอบ	2	8	3	13
ไม่แสดงความคิดเห็น	2	4	1	7
รวม	**12**	**22**	**16**	**50**

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ จากสูตร

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม

เพียงพอ

ขั้นดำเนินการตามแผน

จากโจทย์จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้ เท่ากับ 50

1) เหตุการณ์ที่สุ่มนักเรียนขึ้นมา 1 คนแล้วจะได้นักเรียนที่ชอบดื่มน้ำอัดลม

จะได้ ผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 30

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สุ่มนักเรียนขึ้นมา 1 คน แล้วจะได้นักเรียนที่ชอบดื่มน้ำอัดลมเท่ากับ $\frac{30}{50}$ หรือ $\frac{3}{5}$

2) เหตุการณ์ที่สุ่มนักเรียนขึ้นมา 1 คนแล้วจะได้นักเรียนที่ไม่ชอบดื่มน้ำอัดลม

จะได้ ผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 13

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สุ่มนักเรียนขึ้นมา 1 คน แล้วจะได้นักเรียนที่ไม่ชอบดื่มน้ำอัดลมเท่ากับ $\frac{13}{50}$

3) เหตุการณ์ที่สุ่มนักเรียนขึ้นมา 1 คน แล้วจะได้นักเรียนชั้น ม.1 หรือ ม.2 ที่ไม่ชอบดื่มน้ำอัดลม

จะได้ ผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 10

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สุ่มนักเรียนขึ้นมา 1 คน แล้วจะได้นักเรียนชั้น ม.1 หรือ ม.2 ที่ไม่ชอบดื่มน้ำอัดลมเท่ากับ $\frac{10}{50}$ หรือ $\frac{1}{5}$

ขั้นตรวจสอบผล

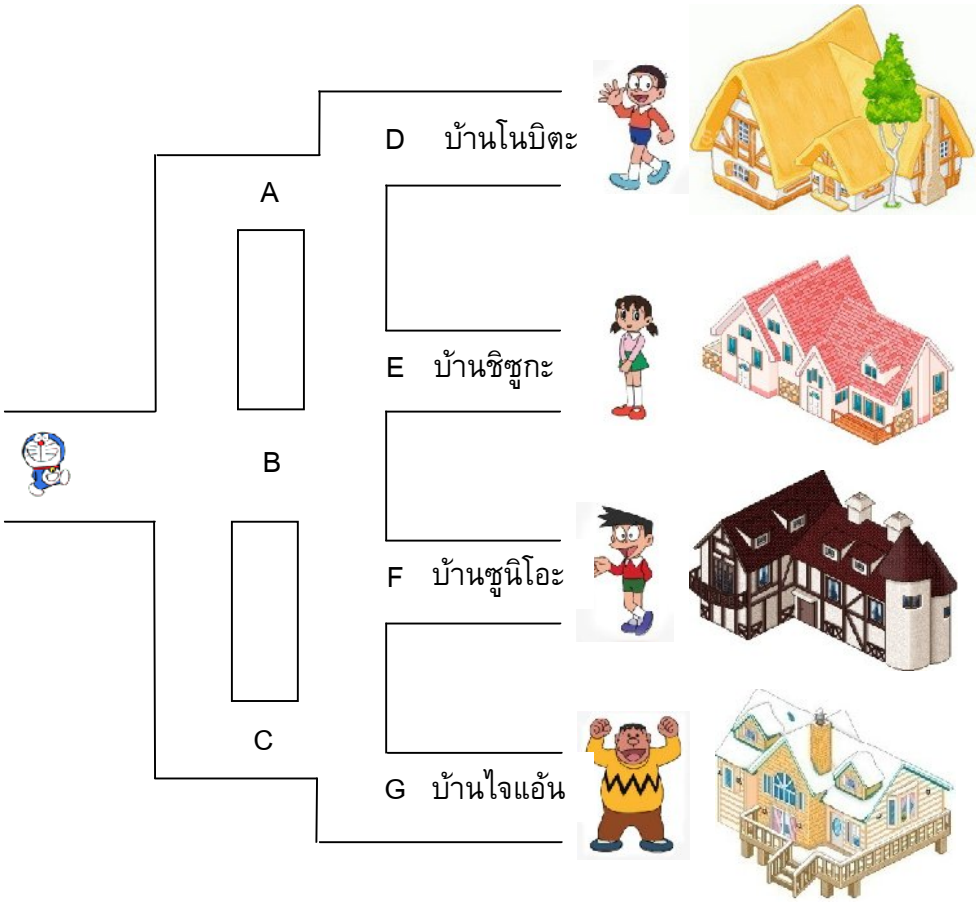
หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากสูตรความน่าจะเป็นของเหตุการณ์อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

แบบฝึกทักษะ 7

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

จงเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

ในการเดินทางของโดเรม่อน โดยสมมุติว่าโดเรม่อนมีโอกาสที่จะเดินทางไปตามถนนสายต่าง ๆ เท่า ๆ กัน ดังแผนที่การเดินทางต่อไปนี้



แผนที่การเดินทาง

จากแผนที่การเดินทางข้างต้น ให้นักเรียนหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) เหตุการณ์ที่โดเรม่อนจะเดินทางผ่านถนนสายต่าง ๆ ไปยังบ้านโนบิตะ

2) เหตุการณ์ที่โดเรม่อนจะเดินทางผ่านถนนสาย B ไปยังบ้านบุคคลทั้งสี่

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง.....

.....

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

.....

.....

.....

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม.....

.....

.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....

แนวตอบ แบบฝึกทักษะ 7

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) เหตุการณ์ที่โดเรม่อนจะเดินทางผ่านถนนสายต่าง ๆ ไปยังบ้านโนบิตะ

2) เหตุการณ์ที่โดเนม่อนจะเดินทางผ่านถนนสาย B ไปยังบ้านบุคคลทั้งสี่

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

แผนที่การเดินทางของโดเรม่อน โดยสมมุติว่าโดเรม่อนมีโอกาสที่จะเดินทางไปตามถนนสายต่าง ๆ เท่า ๆ กัน

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ จากสูตร

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม

เพียงพอ

ขั้นดำเนินการตามแผน

การเดินทางทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นในการเดินทางผ่านถนนสายต่าง ๆ ไปยังบ้านบุคคลทั้งสี่ของโดเรม่อน คือ AD, AE, AF, AG, BD, BE, BF, BG, CD, CE, CF และ CG จะได้ จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นเป็น 12

1) เหตุการณ์ที่โดเรม่อนจะเดินทางผ่านถนนสายต่าง ๆ ไปยังบ้านโนบิตะ มีผลลัพธ์ คือ AD, BD และCD

จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 3

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่โดเรม่อนจะเดินทางผ่านถนนสายต่าง ๆ ไปยังบ้านโนบิตะเท่ากับ $\frac{3}{12}$ หรือ $\frac{1}{4}$

2) เหตุการณ์ที่โดเรม่อนจะเดินทางผ่านถนนสาย B ไปยังบ้านบุคคลทั้งสี่ มีผลลัพธ์ คือ BD, BE, BF และ BG

จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 4

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่โดเรม่อนจะเดินทางผ่านถนนสาย B ไปยังบ้านบุคคลทั้งสี่ เท่ากับ $\frac{4}{12}$ หรือ $\frac{1}{3}$

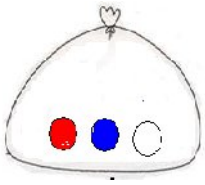
ขั้นตรวจสอบผล

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากสูตรความน่าจะเป็นของเหตุการณ์อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

ใบกิจกรรมที่ 8/1

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้



ถุงใบหนึ่งมีลูกแก้วสีแดง สีน้ำเงิน และสีขาวอย่างละ 1 ลูก ทุกลูกมีขนาดเท่ากัน เขย่าถุงแล้วหยิบลูกแก้วขึ้นมาดูว่าได้สีอะไร 1 ลูก แล้วใส่คืนในถุง เขย่าแล้วหยิบลูกแก้วขึ้นมาดูว่าได้สีอะไรอีก 1 ลูก จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกแก้วสีแดงลูกหนึ่ง สีน้ำเงินลูกหนึ่ง

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง.....

.....

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

.....

.....

.....

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม.....

.....

.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 8/2

กลุ่ม.....ชั้น ม.3/.....

1. ชื่อ.....เลขที่.....

2. ชื่อ.....เลขที่.....

จงเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

มาริโอ้ไปรับประทานอาหารที่โรงอาหารของโรงเรียน แม่ค้าขายข้าวราดแกงมีกับข้าว 4 อย่าง คือ ไข่เจียว แกงส้ม ยำวุ้นเส้นและไก่ผัดขิง มีขนม 2 อย่าง คือ แกงบวดฝักทอง และรวมมิตร มาริโอ้ชอบกับข้าวและขนมทุกอย่าง ตัดสินใจเลือกไม่ได้ จึงสั่งให้แม่ค้าตักกับข้าวราดข้าวมา 2 อย่าง และตักขนมมา 1 ถ้วย จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่มาริโอ้จะได้รับประทานกับข้าวเป็นไข่เจียว กับแกงส้ม และขนมรวมมิตร หรือได้รับประทานยำวุ้นเส้นกับไก่ผัดขิง และขนมแกงบวดฟักทอง

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง.....

.....

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

.....

.....

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม.....

.....

.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....

แนวตอบ ใบกิจกรรมที่ 8/2

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่มาริโอ้จะได้รับประทานกับข้าวเป็นไข่เจียว กับแกงส้ม และขนมรวมมิตร หรือได้รับประทานยำวุ้นเส้นกับไก่ผัดขิง และขนมแกงบวดฟักทอง

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

1. มาริโอ้ไปรับประทานอาหารที่โรงอาหารของโรงเรียน
2. แม่ค้าขายข้าวราดแกงมีกับข้าว 4 อย่าง คือ ไข่เจียว แกงส้ม ยำวุ้นเส้น และไก่ผัดขิง
3. แม่ค้ามีขนม 2 อย่าง คือ แกงบวดฟักทอง และรวมมิตร
4. มาริโอ้ชอบกับข้าวและขนมทุกอย่าง ตัดสินใจ เลือกไม่ได้ จึงสั่งให้แม่ค้าตักกับข้าวราดข้าวมา 2 อย่าง และตักขนมมา 1 ถ้วย

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

1. ใช้แผนภาพต้นไม้หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น
2. พิจารณาแผนภาพต้นไม้เพื่อหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่มาริโอ้จะได้รับประทานกับข้าวเป็นไข่เจียว กับแกงส้ม และขนมรวมมิตร หรือได้รับประทานยำวุ้นเส้นกับไก่ผัดขิง และขนมแกงบวดฟักทอง
3. นำผลที่ได้จากข้อ 1 และ 2 ไปหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่มาริโอ้จะได้รับประทานกับข้าวเป็นไข่เจียว กับแกงส้ม และขนมรวมมิตร หรือได้รับประทานยำวุ้นเส้นกับไก่ผัดขิง และขนมแกงบวดฟักทอง จากสูตร

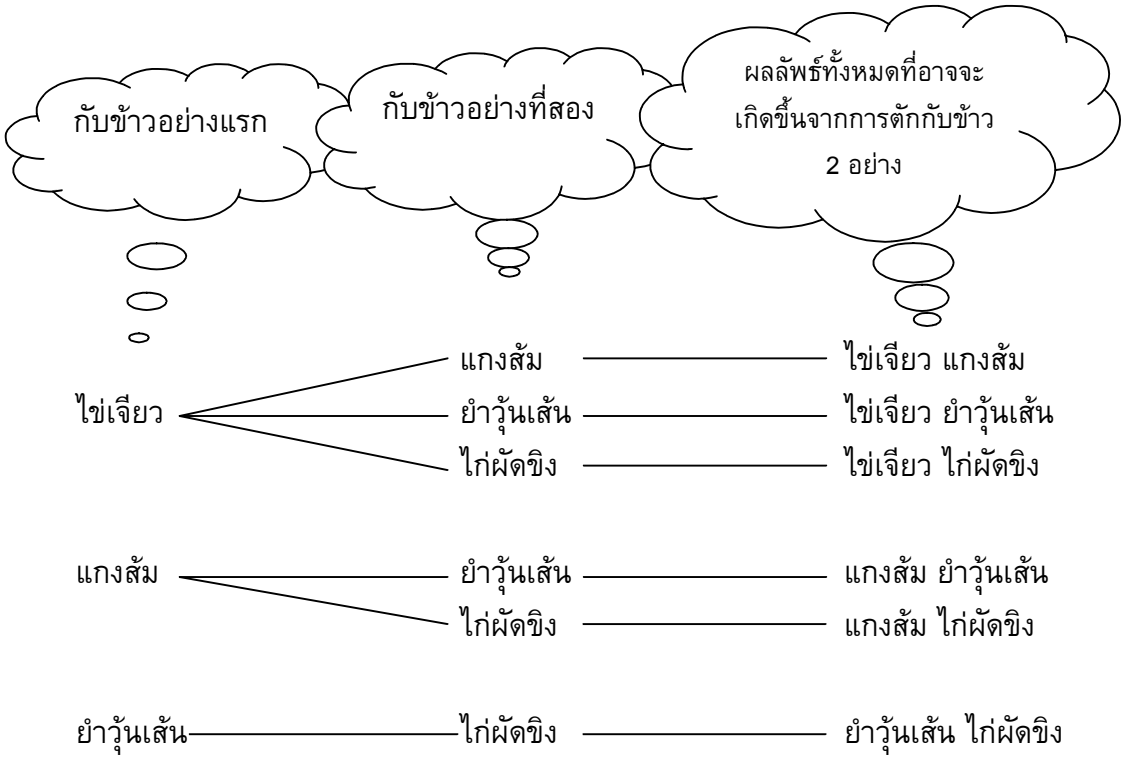
$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม

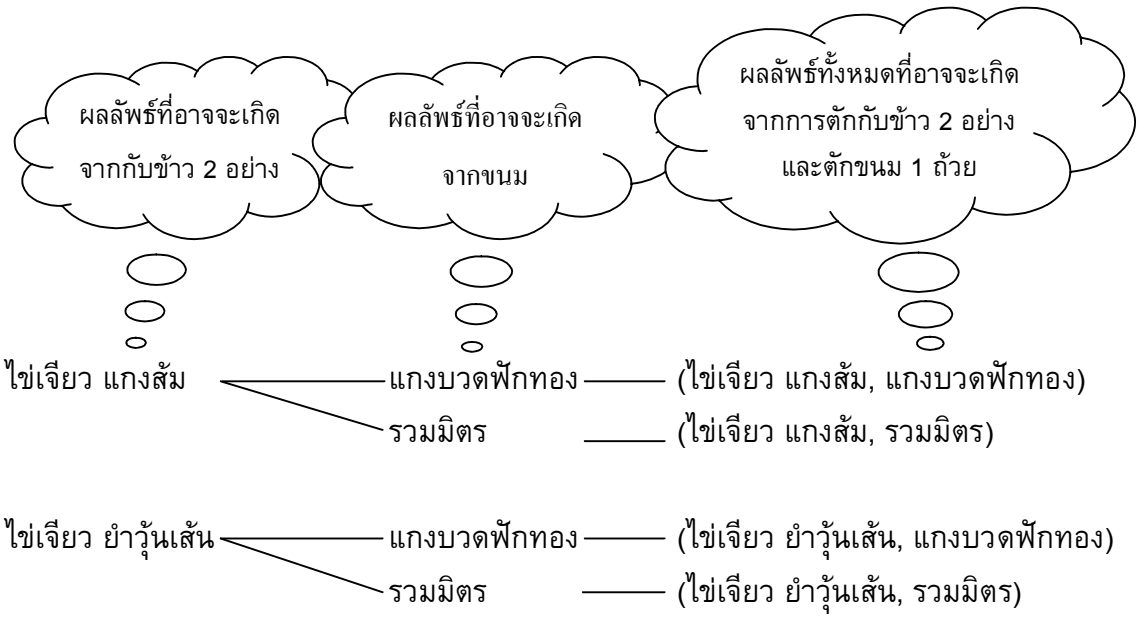
เพียงพอ

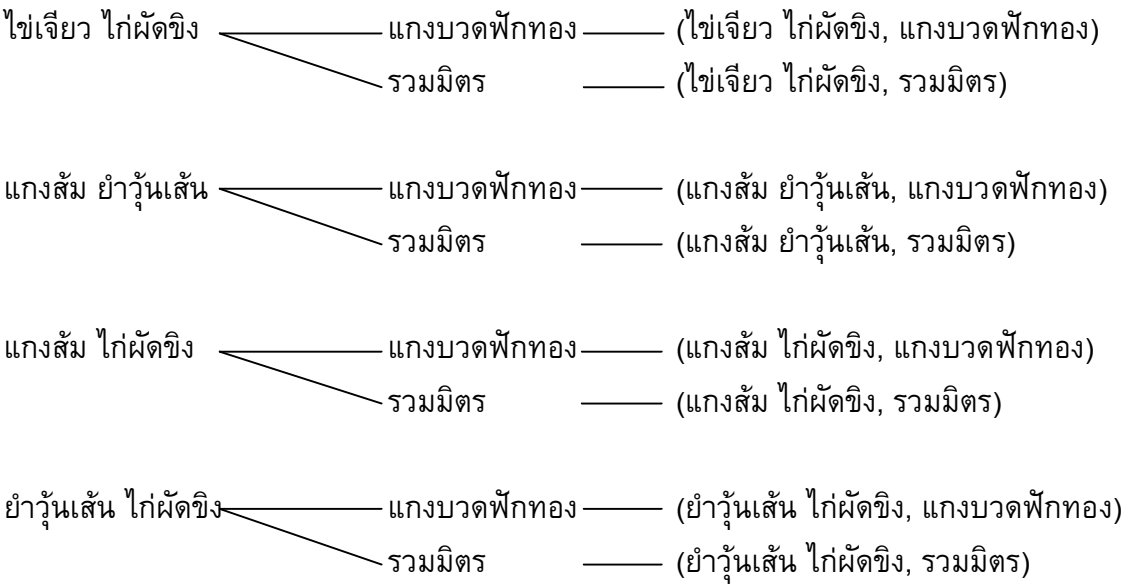
ขั้นดำเนินการตามแผน

การหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้โดยใช้แผนภาพต้นไม้ ดังนี้



ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น มี 6 แบบ คือ ไข่เจียว แกงส้ม, ไข่เจียว ยำวุ้นเส้น, ไข่เจียว ไก่ผัดขิง, แกงส้ม ยำวุ้นเส้น, แกงส้ม ไก่ผัดขิง และยำวุ้นเส้น ไก่ผัดขิง





จะได้ ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น 12 แบบ คือ
(ไข่เจียว แกงส้ม, แกงบวดฟักทอง), (ไข่เจียว แกงส้ม, รวมมิตร),
(ไข่เจียว ยำวุ้นเส้น, แกงบวดฟักทอง), (ไข่เจียว ยำวุ้นเส้น, รวมมิตร),
(ไข่เจียว ไก่ผัดขิง, แกงบวดฟักทอง), (ไข่เจียว ไก่ผัดขิง, รวมมิตร),
(แกงส้ม ยำวุ้นเส้น, แกงบวดฟักทอง), (แกงส้ม ยำวุ้นเส้น, รวมมิตร),
(แกงส้ม ไก่ผัดขิง, แกงบวดฟักทอง), (แกงส้ม ไก่ผัดขิง, รวมมิตร),
(ยำวุ้นเส้น ไก่ผัดขิง, แกงบวดฟักทอง) และ (ยำวุ้นเส้น ไก่ผัดขิง, รวมมิตร)
เหตุการณ์ที่มาริโอ้จะรับประทานกับข้าวเป็นไข่เจียวกับแกงส้ม และขนมรวมมิตร หรือได้รับประทานยำวุ้นเส้นกับไก่ผัดขิง และขนมแกงบวดฟักทอง มีผลลัพธ์ 2 แบบ คือ
(ไข่เจียว แกงส้ม, รวมมิตร) และ (ยำวุ้นเส้น ไก่ผัดขิง, แกงบวดฟักทอง)
จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 2
ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ที่มาริโอ้จะรับประทานกับข้าวเป็นไข่เจียวกับแกงส้ม และขนมรวมมิตร หรือได้รับประทานยำวุ้นเส้นกับไก่ผัดขิง และขนมแกงบวดฟักทอง เท่ากับ $\frac{2}{12}$ หรือ $\frac{1}{6}$

ขั้นตรวจสอบผล

1. พิจารณาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

2. พิจารณาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่ที่มาริโอ้จะรับประทานกับข้าวเป็นไข่เจียวกับแกงส้ม และขนมรวมมิตร หรือได้รับประทานยำวุ้นเส้นกับไก่ผัดขิง และขนมแกงบวดฟักทองจากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

3. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่มาริโอ้จะรับประทานกับข้าวเป็นไข่เจียวกับแกงส้ม และขนมรวมมิตร หรือได้รับประทานยำวุ้นเส้นกับไก่ผัดขิง และขนมแกงบวดฟักทองจากสูตรความน่าจะเป็นของเหตุการณ์อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

แบบฝึกทักษะ 8

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

จงเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

โฟร์กับมดชวนกันไปซื้อขนมจากแม่ค้าขายขนมเจ้าเดียวกันซึ่งมีขนมที่ขาย 4 ชนิด คือ ขนมชั้น สังขยา ทองหยอด และฝอยทอง ปรากฏว่าซื้อขนมมาคนละหนึ่งชนิด จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่โฟร์และมดซื้อขนมคนละชนิดกัน

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง.....

.....

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

.....

.....

.....

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม.....

.....

.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....

แนวตอบ แบบฝึกทักษะ 8

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่โฟร์และมดซื้อขนมคนละชนิดกัน

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

โฟร์กับมดชวนกันไปซื้อขนมจากแม่ค้าขายขนมเจ้าเดียวกันซึ่งมีขนมที่ขาย 4 ชนิด คือ ขนมชั้น สังขยา ทองหยอด และฝอยทอง ปรากฏว่าซื้อขนมมาคนละหนึ่งชนิด

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

1. ใช้แผนภาพต้นไม้หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น

2. พิจารณาแผนภาพต้นไม้เพื่อหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่โฟร์และมดซื้อขนมคนละชนิดกัน

3. นำผลที่ได้จากข้อ 1 และ 2 ไปหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่โฟร์และมดซื้อขนมคนละชนิดกัน จากสูตร

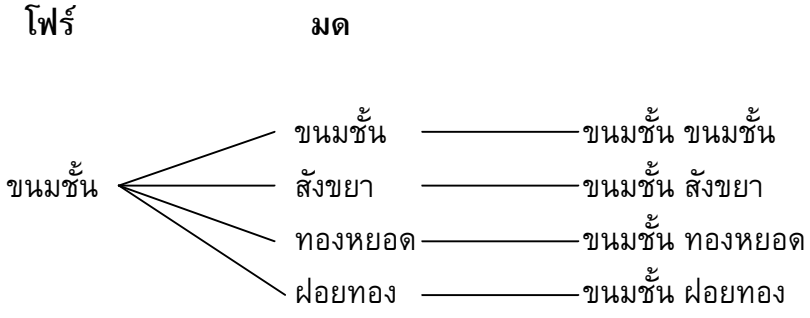
$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

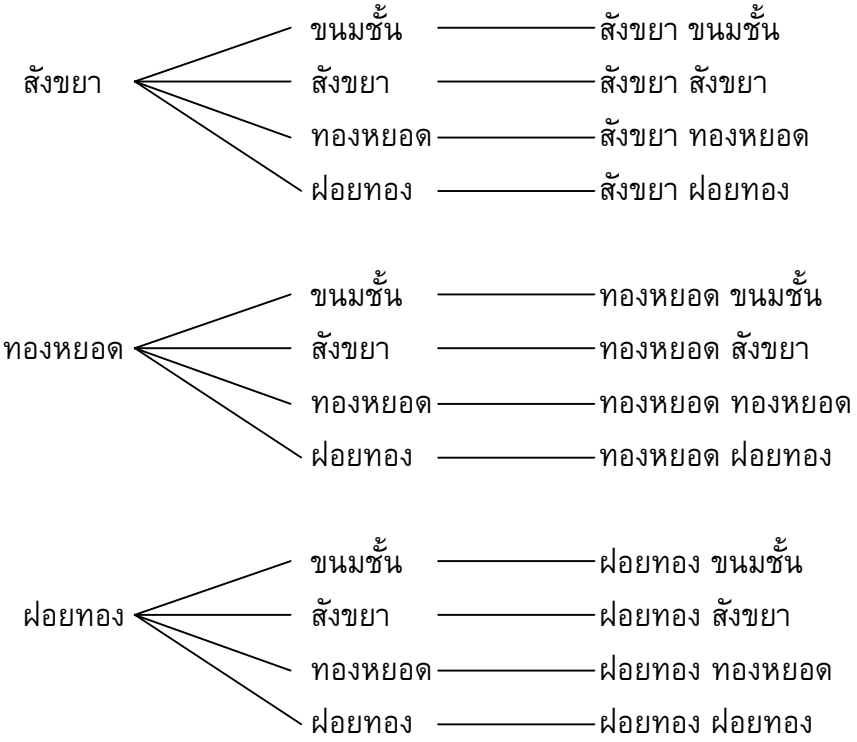
ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม

เพียงพอ

ขั้นดำเนินการตามแผน

หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มโดยใช้แผนภาพต้นไม้ได้ ดังนี้





จะได้ ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมี 16 แบบ คือ
ขนมชั้น ขนมชั้น, ขนมชั้น สังขยา, ขนมชั้น ทองหยอด, ขนมชั้น ฝอยทอง,
สังขยา ขนมชั้น , สังขยา สังขยา, สังขยา ทองหยอด, สังขยา ฝอยทอง,
ทองหยอด ขนมชั้น, ทองหยอด สังขยา, ทองหยอด ทองหยอด, ทองหยอด ฝอยทอง,
ฝอยทอง ขนมชั้น, ฝอยทอง สังขยา, ฝอยทอง ทองหยอด และ ฝอยทอง ฝอยทอง
เหตุการณ์ที่โฟร์และมดซื้อขนมคนละชนิดกัน มีผลลัพธ์ คือ
ขนมชั้น สังขยา, ขนมชั้น ทองหยอด, ขนมชั้น ฝอยทอง,
สังขยา ขนมชั้น, สังขยา ทองหยอด, สังขยา ฝอยทอง
ทองหยอด ขนมชั้น, ทองหยอด สังขยา, ทองหยอด ฝอยทอง
ฝอยทอง ขนมชั้น, ฝอยทอง สังขยา และ ฝอยทอง ทองหยอด
จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 12
ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่โฟร์และมดซื้อขนมคนละชนิดกัน เท่ากับ $\frac{12}{16}$

หรือ $\frac{3}{4}$

ขั้นตรวจสอบผล

1. พิจารณาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

2. พิจารณาหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่โฟร์และมดซื้อขนมคนละชนิดกันจากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

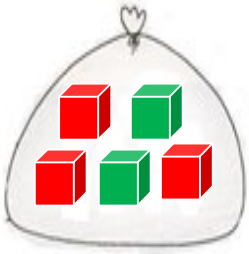
3. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่โฟร์และมดซื้อขนมคนละชนิดกันจากสูตรความน่าจะเป็นของเหตุการณ์อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

ใบกิจกรรมที่ 9/1

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ตัวอย่างที่ 3 จงเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

หยิบลูกบาศก์ 2 ลูกพร้อมกันจากถุงใบหนึ่งที่มีลูกบาศก์สีเขียว 2 ลูก และสีแดง 3 ลูก



จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบาศก์สีเดียวกัน

2) เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกบาศก์ต่างสีกัน

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง.....

.....

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

.....

.....

.....

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม.....

.....

.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

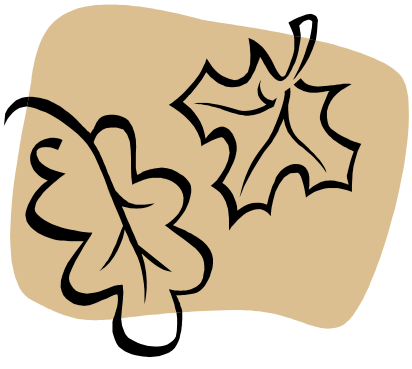
ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....



ใบกิจกรรมที่ 9/2

กลุ่ม.....ชั้น ม.3/.....

สมาชิกในกลุ่ม

1. ชื่อ.....เลขที่.....

2. ชื่อ.....เลขที่.....

3. ชื่อ.....เลขที่.....

4. ชื่อ.....เลขที่.....

5. ชื่อ.....เลขที่.....

6. ชื่อ.....เลขที่.....

จงเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

กบสุ่มหยิบลูกกวาด 2 เม็ดพร้อมกันจากถุงใบหนึ่งที่มีลูกกวาดสีแดง 4 เม็ด สีดำ 2 เม็ด

จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) หยิบได้ลูกกวาดสีแดง 1 เม็ด และสีดำ 1 เม็ด
2) หยิบได้ลูกกวาดสีแดงทั้งสองเม็ด
3) หยิบได้ลูกกวาดสีดำทั้งสองเม็ด

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง.....

.....

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

.....

.....

.....

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม.....

.....

.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....

แนวตอบ ใบกิจกรรมที่ 9/2

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) หยิบได้ลูกกวาดสีแดง 1 เม็ด และสีดำ 1 เม็ด

2) หยิบได้ลูกกวาดสีแดงทั้งสองเม็ด

3) หยิบได้ลูกกวาดสีดำทั้งสองเม็ด

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

กบสุ่มหยิบลูกกวาด 2 เม็ดพร้อมกันจากถุงใบหนึ่งที่มีลูกกวาดสีแดง 4 เม็ด สีดำ 2 เม็ด

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

1. ใช้แผนภาพต้นไม้หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น
2. พิจารณาแผนภาพต้นไม้เพื่อหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์
3. นำผลที่ได้จากข้อ 1 และ 2 ไปหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ จากสูตร

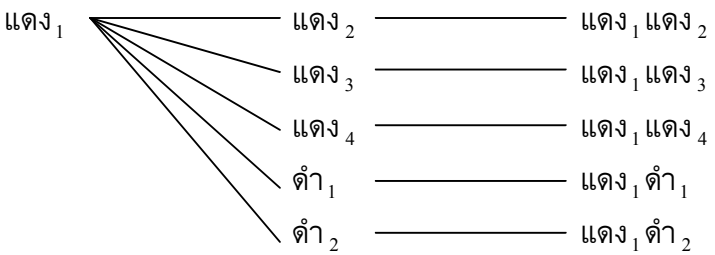
$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

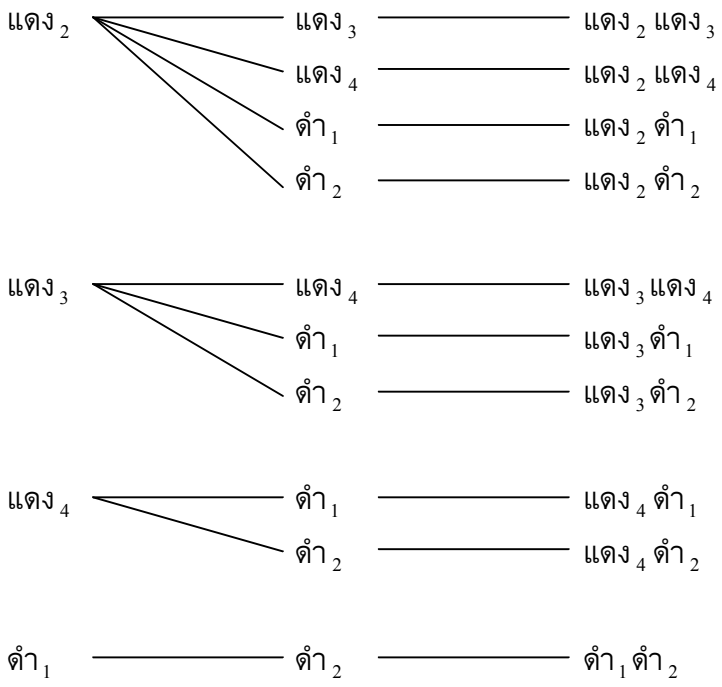
ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม

เพียงพอ

ขั้นดำเนินการตามแผน

หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มโดยใช้แผนภาพต้นไม้ได้ ดังนี้





จะได้ ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมี 15 แบบ คือ

แดง$_1$ แดง$_2$, แดง$_1$ แดง$_3$, แดง$_1$ แดง$_4$, แดง$_1$ ดำ$_1$, แดง$_1$ ดำ$_2$, แดง$_2$ แดง$_3$, แดง$_2$ แดง$_4$, แดง$_2$ ดำ$_1$, แดง$_2$ ดำ$_2$, แดง$_3$ แดง$_4$, แดง$_3$ ดำ$_1$, แดง$_3$ ดำ$_2$, แดง$_4$ ดำ$_1$, แดง$_4$ ดำ$_2$ และ ดำ$_1$ ดำ$_2$

1) เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกกวาดสีแดง 1 เม็ด และสีดำ 1 เม็ด มีผลลัพธ์ คือ

แดง$_1$ ดำ$_1$, แดง$_1$ ดำ$_2$, แดง$_2$ ดำ$_1$, แดง$_2$ ดำ$_2$, แดง$_3$ ดำ$_1$, แดง$_3$ ดำ$_2$, แดง$_4$ ดำ$_1$ และ แดง$_4$ ดำ$_2$

จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 8

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกกวาดสีแดง 1 เม็ด และสีดำ 1 เม็ด เท่ากับ $\frac{8}{15}$

2) เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกกวาดสีแดงทั้งสองเม็ด มีผลลัพธ์ คือ

แดง$_1$ แดง$_2$, แดง$_1$ แดง$_3$, แดง$_1$ แดง$_4$, แดง$_2$ แดง$_3$, แดง$_2$ แดง$_4$ และ แดง$_3$ แดง$_4$,

จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 6

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกกวาดสีแดงทั้งสองเม็ด เท่ากับ $\frac{6}{15}$

หรือ $\frac{2}{5}$

3) เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกกวาดสีดำทั้งสองเม็ด มีผลลัพธ์ คือ ดำ$_1$ ดำ$_2$

จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 1

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกกวาดสีดำทั้งสองเม็ด เท่ากับ $\frac{1}{15}$

ขั้นตรวจสอบผล

1. พิจารณาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

2. พิจารณาผลลัพธ์ของเหตุการณ์จากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

3. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากสูตรความน่าจะเป็นของเหตุการณ์อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

แบบฝึกทักษะ 9

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

จงเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

ให้คนตาบอดหยิบวิทยุ 2 เครื่อง จากวิทยุทั้งหมด 5 เครื่อง ซึ่งมีวิทยุเสียปนอยู่ 2 เครื่อง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบวิทยุได้วิทยุดี 1 เครื่อง และเสีย 1 เครื่อง

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง.....

.....

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

.....

.....

.....

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม.....

.....

.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

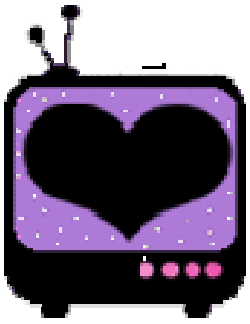
ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....



แนวตอบ แบบฝึกทักษะ 9

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบวิทยุได้วิทยุดี 1 เครื่อง และเสีย 1 เครื่อง

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

ให้คนตาบอดหยิบวิทยุ 2 เครื่อง จากวิทยุทั้งหมด 5 เครื่อง ซึ่งมีวิทยุเสียปนอยู่ 2 เครื่อง

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

1. ใช้แผนภาพต้นไม้หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น โดยกำหนดให้

$ด_1$ แทน วิทยุดีเครื่องที่ 1 $ด_2$ แทน วิทยุดีเครื่องที่ 2

$ด_3$ แทน วิทยุดีเครื่องที่ 2 $ส_1$ แทน วิทยุเสียเครื่องที่ 1

และ $ส_2$ แทน วิทยุเสียเครื่องที่ 2

2. พิจารณาแผนภาพต้นไม้เพื่อหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่จะหยิบวิทยุได้วิทยุดี 1 เครื่อง และเสีย 1 เครื่อง

3. นำผลที่ได้จากข้อ 1 และ 2 ไปหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบวิทยุได้วิทยุดี 1 เครื่อง และเสีย 1 เครื่องจากสูตร

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม

เพียงพอ

ขั้นดำเนินการตามแผน

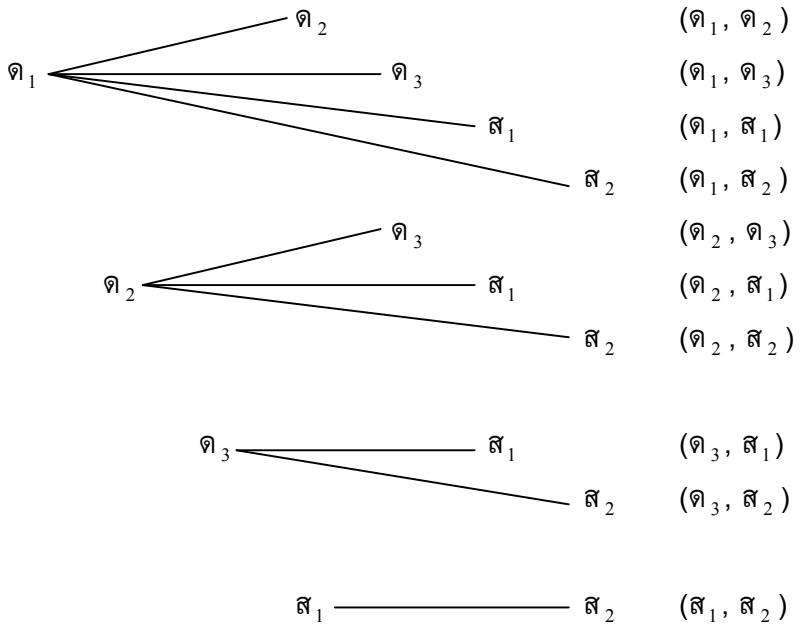
กำหนดให้

$ด_1$ แทน วิทยุดีเครื่องที่ 1 $ด_2$ แทน วิทยุดีเครื่องที่ 2

$ด_3$ แทน วิทยุดีเครื่องที่ 2 $ส_1$ แทน วิทยุเสียเครื่องที่ 1

และ $ส_2$ แทน วิทยุเสียเครื่องที่ 2

หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มโดยใช้แผนภาพต้นไม้ได้ดังนี้



จะได้ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น 10 แบบ คือ

$(ด_1, ด_2)$, $(ด_1, ด_3)$, $(ด_1, ส_1)$, $(ด_1, ส_2)$, $(ด_2, ด_3)$, $(ด_2, ส_1)$, $(ด_2, ส_2)$, $(ด_3, ส_1)$, $(ด_3, ส_2)$ และ $(ส_1, ส_2)$

เหตุการณ์ที่จะหยิบวิทยุได้วิทยุดี 1 เครื่อง และเสีย 1 เครื่อง มีผลลัพธ์ คือ

$(ด_1, ส_1)$, $(ด_1, ส_2)$, $(ด_2, ส_1)$, $(ด_2, ส_2)$, $(ด_3, ส_1)$ และ $(ด_3, ส_2)$

จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 6

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบวิทยุได้วิทยุดี 1 เครื่อง และเสีย 1 เครื่อง

เท่ากับ $\frac{6}{10}$ หรือ $\frac{3}{5}$

ขั้นตรวจสอบผล

1. พิจารณาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

2. พิจารณาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่จะหยิบวิทยุได้วิทยุดี 1 เครื่อง และเสีย 1 เครื่องจากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

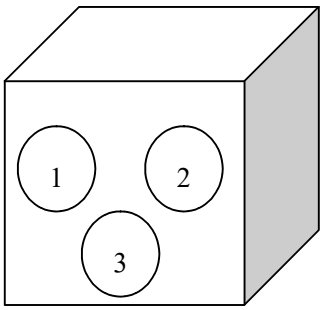
3. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบวิทยุได้วิทยุดี 1 เครื่อง และเสีย 1 เครื่องจากสูตรความน่าจะเป็นของเหตุการณ์อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

ใบกิจกรรมที่ 10/1

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ตัวอย่างที่ 4 จงเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

สุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูกจากกล่องที่บรรจุลูกบอลอยู่ 3 ลูก ซึ่งแต่ละลูกมีหมายเลขกำกับไว้ ดังรูป



จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลหมายเลข 2
2) เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลลูกใดลูกหนึ่ง
3) เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลหมายเลข 4

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง.....

.....

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

.....

.....

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม.....

.....

.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 10/2

กลุ่ม.....ชั้น ม.3/.....

สมาชิกในกลุ่ม

1. ชื่อ.....เลขที่.....

2. ชื่อ.....เลขที่.....

จงเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

จำเนียรเป็นแม่ค้าขายไอศกรีม มีไอศกรีมให้เลือก 3 รส ได้แก่ วานิลา, ช็อคโกแลตและสตอเบอร์รี่ โดยเลือกใส่ได้ 2 แบบ คือ กรวย และถ้วย และเลือกโรยหน้าไอศกรีมได้ 3 แบบ ได้แก่ อัลมอนด์, ลูกเกด และวิปครีม

จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) เหตุการณ์ที่ลูกค้าจะเลือกซื้อไอศกรีมใส่ถ้วยและโรยหน้าด้วยลูกเกด

2) เหตุการณ์ที่ลูกค้าจะเลือกซื้อไอศกรีมโรยหน้าด้วยอัลมอลด์ ลูกเกด หรือวิปครีม

3) เหตุการณ์ที่ลูกค้าจะเลือกซื้อไอศกรีมรสมะนาวใส่กรวยโรยหน้าด้วยวิปครีม

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง.....

.....

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

.....

.....

.....

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม.....

.....

.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

แนวตอบ ใบกิจกรรมที่ 10/2

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) เหตุการณ์ที่ลูกค้าจะเลือกซื้อไอศกรีมใส่ถ้วยและโรยหน้าด้วยลูกเกด

2) เหตุการณ์ที่ลูกค้าจะเลือกซื้อไอศกรีมโรยหน้าด้วยอัลมอลด์ ลูกเกด หรือวิปครีม

3) เหตุการณ์ที่ลูกค้าจะเลือกซื้อไอศกรีมรสมะนาวใส่กรวยโรยหน้าด้วยวิปครีม

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

จำเนียรเป็นแม่ค้าขายไอศกรีม มีไอศกรีมให้เลือก 3 รส ได้แก่ วานิลา, ช็อคโกแลต และสตอเบอร์รี่ โดยเลือกใส่ได้ 2 แบบ คือ กรวยและถ้วย และเลือกโรยหน้าไอศกรีมได้ 3 แบบ ได้แก่ อัลมอนด์, ลูกเกด และวิปครีม

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

1. ใช้แผนภาพต้นไม้หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น
2. พิจารณาแผนภาพต้นไม้เพื่อหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์
3. นำผลที่ได้จากข้อ 1 และ 2 ไปหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ จากสูตร

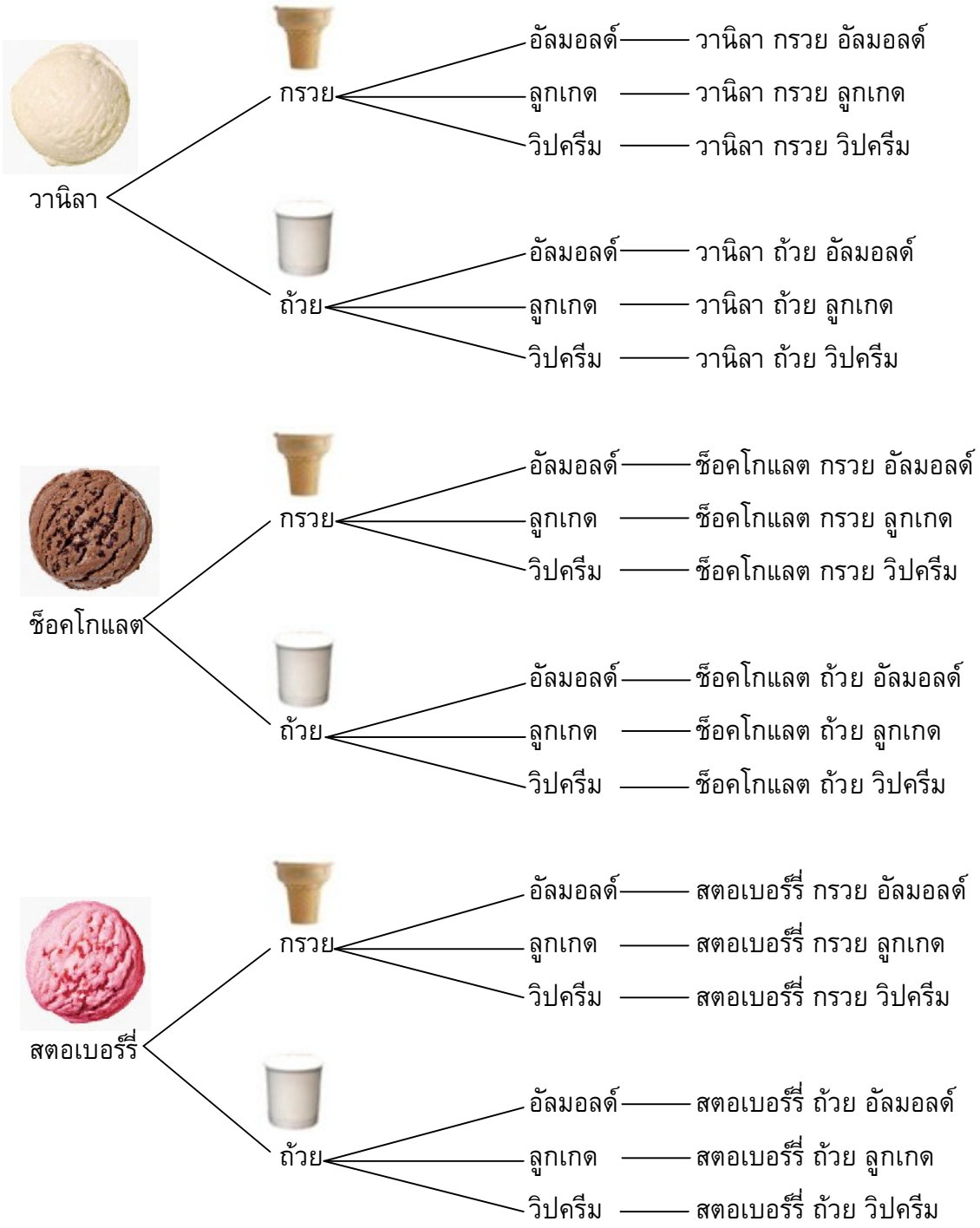
$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม

เพียงพอ

ขั้นดำเนินการตามแผน

หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นโดยใช้แผนภาพต้นไม้ได้ดังนี้



จะได้ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น 18 แบบ คือ

วานิลา กรวย อัลมอลด์, วานิลา กรวย ลูกเกด, วานิลา กรวย วิปครีม,

วานิลา ถ้วย อัลมอลด์, วานิลา ถ้วย ลูกเกด, วานิลา ถ้วย วิปครีม,

ช็อคโกแลต กรวย อัลมอลด์, ช็อคโกแลต กรวย ลูกเกด, ช็อคโกแลต กรวย วิปครีม,

ช็อคโกแลต ถ้วย อัลมอลด์, ช็อคโกแลต ถ้วย ลูกเกด, ช็อคโกแลต ถ้วย วิปครีม,
สตอเบอร์รี่ กรวย อัลมอลด์, สตอเบอร์รี่ กรวย ลูกเกด, สตอเบอร์รี่ กรวย วิปครีม,
สตอเบอร์รี่ ถ้วย อัลมอลด์, สตอเบอร์รี่ ถ้วย ลูกเกด และ สตอเบอร์รี่ ถ้วย วิปครีม

1) เหตุการณ์ที่ลูกค้าจะเลือกซื้อไอศกรีมใส่ถ้วยและโรยหน้าด้วยลูกเกด มีผลลัพธ์ คือ
วานิลา ถ้วย ลูกเกด, ช็อคโกแลต ถ้วย ลูกเกด และ สตอเบอร์รี่ ถ้วย ลูกเกด
จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 3
ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกค้าจะเลือกซื้อไอศกรีมใส่ถ้วยและโรยหน้าด้วย
ลูกเกดเท่ากับ $\frac{3}{18}$ หรือ $\frac{1}{6}$

2) เหตุการณ์ที่ลูกค้าจะเลือกซื้อไอศกรีมโรยหน้าด้วยอัลมอลด์ ลูกเกด หรือวิปครีม มี
ผลลัพธ์ คือ
วานิลา กรวย อัลมอลด์, วานิลา กรวย ลูกเกด, วานิลา กรวย วิปครีม,
วานิลา ถ้วย อัลมอลด์, วานิลา ถ้วย ลูกเกด, วานิลา ถ้วย วิปครีม,
ช็อคโกแลต กรวย อัลมอลด์, ช็อคโกแลต กรวย ลูกเกด, ช็อคโกแลต กรวย วิปครีม,
ช็อคโกแลต ถ้วย อัลมอลด์, ช็อคโกแลต ถ้วย ลูกเกด, ช็อคโกแลต ถ้วย วิปครีม,
สตอเบอร์รี่ กรวย อัลมอลด์, สตอเบอร์รี่ กรวย ลูกเกด, สตอเบอร์รี่ กรวย วิปครีม,
สตอเบอร์รี่ ถ้วย อัลมอลด์, สตอเบอร์รี่ ถ้วย ลูกเกด และ สตอเบอร์รี่ ถ้วย วิปครีม
จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 18
ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกค้าจะเลือกซื้อไอศกรีมโรยหน้าด้วยอัลมอลด์
ลูกเกด หรือวิปครีมเท่ากับ $\frac{18}{18}$ หรือ 1

3) ไม่มีเหตุการณ์ที่ลูกค้าจะเลือกซื้อไอศกรีมรสมะนาวใส่กรวยโรยหน้าด้วยวิปครีม
จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 0
ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ลูกค้าจะเลือกซื้อไอศกรีมรสมะนาวใส่กรวยโรย
หน้าด้วยวิปครีม เท่ากับ $\frac{0}{18}$ หรือ 0

ขั้นตรวจสอบผล

1. พิจารณาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

2. พิจารณาหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์จากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

3. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากสูตรความน่าจะเป็นของเหตุการณ์อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

แบบฝึกทักษะ 10

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

จงเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

ในการไปซื้องของที่ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งของดาราชื่อดังของเมืองไทย เธอจึงต้องมีการแปลงโฉมเพื่อไม่ให้คนอื่นจำได้ เพื่อนของเธอจึงจัดเตรียมอุปกรณ์การแต่งตัวแปลงโฉมไว้ดังนี้

แว่นตากลม แว่นตาเหลี่ยม

หมวกสีแดง หมวกสีชมพู หมวกสีฟ้า

วิกผมซอย วิกผมหยิก วิกผมเปีย

จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) เหตุการณ์ที่ดาราชื่อดังจะแต่งตัวแปลงโฉมโดยมีส่วนประกอบของวิกผมเปีย

2) เหตุการณ์ที่ดาราชื่อดังจะแต่งตัวแปลงโฉมโดยมีส่วนประกอบของแว่นตาและหมวก

3) เหตุการณ์ที่ดาราชื่อดังจะแต่งตัวแปลงโฉมโดยมีส่วนประกอบของวิกผมยาว

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง.....

.....

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

.....

.....

.....

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม.....

.....

.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

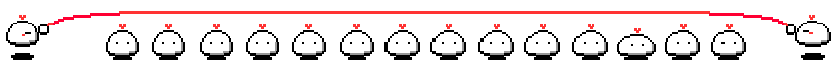
ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....



แนวตอบ แบบฝึกทักษะ 10

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1) เหตุการณ์ที่ดาราชื่อดังจะแต่งตัวแปลงโฉมโดยมีส่วนประกอบของวิกผมเปีย

2) เหตุการณ์ที่ดาราชื่อดังจะแต่งตัวแปลงโฉมโดยมีส่วนประกอบของแว่นตา และหมวก

3) เหตุการณ์ที่ดาราชื่อดังจะแต่งตัวแปลงโฉมโดยมีส่วนประกอบของวิกผมยาว

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

ในการไปซื้องของที่ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งของดาราชื่อดังของเมืองไทย เธอจึงต้องมีการแปลงโฉมเพื่อไม่ให้คนอื่นจำได้ เพื่อนของเธอจึงจัดเตรียมอุปกรณ์การแต่งตัวแปลงโฉมไว้ดังนี้

แว่นตากลม แว่นตาเหลี่ยม

หมวกสีแดง หมวกสีชมพู หมวกสีฟ้า

วิกผมซอย วิกผมหยิก วิกผมเปีย

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

1. ใช้แผนภาพต้นไม้หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น
2. พิจารณาแผนภาพต้นไม้เพื่อหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์
3. นำผลที่ได้จากข้อ 1 และ 2 ไปหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ จากสูตร

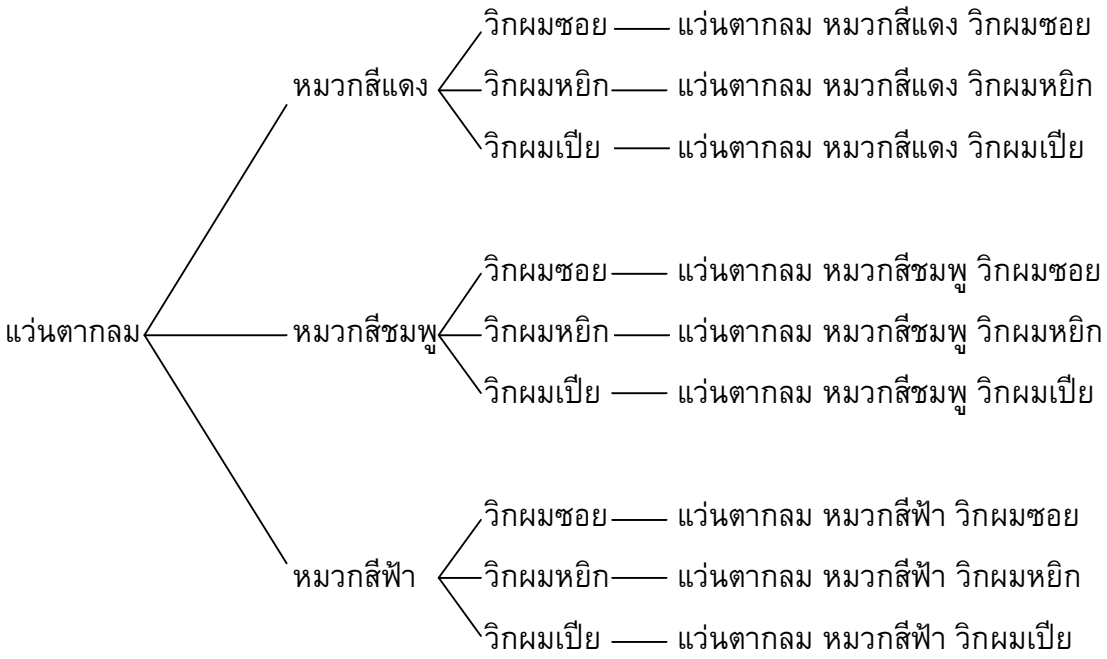
$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

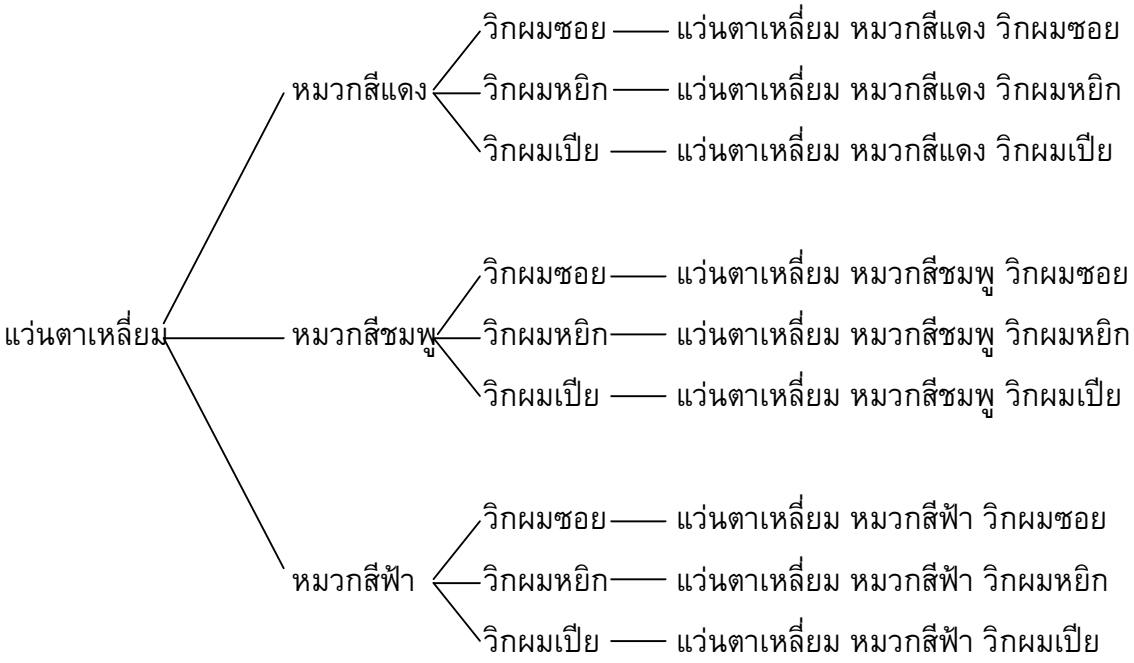
ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม

เพียงพอ

ขั้นดำเนินการตามแผน

หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นโดยใช้แผนภาพต้นไม้ได้ดังนี้





จะได้ ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น 18 แบบ คือ
แว่นตากลม หมวกสีแดง วิกผมซอย, แว่นตากลม หมวกสีแดง วิกผมหยิก,
แว่นตากลม หมวกสีแดง วิกผมเปีย, แว่นตากลม หมวกสีชมพู วิกผมซอย,
แว่นตากลม หมวกสีชมพู วิกผมหยิก, แว่นตากลม หมวกสีชมพู วิกผมเปีย,
แว่นตากลม หมวกสีฟ้า วิกผมซอย, แว่นตากลม หมวกสีฟ้า วิกผมหยิก,
แว่นตากลม หมวกสีฟ้า วิกผมเปีย, แว่นตาเหลี่ยม หมวกสีแดง วิกผมซอย,
แว่นตาเหลี่ยม หมวกสีแดง วิกผมหยิก, แว่นตาเหลี่ยม หมวกสีแดง วิกผมเปีย,
แว่นตาเหลี่ยม หมวกสีชมพู วิกผมซอย, แว่นตาเหลี่ยม หมวกสีชมพู วิกผมหยิก,
แว่นตาเหลี่ยม หมวกสีชมพู วิกผมเปีย, แว่นตาเหลี่ยม หมวกสีฟ้า วิกผมซอย,
แว่นตาเหลี่ยม หมวกสีฟ้า วิกผมหยิก และ แว่นตาเหลี่ยม หมวกสีฟ้า วิกผมเปีย

1) เหตุการณ์ที่ดาราชื่อดังจะแต่งตัวแปลงโฉมโดยมีส่วนประกอบของวิกผมเปีย
มีผลลัพธ์ คือ
แว่นตากลม หมวกสีแดง วิกผมเปีย, แว่นตากลม หมวกสีชมพู วิกผมเปีย,
แว่นตากลม หมวกสีฟ้า วิกผมเปีย, แว่นตาเหลี่ยม หมวกสีแดง วิกผมเปีย,
แว่นตาเหลี่ยม หมวกสีชมพู วิกผมเปีย และ แว่นตาเหลี่ยม หมวกสีฟ้า วิกผมเปีย
จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 6

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ดาราชื่อดังจะแต่งตัวแปลงโฉมโดยมี

ส่วนประกอบของวิกผมเปียเท่ากับ $\frac{6}{18}$ หรือ $\frac{1}{3}$

2) เหตุการณ์ที่ดาราชื่อดังจะแต่งตัวแปลงโฉมโดยมีส่วนประกอบของแว่นตาและหมวก มีผลลัพธ์ คือ

แว่นตากลม หมวกสีแดง วิกผมซอย, แว่นตากลม หมวกสีแดง วิกผมหยิก, แว่นตากลม หมวกสีแดง วิกผมเปีย, แว่นตากลม หมวกสีชมพู วิกผมซอย, แว่นตากลม หมวกสีชมพู วิกผมหยิก, แว่นตากลม หมวกสีชมพู วิกผมเปีย, แว่นตากลม หมวกสีฟ้า วิกผมซอย, แว่นตากลม หมวกสีฟ้า วิกผมหยิก, แว่นตากลม หมวกสีฟ้า วิกผมเปีย, แว่นตาเหลี่ยม หมวกสีแดง วิกผมซอย, แว่นตาเหลี่ยม หมวกสีแดง วิกผมหยิก, แว่นตาเหลี่ยม หมวกสีแดง วิกผมเปีย, แว่นตาเหลี่ยม หมวกสีชมพู วิกผมซอย, แว่นตาเหลี่ยม หมวกสีชมพู วิกผมหยิก, แว่นตาเหลี่ยม หมวกสีชมพู วิกผมเปีย, แว่นตาเหลี่ยม หมวกสีฟ้า วิกผมซอย, แว่นตาเหลี่ยม หมวกสีฟ้า วิกผมหยิก และ แว่นตาเหลี่ยม หมวกสีฟ้า วิกผมเปีย

จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 18

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ดาราชื่อดังจะแต่งตัวแปลงโฉมโดยมี

ส่วนประกอบของแว่นตาและหมวก เท่ากับ $\frac{18}{18}$ หรือ 1

3) ไม่มีผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่ดาราชื่อดังจะแต่งตัวแปลงโฉมโดยมีส่วนประกอบของวิกผมยาว

จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์เป็น 0

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ดาราชื่อดังจะแต่งตัวแปลงโฉมโดยมี

ส่วนประกอบของวิกผมยาว เท่ากับ $\frac{0}{18}$ หรือ 0

ขั้นตรวจสอบผล

1. พิจารณาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

2. พิจารณาหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์จากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

3. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากสูตรความน่าจะเป็นของเหตุการณ์อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

ใบกิจกรรมที่ 11/1

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

นักเรียนได้พบเห็นโครงการรณรงค์ของรัฐบาลหลาย ๆ โครงการเพื่อความปลอดภัยและความสงบสุขของสังคม เสริมสร้างสุขอนามัยของประชาชนและรักษาสิ่งแวดล้อม เช่น โครงการรณรงค์กำจัดลูกน้ำยุงลายเพื่อลดการระบาดของโรคไข้เลือดออก และโครงการป่ารักษ์น้ำ

นักเรียนคิดว่าโครงการต่าง ๆ ของรัฐบาลมีการนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นมาใช้เป็นประโยชน์หรือไม่ จงอธิบายและยกตัวอย่างโครงการที่นักเรียนเห็นว่าเป็นโครงการที่ได้ใช้ความน่าจะเป็นมาช่วยในการตัดสินใจและควรให้มีการรณรงค์โครงการนั้นตลอดไป

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวตอบ ใบกิจกรรมที่ 11/1

โครงการรณรงค์ต่าง ๆ ของรัฐบาลมีการนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นมาใช้เป็นประโยชน์ เนื่องจากได้วิเคราะห์มาแล้วว่า ถ้าไม่มีการรณรงค์ก็มีความน่าจะเป็นสูงที่จะทำให้สังคมหรือสิ่งแวดล้อมเกิดปัญหา และการรณรงค์ต่าง ๆ เป็นการให้ความรู้ความเข้าใจกับประชาชน เมื่อประชาชนมีโอกาสได้ฟังได้เห็นบ่อย ๆ ทำให้มีความน่าจะเป็นสูงที่ประชาชนจะคล้อยตาม และปฏิบัติตามการรณรงค์นั้นตัวอย่างโครงการรณรงค์ เช่น โครงการปลูกป่าถาวรเฉลิมพระเกียรติ และโครงการทูบีนัมเบอร์วัน

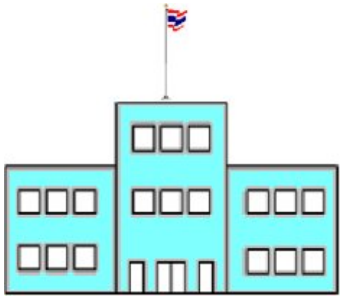
กิจกรรม

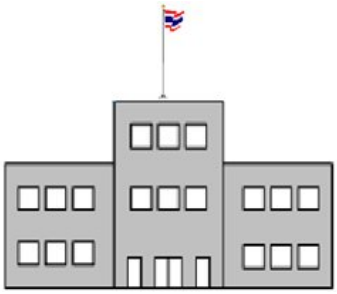
“คาดการณ์อย่างไร”

สถานการณ์ 1

สินจัยและชไมพรเป็นเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน ต่างก็มีลูกสาวที่จะต้องเข้าเรียนต่อในมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งสองคนมีบ้านอยู่ในเขตพื้นที่ที่มีสิทธิเข้ารับการจับฉลากเข้าเรียนต่อได้สองโรงเรียน คือโรงเรียน ก ประกาศรับนักเรียนโดยวิธีจับฉลาก 120 คน และโรงเรียน ข ประกาศรับนักเรียนโดยวิธีจับสลาก 300 คน

สินจัยพาลูกไปจับฉลากที่โรงเรียน ก และชไมพรพาลูกไปจับสลากที่โรงเรียน ข เมื่อถึงวันจับฉลาก พบว่าโรงเรียน ก มีนักเรียนสมัครเข้าจับฉลาก 200 คน และโรงเรียน ข มีนักเรียนสมัครเข้าจับฉลาก 600 คน และในวันนั้นลูกสาวของสินจัยจับฉลากได้ แต่ลูกสาวของชไมพรจับฉลากไม่ได้ นักเรียนคิดว่าน่าจะเป็นเพราะเหตุใด จงอธิบาย





สถานการณ์ 2

วิศราเป็นเด็กนักเรียนที่มีบ้านอยู่ในกรุงเทพฯ ทุกวันจะตื่นนอนแต่เช้าเพื่อทำภารกิจส่วนตัวพร้อมกับฟังข่าวทางโทรทัศน์ไปด้วย และปกติจะเดินทางออกจากบ้านไปโรงเรียนประมาณ 6.30 น. เช้าวันหนึ่งรายงานอากาศประกาศว่าวันนี้จะมีฝนตกกระจายเป็นแห่ง ๆ คิดเป็น 80% ของพื้นที่ วิศราจึงเดินออกไปนอกบ้าน พบว่าท้องฟ้าไม่ค่อยสว่างและแจ่มใสนัก นักเรียนคิดว่าวิศราควรใช้ข้อมูลเกี่ยวกับรายงานอากาศและเหตุการณ์ที่เห็นให้เป็นประโยชน์ได้อย่างไรบ้าง จงอธิบาย

สถานการณ์ 3

โครงการพัฒนาวิชาการของโรงเรียนก้าวหน้าวิทยา เปิดสอนเสริมในวันเสาร์จึงมีนักเรียนส่วนหนึ่งมาเรียน ป้าลำจวนเป็นแม่ค้าขายอาหารในโรงอาหารของโรงเรียนก็มาขายอาหารด้วย มีประกาศจากฝ่ายอาคารสถานที่ของโรงเรียนว่าในวันเสาร์ที่จะถึงนี้จะมีการสอบบรรจุเจ้าหน้าที่กรมป่าไม้ ซึ่งมีผู้มาสอบ 200 คน โดยใช้ห้องเรียนของโรงเรียนเป็นสถานที่สอบ 10 ห้องเรียน และสอบตั้งแต่เวลา 8.00 – 16.00น. นักเรียนคิดว่าป้าลำจวนควรใช้ข้อมูลดังกล่าวตัดสินใจทำอย่างไรบ้าง จงอธิบาย

สถานการณ์ 4

ชัยเป็นเกษตรกรเคยทำสวนมะม่วงเขียวเสวยมานานหลายปี เมื่อ 2 ปีก่อนมะม่วงเขียวเสวยราคาตก ชัยเห็นเพื่อนเกษตรกรด้วยกันร่ำรวยจากการปลูกแก้วมังกรซึ่งขายได้ถึงราคากิโลกรัมละ 80 บาท จึงตัดสินใจเปลี่ยนมาปลูกแก้วมังกรแทนมะม่วงเขียวเสวยทั้งมีเพื่อน ๆ คนอื่นก็ทำอย่างชัยด้วย ปัจจุบันปี 2551 ราคาผลแก้วมังกรเหลือเพียงกิโลกรัมละ 15 – 25 บาท นักเรียนคิดว่าการคาดการณ์ของชัยเมื่อ 2 ปีก่อนนั้นเป็นอย่างไร และตัดสินใจถูกต้องหรือไม่ จงอธิบาย

สถานการณ์ 5

บุญเตือนต้องการซื้อรถยนต์คันใหม่ และสนใจรถยอดนิยมรุ่นหนึ่งที่มีคนใช้กันมาก หลังจากไปสอบถามเพื่อน ๆ หลายคนได้ข้อมูลว่า รถรุ่นนี้รูปสวยน่าใช้ เครื่องยนต์ดี ไม่จุกจิก บุญเตือนจึงตกลงซื้อรถรุ่นนี้มาใช้ แต่เพียงแค่เวลา 2 เดือน บุญเตือนต้องนำรถเข้าอู่ซ่อม ถึง 7 ครั้ง นักเรียนคิดอย่างไรกับสถานการณ์นี้ จงอธิบาย

“คาดการณ์อย่างไร”

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

สถานการณ์ 1

.....

.....

.....

.....

คำตอบ

.....

.....

.....

.....

สถานการณ์ 2

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คำตอบ

.....

.....

.....

.....

สถานการณ์ 3

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สถานการณ์ 4

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สถานการณ์ 5

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลย กิจกรรม

“คาดการณ์อย่างไร”

สถานการณ์ 1

สินจัยและชไมพรเป็นเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน ต่างก็มีลูกสาวที่จะต้องเข้าเรียนต่อในมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งสองคนมีบ้านอยู่ในเขตพื้นที่ที่มีสิทธิเข้ารับการจับฉลากเข้าเรียนต่อได้สองโรงเรียน คือโรงเรียน ก ประกาศรับนักเรียนโดยวิธีจับฉลาก 120 คน และโรงเรียน ข ประกาศรับนักเรียนโดยวิธีจับสลาก 300 คน

สินจัยพาลูกไปจับฉลากที่โรงเรียน ก และชไมพรพาลูกไปจับสลากที่โรงเรียน ข เมื่อถึงวันจับฉลาก พบว่าโรงเรียน ก มีนักเรียนสมัครเข้าจับฉลาก 200 คน และโรงเรียน ข มีนักเรียนสมัครเข้าจับฉลาก 600 คน และในวันนั้นลูกสาวของสินจัยจับฉลากได้ แต่ลูกสาวของชไมพรจับฉลากไม่ได้ นักเรียนคิดว่าน่าจะเป็นเพราะเหตุใด จงอธิบาย

คำตอบ

เนื่องจากความน่าจะเป็นที่จะจับฉลากได้เรียนในโรงเรียน ก เท่ากับ $\frac{120}{200}$ หรือ $\frac{3}{5}$ มากกว่าความน่าจะเป็นที่จะจับฉลากได้เรียนในโรงเรียน ข ซึ่งเท่ากับ $\frac{300}{600}$ หรือ $\frac{1}{2}$

สถานการณ์ 2

วิศราเป็นเด็กนักเรียนที่มีบ้านอยู่ในกรุงเทพฯ ทุกวันจะตื่นนอนแต่เช้าเพื่อทำภารกิจส่วนตัวพร้อมกับฟังข่าวทางโทรทัศน์ไปด้วย และปกติจะเดินทางออกจากบ้านไปโรงเรียประมาณ 6.30 น. เช้าวันหนึ่งรายงานอากาศประกาศว่าวันนี้จะมีฝนตกกระจายเป็นแห่ง ๆ คิดเป็น 80% ของพื้นที่ วิศราจึงเดินออกไปนอกบ้าน พบว่าท้องฟ้าไม่ค่อยสว่างและแจ่มใสนัก นักเรียนคิดว่าวิศราควรใช้ข้อมูลเกี่ยวกับรายงานอากาศและเหตุการณ์ที่เห็นให้เป็นประโยชน์ได้อย่างไรบ้าง จงอธิบาย

คำตอบ

จากข้อมูลเกี่ยวกับรายงานอากาศและเหตุการณ์ที่เห็น ทำให้สรุปได้ว่ามีความน่าจะเป็นสูงที่ฝนจะตกในวันนั้น ดังนั้นวิศราควรเตรียมร่มหรือเสื้อกันฝนติดตัวไปโรงเรียน และควรออกจากบ้านเร็วขึ้นเพื่อเผื่อเวลาในการเดินทาง เพราะอาจมีปัญหาการจราจร หรืออุปสรรคอื่น ๆ

สถานการณ์ 3

โครงการพัฒนาวิชาการของโรงเรียนก้าวหน้าวิทยา เปิดสอนเสริมในวันเสาร์จึงมีนักเรียนส่วนหนึ่งมาเรียน ป้าลำจวนเป็นแม่ค้าขายอาหารในโรงอาหารของโรงเรียนก็มาขายอาหารด้วย มีประกาศจากฝ่ายอาคารสถานที่ของโรงเรียนว่าในวันเสาร์ที่จะถึงนี้จะมีการสอบบรรจุเจ้าหน้าที่กรมป่าไม้ ซึ่งมีผู้มาสอบ 200 คน โดยใช้ห้องเรียนของโรงเรียนเป็นสถานที่สอบ 10 ห้องเรียน และสอบตั้งแต่เวลา 8.00 – 16.00น. นักเรียนคิดว่าป้าลำจวนควรใช้ข้อมูลดังกล่าวตัดสินใจทำอย่างไรบ้าง จงอธิบาย

คำตอบ

ป้าลำจวนน่าจะเตียมอาหารมาขายเพิ่มขึ้น เนื่องจากมีความน่าจะเป็นสูงที่ผู้มาสอบจะต้องรับประทานอาหารกลางวันที่โรงเรียน เพราะมีการสอบทั้งช่วงเช้าและช่วงบ่าย

สถานการณ์ 4

ชัยเป็นเกษตรกรเคยทำสวนมะม่วงเขียวเสวยมานานหลายปี เมื่อ 2 ปีก่อนมะม่วงเขียวเสวยราคาตก ชัยเห็นเพื่อนเกษตรกรด้วยกันร่ำรวยจากการปลูกแก้วมังกรซึ่งขายได้ถึงราคากิโลกรัมละ 80 บาท จึงตัดสินใจเปลี่ยนมาปลูกแก้วมังกรแทนมะม่วงเขียวเสวยทั้งมีเพื่อน ๆ คนอื่นก็ทำอย่างชัยด้วย ปัจจุบันปี 2551 ราคาผลแก้วมังกรเหลือเพียงกิโลกรัมละ 15 – 25 บาท นักเรียนคิดว่าการคาดการณ์ของชัยเมื่อ 2 ปีก่อนนั้นเป็นอย่างไร และตัดสินใจถูกต้องหรือไม่ จงอธิบาย

คำตอบ

เมื่อ 2 ปีก่อนชัยคาดการณ์ที่หวังร่ำรวยจากการผลิตผลแก้วมังกรออกมาขายและเป็นการตัดสินใจที่ไม่ถูกต้อง ทั้งนี้เนื่องจากชัยไม่ได้คิดถึงความน่าจะเป็นที่ผลแก้วมังกรจะล้นตลาด เพราะมีชาวสวนคนอื่น ๆ ต่างก็ผลิตผลแก้วมังกรออกมาด้วย

สถานการณ์ 5

บุญเตือนต้องการซื้อรถยนต์คันใหม่ และสนใจรถยอดนิยมรุ่นหนึ่งที่มีคนใช้กันมาก หลังจากไปสอบถามเพื่อน ๆ หลายคนได้ข้อมูลว่า รถรุ่นนี้รูปสวยน่าใช้ เครื่องยนต์ดี ไม่จุกจิก บุญเตือนจึงตกลงซื้อรถรุ่นนี้มาใช้ แต่เพียงแค่เวลา 2 เดือน บุญเตือนต้องนำรถเข้าอู่ซ่อมถึง 7 ครั้ง นักเรียนคิดอย่างไรกับสถานการณ์นี้ จงอธิบาย

คำตอบ

เนื่องจากการผลิตสินค้าใด ๆ มีโอกาสเกิดความผิดพลาดในการผลิตด้วยเหตุจากชิ้นส่วนด้อยคุณภาพ หรือฝีมือการประกอบสินค้าไม่ได้มาตรฐาน ดังนั้น มีความน่าจะเป็นที่รถยนต์ใหม่บางคันจะเกิดปัญหาในการใช้ จนต้องส่งเข้าซ่อมบ่อย ๆ

แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ชื่อ-นามสกุล	คุณลักษณะอันพึงประสงค์								
	รับผิดชอบ			ความมีระเบียบวินัย			ทำเป็นระบบรอบคอบ		
	3	2	1	3	2	1	3	2	1
1.									
2.									
3.									
4.									
5.									
6.									
7.									
8.									
9.									
10.									
11.									
12.									
13.									
14.									
15.									
15.									
17.									
18.									
19.									
20.									
21.									
22.									
23.									

ชื่อ-นามสกุล	คุณลักษณะอันพึงประสงค์								
	รับผิดชอบ			ความมีระเบียบวินัย			ทำเป็นระบบรอบคอบ		
	3	2	1	3	2	1	3	2	1
25.									
26.									
27.									
28.									
29.									
30.									
31.									
32.									
33.									
34.									
35.									
36.									
37.									
38.									
39.									
40.									
41.									
42.									
43.									
รวม									

เกณฑ์การให้คะแนน

คุณลักษณะ รับผิดชอบ

คะแนน/ความหมาย	**คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น**
3 ดีมาก	- ส่งงานก่อนหรือตรงตามกำหนดเวลาที่นัดหมาย - ปฏิบัติกิจกรรมที่ได้รับมอบหมายในทันที
2 ดี	- ส่งงานช้ากว่ากำหนดเวลาที่นัดหมาย แต่ได้มีการชี้แจงต่อผู้สอน มีเหตุผลที่รับฟังได้ - ปฏิบัติกิจกรรมที่ได้รับมอบหมาย
1 พอใช้	- ส่งงานช้ากว่ากำหนดเวลาที่นัดหมาย - ปฏิบัติกิจกรรมโดยต้องอาศัยการชี้แนะ แนะนำ ตักเตือนหรือให้กำลังใจ

คุณลักษณะ มีระเบียบวินัย

คะแนน/ความหมาย	**คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น**
3 ดีมาก	- ใบกิจกรรม แบบฝึกทักษะ สะอาดเรียบร้อย - ปฏิบัติตนตามข้อตกลงทุกครั้ง
2 ดี	- ใบกิจกรรม แบบฝึกทักษะ ส่วนใหญ่สะอาดเรียบร้อย - ปฏิบัติตนตามข้อตกลงเป็นส่วนใหญ่
1 พอใช้	- ใบกิจกรรม แบบฝึกทักษะ ไม่ค่อยเรียบร้อย - ปฏิบัติตนตามข้อตกลงเป็นบางครั้ง ต้องอาศัยการแนะนำ

คุณลักษณะ ทำงานเป็นระบบ รอบคอบ

คะแนน/ความหมาย	**คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น**
3 ดีมาก	- มีการวางแผนการปฏิบัติกิจกรรมอย่างเป็นระบบ - ปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอน - เรียงลำดับความสำคัญได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน
2 ดี	- มีการวางแผนการปฏิบัติกิจกรรม - ปฏิบัติกิจกรรมไม่ตรงตามขั้นตอน และผิดพลาดบ้าง - เรียงลำดับความสำคัญได้เป็นส่วนใหญ่
1 พอใช้	- ไม่มีการวางแผนการปฏิบัติกิจกรรม - ปฏิบัติกิจกรรมไม่มีขั้นตอน มีความผิดพลาดต้องแก้ไข - ไม่จัดเรียงลำดับความสำคัญ

ภาคผนวก ง

1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน

2. แบบวัดความสามารถในการการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟัง

3. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียนเรื่อง ความน่าจะเป็น
วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประจำภาคเรียนที่ 2
ปีการศึกษา 2551 จำนวน 5 ข้อ คะแนนเต็ม 60 คะแนน เวลา 50 นาที

คำชี้แจง จงเขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาและหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

1. ในการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 1 ครั้ง และทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญบาทออกหัวและลูกเต๋าออกแต้มเป็นจำนวนคู่

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร.....
.....
.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง.....
.....
.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)
.....
.....
.....

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม.....
.....
.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

.....
.....
.....
.....
.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. พัทธมนสุ่มหยิบบัตร 2 ใบ จากบัตร 4 ใบ ซึ่งมีหมายเลขกำกับในแต่ละบัตรแต่ละใบเป็น 3, 4, 5 และ 6 จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่พัทธมนจะหยิบบัตร 2 ใบที่ผลรวมของหมายเลขเป็น 9

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร.....

.....

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง.....

.....

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

.....

.....

.....

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม.....

.....

.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ในกล่องมีสีน้ำอยู่ 5 หลอด ได้แก่ สีแดง สีน้ำเงิน สีเหลือง สีดำ และสีขาว ครูให้แก้วสุ่มหยิบสีน้ำ 2 หลอด โดยหยิบทีละหลอดแบบไม่ใส่คืน จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เมื่อนำสีน้ำทั้ง 2 หลอดที่หยิบได้มาผสมกันแล้วได้สีส้ม

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร.....
.....
.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง.....
.....
.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)
.....
.....
.....

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม.....
.....
.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ในลิ้นชักมีถุงเท้า 2 คู่ สีดำกับสีขาว คละกันอยู่ สุ่มหยิบถุงเท้า 2 ข้าง โดยหยิบทีละข้างแล้วใส่คืนก่อนหยิบใหม่ จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ถุงเท้าสีเดียวกัน

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร.....
.....
.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง.....
.....
.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)
.....
.....
.....

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม.....
.....
.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ในลังมีขวดเหมือนกันและขนาดเท่ากันอยู่ 5 ขวด ซึ่งแต่ละขวดบรรจุของเหลวดังนี้ น้ำเปล่า, น้ำปลา, น้ำมะนาว, น้ำส้ม และน้ำผึ้ง ถ้าสุ่มหยิบขวดขึ้นมา 2 ขวดโดยหยิบทีละขวดแบบใส่คืน จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ขวดทั้ง 2 ใบนั้นบรรจุของเหลวที่มีรสเปรี้ยว

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร.....
.....
.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง.....
.....
.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)
.....
.....
.....

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม.....
.....
.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นตรวจสอบผล

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลย

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียนเรื่อง ความน่าจะเป็น

1. ในการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 1 ครั้ง และทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญบาทออกหัวและลูกเต๋าออกแต้มเป็นจำนวนคู่

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญบาทออกหัวและลูกเต๋าออกแต้มเป็นจำนวนคู่

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

โยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 1 ครั้ง และทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

1. ใช้แผนภาพต้นไม้หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น

2. พิจารณาแผนภาพต้นไม้เพื่อหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่เหรียญบาทออกหัวและลูกเต๋าออกแต้มเป็นจำนวนคู่

3. นำผลที่ได้จากข้อ 1 และ 2 ไปหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญบาทออกหัวและลูกเต๋าออกแต้มเป็นจำนวนคู่จากสูตร

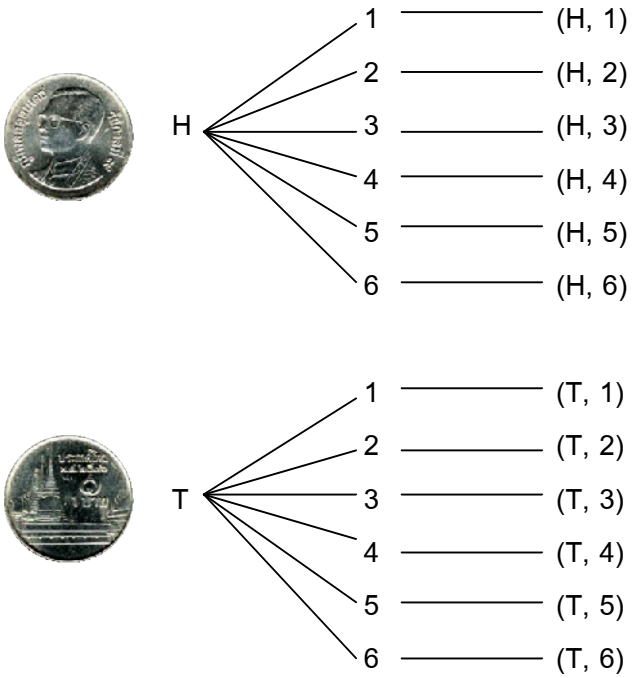
$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม

เพียงพอ

ขั้นดำเนินการตามแผน

การหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นสามารถใช้แผนภาพต้นไม้ ดังนี้



จะได้ ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น 12 แบบ คือ

(H, 1), (H, 2), (H, 3), (H, 4), (H, 5), (H, 6),

(T, 1), (T, 2), (T, 3), (T, 4), (T, 4) และ (T, 6)

เหตุการณ์ที่เหรียญบาทออกหัวและลูกเต๋าออกแต้มเป็นจำนวนคู่ มีผลลัพธ์ คือ

(H, 2), (H, 4) และ (H, 6)

จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ เป็น 3

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญบาทออกหัวและลูกเต๋าออกแต้มเป็นจำนวนคู่

เท่ากับ $\frac{3}{12}$ หรือ $\frac{1}{4}$

ขั้นตรวจสอบผล

1. พิจารณาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

2. พิจารณาหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่เหรียญบาทออกหัวและลูกเต๋าออกแต้มเป็นจำนวนคู่จากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

3. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญบาทออกหัวและลูกเต๋าออกแต้มเป็นจำนวนคู่จากสูตรความน่าจะเป็นของเหตุการณ์อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

2. พัทธมนสุ่มหยิบบัตร 2 ใบ จากบัตร 4 ใบ ซึ่งมีหมายเลขกำกับในแต่ละบัตรแต่ละใบเป็น 3, 4, 5 และ 6 จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่พัทธมนจะหยิบบัตร 2 ใบที่ผลรวมของหมายเลขเป็น 9

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่พัทธมนจะหยิบบัตร 2 ใบที่ผลรวมของหมายเลขเป็น 9

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

พัทธมนสุ่มหยิบบัตร 2 ใบ จากบัตร 4 ใบ ซึ่งมีหมายเลขกำกับในแต่ละบัตรแต่ละใบเป็น 3, 4, 5 และ 6

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

1. ใช้แผนภาพต้นไม้หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น

2. พิจารณาแผนภาพต้นไม้เพื่อหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่พัทธมนจะหยิบบัตร 2 ใบที่ผลรวมของหมายเลขเป็น 9

3. นำผลที่ได้จากข้อ 1 และ 2 ไปหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่พัทธมนจะหยิบบัตร 2 ใบที่ผลรวมของหมายเลขเป็น 9 จากสูตร

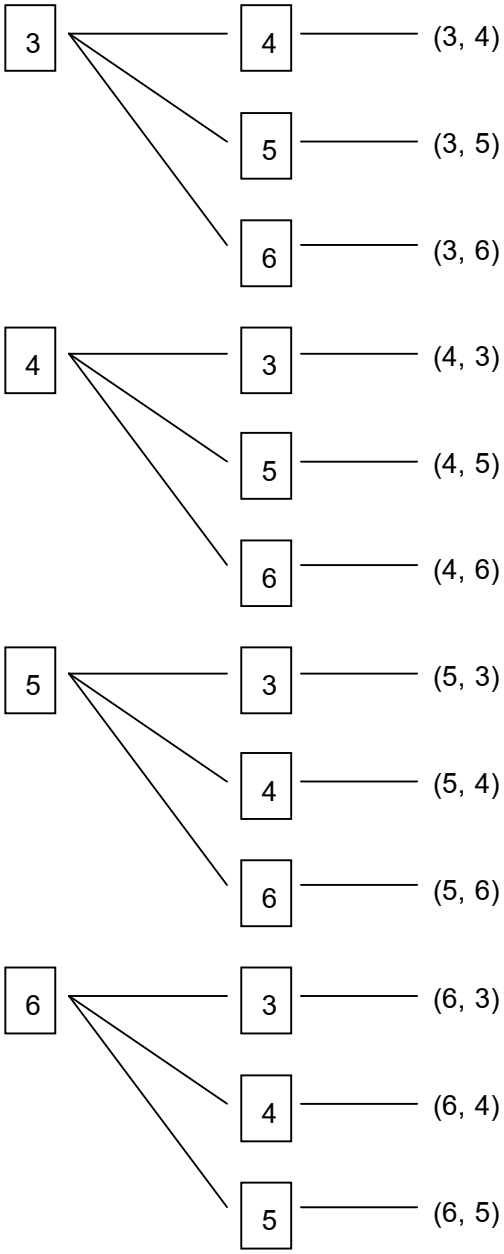
$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม

เพียงพอ

ขั้นดำเนินการตามแผน

การหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นสามารถใช้แผนภาพต้นไม้ ดังนี้



จะได้ ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น 12 แบบ คือ

(3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 3), (4, 5), (4, 6), (5, 3), (5, 4), (5, 6), (6, 3), (6, 4) และ (6, 5)

เหตุการณ์ที่พัทธมนจะหยิบบัตร 2 ใบที่ผลรวมของหมายเลขเป็น 9 มีผลลัพธ์ คือ

(3, 6), (4, 5), (5, 4) และ (6, 3)

จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ เป็น 4

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่พัทธมนจะหยิบบัตร 2 ใบที่ผลรวมของหมายเลขเป็น 9 เท่ากับ $\frac{4}{12}$ หรือ $\frac{1}{3}$

ขั้นตรวจสอบผล

1. พิจารณาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

2. พิจารณาหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่พัทธมนจะหยิบบัตร 2 ใบที่ผลรวมของหมายเลขเป็น 9 จากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

3. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่พัทธมนจะหยิบบัตร 2 ใบที่ผลรวมของหมายเลขเป็น 9 จากสูตรความน่าจะเป็นของเหตุการณ์อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

3. ในกล่องมีสีน้ำอยู่ 5 หลอด ได้แก่ สีแดง สีน้ำเงิน สีเหลือง สีดำ และสีขาว ครูให้แก้วสุ่มหยิบสีน้ำ 2 หลอด โดยหยิบทีละหลอดแบบไม่ใส่คืน จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เมื่อนำสีน้ำทั้ง 2 หลอดที่หยิบได้มาผสมกันแล้วได้สีส้ม

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เมื่อนำสีน้ำทั้ง 2 หลอดที่หยิบได้มาผสมกันแล้วได้สีส้ม

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

ในกล่องมีสีน้ำอยู่ 5 หลอด ได้แก่ สีแดง สีน้ำเงิน สีเหลือง สีดำ และสีขาว ครูให้แก้วสุ่มหยิบสีน้ำ 2 หลอด โดยหยิบทีละหลอดแบบไม่ใส่คืน

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

1. ใช้แผนภาพต้นไม้หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น

2. พิจารณาแผนภาพต้นไม้เพื่อหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่เมื่อนำสีน้ำทั้ง 2 หลอดที่หยิบได้มาผสมกันแล้วได้สีส้ม

3. นำผลที่ได้จากข้อ 1 และ 2 ไปหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เมื่อนำสีน้ำทั้ง 2 หลอดที่หยิบได้มาผสมกันแล้วได้สีส้มจากสูตร

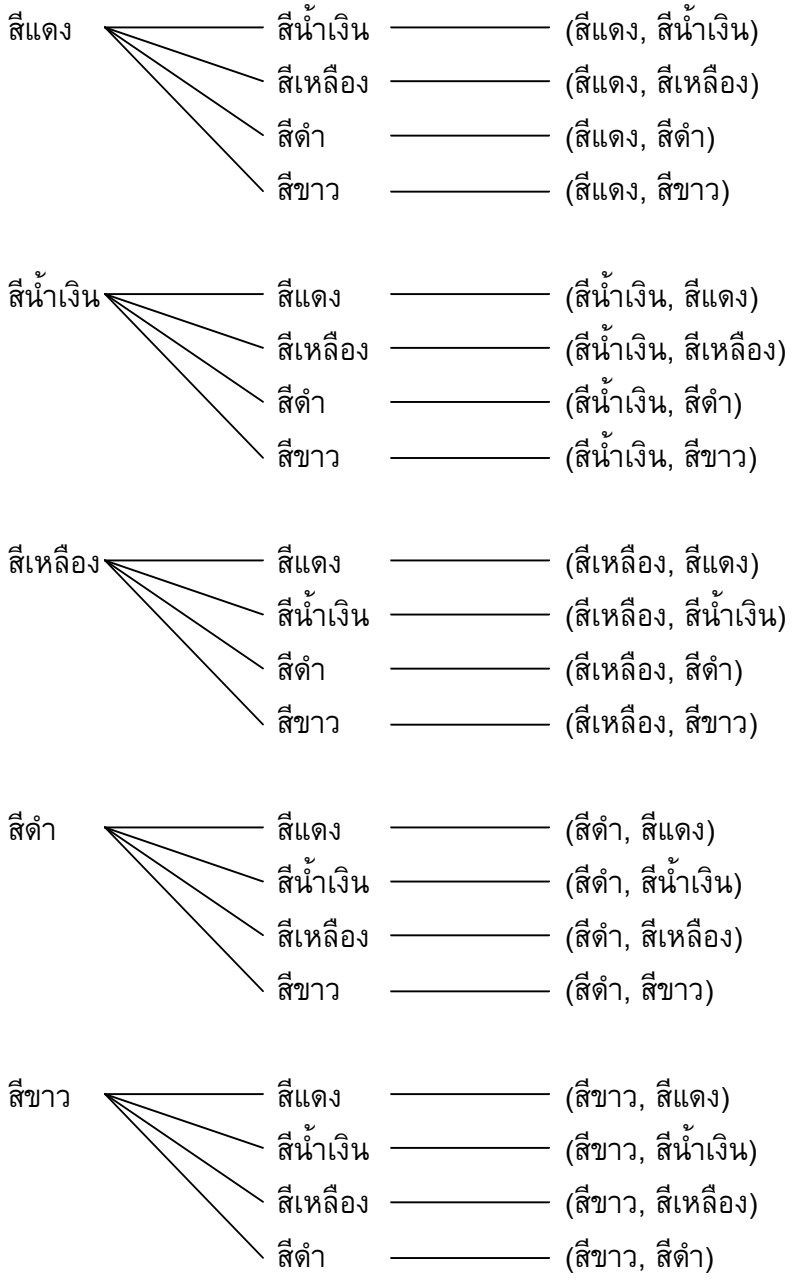
$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม

เพียงพอ

ขั้นดำเนินการตามแผน

การหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นสามารถใช้แผนภาพต้นไม้ ดังนี้



จะได้ ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น 20 แบบ คือ

(สีแดง, สีน้ำเงิน), (สีแดง, สีเหลือง), (สีแดง, สีดำ), (สีแดง, สีขาว),
(สีน้ำเงิน, สีแดง), (สีน้ำเงิน, สีเหลือง), (สีน้ำเงิน, สีดำ), (สีน้ำเงิน, สีขาว),
(สีเหลือง, สีแดง), (สีเหลือง, สีน้ำเงิน), (สีเหลือง, สีดำ), (สีเหลือง, สีขาว),
(สีดำ, สีแดง), (สีดำ, สีน้ำเงิน), (สีดำ, สีเหลือง), (สีดำ, สีขาว),

(สีขาว, สีแดง), (สีขาว, สีน้ำเงิน), (สีขาว, สีเหลือง) และ (สีขาว, สีดำ)

เหตุการณ์ที่เมื่อนำสีน้ำทั้ง 2 หลอดที่หยิบได้มาผสมกันแล้วได้สีส้ม มีผลลัพธ์ คือ

(สีแดง, สีเหลือง) และ (สีเหลือง, สีแดง)

จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ เป็น 2

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เมื่อนำสีน้ำทั้ง 2 หลอดที่หยิบได้มาผสมกันแล้วได้

สีส้ม เท่ากับ $\frac{2}{20}$ หรือ $\frac{1}{10}$

ขั้นตรวจสอบผล

1. พิจารณาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

2. พิจารณาหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่เมื่อนำสีน้ำทั้ง 2 หลอดที่หยิบได้มาผสมกันแล้วได้สีส้มจากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

3. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เมื่อนำสีน้ำทั้ง 2 หลอดที่หยิบได้มาผสมกันแล้วได้สีส้มจากสูตรความน่าจะเป็นของเหตุการณ์อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

4. ในลิ้นชักมีถุงเท้า 2 คู่ สีดำกับสีขาว คละกันอยู่ สุ่มหยิบถุงเท้า 2 ข้าง โดยหยิบทีละข้างแล้วใส่คืนก่อนหยิบใหม่ จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ถุงเท้าสีเดียวกัน

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ถุงเท้าสีเดียวกัน

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

ในลิ้นชักมีถุงเท้า 2 คู่ สีดำกับสีขาว คละกันอยู่ สุ่มหยิบถุงเท้า 2 ข้าง โดยหยิบทีละข้างแล้วใส่คืนก่อนหยิบใหม่

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

1. ใช้แผนภาพต้นไม้หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น โดยกำหนดให้

ดำ$_1$ แทน ถุงเท้าสีดำข้างที่หนึ่ง ดำ$_2$ แทน ถุงเท้าสีดำข้างที่สอง

ขาว$_1$ แทน ถุงเท้าสีขาวข้างที่หนึ่ง และ ขาว$_2$ แทน ถุงเท้าสีขาวข้างที่สอง

2. พิจารณาแผนภาพต้นไม้เพื่อหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ถุงเท้าสีเดียวกัน

3. นำผลที่ได้จากข้อ 1 และ 2 ไปหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ถุงเท้าสีเดียวกัน จากสูตร

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม

เพียงพอ

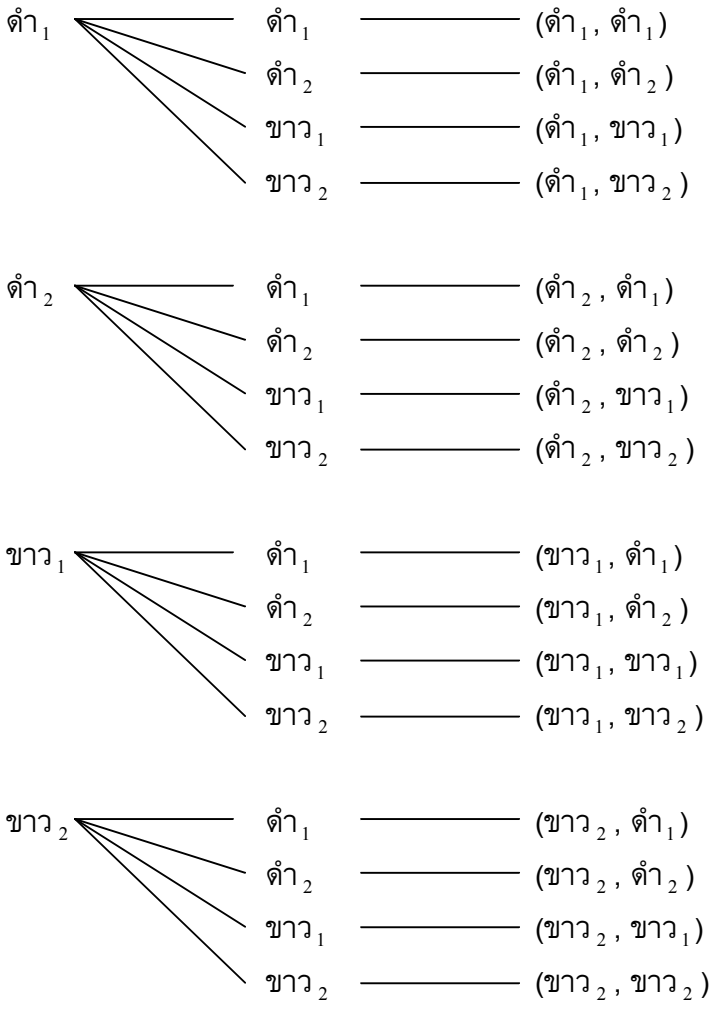
ขั้นดำเนินการตามแผน

กำหนดให้

ดำ$_1$ แทน ถุงเท้าสีดำข้างที่หนึ่ง ดำ$_2$ แทน ถุงเท้าสีดำข้างที่สอง

ขาว$_1$ แทน ถุงเท้าสีขาวข้างที่หนึ่ง และ ขาว$_2$ แทน ถุงเท้าสีขาวข้างที่สอง

การหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นสามารถใช้แผนภาพต้นไม้ ดังนี้



จะได้ ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น 16 แบบ คือ

(ดำ$_1$, ดำ$_1$), (ดำ$_1$, ดำ$_2$), (ดำ$_1$, ขาว$_1$), (ดำ$_1$, ขาว$_2$),

(ดำ$_2$, ดำ$_1$), (ดำ$_2$, ดำ$_2$), (ดำ$_2$, ขาว$_1$), (ดำ$_2$, ขาว$_2$),

(ขาว$_1$, ดำ$_1$), (ขาว$_1$, ดำ$_2$), (ขาว$_1$, ขาว$_1$), (ขาว$_1$, ขาว$_2$),

(ขาว$_2$, ดำ$_1$), (ขาว$_2$, ดำ$_2$), (ขาว$_2$, ขาว$_1$) และ (ขาว$_2$, ขาว$_2$)

เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ถุงเท้าสีเดียวกัน มีผลลัพธ์ คือ

(ดำ$_1$, ดำ$_1$), (ดำ$_1$, ดำ$_2$), (ดำ$_2$, ดำ$_1$), (ดำ$_2$, ดำ$_2$),

(ขาว$_1$, ขาว$_1$), (ขาว$_1$, ขาว$_2$), (ขาว$_2$, ขาว$_1$) และ (ขาว$_2$, ขาว$_2$)

จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ เป็น 8

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ถุงเท้าสีเดียวกัน เท่ากับ $\frac{8}{16}$ หรือ $\frac{1}{2}$

ขั้นตรวจสอบผล

1. พิจารณาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

2. พิจารณาหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ถุงเท้าสีเดียวกันจากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

3. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะหยิบได้ถุงเท้าสีเดียวกันจากสูตรความน่าจะเป็นของเหตุการณ์อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

5. ในลังมีขวดเหมือนกันและขนาดเท่ากันอยู่ 5 ขวด ซึ่งแต่ละขวดบรรจุของเหลวดังนี้ น้ำเปล่า, น้ำปลา, น้ำมะนาว, น้ำส้ม และน้ำผึ้ง ถ้าสุ่มหยิบขวดขึ้นมา 2 ขวดโดยหยิบทีละขวดแบบใส่คืน จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ขวดทั้ง 2 ใบนั้นบรรจุของเหลวที่มีรสเปรี้ยว

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ขวดทั้ง 2 ใบนั้นบรรจุของเหลวที่มีรสเปรี้ยว

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

สุ่มหยิบขวดขึ้นมา 2 ขวด โดยหยิบทีละขวดแบบใส่คืนจากลังที่มีขวดเหมือนกันและขนาดเท่ากันอยู่ 5 ขวด ซึ่งแต่ละขวดบรรจุของเหลวดังนี้ น้ำเปล่า, น้ำปลา, น้ำมะนาว, น้ำส้ม และน้ำผึ้ง

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

1. ใช้แผนภาพต้นไม้หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น

2. พิจารณาแผนภาพต้นไม้เพื่อหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่ขวดทั้ง 2 ใบนั้นบรรจุของเหลวที่มีรสเปรี้ยว

3. นำผลที่ได้จากข้อ 1 และ 2 ไปหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ขวดทั้ง 2 ใบนั้นบรรจุของเหลวที่มีรสเปรี้ยว

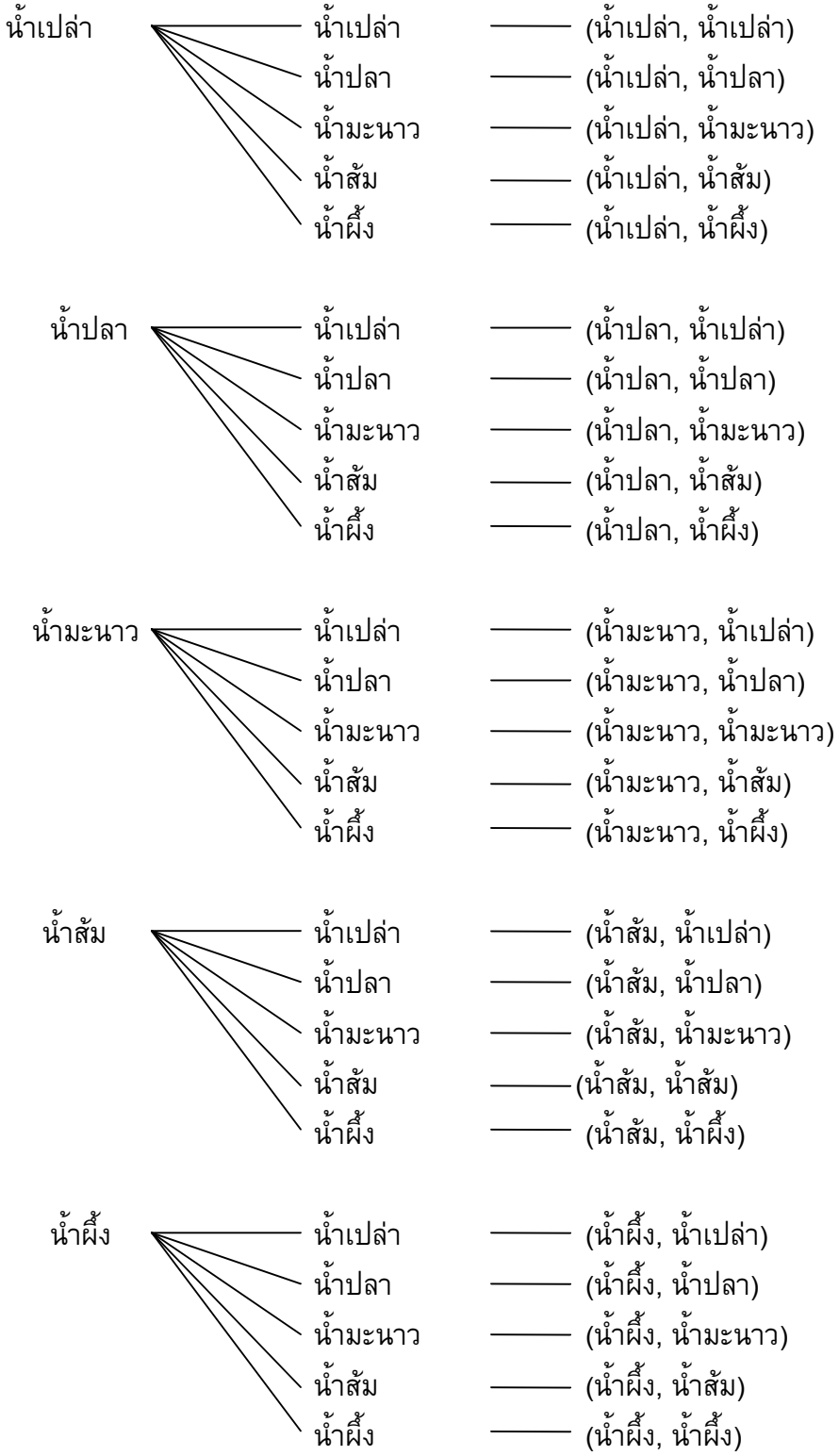
$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นได้}}$$

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม

เพียงพอ

ขั้นดำเนินการตามแผน

การหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นสามารถใช้แผนภาพต้นไม้ ดังนี้



จะได้ ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบขวดขึ้นมา 2 ขวดโดยหยิบทีละขวดแบบใส่คืน 25 แบบ คือ

(น้ำเปล่า, น้ำเปล่า), (น้ำเปล่า, น้ำปลา), (น้ำเปล่า, น้ำมะนาว),
(น้ำเปล่า, น้ำส้ม), (น้ำเปล่า, น้ำผึ้ง),
(น้ำปลา, น้ำเปล่า), (น้ำปลา, น้ำปลา), (น้ำปลา, น้ำมะนาว),
(น้ำปลา, น้ำส้ม), (น้ำปลา, น้ำผึ้ง)
(น้ำมะนาว, น้ำเปล่า), (น้ำมะนาว, น้ำปลา), (น้ำมะนาว, น้ำมะนาว),
(น้ำมะนาว, น้ำส้ม), (น้ำมะนาว, น้ำผึ้ง),
(น้ำส้ม, น้ำเปล่า), (น้ำส้ม, น้ำปลา), (น้ำส้ม, น้ำมะนาว),
(น้ำส้ม, น้ำส้ม), (น้ำส้ม, น้ำผึ้ง),
(น้ำผึ้ง, น้ำเปล่า), (น้ำผึ้ง, น้ำปลา), (น้ำผึ้ง, น้ำมะนาว),
(น้ำผึ้ง, น้ำส้ม) และ (น้ำผึ้ง, น้ำผึ้ง)

เหตุการณ์ที่ขวดทั้ง 2 ใบนั้นบรรจุของเหลวที่มีรสเปรี้ยว มีผลลัพธ์ คือ

(น้ำมะนาว, น้ำส้ม) และ (น้ำส้ม, น้ำมะนาว)

จะได้ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ เป็น 2

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ขวดทั้ง 2 ใบนั้นบรรจุของเหลวที่มีรสเปรี้ยว เท่ากับ

$$\frac{2}{25}$$

ขั้นตรวจสอบผล

1. พิจารณาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

2. พิจารณาหาผลลัพธ์เหตุการณ์ที่ขวดทั้ง 2 ใบนั้นบรรจุของเหลวที่มีรสเปรี้ยวจากแผนภาพต้นไม้อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

3. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ขวดทั้ง 2 ใบนั้นบรรจุของเหลวที่มีรสเปรี้ยวจากสูตรความน่าจะเป็นของเหตุการณ์อีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน / ความหมาย	การแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	- ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่เหมาะสม แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ชัดเจน ได้คำตอบที่ถูกต้องและสมบูรณ์
3 ดี	- ดำเนินการตามวิธีการแก้ปัญหาที่จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่เข้าใจบางส่วนของปัญหาผิดไป โดยเงื่อนไขบางอย่างของปัญหา หรือ - เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม หาคำตอบถูกต้อง แต่ดำเนินการตามวิธีแก้ปัญหาได้ไม่สมูรณ์ หรือ - เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม และแสดงจำนวนที่เป็นคำตอบของปัญหาแต่ไม่ได้นำมาใช้แสดงเป็นคำตอบของปัญหา
2 พอใช้	- ใช้วิธีการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม และได้คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีสิ่งที่แสดงถึงการมีความเข้าใจปัญหา หรือ - ใช้วิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่ไม่ได้ดำเนินการจนกระทั่งได้คำตอบ หรือ - ใช้วิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่ดำเนินการไม่ถูกต้อง และนำไปสู่การหาคำตอบที่ผิดพลาด หรือหาคำตอบไม่ได้ หรือ - ได้คำตอบของปัญหาย่อย ๆ ที่แบ่งจากปัญหาที่กำหนด แต่ดำเนินการต่อไปไม่ได้ หรือ - ได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ไม่ได้แสดงรายละเอียดของวิธีการแก้ปัญหา
1 ยังต้องปรับปรุง	- แสดงวิธีหาคำตอบ และมีสิ่งบ่งบอกความเข้าใจปัญหาบางประการและมีแนวทางที่จะไม่นำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้อง หรือ - พยายามแก้ปัญหาด้วยวิธีการแก้ปัญหาที่ไม่เหมาะสม เพียงแนวทางเดียวที่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ และไม่คิดหาวิธีการแก้ปัญหาอื่น หรือ - มีสิ่งบ่งชี้ถึงความพยายามที่หาเป้าหมายย่อย ๆ ของปัญหา แต่ไม่ได้ดำเนินการต่อ
0 ไม่มีความพยายาม	- ไม่แสดงการแก้ปัญหา หรือไม่ตอบสนองสิ่งที่สัมพันธ์กับปัญหา คัดลอกข้อมูลจากปัญหา แต่ไม่ได้นำมาใช้ให้เกิดความเข้าใจปัญหา

ตัวอย่างการให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

0. มีบัตรอยู่กองหนึ่ง แต่ละใบมีหมายเลขกำกับอยู่ ซึ่งเป็นหมายเลขตั้งแต่ 3,200 ถึง 4,200 ปวีณาสุ่มหยิบบัตร 1 ใบจากกอง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ปวีณาจะได้บัตรที่มีหมายเลขลงท้ายด้วย 00

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

.....

บอกรายละเอียดเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาได้ครบถ้วน (0.5 คะแนน)

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

.....

เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสม (1 คะแนน)

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม

.....

บอกรายละเอียดเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาได้ครบถ้วน (0.5 คะแนน)

ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

แสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ชัดเจน ได้คำตอบที่ถูกต้องและสมบูรณ์ (1 คะแนน)

ขั้นตรวจสอบผล

.....

มีการตรวจคำตอบที่ได้และคิดหาวิธีการอื่น (1 คะแนน)

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่าน

คะแนน / ความหมาย	การแสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	- บอกรายละเอียดเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน
3 ดี	- บอกรายละเอียดเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาได้อย่างคร่าว ๆ ไม่ชัดเจนในบางส่วน
2 พอใช้	- บอกรายละเอียดเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาได้ไม่ชัดเจนในบางส่วน
1 ยังต้องปรับปรุง	- บอกรายละเอียดเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาได้เพียงเล็กน้อย พอมองเห็นแนวทาง
0 ไม่มีความพยายาม	- ไม่สามารถบอกรายละเอียดเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาได้

ตัวอย่างการให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่าน

0. มีบัตรอยู่กองหนึ่ง แต่ละใบมีหมายเลขกำกับอยู่ ซึ่งเป็นหมายเลขตั้งแต่ 3,200 ถึง 4,200 ปวีณาสุ่มหยิบบัตร 1 ใบจากกอง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ปวีณาจะได้บัตรที่มีหมายเลขลงท้ายด้วย 00

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

.....

บอกรายละเอียดเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาได้ครบถ้วน (2 คะแนน)

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

.....

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม

.....

บอกรายละเอียดเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาได้ครบถ้วน (2 คะแนน)

ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

ขั้นตรวจสอบผล

.....

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

คะแนน / ความหมาย	การแสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	- เขียนเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ชัดเจน
3 ดี	- เขียนเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างคร่าว ๆ ไม่ชัดเจนในบางส่วน แต่ครอบคลุมสาระสำคัญ
2 พอใช้	- เขียนเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ชัดเจนในบางส่วนและครอบคลุมสาระสำคัญเพียงบางส่วน
1 ยังต้องปรับปรุง	- เขียนเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เพียงเล็กน้อย พอมองเห็นแนวทาง หรือ - มีสิ่งชี้ถึงความพยายามที่จะเขียนเพื่อแสดงแนวคิด
0 ไม่มีความพยายาม	- ไม่สามารถเขียนเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้เข้าใจได้

ตัวอย่างการให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

0. มีบัตรอยู่กองหนึ่ง แต่ละใบมีหมายเลขกำกับอยู่ ซึ่งเป็นหมายเลขตั้งแต่ 3,200 ถึง 4,200 ปวีณาสุ่มหยิบบัตร 1 ใบจากกอง จงเขียนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ปวีณาจะได้บัตรที่มีหมายเลขลงท้ายด้วย 00

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

โจทย์ต้องการหาอะไร

.....

โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง

.....

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

นักเรียนใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้างต้น (ตอบได้มากกว่า 1 วิธี)

.....

ข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอต้องหาอะไรเพิ่ม

.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

.....

เขียนแสดงแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ชัดเจน (4 คะแนน)

ขั้นตรวจสอบผล

.....

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟัง

สังเกตวันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

พฤติกรรมที่สังเกต	คะแนน				
	4	3	2	1	0
1. สรุปความจากการฟังได้อย่างชัดเจน					
2. สรุปความจากการฟังได้ครอบคลุมสิ่งที่เป็นสาระสำคัญ					
3. สรุปความจากการฟังได้ตรงประเด็น					

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟัง

คะแนน / ความหมาย	การแสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟัง ที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	- สรุปความจากการฟังได้ชัดเจน ครอบคลุมสาระสำคัญ และตรงประเด็น
3 ดี	- สรุปความจากการฟังได้อย่างคร่าว ๆ ไม่ชัดเจนในบางส่วน แต่ครอบคลุมสาระสำคัญ และตรงประเด็น
2 พอใช้	- สรุปความจากการฟังได้ไม่ชัดเจนในบางส่วน และครอบคลุมสาระสำคัญเพียงบางส่วน แต่ตรงประเด็นเป็นส่วนใหญ่
1 ยังต้องปรับปรุง	- สรุปความจากการฟังไม่ค่อยชัดเจน และไม่ครอบคลุมสาระสำคัญ แต่อาจตรงประเด็นบ้าง
0 ไม่มีความพยายาม	- ไม่สามารถสรุปความจากการฟังได้

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

สังเกตวันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

พฤติกรรมที่สังเกต	คะแนน				
	4	3	2	1	0
1. ใช้ภาษาพูดในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ถูกต้อง					
2. ใช้ภาษาพูดในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ชัดเจน					

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

คะแนน / ความหมาย	การแสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	- ใช้ภาษาพูดในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ถูกต้องและชัดเจน
3 ดี	- ใช้ภาษาพูดในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนเป็นส่วนใหญ่ แต่ถูกต้อง
2 พอใช้	- ใช้ภาษาพูดในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนเป็นส่วนใหญ่ และถูกต้องบางส่วน
1 ยังต้องปรับปรุง	- ใช้ภาษาพูดในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ค่อยชัดเจนและไม่ถูกต้อง
0 ไม่มีความพยายาม	- ไม่สามารถใช้ภาษาพูดในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้

ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญด้านแผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการอ่านและด้านการเขียน แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการฟังและด้านการพูด

1. อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์
   ข้าราชการบำนาญ
   สำนักงานปลัดกระทรวงศึกษาธิการ

2. อาจารย์อุทัย ตั้งคำ
   อาจารย์ 3 ระดับ 8
   โรงเรียนสายน้ำผึ้ง ในพระอุปถัมภ์ฯ กรุงเทพมหานคร

3. อาจารย์จินดา พ่อค้าชำนาญ
   อาจารย์ 3 ระดับ 8
   โรงเรียนสตรีศรีสุริโยทัย กรุงเทพมหานคร

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นายสัญญา ภัทรากร
วันเดือนปีเกิด	3 พฤศจิกายน 2526
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดพิจิตร
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	71/2 หมู่ 5 ต.บ้านกร่าง อำเภอเมือง จังหวัดพิจิตร 65000
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	ครูผู้ช่วย
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนกิ่งเพชร เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2544	มัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนจ่านกร้อง อำเภอเมือง จังหวัดพิษณุโลก
พ.ศ. 2550	การศึกษาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2552	การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ