

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการโดยใช้ชุดการเรียนการสอน
ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

29 ต.ค. 2539

ปริญญานิพนธ์
ของ
ศิริรัตน์ วรวนิชยา

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์

มีนาคม 2539

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

B. 43356

h109240

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการโดยใช้ชุดการเรียนการสอน
ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

บทคัดย่อ

ของ

ศิริรัตน์ วรณิษา

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์

มีนาคม 2539

การศึกษาในครั้งนี้มีจุดประสงค์เพื่อ เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการ
ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนกับการสอนตามปกติ

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนแคทรยาวิทยา อำเภอเมือง
จังหวัดราชบุรี ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2538 จำนวน 2 ห้องเรียน โดยแบ่งเป็นกลุ่ม
ทดลอง 1 ห้องเรียน และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน กลุ่มทดลอง มีจำนวน 29 คน กลุ่มควบคุม
มีจำนวน 28 คน ผู้วิจัยสอนกลุ่มทดลองโดยใช้ชุดการเรียนการสอน ส่วนอาจารย์ประจำวิชา
สอนกลุ่มควบคุมโดยใช้บทเรียนและคู่มือครูของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
ในแต่ละกลุ่มใช้เวลาในการสอน 10 คาบ คาบละ 50 นาที เมื่อสิ้นสุดการทดลอง ทดสอบ
นักเรียนทั้งสองกลุ่มโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอน
โดยใช้ชุดการเรียนการสอนสูงกว่าของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการสอนตามปกติ อย่างมี
นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

A STUDY OF ACHIEVEMENT OF MATHAYOM SUKSA II STUDENTS IN LEARNING
EQUATIONS VIA AN INSTRUCTIONAL PACKAGE

AN ABSTRACT

BY

SIRIRAT VORAVANITCHAYA

Presented in partial fulfillment of the requirements for the
Master of Education degree in Mathematics
at Srinakharinwirot University

March 1996

Recent studies in mathematics education have revealed that most of Thai students at the lower secondary level still have great difficulties in solving equations. The present study attempted to propose an instructional package to help students in learning equations.

The subjects in this study consisted of Mathayom Suksa II students at a local school in Ratchaburi Province which divided into two groups : the experimental group and the control group.

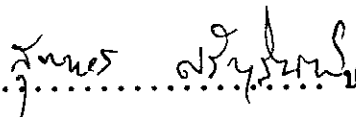
The experimental group consisting of twenty-nine students studied in advance the materials as explained in the instructional package designed by the researcher before they were taught in class. The control group consisting of twenty-eight students were taught by a teacher who used the instructional manual of The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. Both groups of students spent ten periods, each lasting 50 minutes.

An achievement test in equations constructed by the researcher was administered to both groups at the end of the experiment.

A t-test was employed at the 0.05 level. The results indicated that the students who learned equations via an instructional package performed significantly better than students in the control group.

คณะกรรมการควบคุมและคณะกรรมการสอบได้พิจารณาปฏิญานพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการควบคุม

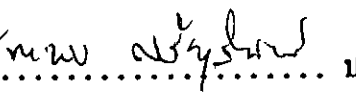
.......... ประธาน

(ผศ. สุภาพร ศรีปรีนทร์)

.......... กรรมการ

(ผศ. อภิชัย บวรกิตติวงศ์)

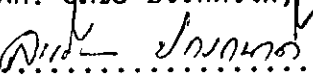
คณะกรรมการสอบ

.......... ประธาน

(ผศ. สุภาพร ศรีปรีนทร์)

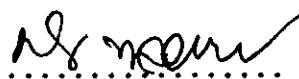
.......... กรรมการ

(ผศ. อภิชัย บวรกิตติวงศ์)

.......... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(อ. ละเอียต ประรณาดิ)

บัณฑิตวิทยาลัยอนุมัติให้รับปฏิญานพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.......... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ดร. ศิริยุภา พูลสุวรรณ)

วันที่...๗...เดือน...มิถุนายน...พ.ศ. 2539

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความอนุเคราะห์ช่วยเหลือเป็นอย่างดีจากผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุภาพร ศรีบุรินทร์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ อภิชัย บวรกิตติวงศ์ โดยกรุณาให้คำปรึกษาชี้แนะแนวทาง ตลอดจนการตรวจแก้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้โดยละเอียดมาตลอด ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ละเอียด บรรณานัติ ที่ได้กรุณาร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่า และให้ข้อเสนอแนะที่มีค่ายิ่ง ซึ่งส่งผลให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ขึ้น

ขอขอบคุณอาจารย์ใหญ่ และคณะครูโรงเรียนแคทรายวิทยา สังกัดกรมสามัญศึกษาดำบลคูบัว อำเภอเมือง จังหวัดราชบุรี ทุกท่านที่ให้ความสะดวกในการทดลองใช้เครื่องมือ และการทดลอง เพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย

ขอขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุภาพร ศรีบุรินทร์ อาจารย์ สมเดช บุญประจักษ์ และคณะครูในหมวดคณิตศาสตร์ โรงเรียนแคทรายวิทยา ที่ให้ความร่วมมือในการตรวจเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ขอขอบคุณ พี่ ๆ น้อง ๆ และเพื่อน ๆ ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจด้วยดี

ประการสุดท้ายขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อ และคุณแม่ที่ให้ความอุปการะทั้งในด้านกำลังใจ และกำลังทรัพย์ในการศึกษาของผู้วิจัยตลอดมา

ศิริรัตน์ วรวิทยา

สารบัญ

บทที่	หน้า
1	บทนำ 1
	ภูมิหลัง 1
	ความมุ่งหมายของการวิจัย 4
	ความสำคัญของการวิจัย 4
	ขอบเขตของการวิจัย 4
	คำนิยามศัพท์เฉพาะ 4
	สมมติฐานของการวิจัย 5
2	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย 6
	ชุดการเรียนรู้การสอน 6
	เอกสารการวิจัยที่เกี่ยวกับชุดการเรียนรู้การสอน 7
	เอกสารการวิจัยที่เกี่ยวกับเรื่องสมการ 8
3	วิธีการดำเนินการวิจัย 10
	กลุ่มตัวอย่าง 10
	เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 10
	ลักษณะของเครื่องมือ 10
	ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือ 11
	วิธีดำเนินการทดลอง 14
	การวิเคราะห์ข้อมูล 15
	สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล 15
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 17
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 17

บทที่	หน้า
5	
สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	20
ความมุ่งหมายของการวิจัย	20
สมมติฐานของการวิจัย	20
วิธีดำเนินการทดลอง	20
สรุปผลการวิจัย	21
อภิปรายผล	21
ข้อเสนอแนะ	23
บรรณานุกรม	24
ภาคผนวก	29
ภาคผนวก ก	30
ภาคผนวก ข	41
ภาคผนวก ค	49
ภาคผนวก ง	62
ประวัติย่อของผู้วิจัย	139

บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

1	ตารางแสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	18
2	ตารางแสดงค่าสถิติทดสอบลิลลี่ฟอร์ส สำหรับทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	18
3	ตารางแสดงผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	19
4	ตารางแสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ซึ่งได้จากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 70 คน	31
5	ตารางแสดงคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการแบบปรนัย ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 คะแนนเต็ม 30 คะแนน	32
6	ตารางการคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียนกลุ่มทดลองชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	33
7	ตารางการคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียนกลุ่มควบคุมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	34
8	ตารางแสดงคะแนนผลสอบการแสดงวิธีทำวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการแบบอัตนัย ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 คะแนนเต็ม 10 คะแนน	35
9	ตารางการทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนของนักเรียนกลุ่มทดลองชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอร์ส (Lilliefors Test)	36
10	ตารางการทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนของนักเรียนกลุ่มควบคุมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอร์ส (Lilliefors Test)	38

11	ตารางแสดงรูปแบบแผนการสอนของชุดการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204	
	เรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นรายคาบเรียน	52

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

นับตั้งแต่กระทรวงศึกษาธิการประกาศใช้หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 เป็นต้นมาจนถึงปัจจุบัน หน่วยงานต่างๆที่รับผิดชอบโดยตรงและมีส่วนเกี่ยวข้องในการจัดการศึกษาในระดับนี้เช่น กรมวิชาการ และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้ติดตามและประเมินผลการใช้หลักสูตรเป็นระยะอย่างต่อเนื่อง และได้นำข้อมูลต่าง ๆ มาปรับปรุงและพัฒนาหลักสูตรในรายละเอียดตลอดมา เพื่อให้สอดคล้องกับสภาพความเปลี่ยนแปลงและความต้องการทางด้านเศรษฐกิจและสังคมทั้งในปัจจุบันและอนาคต

หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535) เป็นหลักสูตรที่มุ่งเน้นกระบวนการทางด้านความคิดและการปฏิบัติ โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์มีจุดประสงค์เพื่อให้มีความรู้ ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ สามารถคิดอย่างมีเหตุผล และใช้เหตุผลในการแสดงความคิดเห็นอย่างมีระเบียบ ชัดเจนและรัดกุมตลอดจนให้นักเรียนมีทักษะในการคิดคำนวณ เห็นประโยชน์วิชาคณิตศาสตร์ สามารถนำความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันและเป็นพื้นฐานในการศึกษาคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ ที่อาศัยคณิตศาสตร์ต่อไป

เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม ดังนั้นจึงยากที่นักเรียนส่วนใหญ่จะเรียนเข้าใจได้ดี สังเกตได้จากเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นปัญหาสำหรับผู้เรียนมีหลายเรื่อง เช่น ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เนื้อหาที่เป็นปัญหาเรื่องหนึ่งคือเรื่องสมการ (เขาวลัทธิ สุมะธไมยิต. 2528 ; จารุวรรณ แสงทอง. 2536) ซึ่งเนื้อหาเรื่องสมการอยู่ในวิชาบังคับของวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาปีที่ 6 ถึงระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 และอยู่ในวิชาเลือกเสรีของวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดังนั้นจึงเห็นได้ว่าเรื่องสมการเป็นเรื่องสำคัญเรื่องหนึ่งที่นักเรียนจำเป็นต้องเรียน จากงานวิจัยพบว่ายังมีนักเรียนเป็นจำนวนมากที่มีปัญหาในการเรียนเรื่องสมการ ซึ่งมีผู้วิจัยหลายท่านได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับข้อบกพร่องในการเรียนเรื่องสมการ เช่น สิทธิพร ทิพย์คง (2536 : 31-35) ได้ทำการวิจัยเรื่องการศึกษาความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูปแบบต่าง ๆ พบว่าลักษณะของความผิดพลาดจากการทำแบบทดสอบของนักเรียนมีผลมาจากความไม่เข้าใจเรื่องต่างๆดังต่อไปนี้

1. สมบัติการแจกแจง ตัวอย่างที่คิดเช่น

$$5(x - 4) = 4 \quad \text{ได้เป็น} \quad 5x - 4 = 4$$

$$16 - 2(7 - x) = 8 \quad \text{ได้เป็น} \quad 16 - 14 - 2x = 8$$

$$5(x - 1) - 5(2x + 3) = 10 \quad \text{ได้เป็น} \quad 5x - 1 + 10x - 15 = 10$$

2. สมบัติการเท่ากัน ตัวอย่างที่คิดได้แก่การคูณด้วย ค.ร.น. เช่น

$$\frac{2(x - 3)}{3} = \frac{5x - 5}{6} \quad \text{ได้เป็น} \quad 2x - 6 = \frac{5x - (5 \times 3)}{6}$$

3. การใช้โอเปอเรชัน ตัวอย่างที่คิด เช่น

$$16 - 2(7 - x) = 8 \quad \text{ได้เป็น} \quad 14(7 - x) = 8$$

การแก้สมการในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 ต้องใช้ความรู้เรื่องการรวมพจน์ของพหุนามที่คล้ายกัน แต่จากงานวิจัยของ นันทิยา จิตภิรมย์ (2532 : 9) พบว่าปัญหาที่เกิดขึ้นในการบวกและการลบพหุนามส่วนใหญ่ักเรียนมักจะนำพจน์ที่ไม่คล้ายกันมาบวกและลบกันโดยใช้สมบัติการแจกแจงเช่น $3 + 2x = 5x$, $30 - 3x = 27x$ หรือ $5x - x = 5$ เมื่อ x เป็นจำนวนใดๆ ส่วนเรื่องโจทย์สมการ เบญจา เขียวสม (2534 : 32) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยตามพฤติกรรมการแก้โจทย์ปัญหาสมการชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่าผลจากการตรวจแบบทดสอบเชิงสำรวจพบข้อบกพร่องบางประการในการแก้โจทย์สมการดังนี้

1. ไม่สามารถแปลความหมายของคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้
2. ไม่สามารถสรุปความสัมพันธ์ของข้อความที่โจทย์กำหนดให้
3. ไม่สามารถหาความสัมพันธ์ของจำนวนต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้
4. บกพร่องในเรื่องการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวนจากข้อความที่กำหนด
5. ไม่สามารถแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้อง ไม่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาได้
6. ไม่สามารถค้นหาข้อมูลเพิ่มเติมที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้
7. ขาดความเข้าใจในการใช้สมบัติการเท่ากัน
8. ขาดความสามารถในการเรียงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา

และจากงานวิจัยของเจริญ แก้วประดิษฐ์ (2532) ซึ่งได้ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์สมการในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจการแทนค่าของตัวแปร ไม่เข้าใจการตรวจสอบคำตอบ นอกจากนั้น ไชยและอัง (Chai and Ang. 1987 : 189-198) ได้ทำการ

วิจัยเรื่องการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในสิงคโปร์ เรื่องพีชคณิตและสมการ โดยทำการศึกษากลุ่มนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา (อายุ 12 ปี) พบว่าข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นกับนักเรียนส่วนใหญ่เนื่องมาจากการตีความหมายที่ผิดจากการอ่านโจทย์ ความคิดที่ผิดในการตีความหมายของตัวอักษร และจากการสับสนทำให้ทราบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีโมเมนต์ที่คลาดเคลื่อนหรือให้ความหมายที่ผิดในการใช้วงเล็บ

ปัญหาที่สำคัญอีกประการหนึ่งในการเรียนคณิตศาสตร์คือ นักเรียนไม่เกิดโมเมนต์ในเรื่องที่เรียน ครูจึงควรปรับปรุงการเรียนการสอนโดยเน้นให้ผู้เรียนเข้าใจและเกิดโมเมนต์ในเนื้อหาที่เรียน และเนื่องจากเนื้อหาเรื่องสมการอยู่ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งนักเรียนในระดับนี้มีอายุประมาณ 13-14 ปี ตามหลักการพัฒนาทางสติปัญญาของเพียเจต์ ได้จัดเด็กอายุ 11-15 ปี อยู่ในขั้นปฏิบัติการคิดด้วยนามธรรม คิดย้อนกลับ และคิดสรุปผลแบบอนุมานได้ จากหลักการพัฒนาทางสติปัญญาของเพียเจต์ดังกล่าว แสดงว่าเด็กในชั้นนี้สามารถเรียนเรื่องสมการซึ่งเป็นนามธรรมได้ แต่จากปัญหาต่างๆข้างต้น พบว่าผู้เรียนยังขาดความรู้และความเข้าใจในเรื่องสมการ การแก้ปัญหาดังที่กล่าวมาแล้วทั้งหมดควรแก้ที่การสอนคือต้องสอนให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องที่เรียน โดยสอนให้สอดคล้องกับพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียนและคำนึงถึงความรู้พื้นฐานที่จะนำมาใช้ในการเรียนด้วย

จากปัญหาที่เกิดจากข้อบกพร่องต่าง ๆ ที่ผู้วิจัยได้ศึกษาจากงานวิจัยที่กล่าวมาแล้วทั้งหมดในการเรียนเรื่องสมการ ผู้วิจัยจึงมีความประสงค์ที่จะแก้ปัญหาดังกล่าวโดยหาวิธีที่เหมาะสมเพื่อนำมาช่วยแก้ข้อบกพร่องของนักเรียนในการเรียนเรื่องสมการ จากงานวิจัยของ นันทิยา จิตภิมย์ (2531 : 49) ซึ่งได้ทำการศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนที่ใช้สอนเรื่องพหุนาม พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนสูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ และจากการศึกษาเกี่ยวกับชุดการเรียนการสอนทำให้ผู้วิจัยคิดว่า ควรปรับปรุงการเรียนการสอนเรื่องสมการ ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยนำจุดบกพร่องต่างๆ ดังกล่าวของนักเรียนมาใช้ประโยชน์ในการสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่องสมการ ซึ่งชุดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนอกจากประกอบด้วยเนื้อหาที่สอดคล้องกับในหนังสือเรียนแล้วยังประกอบด้วยความรู้พื้นฐานที่จำเป็นในการเรียนเรื่องสมการ ซึ่งได้แก่เรื่องสัญลักษณ์ การแทนค่าตัวแปรด้วยค่าคงที่ สมบัติการเท่ากัน (สมบัติการบวกและการลบ สมบัติการคูณและการหาร) สมบัติการสลับที่การบวก สมบัติการสลับที่การคูณ สมบัติการแจกแจง (การถอดวงเล็บ) การรวม

พจน์คล้ายเป็นต้น ผู้วิจัยคาดว่าเครื่องมือที่สร้างขึ้นจะช่วยสร้างมโนคติให้แก่ผู้เรียนได้อย่างถูกต้อง และช่วยให้เข้าใจเนื้อหาเรื่องสมการดีขึ้น อันจะมีผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในเรื่องดังกล่าวสูงขึ้น

ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการ ของนักเรียนที่เรียนจากการสอน โดยใช้ชุดการเรียนการสอนกับการสอนตามปกติ

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้ชุดการเรียนการสอนเรื่องสมการ- ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาการสอนเรื่องสมการโดยใช้ชุดการเรียนการสอน
3. ผลที่ได้จากงานวิจัยครั้งนี้อาจเป็นแนวทางสำหรับครู ผู้บริหารการศึกษา และผู้ที่เกี่ยวข้องในการตัดสินใจนำนวัตกรรมที่เหมาะสมมาปรับปรุงและพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ

ขอบเขตของการวิจัย

1. กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2538 โรงเรียนแคทรายวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดราชบุรี จำนวน 57 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 29 คน และกลุ่มควบคุม 28 คน ซึ่งเลือกจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งหมด 95 คน
2. ตัวแปรที่ศึกษาคือผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

คำนิยามศัพท์เฉพาะ

1. ชุดการเรียนการสอน หมายถึง สื่อการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นประกอบด้วย
 - 1.1 แผนการสอน เป็นเอกสารที่มีคำชี้แจงวิธีใช้ชุดการเรียนการสอนสำหรับครู ประกอบด้วย จุดมุ่งหมาย กิจกรรมการเรียนการสอนตั้งแต่ต้นจนจบหน่วยการสอน
 - 1.2 อุปกรณ์การสอน เป็นเครื่องมือที่ใช้ในกิจกรรมการเรียนที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา ได้แก่ บทเรียนสำเร็จรูป เอกสารสรุปบทเรียนพร้อมแบบฝึกหัด และแผ่นโปรงใส

1.3 เนื้อหาของบทเรียน ได้จากบทเรียนคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

2. นักเรียน หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนแคทรายวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดราชบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2538 จำนวน 57 คน โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม ดังนี้คือ

2.1 กลุ่มทดลอง เป็นกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน

2.2 กลุ่มควบคุม เป็นกลุ่มที่ได้รับการสอนตามปกติ

3. การสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน หมายถึง การสอนกลุ่มทดลองโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและผู้วิจัยเป็นผู้สอน

4. การสอนตามปกติ หมายถึง การสอนกลุ่มควบคุมโดยใช้แบบเรียนและคู่มือครูของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งอาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์ของโรงเรียนที่ทดลองเป็นผู้สอน

5. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทดสอบหลังจากสิ้นสุดการเรียนโดยใช้แบบทดสอบเรื่องสมการที่ผู้วิจัยและอาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์ร่วมกันสร้างขึ้น

สมมติฐานของการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนสูงกว่าของนักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ

บทที่ 2

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเนื้อหาดังต่อไปนี้

1. ชุดการเรียนรู้การสอน
2. เอกสารการวิจัยที่เกี่ยวกับชุดการเรียนรู้การสอน
3. เอกสารการวิจัยที่เกี่ยวกับเรื่องสมการ

ชุดการเรียนรู้การสอน

ชุดการเรียนรู้การสอน เป็นเทคโนโลยีทางการศึกษาอย่างหนึ่ง ซึ่งครูนำมาใช้เป็นเครื่องมือและเครื่องมือในการสอนหรือผู้เรียนใช้เรียนด้วยตนเอง หรือทั้งผู้เรียนและผู้สอนใช้ร่วมกัน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้หรือเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมอย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้นตามจุดมุ่งหมายในการเรียนการสอนที่ตั้งไว้ในรายวิชาหนึ่ง ๆ (ชูชีพ อ่อนโลกสูง. 2524 : 6 ; อ้างอิงมาจาก ชัยยงค์ พรหมวงศ์. 2518 ; ลัดดา สุขปรีดี. 2523 : 29 และ ทบวงมหาวิทยาลัย. 2524 : 249)

ลักษณะโดยทั่วไปของชุดการเรียนรู้การสอน ประกอบด้วยสื่อประสมที่นำมาใช้ให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชานั้น โดยที่สื่อประสมหมายถึง วิธีการที่นำสื่อหลาย ๆ อย่างหลาย ๆ ด้าน มาใช้ในการเรียนการสอนอย่างสัมพันธ์กัน และมีคุณค่าส่งเสริมซึ่งกันและกันอย่างมีระบบ สื่อที่น่าสนใจมีหลายอย่าง ตัวอย่างเช่น แผ่นโปร่งใส สไลด์ फिल्म สคริปต์ เทปบันทึกเสียง วัสดุกราฟิก วีดีโอ เทป คอมพิวเตอร์ หนังสือ บทเรียนแบบต่าง ๆ เป็นต้น

นอกจากนี้ชุดการเรียนรู้การสอน (ทบวงมหาวิทยาลัย. 2524 : 250) แต่ละชุดจะมีเนื้อหาแต่เพียงหัวข้อเดียว ให้ผู้เรียนได้ใช้ประสาทสัมผัสหลาย ๆ อย่าง ได้ทำกิจกรรมหลาย ๆ แบบในหลาย ๆ ประสพการณ์ เวลาที่ใช้ในการเรียนยืดหยุ่นได้ตามความสามารถของผู้เรียน มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ มีการประเมินผลและการซ่อมเสริม

จากความรู้เกี่ยวกับชุดการเรียนรู้การสอนดังกล่าวข้างต้นจะเห็นได้ว่าชุดการเรียนรู้การสอนน่าจะมีประโยชน์ต่อการเรียนการสอนมาก ดังที่ สุนีย์ เหมาะประสิทธิ์ (2533 : 16 ; อ้างอิงมาจากพงศ์ประเสริฐ หกสุวรรณ. 2521 : 14 ; วิชัย วงษ์ใหญ่. 2525 : 192-193 ; ยุพิน

พิพิธกุล และอรพรรณ ดันบรรจง. 2531 : 17-18) ได้สรุปเกี่ยวกับชุดการเรียนการสอนว่า ชุดการเรียนการสอนจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ ช่วยลดภาระผู้สอน ช่วยในการสอนผู้เรียนที่มีความสามารถหรือความสนใจแตกต่างกัน ช่วยรักษามาตรฐานการเรียนรู้ มีการวัด และการประเมินผลความก้าวหน้าของผู้เรียนอย่างสม่ำเสมอ สร้างทัศนคติที่ดีต่อการเรียนรู้แก่นักเรียน

เอกสารการวิจัยที่เกี่ยวกับชุดการเรียนการสอน

งานวิจัยเพื่อหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนและเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ของการเรียนการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน กับการเรียนการสอนโดยใช้วิธีอื่นที่ทำในประเทศไทย ระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษาและอุดมศึกษา มีผู้ทำการวิจัยแล้วหลายเรื่องเช่น ศิริวรรณ โพธิ์สุวรรณ (2531 : 42) ได้สร้างชุดการเรียนการสอนเพื่อซ่อมเสริมจุดบกพร่องในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาการบวกและการลบ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยสร้างให้สอดคล้องกับจุดบกพร่องจำนวน 6 ชุด พบว่าคะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบก่อนเรียนกับหลังเรียนด้วยชุดการเรียนการสอนในแต่ละชุดการเรียนการสอนแตกต่างกัน เนื่องจากคะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบหลังเรียนของแต่ละชุดการเรียนการสอนทั้งหกชุดทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้นแสดงว่าชุดการเรียนการสอนทั้งหกชุดมีประสิทธิภาพ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ วิริยะ ศิริขานนท์ (2532 : 47) และบรรจง แก้ววิเศษกุล (2533 : 47-48) ซึ่งศึกษาเรื่องการคูณ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 5 ชุด และเรื่องการหารชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 4 ชุด ตามลำดับ

✓ ขวลิต สูงใหญ่ (2530 : 66) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนรายวิชาย่อย (ชุดการสอนจุลบทหรือชุดการสอนมินิคอร์ส (Minicourse)) กับการสอนตามปกติในวิชาคณิตศาสตร์เรื่องพาราโบลาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนรายวิชาย่อยสูงกว่าการสอนตามคู่มือครู ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ สุมาลี ล้วนกุล (2529 : 41) ที่ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้ชุดการสอนมินิคอร์สหรือชุดการสอนรายวิชาย่อยกับการสอนตามปกติเรื่องคณิตศาสตร์ในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 1 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนรายวิชาย่อยสูงกว่าการสอนตามปกติ

การวิจัยเกี่ยวกับชุดการเรียนการสอนในต่างประเทศเช่น บรอว์ลีย์ (Browley. 1975

: 4280-A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนแบบสื่อประสมเพื่อสอนเรื่องการบวกเวลาสำหรับเด็กเรียนช้า พบว่ากลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่ากลุ่มควบคุม

บราวน์ (Brown) (Schramm. 1964 : 26) ได้ทดลองสอนคณิตศาสตร์กับนักเรียนเกรด 8 และเกรด 9 จากโรงเรียน 7 โรงเรียน กลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติจากครูอย่างเดียว กลุ่มทดลองได้รับการสอนจากครูพร้อมทั้งใช้บทเรียนสำเร็จรูปซึ่งสร้างโดยคณะกรรมการปรับปรุงคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมของมหาวิทยาลัยอิลลินอยส์ประกอบการสอน พบว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนตามปกติในชั้นเรียนและเพิ่มเติมด้วยบทเรียนสำเร็จรูปได้คะแนนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนจากครูตามปกติเพียงอย่างเดียว

ริกส์ (Riggs. 1967 : 2748-A) ได้ทดลองสร้างบทเรียนโปรแกรมแบบเส้นตรงเรื่องกราฟ สำหรับนักเรียนเกรด 5 โดยทำการทดลองดังนี้ กลุ่มที่ 1 สอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมและไม่ได้รับการสอนจากครู กลุ่มที่ 2 สอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมและได้รับการสอนจากครูเพิ่มเติม และกลุ่มที่ 3 สอนโดยใช้ครูอย่างเดียวก่อนแต่ไม่ใช้บทเรียนโปรแกรม พบว่ากลุ่มที่สอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมทั้งสองกลุ่มมีผลดีต่อการพัฒนาทักษะในการเรียนเรื่องกราฟสูงกว่ากลุ่มที่สอนโดยใช้ครูอย่างเดียวก่อน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ โมสิส (Moses. 1965 : 5793-A) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนพีชคณิตของนักเรียนเกรด 10 โดยใช้บทเรียนโปรแกรม พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมสูงกว่ากลุ่มที่เรียนตามปกติ

/ ชานส์ (Chance. 1961 : 17) ได้เปรียบเทียบการสอนเรขาคณิตสำหรับหลักสูตรวิศวกรรมศาสตร์ โดยใช้แผ่นโปร่งใสกับการสอนที่ใช้กระดานชอล์กตามปกติ พบว่าจากผลการทดสอบย่อย 5 ครั้ง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน แต่ผลการสอบปลายภาคของกลุ่มที่ใช้แผ่นโปร่งใสสูงกว่ากลุ่มที่ใช้กระดานชอล์ก

จากงานวิจัยที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่า ชุดการเรียนการสอนแบบต่าง ๆ เช่น ชุดการเรียนการสอนแบบสื่อประสม บทเรียนสำเร็จรูป บทเรียนโปรแกรม และการสอนโดยใช้แผ่นโปร่งใสล้วนมีส่วนช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนดีขึ้น

เอกสารการวิจัยที่เกี่ยวกับเรื่องสมการ

งานวิจัยเกี่ยวกับเรื่องสมการ มีผู้ทำการวิจัยแล้วหลายเรื่องเช่น มะลิ จุลวงษ์ (2530)

ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมและแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนจากคอมพิวเตอร์ช่วยสอน พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ที่เรียนจากคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสูงกว่าที่ครูเป็นผู้สอน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ศักดิ์ชัย เสรีรัฐ (2530) ที่ทำการพัฒนานาบทเรียนแบบโปรแกรมที่ใช้กับเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์สำหรับซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ของกลุ่มทดลองที่เรียนเพิ่มเติมจากบทเรียนแบบโปรแกรมที่ใช้กับเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์สูงกว่าที่เรียนจากการซ่อมเสริมตามปกติ

นคร ปลื้มฤดี (2530) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนเรื่องสมการโดยใช้วิธีการเรียนเพื่อรู้แจ้งกับการเรียนตามปกติ พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้วิธีการเรียนเพื่อรู้แจ้งสูงกว่าการเรียนตามปกติ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ศิริวรรณ ถกษนันท์ (2531) ที่ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องสมการ ที่เรียนโดยหลักการเรียนเพื่อรู้แจ้ง พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้วิธีการเรียนเพื่อรู้แจ้งสูงกว่าการเรียนตามปกติ

ประเทศ วิเศษสา (2532) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการเรียนด้วยตนเองเรื่องสมการและอสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มที่เรียนด้วยตนเองสูงกว่ากลุ่มที่เรียนโดยวิธีสอนตามปกติ

จากงานวิจัยที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่ามีผู้ทำการวิจัยเกี่ยวกับเรื่องสมการหลายท่านหลายแบบ และมีผู้ทำการวิจัยเกี่ยวกับข้อบกพร่องของนักเรียนที่เกิดจากการเรียนเรื่องสมการ แต่ยังไม่มียุวิจัยท่านใดที่นำข้อบกพร่องของนักเรียนมาเป็นประโยชน์ในการสร้างสื่อการเรียนการสอนที่จะช่วยลดข้อบกพร่องของนักเรียนก่อนการเรียนเรื่องสมการ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะสร้างชุดการเรียนการสอนโดยการศึกษาจากข้อบกพร่องของนักเรียนจากงานวิจัยต่าง ๆ แล้วนำมาเป็นแนวทางการเสริมความรู้พื้นฐานให้กับนักเรียนก่อนเรียนเรื่องสมการในแต่ละคาบเรียน ซึ่งจะเป็นการเพิ่มความรู้พื้นฐานให้กับนักเรียนให้มีพื้นฐานเพียงพอในการเรียนเรื่องสมการ และน่าจะทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการสูงขึ้น

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2538 โรงเรียนแคทรายวิทยา อ.เมือง จ.ราชบุรี จำนวน 2 ห้องเรียน จาก 3 ห้องเรียน จำนวน 95 คน โดยห้องเรียนที่ 1 ส่วนใหญ่เป็นนักเรียนซึ่งมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีจำนวน 38 คน ส่วนห้องที่ 2 และ 3 เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ มีจำนวนห้องเรียนละ 29 คน และ 28 คน ตามลำดับ ซึ่งนักเรียนทั้งสองห้องเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 101 และ ค 102 ใกล้เคียงกันและมีความรู้เรื่องสมการซึ่งอยู่ใน ค 102 ใกล้เคียงกัน การสุ่มตัวอย่างใช้วิธีสุ่มแบบเจาะจง (Purposive Sampling) ห้องที่ 2 และ ห้องที่ 3 ซึ่งมีนักเรียนรวมกัน 57 คน แล้วกำหนดกลุ่มเพื่อดำเนินการทดลองโดยวิธีการจับสลาก 2 กลุ่ม โดย กลุ่มที่ 1 เป็นกลุ่มทดลอง กลุ่มที่ 2 เป็นกลุ่มควบคุม

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยแบ่งเป็น 2 หัวข้อใหญ่คือ

1. ลักษณะของเครื่องมือ
2. ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือ

ลักษณะของเครื่องมือ

ลักษณะของเครื่องมือประกอบด้วยเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยดังนี้

1. ชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ประกอบด้วยบทเรียนสำเร็จรูปจำนวน 6 หน่วย ซึ่งเป็นความรู้พื้นฐาน เอกสารสรุปบทเรียนพร้อมแบบฝึกหัดในรูปแบบของการเติมคำ จำนวน 10 บทเรียน แผ่นโปรงใสซึ่งมีเนื้อหาตามเอกสารสรุปบทเรียน และแผนการสอน จำนวน 10 คาบ คาบละ 50 นาที โดยแผนการสอนนี้จะเป็นแนวทางให้อาจารย์ที่เจ้นำชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ไปใช้ในการเรียนการสอน
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ เป็นแบบปรนัยจำนวน 30 ข้อ และแบบอัตนัยแสดงวิธีทำจำนวน 1 ข้อ

ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือ

1. ชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ประกอบด้วย บทเรียนสำเร็จรูปจำนวน 6 หน่วย เอกสารสรุปบทเรียนพร้อมแบบฝึกหัดในรูปแบบของการเติมคำ จำนวน 10 บทเรียน แผ่นโปรงใสซึ่งมีเนื้อหาตามเอกสารสรุปบทเรียน และแผนการสอนจำนวน 10 คาบ คาบละ 50 นาที มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1.1 ศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับหลักการและวิธีการสร้างชุดการเรียนการสอนจากเอกสาร เพื่อเป็นแนวทางในการจัดเนื้อหาและสร้างชุดการเรียนการสอน ซึ่งชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นประกอบด้วย บทเรียนสำเร็จรูปจำนวน 6 หน่วย เอกสารสรุปบทเรียนพร้อมแบบฝึกหัดในรูปแบบของการเติมคำ จำนวน 10 บทเรียน แผ่นโปรงใสซึ่งมีเนื้อหาตามเอกสารสรุปบทเรียน และแผนการสอน

1.2 ศึกษารายละเอียดของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ที่กำหนดไว้ในหลักสูตรมัธยมศึกษาปีที่ 2 พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) รวมทั้งศึกษาลักษณะของแบบเรียนและคู่มือครูโดยละเอียดแล้วจัดแบ่งเนื้อหาและวัตถุประสงค์ของเรื่องสมการเป็นหัวข้อได้ 5 หัวข้อ จำนวน 10 คาบ ดังนี้คือ

1.2.1 เขียนประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์ได้ (1 คาบ)

1.2.2 หาคำตอบของสมการโดยการแทนค่าได้ (1 คาบ)

1.2.3 บอกสมบัติการเท่ากันได้ (2 คาบ)

1.2.4 แก้สมการได้ (3 คาบ)

1.2.5 แก้โจทย์สมการได้ (3 คาบ)

1.3 กำหนดจุดมุ่งหมายทั่วไป จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมที่ต้องการ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและการประเมินผลของเนื้อหาที่ใช้ชุดการเรียนการสอน

1.4 ศึกษาข้อบกพร่องของนักเรียนเรื่องสมการ จากงานวิจัยของ สิริพร ทิพย์คง (2536) นันทิยา จิตภิรมย์ (2532) เบญจา เขียวสม (2534) เจริญ แก้วประดิษฐ์ (2532) และงานวิจัยอื่น ๆ เพื่อเป็นแนวทางกำหนดความรู้พื้นฐานในการเรียนเรื่องสมการ ในรูปของบทเรียนสำเร็จรูปเพื่อเป็นชุดเสริมการเรียนโดยแบ่งเนื้อหาเป็น 6 หน่วยดังนี้

หน่วยที่ 1 จำนวนเต็มและสัญลักษณ์

หน่วยที่ 2 พจน์ นิพจน์ การแทนค่าตัวแปรด้วยค่าคงตัว

หน่วยที่ 3 สมบัติการสลับที่และสมบัติการแจกแจง

หน่วยที่ 4 สรุบบสมบัติการแจกแจงรูป และแบบต่าง ๆ ที่ใช้สมบัติการแจกแจงสมบัติการเท่ากัน

หน่วยที่ 5 ขั้นตอนการดำเนินการของประโยคสัญลักษณ์

หน่วยที่ 6 การใช้สมบัติการแจกแจงช่วยหาคำตอบ (การรวมพจน์คล้าย)

1.5 ศึกษา เลือกหลักการ ชนิด และวิธีการสร้างสื่อประกอบการเรียนการสอนที่เหมาะสมกับเนื้อหา วัตถุประสงค์และวิธีการสอนแต่ละหัวข้อเพื่อการบรรจุในชุดการเรียนการสอนตลอดทั้งให้ข้อเสนอแนะวิธีการสอนที่เหมาะสมกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา เช่นบทเรียนสำเร็จรูปที่เป็นความรู้พื้นฐานนั้นผู้จัดทำให้นักเรียนศึกษาเองนอกชั้นเรียนจำนวน 6 หน่วย ส่วนวิธีนำเสนอเนื้อหาในชั้นเรียนเลือกการนำเสนอโดยใช้แผ่นโปร่งใสซึ่งมีเนื้อหาตามเอกสารสรุปบทเรียน ส่วนแบบฝึกหัดถ้าเป็นแบบฝึกหัดในรูปแบบการเติมคำจะให้นักเรียนทำในชั้นเรียนและแบบฝึกหัดในรูปแบบการแสดงวิธีทำให้นักเรียนทำเป็นกรบ้าน

1.6 จัดทำแผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ให้สอดคล้องกับหัวข้อ 1.5 ซึ่งแผนการสอนทั้ง 10 คาบเรียน ประกอบด้วยสองส่วนคือกิจกรรมนอกชั้นเรียนและกิจกรรมในชั้นเรียน ซึ่งมีรายละเอียดพอสรุปได้ดังนี้

1.6.1 กิจกรรมนอกชั้นเรียนเป็นการศึกษด้วยตนเองจากบทเรียนสำเร็จรูป หน่วยต่าง ๆ โดยครูแจกให้นักเรียนไปศึกษาเองเป็นการบ้านก่อนเรียนในแต่ละคาบ

1.6.2 กิจกรรมในชั้นเรียน ครูเป็นผู้สอนสามารถแบ่งเป็น 3 ชั้น พอสรุปได้ดังนี้
ชั้นที่ 1 ชี้นำเข้าสู่บทเรียน เป็นการอธิบาย โดยครูและนักเรียนช่วยกันอธิบายเนื้อหาจากบทเรียนสำเร็จรูปซึ่งเป็นพื้นฐานของเนื้อหาในคาบนั้น ๆ โดยครูได้แจกให้นักเรียนศึกษด้วยตนเองนอกชั้นเรียนเป็นการบ้านก่อนเรียนคาบนั้น ๆ แล้ว

ชั้นที่ 2 ชี้นสอน เป็นการบรรยาย ซึ่งครูเป็นผู้บรรยายโดยใช้แผ่นโปร่งใสซึ่งมีเนื้อหาตรงตามเอกสารสรุปบทเรียน เมื่อจบการบรรยายครูแจกเอกสารสรุปบทเรียนพร้อมแบบฝึกหัดและให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในชั้นเรียนแล้วส่งให้ครูตรวจ

ชั้นที่ 3 ชี้นสรุป ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเนื้อหาในบทเรียนที่เรียนในคาบนั้น หลังจากนั้นครูแจกบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยต่อไปให้นักเรียนไปศึกษด้วยตนเองนอกชั้นเรียนเป็นการบ้าน ซึ่งสามารถดูแผนการสอนโดยรวมได้จากภาคผนวก ค

1.7 สร้างชุดการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ประกอบด้วย บทเรียนสำเร็จรูปซึ่งมีเนื้อหาตามหัวข้อ 1.4 จำนวน 6 หน่วย เอกสารสรุปบทเรียนพร้อมแบบฝึกหัดในรูปแบบของการเติมคำ จำนวน 10 บทเรียน แผ่นโป่งใสซึ่งมีเนื้อหาตามเอกสารสรุปบทเรียน และแผนการสอน จำนวน 10 คาบ คาบละ 50 นาที โดยคำนึงถึงรายละเอียดที่ได้ศึกษาตามหัวข้อ 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5 และ 1.6 ทั้งนี้โดยปริญญานิพนธ์อย่างใกล้ชิด

1.8 นำชุดการเรียนรู้การสอนที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว ให้คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ และอาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์ พิจารณาความถูกต้องในด้านเนื้อหาและความเหมาะสมในวิธีการสอน แล้วปรับปรุงแก้ไข หลังจากนั้นทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ยังไม่ได้เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ที่ไม่ใช่เป็นกลุ่มตัวอย่างในครั้งนี้นี้จำนวน 5 คน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสม หาข้อควรแก้ไขปรับปรุง หากความเหมาะสมเกี่ยวกับเวลาที่ใช้จัดกิจกรรม สื่อการเรียน และปริมาณเนื้อหาที่นำมาจัดกิจกรรม โดยปริญญานิพนธ์อย่างใกล้ชิด

1.9 ผลิชุดการเรียนรู้การสอนเรื่องสมการฉบับที่แก้ไขปรับปรุงแล้ว เพื่อนำไปใช้ทดลองสอนกับกลุ่มทดลอง

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ เป็นแบบปรนัยจำนวน 30 ข้อ และแบบอัตนัยแสดงวิธีทำจำนวน 1 ข้อ มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

2.1 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ โดยผู้วิจัยสร้างตามจุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 60 ข้อ

2.2 นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นในหัวข้อ 2.1 ให้คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ และอาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์ตรวจแล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง

2.3 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการแบบปรนัยที่สร้างขึ้น ทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวนประมาณ 70 คน ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 แล้ว

2.4 วิเคราะห์ข้อสอบโดยนำผลการสอบที่ได้จากแบบทดสอบในหัวข้อ 2.3 มาตรวจให้คะแนนโดยข้อที่ถูกให้ 1 คะแนน ข้อที่ผิดหรือไม่ตอบหรือตอบเกินหนึ่งตัวเลือกให้ 0 คะแนน จากนั้นนำคะแนนมาวิเคราะห์หาความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบ

เป็นรายข้อแล้วเลือกข้อที่มีค่าความยากง่าย (p) ระหว่าง 0.2-0.8 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป จำนวน 30 ข้อ โดยให้ครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ และหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบดังกล่าว โดยคำนวณจากสูตร KR-20

2.5 สร้างแบบทดสอบเรื่องสมการ แบบอัตนัยจำนวน 1 ข้อ ซึ่งประกอบด้วยข้อย่อย 4 ข้อ เพื่อให้แสดงวิธีทำเกี่ยวกับการแก้สมการโดยปรีกษาคณะกรรมการควบคุมปริญญาพันธ์อย่างใกล้ชิด

วิธีดำเนินการทดลอง

1. แบ่งกลุ่มตัวอย่างนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม คือ

กลุ่มทดลอง จำนวน 29 คน

กลุ่มควบคุม จำนวน 28 คน

2. ดำเนินการทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ดังนี้ -

2.1 กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน ประกอบด้วย บทเรียนสำเร็จรูป จำนวน 6 หน่วย เอกสารสรุปบทเรียนพร้อมแบบฝึกหัดในรูปแบบของการเติมคำ จำนวน 10 บทเรียน และแผ่นโปรงใสซึ่งมีเนื้อหาตามเอกสารสรุปบทเรียน และแผนการสอนจำนวน 10 คาบ คาบละ 50 นาที ซึ่งบทเรียนสำเร็จรูปนั้นจะให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเองนอกชั้นเรียนเป็นการเสริมความรู้พื้นฐาน ส่วนในชั้นเรียนครูนำเข้าสู่บทเรียนโดยครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายความรู้พื้นฐานจากบทเรียนสำเร็จรูปที่ให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเองนอกชั้นเรียนเป็นการบ้าน ต่อจากนั้นครูบรรยายเนื้อหาเรื่องสมการโดยใช้แผ่นโปรงใสซึ่งมีเนื้อหาตามเอกสารสรุปบทเรียนและให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยส่วนใหญ่ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในชั้นเรียน จากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียนในคาบนั้น ๆ และให้นักเรียนนำบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยต่อไป ไปศึกษาด้วยตนเองนอกชั้นเรียนเป็นการบ้าน

2.2 กลุ่มควบคุมเรียนตามปกติซึ่งอาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์เป็นผู้สอนใช้เวลา 10 คาบ คาบละ 50 นาที

3. หลังจากเรียนครบ 10 คาบเรียนทั้งสองกลุ่มแล้ว ทำการทดสอบทั้งสองกลุ่มพร้อม ๆ กันด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ที่ผู้วิจัยและอาจารย์ประจำวิชาร่วมกันสร้างขึ้นเป็นแบบปรนัยจำนวน 30 ข้อ ที่ได้วิเคราะห์แล้ว ใช้เวลาใน

การทดสอบ 50 นาที และเป็นแบบอัตนัยแสดงวิธีทำจำนวน 1 ข้อ ซึ่งประกอบด้วยข้อย่อย 4 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 40 นาที

4. ตรวจสอบข้อสอบแบบปรนัยโดยข้อที่ทำถูกให้ 1 คะแนน ข้อที่ทำผิดหรือไม่ตอบหรือตอบเกิน 1 ตัวเลือกให้ 0 คะแนน แล้วนำคะแนนที่ได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป

5. ตรวจสอบข้อสอบอัตนัยแสดงวิธีทำจำนวน 1 ข้อ ซึ่งประกอบด้วยข้อย่อย 4 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน เพื่อนำคะแนนที่ได้ไปอภิปรายผลต่อไป

6. นำคะแนนที่ได้จากหัวข้อ 4. ทำการทดสอบสมมติฐานที่ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนสูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2. ทดสอบสมมติฐานที่ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนสูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ โดยดำเนินการทดสอบตามลำดับดังนี้

2.1 ทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม โดยใช้การทดสอบ ลิลลิเฟอร์ส์ (Lilliefors Test)

2.2 ถ้าคะแนนจากข้อ 2.1 มีการแจกแจงปกติจึงเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของทั้งสองกลุ่ม โดยใช้การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับการทดสอบผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยประชากรสองกลุ่มซึ่งใช้ค่าสถิติ t ทดสอบ (t -test for testing the difference between two Population Means) ถ้าคะแนนจากข้อ 2.1 ไม่ใช้การแจกแจงปกติจึงเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของทั้งสองกลุ่ม โดยใช้การทดสอบ แมน-วิทนี (Mann-Whitney Test)

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน

2. สถิติหาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ และค่าความเชื่อมั่นของ

แบบทดสอบคำนวณจากสูตร KR-20 วิเคราะห์โดยใช้โปรแกรมสรี(Siree)

3. สถิติเพื่อการทดสอบสมมติฐานได้แก่ การทดสอบผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยประชากรสองกลุ่มซึ่งใช้ค่าสถิติ t ทดสอบ (t-test for testing the difference between two Population Means) หรือการทดสอบโดยวิธี แมน-วิทนี (Mann-Whitney Test)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่อง สมการ โดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนั้น ผู้วิจัยได้เสนอผลการวิเคราะห์ดังต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน ของ คะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ของ นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2. ผลการทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอร์ส (Lilliefors Test)

3. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ข้อมูลที่น่ามาวิเคราะห์ได้แก่ คะแนนจากการทดสอบกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการ เป็นแบบปรนัย จำนวน 30 ข้อ ได้ผลการวิเคราะห์ดังต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน ของ คะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ของ นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปรากฏผลดังตาราง 1

ตาราง 1 ตารางแสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน ของคะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนน เต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ร้อยละของ คิดจาก คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)	สัมประสิทธิ์ของ การแปรผัน (c.v.)
กลุ่มทดลอง	29	30	12.28	40.93	4.03	0.33
กลุ่มควบคุม	28	30	9.96	33.20	3.98	0.40

จากตาราง 1 พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของทั้งสองกลุ่มต่ำกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของนักเรียนกลุ่มควบคุม และการกระจายของคะแนนของนักเรียนกลุ่มทดลองน้อยกว่ากลุ่มควบคุม

2. ผลการทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การทดสอบลิลลี่พอร์ส (Lilliefors Test) ปรากฏผลดังตาราง 2

ตาราง 2 ตารางแสดงค่าสถิติทดสอบลิลลี่พอร์ส สำหรับทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน(คน)	ค่าสถิติ T	ค่าวิกฤต
กลุ่มทดลอง	29	0.08*	0.1648
กลุ่มควบคุม	28	0.166*	0.1686

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง 2 พบว่า คะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 คือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม มาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

3. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปรากฏผลดังตาราง 3

ตาราง 3 ตารางแสดงผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)	ค่าสถิติ t	ค่าวิกฤต
กลุ่มทดลอง	29	12.28	4.03	2.25*	1.645
กลุ่มควบคุม	28	9.96	3.98		

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง 3 จะเห็นได้ว่า $2.25 > 1.645$ แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน (กลุ่มทดลอง) สูงกว่าของนักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ (กลุ่มควบคุม) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการ ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนกับการสอนตามปกติ

สมมติฐานของการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนสูงกว่าของนักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ

วิธีดำเนินการทดลอง

1. แบ่งกลุ่มตัวอย่างนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม คือ

กลุ่มทดลอง จำนวน 29 คน

กลุ่มควบคุม จำนวน 28 คน

2. ดำเนินการทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ดังนี้

2.1 กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน ประกอบด้วย บทเรียนสำเร็จรูปจำนวน 6 หน่วย เอกสารสรุปบทเรียนพร้อมแบบฝึกหัดในรูปแบบของการเดิมคำ จำนวน 10 บทเรียน และแผ่นโปร่งใสซึ่งมีเนื้อหาตามเอกสารสรุปบทเรียน และแผนการสอนจำนวน 10 คาบ คาบละ 50 นาที ซึ่งบทเรียนสำเร็จรูปนั้นจะให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเองนอกชั้นเรียนเป็นการเสริมความรู้พื้นฐาน ส่วนในชั้นเรียนครูนำเข้าสู่บทเรียนโดยครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายความรู้พื้นฐานจากบทเรียนสำเร็จรูปที่ให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเองนอกชั้นเรียนเป็นการบ้าน ต่อจากนั้นครูบรรยายเนื้อหาเรื่องสมการโดยใช้แผ่นโปร่งใสซึ่งมีเนื้อหาตามเอกสารสรุปบทเรียนและให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยส่วนใหญ่ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในชั้นเรียน จากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียนในคาบนั้น ๆ และให้นักเรียนนำบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยต่อไป ไปศึกษาด้วยตนเองนอกชั้นเรียนเป็นการบ้าน

- 2.2 กลุ่มควบคุมเรียนตามปกติซึ่งอาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์ เป็นผู้สอนใช้เวลา

ในการเรียน 10 คาบ คาบละ 50 นาที

3. หลังจากเรียนครบ 10 คาบเรียนทั้งสองกลุ่มแล้ว ทำการทดสอบทั้งสองกลุ่มพร้อม ๆ กันด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ที่ผู้วิจัยและอาจารย์ประจำวิชาร่วมกันสร้างขึ้นเป็นแบบปรนัยจำนวน 30 ข้อ ที่ได้วิเคราะห์แล้ว ใช้เวลาในการทดสอบ 50 นาที แล้วนำคะแนนไปวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป หลังจากนั้นทำการทดสอบทั้งสองกลุ่มพร้อม ๆ กันด้วยแบบทดสอบแสดงวิธีทำวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ เป็นแบบอัตนัยจำนวน 1 ข้อ ซึ่งประกอบด้วยข้อย่อย 4 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 40 นาที แล้วนำคะแนนที่ได้ไปอภิปรายผลต่อไป

สรุปผลการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนสูงกว่าของนักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

อภิปรายผล

จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการ โดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนสูงกว่าของนักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ ซึ่งผลการวิจัยนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ นันทิยา จิตภิรมย์ (2531: 49) ที่ได้ทำการศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้การสอนที่ใช้สอนเรื่องพหุนาม ผลปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนสูงกว่าของนักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ

จากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนสูงกว่าของนักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

1. นักเรียนได้ศึกษาบทเรียนสำเร็จรูปนอกชั้นเรียนด้วยตนเองก่อนเรียนเนื้อหาในชั้นเรียน ซึ่งบทเรียนสำเร็จรูปที่นักเรียนศึกษานั้นเป็นบทเรียนเสริมความรู้พื้นฐานที่จำเป็นในการ

เรียนเรื่องสมการในแต่ละคาบ และบทเรียนสำเร็จรูปนั้นได้จากการศึกษาข้อบกพร่องของนักเรียนในการเรียนเรื่องสมการจากงานวิจัยต่าง ๆ นับว่าเป็นการแก้ไขได้ตรงจุด จึงทำให้นักเรียนเรียนเนื้อหาในชั้นเรียนได้เร็วขึ้น

2. มีการอธิบายเนื้อหาจากบทเรียนสำเร็จรูปซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานในชั้นเรียนทำให้นักเรียนตอบข้อสงสัยของตนเองได้จากข้ออธิบาย ทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหา และมีความกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น

3. มีการสรุปความรู้พื้นฐาน และสรุปเนื้อหาในแต่ละคาบเรียน ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจตรงกัน และมีความคิดรวบยอดในเนื้อหานั้น ๆ อย่างถูกต้อง

4. ในชั้นเรียนผู้วิจัยสอนโดยใช้แผ่นโปสเตอร์ช่วยในการบรรยาย ทำให้นักเรียนสนใจติดตามเนื้อหาที่จะเรียนตลอดเวลา ทำให้การบรรยายใช้เวลาน้อยลง และนักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้เร็วขึ้น

5. บทเรียนสำเร็จรูปที่นักเรียนใช้เรียนด้วยตนเองนี้ เป็นวิธีเรียนที่แตกต่างจากวิธีที่นักเรียนเคยเรียนตามปกติ ฉะนั้นนักเรียนส่วนมากจึงมีความสนใจในการเรียนมากขึ้น

6. มีเอกสารสรุปบทเรียนแจกให้นักเรียนทุกคาบเรียน ทำให้นักเรียนสามารถกลับไปทบทวนเนื้อหาที่เรียนในชั้นเรียนที่บ้านได้

7. แบบฝึกหัดส่วนใหญ่เป็นแบบฝึกหัดที่เติมคำตอบ ทำให้นักเรียนทำได้สะดวก รวดเร็ว และใช้เวลาในการทำแบบฝึกหัดน้อยลง

เมื่อพิจารณาคะแนนจากแบบทดสอบแสดงวิธีทำวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการเป็นแบบอัตนัย จำนวน 1 ข้อ ซึ่งประกอบด้วยข้อย่อย 4 ข้อ ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม ผลปรากฏว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม ดังนั้นจึงเป็นที่ยืนยันยิ่งขึ้นว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความเข้าใจในเนื้อหาเรื่องสมการสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม แต่เมื่อพิจารณาคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการแบบปรนัย และจากแบบทดสอบแสดงวิธีทำวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ แบบอัตนัย ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม ผลปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของทั้งสองแบบทดสอบ และทั้งสองกลุ่ม ต่ำกว่า ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักเรียนทั้งสองกลุ่มได้ส้อมมาจากนักเรียนโรงเรียนเศรษฐวิทยา ซึ่งเป็นโรงเรียนที่อยู่นอกเมือง ผู้ปกครองของนักเรียนส่วนใหญ่มีอาชีพทำนา นักเรียนต้องช่วยเหลือทางบ้าน และไม่มีเวลาทุ่มเทให้กับการเรียนมากนัก จึงทำให้

นักเรียนมีความรู้พื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 จากผลการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนสูงกว่าของนักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ ดังนั้นผลการวิจัยนี้ น่าจะเป็นแนวทางสำหรับครูคณิตศาสตร์ในการนำชุดการเรียนการสอนมาช่วยแก้ปัญหาการเรียนการสอนเรื่องสมการ

1.2 การสร้างชุดการเรียนการสอนในลักษณะนี้ ควรคำนึงถึงข้อบกพร่องของนักเรียนที่เป็นความรู้พื้นฐานในการเรียนเนื้อหา นั้น จากผู้สอนที่มีประสบการณ์ หรือจากงานวิจัยต่าง ๆ และมีการติดตามผลของการใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อปรับปรุงอยู่เสมอ

1.3 ควรมีการเผยแพร่ และส่งเสริมให้มีการสร้างชุดการเรียนการสอนในลักษณะนี้ ให้มากขึ้น ควรมีการสนับสนุนให้มีการอบรมวิธีการสร้างชุดการเรียนการสอน เพื่อให้อาจารย์ประจำการใช้ชุดการเรียนการสอนอย่างกว้างขวางมากยิ่งขึ้น

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

2.1 ควรมีการสร้างชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในลักษณะเดียวกันนี้กับ เนื้อหาอื่น และ ระดับชั้นอื่น ให้กว้างขวางยิ่งขึ้น เพื่อดูว่าเนื้อหาในเรื่องใดบ้างที่ใช้การสอนด้วยชุดการเรียนการสอนในลักษณะเดียวกันนี้แล้วได้ผลดีกว่าการเรียนการสอนตามปกติ

2.2 ควรปรับปรุงชุดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้ แล้วนำไปใช้ทดลองกับกลุ่มตัวอย่างอื่นให้กว้างขวางยิ่งขึ้น เพื่อให้ได้ชุดการเรียนการสอนเรื่องสมการมีประสิทธิภาพมากขึ้น

2.3 ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการใช้วิธีการสอน และสื่อการสอน ในแบบอื่น เพื่อทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ สูงขึ้น

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- จารุวรรณ แสงทอง. การศึกษาความคิดเห็นของครูเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2. กรุงเทพฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2536. อัดสำเนา.
- เจริญ แก้วประดิษฐ์. การศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เขตการศึกษา 3. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2532. อัดสำเนา.
- ชวลิต สูงใหญ่. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แรงจูงใจไม่สัมฤทธิ์ และความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ อันเป็นผลจากการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้ชุดการสอนรายวิชาย่อย. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2530. อัดสำเนา.
- ชูชีพ อ่อนโคกสูง. จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : อัมรินทร์การพิมพ์, 2528.
- นคร ปลื้มฤดี. การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนเรื่องสมการ โดยใช้วิธีการเรียนเพื่อรู้แจ้งกับการสอนตามปกติ. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2530. อัดสำเนา.
- นันทยา จิตภรณ์. การศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนที่ใช้สอนเรื่องพหุนาม ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2532. อัดสำเนา.
- บรรจง แก้ววิเศษกุล. การพัฒนาและการประเมินผลชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมทักษะการหารสำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2533. อัดสำเนา.
- เบญจา เขียวสม. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยตามพฤติกรรมการแก้โจทย์ปัญหา วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2534. อัดสำเนา.

- ประเทศ วิเศษสา. การเรียนรู้ด้วยตนเองเรื่องสมการและอสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 2. ปริณิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร,
2532. อัดสำเนา.
- มหาวิทยาลัย, ทบวง. ชุดการเรียนการสอนสำหรับครูคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ทบวง
มหาวิทยาลัย, 2524. อัดสำเนา.
- มะลิ จุลวงษ์. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริม และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียน
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนจากคอมพิวเตอร์ช่วยสอน.
ปริณิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2532.
อัดสำเนา.
- เยาวลักษณ์ สุเมธโฆสิต. เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 ที่เป็นปัญหาสำหรับครูคณิตศาสตร์ใน
ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในเขตการศึกษา 7. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ :
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2528. อัดสำเนา.
- รัตนภรณ์ กุ้ยบำรุง. การสร้างชุดการสอนตามเอกัตภาพวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเซต สำหรับ
ระดับประกาศนียบัตรวิชาการศึกษา. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย, 2521. อัดสำเนา.
- วนิดา ศิริมาลา. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในวิชาภาษาไทยของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยชุดการสอนมินิคอร์ส กับเรียนโดยการสอนตาม
คู่มือครูภาษาไทย กรมวิชาการ. ปริณิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2528. อัดสำเนา.
- วิริยะ ศิริขานนท์. การพัฒนาและการประเมินผลชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมทักษะการคูณ
สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. ปริณิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2532. อัดสำเนา.
- ศักดิ์ชัย เสรีรัฐ. การพัฒนาบทเรียนแบบโปรแกรมที่ใช้กับเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์สำหรับสอน
ซ่อมเสริมในวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ :
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2530. อัดสำเนา.
- ศิริวรรณ ฤกษ์นันท์. การศึกษาผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องสมการ ที่เรียนโดยหลักการเรียนรู้แจ้ง.

ปริญญาพันธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2531.
อัสสาเนา.

ศิริวรรณ โพธิ์สุวรรณ. การศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อสอนซ่อมเสริม
การวิเคราะห์โจทย์ปัญหาการบวกและการลบ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. ปริญญาพันธ์
กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2531. อัสสาเนา.

ศึกษาศิการ, กระทรวง. หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.
2533). กรุงเทพฯ : กรุงเทพมหานคร, 2533.

สิริพร ทิพย์คง. การศึกษาความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในการแก้สมการเชิง
เส้นตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูปแบบต่างๆ. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์,
2536. อัสสาเนา.

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์. การพัฒนาชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์
ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. ปริญญาพันธ์ กศ.ด. กรุงเทพฯ :
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2533. อัสสาเนา.

สุมาลี สุวัฒน์กุล. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการ
เรียนรู้ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพปีที่ 1 ที่เรียนโดยชุดการสอน
มินิคอร์ส (Minicourse). ปริญญาพันธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2529. อัสสาเนา.

Browley, Oletha Daniels. "A Study to Evaluate the Effects of Using
Multimedia Instructional Modules to Teach Time-Telling to
Retarded Learners," Dissertation Abstracts. 35 : 4280-A ;
January, 1975.

Chai, C.M. and B.H. Ang. "Identifying the Reasons Underlying Pupils
Particular Errors in Simple Algebraic Expressions and
Equations," Proceedings of Fourth Southeast Asian Conference
on Mathematical Education (ICMI-SEAMS). 1(3) : 189-198 ; June,
1987.

Chance, Clayton William. "Experimentation in Adaptation of Overhead Projector Utilizing 200 Transparencies and 800 Overlays in Teaching Engineering, Descriptive Geometry Curriculum," Audio-Visual Communication Review. 9 : 17-18 ; July-August, 1961.

Moses, John Irvin. "A Comparison of the Results of Achievement with Programmed Learning and Traditional Classroom Techniques in First Year Algebra at Spring Branch Junior High School," Dissertation Abstracts. 25(11) : 5593-A ; May, 1965.

Riggs, Corinne Withlow. "The Construction and Evaluation of Programmed Test on Interpretation of Graphs for Grade Five," Dissertation Abstracts. 27(9) : 2748-A ; March, 1967.

Schramm, Wilbur. The Research on Programmed Instruction : An Annotated Bibliography. U.S. Department of Health Education and Welfare, Washington , 1964.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

การวิเคราะห์ข้อมูล

ตาราง 4 ตารางแสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการซึ่งได้จากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 70 คน

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	.57	.34	16	.57	.24
2	.41	.35	17	.30	.21
3	.51	.45	18	.27	.46
4	.57	.47	19	.44	.64
5	.53	.40	20	.36	.36
6	.51	.46	21	.29	.57
7	.44	.26	22	.41	.49
8	.36	.41	23	.66	.34
9	.43	.30	24	.36	.24
10	.33	.68	25	.26	.33
11	.73	.30	26	.37	.37
12	.57	.56	27	.37	.28
13	.74	.49	28	.46	.50
14	.31	.35	29	.44	.41
15	.43	.40	30	.36	.28

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยคำนวณจากสูตร KR-20 = 0.81

ตาราง 5 ตารางแสดงคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ
แบบปรนัย ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 คะแนนเต็ม 30 คะแนน

เลขที่	คะแนนของ กลุ่มทดลอง	คะแนนของ กลุ่มควบคุม	เลขที่	คะแนนของ กลุ่มทดลอง	คะแนนของ กลุ่มควบคุม
1	12	4	16	15	6
2	17	7	17	13	13
3	9	13	18	15	11
4	12	19	19	12	6
5	5	12	20	10	9
6	14	9	21	16	8
7	8	9	22	10	8
8	10	9	23	18	9
9	14	6	24	18	5
10	18	15	25	17	22
11	11	12	26	5	7
12	7	9	27	8	12
13	11	10	28	19	8
14	11	10	29	7	
15	14	11			

ตาราง 6 ตารางการคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของ
นักเรียนกลุ่มทดลองชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

x	f	fx	x ²	fx ²
5	2	10	25	50
7	2	14	49	98
8	2	16	64	128
9	1	9	81	81
10	3	30	100	300
11	3	33	121	363
12	3	36	144	432
13	1	13	169	169
14	3	42	196	588
15	2	30	225	450
16	1	16	256	256
17	2	34	289	578
18	3	54	324	972
19	1	19	361	361
รวม	29	356		4,826

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N} = \frac{356}{29} = 12.28$$

$$s = \sqrt{\frac{N \sum fx^2 - (\sum fx)^2}{N(N-1)}} = \sqrt{\frac{29(4826) - 356^2}{29(28)}} = \sqrt{16.278} = 4.03$$

ตาราง 7 ตารางการคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของ
นักเรียนกลุ่มควบคุมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

x	f	fx	x ²	fx ²
4	1	4	16	16
5	1	5	25	25
6	3	18	36	108
7	2	14	49	98
8	3	24	64	192
9	6	54	81	486
10	2	20	100	200
11	2	22	121	242
12	3	36	144	432
13	2	26	169	338
15	1	15	225	225
19	1	19	361	361
22	1	22	484	484
รวม	28	279		3,207

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N} = \frac{279}{28} = 9.96$$

$$s = \sqrt{\frac{N \sum fx^2 - (\sum fx)^2}{N(N-1)}} = \sqrt{\frac{28(3207) - 279^2}{28(27)}} = \sqrt{15.81} = 3.98$$

ตาราง 8 ตารางแสดงคะแนนผลสอบการแสดงวิธีทำวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ
แบบอัตนัย ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 คะแนนเต็ม 10 คะแนน

เลขที่	คะแนนของ กลุ่มทดลอง	คะแนนของ กลุ่มควบคุม	เลขที่	คะแนนของ กลุ่มทดลอง	คะแนนของ กลุ่มควบคุม
1	0.00	0.25	16	2.75	0.00
2	8.50	0.00	17	1.00	0.00
3	0.50	0.00	18	2.75	0.00
4	0.00	2.50	19	0.25	0.00
5	0.00	0.00	20	0.00	0.00
6	0.00	0.00	21	3.50	2.50
7	2.50	0.00	22	2.75	0.00
8	3.50	0.25	23	1.00	0.00
9	7.00	2.50	24	5.25	0.00
10	8.50	2.50	25	7.75	1.00
11	3.00	0.00	26	3.00	0.00
12	1.25	0.00	27	0.25	0.00
13	0.00	2.50	28	6.00	0.00
14	6.75	3.50	29	0.00	
15	3.00	0.00			

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลสอบการแสดงวิธีทำวิชา
คณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ แบบอัตนัย ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คะแนนกลุ่มทดลอง $\bar{x} = 2.78$, $s = 2.81$

คะแนนกลุ่มควบคุม $\bar{x} = 0.63$, $s = 1.12$

ตาราง 9 ตารางการทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนของนักเรียนกลุ่มทดลองชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอर्स (Lilliefors Test)

H_0 : คะแนนของกลุ่มทดลองสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ

H_1 : คะแนนของกลุ่มทดลองสุ่มมาจากประชากรที่ไม่ใช่การแจกแจงปกติ

คะแนนกลุ่มทดลอง $\bar{x} = 12.28$, $s = 4.03$

เรียงคะแนน(x_i) ของกลุ่มทดลอง	$x_i - \bar{x}$	$Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$	$F(Z_i)$	$S(Z_i)$	$ F(Z_i) - S(Z_i) $
5	-7.28	-1.81	0.035	0.034	0.001
5	-7.28	-1.81	0.035	0.069	0.034
7	-5.28	-1.31	0.095	0.103	0.008
7	-5.28	-1.31	0.095	0.138	0.043
8	-4.28	-1.06	0.145	0.172	0.027
8	-4.28	-1.06	0.145	0.207	0.062
9	-3.28	-0.81	0.209	0.241	0.032
10	-2.28	-0.57	0.284	0.276	0.008
10	-2.28	-0.57	0.284	0.310	0.026
10	-2.28	-0.57	0.284	0.345	0.061
11	-1.28	-0.32	0.375	0.379	0.004
11	-1.28	-0.32	0.375	0.414	0.039
11	-1.28	-0.32	0.375	0.448	0.073
12	-0.28	-0.07	0.472	0.482	0.010
12	-0.28	-0.07	0.472	0.517	0.045
12	-0.28	-0.07	0.472	0.552	0.080** T
13	0.72	0.18	0.571	0.586	0.015

ตาราง 9 (ต่อ)

เรียงคะแนน(x_i) ของกลุ่มทดลอง	$x_i - \bar{x}$	$Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$	$F(Z_i)$	$S(Z_i)$	$ F(Z_i) - S(Z_i) $
14	1.72	0.43	0.666	0.621	0.045
14	1.72	0.43	0.666	0.655	0.011
14	1.72	0.43	0.666	0.690	0.024
15	2.72	0.67	0.749	0.724	0.025
15	2.72	0.67	0.749	0.759	0.010
16	3.72	0.92	0.821	0.793	0.028
17	4.72	1.17	0.879	0.828	0.051
17	4.72	1.17	0.879	0.862	0.017
18	5.72	1.42	0.922	0.897	0.025
18	5.72	1.42	0.922	0.931	0.009
18	5.72	1.42	0.922	0.966	0.044
19	6.72	1.67	0.953	1.000	0.047

$$n = 29, \quad W_{0.95} = 0.1648$$

$$\text{สรุป } T = 0.08$$

เนื่องจาก $T < W_{0.95}$ ดังนั้นแสดงว่า ยอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ .05

นั่นคือ คะแนนของกลุ่มทดลองสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ที่ระดับ

นัยสำคัญ .05

ตาราง 10 ตารางการทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนของนักเรียนกลุ่มควบคุมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการใช้การทดสอบลิลลี่ฟอर्स (Lilliefors Test)

H_0 : คะแนนของกลุ่มควบคุมสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ

H_1 : คะแนนของกลุ่มควบคุมสุ่มมาจากประชากรที่ไม่ใช่การแจกแจงปกติ

คะแนนกลุ่มควบคุม $\bar{x} = 9.96$, $s = 3.98$

เรียงคะแนน(x_i) ของกลุ่มควบคุม	$x_i - \bar{x}$	$Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$	$F(Z_i)$	$S(Z_i)$	$ F(Z_i) - S(Z_i) $
4	-5.96	-1.5	0.067	0.036	0.031
5	-4.96	-1.25	0.106	0.071	0.035
6	-3.96	-0.99	0.161	0.107	0.054
6	-3.96	-0.99	0.161	0.143	0.018
6	-3.96	-0.99	0.161	0.179	0.018
7	-2.96	-0.74	0.230	0.214	0.016
7	-2.96	-0.74	0.230	0.250	0.020
8	-1.96	-0.49	0.312	0.286	0.026
8	-1.96	-0.49	0.312	0.321	0.009
8	-1.96	-0.49	0.312	0.357	0.045
9	-0.96	-0.24	0.405	0.393	0.012
9	-0.96	-0.24	0.405	0.429	0.024
9	-0.96	-0.24	0.405	0.464	0.059
9	-0.96	-0.24	0.405	0.500	0.095
9	-0.96	-0.24	0.405	0.536	0.131
9	-0.96	-0.24	0.405	0.571	0.166** T
10	0.04	0.01	0.504	0.607	0.103

ตาราง 10 (ต่อ)

เรียงคะแนน(x_i) ของกลุ่มควบคุม	$x_i - \bar{x}$	$Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$	$F(Z_i)$	$S(Z_i)$	$ F(Z_i) - S(Z_i) $
10	0.04	0.01	0.504	0.643	0.139
11	1.04	0.26	0.603	0.679	0.076
11	1.04	0.26	0.603	0.714	0.111
12	2.04	0.51	0.695	0.750	0.055
12	2.04	0.51	0.695	0.786	0.091
12	2.04	0.51	0.695	0.821	0.126
13	3.04	0.76	0.776	0.857	0.081
13	3.04	0.76	0.776	0.893	0.117
15	5.04	1.27	0.898	0.929	0.031
19	9.04	2.27	0.988	0.964	0.024
22	12.04	3.03	0.999	1.000	0.001

$$n = 28, \quad W_{0.95} = 1.1686$$

$$\text{สรุป } T = 0.166$$

เนื่องจาก $T < W_{0.95}$ ดังนั้นแสดงว่า ยอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ .05

นั่นคือ คะแนนของกลุ่มควบคุมสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ที่ระดับ

นัยสำคัญ .05

การทดสอบผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของคะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 2 โดยใช้ค่าสถิติ t ทดสอบ ซึ่งทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ .05

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 > \mu_2$$

$$\bar{x}_1 = 12.28 \quad , \quad \bar{x}_2 = 9.96$$

$$s_1^2 = 16.28 \quad , \quad s_2^2 = 15.81$$

$$n_1 = 29 \quad , \quad n_2 = 28$$

$$df = n_1 + n_2 - 2 = 29 + 28 - 2 = 55$$

$$\mu_1 = \mu_2 \quad \text{และ} \quad t(0.05, 55) = 1.645$$

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \\
 &= \frac{(12.28 - 9.96) - 0}{\sqrt{\frac{28(16.28) + 27(15.81)}{55} \left(\frac{1}{29} + \frac{1}{28} \right)}} \\
 &= \frac{2.32}{\sqrt{1.061}} \\
 &= 2.25
 \end{aligned}$$

จะได้ว่า $2.25 > 1.645$ ดังนั้น แสดงว่าปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ .05
นั่นคือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ของนักเรียน
ที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนสูงกว่าของนักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ
ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ภาคผนวก ข

- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ
- แบบทดสอบแสดงวิธีทำวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ
- เฉลยคำตอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ
- เฉลยคำตอบแบบทดสอบแสดงวิธีทำวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204

เรื่องสมการ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง

- 1. แบบทดสอบมีทั้งหมด 30 ข้อ ใช้เวลา 50 นาที
- 2. ข้อสอบทุกข้อเป็นแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียง
ตอบเดียวจากตัวเลือก ก , ข , ค หรือ ง ข้อใดข้อหนึ่ง แล้วกาเครื่องหมายกากบาท (X)
ลงในกระดาษคำตอบดังในตัวอย่าง

ตัวอย่าง	ข้อ	ก	ข	ค	ง
	0		X		

- 3. ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบให้กาเครื่องหมาย = ทับคำตอบเดิมเสียก่อน แล้วจึงตอบ
ตัวเลือกใหม่ดังนี้

ตัวอย่าง	ข้อ	ก	ข	ค	ง
	0		X		X

1) ใช้เงิน a บาท ซื้อขนมถุงละ 5 บาท ได้กี่ถุง

ก. $5a$

ข. $\frac{5}{a}$

ค. $\frac{a}{5}$

ง. $500a$

2) นายเอี่ยมมีเหรียญห้าบาทอยู่ x เหรียญ และเหรียญสิบบาทอยู่ $x + 7$ เหรียญ นายเอี่ยมมีเงินทั้งหมดกี่บาท

ก. $5x + 10(x + 7)$

ข. $x + (x + 7)$

ค. $x + 5 + (x + 7) + 10$

ง. $2x + (x + 7)$

3) ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 5 เท่าของจำนวนจำนวนนั้น เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ตรงกับข้อใด

ก. $x + 5 + x$

ข. $x + 5$

ค. $x + 5x$

ง. $5(x + 1)$

4) สัญลักษณ์ $2x + 3$ มีความหมายตรงกับข้อใด

ก. ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 3

ข. 2 เท่าของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 3

ค. 2 เท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับ 3

ง. ผลบวกของ 2 กับจำนวนจำนวนหนึ่งกับ

3

5) สัญลักษณ์ $5(x + 6)$ มีความหมายตรงกับข้อใด

ก. ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 6

ข. 5 เท่าของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 6

ค. 5 เท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับ 6

ง. ผลบวกของ 5 กับจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 6

6) สัญลักษณ์ $4(x + 7) + 5$ แทนข้อความในข้อใด

ก. สี่เท่าของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับเจ็ดและห้า

ข. สี่เท่าของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับเจ็ดบวกด้วยห้า

ค. สี่เท่าของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับเจ็ดกับห้า

ง. สี่เท่าของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสิบสองมี

7) ประโยคใดต่อไปนี้ไม่สามารถเขียนในรูปสมการได้

ก. x น้อยกว่า 3 อยู่ 10

ข. 7 มากกว่า x อยู่ 5

ค. x บวกด้วย 5 ไม่เท่ากับ 15

ง. สองเท่าของ x รวมกับ 10 เท่ากับ 20

8) จำนวนในข้อใดเป็นคำตอบของสมการ

$$x - \frac{1}{5} = 1$$

ก. $1\frac{1}{5}$

ข. $-1\frac{1}{5}$

ค. $\frac{1}{5}$

ง. $-\frac{1}{5}$

18) จงหาค่า y จากสมการ

$$3y + 4 + 10y - 17 = 14 - 23y + 16 - 7y$$

ก. 1

ข. 3

ค. 5

ง. 7

19) ถ้า $5(x - 3) = 3(x + 1)$ จงหาค่าของ x

ก. 6

ข. 7

ค. 8

ง. 9

$$20) \quad \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 15$$

คำตอบของสมการนี้จะมีค่าตรงกับข้อใด

ก. 12

ข. 16

ค. 18

ง. 30

21) ถ้า $4(x - 7) + 2(3 - x) = 4$ แล้ว x มีค่าเท่าไร

ก. 11

ข. 12

ค. 13

ง. 14

22) ถ้า a เป็นคำตอบของสมการ

$$5x + 4 = 4x - 31$$

(1) a เป็นจำนวนเต็มลบ

(2) a หารด้วย 7 ลงตัว (3) a หารด้วย 5 ลงตัว

ก. ข้อ (1) ถูก

ข. ข้อ (2) ถูก

ค. ข้อ (3) ถูก

ง. ข้อ (1) , (2) และ (3) ถูกทุกข้อ

23) 2 เท่าของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 15 มีค่าเท่ากับ 50 เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ตรงกับข้อใด (สมมติให้จำนวนจำนวนหนึ่งคือ x)

ก. $2x + 15 = 50$

ข. $2(x + 15) = 50$

ค. $x + 30 = 50$

ง. $2x + 15 = 100$

24) นก กับ น้อย จ่ายค่าอาหารรวมกัน 69 บาท โดยที่นกจ่ายเป็น 2 เท่าของน้อย สมการในข้อใดใช้แก้ปัญหานี้(สมมติให้น้อยจ่ายค่าอาหาร x บาท)

ก. $x^2 = 69$

ข. $x = 69$

ค. $2x = 69$

ง. $2x + x = 69$

25) สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง มีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 5 เซนติเมตร และมีความยาวรอบรูป 90 เซนติเมตร ถ้าสมมติให้สี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านกว้างเท่ากับ x เซนติเมตร ประโยคสัญลักษณ์แทนข้อความดังกล่าวตรงกับข้อใด

ก. $2x + 2x + 10 = 90$

ข. $x + x + 10 = 90$

ค. $x(x + 5) = 90$

ง. $x + x + 5 = 90$

26) เมื่อนับจำนวนขาหมูและจำนวนหัวไก่ในฟาร์มแห่งหนึ่ง พบว่าจำนวนขาหมูมากกว่าจำนวนหัวไก่เท่ากับ 42 ถ้าจำนวนหมูเท่ากับจำนวนไก่คือเท่ากับ x ตัว จงเขียนสมการ

- ก. $4x - x = 42$
- ข. $x + x = 42$
- ค. $4x - 2x = 42$
- ง. $4x - 3x = 42$

27) จากข้อ 26) ในฟาร์มนี้เลี้ยงหมูกี่ตัว

- ก. 7 ตัว
- ข. 14 ตัว
- ค. 21 ตัว
- ง. 42 ตัว

28) สามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งสั้นกว่าอีกด้านหนึ่งอยู่ 7 เซนติเมตรและความยาวของด้านประกอบมุมฉากรวมกันเท่ากับ 17 เซนติเมตร สามเหลี่ยมรูปนี้มีด้านประกอบมุมฉากด้านยาวยาวเท่าไร

- ก. 5 เซนติเมตร
- ข. 7 เซนติเมตร
- ค. 12 เซนติเมตร
- ง. 17 เซนติเมตร

29) สิบน้อยกว่าสี่เท่าของเลขจำนวนหนึ่งอยู่สิบสี่ จงหาเลขจำนวนนั้น

- ก. 3
- ข. 4
- ค. 5
- ง. 6

30) เชือกเส้นหนึ่งยาว 26 ฟุต ตัดเชือกออกเป็นสองส่วนโดยที่ส่วนยาวยาวกว่าส่วนสั้น 8 ฟุต

ส่วนที่สั้นยาวเท่าไร

- ก. 4 ฟุต
- ข. 6 ฟุต
- ค. 9 ฟุต
- ง. 10 ฟุต

แบบทดสอบแสดงวิธีทำวิชาคณิตศาสตร์

เรื่องสมการ

ใช้เวลา 40 นาที

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่

2

จงแสดงวิธีทำต่อไปนี้

1. จงแก้สมการ

$$1.1 \quad 12x - 3 - 6x - 2 = 3x + 5x - 2$$

$$1.2 \quad \frac{x+2}{4} = 10$$

$$1.3 \quad 4y + 2(y - 1) = 10$$

$$1.4 \quad \frac{3x}{2} - \frac{2x}{3} = x + \frac{7}{2}$$

เฉลยคำตอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ

- | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1) ก | 2) ก | 3) ก | 4) ก | 5) ข | 6) ข |
| 7) ก | 8) ก | 9) ง | 10) ง | 11) ก | 12) ง |
| 13) ก | 14) ง | 15) ก | 16) ข | 17) ข | 18) ก |
| 19) ง | 20) ค | 21) ค | 22) ง | 23) ข | 24) ง |
| 25) ก | 26) ก | 27) ข | 28) ก | 29) ง | 30) ค |

เฉลยคำตอบแบบทดสอบแสดงวิธีทำวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ

1. 1.1) 4 1.2) 38 1.3) 2 1.4) - 21

หมายเหตุ การแสดงวิธีทำของแบบทดสอบแสดงวิธีทำวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ในแต่ละข้ออาจจะมีวิธีทำได้มากกว่า 1 วิธี ดังตัวอย่างเช่น ข้อ 1.4) $\frac{3x}{2} - \frac{2x}{3} = x + \frac{7}{2}$

วิธีที่ 1

$$\begin{aligned}\frac{3x}{2} - \frac{2x}{3} &= x + \frac{7}{2} \\ \frac{9x-4x}{6} &= x + \frac{7}{2} \\ \frac{5x}{6} &= x + \frac{7}{2}\end{aligned}$$

นำ x ลบทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{aligned}\frac{5x}{6} - x &= x + \frac{7}{2} - x \\ \frac{5x-6x}{6} &= \frac{7}{2} \\ -\frac{x}{6} &= \frac{7}{2}\end{aligned}$$

นำ - 6 คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{aligned}(-6) \left(-\frac{x}{6}\right) &= (-6) \left(\frac{7}{2}\right) \\ x &= -21\end{aligned}$$

วิธีที่ 2

$$\begin{aligned}\frac{3x}{2} - \frac{2x}{3} &= x + \frac{7}{2} \\ (\text{ก.ร.น. ของ 2, 3 คือ 6})\end{aligned}$$

นำ 6 คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\left(6 \times \frac{3x}{2}\right) - \left(6 \times \frac{2x}{3}\right) = 6x + \left(6 \times \frac{7}{2}\right)$$

$$9x - 4x = 6x + 21$$

$$5x = 6x + 21$$

นำ 6x ลบทั้งสองข้างของสมการ

$$5x - 6x = 6x + 21 - 6x$$

$$-x = 21$$

นำ - 1 คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$(-1)(-x) = (-1)(21)$$

$$x = -21$$

ภาคผนวก ค

แผนการสอน

- ส่วนประกอบของชุดการเรียนรู้การสอน
- รูปแบบแผนการสอน
- แผนการสอนรายคาบเรียน

แผนการสอน

แผนการสอนเป็นคำชี้แจงวิธีใช้ชุดการเรียนการสอนสำหรับครู ประกอบด้วย

1. ส่วนประกอบของชุดการเรียนการสอน
2. รูปแบบแผนการสอน
3. แผนการสอนรายคาบเรียน

ส่วนประกอบของชุดการเรียนการสอน

ชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ประกอบด้วย บทเรียน สำเร็จรูปจำนวน 6 หน่วย เอกสารสรุปบทเรียนพร้อมแบบฝึกหัดในรูปแบบของการเติมคำ จำนวน 10 บทเรียน และแผ่นโปรงใสซึ่งมีเนื้อหาตามเอกสารสรุปบทเรียน ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. บทเรียนสำเร็จรูปจำนวน 6 หน่วย

บทเรียนสำเร็จรูปเป็นบทเรียนซึ่งประกอบด้วย เนื้อหา และคำถามพร้อมเฉลยในตัวโดย เนื้อหาในบทเรียนสำเร็จรูปเป็นความรู้พื้นฐานในการเรียนเรื่องสมการ ซึ่งเป็นชุดเสริมการเรียน โดยให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเองนอกชั้นเรียนก่อนเรียนเนื้อหาในชั้นเรียนในแต่ละคาบโดยแบ่ง เนื้อหาเป็น 6 หน่วย ดังนี้

หน่วยที่ 1 จำนวนเต็มและสัญลักษณ์

หน่วยที่ 2 พจน์ นิพจน์ การแทนค่าตัวแปรด้วยค่าคงตัว

หน่วยที่ 3 สมบัติการสลับที่และสมบัติการแจกแจง

หน่วยที่ 4 สรุปสมบัติการแจกแจง และรูปแบบต่าง ๆ ที่ใช้สมบัติการแจกแจง สมบัติการเท่ากัน

หน่วยที่ 5 ขั้นตอนการดำเนินการของประโยคสัญลักษณ์

หน่วยที่ 6 การใช้สมบัติการแจกแจงช่วยหาคำตอบ (การรวมพจน์คล้าย)

2. เอกสารสรุปบทเรียนพร้อมแบบฝึกหัด

เอกสารสรุปบทเรียนพร้อมแบบฝึกหัด เป็นเอกสารที่มีเนื้อหาและแบบฝึกหัดสอดคล้อง

กับบทเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยเนื้อหานั้นจะเป็นการสรุปเนื้อหาให้สั้นและกระชับรัดเข้าใจง่ายขึ้นสะดวกในการบรรยาย และแบบฝึกหัดส่วนใหญ่จะ เปลี่ยนเป็นแบบฝึกหัดในรูปแบบการเติมคำ โดยให้นักเรียนทำในบทเรียนได้เลยเพื่อช่วยให้นักเรียนใช้เวลาน้อยลงในการทำแบบฝึกหัด ยกเว้นแบบฝึกหัดที่เป็น การแสดงวิธีทำยังให้นักเรียนแสดงวิธีทำลงในสมุดการบ้านโดยดูโจทย์ได้จากแบบฝึกหัดในบทเรียน ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเหมือนเดิม

เอกสารสรุปบทเรียนพร้อมแบบฝึกหัดได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 10 บทเรียน โดยแบ่ง เนื้อหาดังนี้

- บทเรียนที่ 1 ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์
- บทเรียนที่ 2 คำตอบของสมการ
- บทเรียนที่ 3 สมบัติสมมาตรและสมบัติถ่ายทอด
- บทเรียนที่ 4 สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ
- บทเรียนที่ 5 การแก้สมการ
- บทเรียนที่ 6-7 การแก้สมการ
- บทเรียนที่ 8-10 โจทย์สมการ

3. แผ่นโปรงใส

แผ่นโปรงใสเป็นอุปกรณ์การสอนที่ช่วยในการอธิบายและบรรยายเนื้อหาของครูในชั้นเรียนให้ชัดเจนและรวดเร็วขึ้น โดยมีเนื้อหาตามเอกสารสรุปบทเรียน จะทำให้นักเรียนทำความเข้าใจกับเนื้อหาในชั้นเรียนได้ดีขึ้นและสามารถไปทบทวนเองได้จากเอกสารสรุปบทเรียน

รูปแบบแผนการสอน

รูปแบบแผนการสอนพอสรุปคร่าว ๆ เป็นตารางได้ดังนี้

ตาราง 11 ตารางแสดงรูปแบบแผนการสอน ของชุดการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204
เรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นรายคาบเรียน

คาบที่	กิจกรรมในชั้นเรียน ซึ่งครูเป็นผู้สอน	กิจกรรมนอกชั้นเรียน ซึ่งนักเรียนศึกษาด้วยตนเอง
		หน่วยที่ 1 เรื่องจำนวนเต็มและสัญลักษณ์
1	<u>อภิปราย</u> หน่วยที่ 1 (โดยครูและนักเรียนร่วมกัน อภิปราย) <u>บรรยาย</u> เรื่องประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์ (โดยครูเป็นผู้บรรยาย) โดยใช้แผ่นโปรงใสซึ่งมีเนื้อหาตามเอกสารสรุปบทเรียนที่ 1 พร้อมแบบฝึกหัด 1.1 ในรูปแบบการเติมคำให้นักเรียนทำให้เสร็จในคาบเรียนแล้วส่งให้ครูตรวจ <u>สรุปเนื้อหาในชั้นเรียน</u> (โดยครูและนักเรียนช่วยกันสรุป) <u>การบ้าน</u> ศึกษาด้วยตนเองจากบทเรียนสำเร็จรูป หน่วยที่ 2	หน่วยที่ 2 เรื่องพจน์ นิพจน์ การแทนค่าตัวแปรด้วยค่าคงตัว
2	<u>อภิปราย</u> หน่วยที่ 2 <u>บรรยาย</u> เรื่องการหาคำตอบของสมการโดยการแทน	หน่วยที่ 3 เรื่องสมบัติการสลับที่

ตาราง 11 (ต่อ)

คาบที่	กิจกรรมในชั้นเรียน ซึ่งครูเป็นผู้สอน	กิจกรรมนอกชั้นเรียน ซึ่งนักเรียนศึกษาด้วยตนเอง
	คำโดยใช้แผ่นโปรงใสซึ่งมีเนื้อหาตามเอกสารสรุปบทเรียนที่ 2 พร้อมแบบฝึกหัด 1.2 ในรูปแบบการเติมคำโดยให้นักเรียนทำให้เสร็จในคาบเรียนแล้วส่งให้ครูตรวจ <u>สรุปเนื้อหาในชั้นเรียน</u> <u>การบ้าน</u> ศึกษาด้วยตนเองจากบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 3	และสมบัติการแจกแจง
3	<u>อภิปราย</u> หน่วยที่ 3 <u>บรรยาย</u> เรื่องสมบัติสมมาตรและสมบัติถ่ายทอดโดยใช้แผ่นโปรงใสซึ่งมีเนื้อหาตามเอกสารสรุปบทเรียนที่ 3 พร้อมแบบฝึกหัด 1.4ก ในรูปแบบการเติมคำโดยให้นักเรียนทำให้เสร็จในคาบเรียนแล้วส่งให้ครูตรวจ <u>สรุปเนื้อหาในชั้นเรียน</u> <u>การบ้าน</u> ศึกษาด้วยตนเองจากบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 4	หน่วยที่ 4 เรื่องสรุปสมบัติการแจกแจงและรูปแบบต่าง ๆ ที่ใช้สมบัติการแจกแจงสมบัติการเท่ากัน
4	<u>อภิปราย</u> หน่วยที่ 4 <u>บรรยาย</u> เรื่องสมบัติการบวกและสมบัติการคูณโดยใช้แผ่นโปรงใสซึ่งมีเนื้อหาตามเอกสารสรุปบทเรียนที่ 4 พร้อมแบบฝึกหัด ในรูปแบบการเติมคำ	หน่วยที่ 5 เรื่องขั้นตอนการดำเนินการของประโยคสัญลักษณ์

ตาราง 11 (ต่อ)

คาบที่	กิจกรรมในชั้นเรียน ซึ่งครูเป็นผู้สอน	กิจกรรมนอกชั้นเรียน ซึ่งนักเรียนศึกษาด้วยตนเอง
	โดยให้นักเรียนทำให้เสร็จในคาบเรียน <u>สรุปเนื้อหาในชั้นเรียน</u> <u>การบ้าน</u> ศึกษาด้วยตนเองจากบทเรียนสำเร็จรูป หน่วยที่ 5	
5	<u>อภิปราย</u> หน่วยที่ 5 <u>บรรยาย</u> เรื่องการแก้สมการ โดยใช้แผ่นโปรงใสซึ่งมีเนื้อหาตามเอกสารสรุป บทเรียนที่ 5 <u>สรุปเนื้อหาในชั้นเรียน</u> ทำแบบฝึกหัด 1.4ข ในรูปแบบการแสดงวิธีทำ <u>การบ้าน</u> ศึกษาด้วยตนเองจากบทเรียนสำเร็จรูป หน่วยที่ 6	หน่วยที่ 6 เรื่องการใช้สมบัติการ แจกแจงช่วยหาคำตอบ (การรวมพจน์คล้าย)
6-7	<u>อภิปราย</u> หน่วยที่ 6 <u>บรรยาย</u> เรื่องการแก้สมการ โดยใช้แผ่นโปรงใสซึ่งมีเนื้อหาตามเอกสารสรุป บทเรียนที่ 6-7 <u>สรุปเนื้อหาในชั้นเรียน</u> <u>การบ้าน</u> แบบฝึกหัด 1.4ค ในรูปแบบการแสดงวิธีทำ	แบบฝึกหัดที่ 1.4ค

ตาราง 11 (ต่อ)

คาบที่	กิจกรรมในชั้นเรียน ซึ่งครูเป็นผู้สอน	กิจกรรมนอกชั้นเรียน ซึ่งนักเรียนศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
8-10	<u>บรรยาย</u> เรื่อง ใจหยาบและการ โดยใช้แผ่นโปสเตอร์ซึ่งมีเนื้อหาตามเอกสารสรุป บทเรียนบทที่ 8-10 <u>สรุปเนื้อหาในชั้นเรียน</u> <u>การบ้านแบบฝึกหัดที่ 1.5</u> ในรูปแบบการแสดงวิธีทำ	แบบฝึกหัดที่ 1.5

แผนการสอนรายคาบเรียน

ก่อนคาบที่ 1

ครูแจกบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 1 เรื่องจำนวนเต็มและสัญลักษณ์ พร้อมกับคำชี้แจงวิธีใช้บทเรียนสำเร็จรูปสำหรับนักเรียน ให้นักเรียนทุกคนไปศึกษาเองนอกชั้นเรียนก่อนเรียนในคาบเรียนที่ 1

คาบที่ 1

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้วนักเรียนมีความสามารถดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้
2. เปลี่ยนประโยคสัญลักษณ์เป็นประโยคภาษาได้
3. บอกได้ว่าประโยคใดเป็นสมการ

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 1 ที่ให้นักเรียนไปศึกษานอกชั้นเรียนพร้อมทั้งสรุปเนื้อหาจากบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 1 ทั้งหมด
2. ครูสรุปบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 1 โดยใช้แผ่นโปรงใสอีกครั้งหนึ่งเพื่อทำความเข้าใจให้ตรงกัน
3. ครูแจกเอกสารสรุปบทเรียนบทเรียนที่ 1 เรื่องประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์ ให้นักเรียนทุกคน
4. ครูบรรยายเรื่องประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์ โดยใช้แผ่นโปรงใสซึ่งมีเนื้อหาตามบทเรียนที่ 1
5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.1 ในรูปแบบการเติมคำที่อยู่ท้ายบทเรียนที่ 1 โดยทำลงในบทเรียนเลย แล้วส่งให้ครูตรวจ (เมื่อครูตรวจเสร็จแล้วส่งคืนให้นักเรียน)
6. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเนื้อหาในชั้นเรียน
7. ครูแจกบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 2 เรื่องพจน์ นิพจน์ การแทนค่าตัวแปรด้วยค่าคงตัว

ให้นักเรียนไปศึกษาด้วยตนเองนอกชั้นเรียน

คาบที่ 2

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้วนักเรียนมีความสามารถดังนี้

1. บอกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นคำตอบของสมการที่กำหนดให้หรือไม่
2. หาคำตอบของสมการได้โดยวิธีลองแทนค่าได้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 2 ที่ให้นักเรียนไปศึกษานอกชั้นเรียนพร้อมทั้งสรุปเนื้อหาจากบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 2 ทั้งหมด
2. ครูสรุปบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 2 โดยใช้แผ่นโปรงใสอีกครั้งหนึ่งเพื่อทำความเข้าใจให้ตรงกัน
3. ครูแจกเอกสารสรุปบทเรียนบทเรียนที่ 2 เรื่องคำตอบของสมการ ให้นักเรียนทุกคน
4. ครูบรรยายเรื่องคำตอบของสมการ โดยใช้แผ่นโปรงใสซึ่งมีเนื้อหาตามบทเรียนที่ 2
5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.2 ในรูปแบบการเติมคำที่อยู่ท้ายบทเรียนที่ 2 โดยทำลงในบทเรียนเลย แล้วส่งให้ครูตรวจ (เมื่อครูตรวจเสร็จแล้วส่งคืนให้นักเรียน)
6. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเนื้อหาในชั้นเรียน
7. ครูแจกบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 3 เรื่องสมบัติการสลับที่และสมบัติการแจกแจง ให้นักเรียนไปศึกษาด้วยตนเองนอกชั้นเรียน

คาบที่ 3

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้วนักเรียนมีความสามารถดังนี้

1. ใช้สมบัติการเท่ากันได้แก่ สมบัติสมมาตร และสมบัติถ่ายทอดได้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 3 ที่ให้นักเรียนไปศึกษานอกชั้นเรียนพร้อมทั้งสรุปเนื้อหาจากบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 3 ทั้งหมด
2. ครูสรุปบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 3 โดยใช้แผ่นโปสเตอร์อีกครั้งหนึ่งเพื่อทำความเข้าใจให้ตรงกัน
3. ครูแจกเอกสารสรุปบทเรียนบทเรียนที่ 3 เรื่องสมบัติสมมาตรและสมบัติถ่ายทอด ให้นักเรียนทุกคน
4. ครูบรรยายเรื่องสมบัติสมมาตรและสมบัติถ่ายทอด โดยใช้แผ่นโปสเตอร์ซึ่งมีเนื้อหาตามบทเรียนที่ 3
5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.3 ในรูปแบบการเติมคำที่อยู่ท้ายบทเรียนที่ 3 โดยทำลงในบทเรียนเลย แล้วส่งให้ครูตรวจ (เมื่อครูตรวจเสร็จแล้วส่งคืนให้นักเรียน)
6. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเนื้อหาในชั้นเรียน
7. ครูแจกบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 4 เรื่องสรุปสมบัติการแจกแจง และรูปแบบต่าง ๆ ที่ใช้สมบัติการแจกแจง สมบัติการเท่ากัน ให้นักเรียนไปศึกษาด้วยตนเองนอกชั้นเรียน

คาบที่ 4

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้วนักเรียนมีความสามารถดังนี้

1. ใช้สมบัติการเท่ากันได้แก่ สมบัติการบวกและสมบัติการคูณได้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 4 ที่ให้นักเรียนไปศึกษานอกชั้นเรียนพร้อมทั้งสรุปเนื้อหาจากบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 4 ทั้งหมด
2. ครูสรุปบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 4 โดยใช้แผ่นโปสเตอร์อีกครั้งหนึ่งเพื่อทำความเข้าใจให้ตรงกัน
3. ครูแจกเอกสารสรุปบทเรียนบทเรียนที่ 4 เรื่องสมบัติการบวกและสมบัติการคูณ ให้นักเรียน

นักเรียนทุกคน

4. ครูบรรยายเรื่องสมบัติการบวกและสมบัติการคูณ โดยใช้แผ่นโปรงใสซึ่งมีเนื้อหาตามบทเรียนที่ 4

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.4ก ในรูปแบบการเติมคำที่อยู่ท้ายบทเรียนที่ 4 โดยทำลงในบทเรียนเลย แล้วส่งให้ครูตรวจ (เมื่อครูตรวจเสร็จแล้วส่งคืนให้นักเรียน)

6. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเนื้อหาในชั้นเรียน

7. ครูแจกบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 5 เรื่องขั้นตอนการดำเนินการของประโยคสัญลักษณ์ ให้นักเรียนไปศึกษาด้วยตนเองนอกชั้นเรียน

คาบที่ 5

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้วนักเรียนมีความสามารถดังนี้

1. ใช้สมบัติของการเท่ากันแก้สมการได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 5 ที่ให้นักเรียนไปศึกษานอกชั้นเรียนพร้อมทั้งสรุปเนื้อหาจากบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 5 ทั้งหมด

2. ครูสรุปบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 5 โดยใช้แผ่นโปรงใสอีกครั้งหนึ่งเพื่อทำความเข้าใจให้ตรงกัน

3. ครูแจกเอกสารสรุปบทเรียนบทเรียนที่ 5 เรื่องการแก้สมการ ให้นักเรียนทุกคน

4. ครูบรรยายเรื่องการแก้สมการ โดยใช้แผ่นโปรงใสซึ่งมีเนื้อหาตามบทเรียนที่ 5

5. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปวิธีการแก้สมการ

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.4ข ในรูปแบบการแสดงวิธีทำลงในสมุดการบ้านโดยดูโจทย์ได้จากแบบฝึกหัด 1.4ข ในบทเรียนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี แล้วส่งให้ครูตรวจ (เมื่อครูตรวจเสร็จแล้วส่งคืนให้นักเรียน)

7. ครูแจกบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 6 เรื่องการใช้สมบัติการแจกแจงช่วยหาคำตอบ (การรวมพจน์คล้าย) ให้นักเรียนไปศึกษาด้วยตนเองนอกชั้นเรียน

คาบที่ 6-7

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้วนักเรียนมีความสามารถดังนี้

1. แก้มการที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องและรวดเร็ว

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 6 ที่ให้นักเรียนไปศึกษานอกชั้นเรียนพร้อมทั้งสรุปเนื้อหาจากบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 6 ทั้งหมด
2. ครูสรุปบทเรียนสำเร็จรูปหน่วยที่ 6 โดยใช้แผ่นโปรงใสอีกครั้งหนึ่งเพื่อทำความเข้าใจให้ตรงกัน
3. ครูแจกเอกสารสรุปบทเรียนบทเรียนที่ 6-7 เรื่องการแก้มการ ให้นักเรียนทุกคน
4. ครูบรรยายเรื่องการแก้มการ โดยใช้แผ่นโปรงใสซึ่งมีเนื้อหาตามบทเรียนที่ 6-7
5. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเนื้อหาในชั้นเรียน
6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.4ค ในรูปแบบของการแสดงวิธีทำลงในสมุดการบ้าน โดยดูโจทย์ได้จากแบบฝึกหัด 1.4ค ในบทเรียนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยแบ่งให้นักเรียนทำคาบละกี่ข้อขึ้นอยู่กับดุลพินิจของครูผู้สอน แล้วส่งให้ครูตรวจ (เมื่อครูตรวจเสร็จแล้วส่งคืนให้นักเรียน)

คาบที่ 8-10

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้วนักเรียนมีความสามารถดังนี้

1. สร้างสมการจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้
2. หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการได้อย่างถูกต้อง

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูแจกเอกสารสรุปบทเรียนบทเรียนที่ 8-10 เรื่องโจทย์สมการ ให้นักเรียนทุกคน
2. ครูบรรยายเรื่องโจทย์สมการ โดยใช้แผ่นโปรงใสซึ่งมีเนื้อหาตามบทเรียนที่ 8-10

3. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปวิธีการแก้โจทย์สมการ

4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.5 ในรูปแบบของการแสดงวิธีทำลงในสมุดการบ้าน โดยดูโจทย์ได้จากแบบฝึกหัด 1.5 ในบทเรียนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยแบ่งให้นักเรียนทำคาบละกี่ข้อขึ้นอยู่กับดุลพินิจของครูผู้สอน แล้วส่งให้ครูตรวจ (เมื่อครูตรวจเสร็จแล้วส่งคืนให้นักเรียน)

ภาคผนวก ง

ชุดการเรียนรู้การสอน

- บทเรียนสำเร็จรูป จำนวน 6 หน่วย
- เอกสารสรุปบทเรียนพร้อมแบบฝึกหัด จำนวน 10 บทเรียน

คำชี้แจงวิธีใช้ชุดการเรียนรู้การสอนสำหรับนักเรียน

ชุดการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 นี้ ประกอบด้วย บทเรียนสำเร็จรูป จำนวน 6 หน่วย และเอกสารสรุปบทเรียนพร้อมแบบฝึกหัด จำนวน 10 บทเรียน โดยบทเรียนสำเร็จรูปเป็นบทเรียนที่ครูจะแจกให้นักเรียนไปศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองนอกชั้นเรียน เพื่อเสริมความรู้พื้นฐานในการเรียนเรื่องสมการ ให้กับนักเรียนก่อนเรียนเนื้อหาในแต่ละคาบเรียน ส่วนการเรียนในชั้นเรียนแต่ละคาบ ครูจะแจกเอกสารสรุปบทเรียนพร้อมแบบฝึกหัด ในรูปของบทเรียน ซึ่งแบ่งเป็นบทเรียนที่ 1 ถึงบทเรียนที่ 10 และครูเป็นผู้สอนโดยใช้แผ่นโปสเตอร์ที่มีเนื้อหาตรงกับเอกสารสรุปบทเรียนที่แจกให้นักเรียน

คำชี้แจงวิธีใช้บทเรียนสำเร็จรูปสำหรับนักเรียน

บทเรียนที่นักเรียนจะได้ศึกษาต่อไปนี้เรียกว่า บทเรียนสำเร็จรูป มีลักษณะคล้ายกับบทเรียนทั่ว ๆ ไป แต่มีลักษณะพิเศษคือ มีเนื้อหา และคำถามพร้อมทั้งเฉลย นักเรียนต้องศึกษาด้วยตนเองโดยอาศัยการอ่านและปฏิบัติตามคำสั่ง จุดประสงค์ที่ให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเองจากบทเรียนสำเร็จรูปซึ่งเป็นชุดเสริมการเรียนรู้ครั้งนี้ เพื่อเป็นการทบทวนความรู้พื้นฐานในการเรียนเรื่องสมการ นักเรียนคงจะตระหนักได้ว่าถ้าเราทำอะไรและประสบผลสำเร็จแล้วเราจะเกิดความภูมิใจ เกิดความมั่นใจ โดยเฉพาะการเรียนแล้วเราสามารถจดจำเรื่องนั้น ๆ ได้นาน ดังนั้นการศึกษาดด้วยตนเองครั้งนี้ นักเรียนควรพยายามใช้ความสามารถของตนเองอย่างเต็มที่ที่จะเรียนจากบทเรียนสำเร็จรูป ไม่พยายามเปิดดูเฉลยก่อนเรียนจากบทเรียนเพื่อความภูมิใจ และยังเป็นการท้าทายความสามารถของนักเรียน

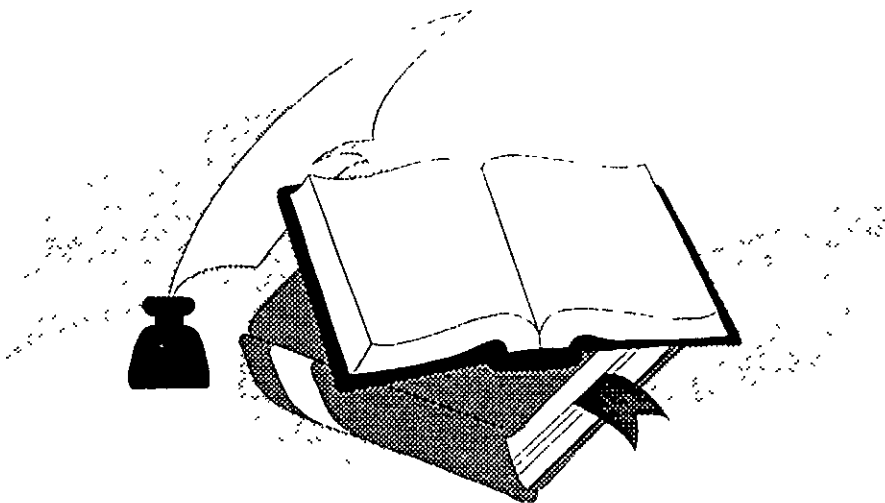
ขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องปฏิบัติมีดังนี้

1. เมื่อนักเรียนได้รับบทเรียนสำเร็จรูปแล้ว นักเรียนต้องศึกษาดด้วยตนเอง นักเรียนสามารถเติมข้อความ หรือเครื่องหมายใด ๆ ลงในบทเรียนได้ บทเรียนนี้นักเรียนเก็บไว้ได้เลย
2. เมื่อนักเรียนเรียนในแต่ละเรื่องของบทเรียน และตอบคำถามในบทเรียนเสร็จเรียบร้อยแล้ว ให้นักเรียนตรวจคำตอบจากเฉลยที่ให้ไว้ท้ายหน้าถัดไปของทุกคำถามเสมอ ถ้านักเรียนทำถูกไม่ถึง 7 ข้อ ใน 10 ข้อ ให้นักเรียนศึกษาดด้วยตนเองเรื่องเดิมใหม่อีกครั้ง แล้วตอบคำถามใหม่จนกว่าจะทำได้ถึง 7 ข้อ ใน 10 ข้อ จึงจะศึกษาเรื่องต่อไปได้
3. ในกรณีที่มีปัญหาให้ปรึกษาครูได้ หรือนำมาอภิปรายในชั้นเรียนต่อไป
4. เมื่อนักเรียนศึกษาดด้วยตนเองจากบทเรียนสำเร็จรูปเสร็จเรียบร้อยแล้ว ให้นักเรียนสรุปเนื้อหาในบทเรียนสำเร็จรูป เพื่อนำมาอภิปรายในชั้นเรียนต่อไป

บทเรียนสำเร็จรูป

หน่วยที่ 1

จำนวนเต็มและสัญลักษณ์

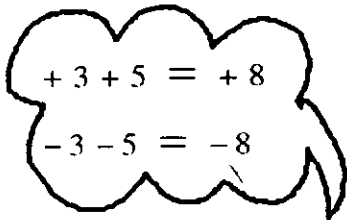


ชื่อ เลขที่

ชั้น

จำนวนเต็ม

การบวกและการลบจำนวนเต็มใดๆ

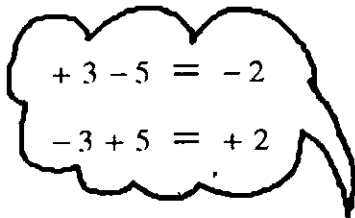


$$+3 + 5 = +8$$

$$-3 - 5 = -8$$

จำนวนบวกบวกกับจำนวนบวก ได้จำนวนบวก

จำนวนลบบวกกับจำนวนลบ ได้จำนวนลบ



$$+3 - 5 = -2$$

$$-3 + 5 = +2$$

จำนวนบวกกับจำนวนลบบวกกัน ให้เอาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเหล่านั้นมาลบกัน แล้วตอบเป็นจำนวนบวกหรือลบตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

คำถาม 1.1 จงหาคำตอบของจำนวนต่อไปนี้

- | | | | | |
|-------------------------|---------|---------|----------|----------|
| 1) $+3 + 6 = ?$ | ก) $+3$ | ข) -3 | ค) $+9$ | ง) -9 |
| 2) $-7 - 8 = ?$ | ก) $+1$ | ข) -1 | ค) $+15$ | ง) -15 |
| 3) $-5 + 10 = ?$ | ก) $+5$ | ข) -5 | ค) $+15$ | ง) -15 |
| 4) $+4 - 10 = ?$ | ก) $+6$ | ข) -6 | ค) $+14$ | ง) -14 |
| 5) $+2 - 3 + 7 - 6 = ?$ | ก) 0 | ข) $+2$ | ค) -2 | ง) -18 |
| 6) $-5 + 3 - 7 + 1 = ?$ | ก) $+4$ | ข) -8 | ค) $+8$ | ง) -16 |

เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วเปิดดูเฉลยได้ เฉลยจะอยู่ท้ายหน้าถัดไปของทุกคำถามเสมอ

การคูณและการหารจำนวนเต็มใดๆ

$$(+2)(+3) = +6$$

$$(-2)(-3) = +6$$

$$\frac{+6}{+2} = +3$$

$$\frac{-6}{-2} = +3$$

ตัวหารเป็นศูนย์

ไม่ใช่กันนะ

จำนวนบวก คูณหรือหารกัน ได้จำนวนบวก

จำนวนลบ คูณหรือหารกัน ได้จำนวนบวก

$$(-2)(+3) = -6$$

$$(+2)(-3) = -6$$

$$\frac{-6}{+2} = -3$$

$$\frac{+6}{-2} = -3$$

จำนวนบวกกับจำนวนลบ คูณหรือหารกัน ได้จำนวนลบ

คำถาม 1.2 จงหาคำตอบของจำนวนต่อไปนี้

1) $(+2)(+8) = ?$

ก) $+16$

ข) -16

2) $(-5)(-3) = ?$

ก) $+15$

ข) -15

3) $(+7)(-4) = ?$

ก) $+28$

ข) -28

4) $(-3)(-4) = ?$

ก) $+12$

ข) -12

5) $\frac{+10}{+2} = ?$

ก) $+5$

ข) -5

6) $\frac{+12}{-4} = ?$

ก) $+3$

ข) -3

7) $\frac{-15}{+3} = ?$

ก) $+5$

ข) -5

8) $\frac{-18}{-6} = ?$

ก) $+3$

ข) -3

9) $\frac{(+2)(-10)}{(-5)} = ?$

ก) $+4$

ข) -4

10) $\frac{(-12)(-3)(-4)}{(-6)(-2)} = ?$

ก) $+12$

ข) -12

เฉลยคำถาม 1.1 ตอบ ก) ข้อ 3,5 ตอบ ข) ข้อ 4,6 ตอบ ค) ข้อ 1 ตอบ ง) ข้อ 2

สัญลักษณ์

2×3 เขียนแทนด้วย $2(3)$

$2 \times (a + b)$ เขียนแทนด้วย $2(a + b)$

$a \times (b + c)$ เขียนแทนด้วย $a(b + c)$

ค่าคงตัวหรือตัวแปรอยู่หน้า

วงเล็บหมายถึง ค่าคงตัวหรือตัวแปร

คูณกับจำนวนที่อยู่ในวงเล็บ

$(-2) \times (-3)$ เขียนแทนด้วย $(-2)(-3)$

$(x + 2) \times (x + 3)$ เขียนแทนด้วย $(x + 2)(x + 3)$

วงเล็บสองวงเล็บอยู่ติดกันหมายถึง

วงเล็บทั้งสองคูณกัน

$2 \times x$ เขียนแทนด้วย $2x$

$(-3) \times x$ เขียนแทนด้วย $-3x$

ค่าคงตัวอยู่หน้าตัวแปรหมายถึง

ค่าคงตัวนั้นคูณกับตัวแปร

1×5 เขียนแทนด้วย 5

$(-1) \times 5$ เขียนแทนด้วย -5

$1 \times x$ เขียนแทนด้วย x

$(-1) \times x$ เขียนแทนด้วย $-x$

$1 \times (a + b)$ เขียนแทนด้วย $(a + b)$

$(-1) \times (a + b)$ เขียนแทนด้วย $-(a + b)$

ถ้านำ 1 คูณจำนวนใด ๆ จะได้จำนวนนั้น

ถ้านำ -1 คูณจำนวนใด ๆ จะได้จำนวนตรงข้ามของจำนวนนั้น

ระวัง 2×3 เขียนแทนด้วย 23 ไม่ได้นะ

$a \times b$ เขียนแทนด้วย ab

$(a \times b) + (a \times c)$ เขียนแทนด้วย $ab + ac$

ตัวแปรอยู่ติดกันหมายถึงตัวแปรคูณกัน

3×3 เขียนแทนด้วย 3^2

$a \times a$ เขียนแทนด้วย a^2

$a \times a \times a$ เขียนแทนด้วย a^3

จำนวนเดียวกันคูณกันสามารถเขียนในรูปเลขยกกำลังได้



$$2 \div 3 \text{ เขียนแทนด้วย } \frac{2}{3}$$

$$(-2) \div (-3) \text{ เขียนแทนด้วย } \frac{-2}{-3} \text{ หรือ } \frac{2}{3}$$

$$-(2 \div 3) \text{ เขียนแทนด้วย } -\frac{2}{3}$$

$$(-2) \div 3 \text{ เขียนแทนด้วย } \frac{-2}{3} \text{ หรือ } -\frac{2}{3}$$

$$2 \div (-3) \text{ เขียนแทนด้วย } \frac{2}{-3} \text{ หรือ } -\frac{2}{3}$$

การหารสามารถเขียนในรูปเศษส่วน
ได้ โดยตัวตั้งเป็นตัวเศษ และตัวหารเป็น
ตัวส่วน

$$-\frac{2}{3} \text{ หมายถึง จำนวนตรงข้ามของ } \frac{2}{3} \text{ หรือ}$$

จำนวนตรงข้ามของผลลัพธ์ที่ได้จาก

2 หารด้วย 3

$$\frac{-2}{3} \text{ หมายถึง } -2 \text{ หารด้วย } 3$$

$$\frac{2}{-3} \text{ หมายถึง } 2 \text{ หารด้วย } -3$$

$$-\frac{2}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{2}{-3} \text{ ทั้งสามจำนวนความ}$$

หมายไม่เหมือนกัน แต่มีค่าเท่ากัน

$$x \div 2 \text{ เขียนแทนด้วย } \frac{x}{2}$$

$$x \div (-2) \text{ เขียนแทนด้วย } \frac{x}{-2} \text{ หรือ } -\frac{x}{2}$$

ตัวเศษเป็นตัวแปรตัวส่วนเป็น

ค่าคงตัวหมายถึง ตัวแปรหารด้วยค่าคงตัว

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \text{ เมื่อ } b \neq 0, d \neq 0$$

สังเกต เศษส่วนคูณเศษส่วน ให้เอาตัวเศษคูณ

ตัวเศษ ตัวส่วนคูณตัวส่วน

$$\text{ดังนั้น } \frac{2}{3} \times x = \frac{2}{3} \times \frac{x}{1} = \frac{2x}{3}$$

$$\frac{2}{3} \times x \text{ เขียนแทนด้วย } \frac{2}{3}x \text{ หรือ } \frac{2x}{3}$$

$$\frac{2x}{3} \text{ หมายถึง } 2 \text{ คูณด้วย } x \text{ ทั้งหมดหารด้วย } 3$$

$$\frac{2}{3}x \text{ หมายถึง } 2 \text{ หารด้วย } 3 \text{ ทั้งหมดคูณด้วย } x$$

$$\frac{2x}{3} \text{ และ } \frac{2}{3}x \text{ มีความหมาย}$$

ไม่เหมือนกัน แต่มีค่าเท่ากัน

$$5 \div 1 \text{ เขียนแทนด้วย } \frac{5}{1} \text{ หรือ } 5$$

$$5 \div (-1) \text{ เขียนแทนด้วย } \frac{5}{-1} \text{ หรือ } -5$$

$$x \div 1 \text{ เขียนแทนด้วย } \frac{x}{1} \text{ หรือ } x$$

$$x \div (-1) \text{ เขียนแทนด้วย } \frac{x}{-1} \text{ หรือ } -x$$

ถ้านำ 1 ไปหารจำนวนใด ๆ จะ
ได้จำนวนนั้น ถ้านำ -1 ไปหารจำนวนใด ๆ
จะได้จำนวนตรงข้ามของจำนวนนั้น

$$(-x)(-1) \text{ เท่ากับ } x$$

$$\frac{-x}{-1} \text{ เท่ากับ } x$$

-x เมื่อคูณหรือหารด้วย -1 จะได้

เท่ากับ x

คำถาม 1.3

จงเขียนเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อที่ถูก
และเขียนเครื่องหมาย X หน้าข้อที่ผิด

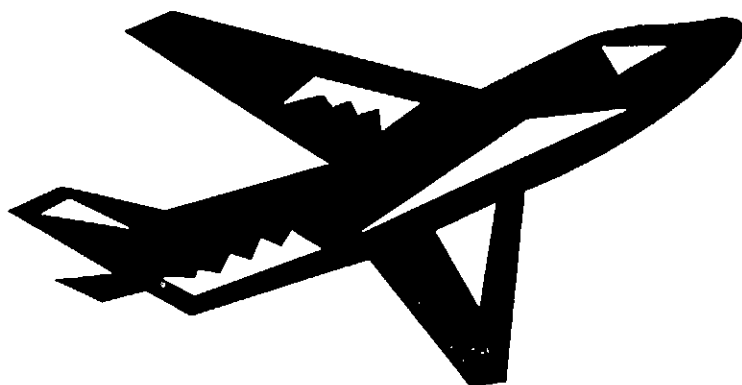
- 1) วงเล็บสองวงเล็บติดกันหมายถึงวงเล็บทั้งสองวงเล็บ
- 2) ค่าคงตัวอยู่หน้าวงเล็บหมายถึงค่าคงตัวนั้นคูณกับจำนวนที่อยู่ในวงเล็บ
- 3) $-(a + b)$ มีค่าเท่ากับ -1 คูณด้วย $(a + b)$
- 4) $\frac{-3}{+4}$, $\frac{+3}{-4}$, $-\frac{3}{4}$ มีค่าไม่เท่ากัน
- 5) ab หมายถึง a คูณด้วย b และ $\frac{c}{d}$ หมายถึง c หารด้วย d
- 6) $5x$ หมายถึง 5 คูณด้วย x และ $\frac{x}{5}$ หมายถึง x หารด้วย 5
- 7) $1x = x$, $\frac{x}{1} = x$
- 8) $-1x = -x$, $\frac{x}{-1} = -x$
- 9) $(-1)(-x) = x$, $\frac{-x}{-1} = x$
- 10) $(-1)^3 = -1$
- 11) $(-1)^2 = -1$



บทเรียนสำเร็จรูป

หน่วยที่ 2

พจน์ นิพจน์ การแทนค่าตัวแปรด้วยค่าคงตัว



ชื่อ เลขที่

ชั้น

พจน์ และ นิพจน์

นิพจน์

เรียกข้อความในรูปสัญลักษณ์ $4, 2 + 3, 3x, 6 + x, 5x - 5, 2x - 3y + 4, x^2, \frac{xy}{2} + 3$ ว่า นิพจน์

พจน์

นิพจน์ที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณของค่าคงตัวกับค่าคงตัว หรือ ค่าคงตัวกับตัวแปร ตั้งแต่หนึ่งตัวขึ้นไปโดยที่เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นจำนวนเต็มบวกเรียกว่า พจน์

ตัวอย่างเช่น $2(3), -8, 2x, y, 1.3x, \frac{2}{3}x, 3xy, x^2$ เป็นต้น

สัมประสิทธิ์ของพจน์

เราเรียกค่าคงตัวในแต่ละพจน์ว่า สัมประสิทธิ์ของพจน์นั้น ๆ ตัวอย่างเช่น

5 มีสัมประสิทธิ์เป็น 5

$3x$ มีสัมประสิทธิ์เป็น 3

x มีสัมประสิทธิ์เป็น 1

(เพราะว่า $x = 1x$)

$-x$ มีสัมประสิทธิ์เป็น -1

(เพราะว่า $-x = -1x$)

$-\frac{2}{3}x$ มีสัมประสิทธิ์เป็น $-\frac{2}{3}$

$3xy$ มีสัมประสิทธิ์เป็น 3

จำนวนพจน์ทั้งหมดของนิพจน์ใด ๆ

จะเห็นได้ว่าในแต่ละนิพจน์มีตั้งแต่หนึ่งพจน์ขึ้นไปเช่น

4 มี 1 พจน์ คือ 4

$3x$ มี 1 พจน์ คือ $3x$

$6 + x$ มี 2 พจน์ คือ 6 และ x

$5x - 5$ มี 2 พจน์ คือ $5x$ และ -5

$2x - 3y + 4$ มี 3 พจน์ คือ $2x, -3y$ และ $+4$

x^2 มี 1 พจน์ คือ x^2

$\frac{xy}{2} + 3xy$ มี 2 พจน์ คือ $\frac{xy}{2}$ และ $+3xy$



คำถาม 2.1 จงเติมคำในช่องว่างต่อไปนี้

- 1) 10 มีสัมประสิทธิ์เป็น
- 2) $12x$ มีสัมประสิทธิ์เป็น
- 3) $-z$ มีสัมประสิทธิ์เป็น
- 4) $-2.5x$ มีสัมประสิทธิ์เป็น
- 5) $\frac{x}{2}$ มีสัมประสิทธิ์เป็น
- 6) $\frac{5x}{6}$ มีสัมประสิทธิ์เป็น
- 7) $2x$ มี..... พจน์ คือ
- 8) $5x - 6$ มี..... พจน์ คือ
- 9) $2a + 2b - 4c - 5$ มี..... พจน์ คือ
- 10) $2x - 3y + 4x - 5z - 3$ มี..... พจน์ คือ
- 11) $2 + 3x - 5 + 6x$ มี..... พจน์ คือ
- 12) $12x - 3x$ มี..... พจน์ คือ

เมื่อทำเสร็จแล้วดูเฉลยได้จากท้ายหน้าถัดไปของทุกคำถามเสมอ

การแทนค่าตัวแปรด้วยค่าคงตัวในประโยคสัญลักษณ์

ตัวอย่าง

1) $14 - 7x = ?$ เมื่อ $x = 10$

วิธีทำ $14 - 7x = 14 - (7 \times 10)$
 $= 14 - 70$
 $= -59$

จะเห็นได้ว่า ต้องหาคำตอบของ $7x$ ก่อน

2) $-3 + \frac{x}{2} = ?$ เมื่อ $x = 4$

วิธีทำ $-3 + \frac{x}{2} = -3 + \frac{4}{2}$
 $= -3 + 2$
 $= -1$

จะเห็นได้ว่า ต้องหาคำตอบของ $\frac{x}{2}$ ก่อน

3) $4 + 8 - 2x = ?$ เมื่อ $x = 9$

วิธีทำ $4 + 8 - 2x = 4 + 8 - (2 \times 9)$
 $= 4 + 8 - 18$
 $= -6$

จะเห็นได้ว่า ต้องหาคำตอบของ $2x$ ก่อน

4) $25 - 3x + x - 3 = ?$ เมื่อ $x = 8$

วิธีทำ $25 - 3x + x - 3 = 25 - (3 \times 8) + 8 - 3$
 $= 25 - 24 + 8 - 3$
 $= 6$

จะเห็นได้ว่า ต้องหาคำตอบของ $3x$ ก่อน

5) $6(3x + 2) = ?$ เมื่อ $x = 2$

วิธีทำ $6(3x + 2) = 6[(3 \times 2) + 2]$
 $= 6[6 + 2]$
 $= 6(8)$
 $= 48$

จะเห็นได้ว่า ต้องหาคำตอบของ $3x$ ก่อนแล้วหาคำตอบในวงเล็บแล้วจึงนำมาคูณกับ 6

6) $\frac{x-18}{x-6} = ?$ เมื่อ $x = 4$

วิธีทำ $\frac{x-18}{x-6} = \frac{4-18}{4-6}$
 $= \frac{-14}{-2}$
 $= 7$

จะเห็นได้ว่า ต้องหาคำตอบของตัวเศษและตัวส่วนก่อน

เฉลย

1)10, 2)12, 3)-1, 4)-2.5, 5) $\frac{1}{2}$, 6) $\frac{5}{6}$, 7)1 ; 2x, 8)2 ; 5x, -6, 9) 4 ; 2a, 2b,

คำถาม 2.1

-4c, -5,10)5 ; 2x, -3y, 4x, -5z, -3,11)4 ; 2, 3x, -5, 6x,12)2 ; 12x,-3x

$$7) \quad x^2 + 5 = ? \text{ เมื่อ } x = 3$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad x^2 + 5 &= 3^2 + 5 \\ &= (3 \times 3) + 5 \\ &= 9 + 5 \\ &= 14 \end{aligned}$$

$$8) \quad x^2 + 5 = ? \text{ เมื่อ } x = -3$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad x^2 + 5 &= (-3)^2 + 5 \\ &= [(-3)(-3) + 5] \\ &= 9 + 5 \\ &= 14 \end{aligned}$$

ข้อสังเกต ตัวอย่าง 7 และ 8 ต้องหาคำตอบของ x^2 ก่อน

ตัวอย่าง 7 จำนวนบวกยกกำลังสองได้จำนวนบวก

ตัวอย่าง 8 จำนวนลบยกกำลังสองได้จำนวนบวก

$$9) \quad y^3 + 6 = ? \text{ เมื่อ } y = 2$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad y^3 + 6 &= 2^3 + 6 \\ &= (2 \times 2 \times 2) + 6 \\ &= 8 + 6 \\ &= 14 \end{aligned}$$

$$10) \quad y^3 + 6 = ? \text{ เมื่อ } y = -2$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad y^3 + 6 &= (-2)^3 + 6 \\ &= (-2)(-2)(-2) + 6 \\ &= -8 + 6 \\ &= -2 \end{aligned}$$

ข้อสังเกต ตัวอย่าง 9 และ 10 ต้องหาคำตอบของ y^3 ก่อน

ตัวอย่าง 9 จำนวนบวกยกกำลังสามได้จำนวนบวก

ตัวอย่าง 10 จำนวนลบยกกำลังสามได้จำนวนลบ



$$11) \quad \frac{2x}{3} - 5 = ? \text{ เมื่อ } x = 6$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \frac{2x}{3} - 5 &= \frac{2 \times 6}{3} - 5 \\ &= 4 - 5 \\ &= -1 \end{aligned}$$

จะเห็นได้ว่า ต้องหาคำตอบของ $\frac{2x}{3}$ ก่อน

$$12) \quad \frac{9}{x} + x = ? \text{ เมื่อ } x = -3$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \frac{9}{x} + x &= \frac{9}{-3} + (-3) \\ &= -3 - 3 \\ &= -6 \end{aligned}$$

จะเห็นได้ว่า ต้องหาคำตอบของ $\frac{9}{x}$ ก่อน

$$13) \frac{2x}{5} + 6 - \frac{2x}{3} = ? \text{ เมื่อ } x = -15$$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \frac{2x}{5} + 6 - \frac{2x}{3} &= \frac{2(-15)}{5} + 6 - \frac{2(-15)}{3} \\ &= -6 + 6 + 10 \\ &= 10 \end{aligned}$$

จะเห็นได้ว่า ต้องหาคำตอบของ $\frac{2x}{5}$ และ $\frac{2x}{3}$ ก่อน

$$14) (x - 3)(-x + 3) = ? \text{ เมื่อ } x = 8$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } (x - 3)(-x + 3) &= (8 - 3)(-8 + 3) \\ &= 5(-5) \\ &= -25 \end{aligned}$$

จะเห็นได้ว่า ต้องหาคำตอบในวงเล็บก่อน

$$15) 10 + 4(x + 7) = ? \text{ เมื่อ } x = -3$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } 10 + 4(x + 7) &= 10 + 4(-3 + 7) \\ &= 10 + 4(4) \\ &= 10 + 16 \\ &= 26 \end{aligned}$$

จะเห็นได้ว่า ต้องหาคำตอบในวงเล็บก่อน
แล้วนำมาคูณกับ 4 แล้วจึงนำมาบวกกับ 10
สังเกต จะนำ $10 + 4$ ก่อนไม่ได้เด็ดขาด
เพราะ 4 คูณกับวงเล็บอยู่ต้องทำคูณให้เสร็จ
ก่อน

$$16) \frac{x}{x-4} + 5 = ? \text{ เมื่อ } x = 8$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } \frac{x}{x-4} + 5 &= \frac{8}{8-4} + 5 \\ &= \frac{8}{4} + 5 \\ &= 2 + 5 \\ &= 7 \end{aligned}$$

จะเห็นได้ว่า ต้องหาคำตอบของ $\frac{x}{x-4}$ ก่อน



คำถาม 2.2 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว

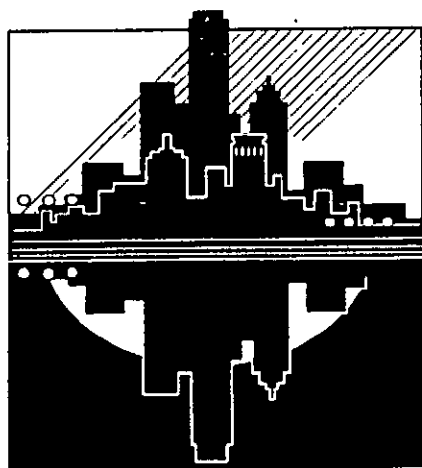
- 1) $15 - 3x = ?$ เมื่อ $x = 4$ ก. 48 ข. 3
- 2) $-2 + 4x = ?$ เมื่อ $x = 4$ ก. 14 ข. 8
- 3) $\frac{4x}{4} = ?$ เมื่อ $x = 16$ ก. 1 ข. 16
- 4) $3(x - 10) = ?$ เมื่อ $x = 6$ ก. - 12 ข. - 1
- 5) $6x - 5 = ?$ เมื่อ $x = 3$ ก. 12 ข. 13
- 6) $x - 12 - (x - 13) = ?$ เมื่อ $x = 30$ ก. 35 ข. 1
- 7) $(x - 1) - (x - 7) = ?$ เมื่อ $x = - 4$ ก. 6 ข. - 16
- 8) $\frac{x + 38}{x + 2} = ?$ เมื่อ $x = 4$ ก. 7 ข. 5


เฉลยคำถาม 2.2 ตอบ ก) ข้อ 2, 4, 7, 8, ตอบ ข) ข้อ 1, 3, 5, 6

บทเรียนสำเร็จรูป

หน่วยที่ 3

สมบัติการสลับที่และสมบัติการแจกแจง



ชื่อ

เลขที่

ชั้น

สมบัติการสลับที่

ให้ a และ b แทนจำนวนใด ๆ

สมบัติการสลับที่การบวก

$a + b = b + a$

ตัวอย่าง $2 + 3 = 3 + 2$

การบวกมีสมบัติการสลับที่

สมบัติการสลับที่การคูณ

$ab = ba$

ตัวอย่าง $2 \times 3 = 3 \times 2$

การคูณมีสมบัติการสลับที่

$2 - 3 = -1$

$3 - 2 = 1$

ดังนั้น $2 - 3 \neq 3 - 2$

แสดงว่า การลบไม่มีสมบัติการสลับที่

ดังนั้น $a - b \neq b - a$ เมื่อ $a \neq b$

$\frac{8}{4} = 2$

$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

ดังนั้น $\frac{8}{4} \neq \frac{4}{8}$

แสดงว่า การหารไม่มีสมบัติการสลับที่

ดังนั้น $\frac{a}{b} \neq \frac{b}{a}$ เมื่อ $a \neq b$

จาก $a - b = a + (-b)$
 $= -b + a$

(โดยสมบัติการสลับที่การบวก)

ดังนั้น $a - b = -b + a$

ตัวอย่าง $2 - 3 = -3 + 2$

สรุปสมบัติการสลับที่

สมบัติการสลับที่การบวก $a + b = b + a$

สมบัติการสลับที่การคูณ $ab = ba$



คำถาม 2.1 จงใส่เครื่องหมาย ✓ หน้าข้อที่ถูก เครื่องหมาย X หน้าข้อที่ผิด

.....1) $a(b + c) = (b + c)a$

$$\dots\dots\dots 2) \quad ab + ac = ba + ca$$

$$\dots\dots\dots 3) \quad -2(x + y) = (x + y) - 2$$

$$\dots\dots\dots 4) \quad 5(2x + 3) = (2a + 3)5$$

$$\dots\dots\dots 5) \quad 2x - 3 + 3x = 2x + 3x - 3$$

$$\dots\dots\dots 6) \quad 5a + 6 - 4a - 3 = 5a - 4a + 6 - 3$$

$$\dots\dots\dots 7) \quad 5x + 2 - 3x - 6 = +2 + 6 - 5x - 3x$$

$$\dots\dots\dots 8) \quad \frac{2x}{3} + 5 - \frac{6x}{5} - \frac{3}{2} = \frac{2x}{3} - \frac{6x}{5} + 5 - \frac{3}{2}$$

$$\dots\dots\dots 9) \quad 5 - 3 + 2 - 7 = 5 + 2 - 3 - 7$$

$$\dots\dots\dots 10) \quad a - b - c + d = -c + a + d - b$$

$$\dots\dots\dots 11) \quad 2x - 3y = 3y - 2x$$

$$\dots\dots\dots 12) \quad abc - d = cba - d$$

$$\dots\dots\dots 13) \quad a + b = b + a$$

$$\dots\dots\dots 14) \quad a - b = b - a$$

$$\dots\dots\dots 15) \quad xy = yx$$

$$\dots\dots\dots 16) \quad \frac{x}{y} = \frac{y}{x}$$

$$\dots\dots\dots 17) \quad 2x - y = -y + 2x$$

$$\dots\dots\dots 18) \quad x - y = -y + x$$

เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วเปิดดูเฉลยได้เฉลยจะอยู่ท้ายหน้าถัดไปเสมอ

สมบัติการแจกแจง

ให้ a, b, c และ d แทนจำนวนใด ๆ

สมบัติการแจกแจง

$$a(b + c) = ab + ac$$

(เรียกว่า สมบัติการแจกแจงทางซ้าย)

ตัวอย่าง

$2(6 + 4) = 2(10) = 20$ ★

$2(6) + 2(4) = 12 + 8 = 20$ ★

จะเห็นได้ว่า ★ = ★

นั่นคือ $2(6 + 4) = 2(6) + 2(4)$

$$a(b - c) = a(b + (-c))$$
$$= ab + a(-c) \quad \text{โดยใช้สมบัติการแจกแจง}$$
$$= ab - ac$$

ดังนั้น $a(b - c) = ab - ac$

ตัวอย่าง

$2(7 - 3) = 2(10) = 20$ ★

$2(7) - 2(3) = 14 - 6 = 20$ ★

จะเห็นได้ว่า ★ = ★

นั่นคือ $2(7 - 3) = 2(7) - 2(3)$

$$a(b + c + d) = a((b + c) + d)$$
$$= a(b + c) + ad \quad \text{โดยใช้สมบัติการแจกแจง}$$
$$= ab + ac + ad \quad \text{โดยใช้สมบัติการแจกแจง}$$

ดังนั้น $a(b + c + d) = ab + ac + ad$

ตัวอย่าง

$2(2 + 3 + 5) = 2(10) = 20$ ★

$2(2) + 2(3) + 2(5) = 4 + 6 + 10 = 20$ ★

จะเห็นได้ว่า ★ = ★

นั่นคือ

$2(2 + 3 + 5) = 2(2) + 2(3) + 2(5)$

$a(bc + d) = a((bc) + d)$ $= a(bc) + ad$ โดยใช้สมบัติการแจกแจง $= abc + ad$ ดังนั้น $a(bc + d) = abc + ad$	ตัวอย่าง $2\{2(3) + 4\} = 2\{6 + 4\} = 20$ ★ $2\{2(3)\} + 2(4) = 2\{6\} + 8 = 20$ ★ จะเห็นได้ว่า ★ = ★ นั่นคือ $2\{2(3) + 4\} = 2\{2(3)\} + 2(4)$
---	---

$(b + c)a = a(b + c)$	โดยใช้สมบัติการสลับที่การคูณ
$= ab + ac$	โดยใช้สมบัติการแจกแจง
$= ba + ca$	โดยใช้สมบัติการสลับที่การคูณ
ดังนั้น $(b + c)a = ba + ca$ (เรียกว่า สมบัติการแจกแจงทางขวา)	
ในการทำงานเดียวกันจะได้ว่า	
$(b + c + d)a = ba + ca + da$ $(bc + d)a = bca + da$ $(b - c)a = ba - ca$	

สรุปสมบัติการแจกแจงรูปแบบต่าง ๆ

สมบัติการแจกแจงทางซ้าย

$a(b + c) = ab + ac$

สมบัติการแจกแจงทางขวา

$(b + c)a = ba + ca$

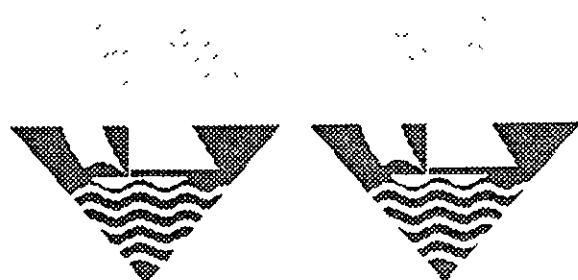
$a(b + c + d) = ab + ac + ad$
 $a(bc + d) = abc + ad$
 $a(b - c) = ab - ac$
ใช้สมบัติการแจกแจงทางซ้าย

$(b + c + d)a = ba + ca + da$
 $(bc + d)a = bca + da$
 $(b - c)a = ba - ca$
ใช้สมบัติการแจกแจงทางขวา

บทเรียนสำเร็จรูป

หน่วยที่ 4

สรุปสมบัติการแจกแจงและรูปแบบต่าง ๆ ที่ใช้สมบัติการแจกแจง
สมบัติการเท่ากัน



ชื่อ เลขที่

ชั้น

สรุป

สมบัติการแจกแจงและรูปแบบต่าง ๆ ที่ใช้สมบัติการแจกแจง

สมบัติการแจกแจงทางซ้าย

$$a(b + c) = ab + ac$$

สมบัติการแจกแจงทางขวา

$$(b + c)a = ba + ca$$

ใช้สมบัติการแจกแจงทางซ้าย

ใช้สมบัติการแจกแจงทางขวา

$$\begin{aligned} a(b + c + d) &= ab + ac + ad \\ a(bc + d) &= abc + ad \\ a(b - c) &= ab - ac \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b + c + d)a &= ba + ca + da \\ (bc + d)a &= bca + da \\ (b - c)a &= ba - ca \end{aligned}$$

โดยใช้สมบัติสมมาตร

คือ ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$

จะได้ว่า

ถ้า $a(b + c) = ab + ac$ แล้ว $ab + ac = a(b + c)$

ในทำนองเดียวกันจะได้

$$\begin{aligned} ab + ac &= a(b + c) \\ ab + ac + ad &= a(b + c + d) \\ abc + ad &= a(bc + d) \\ ab - ac &= a(b - c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a + ca &= (b + c)a \\ ba + ca + da &= (b + c + d)a \\ bca + da &= (bc + d)a \\ ba - ca &= (b - c)a \end{aligned}$$

ใช้สมบัติการแจกแจงทางซ้าย

ใช้สมบัติการแจกแจงทางขวา

สมบัติการเท่ากัน

ให้ a, b, c, d และ e แทนจำนวนใด ๆ

สมบัติการบวก

ถ้า $a = b$ จะได้ว่า $a + c = b + c$

ตัวอย่าง $10 = 10$
 $10 + 3 = 10 + 3$

สังเกต สมการทางซ้ายมี 1 พจน์และ
ทางขวามี 1 พจน์

จะเห็นได้ว่า เมื่อนำ 3 มาบวกทั้งสองข้าง
ของสมการจะทำให้สมการเป็นจริง

สมบัติการลบ

ถ้า $a = b$ จะได้ว่า $a - c = b - c$

ตัวอย่าง $10 = 10$
 $10 - 3 = 10 - 3$

สังเกต สมการทางซ้ายมี 1 พจน์และ
ทางขวามี 1 พจน์

จะเห็นได้ว่า เมื่อนำ 3 มาลบทั้งสองข้างของ
สมการจะทำให้สมการเป็นจริง

ถ้า $a + b = c$ จะได้ว่า

$a + b + d = c + d$

ตัวอย่าง $6 + 4 = 10$
 $6 + 4 + 3 = 10 + 3$

สังเกต สมการทางซ้ายมี 2 พจน์และ
ทางขวามี 1 พจน์

จะเห็นได้ว่า เมื่อนำ 3 มาบวกทั้งสองข้าง
ของสมการจะทำให้สมการเป็นจริง

ถ้า $a + b = c$ จะได้ว่า

$a + b - d = c - d$

ตัวอย่าง $6 + 4 = 10$
 $6 + 4 - 3 = 10 - 3$

สังเกต สมการทางซ้ายมี 2 พจน์และ
ทางขวามี 1 พจน์

จะเห็นได้ว่า เมื่อนำ 3 มาลบทั้งสองข้างของ
สมการจะทำให้สมการเป็นจริง

ถ้า $ab + c = d$ จะได้ว่า

$$ab + c + e = d + e$$

ตัวอย่าง $3(2) + 4 = 10$

$$\underbrace{3(2) + 4 + 3}_{= 13} = \underbrace{10 + 3}_{= 13}$$

สังเกต สมการทางซ้ายมี 2 พจน์และ
ทางขวามี 1 พจน์

จะเห็นได้ว่า เมื่อนำ 3 มาบวกทั้งสองข้างของ
สมการจะทำให้สมการเป็นจริง

ถ้า $ab + c = d$ จะได้ว่า

$$ab + c - e = d - e$$

ตัวอย่าง $3(2) + 4 = 10$

$$\underbrace{3(2) + 4 - 3}_{= 13} = \underbrace{10 - 3}_{= 13}$$

สังเกต สมการทางซ้ายมี 2 พจน์และ
ทางขวามี 1 พจน์

จะเห็นได้ว่า เมื่อนำ 3 มาลบทั้งสองข้าง
ของสมการจะทำให้สมการเป็นจริง

คำถาม 4.1 จงใส่เครื่องหมาย ✓ หน้าข้อที่ถูก เครื่องหมาย ✗ หน้าข้อที่ผิด

.....1) ถ้า $b - 7 = 6$ แล้ว $b - 7 + 7 = 6 + 7$ หรือ $b = 13$

.....2) ถ้า $a + 4 = 5$ แล้ว $a + 4 - 4 = 5 - 4$ หรือ $a = 1$

.....3) ถ้า $2a + 5 = 6$ แล้ว $2a + 5 - 5 = 6 - 5$ หรือ $2a = 1$

.....4) ถ้า $2x + 7 = 8$ แล้ว $2x - 7 + 7 = 8 + 7$ หรือ $2x = 15$

.....5) ถ้า $3a - 6 = 8$ แล้ว $3a + 6 - 6 + 6 = 8 + 6$ หรือ $3a + 6 = 14$

.....6) ถ้า $5x + 4 = 2x + 5$ แล้ว $5x + 4 - 4 = 2x + 5 - 4$ หรือ $5x = 2x - 1$

.....7) ถ้า $6x = 2x + 7$ แล้ว $6x - 2x = 2x + 7 - 2x$

.....8) ถ้า $2x + 5 = 10$ แล้ว $2x = 5$

.....9) ถ้า $x + 3 = 5$ แล้ว $x = 5 - 3$

.....10) ถ้า $x - 3 = 5$ แล้ว $x = 5 + 3$

เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วเปิดดูเฉลยได้เฉลยจะอยู่ท้ายหน้าถัดไปเสมอ

สมบัติการคูณ

ถ้า $a = b$ จะได้ว่า $ac = bc$

ตัวอย่าง $10 = 10$

$$\underbrace{10 \times 5}_{= 50} = \underbrace{10 \times 5}_{= 50}$$

สังเกต สมการทางซ้ายมี 1 พจน์และ
ทางขวามี 1 พจน์
จะเห็นได้ว่า เมื่อนำ 5 คูณทั้งสองข้างของ
สมการจะทำให้สมการเป็นจริง

สมบัติการหาร

ถ้า $a = b$ จะได้ว่า $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ เมื่อ $c \neq 0$

ตัวอย่าง $10 = 10$

$$\underbrace{\frac{10}{5}}_{= 2} = \underbrace{\frac{10}{5}}_{= 2}$$

สังเกต สมการทางซ้ายมี 1 พจน์และ
ทางขวามี 1 พจน์
จะเห็นได้ว่า เมื่อนำ 5 หารทั้งสองข้างของ
สมการจะทำให้สมการเป็นจริง

ถ้า $a + b = c$ จะได้ว่า

$$ad + bd = cd$$

ตัวอย่าง $6 + 4 = 10$

$$\underbrace{6(2) + 4(2)}_{= 20} = \underbrace{10 \times 2}_{= 20}$$

สังเกต สมการทางซ้ายมี 2 พจน์และ
ทางขวามี 1 พจน์
เมื่อนำ 5 คูณทั้งสองข้างของสมการ
โดยคูณทุกพจน์จะทำให้สมการเป็นจริง

ถ้า $a + b = c$ จะได้ว่า

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{c}{d} \text{ เมื่อ } d \neq 0$$

ตัวอย่าง $6 + 4 = 10$

$$\underbrace{\frac{6}{2} + \frac{4}{2}}_{= 3 + 2}_{= 5} = \underbrace{\frac{10}{2}}_{= 5}$$

สังเกต สมการทางซ้ายมี 2 พจน์และ
ทางขวามี 1 พจน์
เมื่อนำ 5 หารทั้งสองข้างของสมการ
โดยหารทุกพจน์จะทำให้สมการเป็นจริง

ถ้า $ab + c = d$ จะได้ว่า

$$abe + ce = de$$

ตัวอย่าง $3(2) + 4 = 10$

$$\{3(2)\}2 + (4)2 = (10)2$$

$$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{= 12 + 8} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{= 20}$$

$$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{= 20}$$

สังเกต สมการทางซ้ายมี 2 พจน์และ
ทางขวามี 1 พจน์

จะเห็นได้ว่า เมื่อนำ 5 คูณทั้งสองข้างของ
สมการโดยคูณทุกพจน์ จะทำให้สมการเป็น
จริง

ถ้า $ab + c = d$ จะได้ว่า

$$\frac{ab}{e} + \frac{c}{e} = \frac{d}{e} \quad \text{เมื่อ } e \neq 0$$

ตัวอย่าง $3(2) + 4 = 10$

$$\frac{3(2)}{2} + \frac{4}{2} = \frac{10}{2}$$

$$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{= 3 + 2} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{= 5}$$

$$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{= 5}$$

สังเกต สมการทางซ้ายมี 2 พจน์และ
ทางขวามี 1 พจน์

จะเห็นได้ว่า เมื่อนำ 5 หารทั้งสองข้างของ
สมการโดยหารทุกพจน์จะทำให้สมการเป็น
จริง

สรุป

สมบัติการคูณ

ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$

ถ้า $a + b = c$ แล้ว $ad + bd = cd$

ถ้า $ab + c = d$ แล้ว $abe + ce = de$

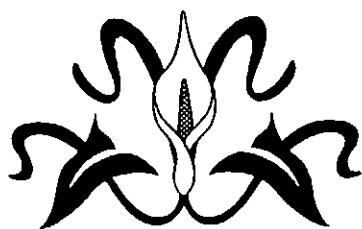
สมบัติการหาร

ถ้า $a = b$ แล้ว $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$, $c \neq 0$

ถ้า $a + b = c$ แล้ว $\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{c}{d}$, $d \neq 0$

ถ้า $ab + c = d$ แล้ว $\frac{ab}{e} + \frac{c}{e} = \frac{d}{e}$, $e \neq 0$

สรุป การนำจำนวนใด ๆ มาคูณหรือหารทั้งสองข้างของสมการ (โดยตัวหารไม่เท่ากับศูนย์)
ทำได้โดยการคูณหรือหารทุก ๆ พจน์ทั้งสองข้างของสมการ



คำถาม 4.2 จงใส่เครื่องหมาย ✓ หน้าข้อที่ถูก เครื่องหมาย X หน้าข้อที่ผิด

.....1) ถ้า $2x = 8$ แล้ว $\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$ หรือ $x = 4$

.....2) ถ้า $\frac{x}{3} = 5$ แล้ว $\frac{x}{3} \times 3 = 5 \times 3$ หรือ $x = 15$

.....3) ถ้า $\frac{2x}{3} = 6$ แล้ว $\frac{2x}{3} \times \frac{3}{2} = 6 \times \frac{3}{2}$ หรือ $x = 9$

.....4) ถ้า $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 6$ แล้ว $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} \times 3 = 6 \times 3$ หรือ $\frac{x}{2} + x = 18$

.....5) ถ้า $2x + 3 = 12$ แล้ว $2x + 3 \times 6 = 12 \times 6$ หรือ $2x + 18 = 72$

.....6) ถ้า $5 + 3x = 12$ แล้ว $5 + \frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$ หรือ $5 + x = 4$

.....7) ถ้า $\frac{x}{5} + \frac{x}{2} = 8$ แล้ว $(\frac{x}{5})10 + (\frac{x}{2})10 = (8)10$ หรือ $2x + 5x = 80$

.....8) ถ้า $4x - 6 = 18$ แล้ว $2x - 3 = 9$

.....9) ถ้า $5x = 20$ แล้ว $x = 4$

.....10) ถ้า $2x + 6 = 12$ แล้ว $x + 6 = 6$

.....11) ถ้า $3x + 2 = 5$ แล้ว $30x + 20 = 50$

.....12) ถ้า $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 7$ แล้ว $(\frac{x}{2})6 + (\frac{x}{3})6 = (7)6$

.....13) ถ้า $2x = 5$ แล้ว $x = \frac{5}{2}$

.....14) ถ้า $\frac{x}{2} = 10$ แล้ว $x = 20$

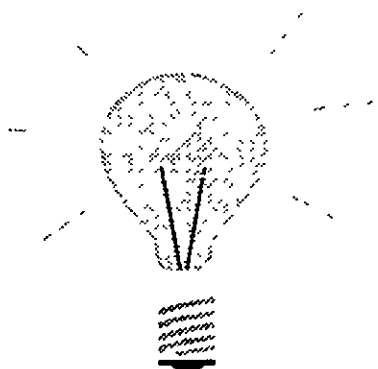


เฉลยคำถาม 4.2	ข้อที่ไม่ถูกคือข้อ 4 , 5, 6, และ 10
---------------	-------------------------------------

๘ ๐ ๕ บทเรียนสำเร็จรูป

หน่วยที่ ๕

ขั้นตอนการดำเนินการของประโยคสัญลักษณ์



ชื่อ เลขที่
ชั้น

ขั้นตอนการดำเนินการของประโยคสัญลักษณ์

แผนผังลูกศร	แสดงถึง
$x \xrightarrow{+3} x + 3$	x เปลี่ยนเป็น $x + 3$ ได้โดยการบวกด้วย 3
$x \xrightarrow{-3} x - 3$	x เปลี่ยนเป็น $x - 3$ ได้โดยการลบด้วย 3
$x \xrightarrow{\times 3} 3x$	x เปลี่ยนเป็น $3x$ ได้โดยการคูณด้วย 3
$x \xrightarrow{\div 3} \frac{x}{3}$	x เปลี่ยนเป็น $\frac{x}{3}$ ได้โดยการหารด้วย 3

ในทางกลับกัน ถ้าเรามีตัวแปร บวก ลบ คูณ หรือหาร ด้วยค่าคงตัว เราสามารถกำจัดค่าคงตัวให้เหลือเฉพาะตัวแปรได้ โดยการลบ บวก หาร หรือคูณ ตามลำดับตามแผนผังลูกศรดังนี้

$$\begin{aligned} x + 3 &\xrightarrow{-3} x + 3 - 3 = x \\ x - 3 &\xrightarrow{+3} x - 3 + 3 = x \\ 3x &\xrightarrow{\div 3} \frac{3x}{3} = x \\ \frac{x}{3} &\xrightarrow{\times 3} \frac{\frac{x}{3} \times 3}{1} = x \end{aligned}$$

แผนผังลูกศร	แสดงถึง
$x + 3 \xrightarrow{-3} x$	$x + 3$ เปลี่ยนเป็น x ได้โดยการลบด้วย 3
$x - 3 \xrightarrow{+3} x$	$x - 3$ เปลี่ยนเป็น x ได้โดยการบวกด้วย 3
$3x \xrightarrow{\div 3} x$	$3x$ เปลี่ยนเป็น x ได้โดยการหารด้วย 3
$\frac{x}{3} \xrightarrow{\times 3} x$	$\frac{x}{3}$ เปลี่ยนเป็น x ได้โดยการคูณด้วย 3

ตัวอย่าง แผนผังลูกศร	
1) $x \xrightarrow{+4} x+4$	6) $x \xrightarrow{\cdot 3} 3x \xrightarrow{+2} 3x + 2$
2) $m \xrightarrow{-2} m-2$	7) $x \xrightarrow{+2} x + 2 \xrightarrow{\cdot 3} 3(x + 2)$
3) $x \xrightarrow{\cdot 2} 2x$	8) $x \xrightarrow{+3} \frac{x}{3} \xrightarrow{-2} \frac{x}{3} - 2$
4) $p \xrightarrow{+4} \frac{p}{4}$	9) $x \xrightarrow{-2} x - 2 \xrightarrow{+3} \frac{x-2}{3}$
5) $x \xrightarrow{\cdot \frac{3}{4}} \frac{3x}{4}$	10) $x \xrightarrow{\cdot \frac{3}{2}} \frac{3x}{2} \xrightarrow{+4} \frac{3x}{2} + 4$



คำถาม 5.1	จงเติมสัญลักษณ์ใน □ ให้ถูกต้อง
-----------	--------------------------------

1) $y \xrightarrow{\square} 6y$	6) $a \xrightarrow{+5} \square$
2) $x \xrightarrow{\square} x + 5$	7) $b \xrightarrow{-4} \square$
3) $p \xrightarrow{\square} p - 2$	8) $c \xrightarrow{+6} \square$
4) $a \xrightarrow{\square} \frac{a}{6}$	9) $d \xrightarrow{-10} \square$
5) $x \xrightarrow{\square} \frac{5x}{6}$	10) $x \xrightarrow{\cdot \frac{6}{7}} \square$

11) $y \xrightarrow{\square} 3y \xrightarrow{\square} 3y + 4$

12) $a \xrightarrow{\square} a - 4 \xrightarrow{\square} 5(a - 4)$

13) $b \xrightarrow{\square} \frac{b}{6} \xrightarrow{\square} \frac{b}{6} + 1$

14) $m \xrightarrow{\square} m + 3 \xrightarrow{\square} \frac{m+3}{4}$

15) $x \xrightarrow{\square} -3x \xrightarrow{\square} -3x + 6$

16) $x \xrightarrow{\square} x + 6 \xrightarrow{\square} -3(x + 6)$

17) $x \xrightarrow{+3} \square \xrightarrow{+2} \square$

18) $m \xrightarrow{-2} \square \xrightarrow{-6} \square$

19) $n \xrightarrow{+6} \square \xrightarrow{+4} \square$

20) $p \xrightarrow{-2} \square \xrightarrow{-4} \square$

21) $a \xrightarrow{\times \frac{9}{2}} \square \xrightarrow{+5} \square$

22) $b \xrightarrow{+7} \square \xrightarrow{-8} \square$

เมื่อทำเสร็จแล้วให้เปิดดูเฉลยได้ในท้ายหน้าถัดไปเสมอ

ตัวอย่าง แผนผังลูกศร

1) $4x \xrightarrow{+4} x$

2) $p - 6 \xrightarrow{+6} p$

3) $y + 2 \xrightarrow{-2} y$

4) $\frac{m}{5} \xrightarrow{\cdot 5} m$

5) $\frac{2x}{3} \xrightarrow{\cdot \frac{3}{2}} x$

6) $-x \xrightarrow{\cdot (-1)} x$

7) $3a - 4 \xrightarrow{+4} 3a \xrightarrow{+3} a$

8) $\frac{7m}{6} + 4 \xrightarrow{-4} \frac{7m}{6} \xrightarrow{\cdot \frac{6}{7}} m$

9) $5(x + 6) \xrightarrow{+5} x + 6 \xrightarrow{-6} x$

10) $5x + 6 \xrightarrow{-6} 5x \xrightarrow{+5} x$

11) $\frac{x-4}{5} \xrightarrow{\cdot 5} x - 4 \xrightarrow{+4} x$

12) $\frac{5x}{7} - 9 \xrightarrow{+9} \frac{5x}{7} \xrightarrow{\cdot \frac{7}{5}} x$



คำถาม 5.2 จงเติมสัญลักษณ์ใน □ ให้ถูกต้อง

1) $5x \xrightarrow{\square} x$

2) $\frac{2b}{5} \xrightarrow{\square} b$

3) $y - 3 \xrightarrow{\square} y$

4) $6 + a \xrightarrow{\square} a$

5) $x - 3 \xrightarrow{+3} \square$

6) $y + 6 \xrightarrow{-6} \square$

7) $12b \xrightarrow{+12} \square$

8) $\frac{b}{4} \xrightarrow{\times 4} \square$

9) $2m - 3 \xrightarrow{\square} 2m \xrightarrow{\square} m$

10) $1 - 3b \xrightarrow{\square} -3b \xrightarrow{\square} b$

11) $\frac{t}{3} + 4 \xrightarrow{\square} \frac{t}{3} \xrightarrow{\square} t$

12) $\frac{y+3}{2} \xrightarrow{\square} y + 3 \xrightarrow{\square} y$

13) $2a + 1 \xrightarrow{-1} \square \xrightarrow{+2} \square$

14) $4m - 3 \xrightarrow{+3} \square \xrightarrow{+4} \square$

15) $\frac{2x}{7} - 5 \xrightarrow{+5} \square \xrightarrow{\times \frac{7}{2}} \square$

16) $\frac{2a+3}{4} \xrightarrow{\times 4} \square \xrightarrow{-3} \square \xrightarrow{+2} \square$


เฉลยคำถาม 5.1

1) $\times 6$, 2) $+ 5$, 3) $- 2$, 4) $\div 6$, 5) $\times \frac{5}{6}$, 6) $a + 5$, 7) $b - 4$, 8) $\frac{c}{6}$,

9) $10d$, 10) $\frac{6x}{7}$, 11) $\times 3$, $+ 4$, 12) $- 4$, $\times 5$, 13) $\div 6$, $+ 1$, 14) $+ 3$, $\div 4$,

15) $\times (-3)$, $+ 6$, 16) $+ 6$, $\times (-3)$, 17) $\frac{x}{3}$, $\frac{x}{3} + 2$, 18) $2m$, $2m - 6$, 19) $n + 6$, $\frac{n+6}{4}$,

20) $p - 2$, $4(p - 2)$, 21) $\frac{9a}{2}$, $\frac{9a}{2} + 5$, 22) $\frac{b}{7}$, $\frac{b}{7} - 8$


คำถาม 5.3 จงเติมสัญลักษณ์ใน $\square$ ให้ถูกต้อง

- 1) $p \xrightarrow{\square} 6p$, $6p \xrightarrow{\square} p$
- 2) $m \xrightarrow{\square} m + 2$, $m + 2 \xrightarrow{\square} m$
- 3) $y \xrightarrow{\square} \frac{y}{4}$, $\frac{y}{4} \xrightarrow{\square} y$
- 4) $m \xrightarrow{\square} m - 8$, $m - 8 \xrightarrow{\square} m$
- 5) $x \xrightarrow{\square} \square \xrightarrow{\square} 2x + 3$, $2x + 3 \xrightarrow{\square} \square \xrightarrow{\square} x$
- 6) $y \xrightarrow{\square} \square \xrightarrow{\square} 4y - 3$, $4y - 3 \xrightarrow{\square} \square \xrightarrow{\square} y$
- 7) $y \xrightarrow{\square} \square \xrightarrow{\square} \frac{y}{6} + 2$, $\frac{y}{6} + 2 \xrightarrow{\square} \square \xrightarrow{\square} y$
- 8) $y \xrightarrow{\square} \square \xrightarrow{\square} \frac{y+2}{6}$, $\frac{y+2}{6} \xrightarrow{\square} \square \xrightarrow{\square} y$
- 9) $x \xrightarrow{\square} \square \xrightarrow{\square} \frac{x}{2} - 4$, $\frac{x}{2} - 4 \xrightarrow{\square} \square \xrightarrow{\square} x$
- 10) $b \xrightarrow{\square} \square \xrightarrow{\square} \frac{b-6}{2}$, $\frac{b-6}{2} \xrightarrow{\square} \square \xrightarrow{\square} b$
- 11) $m \xrightarrow{\square} \square \xrightarrow{\square} 2(m - 4)$, $2(m - 4) \xrightarrow{\square} \square \xrightarrow{\square} m$
- 12) $p \xrightarrow{\square} \square \xrightarrow{\square} 4(p + 3)$, $4(p + 3) \xrightarrow{\square} \square \xrightarrow{\square} p$

เฉลยคำถาม 5.2

1) $\div 5$, 2) $\times \frac{5}{2}$, 3) $+ 3$ 4) $- 6$, 5) $\times$, 6) y , 7) b , 8) b ,
 9) $+ 3$, $\div 2$, 10) $- 1$, $\div (-3)$, 11) $- 4$, $\times 3$, 12) $\times 2$, $- 3$,
 13) $2a$, a , 14) $4m$, m , 15) $\frac{2x}{7}$, x , 16) $2a + 3$, $2a$, a



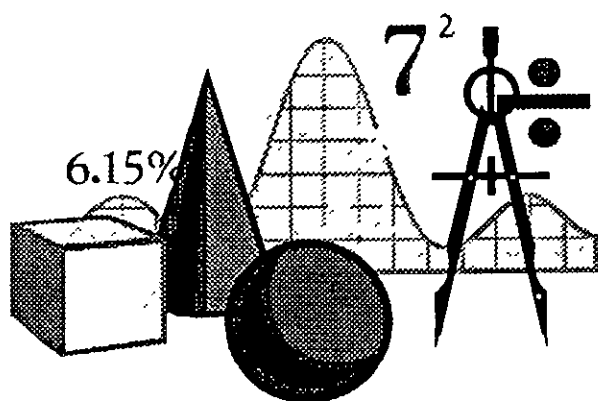
เฉลยคำถาม 5.3

- 1) $p \xrightarrow{\times 6} 6p$, $6p \xrightarrow{\div 6} p$
- 2) $m \xrightarrow{+2} m + 2$, $m + 2 \xrightarrow{-2} m$
- 3) $y \xrightarrow{\div 4} \frac{y}{4}$, $\frac{y}{4} \xrightarrow{\times 4} y$
- 4) $m \xrightarrow{-8} m - 8$, $m - 8 \xrightarrow{+8} m$
- 5) $x \xrightarrow{\times 2} 2x \xrightarrow{+3} 2x + 3$, $2x + 3 \xrightarrow{-3} 2x \xrightarrow{\div 2} x$
- 6) $y \xrightarrow{\times 4} 4y \xrightarrow{-3} 4y - 3$, $4y - 3 \xrightarrow{+3} 4y \xrightarrow{\div 4} y$
- 7) $y \xrightarrow{+6} \frac{y}{6} \xrightarrow{+2} \frac{y}{6} + 2$, $\frac{y}{6} + 2 \xrightarrow{-2} \frac{y}{6} \xrightarrow{\times 6} y$
- 8) $y \xrightarrow{+2} y + 2 \xrightarrow{\times 6} \frac{y+2}{6}$, $\frac{y+2}{6} \xrightarrow{\times 6} y + 2 \xrightarrow{-2} y$
- 9) $x \xrightarrow{+2} \frac{x}{2} \xrightarrow{-4} \frac{x}{2} - 4$, $\frac{x}{2} - 4 \xrightarrow{+4} \frac{x}{2} \xrightarrow{\times 2} x$
- 10) $b \xrightarrow{-6} b - 6 \xrightarrow{\div 2} \frac{b-6}{2}$, $\frac{b-6}{2} \xrightarrow{\times 2} b - 6 \xrightarrow{+6} b$
- 11) $m \xrightarrow{-4} m - 4 \xrightarrow{\times 2} 2(m - 4)$, $2(m - 4) \xrightarrow{\div 2} m - 4 \xrightarrow{+4} m$
- 12) $p \xrightarrow{+3} p + 3 \xrightarrow{\times 4} 4(p + 3)$, $4(p + 3) \xrightarrow{\div 4} p + 3 \xrightarrow{-3} p$

บทเรียนสำเร็จรูป

หน่วยที่ 6

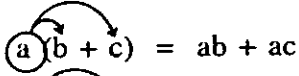
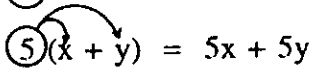
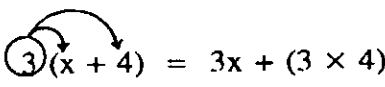
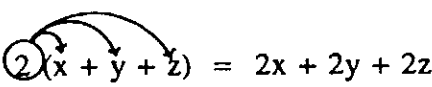
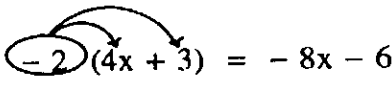
การใช้สมบัติการแจกแจงหาคำตอบ



ชื่อ เลขที่

ชั้น

การใช้สมบัติการแจกแจง

เมื่อมีค่าคงตัวอยู่นำวงเล็บ	ตัวอย่าง
จากสมบัติการแจกแจง  $a(b + c) = ab + ac$ จะได้  $5(x + y) = 5x + 5y$ <u>เราจะเห็นได้ว่า</u> เมื่อมีค่าคงตัวอยู่นำวงเล็บ โดยใช้สมบัติการแจกแจง สามารถนำ ค่าคงตัวหน้าวงเล็บคูณทุกพจน์ในวงเล็บ	1)  $3(x + 4) = 3x + (3 \times 4)$ $= 3x + 12$ 2) $4(2x - 3) = 4(2x) - 4(3)$ $= 8x - 12$ 3) $-7(x + 3) = -7x + (-7)3$ $= -7x - 21$ 4) $-4(3x - 2) = (-4)3x - (-4)2$ $= -12x + 8$
ตัวอย่างการหาคำตอบ	
1)  $2(x + y + z) = 2x + 2y + 2z$ 2) $5(2x + 6) = 10x + 30$ 3) $3(2y - 5) = -6x - 15$	4)  $-2(4x + 3) = -8x - 6$ 5) $-3(2x - 5) = -6x + 15$ 6) $-5(3x + 2y - z) = -15x - 10y + 5z$
คำถาม 8.1	จงหาคำตอบต่อไปนี้ ตัวอย่าง $3(2x + 6) = 6x + 18$
1) $2(3x + 7) = \dots\dots\dots$ 2) $-5(2x + 8) = \dots\dots\dots$ 3) $4(-2x - 5) = \dots\dots\dots$ 4) $2(-2x + 3) = \dots\dots\dots$ 5) $-3(3x - 6) = \dots\dots\dots$	6) $6(x - 3) = \dots\dots\dots$ 7) $-4(-2x + 3) = \dots\dots\dots$ 8) $-5(-2x - 3) = \dots\dots\dots$ 9) $4(2a - 3b + 5c) = \dots\dots\dots$ 10) $-3(x - 3y + 7) = \dots\dots\dots$
เมื่อทำเสร็จแล้วให้ดูเฉลยได้ เฉลยจะอยู่ท้ายหน้าถัดไปเสมอ	

เมื่อมีเครื่องหมายบวกอยู่หน้าวงเล็บ

จากสมบัติการแจกแจง

$a(b + c) = ab + ac$

$1(x + y - z) = (x + y - z)$

$\therefore + (x + y - z) = (+1)(x + y - z)$
 $= (+1)x + (+1)y - (+1)z$
 $= x + y - z$

ตัวอย่าง

1) $+(3x + 2) = +1(3x + 2)$
 $= 3x + 2$

2) $+(3x - 2) = +1(3x - 2)$
 $= 3x - 2$

3) $3x + (5x - 6) = 3x + 5x - 6$

จะเห็นได้ว่า เมื่อมีเครื่องหมายบวกอยู่หน้าวงเล็บเมื่อถอดวงเล็บเครื่องหมายในวงเล็บทุกพจน์เหมือนเดิม

เมื่อมีเครื่องหมายลบอยู่หน้าวงเล็บ

จากสมบัติการแจกแจง

$a(b + c) = ab + ac$

$-1(x + y - z) = -(x + y - z)$

$\therefore -(x + y - z) = (-1)(x + y - z)$
 $= (-1)x + (-1)y - (-1)z$
 $= -x - y + z$

ตัวอย่าง

1) $-(3x + 2) = -1(3x + 2)$
 $= -3x - 2$

2) $-(3x - 2) = -1(3x - 2)$
 $= -3x + 2$

3) $3x - (5x - 6) = -3x - 5x + 6$

จะเห็นได้ว่า เมื่อมีเครื่องหมายลบอยู่หน้าวงเล็บเมื่อถอดวงเล็บเครื่องหมายในวงเล็บทุกพจน์เปลี่ยนเป็นตรงกันข้าม



เฉลยคำถาม 6.1	1) $6x + 14$ 2) $-10x - 40$ 3) $-8x - 20$ 4) $-4x + 6$ 5) $-9x + 18$ 6) $6x - 18$ 7) $8x - 12$ 8) $10x + 15$ 9) $8a - 12b + 20c$ 10) $-3x + 9y - 21$
---------------	--

คำถาม 6.2 จงถอดวงเล็บต่อไปนี้	
1) $+(5x + 6) = \dots\dots\dots$	5) $-(3x + 6) = \dots\dots\dots$
2) $+(x - 3) = \dots\dots\dots$	6) $-(x - 8) = \dots\dots\dots$
3) $2x + (-3x + 7) = \dots\dots\dots$	7) $6x - (-2x + 3) = \dots\dots\dots$
4) $5x + (-2x - 8) = \dots\dots\dots$	8) $4x - (-3x - 7) = \dots\dots\dots$



พจน์คล้าย

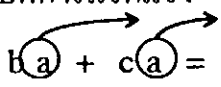
พจน์คล้าย	ตัวอย่างพจน์ที่คล้ายกัน
พจน์สองพจน์ใด ๆ จะคล้ายกันต่อเมื่อ มีตัวแปรเหมือนกันและเลขชี้กำลังของตัวแปรที่เหมือนกันเท่ากัน	8 กับ -7 เป็นพจน์ที่คล้ายกัน 2x กับ x เป็นพจน์ที่คล้ายกัน $\frac{2}{3}y$ กับ -9y เป็นพจน์ที่คล้ายกัน 5ab กับ 7ab เป็นพจน์ที่คล้ายกัน
ค่าคงตัวทุกตัวเป็นพจน์ที่คล้ายกัน	

ตัวอย่างพจน์ที่ไม่คล้ายกัน
5x กับ 5y เป็นพจน์ที่ไม่คล้ายกัน
-6a กับ -6b เป็นพจน์ที่ไม่คล้ายกัน
8xy กับ 7x เป็นพจน์ที่ไม่คล้ายกัน
7x กับ 7 เป็นพจน์ที่ไม่คล้ายกัน

การรวมพจน์คล้าย

การรวมพจน์คล้าย

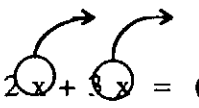
จากสมบัติการแจกแจง



$b(a) + c(a) = (b + c)a$

(จะเรียกว่าเป็นการดึงตัวร่วม a ออกมา)

นิพจน์ $2x + 3x$ มี 2 พจน์ คือ $2x$ กับ $3x$ ซึ่งพจน์ทั้งสองคล้ายกัน โดยมีตัวแปรร่วมคือ x เหมือนกัน เราสามารถใช้สมบัติการแจกแจง รวมพจน์ทั้งสองได้ โดยการดึงตัวร่วม x ออกมาเช่น



$2x + 3x = (2 + 3)x$

$= 5x$

ระวัง $5 - 3x$ ไม่สามารถรวมเป็นพจน์เดียวกันได้เพราะ 5 กับ $3x$ ไม่เป็นพจน์ที่คล้ายกันจึงไม่สามารถดึงตัวร่วมได้

ตัวอย่างการรวมพจน์คล้าย

- 1) $3x + 5x = (3 + 5)x$
- $= 8x$
- 2) $5y - 2y = (5 - 2)y$
- $= 3y$
- 3) $- 2z + z = (- 2 + 1)z ; (z = 1z)$
- $= - 1z$
- $= - z$
- 4) $- 2z - 3z = (- 2 - 3)z$
- $= - 5z$
- จากตัวอย่างที่ 1) - 4) อาจแสดงวิธีลัดได้เช่น
- ตัวอย่างที่ 4) $- 2z - 3z = - 5z$

ตัวอย่างการรวมพจน์คล้ายโดยแสดงวิธีลัด

- 5) $3x + 6x = 9x$
- 6) $8x - 3x = 5x$
- 5) $x + 2x = 3x$
- 6) $3x - x = 2x$



เฉลยคำถาม 6.2

- 1) $5x + 6$, 2) $x - 3$, 3) $2x - 3x + 7$, 4) $5x - 2x - 8$,
- 5) $- 3x - 6$, 6) $- x + 8$, 7) $6x + 2x - 3$, 8) $4x + 3x + 7$



คำถาม 6.3	จงรวมพจน์คล้ายต่อไปนี้
-----------	------------------------

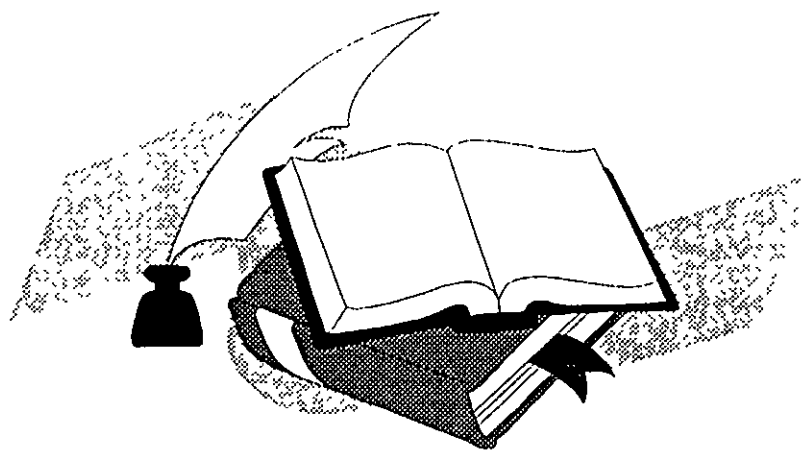
1) $3a + 7a = \dots\dots\dots$	6) $- 5x - 3x = \dots\dots\dots$
2) $5x - x = \dots\dots\dots$	7) $2 + 3 = \dots\dots\dots$
3) $x + 5x = \dots\dots\dots$	8) $2 + 3x = \dots\dots\dots$
4) $- 6b + 2b = \dots\dots\dots$	9) $2x - 3x + 5x = \dots\dots\dots$
5) $3y - 10y = \dots\dots\dots$	10) $5x - 6x + 4x = \dots\dots\dots$



เฉลยคำถาม 6.3	1) $10a$, 2) $4x$, 3) $6x$, 4) $- 4b$, 5) $- 7y$, 6) $- 8x$, 7) 5 , 8) $2 + 3x$, 9) $4x$, 10) $3x$
---------------	---

บทเรียนที่ 1

ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์



ชื่อ เลขที่
ชั้น

สมการ

ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์

ในทางคณิตศาสตร์ เราเขียนประโยคสัญลักษณ์แทนประโยคภาษาเพื่อความสะดวกในการคิดคำนวณ

ตัวอย่างประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
2 เท่าของ 5 เท่ากับ 10	$2 \times 5 = 10$
สองบวกหนึ่งเท่ากับสาม	$2 + 1 = 3$
ห้าคูณด้วยลบหนึ่งเท่ากับลบห้า	$5(-1) = -5$
เจ็ดบวกสามได้สิบ	$7 + 3 = 10$
แปดหักออกเสียสองเหลือหก	$8 - 2 = 6$
สองเท่าของสามจุดห้าเท่ากับเจ็ด	$2(3.5) = 7$
ครึ่งหนึ่งของยี่สิบสี่เท่ากับสิบสอง	$\frac{1}{2} \times 24 = 12$ หรือ $\frac{24}{2} = 12$



ประโยคสัญลักษณ์จะมีตัวแปรหรือไม่ก็ได้

ตัวอย่างประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์ที่มีตัวแปร

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
ห้าเท่าของ a	$5a$
หนึ่งในสี่ของ b	$\frac{1}{4}b$ หรือ $\frac{b}{4}$
จำนวนซึ่งน้อยกว่า x อยู่ 7	$x - 7$

จำนวนซึ่งมากกว่า y อยู่ 21	$y + 21$
ผลต่างของ y และ 12	$y - 12$ หรือ $12 - y$
ผลคูณของ 4 และ s เท่ากับครึ่งหนึ่งของ 16	$4s = \frac{16}{2}$
เศษหนึ่งส่วนสี่ของ w เท่ากับ 5	$\frac{1}{4}w = 5$ หรือ $\frac{w}{4} = 5$
จำนวนซึ่งมากกว่า a อยู่ 3 เท่ากับ 18	$a + 3 = 18$
จำนวนซึ่งน้อยกว่า b อยู่ 6 เท่ากับ 30	$b - 6 = 30$
จำนวนซึ่งมากกว่าสองเท่าของ x อยู่ 6 เท่ากับ 14	$2x + 6 = 14$
จำนวนซึ่งน้อยกว่าสามเท่าของ y อยู่ 7 เท่ากับ 22	$3y - 7 = 22$



ถ้าในประโยคภาษาคำว่า"จำนวนจำนวนหนึ่ง" ไม่ได้ระบุว่าจำนวนที่กล่าวถึงนั้นเป็นจำนวนใดนิยมใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวเล็กเช่น a, b, c, s, t, x, y, z ฯลฯ แทนคำว่าจำนวนจำนวนหนึ่ง และเรียกอักษรที่ใช้แทนจำนวนเหล่านั้นว่า ตัวแปร ส่วนตัวเลขที่แทนจำนวนเช่น 3, 6, -7, 3.2, $\frac{2}{3}$ ฯลฯ เรียกว่า ค่าคงตัว

ตัวอย่างประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
x สามบวกกับจำนวนจำนวนหนึ่งได้สิบ	$3 + x = 10$
x สองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งมีค่าเท่ากับสิบ	$2x = 10$
x สามในแปดของจำนวนนักเรียนในห้องหนึ่งเท่ากับ 15	$\frac{3}{8}x = 15$
y สองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งลบด้วย 8 เท่ากับ 0	$2y - 8 = 0$



ประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวนโดยมีสัญลักษณ์ "="

บอกความสัมพันธ์ เรียกว่า สมการ

แบบฝึกหัดที่ 1.1

1. จงเขียนประโยคสัญลักษณ์แทนข้อความต่อไปนี้

(1) ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสองเท่าของจำนวนจำนวนนั้น

ตอบ ประโยคสัญลักษณ์คือ..... เมื่อ t แทนจำนวนจำนวนนั้น

(2) จำนวนที่มากกว่า t อยู่ 3

ตอบ ประโยคสัญลักษณ์คือ.....

(3) จำนวนเต็มใดๆที่เรียงกัน 3 จำนวนเช่น 3, 4, 5

ตอบประโยคสัญลักษณ์คือ เมื่อ t แทนจำนวนเต็มที่น้อยที่สุด

(4) ผลต่างของ t และ 5 เท่ากับ 3

ตอบ ประโยคสัญลักษณ์คือ.....

(5) ผลคูณของ 4 และ x เท่ากับ 7

ตอบ ประโยคสัญลักษณ์คือ.....

(6) เศษหนึ่งส่วนสี่ของ x มีค่าเท่ากับ 5

ตอบ ประโยคสัญลักษณ์คือ.....

(7) อีก 7 ปีอายุของน้องจะเท่ากับ 15 ปี

ตอบ ประโยคสัญลักษณ์คือ..... เมื่อ x แทนอายุปัจจุบันของน้องมีหน่วยเป็นปี

(8) ห้าเท่าของพื้นที่นาแปลงนี้เท่ากับ 7 ไร่

ตอบ ประโยคสัญลักษณ์คือ..... เมื่อ x แทนพื้นที่นามีหน่วยเป็นไร่

2. จงเปลี่ยนประโยคต่อไปนี้ให้เป็นประโยคภาษา

(1) $\frac{10}{2} = 5$

ตอบ

(2) $x + 21 = 0$

ตอบ

(3) $c - 1 = 3$

ตอบ

(4) $\frac{2}{3}x = 7$

ตอบ

(5) $5(x + 1) = 20$

ตอบ

(6) $2x + x = 6$

ตอบ

3. ข้อความต่อไปนี้ข้อความใดเป็นสมการ

(1) $3 - 2 = 4 + 1$ ตอบ	(6) $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{d}$ ตอบ
(2) $3x - 1 < 0$ ตอบ	(7) $\frac{21}{m} = 2$ ตอบ
(3) $5 + 2y = z$ ตอบ	(8) $2x \leq 3m$ ตอบ
(4) $6a + 2b$ ตอบ	(9) $9 + 1 > 4$ ตอบ
(5) $a - 5 = b - 5$ ตอบ	(10) $5 + 2x$ ตอบ

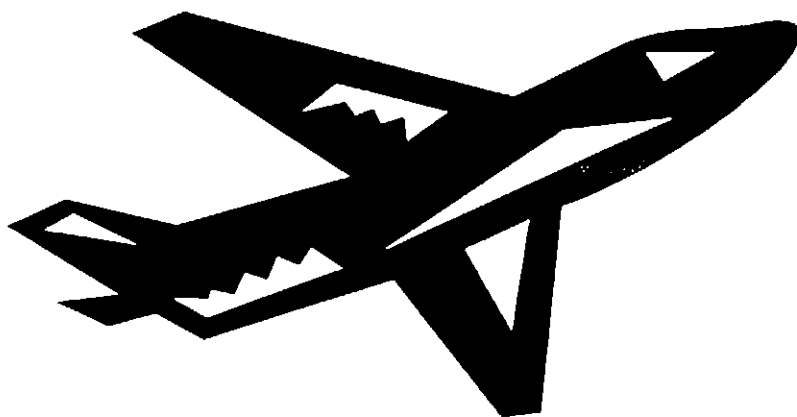
4. จงหาจำนวนหนึ่งจำนวนมาแทนตัวแปรเพื่อให้ประโยคต่อไปนี้เป็นจริง

(1) $a - 3 = 2$ ตอบ	(4) $\frac{t}{2} = 16$ ตอบ
(2) $2b = 5$ ตอบ	(5) $5m = 10$ ตอบ
(3) $s + \frac{1}{7} = 0$ ตอบ	(6) $2y = -8$ ตอบ



บทเรียนที่ 2

คำตอบของสมการ



ชื่อ เลขที่
ชั้น

คำตอบของสมการ

ประโยคสัญลักษณ์ $y + 2 = -3$ เป็นจริงหรือเป็นเท็จขึ้นอยู่กับค่า y แทน y ด้วย -5 แล้ว $y + 2 = -3$ ก็เป็นจริง
 ถ้าแทน y ด้วยจำนวนอื่น ๆ ที่ไม่ใช่ -5 แล้ว $y + 2 = -3$ ก็เป็นเท็จ
 เรียก -5 ว่า คำตอบของ $y + 2 = -3$ และจาก $y + 2 = -3$ เป็นสมการ
 ดังนั้น -5 จึงเป็นคำตอบของสมการ $y + 2 = -3$

เราเรียกจำนวนใด ๆ ที่แทนตัวแปรในสมการทำให้สมการเป็นจริงว่า คำตอบของสมการ

คำตอบของสมการที่มีตัวแปรคือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง
 และกล่าวว่าจำนวนนั้นสอดคล้องสมการ

สมการ	สมการเป็นจริงเมื่อ	คำตอบของสมการ
$y + 2 = -3$	$y = -5$	-5
$x - 1 = 2$	$x = 3$	3
$n^2 = 100$	$n = 10, -10$	$10, -10$
$a - 5 = a$	ไม่มี	ไม่มีคำตอบ
$b + 5 = 5 + b$	$b =$ จำนวนทุกจำนวน	จำนวนทุกจำนวน

เมื่อพิจารณาสมการตามลักษณะของคำตอบของสมการจะพบสมการใน 3 ลักษณะคือ

1. สมการที่มีจำนวนบางจำนวนเป็นคำตอบ
2. สมการที่มีจำนวนทุกจำนวนเป็นคำตอบ
3. สมการที่ไม่มีจำนวนใดเป็นคำตอบ



แบบฝึกหัด 1.2

1. จงเขียนประโยคสัญลักษณ์แล้วหาคำตอบโดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร โดยให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง

โจทย์	ประโยคสัญลักษณ์	คำตอบ
(1) จำนวนจำนวนหนึ่งลบด้วย 11 เท่ากับ -5		
(2) จำนวนซึ่งน้อยกว่า x อยู่ 6 คือ 15		
(3) จำนวนซึ่งมากกว่า x อยู่ 3 เท่ากับ 16		
(4) สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งเท่ากับ -9		
(5) ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 3 เท่าของจำนวนจำนวนนั้นเท่ากับ 20		

2. จงตรวจดูว่าจำนวนที่ให้ไว้ใน [] เป็นคำตอบของสมการที่กำหนดให้หรือไม่

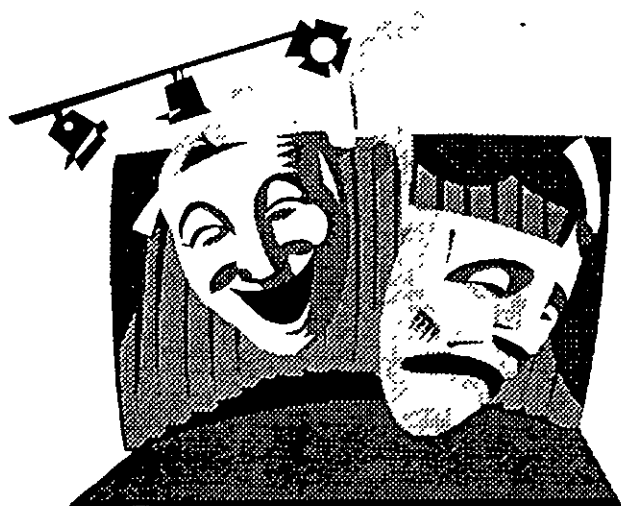
โจทย์	ตอบ
(1) $z - 3 = 7$ [10]	
(2) $h - 5 = 9$ [-7]	
(3) $7 - k = 2$ [0]	
(4) $\frac{w}{4} = 9$ [27]	
(5) $\frac{c}{-30} = 6$ [180]	
(6) $\frac{2r}{3} = 1$ [-1]	

3. จงหาคำตอบของสมการต่อไปนี้

โจทย์	คำตอบ
(1) $a + 3 = 2$	
(2) $2b = 15$	
(3) $s - \frac{1}{7} = 0$	
(4) $z^3 = 1000$	
(5) $7c = -1$	
(6) $5g = -5$	
(7) $2t = 0$	
(8) $m + 3 = m$	
(9) $\frac{f}{2} = 16$	
(10) $5m = 10$	
(11) $s + 25 = 31$	
(12) $t + 10 = 5$	
(13) $y - 7 = 2$	
(14) $4a = 12$	

บทเรียนที่ 3

สมบัติสมมาตรและสมบัติถ่ายทอด



ชื่อ เลขที่

ชั้น

สมบัติสมมาตรและสมบัติถ่ายทอด

เพื่อช่วยในการแก้สมการซึ่งเป็นการหาคำตอบของสมการนักเรียนจำเป็นต้องใช้สมบัติการเท่ากัน ซึ่งในที่นี้ได้แก่ สมบัติการบวกและการคูณ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด และ สมบัติการสลับที่การบวกและการคูณ



ให้นักเรียนเติมข้อความต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

- | | | | |
|----------|------------------|---------|----------------------------|
| ตัวอย่าง | $x = y$ | ดังนั้น | $y = x$ |
| 1. | $x = 8$ | ดังนั้น | $8 = \dots\dots\dots$ |
| 2. | $a + b = c$ | ดังนั้น | $c = \dots\dots\dots$ |
| 3. | $5 = 3x$ | ดังนั้น | $3x = \dots\dots\dots$ |
| 4. | $x - 1 = 2x + 3$ | ดังนั้น | $2x + 3 = \dots\dots\dots$ |

สังเกต เรามีวิธีเขียนแสดงการเท่ากันของจำนวนสองจำนวนได้สองแบบทั้งนี้เพราะการเท่ากันของจำนวนสองจำนวนมี สมบัติสมมาตร ซึ่งกล่าวว่า

สมบัติสมมาตร	ให้ a และ b แทนจำนวนใดๆ ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$
--------------	---





ให้นักเรียนเติมข้อความต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

1. ถ้าสุเทพมีอายุเท่ากับศิริ และศิริมีอายุ 10 ขวบ ดังนั้นสุเทพอายุ ขวบ
2. ถ้า $x = y$ และ $y = 3$ ดังนั้น $x =$
3. ถ้า $a + b = x$ และ $x = 7$ ดังนั้น $a + b =$
4. ถ้า $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{6}$ และ $\frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$ ดังนั้น $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$
5. ถ้า $A = l \times w$ และ $l \times w = k$ ดังนั้น $A =$

คำตอบในแต่ละข้อข้างบนนี้เป็นผลที่ได้จาก สมบัติถ่ายทอด ซึ่งกล่าวว่า

สมบัติถ่ายทอด

ให้ a , b และ c แทนจำนวนใดๆ

ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$

สังเกต ถ้า $a = b$ และ $c = b$ แล้ว $a = c$ เช่นเดียวกัน

เพราะใช้สมบัติสมมาตรคือ ถ้า $c = b$ แล้ว $b = c$

และสมบัติถ่ายทอดคือ ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$



แบบฝึกหัด 1.4ก

1. จงเติมประโยคให้สมบูรณ์โดยใช้สมบัติสมมาตร

$$(1) \text{ ให้ } a(b + c) = ab + ac \quad \text{ดังนั้น } ab + ac = \dots\dots\dots$$

$$(2) \text{ ให้ } 2x + 3x = (2 + 3)x \quad \text{ดังนั้น } (2 + 3)x = \dots\dots\dots$$

$$(3) \text{ ให้ } a + 5 = x \quad \text{ดังนั้น } \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

2. จงเติมประโยคให้สมบูรณ์โดยใช้สมบัติถ่ายทอด

$$(1) y + y = (1 + 1)y \text{ และ } (1 + 1)y = 2y \quad \text{ดังนั้น } y + y = \dots\dots\dots$$

$$(2) -3p + 4p = (-3 + 4)p \text{ และ } (-3 + 4)p = p \quad \text{ดังนั้น } -3p + 4p = \dots\dots\dots$$

$$(3) -7c - 2c = (-7 - 2)c \text{ และ } (-7 - 2)c = -9c \quad \text{ดังนั้น } -7c - 2c = \dots\dots\dots$$

3. จงพิจารณาว่าข้อสรุปในแต่ละข้อต่อไปนี้ใช้สมบัติการเท่ากันข้อใด

(ตอบตามลำดับที่ใช้)

$$(1) \text{ กำหนด } ab = 25 \text{ และ } bc = ab \quad \text{ข้อสรุป } bc = 25$$

ตอบ

$$(2) \text{ กำหนด } a = 5 \text{ และ } b = 5 \quad \text{ข้อสรุป } a = b$$

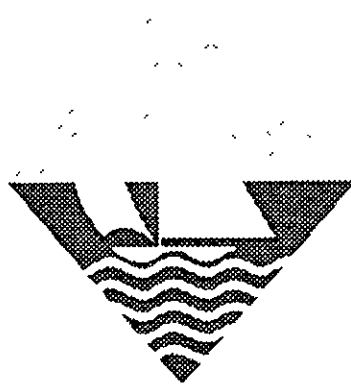
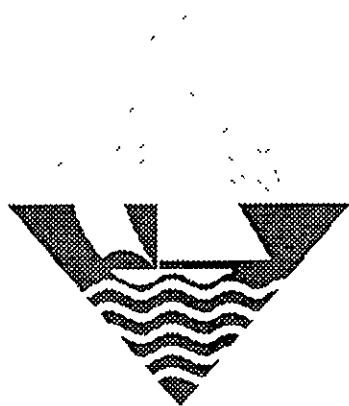
ตอบ

$$(3) \text{ กำหนด } x + y + z = a \text{ และ } 10 = x + y + z \quad \text{ข้อสรุป } a = 10$$

ตอบ

บทเรียนที่ 4

สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ



ชื่อ เลขที่
ชั้น

สมบัติการบวก

สมบัติการบวก	ให้ a, b และ c แทนจำนวนใดๆ ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$
--------------	--

ตัวอย่าง ถ้า $a = b$ ดังนั้น $a + 3 = b + 3$
 ถ้า $c = d$ ดังนั้น $c + (-3) = d + (-3)$

ในการลบจำนวนเต็ม	ตัวตั้ง - ตัวลบ = ตัวตั้ง + จำนวนตรงข้ามของตัวลบ $a - b = a + (-b)$
------------------	--

ตัวอย่าง $a - 3 = a + (-3)$
 $b - 5 = b + (-5)$

จากสมบัติการบวก จำนวนที่นำมาบวกทั้งสองข้างของสมการอาจเป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบก็ได้ ในกรณีที่นำจำนวนลบมาบวกทั้งสองข้างของสมการ ก็คือการนำจำนวนบวกมาลบทั้งสองข้างของสมการนั่นเอง

ตัวอย่าง	
ถ้า $a = b$ $a + (-3) = b + (-3)$ หรือ $a - 3 = b - 3$	ถ้า $c = d$ $c + (-5) = d + (-5)$ หรือ $c - 5 = d - 5$

ดังนั้น จากสมบัติการลบที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วที่กล่าวว่า

สมบัติการลบ	ให้ a, b และ c แทนจำนวนใดๆ ถ้า $a = b$ แล้ว $a - c = b - c$
-------------	---

สามารถเขียนในรูปสมบัติการบวกได้ดังนี้

สมบัติการบวก	ให้ a, b และ c แทนจำนวนใดๆ ถ้า $a = b$ แล้ว $a + (-c) = b + (-c)$
--------------	---

ดังนั้น สมบัติการบวกและสมบัติการลบ สามารถเขียนในรูป สมบัติการบวก ซึ่งกล่าวว่า "ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากันนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาบวกแต่ละจำนวนที่เท่ากันผลลัพธ์จะเท่ากัน"

สมบัติการคูณ

สมบัติการคูณ	ให้ a, b และ c แทนจำนวนใดๆ ถ้า $a = b$ แล้ว $a \times c = b \times c$
--------------	--

ตัวอย่าง ถ้า $m = n$ ดังนั้น $2 \times m = 2 \times n$
 ถ้า $p = q$ ดังนั้น $\frac{1}{2} \times p = \frac{1}{2} \times q$

จาก $\frac{p}{2} = p \div 2$ และ $\frac{q}{2} = q \div 2$
ดังนั้น ถ้า $p = q$ แล้ว $p \div 2 = q \div 2$

จากสมบัติการคูณ จำนวนที่นำมาคูณทั้งสองข้างของสมการอาจเป็นจำนวนเต็มหรือเศษส่วนก็ได้ ในกรณีที่คูณด้วยเศษส่วนทั้งสองข้างของสมการ จะมีความหมายเหมือนกับนำจำนวนที่อยู่ที่ตัวส่วนมาหารทั้งสองข้างของสมการนั่นเอง

ตัวอย่าง	
ถ้า $a = b$ $\frac{1}{3} \times a = \frac{1}{3} \times b$ หรือ $\frac{a}{3} = \frac{b}{3}$	ถ้า $c = d$ $\frac{1}{5} \times c = \frac{1}{5} \times d$ หรือ $\frac{c}{5} = \frac{d}{5}$

ดังนั้น จากสมบัติการหารที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วที่กล่าวว่า

สมบัติการหาร	ให้ a, b และ c แทนจำนวนใดๆซึ่ง $c \neq 0$ ถ้า $a = b$ แล้ว $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$
--------------	--

สามารถเขียนในรูปสมบัติการคูณได้ดังนี้

สมบัติการคูณ	ให้ a, b และ c แทนจำนวนใดๆซึ่ง $c \neq 0$ ถ้า $a = b$ แล้ว $\frac{1}{c} \times a = \frac{1}{c} \times b$
--------------	--

ดังนั้น สมบัติการคูณและสมบัติการหาร สามารถเขียนในรูป สมบัติการคูณ ซึ่งกล่าวว่า "ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากันนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาคูณแต่ละจำนวนที่เท่ากันผลลัพธ์จะเท่ากัน"

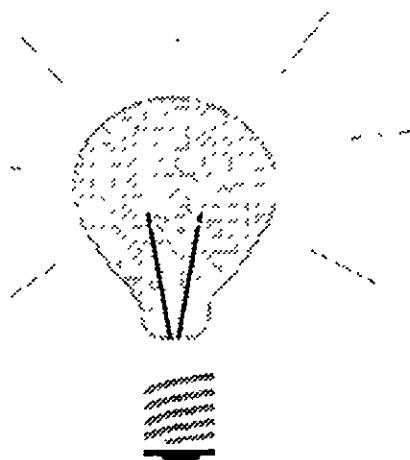


ให้นักเรียนเติมข้อความต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

- 1. ถ้า $m = n$ ดังนั้น $2m = \dots\dots\dots$
- 2. ถ้า $x = y$ ดังนั้น $\dots\dots\dots = ya$
- 3. ถ้า $a = b$ ดังนั้น $\frac{1}{3} \times a = \dots\dots\dots$
- 4. ถ้า $c = \frac{a}{b}$ เมื่อ $b \neq 0$ ดังนั้น $bc = \dots\dots\dots$

บทเรียนที่ 5

การแก้สมการ



ชื่อ เลขที่
ชั้น

การแก้สมการ

คำตอบของสมการคือ จำนวนใดๆที่แทนตัวแปรในสมการทำให้สมการเป็นจริง ดังนั้น การหาคำตอบของสมการคือ การหาค่าตัวแปรที่ทำให้สมการเป็นจริง หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า "การแก้สมการ"

โดยสรุปแล้วการแก้สมการมีการกระทำ 4 อย่างคือ

1. นำจำนวนจำนวนหนึ่งบวกทั้งสองข้างของสมการ
2. นำจำนวนจำนวนหนึ่งลบทั้งสองข้างของสมการ
3. นำจำนวนจำนวนหนึ่งคูณทั้งสองข้างของสมการ
4. นำจำนวนจำนวนหนึ่งหารทั้งสองข้างของสมการ โดยที่จำนวนจำนวนนั้น ไม่เท่ากับศูนย์



ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $5 = x + 2$

วิธีทำ

$$5 = x + 2$$

$$\begin{array}{c} \text{---} -2 \text{---} \\ x+2 \longrightarrow x \end{array}$$

นำ 2 ลบทั้งสองข้างของสมการ $5 - 2 = x + 2 - 2$

$$3 = x$$

หรือ

$$x = 3$$

(สมบัติสมมาตร)

เราสามารถตรวจสอบว่า 3 เป็นคำตอบของสมการ $5 = x + 2$ ดังนี้

ตรวจสอบ แทน x ด้วย 3 ในสมการ $5 = x + 2$

จะได้ $5 = 3 + 2$ ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของสมการ $5 = x + 2$ คือ 3

ตอบ 3



ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $\frac{2x}{3} + 5 = 9$

วิธีทำ $\frac{2x}{3} + 5 = 9$

นำ 5 ลบทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{2x}{3} + 5 - 5 = 9 - 5$$

$$\frac{2x}{3} = 4$$

นำ $\frac{3}{2}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{3}{2} \times \frac{2x}{3} = \frac{3}{2} \times 4$$

$$x = 6$$

ตรวจสอบ แทน x ด้วย 6 ในสมการ $\frac{2x}{3} + 5 = 9$

จะได้ $\frac{2 \times 6}{3} + 5 = 9$ ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น 6 เป็นคำตอบของสมการ $\frac{2x}{3} + 5 = 9$

$$\frac{2x}{3} + 5 \xrightarrow{-5} \frac{2x}{3} \xrightarrow{\times \frac{3}{2}} x$$

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการ $\frac{z}{3} + 2 = 7$

วิธีทำ $\frac{z}{3} + 2 = 7$

นำ 2 ลบทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{z}{3} + 2 - 2 = 7 - 2$$

$$\frac{z}{3} = 5$$

นำ 3 คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{z}{3} \times 3 = 5 \times 3$$

$$z = 15$$

ตรวจสอบ แทน z ด้วย 15 ในสมการ $\frac{z}{3} + 2 = 7$

จะได้ $\frac{15}{3} + 2 = 7$ ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของสมการ $\frac{z}{3} + 2 = 7$ คือ 15

ตอบ 15

$$\frac{z}{3} + 2 \xrightarrow{-2} \frac{z}{3} \xrightarrow{\times 3} z$$



ตัวอย่างที่ 4 จงแก้สมการ $5x - \frac{3}{2} = 1$

วิธีทำ

$$5x - \frac{3}{2} = 1$$

นำ $\frac{3}{2}$ บวกทั้งสองข้างของสมการ

$$5x - \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 1 + \frac{3}{2}$$

$$5x = \frac{5}{2}$$

นำ 5 หารทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{5x}{5} = \frac{5}{2 \times 5}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

ตรวจสอบ

$$(5 \times \frac{1}{2}) - \frac{3}{2} = 1$$

$$\frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1$$

ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น $\frac{1}{2}$ เป็นคำตอบของสมการ $5x - \frac{3}{2} = 1$

ตอบ $\frac{1}{2}$

สังเกต ในแต่ละสมการจะต้องมีเครื่องหมาย = และทางซ้ายของเครื่องหมาย = จะเท่ากับทางขวาของเครื่องหมาย = เสมอ

แต่บรรทัดบนอาจไม่เท่ากับบรรทัดล่างก็ได้ ดังนั้น ห้ามใส่เครื่องหมาย = ด้านหน้าของแต่ละสมการ

และเครื่องหมาย = ในสมการแต่ละบรรทัดเพื่อให้ดูง่ายและสวยงามควรใส่ให้เครื่องหมาย = ตรงกันทุกบรรทัด

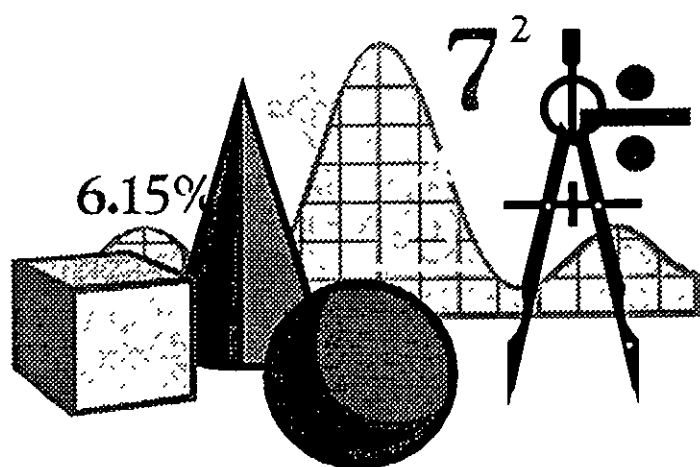


แบบฝึกหัด 1.4ข

(ในหนังสือเรียน)

บทเรียนที่ 6-7

การแก้สมการ



ชื่อ เลขที่

ชั้น

การแก้สมการ

ในกรณีที่สมการมีการกระทำมากขึ้นเช่น มีวงเล็บ มีเศษส่วน มีพจน์ที่มีตัวแปรมากกว่าหนึ่งตัว เรามีวิธีการแก้สมการได้หลายวิธี และวิธีหนึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. ถ้ามีวงเล็บให้ถอดวงเล็บก่อน (โดยใช้สมบัติการแจกแจง)
2. ถ้ามีส่วนให้กำจัดส่วนโดยการหา ค.ร.น. ของส่วน นำ ค.ร.น. คูณทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ส่วนหมดไป (คูณทุกพจน์)
3. ทำให้พจน์ที่มีตัวแปรกับพจน์ที่เป็นค่าคงตัวอยู่คนละข้างกันของสมการ
4. รวมพจน์คล้าย (โดยใช้สมบัติการแจกแจง)
5. กำจัดค่าคงตัวที่อยู่หน้าตัวแปร



ตัวอย่างที่ 5 จงแก้สมการ $5x + 3 = 3x - 5$

วิธีทำ $5x + 3 = 3x - 5$ ทางซ้ายของสมการ $(5x+3 \xrightarrow{-3} 5x)$

นำ 3 ลบทั้งสองข้างของสมการ

$$5x + 3 - 3 = 3x - 5 - 3$$
$$5x = 3x - 8 \quad \text{ทางขวาของสมการ} \quad (3x - 8 \xrightarrow{-3x} -8)$$

นำ $3x$ ลบทั้งสองข้างของสมการ

$$5x - 3x = 3x - 8 - 3x \quad (\text{โดยใช้สมบัติการแจกแจง})$$
$$(5 - 3)x = -8$$
$$2x = -8$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{-8}{2}$$
$$x = -4$$

$2x \xrightarrow{+2} x$

ตรวจสอบ $5(-4) + 3 = 3(-4) - 5$

หรือ $-20 + 3 = -12 - 5$ ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น -4 เป็นคำตอบของสมการ $5x + 3 = 3x - 5$

ตอบ -4

ตัวอย่างที่ 6 จงแก้สมการ $\frac{2x}{3} - \frac{1x}{6} = \frac{5}{6}$

วิธีที่ 1	วิธีที่ 2
วิธีทำ $\frac{2x}{3} - \frac{1x}{6} = \frac{5}{6}$ ก.ร.น. ของ 3, 6 คือ 6 นำ 6 คูณทั้งสองข้างของสมการ (คูณทุกพจน์) $(6 \times \frac{2x}{3}) - (6 \times \frac{1x}{6}) = 6 \times \frac{5}{6}$ $4x - 1x = 5$ $(4 - 1)x = 5$ $3x = 5$ $3x \xrightarrow{+3} x$ นำ 3หารทั้งสองข้างของสมการ $\frac{3x}{3} = \frac{5}{3}$ $x = \frac{5}{3}$	วิธีทำ $\frac{2x}{3} - \frac{1x}{6} = \frac{5}{6}$ $(\frac{2}{3} - \frac{1}{6})x = \frac{5}{6}$ $(\frac{4}{6} - \frac{1}{6})x = \frac{5}{6}$ $\frac{3}{6}x = \frac{5}{6}$ $\frac{1}{2}x = \frac{5}{6}$ $\frac{1}{2}x \xrightarrow{\times 2} x$ นำ 2 คูณทั้งสองข้างของสมการ $2 \times \frac{1}{2}x = 2 \times \frac{5}{6}$ $x = \frac{5}{3}$

ตรวจสอบ $(\frac{2}{3} \times \frac{5}{3}) - (\frac{1}{3} \times \frac{5}{3}) = \frac{5}{6}$

$$\frac{10}{9} - \frac{5}{18} = \frac{5}{6}$$
$$\frac{20}{18} - \frac{5}{18} = \frac{5}{6}$$

ดังนั้น $\frac{5}{3}$ เป็นคำตอบของสมการ $\frac{2x}{3} - \frac{1x}{6} = \frac{5}{6}$

ตอบ $\frac{5}{3}$ หรือ $1\frac{2}{3}$ ซึ่งเป็นจริง

ตัวอย่างที่ 7 จงแก้สมการ $x + \frac{2}{3} = \frac{2}{5}x - \frac{1}{3}$

วิธีทำ $x + \frac{2}{3} = \frac{2}{5}x - \frac{1}{3}$ ก.ร.น. ของ 3 กับ 5 คือ 15

นำ 15 คูณทั้งสองข้างของสมการ (คูณทุกพจน์)

$$15x + (15 \times \frac{2}{3}) = (15 \times \frac{2}{5}x) - (15 \times \frac{1}{3})$$
$$15x + 10 = 6x - 5$$

ทางซ้ายของสมการ $15x + 10 \xrightarrow{-10} 15x$

นำ 10 ลบทั้งสองข้างของสมการ

$$15x + 10 - 10 = 6x - 5 - 10$$

$$15x = 6x - 15$$

ทางขวาของสมการ

$$6x - 15 \xrightarrow{-6x} -15$$

นำ 6x ลบทั้งสองข้างของสมการ

$$15x - 6x = 6x - 15 - 6x$$

$$9x = -15$$

$$9x \xrightarrow{+9} x$$

$$\frac{9x}{9} = \frac{-15}{9}$$

$$x = -\frac{5}{3}$$

ตรวจสอบ

$$-\frac{5}{3} + \frac{2}{3} = -\frac{2}{5} \left(-\frac{5}{3}\right) - \frac{1}{3}$$

$$-\frac{3}{3} = -\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น $-\frac{5}{3}$ เป็นคำตอบของสมการ $x + \frac{2}{3} = \frac{2}{5}x - \frac{1}{3}$

$$\text{ตอบ } -\frac{5}{3} \text{ หรือ } -1\frac{2}{3}$$

ตัวอย่างที่ 8 จงแก้สมการ $x + 2(2x + 1) = 2x + 8$

วิธีทำ

$$x + 2(2x + 1) = 2x + 8$$

(โดยใช้สมบัติการแจกแจง)

$$1x + 4x + 2 = 2x + 8$$

$$5x + 2 = 2x + 8$$

ทางซ้ายของสมการ

$$5x + 2 \xrightarrow{-2} 5x$$

นำ 2 ลบทั้งสองข้างของสมการ

$$5x + 2 - 2 = 2x + 8 - 2$$

$$5x = 2x + 6$$

ทางขวาของสมการ

$$2x + 6 \xrightarrow{-2x} 6$$

นำ 2x ลบทั้งสองข้างของสมการ

$$5x - 2x = 2x + 6 - 2x$$

$$3x = 6$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

$$x = 2$$

$$3x \xrightarrow{+3} x$$

ตรวจสอบ

$$2 + 2((2 \times 2) + 1) = (2 \times 2) + 8$$

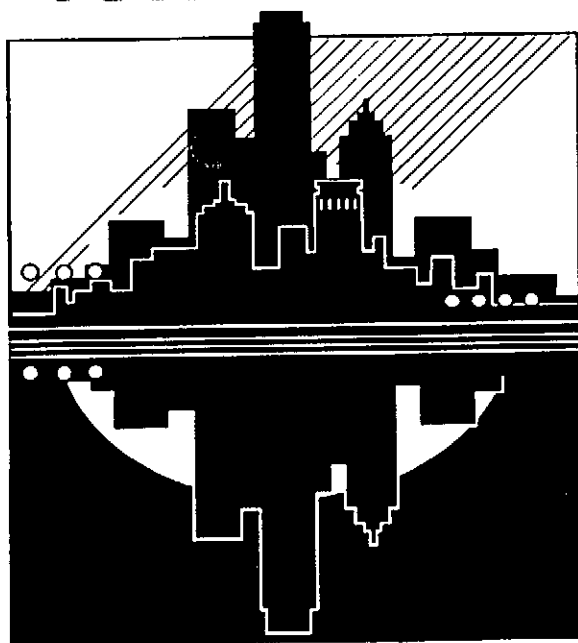
$$2 + 2(5) = 4 + 8$$

ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น 2 เป็นคำตอบของสมการ $x + 2(2x + 1) = 2x + 8$

บทเรียนที่ 8-10

โทยี่สมการ



ชื่อ เลขที่

ชั้น

โจทย์สมการ

หลักในการแก้โจทย์สมการมีดังนี้

1. วิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และให้หาอะไร
2. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา
3. เขียนรูปหรือแผนผัง (ถ้าทำได้)
4. เปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์และเขียนสมการ
(โดยพิจารณาจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ว่ามีสิ่งใดสามารถนำมาเท่ากันได้บ้าง)
5. แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ
6. ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์

ตัวอย่างที่ 1 จำนวนจำนวนหนึ่งมีค่ามากกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 8 ถ้าสองจำนวนนั้นรวมกันได้ 36 สองจำนวนนั้นมีค่าเท่าไร

วิธีที่ 1	วิธีที่ 2
ให้จำนวนน้อยมีค่าเป็น x	ให้จำนวนมากมีค่าเป็น y
ดังนั้น จำนวนมากมีค่าเป็น $x+8$	ดังนั้น จำนวนน้อยมีค่าเป็น $y-8$
สองจำนวนรวมกันมีค่าเป็น 36	สองจำนวนรวมกันมีค่าเป็น 36
สมการ $x + x + 8 = 36$	สมการ $y + y - 8 = 36$
$2x + 8 = 36$ $2x + 8 \xrightarrow{-8} 2x$	$2y - 8 = 36$ $2y - 8 \xrightarrow{+8} 2y$
นำ 8 ลบทั้งสองข้างของสมการ	นำ 8 บวกทั้งสองข้างของสมการ
$2x - 8 + 8 = 36 + 8$	$2y + 8 - 8 = 36 - 8$
$2x = 28$	$2y = 44$
นำ 2 หารทั้งสองข้างของสมการ	นำ 2 หารทั้งสองข้างของสมการ
$\frac{2x}{2} = \frac{28}{2}$	$\frac{2y}{2} = \frac{44}{2}$
$x = 14$	$y = 22$
ดังนั้น จำนวนน้อยมีค่า = 14	ดังนั้น จำนวนมากมีค่า = 22
จำนวนมากมีค่า = $14 + 8 = 22$	จำนวนน้อยมีค่า = $22 - 8 = 14$

ตรวจสอบ จำนวนสองจำนวนรวมกันได้ $= 14 + 22 = 36$

จำนวนสองจำนวนแตกต่างกัน $= 22 - 14 = 8$ ซึ่งเป็นจริง



ตัวอย่างที่ 2 สามในสี่ของรายได้ของนายก น้อยกว่ารายได้ของนายขอยู่ 500 บาท ถ้านายข มีรายได้ 2,600 บาท จงหารายได้ของนายก

วิธีทำ ให้รายได้ของนายก เป็น $= x$ บาท

ดังนั้น สามในสี่ของรายได้ของนายก $= \frac{3}{4}x$ บาท

$\frac{3}{4}x$ บาท น้อยกว่ารายได้ของนายข อยู่ $= 500$ บาท

ดังนั้น รายได้ของนายข $= \frac{3}{4}x + 500$ บาท

แต่รายได้ของนายข $= 2,600$ บาท

รายได้ของนายก = รายได้ของนายข

ดังนั้นสมการที่ได้คือ $\frac{3}{4}x + 500 = 2600$ $\frac{3}{4}x + 500 \xrightarrow{-500} \frac{3}{4}x$

นำ 500 ลบทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{3}{4}x + 500 - 500 = 2600 - 500$$

$$\frac{3}{4}x = 2100$$

$\frac{3}{4}x \xrightarrow{\times \frac{4}{3}} x$

นำ $\frac{4}{3}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{4}{3} \times \frac{3}{4}x = \frac{4}{3} \times 2100$$

$$x = 2800$$

ดังนั้น รายได้ของนายก $= 2,800$ บาท

ตรวจสอบ สามในสี่ของรายได้ของนายก น้อยกว่ารายได้ของนายข คิดเป็น

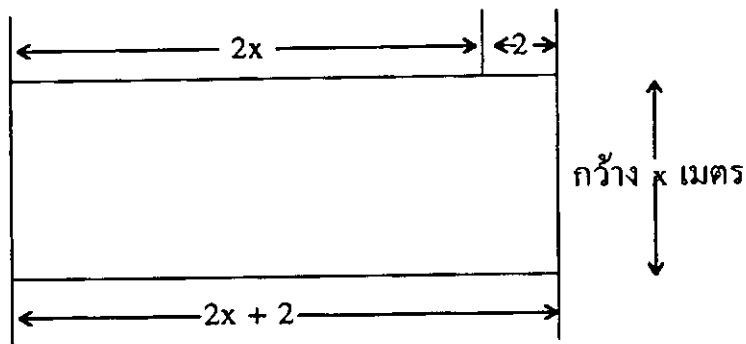
$$2600 - \left(\frac{3}{4} \times 2800\right) = 500 \text{ บาท} \text{ ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์}$$

ตอบ 2,800 บาท



ตัวอย่างที่ 3 สนามเทนนิสนี้มีด้านยาวยาวกว่า 2 เท่าของด้านกว้างอยู่ 2 เมตร
ถ้าด้านยาวยาว 26 เมตร ด้านกว้างจะยาวเท่าไร

วิธีทำ ให้ด้านกว้างยาว	x	เมตร
ด้านยาวยาว	26	เมตร
2 เท่าของด้านกว้าง	$2x$	เมตร
ด้านยาวยาวกว่า 2 เท่าของด้านกว้างอยู่	2	เมตร



ด้านยาว = ด้านยาว

ดังนั้นสมการที่ได้คือ

$$2x + 2 = 26$$

$$2x+2 \xrightarrow{-2} 2x \xrightarrow{+2} x$$

นำ 2 ลบทั้งสองข้างของสมการ

$$2x + 2 - 2 = 26 - 2$$

$$2x = 24$$

นำ 2 หารทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{2x}{2} = \frac{24}{2}$$

$$x = 12$$

ดังนั้น ด้านกว้างยาว 12 เมตร

ตรวจสอบ 2 เท่าของด้านกว้าง = $2 \times 12 = 24$ เมตร

ด้านยาวยาวกว่า 2 เท่าของด้านกว้าง 2 เมตร

26 เมตร ยาวกว่า 24 เมตร อยู่ 2 เมตร ซึ่งเป็นจริง

ตอบ 12 เมตร



ตัวอย่างที่ 4 ที่ดินแปลงหนึ่งมีพื้นที่ 630 ตารางวา ต้องการแบ่งที่ดินแปลงนี้เพื่อ ปลูกพืชสวนครัว ปลูกดอกไม้ และปลูกผัก โดยใช้พื้นที่สำหรับปลูกพืชสวนครัวเป็น 2 เท่าของพื้นที่ที่ปลูกดอกไม้ ใช้พื้นที่ปลูกผักเท่ากับพื้นที่ที่ปลูกพืชสวนครัวและปลูกดอกไม้รวมกัน จงหาพื้นที่ที่ใช้ปลูกพืชแต่ละชนิด

วิธีทำ

วิธีที่ 1 ให้พื้นที่ใช้ปลูกดอกไม้เป็น x ตารางวา
ที่ดินแปลงนี้แบ่งออกเป็น 3 ส่วนดังนี้

พ.ท.ปลูกดอกไม้ = x ตร.ว.	พ.ท.ปลูกพืชสวนครัว = 2 เท่าของพ.ท.ปลูกดอกไม้ = $2x$ ตร.ว.
พ.ท.ปลูกผัก =	พ.ท.ปลูกพืชสวนครัวและปลูกดอกไม้รวมกัน = $x + 2x$ ตร.ว.

พื้นที่ทั้งหมด = 630 ตารางวา

พ.ท.ปลูกดอกไม้ + พ.ท.ปลูกพืชสวนครัว+พ.ท.ปลูกผัก = พื้นที่ทั้งหมด

ดังนั้น สมการที่ได้คือ $x + 2x + x + 2x = 630$

$6x = 630$

นำ 6หารทั้งสองข้างของสมการ $\frac{6x}{6} = \frac{630}{6}$

$x = 105$

$6x \xrightarrow{+6} x$

ดังนั้น ที่ดินแปลงนี้ใช้สำหรับปลูกดอกไม้ = 105 ตารางวา

ปลูกพืชสวนครัว = $2 \times 105 = 210$ ตารางวา

ปลูกผัก = $105 + 210 = 315$ ตารางวา

ตรวจสอบ ปลูกดอกไม้ = 105 ตร.ว.

ปลูกพืชสวนครัว = 2 เท่าของปลูกดอกไม้ = $2 \times 105 = 210$ ตร.ว.

ปลูกพืชผัก = ปลูกพืชสวนครัวและปลูกดอกไม้รวมกัน = $105 + 210 = 315$ ตร.ว.

พื้นที่ทั้งหมด = $105 + 210 + 315 = 630$ ตร.ว. ซึ่งเป็นจริง

วิธีที่ 2 ให้พื้นที่ใช้ปลูกดอกไม้เป็น ตารางวา x
ที่ดินแปลงนี้แบ่งออกเป็น 3 ส่วนดังนี้

พ.ท.ปลูกดอกไม้ = x ตร.ว.	พ.ท.ปลูกพืชสวนครัว = 2 เท่าของพ.ท.ปลูกดอกไม้ = $2x$ ตร.ว.
พ.ท.ปลูกผัก	= พ.ท.ปลูกพืชสวนครัวและปลูกดอกไม้รวมกัน = $x + 2x$ ตร.ว.

พื้นที่ทั้งหมด = 630 ตารางวา

พ.ท.ปลูกดอกไม้ + พ.ท.ปลูกพืชสวนครัว = พื้นที่ปลูกผัก = ครึ่งหนึ่งของพ.ท.ทั้งหมด
ดังนั้น สมการที่ได้คือ $x + 2x = \frac{630}{2}$

$$3x = 315$$

$$3x \xrightarrow{+3} x$$

นำ 3หารทั้งสองข้างของสมการ $\frac{3x}{3} = \frac{315}{3}$
 $x = 105$



ตัวอย่างที่ 5 ห้าในหกของผลต่างของคะแนนสอบของนายและนายมีค่าเท่ากับผลบวกของคะแนนสอบของนายและนาย ถ้านายขสอบได้ 40 คะแนน และนายคสอบได้ 20 คะแนน อยากทราบว่านายคสอบได้กี่คะแนน

วิธีทำ ให้นายคสอบได้ ตารางวา x คะแนน

นายขสอบได้ 40 คะแนน

นายคสอบได้ 20 คะแนน

ผลต่างของคะแนนสอบของนายและนาย = $x - 40$ คะแนน

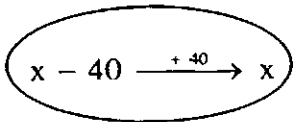
ห้าในหกของผลต่างของคะแนนสอบของนายและนาย = $\frac{5}{6}(x - 40)$ คะแนน

ผลบวกของคะแนนสอบของนายและนาย = $40 + 20 = 60$ คะแนน

ดังนั้นสมการที่ได้คือ $\frac{5}{6}(x - 40) = 60$ $\frac{5}{6}(x - 40) \xrightarrow{\times \frac{6}{5}} x - 40$

นำ $\frac{6}{5}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ $\frac{6}{5} \times \frac{5}{6} (x - 40) = \frac{6}{5} \times 60$

$x - 40 = 72$



นำ 40 บวกทั้งสองข้างของสมการ

$x - 40 + 40 = 72 + 40$

$x = 112$

ดังนั้น นายกสอบได้ = 112 คะแนน

ตรวจสอบ

ห้าในหกของผลต่างของคะแนนสอบของนายกและนายข = $\frac{5}{6} (112 - 40)$ คะแนน
= 60 คะแนน ซึ่ง

เท่ากับผลบวกของคะแนนสอบของนายขและนายค = $40 + 20 = 60$ คะแนน จริง

ตอบ 112 คะแนน



ตัวอย่างที่ 6 ให้ D แทนความหนาแน่นของสาร มีหน่วยเป็นกรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร
V แทนปริมาตรของสาร มีหน่วยเป็นลูกบาศก์เซนติเมตร และ M แทนมวลของสาร มีหน่วยเป็นกรัม จะได้ $D = \frac{M}{N}$ ถ้าโซเดียมคลอไรด์ 30 ลูกบาศก์เซนติเมตร มีมวล 65.10 กรัม
โซเดียมคลอไรด์จะมีความหนาแน่นเท่าไร

วิธีทำ D แทนความหนาแน่นของสาร มีหน่วยเป็นกรัม/ลูกบาศก์เซนติเมตร

V แทนปริมาตรของสาร มีหน่วยเป็นลูกบาศก์เซนติเมตร

M แทนมวลของสาร มีหน่วยเป็น กรัม

จะได้ $D = \frac{M}{N}$

ถ้าโซเดียมคลอไรด์มี V = 30 ลบ.ซม. และ M = 65.10 กรัม

$D = \frac{65.10}{30} = 2.17$

ดังนั้น โซเดียมคลอไรด์มีความหนาแน่น = 2.17 กรัม/ลูกบาศก์เซนติเมตร

ตอบ 2.17 กรัม/ลูกบาศก์เซนติเมตร





ตัวอย่างที่ 7 พ่อนำเงินจำนวนหนึ่งมารวมกับเงิน 50 บาทของแม่ แล้วแบ่งให้ลูก 5 คน ทำให้ลูกได้รับเงินคนละ 13 บาท จงหาจำนวนเงินที่พ่อนำมาสมทบ

วิธีทำ พ่อนำเงินมาสมทบ x บาท
 เงินทั้งหมด = เงินพ่อ + เงินแม่ = $x + 50$ บาท

วิธีที่ 1	วิธีที่ 2
แบ่งให้ลูก 5 คน จะได้คนละ $\frac{x+50}{5}$ บาท ลูกได้เงินคนละ 13 บาท เงินที่ลูกได้ = เงินที่ลูกได้ สมการ $\frac{x+50}{5} = 13$ $\frac{x+50}{5} \xrightarrow{\times 5} x+50 \xrightarrow{-50} x$ นำ 5 คูณทั้งสองข้างของสมการ $5 \times \frac{x+50}{5} = 5 \times 13$ $x + 50 = 65$ นำ 50 ลบทั้งสองข้างของสมการ $x + 50 - 50 = 65 - 50$ $x = 15$	ลูก 5 คนได้เงินคนละ 13 บาท คิดเป็นเงินทั้งหมด = 5×13 บาท $= 65 \text{ บาท}$ เงินทั้งหมด = เงินทั้งหมด สมการ $x + 50 = 65$ $x + 50 \xrightarrow{-50} x$ นำ 50 ลบทั้งสองข้างของสมการ $x + 50 - 50 = 65 - 50$ $x = 15$

ดังนั้น พ่อนำเงินมาสมทบ 15 บาท

ตรวจสอบ เงินพ่อกับเงินแม่รวมกัน = $15 + 50 = 65$ บาท

ลูก 5 คนได้เงินคนละ 13 บาท คิดเป็นเงิน = $5 \times 13 = 65$ บาท ซึ่งเป็นจริง

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ นางสาว ศิริรัตน์ วรวนิชยา

เกิดวันที่ 25 เดือน ธันวาคม พุทธศักราช 2504

สถานที่เกิด อำเภอเมือง จังหวัดราชบุรี

สถานที่อยู่ปัจจุบัน 70 ถนนราษฎร์ยินดี อำเภอเมือง จังหวัดราชบุรี 70000

ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน อาจารย์ 1 ระดับ 4

สถานที่ทำงานปัจจุบัน โรงเรียนแคทรายวิทยา ตำบลคูบัว อำเภอเมือง จังหวัดราชบุรี 70000

ประวัติการศึกษา

พ.ศ.2524 มัธยมศึกษาปีที่ 5 จากโรงเรียนสมถวิล ราชดำริ

พ.ศ.2528 วิทยาศาสตร์บัณฑิต (ศึกษาศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
วิทยาเขต ปัตตานี

พ.ศ.2538 การศึกษามหาบัณฑิต (วิชาเอกคณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร