การศึกษารูปแบบการเผาไหม้ในห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE โดยวิธีเชิงตัวเลข

ปริญญานิพนธ์

ของ

รุ่ง แกล้วกล้า

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

พฤษภาคม 2555

การศึกษารูปแบบการเผาไหม้ในห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE โดยวิธีเชิงตัวเลข

ปริญญานิพนธ์

ของ

รุ่ง แกล้วกล้า

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

พฤษภาคม 2555

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การศึกษารูปแบบการเผาไหม้ในห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE โดยวิธีเชิงตัวเลข

บทคัดย่อ

ของ

รุ่ง แกล้วกล้า

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

พฤษภาคม 2555

รุ่ง แกล้วกล้า (2555).*การศึกษารูปแบบการเผาไหม้ในห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE โดยวิธีเชิงตัวเลข*. ปริญญานิพนธ์ วศ.ม. (วิศวกรรมเครื่องกล). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.คณะกรรมการควบคุม: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จุฑารัตน์ คุรุเจริญ, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พิชัย อัษฎมงคล.

งานวิจัยนี้ นำเสนอการศึกษารูปแบบการเผาไหม้ในห้องเผาไหม้ แบบCAN TYPE โดยวิธีเชิงตัวเลข โดยศึกษาผลกระทบอันเกิดจากการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของหัวฉีดเชื้ อเพลิง การเพิ่มลดอัตราการไหลของปริมาณอากาศที่ทางเข้าห้องเผาไหม้ จากผลการวิเคราะห์แบบจำลองห้องเผาไหม้ พบว่าที่อัตราการไหลของอากาศที่ทางเข้าห้องเผาไหม้ 0.22 kg/s มีปริมาณ *mass of fraction* ของก๊าซ *co* ที่เหลือจากการเกิดปฏิกิริยาเผาไหม้ประมาณ 0.09 อุณหภูมิในห้องเผาไหม้ช่วง Primary zone มีค่าประมาณ 773.7 K และบริเวณเจือจาง (Dilution Zone)อุณหภูมิที่ทางออกอยู่ที่ประมาณ 1,090 K ความเร็วภายในห้องเผาไหม้จะมีความเร็วสูงที่หัวฉีดเชื้ อเพลิงและค่อยๆลดลงเมื่อมีการผสมระหว่างอากาศกับเชื้ อเพลิง และจะเพิ่มความเร็วขึ้ นที่บริเวณทางออกของห้องเผาไหม้ จะพบว่าบริเวณ Primary zone จะมีการหมุนวนภายในห้องเผาไหม้เพื่อผสมผสานระหว่างอากาศกับเชื้ อเพลิงทำให้การเผาไหม้มีแนวโน้มสมบูรณ์ขึ้ น

คำสำคัญ (Keywords): ห้องเผาไหม้ / แบบ CAN TYPE/วิธีเชิงตัวเลข

THE STUDY OF COMBUSTION CYTALYTIC IN CAN TYPE COMBUSTION CHAMBER USING COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS

AN ABSTRACT

BY

RUNG KLAEWKLA

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the

Master of Engineering Degree in Mechanical Engineering

at Srinakharinwirot University

May 2012

Rung Klaewkla. (2012). *"The Study of Combustion Cytalytic in CAN TYPE Combustion Chamber Using Computational Fluid Dynamics".* Master thesis. M.Eng. (Mechanical Engineering). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Assoc. Prof. Dr. Jutarat Kurujareon, Assst. Prof. Dr. Pichai Assadamongkol.

This thesis presents a study of combustion in the combustion chamber by CFD to analysis of models CAN TYPE. By studying the impacts of changing the fuel injectors. The increase - the rate of flow of air into the combustion chamber. The results of modeling the combustion chamber at flow rate 0.22 kg/s. The volume of *mass of fraction co* gas, the rest of the reaction burns about 0.09 .Temperature in the combustion chamber during the Primary zone is about 773.7 K and Dilution zone at the outlet is about 1,090 K. Vector of velocity increased at nearly for fuel injection and gradually decreased when the air fuel mixture. And to speed up the exit of the burner. It was found that the Primary zone will be swirling in the combustion chamber to the air fuel mixture tends to burn more completely.

Keywords: CAN TYPE / COMBUSTION CHAMBER / CFD

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษารูปแบบการเผาไหม้ในห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE โดยวิธีเชิงตัวเลข

ของ

รุ่ง แกล้วกล้า

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย สันติวัฒนกุล)

วันที่..... เดือน ..... พ.ศ. 2555

คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์	คณะกรรมการสอบปากเปล่า
.....ประธาน	.....ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จุฑารัตน์ คุรุเจริญ)	(พันเอก รองศาสตราจารย์ ดร.อโณทัย สุขแสงพนมรุ้ง)
.....กรรมการ	.....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พิชัย อัษฎมงคล)	(รองศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล นาผล)
	.....กรรมการ
	(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พิชัย อัษฎมงคล)
	.....กรรมการ
	(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จุฑารัตน์ คุรุเจริญ)

ประกาศคุณูปการ

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จุฑารัตน์ คุรุเจริญ ประธานกรรมการควบคุมการทำปริญญานิพนธ์ที่ให้โอกาสในการทำวิจัยเรื่องนี้ พร้อมทั้งให้ความรู้และคำแนะนำจนปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จลงได้ด้วยดี และขอขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดรพิชัย อัษฎมงคล กรรมการควบคุมการทำปริญญานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำปรึกษา ให้แนวคิด และช่วยแก้ไขปัญหาต่างๆที่เกิดขึ้ นในการทำปริญญานิพนธ์จนเสร็จสมบูรณ์

ขอบพระคุณ คุณนิภาภัทร์ น้อยเทียม ที่คอยเป็นกำลังใจให้และช่วยรวบรวมเนื้ อหาเข้ารูปเล่มให้เสร็จสมบูรณ์

ขอบพระคุณ คุณกิตติภาส วศินารมณ์ ที่ช่วยให้คำปรึกษาในการวิเคราะห์การใช้งานโปรแกรม และการจำลองแบบของไหล

ขอบพระคุณเพื่อนๆภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล รุ่น 6 ที่คอยช่วยเหลือและให้คำปรึกษา

ขอขอบพระคุณคณาจารย์จาก กองวิชาวิศวกรรมเครื่องกล รร.จปร. และคณาจารย์จากภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ที่ให้ความรู้และคำแนะนำอันเป็นประโยชน์ต่องานวิจัยเป็นอย่างดี

ขอบพระคุณ คุณกีรติ สุลักษณ์ ที่ให้ความช่วยเหลือและให้คำปรึกษา

สุดท้ายผู้วิจัยขอขอบพระคุณบิดาและมารดา ครูอาจารย์ ที่เพียรอบรมสั่งสอนและให้กำลังใจให้ผู้วิจัยมาโดยตลอด

รุ่ง แกล้วกล้า

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์	2
ขอบเขตของการวิจัย	2
ประโยชน์ที่จะได้รับ	2
การทบทวนเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	2
2 ทฤษฎี	13
หลักการทำงานของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ	13
วัฏจักรกังหันก๊าซ(Gas Turbine Cycles)	14
ความเบี่ยงเบนของวัฏจักรกังหันก๊าซจริงจากวัฏจักรอุดมคติ	21
วัฏจักรBrayton ที่ประกอบด้วยรีเจนเนอเรชัน	23
วัฏจักรBrayton ที่ประกอบด้วย intercooling reheating และรีเจนเนอเรชัน	25
พื้ นฐานการออกแบบห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ	26
รูปแบบพื้ นฐานของห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ	27
องค์ประกอบของห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ	30
ชนิดของห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ	32
การสันดาปของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ	34
ค่าความร้อนเชื้ อเพลิง	35
การคำนวณการสันดาป	36
ความรู้พื้ นฐานเกี่ยวกับสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย	44
จลนศาสตร์ของอนุภาคของไหล	45
ความเร่งของอนุภาคของของไหล	49
สมการพื้ นฐานสำหรับการไหลแบบราบเรียบ	50
สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์โมเมนตัม	52
สมการพื้ นฐานสำหรับการไหลปั่นป่วน	58
แบบจำลองความปั่นป่วนเชิงเส้น (Linear turbulence models)	61

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
3 ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม	69
บทนำ	69
ประเภทของปัญหากลศาสตร์ของไหล	69
สมการควบคุมพื้นฐาน(Governing Equation)	71
ขั้นตอนของกระบวนการวิธีไฟไนต์วอลุม	72
ความแม่นยำของการประมาณค่า	83
การหาคำตอบโดยใช้วิธี TDMA(Tri-Diagonal Matrix Algorithm)	95
ปัญหาการไหลปฏิสัมพันธ์ความดันความเร็ว	100
4 วิเคราะห์ผลการทดลองห้องเผาไหม้แบบ Can Combustor โดยใช้ Computational Fluid Dynamics(CFD)	116
ลักษณะแบบจำลองของห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE ที่ใช้ศึกษา	116
แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE	118
การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์	120
กำหนดเงื่อนไขเบื้องต้น(Boundary Condition)สำหรับแบบจำลอง	123
การวิเคราะห์ห้องเผาไหม้ ที่มีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของของหัวฉีดเชื้อเพลิง	124
การวิเคราะห์ห้องเผาไหม้ ที่มีการเปลี่ยนแปลงอัตราการไหลของอากาศที่ทางเข้า	128
5 สรุปและข้อเสนอแนะ	131
สรุปผล	131
รายละเอียดการออกแบบห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE	131
ข้อเสนอแนะและแนวทางงานวิจัยในอนาคต	132
บรรณานุกรม	134
ภาคผนวก	139
ภาคผนวก ก แบบ CAN COMBUSTOR	140

สารบัญ (ต่อ)

บทที่		หน้า
ภาคผนวก ข	ผลการทดลอง.....	142
ภาคผนวก ค	ที่มาของปัญหาที่ใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์.....	145
ภาคผนวก ง	การคำนวณหาอัตราอากาศที่ผสมกับเชื้ อเพลิงที่ทำเผาไหม้สมบูรณ์.....	194
	การคำนวณหาขนาดของรูที่อากาศไหลผ่านห้องเผาไหม้.....	196
	สมการการเผาไหม้ การทำปฏิกิริยาของสมการการเผาไหม้.....	200
อภิธานศัพท์.....		201
ประวัติย่อผู้วิจัย.....		205

บัญชีตาราง

ตาราง **หน้า**

1 องค์ประกอบและค่าความร้อนของก๊าซธรรมชาติ..... 34

2 คุณสมบัติขององค์ประกอบของก๊าซธรรมชาติ..... 35

3 องค์ประกอบและค่าความร้อนสูง(HHV) ของเชื้ อเพลิงก๊าซ..... 36

4 ผลที่ได้จากการสันดาปของก๊าซเชื้ อเพลิง..... 38

5 เอนทาลปีสำหรับ h_f ที่ 25 $^{\circ}C$, 1 atm..... 40

6 เอนทาลปีสำหรับ h_f ที่อุณหภูมิต่างๆที่ความดัน1 atm (kJ/kg)..... 41

7 องค์ประกอบของอากาศที่ใช้ในการสันดาป..... 42

8 Two-equation model..... 65

9 สมการพื้ นฐานสำหรับการไหลแบบราบเรียบในสามมิติ..... 67

10 สมการพื้ นฐานสำหรับการไหลแบบปั่นป่วนในรูปแบบเทนเซอร์..... 68

11 สมการหลักของการไหลแบบอัดตัวได้..... 69

12 รูปแบบสัมประสิทธิ์ของแผนวิธีผลต่างผสม..... 91

13 ข้อมูลจากการทดลองของห้องเผาไหม้ที่ 2และอุณหภูมิที่ได้จากโปรแกรมทดสอบ... 120

ข-1 ผลการทดลองของห้องเผาไหม้ที่ 2..... 142

ง-1 แสดงการสูญเสียความดันในห้องเผาไหม้ในทางปฏิบัติ..... 194

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ **หน้า**

1(a) ภาพ 3 มิติ (b) รูปประกอบห้องเผาไหม้..... 5

2 หลักการออกแบบ(Charest. 2005)…….. 6

3 หลักการออกแบบ(Arai; Amano; & Furuhata. 2007)…….. 7

4 (a)หลักการออกแบบ (b)รูปแบบการทดลอง…… 8

5 หลักการทำงานของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ..... 14

6 วัฏจักรกังหันก๊าซแบบเปิด(Open Cycle)…..... 14

7 วัฏจักรกังหันก๊าซแบบปิด(Close Cycle)…….…… 15

8 (a) P-v diagram (b) T-s diagram..... 17

9 ประสิทธิภาพเชิงความร้อนของวัฏจักรอุดมคติBrayton เป็นฟังก์ชันของอัตราส่วน ของความดัน…… 19

10 เมื่อมีการกำหนดค่า $T_{\min}$ และ $T_{\max}$ แล้วงานสุทธิของวัฏจักรBrayton จะเพิ่มขึ้ นเมื่อ อัตราส่วนความดันเพิ่มขึ้ น หลังจากนั้ นจะมีค่าสูงสุด $r_p = \left(\frac{T_{\max}}{T_{\min}} \right)^{k/12(k-1)}$ …….. 20

11 สัดส่วนของงานที่ได้จากกังหันกับงานที่ถูกใช้ในการขับเคลื่อนเครื่องอัดจะถูกเรียกว่า Back Work…… 21

12 ความเบี่ยงเบนของวัฏจักรกังหันก๊าซจริงจากวัฏจักรอุดมคติBrayton เนื่องจากปัจจัย irreversibilities…….. 22

13 เครื่องยนต์กังหันก๊าซที่ประกอบด้วยรีเจนเนอเรเตอร์…… 23

14 แผนภาพ $T-s$ ของ วัฏจักรBrayton ที่ประกอบด้วยรีเจนเนอเรชัน…… 24

15 เครื่องยนต์กังหันก๊าซ โดยมีการอัดแบบ 2 ขั้ นตอนสลับกับการหล่อเย็นและขยายตัว แบบ 2 ขั้ น สลับกับการReheating นอกจากนี้ ยังมีกระบวนการรีเจนเนอเรชัน (b) แผนภาพ $T-s$ ของวัฏจักรอุดมคติกังหันก๊าซที่ประกอบด้วยIntercooling reheating และ Regeneration…… 26

16 รูปแบบห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ…….... 29

17 อุปกรณ์ประกอบต่างๆในห้องเผาไหม้…… 30

18 รูปแบบการไหลหมุนวนเป็นเกลียว…… 31

19 ห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซชนิดต่างๆ……... 33

บัญชีภาพประกอบ(ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
20 การเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลจากตำแหน่งหนึ่งไปสู่อีกตำแหน่งหนึ่ง	45
21 สมดุลของมวลบนปริมาตรควบคุมของของไหล	51
22 สมดุลของแรงบนปริมาตรควบคุมของของไหล	53
23 ลักษณะของความเร็วในการไหลแบบปั่นป่วน	58
24 โดเมนของปัญหาการแพร่ 1 มิติ	72
25 กริดแบบ Cell face centered	73
26 กริดแบบ Node Centered	73
27 ปริมาตรควบคุม 3 มิติและจุดต่อ	76
28 ปริมาตรควบคุมรอบจุดต่อ P	78
29 ความสอดคล้องของฟลักซ์การแพร่ตลอดโดเมน	79
30 การกระจายของคุณสมบัติ ϕ ที่ค่าเพคเล็ทต่างๆกัน	81
31 กริด 1 มิติ	83
32 การประมาณค่าแบบต้นลมกรณีการไหลมีทิศทาง $+u$	87
33 การประมาณค่าแบบต้นลมกรณีการไหลมีทิศทาง $-u$	88
34 โปรไฟล์ของแผนวิธี QUICK	93
35 Computational domain ที่ใช้วิธี TDMA ในการคำนวณ	96
36 กระดานตรวจสอบสนามความดัน	101
37 ระบบกริดเยื้ อง	102
38 ขั้ นตอนและลำดับการแก้สมการ	109
39 ปริมาตรควบคุมที่ผนัง	111
40 การกระจายตัวของความเร็วที่ผนัง	112
41 ลักษณะของผนังเคลื่อนที่	115
42 แบบภาคตัดจำลองแสดงทางเข้าของเชื้ อเพลิง(ลูกศรสีเขียว)ทางเข้าของอากาศ (ลูกศรสีน้ ำเงิน) และทางออกของอากาศผสม(ลูกศรสีแดง) ของแบบจำลองที่ หัวฉีดอยู่ด้านซ้าย	117
43 แบบภาคตัดจำลองแสดงทางเข้าของเชื้ อเพลิง(ลูกศรสีเขียว)ทางเข้าของอากาศ (ลูกศรสีน้ ำเงิน) และทางออกของอากาศผสม(ลูกศรสีแดง) ของแบบจำลองที่	

บัญชีภาพประกอบ(ต่อ)

ภาพประกอบ **หน้า**

หัวฉีดอยู่ด้านขวา..... 117

44 แบบจำลองแสดงทางออกของความดัน(Outlet Pressure)..... 118

45 แบบจำลองแสดงทางเข้าของอากาศ(Inlet Air)..... 118

46 รูปจำลองโครงข่าย Mesh 3 มิติ ของแบบจำลองที่หัวฉีดอยู่ด้านซ้าย จำนวน 2,701,804 เอลิเมนต์ จำนวนจุดต่อ 506,682จุดต่อ..... 119

47 รูปจำลองโครงข่าย Mesh 3 มิติ ของแบบจำลองที่หัวฉีดอยู่ด้านขวา จำนวน 3,060,484 เอลิเมนต์ จำนวนจุดต่อ 575,081จุดต่อ..... 119

48 อุณหภูมิเปรียบเทียบระหว่างการทดลองและจากการใช้โปรแกรมทดสอบ..... 122

49 ภาพตัดของ Temperature contour..... 125

50 ภาพตัดของ ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง..... 125

51 ภาพตัดของ *CO Mass Fraction* 127

52 ภาพตัดของ Temperature Contour..... 129

ก-1 แบบขนาดของห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE..... 140

ก-2 แบบขนาดของห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE(เพิ่มเติม)..... 141

ค-1 แบบภาคตัดจำลองแสดงทางเข้าของเชื้ อเพลิง(ลูกศรสีเขียว)ทางเข้าของอากาศ (ลูกศรสีน้ ำเงิน) และทางออกของอากาศผสม(ลูกศรสีแดง)..... 145

ค-2 แบบจำลอง 3 มิติ แสดงทางออกของความดัน(Outlet Pressure)..... 146

ค-3 แบบจำลองแสดงทางเข้าของอากาศ(Inlet Air)..... 146

ค-4 รูปจำลองโครงข่าย Mesh 3 มิติ จำนวน 1,092,280 เอลิเมนต์จำนวนจุดต่อ 204,049จุดต่อ..... 147

ค-5 (a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour ,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง..... 151

ค-6 (a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour ,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง..... 154

ค-7 (a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour ,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง..... 157

บัญชีภาพประกอบ(ต่อ)

ภาพประกอบ **หน้า**

ค-8 (a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour ,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง..... 160

ค-9 (a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour ,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง..... 163

ค-10 (a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour ,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง..... 166

ค-11(a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour ,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง..... 169

ค-12(a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour ,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง..... 172

ค-13(a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour ,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง..... 175

ค-14(a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour ,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง..... 178

ค-15(a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour ,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง..... 181

ค-16(a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour ,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง..... 184

ค-17(a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour ,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง..... 187

ค-18(a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour ,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง..... 190

ค-19(a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour ,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง..... 193

ง-1 ค่า Discharge coefficient สำหรับรูปร่างต่างกัน..... 198

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เนื่องจากในปัจจุบันสถานการณ์จากวิกฤติราคาพลังงานปรับตัวขึ้นลง ทำให้การพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศได้รับผลกระทบ ตลอดจนประชาชนได้รับผลกระทบโดยตรงจากราคาน้ำมันเชื้อเพลิงที่สูงขึ้น การสร้างโรงไฟฟ้าขนาดใหญ่เพื่อสนับสนุนความมั่นคงด้านความต้องการพลังงานในประเทศทำได้ยากขึ้น นโยบายด้านพลังงานที่เน้นไปในทางสนับสนุนการนำพลังงานหมุนเวียนมาใช้ให้เกิดประโยชน์สูงสุดตามแผนพัฒนาพลังงานทดแทน 15 ปี (ปี2551-2565) (กรมพัฒนาพลังงานทดแทนและอนุรักษ์พลังงาน กระทรวงพลังงาน. 2554) สนับสนุนพัฒนาต้นแบบเทคโนโลยีพลังงานทดแทนใหม่ๆ ให้มีความคุ้มค่าทางเศรษฐศาสตร์ที่เพิ่มสูงขึ้น ส่งเสริมการใช้เทคโนโลยีใหม่ในการผลิตพลังงานเชื้อเพลิงชีวภาพ พัฒนาต้นแบบGreen City และนำไปสู่ความเข้มแข็งระดับชุมชน สนับสนุนให้มีการส่งออกเทคโนโลยีพลังงานทดแทนในระดับภูมิภาคอาเซียน ซึ่งสอดคล้องกับแผนแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 11(สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ. 2554)ที่มุ่งเน้นยุทธศาสตร์การจัดการทรัพยากรธรรมชาติและสิ่งแวดล้อมอย่างยั่งยืน การปรับกระบวนทัศน์การพัฒนาและขับเคลื่อนประเทศไปสู่การเป็นเศรษฐกิจและสังคมคาร์บอนต่ำ และเป็นมิตรกับสิ่งแวดล้อม ซึ่งในอนาคตจะมีโครงข่ายไฟฟ้าอัจฉริยะ หรือ Smart Grid(การไฟฟ้าส่วนภูมิภาค. 2554)เป็นโครงข่ายไฟฟ้าที่ใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ และการสื่อสารมาบริหารจัดการ ควบคุมการผลิต ส่ง และจ่ายพลังงานไฟฟ้าสามารถรองรับการเชื่อมต่อระบบไฟฟ้าจากแหล่งพลังงานทางเลือกที่สะอาดที่กระจายอยู่ทั่วไป (Distributed Energy Resource : DER) และระบบบริหารการใช้สินทรัพย์ให้เกิดประโยชน์สูงสุด รวมทั้งให้บริการกับผู้เชื่อมต่อกับโครงข่ายผ่านมิเตอร์อัจฉริยะมีระบบการควบคุมระบบผลิตไฟฟ้าของสมาชิกในชุมชนที่ผลิตไฟฟ้าจากพลังงานแสงอาทิตย์ พลังงานลม ชีวภาพ ชีวมวล ด้วยเครื่องกำเนิดไฟฟ้าขนาดจิ๋ว (Micro Turbine) เพื่อสร้างโรงไฟฟ้าเสมือน (Virtual Power Plant, VPP) แทนรูปแบบดั้งเดิมเช่น โรงไฟฟ้าถ่านหิน, ก๊าซ , เขื่อนพลังงานน้ำขนาดใหญ่เป็นต้น

ห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE เป็นห้องเผาไหม้รูปทรงกระบอก มีลักษณะเป็น Single Tubular Chamber ซึ่งมักจะใช้กับเครื่องยนต์กังหันก๊าซขนาดเล็ก สามารถพัฒนาเป็นเครื่องยนต์กังหันก๊าซต้นแบบเพื่อใช้เชื้อเพลิงที่หลากหลายได้

1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

1. เพื่อศึกษารูปแบบการไหลภายในห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE ที่มีการเปลี่ยนตำแหน่งของหัวฉีดน้ำมันเชื้อเพลิง

2. เพื่อศึกษารูปแบบการไหลภายในห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงอัตราการไหลเข้าของอากาศ

3. ออกแบบห้องเผาไหม้ที่เหมาะสม

1.3 ขอบเขตของการวิทยานิพนธ์

ทำการจำลองแบบการไหลภายในห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE โดยมีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งหัวฉีดของน้ำมันเชื้อเพลิง และการปรับเปลี่ยนอัตราการไหลของอากาศที่ทางเข้า แล้ววิเคราะห์ผลกระทบการรูปแบบการไหลเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงดังกล่าว

1.4 ประโยชน์ที่จะได้รับ

1. ได้แบบจำลองของห้องเผาไหม้ที่เหมาะสม

2. นำความรู้ที่ได้ในการศึกษาพฤติกรรมของการไหลมาประยุกต์ใช้ในการออกแบบเครื่องยนต์กังหันก๊าซขนาดเล็กโดยปรับเปลี่ยนชนิดของน้ำมันเชื้อเพลิง

3. นำความรู้ที่ได้ในการศึกษาพฤติกรรมของการไหลมาประยุกต์ใช้ในการออกแบบเครื่องยนต์กังหันก๊าซขนาดเล็ก เพื่อใช้งานในระดับชุมชน

1.5 การทบทวนเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยที่ผ่านมานำเสนอเกี่ยวกับการออกแบบเครื่องยนต์กังหันก๊าซ และการออกแบบเครื่องยนต์กังหันก๊าซขนาดเล็ก

เซเรด;ชิกิเออะ&เบียร์(Syred; Chigier; & Beer. 1971).การเกิดปฏิกิริยาเผาไหม้หลักที่เกิดขึ้นภายในห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซเกิดขึ้นภายในบริเวณปฐมภูมิ(Primary Zone) รูปแบบอากาศพลศาสตร์การเผาไหม้ (Combustion Aerodynamics) ทำให้เกิดการหมุนวนตามแนวแกนการไหล (Recirculation) ซึ่งเป็นการเพิ่มระยะเวลาของการเผาไหม้ (Residence Time) ของอากาศและเชื้อเพลิงส่งผลให้การเผาไหม้มีประสิทธิภาพและเสถียรภาพสูงแต่วิธีการนี้จะทำให้เกิดความดันตกภายในห้องเผาไหม้สูงอันเป็นสาเหตุสำคัญที่ทำให้พลังงานกลสุทธิ(W_{net}) ที่ได้จากเครื่อง

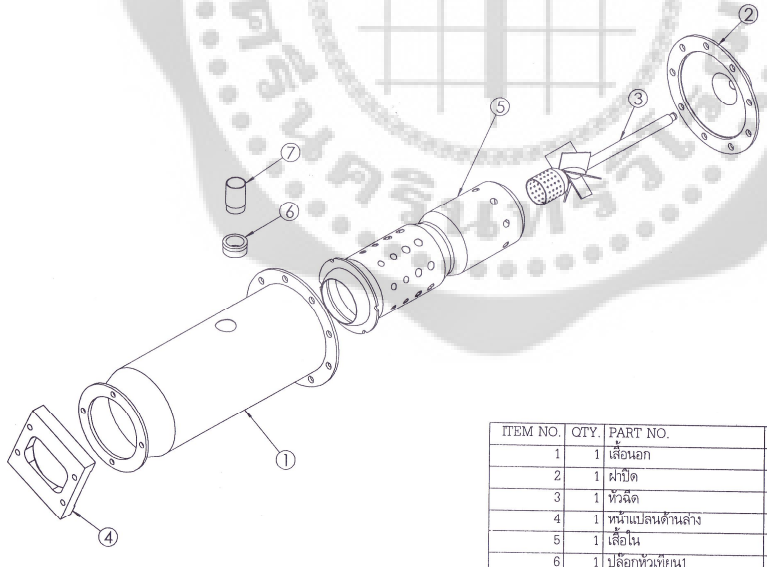
ลดลง ซึ่งจำเป็นต้องหาวิธีการอื่นที่เพิ่มการผสมผสาน (Mixing) ภายในห้องเผาไหม้ให้มากขึ้ น โดยที่เพิ่มค่าความรุนแรงของการไหลแบบหมุนวนเป็นเกลียว(S_N)ไม่มากนัก

กูลดิน; เด็บสกี & ลี(Gouldin; Depsky; & Lee. 1985).ผลการวิเคราะห์การเกิดการไหลแบบวอร์เทค(Toroidal Vortex) ของการไหลหมุนวนเป็นเกลียวแบบหมุนตามกันคือ การทดลองแบบมีและไม่มีปฏิกิริยาการเผาไหม้ ของการฉีดเชื้ อเพลิงและอากาศแบบหมุนวนทางเดียวและหมุนวนทางสวนทางกันภายในห้องเผาไหม้ โดยการเผาไหม้เป็นแบบที่มีการผสมผสานระหว่างอากาศและเชื้ อเพลิงก่อน (Premixed) ได้ผลว่าบริเวณการไหลแบบวอร์เทคเกิดขึ้ นเมื่อเป็นการการฉีดเชื้ อเพลิงและอากาศแบบเชื้ อเพลิงหมุนวนสวนทางกัน แต่กลับพบว่ามีการไหลแบบวอร์เทคเกิดขึ้ นในกรณีที่การฉีดอากาศและเชื้ อเพลิงหมุนวนทางเดียวกันแบบมีปฏิกิริยาการเผาไหม้ แต่ขนาดความกว้างของบริเวณการไหลแบบวอร์เทคเล็กกว่ากรณีที่หมุนวนสวนทางกันและมีค่าพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน (Turbulence Kinetic Energy K) ต่ำกว่าบริเวณการไหลแบบวอร์เทคเกิดขึ้ นในการหมุนวนทั้ งหมุนวนตามกันและสวนทางกัน และได้สรุปว่าที่เป็นเช่นนี้ เพราะปัจจัยที่มีอิทธิพลที่ทำให้เกิดการไหลแบบวอร์เทคไม่ได้มีเพียงแค่ค่าความรุนแรงของการไหลแบบหมุนวนเป็นเกลียว(S_N)เท่านั้ น แต่ยังมีปัจจัยเรื่องรูปแบบการกระจายความเร็ว (Velocity Profile) ของความเร็วตามแนวแกนการไหล (U) และความเร็วตามแนวเส้นสัมผัส(W) ที่บริเวณทางออกของ Nozzie อีกด้วย เช่นถ้าเปรียบเทียบกระแสการไหลหมุนวนของคู่หนึ่งมีค่าความรุนแรงของการไหลแบบหมุนวนเป็นเกลียวเท่ากัน แต่มีรูแบบการกระจายความเร็ว (Velocity Profile) ต่างกัน ผลของบริเวณตามแนวแกนการไหล (Toroidal Recirculation Zone) ก็จะแตกต่างกัน ซึ่งถ้าเป็นเช่นนี้ แล้วการผสมผสาน(Mixing) ก็แตกต่างกันถึงแม้ว่าจะมีผลการวิเคราะห์นำเสนอเป็นค่าความรุนแรงของการไหลแบบหมุนวนเป็นเกลียวซึ่งจะได้ค่าความรุนแรงของการไหลแบบหมุนวนเป็นเกลียวเท่ากัน งานวิจัยนี้ มุ่งเน้นศึกษาระดับของค่าความรุนแรงของการหมุนวนเป็นเกลียวของกระแสอากาศเชื้ อเพลิงต่อการผสมผสาน(Mixing) ภายในบริเวณปฐมภูมิ (Primary Zone) ของห้องเผาไหม้ แบบที่ยังไม่มีปฏิกิริยาการเผาไหม้ อันเป็นแนวทางการปรับปรุงประสิทธิภาพและเสถียรภาพของห้องเผาไหม้โดยการปรับปรุงอากาศพลศาสตร์ของการเผาไหม้ (Combustion aerodynamics)

(ปรีชา บุญยะนันท์และคณะ 2544). ได้สร้างต้นแบบเครื่องยนต์กังหันก๊าซขนาดเล็กได้ถูกพัฒนาขึ้ นโดยการดัดแปลงเทอร์โบชาร์จเจอร์ที่ใช้กับเครื่องยนต์ลูกสูบจุดระเบิดด้วยประกายไฟขนาดความจุ 1,800 ลบ.ซม. เนื่องจากเป็นการเผาไหม้แบบต่อเนื่องจึงได้ออกแบบห้องเผาไหม้และระบบป้อนเชื้ อเพลิงให้เหมาะสมกับขนาดของเทอร์โบชาร์จเจอร์ที่ใช้ เชื้ อเพลิงที่ใช้เป็นก๊าซหุงต้ม มีส่วนประกอบหลักอื่นๆได้แก่ ระบบจุดติดห้องเผาไหม้ระบบป้อนลมเลี้ ยงก่อนการหมุนทำงานของกังหันก๊าซ ระบบหล่อลื่นและระบายความร้อนระบบเร่งหมุนให้กังหันได้รอบที่จะทำงานรักษารอบของ

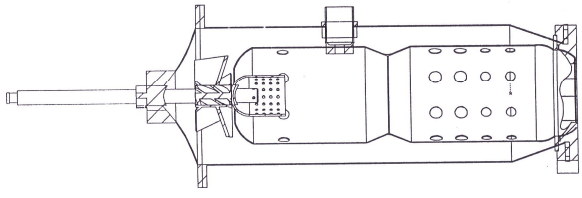
ตนเองได้ อุปกรณ์วัดรอบและอุณหภูมิวัตถุประสงค์หลักคือการทดลองถึงความเป็นไปได้ในการดัดแปลงเทอร์โบชาร์จเจอร์ให้เป็นกังหันก๊าซที่จะสามารถทำงานรักษารอบเองได้จึงยังไม่มีการวัดกำลังเพลาหรือแรงขับขณะทำงานได้พบว่าเครื่องต้นแบบนี้ สามารถทำงานได้ เมื่อสตาร์ทเครื่องยนต์เร่งเครื่องยนต์ และทำงานอย่างต่อเนื่อง มีค่าความดันในห้องเผาไหม้อยู่ในช่วงประมาณ55.3-138.0 kPa โดยมีอุณหภูมิก๊าซร้อนเข้าสู่เทอร์ไบน์อยู่ในช่วง740-850 องศาเซลเซียส ที่ความเร็วรอบของโรเตอร์ในช่วง 84,000-144,000 rmp ในช่วงเร่งรอบนั้ นได้เกิดCompressor surge ที่ความดันห้องเผาไหม้ในช่วง 20.7-41.5 kPa.

(อภิสิทธิ์; วชิระ; & ชาญชัย. 2544). นำเสนอแนวการพัฒนาห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซโดยทำการทดลองสร้างห้องเผาไหม้ขึ้ นมาเป็นต้นแบบชิ้ นแรก เพื่อหาช่วงการทำงานของเครื่องยนต์ จากนั้ นนำข้อมูลที่ได้มากำหนดขนาดของห้องเผาไหม้ตามทฤษฎีและนำการไหลแบบหมุนวน(Swirler)มาประยุกต์ทำการศึกษารูปแบบการไหลของอากาศที่ห้อง Primary Zone และทำการคำนวณหาขนาดของห้องเผาไหม้และจำนวนรูที่อากาศไหลเข้า และทำการสร้างห้องเผาไหม้แบบที่ 2 ตามรายการคำนวณ จากการทดลองพบว่าอุณหภูมิที่ห้องเผาไหม้แบบที่2 จะสูงกว่าแบบแรก ที่อัตราการไหลของเชื้ อเพลิงเท่ากัน และพบว่าประสิทธิภาพการเผาไหม้ของห้องเผาไหม้แบบที่2 จะสูงกว่าแบบที่หนึ่ง ดังแสดงตามภาพประกอบ 1



ITEM NO.	QTY.	PART NO.	DESCRIPTION
1	1	เสื้อนอก	Stainless steel
2	1	ฝาปิด	Stainless steel
3	1	หัวฉีด	Stainless steel
4	1	หน้าแปลนด้านล่าง	Steel
5	1	เสื้อใน	Stainless steel
6	1	ปลั๊อกหัวเทียน1	Steel
7	1	ปลั๊อกหัวเทียน2	Steel

(a)



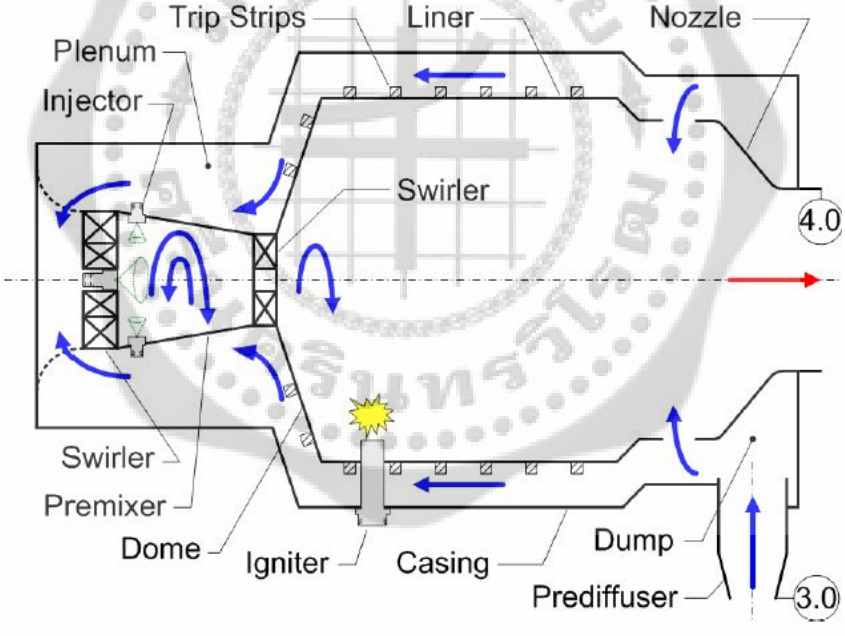
(b)

ภาพประกอบ 1(a) ภาพ 3 มิติ (b) รูปประกอบห้องเผาไหม้(อภิสิทธิ์; วชิระ; & ชาญชัย. 2544)

(ภานุมาศ. 2546). ได้ศึกษาเชิงทดลองของกสนศึกษาเพื่อการพัฒนาห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ สำหรับเชื้ อเพลิงค่าความร้อนต่ำ การศึกษานี้ มุ่งเน้นการศึกษาอิทธิพลของการฉีดอากาศและเชื้ อเพลิงให้มีการหมุนวนเป็นเกลียวแบบร่วมแกนการไหล(Double Concentric Swirl) ที่สภาวะความดันบรรยากาศ ที่มีต่อการกระจายความเร็วภายในบริเวณปฐมภูมิ(Primary Zone)และขนาดการหมุนย้อนกลับตามแนวแกนการไหล(Reverse Recirculation Zone)อันเป็นส่วนหนึ่งที่ใช้พิจารณาประสิทธิภาพและเสถียรภาพของการเผาไหม้ของการเผาไหม้แบบที่ไม่มีการผสมระหว่างเชื้ อเพลิงและอากาศก่อนการเผาไหม้(Non Premixed Combustion)ในการศึกษาจะทำการปรับเปลี่ยนค่าความรุนแรงของการหมุนวน(S,Swirl Number)ต่างๆกัน แต่ไม่มีปฏิกิริยาการเผาไหม้ ในการทดลองใช้อากาศแทนเชื้ อเพลิงที่ค่า $\phi = 1.6$ ได้ผลว่าขนาดการหมุนย้อนกลับตามแนวแกนการไหล (Reverse Recirculation Zone)มีขนาดใหญ่และยาวที่สุดเมื่อการฉีดอากาศ(m_a)และอากาศที่ใช้แทนเชื้ อเพลิง(m_f)แบบหมุนวนสวนทางกันเมื่อค่าความรุนแรงของการหมุนวนของอากาศที่ใช้แทนเชื้ อเพลิง S_f และค่าความรุนแรงของการหมุนวนของอากาศ S_a มีค่า 0.61 และ 0.65 ตามลำดับ ซึ่งชี้บ่งได้ว่าการเปลี่ยนแปลงค่า S_N สามารถควบคุมการผสมผสานภายในบริเวณปฐมภูมิของห้องเผาไหม้ได้

(กิตติศักดิ์. 2546).ได้ศึกษาวิจัยพบว่า แบบจำลองความปั่นป่วน $k-\varepsilon$ ให้ผลการทำนายดีกว่าแบบจำลอง Standard $k-\varepsilon$ โดยเฉพาะปัญหาที่มีการถ่ายเทความร้อน และจากการจัดวางเทอร์บิวเลเตอร์ที่แตกต่างกัน 3 รูปแบบ วิเคราะห์ผลกระทบที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์หลัก เช่น Re , h/w และ Pi/h ซึ่งแบบ Staggered ที่มีการจัดวางบนผนังด้านบนและด้านล่าง มีความเหมาะสมสำหรับใช้เป็นเส้นทางการไหลและการถ่ายเทความร้อนในใบพัดกังหันก๊าซมากกว่าการวางบนผนังด้านล่างเพียงด้านเดียว การจัดวางบนผนังด้านบนและด้านล่างแบบ In-lined

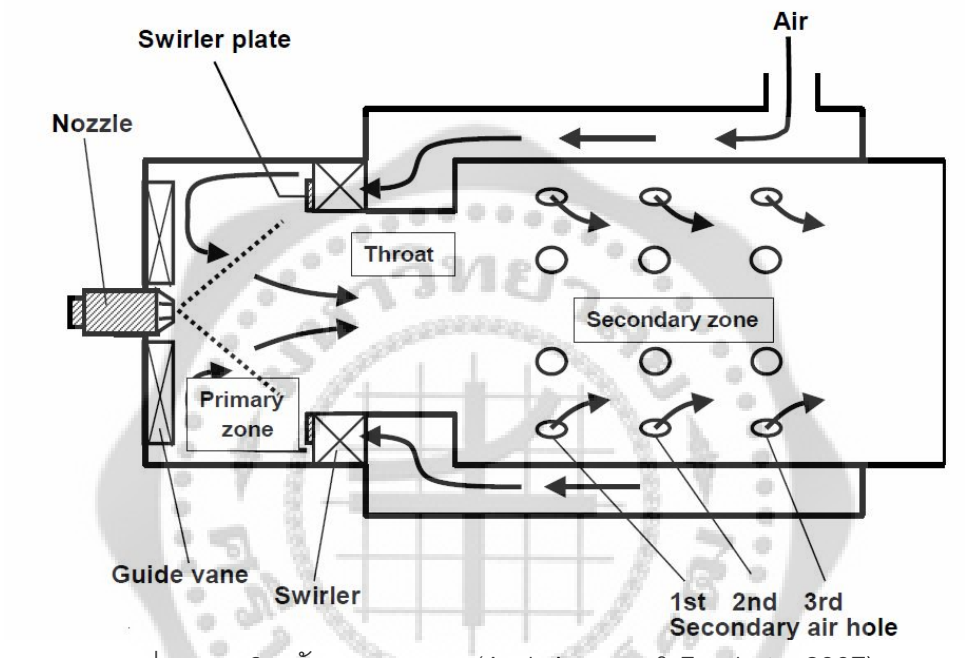
ชาเรส(Charest. 2005). วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ทำการพัฒนาขั้นตอนวิธีการในการออกแบบห้องเผาไหม้ แบบLean premixed prevaporized (LPP) การออกแบบนี้ถูกนำไปประยุกต์กับเครื่องยนต์กังหันก๊าซของเรือขนาด 1-MW ขั้นตอนการออกแบบจะจำลองแบบจำลองที่มีการทดลองและแบบจำลองที่กึ่งการทดลอง ซึ่งแบบจำลองจะมีความซับซ้อนและมีความสัมพันธ์กันหลายอย่าง เช่น การฉีดเชื้อเพลิงที่เป็นลักษณะการหยดเป็นละอองระเหย การเกิดปฏิกิริยาทางเคมี การฉีดผสมแบบเจ็ท(Jet Mixing)และการถ่ายเทความร้อน การสร้างโครงสร้างของแบบจำลองใช้หลักการทางด้านกลศาสตร์ของแข็ง ร่วมกับการใช้โปรแกรมคำนวณทางตัวเลขขั้นสูงมาช่วยในการแก้ปัญหา3 มิติ เช่น Computational Fluid Dynamics(CFD) และ Finite element analysis(FEA) ซึ่ง CFD จะช่วยวิเคราะห์การไหลวนของอากาศ การเกิดปฏิกิริยาเคมี ภายในเสื้อใน(Liner) ส่วน FEA จะช่วยในการวิเคราะห์ทางด้านความเค้นที่ผนังของเสื้อใน ซึ่งการใช้งานทั้งสองโปรแกรมสามารถให้ผลการคำนวณเป็นที่น่าพอใจ หลักการออกแบบดังภาพประกอบ2



ภาพประกอบ 2 หลักการออกแบบ (Charest. 2005)

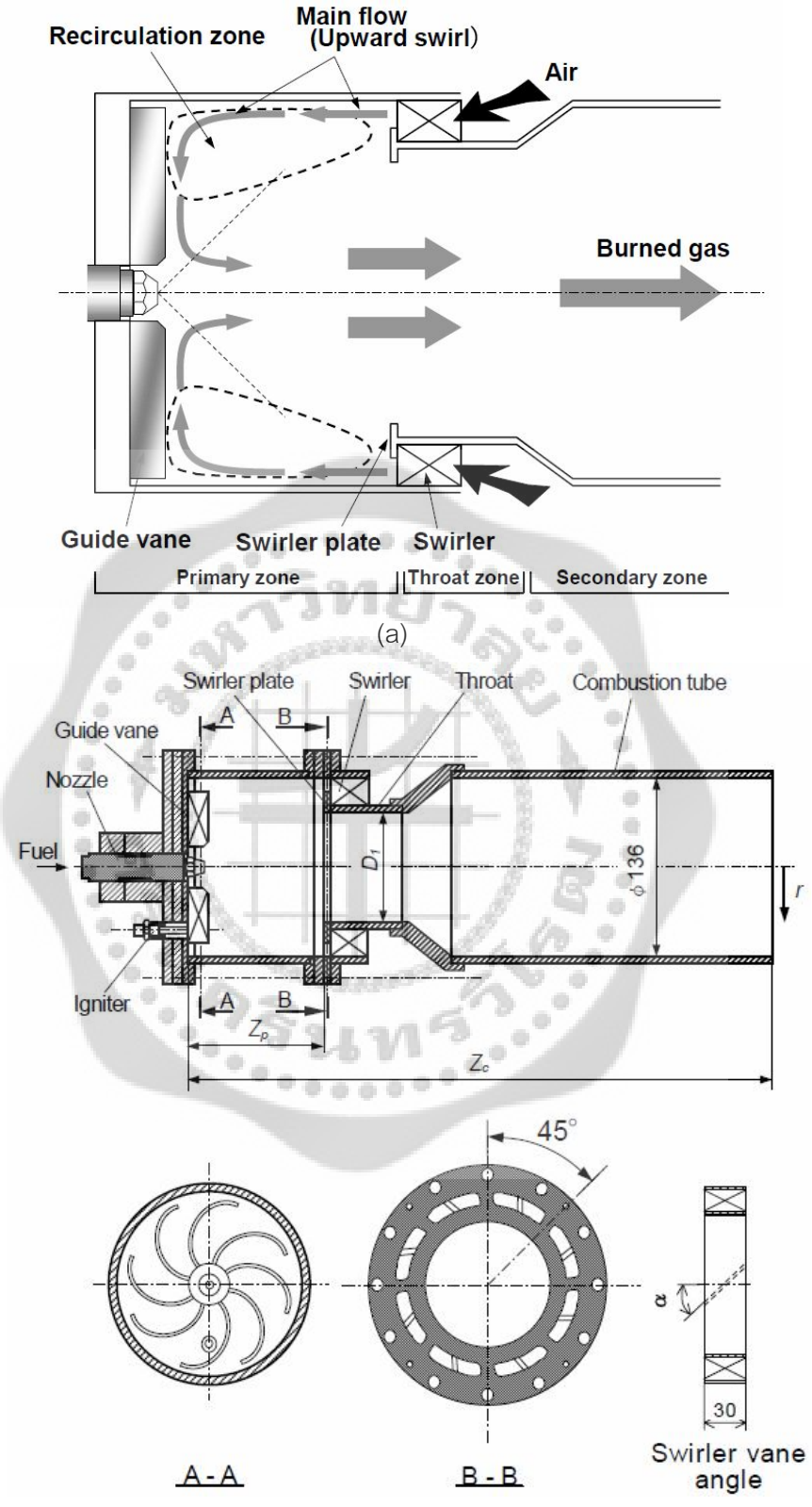
อาราอิ;อามาโนะ&ฟุรุฮะตะ(Arai; Amano; & Furuhata. 2007) ได้ทำการออกแบบห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซขนาดเล็กตามภาพประกอบ3 ผลจากการวิเคราะห์พบว่าอากาศผสมที่ทางออกจะมีค่าไนโตรเจนออกไซด์ต่ำ NOx(Nitrogen Oxides)ประกอบไปด้วย (ไนตริกออกไซด์(NO)+ไนโตรเจนไดออกไซด์(NO_2)) ซึ่งใช้ kerosene เป็นน้ำมันเชื้อเพลิงการออกแบบนำเสนอแนวคิดใหม่ก็คือการเชื่อมต่อของ Primary Zone และ Secondary Zone ด้วยคอคอด(throat) และสร้างการ

ไหลแบบหมุนวนเป็นเกลียว(Swirler) ซึ่งถูกติดตั้งระหว่างPrimary Zone และ Secondary Zone เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการไหลวนของก๊าซที่ถูกเผาไหม้ในโซนหลักอากาศ อากาศจะไหลผ่าน swirler และถูกบังคับให้ไหลจากด้านบนลงล่างและจากด้านล่างขึ้นด้านบนเข้าผสมกับน้ำมันเชื้อเพลิงที่ถูกฉีดจากหัวฉีด nozzle ที่บริเวณ Primary Zone ซึ่งการออกแบบห้องเผาไหม้ลักษณะนี้ทำให้การเผาไหม้มีเสถียรภาพสูง ก๊าซผสมที่ออกมาจะมีค่าของไนโตรเจนออกไซด์ต่ำ



ภาพประกอบ 3 หลักการออกแบบ(Arai; Amano; & Furuhata. 2007)

โยโตะริยามะ;อามาโนะ&ฟูจิวาระ(Yotoriyama; Amano; & Fujiwara. 2008) ได้ทำการออกแบบห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซขนาดเล็กตามภาพประกอบ4 ผลจากการทดลองและวิเคราะห์ผลพบว่า การทดลองใช้ kerosene เป็นน้ำมันเชื้อเพลิงการออกแบบนำเสนอแนวคิดใหม่ก็คือการเชื่อมต่อของ Primary Zone และ Secondary Zone ด้วยคอคอด(throat) และสร้างการไหลแบบหมุนวนเป็นเกลียว(Swirler) ซึ่งถูกติดตั้งระหว่างPrimary Zone และ Secondary Zone เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการไหลวนของก๊าซที่ถูกเผาไหม้ในโซนหลักอากาศอากาศจะไหลผ่าน swirler และถูกบังคับให้ไหลจากด้านบนลงล่างและจากด้านล่างขึ้นด้านบนเข้าผสมกับน้ำมันเชื้อเพลิงที่ถูกฉีดจากหัวฉีด nozzle ที่บริเวณ Primary Zone ซึ่งการออกแบบห้องเผาไหม้ลักษณะนี้ทำให้การเผาไหม้มีเสถียรภาพสูง ก๊าซผสมที่ออกมาจะมีค่าของไนโตรเจนออกไซด์ต่ำ



ภาพประกอบ 4 (a)หลักการออกแบบ (b)รูปแบบการทดลอง (Yotoriyama; Amano; & Fujiwara. 2008)

(วรเทพ สีสัตย์ซื่อ. 2551). ได้ทำการออกแบบและพัฒนาระบบห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซเทอร์ไบขนาดเล็ก สำหรับเผาไหม้เชื้ อเพลิงชีวมวลซึ่งเป็นเชื้ อเพลิงแข็งให้เกิดประโยชน์และมีประสิทธิภาพข้อแตกต่างของระบบเครื่องยนต์ก๊าซเทอร์ไบที่ได้สร้างขึ้ นกับระบบที่มีใช้อยู่คือ ระบบอัดอากาศจะใช้แบบลูกสูบ(Reciprocating air compressor) แทนระบบอากาศแบบไหลตามแกน(Axial flow compressor) และห้องเผาไหม้เป็นแบบถ่ายเทความร้อน(Heat exchanger furnace) แทนห้องเผาไหม้แบบสันดาปภายใน ห้องเผาไหม้ที่ออกแบบนั้ นจะเป็นลักษณะอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน คือ ทำการสร้างเป็นถังทรงกระบอกและมีผิวซ้อนกันเป็นสองชั้ นห่างกันประมาณ 3 มิลลิเมตร เพื่อให้เกิดการแลกเปลี่ยนความร้อนระหว่างก๊าซร้อน ของระบบเผาไหม้เชื้ อเพลิง กับอากาศของระบบเทอร์ไบน์ ก๊าซร้อนนี้ ที่ได้จากการเผาไหม้จะถ่ายเทความร้อนผ่านผนังเตาชั้ นในเข้าสู่อากาศของระบบเทอร์ไบน์ที่อยู่ระหว่างช่องว่างของผนังเตาโดยโหมดของการแผ่รังสีความร้อนเป็นสำคัญแล้วจึงไหลสู่เทอร์ไบน์ต่อไป จากการทดสอบเดินเครื่องยนต์ก๊าซเทอร์ไบน์นี้ โดยใช้ฟางข้าวมาบดเป็นเชื้ อเพลิง พบว่าเมื่ออัตราการป้อนเชื้ อเพลิงประมาณ 0.0166 กิโลกรัมต่อนาที จะได้อุณหภูมิเปลวเพลิงภายในเตาประมาณ 440 $^{\circ}C$ เมื่ออากาศอัดตัวจากเครื่องอัดอากาศซึ่งมีอุณหภูมิประมาณ 80 $^{\circ}C$ แลกเปลี่ยนความร้อนกับก๊าซร้อนจากห้องเผาไหม้แล้วจะได้อุณหภูมิของอากาศตรงทางเข้าเทอร์ไบน์เท่ากับ 320 $^{\circ}C$ (ในช่วงเริ่มต้น) แต่จะเริ่มลดลงเล็กน้อย เนื่องจากระบบป้อนเชื้ อเพลิงที่ออกแบบมีปัญหาป้อนเชื้ อเพลิงได้ไม่มาก ในช่วงเริ่มต้นสามารถวัดความเร็วรอบของเทอร์ไบน์ได้ประมาณ 2,200 รอบต่อนาที และเพิ่มขึ้ นอย่างต่อเนื่องเมื่อสภาวะการสูญเสียความร้อนคงที่ ความเร็วรอบเทอร์ไบน์จะเริ่มคงที่ที่ประมาณ 2,800 รอบต่อนาที ที่อุณหภูมิเข้าเทอร์ไบน์ประมาณ 280 $^{\circ}C$

(บุญทุ่ม ชนะพันธ์. 2551). ได้ศึกษาระบบกังหันก๊าซขนาดเล็กโดยศึกษาสมรรถนะของเทอร์โบชาร์จเจอร์ ที่นำมาใช้เป็นกังหันก๊าซขนาดเล็กทั้ งนี้ โดยเน้นการออกแบบสร้างและปรับปรุงห้องเผาไหม้ให้มีความเสถียร และมีประสิทธิภาพสูงแล้วสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของห้องเผาไหม้ที่ใช้ในระบบเพื่อนำไปจำลองสถานการณ์โดยจำลองการเปลี่ยนคอมเพรสเซอร์ จำนวน 5 รุ่นและจำลองการเปลี่ยนกังหันจำนวน 8 รุ่น เพื่อหาขนาดของกังหันและคอมเพรสเซอร์ที่เหมาะสมในกรณีที่ใช้ห้องเผาไหม้ที่สร้างขึ้ นนี้จากการทดลองสามารถสร้างและปรับปรุงห้องเผาไหม้ที่มีความเสถียร ห้องเผาไหม้ทำงานได้ต่อเนื่องในช่วงกว้างของอัตราส่วนอากาศต่อเชื้ อเพลิงระหว่าง 61:1 ถึง 105:1 ห้องเผาไหม้นี้มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 15.24 ซม. ยาว 80 ซม. และมีทางออกเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.08 ซม. มีไลเนอร์ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 10.16 ซม. ซึ่งมีรูไลเนอร์ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 3 มม., 5 มม.และ 7 มม. รูที่เจาะแบ่งเป็น 3 ช่วง ช่วงที่ 1 Primary Zone มีพื้ นที่รูไลเนอร์รวมทั้ งสิ้ น 11% ช่วงที่ 2 Secondary Zone มีพื้ นที่รูไลเนอร์รวมทั้ งสิ้ น 31.6% และช่วงที่ 3 Dilution Zone มีพื้ นที่รูไลเนอร์รวมทั้ งสิ้ น 57.4% ห้องเผาไหม้มีประสิทธิภาพ 89.4 % และเมื่อนำ สมการทางคณิตศาสตร์ของห้อง

เผาไหม้นี้ มาจำลองสถานการณ์ร่วมกับคอมเพรสเซอร์5 รุ่นและกังหัน8 รุ่นรวม 16 กรณี พบว่า คอมเพรสเซอร์และกังหันที่ทำให้ระบบมีประสิทธิภาพสูงที่สุดคือคอมเพรสเซอร์และกังหันใน กรณีศึกษาที่ 10 ซึ่งมีประสิทธิภาพเชิงความร้อนสูงที่สุดคือ9.39 %

คอลลาโซ และคณะ (Collazo; et al. 2009). ได้ตรวจสอบผลการจำลองการเผาไหม้เชื้ อเพลิง Methanol โดยใช้แบบจำลองการเผาไหม้แบบ 2-Step Finite rate-Eddy Dissipation ซึ่งผลจากการจำลองการเผาไหม้ที่เงื่อนไขเดียวกับการทดสอบจะนำมาเปรียบเทียบกับผลการทดสอบที่มีอยู่ในฐานข้อมูล a benchmark experimental database for multiphase combustion model input and validation ผลการจำลองปรากฏว่าค่าอุณหภูมิที่ได้มีค่าสูงกว่าผลการทดสอบเล็กน้อย แต่ผลของสารเชื้ อเพลิงที่ไม่เผาไหม้มีค่าแตกต่างกับผลการทดสอบค่อนข้างมาก ซึ่งคาดว่าเป็นผลมาจาก ข้อจำกัดของแบบจำลองการเผาไหม้ที่ใช้ นอกจากนี้ ยังได้ตรวจสอบAtomizer model แบบ LISA ซึ่งผลปรากฏว่าได้มุมสเปรย์และการกระจายขนาดละอองเชื้ อเพลิงสอดคล้องกับผลการทดสอบหัวฉีดเป็นอย่างดี

(วัชชิระ จันทร์ลี้. 2552). ได้ทำการออกแบบและสร้างเครื่องยนต์กังหันแก๊สขนาดเล็กนั้ นใช้ชิ้ นส่วนเทอร์โบชาร์จของเครื่องรถยนต์รุ่นVG30 ของนิสสันที่มีใบคอมเพรสเซอร์ชนิด Mixed flow และใบเทอร์ไบน์ชนิด Radial-in flow เป็นชิ้ นส่วนในการออกแบบเชื้ อเพลิงที่ใช้ทดสอบใช้น้ามันก๊าดในทดสอบหาสมรรถนะของเครื่องยนต์ สามารถวัดแรงขับดัน(Static thrust)ได้เท่ากับ 5.5 kgf, ความเร็วรอบสูงสุดที่31,900 rpm และอุณหภูมิของเครื่องยนต์530-650 $^{\circ}C$

(กิตติภาส วศินารมณ์. 2553). นำเสนอถึงกระบวนการออกแบบวิเคราะห์เชิงความร้อนของเครื่องยนต์กังหันก๊าซขนาดเล็กซึ่งจะเปรียบเทียบระหว่างวัฏจักรมาตรฐาน วัฏจักรRecuperative และวัฏจักร STIG โดยกำหนดให้ทุกวัฏจักรมีค่าประสิทธิภาพของอุปกรณ์เท่ากัน ซึ่งได้แก่ค่าประสิทธิภาพการอัดของคอมเพรสเซอร์ และการขยายตัวในเทอร์ไบน์มีค่าเท่ากับ83% ค่าประสิทธิภาพการเผาไหม้ของห้องเผาไหม้ 96% ค่าประสิทธิผลการแลกเปลี่ยนความร้อนของเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน 0.8 ค่าอุณหภูมิทางเข้าเทอร์ไบน์สูงสุดที่1200 K ผลการวิเคราะห์เชิงความร้อนปรากฏว่า วัฏจักรRecuperative ให้ค่าประสิทธิภาพเชิงความร้อนสูงสุดที่อัตราการอัด4 โดยให้ค่าประสิทธิภาพเชิงความร้อนเท่ากับ 28% และได้ทำการศึกษารูปทรงของห้องเผาไหม้เครื่องยนต์กังหันก๊าซที่เงื่อนไขการทำงานที่ได้จากการวิเคราะห์เชิงความร้อน ซึ่งประกอบด้วย อัตราการไหลของอากาศเข้าสู่ห้องเผาไหม้ที่ 1.33 kg/s อุณหภูมิอากาศเข้าห้องเผาไหม้ที่737 K อัตราการไหลของเชื้ อเพลิงโพรเพนเข้าสู่ห้องเผาไหม้ที่ 0.0147 kg/s และความดันสุทธิที่ทางออกห้องเผาไหม้ที่4 บรรยากาศ ขั้ นตอนการศึกษาเริ่มจากการปรับปรุงรูปทรงเพื่อให้ได้การจัดสรรอากาศในส่วน Primary Zone ของห้องเผาไหม้ที่เหมาะสม โดยใช้การจำลองการไหลที่ไม่มีการเผาไหม้ร่วม(Isothermal Flow) จากนั้ นจะใช้แบบจำลองการเผาไหม้โพรเพน 1 ขั้ นเพื่อวิเคราะห์ปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้ นในPrimary Zone และใน

ลำดับสุดท้ายจะใช้การจำลองการเผาไหม้โพรเพน 2 ขั้ น(2-Step Finite-rate Eddy Dissipation) เพื่อวิเคราะห์ปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้ นในSecondary Zone ผลจากการศึกษาพบว่าเปลวไฟสามารถรักษาอุณหภูมิที่สูงในPrimary Zone และเชื้ อเพลิงสามารถเผาได้หมดภายในPrimary Zone แต่ว่าการ Recover Dissociation ใน Secondary Zone ยังทำได้ไม่ดีจึงทำให้สาร CO ออกจากห้องเผาไหม้เป็นปริมาณสูงถึง 0.0008 kg/s ผลการจำลองห้องเผาไหม้โพรเพน 2 ขั้ น ของห้องเผาไหม้ที่ได้ศึกษาปรากฏว่ามีประสิทธิภาพการเผาไหม้เท่ากับ 92%

(สันติสุข ศรีเกิน 2553). ได้ศึกษาเชิงวิเคราะห์หามุมลู่ที่เหมาะสมและเปรียบเทียบดิฟฟิวเซอร์ 2 แบบ คือแบบแผ่นครีบตรง และแบบแผ่นเรียบสามเหลี่ยม โดยใช้การวิเคราะห์การไหลของการไหลด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข จากการสร้างชุดจำลองดิฟฟิวเซอร์ประกอบด้วยใบพัดคอมเพรสเซอร์วีลแบบการไหลผ่านของอากาศตามแนวรัศมีชนิดเซ็นตริฟูกอลขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง142 มิลลิเมตร ครีบดิฟฟิวเซอร์ 2 แบบ และโครงครอบโดยใช้โปรแกรมคำนวณเชิงตัวเลขทางกลศาสตร์ของไหลหาค่าความเร็ว ความดันและความปั่นป่วนของกระแสอากาศที่ไหลอยู่ภายในช่องของใบครีบ โดยใช้อากาศไหลเข้าโครงครอบและหมุนใบพัดคอมเพรสเซอร์วีล อากาศจะไหลผ่านเข้าช่องใบครีบดิฟฟิวเซอร์และไหลออกเข้าห้องเผาไหม้ จากการผลการคำนวณมุมลู่ออกที่21 องศา เป็นมุมที่เหมาะสมจึงได้สร้างชุดจำลองดิฟฟิวเซอร์ แบบแผ่นครีบตรงและแผ่นครีบสามเหลี่ยม ที่มุมลู่15,18,21,24 และ27 องศา เพื่อวิเคราะห์เปรียบเทียบโดยกำหนดความเร็วลมทางเข้าโครงครอบและความเร็วรอบใบพัดคอมเพรสเซอร์วีล 29 m/s 58 rad/s, 45 m/s 94 rad/s และ51 m/s 104 rad/s พบว่าที่ ความเร็วลม 51 m/sและความเร็วรอบใบพัดคอมเพรสเซอร์ 104 rad/s จะได้ค่าความดันเฉลี่ยสูงสุด โดยแผ่นตรงจะให้ค่าความดันเฉลี่ย 2.811 kN/m^2 และเรียบสามเหลี่ยมค่าความดันเฉลี่ย 2.027 kN/m^2

จากข้อสรุปงานวิจัยที่ผ่านมา การเผาไหม้ในส่วนของPrimary Zone จะมีความสำคัญมากในส่วนนี้ จึงมีการออกแบบเพื่อให้เกิดการเผาไหม้ที่สมบูรณ์ซึ่งบริเวณนี้ จำเป็นต้องมีการผสมผสาน(Mixing)ระหว่างอากาศกับเชื้ อเพลิงที่รวดเร็วและเพียงพอต่อการเผาไหม้จึงต้องมีสร้างการไหลแบบหมุนวนเป็นเกลียว(Swirler) จะทำหน้าที่ฉีดอากาศให้หมุนวนเป็นเกลียว การหมุนวนเป็นเกลียวมีผลต่อการเผาไหม้ภายในบริเวณปฐมภูมิ(Primary zone) ซึ่งจากหลักการออกแบบที่ดีของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ ต้องการให้เปลวไฟในห้องเผาไหม้ยังคงลุกไหม้ได้ในช่วงเงื่อนไขสำหรับการทำงานที่กว้าง เปลวไฟมีเสถียรภาพ การสร้างเปลวไฟที่มีเสถียรภาพในบริเวณปฐมภูมิ(Primary zone) ก็คือการฉีดกระแสของอากาศหรือเชื้ อเพลิงเป็นรูปแบบการไหลหมุนวนเป็นเกลียว(Swirling Flow)การหมุนวนนี้ จะช่วยให้การผสมผสาน(Mixing)ระหว่างอากาศกับเชื้ อเพลิงดีขึ้ นและเพิ่มประ สิทธิภาพในการเผาไหม้ได้ แต่ถ้ามีการหมุนวนที่รุน แรงเกินไปก็สามารถทำให้เปลวไฟไม่มีเสถียรภาพ ใน ทางกลับกันถ้ามีน้อยเกินไปก็จะไม่ทำให้เกิดการไหลแบบหมุนวนเป็นเกลียว(Reversed Recirculation Zone) ซึ่งการเกิด

การไหลแบบหมุนวนเป็นเกลียว(Reversed Recirculation Zone) วัดจากค่าความรุน แรงของการไหลแบบหมุนวนเป็นเกลียวหรือเรียกว่า Swirl Number(S_N) ซึ่งจะต้องมีค่ามากกว่า 0.6 (S_N >0.6)ถึงจะเกิดการไหลในลักษณะแบบหมุนวนเป็นเกลียว

เนื้ อหาในงานวิจัยของผู้วิจัยเป็นการศึกษารูปแบบการเผาไหม้ในห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE โดยวิธีเชิงตัวเลข โดยมีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของหัวฉีดเชื้ อเพลิง การเพิ่มลดอัตราการไหลของปริมาณอากาศเข้าห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE เพื่อวิเคราะห์ผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงค่าต่างๆ ที่มีผลต่อการเผาไหม้ในห้องเผาไหม้ของแบบ CAN TYPE ที่ผู้วิจัยได้ออกแบบ

บทที่ 2
ทฤษฎี

2.1 หลักการทำงานของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ

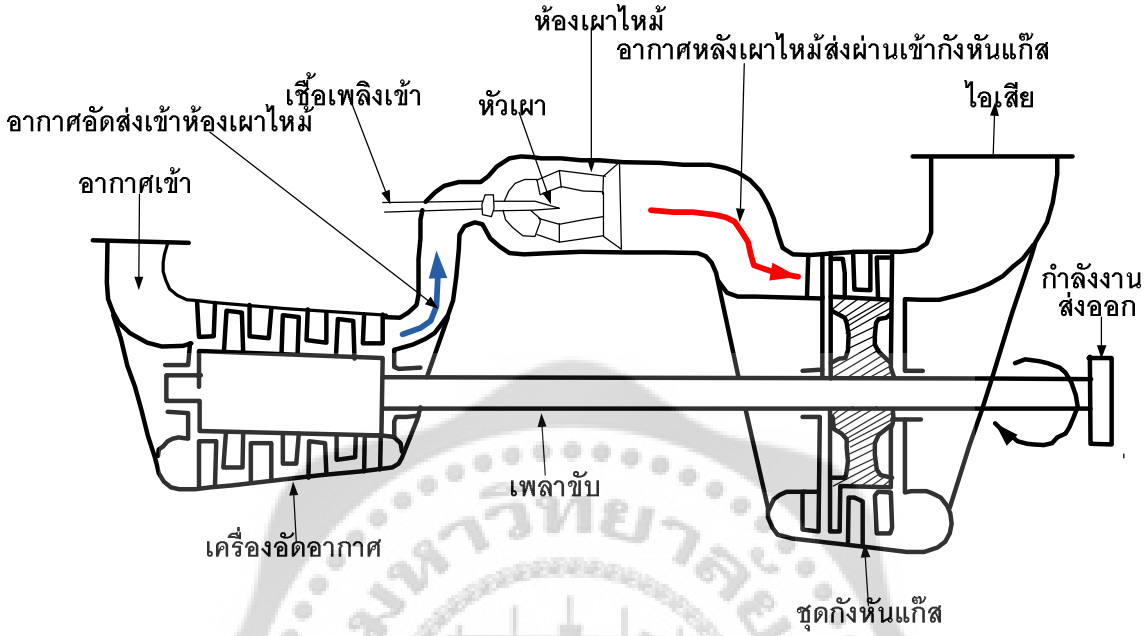
หลักการทำงานของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ จะประกอบด้วยอุปกรณ์เครื่องอัดอากาศ (Compressor) ห้องสันดาป(Combustion chamber) และชุดกังหันก๊าซ(Gas Turbine) ดังแสดงในภาพประกอบ 5

สามารถสรุปหลักการทำงานได้เป็น 3 ขั้นตอนคือ

- **การอัด**(Compression) ของไหล จากภายนอกจะถูกคอมเพรสเซอร์ดูดและอัดให้มีความดันเพิ่มมากขึ้น และส่งต่อไปยังระบบการเผาไหม้ โดยกระบวนการอัดเป็นแบบอะเดียแบติก(Adiabatic) ซึ่งจะมีอุณหภูมิสูงขึ้น และหากคอมเพรสเซอร์มีหลายขั้น(Stage) จะทำให้ของไหลมีความเร็วและความดันเพิ่มขึ้น

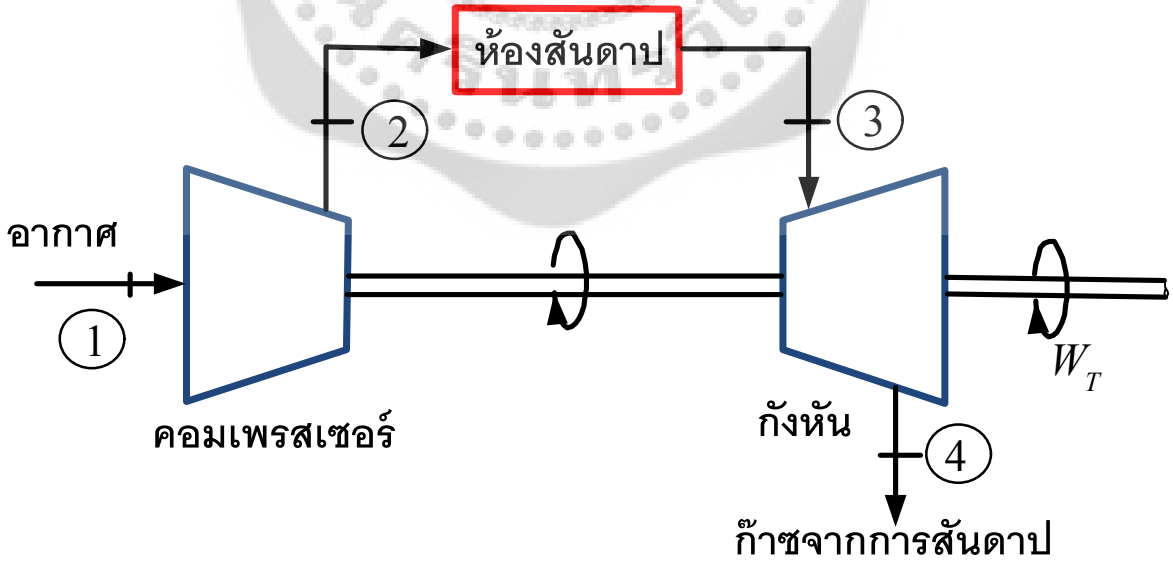
- **การสันดาป**(Combustion) แหล่งจ่ายเชื้อเพลิงจะทำหน้าที่จ่ายเชื้อเพลิงเข้าไปผสมกับอากาศที่เข้ามาด้วยความเร็วจากการอัดของคอมเพรสเซอร์ ทำให้เกิดการสันดาปภายในห้องเผาไหม้ ความดันที่เกิดจากการเผาไหม้จะคงที่ เปลวไฟที่เกิดจากการเผาไหม้จะยาวแนวเดียวกับความยาวท่อ และเนื่องจากความดันของของไหลที่เข้ามาภายในห้องเผาไหม้มีความดันสูง จะทำให้เปลวไฟที่เกิดขึ้นไม่สัมผัสกับผนังของห้องเผาไหม้

- **การขยายตัว**(Expansion) ก๊าซที่เกิดการเผาไหม้ซึ่งมีความดันสูง จะถูกปล่อยออกทางเทอร์ไบน์ในขั้นตอนนี้ จะเป็นการเปลี่ยนแปลงพลังงานของของไหลให้เป็นพลังงานกล การขยายตัวของก๊าซที่อุณหภูมิและความดันสูง จะถ่ายพลังงานไปที่ใบพัดเทอร์ไบน์ทำให้เกิดการหมุน โดยบางส่วนจะจ่ายกลับให้กับคอมเพรสเซอร์เพื่ออัดอากาศเข้าเป็นวัฏจักร และพลังงานบางส่วนที่เหลือจะถูกนำไปประยุกต์ใช้งานในส่วนอื่น



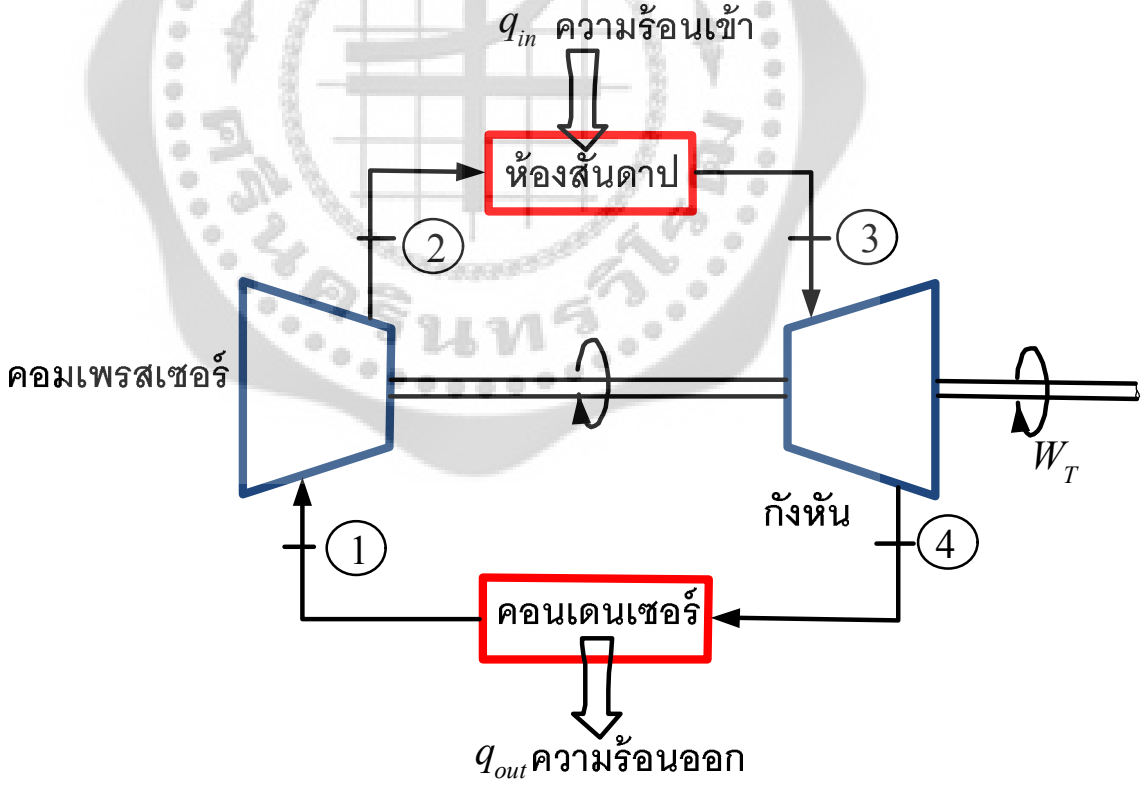
ภาพประกอบ 5 หลักการทำงานของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ

2.2 **วัฏจักรกังหันก๊าซ** (Gas Turbine Cycles)(สมเกียรติ บุญณสะ. 2545)



ภาพประกอบ 6 วัฏจักรกังหันก๊าซแบบเปิด(Open Cycle) (สมเกียรติ บุญณสะ. 2545)

2.2.1 วัฏจักรเปิด(Open Cycle) วัฏจักรเปิด ภาพประกอบ 6 ของไหลเข้าเครื่องคอมเพรสเซอร์ที่จุดที่ 1 ของไหลจะถูกอัดไปยังจุดที่2 ซึ่งของไหลที่ถูกอัดจะทำให้มีความดันเพิ่มมากขึ้ น และส่งต่อไปยังระบบการเผาไหม้ โดยกระบวนการอัดเป็นแบบอะเดียแบติก(Adiabatic) ซึ่งจะมีอุณหภูมิสูงขึ้ น และหากคอมเพรสเซอร์มีหลายขั้ น(Stage) จะทำให้ของไหลมีความเร็วและความดันเพิ่มขึ้ นจากนั้ น ก๊าซจะเข้าสู่ห้องเผาไหม้ แหล่งจ่ายเชื้ อเพลิงจะทำหน้าที่จ่ายเชื้ อเพลิงเข้าไปผสมกับอากาศที่เข้ามาด้วยความเร็วจากการอัดของคอมเพรสเซอร์ ทำให้เกิดการสันดาปภายในห้องเผาไหม้ และออกที่จุด 3 ความดันที่เกิดจากการเผาไหม้จะคงที่ เปลวไฟที่เกิดจากการเผาไหม้จะยาวแนวเดียวกับความยาวท่อ และเนื่องจากความดันของของไหลที่เข้ามาภายในห้องเผาไหม้มีความดันสูง จะทำให้เปลวไฟที่เกิดขึ้ นไม่สัมผัสกับผนังของห้องเผาไหม้ ก๊าซที่เกิดการเผาไหม้ จะขยายตัวผ่านกังหันที่จุดที่4 ในขั้ นตอนนี้ จะเป็นการเปลี่ยนแปลงพลังงานของของไหลให้เป็นพลังงานกล การขยายตัวของก๊าซที่อุณหภูมิและความดันสูง จะถ่ายพลังงานไปที่ใบพัดเทอร์ไบน์ทำให้เกิดการหมุน ทำให้เปลี่ยนแปลงพลังงานความร้อนเป็นพลังงานกล ต่อจากนั้ น ก๊าซที่ผ่านชุดกังหันก๊าซจะถูกปล่อยทิ้ งออกไปสู่บรรยากาศภายนอก



ภาพประกอบ 7 วัฏจักรกังหันก๊าซแบบปิด(Close Cycle)(สมเกียรติ บุญณสะ. 2545)

2.2.2 วัฏจักรปิด (Close Cycle) ภาพประกอบ 7 ในการสันดาปกรณีนี้ เกิดขึ้ นโดยการนำก๊าซชนิดใดชนิดหนึ่ง ซึ่งไม่ใช่อากาศมาอัด แล้วส่งผ่านห้องสันดาปโดยไม่สัมผัสกับเปลวไฟ โดยมีเหล็กมากั้ น ก๊าซที่ถูกให้ความร้อนโดยเชื้ อเพลิงแล้วจะถูกส่งผ่านชุดกังหันก๊าซ เมื่อความดันลดลง ก๊าซนี้ จะถูกนำมาอัดตัวใหม่ แล้วผ่านมายังห้องสันดาปเหมือนเดิมอีกครั้ ง แล้วนำไปขับชุดกังหันก๊าซหมุนเวียนกันเช่นนี้ โดยไม่ปล่อยก๊าซทิ้ งออกสู่บรรยากาศ

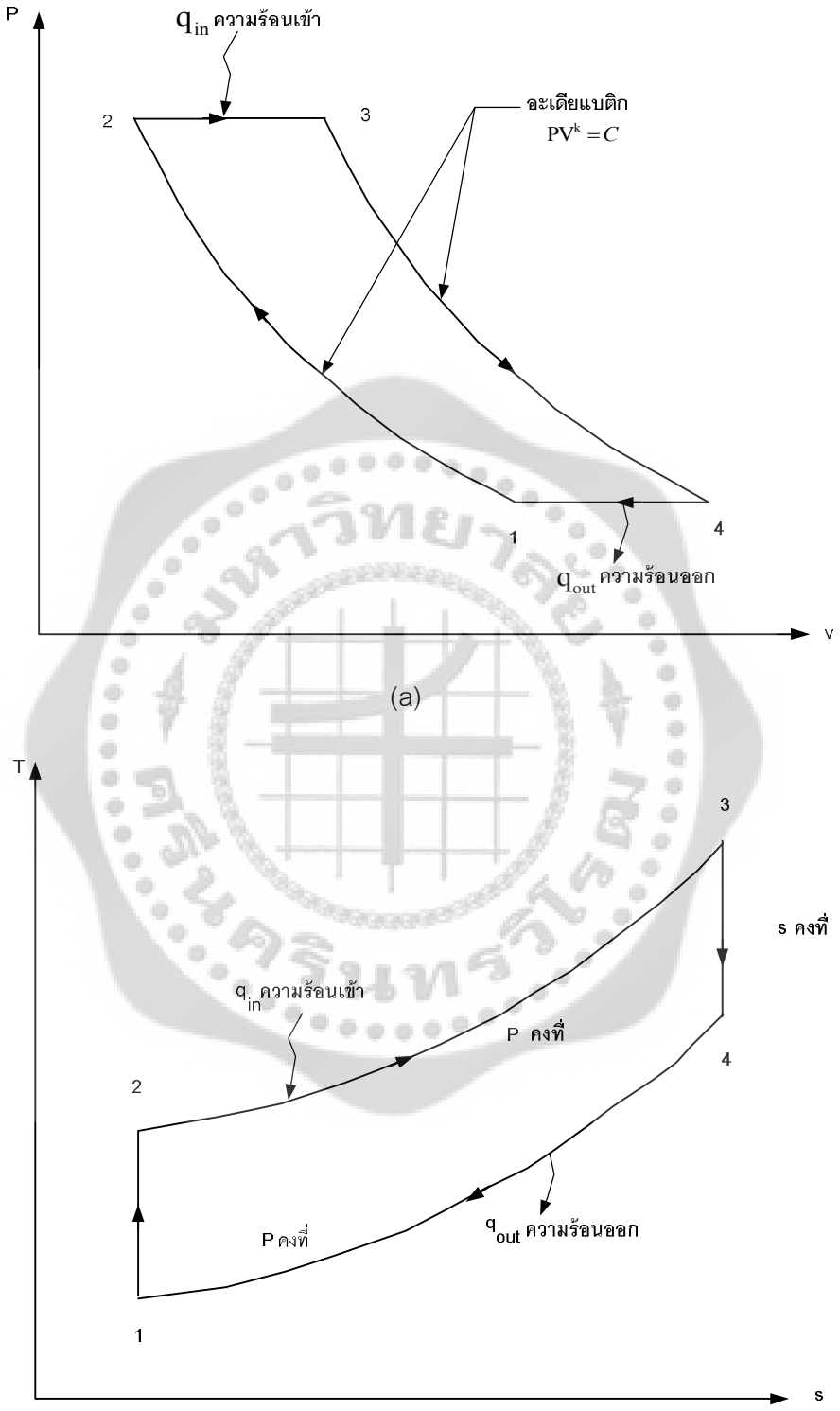
พิจารณาจากภาพประกอบ 8 เครื่องยนต์กังหันก๊าซ เป็นเครื่องยนต์ที่ทำงาน โดยนำหลักการและทฤษฎีของวัฏจักรเบรย์ตัน(Breyton Cycle) ซึ่งประกอบด้วยกระบวนการต่างๆ

จุดที่ 1-2 เป็นกระบวนการอัดตัวแบบอะเดียแบติก อากาศถูกอัดในคอมเพรสเซอร์

จุดที่ 2-3 เป็นกระบวน.ให้ความร้อนในแบบความดันคงที่ (Constant Pressure) เชื้ อเพลิงจะถูกสันดาปพร้อมกับอากาศที่ถูกอัดผ่านจากคอมเพรสเซอร์ เข้ามายังห้องสันดาป

จุดที่ 3-4 เป็นกระบวนการขยายตัวแบบอะเดียแบติก (Q=0) ก๊าซที่ถูกสันดาปจากห้องสันดาปจะถูกส่งผ่านมาที่กังหัน(Turbine) และขยายตัว (Expansion)

จุดที่ 4-1 เป็นกระบวน.ส่งความร้อนออกแบบความดันคงที่ (Constant Pressure) ซึ่งจุดนี้ เป็นจังหวะคายหรือไล่ไอเสียออก



ภาพประกอบ 8 (a) P-v diagram (b) T-s diagram(สมเกียรติ บุญณสะ. 2545)

ภาพประกอบ 8 แผนภาพ $T-s$ และ $P-v$ ของวัฏจักรอุดมคติBrayton ข้อสังเกตคือ กระบวนการทั้ งสี่ของวัฏจักรBrayton เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้ นในอุปกรณ์การไหลแบบคงตัว ดังนั้ นเรา สามารถวิเคราะห์ในลักษณะกระบวนการไหลแบบคงตัว ถ้าการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์และพลังงาน ศักย์น้อยมาก สมการอนุรักษ์พลังงานของกระบวนการการไหลแบบคงตัวสามารถแสดงได้ในเทอมของหนึ่ง หน่วย

$$q - w = h_{exit} - h_{inlet} \qquad 2.1$$

สมมติว่าค่าความร้อนจำเพาะคงที่ที่อุณหภูมิห้อง(Cool air standard assumption) ดังนั้ น การ ถ่ายโอนความร้อนไปยังของไหลและความร้อนที่คายออกจากของไหลทำงาน สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$q_{in} = h_3 - h_2 = c_p\left(T_3 - T_2\right) \qquad 2.2$$

และ $$q_{out} = h_4 - h_1 = c_p\left(T_4 - T_1\right) \qquad 2.3$$

ดังนั้ น ประสิทธิภาพเชิงความร้อนของวัฏจักรอุดมคติBrayton สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\eta_{th,Brayton} = \frac{w_{net}}{q_{in}} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}} = 1 - \frac{c_p\left(T_3 - T_2\right)}{c_p\left(T_4 - T_1\right)} = 1 - \frac{T_2\left(T_4/T_1 - T_2\right)}{T_1\left(T_3/T_2 - T_1\right)} \qquad 2.4$$

กระบวนการ 1-2 และ 3-4 เป็นกระบวนการไอเซนโทรปิก $P_2 = P_3$ และ $P_4 = P_1$ ดังนั้ น

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(k-1)/k} = \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{(k-1)/k} = \frac{T_3}{T_4} \qquad 2.5$$

เมื่อแทนค่าสมการเหล่านี้ ในสมการของประสิทธิภาพเชิงความร้อน และจัดเทอมใหม่ จะได้

$$\eta_{th,Brayton} = 1 - \frac{1}{r_p^{(k-1)/k}} \qquad 2.6$$

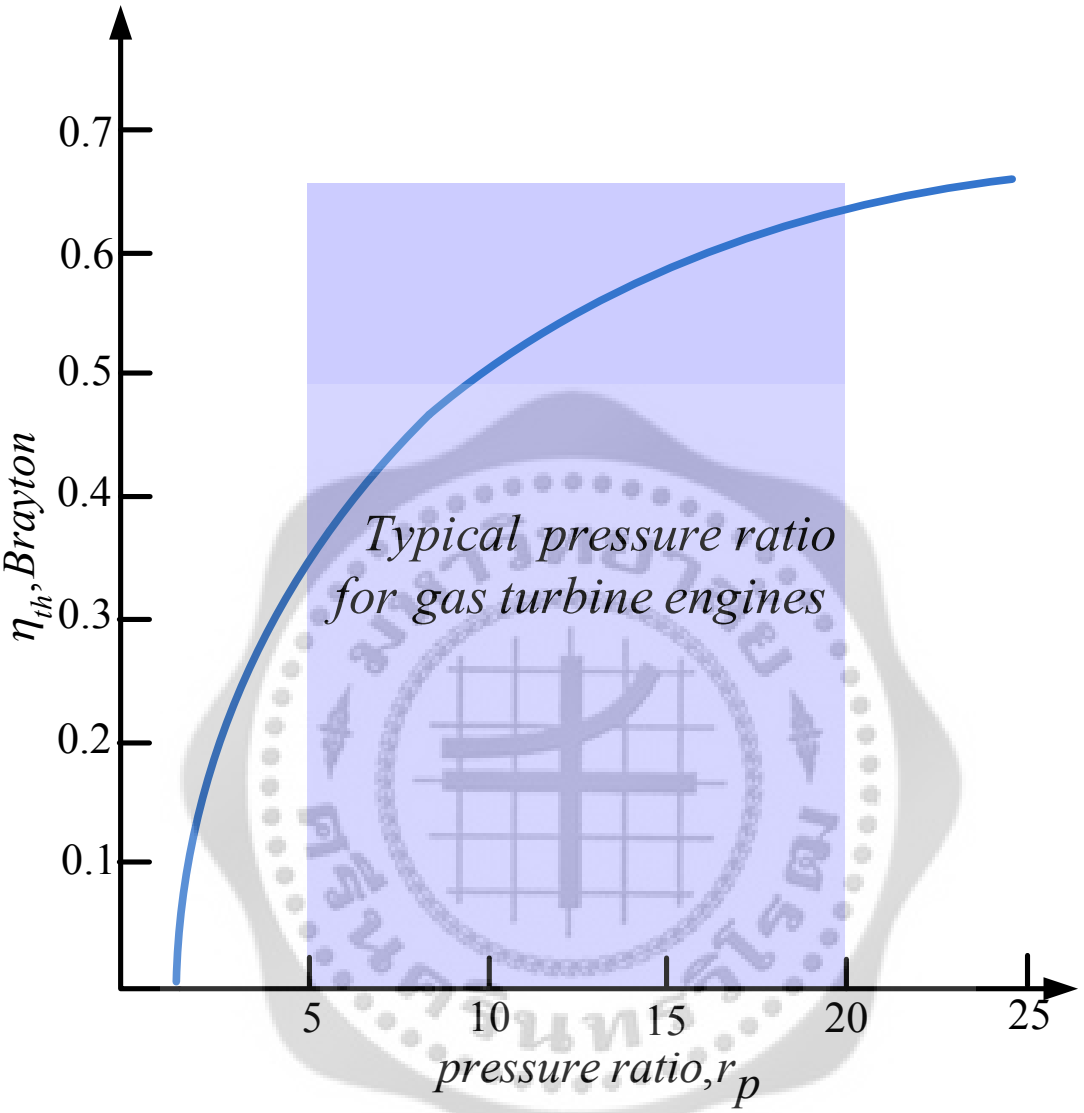
เมื่อ r_p คือ อัตราส่วนความดัน(pressure ratio) $r_p = \frac{P_2}{P_1}$ 2.7

และค่า k คืออัตราส่วนความร้อนจำเพาะ

ประสิทธิภาพเชิงความร้อน(η_{th})จะขึ้ นอยู่กับ

- อัตราส่วนของความดันของกังหันก๊าซ
- ค่าอัตราส่วนความร้อนจำเพาะของของไหล

ซึ่งหากค่าพารามิเตอร์ของทั้ งสองเพิ่มขึ้ น ก็จะทำให้ประสิทธิภาพเชิงความร้อนจะเพิ่มขึ้ น ดังแสดงตามภาพประกอบ 9

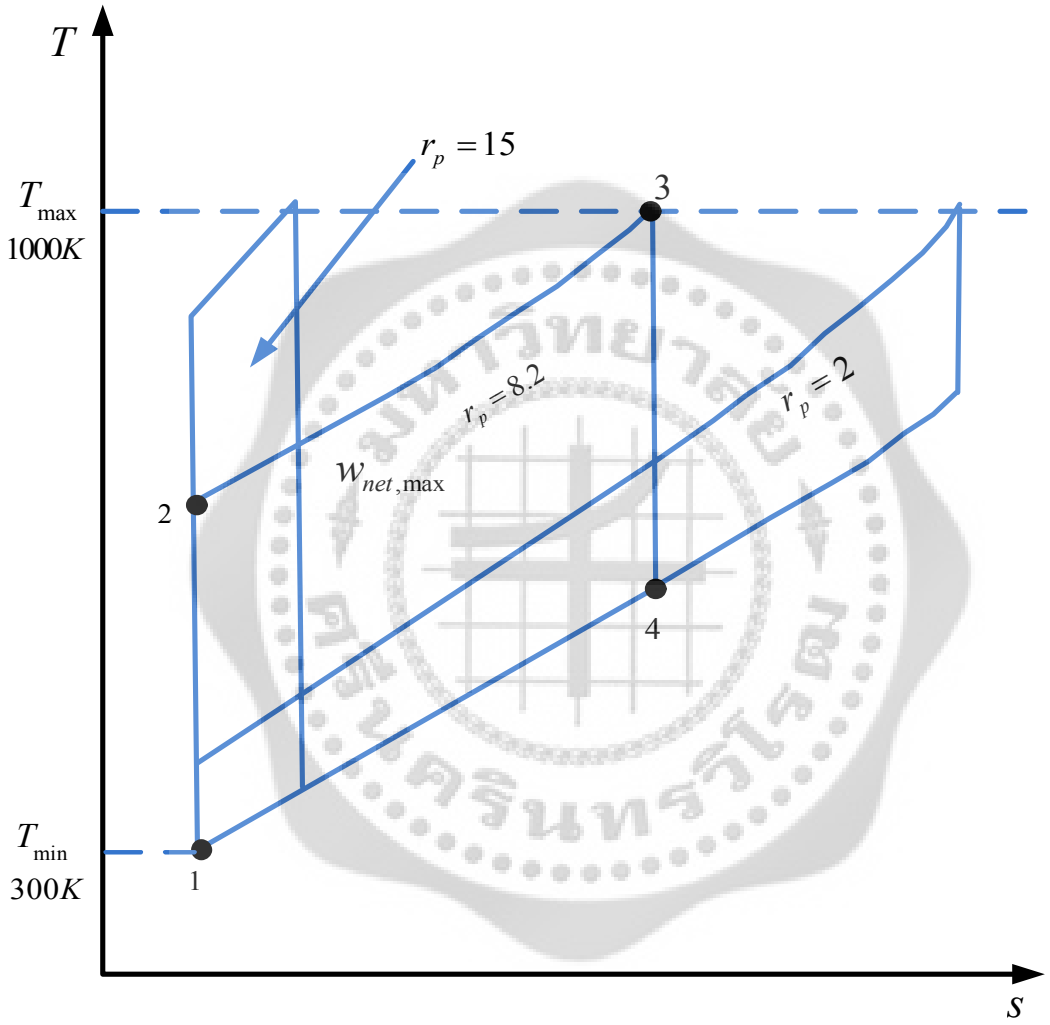


ภาพประกอบ 9 ประสิทธิภาพเชิงความร้อนของวัฏจักรอุดมคติBrayton เป็นฟังก์ชันของอัตราส่วนของความดัน (สมชัย อัครทิวา; ขวัญจิต วงษ์ชารี. 2549)

อุณหภูมิสูงสุดในวัฏจักรจะเกิดขึ้ นที่จุดสิ้ นสุดของกระบวนการเผาไหม้(สภาวะที่ 3) และอุณหภูมิสูงสุดนี้ จะถูกจำกัดด้วยอุณหภูมิที่ใบพัดของกังหันสามารถทนได้

และในทำนองเดียวกันอัตราความดันที่สามารถถูกใช้ในวัฏจักรก็ถูกจำกัดด้วยเหตุผลเดียวกันกับอุณหภูมิ เมื่อกำหนดอุณหภูมิของของไหลที่ทางเข้ากังหันให้คงที่ค่าหนึ่งๆแล้ว งานสุทธิที่ได้จะแสดงดังภาพประกอบ 10 ค่าที่เหมาะสมของอัตราส่วนความดัน ควรคำนึงถึงประสิทธิภาพเชิงความร้อนและงาน

สุทธิที่ได้ออกมา ถ้างานสุทธิที่ได้ออกมา(W_{net})ต่อหนึ่งวัฏจักรยิ่งมีค่าน้อย เราจะต้องยิ่งเพิ่มอัตราการไหลเชิงมวลของของไหล (หมายถึงเพิ่มขนาดของระบบ) เพื่อให้ได้กำลังออกมาเท่าเดิม แต่จะไม่เหมาะสมในเชิงเศรษฐศาสตร์ อัตราส่วนความดันที่ใช้ในการออกแบบจะอยู่ในช่วง11-16



ภาพประกอบ 10 เมื่อมีการกำหนดค่า T_{min} และ T_{max} แล้วงานสุทธิของวัฏจักรBrayton จะเพิ่มขึ้ นเมื่ออัตราส่วนความดันเพิ่มขึ้ น หลังจากนั้ นจะมีค่าสูงสุด $r_p = \left(\frac{T_{max}}{T_{min}}\right)^{k/12(k-1)}$

(สมชัย อัครทิวา; ขวัญจิต วงษ์ชารี. 2549)

อากาศในกังหันก๊าซมีหน้าที่สำคัญ2 ประการ

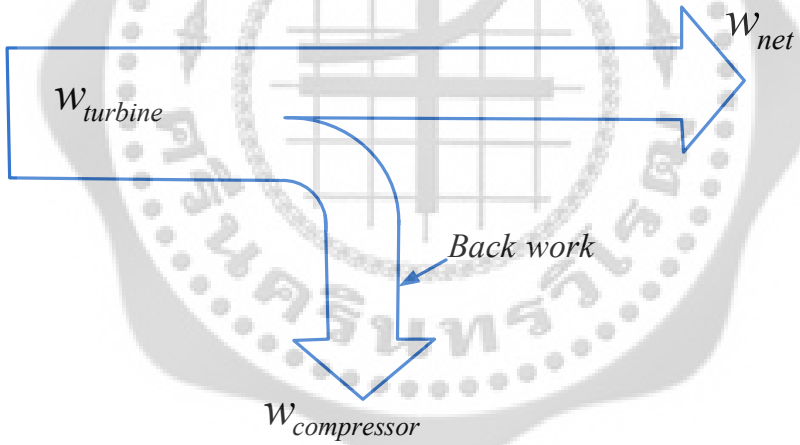
- อากาศเป็นตัวป้อนสารออกซิแดนซ์(ออกซิเจน) ที่จำเป็นสำหรับการเผาไหม้เชื้ อเพลิง และทำ

หน้าที่เป็นสารหล่อเย็น(Coolant) เพื่อรักษาอุณหภูมิของส่วนประกอบต่างๆให้อยู่ในระดับที่ปลอดภัย

- อากาศถูกป้อนเข้าไปมากเกินความต้องการเพื่อให้การเผาไหม้เชื้อเพลิงเกิดขึ้นอย่างสมบูรณ์ อัตราส่วนของมวลอากาศและเชื้อเพลิงภายในกังหันก๊าซอาจสูงถึง50 หรือมากกว่า ซึ่งถือว่าไม่ผิดปกติ

ประสิทธิภาพเชิงความร้อนของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ จะขึ้นอยู่กับอุณหภูมิสูงสุดที่ยอมรับได้ที่ทางเข้าของกังหัน กล่าวคือ ถ้าเพิ่มอุณหภูมิที่ทางเข้าของกังหัน900 $^{\circ}C$ ไปเป็น 1200 $^{\circ}C$ จะทำให้กำลังที่ได้ออกมาเพิ่มขึ้นถึง71% และประสิทธิภาพเชิงความร้อนเพิ่มขึ้นถึง26% จึงมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องเพื่อให้กังหันสามารถทนต่ออุณหภูมิได้สูงมากขึ้น และการพัฒนาที่สำคัญคือ การฉาบใบพัดของกังหันด้วยชั้นเซรามิก และทำให้ใบพัดกังหันเย็นลงด้วยการป้อนอากาศจากเครื่องอัด

ในโรงจักรกังหันก๊าซอัตราส่วนระหว่างงานที่ป้อนให้กับเครื่องอัด(compressor work) และงานที่ได้จากกังหัน(turbine work) จะถูกเรียกว่า อัตราส่วนBack Work (Back Work Ratio) จะมีค่าสูงมากโดยปกติจำนวนมากกว่าครึ่งของงานที่ได้จากกังหันจะถูกใช้ในการขับเคลื่อนเครื่องอัด และจะมีค่ามากขึ้นเมื่อประสิทธิภาพอะเดียเบติกของเครื่องอัดและกังหันมีค่าต่ำ ดังภาพประกอบ 11



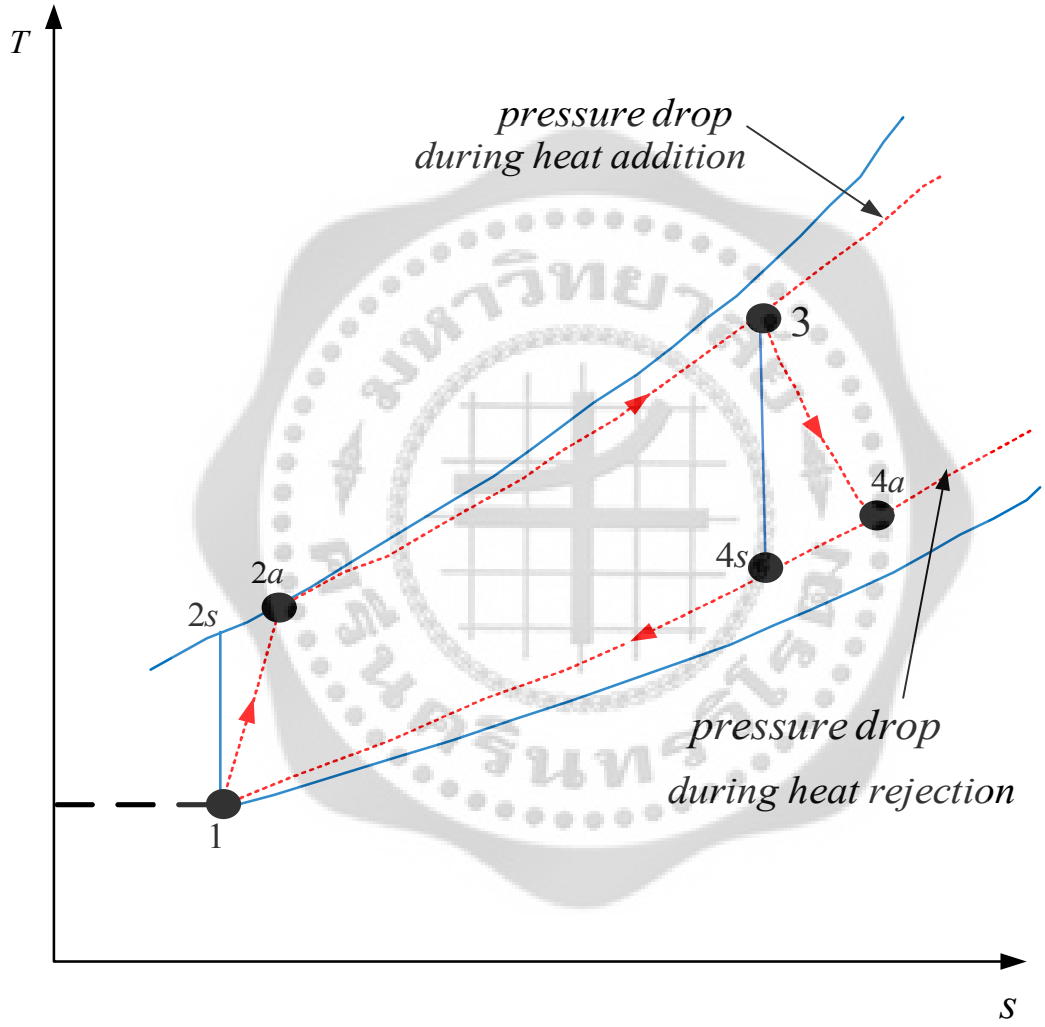
ภาพประกอบ 11 สัดส่วนของงานที่ได้จากกังหันกับงานที่ถูกใช้ในการขับเคลื่อนเครื่องอัดจะถูกเรียกว่า Back Work(สมชัย อัครทิวา; ขวัญจิต วงษ์ชารี. 2549)

2.3 ความเบี่ยงเบนของวัฏจักรกังหันก๊าซจริงจากวัฏจักรอุดมคติ

วัฏจักรกังหันก๊าซจะแตกต่างจากวัฏจักรอุดมคติBrayton หลายประการ กล่าวคือ

- ความดันตกที่เกิดขึ้นในระหว่างกระบวนการป้อนความร้อนและคายความร้อน
- งานที่ป้อนให้กับเครื่องอัดจริงจะมีค่ามากกว่า
- งานที่ได้จากกังหันจริงจะมีค่าน้อยกว่า

สืบเนื่องจากปัจจัย irreversibilities เช่น แรงเสียดทาน และอุปกรณ์ที่ทำงานในสภาวะ non-quasi equilibrium สามารถแสดงในเทอมของประสิทธิภาพแอเดียเบติก ของเครื่องอัดและกังหันดังนี้ตาม ภาพประกอบ 12



ภาพประกอบ 12 ความเบี่ยงเบนของวัฏจักรกังหันก๊าซจริงจากวัฏจักรอุดมคติBrayton เนื่องจากปัจจัย irreversibilities(สมชัย อัครทิวา; ขวัญจิต วงษ์ชารี. 2549)

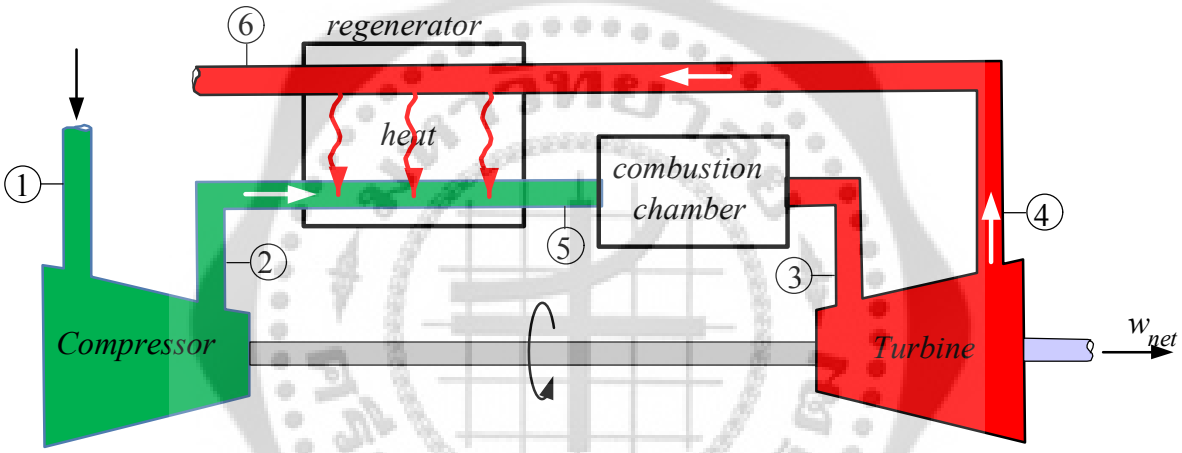
$$\eta_C = \frac{w_s}{w_a} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_{2a} - h_1} \qquad 2.8$$

และ

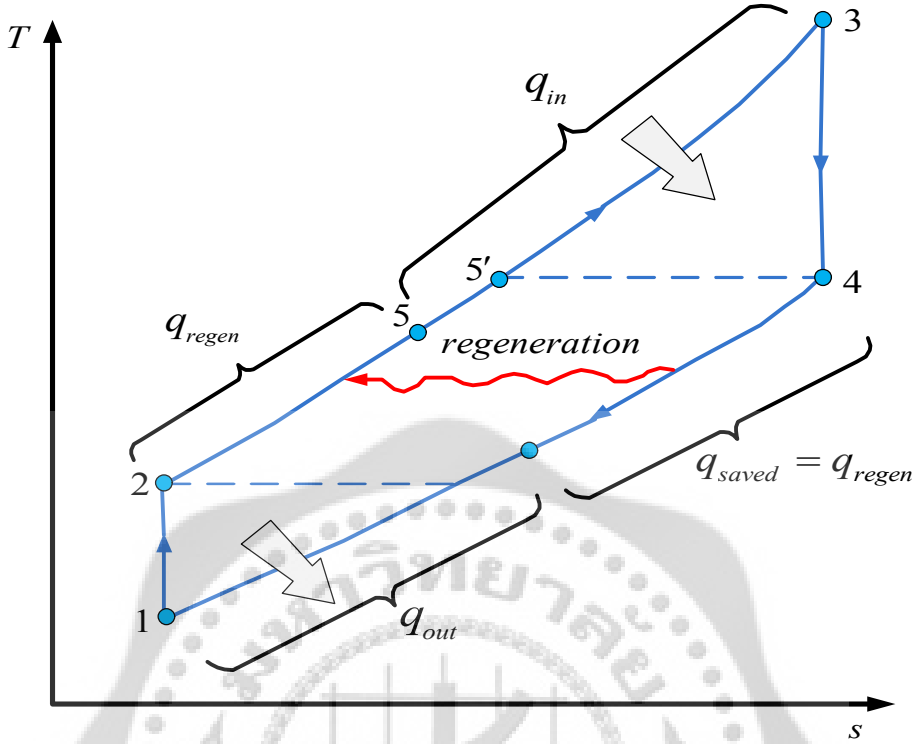
$$\eta_T = \frac{w_a}{w_s} = \frac{h_3 - h_{4a}}{h_3 - h_{4s}} \qquad 2.9$$

2.4 วัฏจักร Brayton ที่ประกอบด้วยรีเจนเนอเรชัน

ในเครื่องยนต์กังหันก๊าซ อุณหภูมิของอากาศที่ระบายออกจากกังหันมักจะสูงกว่าอุณหภูมิของอากาศที่ออกจากเครื่องอัดค่อนข้างมาก อากาศที่มีความดันสูงที่ออกจากเครื่องอัดสามารถถูกทำให้ร้อนขึ้น นโดยการถ่ายโอนความร้อนจากก๊าซร้อนที่ระบายออกจากกังหันได้ภายในเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนที่ไหลสวนทางกัน เครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนนี้ ถูกเรียกว่า รีเจนเนอเรเตอร์(regenerator) ดังแสดงใน ภาพประกอบ 13 และตามภาพประกอบ 14



ภาพประกอบ 13 เครื่องยนต์กังหันก๊าซที่ประกอบด้วยรีเจนเนอเรเตอร์(สมชัย อัครทิวา; ขวัญจิต วงษ์ชารี. 2549)



ภาพประกอบ 14 แผนภาพ $T-s$ ของ วัฏจักร Brayton ที่ประกอบด้วยรีเจนเนอเรชัน(สมชัย อัครทิวา, ขวัญจิต วงษ์ชารี. 2549)

ประสิทธิภาพเชิงความร้อนของวัฏจักร Brayton เพิ่มขึ้ นเนื่องจากผลของรีเจนเนอเรชัน เพราะว่าพลังงานบางส่วนของก๊าซที่ระบายออกจากกังหัน ซึ่งโดยปกติจะปล่อยทิ้ งออกสู่สิ่งแวดล้อมนั้ น ถูกนำไปใช้ในการให้ความร้อนขั้ นต้นกับอากาศก่อนที่จะป้อนเข้าห้องเผาไหม้ ทำให้สามารถลดปริมาณความร้อน (ประหยัดเชื้ อเพลิง)ที่ต้องป้อนเข้าไปเพื่อให้ได้งานสุทธิในปริมาณที่เท่ากัน

แต่อย่างไรก็ตามการใช้รีเจนเนอเรเตอร์ถูกแนะนำให้ใช้ในกรณีที่อุณหภูมิของก๊าซที่ระบายออกจากกังหันสูงกว่าอุณหภูมิของก๊าซที่ไหลเข้าเครื่องอัดมากๆเท่านั้ น

จากภาพประกอบ 14 อุณหภูมิ T_4 เป็นอุณหภูมิสูงสุดของก๊าซที่ระบายออกจากกังหันและไหลเข้ารีเจนเนอเรเตอร์ โดยปกติอากาศจะไหลออกจากรีเจนเนอเรเตอร์ที่อุณหภูมิต่ำกว่าซึ่งเท่ากับ T_5 ในกรณีอุดมคติ อุณหภูมิของอากาศที่ไหลออกจากรีเจนเนอเรเตอร์ (T_5) จะเท่ากับ T_4 สมมติว่ารีเจนเนอเรเตอร์ถูกหุ้มด้วยฉนวนอย่างดี และการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์และพลังงานศักย์น้อยมาก การถ่ายโอนความร้อนจริงและสูงสุดจากก๊าซที่ระบายออกจากกังหันไปยังอากาศ สามารถแสดงได้ดังสมการ

$$q_{regen,act} = h_5 - h_2 \qquad 2.10$$

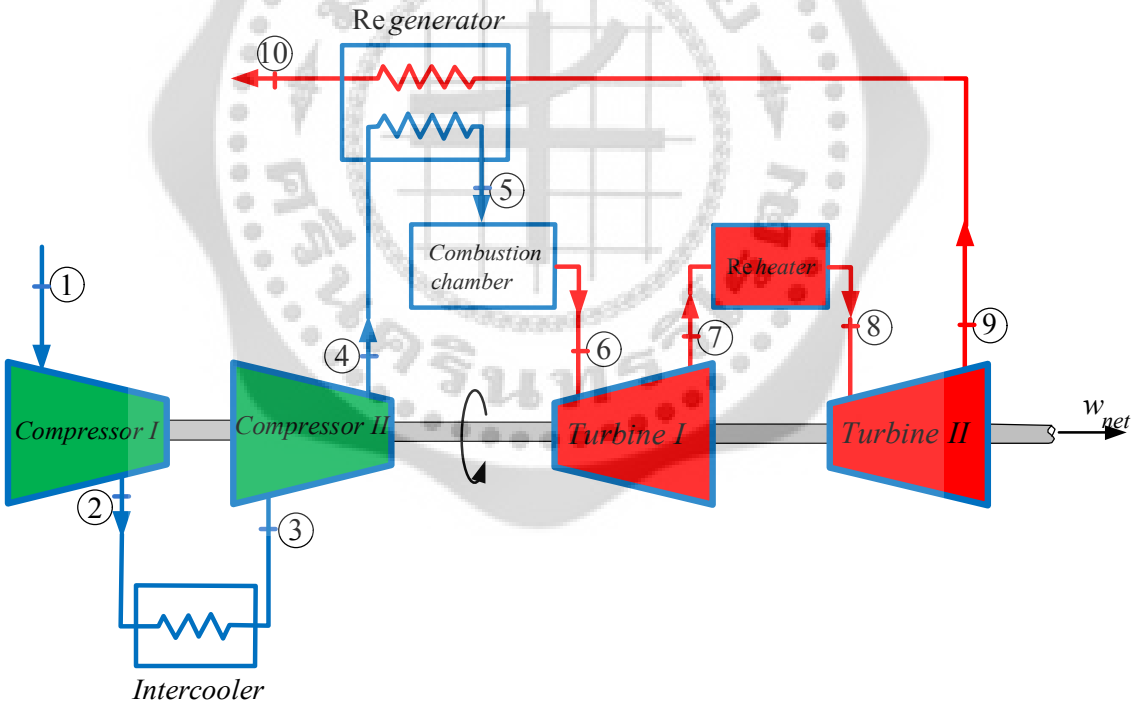
และ $$q_{regen,\max} = h_{5'} - h_2 = h_4 - h_2 \qquad 2.11$$

ดัชนีที่ใช้ในการบอกถึงรีเจนเนอเรเตอร์จริงทำงานใกล้เคียงกับรีเจนเนอเรเตอร์อุดมคติมากน้อยเพียงใดคือค่า effectiveness (ε) สามารถแสดงได้ดังสมการ ดังนี้

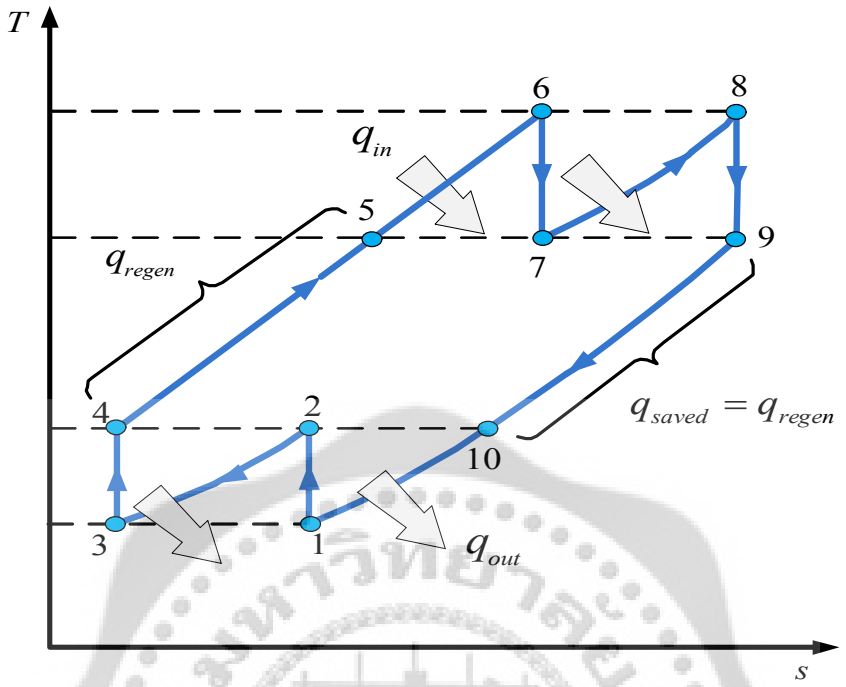
$$\varepsilon = \frac{q_{regen,act}}{q_{regen,\max}} = \frac{h_5 - h_2}{h_4 - h_2} \qquad 2.12$$

จะเห็นว่าค่า effectiveness(ε)สูง จะสามารถประหยัดปริมาณเชื้อเพลิงได้มากกว่า เพราะตัวรีเจนเนอเรเตอร์สามารถให้ความร้อนขั้นต้นแก่อากาศจนกระทั่งมีอุณหภูมิสูงก่อนเข้าสู่ระบวนการเผาไหม้ได้ แต่อย่างไรก็ตามรีเจนเนอเรเตอร์ที่มีค่า effectiveness สูงนั้น จะต้องมีขนาดใหญ่ซึ่งจะทำให้ราคาสูงและความดันตกค่อนข้างมาก รีเจนเนอเรเตอร์ส่วนใหญ่มักมีค่าeffectiveness ต่ำกว่า 0.85

2.5 วัฏจักร Brayton ที่ประกอบด้วย intercooling reheating และรีเจนเนอเรชัน



(a)



(b)

ภาพประกอบ 15

(a) เครื่องยนต์กังหันก๊าซ โดยมีการอัดแบบ2 ขั้ นตอนสลับกับการหล่อเย็น และขยายตัวแบบ 2 ขั้ น สลับกับการReheating นอกจากนี้ ยังมีกระบวนการรีเจนเนอเรชัน

(b) แผนภาพ $T-s$ ของวัฏจักรอุดมคติกังหันก๊าซที่ประกอบด้วยIntercooling reheating และ Regeneration(สมชัย อัครทิวา; ขวัญจิต วงษ์ชารี. 2549)

จากภาพประกอบ 15(b) แผนภาพ $T-s$ ของวัฏจักรอุดมคติกังกันแบบ2 ขั้ นตอนที่ประกอบด้วย Intercooling,reheating และรีเจนเนอเรชัน ก๊าซไหลเข้าขั้ นตอนแรกของเครื่องอัดที่สภาวะที่ ก๊าซจะถูกอัดในลักษณะไอเซนโทรปิกจนกระทั่งได้ความดัน P_2 หลังจากนั้ นก๊าซจะถูกทำให้เย็นลงที่ความดันคงที่จนกระทั่งเข้าสู่สภาวะที่ 3 ($T_3 = T_1$)และจะถูกอัดอีกครั้ งในลักษณะไอเซนโทรปิกจนกระทั่งได้ความดัน P_4 ที่สภาวะที่ 4 หลังจากนั้ นก๊าซจะไหลเข้ารีเจนเนอเรเตอร์ และภายในรีเจนเนอเรเตอร์ ก๊าซจะถูกทำให้ร้อนขึ้ นจนมีอุณหภูมิ T_5 โดยที่ความดันคงที่ ถ้ารีเจนเนอเรเตอร์เป็นแบบอุดมคติ ก๊าซจะออกจากรีเจนเนอเรเตอร์จะมีอุณหภูมิเท่ากับอุณหภูมิของก๊าซที่ออกจากกังหัน นั่นคือ $T_5 = T_9$

กระบวนการป้อนความร้อนขั้นที่หนึ่ง(กระบวนการเผาไหม้)จะเกิดขึ้นระหว่างสภาวะที่5 และ6 หลังจากนั้นก๊าซจะไหลเข้ากังหันตัวแรกที่สภาวะที่6 และจะมีการขยายตัวในลักษณะไอเซนโทรปิกไปยังสภาวะที่ 7 ต่อจากนั้นก๊าซก็จะเข้าสู่reheater ภายใน reheater ก๊าซจะทำให้ร้อนอีกครั้งที่ความดันคงที่จนกระทั่งจะเข้าสู่สภาวะที่8 ($T_8 = T_6$) และหลังจากนั้นก๊าซก็จะเข้าสู่กังหันตัวที่สองและออกจากกังหันนี้ ที่สภาวะที่ 9 เมื่อก๊าซไหลออกจากกังหันตัวที่สองแล้ว ก๊าซก็จะไหลเข้ารีเจนเนอเรเตอร์ ซึ่งภายในรีเจนเนอเรเตอร์ก๊าซจะมีการถ่ายโอนความร้อนเกิดขึ้น ทำให้ก๊าซเย็นตัวลงเข้าสู่สภาวะที่10 ที่ความดันคงที่ และถูกทำให้เย็นตัวลงสู่สภาวะเริ่มต้น

2.6 พื้นฐานการออกแบบห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ

โดยพื้นฐานแล้วเครื่องยนต์กังหันก๊าซ(Gas Turbine Engine) มีอุปกรณ์ที่สำคัญ3 ตัวคือ เครื่องอัดอากาศ(Compressor) ห้องเผาไหม้(Combustion Chamber) กังหัน(Turbine) ลักษณะของห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซที่ดี

1. มีประสิทธิภาพการเผาไหม้สูง คือ เชื้อเพลิงต้องเผาไหม้สมบูรณ์ภายในห้องเผาไหม้

2. มีการจุดระเบิดที่นุ่มนวลและเชื่อถือได้ คือ ต้องจุดระเบิดได้แม้มีอากาศเบาบาง โดยเฉพาะกรณีของเครื่องยนต์ที่ใช้กับอากาศยาน และการจุดระเบิดแต่ละครั้งต้องไม่ทำให้เครื่องยนต์เกิดการเสียหายจนใช้การไม่ได้

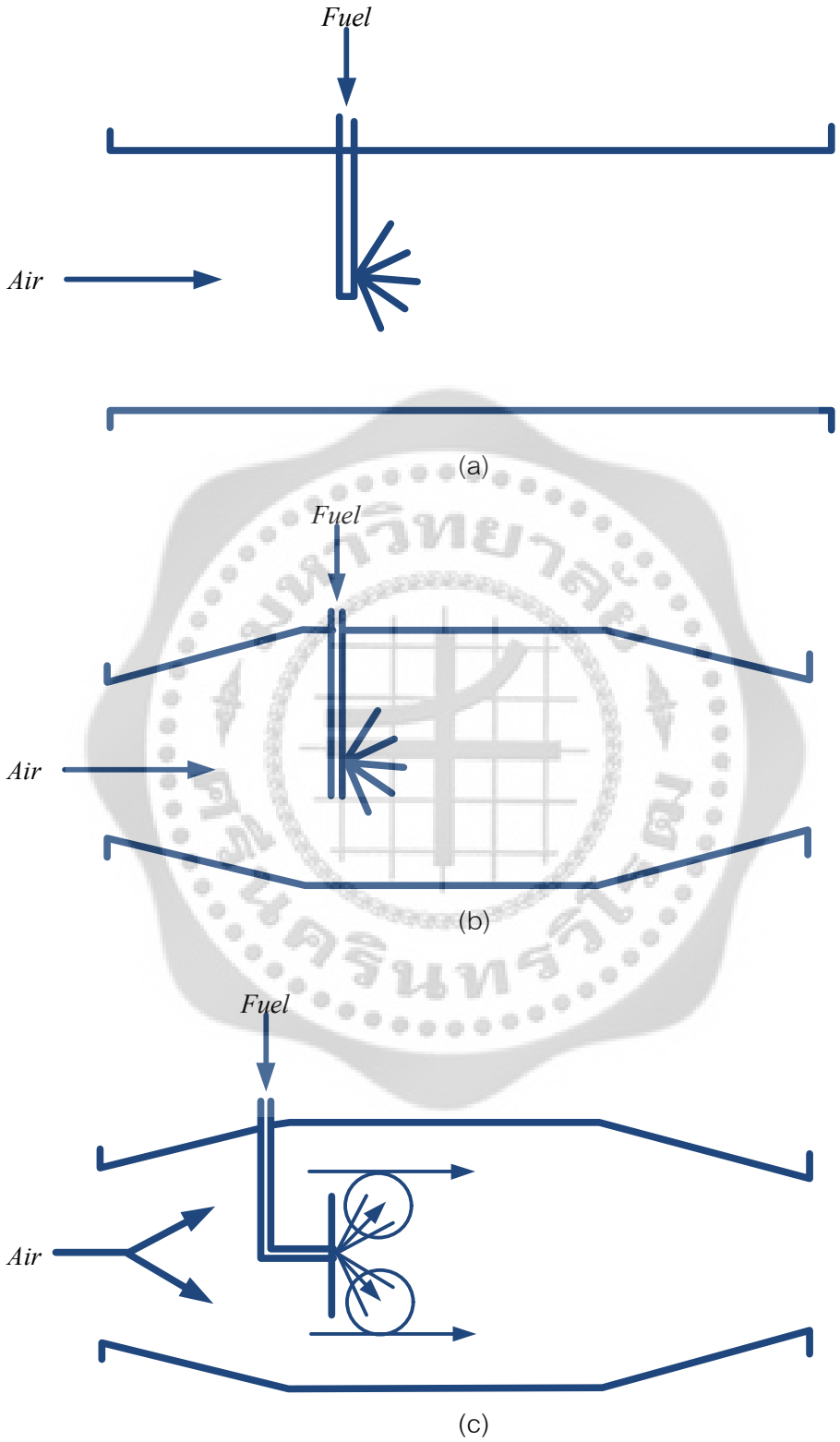
3. มีเสถียรภาพในการเผาไหม้กว้าง คือสามารถเดินเครื่องได้แม้ว่าจะปรับเปลี่ยนภาระ(Load)ของการเผาไหม้เพิ่มขึ้นหรือลดลง ซึ่งภาระ(Load) ของการเผาไหม้นี้ คือปริมาณอากาศต่อเชื้อเพลิงนั่นเอง

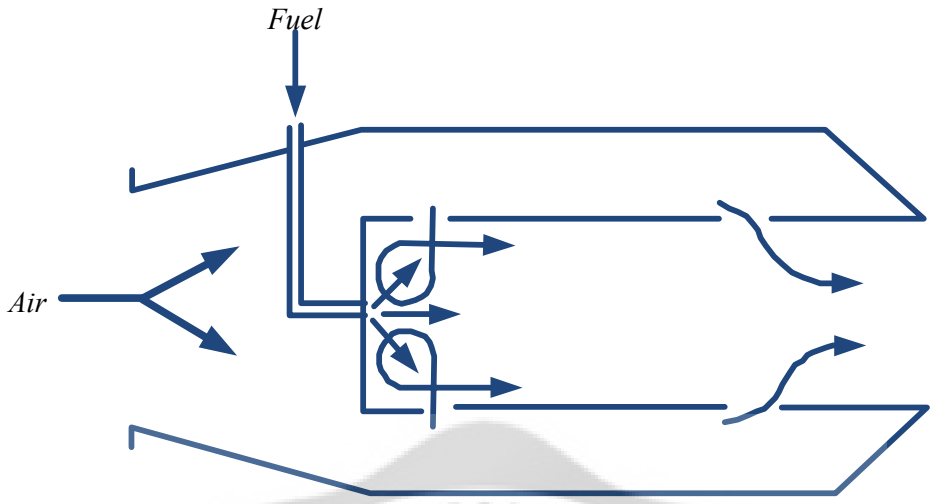
4. มีความดันในห้องเผาไหม้น้อย

5. มีการกระจายอุณหภูมิของก๊าซร้อนที่เหมาะสม คือ ก๊าซร้อนที่ออกจากห้องเผาไหม้มีอุณหภูมิต่ำ ซึ่งไม่มีอุณหภูมิสูงจนทำให้กังหันก๊าซ(Turbine) เกิดความเสียหาย

2.7 รูปแบบพื้นฐานของห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ

รูปแบบพื้นฐานที่ใช้ในการพิจารณาออกแบบห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ ช่วยให้สามารถออกแบบเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพการเผาไหม้ภายในห้องเผาไหม้ได้ง่ายขึ้น


Fuel
Air
(a)
Fuel
Air
(b)
Fuel
Air
(c)



(d)

ภาพประกอบ 16 รูปแบบห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ(Lefebvre. 1983)

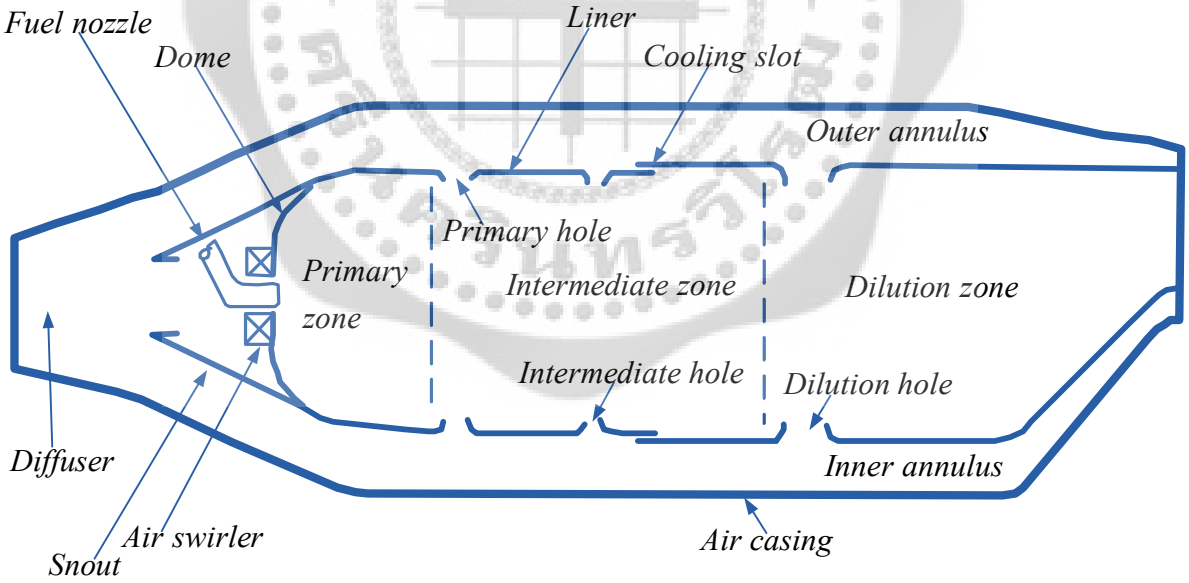
จากภาพประกอบ 16(a)ลักษณะของห้องเผาไหม้แบบท่อตรง ซึ่งเป็นข้อต่อระหว่างเครื่องอัดอากาศ(Compressor)และกังหัน(Turbine) ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ ห้องเผาไหม้แบบนี้ เป็นแบบที่มีรูปร่างไม่ซับซ้อนและสร้างง่าย แต่ไม่เป็นที่นิยมในการนำมาใช้ในทางปฏิบัติเพราะเกิดความดันสูงมากภายในห้องเผาไหม้ ซึ่งปกติแล้วความดันตกภายในห้องเผาไหม้แปรผันตามค่าความเร็วที่ออกจากเครื่องอัดอากาศยกกำลังสอง(v^2)และความเร็วที่ออกมาส่วนใหญ่มีค่าประมาณ 170 เมตรต่อวินาที ซึ่งความเร็วขนาดนี้ ทำให้เกิดความดันตกภายในห้องเผาไหม้แบบนี้ ถึง 1 ใน 3 ของความดันที่สร้างขึ้นจากเครื่องอัดอากาศ และด้วยความเร็วเช่นนี้ ทำให้การควบคุมเสถียรภาพของเปลวไฟภายในห้องเผาไหม้เป็นไปได้ยาก จึงนำไปสู่การปรับปรุงแบบห้องเผาไหม้เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพให้สูงขึ้นจากแบบท่อตรง โดยการติดตั้งอุปกรณ์แปลงความเร็วให้เป็นความดันสถิต(Diffuser) ที่ทางเข้าห้องเผาไหม้ ดังภาพประกอบ 16(b) ทำให้อากาศไหลเข้าห้องเผาไหม้ช้าลง ความดันที่สูญเสียในห้องเผาไหม้จึงลดลงและทำให้เปลวไฟในห้องเผาไหม้มีเสถียรภาพมากขึ้นแต่หากมีภาระ(Load)เพิ่มขึ้นหรือลดลงจะทำให้ให้เปลวไฟไม่มีความเสถียรภาพ ภาพประกอบ 16(c) เป็นรูปแบบการแก้ปัญหานี้ โดยการติดตั้งแผ่นบาง(Plain Baffle)หลังทางออกของหัวฉีดเชื้อเพลิงอุปกรณ์ที่ติดตั้งนี้ ทำหน้าที่ขวางกระแสการไหลของอากาศ จะทำให้เกิดการหมุนวนตามแนวแกนการไหล(Toroidal Recirculation) การหมุนวนในลักษณะนี้ จะช่วยให้เปลวไฟมีเสถียรภาพมากขึ้นเมื่อเกิดกรณีภาระ(Load)ของการเผาไหม้เปลี่ยนแปลง ห้องเผาไหม้ในรูปแบบนี้ จึงมีความสามารถที่จะทำงานได้แม้เมื่อมีอากาศเบาบาง

การควบคุมอุณหภูมิของก๊าซร้อนได้พอเหมาะก่อนที่จะเข้ากังหัน เป็นสิ่งที่จำเป็นอย่างยิ่ง เพราะหากมีอุณหภูมิสูงเกินไป กังหันก็จะเสื่อมคุณภาพเร็ว การแก้ปัญหานี้ ทำได้โดยการเพิ่มอุปกรณ์อีกตัวหนึ่ง คือท่อหุ้มเปลวไฟ(liner) เปลวไฟจะเผาไหม้อยู่ภายในอุปกรณ์นี้ และบนอุปกรณ์นี้ จะมีรูที่เจาะไว้ขนาดต่างๆกัน รูเหล่านี้ ทำหน้าที่ควบคุมปริมาณอากาศที่จะทำปฏิกิริยากับเชื้อเพลิง ทำให้สามารถควบคุมอุณหภูมิของก๊าซร้อนก่อนที่เข้ากังหันก๊าซได้

รูปแบบห้องเผาไหม้แบบท่อตรง เป็นรูปแบบที่ใช้กันโดยทั่วไป และมีอีกปัจจัยที่ต้องพิจารณาในการออกแบบคือ พื้นที่ของห้องเผาไหม้มีเพียงพอสำหรับห้องเผาไหม้แบบนี้ หรือไม่ โดยปกติแล้วเครื่องยนต์ขนาดใหญ่จะใช้ห้องเผาไหม้แบบนี้ แต่ถ้าเป็นเครื่องยนต์ขนาดเล็ก ซึ่งมีพื้นที่ระหว่างเครื่องอัดอากาศและกังหันน้อย ซึ่งมักจะใช้ห้องเผาไหม้แบบไหลกลับทิศทาง(Reverse Flow) ซึ่งใช้พื้นที่ในการติดตั้งน้อย

2.8 องค์ประกอบของห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ

องค์ประกอบของห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ ประกอบด้วย อุปกรณ์ต่างดังภาพประกอบ 17



ภาพประกอบ 17 อุปกรณ์ประกอบต่างๆในห้องเผาไหม้(Lefebvre. 1983)

- อุปกรณ์แพร่อากาศ(Diffuser) ทำหน้าที่ ลดความเร็วของอากาศที่ออกจากเครื่องอัดอากาศ (Compressor)

- ช่องว่างที่อยู่ระหว่างเสื้ อนอกกับเสื้ อในเป็นช่องว่างสำหรับอากาศไหลผ่านเพื่อช่วยระบายความร้อนออกจากผนังของเสื้ อใน(Liner)

- เสื้ อนอก(Casing) เป็นส่วนที่อยู่นอกสุดครอบไว้เพื่อป้องกันความร้อนสูญเสียสู่ข้างนอก รวมทั้ งเป็นการป้องกันไม่ให้อากาศรั่วเพราะเป็นบริเวณที่มีความดันสูงกว่าบรรยากาศภายนอก เพราะเป็นบริเวณที่อากาศอัดจากเครื่องอัดอากาศไหลเข้ามาภายในเสื้ อนอก(Casing) เป็นเสื้ อใน(Liner)

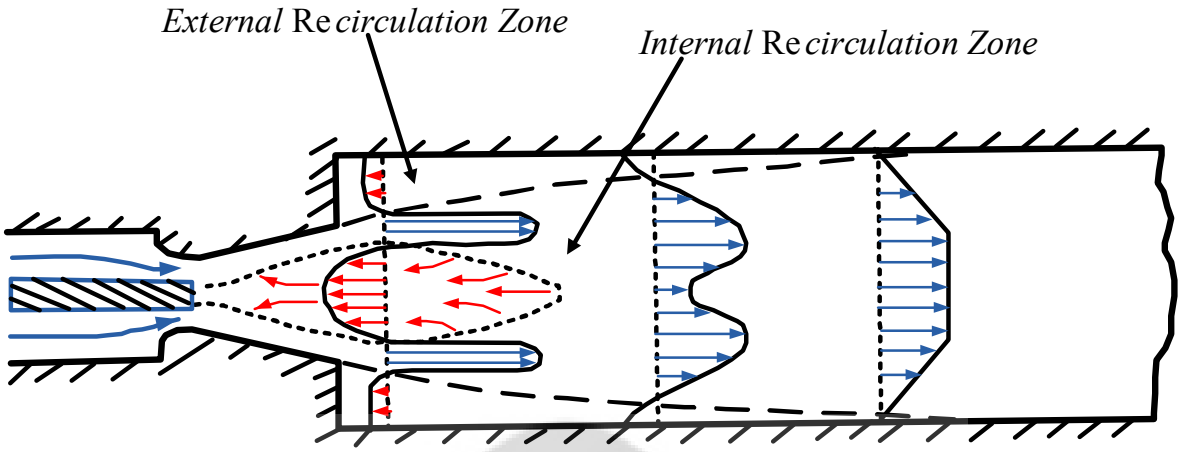
- เสื้ อใน(Liner) จะอยู่ใกล้กับส่วนที่เกิดการเผาไหม้มากที่สุดจึงจำเป็นจะทำด้วยวัสดุที่ทนความร้อน เสื้ อในแบ่งออกเป็น3 ส่วนหลักๆ คือบริเวณปฐมภูมิ(Primary zone) บริเวณส่วนกลาง(Intermediate zone) และบริเวณเจือจาง(Dilution zone)

- บริเวณปฐมภูมิ(Primary zone) เป็นบริเวณหลักที่อากาศจะผสมกับเชื้ อเพลิงและเริ่มต้นมีการเผาไหม้ ซึ่งบริเวณนี้ จำเป็นต้องมีการผสมผสาน(Mixing)ระหว่างอากาศกับเชื้ อเพลิงที่รวดเร็วและเพียงพอต่อการเผาไหม้ โดยปกติแล้วบริเวณนี้ จะป้อนอากาศประมาณ15-20 %

- บริเวณส่วนกลาง(Intermediate zone)เป็นบริเวณที่เติมอากาศเข้ามาและช่วยให้เกิดการเผาไหม้ที่สมบูรณ์ขึ้ น โดยปกติแล้วบริเวณนี้ จะป้อนอากาศประมาณ 30%

- บริเวณเจือจาง(Dilution zone)เป็นบริเวณที่ให้อากาศเข้ามาเพื่อช่วยลดอุณหภูมิให้เหมาะสมก่อนที่จะเข้ากังหัน ไม่ให้สูงเกินไป โดยป้อนอากาศเข้ามาผสมประมาณ 50-55%

- อุปกรณ์สร้างการไหลแบบหมุนวนเป็นเกลียว(Swirler) จะทำหน้าที่ฉีดอากาศให้หมุนวนเป็นเกลียว การหมุนวนเป็นเกลียวมีผลต่อการเผาไหม้ภายในบริเวณปฐมภูมิ(Primary zone) ซึ่งจากหลักการออกแบบที่ดีของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ ต้องการให้เปลวไฟในห้องเผาไหม้ยังคงลุกไหม้ได้ในช่วงเงื่อนไขสำหรับการทำงานที่กว้าง เปลวไฟมีเสถียรภาพ การสร้างเปลวไฟที่มีเสถียรภาพในบริเวณปฐมภูมิ(Primary zone) ก็คือการฉีดกระแสของอากาศหรือเชื้ อเพลิงเป็นรูปแบบการไหลหมุนวนเป็นเกลียว(Swirling Flow) การหมุนนี้ จะช่วยให้การผสมผสาน(Mixing)ระหว่างอากาศกับเชื้ อเพลิงดีขึ้ นและเพิ่มประสิทธิภาพในการเผาไหม้ได้ แต่ถ้ามีการหมุนวนที่รุนแรงเกินไปก็สามารถทำให้เปลวไฟไม่มีเสถียรภาพ ในทางกลับกันถ้ามีน้อยเกินไปก็จะไม่ทำให้เกิดการไหลแบบหมุนวนเป็นเกลียว(Reversed Recirculation Zone) ภาพประกอบ 18 เปลวไฟก็ไม่มีเสถียรภาพเช่นกันซึ่งการเกิดการไหลแบบหมุนวนเป็นเกลียว(Reversed Recirculation Zone) วัดจากค่าความรุนแรงของการไหลแบบหมุนวนเป็นเกลียวหรือเรียกว่า Swirl Number(S_N) ซึ่งจะต้องมีค่ามากกว่า 0.6 (S_N >0.6)ถึงจะเกิดการไหลแบบหมุนวนเป็นเกลียว



ภาพประกอบ 18 รูปแบบการไหลหมุนวนเป็นเกลียว(Lefebvre. 1983)

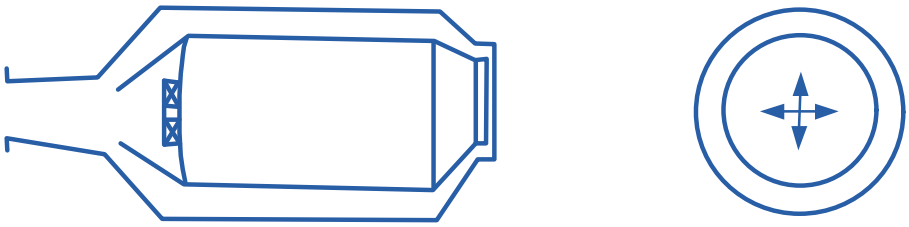
2.9 ชนิดของห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ

ชนิดของห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซแบ่งออกเป็น 3 แบบ คือ

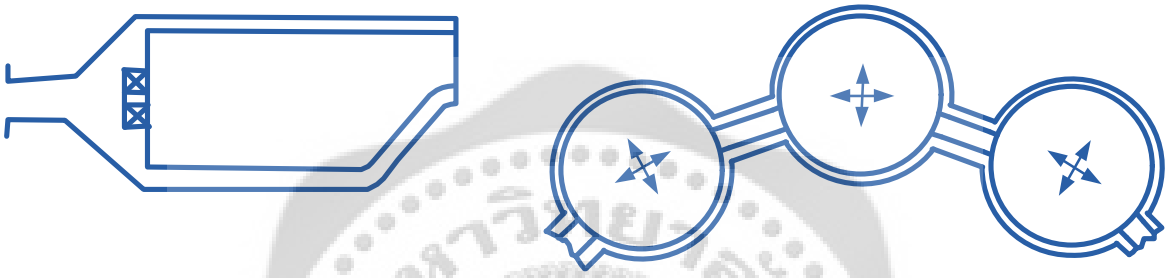
1. Tubular Chambers ประกอบด้วยเสื้อใน(Liner) รูปทรงกระบอกวางอยู่ในเสื้อนอก(Casing) รูปทรงกระบอก ห้องเผาไหม้แบบเป็นห้องเผาไหม้แบบนี้ เป็นห้องเผาไหม้ที่ควบคุมการเผาไหม้ได้ง่าย เครื่องยนต์รุ่นแรกๆจะใช้ห้องเผาไหม้แบบนี้ โดยจะมีจำนวนท่อประมาณ7ถึง 16 ท่อต่อเครื่องยนต์ และปัจจุบันนี้Single Tubular Chamber มักจะใช้กับกังหันก๊าซขนาดเล็กและได้กำลังออกมาน้อยๆ

2. Annular Chambers เป็นรูปแบบห้องเผาไหม้ ซึ่งทำให้เกิดความดันสูญเสียต่ำกว่าห้องเผาไหม้ชนิดอื่นๆและยังมีลักษณะถูกต้องตามหลักอากาศพลศาสตร์ทำให้รูปแบบความเร็วของอากาศที่เข้ามามีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก ทั้งรองรับอากาศปริมาณมากกว่าห้องเผาไหม้อื่นเมื่อเทียบที่น้ำหนักเท่ากันแต่เรื่องของการควบคุมประสิทธิภาพการไหม้จะทำได้ยาก

3. Tuboannular Chambers เป็นกลุ่มของ Liner ทรงกระบอกที่วางเรียงอยู่ ในเสื้อนอกเพียงอันเดียว ห้องเผาไหม้แบบนี้ รวมข้อดีของAnnular Chamber กับ Tubular เข้าด้วยกันถ้าเปรียบเทียบกับการออกแบบ Annular แล้ว Tuboannular มีข้อเสียคือมีน้ำหนักมากกว่าห้องเผาไหม้แบบ Annular

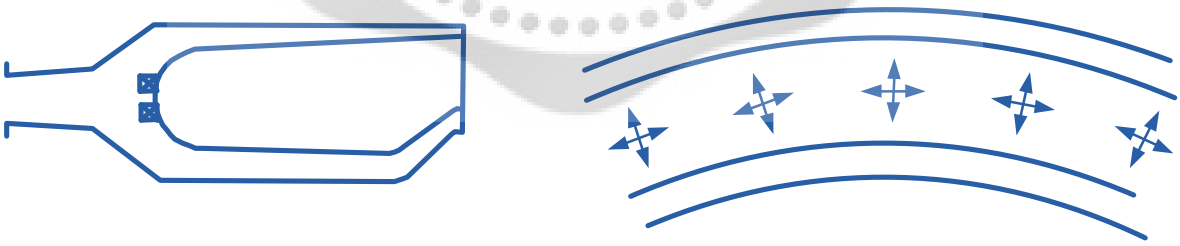


(a)Tubular (Single can)



(b)Tubular (Multican)

(c)Tuboannular



(d) Annular

ภาพประกอบ 19 ห้องเผาไหม้ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซชนิดต่างๆ(Lefebvre. 1983)

2.10 การสันดาปของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ

การสันดาปเชื้อเพลิง เพื่อดึงพลังงานที่สะสมอยู่ในเชื้อเพลิงออกมาให้มากที่สุด ซึ่งจะมีกระบวนการทางเคมีเข้ามาเกี่ยวข้อง การสันดาป คือ ปฏิกิริยาเคมีระหว่างเชื้อเพลิงกับออกซิเจน ซึ่งให้ความร้อนออกมา สิ่งที่จำเป็นสำหรับการสันดาปมี 4 ประการ คือ เชื้อเพลิง ออกซิเจน ความร้อน และปฏิกิริยาเคมี เมื่อใดก็ตามที่ระบบมีองค์ประกอบครบทั้ง4 ประการ การสันดาปจะเริ่มเกิดขึ้นและสามารถดำเนินการต่อไปได้เอง แต่ถ้าขาดอย่างใดอย่างหนึ่งการสันดาปก็จะหยุดลง ถ้าหากเชื้อเพลิงมีความชื้นมากก็จะทำให้ค่าความร้อนที่ได้ลดลง เนื่องจากต้องใช้ความร้อนส่วนหนึ่งในการเผาความชื้นนั้นให้กลายเป็นไอ ทำให้เสียความร้อนโดยเปล่าประโยชน์ สิ่งที่เหลือจากการสันดาปก็คือเถ้าและควัน โดยเฉพาะเชื้อเพลิงถ่านหินหลังการสันดาปจะมีเถ้าเกิดขึ้นมากกว่าเชื้อเพลิงชนิดอื่นๆ เชื้อเพลิงแบ่งได้ออกเป็น 3 ประเภท เชื้อเพลิงแข็ง เชื้อเพลิงเหลว และเชื้อเพลิงก๊าซ

เชื้อเพลิงก๊าซเป็นผลิตภัณฑ์ที่ได้จากการกลั่นน้ำมันปิโตเลี่ยม จะมี ก๊าซมีเทน(CH_4)เป็นส่วนประกอบหลักประมาณร้อยละ70 คุณสมบัติก๊าซชนิดนี้ จะกลายเป็นของเหลวที่อุณหภูมิต่ำกว่า $-162^{\circ}C$ ที่ความดันบรรยากาศ ก๊าซธรรมชาติแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือชนิดแห้ง และชนิดชื้น ก๊าซเชื้อเพลิงชนิดแห้ง ประกอบด้วย มีเทน(CH_4) และอีเทน (C_2H_6) ส่วนก๊าซชื้น จะมีส่วนประกอบของโปรเพน(C_3H_8) และบิวเทน(C_4H_{10})

ตาราง 1 องค์ประกอบและค่าความร้อนของก๊าซธรรมชาติ(สมเกียรติ บุญณสะ. 2545)

องค์ประกอบ(%)	ก๊าซธรรมชาติชนิดแห้ง	ก๊าซธรรมชาติชนิดชื้น
C_nH_{2n+2}	75-92.5	99
C_mH_n	0-0.2	-
CO_2	-	0.3
O_2	0.1-0.8	-
N_2	0-0.05	-
ค่าความร้อน((kJ/m^3))	37,800-39,900	43,680-50,400

ตาราง 2 คุณสมบัติขององค์ประกอบของก๊าซธรรมชาติ(สมเกียรติ บุญณสะ. 2545)

องค์ประกอบ	สูตรโมเลกุล	ค่าความร้อน kJ/m^3	ความถ่วงจำเพาะ (เทียบกับอากาศ)	ความหนาแน่น kg/m^3
มีเทน	CH_4	39,984	0.554	0.7168
อีเทน	C_2H_6	70,770	1.049	1.3560
โปรเพน	C_3H_8	101,472	1.550	2.0040
เอทีมีน	C_3H_4	63,630	0.9750	1.2604
โปรพีลีน	C_3H_6	93,870	1.481	1.9370
คาร์บอนไดออกไซด์	CO_2	-	1.5291	1.9769
ออกซิเจน	O_2	-	1.1053	1.4290
ไนโตรเจน	N_2	-	0.9673	1.2505

หมายเหตุ ความหนาแน่นของอากาศแห้งในสภาวะมาตรฐาน 1.293 kg/m^3

2.11 ค่าความร้อนเชื้ อเพลิง

ค่าความร้อน คือ ปริมาณความร้อนที่ได้จากการสันดาปของเชื้ อเพลิง ภายใต้การทำให้สารที่ได้จากการสันดาปอย่างสมบูรณ์ของเชื้ อเพลิงนั้ น เย็นลงถึงอุณหภูมิเริ่มต้นของอากาศ

ค่าความร้อนเชื้ อเพลิงแบ่งออกเป็น2 ประเภท คือ ค่าความร้อนสูง (HHV) เป็นปริมาณความร้อนทั้ งหมดที่ได้จากการเผาไหม้เชื้ อเพลิงหนึ่งๆรวมถึงปริมาณความร้อนที่ทำให้เกิดไอน้ ำด้วย ส่วนค่าความร้อต่ำ (LHV) เป็นปริมาณความร้อนทั้ งหมดที่ได้จากการเผาไหม้เชื้ อเพลิงหนึ่งๆ โดยไม่รวมถึงปริมาณความร้อนที่ทำให้เกิดไอน้ ำความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้

$$LHV = HHV - m_w h_{fg} \quad (2.13)$$

$$LHV = HHV - 9m_{H_2} h_{fg} \quad (2.14)$$

โดยที่ m_w = มวลของไอน้ ำที่ได้จากการสันดาป ต่อ1 หน่วยของเชื้ อเพลิงเนื่องจากการสันดาปของ H ในเชื้ อเพลิง

m_{H_2} = มวลของไฮโดรเจนในเชื้ อเพลิง1 kg ซึ่งวิเคราะห์จาก ultimate analysis

h_{fg} = ความร้อนแฝงของการระเหย หรือควบแน่นของไอน้ ำ ที่ความดันย่อยในสารที่ได้

จากการสันดาป

ถ้าทราบองค์ประกอบของเชื้ อเพลิง(C,H,O และ S) จะสามารถหาค่า HHV ของเชื้ อเพลิงจากสมการของลูลอง (Dulong's equation) หน่วยเป็น MJ/kg

$$HHV = 33.7C + 144(H - (O/8)) + 9.4S \quad 2.15$$

ตาราง 3 องค์ประกอบและค่าความร้อนสูง(HHV) ของเชื้ อเพลิงก๊าซ(สมเกียรติ บุญณสะ. 2545)

ชนิดของเชื้อเพลิง	องค์ประกอบ	ค่าความร้อนสูง	
		MJ/m^3	MJ/kg
ก๊าซธรรมชาติ	มีเทน(CH_4) โดยส่วนใหญ่	37.5	49.3
LPG	โพรเพน(C_3H_8)โดยส่วนใหญ่ และมีบิวเทน(C_4H_{10})เล็กน้อย	94	50
ไฮโดรเจน	H_2	12.2	144

2.12 การคำนวณการสันดาป

การสันดาป หมายถึง ปฏิกิริยาทางเคมีที่เกิดขึ้ นอย่างรวดเร็ว ระหว่างออกซิเจนกับสารสันดาปได้ของเชื้ อเพลิงชนิดหนึ่ง ประกอบด้วย3 ตัว คือ คาร์บอน ไฮโดรเจน และ กำมะถัน

สำหรับการสันดาปอย่างสมบูรณ์ของคาร์บอน และไฮโดรเจนกับ ออกซิเจน สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$C + O_2 \rightarrow CO_2 + 32.8MJ/kg \quad 2.16$$

$$2H_2 + O_2 \rightarrow 2HO_2 + 142.1MJ/kg \quad 2.17$$

พบว่าปฏิกิริยาดังกล่าวเป็นปฏิกิริยาคายความร้อน โดยปลดปล่อยความร้อนออกมาประมาณ 32.8MJ/kg ของคาร์บอน และ 142.1MJ/kg ของไฮโดรเจน สำหรับการสันดาปในอุปกรณ์สันดาปจริง ถึงแม้ไม่ใช่ก๊าซออกซิเจนล้วนๆ ที่เข้าทำปฏิกิริยา เนื่องจากในอากาศประกอบด้วยก๊าซไนโตรเจนและสารเจอปนอื่นๆ โดยส่วนใหญ่เป็นออกซิเจน 23.2% โดยน้ำหนัก และ21% โดยปริมาตร เป็นก๊าซไนโตรเจน 76.8 % โดยน้ำหนัก79% โดยปริมาตร ปฏิกิริยาสันดาปอย่างสมบูรณ์ระหว่างคาร์บอนกับอากาศ จะได้สมดุลสมการดังนี้

$$C + (O_2 + 3.76N_2) \rightarrow CO_2 + 3.76N_2 \quad 2.18$$

C	+	O_2	+	$3.76N_2$		$\rightarrow$	CO_2	+	$3.76N_2$	
1	kmol	1	kmol	3.76	kmol		1	kmol	3.76	kmol
12	kg	32	kg	105.28	kg		44	kg	105.28	kg
1	kg	2.67	kg	8.77	kg		3.67	kg	8.77	kg

ตาราง 4 ผลที่ได้จากการสันดาปของก๊าซเชื้ อเพลิง(สมเกียรติ บุญณสะ. 2545)

ก๊าซ	สูตรโมเลกุล	สมการของปฏิริยาการสันดาป (สำหรับการสันดาปอย่างสมบูรณ์)	ปริมาณต่อก๊าซ 1 m^3			
			สารที่เกิดการสันดาป		O_2 ที่ใช้ไป(m^3)	N_2 ที่เหลือ(m^3)
			CO_2(m^3)	H_2O(m^3)		
ไฮโดรเจน	H_2	$H_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow H_2O$	-	1	0.5	1.88
คาร์บอนมอนออกไซด์	CO	$CO + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow CO$	1	-	0.5	1.88
มีเทน	CH_4	$CH_2 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$	1	2	2	7.52
อีเทน	C_2H_6	$C_2H_6 + 3.5O_2 \rightarrow 2CO_2 + 3H_2O$	2	3	3.5	13.17
เอทีลีน	C_2H_4	$C_2H_4 + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 2H_2O$	2	2	3	11.29
เอเซทีลีน	C_2H_2	$C_2H_2 + 2.5O_2 \rightarrow 2CO_2 + H_2O$	2	1	2.5	9.4
โปรเพน	C_3H_8	$C_3H_8 + 5O_2 \rightarrow 3CO_2 + 4H_2O$	3	4	5	18.81
โปรพีลีน	C_3H_6	$C_3H_6 + 4.5O_2 \rightarrow 3CO_2 + 3H_2O$	3	3	4.5	16.93
บิวเทน	C_4H_{10}	$C_4H_{10} + 6.5O_2 \rightarrow 4CO_2 + 5H_2O$	4	5	6.5	24.45
บิวทีลีน	C_4H_8	$C_4H_8 + 6O_2 \rightarrow 4CO_2 + 4H_2O$	4	4	6	22.57
ก๊าซไฮโดรคาร์บอนทั่วไป	C_mH_n	$C_mH_n + (m+(n/4))O_2 \rightarrow mCO_2 + (n/2)H_2O$	m	n/2	m+(n/4)	(0.79/0.21)m+(n/4)

ในการสันดาปประหว่างเชื้ อเพลิกับอากาศ จะได้ไอเสียกับน้ ำออกมา สามารถเขียนอยู่ในรูปปฏิกิริยาเคมี ได้ดังนี้

$$\text{เชื้ อเพลิง} + a(O_2 + 3.76N_2) \rightarrow \text{ก๊าซไอเสีย} + H_2O \qquad 2.19$$

ในการสันดาประหว่างอากาศกับเชื้ อเพลิง ต้องอาศัยปัจจัยที่สำคัญ 3 ประการ คือ

1. เวลาต้องนานเพียงพอ เพื่อให้เชื้ อเพลิงสันดาปหมด โดยไม่ถูกอากาศส่วนเกินนำออกจากปล่อง ควันก่อนถูกสันดาป
2. อุณหภูมิในห้องสันดาปต้องสูงพอที่จะทำให้เกิดการสันดาปอย่างต่อเนื่องได้
3. การผสมระหว่างเชื้ อเพลิงกับอากาศ ต้องอยู่ในลักษณะของการไหลผสมแบบปั่นป่วน

ตาราง 5 เอนทาลปีสำหรับ h_f ที่ 25 $^{\circ}C$, 1 atm(สมเกียรติ บุญณสะ. 2545)

ชื่อ	สูตร	M	สถานะ	h_f (kJ/kg)
คาร์บอน	C	12.011	ของแข็ง	0
ออกซิเจน	O_2	32.000	ก๊าซ	0
ไฮโดรเจน	H_2	2.016	ก๊าซ	0
ไนโตรเจน	N_2	28.016	ก๊าซ	0
ซัลเฟอร์	S	32.060	ของแข็ง	0
คาร์บอนมอนอกไซด์	CO	28.011	ก๊าซ	-3,948.3
คาร์บอนไดออกไซด์	CO_2	44.011	ก๊าซ	-8,946.8
น้ำ	H_2O	18.016	ของเหลว	-15,875.5
			ไอ	-13,430.8
มีเทน	CH_4	16.043	ก๊าซ	-4,669.8
อีเทน	C_2H_6	30.070	ก๊าซ	-2,817.3
โปรเพน	C_3H_8	44.097	ก๊าซ	-2,356.3
บิวเทน	C_4H_{10}	58.124	ก๊าซ	-2,171.6
ออกเทน	C_8H_{18}	114.230	ของเหลว	-2,189.5
			ไอ	-1,826.0
ไนตริกออกไซด์	NO	30.008	ก๊าซ	-3,020.8
ไนโตรเจนไดออกไซด์	NO_2	46.008	ก๊าซ	-733.3
ซัลเฟอร์ไดออกไซด์	SO_2	64.060	ก๊าซ	-4,632.8

ตาราง 6 เอนทาลปีสำหรับ h_f ที่อุณหภูมิต่างๆที่ความดัน 1 atm (kJ/kg) (สมเกียรติ บุญณสะ. 2545)

อุณหภูมิ(K)	CO_2	CO	H_2O	O_2	H_2	N_2
298	-8,946.8	-3,948.3	-13,430.8	0	0	0
400	-8,855.6	-3,842.0	-13,239.1	94.7	1,468.5	122.8
500	-8,757.7	-3,736.5	-13,046.6	190.2	2,920.1	211.2
600	-8,653.1	-3,628.8	-12,847.9	289.1	4,373.5	317.5
700	-8,543.0	-3,519.0	-12,643.0	390.9	5,830.6	426.3
800	-8,428.1	-3,406.2	-12,431.6	495.4	7,297.1	537.3
900	-8,309.3	-3,291.1	-12,213.2	601.9	8,776.1	650.8
1,000	-8,187.4	-3,173.6	-11,988.1	710.1	10,233.7	766.4
1,100	-8,062.5	-3,054.1	-11,755.5	819.8	11,774.6	884.3
1,200	-7,935.5	-2,932.9	-11,516.2	930.8	13,298.7	1,003.8
1,300	-7,806.4	-2,810.1	-11,270.3	1,042.9	1,484.3	1,125.0
1,400	-7,675.7	-2,685.9	-11,018.0	1,155.9	16,410.2	1,247.8
1,500	-7,543.6	-2,560.5	-10,759.8	1,269.9	18,000.0	1,374.1
1,600	-7,410.4	-2,434.2	-10,496.1	1,384.6	19,616.1	1,496.7
1,700	-7,275.9	-2,307.2	-10,227.0	1,502.5	21,249.8	1,622.5
1,800	-7,140.6	-2,179.3	-9,953.7	1,616.2	22,905.3	1,749.5
1,900	-7,004.5	-2,050.7	-9,675.7	1,733.4	24,579.5	1,879.5
2,000	-6,867.7	-1,921.4	-9,393.8	1,851.1	26,272.7	2,005.1
2,100	-6,730.1	-1,791.6	-9,108.2	1,969.5	27,982.2	2,133.9
2,200	-6,591.9	-1,661.3	-8,819.1	2,161.4	29,710.3	2,263.3
2,300	-6,453.3	-1,530.9	-8,527.0	2,208.6	31,452.3	2,393.1
2,400	-6,310.2	-1,399.7	-8,232.1	2,329.3	32,210.7	2,523.3
2,500	-6,174.9	-1,268.3	-7,934.6	2,450.7	34,987.6	2,654.0

2.12.1 อัตราส่วนอากาศกับเชื้อ อเพลิง(A/F-ratio)

อัตราส่วนอากาศกับเชื้อ อเพลิง คือ อัตราส่วนระหว่างมวล(หรือจำนวนโมล) ของอากาศต่อมวล (หรือจำนวนโมล) ของเชื้อ อเพลิงในระหว่างการสันดาป โดยทั่วไปแบ่งออกเป็นอัตราส่วนอากาศกับเชื้อ อเพลิงทฤษฎี $(A/F)_{stoic}$ และอัตราส่วนอากาศกับเชื้อ อเพลิงจริง$(A/F)_{stoic}$ มีความสัมพันธ์สำหรับเชื้อ อเพลิงไฮโดรคาร์บอนที่มีสูตร C_xH_y จะสามารถเขียนสมการการเผาไหม้ที่ Stoichiometry ได้ดังนี้

$$C_xH_y + a(O_2 + 3.76N_2) \rightarrow xCO_2 + (y/2)H_2O + 3.76aN_2 \qquad 2.20$$

$$(A/F)_{stoic} = \left(\frac{m_{air}}{m_{fuel}}\right)_{stioc} = 4.76a\frac{MW_{air}}{MW_{fuel}} \qquad 2.21$$

ตาราง 7 องค์ประกอบของอากาศที่ใช้ในการสันดาป(สมเกียรติ บุญณสะ. 2545)

องค์ประกอบ	เปอร์เซ็นต์องค์ประกอบ	
	โดยปริมาตร	โดยมวล
ออกซิเจน(O_2)	21	23
ไนโตรเจน(N_2)	79	77
$O_2:N_2$	1:3.76	1:3.35

อัตราส่วนสมมูล(Equivalent Ratio, Φ) เป็นค่าที่บอกว่าส่วนผสมของเชื้อ อเพลิงOxidizer เป็น Rich,Lean หรือ stoichiometric มีความสัมพันธ์ดังสมการ

$$\Phi = \frac{(A/F)_{stoic}}{(A/F)} = \frac{(F/A)}{(F/A)_{stoic}}$$

และ % excess air (อากาศส่วนเกิน) มีนิยามดังนี้

$$\%\,\text{excess air} = \frac{(1-\Phi)}{\Phi} \times 100\%$$

ในการสันดาปจริง จะใช้อากาศในปริมาณที่มากกว่าอากาศพอดีสันดาปสมบูรณ์ และจะบอกปริมาณการใช้อากาศเป็นจำนวนเท่าของอากาศพอดีสันดาปสมบูรณ์ซึ่งคิดเป็นเปอร์เซ็นต์เรียกว่า เปอร์เซ็นต์อากาศ

ทฤษฎี เช่น ถ้าใช้อากาศจริงในปริมาณ 1.5 เท่าของอากาศพอดีสันดาปสมบูรณ์ คิดเป็น 150% อากาศทฤษฎีบางครั้งใช้คำว่าอากาศส่วนเกินแทน(% excess air) เช่น อากาศส่วนเกิน 50 % ดังตัวอย่างต่อไปนี้

1. การสันดาปสมบูรณ์ของมีเทนโดยใช้อากาศ 100% อากาศทฤษฎี

$$CH_4 + 2(O_2 + 3.76)N_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O + 7.52N_2$$

2. การสันดาปอย่างสมบูรณ์ของมีเทนโดยใช้อากาศ 150% อากาศทฤษฎี

$$CH_4 + 2(1.5)(O_2 + 3.76)N_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O + O_2 + 11.28N_2$$

2.12.2 อัตราส่วนอากาศกับเชื้อเพลิงในปริมาณสันดาปอย่างสมบูรณ์เป็นไปได้ยาก

ในภาวะอากาศพอดีสันดาปอย่างสมบูรณ์เป็นไปได้ยากในทางปฏิบัติ ทั้งมีปัจจัย หลายปัจจัย

1. เนื่องจากการผสมกันระหว่างอากาศและเชื้อเพลิงไม่ทั่วถึง ทำให้การสันดาปสมบูรณ์ได้ยาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งบริเวณใกล้กับผนังห้องสันดาป จึงจำเป็นต้องใช้อัตราส่วนอากาศกับเชื้อเพลิงในภาวะมีอากาศเกินพอ

2. ภาระความร้อนเปลี่ยนแปลงอยู่เสมอ จึงทำให้ปริมาณความต้องการอากาศและเชื้อเพลิงเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย การควบคุมให้ได้อัตราส่วนในปริมาณสันดาปอย่างสมบูรณ์นั้นจึงเป็นไปได้ยาก

3. เนื่องจากอากาศที่ใช้ในการสันดาปจริง ในทางปฏิบัตินั้นมีความชื้นเป็นองค์ประกอบอยู่ด้วย ปริมาณอากาศที่ใช้เพื่อการสันดาปเป็นไปอย่างสมบูรณ์นั้นจะมากกว่ากรณีของการสันดาปอย่างสมบูรณ์เชิงทฤษฎีโดยใช้อากาศแห้ง

4. เวลาในการสันดาปไม่นานเพียงพอ จึงมีเชื้อเพลิงที่ไม่สันดาปติดไปกับอากาศส่วนเหลือ(ในกรณีที่ใช้ภาวะของอากาศเกินพอในการสันดาป)

ความหนาแน่นหรือคุณสมบัติของเปลวไฟจะต้องเพียงพอ

2.13 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย

ซึ่งปัญหาการไหลโดยทั่วไปสามารถแบ่งประเภทของการไหลตามลักษณะทางกายภาพ ออกได้เป็น(สุนันท์ ศรัณยนิตย์ 2542)

1. แบ่งการไหลตามชนิดของการไหล
   - การไหลของของไหลจริง
   - การไหลของของไหลในจินตนาการ
2. แบ่งการไหลโดยเปรียบเทียบกับเวลา
   - การไหลแบบ steady flow
   - การไหลแบบ Unsteady flow
3. แบ่งการไหลโดยพิจารณาจากลักษณะการเคลื่อนที่ของของไหล
   - การไหลแบบลามินาร์ (laminar flow)
   - การไหลแบบเทอร์บิวเลนท์ (turbulent flow)
4. แบ่งการไหลโดยพิจารณาจากลักษณะการเคลื่อนที่ของลำน้ำ
   - การไหลแบบหมุน (rotational flow)
   - การไหลแบบไม่หมุน (irrotational flow)
5. แบ่งการไหลตามความเร็วของลำน้ำ
   - การไหลแบบ supercritical
   - การไหลแบบ subcritical
6. แบ่งการไหลตามลักษณะการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการ(process)
   - การไหลแบบ reverible
   - การไหลแบบ irreversible
7. แบ่งการไหลโดยพิจารณาจากความสม่ำเสมอของการไหล
   - การไหลที่สม่ำเสมอ (uniform)
   - การไหลที่ไม่สม่ำเสมอ (nonuniform)
8. แบ่งการไหลโดยพิจารณาการอัดตัวได้
   - การไหลของของไหลที่อัดตัวไม่ได้
   - การไหลของของไหลที่อัดตัวได้

2.14 **จลนศาสตร์ของอนุภาคของไหล**

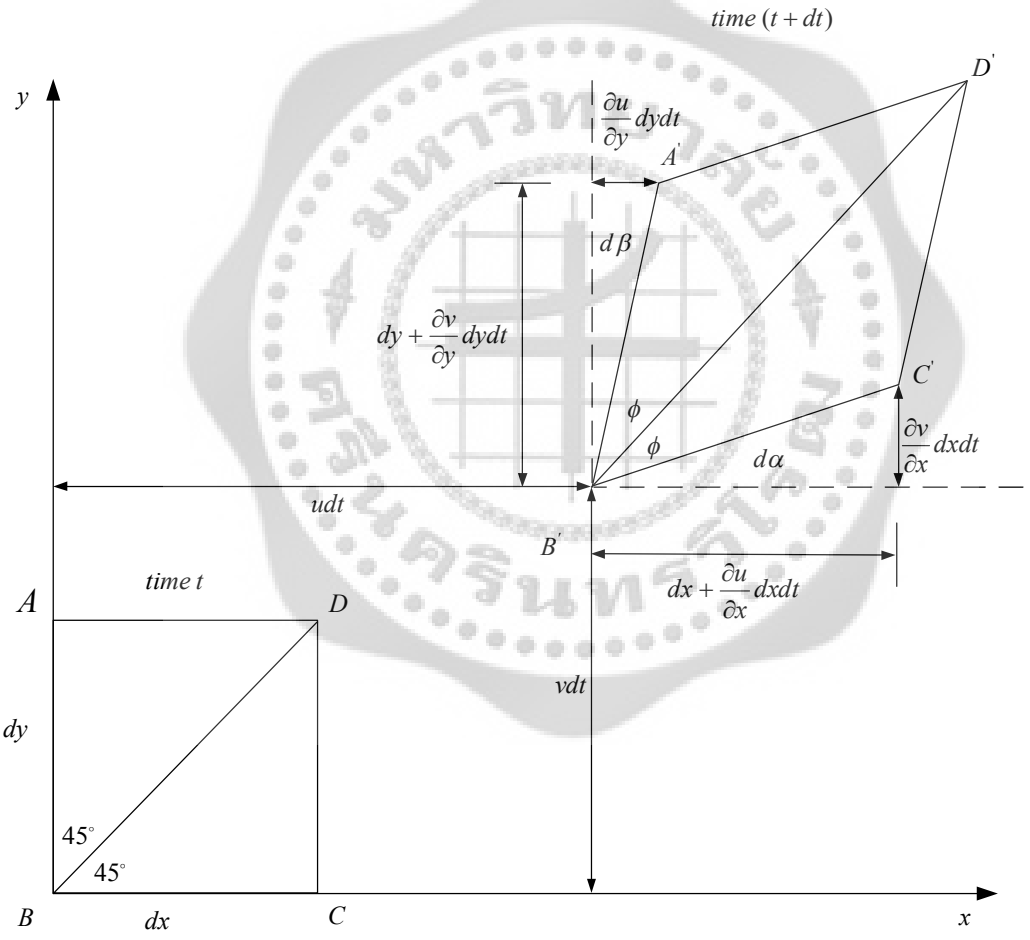
เมื่ออนุภาคของไหลหรือก้อนของไหลก้อนหนึ่งเคลื่อนที่จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง อนุภาคของไหลดังกล่าวอาจเกิดปรากฏการดังนี้ อย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างพร้อมกัน

2.1.1 การเลื่อนไหล (translation)

2.1.2 การหมุน (rotation)

2.1.3 การเสียรูปเชิงมุม (angular deformation)

2.1.4 การเสียรูปเชิงเส้น (linear deformation)



ภาพประกอบ 20 การเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลจากตำแหน่งหนึ่งไปสู่อีกตำแหน่งหนึ่ง(สมศักดิ์ ไชยะภินันท์. 2552)

ในการวิเคราะห์จะพิจารณาอนุภาคของของไหลมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ บนระนาบอ้างอิง xy เมื่อเวลา t อนุภาคของของไหลยังคงรูปเป็นสี่เหลี่ยม $ABCD$ โดยมีมุมล่างอยู่ที่จุดพิกัดของแกน xy และเมื่อเวลาผ่านไป $t+dt$ อนุภาคของของไหล $ABCD$ เคลื่อนที่ไปเป็น $A'B'C'D'$

การเลื่อนไหล (translation) **ของของไหล**

พิจารณาจากจุดขอบของอนุภาคของของไหล B เคลื่อนที่ไปยังจุด B' จะมีลักษณะการเคลื่อนที่แบบเลื่อนไหล (translation) ซึ่งระยะที่เคลื่อนที่ของจุด B ไปยังจุด B' ตามแกน x และ y สามารถเขียนได้เป็น udt และ vdt ตามลำดับ เมื่อ u,v เป็นองค์ประกอบของความเร็วในทิศ x และ y

การหมุน (rotation) **ของของไหล**

ถ้าพิจารณาเส้นทแยงมุม BD กับ $B'D'$ จะพบว่าเส้นทั้งสองไม่ขนานกัน แสดงว่าเส้น BD เมื่อไปเป็นเส้น $B'D'$ จะเกิดการหมุนเป็นมุมเฉลี่ย $d\theta_z$ ซึ่งสามารถเขียนเป็นความสัมพันธ์ดังนี้

$$d\theta_z = \alpha + d\alpha - 45^\circ$$

และจากเงื่อนไข จากภาพประกอบ 20

$$2\phi + d\alpha + d\beta = 90^\circ$$

จะได้ว่า

$$d\theta_z = \frac{1}{2}\left(d\alpha - d\beta\right) \qquad 2.22$$

และจากภาพประกอบ 20 ซึ่งแสดงระยะการเคลื่อนที่ของจุด $A'B'C'D'$ เทียบกับ $ABCD$ จะสามารถเขียนมุม $d\alpha$ และ $d\beta$ ได้เป็น

$$d\alpha = \lim_{dt\to 0}\left(\tan^{-1}\left[\left(\frac{\partial v}{\partial x}dxdt\right)/\left(dx+\frac{\partial u}{\partial x}dxdt\right)\right]\right)$$

$$d\alpha = \frac{\partial v}{\partial x}dt \qquad 2.23$$

$$d\beta = \lim_{dt\to 0}\left(\tan^{-1}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial y}dydt\right)/\left(dy+\frac{\partial v}{\partial y}dydt\right)\right]\right)$$

$$d\beta = \frac{\partial u}{\partial y}dt \qquad 2.24$$

เมื่อนำสมการที่ 2.23 และ 2.24 แทนกลับไปยังสมการที่ 2.22 และเขียนเป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลาจะเขียนค่าความเร็วเชิงมุม(angular velocity) ของอนุภาคของของไหลรอบแกน z ได้เป็น

$$\frac{d\theta_z}{dt} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad 2.25$$

และในทำนองเดียวกัน ถ้าพิจารณาของอนุภาคของของไหลรอบแกน x และ y ได้เป็น

$$\frac{d\theta_x}{dt} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) \qquad 2.26$$

$$\frac{d\theta_y}{dt} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) \qquad 2.27$$

ดังนั้ น ค่าความเร็วเชิงมุมของอนุภาคของไหล จะเขียนได้เป็น

$$\frac{d\vec{\theta}}{dt} = \frac{d\theta_x}{dt}\vec{i} + \frac{d\theta_y}{dt}\vec{j} + \frac{d\theta_z}{dt}\vec{k} \qquad 2.28$$

หากนำค่าความเร็วเชิงมุมคูณด้วย2 จะเรียกค่าที่ได้ใหม่ว่าVorticity, $\vec{\omega}$ โดยแสดงเป็น

$$\vec{\omega} = 2\frac{d\vec{\theta}}{dt}$$

และสามารถเขียนในรูปแบบตัวดำเนินการเดล(del operator) กับค่าความเร็วในลักษณะของการคูณไขว้ได้เป็น

$$\vec{\omega} = curl\,\vec{V} = \vec{\nabla} \times \vec{V}$$

การเสียรูปเชิงมุม (angular deformation)

ในกรณีที่การเคลื่อนที่ของอนุภาคของของไหลจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งเป็นการเสียรูปเชิงมุมนั้ นการเสียรูปเชิงมุมจะก่อให้เกิดค่าความเค้นเฉือน(shear strain) ขึ้ น ค่าความเครียดเฉือนของอนุภาคของของไหลในกรณีที่พิจารณานี้ สามารถนิยามได้เป็น ค่าเฉลี่ยของการลดลงของมุมของขอบอนุภาคของของไหลจากสภาวะเริ่มต้น ซึ่งจะเป็นค่าเท่ากับ $\frac{1}{2}(d\alpha + d\beta)$ ดังนั้ น ค่าอัตราของค่าความเครียดเชิงมุมจะเขียนได้เป็น

$$\epsilon_{xy}=\frac{1}{2}\left(\frac{d\alpha}{dt}+\frac{d\beta}{dt}\right) \qquad 2.29$$

และจากนิยามของค่ามุม $d\alpha$ และ $d\beta$ ที่แสดงไว้ในสมการที่ 2.23 และ 2.24 ค่าอัตราความเครียดเฉือนจะเขียนได้เป็น

$$\epsilon_{xy}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad 2.30$$

$$\epsilon_{yz}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right) \qquad 2.31$$

$$\epsilon_{zx}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right) \qquad 2.32$$

และ $\epsilon_{xy}=\epsilon_{yx}, \epsilon_{yz}=\epsilon_{zy}, \epsilon_{zx}=\epsilon_{xz}$

การเสียรูปเชิงเส้น (linear deformation)

การเสียรูปเชิงเส้นจะเป็นเงื่อนไขอีกเงื่อนไขหนึ่งของการเคลื่อนที่ของอนุภาคของของไหลจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง การเสียรูปเชิงเส้นจะป็นการที่อนุภาคของของไหลมีการเปลี่ยนรูปร่างของอนุภาคในเชิงเส้นโดยไม่มีการเปลี่ยนรูปร่างทางเชิงมุม สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\epsilon_{xx}=\frac{\partial u}{\partial x}, \epsilon_{yy}=\frac{\partial v}{\partial y}, \epsilon_{zz}=\frac{\partial w}{\partial z}$$

การที่อนุภาคของของไหลเคลื่อนที่จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง มีโอกาสเกิดเหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่งขึ้ นหรืออาจเกิดเหตุการณ์หลายเหตุการณ์ขึ้ นพร้อมกัน เหตุการณ์ทั้4อย่าง คือ การเลื่อนไหล การหมุน การเสียรูปเชิงมุม และการเสียรูปเชิงเส้น สองเหตุการณ์แรกเป็นการเคลื่อนที่ซึ่ไม่มีการเสียรูป ในขณะที่สองเหตุการณ์หลังเป็นการเคลื่อนที่ซึ่งต้องอาศัยแรงที่มากระทำก่อให้เกิดการเสียรูปขึ้ น และทำให้เกิดค่าความเครียดเฉือนและค่าความเครียดตั้ งฉาก

2.15 ความเร่งของอนุภาคของของไหล

จากการเคลื่อนที่ของอนุภาคของของไหล สมการกฎข้อที่สองของนิวตัน ยังสามารถนำมาใช้ได้ ซึ่งการนำสมการกฎข้อที่สองของนิวตันมาใช้กับอนุภาคของของไหลที่เคลื่อนที่นั้ น จำเป็นจะต้องเขียนค่าความเร่งของอนุภาคของของไหลที่เคลื่อนที่อยู่ในสนามความเร็ว เมื่อพิจารณาถึงอนุภาคของของไหลที่เคลื่อนที่อยู่ในสนามความเร็ว ค่าความเร็วของอนุภาคของของไหลจะสามารถเขียนได้เป็นฟังก์ชันของตำแหน่งและเวลา ค่าความเร็วในกรณีที่อ้างอิงกับแกนพิกัด xyz จะเขียนได้เป็น

$$\vec{V} = \vec{V}\left(x, y, z, t\right)$$

และเมื่อพิจารณาค่าความเร่งของอนุภาคของของไหลดังกล่าวจะสามารถเขียนได้เป็น

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \qquad 2.33$$

แต่เนื่องจากค่าความเร็วในสนามการไหลนั้ นเป็นฟังก์ชันของทั้ งระยะและเวลา ดังนั้ นค่าอนุพันธ์ของความเร็วจึงสามารถเขียนได้เป็น

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t} \qquad 2.34$$

และจากความสัมพันธ์ของอัตราการเปลี่ยนแปลงค่าระยะของอนุภาคของของไหลที่คลื่อนที่เทียบกับเวลา ซึ่งแสดงได้เป็น $u = \frac{\partial x}{\partial t}, v = \frac{\partial y}{\partial t}, w = \frac{\partial z}{\partial t}$

และสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + u\frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v\frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w\frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \qquad 2.35$$

ค่าความเร่งในสนามความเร็ว สมการที่ 2.35 มักเปลี่ยนสัญลักษณ์ที่แสดงถึงค่าอนุพันธ์รวมเป็นตัวสัญลักษณ์ D แทน ตัว d และเรียกอนุพันธ์ดังกล่าวว่า อนุพันธ์แบบsubstantial(substantial derivative) หรือ อนุพันธ์แบบรวม (Total derivative)

$$\vec{a} = \frac{D\vec{V}}{Dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + u\frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v\frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w\frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \qquad 2.36$$

ความหมายทางกายภาพของเทอมในสมการ ค่าความเร่งของอนุภาคของของไหลในสนามความเร็วมีค่าเท่ากับ ผลรวมของค่าความเร่งเฉพาะที่(Local acceleration) กับค่าความเร่งแบบ Convective

สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\vec{a} = \frac{D\vec{V}}{Dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V}.\vec{\nabla})\vec{V} \qquad 2.37$$

โดยที่เครื่องหมาย $\vec{\nabla}$ จะสามารถเขียนได้ในแกนพิกัด xyz ได้เป็น

$$\vec{\nabla} = \vec{i}\frac{\partial(\ )}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial(\ )}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial(\ )}{\partial z}$$

ดังนั้น ค่าความเร่งของอนุภาคของของไหลในสนามความเร็วจะสามารถแสดงเป็นองค์ประกอบของค่าความเร่งในแต่ละทิศทางโดยอ้างอิงกับแกนพิกัด xyz

$$\vec{a}_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} \qquad 2.38a$$

$$\vec{a}_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} \qquad 2.38b$$

$$\vec{a}_z = \frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} \qquad 2.38c$$

2.16 การพื้นฐานสำหรับการไหลแบบราบเรียบ

สมการพื้นฐานเกี่ยวกับการไหลประกอบไปด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์2 สมการคือ

1. สมการอนุรักษ์มวลหรือสมการความต่อเนื่อง (Continuity equation)
2. สมการอนุรักษ์โมเมนตัม (Momentum equation)

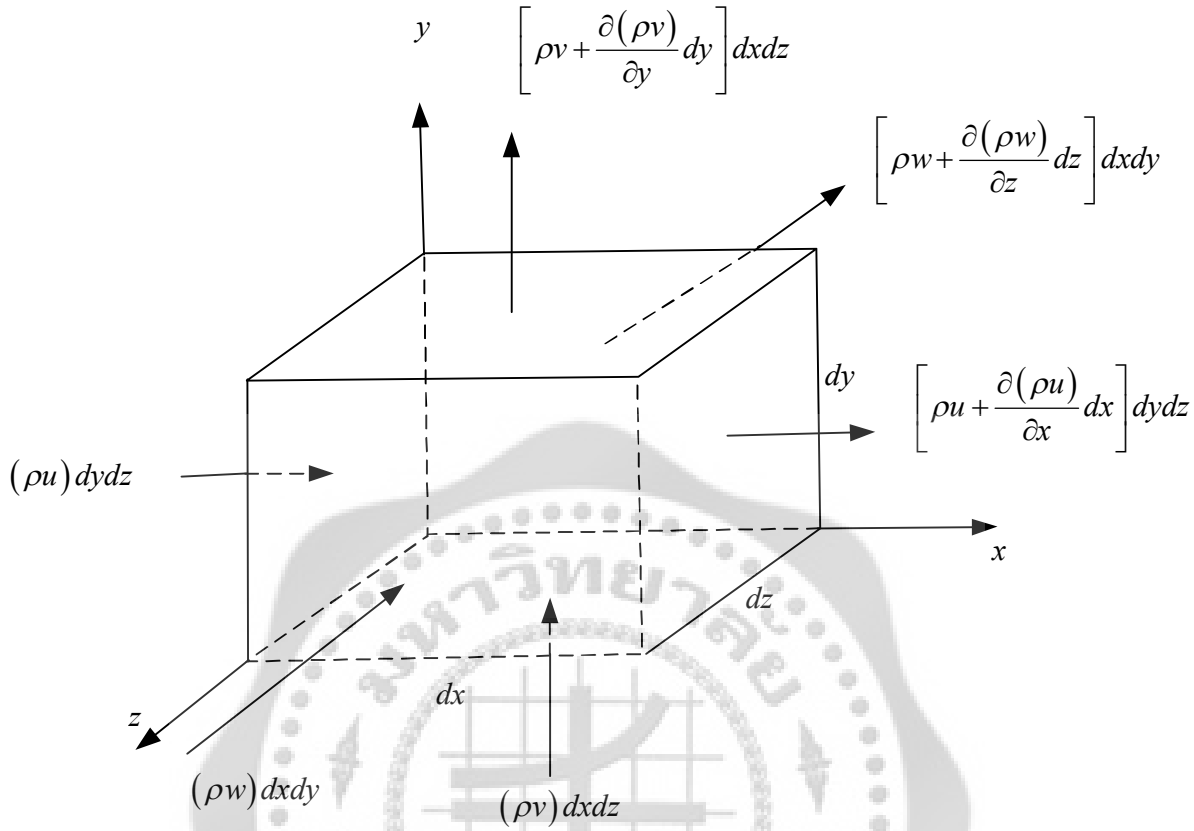
สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์มวล จากภาพประกอบ 17 พิจารณาการไหลของมวลบนผิวหน้าต่างๆของปริมาตรหนึ่งในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน เมื่อความเร็วและความหนาแน่นเป็นฟังก์ชันของพิกัดในแนวแกน x, y, z และ เวลา t โดยมีความยาวของด้านในแนวแกน x, y, z เท่ากับ dx, dy และ dz ตามลำดับ

ทำการรวมผลของการไหลเข้าและออกของมวลในแนวแกน x, y และ z จะได้ผลรวมของการไหลออกของมวลผ่านปริมาตรนี้ มีค่าเท่ากับ

$$\left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\right](dxdydz) \qquad 2.39$$

เมื่อมวลของไหลทั้งหมดภายในปริมาตรนี้ มีค่าเท่ากับ $\rho(dxdydz)$ จะได้อัตราการเปลี่ยนแปลงของมวลภายในปริมาตรเทียบกับเวลามีค่าเท่ากับ $\frac{\partial \rho}{\partial t}(dxdydz)$

จากหลักการอนุรักษ์มวล จะได้ว่าผลรวมของการไหลออกของมวลผ่านปริมาตรทั้งหมดมีค่าเท่ากับอัตราการลดลงของมวลภายในปริมาตรเทียบกับเวลา โดยการลดลงของมวลแสดงด้วยเครื่องหมายลบจะได้ว่า



ภาพประกอบ 21 สมดุลของมวลบนปริมาตรควบคุมของของไหล

$$\left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\right](dxdydz)=-\frac{\partial\rho}{\partial t}(dxdydz) \qquad 2.40$$

นำปริมาตรของของไหล $(dxdydz)$ หารทั้งสองข้างสมการและจัดรูปสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=0 \qquad 2.41$$

สามารถเขียนลดรูปได้เป็น

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\vec{\nabla}.\left(\rho\vec{V}\right)=0 \qquad 2.42$$

โดยที่ $\vec{V}=u\hat{i}+v\hat{j}+w\hat{k}$ และ $\vec{\nabla}(\ )=\vec{i}\,\frac{\partial(\ )}{\partial x}+\vec{j}\,\frac{\partial(\ )}{\partial y}+\vec{k}\,\frac{\partial(\ )}{\partial z}$

2.17 สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์โมเมนตัม

พิจารณาปริมาตรเล็กๆซึ่งเคลื่อนตัวไปตามการไหลและมีแรงกระทำบนผิวหน้าต่างๆของปริมาตรควบคุม จะได้ว่า

อัตราการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมในControl Volume เทียบกับเวลา (ในรูปของ Total derivative ที่รวมผลของ Convective flux เข้าไปแล้ว) มีค่าเท่ากับ ผลบวกของแรงทั้งหมดที่กระทำบน Control Volume นั้น

ซึ่งแรงที่กระทำบนปริมาตรควบคุมนี้ สามารถแบ่งออกเป็นประเภทใหญ่ๆ ได้2 ประเภท คือ แรงเนื่องจาก

- แรงที่กระทำต่อมวลในปริมาตรควบคุม ได้แก่แรงโน้มถ่วงหรือแรงที่เกิดจากน้ำหนักของตัวเอง (Body Force)
- แรงที่เกิดจากการบิดรูป หรือแรงกระทำที่ผิว (Surface Force) สำหรับแรงที่กระทำที่ผิวนั้น ประกอบไปด้วยแรงเนื่องจากความดัน p ,ความเค้นตั้งฉาก(normal stress) σ_x และความเค้นเฉือน (shear stress) τ_{yx} สำหรับความเค้นเฉือนนี้ ตัวห้อยแรก(y ในที่นี้) ระบุด้านที่ตั้งฉากกับแกนy ซึ่งความเค้นนี้ กระทำอยู่ ส่วนตัวห้อยหลัง(x ในที่นี้) ระบุทิศทางของความเค้นเฉือนที่กระทำ

จากกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน $\vec{F} = m\vec{a}$ จะเห็นได้ว่าผลรวมของแรงที่กระทำบนผิวหน้าต่างๆ ของปริมาตรมีค่าเท่ากับผลคูณระหว่างมวลกับความเร่งของปริมาตรนั้น ความสัมพันธ์นี้ เป็นความสัมพันธ์ในรูปเวกเตอร์ ซึ่งถ้าใช้พิกัดฉากคาร์ทีเซียนจะสามารถแบ่งความสัมพันธ์ออกได้เป็น3 แนวแกน คือ แกน x, y และ z

พิจารณาในแนวแกน x ซึ่งจะได้ความสัมพันธ์ของแรงตามกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน เป็น

$$F_x = ma_x \qquad 2.43$$

เมื่อกำหนดให้ $\vec{f}$ เป็นแรงเนื่องจากน้ำหนักต่อหนึ่งหน่วยมวล โดยf_x เป็นส่วนประกอบในแกน x จะได้ว่าแรงเนื่องจากน้ำหนักที่กระทำบนปริมาตรควบคุมในแนวแกน x มีค่าเท่ากับ$\rho f_x \left(dxdydz\right)$ จากภาพประกอบ 21 ผลรวมของแรงที่กระทำที่ผิวบนปริมาตรในแนวแกน x มีค่าเท่ากับ

$$\left[p - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}dx\right)\right]dydz + \left[\left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}dx\right) - \sigma_x\right]dydz +$$
$$\left[\left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}dy\right) - \tau_{yx}\right]dxdz + \left[\left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}dz\right) - \tau_{zx}\right]dxdy$$

ส่วนแรงเนื่องจากน้ำหนักของตัวเองในทิศทางx คือ

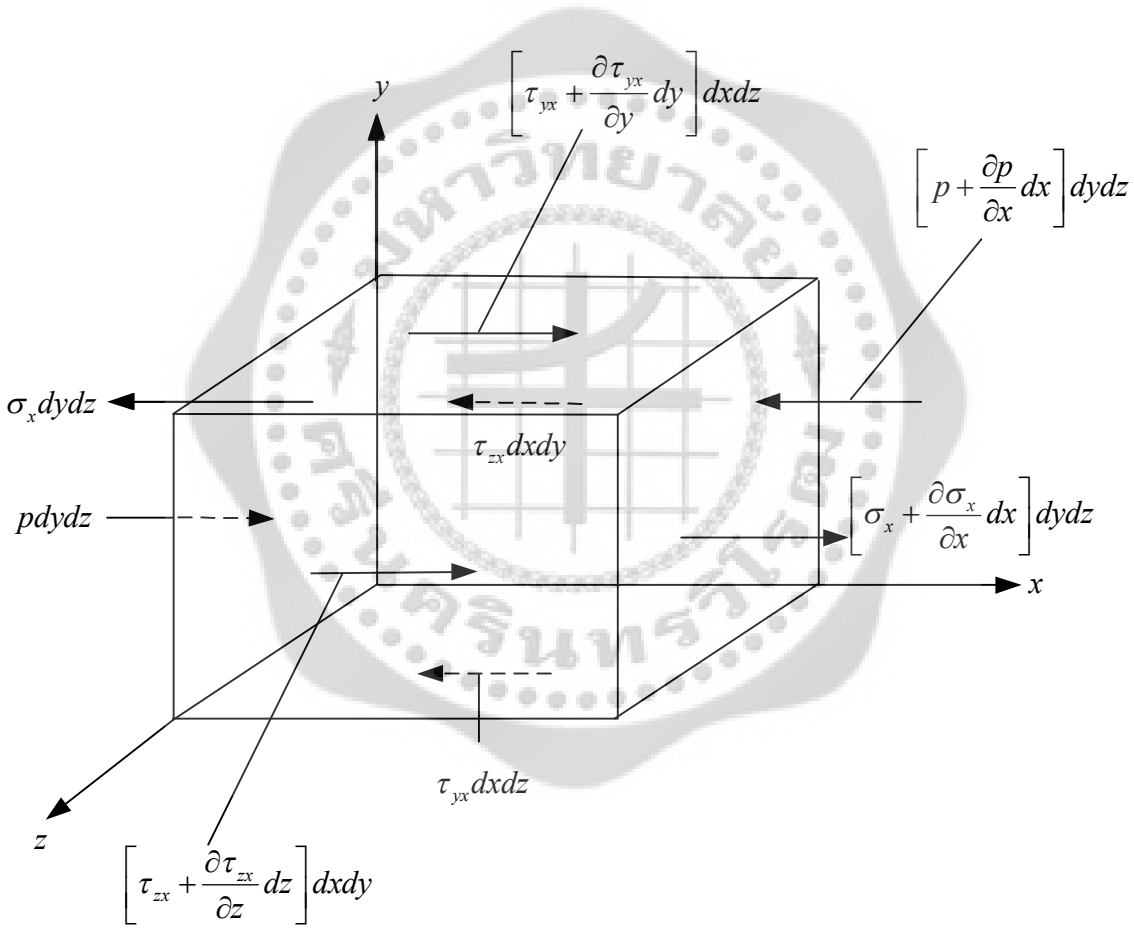
$$\rho f_x \left(dxdydz\right) \qquad 2.44$$

ดังนั้น จะได้ผลรวมของแรงกระทำทั้งหมดบนปริมาตรในแนวแกนx มีค่าเป็น

$$F_x = \left[-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right] \left(dxdydz\right) + \rho f_x \left(dxdydz\right) \qquad 2.45$$

ส่วนมวลของก้อนของไหลคือ

$$m = \rho \left(dxdydz\right) \qquad 2.46$$



ภาพประกอบ 22 สมดุลของแรงบนปริมาตรควบคุมของของไหล

ค่าความเร่งในแนวแกน x มีค่าเท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงของความเร็วในแนวแกน x เทียบกับเวลา

$$a_x = \frac{Du}{Dt} \qquad 2.47$$

แทนค่าจากสมการ 2.45,2.46 และ 2.47 ลงในสมการที่ 2.43

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x = \rho \frac{Du}{Dt} \qquad 2.48$$

จากความสัมพันธ์

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho \vec{V}.\vec{\nabla} u \qquad 2.49$$

จากความสัมพันธ์แบบกฎของโซ่ ของ $\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}$ สามารถเขียนเป็นรูปแบบดังนี้

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = \rho \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

ปรับเปลี่ยนรูปแบบของสมการใหม่

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} - u \frac{\partial \rho}{\partial t} \qquad 2.50$$

และ

จากความสัมพันธ์แบบกฎของโซ่ ของ $\vec{\nabla}.\left(\rho u \vec{V}\right)$ สามารถเขียนเป็นรูปแบบดังนี้

$$\vec{\nabla}.\left(\rho u \vec{V}\right) = u\vec{\nabla}.\left(\rho \vec{V}\right) + \left(\rho \vec{V}\right).\vec{\nabla} u$$

ปรับเปลี่ยนรูปแบบของสมการใหม่

$$\left(\rho \vec{V}\right).\vec{\nabla} u = \vec{\nabla}.\left(\rho u \vec{V}\right) - u\vec{\nabla}.\left(\rho \vec{V}\right) \qquad 2.51$$

แทนค่าสมการ 2.50 และ 2.51 ลงในสมการที่ 2.49

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \left(\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} - u \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) + \left(\vec{\nabla}.\left(\rho u \vec{V}\right) - u\vec{\nabla}.\left(\rho \vec{V}\right) \right)$$

ปรับเปลี่ยนรูปแบบของสมการใหม่

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} - u\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}.\left(\rho \vec{V}\right) \right) + \vec{\nabla}.\left(\rho u \vec{V}\right) \qquad 2.52$$

จากสมการความต่อเนื่อง

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}.\left(\rho \vec{V}\right) = 0$$

สามารถลดรูปสมการที่ 2.52 เหลือ

$$\rho\frac{Du}{Dt}=\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+\vec{\nabla}.\left(\rho u\vec{V}\right) \qquad 2.53$$

แทนค่าสมการที่ 2.53 ลงในสมการที่ 2.48 จะได้สมการอนุรักษ์ในแกน x ดังต่อไปนี้

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+\vec{\nabla}.\left(\rho u\vec{V}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}+\rho f_x \qquad 2.54a$$

สำหรับส่วนประกอบในแนวแกน y และ z ก็สามารถหาสมการอนุรักษ์โมเมนตัมได้ในลักษณะเดียวกัน นั่นคือ

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t}+\vec{\nabla}.\left(\rho v\vec{V}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z}+\rho f_y \qquad 2.54b$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t}+\vec{\nabla}.\left(\rho w\vec{V}\right)=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}+\rho f_z \qquad 2.54c$$

สมการที่ 2.54 เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์โมเมนตัม หรือเรียกอีกอย่างคือ สมการนาเวียร์-สโตกส์ (Navier-Stokes equation) ในรูปแบบอนุรักษ์ (Conservation Form) โดยที่ตั้งสมมติฐานว่าของไหลเป็นแบบนิวโทเนียน(Newtonian fluid) คือของไหลที่มีความเค้นหนืดเป็นสัดส่วนกับอัตราการเปลี่ยนรูป จากกฎความหนืดของนิวตันสำหรับการไหลแบบอัดตัวได้ ความหนืดที่เกี่ยวข้องกับการไหลมี 2 ค่าที่เป็นสัดส่วนกันคือ ความหนืดพลศาสตร์(First or Dynamics viscosity, μ)เป็นความเค้นที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนรูปเชิงเส้น และความหนืดอันดับสอง(Secondary viscosity, λ) เป็นความเค้นที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนรูปเชิงปริมาตร กล่าวคือ สามารถนำกฎความเสียดทานของสโตกส์(Stokes's law) ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและอัตราการเปลี่ยนแปลงของความเครียดภายในของไหลมาประยุกต์ใช้ได้ดังนี้

$$\sigma_x=\lambda\left(\vec{\nabla}.\vec{V}\right)+2\mu\frac{\partial u}{\partial x} \qquad 2.55a$$

$$\sigma_y=\lambda\left(\vec{\nabla}.\vec{V}\right)+2\mu\frac{\partial v}{\partial y} \qquad 2.55b$$

$$\sigma_z=\lambda\left(\vec{\nabla}.\vec{V}\right)+2\mu\frac{\partial w}{\partial z} \qquad 2.55c$$

$$\tau_{xy}=\tau_{yx}=\mu\left[\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right] \qquad 2.55d$$

$$\tau_{xz}=\tau_{zx}=\mu\left[\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right] \qquad 2.55e$$

$$\tau_{yz}=\tau_{zy}=\mu\left[\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right] \qquad 2.55f$$

ในทางปฏิบัติความหนืดอันดับสองมักส่งผลกับการไหลน้อยมาก สำหรับก๊าซความหนืดพจน์นี้ มีค่า$\lambda = -\frac{2}{3}\mu$

แต่สำหรับของเหลวซึ่งเป็นของไหลอัดตัวไม่ได้ พจน์$\nabla.\vec{V}$ มีค่าเท่ากับศูนย์จากผลของสมการความต่อเนื่อง ส่งผลให้ความเค้นหนืดมีค่าเป็น2 เท่าของอัตราการเปลี่ยนรูปเฉพาะที่

เมื่อนำเอาความสัมพันธ์ของค่าความเค้นกับความแตกต่างของความเร็ว ไปแทนค่าในสมการ ที่ 2.54 ในแนวแกน x

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+\vec{\nabla}.\left(\rho u\vec{V}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\lambda\left(\vec{\nabla}.\vec{V}\right)+2\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\mu\left[\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right]+\frac{\partial}{\partial z}\mu\left[\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right]+\rho f_x$$

กระจายพจน์ความหนืดที่อยู่ด้านขวาของสมการและจัดรูปใหม่

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\lambda\left(\vec{\nabla}.\vec{V}\right)+2\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\mu\left[\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right]+\frac{\partial}{\partial z}\mu\left[\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right]$$

$$=\frac{\partial}{\partial x}\left[\lambda\left(\vec{\nabla}.\vec{V}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

$$+\frac{\partial}{\partial x}\mu\left[\frac{\partial u}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\mu\left[\frac{\partial v}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial z}\mu\left[\frac{\partial w}{\partial x}\right]$$

$$=\nabla.\left[\mu(\nabla u)\right]$$

สามารถเขียนให้สั้ นลง สำหรับสมการในแนวแกนx ได้เป็น

$$\rho\frac{D\vec{V}}{Dt}=-\vec{\nabla}p+\vec{\nabla}.\left[\mu(\vec{\nabla}\vec{V})\right]+\rho\vec{f} \qquad 2.56$$

จากสมการที่ 2.54 สามารถเขียนให้อยู่ในรูป Tensor ได้คือ

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_i u_j\right)=\frac{\partial}{\partial x_j}\sigma_{ij}+B_i \qquad 2.57$$

ซึ่ง σ_{ij} คือ stress tensor และ B_i แทนแรงเนื่องจากน้ำหนักต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรในทิศทางi สำหรับของไหลแบบนิวโทเนียน (Newtonian fluid) Stress tensor (τ_{ij}) จะมีความสัมพันธ์กับStrain rate tensor ตามสมการความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียด (Stress-strain relationship) ดังนี้

$$\tau_{ij}=2\mu S_{ij}-\frac{2}{3}\mu\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\delta_{ij} \qquad 2.58$$

เมื่อ Strain rate tensor คือ

$$S_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \qquad 2.59$$

แทนค่า สมการที่ 2.59 ลงในสมการที่ 2.58 จะได้

$$\tau_{ij} = 2\mu \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\delta_{ij} \qquad 2.60$$

จากความสัมพันธ์

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij} \qquad 2.61$$

แทนค่า สมการที่ 2.26 ลงในสมการที่ 2.27

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\delta_{ij} + 2\mu \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

ปรับเปลี่ยนรูปแบบสมการใหม่

$$\sigma_{ij} = -\left(p + \frac{2}{3}\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)\delta_{ij} + \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \qquad 2.62$$

โดยที่สัญลักษณ์Kronecker delta (δ_{ij}) มีค่าเท่ากับ 1 เมื่อ $i = j$ และมีค่าเท่ากับ0 เมื่อ $i \neq j$ จากนั้นแทนคำสมการ(2.58) และ (2.59) ลงในสมการ (2.57) จะได้รูปทั่วไปของสมการโมเมนตัมดังนี้

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_i u_j \right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(-p\delta_{ij} + \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3}\mu\left(\delta_{ij}\frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) \right) + B_i \quad 2.63$$

จากสมการที่ 2.59

เทอมของ $\frac{2}{3}\mu \frac{\partial u_j}{\partial x_j}$ มีค่าเท่ากับศูนย์สำหรับการไหลที่อัดตัวไม่ได้(incompressible flow)

เทอมของ $\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t}$ มีค่าเท่ากับศูนย์สำหรับการไหลที่สภาวะคงตัว(Steady state)

เทอมของ B_i มีค่าเท่ากับศูนย์เมื่อละทิ้งผลของแรงลอยตัว

ดังนั้นสมการที่2.59 จะสามารถลดรูปได้เป็น

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_i u_j \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \qquad 2.64$$

2.17 สมการพื้นฐานสำหรับการไหลปั่นป่วน

สมการพื้นฐานของการไหลแบบปั่นป่วนนี้ มีสมการที่เกี่ยวข้องเช่นเดียวกับในกรณีของการไหลแบบราบเรียบ นั่นคือ สมการความต่อเนื่อง (Continuity Equation) และสมการโมเมนตัม (Momentum Equation) สามารถอธิบายได้ด้วยกฎการอนุรักษ์มวลและกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมภายในปริมาตรควบคุม (Control valume) ใด ๆ (กรณีที่ไม่คิดผลการถ่ายเทความร้อนของของไหล) โดยเขียนอยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย คือ สมการความต่อเนื่องและสมการโมเมนตัม

โดยที่จะตั้งสมมติฐานว่าของไหลที่นำมาพิจารณามีคุณสมบัติดังต่อไปนี้

1.ของไหลเป็นชนิดอัดตัวไม่ได้

2.คุณสมบัติต่างๆของของไหลมีค่าคงที่

3.การไหลอยู่ในสภาวะคงตัว

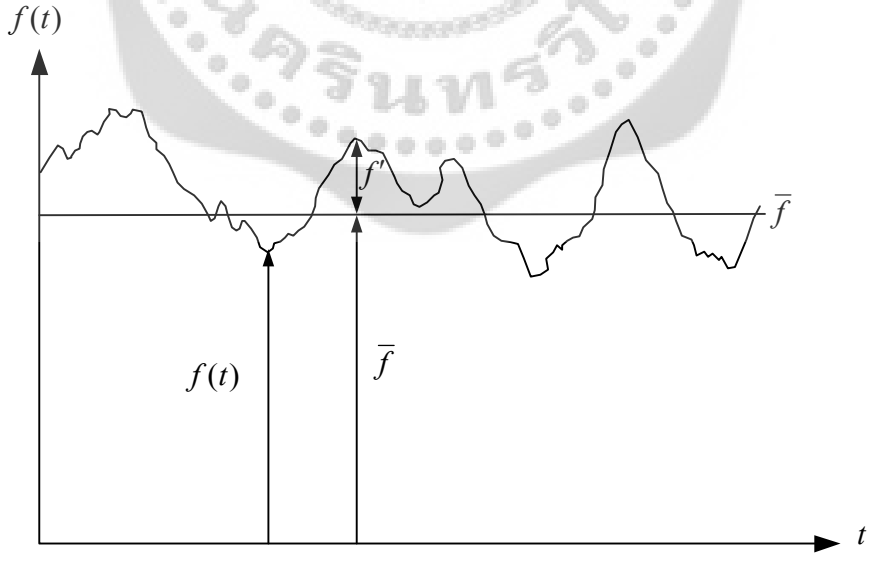
สมการพื้นฐานของการไหลแบบราบเรียบ

สมการความต่อเนื่อง

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \qquad 2.65$$

สมการโมเมนตัม

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_i u_j\right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right] \qquad 2.66$$



ภาพประกอบ 23 ลักษณะของความเร็วในการไหลแบบปั่นป่วน

โดยที่ ρ เป็นความหนาแน่น, u_i เป็นความเร็วของของไหล , p เป็นค่าความดัน และμ เป็นค่าความหนืด

สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนโดยทั่วไปนั้ น ค่าของตัวแปรต่าง ๆ จะมีค่าไม่คงที่ และค่าเหล่านั้ นจะเปลี่ยนแปลงตามเวลาและตำแหน่งที่เปลี่ยนไป เพื่อความสะดวกต่อการคำนวณค่าตัวแปร ในปี ค.ศ.1985 Reynolds จึงได้แยกพิจารณาการไหลแบบปั่นป่วนออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นค่าเฉลี่ย(Mean Part) และส่วนที่เป็นผลของการสั่น(Fluctuating part) ซึ่งเรียกกระบวนการแยกนี้ ของReynolds ว่า “Reynolds decomposition” ดังนั้ นปริมาณตัวแปรของการไหลf จึงสามารถแยกออกเป็น 2 ส่วน ได้ดังนี้

$$f = \bar{f} + f' \qquad 2.67$$

เมื่อ

f คือ ตัวแปรของการไหล (ความเร็ว u, v และความดัน p)

$\bar{f}$ คือ ส่วนที่เป็นค่าเฉลี่ยของ f

f' คือ ส่วนที่เป็นผลของการสั่นของ f

กระบวนการหาค่าเฉลี่ยนั้ นสามารถทำได้3 วิธี (โดยเรียกว่า Reynolds averaging) ดังนี้

การเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง (Time averaging) ใช้สำหรับการไหลที่เป็นแบบ Stationary turbulence (Statistically steady turbulence)

$$\bar{f} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{t}^{t+T} f dt \qquad 2.68$$

ดังนั้ น$\bar{f}$ จะไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาแต่จะเปลี่ยนแปลงตามตำแหน่งดังแสดงในภาพประกอบ 2.19 ในทางปฏิบัติควรเลือกช่วงเวลา $T \to \infty$ และมีค่ามากกว่าช่วงเวลาเฉพาะ(Time scale) ของปริมาณส่วนที่สั่นการเฉลี่ยในช่วงตลอดปริมาตร(Spatial averaging) ใช้สำหรับการไหลที่เป็นแบบ Homogeneous turbulence

$$\bar{f} = \lim_{\Omega\to\infty} \frac{1}{\Omega} \int_{t}^{t+T} f d\Omega \qquad 2.69$$

เมื่อ Ω คือ ปริมาตรควบคุม ซึ่งในการหาค่าเฉลี่ยวิธีนี้ $\bar{f}$ จะมีค่าสม่ำเสมอตลอดทั้ งพื้ นที่ (Space) แต่ค่านี้ จะเปลี่ยนแปลงตามเวลาการหาค่าเฉลี่ยทั้ งหมด(Ensemble averaging) ใช้สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนทุกชนิด

$$\bar{f} = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{m=1}^{N} f \qquad 2.70$$

เมื่อ N คือ จำนวนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งในกรณีนี้ ค่าของ$\bar{f}$ จะเป็นฟังก์ชันของเวลาและตำแหน่ง จากวิธีการหาค่าเฉลี่ยทั้ง3 วิธี สำหรับกรณีที่การไหลแบบปั่นป่วนเป็นการไหลแบบ Stationary และ Homogeneous ค่าเฉลี่ย $\bar{f}$ ที่ได้จะมีค่าเท่ากัน

คุณสมบัติของReynolds averaging สำหรับปริมาณ $f = \bar{f} + f'$ และ $\phi = \bar{\phi} + \phi'$ เมื่อกำหนดให้ a และ b เป็นค่าคงที่ใด ๆ สามารถแสดงได้ดังนี้

1) $\overline{f+\phi} = \bar{f} + \bar{\phi}$

2) $\overline{a\phi} = a\bar{\phi}$

3) $\overline{f\phi} = \bar{f}\bar{\phi} + \overline{f'\phi'}$

4) $\dfrac{\overline{\partial\phi}}{\partial x_i} = \dfrac{\partial\bar{\phi}}{\partial x_i}$

5) $\dfrac{\overline{\partial\phi}}{\partial t} = \dfrac{\partial\bar{\phi}}{\partial t}$

ดังนั้นจึงเลือกการเฉลี่ยแบบการเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง ซึ่งค่าเฉลี่ยของส่วนที่สั่นจะมีค่าเท่ากับศูนย์$\bar{f}' = 0$ และจะได้ค่าเฉลี่ยของผลคูณทั้งสองตัวแปรมีค่าเป็น$\overline{f\phi} = \bar{f}\bar{\phi} + \overline{f'\phi'}$

หากทำการเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่งกับสมการความต่อเนื่องและสมการโมเมนตัมจะได้

สมการความต่อเนื่อง

$$\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial x_i} = 0 \qquad 2.71$$

สมการโมเมนตัม

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho\overline{u_j}\overline{u_i}\right) = -\frac{\partial\bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial\overline{u_j}}{\partial x_i}\right)\right] + \frac{\partial\tau_{ij}}{\partial x_j} \qquad 2.72$$

โดยเรียกระบบสมการข้างบนว่า “สมการ Reynolds-Averaged Navier-Stokes(RANS)” ซึ่งหากเปรียบเทียบกับสมการ (2.65) และ (2.66) จะมีลักษณะที่คล้ายกันโดยมีพจน์ที่เพิ่มเข้ามาในสมการ (2.72) คือ

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho u_i' u_j'} \qquad 2.73$$

ซึ่งเรียกพจน์ τ_{ij} นี้ ว่าReynolds stresses หรือ Turbulent stresses โดย τ_{ij} จะแสดงถึงผลกระทบของการถ่ายเทโมเมนตัมที่เกิดขึ้ นเนื่องมาจากTurbulent fluctuation และเมื่อใช้ Reynolds averaging กับ Viscous stress tensor จะได้ว่า

$$\bar{\tau}_{ij} = 2\mu \bar{S}_{ij} = 2\mu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \qquad 2.74$$

ผลรวมของความเค้นตั้ งฉาก(Normal Stresses) ต่อความหนาแน่น ถูกนิยามว่าเป็นพลังงานจลน์ของการสั่น (Turbulent kinetic energy), k ดังนี้

$$k = \frac{1}{2}\overline{u_i' u_j'} = \frac{1}{2}\left(\overline{u_1' u_1'} + \overline{u_2' u_2'} \right) \qquad 2.75$$

เนื่องจากพจน์ของ τ_{ij} ที่เพิ่มข้าวของระบบสมการ RANS ทำให้ไม่สามารถแก้ระบบสมการนี้ ได้เพราะจำนวนของสมการนั้ นน้อยกว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่รู้ ค่า ดังนั้ นจึงจำเป็นต้องอยู่การสร้างแบบจำลองความปั่นป่วน (Turbulence modeling) เพิ่มเข้ามาเพื่อช่วยในการคำนวณหาผลเฉลยของระบบสมการ RANS ซึ่งจะกล่าวรายละเอียดในหัวข้อต่อไป

2.18 แบบจำลองความปั่ นป่วนเชิงเส้น(Linear turbulence models)

แบบจำลองความปั่นป่วน (Turbulence Model) เป็นแบบจำลองที่ช่วยในการคำนวณสมการความต่อเนื่องและสมการ Reynolds-Averaged Navier-Stokes equation (RANS) ในการไหลปั่นป่วน โดยจะใช้ในการหาค่า Reynolds stress ซึ่งในการคำนวณนั้ นไม่จำเป็นต้องหาค่าFluctuation แต่จะสนใจเพียงค่าเฉลี่ยของการไหลเท่านั้ น โดยแบบจำลองความปั่นป่วนที่ดีนั้ น ต้องสามารถคำนวณพฤติกรรมการไหลในลักษณะต่างๆได้อย่างแม่นยำ รวมทั้ งช่วยประหยัดหน่วยความจำแบบจำลองความปั่นป่วนที่ใช้กันอยู่ในการจำลองการไหลแบบปั่นป่วนมีอยู่หลายแบบด้วยกัน แต่แบบจำลองที่เป็นที่นิยมใช้กันโดยทั่วไป คือ Standard $k-\varepsilon$ two-equation turbulence model ซึ่งก็หลายรูปแบบด้วยกันเช่นกัน

แต่รูปแบบที่ได้ความนิยมกันมากที่สุด คือmodel ของ Launder and Spalding (1974) ที่เรียกว่า Standard $k-\varepsilon$ Model ซึ่งจะใช้ Boussinesq Approximation ในการหาค่าของ Reynolds stress

ในปี ค.ศ.1877 Boussinesq ได้ตั้งสมมติฐานว่าTurbulent stresses มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับ Mean rate of strain, $\overline{S}_{ij}$ (เช่นเดียวกับการไหลแบบราบเรียบที่ความเค้นมีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับความเครียด) โดยสัมประสิทธิ์ความแปรผันเชิงเส้นคือ Eddy viscosity, μ_t ซึ่ง Boussinesq hypothesis สำหรับการไหลแบบอัดตัวไม่ได้สามารถเขียนได้ดังสมการ

$$\tau_{ij} = -\rho\overline{u_i'u_j'} = 2\mu\overline{S}_{ij} - \frac{2}{3}\rho k\delta_{ij} \qquad 2.76$$

เมื่อ

$$\overline{S}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\overline{u}_j}{\partial x_i}\right) \qquad 2.77$$

เมื่อ $\mu = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} = Eddy\ vis\cos ity$ และ $C_\mu = 0.09$

ดังนั้นเมื่อแทนค่าReynolds stresses (สมการ (2.76)) กับค่าMean rate of strain (สมการ (2.77)) ลงในสมการโมเมนตัม (สมการ(2.72)) จะได้ว่า

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\overline{u}_i\overline{u}_j) = -\frac{\partial\overline{p}^*}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu_{eff}\left(\frac{\partial\overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\overline{u}_j}{\partial x_i}\right)\right] \qquad 2.78$$

เมื่อพจน์ของ Modified pressure (ρ^*) และ Effective viscosity (μ_{eff}) มีดังนี้

$$\rho^* = \rho + \frac{2}{3}k \qquad 2.79$$

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \qquad 2.80$$

2.18.1 สมการ Turbulent kinetic energy

Turbulent kinetic energy (k) คือพลังงานจลน์ต่อหนึ่งหน่วยมวลของ Turbulent fluctuation ซึ่งหาได้จาก

$$k = \frac{1}{2}\overline{u_i' u_j'} = \frac{1}{2}\left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}\right) \qquad 2.81$$

จากสมการ Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) สมการที่ 2.72 เมื่อนำความหนาแน่น(ρ) หารทั้งสองข้างของสมการและจัดรูปของสมการใหม่จะได้ว่า

$$\overline{u}_j \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\upsilon\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right)\right] - \frac{\partial \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_j} \qquad 2.82$$

2.18.1.1 เทอมต่างๆในสมการเชิงอนุพันธ์ของ k

ในการสร้าง model ที่ซับซ้อนและมีลักษณะที่เหมือนจริงในสมการturbulence kinetic energy(k) สามารถทำได้โดยกำหนด eddy viscosity ดังนี้

$$\upsilon_t \ \alpha \ (length) \times (turbulence\ velocity\ \ fluctuation)$$

หรือ

$$\upsilon_t \ \alpha \ L\sqrt{k} \qquad 2.83$$

สมการ turbulent kinetic energy(k) สามารถหาได้จากการนำค่า u_i' คูณตลอดในสมหาร Navier Stokes สมการที่ 2.66 และสมการที่ 2.82 จากนั้นนำผลที่ได้จากสมการทั้งสองสมการมาลบกันและทำการจัดรูป ซึ่งจะได้

$$\overline{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{1}{2}\overline{u_j' u_i' u_i'} - \upsilon\frac{\partial k}{\partial x_j} + \frac{\overline{p' u_j'}}{\rho}\right) - \overline{u_i' u_j'}\frac{\partial \overline{u}}{\partial x_j} - \upsilon\overline{\frac{\partial u'}{\partial x_j}\frac{\partial u'}{\partial x_j}} \qquad 2.84$$

(1) (2) (3) (4) (5) (6)

โดยความหมายแต่ละเทอมคือ

เทอมที่ 1 คือ เทอม transport ของ k โดยการพา

เทอมที่ 2 คือ เทอมการแพร่ของความปั่นป่วน

เทอมที่ 3 คือ เทอมการแพร่ของความหนืด

เทอมที่ 4 คือ เทอมการแพร่ของความดัน

เทอมที่ 5 คือ เทอมการผลิตของ k ซึ่งจะใช้สัญลักษณ์ P

เทอมที่ 6 คือ เทอมการแยกสลาย (Dissipation) ของ k ซึ่งเทอมนี้ สามารถแทนด้วย ตัวแปร ε

2.18.1.2 Turbulent Diffusion และ Dissipation Rate

จากสมมติฐานของ Gradient-Diffusion เราสามารถจำลองเทอมการแพร่ของความปั่นป่วนได้ดังนี้

$$\frac{1}{2}\overline{u_j' u' u_i'} = \frac{\upsilon_i}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x_j} \qquad 2.85$$

เมื่อ σ_k คือ Prandtl-Schmidt number ≈ 1.0 ซึ่งโดยปกติจะสมมติว่าเทอมนี้ ได้รวมเทอมการแพร่ขอความดัน $\left(\frac{\overline{p'u_j'}}{\rho}\right)$ เข้าไปด้วยแล้ว

2.18.2 สมการ Dissipasion Rate (ε)

สมการ Transport ของ ε สามารถหาได้จากการกำหนดรูปแบบตามสมการ Navier-Stokes จากการกำหนดนี้ พบว่า สมการTransport จะมีความซับซ้อนมาก อย่างไรก็ตามสมการนี้ สามารถถูกจำลองให้อยู่ในรูปแบบอย่างง่ายได้

สำหรับ Two-equation Model นั้ นยังมีตัวแปรอื่นนอกจากε ดังที่แสดงในตาราง 3.1 โดยตัวแปรต่างๆจะจัดอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\phi = k^m L^n \qquad 2.86$$

ซึ่งตัวแปรนี้ จะถูกใช้ในสมการรูปทั่วไปคือ

$$\overline{u_j}\frac{\partial \phi}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\frac{\upsilon_t}{\sigma_\phi}\frac{\partial \phi}{\partial x_j}\right\} + C_{\phi 1}\frac{\phi}{k}P - C_{\phi 2}\phi\frac{\sqrt{k}}{L} \qquad 2.87$$

สำหรับแบบจำลอง $k-\varepsilon$ เราสามารถนิยาม ε จากสมการ

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{L} \qquad 2.88$$

แทนตัวแปร ϕ ใสมการรูปทั่วไป (สมการ 2.87) ด้วย ε จะได้สมการของε สำหรับ Re สูงๆคือ

$$\overline{u_j}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\frac{\upsilon_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right\} + C_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}P - C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k} \qquad 2.89$$

(1) (2) (3) (4)

ซึ่งในเทอมต่างๆ ในสมการที่ 2.89 มีความหมายทางกายภาพดังนี้

เทอมที่ 1 คือ เทอม Transport ของ ε โดยการพา

เทอมที่ 2 คือ เทอมการแพร่ของความปั่นป่วน

เทอมที่ 3 คือ อัตราการผลิตของ ε

เทอมที่ 4 คือ อัตราการแยกสลายของ ε

ซึ่งจะสังเกตว่าอัตราการผลิตจะเกี่ยวเนื่องกันกับ Turbulent energy และอัตราการแยกสลายจะถูกกำหนดให้อยู่ในรูปแบบอย่างง่ายคือ ε /(*turbulence time scale*) โดยค่า*time scale* นี้ จะเป็นอัตราส่วนของ k/ε

ตาราง 8 Two-equation model

Two-equation model	Symbol	m	n	ϕ
Kolmogorov(1942),Wilcox(1993)	ω	0.5	-1.0	$\sqrt{k}/L$
Harlow and Nakayama(1968)	ε	1.5	-1.0	$k^{3/2}/L$
Rotta(1968)	kL	1.0	1.0	kL
Spalding(1972b),Saffman(1970)	W	1.0	-2.0	kL^2
Speziale et al.(1990)	τ	-0.5	1.0	$L/\sqrt{k}$

2.18.2.1 ค่าคงที่ของ Model

จากการสลายตัว (decay) ของ Turbulence ทำให้สามารถลดรูปสมการ k และ ε ได้เป็น

$$\bar{u}\frac{\partial k}{\partial x} = -\varepsilon \quad \text{และ} \quad \bar{u}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = -C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k} \qquad 2.90$$

การลดลงของ k จะเป็นแบบ $Power\ law(k \propto x^{-n})$ และจะได้

$$C_{\varepsilon 2} = \frac{n+1}{n} \qquad 2.91$$

จากผลการทดลองพบว่า $n \approx 1.25$ ดังนั้น น$C_{\varepsilon 2} \approx 1.8$

ที่บริเวณใกล้เคียงผนังนั้ น$P \approx \varepsilon, k \approx \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}}, \varepsilon \approx \frac{u_\tau^3}{\kappa y}, \upsilon_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$

และสมการของ ε สามารถลดรูปได้ดังนี้

$$0 = \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\frac{\upsilon_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right\} + C_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}P - C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k} \qquad 2.92$$

ซึ่งสามารถฟหาความสัมพันธ์ระหว่าง $C_{\varepsilon 1}$ และ $C_{\varepsilon 2}$ ได้ดังนี้

$$C_{\varepsilon 1} = C_{\varepsilon 2} - \frac{\kappa^2}{\sigma_\varepsilon \sqrt{C_\mu}} \qquad 2.93$$

ดังนั้ นค่าคงที่$k-\varepsilon$ model ที่ Re สูงๆ คือ

$$C_\mu = 0.09, C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3$$

2.18.2.2 สรุปสมการของ $k-\varepsilon$ สำหรับ Re *ynolds number* สูงๆ

$$\overline{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\frac{\upsilon_t}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x_j}\right\} + P - \varepsilon \qquad 2.94$$

$$\overline{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\frac{\upsilon_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right\} + C_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}P - C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k} \qquad 2.95$$

จากสมการ 2.94 และ 2.95 เมื่อนำความหนาแน่น(ρ) คูณทั้งสองข้างของสมการและจัดรูปของสมการใหม่จะได้ว่า

$$\rho\overline{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\frac{\mu_t}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x_j}\right\} + P - \rho\varepsilon \qquad 2.96$$

$$\rho\overline{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right\} + C_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}P - C_{\varepsilon 2}\rho\frac{\varepsilon^2}{k} \qquad 2.97$$

เมื่อ

$$P = Production\ of\ kinetic\ energy$$

$$= \tau_{ij}\left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j}\right) = \mu_t\left[2\left(\left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \overline{v}}{\partial y}\right)^2\right) + \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial y}\right)^2\right]$$

ในการไหลแบบปั่นป่วนนั้ น บริเวณใกล้ผนังจะมีผลของความหนืดและturbulence ซึ่งจะมีอิทธิพลที่สำคัญต่อการไหล และค่าความเร็วจะขึ้ นอยู่กับBoundary layer ทั้ งนี้ การคำนวณความเร็วในบริเวณใกล้ผนังจะใช้วิธี Wall function

2.18.2.3 สรุปสมการสำหรับการไหลแบบราบเรียบและปั่นป่วน

สมการที่จำเป็นต้องใช้ในการคำนวณการไหลโดยทั่วไป แบ่งเป็นสมการพื้นฐานสำหรับการไหลแบบราบเรียบและปั่นป่วน ดังแสดงในตารางที่ 9 และ 10

ตาราง 9 สมการพื้นฐานสำหรับการไหลแบบราบเรียบในสามมิติ

Transport equation	Differential form
Continuity	$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=0$
x-momentum	$\frac{\partial(\rho uu)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho uv)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho uw)}{\partial z}=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(2\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right)$ $\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right]$
y-momentum	$\frac{\partial(\rho vu)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho vv)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho vw)}{\partial z}=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right]$ $\frac{\partial}{\partial y}\left(2\mu\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right]$
z-momentum	$\frac{\partial(\rho wu)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho wv)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho ww)}{\partial z}=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right]$ $\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left(2\mu\frac{\partial w}{\partial z}\right)$

ตาราง 10 สมการพื้ นฐานสำหรับการไหลแบบปั่นป่วนในรูปแบบเทนเซอร์

Transport equation	Differential form
Continuity	$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0$
Momentum	$\rho \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu_{eff} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right]$
Turbulent kinetic energy	$\rho \overline{u_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{ \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} + P - \rho\varepsilon$
Dissipation	$\rho \overline{u_j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{ \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right\} + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}$
Boussinesq approximation	$\tau_{ij} = -\frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} + \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$

เมื่อ

$$P = \tau_{ij}\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}\right) = \mu_t \left[2\left(\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial y}\right)^2 \right) + \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right)^2 \right], \mu_{eff} = \mu + \mu_t, \mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon},$$

$C_\mu = 0.09, \sigma_k = 1.0, C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92$ และ $\sigma_\varepsilon = 1.3$

บทที่ 3
ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม

3.1 บทนำ

รูปแบบสมการที่ผ่านมาเป็นรูปแบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย ยังนำไปใช้กับกระบวนการเชิงตัวเลขโดยตรงไม่ได้ ซึ่งจะต้องมีกระบวนการแปลงสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยให้เป็นสมการดิสครีไทส์ หรือสมการเชิงผลต่างที่ใช้กับกระบวนการเชิงตัวเลขได้บนพื้นฐานของวิธีไฟไนต์วอลุม โดยการอินทริเกรตสมการควบคุมตลอดปริมาตรควบคุม จากนั้นใช้แผนวิธีประมาณค่าเพื่อแปลงพจน์อนุพันธ์ให้เป็นพจน์ผลต่าง

สมการควบคุมการไหลรูปแบบอนุรักษ์บนพื้นฐานของไหลนิวโทเนียน การไหลขึ้นกับเวลาและมีการถ่ายเทความร้อนเข้ามาเกี่ยวข้อง สามารถสรุปได้ดังนี้

ตาราง 11 สมการหลักของการไหลแบบอัดตัวได้

มวล	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla.(\rho \vec{u}) = 0$	3.1
โมเมนตัมทิศทาง x	$\frac{\partial (\rho u)}{\partial t} + \nabla.(\rho u \vec{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nabla.(\mu \nabla u) + S_{Mx}$	3.2
โมเมนตัมทิศทาง y	$\frac{\partial (\rho v)}{\partial t} + \nabla.(\rho v \vec{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nabla.(\mu \nabla v) + S_{My}$	3.3
โมเมนตัมทิศทาง z	$\frac{\partial (\rho w)}{\partial t} + \nabla.(\rho w \vec{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nabla.(\mu \nabla w) + S_{Mz}$	3.4
พลังงานภายใน	$\frac{\partial (\rho i)}{\partial t} + \nabla.(\rho i \vec{u}) = -p(\nabla.\vec{u}) + \nabla.(k \nabla T) + S_i$	3.5
สมการสภาวะ	$p = \rho RT$ และ $i = C_v T$ (สำหรับกาซอุดมคติ)	3.6

เมื่อ S_M เป็นพจน์ของแหล่งกำเนิดของโมเมนตัม เช่น แรงวัตถุ แรงลอยตัว เป็นต้น S_i เป็นพจน์ของแหล่งกำเนิดของพลังงาน เช่น แหล่งกำเนิดความร้อน การแผ่รังสีความร้อน เป็นต้น

3.2 ประเภทของปัญหากลศาสตร์ของไหล

ปัญหาของการไหลแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ ปัญหาสมดุล (Equilibrium problems) และปัญหาขั้นเวลา(Marching problem)

3.2.1 ปัญหาสมดุล เป็นปัญหาแบบคงตัว มีลักษณะการกระจายตัวแบบคงที่ ไม่ว่าจะเป็นการกระจายตัวของอุณหภูมิในแท่งโลหะแบบคงตัว การกระจายความเค้นอย่างสมดุลบนคานที่ได้รับภาระแบบคงที่ การไหลในท่อหน้าตัดคงที่แบบคงตัว ซึ่งสมการที่ใช้อธิบายระบบแบบคงตัวนี้ เรียกว่า สมการเอลลิปติก(Elliptic equation) รูปแบบของสมการเอลลิปติกที่รู้จักโดยทั่วไปคือ สมการลาปลาซ(Laplace's

Equation) เป็นสมการระบบการไหลแบบอัดตัวไม่ได้แบบคงตัว การนำความร้อนแบบคงตัว รูปแบบสมการใน 2 มิติเป็นดังนี้

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \qquad 3.7$$

ซึ่งการแก้สมการเอลลิปติกนั้นต้องกำหนดค่าเงื่อนไขขอบให้เพียงพอกับความต้องการของสมการ การกำหนดให้เพียงพอนั้นพิจารณาจากอันดับสูงสุดของอนุพันธ์ที่เทียบกับตัวแปรอิสระ จากสมการ 3.7 สมการของระบบเป็นอนุพันธ์อันดับสองของตัวแปรตาม ϕ เทียบกับตัวแปรอิสระ x จำนวนเงื่อนไขขอบที่เพียงพอจึงเท่ากับอันดับสูงสุดของอนุพันธ์ซึ่งก็คือ 4 ค่า โดยเงื่อนไขในพิกัด x จำนวน 2 ค่าและในพิกัด y จำนวน 2 ค่า และเรียกปัญหาที่อาศัยเงื่อนไขขอบเช่นนี้ ว่า ปัญหาค่าขอบ (Boundary value problem)

3.2.2 ปัญหาขึ้นเวลา ลักษณะผลเฉลยของปัญหานี้ จะมีค่าเปลี่ยนตามเวลาที่เปลี่ยนไป เช่นการถ่ายเทความร้อนในช่วงก่อนเข้าสู่สภาวะคงตัว หรือการถ่ายเทความร้อนแบบทรานเซียน (Transient heat transfer) ปัญหาที่ค่าผลเฉลยเปลี่ยนตามเวลาจะมีสมการในรูปแบบ สมการพาราโบลิก หรือ สมการไฮเปอร์โบลิก

สมการพาราโบลิก เป็นสมการที่ใช้อธิบายการกระจายปริมาณที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา เช่นการไหลแบบไม่คงตัว การนำความร้อนแบบไม่คงตัว มีรูปแบบสมการในหนึ่งมิติเป็นดังนี้

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \qquad 3.8$$

จากสมการที่ 3.8 ใช้อธิบายการแพร่หรือการกระจายคุณสมบัติ ϕ เมื่อเวลาเปลี่ยนไป เป็นสมการอนุพันธ์ย่อยเทียบกับเวลาและพิกัด การแก้สมการจึงต้องกำหนดเงื่อนไขของเวลาและเงื่อนไขของพิกัดให้เพียงพอ เงื่อนไขเวลาที่กำหนดให้เรียกว่า เงื่อนไขเริ่มต้น (Initial Condition) ส่วนเงื่อนไขพิกัดเรียกว่าเงื่อนไขขอบ จำนวนเงื่อนไขที่ต้องกำหนดพิจารณาจาก ผลรวมของอันดับสูงสุดของอนุพันธ์ที่เทียบกับตัวแปรอิสระแต่ละตัว ซึ่งสมการที่ 3.8 เป็นอนุพันธ์อันดับหนึ่งเทียบกับเวลา t และเป็นอนุพันธ์อันดับสองเทียบกับ x เงื่อนไขที่กำหนดให้จึงต้องมี 3 เงื่อนไข คือ เงื่อนไขเริ่มต้นที่ 1 ค่าสำหรับใช้บ่งชี้ ค่าสภาวะของปัญหาที่เวลา $t = 0$ และเงื่อนไขขอบ 2 ค่า สำหรับใช้บ่งค่าสภาวะที่ขอบทั้งสองข้างเมื่อ $t > 0$ และเรียกปัญหาที่ต้องอาศัยเงื่อนไขขอบและค่าเริ่มต้นนี้ ว่า ปัญหาค่าขอบและค่าเริ่มต้น (Initial boundary value problem)

สมการไฮเปอร์โบลิก เป็นสมการที่ใช้อธิบายปัญหาที่มีผลลัพธ์มีการแพร่กระจาย จากตำแหน่งหนึ่งไปยังอีกตำแหน่ง เช่นการสั่นของเส้นลวดที่ปลายทั้งสองข้างถูกขึงตึง การเคลื่อนของคลื่นช็อกในท่อมีรูปแบบสมการในหนึ่งมิติเป็นดังนี้

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \qquad 3.9$$

จากสมการที่ 3.9 เรียกว่า สมการคลื่น เมื่อ c คือค่าความเร็วคลื่น (Wave speed) การหาผลเฉลยของสมการที่ 3.9 เป็นอนุพันธ์อันดับสองเทียบกับเวลา t และเป็นอนุพันธ์อันดับสองเทียบกับ x เงื่อนไขที่กำหนดให้จึงต้องมี 4 เงื่อนไข คือ เงื่อนไขเริ่มต้นที่ 2 ค่าสำหรับใช้บ่งชี้ ค่าสภาวะของปัญหาที่เวลา $t = 0$ และเงื่อนไขขอบ 2 ค่า สำหรับใช้บ่งค่าสภาวะที่ขอบทั้งสองข้างเมื่อ $t > 0$ รูปแบบของสมการไฮเปอร์โบลิกจึงเป็นปัญหาค่าขอบและค่าเริ่มต้น(Initial boundary value problem) เช่นเดียวกับสมการพาราโบลิก

3.3 สมการควบคุมพื้นฐาน(Governing Equation)

สมการขนส่งคุณสมบัติในรูปอนุพันธ์และอินทิกรัล จากตาราง11 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้โดยการแทนคุณสมบัติ ϕ ในสมการ โดยที่ ϕ เป็น $1, u, v, w$ หรือ $i (T$ หรือ $h_o)$

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla.(\rho\phi\vec{u}) = \nabla.(\Gamma\nabla\phi) + S_\phi \qquad 3.10$$

(1) (2) (3) (4)

เทอมที่ 1 อัตราการเพิ่มขึ้นคุณสมบัติ ϕ ภายในเอลิเมนต์ของของไหล

เทอมที่ 2 อัตราการไหลออกสุทธิของคุณสมบัติ ϕ เนื่องจากการพาซึ่งเป็นผลจากการเคลื่อนตัวหรือไหลตัวของตัวกลางเรียกพจน์นี้ เรียกว่าพจน์การพา(Convection Term)

เทอมที่ 3 อัตราการเพิ่มขึ้นของคุณสมบัติ ϕ อันเนื่องจากการแพร่เข้าสู่เอลิเมนต์ เรียกพจน์นี้ ว่าพจน์การแพร่(Diffusion Term) โดย Γ เป็นสัมประสิทธิ์การแพร่ (Diffusion coefficient)

เทอมที่ 4 อัตราการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของคุณสมบัติ ϕ เนื่องจากซอส เรียกว่าพจน์ของแหล่งกำเนิด (Source Term)

อินทิเกรตสมการ 3.10 ตลอดปริมาตรควบคุม ผลของการอินทิเกรตจะทำให้ได้สมการดังนี้

$$\int_{CV} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_{CV} \nabla.(\rho\phi\vec{u}) dV = \int_{CV} \nabla.(\Gamma\nabla\phi) dV + \int_{CV} S_\phi dV \qquad 3.11$$

(1) (2) (3) (4)

เนื่องจากเทอมที่ 2และ3 เป็นการอินทิเกรตตลอดปริมาตรควบคุมพจน์การพาและการแพร่ตามลำดับ แต่เนื่องจากการพาและการแพร่เป็นกระบวนการขนส่งคุณสมบัติจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งผ่านผิวควบคุมของปริมาตรควบคุมดังนั้น การเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติ ϕ จากผลของการพาและการแพร่จึงเกี่ยวข้องกับผิวควบคุม เพื่อให้สอดคล้องกับพฤติกรรมทางกายภาพ จึงเปลี่ยนการอินทิเกรตเชิงปริมาตรไปเป็นการอินทิเกรตเชิงพื้นผิวแทน โดยอาศัยทฤษฎีไดเวอร์เจนของเกาส์(Gauss's divergent theorem)

จะได้ความสัมพันธ์ของการอินทริเกรตดังนี้

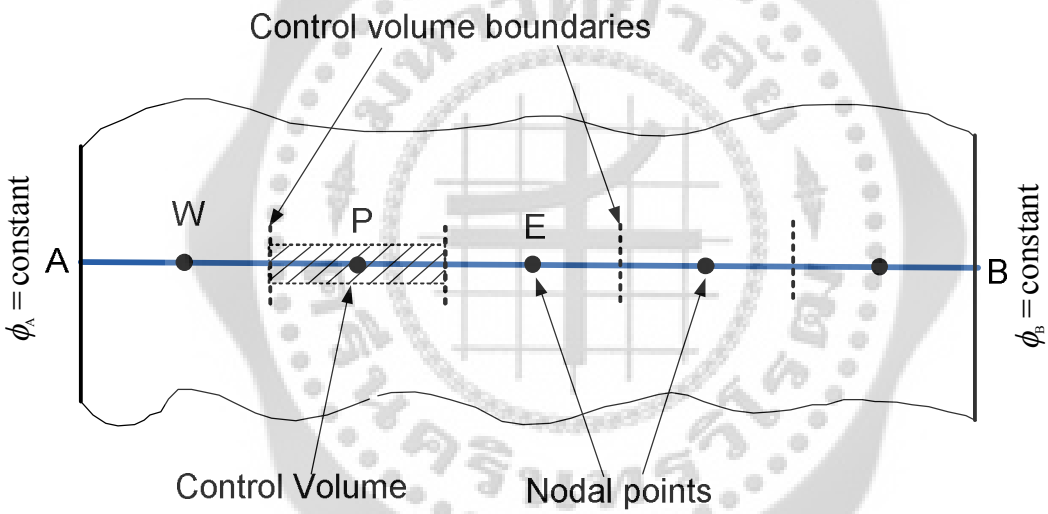
$$\int_{CV} \nabla.\vec{a}\,dV = \int_{A} \vec{n}.\vec{a}\,dA \qquad 3.12$$

โดยเวคเตอร์ $\vec{a}$ เป็นปริมาณที่ต้องการ และ $\vec{n}$ เป็นเวคเตอร์หนึ่งหน่วยแนวฉาก(Normal unit vector)

$$\int_{CV} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_{A} \vec{n}.(\rho\phi\vec{u})dA = \int_{A} \vec{n}.(\Gamma\nabla\phi)dA + \int_{CV} S_{\phi}dV \qquad 3.13$$

3.3 ขั้นตอนของกระบวนการวิธีไฟไนต์วอลุม

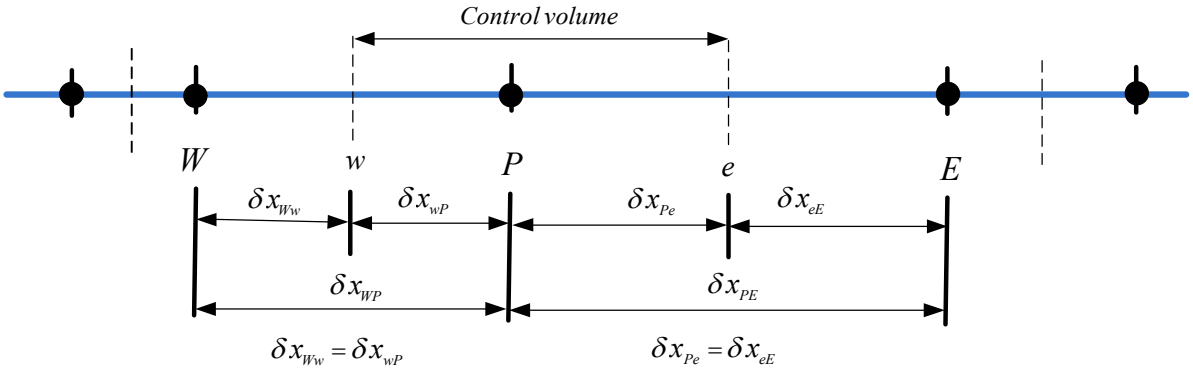
3.3.1 ขั้ นตอนที่1 การสร้างปริมาตรควบคุม



ภาพประกอบ 24 โดเมนของปัญหาการแพร่ 1 มิติ

การสร้างปริมาตรควบคุมเป็นขั้ นตอนแรกของวิธีไฟไนต์วอลุม โดยแบ่งโดเมนออกเป็นส่วนย่อยๆ ที่เรียกว่าปริมาตรควบคุม(Control volume)หรือ เซลล์(Cells) วิธีการสร้างทำได้ 2 แบบคือ

(1) แบบขอบเป็นศูนย์กลาง(Face Centered) มีรายละเอียดขั้ นตอนดังต่อไปนี้



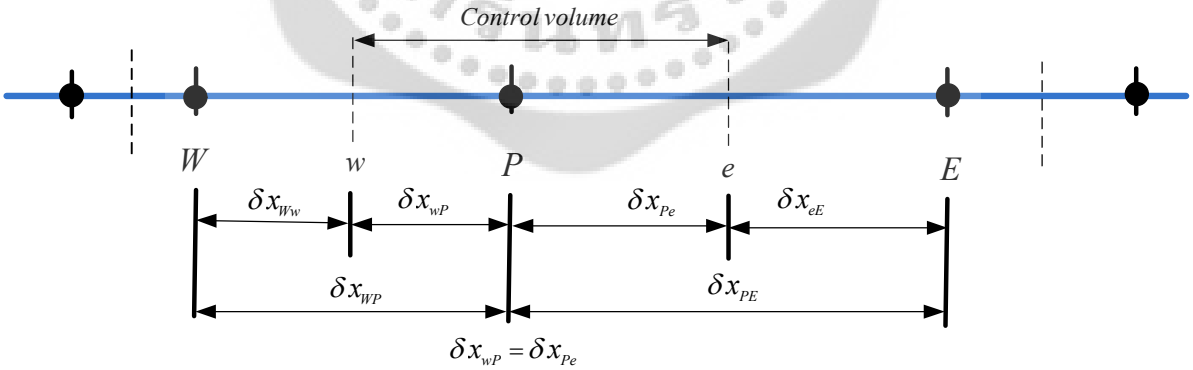
ภาพประกอบ 25 กริดแบบ Cell face centered

(1.1) สร้างจุดต่อกระจายแบบสม่ำเสมอหรือไม่สม่ำเสมอบนเส้นกริดระหว่างจุด A และ B

(1.2) สร้างเส้นแบ่งกึ่งกลางระหว่างจุดต่อเหล่านั้ นเส้นแบ่งดังกล่าวนี้ เรียกว่า ขอบหรือด้านของปริมาตรควบคุม(Control volume boudaries)

ด้วยวิธีการนี้ ขอบของปริมาตรควบคุมจึงวางอยู่กึ่งกลางระหว่างจุดต่อที่ชิดกัน ผลจากการสร้างเส้นแบ่งดังกล่าวทำให้แต่ละจุดต่อถูกล้อมรอบด้วยขอบกลายเป็นปริมาตรควบคุม จากภาพประกอบ24 จุดต่อ P วางอยู่ระหว่างขอบด้านซ้ายและขอบด้านขวาของปริมาตรควบคุม P ขอบด้านขวาของปริมาตรควบคุม P (หรือขอบด้านซ้ายของปริมาตรควบคุม E) ซึ่งก็อยู่ระหว่างจุดต่อP และ E ซึ่งเป็นจุดต่อที่อยู่ชิดกัน

(2) แบบจุดต่อเป็นศูนย์กลาง(Node Centered) มีรายละเอียดขั้ นตอนดังต่อไปนี้



ภาพประกอบ 26 กริดแบบ Node Centered

(2.1) แบ่งกริดออกเป็นส่วนๆแต่ละส่วนจะมีขนาดเท่ากันหรือไม่เท่ากันก็ได้ระหว่างจุด A และ B

(2.2) สร้างจุดต่อให้อยู่ตำแหน่งกึ่งกลางพอดีระหว่างขอบของแต่ละส่วน

3.3.2 ขั้นตอนที่2 ดิสครีไทเซชั่น(Discretisation)

การทำดิสครีไทเซชันเป็นขั้นตอนหลักของกระบวนวิธีไฟไนต์วอลุม จากภาพประกอบ 24 พิจารณาปัญหาแบบการแพร่คงตัว 1มิติ ของคุณสมบัติ สมการระบบมีรูป ทั่วไปโดย Γ แทนสัมประสิทธิ์การแพร่ และ S แทนพจน์ของแหล่งกำเนิด

$$\frac{d}{dx}\left(\Gamma\frac{d\phi}{dx}\right)+S=0 \qquad 3.14$$

ขั้นตอนนี้ เป็นการอินทริเกรต สมการควบคุมตลอดปริมาตรควบคุม สร้างเป็นสมการดิสครีไทส์หรือสมการผลต่างสำหรับแต่ละจุดต่อ ดังนี้

$$\int_{\Delta V}\frac{d}{dx}\left(\Gamma\frac{d\phi}{dx}\right)dV+\int_{\Delta V}SdV=\left(\Gamma A\frac{d\phi}{dx}\right)_e-\left(\Gamma A\frac{d\phi}{dx}\right)_w+\bar{S}\Delta V=0 \qquad 3.15$$

เมื่อ A เป็นหน้าตัดของปริมาตรควบคุม ΔV เป็นปริมาตรของปริมาตรควบคุม และ$\bar{S}$ เป็นค่าเฉลี่ยของซอสบนปริมาตรควบคุมที่พิจารณา ความหมายเชิงฟิสิกส์ของสมการ 3.15 ก็คือ ผลต่างของฟลั๊กการแพร่ของคุณสมบัติϕ ที่แพร่ผ่านจากขอบด้านซ้าย w เข้าสู่ปริมาตรควบคุม กับฟลั๊กที่แพร่ผ่านขอบด้านขวา e ออกจากปริมาตรควบคุม

ก่อนนำสมการดิสครีไมเซชันในสมการที่ 3.15 ไปใช้งานจำเป็นต้องรู้ ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่Γ และค่าเกรเดียนต์$\frac{\partial\phi}{\partial x}$ ที่ตำแหน่งขอบ w และ e บนปริมาตรควบคุมเสียก่อน แต่เนื่องจากว่าค่าΓ และ ϕ เป็นค่าที่กำหนดไว้ที่จุดต่อไม่ใช่ขอบของปริมาตรควบคุม เพราะฉะนั้นเพื่อให้ได้ค่าที่ขอบของปริมาตรควบคุมจึงต้องอาศัยการประมาณค่าภายในระหว่างจุดต่อเข้าช่วย

ในที่นี้ จะใช้วิธีผลต่างกลาง ซึ่งนิยมใช้ในการประมาณค่าพจน์การแพร่ ด้วยเหตุผลว่าพจน์การแพร่มีรูปแบบเป็นเชิงเส้น การประมาณค่าแบบผลต่างกลางให้ความแม่นยำสูงไม่มีปัญหาเรื่องเสถียรภาพ หากระยะระหว่างจุดต่อเท่ากันตลอดทั้งโดเมนจึงได้ค่าประมาณของสัมประสิทธิ์การแพร่ที่ขอบด้านซ้ายΓ_w และขอบด้านขวา Γ_e

$$\Gamma_w=\frac{\Gamma_W+\Gamma_P}{2},\Gamma_e=\frac{\Gamma_P+\Gamma_E}{2} \qquad 3.16$$

การประมาณค่าระหว่างจุดต่อหาค่าฟลั๊กการแพร่ที่ด้านw และ e ได้เป็นดังนี้

$$\left(\Gamma A\frac{d\phi}{dx}\right)_w=\Gamma_w A_w\frac{(\phi_P-\phi_W)}{\delta x_{WP}} \qquad 3.17$$

$$\left(\Gamma A\frac{d\phi}{dx}\right)_e=\Gamma_e A_e\frac{(\phi_E-\phi_P)}{\delta x_{PE}} \qquad 3.18$$

สำหรับพจน์ของแหล่งกำเนิด S วิธีไฟไนต์วอลุมจะประมาณค่าพจน์นี้ ในรูปฟังก์ชันเชิงเส้นของตัวแปร ϕ ที่จุดต่อ P ด้วยรูปแบบความสัมพันธ์ดังนี้

$$\overline{S}\Delta V = S_u + S_P\phi_P \qquad 3.19$$

แทนค่าสมการที่ 3.17, 3.18 และ 3.19 ลงในสมการที่ 3.15 จะได้เป็น

$$\left(\Gamma_e A_e \frac{(\phi_E - \phi_P)}{\delta x_{PE}}\right)_e - \left(\Gamma_w A_w \frac{(\phi_P - \phi_W)}{\delta x_{WP}}\right)_w + (S_u + S_P\phi_P) = 0 \qquad 3.20$$

จัดรูปแบบสมการใหม่เป็นดังนี้

$$\frac{(\Gamma_e A_e\phi_E)}{\delta x_{PE}} - \frac{(\Gamma_e A_e\phi_P)}{\delta x_{PE}} - \frac{(\Gamma_w A_w\phi_P)}{\delta x_{WP}} + \frac{(\Gamma_w A_w\phi_W)}{\delta x_{WP}} + (S_u + S_P\phi_P) = 0$$

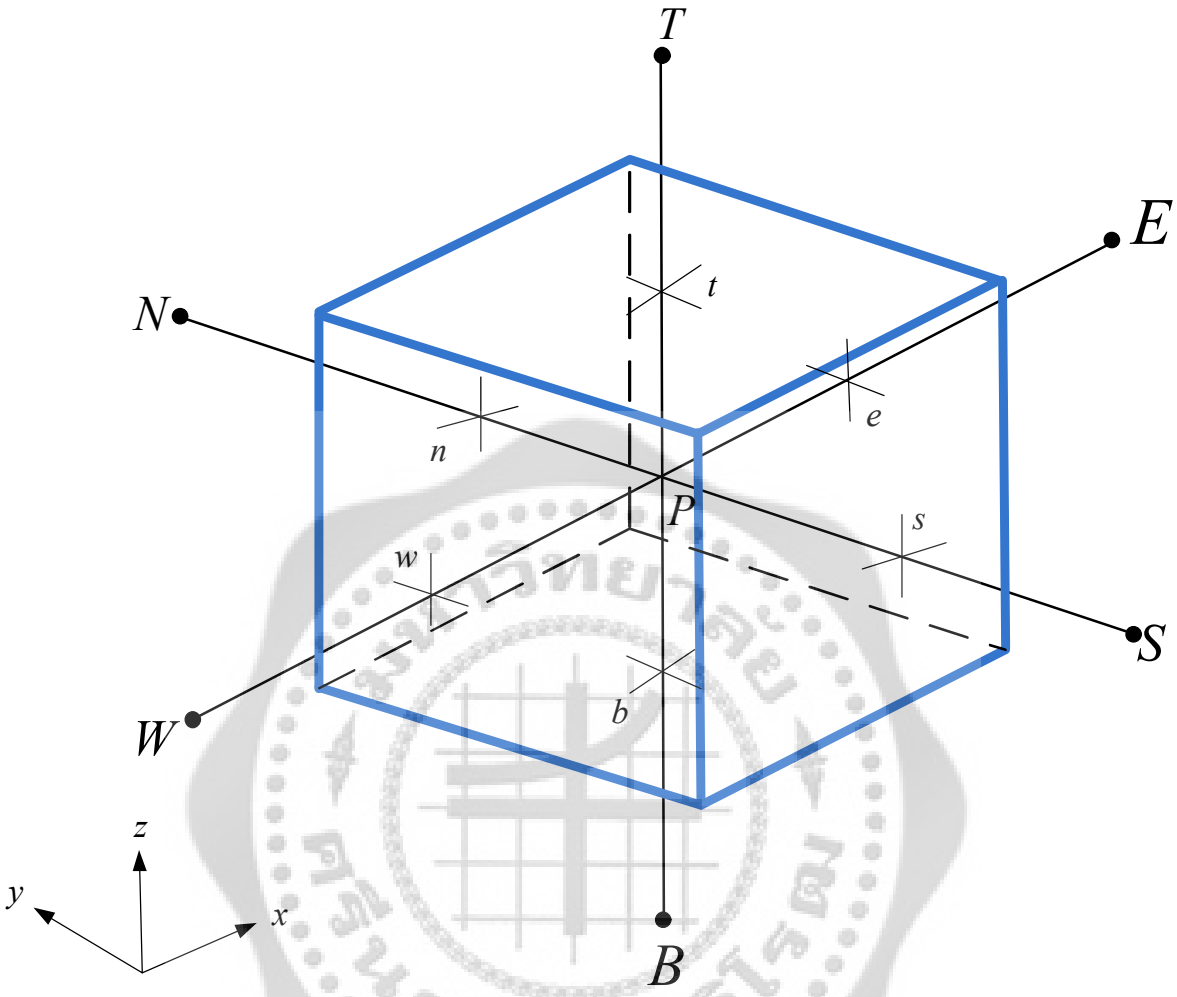
$$\frac{(\Gamma_e A_e\phi_P)}{\delta x_{PE}} + \frac{(\Gamma_w A_w\phi_P)}{\delta x_{WP}} - S_P\phi_P = \frac{(\Gamma_e A_e\phi_E)}{\delta x_{PE}} + \frac{(\Gamma_w A_w\phi_W)}{\delta x_{WP}} + S_u$$

$$(\frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e + \frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} A_w - S_P)\phi_P = \left(\frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e\right)\phi_E + \left(\frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} A_w\right)\phi_W + S_u \qquad 3.21$$

กำหนดให้ $a_W = \left(\frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} A_w\right)$, $a_E = \left(\frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e\right)$ และ $a_P = a_E + a_W - S_u$

จัดรูปแบบสมการใหม่เป็น สำหรับการแพร่ 1 มิติ

$$a_P\phi_P = a_E\phi_E + a_W\phi_W + S_u \qquad 3.22$$



ภาพประกอบ 27 ปริมาตรควบคุม 3 มิติและจุดต่อ

สำหรับปัญหาการแพร่ 3 มิตินั้ น มีรูปแบบสมการของระบบดังนี้

$$\frac{d}{dx}\left(\Gamma\frac{d\phi}{dx}\right)+\frac{d}{dy}\left(\Gamma\frac{d\phi}{dy}\right)+\frac{d}{dz}\left(\Gamma\frac{d\phi}{dz}\right)+S=0 \qquad 3.23$$

ทำการอินทริเกรตสมการที่ 3.23 ตลอดปริมาตรควบคุม ผลการอินทริเกรตจะได้สมการดังนี้

$$\left[\left(\Gamma_e A_e\frac{d\phi}{dx}\right)_e-\left(\Gamma_w A_w\frac{d\phi}{dx}\right)_w\right]+\left[\left(\Gamma_n A_n\frac{d\phi}{dx}\right)_n-\left(\Gamma_s A_s\frac{d\phi}{dx}\right)_s\right]$$
$$+\left[\left(\Gamma_t A_t\frac{d\phi}{dx}\right)_t-\left(\Gamma_b A_b\frac{d\phi}{dx}\right)_b\right]+\bar{S}\Delta V=0 \qquad 3.24$$

การประมาณเชิงเส้นเพื่อประมาณพจน์เกรเดียนต์ของสมการที่ 3.24 ให้อยู่ในรูปดิสครีไทส์ ดังนี้

$$\left[\left(\Gamma_e A_e \frac{(\phi_E-\phi_P)}{\delta x_{PE}}\right)_e - \left(\Gamma_w A_w \frac{(\phi_P-\phi_W)}{\delta x_{WP}}\right)_w\right] + \left[\left(\Gamma_n A_n \frac{(\phi_N-\phi_P)}{\delta x_{PN}}\right)_n - \left(\Gamma_s A_s \frac{(\phi_P-\phi_S)}{\delta x_{SP}}\right)_s\right]$$
$$+\left[\left(\Gamma_t A_t \frac{(\phi_T-\phi_P)}{\delta x_{PT}}\right)_t - \left(\Gamma_b A_b \frac{(\phi_P-\phi_B)}{\delta x_{BP}}\right)_b\right] + (S_u + S_P\phi_P) = 0 \qquad 3.25$$

สมการที่ 3.25 สามารถเขียนอยู่ในรูปทั่วไปได้เป็นดังนี้

$$a_P\phi_P = a_E\phi_E + a_W\phi_W + a_N\phi_N + a_S\phi_S + a_T\phi_T + a_B\phi_B + S_u \qquad 3.26$$

เมื่อสัมประสิทธิ์ต่างๆของสมการ เป็นดังตารางที่ 11

	a_W	a_E	a_N	a_S	a_T	a_B
1 มิติ	$\frac{\Gamma_w A_w}{\delta x_{WP}}$	$\frac{\Gamma_e A_e}{\delta x_{PE}}$				
2 มิติ	$\frac{\Gamma_w A_w}{\delta x_{WP}}$	$\frac{\Gamma_e A_e}{\delta x_{PE}}$	$\frac{\Gamma_n A_n}{\delta x_{PN}}$	$\frac{\Gamma_s A_s}{\delta x_{SP}}$		
3 มิติ	$\frac{\Gamma_w A_w}{\delta x_{WP}}$	$\frac{\Gamma_e A_e}{\delta x_{PE}}$	$\frac{\Gamma_n A_n}{\delta x_{PN}}$	$\frac{\Gamma_s A_s}{\delta x_{SP}}$	$\frac{\Gamma_t A_t}{\delta x_{PT}}$	$\frac{\Gamma_b A_b}{\delta x_{BP}}$

สมการของปัญหาการพาและการแพร่แบบคงตัว สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปสำหรับการขนส่งคุณสมบัติ

$$\nabla.(\rho\bar{u}\phi) = \nabla.(\Gamma\nabla\phi) + S_\phi \qquad 3.27$$

ทำการอินทริเกรตสมการที่ 3.27 บนปริมาตรควบคุมแล้วแปลงให้อยู่ในรูปการอินทริเกรตพื้ นผิวควบคุมโดยใช้ทฤษฎีไดเวอร์เจนต์ของเกาส์ จะเป็นดังนี้

$$\int_A \vec{n}.(\rho\bar{u}\phi)dA = \int_A \vec{n}.(\Gamma\nabla\phi)dA + \int_{CV} S_\phi dV \qquad 3.28$$

(1) (2) (3)

เทอมที่ 1 พจน์การพาสุทธิ

เทอมที่ 2 พจน์การแพร่สุทธิ

เทอมที่ 3 การเพิ่มขึ้ นหรือลดลงของคุณสมบัติ ϕ ในปริมาตรควบคุมที่กำลังพิจารณา

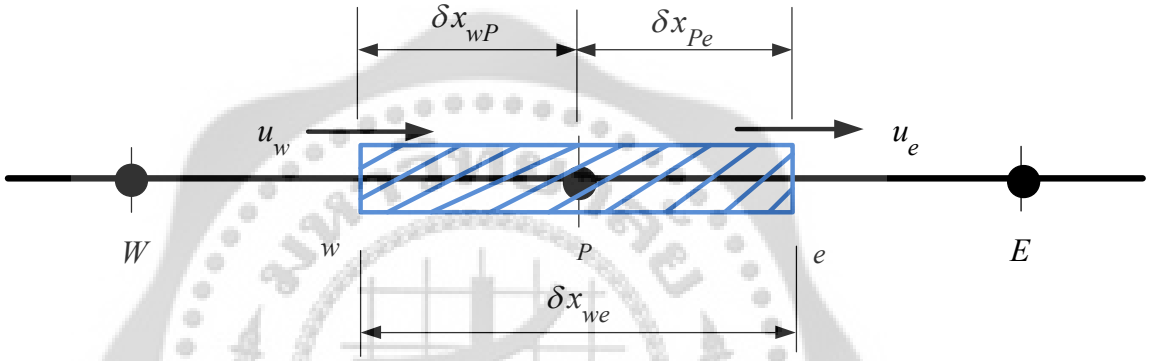
การพาและการแพร่ของคุณสมบัติ ϕ ที่เกิดขึ้ นในสนามการไหลที่มีความเร็ว u ใน 1มิติ หากยังไม่พิจารณาพจน์ของแหล่งกำเนิดจะได้สมการในรูปทั่วไปเป็นดังนี้

$$\frac{d}{dx}(\rho\bar{u}\phi)=\frac{d}{dx}\left(\Gamma\frac{d}{dx}\phi\right) \qquad 3.29$$

การขนส่งคุณสมบัติ ϕ ตามสมการที่ 3.29 จำเป็นต้องสอดคล้องกับกฎทรงมวล

$$\frac{d}{dx}(\rho u)=0 \qquad 3.30$$

พิจารณาปริมาตรควบคุม 1 มิติ ในภาพประกอบ 28 โดยจุด P เป็นจุดศูนย์กลางถูกล้อมรอบด้วยจุด W และ E ซึ่งเป็นจุดข้างเคียงด้านซ้ายและด้านขวาของจุด P ตามลำดับ



ภาพประกอบ 28 ปริมาตรควบคุมรอบจุดต่อ P

ทำการอินทริเกรตสมการที่ 3.29 ตลอดปริมาตรควบคุมในภาพประกอบ 24 ได้เป็นดังนี้

$$(\rho uA\phi)_e-(\rho uA\phi)_w=\left(\Gamma A\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_e-\left(\Gamma A\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_w \qquad 3.31$$

และทำการอินทริเกรตสมการที่ 3.30 ในทำนองเดียวกันได้เป็นดังนี้

$$(\rho uA)_e-(\rho uA)_w=0 \qquad 3.32$$

เพื่อให้สมการที่ 3.31 อยู่ในรูปของสมการดิสครีไทส์ที่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ในกระบวนการเชิงตัวเลขได้ จึงจำเป็นต้องจัดพจน์ต่างๆในสมการดังกล่าวให้อยู่ในรูปการประมาณค่าระหว่างจุด กำหนดสัญลักษณ์2 ตัว คือ F และ D โดยให้นิยามดังนี้ F หมายถึง ฟลักซ์การพาของมวลหรือการไหลเข้าออกของมวล ส่วน D หมายถึง ฟลักซ์การแพร่

$$F=(\rho uA),D=\frac{\Gamma A}{\delta x} \qquad 3.33$$

เมื่อพิจารณาที่ตำแหน่งด้านซ้าย w และด้านขวา e ของเซลล์ จะได้ F และ D อยู่ในรูปความสัมพันธ์ดังนี้

$$F_e=(\rho uA)_e,F_w=(\rho uA)_w \qquad 3.34$$

$$D_e = \frac{\Gamma A_e}{\delta x_{PE}}, D_w = \frac{\Gamma A_w}{\delta x_{WP}} \quad 3.35$$

หากกำหนดให้ $A_w = A_e = A$ และประยุกต์ใช้วิธีผลต่างกลางกับพจน์ด้านขวามือของสมการที่ 3.31 พร้อมแทนพจน์ที่ได้จากสมการ 3.34,3.35 จะได้สมการใหม่ในรูปของ F และ D ดังนี้

$$F_e\phi_e - F_w\phi_w = D_e\left(\phi_E - \phi_P\right) - D_w\left(\phi_P - \phi_W\right) \quad 3.36$$

และทำการอินทริเกรตสมการที่ 3.30 ในทำนองเดียวกันได้เป็นดังนี้

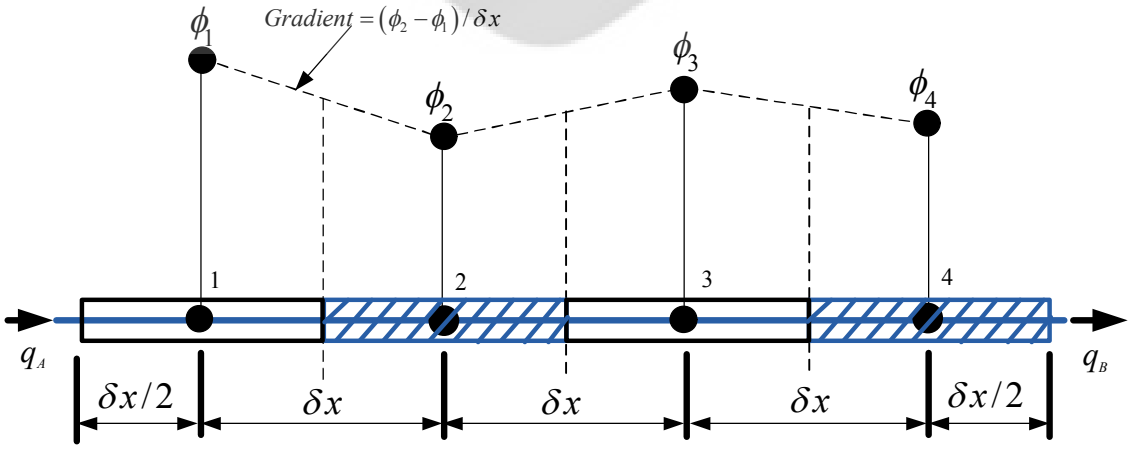
$$F_e - F_w = 0 \quad 3.37$$

ดังนั้ น ก่อนการคำนวณหาค่าใดๆ โดยใช้สมการการพาและการแพร่ จะต้องเริ่มจากการกำหนดค่าสนามความเร็วให้กับจุดต่อในโดเมนเสียก่อน ทั้ งนี้ เนื่องจากความเร็วเหล่านั้ นจะถูกนำไปใช้ในการคำนวณหาค่า F_e และ F_w ในสมการที่ 3.36 เพื่อใช้แก้หาค่า ϕ ที่จุดต่างๆต่อไป

คุณสมบัติของแผนวิธีการประมาณค่า

วิธีเชิงตัวเลขจะให้เสถียรภาพและความแม่นยำในการคำนวณเพียงใดนั้ น แผนวิธีประมาณค่ามีส่วนเกี่ยวข้องอย่างยิ่ง จากการศึกษาพบว่าแผนวิธีประมาณค่าที่ดีควรมีองค์ประกอบพื้ นฐาน3 อย่างคือ (1)การอนุรักษ์(Conservativeness) (2)การจำกัดขอบเขต(Boundedness) (3) การขนส่ง (Transportiveness)

- การอนุรักษ์ การอินทริเกรตสมการการและการแพร่บนปริมาตรควบคุม จะทำให้ได้สมการที่เกี่ยวข้องกับปริมาณฟลักซ์ของคุณสมบัติ ϕ ที่ถูกขนส่งผ่านผิวควบคุมด้านต่างๆของปริมาตรควบคุม ในการขนส่งคุณสมบัติใดๆก็ตาม ฟลักซ์ที่ผ่านออกจากปริมาตรควบคุมด้านหนึ่งๆจะต้องเท่ากับฟลักซ์ที่ผ่านด้านนั้ นเข้าสู่ปริมาตรควบคุมที่อยู่ติดกัน ทั้ งนี้ เพื่อเป็นการประกันว่าการขนส่งคุณสมบัติมีความสอดคล้องกับหลักการอนุรักษ์



ภาพประกอบ 29 ความสอดคล้องของฟลักซ์การแพร่ตลอดโดเมน

จากภาพประกอบ 29 สามารถสร้างสมดุลของฟลักซ์ได้เป็นดังนี้

$$\left[\Gamma_{e1}\frac{(\phi_2-\phi_1)}{\delta x}-q_A\right]+\left[\Gamma_{e2}\frac{(\phi_3-\phi_2)}{\delta x}-\Gamma_{w2}\frac{(\phi_2-\phi_1)}{\delta x}\right]$$

$$\left[\Gamma_{e3}\frac{(\phi_4-\phi_3)}{\delta x}-\Gamma_{w3}\frac{(\phi_3-\phi_2)}{\delta x}\right]+\left[q_B-\Gamma_{w4}\frac{(\phi_4-\phi_3)}{\delta x}\right]=q_B-q_A \qquad 3.38$$

เมื่อ $\Gamma_{e1}=\Gamma_{w2},\Gamma_{e2}=\Gamma_{w3}$ และ $\Gamma_{e3}=\Gamma_{w4}$ จากนั้นแทนค่าในสมการที่3.38 ผลที่ได้คือทำให้เกิดการหักล้างกันหมด ไประหว่างพจน์ที่เหมือนกัน สุดท้ายจะได้ผลรวมของพจน์ด้านซ้ายเท่ากับผลรวมของพจน์ด้านขวา ซึ่งแสดงให้เห็นว่าฟลักซ์ที่ผ่านด้านของปริมาตรควบคุมนั้นยังคงอยู่และเป็นไปตามหลักความอนุรักษ์ กล่าวคือ ผลรวมของฟลักซ์สุทธิของแต่ละปริมาตรควบคุมจะเท่ากับฟลักซ์ที่ผ่านโดเมนหรือฟลักซ์สุทธิที่ขอบโดเมน

- การจำกัดขอบเขต

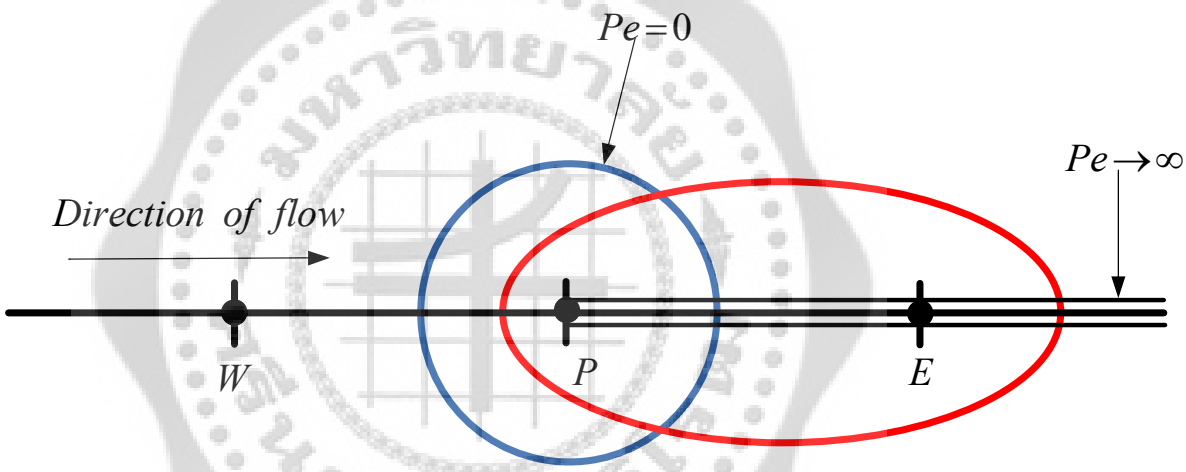
เมื่อทำการประยุกต์สมการดิสครีไทส์เข้ากับจุดต่อใดจุดต่อหนึ่ง ผลที่ได้คือสมการพีชคณิตที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจุดต่อที่ถูกประยุกต์(จุดต่อกลาง)กับจุดต่อข้างเคียง เมื่อประยุกต์เข้ากับทุกจุดต่อภายในโดเมนจนครบ ผลที่ได้คือเซตของสมการพีชคณิตที่มีจำนวนสมการเท่ากับจำนวนจุดต่อ เซตของสมการพีชคณิตดังกล่าวนี้ จะถูกนำไปแก้หาผลเฉลยของตัวแปรที่จุดต่อต่างๆการแก้เซตสมการให้ได้ผลเฉลยที่น่าพอใจ นั้นจำเป็นต้องใช้วิธีการที่เหมาะสม หากจำนวนของสมการในเซตมีน้อยก็สามารถป้อนค่าเข้าแก้ในโปรแกรมสำเร็จรูปได้โดยตรง หรืออาจคำนวณโดยใช้เครื่องคิดเลขซึ่งก็จะได้ผลเฉลยออกมาอย่างไม่ยากนัก แต่ถ้าในเซตสมการประกอบด้วยสมการจำนวนมาก การป้อนค่าโดยตรงให้กับเครื่องคำนวณจึงไม่สะดวกหรืออาจทำไม่ได้เลย ดังนั้นจึงต้องใช้กระบวนการอื่นสำหรับการแก้เซตสมการดังกล่าวแทน วิธีการที่ได้รับการยอมรับและใช้กันอย่างแพร่หลายคือวิธีทำซ้ำ วิธีการดังกล่าวนี้ เหมาะสำหรับใช้แก้หาผลเฉลยของเซตสมการที่มีขนาดใหญ่ ขั้นตอนของวิธีทำซ้ำเริ่มจากการสมมติค่าให้กับตัวแปรไม่ทราบค่า ϕ เพื่อแทนในสมการ จากนั้นกระบวนการทำซ้ำจะค่อยๆปรับแก้ค่า ϕ ดังกล่าวจนกระทั่งได้ค่าที่ลู่เข้าสู่คำตอบที่ต้องการ โดย Scarborough(1958) ได้เสนอว่ากระบวนการทำซ้ำจะลู่เข้าสู่คำตอบได้อย่างมีประสิทธิภาพควรอยู่ภายใต้เงื่อนไขดังต่อไปนี้

$$\frac{\sum|a_{nb}|}{|a_P'|}\begin{cases}\leq 1 & \text{สำหรับทุกจุดต่อในโดเมน}\\ <1 & \text{อย่างน้อยหนึ่งจุดต่อในโดเมน}\end{cases} \qquad 3.39$$

เมื่อ $a_P^{'}$ แทนสัมประสิทธิ์สุทธิของจุดต่อกลาง P ซึ่ง $a_P^{'} = a_P - S_P$ และ $\sum |a_{nb}|$ แทนผลรวมของค่าสัมประสิทธิ์ของจุดต่อข้างเคียง

ถ้าเซตของสมการใดที่มีเงื่อนไขเป็นไปตามข้อบังคับ 3.39 แล้ว เมทริกซ์ของเซตสมการนั้น จะมีความเด่นชัดในแนวทแยง(Diagonally dominant) และจะเป็นเมทริกซ์ที่สามารถหาผลเฉลยได้เสมอ เพื่อให้มั่นใจว่าเมทริกซ์ที่ได้จะมีความเด่นชัดในแนวทะแยงจริงดังนั้น จึงต้องทำให้พจน์สัมประสิทธิ์สุทธิ $a_P^{'}$ มีขนาดใหญ่ พอที่จะทำให้เงื่อนไขบังคับ 3.39 เป็นจริง ซึ่งก็คือพจน์ S_P ในพจน์ของแหล่งกำเนิดจะต้องมีค่าเป็นลบเสมออันจะช่วยทำให้พจน์$a_P^{'}$ มีขนาดใหญ่ขึ้น

- การขนส่ง



ภาพประกอบ 30 การกระจายของคุณสมบัติϕ ที่ค่าเพคเล็ทต่างๆกัน

คุณสมบัติในการขนส่งของการไหลนั้น พิจารณาได้จากภาพประกอบ30 เป็นที่ทราบกันแล้วว่าในกระบวนการขนส่งคุณสมบัตินั้น เกิดขึ้นได้ลักษณะคือการขนส่งเนื่องจากการพาและการขนส่งเนื่องจากการแพร่ สำหรับการไหลหนึ่งๆ การขนส่งแบบใดจะส่งผลมากหรือน้อยพิจารณาได้จากค่าเลขเพคเล็ท (Peclet number) ซึ่งเป็นพจน์ไร้มิติที่ใช้วัดความสัมพันธ์ของการพาและการแพร่ โดยมีรูปสมการเป็นดังนี้

$$Pe = \frac{F_e}{D} = \frac{\rho u A}{\Gamma A / \delta x} \qquad 3.40$$

เมื่อ δx เป็นความยาวลักษณะเฉพาะ (Characteristic length)(ความกว้างของเซลล์) จากภาพประกอบ 30 แสดงเส้นคอนทัวร์ของคุณสมบัติϕ ที่จุดต่อ P ซึ่งเป็นจุดต่อต้นกระแส(Upstream node) มีจุดE เป็นจุดต่อปลายกระแส(Downstream node) โดยพิจารณาใน 2 กรณีดังนี้

(1) ผลกระทบที่เกิดจากการแพร่อย่างเดียวไม่มีการพา$\left(Pe=0\right)$

หมายความว่าของไหลนั้ นหยุดนิ่งอยู่กับที่เส้นคอนทัวร์ของคุณสมบัติϕ เป็นรูปวงกลมโดยมีจุดต่อ P เป็นจุดศูนย์กลาง กระบวนการแพร่จะขนส่งคุณสมบัติϕ ให้กระจายออกไปเท่าๆกันในทุกทิศทาง จุดต่อ E จะเริ่มได้รับผลกระทบเมื่อ Pe เพิ่มขึ้ น เมื่อของไหลเริ่มไหลตัวเส้นคอนทัวร์ของคุณสมบัติϕ จะเปลี่ยนจากวงกลมกลายเป็นวงรี เคลื่อนตัวไปในทิศทางการไหล ยิ่งค่าPe มากขึ้ นเท่าใด จุดต่อE ก็จะได้รับผลกระทบจากเงื่อนไขที่จุดต่อ P มากขึ้ นตามลำดับ

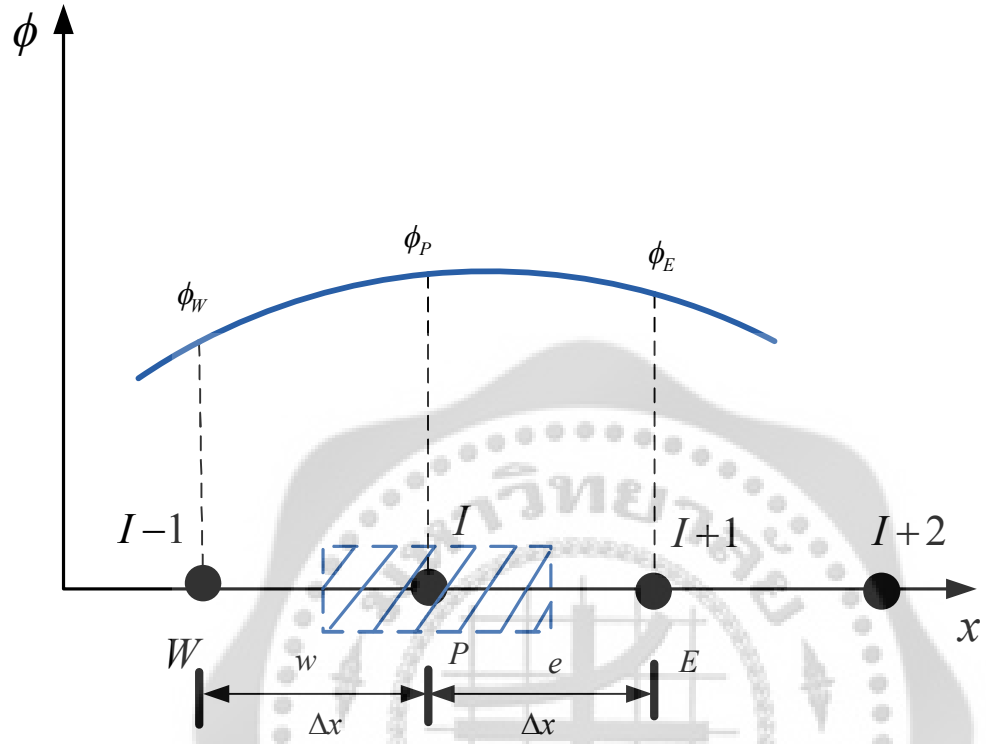
ในทางกลับกันเงื่อนไขที่จุดต่อ E จะไม่ส่งผลกระทบใดๆกับจุดต่อ P ในกรณี

(2) ผลกระทบที่เกิดจากการพาอย่างเดียวไม่มีการแพร่$\left(Pe\to\infty\right)$ เมื่อค่าPe มากขึ้ นเส้นคอนทัวร์จะมีรูปร่างรีในทิศทางการไหล ยิ่งค่า Pe มากขึ้ นเท่าไหร่เส้นคอนทัวร์จะยิ่งรีมากขึ้ น จนกระทั่ง$Pe\to\infty$ จะส่งผลกระทบกับจุดE อย่างทันทีทันใด ส่งผลให้ค่า ϕ_E เท่ากับค่าϕ_P ดังนั้ นความสัมพันธ์ระหว่างค่าเพคเล็ทและทิศทางของผลกระทบจึงมีความสำคัญมาก

3.3.3 ขั้ นตอนที่3 การหาผลเฉลยของระบบสมการ

การหาผลเฉลยของปัญหาเริ่มจากการประยุกต์สมการดิสครีไทส์ ของสมการที่ 3.22 เข้ากับจุดต่อแต่ละโดเมน สังเกตเห็นว่าสมการที่3.22 เป็นความสัมพันธ์ระหว่างจุดต่อที่กำลังพิจารณา(จุดต่อ P)และจุดข้างเคียง (จุดต่อ W และ E)เมื่อประยุกต์สมการดังกล่าวเข้าจุดต่อจนครบแล้วจะได้ชุดสมการเท่ากับจำนวนจุดต่อที่กระจายอยู่ในโดเมน โดยชุดสมการที่ได้นี้ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการแมทริกซ์เพื่อนำไปแก้หาผลเฉลย ผลเฉลยที่ได้จากการแก้เป็นค่า ϕ ที่จุดต่อต่างๆในโดเมน สำหรับปริมาตรควบคุมที่อยู่ติดกับขอบของโดเมน การประยุกต์สมการที่ 3.22 เข้ากับปริมาตรควบคุมดังกล่าวจำเป็นต้องปรับสมการให้สอดคล้องกับค่าเงื่อนไขขอบที่กำหนดมา

3.4 ความแม่นยำของการประมาณค่า



ภาพประกอบ 31 กริด 1 มิติ

การหาค่าเกรเดียนต์ $\frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y}$ ที่ด้านของปริมาตรควบคุมโดยใช้การประมาณค่าเชิงเส้นระหว่างจุดต่อ มีความสำคัญต่อความแม่นยำของผลเฉลยมาก ทั้งนี้ เพราะพจน์ดังกล่าวจะถูกแปลงให้อยู่ในรูปผลต่างของตัวแปร ϕ ที่จุดต่อต่างๆ หากใช้การประมาณค่าที่ไม่เหมาะสม อาจส่งผลให้ผลเฉลยมีความคลาดเคลื่อนสูง หรือบางครั้งอาจจะไม่สามารถคำนวณหาผลเฉลยออกมาได้

การเพิ่มความแม่นยำของผลเฉลยให้สูงขึ้น ทำได้โดยการแบ่งกริดให้ละเอียดขึ้น ยิ่งแบ่งกริดให้ละเอียดมากเท่าได(ระยะกริดเข้าสู่ศูนย์) ก็จะทำให้ผลเฉลยเข้าสู่ค่าแม่นตรง แต่วิธีการนี้ ยังไม่ใช่ทางเลือกที่ดีที่สุด เพราะการแบ่งกริดให้ละเอียดขึ้น ย่อมทำให้จำนวนจุดต่อเพิ่มขึ้น ซึ่งหมายถึงจำนวนสมการดิสครีไทส์ที่เพิ่มขึ้น และเวลาที่ใช้ในการคำนวณมากขึ้น ในทางปฏิบัตินักวิเคราะห์มองหา 'กริดที่หยาบที่สุดแต่ให้ความแม่นยำของผลเฉลยในระดับที่ยอมรับได้' กริดที่หยาบสุดหมายถึงการคำนวณทำได้เร็ว ให้ความแม่นยำในระดับที่ยอมรับได้หมายถึงผลเฉลยมีความถูกต้องตามที่ต้องการ เพราะฉะนั้น การวิเคราะห์ควรเริ่มที่กริดที่หยาบก่อน จากนั้นค่อยเพิ่มขั้นความละเอียดของกริดขึ้นเรื่อยๆ พร้อมกับตรวจสอบความ

คลาดเคลื่อนของผลเฉลยบนกริดแต่ละขั้ นจนกว่าจะได้กริดที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนของผลเฉลยในระดับที่ยอมรับได้ เรียกกริดชุดนี้ ว่า"กริดอิสระ (Grid independent)" หมายความว่าแม้จะแบ่งกริดให้ละเอียดมากขึ้ นกว่านี้ ก็ไม่ทำให้ความถูกต้องที่แตกต่างจากเดิมมากนัก กระบวนการกริดอิสระช่วยให้ได้กริดที่เหมาะสม

พิจารณากริด 1 มิติ ในภาพประกอบ 31 เมื่อกำหนดให้ $\phi = \phi(x)$ สามารถหาค่า $\phi(x+\Delta x)$ โดยอาศัยการประมาณค่าด้วยอนุกรมเทเลอร์ดังนี้

$$\phi(x+\Delta x) = \phi(x) + \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_x \Delta x + \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right)_x \frac{\Delta x^2}{2} + \cdots \qquad 3.41$$

จากภาพประกอบ 31 หากกำหนดให้จุด $\phi(x)$ เป็นจุด P ทำการประมาณค่า ϕ ที่จุด E ซึ่งอยู่ห่างจากจุด P เป็นระยะ $x+\Delta x$ กำหนดจุด $\phi(x+\Delta x)$ เป็นจุด ϕ_E แทนในสมการที่ 3.41

$$\phi_E = \phi_P + \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_P \Delta x + \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right)_P \frac{\Delta x^2}{2} + \cdots \qquad 3.42$$

จุดรูปแบบสมการใหม่ โดยย้ายข้างของตัวแปร ϕ_P และหารด้วย Δx ทั้ งสองข้างจะได้เป็น

$$\frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x} = \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_P + \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right)_P \frac{\Delta x}{2} + \cdots \qquad 3.43$$

ดังนั้ น

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_P = \frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x} - \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right)_P \frac{\Delta x}{2} + \cdots$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_P = \frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x} + Truncated\ terms \qquad 3.44$$

หากตัดพจน์ตัดปลาย(*Truncated terms*)ทิ้ ง สมการ3.44 จะลดรูปเป็นดังนี้

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_P \approx \frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x} \qquad 3.45$$

จากสมการ 3.45 เป็นรูปแบบการประมาณค่าของสมการที่ 3.44 ค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าดังกล่าวเกิดจากการตัดพจน์ปลายทิ้ ง โดยพจน์ดังกล่าวอยู่ในรูป $-\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right)_P \frac{\Delta x}{2} + \cdots$ ซึ่งจะเห็นว่าสามารถลดขนาดของพจน์ดังกล่าวลงได้โดยการลดขนาด Δx (ระยะกริด) โดยทั่วไปพจน์ตัดปลายที่ได้ตามวิธีผลต่างสืบเนื่องจะประกอบไปด้วยพจน์ที่เป็นอันดับ Δx^n โดยกำลัง n ของ Δx บอกถึงความคลาดเคลื่อนที่ลดลงเมื่อเพิ่มความละเอียดของกริดมากขึ้ น(ลดระยะกริดลง) เรียกว่า"อันดับของการประมาณค่าผลต่าง" หรือ "อันดับความแม่นยำ"

ดังนั้ นสมการที่3.45 จะมีค่าอันดับเท่ากับ1 ดังนี้

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_P = \frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x} + O(\Delta x) \qquad 3.46$$

สมการที่ 3.46 เป็นรูปแบบการประมาณค่าแบบ “การประมาณค่าแบบผลต่างข้างหน้า(Forward difference approximation)”

พิจารณากริด 1 มิติ ในภาพประกอบ 31 เมื่อกำหนดให้ $\phi = \phi(x)$ สามารถหาค่า $\phi(x-\Delta x)$ โดยใช้จุด P และ W โดยที่จุดW อยู่ห่างจากจุดP เป็นระยะ $x-\Delta x$ โดยอาศัยการประมาณค่าด้วยอนุกรมเทเลอร์ดังนี้

$$\phi(x-\Delta x) = \phi(x) - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_x \Delta x - \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right)_x \frac{\Delta x^2}{2} - \cdots \qquad 3.47$$

จัดรูปแบบสมการที่ 3.47 ใหม่เป็นดังนี้

$$\frac{\phi_W - \phi_P}{\Delta x} = -\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_P - \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right)_P \frac{\Delta x}{2} - \cdots$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_P = \frac{\phi_P - \phi_W}{\Delta x} + O(\Delta x) \qquad 3.48$$

สมการที่ 3.48 เป็นรูปแบบการประมาณค่าแบบ “การประมาณค่าแบบผลต่างย้อนกลับ (Backward difference approximation)

นำสมการที่ 3.41 ลบออกด้วยสมการที่ 3.47

$$\phi(x+\Delta x) = \phi(x) + \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_x \Delta x + \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right)_x \frac{\Delta x^2}{2} + \cdots -$$

$$\phi(x-\Delta x) = \phi(x) - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_x \Delta x - \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right)_x \frac{\Delta x^2}{2} - \cdots$$

จัดรูปแบบสมการใหม่เป็น

$$\phi(x+\Delta x) - \phi(x-\Delta x) = 2\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_P \Delta x + \left(\frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3}\right)_P \frac{\Delta x^3}{3} + \cdots$$

เมื่อให้ $\phi(x+\Delta x)$ เป็น ϕ_E และ $\phi(x-\Delta x)$ เป็น ϕ_P สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_P = \frac{\phi_E - \phi_W}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \qquad 3.49$$

สมการที่ 3.49 เป็นรูปแบบการประมาณค่าแบบ “การประมาณค่าแบบผลต่างกลาง(Central difference approximation)

แผนวิธีผลต่างกลาง(Central Diferrencing Scheme:CDS)

จากภาพประกอบ 3.2 การแปลงพจน์การแพร่ โดยใช้การประมาณค่าแบบผลต่างกลางนั้ น จะเห็นว่าพจน์ที่ได้ประกอบด้วยค่าคุณสมบัติϕ ที่จุดต่อP และจุดต่อข้างเคียงE และW และตำแหน่งด้านขอบของเซลล์คือตำแหน่ง e และw การที่จะหาความสัมพันธ์ของคุณสมบัติϕ ที่ตำแหน่งด้านขอบจะได้เป็นดังนี้

$$\phi_w = \frac{\phi_W + \phi_P}{2}, \phi_e = \frac{\phi_P + \phi_E}{2} \qquad 3.50$$

แทนค่าϕ_w, ϕ_e ในสมการที่ 3.36จะได้เป็น

$$F_e(\frac{\phi_P + \phi_E}{2}) - F_w(\frac{\phi_W + \phi_P}{2}) = D_e\left(\phi_E - \phi_P\right) - D_w\left(\phi_P - \phi_W\right) \qquad 3.51$$

ปรับเปลี่ยนรูปแบบสมการใหม่จะได้เป็น

$$(\frac{F_e}{2} - \frac{F_w}{2} + D_e + D_w)\phi_P = (D_w + \frac{F_w}{2})\phi_W + \left(D_e - \frac{F_e}{2}\right)\phi_E \qquad 3.52$$

ทำการเพิ่มเทอมของ $(+F_w - F_w)\phi_P$ และ $(+F_e - F_e)\phi_P$ เข้าทางด้านซ้ายของสมการ

$$((D_w + \frac{F_w}{2}) + (D_e - \frac{F_e}{2}) + (F_e - F_w))\phi_P = (D_w + \frac{F_w}{2})\phi_W + \left(D_e - \frac{F_e}{2}\right)\phi_E \qquad 3.53$$

เมื่อแทนสัมประสิทธิ์ $a_W = (D_w + \frac{F_w}{2}), a_E = (D_e - \frac{F_e}{2})$ สมการที่ 3.53 จัดรูปแบบใหม่ได้เป็น

$$(a_W + a_E + (F_e - F_w))\phi_P = a_W\phi_W + a_E\phi_E \qquad 3.54$$

เมื่อ $F_e - F_w = 0$ (ตามกฎการอนุรักษ์) เพราะฉะนั้ น $a_P = a_W + a_E + (F_e - F_w)$

จากความสัมพันธ์

$$a_E = (D_e - \frac{F_e}{2}) \qquad 3.55$$

พบว่า ค่าa_E มีโอกาสเป็นบวกเมื่อ $\frac{F_e}{D_e} < 2$ นั่นคือ$Pe < 2$ นั่นคืออัตราส่วนดังกล่าวต้องน้อยกว่า 2 เท่านั้ น เพราะถ้ามากกว่า2 แล้วจะทำให้ค่าa_E ติดลบ ซึ่งจะขัดแย้งกับเงื่อนไขการจำกัดขอบเขตและส่งผลให้การคำนวณขาดเสถียรภาพหรืออาจไม่สามารถหาผลเฉลยได้ ดังนั้ นจึงสรุปได้ว่าแผนวิธีผลต่างกลางจะสอดคล้องกับเงื่อนไขการจำกัดขอบเขตแต่ต้องอยู่ภายใต้เงื่อนไขของการไหลที่$|Pe| < 2$

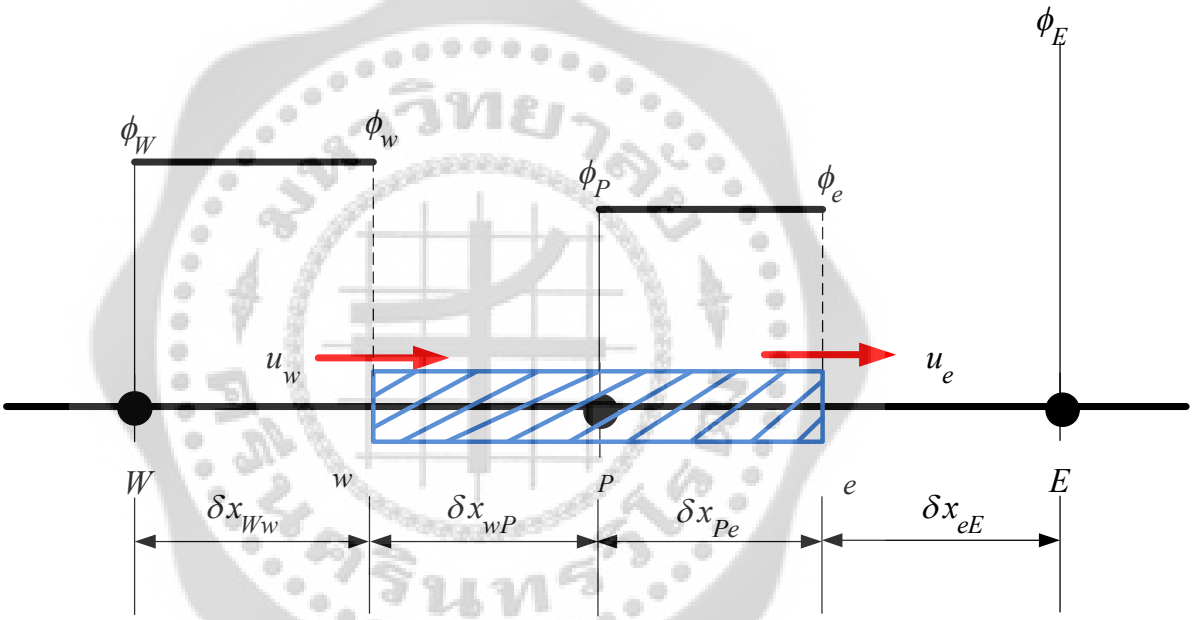
วิธีผลต่างกลางจะให้เสถียรภาพและความแม่นยำในการคำนวณก็ต่อเมื่อสัมประสิทธิ์ทุกตัวในสมการดิสครีไทส์มีค่าเป็นบวก ซึ่งเงื่อนไขที่จะทำให้สัมประสิทธิ์ทุกตัวเป็นบวกนั้ นค่าเลขเพคเล็ท(Pe)ต้อง

น้อยกว่า2 โดยขนาดของค่าเลขเพคเล็ทนี้ ขึ้ นอยู่กับคุณสมบัติของของไหล ρ และ Γ ความเร็วของการไหล และขนาดของกริด

การให้ได้ค่าเลขเพคเล็ทอยู่ในช่วงที่ต้องการนั้ นทำได้โดยการใช้ระยะกริดที่มีขนาดเล็กลงหรือใช้กับปัญหาการไหลที่มีค่าเลขเรโนลด์ต่ำ ซึ่งก็คือปัญหาที่มีการแพร่เด่นชัดกว่าการพา

แผนวิธีผลต่างต้นลม(Upwind Diferrencing Scheme:UDS)

จากข้อจำกัดของวิธีผลต่างกลางคือสัมประสิทธิ์มีโอกาสเป็นลบเนื่องจากไม่สามารถกำกับทิศทางการไหลให้เป็นในลักษณะเดียวกัน



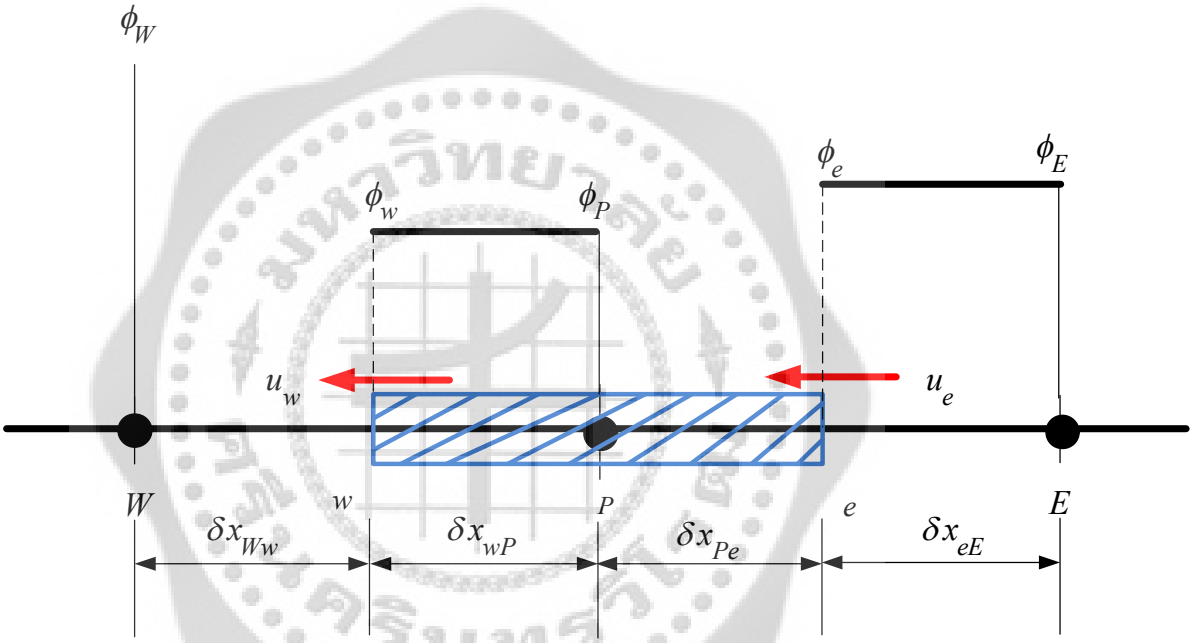
ภาพประกอบ 32 การประมาณค่าแบบต้นลมกรณีการไหลมีทิศทาง $+u$

จากภาพประกอบที่ 32 ค่าคุณสมบัติ ϕ ที่ด้าน w ของปริมาตรควบคุม จะได้รับอิทธิพลจากค่าคุณสมบัติที่จุดต่อ P และ W ถ้าเป็นแผนวิธีผลต่างกลาง ค่า ϕ ที่ด้าน w หาค่าได้โดยการประมาณเชิงเส้นระหว่างจุดต่อ P และ W

ในกรณีที่การไหลมีค่าเลขเรย์โนลด์สูงหรือมีความเร็วมากด้าน w จะได้ผลกระทบจากจุดค่าคุณสมบัติ ϕ ที่จุดต่อ W แทบทั้ งสิ้ น โดยที่ค่าผลกระทบเนื่องจากค่าคุณสมบัติที่จุดต่อ P ที่มีผลต่อจุดต่อ W นั้ นมีน้อยมากหรืออาจจะไม่มีเลย เพราะฉะนั้ นการประมาณค่าคุณสมบัติ ϕ ให้กับด้าน w ได้รับ

ผลกระทบเนื่องจากค่าคุณสมบัติที่จุดต่อ P และ W หรือใช้การประมาณค่าคุณสมบัติระหว่างจุดต่อ2 จุด ดังเช่นแผนวิธีผลต่างกลางนั้น จึงยังไม่เหมาะสม

ทั้งนี้ เนื่องจากผลกระทบค่าคุณสมบัติ ϕ เกือบทั้งหมดที่มีต่อด้าน w มาจากค่าคุณสมบัติที่จุดต่อ W เพราะฉะนั้น การประมาณค่าคุณสมบัติ ϕ ที่ด้าน w ให้มีค่าเท่ากับค่าคุณสมบัติ ϕ ที่จุดต่อ W ซึ่งเป็นจุดต่อที่อยู่ต้นกระแสของด้านดังกล่าวจึงจะสอดคล้องกับความเป็นจริง เรียกแผนวิธีที่ใช้การประมาณค่าคุณสมบัติ ϕ ในลักษณะนี้ ว่า แผนวิธีผลต่างต้นลมในกรณีที่การไหลที่มีทิศทางเป็นบวก ให้พิจารณาจากภาพประกอบ 32 ส่วนในกรณีที่การไหลที่มีทิศทางเป็นลบ ให้พิจารณาจากภาพประกอบ 33



ภาพประกอบ 33 การประมาณค่าแบบต้นลมกรณีการไหลมีทิศทาง $-u$

กรณีที่การไหลมีทิศทางเป็นบวก $u_w > 0, u_e > 0$ ฉะนั้น จึงได้ $F_w > 0, F_e > 0$ ตามลำดับ ความสัมพันธ์ของค่าคุณสมบัติ ϕ เป็นดังนี้

$$\phi_w = \phi_W, \phi_e = \phi_P \qquad 3.56$$

แทนค่าความสัมพันธ์เหล่านี้ ลงในสมการที่3.36

$$F_e\phi_P - F_w\phi_W = D_e\left(\phi_E - \phi_P\right) - D_w\left(\phi_P - \phi_W\right) \qquad 3.57$$

จัดรูปแบบสมการใหม่เป็น

$$(D_e + D_w + F_e)\phi_P = D_e\phi_E + (D_w + F_w)\phi_W \qquad 3.58$$

ทำการเพิ่มเทอมของ $(+F_w - F_w)$ เข้ากับสมการ 3.58 ทางด้านซ้าย

$$(D_e + (D_w + F_w) + (F_e - F_w))\phi_P = D_e\phi_E + (D_w + F_w)\phi_W \quad 3.59$$

จดรูปแบบสมการใหม่เป็น เมื่อ $a_E = D_e, a_W = D_w + F_w$

$$(a_E + a_W + (F_e - F_w))\phi_P = a_E\phi_E + a_W\phi_W \quad 3.60$$

เมื่อ $a_P = a_E + a_W + (F_e - F_w)$

กรณีที่การไหลมีทิศทางเป็นลบ $u_w < 0, u_e < 0$ ฉะนั้ นจึงได้ $F_w < 0, F_e < 0$ ตามลำดับ ความสัมพันธ์ของค่าคุณสมบัติ ϕ เป็นดังนี้

$$\phi_w = \phi_P, \phi_e = \phi_E \quad 3.61$$

แทนค่าความสัมพันธ์เหล่านี้ ลงในสมการที่3.36

$$F_e\phi_E - F_w\phi_P = D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W) \quad 3.62$$

จัดรูปแบบสมการใหม่เป็น

$$(D_e + D_w - F_w)\phi_P = (D_e - F_e)\phi_E + D_w\phi_W \quad 3.63$$

ทำการเพิ่มเทอมของ $(+F_e - F_e)$ เข้ากับสมการ 3.63 ทางด้านซ้าย

$$((D_e - F_e) + D_w + (F_e - F_w))\phi_P = (D_e - F_e)\phi_E + D_w\phi_W \quad 3.64$$

จดรูปแบบสมการใหม่เป็น เมื่อ $a_E = D_e - F_e, a_W = D_w$

$$(a_E + a_W + (F_e - F_w))\phi_P = a_E\phi_E + a_W\phi_W \quad 3.65$$

เมื่อ $a_P = a_E + a_W + (F_e - F_w)$

สรุปแผนวิธีผลต่างต้นลม จะมีค่าสัมประสิทธิ์กลางเป็น $a_P = a_E + a_W + (F_e - F_w)$ และสัมประสิทธิ์ข้างเคียงเป็น

	a_W	a_E
$F_w > 0, F_e > 0$	$D_w + F_w$	D_e
$F_w < 0, F_e < 0$	D_w	$D_e - F_e$

ซึ่งสามารถเขียนรูปสัมประสิทธิ์ดังกล่าวให้ครอบคลุมทั้ ง2 กรณีได้ดังนี้

$a_W = D_w + \max(F_w, 0)$ และ $a_E = D_e + \max(-F_e, 0)$ เมื่อสัญลักษณ์ $\max(A, B)$ หมายถึงให้เลือกค่าที่มากที่สุดระหว่าง A และ B

แผนวิธีผลต่างต้นลมใช้หลักการประมาณค่าแบบผลต่างย้อนหลัง(Backward differencing) เพราะฉะนั้ นจึงให้ค่าความแม่นยำเพียงอันดับหนึ่งเท่านั้ น ข้อด้อยของวิธีนี้ คือเมื่อทิศทางการไหลไม่ขนาน

ไปในแนวเดียวกันกับพิกัดแล้วทำให้ผลเฉลยเกิดความคลาดเคลื่อนได้มาก ซึ่งมีโอกาสเกิดขึ้ นเสมอมื่อการไหลมีความซับซ้อน ผลของความคลาดเคลื่อนมีลักษณะเหมือนว่ามีการแพร่เข้ามาเกี่ยวข้องกับการไหล ปรากฏการณ์เช่นนี้ เรียกว่า การแพร่ไม่จริง(false diffusion) แต่อย่างไรก็ตามการกำจัดผลกระทบจากการแพร่ไม่จริงนี้ ต้องใช้กริดที่มีความละเอียดสูงมาก หากการไหลอยู่ในย่านเรโนลด์สูงๆแล้ ค่าสภาพการแพร่ไม่จริงจะยิ่งมีขนาดใหญ่ขึ้ นและทำให้ผลเฉลยที่ไม่สมจริง

สรุปได้ว่าแผนวิธีผลต่างต้นลมใช้ได้ผลดีกับปัญหาการไหลอย่างง่าย หากการไหลมีความซับซ้อน แผนวิธีชนิดนี้ จะใช้ไม่ได้ผลเท่าที่ควรทั้ งนี้ เพราะการไหลในความเป็นจริงนั้ นมีทิศทางการไหลไม่แน่นอน

แผนวิธีผลต่างผสม(Hybrid Diferrencing Scheme:HDS)

เป็นการผนวกรวมกันระหว่างแผนวิธีผลต่างกลางและวิธีผลต่างต้นลม

แผนวิธี	ความแม่นยำ	ความสัมพันธ์กับค่าเพคเล็ต(Pe)
ผลต่างกลาง	อันดับ2	ใช้ได้ดีกับค่าเพคเล็ตน้อยกว่า2($Pe < 2$)
ผลต่างต้นลม	อันดับ1	ใช้ได้ดีกับค่าเพคเล็ตมากกว่า2($Pe > 2$)

วิธีผลต่างผสมใช้การประมาณค่าฟลักซ์สุทธิที่ด้านของปริมาตรควบคุมโดยใช้ในการคำนวณตามช่วงค่าเพคเล็ต ซึ่งเรียกว่า ค่าเพคเล็ตเฉพาะที่(Local Peclet number) ซึ่งยกตัวอย่างค่าฟลักซ์ที่ผ่านด้าน w จะสามารถเขียนสมการได้เป็น

$$Pe_w = \frac{F_w}{D_w} = \frac{(\rho u A)_w}{(\Gamma A)_w / \delta x_{WP}} \qquad 3.66$$

วิธีผลต่างผสมคำนวณหาฟลักซ์สุทธิที่ด้าน w ของปริมาตรควบคุมตามช่วงของค่าเพคเล็ต ดังสมการ

$$\begin{aligned} q_w &= F_w\left[\frac{1}{2}\left(1+\frac{2}{Pe_w}\right)\phi_W\right] + \frac{1}{2}\left(1-\frac{2}{Pe_w}\right)\phi_P \quad && \text{เมื่อ } -2 < Pe_w < 2 \\ q_w &= F_w A_w \phi_W && \text{เมื่อ } Pe_w \geq 2 \\ q_w &= F_w A_w \phi_P && \text{เมื่อ } Pe_w \leq -2 \end{aligned} \qquad 3.67$$

จากสมการ 3.67

- ถ้าการไหลอยู่ในช่วงที่มีค่าเลขเพคเล็ตต่ำ $|Pe| < 2$ สูตรที่ได้ก็จะถูกปรับให้สมมูลกับวิธีผลต่างกลางซึ่งเป็นแผนวิธีที่พิจารณาทั้ งการพาและการแพร่

- ถ้าการไหลอยู่ในช่วงที่มีค่าเลขเพคเล็ตต่ำ $|Pe| > 2$ สูตรที่ได้ก็จะถูกปรับให้สมมูลกับวิธีผลต่างต้นลมซึ่งพิจารณาการพาเพียงอย่างเดียว โดยกำหนดค่าการแพร่ให้มีค่าเป็นศูนย์

รูปสมการโดยทั่วไปของวิธีผลต่างผสม

$$a_P\phi_P = a_W\phi_W + a_E\phi_E \qquad 3.68$$

เมื่อสัมประสิทธิ์กลางมีค่าเท่ากับ $a_P = a_W + a_E + (F_e - F_w)$ ส่วนค่าสัมประสิทธิ์ข้างเคียงนั้ นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปที่ครอบคลุมช่วงค่าเพคเล็ตทั้ ง 3 ช่วง ได้ดังนี้

$$a_W = \max\left[F_w, \left(D_w + \frac{F_w}{2}, 0\right)\right] \text{ และ } a_E = \max\left[-F_e, \left(D_e - \frac{F_e}{2}, 0\right)\right]$$

แผนวิธีผลต่างผสมให้เสถียรภาพคำนวณมากกว่าแผนวิธีประมาณค่าอันดับสูง ข้อด้อยของวิธีนี้ คือ ให้ความแม่นยำในพจน์ของความคลาดเคลื่อนตัดปลายของอนุกรมเทเลอร์ในอันดับ1 เท่านั้ น

สัมประสิทธิ์ต่างๆของสมการ การพาและการแพร่หลายมิติ เป็นดังตารางที่ 12

ตารางที่ 12 รูปแบบสัมประสิทธิ์ของแผนวิธีผลต่างผสม

	1 มิติ	2 มิติ	3 มิติ
a_W	$\max\left[F_w, \left(D_w + \frac{F_w}{2}, 0\right)\right]$	$\max\left[F_w, \left(D_w + \frac{F_w}{2}, 0\right)\right]$	$\max\left[F_w, \left(D_w + \frac{F_w}{2}, 0\right)\right]$
a_E	$\max\left[-F_e, \left(D_e - \frac{F_e}{2}, 0\right)\right]$	$\max\left[-F_e, \left(D_e - \frac{F_e}{2}, 0\right)\right]$	$\max\left[-F_e, \left(D_e - \frac{F_e}{2}, 0\right)\right]$
a_S		$\max\left[F_s, \left(D_s + \frac{F_s}{2}, 0\right)\right]$	$\max\left[F_s, \left(D_s + \frac{F_s}{2}, 0\right)\right]$
a_N		$\max\left[-F_n, \left(D_n - \frac{F_n}{2}, 0\right)\right]$	$\max\left[-F_n, \left(D_n - \frac{F_n}{2}, 0\right)\right]$
a_B			$\max\left[F_b, \left(D_b + \frac{F_b}{2}, 0\right)\right]$
a_T			$\max\left[-F_t, \left(D_t - \frac{F_t}{2}, 0\right)\right]$
ΔF	$F_e - F_w$	$F_e - F_w + F_n - F_s$	$F_e - F_w + F_n - F_s + F_t - F_b$

ค่า F และ D ของแต่ละด้านของปริมาตรควบคุมคำนวณได้ดังนี้

ด้าน	w	e	s	n	b	t
F	$(\rho u)_w A_w$	$(\rho u)_e A_e$	$(\rho u)_s A_s$	$(\rho u)_n A_n$	$(\rho u)_b A_b$	$(\rho u)_t A_t$
D	$\frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} A_w$	$\frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e$	$\frac{\Gamma_s}{\delta x_{SP}} A_s$	$\frac{\Gamma_n}{\delta x_{PN}} A_n$	$\frac{\Gamma_b}{\delta x_{BP}} A_b$	$\frac{\Gamma_t}{\delta x_{PT}} A_t$

แผนวิธีกฎกำลัง(Power Law Scheme)

แผนวิธีนี้ ให้ความแม่นยำสูงมาก หากประยุกต์ใช้กับปัญหา 1 มิติ จะให้ค่าความแม่นยำเทียบเท่าผลเฉลยแม่นตรง แผนวิธีนี้ จะกำหนดค่าการแพร่ให้เป็นศูนย์เมื่อการไหลมีค่า $Pe<10$ แต่ถ้าหากค่า $0<Pe<10$ ประมาณค่าจะใช้รูปแบบฟังก์ชันพหุนาม ยกตัวอย่างการประมาณค่าฟลักซ์สุทธิที่ด้าน w ซึ่งปริมาตรควบคุมสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$q_w = F_w\left[\phi_W - \beta_w\left(\phi_P - \phi_W\right)\right] \quad \text{เมื่อ } 0<Pe<10 \qquad 3.69$$

$$q_w = F_w\phi_W \quad \text{เมื่อ } Pe>10 \qquad 3.70$$

โดยที่ $\beta_w = \left(1-0.1Pe_w\right)^5 / Pe_w$ ค่าสัมประสิทธิ์ของสมการดิสครีไทส์สำหรับปัญหาการพา-การแพร่ ใน 1 มิติ เมื่อใช้แผนวิธีกฎกำลังสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$a_W = D_w \max\left[0,\left(1-0.1\left|Pe_w\right|^5\right)\right] + \max\left[F_w,0\right]$$

$$a_E = D_e \max\left[0,\left(1-0.1\left|Pe_w\right|^5\right)\right] + \max\left[-F_e,0\right]$$

$$a_P = a_W + a_E + (F_e - F_w)$$

แผนวิธีผลต่างต้นกระแสกำลังสอง

หรือแผนวิธี QUICK(The Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinetics)

จากแผนวิธีต้นลมและแผนวิธีต่างผสม ทั้งคู่เป็นแผนวิธีที่มีความคลาดเคลื่อนตัดปลายอนุกรมเทเลอร์ที่อันดับ 1 เท่านั้น ซึ่งจะให้ความแม่นยำของแผนวิธีดังกล่าวเป็นอันดับ 1 เช่นกัน

แผนวิธี	ความแม่นยำ	ปัญหาที่พบ
ผลต่างต้นลม	อันดับ 1	เกิดความคลาดเคลื่อนจากการแพร่ไม่จริง ความคลาดเคลื่อน
		ในลักษณะนี้ จะลดลงได้ถ้าใช้แผนวิธีอันดับสูงขึ้น
ผลต่างกลาง	อันดับ 2	ไม่ค่อยมีเสถียรภาพ เนื่องจากไม่สามารถกำกับทิศทางการไหล
ผลต่างผสม	อันดับ 1	ให้ความแม่นยำเฉพาะเมื่อใช้กับปัญหา 1มิติ

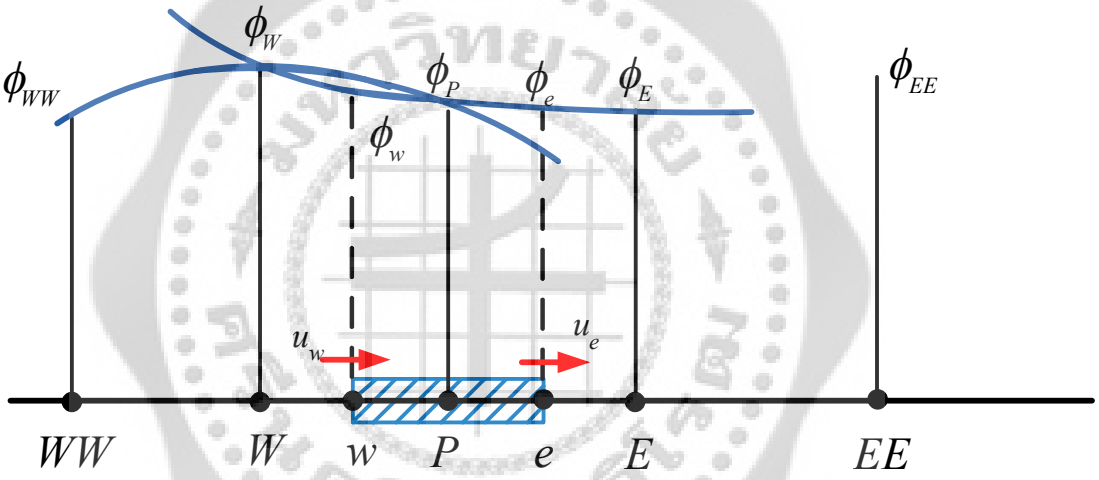
ดังนั้นจากข้อด้อยของแผนวิธีต่างที่ผ่านมา จึงมีผู้เสนอแนวคิดเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว เสนอโดยเลียวนาร์ด (Leonard) ในปี 1979 หลักการของแผนวิธีนี้ คือจะใช้การประมาณการค่าในช่วงแบบกำลังสองถ่วงน้ำหนัก(Upstream weighted quadratic interpolation) โดยใช้จุดต่อ 3 จุดตามภาพประกอบ 34 จุด

ที่อยู่ต้นกระแสเพื่อหาค่าต่างๆที่ด้านของปริมาตรควบคุม ค่าคุณสมบัติ ϕ ที่ด้านของปริมาตรควบคุมหาได้จากฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันนี้ มีโปรไฟล์ซึ่งลากผ่านจุดต่อวงเล็บ(Blanking nodes) 2 จุด และจุดต่อที่อยู่ต้นกระแสอีก 1 จุด รวมเป็น 3 จุด

การหาค่าคุณสมบัติ ϕ ที่ด้านของปริมาตรควบคุมทำได้ดังนี้

- กรณีที่ $u_w > 0$ และ $u_e > 0$ สามารถหาค่า ϕ_w ได้โดยใช้โปรไฟล์กำลังที่สองผ่านจุด WW, W และ P ส่วนค่า ϕ_e หาได้โดยใช้โปรไฟล์ที่ผ่านจุด W, P และ E

- กรณีที่ $u_w < 0$ และ $u_e < 0$ สามารถหาค่า ϕ_w ได้โดยใช้โปรไฟล์กำลังที่สองผ่านจุด W, P และ E ส่วนค่า ϕ_e หาได้โดยใช้โปรไฟล์ที่ผ่านจุด P, E และ EE



ภาพประกอบ 34 โปรไฟล์ของแผนวิธี QUICK

หากกำหนดให้ระยะห่างระหว่างกริดสม่ำเสมอ ค่า ϕ ที่ด้านของปริมาตรควบคุมซึ่งอยู่ระหว่างจุดต่อวงเล็บทั้งสองจุดต่อ คือ จุดต่อ i (จุด P) จุดต่อ $i-1$ (จุดต่อ W หรือ E) และจุดต่อต้นกระแส $i-2$ (จุดต่อ WW หรือ EE) หาได้ตามสูตร

$$\phi_{face} = \frac{6}{8}\phi_{i-1} + \frac{3}{8}\phi_i - \frac{1}{8}\phi_{i-2} \qquad 3.71$$

เมื่อ $u_w > 0$ จะสามรถเขียนสมการได้ดังนี้

$$\phi_w = \frac{6}{8}\phi_W + \frac{3}{8}\phi_P - \frac{1}{8}\phi_{WW} \qquad 3.72$$

เมื่อ $u_e > 0$ จะสามรถเขียนสมการได้ดังนี้

$$\phi_e = \frac{6}{8}\phi_P + \frac{3}{8}\phi_E - \frac{1}{8}\phi_W \qquad 3.73$$

ในกริดแบบสม่ำเสมอ การประมาณค่าพจน์การแพร่ที่ด้านของปริมาตรควบคุม นิยมใช้การประมาค่าแบบผลต่างกลาง ส่วนพจน์การพาใช้สมการที่ 3.72-3.73 ดังนั้ นสมการดีสครีไทส์สำหรับการพาการแพร่ 1 มิติได้ดังนี้

จากสมการ 3.36

$$F_e\phi_e - F_w\phi_w = D_e\left(\phi_E - \phi_P\right) - D_w\left(\phi_P - \phi_W\right)$$

สามารถแทนค่า

$$F_e\left(\frac{6}{8}\phi_P + \frac{3}{8}\phi_E - \frac{1}{8}\phi_W\right) - F_w\left(\frac{6}{8}\phi_W + \frac{3}{8}\phi_P - \frac{1}{8}\phi_{WW}\right) = D_e\left(\phi_E - \phi_P\right) - D_w\left(\phi_P - \phi_W\right)$$

จัดรูปแบบสมการใหม่

$$\left[D_w + \frac{6}{8}F_w + \frac{1}{8}F_e + D_e - \frac{3}{8}F_w\right]\phi_P$$

$$= \phi_W\left(D_w + \frac{6}{8}F_w + \frac{1}{8}F_e\right) + \phi_E\left(D_e - \frac{3}{8}F_w\right) - \frac{1}{8}F_w\phi_{WW} \qquad 3.74$$

สัมประสิทธิ์ของสมการมีรูปดังนี้

$$a_W = D_w + \frac{6}{8}F_w + \frac{1}{8}F_e \;\;, a_E = D_e - \frac{3}{8}F_w \;\;, a_{WW} = -\frac{1}{8}F_w$$

$$a_P = a_W + a_E + a_{WW} + \left(F_e - F_w\right)$$

และหากการไหลมีทิศทางตรงข้ามจากทางด้านขวาไปซ้ายมือ จะได้ค่า $F_w < 0$ และ $F_e < 0$

เมื่อ $u_w < 0$ จะสามรถเขียนสมการได้ดังนี้

$$\phi_w = \frac{6}{8}\phi_P + \frac{3}{8}\phi_W - \frac{1}{8}\phi_E \qquad 3.75$$

เมื่อ $u_e < 0$ จะสามรถเขียนสมการได้ดังนี้

$$\phi_e = \frac{6}{8}\phi_E + \frac{3}{8}\phi_P - \frac{1}{8}\phi_{EE} \qquad 3.76$$

จากสมการ 3.36

$$F_e\phi_e - F_w\phi_w = D_e\left(\phi_E - \phi_P\right) - D_w\left(\phi_P - \phi_W\right)$$

สามารถแทนค่า

$$F_e\left(\frac{6}{8}\phi_E + \frac{3}{8}\phi_P - \frac{1}{8}\phi_{EE}\right) - F_w\left(\frac{6}{8}\phi_P + \frac{3}{8}\phi_W - \frac{1}{8}\phi_E\right) = D_e\left(\phi_E - \phi_P\right) - D_w\left(\phi_P - \phi_W\right)$$

จัดรูปแบบสมการใหม่

$$\left[D_e - \frac{6}{8}F_e - \frac{1}{8}F + D_w + \frac{3}{8}F_w \right]\phi_P$$
$$= \phi_W \left(D_w + \frac{3}{8}F_w \right) + \phi_E \left(D_e - \frac{6}{8}F_e - \frac{1}{8}F_w \right) - \frac{1}{8}F_e\phi_{EE} \qquad 3.77$$

สัมประสิทธิ์ของสมการมีรูปดังนี้

$$a_W = D_w + \frac{3}{8}F_w \ , a_E = D_e - \frac{6}{8}F_e - \frac{1}{8}F_w \ , a_{EE} = \frac{1}{8}F_e$$
$$a_P = a_W + a_E + a_{EE} + \left(F_e - F_w\right)$$

สมการในรูปทั่วไปของปัญหาการพาและการแพร่ ของแผนวิธี QUICK

$$a_P\phi_P = a_W\phi_W + a_E\phi_E + a_{WW}\phi_{WW} + a_{EE}\phi_{EE} \qquad 3.78$$

เมื่อสัมประสิทธิ์ของสมการมีรูปแบบดังนี้

$$a_W = D_w + \frac{3}{8}\alpha_w F_w + \frac{1}{8}\alpha_e F_e + \frac{3}{8}(1-\alpha_w)F_w \qquad a_{WW} = -\frac{1}{8}\alpha_w F_w$$
$$a_E = D_e - \frac{3}{8}\alpha_e F_e - \frac{6}{8}(1-\alpha_e)F_e - \frac{1}{8}(1-\alpha_w)F_w \qquad a_{EE} = \frac{1}{8}(1-\alpha_e)F_e$$
$$a_P = a_W + a_E + a_{EE} + a_{WW} + \left(F_e - F_w\right)$$

โดยที่ $\alpha_w = 1$ เมื่อ $F_w > 0$ และ $\alpha_e = 1$ เมื่อ $F_e > 0$

$\alpha_w = 0$ เมื่อ $F_w < 0$ และ $\alpha_e = 0$ เมื่อ $F_e < 0$

แผนวิธีอันดับสูงเช่นแผนวิธีQUICK สามารถลดความคลาดเคลื่อนเนื่องจากการแพร่ไม่จริงได้ดี แต่เสถียรภาพในการคำนวณกลับลดลงและมักเกิดOvershoots/Undershoots ในบางปัญหา ซึ่งจะก่อให้ผลเฉลยที่มีพฤติกรรมไม่สมจริงเชิงกายภาพ เช่นคุณสมบัติการปั่นป่วน k และ ε มีค่าเป็นลบ แต่ถ้าพิจารณาใช้ด้วยความระมัดระวังแล้วแผนวิธีนี้ จะให้คำตอบที่มีความแม่นยำสูง

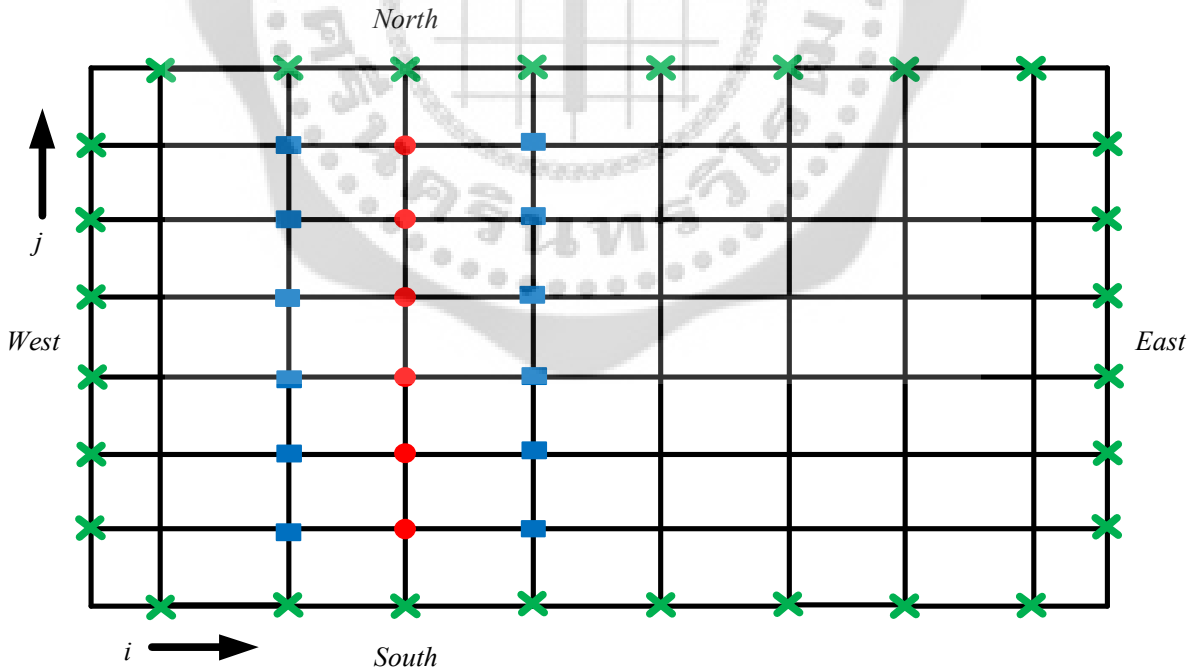
3.5 **การหาคำตอบโดยใช้วิธี** TDMA(Tri-Diagonal Matrix Algorithm)

การแปลงสมการการไหลในรูปอนุพันธ์ให้เป็นสมการดิสครีไทส์ ผลที่ได้จากกระบวนการดังกล่าวคือ ระบบสมการพีชคณิตสำหรับใช้แก้หาผลเฉลย ความซับซ้อนและขนาดของระบบดังกล่าวขึ้ นอยู่กับมิติของปัญหา จำนวนจุดต่อ และแผนวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้สร้างสมการดิสครีไทส์ สิ่งสำคัญที่จะเลือกใช้วิธีใดนั้ นผลเฉลยที่ได้ต้องใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นตรง เวลาที่ใช้ในการคำนวณต้องเร็ว

วิธีการที่ใช้คำนวณหาผลเฉลยของระบบสมการ แบ่งได้ออก 2 กลุ่มคือ วิธีตรง(Direct Methods) และวิธีอ้อมหรือวิธีคำนวณซ้ำ(Indirect or iterative methods) ซึ่งวิธีการคำนวณโดยตรง ระบบสมการจะมีจำนวน N สมการ(ตัวแปรไม่ทราบค่า N ตัว) จำนวนครั้งของการคำนวณในขั้นตอนการแก้สมการด้วยวิธีตรงจะเป็นอันดับ N^3 และต้องจองหน่วยความจำของเครื่องคำนวณเพื่อเก็บค่าสัมประสิทธิ์ของสมการทั้งหมด N^2 ค่า

สำหรับวิธีการคำนวณซ้ำนั้นใช้หลักการคำนวณแบบวนไปเรื่อยๆ โดยเริ่มจากการสมมุติค่าเริ่มต้นให้กับตัวแปรทั้งหมดในระบบสมการ จากนั้นวนแทนค่าซ้ำจนกระทั่งค่าของตัวแปรที่คำนวณได้ลู่เข้าสู่คำตอบที่ต้องการ เช่นวิธีจาโคบี(Jacobi method) วิธีเกาส์-ไซเดล(Gauss-siedel method) เป็นต้น ซึ่งวิธีการคำนวณซ้ำจะมีจำนวนครั้งของการคำนวณในแต่ละรอบเท่ากับ N ครั้ง ข้อดีของวิธีนี้ คือไม่สิ้นเปลืองพื้นที่หน่วยความจำของเครื่องคำนวณเท่ากับวิธีตรง ส่วนข้อด้อยของวิธีนี้ คือ กระบวนการทำซ้ำลู่เข้าสู่คำตอบช้าเมื่อใช้กับปัญหาที่มีขนาดใหญ่

จากปัญหาทางด้านพลศาสตร์ของไหลจะเป็นปัญหาที่มีขนาดใหญ่และมีความซับซ้อน ในปี ค.ศ. 1949 Thomas ได้พัฒนาวิธีที่ใช้แก้สมการระบบเมทริกซ์ซึ่งอยู่ในรูปเมทริกซ์สามเหลี่ยมเฉียง(Tri-Diagonal Matrix Algorithm:TDMA) ยกตัวอย่างรูปแบบกริดของปัญหา 2 มิติ พิจารณาจากภาพประกอบ 35



ภาพประกอบ 35 Computational domain ที่ใช้วิธี TDMA ในการคำนวณ

พิจารณาระบบสมการที่มีลักษณะเป็นสามเหลี่ยมเฉียงดังต่อไปนี้

$$\phi_1 = C_1 \qquad 3.79a$$

$$-\beta_2\phi_1 + D_2\phi_2 - \alpha_2\phi_3 = C_2 \qquad 3.79b$$

$$-\beta_3\phi_2 + D_3\phi_3 - \alpha_3\phi_4 = C_3 \qquad 3.79c$$

$$-\beta_4\phi_3 + D_4\phi_4 - \alpha_4\phi_5 = C_4 \qquad 3.79d$$

$$\cdots = \cdots$$

$$-\beta_{n-1}\phi_{n-1} + D_n\phi_n - \alpha_{n+1}\phi_{n+1} = C_n \qquad 3.79n$$

$$\phi_{n+1} = C_{n+1} \qquad 3.79n+1$$

จากสมการ 3.79ค่า ϕ_1 และ ϕ_{n+1} เป็นเงื่อนไขขอบซึ่งรู้ ค่าแล้ว และสามารถเขียนสมการ3.79b-3.79n ใหม่ได้เป็น

$$-\beta_j\phi_{j-1} + D_j\phi_j - \alpha_j\phi_{j+1} = C_j \qquad 3.80$$

จัดรูปสมการที่ 3.79b-3.79n ให้อยู่ในรูปของตัวแปร ϕ ที่จุดต่อนั้ นๆได้ดังนี้

$$\phi_2 = \frac{\alpha_2}{D_2}\phi_3 + \frac{\beta_2}{D_2}\phi_1 + \frac{C_2}{D_2} \qquad 3.81a$$

$$\phi_3 = \frac{\alpha_3}{D_3}\phi_4 + \frac{\beta_3}{D_3}\phi_2 + \frac{C_3}{D_3} \qquad 3.81b$$

$$\phi_4 = \frac{\alpha_4}{D_4}\phi_5 + \frac{\beta_4}{D_4}\phi_3 + \frac{C_4}{D_4} \qquad 3.81c$$

$$\cdots = \cdots$$

$$\phi_n = \frac{\alpha_n}{D_n}\phi_{n+1} + \frac{\beta_n}{D_n}\phi_{n-1} + \frac{C_n}{D_n} \qquad 3.81n$$

จากสมการชุดที่ 3.81 สามารถแก้เพื่อหาผลเฉลยของตัวแปร ϕ ได้โดยใช้วิธีกำจัดไปข้างหน้า (Forward elimination) และแทนค่าย้อนกลับ(Backward substitution) การกำจัดไปข้างหน้าเริ่มจากการ

กำจัดตัวแปร ϕ_2 ออกจากสมการที่ 3.81b และโดยแทนค่าϕ_2 จากสมการที่3.81a ลงในสมการ 3.81b ซึ่งจะได้สมการ 3.81b ใหม่เป็นดังนี้

$$\phi_3 = \frac{\alpha_3}{D_3}\phi_4 + \frac{\beta_3}{D_3}\left(\frac{\alpha_2}{D_2}\phi_3 + \frac{\beta_2}{D_2}\phi_1 + \frac{C_2}{D_2}\right) + \frac{C_3}{D_3}$$

รวมพจน์ที่มีค่าตัวแปร ϕ_3

$$\phi_3 - \frac{\beta_3}{D_3}\frac{\alpha_2}{D_2}\phi_3 = \frac{\alpha_3}{D_3}\phi_4 + \frac{\beta_3}{D_3}(\frac{\beta_2}{D_2}\phi_1 + \frac{C_2}{D_2}) + \frac{C_3}{D_3}$$

$$\phi_3\left(1 - \frac{\beta_3}{D_3}\frac{\alpha_2}{D_2}\right) = \frac{\alpha_3}{D_3}\phi_4 + \frac{\beta_3}{D_3}\left[(\frac{\beta_2}{D_2}\phi_1 + \frac{C_2}{D_2}) + C_3\right]$$

จัดรูปแบบสมการใหม่

$$\phi_3 = \left(\frac{\alpha_3}{D_3 - \beta_3\frac{\alpha_2}{D_2}}\right)\phi_4 + \left(\frac{\beta_3\left(\frac{\beta_2}{D_2}\phi_1 + \frac{C_2}{D_2}\right) + C_3}{D_3 - \beta_3\frac{\alpha_2}{D_2}}\right) \qquad 3.82a$$

หากกำหนดให้

$$A_2 = \frac{\alpha_2}{D_2} \text{ และ } C_2' = \frac{\beta_2}{D_2}\phi_1 + \frac{C_2}{D_2} \qquad 3.82b$$

แทนค่าในสมการที่ 3.82a

$$\phi_3 = \left(\frac{\alpha_3}{D_3 - \beta_3 A_2}\right)\phi_4 + \left(\frac{\beta_3 C_2' + C_3}{D_3 - \beta_3 A_2}\right) \qquad 3.82c$$

หากกำหนดให้

$$A_3 = \left(\frac{\alpha_3}{D_3 - \beta_3 A_2}\right), C_3' = \left(\frac{\beta_3 C_2' + C_3}{D_3 - \beta_3 A_2}\right) \qquad 3.82d$$

จัดรูปแบบสมการ 3.82cใหม่เป็น

$$\phi_3 = A_3\phi_4 + C_3' \qquad 3.83$$

ขั้นตอนถัดมาก็คือการกำจัดϕ_3 ออกโดยทำขั้นตอนในลักษณะเหมือนกับการกำจัดϕ_2 ดังกล่าวข้างต้น

ก็จะได้สมการที่เป็นรูปแบบทั่วไปดังนี้

$$\phi_j = A_j\phi_{j+1} + C_j' \qquad 3.84a$$

เมื่อ

$$A_j = \left(\frac{\alpha_j}{D_j - \beta_j A_{j-1}} \right), C_j' = \left(\frac{\beta_j C_{j-1}' + C_j}{D_j - \beta_j A_{j-1}} \right) \qquad 3.84b$$

เมื่อประยุกต์เข้ากับจุดต่อที่อยู่บนขอบ $j = 1$ และ $j = n+1$ ซึ่งเป็นจุดที่รู้ ค่า ϕ_j เพื่อให้ได้ค่า ϕ_j ที่มีค่าเท่ากับ ϕ_{BC} ที่ขอบนั้ น ทำได้โดยการกำหนดค่าของสมการที่3.84a ใหม่เป็นดังนี้

ที่จุดต่อ 1 ที่อยู่บนขอบและมีค่า $\phi_j = \phi_1$ ให้กำหนดค่าดังนี้

$$A_1 = 0 \qquad \text{และ} \qquad C_1' = \phi_1$$

ที่จุดต่อ n ที่อยู่บนขอบและมีค่า $\phi_j = \phi_{n+1}$ ให้กำหนดค่าดังนี้

$$A_{n+1} = 0 \qquad \text{และ} \qquad C_{n+1}' = \phi_{n+1}$$

การแก้สมการมีขั้ นตอนดังต่อไปนี้

(1) การกำจัดไปข้างหน้า ประกอบด้วยขั้ นตอนดังต่อไปนี้

(1.1) จัดรูปแบบสมการให้อยู่ในรูปแบบต่อไปนี้

	รูปแบบสมการ	
รูปทั่วไป	$-\beta_j \phi_{j-1} + D_j \phi_j - \alpha_j \phi_{j+1}$	$= C_j$
2 มิติ	$-a_W \phi_W + a_P \phi_P - a_E \phi_E$	$= a_S \phi_S + a_N \phi_N + b$
3 มิติ	$-a_W \phi_W + a_P \phi_P - a_E \phi_E$	$= a_S \phi_S + a_N \phi_N + a_T \phi_T + a_B \phi_B + b$

(1.2) คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ β_j, D_j, α_j และ C_j

(1.3) โดยการคำนวณเริ่มจากแถวที่ $j = 2$ โดยค่า A_j และ C_j' คำนวณได้จากสมการ

$$A_j = \left(\frac{\alpha_j}{D_j - \beta_j A_{j-1}} \right), C_j' = \left(\frac{\beta_j C_{j-1}' + C_j}{D_j - \beta_j A_{j-1}} \right)$$

(1.4) ใช้การคำนวณเช่นเดียวกับข้อ 1.3 สำหรับแถวที่ $j = 3$ ถึง $j = n$

(2) แทนค่าย้อนกลับประกอบด้วยขั้ นตอนต่อไปนี้

(2.1) เริ่มคำนวณที่แถว $j = n$ โดยใช้สมการ $\phi_j = A_j \phi_{j+1} + C_j'$ หาค่า ϕ_n

(2.2) คำนวณเช่นเดียวกับข้อ 2.1 สำหรับแถวที่ $j = n-1$ ถึง $j = 2$ เพื่อหาผลเฉลย ϕ_{n-1} ถึง ϕ_2

วิธี TDMA ใช้ได้กับปัญหา 2มิติ 3มิติ ใช้ได้ผลดีกับสมการการไหลในระบบพิกัดฉาก แต่ถ้าหากมีการแปลงสมการให้อยู่บนพิกัดวัตถุ วิธีTDMA จะใช้ไม่ได้ผลเท่าที่ควร

3.6 ปัญหาการไหลปฏิสัมพันธ์ความดัน-ความเร็ว

SIMPLE Algorithm(Semi-implicit method for pressure-linked equation)

ที่ผ่านมาการส่งถ่ายคุณสมบัติด้วยการพา จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อตัวกลางมีการไหลตัว โดยมวลของตัวกลางที่ไหลตัวจะนำพาเอาคุณสมบัติให้เคลื่อนที่ไปด้วย ดังนั้นการพาจึงมีขนาดและทิศทางขึ้นอยู่กับขนาดและทิศทางของความเร็วในสนามการไหลเนื่องจากค่าความเร็วของการไหลถูกสมมติให้มีค่าคงที่เท่ากันทุกจุดบนโดเมนจึงทำให้ง่ายต่อการคำนวณหาค่าตัวแปรอื่นในสนามการไหลที่ได้รับอทธิพลจากการพา แต่เนื่องจากการไหลในสนามการไหลจริงความเร็ว แต่ละจุดมีค่าไม่เท่ากันและไม่สามารถทราบค่าได้ตั้งแต่แรก ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหล ตัวแปรหนึ่งที่มีความสำคัญก็คือ ความดัน จากสมการโมเมนตัมและสมการความต่อเนื่องที่มีอยู่ไม่มีสมการใดที่ใช้แก้หาความดัน ซึ่งตัวแปรความดันอยู่ในรูปเกรเดียนต์ที่บรรจุอยู่ในสมการโมเมนตัม ดังนั้นจึงเกี่ยวโยงกับสนามความเร็ว หากรู้ค่าสนามความดันในสนามการไหลก็สามารถแก้หาสนามความเร็วได้ โดยการแปลงสมการโมเมนตัมที่มีรูปอนุพันธ์ย่อยให้กลายเป็นสมการดิสครีไทส์ที่มีรูปพีชคณิต การแก้สมการหาค่าสนามความดันจะต้องเริ่มจากการสมมติค่าให้ก่อน เนื่องจากสมการไม่เป็นเชิงเส้น และความดันกับความเร็วยังเชื่อมโยงต่อกันอยู่ การแก้สมการเพื่อหาผลเฉลยจึงจำเป็นต้องอาศัยการคำนวณแบบคำนวณซ้ำ

3.6.1 กริดเยื้อง

การแก้ปัญหาการส่งถ่ายยังไม่สมบูรณ์พอที่จะนำไปประยุกต์ใช้แก้สมการโมเมนตัมได้โดยตรง ทั้งนี้ เพราะความดันและความเร็วในสมการโมเมนตัมต่างเป็นตัวแปรที่เกี่ยวโยงกันอยู่ การแก้ปัญหาจึงจำเป็นต้องมีวิธีพิเศษเพิ่มเข้ามา

ขั้นตอนของวิธีไฟไนต์โวลุมเริ่มจากการแบ่งโดเมนออกเป็นปริมาตรควบคุมโดยใช้เส้นกริด จากนั้นแปลงสมการระบบให้อยู่ในรูปของสมการดิสครีไทส์สำหรับแต่ละจุดต่อ และดำเนินการแก้สมการหาค่าที่ต้องการบนจุดต่อที่กำหนด ดังนั้นจึงต้องพิจารณาจุดต่อและด้านของปริมาตรควบคุมที่สร้างขึ้นจึงต้องนำมาพิจารณาว่าจุดใดควรเป็นจุดวางเวคเตอร์ความเร็ว และจุดต่อใดควรวางค่าตัวแปรสเกลาร์ เช่น ความดัน อุณหภูมิ และความหนาแน่น เป็นต้น ซึ่งถ้าหากกำหนดค่าจุดต่อของความดันกับความเร็ววางอยู่ตรงจุดต่อเดียวกัน อาจจะทำให้กลายเป็นว่าค่าของความดันมีค่าสม่ำเสมอทั้งสนามการไหล แต่ในความเป็นจริงแล้วสนามความดันมีค่าไม่สม่ำเสมอ ภาพประกอบ25 เป็นการกระจายความดันบนกริดแบบสม่ำเสมอ พิจารณาปริมาตรควบคุมที่แรเงา หาได้โดยใช้การประมาณค่าเชิงเส้นระหว่างจุดต่อ สมการของเกรเดียนต์ความดัน $\frac{\partial p}{\partial x}$ ในสมการโมเมนตัม u

$$\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{p_e-p_w}{\delta x}=\frac{\left(\frac{p_E+p_P}{2}\right)-\left(\frac{p_P+p_w}{2}\right)}{\delta x}=\frac{p_E-p_W}{2\delta x} \qquad 3.85$$

แทนค่า

$$\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{100-100}{2\delta x}=0$$

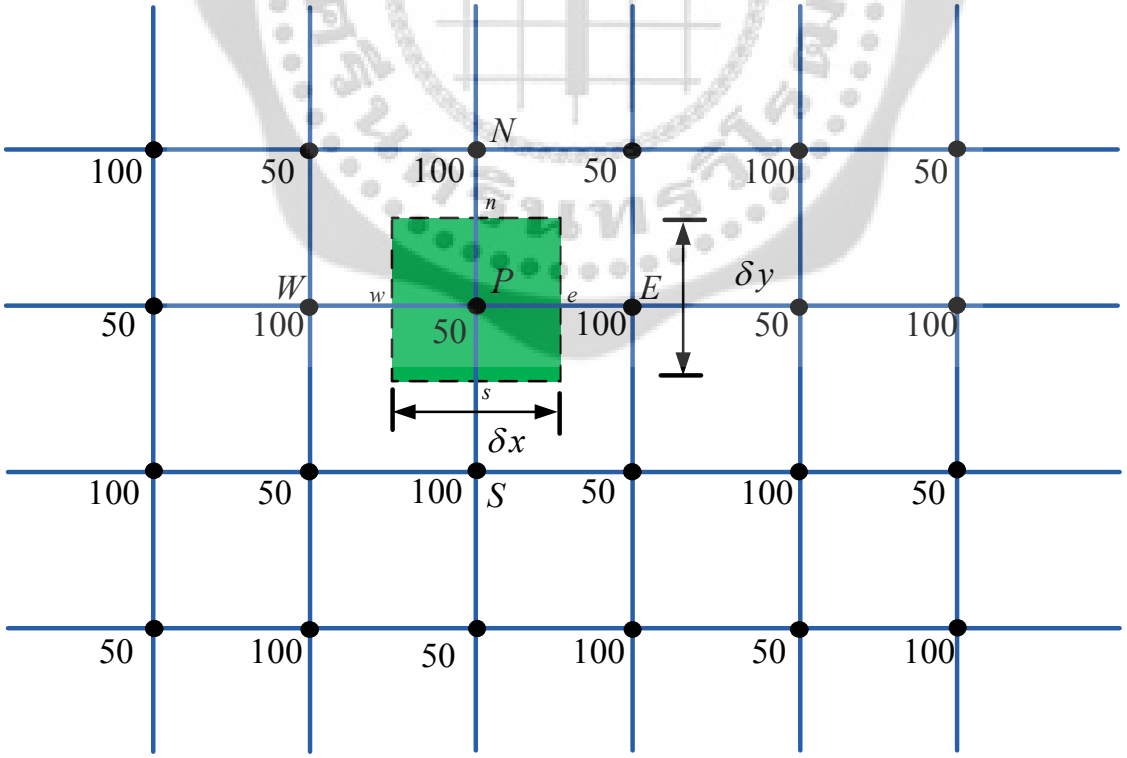
สำหรับเกรเดียนต์ความดันในสมการโมเมนตัม v ก็หาค่าได้ในทำนองเดียวกัน

$$\frac{\partial p}{\partial y}=\frac{p_n-p_s}{\delta y}=\frac{\left(\frac{p_N+p_P}{2}\right)-\left(\frac{p_P+p_S}{2}\right)}{\delta y}=\frac{p_N-p_S}{2\delta y} \qquad 3.86$$

แทนค่า

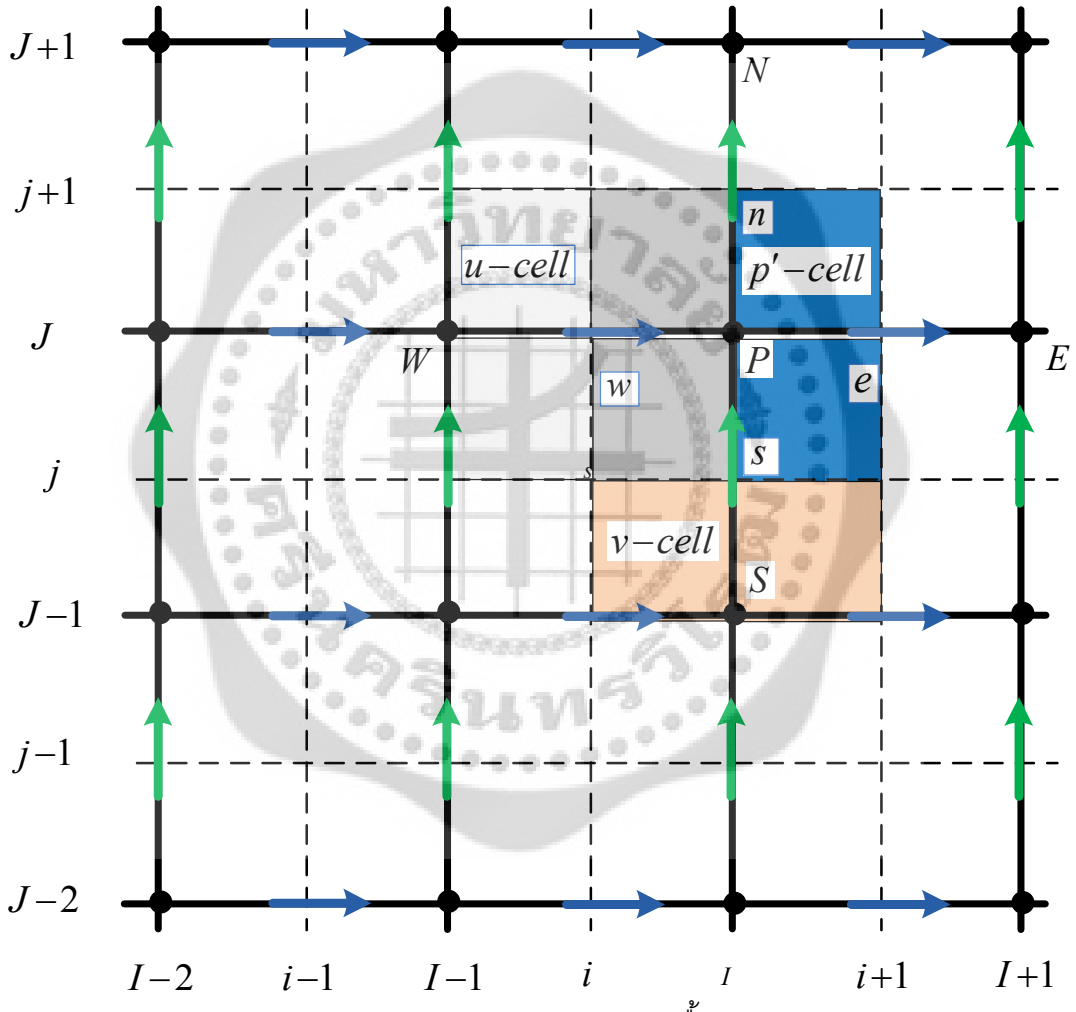
$$\frac{\partial p}{\partial y}=\frac{100-100}{2\delta y}=0$$

ผลลัพธ์ที่ได้คือค่าเกรเดียนต์ความดันเท่ากับศูนย์หมายความว่าไม่มีการเปลี่ยนแปลงค่าความดันปริมาตรควบคุม พิจารณาจุดอื่นก็ได้ผลลัพธ์เท่ากัน สรุปคือค่าเกรเดียนต์ความดันมีค่าเป็นศูนย์ทั้งสนามการไหล จึงเสมือนว่าความดันในสนามการไหลมีค่าเท่ากันทุกจุด ซึ่งในความเป็นจริงแล้วสนามการไหลมีความแตกต่างของความดัน



ภาพประกอบ 36 กระดานตรวจสอบสนามความดัน

จากปัญหาข้างต้นแก้ไขได้โดยใช้ระบบกริดเยื้ อง(Staggered grid) ซึ่งเสนอโดย Harlow and Welch(1965) หลักการคือใช้กริดสามชุดซ้อนทับเยื้ องกันอยู่ กริดชุดแรกใช้สร้างจุดต่อหลักและปริมาตรควบคุมหลักสำหรับตัวแปรสเกลาร์(ความดัน อุณหภูมิ และตัวแปรอื่นๆที่ไม่ใช่ความเร็ว) กริดอีกสองชุดถูกสร้างเยื้ องจากกริดชุดแรก ใช้สร้างจุดต่อรองและปริมาตรควบคุมรอง สำหรับตัวแปรความเร็ว มีรูปแบบดังภาพประกอบ 37



ภาพประกอบ 37 ระบบกริดเยื้ อง

ตัวแปรและสัญลักษณ์

- จุดกลมทึบ(●)เป็นตำแหน่งวางตัวแปรความดันและตัวแปรสเกลาร์ ซึ่งเป็นจุดตัดของเส้นตัดทึบ การระบุตำแหน่งใช้สัญลักษณ์อักษรพิมพ์ใหญ่2 ตัวคู่กัน เช่นตำแหน่ง (I,J) เป็นจุดของ P
- ลูกศรแนวนอน(→)เป็นจุดจัดวางความเร็ว u

ตัวแปรความเร็ว u ถูกจัดวางไว้ที่ด้าน e และ w ของปริมาตรควบคุมหลัก ซึ่งเป็นจุดตัดระหว่างเส้นทึบในแนวนอนและเส้นประในแนวดิ่ง การระบุตำแหน่งจะใช้สัญลักษณ์อักษรระหว่างตัวพิมพ์เล็กและตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น ด้าน e ของปริมาตรควบคุม P ระบุตำแหน่งด้วย จุด$(i+1,J)$

- ลูกศรแนวนอน(↑)เป็นจุดจัดวางความเร็ว v

ตัวแปรความเร็ว v ถูกจัดวางไว้ที่ด้าน n และ s ของปริมาตรควบคุมหลัก ซึ่งเป็นจุดตัดระหว่างเส้นทึบในแนวดิ่งและเส้นประในแนวนอน การระบุตำแหน่งจะใช้สัญลักษณ์อักษรระหว่างตัวพิมพ์ใหญ่และตัวพิมพ์เล็ก เช่นด้าน s ของปริมาตรควบคุม P ระบุตำแหน่งด้วย จุด(I,j)

การสร้างกริดเยื้ องเพื่อใช้กำหนดความเร็วทำได้2 แบบ คือ กริดเยื้ องหน้า(Forward staggered grid) และกริดเยื้ องหลัง(Backward staggered grid) จากภาพประกอบ 37 เป็นกริดเยื้ องหลัง ซึ่งพิจารณาได้จาก ตำแหน่ง i สำหรับความเร็ว u ซึ่งแทนด้วยตำแหน่ง $u_{i,J}$ มีระยะห่างจากจุดต่อ (I,J) เท่ากับ $-\frac{1}{2}\delta x_u$ ในทำนองเดียวกัน ตำแหน่ง j สำหรับความเร็ว v ซึ่งแทนด้วยตำแหน่ง $v_{I,j}$ มีระยะห่างจากจุดต่อ (I,J) เท่ากับ $-\frac{1}{2}\delta x_v$

ในระบบกริดเยื้ อง จุดต่อความดันจัดวางไว้บนด้านของปริมาตรควบคุมความเร็วพอดี ซึ่งจะได้พจน์เกรเดียนต์ความดันเป็นดังนี้

$$\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{p_P-p_W}{\delta x_u} \qquad 3.87$$

$$\frac{\partial p}{\partial y}=\frac{p_P-p_S}{\delta x_u} \qquad 3.88$$

เมื่อ δx_u และ δy_v แทนความกว้างของปริมาตรควบคุม u และ v ตามลำดับ นำค่าความดันจากภาพประกอบ 36 แทนในสมการที่ 3.87,3.88

$$\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{p_P-p_W}{\delta x_u}=\frac{50-100}{\delta x_u}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y}=\frac{p_P-p_S}{\delta x_u}=\frac{50-100}{\delta x_u}$$

ซึ่งค่าที่ได้จะไม่เท่ากับศูนย์สอดคล้องกับความเป็นจริงแสดงว่าการใช้กริดเยื้ องช่วยหลีกเลี่ยงไม่ให้เกิดพฤติกรรมที่ไม่สมจริงของสนามความดันในสมการโมเมนตัม และข้อดีของการวางกริดแบบเยื้ องก็คือ ตำแหน่งของความเร็วถูกจัดวางในตำแหน่งที่เหมาะสมต่อการนำไปใช้คำนวณหาฟลักซ์ที่ด้านปริมาตรควบคุมโดยไม่ทำการประมาณค่าภายในช่วงเพื่อหาความเร็ว

3.6.2 **สมการโมเมนตัม**

จากสมการโมเมนตัมในแกน x และ y

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uu)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho vu)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\frac{\partial v}{\partial x}\right) \qquad 3.89$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uv)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho vv)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial u}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\frac{\partial v}{\partial y}\right) \qquad 3.90$$

ทำการอินทริเกรตสมการ 3.89 และ 3.90 ตลอดปริมาตรควบคุมในภาพประกอบ 37 จะได้สมการดิสครีไทส์ ดังต่อไปนี้

ในแกน x $$a_{i,J}u_{i,J}=\sum_{nb}a_{nb}u_{nb}+\left(p_{I-1,J}-p_{I,J}\right)A_{i,J}+b_{i,J} \qquad 3.91$$

ในแกน y $$a_{I,j}v_{I,j}=\sum_{nb}a_{nb}v_{nb}+\left(p_{I,J-1}-p_{I,J}\right)A_{I,j}+b_{I,j} \qquad 3.92$$

โดย

$$\sum_{nb}a_{nb}u_{nb}=a_Nu_N+a_Su_S+a_Eu_E+a_Wu_W$$

$$\sum_{nb}a_{nb}v_{nb}=a_Nv_N+a_Sv_S+a_Ev_E+a_Wv_W$$

เมื่อ

$b_{i,J}, b_{I,j}$ เท่ากับ $\bar{S}\nabla V_u, \bar{S}\nabla V_v$ ตามลำดับ เป็นพจน์ของแหล่งกำเนิดของโมเมนตัม

$A_{I,j}, A_{i,J}$ เป็นพื้ นที่หน้าตัดของด้านปริมาตรควบคุม u, v ตามลำดับ

จากนั้ นทำการจัดรูปแบบสมการอนุรักษ์มวลให้อยู่ในรูปของสมการผลต่างความดัน เพื่อใช้แก้ไขค่าความดัน และความเร็วในสนามการไหล โดยเริ่มจากการกำหนดค่าต่อไปนี้

$$p=p^*+p' \qquad 3.93a$$

$$u=u^*+u' \qquad 3.93b$$

$$v=v^*+v' \qquad 3.93c$$

โดย

p, u และ v คือ ความดันและความเร็วที่ถูกต้อง

p^*, u^* และ v^* คือ ความดันที่กำหนดขึ้น (Guessed pressure) และความเร็วที่คำนวณจาก p^*

p', u' และ v' คือ ค่าแก้ไขความดัน (Pressure correction) และค่าแก้ไขความเร็ว

และความเร็ว u^* และ v^* สามารถคำนวณได้จากสมการโมเมนตัมที่มีลักษณะเช่นเดียวกับสมการ 3.91,3.92 ซึ่งจะได้สมการดิสครีไทซ์ของความเร็วทั้งเป็น

$$a_{i,J}u^*_{i,J} = \sum_{nb} a_{nb}u^*_{nb} + \left(p^*_{I-1,J} - p^*_{I,J}\right)A_{i,J} + b_{i,J} \qquad 3.94$$

$$a_{I,j}v^*_{I,j} = \sum_{nb} a_{nb}v^*_{nb} + \left(p^*_{I,J-1} - p^*_{I,J}\right)A_{I,j} + b_{I,j} \qquad 3.95$$

นำสมการ 3.93 แทนในสมการ 3.91,3.92 แล้วลบด้วยสมการ 3.94,3.95 จะได้สมการดังนี้

$$a_{i,J}u'_{i,J} = \sum_{nb} a_{nb}u'_{nb} + \left(p'_{I-1,J} - p'_{I,J}\right)A_{i,J} \qquad 3.96$$

$$a_{I,j}v'_{I,j} = \sum_{nb} a_{nb}v'_{nb} + \left(p'_{I,J-1} - p'_{I,J}\right)A_{I,j} \qquad 3.97$$

โดยที่กำหนดให้ $\sum_{nb} a_{nb}u'_{nb}$ และ $\sum_{nb} a_{nb}v'_{nb}$ มีค่าเป็นศูนย์ เพื่อความง่ายของการหาคำตอบ (Patankar ; 1980). เมื่อการไหลสอดคล้องกับสมการอนุรักษ์มวล จะได้สมการของค่าแก้ไขความเร็ว (Velocity correction equation) ของ u_w

$$a_w u'_w = \left(p'_W - p'_P\right)A_w \qquad 3.98$$

หรือ

$$u'_w = \frac{A_w}{a_w}\left(p'_W - p'_P\right)$$

$$d_w = \frac{A_w}{a_w}$$

เพราะฉะนั้น

$$u_w = u^*_w + u'_w \rightarrow u'_w = u_w - u^*_w$$

$$u_w - u^*_w = d_w\left(p'_W - p'_P\right) \rightarrow u_w = u^*_w + d_w\left(p'_W - p'_P\right)$$

$$u_w = u^*_w + d_w\left(p'_W - p'_P\right) \qquad 3.99$$

ในทำนองเดียวกัน u_e ก็พิจารณาแบบเดียวกัน

$$u_e = u^*_e + d_e\left(p'_E - p'_P\right) \qquad 3.100$$

สำหรับสมการความเร็วแก้ไขของ v_s

$$a_s v_s' = \left(p_S' - p_P'\right) A_s \qquad 3.101$$

หรือ

$$v_s' = \frac{A_s}{a_s}\left(p_S' - p_P'\right)$$

$$d_s = \frac{A_s}{a_s}$$

เพราะฉะนั้น $v_s = v_s^* + v_s' \rightarrow v_s' = v_s - v_s^*$

$$v_s - v_s^* = d_s\left(p_S' - p_P'\right) \rightarrow v_s = v_s^* + d_s\left(p_S' - p_P'\right)$$

$$v_s = v_s^* + d_s\left(p_S' - p_P'\right) \qquad 3.102$$

ในทำนองเดียวกัน v_n ก็พิจารณาแบบเดียวกัน

$$v_n = v_n^* + d_n\left(p_N' - p_P'\right) \qquad 3.103$$

จากสมการ อนุรักษ์มวลที่เขียนอยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์2 มิติ

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0$$

อินทริเกรตตลอดปริมาตรควบคุมได้เป็น

$$\int_{\Delta V}\left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y}\right] dV = 0$$

$$\left(\rho u A\right)_e - \left(\rho u A\right)_w + \left(\rho v A\right)_n - \left(\rho v A\right)_s = 0 \qquad 3.104$$

เมื่อแทนค่าความเร็วจากสมการ 3.99,3.100,3.102 และ 3.103 จะได้สมการของความดันแก้ไข(Pressure correction equation) ดังต่อไปนี้

$$a_P p_P' = a_E p_E' + a_W p_W' + a_N p_N' + a_S p_S' + b \qquad 3.105$$

เมื่อ

$$a_N = \rho d_n A_n$$

$$a_S = \rho d_s A_s$$

$$a_E = \rho d_e A_e$$

$$a_W = \rho d_w A_w$$

$$b = \left(\rho u^* A\right)_e - \left(\rho u^* A\right)_w + \left(\rho v^* A\right)_n - \left(\rho v^* A\right)_s$$

ขั้นตอนของSIMPLE algorithm มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

(1) เริ่มต้นสมมติค่าของ u^*, v^*, ϕ^* และ p^*

(2) คำนวณค่า u^*, v^* จากสมการ 3.94 และ3.95

$$a_{i,J}u^*_{i,J} = \sum_{nb} a_{nb}u^*_{nb} + \left(p^*_{I-1,J} - p^*_{I,J}\right)A_{i,J} + b_{i,J}$$

$$a_{I,j}v^*_{I,j} = \sum_{nb} a_{nb}v^*_{nb} + \left(p^*_{I,J-1} - p^*_{I,J}\right)A_{I,j} + b_{I,j}$$

(3) นำค่า u^*, v^* ที่คำนวณได้ แทนค่าในสมการ 3.105

$$a_P p'_P = a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + b$$

เมื่อ

$$a_N = \rho d_n A_n$$

$$a_S = \rho d_s A_s$$

$$a_E = \rho d_e A_e$$

$$a_W = \rho d_w A_w$$

$$b = \left(\rho u^* A\right)_e - \left(\rho u^* A\right)_w + \left(\rho v^* A\right)_n - \left(\rho v^* A\right)_s$$

(4) คำนวณค่า p' จากสมการ 3.105 แล้วนำมาแทนค่าในสมการ 3.93a

$$p = p^* + p'$$

จากนั้นจึงนำค่า p ที่คำนวณได้มากำหนดให้เป็น p^* ค่าใหม่

$$p \Rightarrow p^*$$

(5) คำนวณค่า u, v จากสมการ 3.99,3.100,3.102 และ 3.103

$$u_w = u^*_w + d_w\left(p'_W - p'_P\right)$$

$$u_e = u^*_e + d_e\left(p'_E - p'_P\right)$$

$$v_s = v^*_s + d_s\left(p'_S - p'_P\right)$$

$$v_n = v^*_n + d_n\left(p'_N - p'_P\right)$$

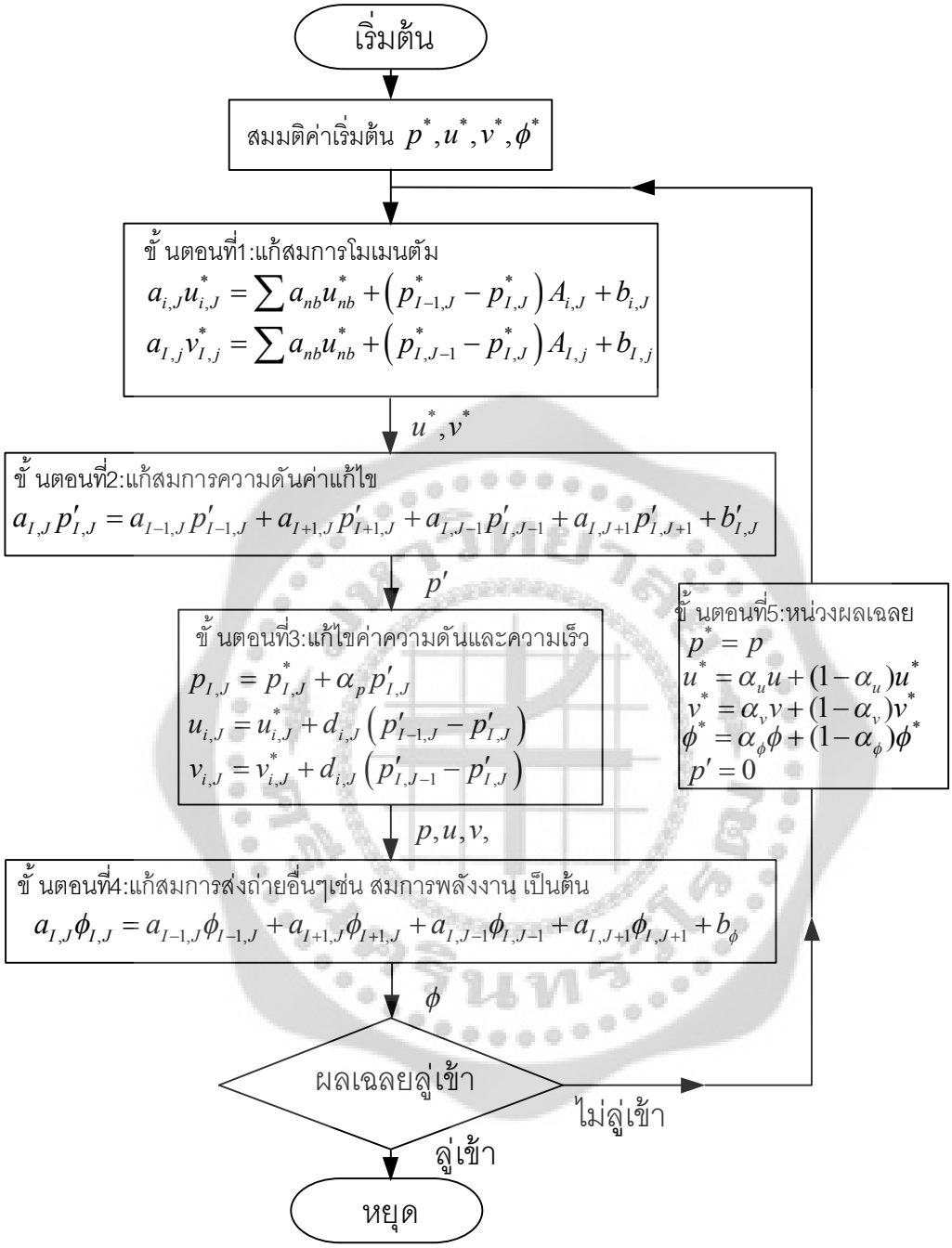
โดยใช้ค่า p' จากขั้นตอนที่4 จากนั้นกำหนดค่า u, v ที่ได้เป็น u^*, v^* ค่าใหม่

$$u \Rightarrow u^*$$

$$v \Rightarrow v^*$$

(6) นำค่า u, v ที่คำนวณได้จากขั้นตอนที่5 มาหาค่าตัวแปร ϕ เช่น k และ ε จากนั้นกำหนดค่า ϕ ที่ได้เป็น ϕ^* ค่าใหม่

(7) ทำซ้ำขั้นตอนที่2 ถึง 6 จนกระทั่ง u^*, v^*, ϕ^* และ p^* มีค่าลู่เข้าสู่ค่าที่ถูกต้อง โดยตรวจสอบจากการเข้าใกล้ศูนย์ของเทอม b ในสมการที่ 3.105 ซึ่งแสดงว่าค่า u^*, v^*, ϕ^* และ p^* ที่คำนวณได้สอดคล้องกับกับสมการอนุรักษ์มวล ดังแสดงดังภาพประกอบ38



ภาพประกอบ 38 ขั้นตอนวิธีSIMPLE

3.6.3 เงื่อนไขขอบ(Boundary Conditions)

ในการแก้ไขปัญหาการไหลด้วยระเบียบวิธี Finite Volume นั้ นเงื่อนไขขอบก็เป็นสิ่งหนึ่งที่มีความสำคัญเนื่องจากเงื่อนไขขอบนี้ จะเป็นตัวกำหนดลักษณะเฉพาะของแต่ละปัญหา ซึ่งเงื่อนไขขอบโดยทั่วไปจะประกอบด้วย เงื่อนไขแบบสมมาตร (Symmetric boundary condition) เงื่อนไขขอบที่ทางเข้า (Inlet boundary condition) เงื่อนไขขอบที่ทางออก(Outlet boundary condition) และเงื่อนไขขอบที่ผนัง (Wall boundary condition) เป็นต้น

3.6.3.1 เงื่อนไขแบบสมมาตร (Symmetric boundary condition)

สำหรับเงื่อนไขขอบแบบสมมาตรนั้ นการกำหนดขอบเขตสามารถทำได้โดยกำหนดเงื่อนไขที่ว่าไม่มีการไหลและไม่มีฟลั๊กผ่านขอบเขต โดยทุกๆตัวแปรได้ถูกกำหนดให้ไม่มีการเปลี่ยนแปลง(Zero gradient) ซึ่งก็คือความเร็ว (v) ในแนวที่ตั้ งฉากกับขอบที่สมมาตรจะกำหนดให้เท่ากับศูนย์และตัวแปรด้านนอกของขอบเขตนี้ จะมีค่าเท่ากับตัวแปรที่Node ที่ใกล้ขอบเขตมากที่สุดโดยจะได้

$$\phi_{i,1} = \phi_{i,2}$$

เนื่องจากในกรณีสมมาตรนี้ จะพิจารณาComputational domain เพียงครึ่งเดียวเท่านั้ นจึงทำให้ประหยัดหน่วยความจำและเวลาที่ใช้ในการคำนวณ

3.6.3.2 เงื่อนไขขอบที่ทางเข้า (Inlet boundary condition)

ลักษณะของน้ำที่ทางเข้ากำหนดเป็นค่าความเร็วเฉลี่ยและค่าความเข้มของการปั่นป่วน (Turbulence Intensity, I) ซึ่งจากค่าความเข้มของการปั่นป่วน สามารถคำนวณหาค่า k และ ε ได้จาก

$$k = \frac{3}{2}(\bar{u}I)^2 \qquad 3.106$$

$$\varepsilon = C_{\mu}^{3/4}\frac{k^{3/2}}{\ell} \qquad 3.107$$

เมื่อ C_p คือค่าคงที่โดยทั่วไปมีค่าประมาณ 0.09 และ $\ell = 0.7L$ โดยที่ l คือค่าคุณลักษณะความยาว (Characteristic Length) ℓ คือ สเกลของความยาว

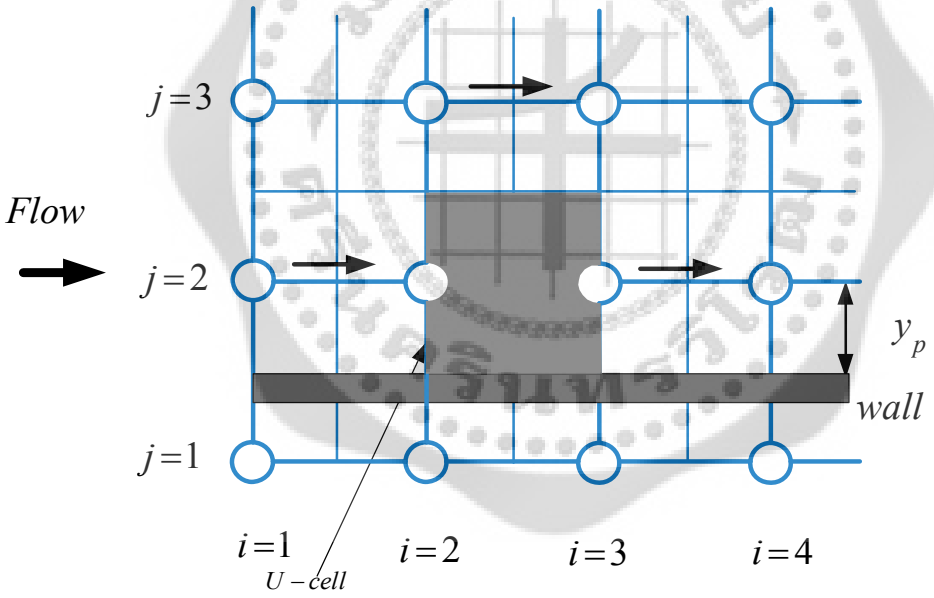
3.6.3.3 **เงื่อนไขขอบที่ทางออก**(Outlet boundary condition)

เงื่อนไขขอบที่ทางออกนั้ น โดยปกติจะไม่ทราบค่า ซึ่งตัวแปรทั่วไปได้ถูกกำหนดให้ว่าไม่มีการเปลี่ยนแปลง(Zero gradient) ยกเว้นแต่ค่า u ที่ทางออกเท่านั้ นที่ถูกนำไปปรับค่าเพื่อให้สอดคล้องกับกฎสมดุลมวล

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_{exit} = 0$$

3.6.3.4 **เงื่อนไขขอบที่ผนัง**(Wall boundary condition)

เงื่อนไขขอบที่ผนังจะพบปัญหาในการไหลโดยทั่วไป ในที่นี้ จะพิจารณาผนังในแนวแกน x ดังภาพประกอบ 39 ซึ่งเป็นตัวอย่างของกริดที่บริเวณใกล้ผนังสำหรับความเร็ว u เงื่อนไขขอบที่ผนังสามารถแยกพิจารณาได้เป็น เงื่อนไขที่ไม่มีการลื่นไถล เงื่อนไขขอบผนังสำหรับการไหลแบบราบเรียบและปั่นป่วน และเงื่อนไขขอบสำหรับผนังที่มีการเคลื่อนที่

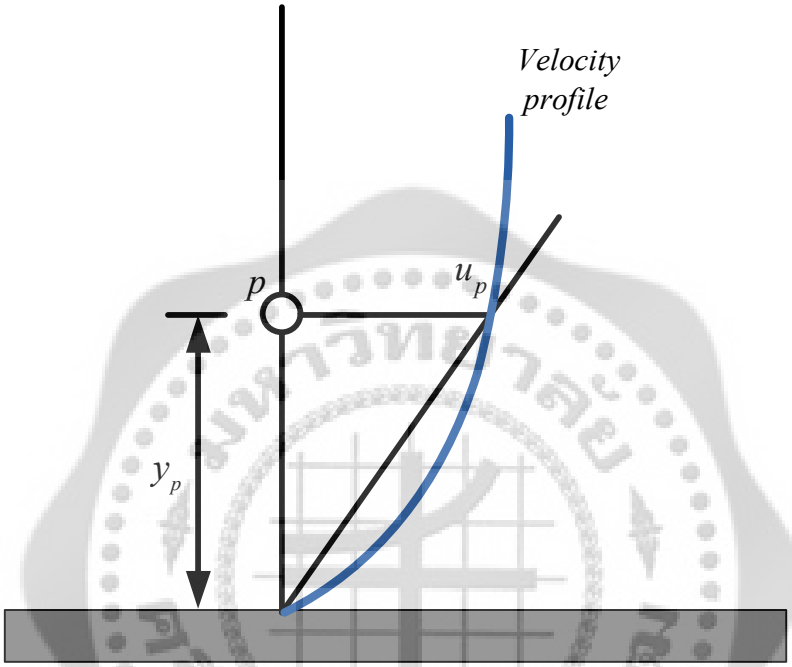


ภาพประกอบ 39 ปริมาตรควบคุมที่ผนัง

เงื่อนไขขอบที่ไม่มีการลื่นไถล(No-slip condition; $u = 0, v = 0$) เป็นเงื่อนไขขอบที่ผิวของของแข็ง โดยกำหนดความเร็ว u มีค่าเท่ากับศูนย์ที่ขอบเขต($j = 1$) และปริมาตรควบคุมที่อยู่ติดผนัง มีค่า $a_s = 0$ เนื่องจากไม่มีการคำนวณ Pressure correction ที่ตำแหน่งนี้

เงื่อนไขขอบผนังสำหรับการไหลแบบราบเรียบ แรงเฉือนเนื่องจากผนังจะถูกรวมเข้าไปใน Source Term ในสมการดีสครีไทซ์ของ U *momentum* และความเค้นเฉือนสามารถหาได้จาก

$$\tau_w = \mu \frac{u_p}{\Delta y_p} \qquad 3.108$$



ภาพประกอบ 40 การกระจายตัวของความเร็วที่ผนัง

โดย u_p เป็นค่าความเร็วที่ Node ดังภาพประกอบ 40 ซึ่งอ้างอิงกับสมมติฐานที่ว่า ที่บริเวณใกล้ผิวของผนัง ค่าความเร็วมีการเปลี่ยนแปลงเป็นเส้นตรงเมื่อเทียบกับระยะทาง จะได้แรงเฉือนมีค่าเป็น

$$\begin{aligned} F_S &= -\tau_w A_{cell} \\ &= -\mu \frac{u_p}{\Delta y_p} A_{cell} \end{aligned} \qquad 3.109$$

เมื่อ A_{cell} เป็นพื้นที่ผนังของปริมาตรควบคุม ดังนั้นสามารถใส่เทอมของแรงเฉือนนี้ เข้าไปใน Source term ของ u และสามารถเขียน Source term นี้ได้เป็น

$$S_P = -\frac{\mu}{\Delta y_p} A_{cell} \qquad 3.110$$

เงื่อนไขขอบผนังสำหรับการไหลแบบปั่นป่วน ตำแหน่งที่ผนัง กำหนดให้ u และ v มีค่าเท่ากับศูนย์ แต่เนื่องจากบริเวณใกล้ผนังนั้นจะมีผลของชั้น Boundary Layer อยู่ ดังนั้นจึงต้องใช้ wall function ควบคู่ไปกับ Standard $k-\varepsilon$ Model ในการประมาณค่าความเร็วบริเวณผนัง ซึ่งการใช้ Wall function นั้นมีสมมติฐานดังนี้

1. ค่า Shear stress ของของไหลที่บริเวณผนังมีค่าเท่ากับ Shear stress ที่ผนัง

2. Convection และ Diffusion ที่บริเวณใกล้ผนังถือว่าน้อยมากทำให้ Production term ของ k มีค่าเท่ากับ Dissipation term

ตัวแปรไร้มิติ y^+ ที่ใช้แทนการวัดระยะในชั้น Boundary layer แสดงได้เป็น

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y_p}{\mu} \qquad 3.111$$

โดยที่ y_p เป็นระยะที่วัดจากผนังและ u_τ ถูกกำหนดจาก

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \qquad 3.112$$

เมื่อ τ_w เป็นค่า Wall shear stress โดยในบริเวณ Boundary layer ถูกแบ่งเป็น 2 ส่วนคือ

1. $0 < y^+ < 11.63$ เป็น Laminar sub-layer ซึ่ง molecular diffusion มีอิทธิพลสูง ($\mu >> \mu_t$) และสมมติว่าเป็นการไหลแบบ Newtonian

2. $11.63 < y^+ < 300$ เป็น Turbulent sub-layer ซึ่ง Turbulent diffusion มีอิทธิพลสูง ($\mu_t >> \mu$) และจะใช้ Wall function ในการคำนวณ

เกณฑ์ที่ใช้ในการเปลี่ยนจากการไหลแบบราบเรียบไปเป็นการไหลแบบปั่นป่วนในบริเวณใกล้ผนังของ Buffer layer คือระหว่างช่วง Linear sublayer และช่วง Log law layer ของ Turbulent region จะใช้ค่า $y^+ = 11.63$ ซึ่งเป็นค่าที่จุดต่อของทั้งสองช่วงนี้ เป็นเกณฑ์ ซึ่งในLog law layer สามารถหาค่า u^+ ได้จาก

$$u^+ = \frac{1}{\kappa}\ln(Ey^+) \qquad 3.113$$

เมื่อ κ คือ *Von Karman constant* และ E คือค่าความขรุขระของผิว โดยที่สำหรับผิวเรียบ (Smooth wall) κ มีค่าเท่ากับ 0.4 และ E เท่ากับ 9.8

สำหรับสมการอนุรักษ์โมเมนตัม ที่บริเวณใกล้ผนังนั้น สามารถหาค่าแรงที่ผนัง (F_s) ได้จาก

$$F_s = \frac{\rho C_\mu^{\frac{1}{4}} k_p^{\frac{1}{2}} u_p}{u^+} A_{cell} \qquad 3.114$$

โดยที่บริเวณใกล้ผนังด้านล่างนั้ น จะทำการกำหนดค่าให้$a_s = 0$โดยสมการดิสครีไทซ์ และจะให้แรงที่ผนัง(F_s)เป็น Source term ในสมการของความเร็วu โดยที่

$$S_u = 0 \tag{3.115a}$$

$$S_p = -\frac{C_\mu^{\frac{1}{4}} k_p^{\frac{1}{2}}}{u^+} A_{cell} \tag{3.115b}$$

สำหรับสมการ Turbulent kinetic energy ที่บริเวณใกล้ผนังด้านล่างนั้ นจะกำหนดให้$a_s = 0$ ในสมการดิสครีไทซ์และสามารถหาค่า Source term ได้จาก

$$S = \frac{\tau_w u_p}{y_p}\Delta v - \frac{\rho C_\mu^{\frac{1}{4}} k_p^{\frac{1}{2}} u^+}{y_p}\Delta v \tag{3.116}$$

นั่นคือ

$$S_u = \frac{\tau_w u_p}{y_p}\Delta v \tag{3.117a}$$

$$S_p = -\frac{\rho C_\mu^{\frac{1}{4}} k_p^{\frac{1}{2}} u^+}{y_p}\Delta v \tag{3.117b}$$

สำหรับสมการ Dissipation rate เนื่องจากบริเวณใกล้ผนัง ค่า ε หาได้จาก

$$\varepsilon_p = -\frac{C_\mu^{\frac{3}{4}} k_p^{\frac{3}{2}}}{\kappa y_p} \tag{3.118}$$

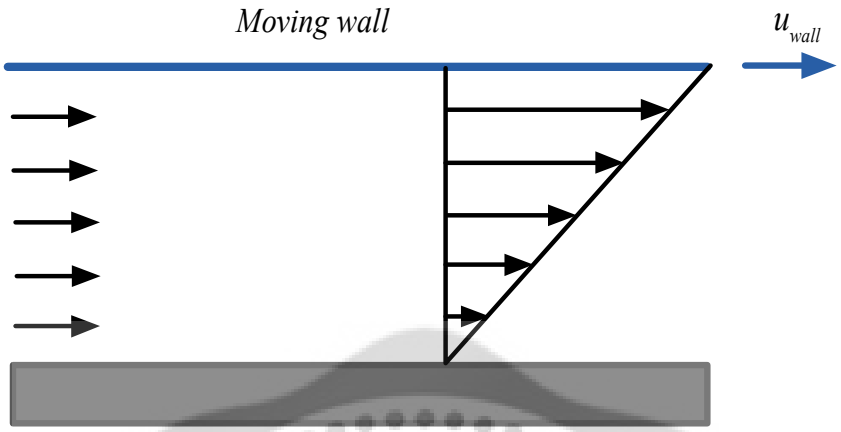
เพื่อเป็นการกำหนดค่า ε ในบริเวณนี้ ให้มีค่าเท่ากับε_p ในสมการ 3.115 จึงต้องทำการกำหนดค่า Source term ดังนี้

$$S_u = \frac{C_\mu^{\frac{3}{4}} k_p^{\frac{3}{2}}}{\kappa y_p} \times 10^{30} \tag{3.119a}$$

$$S_p = -10^{30} \tag{3.119b}$$

เงื่อนไขขอบผนังสำหรับผนังที่มีการเคลื่อนที่ถ้าสมมติให้ผนังที่มีการเคลื่อนที่ (Moving wall) ที่มีการเคลื่อนที่ในแนวแกน x ดังภาพประกอบ 41 จะทำให้ของไหลมีการเคลื่อนที่เนื่องจากความเค้นเฉือนที่ผนัง ซึ่งค่าแรงเฉือนที่เกิดขึ้ นนั้ นมาจากความแตกต่างระหว่างความเร็วที่node ในแนวแกน y ก่อนถึงผนัง กับความเร็วของผนังเคลื่อนที่ ดังนี้

$$F_s = -\mu \frac{(u_p - u_{wall})}{\Delta y_p} A_{cell} \tag{3.120}$$



ภาพประกอบ 41 ลักษณะของผนังเคลื่อนที่

บทที่ 4
แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE และผลการวิเคราะห์

4.1 ลักษณะแบบจำลองของห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE ที่ใช้ศึกษา

ในงานวิจัยนี้ ศึกษารูปแบบการเผาไหม้ในห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE โดยวิธีเชิงตัวเลข ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาตัวแปรที่มีผลกระทบกับการออกแบบห้องเผาไหม้ต่อไปนี้ คือ(1)การจัดวางตำแหน่งของหัวฉีดเชื้อเพลิง(2) การเปลี่ยนแปลงอัตราการไหลเข้าของอากาศ

แบบจำลองที่ใช้ในการวิเคราะห์ เป็นห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE ซึ่งมีลักษณะการไหลของอากาศตามภาคตัดของตามภาพประกอบ 42 และภาพประกอบ 43 การกำหนดโครงข่ายตามภาพประกอบ 45 และภาพประกอบ 46 แบบจำลองที่เป็นต้นแบบในการวิเคราะห์ปัญหาประกอบด้วย 2 แบบจำลอง เพื่อใช้วิเคราะห์การจัดวางตำแหน่งของหัวฉีดเชื้อเพลิง มีผลกระทบกับอุณหภูมิที่ทางออกของห้องเผาไหม้อย่างไร

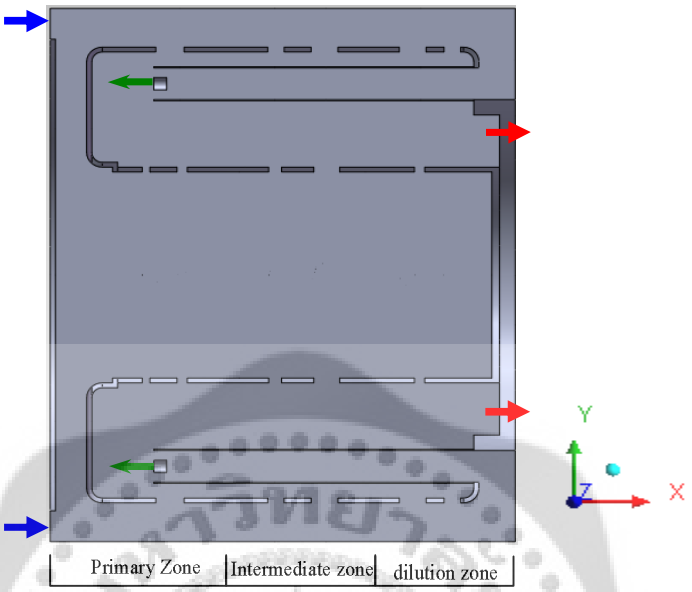
หลังจากการวิเคราะห์ผลกระทบที่เกิดจากการจัดวางตำแหน่งของหัวฉีดเชื้อเพลิงแล้ว ผู้วิจัยจะทำการเลือกแบบจำลองจากผลการวิเคราะห์ค่า อุณหภูมิที่ทางออกของห้องเผาไหม้ การเกิดการไหลหมุนวนเป็นเกลียวภายในห้องเผาไหม้ ค่า $CO\ Mass\ Fraction$ แล้วนำแบบจำลองที่ได้จากการเลือกไปวิเคราะห์ผลกระทบของอุณหภูมิที่ทางออกของห้องเผาไหม้อีกครั้ง โดยเปลี่ยนแปลงอัตราการไหลเข้าของอากาศที่ทางเข้าห้องเผาไหม้ ซึ่งสามารถสรุปเป็นแนวทางในการวิเคราะห์ปัญหาดังนี้ คือ

4.1.1 การจัดวางตำแหน่งของหัวฉีดเชื้อเพลิง

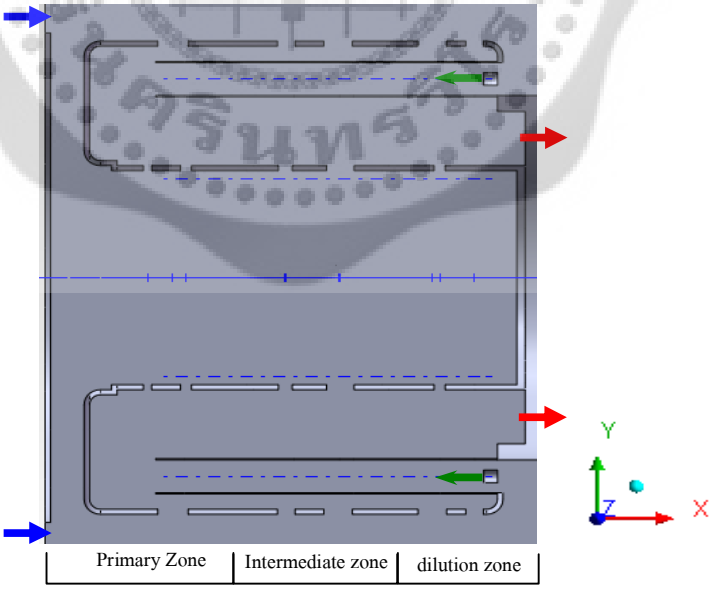
(1) ตำแหน่งของหัวฉีดเชื้อเพลิงอยู่ทางด้านขวามือตามทิศทางของลูกศรสีเขียวตามภาพประกอบ 43 ทางออกของอากาศผสมหลังจากเกิดปฏิกิริยาการเผาไหม้มีทิศทางตามลูกศรสีแดง ในส่วนของทางเข้าของอากาศทิศทางตามลูกศรสีน้ำเงิน

(2) ตำแหน่งของหัวฉีดเชื้อเพลิงอยู่ทางด้านซ้ายมือตามทิศทางของลูกศรสีเขียวตามภาพประกอบ 42 ทางออกของอากาศผสมหลังจากเกิดปฏิกิริยาการเผาไหม้มีทิศทางตามลูกศรสีแดง ในส่วนของทางเข้าของอากาศทิศทางตามลูกศรสีน้ำเงิน

4.1.2 การเปลี่ยนแปลงอัตราการไหลเข้าของอากาศ แบ่งเป็นการวิเคราะห์ 4 ลักษณะคือ ที่อัตราการไหลเข้า 0.22 kg/s, เพิ่มอัตราการไหลเข้าของอากาศอีก 20%,40%ของอัตราการไหลเข้าเดิม (0.264kg/s, 0.308kg/s) และลดอัตราการไหลเข้าของอากาศอีก 20%ของอัตราการไหลเข้าเดิม (0.176kg/s)

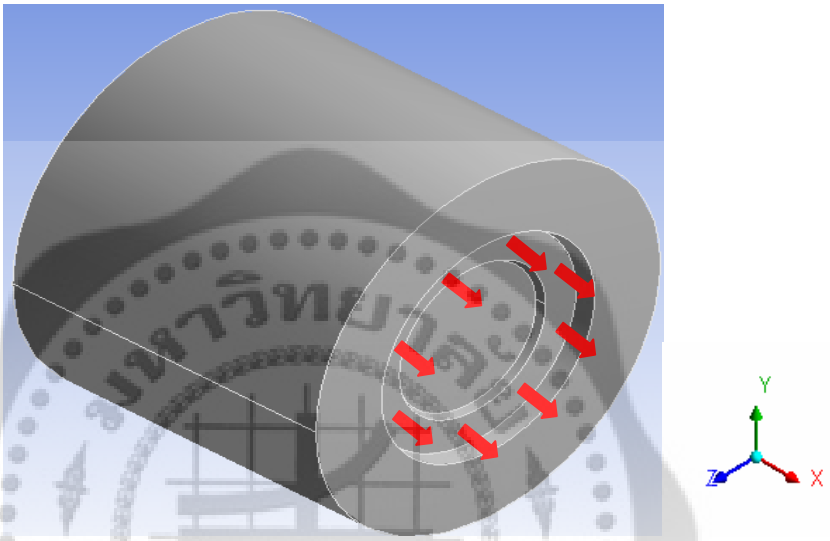


ภาพประกอบ 42 แบบภาคตัดจำลอง(ภาคผนวก SECTION E-E)แสดงทางเข้าของเชื้ อเพลิง(ลูกศรสีเขียว)ทางเข้าของอากาศ(ลูกศรสีน้ ำเงิน) และทางออกของอากาศผสม(ลูกศรสีแดง) ของแบบจำลองที่หัวฉีดอยู่ด้านซ้าย

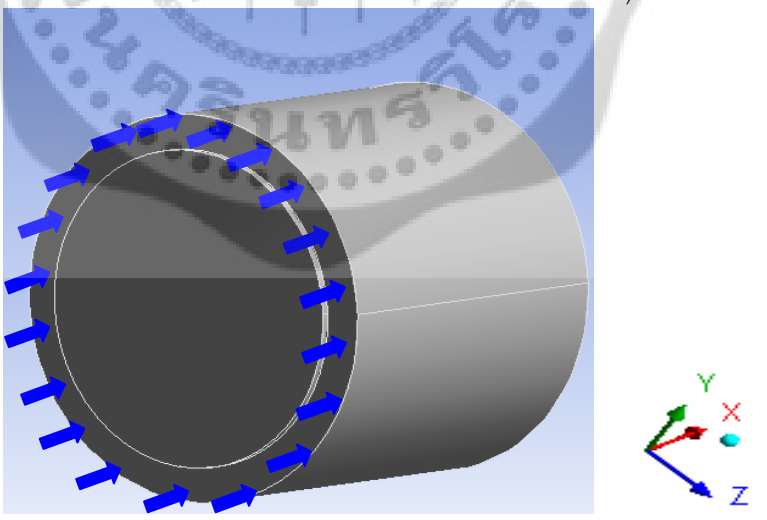


ภาพประกอบ 43 แบบภาคตัดจำลอง(ภาคผนวก SECTION E-E)แสดงทางเข้าของเชื้ อเพลิง(ลูกศรสีเขียว)ทางเข้าของอากาศ(ลูกศรสีน้ ำเงิน) และทางออกของอากาศผสม(ลูกศรสีแดง)ของแบบจำลองที่หัวฉีดอยู่ด้านขวา

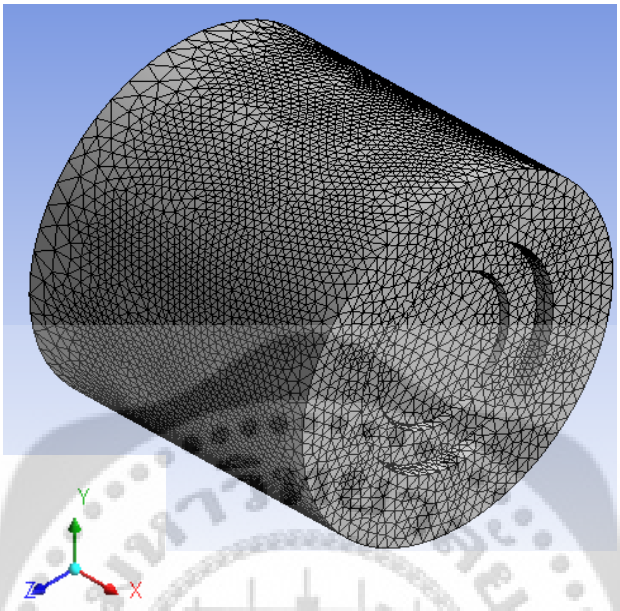
4.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE



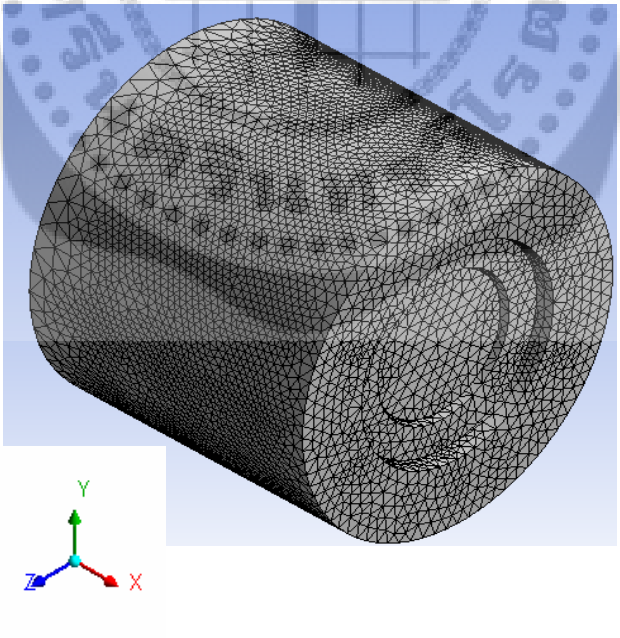
ภาพประกอบ 44 แบบจำลองแสดงทางออกของความดัน(Outlet Pressure) (ตำแหน่งทางออกไม่เปลี่ยนแปลงแม้มีการการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของหัวฉีด)



ภาพประกอบ 45 แบบจำลองแสดงทางเข้าของอากาศ(Inlet Air) (ตำแหน่งทางเข้าไม่เปลี่ยนแปลงแม้มีการการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของหัวฉีด)



ภาพประกอบ 46 รูปจำลองโครงข่าย Mesh 3 มิติ ของแบบจำลองที่หัวฉีดอยู่ด้านซ้าย จำนวน 2,701,804 เอลิเมนต์ จำนวนจุดต่อ 506,682จุดต่อ



ภาพประกอบ 47 รูปจำลองโครงข่าย Mesh 3 มิติ ของแบบจำลองที่หัวฉีดอยู่ด้านขวา จำนวน 3,060,484 เอลิเมนต์ จำนวนจุดต่อ 575,081จุดต่อ

การกำหนดค่าโครงข่าย 3 มิติให้กับรูปแบบจำลอง ผู้วิจัยได้กำหนดเป็นโครงข่ายแบบ Tetrahedral Mesh โดยค่าที่กำหนดให้เป็นค่าเบื้องต้นของโปรแกรม ระหว่างที่ตัวโปรแกรมกำลังประมวลค่า ผู้วิจัยพบว่าโปรแกรมได้แจ้งเตือนการเกิด Reverse flow on Pressure Outlet บริเวณด้านทางออกของอากาศผสม จึงได้ดำเนินการหยุดโปรแกรมคำนวณชั่วคราว เพื่อปรับขนาดค่ากริดที่ทางออกใหม่ โดยเลือกใช้การปรับกริดแบบ Adaptive Grid แล้วก็ทำให้โปรแกรมทำการประมวลผลต่อ จากการปรับความละเอียดของกริดที่ทางออกพบว่า การแจ้งเตือนจะค่อยๆลดลงและก็หายไปในที่สุด

4.3 การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์

จากภาคผนวก (อภิสิทธิ์;วชิระ; &ชาญชัย. 2544) เป็นการทดลองโดยใช้เทอร์โบของรถบรรทุก 18 ล้อ ยี่ห้อ IHI รุ่น RHC9 มาปรับปรุงและจำลองเป็นห้องเผาไหม้ ใช้ LPG เป็นเชื้อเพลิง เครื่องมือวัดประกอบด้วย เครื่องมือวัดอุณหภูมิ(วัดอุณหภูมิที่ตำแหน่งทางออกของห้องเผาไหม้) เครื่องมือวัดอัตราการไหลของอากาศและก๊าซ และเครื่องมือวัดความดัน(วัดความดันก่อนเข้าห้องเผาไหม้) ตารางบันทึกผลการทดลองจะประกอบไปด้วย ค่าอัตราการไหลของเชื้อเพลิง(kg/s) อัตราการไหลของอากาศ(kg/s) อุณหภูมิทางออกของห้องเผาไหม้(K) ความดันก่อนเข้าห้องเผาไหม้(kPa) และความเร็วรอบ(rpm) ผู้วิจัยจึงนำผลจากตารางบันทึกผลการทดลอง นำมาวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม Fluent โดยกำหนดเงื่อนไขให้ตรงกับผลการทดลองคือ อัตราการไหลของเชื้อเพลิง(kg/s),อัตราการไหลของอากาศห้องเผาไหม้ที่ 2 และความเร็วรอบที่ 2 (rpm) โดยใช้ข้อมูลตั้งแต่อัตราการไหลของเชื้อเพลิง 0.00147 kg/s จนถึงอัตราการไหลของเชื้อเพลิง 0.00238 kg/s จำนวน 15 รายการแรก

ตาราง 13 ข้อมูลจากการทดลองของห้องเผาไหม้ที่ 2 และอุณหภูมิที่ได้จากโปรแกรมทดสอบ

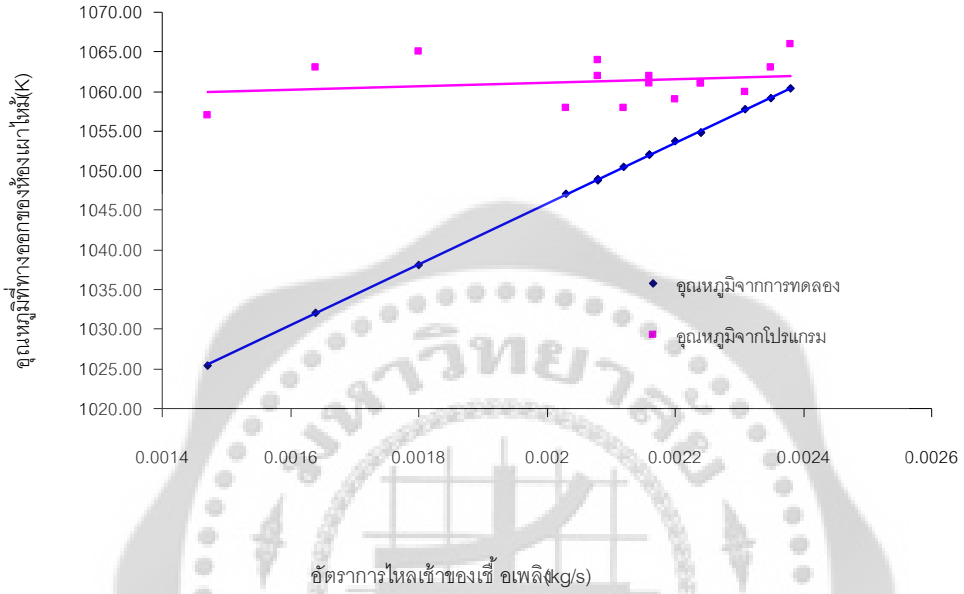
ที่	อัตราการไหลเชื้อเพลิง(kg/s)	อัตราการไหลอากาศ(kg/s)	อุณหภูมิจากการทดลอง(K)	rpm	อุณหภูมิจากโปรแกรม(K)
1	0.00147	0.05959	1,025.43	20,354.00	1,057
2	0.00164	0.06972	1,032.10	22,642.00	1,063
3	0.00180	0.0925	1,038.13	24,711.00	1,065
4	0.00203	0.10134	1,047.15	27,807.00	1,058
5	0.00208	0.10134	1,048.83	28,384.00	1,064
6	0.00212	0.10682	1,050.48	28,949.00	1,058

ตาราง 3 (ต่อ)

ที่	อัตราการไหลเชื้อเพลิง(kg/s)	อัตราการไหลอากาศ(kg/s)	อุณหภูมิจากการทดลอง(K)	rpm	อุณหภูมิจากโปรแกรม(K)
7	0.00208	0.10682	1,048.97	28,430.00	1,062
8	0.00220	0.10682	1,053.68	30,047.00	1,059
9	0.00216	0.11203	1,051.99	29,466.00	1,062
10	0.00216	0.11943	1,051.99	29,466.00	1,061
11	0.00224	0.11943	1,054.90	30,467.00	1,061
12	0.00224	0.10435	1,054.90	30,467.00	1,061
13	0.00231	0.10863	1,057.72	31,434.00	1,060
14	0.00235	0.11072	1,059.10	31,906.70	1,063
15	0.00238	0.11278	1,060.46	32,372.00	1,066

จากตาราง 3 นำค่าของอุณหภูมิที่ได้จากการทดลองและอุณหภูมิที่ได้จากการใช้โปรแกรมทดสอบไปพล็อตกราฟดังแสดงตามภาพประกอบ 48

อุณหภูมิเปรียบเทียบระหว่างการทดลองและจากการรันโปรแกรมทดสอบ



ภาพประกอบ 48 อุณหภูมิเปรียบเทียบระหว่างการทดลองและจากการใช้โปรแกรมทดสอบ

จากผลการเปรียบค่าของอุณภูมิที่ได้จากการทดลองกับอุณหภูมิที่ได้จากการใช้โปรแกรมทดสอบมีความแตกต่างกันไม่เกิน 5 %

4.4 กำหนดเงื่อนไขเบื้องต้น(Boundary Condition)สำหรับแบบจำลอง

การกำหนดค่าเบื้องต้นให้กับการวิเคราะห์แบบจำลองห้องเผาไหม้แบบCAN TYPE

4.4.1 ข้อกำหนดจะตั้งสมมติฐานเบื้องต้นว่า

(1) ของไหลเป็นชนิดอัดตัวไม่ได้

(2) คุณสมบัติต่างๆของของไหลมีค่าคงที่

(3) การไหลเกิดขึ้นใน3 มิติ

(4) การไหลอยู่ในสภาวะคงตัว

4.4.2 ทางเข้าของอากาศ กำหนดให้อากาศมี อัตราการไหลเข้า 0.22 kg/s ความดันที่ 1 บรรยากาศ อุณหภูมิอากาศปกติที่ 300K

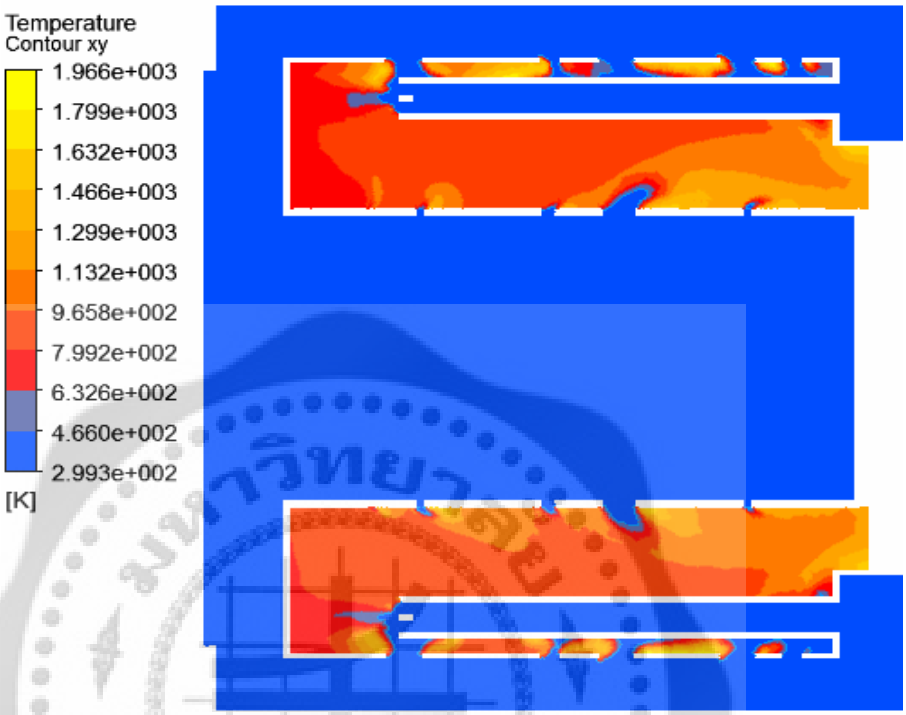
4.4.3 ทางเข้าของเชื้อเพลิง กำหนดให้อัตราการไหลของเชื้อเพลิงเข้า0.0639 kg/s (รายการคำนวณแสดงไว้ที่ภาคผนวก คิดที่ปริมาณอากาศที่ใช้ในการสันดาปสมบูรณ์ 355 %) ความดันที่ 1 บรรยากาศ อุณหภูมิอากาศปกติที่ 300K

เชื้อเพลิงที่ใช้เป็นโปรเพน (C_3H_8)

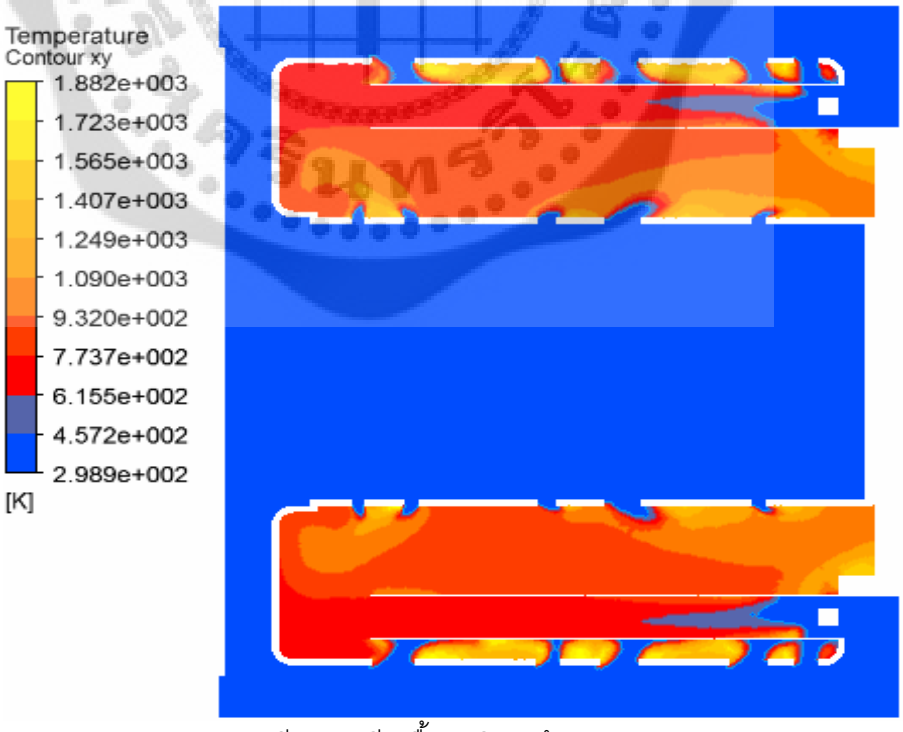
4.4.4 ทางออกของอากาศผสม กำหนดให้เป็น Pressure Outlet ที่ 1.5 เท่าของบรรยากาศ

4.4.5 เงื่อนไขขอบเขตที่ผนัง (Wall boundary condition) กำหนดให้ความเร็วมีค่าเป็นศูนย์ (No Slip Condition)

4.5 การวิเคราะห์ห้องเผาไหม้ ที่มีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของของหัวฉีดเชื้อเพลิง

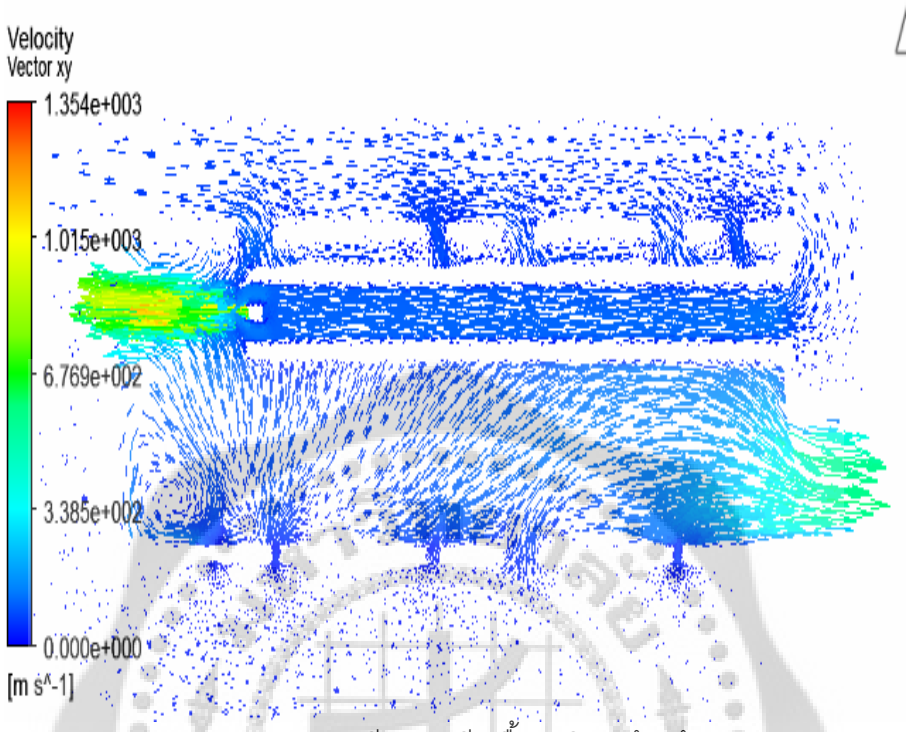


(a)กรณีของหัวฉีดเชื้ อเพลิงอยู่ด้านซ้าย

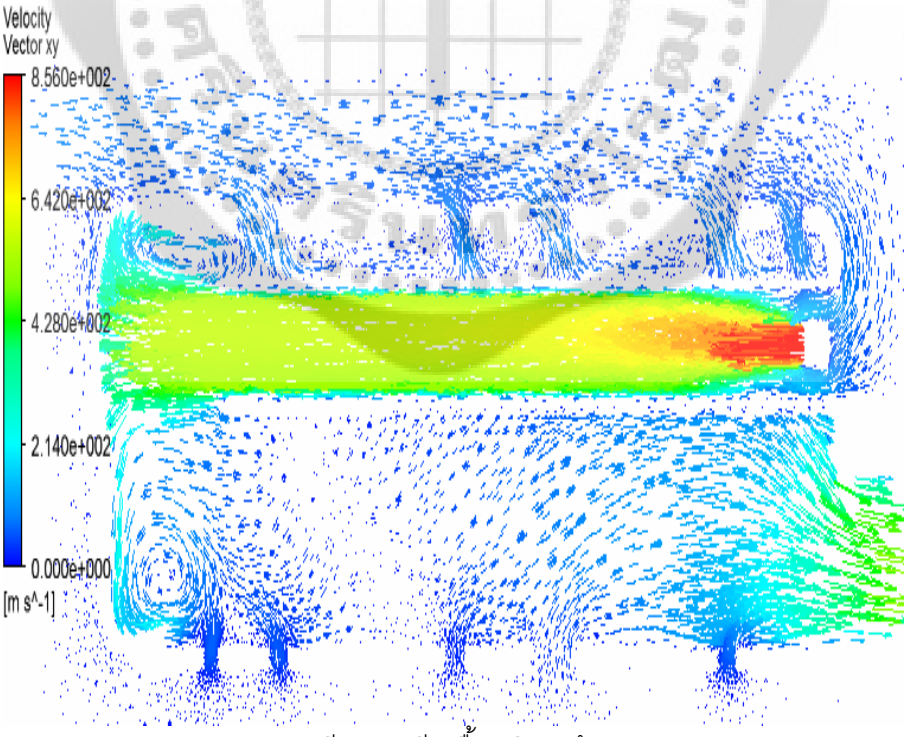


(b)กรณีของหัวฉีดเชื้ อเพลิงอยู่ด้านขวา

ภาพประกอบ 49 ภาพตัดของ Temperature contour



(a)กรณีของหัวฉีดเชื้ อเพลิงอยู่ด้านซ้าย

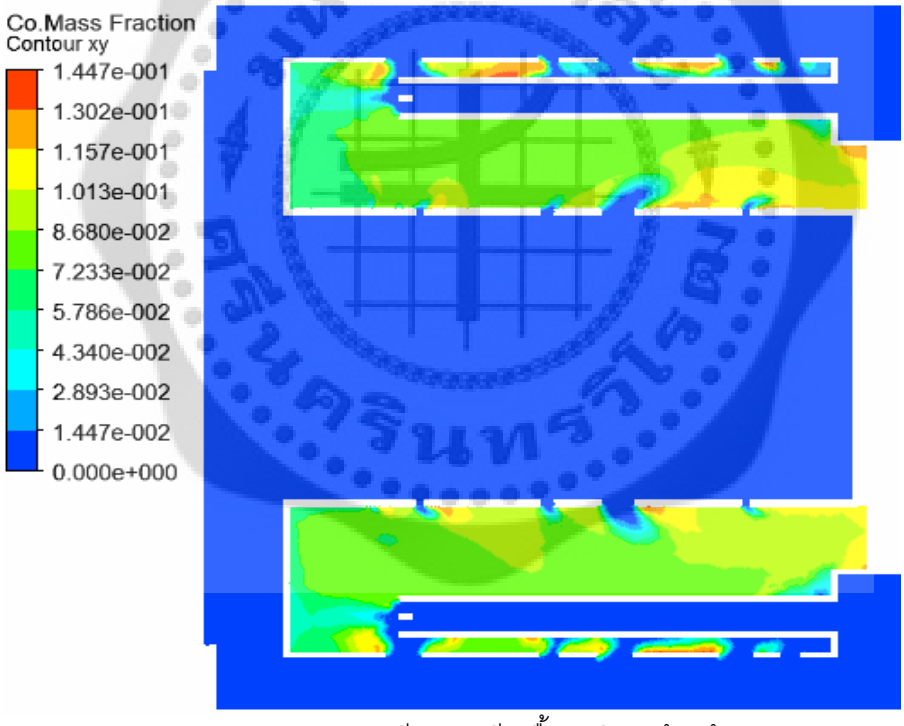


(b)กรณีของหัวฉีดเชื้ อเพลิงอยู่ด้านขวา

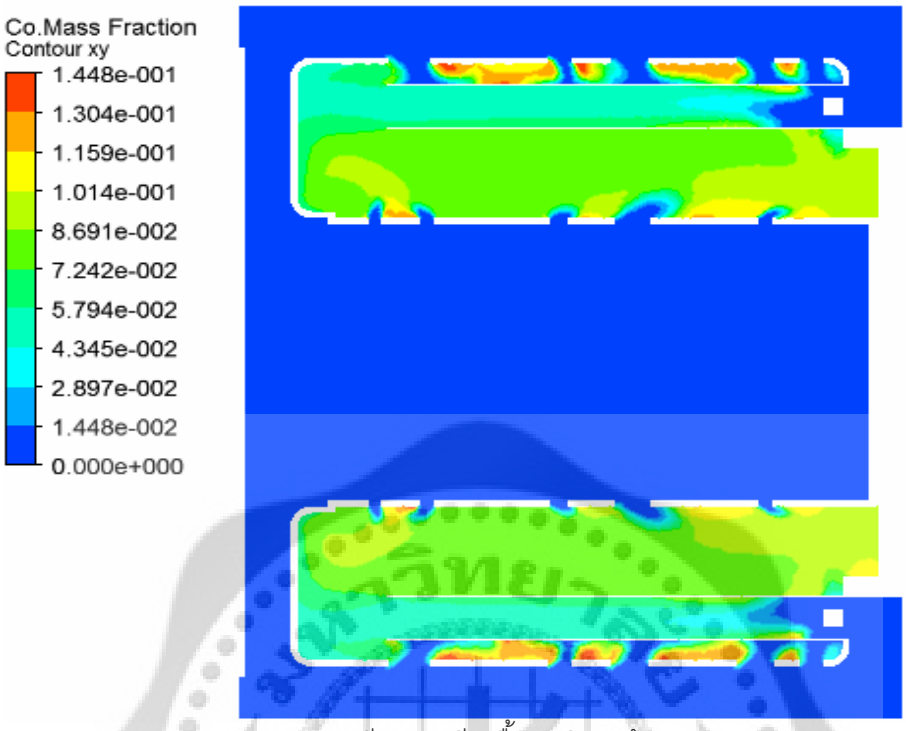
ภาพประกอบ 50 ภาพตัดของภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง

ภาพประกอบ 49 (a)อุณหภูมิที่ทางออกของแบบจำลองที่มีหัวฉีดอยู่ทางด้านซ้าย จะมีอุณหภูมิประมาณ 1,466 K และจากภาพประกอบ 49 (b)อุณหภูมิของแบบจำลองที่มีตำแหน่งหัวฉีดอยู่ทางด้านขวามีอุณหภูมิประมาณ 1,090 K ซึ่งจากการเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิที่ทางออกของทั้งสองแบบจำลอง พบว่าแบบจำลองห้องเผาไหม้ที่มีหัวฉีดอยู่ตำแหน่งทางด้านขวามีอุณหภูมิที่ต่ำกว่า

ภาพประกอบ 50 แสดงภาพตัดของ ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้อเพลิง ที่ตำแหน่งด้านซ้ายเยื้องลงมาด้านล่างของรูจะมีรูปแบบการไหลหมุนวนเป็นเกลียวของแบบจำลองทั้งสองแบบซึ่งมีลักษณะที่คล้ายกัน แต่การไหลหมุนวนเป็นเกลียวที่เกิดขึ้นจากการย้ายตำแหน่งหัวฉีดไปไว้ด้านขวามือดังภาพประกอบ 50 (b)จะมีการไหลหมุนวนเป็นเกลียวที่แรงกว่า ส่งผลให้การผสมผสานระหว่างอากาศกับเชื้อเพลิงทำได้ดีกว่า



(a)กรณีของหัวฉีดเชื้อเพลิงอยู่ด้านซ้าย



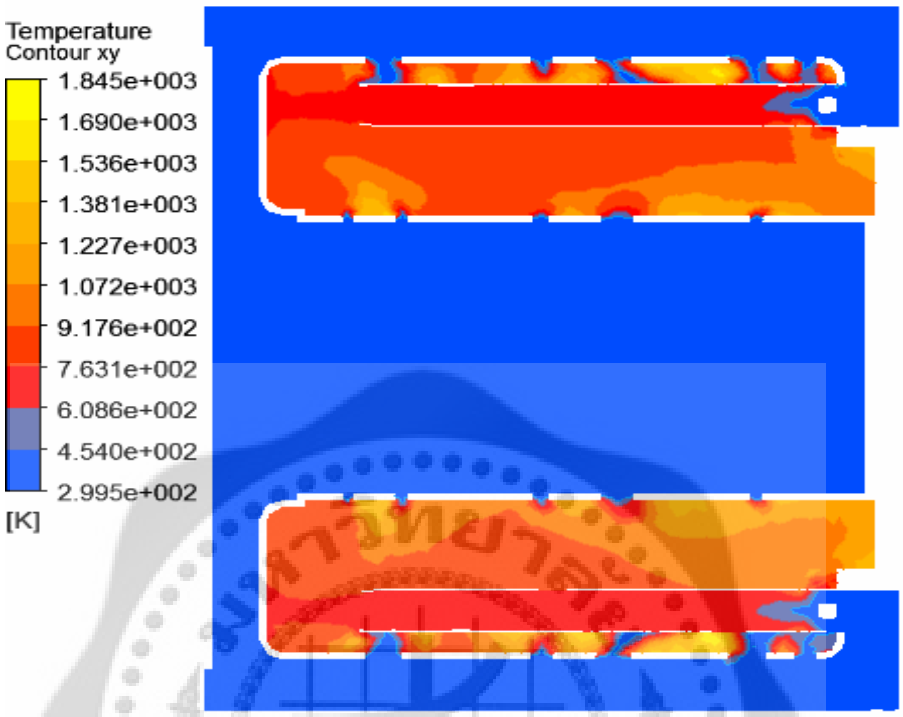
(b)กรณีของหัวฉีดเชื้ อเพลิงอยู่ด้านขวา

ภาพประกอบ 51 ภาพตัดของ *CO Mass Fraction*

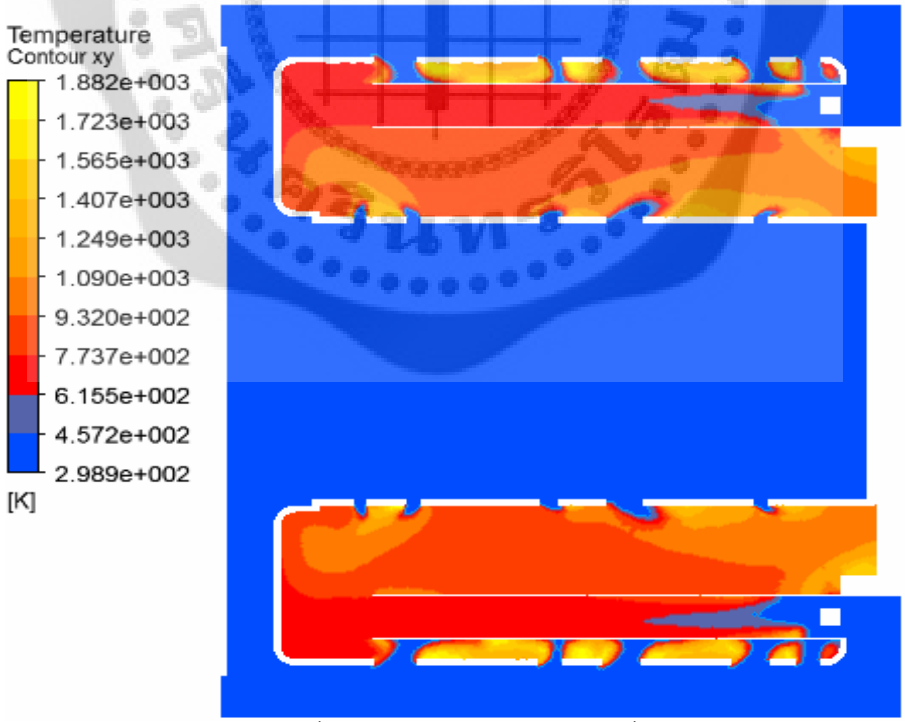
ภาพประกอบ 51 ตัดขวางของค่า*CO Mass Fraction* ที่มีค่าหลงเหลือจากการเผาไหม้ที่ไม่สมบูรณ์ จากภาพประกอบ 51 (a) จะมีปริมาณการหลงเหลือของค่า*CO Mass Fraction* มากกว่าปริมาณที่หลงเหลือในการเผาไหม้ที่มีการย้ายหัวฉีดเชื้ อเพลิงไปยังตำแหน่งทางขวามือ

หลังจากเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ของแบบจำลองทั้ งสองแบบโดยพิจารณาจากอุณหภูมิ ที่ทางออกของห้องเผาไหม้ ลักษณะการไหลภายในห้องเผาไหม้ และค่าของ*CO Mass Fraction* ที่คงเหลือ ผู้วิจัยจึงใช้แบบจำลองห้องเผาไหม้ที่มีตำแหน่งหัวฉีดอยู่ทางด้านขวามือ ไปวิเคราะห์เพื่อหาผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงอัตราการไหลของอากาศที่ทางเข้าต่อไป

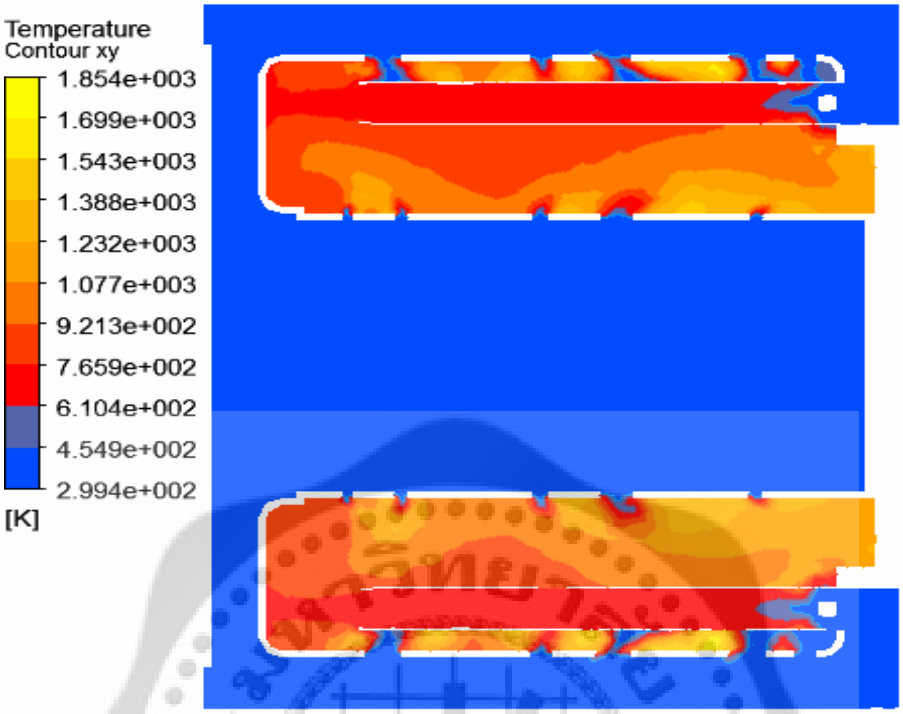
4.6 การวิเคราะห์ห้องเผาไหม้ ที่มีการเปลี่ยนแปลงอัตราการไหลของอากาศที่ทางเข้า



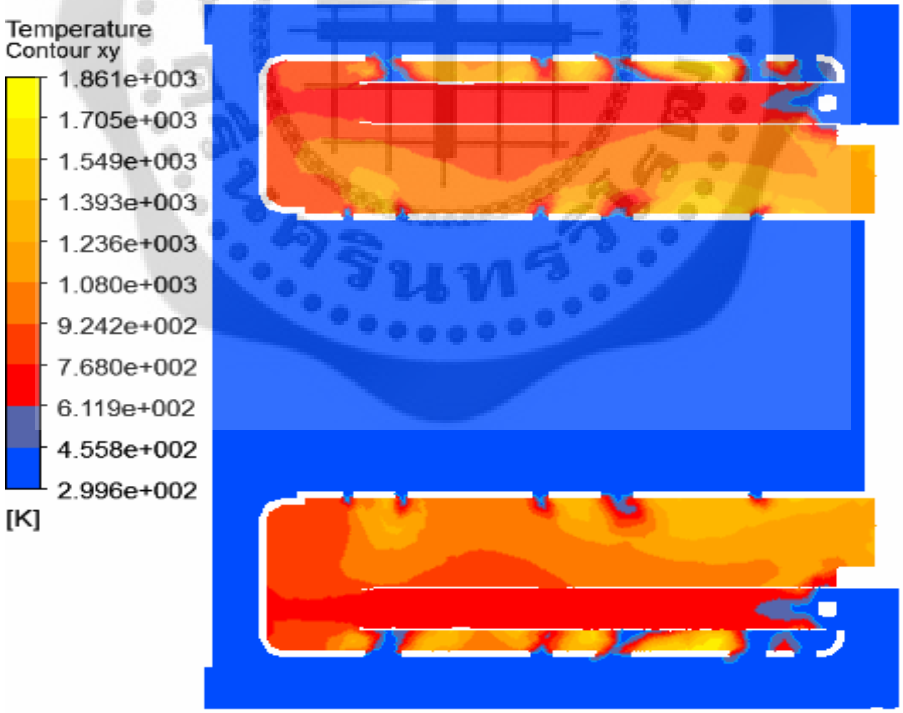
(a)อัตราการไหลของอากาศที่ทางเข้า 0.176 kg/s อุณหภูมิที่ทางออกประมาณ 1,072K



(b)อัตราการไหลของอากาศที่ทางเข้า 0.22 kg/s อุณหภูมิที่ทางออกประมาณ 1,090K



(c)อัตราการไหลของอากาศที่ทางเข้า 0.264 kg/s อุณหภูมิที่ทางออกประมาณ 1,232K



(d)อัตราการไหลของอากาศที่ทางเข้า 0.308 kg/s อุณหภูมิที่ทางออกประมาณ 1,236K

ภาพประกอบ 52 ภาพตัดของ Temperature Contour

จากภาพประกอบ 52 พบว่าอุณหภูมิที่ทางออกของห้องเผาไหม้จะมีค่าเพิ่มขึ้ น ตามอัตรา การไหลของอากาศทางเข้าที่เพิ่มขึ้ น สอดคล้องกับค่าของอุณหภูมิและอัตราการไหลของอากาศตาม ภาพประกอบ 48 ซึ่งเป็นผลจากการทดลอง และค่าของอุณหภูมิที่ทางออกของห้องเผาไหม้ที่เกิดจาก การวิเคราะห์ผลจากค่าอัตราการไหลอากาศที่ทางเข้า 0.22kg/s จะมีอุณหภูมิทางออกที่มีแนวโน้มคงที่

บทที่ 5
สรุปและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผล

จากวัตถุประสงค์ของการทำวิทยานิพนธ์ เพื่อศึกษารูปแบบการไหลภายในห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE ที่ที่การเปลี่ยนตำแหน่งของหัวฉีดน้ำมันเชื้อเพลิง,ศึกษารูปแบบการไหลภายในห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงอัตราการไหลเข้าของอากาศ และการออกแบบห้องเผาไหม้ที่เหมาะสมนั้น สามารถสรุปรายละเอียดได้ดังนี้

5.1.1 การปรับเปลี่ยนตำแหน่งของหัวฉีดน้ำมันเชื้อเพลิงพบว่าอุณหภูมิที่ทางออกของแบบจำลองที่มีหัวฉีดอยู่ทางด้านซ้ายจะมีอุณหภูมิประมาณ1,466 K และอุณหภูมิของแบบจำลองที่มีตำแหน่งหัวฉีดอยู่ทางด้านขวามีอุณหภูมิประมาณ 1,090 K ซึ่งจากการเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิที่ทางออกของทั้งสองแบบจำลอง พบว่าแบบจำลองห้องเผาไหม้ที่มีหัวฉีดอยู่ตำแหน่งทางด้านขวามีอุณหภูมิที่ต่ำกว่า และห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE ที่มีตำแหน่งหัวฉีดอยู่ทางด้านขวามือมีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการพัฒนาต้นแบบต่อไป

5.1.2 การเปลี่ยนแปลงอัตราการไหลเข้าของอากาศเข้าห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE ที่อัตราการไหลเข้า 0.22 kg/s, เพิ่มอัตราการไหลเข้าของอากาศอีก 20%,40%ของอัตราการไหลเข้าเดิม(0.264kg/s, 0.308kg/s) และลดอัตราการไหลเข้าของอากาศอีก 20%ของอัตราการไหลเข้าเดิม (0.176kg/s) พบว่าอุณหภูมิที่ทางออกของห้องเผาไหม้จะมีค่าเพิ่มขึ้น ตามอัตราการไหลของอากาศทางเข้าที่เพิ่มขึ้น สอดคล้องกับค่าของอุณหภูมิและอัตราการไหลของอากาศตามาพประกอบ 61 ซึ่งเป็นผลจากการทดลอง และค่าของอุณหภูมิที่ทางออกของห้องเผาไหม้ที่เกิดจากการวิเคราะห์ผลจากค่าอัตราการไหลอากาศที่ทางเข้า 0.22kg/s จะมีอุณหภูมิทางออกที่มีแนวโน้มคงที่

5.2 รายละเอียดการออกแบบห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE

5.2.1 การออกแบบบริเวณ primary zone, Intermediate zone และ dilution zone

- ช่วง primary zone

ความยาวของช่วงการไหลใน Primary zone จะมีค่าเท่ากับ 22.25 mm. ปริมาณอากาศที่ไหลผ่านช่วงนี้กำหนดให้มีค่า 20 % ของอัตราการไหลของอากาศที่ทางเข้า 0.22 kg/s จะมีค่าเท่ากับ 0.044kg/s เพราะฉะนั้น พื้นที่รวมที่ต้องเจาะเพื่อให้อากาศไหลเข้าในส่วนของ Primary zone เท่ากับ 289.019 mm^2 (รายการคำนวณแสดงไว้ในภาคผนวก)

- ช่วง Intermediate zone

ความยาวของช่วงการไหลใน Intermediate zone จะมีค่าเท่ากับ 28.25 mm.ปริมาณอากาศที่ไหลผ่านช่วงนี้กำหนดให้มีค่า 50% ของอัตราการไหลของอากาศที่ทางเข้า 0.22 kg/s จะมีค่าเท่ากับ 0.11kg/s เพราะฉะนั้นพื้นที่รวมที่ต้องเจาะเพื่อให้อากาศไหลเข้าในส่วนของ Intermediate zone เท่ากับ 722.548 mm^2 (รายการคำนวณแสดงไว้ในภาคผนวก)

- ช่วง dilution zone

ความยาวของช่วงการไหลใน dilution zone จะมีค่าเท่ากับ 23 mm. ปริมาณอากาศที่ไหลผ่านช่วงนี้กำหนดให้มีค่า 30% ของอัตราการไหลของอากาศที่ทางเข้า 0.22 kg/s จะมีค่าเท่ากับ0.066kg/s เพราะฉะนั้นพื้นที่รวมที่ต้องเจาะเพื่อให้อากาศไหลเข้าในส่วนของ dilution zone เท่ากับ433.528 mm^2 (รายการคำนวณแสดงไว้ในภาคผนวก)

5.2.2 ผลการวิเคราะห์ห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE

จากผลการการศึกษารูปแบบการเผาไหม้ในห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE โดยวิธีเชิงตัวเลข ห้องเผาไหม้ที่ออกแบบ ผลจากการวิเคราะห์การเผาไหม้ภายในห้องเผาไหม้ที่อัตราการไหลเข้าของอากาศ 0.22kg/s มีปริมาณ $mass\ of\ fraction$ ของก๊าซ co ที่เหลือจากการเกิดปฏิกิริยาเผาไหม้ประมาณ 0.09 อุณหภูมิในห้องเผาไหม้ช่วง Primary zone มีค่าประมาณ 773.7 K ซึ่งจะอยู่ในช่วง(กรมธุรกิจพลังงาน กระทรวงพลังงาน.2554) อุณหภูมิของจุดติดไฟ (Ignition Temperature) ของโปรเพน ซึ่งอยู่ระหว่าง 733-853 K และบริเวณเจือจาง (Dilution Zone)อุณหภูมิที่ทางออกอยู่ที่ประมาณ 1,090 K ลดลงจากอุณหภูมิเปลวไฟในอากาศ(กรมธุรกิจพลังงาน กระทรวงพลังงาน.2554)2,203 K ซึ่งเป็นค่าของอุณหภูมิที่เกิดจากปฏิกิริยาการเผาไหม้จริงของก๊าซโปรเพนโดยไม่มีการระบายความร้อน (d)ความเร็วภายในห้องเผาไหม้จะมีความเร็วสูงที่หัวฉีดเชื้อเพลิงและค่อยๆลดลงเมื่อมีการผสมระหว่างอากาศกับเชื้อเพลิง และจะเพิ่มความเร็วขึ้นที่บริเวณทางออกของห้องเผาไหม้จะพบว่าบริเวณ Primary zone จะมีการหมุนวนภายในห้องเผาไหม้เพื่อผสมผสานระหว่างอากาศกับเชื้อเพลิงทำให้การเผาไหม้มีแนวโน้มสมบูรณ์ขึ้น

5.3 ข้อเสนอแนะและแนวทางงานวิจัยในอนาคต

ในอนาคตผู้วิจัยจะใช้แบบจำลองที่ได้นี้ไปวิเคราะห์การเผาไหม้ภายในห้องเผาไหม้ แบบCAN TYPE โดยใช้น้ำมันหม้อแปลงเป็นเชื้อเพลิง สืบเนื่องจากน้ำมันหม้อแปลงเก่าที่ใช้แล้วไม่ได้ส่งคืนคลังพัสดุของ กฟภ.ปีละประมาณ 600,000 ลิตร(นิรันดร์ สุวรรณสิทธิ์.2551) หากนำมาผลิตเป็นพลังงานไฟฟ้าโดยใช้เครื่องยนต์กังหันก๊าซขนาดเล็ก กระจายตัวอยู่ตามท้องถิ่นต่างๆ ซึ่งสอดคล้องกับ

แนวนโยบายหลักของประเทศในอนาคต จะสามารถประหยัดงบประมาณและเป็นการนำทรัพยากรที่มีอยู่มาใช้ประโยชน์อย่างคุ้มค่า

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

สันติสุข ศรีเกิน. (2553). *การศึกษาคุณลักษณะการไหลของแก๊สในดิฟฟิวเซอร์ของไมโครแก๊สเทอร์ไบน์ โดยใช้การวิเคราะห์การไหลของของไหลด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข.* วิทยานิพนธ์ วศ.ม.(วิศวกรรมเครื่องกล). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

นิรันดร์ สุวรรณสิทธิ์.*การประเมินสมรรถนะของชุดเครื่องกำเนิดไฟฟ้าดีเซลโดยใช้น้ำมันหม้อแปลงที่ใช้แล้ว*.สาขาวิชาวิทยาศาสตร์(การจัดการอุตสาหกรรม).มหาวิทยาลัยเชียงใหม่,(2551).

ปรีชา บุญยะนันท์, ประภัสสร อนุชิตชาญชัย,ก่อเกียรติ คำสุข , กฤษฎ์ ราชโรจน์ และสัมพันธ์ ไชยเทพ. *การพัฒนาต้นแบบเครื่องยนต์กังหันก๊าซขนาดเล็ก.* การประชุมทางวิชาการของมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ครั้งที่39. สาขาวิศวกรรมศาสตร์. 5-7 กุมภาพันธ์ 2544,หน้า 374-378.

วรเทพ สีสัตย์ซื่อ. (2551). *การใช้ประโยชน์เศษวัสดุเหลือใช้ทางการเกษตรตามชุมชนเป็นเชื้อเพลิงสำหรับเครื่องยนต์กังหันก๊าซเทอร์ไบขนาดเล็ก.* วิทยานิพนธ์ วศ.ม.(วิทยาการและวิศวกรรมพอลิเมอร์). กรุงเทพ: มหาวิทยาลัยศิลปากร.

วัชชิระ จันทร์ลี้. (2552).*การออกแบบและสร้างเครื่องยนต์กังหันแก๊สชนิดที่ใช้ใบคอมเพรสเซอร์ที่มีการไหลของอากาศแบบผสม และใช้ใบกังหันที่มีการไหลของอากาศแบบไหลตามแนวรัศมี*. วิทยานิพนธ์ วศ.ม.(วิศวกรรมเครื่องกล). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ปราโมทย์ เดชะอำไพ, วิโรจน์ ลิ่มตระการ, ธนสาร อินทรกำธรชัย, เสฏฐวรรธ สุจริตภวัตสกุล และปภากร สูนานนท์. (2545). *การวิเคราะห์และออกแบบงานทางวิศวกรรมด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์*. ปทุมธานี.

ประวิทย์ พงษ์อนันต์. (2550). *เรียนรู้เรื่องเครื่องยนต์ Aricraft Gas Turbine Engines*. นนทบุรี.

ภาณุมาศ อรุณเดชาวัฒน์ (2546). *การศึกษาเชิงทดลองของห้องเผาไหม้เครื่องยนต์กังหันก๊าซแบบส่วนผสมอากาศเชื้อเพลิงหนาบางเพื่อให้สามารถใช้ก๊าซที่มีความร้อนต่ำได้*. วิทยานิพนธ์ วศ.ม.(วิศวกรรมเครื่องกล). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย.สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า เจ้าคุณทหารลาดกระบัง.

อภิสิทธิ์ เพียรสัมฤทธิ์, วชิระ อ่อนจันทร์, ชาญชัย สระทองกู.(2544). *ห้องเผาไหม้เครื่องยนต์แก๊สเทอร์ไบน์*. ปริญญานิพนธ์ วศ.บ.(วิศวกรรมเครื่องกล). กรุงเทพฯ: สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า เจ้าคุณทหารลาดกระบัง.

บุญทุ่ม ชนะพันธ์(2551). *การวิเคราะห์สมรรถนะของเทอร์โบชาร์จเจอร์ที่นำมาใช้เป็นกังหันก๊าซขนาดเล็ก*.วิทยานิพนธ์ วศ.ม.(วิศวกรรมเครื่องกล). บัณฑิตวิทยาลัย. มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

วโรฒ วิกสิตโศภน. (2545). *การพัฒนาระบบควบคุมการเดินเครื่องและเฝ้าระวังเครื่องยนต์กังหันก๊าซขนาดเล็ก*. วิทยานิพนธ์ วศ.ม.(วิศวกรรมเครื่องกล). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย. สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า เจ้าคุณทหารลาดกระบัง

กิตติศักดิ์ คู่วรัญญู.(2546). *การศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อนในใบกังหันก๊าซที่มีเทอร์บิวเลเตอร์*. วิทยานิพนธ์ วศ.ม.(วิศวกรรมเครื่องกล). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย.จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

คมกฤษณ์ ชัยโย.(2547). *การจำลองเชิงตัวเลขของเจ็ตแบบปั่นป่วนในบริเวณจำกัดขอบเขตโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม*. วิทยานิพนธ์ วศ.ม.(วิศวกรรมเครื่องกล). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย.จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เกรียงไกร ปัญญารัตนะ.(2545) *การคำนวณการไหลแบบปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยมสองมิติด้วยวิธีไฟไนต์วอลุม*. วิทยานิพนธ์ วศ.ม.(วิศวกรรมเครื่องกล). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย.จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

กิตติภาส วศินารมณ์. (2553). *การวิเคราะห์ทางความร้อนและการจำลองเชิงตัวเลขของห้องเผาไหม้เครื่องยนต์กังหันก๊าซขนาดเล็ก(200 กิโลวัตต์)*, วิทยานิพนธ์ วศ.ม. (วิศวกรรมเครื่องกล). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย. สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า เจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปราโมทย์ เดชะอำไพ, นิพนธ์ วรรณโสภาคย์. (2553). *ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม*. พิมพ์ครั้งที่7. สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย กทม.

ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2553). *พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และไฟไนต์วอลุม*. พิมพ์ครั้งที่2. สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. กทม.

สมเกียรติ บุญณสะ. (2545) *วิศวกรรมโรงจักรต้นกำลัง(Powerplant Engineering)*. พิมพ์ครั้งที่4. โรงพิมพ์พิทักษ์อักษร กทม.

สุนันท์ ศรัณยนิตย์. (2542) *กลศาสตร์ของไหล(FLUID MECHANICS)*. พิมพ์ครั้งที่1. โรงพิมพ์ดวงกมลสมัย. กทม.

สมชัย อัครทิวา, ขวัญจิต วงษ์ชารี. (2549). *เทอร์โมไดนามิกส์*. พิมพ์ครั้งที่1. สำนักพิมพ์แมคกรอ-ฮิล. กทม.

กีรติ สุลักษณ์ (2553) *พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ*.นครราชสีมา.

ทวิช จิตรสมบูรณ์. (2553). *กลศาสตร์ของไหล*. แมคกรอ-ฮิล. กทม.

สมศักดิ์ ไชยะภินันท์ (2552). *กลศาสตร์ของไหล*.พิมพ์ครั้ งที่2. สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. กทม.

สำเริง จักรใจ. (2547). *การเผาไหม้*. สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย กทม.

สมรัฐ เกิดสุวรรณ. (2549). *การเผาไหม้และการควบคุมมลพิษ*. สกายบุ๊กส์ กทม.

สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ.(2554,9.5).*แผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 11(พ.ศ. 2555-2559)*, [ระบบออนไลน์], http://www.nesdb.go.th /Default.aspx? tabid=395 : http://www.nesdb.go.th/

กรมพัฒนาพลังงานทดแทนและอนุรักษ์พลังงาน กระทรวงพลังงาน(2554,9.5).*แผนพัฒนาพลังงานทดแทน 15 ปี (พ.ศ. 2551 –2565)*, [ระบบออนไลน์], http://www.dede.go.th /dede/images /stories /y51y65.pdf : http://www.dede.go.th/dede/

การไฟฟ้าส่วนภูมิภาค.(2554,9.5).*smart-grid*, [ระบบออนไลน์],http://161.200.85.41/pea-smartgrid /index.php/smart-grid :http://161.200.85.41/pea-smartgrid/

กรมธุรกิจพลังงาน กระทรวงพลังงาน(2554,9.5).*คุณสมบัติของก๊าซปิโตรเลียมเหลว*,[ระบบออนไลน์],http://www.doeb.go.th/knowledge/knowledge_article_Natural2.htm : http://www.doeb.go.th

B.E.Launder and D.B.Spalding,"The Numerical Computational of Turbulent Flows," Comp.Met. *App. Mech. Eng*., Vol. 3, pp. 269-289,1974.

F.C. Gouldin, J.S. Depsky and S-L. Lee,"Volocity Field Characteristics of a Swirling Flow Combustion", *AIAA Journal*, Vol.23, No.1,pp.95-102,1985.

M.Arai, S.Amano and T.Furuhata, "Combustion Characteristics in a Micro Gas Turbine Combustor with a Recirculation Zone Induced by an Upward Swirl",*Journal of Environment and Engineering*, Vol.2, No.1, pp.124-135,2007.

K.YOTORIYAMA, S.Amano and H.Fujiwara, "Development of Micro Gas Turbine Combustor with a Recirculation Zone Induced by an Upward Swirl(Effect of a Primary Zone Configuration on Spray Combustion Characteristic)",*Journal of Environment and Engineering*, Vol.3, No.1, pp.204-215,2008.

R.J. Charest,"*Design Methodology for a Lean Premixed Prevaporized Can Combustor*", Master of Applied Science,Department of Mechanical and Aerospace Engineering.Carleton University.Ottawa, Ontario. 2005.

N.Syred, N.A. Chigier and J.M. Beer, "*Flame Stabilization in Recirculation Zones of Jets With Swirl*",Thirteenth Symposium on Combustion, The Combustion Institute, pp.617-624,1971.

J. Collazo, J.Porteiro, D. Patino, J.L.Miguez, E.Granada, and J.Moran, "Simulation and Experimental validation of a methanol Burner", *fuel*, Vol.88, pp.326-334.2009.

J.M. Beer and N.A. Chigier(1972), *"Combustion Aerodynamics*", Fuel and Energy Science Series.

T. Ninomiya, J. Inumaru, T. Abe and M. Sato(1990), "*Flow and Mixing Characteristics of Gas Turbine Combustion Using a Water-Flow Model (Part-1)*", Yokosawa Research Laboratory, Central Research Institute of Electric Power Industry.

S. Fujii, K. Eguchi and M. Gomi, "Swirling Jets with and without Combustion", *AIAA Journal*,Vol. 19, No.18, November 1981, pp. 1438-1442.

H. Cohen , G.F.C Rogers and H.I.H. Saravanamuttoo(1987). *Gas Turbine Theory* , 5nd edition,Longman Scientific & Technical, Singapore.

H. Arthur Lefebvre(1983). *Gas Turbine Combustion*. Braun-Brumfield, United States of America.

D. John Anderson (1995). *Computational Fluid Dynamics The Basics with Applications*. McGraw-Hill,United States of America.

D. Jack Mattingly (1996). *Element of Gas Turbine Propulsion* . McGraw-Hill,United States of America.

L. Eugene Keating (2007). *Applied Combustion* . 2nd edition, Taylor&Francis Group ,United States of America.

L. Steven Chapra,P. Raymond Canale (2006).*Numerical Methods for Engineers*. 5nd edition, McGraw-Hill,United States of America.

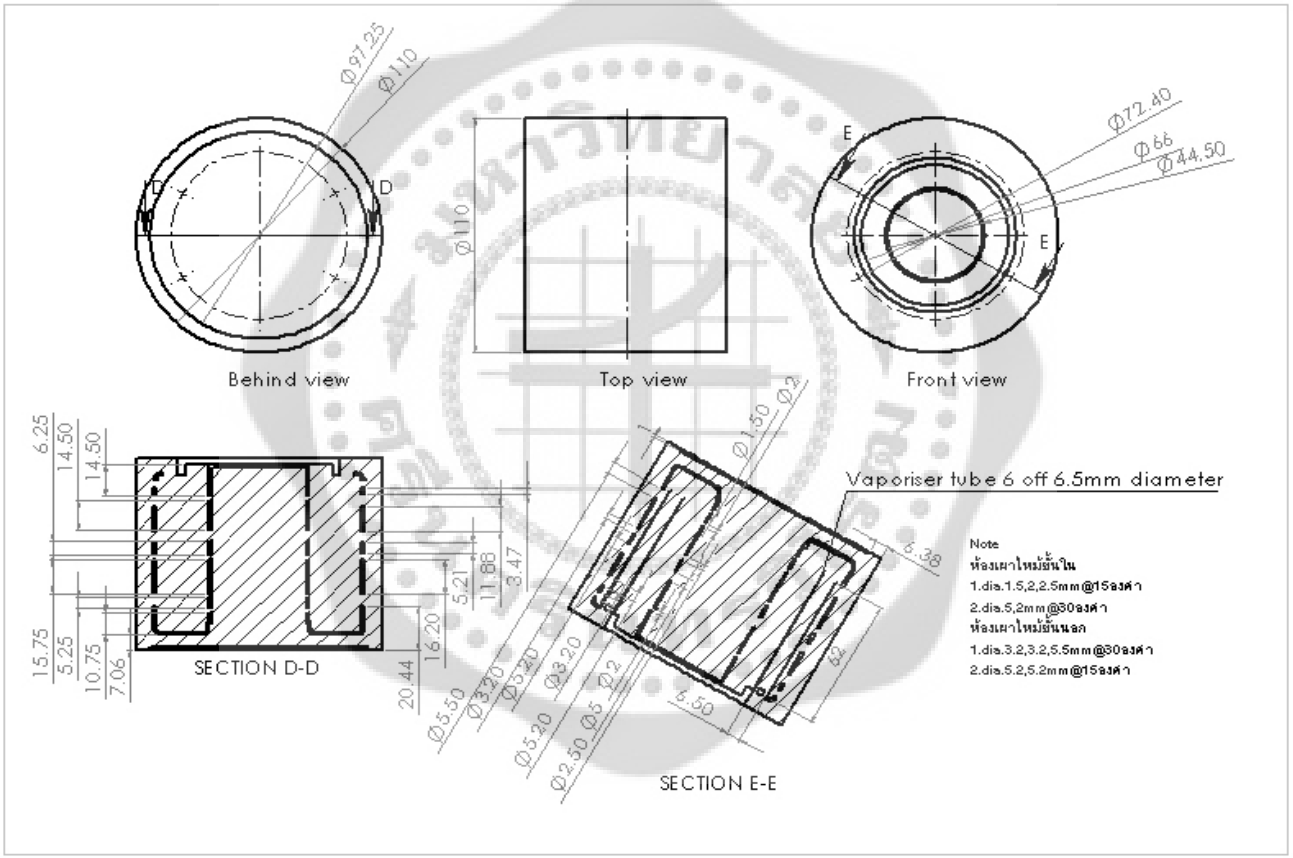
P. Jan Norbye (1975).*The Gas Turbine Engine*. Thomas Nelson&Sons,Canada.

S.V. Patankar (1980). *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere Publishing Corporation. Minnesota.

Tony Giampaolo (2009).*The Gas Turbine Handbook Principles and Pratice*. 4nd edition, Taylor&Francis Group ,United States of America.

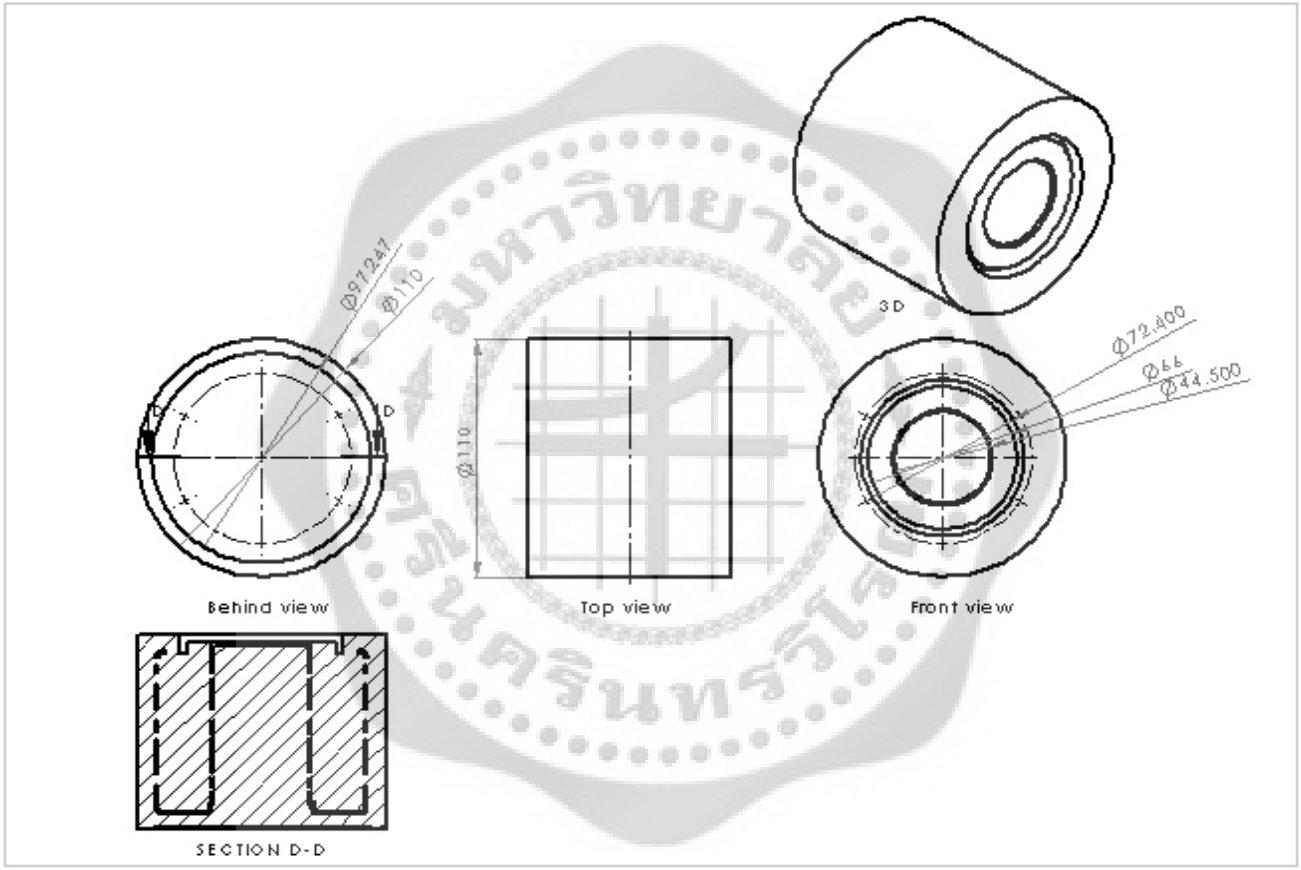
ภาคผนวก

ก1. แบบ CAN COMBUSTOR



ภาพประกอบ ก-1 แบบขนาดของห้องเผาไหม้

ก1. แบบ CAN COMBUSTOR (ต่อ)



ภาพประกอบ ก-2 แบบขนาดของห้องเผาไหม้แบบ CAN TYPE(เพิ่มเติม)

ภาคผนวก ข

ข1.ผลการทดลอง(อภิสิทธิ์;วชิระ; &ชาญชัย. 2544)

ตาราง ข-1 ผลการทดลองของห้องเผาไหม้ที่ 2

อัตราการไหลเชื้อเพลิง(kg/s)	อัตราการไหลอากาศห้องเผาไหม้ที่ 1(kg/s)	อัตราการไหลอากาศห้องเผาไหม้ที่2 (kg/s)	อุณหภูมิทางออกห้องเผาไหม้ที่1 (K)	อุณหภูมิทางออกห้องเผาไหม้ที่2 (K)	ความดันก่อนเข้าห้องเผาไหม้ที่1 (kPa)	ความดันก่อนเข้าห้องเผาไหม้ที่ 2 (kPa)	ความเร็วรอบที่1 (rpm)	ความเร็วรอบที่2 (rpm)	ประสิทธิภาพห้องเผาไหม้ที่ 1 (%)	ประสิทธิภาพห้องเผาไหม้ที่2 (%)
0.00147	0.05341	0.05959	960	1025.43	106.3	98.52	17585	20354	56.6	79.0
0.00164	0.07553	0.06972	932	1032.10	106.3	101.93	20709	22642	67.7	80.0
0.00180	0.09250	0.07887	904	1038.13	111.3	105	24355	24711	71.6	82.0
0.00203	0.10134	0.09257	886	1047.15	116.3	109.6	28632	27807	67.0	83.0
0.00208	0.10134	0.09513	854	1048.83	116.3	110.45	30045	28384	60.5	83.3
0.00212	0.10682	0.09763	866	1050.48	116.3	111.29	31782	28949	65.0	83.6
0.00208	0.10682	0.09513	835	1048.97	116.3	110.51	31579	28430	62.3	83.3
0.0022	0.10682	0.10249	863	1053.68	116.3	112.92	32842	30047	62.2	84.2
0.00216	0.11203	0.09992	857	1051.99	116.3	112.05	31235	29466	65.6	83.8
0.00216	0.11943	0.10435	875	1051.99	116.3	112.05	32905	29466	72.3	83.8
0.00224	0.11943	0.10435	862	1054.90	121.3	113.54	34126	30467	68.1	84.4

ข1.ผลการทดลอง(อภิสิทธิ์;วชิระ; &ชาญชัย. 2544)(ต่อ)

ตาราง ข-1 ผลการทดลองของห้องเผาไหม้ที่ 2(ต่อ)

อัตราการไหลเชื้อเพลิง(kg/s)	อัตราการไหลอากาศห้องเผาไหม้ที่1 (kg/s)	อัตราการไหลอากาศห้องเผาไหม้ที่2 (kg/s)	อุณหภูมิทางออกห้องเผาไหม้ที่1 (K)	อุณหภูมิทางออกห้องเผาไหม้ที่2 (K)	ความดันก่อนเข้าห้องเผาไหม้ที่1 (kPa)	ความดันก่อนเข้าห้องเผาไหม้ที่ 2 (kPa)	ความเร็วรอบที่1 (rpm)	ความเร็วรอบที่2 (rpm)	ประสิทธิภาพห้องเผาไหม้ที่1 (%)	ประสิทธิภาพห้องเผาไหม้ที่2 (%)
0.00224	0.11943	0.10435	856	1054.90	121.3	113.54	34204	30467	67.3	84.4
0.00231	0.12179	0.10863	848	1057.72	121.3	114.98	35459	31434	65.3	84.9
0.00235	0.12639	0.11072	809	1059.10	121.3	115.68	35712	31906.7	61.6	85.2
0.00238	0.12863	0.11278	834	1060.46	121.3	116.37	36876	32372	64.9	85.4
0.00242	0.13082	0.11481	869	1061.8	121.3	117.05	36034	32830.47	69.8	85.7
0.00245	0.13721	0.11681	846	1063.11	121.3	117.72	38413	33282.45	68.6	85.9
0.00258	0.151068	0.12454	869	1068.20	126.3	120.32	39396	35030.44	74.7	86.9
0.00258	0.14131	0.12454	840	1068.20	126.3	120.32	39765	35030.44	66.1	86.9
0.00265	0.14529	0.12727	840	1070.66	126.3	121.57	40960	35871.62	66.0	87.4
0.00274	0.15106	0.13369	854	1074.23	126.3	123.39	42766	37096.7	68.2	88.0
0.00280	0.15663	0.13720	851	1076.54	131.3	124.56	43920	37890.84	68.5	88.5
0.00289	0.16548	0.14234	778	1079.92	131.3	126.3	45674	39051	59.7	89.1

ข1.ผลการทดลอง(อภิสิทธิ์;วชิระ; &ชาญชัย. 2544)(ต่อ)

ตาราง ข-1 ผลการทดลองของห้องเผาไหม้ที่ 2(ต่อ)

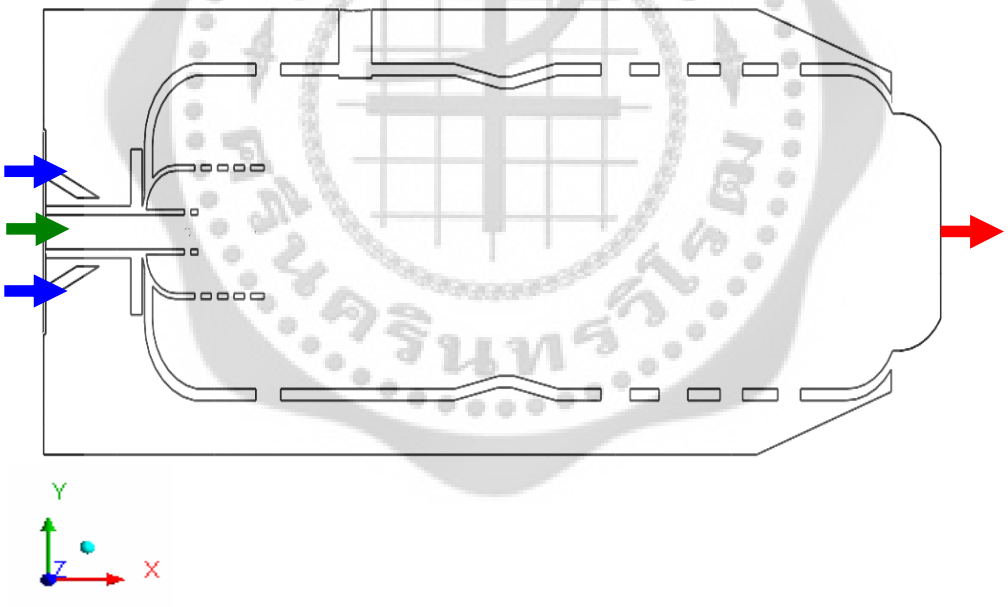
อัตราการไหลของเชื้อเพลิง (kg/s)	อัตราการไหลอากาศห้องเผาไหม้ที่ 1 (kg/s)	อัตราการไหลอากาศห้องเผาไหม้ที่ 2 (kg/s)	อุณหภูมิทางออกห้องเผาไหม้ที่1 (K)	อุณหภูมิทางออกห้องเผาไหม้ที่2 (K)	ความดันก่อนเข้าห้องเผาไหม้ที่1 (kPa)	ความดันก่อนเข้าห้องเผาไหม้ที่ 2 (kPa)	ความเร็วรอบที่1 (rpm)	ความเร็วรอบที่2 (rpm)	ประสิทธิภาพห้องเผาไหม้ที่1 (%)	ประสิทธิภาพห้องเผาไหม้ที่2 (%)
0.00294	0.17389	0.145679	878	1082.12	131.3	127.41	45234	39805.22	76.1	89.6
0.00297	0.17389	0.147324	810	1083.21	131.3	127.96	47649	40176.88	65.3	89.8
0.00303	0.18501	0.150568	804	1085.34	136.3	129.05	48926	40909.82	66.9	90.2
0.00327	0.19257	0.164483	823	1094.51	136.3	133.72	51253	44054.06	67.0	91.9
0.00329	0.19984	0.165967	872	1095.48	131.3	134.22	51116	44389.37	76.9	92.1
0.00355	0.20685	0.181002	859	1105.38	146.3	139.27	54296	47786.62	70.9	94.0
0.00368	0.21761	0.188285	929	1110.18	151.3	141.71	56687	49432.40	81.9	94.9
0.00391	0.23281	0.202142	949	1119.30	161.3	146.36	60113	52563.35	84.5	96.6
0.00414	0.25051	0.2152	967	1127.90	166.3	150.74	62766	55514.02	88.1	98.2
0.00425	0.27234	0.221471	1000	1132.03	171.3	152.85	67985	56931.04	98.0	99.0
0.00461	0.29254	0.24284	985	1146.10	176.3	160.02	71248	61759.46	93.5	99.0

ภาคผนวก ค

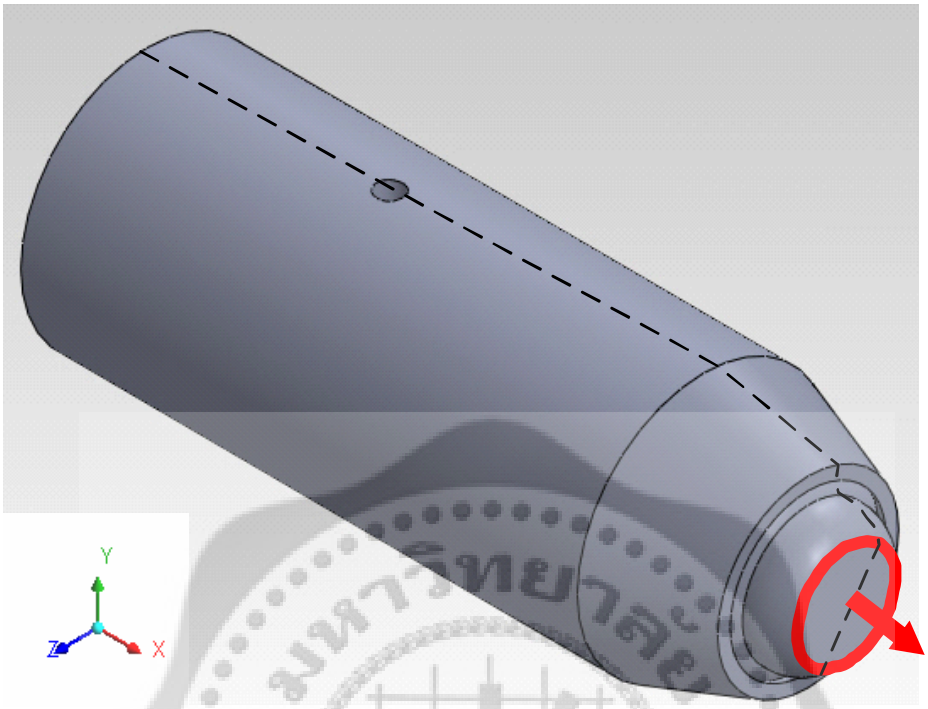
ค1. ที่มาของปัญหาที่ใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์

(อภิสิทธิ์;วชิระ; &ชาญชัย. 2544) ได้ทำการทดลองผลของการทดลองตามเอกสารแนบในภาคผนวก ซึ่งผู้วิจัยนำผลการทดลองมาวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรมทางด้านComputational Fluid Dynamics(CFD) จำนวน 15 รายการเพื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากการทดลองในทางปฏิบัติจริงกับการใช้โปรแกรม เหตุผลที่ผู้วิจัยเลือกผลการทดลองนี้ มาใช้เนื่องจาก การออกแบบห้องเผาไหม้ที่มีคอคอดเชื่อมระหว่างห้องเผาไหม้ในส่วน Primary Zone กับส่วนบริเวณอื่นๆของห้องเผาไหม้ ซึ่งมีการทดลองและออกแบบในลักษณะนี้ คือ (Charest. 2548), (Arai; Amano; & Furuhata. 2550) และ(Yotoriyama; Amano; & Fujiwara. 2551)

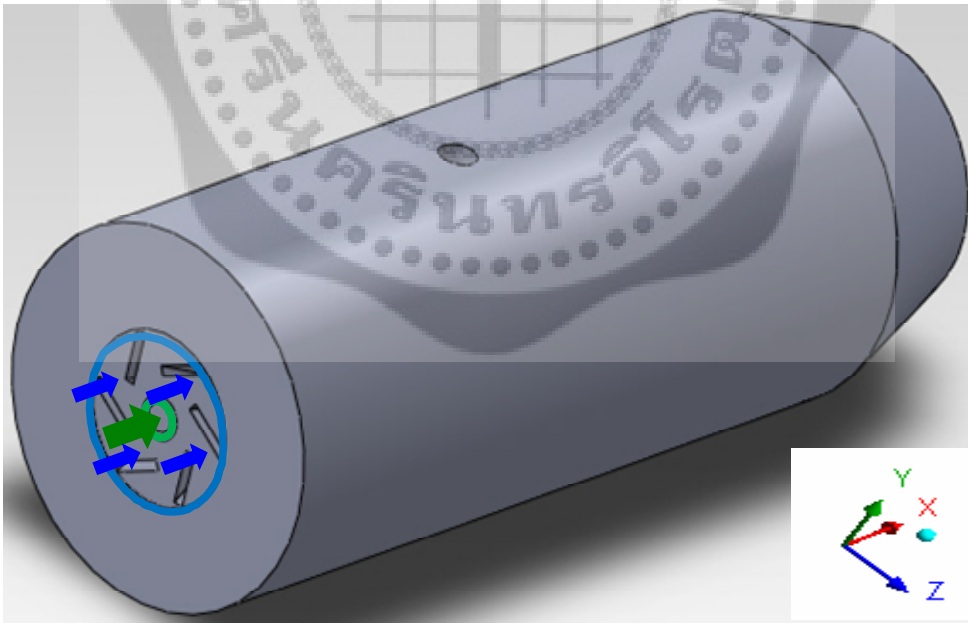
ค1.1 ลักษณะแบบจำลอง



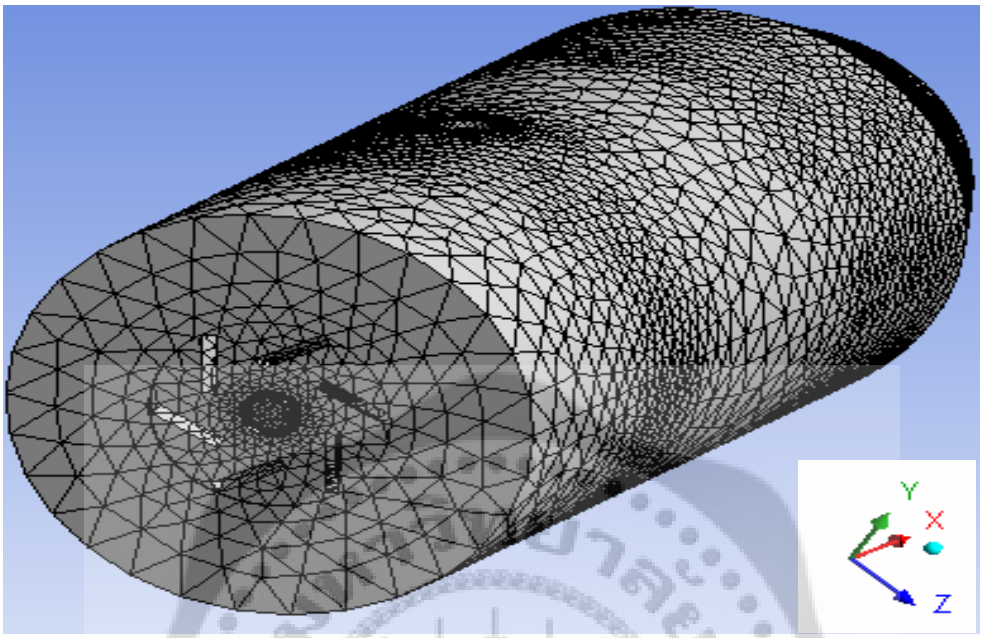
ภาพประกอบ ค-1 แบบจำลองภาคตัด(ตามเส้นประดังภาพประกอบ ค-2) แสดงทางเข้าของเชื้อเพลิง(ลูกศรสีเขียว)ทางเข้าของอากาศ(ลูกศรสีน้ำเงิน) และทางออกของอากาศผสม(ลูกศรสีแดง)



ภาพประกอบ ค-2 แบบจำลอง 3 มิติ แสดงทางออกของความดัน(Outlet Pressure)



ภาพประกอบ ค-3 แบบจำลองแสดงทางเข้าของอากาศ(Inlet Air)



ภาพประกอบ ค-4 รูปจำลองโครงข่าย Mesh 3 มิติ

จำนวน 1,092,280 เอลิเมนต์ จำนวนจุดต่อ 204,049จุดต่อ

ค1.2 กำหนดเงื่อนไขสำหรับแบบจำลอง

ค1.2.1 อัตราการไหลของเชื้อเพลิง อัตราการไหลของอากาศ และความเร็วรอบของSwirler จะเปลี่ยนไปเป็นข้อมูลตามตาราง ข-1 การกำหนดเงื่อนไขดังข้อมูลด้านล่างเป็นข้อมูลลำดับที่ 1

ที่	อัตราการไหลเชื้อเพลิง(kg/s)	อัตราการไหลอากาศ(kg/s)	อุณหภูมิจากการทดลอง(K)	rpm	อุณหภูมิจากโปรแกรม(K)
1	0.00147	0.05959	1,025.43	20,354.00	1,057

การกำหนดค่าเบื้องต้นให้กับการวิเคราะห์แบบจำลองห้องเผาไหม้แบบCAN TYPE

- ข้อกำหนดจะตั้งสมมติฐานเบื้องต้นว่า

(1) ของไหลเป็นชนิดอัดตัวไม่ได้

(2) คุณสมบัติต่างๆของของไหลมีค่าคงที่

(3) การไหลเกิดขึ้นใน3 มิติ

(4) การไหลอยู่ในสภาวะคงตัว

- ทางเข้าของอากาศ กำหนดให้อากาศมี อัตราการไหลเข้า 0.05959 kg/s ความเร็วรอบ (rpm) 20,354 rpm ความดันที่ 1บรรยากาศ อุณหภูมิอากาศปกติที่ 300K

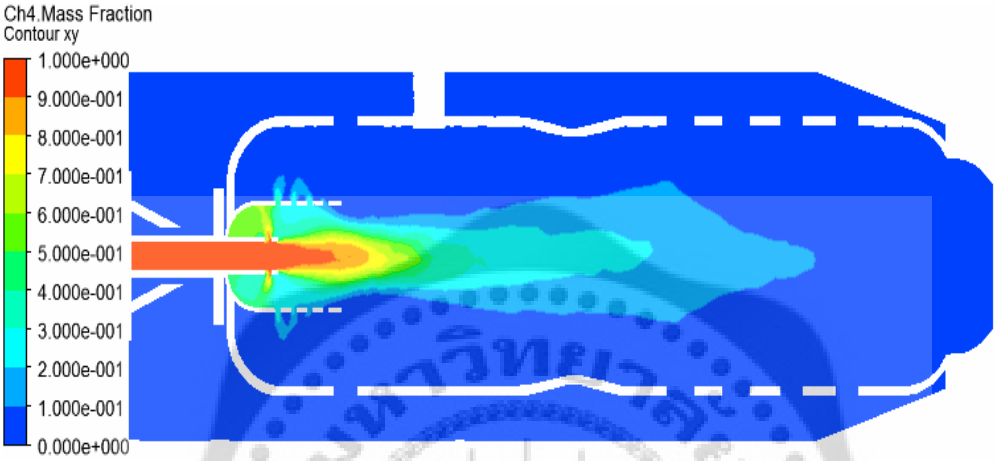
- ทางเข้าของเชื้อเพลิงกำหนดให้อัตราการไหลของเชื้อเพลิงเข้า0.00147 kg/s ความดันที่ 1 บรรยากาศ อุณหภูมิอากาศปกติที่ 300K เชื้อเพลิงที่ใช้เป็นมีเทน

- ทางออกของอากาศผสม กำหนดให้เป็น Pressure Outlet ที่ 1.5 เท่าของบรรยากาศ

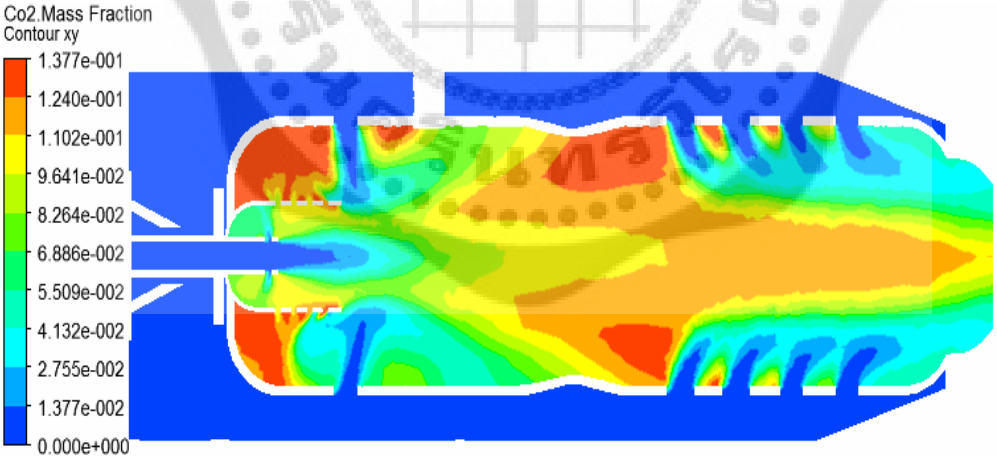
- เงื่อนไขขอบเขตที่ผนัง (Wall boundary condition) กำหนดให้ความเร็วมีค่าเป็นศูนย์ (No Slip Condition)

ค1.2.2 การวิเคราะห์ผลการจำลองการไหล

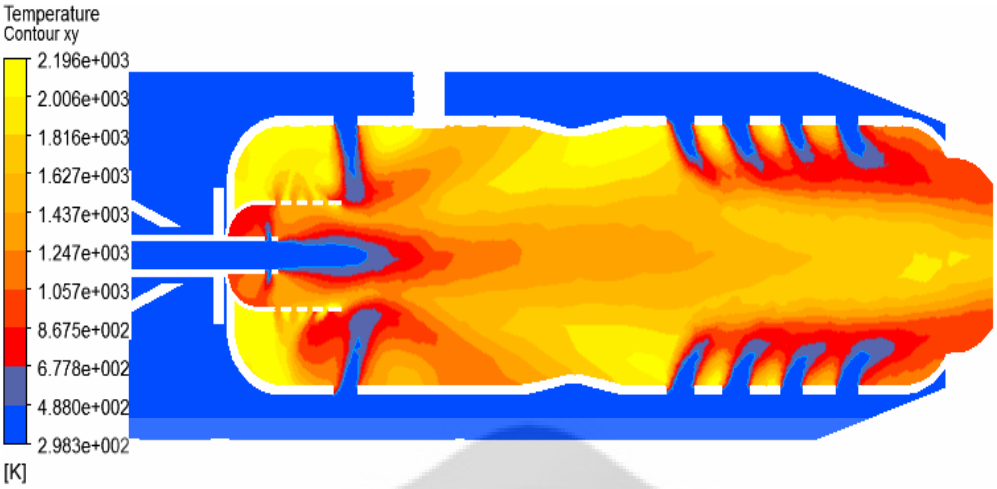
ค1.2.2 .1 อัตราการไหลของเชื้ อเพลิง0.00147 kg/s อัตราการไหลของอากาศ 0.05959kg/s และความเร็วรอบของ Swirler 20,354 rpm.



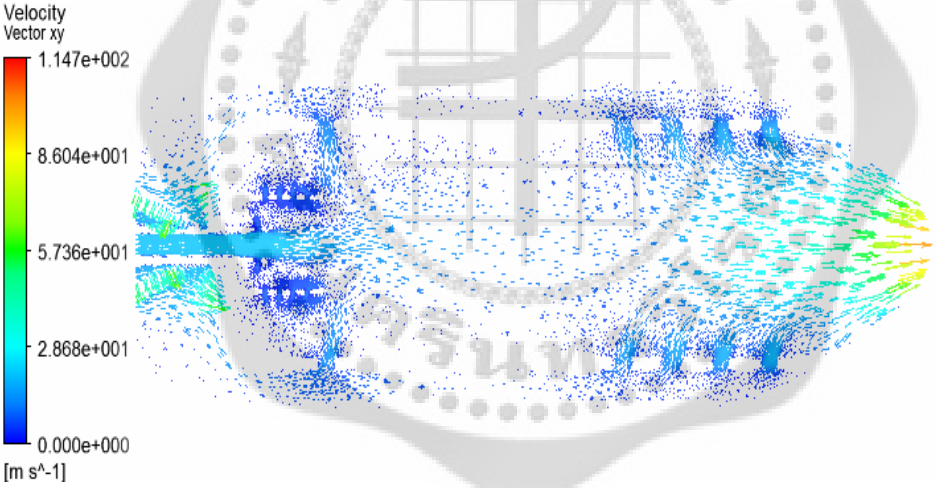
(a) CH_4 *Mass Fraction*



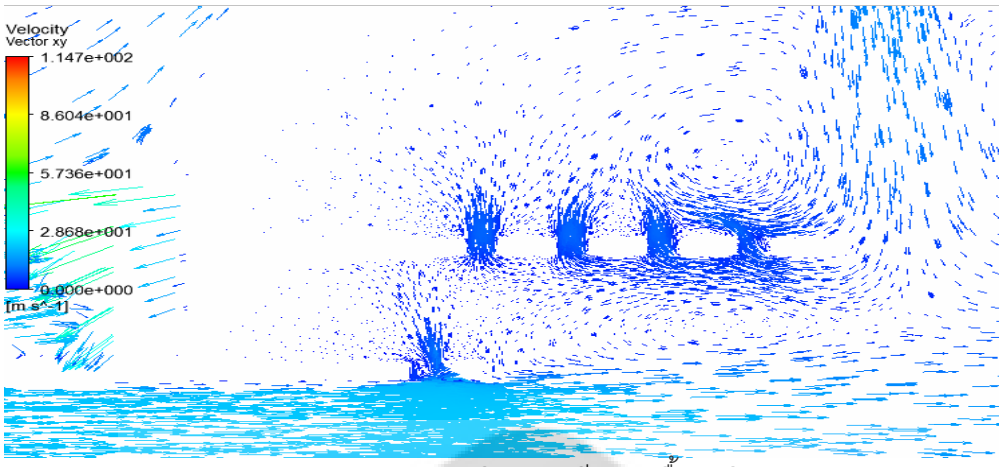
(b) CO_2 *Mass Fraction*



(c) Temperature contour



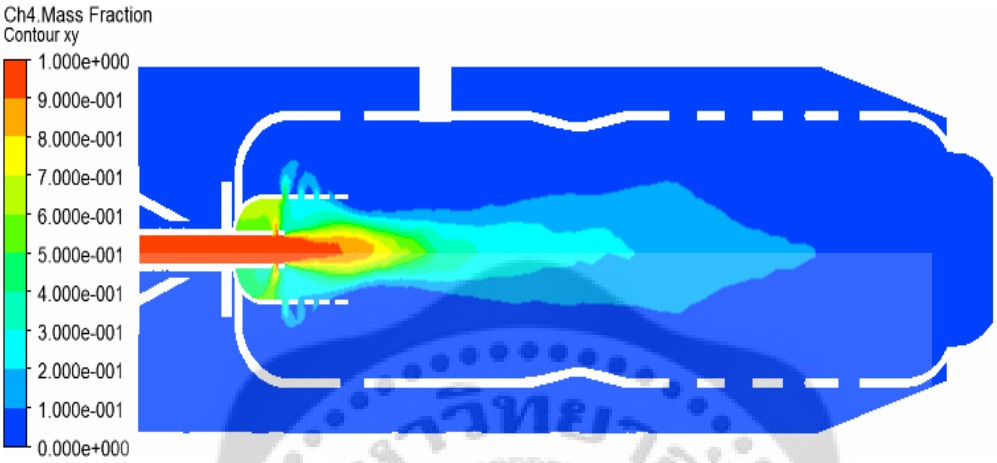
(d) Velocity Contour



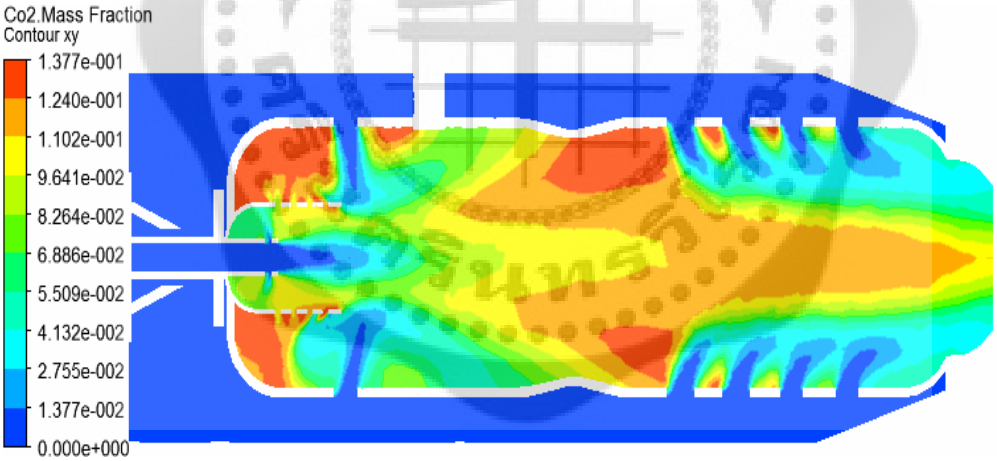
(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้อเพลิง

ภาพประกอบ ค-5 (a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้อเพลิง

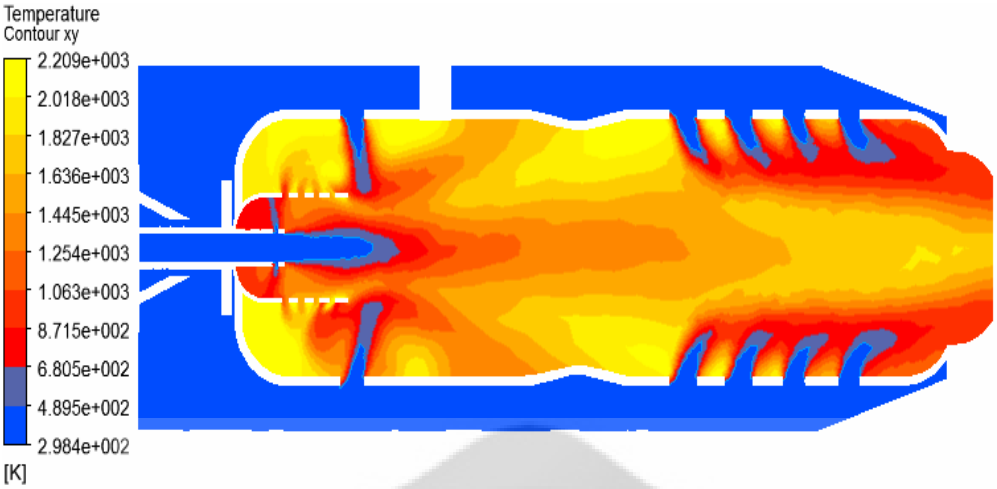
ค1.2.2.2 อัตราการไหลของเชื้อ อเพลิง0.00164 kg/s อัตราการไหลของอากาศ 0.06972kg/s และความเร็วรอบของ Swirler 22,642 rpm.



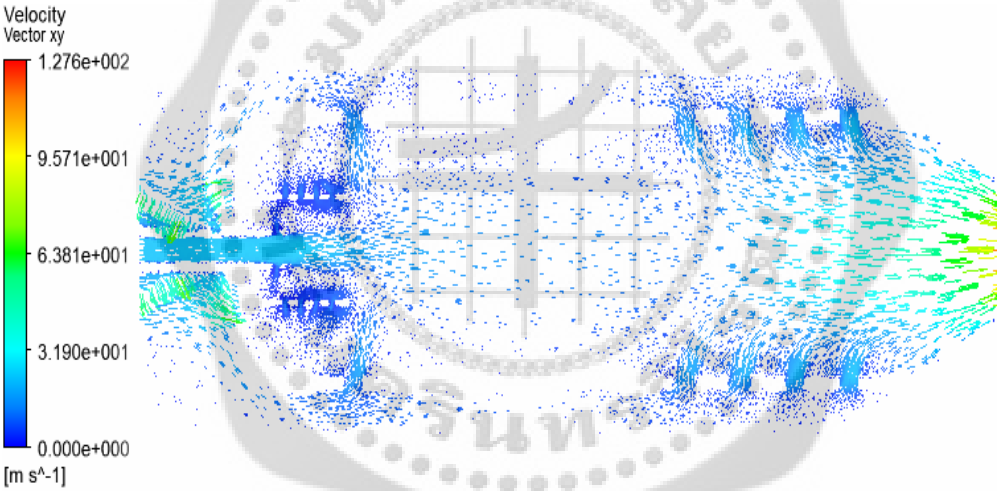
(a) CH_4 *Mass Fraction*



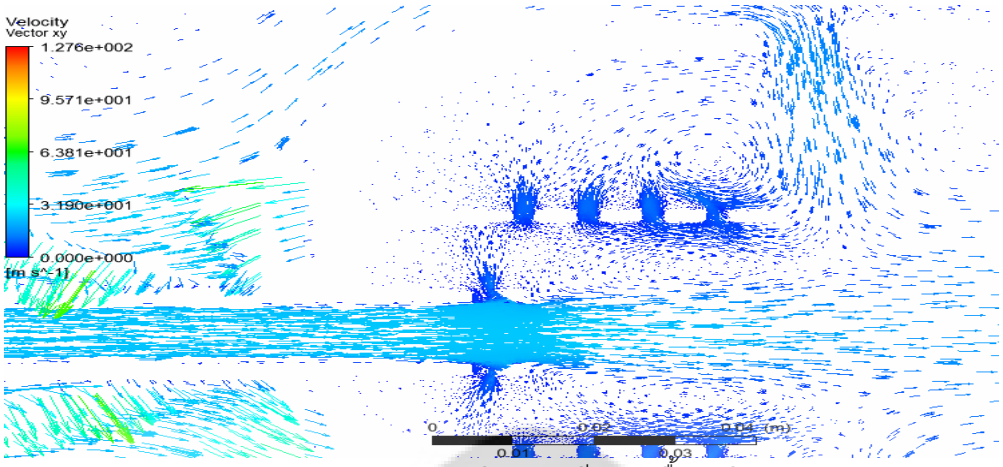
(b) CO_2 *Mass Fraction*



(c) Temperature contour



(d) Velocity Contour

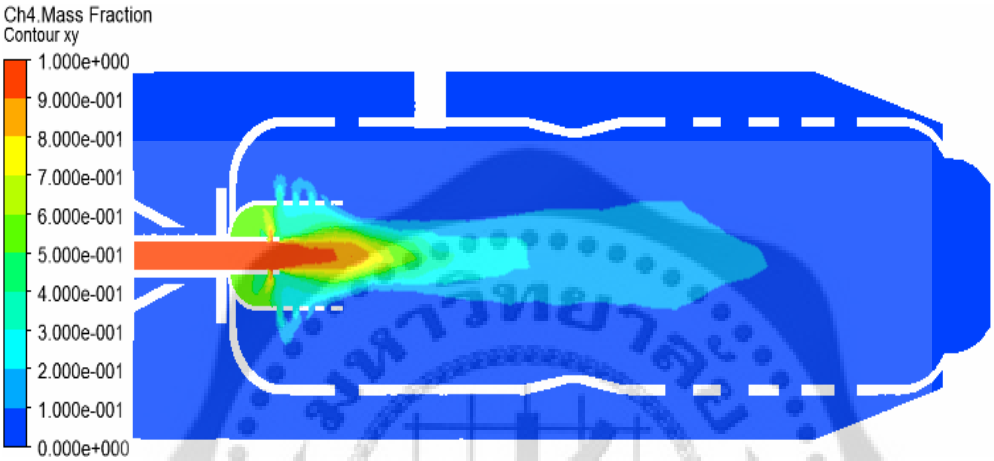


(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง

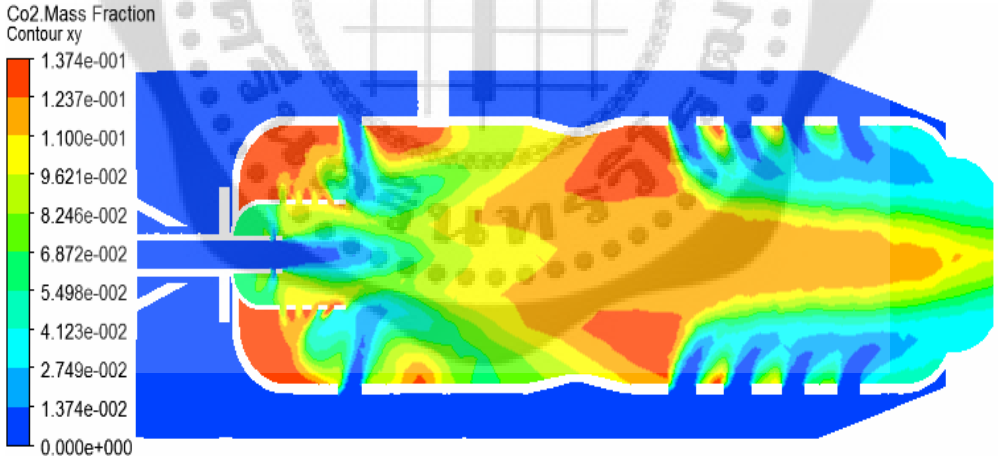
ภาพประกอบ ค-6 (a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง

\

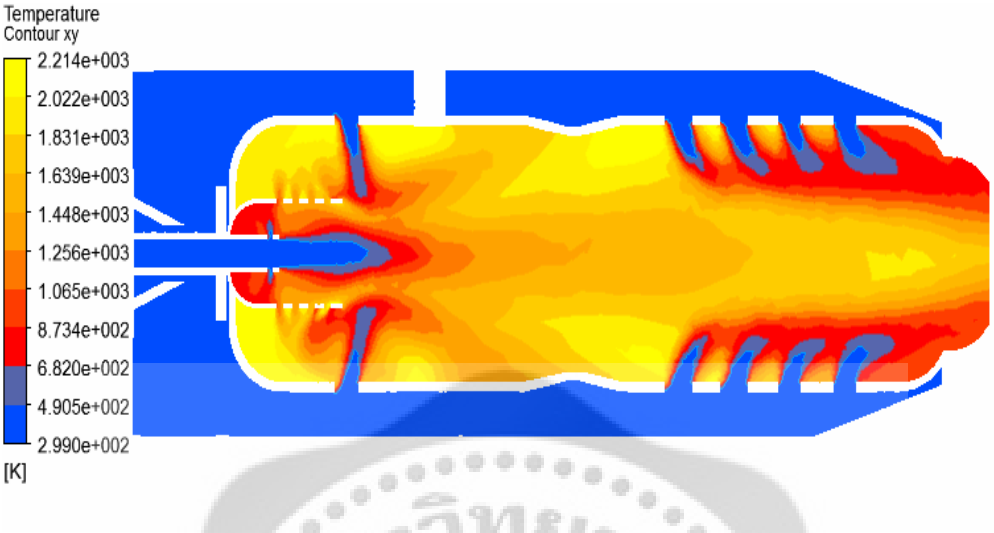
ค1.2.2.3 อัตราการไหลของเชื้อ อเพลิง0.0018 kg/s อัตราการไหลของอากาศ 0.0925kg/s และความเร็วรอบของ Swirler 24,711 rpm.



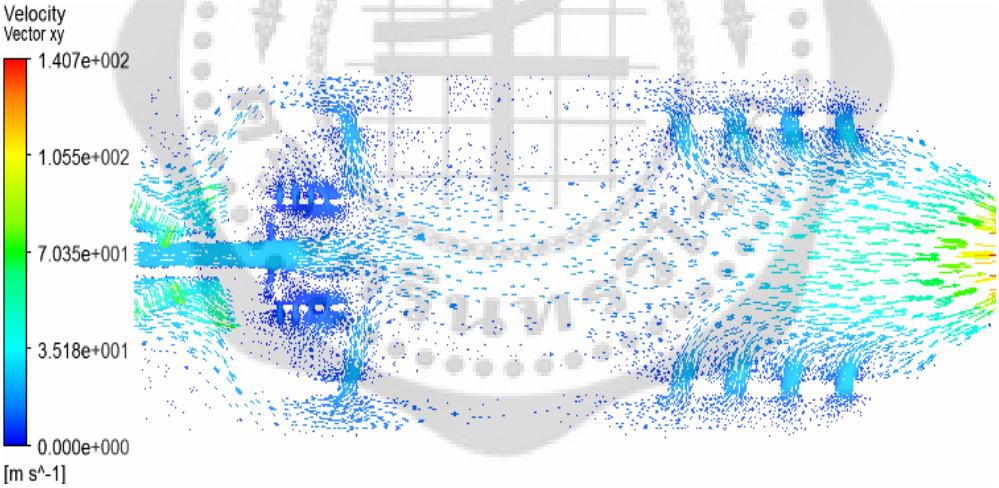
(a) CH_4 *Mass Fraction*



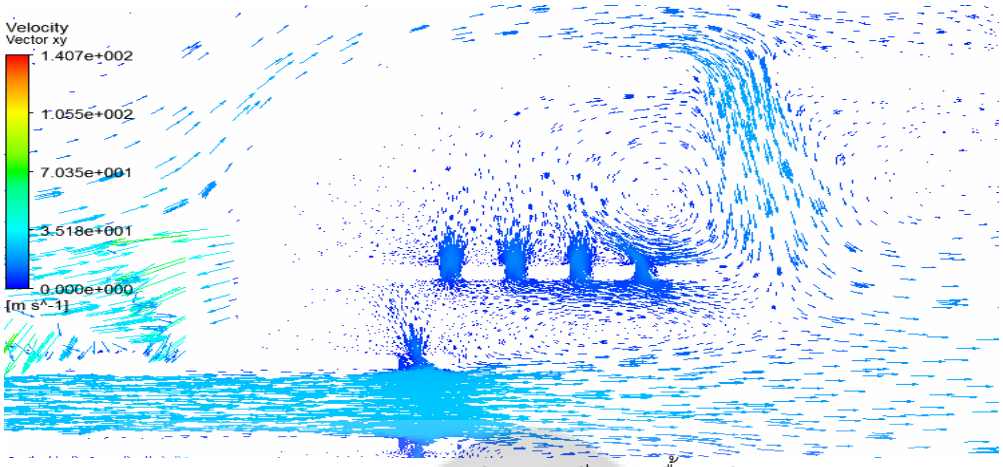
(b) CO_2 *Mass Fraction*



(c) Temperature contour



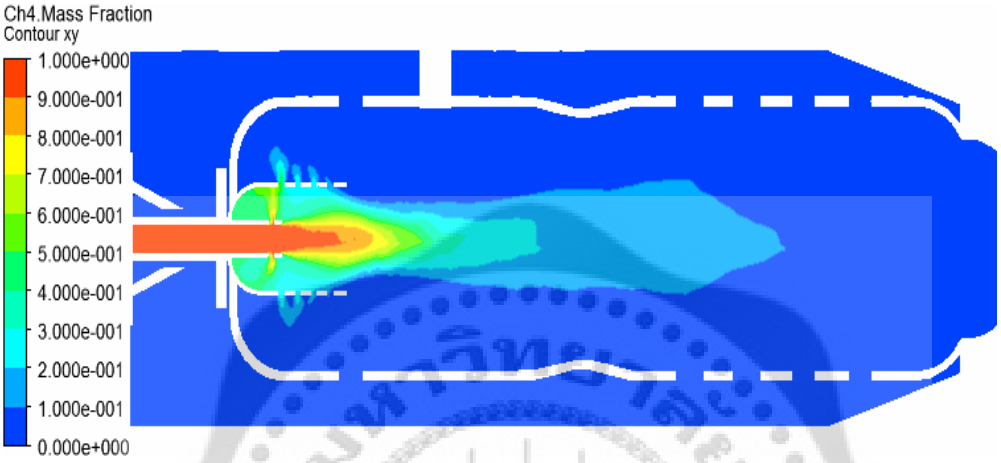
(d) Velocity Contour



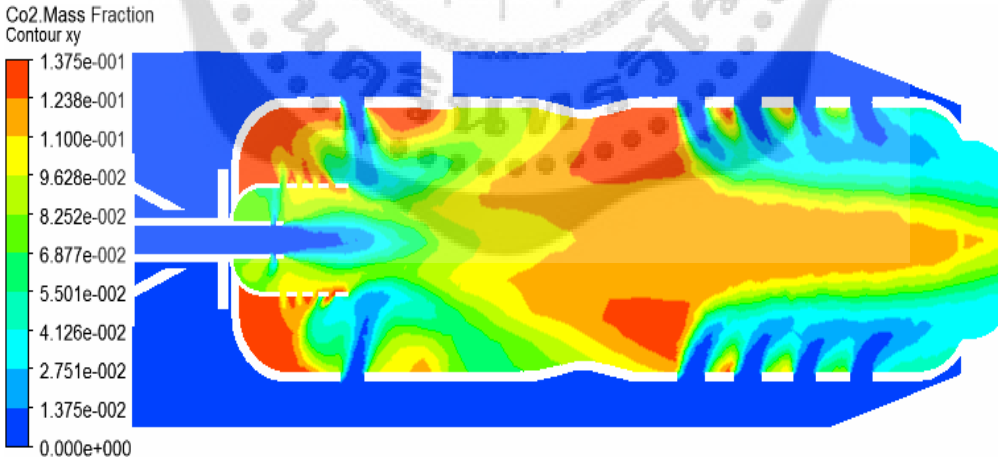
(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง

ภาพประกอบ ค-7 (a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง

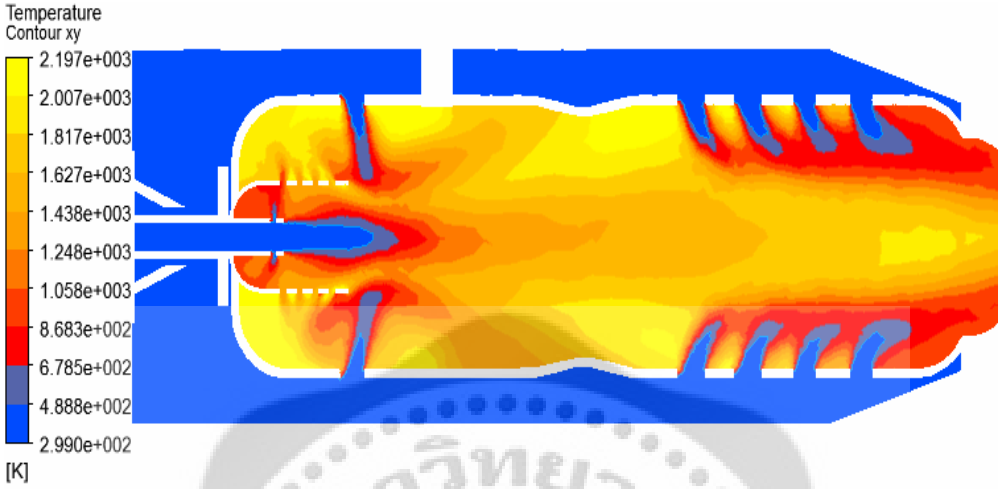
ค1.2.2.4 อัตราการไหลของเชื้อ อเพลิง0.00203 kg/s อัตราการไหลของอากาศ 0.10134kg/s และความเร็วรอบของ Swirler 27,807 rpm.



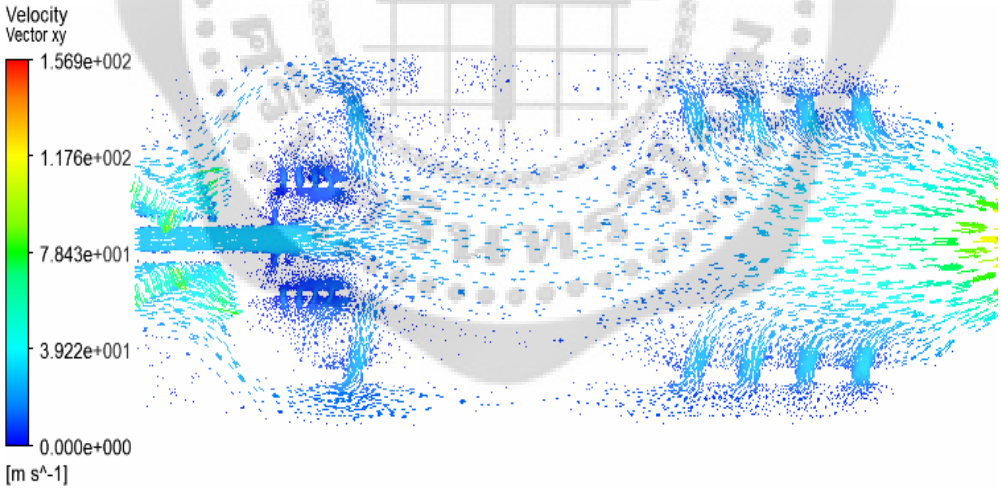
(a) CH_4 *Mass Fraction*



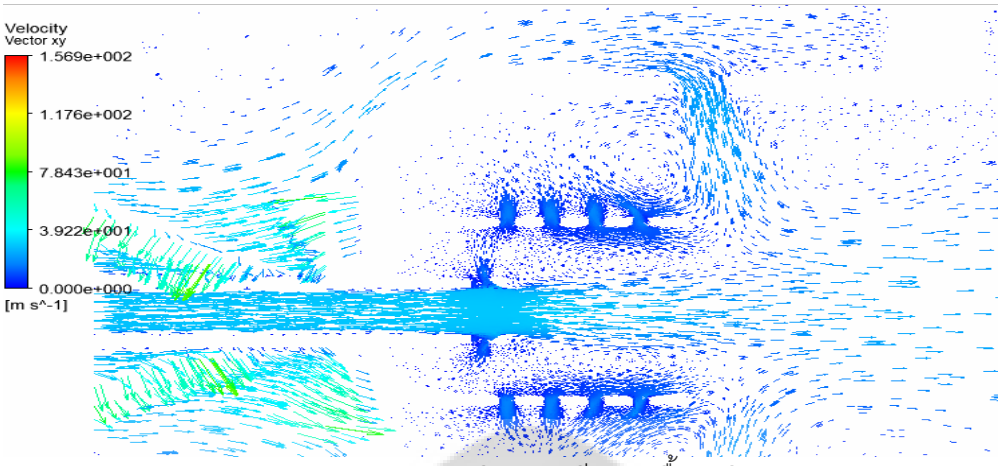
(b) CO_2 *Mass Fraction*



(c) Temperature contour



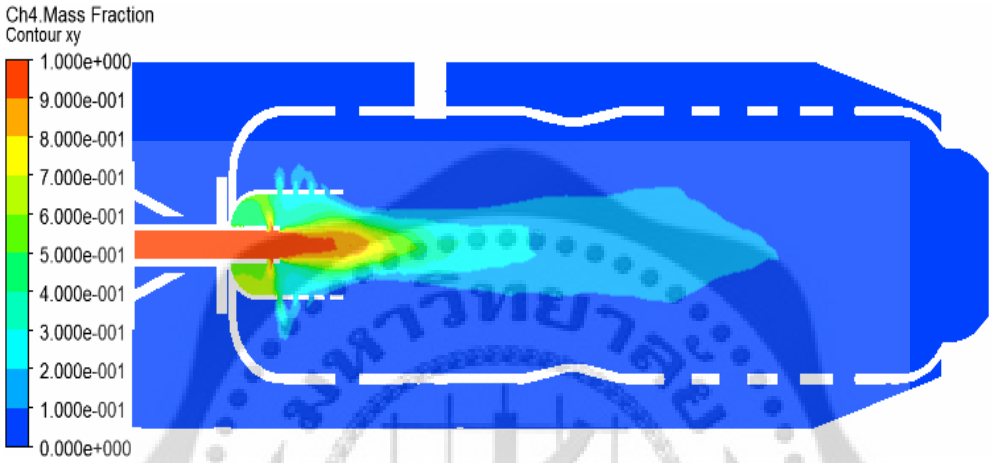
(d) Velocity Contour



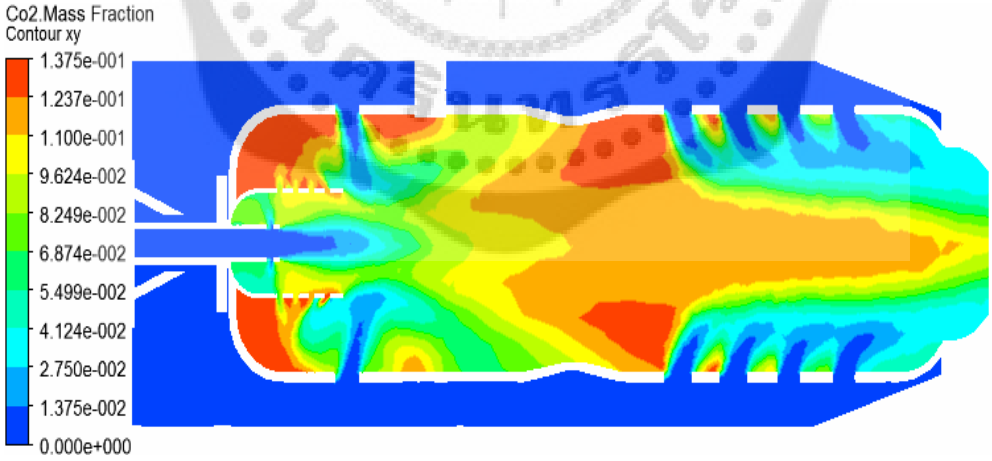
(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง

ภาพประกอบ ค-8 (a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง

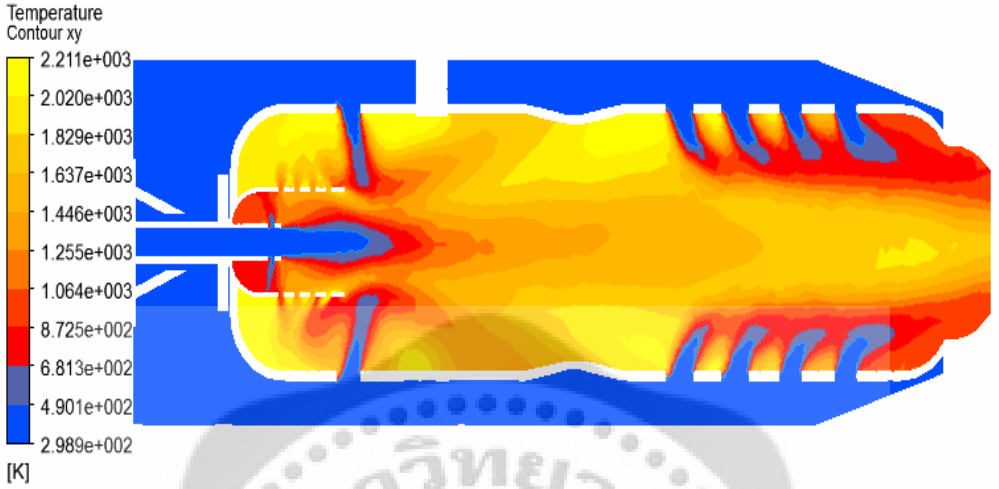
ค1.2.2.5 อัตราการไหลของเชื้อ อเพลิง0.00208 kg/s อัตราการไหลของอากาศ 0.10134kg/s และความเร็วรอบของ Swirler 28,384 rpm.



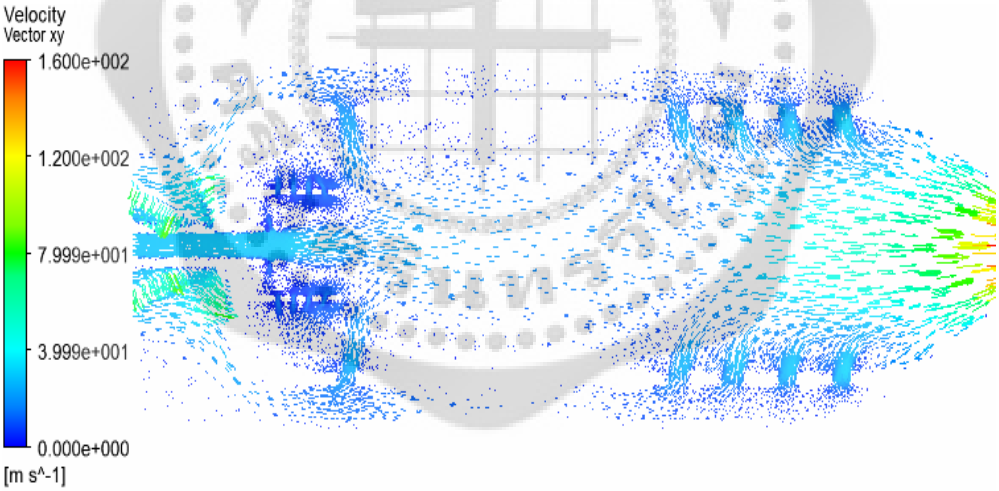
(a) CH_4 *Mass Fraction*



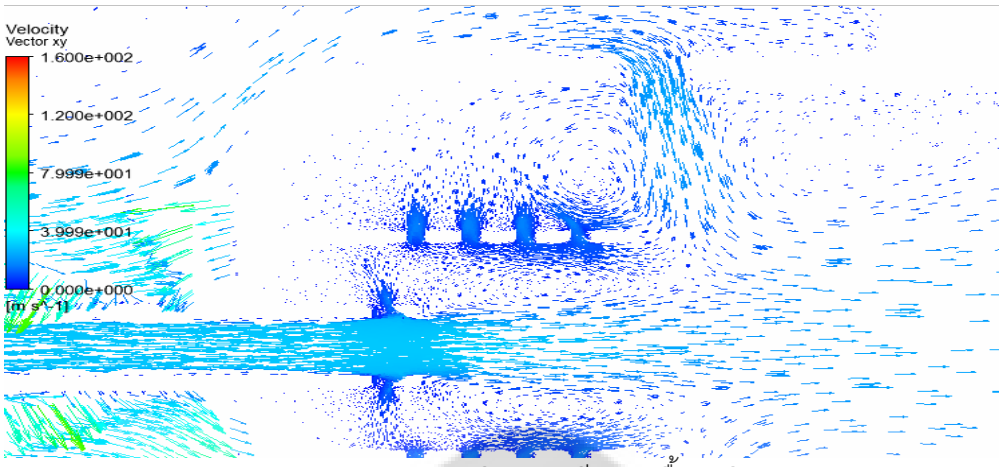
(b) CO_2 *Mass Fraction*



(c) Temperature contour



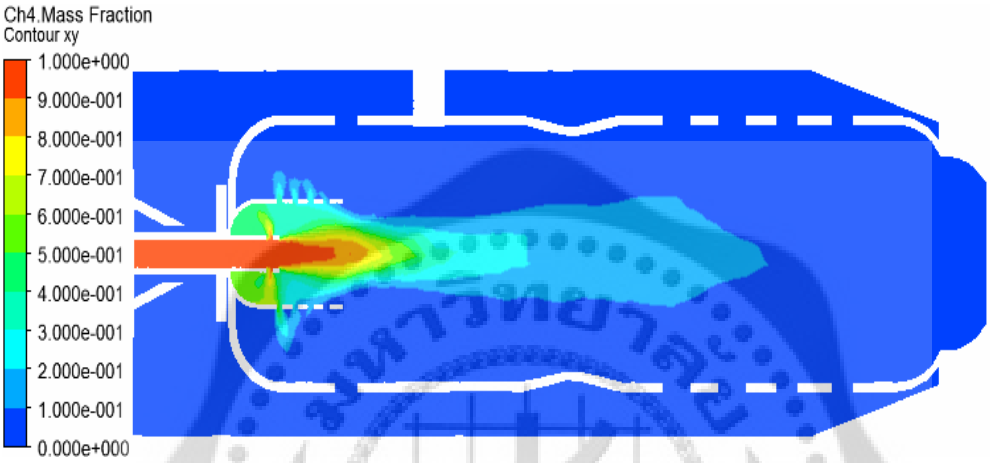
(d) Velocity Contour



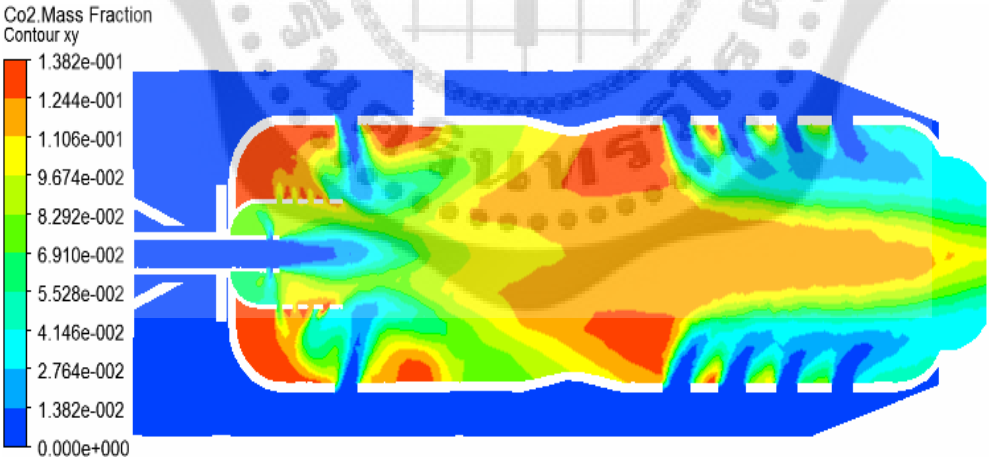
(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้อเพลิง

ภาพประกอบ ค-9 (a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้อเพลิง

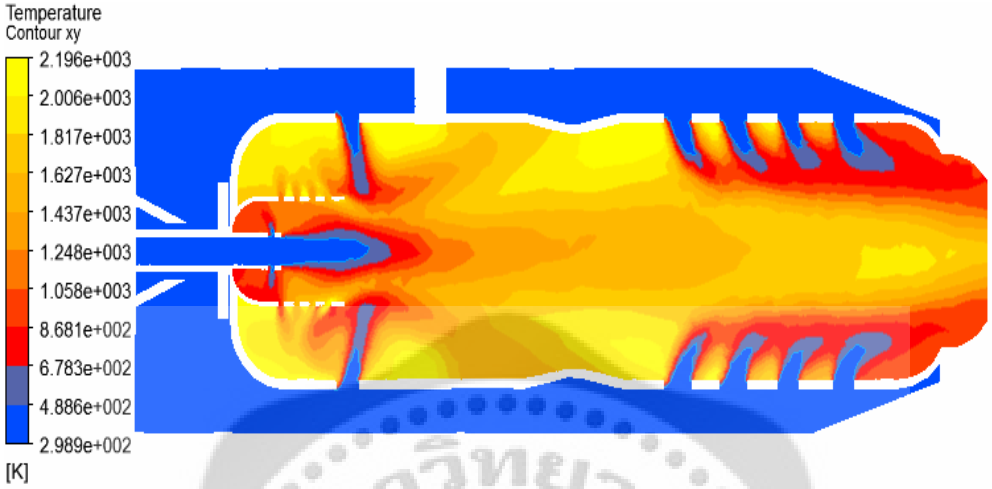
ค1.2.2.6 อัตราการไหลของเชื้อ อเพลิง0.00212 kg/s อัตราการไหลของอากาศ 0.10682kg/s และความเร็วรอบของ Swirler 28,949 rpm.



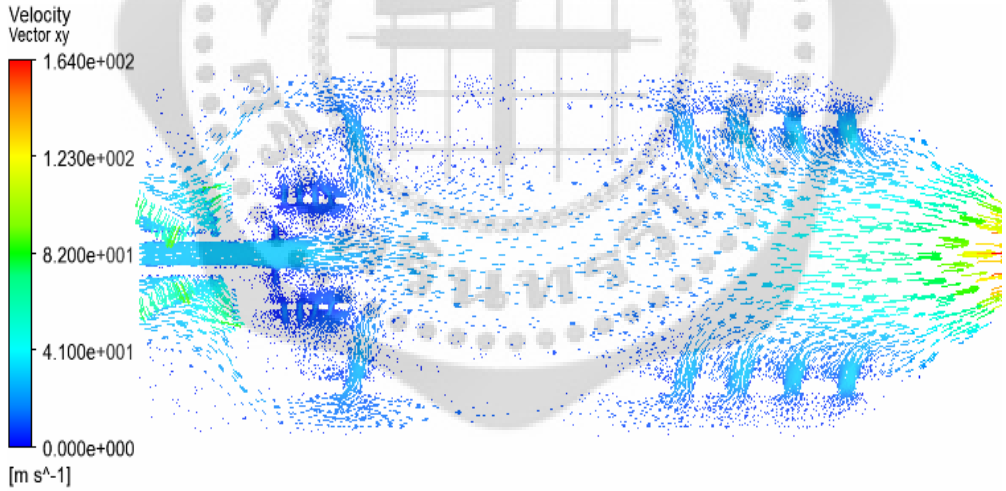
(a) CH_4 *Mass Fraction*



(b) CO_2 *Mass Fraction*



(c) Temperature contour

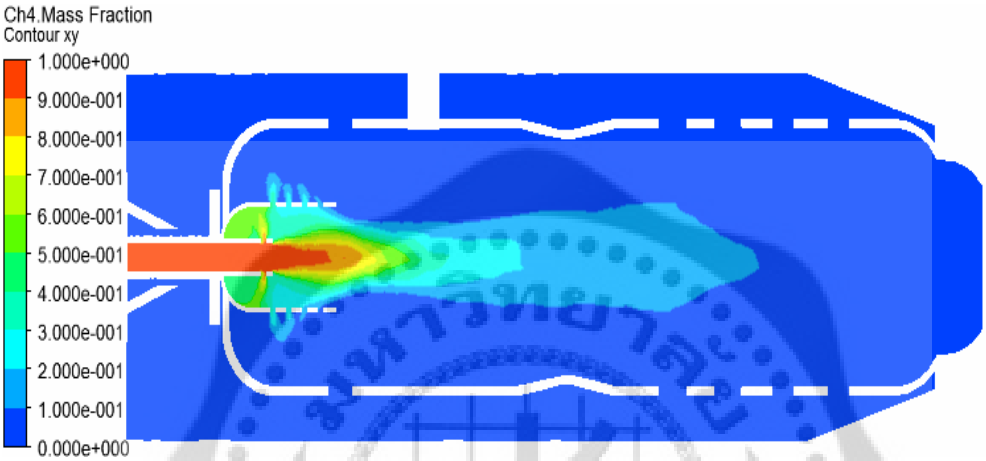


(d) Velocity Contour

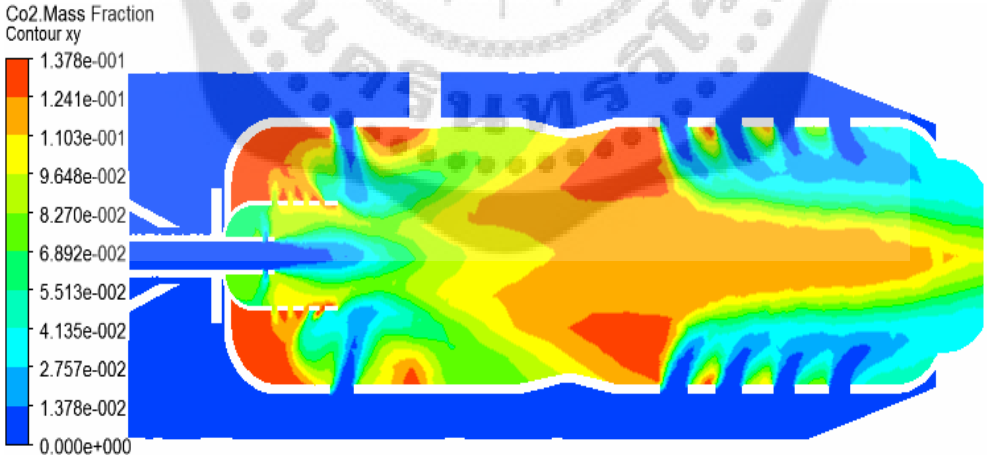
(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้อเพลิง

ภาพประกอบ ค-10 (a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้อเพลิง

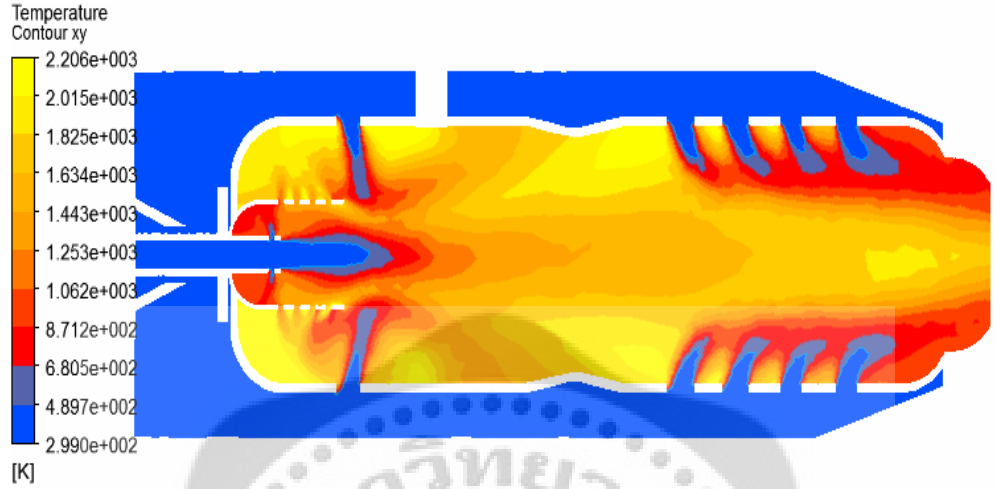
ค1.2.2.7 อัตราการไหลของเชื้อ อเพลิง0.00208 kg/s อัตราการไหลของอากาศ 0.10682kg/s และความเร็วรอบของ Swirler 28,430 rpm.



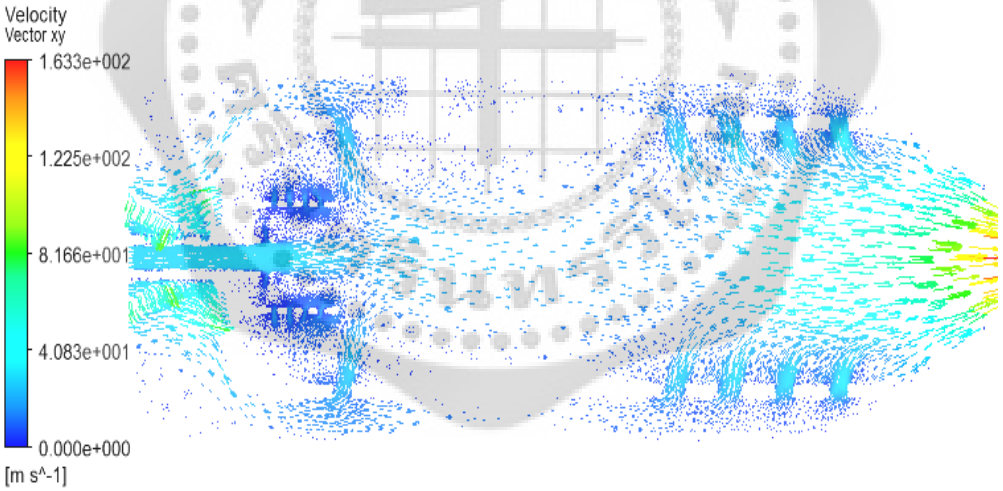
(a) CH_4 *Mass Fraction*



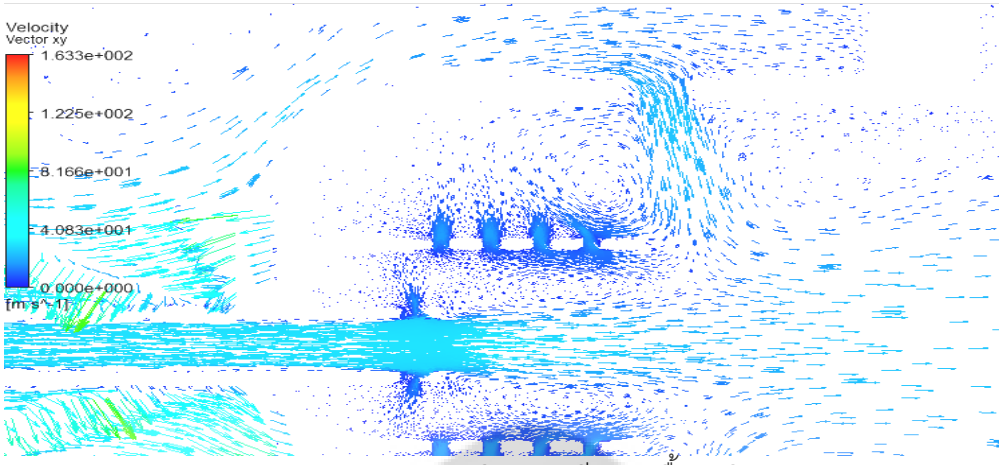
(b) CO_2 *Mass Fraction*



(c) Temperature contour



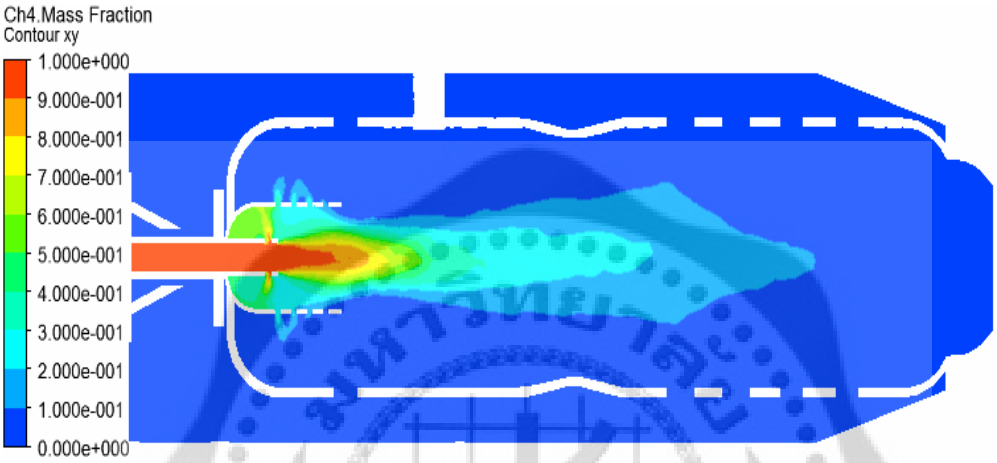
(d) Velocity Contour



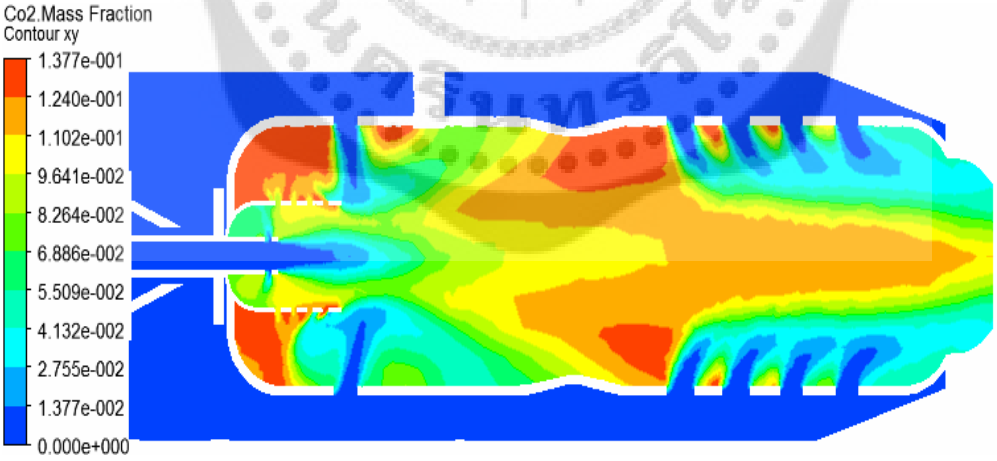
(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้อเพลิง

ภาพประกอบ ค-11 (a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้อเพลิง

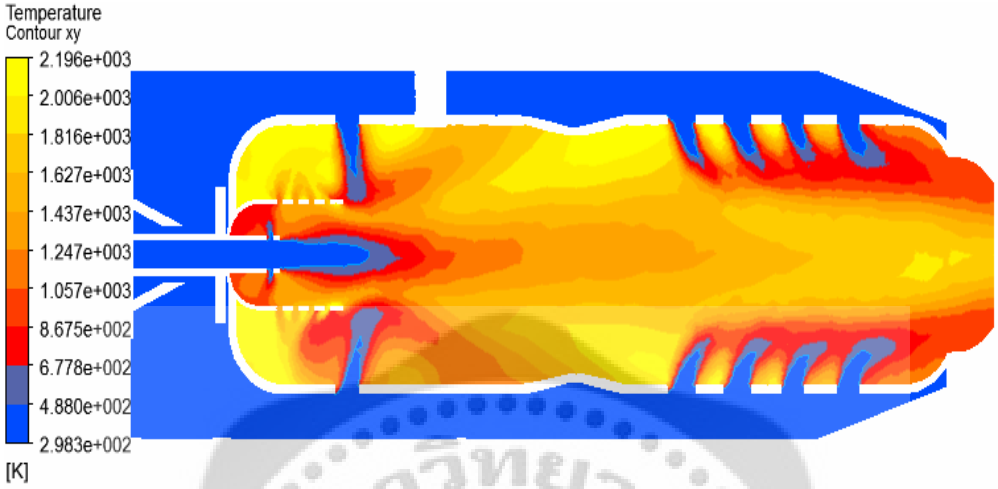
ค1.2.2.8 อัตราการไหลของเชื้อ อเพลิง0.00220 kg/s อัตราการไหลของอากาศ 0.10682kg/s และความเร็วรอบของ Swirler30,047 rpm.



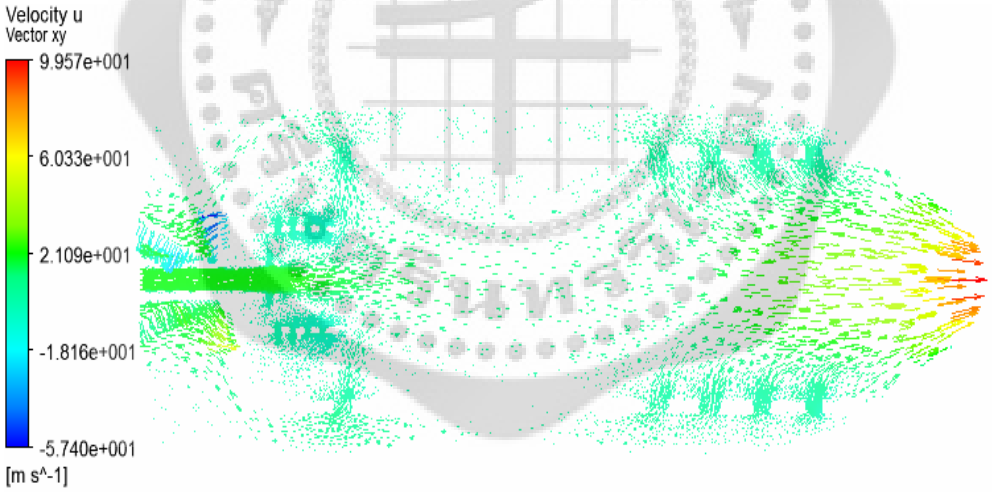
(a) CH_4 *Mass Fraction*



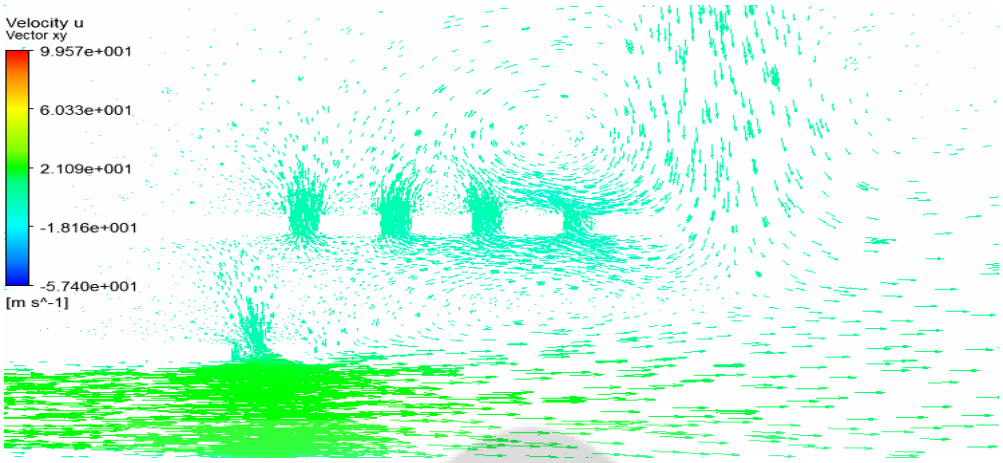
(b) CO_2 *Mass Fraction*



(c) Temperature contour



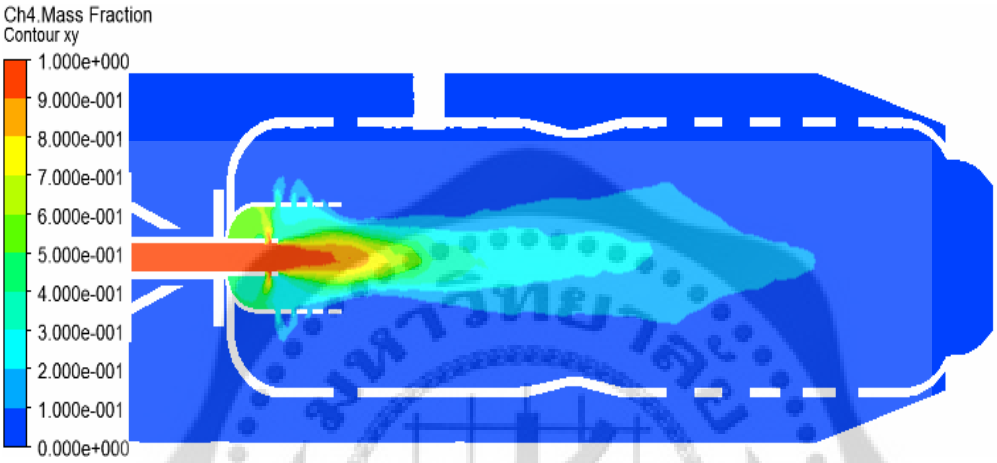
(d) Velocity Contour



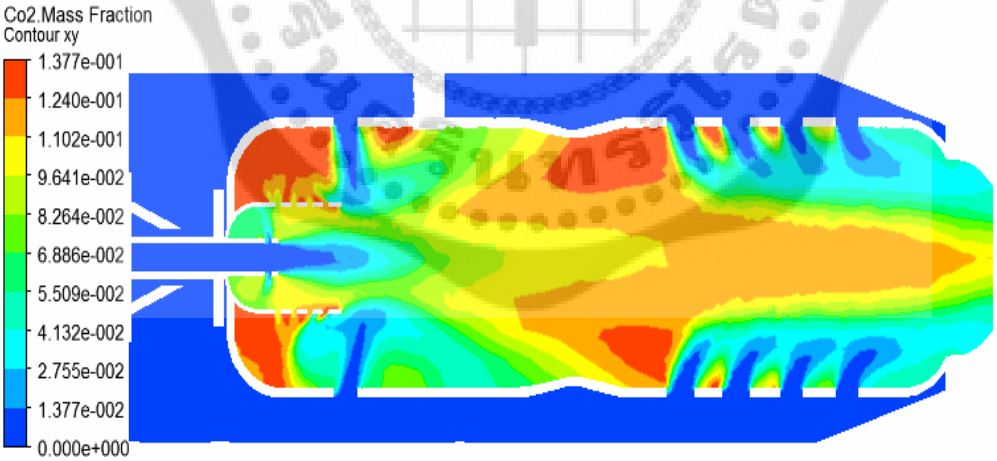
(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง

ภาพประกอบ ค-12 (a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง

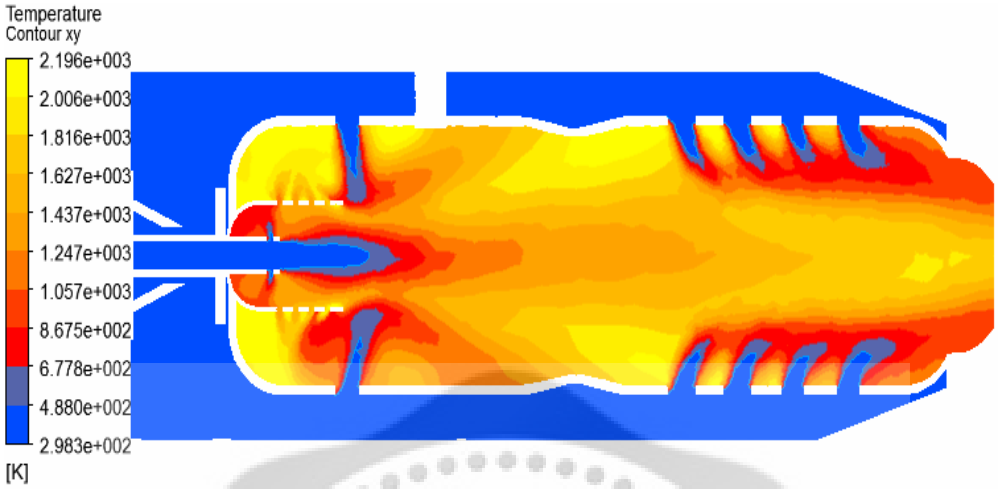
ค1.2.2.9 อัตราการไหลของเชื้ อเพลิง0.00216 kg/s อัตราการไหลของอากาศ 0.11203kg/s และความเร็วรอบของ Swirler 29,466 rpm.



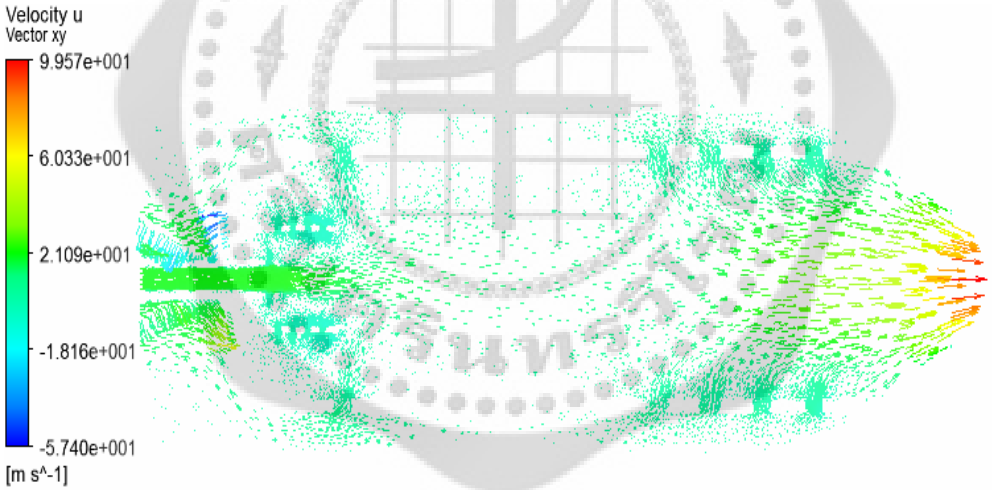
(a) CH_4 *Mass Fraction*



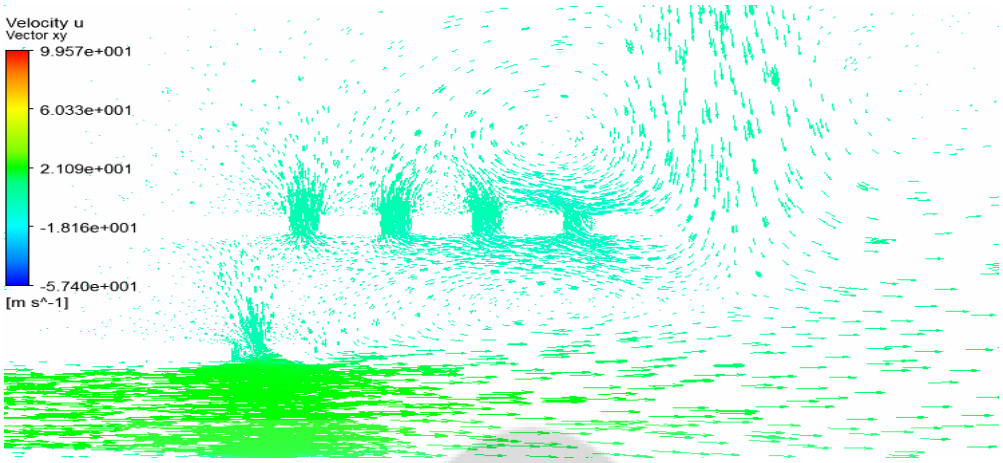
(b) CO_2 *Mass Fraction*



(c) Temperature contour



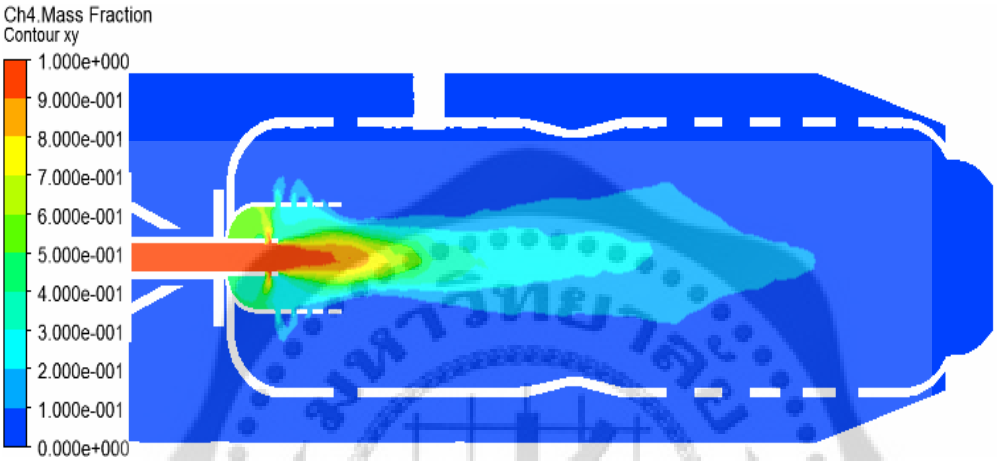
(d) Velocity Contour



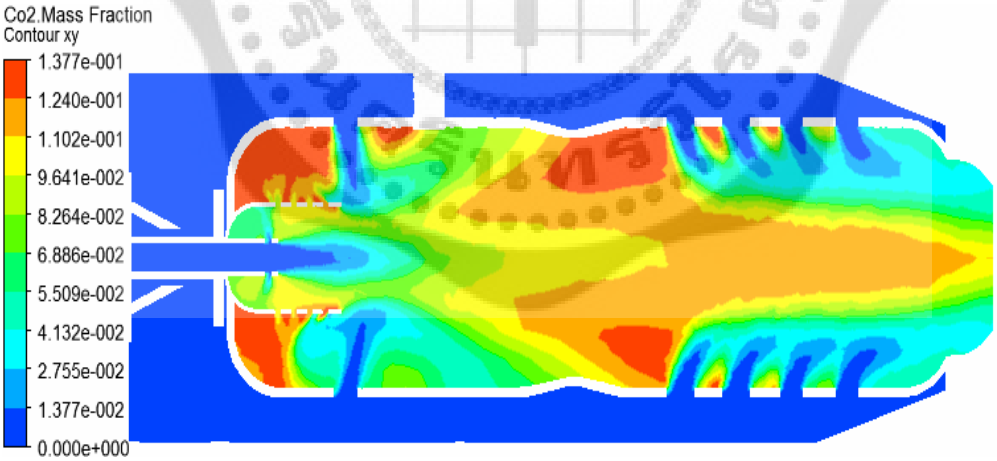
(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง

ภาพประกอบ ค-13 (a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง

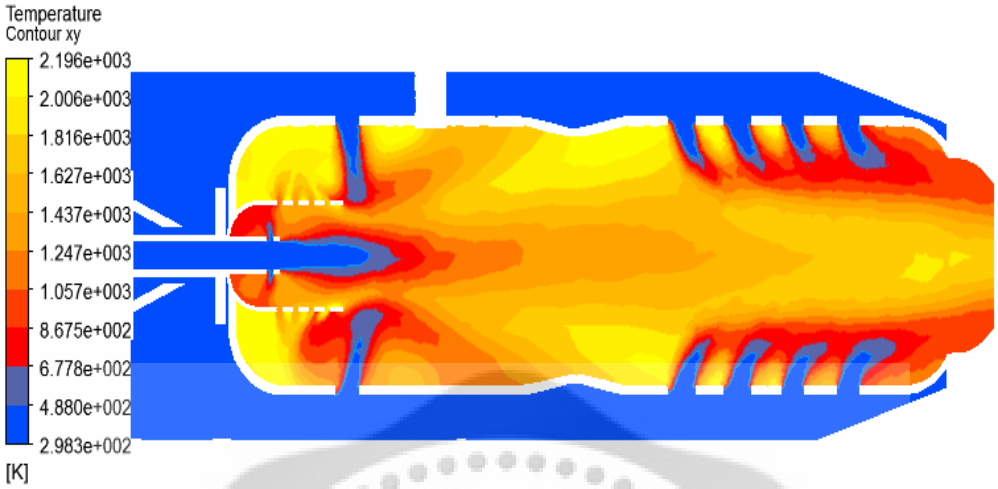
ค1.2.2.10 อัตราการไหลของเชื้ อเพลิง0.00216 kg/s อัตราการไหลของอากาศ 0.11943kg/s และความเร็วรอบของ Swirler 29,466 rpm.



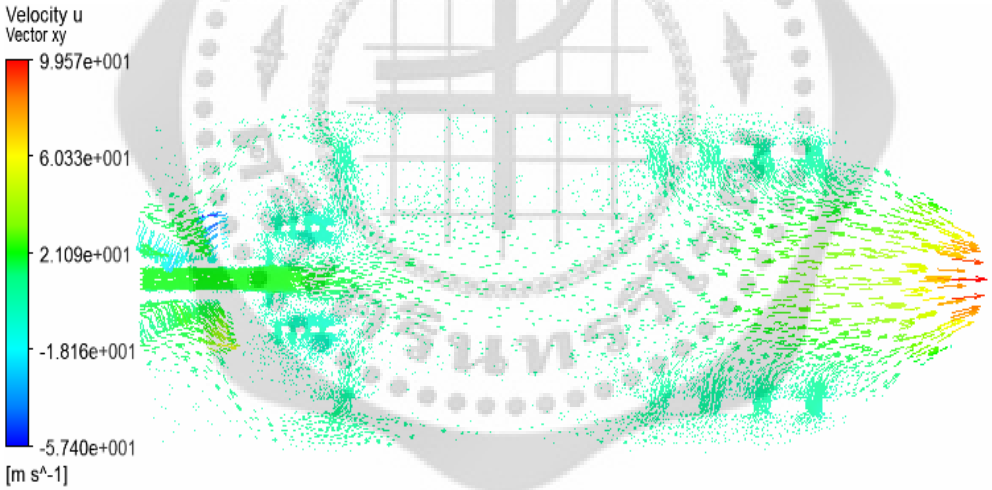
(a) CH_4 *Mass Fraction*



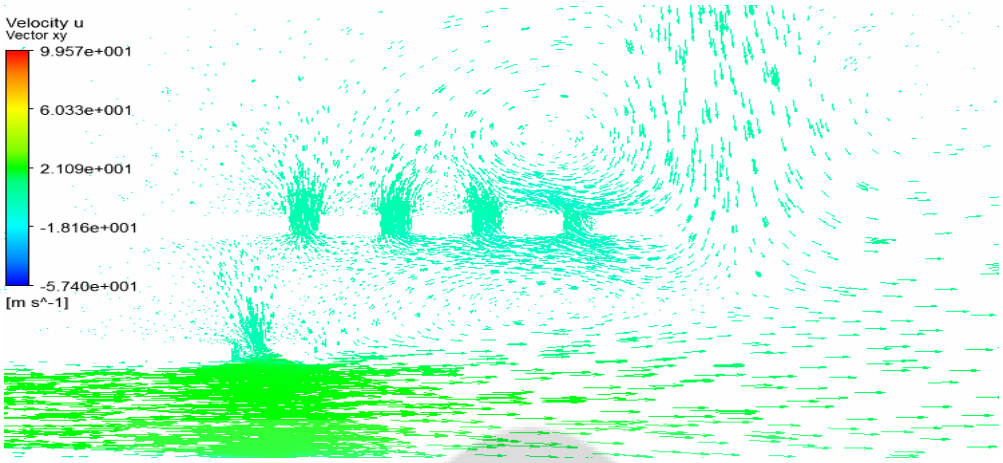
(b) CO_2 *Mass Fraction*



(c) Temperature contour



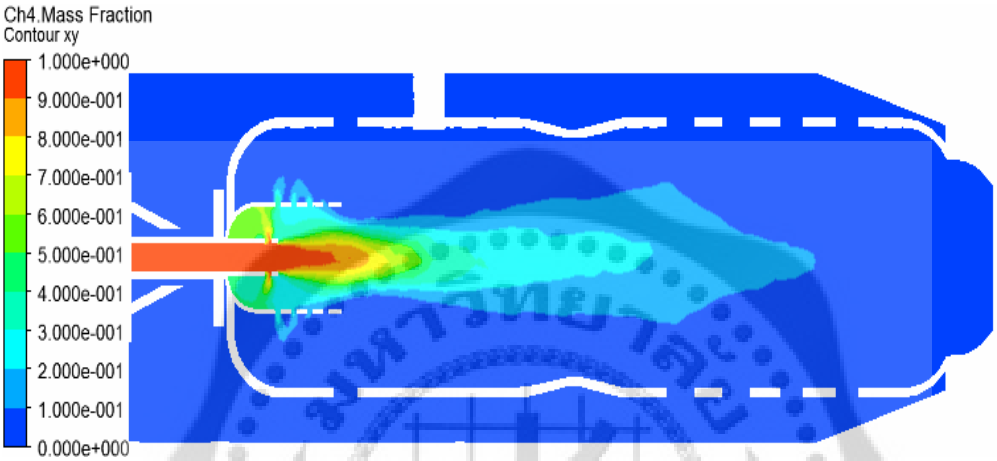
(d) Velocity Contour



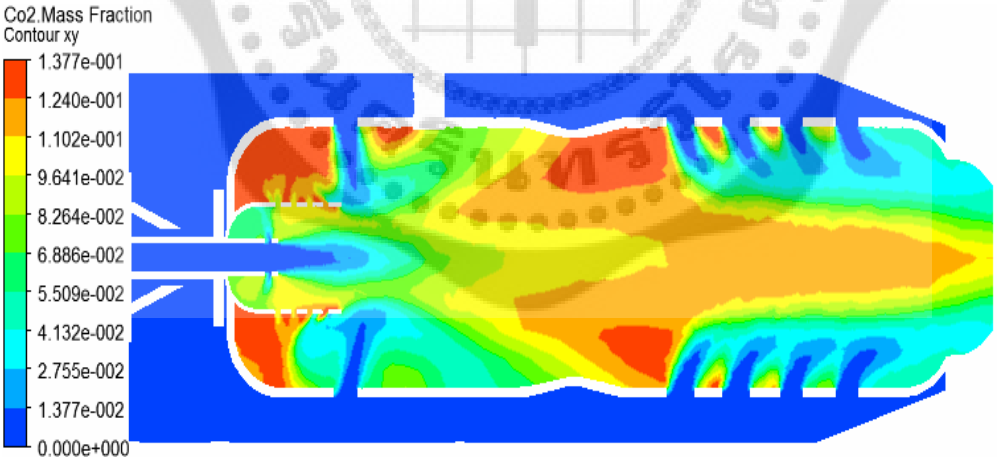
(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง

ภาพประกอบ ค-14 (a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง

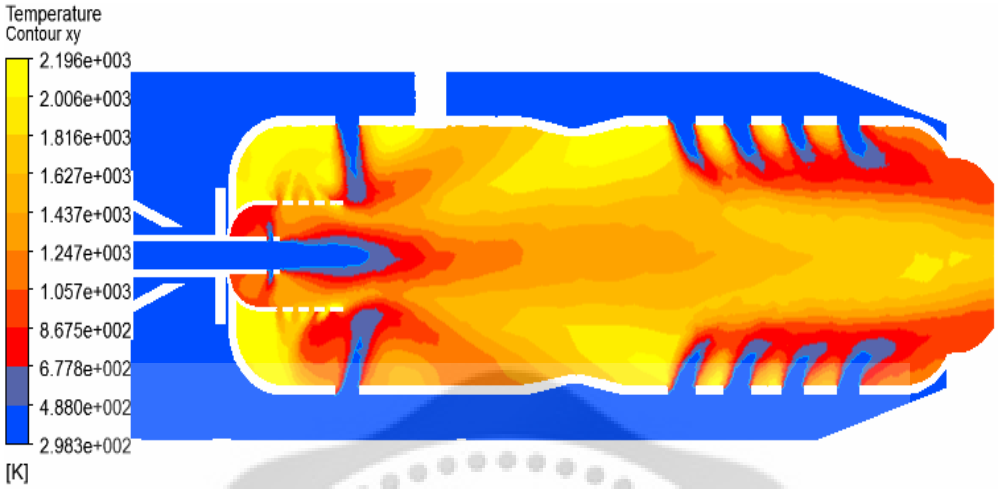
ค1.2.2.11 อัตราการไหลของเชื้อเพลิง0.00224 kg/s อัตราการไหลของอากาศ 0.11943kg/s และความเร็วรอบของ Swirler 30,467 rpm.



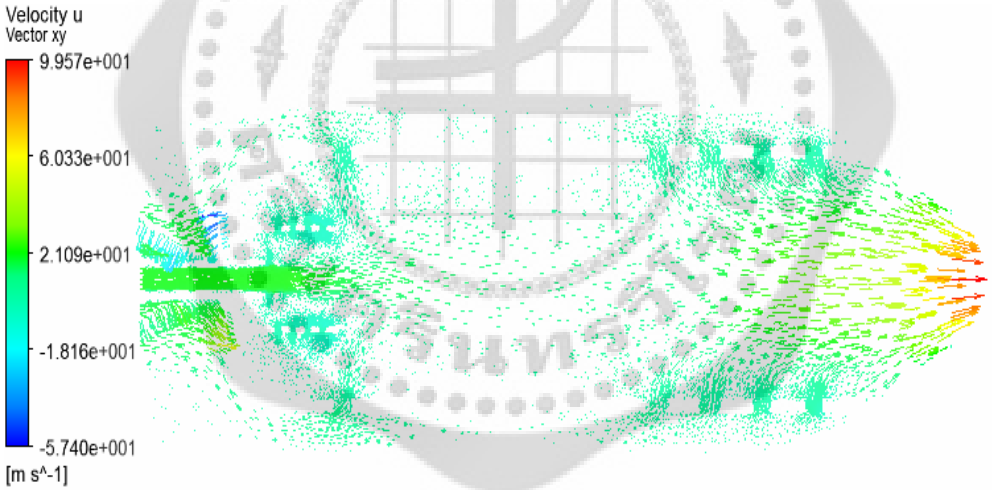
(a) CH_4 *Mass Fraction*



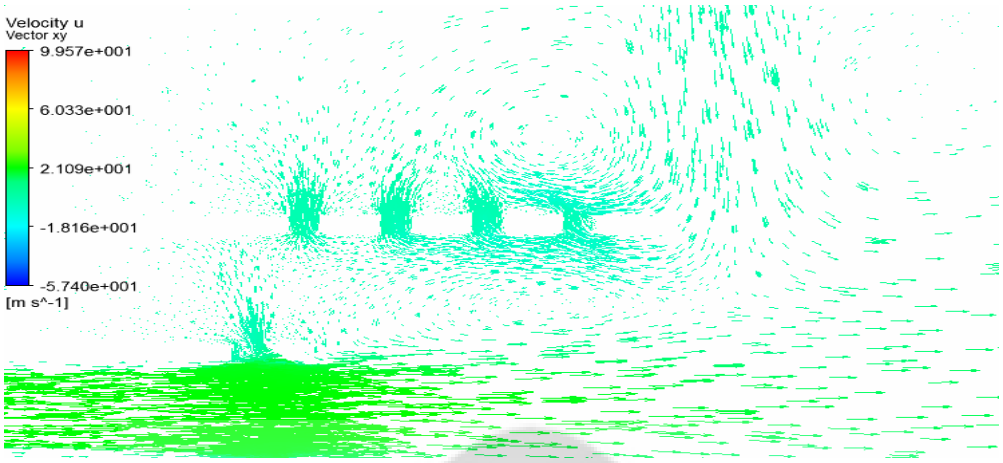
(b) CO_2 *Mass Fraction*



(c) Temperature contour



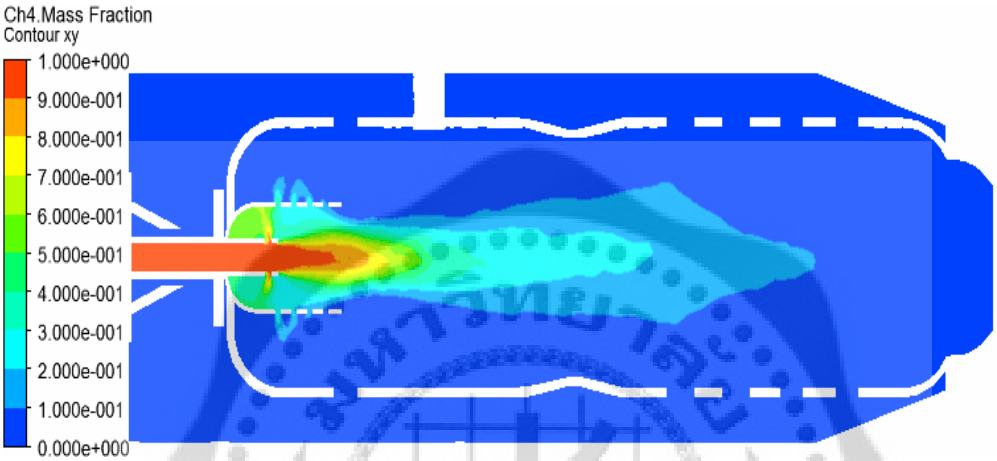
(d) Velocity Contour



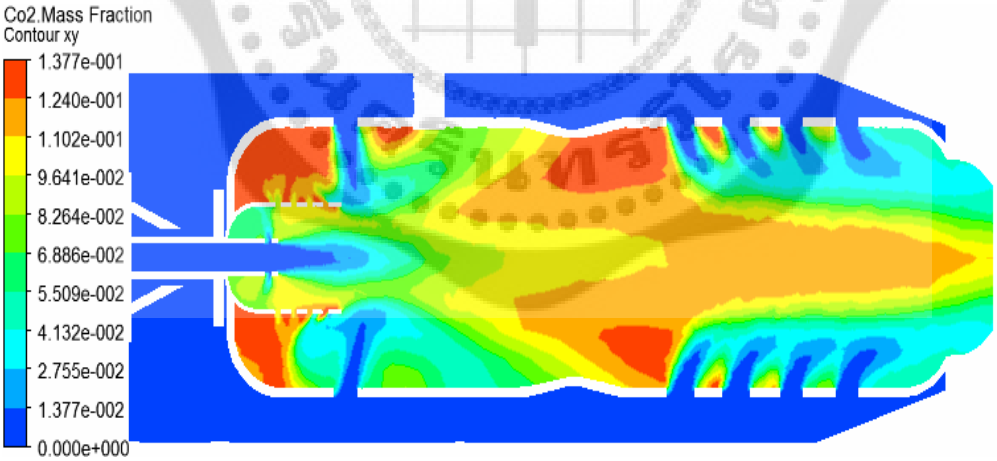
(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง

ภาพประกอบ ค-15 (a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง

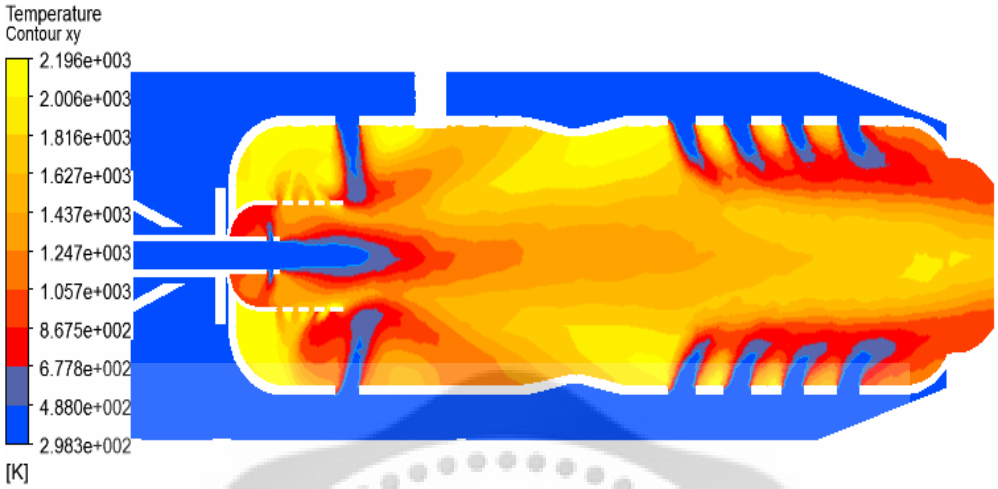
ค1.2.2.12 อัตราการไหลของเชื้อเพลิง0.00224 kg/s อัตราการไหลของอากาศ 0.10435kg/s และความเร็วรอบของ Swirler 30,467 rpm.



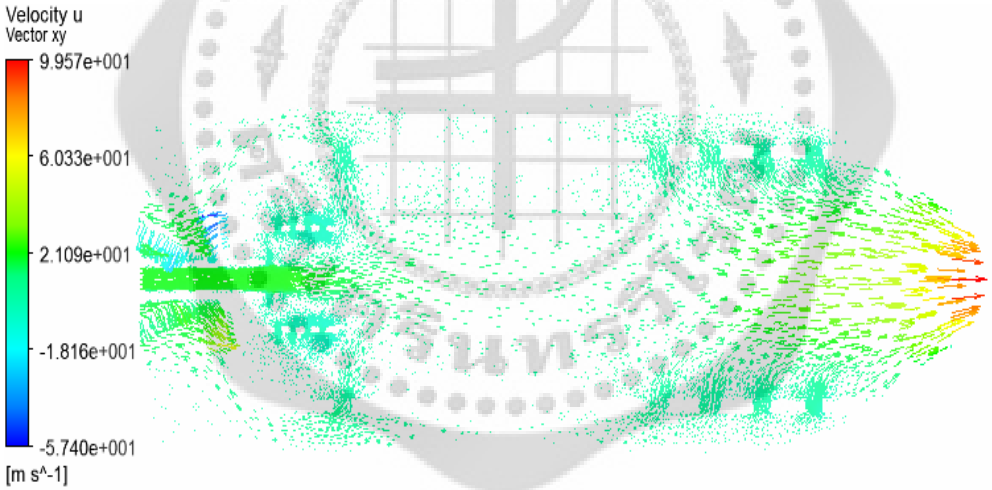
(a) CH_4 *Mass Fraction*



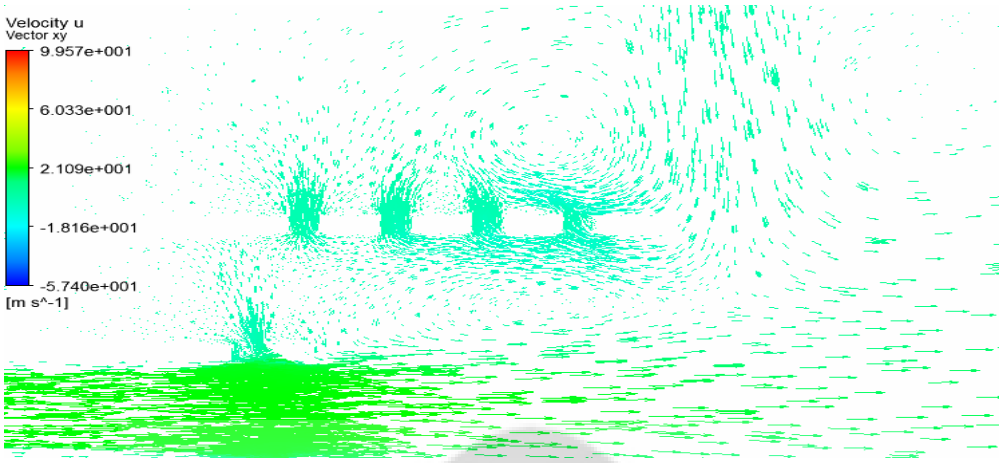
(b) CO_2 *Mass Fraction*



(c) Temperature contour



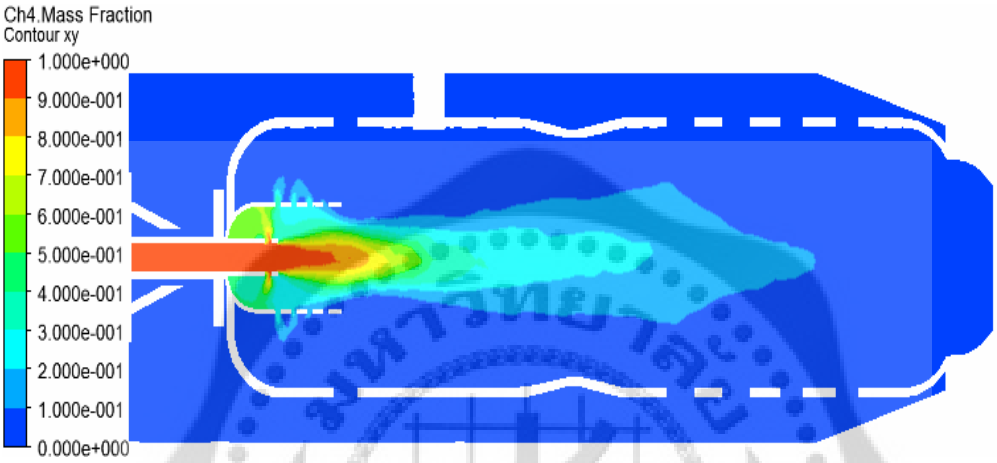
(d) Velocity Contour



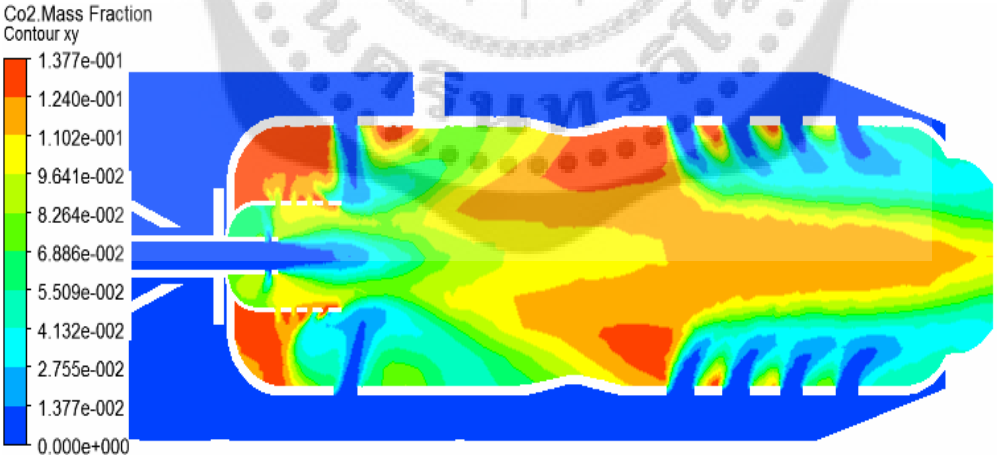
(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง

ภาพประกอบ ค-16 (a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง

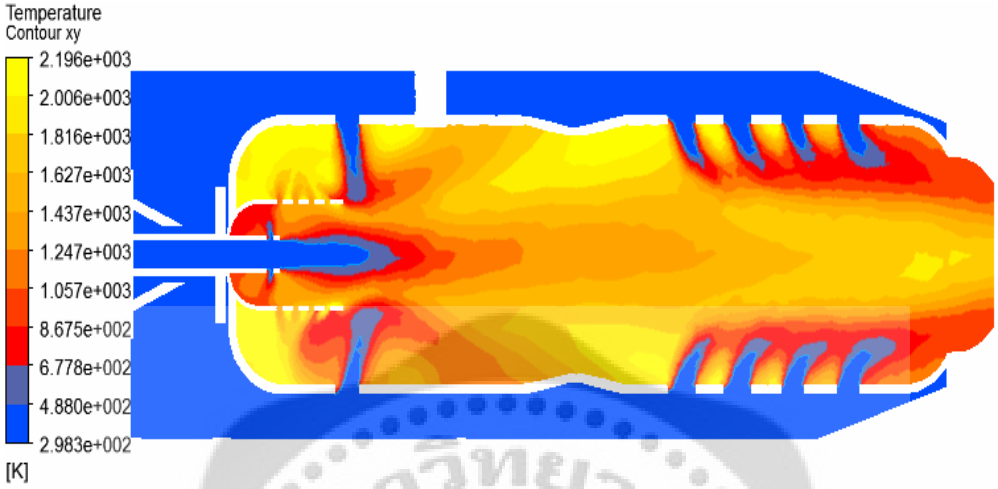
ค1.2.2.13 อัตราการไหลของเชื้ อเพลิง0.00231 kg/s อัตราการไหลของอากาศ 0.10863kg/s และความเร็วรอบของ Swirler 31,434 rpm.



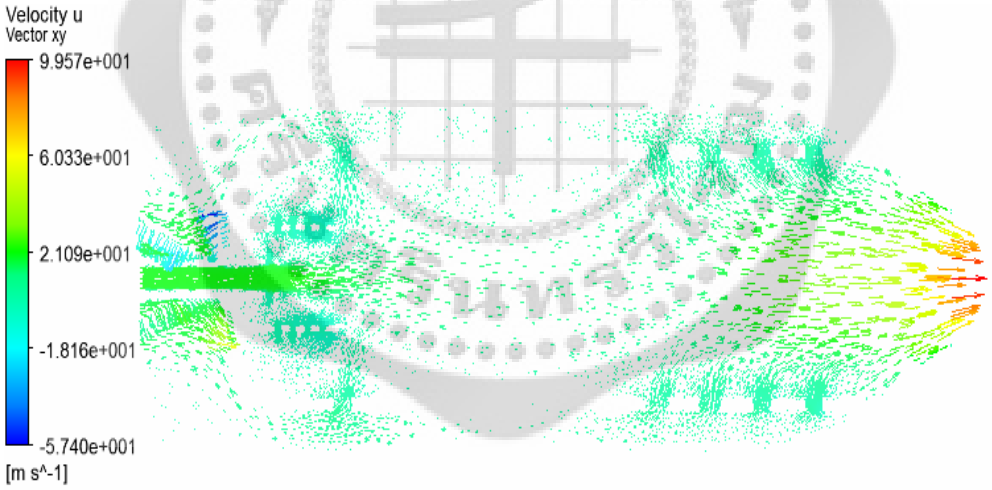
(a) CH_4 *Mass Fraction*



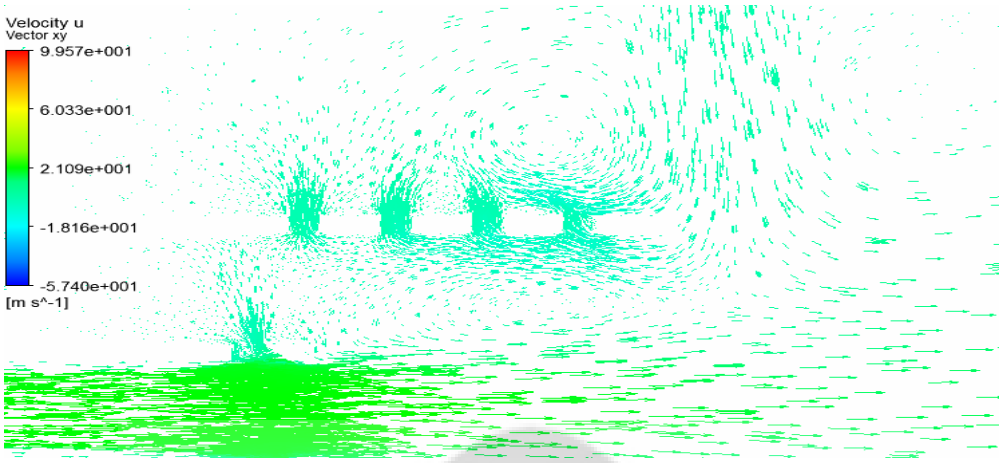
(b) CO_2 *Mass Fraction*



(c) Temperature contour



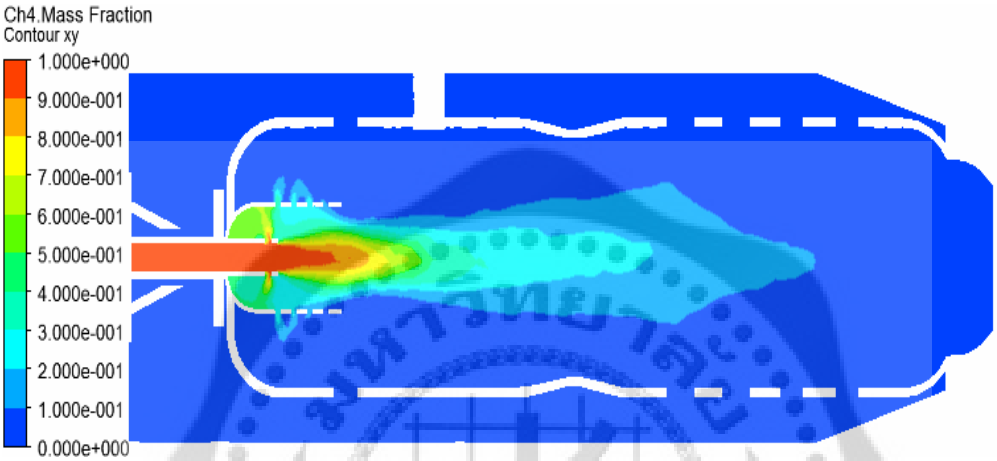
(d) Velocity Contour



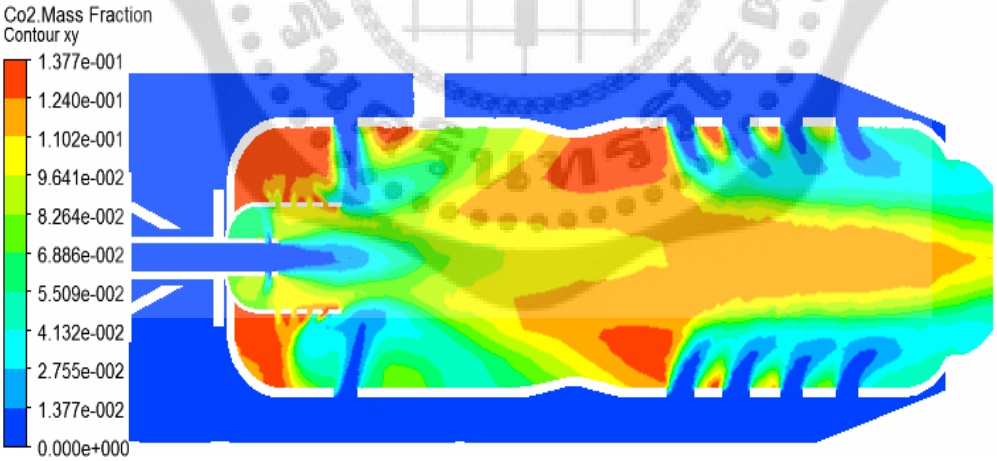
(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง

ภาพประกอบ ค-17 (a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง

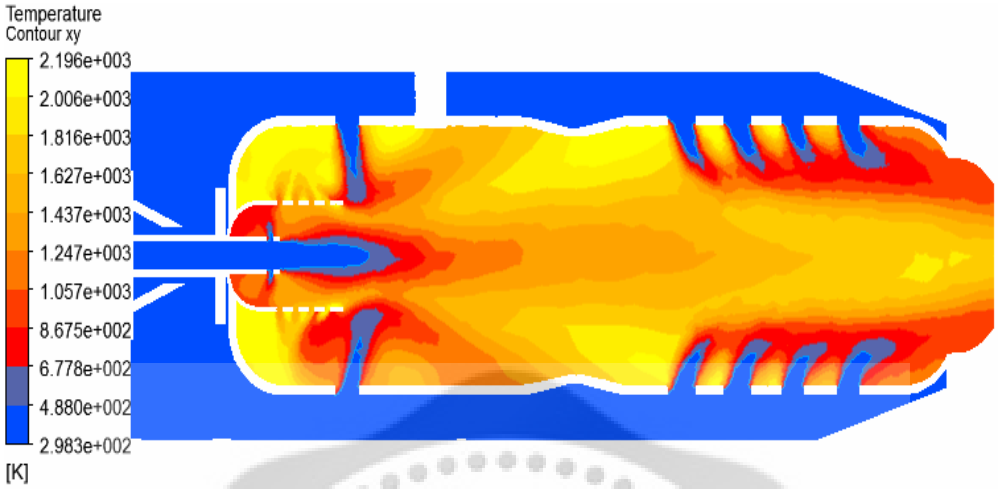
ค1.2.2.14 อัตราการไหลของเชื้ อเพลิง0.00235 kg/s อัตราการไหลของอากาศ 0.11072kg/s และความเร็วรอบของ Swirler 31,906.70 rpm.



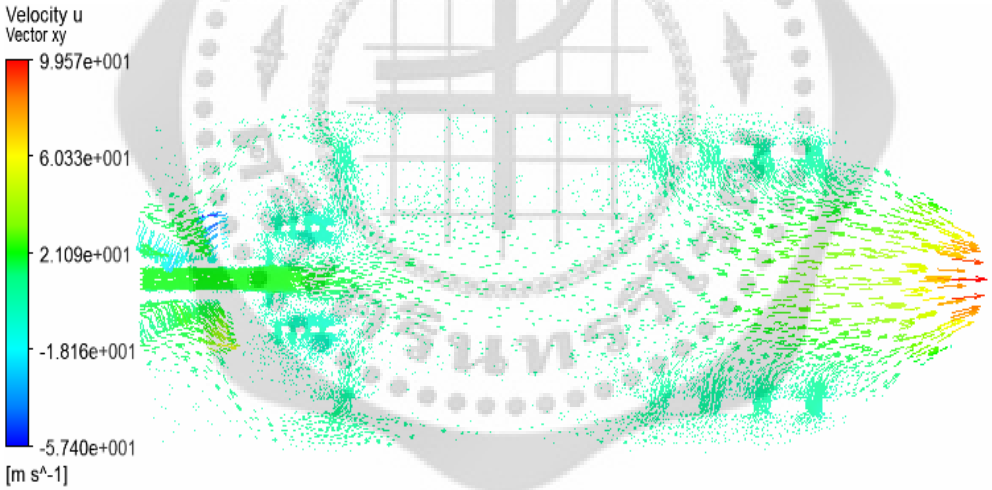
(a) CH_4 *Mass Fraction*



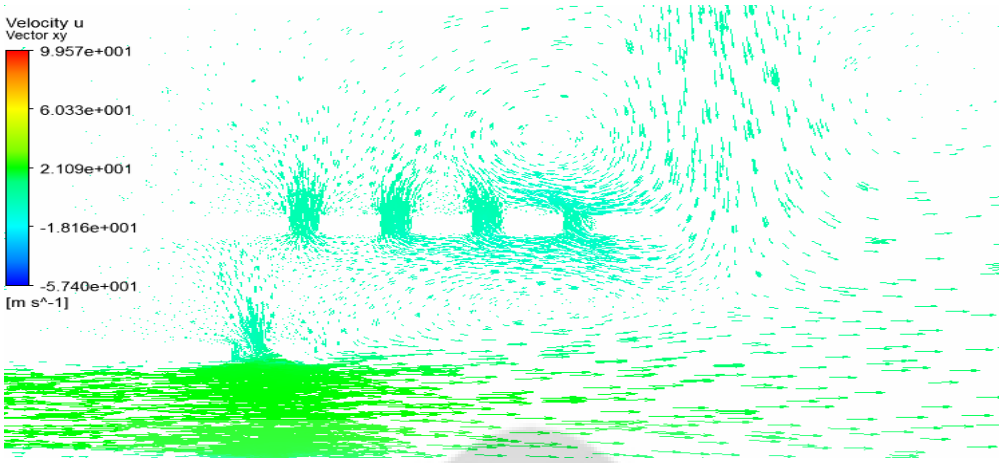
(b) CO_2 *Mass Fraction*



(c) Temperature contour



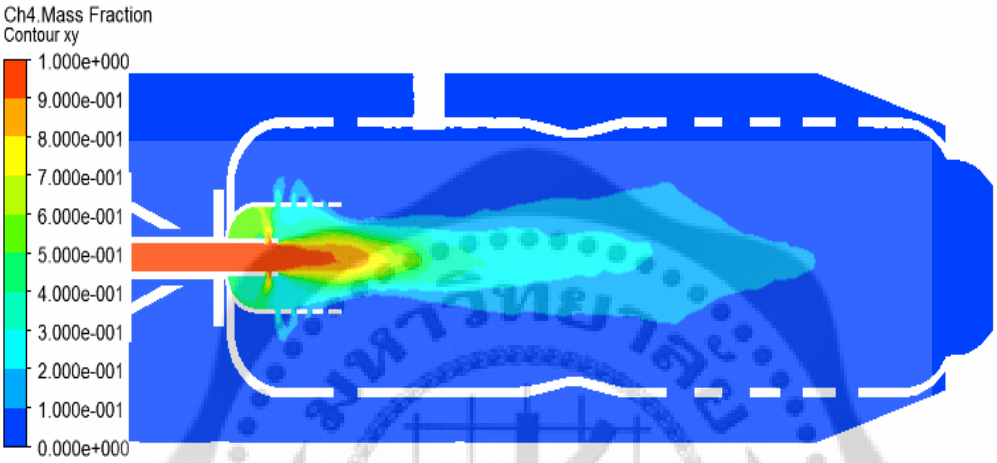
(d) Velocity Contour



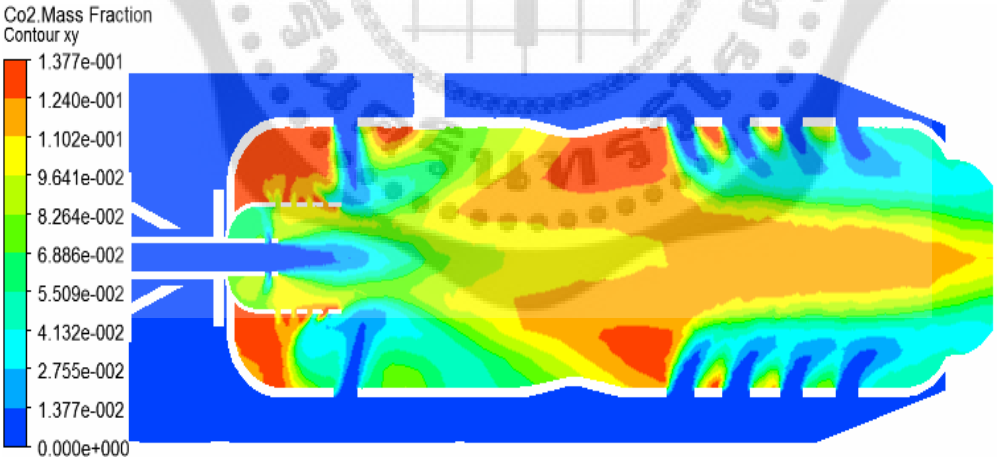
(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง

ภาพประกอบ ค-18 (a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature contour,(d) Velocity Contour,(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้ อเพลิง

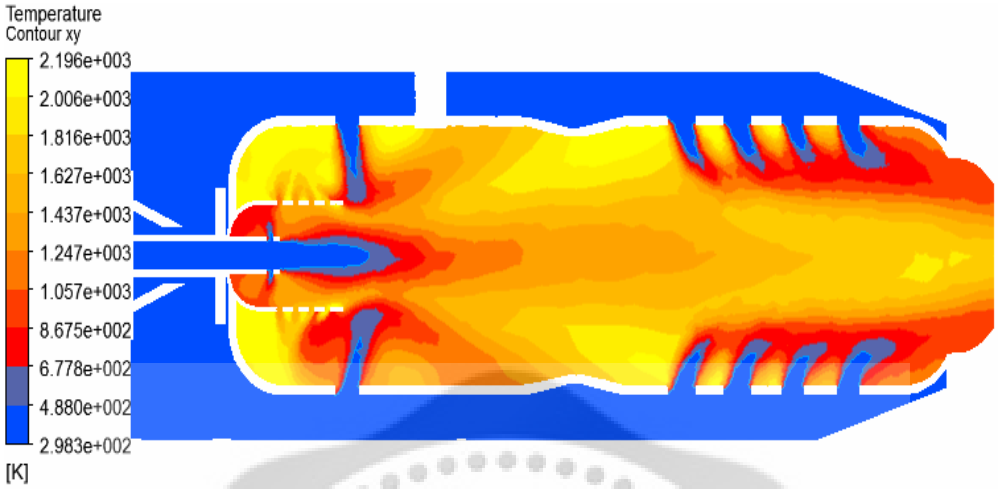
ค1.2.2.15 อัตราการไหลของเชื้อเพลิง0.00238 kg/s อัตราการไหลของอากาศ 0.11278kg/s และความเร็วรอบของ Swirler 32,372 rpm.



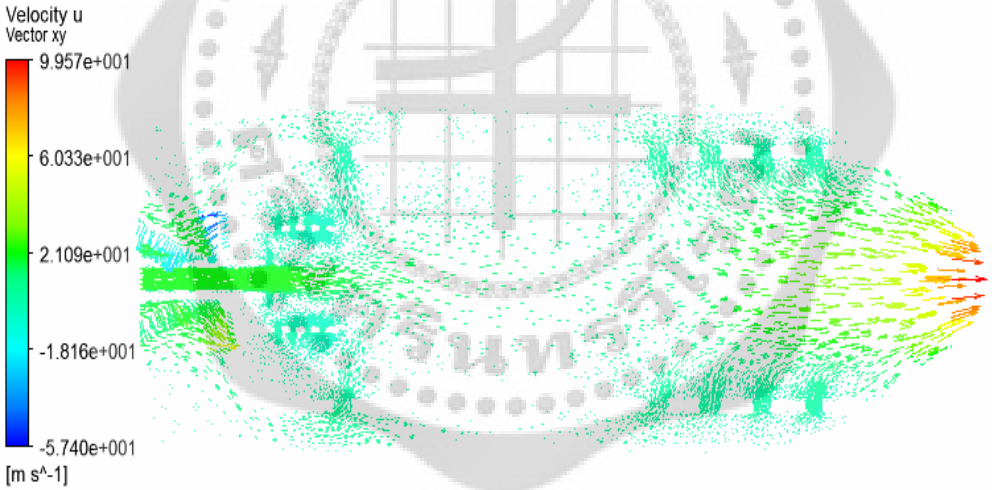
(a) CH_4 *Mass Fraction*



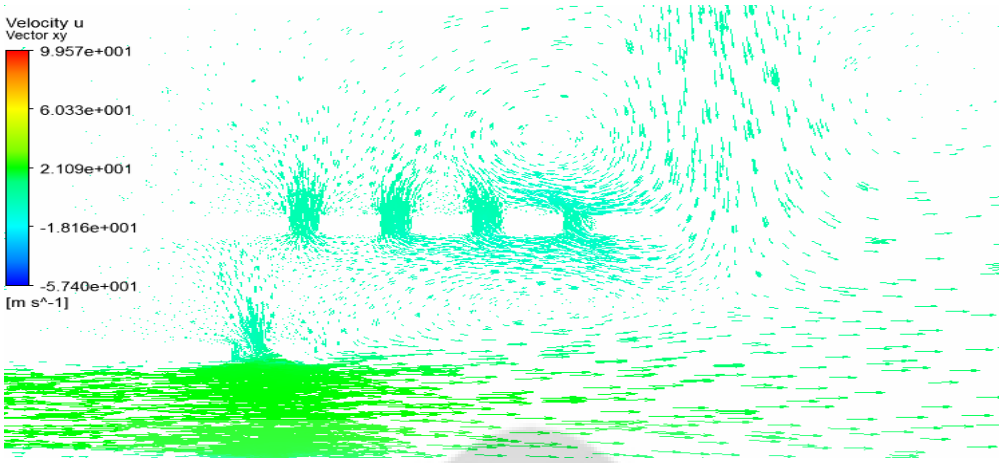
(b) CO_2 *Mass Fraction*



(c) Temperature contour



(d) Velocity Contour



(e) ภาพขยายบริเวณหัวฉีดของเชื้อเพลิง

ภาพประกอบ ค-19 (a) CH_4 *Mass Fraction* ,(b) CO_2 *Mass Fraction* ,(c) Temperature

ภาคผนวก ง

ง1. การคำนวณหาอัตราอากาศที่ผสมกับเชื้อเพลิงที่การเผาไหม้สมบูรณ์

สมการการเกิดปฏิกริยาเคมีของก๊าซไฮโดรคาร์บอนทั่วไป

$$C_3H_8 + a(O_2 + 3.76N_2) \rightarrow bCO_2 + cH_2O + dN_2 \qquad \text{ง.1}$$

ทำการสมดุลสมการ จะได้เป็น

$$C_3H_8 + 5(O_2 + 3.76N_2) \rightarrow 3CO_2 + 4H_2O + 18.8N_2 \qquad \text{ง.2}$$

สมมุติให้ A คือจำนวนเท่าของอากาศทฤษฎี แทนค่าในสมการ ง.2

$$C_3H_8 + 5A(O_2 + 3.76N_2) \rightarrow 3CO_2 + 4H_2O + 5(A-1)O_2 + 18.8AN_2 \qquad \text{ง.3}$$

สำหรับการะบวนการแอเดียแบติก จะไม่มีความร้อนถ่ายเทสู่สภาวะแวดล้อม Q=0

. $Q = H_P - H_R = 0$

จากตารางที่ 6 ที่ $T = 1{,}200K$ (สมเกียรติ บุญณสะ. 2545)

$$H_P = [3 \times 44.011 \times (-7{,}935.5)] + [4 \times 18.0216 \times (-11{,}516.2)] + [5 \times (A-1) \times (32 \times 930.8)] + [18.8A \times 28.016 \times 1{,}003.8]$$

$$H_P = (-1{,}047{,}748) + (-830{,}161) + 148{,}928(A-1) + 528702.3A$$

$$H_P = (-2{,}026{,}837) + 677{,}630.3A \qquad \text{ง.4}$$

จากตาราง 6 ที่ $T = 737K$

อุณหภูมิ(K)	เอนทาลปีสำหรับ h_f (kJ/kg)	
	O_2	N_2
737	429.57	467.37

$$H_R = [44.097 \times (-2{,}356.3)] + [5 \times A \times [32 \times 429.57]] + [5 \times A \times 3.76 \times 467.37]$$

$$H_R = (-103{,}677) + (68{,}731.2 \times A) + (8{,}786.556 \times A)$$

$$H_R = (-103{,}677) + 77{,}517.76A$$ ง.5

จาก $Q = H_P - H_R = 0$

$$Q = [(-2{,}026{,}837) + 677{,}630.3A] - [(-103{,}677) + 77{,}517.76A]$$

$$Q = [(-2{,}130{,}514) + 600{,}112.5A]$$

$$A = (2{,}130{,}514)/(600{,}112.5) = 3.55$$

เพราะฉะนั้ น อากาศที่ใช้ในการสันดาปสมบูรณ์355 %

จากการกำหนดอัตราการไหลของอากาศ 0.22 kg/s จะทำปฏิกิริยาที่สมบูรณ์กับเชื้ อเพลิ

จากสมการ

$$C_xH_y + a(O_2 + 3.76N_2) \rightarrow xCO_2 + (y/2)H_2O + 3.76aN_2$$

โดย $a = x + (y/4)$

และจากความสัมพันธ์

$$(A/F)_{stoic} = \left(\frac{m_{air}}{m_{fuel}}\right)_{stioc} = 4.76a\frac{MW_{air}}{MW_{fuel}}$$

$$\Phi = \frac{(A/F)_{stoic}}{(A/F)} = \frac{(F/A)}{(F/A)_{stoic}}$$

กำหนดให้

$$m^{\circ}_{air} = 0.22kg/s\ ,\ MW_{air} = 28.85\ ,\ a = 3 + (8/4) = 5$$

$$MW_{fuel} = (3 \times 12.011) + (1.008 \times 8) = 44.097$$

ดังนั้ น

$$(A/F)_{stoic} = 4.76a\frac{MW_{air}}{MW_{fuel}} = 4.76 \times 5\frac{28.85}{44.097} = 15.5709$$

จากสมการ

$$\%\ \text{excess air} = \frac{(1\text{-}\Phi)}{\Phi} \times 100\% \Rightarrow \Phi = \frac{100}{455} = 0.2198$$

จากสมการ

$$\Phi = \frac{(A/F)_{stoic}}{(A/F)} \Rightarrow (A/F) = \Phi \times (A/F)_{stoic} = 0.2198 \times 15.5709 = 3.4425$$

$$m^{\circ}_{fuel} = \frac{m^{\circ}_{air}}{(A/F)} = (0.22kg/s)/3.4425 = 0.0639kg/s$$

ง2. การคำนวณหาขนาดของรูที่อากาศไหลผ่านห้องเผาไหม้

ง2.1 การคำนวณหาขนาดของรูที่อากาศไหลผ่านในช่วง primary zone เพื่อปรับปรุงห้องเผาไหม้

เนื่องจากห้องเผาไหม้ถูกออกแบบมาให้มีห้องเผาไหม้ชั้ นใน และห้องเผาไหม้ชั้ นนอก ซึ่งห้องเผาไหม้ชั้นในได้ดำเนินการเจาะรูบางส่วนแล้ว แต่ปริมาณอากาศไหลเข้ายังไม่เพียงพอ ซึ่งกำหนดให้อากาศที่ไหลผ่านช่วงนี้ 20 % ของอัตราการไหล 0.22 kg/s จึงจำเป็นที่จะต้องหาพื้ นที่รวมที่ต้องเจาะเพื่อให้อากาศไหลในส่วนของ Primary zone จากความยาวของช่วงการไหลใน Primary zone จะมีค่าเท่ากับ 0.5 D_L (0.5x44.50มม.=22.25มม.)

$$nd_i^2 = \frac{15.25\dot{m}_i}{\left[\frac{p_3 \Delta p_L}{T_3}\right]^{0.5}} \qquad \text{ง.6}$$

ตัวแปรที่ไม่ทราบค่า ก็คือ Δp_L

ซึ่งจากสมการความสัมพันธ์ในการสูญเสียความดันในส่วนDiffuser

$$\frac{\Delta p_{3-4}}{q_{ref}} = \frac{\Delta p_{diff}}{q_{ref}} + \frac{\Delta p_L}{q_{ref}} \qquad \text{ง.7}$$

จากสมการ ค่าของเทอม $\frac{\Delta p_{diff}}{q_{ref}}$ จะต้องมีค่าที่น้อยๆ เนื่องจากความสูญเสียความดันทางด้าน Diffuser ซึ่งจะส่งผลกระทบต่อการเผาไหม้ภายในห้องเผาไหม้ การออกแบบจึงต้องกำหนดค่าความดันที่สูญเสียใน Diffuser ให้น้อยที่สุด และการสูญเสียความดันในห้องเผาไหม้ชั้ นในต้องให้น้อยที่สุดเหมือนกันส่งผลให้สมการที่ ง.7 สามารถประมาณค่าได้เป็น

$\frac{\Delta p_{3-4}}{q_{ref}} \approx \frac{\Delta p_L}{q_{ref}}$ เพราะฉะนั้ น $\Delta p_{3-4} \approx \Delta p_L$

สามารถนำไปแทนค่าในสมการ ที่ ง.7 ต่อไป

ค่าที่กำหนดให้ $\dot{m}_i = (0.2)(0.22) = 0.088 \frac{kg}{s}, T_3 = 300\ K$

และค่า $\Delta p_{3-4} \approx \Delta p_L$ หาได้จากความสัมพันธ์จากตาราง ง-1 $\frac{\Delta p_{3-4}}{p_3} = 0.07$

ตาราง ง-1 แสดงการสูญเสียความดันในห้องเผาไหม้ในทางปฏิบัติ(Lefebvre. 1983)

Type of chamber	$\frac{\Delta P_{3-4}}{P_3}$	$\frac{\Delta P_{3-4}}{q_{ref}}$	$\frac{m_3 T_3^{0.5}}{A_{h,eff} P_3}$
Tubular	0.07	37	0.0036
Tuboannular	0.06	28	0.0039
Annular	0.06	20	0.0046

$$\Delta p_{3-4} = 0.07\Delta p_3 = 10,639.1 \frac{N}{m^2}$$

แทนค่าที่ได้แทนค่าในสมการที่ ง.6

$$nd_i^2 = \frac{15.25\dot{m}_i}{\left[\frac{p_3 \Delta p_L}{T_3}\right]^{0.5}} = 289.019\ mm^2$$

พื้นที่ที่ต้องเจาะรูทั้งหมดเพื่อให้อากาศไหลผ่านในส่วนPrimary zone 20%(0.044kg/s) เท่ากับ289.019 mm^2

เนื่องจากพื้นที่ได้ถูกเจาะแล้วบางส่วนห้องเผาไหม้ชั้นในที่ความยาว 22.25 mm.

1. รูเจาะขนาด 1.5 มม. จำนวน 24 รู คิดเป็นพื้นที่ 42.411 mm^2
2. รูเจาะขนาด 2.0 มม. จำนวน 24 รู คิดเป็นพื้นที่ 75.398 mm^2

รวมเป็นพื้นที่ 117.810 mm^2

เหลือพื้นที่ที่ต้องดำเนินการเจาะเพิ่มเติมในห้องเผาไหม้ชั้นนอกอีก(289.019-117.810) 171.209 mm^2

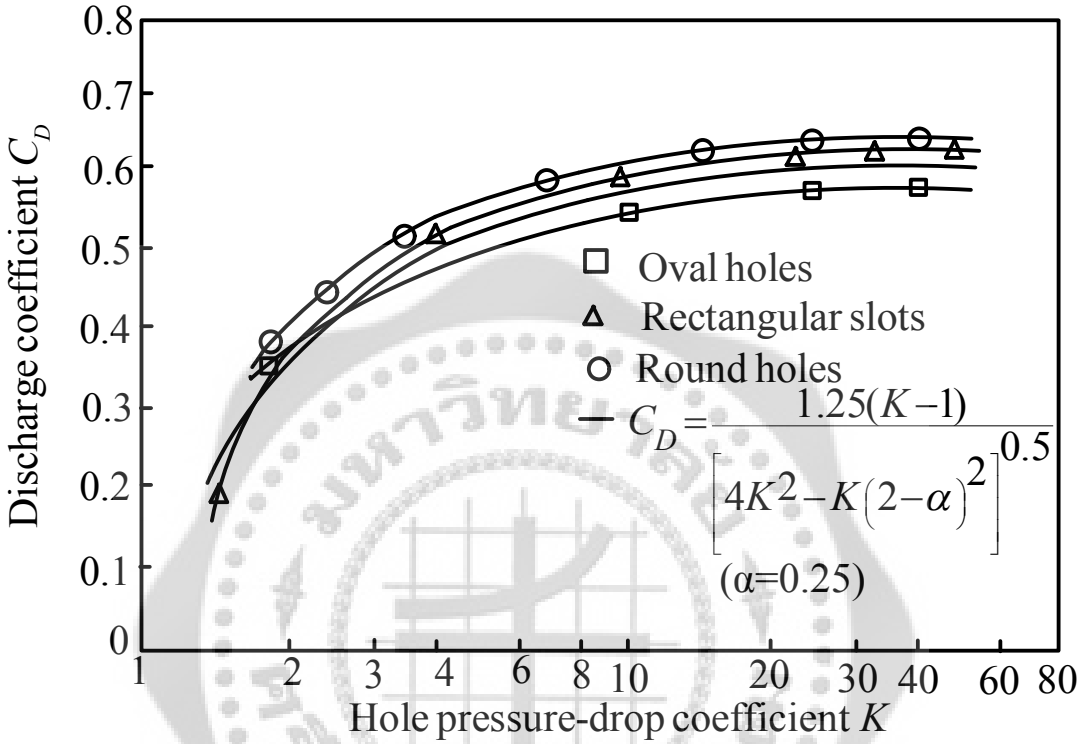
เพราะฉะนั้น $nd_i^2 = 171.209\ \text{mm}^2$ จำนวนรูเจาะ 12 รู

คำนวณหาขนาดของรูเจาะ

$$\frac{n\pi d_h^2}{4} = nd_i^2 = 171.209\ \text{mm}^2$$

$$d_h = \sqrt{\frac{4\times(117.810)}{12\times\pi}}\ \text{mm}^2 = 4.3mm$$

จากสมการการเจาะรูเพื่อให้ได้อัตราการไหลตามรายการคำนวณนั้ น ต้องคำนึงถึงสัมประสิทธ์ของประเภทของรูที่เจาะ ในที่นี้ เจาะรูเป็นวงกลมค่า c_D สามารถหาได้จากภาพประกอบ ง-1



ภาพประกอบ ง-1 ค่า Discharge coefficient สำหรับรูปร่างต่างกัน

มีค่าเท่า0.6 แทนค่าในสมการ

$$d_{pri} = \frac{d_h}{c_D^{0.5}} = \frac{4.3}{0.6^{0.5}} = 5.5mm$$

ง2.2 การคำนวณหาขนาดของรูที่อากาศไหลผ่านในช่วง Intermediate zone เพื่อปรับปรุงห้องเผาไหม้ แทนค่าที่ได้แทนค่าในสมการที่ ง.6

$$nd_i^2 = \frac{15.25\dot{m}_i}{\left[\frac{p_3 \Delta p_L}{T_3}\right]^{0.5}} = 722.548\ mm^2$$

พื้ นที่ที่จะต้องเจาะรูทั้ งหมดเพื่อให้อากาศไหลผ่านในส่วน Intermediate zone 50%(0.11kg/s)

เท่ากับ722.548 mm^2

เนื่องจากพื้ นที่ได้ถูกเจาะแล้วบางส่วนห้องเผาไหม้ชั้ นในที่ความยาว 28.25 mm.

1. รูเจาะขนาด 2.5 มม. จำนวน 24 รู คิดเป็นพื้ นที่ 117.810 mm^2
2. รูเจาะขนาด 5.0 มม. จำนวน 12 รู คิดเป็นพื้ นที่ 235.619 mm^2

รวมเป็นพื้ นที่ 353.429 mm^2

เหลือพื้ นที่ที่ต้องดำเนินการเจาะเพิ่มเติมในห้องเผาไหม้ชั้ นนอกอีก(722.548-353.429) 369.119 mm^2

เพราะฉะนั้ น $nd_i^2 = 369.119 \ \text{mm}^2$

คำนวณหาขนาดของรูเจาะ แบ่งเป็น 2 แถว

$$\frac{n\pi d_h^2}{4} = nd_i^2 = 369.119 \ \text{mm}^2$$

แถวที่ 1 จำนวนรูเจาะ 12 รู

$$d_h = \sqrt{\frac{4\times(58.900)}{12\times\pi}} \ \text{mm}^2 = 2.50mm$$

$$d_{inter} = \frac{d_h}{c_D^{0.5}} = \frac{2.5}{0.6^{0.5}} = 3.2mm$$

แถวที่ 2 จำนวนรูเจาะ 24 รู

$$d_h = \sqrt{\frac{4\times(310.219)}{24\times\pi}} \ \text{mm}^2 = 4.06mm$$

$$d_{inter} = \frac{d_h}{c_D^{0.5}} = \frac{4.06}{0.6^{0.5}} = 5.2mm$$

ง2.3 การคำนวณหาขนาดของรูที่อากาศไหลผ่านในช่วง dilution zone เพื่อปรับปรุงห้องเผาไหม้แทนค่าที่ได้แทนค่าในสมการที่ ง.6

$$nd_i^2 = \frac{15.25\dot{m}_i}{\left[\frac{p_3\Delta p_L}{T_3}\right]^{0.5}} = 433.528 \ mm^2$$

พื้ นที่ที่จะต้องเจาะรูทั้ งหมดเพื่อให้อากาศไหลผ่านในส่วนintermediate zone 30%(0.066kg/s) เท่ากับ433.528 mm^2

เนื่องจากพื้ นที่ได้ถูกเจาะแล้วบางส่วนห้องเผาไหม้ชั้ นในที่ความยาว 23 mm.

1. รูเจาะขนาด 2.0 มม. จำนวน 12 รู คิดเป็นพื้ นที่ 37.699 mm^2

2. รูเจาะขนาด 2.5 มม. จำนวน 6 รู คิดเป็นพื้นที่ 29.452 mm^2

รวมเป็นพื้นที่ 67.151 mm^2

เหลือพื้นที่ที่ต้องดำเนินการเจาะเพิ่มเติมในห้องเผาไหม้ชั้นนอกอีก (433.528-67.151) 366.377 mm^2

เพราะฉะนั้น $nd_i^2 = 366.377 \ \text{mm}^2$

คำนวณหาขนาดของรูเจาะ แบ่งเป็น 2 แถว

$$\frac{n\pi d_h^2}{4} = nd_i^2 = 366.377 \ \text{mm}^2$$

แถวที่ 1 จำนวนรูเจาะ 12 รู

$$d_h = \sqrt{\frac{4\times(58.905)}{12\times\pi}} \ \text{mm}^2 = 2.50mm$$

$$d_{inter} = \frac{d_h}{c_D^{0.5}} = \frac{2.5}{0.6^{0.5}} = 3.2mm$$

แถวที่ 2 จำนวนรูเจาะ 24 รู

$$d_h = \sqrt{\frac{4\times(307.472)}{24\times\pi}} \ \text{mm}^2 = 4.04mm$$

$$d_{inter} = \frac{d_h}{c_D^{0.5}} = \frac{4.04}{0.6^{0.5}} = 5.2mm$$

ง3. สมการการเผาไหม้ การทำปฏิกิริยาของสมการการเผาไหม้

$$C_3H_8 + 3.5\left(O_2 + 3.76N_2\right) \rightarrow 3CO + 4H_2O + 13.16N_2$$

$$CO + 0.5O_2 \rightarrow CO_2$$

$$CO_2 \rightarrow CO + 0.5O_2$$

อัตราการเกิดปฏิกิริยาอาร์ฮีเนียสของสมการเผาไหม้ที่พิจารณาสามารถเขียนได้ดังนี้

$$R_1 = 5.62\times10^{11} \exp\left(\frac{-1.256\times10^8}{RT}\right)\left[C_3H_3\right]^{0.1}\left[O_2\right]^{1.65}$$

$$R_2 = 2.24\times10^{10} \exp\left(\frac{-1.7\times10^8}{RT}\right)\left[CO\right]\left[O_2\right]^{0.5}\left[H_2O\right]^{0.5}$$

$$R_3 = 5.0\times10^{10} \exp\left(\frac{-1.7\times10^8}{RT}\right)\left[C_2O\right]$$

อภิธานศัพท์

รายการสัญลักษณ์

สัญลักษณ์

W_{net}	=	พลังงานกลสุทธิ
U_∞	=	ความเร็วในทิศ x ที่ Free stream
c_p	=	ค่าความจุความร้อนจำเพาะที่ความดันคงที่
f	=	สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน
g	=	ความเร่งอันเนื่องมาจากแรงดึงดูดของโลก
m	=	มวลของของไหล
$\dot{m}$	=	อัตราการไหลของการไหล
m_a	=	มวลของการไหลของอากาศ
m_f	=	มวลของการไหลของเชื้อเพลิง
P	=	ความดันของของไหล
u	=	ความเร็วของของไหล
$\overline{u}$	=	ความเร็วของของไหลเฉลี่ย
x, y, z	=	ระยะตามแกนตั้งฉาก x, y, z
u, v, w	=	ความเร็วของแกนตั้งฉาก x, y, z
$C_{1\varepsilon}$	=	ค่าคงที่ของสมการ $k-\varepsilon$ Model
$C_{2\varepsilon}$	=	ค่าคงที่ของสมการ $k-\varepsilon$ Model
C_μ	=	ค่าคงที่ของสมการ $k-\varepsilon$ Model
ε	=	อัตราการสลายของความปั่นป่วน
μ	=	ความหนืดสมบูรณ์ของของไหล
μ_t	=	ค่าความหนืดของความปั่นป่วน
ϕ	=	ตัวแปรสเกลาร์
ρ	=	ความหนาแน่น
υ	=	ความหนืดจลศาสตร์
Γ	=	สัมประสิทธิ์การแพร่
δ^*	=	Displacement thickness

สัญลักษณ์(ต่อ)

τ_{yz}	=	ความเค้นเฉือนในแนวแกน x บนระนาบที่ตั้งฉากกับแกน x
τ_{ij}	=	Reynolds stress
τ_w	=	ความเค้นเฉือนที่ผนัง
σ_{ij}	=	Stress tensor
κ	=	Von Karman constant
ε	=	Isentropic dissipation rate term
ε_{ij}	=	Local dissipation rate term
δ_{ij}	=	Kronecker delta
S_N	=	ค่าความรุนแรงของการไหลแบบหมุนวนเป็นเกลียว
η_{th}	=	ประสิทธิภาพเชิงความร้อน
r_p	=	อัตราส่วนความดัน(pressure ratio)
HHV	=	ค่าความร้อนสูง
LHV	=	ค่าความร้อนต่ำ
m_W	=	มวลของไอน้ำที่ได้จากการสันดาป ต่อ หน่วยของเชื้อเพลิง
h_{fg}	=	ความร้อนแฝงของการระเหย หรือควบแน่นของไอน้ำที่ความดันย่อยในสารที่ได้จากการสันดาป
$(A/F)_{stoic}$	=	อัตราส่วนอากาศกับเชื้อเพลิงจริงที่ Stoichiometry
Φ	=	อัตราส่วนสมมูล(Equivalent Ratio)
λ	=	ความหนืดอันดับสอง(Secondary viscosity)
B_i	=	แทนแรงเนื่องจากน้ำหนักต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรในทิศทาง i

ตัวห้อย (Subscripts)

e, w, n, s	=	Control volume face ระหว่าง P และ E , P และ W P และ N , P และ S
E, W, N, S	=	จุดที่อยู่ข้างเคียงบน East,West,North และ South
nb	=	จุดต่อที่อยู่ข้างเคียง
i,j,k	=	Cartesian indices
t	=	turbulent
net	=	ค่าสุทธิ
in	=	ทิศทางการไหลเข้า
out	=	ทิศทางการไหลออก
k		อัตราส่วนความร้อนจำเพาะ

ตัวยก (Superscripts)

‘	=	ส่วนของการสั่นที่ได้จาก Reynolds decomposition
*	=	Current value
-	=	ส่วนเฉลี่ยที่ได้ จาก Reynolds decomposition
+	=	ค่า Normalized ใน Wall function

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล นายรุ่ง แกล้วกล้า

วันเดือนปีเกิด 4 ตุลาคม 2519

สถานที่เกิด บุรีรัมย์

สถานที่อยู่ปัจจุบัน 31/162 หมู่ 2 ซอย1/5 พฤกษา12 ตำบลคลองสาม
อำเภอคลองหลวง จังหวัดปทุมธานี12120

ประวัติการศึกษา

พ.ศ.2535 มัธยมศึกษาตอนต้น
จากโรงเรียนสิงหวิทยาคม จ.บุรีรัมย์

พ.ศ.2538 มัธยมศึกษาตอนปลาย
จากโรงเรียนนางรอง จ.บุรีรัมย์

พ.ศ.2542 ปริญญาตรี วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล)
จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จ.นครราชสีมา

พ.ศ.2555 ปริญญาโทวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล)
จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ จ.นครนายก