

การพัฒนาชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
แบบฮิวริสติก เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ปริญญานิพนธ์
ของ
สมจิตร เพชรผา

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา
มกราคม 2544
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การพัฒนาชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
แบบฮิวริสติก เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

บทคัดย่อ
ของ
สมจิตร เพชรผา

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา
มกราคม 2544

147786

สมจิตร เพชรผา. (2544). การพัฒนาชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยม
ศึกษาปีที่ 3 ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม : ดร. จีวรรณ เศวตมัลย์ ,
รองศาสตราจารย์ ดร. ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนาชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถใน
การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชคณิตศาสตร์และความสนใจในการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความ
สามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกันทรารมณ อำเภอกันทรารมณ
จังหวัดศรีสะเกษ จำนวน 3 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 105 คน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา
2543 ที่ได้มาโดยการสุ่มอย่างง่ายจาก 8 ห้องเรียน ดำเนินการโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความ
สามารถในการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
โดยผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนด้วยตนเอง ใช้เวลาในการสอน 15 คาบ ๆ ละ 50 นาที แบบแผน
การทดลอง One - Group Pretest - posttest Design และวิเคราะห์ข้อมูลโดยการทดสอบค่า
สถิติ t - test Dependent

ผลการวิจัยพบว่า

1. ประสิทธิภาพของชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
แบบฮิวริสติกมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลัง
ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก
สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. ความสนใจในการเรียนวิชคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังได้
รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก
สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

THE DEVELOPMENT OF INSTRUCTIONAL PACKAGES TO ENHANCE
MATHEMATICAL PROBLEM – SOLVING ABILITY THROUGH THE HEURISTIC
METHOD ON “LINEAR EQUATIONS AND INEQUALITIES WITH ONE VARIABLE”
AT MATHAYOMSUKSA III LEVEL

AN ABSTRACT
BY
SOMJIT PETCHPHA

Presented in partial fulfillment of the requirements for the
Master of Education degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University
January 2001

Somjit Petchpha (2001). *The Development of Instructional Packages to Enhance Mathematical Problem - Solving Ability Through the Heuristic Method on "Linear Equations and Inequalities with One Variable" at Matthayomsuksa III Level*. Master of Education, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisory Committee : Dr. Chaweewan Sawetamalya, Assoc. Prof. Dr. Chanwit Tiamboonprasert

The purpose of this research was to develop the instructional packages to enhance mathematical problem-solving ability through the heuristic method on linear equations and inequalities with one variable at Mathayomsuksa III level by studying mathematics achievement and interest in mathematics of students through the instructional packages.

The subjects were 105 Matthayomsuksa III students from Kanthararom School in Kanthararom District, Srisaket Province. by eight classes simple random sampling. Each class was taught with the same lesson through the instructional packages by the researcher for 15 fifty-minute periods. The model of this experiment was one-group pretest-posttest design while the data were statistically analyzed by using t-test dependent.

The results of the experiment are as follows :

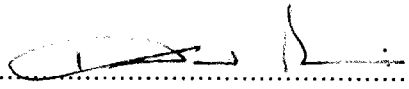
1. The instructional packages to enhance mathematical problem-solving ability through the heuristic method possessed the efficiency of 80/80 criteria.
2. The mathematics achievement of the experimental group after being taught by using instruction packages to enhance mathematics problem – solving ability through the heuristic method was statistically higher than that before being taught at the .01 level of significance.
3. The interest in mathematics of the experimental group after being taught by using instruction packages to enhance mathematics problem – solving ability through the heuristic method was statistically higher than that before being taught at the .01 level of significance.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง

การพัฒนาชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
แบบอีวริสติกส์ เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ของ
นางสาวสมจิตร เพชรผา

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

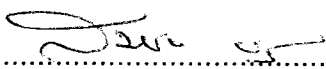
..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ศาสตราจารย์ ดร. เสริมศักดิ์ วิชาลาภรณ์)

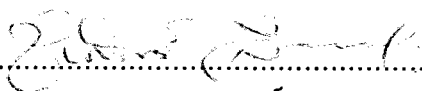
วันที่ 24 เดือน กรกฎาคม พ.ศ. 2554

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

..... ประธาน
(อาจารย์ ดร. จีวรรณ เสวตมาลย์)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. ชัญวีย์ เทียมบุญประเสริฐ)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาและการให้คำปรึกษาแนะแนวทางในการทำการวิจัยจาก ดร. ฉวีวรรณ เสวตมัลย์ รองศาสตราจารย์ ดร. ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ สีลาจรัสกุล เป็นอย่างดี ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณไว้เป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ ดร. ฉวีวรรณ เสวตมัลย์ ดร. ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ รองศาสตราจารย์ ดร. ดวงเดือน ศาสตรภัทร รองศาสตราจารย์ ดร. ไพโรจน์ เบาใจ ดร. สมเดช บุญประจักษ์ รองศาสตราจารย์ อัจฉรา สุขารมณ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ สีลาจรัสกุล และอาจารย์ ประสาท สอ้านวงศ์ ที่กรุณาช่วยตรวจแก้ไขข้อบกพร่องและให้คำแนะนำในเรื่องของแผนการสอน ชุดการสอน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนกันทรารมณีนุช ผู้อำนวยการโรงเรียนละหานทรายวิทยา และอาจารย์ทุกท่านที่ได้อำนวยความสะดวกในการทดลองหาคุณภาพของเครื่องมือและในการดำเนินการทดลองศึกษาค้นคว้าครั้งนี้

ขอขอบใจนักเรียนโรงเรียนกันทรารมณีนุชและนักเรียนโรงเรียนละหานทรายวิทยาที่ได้เป็นกลุ่มตัวอย่างในการหาคุณภาพของเครื่องมือและการดำเนินการทดลองศึกษาค้นคว้าครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อ คุณแม่และขอบคุณพี่น้องทุกคนในครอบครัวและเพื่อน ๆ เอกการมัธยมศึกษาที่ให้การช่วยเหลือและเป็นกำลังใจในการทำปริญญานี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานี้พนธ์ฉบับนี้ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของบิดา มารดา ครูอาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย

สารบัญ

บทที่		หน้า
1	บทนำ.....	1
	ภูมิหลัง	1
	ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	4
	ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า	4
	ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า	4
	ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	4
	ระยะเวลาที่ใช้	4
	เนื้อหาที่ใช้	5
	ตัวแปรที่ศึกษา	5
	นิยามศัพท์เฉพาะ	5
	สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า	7
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	8
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการสอน	8
	ความหมายของชุดการสอน	8
	ประเภทของชุดการสอน	10
	หลักการและทฤษฎีที่นำมาใช้ในการสร้างชุดการสอน	12
	องค์ประกอบของชุดการสอน	15
	ขั้นตอนในการสร้างชุดการสอน	17
	ประโยชน์ของชุดการสอน	25
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการสอน	27
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหา	
	คณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก	29
	ความหมายของปัญหาและการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	29
	ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์	31
	องค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	34
	ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	36
	ขั้นตอนและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	37
	บทบาทของผู้แก้ปัญหาและครูผู้สอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	47
	วิธีสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก	49

สารบัญ (ต่อ)

บทที่		หน้า
2(ต่อ)	องค์ประกอบหลักที่สนับสนุนให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง	50
	ข้อดี ข้อเสีย และข้อเสนอแนะของวิธีการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติก	53
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติก	55
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสนใจในการเรียนวิทยาศาสตร์.....	59
	ความหมายของความสนใจ	59
	ลักษณะของความสนใจ	60
	สาเหตุที่ทำให้เกิดความสนใจ	60
	องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับความสนใจ	62
	สาเหตุที่ทำให้นักเรียนขาดความสนใจในการเรียน	62
	การสร้างความสนใจในบทเรียน	63
	การควบคุมและส่งเสริมความสนใจ	65
	การวัดความสนใจ	66
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสนใจในการเรียน	66
	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์	68
	ความหมายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์	68
	องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	71
	สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	72
3	วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า	74
	การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	74
	เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	74
	การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	75
	วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	82
	การวิเคราะห์ข้อมูล	82
	สถิติที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	83
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	87
	สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	87
	การวิเคราะห์ข้อมูล	87
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	88

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 สรุป อภิปราย และข้อเสนอแนะ	91
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	91
สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า	91
วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า	91
การวิเคราะห์ข้อมูล	93
สรุปผลการศึกษาค้นคว้า	93
อภิปรายผล	94
ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า	100
ข้อเสนอแนะ	101
 บรรณานุกรม	 102
 ภาคผนวก	 114
ภาคผนวก ก	115
ภาคผนวก ข	118
ภาคผนวก ค	128
ภาคผนวก ง	138
ภาคผนวก จ	331
 ประวัติย่อผู้วิจัย	 334

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 ตัวอย่างแบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์.....	81
2 แบบแผนการทดลอง.....	82
3 ผลการวิเคราะห์ประสิทธิภาพของชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว.....	88
4 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง ก่อนและหลังการทดลอง.....	89
5 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง ก่อนและหลังการทดลอง.....	90
6. ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและอสมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 30 ข้อ	116
7 ค่าอำนาจจำแนก (t) และค่าความเชื่อมั่น (α) ของแบบสอบถามวัด ความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 20 ข้อ	117
8 คะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและอสมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน โดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แบบฮิวริสติก	119
9 คะแนนความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน โดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แบบฮิวริสติก	122
10 ประสิทธิภาพของชุดการสอน ชุดที่ 1 เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว.....	125
11 ประสิทธิภาพของชุดการสอน ชุดที่ 2 เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว.....	126
12 ประสิทธิภาพของชุดการสอน ชุดที่ 3 เรื่อง อสมการ	127
13 โครงการสอน	144

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ

หน้า

1	แผนภูมิผลิตชุดการสอน.....	19
2	แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง.....	38
3	แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต.....	39
4	แสดงลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา.....	40
5	การแสดงส่วนประกอบของปัญหา.....	51

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

โลกปัจจุบันมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วทั้งด้านเทคโนโลยี ข้อมูลและข่าวสารต่างๆเป็นผลให้ทุกประเทศทั่วโลกมุ่งพัฒนาบุคลากรของตนเองให้เป็นผู้มีความรู้ ความสามารถทันต่อการเปลี่ยนแปลงของสังคมโลกปัจจุบัน ดังนั้นคุณภาพของคนในชาติจึงเป็นเรื่องสำคัญของประเทศที่กำลังมุ่งพัฒนา สำหรับประเทศไทยมีแผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติฉบับที่ 8 (พ.ศ. 2540 – 2544) ซึ่งเป็นแผนการศึกษาแห่งชาติและมีเป้าหมายของการจัดการศึกษา คือ การพัฒนา “คน” และ “คุณภาพของคน” ให้เป็นผู้ที่มีปัญญา รู้จักเหตุและผล รู้จักแก้ปัญหาได้อย่างชาญฉลาด รู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงต่างๆ ที่เกิดขึ้นอย่างรวดเร็วและหลากหลาย มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ อีกทั้งยังมุ่งพัฒนาพฤติกรรมทางสังคมที่พึงงามทั้งในการทำงานและการอยู่ร่วมกัน รู้จักช่วยเหลือเกื้อกูลกัน (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ.2540 : 1-2) เพื่อจะช่วยให้เป็นบุคคลที่สามารถดำเนินชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีคุณภาพ วิชาคณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาหนึ่งที่มีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาคนทั้งในด้านการกระบวนกรคิดและการดำเนินชีวิตประจำวัน นอกจากนั้นคณิตศาสตร์ยังมีบทบาทสำคัญต่อโลกของวิทยาการหลายสาขาทั้งสาขาวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี เศรษฐกิจ สังคม ตลอดจนเป็นพื้นฐานสำหรับการค้นคว้าวิจัยทุกประเภท ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ ยูนิท ฟิฟิซกุล (2536 : 1) ที่ว่า “วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด กระบวนการและเหตุผล คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างมีระเบียบและเป็นรากฐานทางวิทยาการหลายๆ สาขา ความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ ก็ล้วนแต่อาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น” และ สุภา ยธิกุล (2533 : 1) ยังได้กล่าวถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมอีกว่า “คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญอย่างยิ่งเป็นรากฐานของความเจริญในด้านต่างๆ เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการแสวงหาความรู้ หาเหตุผลและข้อเท็จจริงได้ ความเจริญก้าวหน้าทางด้านเทคโนโลยีและวิทยาการที่ทันสมัยในปัจจุบัน ศาสตร์ทุกสาขาดึงอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์จนกล่าวได้ว่า วิทยาการใดๆ ถ้าไม่มีคณิตศาสตร์เข้าไปมีบทบาทเกี่ยวข้องก็ยากที่จะพัฒนาให้เจริญก้าวหน้าได้อย่างรวดเร็ว”

จากความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้นนี้หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) จึงกำหนดให้วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาบังคับสำหรับนักเรียนทุกคนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-2 ส่วนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก็เป็นวิชาเลือกเสรีสำหรับนักเรียนที่สนใจทางคณิตศาสตร์และต้องการมีความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนระดับที่สูงขึ้นไป สำหรับจุดประสงค์ของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ได้กำหนดไว้ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535 : 40)

1. เพื่อให้มีความรู้ ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ ข้อมูลที่ปรากฏในสิ่งแวดล้อม สามารถคิดอย่างมีเหตุผลและใช้เหตุผลในการแสดงความคิดเห็นอย่างมีระเบียบ ชัดเจน และรัดกุม
2. เพื่อให้มีทักษะในการคิดคำนวณ

3. เพื่อให้เห็นประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งที่มีต่อชีวิตประจำวันและเป็นเครื่องมือแสวงหาความรู้

4. เพื่อให้สามารถนำความรู้ ความเข้าใจ และทักษะทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันและเป็นพื้นฐานในการศึกษาคณิตศาสตร์ และวิชาอื่นๆ ที่อาศัยคณิตศาสตร์

เมื่อพิจารณาจากจุดประสงค์การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นแล้ว พบว่ามีเป้าหมายที่สำคัญคือให้นักเรียนรู้จักนำความรู้ ความเข้าใจ เกี่ยวกับทักษะทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน และเป็นพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ขั้นสูง และวิชาอื่นๆ ที่อาศัยคณิตศาสตร์ ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องส่งเสริมให้ นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนฝึกฝนการแก้ปัญหาเพื่อที่จะให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะที่จำเป็นในการแก้ปัญหา สังคมประสบการณ์ที่ดีเกี่ยวกับการแก้ปัญหตามระดับความสามารถของแต่ละคน ปัญหาคณิตศาสตร์จึงเปรียบเสมือนเครื่องมือในการฝึกให้นักเรียนมีทักษะที่จะสามารถคิดแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์แล้วความสามารถที่เกิดขึ้นจะเป็นกระบวนการซึ่งสามารถถ่ายทอดไปสู่ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอื่นๆ ได้ ครูผู้สอนจะต้องมุ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจมากกว่าความจำ เกิดความสามารถตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์มากกว่าเน้นเฉพาะคำตอบ เกิดทักษะโดยการฝึกหัดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับปัญหาในบทเรียนกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนประสบในชีวิตประจำวัน (สนธิ พรหมมา, 2534 : 4) และนักคณิตศาสตร์ยังเชื่อว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นที่นักเรียนทุกคนจะต้องเรียนรู้ เข้าใจ สามารถคิดเป็นและแก้ปัญหาได้เพื่อจะนำกระบวนการนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันต่อไปเพราะการที่ได้ฝึกแก้ปัญหาจะช่วยให้นักเรียนรู้จักคิดมีระเบียบขั้นตอนในการคิด รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักตัดสินใจอย่างฉลาด (สิริพร ทิพย์คง, 2536 : 157)

จากผลการประเมินคุณภาพการศึกษาของกรมวิชาการระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 พุทธศักราช 2540 (สำนักทดสอบทางการศึกษากกรมวิชาการ, 2541 : 5-6 ; ฉบับร่าง) พบว่า ผลการประเมินในระดับความรู้ความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ทั่วประเทศต่ำกว่าเกณฑ์การประเมินขั้นผ่านร้อยละ 15.60 และผลการประเมินนักเรียนตามระดับคุณภาพยังพบว่ามีนักเรียนอยู่ในระดับที่ควรปรับปรุงสูงถึงร้อยละ 80.95 ซึ่งเป็นผลที่ไม่น่าพอใจ และเมื่อวิเคราะห์รายละเอียดของปัญหานี้พบว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ต่ำมากอย่างน่าเป็นห่วง จะเห็นได้ว่าการสอนปัญหาคณิตศาสตร์จำเป็นต้องอาศัยความสามารถของครูผู้สอนเป็นอย่างยิ่ง เนื่องจากปัญหาทางคณิตศาสตร์จะมีสถานการณ์ที่หลากหลาย การที่นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้และมีความสามารถในเรื่องต่างๆ เกี่ยวกับการแก้ปัญหานั้น ต้องมีวิธีการที่เป็นกระบวนการอย่างมีระบบในการแก้ปัญหารวมทั้งสถานการณ์ในชีวิตจริง มีสื่อที่จะช่วยให้มองเห็นปัญหาอย่างชัดเจนและเน้นวิธีการแก้ปัญหามีขั้นตอนจากง่ายไปยาก ผู้วิจัยได้เลือกวิธีการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติก (Heuristic) ซึ่งเป็นรูปแบบการเชื่อมโยงข้อมูลหรือแนวคิดที่มีความสัมพันธ์กันในลักษณะที่เป็นระบบโดยการสำรวจหาความสัมพันธ์ที่ซับซ้อนระหว่างข้อมูลที่ต้องการเรียนรู้หรือปัญหาที่ต้องการแก้ การฝึกแก้ปัญหาลักษณะนี้จะเป็นประโยชน์ต่อผู้เรียนอย่างมาก ถ้าผู้สอนให้ผู้เรียนฝึกคิดการเชื่อมโยงเอง และเป็นผลดีต่อการสอน

เนื้อหาและการดำเนินการเนื่องจากทำให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบย่อยๆ ภายในตลอดจนภาพรวมทั้งหมดทำให้ง่ายต่อการนำไปใช้และวิเคราะห์ต่อไป วิธีการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติก จึงเป็นวิธีการสนับสนุนให้นักเรียนค้นพบด้วยตนเองโดยนักเรียนจะมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้ด้วยตัวของเขาเองอย่างกระตือรือร้นและเต็มใจ และเป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนทำกิจกรรมตามความถนัดความสนใจโดยเน้นที่ตัวนักเรียนให้นักเรียนค้นพบหลักการ กฎเกณฑ์ มโนมติด้วยตนเอง ครูมีบทบาทเพียงเป็นผู้จัดสถานการณ์ให้กับผู้เรียนด้วยวิธีการต่างๆ เพื่อให้ผู้เรียนได้เชื่อมความคิดใหม่ ๆ กับสิ่งที่เขาสะสมไว้ในประสบการณ์แล้วนำไปสู่แนวทางในการแก้ปัญหาและค้นพบสิ่งที่ต้องการจะรู้ด้วยตนเอง (Biggs. 1968 : 216-240 ; ยุกิน พิศิษฐ์. 2530 : 3) ซึ่งการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกนี้จะมีขั้นตอนในการแก้ปัญหอย่างเป็นระบบและจะเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนพูดคุยปัญหาของเขากับบุคคลอื่นๆ รับฟังความคิดเห็นของบุคคลอื่นๆ อย่างมีวิจารณญาณ เป็นผู้พินิจวิเคราะห์เป็นความคิดของตนเอง รู้วิธีใช้เวลาคัดเลือกข้อแก้ปัญหาที่จะนำไปใช้จนกว่าจะถึงสถานการณ์ที่ต้องการใช้ และจะหยุดดำเนินการเมื่อการแก้ปัญหาไม่มีผลก้าวหน้าและกลับมาพิจารณาปัญหาใหม่ภายหลัง (วิระไทยพานิช 2529 : 189 –190 ; อ้างอิงจาก Davis, Alexander and Yelon. 1964 : 234 –245) เมื่อพิจารณากลวิธีการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกนี้จะพบว่าเป็นกลวิธีการฝึกทักษะที่เพิ่มศักยภาพในการเรียนของนักเรียนตลอดจนเพิ่มพลังสมรรถนะให้แก่ผู้เรียน ขณะเดียวกันก็ไม่ได้ลดบทบาทความสำคัญของครูผู้สอน แต่กลับช่วยให้ครูได้เกิดพลังสมรรถนะมากขึ้น (Novak & Gowin. 1984 : 35)

ในการจัดการเรียนการสอนวิชาต่างๆ นั้นนอกจากจะมีจุดหมายให้นักเรียนมีความรู้ความสามารถในวิชาที่เรียนแล้วยังจะต้องปลูกฝังให้นักเรียนมีความสนใจในการเรียนวิชาเหล่านั้นด้วย เพราะความสนใจมีความสำคัญและเป็นสิ่งที่จะทำให้ผู้เรียนตั้งใจเรียน หมกมุ่นในการเรียนและแสวงหาความรู้ได้อย่างดี ถ้าหากว่านักเรียนมีความสนใจต่อครูผู้สอน ต่อกิจกรรมการเรียนการสอน ต่อวิชาที่เรียนก็จะทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงด้วย (สำเร็จ บุญเรืองรัตน์. 2524 : 7) และจากผลงานวิจัยของ รุจิรา โพธิ์สุวรรณ (2540 : 93) ศรีภรณ์ ณะวงศ์ษา (2542 : 78) พบว่า ความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

จากเหตุผลดังกล่าวข้างต้นทำให้ผู้วิจัยเกิดแนวคิดในการพัฒนาชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการนำไปใช้โดยครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ และยังมีจุดมุ่งหมายเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการแก้ไขปัญหาการเรียนการสอนในกรณีที่ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาขาดประสบการณ์และเทคนิคในการสอน เพราะครูสามารถนำไปใช้ในชั้นเรียนโดยอาศัยคำแนะนำจากคู่มือการใช้ชุดการสอน ซึ่งผลที่ได้ในการวิจัยครั้งนี้จะเป็นแนวทางในการปรับปรุงและพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อพัฒนาชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนและหลังการทดลองของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก
3. เพื่อศึกษาความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนและหลังการทดลองของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

1. ผลการวิจัยครั้งนี้จะเป็นแนวทางสำหรับครูและผู้ที่เกี่ยวข้องในการจัดการศึกษาที่จะนำรูปแบบของชุดการสอนไปใช้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. เป็นแนวทางสำหรับครูในการพัฒนาปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 ของโรงเรียนกันทรารมณ อำเภอกันทรารมย์ จังหวัดศรีสะเกษ ทั้งหมด 8 ห้องเรียน รวม 280 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 ของโรงเรียนกันทรารมณ อำเภอกันทรารมย์ จังหวัดศรีสะเกษ ได้มาโดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) จำนวน 3 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 35 คน รวม 105 คน ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่แตกต่างกันเนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนโดยความสามารถของนักเรียน

ระยะเวลาที่ใช้

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการศึกษาค้นคว้าในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 ใช้เวลาในการทดลอง 15 คาบ คาบละ 50 นาที

เนื้อหาที่ใช้

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าเป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) เรื่อง สมการ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งประกอบด้วยหัวข้อดังนี้

1. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
3. อสมการ

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ประสิทธิภาพของชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
3. ความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ชุดการสอน หมายถึง สื่อประสมที่เกิดจากการบูรณาการนวัตกรรมกับกระบวนการเรียนการสอนหลายๆ อย่าง เพื่อใช้ในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งผู้วิจัยได้สร้างขึ้นโดยปรับปรุงจากหลักการสร้างชุดการสอนของ สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2533 : 269) สุมานัน รุ่งเรืองธรรม (2526 : 114 – 115) และ กิดานันท์ มลิทอง (2531 : 18) มาประยุกต์ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน รวมทั้งสิ้น 3 ชุด แต่ละชุดมีส่วนประกอบดังนี้

1. คู่มือการใช้ชุดการสอน เป็นส่วนที่อธิบายรายละเอียดการใช้ชุดการสอน
2. จุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นส่วนที่ระบุเป้าหมายที่จะให้เกิดขึ้นหลังจากที่นักเรียนทำกิจกรรมนั้นจบลงแล้ว
3. เนื้อหาสาระ เป็นส่วนที่อธิบายให้ความรู้กับนักเรียน
4. กิจกรรมการเรียนการสอน เป็นส่วนที่กำหนดให้นักเรียนปฏิบัติเพื่อนำไปสู่จุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้
5. สื่อการเรียนการสอน เป็นส่วนที่ระบุไว้ในชุดการสอนนั้นมีวัสดุ – อุปกรณ์อะไรบ้าง
6. การประเมินผล เป็นส่วนที่ให้นักเรียนได้ประเมินความรู้ความสามารถของตนเองจากการศึกษาด้วยชุดการสอน ซึ่งเป็นแบบทดสอบที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาในชุดการสอน

2. การพัฒนาชุดการสอน หมายถึง การสร้างชุดการสอนให้ได้ตามเกณฑ์มาตรฐานที่ตั้งไว้ คือ 80/80 ซึ่ง 80 ตัวแรกประเมินจากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนในแต่ละชุด โดยนำคะแนนของนักเรียนมารวมกันทั้งหมดคิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด ส่วน 80 ตัวหลัง

ประเมินจากที่นักเรียนเสร็จสิ้นจากการศึกษาชุดการสอนในแต่ละชุดโดยพิจารณาจากผลการทำแบบทดสอบท้ายชุดการสอนในแต่ละชุด นำคะแนนนักเรียนมารวมกันทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

การยอมรับประสิทธิภาพของชุดการสอนถือค่าความแปรปรวน 2.5 % คือ ประสิทธิภาพของชุดการสอนไม่ควรต่ำกว่าเกณฑ์ 2.5 % (ฉลองชัย สุวัฒน์บุรณ์. 2528 : 215)

3. ฮิวริสติก (Heuristic) หมายถึง วิธีสอนที่พยายามให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยการค้นพบด้วยตนเองเท่าที่นักเรียนจะสามารถทำได้ นักเรียนจะเป็นผู้ค้นหาคำตอบด้วยตนเองแทนการบอกของครู วิธีนี้ต้องการที่จะให้นักเรียนได้กระทำด้วยตนเอง เป็นวิธีการที่นักเรียนจะได้ให้เหตุผลด้วยตัวของเขาเอง

4. วิธีการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติก หมายถึง กระบวนการแก้ปัญหาแบบวิธีการเรียนรู้ รวมถึงการใช้เหตุผลและประสบการณ์ที่ผ่านมาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งผู้วิจัยได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ที่ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต ตามแนวคิดของวิลสัน เฟอร์นันเดซและฮาดาเวย์ (Wilson, Fernandez and Hadaway. 1993 : 60 – 62)

ขั้นที่ 1. ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ขั้นที่ 2. วางแผน (Devising a Plan)

ขั้นที่ 3. ดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan)

ขั้นที่ 4. ตรวจสอบ (Looking Back)

5. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้ ทักษะและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหา ทั้งปัญหาธรรมดาและปัญหาแปลกใหม่ การแก้ปัญหาจึงรวมถึงกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมด ไม่ใช่แค่เพียงผลลัพธ์สุดท้าย

6. ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก หมายถึง ชุดการสอนที่มีสื่อประสม (Multi Media) และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลายที่ใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา 4 ขั้นตอนของ Polya ที่ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (Wilson, Fernandez and Hadaway. 1993 : 60 – 62) เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งประกอบด้วยชุดการสอน 3 ชุด คือ

ชุดที่ 1 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชุดที่ 2 โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชุดที่ 3 อสมการ

7. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากคะแนนการตอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยจะทำการทดสอบหลังจากการเรียนการสอนสิ้นสุดลงแล้ว และจะวัดให้ครอบคลุมเนื้อหา

เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แบบทดสอบนี้สอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้และความคิด (Cognitive Domain) ตามที่ วิลสัน (Wilson. 1971 : 643-685) จำแนกไว้ 4 ระดับ คือ

7.1 ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) เกี่ยวกับข้อเท็จจริง คำศัพท์ นิยาม และความสามารถในการคิดคำนวณ

7.2 ความเข้าใจ (Comprehension) เกี่ยวกับมโนคติ หลักการ กฎ การสรุป อ้างอิง และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง การติดตามแบบเหตุผล การอ่านและตีความโจทย์ปัญหา

7.3 การนำไปใช้ (Application) ประกอบด้วยความสามารถในการแก้ปัญหาที่ประสบอยู่ระหว่างเรียน การเปรียบเทียบ การวิเคราะห์ข้อมูล และการมองเห็นแบบลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนและสมมาตรกัน

7.4 การวิเคราะห์ (Analysis) ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัด แต่อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาที่เรียน การพิสูจน์ การสร้างสูตรและการทดสอบความถูกต้องของสูตร

8. ความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้สึกชอบของแต่ละบุคคลต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใด ซึ่งความรู้สึกชอบนั้นจะส่งผลให้บุคคลพร้อมและเอาใจใส่ที่จะปฏิบัติกิจกรรมนั้นๆ อย่างกระตือรือร้นและตั้งใจในการปฏิบัติกิจกรรมนั้นๆ ให้บรรลุจุดมุ่งหมาย ซึ่งวัดจากคะแนนที่ได้ในการตอบแบบสอบถามความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงมาจากแบบสอบถามวัดความสนใจต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ เกษมา จงสูงเนิน (2533) และ รุจิรา โพธิ์สุวรรณ (2540)

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกมี ประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกสูงกว่าก่อนได้รับการสอน

3. ความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกสูงกว่าก่อนได้รับการสอน

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการสอน
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการสอน

1.1 ความหมายของชุดการสอน

สำหรับความหมายของชุดการสอน ได้มีผู้ให้ความหมายไว้หลายท่าน ดังนี้

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 185) ให้ความหมายไว้ว่า ชุดการสอน หมายถึง ระบบการผลิตและการนำสื่อการเรียนหลาย ๆ อย่างมาสัมพันธ์กันและมีคุณค่าส่งเสริมซึ่งกันและกัน สื่อการเรียนอย่างหนึ่งอาจใช้เพื่อสร้างความสนใจ ในขณะที่อีกอย่างหนึ่งใช้เพื่ออธิบายข้อเท็จจริงของเนื้อหาและอีกอย่างหนึ่งอาจเพื่อก่อให้เกิดการแสวงหาอันนำไปสู่ความเข้าใจลึกซึ้ง และป้องกันการเข้าใจความหมายผิด สื่อการเรียนเหล่านี้เรียกอีกอย่างหนึ่งว่าสื่อประสมที่เรานำมาใช้ให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

สุมานัน รุ่งเรืองธรรม (2526 : 112) ให้ความหมายไว้ในลักษณะเดียวกันคือ ชุดการสอน หมายถึง ระบบการผลิตและการนำสื่อการเรียนหลาย ๆ อย่างมาสัมพันธ์กันและมีคุณค่าส่งเสริมซึ่งกันและกัน หรือการนำระบบสื่อประสม (Multi - Media) ที่สอดคล้องกับเนื้อหาและประสบการณ์ของแต่ละหน่วยวิชา มาช่วยให้การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น ชุดการสอนนี้นิยมจัดไว้ในรูปของกล่องหรือซองเป็นหมวด ๆ สำหรับสอนหัวข้อต่าง ๆ ในทุกวิชาเท่าที่จะทำได้โดยยึดหลักสูตรเป็นแนวในการพิจารณาจัดทำชุดการสอนแต่ละชุด

เสาวณีย์ ลิกขานันตติ (2528 : 291 - 292) ได้ให้ความหมายชุดการสอนไว้ว่า เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ อันประกอบด้วย วัตถุประสงค์ เนื้อหา และวัสดุอุปกรณ์ทั้งหลายไว้เป็นชุด ๆ (จะใส่เป็นกล่อง หรือชุด หรือถุง หรือห่อก็ได้) เพื่อจัดกิจกรรมให้เกิดการเรียนรู้ และถือว่าเป็นแผนการสอนที่ช่วยครูให้ได้รับความสะดวกในการสอนและช่วยผู้เรียนให้เกิดผลสำเร็จในการเรียนรู้ และเป็นการจัดโดยอาศัยวัตถุประสงค์และผล

ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2533) ได้ให้ความหมายของชุดการสอนไว้ว่า เป็นระบบการนำสื่อประสมที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาและประสบการณ์ของแต่ละหน่วย มาใช้ในการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียนแต่ละคนให้บรรลุวัตถุประสงค์ ชุดการสอนนิยมจัดไว้ในกล่องหรือซอง โดยแบ่งออกเป็นหมวด ๆ ชุดการสอนประกอบด้วย คู่มือการใช้ชุดการสอน สื่อการสอน และการมอบหมายงานหรือกิจกรรม

อัญชลี แจ่มเจริญ และ สุกัญญา ชาริวรรณ (2533 : 157) ให้ความหมายไว้ว่า ชุดการสอนเป็นนวัตกรรมการใช้สื่อการสอนแบบประสม (Multi - Media) ที่จัดขึ้นสำหรับหน่วยการเรียนรู้ตามหัวข้อ เนื้อหา และประสบการณ์ของแต่ละหน่วยมาใช้ในการเปลี่ยนพฤติกรรมการเรียนรู้ให้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ซึ่งนิยมจัดสื่อการสอนประสมรวมไว้เป็นกล่อง หรือเป็นซอง หรือเป็นกระเป๋าแล้วแต่ผู้สร้างจะทำขึ้น อุปกรณ์ภายในชุดการสอนมักจะประกอบด้วย

1. อุปกรณ์ที่จะใช้สอนหรือเรียน
2. อุปกรณ์ส่งเสริมความเข้าใจ เช่น เกม เพื่อสนับสนุนเนื้อหา
3. อุปกรณ์วัดความก้าวหน้าของเด็ก

ดวน (Duan. 1973 : 136) ได้ให้ความหมายของชุดการสอนว่า ชุดการสอนเป็นวิธีการสำคัญอย่างหนึ่งในการนำเอาทรัพยากรที่มีอยู่มาใช้ เพื่อสนับสนุนการเรียนการสอน ซึ่งอาจให้คำจำกัดความง่าย ๆ ได้ว่า ชุดการสอน คือ ชุดของวัสดุทางการเรียนซึ่งรวบรวมไว้อย่างมีระเบียบเพื่อให้ผู้เรียนเกิดสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนตามเป้าหมาย

กูด (Good. 1973 : 136) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ชุดการสอน คือ โปรแกรมทางการสอนทุกอย่างที่จัดไว้เฉพาะ มีวัสดุอุปกรณ์ที่ใช้ในการเรียนการสอน คู่มือครู เนื้อหา แบบฝึกหัด ข้อมูลที่เชื่อถือได้ มีการกำหนดจุดมุ่งหมายของการเรียนไว้อย่างครบถ้วน ชุดการสอนนี้ครูเป็นผู้จัดให้นักเรียนแต่ละคนเป็นผู้ได้ศึกษาด้วยตนเอง โดยครูเป็นเพียงผู้คอยแนะนำเท่านั้น

กอร์ดอน (Gordon. 1973 : 258) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ชุดการสอนเป็นชุดของวัสดุ อุปกรณ์และกระบวนการเกี่ยวกับการเรียนการสอนที่ประกอบด้วยองค์ประกอบพื้นฐาน ได้แก่ วัตถุประสงค์ กิจกรรมการเรียนรู้ และการประเมินผล

จากความหมายที่ได้มีนักวิชาการกล่าวไว้ต่าง ๆ กัน สรุปได้ว่า ชุดการสอน หมายถึง เทคโนโลยีทางการศึกษาอย่างหนึ่งที่มีระบบการผลิตและการนำสื่อการเรียนหลาย ๆ อย่างมาสัมพันธ์กันในลักษณะของสื่อประสม (Multi - Media) ซึ่งครูใช้เป็นเครื่องชี้แนวทางและเครื่องมือในการสอน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมอย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้

1.2 ประเภทของชุดการสอน

ก่อนที่จะสร้างชุดการสอน ผู้สร้างจะต้องศึกษาประเภทของชุดการสอนก่อนว่า ชุดการสอนแต่ละประเภทยังมีจุดมุ่งหมายในการใช้แตกต่างกันอย่างไร ซึ่งได้มีนักการศึกษาได้แบ่งประเภทของชุดการสอนไว้ดังนี้

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2523 : 118 - 119) ได้แบ่งชุดการสอนตามลักษณะการใช้เป็น 4 ประเภท คือ

1. ชุดการสอนประกอบการบรรยาย เป็นชุดการสอนที่มุ่งช่วยขยายเนื้อหาสาระการสอนแบบบรรยายให้ชัดเจนขึ้น ช่วยให้ผู้สอนพูดน้อยลงและให้สื่อการสอนทำหน้าที่แทน ชุดการสอนแบบนี้นิยมใช้กับการฝึกอบรมและการสอนในระดับอุดมศึกษาที่ยังถือว่า การสอนแบบบรรยายยังมีบทบาทสำคัญในการถ่ายทอดความรู้แก่ผู้เรียน เนื่องจากเป็นชุดการสอนที่ครูเป็นผู้ใช้บางครั้งจึงเรียกว่า “ชุดการสอนสำหรับครู” ชุดการสอนประกอบการบรรยายจะมีเนื้อหาเพียงอย่างเดียวโดยแบ่งหัวข้อที่จะบรรยายและประกอบกิจกรรมไว้ตามลำดับขั้น สื่อที่ใช้อาจเป็นแผ่นคำสอน สไลด์ ประกอบเสียงบรรยายในเทป แผนภูมิ แผนภาพ ภาพยนตร์ โทรทัศน์ และกิจกรรมกลุ่ม เพื่อให้ผู้เรียนได้อภิปรายตามปัญหาและหัวข้อที่ครูกำหนดให้เพื่อความเรียบร้อยในการใช้
2. ชุดการสอนแบบกิจกรรมกลุ่ม เป็นชุดการสอนแบบกิจกรรมที่ยึดระบบการผลิตสื่อการสอนตามหน่วย และหัวข้อที่จะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ประกอบกิจกรรมร่วมกัน เช่น การสอนแบบศูนย์การเรียนรู้ การสอนแบบกลุ่มสัมพันธ์ เป็นต้น ซึ่งชุดการสอนนี้ประกอบด้วยชุดย่อยตามจำนวนศูนย์ที่แบ่งไว้ในแต่ละหน่วย ในแต่ละศูนย์มีสื่อหรือบทเรียนครบชุดตามจำนวนผู้เรียนในศูนย์กิจกรรมนั้น ๆ สื่อที่ใช้ในศูนย์จัดไว้ในรูปสื่อประสม อาจใช้เป็นสื่อรายบุคคลหรือสื่อสำหรับกลุ่มที่ผู้เรียนทั้งศูนย์จะใช้ร่วมกันได้ ผู้เรียนที่เรียนจากชุดการสอนแบบกิจกรรมกลุ่มจะต้องการความช่วยเหลือจากครูเพียงเล็กน้อยในระยะเริ่มเรียนเท่านั้น หลังจากเคยชินต่อวิธีการใช้แล้ว ผู้เรียนสามารถช่วยเหลือซึ่งกันและกันได้เองระหว่างประกอบกิจกรรมการเรียนรู้ หากมีปัญหาก็สามารถถามครูได้เสมอ
3. ชุดการสอนตามเอกัตภาพหรือชุดการสอนรายบุคคล เป็นชุดการสอนที่มุ่งให้ผู้เรียนสามารถศึกษาหาความรู้ด้วยตนเอง ความแตกต่างระหว่างบุคคลอาจเป็นการเรียนในโรงเรียนหรือบ้านก็ได้ เพื่อให้ผู้เรียนก้าวไปข้างหน้าตามความสามารถ ความสนใจ และความพร้อมของผู้เรียน ชุดการสอนรายบุคคลอาจออกมาในรูปของหน่วยการสอนหรือ “โมดูล” (Module)
4. ชุดการสอนทางไกล เป็นชุดการสอนที่ผู้สอนกับผู้เรียนอยู่ต่างถิ่นต่างเวลากัน มุ่งสอนให้ผู้เรียนศึกษาได้ด้วยตนเองโดยไม่ต้องมาเข้าชั้นเรียน ประกอบด้วยสื่อประเภทสิ่งพิมพ์ รายการวิทยุ โทรทัศน์ ภาพยนตร์ และการสอนเสริมตามศูนย์บริการการศึกษา

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 186 - 187) ได้แบ่งประเภทของชุดการสอนตามลักษณะของการใช้ไว้ 3 ประเภท ดังนี้

1. ชุดการสอนสำหรับประกอบการบรรยาย หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า ชุดการสอนสำหรับครูใช้ คือ เป็นชุดการสอนที่กำหนดกิจกรรมและสื่อการเรียนรู้ให้ครูใช้ประกอบการบรรยายเพื่อเปลี่ยนบทบาทการพูดของครูให้ลดน้อยลงและเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกิจกรรมการเรียนรู้มากยิ่งขึ้น ชุดการสอนนี้จะมีเนื้อหาวิชาเพียงหน่วยเดียว และใช้กับนักเรียนทั้งชั้น

2. ชุดการสอนสำหรับกิจกรรมแบบกลุ่ม ชุดการสอนแบบนี้มุ่งเน้นที่ตัวผู้เรียนได้ประกอบกิจกรรมร่วมกัน และอาจจัดการเรียนในรูปแบบของศูนย์การเรียนรู้ ชุดการสอนเป็นแบบกิจกรรมกลุ่มจะประกอบด้วยชุดการสอนย่อยที่มีจำนวนเท่ากับจำนวนศูนย์ที่แบ่งไว้ในแต่ละหน่วย ในแต่ละศูนย์ที่มีสื่อการเรียนรู้หรือบทเรียนครบชุด ตามจำนวนผู้เรียนในศูนย์กิจกรรมนั้น การเรียนอาจจะจัดในรูปแบบของรายบุคคลหรือผู้เรียนทั้งศูนย์ใช้ร่วมกันก็ได้ ผู้ที่เรียนจากชุดการสอนแบบกิจกรรมกลุ่มอาจต้องการความช่วยเหลือจากครูเพียงเล็กน้อยในระยะเริ่มเท่านั้น หลังจากเคยชินต่อวิธีการใช้แล้ว ผู้เรียนจะสามารถช่วยเหลือซึ่งกันและกันได้เอง ในขณะที่ทำกิจกรรมการเรียนรู้หากมีปัญหาผู้เรียนสามารถซักถามครูได้เสมอ เมื่อจบการเรียนรู้แต่ละศูนย์แล้ว ผู้เรียนอาจจะสนใจในการเรียนเสริมเพื่อเจาะลึกถึงสิ่งที่เรียนรู้ได้อีก จากศูนย์สำรองที่ครูจัดเตรียมไว้เพื่อเป็นการไม่เสียเวลาที่จะต้องรอคอยบุคคลอื่น

3. ชุดการสอนรายบุคคล เป็นชุดการสอนที่จัดระบบขั้นตอนเพื่อให้ผู้เรียนใช้เรียนด้วยตนเองตามลำดับขั้นความสามารถของแต่ละบุคคลเมื่อศึกษาจบแล้วจะทำการทดสอบประเมินผลความก้าวหน้าและศึกษาชุดต่อไปตามลำดับ เมื่อมีปัญหาผู้เรียนจะปรึกษากันระหว่างผู้เรียนและ ผู้สอน พร้อมทั้งจะให้ความช่วยเหลือทันที ในฐานะผู้ประสานงานหรือผู้ชี้แนะแนวทางการเรียน ชุดการสอนนี้จัดขึ้นเพื่อส่งเสริมศักยภาพการเรียนรู้ของแต่ละบุคคลให้พัฒนาการเรียนรู้ของตนเองไปได้จนถึงขีดความสามารถ โดยไม่ต้องเสียเวลารอคอยผู้อื่นอันเป็นการถูกต้องและยุติธรรมในการจัดการเรียนการสอน ในปัจจุบันนี้ชุดการสอนแบบนี้บางครั้งเราก็เรียกบทเรียนโมดูล (Instructional Module)

ยุพิน พิพิธกุล และ อรพรรณ ดันบรรจง (2531 : 161 - 197) แบ่งประเภทของชุดการสอนออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. ชุดการสอนรายบุคคล เป็นชุดการสอนที่ให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเองในชุดการสอนนี้จะประกอบด้วย บัตรคำสั่ง บัตรกิจกรรมและบัตรเฉลย บัตรเนื้อหา บัตรแบบฝึกหัดหรือบัตรงานพร้อมเฉลย และบัตรทดสอบพร้อมเฉลย ในชุดการสอนนั้นจะมีสื่อการเรียนรู้ไว้พร้อม เพื่อผู้เรียนจะใช้ประกอบในการเรียนเรื่องนั้น ๆ

2. ชุดการสอนสำหรับครู เป็นชุดการสอนที่ครูใช้ ประกอบด้วยตารางคู่มือรายคาบซึ่งนำเนื้อหาในแต่ละบทมาแบ่งเป็นคาบ พร้อมทั้งเขียนรายการสอน วิธีสอนและสื่อการเรียนการสอนไว้อย่างย่อ ๆ และหัวข้อในแต่ละคาบประกอบด้วย จุดประสงค์ เนื้อหา สื่อการเรียนรู้ การสอน กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล แบบฝึกหัดเพิ่มเติม นันทนาการและปัญหาที่ควรเน้น

3. ชุดการสอนแบบผสม เป็นชุดการสอนซึ่งนักเรียนสามารถเรียนด้วยตนเองหรือครูใช้สอนก็ได้ จึงเป็นชุดการสอนที่ประกอบด้วยชุดการสอนรายบุคคลกับชุดการสอนสำหรับครูรวมกัน โดยเน้นกิจกรรมที่ผู้เรียนเรียนด้วยตนเองและกิจกรรมที่ครูสอน ผู้สร้างจะต้องเขียนกิจกรรมเพื่อสนองจุดประสงค์ของชุดการสอนนี้

การแบ่งประเภทของชุดการสอนดังที่กล่าวมาแล้วนั้น บางคนแบ่งออกเป็น 3 ประเภท หรือบางคนแบ่งออกเป็น 4 ประเภท ผู้วิจัยพอจะสรุปได้ว่า ชุดการสอนแต่ละประเภทนั้นจะเป็นตัวกำหนดบทบาทของครูและนักเรียนแตกต่างกัน ดังนั้น รูปแบบการสร้างชุดการสอนของผู้วิจัยจะเป็นลักษณะของชุดการสอนแบบผสม

1.3 หลักการและทฤษฎีที่นำมาใช้ในการสร้างชุดการสอน

การสร้างชุดการสอนอาศัยหลักการและทฤษฎีหลายประการซึ่ง เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต (2528 : 292 - 293) ได้สรุปไว้ดังนี้

1. ความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual Differences) นักการศึกษาได้นำหลักจิตวิทยาในด้านความแตกต่างระหว่างบุคคลมาใช้ เพราะถือว่าการสอนนั้นไม่สามารถปั้น ผู้เรียนให้เป็นแม่พิมพ์เดียวกันได้ในเวลาที่เท่ากัน เพราะผู้เรียนแต่ละคนจะเรียนรู้ตามวิถีทางของเขา และใช้เวลาเรียนในเรื่องหนึ่ง ๆ ที่แตกต่างกันไป ความแตกต่างเหล่านี้มีความแตกต่างในด้านความสามารถ (Ability) สติปัญญา (Intelligence) ความต้องการ (Need) ความสนใจ (Interest) ร่างกาย (Physical) อารมณ์ (Emotion) และสังคม (Social) ด้วยเหตุผลที่คนเรามีความแตกต่างกันดังกล่าว ผู้สร้างชุดการสอนจึงพยายามที่จะหาวิธีการที่เหมาะสมที่สุดในการที่จะทำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างบรรลุผลสำเร็จตามวัตถุประสงค์ที่วางไว้ในชุดนั้น ๆ ซึ่งวิธีที่เหมาะสมที่สุดวิธีหนึ่งก็คือ การจัดการสอนรายบุคคลหรือการจัดการสอนตามเอกัตภาพหรือการศึกษาด้วยตนเอง ซึ่งล้วนแต่เป็นวิธีสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีอิสระในการเรียนตามความแตกต่างของแต่ละคน

2. การนำสื่อประสมมาใช้ (Multi - Media Approach) เป็นการนำเอาสื่อการสอนหลายประเภทมาใช้สัมพันธ์กันอย่างเป็นระบบ ความพยายามอันนี้ก็เพื่อที่จะเปลี่ยนแปลงการเรียนการสอนจากเดิมที่เคยยึดครูเป็นแหล่งความรู้หลัก มาเป็นการจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนเรียนด้วยการใช้แหล่งความรู้จากสื่อประเภทต่าง ๆ

3. ทฤษฎีการเรียนรู้ (Learning Theory) เป็นจิตวิทยาการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้

3.1 เข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตนเอง

3.2 ตรวจสอบผลการเรียนของตนเองว่าถูกหรือผิดได้ทันที

3.3 มีการเสริมแรง คือ ผู้เรียนจะเกิดความภาคภูมิใจ ดีใจที่ตนเองทำได้ถูกต้อง เป็นการให้กำลังใจที่จะเรียนต่อไป ถ้าตนเองทำไม่ถูกต้องจะได้ทราบว่าได้ถูกต้องนั้นคืออะไร จะได้ไตร่ตรองพิจารณาทำให้เกิดความเข้าใจ ซึ่งจะไม่ทำให้เกิดความท้อถอยหรือสิ้นหวังในการเรียน เพราะเขาจะมีโอกาสที่จะสำเร็จได้เหมือนคนอื่นเหมือนกัน

3.4 เรียนไปที่ละขั้น ตามความสามารถและความสนใจของตนเอง

4. การใช้วิธีวิเคราะห์ระบบ (Systems Analysis) เป็นการนำเอาการวิเคราะห์ระบบมาใช้ โดยจัดเนื้อหาวิชาให้สอดคล้องกับสภาพแวดล้อมและวัยของผู้เรียน ทุกสิ่งทุกอย่างที่จัดไว้ในชุดการสอนจะสร้างขึ้นอย่างมีระบบ จะต้องมีการตรวจเช็คทุกขั้นตอนและทุกอย่างจะต้องสัมพันธ์สอดคล้องกันเป็นอย่างดี มีการทดลองปรับปรุงจนมีประสิทธิภาพอยู่ในเกณฑ์มาตรฐานเป็นที่เชื่อถือได้จึงจะนำออกใช้

เคมพ์ และ เดย์ตัน (Kemp and Dayton. 1985 : 13 - 15) ได้เสนอแนวคิดทางทฤษฎีการเรียนรู้ที่เป็นแนวทางในการสร้างชุดการสอนไว้ดังนี้

1. กลุ่มพฤติกรรมนิยม (Behaviorism) เป็นกลุ่มที่ตีความพฤติกรรมของมนุษย์ว่าการเรียนรู้เป็นการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้า และการตอบสนอง เรียกว่าการเรียนรู้แบบ S - R สิ่งเร้าก็คือข่าวสารหรือเนื้อหาวิชาที่ส่งไปให้ผู้เรียนโดยผ่านกระบวนการเรียนการสอน โปรแกรมการเรียนการสอนทั่วไปมักอิงทฤษฎีนี้ โดยจะแตกลำดับขั้นของการเรียนรู้ออกเป็น ขั้นตอนย่อย ๆ และเมื่อผู้เรียนเกิดการตอบสนอง ก็จะสามารถทราบได้ทันทีว่าเกิดการเรียนรู้หรือไม่ ถ้าตอบสนองถูกต้องก็จะมีเสริมแรง โปรแกรมการเรียนการสอนรายบุคคลจะอิงทฤษฎีนี้มาก

2. กลุ่มทฤษฎีการรู้คิด (Cognitive Theory) เป็นกลุ่มที่เน้นกระบวนการ ความรู้ความเข้าใจหรือการรู้คิด อันได้แก่ การรับรู้อย่างมีความหมาย ความเข้าใจ และความสามารถในการจัดกระทำ อันเป็นคุณสมบัติพื้นฐานของพฤติกรรมมนุษย์ ทฤษฎีนี้ถือว่าการเรียนรู้ของมนุษย์ขึ้นอยู่กับคุณภาพของสติปัญญา และความสามารถในการสร้างความสัมพันธ์

3. กลุ่มทฤษฎีสังคมนิยม (Social Learning Theory) เป็นกลุ่มที่เน้นปัจจัยทางบุคลิกภาพและปฏิสัมพันธ์ระหว่างมนุษย์ การเรียนรู้ส่วนใหญ่เกี่ยวข้องกับการกระทำทางสังคมโดยเรียนรู้จากประสบการณ์โดยตรงหรือผ่านสื่อการเรียนการสอน

ทฤษฎีทั้งสามกลุ่มต่างมีจุดเน้นเกี่ยวกับการออกแบบ และการใช้สื่อการเรียนการสอนที่คล้ายคลึงกันสรุปได้ดังนี้

1. ด้านแรงจูงใจ (Motivation) ถ้านักเรียนมีความต้องการความสนใจหรือความปรารถนาที่จะเรียนรู้ ก็จะทำให้การเรียนรู้บรรลุผลสำเร็จ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องสร้างให้ผู้เรียนเกิดความสนใจโดยการเสนอสื่อการเรียนการสอนที่ก่อให้เกิดแรงจูงใจ จัดประสบการณ์หรือกิจกรรมในการเรียนรู้ซึ่งมีความหมายหรือน่าสนใจสำหรับนักเรียน

2. ด้านความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual Differences) ผู้เรียนแต่ละคนต่างมีอัตราการเรียนรู้และวิธีการเรียนรู้ที่แตกต่างกัน ดังนั้นการจัดสื่อการเรียนการสอนจะต้องคำนึงถึงประเด็นนี้ด้วย

3. ด้านจุดประสงค์ของการเรียนรู้ (Learning Objectives) ในการจัดการเรียนการสอน หากผู้เรียนได้ทราบจุดประสงค์ในการเรียนรู้ก็จะทำให้ผู้เรียนมีโอกาสบรรลุจุดประสงค์ได้มากกว่าไม่ทราบ นอกจากนี้จุดประสงค์การเรียนรู้ยังช่วยในการวางแผนการสร้างสื่อการเรียนการสอน คือ ทำให้ทราบว่าควรบรรจุเนื้อหาอะไรในสื่อการเรียนการสอน

4. ด้านการจัดเนื้อหา (Organization of Content) การเรียนรู้จะง่ายขึ้นหากมีการจัดลำดับเนื้อหาสาระในการเรียนรู้เป็นลำดับขั้นและสมเหตุสมผล

5. ด้านการจัดเตรียมการเรียนรู้ที่มีมาก่อน (Prelearning Preparation) ในบางครั้งการเรียนรู้เนื้อหาหนึ่ง ๆ จำเป็นต้องอาศัยประสบการณ์การเรียนรู้ที่มีมาก่อน ดังนั้น ในการสร้างชุดการสอนควรคำนึงถึงธรรมชาติและระดับการเรียนรู้ของแต่ละกลุ่ม เพื่อที่จะจัดเตรียมความพร้อมให้กับกลุ่มผู้เรียน

6. ด้านอารมณ์ (Emotion) การเรียนรู้จะเกี่ยวข้องกับอารมณ์และความรู้สึกของบุคคลพอ ๆ กับความสามารถทางสติปัญญา ดังนั้นในการสร้างชุดการสอนควรตอบสนองอารมณ์ ซึ่งก่อให้เกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้เป็นสำคัญ

7. ด้านการมีส่วนร่วม (Participation) การเรียนรู้จะบังเกิดผลอย่างรวดเร็วและคงทน หากให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งทางสติปัญญาและทางกายภาพ และควรจัดเป็นเวลายาวนานกว่าการเรียนรู้โดยการฟังหรือการดู

8. ด้านการให้ผลย้อนกลับทันที (Feedback) การเรียนรู้จะเพิ่มขึ้นหากนักเรียนได้ทราบความก้าวหน้าในการเรียนของตนเอง ซึ่งเป็นการสร้างแรงจูงใจด้วย

9. ด้านการเสริมแรง (Reinforcement) เมื่อนักเรียนบรรลุผลในการเรียนรู้เนื้อหาสาระใดแล้ว ก็จะถูกกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่องต่อไป ซึ่งการเรียนรู้ก็เป็นรางวัลที่สร้างความเชื่อมั่น และส่งผลให้เกิดพฤติกรรมในทางบวกแก่นักเรียน

10. ด้านการฝึกปฏิบัติ และการทำซ้ำ (Practice and Repetition) บุคคลจะเกิดการเรียนรู้ในเรื่องความรู้และทักษะได้จะต้องอาศัยการฝึกปฏิบัติและการทำซ้ำอยู่เสมอซึ่งจะนำไปสู่ความคงทนในการเรียนรู้

11. ด้านการนำไปประยุกต์ใช้ (Application) ผลลัพธ์ที่พึงปรารถนาของการเรียนก็คือการเพิ่มความสามารถของแต่ละบุคคลในการประยุกต์หรือการถ่ายโยงการเรียนรู้ คือ สามารถนำไปปรับใช้กับปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การสร้างชุดการสอนที่ดีจะต้องสอดคล้องกับความต้องการ ความถนัด และความสนใจของผู้เรียน มีการจัดลำดับเนื้อหาสาระเป็นขั้นตอนย่อย ๆ จากง่ายไปหายาก สื่อการเรียนการสอนที่อยู่ในชุดการสอนจะต้องช่วยสร้างแรงจูงใจในการเรียนและ เสริมแรงให้ผู้เรียนอย่างต่อเนื่อง ไม่เกิดความเบื่อหน่ายหรือท้อใจ ในชุดการสอนจะต้องมีการประเมินผลการเรียนในลักษณะที่เรียนไปสอบไป เพื่อช่วยให้นักเรียนได้ทราบความก้าวหน้าในการเรียนของตนเอง ดังนั้นชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก จะเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผสมผสานทักษะการอ่าน ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ และทักษะต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี โดยให้นักเรียนได้ค้นพบวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง

1.4 องค์ประกอบของชุดการสอน

การสร้างชุดการสอนนั้น ผู้สร้างจะต้องศึกษาองค์ประกอบของชุดการเรียนว่ามีองค์ประกอบหลักอะไรบ้าง เพื่อจะได้นำมากำหนดองค์ประกอบของชุดการสอนที่จะสร้างขึ้น และมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดการสอนไว้ดังนี้

สุมานิน รุ่งเรืองธรรม (2526 : 114 - 115) ได้กล่าวไว้ 7 ประการ คือ

1. หัวเรื่อง เป็นการแบ่งหน่วยงานออกเป็นส่วนย่อยให้ผู้เรียนได้เข้าใจยิ่งขึ้นซึ่งหัวเรื่องนี้ต้องตรงกับความต้องการของผู้เรียนและผู้สอนอีกทั้งมีคุณค่าแก่การเรียนการสอนตามหลักสูตร

2. คู่มือการใช้ชุดการสอน เป็นสิ่งที่จำเป็นมากซึ่งผู้ใช้ชุดการสอนนั้นจะศึกษาจากคู่มือเป็นอันดับแรก ดังนั้นคู่มือการใช้ชุดการสอนจึงประกอบด้วย

2.1 หัวเรื่อง กำหนดเวลาเรียนและจำนวนผู้เรียน

2.2 เนื้อหา สำคัญจากรายละเอียดของเนื้อเรื่องทั้งหมด ควรจะบรรยายเนื้อหาอย่างสั้น ๆ และกว้าง ส่วนรายละเอียดควรนำไปรวมไว้ในเอกสารประกอบการเรียน

2.3 ความคิดรวบยอด (Concept) กล่าวถึงหลักการเรียนรู้ที่มุ่งเน้น

2.4 วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม เป็นวัตถุประสงค์ของการเรียนรู้ที่มุ่งจะให้ผู้เรียนได้รับ

2.5 สื่อการเรียนหรือวัสดุประกอบการเรียน ระบุรายการศึกษาค้นคว้า และผู้สอนจะใช้ประกอบการสอน

2.6 กิจกรรมการเรียน เป็นการกำหนดกิจกรรมการเรียนการสอน และการใช้อุปกรณ์

2.7 การประเมินผล

3. วัสดุประกอบการเรียนหรือสื่อ รายการที่ระบุไว้ในคู่มือ การใช้ชุดการสอนจะต้องมีไว้ในชุดการสอนจริง ๆ และต้องระบุรายการ วัสดุอุปกรณ์ หรือสื่อที่มีอยู่ด้วยหมายเลขให้แน่ชัด

4. การประเมินผล แบบประเมินผลเพื่อดูพฤติกรรมของนักเรียน อาจเป็นลักษณะของแบบทดสอบ หรือการให้แสดงผลงาน ซึ่งจะต้องกำหนดให้ชัดเจนและออกแบบมาให้เข้าใจ

5. สิ่งที่ใช้บรรจุ ขนาดรูปแบบของชุดการสอน ไม่ควรจะให้ใหญ่เกินไป ต้องคำนึงถึงความสะดวกในการขนย้ายและการนำไปใช้

6. กิจกรรมสำรอง ถ้าเป็นชุดการสอนแบบกลุ่มกิจกรรม ควรจะจัดกิจกรรมสำรองไว้สำหรับนักเรียนบางคนที่ทำเสร็จก่อนผู้อื่นได้มีกิจกรรมอย่างอื่นทำ

7. ทดลองใช้เพื่อปรับปรุงแก้ไขก่อนที่จะนำออกใช้ประกอบ

กิดานันท์ มลิทอง (2531 : 181) จัดองค์ประกอบโดยทั่วไปของชุดการสอนไว้สรุปได้ว่าประกอบด้วยสิ่งต่อไปนี้

1. คู่มือสำหรับผู้สอนในการใช้ชุดการสอน และสำหรับผู้เรียนในการใช้ชุดการเรียน

2. คำสั่ง เพื่อกำหนดแนวทางในการสอนหรือการเรียน

3. เนื้อหาสาระบทเรียน จะจัดอยู่ในรูปของสไลด์ ฟลิ้มสตริป เทปบันทึกเสียง วัสดุกราฟิก วิดีทัศน์ หนังสือบทเรียน ฯลฯ

4. กิจกรรมการเรียนรู้ เป็นการให้ผู้เรียนทำรายงาน ทำกิจกรรมที่กำหนดหรือ ค้นคว้า ต่อจากที่เรียนไปแล้วเพื่อความรู้ที่กว้างขวางขึ้น

5. การประเมินผล เป็นแบบทดสอบเกี่ยวกับเนื้อหาบทเรียนนั้น

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2533 : 269 - 269) ได้จัดองค์ประกอบของชุดการเรียนรู้การสอน คณิตศาสตร์ ซึ่งมีลักษณะสอดคล้องกับชุดการสอนทั่วๆ ไปดังนี้

1. คำชี้แจง
2. หลักการและเหตุผล
3. วัตถุประสงค์
4. ความรู้เบื้องต้น
5. การประเมินผลก่อนเรียน
6. มโนคติ
7. ส่วนประกอบของชุดการเรียนรู้การสอน
8. เนื้อหาสาระ
9. ระยะเวลาและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
10. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน
11. เอกสารประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
12. การประเมินผลหลังเรียน

จากการที่มีผู้กำหนดองค์ประกอบของชุดการสอนไว้หลายรูปแบบ ซึ่งมีลักษณะ คล้ายคลึงกัน นักการศึกษาบางท่านได้รวมหัวข้อย่อยไว้ด้วยกัน บางท่านเพิ่มองค์ประกอบบางส่วน เข้าไป สำหรับงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ประยุกต์รูปแบบขององค์ประกอบของชุดการสอนของ สุมานัน รุ่งเรืองธรรม , สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ และ กิดานันท์ มลิทอง โดยมีองค์ประกอบดังนี้

1. คู่มือการใช้ชุดการสอน
2. จุดประสงค์การเรียนรู้
3. เนื้อหาสาระ
4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน
5. สื่อการเรียนรู้การสอน
6. การประเมินผล

1.5 ขั้นตอนในการสร้างชุดการสอน

ก่อนที่ผู้สร้างจะลงมือสร้างชุดการสอน ผู้สร้างจะต้องรู้หลักการสร้างชุดการสอนว่าจะต้องมีการดำเนินการอย่างไร และได้มีนักการศึกษาได้เสนอหลักในการสร้างชุดการสอนไว้ดังนี้

วิชย วงษ์ใหญ่ (2525 : 189 - 192) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดการสอนไว้ 10 ขั้นตอน คือ

1. ศึกษาเนื้อหาสาระของวิชาทั้งหมดอย่างละเอียดว่าสิ่งที่เรานำมาทำเป็น ชุดการสอนนั้น จะมุ่งเน้นให้เกิดหลักการของการเรียนรู้อะไรบ้างให้กับผู้เรียน นำวิชาที่ได้ทำการศึกษาวิเคราะห์แล้วมาแบ่งเป็นหน่วยของการเรียนการสอน ในแต่ละหน่วยนั้นจะมีหัวเรื่องย่อยๆ รวมอยู่อีกที่เราจะต้องศึกษาพิจารณาให้ละเอียดชัดเจนเพื่อไม่ให้เกิดการซ้ำซ้อนในหน่วยอื่น ๆ ซึ่งอาจจะสร้างความสับสนให้กับผู้เรียนได้ และควรคำนึงถึงการแบ่งหน่วยการเรียนการสอนของแต่ละวิชานั้น ควรจะเรียงลำดับขั้นตอนของเนื้อหาสาระให้ถูกต้องว่าอะไรเป็นสิ่งที่จำเป็นที่ผู้เรียนจะต้องเรียนรู้ก่อน อันเป็นพื้นฐานตามขั้นตอนของความรู้และลักษณะธรรมชาติในวิชานั้น
2. เมื่อศึกษาเนื้อหาสาระและแบ่งหน่วยการเรียนการสอนได้แล้ว จะต้องพิจารณาดัดสนใจอีกครั้งหนึ่งว่า จะทำชุดการสอนแบบใดโดยคำนึงถึงข้อกำหนดว่า ผู้เรียนคือใคร (Who is Learner) จะให้อะไรกับผู้เรียน (Give What Condition) จะให้ทำกิจกรรม อย่างไร (Does What Activities) และจะทำได้ดีอย่างไร (How Well Criterion) สิ่งเหล่านี้จะเป็นเกณฑ์ในการกำหนดการเรียนรู้
3. กำหนดหน่วยการเรียนการสอนโดยประมาณเนื้อหาสาระที่เราจะสามารถถ่ายทอดความรู้แก่นักเรียนได้ตามชั่วโมงที่กำหนด โดยคำนึงถึงว่าเป็นหน่วยที่น่าสนใจ น่าเรียนรู้ ให้ความรู้ ชื่นบานแก่ผู้เรียน หาสื่อการเรียนได้ง่าย พยายามศึกษาวิเคราะห์ให้ละเอียดอีกครั้งหนึ่งว่า หน่วยการเรียนการสอนนี้มีหลักการหรือความคิดรวบยอดอะไร และมีหัวข้อเรื่องย่อยๆ อะไรอีกบ้างที่รวมกันอยู่ในหน่วยนี้ แต่ละหัวเรื่องย่อยมีความคิดรวบยอดหรือหลักการย่อยๆ อะไรอีกบ้างที่จะต้องศึกษาพยายามดึงเอาแก่นของหลักการเรียนรู้ออกมาใช้ได้
4. กำหนดความคิดรวบยอด ความคิดรวบยอดที่เรากำหนดขึ้นจะต้องสอดคล้องกันกับหน่วยและหัวเรื่อง โดยสรุปแนวความคิดสาระและหลักเกณฑ์ที่สำคัญเพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกัน เพราะความคิดรวบยอดเป็นเรื่องของความเข้าใจอันเกิดจากประสบการณ์สัมผัสกับสิ่งแวดล้อม เพื่อตีความหมายออกมาเป็นพฤติกรรมทางสมองแล้วนำสิ่งใหม่ไปเชื่อมโยงกันกับประสบการณ์เดิม เกิดเป็นความคิดรวบยอดฝังอยู่ในความทรงจำ มนุษย์ต้องมีประสบการณ์ต่าง ๆ พอสมควรจึงจะสรุปแก่นแท้ของการเรียนรู้เกิดเป็นความคิดรวบยอดได้
5. จุดประสงค์การเรียนรู้ การกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้จะต้องให้สอดคล้องกับความคิดรวบยอด โดยกำหนดเป็นจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งหมายถึงความสามารถของผู้เรียนที่แสดงออกมาให้เห็นได้ภายหลังการเรียนการสอนบทเรียนแต่ละเรื่องจบไปแล้ว โดยผู้สอนสามารถวัดได้ จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมนี้ ถ้าผู้สอนกำหนดหรือระบุให้ชัดเจนมากเท่าใดก็ยิ่งมีทางประสบความสำเร็จในการสอนมากเท่านั้น ดังนั้นจึงควรใช้เวลาตรวจสอบจุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อให้ถูกต้องและครอบคลุมเนื้อหาสาระของการเรียนรู้

6. การวิเคราะห์หงาน คือ การนำจุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อมาทำการวิเคราะห์หงาน เพื่อหากิจกรรมการเรียนรู้การสอน แล้วจัดลำดับกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมถูกต้อง สอดคล้องกับ จุดประสงค์ที่กำหนดไว้แต่ละข้อ

7. เรียงลำดับกิจกรรมการเรียนรู้ ภายหลังจากที่เราำจุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อมา วิเคราะห์หงาน และเรียงลำดับกิจกรรมของแต่ละข้อเพื่อให้เกิดการประสานกลมกลืนของการเรียนการสอน จะต้องนำกิจกรรมการเรียนรู้ของแต่ละข้อที่ทำการวิเคราะห์หงาน และเรียงลำดับกิจกรรมไว้แล้วทั้งหมดนำมาหลอมรวมเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ขั้นที่สมบูรณ์ที่สุด เพื่อไม่ให้เกิดการซ้ำซ้อนในการเรียนโดย คำนึงถึงพฤติกรรมพื้นฐานของผู้เรียน (Entering Behavior) วิธีดำเนินการให้เกิดมีการเรียนการสอน ขึ้น (Instructional Procedures) ตลอดจนการติดตามผล และการประเมินผลพฤติกรรมที่ผู้เรียนแสดง ออกมาเมื่อมีการเรียนการสอนแล้ว (Performance Assessment)

8. สื่อการเรียนรู้ คือ วัสดุอุปกรณ์และกิจกรรมการเรียนรู้ที่ครูและนักเรียนจะต้องกระทำ เพื่อเป็นแนวทางในการเรียนรู้ ซึ่งครูจะต้องจัดทำขึ้นและจัดหาไว้ให้เรียบร้อย ถ้าสื่อการเรียนรู้เป็นของ ที่ใหญ่โตหรือมีคุณค่า ที่จะต้องจัดเตรียมมาก่อนจะต้องเขียนบอกไว้ให้ชัดเจนใน คู่มือครู เกี่ยวกับการ ใช้ชุดการสอนว่าจะไปจัดหาได้ ณ ที่ใด เช่น เครื่องฉายสไลด์ เครื่องบันทึกเสียง และพวกสิ่งที่เก็บไว้ ไม่ได้ทนทานเพราะเกิดการเน่าเสีย เช่น ไขไม้ พืช สัตว์ เป็นต้น

9. การประเมินผล คือ การตรวจสอบดูว่าหลังจากการเรียนการสอนแล้วได้มีการ เปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามที่จุดประสงค์การเรียนรู้กำหนดไว้หรือไม่ การประเมินผลนี้จะใช้วิธีการใด ก็ตามแต่จะต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่เราตั้งไว้ ถ้าการประเมินผลไม่ตรงตามจุดมุ่งหมาย ที่ตั้งไว้เมื่อใด ความยุติธรรมก็จะไม่เกิดขึ้นกับผู้เรียน และไม่ตรงเป้าหมายที่กำหนดไว้ด้วยการเรียนรู้ ในสิ่งนั้นจะไม่เกิดขึ้น ชุดการสอนที่สร้างขึ้นมาก็คือเป็นการเสียเวลาและไม่มีคุณภาพ

10. การทดลองให้ชุดการสอนเพื่อหาประสิทธิภาพ เมื่อพิจารณาถึงรูปแบบของชุดการ สอนว่าจะผลิตออกมาในขนาดเท่าใด และรูปแบบของชุดการสอนจะออกมาเป็นของ แฟ้ม หรือกล่อง สดแล้วแต่ความสะดวกในการใช้ การเก็บรักษาและความสวยงาม การหาประสิทธิภาพของชุดการสอน เพื่อปรับปรุงให้เหมาะสมควรนำไปทดลองใช้กับกลุ่มเล็ก ๆ ดูก่อน เพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องและ แก้ไขปรับปรุงให้ดีแล้วจึงนำไปทดลองใช้กับเด็กทั้งชั้นหรือกลุ่มใหญ่โดยกำหนดขั้นตอนไว้ดังนี้

ก. ชุดการสอนนี้ต้องการความรู้เดิมของผู้เรียนหรือไม่

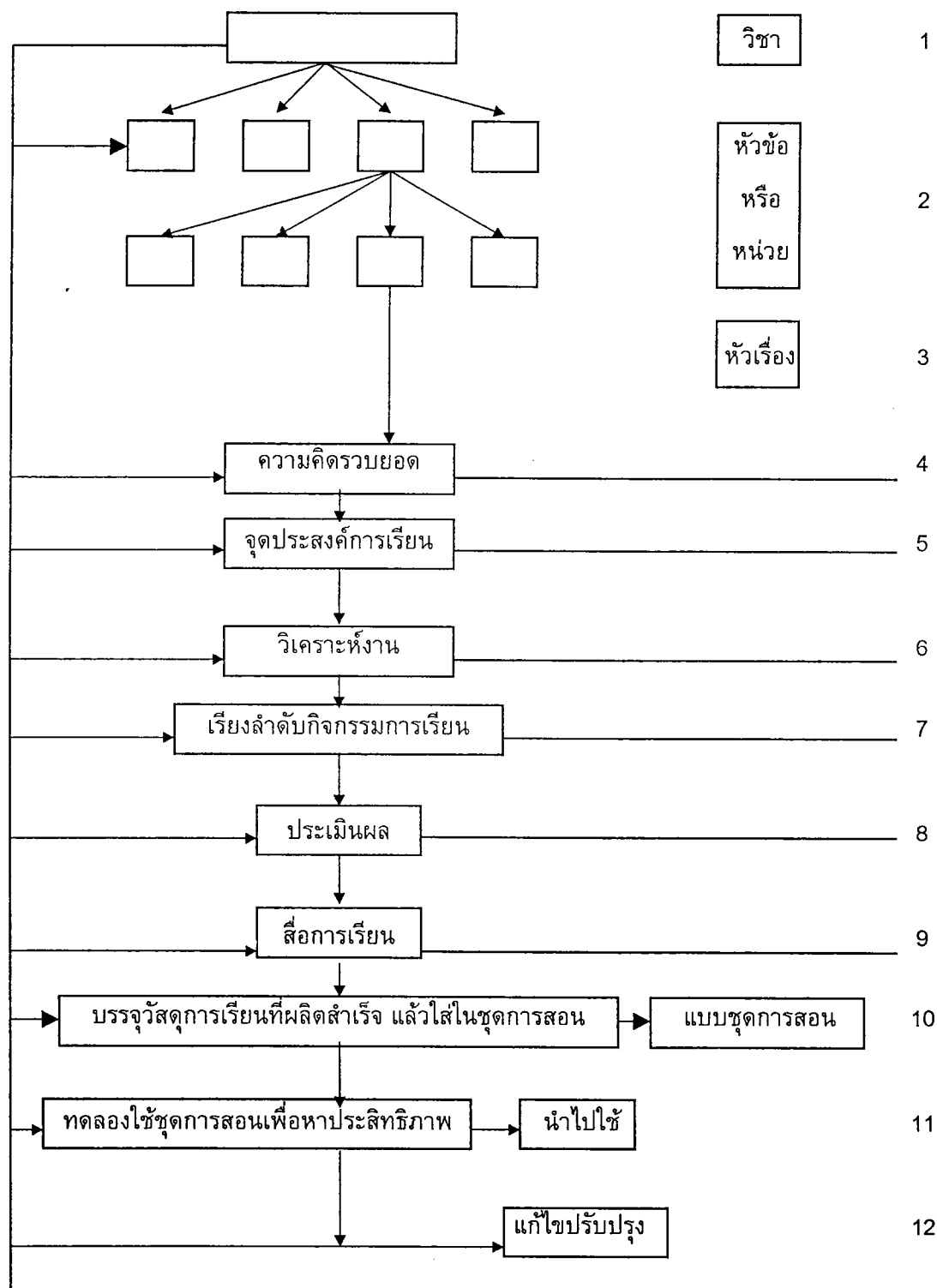
ข. การนำเข้าสู่บทเรียนของชุดการสอนนี้เหมาะสมหรือไม่

ค. การประกอบกิจกรรมการเรียนการสอน มีความสับสนวุ่นวายกับผู้เรียนและ ดำเนินไปตามขั้นตอนที่กำหนดไว้หรือไม่

ง. การสรุปผลการเรียนการสอน เพื่อเป็นแนวทางไปสู่ความคิดรวบยอดหรือหลัก สำคัญของการเรียนรู้ในหน่วยนั้น ๆ ดีหรือไม่ หรือจะต้องตรวจปรับเพิ่มเติมอย่างไร

จ. การประเมินผลหลังการเรียน เพื่อตรวจสอบดูว่าพฤติกรรมการเรียนรู้ที่ เปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นนั้น ให้ความเชื่อมั่นได้มากน้อยแค่ไหนกับผู้เรียน

ขั้นตอนในการสร้างชุดการสอนดังกล่าวแสดงในรูปของแผนภูมิได้ดังนี้



ภาพประกอบ 1 แผนภูมิผลิตชุดการสอน

(วิชัย วงษ์ใหญ่. 2525 : 194)

นอกจากนี้ วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 192) ได้เสนอแนะว่า การใช้ชุดการสอนจะประสบผลสำเร็จก็ต่อเมื่อได้มีการจัดสภาพแวดล้อมของห้องเรียนที่เอื้ออำนวยต่อการเรียนรู้ดังต่อไปนี้คือ

1. ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแท้จริง
2. ให้นักเรียนมีโอกาสร่วมผลการกระทำทันทีจากกิจกรรมการเรียนการสอน
3. มีการเสริมแรงนักเรียนจากประสบการณ์ที่เป็นความสำเร็จอย่างถูกจุดตามขั้นตอนของการเรียนรู้
4. คอยชี้แนะแนวทางตามขั้นตอนในการเรียนรู้ตามที่ครูได้วิเคราะห์ และกำหนดความสามารถพื้นฐานของนักเรียน

ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2526 : 199 – 200) ยังได้กำหนดขั้นตอนในการสร้างชุดการสอนไว้ 10 ขั้นตอนด้วยกัน

1. กำหนดหมวดหมู่เนื้อหาและประสบการณ์ อาจกำหนดเป็นหมวดวิชาหรือบูรณาการเป็นแบบสหวิทยาการตามที่เห็นเหมาะสม
2. กำหนดหน่วยการเรียนรู้ โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็นหน่วยการเรียนรู้ประมาณเนื้อหาวิชาที่จะให้ครูสามารถถ่ายทอดความรู้แก่นักเรียนได้ในหนึ่งสัปดาห์หรือสอนได้หน่วยละครึ่ง
3. กำหนดหัวเรื่อง ผู้สอนจะต้องถามตัวเองว่าในการสอนแต่ละหน่วยควรให้ประสบการณ์อะไรแก่ผู้เรียนบ้างแล้วกำหนดหัวข้อเรื่องออกเป็นหน่วยเรียนย่อย
4. กำหนดหลักการและมโนคติ หลักการและมโนคติที่กำหนดขึ้นจะต้องสอดคล้องกับหน่วยและหัวเรื่อง โดยสรุปรวมแนวความคิด สาร และหลักเกณฑ์ที่สำคัญไว้เพื่อเป็นแนวทางจัดเนื้อหาการสอนให้สอดคล้องกัน
5. กำหนดวัตถุประสงค์ให้สอดคล้องกับหัวเรื่อง โดยเขียนเป็นจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องมีเกณฑ์การเปลี่ยนพฤติกรรมไว้ทุกครั้ง
6. กำหนดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งจะเป็นแนวทางการเลือกและการผลิตสื่อการสอน “กิจกรรมการเรียนรู้” หมายถึงกิจกรรมทุกอย่างที่ผู้เรียนปฏิบัติ เช่น การอ่านบัตรคำสั่ง ตอบคำถาม เขียนภาพ ทำการทดลองทางวิทยาศาสตร์ การเล่นเกม เป็นต้น
7. กำหนดแบบประเมินผล ต้องประเมินผลผู้เรียนให้ตรงกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม โดยใช้แบบทดสอบอิงเกณฑ์ (Criterion Test) เพื่อให้ผู้สอนทราบว่า หลังจากการเรียนรู้จากชุดการสอนแบบศูนย์การเรียนรู้แล้ว ผู้เรียนได้เปลี่ยนพฤติกรรมการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่
8. เลือกและผลิตสื่อการสอน วัสดุอุปกรณ์และวิธีการที่ครูใช้ ถือเป็นสื่อการสอนทั้งสิ้น เมื่อผลิตสื่อการสอนของแต่ละหัวเรื่องแล้ว ก็จัดสื่อการสอนเหล่านั้นไว้เป็นหมวดหมู่ในกล่องที่เตรียมไว้เพื่อนำไปทดลองหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์มาตรฐานที่ตั้งไว้ ส่วนมากจะกำหนดเกณฑ์ไว้ไม่ต่ำกว่า 80/80
9. หาประสิทธิภาพของชุดการสอน เพื่อเป็นการประกันว่า ชุดการสอนที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพในการสอน ผู้สร้างจำเป็นต้องกำหนดเกณฑ์ขึ้นโดยคำนึงหลักการที่ว่า การเรียนรู้เป็นกระบวนการเพื่อช่วยให้การเปลี่ยนพฤติกรรมของผู้เรียนบรรลุผล

10. การใช้ชุดการสอน เป็นขั้นการนำชุดการสอนไปใช้ซึ่งจะต้องมีการตรวจสอบและปรับปรุงอยู่ตลอดเวลา

วิทเทค และซุลเลอร์ (เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต. 2528 : 293 – 294 ; อ้างอิงจาก Wittech and Schuller. 1973 : 636 – 640) ได้เสนอขั้นตอนในการพัฒนาชุดการสอนออกเป็น 9 ขั้น โดยแบ่งออกเป็น 3 ระยะ คือ

1. ระยะแรก : เป็นระยะกำหนดซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้น คือ

1.1 กำหนดปัญหา เป็นการวิเคราะห์ความต้องการอย่างเด่นชัด

1.2 วิเคราะห์สภาพแวดล้อมที่เป็นอยู่ขณะนั้น

1.3 จัดระเบียบการจัดการ เป็นการกำหนดบทบาทของบุคคลต่างๆ ว่าใครจะทำ

อะไร

2. ระยะที่ 2 : เป็นระยะการพัฒนา จะดำเนินการดังนี้

2.1 กำหนดวัตถุประสงค์ (Objectives)

2.2 กำหนดวิธีการ (Methods)

2.3 สร้างแบบ คือ ประกอบแบบชุดการสอนทุกส่วน

3. ระยะที่ 3 : เป็นระยะการประเมิน จะดำเนินการดังนี้

3.1 ทดสอบแบบ คือ นำชุดการสอนไปทดลอง

3.2 วิเคราะห์ผลการทดสอบ

3.3 นำไปใช้หรือพัฒนาปรับปรุงต่อไป

ฉลองชัย สุรวัฒนบุรณ (2528 : 190 – 200) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดการสอน หรือสื่อการสอนประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 3 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นวางแผนดำเนินงาน (Planning)

2. ขั้นดำเนินการผลิต (Production Process)

3. ขั้นทดสอบประเมินผล (Developmental Testing)

1. ขั้นวางแผนดำเนินงาน (Planning) มีขั้นตอนดังนี้

1.1 ศึกษาเนื้อหาสาระของวิชาทั้งหมดอย่างละเอียดว่าสิ่งที่เรานำมาทำเป็นชุดการสอนนั้น จะมุ่งเน้นให้เกิดหลักการของการเรียนรู้อะไรบ้าง นำเนื้อหาสาระวิชาที่ได้ทำการศึกษาวิเคราะห์แล้วมาแบ่งเป็นหน่วยเรียน ในแต่ละหน่วยนั้นประกอบด้วยหัวเรื่องย่อย ๆ ซึ่งเราต้องศึกษาพิจารณาให้ละเอียดชัดเจนเพื่อไม่ให้เกิดการซ้ำซ้อนในหน่วยอื่นๆ อันจะสร้างความสับสนให้กับผู้เรียนได้และควรคำนึงถึงการแบ่งหน่วยเรียนของแต่ละวิชานั้นควรเรียงลำดับขั้นตอนของเนื้อหาสาระให้ถูกต้องว่าอะไรเป็นสิ่งที่จำเป็นที่ผู้เรียนจะต้องเรียนรู้ก่อน อันเป็นพื้นฐานตามขั้นตอนของความรู้และลักษณะธรรมชาติในวิชานั้น

1.2 เมื่อศึกษาเนื้อหาสาระและแบ่งหน่วยการเรียนได้แล้วจะต้องพิจารณาตัดสินใจอีกครั้งหนึ่งว่า จะทำชุดการสอนแบบใดโดยคำนึงถึงข้อกำหนดว่าผู้เรียนคือใคร จะให้อะไรกับผู้เรียนจะทำกิจกรรมอย่างไร สิ่งเหล่านี้จะเป็นเกณฑ์ในการกำหนดการเรียน

1.3 การกำหนดหน่วยการเรียนรู้ โดยประมาณเนื้อหาสาระที่เราจะสามารถถ่ายทอดความรู้แก่นักเรียนได้ตามชั่วโมงที่กำหนด โดยคำนึงถึงว่าเป็นหน่วยที่น่าสนใจน่าเรียนรู้ให้ความรู้ความเข้าใจแก่ผู้เรียน หาสื่อการเรียนรู้ได้ง่าย

1.4 การกำหนดมโนคติ มโนคติที่เรากำหนดขึ้นจะต้องสอดคล้องกับหน่วยการเรียนรู้และหัวข้อ โดยสรุปแนวคิดสาระและหลักเกณฑ์ที่สำคัญเพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกัน

1.5 การกำหนดจุดประสงค์ของการเรียนรู้จะต้องให้สอดคล้องกับมโนคติ โดยกำหนดเป็นจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งหมายถึงความสามารถของผู้เรียนที่แสดงออกมาให้เห็นได้ภายหลังจากการเรียนการสอนบทเรียนแต่ละเรื่องจบไปแล้วโดยผู้สอนสามารถวัดได้ จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนี้ถ้าผู้สอนกำหนดหรือระบุให้ชัดเจนมากเท่าใด ก็ยิ่งทำให้ประสบความสำเร็จในการสอนมากเท่านั้น ดังนั้นจึงควรใช้เวลาตรวจสอบจุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อให้ถูกต้องและครอบคลุมเนื้อหาสาระของการเรียนรู้

1.6 นำจุดประสงค์ของการเรียนรู้แต่ละข้อมาหา กิจกรรมการเรียนการสอนแล้ว จัดลำดับกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมถูกต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์ที่กำหนดไว้แต่ละข้อ

1.7 เรียงลำดับกิจกรรมของแต่ละข้อเพื่อให้เกิดการประสานกลมกลืนกับการเรียนการสอนและนำมาหลอมเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ขั้นที่สมบูรณ์ที่สุด

1.8 สื่อการสอน คือวัสดุอุปกรณ์และกิจกรรมการเรียนรู้ที่ครูและนักเรียนจะต้องกระทำ เพื่อเป็นแนวทางในการเรียนรู้ ซึ่งครูจะต้องจัดทำและจัดหาไว้ให้เรียบร้อย

1.9 การประเมินผล คือการตรวจสอบดูว่าหลังการเรียนการสอนแล้วได้มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม ตามที่จุดประสงค์ของการเรียนรู้กำหนดไว้หรือไม่ การประเมินผลนี้จะใช้วิธีใดก็ตาม แต่จะต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์ของการเรียนรู้ที่เราตั้งไว้ ถ้าการประเมินผลไม่ตรงตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้เมื่อใด ความยุติธรรมก็จะไม่เกิดขึ้นกับผู้เรียน และไม่ตรงเป้าหมายที่กำหนดไว้ การเรียนรู้สิ่งนั้นจะไม่เกิดขึ้น ชุดการสอนที่สร้างขึ้นมาก็ไม่มีคุณภาพ

1.10 การทดลองสื่อการสอน การทดลองมี 3 ชั้น คือ การทดลองรายบุคคล การทดลองเป็นกลุ่ม การทดลองเป็นห้องเรียนจริง หรือการทดลองภาคสนามตามลำดับ เพื่อหาประสิทธิภาพของชุดการสอน โดยนำไปทดลองใช้กับกลุ่มเล็ก ๆ ดูก่อน แล้วตรวจสอบหาข้อบกพร่องและปรับปรุงแก้ไขอย่างดี จึงนำไปทดลองใช้กับผู้เรียนทั้งชั้นหรือกลุ่มใหญ่

2. ขั้นตอนการผลิต (Production Process)

เป็นขั้นตอนการผลิตตามที่ได้วางแผนในขั้นที่ 1 โดยผู้ผลิตควรตรวจสอบความสอดคล้องของทุกขั้นตอน และควรควบคุมระยะเวลาในการผลิตให้เป็นไปตามแผนที่วางไว้

3. ขั้นตอนทดสอบประเมินผล (Developmental Testing) หรือเพื่อการพัฒนาเมื่อผลิตชุดการสอนแล้ว จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องนำไปทดสอบหาประสิทธิภาพ เพื่อเป็นหลักประกันว่าชุดการสอนนั้น มีคุณค่าที่จะนำไปสอน ในการทดสอบนี้อาศัยการทดลองโดยมีลำดับขั้นดังต่อไปนี้ (ฉลองชัย สุรวัฒนบูรณ์. 2528 : 214 – 215)

1. ทดลองกับผู้เรียนเป็นรายบุคคล (1:1) คือ การทดลองใช้กับผู้เรียน 1 คน ซึ่งมีระดับความรู้ความสามารถปานกลาง คำนวณหาประสิทธิภาพของสื่อ แล้วปรับปรุงให้ดีขึ้น
2. ทดลองกับผู้เรียนเป็นกลุ่ม (1:10) เป็นการทดลองกับผู้เรียน 6 -10 คน ทั้งเรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อน คำนวณหาประสิทธิภาพของสื่อแล้วปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้น
3. ทดลองภาคสนาม (1:100) เป็นการทดลองกับนักเรียนทั้งชั้น 40 – 100 คน คำนวณหาประสิทธิภาพของสื่อแล้วปรับปรุงแก้ไข ผลลัพธ์ที่ได้ ควรใกล้เคียงกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ต่ำกว่าเกณฑ์ได้ไม่เกิน 2.5 %

ดังนั้น ในการหาประสิทธิภาพของชุดการสอนจำเป็นจะต้องมีเกณฑ์ในการประเมินประสิทธิภาพ ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้เลือกใช้เกณฑ์ E_1/E_2 ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหา ประสิทธิภาพของชุดการสอนเนื่องจากเป็นวิธีการที่สามารถชี้วัดประสิทธิภาพได้ทั้งภาพรวมในลักษณะกว้าง และวัดส่วนย่อยเป็นรายจุดประสงค์ทำให้ได้ผลการวัดที่ชัดเจน นำข้อมูลที่ได้มาเป็นเครื่องตัดสินใจได้ โดยไม่ต้องใช้วิธีการอื่น มาประกอบให้เกิดการซ้ำซ้อนอีก

เกณฑ์ที่ใช้คือ E_1 / E_2 อาจเท่ากับ 80/80 หรือ 90/90 หรืออื่น ๆ อีกก็ได้ แต่ถ้ากำหนดเกณฑ์ไว้ต่ำเกินไป อาจทำให้ผู้ใช้บทเรียนไม่เชื่อถือในคุณภาพของบทเรียน การหาค่า E_1 และ E_2 ใช้วิธีการคำนวณหาค่าร้อยละ โดยใช้สูตรต่อไปนี้

$$E_1 = \frac{(\sum X/N)}{A} \times 100$$

โดยที่ E_1 คือ ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดการสอนคิดเป็นร้อยละจากการทำแบบฝึกหัดและหรือประกอบด้วยกิจกรรมการเรียนระหว่างเรียน

$\sum X$ คือ คะแนนจากการทำแบบฝึกหัดและหรือการประกอบกิจกรรมการเรียนระหว่างเรียน

A คือ คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดและหรือกิจกรรมการเรียน

N คือ จำนวนผู้เรียน

$$E_2 = \frac{(\sum F/N)}{B} \times 100$$

โดยที่ E_2 คือ ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนในตัวผู้เรียน หลังจากการเรียนรู้ด้วยชุดการสอน) คิดเป็นอัตราจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนและหรือประกอบกิจกรรมหลังเรียน

$\sum F$ คือ คะแนนรวมของผู้เรียนจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนและหรือการประกอบกิจกรรมหลังเรียน

B คือ คะแนนเต็มของการสอบหลังเรียนและหรือหลังกิจกรรมหลังเรียน

N คือ จำนวนผู้เรียน

(เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต. 2528 : 295)

เกณฑ์ประสิทธิภาพของชุดการสอนที่ผลิตได้นั้น กำหนดได้ 3 ระดับ (ฉลองชัย สุรวัฒนบุรณ. 2528 : 215) คือ

1. สูงกว่าเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของชุดการสอนสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้มีค่าเกิน 2.5 % ขึ้นไป
2. เท่ากับเกณฑ์เมื่อประสิทธิภาพของชุดการสอนเท่ากับหรือสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ไม่เกิน 2.5 %
3. ต่ำกว่าเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของชุดการสอนต่ำกว่าเกณฑ์ แต่ไม่ต่ำกว่า 2.5 % ถือว่ายังมีประสิทธิภาพที่ยอมรับได้

จากการศึกษามาข้างต้นในการพัฒนาชุดการสอนครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงได้แนวทางดำเนินการพัฒนาชุดการสอนตามลำดับขั้นตอนดังนี้

1. วิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานเพื่อนำไปใช้ในการผลิตชุดการสอน
2. ผลิตชุดการสอนโดยยึดหลักการดังนี้

2.1 การกำหนดชุดการสอน ซึ่งชุดการสอนจะเรียงลำดับจากง่ายไปหายาก ไม่มีความซ้ำซ้อนในการเรียนชุดการสอนแต่ละชุด

2.2 การกำหนดมโนคติ เป็นการสรุปรวมแนวความคิด โดยให้ตรงกับหัวเรื่องที่นำมาสอน เพื่อเป็นแนวทางในการจัดเนื้อหาสาระมาสอนให้สอดคล้อง

2.3 การกำหนดจุดประสงค์ ในลักษณะสอดคล้องกับมโนคติ โดยเขียนเป็นจุดประสงค์การเรียนรู้ประจำหน่วย เพื่อใช้ตรวจสอบความรู้ระหว่างเรียนเพื่อใช้วัดพฤติกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มตัวอย่างหลังการเรียนรู้ชุดการสอนทั้งหมด

2.4 การกำหนดกิจกรรมการเรียนรู้ ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละหน่วยโดยผู้วิจัยนำจุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อมาวิเคราะห์ เพื่อกำหนดเป็นกิจกรรมให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติตามความเหมาะสม

2.5 การกำหนดแบบประเมินผล มีการประเมินผลที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

2.6 การเลือกสื่อการเรียน การพิจารณาว่าจะเลือกสื่อการเรียนชนิดใดนั้นต้องคำนึงถึงจุดประสงค์การเรียนรู้และกิจกรรมการเรียนประกอบกัน

3. การทดลองเพื่อหาข้อบกพร่องและหาประสิทธิภาพของชุดการสอน เพื่อเป็นการตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องและประกันว่า ชุดการสอนที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพในการสอน

1.6 ประโยชน์ของชุดการสอน

การใช้ชุดการสอนสำหรับการเรียนการสอนนั้น มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงประโยชน์ของชุดการสอนไว้ดังนี้

ลัดดา สุขปรีดี (2523 : 31) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของชุดการสอน ไว้ดังนี้

1. ชุดการสอนช่วยลดภาระของผู้สอน เมื่อมีชุดการสอนสำเร็จแล้วผู้สอนจะดำเนินการสอนตามคำแนะนำที่มีไว้ให้พร้อม ผู้สอนไม่จำเป็นต้องเสียเวลาทำสื่อการสอนใหม่ ทำให้ครูมีเวลาเตรียมการสอน ทดลองศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมในเนื้อหาตามชุดการสอนกำหนด ทำให้ครูมีประสบการณ์กว้างขวาง ซึ่งมีผลต่อประสิทธิภาพการสอนของครู

2. ทำให้ผู้เรียนได้รับความรู้ในแนวคิดเดียวกัน ครูผู้สอนแต่ละคนย่อมมีความรู้ ความสามารถในการถ่ายทอดความรู้แตกต่างกันในเรื่องเดียวกัน เด็กนักเรียนอาจได้รับความรู้ และรายละเอียดต่าง ๆ เป็นคนละแนวไม่เท่ากัน ชุดการสอนมีจุดมุ่งหมายชัดเจนที่เป็นพฤติกรรม (Behavioral Objective) มีข้อแนะนำกิจกรรมการใช้สื่อการสอน และข้อสอบประเมินผลพฤติกรรมของผู้เรียนไว้อย่างพร้อมมูล

3. ชุดการสอนช่วยให้เกิดประสิทธิภาพในการสอนอย่างเชื่อถือได้ เพราะชุดการสอนผลิตขึ้นด้วยวิธีการเข้าสู่ระบบ (Systems Approach) โดยกลุ่มผู้เชี่ยวชาญหลายด้าน เช่น ผู้เชี่ยวชาญเฉพาะวิชานั้น ๆ นักโสตทัศนศึกษา นักจิตวิทยา ครู ผู้เชี่ยวชาญทางด้านวัดผล ผู้เรียน ผู้ปกครองร่วมกันผลิตชุดการสอน โดยมีการทดลองใช้และปรับปรุงจนแน่ใจว่าได้ผลดีหลายครั้งในสถานการณ์ที่กำหนดไว้ จึงจะนำออกมาใช้ทั่วๆ ไป เพื่อให้แน่ใจว่าครูจะได้ชุดการสอนในการสอนอย่างมีประสิทธิภาพ

สันทัต ภิบาลสุข และพิมพ์ใจ ภิบาลสุข (2525 : 199) ได้สรุปเกี่ยวกับประโยชน์ของชุดการสอนในการนำไปใช้ทางการศึกษาไว้ดังนี้

1. ช่วยเร้าความสนใจของผู้เรียนต่อสิ่งที่กำลังศึกษาอยู่ เพราะชุดการสอนจะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนของตนมากที่สุด

2. ผู้เรียนเป็นผู้กระทำกิจกรรมการเรียนด้วยตนเองและเรียนได้ตามความสามารถ ความสนใจ หรือความต้องการของตนเอง

3. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็น ฝึกการตัดสินใจ แสวงหาความรู้ด้วยตนเอง และมีความรับผิดชอบต่อตนเองและสังคม

4. ช่วยให้ผู้เรียนจำนวนมากได้รับความรู้แนวเดียวกัน

5. ทำให้การเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นอิสระจากอารมณ์ของครู ชุติการสอนสามารถทำให้ผู้เรียนเรียนได้ตลอดไม่ว่าผู้สอนจะมีสภาพหรือความคับข้องทางอารมณ์มากน้อยเพียงใด

6. ช่วยให้การเรียนเป็นอิสระจากบุคลิกภาพของครู เนื่องจากชุติการสอนช่วยถ่ายทอดเนื้อหาได้ ดังนั้นครูที่พูดไม่เก่งก็สามารถสอนให้มีประสิทธิภาพได้

7. ช่วยให้ผู้รู้วัดผลผู้เรียนได้ตรงตามความมุ่งหมาย

8. ช่วยลดภาระและช่วยสร้างความพร้อม และความมั่นใจให้แก่ครู เพราะชุติการสอนผลิตไว้เป็นหมวดหมู่ สามารถนำไปใช้ได้ทันที

9. ช่วยขจัดปัญหาการขาดแคลนครูผู้ชำนาญ เพราะชุติการสอนช่วยให้ผู้เรียนเรียนได้ด้วยตนเอง หรือต้องการความช่วยเหลือจากครูเพียงเล็กน้อย

10. ช่วยสร้างเสริมการเรียนแบบต่อเนื่อง หรือการศึกษานอกระบบ เพราะชุติการสอนสามารถนำไปสอนผู้เรียนได้ทุกสถานที่และทุกเวลา

11. แก้ปัญหาความแตกต่างระหว่างบุคคล เพราะชุติการสอนสามารถทำให้ผู้เรียนเรียนได้ตามความสามารถ ความถนัด และความสนใจตามเวลาและโอกาสที่เอื้ออำนวยแก่ผู้เรียนซึ่งแตกต่างกัน

12. เป็นประโยชน์สำหรับการเรียนการสอนแบบศูนย์การเรียน

ประหยัด จิระพงศ์ (2529 : 246) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของชุติการสอนไว้ดังนี้

1. ช่วยให้ผู้สอนและผู้เรียนมีความมั่นใจในการดำเนินการเรียนการสอน เพราะลดเวลาในการเตรียมล่วงหน้า

2. ช่วยแก้ปัญหาในการขาดแคลนครู

3. สามารถถ่ายทอดประสบการณ์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

4. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนศึกษาด้วยตนเอง และมีส่วนร่วมในกิจกรรมอย่างแท้จริงจากชุติการสอนรายบุคคลและชุติการสอนแบบกลุ่มกิจกรรม

5. ช่วยสนับสนุนการจัดการศึกษานอกระบบ เพราะชุติการสอนเอื้อต่อการใช้ทั้งในแง่เวลาและสถานที่

6. สิ่งอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้มีมากที่บูรณาการเป็นอย่างดี จึงทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ดังนั้น ชุติการสอนจึงมีประโยชน์อยู่หลายประการ ซึ่งผู้วิจัยพอสรุปได้ดังนี้

1. ช่วยให้การเรียนการสอนเกิดประสิทธิภาพมากขึ้น สามารถถ่ายทอดเนื้อหาที่มีลักษณะสลับซับซ้อน และมีความเป็นนามธรรมสูง ให้เป็นรูปธรรมมากขึ้น

2. ช่วยลดปัญหาการขาดแคลนครู เพราะชุติการสอน ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตัวเองและต้องการความช่วยเหลือจากครูเพียงเล็กน้อย

3. ทำให้ลดภาระของผู้สอน เพราะการเรียนการสอนจะเป็นไปตามลำดับขั้นที่บอกไว้ ผู้สอนสามารถนำไปใช้ได้ทันที ทำให้มีเวลาในการค้นคว้าสิ่งใหม่ๆ เพิ่มขึ้น

4. ลดความแตกต่างระหว่างประสิทธิภาพการสอน ของผู้สอนแต่ละคน ที่มีพื้นความรู้หรือวิธีการสอนที่ต่างกันได้ ให้เทียบเท่าหรือใกล้เคียงกัน ซึ่งจะส่งผลดีต่อผู้เรียน

5. มีจุดประสงค์บอกไว้ชัดเจน ทำให้มีการเรียนการสอนครบตามหลักสูตรที่วางไว้ ผู้เรียนสามารถกำหนดเป้าหมายในบทเรียนได้ ช่วยให้ครูสามารถวัดผลผู้เรียนได้ตามความมุ่งหมาย
6. มีกิจกรรมการเรียนการสอน ตลอดจนข้อแนะนำในการทำกิจกรรม พร้อมทั้งอุปกรณ์ครบถ้วน ทำให้ผู้เรียนมีความคิดสร้างสรรค์ และเคารพความคิดเห็นของผู้อื่น ฝึกความมีมนุษยสัมพันธ์ที่ดีกับสมาชิกภายในกลุ่มได้
7. ชุดการสอนช่วยสร้างเสริมและจูงใจให้เกิดการเรียนรู้แบบต่อเนื่อง
8. ลดปัญหาความแตกต่างระหว่างบุคคลของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี เพราะชุดการสอนจะมีการประเมินผลตัวเองอยู่ตลอดเวลา ทำให้ผู้เรียนพยายามปรับปรุงตัวเองขึ้นเรื่อย ๆ จนสามารถเรียนได้ด้วยตัวเอง เป็นการส่งเสริมการเรียนรู้แบบรายบุคคล

1.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการสอน

งานวิจัยต่างประเทศ

บรูซ (Bruce. 1972 : 429 - A) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีสอนโดยใช้ชุดการเรียน การสอนกับการสอนแบบธรรมดาที่มหาวิทยาลัยไอโอวา ผลการวิจัยปรากฏว่า การสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนได้ผลดีกว่าการสอนแบบธรรมดา ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของอาร์มสตรอง (Armstrong. 1972 : 5669 - A) ซึ่งได้ทำการวิจัยศึกษาเปรียบเทียบผลการเรียนรู้ภาษาฝรั่งเศสของผู้เริ่มเรียนในระดับวิทยาลัยด้วยการสอนวิธีบรรยาย และเรียนจากชุดการเรียนการสอนรายบุคคลชนิดสื่อประสม (Multi - Media Self Instruction Package) ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนจากชุดการเรียนการสอนมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนด้วยวิธีการสอนแบบบรรยาย อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บรอว์เลย์ (Brawley. 1975 : 4280 - A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนแบบสื่อประสม (Multi - Media Instruction Module) เพื่อสอนเรื่องการบอกเวลาสำหรับเด็กเรียนช้า ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .01

พาค (Parke. 1980 : 1377-A) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นอนุบาลและประถมศึกษาปีที่ 1 และ 2 จำนวน 66 คน ซึ่งเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง โดยใช้ชุดการสอน ผลการวิจัยปรากฏว่าชุดการสอนทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น ทั้งยังเป็นการสะดวกและประหยัดเวลาในการสอนนอกจากนี้ยังสามารถใช้ชุดการสอนในการสอนซ่อมเสริมหรือฝึกทักษะนักเรียนได้อีกด้วย

แอนเดอร์สัน (Anderson. 1982 : 4795A) ได้สร้างชุดการสอนด้วยตนเองเพื่อหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาสังคมศึกษาในระดับเตรียมประถมศึกษา โดยใช้ชุดการสอนด้วยตนเองกับการสอนแบบบรรยาย ผลการวิจัยพบว่า มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ จากกลุ่มที่สอนโดยใช้ชุดการสอนด้วยตนเองและการสอนแบบบรรยายทั้งในด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน การวางแผนการสอน แต่ไม่มีความแตกต่างกันด้านทัศนคติที่มีต่อวิชาสังคมศึกษาและครูฝึกสอน โดยชอบชุดการสอนด้วยตนเอง

วีวาส (Vivas. 1985 : 603) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการออกแบบพัฒนาและประเมินค่าของการรับรู้ทางความคิดของนักเรียนเกรด 1 ในประเทศเวเนซุเอล่า โดยใช้ชุดการสอนจากการศึกษาเกี่ยวกับความเข้าใจในการพัฒนาทักษะทั้ง 5 ด้าน คือ ด้านความคิด ด้านความพร้อมในการเรียน ด้านความคิดสร้างสรรค์ ด้านเชาวน์ปัญญาและด้านการปรับตัวทางสังคม กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 1 จากโรงเรียนเรนีส์กัวเนียร์ เขตรัฐมิลินด้า ประเทศเวเนซุเอล่า จำนวน 214 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 3 ห้องเรียน จำนวน 114 คน ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอน กลุ่มควบคุม 3 ห้องเรียน จำนวน 100 คน ได้รับการสอนปกติ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนมีความสามารถเพิ่มขึ้นในด้านความคิด ด้านความพร้อมในการเรียน ด้านความคิดสร้างสรรค์ ด้านเชาวน์ปัญญา และด้านการปรับตัวทางสังคม หลังจากได้รับการสอนด้วยชุดการสอนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

วิลสัน (Wilson. 1989 : 416) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการวิเคราะห์ผลการใช้ชุดการสอนของครู เพื่อแก้ปัญหาในการเรียนของเด็กเรียนช้าด้านคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวก การลบ ผลการวิจัยพบว่า ครูผู้สอนยอมรับว่าการใช้ชุดการสอนมีผลดีมากกว่าการสอนตามปกติ อันเป็นวิธีการหนึ่งที่จะช่วยให้ครูสามารถแก้ปัญหการสอนที่อยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์สำหรับเด็กเรียนช้า

งานวิจัยในประเทศ

นนทยา จิตภิรมย์ (2532 : 47 - 50) ได้ทำการศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนที่ใช้สอนเรื่องพหุนามในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 80 คน ซึ่งแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 40 คน และกลุ่มควบคุม 40 คน นักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า ประสิทธิภาพทางการเรียนเรื่องพหุนามของนักเรียนในกลุ่มทดลองกับนักเรียนในกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2533 : 181 - 182) ได้ทำการวิจัยพัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ในสภาพรวมชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ คือ สอดคล้องกับเกณฑ์พัฒนาการของผู้เรียนและนักเรียนที่ผ่านการฝึกด้วยชุดการเรียนการสอนนี้มีความคงทนในการเรียนรู้ ส่วนชุดการเรียนการสอนย่อยทั้ง 3 ชุด ต่างมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด

วาทีณี ธีระตระกูล (2534 : 79) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในการสอนซ่อมเสริมจุดบกพร่องเรื่องเวลาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมกับการสอนซ่อมเสริมตามปกติพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง เวลาด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมกับกลุ่มทดลองและวิธีการสอนซ่อมเสริมตามปกติกับกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อิทธิพงษ์ ดุสิตพันธ์ (2538 : 76 - 83) ได้ทำการวิจัย การสร้างชุดการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่าชุดการสอนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ นักเรียนที่เรียนด้วยชุดการเรียนการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นุชลดา ส่องแสง (2540 : 73) ได้ทำการวิจัย การสร้างชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ ในระดับประถมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่าชุดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวกับชุดการสอน ผู้วิจัยพบว่า ในการเรียนการสอนสาขาวิชา ต่าง ๆ ทั้งในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา ได้มีการนำชุดการสอนที่พัฒนาขึ้นมาไปใช้โดยมีการหาประสิทธิภาพของชุดการสอนสองแนวทางดังนี้

1. เมื่อใช้กลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียว
2. เมื่อใช้กลุ่มตัวอย่างสองกลุ่ม คือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมเปรียบเทียบกัน

ผลการวิจัยส่วนใหญ่พบว่าชุดการสอนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้และการใช้ชุดการสอนจะทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

นอกจากนี้ ยังพบว่า สาขาวิชาต่าง ๆ ส่วนใหญ่ที่กล่าวถึงได้ใช้กระบวนการสร้างชุดการสอนในลักษณะเดียวกัน ทำให้ผู้วิจัยได้กรอบแนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนและกระบวนการในการสร้างชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบอีวริสติกของผู้วิจัยให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบอีวริสติก

2.1 ความหมายของปัญหาและการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ปัญหาคืออะไร

พจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน (2525 : 520) กล่าวว่า “ปัญหา หมายถึง ข้อสงสัย”

บรูคเนอร์ (Bruckner. 1957 : 301) กล่าวว่า “ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่นักเรียนไม่สามารถตอบได้ทันทีโดยวิธีที่เคยชิน และสิ่งที่เป็นปัญหาของนักเรียนเมื่อเวลานี้อาจจะไม่ใช่ปัญหาในวันนี้ก็ได้”

แอนเดอร์สัน และพิงกรี (Anderson and Pingry. 1973 : 228) กล่าวว่า “ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบผู้ตอบจะต้องมีวิธีการที่เหมาะสม ใช้ความรู้ ประสบการณ์และการตัดสินใจ”

อดัมส์ เอลลิสและบีสัน (Adams, Ellis and Beeson. 1977 : 173 – 174) ได้ให้ความหมายของปัญหาว่า คือ สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาต้องค้นหาวินัยการใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหา นั่นคือ การได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา จะได้จากการพิจารณาว่าจะต้องทำอะไร

เลสเตอร์ (Lester. 1978 : 231) ได้ให้นิยามของปัญหาว่า “ปัญหาเป็นสภาพซึ่งแต่ละบุคคลหรือกลุ่มได้กระทำงานอย่างหนึ่ง ซึ่งไม่มีวิธีการง่าย ๆ ที่จะนำมากำหนดวิธีแก้ปัญหานั้น

ปัญหา (Problem) คืออะไร เซินเฟลด์ (Schoenfeld. 1989 : 83 – 103) ได้ให้คำจำกัดความคำว่า “ปัญหาคณิตศาสตร์ แก่นักเรียนว่าเป็นชิ้นงาน (Task)” ซึ่งมีลักษณะดังนี้

- เป็นสิ่งที่นักเรียนให้ความสนใจและประสงค์จะหาข้อยุติ และ
- เป็นสิ่งที่นักเรียนยังไม่มีวิธีทางสำเร็จรูปที่จะได้ข้อยุติหรือแก้หาคำตอบได้

จากความหมายดังกล่าวทำให้คำถามหรือโจทย์ปัญหาในตำราเรียนคณิตศาสตร์ถูกจัดเป็นเพียงแบบฝึกหัด (Exercises) เท่านั้นมิใช่ปัญหา (Problem) ทั้งนี้เพราะส่วนใหญ่แล้วคำถามท้ายบทในตำราเรียนมุ่งให้เด็กได้ฝึกฝนและสามารถหาคำตอบได้ โดยการใช้วิธีการที่ครูสอนหรือสาธิตในบทเรียนนั้นๆ โดยตรง ส่วนกิจกรรมที่จะจัดว่าเป็นกิจกรรมแก้ปัญหาในคณิตศาสตร์ได้นั้นควรประกอบด้วยการแก้ปัญหาขั้นธรรมดาในตำรามาตรฐาน การแก้ปัญหาชนิดเหนือธรรมดา ปัญหาปริศนา (Puzzles) การประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับปัญหาที่จัดว่าเป็นปัญหาในชีวิตประจำวัน รวมทั้งการสร้างและทดสอบสมมติฐานหรือ “ข้อความที่อาจเป็นทฤษฎี”(Conjectures) ที่อาจนำไปสู่สาขาวิชาใหม่

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ สถานการณ์หรือคำถามที่จะต้องหาวิธีการหาคำตอบ ซึ่งการหาคำตอบนั้นผู้ตอบจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ เพื่อหาวิธีการที่เหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหาให้สำเร็จ

การแก้ปัญหา (Problem Solving) คืออะไร

เลสเตอร์ (Lester. 1977 : 12) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์ทั้งหลาย

เบลล์ (Bell. 1978 : 311) ได้ให้ข้อคิดเห็นว่า การแก้ปัญหามีความสำคัญและเหมาะสมที่จะใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพราะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ และเป็นเครื่องช่วยให้ประยุกต์ศักยภาพเหล่านั้นไปสู่สถานการณ์ใหม่ การแก้ปัญหาช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนคติ และหลักการต่างๆ โดยการแสดงการประยุกต์ใช้ในคณิตศาสตร์เอง และที่สัมพันธ์กับสาขาอื่นๆ

เพอดิคาริส (Perdikaris. 1993 : 423) ยังได้กล่าวถึงการแก้ปัญหาว่า เป็นการเตรียมการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ ที่จะนำไปสู่แนวคิดใหม่ เป็นการกระตุ้นการเรียนรู้และการสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน ความสำเร็จในการแก้ปัญหจะทำให้เกิดการพัฒนาคูณลักษณะที่ต้องการแก่นักเรียน เช่น ความใฝ่รู้ ความอยากรู้อยากเห็น

คำว่า การแก้ปัญหา อาจมีความหมายได้หลายอย่างทั้งนี้ขึ้นอยู่กับบุคคลและกาลเวลา บรันคา (Branca. 1980 : 3 – 8) ตีความหมายของการแก้ปัญหาได้ 3 ประการ ได้แก่

1. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Problem Solving as a Goal)

ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นเหตุผลหนึ่งที่สำคัญต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นในการแก้ปัญหาจึงเป็นอิสระจากคำถามหรือปัญหาเฉพาะเจาะจงใดๆ หรือวิธีการและเนื้อหาสาระใดๆ

2. การแก้ปัญหาในฐานะเป็นกระบวนการ (Problem Solving as a Process)

สิ่งที่ถือว่าสำคัญเมื่อการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการคือ วิธีการ ยุทธวิธีหรือเทคนิคเฉพาะต่างๆ ที่นักเรียนจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาแบบต่างๆ กระบวนการแก้ปัญหาเหล่านี้จึงเป็นสาระสำคัญและเป็นเป้าหมายหลักของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นทักษะพื้นฐาน (Problem Solving as a Basic Skill)

เมื่อการแก้ปัญหาถูกจัดเป็นทักษะพื้นฐานการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงให้ความสำคัญกับลักษณะเฉพาะของโจทย์ปัญหา แบบของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหาต่างๆ ที่ควรใช้ จุดเน้นอยู่ที่สาระสำคัญของการแก้ปัญหาที่ทุกคนต้องเรียนรู้ และการเลือกปัญหาและเทคนิควิธีการ แก้ปัญหาเหล่านั้น

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาเป็นความเกี่ยวข้องระหว่างประสบการณ์เดิม ความรู้ ความเข้าใจ และการดำเนินการที่ใช้ข้อมูลที่กำหนด แล้วสังเคราะห์เป็นข้อค้นพบที่เป็นคำตอบของปัญหา การแก้ปัญหามุ่งหมายถึง กระบวนการทั้งหมดในการแก้ปัญหา ไม่ใช่แค่ผลลัพธ์สุดท้าย

2.2 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

จากความหมายของปัญหาข้างต้น ได้มีผู้แบ่งปัญหาออกเป็นประเภทต่างๆ ดังนี้ ชาลส์และเลสเตอร์ (Charles and Lester. 1982 : 6 – 10) ได้พิจารณาจำแนกประเภทของปัญหา และเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหาแต่ละประเภทดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill Exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธี และการคำนวณเบื้องต้น

2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple Translation Problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาลำดับขั้นตอนเดียวมุ่งให้เข้าใจโมติทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดคำนวณ

3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Complex Translation Problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มีสองขั้นตอนหรือมากกว่าสองขั้นตอน หรือมากกว่าสองการดำเนินการ

4 ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อนไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อยๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาเป็นการพัฒนายุทธวิธีต่างๆ เพื่อความเข้าใจ วางแผนการแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ

5. ปัญหาประยุกต์ (Applied Problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การจัดกระทำ การรวบรวม และการแทนข้อมูล และต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลในเชิงปริมาณ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ทักษะ กระบวนการ มโนคติ และข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ ในสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

6. ปัญหาปริศนา (Puzzle Problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มองได้หลายมุมมอง

โพลยา (Polya. 1985 : 123 –128) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problems to Find) เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problems to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุปหรือสิ่งที่ต้องพิสูจน์

บิทเทอร์ ฮาร์ทฟิลด์ และเอดเวิร์ดส์ (Bitter, Hartfield and Edwards. 1989 : 37) ได้แบ่งปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ โดยพิจารณาตามลักษณะของปัญหา คือ

1. ปัญหาปลายเปิด (Open – Ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) เป็นปัญหาที่จะได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลากหลายวิธี

3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided Discovery) เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มีคำชี้แนะ (Clues) และคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจไม่ต้องค้นหาหรือไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

เรย์ ซูยแดม และลินด์ควิสต์ (Reys, Suydam and Lindquist. 1992 : 29) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา คือ

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problems) เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา
2. ปัญหาแปลกใหม่ (Nonroutine Problems) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหามustประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

คณะอนุกรรมการพัฒนาการเรียนการสอนและผลิตภัณฑุประกอบการสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 140) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 5 ประเภท คือ

1. ปัญหาเป็นการค้นหาข้อความจริงหรือข้อสรุปใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยรู้มาก่อน
2. ปัญหาซึ่งมาจากการอภิปราย ในชั้นเกี่ยวกับเนื้อหา
3. ปัญหาที่เกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ทฤษฎีบท หรือข้อสรุปที่มีผู้อื่นตั้งไว้
4. ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัย นิยาม ทฤษฎีบทต่างๆ มาใช้
5. ปัญหาที่ไม่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ แต่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาใช้ในการแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 62 – 63) กล่าวถึงการแบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1. การแบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาทำให้สามารถแบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

- 1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ จำนวน หรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

- 1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ

2. การแบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหาทำให้สามารถแบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

- 2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

- 2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามustประมวลความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

จะเห็นได้ว่าปัญหาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา มี 2 ลักษณะ คือ ปัญหาธรรมดาที่พบในหนังสือเรียนและหนังสือทั่วไป และปัญหาแปลกใหม่ ซึ่งเป็นปัญหาที่เน้นกระบวนการคิด และปริศนาต่าง ๆ ปัญหาทั้งสองนี้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมักมีปัญหาก็แก้ปัญหาได้ยาก

2.3 องค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ทบวงมหาวิทยาลัย (2524 : 141) กล่าวไว้ สรุปได้ว่า นักเรียนควรได้รับการฝึกให้มีความรู้ความสามารถขั้นพื้นฐาน และมีเจตคติที่ดีในการแก้ปัญหา ซึ่งประกอบด้วย

1. มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา มีความเข้าใจ มีความคิดรวบยอดและทักษะที่เกี่ยวข้องกับปัญหา
2. มีความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ และการขยายความ
3. มีความสามารถในการแปลงข้อความเป็นสัญลักษณ์หรือแผนภาพ
4. มีความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลที่มีอยู่และหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับประสบการณ์เดิม
5. มีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน วิเคราะห์หารูปแบบ และหาข้อสรุป
6. มีความใฝ่ใจใคร่รู้ มีความกระตือรือร้น อยากรู้ อยากเห็น
7. มีศรัทธา มีกำลังใจ และมีความอดทนในการคิดแก้ปัญหา

โพลยา (Polya. 1957 : 225) ได้กล่าวถึง สิ่งที่สัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นสิ่งที่มีส่วนช่วยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ คือความรู้สึกรู้สึกเกี่ยวกับความเป็นไปได้ของปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบ และกลวิธีต่างๆ เช่น การลองผิดลองถูก เป็นต้น

ไคลด์ (Clyde. 1967 : 112) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ดังนี้

1. วุฒิภาวะและประสบการณ์จะช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาได้ดีขึ้น
2. ความสามารถในการอ่าน
3. สติปัญญา

จอห์นสัน และไรซิง (Johnson and Rising. 1967 : 169) ได้กล่าวว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการทางสมองที่ซับซ้อน ซึ่งประกอบด้วย

- การมองเห็นภาพ (Visualizing) ซึ่งหมายถึงว่า ผู้ที่จะแก้ไขจะมองทะลุและกว้างไกลมองเห็นแนวทางที่จะคิดแก้ปัญหา
- การสร้างจินตนาการ (Imagining) ในการคิดแก้ปัญหานั้นจะต้องรู้จักจินตนาการว่าควรเป็นอย่างไรเพื่อเป็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหา
- การจัดทำอย่างมีทักษะ (Manipulating) เมื่อมองเห็นแนวทางแล้วก็ลงมือทำอย่างมีระบบ มีขั้นตอน มีความชำนาญ
- การวิเคราะห์ (Analyzing) จะต้องรู้จักวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่กระทำนั้น
- การสรุป (Abstracting) เมื่อลงมือกระทำจนมองเห็นรูปแบบแล้วก็สามารถสรุปได้
- การโยงความคิด (Associating Ideas) การสัมพันธ์ความคิดเป็นเรื่องจำเป็นอย่างยิ่งในการแก้ปัญหา โจทย์ถามถึงเรื่องอะไร ก็สามารถที่จะสัมพันธ์ถึงเรื่องต่อไป และมองเห็นแนวทางได้

ออซูเบล (Ausubel. 1968 : 538) กล่าวว่า “ในการแก้ปัญหาโดยทั่วไปนั้นต้องใช้ องค์ประกอบหลายอย่าง เช่น สถิติปัญญา และองค์ประกอบทางการคิด เช่น ความยืดหยุ่นทางการคิด การรวบรวมความคิด ความตั้งใจ”

ไฮเมอร์ และ ทربولด์ (Heimer และ Trublood. 1977 : 32) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่มี อิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. เทคนิคการรู้คำศัพท์
2. ทักษะการคิดคำนวณ
3. การจำแนกข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง
4. การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล
5. การคะเนคำตอบ
6. การเลือกใช้วิธีการจัดกระทำกับข้อมูลอย่างถูกต้อง
7. ความสามารถในการหาข้อมูลเพิ่มเติม
8. การแปลความหมายของโจทย์

ซาลิวสกี (Zalewski. 1978 : 2804 - A) ได้ศึกษาองค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ พบว่า มีองค์ประกอบดังนี้

1. ความสามารถในการเข้าใจสัญลักษณ์
2. ความสามารถในการจัดกระทำ
3. ความเข้าใจความหมายของคำศัพท์ และการตีความหมายของกราฟและตาราง
4. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
5. ทักษะในการคิดคำนวณ

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มี

7 ประการ คือ

1. ความรู้ ความสามารถในการเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการอ่าน การแปลความ และการตีความหมาย
3. ความสามารถในการวิเคราะห์ และแยกแยะหาความสัมพันธ์
4. ความสามารถในการคำนวณ
5. การมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
6. สถิติปัญญาและวุฒิภาวะ
7. ความใฝ่ใจใคร่รู้ มีความกระตือรือร้น อยากรู้ อยากเห็น

2.4 ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

กองวิจัยทางการศึกษา (2532 : 35) กล่าวไว้สรุปได้ว่ากระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ความสามารถในการเข้าใจโจทย์ ความสามารถในการหาวิธีการได้ถูกต้องความสามารถในการคิดคำนวณ และความสามารถในการหาคำตอบได้ถูกต้อง

บาร์เน็ต (Barnett. 1975) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหามีการพัฒนาได้โดยการเรียนการสอนเกี่ยวกับภาษา (Linguistic) การคิดคำนวณ (Computation) การดำเนินการ (Operation) และกระบวนการปฏิบัติ (procedural) โดยตรง

กาเย่ (Gagne'. 1985 : 186 - 187) กล่าวถึงสาระสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. ทักษะทางปัญญา (Intellectual Skills) หมายถึง ความสามารถในการนำ กฎ สูตร ความคิดรวบยอดและ/หรือหลักการทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่าง เหมาะสม ทักษะทางปัญญาคือเป็นความรู้ที่ผู้เรียนเคยเรียนรู้มาก่อน

2. ลักษณะของปัญหา (Problem Schemata) หมายถึง ข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับสิ่งที่กำหนดให้ได้ ข้อมูลเหล่านี้ได้แก่ คำศัพท์ และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ

3. การวางแผนหาคำตอบ (Planning Strategies) หมายถึง ความสามารถในการตรวจย้อนเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาตลอดกระบวนการ

จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่าความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นความสามารถทางสมองในการคิด นักเรียนจะต้องมีทักษะทางปัญญา มีความสามารถในการจัดระเบียบข้อมูลในสมองเพื่อใช้ในการทำความเข้าใจปัญหา มีกลวิธีในการคิดเพื่อการวางแผนหาคำตอบ และต้องมีความสามารถในการตรวจย้อนอีกด้วย การพัฒนาสมรรถภาพในการแก้ปัญหาก็ต้องพัฒนาความสามารถต่าง ๆ ได้แก่ ความสามารถในการอ่านและทำความเข้าใจปัญหา ความสามารถในการคิดคำนวณ ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา และความสามารถในการตรวจสอบคำตอบ ความสามารถเหล่านี้สามารถพัฒนาได้โดยการสอนโดยตรง

2.5 ขั้นตอนและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ในการแก้ปัญหาโพลยา (Polya. 1957 : XVI – XVII) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) นั่นคือ เข้าใจว่าอะไรคือสิ่งที่ไม่รู้ อะไรคือข้อมูล โจทย์กำหนดเงื่อนไขอะไรบ้าง และเพียงพอที่จะแก้ปัญหาหรือไม่ หากเกิดความกำกวม ลึกถล้นหรือขัดแย้ง ควรใช้การวาดรูป และแยกสภาพการณ์หรือเงื่อนไขออกเป็นส่วนๆ โดยการเขียนลงบนกระดาษ จะทำให้เข้าใจโจทย์ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) เป็นขั้นที่ค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ไม่รู้ ถ้าหากไม่สามารถหาความเชื่อมโยงได้ ก็ควรอาศัยหลักการวางแผนในการแก้ปัญหาดังนี้

2.1 เป็นโจทย์ปัญหาที่เคยประสบมาก่อนหรือไม่ หรือมีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่

2.2 รู้จักโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับโจทย์ที่จะแก้หรือไม่เพียงใด และรู้จักทฤษฎีที่จะใช้แก้หรือไม่

2.3 พิจารณาสິงที่ไม่รู้ในโจทย์และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกัน และพิจารณาว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหาคือเคยพบ มาใช้กับโจทย์ปัญหาที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่

2.4 ควรอ่านโจทย์ปัญหาอีกครั้ง และวิเคราะห์เพื่อดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบมาหรือไม่

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) เป็นขั้นของการปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ และต้องตรวจสอบแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล (Looking Back) เป็นการตรวจสอบผลที่ได้ในแต่ละขั้นตอนว่าถูกต้องหรือไม่ หรืออาจตรวจสอบโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาวិธีอื่นๆ แล้วตรวจสอบ ผลลัพธ์ที่ได้ว่าตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณคำตอบอย่างคร่าวๆ

ในขั้นการตรวจสอบ นอกจากจะเป็นการตรวจสอบผลที่ได้ว่าถูกต้อง เหมาะสมแล้วอาจปรับเปลี่ยนเงื่อนไขบางประการแล้วหาข้อสรุปและสรุปผลการแก้ปัญหาในรูปทั่วไปด้วย

ครูลิก (Kruulik. 1977 : 649 – 652) ได้เสนอลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าควรประกอบด้วย ขั้นตอนต่อไปนี้

1. อ่านโจทย์และทำความเข้าใจโจทย์ว่าโจทย์ถามอะไร ต้องการอะไร มีข้อมูลอะไรที่โจทย์บอก แล้วเริ่มเขียนรูปแบบ (model) หรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

2. หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์บอกกับข้อมูลที่โจทย์ถามด้วยการคิดย้อนกลับแล้วเริ่มตั้งสมมติฐานหลายๆ ข้อเพื่อหาทางทดสอบสมมติฐาน

3. หาวิธีการที่ถูกต้องเพื่อทดสอบสมมติฐาน

4. ตรวจสอบผลลัพธ์ว่าสิ่งที่ค้นพบนั้นเป็นการตอบปัญหาที่ถูกต้องเพียงใด

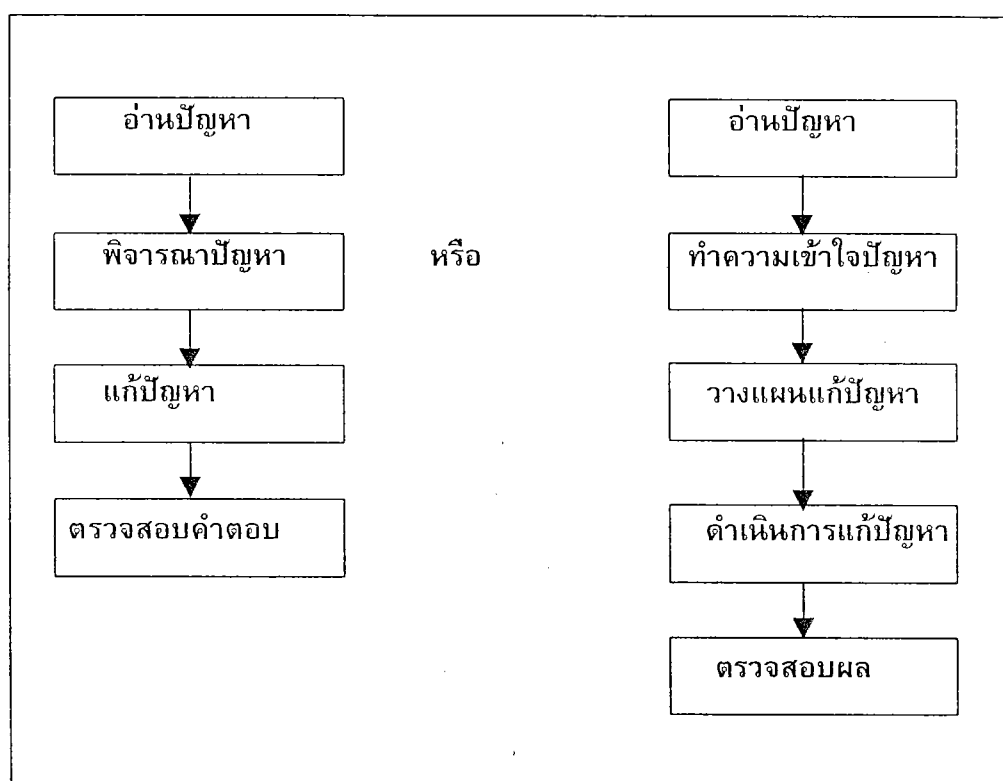
เบลล์ (Bell. 1978 : 312) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. นำเสนอปัญหาในรูปทั่วไป
2. เสนอปัญหาในรูปที่สามารถดำเนินการได้
3. ตั้งสมมติฐานและเลือกวิธีดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา
4. ตรวจสอบสมมติฐานและดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบหรือชุดของคำตอบที่เป็นไปได้
5. วิเคราะห์และประเมินคำตอบ รวมถึงวิธีซึ่งนำไปสู่การค้นพบยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

เป็นไปได้

แก้ปัญหา

วิลสัน เฟอร์นันเดซ และ ฮาดาเวย์ (Wilson, Fernandez, and Hadaway. 1993 : 60 – 62) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหาโดยทั่วไปว่า มักนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นขั้นๆ ในลักษณะที่เป็นกรอบการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง ดังนี้

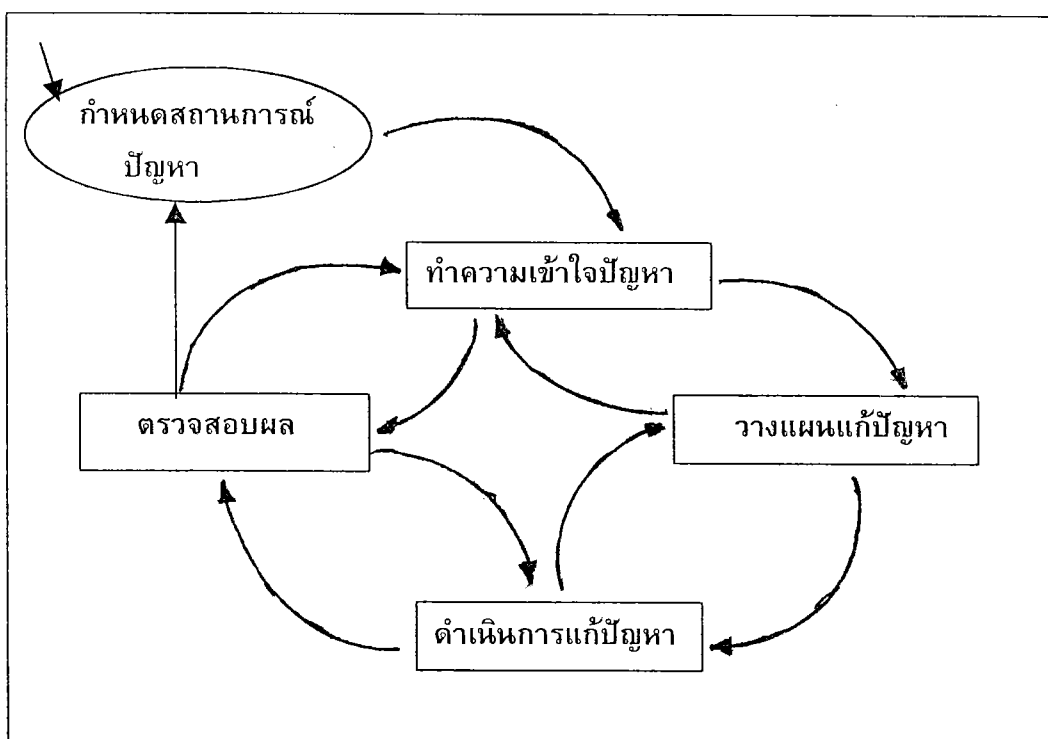


ภาพประกอบ 2 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง
(Wilson, Fernandez and Hadaway. 1993 : 61)

รูปแบบดังกล่าวเป็นเสมือนชุดของขั้นตอนการแก้ปัญหาซึ่งต้องดำเนินการตามขั้นตอนเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง จะเห็นว่าการดำเนินการในลักษณะแนวตรงเช่นนี้ทำให้ขาดการสืบสวนในการแก้ปัญหา ขาดการช่วยเหลือตนเอง ขาดการวางระบบความคิดและการวัดผลตนเอง (self – assessment) ซึ่งรูปแบบเช่นนี้ วิลสัน, เฟร์นันเดซ และ ฮาดาเวย์ (Wilson, Fernandez and Hadaway. 1993 : 60 – 62) มองว่ามีข้อบกพร่อง ดังนี้

1. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการในแนวตรงเสมอ
2. การแก้ปัญหาเป็นดังเช่นชุดของขั้นตอน
3. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ต้องจำ ต้องฝึกและต้องกระทำซ้ำๆ
4. เป็นการเน้นการได้มาเพียงคำตอบ

จากข้อบกพร่องข้างต้น วิลสัน เฟร์นันเดซ และ ฮาดาเวย์ (Wilson, Fernandez and Hadaway. 1993 : 60 – 62) ได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา โดยเสนอเป็นกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต (dynamic) และเป็นวงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ดังแผนภาพต่อไปนี้

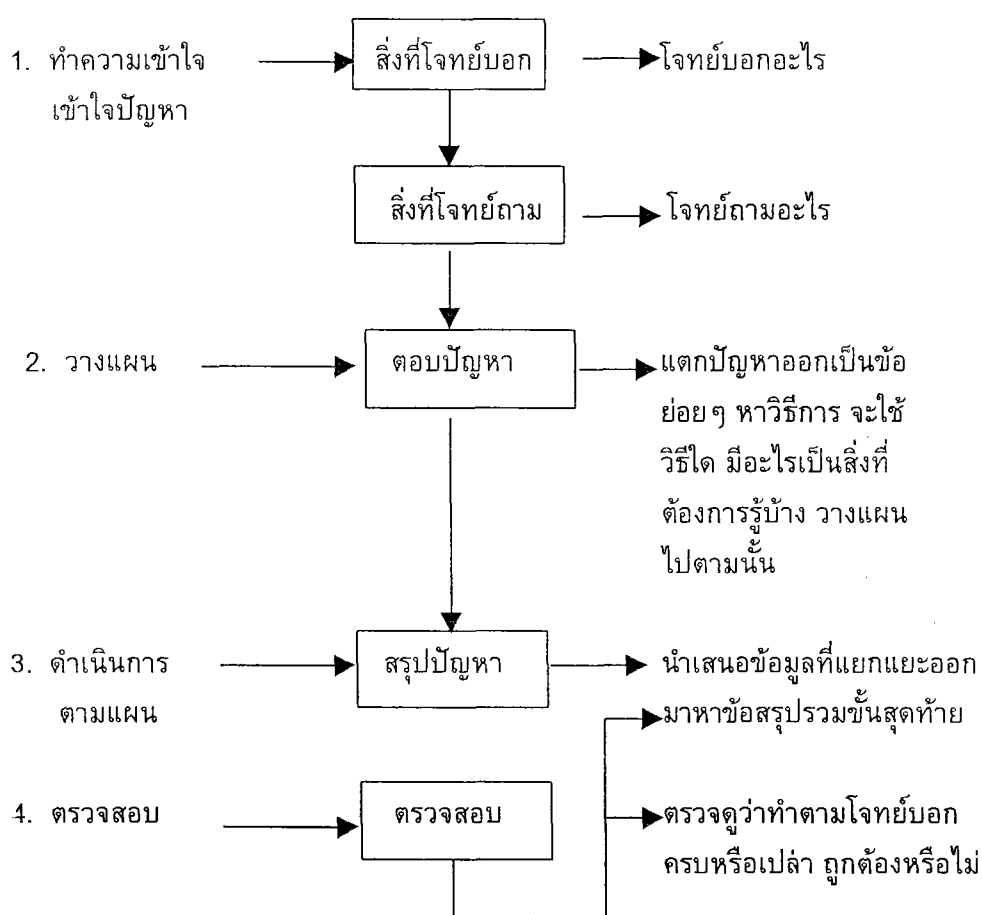


ภาพประกอบ 3 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต

(Wilson, Fernandez and Hadaway. 1993 : 62)

ลูกศรเป็นการแสดงการพิจารณาตัดสินใจที่เป็นการเคลื่อนการทำงาน จากขั้นตอนหนึ่ง ไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรืออาจจะพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนเดิมหากมีปัญหาหรือข้อสงสัยจะเห็นว่า กระบวนการไม่จำเป็นต้องเป็นแนวตรงดังรูปแบบเดิม เช่น เมื่อนักเรียนทำการแก้ปัญหาในขั้นตอนแรก คือ ทำความเข้าใจปัญหา แล้วเคลื่อนไปสู่ขั้นการวางแผน ระหว่างการดำเนินการนั้น นักเรียน อาจค้นพบสิ่งที่ทำให้เข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้แต่ไม่สามารถดำเนินการได้ นักเรียนอาจจะกลับไปเริ่มวางแผนใหม่ หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ ซึ่งการดำเนินการดังกล่าวเป็นการดำเนินการที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา โดยไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นใหม่ในขั้นทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป

ยุพิน พิพิธกุล (2536 : 72) ได้เสนอแผนผังแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาไว้ดังนี้



ภาพประกอบ 4 แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา

(ยุพิน พิพิธกุล. 2536 : 72)

ไว้ดังนี้

ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ (2542 : 35 – 36) ได้สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาของ โพลยา

ขั้นที่ 1

ต้องเข้าใจปัญหา

ทำความเข้าใจปัญหา

ต้องการหาอะไร มีข้อมูลอะไร และมีเงื่อนไขอะไร

บ้าง เป็นไปได้หรือไม่ที่จะทำตามเงื่อนไข เงื่อนไขนั้น
เพียงพอที่จะนำมาพิจารณาสิ่งที่ต้องการหรือไม่ หรือว่าไม่
เพียงพอ ซ้ำซาก หรือขัดแย้งกัน

วาดรูป ตั้งข้อสังเกตที่เห็นสมควร

แยกเงื่อนไขออกเป็นข้อย่อยๆ ท่านเขียนออกมาได้บ้าง
หรือไม่

ขั้นที่ 2

หาความสัมพันธ์ระหว่าง
ข้อมูลที่กำหนด และสิ่งที่
ต้องหาอาจจะลองปัญหาที่
คล้ายๆ กันถ้ายังหาความ
สัมพันธ์ไม่พบ ทำยที่สุด
ควรหาแผนที่จะแก้ปัญหา

คิดวางแผน

ท่านเคยเห็นปัญหานี้หรือไม่ หรือท่านเคยเห็นปัญหาที่
เหมือนๆ กับปัญหานี้ แต่มีข้อแตกต่างกันเล็กน้อย

ท่านรู้จักปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหานี้หรือไม่ ท่านรู้จัก
ทฤษฎีที่อาจจะนำมาใช้เป็นประโยชน์บ้างหรือไม่

จงมองดูสิ่งที่ต้องการหา และพยายามคิดถึงปัญหาที่เคย
ทำมาแล้วที่มีสิ่งที่ต้องการหาที่เหมือนกันหรือคล้ายกันนี้คือ
ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหาของท่าน และท่านเคยแก้ได้
แล้ว ท่านจะเชื่อมั่นได้หรือไม่ ท่านจะใช้ผลของมันได้บ้าง
หรือไม่ ท่านจะใช้วิธีการของมันได้ไหม

ท่านควรจะนำส่วนต่างๆ สรรองมาใช้เป็นประโยชน์ได้บ้าง
ไหม

ท่านเขียนโจทย์ใหม่ได้ไหม ท่านจะเขียนใหม่โดยที่ให้
แตกต่างกันได้หรือไม่

กลับไปดูนิยาม

ถ้าท่านไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ลองแก้ปัญหาที่มีความ
เกี่ยวข้องกันดูก่อน

ท่านนึกถึงปัญหาที่เกี่ยวข้องที่ง่ายๆ ได้ไหม ปัญหาทั่วๆ
ไปละ ปัญหาพิเศษ ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน ท่านแก้ปัญหาได้
บางตอนไหม มันเปลี่ยนไปอย่างไร ท่านสรุปอะไรที่เป็น
ประโยชน์จากสิ่งที่กำหนดได้บ้าง ท่านคิดถึงข้อมูลที่
เหมาะสมอื่นๆ ที่จะนำมาหาสิ่งที่ต้องหาได้บ้างหรือไม่
ท่านสามารถเปลี่ยนสิ่งที่ต้องการหา ข้อมูล หรือทั้งสอง
อย่างถ้าจำเป็นได้ไหม เพื่อว่าสิ่งที่ต้องหาใหม่ หรือข้อมูล
ใหม่จะได้ใกล้เคียงกันมากขึ้น ท่านได้ใช้ข้อมูลหมดหรือไม่
ท่านใช้เงื่อนไขทั้งหมดไหม ท่านได้นำข้อสังเกตที่จำเป็นที่
เกี่ยวข้องกับโจทย์มาพิจารณาหรือไม่

ขั้นที่ 3 ท่าน ดำเนินไปตามแผนของ	ดำเนินไปตามแผน ทำตามแผนแก้ปัญหาของท่าน ตรวจสอบแต่ละขั้น ท่านเห็นชัดเจนหรือไม่ว่าขั้นตอนถูกต้อง ท่านพิสูจน์ได้หรือไม่ว่ามันถูกต้อง
ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบที่ได้	ตรวจสอบ ท่านตรวจสอบผลที่ได้ได้หรือไม่ ท่านตรวจสอบข้อโต้แย้งได้ไหม ท่านหาคำตอบได้หลายวิธีไหม ท่านมองเห็นทันทีหรือไม่ ท่านสามารถใช้ผลที่ได้ หรือวิธีการกับปัญหาอื่นๆ บางข้อได้ไหม

สำหรับงานวิจัยนี้จะยึดขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ที่ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต ตามแนวคิดของวิลสัน เฟอร์นันเดซ และ ฮาดาเวย์ ซึ่งมีวงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ดังภาพประกอบ 3 ทั้งนี้เพราะการแก้ปัญหาสำหรับงานวิจัยนี้ได้รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมด ไม่ใช่แค่เพียงผลลัพธ์ที่เป็นคำตอบสุดท้ายเท่านั้น

ในด้านยุทธวิธีของการแก้ปัญหาได้มีผู้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไว้หลายท่านด้วยกัน ได้แก่

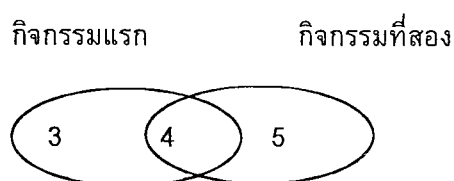
เคนเนดี (Kennedy, 1984 : 82) ได้ให้ความคิดเห็นในเรื่องยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การหารูปแบบ

เป็นการจัดระบบของข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดและจัดเป็นรูปแบบทั่วไปในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจเป็นรูปแบบของจำนวนหรือรูปแบบของรูปเรขาคณิต เช่น การหารูปทั่วไปของจำนวนสามเหลี่ยม (Triangular Numbers)

2. เขียนแผนผังหรือภาพประกอบ

เป็นการเขียนแผนผังหรือภาพต่างๆ ของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้เห็นความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ เช่น กำหนดปัญหา “ครูมานะต้องการจัดนักเรียน 12 คน ทำกิจกรรม 2 อย่างโดยมีเงื่อนไขว่าให้นักเรียนทำกิจกรรมแรกจำนวน 3 คน และทำกิจกรรมทั้งสองอย่าง 4 คน จงหาจำนวนนักเรียนที่ทำกิจกรรมแต่ละอย่าง” เขียนแผนภาพแทนสถานการณ์ปัญหาข้างต้นได้ดังนี้



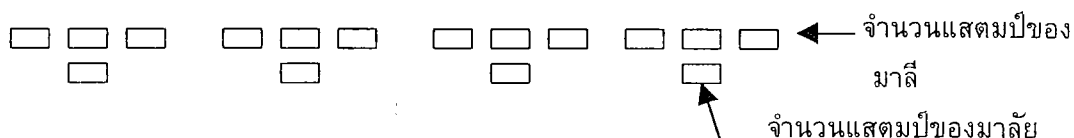
จากแผนภาพจะได้ว่า

กิจกรรมแรกมีนักเรียน	7 คน
กิจกรรมที่สองมีนักเรียน	9 คน

3. สร้างรูปแบบ

เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่คล้ายกับการเขียนแผนภาพ แต่มีประโยชน์ดีกว่าตรงที่นักเรียนสามารถเคลื่อนสิ่งที่นำมาจัดรูปแบบได้ เช่น เมื่อกำหนดปัญหา “มาลีมีแสดมปีเป็นสามเท่าของมาลัย ถ้ามาลัยมีแสดมปีมากกว่าที่มีอยู่เดิม 8 ดวง เขาทั้งสองจะมีแสดมปีเท่ากัน จงหาว่ามาลีมีแสดมปีกี่ดวง”

จัดรูปแบบได้ดังนี้



จะได้ว่า มาลีมีแสดมปี 12 ดวง
มาลัยมีแสดมปี 4 ดวง

4. การสร้างตารางหรือกราฟ

การจัดข้อมูลลงในตารางเป็นการนำเสนอข้อมูลที่ง่ายและนำไปสู่การค้นพบรูปแบบและข้อชี้แนะอื่นๆ

5. การเดาและตรวจสอบ

เป็นการหาคำตอบของปัญหาจากสามัญสำนึก ผู้แก้ปัญหาคาดเดาแล้วตรวจสอบ ถ้าไม่ได้คำตอบก็เปลี่ยนแปลงการเดาและตรวจสอบอีกครั้งจนกระทั่งได้คำตอบของปัญหา การเดาและการตรวจสอบเป็นวิธีการที่ง่าย แต่อาจใช้เวลามากกว่าวิธีอื่นๆ

6. การแจกกรณีที่เป็นไปได้

เป็นการแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา ใช้ได้ดีในกรณีที่มีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้ที่แน่นอน มักจะใช้ตารางช่วยในการแจกกรณี

7. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์

การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงสถานการณ์ของปัญหามีเป้าหมาย 2 ประการ คือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และเป็นการแสดงให้รู้ว่าต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องแสดงว่าเข้าใจปัญหานั้น และนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง

8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ

ยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนสุดท้าย แล้วทำย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น ใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

9. ระบุนโยบายที่ต้องการและข้อมูลที่กำหนดให้

10. การแบ่งเป็นปัญหาย่อยๆ หรือเปลี่ยนมุมมองของปัญหา

บางปัญหาที่มีความซับซ้อนหรือมีหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาให้เป็นปัญหาที่เล็กลงเพื่อง่ายต่อการหาคำตอบ แล้วนำผลการแก้ปัญหาย่อยๆ นี้ไปตอบปัญหาที่กำหนดหรือบางปัญหาอาจต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมองที่ต่างไปจากที่คุ้นเคยที่ต้องทำตามขั้นตอนที่ละขั้น

ฮาร์ทฟิลด์และคณะ (Hartfield and others. 1993 : 55 – 60) ได้เสนอว่าในการแก้ปัญหานักเรียนต้องรู้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามากหลายอันได้แก่

1. การคาดคะเนและตรวจสอบ
2. การค้นหารูปแบบ
3. การพิจารณาว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่
4. การเขียนภาพประกอบ เขียนกราฟ และสร้างตาราง
5. การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก
6. การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ
7. การสร้างแบบจำลองของปัญหา
8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ
9. การเทียบเคียงกับปัญหาอื่น
10. การเขียนผังขั้นตอนการดำเนินงาน
11. การทำให้เป็นปัญหาย่างง่าย

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 55 – 56) ได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาวัดดังต่อไปนี้

1. อ่านปัญหาทำความเข้าใจกับข้อความในปัญหานั้นแล้วหาว่า
 - 1.1 โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
 - 1.2 โจทย์ต้องการหาอะไร
2. จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ลองแปลงเป็นรูปภาพ แผนภาพ เพื่อให้เห็นเป็นรูปธรรมเท่าที่ทำได้
3. จากรูปภาพในข้อ 2 ทำให้เราได้เงื่อนไขอะไรเพิ่มเติมอีกบ้างโดยอาศัยบทนิยามสมบัติ ทฤษฎีต่างๆ ที่เคยเรียนรู้มาแล้ว
4. ในบรรดาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และเงื่อนไขเพิ่มเติมในข้อ 3 มีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร หรือมีเงื่อนไขใหม่อะไรเพิ่มเติมอีก
5. คิดหาวิธีแก้ปัญหานั้นถึงปัญหาที่คล้ายๆ อย่างนี้ว่าเคยทำหรือไม่ ถ้าเคยลองใช้วิธีการนั้นๆ มาทดลองดู ถ้าไม่เคยแก้ปัญหแบบนี้มาก่อนก็วิเคราะห์จากสิ่งที่โจทย์ต้องการว่าต้องการเงื่อนไขอะไรบ้างจึงจะได้ดังที่โจทย์ต้องการ และเงื่อนไขนั้นมีใน 3 และ 4 หรือไม่ ถ้ามีก็แสดงว่าเราจะแก้ปัญหานั้นได้ ถ้ายังไม่มีก็ต้องพิจารณาต่อไปว่าจากเงื่อนไขข้อ 3 และ 4 จะมีอะไรเพิ่มเติมอีกจึงจะนำไปสู่เหตุเพื่อให้สรุปผลได้ตามที่โจทย์ต้องการ
6. เรียบเรียงจัดลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหานั้น
7. ทดสอบคำตอบว่าจะถูกต้องสมเหตุสมผลหรือไม่

8. ถ้าการแก้โจทย์มีได้หลายวิธีก็ให้พิจารณาหาวิธีที่สั้นและง่ายที่สุด
ทบทวนมหาวิทยาลัย (2524: 44) ได้เสนอยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. วิธีการคาดคะเนหรือเดาคำตอบไว้ล่วงหน้า

2. การทำให้เป็นอย่างง่าย ๆ (Simplify) มี 2 แบบ คือ

2.1 ทำโจทย์ให้เป็นกรณีที่ย่างๆ เท่าที่จะทำได้แล้วลองหารูปแบบและความสัมพันธ์เพื่อขยายไปเป็นโจทย์เดิมที่ซับซ้อนขึ้น

2.2 แยกแยะโจทย์เดิม วิเคราะห์ปัญหาย่อยๆ แล้วรวบรวมผลเข้าสู่ปัญหาเดิม

3. การทดลอง เช่น การสร้างรูป การวัด การคำนวณ ฯลฯ

4. การสร้างภาพ ช่วยทำให้ปัญหาเป็นรูปธรรมที่เห็นได้ชัดเจน ช่วยในการหาคำตอบได้

5. การทำตารางเก็บข้อมูลจากโจทย์ปัญหา และจัดทำเป็นตารางให้เห็นความเหมือนความแตกต่าง นำไปสู่การสรุปการแก้โจทย์ได้

6. การเขียนกราฟ ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล

ดังนั้นการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ครูผู้สอนต้องช่วยให้นักเรียนสามารถทำโจทย์ปัญหาได้เอง นำโจทย์ปัญหาต่างๆ มาให้นักเรียนฝึกหัดทำโดยพยายามให้เด็กมีความเชื่อมั่นในการทำงาน สามารถแยกแยะทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาเป็นตอนๆ และหาคำตอบได้ด้วยตนเอง และแล้วเด็กย่อมจะมีทัศนคติที่ดีต่อการคิดคำนวณโจทย์ปัญหามากยิ่งขึ้น

ฉวีวรรณ เสวตมาลย์ (2542 : 36-38) ได้เสนอยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. กำหนดคุณลักษณะของปัญหา (Characterize the problem) อะไรคือสิ่งที่กำหนดอะไรคือสิ่งที่ต้องการ อะไรขาดหายไป ท่านกำลังค้นหาอะไรอยู่ ข้อมูลที่จำเป็นกำหนดมาให้หรือไม่ จดดูตัวอย่างหลายๆ ข้อ มีกรณีพิเศษใดหรือไม่ที่กำหนดขอบข่ายของคำตอบที่เป็นไปได้ ท่านสามารถทำปัญหานั้นให้ง่ายลง โดยใช้ประโยชน์จากการสมมติหรือทำข้อความ “โดยไม่สูญเสียความเป็นกรณีทั่วไป” เพื่อย่อโจทย์ทั้งข้อให้เป็นกรณีเฉพาะได้หรือไม่

2. ท่านเคยเห็นปัญหานั้นมาก่อนหรือไม่ (Have you seen this before ?) หรือท่านเคยเห็นปัญหานี้ในรูปแบบที่แตกต่างไปเพียงเล็กน้อยไหม ถ้าเคย ท่านสามารถถ่ายทอดไปสู่ปัญหานี้แล้วใช้วิธีการบางตอนที่เคยแก้ปัญหามาใช้ได้หรือไม่ จดตั้งปัญหาที่คล้ายคลึงกันที่มีตัวแปรน้อยกว่าแล้วแก้ดูโดย “การคล้าย” เงื่อนไขในข้อหนึ่ง หรือมากกว่านั้น ท่านสามารถเรียนรู้อะไรเกี่ยวกับปัญหาเดิมบ้างหรือไม่

3. ค้นหารูปแบบ (Look for a pattern) โดยการพิจารณาลักษณะโดยภาพรวมของอนุกรม $1 + 2 + \dots + 100$ หนูน้อย Frederick Gauss ก็สร้างรูปแบบนี้ได้ : $1 + 100 = 2 + 99 = \dots$ 101 ความเข้าใจยังรู้อยู่ได้นำไปสู่การสังเกตทันทีว่า ตัวเลขอีก 50 คู่ เช่นนี้ก็สามารถสร้างขึ้นมาได้ โจทย์การหาผลบวกตั้งแต่ 1 ถึง 100 ก็กลายเป็นงานหาผลคูณอย่างง่าย, $50 \times 101 = 5,050$

4. การทำให้ง่ายลง (Simplification) บางครั้งความสัมพันธ์หรือรูปแบบง่าย ๆ อาจถูกจัดให้อยู่ในรูปแบบหรือนิพจน์ที่ “ยุ่งเหยิง” จงพยายามแทนคำรูปที่ยุ่งเหยิงด้วยสัญลักษณ์ง่าย ๆ แล้วค้นหาความสัมพันธ์ที่อยู่เบื้องหลัง การจัดพจน์ในนิพจน์ที่ซับซ้อนเสียใหม่อาจจะนำไปสู่ผลสำเร็จที่ปลายทางเดียวกัน

5. การลดลง (Reduction) ปัญหาของท่านสามารถแบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่จะแก้ได้ง่ายขึ้นหรือไม่

6. การทำย้อนกลับ (Work backwards) เมื่อท่านพยายามจะพิสูจน์ทฤษฎีบทที่ท่านทราบอยู่แล้วว่าเป็นจริง อาจจะง่ายขึ้นถ้าเริ่มต้นทำจากข้อสรุปขึ้นไปหาเหตุผล

7. จัดทำรายการ (Make a list) ถ้าท่านใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ มันอาจจะเป็นไปได้ที่จะจัดทำรายการทั้งหมดของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทุกชั้นของกระบวนการบางอย่าง ถ้าท่านสนใจในผลลัพธ์ใดโดยเฉพาะของกระบวนการนั้น มันก็ควรจะรวมอยู่ในรายการทั้งหมดนั้น

8. สถานการณ์จำลอง (Simulation and modeling) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์อาจสร้างได้โดยการเลียนแบบกระบวนการที่ซับซ้อนในคณิตศาสตร์ หรือในโลกแห่งความเป็นจริงนั้น ถ้าผลที่ได้รับโดยใช้สถานการณ์จำลองถูกต้องแม่นยำแล้ว สถานการณ์จำลองนั้นคือความสำเร็จ

9. ตรรกศาสตร์ทางการ (Formal Logic) อุปนัยทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพในคณิตศาสตร์หลายสาขา เช่นเดียวกับเทคนิคที่เรียกว่า การพิสูจน์โดยอ้อม (indirect prove) ซึ่งเป็นที่รู้จักกันว่าเป็นการพิสูจน์แบบ contrapositive ด้วย

10. คำตอบของท่านมีความหมายหรือไม่ ตรวจสอบคำตอบของท่านโดยใช้สามัญสำนึกและการให้เหตุผลแบบมีทางเลือก

11. ข้อสุดท้าย เมื่อใดก็ตามที่ท่านพยายามจะแก้ปัญหา จงค้นหาวิธีหลาย ๆ วิธี เพื่อเป็นตัวแทนลักษณะของปัญหา จงสร้างรูป และระบุข้อประกอบ จัดทำรายการคุณลักษณะ เขียนรายการแสดงความสัมพันธ์ เป็นต้น ยิ่งท่านมีวิธีแทนปัญหาได้มากเท่าใด ก็ยังมีแนวโน้มที่ท่านจะค้นพบความสัมพันธ์ที่แอบแฝงอยู่ ซึ่งจะเป็นกุญแจไขไปสู่คำตอบได้มากเท่านั้น

นอกจากยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทั่วๆ ไปดังกล่าวแล้ว ครูคณิตศาสตร์อาจจะสอนทักษะการแก้ปัญหาแก่นักเรียน เพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาได้รวดเร็วขึ้นแทนที่จะใช้แต่ความคิดฉาบฉวยทันที

ในการนำเสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียน สิ่งที่จะต้องตระหนักอยู่เสมอ (Kennedy. 1984 : 82 – 83) คือ

1. ยุทธวิธีทั้งหลาย สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีอยู่อย่างหลากหลาย
2. ยุทธวิธีสามารถประยุกต์ใช้ในแนวทางต่างกัน สำหรับปัญหาที่ต่างกัน
3. การแก้ปัญหาสามารถแก้ได้หลากหลายวิธี ไม่จำเป็นเสมอไปที่จะใช้ยุทธวิธีที่เฉพาะเจาะจงกับปัญหาที่กำหนด
4. นักเรียนจะไม่บรรลุผลในระดับเดียวกันทั้งหมดในการใช้แต่ละยุทธวิธี
5. กระบวนการเลือกใช้ยุทธวิธีมีความสำคัญพอๆ กับความถูกต้องของการแก้ปัญหา เมื่อแก้ปัญหาได้คำตอบไม่ถูกต้อง นักเรียนควรมีโอกาสเลือกและลองใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นๆ

6. นักเรียนทุกคนต้องการโอกาสที่จะเรียนและใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ยุทธวิธีการแก้ปัญหานั้นนับว่ามีความสำคัญ ยุทธวิธีนั้นมีหลากหลายวิธี การรู้จักเลือกใช้ยุทธวิธีให้เหมาะสมกับปัญหา นอกจากจะส่งผลให้แก้ปัญหาได้แล้ว ยังอาจมีผลต่อวิธีการแก้ปัญหาให้ง่ายและสั้นอีกด้วย

2.6 บทบาทของผู้แก้ปัญหาและครูผู้สอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ซูยแดม (Suydam. 1980 : 36) ได้กล่าวถึงบทบาทของนักแก้ปัญหาที่ดีไว้ 10 ประการ ดังนี้

1. มีความสามารถในการเข้าใจในความคิดรวบยอด (Concepts) และข้อความทางคณิตศาสตร์
2. มีความสามารถในการแยกแยะความคล้ายคลึงกันหรือความแตกต่างกัน
3. มีความสามารถในการเลือกใช้ข้อมูลและวิธีการที่ถูกต้อง
4. มีความสามารถแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง
5. มีความสามารถในการวิเคราะห์และประมาณค่า
6. มีความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์และตีความหมายของข้อเท็จจริงเชิง

ปริมาณ

7. มีความสามารถในการกล่าวถึงส่วนสำคัญของตัวอย่างที่กำหนดให้
8. มีความสามารถในการเปลี่ยนวิธีการคิดได้อย่างถูกต้อง
9. มีความเชื่อมั่นในตนเองสูงและมีสัมพันธภาพที่ดีกับผู้อื่น
10. มีความวิตกกังวลต่ำ

สเตซีและโกรฟ (Schoenfeld. 1989 : 83 – 103 ; citing Stacey and Groves.n.d.)

ได้สรุปบทบาทของครูในการสอนแก้ปัญหาว่า

1. ช่วยให้นักเรียนยอมรับความท้าทายที่ว่า “ปัญหาจะไม่ใช้ปัญหามากกว่าเขาต้องการจะแก้มัน”
2. สร้างบรรยากาศที่สนับสนุนการแก้ปัญหา กล่าวคือ บรรยากาศที่เด็กพร้อมจะแก้ปัญหาก็ไม่คุ้นเคย และไม่ตกอยู่ในความกลัวเมื่อติดขัดขณะกำลังทำ
3. ให้เด็กได้ทำงานในแนวทางของตนเองเพื่อหาคำตอบและครูจะช่วยเมื่อจำเป็น แต่ไม่ใช่ด้วยการบอกคำตอบ
4. ให้สอนการทำงาน เช่น ให้เด็กคิดเกี่ยวกับสิ่งที่ทำ สิ่งที่ต้องอภิปราย หรือเขียนออกมา เพื่อให้เด็กเข้าใจกระบวนการที่เกี่ยวข้อง
5. อภิปรายกับเด็กเกี่ยวกับกระบวนการที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อให้เด็กได้สะสมศัพท์ที่จะต้องใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป เด็กจะเรียนรู้มากขึ้น ถ้าครูเบนความสนใจของเขาไปสู่ยุทธวิธีหรือกระบวนการที่เกี่ยวข้อง

สุลัดดา ลอยฟ้า และคณะ (2530 : 12 – 13) ได้เสนอแนะบทบาทของผู้แก้ปัญหา
ควรจะมีลักษณะดังนี้

1. สังเกตและวิเคราะห์สถานการณ์ว่าอะไรคือปัญหา
2. พิจารณาและทำปัญหาให้ง่ายแก่การแก้ปัญหา เช่น ตัดส่วนที่ไม่เกี่ยวข้องออก

เขียนภาพหรือวาดภาพประกอบ

3. เปลี่ยนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
4. คิดคำนวณหาผลลัพธ์หรือคำตอบจากประโยคสัญลักษณ์
5. นำผลลัพธ์ไปตอบปัญหา แปลความหมายของผลลัพธ์ไปสู่ปัญหา
6. นำปัญหาที่แก้ได้ประยุกต์ใช้ในสถานการณ์จริง

อาภา ถนัดช่วง (2534 : 23) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดการเรียนการสอน
แก้ปัญหา ไว้ดังนี้

1. ครูควรสร้างบรรยากาศการเรียนการสอนให้เด็กมีอิสระ กล้าคิด กล้าแสดงออก
เพราะการคิดหรือกล้าแสดงออกเหล่านี้ จะช่วยให้ครูรู้จักนักเรียนดียิ่งขึ้น ทั้งในแง่ของสติปัญญาและ
อารมณ์หรือปมทางจิตต่าง ๆ ซึ่งครูควรหาวิธีส่งเสริมและช่วยเหลือให้เหมาะสมต่อไป
2. การจะให้เด็กคิดและแก้ปัญหาได้อย่างฉลาดนั้น จะต้องอาศัยสิ่งเร้าหรือการกระตุ้น
ที่ดี คือ มีการเสนอปัญหาหรือประเด็นให้คิดที่ท้าทายน่าสนใจ และเหมาะสมกับวัยของเด็ก
3. ครูอาจให้ความรู้ในรูปของข้อมูลเพื่อประกอบการพิจารณาหาทางเลือกได้แต่ในชั้น
ตัดสินใจครูควรให้นักเรียนตัดสินใจด้วยตนเอง แม้การตัดสินใจนั้นจะผิดพลาดครูก็ควรจะให้เด็กได้
เรียนรู้ในความผิดพลาดเหล่านั้นด้วยตนเอง เพื่อที่จะให้เด็กได้รับผิดชอบตนเองและ รู้จักควบคุม
ตนเองต่อไป

ยุพิน พิพิธกุล (2539 : 87) ได้กล่าวสรุปพื้นฐานความรู้ของผู้แก้ปัญหาว่า

1. ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ในเนื้อหาวิชาอย่างถ่องแท้
2. ผู้เรียนจะต้องมีความเข้าใจข้อสรุปทั้งหลายอย่างถูกต้อง
3. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการอ่าน การตีความ การขยายความ
4. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการแปลข้อความ เป็นสัญลักษณ์ หรือ แผนภาพ
5. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการวิเคราะห์ ความเกี่ยวข้องระหว่างประสบการณ์

เกี่ยวกับข้อมูลที่มีอยู่ใหม่

6. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการจัดข้อมูล จัดลำดับตามขั้นตอน วิเคราะห์หารูป
แบบเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

การสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถสรุปได้ 4 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา โดยการฝึกอ่านโจทย์ วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้
และสิ่งที่โจทย์ต้องการ ซึ่งอาจทำความเข้าใจโดยการเขียนแผนภาพหรือภาพประกอบความเข้าใจ
2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา โดยการแตกปัญหออกเป็นข้อย่อย ๆ หาวิธีการแก้ปัญหา
เทียบเคียงกับโจทย์ปัญหาที่เคยพบมาก่อน หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ทราบค่า และข้อมูลที่ไม่
ทราบค่า แล้ววางแผนแก้ปัญหา
3. ขั้นดำเนินการตามแผน โดยให้นำข้อมูลที่วางแผนไว้ในขั้นที่ 3 มาเขียนเป็น
ประโยคสัญลักษณ์ แล้วดำเนินการคิดคำนวณแก้ปัญหา
4. ขั้นตรวจสอบ โดยการตรวจย้อนว่าได้ทำตามที่โจทย์บอกครบถ้วนหรือไม่
คิดคำนวณได้ถูกต้อง แม่นยำ หรือผิดพลาดไปจากที่ประมาณการไว้หรือไม่เพียงใด

2.7 วิธีสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก

ความหมายของวิธีสอนการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติก

คำว่า “ฮิวริสติก” ได้รับมาจากคำภาษากรีก ซึ่งมีความหมายว่า “ค้นพบ” นักเรียนจะต้องเป็นผู้ค้นพบ นักเรียนจะเป็นผู้ค้นหาคำตอบด้วยตนเองแทนการบอกของครู วิธีนี้ต้องการที่จะให้นักเรียนได้กระทำด้วยตนเองหรือเรียนด้วยตนเอง เป็นวิธีการที่นักเรียนจะได้ให้เหตุผลด้วยตัวของเขาเอง

วิธีนี้พยายามที่จะให้นักเรียนเป็นผู้ค้นพบ และเป็นผู้ประดิษฐ์ ครูเป็นเพียงผู้มองดูอยู่เคียงข้างนักเรียน นักเรียนจะเลือกทางเดินของเขาเองและดำเนินการต่อไปด้วยตัวของเขาเอง ครูไม่จำเป็นที่จะส่งเสริมหรือแนะนำ นักเรียนไม่ต้องการที่จะให้ครูยอมรับหรือไม่ยอมรับในผลงานของเขา ถ้านักเรียนต้องการที่จะทำอะไรให้สำเร็จ ครูจะปล่อยให้เขาทำไปตามทางของเขาให้เขาได้ช่วยตัวเองด้วยเหตุและผลและข้อโต้แย้ง ครูไม่ควรใช้ตำราหรือสิ่งที่ทำไว้แล้วเป็นข้อบ่งชี้บังคับตัวนักเรียน วิธีการนี้จะทำให้นักเรียนเชื่อมั่นในตัวของเขาเอง และมีอิสระในการทำงาน งานของครูไม่ใช่แก้ปัญหาให้แก่ นักเรียน แต่เป็นการทำให้นักเรียนมีความสามารถในการที่จะแก้ปัญหาด้วยตัวเขาเอง

ศาสตราจารย์อาร์มสตรอง (Armstrong) เป็นต้นกำเนิดแห่งวิธีนี้ ครั้งแรกเขาตั้งวิธีนี้ขึ้นเพื่อการสอนวิทยาศาสตร์ เขามีความคิดว่าโรงเรียนควรที่จะพัฒนาความคิดจนเต็มกำลังความสามารถของนักเรียน และควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด ควรจะได้พัฒนาเจตคติของนักเรียนซึ่งเป็นเจตคติทางวิทยาศาสตร์และที่เขาได้พบเอง จุดมุ่งหมายให้การฝึกผู้เรียนก็คือวิธีการเรียน ความรู้ไม่ได้ถูกนำมาพิจารณาเป็นอันดับแรก แต่พิจารณาถึงความเชื่อมั่นในตนเอง การมีอิสระในการตัดสินใจ ตลอดจนการคิดควรจะได้พัฒนาในแต่ละบุคคลเพื่อจะทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จ

การสอนลักษณะนี้เป็นหลักการเฉพาะชนิดที่สนับสนุนให้นักเรียนค้นพบด้วยตนเอง วิธีการค้นพบด้วยตนเองช่วยเหลือให้นักเรียนแก้ปัญหา นอกจากนี้ยังเป็นการระดมพลังความคิดและเป็นวิธีที่ทำให้นักเรียนและครูมองเห็นความหมายของสิ่งที่เรียน (Learning Material) และความหมายของความรู้ที่ร่วมกัน เป็นกระบวนการช่วยนักเรียนให้ได้เรียนในสิ่งที่มีความหมาย ควรแก่การเรียน เป็นกระบวนการเรียนที่มีลักษณะเป็น “สัญลักษณ์” (Symbolic) หรือ “การร่วมรับรู้” (Novak & Gowin 1984 : 1) อันเป็นการทำให้เกิดความชัดเจนขึ้น โดยครูและนักเรียนมีส่วนร่วมรับรู้ในความคิดต่าง ๆ ด้วยกัน และขยายขอบเขตของความคิดนั้น ๆ ด้วยการปลงใจร่วมกันในอันที่จะพยายามศึกษาต่อไป

ภายใต้กลวิธีการสอนใดก็ตาม การเรียนอาจมีได้ตั้งแต่เกือบจะเข้าลักษณะท่องจำไปจนกระทั่งการเรียนอย่างมีความหมายเป็นอย่างยิ่ง จากการเรียน “รับเอา” อันเป็นการเรียนชนิดที่ป้อนข้อความรู้ต่าง ๆ ให้นักเรียนโดยตรง ไปจนกระทั่ง “การเรียนค้นพบ” โดยอิสระอันเป็นการเรียนชนิดที่ผู้เรียน รู้จักช้อน และรู้จักเลือกเฟ้นข้อความที่รู้ที่จะเรียน

โนแวกและโกวิน (Novak & Gowin. 1984 : xi) กล่าวว่า การเรียนของมนุษย์นำไปสู่ “การเปลี่ยนความหมายประสบการณ์” โดยที่ประสบการณ์ของมนุษย์ประกอบขึ้นด้วยองค์ประกอบ 3 ประการ คือ การคิด การกระทำ และความรู้สึก ทั้งสามประการนี้ต้องนำมาพิจารณาร่วมกันเท่านั้น

ปัจเจกชนจึงจะสามารถมีพลังพอที่จะเพิ่มพูนความชัดเจนให้แก่ความหมายแห่งประสบการณ์ของตน เขากล่าวต่อไปว่าการศึกษาในโรงเรียนมักจะทำลายความเป็นตัวของตัวเองของนักเรียนไปเสีย เพราะเป็นการสอนไปตามตัวหนังสืออันไร้เหตุผลและมีแต่การท่องบ่นอันพบเห็นอยู่ทั่วไปในห้องเรียน สิ่งเหล่านี้ให้ผลตอบแทนที่น้อยนิดเต็มที่ นักเรียนผู้ที่แสวงหาความหมายจากการสอนเช่นที่กล่าวมานี้มักจะล้มเหลว แต่ถ้าเป็นการเรียนเกี่ยวกับธรรมชาติ และโครงสร้างของความรู้จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจวิธีการเรียนของตนเอง และความรู้ว่าด้วยการเรียนจะช่วยแสดงให้เห็นเข้าใจว่ามนุษย์สามารถสร้างความรู้ใหม่ได้อย่างไร ช่วยให้นักเรียนสามารถแลเห็นว่าในการเรียนนั้นอำนาจการควบคุมมีอยู่ในเหตุการณ์และวัตถุที่ถูกสังเกตมีอยู่ในความสมเหตุสมผลของการบันทึกที่เราเลือกกระทำ และมีอยู่ในคุณสมบัติหรือความสมบูรณ์พอของความคิดที่เป็นตัวนำ การค้นหาความจริง การเรียนที่อยู่ภายในข้อกำหนดที่ว่าต้องเป็นการเรียนที่เกิดขึ้นโดยตัวของนักเรียนเอง โดยที่เมื่อนักเรียนเรียนเกี่ยวกับการเรียนตามวิธีการที่ได้แนะนำไป เขาก็จะรับภาระหน้าที่ของเขาเองในอันที่จะรู้จักการเชื่อมโยงความคิดที่ได้จากข้อมูลที่มีความสัมพันธ์กัน ให้อยู่ในรูปลักษณะใหม่ที่เป็นระบบโดยการสำรวจหาความสัมพันธ์ที่ซับซ้อนระหว่างข้อมูลที่ต้องการเรียนรู้ หรือปัญหาที่ต้องการแก้ ต้องคำนึงสาเหตุส่วนประกอบต่าง ๆ ของปัญหา หรือข้อปลีกย่อยบางประการของปัญหา นอกจากนี้ยังต้องคำนึงถึงการผันแปรหรือเปลี่ยนแปลง ความสัมพันธ์ของส่วนประกอบต่าง ๆ รู้จักที่จะเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบต่าง ๆ และรู้จักสลับเปลี่ยนความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น ๆ เพื่อที่จะให้ได้มาซึ่งข้อแก้ปัญหที่เหมาะสม

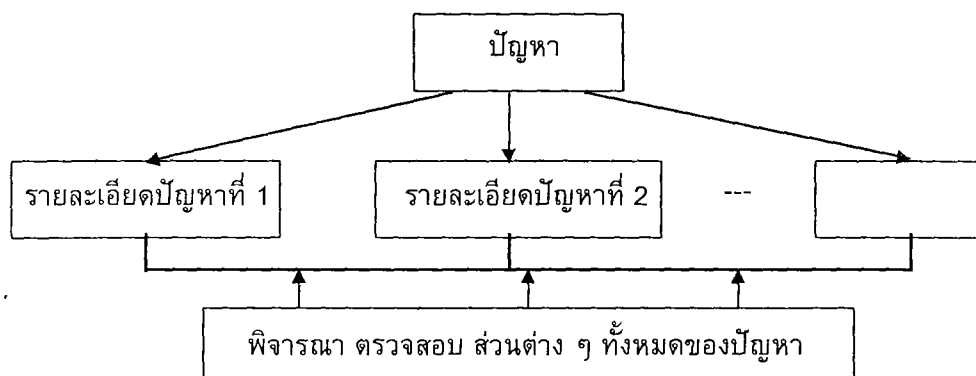
การสนทนา การอภิปราย การพูดโต้แย้งภายในกลุ่ม หรือต่างกลุ่มการแลกเปลี่ยนข้อคิดเห็นระหว่างครูกับนักเรียน เป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่จะช่วยทำให้การเชื่อมโยงของข้อความคิดเป็นไปได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ หรือมีฉะนั้นก็อาจช่วยให้ แลเห็นการเชื่อมโยงที่ขาดหายไประหว่างข้อมูลต่าง ๆ ทำให้สามารถสืบค้นหาข้อมูลต่าง ๆ เข้ามาเชื่อมโยงเสริมให้ครบถ้วนสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

2.8 องค์ประกอบหลักที่สนับสนุนให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง

โรเบิร์ต เดวิส และคณะ (วีระ ไทยพานิช 2529 : 190 – 206 ; อ้างอิงจาก Davis and others. 1964 : 245 - 256) กล่าวว่าวิธีการสนับสนุนให้นักเรียนค้นพบด้วยตนเองนั้นเป็นที่ยอมรับที่จะนำทางสู่วิธีการแก้ปัญหา วิธีการค้นพบด้วยตนเองช่วยเหลือให้นักเรียนแก้ปัญหา อย่างไรก็ตามหลักฐานที่ได้ตั้งขึ้นโดยอาศัยการสังเกตไม่ใช่โดยอาศัยเหตุผล สำหรับการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกอาจไม่มั่นคงแน่นอน การค้นพบด้วยตนเองอาจไม่สามารถพิสูจน์ได้ การค้นพบด้วยตนเองเป็นกฎปฏิบัติ (operating rules) และยังให้ข้อคิดเห็นต่อไปว่าถ้าสอนนักเรียนให้ค้นพบด้วยตนเองดังต่อไปนี้ จะช่วยให้นักเรียนได้ปรับปรุงความสามารถของเขาในการแก้ปัญหาทั่ว ๆ ไปได้

2.8.1 พิจารณาหรือตรวจสอบส่วนประกอบต่าง ๆ ของปัญหา (Running over elements of a problem) ผู้แก้ปัญหาคควรคำนึงว่าทุก ๆ ส่วนประกอบมีผลกระทบต่อสภาพการณ์ความจริงแล้ว ผู้แก้ปัญหาคควรพิจารณาระบบที่พบปัญหา และเขียนรายการปัจจัยต่าง ๆ ที่เขาพบว่ามีผลกระทบต่อบระบบ วิธีการนี้จะช่วยลดช่องว่างที่อาจเป็นไปได้ในการแก้ปัญหา

บ่อยครั้งแก้ปัญหไม่ได้ เพราะมีสาเหตุมาจากการละเลยส่วนประกอบบางประการของปัญหา จากความสำคัญของการตรวจสอบส่วนประกอบต่างๆ ของปัญหาสามารถสรุปขั้นตอนการตรวจสอบได้ดังแผนภาพ 5



ภาพประกอบ 5 การแสดงส่วนประกอบของปัญหา

2.8.2 การผันแปร หรือเปลี่ยนแปลงในความสัมพันธ์ของส่วนประกอบต่าง ๆ (Varying relationships of elements) ผู้แก้ปัญหามักปรับเปลี่ยนที่ส่วนประกอบของปัญหาทั้งด้านรูปร่าง หรือเครื่องหมาย นอกจากนี้นักเรียนต้องมีความสามารถในการถามคำถาม เช่น วัตถุนี้สามารถใช้ได้อย่างไร จะหาความสัมพันธ์ของส่วนประกอบต่าง ๆ อย่างไร เช่น $2x = 8$ จะหาค่าสัมประสิทธิ์ 2 ของ x ให้หมดไปได้อย่างไรเมื่อทำให้สัมประสิทธิ์ 2 ของ x หมดไปแล้วการแก้สมการจบตอนแล้วหรือยัง แล้วจะทราบได้อย่างไรว่าคำตอบของค่า x ที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้อง

สรุปได้ว่า วิธีการแก้ปัญหแบบฮิวริสติกเกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนความสัมพันธ์ของส่วนประกอบต่าง ๆ ของปัญหา เป็นการเตรียมการฝึกปฏิบัติในการเปลี่ยน ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบต่าง ๆ ของปัญหา เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อแก้ปัญหที่เหมาะสม ถ้านักเรียนได้รับการฝึกในการพิจารณาทุก ๆ ส่วนประกอบ และปรับเปลี่ยนความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น ๆ เขาก็จะมีความสามารถมากขึ้นที่จะ “ค้นพบ” ข้อแก้ปัญห

2.8.3 การหาทางเลือกที่หลากหลาย (Production more than one solution) เมื่อนักเรียนมีพันธะข้อผูกมัดที่จะต้องแก้ปัญห บ่อยครั้งเขาจะหยุดหลังจากที่ทดลองใช้ข้อแก้ปัญหเพียงทางแก้เดียวซึ่งอาจมีทางเลือกอื่นๆ อีกที่ให้ผลและประสิทธิภาพดีกว่า ด้วยเหตุนี้ นักเรียนควรฝึกพัฒนาทางเลือกในการแก้ปัญหามากๆ และลองใช้ทุก ๆ ทางเลือกกล่าวโดยสรุปควรส่งเสริมและสนับสนุนให้นักเรียนผลิตคิดหาข้อแก้ปัญห 2 - 3 ทางเลือก ก่อนที่จะยอมรับข้อแก้ปัญหข้อใดข้อหนึ่ง

2.8.4 การพูดคุยเกี่ยวกับปัญหา (Talking over the problem) การพูดคุยเกี่ยวกับปัญหา การอธิบายส่วนประกอบต่าง ๆ และบางครั้งการปรับเปลี่ยนความสัมพันธ์ของส่วนประกอบของปัญหา อาจทำให้ส่วนที่ซับซ้อนซ่อนเร้นของปัญหาปรากฏขึ้นกับผู้แก้ปัญห โดยการอภิปรายปัญหากับ

บุคคลอื่นๆ ผู้แก้ปัญหาอาจได้แนวทางแหล่งทรัพยากรและข้อมูลต่างๆ ของปัญหาที่เขาไม่เคยมี หรือคิดมาก่อนในการอภิปรายกับเพื่อนๆ หรือบุคคลอื่นๆ นั้น บุคคลอื่นอาจเห็นและเข้าใจในแง่คิดใหม่ๆ และเสนอข้อแนะนำใหม่ๆ ในการทำงานกับผู้สอน จากการสังเกตพบว่าบ่อยครั้งที่ครูคำนึงถึงผู้เรียนเป็นทรัพยากรในการสอน นักเรียนอาจทำงานเป็นคู่ๆ เป็นกลุ่มเล็กๆ หรือสอนซึ่งกันและกัน เมื่อแนะนำวิธีที่เป็นไปได้นี้แก่ครูในการสอนปัญหาเฉพาะ บ่อยครั้งที่เขาได้พัฒนาวิธีการใหม่ๆ ของการใช้ นักเรียนในการสอน

2.8.5 การใช้ทรัพยากรกลุ่ม (Using group resources) การพูดคุยกับกลุ่มอาจช่วยแก้ปัญหาในสถานการณ์ได้อย่างถูกต้องแน่นอน การใช้ทรัพยากรกลุ่มนับว่าเหมาะสม อย่างยิ่งในสภาพการณ์ต่างๆ ดังต่อไปนี้

- 1) ปัญหาเกี่ยวกับวิชาชีพหรือปัญหาพิเศษที่ต้องอาศัยหลักวิชาการ
- 2) มีข้อแก้ปัญหานั้นแน่นอน
- 3) มีข้อแก้ปัญหามากมายที่จะนำไปใช้
- 4) สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มมีความเกี่ยวข้องกับปัญหา
- 5) สิ่งที่จะเกิดขึ้นตามมานั้นมีผลต่อกลุ่ม
- 6) ข้อมูลและทักษะต่าง ๆ ที่จำเป็นสำหรับข้อแก้ปัญหายังไม่เพียงพอ หรือ

ต้องการเพิ่มเติม

- 7) ภารกิจสามารถแบ่งย่อยออกไปได้อีก
- 8) ภารกิจต่าง ๆ นั้นซับซ้อน ซึ่งบุคคลคนเดียวอาจทำผิดพลาด

กล่าวโดยสรุปการจัดเตรียมให้นักเรียนฝึกหัดปฏิบัติแก้ปัญหาในกลุ่มสถานการณ์ที่เหมาะสมกับชนิดของปัญหา และสนับสนุนส่งเสริมให้เขาใช้ทรัพยากรต่างๆ ของกลุ่มให้เป็นประโยชน์

2.8.6 การประเมินความเห็นต่าง ๆ (Evaluating ideas) บ่อยครั้งที่ผู้แก้ปัญหาไม่สนใจมองข้ามข้อแก้ หรือวิธีแก้ปัญหของผู้อื่น หรืออาจจะยอมรับเฉพาะส่วนที่ตนเองเชื่อเท่านั้น อย่างไรก็ตามผู้แก้ปัญหาควรพิจารณาวิเคราะห์ความคิดเห็นของตนเองและใช้เวลาพิจารณาวิธีแก้ปัญหต่าง ๆ ของคนอื่น ๆ เพื่อความคิดเข้าข้างตนเองจะได้ไม่มาขัดขวางกับวัตถุประสงค์ของวิธีแก้ปัญห

กล่าวโดยสรุปเมื่อฝึกนักเรียนเพื่อแก้ปัญหา ต้องจัดเตรียมการฝึกปฏิบัติในการฟังความคิดเห็นของผู้อื่นอย่างมีวิจารณญาณ และเป็นผู้พิจารณาวิเคราะห์ความคิดเห็นของตนเอง

2.8.7 การเลื่อน หรือยืดเวลาคัดเลือกข้อแก้ปัญห (Delaying choice of the solution) ผู้แก้ปัญหาจะยิ่งได้รับประโยชน์มากขึ้น ในการยืดเวลาที่จะตกลงยอมรับข้อแก้ปัญห การเลือกที่ยืงคายนานเขาก็น่าจะเห็นความสัมพันธ์ใหม่ๆ บางอย่าง หากข้อแก้ปัญหต่าง ๆ เพิ่มเติม หรือแก้ไขปัญหที่เขาอยู่ในขณะนี้ให้ดียิ่งขึ้น วิธีหนึ่งที่จะยืดเวลาออกไป คือ การปฏิบัติจากวิธีแก้ปัญหกว้างๆ ไปสู่วิธีแก้ปัญหเฉพาะหรือเหมือนกันกับจากเป้าหมายทั่วไปสู่วัตถุประสงค์เฉพาะในการสอนอย่างมีระเบียบเช่นนี้จะทำให้ยืดเวลาในการคัดเลือกข้อแก้ปัญหที่จะนำไปใช้ออกไปอีก นอกจากนี้ถ้าได้ระบุนรายละเอียดของลำดับขั้นต่างๆ อาจจะมีลักษณะใหม่ๆ ของปัญหาและทำให้ต้องหาข้อแก้ปัญหใหม่

2.8.8 หยุดเมื่อประสบอุปสรรค (Stopping when stumped) การแก้ปัญหาไม่ควรดำเนินการต่อไป เมื่อการกระทำนั้น ไม่มีโอกาสที่จะบรรลุผล ความพยายามที่ยืดเยื้อและไม่มีผลผลิต อาจทำให้ไม่สมหวัง และบางที่ยอมจำนนกับปัญหา ในทางตรงข้ามถ้าผู้แก้ปัญหาเมื่ออุปสรรคมาขัดขวาง เขาควรหยุดและกลับมาพิจารณาปัญหาอีกครั้งในภายหลัง บางครั้งวิธีใหม่ๆ หรือที่เพิ่งคิดได้ จะช่วย แก้ปัญหาได้บ่อยครั้ง “ระยะพักตัวของปัญหา” เป็นประโยชน์กับผู้แก้ปัญหา

นอกจากองค์ประกอบที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหาดังกล่าวแล้ว โรเบิร์ต เดวิสและคณะยังกล่าวต่อไปว่าเราอาจสอนนักเรียนถึงวิธีการแก้ปัญหาเฉพาะชนิด หรืออาจสอนเขาในหลักการทั่ว ๆ ไป และยุทธวิธีในการแก้ปัญหาก็เชื่อมโยงกับชนิดต่างๆ ของปัญหาที่แตกต่างกัน ซึ่งมีลำดับขั้นที่สำคัญ 4 ขั้นในการสอนนักเรียนเพื่อแก้ปัญหาเฉพาะชนิด คือ

1. กำหนดวัตถุประสงค์
2. ทดสอบก่อนเรียน และทบทวนความรู้บังคับพื้นฐาน
3. จัดเงื่อนไขต่าง ๆ สำหรับการเรียนรู้ โดยจัดเตรียมชนิดของปัญหามากๆ รูปแบบวิธีของการแก้ปัญหา และการสอนแก้ปัญหาเฉพาะชนิด
4. ใช้วิธีการต่างๆ ในการฝึกปฏิบัติ เช่น สถานการณ์จำลองการฝึกงานจริง และการสอนแบบโปรแกรม

2.9 ข้อดี ข้อเสีย และข้อเสนอแนะของวิธีการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติก

ข้อดี

1. นักเรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียน
2. นักเรียนได้คิดเองไม่เพียงแต่ฟังครูบอก
3. ไม่ต้องไปนั่งศึกษาที่บ้านและท่องจำ เพราะนักเรียนเกิดความเข้าใจจากการค้นพบด้วยตนเองก็ทำได้
4. ถูกต้องตามหลักจิตวิทยาเพราะนักเรียนได้มีส่วนร่วมเกิดความคิดสร้างสรรค์
5. เกิดความภาคภูมิใจในผลสำเร็จ ทำให้เกิดความสุขและความพึงพอใจ และ ส่งเสริมให้เกิดกำลังใจที่จะทำงานให้มีความสำเร็จต่อไปอีก
6. นักเรียนได้รับความเข้าใจอันแท้จริงและชัดเจน ทำให้เกิดความรู้รอบรู้อย่างสมบูรณ์ในเรื่องที่เขาเรียน
7. ครูยังคงมีความสัมพันธ์กับนักเรียนของเขา
8. พัฒนาเจตคติในการค้นพบและเจตคติทางวิทยาศาสตร์
9. สร้างความรู้สึกที่มีส่วนร่วมในการสืบสอบ
10. ทำให้นักเรียนเกิดมีความเชื่อในตัวเอง

ข้อเสีย

1. ครูจะต้องทำงานหนักและเตรียมเป็นพิเศษ
2. ครูทุก ๆ คนไม่ประสบผลสำเร็จโดยการใช้วิธีนี้ ครูจะต้องได้รับพรสวรรค์และมีใจรักที่จะสอนด้วยการค้นพบ

3. เชื่องช้า เสียเวลาเพราะมัวแต่พิจารณา
4. ไม่เชื่อว่านักเรียนจะดำเนินไปด้วยความมั่นคงและก้าวหน้า
5. ไม่หวังว่านักเรียนทุกคนจะมีพรสวรรค์ในเรื่องการเรียนรู้ในการค้นพบ เพราะนักเรียนยังไม่พร้อมในวุฒิภาวะ อาจจะมีขีดจำกัดในเรื่องการค้นพบ และมีความลำบาก
6. ในระยะแรกๆ นักเรียนต้องการการแนะแนวและข้อเสนอแนะ ถ้าครูไม่ให้การแนะแนวที่ถูกต้องนักเรียนอาจจะท้อถอยและผิดหวัง
7. ครูจะต้องให้การแนะแนวเป็นอย่าดี ไม่มากและน้อยจนเกินไป การแนะแนวที่มากเกินไปอาจจะทำให้นักเรียนไม่มีความคิดริเริ่มและคอยยึดตัวครูอยู่เสมอ
8. ถ้าครูบอกนักเรียนว่า “วันนี้เราจะค้นสูตรการหาพื้นที่ผิวรอบทรงกลม” แล้วให้นักเรียนไปค้นจากตำราหรือเอกสารประกอบการสอน และลอกเอามา การค้นพบแบบนี้ จะไม่ตรงกับจุดประสงค์ของการสอนวิธีนี้
9. เป็นไปไม่ได้ที่ครูจะสอนโดยวิธีการค้นพบแบบนี้ได้ตลอดทุกเรื่อง บางเรื่องไม่สามารถทำได้เลย
10. วิธีนี้ต้องการชั้นเรียนที่มีนักเรียนน้อย เพราะต้องการให้แต่ละคนตั้งใจ และมีส่วนร่วมกับครู
11. บางทีครูไม่สามารถที่จะสร้างคำถามที่ดีได้ คำถามที่ไม่ดีจะไม่ทำให้นักเรียนเกิดจินตนาการ และจะไม่ยั่วให้นักเรียนเกิดความคิดที่แท้จริง
12. บางทีครูอาจจะไม่ทราบว่า การค้นพบที่ถูกต้อง และไม่ถูกต้องเป็นอย่างไร และตั้งคำถามที่ไม่เกิดประโยชน์ พิจารณาตัวอย่างคำถามต่อไปนี้

คำถามที่ไม่ถูกต้อง	คำถามที่ถูกต้อง
1. มันเป็นความจริงหรือที่วีสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านเท่ากันทุกด้าน	1. ท่านทราบเรื่องอะไร เกี่ยวกับด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัสบ้าง
2. ท่านจำได้ไหมว่าพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่ากับกว้างคูณยาว	2. เราจะคำนวณพื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้อย่างไร
3. บอกฉันด้วยว่าร้อยละของกำไรหรือขาดทุน คำนวณด้วยราคาขายได้หรือไม่	3. รายได้ราคาอะไร คำนวณกำไรหรือขาดทุน

หมายเหตุ เนื่องจากวิธีสอนแบบฮิวริสติก ต้องการที่จะให้นักเรียนเกิดพัฒนาความคิด ดังนั้นคำถามจะต้องเป็นประเภทถามให้คิด

ข้อเสนอแนะ

กล่าวโดยทั่วไปในเชิงปฏิบัติ ครูไม่ควรจะใช้ทฤษฎีอย่างเคร่งครัดเกินไปในการที่จะมองดูนักเรียนอย่างเจียบๆ การที่นักเรียน เรียนด้วยตนเองนั้น เขาอาจจะยังไม่รู้บางสิ่งบางอย่าง ซึ่งเป็นเรื่องใหม่สำหรับเขา เขายังต้องการคำแนะนำทางจากครู และในบางกรณีเขาก็ต้องการความช่วยเหลือของครูในทุกขั้นตอน เขาต้องการเวลาและความช่วยเหลือที่จะให้เขาพัฒนาอย่างถูกต้อง และ คำนึงกับความรู้อื่นๆ ครูควรจะได้ให้ข้อเสนอแนะบางประการแก่นักเรียน เมื่อเขาไม่สามารถแสดงผลงานที่ต่อเนื่องออกมาและไม่มั่นคงในการดำเนินการต่อไป นักเรียนก็จะพยายามที่จะแก้

ปัญหาด้วยตัวเองให้ได้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ ครูไม่ควรปฏิเสธที่จะช่วยเหลือเขาในบางครั้ง เพราะการสอนกลายเป็นกระบวนการที่นักเรียนจะมีส่วนร่วมมากที่สุดเท่าที่จะทำได้

2.10 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติก

งานวิจัยต่างประเทศ

พุต (Putt. 1979 : 5382 - 5383 - A) ได้ศึกษาผลการสอน 2 วิธีที่มีต่อพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้คือ นักเรียนระดับ 5 จำนวน 3 ห้องเรียน ผู้วิจัยสอนห้องที่ 1, 2 โดยสอนตามรูปแบบซึ่งมีพื้นฐานมาจากขบวนการให้การเรียนรู้ของกาเย่ และสอนแก้ปัญหาโดยใช้ขั้นการแก้ปัญหาแบบโพลยา ซึ่งจะใช้วิธีสอนแบบฮิวริสติก ในการสอนนักเรียน ห้องที่ 2 สอนโดยให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ตรงจากการแก้ปัญหา และไม่ใช่วิธีสอนแบบฮิวริสติก ในการสอน นักเรียนกลุ่มที่ 2 ส่วนกลุ่มควบคุมสอนโดยวิธีปกติ

ผลการทดลองพบว่า มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ระหว่างวิธีสอน 2 วิธี กับวิธีสอนแบบปกติ และมีความแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญเกี่ยวกับการแก้ปัญหาของ นักเรียนกลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่ม สิ่งที่พัฒนาขึ้นซึ่งเห็นได้ชัดในการแก้ปัญหาของนักเรียน ในกลุ่มทดลองก็คือ วิธีสอนวิธีแรกจะทำให้เห็นความแตกต่างในด้านเจตคติที่มีต่อการแก้ปัญหาของนักเรียน คำถามซึ่งนักเรียนใช้ถามเพื่อที่จะทำให้เข้าใจปัญหา การใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาและการตั้งชื่อ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ส่วนด้านเจตคติที่มีต่อการแก้ปัญหาของนักเรียนพบว่า มีความแตกต่างกันไม่มากนักระหว่างนักเรียนในกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม และมีความแตกต่างกันน้อยมากระหว่างนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่ม จะเห็นได้ว่าวิธีสอนทั้ง 2 วิธีช่วยให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการแก้ปัญหาและ ส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหามากยิ่งขึ้น

ยูเลป (Ulep. 1990 : 195 - A) ได้ศึกษากลยุทธ์ 2 วิธี ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยที่จุดประสงค์ของการศึกษาคือ ชี้อและเปรียบเทียบกลยุทธ์ที่ใช้แก้ปัญหา 2 วิธีของครูคณิตศาสตร์ 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ 1 เป็นครูที่มีลักษณะเป็น non - Formal probability กลุ่มที่ 2 เป็นครูที่มีลักษณะ Formal probability โดยสร้างปัญหามา 12 ปัญหา ให้ทั้ง 2 กลุ่ม โดยที่ทุกปัญหาเคยมีการค้นคว้ามาแล้ว แต่ในการทดลองครั้งนี้จะให้มีการถามและให้ตอบดังๆ การประชุมร่วมกันของแต่ละกลุ่มจะถูกอัดเสียงและวิดีโอ

จากการทดลองพบว่า มีการใช้กลยุทธ์ง่ายๆ เพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อน โดยเฉพาะอย่างยิ่งการตัดสินใจเกี่ยวกับสถานการณ์ จะรู้ด้วยสัญชาตญาณเป็นไปโดยอัตโนมัติ

การ์เน็ต (Garnett. 1991 : 120 - 103 - A) ได้พัฒนาวิธีการคิดแบบฮิวริสติก ในการสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างไม่มีโครงสร้างในการทดลอง โดยใช้เทคนิครวมๆ หลายๆ อย่าง การศึกษาครั้งนี้ในข้อแรก จะตรวจสอบดูว่ามีคำถามอะไร ที่นักเรียนสามารถใช้ฮิวริสติก สำหรับ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์รวมทั้งสามารถเปิดเผยหรือนำมาแสดงให้เห็นในลักษณะที่เป็นโครงสร้างได้หรือไม่ ข้อที่ 2 เป็นการค้นหาคำถามที่ว่าจะอะไรคือ ปัจจัยที่สนับสนุนในการศึกษาคณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จ โดยไม่คำนึงถึงระดับความสำเร็จในปัจจุบัน

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ใช้เวลา 5 เดือน กับนักเรียน 60 คน ในเกรด 6 ทำการวินิจฉัยโดยผู้สอนและนักวิจัย เพื่อพิสูจน์ ข้อคำถาม 2 ข้อดังกล่าว ผลการทดลองพบว่า มีนักเรียน 9 คน มีความ

สามารถสูงในการแสดงเอกลักษณ์ หรือความสามารถในการแยกแยะสิ่งต่าง ๆ ได้ และสามารถแสดงโครงสร้างของเรื่องที่ศึกษาได้ การประเมินผลการสอนใช้วิธีการหาข้อมูลดังต่อไปนี้

1. ข้อมูลเชิงคุณภาพ เพื่อสืบสาวถึงความเข้าใจในกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียนว่ามีผลตอบสนองต่อการเรียนอย่างไม่มีโครงสร้าง

2. ข้อมูลเชิงอุปนัย ถูกนำมาใช้ในการตั้งสมมุติฐานในการศึกษาถึงระบบส่วนประกอบในการศึกษา Consistent Systematic Instruction และรูปแบบของการประยุกต์ของการแก้ปัญหา ปรากฏว่าสามารถยกระดับความเข้าใจด้านคณิตศาสตร์ของผู้เรียน และความสามารถแก้ปัญหาเฉพาะอย่างได้

ผลการทดลองครั้งนี้พบว่า หากไม่คำนึงถึงระดับความสามารถพื้นฐานเดิมของนักเรียน การพัฒนาการสอนโดยใช้วิธีเรขาคณิต ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จะสามารถช่วยแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ การตั้งคำถามของครู ความตั้งใจในการคิดของนักเรียนความร่วมมือต่อการแก้ปัญหาของนักเรียน การจดบันทึก การพูดคุยปรึกษาหารือกัน ส่งผลกระทบต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

เคลลี (Kelley. 1993 : 1713 - A) ได้ศึกษาพฤติกรรมในการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในวิชาพีชคณิตโดยที่นักเรียนที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์มักจะมีข้อผิดพลาดเกี่ยวกับความแม่นยำในการนับ และการคำนวณตลอดจนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การเรียนรู้สามารถทำให้ความผิดพลาดทางระบบส่วนบุคคลถูกเปิดเผยออกมา

การศึกษาเหล่านี้จะทำให้ รู้ข้อผิดพลาดของการทำการบ้านและสามารถบอกข้อผิดพลาดได้ อย่างไรก็ตามการเข้าใจและศึกษาข้อผิดพลาดเหล่านี้จำเป็นต้องค้นหาว่านักเรียนเข้าใจอะไรบ้างเกี่ยวกับการเรียนรู้ในแต่ละเรื่อง แต่ละหัวข้อ และพวกเขากำลังคิดอะไรเกี่ยวกับความผิดพลาดที่พวกเขาทำออกมา จุดประสงค์ของการศึกษาก็คือ การเปิดเผยว่า นักเรียนค้นหาอะไรในความยากเกี่ยวกับลำดับของพีชคณิต เพื่อที่จะทำความเข้าใจผิดของพวกเขานในบทเรียนกระจำขึ้น

การศึกษานี้สามารถตรวจสอบคุณลักษณะในการแก้ปัญหาพีชคณิตของนักเรียน 9 คน ในชั้นปีที่ 2 โดยที่นักเรียนแต่ละคนจะถูกสังเกตในช่วงที่เรียนหัวข้อพีชคณิต เพื่อให้ทราบข้อผิดพลาดพื้นฐาน ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหามากกว่าความยากของเรื่องในหัวข้อนั้น ลักษณะของการเรียน คือ การประชุมแก้ไขปัญหาคือ ประกอบไปด้วยการช่วยเหลือ นักเรียน การทำงานตามที่ได้รับมือหมาย ทบทวนบทเรียน ทบทวนบททดสอบ และการซักถาม และการตอบคำถามของนักเรียนเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

ผลจากการสังเกตการแก้ปัญหาพีชคณิตของนักเรียนครั้งนี้พบว่า มีข้อจำกัดหรืออุปสรรค นักเรียนส่วนใหญ่ที่มีส่วนร่วมในการศึกษานี้มีทักษะในการแก้ปัญหา อย่างเพียงพอแต่ทักษะเหล่านี้ถูกปิดเอาไว้โดยทักษะพื้นฐานที่ไม่เพียงพอของนักเรียน ความจริงคือความผิดพลาดจำนวนหนึ่งเป็นผลมาจากความพยายามที่จะทำให้ขั้นตอนการแก้ปัญหาคือเนื่องข้อบกพร่องของหัวข้อหลักซึ่งเสียหายมากที่สุดในการแก้ปัญหาคือ จำนวนสัญลักษณ์เศษส่วน และคุณสมบัติพิเศษของ "0"

ปัง (Pan. 1993 : 1714 - A) ได้ศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายในไต้หวัน โดยเลือกนักเรียน 22 คน โดยการสุ่ม ในจำนวนนี้ 16 คน ถูกสอนโดยวิธีการแบบวิธีเรขาคณิต ซึ่งเป็นรูปแบบที่ออกแบบมาโดยเฉพาะ โดยให้ศึกษาปัญหา

คณิตศาสตร์ 5 ข้อ กลุ่มนี้มีการแบ่งเป็นหัวข้อให้ประธานกลุ่มที่จะเป็นผู้แก้ปัญหาโดยใช้วิธี “Thinking aloud” การประชุมในการแก้ปัญหาจะถูกอัดเป็นวีดิโอและถ่ายเก็บเอาไว้อย่างละเอียด ข้อมูลที่ได้จะถูกวิเคราะห์ โดยวิธีการตีความหมายของ Schoenfeld's (Pan, 1993 :1714- A) และระบบรหัสของ S.C.Lic's Z (Pan, 1993 : 1714 - A) ข้อค้นพบในการวิจัยครั้งนี้คือ ไม่พบความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างคุณสมบัติในการแก้ปัญหานักเรียนที่เรียนโดยวิธีการอภิปรัชญา กับกลุ่มนักเรียนที่ไม่ได้เรียนโดยวิธี อภิปรัชญา

งานวิจัยในประเทศ

เฉลิมศักดิ์ ภูมิ (2538 : 69) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

คณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาเรื่องเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาเรื่องเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 กับ นักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

อรุณี ะยาแก้ว (2539 : 88) ได้ทำการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชา

คณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการคิดแบบอภิปรัชญาในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ อัตราส่วน ร้อยละ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนกระทุ่มวิทยา จังหวัดภูเก็ต ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนที่เน้นทักษะการคิดแบบอภิปรัชญากับนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนตามปกติในเรื่องโจทย์สมการ โจทย์อัตราส่วน โจทย์ร้อยละ และรวมเรื่องโจทย์สมการ โจทย์ อัตราส่วน โจทย์ร้อยละ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยที่กลุ่ม นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนที่เน้นทักษะการคิดแบบอภิปรัชญา มีผลสัมฤทธิ์ระหว่างวิธีสอนและระดับความสามารถที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในเรื่องดังกล่าว และจากงานวิจัยนี้ยังพบอีกว่า ความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนที่เน้นทักษะการคิดแบบอภิปรัชญากับนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนตามปกติในเรื่องโจทย์สมการ โจทย์อัตราส่วน โจทย์ ร้อยละและรวมเรื่องโจทย์สมการ โจทย์อัตราส่วน โจทย์ร้อยละแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยที่กลุ่มนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนที่เน้นทักษะการคิดแบบอภิปรัชญา มีความ คงทนในการเรียนรู้สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนตามปกติ และพบว่าไม่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีสอนและระดับความสามารถที่มีผลต่อความคงทนในการเรียนรู้เรื่องโจทย์สมการ และโจทย์ร้อยละ แต่พบว่า มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ในเรื่องโจทย์อัตราส่วน และรวมเรื่องโจทย์สมการ โจทย์อัตราส่วน และโจทย์ร้อยละ

วิโชค พงษ์ศิริ (2540 : 68) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจต

คติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบคอนสตรัคติวิซึ่มด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครูพบว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบคอนสตรัคติวิซึ่มด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหากับนักเรียนที่เรียนโดยการสอนตามคู่มือครูมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 โดยนักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบคอนสตรัคติวิซึ่มด้วยวิธีสอน

แบบแก้ปัญหา มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการสอนตามคู่มือครู และนักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิซึม ด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหา กับ นักเรียนที่เรียนโดยการสอนตามคู่มือครู มีเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยนักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิซึมด้วยวิธีการสอนแบบแก้ปัญหา มีเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการสอนตามคู่มือครู

วิมล พงษ์पालิต (2541 : 88) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครูพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และยังพบว่าเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จารุวรรณ ยังรักษา (2542 : 84) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิซึมเป็นกลุ่มกับเป็นรายบุคคล และการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และยังพบว่าความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนความสามารถในการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติก จะเห็นว่า ผลงานวิจัยดังกล่าวสนับสนุนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการด้านต่างๆ เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหา ความคงทนในการเรียนรู้ การคิดเป็น เป็นต้น ซึ่งในการเรียนการสอนครูจะต้องเป็นผู้จัดกิจกรรมที่มีความหมายให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์อันจะส่งผลให้มีพัฒนาการทางสติปัญญา ดังนั้นผู้วิจัยจึง สนใจที่จะพัฒนาชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก เพื่อจะศึกษาว่าชุดการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจะส่งผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนและเกิดความสนใจในการเรียนหรือไม่อย่างไร

3. เอกสารและวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของความสนใจ

ได้นักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้ให้ความหมายของความสนใจไว้ต่าง ๆ กัน ดังนี้
 นันแนลลี (Nunnally. 1970 : 415) ได้สรุปไว้ว่า ความสนใจหมายถึง ความชอบใน
 กิจกรรมใดกิจกรรมหนึ่งโดยเฉพาะ

กู๊ด (Good. 1973 : 311) ได้ให้ความหมายของความสนใจไว้ว่า ความสนใจเป็นความรู้สึกชอบของคนเราที่แสดงต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ซึ่งความรู้สึกนี้อาจจะมีชั่วขณะหนึ่ง หรืออาจจะมีถาวรต่อไปก็ได้ ขึ้นอยู่กับความอยากรู้อยากเห็นของบุคคลนั้น โดยมีอิทธิพลจากประสบการณ์ของเขาเอง

เมอร์เรนส์ และเลห์แมนน์ (Mehrens and Lehmann. 1973 : 530) ให้ความหมายว่า
 ความสนใจหมายถึง ความรู้สึกของบุคคลที่มีต่อเป้าหมายซึ่งเป็นกิจกรรมแสดงออกมาในลักษณะของความชอบ ไม่ชอบในกิจกรรมนั้น ๆ

ธอร์นไดค์ และฮาเกน (Thorndike and Hagen. 1977 : 395) ให้ความหมายว่าความ
 สนใจหมายถึง การตัดสินใจที่เกี่ยวกับกิจกรรมของแต่ละบุคคล โดยแสดงออกมาในรูปความชอบหรือไม่ชอบ ซึ่งจะเป็นแนวโน้มในการค้นหาหรือหลีกเลี่ยงกิจกรรมใดกิจกรรมหนึ่งโดยเฉพาะ

ชาลิต สูงใหญ่ (2530 : 43) กล่าวว่า ความสนใจ คือ การแสดงออกซึ่งความ
 กระตือรือร้นที่จะเข้าร่วมในการประกอบกิจกรรม การเรียนรู้สิ่งเอาใจใส่ มองเห็นความสำคัญมีการรับรู้
 และมีการตอบสนองต่อการรับรู้แล้วเกิดการยอมรับคุณค่าในที่สุด

นคร ปลื้มฤดี (2530 : 36) ได้กล่าวไว้ว่า ความสนใจ หมายถึง ความรู้สึกชอบของ
 บุคคลต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง และความรู้สึกนั้นส่งผลทำให้บุคคลเอาใจใส่และเกิดความพร้อมที่จะกระทำการ
 ให้บรรลุถึงจุดหมายที่บุคคลที่ต่อสิ่งนั้น ความรู้สึกนี้อาจจะมีชั่วขณะหนึ่ง หรืออาจจะมีถาวรต่อไปได้
 ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับ การยอมรับในคุณค่าของสิ่งนั้น ๆ

ภิญโญ มนุสสิณี (2530 : 26) ได้กล่าวไว้ว่า ความสนใจ หมายถึง ความรู้สึกรักหรือ
 ชอบและเอาใจใส่ในเรื่องต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องหรือได้ประสบพบเห็นในการทำงาน มีความรู้สึกอยากเข้า
 ร่วมกิจกรรมหนึ่งด้วยความตั้งใจ เป็นสิ่งที่ช่วยให้การทำงานของบุคคลสำเร็จตามประสงค์

ยุพาภรณ์ พิมพะสอน (2532 : 51) ได้กล่าวไว้ว่า ความสนใจ หมายถึง ความรู้สึกชอบ
 ของบุคคลต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง และความรู้สึกนั้นส่งผลทำให้บุคคลเอาใจใส่ และแสดงออกซึ่งความ
 กระตือรือร้นที่จะเข้าร่วมในการประกอบกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับสิ่งนั้น เกิดความพร้อมที่จะกระทำการให้
 บรรลุถึงจุดหมาย มองเห็นความสำคัญของสิ่งนั้น ๆ มีการรับรู้และมีการตอบสนองต่อการรับรู้ แล้ว
 เกิดการยอมรับในคุณค่าในที่สุด

เกษมา จงสูงเนิน (2533 : 30) ได้กล่าวไว้ว่า ความสนใจ คือ ความรู้สึกชอบของบุคคล
 ต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใด และความรู้สึกนั้นส่งผลต่อความพร้อมและความเอาใจใส่ในการประกอบกิจกรรมใด
 กิจกรรมหนึ่ง ซึ่งแสดงออกโดยการกระตือรือร้นที่จะเข้าร่วมหรือติดตามกิจกรรม นั้น ๆ ด้วยความตั้งใจ

จากความหมายดังกล่าวพอจะสรุปได้ว่า ความสนใจเป็นความรู้สึกชอบของแต่ละบุคคล
 ต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใด ซึ่งความรู้สึกชอบนั้นจะส่งผลให้บุคคลพร้อมและเอาใจใส่ที่จะปฏิบัติกิจกรรมนั้น ๆ
 อย่างกระตือรือร้นและตั้งใจในการปฏิบัติกิจกรรมนั้น ๆ ให้บรรลุจุดหมาย

3.2 ลักษณะของความสนใจ

วนิช บรรจง และคนอื่นๆ (2516 : 33) ได้สรุปลักษณะของความสนใจไว้เพื่อเป็นข้อสังเกตในการที่จะพัฒนาความสนใจให้เกิดกับผู้เรียน ซึ่งเป็นองค์ประกอบให้เกิดความพร้อมในการจัดการเรียนการสอนดังนี้

1. ความสนใจเป็นความรู้สึกหรือเจตคติที่เข้มข้นอยู่ในวงแคบคือคนเราจะต้องมีความสนใจต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งเป็นอย่างๆ ไป
2. ความสนใจเป็นเรื่องของแต่ละบุคคล คนหนึ่งอาจจะมี ความสนใจต่อสิ่งหนึ่ง แต่คนอื่นอาจจะไม่สนใจสิ่งนั้นเลยก็ได้
3. ความสนใจทำให้เราเอาใจใส่จดจ่อต่อสิ่งที่ตนสนใจ
4. เมื่อเกิดความสนใจต่อสิ่งใดแล้ว คนย่อมมีความมุ่งหมายอย่างใดอย่างหนึ่งต่อสิ่งนั้น เช่น ต้องการอยากรู้ให้มากขึ้น ต้องการทำ เป็นต้น
5. คนย่อมมีความมุ่งมั่นที่จะทำให้สำเร็จตามความมุ่งหมาย ถ้าคนนั้นมีความสนใจต่อสิ่งนั้น

นอกจากนี้ ทวี ท่อแก้ว และอบรม สันภิบาล (2517 : 61) ยังได้กล่าวเพิ่มเติมลักษณะบางอย่างนอกเหนือจากที่ วนิช บรรจง และคนอื่นๆ ๑ กล่าวไว้ดังต่อไปนี้

1. ความสนใจเป็นความรู้สึกที่เกิดขึ้นในบุคคลเนื่องจากถูกชักนำโดยสิ่งแวดล้อมต่างๆ
2. ความสนใจแต่ละบุคคลมีความเข้มข้นแตกต่างกัน
3. ความสนใจที่บุคคลมีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งย่อมเปลี่ยนแปลงได้ตามสถานการณ์
4. บุคคลย่อมมีความสนใจต่อสิ่งต่างๆ แตกต่างกันไป
5. ความสนใจอาจเป็นความรู้สึกชั่วขณะหรือตลอดไปได้

จากลักษณะความสนใจที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้นี้ สรุปได้ว่า บุคคลมีความสนใจแตกต่างกันตามประสบการณ์ของแต่ละบุคคล ถ้าบุคคลมีความสนใจในสิ่งใดแล้วก็จะมีความตั้งใจต่ออยู่กับสิ่งนั้นและมีความพยายามที่จะทำสิ่งนั้นให้ประสบความสำเร็จตามที่ได้ตั้งไว้

3.3 สาเหตุที่ทำให้เกิดความสนใจ

ภฤศณา ศักดิ์ศรี (2530 : 216 - 217) ได้กล่าวถึงสาเหตุที่ทำให้คนเราเกิดความสนใจมีดังนี้

1. เกิดจากการติดต่อสัมพันธ์ (Association) เช่น จากการอ่าน การติดต่อ สิ่งใดที่ทำให้ความพอใจให้ หรือเห็นสิ่งนั้นจะให้ประโยชน์ ตัวอย่างเช่น เห็นคุณประโยชน์ของกีฬาเทนนิส จึงเกิดความสนใจ ใครพูดหรือเล่นเทนนิสจะสนใจฟังหรือดู
2. สิ่งกระตุ้น ความสนใจเกิดจากสิ่งกระตุ้นลักษณะต่างๆ เช่น
 - 2.1 การเปลี่ยนแปลงของสิ่งกระตุ้น เช่น ขณะฟังครูสอนอยู่มีคนเดินเข้ามาในห้องเรียน
 - 2.2 ความเข้มหรือความแน่นของสิ่งกระตุ้น เช่น สีฉูดฉาด เสียงดัง เสียงหนักแน่น ผู้หญิงใส่ผ้าหอมกลิ่นฉุนมาก

- 2.3 การเกิดขึ้นซ้ำๆ ถี่ๆ ของสิ่งกระตุ้น เช่น รถกตแดรถี่ๆ โฆษณาซ้ำๆ
- 2.4 สิ่งกระตุ้นที่ต่างกันโดยตรงข้าม (Compared Stimuli) ทั้งสองอย่างเข้าคู่กันมาเร็ว เช่น ภรรยาสูงใหญ่เหมือนนางยักษ์เดินไปกับสามีเตี้ยแคระ ชายรูปปร่างหน้าตาอัปลักษณ์เดินเคียงคู่ไปกับภรรยาสวยเหมือนนางฟ้า คนหัวล้านเดินกับอึปปีผมยาว
- 2.5 สิ่งกระตุ้นที่เด่นชัด ภาพชัดแจ่มแจ้ว เสียงแจ่มใส น่าสนใจกว่าพราหม์
- 2.6 สิ่งกระตุ้นที่แปลกประหลาด เช่น คน 2 หัว คนเผือก หัวล้านชนกัน
- 2.7 สิ่งกระตุ้นที่น่าสนใจ ขาวยาอายุวัฒนะ การรับของแจกรัฐบาล การลดภาษี
3. การเอาอย่าง สิ่งใดที่คนในหมู่คณะนิยมหรือสนใจ ก็จะพลอยสนใจไปด้วยเพื่อการอยู่ร่วมหมู่ร่วมคณะ เช่น ในหมู่บ้านนิยมและสนใจเรื่องการศึกษาไม่ว่ายากดีมีจนอย่างไรก็ต้องส่งลูกให้เรียน
4. ความรู้ ความรู้ความสามารถที่จะกระทำสิ่งใดได้ย่อมจะเป็นเหตุให้เกิดความสนใจในสิ่งนั้นได้ เช่น คนที่พูดภาษาอังกฤษได้ย่อมสนใจภาษาอังกฤษ
5. ความสนใจเกิดจากการได้รับผลสำเร็จ ถ้าทำงานประสบผลสำเร็จได้รับคำชมเชย จะเกิดความภาคภูมิใจและเกิดมีความสนใจที่จะทำการงานนั้นให้ดียิ่งขึ้น เพราะมีกำลังใจที่จะปฏิบัติงานให้ได้ผลดียิ่งขึ้นอีก
6. ความสนใจเกิดจากความต้องการ บุคคลมีความต้องการทั้งทางร่างกายทางจิตใจทางสังคม ความต้องการทำให้คนเราพยายามหาทางบำบัดความต้องการ สนใจที่จะเสาะแสวงหาเส้นทางสู่ความสำเร็จ
7. เกิดขึ้นเองโดยไม่ทราบสาเหตุและไม่ได้เตรียมล่วงหน้า อาจเป็นเพราะสัญชาตญาณก็ได้ เช่น ไปเห็นสภาพอันลำบากของชวนาเข้าก็สนใจอยากหาทางช่วยเหลือ เป็นต้น
8. เกิดจากสิ่งแวดล้อม เช่น เป็นชาวประมงน้ำตื้น แล่นไปหาปลาอยู่ประจำว่ายน้ำ ดำน้ำเก่ง จึงสนใจกีฬาแข่งเรือใบ สิ่งแวดล้อม ความเคยชิน ความชำนาญ นับว่ามีความสำคัญต่อความสนใจมาก
9. เกิดจากการติดต่อ เอาอย่างผู้อื่น เช่น พ่อ แม่ เพื่อน อาจารย์ สนใจสิ่งใดก็ชอบหรือสนใจสิ่งนั้นตามไปด้วย
10. เกิดจากการอ่าน การอ่านหนังสือช่วยกระตุ้นให้เกิดความสนใจได้ รัฐบาลจัดหนังสือลัทธิคอมมิวนิสต์ ผู้ที่อ่านลัทธิคาร์ลมาคซ์มีโอกาสบังเกิดความสนใจเลื่อมใสศรัทธาขึ้นมา ถ้าอ่านนิยายรัก ผจญภัย อาจเกิดสนใจในความรัก การผจญภัยได้
11. เกิดจากความเจตนาว่าจะต้องสร้างความสนใจให้เกิดขึ้นในสิ่งนั้นสิ่งนี้นักธุรกิจคนหนึ่งดำ่ว่าลูกเมียว่าไม่สนใจธุรกิจของตน แล้วถ้าตัวเขาตายไปก็จะเป็นการดำเนินการต่อไป
12. เกิดจากการฝึกอบรมโน้มน้าให้เกิดความสนใจ
13. เกิดจากการยกย่องชมเชยจากสังคม จากผู้ที่เราเคารพนับถือ ย่อมมีอิทธิพลส่งเสริมให้ความสนใจเข้มแข็งขึ้นและดำเนินต่อไป
14. ความช่วยเหลือของบุคคลซึ่งเคยสนใจมาแล้ว จะช่วยกระตุ้นให้เกิดการสนใจตาม

3.4 องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับความสนใจ

โดยทั่วไปคนเรามีความสนใจในสิ่งต่างๆ ไม่เหมือนกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสิ่งต่างๆ คือ สิ่งแวดล้อม หมายถึง สิ่งต่างๆ ที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับบุคคลนั้นๆ เช่น การศึกษาอบรมฐานะทางเศรษฐกิจและสังคม นอกจากสิ่งภายนอกแล้วบุคลิกภาพของบุคคล ได้แก่ อายุ เพศ ระดับสติปัญญา ความสามารถทางร่างกาย ความถนัดตามธรรมชาติ เป็นต้น ซึ่ง บงกช ลิปปพันธ์ (2529 : 48) ได้รวบรวมองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับความสนใจเอาไว้ดังนี้

1. ความสนใจนั้นเกิดจากความพร้อม ความต้องการ และอิทธิพลของสิ่งแวดล้อม
2. ความสนใจต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง เป็นเรื่องของแต่ละบุคคลโดยเฉพาะคนทุกคนจะมีความสนใจในสิ่งต่างๆ แตกต่างกัน
3. ความสนใจนั้นมีความสัมพันธ์อย่างสูงกับสุขภาพของร่างกาย เด็กจะสนใจสิ่งใดเป็นระยะสั้นหรือยาว ย่อมขึ้นอยู่กับความสมบูรณ์ของร่างกาย
4. ความสนใจเฉพาะอย่างนั้นอาจเปลี่ยนไปตามวัยและเวลาของแต่ละบุคคล แต่แบบแผนของความสนใจค่อนข้างคงที่ ทำให้การวัดความสนใจช่วยทำนายความสนใจในอนาคตของตนได้
5. ความสนใจมีความสัมพันธ์อย่างสูงกับสภาพจิตใจและเชาวน์ปัญญาของบุคคล ผู้ที่มีระดับของเชาวน์ปัญญาดำจะสนใจสิ่งใดสิ่งหนึ่งไม่มากอย่าง และไม่สลับซับซ้อนผิดกับผู้ที่มิระดับของเชาวน์ปัญญาสูงมักจะสนใจหลายๆ อย่างในเวลาเดียวกัน และเป็นเรื่องที่สลับซับซ้อนมาก
6. ความสนใจมีความสัมพันธ์อย่างสูงกับพื้นฐานทางประสบการณ์ของเด็ก เด็กจะสนใจเรื่องใด เด็กจำเป็นต้องมีพื้นความรู้เกี่ยวกับเรื่องนั้นพอสมควร ถ้าเด็กขาดประสบการณ์เด็กอาจไม่สนใจเป็นแต่เพียงอยากรู้อยากเห็นชั่วคราวแล้วก็เลิกความสนใจไป

3.5 สาเหตุที่ทำให้นักเรียนขาดความสนใจในการเรียน

กฤษฎณา ศักดิ์ศรี (2530 : 218) ได้กล่าวถึงสาเหตุที่ทำให้นักเรียนขาดความสนใจในการเรียนไว้ดังนี้

1. บรรยากาศและสิ่งแวดล้อมไม่ดี เช่น ห้องเรียนสกปรก อับ ทึบ ร้อนอบอ้าว
2. ความบกพร่องทางร่างกาย เช่น หูตึง ตาไม่ดี อ่อนเพลีย ฯลฯ
3. สุขภาพจิตไม่ดี เช่น ขาดความรัก ความอบอุ่น กำลังทุกข์ เศร้า
4. ลักษณะของบทเรียนไม่เหมาะสม ยากหรือง่ายเกินไป เนื้อเรื่องไม่น่าสนใจ
5. วิธีสอนไม่ดี ไม่คำนึงถึงธรรมชาติของเด็ก

3.6 การสร้างความสนใจในบทเรียน

สุนีย์ ชีรดากร (2525 : 160 - 161) ได้กล่าวถึงการสร้างความสนใจในบทเรียนว่าก่อนที่จะเริ่มทำการสอน ครูควรจะหาวิธีสร้างความสนใจในบทเรียนดังต่อไปนี้

1. ทำความรู้จักเด็กแต่ละคนให้ดี ศึกษาความต้องการ ความสนใจของเขาเพื่อจะได้นำสิ่งนั้นมาสร้างความสนใจให้แก่เด็กได้เหมาะสม
2. ก่อนสอนเรื่องใดควรสร้างความรู้พื้นฐานให้เด็กเสียก่อน
3. จัดบทเรียนให้เหมาะสมกับความถนัด ความสามารถของเด็ก ไม่ให้ยากหรือง่ายจนเกินไป เพื่อไม่ให้เด็กเกิดความรู้สึกท้อถอยในบทเรียน
4. จัดกิจกรรมให้เด็กทำงานสำเร็จบ้าง เพราะความสำเร็จในการทำงานจะเป็นสิ่งช่วยให้เด็กเกิดความสนใจในการเรียน
5. ชี้แจงให้เด็กเห็นความก้าวหน้าของตนเอง
6. การสอนต้องให้เด็กทราบเนื้อหาและจุดมุ่งหมายของบทเรียน
7. จัดสภาพห้องเรียน กระบวนการเรียนให้เด็กมีความรู้สึกสนใจ สนุกสนานและตื่นตัวในการเรียนอยู่เสมอ
8. ในการสอนแต่ละครั้งครูควรจัดอุปกรณ์การสอนที่เหมาะสมกับเรื่องที่จะสอนเพื่อเป็นการสร้างความสนใจและทำให้เด็กเกิดทัศนคติที่ดีต่อการเรียน
9. จัดให้เด็กได้เรียนรู้โดยการกระทำให้มากที่สุด
10. จัดบทเรียนให้มีความหมายต่อชีวิตของเด็ก เพื่อให้เขาสามารถนำไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในการดำเนินชีวิตประจำวัน

นอกจากนี้ กฤษณา ศักดิ์ศรี (2530 : 219 - 220) ได้กล่าวถึงการสร้างความสนใจในการเรียนว่าเป็นหน้าที่ของครู ครูควรปฏิบัติดังนี้

1. ก่อนสอนเรื่องใดครูควรนำเข้าสู่บทเรียน ปูพื้นฐานเรื่องที่จะสอนใหม่โยงให้สัมพันธ์กับความรู้เดิมของเด็ก
2. จัดบทเรียนให้เหมาะสมกับความสามารถในการเรียนของเด็ก ถ้ายากเกินไปเด็กก็ท้อถอย ง่ายเกินไปก็เบื่อ ควรให้ยากง่ายพอเหมาะพอดีที่จะท้าทายผู้เรียน
3. ส่งเสริมให้เด็กมีความสำเร็จในกิจกรรมต่างๆ เพราะความสำเร็จในการทำงานเป็นยาวิเศษที่จะช่วยให้เด็กสนใจในการเรียน ครูศึกษาให้รู้ถึงความสามารถของเด็ก แล้วจัดกิจกรรมให้เด็กทำงานสำเร็จตามความสามารถต่อจากนั้นเขาจะบังเกิดความสนใจในงานนั้นเอง
4. ชี้แจงให้เด็กเห็นความก้าวหน้าของตน เพื่อเป็นแรงจูงใจทำให้เด็กอยากเรียน มีความสนใจงานนั้น
5. ครูควรชี้ให้เด็กเห็นความน่าสนใจของเรื่องที่เรียน ชี้ให้เห็นประโยชน์ของสิ่งที่ควรสนใจ
6. จัดสภาพในการเรียนให้เป็นที่น่ารื่นรมย์ อยู่ในสภาพที่สะดวก สบาย มีบรรยากาศที่ดี

7. ครูต้องสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชานั้น เพราะเจตคติที่ดีต่อวิชาโดยอ้อมเป็นรากฐานที่จะทำให้เด็กสนใจในวิชานั้นมากขึ้น

8. ใช้อุปกรณ์ที่เหมาะสม ช่วยให้เข้าใจดี ง่าย รวดเร็ว แต่ไม่ควรใช้มากหรือน้อยจนเกินไป

9. ควรจัดให้นักเรียนมีส่วนร่วมในบทเรียนให้มาก ให้มีโอกาสดำเนินการแสดงความคิดเห็นของตนเองบ้าง เช่น ให้อภิปราย

10. จัดบทเรียนให้มีความหมายต่อชีวิตของเด็ก เด็กย่อมสนใจบทเรียนที่จะนำไปใช้กับชีวิตประจำวันได้

11. ใช้เทคนิควิธีต่างๆ และจิตวิทยาช่วยในการเรียนการสอน พาไปศึกษานอกสถานที่ เล่าประสบการณ์น่าสนใจเกี่ยวกับบทเรียน ครูซักถามไม่ยาก ง่ายเกินไป ใช้แรงเสริม จัดบทเรียนให้เหมาะสมกับเหตุการณ์ เช่น สอนเรื่องประเพณีลอยกระทงในวันลอยกระทง เป็นต้น

12. สร้างความรู้พื้นฐานก่อนสอนเรื่องนั้น เพื่อจะได้โยงสัมพันธ์สู่เรื่องที่จะสอนใหม่ ถ้าไม่มีพื้นฐานมาก่อนจะเข้าใจยาก ไม่อยากสนใจ

13. จัดบทเรียนให้เหมาะสมกับความสามารถของเด็ก ถ้าบทเรียนยากเกินไปก็ท้อถอย ถ้าง่ายเกินไปก็เบื่อ ต้องให้มีความยากพอที่จะทำให้ท้าทายความสามารถของเด็ก

14. มุ่งสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชานั้น ควบคู่กันไปกับการสอน

15. ให้เรียนโดยการกระทำให้มากที่สุด

16. ดำเนินการสอนให้คล้ายตามสัญชาตญาณอยากรู้อยากเห็นของเด็ก เพราะสัญชาตญาณชนิดนี้เป็นรากฐานของความสนใจเกิดจากการที่มีสิ่งแปลกประหลาด หรือความแปลกประหลาดเป็นเครื่องช่วยกระตุ้น ฉะนั้นในการสอนครูก็หาเรื่องแปลกๆ มาเล่ายกอุทาหรณ์แปลกๆ นำพิศวงมาบรรยาย มีอุปกรณ์การสอนที่แปลกๆ มาใช้ หาคำแปลกๆ และโจทย์แปลกๆ แต่ไม่ยากเกินความสามารถของเด็กมาให้เด็กคิดเด็กตอบ พยายามส่งเสริมให้เด็กกระตือรือร้นและอยากรู้อยากเห็นยิ่งขึ้นไปเป็นลำดับ ครูควรเปิดโอกาสให้เด็กได้ซักถาม อภิปรายระหว่างกันและกัน เขียนภาพ เขียนกระดานดำ ซึ่งแผนที่ถึงเวลาอ่านหนังสือก็ให้อ่านเดี่ยวบ้าง อ่านพร้อมกันบ้าง อ่านแข่งกันบ้าง การเรียนบางวิชาก็ให้เด็กเรียนแบบเล่น (Play Way) บ้าง จะช่วยทำให้เด็กเกิดความสนใจได้มาก

17. สอนให้สนุก เช่น พุดจาทำนองชวนขบขันเป็นครั้งคราว เล่าเรื่องสนุกหาหนังสือสนุกมาให้เด็กอ่าน การแสดงออกของครูก็ช่วยได้มาก เช่น การแสดงออกทางเสียง ทางกิริยาท่าทาง และทางหน้าตา หากรู้จักแสดงให้เหมาะสมแล้วก็ย่อมจะช่วยปลุกความสนใจของเด็กได้เป็นอย่างดี

18. สอนบทเรียนให้หนักไปในทางรูปธรรมมากกว่านามธรรม แสดงตัวอย่างสิ่งของและให้นักเรียนจับต้องได้ พานักเรียนไปชมสถานที่อันเป็นประโยชน์ ด้รูปภาพหรือข้อความสำคัญจากหนังสือปิดไว้ให้นักเรียนดู ทำเป็นบรรณนิทัศน์สังเขป และควรเลือกเรื่องราวที่จะเป็นประโยชน์แก่เด็กโดยแท้จริงหรือเป็นเรื่องที่นักเรียนสามารถเข้าใจถึงประโยชน์และคุณค่าได้โดยง่าย

19. ทำบทเรียนให้เป็นที่น่าสนใจไม่เคลือบคลุม ใช้ถ้อยคำสำนวนที่เข้าใจได้ง่าย เหมาะสมกับความสามารถและวัยของเด็ก เชื่อเชิญผู้เชี่ยวชาญมาแสดงปาฐกถาหรือบรรยายให้เด็กรู้เข้าใจโดยแจ่มแจ้ง

3.7 การควบคุมและส่งเสริมความสนใจ

เมื่อสร้างความสนใจขึ้นมาแล้วครูจะต้องคอยควบคุมดูแลบำรุงและส่งเสริม การส่งเสริมความสนใจนี้อาจทำได้หลายวิธีในตอนแรกๆ เมื่อเกิดความสนใจขึ้นแล้วเราจะต้องคอยบำรุง ที่สำคัญก็คือให้เด็กได้ประสบความสำเร็จเสียก่อนไม่มากก็น้อย เด็กก็จะสนใจมากขึ้น แต่ครูควรปล่อยให้เด็กส่งเสริมความสนใจของตนเองตราบเท่าที่ความสนใจนั้นเป็นไปในทางที่ถูกโดยปกติความสนใจที่เกิดขึ้นใหม่มักจะต้องการความช่วยเหลือบำรุงเลี้ยงเป็นพิเศษพยายามส่งเสริมให้เด็กเห็นความจำเป็นประโยชน์และคุณค่า อย่าให้เห็นเป็นของน่าเบื่อ เด็กก็จะทำงานด้วยความเต็มใจและกระตือรือร้นด้วย ข้อสำคัญครูจะต้องมีความสนใจสิ่งนั้นอยู่ด้วย และแสดงความนิยมพอใจเมื่อเห็นความสนใจเกิดมีขึ้นแก่เด็กก็จะเป็นความสนใจที่ครูก่อให้เกิดขึ้นหรือเกิดขึ้นแก่เด็กเอง ถ้าหากปรากฏว่าการส่งเสริมความสนใจที่กระทำไปแล้วยังไม่ดีพอก็ย่อมจะปรับปรุงเปลี่ยนแปลงเสียใหม่ได้ ให้เป็นไปในทางที่ดี

กฤษฎณา ศักดิ์ศรี (2530 : 220 - 221) ได้กล่าวถึงการควบคุมและส่งเสริมความสนใจไว้ดังนี้

การควบคุมและส่งเสริมความสนใจ อาจทำได้หลายวิธี ดังนี้

1. การถาม โดยการแนะและการถาม จะช่วยส่งเสริมความสนใจให้เจริญยิ่งขึ้นได้ ช่วยกระตุ้นและส่งเสริมความสนใจ ซึ่งแม้แต่แรกจะเกิดขึ้นเพียงเล็กน้อย ให้ขยายตัวเป็นจริงเป็นจังและมั่นคงถาวรได้
2. การแนะนำให้อ่านหนังสือ วิธีนี้ใช้มากที่สุดในการควบคุมและส่งเสริมความสนใจ และได้ผลเป็นอย่างดีด้วย
3. การท่องเที่ยว เช่น ไปเที่ยวพิพิธภัณฑ์และให้คำแนะนำด้วยว่าควรจะทำอะไร อย่างไร ซึ่งความมุ่งหมายของการไปเที่ยวเช่นนี้ ย่อมจะทำให้นักเรียนเกิดความพอใจ รู้จักสังเกตพิจารณา เข้าใจถาม และศึกษาสิ่งที่ได้พบเห็นนั้น
4. ตัวอย่างหรือของจำลองนำมาให้นักเรียนได้จับต้องทดลองดู ครูควรให้คำแนะนำและ ชักถามประกอบไปด้วย
5. อิทธิพลส่วนบุคคล ดังกล่าวมาแล้วว่าการเอาอย่างคนอื่นเป็นสาเหตุอันหนึ่งของความสนใจ ถ้าให้เด็กเห็นสิ่งที่คนอื่นที่มีความสนใจกระตือรือร้นรวบรวมไว้ ย่อมจะเร้าความสนใจให้เจริญงอกงามได้
6. สิ่งแวดล้อม จัดแสดงสิ่งแวดล้อมให้เหมาะสมเช่นรวมเด็กที่มีความสนใจคล้ายคลึงกันไว้ด้วยกัน เช่น พวกสนใจในคณิตศาสตร์ ดนตรี โบราณคดี ฯลฯ

3.8 การวัดความสนใจ

การวัดความสนใจให้ได้ผลถูกต้องแม่นยำที่สุดนั้นทำได้ยาก เพราะความสนใจของแต่ละบุคคลจะแตกต่างกันไป ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบหลายอย่าง ได้แก่ อายุ เพศ สติปัญญา สิ่งแวดล้อม พัฒนาการทางร่างกาย สภาพภาพทางเศรษฐกิจและสังคม (Kurlock. 1955 : 189 - 192)

ฮอคส์ ลินด์ควิสท์ และแมนน์ (Hawkes. Lindquist And Mann. 1963 : 328) ได้เสนอวิธีวัดความสนใจซึ่งสอดคล้องกับ เพาเวลล์ (Powell. 1963 : 189 - 192) ไว้ 3 วิธีดังนี้

1. การใช้แบบวัดความสนใจ (Interest Inventories) โดยให้แสดงความรู้สึกชอบหรือไม่ชอบต่อข้อความต่างๆ ของแบบวัดความสนใจ
2. การใช้แบบสอบถามแบบปลายเปิด (Open - Ended Questionnaire) โดยให้อิสระในการตอบคำถามต่างๆ ได้ตามความรู้สึกที่แท้จริงของตน
3. การสัมภาษณ์ (Interviews) จะทำให้ผู้สัมภาษณ์สามารถสังเกตเห็นพฤติกรรมของผู้ถูกสัมภาษณ์ได้

เดวิส (Davis. 1964 : 160 - 161) ได้เสนอแนะเทคนิคในการวัดความสนใจไว้ดังนี้

1. ค้นหาสิ่งที่แต่ละบุคคลชอบทำในระยะ 1 - 2 ปีที่ผ่านมา ถ้าเขายอมสละเวลาว่างที่มียูอยู่เพื่อทำในสิ่งหนึ่งโดยเฉพาะก็แสดงว่าเขาสนใจในสิ่งนั้น
2. ค้นหาว่าแต่ละบุคคลมีความรู้ในเรื่องนั้นๆ มากน้อยเพียงใด ถ้าเขามีความรู้ในเรื่องนั้นมาก ก็แสดงว่าเขาสนใจเรื่องนั้น ทั้งนี้เพราะคนเราย่อมจำสิ่งที่ตนสนใจได้ดีกว่าที่ไม่สนใจ
3. ให้แต่ละบุคคลแสดงความรู้สึกชอบ หรือไม่ชอบต่อข้อความต่างๆ ที่กำหนดไว้ให้ จะเห็นว่าการวัดความสนใจสามารถทำได้หลายวิธี การที่จะนำวิธีใดวิธีหนึ่งไปใช้กับใครในสถานการณ์แบบใดนั้น ย่อมขึ้นอยู่กับดุลยพินิจของผู้ที่จะนำไปใช้สำหรับการวิจัย

กล่าวโดยสรุป การวัดความสนใจจะมีส่วนช่วยในการศึกษาถึงความสนใจของบุคคลต่างๆ เพราะความสนใจเป็นแรงจูงใจอย่างมากที่จะช่วยกระตุ้นให้บุคคลนั้นเกิดความตั้งใจและพยายามจนบรรลุความสำเร็จได้ ซึ่งการวัดความสนใจนั้น เราสามารถวัดได้หลายวิธี ซึ่งขึ้นอยู่กับดุลยพินิจของผู้ที่จะนำไปใช้ สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยวัดความสนใจโดยใช้แบบสอบถามวัดความสนใจ ทั้งนี้เพราะว่าสามารถใช้วัดได้กับบุคคลจำนวนมากและทราบผลในเวลารวดเร็ว

3.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสนใจในการเรียน

งานวิจัยต่างประเทศ

ในปี ค.ศ.1969 แมคเคลลแลนด (บุญชม ศรีสะอาด. 2524 : 39 ; อ้างอิงจาก McClelland. 1969 : 2339 - A. *Motivating Economic Achievement*) ได้ศึกษาตัวแปรที่ไม่ใช่ทางด้านสติปัญญาที่คาดว่าจะมีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักศึกษาในระดับวิทยาลัย พบว่า ความสนใจเป็นตัวแปรหนึ่งที่มีความสัมพันธ์กับผลการเรียนอย่างมีนัยสำคัญ

บล็อก (Block. 1970 : 104 - 106) ได้ทดลองสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยแบ่งนักเรียนออกเป็นห้ากลุ่ม กลุ่มควบคุมเรียนโดยไม่ใช้วิธีเรียนเพื่อรอบรู้ ส่วนอีกกลุ่มเรียนโดยวิธีเรียนเพื่อรอบรู้ ซึ่งใช้เกณฑ์การรอบรู้ต่าง ๆ กัน คือ 95 %, 85 %, 75 %, และ 65 % ของเนื้อหา

ตามลำดับ ผลการทดลองพบว่า กลุ่มที่มีความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์สูงที่สุด คือ กลุ่มที่ตั้งเกณฑ์การรอบรู้ไว้ 85 % สำหรับกลุ่มที่ตั้งเกณฑ์ไว้ 95 % เมื่อสอนนาน ๆ ความสนใจลดลง ดังนั้น การกำหนดเกณฑ์การรอบรู้ไว้สูงเกินไปจนทำให้ความสนใจในวิชาที่เรียนลดลงได้

ในปี ค.ศ.1972 บีกส์, คีฟส์ และไอเคน (Keeves. 1972 : 53 ; citing Biggs. 1959; Keeves. 1966 and Aiken. 1970) ได้ทำการวิจัยพบว่า

1. ทักษะและความสนใจของนักเรียนระดับประถมศึกษาที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับค่อนข้างต่ำ และจะค่อยสูงขึ้นไปตามลำดับ เมื่อเด็กได้เรียนระดับสูง ๆ จนถึงระดับมัธยมศึกษา
2. ในระดับมัธยมศึกษาเด็กชายจะมีทักษะและความสนใจที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์มากกว่าเด็กหญิง
3. ผลของทักษะและความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์มักจะเกิดจากการสอนของครูมากกว่าที่จะมีผลจากที่บ้านและผู้ปกครองของเด็ก

โลว์ (Lowe. 1972 : 2195 - A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสนใจในวิชาวิทยาศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ โดยใช้นักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย ระดับเกรด 10 และเกรด 11 จำนวน 414 คน พบว่า ความสนใจในวิชาวิทยาศาสตร์ มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์

พิทท์แมน (Pittman. 1993 : 4720 - A) ได้ศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อความสนใจและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับ 8 จำนวน 5,162 คน เครื่องมือที่ใช้คือ แบบสอบถาม โดยแยกศึกษาเป็นภาคทฤษฎี และภาคปฏิบัติ ผลการวิจัย พบว่าความสามารถของนักเรียน วิธีสอนของครู จิตวิทยาการสอน สิ่งแวดล้อม มีผลต่อความสนใจ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

เกษมา จงสูงเนิน (2533 : 58 - 62) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยการใช้กับไม่ใช้หนังสือการ์ตูนประกอบบทเรียนในการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. พบว่า ความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยการใช้หนังสือการ์ตูนประกอบบทเรียนในการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. กับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้หนังสือการ์ตูนประกอบบทเรียนในการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เจือจันทร์ กัลยา (2533 : 95) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอนโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปประกอบภาพการ์ตูน พบว่า ความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการสอนโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปประกอบภาพการ์ตูนกับนักเรียนที่เรียนจากการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2533 : 145) ได้ทำการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสนใจ และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ โดยการสอนตามหลักการเรียนเพื่อรู้แจ้งกับการสอนตามคู่มือครู สสวท. พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอน โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรู้แจ้งมีความสนใจในการเรียนวิชา คณิตศาสตร์แตกต่างกันกับนักเรียนที่เรียนได้รับการสอนตามคู่มือครู สสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .01

รุจิรา โพธิ์สุวรรณ (2540 : 93) ได้ทำการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและ ความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้บทเรียน สื่อประสมกับการสอนตามคู่มือครู พบว่า ความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอน โดยใช้บทเรียนสื่อประสมกับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศรีภรณ์ ณะวงศ์ษา (2542 : 78) ได้ศึกษาผลสำเร็จทางการเรียนและความสนใจในการ เรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ TEAMS - GAMES - TOURNAMENT แบบ STUDENT TEAMS - ACHIEVEMENT DIVISION และ การสอนตามคู่มือครู พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ กิจกรรมการเรียนแบบ TGT แบบ STAD และการสอนตามคู่มือครู มีความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทาง สถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสนใจในการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ จะเห็นว่า ผลงานวิจัยดังกล่าวสนับสนุนในเรื่องความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนในรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งการที่นักเรียนจะเกิดความสนใจในการเรียนนั้นจะ ต้องขึ้นอยู่กับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่หลากหลาย โดยให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ตรงใน การเรียนรู้ อันจะส่งผลให้มีการพัฒนาทางด้านสติปัญญา ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะพัฒนาชุดการสอน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก เพื่อจะศึกษาว่า ชุดการสอนที่ผู้ วิจัยสร้างขึ้นจะส่งผลให้นักเรียนเกิดความสนใจในการเรียนหรือไม่อย่างไร

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

4.1 ความหมายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

วิลสัน (Wilson. 1971 : 643 - 696) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์จากแนวคิด ของวิลสันพอจะกล่าวได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก็คือ ผลสำเร็จของการเรียนรู้ใน วิชาคณิตศาสตร์ที่ประเมินเป็นระดับความสามารถนั่นเอง

วิลสัน (Wilson. 1971 : 643 - 696) ได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางพุทธิพิสัย (Cognitive Domain) ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา โดยอิงลำดับชั้นของ พฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย ตามกรอบแนวคิดของบลูม (Bloom's Taxonomy) ไว้เป็น 4 ระดับ ได้แก่

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation)

พฤติกรรมในระดับนี้ ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำที่สุด แบ่งออกได้เป็น 3 ชั้น ดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) คำถามที่วัดความสามารถในระดับนี้ จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลานานแล้วด้วย

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่าง ๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรง หรือโดยอ้อมก็ได้ แต่ไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to Carry out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยามและกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับ ขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบวัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ ความจำ เกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนกว่า แบ่งได้เป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคติเป็นนามธรรม ซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้น โดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ ซึ่งเขียนในรูปใหม่หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียน

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principles Rules and Generalization) เป็นความสามารถในการเอา หลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหา จนได้แนวทางในการแก้ปัญหาได้ ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรกอาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวน และโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหา จากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements from one Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้ เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการ ซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms) หลังจากแปลแล้ว อาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow A Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่าน และเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่วๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้ อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่นๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติหรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน คือ แบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องเลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้ แบ่งออกเป็น 4 ชั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งใช้ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาพิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วน มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns Isomorphisms and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูลและการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาให้พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตเนื้อหาวิธีที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าว ต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกัน เพื่อแก้ปัญหาพฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งเป็น 5 ชั้น ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine Problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจ มโนคติ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่างๆ ที่โจทย์กำหนดใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์ที่เคยพบมาแล้วมาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ อาจเป็นพฤติกรรมที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าพฤติกรรมในการสร้างข้อพิสูจน์ พฤติกรรมในขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดบ้าง

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) ความสามารถในการขั้นนี้เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่ความสามารถในการพิจารณาเป็นพฤติกรรมที่ยุ่ยากซับซ้อนกว่า ความสามารถในการขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดไปจาก มโนคติ หลักการ กฎ นิยาม หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to Formulate and Validate Generalizations) นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องเดิมและต้องสมเหตุสมผลด้วย นั่นคือการถามให้หาและพิสูจน์ประโยคทางคณิตศาสตร์หรืออาจถามให้นักเรียนสร้างกระบวนการคิดคำนวณใหม่ พร้อมทั้งแสดงการใช้กระบวนการนั้น

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จัดได้ว่าเป็นเกณฑ์ที่จะนำมาใช้ในการประเมินประสิทธิภาพของการสอนอย่างกว้างขวาง ซึ่งผู้วิจัยสนใจที่จะทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก

4.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เพรสคอตต์ (Prescott, 1961 : 14 - 16) ได้ใช้ความรู้ทางชีววิทยา สังคมวิทยา จิตวิทยา และการแพทย์ ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนของนักเรียน และสรุปผลการศึกษาว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียน มีดังต่อไปนี้

1. องค์ประกอบทางด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพทางกาย ข้อบกพร่องทางร่างกายและบุคลิกท่าทาง
2. องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ของบิดามารดา ความสัมพันธ์ของบิดามารดากับลูก ความสัมพันธ์ระหว่างลูก ๆ ด้วยกัน และความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกทั้งหมดในครอบครัว
3. องค์ประกอบทางวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณี ความเป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อมทางบ้าน การอบรมทางบ้านและฐานะทางบ้าน
4. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของนักเรียนกับเพื่อนวัยเดียวกัน ทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน

5. องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สติปัญญา ความสนใจ เจตคติของนักเรียน

6. องค์ประกอบทางการปรับตัว ได้แก่ ปัญหาการปรับตัว การแสดงออกทางอารมณ์ แครร์รอล (Carrol. 1963 : 723 - 733) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับอิทธิพลขององค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีต่อระดับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน โดยการนำเอาครู นักเรียน และหลักสูตรมาเป็นองค์ประกอบที่สำคัญ โดยเชื่อว่าเวลาและคุณภาพของการสอนมีอิทธิพลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ที่นักเรียนจะได้รับ

จากการศึกษาองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนข้างต้นนั้น มีองค์ประกอบหลายประการที่ทำให้เกิดผลกระทบต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยเฉพาะองค์ประกอบเกี่ยวกับตัวนักเรียนในด้านต่าง ๆ เช่น สติปัญญา อารมณ์ ความสนใจ เจตคติต่อการเรียน รวมถึงองค์ประกอบทางวัฒนธรรมและสังคมของนักเรียน และที่ทำให้เกิดผลโดยตรงนั้น คือ การสอนของครูนั่นเอง

4.3 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

สาเหตุของการสอบตกและการออกจากโรงเรียนในระดับประถมศึกษา ซึ่งเรวัตและคุปตะ (Rawat and Gupta. 1970 : 7 - 9) ได้กล่าวว่าอาจมาจากสาเหตุใดสาเหตุหนึ่ง หรือมากกว่านั้น โดยมีด้วยกันหลายประการ ได้แก่

1. นักเรียนขาดความรู้สึกร่วมในการมีส่วนร่วมกับการเรียน
2. ความไม่เหมาะสมของการจัดเวลาเรียน
3. ผู้ปกครองไม่เอาใจใส่ในการศึกษาบุตร
4. นักเรียนมีสุขภาพไม่สมบูรณ์
5. ความยากจนของผู้ปกครอง
6. ประเพณีทางสังคม ความเชื่อที่ไม่เหมาะสม
7. โรงเรียนไม่มีการปรับปรุงที่ดี
8. การสอบตกซ้ำชั้นเพราะการวัดผลไม่ดี
9. อายุน้อยหรือมากเกินไป
10. สาเหตุอื่น ๆ เช่น การคมนาคมไม่สะดวก

สำหรับนักเรียนที่อ่อนวิชาคณิตศาสตร์นั้น วชิร บุณยสิงห์ (2525 : 435) ได้กล่าวว่า เป็นนักเรียนที่มีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ระดับสติปัญญา (I.Q) อยู่ระหว่าง 75 - 90 และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 30
2. อัตราการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่านักเรียนอื่น ๆ
3. มีความสามารถทางการอ่านต่ำ
4. จำหลักหรือมโนคติเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่เรียนไปแล้วไม่ได้
5. มีปัญหาในการใช้ถ้อยคำ

6. มีปัญหาในการหาความสัมพันธ์ของสิ่งของต่าง ๆ และการสรุปเป็นหลักเกณฑ์โดยทั่วไป
 7. มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์น้อย สืบเนื่องจากการสอบทวิภาคคณิตศาสตร์บ่อยครั้ง
 8. มีเจตคติที่ไม่ดีต่อโรงเรียนและโดยเฉพาะอย่างยิ่งต่อวิชาคณิตศาสตร์
 9. มีความกดดันและรู้สึกกังวลต่อความล้มเหลวทางด้านการเรียนของตนเอง และบางครั้งรู้สึกถูกดูถูกตัวเอง
 10. ขาดความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง
 11. อาจมาจากครอบครัวที่มีสภาพแวดล้อมแตกต่างจากนักเรียนอื่นๆ ซึ่งมีผลทำให้ขาดประสบการณ์ที่จำเป็นต่อความสำเร็จในการเรียน
 12. ขาดทักษะในการฟัง และไม่มีความตั้งใจในการเรียน หรือมีความตั้งใจในการเรียนเพียงชั่วระยะเวลาสั้น
 13. มีข้อบกพร่องในด้านสุขภาพ เช่น สายตาไม่ปกติ มีปัญหาด้านการฟังและมีข้อบกพร่องทางทักษะการใช้มือ
 14. ไม่ประสบผลสำเร็จในด้านการเรียนทั่ว ๆ ไป
 15. ขาดความสามารถในการแสดงออกทางคำพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้คำถามที่แสดงให้เห็นว่าตนเองก็ยังไม่เข้าใจในการเรียนนั้นๆ
 16. มีวุฒิภาวะค่อนข้างต่ำทั้งทางด้านอารมณ์และสังคม
- จากการศึกษาถึงสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน การสร้างความสนใจให้นักเรียนอยากเรียนรู้และความรู้สึกรับผิดชอบต่อการมีส่วนร่วมในกิจกรรมต่างๆ ซึ่งเป็นหน้าที่ของครูที่จะจัดหาวิธีที่เหมาะสมมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดประสิทธิภาพและประสิทธิผลที่ดียิ่งขึ้น ดังนั้นการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สร้างชุดการสอนเพื่อนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจซึ่งจะช่วยให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้น

บทที่ 3

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าตามหัวข้อดังต่อไปนี้

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
3. การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
4. วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 ของโรงเรียนกันทรารมณ อำเภอกันทรารมย์ จังหวัดศรีสะเกษ ทั้งหมด 8 ห้องเรียน รวม 280 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 ของโรงเรียนกันทรารมณ อำเภอกันทรารมย์ จังหวัดศรีสะเกษ ได้มาโดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) จำนวน 3 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 35 คน รวม 105 คน ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนโดยความสามารถของนักเรียน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ มีดังนี้

1. ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
3. แบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

3. การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

3.1 ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก

ในการพัฒนาชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกมีลักษณะเป็นชุดการสอนสำเร็จรูปชนิดสื่อประสม ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 การเตรียมเอกสารด้านวิชาการ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องก่อนที่จะลงมือสร้างชุดการสอนดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) และคู่มือครูคณิตศาสตร์หลักสูตรมัธยมศึกษาปีที่ 3 ค 011 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

2. ศึกษาเอกสาร ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับ

2.1 การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2.2 การสร้างชุดการสอน

2.3 วิธีแก้ปัญหาแบบฮิวริสติก

3. เลือกบทเรียนในการสร้างชุดการสอนผู้วิจัยได้เลือกเรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยได้แบ่งเนื้อหาออกเป็นชุด ได้ทั้งหมด 3 ชุดย่อย ดังนี้

ชุดที่ 1 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชุดที่ 2 โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชุดที่ 3 อสมการ

ขั้นที่ 2 การสร้างชุดการสอน ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1. กำหนดรูปแบบของชุดการสอน โดยผู้วิจัยได้ประยุกต์รูปแบบการสร้างชุดการสอนของ สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2533 : 269) สุมานิน รุ่งเรืองธรรม (2526 : 114 – 115) และ กิตานันท์ มลิทอง (2531 : 18) ซึ่งมีองค์ประกอบดังนี้

1.1 คู่มือการใช้ชุดการสอนซึ่งประกอบด้วย

(1) หลักการและเหตุผล

(2) วัตถุประสงค์

(3) องค์ประกอบของชุดการสอน

(4) ลักษณะการใช้ชุดการสอน

(5) กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

(6) ข้อเสนอแนะในการใช้ชุดการสอน

1.2 จุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นส่วนที่ระบุเป้าหมายที่จะทำให้เกิดขึ้นหลังจากนักเรียนทำกิจกรรมในชุดการสอนนั้นจบลง

1.3 เนื้อหาสาระ เป็นส่วนที่อธิบายให้ความรู้กับนักเรียน

1.4 กิจกรรมการเรียนการสอน เป็นส่วนที่กำหนดให้นักเรียนได้ปฏิบัติเพื่อนำไปสู่จุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้

1.5 สื่อการเรียนการสอน เป็นส่วนที่ระบุว่าในชุดการสอนนั้นมีวัสดุ – อุปกรณ์อะไรบ้าง

1.6 การประเมินผล เป็นส่วนที่ให้นักเรียนได้ประเมินความรู้ความสามารถของตนเองจากการศึกษาด้วยชุดการสอน

2. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้

3. กำหนดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้

กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก เป็นการจัดการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้ศึกษาตามขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติก โดยมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความรู้พื้นฐานเดิมของนักเรียน แล้วตอบคำถามของครูแบบ ปากเปล่า หรือตอบคำถามจากแบบทดสอบ

2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้

ขั้นที่ 2 ขั้นดำเนินการสอน

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

1.1 ให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาหลายๆ ครั้ง เพื่อเก็บหรือจับใจความ และดูความหมายของคำที่ใช้ในโจทย์ปัญหา ทำความเข้าใจเกี่ยวกับถ้อยคำและสัญลักษณ์ในปัญหา

1.2 ให้นักเรียนแยกปัญหาวางออกเป็น

- โจทย์กำหนดอะไรบ้าง

- มีเงื่อนไขอะไรบ้าง

- ต้องการหาอะไรบ้าง

2. ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา

2.1 ครูทบทวนความรู้เดิม ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา

2.2 ชี้แนะให้นักเรียนคิดหาเหตุผล เพื่อจะนำมาสรุปสิ่งที่ต้องการ

2.3 ชี้แนะให้นักเรียนรู้ปัญหาว่า ปัญหาหลักคืออะไร ปัญหาย่อยคืออะไร

2.4 ให้นักเรียนค้นหารูปแบบจากปัญหาที่ใกล้เคียงกัน เพื่อที่จะดูว่ามีอะไรคล้ายกันบ้าง จะได้แก้ปัญหาในลักษณะที่คล้ายๆ กัน

2.5 ให้นักเรียนค้นหาทฤษฎี สูตร บทนิยาม ที่จะต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

2.6 ให้นักเรียนพิจารณาว่าข้อมูลที่ให้มาเพียงพอหรือไม่

2.7 ให้นักเรียนเลือกวิธีคำนวณที่เหมาะสม หรือไม่ก็ต้องมีการลองผิดลองถูก

3. ขั้นตอนการตามแผน

3.1 ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติการตามแผนที่คิดไว้ โดยใช้ทักษะพื้นฐานที่เคยเรียนมา

3.2 เลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาตามความเหมาะสม เช่น เขียนรูปประกอบ ใช้การค้นหารูปแบบ ใช้การเขียนตารางประกอบ ใช้การเดา แล้วตรวจสอบ หรือใช้การกำจัดตัวแปรที่เป็นไปได้ ฯลฯ

3.3 ให้นักเรียนดำเนินการตามแผนที่ละขั้นตอนตามลำดับ ทั้งนี้เพื่อตรวจสอบว่าแต่ละขั้นตอนถูกต้องหรือไม่

4. ขั้นตรวจสอบ

4.1 ให้นักเรียนพิจารณาว่าเมื่อทำแล้วต้องตรวจสอบดูอีกครั้งว่าใช้ข้อมูลหมดหรือยัง และได้ผลตามที่ต้องการหรือไม่

4.2 ถ้าคำตอบที่ได้ยังไม่ถูกต้องให้ย้อนกลับไปทำความเข้าใจปัญหา วางแผน และดำเนินการตามแผน และตรวจสอบสิ่งที่ต้องการอีกครั้งหนึ่ง เพื่อให้ได้สิ่งที่ต้องการและเป็นจริง

ขั้นที่ 3 ขั้นฝึกทักษะ

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกทักษะ ประกอบด้วย แผ่นโปรงใส ใบงาน แบบฝึกเอกสารแนะแนวทาง

3.1 ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะรายบุคคลด้วยตนเอง หรือทำแบบฝึกทักษะรายกลุ่มด้วยการแบ่งกลุ่มตามความเหมาะสม และการตรวจคำตอบจะให้สมาชิกในกลุ่มช่วยกันตรวจคำตอบ ถ้าตอบถูกต้องให้รางวัลและถ้าตอบไม่ถูกต้องสมาชิกในกลุ่มจะต้องร่วมมือกันแก้ไขข้อบกพร่อง โดยศึกษาแบบฝึกทักษะนั้นใหม่ แล้วให้เพื่อนในกลุ่มที่ตอบถูกเป็นผู้อธิบายหรือครูเป็นผู้ชี้แนะข้อบกพร่อง

3.2 เก็บผลงานเข้าแฟ้มสะสมงานที่แจกให้เพื่อประกอบการทบทวนหากไม่เข้าใจ

ขั้นที่ 4 ขั้นสรุป

ให้นักเรียนหาข้อสรุปทุกคาบเรียนด้วยตนเองจากการตอบคำถามหรือจากแบบฝึกทักษะที่ให้ทำด้วยตนเองหรือทั้งชั้นร่วมกันสรุปแล้วจดบันทึกลงในสมุดเรียน

ขั้นที่ 5 ขั้นวัดผลและประเมินผล

5.1 สังเกต

- ความสนใจ ความตั้งใจในการร่วมกิจกรรม
- การแสดงความคิดเห็นอย่างมีเหตุผล
- การยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น

5.2 ตรวจผลงาน

- เป็นรายบุคคลและงานกลุ่ม
- ใบงาน แบบฝึกทักษะ

5.3 ทดสอบย่อย

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบทดสอบย่อยหลังจากเรียนชุดการสอนในแต่ละชุดจบแล้ว พร้อมทั้งเฉลยคำตอบ

4. นำชุดการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นให้ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 คน คือ

อ. ประสาท สอ้านวงศ์ ดร. สมเดช บุญประจักษ์ และ ผศ. ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล ตรวจสอบเกี่ยวกับความเที่ยงตรงของเนื้อหาและความเหมาะสมของชุดการสอนที่เกี่ยวกับคู่มือการใช้ชุดการสอน แผนการสอน กิจกรรมการเรียนการสอน แบบฝึกทักษะ และสื่อประกอบการสอน หลังจากนั้นนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

5. นำชุดการสอนพร้อมแผนการสอนที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่อประธานกรรมการตรวจพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะเรียบร้อยแล้ว จึงนำไปทดสอบหาคุณภาพและประสิทธิภาพของชุดการสอนกับนักเรียนเพื่อใช้ในการวิจัยครั้งนี้

ขั้นที่ 3 การหาประสิทธิภาพของชุดการสอน

หลังจากที่ผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขชุดการสอนตามข้อเสนอแนะของประธานกรรมการและผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 คน คือ อ. ประสาท สอ้านวงศ์ ดร. สมเดช บุญประจักษ์ และ ผศ. ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล แล้วผู้วิจัยได้นำชุดการสอนไปดำเนินการทดสอบเพื่อหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ยร้อยละ 80/80 ตามขั้นตอนดังนี้

1. การหาประสิทธิภาพเป็นรายบุคคล (1 : 1)

ผู้วิจัยได้นำชุดการสอนทั้ง 3 ชุดไปทดลองสอนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียน ละทายวิทยา อำเภอกันทรารมย์ จังหวัดศรีสะเกษ โดยทดลองกับผู้เรียน จำนวน 1 คน ซึ่งมีระดับความรู้ความสามารถ ปานกลาง เพื่อพิจารณาเกี่ยวกับภาษาและกิจกรรมที่ใช้ในชุดการสอน เก็บข้อมูลต่างๆ เพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไขชุดการสอน โดยการสังเกตพฤติกรรมอย่างใกล้ชิด สัมภาษณ์ผู้เรียนตลอดจนตรวจสอบผลงานจากการทำแบบฝึกทักษะแล้วนำไปปรับปรุงแก้ไข

2. การหาประสิทธิภาพเป็นกลุ่ม (1 : 10)

นำชุดการสอนที่ได้ปรับปรุงแก้ไขจากขั้นทดลองเป็นรายบุคคลแล้วนำมาทำการทดลองเป็นกลุ่มกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนละทายวิทยา อำเภอกันทรารมย์ จังหวัดศรีสะเกษ โดยทดลองกับผู้เรียน 6 – 10 คน ทั้งเรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อน สังเกตพฤติกรรมอย่างใกล้ชิดเพื่อดูข้อบกพร่องเกี่ยวกับกิจกรรมและเวลาที่ใช้เป็นไปตามที่กำหนดไว้หรือไม่ จากนั้นนำข้อบกพร่องทั้งหมดมาปรับปรุงแก้ไข

3. การดำเนินการทดลอง เพื่อหาประสิทธิภาพภาคสนาม

ผู้วิจัยนำชุดการสอนที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วตามข้อ 1 และ 2 ไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 40 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนละทายวิทยา อำเภอกันทรารมย์ จังหวัดศรีสะเกษ เพื่อหาประสิทธิภาพของชุดการสอนตามเกณฑ์ 80/80

80 ตัวแรก ประเมินจากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนในชุดการสอน โดยนำคะแนนของนักเรียนมารวมกันทั้งหมดคิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

80 ตัวหลัง ประเมินจากที่นักเรียนเสร็จสิ้นจากการศึกษาชุดการสอนในแต่ละชุด โดยพิจารณาจากผลการทำแบบทดสอบท้ายชุดการสอนในแต่ละชุด นำคะแนนนักเรียนมารวมกันทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

3.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1. ศึกษาวิธีสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากหนังสือเทคนิคการเขียนข้อสอบของชวาล แพรัตกุล (2520 : 1-407)

2. ศึกษาเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้จากหนังสือคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3. สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้เพื่อวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ตามเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งผู้วิจัยวิเคราะห์ร่วมกับอาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 3 คน คือ อ. นภาจิต นาสวาท อ. สุวันที มุขพันธ์ อ. จารุพร แก้วลา โดยยึดหลักการประเมินผลทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของ วิลสัน (Wilson. 1971 : 643-685)

4. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 60 ข้อ ให้ครอบคลุมเนื้อหาตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 คน คือ อ. ประสาท สำนวนวงศ์ ดร. สมเดช บุญประจักษ์ และ ผศ. ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล ตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสม หลังจากนั้นนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

5. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่อประธานกรรมการตรวจพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะให้เรียบร้อย
6. นำแบบทดสอบที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกันทรารมย์ อำเภอกันทรารมย์ จังหวัดศรีสะเกษ ที่เรียนเรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านมาแล้วจำนวน 100 คน เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ
7. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบที่นักเรียนทำโดยให้คะแนน 1 คะแนนสำหรับข้อสอบที่ตอบถูก และให้ 0 คะแนนสำหรับข้อที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบเกิน 1 คำตอบ
8. นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อเพื่อหาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27% ของ จุง เทห์ ฟาน (Fan, 1952 : 6-52)
9. เลือกแบบทดสอบเฉพาะข้อที่มีค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.38 - 0.88 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.24 - 0.72 โดยให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้เนื้อหาตามตารางวิเคราะห์จุดประสงค์
10. นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วจำนวน 30 ข้อไปทดสอบกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนละทายวิทยา อำเภอกันทรารมย์ จังหวัดศรีสะเกษ จำนวน 100 คน เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยใช้สูตร KR - 20 (Kuder - Richardson) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538 : 197-199) โดยได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.74

3.3 แบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

แบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์เป็นแบบสอบถามที่มีลักษณะเป็นแบบ ลิเคิร์ตสเกล (Likert Scale) ชนิด 5 ตัวเลือก ผู้วิจัยได้ดำเนินการปรับปรุงแบบสอบถามตามขั้นตอนดังนี้

1. ผู้วิจัยปรับปรุงมาจากแบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ เกษมา จงสูงเนิน (2533) และ รุจิรา โพธิ์สุวรรณ (2540) ให้สอดคล้องกับงานวิจัยของผู้วิจัย ลักษณะของแบบสอบถามเป็นแบบลิเคิร์ตสเกล (Likert Scale) ชนิด 5 ตัวเลือกและข้อความเป็นข้อความที่มีความหมายทางบวกและทางลบจึงให้คะแนนดังนี้

เกณฑ์การตรวจคะแนน

ในกรณีที่ข้อความมีความหมายเป็นทางบวก (Positive) กำหนดให้คะแนนแต่ละความเห็น ดังนี้

เห็นด้วยมากที่สุด	ให้คะแนน	5	คะแนน
เห็นด้วย	ให้คะแนน	4	คะแนน
เฉยๆ	ให้คะแนน	3	คะแนน
ไม่เห็นด้วย	ให้คะแนน	2	คะแนน
ไม่เห็นด้วยมากที่สุด	ให้คะแนน	1	คะแนน

ในกรณีที่ข้อความมีความหมายเป็นทางลบ (Negative) กำหนดให้คะแนนแต่ละความเห็นดังนี้

เห็นด้วยมากที่สุด	ให้คะแนน	1	คะแนน
เห็นด้วย	ให้คะแนน	2	คะแนน
เฉยๆ	ให้คะแนน	3	คะแนน
ไม่เห็นด้วย	ให้คะแนน	4	คะแนน
ไม่เห็นด้วยมากที่สุด	ให้คะแนน	5	คะแนน

2. นำแบบสอบถามที่ผู้วิจัยปรับปรุงแล้วจำนวน 40 ข้อไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 คน คือ วรรต. ดร. ดวงเดือน ศาสตราภักดิ์ รศ. อัจฉรา สุขารมณี ผศ. ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล ตรวจสอบความถูกต้องของภาษาที่ใช้และข้อบกพร่องอื่นๆ หลังจากนั้นนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

3. นำแบบสอบถามที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่อประธานกรรมการตรวจพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะให้เรียบร้อย

4. นำแบบสอบถามที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกันทรารมณีนี อำเภอกันทรารมณีนี จังหวัดศรีสะเกษ จำนวน 100 คน แล้วนำมาตรวจให้คะแนน เพื่อหาค่าอำนาจจำแนกของแบบสอบถามโดยแบ่งกลุ่มที่ได้ให้นักคะแนนสูงออกมา 25 % เป็นกลุ่มสูง และกลุ่มที่ได้ให้นักคะแนนต่ำออกมา 25 % และนำมาเปรียบเทียบกันโดยใช้สถิติ t - distribution (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 215-217) เลือกเอาเฉพาะข้อที่มีค่าอำนาจจำแนกสูง คือ ข้อที่มีค่า t อยู่ระหว่าง 4.55 – 7.82 จำนวน 20 ข้อ

5. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha – Coefficient) (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2538 : 200-202) ได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.88

ตาราง 1 ตัวอย่างแบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์

ข้อความ	เห็นด้วยมากที่สุด	เห็นด้วย	เฉยๆ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วยมากที่สุด
(0) ข้าพเจ้าชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์มากกว่าวิชาอื่น					
(00) ข้าพเจ้าชอบทำกาบ้านวิชาคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง					
ฯลฯ					

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิจัย

E แทน กลุ่มทดลอง

X แทน การสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก

T₁ แทน การสอบก่อนเรียน

T₂ แทน การสอบหลังเรียน

ในการดำเนินการทดลองใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก ผู้วิจัยดำเนินการสอนเองทั้ง 3 กลุ่มตัวอย่างในเนื้อหาเดียวกันและระยะ
เวลาการสอนเท่ากัน โดยใช้ชุดการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามขั้นตอนดังนี้

1. ทำการทดสอบก่อนเรียน (Pretest) โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
และแบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไปทำการทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยม
ศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มทดลองโดยใช้เวลาทดสอบ 50 นาที และ 20 นาที ตามลำดับ
2. ดำเนินการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก
3. ทำการทดสอบหลังเรียน (Posttest) กับกลุ่มทดลองโดยใช้แบบทดสอบวัด
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบ
ทดสอบชุดเดียวกันกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน
4. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบ นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์โดยวิธีทางสถิติเพื่อ
ตรวจสอบสมมติฐาน

5. การวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาประสิทธิภาพของชุดการสอนแต่ละชุดโดยหาความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนที่ได้จาก
การทำแบบฝึกทักษะ กับคะแนนที่ได้ จากการทำแบบทดสอบ หลังชุดการสอนโดยคิดเป็นร้อยละจาก
นั้นนำผลที่ได้มาเทียบและหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

การยอมรับประสิทธิภาพของชุดการสอน ถือค่าความแปรปรวน 2.5 % คือ
ประสิทธิภาพของชุดการสอน ไม่ควรต่ำกว่าเกณฑ์เกิน 2.5 % (ฉลองชัย สุรวัณนบุรณ์. 2528 : 215)

2. ศึกษาพัฒนาการหรือการเรียนรู้ของนักเรียนด้วยการทดสอบที (t- test) เพื่อศึกษา
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนและหลัง ได้รับการสอน โดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริม
ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก

3. ศึกษาความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้
ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก

6. สถิติที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 หาคะแนนเฉลี่ย (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 73)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ย
 $\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
 N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ค่าความแปรปรวน (Variance) คำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538 : 76 - 77)

$$S^2 = \frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ S^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนน
 X แทน คะแนนของนักเรียนแต่ละคน
 $\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
 N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
 $N - 1$ แทน จำนวนตัวแปรอิสระ (Degree of Freedom)

2. สถิติเพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

2.1 หาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้เทคนิค 27 % ของ จุง เทห์ ฟาน (Fan.1952 : 6 – 52)

2.2 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คำนวณจากสูตร KR – 20 (Kuder - Richardson) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 197 – 198)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{s_t^2} \right]$$

2. สถิติเพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

2.1 หาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้เทคนิค 27 % ของ จุง เตห์ ฟาน (Fan.1952 : 6 – 52)

2.2 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คำนวณจากสูตร KR – 20 (Kuder, - Richardson) (ลัวัน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 197 – 198)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ	r_{tt}	แทน	ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	n	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	p	แทน	สัดส่วนของผู้ที่ได้ในข้อหนึ่ง ๆ หรือ $\frac{\text{จำนวนคนที่ถูก}}{\text{จำนวนคนทั้งหมด}}$
	q	แทน	สัดส่วนของผู้ที่ทำได้ในข้อหนึ่ง ๆ คือ 1- p
	S_t^2	แทน	คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือฉบับนั้น

2.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ คำนวณจากสูตร การหาสัมประสิทธิ์ แอลฟา (Alpha - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (ลัวัน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 200)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	n	แทน	จำนวนข้อสอบในแบบทดสอบ
	S_i^2	แทน	คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
	S_t^2	แทน	คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือทั้งฉบับ

2.4 หาค่าอำนาจจำแนกของคำถามรายข้อของแบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียน
 วิชาคณิตศาสตร์ คำนวณโดยวิธีของการแจกแจงที (t – distribution) (ล้วน สายยศ และ
 อังคณา สายยศ. 2538 : 215 –216)

$$t = \frac{\overline{X}_H - \overline{X}_L}{\sqrt{\frac{S_H^2}{n_H} + \frac{S_L^2}{n_L}}}$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของแบบสอบถาม
	$\overline{X}_H$	แทน	คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มสูง
	$\overline{X}_L$	แทน	คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มต่ำ
	S_H^2	แทน	คะแนนความแปรปรวนของกลุ่มสูง
	S_L^2	แทน	คะแนนความแปรปรวนของกลุ่มต่ำ
	n_H	แทน	จำนวนของกลุ่มตัวอย่างในกลุ่มสูง
	n_L	แทน	จำนวนของกลุ่มตัวอย่างในกลุ่มต่ำ

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

3.1 ใช้สูตร E_1 / E_2 (เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต. 2528 : 295) เพื่อทดสอบสมมติฐาน
 ข้อที่ 1 ว่าชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80 ดังนี้

สูตรที่ 1

$$E_1 = \frac{(\sum X / N)}{A} \times 100$$

เมื่อ	E_1	คือ	ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดการสอนคิด เป็นร้อยละจากการทำแบบฝึกหัดและหรือประกอบด้วย กิจกรรมการเรียนรู้ระหว่างเรียน
	$\sum X$	คือ	คะแนนรวมจากการทำแบบฝึกหัดและหรือการประกอบ กิจกรรมการเรียนรู้ระหว่างเรียน
	A	คือ	คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดและหรือกิจกรรมการเรียนรู้
	N	คือ	จำนวนผู้เรียน

สูตรที่ 2

$$E_2 = \frac{(\sum F / N)}{B} \times 100$$

เมื่อ E_2 คือ ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนในตัวผู้เรียนหลังจากการเรียนรู้ด้วยชุดการสอน) คิดเป็น ร้อยละจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนและหรือประกอบกิจกรรมหลังเรียน

$\sum F$ คือ คะแนนรวมของผู้เรียนจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนและหรือการประกอบกิจกรรมหลังเรียน

B คือ คะแนนเต็มของการสอบหลังเรียนและหรือหลังกิจกรรมหลังเรียน

N คือ จำนวนผู้เรียน

3.2 ทดสอบสมมติฐานข้อที่ 2 และข้อที่ 3 โดยคำนวณจากสูตร t-test Dependent (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2540 : 248)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N \sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}}$$

เมื่อ D แทน ความแตกต่างระหว่างคะแนนแต่ละคู่

$\sum D^2$ แทน ผลรวมของ D แต่ละตัวยกกำลังสอง

$(\sum D)^2$ แทน ผลรวมของ D ทั้งหมดยกกำลังสอง

N แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง

t แทน ค่าที่พิจารณาใน t – Distribution

df แทน $N - 1$

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

เพื่อให้เข้าใจตรงกันในการแปลความหมายจากการวิเคราะห์ข้อมูลของการทดลองผู้วิจัยได้กำหนดการแปลความหมายจากการวิเคราะห์ข้อมูลของการทดลอง โดยใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ ดังนี้

N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ย
$\sum D$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกกับก่อนใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก
$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของกำลังสองของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกกับก่อนใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก
t	แทน	ค่าที่ใช้ในการพิจารณา (t – test Dependent)

การวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ผู้วิจัยเสนอตามลำดับดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์ประสิทธิภาพของชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามเกณฑ์ 80 / 80
2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก
3. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการวิเคราะห์ประสิทธิภาพของชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ใช้เกณฑ์ E_1/E_2 เท่ากับ 80 / 80 โดย E_1 ได้จากการนำคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนมาคำนวณค่าเป็นร้อยละ และ E_2 ได้จากการนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อยหลังการเรียนด้วยชุดการสอนมาคำนวณค่าเป็นร้อยละ จำแนกตามชุดการสอนแต่ละชุด ผลการคำนวณปรากฏใน ตาราง 3 ดังนี้

ตาราง 3 ผลการวิเคราะห์ประสิทธิภาพของชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา ,คณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชุดการสอน	เกณฑ์ 80 / 80	
	E_1	E_2
ชุดที่ 1 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	83.00	88.41
ชุดที่ 2 โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	92.00	89.04
ชุดที่ 3 อสมการ	90.63	85.50
เฉลี่ย	88.54	87.65

จากตาราง 3 แสดงให้เห็นประสิทธิภาพของชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดังนี้

ภาพรวม : ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80

เมื่อจำแนกประสิทธิภาพรายชุด ปรากฏว่า ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ทั้ง 3 ชุด ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบอิวริสติก โดยนำคะแนนความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนและหลังการทดลองมาเปรียบเทียบโดยใช้ t -test Dependent ปรากฏผลในตาราง 4 ดังนี้

ตาราง 4 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนและหลังการทดลอง

	N	$\bar{X}$	$\sum D$	$\sum D^2$	t
Pretest	105	10.17	-	-	
Posttest	105	19.98	1,030	11,362	$t = 28.90^{**}$

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

$$t_{(\alpha, 0.01, df = 104)} = 2.358$$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากตาราง 4 ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบอิวริสติก มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบอิวริสติก สูงกว่าก่อนได้รับการสอน ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อ 2

3. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก โดยใช้ t -test Dependent ปรากฏผลในตาราง 5 ดังนี้

ตาราง 5 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนและหลังการทดลอง

	N	$\bar{X}$	$\sum D$	$\sum D^2$	t
Pretest	105	70.23	-	-	
Posttest	105	77.29	741	6,595	$t = 19.96^{**}$

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

$$t_{(\alpha=.01, df=104)} = 2.358$$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากตาราง 5 ปรากฏว่า ความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก สูงกว่าก่อนได้รับการสอน ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อ 3

บทที่ 5

สรุป อภิปราย และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นการวิจัยเชิงพัฒนามีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนาชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก ซึ่งสรุปสาระสำคัญและการศึกษาได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อพัฒนาชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนและหลังการทดลองของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก
3. เพื่อศึกษาความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนและหลังการทดลองของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกสูงกว่าก่อนได้รับการสอน
3. ความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกสูงกว่าก่อนได้รับการสอน

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้านี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 ของโรงเรียนกันทรารมณ อำเภอกันทรารมย์ จังหวัดศรีสะเกษ ทั้งหมด 8 ห้องเรียน รวม 280 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 ของโรงเรียนกันทรารมย์ อำเภอกันทรารมย์ จังหวัดศรีสะเกษ ได้มาโดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) จำนวน 3 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 35 คน รวม 105 คน

2. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งประกอบด้วยหัวข้อดังนี้

1. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
3. อสมการ

3. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ประกอบด้วย

3.1 ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 3 ชุดดังนี้

- ชุดที่ 1 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- ชุดที่ 2 โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- ชุดที่ 3 อสมการ

3.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ได้ค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.38 – 0.88 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.24 – 0.72 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.74

3.3 แบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชนิด 5 ตัวเลือก โดยผู้วิจัยดัดแปลงปรับปรุงมาจากแบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ เกษมา จงสูงเนิน (2533) และ รุจิรา โพธิ์สุวรรณ (2540) จำนวน 20 ข้อ นำไปหาค่าอำนาจจำแนกเป็นรายข้อ ซึ่งใช้วิธีการของการแจกแจงที (t -distribution) ได้ค่าอำนาจจำแนกรายข้ออยู่ระหว่าง 4.55 - 7.82 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.88

4. วิธีดำเนินการทดลอง

เมื่อผู้วิจัยหาประสิทธิภาพของชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก ทั้ง 3 ชุด ได้ตามเกณฑ์ 80 / 80 แล้วผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

4.1 ทำการทดสอบก่อนเรียน (Pretest) โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไปทำการทดสอบกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เวลาทดสอบ 50 นาที และ 20 นาที ตามลำดับ

4.2 ดำเนินการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก

4.3 ทำการทดสอบหลังเรียน (Posttest) กับกลุ่มตัวอย่างโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน

4.4 ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบ นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์โดยวิธีทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

1. หาประสิทธิภาพของชุดการสอนแต่ละชุดโดยใช้สูตร E_1 / E_2 และใช้เกณฑ์ 80 / 80
2. ใช้ค่าสถิติ t – test Dependent เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก
3. ใช้ค่าสถิติ t – test Dependent เปรียบเทียบความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

จากผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยสามารถสรุปผลได้ดังนี้

1. ประสิทธิภาพของชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80 โดยจำแนกเป็นรายชุดดังนี้

ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 83.00 / 88.41 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์

ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่องโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 92.00 / 89.04 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์

ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 เรื่องอสมการ มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 90.63 / 85.50 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผล

จากผลการทดลองสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก ของนักเรียน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียน ซึ่งสามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

1. ประสิทธิภาพของชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ทำการวิจัยและพัฒนาในแต่ละชุดส่วนใหญ่มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดไว้ 80 / 80

1.1 ประเด็นที่ 1 ภาพรวมของชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก

ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกนี้มีประสิทธิภาพเท่ากับ 88.54 / 87.65 ซึ่งเป็นค่าของประสิทธิภาพของกระบวนการ / ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ แสดงให้เห็นว่าชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด นั่นคือ นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก มีผลงานจากการทำกิจกรรมระหว่างเรียน อันได้แก่ การทำใบกิจกรรมเป็นกลุ่มและทำแบบฝึกหัดเป็นรายบุคคลได้ถูกต้องโดยเฉลี่ยคิดเป็นคะแนนร้อยละ 88.54 และในส่วนประสิทธิภาพของผลลัพธ์เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดเช่นกัน กล่าวคือ นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกทำแบบทดสอบย่อยได้ถูกต้องโดยเฉลี่ยคิดเป็นคะแนนร้อยละ 87.65 จากผลการวิจัยที่ปรากฏพบว่า สอดคล้องกับสมมติฐานข้อ 1 แสดงว่าชุดการสอนนี้มีประสิทธิภาพเพียงพอและเหมาะสมแก่การนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนทั้งนี้อาจเนื่องมาจากเหตุผลต่อไปนี้

1.1.1 ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีลักษณะเป็นสื่อประสมที่เกิดจากการบูรณาการระหว่างนวัตกรรมทางการศึกษา ซึ่งประกอบด้วย สื่อ อุปกรณ์ รูปภาพ ใบกิจกรรม แบบฝึกหัด แบบทดสอบย่อย และกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งผู้วิจัยได้นำมาจัดสัมพันธ์กันอย่างมีระบบเรียงจากง่ายไปหายาก ความหลากหลายของสื่อทำให้เด็กเกิดความสนใจและกระตือรือร้นที่จะเรียนทำให้การเรียนมีประสิทธิภาพตามเป้าหมาย การเรียนโดยใช้สื่อประสมนี้เป็นสิ่งแปลกใหม่สำหรับผู้เรียนทำให้บรรยากาศในการเรียนไม่น่าเบื่อหน่าย นักเรียนสนใจที่จะเรียนรู้บทเรียนมากกว่าการสอนบนกระดานดำ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ประภาพรพรณ เกตุศร (2539 : 34) สุภาภรณ์ ทิพย์สุวรรณ (2543 : 64) จุฑารัตน์ จันทะนาม (2543 : 72)

1.1.2 การสร้างชุดการสอนนี้ผู้วิจัยดำเนินการสร้างอย่างมีระบบโดยได้ศึกษาหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น คู่มือครูคณิตศาสตร์ รายละเอียดเกี่ยวกับหลักการและวิธีการสร้างชุดการสอน โดยได้กำหนดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้พร้อมทั้งสร้างแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทดสอบก่อนเรียนและแบบทดสอบย่อยสำหรับทดสอบหลังการใช้ชุดการสอน เพื่อให้นักเรียนได้ทราบผลการเรียนของตนเอง หลังจากผู้วิจัยได้สร้างชุดการ

สอนนี้เสร็จแล้วได้นำไปให้ผู้เชี่ยวชาญในด้านการสอนคณิตศาสตร์ตรวจสอบและปรับปรุงแก้ไขทั้งด้านเนื้อหาสาระ ภาษาที่ใช้และเวลาที่ใช้ ก่อนที่จะนำไปทดลองจริงกับกลุ่มตัวอย่างผู้วิจัยได้นำชุดการสอนไปทดลองเพื่อปรับปรุง โดยผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนด้วยตนเองเพื่อหาประสิทธิภาพของชุดการสอนและศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนในการเรียนด้วยชุดการสอนและสัมภาษณ์หลังการสอนทุกครั้ง ซึ่งการทดลองครั้งที่ 1 ครั้งที่ 2 เป็นการทดลองเป็นรายบุคคลและทดลองเป็นกลุ่มย่อยกับนักเรียนพบว่า ด้านเนื้อหาสอดคล้องตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) แล้ว และด้านกิจกรรมการเรียนการสอนต้องปรับปรุงแก้ไขบางส่วนในเรื่องของภาษาและเวลา โดยเฉพาะในเรื่องของเวลาซึ่งได้กำหนดไว้ในชุดแต่ละชุดไม่สอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนการสอน กล่าวคือ ในแผนการสอนแต่ละชุดกำหนดเวลาเรียนคาบละ 50 นาที แต่เมื่อนำไปสอนจริงต้องใช้เวลาเกิน 50 นาที จึงปรับกิจกรรมการเรียนการสอนโดยปรับตัวอย่าง ใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดให้เหมาะสมกับเวลาในแต่ละคาบ และหลังจากการทดลองภาคสนามแล้วได้รวบรวมข้อมูลเพื่อนำมาวิเคราะห์และหาประสิทธิภาพของชุดการสอนซึ่งผลการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า ชุดการสอนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้และมีประสิทธิภาพเพียงพอเหมาะแก่การนำไปใช้ในการสอน

1.1.3 ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกนี้จะมีกิจกรรมการเรียนการสอนใน 3 ลักษณะ คือ

- (1) กิจกรรมที่ครูเป็นผู้ดำเนินการสอนให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ในด้านความคิดรวบยอดต่าง ๆ โดยเน้นให้นักเรียนเป็นผู้กระทำกิจกรรมต่าง ๆ
- (2) กิจกรรมที่นักเรียนเรียนเป็นกลุ่มย่อย ได้แก่ การศึกษาเนื้อหา การทำใบกิจกรรม เกมการแข่งขัน เช่น คันทาลายแทง ซึ่งทำให้นักเรียนได้ฝึกการทำงานเป็นกลุ่ม มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ฝึกความเป็นผู้นำและผู้ตามที่ดี
- (3) กิจกรรมที่นักเรียนเรียนรู้เป็นรายบุคคล ได้แก่ การทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบย่อย ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง พัฒนาตนเองตามศักยภาพ

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนดังกล่าวนี้ พบว่า นักเรียนให้ความสนใจและร่วมกิจกรรมต่าง ๆ เป็นอย่างดีเป็นผลทำให้ผู้เรียนได้พัฒนาทั้งในด้านร่างกาย อารมณ์ สังคม และสติปัญญา เพราะผู้เรียนได้เคลื่อนไหวร่างกายในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ด้วยความสนุกสนาน เพลิดเพลินได้ร่วมกันทำงานเป็นกลุ่ม ซึ่งจะพัฒนาความสามารถในการอยู่ร่วมกันกับบุคคลอื่น ๆ ในสังคมและในอนาคตผู้เรียนจะสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างดีและมีความสุข

1.1.4 ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกแต่ละชุดการสอนจะมีกิจกรรมการเรียนการสอนที่เป็นขั้นตอน โดยผู้วิจัยได้ใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของโพลยาซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผน ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบ ขั้นตอนการแก้ปัญหานี้ได้ผ่านการวิจัยแล้วว่าก่อให้เกิดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในตัวผู้เรียนสูง ดังเช่นงานวิจัยของ วิมล พงษ์ปาลิต (2541 : 88) วิโชติ พงษ์ศิริ (2540 : 68) พุด (Putt. 1979 : 5382 – 5383 – A)

1.2 ประเด็นที่ 2 ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบอีวริสติก จำนวน 3 ชุด ผู้วิจัยมีประเด็นอธิบายเพิ่มเติมเฉพาะแต่ละชุดดังนี้

1.2.1 ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบอีวริสติก ชุดที่ 1 เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ยเท่ากับ 83.00 / 88.41 แสดงว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบอีวริสติก เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีคะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนได้ถูกต้องมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 83.00 และคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบย่อยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 88.41 แสดงว่าชุดการสอนชุดที่ 1 มีประสิทธิภาพเพียงพอและเหมาะสมแก่การนำไปใช้ในการสอนทั้งนี้อาจเป็นเพราะชุดการสอนที่สร้างขึ้นมีสื่อการเรียนที่หลากหลายชนิดโดยนำมาจัดสัมพันธ์กันอย่างมีระบบจากง่ายไปหายากซึ่งช่วยให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อความในปัญหารวมทั้งการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในลักษณะต่าง ๆ ทั้งส่วนที่ครูดำเนินการหรือนักเรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่มและเป็นรายบุคคล ตลอดจนการใช้รูปแบบการแก้ปัญหาที่เหมาะสม บัณฑิตต่าง ๆ เหล่านี้ทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจและความสามารถในการแก้ปัญหามากยิ่งขึ้น จึงส่งผลให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนและแบบทดสอบย่อยได้อย่างมีประสิทธิภาพ

1.2.2 ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบอีวริสติก ชุดที่ 2 เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ยเท่ากับ 92.00 / 89.04 แสดงว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบอีวริสติก เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีคะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนได้ถูกต้องมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 92.00 และคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบย่อยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 89.04 ซึ่งมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากผู้เรียนได้มีการทดสอบความรู้พื้นฐานในเรื่องของการเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ว่านักเรียนมีความรู้ในเรื่องนี้มากน้อยแค่ไหน ถ้านักเรียนไม่เข้าใจครูผู้สอนและเพื่อนนักเรียนภายในกลุ่มจะช่วยอธิบายและชี้แจงให้เข้าใจ และกิจกรรมการเรียนการสอนได้จัดให้สัมพันธ์กันอย่างมีระบบตามขั้นตอนของการแก้ปัญหาโดยเริ่มจากการทำความเข้าใจปัญหา การวางแผน การดำเนินการแก้ปัญหา ตลอดจนการตรวจสอบคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน ซึ่งช่วยให้นักเรียนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อความในโจทย์ปัญหา และนักเรียนในแต่ละกลุ่มยังสามารถแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ทำให้นักเรียนเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาในรูปแบบต่างๆ แล้วสามารถนำมาสรุปเป็นความคิดรวบยอดของตัวเองได้ทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น แสดงว่าชุดการสอนชุดที่ 2 มีประสิทธิภาพเพียงพอและเหมาะสมแก่การนำไปใช้ในการสอนของครู

1.2.3 ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบอีวริสติก ชุดที่ 3 เรื่อง อสมการ มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ยเท่ากับ 90.63 / 85.50 แสดงว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบอีวริสติก เรื่อง อสมการ มีคะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนได้ถูกต้องมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 90.63 และคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบย่อยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 85.50 ซึ่งมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักเรียนได้เรียนชุดการสอนชุดที่ 1 และ ชุดที่ 2 ผ่านมาแล้วทำ

ให้ง่ายต่อการทำกิจกรรมในชุดการสอนที่ 3 เพราะในเรื่องของ Concept และวิธีการ แก้ปัญหาจะคล้ายกับชุดที่ 1 และ 2 ทำให้ชุดการสอนชุดที่ 3 มีประสิทธิภาพเพียงพอและเหมาะสม แก่การนำไปใช้ในการสอนของครู

2. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์แบบอีวริสติก ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์แบบอีวริสติก สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อ 2 ทั้งนี้ เพราะการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์แบบอีวริสติก มีลักษณะการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง มีการค้นคว้าอย่างมีระบบสามารถคิดแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล ซึ่งทำให้ผู้เรียนมีทักษะในการเรียนรู้ อีกทั้งยังฝึกให้เรียนรู้จากประสบการณ์ตรงโดยที่ คาร์เมลิตา (Carmelita, 1976) กล่าวว่า การสอนโดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหาแบบอีวริสติกมีพื้นฐานมาจากวิธีการค้นพบ (Discovery approach) เพราะการที่ผู้เรียนจะตัดสินใจกระทำสิ่งใดนั้นผู้เรียนจะใช้การค้นคว้าหาคำตอบ นำคำตอบมาพิจารณาในการตัดสินใจ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ จุฑารัตน์ จันทะนาม (2543 : 72) ได้ทำการพัฒนาชุดการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ด้วยตนเองที่ใช้การค้นพบประกอบ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ด้วยตนเองที่ใช้การค้นพบประกอบกับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และสอดคล้องกับงานวิจัยของสุนันท์ นิมวีย์ (2543 : 60) ได้ทำการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งพอสรุปได้ว่ามาจากสาเหตุดังต่อไปนี้

2.1 การสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์แบบอีวริสติกเป็นการสอนที่จัดให้ผู้เรียนได้ศึกษาและทำกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่มและเป็นรายบุคคล จากชุดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผู้วิจัยมุ่งเน้นให้นักเรียนมีวิธีการที่ดีในการแก้ปัญหา มากกว่าที่จะสอนให้รู้คำตอบของปัญหาโดยพยายามส่งเสริมให้นักเรียนค้นพบรูปแบบหรือวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ ด้วยตนเอง นอกจากนี้ชุดการสอนยังช่วยสร้างความสนใจของผู้เรียนต่อสิ่งที่กำลังศึกษาอยู่ เพราะชุดการสอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้มากที่สุดโดยได้ลงมือกระทำกิจกรรมต่าง ๆ ด้วยตนเองตลอดเวลา ได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็น ฝึกการคิด การตัดสินใจ การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนจึงมีความสนุกสนานเพลิดเพลิน ไม่น่าเบื่อหน่ายทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ และการเรียนการสอนผู้วิจัยยังมุ่งเน้นทักษะกระบวนการคิดของนักเรียน โดยจัดตามลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ตามที่ ฉวีวรรณ เศรษฐมัลย์ (2542 : 35 – 36) สรุปไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา การเรียนการสอนจะเริ่มจากนักเรียนอ่านปัญหาและศึกษาทำความเข้าใจโจทย์แล้วบอกรายละเอียดทั้งหมดตามความเข้าใจของตัวเอง ผู้วิจัยมุ่งเน้นให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาได้ถูกต้องตามวรรคตอนของโจทย์และบอกได้ว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คืออะไร โดยนักเรียนต้องเขียนรายละเอียดลงในใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดตามความเข้าใจของนักเรียน

ขั้นที่ 2 วางแผนในการแก้ปัญหา การเรียนการสอนจะเริ่มจากการหาสูตรวิธีมาแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย เช่น การลองผิดลองถูกแล้วตรวจสอบ เขียนแผนภาพประกอบ เขียนสมการหรือประโยคสัญลักษณ์ด้วยตัวของนักเรียนเองโดยที่ครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะและนักเรียนสามารถศึกษาได้จากชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน การเรียนการสอนจะให้นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้โดยการคำนวณและแสดงวิธีทำ

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ การเรียนการสอนในขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนสุดท้าย ซึ่งครูผู้สอนส่วนใหญ่จะมองข้ามความสำคัญของขั้นนี้เนื่องจากการเรียนการสอนที่เป็นอยู่ในปัจจุบันจะให้ความสำคัญของคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าจะคำนึงถึงกระบวนการในการคิดหาวิธีที่ถูกต้อง แล้วครูก็จะหยุดสอนทันทีที่ได้คำตอบด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนมอย้อนกลับไปทบทวนและตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาแล้วหาความสมเหตุสมผลของความเป็นไปได้ของคำตอบ

2.2 การสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแท้จริง โดยนักเรียนจะต้องใช้ความละเอียดรอบคอบ ใช้พื้นความรู้เดิมและประสบการณ์เดิมทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นพื้นฐานในการเข้าใจปัญหา หลังจากนั้นจึงทำการวางแผนที่จะแก้ปัญหา เมื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาได้แล้วจึงดำเนินการแก้ปัญหตามแนวทางที่วางไว้ สุดท้ายนักเรียนได้ดำเนินการประเมินผลหรือตรวจคำตอบแล้วจึงสรุปที่ได้เรียนหรือค้นคว้าด้วยตนเอง แต่ถ้านักเรียนไม่เข้าใจเนื้อหาหรือมีปัญหาสามารถซักถามและปรึกษาเพื่อนหรือครูผู้สอนซึ่งจะคอยดูแลและอธิบายให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิด จึงช่วยให้นักเรียนที่ไม่เข้าใจมีความเข้าใจมากขึ้น อีกทั้งในขั้นการปฏิบัติการเรียนการสอนจะเป็นการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเกิดความร่วมมือร่วมใจแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและมีการช่วยเหลือซึ่งกันและกันส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

2.3 การสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกหลังจากที่นักเรียนศึกษาชุดการสอนและทำใบกิจกรรมแต่ละชุดจบแล้ว นักเรียนทุกคนจะต้องทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนและแบบทดสอบย่อยด้วยตนเอง ซึ่งตรงจุดนี้จะทำให้นักเรียนทราบข้อบกพร่องของตนเองและเรียนรู้ที่จะแก้ไขข้อบกพร่องนั้น ถ้านักเรียนทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบย่อยไม่ผ่านเกณฑ์ นักเรียนสามารถศึกษาและทำความเข้าใจในชุดการสอนนั้นใหม่ได้ ทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนนั้นได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ บล็อกและทีเยร์เนย์ (Block and Tierney, 1974 : 962 – 967) ที่พบว่า การแก้ไขข้อบกพร่องของการเรียนที่ทดสอบความรู้เป็นระยะสามารถทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนได้ดีกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการแก้ไขข้อบกพร่อง

3. ผลการเปรียบเทียบความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก ปรากฏว่า ความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อ 3 และสอดคล้องกับงานวิจัยของ รุจิรา โพธิ์สุวรรณ (2540 : 93) ศรีภรณ์ ณะวงศ์ษา (2542 : 74) และ โลว์ (Lowe. 1972 : 2195 – A) ซึ่งพอสรุปได้ว่ามาจากสาเหตุต่อไปนี้

3.1 การสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกมีลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางโดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกการคิดฝึกการทำงานร่วมกัน โดยให้นักเรียนเป็นผู้กระทำกิจกรรมมากที่สุด และลักษณะของชุดการสอนเป็นลักษณะของสื่อประสมที่เกิดจากการบูรณาการระหว่างนวัตกรรมทางการศึกษา ซึ่งเป็นสื่อที่นักเรียนไม่เคยได้เรียนในลักษณะนี้มาก่อนจึงทำให้นักเรียนกระตือรือร้นสนใจในการเรียนแล้วยังส่งผลให้เกิดแรงจูงใจในการเรียนอีกด้วย ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ กมลรัตน์ หล้าสูงษ์ (2528 : 234) ที่ว่าการพยายามให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนมากที่สุดทำให้นักเรียนได้พบกับความสำเร็จตรงกับความถนัดและความสามารถของนักเรียนจะช่วยให้นักเรียนมีความสนใจในการเรียนมากขึ้น

3.2 การสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกเป็นลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบแก้ปัญหาโดยใช้ชุดการสอนเป็นตัวกำหนดสถานการณ์เพื่อช่วยกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน ในการทำกิจกรรมก็ขึ้นอยู่กับชุดการสอนในแต่ละชุดที่ใช้สอนในคาบนั้นๆ การเรียนรู้อาจเรียนเป็นกลุ่มและเป็นรายบุคคล นอกจากนี้ยังเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นของตนเองและซักถามในประเด็นที่สงสัยกับเพื่อนสมาชิกในกลุ่มเดียวกันหรือต่างกลุ่มทำให้เกิดความเข้าใจในการเรียนรู้อีกมากขึ้นและมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น ซึ่งส่งผลต่อเนื่องทำให้นักเรียนมีความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นด้วย นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ใช้เวลามากขึ้นในการมีปฏิสัมพันธ์กับนักเรียน เช่น การพูดคุย ยิ้ม หรือให้คำชมเชยเมื่อผู้เรียนสามารถปฏิบัติสิ่งที่ได้รับมอบหมายได้อย่างถูกต้องหรือเรียกมาตักเตือนเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนเรียนรู้ในสิ่งที่ถูกต้อง รวมทั้งการตรวจใบกิจกรรม แบบฝึกหัด และแบบทดสอบย่อยจะตรวจในเชิงวิพากษ์ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนได้ทราบข้อดีและข้อบกพร่องของตนเองและลดความวิตกกังวลในการไม่ทราบข้อบกพร่องที่เกิดจากการตรวจใบกิจกรรม แบบฝึกหัดและแบบทดสอบย่อยแต่เพียงผู้เดียวเท่านั้น ด้วยเหตุนี้จึงทำให้นักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกมีความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการสอน

3.3 การสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก เมื่อนักเรียนได้ศึกษาเนื้อหาในแต่ละชุดการสอนจบแล้ว นักเรียนสามารถตรวจสอบความเข้าใจของตนเองได้จากการทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบย่อยในแต่ละชุดการสอน ซึ่งในแต่ละชุดการสอนจะมีเฉลยแบบฝึกหัดให้ครบ นักเรียนสามารถตรวจคำตอบได้ทันทีทำให้นักเรียนทราบความก้าวหน้าในการเรียนของตนเอง นักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบย่อยผิดทำให้ทราบข้อ

บกพร่องและสามารถแก้ไขข้อบกพร่องของตนเองได้และนักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบย่อยได้ถูกต้องก็จะเป็นการเสริมแรงในการเรียนต่อไป ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ บล็อก (Block. 1974 : 50) ที่กล่าวว่าวิธีการเรียนที่มีการทดสอบย่อยและการซ่อมเสริมทำให้ความสนใจในการเรียนสูงขึ้น และสอดคล้องกับคำกล่าวของ กมลรัตน์ หล้าสูงษ์ (2528 : 243) ที่กล่าวว่า การชี้แจงให้นักเรียนได้เห็นความก้าวหน้าของตนเป็นระยะจะเป็นแรงจูงใจให้นักเรียนอยากเรียนและมีความสนใจในบทเรียนมากขึ้น

ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า

จากการทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบอีวริสติกผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการจากการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนในกลุ่มทดลองที่สอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบอีวริสติกเป็นวิธีการใหม่สำหรับนักเรียน ดังนั้นในช่วงแรกๆ ของระยะเวลาการทดลองจะมีปัญหามากเนื่องจากนักเรียนไม่คุ้นกับการเรียนด้วยตนเองและขั้นตอนของการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นโดยเฉพาะในขั้นทำความเข้าใจปัญหาและขึ้นวางแผนในการแก้ปัญหา อาทิเช่น อ่านโจทย์ปัญหาแล้วแล้วแบ่งวรรคตอนไม่ถูก บอกไม่ได้หรือไม่ครบในสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ว่ามีกี่ตอนมีอะไรบ้าง และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาคืออะไร ดังนั้นผู้วิจัยแก้ปัญหาโดยให้คำแนะนำและชี้แจงให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาเนื้อหาและตัวอย่างอย่างละเอียดอีกครั้ง ซึ่งในเรื่องนี้จะเป็นปัญหาในช่วงคาบแรกๆ เท่านั้นพอคาบต่อไปนักเรียนเริ่มคุ้นเคยและมีความมั่นใจมากขึ้นทำให้การปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ เป็นไปอย่างรวดเร็วและเป็นระบบระเบียบมากขึ้นตามลำดับ

2. กิจกรรมการเรียนการสอนที่นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองตามความสามารถจากเพื่อนในกลุ่มบางครั้งนักเรียนบางกลุ่มขาดความตั้งใจเรียนและขาดความรับผิดชอบ ชอบคุยและส่งเสียงดัง ผู้วิจัยจึงใช้การควบคุมดูแลด้วยการให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิดและให้คะแนนพิเศษหรือให้คำชมเชยแก่กลุ่มที่ทำงานได้ถูกต้องบางครั้งก็เสริมแรงในทางลบด้วยการตักเตือนเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม ทั้งนี้เพราะในแต่ละกลุ่มมีนักเรียนจำนวนมากการดูแลของผู้วิจัยทำได้อย่างไม่ครบถ้วน ซึ่งอาจทำให้นักเรียนบางคนเกิดความท้อแท้และเบื่อหน่ายจากการเรียนรู้ที่ไม่สามารถทำความเข้าใจได้ดีในช่วงเวลาที่ค่อนข้างจำกัดเพราะถูกรบกวนจากเพื่อน แต่หลังจากที่ผู้วิจัยได้ให้คำแนะนำและช่วยเหลือทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในวิธีการมากขึ้นทำให้นักเรียนเกิดความสนใจ กระตือรือร้นและสนุกสนานในการเรียนและมีเวลาศึกษาค้นคว้าหาความรู้เพิ่มเติมด้วยตนเองและกับเพื่อนภายในกลุ่ม นักเรียนจึงมีความสนุกในการโต้ตอบ กล้าแสดงความคิดเห็น กล้าซักถามเพราะเมื่อนักเรียนได้ช่วยเหลือกันและกันในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ จะทำให้เกิดความสัมพันธ์ที่ดีภายในกลุ่มเกิดการยอมรับทางสังคมระหว่างเพื่อนในกลุ่มส่งผลให้นักเรียนมีความเข้าใจและสนใจในการเรียนซึ่งส่งผลให้การเรียนมีผลการเรียนที่ดีขึ้นในที่สุด

ข้อเสนอแนะ

จากผลการศึกษาค้นคว้าผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะที่อาจจะให้ประโยชน์ต่อการเรียนการสอนและการศึกษาค้นคว้าดังนี้

ข้อเสนอแนะด้านการเรียนการสอน

1. ก่อนทำการเรียนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกควรมีการแนะนำให้นักเรียนเข้าใจในวิธีการเรียนก่อนเพราะถ้านักเรียนเกิดความสับสนหรือไม่เข้าใจถึงวิธีการเรียนอาจส่งผลให้นักเรียนไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนได้
2. จากการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นเนื้อหาที่ยากต่อการนำของจริง ของจำลอง หรือภาพมาใช้ในการสื่อความหมายแต่ครูสามารถนำชุดการสอนมาช่วยในการสอนได้ เนื่องจากชุดการสอนจะเรียงลำดับความรู้จากง่ายไปหายากทีละขั้นอย่างมีระบบมีกิจกรรมเกมการศึกษาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจให้ผู้เรียน และนักเรียนมีอิสระในการทำแบบฝึกหัด ไม่จำกัดเวลา สามารถปรึกษาหารือกับเพื่อนๆ ในขณะที่ทำแบบฝึกหัด ทำให้ได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันจึงทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น ดังนั้นครูจึงควรนำชุดการสอนไปประยุกต์ใช้สอนในเรื่องอื่นๆ ต่อไป
3. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ชุดการสอน ควรคำนึงถึงรูปแบบที่เหมาะสมกับวัย เนื้อหาและระดับชั้นของนักเรียน
4. การสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเองเมื่อนักเรียนพบปัญหาที่สงสัยอาจไม่กล้าซักถามเพื่อนหรือครูผู้สอน ดังนั้นครูผู้สอนควรดูแลให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิดโดยเฉพาะอย่างยิ่งในช่วงที่นักเรียนศึกษาชุดการสอน

ข้อเสนอแนะสำหรับการศึกษาค้นคว้าต่อไป

1. ควรศึกษาผลของการใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกในลักษณะเดียวกันนี้ในระดับชั้นและเนื้อหาอื่นๆให้กว้างขวางยิ่งขึ้น
2. ควรศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความสามารถแตกต่างกันที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก
3. ควรศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนในการเรียนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก หรือตัวแปรอื่นๆ บ้าง เช่น ความรับผิดชอบต่องานตนเอง ความภาคภูมิใจในตนเอง ความร่วมมือต่อกลุ่ม เป็นต้น

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กมลรัตน์ หล้าสูงรัง (2528). จิตวิทยาการศึกษา. (ฉบับปรับปรุง). พิมพ์ครั้งที่ 2 กรุงเทพฯ : ห้างหุ้นส่วนจำกัดศรีเดชา
- กฤษณา ศักดิ์ศรี. (2530). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพฯ : นิยมวิทยา.
- กองวิจัยทางการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ. (2532). โครงการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนทางด้าน
ความรู้ความคิด. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์การศาสนา.
- กิดานันท์ มลิทอง. (2531). เทคโนโลยีการศึกษาร่วมสมัย. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เกษมา จงสูงเนิน. (2533). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยการใช้กับไม้ใช้หนังสือการ์ตูน
ประกอบบทเรียนในการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. ปรินุญานินท์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).
กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. (2540). แผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 8 2540 –
2544. กรุงเทพฯ : สำนักนายกรัฐมนตรี.
- คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์. (2524). ชุดการเรียนการ
สอนสำหรับครูคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ทบวงมหาวิทยาลัย.
- จารุวรรณ ยังกษา. (2542). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชา
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบค้นพบโดยใช้กิจกรรม
การเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิซึมเป็นกลุ่มกับเป็นรายบุคคล และการสอนตามคู่มือครู.
ปรินุญานินท์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- จุฑารัตน์ จันทะนาม. (2543). การพัฒนาชุดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองที่ใช้การ์ตูน สำหรับ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินุญานินท์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) กรุงเทพฯ :
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เจือจันทร์ กัลยา. (2533). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสนใจในวิชา
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอนโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปประกอบภาพ
การ์ตูน. ปรินุญานินท์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- ฉลองชัย สุรวัฒนบุรณ. (2528). การเลือกและการใช้สื่อการสอน. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

- ฉวีวรรณ เสวตมัลย์. (2542). “การแก้ปัญหา”, เอกสารประกอบการอบรมกิจกรรมคณิตศาสตร์.
 กรุงเทพฯ : สาขาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย
 ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- เฉลิมศักดิ์ ภูมิ. (2538). ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาทักษะ
 การแก้ปัญหา เรื่อง เศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม.
 (การประถมศึกษา). ขอนแก่น : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- ชาลิต สูงใหญ่. (2530). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์และความสนใจในวิชา
 คณิตศาสตร์อันเป็นผลจากการสอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนโดยใช้ชุดการ
 สอนรายวิชาย่อย. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- ชวาล แพร่ดกุล. (2520). เทคนิคการเขียนข้อสอบ. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์. (2523). นวัตกรรมและเทคโนโลยีทางการศึกษากับการสอนระดับอนุบาล. กรุงเทพฯ
 : ไทยวัฒนาพานิช.
- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2533). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสนใจ และความคงทนใน
 การเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ โดย
 การสอนตามหลักการเรียนรู้เพื่อรู้แจ้งกับการสอนตามคู่มือครู สสวท. วิทยานิพนธ์ กศ.ม.
 (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- ไชยยศ เรืองสุวรรณ. (2526). เทคโนโลยีการศึกษา : หลักการและแนวปฏิบัติ. กรุงเทพฯ :
 วัฒนาพานิช.
- _____. (2533). เทคโนโลยีการศึกษา การออกแบบ และพัฒนา. (พิมพ์ครั้งที่ 2) กรุงเทพฯ :
 โอเดียนสโตร์.
- ทบวงมหาวิทยาลัย. (2524). ชุดการเรียนการสอนสำหรับครูคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ :
 ทบวงมหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ทวี ท่อแก้ว และ อบรม สันภิบาล. (2517). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.
- นคร ปลื้มฤดี. (2530). การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนเรื่องสมการโดยใช้วิธีการเรียนรู้เพื่อรู้แจ้งกับการสอน
 โดยปกติ. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- นันทิยา จิตภิรมย์. (2532). การศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนที่ใช้สอน เรื่อง พหุนาม
 ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ :
 บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

- นุชลดา ส่องแสง. (2540). การสร้างชุดการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- บงกช ลิปปพันธ์. (2529). การเปรียบเทียบความเข้าใจในการอ่านและความสนใจในการเรียนการอ่าน ภาษาอังกฤษ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการแสดงบทบาทสมมติ กับการทำกิจกรรมตามคู่มือครู. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- บุญชุม ศรีสะอาด. (2524). รูปแบบของผลการเรียนในโรงเรียน. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- ประภาพรรณ เกตุศร. (2539). การศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้สำหรับเรียนด้วยตนเอง. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- ประหยัด จิระพงศ์. (2529). เทคนิคการฝึกอบรมเทคโนโลยีทางการศึกษา. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์บูรพาศาสตร์.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). "หน่วยที่ 12 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์,"ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12 – 15. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ภิญโญ มนุสศิลป์. (2530). การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยชุดการสอนแบบศูนย์การเรียนและการสอนตามคู่มือครู การสอนคณิตศาสตร์ของหน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- ยุพาภรณ์ พิมพ์สอน. (2532). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนโดยใช้ชุดการสอนมินิคอร์สกับการสอนตามคู่มือครูของสสวท. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2530). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการมัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- _____. และอรพรรณ ดันบรรจง. (2531). สื่อการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- _____. (2536). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ถ่ายเอกสาร.
- _____. (2539). การเรียนการสอน. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์บพิธการพิมพ์.

ราชบัณฑิตยสถาน. (2525). พจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2525 กรุงเทพฯ :

อักษรเจริญทัศน์.

รุจิรา โพธิ์สุวรรณ. (2540). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนสื่อประสมกับการสอนตามคู่มือครู. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : สุวิชัยสาส์น.

_____. (2540). สถิติทางวิทยาทางการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : สุริยสาส์น.

ลัดดา สุขปรีดี. (2523). เทคโนโลยีการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์โอเดียนสโตร์.

วนิช บรรจง และคนอื่นๆ. (2516). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพฯ : กรุงเทพมหานครพิมพ์.

วาทีณี ชีระตระกูล. (2534). การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในการสอนซ่อมเสริมจุดบกพร่องเรื่องเวลา ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ชุดการสอนร่วมเสริมกับการสอนซ่อมเสริมตามปกติ. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

วิชาการ , กรม. (2535). หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : กรุงเทพมหานคร.

_____. (2541). รายงานคุณภาพการศึกษานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2540. กรุงเทพฯ : สำนักงานทดสอบทางการศึกษากาวิชาการ. (ฉบับร่าง).

วิชัย วงษ์ใหญ่. (2525). การพัฒนาหลักสูตรและการสอนมิติใหม่. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.

วิมล พงษ์पालิต. (2541). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

วิโชติ พงษ์ศิริ. (2540). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิซิมด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

วีระ ไทยพานิช. (2529). การออกแบบระบบการเรียนวิถีการนำไปสู่การปรับปรุงการสอน. กรุงเทพฯ : ภาควิชาเทคโนโลยีการศึกษา ; คณะศึกษาศาสตร์ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

- วัชร บวรณสิงห์. (2525). "การสอนคณิตศาสตร์ตามความแตกต่างระหว่างบุคคล", ในเอกสารการสอน
ชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8 – 15. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ศรีภรณ์ ณะวงศ์ษา. (2542). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ
TEAM – GAMES – TOURNAMENT แบบ STUDENT TEAMS - ACHIEVEMENT
DIVISION และการสอนตามคู่มือครู. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ :
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- สนิท พรหมมา. (2534). ความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ความเข้าใจทักษะการคิดคำนวณและทักษะการ
แก้โจทย์ปัญหาในระดับชั้นประถมศึกษา. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์).
เชียงใหม่ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. ถ่ายเอกสาร.
- สิริพร ทิพย์คง. (2536). เอกสารคำสอนวิชา 158522 ทฤษฎีและวิธีสอนวิชาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ :
ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- สุภา ยธิกุล. (2533). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ โดยใช้
สื่อประสมกับการสอนแบบปกติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสววิทยา จังหวัด
ชุมพร. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- สุภาภรณ์ ทิพย์สุวรรณ. (2543). การพัฒนาชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบเรียนเป็นคู่ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) กรุงเทพฯ :
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุมานัน รุ่งเรืองธรรม. (2526). กลวิธีสอน. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์รุ่งเรืองธรรม.
- สุนีย์ ธีรดากร. (2525). จิตวิทยาการศึกษา. นนทบุรี : สถานสงเคราะห์หญิงปากเกร็ด.
- สุนีย์ เหมะประสิทธิ์. (2533). การพัฒนาชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์
ปัญหา : หน่วยศึกษานิเทศก์ สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดอุบลราชธานี. ปรินิพนธ์
กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- สุนันท์ จิมวัย. (2543). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการ
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติกับนักเรียนที่ได้รับการ
สอนตามคู่มือครู. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) กรุงเทพฯ :
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุลัดดา ลอยฟ้า และคณะ. (2530). "การพัฒนารูปแบบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ระดับ
ประถมศึกษา," รายงานวิจัย. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

- สันหัตถ์ ภิบาลสุข และ พิมพ์ใจ ภิบาลสุข. (2525). *การใช้สื่อการสอน*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : พระพัฒนา.
- เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต. (2528). *เทคโนโลยีทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ : ภาควิชาครุศาสตร์เทคโนโลยี สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.
- สำเร็จ บุญเรืองรัตน์. (2524, กันยายน - ธันวาคม). "การวัดทัศนคติและความสนใจ," *วารสารการวัดผลการศึกษา*. 2(2) : 7 – 13.
- อรุณี รัชแก้ว. (2539). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้โจทย์ปัญหาสมการ อัตราส่วน ร้อยละ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนกะทู้วิทยา จังหวัดภูเก็ต*. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (หลักสูตรและการสอน). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. ถ่ายเอกสาร.
- อาภา ถนัดช่าง. (2534, มิถุนายน – กรกฎาคม). "การสอนแบบแก้ปัญหา," *วารสารแนะแนว*. 25(135) : 15 – 23.
- อิทธิพงษ์ ดุสิตพันธ์. (2538). *การสร้างชุดการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- อัญชลี แจ่มเจริญ และ สุกัญญา ธารีวรรณ. (2533). *หลักการสอนและการเตรียมประสบการณ์ภาคปฏิบัติ*. กรุงเทพฯ : เฉลิมชัยการพิมพ์.
- Adams, Sam, Leslie Ellis and B.F. Beeson. (1977). *Teaching Mathematics with Emphasis on the Diagnostic Approach*. New York : Harper and Row Publishers, Co.
- Anderson, K.B. and R. E. Pingry. (1973). *Problem – Solving in Mathematics : Its Theory and Practise*. Washington, D. C. : The National Council of Teachers of Mathematics.
- Anderson, R.M. (1982, May). "Self Instruction as a Method of Preparing Elementary Schools Social Studies Teacher Trainees to Apply an Inductive Teaching Model," *Dissertation Abstracts International*. 42(11) : 4795A.
- Armstrong, Jane. (1972, April). "The Development and Evaluation of a Multi – Media Self - Instructional Package in Beginning French at Tarrant County Junior College," *Dissertation Abstracts International*. 32(10) : 5669 – A.
- Ausubel, David, P. (1968). *Educational Psychology : A Cognitive View*. New York : Holt Rinehart and Winston, Inc.
- Barnett, J.C. (1975, January). "Toward a Theory of Sequencing : Study 3 – 7 : An Investigation of the Relationships of Structural Variables, Instruction, and Difficulty in Verbal, Arithmetic Problem Solving," *Dissertation Abstracts International*. 35(7) : 4299 – A.

- Bell, Frederick, H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics (in Secondary)*. Dubuque, Iowa : Wm. C. Brown Company Publishers.
- Biggs, Edith, E. (1968). "Investigational Methods in Shulman, Lee S. and Evan R. Keislak," *Learning by Discovery : A Critical Appraisal*. Chicago ; Rand McNally.
- Bitter, Gary, G., Mary, M., Hatfield and Noney, T., Edwards. (1989). *Mathematics Method for the Elementary and Middle School . A Comprehensive Approach*. Boston : Allyn and Bacon, Inc.
- Block, James H. (1970). The Effects of Variance Levels of Performance on Selected Cognitive "Affective and Time Variables," in *Mastery Learning : Theory and Practice*. p. 104 – 106, ed. by James H. Block. New York : Holt Rinehart and Winston, Inc.
- Block, James H. and Michel L. Tierney. (1974, December). "An Exploration of Two Correction Procedures Used in Mastery Learning Approaches," *Journal of Education Psychology*. 66(6) : 926 – 967.
- Bloom, Benjamin S. (1976). *Taxonomy of Educational Objective Handbook 1 : Cognitive Domain*. New York : David McKay Company Inc.
- Branca, N.A. (1980). "Problem Solving as a Goal, Process, and Basic Skill. In S. Krulik and R.E. Reys (Eds.)," *Problem Solving in School Mathematics : 1980 Yearbook*. P. 3 – 8. Reston, VA : NCTM.
- Brawley, Olethe Daniels. (1975, January). "A Study of Evaluate the Effects of Using Multi – Media Instructional Modules to Teach Time – Telling to Retarded Learners," *Dissertation Abstracts International*. 35(7) : 4280 – A.
- Bruce, Meeks Elija. (1972, Febuary). "Learning Packages Versus Conventional Methods of Instruction," *Dissertation Abstracts International*. 32(8) : 429 – A.
- Bruckner, Leo, J. and Faster, E. Grossnickle. (1957). *How to Make Arithmetic*. Philadelphia : The John C Winston Co.
- Carmelita, Villanueva L. (1976). *On the Effectivenss of the Discovery Approach as a Teaching Method for population education*. Makati, Rizal Philippines : Population Center Foundation.
- Carroll, John, B. (1963, May). "A Model of School Learning," *Teacher College Record*. 64(2) : 723 – 733.
- Charles, Randall and Frank, K. Lester. (1982). *Teaching Problem Solving What, Why & How*. Dale Seymour Publications.

- Corle, Clyde, G. (1967). *Teaching Mathematics in the Elementary School*. New York : The Ronald Press Company.
- Davis, Frederick, B. (1964). *Educational Measruement and their Interpretation*. California : Wadsworth Publishing Co.
- Duan, J. E. (1973). *Individualized instructional Programs and Materials*. New Jersey : Englewood Cliffs Company.
- Fan, Chung – Teh. (1952). *Item Analysis Table*. New Jersey, Princeton : Educational Testing Service.
- Gagne', R. M. (1985). *The Condition of Learning*. New York : CBS College Publishing.
- Garnett, Kim FelmeY. (1991, July). "Developing Heuristics in the Mathematics Problem – Solving Processes of Sixth – Grade Children : A Nonconstructivist Teaching Experiment," *Dissertation Abstracts International*. 52(1) : 102A –103A.
- Good, Carter, V. (1973). *Dictionary of Education*. 3rd ed. New York : McGraw – Hill Book Company, Inc.
- Gordon, L. (1973). *Module on Modules O – A*. Florida : Department of Education.
- Hatfield, Mary, M., Noney Tanner Edwards, and Gary, G. Bitter. (1993). *Mathematics Methods for the Elementary and Middle School*. 2nd ed. Massachusetts : Allyn and Bacon, Inc.
- Hawkes, Herbert, E., E. R. Lindquist and C. R. Mann. (1963). *The Construction and Use of Achievement Examination*. Boston : Houghton Mifflin Co.
- Heimer, R. T. and C.R. Trublood. (1977). *Strategies for Teaching Children's Mathematics*. New York : Addison Wesley Publishing Company, Inc.
- Johnson, Donovan, A. and Rising Gerald, R. (1967). *Guidelines for Teaching Mathematics*. Belmont, California : Wadsworth Publishing Company, Inc.
- Keeves, John, P. (1972). *Educational Environment and Student Achievement*. Stockholm : Almqvist and Wiksells Boktryckeri AB, Uppsala.
- Kelley, Loretta Anne. (1993, November). "Making The Unfamiliar Familiar : Problem – Solving Heuristics as a Means of Confronting Students' Misconceptions in Algebra," *Dissertation Abstracts International*. 54(5) : 1713 – A.
- Kemp, J.E. and D.K. Dayton. (1985). *Planning and Producing Instructional Media*. (5th ed). New York : Harper and Row.
- Kennedy, Leonard, M. and Steve Tipp. (1994). *Guiding children's Learning of Mathematics* 1994. 7th ed. Belmont, California : Wadsworth Publishing Company.

- Krulik, S. (1977, November). "Problem Solving and Strategy Game," *The Mathematics Teacher*. 70(8) : 649 – 652.
- Kurlock, Elizabeth, B. (1955). *Adolescent Development*. New York : McGraw – Hill Book Company.
- Lester, F.K. (1977, November). "Ideas about Problem Solving : A Look at Some Psychological Research," *Arithmetic Teacher*. 25(2) : 12 –15.
- _____. (1978). *Mathematical Problem Solving in the Elementary School*. : Some Education and Psychological Considerations. Columbus, Ohio : ERIC / SMEAC.
- Lowe, Charles Wesley. (1972, November). " An Investigation of Relationship between Semantic Differential Measures of Interest in Science and Achievement in Science at the High School Level," *Dissertation Abstracts International*. 33(5) : 2195 – A.
- McClelland, David, C. and Winter, David, G. (1969). *Motivating Economic Achievement*. New York : The Free Press.
- Mehrens, W.A. and I.J. Lehmann. (1973). *Measurement and Evaluation in Education and Psychology*. New York : Holt, Rinehart and Winston, Inc.
- Novak, Joseph, D. and Gowin, Bob, D. (1984). *Learning How to Learn*. Boston : Cambridge University Press.
- Nunnally, Jum, C., Jr. (1970). *Introduction to Psychological Measurement*. New York : McGraw – Hill.
- Pan, Hung Ming. (1993, November). " A Study of Metacognitive Behaviour in Mathematical Problem – Solving of Older Elementary School Students in Taiwan, The Republic of China," *Dissertation Abstracts International*. 54(5) : 1714 – A.
- Parke, B.N. (1980, April). "Effect of Self – Instructional Materials on The Mathematical Achievement of High Achieving Elementary Students," *Dissertation Abstracts International*. 41(6) : 1377 - A.
- Perdikaris, S.C. (1993, May – June). "Applications of Ergodic Chains to Problem Solving," *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 24(3) :423 – 427.
- Pittman, Shinley Gaines. (1993, June). "The Effect of Educational Productivity Factors on Eighth – Grade Interest and Achievement in Science," *Dissertation Abstracts International*. 53 (1) : 4270 – A .

- Polya, G. (1957). *How to Solve It. A New Aspect of Mathematical Method*. Garden City, New York : Doubleday Company.
- _____. (1985). *How to Solve It*. Princeton : Princeton. University Press.
- Powell, Marvin. (1963). *The Psychology of Adolescence*. New York : McGraw – Hill.
- Putt, John Ian. (1979, March). "An Exploratory Investigation of two Methods of Instruction in Mathematical Problem Solving at the Fifth Grade Level," *Dissertation Abstracts International*. 39(9) : 5382 – 5383 - A.
- Prescott, Daniel, A. (1961). "Report of Conference on Child Study," *Educational Bulletin*. Bangkok : Faculty of Education, Chulalongkorn University.
- Rawat, D.S. and S.L. Gupta. (1970). *Educational Wastage at the Primary Level : A Handbook for Teacher*. New Delhi : S.K. Kitchula at Nalanda Press.
- Reys, Robert E., Marilyn, N. Suydam and Mary Montgomery Lindquist. (1992). *Helping Children Learn Mathematics*. 3rd ed Boston : Allyn and Bacon, Inc.
- Schoenfeld, A.H. (1989). "Teaching Mathematical Thinking and Problem Solving. In L.B. Resnick and L.E. Klover (Eds.)," *Toward the Thinking Curriculum : Current Cognitive Research*. (1989 Yearbook of the Association for Supervision and Curriculum Development) p. 83 – 103. ASCD.
- Suydam, Marilyn, N. (1980). "Untangling Clues from Research on Problem Solving," *Problem - Solving in School Mathematics*. Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Thorndike, R.L. and E.P. Hagen. (1977). *Measurement and Evaluation in Psychology and Education*. 4th ed. New York : John, Wiley and Sons, Inc.
- Ulep, Soledad Asuncion. (1990, July). "Strategies Preservice Secondary Mathematics Teachers Use in Solving Problems Involving Uncertainty," *Dissertation Abstracts International*. 51(1) : 105 – A.
- Vivas, David, A. (1985, September). "The Design and Evaluation of a Course in "Thinking Operations" for First Grades in Venezuela," *Dissertation Abstracts International*. 46 (3) : 603 – A.
- Wilson, Cynthia Louise. (1989, August). "An Analysis of a Direct Instruction Produce in Teaching Word Problem Solving to Learning Disabled Student," *Dissertation Abstracted International*. 50 (02A) : 416.

- Wilson, James W. (1971). "Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics,"
In Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning. P.643 – 685.
 New York : eited. by Benjamin S. Bloom. U.S.A., McGraw - Hill
- Wilson, J.W., M.L. Fernandez and N. Hadaway. (1993). "Mathematical Problem Solving," in
Research Ideas for the Classroom (High School Mathematics). edited by Patricia S.
 Wilson. New York : Macmillan Publishing Company.
- Zalewski, C.J. (1978, January). "An Investigation of Selected Factors Contributing to Success in
 Solving Mathematical Word Problems," *Dissertation Abstracts International*.
 39(10) : 2804– 2805 – A.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ตารางค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. ตารางค่าอำนาจจำแนก (t) และค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient) ของแบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ตาราง 6 ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 30 ข้อ

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	R
1	0.56	0.46	16	0.63	0.59
2	0.60	0.53	17	0.80	0.43
3	0.52	0.30	18	0.62	0.50
4	0.69	0.70	19	0.52	0.58
5	0.62	0.50	20	0.56	0.51
6	0.54	0.62	21	0.65	0.66
7	0.46	0.48	22	0.57	0.59
8	0.52	0.30	23	0.59	0.56
9	0.38	0.50	24	0.77	0.49
10	0.81	0.55	25	0.59	0.64
11	0.58	0.49	26	0.87	0.24
12	0.50	0.40	27	0.42	0.42
13	0.50	0.34	28	0.42	0.49
14	0.39	0.28	29	0.53	0.72
15	0.76	0.62	30	0.88	0.38

ค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) 0.74

ตาราง 7 ค่าอำนาจจำแนก (t) และค่าความเชื่อมั่น (α) ของแบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 20 ข้อ

ข้อที่	ค่าอำนาจจำแนก (t)	ข้อที่	ค่าอำนาจจำแนก (t)
1	5.88	11	4.63
2	4.94	12	5.60
3	4.91	13	4.92
4	5.83	14	5.33
5	5.64	15	6.00
6	5.54	16	7.82
7	4.80	17	7.00
8	5.27	18	4.55
9	4.90	19	5.27
10	4.60	20	4.83

ค่าความเชื่อมั่น (α) 0.88

ภาคผนวก ข

1. ตารางคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก
2. ตารางคะแนนความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก
3. ตารางคะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการสอน จำนวน 3 ชุด

ตาราง 8 คะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้น
ตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้ชุดการสอนเพื่อ
ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบอีวริสติก

คนที่	Pretest (30คะแนน)	Posttest (30 คะแนน)	(D)	(D ²)	คนที่	Pretest (30 คะแนน)	Posttest (30 คะแนน)	(D)	(D ²)
1	11	18	7	49	28	12	22	10	100
2	10	16	6	36	29	12	24	12	144
3	9	18	9	81	30	10	18	8	64
4	13	18	5	25	31	7	25	18	324
5	12	24	12	144	32	11	19	8	64
6	4	23	19	361	33	10	26	16	256
7	8	17	9	81	34	7	19	12	144
8	8	18	10	100	35	8	15	7	49
9	10	19	9	81	36	8	18	10	100
10	8	19	11	121	37	8	18	10	100
11	14	19	5	25	38	11	19	8	64
12	14	26	12	144	39	10	23	13	169
13	10	16	6	36	40	12	16	4	16
14	10	18	8	64	41	11	21	10	100
15	8	18	10	100	42	6	18	12	144
16	12	25	13	169	43	12	20	8	64
17	12	24	12	144	44	10	16	6	36
18	8	23	15	225	45	8	24	16	256
19	8	16	8	64	46	9	22	13	169
20	12	16	4	16	47	15	26	11	121
21	5	19	14	196	48	7	16	9	81
22	9	21	12	144	49	7	15	8	64
23	9	21	12	144	50	12	17	5	25
24	13	26	13	169	51	9	21	12	144
25	12	19	7	49	52	15	29	14	196
26	11	22	11	121	53	14	24	10	100
27	6	22	16	256	54	11	16	5	25

ตาราง 8 (ต่อ)

คนที่	Pretest (30 คะแนน)	Posttest (30 คะแนน)	(D)	(D ²)	คนที่	Pretest (30คะแนน)	Posttest (30 คะแนน)	(D)	(D ²)
55	7	16	9	81	81	6	23	17	289
56	9	20	11	121	82	15	26	11	121
57	9	17	8	64	83	9	14	5	25
58	15	25	10	100	84	6	16	10	100
59	22	25	3	9	85	11	20	9	81
60	11	18	7	49	86	8	12	4	16
61	8	18	10	100	87	22	27	5	25
62	9	18	9	81	88	11	19	8	64
63	18	22	4	16	89	6	15	9	81
64	9	21	12	144	90	13	21	8	64
65	5	19	14	196	91	9	18	9	81
66	7	16	9	81	92	9	18	9	81
67	13	18	5	25	93	9	19	10	100
68	14	19	5	25	94	13	23	10	100
69	7	20	13	169	95	9	18	9	81
70	10	19	9	81	96	9	23	14	196
71	4	17	13	169	97	10	18	8	64
72	16	19	3	9	98	15	28	13	169
73	8	19	11	121	99	9	21	12	144
74	10	21	11	121	100	9	21	12	144
75	11	27	16	256	101	8	18	10	100
76	13	27	14	196	102	12	26	14	196
77	10	13	3	9	103	17	24	7	49
78	9	17	8	64	104	3	17	14	196
79	14	22	8	64	105	5	17	12	144
80	9	15	6	36					

หมายเหตุ : นักเรียนคนที่ 1 – 35 คือนักเรียนชั้น ม. 3 ห้อง 1
 นักเรียนคนที่ 36 – 70 คือนักเรียนชั้น ม. 3 ห้อง 2
 นักเรียนคนที่ 71 – 105 คือนักเรียนชั้น ม. 3 ห้อง 3

$$\sum D = 1,030$$

$$\sum D^2 = 11,362$$

$$(\sum D)^2 = 1,060,900$$

$$N = 105$$

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N \sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}}$$

$$t = \frac{1,030}{\sqrt{\frac{105(11,362) - 1,060,900}{105-1}}}$$

$$t = \frac{1,030}{\sqrt{\frac{1,193,010 - 1,060,900}{104}}}$$

$$t = \frac{1,030}{\sqrt{1,270.29}}$$

$$t = \frac{1,030}{35.64}$$

$$t = 28.90$$

ตาราง 9 คะแนนความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้
ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบอิวริสติก

คนที่	Pretest (100 คะแนน)	Posttest (100 คะแนน)	(D)	(D ²)	คนที่	Pretest (100 คะแนน)	Posttest (100 คะแนน)	(D)	(D ²)
1	74	81	7	49	31	67	74	7	49
2	70	76	6	36	32	77	83	6	36
3	57	66	9	81	33	62	78	16	256
4	70	81	11	121	34	70	78	8	64
5	80	90	10	100	35	66	72	6	36
6	78	82	4	16	36	69	77	8	64
7	62	66	4	16	37	71	78	7	49
8	70	76	6	36	38	77	82	5	25
9	90	95	5	25	39	79	87	8	64
10	63	70	7	49	40	84	87	3	9
11	83	87	4	16	41	70	76	6	36
12	82	89	7	49	42	64	72	8	64
13	54	67	13	169	43	63	65	2	4
14	67	73	6	36	44	67	75	8	64
15	61	74	13	169	45	67	71	4	16
16	75	82	7	49	46	63	77	14	196
17	81	88	7	49	47	80	84	4	16
18	72	86	14	196	48	62	64	2	4
19	64	69	5	25	49	63	70	7	49
20	66	78	12	144	50	54	68	14	196
21	68	73	5	25	51	73	86	13	169
22	72	87	15	225	52	81	87	6	36
23	75	83	8	64	53	74	81	7	49
24	73	85	12	144	54	51	64	13	169
25	55	66	11	121	55	61	66	5	25
26	63	73	10	100	56	72	88	16	256
27	75	85	10	100	57	69	79	10	100
28	79	85	6	36	58	75	80	5	25
29	73	77	4	16	59	91	93	2	4
30	73	83	10	100	60	66	73	7	49

ตาราง 9 (ต่อ)

คนที่	Pretest (100 คะแนน)	Posttest (100 คะแนน)	(D)	(D ²)	คนที่	Pretest (100 คะแนน)	Posttest (100 คะแนน)	(D)	(D ²)
61	71	81	10	100	84	68	72	4	16
62	73	87	14	196	85	65	71	6	36
63	82	84	2	4	86	70	75	5	25
64	67	79	12	144	87	90	92	2	4
65	70	79	9	81	88	68	70	2	4
66	60	67	7	49	89	68	73	5	25
67	73	78	5	25	90	71	80	9	81
68	78	82	4	16	91	60	63	3	9
69	71	78	7	49	92	65	69	4	16
70	51	63	12	144	93	70	74	4	16
71	67	74	7	49	94	80	87	7	49
72	70	79	9	81	95	66	68	2	4
73	74	80	6	36	96	57	60	3	9
74	63	69	6	36	97	59	67	8	64
75	80	89	9	81	98	82	84	2	4
76	75	80	5	25	99	65	69	4	16
77	64	69	5	25	100	71	84	13	169
78	70	78	8	64	101	69	72	3	9
79	70	80	10	100	102	81	82	1	1
80	62	71	9	81	103	83	89	6	36
81	69	75	6	36	104	92	93	1	1
82	71	74	3	9	105	65	70	5	25
83	65	67	2	4					

หมายเหตุ : นักเรียนคนที่ 1 – 35 คือนักเรียนชั้น ม. 3 ห้อง 1
 นักเรียนคนที่ 36 – 70 คือนักเรียนชั้น ม. 3 ห้อง 2
 นักเรียนคนที่ 71 – 105 คือนักเรียนชั้น ม. 3 ห้อง 3

$$\sum D = 741$$

$$\sum D^2 = 6,595$$

$$(\sum D)^2 = 549,081$$

$$N = 105$$

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N \sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}}$$

$$t = \frac{741}{\sqrt{\frac{105(6,595) - 549,081}{105-1}}}$$

$$t = \frac{741}{\sqrt{\frac{692,475 - 549,081}{104}}}$$

$$t = \frac{741}{\sqrt{1378.79}}$$

$$t = \frac{741}{37.13}$$

$$t = 19.96$$

ตาราง 10 ประสิทธิภาพของชุดการสอน ชุดที่ 1 เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

นักเรียน คนที่	คะแนนของแบบฝึก หัดระหว่างเรียน (95 คะแนน)	คะแนนของแบบ ทดสอบย่อย (11 คะแนน)	นักเรียน คนที่	คะแนนของแบบ ฝึกหัดระหว่างเรียน (95 คะแนน)	คะแนนของแบบ ทดสอบย่อย (11 คะแนน)
1	82	10	21	74	11
2	81	11	22	78	10
3	81	11	23	81	6
4	82	11	24	82	11
5	85	5	25	78	8
6	77	11	26	78	11
7	76	10	27	77	10
8	85	6	28	79	11
9	76	6	29	78	11
10	76	6	30	79	11
11	85	5	31	78	11
12	80	11	32	80	10
13	79	11	33	78	11
14	81	11	34	80	11
15	82	11	35	75	11
16	75	11	36	71	9
17	82	11	37	78	11
18	80	10	38	76	11
19	83	6	39	78	11
20	76	5	40	72	10

$$E_1 = \left[\frac{\sum X}{\frac{N}{A}} \right] \times 100 = \left[\frac{3,154}{\frac{40}{95}} \right] \times 100 = 83.00$$

$$E_2 = \left[\frac{\sum F}{\frac{N}{B}} \right] \times 100 = \left[\frac{389}{\frac{40}{11}} \right] \times 100 = 88.41$$

$$E_1 / E_2 = 83.00 / 88.41$$

ตาราง 11 ประสิทธิภาพของชุดการสอน ชุดที่ 2 เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

นักเรียน คนที่	คะแนนของแบบฝึก หัตถ์หว่างเรียน (55 คะแนน)	คะแนนของแบบ ทดสอบย่อย (13 คะแนน)	นักเรียน คนที่	คะแนนของแบบ ฝึกหัตถ์หว่างเรียน (55 คะแนน)	คะแนนของแบบ ทดสอบย่อย (13 คะแนน)
1	54	11	21	50	12
2	48	13	22	55	13
3	53	11	23	53	13
4	51	13	24	52	11
5	41	11	25	46	13
6	48	10	26	55	13
7	53	8	27	52	11
8	50	11	28	51	13
9	49	11	29	55	12
10	52	12	30	52	11
11	50	11	31	55	13
12	49	13	32	53	7
13	52	11	33	51	11
14	51	11	34	50	13
15	53	13	35	44	11
16	46	11	36	39	11
17	55	13	37	50	11
18	51	12	38	47	13
19	53	13	39	52	11
20	48	10	40	55	13

$$E_1 = \left[\frac{\sum X}{N} \right] \times 100 = \left[\frac{2,024}{40} \right] \times 100 = 92.00$$

$$E_2 = \left[\frac{\sum F}{N} \right] \times 100 = \left[\frac{463}{13} \right] \times 100 = 89.04$$

$$E_1 / E_2 = 92.00 / 89.04$$

ตาราง 12 ประสิทธิภาพของชุดการสอน ชุดที่ 3 เรื่อง อสมการ

นักเรียน คนที่	คะแนนของแบบฝึก หัดระหว่างเรียน (80 คะแนน)	คะแนนของแบบ ทดสอบย่อย (35 คะแนน)	นักเรียน คนที่	คะแนนของแบบ ฝึกหัดระหว่างเรียน (80 คะแนน)	คะแนนของแบบ ทดสอบย่อย (35 คะแนน)
1	77	32	21	73	25
2	78	21	22	76	21
3	79	30	23	57	31
4	77	33	24	66	32
5	77	35	25	68	35
6	77	28	26	69	35
7	78	35	27	79	31
8	74	30	28	72	27
9	63	28	29	73	31
10	78	30	30	78	30
11	72	33	31	76	27
12	64	29	32	67	32
13	66	27	33	79	29
14	80	29	34	63	31
15	75	32	35	56	28
16	65	35	36	72	31
17	66	28	37	70	32
18	79	35	38	77	27
19	77	31	39	78	27
20	79	28	40	70	26

$$E_1 = \left[\frac{\sum X}{N} \right] \times 100 = \left[\frac{2,900}{40} \right] \times 100 = 90.63$$

$$E_2 = \left[\frac{\sum F}{N} \right] \times 100 = \left[\frac{1,197}{35} \right] \times 100 = 85.50$$

$$E_1 / E_2 = 90.63 / 85.50$$

ภาคผนวก ค

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและอสมการ
เชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. แบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค 011)

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีทั้งหมด 5 หน้า จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง
2. ข้อสอบเป็นแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือกทั้งหมด
3. แต่ละข้อจะมีตัวเลือกที่ถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียวให้นักเรียนเลือกตัวเลือกที่ถูกต้องโดยทำเครื่องหมาย X ลงใน () ที่ตรงกับตัวเลือกในกระดาษคำตอบเพียงตัวเลือกเดียว เช่น

0 จำนวนคู่ที่มีค่าอยู่ระหว่าง 2 กับ 6 คือจำนวนใด

ก. 2

ข. 3

ค. 4

ง. 6

กระดาษคำตอบ

ก ข ค ง

0. () () (X) ()

1. () () () ()

2. () () () ()

ถ้าต้องการเปลี่ยนคำตอบให้ทำเครื่องหมาย = ทับเครื่องหมายเดิม แล้วไปทำเครื่องหมาย X ที่ตัวเลือกใหม่ เช่น

0. () (X) (~~=~~) ()

4. ห้ามขีดเขียนหรือทำเครื่องหมายใด ลงในแบบทดสอบฉบับนี้ ถ้าต้องการทดเลขให้ทดในกระดาษที่แจกให้

5. ขอให้ตอบข้อสอบให้ครบทุกข้อ เพราะจะไม่มีหักคะแนนเมื่อมีการตอบผิดแต่อย่างใด

จุดประสงค์ที่ 1 บอกได้ว่าประโยคสัญลักษณ์ใดเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง

1. ข้อใดเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

- ก. $3x + 5 = 6x$
- ข. $3x = 4y$
- ค. $3x^2 + 6x - 10 = 0$
- ง. $\frac{1}{x} = x$

จุดประสงค์ที่ 2 บอกสมการที่สมมูลกับสมการที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง

2. สมการในข้อใดต่อไปนี้สมมูลกัน

- ก. $3 + x = 5$ กับ $2x = 4$
- ข. $\frac{x}{2} = 4$ กับ $x = 2$
- ค. $\frac{x}{2} + 5 = 6$ กับ $\frac{x}{2} = 11$
- ง. $x^2 = 100$ กับ $x = 10$

3. สมการในข้อใดต่อไปนี้ไม่สมมูลกัน

- ก. $x - 3 = 8$ กับ $2x + 1 = x + 12$
- ข. $x + 1 = 2x - 4$ กับ $3x = 2x + 5$
- ค. $5x - 9 = 21$ กับ $2x + 15 = 23$
- ง. $3x - 5 = 10$ กับ $3x = 25 - 2x$

จุดประสงค์ที่ 3 แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการเท่ากันได้ถูกต้อง

4. ข้อใดเป็นคำตอบของสมการ

- $7a + 5 + a = 3a - 59 + a$
- ก. - 64
- ข. - 16
- ค. 16
- ง. 64

5. คำตอบของสมการ $3x + x + 6 = 3(x+2)$ มีค่าแตกต่างจาก 20 อยู่เท่าไร

- ก. 20
- ข. 24
- ค. 26
- ง. 28

6. ถ้า $0.5x - 3 = 0.25x + 0.2x$ แล้ว $0.06x$ มีค่าเท่าไร

- ก. 3.6
- ข. 0.36
- ค. 0.60
- ง. 0.06

7. กำหนดสมการ $x - \frac{2x-1}{5} - \frac{x+2}{3} = 1$ และ $y = 2x - 1$ ค่าของ y เท่ากับจำนวนใดต่อไปนี้

- ก. $5\frac{1}{2}$
- ข. $10\frac{1}{2}$

- ค. 10
- ง. 11

8. ถ้า $\frac{3}{4}(3x-2) - \frac{2}{3}(2x-1) = 0$ และ

$z = 11x + 10$ แล้ว z มีค่าเท่ากับจำนวนใด

- ก. 10 ข. 11
- ค. 20 ง. 100

9. ถ้า $2.5n - 2 - 1.5n = 3n - 2.5 - 4n$ แล้ว $n - 0.5$ เท่ากับเท่าใด

- ก. - 0.25 ข. - 0.75
- ค. - 2.5 ง. - 3.5

จุดประสงค์ที่ 4 สร้างสมการแสดงความ

สัมพันธ์จากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง

10. ลีลาซื้อสมุดมา 180 เล่มในราคาโหลละ n บาท เป็นเงินทั้งสิ้น 540 บาท สมุดราคาโหลละกี่บาท จะเขียนสมการเพื่อหาราคาสมุดได้ดังข้อใด

ก. $180n = 540$

ข. $540 \div 180 = n$

ค. $180 \times \frac{n}{12} = 540$

ง. $540 \times \frac{n}{12} = 180$

11. ตะกร้าใบหนึ่งมีส้มอยู่จำนวนหนึ่งเมื่อนับจำนวนส้มในตะกร้าแล้วพบว่าเมื่อนำส้ม 6 ผล ไปรวมกับสองเท่าของส้มในตะกร้าแล้วแบ่งให้คน 5 คน จะได้ส้มคนละ 4 ผลเท่าๆ กัน ถ้าให้ x แทนจำนวนส้มในตะกร้า จะเขียนสมการเพื่อหาจำนวนส้มในตะกร้าได้ดังข้อใด

ก. $\frac{2(x+6)}{5} = 4$

ข. $\frac{2x+6}{5} = 4$

ค. $\frac{2x}{5} + 6 = 4$

ง. $\frac{2x}{4} + 6 = 6$

จุดประสงค์ที่ 5 ใช้ความรู้เรื่องการแก้สมการ

เชิงเส้นตัวแปรเดียวเพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง

12. นาย ก เดินทางไปยังตำบลหนึ่งโดยขาไปเขาเดินด้วยความเร็ว 4 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ขากลับเขาที่จักรยานด้วยความเร็ว 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้าเขาใช้เวลาทั้งขาไปและขากลับ 6 ชั่วโมง อยากทราบว่าเขาใช้เวลาเดินเท้ากี่ชั่วโมง

ก. $2\frac{1}{2}$ ชั่วโมง

ข. $3\frac{1}{2}$ ชั่วโมง

ค. 3 ชั่วโมง

ง. $4\frac{1}{2}$ ชั่วโมง

13. ซื้อเสื้อเชิ้ตมาทั้งหมด 20 ตัว ราคารวมกัน 1,400 บาท เสื้อมี 2 เกรด เกรด B ราคาตัวละ 60 บาท ส่วนเกรด A ราคาตัวละ 110 บาท จำนวนเสื้อเชิ้ตทั้งสองเกรดต่างกันกี่ตัว

ก. 8 ตัว ข. 10 ตัว

ค. 12 ตัว ง. 14 ตัว

14. ชายคนหนึ่งซื้อทุเรียนระยองและจันทบุรีรวมกันราคา 3,750 บาท โดยทุเรียนระยองราคาผลละ 70 บาท และทุเรียนจันทบุรี ราคาผลละ 80 บาท ถ้าจำนวนทุเรียนที่ซื้อมาทั้งหมด 50 ผล จำนวนทุเรียนที่ซื้อมาจากแต่ละจังหวัดมีกี่ผล

ก. ระยอง 25 ผล จันทบุรี 25 ผล

ข. ระยอง 24 ผล จันทบุรี 26 ผล

ค. ระยอง 23 ผล จันทบุรี 27 ผล

ง. ระยอง 22 ผล จันทบุรี 28 ผล

จุดประสงค์ที่ 6 บอกได้ว่าประโยคสัญลักษณ์

ใดเป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

ถูกต้อง

15. ข้อใดไม่เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ก. $x + 2 \geq 5$

ข. $y - 6 \neq 7$

ค. $x^2 + y^2 = 1$

ง. $n - 2 < 6$

จุดประสงค์ที่ 7 บอกอสมการที่สมมูลกันได้

ถูกต้อง

16. อสมการในข้อใดต่อไปนี้เป็นสมมูลกัน

ก. $x + 5 < 12$ และ $x < 7$

ข. $y - 1 > 2$ และ $y + 2 > 5$

ค. $4x - x \neq 9$ และ $3x \neq 9$

ง. $x + 2 > 5$ และ $x - 2 > 0$

จุดประสงค์ที่ 8 บอกสมบัติการเท่ากันและนำ

สมบัติการเท่ากัน ไปใช้ในการแก้
อสมการได้

17. ข้อใดเป็นอสมการที่เกิดจากขั้นตอนแรก
ของการแก้สมการ $x + 3 > 8$

ก. $x + 3 + (-3) > 8 + (-3)$

ข. $x + 3 + 3 > 8 + 3$

ค. $8(x + 3) < 3 \times 8$

ง. $(x + 3) + (-3) < 8 + (-3)$

18. ข้อใดเป็นอสมการที่เกิดจากขั้นตอนแรก
ของการแก้สมการ $\frac{x}{4} > 5$

ก. $\frac{x}{4} - 4 > 5 - 4$

ข. $\frac{x}{4} + 4 > 5 + 4$

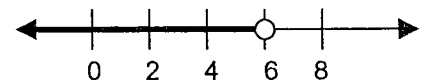
ค. $\frac{x}{4} \times 4 > 5 \times 4$

ง. $\frac{x}{4} \times (-4) < 5 \times (-4)$

จุดประสงค์ที่ 9 หาอสมการจากกราฟคำตอบ

ที่กำหนดให้และเมื่อกำหนดอสมการให้
สามารถบอกคำตอบของอสมการในรูป
ของกราฟได้

19. กราฟข้างล่างนี้แสดงคำตอบของอสมการ
ในข้อใด



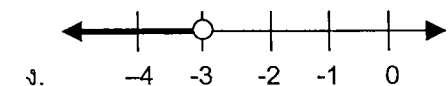
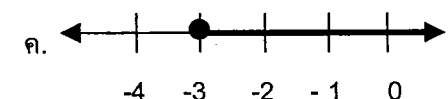
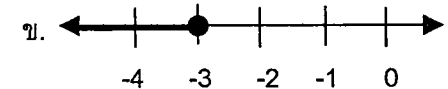
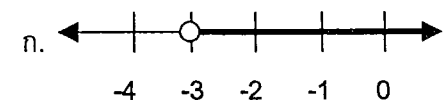
ก. $2x + 5 < x + 1$

ข. $x - 5 < 2x - 1$

ค. $5x - 1 < 2x + 2$

ง. $2x - 5 < x + 1$

20. ข้อใดต่อไปนี้เป็นกราฟแสดงคำตอบของ
อสมการ $4m - 3 + 5m \leq 7m + 7 + 6m + 2$



จุดประสงค์ที่ 10 แก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากันได้ถูกต้อง

21. ข้อใดเป็นคำตอบของอสมการ

$$3\left[\frac{y-7}{2}\right] \leq -2\left[\frac{y+6}{3}\right]$$

- ก. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 2
- ข. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 3
- ค. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ -3
- ง. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ -2

22. ข้อใดเป็นคำตอบของอสมการ

$$2(x+1) < 3(x-3)$$

- ก. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า -11
- ข. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า -7
- ค. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า 7
- ง. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 11

23. ข้อใดเป็นคำตอบของอสมการ

$$\frac{5}{3}(2x+1) \leq \frac{5}{2}(x+3)$$

- ก. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -7
- ข. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 7
- ค. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ -7
- ง. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 7

24. ข้อใดเป็นคำตอบของอสมการ

$$\frac{3x-2}{2} - 7 \neq x-8$$

- ก. จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น -1
- ข. จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น 1
- ค. จำนวนจริงทุกจำนวน
- ง. จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น 0

25. ข้อใดเป็นคำตอบของอสมการ

$$\frac{2x+1}{3} - x > \frac{3-2x}{2}$$

- ก. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า $\frac{4}{7}$
- ข. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า $\frac{7}{4}$
- ค. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า $\frac{4}{7}$
- ง. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า $\frac{7}{4}$

จุดประสงค์ที่ 11 สร้างอสมการแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนจากโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง

26. “ ชัยนำเงินจำนวนหนึ่งมารวมกับเงิน 40 บาท แล้วนำเงินทั้งหมดแบ่งให้เพื่อน 2 คนคนละเท่าๆกัน ปรากฏว่าแต่ละคนได้รับเงินจำนวนมากกว่าคนละ 50 บาท ชัยนำเงินมาอย่างน้อยเท่าใด” เขียนอสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ดังข้อใด เมื่อให้ x แทนจำนวนเงินที่ชัยนำมา

ก. $\frac{x+40}{2} > 50$

ข. $x+40 > 50$

ค. $\frac{x}{2} + 40 > 50$

ง. $\frac{x}{2} > 50+40$

27. “ร้านหนังสือแห่งหนึ่งพิมพ์หนังสือบันเทิงขายจำนวน 9,000 เล่ม สิ้นปีสำรวจหนังสือ ปรากฏว่าเหลือไม่ถึงสองในสามของที่ขายไป เขาขายได้อย่างน้อยกี่เล่ม”
ถ้าให้ ร้านหนังสือพิมพ์หนังสือบันเทิงขายได้ x เล่ม จะเขียนอสมการจากข้อกำหนดได้ดังข้อใด

ก. $9,000 - x < \frac{2x}{3}$

ข. $x - \frac{2x}{3} < 9,000$

ค. $9,000 > \frac{2x}{3} + x$

ง. $\frac{2(9,000 - x)}{3} < \frac{2x}{3}$

จุดประสงค์ที่ 12 ใช้ความรู้เรื่องการแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง

28. มีหนังสือและสมุดอยู่จำนวนหนึ่งเมื่อนับจำนวนแล้วปรากฏว่ามีหนังสือน้อยกว่าสมุดอยู่ 10 เล่ม ถ้าหนังสือราคาเล่มละ 25 บาท ส่วนสมุดราคาเล่มละ 8 บาท และราคาหนังสือกับสมุดทั้งหมดรวมกันไม่ถึง 500 บาท จะมีหนังสืออย่างมากกี่เล่ม

ก. 12 เล่ม ข. 13 เล่ม

ค. 14 เล่ม ง. 15 เล่ม

29. พิเศษจุสสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 27 คะแนน ซึ่งเมื่อรวมกับคะแนนวิชาวิทยาศาสตร์ที่เขาสอบได้แล้วปรากฏว่าได้คะแนนรวมมากกว่า 60 คะแนน พิเศษจุสสอบวิชาวิทยาศาสตร์ได้อย่างน้อยที่สุดกี่คะแนน
- ก. 33 คะแนน
- ข. 34 คะแนน
- ค. 35 คะแนน
- ง. 36 คะแนน

30. เมื่อรวมผู้โดยสารขึ้น 13 คน กับผู้โดยสารนั่งจำนวนหนึ่ง แล้วจำนวนผู้โดยสารทั้งหมดบนรถโดยสารประจำทางยังมีไม่ถึง 60 คน มีผู้โดยสารนั่งบนรถโดยสารประจำทางอย่างมากที่สุดกี่คน
- ก. 42 คน
- ข. 44 คน
- ค. 45 คน
- ง. 46 คน

#####

แบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

คำชี้แจง

1. แบบสอบถามนี้เป็นการถามความคิดเห็นหรือความรู้สึกของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เคยเรียนผ่านมาแล้ว
2. คำตอบของนักเรียนในแบบสอบถามนี้ไม่มีการประเมินว่าถูกหรือผิด เพราะความคิดเห็นหรือความรู้สึกของแต่ละคนไม่เหมือนกัน สิ่งที่สำคัญก็คือขอให้นักเรียนตอบให้ตรงกับสภาพความเป็นจริงของนักเรียนให้มากที่สุด
3. แบบสอบถามฉบับนี้ไม่ต้องการทราบว่าใครคือผู้ตอบ คำตอบของนักเรียนจึงไม่มีผลกระทบต่อนักเรียน ฉะนั้นขอให้นักเรียนตอบอย่างสบายใจ ผลจากการสอบถามครั้งนี้จะนำไปใช้เพื่อประโยชน์ต่อการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมยิ่งขึ้น
4. วิธีตอบแบบสอบถามกระทำได้ดังนี้คือ นักเรียนอ่านข้อความในช่องซ้ายมืออย่างละเอียด แล้วเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นหรือความรู้สึกของนักเรียนมากที่สุด โดยในแต่ละช่องความคิดเห็นมีความหมายดังนี้

เห็นด้วยมากที่สุด	แสดงว่า	นักเรียนชอบทำ ชอบคิดหรือคิดที่จะทำตามข้อความนั้นมากที่สุด
เห็นด้วย	แสดงว่า	นักเรียนชอบทำ ชอบคิดหรือคิดที่จะทำตามข้อความนั้นมาก
เฉยๆ	แสดงว่า	นักเรียนชอบทำ ชอบคิดหรือคิดที่จะทำตามข้อความนั้นปานกลาง
ไม่เห็นด้วย	แสดงว่า	นักเรียนไม่ค่อยชอบทำตามข้อความนั้น
ไม่เห็นด้วยมากที่สุด	แสดงว่า	นักเรียนไม่ชอบทำหรือไม่คิดที่จะทำตามข้อความนั้นเลย

ตัวอย่าง

ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วยมากที่สุด	เห็นด้วย	เฉยๆ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วยมากที่สุด
(0) ข้าพเจ้าชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์มากกว่าวิชาอื่น		✓			
(00) ข้าพเจ้าชอบทำการบ้านวิชาคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง			✓		

ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วยมากที่สุด	เห็นด้วย	เฉยๆ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วยมากที่สุด
1. ข้าพเจ้าชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์มากกว่าวิชาอื่น					
2. ข้าพเจ้าชอบซักถามปัญหาในชั่วโมงเรียนคณิตศาสตร์					
3. ข้าพเจ้าชอบฟังคำอธิบายของครูในชั่วโมงเรียนคณิตศาสตร์					
4. ข้าพเจ้าไม่ต้องการให้มีการบ้านในวิชาคณิตศาสตร์					
5. ข้าพเจ้าชอบทำกิจกรรมคณิตศาสตร์ตามที่ครูสั่ง					
6. ข้าพเจ้าจะไม่เลือกเรียนคณิตศาสตร์ในการเรียนชั้นสูงต่อไป					
7. เมื่อไม่เข้าใจเนื้อหาที่เรียนข้าพเจ้าจะถามเพื่อนหรือครู					
8. ข้าพเจ้าพยายามหลีกเลี่ยงกิจกรรมทางคณิตศาสตร์					
9. ข้าพเจ้ามักจะนำโจทย์หรือเกมที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์มาให้เพื่อน ๆ ทำ					
10. ข้าพเจ้ามีการเตรียมตัวอย่างสม่ำเสมอก่อนการสอบวิชาคณิตศาสตร์					
11. ข้าพเจ้าอยากให้เวลาในการเรียนคณิตศาสตร์หมดเร็ว ๆ					
12. เมื่อครูให้งานเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ข้าพเจ้าจะรีบทำให้เสร็จ					
13. คณิตศาสตร์ทำให้ห้องเรียนเกิดบรรยากาศการเรียนที่น่าตื่นเต้น					
14. ข้าพเจ้าชอบให้ครูถามปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์					
15. ข้าพเจ้าไม่อยากจะให้มีชั่วโมงคณิตศาสตร์					

ข้อความ	ระดับความคิดเห็น				
	เห็นด้วยมากที่สุด	เห็นด้วย	เฉยๆ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วยมากที่สุด
16. เมื่อถึงชั่วโมงคณิตศาสตร์ข้าพเจ้ามีความคิดอยากหนีเรียน					
17. ข้าพเจ้าจะเลือกเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในการเรียนชั้นสูง ๆ ต่อไป					
18. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ไม่น่าสนใจ เพราะมีแต่การคิดเลขเท่านั้น					
19. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ทำลายความสามารถของข้าพเจ้าเป็นอย่างยิ่ง					
20. ข้าพเจ้าชอบมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมเกี่ยวกับคณิตศาสตร์					

ภาคผนวก ง

1. คู่มือการใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก
2. แผนการสอน
3. ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก

คู่มือการใช้ชุดการสอน

ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1. หลักการและเหตุผล

หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้นพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ได้กำหนดให้วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาบังคับสำหรับนักเรียนทุกคนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 2 ส่วนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นวิชาเลือกเสรี สำหรับนักเรียนที่สนใจทางคณิตศาสตร์และต้องการมีความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนระดับที่สูงขึ้นไป และเมื่อพิจารณาจุดประสงค์การเรียนการสอนคณิตศาสตร์แล้วพบว่ามีความสำคัญ คือ ให้นักเรียนรู้จักนำความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับทักษะทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน และเป็นพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ขั้นสูง และวิชาอื่น ๆ ที่อาศัยคณิตศาสตร์ แต่จากการประเมินคุณภาพการศึกษาของกรมวิชาการระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พุทธศักราช 2540 พบว่า ผลการประเมินในระดับความรู้ความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นผ่านร้อยละ 15.60 และ ผลการประเมินตามระดับคุณภาพ ยังพบว่านักเรียนอยู่ในระดับที่ควรปรับปรุงสูงถึงร้อยละ 80.95 ซึ่งแสดงให้เห็นถึงการด้อยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

ผู้วิจัยเป็นบุคคลหนึ่งที่มีหน้าที่รับผิดชอบในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้แก่นักเรียน ได้ตระหนักและเห็นความสำคัญของสภาพปัญหาที่เกิดขึ้น จึงได้พยายามศึกษาหาแนวทางเพื่อแก้ไขปัญหาดังกล่าว โดยศึกษาทฤษฎี เอกสาร งานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง และเห็นว่า การพัฒนาชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ จะเป็นวิธีการที่สามารถจะช่วยแก้ปัญหาดังกล่าวได้ เพราะชุดการสอนจะช่วยให้ผู้สอนสามารถดำเนินกิจกรรมได้อย่างสะดวกและมีประสิทธิภาพ ก่อให้เกิดการเรียนรู้ ในตัวผู้เรียนได้ด้วยดี

จากเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะสร้างชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยในการสร้างชุดการสอนนี้ได้ใช้ขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของโพลยา ที่ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตรตามแนวคิดของวิลสัน เฟอร์นันเดซและฮาตาเวย์ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1	ทำความเข้าใจปัญหา
ขั้นที่ 2	วางแผน
ขั้นที่ 3	ดำเนินการตามแผน
ขั้นที่ 4	ตรวจสอบ

ซึ่งผู้วิจัยมีความเชื่อมั่นว่าชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก จะเป็นอีกรูปแบบหนึ่งในการเสริมสร้างความรู้ ความเข้าใจ และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้แก่ผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

2. วัตถุประสงค์

เพื่อเป็นเครื่องมือสำหรับครูใช้ในการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

3. องค์ประกอบของชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก

ชื่อเรื่อง	เป็นส่วนของบอกให้ทราบว่าศึกษาเกี่ยวกับเรื่องอะไร
คำชี้แจง	เป็นส่วนที่อธิบายความมุ่งหมายหลักของกิจกรรมและลักษณะของกิจกรรม
จุดประสงค์การเรียนรู้	เป็นส่วนที่ระบุเป้าหมายที่จะทำให้เกิดขึ้นหลังจากนักเรียนทำกิจกรรมในชุดการสอนนั้นจบลง
เนื้อหาสาระ	เป็นส่วนที่อธิบายให้ความรู้กับนักเรียน
กิจกรรมการเรียนการสอน	เป็นส่วนที่กำหนดให้นักเรียนได้ปฏิบัติเพื่อนำไปสู่จุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้
สื่อการเรียนการสอน	เป็นส่วนที่ระบุว่าในชุดการสอนนั้นมีวัสดุ – อุปกรณ์ อะไรบ้าง
การประเมินผล	เป็นส่วนที่ให้นักเรียนได้ประเมินความรู้ความสามารถของตนเองจากการศึกษาด้วยชุดการสอน

4. ลักษณะการใช้ชุดการสอน

ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก มีทั้งหมด

3 ชุด แยกตามเนื้อหาของปัญหาคณิตศาสตร์ เรียงลำดับต่อเนื่องจากง่ายไปหายากเป็นลำดับดังนี้

- 4.1 ทดสอบก่อนเรียน
- 4.2 ชุดที่ 1
- 4.3 ชุดที่ 2
- 4.4 ชุดที่ 3
- 4.5 ทดสอบหลังเรียน

ในการใช้ชุดการสอนให้ปฏิบัติตามคำชี้แจง ชั้นกิจกรรมการเรียนการสอนให้ปฏิบัติตามแผนการสอนและฝึกทักษะด้วยแบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นแล้วทำการทดสอบหลังใช้ชุดการสอนแต่ละชุด

5. กิจกรรมการเรียนการสอน

ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกในแต่ละชุดประกอบด้วยแผนการสอนและสื่อประสม โดยมีกิจกรรม 3 ลักษณะ คือ

5.1 กิจกรรมที่ครูเป็นผู้ดำเนินการ

♣ นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไปทำการทดสอบกับนักเรียนในชั้นเรียน ใช้เวลาทดสอบ 50 นาที แล้วบันทึกคะแนนจากการทดสอบเป็นคะแนนก่อนเรียน (Pretest)

♣ นำแบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไปทำการทดสอบกับนักเรียน แล้วบันทึกคะแนนจากการทดสอบเป็นคะแนนก่อนเรียน

♣ ดำเนินการสอนโดยใช้ชุดการสอนตามขั้นตอนการสอนในแผนการสอน เพื่อให้ นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในกฎเกณฑ์ และหลักการต่างๆ

♣ แบบทดสอบย่อยประจำชุดการสอนนั้น ให้ครูผู้สอนนำไปใช้เป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียน พร้อมกับประเมินผลตามสภาพความเป็นจริงในการปฏิบัติกิจกรรม ซึ่งครูผู้สอนสามารถนำผลงานของนักเรียนในการปฏิบัติกิจกรรมเก็บไว้เป็นแฟ้มสะสมผลงานของนักเรียน

♣ ขั้นตอนทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังจากที่นักเรียนได้ศึกษาชุดการสอนเสร็จเรียบร้อยแล้ว ใช้เวลา 50 นาที แล้วบันทึกผลการสอบให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Posttest)

♣ นำแบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไปทำการทดสอบกับนักเรียน หลังจากที่นักเรียนได้ศึกษาชุดการสอนเสร็จเรียบร้อยแล้ว แล้วบันทึกคะแนนจากการทดสอบเป็นคะแนนหลังเรียน

5.2 กิจกรรมที่นักเรียนเรียนรู้เป็นกลุ่มย่อย ให้นักเรียนศึกษาด้วยชุดการสอนแต่ละชุดที่ครูแจกให้ เพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ฝึกการทำงานเป็นทีมซึ่งกิจกรรมจะเป็นแบบฝึกทักษะและการแข่งขันเกมต่างๆ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

5.3 กิจกรรมที่นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง เป็นการทำให้แบบฝึกหัดและทำแบบทดสอบเป็นรายบุคคล

6. ข้อเสนอแนะในการใช้ชุดการสอน

6.1 ก่อนดำเนินการสอนทุกครั้ง ควรศึกษาชุดการสอนทุกขั้นตอนอย่างละเอียดก่อนสอน เพื่อก่อให้เกิดความเข้าใจ

6.2 เตรียมสื่อการเรียนการสอนให้พร้อมและควรทดลองใช้ก่อนสอน

6.3 พฤติกรรมการสอนของครูควรปฏิบัติดังนี้

6.3.1 เปิดใจให้กว้าง อย่าใจร้อน เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นและเหตุผลของตนเองอย่างทั่วถึง

6.3.2 ทำหน้าที่เป็นผู้ชี้แนะนักเรียนในประเด็นต่างๆ ที่ไม่เข้าใจหรือมีปัญหา และอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้

6.3.3 ให้การเสริมแรงทางบวกแก่นักเรียน เมื่อประสบความสำเร็จในการทำกิจกรรมใด ๆ

6.3.4 จัดบรรยากาศในชั้นเรียนให้มีความอบอุ่นและสนุกสนาน

6.3.5 ให้นักเรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียนรู้

โครงการสอน เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชื่อรายวิชา	คณิตศาสตร์	รหัสวิชา	ค 011
ระดับชั้น	มัธยมศึกษาปีที่ 3	หมวดวิชา	คณิตศาสตร์
หน่วยกิต	2.5	จำนวน	15 คาบ
ทฤษฎี	5 คาบ / สัปดาห์	ปฏิบัติ	- คาบ / สัปดาห์

คำอธิบาย

การศึกษา ฝึกทักษะการคิดคำนวณ และฝึกการแก้โจทย์ปัญหาในเรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง รากที่สอง รากที่สาม เลขยกกำลังเมื่อมีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม เอกนาม พหุนาม การบวกลบคูณหารพหุนาม สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองชั้น ทฤษฎีพีทาโกรัสและบทกลับ วงกลม ไชน์ โคไซน์ แทนเจนต์ โคเซแคนต์ และโคแทนเจนต์ของมุมที่มีขนาดระหว่าง 0 องศา ถึง 90 องศา เพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจ มีทักษะการคิดคำนวณและสามารถนำไปใช้ได้

จุดประสงค์

เมื่อนักเรียนศึกษาบทนี้จบแล้ว นักเรียนสามารถ

1. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
2. หาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
3. แก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
4. หาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

เนื้อหาของบทเรียนและระยะเวลา

1. Pretest	1	คาบ
2. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	4	คาบ
3. โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	4	คาบ
4. อสมการ	5	คาบ
5. Posttest	1	คาบ

รวม 15 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้ประจำบท เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เรื่อง	จุดประสงค์การเรียนรู้
1. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1. บอกได้ว่าประโยคสัญลักษณ์ใดเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง 2. บอกสมการที่สมมูลกับสมการที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง 3. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการเท่ากันได้ถูกต้อง
2. โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1. สร้างสมการแสดงความสัมพันธ์จากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง 2. ใช้ความรู้เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง
3. อสมการ	1. บอกได้ว่าประโยคสัญลักษณ์ใดเป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง 2. บอกอสมการที่สมมูลกันได้ถูกต้อง 3. บอกสมบัติต่างๆ ที่ใช้ในการแก้อสมการได้ 4. แก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากันได้ถูกต้อง 5. เขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการได้ถูกต้อง 6. สร้างอสมการแสดงความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง 7. ใช้ความรู้เรื่องการแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง

ตาราง 13 โครงการสอน

โครงการสอน

สัปดาห์ที่	แผนการสอนที่	จำนวนคาบ	แผนการสอน	เวลา (นาที)
1	-	1	Pretest	50
	1	1	- ประโยคสัญลักษณ์ที่เป็น สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	50
			- สมการสองสมการที่สมมูล กัน	
	2	1	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปร เดียว	50
		1	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปร เดียว (ต่อ)	50
		1	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปร เดียว (ต่อ)	50
2	3	1	โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปร เดียว	50
		1	โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปร เดียว (ต่อ)	50
		1	โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปร เดียว (ต่อ)	50
		1	โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปร เดียว (ต่อ)	50
	4	1	- ประโยคสัญลักษณ์ที่เป็น อสมการ	50
			- อสมการสองอสมการที่สม มูลกัน	
3	5	1	สมบัติที่ใช้ในการแก้สมการ	50
	6	1	การแก้สมการ	50
	7	1	การแก้สมการ (ต่อ)	50
	8	1	การแก้โจทย์อสมการ	50
	-	1	Posttest	50
รวม 3 สัปดาห์				(15 คาบ)

คู่มือการใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการ
แก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบอิวริสติก ชุดที่ 1

เรื่อง

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำชี้แจง ขอให้ท่านทำความเข้าใจชุดที่ 1 ดังต่อไปนี้

1. ส่วนประกอบของชุดที่ 1 ประกอบด้วย
 - 1.1 แผนการสอนที่ 1 เรื่อง - สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- สมการที่สมมูลกัน
 - 1.2 แผนการสอนที่ 2 เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
 - 1.3 แบบทดสอบย่อยท้ายชุดการสอน เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. วิธีการใช้ชุดการสอนชุดที่ 1
 - 2.1 ศึกษาแผนการสอนอย่างละเอียดและปฏิบัติตามแผนการสอนทุกขั้นตอน
 - 2.2 ก่อนให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะหรือกิจกรรมต้องชี้แจงและนำวิธีการทำให้นัก

เรียนทราบ

- 2.3 ในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมหรือแบบฝึกทักษะครูเป็นเพียงผู้ให้คำปรึกษาเมื่อนักเรียนมีข้อสงสัยเท่านั้น เมื่อนักเรียนทำแต่ละกิจกรรมเสร็จแล้วให้ครูตรวจหรือให้นักเรียนแลกเปลี่ยนกันตรวจแล้วบันทึกผลการเรียน
- 2.4 หลังจากเรียนชุดการสอนชุดที่ 1 จบแล้วครูต้องทำการประเมินผลด้วยแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการสอน เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแล้วบันทึกผลการสอบ

แผนการสอนที่ 1

วิชา คณิตศาสตร์

รหัส ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง - สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จำนวน 1 คาบ (เวลา 50 นาที)

- สมการที่สมมูลกัน

สาระสำคัญ

ประโยคสัญลักษณ์ที่เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หมายถึง สมการพหุนามที่อยู่ในรูป $P = 0$ เมื่อ P เป็นพหุนามที่มีตัวแปรเดียวและดีกรีเท่ากับ 1 สมการสองสมการสมมูลกันก็ต่อเมื่อเป็นสมการที่มีคำตอบเหมือนกัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อจบบทเรียนแล้วนักเรียนสามารถ ...

1. บอกได้ว่าประโยคสัญลักษณ์ใดเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง
2. บอกสมการที่สมมูลกับสมการที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง

เนื้อหา

ประโยคสัญลักษณ์ที่เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ถ้า P เป็นพหุนามที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และดีกรีของพหุนาม P เท่ากับ 1 เรียกสมการในรูป $P = 0$ ว่าสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เนื่องจากพหุนามที่มีตัวแปร x เพียงตัวเดียวและมีดีกรีเท่ากับ 1 เขียนในรูปทั่วไปได้เป็น $ax + b$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ จึงได้ว่า สมการเชิงเส้นที่มีตัวแปร x เพียงตัวเดียวจะเขียนได้ในรูป $ax + b = 0$ เมื่อ a, b เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$

ตัวอย่าง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1. $3x + 9 = 0$
2. $4y - 2 = 0$
3. $\frac{4x - 8}{6} = 0$
4. $5(10z + 7) = 0$
5. $y - (5 - 2y) = 0$

สมการที่สมมูลกัน

บทนิยาม สมการ A สมมูลกับสมการ B ก็ต่อเมื่อ คำตอบทุกคำตอบของสมการ A เป็นคำตอบของสมการ B และคำตอบทุกคำตอบของสมการ B เป็นคำตอบของสมการ A

ตัวอย่าง จงพิจารณาสมการต่อไปนี้ สมการใดสมมูลกันบ้าง

1. $x - 3 = 8$
2. $x + 1 = 2x - 4$
3. $2x + 1 = x + 12$
4. $x = 11$
5. $x^2 = 121$
6. $3x = 2x + 5$

คำตอบของสมการทั้ง 6 สมการ มีดังนี้

- สมการข้อที่ 1 คำตอบของสมการคือ 11
 สมการข้อที่ 2 คำตอบของสมการคือ 5
 สมการข้อที่ 3 คำตอบของสมการคือ 11
 สมการข้อที่ 4 คำตอบของสมการคือ 11
 สมการข้อที่ 5 คำตอบของสมการคือ 11 และ - 11
 สมการข้อที่ 6 คำตอบของสมการคือ 5

จากคำตอบของสมการ จะได้ว่า

สมการข้อที่ 1, 3 และข้อที่ 4 เป็นสมการที่สมมูลกันเพราะมีคำตอบเท่ากัน คือ 11 และสมการข้อที่ 2 กับข้อที่ 6 เป็นสมการที่สมมูลกัน เพราะมีคำตอบเท่ากันคือ 5 ส่วน สมการข้อที่ 5 ไม่สมมูลกับสมการข้อที่ 1, 3 และข้อที่ 4 เพราะสมการในข้อที่ 5 คำตอบของสมการมี 2 ค่า คือ 11 กับ - 11 ซึ่ง - 11 ไม่ใช่คำตอบของสมการ ข้อที่ 1, 3 และข้อที่ 4

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความรู้พื้นฐานที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วในชั้น ม. 1 และ ม. 2 เรื่อง สมการโดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานชุดที่ 1
2. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบและอภิปรายปัญหาในข้อที่ผิด โดยให้นักเรียนที่ตอบถูกเป็นผู้อธิบายและช่วยชี้แนะให้กับนักเรียนที่ตอบผิดจนกระทั่งนักเรียนที่ตอบผิดเกิดความเข้าใจ
3. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้

ขั้นตอนการสอน

1. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 4 คน โดยการสุ่ม (จับสลาก)
2. ครูชี้แจงวิธีการเรียนให้นักเรียนทราบดังนี้

2.1 ให้นักเรียนทุกคนสนใจในการเรียนอย่างจริงจัง เพราะจะมีการทดสอบความก้าวหน้าของการเรียน ภายหลังการเรียนด้วยชุดแต่ละชุดสิ้นสุดลง

2.2 นักเรียนแต่ละกลุ่มต้องช่วยเหลือกันในการเรียนด้วยตนเองโดยใช้ชุดการสอนคณิตศาสตร์ นักเรียนจะต้องปฏิบัติตามขั้นตอนของกิจกรรมที่กำหนดไว้อย่างเคร่งครัดและด้วยความซื่อสัตย์

2.3 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม ถาม – ตอบ คำถามซึ่งกันและกันเมื่อมีข้อสงสัย รวมทั้งอภิปรายความคิดเห็นเกี่ยวกับเนื้อหาที่ศึกษาร่วมกัน

2.4 นอกเหนือจากการร่วมมือกันของนักเรียนแต่ละกลุ่มแล้ว ถ้านักเรียนกลุ่มใดมีข้อสงสัยหรือปัญหาไม่กระจ่างชัด นักเรียนสามารถซักถามครูได้ตลอดเวลาในขณะทำกิจกรรม

3. ครูแจกเอกสารชุดการสอนชุดที่ 1 เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ให้นักเรียนทุกคนคนละ 1 ชุด พร้อมทั้งให้นักเรียนเริ่มศึกษาชุดการสอนชุดที่ 1 ในตอนที่ 1 และปฏิบัติตามคำสั่งในชุดการสอนภายในเวลาที่กำหนด

4. เมื่อหมดเวลาแล้วให้นักเรียนทุกคนส่งผลงานตามที่กำหนดไว้ในชุดการสอน

หมายเหตุ ในขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรม ครูผู้สอนจะต้องเดินดูนักเรียนว่ามีการปฏิบัติงานกันอย่างไร พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะ ตอบข้อซักถามของนักเรียนเมื่อนักเรียนมีปัญหา

ขั้นฝึกทักษะ

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1.1 และ 1.2 เป็นรายบุคคล

ขั้นสรุป

6. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุป โดยครูถามคำถามดังนี้

1. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อะไร (สมการพหุนามที่อยู่ในรูป $P = 0$ เมื่อ P เป็นพหุนามที่มีตัวแปรเดียวและมีดีกรี 1)

2. สมการที่สมมูลกันมีสมบัติอย่างไร (มีคำตอบเท่ากัน)

สื่อการเรียนการสอน

1. ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. แผ่นใสประกอบการสอน

การวัดและการประเมินผล

1. สังเกตจากความสนใจ
2. การร่วมทำกิจกรรม
3. การทำแบบฝึกหัดที่ 1.1 และ 1.2

แผนการสอนที่ 2

วิชา คณิตศาสตร์

รหัส ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จำนวน 3 คาบ (เวลา 150 นาที)

สาระสำคัญ

1. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นการหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ถ้าสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอยู่ในรูป $ax + b = 0$ เมื่อ $a = 1$ หาคำตอบได้โดยนำ $-b$ บวกทั้งสองข้างของสมการจะได้ $x = -b$ เมื่อ x เป็นตัวแปร และ b เป็นค่าคงตัว ซึ่งสมการใหม่นี้จะสมมูลกับสมการที่กำหนดให้ และ $-b$ เป็นคำตอบของสมการ

2. ถ้าสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอยู่ในรูป $ax + b = 0$ โดยที่ $a \neq 0$ และ a, b เป็นค่าคงตัวหาคำตอบได้โดยนำ $-b$ บวกทั้งสองข้างของสมการ แล้วนำ $\frac{1}{a}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการจะได้ $x = -\frac{b}{a}$ เมื่อ x เป็นตัวแปร และ $-\frac{b}{a}$ เป็นค่าคงตัว ซึ่งสมการใหม่นี้จะสมมูลกับสมการที่กำหนดให้และ $-\frac{b}{a}$ เป็นคำตอบของสมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อจบบทเรียนแล้วนักเรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากันได้ถูกต้อง

(คาบที่ 1 เวลา 50 นาที)

เนื้อหา

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวก เพื่อให้ได้สมการที่อยู่ในรูป $x = c$ เมื่อ x เป็นตัวแปร และ c เป็นค่าคงตัว ซึ่งสมมูลกับสมการที่กำหนดให้ และค่าคงตัว c คือคำตอบของสมการ

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $-8x + 4x = 20 - 6x + x$

วิธีทำ รวมพจน์ที่คล้ายกันของพหุนามทางซ้ายและทางขวาของเครื่องหมายเท่ากับจะได้ สมการใหม่นี้ดังนี้

$$-4x = 20 - 5x$$

นำ $5x$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } -4x + 5x = 20 - 5x + 5x$$

$$x = 20$$

คำตอบของสมการ คือ 20

ตรวจคำตอบ แทนค่า x ในสมการ $-8x + 4x = 20 - 6x + x$ ด้วย 20

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } -8(20) + 4(20) &= 20 - 6(20) + 20 \\ -160 + 80 &= 20 - 120 + 20 \\ -80 &= -80 \quad \text{เป็นจริง} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $3.75x - 4.5 + 2.25x = 2.75x + 1.5 + 2.25x$

วิธีทำ รวมพจน์ที่คล้ายกันของพหุนามทางซ้ายและทางขวาของเครื่องหมายเท่ากับจะได้สมการใหม่ดังนี้

$$\begin{aligned} 6x - 4.5 &= 5x + 1.5 \\ \text{นำ } -5x \text{ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ} \\ \text{จะได้ } 6x - 4.5 - 5x &= 5x + 1.5 - 5x \\ x - 4.5 &= 1.5 \\ \text{นำ } 4.5 \text{ มาบวกทั้งสองข้างสมการ} \\ \text{จะได้ } x - 4.5 + 4.5 &= 1.5 + 4.5 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ 6

ตรวจคำตอบ แทนค่า x ในสมการ $3.75x - 4.5 + 2.25x = 2.75x + 1.5 + 2.25x$ ด้วย 6

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } 3.75(6) - 4.5 + 2.25(6) &= 2.75(6) + 1.5 + 2.25(6) \\ 22.50 - 4.5 + 13.50 &= 16.50 + 1.5 + 13.50 \\ 31.50 &= 31.50 \quad \text{เป็นจริง} \end{aligned}$$

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากันของการคูณเป็นการหาคำตอบของสมการโดยใช้สมบัติการคูณได้ถูกต้อง เพื่อหาสมการที่อยู่ในรูป $x = c$ เมื่อ x เป็นตัวแปร และ c เป็นค่าคงตัว ซึ่งสมมูลกับสมการที่กำหนดให้และค่าคงตัวที่ได้เป็นคำตอบของสมการ

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการ $\frac{x}{2} - \frac{x}{4} = 8$

วิธีทำ ค.ร.น. ของ 2 และ 4 คือ 4

นำ 4 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \frac{4x}{2} - \frac{4x}{4} &= 8 \times 4 \\ 2x - x &= 32 \\ x &= 32 \end{aligned}$$

คำตอบของสมการ คือ 32

ตรวจคำตอบ แทนค่า x ในสมการ $\frac{x}{2} - \frac{x}{4} = 8$ ด้วย 32

$$\text{จะได้ } \frac{32}{2} - \frac{32}{4} = 8$$

$$8 = 8 \quad \text{เป็นจริง}$$

ตัวอย่างที่ 4 จงแก้สมการ $\frac{x}{2} - \frac{2x}{3} = 5$

วิธีทำ

ค.ร.น. ของ 2 และ 3 คือ 6

นำ 6 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } \frac{6x}{2} - \frac{6(2x)}{3} = 5 \times 6$$

$$3x - 4x = 30$$

$$-x = 30$$

นำ -1 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } (-1) \times (-x) = (-1) \times 30$$

$$x = -30$$

คำตอบของสมการ คือ -30

ตรวจคำตอบ แทนค่า x ในสมการ $\frac{x}{2} - \frac{2x}{3} = 5$ ด้วย -30

$$\text{จะได้ } \frac{(-30)}{2} - \frac{2(-30)}{3} = 5$$

$$5 = 5 \quad \text{เป็นจริง}$$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความรู้พื้นฐานเรื่องสมบัติการเท่ากัน โดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานชุดที่ 2
2. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบและอภิปรายปัญหาในข้อที่ผิด โดยให้นักเรียนที่ตอบถูกเป็นผู้อธิบายและช่วยชี้แนะให้กับนักเรียนที่ตอบผิดจนกระทั่งนักเรียนที่ตอบผิดเกิดความเข้าใจ
3. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ขั้นตอนการสอน

1. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 4 คน โดยการสุ่ม (จับสลาก)
2. ครูแจกชุดการสอนชุดที่ 1 เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ให้กับนักเรียนทุกคนคนละ 1 ชุด พร้อมทั้งให้นักเรียนเริ่มศึกษาชุดการสอนชุดที่ 1 ในตอนที่ 2 อย่างละเอียดและปฏิบัติตามคำสั่งในแต่ละขั้นตอนของกิจกรรมโดยมีการคิดวางแผนในแต่ละขั้นว่าจะมีรูปแบบอย่างไรแล้วดำเนินการตามแผนที่คิด พร้อมทั้งตรวจคำตอบของสมการด้วยว่าจำนวนที่หาได้เป็นคำตอบของสมการจริงหรือไม่ โดยที่ครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะเท่านั้น
3. เมื่อหมดเวลาแล้วให้นักเรียนทุกคนส่งผลงานตามที่กำหนดไว้ในชุดการสอน

ขั้นฝึกทักษะ

4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1.3 เป็นรายบุคคล

ขั้นสรุป

5. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปวิธีคิดดังนี้
 1. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นการหาคำตอบของสมการโดยอาศัยสมบัติการบวกเมื่อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอยู่ในรูป $ax + b = 0$ เมื่อ $a = 1$ การแก้สมการทำได้โดยการนำ $-b$ มาบวกเข้าทั้งสองข้างของสมการจะได้สมการในรูป $x = -b$ แล้ว $-b$ เป็นคำตอบของสมการ การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยอาศัยสมบัติการคูณเมื่อสมการอยู่ในรูป $ax + b = 0$ โดยการนำ $-b$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการแล้วนำ $\frac{1}{a}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการจะได้สมการที่อยู่ในรูป $x = \frac{-b}{a}$ เมื่อ x เป็นตัวแปรและ $\frac{-b}{a}$ เป็นคำตอบของสมการ
 2. จากสมการ $x - 5 = 7$ คำตอบของสมการคือ 12 นักเรียนตรวจคำตอบได้อย่างไร (แทนค่า x ในสมการ $x - 5 = 7$ ด้วย 12 ซึ่งได้ดังนี้ $12 - 5 = 7 ; 7 = 7$ เป็นจริง)

สื่อการเรียนการสอน

ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การวัดและการประเมินผล

1. สังเกต
 - ความสนใจและความตั้งใจในการร่วมกิจกรรม
 - การตอบคำถามได้อย่างมีเหตุผลและถูกต้อง
 - การยอมรับฟังความคิดเห็นและการทำงานร่วมกับผู้อื่นได้
2. ตรวจผลงาน

ตรวจแบบฝึกหัดที่ 1.3

(คาบที่ 2 เวลา 50 นาที)

เนื้อหา

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกและการคูณในการหาคำตอบของสมการ เพื่อให้ได้สมการที่อยู่ในรูป $x = c$ เมื่อ x เป็นตัวแปร และ c เป็นค่าคงตัว ซึ่งสมมูลกับสมการที่กำหนดให้ และ c จะเป็นคำตอบของสมการ

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $9y + 21 - 4y = 46$

วิธีทำ
$$\begin{aligned} 9y + 21 - 4y &= 46 \\ 5y + 21 &= 46 \end{aligned}$$

นำ -21 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{aligned} 5y + 21 + (-21) &= 46 - 21 \\ 5y &= 25 \end{aligned}$$

นำ $\frac{1}{5}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้
$$\frac{1}{5}(5y) = \frac{1}{5}(25)$$

$$y = \frac{25}{5}$$

$$y = 5$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า y ในสมการ $9y + 21 - 4y = 46$ ด้วย 5

จะได้
$$9(5) + 21 - 4(5) = 46$$

$$45 + 21 - 20 = 46$$

$$66 - 20 = 46$$

$$46 = 46$$

เป็นจริง

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $19(1 + x) = 16x - 11$

วิธีทำ
$$19(1 + x) = 16x - 11$$

นำ 19 คูณเข้าไปในวงเล็บ ใช้สมบัติการแจกแจง

จะได้
$$19 + 19x = 16x - 11$$

นำ $-16x$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$19 + 19x + (-16x) = 16x - 11 + (-16x)$$

$$3x + 19 = -11$$

นำ -19 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{aligned} 3x + 19 + (-19) &= -11 + (-19) \\ 3x &= -30 \end{aligned}$$

นำ $\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}(3x) &= \frac{1}{3}(-30) \\ x &= -10 \end{aligned}$$

คำตอบของสมการ คือ -10

ตรวจคำตอบ แทนค่า x ในสมการ $19(1+x) = 16x - 11$ ด้วย -10

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad 19[1 + (-10)] &= 16(-10) - 11 \\ 19(-9) &= -160 - 11 \\ -171 &= -171 \end{aligned}$$

เป็นจริง

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการ $\frac{3x-3}{8} + \frac{1}{2} = x-3$

วิธีทำ หา ค.ร.น. ของ 8 และ 2 คือ 8

นำ 8 คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad 8\left[\frac{3x-3}{8}\right] + 8\left(\frac{1}{2}\right) &= 8(x-3) \\ 3x - 3 + 4 &= 8x - 24 \\ 3x + 1 &= 8x - 24 \end{aligned}$$

นำ $-8x$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad 3x + 1 + (-8x) &= 8x - 24 + (-8x) \\ -5x + 1 &= -24 \end{aligned}$$

นำ -1 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad -5x + 1 + (-1) &= -24 + (-1) \\ -5x &= -25 \end{aligned}$$

นำ $-\frac{1}{5}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \left(-\frac{1}{5}\right)(-5x) &= \left(-\frac{1}{5}\right)(-25) \\ x &= \frac{-25}{-5} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

คำตอบของสมการ คือ 5

ตรวจคำตอบ แทนค่า x ในสมการ $\frac{3x-3}{8} + \frac{1}{2} = x-3$ ด้วย 5

จะได้ $\frac{3(5)-3}{8} + \frac{1}{2} = 5-3$

$$\frac{15-3}{8} + \frac{1}{2} = 2$$

$$\frac{12}{8} + \frac{1}{2} = 2$$

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

$$\frac{4}{2} = 2$$

$$2 = 2$$

เป็นจริง

ตัวอย่างที่ 4 จงแก้สมการ $\frac{1}{4}(9x-10) - \frac{1}{3}(x-4) = 2$

วิธีทำ $\frac{1}{4}(9x-10) - \frac{1}{3}(x-4) = 2$

นำ $\frac{1}{4}$ และ $\frac{1}{3}$ คูณเข้าไปในวงเล็บ

จะได้ $\frac{9x-10}{4} - \frac{x-4}{3} = 2$

$$\frac{9x}{4} - \frac{10}{4} - \frac{x}{3} + \frac{4}{3} = 2$$

$$\frac{9x}{4} - \frac{x}{3} - \frac{10}{4} + \frac{4}{3} = 2$$

รวมพจน์ที่คล้ายกันของพหุนาม

จะได้ $\left[\frac{9x}{4} - \frac{x}{3} \right] + \left[-\frac{10}{4} + \frac{4}{3} \right] = 2$

เอา ค.ร.น. 12 คูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $27x - 4x - 30 + 16 = 24$

$$23x - 14 = 24$$

$$23x = 38$$

$$x = \frac{38}{23}$$

คำตอบของสมการ คือ $\frac{38}{23}$ หรือ $1\frac{15}{23}$

ตรวจคำตอบ แทนค่า x ในสมการ $\frac{1}{4}(9x-10) - \frac{1}{3}(x-4) = 2$ ด้วย $\frac{38}{23}$

จะได้ $\frac{1}{4}\left[9\left(\frac{38}{23}\right) - 10\right] - \frac{1}{3}\left[\frac{38}{23} - 4\right] = 2$

$$\frac{1}{4}\left[\frac{342-230}{23}\right] - \frac{1}{3}\left[\frac{38-92}{23}\right] = 2$$

$$\frac{1}{4}\left[\frac{112}{23}\right] - \frac{1}{3}\left[\frac{-54}{23}\right] = 2$$

$$\frac{112}{92} + \frac{54}{69} = 2$$

$$\frac{336+216}{276} = 2$$

$$\frac{552}{276} = 2$$

$$2 = 2 \quad \text{เป็นจริง}$$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความรู้เดิมเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยครูฉายแผ่นโปสเตอร์ แล้วถามคำถามต่อไปนี้

1.1 สมการ $x + 5 = 6$ การแก้สมการต้องใช้สมบัติใด (สมบัติการบวกของการเท่ากัน) ทำอย่างไร (นำ -5 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ) ได้คำตอบเท่ากับเท่าไร (1)

1.2 สมการ $\frac{x}{3} = 2$ การแก้สมการต้องใช้สมบัติใด (สมบัติการคูณของการเท่ากัน) ทำอย่างไร (นำ 3 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ) คำตอบที่ได้ของสมการเท่ากับเท่าไร (6)

2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้

ขั้นดำเนินการสอน

1. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 4 คน โดยการสุ่ม (จับสลาก)
2. ครูแจกชุดการสอนชุดที่ 1 เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ให้กับนักเรียนทุกคนคนละ 1 ชุด พร้อมทั้งให้นักเรียนเริ่มศึกษาชุดการสอนชุดที่ 1 ตอนที่ 3 อย่างละเอียดและปฏิบัติตาม คำสั่งในแต่ละขั้นตอนของกิจกรรมโดยมีการคิดวางแผนในแต่ละขั้นว่าจะมีรูปแบบอย่างไร แล้วดำเนินการตามแผนที่คิด พร้อมทั้งตรวจคำตอบของสมการด้วยว่าจำนวนที่หาได้เป็นคำตอบของสมการจริงหรือไม่ โดยที่ครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะเท่านั้น
3. เมื่อหมดเวลาแล้วให้นักเรียนทุกคนส่งผลงานตามที่กำหนดไว้ในชุดการสอน

ขั้นฝึกทักษะ

4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1.4 เป็นรายบุคคล

ขั้นสรุป

5. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการบวกและการคูณของการเท่ากันเป็นการหาคำตอบของสมการโดยเมื่อรวมพจน์ให้พหุนามมีเพียงข้างละ 1 พจน์แล้วใช้สมบัติการบวกและการคูณของการเท่ากันได้โดยใช้สมบัติใดก่อนนั้นขึ้นอยู่กับลักษณะของสมการ ซึ่งเมื่อใช้แล้วจะสามารถแก้สมการได้ง่ายที่สุด เช่น

$4y + 5 = 5$ ควรใช้สมบัติการบวกของการเท่ากันก่อนใช้สมบัติการคูณ และ สมการ $4(y + 5) = 5$ ควรใช้สมบัติการแจกแจง สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ ตามลำดับ

สื่อการเรียนการสอน

1. ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. แผ่นโป่งใสประกอบการสอน

การวัดและการประเมินผล

1. สังเกต
 - ความสนใจและความตั้งใจในการร่วมกิจกรรม
 - การตอบคำถามได้อย่างมีเหตุผลและถูกต้อง
 - การยอมรับฟังความคิดเห็นและการทำงานร่วมกับผู้อื่นได้
2. ตรวจผลงาน
 - ตรวจแบบฝึกหัดที่ 1.4

(คาบที่ 3 เวลา 50 นาที)

เนื้อหา

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการบวกและการคูณของการเท่ากันเป็นการหาคำตอบของสมการ เพื่อให้ได้สมการที่อยู่ในรูป $x = c$ เมื่อ x เป็นตัวแปร และ c เป็นค่าคงตัว ซึ่งสมมูลกับสมการที่กำหนดให้ และค่าคงตัว c คือ คำตอบของสมการ

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $\frac{3-2x}{6} - \frac{4+x}{2} = \frac{1}{3}$

วิธีทำ หา ค.ร.น. ของ 6, 2, 3 คือ 6

นำ 6 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$6\left[\frac{3-2x}{6}\right] - 6\left[\frac{4+x}{2}\right] = \frac{1}{3} \times 6$$

$$3 - 2x - 3(4 + x) = 2$$

$$3 - 2x - 12 - 3x = 2$$

$$-5x - 9 = 2$$

นำ 9 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$-5x - 9 + 9 = 2 + 9$$

$$-5x = 11$$

$$x = -\frac{11}{5}$$

คำตอบของสมการคือ $-\frac{11}{5}$

ตรวจคำตอบ แทนค่า x ในสมการ $\frac{3-2x}{6} - \frac{4+x}{2} = \frac{1}{3}$ ด้วย $-\frac{11}{5}$

จะได้
$$\frac{3-2\left(-\frac{11}{5}\right)}{6} - \frac{4+\left(-\frac{11}{5}\right)}{2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{3+\frac{22}{5}}{6} - \frac{\frac{20-11}{5}}{2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\frac{15+22}{5}}{6} - \frac{\frac{9}{5}}{2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{\frac{37}{5}}{6} - \frac{\frac{9}{5}}{2} = \frac{1}{3}$$

$$\left[\frac{37}{5} \times \frac{1}{6}\right] - \left[\frac{9}{5} \times \frac{1}{2}\right] = \frac{1}{3}$$

$$\frac{37}{30} - \frac{9}{10} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{37-27}{30} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

เป็นจริง

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $6 - \{2x - (3x - 4) - 1\} = 0$

วิธีทำ $6 - \{2x - (3x - 4) - 1\} = 0$

$$6 - \{2x - 3x + 4 - 1\} = 0$$

$$6 - \{-x + 3\} = 0$$

$$6 + x - 3 = 0$$

$$x + 3 = 0$$

$$x = -3$$

คำตอบของสมการ คือ -3

ตรวจคำตอบ แทนค่า x ในสมการ $6 - \{2x - (3x - 4) - 1\} = 0$ ด้วย -3

จะได้ $6 - \{2(-3) - (3(-3) - 4) - 1\} = 0$

$$6 - \{(-6) - (-9 - 4) - 1\} = 0$$

$$6 - \{(-6) - (-13) - 1\} = 0$$

$$6 - \{-6 + 13 - 1\} = 0$$

$$6 - 6 = 0$$

$$0 = 0 \quad \text{เป็นจริง}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการ $\frac{2x-1}{3} - \frac{3x-2}{4} = \frac{5x-4}{6} - \frac{7x+6}{12}$

วิธีทำ $\frac{2x-1}{3} - \frac{3x-2}{4} = \frac{5x-4}{6} - \frac{7x+6}{12}$

ค.ร.น. ของ 3, 4, 6, 12 คือ 12

นำ 12 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{12(2x-1)}{3} - \frac{12(3x-2)}{4} = \frac{12(5x-4)}{6} - \frac{12(7x+6)}{12}$

$$4(2x - 1) - 3(3x - 2) = 2(5x - 4) - (7x + 6)$$

$$8x - 4 - 9x + 6 = 10x - 8 - 7x - 6$$

$$-x + 2 = 3x - 14$$

$$-x - 3x = -14 - 2$$

$$-4x = -16$$

$$x = -4$$

$$x = 4$$

คำตอบของสมการ คือ 4

ตรวจคำตอบ แทนค่า x ในสมการ $\frac{2x-1}{3} - \frac{3x-2}{4} = \frac{5x-4}{6} - \frac{7x+6}{12}$ ด้วย 4

จะได้

$$\begin{aligned} \frac{2(4)-1}{3} - \frac{3(4)-2}{4} &= \frac{5(4)-4}{6} - \frac{7(4)+6}{12} \\ \frac{8-1}{3} - \frac{12-2}{4} &= \frac{20-4}{6} - \frac{28+6}{12} \\ \frac{7}{3} - \frac{10}{4} &= \frac{16}{6} - \frac{34}{12} \\ \frac{28-30}{12} &= \frac{32-34}{12} \\ \frac{-2}{12} &= \frac{-2}{12} \\ \frac{1}{6} &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

เป็นจริง

ตัวอย่างที่ 4 จงแก้สมการ $\frac{x+0.25}{0.15} - \frac{x-0.35}{0.45} = 18$

วิธีทำ $\frac{x+0.25}{0.15} - \frac{x-0.35}{0.45} = 18$

ค.ร.น. ของ 0.15 และ 0.45 คือ 0.45

นำ 0.45 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $0.45 \left[\frac{x+0.25}{0.15} \right] - 0.45 \left[\frac{x-0.35}{0.45} \right] = 0.45(18)$

$$3(x+0.25) - (x-0.35) = 8.1$$

$$3x + 0.75 - x + 0.35 = 8.1$$

$$2x + 1.10 = 8.1$$

$$2x = 8.1 - 1.10$$

$$x = \frac{7}{2}$$

คำตอบของสมการคือ $\frac{7}{2}$ หรือ 3.5

ตรวจคำตอบ แทนค่า x ในสมการ $\frac{x+0.25}{0.15} - \frac{x-0.35}{0.45} = 18$ ด้วย 3.5

จะได้

$$\frac{3.5+0.25}{0.15} - \frac{3.5-0.35}{0.45} = 18$$

$$\frac{3.75}{0.15} - \frac{3.15}{0.45} = 18$$

$$\frac{11.25-3.15}{0.45} = 18$$

$$\frac{8.1}{0.45} = 18$$

$$18 = 18$$

เป็นจริง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความรู้เดิม เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยการถามคำถามดังนี้
 - 1.1 สมการ $3x - 5 = 13$ ใช้สมบัติใดบ้างในการแก้สมการ (สมบัติการบวกของการเท่ากันแล้วใช้สมบัติการคูณของการเท่ากัน) คำตอบที่ได้เท่ากับเท่าไร (6)
 - 1.2 สมการ $4(x + 4) = 8$ ใช้สมบัติใดบ้างในการแก้สมการ (สมบัติการคูณของการเท่ากันแล้วใช้สมบัติการบวกของการเท่ากัน) คำตอบที่ได้เท่ากับเท่าไร (- 2)
2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้

ขั้นดำเนินการสอน

1. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 4 คน โดยการสุ่ม (จับสลาก)
2. ครูแจกชุดการสอนชุดที่ 1 เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ให้กับนักเรียนทุกคนคนละ 1 ชุด พร้อมทั้งให้นักเรียนเริ่มศึกษาชุดการสอนชุดที่ 1 ในตอนที่ 4 อย่างละเอียดและปฏิบัติตามคำสั่งในแต่ละขั้นตอนของกิจกรรมโดยมีการคิดวางแผนในแต่ละขั้นว่าจะมีรูปแบบอย่างไรแล้วดำเนินการตามแผนที่คิด พร้อมทั้งตรวจคำตอบของสมการด้วยว่าจำนวนที่หาได้เป็นคำตอบของสมการจริงหรือไม่ โดยที่ครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะเท่านั้น
3. เมื่อหมดเวลาแล้วให้นักเรียนทุกคนส่งผลงานตามที่กำหนดไว้ในชุดการสอน

ขั้นฝึกทักษะ

4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1.5 เป็นรายบุคคล

ขั้นสรุป

5. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปราย สรุปวิธีคิดโดยครูถามคำถามดังนี้
 1. เมื่อมีพจน์ที่มีตัวแปรมากกว่า 1 พจน์นักเรียนจะอย่างไร (รวมพจน์ที่มีตัวแปร)
 2. นักเรียนใช้สมบัติการคูณก่อน สมการควรจะอยู่ในรูปใด จงยกตัวอย่าง
(เช่น $6(x - 2) = 5$)
 3. นักเรียนใช้สมบัติการบวกก่อนในการแก้สมการควรจะอยู่ในรูปใด จงยกตัวอย่าง
(เช่น $\frac{x}{4} - 8 = 6$)

ขั้นตอนสอบย่อย

นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดสอนชุดที่ 1 โดยต่างคนต่างทำ และเมื่อทำเสร็จแล้ว ครูเฉลยพร้อมอธิบายในข้อที่นักเรียนทำผิดกันมาก

สื่อการเรียนการสอน

1. ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. แผ่นโป่งใสประกอบการสอน

การวัดและการประเมินผล

1. สังเกต
 - ความสนใจและความตั้งใจในการร่วมกิจกรรม
 - การตอบคำถามได้อย่างมีเหตุผลและถูกต้อง
 - การยอมรับฟังความคิดเห็นและการทำงานร่วมกับผู้อื่นได้
2. ตรวจผลงาน
 - ตรวจแบบฝึกหัดที่ 1.5
 - ตรวจแบบทดสอบย่อย

แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานชุดที่ 1

ชื่อ – นามสกุล ชั้น ม. 3 /..... เลขที่

คำสั่ง ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. “สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับสามมีค่าเท่ากับสิบสอง” เป็นประโยคภาษาหรือประโยคสัญลักษณ์

.....

2. ประโยค “ $15 - x = 105$ ” เป็นประโยคภาษาหรือประโยคสัญลักษณ์

.....

3. ประโยค $5 + 8 = 13$ เป็นประโยคภาษาหรือประโยคสัญลักษณ์

.....

4. ประโยคสัญลักษณ์จะต้องมีตัวแปรอยู่ในประโยคหรือไม่

.....

5. สมการ คืออะไร

6. ในสมการจำเป็นต้องมีตัวแปรปรากฏอยู่หรือไม่

7. จงยกตัวอย่างของสมการที่ไม่มีตัวแปร

8. จงยกตัวอย่างของสมการที่มีตัวแปร

9. คำตอบของสมการ คืออะไร

.....

10. ในการหาคำตอบของสมการนักเรียนจะต้องใช้สมบัติใด

.....

แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานชุดที่ 2

ชื่อ - นามสกุล ชั้น ม. 3/..... เลขที่

1. จงเติมประโยคต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

1.1 กำหนดให้ $m(6 + 3n) = \dots\dots\dots$ ดังนั้น $6m + 3mn = \dots\dots\dots$

1.2 เนื่องจาก $(1 + 1)a = a + a$ และ $a + a = 2a$ ดังนั้น $\dots\dots\dots = 2a$

1.3 กำหนดให้ $11 = a + 1$ ดังนั้น $11 + (-1) = \dots\dots\dots$

1.4 กำหนดให้ $2 = 9x - 18$ ดังนั้น $\dots\dots\dots = x - 2$

1.5 กำหนดให้ $\frac{2}{3}(x - 2) = 4$ ดังนั้น $(x - 2) = \dots\dots\dots$

2. จงพิจารณาข้อสรุปในแต่ละข้อต่อไปนี้ ใช้สมบัติของการเท่ากันข้อใดบ้าง (ตอบตามลำดับที่ใช้)

2.1 ให้ $a = 7$ ดังนั้น $a - 3 = 7 - 3 \dots\dots\dots$

2.2 ให้ $m - 4 = 8$ ดังนั้น $m = 12 \dots\dots\dots$

2.3 ให้ $2x = 14$ ดังนั้น $x = 7 \dots\dots\dots$

2.4 ให้ $\frac{c}{3} = 3$ ดังนั้น $c = 9 \dots\dots\dots$

2.5 ให้ $x = 9$ และ $y = 9$ ดังนั้น $x = y \dots\dots\dots$

2.6 ให้ $ab = 10$ และ $bc = ab$ ดังนั้น $bc = 10 \dots\dots\dots$

2.7 ให้ $a + b + c = m$ และ $11 = a + b + c$ ดังนั้น $m = 11 \dots\dots\dots$

2.8 ให้ $5y + 4y = 18$ และ $18 = 9y$ ดังนั้น $y = 2 \dots\dots\dots$

2.9 ให้ $3x + 1 = 4$ ดังนั้น $x = 1 \dots\dots\dots$

2.10 ให้ $6x - 3x = 12$ และ $3x = 12$ ดังนั้น $x = 4 \dots\dots\dots$

**คู่มือการใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถ
ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก ชุดที่ 2**

เรื่อง

โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว



คำชี้แจง

ขอให้ท่านทำความเข้าใจชุดการสอนชุดที่ 2 ดังต่อไปนี้

1. ส่วนประกอบของชุดการสอนชุดที่ 2 ประกอบด้วย
 - 1.1 แผนการสอนที่ 3 เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
 - 1.2 แบบทดสอบย่อยท้ายชุดการสอน เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. วิธีการใช้ชุดการสอนชุดที่ 2
 - 2.1 ศึกษาแผนการสอนอย่างละเอียดและปฏิบัติตามแผนการสอนทุกขั้นตอน
 - 2.2 ก่อนให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะหรือกิจกรรมต้องชี้แจงแนะนำวิธีการทำให้นักเรียนทราบ
 - 2.3 ในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมหรือแบบฝึกทักษะครูเป็นเพียงผู้ให้คำปรึกษาเมื่อนักเรียนมีข้อสงสัยเท่านั้น เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมเสร็จแล้วให้ครูตรวจหรือให้นักเรียนแลกเปลี่ยนกันตรวจแล้วบันทึกผลการเรียน
 - 2.4 หลังจากเรียนด้วยชุดการสอนชุดที่ 2 จบแล้วครูต้องทำการประเมินผลด้วยแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการสอน เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แล้วบันทึกผลการสอบเป็นคะแนนเก็บประจำจุดประสงค์

แผนการสอนที่ 3

วิชา คณิตศาสตร์

รหัส ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จำนวน 4 คาบ (เวลา 200 นาที)

สาระสำคัญ

การแก้ปัญหาเกี่ยวกับโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นการหาคำตอบของสมการที่โจทย์บรรยายถึงสิ่งที่กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการหาค่า ซึ่งอาจทำได้โดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา
2. วางแผนในการแก้ปัญหา
3. ขั้นตอนการตามแผน
4. ขั้นตรวจสอบ

จุดประสงค์การเรียนรู้ เมื่อจบบทเรียนแล้วนักเรียนสามารถ ...

1. สร้างสมการแสดงความสัมพันธ์จากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง
2. ใช้ความรู้เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้

ถูกต้อง

(คาบที่ 1 เวลา 50 นาที)

เนื้อหา

โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การแก้ปัญหาเกี่ยวกับโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ การหาคำตอบของโจทย์ปัญหานั้นๆ โดยมีขั้นตอนในการแก้ปัญหาดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร
2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

ขั้นที่ 2 วางแผนในการแก้ปัญหา

1. สมมติตัวแปรหนึ่งตัวแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบค่าหรือตัวที่เชื่อมโยงแล้วได้

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

2. พิจารณาว่าตัวแปรที่สมมติให้นั้นมีความเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กันอย่างไรกับ

เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

3. สร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้

4. แก่สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกและการคูณ เพื่อหาคำตอบของสมการนั้น แล้วใช้เป็นคำตอบของปัญหาหรือนำไปหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบค่า

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

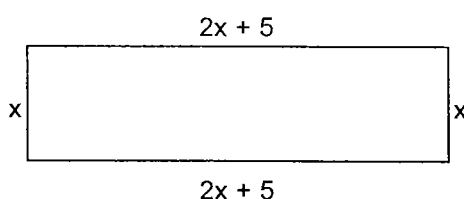
ขั้นที่ 4 ตรวจคำตอบ

ตัวอย่างที่ 1 สนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแห่งหนึ่งมีด้านยาวยาวกว่า 2 เท่า ของด้านกว้างอยู่ 5 เมตร ถ้าวัตรอบสนามได้ยาว 100 เมตร จงหาว่าสนามกว้างเท่าไร

พิจารณาจากข้อความข้างต้น

1. โจทย์ถามด้านกว้างยาวเท่าไร
 - ให้ด้านกว้างยาว x เมตร
2. โจทย์กำหนดด้านยาวยาวกว่า 2 เท่าของด้านกว้างอยู่ 5 เมตร
 - 2 เท่าของด้านกว้างเท่ากับ $2x$
 - ด้านยาวยาวกว่า $2x$ อยู่ 5 เมตร
 ดังนั้น ด้านยาวยาว $2x + 5$ เมตร
3. โจทย์กำหนดความยาวรอบสนามเท่ากับ 100 เมตร

เขียนรูป



จากรูป ความยาวรอบสนามเท่ากับ $2(2x + 5) + 2x$

4. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นสมการได้

$$2(2x + 5) + 2x = 100$$

5. แก่สมการ

$$2(2x + 5) + 2x = 100$$

$$4x + 10 + 2x = 100$$

$$6x + 10 = 100$$

$$6x = 100 - 10$$

$$6x = 90$$

$$x = \frac{90}{6}$$

$$x = 15$$

ดังนั้น สนามกว้าง 15 เมตร

ตรวจคำตอบ

ถ้าด้านกว้างยาว 15 เมตร และด้านยาวยาวกว่า 2 เท่าของด้านกว้างอยู่ 5 เมตร

แสดงว่าด้านยาวยาว 35 เมตร

วัดรอบสนามได้ยาว 100 เมตร

$$\text{คือ } (15 + 15) + (35 + 35) = 100$$

$$30 + 70 = 100$$

$$100 = 100 \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น สนามกว้าง 15 เมตร

ตัวอย่าง 2 ผลบวกของอายุ ก และ ข มากกว่า ผลต่างของอายุ ข และ ค อยู่ 27 ปี
ถ้า ข อายุ 13 ปี ค อายุ 8 ปี แล้ว ก อายุกี่ปี

วิธีทำ สมมติอายุ ก เป็น x ปี

อายุ ข เป็น 13 ปี

อายุ ค เป็น 8 ปี

ผลบวกของอายุ ก และ ข เป็น $x + 13$ ปี

ผลต่างของอายุ ข และ ค เป็น $13 - 8 = 5$ ปี

ผลบวกของอายุ ก และ ข มากกว่าผลต่างของอายุ ข และ ค อยู่ 27 ปี

$$\text{สมการคือ } (x + 13) - 5 = 27$$

$$x + 8 = 27$$

$$x = 19$$

ตรวจสอบ ถ้าอายุ ก เป็น 19 ปี อายุ ข เป็น 13 ปี และอายุ ค เป็น 8 ปี

ผลบวกของอายุ ก และ ข คือ $19 + 13 = 32$

ผลต่างของอายุ ข และ ค คือ $13 - 8 = 5$

แล้ว ผลบวกของอายุ ก และ ข มากกว่าผลต่างของอายุ ข และ ค อยู่ 27 ปี

นั่นคือ $32 - 5 = 27$ ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น ก มีอายุ 19 ปี

ตัวอย่าง 3 ผลบวกของจำนวนเต็มสามจำนวนเรียงติดกัน มีค่าเท่ากับ 24

จงหาจำนวนทั้งสาม

วิธีทำ ให้จำนวนทั้งสามได้แก่ $x, x + 1, x + 2$

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 24$$

$$x + x + 1 + x + 2 = 24$$

$$3x + 3 = 24$$

$$3x = 21$$

$$x = 7$$

จำนวนทั้งสามได้แก่ 7, 8, 9

ตรวจคำตอบ ถ้า จำนวนเต็มจำนวนแรกมีค่าเป็น 7

จำนวนเต็มจำนวนที่สองต้องมีค่าเป็น 8

จำนวนเต็มจำนวนที่สามต้องมีค่าเป็น 9

ฉะนั้น ผลบวกของจำนวนเต็มสามจำนวนเรียงติดกันเท่ากับ 24

จะได้ $7 + 8 + 9 = 24$

$24 = 24$ ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น จำนวนเต็มทั้งสามจำนวนได้แก่ 7, 8, 9

ตัวอย่างที่ 4 แม่ซื้อส้มมาจำนวนหนึ่ง เพื่อแบ่งให้คน 15 คน ปรากฏว่าแบ่งได้ไม่เท่ากันจึงไปซื้อเพิ่มอีก 10 ผล เมื่อแบ่งแล้วจะได้รับคนละ 4 ผล จงหาจำนวนส้มที่แม่ซื้อครั้งแรก

วิธีทำ ให้จำนวนส้มที่แม่ซื้อครั้งแรก x ผล

แม่ซื้อส้มเพิ่มอีก 10 ผล คิดเป็นจำนวนส้มทั้งหมด $x + 10$ ผล

แล้วแบ่งให้คน 15 คน จะได้รับคนละ $\frac{x+10}{15}$ ผล

เมื่อแบ่งส้มแล้วจะได้รับคนละ 4 ผล

ดังนั้น สมการที่ได้คือ $\frac{x+10}{15} = 4$

$$x + 10 = 4 \times 15$$

$$x + 10 = 60$$

$$x = 60 - 10$$

$$x = 50$$

ดังนั้น จำนวนส้มที่แม่ซื้อครั้งแรกมีจำนวน 50 ผล

ตรวจสอบ ถ้าแม่ซื้อส้มครั้งแรก 50 ผล รวมกับส้มที่ซื้อเพิ่มอีก 10 ผล

แสดงว่ามีส้มอยู่ทั้งหมด 60 ผล แล้วแบ่งให้คน 15 คน คนละเท่าๆ กัน ได้รับคนละ

$$\frac{60}{15} = 4 \text{ ผล ซึ่งเท่ากับสิ่งที่โจทย์บอก}$$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความรู้พื้นฐานของนักเรียนโดยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานชุดที่ 3
2. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบและอภิปรายปัญหาในข้อที่ผิดโดยครูเรียกนักเรียนที่ตอบถูกให้อธิบายจนกระทั่งนักเรียนที่ตอบผิดเกิดความเข้าใจ
3. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้

ขั้นตอนการสอน

4. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยการสุ่ม (จับสลาก)
5. ครูแจกชุดการสอนชุดที่ 2 ให้กับนักเรียนทุกคนโดยให้นักเรียนศึกษาชุดการสอนชุดที่ 2 ในตอนที่ 1 เรื่องโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวให้นักเรียนทุกคนศึกษาอย่างละเอียด และซักถามในแต่ละขั้นตอนมีการคิดวางแผนในแต่ละขั้นว่าจะมีรูปแบบอย่างไร แล้วก็ดำเนินการตามแผนที่คิดพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบด้วยว่าจำนวนที่หาได้เป็นคำตอบของโจทย์ที่ต้องการทราบหรือไม่ เพื่อให้ได้คำตอบของโจทย์สมการที่เป็นจริง โดยที่ครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะเท่านั้น
6. เมื่อหมดเวลาแล้วให้นักเรียนทุกคนส่งผลงานตามที่กำหนดไว้ในชุดการสอน

ขั้นฝึกทักษะ

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2.1 เป็นรายบุคคล

ขั้นสรุป

8. ครูกับนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. อ่านโจทย์ปัญหาหลาย ๆ ครั้ง เพื่อเก็บหรือจับใจความ และดูความหมายของคำที่ใช้ในโจทย์ปัญหา แล้วแยกปัญหาวางออกเป็น
 - 1.1 โจทย์กำหนดอะไรบ้าง
 - 1.2 มีเงื่อนไขอะไรบ้าง
 - 1.3 ต้องการหาอะไรบ้าง

ขั้นที่ 2 วางแผนในการแก้ปัญหา

1. สมมติตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบหรือตัวที่เชื่อมโยงแล้วได้สิ่งที่ต้องการทราบ
2. พิจารณาตัวแปรที่สมมติให้มันมีความเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กันอย่างไรกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
3. สร้างสมการจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
4. แก้สมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากันหาคำตอบของโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

ให้ดำเนินการตามแผนที่ละขั้นตอนตามลำดับ เพื่อตรวจสอบว่าแต่ละขั้นตอนถูกต้องหรือไม่

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. แผ่นโป่งใสประกอบการสอน

การวัดและการประเมินผล

1. สังเกต
 - ความสนใจและความตั้งใจในการร่วมกิจกรรม
 - การตอบคำถามอย่างมีเหตุผล
 - การยอมรับฟังความคิดเห็นจากผู้อื่น
2. ตรวจผลงาน
 - จากแบบฝึกหัดที่ 2.1

(คาบที่ 2 เวลา 50 นาที)

เนื้อหา โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตัวอย่างที่ 1 จำนวนเต็มจำนวนแรกมากกว่าจำนวนเต็มจำนวนที่สองอยู่ 30 ถ้านำจำนวนทั้งสองรวมกันได้ 126 จงหาจำนวนทั้งสอง

วิธีทำ ให้ x เป็นจำนวนเต็มที่สอง

จำนวนเต็มแรกมากกว่าจำนวนเต็มที่สองอยู่ 30

ดังนั้น จะได้จำนวนแรก คือ $x + 30$

$$\text{สมการคือ } x + (x + 30) = 126$$

$$2x + 30 = 126$$

$$2x = 126 - 30$$

$$2x = 96$$

$$x = 48$$

ตอบ ดังนั้น จำนวนเต็มที่สองคือ 48

จำนวนเต็มแรก คือ 78

ตรวจคำตอบ ถ้า จำนวนเต็มจำนวนที่สอง คือ 48

$$\text{จำนวนเต็มจำนวนแรกต้องเป็น } 48 + 30 = 78$$

ดังนั้น ถ้านำจำนวนเต็มทั้งสองจำนวนรวมกันจะได้ 126

$$\text{นั่นคือ } 78 + 48 = 126$$

$$126 = 126 \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น จำนวนเต็มแรก คือ 78

จำนวนเต็มที่สอง คือ 48

ตัวอย่างที่ 2 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนแห่งหนึ่ง จำนวน 580 คน ลงคะแนนเพื่อเลือกประธานนักเรียน ซึ่งมีผู้สมัคร 2 คน ถ้าผู้ที่ได้รับเลือกเป็นประธานได้คะแนนมากกว่าผู้ที่แพ้ 120 คะแนน จงหาจำนวนคะแนนของผู้สมัครทั้งสองคน ถ้าไม่มีบัตรเสีย

วิธีทำ ให้ x เป็นคะแนนของผู้แพ้

ผู้ชนะได้คะแนน $x + 120$

$$\text{สมการคือ } x + (x + 120) = 580$$

$$2x + 120 = 580$$

$$2x = 580 - 120$$

$$2x = 460$$

$$x = \frac{460}{2}$$

$$x = 230$$

ดังนั้น คะแนนของผู้แพ้ คือ 230 คะแนน

คะแนนของผู้ชนะคือ $230 + 120 = 350$ คะแนน

ตรวจคำตอบ ถ้า คะแนนของผู้แพ้ คือ 230 คะแนน

คะแนนของผู้ชนะต้องเป็น $230 + 120 = 350$ คะแนน

โรงเรียนแห่งนี้ มีนักเรียนทั้งหมด 580 คน คิดเป็นคะแนนทั้งหมด 580 คะแนน

ฉะนั้น คะแนนรวมของผู้แพ้และผู้ชนะ คือ 580

$$\text{จะได้ } 230 + 350 = 580$$

$$580 = 580 \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น คะแนนของผู้แพ้ คือ 230 คะแนน

คะแนนของผู้ชนะ คือ 350 คะแนน

ตัวอย่างที่ 3 อีก 12 ปีข้างหน้า อัตราส่วนระหว่างอายุของบิดากับบุตรจะเป็น 3 : 1 ถ้าบิดามีอายุมากกว่าบุตรอยู่ 30 ปี จงหาว่าปัจจุบันบิดามีอายุเท่าใด

วิธีทำ ให้ปัจจุบันบุตรมีอายุ x ปี

แต่บิดามีอายุมากกว่าบุตรอยู่ 30 ปี นั่นคือ ปัจจุบันบิดาจะมีอายุ $x + 30$ ปี

อีก 12 ปีข้างหน้า บุตรจะมีอายุ $x + 12$ ปี

อีก 12 ปีข้างหน้า บิดาจะมีอายุ $(x + 30) + 12$ ปี

เนื่องจากอัตราส่วนระหว่างอายุของบิดากับบุตรเป็น 3 : 1

$$\begin{aligned} \text{สมการคือ } \{ (x + 30) + 12 \} : (x + 12) &= 3 : 1 \\ \frac{(x + 30) + 12}{x + 12} &= \frac{3}{1} \end{aligned}$$

$$\frac{x+42}{x+12} = \frac{3}{1}$$

$$x+42 = 3(x+12)$$

$$x+42 = 3x+36$$

$$42-36 = 3x-x$$

$$6 = 2x$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

นั่นคือ ปัจจุบันบุตรมีอายุ 3 ปี

ดังนั้น ปัจจุบันบิดามีอายุ $3+30 = 33$ ปี

ตรวจคำตอบ ถ้า ปัจจุบันบุตรมีอายุ 3 ปี

ปัจจุบันบิดาต้องมีอายุเป็น $3+30 = 33$ ปี

อีก 12 ปี ข้างหน้า อัตราส่วนระหว่างอายุของบิดากับบุตรจะเป็น 3 : 1

ดังนั้น อีก 12 ปี ข้างหน้า บุตรมีอายุเป็น $3+12 = 15$ ปี

บิดามีอายุเป็น $33+12 = 45$ ปี

ฉะนั้น อัตราส่วนระหว่างอายุของบิดากับบุตรเป็น 3 : 1

จะได้ $45 : 15 = 3 : 1$

$3 : 1 = 3 : 1$ ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น ปัจจุบันบุตรอายุ 3 ปี

ปัจจุบันบิดาอายุ 33 ปี

ตัวอย่างที่ 4 สุวิทย์มีเงินเหรียญรวมกันเป็นเงิน 148 บาท ถ้าเขามีเฉพาะเหรียญ 5 บาท และเหรียญ 50 สตางค์ ซึ่งมีเหรียญ 50 สตางค์มากกว่าเหรียญ 5 บาทอยู่ 32 เหรียญ จงหาจำนวนเหรียญทั้ง 2 ชนิดของสุวิทย์

วิธีทำ ให้สุวิทย์มีเหรียญ 5 บาท x เหรียญ

คิดเป็นเงิน $5x$ บาท

จะได้ว่าสุวิทย์มีเหรียญ 50 สตางค์อยู่ทั้งหมด $x+32$ เหรียญ

คิดเป็นเงิน $0.5(x+32)$ บาท

$$\text{สมการคือ } 5x + 0.5(x+32) = 148$$

$$5x + 0.5x + 16 = 148$$

$$5.5x = 148 - 16$$

$$5.5x = 132$$

$$x = \frac{132}{5.5}$$

$$x = 24$$

ดังนั้น มีเหรียญ 5 บาททั้งหมด 24 เหรียญ เป็นเงิน 120 บาท

มีเหรียญ 50 สตางค์ทั้งหมด $24 + 32 = 56$ เหรียญ

เป็นเงิน 28 บาท

ตรวจคำตอบ ถ้า มีเหรียญ 5 บาท ทั้งหมด 24 เหรียญ คิดเป็นเงิน $24 \times 5 = 120$ บาท

และมีเหรียญ 50 สตางค์มากกว่าเหรียญ 5 บาท อยู่ 32 เหรียญ ดังนั้นจะต้องมี

เหรียญ 50 สตางค์ ทั้งหมด $24 + 32 = 56$ เหรียญ คิดเป็นเงิน $56 \times 0.5 = 28$ บาท

จากโจทย์กำหนดว่าสุวิทย์มีเงินเหรียญรวมกันเป็นเงิน 148 บาท

ดังนั้น สุวิทย์มีเงินรวมกันเป็น $120 + 28 = 148$ บาท ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น สุวิทย์มีเหรียญ 5 บาท ทั้งหมด 24 เหรียญ และมีเหรียญ 50 สตางค์ ทั้งหมด 56 เหรียญ

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความรู้เรื่องการแก้โจทย์สมการที่เรียนมาในชั่วโมงที่แล้ว โดยครูฉายแผ่นโปร่งใสที่เป็นโจทย์ปัญหาสมการแล้วถามนักเรียนดังนี้

โจทย์ปัญหา ผลต่างระหว่างจำนวนเงินของ ก และ ข มากกว่าผลต่างระหว่างจำนวนเงินของ ข และ ค อยู่ 10 บาท ถ้า ข มีเงิน 74 บาท และ ค มีเงิน 50 บาท จงหาจำนวนเงินของ ก

- ขั้นตอนการแก้ปัญหามีกี่ขั้น (4 ขั้น)
- ขั้นที่ 1 เรียกว่าอย่างไร (ทำความเข้าใจปัญหา)
- คำถามมีอยู่สองคำถามในขั้นที่ 1 นี้ ถามว่าอย่างไร
 - (1. โจทย์ต้องการทราบอะไร
 - 2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง)
- จากโจทย์นักเรียนตอบคำถาม 2 ข้อนี้ว่าอย่างไร
 - (1. จำนวนเงินของ ก
 - 2. – ผลต่างระหว่างจำนวนเงินของ ก และ ข มากกว่าผลต่างระหว่างจำนวนเงินของ ข และ ค อยู่ 10 บาท
 - ข มีเงิน 74 บาท และ ค มีเงิน 50 บาท)
- ขั้นที่ 2 เรียกว่าอย่างไร (ขึ้นวางแผนในการแก้ปัญหา)
- ให้นักเรียนวางแผนขั้นตอนในการแก้ปัญหาจากโจทย์นี้มีลำดับอย่างไร

- (1. สมมติตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบหรือตัวที่เชื่อมโยงแล้วได้สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
2. พิจารณาว่าตัวแปรที่สมมติให้มีความเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กันอย่างไรกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
3. สร้างสมการแสดงความเกี่ยวข้องกันของโจทย์
4. แก้สมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากันในการหาคำตอบ)

- **ขั้นที่ 3** เรียกว่าอย่างไร (ดำเนินการตามแผน)
- นักเรียนจะปฏิบัติตามขั้นตอนที่ได้วางไว้แล้วได้อย่างไร โดยครูสุ่มนักเรียนออกมาทำบนกระดาน

(วิธีทำ ให้ ก มีจำนวนเงิน x บาท

ถ้า ข มีเงิน 74 บาท และ ค มีเงิน 50 บาท

ผลต่างระหว่างจำนวนเงินของ ก และ ข คือ $x - 74$ บาท

ผลต่างระหว่างจำนวนเงินของ ข และ ค คือ $74 - 50$ บาท

ผลต่างระหว่างจำนวนเงินของ ก และ ข มากกว่าผลต่างระหว่างจำนวนเงินของ ข และ ค อยู่ 10 บาท

ดังนั้น สมการคือ $(x - 74) - (74 - 50) = 10$

$$x - 74 - 24 = 10$$

$$x - 98 = 10$$

$$x = 10 + 98$$

$$x = 108$$

ดังนั้น ก มีเงินจำนวน 108 บาท

- **ขั้นที่ 4** เรียกว่าอย่างไร (ขั้นตรวจสอบ)
 - นักเรียนจะตรวจสอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่อย่างไร
(ผลต่างระหว่างจำนวนเงินของ ก และ ข มากกว่าผลต่างระหว่างจำนวนเงินของ ข และ ค เท่ากับ $(108 - 74) - (74 - 50) = 10$ บาท ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้)
2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้

ขั้นตอนการสอน

3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยการสุ่ม (จับสลาก)
4. ครูแจกชุดการสอนชุดที่ 2 โดยให้นักเรียนศึกษาชุดการสอนชุดที่ 2 ในตอนที่ 2 เรื่อง โจทย์ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยให้นักเรียนทุกคนศึกษาอย่างละเอียดและให้นักเรียนทำโดยการซักถามในแต่ละขั้นตอนมีการคิดวางแผนในแต่ละขั้นว่าจะมีรูปแบบอย่างไร แล้วก็ดำเนินการตามแผนที่คิด พร้อมทั้งตรวจสอบด้วยว่าจำนวนที่หาได้เป็นคำตอบของโจทย์ที่ต้องการทราบหรือไม่ โดยครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะเท่านั้น
5. เมื่อหมดเวลาแล้วให้นักเรียนทุกคนส่งผลงานตามที่กำหนดไว้ในชุดการสอน

ขั้นฝึกทักษะ

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2.2 เป็นรายบุคคล

ขั้นสรุป

7. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการแก้โจทย์ปัญหาดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. อ่านโจทย์ปัญหาหลาย ๆ ครั้ง เพื่อเก็บหรือจับใจความ และดูความหมายของคำที่ใช้ในโจทย์ปัญหา แล้วแยกปัญหาวางออกเป็น
 - 1.1 โจทย์กำหนดอะไรบ้าง
 - 1.2 มีเงื่อนไขอะไรบ้าง
 - 1.3 ต้องการหาอะไรบ้าง

ขั้นที่ 2 วางแผนในการแก้ปัญหา

1. สมมติตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบหรือตัวที่เชื่อมโยงแล้วได้สิ่งที่ต้องการทราบ
2. พิจารณาตัวแปรที่สมมติให้มันมีความเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กันอย่างไรกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
3. สร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ของโจทย์
4. แก้สมการโดยใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกและการคูณในการหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

ให้ดำเนินการตามแผนที่ละขั้นตอนตามลำดับ เพื่อตรวจสอบว่าแต่ละขั้นตอนถูกต้องหรือไม่

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

สื่อการเรียนการสอน

1. ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. แผ่นโป่งใสประกอบการสอน

การวัดและการประเมินผล

1. สังเกต
 - ความสนใจและความตั้งใจในการร่วมกิจกรรม
 - การตอบคำถามอย่างมีเหตุผล
 - การยอมรับฟังความคิดเห็นจากผู้อื่น
2. ตรวจผลงาน
 - จากแบบฝึกหัดที่ 2.2

(คาบที่ 3 เวลา 50 นาที)

เนื้อหา ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทาง อัตราเร็วและเวลา การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเรื่องดังกล่าวจะต้องรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่าง ระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา ซึ่งความสัมพันธ์ดังกล่าวอยู่ในรูปของ

$$\text{ระยะทาง} = \text{อัตราเร็ว} \times \text{เวลา}$$

อัตราเร็วในที่นี้ หมายถึง อัตราเร็วเฉลี่ย

ตัวอย่างที่ 1 รถยนต์คันหนึ่งแล่นด้วยความเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง รถยนต์อีกคันหนึ่งแล่นด้วยความเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง รถยนต์ทั้งสองคันจะแล่นได้ทางรวมกัน 280 กิโลเมตรในเวลากี่ชั่วโมง

วิธีทำ สมมติว่ารถยนต์ทั้งสองคันแล่นได้ทางรวมกัน 280 กิโลเมตรในเวลา x ชั่วโมง
 ในเวลา x ชั่วโมง รถยนต์ที่แล่นด้วยความเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมงจะแล่นได้ทาง 60 x กิโลเมตร
 ในเวลา x ชั่วโมง รถยนต์คันที่แล่นด้วยความเร็ว 80 กิโลเมตร ต่อชั่วโมงจะแล่นได้ทาง 80 x กิโลเมตร

$$\begin{array}{rclcl} \text{สมการคือ} & 60x + 80x & = & 280 \\ & 140x & = & 280 \\ & x & = & \frac{280}{140} \\ & x & = & 2 \end{array}$$

นั่นคือ รถยนต์ทั้งสองคันจะแล่นได้ทางรวมกัน 280 กิโลเมตรในเวลา 2 ชั่วโมง

ตรวจคำตอบ ถ้ารถยนต์ทั้งสองคันแล่นได้ทางรวมกัน 280 กิโลเมตรในเวลา 2 ชั่วโมง

ในเวลา 2 ชั่วโมง รถยนต์ที่แล่นด้วยความเร็ว 60 กม./ชม. แล่นได้ทาง 120 กิโลเมตร

ในเวลา 2 ชั่วโมง รถยนต์ที่แล่นด้วยความเร็ว 80 กม./ชม. แล่นได้ทาง 160 กิโลเมตร

ดังนั้น ในเวลา 2 ชั่วโมง รถยนต์ทั้งสองคันแล่นได้ทางรวม $120 + 160 = 280$ กิโลเมตร
ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

ตัวอย่างที่ 2 รถบดถนน 2 คัน ร่วมกันทำถนนสายหนึ่งโดยเคลื่อนที่สวนทางกัน คันหนึ่งเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 10 เมตรต่อวินาที อีกคันเคลื่อนที่ได้ด้วยอัตราเร็ว 12 เมตรต่อวินาที ถ้าให้เริ่มเคลื่อนจากปลายทางเข้าหากันในระยะทาง 88 เมตร รถทั้งสองคันจะเคลื่อนมาพบกันเมื่อเวลาผ่านไปกี่นาที

วิธีทำ ให้รถทั้งสองคันเคลื่อนที่เข้าพบกันใช้เวลา x นาที

ดังนั้น ในเวลา x นาที รถบดคันแรกเคลื่อนที่ได้ $10x$ เมตร

ในเวลา x นาที รถบดคันที่สองเคลื่อนที่ได้ $12x$ เมตร

$$\text{สมการ คือ } 10x + 12x = 88$$

$$22x = 88$$

$$x = \frac{88}{22}$$

$$x = 4$$

ดังนั้น รถบดทั้งสองคันพบกันเมื่อเคลื่อนที่ไปได้ 4 นาที

ตรวจคำตอบ ถ้า รถทั้งสองคันพบกันเมื่อเคลื่อนที่ไปได้ 4 นาที

ในเวลา 4 นาที รถบดถนนที่เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 10 เมตรต่อวินาที จะได้ทาง 40 เมตร

ในเวลา 4 นาที รถบดถนนที่เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 12 เมตรต่อวินาที จะได้ทาง 48 เมตร

รถบดถนนทั้ง 2 คันเคลื่อนที่จากปลายทางเข้าหากันในระยะทาง 88 เมตร

ดังนั้น ในเวลา 4 นาที รถบดถนนทั้ง 2 คัน จะได้ทางรวมกัน $40 + 48 = 88$ เมตร

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

ตัวอย่างที่ 3 แดงขี่รถจักรยานยนต์ออกจากตำบล ก ไปตามถนนสายหนึ่งด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อีกหนึ่งชั่วโมงต่อมา ดำขี่รถจักรยานยนต์ออกจากที่เดียวกับแดง และไปตามถนนที่แดงไปด้วยอัตราเร็ว 70 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาว่าเป็นเวลานานเท่าใดดำจึงจะขี่รถนำหน้าแดงไป 10 กิโลเมตร

วิธีทำ สมมุติว่าดำขี่รถนำหน้าแดงไป 10 กิโลเมตร เมื่อดำขี่ออกจากจุดตั้งต้นไปได้ x ชั่วโมง

ดังนั้น แดงจะขี่รถออกจากจุดตั้งต้นไปได้ $x + 1$ ชั่วโมง

ในเวลา x ชั่วโมง ดำจะขี่รถได้ทาง $70x$ กิโลเมตร

ในเวลา $x + 1$ ชั่วโมง แดงจะขี่รถได้ทาง $60(x + 1)$ กิโลเมตร

เนื่องจากดำขี่รถนำหน้าแดงไปได้ 10 กิโลเมตร

$$\begin{array}{rcl}
 \text{สมการคือ} & 70x - 60(x + 1) & = 10 \\
 & 70x - 60x - 60 & = 10 \\
 & 70x - 60x & = 10 + 60 \\
 & 10x & = 70 \\
 & x & = \frac{70}{10} \\
 & x & = 7
 \end{array}$$

นั่นคือ คำจะขี่รถนำหน้าแดงไปได้ 10 กิโลเมตร เมื่อคำขี่รถออกจากจุดตั้งต้นไปได้ 7 ชั่วโมง

ตรวจคำตอบ ถ้า คำจะขี่รถนำหน้าแดงไปได้ 10 กิโลเมตร เมื่อคำขี่รถออกจากจุดตั้งต้นไปได้ 7 ชม.

แดงจะขี่รถออกจากจุดตั้งต้นไปได้ $7 + 1 = 8$ ชั่วโมง

ในเวลา 7 ชั่วโมง คำจะขี่รถได้ทาง $70 \times 7 = 490$ กิโลเมตร

ในเวลา 8 ชั่วโมง แแดงจะขี่รถได้ทาง $60 \times 8 = 480$ กิโลเมตร

เนื่องจาก คำขี่รถนำหน้าแดงไปได้ 10 กิโลเมตร

ดังนั้น $490 - 480 = 10$ ซึ่งเป็นจริง

นั่นคือ คำจะขี่รถนำหน้าแดงไปได้ 10 กิโลเมตร เมื่อคำขี่รถออกจากจุดตั้งต้นไปได้ 7 ชั่วโมง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนการแก้โจทย์ปัญหาโดยให้นักเรียนตอบคำถาม ดังต่อไปนี้

โจทย์ปัญหา แบ่งเงิน 100 บาท ให้ วิน แดง และนพ ให้วินได้มากกว่าแดง 15 บาท

และแดงได้มากกว่านพ 20 บาท เขาจะได้รับเงินคนละเท่าใด

นักเรียนจะมีขั้นตอนในการแก้ปัญหาอย่างไร

ขั้นที่ 1 คือขั้นอะไร (ขั้นทำความเข้าใจปัญหา)

- มีคำถามในขั้นที่ 1 ว่าอย่างไร

(1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง)

- คำตอบของคำถามในขั้นที่ 1 คืออย่างไร

(1. เขาจะได้รับเงินคนละเท่าใด

2. แบ่งเงิน 100 บาท ให้ วิน แดง และนพ ให้วินได้มากกว่า

แดง 15 บาท และแดงได้มากกว่านพ 20 บาท)

ขั้นที่ 2 คือขั้นอะไร (ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา)

- มีลำดับขั้นตอนในการวางแผนอย่างไร

(1. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบหรือตัวที่เชื่อมโยง

แล้วได้สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

2. พิจารณาว่าตัวแปรที่สมมติให้มันมีความเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กันอย่างไรกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
3. สร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ของโจทย์
4. แก้สมการโดยใช้สมบัติการเท่ากันเพื่อหาคำตอบ)

ขั้นที่ 3 คือขั้นอะไร (ขั้นดำเนินการตามแผน)

- นักเรียนจะปฏิบัติในขั้นที่ 3 ได้อย่างไร

(สมมติให้ นพได้เงิน x บาท

แดงได้มากกว่านพ 20 บาท ดังนั้นแดงได้เงิน $x + 20$ บาท

วินได้มากกว่าแดง 15 บาท ดังนั้นวินได้เงิน $x + 20 + 15$ บาท

เงินที่แบ่งมีทั้งหมด 100 บาท

$$\text{ดังนั้น สมการคือ } x + (x + 20) + (x + 20 + 15) = 100$$

$$3x + 55 = 100$$

$$3x = 100 - 55$$

$$3x = 45$$

$$x = \frac{45}{3}$$

$$x = 15$$

ฉะนั้น นพได้เงิน 15 บาท

แดงได้เงิน 35 บาท

วินได้เงิน 50 บาท

ขั้นที่ 4 คือขั้นอะไร (ขั้นตรวจสอบ)

- นักเรียนจะตรวจสอบในขั้นที่ 4 อย่างไร

(ถ้า นพได้เงิน 15 บาท แดงได้เงิน 35 บาท และวินได้เงิน 50 บาท

จะเห็นว่า แดงได้เงินมากกว่านพ 20 บาท จริง และวินได้เงินมากกว่า

แดง 15 บาท จริงตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้)

2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้

ขั้นดำเนินการสอน

3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยการสุ่ม (จับสลาก)

4. ครูแจกชุดการสอนชุดที่ 2 โดยให้นักเรียนศึกษาชุดการสอนชุดที่ 2 ในตอนที่ 3 เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยให้นักเรียนทุกคนศึกษาอย่างละเอียดและให้นักเรียนทำโดยการซักถามในแต่ละขั้นตอนมีการคิดวางแผนในแต่ละขั้นว่าจะมีรูปแบบอย่างไร แล้วก็ดำเนินการตามแผนที่คิด พร้อมทั้งตรวจสอบด้วยว่าจำนวนที่หาได้เป็นคำตอบของโจทย์ที่ต้องการทราบหรือไม่ โดยครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะเท่านั้น

ขั้นฝึกทักษะ

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2.3 เป็นรายบุคคล

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการแก้โจทย์ปัญหาดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. อ่านโจทย์ปัญหาหลาย ๆ ครั้ง เพื่อเก็บหรือจับใจความ และดูความหมายของคำที่ใช้ในโจทย์ปัญหา แล้วแยกปัญหาคำออกเป็น

1.1 โจทย์กำหนดอะไรบ้าง

1.2 มีเงื่อนไขอะไรบ้าง

1.3 ต้องการหาอะไรบ้าง

ขั้นที่ 2 วางแผนในการแก้ปัญหา

1. สมมติตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบหรือตัวที่เชื่อมโยงแล้วได้สิ่งที่ต้องการทราบ

2. พิจารณาตัวแปรที่สมมติให้มันมีความเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กันอย่างไรกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

3. สร้างสมการแสดงความเกี่ยวข้องของโจทย์

4. แก้สมการโดยใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยในการหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

ให้ดำเนินการตามแผนที่ละขั้นตอนตามลำดับ เพื่อตรวจสอบว่าแต่ละขั้นตอนถูกต้องหรือไม่

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

สื่อการเรียนการสอน

1. ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. แผ่นโป่งใสประกอบการสอน

การวัดและการประเมินผล

1. สังเกต
 - ความสนใจและความตั้งใจในการร่วมกิจกรรม
 - การตอบคำถามอย่างมีเหตุผล
 - การยอมรับฟังความคิดเห็นจากผู้อื่น
2. ตรวจผลงาน
 - จากแบบฝึกหัดที่ 2.3

(คาบที่ 4 เวลา 50 นาที)

เนื้อหา

ตัวอย่างที่ 1 วันแรกเด็กชายน้องอ่านหนังสือได้ $\frac{2}{5}$ ของเล่ม และวันต่อมาอ่านได้อีก 25 หน้า

รวมสองวันอ่านได้ครึ่งเล่มพอดี จงหาว่าหนังสือเล่มนี้มีกี่หน้า

วิธีทำ ให้หนังสือเล่มนี้มี x หน้า

ดังนั้นวันแรกเด็กชายน้องอ่านได้ $\frac{2}{5}x$ หน้า

วันต่อมาเด็กชายน้องอ่านได้อีก 25 หน้า

ดังนั้น รวมสองวันเด็กชายน้องอ่านได้ $\frac{2}{5}x + 25$ หน้า

หนังสือครึ่งเล่มจะมี $\frac{x}{2}$ หน้า

โจทย์กำหนดว่ารวมสองวันเด็กชายน้องอ่านได้ครึ่งเล่มพอดี

ดังนั้น จะได้สมการคือ $\frac{2}{5}x + 25 = \frac{x}{2}$

นำ 10 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ จะได้

$$4x + 250 = 5x$$

$$x = 250$$

ดังนั้น หนังสือเล่มนี้มี 250 หน้า

ตรวจคำตอบ ถ้าหนังสือมี 250 หน้า $\frac{2}{5}$ ของเล่มจะเท่ากับ $\frac{2}{5} \times 250 = 100$ หน้า ซึ่งเมื่อ

รวมกับที่อ่านได้อีก 25 หน้า จะเป็น 125 หน้า และโจทย์กำหนดว่ารวมสองวันอ่านได้ครึ่งเล่มซึ่งคือ 125 หน้า ดังนั้นคำตอบที่ได้เป็นจริงตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

ตัวอย่างที่ 2 ชายสองคนที่จักรยานออกจากตำบลของตนซึ่งอยู่ห่างกัน 48 กิโลเมตรในเวลาเดียวกัน

ถ้าคนหนึ่งขี่จักรยานได้เร็วเป็น $\frac{2}{3}$ เท่าของอีกคนหนึ่ง จงหาความเร็วของการขี่จักรยานของชายทั้งสอง

ถ้าเขามาพบกันในเวลา 2 ชั่วโมง 24 นาที

วิธีทำ ให้ชายคนแรกขี่จักรยานได้เร็วชั่วโมงละ x กิโลเมตร

ส่วนชายคนที่สองขี่จักรยานได้เร็วเป็น $\frac{2}{3}$ เท่าของชายคนแรก

นั่นคือ ชายคนที่สองขี่จักรยานด้วยความเร็วชั่วโมงละ $\frac{2}{3}x$ กิโลเมตร

แต่ชายทั้งสองคนขี่จักรยานมาพบกันในเวลา 2 ชั่วโมง 24 นาที

$$= 2\frac{24}{60} \text{ ชั่วโมง}$$

$$= 2\frac{2}{5} \text{ ชั่วโมง}$$

$$= \frac{12}{5} \text{ ชั่วโมง}$$

นั่นคือ ชายคนแรกขี่จักรยานในเวลา $\frac{12}{5}$ ชั่วโมง เป็นระยะทาง $\frac{12}{5}x$ กิโลเมตร

ชายคนที่สองขี่จักรยานในเวลา $\frac{12}{5}$ ชั่วโมง เป็นระยะทาง $\frac{12}{5}\left(\frac{2}{3}x\right) = \frac{8x}{5}$ กิโลเมตร

แต่ระยะทางที่ชายสองคนขี่จักรยานมาพบกันห่างกัน 48 กิโลเมตร

$$\text{สมการ คือ } \frac{12}{5}x + \frac{8}{5}x = 48$$

นำ 5 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 12x + 8x = 240$$

$$20x = 240$$

$$x = \frac{240}{20}$$

$$x = 12$$

ดังนั้น ชายคนแรกขี่จักรยานด้วยความเร็วชั่วโมงละ 12 กิโลเมตร

ชายคนที่สองขี่จักรยานด้วยความเร็วชั่วโมงละ $\frac{2}{3} \times 12 = 8$ กิโลเมตร

ตรวจคำตอบ ถ้า ชายคนแรกขี่จักรยานได้เร็วชั่วโมงละ 12 กิโลเมตร ส่วนชายคนที่สองขี่จักรยาน

ด้วยความเร็วชั่วโมงละ $\frac{2}{3} \times 12 = 8$ กิโลเมตร

จากโจทย์บอกว่าเขามาพบกันในเวลา 2 ชั่วโมง 24 นาที หรือ $\frac{12}{5}$ ชั่วโมง

นั่นคือ ชายคนแรกขี่จักรยานในเวลา $\frac{12}{5}$ ชั่วโมง เป็นระยะทาง $\frac{12}{5}(12) = 28.8$

กิโลเมตร

ชายคนที่สองขี่จักรยานในเวลา $\frac{12}{5}$ ชั่วโมง เป็นระยะทาง $\frac{12}{5}\left(\frac{2}{3}(12)\right) = \frac{8}{5}(12) = 19.2$

กิโลเมตร

แต่ระยะทางที่ชายสองคนขี่จักรยานมาพบกันห่างกัน 48 กิโลเมตร

ดังนั้น ชายสองคนขี่จักรยานได้ทางรวมกัน $28.8 + 19.2 = 48$ ซึ่งเป็นจริง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นดำเนินการสอน

1. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยการสุ่ม (จับสลาก)
2. ครูแจกชุดการสอนชุดที่ 2 โดยให้นักเรียนศึกษาชุดการสอนชุดที่ 2 ในตอนที่ 4 เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยให้นักเรียนทุกคนศึกษาอย่างละเอียดและให้นักเรียนทำโดยการซักถามในแต่ละขั้นตอนมีการคิดวางแผนในแต่ละขั้นว่าจะมีรูปแบบอย่างไร แล้วก็ดำเนินการตามแผนที่คิดพร้อมทั้งตรวจสอบด้วยว่าจำนวนที่หาได้เป็นคำตอบของโจทย์ที่ต้องการทราบหรือไม่ โดยครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะเท่านั้น

ขั้นฝึกทักษะ

3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2.4 เป็นรายบุคคล

ขั้นสรุป

4. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการแก้โจทย์ปัญหาดังนี้
 - ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา
 - ขั้นที่ 2 วางแผนในการแก้ปัญหา
 - ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน
 - ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

ขั้นทดสอบย่อย

5. ให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดการสอนชุดที่ 2 โดยต่างคนต่างทำ และเมื่อทำเสร็จแล้วครูเฉลยพร้อมอธิบายในข้อที่นักเรียนทำผิดกันมาก

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. แผ่นโป่งใสประกอบการสอน

การวัดและการประเมินผล

1. สังเกต
 - ความสนใจและความตั้งใจในการร่วมกิจกรรม
 - การตอบคำถามอย่างมีเหตุผล
 - การยอมรับฟังความคิดเห็นจากผู้อื่น
2. ตรวจผลงาน
 - จากแบบฝึกหัดที่ 2.4
 - แบบทดสอบย่อย

แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานชุดที่ 3

ชื่อ - นามสกุล ชั้น ม.3 /..... เลขที่

1. จงเขียนสัญลักษณ์แทนข้อความต่อไปนี้

- 1) เจ็ดเท่าของจำนวนหนึ่งบวกกับสามเท่ากับหก
- 2) เมื่อเอาสิบลบออกจากจำนวนจำนวนหนึ่งแล้วคูณด้วยเก้า จะมีค่าเป็นสิบแปด
.....
- 3) ผลต่างของสี่เท่าของจำนวนหนึ่งกับยี่สิบมากกว่าสองเท่าของจำนวนนั้นอยู่สิบ
.....
- 4) หนึ่งในสามของยี่สิบเท่ากับแปด
- 5) เศษสองส่วนสามของจำนวนจำนวนหนึ่งเท่ากับเจ็ด

2. จงเขียนสมการแทนข้อความที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

- 1) แบ่งขนมกองหนึ่งให้เด็ก 8 คน คนละเท่าๆ กันแต่ละคนจะได้ขนมคนละ 3 ชิ้น
สมมติว่าขนมกองนี้มี a ชิ้น
สมการคือ
- 2) แม่ให้เงินฉันมาจำนวนหนึ่งเมื่อนำมารวมกับเงินที่มีอยู่เดิม 80 บาท ฉันจะมีเงิน 200 บาท
สมมติว่าแม่ให้เงินมาจำนวน x บาท
สมการคือ
- 3) นำ 8 ไปลบออกจากสี่เท่าของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 5 แล้วได้ผลลัพธ์ 4
สมมติว่าจำนวนจำนวนหนึ่งคือ x
สมการคือ
- 4) สี่เท่าของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับ 9 เท่ากับ 32
สมมติว่าจำนวนจำนวนหนึ่งคือ y
สมการคือ
- 5) แปดเท่าของจำนวนหนึ่งรวมกับ 20 จะมีค่าเท่ากับ 140
สมมติว่าจำนวนจำนวนหนึ่งเป็น x
สมการคือ

**คู่มือการใช้ชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถ
ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบอีวริสติก ชุดที่ 3**

เรื่อง

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว



คำชี้แจง

ขอให้ท่านทำความเข้าใจชุดการสอนชุดที่ 3 ดังต่อไปนี้

1. ส่วนประกอบของชุดการสอนชุดที่ 3 ประกอบด้วย
 - 1.1 แผนการสอนที่ 4 เรื่อง - อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- อสมการที่สมมูลกัน
 - 1.2 แผนการสอนที่ 5 เรื่อง สมบัติต่างๆ ที่ใช้ในการแก้สมการ
 - 1.3 แผนการสอนที่ 6 เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
 - 1.4 แผนการสอนที่ 7 เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)
 - 1.5 แผนการสอนที่ 8 เรื่อง โจทย์อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
 - 1.6 แบบทดสอบย่อยท้ายชุดการสอน เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. วิธีการใช้ชุดการสอนชุดที่ 3
 - 2.1 ศึกษาแผนการสอนอย่างละเอียดและปฏิบัติตามแผนการสอนทุกขั้นตอน
 - 2.2 ก่อนให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะหรือกิจกรรมต้องชี้แจงและนำวิธีการทำ

นักเรียนทราบ

2.3 ในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมหรือแบบฝึกทักษะครูเป็นเพียงผู้ให้คำปรึกษาเมื่อนักเรียนมีข้อสงสัยเท่านั้น เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมเสร็จแล้วให้ครูตรวจหรือให้นักเรียนแลกเปลี่ยนกันตรวจแล้วบันทึกผลการเรียน

2.4 หลังจากเรียนด้วยชุดการสอนชุดที่ 3 จบแล้วครูต้องทำการประเมินผลด้วยแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการสอน เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แล้วบันทึกผลการสอบเป็นคะแนนเก็บประจำจุดประสงค์

แผนการสอนที่ 4

วิชา คณิตศาสตร์

รหัส ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง - อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จำนวน 1 คาบ (เวลา 50 นาที)

- อสมการที่สมมูลกัน

สาระสำคัญ

ประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวนที่มีสัญลักษณ์ $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ หรือ $\neq$ บอกความสัมพันธ์ของจำนวน เรียกว่า อสมการ

- อสมการซึ่งพหุนามในอสมการเป็นพหุนามที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และดีกรีของพหุนามเท่ากับ 1 เรียกว่า อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- อสมการสมมูลกันก็ต่อเมื่อ อสมการมีคำตอบเหมือนกันทุกคำตอบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อจบบทเรียนแล้วนักเรียนสามารถ ...

1. บอกได้ว่าประโยคสัญลักษณ์ใดเป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง
2. บอกอสมการที่สมมูลกันได้ถูกต้อง

เนื้อหา อสมการ

อสมการ คือ ประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวน โดยมีสัญลักษณ์ $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ หรือ $\neq$ บอกความสัมพันธ์ของจำนวนนั้น แบ่งออกได้ 2 แบบ คือ

1. อสมการที่ไม่มีตัวแปร เช่น $2 + 7 \neq 10$
2. อสมการที่มีตัวแปร เช่น $2x \leq 8$

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อสมการที่เป็นพหุนามที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และดีกรีของพหุนามเท่ากับ 1 เช่น

1. $2x + 3 \leq x - 1$
2. $5x + 7 > 4x - 3$
3. $x - 4 > 12$
4. $2x - 5 \neq x + 2$
5. $\frac{2}{3}x - 10 \leq 3x + 1$

สมการที่สมมูลกัน

นิยาม สมการ A สมมูลกับ สมการ B ก็ต่อเมื่อ คำตอบทุกคำตอบของสมการ A เป็นคำตอบของสมการ B และคำตอบทุกคำตอบของสมการ B เป็นคำตอบของสมการ A

นั่นคือ สมการสองสมการใด ๆ ที่มีคำตอบทุกคำตอบเหมือนกัน เรียกว่า สมการสมมูลกัน

ตัวอย่างที่ 1 $4x - x \neq 9$ ①
 $3x \neq 9$ ②

สมการ ① เป็นสมการสมมูลกันกับสมการ ② เพราะ มีคำตอบเหมือนกัน คือ จำนวนทุกจำนวนยกเว้น 3

ตัวอย่างที่ 2 $x + 2 > 5$ ①
 คำตอบของสมการ ① คือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 3
 $x - 2 > 0$ ②

คำตอบของสมการ ② คือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 2
 สมการ ① ไม่สมมูลกันกับสมการ ② เพราะคำตอบของสมการทั้งสองไม่เหมือนกัน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความรู้ที่เรียนมาแล้ว โดยการถามคำถามนักเรียนดังนี้
 1. ประโยคสัญลักษณ์ที่เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอยู่ในรูปใด (เป็นสมการพหุนามที่อยู่ในรูป $P = 0$ ที่มีตัวแปรเดียวและดีกรีเท่ากับ 1)
 2. ให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (เช่น $x + 10 = 3$, $x - 5 = 6$)
 3. สมการที่สมมูลกันมีลักษณะอย่างไร (เช่น สมการที่มีคำตอบเหมือนกันหรือเท่ากัน)
2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้

ขั้นตอนการสอน

3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยการสุ่ม (จับสลาก)
4. ครูแจกชุดการสอนชุดที่ 3 โดยให้นักเรียนศึกษาชุดการสอนชุดที่ 3 ในตอนที่ 1 เรื่อง ประโยคสัญลักษณ์เชิงเส้นตัวแปรเดียวและอสมการที่สมมูลกันอย่างละเอียดและให้นักเรียนซักถามในแต่ละ ขั้นตอนมีการคิดวางแผนในแต่ละขั้นว่าจะมีรูปแบบอย่างไร แล้วก็ดำเนินการตามแผนที่คิด โดยครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะเท่านั้น

ขั้นฝึกทักษะ

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3.1 และ 3.2 เป็นรายบุคคล

ขั้นสรุป

6. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปดังนี้
 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หมายถึง อสมการพหุนามที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียวและ
 ดีกรีของพหุนามเท่ากับ 1
 อสมการที่สมมูลกัน หมายถึง อสมการที่มีคำตอบเดียวกัน

สื่อการเรียนการสอน

1. ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. แผ่นโป่งใสประกอบการสอน

การวัดและการประเมินผล

1. สังเกต
 - ความสนใจและความตั้งใจในการร่วมกิจกรรม
 - การตอบคำถามอย่างมีเหตุผล
 - การยอมรับฟังความคิดเห็นจากผู้อื่น
2. ตรวจผลงาน
 - จากแบบฝึกหัดที่ 3.1 และ 3.2

แผนการสอนที่ 5

วิชา คณิตศาสตร์

รหัส ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง สมบัติต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้สมการ

จำนวน 1 คาบ (เวลา 50 นาที)

สาระสำคัญ

สมบัติที่ใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้แก่ สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน และสมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อจบบทเรียนแล้วนักเรียนสามารถบอกสมบัติต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้สมการได้

เนื้อหา สมบัติต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้สมการ

1. สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

ให้ a, b, c แทนจำนวนใด ๆ

(1) ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$

(2) ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a + c \leq b + c$

เนื่องจาก $a < b$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $b > a$ ดังนั้น สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน จึงเป็นจริงด้วย สำหรับกรณี $a > b$ และ $a \geq b$

เช่น ถ้า $2 < 3$ แล้ว $2 + 5 < 3 + 5$

ถ้า $4 \leq 5$ แล้ว $4 + 3 \leq 5 + 3$

สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันนี้ รวมสมบัติการลบของการไม่เท่ากันไว้ด้วย เพราะการลบด้วย c ก็เหมือนกับการบวกด้วย $-c$

2. สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน

ให้ a, b และ c แทนจำนวนใด ๆ

(1) ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนบวก แล้ว $ac < bc$

(2) ถ้า $a \leq b$ และ c เป็นจำนวนบวก แล้ว $ac \leq bc$

(3) ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนลบ แล้ว $ac > bc$

(4) ถ้า $a \leq b$ และ c เป็นจำนวนลบ แล้ว $ac \geq bc$

เช่น	ถ้า $3 < 4$ และ 2	เป็นจำนวนบวก	แล้ว	$3 \times 2 < 4 \times 2$
	ถ้า $3 \leq 4$ และ 2	เป็นจำนวนบวก	แล้ว	$3 \times 5 \leq 4 \times 5$
	ถ้า $2 < 6$ และ -3	เป็นจำนวนลบ	แล้ว	$2 \times (-3) > 6 \times (-3)$
	ถ้า $4 \leq 5$ และ -2	เป็นจำนวนลบ	แล้ว	$4 \times (-2) \geq 5 \times (-2)$

เนื่องจาก $a < b$ มีความหมายเช่นเดียวกับ $b > a$ ดังนั้น สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน จึงเป็นจริง

สำหรับกรณีที่	$a > b$	และ	$a \geq b$	นั่นคือ
ถ้า	$a > b$	และ	c เป็นจำนวนบวก	แล้ว $ac > bc$
ถ้า	$a \geq b$	และ	c เป็นจำนวนบวก	แล้ว $ac \geq bc$
ถ้า	$a > b$	และ	c เป็นจำนวนลบ	แล้ว $ac < bc$
ถ้า	$a \geq b$	และ	c เป็นจำนวนลบ	แล้ว $ac \leq bc$

สมบัติการคูณของการไม่เท่ากันนี้ รวมสมบัติการหารของการไม่เท่ากันได้ด้วย เพราะการหารด้วย c เมื่อ $c \neq 0$ ก็เหมือนกับการคูณด้วย $\frac{1}{c}$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความรู้เรื่องประโยคสัญลักษณ์ที่เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยครูฉายแผ่นใสที่เป็นประโยคสัญลักษณ์อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แล้วถามนักเรียนดังนี้

- $x + 6 > 10$ เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่ (เป็น)
- $3x - 6 = 6$ เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่ (ไม่เป็น)
- $y + 3x > 10$ เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่ (ไม่เป็น)

2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้

ขั้นดำเนินการสอน

- ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยการสุ่ม (จับสลาก)
- ครูแจกชุดการสอนชุดที่ 3 โดยให้นักเรียนศึกษาชุดการสอนชุดที่ 3 ในตอนที่ 2 เรื่องสมบัติต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้สมการ อย่างละเอียดและปฏิบัติตามคำสั่งในแต่ละขั้นตอนของกิจกรรม โดยมีการคิดวางแผน ในแต่ละขั้นว่าจะมีรูปแบบอย่างไร แล้วดำเนินการตามแผนที่วางไว้ โดยครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะเท่านั้น

ขั้นฝึกทักษะ

- ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3.3 เป็นรายบุคคล

ขั้นสรุป

6. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสมบัติของการไม่เท่ากันโดยครูถามคำถามนักเรียนดังนี้

1. การนำจำนวนที่เท่ากันบวกเข้าทั้งสองข้างของอสมการเรียกสมบัตินี้ว่าสมบัติอะไร (สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน)
2. การนำจำนวนที่เท่ากันคูณเข้าทั้งสองข้างของอสมการเรียกสมบัตินี้ว่าสมบัติอะไร (สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน)
3. สมบัติการคูณของการไม่เท่ากันถ้าตัวที่นำมาคูณเป็นจำนวนลบผลลัพธ์ที่ได้ที่เป็นสัญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์ของจำนวนนั้นจะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร (จะเปลี่ยนแปลงเป็นสัญลักษณ์ที่ตรงกันข้าม)

ขั้นทดสอบย่อย

ให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดการสอนชุดที่ 3.1 โดยต่างคนต่างทำ และเมื่อทำเสร็จแล้วครูเฉลยพร้อมอธิบายในข้อที่นักเรียนทำผิดกันมาก

สื่อการเรียนการสอน

1. ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. แผ่นโป่งใสประกอบการสอน

การวัดและการประเมินผล

1. สังเกต
 - ความสนใจและความตั้งใจในการร่วมกิจกรรม
 - การตอบคำถามอย่างมีเหตุผล
 - การยอมรับฟังความคิดเห็นจากผู้อื่น
2. ตรวจผลงาน
 - จากแบบฝึกหัดที่ 3.3
 - ตรวจแบบทดสอบย่อยชุดที่ 3.1

แผนการสอนที่ 6

วิชา คณิตศาสตร์

รหัส ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จำนวน 1 คาบ (เวลา 50 นาที)

สาระสำคัญ

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นการหาสมการใหม่ที่สมมูลกับสมการเดิม โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน จนกว่าจะได้สมการใหม่ให้อยู่ในรูป $x < c$, $x > c$, $x \leq c$ หรือ $x \geq c$ เมื่อ x แทนตัวแปร และ c แทนค่าคงตัว

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อจบบทเรียนแล้วนักเรียนสามารถ ...

1. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากันได้ถูกต้อง
2. เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการได้ถูกต้อง

เนื้อหา การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติการบวกและการคูณของการไม่เท่ากัน

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $2x - 1 < 5 + x$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ นำ $-x$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 2x - 1 - x < 5 + x - x$$

$$x - 1 < 5$$

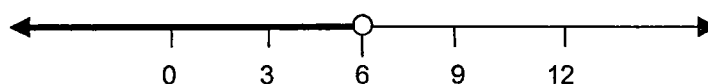
นำ 1 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } x - 1 + 1 < 5 + 1$$

$$x < 6$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า 6

และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $3x + 9 \leq 2x + 6$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ นำ $-2x$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 3x + 9 - 2x \leq 2x + 6 - 2x$$

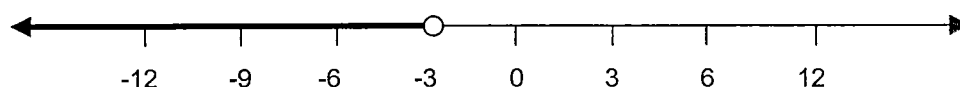
$$x + 9 \leq 6$$

นำ -9 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } x + 9 - 9 \leq 6 - 9$$

$$x \leq -3$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ -3 และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการ $8y - 5 > 17 - 5y$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ นำ $5y$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 8y - 5 + 5y > 17 - 5y + 5y$$

$$13y - 5 > 17$$

นำ 5 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 13y - 5 + 5 > 17 + 5$$

$$13y > 22$$

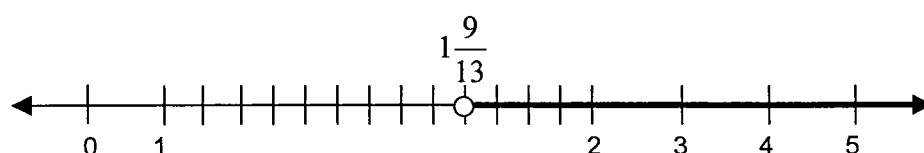
นำ $\frac{1}{13}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } \frac{1}{13}(13y) > \frac{1}{13}(22)$$

$$y > \frac{22}{13} \text{ หรือ } 1\frac{9}{13}$$

ดังนั้น คำตอบของสมการคือ

จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า $1\frac{9}{13}$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตัวอย่างที่ 4 จงแก้สมการ $2(2x - 10) \leq 3(5 - 2x)$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ จาก $2(2x - 10) \leq 3(5 - 2x)$

$$\text{จะได้ } 4x - 20 \leq 15 - 6x$$

นำ $6x$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 4x - 20 + 6x \leq 15 - 6x + 6x$$

$$10x - 20 \leq 15$$

นำ 20 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 10x - 20 + 20 \leq 15 + 20$$

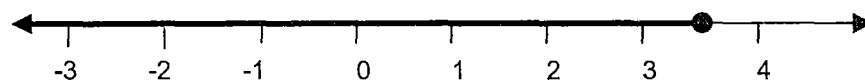
$$10x \leq 35$$

นำ $\frac{1}{10}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \frac{1}{10}(10x) &\leq 35 \times \frac{1}{10} \\ x &\leq 3.5 \end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 3.5

เขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความรู้เรื่องที่เราเรียนมาแล้วเรื่องสมบัติที่ใช้ในการแก้สมการ ถามคำถามเพื่อเป็นการทบทวน ดังนี้

1. สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน กล่าวอย่างไร

(ให้ a, b, c แทนจำนวนใด ๆ

1. ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$

2. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a + c \leq b + c$

3. ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c > b + c$

4. ถ้า $a \geq b$ แล้ว $a + c \geq b + c$

2. สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน กล่าวอย่างไร

(ให้ a, b, c แทนจำนวนใด ๆ

1. ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนบวก แล้ว $ac < bc$

2. ถ้า $a \leq b$ และ c เป็นจำนวนบวก แล้ว $ac \leq bc$

3. ถ้า $a > b$ และ c เป็นจำนวนลบ แล้ว $a \times (-c) < b \times (-c)$
4. ถ้า $a \geq b$ และ c เป็นจำนวนลบ แล้ว $a \times (-c) \leq b \times (-c)$
2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ขั้นตอนการสอน

3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยการสุ่ม (จับสลาก)
4. ครูแจกชุดการสอนชุดที่ 3 โดยให้นักเรียนศึกษาชุดการสอนชุดที่ 3 ในตอนที่ 3 การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างละเอียดและให้ นักเรียนทำโดยการซักถามในแต่ละขั้นตอนมีการคิดวางแผนในแต่ละขั้นว่าจะมีรูปแบบอย่างไร แล้วก็ดำเนินการตามแผนที่คิดไว้ พร้อมทั้งตรวจสอบด้วยว่าจำนวนที่หาได้เป็นคำตอบของโจทย์ที่ต้องการทราบหรือไม่ โดยครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะเท่านั้น
5. เมื่อหมดเวลาแล้วให้นักเรียนทุกคนส่งผลงานตามที่กำหนดไว้ในชุดการสอน

ขั้นฝึกทักษะ

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3.4 เป็นรายบุคคล

ขั้นสรุป

7. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยการถามคำถามดังนี้
 1. จากอสมการต่อไปนี้ $\frac{y}{2} > 6$ การแก้สมการใช้สมบัติใด (สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน) ทำอย่างไร (นำ 2 มาคูณทั้งสองข้างของอสมการ) ผลลัพธ์ที่ได้เท่ากับเท่าใด (จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 12)
 2. จากอสมการ $y + 6 > 8$ จะต้องใช้สมบัติใดในการแก้สมการ (สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน) ทำอย่างไร (นำ - 6 มาบวกทั้งสองข้างของอสมการ) ผลลัพธ์ที่ได้เท่ากับเท่าใด (จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 2)
 3. การใช้สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน ถ้าตัวที่นำมาคูณนั้นเป็นจำนวนลบ สัญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์ของจำนวนจะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร (จะเปลี่ยนแปลงเป็นสัญลักษณ์ที่ตรงกันข้าม เช่น ถ้า $8 \geq 4$ และ - 3 เป็นจำนวนลบ แล้ว $8 \times (-3) \leq 4 \times (-3)$)

สื่อการเรียนการสอน

1. ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. แผนโปร่งใสประกอบการสอน

การวัดและการประเมินผล

1. สังเกต
 - ความสนใจและความตั้งใจในการร่วมกิจกรรม
 - การตอบคำถามอย่างมีเหตุผล
 - การยอมรับฟังความคิดเห็นจากผู้อื่น
2. ตรวจผลงาน
 - จากแบบฝึกหัดที่ 3.4

แผนการสอนที่ 7

วิชา คณิตศาสตร์

รหัส ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)

จำนวน 1 คาบ (เวลา 50 นาที)

สาระสำคัญ

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นการหาสมการใหม่ที่สมมูลกับสมการเดิม โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน จนกว่าจะได้สมการใหม่ให้อยู่ในรูป $x < c$, $x > c$, $x \leq c$ หรือ $x \geq c$ เมื่อ x แทนตัวแปร และ c แทนค่าคงตัว

ส่วนการแก้สมการที่อยู่ในรูป $A \neq B$ คือ จำนวนทุกจำนวนที่ไม่ใช่คำตอบของสมการ $A = B$

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบบทแล้วนักเรียนสามารถ ...

1. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากันได้ถูกต้อง
2. เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการได้ถูกต้อง

เนื้อหา

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติการบวกและการคูณของการไม่เท่ากัน เป็นการหาคำตอบของสมการ

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $5(4x + \frac{3}{5}) \geq 17(x - 2) + 4$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ จาก $5(4x + \frac{3}{5}) \geq 17(x - 2) + 4$

$$\text{จะได้ } 20x + 3 \geq 17x - 34 + 4$$

$$20x + 3 \geq 17x - 30$$

นำ $-17x$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 20x - 17x + 3 \geq 17x - 30 - 17x$$

$$3x + 3 \geq -30$$

นำ -3 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

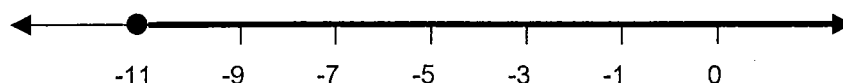
$$3x + 3 - 3 \geq -30 - 3$$

$$3x \geq -33$$

นำ $\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \frac{1}{3}(3x) &\geq (-33) \times \frac{1}{3} \\ x &\geq -11 \end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบของอสมการคือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -11
และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $\frac{x}{3} - \frac{3x-1}{2} \leq \frac{5-x}{6}$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ
$$\frac{x}{3} - \frac{3x-1}{2} \leq \frac{5-x}{6}$$

ค.ร.น. ของ 3, 2 และ 6 คือ 6

นำ 6 มาคูณทั้งสองข้างของอสมการ

$$\text{จะได้} \quad 6\left(\frac{x}{3}\right) - 6\left(\frac{3x-1}{2}\right) \leq 6\left(\frac{5-x}{6}\right)$$

$$2x - 3(3x - 1) \leq (5 - x)$$

$$2x - 9x + 3 \leq 5 - x$$

$$-7x + 3 \leq 5 - x$$

นำ x มาบวกทั้งสองข้างของอสมการ

$$\text{จะได้} \quad -7x + 3 + x \leq 5 - x + x$$

$$-6x + 3 \leq 5$$

นำ -3 มาบวกทั้งสองข้างของอสมการ

$$\text{จะได้} \quad -6x + 3 - 3 \leq 5 - 3$$

$$-6x \leq 2$$

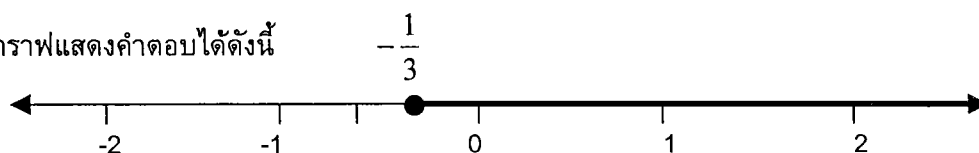
นำ $-\frac{1}{6}$ มาคูณทั้งสองข้างของอสมการ

$$\text{จะได้} \quad \left(-\frac{1}{6}\right)(-6x) \geq 2\left(-\frac{1}{6}\right)$$

$$x \geq -\frac{1}{3}$$

ดังนั้น คำตอบของอสมการ คือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ $-\frac{1}{3}$ และเขียน

กราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีเครื่องหมาย $\neq$

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีเครื่องหมาย $\neq$ จะอยู่ในรูป $A \neq B$ เมื่อ A และ B เป็นพหุนามดีกรีหนึ่งหรือศูนย์ซึ่งดีกรีของพหุนาม A และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกันที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และตัวแปรในพหุนามทั้งสองนี้เป็นตัวเดียวกัน เช่น

$$-5x \neq 12$$

$$3x - 8 \neq 4x + 5$$

$$\frac{6x}{5} + 42 \neq \frac{7x}{3}$$

คำตอบของสมการ $A \neq B$ คือ จำนวนทุกจำนวนที่ไม่ใช่คำตอบของสมการ $A = B$

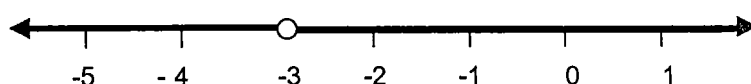
ตัวอย่างที่ 3 จงหาคำตอบของสมการ $18 - 6y - 9y \neq 63$

วิธีทำ ใช้วิธีหาคำตอบของสมการ

$$\begin{aligned} 18 - 6y - 9y &= 63 \\ \text{จาก } 18 - 15y &= 63 \\ -15y &= 63 - 18 \\ y &= \frac{45}{-15} \\ y &= -3 \end{aligned}$$

แสดงว่า คำตอบของสมการ $18 - 6y - 9y = 63$ คือ -3

ดังนั้น คำตอบของสมการ $18 - 6y - 9y \neq 63$ คือ จำนวนทุกจำนวน ยกเว้น -3 และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตัวอย่างที่ 4 จงหาคำตอบของสมการ $\frac{3x-2}{2} - 7 \neq x - 8$

วิธีทำ ใช้วิธีหาคำตอบของสมการ $\frac{3x-2}{2} - 7 = x - 8$

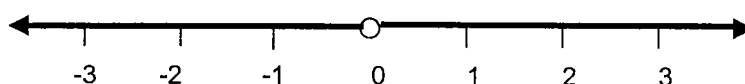
นำ 2 คูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้

$$\begin{aligned} \frac{2(3x-2)}{2} - 2(7) &= 2(x-8) \\ 3x - 2 - 14 &= 2x - 16 \\ 3x - 16 &= 2x - 16 \\ 3x - 2x &= -16 + 16 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

แสดงว่า คำตอบของสมการ $\frac{3x-2}{2} - 7 = x - 8$ คือ 0

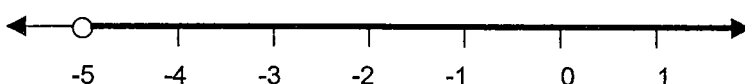
ดังนั้น คำตอบของสมการ $\frac{3x-2}{2} - 7 \neq x - 8$ คือ จำนวนทุกจำนวนยกเว้น 0
และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



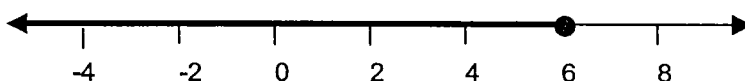
กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูถามนักเรียนเพื่อเป็นการทบทวน ดังนี้
 1. การแก้สมการ $x + 7 > 2$ ใช้สมบัติใดในการหาคำตอบ
(สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน)
 2. จากข้อ 1 คำตอบของสมการเท่ากับเท่าไร
(จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า - 5)
 3. จากข้อ 2 เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการได้อย่างไร



4. การแก้สมการ $3x - 5 \leq 13$ ใช้สมบัติใดในการหาคำตอบ
(สมบัติการบวกและสมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน)
5. จากข้อ 4 คำตอบของสมการเท่ากับเท่าไร
(จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 6)
6. จากข้อ 5 เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการได้อย่างไร



2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้

ขั้นดำเนินการสอน

3. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยการสุ่ม (จับสลาก)
4. ครูแจกชุดการสอนชุดที่ 3 โดยให้นักเรียนศึกษาชุดการสอนชุดที่ 3 ในตอนที่ 4 เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างละเอียดและให้นักเรียนทำโดยการซักถามในแต่ละขั้นตอนมีการคิดวางแผนในแต่ละขั้นว่าจะมีรูปแบบอย่างไร แล้วก็ดำเนินการตามแผนที่คิด พร้อมทั้งตรวจสอบด้วยว่าจำนวนที่หาได้เป็นคำตอบของโจทย์ที่ต้องการทราบหรือไม่ โดยครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะเท่านั้น

ขั้นฝึกทักษะ

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3.5 เป็นรายบุคคล

ขั้นสรุป

6. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวดังนี้

- การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นการหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- เมื่อสมการอยู่ในรูปตัวแปรบวกหรือลบด้วยค่าคงตัว การแก้สมการทำได้โดยใช้สมบัติ

การบวกของการไม่เท่ากัน โดยการนำจำนวนที่เท่ากับจำนวนที่ลบหรือบวกอยู่กับตัวแปรบวกและลบทั้งสองข้างของสมการ

- เมื่อสมการอยู่ในรูปตัวแปรคูณหรือหารด้วยค่าคงตัว การแก้สมการทำได้โดยใช้สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน โดยการนำจำนวนที่เท่ากับจำนวนที่คูณหรือหารมาคูณหรือหารทั้งสองข้างของสมการ

- สำหรับการแก้สมการที่มีเครื่องหมาย $\neq$ ทำได้โดยหาคำตอบของสมการที่ได้จากการเปลี่ยนเครื่องหมาย = แล้วจึงบอกคำตอบของสมการเมื่อได้คำตอบจากการแก้สมการสามารถเขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการ

ขั้นทดสอบย่อย

ให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดการสอนชุดที่ 3.2 โดยต่างคนต่างทำ และเมื่อทำเสร็จแล้วครูเฉลยพร้อมอธิบายในข้อที่นักเรียนทำผิดกันมาก

สื่อการเรียนการสอน

1. ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. แผ่นโป่งใสประกอบการสอน

การวัดและการประเมินผล

1. สังเกต
 - ความสนใจและความตั้งใจในการร่วมกิจกรรม
 - การตอบคำถามอย่างมีเหตุผล
 - การยอมรับฟังความคิดเห็นจากผู้อื่น
2. ตรวจผลงาน
 - จากแบบฝึกหัดที่ 3.5
 - ตรวจแบบทดสอบย่อย ชุดที่ 3.2

แผนการสอนที่ 8

วิชา คณิตศาสตร์
เรื่อง การแก้โจทย์สมการ

รหัส ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
จำนวน 1 คาบ (เวลา 50 นาที)

สาระสำคัญ

โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สามารถหาคำตอบโดยการสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์แล้วแก้สมการเพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อจบบทเรียนแล้วนักเรียนสามารถ ...

1. สร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง
2. ใช้ความรู้เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้

ถูกต้อง

เนื้อหา

โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีวิธีการแก้โจทย์ปัญหาเช่นเดียวกับโจทย์สมการ โดยอาศัยเรื่องของการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเข้ามาช่วยในการหาคำตอบ

ตัวอย่างที่ 1 พ่อค้าซื้อแคนตาลูปผลใหญ่และผลเล็กรวมกัน 900 ผล เป็นเงิน 45,000 บาท นำมาขายปลีก ผลใหญ่ผลละ 60 บาท ผลเล็กผลละ 35 บาท เมื่อขายหมดปรากฏว่าได้กำไรมากกว่า 800 บาท จงหาว่ามีแคนตาลูปผลใหญ่ไม่น้อยกว่ากี่ผล

วิธีทำ ให้พ่อค้าซื้อแคนตาลูปผลใหญ่มา x ผล ขายได้ราคา $60x$ บาท
และซื้อแคนตาลูปผลเล็กมา $900 - x$ ผล ขายได้ราคา $35(900 - x)$ บาท
แต่เมื่อขายหมดปรากฏว่าได้กำไรมากกว่า 800 บาท

$$\begin{aligned}
 \text{อสมการ คือ } 60x + 35(900 - x) - 45,000 &> 800 \\
 60x + 31,500 - 35x - 45,000 &> 800 \\
 25x - 13,500 &> 800 \\
 25x &> 800 + 13,500 \\
 25x &> 14,300 \\
 x &> \frac{14,300}{25} \\
 x &> 572
 \end{aligned}$$

ดังนั้น พ่อค้าซื้อแคนตาลูปผลใหญ่มาไม่น้อยกว่า 573 ผล

ตัวอย่างที่ 2 นุ่นและแอนชอบสะสมแสตมป์ แอนมีแสตมป์ 35 ดวง ถ้านุ่นมีแสตมป์เพิ่มขึ้นจากเดิมอีก 12 ดวง แล้วเขาทั้งสองมีแสตมป์รวมกันไม่ถึง 70 ดวง จงหาว่าเดิมนุ่นมีแสตมป์อย่างมากที่สุดกี่ดวง

วิธีทำ ให้เดิมนุ่นมีแสตมป์ x ดวง
 ถ้านุ่นมีแสตมป์เพิ่มขึ้นจากเดิมอีก 12 ดวง นั่นคือ นุ่นมีแสตมป์ทั้งหมด $x + 12$ ดวง
 แอนมีแสตมป์ 35 ดวง
 เขาทั้งสองมีแสตมป์รวมกันไม่ถึง 70 ดวง
 อสมการ คือ $(x + 12) + 35 < 70$
 $x + 47 < 70$
 $x < 70 - 47$
 $x < 23$
 ดังนั้น เดิมนุ่นมีแสตมป์อย่างมากที่สุด 22 ดวง

ตัวอย่างที่ 3 เด็กชายก้องได้รับเงินจากบิดาและมารดาเป็นจำนวนเท่าๆ กันเพื่อเป็นค่าใช้จ่ายประจำสัปดาห์ เมื่อสิ้นสัปดาห์เขารวบรวมรายจ่ายแล้วพบว่าได้ใช้เงินไปทั้งสิ้น 31 บาท และฝากธนาคารออมสินไว้ 10 บาท ถ้ามีเงินเหลือไม่ถึง 5 บาท จงหาว่าเด็กชายก้องได้รับเงินจากบิดาอย่างน้อยที่สุดกี่บาทและมากที่สุดกี่บาท

วิธีทำ สมมติว่าบิดาให้เงินเด็กชายก้อง x บาท
 ดังนั้น เด็กชายก้องได้รับเงินทั้งหมด $2x$ บาท
 เมื่อหักส่วนที่นำไปฝากธนาคารและค่าใช้จ่ายแล้วจะเหลือเงินอยู่ $2x - 41$ บาท
 อสมการ คือ $2x - 41 < 5$
 $2x < 5 + 41$
 $2x < 46$
 $x < \frac{46}{2}$
 $x < 23$ (1)

แต่จำนวนเงินที่เด็กชายก้องได้รับทั้งสิ้นต้องมากกว่า 41 บาท

นั่นคือ $2x > 41$
 $x > \frac{41}{2}$
 $x > 20.5$ (2)

จาก (1) และ (2) ดังนั้น เด็กชายก้องได้รับเงินจากบิดามากกว่า 20.5 บาท แต่ไม่ถึง

23 บาท

ตัวอย่างที่ 4 บุรฉัตรมีเหรียญบาทและเหรียญห้าสิบบatangค์คิดเป็นเงิน 50 บาท เมื่อนับจำนวนเหรียญดูแล้วมีมากกว่า 85 เหรียญ แต่ไม่ถึง 90 เหรียญ เหรียญที่บุรฉัตรเก็บไว้มีโอกาสเป็นเหรียญบาทก็เหรียญ

วิธีทำ ให้บุรฉัตรมีเหรียญบาท x บาท = x เหรียญ

เป็นเหรียญห้าสิบบatangค์คิดเป็นเงิน $50 - x$ บาท = $2(50 - x)$ เหรียญ

“บุรฉัตรมีเหรียญบาทและเหรียญห้าสิบบatangค์คิดเป็นเงิน 50 บาท เมื่อนับจำนวนเหรียญดูแล้วมีมากกว่า 85 เหรียญ แต่ไม่ถึง 90 เหรียญ”

อสมการคือ $x + 2(50 - x) > 85$

$$x + 100 - 2x > 85$$

$$-x > 85 - 100$$

$$-x > -15$$

$$x < 15 \quad \dots\dots\dots (1)$$

แต่จำนวนเหรียญมีไม่ถึง 90 เหรียญ

นั่นคือ $x + 2(50 - x) < 90$

$$x + 100 - 2x < 90$$

$$-x < 90 - 100$$

$$-x < -10$$

$$x > 10 \quad \dots\dots\dots (2)$$

จาก (1) และ (2) ดังนั้น จำนวนเหรียญบาทที่บุรฉัตรเก็บไว้มีโอกาสเป็นเหรียญบาท 11 , 12, 13 , 14 เหรียญ

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความรู้เดิมเรื่องการแก้โจทย์ปัญหาสมการโดยให้นักเรียนตอบปัญหาดังนี้

- ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหามีขั้นตอนอย่างไร

(มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจ

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ขั้นตอนการดำเนินการสอน

3. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 4 คน โดยการสุ่ม (จับสลาก)
4. ครูแจกชุดการสอนชุดที่ 3 เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยให้นักเรียนศึกษาชุดการสอนชุดที่ 3 ในตอนที่ 5 การแก้โจทย์อสมการ อย่างละเอียดและให้ปฏิบัติตามคำสั่งในแต่ละขั้นตอนของกิจกรรมโดยมีการคิดวางแผนในแต่ละขั้นว่าจะมีรูปแบบอย่างไรในการแก้ปัญหาแล้วดำเนินการตามแผนที่คิดไว้ พร้อมทั้งตรวจคำตอบของโจทย์ปัญหาด้วยว่าจำนวนที่หาได้เป็นคำตอบของโจทย์ปัญหานั้นหรือไม่ โดยที่ครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะเท่านั้น
5. เมื่อหมดเวลาให้นักเรียนทุกคนส่งผลงานตามที่กำหนดไว้ในชุดการสอน

ขั้นฝึกทักษะ

6. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3.6 เป็นรายบุคคล

ขั้นสรุป

7. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการแก้โจทย์ปัญหาว่าเป็นการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

- ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา
- ขั้นที่ 2 วางแผนในการแก้ปัญหา
- ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน
- ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

ขั้นทดสอบย่อย

ให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดการสอนชุดที่ 3.3 โดยต่างคนต่างทำ และเมื่อทำเสร็จแล้ว ครูเฉลยพร้อมอธิบายในข้อที่นักเรียนทำผิดกันมาก

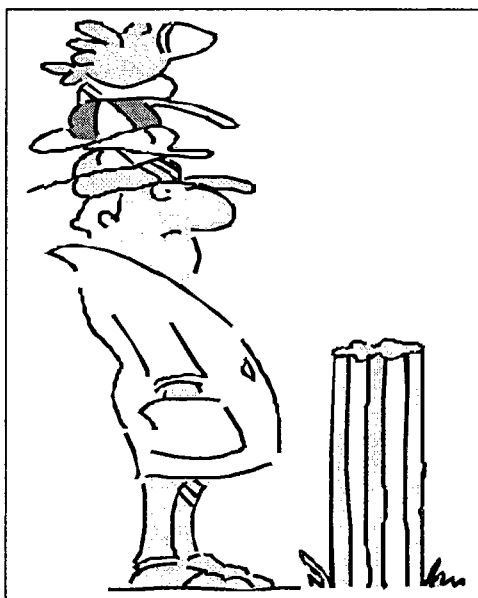
สื่อการเรียนการสอน

ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การวัดและการประเมินผล

1. สังเกต
 - ความสนใจและความตั้งใจในการร่วมกิจกรรม
 - การตอบคำถามได้อย่างมีเหตุผลและถูกต้อง
 - การยอมรับฟังความคิดเห็นและการทำงานร่วมกับผู้อื่นได้
2. ตรวจผลงาน
 - ตรวจแบบฝึกหัดที่ 3.6
 - ตรวจแบบทดสอบย่อย ชุดที่ 3.3

คณิตศาสตร์ (ค 011)



ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1

เรื่อง

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จำนวน 4 คาบ ๆ ละ 35 นาที

โรงเรียน.....

ชื่อ.....

นามสกุล.....

ชั้น ม. 3 / เลขที่.....

ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1
เรื่อง
การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำชี้แจง

1. ชุดการสอนคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 มี 4 ตอน คือ
 - ตอนที่ 1 เรื่อง ประโยคสัญลักษณ์ที่เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและสมการที่สมมูลกัน
 - ตอนที่ 2 เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
 - ตอนที่ 3 เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)
 - ตอนที่ 4 เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)
2. ให้นักเรียนศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้ และเนื้อหาเรื่องในตอนที่ 1 และ ตอนที่ 2 อย่างละเอียดพร้อมทั้งทำกิจกรรม แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน โดยเติมคำตอบลงในชุดการสอนได้เลย เมื่อทำเสร็จแล้วนักเรียนสามารถตรวจคำตอบได้จากเฉลยที่อยู่ในด้านหลังของชุดการสอน ถ้านักเรียนมีข้อสงสัยในขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งในชุดการสอนนักเรียนสามารถซักถามปัญหานั้นๆ จากเพื่อนหรือครูผู้สอนได้ตลอดเวลา
3. หลังจากนักเรียนได้ศึกษาชุดการสอนเสร็จแล้ว ขั้นตอนสุดท้ายของการเรียนโดยใช้ชุดการสอน ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังจากการปฏิบัติกิจกรรมโดยดำเนินการเช่นเดียวกับการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน ซึ่งจะเน้นตรงจุดนี้จะเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียนแต่ละคน

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อจบบทเรียนแล้วนักเรียนสามารถ ...

1. บอกได้ว่าประโยคสัญลักษณ์ใดเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง
2. บอกสมการที่สมมูลกับสมการที่กำหนดให้ได้
3. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากันได้ถูกต้อง

เวลาที่ใช้ 4 คาบ / คาบละ 35 นาที

- สื่อ**
- ค้นหาลายแทง
 - ปริศนาคำทาย

ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 1

เรื่อง

ประโยคสัญลักษณ์ที่เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและ สมการที่สมมูลกัน

จำนวน 1 คาบ ใช้เวลา 35 นาที



เรารู้จักลักษณะของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวกันดีกว่า

ให้นักเรียนพิจารณาสมการต่อไปนี้ครับ

$$5x + 2 = 0$$

$$3x + (-4) = 0 \text{ หรืออาจเขียนได้อีกรูปหนึ่ง คือ } 3x - 4 = 0$$

$$2x + 0 = 0 \text{ หรืออาจเขียนได้อีกรูปหนึ่ง คือ } 2x = 0$$

$$3x + 7 = 0$$

จากตัวอย่างข้างต้น ถ้านักเรียนสังเกตให้ดีจะพบว่า สมการทั้ง 4 สมการดังกล่าวจะมีลักษณะเหมือนกันอยู่ประการหนึ่ง คือ มีตัวแปร x เพียงตัวเดียวและมีดีกรีของพหุนามเท่ากับ 1 และ สัมประสิทธิ์ของตัวแปร x ไม่เท่ากับ 0

เราเรียกสมการที่อยู่ในลักษณะนี้ว่า สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

สรุป สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หมายถึง สมการซึ่งอยู่ในรูป $P = 0$ เมื่อ P เป็นพหุนามที่มีตัวแปรเดียวและดีกรีเท่ากับ 1

สามารถเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวให้อยู่ในรูปทั่วไปได้ดังนี้

$$ax + b = 0 \text{ โดยที่ } x \text{ เป็นตัวแปร และ } a, b \text{ เป็นค่าคงตัวที่ } a \neq 0$$



1. ให้นักเรียนศึกษาข้อมูลต่อไปนี้ โดยการสังเกตจากข้อเท็จจริงที่กำหนดให้ในตาราง



ประโยคสัญลักษณ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้ ระบุเครื่องหมาย (/) ในช่องตารางดังนี้

- เมื่อเครื่องหมาย (/) อยู่ในช่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หมายถึง เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- เมื่อเครื่องหมาย (/) อยู่ในช่องไม่ใช่สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หมายถึง สมการนั้นไม่ใช่สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อ	ประโยคสัญลักษณ์	สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	ไม่ใช่สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
1	$3x = 0$	/	
2	$6x + 1 = 0$	/	
3	$8x^2 - 1 = 0$		/
4	$5x + 4y = 0$		/
5	$6x - 2 + 3x = 0$	/	
6	$3x + 3 + 4y \neq 0$		/
7	$6x - 10x - 5 \leq 0$		/
8	$9x - 6 = 0$	/	
9	$10x - 5 \geq 0$		/
10	$-3x + 12 < 0$		/



2. ให้นักเรียนใช้ข้อมูลจากข้อ 1 ตอบคำถามต่อไปนี้

คำอธิบาย

2.1 ให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากข้อ 1 สรุปเป็นใจความสำคัญแล้วเติมลงในช่องของตารางให้สมบูรณ์

ประโยชน์สัญลักษณ์	สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	ไม่ใช่สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
1. สัญลักษณ์ที่ใช้บอกความสัมพันธ์ของจำนวน		
2. จำนวนตัวแปร		
3. ดีกรีของตัวแปร		

2.2 จากโจทย์ข้อ 2, 5, 8 ของข้อ 1 ด้านซ้ายของเครื่องหมายเท่ากับ เรียกว่า

3. ให้นักเรียนใช้ข้อมูลจากข้อ 2 ตอบคำถามต่อไปนี้

1. ข้อที่เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพราะเหตุใด

เพราะ

.....

.....

.....

2. ข้อที่ไม่เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพราะเหตุใด

เพราะ

.....

.....

.....

4. เขียนประโยคสัญลักษณ์ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูป $ax + b = 0$

1. $3x = 6$ (-----)

2. $x - 9 = 3$ (-----)

3. $5x - 4 = 11$ (-----)

4. $\frac{x}{3} - 8 = -16$ (-----)

5. $x + 4 = 3$ (-----)



คำสั่ง ให้นักเรียนใส่เครื่องหมาย (✓) ลงในช่องของตารางให้ถูกต้อง (ข้อละ 1 คะแนน)

ข้อ	ประโยคสัญลักษณ์	สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	ไม่ใช่สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
1	$X - 5 = 0$		
2	$M + 25 < 31$		
3	$M + 10 \neq 5$		
4	$5x - \frac{3}{2} = 1$		
5	$5x + 3 = 3x - 5$		
6	$2 - 3x \geq -7$		
7	$\frac{1}{4}(x - 3) = 5$		
8	$15x + 10 = 6x - 5$		
9	$4x - 6 \neq 0$		
10	$\frac{x}{5} - 5x^2 = 0$		

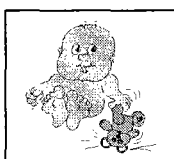
รวมคะแนนทั้งหมด ----- คะแนน

สมการที่สมมูลกัน

สมการที่สมมูลกันเป็นอย่างไรหนอยากรู้จังเลย



ถ้าอยากรู้ก็ศึกษาข้อมูลต่อไปนี่ดูซิครับ



ให้นักเรียนพิจารณาสมการ 2 สมการ ต่อไปนี้

$$x + 3 = 8 \quad \text{และ} \quad x = 5$$

หาคำตอบของสมการ จะได้

จากสมการ $x + 3 = 8$ จะพบว่าคำตอบของสมการ คือ 5

$x = 5$ จะพบว่าคำตอบของสมการ คือ 5

สรุป จะเห็นว่าทั้งสองสมการมีคำตอบเหมือนกันทั้งหมด

ในกรณีที่สมการทั้งสองมีคำตอบเหมือนกันทั้งหมด จะกล่าวว่า สมการสมมูลกัน ฉะนั้น

$$x + 3 = 8 \quad \text{สมมูลกับสมการ} \quad x = 5$$

- พิจารณาอีก 2 สมการต่อไปนี้

$$x + 4 = 6 \quad \text{และ} \quad x - 6 = -4$$

จากสมการ $x + 4 = 6$ จะพบว่าคำตอบของสมการคือ 2

$x - 6 = -4$ จะพบว่าคำตอบของสมการคือ 2

สรุป ทั้งสองสมการมีคำตอบเหมือนกัน ดังนั้นกล่าวได้ว่า

$$\text{สมการ } x + 4 = 6 \quad \text{สมมูลกับ} \quad \text{สมการ } x - 6 = -4$$

- ต่อไปพิจารณาสมการ อีก 2 สมการ ต่อไปนี้

$$x^2 = 9 \text{ และ } x + 3 = 6$$

จากสมการ $x^2 = 9$ จะพบว่าคำตอบของสมการคือ 3 และ -3

$x + 3 = 6$ จะพบว่าคำตอบของสมการคือ 3

สรุป ทั้งสองสมการมีคำตอบที่ไม่เหมือนกันทั้งหมด

ในลักษณะเช่นนี้ จะกล่าวได้ว่า

สมการ $x^2 = 9$ ไม่สมมูลกับ สมการ $x + 3 = 6$

จากข้อมูลข้างต้นสามารถสรุปเป็นบทนิยามได้ดังนี้ครับผม



บทนิยาม สมการ A สมมูลกับสมการ B ก็ต่อเมื่อคำตอบทุกคำตอบของ
สมการ A เป็นคำตอบของสมการ B และคำตอบทุกคำตอบของ
สมการ B เป็นคำตอบของสมการ A



1. ให้นักเรียนศึกษาข้อมูลต่อไปนี้ โดยการสังเกตจากข้อเท็จจริงที่กำหนดให้ในตาราง

คำอธิบาย

ในแต่ละข้อของคำถาม ใส่เครื่องหมาย (/) ในช่องตารางซึ่งมีความหมายดังนี้

- เมื่อเครื่องหมาย (/) อยู่ในช่องสมการที่สมมูลกัน หมายถึง สมการที่สมมูลกัน
- เมื่อเครื่องหมาย (/) อยู่ในช่องสมการที่ไม่สมมูลกัน หมายถึง สมการที่ไม่สมมูลกัน

ข้อ	สมการ	สมการสมมูลกัน	สมการไม่สมมูลกัน
1	ก. $x - 6 = 1$ คำตอบของสมการคือ 7 ข. $x + 8 = 15$ คำตอบของสมการคือ 7	/	
2	ก. $3x + 9 = 0$ คำตอบของสมการคือ -3 ข. $x + 3 = 8$ คำตอบของสมการคือ 5		/
3	ก. $2m - 1 = 9$ คำตอบของสมการคือ 5 ข. $\frac{y}{2} = 5$ คำตอบของสมการคือ 10		/
4	ก. $x + 5 = 8$ คำตอบของสมการคือ 3 ข. $x - 3 = 0$ คำตอบของสมการคือ 3	/	
5	ก. $2x - 5 = 9$ คำตอบของสมการคือ 7 ข. $6x = 36$ คำตอบของสมการ คือ 6		/

2. ให้นักเรียนใช้ข้อมูลจากข้อ 1 ตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 สมการที่สมมูลกันมีคำตอบ

2.2 สมการที่ไม่สมมูลกันมีคำตอบ

3. ให้นักเรียนใช้ข้อมูลจากข้อที่ 2 ตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 สมการสองสมการสมมูลกันเพราะเหตุใด

เพราะ

3.2 สมการสองสมการไม่สมมูลกันเพราะเหตุใด

เพราะ

สมการที่สมมูลกันง่ายมากใช่ไหมคะ เพื่อน ๆ
ขอให้เพื่อน ๆ มาทำแบบฝึกหัดกันดีกว่า

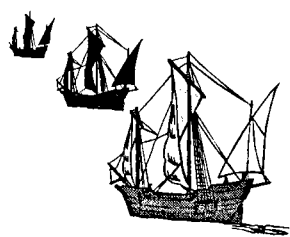


แบบฝึกหัดที่ 1.2

คำชี้แจง ให้นักเรียนใส่เครื่องหมาย (✓) ลงในช่องตารางให้ถูกต้อง (ข้อละ 1 คะแนน)

ข้อ	สมการ	สมการสมมูลกัน	สมการไม่สมมูลกัน
1	ก. $2x = 4$ ข. $x + 5 = 7$		
2	ก. $x - 3 = 8$ ข. $2x + 1 = x + 12$		
3	ก. $x^2 = 4$ ข. $x - 2 = 2$		
4	ก. $x + 1 = 2x - 4$ ข. $3x = 2x + 5$		
5	ก. $x + 5 = 8$ ข. $\frac{x}{2} - 3 = 0$		

รวมคะแนนทั้งหมด ----- คะแนน



ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 2

เรื่อง

การแก้สมการเส้นตัวแปรเดียว

จำนวน 1 คาบ ใช้เวลา 35 นาที

เราจะแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้อย่างไร

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจะต้องอาศัยสมบัติการเท่ากันเข้ามาช่วยในการหาคำตอบ ซึ่งสมบัติการเท่ากันจะประกอบด้วยสมบัติต่างๆ ดังนี้

1. สมบัติสมมาตร

ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$

2. สมบัติถ่ายทอด

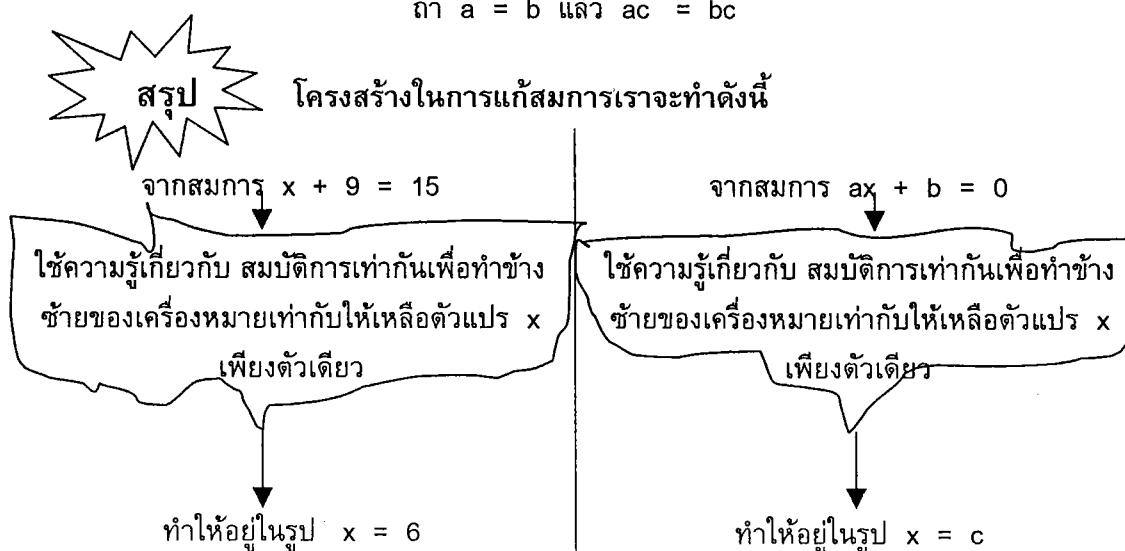
ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$

3. สมบัติการบวก

ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$

4. สมบัติการคูณ

ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$



ให้นักเรียนพิจารณาวิธีแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $3x - 6 = 0$

วิธีทำ $3x - 6 = 0$

นำ 6 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ (สมบัติการบวก)

$$\text{จะได้ } 3x - 6 + 6 = 0 + 6$$

$$3x = 6$$

นำ $\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ (สมบัติการคูณ)

$$\text{จะได้ } \frac{1}{3}(3x) = \frac{1}{3} \times 6$$

$$x = 2$$

คำตอบของสมการ คือ 2

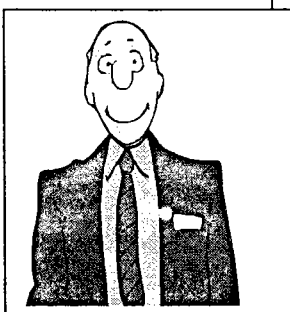
ตรวจคำตอบ แทนค่า x ในสมการ $3x - 6 = 0$ ด้วย 2

$$\text{จะได้ } 3(2) - 6 = 0$$

$$0 = 0 \quad \text{เป็นจริง}$$

อย่าลืมนะจ๊ะ

คำตอบของสมการ $x = 2$ ก็คือ คำตอบของสมการ
 $3x - 6 = 0$ เพราะว่า สมการ $x = 2$ และสมการ
 $3x - 6 = 0$ เป็นสมการที่สมมูลกัน



ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $3.75x - 4.5 + 2.25x = 2.75x + 1.5 + 2.25x$

นักเรียนจะหาค่า x ได้อย่างไร

วิธีทำ แบบที่ 1 $3.75x - 4.5 + 2.25x = 2.75x + 1.5 + 2.25x$

รวมพจน์ที่คล้ายกันของพหุนามทางซ้ายและทางขวาของเครื่องหมายเท่ากับจะได้ สมการใหม่ดังนี้

$$6x - 4.5 = 5x + 1.5$$

นำ $-5x$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้} \quad 6x - 4.5 - 5x = 5x + 1.5 - 5x$$

$$x - 4.5 = 1.5$$

นำ 4.5 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้} \quad x - 4.5 + 4.5 = 1.5 + 4.5$$

$$x = 6$$

คำตอบของสมการ คือ 6

แบบที่ 2 แกสมการโดยทำทศนิยมให้เป็นจำนวนเต็ม โดยพิจารณาจากจำนวนทศนิยมว่ามีกี่ตำแหน่ง แล้วใช้หลักการเปลี่ยนทศนิยมให้เป็นจำนวนเต็ม

วิธีทำ

$$3.75x - 4.5 + 2.25x = 2.75x + 1.5 + 2.25x$$

(พจน์แต่ละพจน์ของสมการจะมีทศนิยม 2 ตำแหน่งมากที่สุด ดังนั้น นำ 100

มาคูณทั้งสองข้างของสมการ)

$$\text{จะได้} \quad 375x - 450 + 225x = 275x + 150 + 225x$$

รวมพจน์ที่คล้ายกันทางซ้ายและทางขวาของเครื่องหมายเท่ากับ

$$\text{จะได้} \quad 600x - 450 = 500x + 150$$

นำ $-500x$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้} \quad 600x - 450 - 500x = 500x + 150 - 500x$$

$$100x - 450 = 150$$

นำ 450 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$100x - 450 + 450 = 150 + 450$$

$$100x = 600$$

นำ $\frac{1}{100}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้} \quad \frac{1}{100}(100x) = \frac{600}{100}$$

$$x = 6$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า x ในสมการ $3.75x - 4.5 + 2.25x = 2.75x + 1.5 + 2.25x$ ด้วย 6

$$\text{จะได้} \quad 3.75(6) - 4.5 + 2.25(6) = 2.75(6) + 1.5 + 2.25(6)$$

$$22.50 - 4.5 + 13.50 = 16.50 + 1.5 + 13.50$$

$$31.50 = 31.50 \quad \text{เป็นจริง}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการ $\frac{x}{2} - \frac{x}{4} = 8$

วิธีทำ ค.ร.น. ของ 2 และ 4 คือ 4

นำ 4 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้} \quad \frac{4x}{2} - \frac{4x}{4} = 8 \times 4$$

$$2x - x = 32$$

$$x = 32$$

คำตอบของสมการ คือ 32

อย่าลืมที่จะถ้าสมการเป็น
เศษส่วนต้องทำส่วนให้หมดไป
ก่อน โดยนำส่วนของแต่ละพจน์
มาหา ค.ร.น.

ตรวจคำตอบ แทนค่า x ลงในสมการ $\frac{x}{2} - \frac{x}{4} = 8$ ด้วย 32

$$\text{จะได้} \quad \frac{32}{2} - \frac{32}{4} = 8$$

$$16 - 8 = 8$$

เป็นจริง



ตัวอย่างที่ 4 จงแก้สมการ $\frac{x}{2} - \frac{2x}{3} = 5$

วิธีทำ ค.ร.น. ของ 2 และ 3 คือ 6

นำ 6 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้} \quad \frac{6x}{2} - \frac{6(2x)}{3} = 5 \times 6$$

$$3x - 4x = 30$$

$$-x = 30$$

นำ -1 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้} \quad (-1) \times (-x) = (-1) \times 30$$

$$x = -30$$

คำตอบของสมการ คือ -30

ตรวจคำตอบ แทนค่า x ในสมการ $\frac{x}{2} - \frac{2x}{3} = 5$ ด้วย -30

$$\text{จะได้} \quad \frac{-30}{2} - \frac{2(-30)}{3} = 5$$

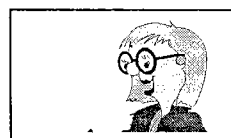
$$(-15) + 20 = 5$$

$$5 = 5$$

เป็นจริง

จากความรู้ข้างต้นให้นักเรียนทุกคนศึกษาใบกิจกรรมต่อไปแล้วช่วยกัน

ตอบคำถามนะคะ





ปัญหาที่ 1 จงแก้สมการ $0.375x - 0.12x = 1.185 + 1.875$

1. 1 ให้นักเรียนอ่านปัญหาแล้วตอบคำถามต่อไปนี้

1.1.1 โจทย์ให้อะไรมา

1.1.2 โจทย์ต้องการหาอะไร

1.2 นักเรียนจะวางแผนในการแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร

.....

1.3 นักเรียนจะดำเนินการแก้สมการได้อย่างไร

.....

1.4 คำตอบของสมการมีค่าเท่าไร

.....

1.5 ตรวจสอบคำตอบของสมการได้อย่างไร

.....

ปัญหาที่ 2 จงแก้สมการ $-8x + 4x = 20 - 6x + x$

2. 1 ให้นักเรียนอ่านปัญหาแล้วตอบคำถามต่อไปนี้

2.1.1 โจทย์ให้อะไรมา

2.1.2 โจทย์ต้องการหาอะไร

2.2 นักเรียนจะวางแผนในการแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร

.....

2.3 นักเรียนจะดำเนินการแก้สมการได้อย่างไร

.....

2.4 คำตอบของสมการมีค่าเท่าไร

.....

2.5 ตรวจสอบคำตอบของสมการได้อย่างไร

.....

ปัญหาที่ 3 จงแก้สมการ $x - \frac{3}{4} = \frac{5x}{2} + \frac{1}{4} - \frac{x}{2}$

3.1 ให้นักเรียนอ่านปัญหาแล้วตอบคำถามต่อไปนี้

3.1.1 โจทย์ให้อะไรมา

3.1.2 โจทย์ต้องการหาอะไร

3.2 นักเรียนจะวางแผนในการแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร

.....

3.3 นักเรียนจะดำเนินการแก้สมการได้อย่างไร

.....

3.4 คำตอบของสมการมีค่าเท่าไร

.....

3.5 ตรวจสอบคำตอบของสมการได้อย่างไร

.....

สรุป การหาคำตอบของสมการต้องทำให้สมการอยู่ในรูปใด

.....

แบบฝึกหัดที่ 1.3



คำสั่ง

ให้นักเรียนแสดงวิธีแก้สมการพร้อมทั้งตรวจคำตอบของสมการ (ข้อละ 5 คะแนน)

1. จงแก้สมการ $5x + 3 = 3x - 5$

วิธีทำ

2. จงแก้สมการ $3x - 4 + 10 - 5x = 4x - 8 + 6x$

วิธีทำ

ตรวจคำตอบ

ตรวจคำตอบ

3. จงแก้สมการ $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x = x - 3$

วิธีทำ

4. จงแก้สมการ $\frac{y}{5} - \frac{y}{2} + \frac{y}{4} = \frac{y}{8} + 1$

วิธีทำ

ตรวจคำตอบ

ตรวจคำตอบ

รวมคะแนน คะแนน



ชุดการการสอนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 3

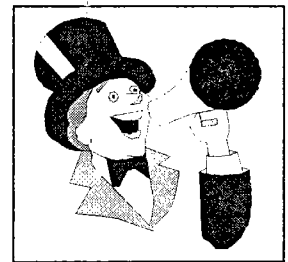
เรื่อง

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)

จำนวน 1 คาบ ใช้เวลา 35 นาที

ให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาต่อไปนี้นะครับ

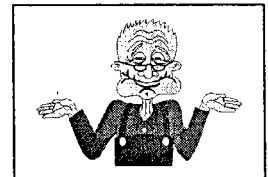
การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการบวกและการคูณของการเท่ากันเป็นการหาคำตอบของสมการเพื่อให้ได้สมการที่อยู่ในรูป $x = c$ เมื่อ x เป็นตัวแปร และ c เป็นค่าคงตัว ซึ่งสมมูลกับสมการที่กำหนดให้และค่าคงตัวที่ได้เป็นคำตอบของสมการ



ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $\frac{3x-3}{8} + \frac{1}{2} = x-3$

เราจะแก้สมการได้อย่างไรหนอใครรู้ช่วยบอกทีเถอะ

สมการข้อนี้สามารถ
ทำได้ 2 แบบ ดังนี้



แบบที่ 1 $\frac{3x-3}{8} + \frac{1}{2} = x-3$

ค.ร.น. ของ 8 และ 2 ได้ 8

นำ 8 คูณทั้งสองข้างของสมการ จะได้

$$3x - 3 + 4 = 8x - 24$$

$$3x + 1 = 8x - 24$$

$$3x - 8x = -24 - 1$$

$$-5x = -25$$

$$x = \frac{-25}{-5}$$

$$x = 5$$

แบบที่ 2 $\frac{3x-3}{8} + \frac{1}{2} = x-3$

$$\left[\frac{3x}{8} - \frac{3}{8} \right] + \frac{1}{2} = x-3$$

$$\frac{3x}{8} - x = -3 + \frac{3}{8} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{3x-8x}{8} = \frac{-24+3-4}{8}$$

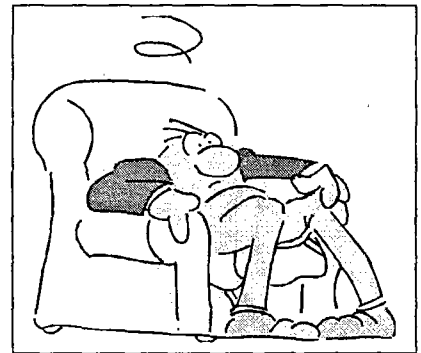
$$\frac{-5x}{8} = \frac{-25}{8}$$

$$x = \frac{-25}{8} \times \frac{8}{-5}$$

$$x = 5$$

คำตอบของสมการ คือ 5

นักเรียนจะเลือกแบบไหนก็ได้ครับ



ตรวจคำตอบ แทนค่า x ในสมการ $\frac{3x-3}{8} + \frac{1}{2} = x-3$ ด้วย 5

จะได้ $\frac{3(5)-3}{8} + \frac{1}{2} = 5-3$

$$\frac{15-3}{8} + \frac{1}{2} = 2$$

$$\frac{12}{8} + \frac{1}{2} = 2$$

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

$$\frac{4}{2} = 2$$

$$2 = 2$$

เป็นจริง

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$

วิธีทำ $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$

คร.น. ของ 4, 2 และ 3 ได้ 12

นำ 12 คูณทั้งสองข้างของสมการ จะได้

$$\frac{12(x)}{4} - \frac{12(1)}{2} = \frac{12(2x)}{3} + \frac{12(3)}{4}$$

$$3x - 6 = 4(2x) + 3(3)$$

$$3x - 6 = 8x + 9$$

$$3x - 8x = 9 + 6$$

$$-5x = 15$$

$$x = \frac{15}{-5}$$

$$x = -3$$

คำตอบของสมการ คือ -3

ตรวจคำตอบ แทนค่า x ในสมการ $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ ด้วย -3

จะได้ $\frac{1}{4}(-3) - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}(-3) + \frac{3}{4}$

$$-\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = -2 + \frac{3}{4}$$

$$\frac{-3-2}{4} = \frac{-8+3}{4}$$

$$-\frac{5}{4} = -\frac{5}{4}$$

เป็นจริง

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการ $\frac{1}{4}[9x-10] - \frac{1}{3}[x-4] = 2$

สมการในรูปนี้จะต้องดำเนินการอย่างไร



วิธีทำ

$$\frac{1}{4}[9x-10] - \frac{1}{3}[x-4] = 2$$

$$\frac{9x}{4} - \frac{10}{4} - \frac{x}{3} + \frac{4}{3} = 2 \quad \dots\dots\dots \text{สมบัติการแจกแจง}$$

ทำส่วนของพหุนามให้หมดไปโดยหา ค.ร.น. ของ 4 และ 3 คือ 12

นำ 12 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $\frac{12(9x)}{4} - \frac{12(10)}{4} - \frac{12(x)}{3} + \frac{12(4)}{3} = 12 \times 2$

$$3(9x) - 3(10) - 4(x) + 4(4) = 24$$

$$27x - 30 - 4x + 16 = 24$$

รวมพจน์ที่คล้ายกันของพหุนาม

$$\begin{aligned}\text{จะได้} \quad 23x - 14 &= 24 \\ 23x &= 24 + 14 \\ 23x &= 38\end{aligned}$$

$$x = \frac{38}{23} \text{ หรือ } 1\frac{15}{23}$$

$$\text{คำตอบของสมการ คือ } 1\frac{15}{23}$$

$$\text{ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า } x \text{ ในสมการ } \frac{1}{4}[9x-10] - \frac{1}{3}[x-4] = 2 \text{ ด้วย } \frac{38}{23}$$

$$\text{จะได้ } \frac{1}{4}\left[9\left(\frac{38}{23}\right)-10\right] - \frac{1}{3}\left[\left(\frac{38}{23}\right)-4\right] = 2$$

$$\frac{1}{4}\left[\frac{342}{23}-10\right] - \frac{1}{3}\left[\left(\frac{38}{23}\right)-4\right] = 2$$

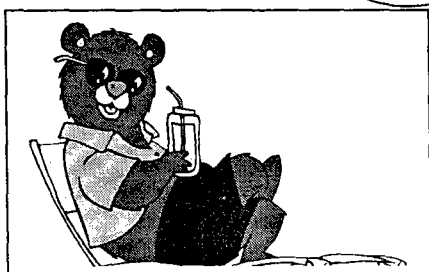
$$\frac{1}{4}\left[\frac{342-230}{23}\right] - \frac{1}{3}\left[\frac{38-92}{23}\right] = 2$$

$$\frac{112}{92} + \frac{54}{69} = 2$$

$$\frac{336+216}{276} = 2$$

$$\frac{552}{276} = 2$$

$$2 = 2 \quad \text{เป็นจริง}$$



คงไม่ยากเกินไปใช่ไหมครับ
เพื่อนๆ มาช่วยกันคิดกิจกรรมกันดีกว่า



ปัญหาที่ 1 จงแก้สมการ $5 - 4(a - 3) = a - 2(a - 1)$

1. 1 ให้นักเรียนอ่านปัญหาแล้วตอบคำถามต่อไปนี้

1.1.1 โจทย์ให้อะไรมา

1.1.2 โจทย์ต้องการหาอะไร

1.2 นักเรียนจะวางแผนในการแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร

.....

1.3 นักเรียนจะดำเนินการแก้สมการได้อย่างไร

.....

1.4 คำตอบของสมการมีค่าเท่าไร

.....

1.5 ตรวจสอบคำตอบของสมการได้อย่างไร

.....

ปัญหาที่ 2 จงแก้สมการ $\frac{y}{3} - \frac{5}{2} = \frac{4y}{9} - \frac{2y}{3}$

2.1 ให้นักเรียนอ่านปัญหาแล้วตอบคำถามต่อไปนี้

2.1.1 โจทย์ให้อะไรมา

2.1.2 โจทย์ต้องการหาอะไร

2.2 นักเรียนจะวางแผนในการแก้ปัญหาคืออย่างไร

.....

2.3 นักเรียนจะดำเนินการแก้สมการได้อย่างไร

.....

2.4 คำตอบของสมการมีค่าเท่าไร

.....

2.5 ตรวจสอบคำตอบของสมการได้อย่างไร

.....

ปัญหาที่ 3 จงแก้สมการ $\frac{4}{3}[x+8] = \frac{2}{5}[2x+1]$

3.1 ให้นักเรียนอ่านปัญหาแล้วตอบคำถามต่อไปนี้

3.1.1 โจทย์ให้อะไรมา

3.1.2 โจทย์ต้องการหาอะไร

3.2 นักเรียนจะวางแผนในการแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร

.....

3.3 นักเรียนจะดำเนินการแก้สมการได้อย่างไร

.....

3.4 คำตอบของสมการมีค่าเท่าไร

.....

3.5 ตรวจสอบคำตอบของสมการได้อย่างไร

.....



ทุกคนเก่งจังเลย ไหนลองมาค้นหาปริศนาคำทายดูซิ

แบบฝึกหัดที่ 1.4



คำสั่ง

จงแสดงวิธีทำพร้อมทั้งตรวจคำตอบของสมการ (ข้อละ 5 คะแนน)

1. จงแก้สมการ $\frac{y}{3} + \frac{3}{2} = \frac{2}{9}y - \frac{1}{6}y + 4$

2. จงแก้สมการ $\frac{3}{4}(3x+1)+11=\frac{8}{7}(4x-8)$

ตรวจคำตอบ

ตรวจคำตอบ

3. จงแก้สมการ $2(4-x)-3(x-7)-1 = 16x$

4. จงแก้สมการ $\frac{x}{4} - \frac{5x+8}{6} = \frac{2x-9}{3}$

ตรวจคำตอบ

ตรวจคำตอบ

ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 4

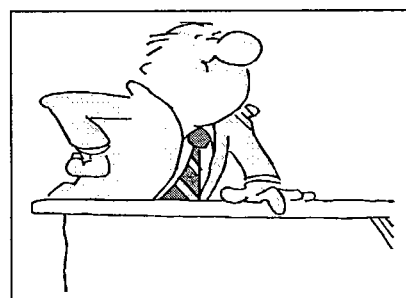
เรื่อง

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)

จำนวน 1 คาบ ใช้เวลา 35 นาที

ให้นักเรียนใช้ประสบการณ์เดิมมาช่วยในการแก้สมการต่อไปนี้จะ

แบบฝึกหัดที่ 1.5



คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้สมการพร้อมทั้งตรวจคำตอบ (ข้อละ 5 คะแนน)

1. จงแก้สมการ $x - 2\{x - (3x + 4)\} = x - (3 + x) + 6$

2. จงแก้สมการ $\frac{3 - 2x}{6} - \frac{4 + x}{2} = \frac{1}{3}$

ตรวจคำตอบ

ตรวจคำตอบ

3. จงแก้สมการ

$$\frac{3}{2}(x-1) - \frac{2}{3}(x+2) + \frac{1}{4}(x-3) = 4$$

4. จงแก้สมการ

$$\frac{2x-1}{3} - \frac{3x-2}{4} = \frac{5x-4}{6} - \frac{7x+6}{12}$$

ตรวจคำตอบ

ตรวจคำตอบ

5. จงแก้สมการ

$$4(a - 3) - 3(3 - a) = 5(a + 2) - 9(8 - a) + 20$$

6. จงแก้สมการ

$$3[15 - 2\{x - 2(x - 5)\}] = 5x - 20$$

ตรวจคำตอบ

ตรวจคำตอบ

แบบทดสอบย่อยชุดที่ 1

ตอนที่ 1 จงใส่เครื่องหมาย "✓" หน้าข้อความที่ถูกต้อง และเครื่องหมาย "×" หน้าข้อความ
ที่ผิด (ข้อละ 1 คะแนน)

..... 1) สมการ $18 - 5(b + 1) = 3(b - 1)$ เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

..... 2) สมการ $2x + 6 = 10$ และ $\frac{x}{2} + 5 = 6$ เป็นสมการที่สมมูลกัน

..... 3) สมการ $0.5x = 10$ และ $200x = 4,000$ เป็นสมการที่ไม่สมมูลกัน

..... 4) คำตอบของสมการ $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 18 - \frac{x}{6}$ คือ 18

..... 5) คำตอบของสมการ $\frac{2(x-3)}{3} + \frac{2x-5}{4} = \frac{3(2x-7)}{5} + \frac{3}{4}$ คือ -6

..... 6) คำตอบของสมการ $1.2x + 0.05x = 0.15x + 5.5$ คือ -5

ตอนที่ 2 จงแสดงวิธีการแก้สมการ (5 คะแนน)

จงแก้สมการ $\frac{7x-4}{15} + \frac{x-1}{3} = \frac{3x-1}{5} - \frac{7+x}{10}$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

รวมคะแนน คะแนน

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1.1

ข้อ	ประโยคสัญลักษณ์	สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	ไม่ใช่สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
1	$X - 5 = 0$	/	
2	$M + 25 < 31$		/
3	$M + 10 \neq 5$		/
4	$5x - \frac{3}{2} = 1$	/	
5	$5x + 3 = 3x - 5$	/	
6	$2 - 3x \geq -7$		/
7	$\frac{1}{4}(x - 3) = 5$	/	
8	$15x + 10 = 6x - 5$	/	
9	$4x - 6 \neq 0$		/
10	$\frac{x}{5} - 5x^2 = 0$		/

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1.2

ข้อ	สมการ	สมการสมมูลกัน	สมการไม่สมมูลกัน
1	ก. $2x = 4$ ข. $x + 5 = 7$	/	
2	ก. $x - 3 = 8$ ข. $2x + 1 = x + 12$	/	
3	ก. $x^2 = 4$ ข. $x - 2 = 2$		/
4	ก. $x + 1 = 2x - 4$ ข. $3x = 2x + 5$	/	
5	ก. $x + 5 = 8$ ข. $\frac{x}{2} - 3 = 0$		/

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1.3

1. -4
2. $\frac{7}{6}$
3. 18
4. $-\frac{40}{7}$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1.4

1. 9
2. 9
3. $\frac{4}{3}$
4. $\frac{4}{3}$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1.5

1. -1
2. $-\frac{11}{5}$
3. $\frac{91}{13}$
4. 4
5. 3
6. -5

เฉลยแบบทดสอบย่อยชุดที่ 1

ตอนที่ 1 จงใส่เครื่องหมาย “✓” หน้าข้อความที่ถูกต้อง และเครื่องหมาย “✗” หน้าข้อความ

ที่ผิด (ข้อละ 1 คะแนน)

.....✓..... 1) สมการ $18 - 5(b + 1) = 3(b - 1)$ เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

.....✓..... 2) สมการ $2x + 6 = 10$ และ $\frac{x}{2} + 5 = 6$ เป็นสมการที่สมมูลกัน

.....✗..... 3) สมการ $0.5x = 10$ และ $200x = 4,000$ เป็นสมการที่ไม่สมมูลกัน

.....✓..... 4) คำตอบของสมการ $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 18 - \frac{x}{6}$ คือ 18

.....✗..... 5) คำตอบของสมการ $\frac{2(x-3)}{3} + \frac{2x-5}{4} = \frac{3(2x-7)}{5} + \frac{3}{4}$ คือ -6

.....✗..... 6) คำตอบของสมการ $1.2x + 0.05x = 0.15x + 5.5$ คือ -5

ตอนที่ 2 จงแสดงวิธีการแก้สมการ (5 คะแนน)

$$\text{จงแก้สมการ } \frac{7x-4}{15} + \frac{x-1}{3} = \frac{3x-1}{5} - \frac{7+x}{10}$$

วิธีทำ ค.ร.น. ของ 15, 3, 5 และ 10 คือ 30

นำ 30 คูณทั้งสองข้างของสมการ จะได้

$$30\left[\frac{7x-4}{15}\right] + 30\left[\frac{x-1}{3}\right] = 30\left[\frac{3x-1}{5}\right] - 30\left[\frac{7+x}{10}\right]$$

$$2(7x-4) + 10(x-1) = 6(3x-1) - 3(7+x)$$

$$14x - 8 + 10x - 10 = 18x - 6 - 21 - 3x$$

$$24x - 18 = 15x - 27$$

$$24x - 15x = -27 + 18$$

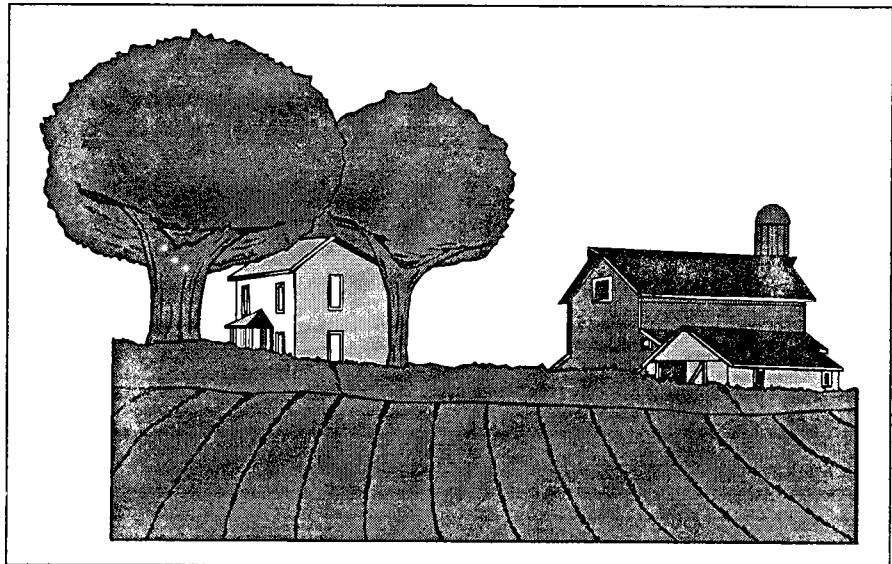
$$9x = -9$$

$$x = -\frac{9}{9}$$

$$x = -1$$

คำตอบของสมการ คือ -1

คณิตศาสตร์ (ค 011)



ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2

เรื่อง

โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จำนวน 4 คาบ ๗ ละ 35 นาที

โรงเรียน.....

ชื่อ.....

นามสกุล.....

ชั้น ม.3/.....เลขที่.....

ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2

เรื่อง

โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว



1. ชุดการสอนคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 มี 4 ตอน คือ
 - ตอนที่ 1 เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
 - ตอนที่ 2 เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)
 - ตอนที่ 3 เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)
 - ตอนที่ 4 เรื่อง โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)

2. ให้นักเรียนศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาในชุดการสอนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 ทั้งหมดอย่างละเอียด พร้อมทั้งทำกิจกรรม แบบฝึกหัดระหว่างเรียน โดยเติมคำตอบลงในชุดการสอนได้เลย เมื่อทำเสร็จแล้วนักเรียนสามารถตรวจคำตอบได้จากเฉลยที่อยู่ในด้านหลังของชุดการสอน ถ้านักเรียนมีข้อสงสัยในขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งในชุดการสอน นักเรียนสามารถซักถามปัญหานั้น ๆ จากเพื่อนหรือครูผู้สอนได้ตลอดเวลา

3. หลังจากนักเรียนได้ศึกษาชุดการสอนเสร็จแล้ว ขั้นตอนสุดท้ายของการเรียนโดยใช้ชุดการสอนให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยหลังจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยดำเนินการเช่นเดียวกับการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน ซึ่งจะแนตรงจุดนี้จะเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียนแต่ละคน

จุดประสงค์การเรียนรู้

เรื่องจบบทเรียนแล้วนักเรียนสามารถ ...

1. สร้างสมการแสดงความสัมพันธ์จากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง
2. ใช้ความรู้เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้

ถูกต้อง

เวลาที่ใช้ 4 คาบ / คาบละ 35 นาที

ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 1

เรื่อง

โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จำนวน 1 คาบ ใช้เวลา 35 นาที



การแก้ปัญหาเกี่ยวกับโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างไร

การแก้ปัญหาเกี่ยวกับโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ การหาคำตอบของโจทย์ปัญหา
นั้น ๆ

ขั้นตอนในการแก้ปัญหามี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์ต้องการทราบอะไร
- โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

ขั้นที่ 2 วางแผนในการแก้ปัญหา

แผนการในการแก้ปัญหอาจประกอบด้วยยุทธวิธีต่อไปนี้หรือยุทธวิธีอื่นๆ ที่เหมาะสม

- ทำตาราง
- เขียนแผนภาพ
- ใช้สูตร
- ค้นหารูปแบบ
- เขียนและแก้สมการ
- เดา – ตรวจสอบ – ปรับปรุง

ฯลฯ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่กำหนดไว้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

ตัวอย่างที่ 1

สนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแห่งหนึ่งมีด้านยาวยาวกว่า 2 เท่า ของด้านกว้างอยู่ 5 เมตร ถ้าวัดรอบสนามได้ยาว 100 เมตร จงหาว่าสนามกว้างเท่าไร

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร
 - ด้านกว้างของสนามยาวเท่าไร
2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง
 - สนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านยาวยาวกว่า 2 เท่าของด้านกว้างอยู่ 5 เมตร

และวัดรอบสนามได้ยาว 100 เมตร

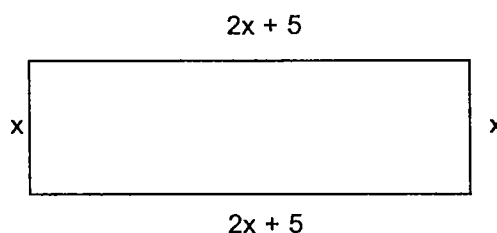
ขั้นที่ 2 วางแผนในการแก้ปัญหา

1. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบหรือตัวที่เชื่อมโยงแล้วได้สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
2. พิจารณาว่าตัวแปรที่สมมติให้นั้นมีความเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กันอย่างไรกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
3. สร้างสมการจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้
4. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการเท่ากัน

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

1. สมมติให้ด้านกว้างยาว x เมตร
2. โจทย์กำหนดด้านยาวยาวกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 5 เมตร
 - สองเท่าของด้านกว้าง เท่ากับ $2x$
 - ด้านยาวยาวกว่า $2x$ อยู่ 5 เมตร
 - ดังนั้น ด้านยาวยาว $2x + 5$ เมตร
3. โจทย์กำหนดความยาวรอบรูป สนามสี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่ากับ 100 เมตร

เขียนรูป



จากรูป ความยาวรอบสนามคือ $x + x + (2x + 5) + (2x + 5)$ เมตร

4. จากเงื่อนไขที่กำหนดว่าวัดรอบสนามได้ยาว 100 เมตรจะได้สมการดังนี้

$$x + x + (2x + 5) + (2x + 5) = 100$$

5. แก่สมการ

$$\begin{array}{rcl}
 2(2x + 5) + 2x & = & 100 \\
 4x + 10 + 2x & = & 100 \\
 6x + 10 & = & 100 \\
 6x & = & 100 - 10 \\
 6x & = & 90 \\
 x & = & \frac{90}{6} \\
 x & = & 15
 \end{array}$$

ดังนั้น ด้านกว้างของสนามยาว 15 เมตร

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

ถ้าด้านกว้างยาว 15 เมตร และด้านยาวยาวกว่า 2 เท่า ของด้านกว้างอยู่ 5 เมตร แสดงว่า
ด้านยาวยาว 35 เมตร

รอบสนามยาว $(15 + 15) + (35 + 35) = 100$ ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น ด้านกว้างของสนามยาว 15 เมตร

ตัวอย่างที่ 2

ผลบวกของอายุ ก และ ข มากกว่า ผลต่างของอายุ ข และ ค อยู่ 27 ปี ถ้า ข
อายุ 13 ปี ค อายุ 8 ปี แล้ว ก อายุกี่ปี

วิธีทำ

แบบที่ 1 ถ้าสมมติตัวแปรแทนอายุ ก แล้วสร้างสมการได้จากเงื่อนไขตามโจทย์กำหนด

วิธีคิด สมมติ อายุ ก เป็น x ปี

อายุ ข เป็น 13 ปี

อายุ ค เป็น 8 ปี

ผลบวกของอายุ ก และ ข เป็น $x + 13$ ปี

ผลต่างของอายุ ข และ ค เป็น $13 - 8 = 5$ ปี

จากที่โจทย์กำหนดว่า ผลบวกของอายุ ก และ ข มากกว่าผลต่างของอายุ ข และ ค
อยู่ 27 ปี จะได้สมการ ดังนี้

$$\begin{array}{rcl}
 (x + 13) - 5 & = & 27 \\
 x + 13 - 5 & = & 27 \\
 x + 8 & = & 27 \\
 x & = & 27 - 8 \\
 x & = & 19
 \end{array}$$

ตรวจสอบ

ถ้าอายุ ก เป็น 19 ปี อายุ ข เป็น 13 ปี และอายุ ค เป็น 8 ปี

ผลบวกของอายุ ก และ ข คือ $19 + 13 = 32$

ผลต่างของอายุ ข และ ค คือ $13 - 8 = 5$

ผลบวกของอายุ ก และ ข มากกว่าผลต่างของอายุ ข และ ค อยู่ $32 - 5 = 27$ ปี
ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น ก มีอายุ 19 ปี

แบบที่ 2 ถ้าสมมติตัวแปรแทนอายุของ ก แล้วสามารถสร้างสมการจากตาราง

สถานการณ์	ผลบวกของอายุ ก และอายุ ข	ผลต่างของอายุ ข และอายุ ค	ผลบวกของอายุ ก และ ข มากกว่า ผลต่างของอายุ ข และ ค อยู่ 27 ปี
อายุ ก x ปี	$x + 13$ ปี	$13 - 8 = 5$ ปี	$(x + 13) - (13 - 8) = 27$
อายุ ข 13 ปี			
อายุ ค 8 ปี			

ตัวอย่างที่ 3

แม่ซื้อส้มมาจำนวนหนึ่ง เพื่อแบ่งให้คน 15 คน ปรากฏว่าแบ่งได้ไม่เท่ากันจึงไปซื้อเพิ่มอีก 10 ผล เมื่อแบ่งแล้วจะได้รับคนละ 4 ผล จงหาจำนวนส้มที่แม่ซื้อมาครั้งแรก

วิธีทำ

ให้จำนวนส้มที่แม่ซื้อมาครั้งแรก x ผล

แม่ซื้อส้มเพิ่มอีก 10 ผล คิดเป็นจำนวนส้มทั้งหมด $x + 10$ ผล

แล้วแบ่งให้คน 15 คน จะได้รับคนละ $\frac{x+10}{15}$ ผล

เมื่อแบ่งส้มแล้วจะได้รับคนละ 4 ผล

$$\begin{aligned}
 \text{สมการ คือ } \frac{x+10}{15} &= 4 \\
 x + 10 &= 4 \times 15 \\
 x + 10 &= 60 \\
 x &= 60 - 10 \\
 x &= 50
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ครั้งแรกแม่ซื้อส้มมา 50 ผล

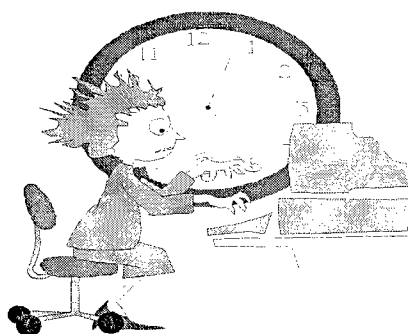
ตรวจสอบ

แม่ซื้อส้มมาครั้งแรก 50 ผล รวมกับส้มที่ซื้อเพิ่มอีก 10 ผล

แสดงว่ามีส้มอยู่ทั้งหมด $50 + 10 = 60$ ผล

แล้วแบ่งให้คน 15 คน ได้รับคนละ $\frac{60}{15} = 4$ ผล ซึ่งตรงตามโจทย์กำหนด

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันคิดปัญหาในใบกิจกรรมแต่ละชุดต่อไปนี้นะคะ



ใบกิจกรรมที่ 1

ปัญหา ทหารกองหนึ่งออกรบ มีผู้ตายในสนามรบ $\frac{1}{20}$ ของทหารทั้งหมดและมีผู้ได้รับบาดเจ็บ 20 % ของที่เหลือ ทหารพลอดภัย 1140 คน จงหาว่าทหารออกรบทั้งหมดกี่คน

วิธีทำ

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

.....

.....

3. ขั้นตอนแผนในการแก้ปัญหา มีวิธีการอย่างไร

.....

.....

.....

.....

4. จะดำเนินการตามแผนที่วางไว้ได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 2

ปัญหา วันแรกเด็กชายแดงอ่านหนังสือได้ $\frac{2}{5}$ ของเล่ม และวันต่อมาอ่านได้อีก 25 หน้า รวมสองวัน
อ่านได้ครึ่งเล่มพอดี จงหาว่าหนังสือเล่มนี้มีกี่หน้า

วิธีทำ

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

.....

.....

3. ขั้นตอนแผนในการแก้ปัญหา มีวิธีการอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



ปัญหา สมศรีมีหนังสืออยู่จำนวนหนึ่ง เศษสองส่วนสามของจำนวนหนังสือทั้งหมดเป็นหนังสือเรียน และเศษหนึ่งส่วนสามของที่เหลือเป็นหนังสืออ่านเล่น นอกนั้นเป็นหนังสืออื่น ๆ 10 เล่ม จงหาว่า สมศรีมีหนังสือเรียนกี่เล่ม

วิธีทำ

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

.....

.....

3. ช้ันวางแผนในการแก้ปัญหาวิธีการอย่างไร

.....

.....

.....

4. จะดำเนินการตามแผนที่วางไว้ได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

.....

แบบฝึกหัด 2.1

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาพร้อมทั้งตรวจคำตอบ (ข้อละ 5 คะแนน)

1. ห้าเท่าของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งรวมกับพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาวด้านละ 5 เมตร จะมีค่าเท่ากับพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านยาว 15 เมตร และ 20 เมตร จงหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยม

วิธีทำ

ตรวจคำตอบ

[illegible]

2. ชายคนหนึ่งมีเงินจำนวนหนึ่ง เขาใช้ซื้อปากกาไป $\frac{3}{4}$ ของจำนวนเงินที่มีอยู่ และซื้อดินสอสีก $\frac{1}{10}$ ของเงินที่มีอยู่ ปรากฏว่าเขายังเหลือเงินอยู่ 24 บาท อยากทราบว่าชายคนนี้มีเงินเท่าไร

วิธีทำ

,

ตรวจคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

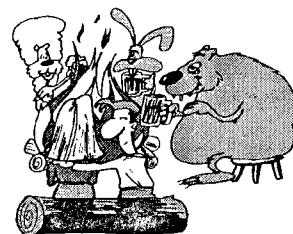
.....

.....

.....

รวมคะแนน คะแนน

ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 2
เรื่อง
โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)
จำนวน 1 คาบ ใช้เวลา 35 นาที



ให้นักเรียนศึกษาทำความเข้าใจจากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนแห่งหนึ่งมีจำนวน 580 คน ลงคะแนนเพื่อเลือกประธานนักเรียน ซึ่งมีผู้สมัคร 2 คน ถ้าผู้ที่ได้รับเลือกเป็นประธานได้คะแนนมากกว่าผู้ที่แพ้ 120 คะแนน จงหาจำนวนคะแนนของผู้สมัครทั้งสองคน ถ้าไม่มีบัตรเสีย

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

- จำนวนคะแนนของผู้สมัครทั้งสองคน

2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

- โรงเรียนแห่งนี้มีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 580 คน ลงคะแนนเพื่อเลือกประธานนักเรียน ซึ่งมีผู้สมัคร 2 คน และผู้ที่ได้รับเลือกเป็นประธานได้คะแนนมากกว่าผู้ที่แพ้ 120 คะแนน

ขั้นที่ 2 วางแผนในการแก้ปัญหา

1. สมมุติตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

2. พิจารณาว่าตัวแปรที่สมมุติให้มีความเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กันอย่างไรกับ

เงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

3. สร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

4. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากัน เพื่อหาคำตอบของ

สมการนั้น

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

สมมุติให้ x เป็นคะแนนของผู้แพ้

ดังนั้น ผู้ชนะได้คะแนน $x + 120$ คะแนน

แต่โรงเรียนแห่งนี้มีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 580 คน

ซึ่งคิดเป็นคะแนนทั้งหมด 580 คะแนน

$$\begin{aligned}
 \text{สมการคือ} \quad x + (x + 120) &= 580 \\
 x + x + 120 &= 580 \\
 2x + 120 &= 580 \\
 2x &= 580 - 120 \\
 2x &= 460 \\
 x &= \frac{460}{2} \\
 x &= 230
 \end{aligned}$$

ดังนั้น คะแนนของผู้แพ้ คือ 230 คะแนน
 คะแนนของผู้ชนะ คือ $230 + 120 = 350$ คะแนน

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

ถ้าผู้แพ้ได้คะแนน 230 คะแนน
 ผู้ชนะได้คะแนน $230 + 120 = 350$ คะแนน
 ฉะนั้น คิดเป็นคะแนนทั้งหมด $230 + 350 = 580$ คะแนนซึ่งเท่ากับจำนวน
 นักเรียนทั้งหมด

ตัวอย่างที่ 2 อีก 12 ปีข้างหน้าอัตราส่วนระหว่างอายุของบิดากับบุตรจะเป็น 3 : 1 ถ้าบิดามีอายุมากกว่าบุตรอยู่ 30 ปี จงหาว่าปัจจุบันบิดามีอายุเท่าใด

วิธีทำ ให้ปัจจุบันบุตรมีอายุ x ปี

บิดามีอายุมากกว่าบุตรอยู่ 30 ปี นั่นคือ ปัจจุบันบิดาจะมีอายุ $x + 30$ ปี

อีก 12 ปีข้างหน้า บุตรจะมีอายุ $x + 12$ ปี และบิดาจะมีอายุ $(x + 30) + 12$ ปี

เนื่องจากอัตราส่วนระหว่างอายุของบิดากับบุตรจะเป็น 3 : 1

$$\begin{aligned}
 \text{สมการ คือ } (x + 30) + 12 : x + 12 &= 3 : 1 \\
 \frac{(x + 30) + 12}{x + 12} &= \frac{3}{1} \\
 \frac{x + 42}{x + 12} &= \frac{3}{1} \\
 x + 42 &= 3(x + 12) \\
 x + 42 &= 3x + 36 \\
 42 - 36 &= 3x - x \\
 6 &= 2x \\
 x &= \frac{6}{2} \\
 x &= 3
 \end{aligned}$$

นั่นคือ ปัจจุบันบุตรมีอายุ 3 ปี

ดังนั้น ปัจจุบันบิดามีอายุ $3 + 30 = 33$ ปี

ตรวจคำตอบ ถ้าปัจจุบันบุตรมีอายุ 3 ปี

บิดาอายุมากกว่าบุตร 30 ปี นั่นคือ บิดาอายุ $3 + 30 = 33$ ปี

โจทยกำหนดว่าอีก 12 ปีข้างหน้าอัตราส่วนระหว่างอายุของบิดากับบุตรจะเป็น 3 : 1

ดังนั้น อีก 12 ปี ข้างหน้า บุตรอายุ $3 + 12 = 15$ ปี

อีก 12 ปี ข้างหน้า บิดาอายุ $33 + 12 = 45$ ปี

นั่นคือ $45 : 15 = 3 : 1$ ซึ่งเป็นจริงตามที่โจทยกำหนด

ตัวอย่างที่ 3 สุวิทย์มีเงินเหรียญรวมกันเป็นเงิน 148 บาท ถ้าเขามีเฉพาะเหรียญ 5 บาท และเหรียญ 50 สตางค์ และมีเหรียญ 50 สตางค์มากกว่าเหรียญ 5 บาทอยู่ 32 เหรียญ จงหาจำนวนเหรียญทั้งสองชนิดของสุวิทย์

วิธีทำ ให้สุวิทย์มีเหรียญ 5 บาท x เหรียญ คิดเป็นเงิน $5x$ บาท

จะได้ว่าสุวิทย์มีเหรียญ 50 สตางค์อยู่ทั้งหมด $x + 32$ เหรียญ

คิดเป็นเงิน $0.5(x + 32)$ บาท

$$\text{สมการคือ } 5x + 0.5(x + 32) = 148$$

$$5x + 0.5x + 16 = 148$$

$$5.5x + 16 = 148$$

$$5.5x = 148 - 16$$

$$5.5x = 132$$

$$x = \frac{132}{5.5}$$

$$x = 24$$

ดังนั้น มีเหรียญ 5 บาททั้งหมด 24 เหรียญ

มีเหรียญ 50 สตางค์ทั้งหมด $24 + 32 = 56$ เหรียญ

ตรวจคำตอบ ถ้ามีเหรียญ 5 บาท ทั้งหมด 24 เหรียญ ซึ่งคิดเป็นเงิน $24 \times 5 = 120$ บาท และ

มีเหรียญ 50 สตางค์ทั้งหมด 56 เหรียญ ซึ่งคิดเป็นเงิน $56 \times 0.5 = 28$ บาท

โจทยกำหนดว่าสุวิทย์มีเงินเหรียญรวมกันเป็นเงิน 148 บาท

นั่นคือ สุวิทย์มีเงิน $120 + 28 = 148$ บาท ซึ่งเป็นจริงตามที่โจทยกำหนด

ดังนั้น มีเหรียญ 5 บาททั้งหมด 24 เหรียญ

มีเหรียญ 50 สตางค์ทั้งหมด 56 เหรียญ

ให้นักเรียนมาสนุกกับการทำกิจกรรมกันดีกว่า





ปัญหา ในกระป๋กอมสินของสุดามีจำนวนเหรียญประกอบด้วย เหรียญหนึ่งบาท เหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาท ปรากฏว่ามีเหรียญหนึ่งบาทเป็นจำนวน $\frac{2}{3}$ ของจำนวนเหรียญทั้งหมด เศษหนึ่งส่วนสามของเหรียญที่เหลือเป็นเหรียญห้าบาท นอกนั้นเป็นเหรียญสิบบาทเป็นจำนวน 10 เหรียญ จงหาว่าในกระป๋กอมสินของสุดามีเงินอยู่ทั้งหมดเท่าไร

วิธีทำ

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

.....

.....

3. ขั้นตอนแผนในการแก้ปัญหา มีวิธีการอย่างไร

.....

.....

.....

.....

4. จะดำเนินการตามแผนที่วางไว้ได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

.....



ปัญหา นิดและหน้อย 2 คน พี่น้องช่วยกันเก็บส้มในสวนได้รวมกัน 450 ผล นิดกองส้มของตนไว้
กองละ 15 ผล ส่วนหน้อยกองไว้กองละ 10 ผล แล้วนับรวมทั้งหมดได้ 40 กอง จงหาจำนวนส้มของแต่ละคน

วิธีทำ

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

.....

.....

3. ช้ันวางแผนในการแก้ปัญหา มีวิธีการอย่างไร

.....

.....

.....

.....

4. จะดำเนินการตามแผนที่วางไว้ได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

.....



ปัญหา น้องปูกี้มีเหรียญสิบบาทและเหรียญห้าบาทรวมกันอยู่ 20 เหรียญ คิดเป็นเงินทั้งสิ้น 135 บาท น้องปูกี้มีเหรียญสิบบาททั้งหมดกี่เหรียญ

วิธีทำ

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

.....

3. ขั้นตอนแผนในการแก้ปัญหา มีวิธีการอย่างไร

.....

.....

.....

4. จะดำเนินการตามแผนที่วางไว้ได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ตรวจสอบ

.....

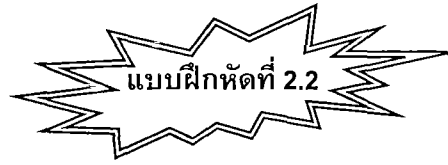
.....

.....

.....

.....

.....



คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาพร้อมทั้งตรวจคำตอบ (ข้อละ 5 คะแนน)

1. อีก 12 ปีข้างหน้าอัตราส่วนอายุของบิดากับบุตรจะเป็น 3 : 2 ถ้าบิดาอายุมากกว่าบุตรอยู่ 26 ปี จงหาว่าปัจจุบันบิดามีอายุเท่าใด

[illegible]

ตรวจคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ชายคนหนึ่งซื้อมะม่วงมา 2 ชนิด รวมราคา 564 บาท โดยมะม่วงชนิดแรกราคาผลละ 7 บาท และชนิดที่สองราคาผลละ 3 บาท ถ้าจำนวนมะม่วงที่ซื้อมาทั้งหมดเท่ากับ 108 ผล จงหาจำนวนมะม่วงที่ซื้อมาแต่ละชนิด

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

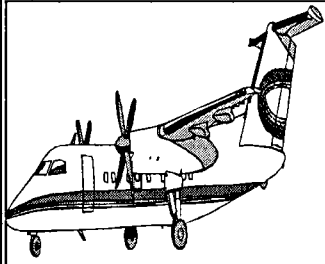
.....

.....

.....

.....

รวมคะแนน คะแนน

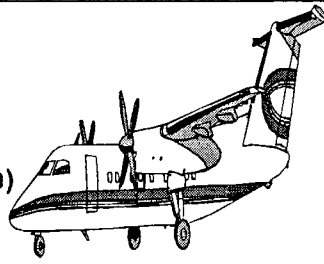


ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 3

เรื่อง

โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)

จำนวน 1 คาบ ใช้เวลา 35 นาที



ให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา เราจะต้องรู้เรื่องเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา ซึ่งความสัมพันธ์ดังกล่าวอยู่ในรูปของ

$$\text{ระยะทาง} = \text{อัตราเร็ว} \times \text{เวลา}$$

(อัตราเร็วในที่นี้ หมายถึง อัตราเร็วเฉลี่ย)

ตัวอย่าง

รถยนต์คันหนึ่งแล่นด้วยความเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง รถยนต์อีกคันหนึ่งแล่นด้วยความเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง รถยนต์ทั้งสองคันจะแล่นได้ทางรวมกัน 280 กิโลเมตรในเวลาที่ชั่วโมง

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร
 - รถยนต์ทั้งสองคันจะแล่นได้ทางรวมกัน 280 กิโลเมตรในเวลาที่ชั่วโมง
2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง
 - รถยนต์คันหนึ่งแล่นด้วยความเร็ว 60 กม./ชม. รถยนต์อีกคันหนึ่งแล่นด้วยความเร็ว 80 กม./ชม. รถทั้งสองคันแล่นได้ทางรวมกัน 280 กิโลเมตร

ขั้นที่ 2 วางแผนในการแก้ปัญหา

1. สมมติตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
2. พิจารณาว่าตัวแปรที่สมมติให้มีความเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กันอย่างไรกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
3. สร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
4. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากัน เพื่อหาคำตอบของสมการนั้น

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

สมบัติให้รถยนต์ทั้งสองคันแล่นได้ทางรวมกัน 280 กิโลเมตร ในเวลา x ชั่วโมง

รถยนต์คันหนึ่งแล่นด้วยความเร็ว 60 กม./ชม.

ดังนั้น ในเวลา x ชั่วโมง จะแล่นได้ทาง $60x$ กม. (ระยะทาง = อัตราเร็ว $\times$ เวลา)

รถยนต์อีกคันหนึ่งแล่นด้วยความเร็ว 80 กม./ชม.

ดังนั้น ในเวลา x ชั่วโมง จะแล่นได้ทาง $80x$ กม.

นั่นคือ รถยนต์ทั้งสองคันจะแล่นได้ทาง $60x + 80x$ กิโลเมตรในเวลา x ชั่วโมง

$$\begin{array}{rcl} \text{สมการคือ} & 60x + 80x & = 280 \\ & 140x & = 280 \\ & x & = \frac{280}{140} \\ & x & = 2 \end{array}$$

นั่นคือ รถยนต์ทั้งสองคันจะแล่นได้ทางรวมกัน 280 กิโลเมตรในเวลา 2 ชั่วโมง

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

รถยนต์คันหนึ่งแล่นด้วยความเร็ว 60 กม./ชม. หมายความว่าในเวลา 1 ชม. แล่นได้ระยะทาง 60 กิโลเมตร

ฉะนั้น ถ้าในเวลา 2 ชั่วโมง รถยนต์คันที่หนึ่งจะแล่นได้ทาง 120 กิโลเมตร

รถยนต์อีกคันแล่นด้วยความเร็ว 80 กม./ชม. หมายความว่าในเวลา 1 ชม. แล่นได้ระยะทาง 80 กิโลเมตร

ฉะนั้น ถ้าในเวลา 2 ชั่วโมง รถยนต์คันที่สองจะแล่นได้ทาง 160 กิโลเมตร

จะได้ว่า รถยนต์สองคันแล่นได้ทางรวมกัน $120 + 160 = 280$ กิโลเมตร ซึ่งเป็นจริง

ตัวอย่างที่ 2

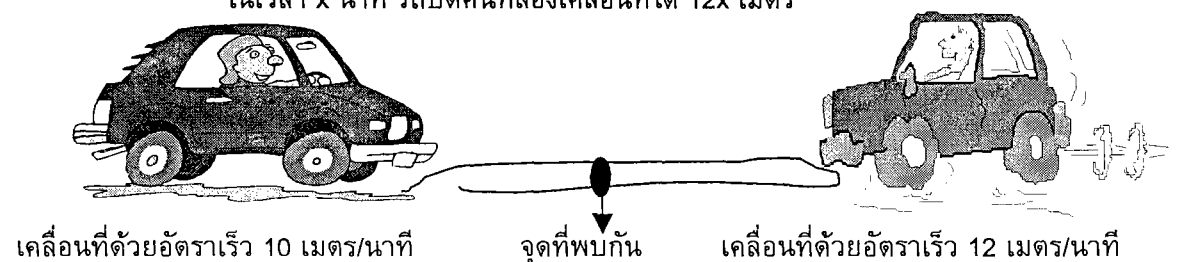
รถบดถนน 2 คัน ร่วมกันทำถนนสายหนึ่งโดยเคลื่อนที่สวนทางกัน คันหนึ่งเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 10 เมตรต่อนาที อีกคันเคลื่อนที่ได้ด้วยอัตราเร็ว 12 เมตรต่อนาที ถ้าให้เริ่มเคลื่อนจากปลายทางเข้าหากันในระยะทาง 88 เมตร รถทั้งสองคันจะเคลื่อนมาพบกันเมื่อเวลาผ่านไปกี่นาที

วิธีทำ

ให้รถทั้งสองคันเคลื่อนที่เข้าพบกันใช้เวลา x นาที

ดังนั้น ในเวลา x นาที รถบดคันแรกเคลื่อนที่ได้ $10x$ เมตร

ในเวลา x นาที รถบดคันที่สองเคลื่อนที่ได้ $12x$ เมตร



$$\begin{array}{rcl}
 \text{สมการ คือ} & 10x + 12x & = & 88 \\
 & 22x & = & 88 \\
 & x & = & \frac{88}{22} \\
 & x & = & 4
 \end{array}$$

ดังนั้น รถบดทั้งสองคันพบกันเมื่อเคลื่อนที่ไปได้ 4 นาที

ตัวอย่างที่ 3

ชายสองคนขี่จักรยานออกจากตำบลที่ตนอยู่ซึ่งอยู่ห่างกัน 48 กิโลเมตรในเวลาเดียวกัน ถ้าคนหนึ่งขี่จักรยานได้เร็วเป็น $\frac{2}{3}$ เท่าของอีกคนหนึ่ง จงหาอัตราเร็วของการขี่จักรยานของชายทั้งสอง ถ้าเขามาพบกันในเวลา 2 ชั่วโมง 24 นาที

วิธีทำ ให้ชายคนแรกขี่จักรยานได้เร็วชั่วโมงละ x กิโลเมตร

ส่วนชายคนที่สองขี่จักรยานได้เร็วเป็น $\frac{2}{3}$ เท่าของชายคนแรก

นั่นคือ ชายคนที่สองขี่จักรยานด้วยความเร็วชั่วโมงละ $\frac{2}{3}x$ กิโลเมตร

แต่ชายทั้งสองคนขี่จักรยานมาพบกันในเวลา 2 ชั่วโมง 24 นาที

$$\begin{aligned}
 &= 2\frac{24}{60} \text{ ชั่วโมง} \\
 &= 2\frac{2}{5} \text{ ชั่วโมง} \\
 &= \frac{12}{5} \text{ ชั่วโมง}
 \end{aligned}$$

นั่นคือ ชายคนแรกขี่จักรยานในเวลา $\frac{12}{5}$ ชั่วโมง เป็นระยะทาง $\frac{12}{5}x$ กิโลเมตร

ชายคนที่สองขี่จักรยานในเวลา $\frac{12}{5}$ ชั่วโมง เป็นระยะทาง $\frac{12}{5}\left(\frac{2}{3}x\right) = \frac{8x}{5}$ กิโลเมตร

แต่ระยะทางที่ชายสองคนขี่จักรยานมาพบกันห่างกัน 48 กิโลเมตร

$$\begin{array}{rcl}
 \text{สมการ คือ} & \frac{12}{5}x + \frac{8}{5}x & = & 48 \\
 & 12x + 8x & = & 48 \times 5 \\
 & 20x & = & 240 \\
 & x & = & \frac{240}{20} \\
 & x & = & 12
 \end{array}$$

ดังนั้น ชายคนแรกขี่จักรยานด้วยความเร็วชั่วโมงละ 12 กิโลเมตร

ชายคนที่สองขี่จักรยานด้วยความเร็วชั่วโมงละ $\frac{2}{3} \times 12 = 8$ กิโลเมตร

ตรวจคำตอบ

ถ้าชายคนแรกขี่จักรยานด้วยความเร็วชั่วโมงละ 12 กิโลเมตร

ส่วนชายคนที่สองขี่จักรยานได้เร็วเป็น $\frac{2}{3}$ เท่าของชายคนแรก

นั่นคือ ชายคนที่สองขี่จักรยานด้วยความเร็วชั่วโมงละ $\frac{2}{3}(12) = 8$ กิโลเมตร

ชายทั้งสองคนขี่จักรยานมาพบกันในเวลา 2 ชั่วโมง 24 นาที ซึ่งเท่ากับ $\frac{12}{5}$ ชั่วโมง

นั่นคือ ชายคนแรกขี่จักรยานในเวลา $\frac{12}{5}$ ชั่วโมง เป็นระยะทาง $\frac{12}{5}(12) = 28.8$

กิโลเมตร

ชายคนที่สองขี่จักรยานในเวลา $\frac{12}{5}$ ชั่วโมง เป็นระยะทาง $\frac{12}{5}\left(\frac{2}{3}(12)\right) = 19.2$ กิโลเมตร

แต่ระยะทางที่ชายสองคนขี่จักรยานมาพบกันห่างกัน 48 กิโลเมตร

ดังนั้น ในเวลา $\frac{12}{5}$ ชั่วโมง ชายทั้งสองคนเดินทางได้ระยะทางทั้งหมด $28.8 + 19.2 = 48$

กิโลเมตร ซึ่งเป็นจริงตามที่โจทย์กำหนด

ดังนั้น ชายคนแรกขี่จักรยานด้วยความเร็วชั่วโมงละ 12 กิโลเมตร

ชายคนที่สองขี่จักรยานด้วยความเร็วชั่วโมงละ 8 กิโลเมตร





ปัญหา ดำรงเดินทางจากตำบล ก ไปยังตำบล ข โดยในระยะทาง $\frac{2}{3}$ ของระยะทางทั้งหมดเขาเดินด้วยอัตราเร็วชั่วโมงละ 4 กิโลเมตร และระยะทางที่เหลือเขาเดินทางด้วยอัตราเร็วชั่วโมงละ 5 กิโลเมตร ปรากฏว่าเขาใช้เวลาเดินถึงปลายทาง 7 ชั่วโมง อยากทราบว่าระยะทางจากตำบล ก ถึงตำบล ข เป็นเท่าไร

วิธีทำ

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

.....

3. ช้ันวางแผนในการแก้ปัญหาวิธีวิธีการอย่างไร

.....

.....

.....

.....

4. จะดำเนินการตามแผนที่วางไว้ได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

.....



ปัญหา รถยนต์คันหนึ่งเคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้นไปทางทิศตะวันออกด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ส่วนรถอีกคันหนึ่งเคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้นที่เดียวกันในเวลาเดียวกันไปทางทิศตะวันตกด้วยอัตราเร็ว 70 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะต้องใช้เวลากี่ชั่วโมงจึงจะทำให้รถยนต์ทั้งสองคันมีระยะห่างกัน 180 กิโลเมตร

วิธีทำ

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

.....

.....

3. ขั้นตอนแผนในการแก้ปัญหา มีวิธีการอย่างไร

.....

.....

.....

.....

4. จะดำเนินการตามแผนที่วางไว้ได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

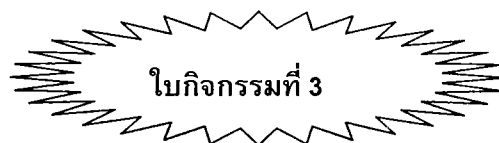
5. ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....



ปัญหา ด.ช.ออฟขี่จักรยานจากบ้านไปโรงเรียนด้วยความเร็ว 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมงจะถึงโรงเรียนเร็วไป 4 นาที แต่ถ้าเขาขี่จักรยานด้วยความเร็ว 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมงจะถึงช้าไป 4 นาที จงหาว่าบ้านของ ด.ช.ออฟ อยู่ห่างจากโรงเรียนกี่กิโลเมตร

วิธีทำ

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

.....

.....

3. ขั้นตอนแผนในการแก้ปัญหา มีวิธีการอย่างไร

.....

.....

.....

.....

4. จะดำเนินการตามแผนที่วางไว้ได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

2. วิทยาเดินทางจากกรุงเทพมหานครไปหมู่บ้านแห่งหนึ่งในต่างจังหวัดครั้งแรกเขาเดินทางโดยรถไฟได้ทาง $\frac{1}{2}$ ของระยะทางทั้งหมด หลังจากนั้นเดินทางต่อไปโดยรถยนต์อีก $\frac{3}{7}$ ของระยะทางทั้งหมด ยังเหลือทางอีก 18 กิโลเมตร ซึ่งต้องเดินด้วยเท้า จงหาว่าระยะทางที่เขาเดินทางทั้งหมดเป็นเท่าไร

วิธีทำ

ตรวจคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

รวมคะแนน คะแนน

ชุดการสอนคณิตศาสตร์
เรื่อง
โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
จำนวน 1 คาบ ใช้เวลา 35 น

ให้นักเรียนใช้ความรู้ที่ศึกษาจากชุดการสอน
มาใช้ในการฝึกทักษะ

แบบฝึกหัดที่ 2.4

คำชี้แจง

ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาดังต่อไปนี้ (ข้อละ 5 คะแนน)

1. บิดามีอายุต่ำกว่าบุตร 20 ปี แต่อีก 8 ปีข้างหน้า บิดาจะมีอายุมากกว่า 2 เท่าของอายุอยู่ 5 ปี บุตรมีอายุเท่าไร

วิธีทำ

2. ในกล่องออมสินใบหนึ่งมีเหรียญบาทและเหรียญห้าบาทอยู่รวมกัน 72 เหรียญ คิดเป็นเงิน 172 บาท จงหาว่าในกล่องใบนั้นมีเหรียญห้าบาทอยู่กี่เหรียญ

วิธีทำ

3. ข้อหุเรียน 2 ชนิดรวมกัน 40 กิโลกรัม ชนิดแรกกิโลกรัมละ 45 บาท ชนิดที่สองกิโลกรัมละ 85 บาท เฉลี่ยแล้ว ราคา กิโลเมตรละ 60 บาท จงหาน้ำหนักของทุเรียนแต่ละชนิด

วิธีทำ

4. แท่นพิมพ์ A สามารถผลิตธนบัตรได้นาทีละ 75 ใบ และแท่นพิมพ์ B ผลิตได้นาทีละ 115 ใบ ถ้าแท่นพิมพ์ B เริ่มทำงานเมื่อแท่นพิมพ์ A ผลิตธนบัตรออกมาได้แล้ว 2,600 ใบ อยากทราบว่ามีตั้งแต่เวลาที่แท่นพิมพ์ B เริ่มทำงานนานเท่าใดธนบัตรที่พิมพ์โดยเครื่องพิมพ์ทั้งสองจึงจะเท่ากัน

วิธีทำ

5. อรุณโรจน์ชัยรถยนต์ไฟฟ้าคันนี้เป็นระยะทาง 270 กิโลเมตร ครึ่งเวลาแรกของการเดินทางใช้อัตราเร็วเฉลี่ย 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ครึ่งเวลาหลังใช้อัตราเร็วเฉลี่ย 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อรุณโรจน์ชัยใช้เวลาเดินทางนานเท่าใด

วิธีทำ

แบบทดสอบย่อยชุดที่ 2

สถานการณ์ พี่น้องสองคนช่วยกันเก็บส้มในสวนได้ส้มรวมกัน 252 ผล คนพี่กองส้มของตนไว้กองละ 9 ผล คนน้องกองไว้กองละ 6 ผล นับกองส้มทั้งหมดได้ 34 กอง จงหาจำนวนส้มที่แต่ละคนเก็บได้

คำสั่ง ให้นักเรียนพิจารณาจากสถานการณ์ข้างต้น แล้วใส่เครื่องหมาย “✓” หน้าข้อความที่ถูกต้อง และเครื่องหมาย “✗” หน้าข้อความที่ผิด (ข้อละ 1 คะแนน)

- 1) ปัญหาสำคัญของสถานการณ์นี้คือ จำนวนส้มที่แต่ละคนเก็บได้
- 2) จะแก้ปัญหาในสถานการณ์นี้ได้ต้องทราบจำนวนส้มที่พี่น้องทั้งสองคนเก็บรวมกัน ได้ทั้งหมดเท่าไร
- 3) จะแก้ปัญหาในสถานการณ์นี้ได้ต้องทราบจำนวนส้มของคนพี่และคนน้องกองส้มไว้กองละกี่ผล
- 4) จะแก้ปัญหาในสถานการณ์นี้ได้ต้องทราบว่าจำนวนส้มมีทั้งหมดกี่กอง
- 5) สมการที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหานี้คือ $9x + 6(x - 252) = 34$
- 6) สมการที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหานี้คือ $\frac{x}{9} + \left(\frac{252 - x}{6}\right) = 34$
- 7) คำตอบของสถานการณ์นี้คือ คนพี่เก็บส้มได้ 144 ผล คนน้องเก็บส้มได้ 108 ผล
- 8) คนพี่เก็บส้มได้ทั้งหมด 14 กอง และคนน้องเก็บส้มได้ทั้งหมด 20 กอง



เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2.1

1. 55 ตารางเมตร
2. 160 บาท

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2.2

1. 66 ปี
2. ชนิดแรก 60 ผล ชนิดที่สอง 48 ผล

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2.3

1. 7.5 กิโลเมตร
2. 252 กิโลเมตร

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2.4

1. 7 ปี
2. 25 เหรียญ
3. ชนิดแรก 25 กิโลกรัม ชนิดที่สอง 15 กิโลกรัม
4. 65 นาที
5. 6 ชั่วโมง

เฉลยแบบทดสอบย่อยชุดที่ 2

สถานการณ์ พี่น้องสองคนช่วยกันเก็บส้มในสวนได้ส้มรวมกัน 252 ผล คนพี่กองส้มของตนไว้กองละ 9 ผล คนน้องกองไว้กองละ 6 ผล นับกองส้มทั้งหมดได้ 34 กอง จงหาจำนวนส้มที่แต่ละคนเก็บได้

คำสั่ง ให้นักเรียนพิจารณาจากสถานการณ์ข้างต้น แล้วใส่เครื่องหมาย “✓” หน้าข้อความที่ถูกต้อง และเครื่องหมาย “X” หน้าข้อความที่ผิด (ข้อละ 1 คะแนน)

-✓ 1) ปัญหาสำคัญของสถานการณ์นี้คือ จำนวนส้มที่แต่ละคนเก็บได้
-✓ 2) จะแก้ปัญหในสถานการณ์นี้ได้ต้องทราบจำนวนส้มที่พี่น้องทั้งสองคนเก็บรวมกันได้ทั้งหมดเท่าไร
-✓ 3) จะแก้ปัญหในสถานการณ์นี้ได้ต้องทราบจำนวนส้มของคนพี่และคนน้องกองส้มไว้กองละกี่ผล
-✓ 4) จะแก้ปัญหในสถานการณ์นี้ได้ต้องทราบว่าจำนวนส้มมีทั้งหมดกี่กอง
- X 5) สมการที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหานี้คือ $9x + 6(x - 252) = 34$
-✓ 6) สมการที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหานี้คือ $\frac{x}{9} + \left(\frac{252 - x}{6}\right) = 34$
-✓ 7) คำตอบของสถานการณ์นี้คือ คนพี่เก็บส้มได้ 144 ผล คนน้องเก็บส้มได้ 108 ผล
- X 8) คนพี่เก็บส้มได้ทั้งหมด 14 กอง และคนน้องเก็บส้มได้ทั้งหมด 20 กอง



คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหา (5 คะแนน)

รถยนต์ 2 คัน วิ่งออกจากที่แห่งเดียวกันแต่ไปในทิศทางตรงกันข้ามคันแรกวิ่งด้วยอัตราเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง คันหลังวิ่งด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ถ้ารถทั้งสองคันวิ่งได้ทางรวมกัน 580 กิโลเมตร จะใช้เวลาเท่าไร

วิธีทำ สมมติให้ รถทั้งสองคันวิ่งได้ทางรวมกัน 580 กม. ใช้เวลา x ชั่วโมง

รถยนต์คันแรกวิ่งด้วยอัตราเร็ว 50 กม./ชม.

ดังนั้นในเวลา x ชม. รถยนต์คันแรกวิ่งได้ระยะทาง $50x$ กม

รถยนต์คันที่สองวิ่งด้วยอัตราเร็ว 60 กม./ชม.

ดังนั้นในเวลา x ชม. รถยนต์คันที่สองวิ่งได้ระยะทาง $60x$ กม

รถยนต์ทั้งสองคันวิ่งได้ทางรวมกัน $50x + 60x$ กม.

แต่โจทย์กำหนดให้ รถยนต์ทั้งสองคันวิ่งได้ทางรวมกัน 580 กม.

$$\text{สมการคือ} \quad 50x + 60x = 580$$

$$110x = 580$$

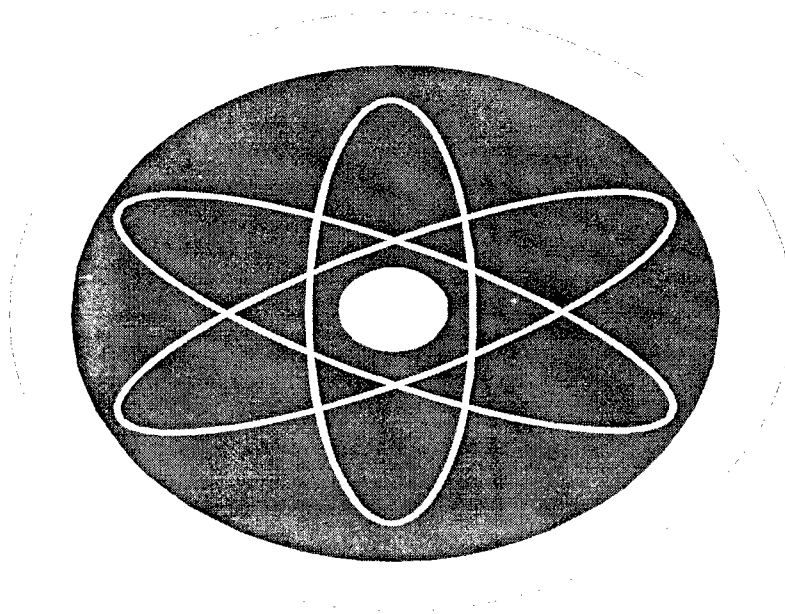
$$x = \frac{580}{110}$$

$$x = 5\frac{3}{11}$$

แสดงว่า จะต้องใช้เวลา $5\frac{3}{11}$ ชั่วโมง จึงจะทำให้รถยนต์ทั้งสองคันวิ่งได้ทาง

รวมกัน 580 กิโลเมตร

คณิตศาสตร์ (ค 011)



ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3

เรื่อง

อสมการ

จำนวน 5 คาบ ๗ ละ 35 นาที

โรงเรียน.....

ชื่อ.....

นามสกุล.....

ชั้น ม.3/..... เลขที่.....

ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3

เรื่อง

อสมการ



1. ชุดการสอนคณิตศาสตร์ชุดที่ 3 แบ่งออกเป็น 5 ตอนด้วยกัน คือ
 - ตอนที่ 1 เรื่อง - อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
 - อสมการที่สมมูลกัน
 - ตอนที่ 2 เรื่อง สมบัติต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้สมการ
 - ตอนที่ 3 เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
 - ตอนที่ 4 เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)
 - ตอนที่ 5 เรื่อง การแก้โจทย์อสมการ
2. ให้นักเรียนศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาในชุดการสอนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 ทั้งหมดอย่างละเอียด พร้อมทั้งทำกิจกรรม แบบฝึกหัดระหว่างเรียน โดยเติมคำตอบลงในชุดการสอนได้เลย เมื่อทำเสร็จแล้วนักเรียนสามารถตรวจคำตอบได้จากเฉลยที่อยู่ด้านหลังของชุดการสอน ถ้านักเรียนมีข้อสงสัยในขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งในชุดการสอน นักเรียนสามารถซักถามปัญหานั้น ๆ จากเพื่อนหรือครูผู้สอนได้ตลอดเวลา
3. หลังจากนักเรียนได้ศึกษาชุดการสอนเสร็จแล้ว ขั้นตอนสุดท้ายของการเรียนโดยใช้ชุดการสอนให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยหลังจากการปฏิบัติกิจกรรม โดยดำเนินการเช่นเดียวกับการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน ซึ่งจะเน้นตรงจุดนี้จะเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียนแต่ละคน

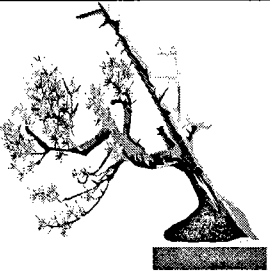
จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อจบบทเรียนแล้วนักเรียนสามารถ ...

1. บอกได้ว่าประโยคสัญลักษณ์ใดเป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง
2. บอกอสมการที่สมมูลกันได้ถูกต้อง
3. บอกสมบัติต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้สมการได้
4. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากันได้ถูกต้อง
5. เขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการได้ถูกต้อง
6. สร้างอสมการแสดงความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง
7. ใช้ความรู้เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้

ถูกต้อง

เวลาที่ใช้ 5 คาบ / คาบละ 35 นาที



ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 1

เรื่อง

- อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- อสมการที่สมมูลกัน

จำนวน 1 คาบ ใช้เวลา 35 นาที



ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน 2 จำนวน คือ ถ้าจำนวนทั้ง 2 จำนวนนั้นเท่ากัน เราสามารถเขียนความสัมพันธ์ดังกล่าวในรูปของสมการ เช่น ถ้าจำนวนทั้ง 2 จำนวนนั้นเป็นจำนวน 2 กับ 2 จะเห็นว่า 2 กับ 2 เป็นจำนวนที่เท่ากัน ดังนั้น เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ คือ $2 = 2$

แต่ถ้าความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนทั้งสองนั้นไม่เท่ากัน เราก็จะใช้อสมการเป็นเครื่องแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน 2 จำนวน ดังกล่าว

เช่น ถ้าจำนวนทั้ง 2 จำนวนนั้นเป็นจำนวน 7 กับ 5 เราจะพบว่า 7 กับ 5 นั้นไม่เท่ากัน และยิ่งทราบอีกว่า 7 มากกว่า 5 ดังนั้น เราใช้สัญลักษณ์ $>$ แทนความสัมพันธ์ดังกล่าว

นั่นคือ เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ จะได้ $7 > 5$ แทน ความสัมพันธ์ระหว่าง 7 กับ 5

เรียกประโยค $7 > 5$ นี้ว่า อสมการ

สัญลักษณ์ที่ใช้ในอสมการจะมี 5 แบบด้วยกัน คือ

1. สัญลักษณ์	$>$	แทนความสัมพันธ์	มากกว่า
2. สัญลักษณ์	$<$	แทนความสัมพันธ์	น้อยกว่า
3. สัญลักษณ์	$\geq$	แทนความสัมพันธ์	มากกว่าหรือเท่ากับ
4. สัญลักษณ์	$\leq$	แทนความสัมพันธ์	น้อยกว่าหรือเท่ากับ
5. สัญลักษณ์	$\neq$	แทนความสัมพันธ์	ไม่เท่ากับ

สรุป อสมการ คือ ประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวนโดยมีสัญลักษณ์ $<$, $>$, $\geq$, $\leq$, หรือ $\neq$ บอกความสัมพันธ์ของจำนวนนั้น

ให้นักเรียนพิจารณาประโยคสัญลักษณ์ต่อไปนี้

$$5x + 1 \leq 3x - 7 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$2x + 3 \leq x - 1 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$2x - 5 \neq x + 2 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$x - 4 > 12 \quad \dots\dots\dots (4)$$

จากอสมการทั้ง 4 อสมการ จะเห็นว่าพหุนามที่ปรากฏเป็นพหุนามที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และดีกรีของพหุนามเท่ากับ 1 เรียกอสมการทั้งหมดนี้ว่า อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ดังนั้น ลักษณะของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวก็จะคล้ายกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จะแตกต่างกันตรงที่เราจะใช้สัญลักษณ์ $<$, $>$, $\geq$, $\leq$, หรือ $\neq$ แทนสัญลักษณ์ =

สรุป อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อสมการซึ่งพหุนามในอสมการเป็นพหุนามที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และดีกรีของพหุนามเท่ากับ 1

ตัวอย่าง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

$$1. \quad 5x - 1 \geq 0$$

$$2. \quad 2x + 3 < 7x - 5$$

$$3. \quad \frac{2}{3}x - 10 \leq 3x + 1$$

$$4. \quad 7y - 9 \neq 6y + 4$$

$$5. \quad 5y - 3 > 7y - 9$$



1. ให้นักเรียนศึกษาข้อมูลต่อไปนี้โดยการสังเกตข้อเท็จจริง

คำอธิบาย

ประโยคสัญลักษณ์ต่อไปนี้ ระบุเครื่องหมาย (✓) ในช่องของตารางดังต่อไปนี้

- เมื่อเครื่องหมาย (✓) อยู่ในช่องอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หมายถึง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- เมื่อเครื่องหมาย (✓) อยู่ในช่องอสมการ หมายถึง อสมการ
- เมื่อเครื่องหมาย (✓) อยู่ในช่องไม่ใช่อสมการ หมายถึง ไม่ใช่อสมการ
- เมื่อเครื่องหมาย (✓) อยู่ในช่องไม่ใช่อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หมายถึง ไม่ใช่อสมการเชิงตัวแปรเดียว

ข้อ	ประโยคสัญลักษณ์	อสมการ	อสมการ เชิงเส้น ตัวแปรเดียว	ไม่ใช่ อสมการ	ไม่ใช่อสมการ เชิงเส้น ตัวแปรเดียว
1	$3x > 0$	✓	✓		
2	$3x = 5$			✓	✓
3	$4x + 3y > 0$	✓			✓
4	$2x + 3 \leq 15$	✓	✓		
5	$y + 2x \neq 0$	✓			✓
6	$x - 5 \geq 10$	✓	✓		
7	$y^2 - 2x > 1$	✓			✓
8	$5x - 5 \neq 2$	✓	✓		
9	$\frac{3}{2}x - 2 = 4$			✓	✓
10	$x + 5 < 3$	✓	✓		

2. ให้นักเรียนใช้ข้อมูลจากข้อ 1 ตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 ประโยคที่ไม่ใช่อสมการเป็นประโยคที่มีสัญลักษณ์อะไรบอกความสัมพันธ์ของจำนวน

.....

2.2 ประโยคอสมการเป็นประโยคที่มีสัญลักษณ์อะไร บอกความสัมพันธ์ของจำนวน

.....

2.3 ประโยคที่เป็นอสมการเป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวทุกประโยคหรือไม่

.....

2.4 ประโยคที่เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจะต้องมีตัวแปรกี่ตัวและดีกรีของพหุนามมีค่าเท่าไร

.....

2.5 ให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากข้อ 2.1 – 2.4 เติมลงในตารางให้สมบูรณ์

ประโยคสัญลักษณ์	อสมการ	อสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว	ไม่ใช่อสมการ	ไม่ใช่อสมการ เชิงเส้น ตัวแปรเดียว
1. สัญลักษณ์ที่บอกความสัมพันธ์ของจำนวน				
2. จำนวนของตัวแปร				
3. ดีกรีของพหุนาม				

3. ให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากข้อ 2 ตอบคำถามของอสมการต่อไปนี้

3.1 ข้อที่เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพราะเหตุใด

.....

.....

3.2 ข้อที่ไม่ใช่อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพราะเหตุใด

.....

.....

แบบฝึกหัด 3.1

คำชี้แจง ให้นักเรียนใส่เครื่องหมาย (✓) ลงในช่องของตารางให้ถูกต้อง (ข้อละ 1 คะแนน)

ข้อ	ประโยคสัญลักษณ์	สมการ	สมการ เชิงเส้น ตัวแปรเดียว	ไม่ใช่ สมการ	ไม่ใช่สมการ เชิงเส้น ตัวแปรเดียว
1	$8x = 16$				
2	$13 = 2x + 5$				
3	$3x + 5y > 10$				
4	$\frac{3}{2}x < 0$				
5	$y + 8 \geq 16$				
6	$2x + x \leq x + 5$				
7	$y^2 - 3 \neq 0$				
8	$\frac{5}{6}(x - 3) = 5$				
9	$x - 6 \geq 24$				
10	$2y + 8 < y - 10$				

รวมคะแนน คะแนน

อสมการที่สมมูลกัน

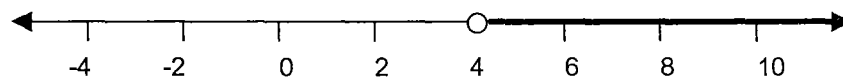
อสมการจะมีคำตอบก็ต่อเมื่อสมการนั้นจะต้องมีตัวแปรอยู่ด้วย และเมื่อนำจำนวนมาแทนตัวแปรในอสมการแล้วทำให้สมการนั้นเป็นจริง จำนวนเหล่านั้นเรียกว่า คำตอบของอสมการ

เช่น $4x - 4 > 12$

จากอสมการข้างต้นหาจำนวนที่มากคูณกับ 4 แล้วนำผลลัพธ์ที่ได้ลบออกจาก 4 แล้วมีค่ามากกว่า 12 จำนวนที่ทำให้คำตอบของอสมการนี้เป็นจริง คือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 4

ดังนั้น คำตอบของอสมการ คือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 4

เขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



บทนิยาม อสมการ A สมมูลกับอสมการ B ก็ต่อเมื่อคำตอบทุกคำตอบของอสมการ A เป็นคำตอบของอสมการ B และคำตอบทุกคำตอบของอสมการ B เป็นคำตอบของอสมการ A

นั่นคือ อสมการสองอสมการใด ๆ ที่มีคำตอบทุกคำตอบเหมือนกันหรือเท่ากัน เรียกว่า อสมการที่สมมูลกัน

ตัวอย่างที่ 1 $4x - x \neq 9$ ①

คำตอบที่ทำให้สมการ ① เป็นจริง คือ จำนวนทุกจำนวนยกเว้น 3

$6x \neq 18$ ②

คำตอบที่ทำให้สมการ ② เป็นจริง คือ จำนวนทุกจำนวนยกเว้น 3

สรุป อสมการ ① เป็นอสมการที่สมมูลกันกับอสมการ ② เพราะมีคำตอบเท่ากัน คือ จำนวนทุกจำนวนยกเว้น 3

ตัวอย่างที่ 2 $x + 2 > 5$ ①

คำตอบที่ทำให้สมการ ① เป็นจริง คือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 3

$x - 2 > 0$ ②

คำตอบที่ทำให้สมการ ② เป็นจริง คือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 2

สรุป อสมการ ① ไม่สมมูลกันกับอสมการ ② เพราะคำตอบของอสมการทั้งสองไม่เท่ากัน

ใบกิจกรรมที่ 2

1. ให้นักเรียนศึกษาข้อมูลต่อไปนี้ โดยการสังเกตจากข้อเท็จจริงที่กำหนดไว้ในตาราง
คำอธิบาย เมื่อเครื่องหมาย (✓) อยู่ในช่องของสมการที่สมมูลกัน หมายถึง สมการนั้นสมมูลกัน
เมื่อเครื่องหมาย (✓) อยู่ในช่องของสมการที่ไม่สมมูลกัน หมายถึง สมการนั้น
ไม่สมมูลกัน

ข้อ	สมการ	สมการ สมมูลกัน	สมการ ไม่สมมูลกัน
1	1. $x - 2 > 8$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 10 2. $x - 1 > 8$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 9		✓
2	1. $2x > 8$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 4 2. $x > 4$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 4	✓	
3	1. $2x \neq 6$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนยกเว้น 3 2. $\frac{x}{2} \neq 7$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนยกเว้น 14		✓
4	1. $x - 9 \leq -12$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า หรือเท่ากับ -3 2. $3x + 9 \leq 2x + 6$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่ น้อย กว่าหรือเท่ากับ -3	✓	
5.	1. $x + 7 > 2$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า -5 2. $y - 7 > 12$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า -5	✓	

2. ให้นักเรียนใช้ข้อมูลจากข้อ 1 ตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 สมการที่สมมูลกันมีคำตอบ.....

2.2 สมการที่ไม่สมมูลกันมีคำตอบ.....

3. ให้นักเรียนใช้ข้อมูลจากข้อ 2 ตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 สมการสองสมการสมมูลกัน เพราะเหตุใด

.....
.....

3.2 สมการสองสมการไม่สมมูลกัน เพราะเหตุใด

.....
.....



คำชี้แจง ให้นักเรียนใส่เครื่องหมาย (✓) ลงในช่องของตารางให้สมบูรณ์ (ข้อละ 1 คะแนน)

ถ้าสมการสองสมการใดสมมูลกันให้ใส่เครื่องหมายลงในช่องสมการสมมูลกัน

ถ้าสมการสองสมการใดไม่สมมูลกันให้ใส่เครื่องหมายลงในช่องสมการไม่สมมูลกัน

ข้อ	สมการ	สมการ สมมูลกัน	สมการ ไม่สมมูลกัน
1	1. $2x > 10$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 5 2. $3x > 15$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 5		
2	1. $3x - 2 < 4$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า 2 2. $2x - 4 < 8$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า 6		
3	1. $-5 + 2x \geq 5$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนมากกว่าหรือเท่ากับ 5 2. $5x - 1 > 2x + 11$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนมากกว่าหรือเท่ากับ 4		
4	1. $2x + 4 < 8$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่น้อย 2 2. $5x < 10$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า 2		
5.	1. $-x + 1 > -10$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า 11 2. $1 - a > -10$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า 11		

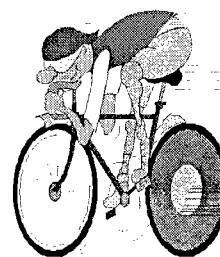
รวมคะแนน คะแนน

ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 2

เรื่อง

สมบัติต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้สมการ

จำนวน 1 คาบ ใช้เวลา 35 นาที



สมบัติต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1. สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน

ให้ a, b และ c แทนจำนวนใดๆ

- (1) ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$
- (2) ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a + c \leq b + c$
- (3) ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c > b + c$
- (4) ถ้า $a \geq b$ แล้ว $a + c \geq b + c$

หมายเหตุ สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันนี้รวมสมบัติการลบของการไม่เท่ากันด้วย เพราะการลบด้วย c ก็เหมือนกับการบวกด้วย $-c$ นั่นเอง

- เช่น (1) ถ้า $2 < 3$ แล้ว $2 + 4 < 3 + 4$
- (2) ถ้า $3 \leq 5$ แล้ว $3 + 1 \leq 5 + 1$
- (3) ถ้า $7 > 4$ แล้ว $7 + 2 > 4 + 2$
- (4) ถ้า $4 \geq 2$ แล้ว $4 + 5 \geq 2 + 5$

2. สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน

ให้ a, b และ c แทนจำนวนใดๆ

(1) ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนบวก	แล้ว $ac < bc$
(2) ถ้า $a \leq b$ และ c เป็นจำนวนบวก	แล้ว $ac \leq bc$
(3) ถ้า $a < b$ และ c เป็นจำนวนลบ	แล้ว $ac > bc$
(4) ถ้า $a \leq b$ และ c เป็นจำนวนลบ	แล้ว $ac \geq bc$

- (5) ถ้า $a > b$ และ c เป็นจำนวนบวก แล้ว $ac > bc$
 (6) ถ้า $a \geq b$ และ c เป็นจำนวนบวก แล้ว $ac \geq bc$
 (7) ถ้า $a > b$ และ c เป็นจำนวนลบ แล้ว $ac < bc$
 (8) ถ้า $a \geq b$ และ c เป็นจำนวนลบ แล้ว $ac \leq bc$

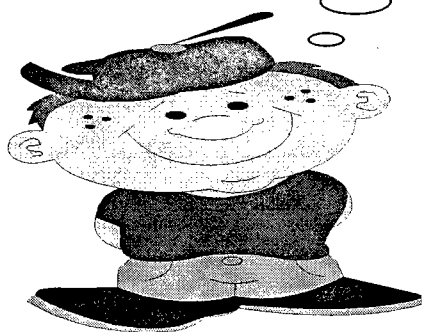
หมายเหตุ สมบัติการคูณของการไม่เท่ากันนี้รวมสมบัติการหารของการไม่เท่ากันได้ด้วยเพราะการหารด้วย c เมื่อ $c \neq 0$ ก็เหมือนกับการคูณด้วย $\frac{1}{c}$ นั่นเอง

นักเรียนอย่าลืมนะว่า สมบัติของการไม่เท่ากันทั้งหมดนี้ไม่ได้รวมถึงอสมการที่ใช้เครื่องหมาย “ $\neq$ ”



- เช่น (1) ถ้า $3 < 4$ และ 2 เป็นจำนวนบวก แล้ว $3 \times 2 < 4 \times 2$
 (2) ถ้า $3 \leq 5$ และ 7 เป็นจำนวนบวก แล้ว $3 \times 7 \leq 5 \times 7$
 (3) ถ้า $2 < 6$ และ -3 เป็นจำนวนลบ แล้ว $2 \times (-3) > 6 \times (-3)$
 (4) ถ้า $4 \leq 5$ และ -2 เป็นจำนวนลบ แล้ว $4 \times (-2) \geq 5 \times (-2)$

ให้นักเรียนใช้ความรู้ข้างต้น
มาช่วยกันทำกิจกรรมต่อไปนี้นะครับ





1. ให้นักเรียนศึกษาข้อมูลต่อไปนี้

1.1 เมื่อมีจำนวนที่น้อยกว่าและ "น้อยกว่าหรือเท่ากับ" อีกจำนวนหนึ่ง แล้วนำจำนวนที่เท่ากันมาบวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ

ข้อมูล	ผลที่ได้
(1) ถ้า $5 < 7$ แล้ว $5 + 2 < 7 + 2$	เป็นจริง
(2) ถ้า $4 \leq 6$ แล้ว $4 + 3 \leq 6 + 3$	เป็นจริง
(3) ถ้า $3 < 5$ แล้ว $3 + 4 > 5 + 4$	เป็นเท็จ
(4) ถ้า $11 \leq 13$ แล้ว $11 + 5 \geq 13 + 5$	เป็นเท็จ

1.2 เมื่อมีจำนวนที่มากกว่า และ "มากกว่าหรือเท่ากับ" อีกจำนวนหนึ่ง แล้วนำจำนวนที่เท่ากันบวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ

ข้อมูล	ผลที่ได้
(1) ถ้า $9 > 5$ แล้ว $9 + 3 > 5 + 3$	เป็นจริง
(2) ถ้า $3 \geq 0$ แล้ว $3 + 5 \geq 0 + 5$	เป็นจริง
(3) ถ้า $4 > 1$ แล้ว $4 + 2 < 1 + 2$	เป็นเท็จ
(4) ถ้า $8 \geq 5$ แล้ว $8 + 6 \leq 5 + 6$	เป็นเท็จ

2. ให้นักเรียนใช้ข้อมูลจากข้อ 1 ตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 เมื่อนำจำนวนที่เท่ากันบวกเข้าทั้งสองข้างของสมการที่มีความสัมพันธ์น้อยกว่า ($<$) และ "น้อยกว่าหรือเท่ากับ" ($\leq$) จะเป็นจริงเมื่อใด และจะเป็นเท็จเมื่อใด

.....

.....

.....

2.2 เมื่อนำจำนวนที่เท่ากันบวกเข้าทั้งสองข้างของสมการที่มีความสัมพันธ์มากกว่า ($>$) และ "มากกว่าหรือเท่ากับ" ($\geq$) จะเป็นจริงเมื่อใด และจะเป็นเท็จเมื่อใด

.....

.....

.....

3. ให้นักเรียนใช้ข้อมูลจากข้อ 1 ตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 เมื่อมีจำนวนที่น้อยกว่า ($<$) และ “น้อยกว่าหรือเท่ากับ” ($\leq$) อีกจำนวนหนึ่ง เมื่อนำจำนวนที่เท่ากันบวกเข้าทั้งสองข้างของอสมการ ผลลัพธ์ที่ได้และสัญลักษณ์ที่ใช้บอกความสัมพันธ์ของจำนวนนั้นจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร

.....

.....

.....

3.2 เมื่อมีจำนวนที่มากกว่า ($>$) และ “มากกว่าหรือเท่ากับ” ($\geq$) อีกจำนวนหนึ่ง เมื่อนำจำนวนที่เท่ากันบวกเข้าทั้งสองข้างของอสมการ ผลลัพธ์ที่ได้และสัญลักษณ์ที่ใช้บอกความสัมพันธ์ของจำนวนนั้นจะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร

.....

.....

.....





1. ให้นักเรียนศึกษาข้อมูลต่อไปนี้โดยการสังเกตข้อเท็จจริง

1.1 เมื่อมีจำนวนที่น้อยกว่า ($<$) และ "น้อยกว่าหรือเท่ากับ" ($\leq$) อีกจำนวนหนึ่ง แล้วนำจำนวนที่เท่ากันคูณทั้งสองข้างของสมการ

ข้อมูล	ผลที่ได้
(1) ถ้า $2 < 4$ และ 3 เป็นจำนวนบวก แล้ว $2 \times 3 < 4 \times 3$	เป็นจริง
(2) ถ้า $3 \leq 5$ และ 2 เป็นจำนวนบวก แล้ว $3 \times 2 \leq 5 \times 2$	เป็นจริง
(3) ถ้า $5 < 10$ และ 4 เป็นจำนวนบวก แล้ว $5 \times 4 > 10 \times 4$	เป็นเท็จ
(4) ถ้า $1 \leq 7$ และ 5 เป็นจำนวนบวก แล้ว $1 \times 5 \geq 7 \times 5$	เป็นเท็จ
(5) ถ้า $2 < 4$ และ -3 เป็นจำนวนลบ แล้ว $2 \times (-3) > 4 \times (-3)$	เป็นจริง
(6) ถ้า $3 \leq 5$ และ -2 เป็นจำนวนลบ แล้ว $3 \times (-2) \geq 5 \times (-2)$	เป็นจริง
(7) ถ้า $5 < 10$ และ -4 เป็นจำนวนลบ แล้ว $5 \times (-4) < 10 \times (-4)$	เป็นเท็จ
(8) ถ้า $1 \leq 7$ และ -5 เป็นจำนวนลบ แล้ว $1 \times (-5) \leq 7 \times (-5)$	เป็นเท็จ

1.2 เมื่อมีจำนวนที่มากกว่า ($>$) และ "มากกว่าหรือเท่ากับ" ($\geq$) อีกจำนวนหนึ่ง แล้วนำจำนวนที่เท่ากันมาคูณทั้งสองข้างของสมการ

(1) ถ้า $4 > 2$ และ 3 เป็นจำนวนบวก แล้ว $4 \times 3 > 2 \times 3$	เป็นจริง
(2) ถ้า $5 \geq 3$ และ 2 เป็นจำนวนบวก แล้ว $5 \times 2 \geq 3 \times 2$	เป็นจริง
(3) ถ้า $10 > 5$ และ 4 เป็นจำนวนบวก แล้ว $10 \times 4 < 5 \times 4$	เป็นเท็จ
(4) ถ้า $7 \geq 1$ และ 5 เป็นจำนวนบวก แล้ว $7 \times 5 \leq 1 \times 5$	เป็นเท็จ
(5) ถ้า $4 > 2$ และ -3 เป็นจำนวนลบ แล้ว $4 \times (-3) < 2 \times (-3)$	เป็นจริง
(6) ถ้า $5 \geq 3$ และ -2 เป็นจำนวนลบ แล้ว $5 \times (-2) \leq 3 \times (-2)$	เป็นจริง
(7) ถ้า $10 > 5$ และ -4 เป็นจำนวนลบ แล้ว $10 \times (-4) > 5 \times (-4)$	เป็นเท็จ
(8) ถ้า $7 \geq 1$ และ -5 เป็นจำนวนลบ แล้ว $7 \times (-5) \geq 1 \times (-5)$	เป็นเท็จ

2. ให้นักเรียนใช้ข้อมูลจากข้อ 1 ตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 เมื่อนำจำนวนที่เท่ากันคูณเข้าทั้งสองข้างของอสมการที่มีความสัมพันธ์น้อยกว่า ($<$) และ "น้อยกว่าหรือเท่ากับ" ($\leq$) จะเป็นจริงเมื่อใด และจะเป็นเท็จเมื่อใด

.....

.....

.....

.....

2.2 เมื่อนำจำนวนที่เท่ากันคูณเข้าทั้งสองข้างของอสมการที่มีความสัมพันธ์มากกว่า ($>$) และ "มากกว่าหรือเท่ากับ" ($\geq$) จะเป็นจริงเมื่อใด และจะเป็นเท็จเมื่อใด

.....

.....

.....

.....

3. ให้นักเรียนใช้ข้อมูลจากข้อ 1 ตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 เมื่อมีจำนวนที่น้อยกว่า ($<$) และ "น้อยกว่าหรือเท่ากับ" ($\leq$) อีกจำนวนหนึ่ง เมื่อคูณด้วยจำนวนที่เท่ากันทั้งสองข้างของอสมการและตัวคูณเป็นจำนวนบวก ผลลัพธ์ที่ได้และสัญลักษณ์ที่ใช้บอกความสัมพันธ์ของจำนวนนั้นจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร

.....

.....

เมื่อคูณด้วยจำนวนที่เท่ากันทั้งสองข้างของอสมการและตัวคูณเป็นจำนวนลบ ผลลัพธ์ที่ได้และสัญลักษณ์ที่ใช้บอกความสัมพันธ์ของจำนวนนั้นจะเปลี่ยนแปลงอย่างไร

.....

.....

3.2 เมื่อมีจำนวนที่มากกว่า ($>$) และ "มากกว่าหรือเท่ากับ" ($\geq$) อีกจำนวนหนึ่ง เมื่อคูณด้วยจำนวนที่เท่ากันทั้งสองข้างของอสมการและตัวคูณเป็นจำนวนบวก ผลลัพธ์ที่ได้และสัญลักษณ์ที่ใช้บอกความสัมพันธ์ของจำนวนนั้นจะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร

.....

.....

เมื่อคูณด้วยจำนวนที่เท่ากันทั้งสองข้างของอสมการและตัวคูณเป็นจำนวนลบ ผลลัพธ์ที่ได้และสัญลักษณ์ที่ใช้บอกความสัมพันธ์ของจำนวนนั้นจะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร

.....

.....



คำสั่ง ให้นักเรียนใช้สมบัติของการไม่เท่ากันเติมจำนวนลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (ข้อละ 1 คะแนน)

1. จงใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน เติมจำนวนลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

- (1) ถ้า $m > 5$ แล้ว $m + 7 > \dots\dots\dots$
- (2) ถ้า $3x < 8$ แล้ว $3x + 1 < \dots\dots\dots$
- (3) ถ้า $2y + 3 \geq 20$ แล้ว $2y + 10 \geq \dots\dots\dots$
- (4) ถ้า $5x - 3 \leq 14$ แล้ว $\dots\dots\dots \leq 17$
- (5) ถ้า $3x - 5 > y$ แล้ว $\dots\dots\dots > y + 3$
- (6) ถ้า $3y + 7 > 12$ แล้ว $3y + 5 \dots\dots\dots$
- (7) ถ้า $18 \geq 3x - 5$ แล้ว $\dots\dots\dots 3x + 3$
- (8) ถ้า $2(x - 1) \leq 3$ แล้ว $2x + 5 \leq \dots\dots\dots$
- (9) ถ้า $3(x + 1) > y + 2$ แล้ว $3x + 7 > \dots\dots\dots$
- (10) ถ้า $\frac{x}{8} < \frac{7}{8}$ แล้ว $\frac{x+1}{8} < \dots\dots\dots$

2. จงใช้สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน เติมจำนวนลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

- (1) ถ้า $a > b$ แล้ว $3a > \dots\dots\dots$
- (2) ถ้า $2a > 8$ แล้ว $4a > \dots\dots\dots$
- (3) ถ้า $x - 1 < 10$ แล้ว $5(x - 1) < \dots\dots\dots$
- (4) ถ้า $3x + 2 \geq 7$ แล้ว $3(3x + 2) \dots\dots\dots$
- (5) ถ้า $5x + 6 \leq 16$ แล้ว $\dots\dots\dots \geq -32$
- (6) ถ้า $4x - 3 < 10$ แล้ว $\dots\dots\dots -30$
- (7) ถ้า $2(x + 3) \geq 11$ แล้ว $-4(x + 3) \dots\dots\dots$
- (8) ถ้า $15 \leq 2x + 1$ แล้ว $\dots\dots\dots \leq 4x + 2$
- (9) ถ้า $3(x + 1) < 7$ แล้ว $\dots\dots\dots > -21$
- (10) ถ้า $2(x + 1) > 5$ แล้ว $-6(x + 1) \dots\dots\dots$



รวมคะแนน คะแนน



1. จงใส่เครื่องหมาย ✓ หน้าข้อความที่ถูกต้อง และเครื่องหมาย ✗ หน้าข้อความที่ผิด (ข้อละ 1 คะแนน)

..... 1) อสมการ $5x + 6 < 4x + 3$ เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

..... 2) อสมการ $5x + y \leq 3x - 5$ เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

..... 3) อสมการ $3x + 3 \geq x + 5$ ไม่เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

..... 4) อสมการ $2x < 2$ และ $x < 1$ เป็นอสมการที่สมมูลกัน

..... 5) อสมการ $x - 2 > 3$ และ $x < 5$ เป็นอสมการที่สมมูลกัน

..... 6) อสมการ $2x \neq 4$ และ $x \neq 2$ เป็นอสมการที่ไม่สมมูลกัน

2. จงใช้สมบัติการบวกและการคูณของการไม่เท่ากัน เติมจำนวนลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (ข้อละ 1 คะแนน)

1) ถ้า $2y + 3 > 20$ แล้ว $2y > \dots\dots\dots$

2) ถ้า $12 \leq 3x + 7$ แล้ว $\dots\dots\dots 3y + 5$

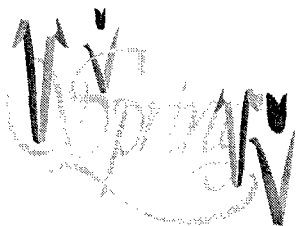
3) ถ้า $5m > 21$ แล้ว $5m - 1 > \dots\dots\dots$

4) ถ้า $3x \geq 8$ แล้ว $\dots\dots\dots - 16$

5) ถ้า $x + 9 < 15$ แล้ว $2x + 18 < \dots\dots\dots$

6) ถ้า $x - 1 > 10$ แล้ว $-3x + 3 \dots\dots\dots$

รวมคะแนน คะแนน



ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 3

เรื่อง

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จำนวน 1 คาบ ใช้เวลา 35 นาที



การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นการหาสมการใหม่ที่สมมูลกับสมการเดิม โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน จนกว่าจะได้สมการใหม่ซึ่งอยู่ในรูป

$x < c$, $x > c$, $x \leq c$ หรือ $x \geq c$ เมื่อ x แทนตัวแปร และ c แทนค่าคงตัว

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $2x - 1 < 5 + x$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

$$2x - 1 < 5 + x$$

นำ $-x$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 2x - 1 - x < 5 + x - x$$

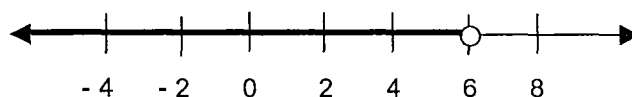
$$x - 1 < 5$$

นำ 1 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } x - 1 + 1 < 5 + 1$$

$$x < 6$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า 6
และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตรวจคำตอบ การตรวจคำตอบของสมการจะแบ่งออกเป็น 2 กรณีคือ

กรณีที่ 1 แทนค่า x ในสมการ $2x - 1 < 5 + x$ ด้วย 6

$$\text{จะได้ } 2(6) - 1 < 5 + 6$$

$$12 - 1 < 11$$

$$11 < 11 \quad \text{ไม่เป็นจริง}$$

ดังนั้น 6 ไม่ใช่คำตอบของสมการ $2x - 1 < 5 + x$

กรณีที่ 2 แทน x ในสมการที่เป็นโจทย์ด้วยจำนวนที่น้อยกว่า 6 เช่น 4

ดังนั้น แทนค่า x ในสมการ $2x - 1 < 5 + x$ ด้วย 4

$$2(4) - 1 < 5 + 4$$

$$8 - 1 < 9$$

$$7 < 9 \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

หมายเหตุ จากคำตอบของสมการในตัวอย่างที่ 1 จะเห็นว่าจำนวนที่น้อยกว่า 6 นั้นมีมากมาย
การแทนค่าจึงไม่สามารถทำได้ครบทุกค่าที่เป็นคำตอบของสมการ ส่วนมากจะ
ทดสอบบางค่าเท่านั้น

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $8y - 5 > 17 - 5y$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

$$8y - 5 > 17 - 5y$$

นำ $5y$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 8y - 5 + 5y > 17 - 5y + 5y$$

$$13y - 5 > 17$$

นำ 5 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 13y - 5 + 5 > 17 + 5$$

$$13y > 22$$

นำ $\frac{1}{13}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

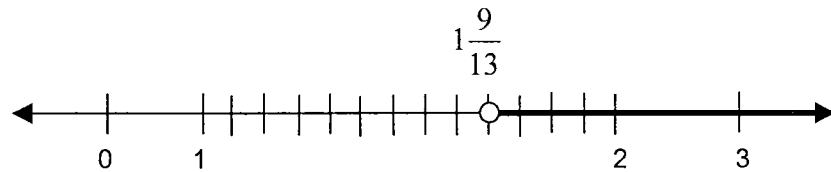
$$\text{จะได้ } \frac{1}{13}(13y) > \frac{1}{13}(22)$$

$$y > \frac{22}{13}$$

$$y > 1\frac{9}{13}$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า $1\frac{9}{13}$

และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตรวจคำตอบ กรณีที่ 1 แทนค่า y ในอสมการ $8y - 5 > 17 - 5y$ ด้วย $\frac{22}{13}$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } 8\left(\frac{22}{13}\right) - 5 &> 17 - 5\left(\frac{22}{13}\right) \\ \frac{176}{13} - 5 &> 17 - \frac{110}{13} \\ \frac{176 - 65}{13} &> \frac{221 - 110}{13} \\ \frac{111}{13} &> \frac{111}{13} \quad \text{ไม่เป็นจริง} \end{aligned}$$

ดังนั้น $\frac{22}{13}$ ไม่ใช่คำตอบของอสมการ $8y - 5 > 17 - 5y$

กรณีที่ 2 แทน y ในอสมการที่เป็นโจทย์ด้วยจำนวนที่มากกว่า $\frac{22}{13}$ เช่น 2

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น แทนค่า } y \text{ ในอสมการ } 8y - 5 &> 17 - 5y \text{ ด้วย } 2 \\ 8(2) - 5 &> 17 - 5(2) \\ 16 - 5 &> 17 - 10 \\ 11 &> 7 \quad \text{ซึ่งเป็นจริง} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการ $2(2x - 10) \leq 3(5 - 2x)$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ จาก $2(2x - 10) \leq 3(5 - 2x)$

$$\text{จะได้ } 4x - 20 \leq 15 - 6x$$

นำ $6x$ มาบวกทั้งสองข้างของอสมการ

$$\text{จะได้ } 4x - 20 + 6x \leq 15 - 6x + 6x$$

$$10x - 20 \leq 15$$

นำ 20 มาบวกทั้งสองข้างของอสมการ

$$\text{จะได้ } 10x - 20 + 20 \leq 15 + 20$$

$$10x \leq 35$$

นำ $\frac{1}{10}$ มาคูณทั้งสองข้างของอสมการ

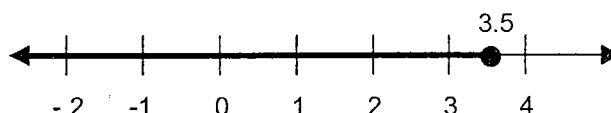
$$\text{จะได้ } \frac{1}{10}(10x) \leq 35 \times \frac{1}{10}$$

$$x \leq \frac{35}{10}$$

$$x \leq 3.5$$

ดังนั้น คำตอบของอสมการ คือ จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 3.5

เขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตรวจคำตอบ กรณีที่ 1 แทนค่า x ในสมการ $2(2x-10) \leq 3(5-2x)$ ด้วย 3.5
จะได้

$$2\{2(3.5)-10\} \leq 3\{5-2(3.5)\}$$

$$2\{7-10\} \leq 3\{5-7\}$$

$$2 \times (-3) \leq 3 \times (-2)$$

$$-6 \leq -6 \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

กรณีที่ 2 แทน x ในสมการที่เป็นโจทย์ด้วยจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 3

ดังนั้น แทนค่า x ในสมการ $2(2x-10) \leq 3(5-2x)$

$$2\{2(3)-10\} \leq 3\{5-2(3)\}$$

$$2\{6-10\} \leq 3\{5-6\}$$

$$2 \times (-4) \leq 3 \times (-1)$$

$$-8 \leq -3 \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

ข้อสังเกต การเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการด้วยจุดบนเส้นจำนวนจะมีข้อตกลงดังนี้

จุดกลมทึบ (●) ใช้แสดงว่ากราฟรวมจุดนี้ด้วย

จุดกลมโปร่ง (○) ใช้แสดงว่ากราฟไม่รวมจุดนี้

เส้นทึบ (—) ใช้แสดงว่ากราฟรวมจุดเหล่านี้ทั้งหมด



ให้นักเรียนแสดงวิธีแก้สมการและเขียนกราฟแสดงคำตอบพร้อมทั้งตรวจคำตอบ
ของสมการ

1. $3x + 9 \leq 2x + 6$

วิธีทำ

2. $2y - 9 \geq 5y + 6$

วิธีทำ

3. $\frac{2}{7}(x-5)+11 \geq 6$

4. $2y - 4.5 < 5(y + 3)$

วิธีทำ

วิธีทำ

3. จงแก้สมการ $\frac{5}{3}(x-6) > \frac{3}{4}(x-20)$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. จงแก้สมการ $6 - 4y > 4 - 3y$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

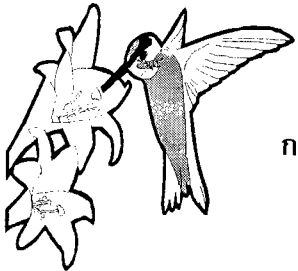
.....

.....

.....

.....

รวมคะแนน คะแนน



ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 4

เรื่อง

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ต่อ)

จำนวน 1 คาบ ใช้เวลา 35 นาที

ให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างการแก้สมการต่อจากตอนที่ 3

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $5(4x + \frac{3}{5}) \geq 17(x - 2) + 4$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ จาก $5(4x + \frac{3}{5}) \geq 17(x - 2) + 4$

$$\text{จะได้ } 5(4x) + 5(\frac{3}{5}) \geq 17x - 34 + 4$$

$$20x + 3 \geq 17x - 30$$

นำ $-17x$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 20x + 3 - 17x \geq 17x - 30 - 17x$$

$$3x + 3 \geq -30$$

นำ -3 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$3x + 3 - 3 \geq -30 - 3$$

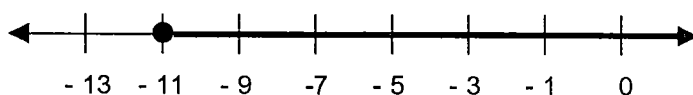
$$3x \geq -33$$

นำ $\frac{1}{3}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } \frac{1}{3}(3x) \geq -33(\frac{1}{3})$$

$$x \geq -11$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -11
และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตรวจคำตอบ กรณีที่ 1 แทนค่า x ในอสมการ $5(4x + \frac{3}{5}) \geq 17(x - 2) + 4$ ด้วย -11

$$\text{จะได้ } 5\{4(-11) + \frac{3}{5}\} \geq 17\{(-11) - 2\} + 4$$

$$5\{-44 + \frac{3}{5}\} \geq 17\{-13\} + 4$$

$$5\{\frac{-220+3}{5}\} \geq -221 + 4$$

$$-217 \geq -217 \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

กรณีที่ 2 แทน x ในอสมการที่เป็นโจทย์ด้วยจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ -11 เช่น -10

ดังนั้น แทนค่า x ในอสมการ $5(4x + \frac{3}{5}) \geq 17(x - 2) + 4$ ด้วย -10

$$\text{จะได้ } 5\{4(-10) + \frac{3}{5}\} \geq 17\{(-10) - 2\} + 4$$

$$5\{-40 + \frac{3}{5}\} \geq 17\{-12\} + 4$$

$$5\{\frac{-200+3}{5}\} \geq -204 + 4$$

$$-197 \geq -200 \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $\frac{x}{3} - \frac{3x-1}{2} \leq \frac{5-x}{6}$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ จาก $\frac{x}{3} - \frac{3x-1}{2} \leq \frac{5-x}{6}$

ค.ร.น. ของ 3, 2 และ 6 คือ 6

นำ 6 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 6\left[\frac{x}{3}\right] - 6\left[\frac{3x-1}{2}\right] \leq 6\left[\frac{5-x}{6}\right]$$

$$2x - 3(3x - 1) \leq 5 - x$$

$$2x - 9x + 3 \leq 5 - x$$

$$-7x + 3 \leq 5 - x$$

นำ x มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } -7x + 3 + x \leq 5 - x + x$$

$$-6x + 3 \leq 5$$

นำ -3 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

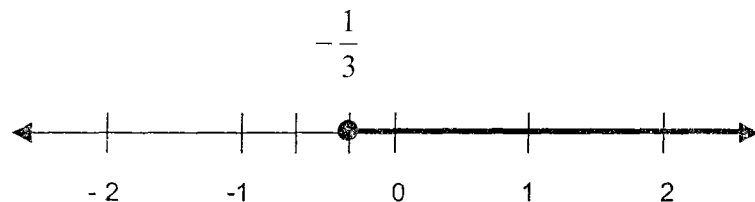
$$\begin{aligned}\text{จะได้} \quad -6x + 3 - 3 &\leq 5 - 3 \\ -6x &\leq 2\end{aligned}$$

นำ $-\frac{1}{6}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{aligned}\text{จะได้} \quad -\frac{1}{6}(-6x) &\geq 2\left(-\frac{1}{6}\right) \\ x &\geq -\frac{1}{3}\end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบของสมการ คือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ $-\frac{1}{3}$

และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตรวจคำตอบ กรณีที่ 1 แทนค่า x ในสมการ $\frac{x}{3} - \frac{3x-1}{2} \leq \frac{5-x}{6}$ ด้วย $-\frac{1}{3}$

$$\begin{aligned}\text{จะได้} \quad \frac{-\frac{1}{3}}{3} - \frac{3(-\frac{1}{3})-1}{2} &\leq \frac{5-(-\frac{1}{3})}{6} \\ &\frac{15+1}{6} \\ -\frac{1}{9} + 1 &\leq \frac{16}{6}\end{aligned}$$

$$\frac{8}{9} \leq \frac{16}{6}$$

$$\frac{8}{9} \leq \frac{8}{9}$$

ซึ่งเป็นจริง

กรณีที่ 2 แทน x ในสมการที่เป็นโจทย์ด้วยจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ $-\frac{1}{3}$ เช่น 1

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น แทนค่า } x \text{ ในสมการ } \frac{x}{3} - \frac{3x-1}{2} &\leq \frac{5-x}{6} \text{ ด้วย } 1 \\ \frac{1}{3} - \frac{3(1)-1}{2} &\leq \frac{5-1}{6} \\ \frac{1}{3} - \frac{2}{2} &\leq \frac{4}{6}\end{aligned}$$

$$(6)\frac{1}{3} - (6)\frac{2}{2} \leq (6)\frac{4}{6}$$

$$2 - 6 \leq 4$$

$$-4 \leq 4 \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

แล้วการแก้อสมการที่มีสัญลักษณ์ $\neq$ จะมีวิธีการแก้อย่างไร

การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีเครื่องหมาย $\neq$

อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีเครื่องหมาย $\neq$ จะอยู่ในรูป $A \neq B$ เมื่อ A และ B เป็นพหุนามดีกรีหนึ่งหรือศูนย์ซึ่งดีกรีของพหุนาม A และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกันที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียวและตัวแปรในพหุนามทั้งสองนี้เป็นตัวเดียวกัน

เช่น $-5x \neq 12$

$$3x - 8 \neq 4x + 5$$

$$\frac{6x}{5} + 42 \neq \frac{7x}{3}$$

คำตอบของอสมการ $A \neq B$ คือ จำนวนทุกจำนวนที่ไม่ใช่คำตอบของอสมการ $A = B$

ตัวอย่าง ที่ 3 จงหาคำตอบของอสมการ $18 - 6y - 9y \neq 63$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ ใช้วิธีหาคำตอบของสมการ $18 - 6y - 9y = 63$

$$18 - 15y = 63$$

$$-15y = 63 - 18$$

$$-15y = 45$$

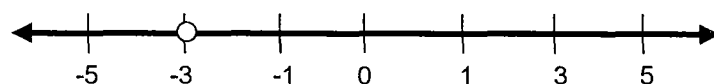
$$y = \frac{45}{-15}$$

$$y = -3$$

แสดงว่า คำตอบของสมการ $18 - 6y - 9y = 63$ คือ -3

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $18 - 6y - 9y \neq 63$ คือ จำนวนทุกจำนวนยกเว้น -3

และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตรวจคำตอบ แทน y ในอสมการที่เป็นโจทย์ด้วยจำนวนทุกจำนวนยกเว้น -3 เช่น 2

ดังนั้น แทนค่า y ในอสมการ $18 - 6y - 9y \neq 63$ ด้วย 2

$$18 - 6(2) - 9(2) \neq 63$$

$$18 - 12 - 18 \neq 63$$

$$-12 \neq 63 \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาคำตอบของอสมการ $\frac{3x-2}{2} - 7 \neq x - 8$

วิธีทำ ใช้วิธีหาคำตอบของสมการ $\frac{3x-2}{2} - 7 = x - 8$

นำ 2 คูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้

$$2\left[\frac{3x-2}{2}\right] - 2(7) = 2(x-8)$$

$$3x - 2 - 14 = 2x - 16$$

$$3x - 16 = 2x - 16$$

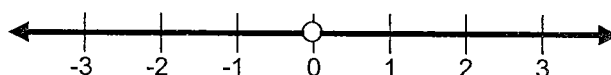
$$3x - 2x = -16 + 16$$

$$x = 0$$

แสดงว่า คำตอบของสมการ $\frac{3x-2}{2} - 7 = x - 8$ คือ 0

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $\frac{3x-2}{2} - 7 \neq x - 8$ คือ จำนวนทุกจำนวนยกเว้น 0

และเขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



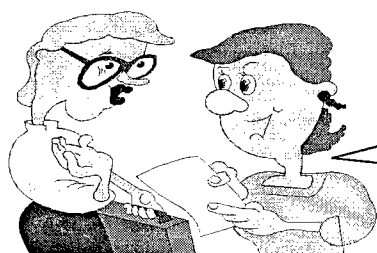
ตรวจคำตอบ แทน x ในอสมการที่เป็นโจทย์ด้วยจำนวนทุกจำนวนยกเว้น 0 เช่น 1

ดังนั้น แทนค่า x ในอสมการ $\frac{3x-2}{2} - 7 \neq x - 8$ ด้วย 1

$$\text{จะได้ } \frac{3(1)-2}{2} - 7 \neq 1 - 8$$

$$\frac{1}{2} - 7 \neq -7$$

$$-\frac{13}{2} \neq -7 \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$



คงไม่ยากเกินไปใช่ไหมคะ
เรามาฝึกสมองด้วยการทำกิจกรรมกันดีกว่า



คำชี้แจง

ให้นักเรียนแสดงวิธีแก้สมการและเขียนกราฟแสดงคำตอบพร้อมทั้งตรวจคำตอบ
ของสมการ



ใบกิจกรรม

1. $3x + 2(3 - x) \geq 5(2 + 3x)$

วิธีทำ

2. $x + \frac{3x+1}{2} < \frac{5-3x}{3}$

วิธีทำ

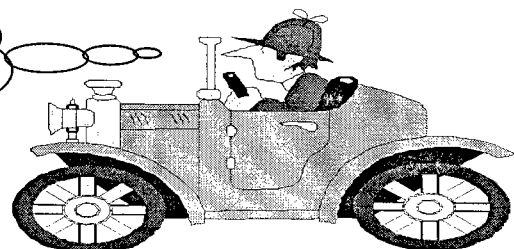
3. $(3x - 11) - (x - 10) \leq 6x - 5$

วิธีทำ

4. $\frac{1}{12}[9x - 2] - \frac{1}{15}[x + 4] \neq \frac{23}{10}$

วิธีทำ

กลุ่มไหนที่ทำถูกทุกข้อเอาไป
เลयरยนต์หนึ่งคัน



3. จงแก้สมการ $0.2(x - 1) + 0.5(x - 9) \neq 3$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

รวมคะแนน คะแนน

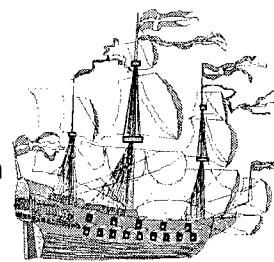


ชุดการสอนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 5

เรื่อง

การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จำนวน 1 คาบ ใช้เวลา 35 นาที



ความรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวสามารถนำไปใช้ช่วยในการหาคำตอบโจทย์ปัญหาได้ เช่นเดียวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยอาศัยการสร้างและการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเข้ามาช่วยในการหาคำตอบปัญหาเหล่านั้น

ให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างการแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้ให้เข้าใจ

ตัวอย่างที่ 1 พ่อค้าซื้อแคนตาลูปผลใหญ่ และผลเล็กรวมกัน 900 ผล เป็นเงิน 45,000 บาท นำมาขายปลีกผลใหญ่ราคาผลละ 60 บาท ผลเล็กราคาผลละ 35 บาท เมื่อขายหมดปรากฏว่าได้กำไรมากกว่า 800 บาท จงหาว่ามีแคนตาลูปผลใหญ่น้อยที่สุดกี่ผล

วิธีทำ **ขั้นที่ 1** ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร
 - มีแคนตาลูปผลใหญ่กี่ผล
2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง
 - ซื้อแคนตาลูปผลใหญ่และผลเล็กรวมกัน 900 ผล เป็นเงิน 45,000 บาท
 - นำมาขายปลีกผลใหญ่ราคาผลละ 60 บาท ผลเล็กราคาผลละ 35 บาท
 - เมื่อขายหมดได้กำไรมากกว่า 800 บาท

ขั้นที่ 2 วางแผนในการแก้ปัญหา

1. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการทราบหรือตัวที่เชื่อมโยงแล้วได้สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
2. พิจารณาว่าตัวแปรที่สมมติให้มันมีความเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กันอย่างไรกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
3. สร้างสมการจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
4. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

ให้พ่อค้าซื้อแคนตาลูปผลใหญ่มา x ผล ขายได้ราคา $60x$ บาท

ซื้อแคนตาลูปผลเล็กมา $900 - x$ ผล ขายได้ราคา $35(900 - x)$ บาท

เมื่อขายหมดปรากฏว่าได้กำไรมากกว่า 800 บาท

$$\begin{aligned}
 \text{อสมการ คือ} \quad & [60x + 35(900 - x)] - 45,000 > 800 \\
 & 60x + 31,500 - 35x - 45,000 > 800 \\
 & 25x - 13,500 > 800 \\
 & 25x > 800 + 13,500 \\
 & 25x > 14,300 \\
 & x > \frac{14,300}{25} \\
 & x > 572
 \end{aligned}$$

ดังนั้น พ่อค้าซื้อแคนตาลูปผลใหญ่มากอย่างน้อย 573 ผล

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

กรณีที่ 1 ถ้า พ่อค้าซื้อแคนตาลูปผลใหญ่มากจำนวน 572 ผล ขายได้ราคา 34,320 บาท

พ่อค้าซื้อแคนตาลูปผลเล็กมากจำนวน $900 - 572 = 328$ ผล ขายได้ราคา 11,480 บาท

ดังนั้น พ่อค้าขายแคนตาลูปได้เงินทั้งหมด $34,320 + 11,480 = 45,800$ บาท

พ่อค้าขายแคนตาลูปได้กำไร $45,825 - 45,000 = 800$ บาท

ดังนั้น ถ้าพ่อค้าซื้อแคนตาลูปผลใหญ่มากจำนวน 572 ผล และซื้อแคนตาลูปผลเล็กมา

จำนวน

328 ผล จะทำให้คำตอบที่ได้ไม่ตรงกับโจทย์ที่กำหนดให้

กรณีที่ 2 ถ้า พ่อค้าซื้อแคนตาลูปผลใหญ่มากจำนวน 573 ผล ขายได้ราคา 34,380 บาท

พ่อค้าซื้อแคนตาลูปผลเล็กมากจำนวน $900 - 573 = 327$ ผล ขายได้ราคา 11,445 บาท

ดังนั้น พ่อค้าขายแคนตาลูปได้เงินทั้งหมด $34,380 + 11,445 = 45,825$ บาท

พ่อค้าขายแคนตาลูปได้กำไร $45,825 - 45,000 = 825$ บาท

พ่อค้าขายแคนตาลูปได้กำไรมากกว่า 800 บาท ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น พ่อค้าซื้อแคนตาลูปผลใหญ่มากอย่างน้อย 573 ผล

ตัวอย่างที่ 2 นริศราได้รับเงินจากแม่และพี่ชายเป็นเงินเท่าๆ กัน เพื่อเป็นค่าใช้จ่ายประจำเดือน พอสิ้นเดือนนริศราใช้เงินไป 675 บาท ฝากธนาคาร 100 บาท นับเงินที่เหลือ แล้วปรากฏว่ามีเงินเหลือไม่ถึง 125 บาท จงหาว่านริศราได้รับเงินจากแม่และพี่ชายเท่าไร

วิธีทำ ให้นริศราได้รับเงินจากแม่และพี่ชายเป็นเงินเท่าๆ กันคนละ x บาท

นั่นคือ นริศราได้รับเงินทั้งหมด $2x$ บาท

พอสิ้นเดือนนริศราใช้เงินไป 675 บาท

ฝากธนาคาร 100 บาท

นับเงินที่เหลือปรากฏว่ามีเงินเหลือไม่ถึง 125 บาท

อสมการ คือ $2x - (675 + 100) < 125$

$$2x - 775 < 125$$

$$2x < 125 + 775$$

$$2x < 900$$

$$x < \frac{900}{2}$$

$$x < 450$$

แต่เงินที่นริศราได้รับทั้งสิ้นต้องมากกว่า 775 บาท

จะได้ $2x > 775$

$$x > \frac{775}{2}$$

$$x > 387.50$$

ดังนั้น นริศราได้รับเงินจากแม่และพี่ชายคนละมากกว่า 387.50 บาท แต่ไม่ถึง 450 บาท

ตรวจคำตอบ กรณีที่ 1 ถ้านริศราได้รับเงินจากแม่และพี่ชายคนละ 387.50 บาท ดังนั้นนริศราได้

รับเงินทั้งหมด 775 บาท พอสิ้นเดือนนริศราใช้เงินไป 675 บาทและ

ฝากธนาคาร 100 บาท นั่นคือ นริศราเหลือเงิน $775 - 675 - 100 = 0$

ดังนั้น ถ้านริศราได้รับเงินจากแม่และพี่ชายคนละ 387.50 บาท จะไม่เป็นจริงตามที่โจทย์กำหนดให้

กรณีที่ 2 ถ้านริศราได้รับเงินจากแม่และพี่ชายคนละ 388 บาท ดังนั้นนริศราได้

รับเงินทั้งหมด 776 บาท พอสิ้นเดือนนริศราใช้เงินไป 675 บาทและ

ฝากธนาคาร 100 บาท นั่นคือ นริศราเหลือเงิน $776 - 675 - 100 = 1$

ดังนั้น ถ้านริศราได้รับเงินจากแม่และพี่ชายคนละ 387.50 บาท ซึ่งเป็นจริงตามที่โจทย์กำหนดให้

กรณีที่ 3 ถ้านริศราได้รับเงินจากแม่และพี่ชายคนละ 450 บาท ดังนั้นนริศราได้

รับเงินทั้งหมด 900 บาท พอสิ้นเดือนนริศราใช้เงินไป 675 บาทและ

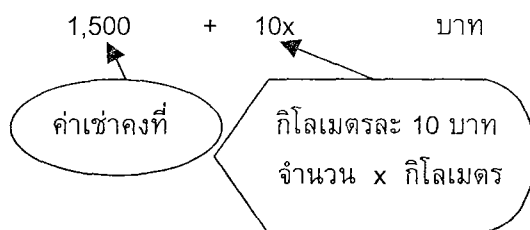
ฝากธนาคาร 100 บาท นั่นคือ นริศราเหลือเงิน $900 - 675 - 100 = 125$

ดังนั้น ถ้านริศราได้รับเงินจากแม่และพี่ชายคนละ 450 บาท จะไม่เป็นจริงตามที่โจทย์กำหนดให้

ตัวอย่างที่ 3 บริษัทรถเช่าแห่งหนึ่งให้เช่ารถขนาดกลางในราคาวันละ 1,500 บาท รวมกับจำนวนที่รถวิ่งไปอีกกิโลเมตรละ 10 บาท นายสุพัตต์ มีเงินอยู่ 2,000 บาท ถ้านายสุพัตต์เช่ารถคันดังกล่าวจากบริษัท นายสุพัตต์สามารถใช้รถดังกล่าวเดินทางไปได้ไม่เกินกี่กิโลเมตร

วิธีทำ สมมติให้นายสุพัตต์ใช้รถคันดังกล่าวเดินทางไป x กิโลเมตร

ดังนั้น จากเงื่อนไขการเช่ารถของบริษัท นายสุพัตต์ต้องจ่ายเงินเท่ากับ



แต่นายสุพัตต์มีเงินอยู่ 2,000 บาท

ดังนั้น จำนวนเงินที่นายสุพัตต์จ่ายเป็นค่ารถต้องไม่เกิน 2,000 บาท

ประโยคดังกล่าวสามารถเขียนเป็นอสมการได้ดังนี้

$$1,500 + 10x \leq 2,000$$

$$10x \leq 2,000 - 1,500$$

$$10x \leq 500$$

$$x \leq \frac{500}{10}$$

$$x \leq 50$$

ดังนั้น นายสุพัตต์สามารถใช้รถคันดังกล่าวเดินทางไปได้ไม่เกิน 50 กิโลเมตร

ตรวจคำตอบ ถ้าสุพัตต์สามารถใช้รถคันดังกล่าวเดินทางไปได้ 50 กิโลเมตร

จากเงื่อนไขของโจทย์จะได้ จ่ายค่าเช่า 1,500 บาท รวมกับจำนวนที่รถวิ่ง $10 \times 50 = 500$

นายสุพัตต์มีเงินอยู่ 2,000 บาท

ดังนั้น $2,000 - 1,500 - 500 = 0$ ซึ่งเป็นจริงตามที่โจทย์กำหนดให้

ใบกิจกรรมที่ 1

ปัญหา สามในห้าของเงินจำนวนหนึ่ง เมื่อหักออกด้วยหนึ่งในสามของจำนวนเงินนั้นแล้วมีค่าไม่ถึง 200 บาท จงหาว่าเงินจำนวนนั้นมีอย่างมากที่สุดกี่บาท

วิธีทำ

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

.....

.....

.....

3. จะวางแผนในการแก้ปัญหาอย่างไร

.....

.....

.....

.....

4. จะดำเนินการตามแผนที่วางไว้ได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....

.....



ปัญหา ระบุชื่อสมุดมา 2 ขนาด รวม 110 เล่ม เป็นเงินรวม 1,220 บาท นำขนาดใหญ่ไปขายเล่มละ 15 บาท ส่วนขนาดเล็กขายเล่มละ 12 บาท ได้กำไรทั้งหมดไม่ถึง 400 บาท ระบุชื่อสมุดขนาดใหญ่มาได้ไม่เกินกี่เล่ม

วิธีทำ

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

.....

.....

3. จะวางแผนในการแก้ปัญหาอย่างไร

.....

.....

.....

4. จะดำเนินการตามแผนที่วางไว้ได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ตรวจสอบ

.....

.....

.....

.....



คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหา (ข้อละ 5 คะแนน)

1. เปี้ยกมีเงินจำนวนหนึ่ง พี่ให้ 1,500 บาท แม่ให้อีก 2,000 บาท เมื่อรวมแล้วเปี้ยกมีเงินไม่น้อยกว่า 6,500 บาท เดิมเปี้ยกมีเงินน้อยที่สุดเท่าไร

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ชื้อหนังสือและสมุดมาจำนวนหนึ่งมีหนังสือน้อยกว่าสมุดอยู่ 10 เล่ม ถ้า หนังสือราคาเล่มละ 25 บาท ส่วนสมุดราคาเล่มละ 8 บาท และราคาหนังสือกับสมุดนี้รวมกันไม่ถึง 500 บาท จะมีหนังสืออย่างมากที่สุดกี่เล่ม

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

รวมคะแนน คะแนน

แบบทดสอบย่อยชุดที่ 3.3

1. สถานการณ์ พ่อค้ามีเปิดและไก่เป็นอัตราส่วน 3 : 2 ต่อมาขายไก่ไป 300 ตัว ปรากฏว่าเหลือไก่และเปิดรวมกันแล้วไม่ถึง 600 ตัว เดิมพ่อค้ามีเปิดและไก่รวมกันแล้วอย่างน้อยกี่ตัว

คำชี้แจง

ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ข้างต้นแล้วใส่เครื่องหมาย “✓” หน้าข้อความที่ถูกต้อง และใส่เครื่องหมาย “X” หน้าข้อความที่ผิด (ข้อละ 1 คะแนน)

- 1) ถ้ามีเปิด 3 ตัวจะมีไก่ 2 ตัว
- 2) อัตราส่วนระหว่างไก่ต่อเปิดเป็น 3 : 2
- 3) อัตราส่วนระหว่างเปิดต่อจำนวนสัตว์ทั้งหมดเป็น 2 : 5
- 4) อัตราส่วนระหว่างไก่ต่อจำนวนสัตว์ทั้งหมดเป็น 2 : 5
- 5) ปัญหาสำคัญของสถานการณ์นี้คือ จำนวนเปิดและไก่รวมกันมีอย่างน้อยกี่ตัว
- 6) จะแก้ปัญหามาจากสถานการณ์นี้ต้องทราบจำนวนไก่ที่ถูกขายไป
- 7) จะแก้ปัญหามาจากสถานการณ์นี้ต้องทราบจำนวนที่เหลือของไก่และเปิดรวมกัน
- 8) อสมการที่ใช้ในแก้โจทย์ปัญหานี้คือ $x - 300 < 600$
- 9) อสมการที่ใช้ในแก้โจทย์ปัญหานี้คือ $x - 300 \leq 600$
- 10) คำตอบของสถานการณ์ข้างต้นคือ พ่อค้ามีไก่และเปิดรวมกันแล้วน้อยกว่า 900 ตัว

2. พ่อค้าไข่ซื้อเหมาไข่เปิดมา 1,000 ฟอง เป็นเงิน 1,200 บาท นำมาขายปลีก โดยขายไข่ขนาดใหญ่ ฟองละ 1.50 บาท ขนาดเล็กฟองละ 1.25 บาท เมื่อขายไข่หมดแล้วพบว่าได้กำไรมากกว่า 175 บาท จงหาว่าไข่ที่ซื้อมาเมื่อแยกตามขนาดแล้วได้ไข่นิดใดมากกว่า (5 คะแนน)

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

รวมคะแนน คะแนน

เฉลยแบบฝึกหัด 3.1

คำชี้แจง ให้นักเรียนใส่เครื่องหมาย (✓) ลงในช่องของตารางให้ถูกต้อง

ข้อ	ประโยคสัญลักษณ์	อสมการ	อสมการ เชิงเส้น ตัวแปรเดียว	ไม่ใช่ อสมการ	ไม่ใช่อสมการ เชิงเส้น ตัวแปรเดียว
1	$8x = 16$			✓	✓
2	$13 = 2x + 5$			✓	✓
3	$3x + 5y > 10$	✓			✓
4	$\frac{3}{2}x < 0$	✓	✓		
5	$y + 8 \geq 16$	✓	✓		
6	$2x + x \leq x + 5$	✓	✓		
7	$y^2 - 3 \neq 0$	✓			✓
8	$\frac{5}{6}(x - 3) = 5$			✓	✓
9	$x - 6 \geq 24$	✓	✓		
10	$2y + 8 < y - 10$	✓	✓		

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3.2

คำชี้แจง ให้นักเรียนใส่เครื่องหมาย (✓) ลงในช่องของตารางให้สมบูรณ์

ถ้าอสมการสองอสมการใดสมมูลกันให้ใส่เครื่องหมายลงในช่องอสมการสมมูลกัน

ถ้าอสมการสองอสมการใดไม่สมมูลกันให้ใส่เครื่องหมายลงในช่องอสมการไม่สมมูลกัน

ข้อ	อสมการ	อสมการ สมมูลกัน	อสมการ ไม่สมมูลกัน
1	1. $2x > 10$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 5 2. $3x > 15$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 5	✓	
2	1. $3x - 2 < 4$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า 2 2. $2x - 4 < 8$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า 6		✓
3	1. $-5 + 2x \geq 5$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนมากกว่าหรือเท่ากับ 5 2. $5x - 1 > 2x + 11$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนมากกว่าหรือเท่ากับ 4		✓
4	1. $2x + 4 < 8$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่น้อย 2 2. $5x < 10$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า 2	✓	
5.	1. $-x + 1 > -10$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า 11 2. $1 - a > -10$ คำตอบคือ จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า 11	✓	



1. จงใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน เติมจำนวนลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

- (1) ถ้า $m > 5$ แล้ว $m + 7 > 5 + 7$
- (2) ถ้า $3x < 8$ แล้ว $3x + 1 < 8 + 1$
- (3) ถ้า $2y + 3 \geq 20$ แล้ว $2y + 10 \geq 27$
- (4) ถ้า $5x - 3 \leq 14$ แล้ว $5x \leq 17$
- (5) ถ้า $3x - 5 > y$ แล้ว $3x - 2 > y + 3$
- (6) ถ้า $3y + 7 > 12$ แล้ว $3y + 5 > 10$
- (7) ถ้า $18 \geq 3x - 5$ แล้ว $26 \geq 3x + 3$
- (8) ถ้า $2(x - 1) \leq 3$ แล้ว $2x + 5 \leq 10$
- (9) ถ้า $3(x + 1) > y + 2$ แล้ว $3x + 7 > y + 6$
- (10) ถ้า $\frac{x}{8} < \frac{7}{8}$ แล้ว $\frac{x+1}{8} < 1$

2. จงใช้สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน เติมจำนวนลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

- (1) ถ้า $a > b$ แล้ว $3a > 3b$
- (2) ถ้า $2a > 8$ แล้ว $4a > 16$
- (3) ถ้า $x - 1 < 10$ แล้ว $5(x - 1) < 50$
- (4) ถ้า $3x + 2 \geq 7$ แล้ว $3(3x + 2) \geq 21$
- (5) ถ้า $5x + 6 \leq 16$ แล้ว $-2(5x + 6) \geq -32$
- (6) ถ้า $4x - 3 < 10$ แล้ว $-3(4x - 3) > -30$
- (7) ถ้า $2(x + 3) \geq 11$ แล้ว $-4(x + 3) \leq -22$
- (8) ถ้า $15 \leq 2x + 1$ แล้ว $30 \leq 4x + 2$
- (9) ถ้า $3(x + 1) < 7$ แล้ว $-9(x + 1) > -21$
- (10) ถ้า $2(x + 1) > 5$ แล้ว $-6(x + 1) < -15$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3.4

1. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ $4\frac{5}{7}$
2. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 2
3. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า $-5\frac{5}{11}$
4. จำนวนทุกจำนวนที่น้อย 2

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3.5

1. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 2
2. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 5
3. จำนวนทุกจำนวนยกเว้น 11

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3.6

1. น้อยที่สุด 3,000 บาท
2. อย่างมากที่สุด 12 เล่ม



1. จงใส่เครื่องหมาย ✓ หน้าข้อความที่ถูกต้อง และเครื่องหมาย ✕ หน้าข้อความที่ผิด

.....✓ 1) อสมการ $5x + 6 < 4x + 3$ เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

.....✕ 2) อสมการ $5x + y \leq 3x - 5$ เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

.....✕ 3) อสมการ $3x + 3 \geq x + 5$ ไม่เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

.....✓ 4) อสมการ $2x < 2$ และ $x < 1$ เป็นอสมการที่สมมูลกัน

.....✕ 5) อสมการ $x - 2 > 3$ และ $x < 5$ เป็นอสมการที่สมมูลกัน

.....✕ 6) อสมการ $2x \neq 4$ และ $x \neq 2$ ไม่เป็นอสมการที่สมมูลกัน

2. จงใช้สมบัติการบวกและการคูณของการไม่เท่ากัน เติมจำนวนลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1) ถ้า $2y + 3 > 20$ แล้ว $2y > 17$

2) ถ้า $12 \leq 3x + 7$ แล้ว $10 \leq 3y + 5$

3) ถ้า $5m > 21$ แล้ว $5m - 1 > 20$

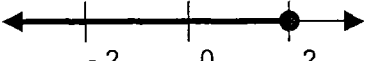
4) ถ้า $3x \geq 8$ แล้ว $-6x \leq -16$

5) ถ้า $x + 9 < 15$ แล้ว $2x + 18 < 30$

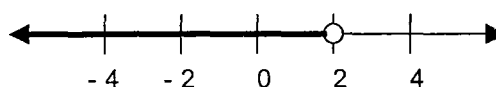
6) ถ้า $x - 1 > 10$ แล้ว $-3x + 3 < -30$

เฉลยแบบทดสอบย่อยชุดที่ 3.2

ตอนที่ 1 จงใส่เครื่องหมาย “✓” หน้าข้อความที่ถูกต้อง และเครื่องหมาย “×” หน้าข้อความที่ผิด (ข้อละ 1 คะแนน)

.....×..... 1)  กราฟคำตอบนี้ตรงกับคำตอบของ
อสมการ $2x - 3 \leq 4(x + 1) - 3$

.....✓..... 2) คำตอบของอสมการ $3x - 2 < 2x$ แสดงด้วยกราฟ



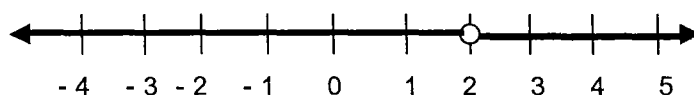
.....×..... 3) คำตอบที่มีค่ามากที่สุดของอสมการ $(3x - 11) - (x - 10) \leq 6x - 5$ คือ

1

ตอนที่ 2 จงแก้สมการ $x(2x + 5) - 2x(x - 3) \neq 22$ และเขียนกราฟแสดงคำตอบด้วย
(5 คะแนน)

วิธีทำ
$$\begin{aligned} x(2x + 5) - 2x(x - 3) &\neq 22 \\ 2x^2 + 5x - 2x^2 + 6x &\neq 22 \\ 11x &\neq 22 \\ x &\neq \frac{22}{11} \\ x &\neq 2 \end{aligned}$$

คำตอบของสมการคือ จำนวนทุกจำนวนยกเว้น 2
เขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้





1. สถานการณ์ พ่อค้ามีเปิดและไก่เป็นอัตราส่วน 3 : 2 ต่อมาขายไก่ไป 300 ตัว ปรากฏว่าเหลือไก่และเปิดรวมกันแล้วไม่ถึง 600 ตัว เดิมพ่อค้ามีเปิดและไก่อรวมกันแล้วอย่างน้อยกี่ตัว



ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ข้างต้นแล้วใส่เครื่องหมาย “✓” หน้าข้อความที่

ถูกต้อง และใส่เครื่องหมาย “X” หน้าข้อความที่ผิด (ข้อละ 1 คะแนน)

-✓ ... 1) ถ้ามีเปิด 3 ตัวจะมีไก่ 2 ตัว
- X ... 2) อัตราส่วนระหว่างไก่อต่อเปิดเป็น 3 : 2
- X ... 3) อัตราส่วนระหว่างเปิดต่อจำนวนสัตว์ทั้งหมดเป็น 2 : 5
-✓ ... 4) อัตราส่วนระหว่างไก่อต่อจำนวนสัตว์ทั้งหมดเป็น 2 : 5
-✓ ... 5) ปัญหาสำคัญของสถานการณ์นี้คือ จำนวนเปิดและไก่อรวมกันมีอย่างน้อยกี่ตัว
-✓ ... 6) จะแก้ปัญหจากสถานการณ์นี้ต้องทราบจำนวนไก่อที่ถูกขายไป
-✓ ... 7) จะแก้ปัญหจากสถานการณ์นี้ต้องทราบจำนวนที่เหลือของไก่อและเปิดรวมกัน
-✓ ... 8) อสมการที่ใช้ในแก้โจทย์ปัญหานี้คือ $x - 300 < 600$
- X ... 9) อสมการที่ใช้ในแก้โจทย์ปัญหานี้คือ $x - 300 \leq 600$
-✓ ... 10) คำตอบของสถานการณ์ข้างต้นคือ พ่อค้ามีไก่อและเปิดรวมกันแล้วน้อยกว่า 900 ตัว

2. พ่อค้าไข่ซื้อเหมาไข่เปิดมา 1,000 ฟอง เป็นเงิน 1,200 บาท นำมาขายปลีก โดยขายไข่ขนาดใหญ่ ฟองละ 1.50 บาท ขนาดเล็กฟองละ 1.25 บาท เมื่อขายไข่หมดแล้วพบว่าได้กำไรมากกว่า 175 บาท จงหาว่าไข่ที่ซื้อมาเมื่อแยกตามขนาดแล้วได้ไข่ชนิดใดมากกว่า (5 คะแนน)

วิธีทำ สมมติให้ พ่อค้าซื้อไข่ขนาดใหญ่มา x ฟอง ดังนั้น พ่อค้าซื้อไข่ขนาดเล็กมา $1,000 - x$ ฟอง
 ขายไข่ขนาดใหญ่ฟองละ 1.50 บาท ดังนั้นซื้อไข่ขนาดใหญ่มา x ฟอง ขายไข่ได้เงิน $1.50x$ บาท
 ขายไข่ขนาดเล็กฟองละ 1.25 บาท ดังนั้นซื้อไข่ขนาดเล็กมา $1,000 - x$ ฟอง ขายไข่ได้เงิน $1.25(1,000 - x)$ บาท

พ่อค้าขายไข่เปิดทั้ง 2 ชนิดได้เงินทั้งสิ้น $1.50x + 1.25(1,000 - x)$ บาท

โจทย์กำหนดว่าเมื่อขายไข่หมดแล้วพบว่าได้กำไรมากกว่า 175 บาท

$$\text{อสมการคือ } [1.50x + 1.25(1,000 - x)] - 1,200 > 175$$

$$1.50x + 1250 - 1.25x - 1,200 > 175$$

$$1.25x + 50 > 175$$

$$1.25x > 125$$

$$x > \frac{125}{1.25}$$

$$x > 100$$

ดังนั้น เมื่อแยกตามขนาดแล้วจะได้ไข่เปิดขนาดใหญ่มากกว่า

ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ชุดการสอนและแผนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบ
อีวริสติก :

1. อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์
รองอธิบดีกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ
2. ดร. จีวีวรรณ เสวตมัลย์
อาจารย์ประจำภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล
อาจารย์วิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
4. ดร. สมเดช บุญประจักษ์
อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันราชภัฏพระนคร
5. รองศาสตราจารย์ ดร. ไพโรจน์ เปาใจ
อาจารย์ประจำภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์
รองอธิบดีกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ
2. รองศาสตราจารย์ ดร. ชัญญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ
อาจารย์สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. ดร. จีวีวรรณ เสวตมัลย์
อาจารย์ประจำภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ
4. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล
อาจารย์วิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
5. ดร. สมเดช บุญประจักษ์
อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันราชภัฏพระนคร

แบบสอบถามวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1. รองศาสตราจารย์ ดร. ดวงเดือน ศาสตรภักดิ์
อาจารย์ประจำภาควิชาจิตวิทยา คณะมนุษยศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. รองศาสตราจารย์ ดร. ชานูวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ
อาจารย์สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. ดร. ฉวีวรรณ เสวตมัลย์
อาจารย์ประจำภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
4. รองศาสตราจารย์อัจฉรา สุขารมณี
สถาบันวิจัยพฤติกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
5. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล
อาจารย์วิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ – สกุล	นางสาวสมจิตร เพชรผา
วันเดือนปีเกิด	22 เมษายน 2516
สถานที่เกิด	อำเภอกันทรารมย์ จังหวัดศรีสะเกษ
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	29 / 2 หมู่ที่ 1 ตำบลหนองหัวช้าง อำเภอกันทรารมย์ จังหวัดศรีสะเกษ 33130
ตำแหน่งหน้าที่การงาน	อาจารย์ 1 ระดับ 4
สถานที่ทำงาน	โรงเรียนบ้านดำน ตำบลภูผาหมอก อำเภอกันทรลักษ์ จังหวัดศรีสะเกษ 33110
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2534	มัธยมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนกันทรารมย์ อำเภอกันทรารมย์ จังหวัดศรีสะเกษ
พ.ศ. 2538	ค.บ. (วิชาเอกคณิตศาสตร์ – วิชาโทชีววิทยา) จากสถาบันราชภัฏพระนคร กรุงเทพมหานคร
พ.ศ. 2544	กศ.ม. (การมัธยมศึกษา สาขาการสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ กรุงเทพมหานคร