

๕๒๗.๖๔๓

๒๕๑๗

๕-๓

อุทธรณ์มิวกุดของสารท้านำยั้งยวคชนิดที่เป็นโลหะทรานซิชัน  
เมื่อมีสิ่งเจือปนแบบคอนโค

ปริญญานิพนธ์

ของ

ปราณี เตชะเพชรไพบูลย์

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต

มิถุนายน ๒๕๒๖

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

153324

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำตัวนิสิตและคณะกรรมการสอบ ได้พิจารณาปริญญา  
นิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษา  
มหาบัณฑิตของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการที่ปรึกษา

คณะกรรมการสอบ

ส.ก.ก. ๒๐๐๓

ประธาน

ส.ก.ก. ๒๐๐๓

ประธาน

กรรมการ

ส.ก.ก. ๒๐๐๓

กรรมการ

กรรมการ

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ .....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย .....	5
ความสำคัญของการวิจัย .....	6
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	7
แบบจำลองที่มีหลายแถบพลังงาน .....	7
สมบัติของแบบจำลองที่มีหลายแถบพลังงานเหลื่อมซ้อนกันเมื่อมีสิ่งเจือปน	13
อิทธิพลของสิ่งเจือปนแบบต่าง ๆ ต่ออุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวด	
ชนิดที่เป็นโลหะทรานซิชัน .....	14
สิ่งเจือปนชนิดที่เป็นแม่เหล็ก .....	14
สิ่งเจือปนชนิดที่ไม่เป็นแม่เหล็ก .....	15
สิ่งเจือปนชนิดที่เป็นพาราแมกเนติก .....	19
สิ่งเจือปนแบบแอนเคอร์สัน .....	20
สิ่งเจือปนแบบคอนโด .....	23
3 วิธีดำเนินการ .....	28
4 ผลการวิจัย .....	32
สมการออร์เตอร์พารามิเตอร์ .....	32
การคำนวณอุณหภูมิวิกฤต .....	51

บทที่	หน้า
5 บทย่อ สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ .....	71
บทย่อ .....	71
ความมุ่งหมายของการวิจัย .....	71
วิธีดำเนินการวิจัย .....	71
การวิเคราะห์ผล .....	71
สรุปผลการวิจัย .....	71
อภิปรายผลการวิจัย .....	74
ข้อเสนอแนะในการวิจัย .....	77
บรรณานุกรม .....	79

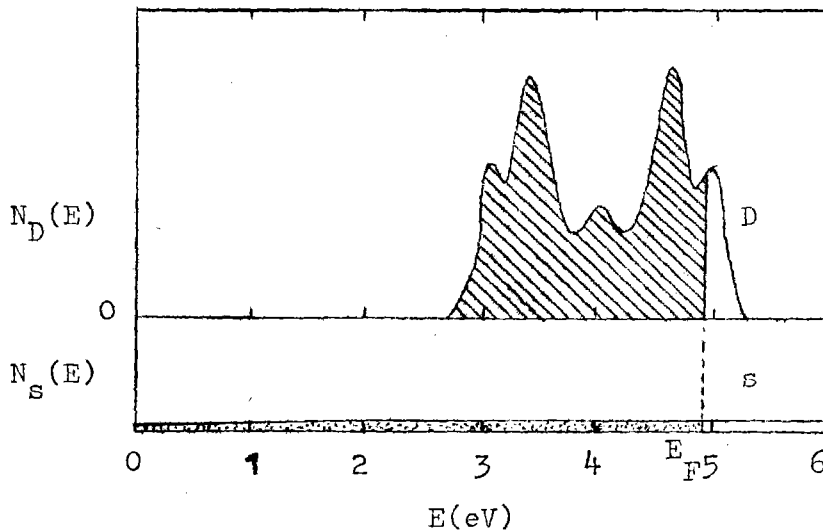
## บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ		หน้า
1	กราฟแสดงความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนในแถบพลังงาน- $s$ $[N_s(E)]$ และในแถบพลังงาน-D $[N_D(E)]$ กับพลังงาน .....	1
2	คูคูเปอร์ในแบบจำลองที่มีหลายแถบพลังงาน .....	9
3	กราฟแสดงพฤติกรรมของอุณหภูมิวิกฤตของโลหะผสม Y-Rh .....	16
4	กราฟแสดงออร์เคอร์พารามิเตอร์สุทธิของสารตัวนำยิ่งยวดไมบริสุทธิที่มีสอง แถบพลังงาน (แสดงด้วยเส้นประ) และออร์เคอร์พารามิเตอร์ของสาร ตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิที่มีสองแถบพลังงาน (แสดงด้วยเส้นทึบ) .....	18
5	แผนภาพแสดงกรีนส์ฟังก์ชันของ $s$ -อิเล็กตรอน และ $D$ -อิเล็กตรอน ....	34
6	แผนภาพแสดงค่า $r_i(w)$ เมื่อค่า $i$ เป็น $s$ และ $D$ .....	36

บทนำ

ธาตุที่มีสมบัติสภาพนำยิ่งยวดส่วนมากมีหลายแถบพลังงานที่มีอิเล็กตรอนอยู่ไม่เต็ม ซึ่งแถบพลังงานเหล่านี้เหลื่อมซ้อนกัน ธาตุลักษณะดังกล่าวเป็นโลหะทรานซิชันซึ่งมีอิเล็กตรอนในแถบพลังงานย่อย 3d, 4d และ 5d ไม่เต็ม

ในปี ค.ศ. 1935 มอท์ (Mott, 1935 : 571) ได้เสนอว่าโครงสร้างของแถบพลังงานของโลหะทรานซิชันเป็นดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 กราฟแสดงความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนในแถบพลังงาน-s [ $N_S(E)$ ] และในแถบพลังงาน-d [ $N_D(E)$ ] กับพลังงาน

จากกราฟจะเห็นว่า แถบพลังงาน-s มีช่วงพลังงานกว้างกว่าแถบพลังงาน-d ส่วนความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนในแถบพลังงาน-d สูงกว่าในแถบพลังงาน-s โดยเฉพาะที่ระดับเฟอร์มี ความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนในแถบพลังงาน-d มีค่าประมาณสลับเท่าของความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนในแถบพลังงาน-s และเป็นที่ทราบกันดีว่า อิเล็กตรอนที่ระดับเฟอร์มีเป็นตัวละครสำคัญที่ทำให้เกิดสภาพนำยิ่งยวด ดังนั้นอิเล็กตรอน

ในแถบพลังงาน-s และแถบพลังงาน-D จึงเป็นตัวการที่ทำให้เกิดสภาพนำยิ่งยวดในโลหะทรานซิชัน

ในการพิจารณาแบบจำลองแถบพลังงานของอิเล็กตรอนในโลหะทรานซิชัน เราจะถือว่าโครงสร้างแถบพลังงานของโลหะทรานซิชันเหล่านี้เป็นแถบพลังงานที่คงรูป (rigid band) และสมบัติของโลหะทรานซิชันเหล่านี้ขึ้นอยู่กับจำนวนอิเล็กตรอนอิสระต่ออะตอม

ความพยายามในการอธิบายสาเหตุการเกิดสภาพนำยิ่งยวดในโลหะทรานซิชันนั้นประสบปัญหาที่ยากหลายประการ คือ เมื่ออะตอมของโลหะทรานซิชันจากที่ไกลมากเคลื่อนเข้าใกล้กัน พลังค์ชั้นคลื่นของ s-อิเล็กตรอนที่อยู่นอกของอะตอมจะรวมกันเป็นแถบพลังงาน-s อิเล็กตรอนในแถบพลังงานเหล่านี้จะมีลักษณะเป็นคลื่นระนาบซึ่งในบริเวณใกล้นิวเคลียสจะมีลักษณะสมมาตร เมื่ออะตอมเคลื่อนเข้าใกล้กันมากขึ้น แถบ D-อิเล็กตรอนในวงโคจรนอกสุดจะทำให้เกิดแถบพลังงาน-D แถบพลังงาน-D จะแคบกว่าแถบพลังงาน-s เพราะว่าพลังค์ชั้นคลื่นของ D-อิเล็กตรอนมีการเหลื่อมซ้อนกันน้อยกว่า และ D-อิเล็กตรอนอยู่ในบริเวณใกล้นิวเคลียสมากกว่า s-อิเล็กตรอนในโลหะธรรมดา ดังนั้นหาก D-อิเล็กตรอนสองตัวอยู่ในเซลล์เดียวกันและใกล้กันโดยอาศัยอิทธิพลของสนามศักย์อ่อนจะมีแรงผลักกันและกันระหว่าง D-อิเล็กตรอนที่ค่อนข้างรุนแรงเมื่อเปรียบเทียบกับแรงผลักกันระหว่าง s-อิเล็กตรอนในโลหะธรรมดาแม้ว่าอิเล็กตรอนตัวอื่น ๆ ที่วางกันอันตรกิริยาคลุมบ่ออันเกิดขึ้นระหว่าง D-อิเล็กตรอนทั้งสองจะทำให้แรงผลักระหว่าง D-อิเล็กตรอนมีค่าลดลงจาก 10-20 อิเล็กตรอนโวลต์เป็น 2-5 อิเล็กตรอนโวลต์ก็ตาม และจากการที่ความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนในแถบพลังงาน-D มีค่าสูง ทำให้การที่จะอธิบายสภาพนำยิ่งยวดในโลหะทรานซิชันให้ถูกต้องจะต้องคำนึงถึงอันตรกิริยาระหว่าง D-อิเล็กตรอน ปัญหายากลำดับต่อไปก็คือ โครงสร้างแถบพลังงานของโลหะทรานซิชันซับซ้อนและยุ่งยากมาก ได้มีการคำนวณโครงสร้างแถบพลังงานของโลหะทรานซิชันเพียงไม่กี่การคำนวณที่ได้พิจารณาอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนหลาย ๆ ตัวโดยละเอียด ส่วนในโลหะธรรมดานั้นโครงสร้างแถบพลังงานไม่สูงจะมีอิทธิพลต่ออันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนหลาย ๆ ตัว ทั้งนี้เพราะสนามในบริเวณรอบ ๆ นิวเคลียสมีลักษณะเป็นสนามอย่างอ่อน แต่ในกรณีของโลหะทรานซิชัน สนามที่ว่าเป็นสนามอย่างรุนแรง

ปัจจุบันนี้ความเข้าใจเกี่ยวกับปรากฏการณ์สภาพนำยิ่งยวดในโลหะทรานซิชันที่มีสองแถบพลังงานมีค่อนข้างน้อย ถ้าเราใช้ข้อสมมุติฐานที่มีเหตุผลก็จะทำให้เราได้ผลที่สอดคล้องกับการทดลองคือ หากเราใช้ข้อสมมุติฐานที่ไม่เหมาะสมเราก็จะได้ผลตรงข้ามกับการทดลอง ดังนั้นเราจึงมีความประสงค์ที่จะใช้แฮมิลโทเนียน (Hamiltonian) ที่ได้พิจารณาแรงกระทำระหว่างอิเล็กตรอนกับอออนในลักษณะที่เหมาะสม ในระบบดังกล่าว อิเล็กตรอนที่อยู่เต็มในแถบพลังงานใด ๆ จำนวนมากจะเคลื่อนที่อย่างรวดเร็วมากในขณะที่อออนกำลังสั่นไปมาอย่างช้า ๆ วาเลนซ์อิเล็กตรอนและอออนในลักษณะนี้จึงเป็นเสมือนระบบที่มีแรงกระทำคู่ควบชนิดรุนแรงพอสมควร เพราะเหตุว่าพลังงานที่จะทำให้เกิดสภาพนำยิ่งยวดมีเพียง  $10^{-5}$  เท่าของพลังงานทั้งหมดของระบบ เราจึงมีความจำเป็นที่จะต้องหาค่า ๆ หนึ่งที่จะใช้อธิบายปริมาณของพลังงานเหล่านี้ให้ได้อย่างใกล้เคียงกับผลการทดลองที่วัดได้ และค่า ๆ นี้จะได้จากการพิจารณาอันตรกิริยาแบบทั้งหมดและอันตรกิริยาหลงเหลืออยู่จะทำให้เกิดแรงกระทำระหว่างกาตัวแปรเหล่านี้มันจะนำไปสู่สมมติฐานซึ่งแสดงควาแตกต่างระหว่างสภาวะปกติและสภาวะตัวนำยิ่งยวด ดังนั้นแทนที่จะพิจารณาการขจัดของอออน เราจะพิจารณาโฟนอนซึ่งเราสามารถสังเกตได้ดังเช่น จากทฤษฎี บี ซี เอส ถ้าเราใช้ทฤษฎีของแลนเดาอธิบายสมมติของอิเล็กตรอนในกรณีที่เป็นอนุภาคกึ่งอิสระ (quasi particle) แต่อันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนนั้นรุนแรงมากพอที่จะทำให้ภาพพจน์ที่ว่าอิเล็กตรอนเป็นอนุภาคกึ่งอิสระนั้นใช้ไม่ได้ วิธีหนึ่งที่เราใช้แก้ปัญหาเหล่านี้ก็คือใช้การคำนวณจากแผนภาพ จากแผนภาพเราก็สามารถคำนวณปริมาณต่าง ๆ และพบว่าอันตรกิริยาจับคู่ระหว่างอิเล็กตรอนไม่มีผลกระทบกระเทือนต่อโฟนอนเลย

เพื่อที่จะเข้าใจสภาพนำยิ่งยวดของโลหะทรานซิชัน ได้มีการศึกษาอิทธิพลของสิ่งเจือปนที่มีต่อสภาพนำยิ่งยวดในด้านที่เกี่ยวข้องกับ อุณหภูมิวิกฤต ความร้อนจำเพาะ สภาพนำไฟฟ้า การดูดกลืนคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า การดูดกลืนคลื่นอุลตราโซนิค เป็นต้น ด้วยเหตุที่ว่าสิ่งเจือปนมีอิทธิพลต่อการแปรเปลี่ยนของอุณหภูมิวิกฤตของโลหะทรานซิชัน ดังเช่นค่าอุณหภูมิวิกฤตของโลหะทรานซิชันที่โมบีริสที่มีค่าต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤตของโลหะทรานซิชันบริสซูทซ์ ปรากฏการณ์ดังกล่าว แอนเดอร์สัน (Anderson. 1959 : 26) เป็นผู้อธิบายว่า การกระเจิงของอิเล็กตรอนอันเกิดขึ้นเนื่องจากอะตอมของสิ่งเจือปนนั้น ทำให้เกิด

อันตรกิริยาผสมกันระหว่างอิเล็กตรอนสถานะต่าง ๆ และเมื่อมีสิ่งเจือปนระยะทางอิสระเฉลี่ย จะมีค่าน้อยกว่าระยะอาพันธ์ (ระยะทางระหว่างอิเล็กตรอนในคูคูเปอร์) จึงทำให้ช่องว่างพลังงานไม่ขึ้นกับทิศทาง และการจับคู่ของอิเล็กตรอนจะทำให้อุณหภูมิวิกฤตมีค่าลดลง ต่อมา การ์แลนด์ (Garland. 1963 : 114) ได้เห็นว่าโลหะทรานซิชันที่ไม่บริสุทธิ์ เป็นสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานเดี่ยว ส่วนโลหะทรานซิชันที่บริสุทธิ์เป็นสารตัวนำยิ่งยวด ที่มีสองแถบพลังงานหรือมีหลายแถบพลังงานเหลื่อมซ้อนกัน

จากที่กล่าวข้างต้นว่าอิทธิพลของสิ่งเจือปนมีผลต่อการแปรเปลี่ยนของอุณหภูมิวิกฤต ดังนั้นจึงมีนักฟิสิกส์หลายท่านได้ทำการศึกษาการแปรเปลี่ยนของอุณหภูมิวิกฤตของโลหะทรานซิชัน เมื่อมีสิ่งเจือปนแบบต่าง ๆ ดังนี้

ในปี ค.ศ. 1961 ฮูม และ บลาเกอร์ (Hulm and Blaugher. 1961 : 1569) พบว่าการแปรเปลี่ยนของอุณหภูมิวิกฤตของโลหะทรานซิชันบริเวณตอนกลางของอนุกรม ( $4 \leq Z \leq 8$ ) มีลักษณะสอดคล้องกับพฤติกรรมของความร้อนจำเพาะ ปีต่อมา แมทโทอิส (Matthias. 1962 : 250) ได้ศึกษาผลของสิ่งเจือปนชนิดที่เป็นแม่เหล็กที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤตของโลหะผสม Mo-Re และได้แสดงให้เห็นว่าอุณหภูมิวิกฤตลดลงอย่างรวดเร็วเมื่อความเข้มข้นของสิ่งเจือปนเพิ่มขึ้น

ในปี ค.ศ. 1964 ไฮน์ (Hein. 1964 : 149) ได้ศึกษาพฤติกรรมของอุณหภูมิวิกฤตของโลหะผสม Nb-Mo พบว่าอุณหภูมิวิกฤตขึ้นอยู่กับความร้อนจำเพาะ และ โคเฮน (Cohen. 1964 : 243) เสนอแนะว่าสิ่งเจือปนชนิดที่ไม่เป็นแม่เหล็กสามารถทำให้อุณหภูมิวิกฤตสูงขึ้น

ในช่วงปี ค.ศ. 1971-1976 มีนักฟิสิกส์หลายท่านที่ทำการศึกษาอิทธิพลของสิ่งเจือปนชนิดที่เป็นแม่เหล็ก ไม่เป็นแม่เหล็ก และเป็นพาราแมกเนติกที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤต เช่น ชาว (Chow. 1971 : 111-115) มุลเลอร์-ฮาร์ทมานน์ และ ซิตทาร์ทซ์ (Müller-Hartmann and Zittartz. 1971 : 428) และ เอนเทล และ เรนเนอร์ (Entel and Rainer. 1971 : 511) เป็นต้น ผลของการศึกษานี้พบว่าอุณหภูมิวิกฤตขึ้นอยู่กับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนแบบต่าง ๆ

มัตสึยูระ อิกิโนเซ และ นากาโอกะ (Matsuura, Ichinose and Nagaoka. 1977 : 713) ได้ศึกษาผลของสิ่งเจือปนแบบคอนโคที่มีต่อสภาพตัวน้ำยั้งยวด แต่งานวิจัยของทั้งสามท่านใช้แบบจำลองที่มีแถบพลังงานแถบเดียว

ผู้เสนอแบบจำลองชนิดที่มีสองแถบพลังงานคือ ซูล แมทไทอัส และ วอคเกอร์ (Suhl, Matthias and Walker. 1959 : 552) แบบจำลองนี้เป็นแบบจำลองที่ขยายขอบเขตของทฤษฎี บี ซี เอส สำหรับแถบพลังงานแถบเดียวให้ครอบคลุมถึงกรณีที่มีสองแถบพลังงาน ผู้วิจัยคณะนี้ได้ศึกษาสมบัติของโลหะบริสุทธิ์เมื่อเป็นสารตัวนำยิ่งยวด และพบว่าโลหะบริสุทธิ์จะมีช่องว่างพลังงานสองช่องสำหรับแถบพลังงานแต่ละแถบ ต่อมา เพเรตตี (Peretti. 1962 : 275) ได้เป็นผู้ชี้ให้เห็นว่าการอธิบายของซูลและคนอื่น ๆ ถูกต้องสำหรับโลหะทรานซิชัน นักฟิสิกส์ที่ศึกษาเกี่ยวกับแบบจำลองชนิดที่มีสองแถบพลังงานยังมีอีกหลายท่าน เช่น วิลล์ และ บรูสเบอก (Will and Brusberg. 1975 : 169) โมฮาเบียร์ และ นาถิ (Mohabir and Nagi. 1977 : 139) และ กุซาคาเบ (Kusakabe. 1970 : 907) งานวิจัยฉบับล่าสุดเป็นงานวิจัยของสุทสัน ยุกसान (Yoksan. 1981 : 217) ได้คำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสองแถบพลังงานเมื่อมีสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สัน และพบว่าอุณหภูมิวิกฤตขึ้นอยู่กับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนแบบเอกซ์โพเนนเชียล

งานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยทางทฤษฎี ผู้วิจัยต้องการขยายขอบเขตของงานวิจัยของมัตสึยูระ อิกิโนเซ และ นากาโอกะให้ครอบคลุมถึงแบบจำลองที่มีสองแถบพลังงานชนิดที่เป็นโลหะทรานซิชันโดยจะศึกษาการแปรเปลี่ยนของอุณหภูมิวิกฤตของโลหะทรานซิชันเมื่อมีสิ่งเจือปนแบบคอนโคว่าขึ้นอยู่กับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนเนื้ออย่างไรและเพียงใด

### ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อคำนวณหาความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่เป็นโลหะทรานซิชันกับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนแบบคอนโค
2. เพื่อวิเคราะห์เปรียบเทียบผลการคำนวณที่ได้กับงานวิจัยอื่น ๆ
3. เพื่อศึกษาหาวิธีการคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตเมื่อสารตัวนำยิ่งยวดมีโครงสร้าง

แถบพลังงานซับซ้อนมากขึ้น

### ความสำคัญของการวิจัย

1. ผลการวิจัยนี้สามารถอธิบายสมบัติของสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่เป็นโลหะทรานซิชันในด้านอุณหพลศาสตร์ได้
2. ผลการวิจัยนี้สามารถนำไปขยายขอบเขตของงานวิจัยให้ครอบคลุมถึงกรณีของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงาน  $n$  แถบเหลื่อมซ้อนกัน เมื่อ  $n$  เป็นเลขจำนวนเต็มบวกใด ๆ
3. ผลการวิจัยนี้เป็นการเพิ่มพูนความเข้าใจในธรรมชาติของสารตัวนำยิ่งยวดให้ดียิ่งขึ้น

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

แบบจำลองที่มีหลายแถบพลังงาน

ในการศึกษาสารตัวนำยิ่งยวดที่มีหลายแถบพลังงานเหลื่อมซ้อนกัน ซูลล์ แมทโทอิส และ วอคเกอร์ (Suhl, Matthias and Walker. 1959 : 552) ได้ขยายขอบเขตของทฤษฎี บี ซี เอส ที่เหมาะสมสำหรับกรณีสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานแถบเดียวให้ครอบคลุมกรณีสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสองแถบพลังงานเหลื่อมซ้อนกัน (คือมีแถบพลังงาน-s และแถบพลังงาน-D) เมื่อการจับคู่ของอิเล็กตรอนทั้งในแถบพลังงานเดียวกันและต่างแถบพลังงานเกิดขึ้นโดยขบวนการปลดปล่อยและดูดกลืนโฟนอน แฮมิลโทเนียนของขบวนการดังกล่าวนี้สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned}
 H = & \sum_{k\sigma} \epsilon_{ks} a_{k\sigma}^+ a_{k\sigma} - \epsilon_{ss} \sum_{kk'} a_{k\uparrow}^+ a_{-k\downarrow}^+ a_{-k\downarrow} a_{k'\uparrow} \\
 & + \sum_{k\sigma} \epsilon_{kD} D_{k\sigma}^+ D_{k\sigma} - \epsilon_{DD} \sum_{kk'} D_{k\uparrow}^+ D_{-k\downarrow}^+ D_{-k\downarrow} D_{k'\uparrow} \\
 & - \epsilon_{sD} \sum_{kk'} (a_{k\uparrow}^+ a_{-k\downarrow}^+ D_{-k\downarrow} D_{k'\uparrow} + D_{k\uparrow}^+ D_{-k\downarrow}^+ a_{-k\downarrow} a_{k'\uparrow})
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

เมื่อ

- $\epsilon_{ks}, \epsilon_{kD}$  เป็นพลังงานบลอค (Bloch energies) ของ s-อิเล็กตรอนและ D-อิเล็กตรอนที่มีโมเมนตัม k ตามลำดับ
- $a_{k\sigma}^+, D_{k\sigma}^+$  เป็นโอเปอเรเตอร์แบบสร้างสร์รค์ของ s-อิเล็กตรอนและ D-อิเล็กตรอนที่มีโมเมนตัม k สปิน  $\sigma$  ตามลำดับ
- $a_{k\sigma}, D_{k\sigma}$  เป็นโอเปอเรเตอร์แบบทำลายของ s-อิเล็กตรอนและ D-อิเล็กตรอนที่มีโมเมนตัม k สปิน  $\sigma$  ตามลำดับ
- $\epsilon_{ss}, \epsilon_{DD}, \epsilon_{sD}$  เป็นค่าคงที่ของการจับคู่ระหว่าง s-อิเล็กตรอนกับ s-อิเล็กตรอน D-อิเล็กตรอนกับ D-อิเล็กตรอน และ s-อิเล็กตรอนกับ

D-อิเล็กตรอน ตามลำดับ โดยขบวนการปลดปล่อยและ  
ดูดกลืนโฟนอน

อันตรกิริยาทุกชั้นตอนจะถูกจำกัดภายในช่วงพลังงานที่กว้าง  $2\omega_c$  โดยวัดจากผิว  
เฟอร์มิ ชูลและคนอื่น ๆ ได้คำนวณค่าอนุกรมวิกฤตโดยใช้ขบวนการแปลงแบบโบโกลิบูอฟ  
(Bogoliubov) กำจัดพจน์ที่มีการสร้างหรือทำลายอนุภาคโบโกลิบูอฟสองตัว เพื่ออันตรกิริยา  
ทั้งหมดเป็นอันตรกิริยาแบบคิงดูค เขาพบว่า โดยทั่วไปสารตัวนำยิ่งยวดจะมีช่องว่างพลังงาน  
สองช่อง และถึงแม้ว่าค่า  $g_{SS}$  และ  $g_{DD}$  จะเป็นศูนย์ สารดังกล่าวก็ยังแสดงสมบัติ  
สภาพตัวนำยิ่งยวดเพราะมีการถ่ายเทอิเล็กตรอนในระหว่างช่องว่างพลังงานทั้งสอง ใน  
กรณีดังกล่าวเครื่องหมายของอันตรกิริยาที่ทำให้เกิดการกระเจิงของคู่อิเล็กตรอนไม่สำคัญ  
และจะได้อุณหภูมิวิกฤตเป็น

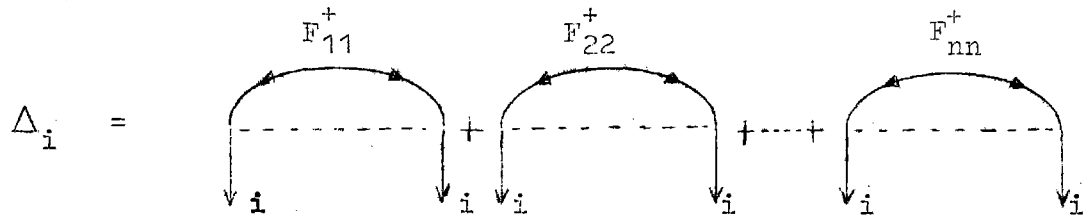
$$k_B T_c = 1.14 \hbar \omega_c \exp \left[ -1 / \sqrt{N_S(0) N_D(0)} |g_{SD}| \right] \quad (2.2)$$

เมื่อ

$N_S(0), N_D(0)$  เป็นความหนาแน่นสถานะที่ระดับเฟอร์มิของ s-อิเล็กตรอน  
และ D-อิเล็กตรอน ตามลำดับ

ต่อมา เกลิกแมน ไชเซฟ และ เครวิน (Gelikman, Zaitsev and Kresin, 1967 : 173, 1967 : 796, 1968 : 159) ได้ศึกษาสมบัติของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีหลาย  
แถบพลังงานเหลื่อมซ้อนกันโดยใช้กรีนฟังก์ชัน งานวิจัยของทั้งสามท่านนี้ได้พิจารณากฎเกณฑ์  
ทั่วไปเกี่ยวกับโครงสร้างที่มีหลายแถบพลังงานว่ามีผลต่อสมบัติเชิงแม่เหล็กไฟฟ้า จลศาสตร์  
และอุณหพลศาสตร์ของสารตัวนำยิ่งยวดอย่างไร ซึ่งจากการทดลองและจากงานวิจัยหลาย  
ชิ้นได้แสดงให้เห็นว่า สารตัวนำยิ่งยวดที่มีหลายแถบพลังงานเหลื่อมซ้อนกันมีช่องว่างหลายค่า  
เช่น ตะกั่วมีช่องว่างพลังงานสองค่า กัลเลียมมีช่องว่างพลังงานสามค่า สำหรับกัลเลียม  
นั้นเป็นสารตัวนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาการจับคู่อิเล็กตรอนแบบรุนแรง

ลักษณะการเกิดคูคูเปอร์ในแบบจำลองที่มีหลายแถบพลังงานเป็นดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 คูคูเปอร์ในแบบจำลองที่มีหลายแถบพลังงาน

เมื่อมีแถบพลังงานเหลื่อมซ้อนกันหลายแถบพลังงาน แต่ละแถบพลังงานที่ซ้อนกันนี้มีช่องว่างพลังงาน พลังงานในตนเอง  $\Delta_i(\vec{p}, w_n)$  ซึ่งใช้อธิบายคูคูเปอร์ในแต่ละแถบพลังงานเป็นไปตามสมการในภาพประกอบ 2

$$\Delta_i(\vec{p}, w_n) = \sum_{j=1}^n \sum_{w'_n} \lambda_{ij} D(\vec{p} - \vec{p}', w_n - w'_n) F_{jj}^+(\vec{p}', w'_n) \quad (2.3)$$

ในที่นี้

$$F_{jj}^+ = -i \langle T(\psi_j^+ \psi_j^+) \rangle \quad [3]$$

$$F_{jj}^+(\vec{p}, w_n) = \Delta_j / (w_n^2 + \xi^2 + \Delta_j^2)$$

$D$  คือ กรีนส์ฟังก์ชันของโฟนอน

$\lambda_{ij}$  อธิบายการเปลี่ยนแปลงของคูอิเล็กตรอนจากแถบพลังงานที่  $i$  ไปสู่แถบพลังงานที่  $j$  เมื่อมีการคายหรือดูดกลืนโฟนอน

และเราไม่พิจารณาการจับคูของอิเล็กตรอนที่อยู่ต่างแถบพลังงาน หมายความว่าเราไม่คิดพจน์  $F_{ij}^+$  ( $i \neq j$ ) เพราะอิเล็กตรอนที่มีสปินตรงกันข้ามในบริเวณใกล้ผิวเฟอร์มิจะไม่จับคู่กัน

ดังนั้นแถบพลังงานแต่ละแถบจึงมีคูคูเปอร์ของตนเอง แต่ก็ไม่ได้นิยามความว่าคูคูเปอร์ในแต่ละแถบพลังงานจะเกิดขึ้นอย่างอิสระไม่ชนกันและกัน คูคูเปอร์จะเกิดขึ้นในแถบพลังงานหนึ่ง ๆ เนื่องจากแรงดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนภายในแถบพลังงานนั้น ๆ

โดยการใช้ค่าความยังผล และหาผลบวกของ  $w'_n$  เราสามารถเขียนสมการ (2.3) เป็น

$$\Delta_i = \sum_{j=1}^n g_{ij} N_j(0) \Delta_j \int \frac{d\xi_j \tanh(\xi_j/2T)}{\xi_j}$$

เมื่อ

$$\xi_j = (\xi^2 + |\Delta_j|^2)^{1/2}$$

ที่  $T = 0$

$$\Delta_i = \sum_j g_{ij} \Delta_j \ln \frac{2w_D}{|\Delta_j|} N_j(0) \quad (2.4a)$$

และที่  $T = T_c$

$$\Delta_i = \ln \frac{1.14w_D}{T_c} \sum_j g_{ij} \Delta_j N_j(0) \quad (2.4b)$$

เพื่อให้ง่ายขึ้นเราสมมติว่า

$$\xi_j = p^2/2m_j - \mu$$

เมื่อ

$m_j$  เป็นมวลยังผลของอิเล็กตรอนในแถบพลังงาน  $j$

$N_j(0)$  เป็นความหนาแน่นสถานะในแถบพลังงาน  $j$

$$N_j(0) = \frac{p_j m_j (2\pi\tau)^{-1}}{j}$$

จากสมการ (2.3) เราจะเห็นว่าสารตัวนำยิ่งยวดที่มีหลายแถบพลังงานจะเกิดการจับคู่ของอิเล็กตรอนในแถบพลังงานต่าง ๆ ดังนั้นในกรณีของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสองแถบพลังงานเมื่อกำจัด  $\Delta_2$  เราจะได้สูตรเป็น

$$\Delta_i = \Delta_1 \ln \frac{1.14w_D}{T_c} \left[ g_{11} N_1(0) + \frac{|g_{12}|^2 N_1(0) N_2(0)}{(\ln(1.14w_D/T_c))^{-1} - g_{22} N_2(0)} \right]$$

ในกรณีของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานแคบเดียว การเกิดคูเปอร์แสดงได้โดย  
 แฟกเตอร์  $g_{11}N_1(0)$  แต่ในกรณีของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสองแถบพลังงานแฟกเตอร์นี้จะมี  
 ค่าเพิ่มขึ้น ค่าที่เพิ่มนี้มีเครื่องหมายบวกไม่ว่า  $g_{12}$  จะมีเครื่องหมายเป็นเช่นใด นั่นคือ

$$\frac{|g_{12}|^2 N_1(0)N_2(0)}{1 - g_{22}N_2(0)\ln(1.14w_D/T_c)} > g_{22}N_2(0)$$

จากสมการ (2.3) เราจะเห็นว่าค่าช่องว่างพลังงานของแถบพลังงานต่าง ๆ สัมพันธ์เป็น  
 เชิงเส้น ดังนั้นค่าช่องว่างพลังงานทุกค่าเป็นศูนย์ที่อุณหภูมิวิกฤต และจากสมการ (2.3)  
 เราจะได้

$$T_c = 1.14w_D \exp\left[-1/\sum_j \rho_{ij}\eta_j\right]$$

เมื่อ

$$\rho_{ij} = g_{ij}N_j(0)$$

และ

$$\eta_{jc} = (\Delta_j/\Delta_1)_{T=T_c}$$

ปริมาณ  $\eta_{jc}$  นี้สามารถคำนวณได้จากสมการ (2.4) ถ้า  $\alpha$  คือค่าน้อยที่สุดของสมการ (2.4)  
 นั่นคือ

$$\psi_j = \alpha \sum_j g_{ij}N_j(0)\psi_j$$

เราจะได้

$$T_c = 1.14w_D e^{-\alpha}$$

อุณหภูมิวิกฤตของแบบจำลองที่มีสองแถบพลังงานมีค่าเป็น

$$T_c = 1.14w_D \exp\left[-\frac{1}{\rho_{11} + \rho_{12}\eta_{2c}}\right]$$

เมื่อแทนค่า

$$\eta_{2c} = (\Delta_2/\Delta_1)_{T=T_c}$$

เราจะได้อ

$$T_c = 1.14w_D \exp\left(-\frac{1}{\rho}\right) \quad (2.5)$$

เมื่อ

$$\rho = \frac{1}{2} \left[ \rho_{11} + \rho_{22} + \sqrt{(\rho_{22} - \rho_{11})^2 + 4\rho_{12}\rho_{21}} \right]$$

ในกรณีที่อันตรกิริยาเป็นแบบอ่อน เราจะใช้วิธีการของโพคروفสกี (Pokrovskii) แทนสมการ (2.3) เราจะได้อคำตอบเป็น

$$\Delta_i = \alpha \sum_j \rho_{ij} \psi_j \quad (2.6)$$

ถ้าจะให้ได้อคำตอบโดยละเอียด คำตอบจะเป็นดังนี้

$$\psi_i = Q X_i$$

เมื่อ

$X_i$  คือ คำตอบที่ดูบนอร์มัลไลซ์แล้วและสอดคล้องกับค่าน้อยที่สุดของ  $\alpha$

และ

$$Q = \exp \left[ - \left( \sum_i N_i(0) |X_i|^2 \ln |X_i| \right) \sum_i \left( N_i(0) |X_i|^2 \right)^{-1} \right]$$

การห้อตราส่วน  $\Delta_i/\Delta_1$  เท่ากันทั้งที่  $T=0$  และที่  $T$  ใกล้  $T_c$  ( $\eta_0 = \eta_{ic}$ ) นั้นจะเห็นได้อจากสมการ

$$\rho_{12}\eta_{2c}^2 + (\rho_{11} - \rho_{12})\eta_{2c} + \rho_{21} = 0 \quad (2.7)$$

สมการ (2.7) นี้จะทำให้เราหาค่า  $\eta_{2c}$  ได้ในพจน์ของค่าความยุ่งผล  $\rho_{ij}$  อัตราส่วน  $\eta_{20}$  ในกรณีที่อันตรกิริยาเป็นแบบอ่อนหาได้จากสมการ (2.6) เราจะเห็นว่า  $\eta_{20}$  จะขึ้นอยู่กับค่าอันตรกิริยาความยุ่งผล  $\rho_{ij}$  ดังสมการความสัมพันธ์ของ  $\eta_{2c}$  ในกรณีดังกล่าวทั้งสอง เราหาคำตอบของสมการเชิงสแควร์คลอ้งค่าไอเกนน้อยที่สุดได้เหมือนกัน

สรุปได้ว่า อัตราส่วน  $\eta_2 = \Delta_2/\Delta_1$  ที่  $T=0$  และที่  $T$  ใกล้  $T_c$  มีค่าเท่ากันจริง เงื่อนไขที่มีความสำคัญในการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการทดลอง โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการหาค่าพารามิเตอร์ของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีหลายแถบพลังงาน

ในทางทฤษฎี อุณหภูมิวิกฤตเป็นพารามิเตอร์ซึ่งขึ้นอยู่กับสมบัติเฉพาะของสภาวะสภาพตัวนำยิ่งยวด ค่าช่องว่างพลังงาน  $\Delta(0)$  ขึ้นกับอุณหภูมิวิกฤต ( $T_c$ ) ในกรณีที่อันตรกิริยาเป็นแบบอ่อน ดังความสัมพันธ์ทั่วไปคือ  $\Delta(0) = kT_c$  สำหรับแถบพลังงานที่มีหลายแถบพลังงาน ค่าช่องว่างพลังงานจะขึ้นกับค่าอันตรกิริยาความยุ่งผลหลายค่า ความสัมพันธ์ระหว่างค่าช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิวิกฤตจะไม่เป็นไปตามความสัมพันธ์ดังกล่าว ดังนั้นการบรรยายสมบัติของสารตัวนำยิ่งยวดจึงต้องมีพารามิเตอร์อิสระตัวอื่น ๆ อีกหลายตัวนอกจาก  $T_c$  พารามิเตอร์เหล่านี้จะหาได้จากการทดลอง

สมบัติของแถบพลังงานที่มีหลายแถบพลังงานเหมือนกันเมื่อมีสิ่งเจือปน

เมื่อมีการกระเจิงของอิเล็กตรอนโดยสิ่งเจือปน พลังขึ้นคลื่นของอิเล็กตรอนแต่ละตัวจึงเป็นผลรวมเชิงเส้นของฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนในแถบพลังงานแถบต่าง ๆ ดังนั้นการกระเจิงโดยสิ่งเจือปนจะทำให้สถานะของอิเล็กตรอนในแถบพลังงานต่าง ๆ ผสมกัน ด้วยเหตุผลดังกล่าว ในสารตัวนำยิ่งยวดที่มีหลายแถบพลังงานเมื่อมีสิ่งเจือปนมากพอจะประพศติตัวเสมือนเป็นสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานแถบเดียว ส่วนสารตัวนำยิ่งยวดซึ่งไม่มีสิ่งเจือปนก็จะเป็นสารตัวนำยิ่งยวดที่มีหลายแถบพลังงาน

มอสคาเลนโค และ คนอื่น ๆ (Moskalenko and others, 1967 : 585) ได้ศึกษาอิทธิพลของสิ่งเจือปนที่มีต่อพฤติกรรมของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสองแถบพลังงานอย่างละเอียด เขาได้ให้นิยามช่องว่างพลังงานว่าเป็นพลังงานเริ่มตมในการดึงคลื่นคินแมเหล็กไฟฟ้า ดังนั้นที่ความถี่  $\omega = \Delta_1$  ( $\Delta_1$  เป็นช่องว่างพลังงานที่มีค่าต่ำสุด) อิเล็กตรอนใน

แถบพลังงานต่าง ๆ จะมีส่วนช่วยในการดูดกลืนคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า การที่มีสิ่งเจือปนจึงทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงอิเล็กทรอนิกส์ในระหว่างแถบพลังงาน เมื่อเป็นเช่นนั้นจึงจะมีสิ่งเจือปน แต่เพียงจำนวนน้อยก็จะทำให้สารตัวนำยิ่งยวดที่มีหลายแถบพลังงานนั้นมีช่องว่างพลังงานช่องเดียวที่ไม่ชนกับทิศทาง และเมื่อความเข้มข้นของสิ่งเจือปนต่ำ ความหนาแน่นสถานะซึ่งเป็นปริมาณที่บ่งบอกการดูดกลืนคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะมีความสูงที่สุดที่  $\rho_i \approx \Delta_i$  ( $\Delta_i$  เป็นช่องว่างพลังงานของสารตัวนำยิ่งยวดซึ่งไม่มีสิ่งเจือปน) ถ้าสิ่งเจือปนที่เติมลงไปทำให้เกิดเงื่อนไข  $1 \gg \xi_0$  ( $1$  เป็นระยะห่างระหว่างอะตอมของสิ่งเจือปน  $\xi_0$  เป็นระยะอาพันธ์ของอิเล็กทรอนิกส์ในคูคูเปอร์) ช่องว่างพลังงานจะชนกับทิศทาง แต่การสิ่งเจือปนที่เติมลงไปทำให้เกิดเงื่อนไข  $1 \ll \xi_0$  ช่องว่างพลังงานจะไม่ชนกับทิศทาง

จากการที่ทราบว่า สารตัวนำยิ่งยวดที่มีหลายแถบพลังงานมักจะทำให้เกิดการจับคู่อิเล็กตรอนหลายคู่และทำให้ค่าอันตรกิริยาดูคล้ายคลึงคลเหมือนกัน แต่อะตอมของสิ่งเจือปนจะทำให้โครงสร้างแถบพลังงานของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีหลายแถบพลังงานเปลี่ยนเป็นโครงสร้างของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานแถบเดียว ฉะนั้นการที่มีสิ่งเจือปนจึงทำให้ค่าคงที่อันตรกิริยาแบบคิงดูตและอุณหภูมิวิกฤตมีค่าลดลง สำหรับสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานแถบเดียวซึ่งไม่มีสิ่งเจือปนนั้น จากการทดลองพบว่า อุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานแถบเดียวไม่ขึ้นอยู่กับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนชนิดที่ไม่เป็นแม่เหล็ก

อิทธิพลของสิ่งเจือปนแบบต่าง ๆ ต่ออุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่เป็นโลหะทรานซิชัน

สิ่งเจือปนชนิดที่เป็นแม่เหล็ก (magnetic impurities)

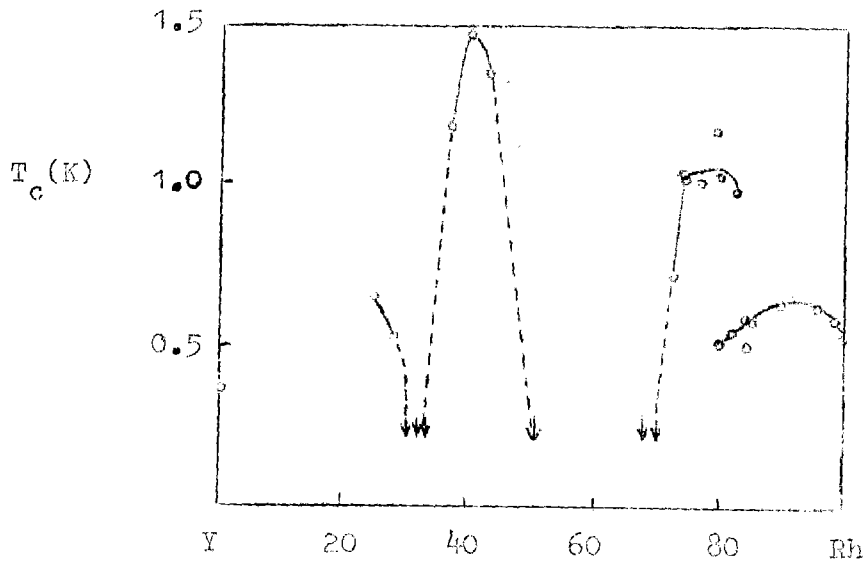
แมททีอาส (Matthias. 1962 : 250) ได้ศึกษาผลของโลหะ Cr, Fe, Co และ Ni ที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤตของโลหะผสม Mo-Re และได้แสดงให้เห็นว่า อุณหภูมิวิกฤตลดลงอย่างรวดเร็ว ผลดังกล่าวเห็นได้ชัดที่สุดเมื่อนำสิ่งเจือปน Fe ผสมลงในโลหะผสม Mo-Re เพียงแค่ 0.1 % ก็จะทำให้อุณหภูมิวิกฤตลดลงจาก 10 K จนถึงอุณหภูมิที่ต่ำกว่า 1 K การที่เป็นเช่นนั้นเพราะอันตรกิริยาแลกเปลี่ยน s-d เกิดขึ้นมากกว่าอันตรกิริยาแลกเปลี่ยน s-f f-โมเมนต์มักจะอยู่เฉพาะวงและโมเมนต์กับอิเล็กตรอนอิสระ ซึ่งสอดคล้องกับแบบจำลองที่ว่าแถบพลังงานของอิเล็กตรอนไม่ผสมกัน จากการทดลองพบว่า สิ่งเจือปน Fe เพียงหนึ่ง

ในล้านก็จะทำให้อุณหภูมิวิกฤตของ Mo ลดลงจาก 0.9 K เป็นอุณหภูมิที่ต่ำกว่า 0.3 K ในทางกลับกัน บางครั้งสิ่งเจือปน Fe ก็จะทำให้อุณหภูมิวิกฤตสูงขึ้นอย่างรวดเร็ว เช่น เมื่อเรานำสิ่งเจือปน Fe ผสมลงใน Ti เป็นต้น

คุซากาเบ (Kusakabe. 1970 : 907) ได้ศึกษาสภาพตัวนำยิ่งยวดในโลหะทรานซิชันเมื่อมีสิ่งเจือปนชนิดที่เป็นแม่เหล็ก โดยกำหนดให้อันตรกิริยาการจับคู่ระหว่างอิเล็กตรอนเป็น  $V$  แล้วให้ความถี่จำกัด (cut off frequency) ต่างกัน ผลการวิจัยพบว่า ในกรณีที่  $w_{SS} = w_{DD} = w_{SD} = w_D$  เมื่อ  $w_D$  เป็นความถี่เดบาย์ (Debye frequency) ค่าอุณหภูมิวิกฤตจะลดลงเมื่อสิ่งเจือปนมีความเข้มข้นสูงขึ้น ซึ่งผลนี้สอดคล้องกับผลที่มอสคาเลนโค และ พาลิสทรานส์ (Moskalenko and Palistrant. 1965 : 770) ชุง และ วอง (Sung and Wong. 1976 : 1933) ได้คำนวณไว้ นอกจากนี้เขายังพบอีกว่า ในกรณีที่  $w_{SS} = w_{DD} = w_D \neq w_{SD}$  ค่าอุณหภูมิวิกฤตจะลดลงหรือเพิ่มขึ้นก็ได้

สิ่งเจือปนชนิดที่ไม่เป็นแม่เหล็ก (nonmagnetic impurities)

แมททีอาส และ คนอื่น ๆ (Matthias and others. 1964 : 155) ได้อธิบายผลของการผสมระหว่างโลหะทรานซิชันที่อยู่ห่างกันในตารางธาตุ เช่น ธาตุ Y และ Rh ซึ่งอยู่ในอนุกรม 4d ตอนต้น และตอนท้ายอนุกรม ตามลำดับ ธาตุทั้งสองเป็นสารตัวนำยิ่งยวดที่อุณหภูมิต่ำกว่า 0.02 K แต่เมื่อเราผสมธาตุ Y และ Rh โดยใช้ Y 1 % หรือใช้ Rh 1 % โลหะผสมที่ได้เป็นสารตัวนำยิ่งยวดที่อุณหภูมิประมาณ 0.5 K พฤติกรรมของอุณหภูมิวิกฤตของโลหะผสม Y และ Rh ในอัตราส่วนต่าง ๆ แสดงดังภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3 กราฟแสดงพฤติกรรมของอุณหภูมิวิกฤตของโลหะผสม Y-Rh

จากกราฟจะเห็นว่าพฤติกรรมของอุณหภูมิวิกฤตไม่ติดไปจากพฤติกรรมของโลหะผสมที่ได้จากการนำโลหะที่อยู่ใกล้กันมาผสมกัน ในทำนองเดียวกันเมื่อนำธาตุ Y และ Ir (Y เป็นธาตุตอนต้นอนุกรม 4d Ir เป็นธาตุตอนท้ายอนุกรม 6d) ผสมกัน โลหะผสม Y-Ir จะมีอุณหภูมิวิกฤตเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเพื่อใช้ Y ผสมลงไปเพียงเล็กน้อยใน Ir

ในปีเดียวกันนี้ โคเฮน (Cohen, 1964 : 243) เสนอแนะว่า สิ่งเจือปนสามารถทำให้อุณหภูมิวิกฤตสูงขึ้น แต่ปัจจุบันนี้ยังไม่มีการอธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการทดลองดังกล่าว เราจึงสรุปได้ว่า กรณีที่นำธาตุที่มีจำนวนวาเลนซ์อิเล็กตรอนต่ออะตอมต่างกันมากมาผสมกันแล้ว แบบจำลองแถบพลังงานของอิเล็กตรอนที่ไม่ผสมกันนั้นใช้ไม่ได้

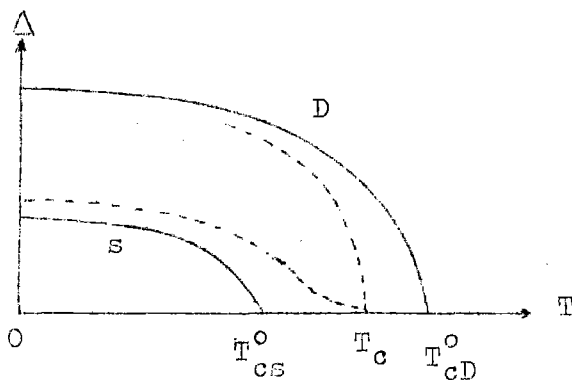
ชาว (Chow, 1971 : 111-115) ได้ศึกษาสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสิ่งเจือปนชนิดที่ไม่เป็นแม่เหล็กโดยใช้กรีนส์ฟังก์ชันของอิเล็กตรอนในแถบพลังงาน-D เขาได้แยกการศึกษาดังกล่าวออกเป็นสองกรณี คือ

1. กรณีของการจับคู่ระหว่างอิเล็กตรอนในแถบพลังงานเดียวกันโดยใช้โฟนอน โดยที่  $g_{SS} \neq 0$ ,  $g_{DD} \neq 0$  แต่  $g_{SD} = 0$
2. กรณีของการจับคู่ระหว่างอิเล็กตรอนในแถบพลังงานที่ต่างกันโดยใช้โฟนอน โดยที่  $g_{SD} \neq 0$  แต่  $g_{SS} = g_{DD} = 0$

ชาวได้พบว่าสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ที่มีสองแถบพลังงานเมื่อไม่มีการจับคู่ระหว่างอิเล็กตรอนในต่างแถบพลังงาน จะมีอุณหภูมิวิกฤต 2 ค่า คือ  $T_{cs}^0$  และ  $T_{cd}^0$  ซึ่งเป็นตัวบ่งชี้ว่ามีแถบพลังงานสองแถบ และเขาทำนายว่า  $T_{cd}^0 > T_{cs}^0$  แต่การทดลองพบว่า  $T_{cd}^0$  เป็นค่าอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ที่มีสองแถบพลังงาน นั่นคือ  $T_{cd}^0 = T_{cs}^0$  ในกรณีที่การกระเจิงของอิเล็กตรอนโดยสิ่งเจือปนในสารตัวนำยิ่งยวดไม่บริสุทธิ์ที่มีสองแถบพลังงาน อุณหภูมิวิกฤตของแถบพลังงาน-D จะมีค่าต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ ( $T_{cd}^0 < T_{cs}^0$ ) ในทางตรงกันข้ามจะสรุปได้ว่า อุณหภูมิวิกฤตของแถบพลังงาน-S ในสารตัวนำยิ่งยวดไม่บริสุทธิ์ที่มีสองแถบพลังงานมีค่ามากกว่าอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ ( $T_{cs}^0 > T_{cd}^0$ ) และจากการคำนวณของชาว ได้แสดงให้เห็นว่าในสารตัวนำยิ่งยวดไม่บริสุทธิ์ที่มีสองแถบพลังงานจะมีค่าอุณหภูมิวิกฤตเพียงค่าเดียว คือ  $T_c = T_{cd} = T_{cs}$

จากการทดลองเรื่องการทะลุทะลวงของ ฮาฟส์ตรอม และ แมควิการ์

(Hafstrom and MacVicar. 1970 : 11) พบว่าสารตัวนำยิ่งยวดไม่บริสุทธิ์ที่มีสองแถบพลังงานจะไม่สามารถสังเกตเห็นอุณหภูมิวิกฤตของแถบพลังงาน-S ได้ ดังนั้น ฮาฟส์ตรอม และ แมควิการ์ จึงคิดว่าอุณหภูมิวิกฤตของแถบพลังงาน-S มีค่าเท่ากับอุณหภูมิวิกฤตของแถบพลังงาน-D ( $T_{cs} = T_{cd}$ ) พฤติกรรมของออร์เคอร์พารามิเตอร์ของสารตัวนำยิ่งยวดไม่บริสุทธิ์ที่มีสองแถบพลังงานเป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิตังภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 4 กราฟแสดงออร์เตอร์พารามิเตอร์สุทธิของสารตัวนำยิ่งยวดไม่บริสุทธิ์ ที่มีสองแถบพลังงาน (แสดงด้วยเส้นประ) และออร์เตอร์พารามิเตอร์ของสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ที่มีสองแถบพลังงาน (แสดงด้วยเส้นทึบ)

จากกราฟจะเห็นว่าสารตัวนำยิ่งยวดไม่บริสุทธิ์ที่มีสองแถบพลังงานมีอุณหภูมิวิกฤตเพียงค่าเดียว

ต่อมาในปี ค.ศ. 1977 โมฮาบีร์ และ นาถิ (Mohabir and Nagi, 1977 : 193) ได้ศึกษาอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสองแถบพลังงานเมื่อสิ่งเจือปนชนิดที่ไม่เป็นแม่เหล็ก และได้อาสมการที่เหมาะสมในกรณีที่อันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่โดยเสรีกับอิเล็กตรอนในอะตอมของสิ่งเจือปนมีค่าสูง แล้วคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตซึ่งขึ้นอยู่กับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนตามสมการ

$$\ln\left(\frac{T_{CS}^0}{T_c^0}\right) = \frac{1}{2} \left[ \pm A_0 + k(\rho_0) \mp \left( A_0 \pm 2 \alpha_0 A_0 k(\rho_0) + k^2(\rho_0) \right)^{1/2} \right] \quad (2.8)$$

เมื่อ

$$A_0 = \frac{[(\eta_1 - \eta_2)^2 + 4\eta_1'\eta_2']^{1/2}}{(\eta_1\eta_2 - \eta_1'\eta_2')}$$

$$\alpha_0 = \frac{[(\lambda - 1)(\eta_2 - \eta_1) + 2\lambda\eta_1' + 2\eta_2']}{(\lambda + 1)[(\eta_2 - \eta_1)^2 + 4\eta_1'\eta_2']^{1/2}}$$

$$\eta_1 = \eta_S = N_S(0)g_{SS}$$

$$\eta_2 = \eta_D = N_D(0)g_{DD}$$

$$\eta'_1 = \eta'_S = N_S(0)g_{SD}$$

$$\eta'_2 = \eta'_D = N_D(0)g_{SD}$$

$$\rho_0 = (\lambda+1)/2\pi\tau T_c$$

$$\lambda = N_D(0)/N_S(0)$$

$$k(\rho) = \psi\left(\frac{1+\rho}{2}\right) - \psi\left(\frac{1}{2}\right)$$

เมื่อ

$\psi$  คือ ไคแกมมาฟังก์ชัน

$N_S(0), N_D(0)$  เป็นความหนาแน่นสถานะของ s-อิเล็กตรอนและ D-อิเล็กตรอนที่ระดับเฟอร์มิ ตามลำดับ

$g_{SS}, g_{DD}, g_{SD}$  เป็นค่าคงที่ของการจับคู่ระหว่าง s-อิเล็กตรอนกับ s-อิเล็กตรอน D-อิเล็กตรอนกับ D-อิเล็กตรอน และ s-อิเล็กตรอนกับ D-อิเล็กตรอน ตามลำดับ โดยกระบวนการดูดกลืนและปลดปล่อยโฟนอน

สิ่งเจือปนชนิดที่เป็นพาราแมกเนติก (paramagnetic impurities)

วิลล์ และ บรูส์เบิร์ก (Will and Brusberg, 1975 : 169) ได้ศึกษา

สิ่งเจือปนชนิดที่เป็นพาราแมกเนติกที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤตในแบบจำลองที่มีสองแถบพลังงาน เขาได้ตั้งสมมุติฐานว่า โมเมนต์เฟอร์มิ  $p_{Fi}$  และมวลอิเล็กตรอน  $m_i$  ของ s-อิเล็กตรอน และ D-อิเล็กตรอนมีค่าแตกต่างกัน และพลังงานต่ำสุดของแถบพลังงาน-s กับ แถบพลังงาน-Dไม่เท่ากัน ผลการวิจัยสรุปได้ว่า ถ้าความถี่จำกัดไม่เท่ากันจะทำให้ค่า

อุณหภูมิจึงสูงขึ้น เพราะการกระเจิงของอิเล็กตรอนโดยสิ่งเจือปนสามารถทำให้อุณหภูมิจึงสูงขึ้น และเมื่อสิ่งเจือปนมีความเข้มข้นถึงความเข้มข้นวิกฤต การเปลี่ยนแปลงสภาพตัวนำยิ่งยวดจะเปลี่ยนจากลำดับที่สองเป็นลำดับที่หนึ่ง งานวิจัยที่สนับสนุนผลของวิลล์ และ บรูสเบอก คือ งานวิจัยของ เอนเทล และ คนอื่น ๆ (Entel and others. 1976 : 363) ซึ่งได้ใช้แบบจำลองชนิดที่มีสองแถบพลังงาน โดยคิดอันตรกิริยาการจับคู่ระหว่างอิเล็กตรอนในแถบพลังงานเดียวกันและต่างแถบพลังงาน โดยมีความถี่จำกัดของอันตรกิริยาในแถบพลังงานทั้งสองเป็นความถี่เดียว

นอกจากนี้ เอนเทล และ เรนเนอร์ (Entel and Rainer. 1976 : 511) ได้ศึกษาอุณหภูมิจึงของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสองแถบพลังงานเมื่อมีสิ่งเจือปนแบบพาราแมกเนติก เขาได้พบว่า ความเข้มข้นของสิ่งเจือปนไม่เป็นศูนย์แล้ว การที่ความถี่จำกัดมีความแตกต่างกันจะทำให้มีอิทธิพลต่อพารามิเตอร์ของอันตรกิริยายังผล อันตรกิริยานั้นขึ้นอยู่กับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนเพียงเล็กน้อย และยังพบว่า ค่าอุณหภูมิจึงจะมีค่าลดลงเสมอเมื่อความเข้มข้นของสิ่งเจือปนมีค่าเพิ่มขึ้น

#### สิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สัน (Anderson impurities)

แอนเดอร์สัน (Anderson. 1961 : 41) ได้ศึกษาสิ่งเจือปนซึ่งแสดงสมบัติเป็นแม่เหล็กที่อุณหภูมิจึงหนึ่ง แต่ที่อุณหภูมิจึงหนึ่งอาจกลับกลายเป็นชนิดที่ไม่เป็นแม่เหล็กได้ เงื่อนไขที่ทำให้สิ่งเจือปนมีสมบัติเป็นแม่เหล็กหรือไม่เป็นแม่เหล็กขึ้นอยู่กับสมบัติของโลหะเจ้าบ้าน อุณหภูมิ และอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนของโลหะเจ้าบ้านกับอิเล็กตรอนของสิ่งเจือปน สิ่งเจือปนที่มีพฤติกรรมดังกล่าว เรียกว่า สิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สัน

แอนเดอร์สันได้อธิบายการเกิดและการสลายตัวของโมเมนต์แม่เหล็กของสิ่งเจือปนว่า สภาพแม่เหล็กในขอบเขตจำกัดขึ้นอยู่กับอันตรกิริยาแบบคูโลมบ์ระหว่าง d-อิเล็กตรอนในอะตอมของสิ่งเจือปน เขาชี้ให้เห็นว่า s-อิเล็กตรอนของโลหะเจ้าบ้านกับ d-อิเล็กตรอนในอะตอมของสิ่งเจือปนมีความสำคัญ เนื่องจากแรงคูโลมบ์ระหว่าง d-อิเล็กตรอนและการผสมกันระหว่าง s-อิเล็กตรอนกับ d-อิเล็กตรอน จะทำให้เกิดการถ่ายเทอิเล็กตรอนระหว่างอิเล็กตรอนของโลหะเจ้าบ้านกับอิเล็กตรอนของสิ่งเจือปน ในการคำนวณเขาได้กำหนด

แฮมิลโทเนียนของอันตรกิริยาเหล่านี้ขึ้นโดยอาศัยวิธีเซล์-คอนซีสแทนท์แบบชาร์ทรี่-ฟ็อค  
คำนวณเงื่อนไขวิกฤตของการเกิดและการทำลายโมเมนต์แม่เหล็กในขอบเขตจำกัด ซึ่งจะ  
เป็นตัวบอกการเปลี่ยนสถานะจากที่เป็นแม่เหล็กเป็นสถานะที่ไม่เป็นแม่เหล็ก ในการคำนวณ  
หาเงื่อนไขนี้เขาไม่ได้พิจารณาฟลักชูเอชัน (fluctuation) ของ d-อิเล็กตรอนเลย เขา  
พบว่าเงื่อนไขการเปลี่ยนแปลงสภาพดังกล่าวขึ้นอยู่กับ

1. ความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนอิสระในโลหะเจ้าบ้าน
2. พารามิเตอร์ของอันตรกิริยาผสมกันระหว่าง s-อิเล็กตรอนกับ d-อิเล็กตรอน
3. แรงคูลอมบ์ระหว่าง d-อิเล็กตรอน

อะบริโคซอฟ และ กอร์กอฟ (Abrikosov and Gorkov, 1961 : 1243)

ได้ศึกษาอิทธิพลของสิ่งเจือปนชนิดที่เป็นแม่เหล็กในสารตัวนำยิ่งยวด โดยใช้ข้อสันนิษฐานว่า  
ในการจับคู่ระหว่างอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่ได้อิสระและมีสปิน  $\uparrow$  กับอะตอมของสิ่งเจือปนที่มี  
สปิน  $\downarrow$  อันตรกิริยาแบบแลกเปลี่ยนเป็น J<sub>si</sub> (J เป็นพารามิเตอร์การจับคู่ของอิเล็กตรอน)  
เมื่อสปินกลับตัวอย่างทันทีทันใด คู่คูเปอร์จะแตกจากกันซึ่งนับว่าเป็นการทำลายคู่คูเปอร์  
ปรากฏการณ์เช่นนี้เป็นการทำลายสภาพตัวนำยิ่งยวด ผลการคำนวณที่ได้สอดคล้องกับผลการ  
ทดลองของแมทโทส คอมพตัน และ ซูล (Matthias, Compton and Suhl, 1959  
: 1597) ซึ่งพบว่าเมื่อใส่สิ่งเจือปนชนิดที่เป็นแม่เหล็กลงไปจะทำให้อุณหภูมิวิกฤตมีค่าลดลง  
และจะลดลงไปเรื่อย ๆ เมื่อความเข้มข้นของสิ่งเจือปนเพิ่มขึ้น อย่างไรก็ตามทฤษฎีของ  
อะบริโคซอฟและกอร์กอฟก็ยังไม่สามารถอธิบายปรากฏการณ์บางอย่างได้ถูกต้อง ทั้งนี้เพราะ  
เขาไม่ได้คำนึงถึงปรากฏการณ์คอนโด ซึ่งจากการศึกษาปรากฏการณ์คอนโดนั้น คอนโด  
(Kondo, 1964 : 37) ได้แสดงให้เห็นว่าโมเมนต์แม่เหล็กในขอบเขตจำกัดของสิ่งเจือปน  
ชนิดที่เป็นแม่เหล็กจะค่อยๆจางหายไปทีละน้อย ๆ เมื่ออุณหภูมิลดต่ำลง

ต่อมาปี ค.ศ. 1981 สุกซัน ยอกซัน (Yoksan, 1981 : 217) ได้คำนวณ  
อุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสองแถบพลังงานเมื่อมีสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สัน โดยใช้  
กรีนส์ฟังก์ชัน พบว่า อุณหภูมิวิกฤตเปลี่ยนแปลงตามสมการ

$$T_c = T_{co} \exp \left[ -(L + K) / \lambda'(1 - K) \right] \quad (2.9)$$

4  
138

$$\begin{aligned}
 L &= b_S - b_D \\
 K &= \frac{(\tilde{c}_S a_S + \tilde{c}_D a_D)(1 + b_S - b_D) \tilde{X}_{\uparrow\downarrow}}{(1 + \tilde{c}_S + \tilde{c}_D) \tilde{X}_{\uparrow\uparrow} \lambda'} \\
 b_S &= -\frac{\tilde{c}_S (\beta - 1)}{2(1 + \tilde{c}_S)} \\
 b_D &= -\frac{\tilde{c}_D (\beta + 1)}{2(1 + \tilde{c}_D)} \\
 \tilde{c}_S &= \frac{N_S \tilde{X}_{\uparrow\uparrow}}{N_S(0) \pi \Gamma} \\
 \tilde{c}_D &= \frac{N_D \tilde{X}_{\uparrow\uparrow}}{N_D(0) \pi \Gamma} \\
 a_S &= \frac{\Gamma_{sd} N_S(0)}{\Gamma^2} \left( \frac{\Gamma_{sd}}{N_S(0)} + \frac{\Gamma_{Dd}}{N_D(0)} \right) \\
 a_D &= \frac{\Gamma_{Dd} N_D(0)}{\Gamma^2} \left( \frac{\Gamma_{Dd}}{N_D(0)} + \frac{\Gamma_{sd}}{N_S(0)} \right) \\
 \Gamma &= \Gamma_{sd} + \Gamma_{Dd} \\
 \Gamma_{sd} &= \pi N_S(0) V_{sd}^2 \\
 \Gamma_{Dd} &= \pi N_D(0) V_{Dd}^2 \\
 \beta &= \frac{(\eta_D - \eta_S)}{[(\eta_D - \eta_S)^2 + 4\eta'_S \eta'_D]^{\frac{1}{2}}} \\
 \lambda' &= \frac{2(\eta_S \eta_D - \eta'_S \eta'_D)}{\eta_D + \eta_S - [(\eta_D - \eta_S)^2 + 4\eta'_S \eta'_D]^{\frac{1}{2}}} \\
 c &= N_I / N
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta_S &= \epsilon_{SS} N_S(0) & ; & \quad \eta'_S &= \epsilon_{SD} N_S(0) \\ \eta_D &= \epsilon_{DD} N_D(0) & ; & \quad \eta'_D &= \epsilon_{SD} N_D(0) \end{aligned}$$

$N_i$  เป็นจำนวนอะตอมของสิ่งเจือปน  
 $N$  เป็นจำนวนอะตอมของโลหะเจ้าบ้าน  
 $N_S(0), N_D(0)$  เป็นความหนาแน่นสถานะของ s-อิเล็กตรอนและ D-อิเล็กตรอน ตามลำดับ  
 $\epsilon_{SS}, \epsilon_{DD}, \epsilon_{SD}$  เป็นค่าคงที่ในการจับคู่ระหว่าง s-อิเล็กตรอนกับ s-อิเล็กตรอน, D-อิเล็กตรอนกับ D-อิเล็กตรอน และ s-อิเล็กตรอนกับ D-อิเล็กตรอน ตามลำดับ โดยขบวนการปลดปล่อยและดูดกลืนโฟนอน

จากผลการคำนวณพบว่า อุณหภูมิวิกฤตขึ้นกับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนและผลที่ได้นั้นยังแตกต่างจากสูตรอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานแถบเดียว ส่วนที่แตกต่างไปนี้เกิดจากขบวนการทำลายการจับคู่อย่างอ่อน นอกจากนี้ผลการคำนวณที่ได้ยังครอบคลุมผลของโซเดียม และ วาดะ (Soda and Wada, 1966 : 1111) ในกรณีที่เป็นสารตัวนำยิ่งยวดปริสทรีที่มีสองแถบพลังงาน และครอบคลุมผลของซากุไร (Sakurai, 1978 : 1195) ในกรณีที่เป็นสารตัวนำยิ่งยวดโมโนปริสทรีที่มีแถบพลังงานแถบเดียว

สิ่งเจือปนแบบคอนโด (Kondo impurities)

ปรากฏการณ์คอนโด คือ ปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นเมื่อสภาพต้านทานไฟฟ้าของสารตัวนำยิ่งยวดซึ่งมีสิ่งเจือปนลดลง จนถึงอุณหภูมิหนึ่งสภาพต้านทานไฟฟ้าจะเพิ่มขึ้นอีก อุณหภูมิที่สารตัวนำยิ่งยวดดังกล่าวมีสภาพต้านทานไฟฟ้าต่ำสุด เรียกว่า อุณหภูมิคอนโด (Kondo temperature,  $T_K$ )

มุลเลอร์-ฮาร์ทมานน์ และ ซิตทาร์ทซ์ (Müller-Hartmann and Zittartz, 1971 : 428) ได้ศึกษาปรากฏการณ์คอนโดที่มีต่อสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานแถบเดียว

ซึ่งมีสิ่งเจือปนชนิดที่เป็นแม่เหล็กด้วยกรณีพิจารณา s-d แสมิลโทเนียน และโดยการใช้การกะประมาณแบบชูล-นากาโอกะ เขาพบว่าพารามิเตอร์ในการแตกตัวของอิเล็กตรอน ( $\alpha$ ) ซึ่งเป็นฟังก์ชันของความเข้มข้นของสิ่งเจือปน ( $n$ ) จะขึ้นกับอุณหภูมิในบางช่วงของอุณหภูมิวิกฤต ( $T_c$ ) ที่เราสนใจ นอกจากนี้เขายังทำนายว่า

1. เมื่อ  $T_K \ll T_{c0}$  ( $T_{c0}$  แทนอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดซึ่งไม่มีสิ่งเจือปน) ที่บางช่วงของค่า  $n$  จะมีอุณหภูมิวิกฤต 3 ค่า คือ  $T_{c1}$ ,  $T_{c2}$  และ  $T_{c3}$
2. กราฟ  $T_c-n$  จะไม่แสดงความเข้มข้นวิกฤต ( $n_c$ ) เลยถึงแม้ว่า  $T_c$  จะเป็นศูนย์

ในกรณีที่เราไม่คิดสหสัมพันธ์ระหว่างสิ่งเจือปน ผลการทำนายในข้อแรกนั้นถูกต้องเพราะค่า  $\alpha$  ซึ่งขึ้นอยู่กับอุณหภูมิที่  $T > T_K$  ได้จากการประมาณแบบชูล-นากาโอกะที่ใช้ได้ และผลดังกล่าวยังได้รับการยืนยันจากการทดลองด้วย ถ้าเราเชื่อว่าอิทธิพลของสิ่งเจือปนนั้นมีปรากฏอยู่อย่างสมบูรณ์ในพารามิเตอร์การแตกตัวของอิเล็กตรอนแล้ว ผลการทำนายในข้อสองก็ดูจะมีเหตุผลดี คือ สิ่งเจือปนจะมีสมบัติไม่เป็นแม่เหล็กที่อุณหภูมิใกล้ศูนย์ และก็ควรจะเป็นศูนย์ ณ ที่นั้นด้วย อย่างไรก็ตามจากการทดลองพบว่า สารตัวนำยิ่งยวดที่มีสิ่งเจือปนมีค่าความเข้มข้นวิกฤตค่า ๆ หนึ่งเสมอ จากการขัดแย้งกันนี้ทำให้เราต้องกลับไปพิจารณาและสำรวจงานวิจัยของมูเลอร์-ชาวทามัน และ ซิตทาทซ์ที่กล่าวมาแล้วใหม่ โดยมุ่งศึกษาสถานะของสิ่งเจือปนที่  $T < T_K$  ในโลหะปกติ อันเป็นกรณีที่การกะประมาณแบบชูล-นากาโอกะใช้ไม่ได้เลย

มีงานวิจัยใหม่ ๆ ที่ทำให้เราสามารถมองเห็นภาพของสิ่งเจือปนชนิดที่เป็นแม่เหล็กในโลหะปกติได้อย่างชัดเจน สิ่งที่สำคัญในปรากฏการณ์คอนโดคือ การที่สิ่งเจือปนประพฤติตนแบบต่าง ๆ กันโดยขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ ( $T$ ) และพลังงาน ( $E$ ) นั่นคือ

1. เมื่อ  $T$  (หรือ  $E$ )  $\gg T_K$  สิ่งเจือปนจะประพฤติเป็นสิ่งเจือปนชนิดที่เป็นแม่เหล็กโดยอันตรกิริยายังผลระหว่างสิ่งเจือปนกับอิเล็กตรอนอิสระขึ้นกับ  $T$  และ  $E$
2. เมื่อ  $T$  (หรือ  $E$ )  $\ll T_K$  สิ่งเจือปนจะประพฤติเป็นสิ่งเจือปนชนิดที่ไม่เป็นแม่เหล็กโดยมีความอ่อนไหวทางแม่เหล็ก  $X_{imp} \sim 1/T_K$

จะเห็นว่าเมื่ออุณหภูมิและพลังงานเปลี่ยนไป สมบัติของสิ่งเจือปนจะค่อย ๆ เปลี่ยนจากสมบัติแบบหนึ่งไปยังอีกสมบัติหนึ่ง ดังนั้นสิ่งเจือปนแบบคอนโด คือ สิ่งเจือปนซึ่งเมื่ออยู่ในสารตัวนำยิ่งยวดอาจจะมีสมบัติเป็นแม่เหล็กหรือไม่เป็นแม่เหล็กก็ได้ ขึ้นอยู่กับว่าอุณหภูมิเฉพาะของสิ่งเจือปนนั้นจะน้อยกว่าหรือมากกว่าอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวด

จากการทดลองพบว่า เมื่อใส่สิ่งเจือปนตั้งกล่าวลงในสารตัวนำยิ่งยวด พบว่าผลของสิ่งเจือปนต่อสถานะนำยิ่งยวดสามารถจะแบ่งแยกออกได้เป็นสองอย่างที่แตกต่างกัน สำหรับช่วง  $T(E) \gg T_K$  และ  $T(E) \ll T_K$  กล่าวคือ เมื่อ  $T(E) \gg T_K$  จะมีปรากฏการณ์การแตกคู่ขึ้นเนื่องมาจากการกระเจิงเชิงแม่เหล็กของอิเล็กตรอน ซึ่งในช่วงนี้พารามิเตอร์การแตกคู่ขึ้นอยู่กับอุณหภูมิและพลังงาน ในทางตรงข้ามเมื่อ  $T(E) \ll T_K$  ปรากฏการณ์การแตกคู่เกือบจะหมดไป และจะปรากฏอันตรกิริยาซึ่งผลแบบผลัดระหว่างคูเปอร์ที่มีพลังงาน  $|E| < T_K$  ขึ้นแทน อันตรกิริยาแบบผลัดนี้เป็นผลมาจากโพลาไรเซชันของสิ่งเจือปนสถานะซึ่งเกิดที่อุณหภูมิต่ำ และก็คือลักษณะผลอันเดียวกันกับปรากฏการณ์พาราแมกเนตในสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่เป็นโลหะทรานซิชัน

งานวิจัยของมัตสึสุระ อิจิโนเซ และ นากาโอกะ (Matsuura, Ichinose and Nagaoka. 1977 : 713) ได้พิจารณาผลของสิ่งเจือปนทั้งชนิดที่เป็นแม่เหล็กและไม่เป็นแม่เหล็กในสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่เป็นโลหะธรรมดา โดยแบ่งช่วงพลังงานหรืออุณหภูมิเป็นสองช่วงดังที่กล่าวมาแล้ว เขาพิจารณาว่าในช่วงที่ไม่เป็นแม่เหล็ก  $T \ll T_K$  นั้นเขาสามารถจะขยายงานวิจัยของยามาดะและโยซิดะ (Yamada and Yosida. 1975 : 1286) ที่ใช้กับโลหะปกติให้ใช้ได้กับสารตัวนำยิ่งยวด และในช่วงที่สิ่งเจือปนชนิดที่เป็นแม่เหล็ก  $T \gg T_K$  นั้นควรจะใช้อันตรกิริยาซึ่งผล  $J(w)$  ระหว่างสปินของ s-อิเล็กตรอนกับ d-อิเล็กตรอน ซึ่งหาได้จากงานวิจัยของมุลเลอร์-ฮาคมานน์ และ วิตทาทซ์ นั่นคือ

$$J(w) = -\rho^{-1} \left( \ln^2 \pi |w| / 4T_K + \pi^2 s(s+1) \right)^{-1/2}$$

จากนั้นได้ศึกษาพฤติกรรมของสิ่งเจือปนในช่วงระหว่างกรณีเฉพาะสองกรณีดังกล่าว เขาใช้การกะประมาณแบบอินเทอร์โพลเนชัน (interpolation) ซึ่งนับว่าให้ผลครอบคลุมทั้งสองกรณี

จากการคำนวณหาอนุกรมวิภาคในงานวิจัยของมัดสุริยะ อิติโนเซ และ นากาโอกะ สำหรับสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานแถบเดียวเมื่อมีสิ่งเจือปน พบว่า

$$\ln\left(\frac{T_{co}}{T_c}\right) = -\phi(T_c, n) + \frac{n}{4T_K^0} \frac{[\phi_1(T_c, n)]^2}{1 + (n/4T_K^0)\phi_2(T_c, n)} \quad (2.10)$$

เมื่อ

$$\phi(T, n) = 2\pi T \sum_{w>0} \left( \frac{1}{w + n\alpha(w)} - \frac{1}{w} \right)$$

$$\phi_k(T, n) = 2\pi T \sum_{w>0} \frac{f(w)^k}{w + n\alpha(w)}$$

$$f(w) = \left( 1 + \pi|w|/4T_K \right)^{-2}$$

และ

$n$	เป็นความเข้มข้นของสิ่งเจือปน
$\alpha(w)$	เป็นพารามิเตอร์การแตกตัวของอิเล็กตรอนอันเนื่องมาจากการแลกเปลี่ยนอิเล็กตรอนที่เกิดจากการกระเจิงโดยสิ่งเจือปน
$\mathcal{O}$	เป็นความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนต่ออะตอมคู่สปิน
$T_K$	เป็นอุณหภูมิคอนโดของสิ่งเจือปน

$$\text{ที่ } T_c \gg T_K \quad (\text{หรือ } w \gg T_K)$$

$$f(w) \quad \text{มีค่าน้อยมาก}$$

ดังนั้น  $\phi_1$  และ  $\phi_2$  มีค่าน้อยตัดทิ้งได้ สมการ (2.10) จึงลดรูปเป็น

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{T_{co}}{T_c}\right) &= -\phi(T_c, n) \\ &= -2\pi T \sum_{w>0} \left( \frac{1}{w + n\alpha(w)} - \frac{1}{w} \right) \end{aligned} \quad (2.11)$$

สมการ (2.11) เป็นสมการแสดงอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานแคบเดี่ยวเมื่อมีสิ่งเจือปนชนิดที่เป็นแม่เหล็ก งานวิจัยนี้จึงได้อาศัยวิธีของมัตสุอูระ อิชิโนะเอะ และ นากาโอกะ คำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่เป็นโลหะทรานซิชันอันมีสองแถบพลังงานเมื่อมีสิ่งเจือปนแบบคอนโด

วิธีคำนวณการ

การคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่เป็นโลหะทรานซิชันเมื่อมีสิ่งเจือปนแบบคอนโดมีนตอนการคำนวณดังนี้

- ใช้แฮมิลโทเนียนที่ประกอบด้วยแฮมิลโทเนียนของแอนเดอร์สันและแฮมิลโทเนียนของคูเปอร์ แมทโทอิส และ วอลเกอร์

$$H = H_{\text{Anderson}} + H_{\text{SNW}} \quad (3.1)$$

$$H_{\text{Anderson}} = H_0 + H_{\text{od}} + H_{\text{corr}} + H_{\text{sd}} + H_{\text{Dd}} \quad (3.2)$$

เมื่อ

$H_0$  คือ แฮมิลโทเนียนของสถานะปกติของอิเล็กตรอนอิสระ

$$H_0 = \sum_{k\sigma} \epsilon_{ks} a_{k\sigma}^+ a_{k\sigma} + \sum_{k\sigma} \epsilon_{kD} D_{k\sigma}^+ D_{k\sigma} \quad (3.3)$$

$\epsilon_{ks}, \epsilon_{kD}$  เป็นพลังงานของ s-อิเล็กตรอนและ D-อิเล็กตรอนที่มีโมเมนตัม  $k$  ตามลำดับ

$a_{k\sigma}^+, D_{k\sigma}^+$  เป็นโอเปอเรเตอร์แบบสร้างสรรค์ของ s-อิเล็กตรอนและ D-อิเล็กตรอนที่มีโมเมนตัม  $k$  สปิน  $\sigma$  ตามลำดับ

$a_{k\sigma}, D_{k\sigma}$  เป็นโอเปอเรเตอร์แบบทำลายของ s-อิเล็กตรอนและ D-อิเล็กตรอนที่มีโมเมนตัม  $k$  สปิน  $\sigma$  ตามลำดับ

$H_{\text{od}}$  คือ แฮมิลโทเนียนของ d-อิเล็กตรอนที่อยู่ในอะตอมของสิ่งเจือปน

$$H_{\text{od}} = E_d \sum_{\sigma} n_{\sigma} \quad (3.4)$$

$E_d$  เป็นพลังงานของ d-อิเล็กตรอนอิสระ

$n_{\sigma}$  เป็นโอเปอเรเตอร์จำนวนของ d-อิเล็กตรอนที่มีสปิน  $\sigma$

$H_{corr}$  คือ แฮมิลโทเนียนของอันตรกิริยาแบบพลักระหว่าง d- อิเล็กตรอน ที่มีสปินตรงกันข้าม

$$H_{corr} = U n_{d\uparrow} n_{d\downarrow} \quad (3.5)$$

$U$  เป็นพลังงานที่เกิดขึ้นจากอันตรกิริยาแบบพลักระหว่าง d- อิเล็กตรอนที่มีสปินตรงกันข้าม

$n_{d\uparrow}, n_{d\downarrow}$  เป็นโอเปอเรเตอร์จำนวนของ d- อิเล็กตรอนที่มีสปินขึ้น และลงตามลำดับ

$H_{sd}$  คือ แฮมิลโทเนียนของอันตรกิริยาชนกันระหว่าง s- อิเล็กตรอน ที่เคลื่อนที่โดยเสรีกับ d- อิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่รอบอะตอม ของสิ่งเจือปน

$$H_{sd} = \sum_{k\sigma} (V_{sd} a_{k\sigma}^+ d_{\sigma} + h.c.) \quad (3.6)$$

$V_{sd}$  เป็นพารามิเตอร์ของอันตรกิริยาผสมกันระหว่าง s- อิเล็กตรอน ที่เคลื่อนที่โดยเสรีกับ d- อิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่รอบอะตอม ของสิ่งเจือปน

$d_{\sigma}$  เป็นโอเปอเรเตอร์แบบทำลายของ d- อิเล็กตรอนที่มีสปิน  $\sigma$

$h.c.$  เป็น เฮอร์มิทเชียนคอนจูเกตของพจน์ที่อยู่ข้างหน้า

$H_{Dd}$  คือ แฮมิลโทเนียนของอันตรกิริยาชนกันระหว่าง D- อิเล็กตรอน ที่เคลื่อนที่โดยเสรีกับ d- อิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่รอบอะตอม ของสิ่งเจือปน

$$H_{Dd} = \sum_{k\sigma} (V_{Dd} D_{k\sigma}^+ d_{\sigma} + h.c.) \quad (3.7)$$

$V_{Dd}$  เป็นพารามิเตอร์ของอันตรกิริยาผสมกันระหว่าง D- อิเล็กตรอน ที่เคลื่อนที่โดยเสรีกับ d- อิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่รอบอะตอม ของสิ่งเจือปน

$H_{SMW}$  คือ แฮมิลโทเนียนของซูล แมทโทอัส และ วอคเกอร์

$$H_{SMW} = -\epsilon_{SS} \sum_{kk'} a_{k\uparrow}^+ a_{-k\downarrow}^+ a_{-k'\downarrow} a_{k'\uparrow} - \epsilon_{DD} \sum_{kk'} D_{k\uparrow}^+ D_{-k\downarrow}^+ D_{-k'\downarrow} D_{k'\uparrow} - \epsilon_{SD} \sum_{kk'} (a_{k\uparrow}^+ a_{-k\downarrow}^+ D_{-k'\downarrow} D_{k'\uparrow} + D_{k\uparrow}^+ D_{-k\downarrow}^+ a_{-k'\downarrow} a_{k'\uparrow}) \quad (3.8)$$

$\epsilon_{SS}$ ,  $\epsilon_{DD}$ ,  $\epsilon_{SD}$  เป็นค่าคงที่ของการจับคู่ระหว่าง s-อิเล็กตรอน กับ s-อิเล็กตรอน D-อิเล็กตรอนกับ D-อิเล็กตรอน และ s-อิเล็กตรอนกับ D-อิเล็กตรอน ตามลำดับ โดยขบวนการปลดปล่อยและดูดกลืนโฟนอน

2. ค่าความหาคกรีนส์ฟังก์ชันผิดปกติ (anomalous Green's function)  $Q_s(T)$  และ  $Q_p(T)$  ของสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่เป็นโลหะทรานซิชันเมื่อมีสิ่งเจือปนแบบคอนโด จากสมการการเคลื่อนที่ของอะบริโคซอฟและกอร์กอฟ (Abrikosov and Gorkov, 1961 : 1243) โดยใช้แฮมิลโทเนียนในข้อ 1

3. ค่าความถ่วงหนุมิวิกฤตจากสมการออร์เดอร์พารามิเตอร์ของแบบจำลองที่มีสองแถบพลังงาน ดังนี้

$$\Delta_{ii} = \epsilon_{ii} Q_i(T) \Delta_{ii} + \epsilon_{ij} Q_j(T) \Delta_{jj} ; i, j = s, D \quad (3.9)$$

ซึ่ง

$$Q_i(T) = T \sum_{w, k} r_i(w) G_{ki} G_{-ki}(-w) \quad (3.10)$$

และ

$$r_i(w) = 1 + T \sum_{w', k} \Gamma_{\uparrow\downarrow}^{ii}(w, w') G_{ki}(w) G_{-ki}(-w') r_i(w') + T \sum_{w', k} \Gamma_{\uparrow\downarrow}^{ij}(w, w') G_{kj}(w') G_{-kj}(-w') r_j(w') \quad (3.11)$$

$$G_{kj} = \left( iw - \epsilon_{kj} = \sum_j \epsilon_j(w) \right)^{-1} \quad (3.12)$$

$$w = (2n+1) \pi T \quad (3.13)$$

เมื่อ

$\Delta_{ii}$	เป็นออร์เตอร์พารามิเตอร์ในแถบพลังงาน- $i$ (แถบพลังงาน- $c$ หรือแถบพลังงาน- $D$ )
$Q_i(T)$	เป็นกรีนส์ฟังก์ชันปกติของ $i$ - อิเล็กตรอน
$r_i(w)$	เป็นเวอเท็กซ์ค่อเรชันของ $i$ - อิเล็กตรอน
$G_{ki}(w)$	เป็นรีนอร์มัลไลซ์กรีนส์ฟังก์ชันของ $i$ - อิเล็กตรอนที่มีโมเมนตัม $k$
$\Gamma_{ij}$	แทนอันตรกิริยาแบบผลักระหว่าง $d$ - อิเล็กตรอนซึ่งเกิดจากการผสมกันระหว่าง $i$ - อิเล็กตรอนอิสระกับ $d$ - อิเล็กตรอนในอะตอมของสิ่งเจือปน และ $j$ - อิเล็กตรอนอิสระกับ $d$ - อิเล็กตรอนในอะตอมของสิ่งเจือปน
$\epsilon_{ki}$	เป็นพลังงานของ $i$ - อิเล็กตรอนอิสระที่มีโมเมนตัม $k$
$\sum_i(w)$	เป็นพลังงานในตนเองของ $i$ - อิเล็กตรอนที่ได้จากอันตรกิริยาระหว่าง $i$ - อิเล็กตรอนกับอิเล็กตรอนในอะตอมของสิ่งเจือปน
$n$	เป็นความเข้มข้นของสิ่งเจือปน
$T$	เป็นอุณหภูมิของสารสัมบูรณ์

4. จากสมการ (3.9)-(3.13) คำว่าอนุกรมวิภาคของสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่เป็นโลหะทรานซิชันเมื่อมีสิ่งเจือปนแบบคอนโดว่าขึ้นอยู่กับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนอย่างไร และเพียงใด แล้วนำผลที่คำนวณได้มาพิจารณาเปรียบเทียบกับงานวิจัยอื่น ๆ

ผลการวิจัย

สมการของออร์เคอร์พาราเมเตอร์

แฮมิลโทเนียนของสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่เป็นโลหะทรานซิชันเมื่อมีสิ่งเจือปนแบบคอนโดเพียงอะตอมเดียวเขียนได้เป็น

$$H = H_{\text{Anderson}} + H_{\text{SMW}} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} H_{\text{Anderson}} = & \sum_{k\sigma} \epsilon_{k\sigma} a_{k\sigma}^+ a_{k\sigma} + \sum_{k\sigma} \epsilon_{kD} D_{k\sigma}^+ D_{k\sigma} \\ & + \sum_{k\sigma} (v_{sd} a_{k\sigma}^+ d_{\sigma} + \text{h.c.}) + \sum_{k\sigma} (v_{Dd} D_{k\sigma}^+ d_{\sigma} + \text{h.c.}) \\ & + E_d \sum_{\sigma} n_{d\sigma} + U n_{d\uparrow} n_{d\downarrow} \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} H_{\text{SMW}} = & -\epsilon_{ss} \sum_{kk'} a_{k\uparrow}^+ a_{-k\downarrow}^+ a_{-k\downarrow} a_{k\uparrow} - \epsilon_{DD} \sum_{kk'} D_{k\uparrow}^+ D_{-k\downarrow}^+ D_{-k\downarrow} D_{k\uparrow} \\ & -\epsilon_{sD} \sum_{kk'} (a_{k\uparrow}^+ a_{-k\downarrow}^+ D_{-k\downarrow} D_{k\uparrow} + D_{k\uparrow}^+ D_{-k\downarrow}^+ a_{-k\downarrow} a_{k\uparrow}) \end{aligned} \quad (4.3)$$

สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในสมการ (4.1)-(4.3) บรรยายไว้แล้วในบทที่ 3

จากการขยายงานวิจัยของอะบริคอฟและกอร์กอฟ (Abrikosov and Gorkov, 1961 : 1243) ที่ใช้สมการเฮลท์-คอนดิสเทนท์ของออร์เคอร์พาราเมเตอร์ เมื่อพิจารณาอันตรกิริยาคูควบระหว่างอิเล็กตรอนในแถบพลังงาน-s และแถบพลังงาน-d เราได้

$$\Delta_{ii} = \epsilon_{ii} Q_i(T) \Delta_{ii} + \epsilon_{ij} Q_j(T) \Delta_{jj} ; i, j = s, D \quad (4.4)$$

ในที่นี้

$$Q_i(T) = \int_0^{1/T} d\tau \int_0^\infty d^3R' \langle T_\tau (\tilde{a}_{i\uparrow}(R, \tau) \tilde{a}_{i\downarrow}(R, \tau) \tilde{a}_{i\downarrow}^+(R', \tau') \tilde{a}_{i\uparrow}^+(R', \tau')) \rangle \quad (4.5)$$

เมื่อ

$\tilde{a}_{i\sigma}^+, \tilde{a}_{i\sigma}$  เป็นโอเปอเรเตอร์แบบสร้างสภาวะและโอเปอเรเตอร์แบบทำลายใน Heisenberg representation ของ  $i$ - อิเล็กตรอน ( $s, D$ - อิเล็กตรอน) ที่มีสปิน  $\sigma$  และเวลาจินตภาพ  $\tau$  และ  $\tau'$  ตามลำดับ

$$\tilde{a}_{i\sigma}(R, \tau) = e^{H\tau} a_{i\sigma} e^{-H\tau}$$

$\langle \dots \rangle$  แทนค่าเฉลี่ยทางสถิติของการกระจายของสิ่งเจือปน

ในการคำนวณสมการ (4.5) เราใช้การแปลงฟูเรียร์ของกรีนส์ฟังก์ชันสำหรับสองอนุภาคเทียบกับ  $R-R'$  และ  $\tau-\tau'$  แล้วใช้เวกเตอร์คอปเรชัน  $r_i(w)$  และรีนอร์มัลไลซ์กรีนส์ฟังก์ชันสำหรับอนุภาคเดียว  $G_{ki}(w)$  เราสามารถเขียนสมการ (4.5) ใหม่ได้เป็น

$$Q_i(T) = T \sum_{w,k} r_i(w) G_{ki}(w) G_{-ki}(-w) \quad (4.6)$$

โดยที่

$$G_{ki}(w) = (iw - \epsilon_{ki} - \Sigma_i(w))^{-1} \quad (4.7)$$

$$w = (2n+1)\pi i T$$

เมื่อ

$\sum_i(w)$  เป็นพลังงานในตนเองของ  $i$ -อิเล็กตรอนที่ได้จากอันตรกิริยาระหว่าง  $i$ -อิเล็กตรอนกับอิเล็กตรอนของสิ่งเจือปน

เนื่องจากอะตอมของสิ่งเจือปนมีขนาดเล็กมาก เราจึงถือว่า  $r_i(w)$  และ  $\sum_i(w)$  ไม่ขึ้นกับ  $k$  สมการ (4.6) แสดงไดอะแกรมประกอบ 5



ภาพประกอบ 5. แผนภาพแสดงกรีนฟังก์ชันของ  $s$ -อิเล็กตรอนและ  $D$ -อิเล็กตรอน

และจากความสมมาตรระหว่างอิเล็กตรอนกับโฮล เราทราบว่า  $r_i(w)$  และ  $\sum_i(w)$  สอดคล้องกับความสัมพันธ์

$$r_i(w) = r_i(-w) \tag{4.8}$$

$$\sum_i(w) = -\sum_i(-w) \tag{4.9}$$

โดยการแทนสมการ (4.7) ลงในสมการ (4.6) เราจะได้

$$Q_i(T) = T \sum_{w,k} \frac{r_i(w)}{(iw - \epsilon_{ki} - \sum_i(w))(-iw - \epsilon_{ki} - \sum_i(-w))} \tag{4.10}$$

เนื่องจากเรามีอิเล็กตรอนจำนวนมาก เราอาจถือได้ว่าโมเมนตัมของอิเล็กตรอนเหล่านี้มีค่าต่อเนื่อง เราจึงเปลี่ยนผลรวมทุกค่าของโมเมนตัมเป็นการอินทิเกรต จะได้

$$Q_i(T) = T \sum_w r_i(w) N_i(0) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dE}{[E_{ki}^2 - (iw - \sum_i(w))^2]}$$

เมื่อ

$N_i(0)$  เป็นความหนาแน่นสถานะของ  $i$ -อิเล็กตรอนที่ระดับเฟอร์มิ ผลลัพธ์ของการอินทิเกรตจะได้

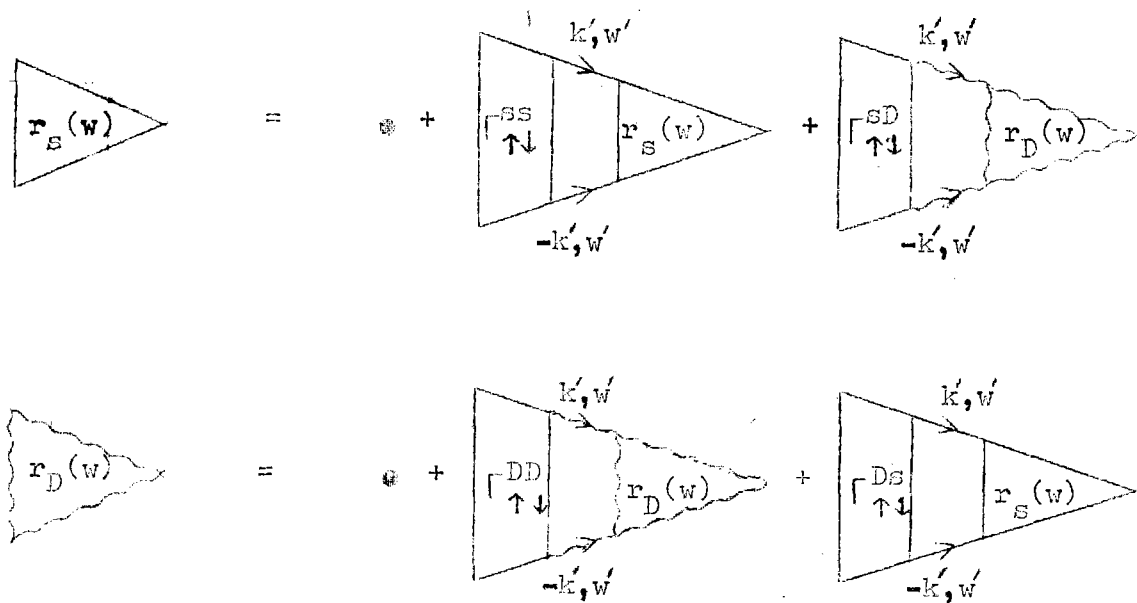
$$Q_i(T) = TN_i(0)\pi \sum_w \frac{r_i(w)}{|w| + |\sum_i(w)|} \tag{4.11}$$

เมื่อความเข้มข้นของสิ่งเจือปนมีค่าน้อยมาก  $\sum_i(w)$  จะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับความเข้มข้นของสิ่งเจือปน จากเงื่อนไขนี้ เราจะคำนวณค่า  $r_i(w)$  ได้โดยการแก้สมการ

$$r_i(w) = 1 + T \sum_{w',k} \Gamma_{\uparrow\downarrow}^{ii}(w,w') G_{ki}(w') G_{-ki}(-w') r_i(w') + T \sum_{w',k} \Gamma_{\uparrow\downarrow}^{ij}(w,w') G_{kj}(w') G_{-kj}(-w') r_j(w') \tag{4.12}$$

$\Gamma_{\uparrow\downarrow}^{ij}$

แทนอันตรกิริยาแบบผลักระหว่าง  $d$ -อิเล็กตรอนซึ่งเกิดจากการผสมกันระหว่าง  $i$ -อิเล็กตรอนกับ  $d$ -อิเล็กตรอน และ  $j$ -อิเล็กตรอนกับ  $d$ -อิเล็กตรอน ซึ่งสามารถแทนได้โดยใช้แผนภาพในภาพประกอบ 6



ภาพประกอบ 6 แผนภาพแสดงค่า  $r_i(w)$  เมื่อค่า  $i$  เป็น S และ D

จากแผนภาพ เราใช้เส้นตรงแสดงกรีนส์ฟังก์ชันของ s-อิเล็กตรอน เส้นหยักแสดงกรีนส์ฟังก์ชันของ d-อิเล็กตรอน

เราจะได้ว่า

$$r_s = 1 + \Gamma_{SS} G_s^2 r_s + \Gamma_{SD} G_D^2 r_D$$

$$r_s (1 - \Gamma_{SS} G_s^2) = 1 + \Gamma_{SD} G_D^2 r_D$$

$$r_s = (1 + \Gamma_{SD} G_D^2 r_D) / (1 - \Gamma_{SS} G_s^2)$$

ในทำนองเดียวกัน เราสามารถพิสูจน์ได้ว่า

$$r_D = (1 + \Gamma_{DS} G_s^2 r_s) / (1 - \Gamma_{DD} G_D^2)$$

โดยการแทนค่า  $r_s$  ใน  $r_D$  เราจะได้

$$r_D \left[ 1 - \Gamma_{DD} G_D^2 - (\Gamma_{Ds} G_s^2 \Gamma_{sD} G_D^2) / (1 - \Gamma_{ss} G_s^2) \right] \\ = 1 + (\Gamma_{Ds} G_s^2) / (1 - \Gamma_{ss} G_s^2)$$

$$r_D = \left[ 1 + \Gamma_{Ds} G_s^2 / (1 - \Gamma_{ss} G_s^2) \right] \left[ 1 - \Gamma_{DD} G_D^2 - (\Gamma_{Ds} G_s^2 \Gamma_{sD} G_D^2) / (1 - \Gamma_{ss} G_s^2) \right]^{-1}$$

โดยอาศัยการกระจายแบบทวินาม เราจะได้

$$r_D = \left[ 1 + \Gamma_{Ds} G_s^2 (1 + \Gamma_{ss} G_s^2) \right] \left[ 1 + \Gamma_{DD} G_D^2 + \Gamma_{Ds} G_s^2 \Gamma_{sD} G_D^2 (1 + \Gamma_{ss} G_s^2) \right] \\ = 1 + \Gamma_{Ds} G_s^2 + G_s^2 \Gamma_{Ds} \Gamma_{ss} G_s^2 + \Gamma_{DD} G_D^2 + \dots \\ = 1 + \Gamma_{Ds} G_s^2 + \Gamma_{DD} G_D^2 + \dots$$

เมื่อแทนค่า  $r_D$  ลงใน  $Q_D(T)$  เราจะได้

$$Q_D(T) = r_D G_D^2 \\ = (1 + \Gamma_{Ds} G_s^2 + \Gamma_{DD} G_D^2 + \dots) G_D^2 \\ = G_D^2 + G_D^2 \Gamma_{Ds} G_s^2 + G_D^2 \Gamma_{DD} G_D^2 + \dots$$

ดังนั้นเราสามารถเขียนแผนภาพของ  $Q_D(T)$  ได้เป็น

$$Q_D(T) = \text{Diagram 1} + \text{Diagram 2} + \text{Diagram 3} \quad (A)$$

หรือ

$$Q_D(\mathbb{T}) = \text{[diagrams of surfaces with boundary D]} \quad (B)$$

โดยการคำนวณ  $r_S$  ทำนองเดียวกับ  $r_D$  และแทน  $r_S$  ลงใน  $Q_S(\mathbb{T})$  เราจะได้

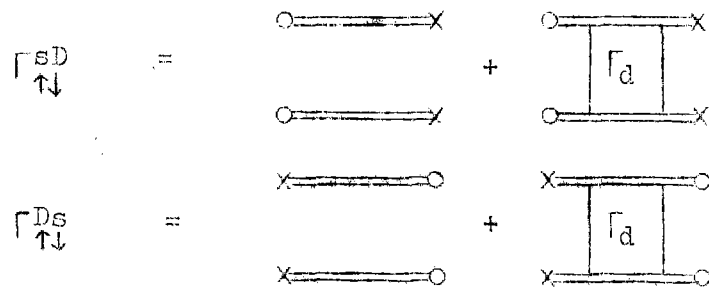
$$Q_S(\mathbb{T}) = G_S^2 + G_S^2 \Gamma_{SD} G_D^2 + G_S^2 \Gamma_{SS} G_S^2 + \dots$$

ซึ่งเขียนแผนภาพได้เป็น

$$Q_S(\mathbb{T}) = \text{[diagrams of surfaces with boundary S]} \quad (C)$$

จากการเปรียบเทียบสมการ (A) และสมการ (B) เราจะได้ค่าจำกัดความของ  $\Gamma_{\uparrow\downarrow}^{ij}$  ว่า

$$\begin{aligned} \Gamma_{\uparrow\downarrow}^{SS} &= \text{[diagrams of surfaces with boundary S]} \\ \Gamma_{\uparrow\downarrow}^{DD} &= \text{[diagrams of surfaces with boundary D]} \end{aligned}$$



และเครื่องหมาย

- หมายถึง อันตรกิริยา  $V_{sd}$  ซึ่งเกิดจากการผสมกันระหว่าง s-อิเล็กตรอนกับ d-อิเล็กตรอน
- × หมายถึง อันตรกิริยา  $V_{Dd}$  ซึ่งเกิดจากการผสมกันระหว่าง D-อิเล็กตรอนกับ d-อิเล็กตรอน
- หมายถึง กรีนฟังก์ชันของ s-อิเล็กตรอนอิสระ
- ==== หมายถึง กรีนฟังก์ชันของ d-อิเล็กตรอนในอะตอมของสิ่งเจือปน
- ~~~~ หมายถึง กรีนฟังก์ชันของ D-อิเล็กตรอนอิสระ

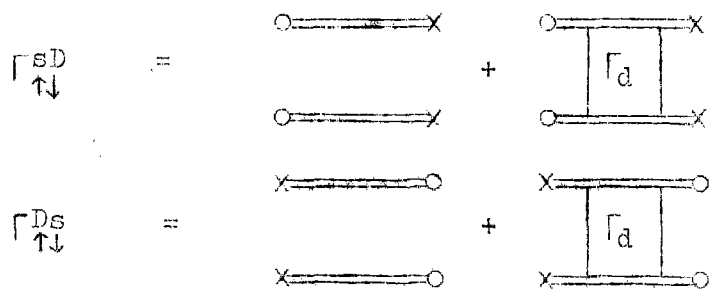
ในการคำนวณค่า  $Q_i(T)$  ในสมการ (4.11) เราต้องทราบ  $r_i(w)$  ซึ่งการที่จะทราบ  $r_i(w)$  ในสมการ (4.12) ได้นั้นเราต้องทราบค่า  $\Gamma_{\uparrow\downarrow}^{ij}$

จากงานวิจัยของมัตสึสุระ อิชิโนเซ และ นากาโอกะ (Matsuura, Ichinose and Nagaoka. 1977 : 713) เกี่ยวกับผลคอนโดในสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานแถบเดี่ยวเติมสิ่งเจือปน ได้กำหนด  $\Gamma_{\uparrow\downarrow}^{SS}$  ในรูป

$$\Gamma_{\uparrow\downarrow}^{SS} = nNV_{sd}^4 \left( \frac{1}{T} |G_d(w)|^2 \delta_{w,w'} - |G_d(w)|^2 U |G_d(w')|^2 \right)$$

หรือ

$$\Gamma_{\uparrow\downarrow}^{SS} = (n/N) \left( \left( \frac{1}{T} \right) \Gamma_{1SS}(w) \delta_{w,w'} - \left( \frac{1}{4T k_B^2} \right) \Gamma_{sd}^2 f(w) f(w') / \Gamma^2 \right)$$



และเครื่องหมาย

- o หมายถึง อันตรกิริยา  $V_{sd}$  ซึ่งเกิดจากการผสมกันระหว่าง s-อิเล็กตรอนกับ d-อิเล็กตรอน
- x หมายถึง อันตรกิริยา  $V_{Dd}$  ซึ่งเกิดจากการผสมกันระหว่าง D-อิเล็กตรอนกับ d-อิเล็กตรอน
- หมายถึง กรีนส์ฟังก์ชันของ s-อิเล็กตรอนอิสระ
- == หมายถึง กรีนส์ฟังก์ชันของ d-อิเล็กตรอนในอะตอมของสิ่งเจือปน
- ~ หมายถึง กรีนส์ฟังก์ชันของ D-อิเล็กตรอนอิสระ

ในการคำนวณค่า  $Q_i(T)$  ในสมการ (4.11) เราต้องทราบ  $r_i(w)$  ซึ่งการที่จะทราบ  $r_i(w)$  ในสมการ (4.12) ได้นั้นเราต้องทราบค่า  $\Gamma_{\uparrow\downarrow}^{ij}$

จากงานวิจัยของมัตสึสุระ อิชิโนะเอะ และ นากาโอกะ (Matsuura, Ichinose and Nagaoka. 1977 : 713) เกี่ยวกับผลของโคในสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานแถบเดี่ยวเมื่อมีสิ่งเจือปน ได้กำหนด  $\Gamma_{\uparrow\downarrow}^{SS}$  ในรูป

$$\Gamma_{\uparrow\downarrow}^{SS} = nNV_{sd}^4 \left( \frac{1}{T} |G_d(w)|^2 \delta_{w,w'} - |G_d(w)|^2 U |G_d(w')|^2 \right)$$

หรือ

$$\Gamma_{\uparrow\downarrow}^{SS} = (n/N) \left( \frac{1}{T} \Gamma_{1SS}(w) \delta_{w,w'} - \frac{1}{4T_k \rho_s^2} \Gamma_{sd}^2 f(w) f(w') / \Gamma^2 \right)$$

$$\Gamma_{\uparrow\downarrow}^{ij}(w, w') = (n/N) \left[ (1/T) \Gamma_{1ij}(w) \delta_{w, w'} - (1/4T_K \rho_i \rho_j) \Gamma_{id} \Gamma_{jd} f(w) f(w') / \Gamma^2 \right]$$

$$\Gamma_{1ij}(w) = \begin{cases} (1/\pi^2 \rho_i \rho_j) \Gamma_{id} \Gamma_{jd} f(w) / \Gamma^2 & ; w \ll T_K \\ (-3/16 \rho_i \rho_j) \left[ \ln(|w|/T_K) \right]^{-2} & ; w \gg T_K, \quad i = j \end{cases}$$

$$\Gamma = \Gamma_{id} + \Gamma_{jd}$$

เรากลับไปที่การผสมการ (4.12) อีกครั้งหนึ่งเพื่อที่จะคำนวณหา  $r_i(w)$  โดยการแทนค่า  $\sum_{w', k} G_{ki}(w') G_{-ki}(-w') r_i(w')$  ด้วย  $\pi N_i(0) \sum_{w'} \frac{r_i(w')}{|w'| + |\sum_i(w')|}$  เราจะได้

$$r_i(w) = 1 + N_i(0) \pi T \sum_{w'} \Gamma_{\uparrow\downarrow}^{ii}(w, w') \frac{r_i(w')}{|w'| + |\sum_i(w')|} + N_j(0) \pi T \sum_{w'} \Gamma_{\uparrow\downarrow}^{ij}(w, w') \frac{r_j(w')}{|w'| + |\sum_j(w')|} \quad (4.13)$$

เมื่อแทนค่า  $\Gamma_{\uparrow\downarrow}^{ij}$  ลงในสมการ (4.13) เราจะได้

$$r_i(w) = 1 + N_i(0) \pi T \frac{n}{N} \sum_{w'} \frac{r_i(w')}{|w'| + |\sum_i(w')|} \left[ \frac{1}{T} \Gamma_{1ii}(w) \delta_{w, w'} - \frac{1}{4T_K \rho_i^2} \frac{\Gamma_{id}^2}{\Gamma^2} f(w) f(w') \right] + N_j(0) \pi T \frac{n}{N} \sum_{w'} \frac{r_j(w')}{|w'| + |\sum_j(w')|} \times \left[ \frac{1}{T} \Gamma_{1ji}(w) \delta_{w, w'} - \frac{1}{4T_K \rho_i \rho_j} \frac{\Gamma_{id} \Gamma_{jd}}{\Gamma^2} f(w) f(w') \right] \quad (4.14)$$

จากสมการ (4.14) สำหรับค่า  $i$  ที่เป็น  $s$  และ  $N_i(0)/N = \rho_i$

$$r_s(w) = 1 + \pi \text{Tn} \rho_s \sum \frac{r_s(w')}{w'|w| + |\Sigma_s(w')} \left[ \frac{\Gamma_{1ss}(w) \delta_{w,w'}}{\Gamma} - \frac{\Gamma_{sd}^2 f(w) f(w')}{4T_K \rho_s^2 \Gamma^2} \right]$$

$$+ \pi \text{Tn} \rho_D \sum \frac{r_D(w')}{w'|w| + |\Sigma_D(w')} \left[ \frac{\Gamma_{1Ds}(w) \delta_{w,w'}}{\Gamma} - \frac{\Gamma_{sd} \Gamma_{Dd} f(w) f(w')}{4T_K \rho_s \rho_D \Gamma^2} \right]$$

(4.15)

พิจารณาสถานะคงที่ที่  $\delta_{w,w'} = 1$  เมื่อ  $w' = w$

$$r_s(w) - 1 = \frac{\pi n \rho_s r_s(w) \Gamma_{1ss}(w)}{|w| + |\Sigma_s(w)|} - \frac{\pi \text{Tn} \left[ \sum \frac{r_s(w') f(w')}{w'|w| + |\Sigma_s(w')} \right] f(w) \left( \frac{\Gamma_{sd}}{\Gamma} \right)^2}{\rho_s 4T_K}$$

$$+ \frac{\pi n \rho_D r_D(w) \Gamma_{1Ds}(w)}{|w| + |\Sigma_D(w)|} - \frac{\pi \text{Tn} \left[ \sum \frac{r_D(w') f(w')}{w'|w| + |\Sigma_D(w')} \right] f(w) \Gamma_{sd} \Gamma_{Dd}}{\rho_s 4T_K \Gamma^2}$$

(4.16)

จากการจัดรูปสมการ (4.16) ใหม่โดยให้  $w$  และ  $w'$  ยึดกันแล้ว เราจะได้

$$r_s(w) - 1 = \frac{\pi n \rho_s r_s(w) \Gamma_{1ss}(w)}{|w| + |\Sigma_s(w)|} - \frac{\pi n \rho_D r_D(w) \Gamma_{1Ds}(w)}{|w| + |\Sigma_D(w)|}$$


---


$$- \frac{\pi \text{Tn} f(w) \Gamma_{sd}}{\rho_s 4T_K \Gamma}$$

$$= \frac{\Gamma_{sd}}{\Gamma} \sum \frac{r_s(w') f(w')}{w'|w| + |\Sigma_s(w')} + \frac{\Gamma_{Dd}}{\Gamma} \sum \frac{r_D(w') f(w')}{w'|w| + |\Sigma_D(w')} \quad (4.17)$$

และจากสมการ (4.14) สำหรับค่า  $i$  ที่เป็น  $D$  อาศัยการคำนวณข้างต้นองเดียวกับ  $r_s(w)$  เราจะได้

$$r_D(w) = 1 - \frac{\pi n \rho_D r_D(w) \Gamma_{1DD}(w)}{|w| + |\sum_D(w)|} - \frac{\pi n \rho_S r_S(w) \Gamma_{1SD}(w)}{|w| + |\sum_S(w)|}$$


---


$$= \frac{\Gamma_{Dd}}{\rho_D} \frac{\pi T n f(w)}{4T_K} \frac{\Gamma_{Dd}}{\Gamma}$$

$$= \frac{\Gamma_{Dd}}{\Gamma} \sum_{w'} \frac{r_D(w') f(w')}{|w'| + |\sum_D(w')|} + \frac{\Gamma_{sd}}{\Gamma} \sum_{w'} \frac{r_S(w') f(w')}{|w'| + |\sum_S(w')|} \quad (4.18)$$

ให้

$$\frac{\Gamma_{Dd}}{\Gamma} \sum_{w'} \frac{r_D(w') f(w')}{|w'| + |\sum_D(w')|} + \frac{\Gamma_{sd}}{\Gamma} \sum_{w'} \frac{r_S(w') f(w')}{|w'| + |\sum_S(w')|} = K \quad (4.19)$$

แทนค่า  $K$  ลงในสมการ (4.17) และ (4.19) พร้อมกับจัดให้พจน์ทางซ้ายเป็นพจน์ของ  $r_s(w)$  และ  $r_D(w)$  เราจะได้

$$r_S(w) \left[ 1 - \frac{\pi n \rho_S \Gamma_{1SS}(w)}{|w| + |\sum_S(w)|} \right] - r_D(w) \frac{\pi n \rho_D \Gamma_{1DS}(w)}{|w| + |\sum_D(w)|} = 1 - \frac{K \pi T n f(w)}{\rho_S} \frac{\Gamma_{sd}}{4T_K} \frac{\Gamma_{sd}}{\Gamma}$$

และ

$$r_D(w) \left[ 1 - \frac{\pi n \rho_D \Gamma_{1DD}(w)}{|w| + |\sum_D(w)|} \right] - r_S(w) \frac{\pi n \rho_S \Gamma_{1SD}(w)}{|w| + |\sum_S(w)|} = 1 - \frac{K \pi T n f(w)}{\rho_D} \frac{\Gamma_{Dd}}{4T_K} \frac{\Gamma_{Dd}}{\Gamma}$$

หรือ

$$r_S(w) \left[ 1 - A_{SS}(w) \right] - r_D(w) A_{DS}(w) = 1 - C_S(w) \quad (4.20)$$

$$- r_S(w) A_{SD}(w) + r_D(w) \left[ 1 - A_{DD}(w) \right] = 1 - C_D(w) \quad (4.21)$$

เมื่อ

$$A_{ij}(w) = \frac{\pi n_i \rho_i \Gamma_{1ij}(w)}{|w| + \left| \sum_i(w) \right|} \quad (4.22)$$

และ

$$C_i(w) = \frac{K \pi T n_i f(w) \Gamma_{id}}{\rho_i 4T_K \Gamma}$$

สมการ (4.20) และ (4.21) เขียนเป็นรูปทั่วไปได้ดังนี้

$$r_i(w) \left[ 1 - A_{ii}(w) \right] - r_j(w) A_{ji}(w) = 1 - C_i(w) \quad (4.23)$$

จากการแก้สมการ (4.20) และ (4.21) เราจะได้อ

$$r_D(w) = \frac{(1 - C_D(w)) (1 - A_{SS}(w)) + (1 - C_S(w)) A_{SD}(w)}{(1 - A_{DD}(w)) (1 - A_{SS}(w)) - A_{DS}(w) A_{SD}(w)}$$

$$r_S(w) = \frac{(1 - C_S(w)) (1 - A_{DD}(w)) + (1 - C_D(w)) A_{DS}(w)}{(1 - A_{DD}(w)) (1 - A_{SS}(w)) - A_{DS}(w) A_{SD}(w)}$$

หรือเขียนเป็นรูปทั่วไปได้เป็น

$$r_i(w) = \frac{(1 - C_i(w)) (1 - A_{jj}(w)) + (1 - C_j(w)) A_{ji}(w)}{(1 - A_{ii}(w)) (1 - A_{jj}(w)) - A_{ij}(w) A_{ji}(w)} \quad (4.24)$$

ถ้าให้

$$C_i(w) = KB_i(w)$$

เมื่อ

$$B_i(w) = \frac{\pi T n_i f(w) \Gamma_{id}}{\rho_i 4T_K \Gamma}$$

โดยการแทนค่า  $C_i(w)$  ลงในสมการ (4.24) และจัดรูปใหม่ เราจะได้อ

$$r_i(w) = \frac{(1 - A_{jj}(w) + A_{ji}(w)) - K [B_i(w) (1 - A_{jj}(w)) + B_j(w) A_{ji}(w)]}{(1 - A_{ii}(w)) (1 - A_{jj}(w)) - A_{ij}(w) A_{ji}(w)}$$

(4.25)

เราจะเห็นว่า  $r_i(w)$  นั้นอยู่ในรูปของ  $K$  เรานำ  $r_i(w)$  แทนลงในสมการ (4.19) เมื่อ  $w' = w$  เราจะได้

$$K = \frac{\frac{1}{\Gamma} \sum_{i,w} \frac{\Gamma_{id} f(w) (1 - A_{jj}(w) + A_{ji}(w))}{(|w| + |\sum_i(w)|) \left[ (1 - A_{ii}(w)) (1 - A_{jj}(w)) - A_{ij}(w) A_{ji}(w) \right]}}{1 + \frac{1}{\Gamma} \sum_{i,w} \frac{\Gamma_{id} f(w) [B_i(w) (1 - A_{jj}(w)) + B_j(w) A_{ji}(w)]}{(|w| + |\sum_i(w)|) \left[ (1 - A_{ii}(w)) (1 - A_{jj}(w)) - A_{ij}(w) A_{ji}(w) \right]}}$$

กำหนดให้ฟังก์ชัน

$$\phi_{1i}^k(T,n) = \pi T \sum_w \frac{f(w)^k (1 - A_{jj}(w) + A_{ji}(w))}{(|w| + |\sum_i(w)|) \left[ (1 - A_{ii}(w)) (1 - A_{jj}(w)) - A_{ij}(w) A_{ji}(w) \right]} \quad (4.26)$$

และ

$$\phi_{2i}^k(T,n) = \pi T \sum_w \frac{f(w)^k \left[ (\Gamma_{id}/\rho_i) (1 - A_{jj}(w)) + (\Gamma_{jd}/\rho_j) A_{ji}(w) \right]}{(|w| + |\sum_i(w)|) \left[ (1 - A_{ii}(w)) (1 - A_{jj}(w)) - A_{ij}(w) A_{ji}(w) \right]} \quad (4.27)$$

ดังนั้น  $K$  จะลดรูปเป็น

$$K(T,n) = \frac{\left[ \sum_i (\Gamma_{id}/\Gamma) \phi_{1i}^1(T,n) \right] / \pi T}{1 + (n/4T_K \Gamma^2) \left[ \sum_i \Gamma_{id} \phi_{2i}^2(T,n) \right]} \equiv \frac{\tilde{\phi}_1(T,n) / \pi T}{1 + (n/4T_K \Gamma^2) \tilde{\phi}_2(T,n)}$$

เมื่อแทนค่า  $K$  ที่ได้นี้ และ  $B_i(w)$  ลงในสมการ (4.25) เราจะได้

$$r_i(w) = \frac{(1 - A_{jj}(w) + A_{ji}(w)) - \frac{n f(w) \left[ \frac{\Gamma_{id}}{\rho_i} (1 - A_{jj}(w)) - \frac{\Gamma_{jd}}{\rho_j} A_{ji}(w) \right] \tilde{\phi}_1}{4T_K \Gamma (1 + (n/4T_K \Gamma^2) \tilde{\phi}_2)}}{(1 - A_{ii}(w)) (1 - A_{jj}(w)) - A_{ij}(w) A_{ji}(w)} \quad (4.28)$$

แทนค่า  $r_i(w)$  ที่ได้นี้ลงในสมการ (4.11) เราจะได้

$$Q_i(T) = N_i \rho_i \left[ \phi_{1i}^0 - \frac{n}{4T_K \Gamma^2} \frac{\phi_{2i}^1(T,n) (\Gamma_{id} \phi_{1i}^1(T,n) + \Gamma_{jd} \phi_{1j}^1(T,n))}{1 + \frac{n}{4T_K \Gamma^2} (\Gamma_{id} \phi_{2i}^2(T,n) + \Gamma_{jd} \phi_{2j}^2(T,n))} \right] \tag{4.29}$$

สมการ (4.29) เป็นสมการที่แสดงกรีนส์ฟังก์ชันออกติสำหรับสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสองแถบพลังงาน

สำหรับสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานแถบเดียว เราสามารถจะหากรีนส์ฟังก์ชันออกติจากการแทนค่า  $i$  ด้วย  $s$  ในสมการ (4.29) ได้

$$Q_s(T) = N_s \rho_s \left[ \phi_{1s}^0(T,n) - \frac{n}{4T_K \Gamma^2} \frac{\phi_{2s}^1(T,n) \Gamma_{sd} \phi_{1s}^1(T,n)}{1 + \frac{n}{4T_K \Gamma^2} \Gamma_{sd} \phi_{2s}^2(T,n)} \right]$$

เมื่อ

$$\Gamma = \Gamma_{sd}$$

แทนค่า  $\phi_{1s}^0$ :  $\phi_{1s}^1$ ,  $\phi_{2s}^1$  และ  $\phi_{2s}^2$  จากสมการ (4.26) และ (4.27) จะได้

$$Q_s(T) = N_s \rho_s \left\{ \pi T \sum_w \frac{1}{(|w| + |\sum_s(w)|) (1 - A_{ss}(w))} - \frac{\frac{n}{4T_K \rho_s} \left[ \pi T \sum_w \frac{f(w)}{(|w| + |\sum_s(w)|) (1 - A_{ss}(w))} \right]^2}{1 + \frac{n}{4T_K \rho_s} \pi T \sum_w \frac{f(w)^2}{(|w| + |\sum_s(w)|) (1 - A_{ss}(w))}} \right\}$$

เมื่อแทนค่า  $A_{SS}(w)$  ตามสมการ (4.22) จะได้

$$Q_S(T) = N\rho_S \left\{ \pi T \sum_w \frac{1}{w + \sum_S(w) - \Gamma_{1SS} \pi n \rho_S} \right. \\ \left. - \frac{\frac{n}{4T_K \rho_S} \left[ \pi T \sum_w \frac{f(w)}{w + \sum_S(w) - \Gamma_{1SS} \pi n \rho_S} \right]^2}{1 + \frac{n}{4T_K \rho_S} \pi T \sum_w \frac{f(w)^2}{w + \sum_S(w) - \Gamma_{1SS} \pi n \rho_S}} \right\}$$

หรือ

$$Q_S(T) = N\rho_S \left\{ \pi T \sum_w \frac{1}{w + n\alpha_S(w)} - \frac{n}{4T_K \rho_S} \frac{\left[ \pi T \sum_w \frac{f(w)}{w + n\alpha_S(w)} \right]^2}{1 + \frac{n}{4T_K \rho_S} \pi T \sum_w \frac{f(w)^2}{w + n\alpha_S(w)}} \right\} \\ = N\rho_S \left\{ \pi T \sum_w \frac{1}{w + n\alpha_S(w)} - \frac{n}{4T_K \rho_S} \frac{[\phi_{1S}^1(T, n)]^2}{1 + \frac{n}{4T_K \rho_S} \phi_{1S}^2(T, n)} \right\} \\ = N\rho_S \left\{ \pi T \sum_w \frac{1}{w + n\alpha(w)} - \frac{n}{4T_K \rho} \frac{[\phi_1(T, n)]^2}{1 + \frac{n}{4T_K \rho} \phi_2(T, n)} \right\}$$

เมื่อ

$$\sum_S(w) - \Gamma_{1SS} \pi n \rho_S = n\alpha_S(w) = n\alpha(w)$$

$$\phi_{1i}^k(T, n) = \pi T \sum_w \frac{z(w)^k}{w + n\alpha(w)} = \phi_k(T, n)$$

กรีนฟังก์ชันปกติ  $Q_S(T)$  ที่ได้นี้ตรงกับกรีนฟังก์ชันปกติของสารตัวนำยิ่งยวดตามการคำนวณของมัตสึอุระ อิชินโนะ และ นากาโอกะ (Matsuura, Ichinose and Nagaoka, 1977 : 713)

ก่อนที่จะคำนวณหาอนุกรมวิกฤต เราย้อนกลับมาพิจารณาฟังก์ชัน  $\phi_{1i}^k(T, n)$  และ  $\phi_{2i}^k(T, n)$  ในสมการ (4.29) ดังนี้

พิจารณาฟังก์ชัน  $\phi_{1i}^k(T, n)$  ที่กำหนดให้ตามสมการ (4.26) โดยที่  $i$  เป็น  $S$   $j$  เป็น  $D$  และ  $k$  เป็นศูนย์ นั่นคือ

$$\phi_{1i}^0(T, n) = \pi T \sum_w \frac{1 - A_{DD}(w) + A_{DS}(w)}{\left(w + \sum_S(w)\right) \left[ \left(1 - A_{SS}(w)\right) \left(1 - A_{DD}(w)\right) - A_{SD}(w)A_{DS}(w) \right]}$$

(4.30)

โดยการแทนค่า  $A_{ij}(w)$  จากสมการ (4.22) ลงในสมการ (4.30) และกำหนดให้

$$n\alpha_S(w) = \sum_S(w) - \Gamma_{1SS} \pi n \rho_S$$

$$n\alpha_D(w) = \sum_D(w) - \Gamma_{1DD} \pi n \rho_D$$

หรือ

$$n\alpha_i(w) = \sum_i(w) - \Gamma_{1ii} \pi n \rho_i$$

ในที่นี้

$\alpha_i(w)$  เป็นพารามิเตอร์ในการแตกตัวของ  $i$ -อิเล็กตรอนอันเนื่องมาจากการแลกเปลี่ยนของ  $i$ -อิเล็กตรอนที่เกิดจากการกระเจิงโดยสิ่งเจือปน

สมการ (4.30) เขียนใหม่ได้เป็น

$$\phi_{1s}^0(T, n) = \pi^T \sum_w \frac{w + n\alpha_D(w) + \Gamma_{1Ds}(w)\pi n\rho_D}{(w + n\alpha_s(w))(w + n\alpha_D(w)) - \Gamma_{1sD}\pi n\rho_s \Gamma_{1Ds}\pi n\rho_D} \quad (4.31)$$

ดังนั้น

$$\phi_{1s}^1(T, n) = \pi^T \sum_w \frac{f(w)(w + n\alpha_D(w) + \Gamma_{1Ds}(w)\pi n\rho_D)}{(w + n\alpha_s(w))(w + n\alpha_D(w)) - \Gamma_{1sD}\pi n\rho_s \Gamma_{1Ds}\pi n\rho_D}$$

หรือเขียนเป็นรูปทั่วไปได้เป็น

$$\phi_{1i}^k(T, n) = \pi^T \sum_w \frac{f(w)^k (w + n\alpha_j(w) + \Gamma_{1ji}(w)\pi n\rho_j)}{(w + n\alpha_i(w))(w + n\alpha_j(w)) - \Gamma_{1ij}\pi n\rho_i \Gamma_{1ji}\pi n\rho_j} \quad (4.32)$$

พิจารณาฟังก์ชัน  $\phi_{2i}^k(T, n)$  ที่กำหนดให้ตามสมการ (4.27) เมื่อ  $i$  เป็น  $s$   
 $j$  เป็น  $D$  และ  $k = 1$  นั่นคือ

$$\phi_{2s}^1(T, n) = \pi^T \sum_w \frac{f(w) [(\Gamma_{sd}/\rho_s)(1 - A_{DD}(w)) - (\Gamma_{Dd}/\rho_D)A_{Ds}(w)]}{(w + \sum_s(w)) [(1 - A_{ss}(w))(1 - A_{DD}(w)) - A_{Ds}(w)A_{SD}(w)]} \quad (4.33)$$

โดยการแทนค่า  $A_{ij}(w)$  จากสมการ (4.22) และ  $n\alpha_j(w)$  ลงในสมการ (4.33) สมการ (4.33) เขียนใหม่ได้เป็น

$$\phi_{2s}^1(T,n) = \frac{\pi T}{\rho_s} \sum_w \frac{f(w) \left[ \Gamma_{sd}(w + n\alpha_D(w)) + \Gamma_{Dd} \Gamma_{1Ds} \pi n \rho_s \right]}{(w + n\alpha_s(w)) (w + n\alpha_D(w)) - \Gamma_{1Ds} \pi n \rho_D \Gamma_{1sD} \pi n \rho_s}$$

ดังนั้น

$$\phi_{2s}^2(T,n) = \frac{\pi T}{\rho_s} \sum_w \frac{f(w)^2 \left[ \Gamma_{sd}(w + n\alpha_D(w)) + \Gamma_{Dd} \Gamma_{1Ds} \pi n \rho_s \right]}{(w + n\alpha_s(w)) (w + n\alpha_D(w)) - \Gamma_{1Ds} \pi n \rho_D \Gamma_{1sD} \pi n \rho_s}$$

หรือเขียนเป็นรูปทั่วไปได้เป็น

$$\phi_{2i}^k(T,n) = \frac{\pi T}{\rho_i} \sum_w \frac{f(w)^k \left[ \Gamma_{id}(w + n\alpha_j(w)) + \Gamma_{jd} \Gamma_{1ji} \pi n \rho_i \right]}{(w + n\alpha_i(w)) (w + n\alpha_j(w)) - \Gamma_{1ji} \pi n \rho_j \Gamma_{1ij} \pi n \rho_i} \quad (4.34)$$

ค่าของ  $\alpha_i(w)$  ตามวิธีการของมัดสึยูระ อิกิโนเซ และ นากาโอกะ (Matsuura, Ichinose and Nagaoka. 1977 : 713) ในกรณีที่  $w \gg T_K$   $\alpha_i(w)$  ได้จากผลลัพธ์ของมุลเลอร์-ฮัทมันน์ และ ซิตทาร์ทซ์ (Müller-Hartmann and Zittartz. 1971 : 428)

$$\alpha_i(w) = (1/2 \pi \rho_i) \frac{(3/4) \pi^2}{\left( \ln(\pi |w| / 4 T_K) \right)^2 + (3/4) \pi^2}$$

และค่าของ  $\Gamma_{1ij}$  ได้จากงานวิจัยของมัดสึยูระ อิกิโนเซ และ นากาโอกะ เช่นกัน คือ

$$\Gamma_{ij} = 1/\pi\rho_i\tau_{ij}$$

$$\tau_{ij} = (1/\pi\rho_j)(\Gamma_{id}\Gamma_{jd}/\Gamma^2)$$

$\tau_{ij}$  เป็น relaxation time ที่เกิดจากการกระเจิงระหว่าง i-อิเล็กตรอนกับสิ่งเจือปนไปสู่สภาวะ j-อิเล็กตรอนภายหลังการกระเจิง

### การคำนวณอุณหภูมิวิกฤต

การคำนวณอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่เป็นโลหะทรานซิชันที่มีสองแถบพลังงานคำนวณโดยอาศัยสมการออร์เดอร์พารามิเตอร์ จากสมการ (4.4) เราได้ว่า

$$\Delta_{SS} = g_{SS}Q_S(T)\Delta_{SS} + g_{SD}Q_D(T)\Delta_{DD}$$

และ

$$\Delta_{DD} = g_{DD}Q_D(T)\Delta_{DD} + g_{SD}Q_S(T)\Delta_{SS}$$

หรือ

$$1 = g_{SS}Q_S(T) + g_{SD}Q_D(T)\Delta_{DD}/\Delta_{SS} \quad (4.35)$$

$$1 = g_{DD}Q_D(T) + g_{SD}Q_S(T)\Delta_{SS}/\Delta_{DD} \quad (4.36)$$

เพื่อที่จะกำจัด  $\Delta_{SS}/\Delta_{DD}$  และ  $\Delta_{DD}/\Delta_{SS}$  เราจัดรูปสมการ(4.35)และ (4.36) ใหม่ แล้วนำผลที่ได้มาคูณกัน จะได้

$$(1 - g_{SS}Q_S(T))(1 - g_{DD}Q_D(T)) = g_{SD}^2Q_D(T)Q_S(T) \quad (4.37)$$

เมื่อแทนค่า  $Q_S(T)$  และ  $Q_D(T)$  จากสมการ (4.11) ลงในสมการ (4.37) และให้

$$\mathcal{E}_{SS}^{N_S}(0) = \eta_S$$

$$\mathcal{E}_{DD}^{N_D}(0) = \eta_D$$

$$\mathcal{E}_{SD}^{N_S}(0) = \eta'_S$$

$$\mathcal{E}_{SD}^{N_D}(0) = \eta'_D$$

เราจะได้อ

$$\begin{aligned} & \left[ 1 - \eta_S \pi^T \sum_w \frac{r_S(w)}{|w| + |\sum_S(w)|} \right] \left[ 1 - \eta_D \pi^T \sum_w \frac{r_D(w)}{|w| + |\sum_D(w)|} \right] \\ &= \eta'_S \eta'_D \left[ \pi^T \sum_w \frac{r_S(w)}{|w| + |\sum_S(w)|} \right] \left[ \pi^T \sum_w \frac{r_D(w)}{|w| + |\sum_D(w)|} \right] \end{aligned}$$

เมื่อหาคลุมทางคานซ้ายแล้วจัดให้ทางคานขวาเป็นศูนย์ จะได้

$$\begin{aligned} & 1 - \eta_S \left[ \pi^T \sum_w \frac{r_S(w)}{|w| + |\sum_S(w)|} \right] + \eta_D \left[ \pi^T \sum_w \frac{r_D(w)}{|w| + |\sum_D(w)|} \right] \\ &+ (\eta_S \eta_D - \eta'_S \eta'_D) \left[ \pi^T \sum_w \frac{r_S(w)}{|w| + |\sum_S(w)|} \right] \left[ \pi^T \sum_w \frac{r_D(w)}{|w| + |\sum_D(w)|} \right] = 0 \end{aligned}$$

(4.38)

เมื่อแทนค่า  $Q_i(T)$  จากสมการ(4.11)ลงในสมการ (4.29) จะได้

$$\pi^T \sum_w \frac{r_i(w)}{|w| + |\sum_i(w)|} = \phi_{1i}^o - \frac{n}{4T_K \Gamma^2} \frac{\phi_{2i}^1(T,n) [\Gamma_{id} \phi_{1i}^1(T,n) + \Gamma_{jd} \phi_{1j}^1(T,n)]}{\left[1 + \frac{n}{4T_K \Gamma^2} (\Gamma_{id} \phi_{2i}^2(T,n) + \Gamma_{jd} \phi_{2j}^2(T,n))\right]} \quad (4.39)$$

เมื่อแทนสมการ (4.39) ลงในสมการ (4.38) โดยให้  $i$  เป็น  $s$  และ  $D$  จะได้

$$\begin{aligned} & 1 - \eta_s \left[ \phi_{1s}^o - \frac{n}{4T_K \Gamma^2} \frac{\phi_{2s}^1(T,n) [\Gamma_{sd} \phi_{1s}^1(T,n) + \Gamma_{Dd} \phi_{1D}^1(T,n)]}{\left[1 + \frac{n}{4T_K \Gamma^2} (\Gamma_{sd} \phi_{2s}^2(T,n) + \Gamma_{Dd} \phi_{2D}^2(T,n))\right]} \right] \\ & - \eta_D \left[ \phi_{1D}^o - \frac{n}{4T_K \Gamma^2} \frac{\phi_{2D}^1(T,n) [\Gamma_{Dd} \phi_{1D}^1(T,n) + \Gamma_{sd} \phi_{1s}^1(T,n)]}{\left[1 + \frac{n}{4T_K \Gamma^2} (\Gamma_{Dd} \phi_{2D}^2(T,n) + \Gamma_{sd} \phi_{2s}^2(T,n))\right]} \right] \\ & + (\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D) \left[ \phi_{1s}^o - \frac{n}{4T_K \Gamma^2} \frac{\phi_{2s}^1(T,n) [\Gamma_{sd} \phi_{1s}^1(T,n) + \Gamma_{Dd} \phi_{1D}^1(T,n)]}{\left[1 + \frac{n}{4T_K \Gamma^2} (\Gamma_{sd} \phi_{2s}^2(T,n) + \Gamma_{Dd} \phi_{2D}^2(T,n))\right]} \right] \\ & \times \left[ \phi_{1D}^o - \frac{n}{4T_K \Gamma^2} \frac{\phi_{2D}^1(T,n) [\Gamma_{Dd} \phi_{1D}^1(T,n) + \Gamma_{sd} \phi_{1s}^1(T,n)]}{\left[1 + \frac{n}{4T_K \Gamma^2} (\Gamma_{Dd} \phi_{2D}^2(T,n) + \Gamma_{sd} \phi_{2s}^2(T,n))\right]} \right] = 0 \end{aligned} \quad (4.40)$$

กำหนดให้

$$\phi_{1i}^o(T,n) = \phi_{1i}^*(T,n) + f(T) = \phi_{1i}^*(T,n) + \pi^T \sum_w \frac{1}{w} \quad (4.41)$$

$$R_i(T, n) = \frac{n \phi_{2i}^1(T, n) [\Gamma_{id} \phi_{1i}^1(T, n) + \Gamma_{jd} \phi_{1j}^1(T, n)]}{4T_K \Gamma^2 \left[ 1 + \frac{n}{4T_K \Gamma^2} (\Gamma_{id} \phi_{2i}^2(T, n) + \Gamma_{jd} \phi_{2j}^2(T, n)) \right]} \quad (4.42)$$

แทนค่า  $\phi_{1s}^0, \phi_{1D}^0, R_s$  และ  $R_D$  จากสมการ (4.41) และ (4.42) ลงในสมการ (4.40) จะได้

$$1 - \eta_s [\phi_{1s}^* + f(T) - R_s] - \eta_D [\phi_{1D}^* + f(T) - R_D] + (\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D) [\phi_{1s}^* + f(T) - R_s] [\phi_{1D}^* + f(T) - R_D] = 0 \quad (4.43)$$

จากการกระจายพจน์ในสมการ (4.43) แล้วจัดให้เป็นสมการกำลังสองของ  $f(T)$  จะได้สมการเป็น

$$(\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D) f^2(T) - \left[ \eta_s + \eta_D - (\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D) (\phi_{1s}^* - R_s + \phi_{1D}^* - R_D) \right] f(T) + \left[ 1 - \eta_s (\phi_{1s}^* - R_s) - \eta_D (\phi_{1D}^* - R_D) + (\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D) \times ((\phi_{1s}^* - R_s)(\phi_{1D}^* - R_D) + R_s R_D) \right] = 0$$

รากของสมการนี้คือ

$$f(T) = \left[ \frac{\eta_s + \eta_D - (\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D) (\phi_{1s}^* - R_s + \phi_{1D}^* - R_D) \pm \sqrt{(\eta_s + \eta_D - (\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D) (\phi_{1s}^* - R_s + \phi_{1D}^* - R_D))^2 - 4(\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D) \times [1 - \eta_s (\phi_{1s}^* - R_s) - \eta_D (\phi_{1D}^* - R_D) + (\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D) \times ((\phi_{1s}^* - R_s)(\phi_{1D}^* - R_D) + R_s R_D)]}}{2(\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D)} \right] \quad (4.44)$$

แต่เราทราบว่า

$$f(T_c) = \ln(2rw_D/\pi T_c)$$

เราเลือก  $f(T)$  ค่าลบ เพราะว่าอุณหภูมิวิกฤตลดลงเมื่อความเข้มข้นของสิ่งเจือปนเพิ่มขึ้น จากสมการ (4.44) เมื่อเราจัดพจน์ภายในกรณฑ์ที่สองใหม่ เราจะได้

$$\begin{aligned} \ln(2rw_D/\pi T_c) = & \left[ \eta_s + \eta_D - (\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D) (\phi_{1s}^* - R_s + \phi_{1D}^* - R_D) \right. \\ & - \sqrt{(\eta_s - \eta_D)^2 + 4\eta'_s \eta'_D + (\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D)^2 (\phi_{1s}^* - R_s} \\ & + \phi_{1D}^* - R_D)^2 - 4(\phi_{1s}^* \phi_{1D}^* - R_s \phi_{1D}^* - R_D \phi_{1s}^* + 2R_s R_D)} \\ & + 2(\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D) (2\eta_s (\phi_{1s}^* - R_s) + 2\eta_D (\phi_{1D}^* - R_D) \\ & \left. - (\eta_s + \eta_D) (\phi_{1s}^* - R_s + \phi_{1D}^* - R_D)) \right] / 2(\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D) \end{aligned} \quad (4.45)$$

เมื่อพิจารณาสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสองแถบพลังงานซึ่งไม่มีสิ่งเจือปน ( $n = 0$ ) อุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดดังกล่าว คือ  $T_{co}$  ดังนั้น

$$\phi_{1s}^* = R_s = \phi_{1D}^* = R_D = 0$$

เราจะได้

$$\ln(2rw_D/\pi T_{co}) = \left[ \eta_s + \eta_D - \sqrt{(\eta_s - \eta_D)^2 + 4\eta'_s \eta'_D} \right] / 2(\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D)$$

(4.46)

เมื่อเรานำสมการ (4.46) ลบออกจากสมการ (4.45) เราจะได้

$$\ln(T_{co}/T_c) = \left[ \frac{\sqrt{(\eta_s - \eta_D)^2 + 4\eta'_s \eta'_D} - (\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D)(\phi_{1s}^* - R_s + \phi_{1D}^* - R_D) - \sqrt{(\eta_s - \eta_D)^2 + 4\eta'_s \eta'_D + (\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D)^2} (\phi_{1s}^* - R_s + \phi_{1D}^* - R_D)^2 - 4(\phi_{1s}^* \phi_{1D}^* - R_s \phi_{1D}^* - R_D \phi_{1s}^* + 2R_s R_D)}{+ 2(\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D) (2\eta_s (\phi_{1s}^* - R_s) + 2\eta_D (\phi_{1D}^* - R_D) - (\eta_s + \eta_D) (\phi_{1s}^* - R_s + \phi_{1D}^* - R_D))} \right] / 2(\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D) \quad (4.47)$$

สมการ (4.47) เป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสองแถบพลังงานกับความเข้มข้นของสิ่งเจือปน

เราจะนำความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนมาพิจารณาเป็นกรณีเฉพาะ ซึ่งแยกเป็นกรณีต่าง ๆ ดังนี้

1. กรณีของสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ที่มีแถบพลังงานแถบเดียว

$$\text{ในกรณีนี้} \quad n = 0$$

$$\eta'_s = \eta_D = \eta'_D = 0$$

แทนค่าเหล่านี้ลงในสมการ (4.40) เราจะได้

$$1 - \eta_s \phi_{1s}^0 = 0$$

$$\phi_{1s}^0 = 1/\eta_s$$

$$\phi_{1s}^0 = 1/g_{ss} N_s(0)$$

จาก  $\phi_{1i}^k$  ที่กำหนดโดยสมการ (4.26) เมื่อ  $i$  เป็น  $s$  และ  $k$  เป็นศูนย์ เราจะได้

$$\phi_{1s}^0 = \pi T \sum_w \frac{1}{|w| + |\sum_s(w)|}$$

แต่

$$\sum_s(w) = nV_{sd}^2 NG_d(w) = 0$$

เพราะฉะนั้น

$$\begin{aligned} \phi_{1s}^0 &= \pi T \sum_w \frac{1}{|w|} = f(T) \\ &= \ln(2rw_D / \pi T_{co}) \end{aligned}$$

นั่นคือ

$$\pi T \sum_w \frac{1}{|w|} = \frac{1}{g_{ss} N_s(0)}$$

เพราะฉะนั้น

$$f(T) = \ln\left(\frac{2rw_D}{\pi T_{co}}\right) = \frac{1}{g_{ss} N_s(0)} \quad (4.48)$$

ผลที่ได้ในสมการ (4.48) ตรงกับผลการคำนวณของบาร์ดีน คูเปอร์ และ ชรีฟเฟอร์ (Bardeen, Cooper and Schrieffer. 1957 : 1175)

2. กรณีของสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ที่มีสองแถบพลังงาน

ในกรณีนี้  $n = 0$

$$R_S = R_D = 0 ; \phi_{1S}^* = \phi_{1D}^* = 0$$

แทนค่าเหล่านี้ลงในสมการ (4.43) เราจะได้

$$1 - \eta_S f(T) - \eta_D f(T) + (\eta_S \eta_D - \eta'_S \eta'_D) f^2(T) = 0$$

$$1 - (\eta_S + \eta_D) f(T) + (\eta_S \eta_D - \eta'_S \eta'_D) f^2(T) = 0$$

เพราะฉะนั้น

$$f(T) = \left[ \eta_S + \eta_D - \sqrt{(\eta_S + \eta_D)^2 - 4(\eta_S \eta_D - \eta'_S \eta'_D)} \right] / 2(\eta_S \eta_D - \eta'_S \eta'_D)$$

หรือ

$$\ln \left( \frac{2r w_D}{\pi T_{co}} \right) = \frac{\eta_S + \eta_D - \sqrt{(\eta_S + \eta_D)^2 - 4(\eta_S \eta_D - \eta'_S \eta'_D)}}{2(\eta_S \eta_D - \eta'_S \eta'_D)}$$

(4.49)

ผลที่ได้ในสมการ (4.49) ตรงกับผลการคำนวณของโซดะและวาตะ (Soda and Wada, 1966 : 1111)

3. กรณีของสารตัวนำยิ่งยวดไม่บริสุทธิ์ที่มีแถบพลังงานแถบเดียว

ในกรณีนี้  $n \neq 0$

$$\eta_D = \eta'_D = \eta'_S = 0$$

แทนค่าเหล่านี้ลงในสมการ (4.40) เราจะได้ว่า

$$1 - \eta_s \phi_{1s}^0 + \frac{n\eta_s}{4T_K \Gamma^2} \frac{\phi_{2s}^1(T,n) \Gamma_{sd} \phi_{1s}^1(T,n)}{\left[1 + \frac{n}{4T_K \Gamma^2} \Gamma_{sd} \phi_{2s}^2(T,n)\right]} = 0 \quad (4.50)$$

จาก  $\phi_{1i}^k$  และ  $\phi_{2i}^k$  ที่กำหนดโดยสมการ (4.32) และ (4.34) เราจะได้

$$\phi_{1s}^0 = \pi T \sum_w \frac{1}{w + n\alpha_s(w)}$$

$$\phi_{1s}^1 = \pi T \sum_w \frac{f(w)}{w + n\alpha_s(w)}$$

$$\phi_{2s}^1 = \pi T \sum_w \frac{f(w)}{w + n\alpha_s(w)} \frac{\Gamma_{sd}}{\rho_s}$$

$$\phi_{2s}^2 = \pi T \sum_w \frac{f(w)^2}{w + n\alpha_s(w)} \frac{\Gamma_{sd}}{\rho_s}$$

และ

$$\Gamma = \Gamma_{sd}$$

แทนค่าเหล่านี้ลงในสมการ (4.50) จะได้

$$\eta_s \left[ \pi T \sum_w \frac{1}{w + n\alpha_s(w)} - \frac{n}{4T_K \rho_s} \frac{\left[ \pi T \sum_w \frac{f(w)}{w + n\alpha_s(w)} \right]^2}{\left(1 + \frac{n}{4T_K \rho_s} \pi T \sum_w \frac{f(w)^2}{w + n\alpha_s(w)}\right)} \right] = 1$$

$$\phi_0(T,n) - \frac{n}{4T_K \rho_s} \frac{[\phi_1(T,n)]^2}{\left[1 + \frac{n}{4T_K \rho_s} \phi_2(T,n)\right]} = \frac{1}{\eta_s} = \frac{1}{\mathcal{G}_{SS} N_S(0)} \quad (4.51)$$

ผลที่ได้ในสมการ (4.51) ตรงกับผลการคำนวณของมัตสึสุระ อิคิโนะ และ นากาโอกะ

(Matsuura, Ichinose and Nagaoka. 1977 : 713)

#### 4. กรณีของสารตัวนำยิ่งยวดไมบริสคู่ที่มีสองแถบพลังงาน

กรณีที่เราพิจารณาที่  $T_c \gg T_K$  หรือ  $w \gg T_K$  คือ กรณีที่สิ่งเจือปนประพจน์เป็นแม่เหล็กและมีความเข้มข้นต่ำ เราจะได

$$n \neq 0$$

$$f(w) = (1 + \pi|w|/4T_K)^{-2} \rightarrow 0$$

$$\phi_{1s}^1 = \phi_{1D}^1 = \phi_{2s}^1 = \phi_{2s}^2 = \phi_{2D}^1 = \phi_{2D}^2 \rightarrow 0$$

$$R_s = R_D = 0$$

จากการแทนค่าเหล่านี้ลงในสมการ (4.47) จะได้

$$\begin{aligned} \ln(T_{co}/T_c) &= \left[ \sqrt{(\eta_s - \eta_D)^2 + 4\eta'_s \eta'_D} - (\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D) (\phi_{1s}^* + \phi_{1D}^*) \right. \\ &\quad - \sqrt{(\eta_s - \eta_D)^2 + 4\eta'_s \eta'_D + (\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D)^2 (\phi_{1s}^* + \phi_{1D}^*)^2} \\ &\quad \left. - 4\phi_{1s}^* \phi_{1D}^* \right) + 2(\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D) (2\eta_s \phi_{1s}^* + 2\eta_D \phi_{1D}^* \\ &\quad \left. - (\eta_s + \eta_D) (\phi_{1s}^* + \phi_{1D}^*) \right] / 2(\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D) \quad (4.52) \end{aligned}$$

เมื่อสิ่งเจือปนมีความเข้มข้นต่ำ  $(\phi_{1s}^*)^2$ ,  $\phi_{1s}^* \phi_{1D}^*$ ,  $(\phi_{1D}^*)^2$  มีค่าน้อยมาก เราตัดทิ้งได้ให้

$$A = \sqrt{(\eta_s - \eta_D)^2 + 4\eta'_s \eta'_D} / (\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D)$$

และ

$$B = (\eta_s - \eta_D) / (\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D)$$

แทนค่า A และ B ลงในสมการ (4.50) เราจะได้

$$\begin{aligned}\ln(T_{co}/T_c) &= A/2 - (\phi_{1s}^* + \phi_{1D}^*)/2 - [A^2 + 2B(\phi_{1s}^* - \phi_{1D}^*)]^{1/2}/2 \\ &= A/2 - (\phi_{1s}^* + \phi_{1D}^*)/2 - (A/2) [1 + 2B(\phi_{1s}^* - \phi_{1D}^*)/A^2]^{1/2}\end{aligned}$$

โดยการกระจายพจน์ที่อยู่ในเครื่องหมายรากที่สอง เราจะได้

$$\begin{aligned}\ln(T_{co}/T_c) &= A/2 - (\phi_{1s}^* + \phi_{1D}^*)/2 - (A/2) [1 + B(\phi_{1s}^* - \phi_{1D}^*)/A^2 + \dots] \\ &= -(\phi_{1s}^* + \phi_{1D}^*)/2 - B(\phi_{1s}^* - \phi_{1D}^*)/2A\end{aligned}\quad (4.53)$$

ให้

$$B/A = (\eta_s - \eta_D) / [(\eta_s - \eta_D)^2 + 4\eta_s\eta_D]^{1/2} = -\beta$$

แทนค่า  $\beta$  ลงในสมการ (4.51) เราจะได้

$$\ln(T_{co}/T_c) = \phi_{1s}^*(\beta - 1)/2 - \phi_{1D}^*(\beta + 1)/2\quad (4.54)$$

ผลที่ได้ในสมการ (4.54) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสองแถบพลังงานกับความเข้มข้นของสิ่งเจือปน เมื่อ  $w \gg T_K$

ในกรณีของสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ที่มีสองแถบพลังงาน นั่นคือ

$$\phi_{1i}^* = 0$$

ดังนั้น

$$\ln(T_{co}/T_c) = 0$$

หรือ

$$T_{co} = T_c$$

ในกรณีของสารตัวนำยิ่งยวดไม่บริสุทธิ์ที่มีแถบพลังงานแคบเดี่ยว เมื่อ  $T_c \gg T_K$   
หรือ  $w \gg T_K$  นั่นคือ

$$\eta_D = \eta'_S = \eta'_D = \phi_{1D}^* = 0$$

$$\beta = -\eta_S/\eta_S = -1$$

ดังนั้น

$$\ln \frac{T_{co}}{T_c} = -\phi_{1S}^*(T, n) = -\pi T \sum_w \left[ \frac{1}{w + n\alpha(w)} - \frac{1}{w} \right] \quad (4.55)$$

ผลที่ได้ในสมการ (4.55) ตรงกับผลการคำนวณของมัดสุริยะ อิลีโนเช และ นากาโอกะ  
อีกเช่นกัน

เนื่องจาก  $T_c \gg T_K$  จะมีปรากฏการณ์การแตกคู่ของอิเล็กตรอน ดังนั้นเรา  
จะพิจารณา  $\phi_{1S}^*$  และ  $\phi_{1D}^*$  ในสมการ (4.54) ในรูปของพารามิเตอร์การแตกคู่  $n\alpha_S(w)$   
และ  $n\alpha_D(w)$

พิจารณา  $\phi_{1S}^*$  จากสมการ (4.41) จะได้

$$\phi_{1S}^*(T, n) = \phi_{1S}^0(T, n) - \pi T \sum_w \frac{1}{w}$$

เมื่อแทนค่า  $\phi_{1S}^0$  จากสมการ (4.32) เราจะได้

$$\phi_{1S}^*(T, n) = \pi T \sum_w \left[ \frac{w + n\alpha_D(w) + \Gamma_{1DS} \pi n \rho_D}{(w + n\alpha_S(w))(w + n\alpha_D(w)) - \Gamma_{1SD} \pi n \rho_S \Gamma_{1DS} \pi n \rho_D} - \frac{1}{w} \right] \quad (4.56)$$

ในกรณีของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีช่องแถบพลังงาน เมื่อ  $T_c \gg T_K$

$$\Gamma_{1Ds} = \Gamma_{1sD} \neq 0$$

แต่

$$\Gamma_{1sD} = 1/\pi \rho_s \tau_{sD}$$

$$\Gamma_{1Ds} = 1/\pi \rho_D \tau_{Ds}$$

แทนค่า  $\Gamma_{1Ds}$  และ  $\Gamma_{1sD}$  ลงในสมการ (4.56) จะได้

$$\phi_{1s}^*(T, n) = \pi T \sum_w \left[ \frac{w + n \alpha_D(w) + n/\tau_{Ds}}{(w + n \alpha_s(w))(w + n \alpha_D(w)) - n^2/\tau_{sD} \tau_{Ds}} - \frac{1}{w} \right] \quad (4.57)$$

กำหนดให้

$$(w + n \alpha_s(w))(w + n \alpha_D(w)) - n^2/\tau_{sD} \tau_{Ds} = (w + r_+)(w + r_-)$$

โดยการคูณวงเล็บทั้งสองด้านแล้วเทียบสัมประสิทธิ์ของพจน์  $w$  และค่าคงที่ของ  $r_+$  และ  $r_-$  จะได้

$$r_{\pm} = \frac{n}{2} \left[ \alpha_s(w) + \alpha_D(w) \pm \left[ (\alpha_s(w) - \alpha_D(w))^2 + 4/\tau_{Ds} \tau_{sD} \right]^{1/2} \right] \quad (4.58)$$

ดังนั้นสมการ (4.57) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\phi_{1s}^*(T, n) = \pi T \sum_w \left[ \frac{w + n \alpha_D(w) + n/\tau_{Ds}}{(w + r_+)(w + r_-)} - \frac{1}{w} \right] \quad (4.59)$$

ถ้ากระจายสมการ (4.59) อยู่ในรูป

$$\begin{aligned} \phi_{1s}^*(T, n) &= \pi T \sum_w \frac{w}{(w + r_+)(w + r_-)} + \pi T \sum_w \frac{n \alpha_D(w) + n/\tau_{Ds}}{(w + r_+)(w + r_-)} \\ &\quad - \pi T \sum_w \frac{1}{w} \end{aligned} \quad (4.60)$$

เราจะเห็นได้ว่าการหาค่า  $\phi_{1s}^*(T, n)$  นี้จะต้องหาค่าผลบวกของพจน์ในลักษณะ

$$\frac{w}{(w+r_+)(w+r_-)} \quad \text{และ} \quad \frac{1}{(w+r_+)(w+r_-)} \quad \text{ซึ่งมีวิธีการคำนวณดังนี้}$$

เนื่องจาก

$$\frac{1}{(w+r_+)(w+r_-)} = \frac{1}{(r_+ - r_-)} \left[ \frac{1}{w+r_-} - \frac{1}{w+r_+} \right]$$

เราจะได้อ

$$\pi T \sum_w \frac{1}{(w+r_+)(w+r_-)} = \frac{\pi T}{(r_+ - r_-)} \sum_w \left[ \frac{1}{w+r_-} - \frac{1}{w+r_+} \right]$$

โดยการแทนค่า  $w = (2n+1)\pi T$  และหาผลบวกจะได้

$$\begin{aligned} \frac{\pi T}{(r_+ - r_-)} \sum_w \frac{1}{w+r_+} &= \frac{1}{(r_+ - r_-)} \pi T \sum_n \frac{1}{(2n+1)\pi T + r_+} \\ &= \frac{1}{(r_+ - r_-)} \sum_n \frac{1}{(2n+1) + r_+/\pi T} \end{aligned}$$

เมื่อเปลี่ยนผลบวกทางขวามือเป็นการอินทิเกรต จะได้ผลลัพธ์เป็น

$$\frac{\pi T}{(r_+ - r_-)} \sum_w \frac{1}{w+r_+} = \frac{1}{(r_+ - r_-)} \left[ -\Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{r_+}{2\pi T_c}\right) + \ln\left(1 + \frac{r_+}{w_D}\right) + \Psi\left(\frac{1}{2}\right) \right]$$

ในทำนองเดียวกัน

$$\frac{\pi T}{(r_+ - r_-)} \sum_w \frac{1}{w+r_-} = \frac{1}{(r_+ - r_-)} \left[ -\Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{r_-}{2\pi T_c}\right) + \ln\left(1 + \frac{r_-}{w_D}\right) + \Psi\left(\frac{1}{2}\right) \right]$$

กำหนดให้

$$K_{\pm} = \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{r_{\pm}}{2\pi T_c}\right) - \ln\left(1 + \frac{r_{\pm}}{w_D}\right) + \Psi\left(\frac{1}{2}\right) \quad (4.61)$$

เพราะฉะนั้น

$$\pi T \sum_w \frac{1}{(w+r_+)(w+r_-)} = \frac{1}{(r_+ - r_-)} [K_+ - K_-]$$

และเพราะว่า

$$\frac{w}{(w+r_+)(w+r_-)} = \frac{1}{(r_+ - r_-)} \left[ \frac{r_+}{w+r_+} - \frac{r_-}{w+r_-} \right]$$

เราจะได้

$$\pi T \sum_w \frac{w}{(w+r_+)(w+r_-)} = \frac{\pi T}{(r_+ - r_-)} \sum_w \left[ \frac{r_+}{(w+r_+)} - \frac{r_-}{(w+r_-)} \right]$$

โดยการแทนค่า  $w$  แล้วอินทิเกรตจะได้ผลลัพธ์เป็น

$$\begin{aligned} \pi T \sum_w \frac{w}{(w+r_+)(w+r_-)} &= \frac{1}{(r_+ - r_-)} (-r_+ K_+ + r_- K_-) + \ln \left( \frac{2rw_D}{\pi T_c} \right) \\ &= \ln \left( \frac{2rw_D}{\pi T_c} \right) - \frac{r_+ K_+}{(r_+ - r_-)} + \frac{r_- K_-}{(r_+ - r_-)} \end{aligned}$$

แต่เราทราบว่า

$$\ln \left( \frac{2rw_D}{\pi T_c} \right) = \ln \left( \frac{1.13w_D}{T_c} \right) = \pi T \sum_w \frac{1}{w}$$

เมื่อแทนค่า  $\pi T \sum_w \frac{w}{(w+r_+)(w+r_-)}$  และ  $\pi T \sum_w \frac{1}{(w+r_+)(w+r_-)}$

ลงในสมการ (4.60) จะได้

$$\phi_{1s}^*(T_c, n) = -\frac{r_+ K_+}{(r_+ - r_-)} + \frac{r_- K_-}{(r_+ - r_-)} + n \left( \alpha_D(T_c) + 1/\tau_{DS} \right) \frac{K_+ - K_-}{r_+ - r_-}$$

(4.62)

ในทำนองเดียวกันกับการหาค่า  $\phi_{1S}^*(T_c, n)$  เราจะได้

$$\phi_{1D}^*(T_c, n) = \frac{1}{(r_+ - r_-)} \left[ r_- K_- - r_+ K_+ + n \left( \alpha_S(T_c) + 1/\tau_{SD} \right) (K_+ - K_-) \right] \quad (4.63)$$

เมื่อแทนค่า  $\phi_{1S}^*(T_c, n)$  และ  $\phi_{1D}^*(T_c, n)$  ที่ได้จากสมการ (4.62) และ (4.63) ลงในสมการ (4.54) เราจะได้

$$\ln\left(\frac{T_{co}}{T_c}\right) = \frac{r_+ K_+ - r_- K_-}{(r_+ - r_-)} + \frac{n}{2} \frac{(K_+ - K_-)}{(r_+ - r_-)} \left[ (\beta - 1) \left( \alpha_D(T_c) + 1/\tau_{DS} \right) - (\beta + 1) \left( \alpha_S(T_c) + 1/\tau_{SD} \right) \right] \quad (4.64)$$

ผลที่ได้ในสมการ (4.64) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสองแถบพลังงานกับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนเมื่ออุณหภูมิคอนโดมีค่าต่ำ ๆ

ในกรณีของสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ที่มีสองแถบพลังงาน เราทราบว่า

$$n = 0$$

$$r_+ = 0$$

โดยการแทนค่าเหล่านี้ลงในสมการ (4.64) จะได้ว่า

$$\ln\left(\frac{T_{co}}{T_c}\right) = 0$$

หรือ

$$T_{co} = T_c$$

ในกรณีของสารตัวนำยิ่งยวดในบริสุทธิ์ที่มีแถบพลังงานแถบเดียว เราทราบว่า

$$\beta = -1$$

$$r_+ = n \alpha(w)$$

$$r_- = 0$$

โดยการแทนค่าเหล่านี้ลงในสมการ (4.64) จะได้ว่า

$$\ln\left(\frac{T_{co}}{T_c}\right) = K_+$$

ดังนั้น

$$\ln\left(\frac{T_{co}}{T_c}\right) = \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{n \alpha(w)}{2\pi T_c}\right) - \ln\left(1 + \frac{n \alpha(w)}{w_D}\right) - \psi\left(\frac{1}{2}\right) \quad (4.65)$$

ผลที่ได้ในสมการ (4.65) ตรงกับผลการคำนวณของอะบริคอฟและกอร์คอฟ

(Abrikosov and Gorkov. 1961 : 1243)

เพื่อที่จะหาลักษณะการลดค่า  $T_c$  ในตอนต้น คือ ขณะที่ความเข้มข้นของสิ่งเจือปนต่ำ ๆ โดยการคิดเพื่อเรนยีเอท (4.54) เทียบกับ  $n$  จะได้ว่า

$$-\frac{1}{T_c} \frac{dT_c}{dn} \Big|_{n=0} = \frac{1}{2} \left( (\beta - 1) \frac{d\phi_{1S}^*(T_c, n)}{dn} - (\beta + 1) \frac{d\phi_{1D}^*(T_c, n)}{dn} \right) \Big|_{n=0} \quad (4.66)$$

เมื่อแทนค่า  $r_+$  และ  $r_-$  จากสมการ (4.58) ลงในสมการ (4.62) จะได้

$$\begin{aligned} \phi_{1S}^*(T_c, n) = & \left[ \frac{1}{2} \left[ \alpha_S(T_c) + \alpha_D(T_c) - \left[ (\alpha_S(T_c) - \alpha_D(T_c))^2 \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + 4/\tau_{DS} \tau_{SD} \right]^{1/2} \right] K_- - \frac{1}{2} \left[ \alpha_S(T_c) + \alpha_D(T_c) \right. \right. \\ & \left. \left. + \left[ (\alpha_S(T_c) - \alpha_D(T_c))^2 + 4/\tau_{DS} \tau_{SD} \right]^{1/2} \right] K_+ + (\alpha_D(T_c) \right. \\ & \left. \left. + 1/\tau_{DS} \right) (K_+ - K_-) \right] / \left[ (\alpha_S(T_c) - \alpha_D(T_c))^2 + 4/\tau_{DS} \tau_{SD} \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (4.67)$$

โดยการดิฟเฟอเรนเชียล  $\phi_{1s}^*(T_c, n)$  จากสมการ (4.67) เทียบกับ  $n$  จะได้

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_{1s}^*(T_c, n)}{dn} = & \left[ \frac{1}{2} \left[ \alpha_s(T_c) + \alpha_D(T_c) - \left[ (\alpha_s(T_c) - \alpha_D(T_c))^2 \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + 4/\tau_{Ds} \tau_{sD} \right]^{1/2} \right] \frac{dK}{dn} - \frac{1}{2} \left[ \alpha_s(T_c) - \alpha_D(T_c) + \left[ (\alpha_s(T_c) \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. - \alpha_D(T_c))^2 + 4/\tau_{Ds} \tau_{sD} \right]^{1/2} \right] \frac{dK}{dn} + \left( \alpha_D(T_c) + 1/\tau_{Ds} \right) \right. \\ & \left. \times \left( \frac{dK}{dn} + \frac{dK}{dn} \right) \right] / \left[ (\alpha_s(T_c) - \alpha_D(T_c))^2 + 4/\tau_{Ds} \tau_{sD} \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (4.68)$$

จะเห็นว่าหากหา  $\frac{d\phi_{1s}^*(T_c, n)}{dn}$  ในสมการ (4.68) จะต้องทราบค่า  $\frac{dK}{dn} +$  และ  $\frac{dK}{dn} -$  ดังนั้นเราจะต้องดิฟเฟอเรนเชียล  $K_{\pm}$  ในสมการ (4.61) เทียบกับ  $n$  จะได้

$$\left. \frac{dK_{\pm}}{dn} \right|_{n=0} = \psi' \left( \frac{1}{2} \right) \frac{dr_{\pm}}{dn} \Big|_{n=0} \frac{1}{2\pi T_c} \Big|_{n=0} - \frac{1}{(1 + r_{\pm}/w_D) w_D} \frac{dr_{\pm}}{dn} \Big|_{n=0} \quad (4.69)$$

และดิฟเฟอเรนเชียล  $r_{\pm}$  ในสมการ (4.58) เทียบกับ  $n$  จะได้

$$\left. \frac{dr_{\pm}}{dn} \right|_{n=0} = \frac{1}{2} \left( \alpha_s(T_c) + \alpha_D(T_c) \right) \pm \frac{1}{2} \left[ (\alpha_s(T_c) - \alpha_D(T_c))^2 + 4/\tau_{Ds} \tau_{sD} \right]^{1/2} \quad (4.70)$$

เมื่อแทนค่า  $\left. \frac{dr_{\pm}}{dn} \right|_{n=0}$  จากสมการ (4.70) ลงในสมการ (4.69) และ  $w_D$  มีค่ามาก ๆ เราจะได้

$$\begin{aligned} \left. \frac{dK_{\pm}}{dn} \right|_{n=0} = & \frac{1}{4\pi T_c} \left[ (\alpha_s(T_c) + \alpha_D(T_c)) \pm \left[ (\alpha_s(T_c) - \alpha_D(T_c))^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + 4/\tau_{Ds} \tau_{sD} \right]^{1/2} \right] \psi' \left( \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \quad (4.71)$$

แทนค่า  $\left. \frac{dK_{\pm}}{dn} \right|_{n=0}$  จากสมการ (4.71) ลงในสมการ (4.68) จะได้

$$\left. \frac{d\phi_{1s}^*(T_c, n)}{dn} \right|_{n=0} = (1/2\pi T_c) \psi'(1/2) (1/\tau_{Ds} - \alpha_s(T_c)) \quad (4.72)$$

ในทำนองเดียวกันกับการหาค่า  $\left. \frac{d\phi_{1s}^*(T_c, n)}{dn} \right|_{n=0}$  จะได้

$$\left. \frac{d\phi_{1D}^*(T_c, n)}{dn} \right|_{n=0} = (1/2\pi T_c) \psi'(1/2) (1/\tau_{sD} - \alpha_D(T_c)) \quad (4.73)$$

แทนค่า  $\left. \frac{d\phi_{1s}^*(T_c, n)}{dn} \right|_{n=0}$  และ  $\left. \frac{d\phi_{1D}^*(T_c, n)}{dn} \right|_{n=0}$  จากสมการ (4.72) และ

(4.73) ลงในสมการ (4.66) จะได้

$$\begin{aligned} -\frac{1}{T_{co}} \frac{dT_c}{dn} \Big|_{n=0} &= \left[ (1/4\pi T_c) (\beta - 1) (1/\tau_{Ds} - \alpha_s(T_c)) - (\beta + 1) (1/\tau_{sD} \right. \\ &\quad \left. - \alpha_D(T_c)) \right] \psi'(1/2) \end{aligned}$$

หรือ

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_{co}} \frac{dT_c}{dn} \Big|_{n=0} &= (-\pi/8T_{co}) \left[ (\beta - 1) (1/\tau_{Ds} - \alpha_s(T_c)) - (\beta + 1) \right. \\ &\quad \left. \times (1/\tau_{sD} - \alpha_D(T_c)) \right] \end{aligned} \quad (4.74)$$

เพราะว่า

$$\psi'(1/2) = \pi^2/2$$

ผลที่ได้ในสมการ (4.74) แสดงการลดค่า  $T_c$  ในขณะที่ความเข้มข้นของสิ่งเจือปนมีค่าต่ำ ๆ

ในกรณีของสารตัวนำยิ่งยวดไม่บริสุทธิ์ที่มีแถบพลังงานแคบเดี่ยว เราทราบว่า

$$\beta = -1$$

เมื่อแทนค่า  $\beta$  ลงในสมการ (4.74) เราจะได้

$$\left. \frac{1}{T_{c0}} \frac{dT_c}{dn} \right|_{n=0} = (-T_c/4T_{c0}) \alpha_s(T_c) \Big|_{n=0}$$

เมื่อ

$$\alpha_s(T_c) = 3\pi\rho J^2/8$$

J คือ อันตรกิริยาแลกเปลี่ยนระหว่าง s-อิเล็กตรอนกับ d-อิเล็กตรอน

ดังนั้น

$$\left. \frac{1}{T_{c0}} \frac{dT_c}{dn} \right|_{n=0} = -3\pi^2\rho J^2/32T_{c0} \quad (4.75)$$

ผลที่ได้ในสมการ (4.75) ให้ผลตรงกับผลการคำนวณของอะริโกซอฟและกอร์กอฟ

(Arikosov and Gorkov. 1961 : 1243)

บทย่อ สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

บทย่อ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

การศึกษาดังนี้มีความมุ่งหมายเพื่อที่จะศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่เป็นโลหะทรานซิชันกับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนแบบคอนโดว่าขึ้นกับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนอย่างไรและเพียงใด และเปรียบเทียบความสัมพันธ์ที่ได้กับงานวิจัยอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง

วิธีดำเนินการวิจัย

การคำนวณอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่เป็นโลหะทรานซิชัน เมื่อมีสิ่งเจือปนแบบคอนโด มีวิธีดำเนินการดังนี้

1. ใช้สมมติทอเนียนที่ประกอบด้วยสมมติทอเนียนของแอนเคอร์สันและสมมติทอเนียนของชูลแมทโทลส์ และ วอลเกอร์

2. คำนวณหาค่ากรีนส์ฟังก์ชันปกติ  $Q_S(T)$  และ  $Q_D(T)$  จากสมมติทอเนียนในข้อ 1

3. จากค่ากรีนส์ฟังก์ชันปกติ คำนวณหาค่า  $\Delta_{SS}$  และ  $\Delta_{DD}$  อุณหภูมิวิกฤต ( $T_C$ ) เกิดขึ้นเมื่อ  $\Delta_{SS}$  และ  $\Delta_{DD}$  เข้าใกล้ศูนย์

การวิเคราะห์ผล

นำผลการคำนวณที่ได้ในสมการ (4.40)-(4.47) มาวิเคราะห์และเปรียบเทียบกับผลการคำนวณได้จากงานวิจัยอื่น ๆ ในกรณีต่าง ๆ ว่าครอบคลุมผลการวิจัยอื่น ๆ อย่างไร

สรุปผลการวิจัย

ในการคำนวณหาความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่เป็นโลหะทรานซิชันกับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนแบบคอนโด โดชิชิกรีนส์ฟังก์ชันและอาศัย

ผลการวิจัยบางส่วนของมัตสึสุระ อิจิโนเซ และ นากาโอกะ (Matsuura, Ichinose and Nagaoka. 1977 : 713) ที่ได้คำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่เป็นโลหะธรรมดาเมื่อมีสิ่งเจือปนแบบคอนโด ผลการคำนวณ พบว่า อุณหภูมิวิกฤตแปรเปลี่ยนตามสมการ

$$\ln\left(\frac{T}{T_c}\right) = \left[ \frac{\sqrt{(\eta_S - \eta_D)^2 + 4\eta'_S \eta'_D} - (\eta_S \eta_D - \eta'_S \eta'_D)(\phi_{1S}^* - R_S + \phi_{1D}^* - R_D)}{\sqrt{(\eta_S - \eta_D)^2 + 4\eta'_S \eta'_D} + (\eta_S \eta_D - \eta'_S \eta'_D)(\phi_{1S}^* - R_S + \phi_{1D}^* - R_D)^2} \right. \\ \left. - 4(\phi_{1S}^* \phi_{1D}^* - R_S \phi_{1D}^* - R_D \phi_{1S}^* + 2R_S R_D) + 2(\eta_S \eta_D - \eta'_S \eta'_D) \right. \\ \left. \times (2\eta_S (\phi_{1S}^* - R_S) + 2\eta_D (\phi_{1D}^* - R_D) - (\eta_S + \eta_D)(\phi_{1S}^* - R_S + \phi_{1D}^* - R_D)) \right] / 2(\eta_S \eta_D - \eta'_S \eta'_D)$$

เมื่อ

$$\eta_S = \mathcal{E}_{SS} N_S(0)$$

$$\eta_D = \mathcal{E}_{DD} N_D(0)$$

$$\eta'_S = \mathcal{E}_{SD} N_S(0)$$

$$\eta'_D = \mathcal{E}_{SD} N_D(0)$$

$$\phi_{1i}^*(T, n) = \phi_{1i}^0(T, n) - \pi T \sum_w \frac{1}{w}$$

$$R_i(T, n) = \frac{n \phi_{2i}^1(T, n) (\Gamma_{id} \phi_{1i}^1(T, n) + \Gamma_{jd} \phi_{1j}^1(T, n))}{4T_K \Gamma^2 \left[ 1 + \frac{n}{4T_K \Gamma^2} (\Gamma_{id} \phi_{2i}^2(T, n) + \Gamma_{jd} \phi_{2j}^2(T, n)) \right]}$$

$$\phi_{1i}^k(T, n) = \pi T \sum_w \frac{f(w)^k (w + n\alpha_j(w) + \Gamma_{1ji} \pi n \rho_j)}{(w + n\alpha_i(w)) (w + n\alpha_j(w)) - \Gamma_{1ij}(w) \pi n \rho_i \Gamma_{1ji}(w) \pi n \rho_j}$$

$$\phi_{2i}^k(T, n) = \frac{\pi T}{\rho_i} \sum_w \frac{f(w)^k [\Gamma_{id} (w + n\alpha_j(w)) + \Gamma_{jd} \Gamma_{1ji} \pi n \rho_i]}{(w + n\alpha_i(w)) (w + n\alpha_j(w)) - \Gamma_{1ij}(w) \pi n \rho_i \Gamma_{1ji}(w) \pi n \rho_j}$$

$$\Gamma = \Gamma_{id} + \Gamma_{jd}$$

$$\alpha_i(w) = \frac{1}{2\pi \rho_i} \frac{(3/4) \pi^2}{\left[ (\ln(\pi |w| / 4T_K))^2 + 3\pi^2/4 \right]}, \quad w \gg T_K$$

$$\Gamma_{1ij} = 1/\pi \rho_i \tau_{ij}$$

$$\tau_{ij} = (1/\pi \rho_j) (\Gamma_{id} \Gamma_{jd} / \Gamma^2)$$

$$f(w) = (1 + \pi |w| / 4T_K)^{-2}$$

และ

$\epsilon_{ss}, \epsilon_{DD}, \epsilon_{sD}$	เป็นค่าคงที่ของการจับคู่ระหว่าง s-อิเล็กตรอนกับ s-อิเล็กตรอน D-อิเล็กตรอนกับ p-อิเล็กตรอน และ s-อิเล็กตรอนกับ D-อิเล็กตรอน ตามลำดับ โดยขบวนการปลดปล่อยและดูดกลืนโฟนอน
$N_s(0), N_D(0)$	เป็นความหนาแน่นสถานะของ s-อิเล็กตรอนและ D-อิเล็กตรอนที่ระดับเฟอร์มิ ตามลำดับ
$n$	เป็นความเข้มข้นของสิ่งเจือปน
$\alpha_i(w)$	เป็นพารามิเตอร์การแตกคู่ของ i-อิเล็กตรอนอันเนื่องมาจากการแลกเปลี่ยน i-อิเล็กตรอนที่เกิดจากการกระเจิงโดยสิ่งเจือปน
$T_K$	เป็นอุณหภูมิคอนโดของสิ่งเจือปน
$\rho_i$	เป็นความหนาแน่นสถานะของ i-อิเล็กตรอนต่ออะตอมต่อสปิน
$\tau_{ij}$	เป็น relaxation time ที่เกิดจากการกระเจิงระหว่าง i-อิเล็กตรอนกับสิ่งเจือปนไปสู่สภาวะ j-อิเล็กตรอนภายหลังการกระเจิง

### อภิปรายผลการวิจัย

นำผลการคำนวณที่ได้มาพิจารณาเป็นกรณีเฉพาะในแต่ละกรณี ดังนี้

1. กรณีของสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ที่มีแถบพลังงานแถบเดียว นั่นคือ

$$n = 0$$

$$\eta'_s = \eta_D = \eta'_D = 0$$

ผลที่ได้ในสมการ (4.48) ตรงกับผลการคำนวณของบาร์ดีน คูเปอร์ และ ชรีฟเฟอร์

(Bardeen, Cooper and Schrieffer. 1957 : 1175) คือ

$$\ln\left(\frac{2rw_D}{\pi T_{co}}\right) = \frac{1}{g_{ss} N_s(0)}$$

2. กรณีของสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ที่มีสองแถบพลังงาน นั่นคือ

$$n = 0$$

$$R_s = R_D = 0 ; \quad \phi_{1s}^* = \phi_{1D}^* = 0$$

ผลที่ได้ในสมการ (4.49) ตรงกับผลการคำนวณของโซดะและวาตะ (Soda and Wada. 1966 : 1111) คือ

$$\ln\left(\frac{2rw_D}{\pi T_{co}}\right) = \frac{\eta_s + \eta_D - \sqrt{(\eta_s + \eta_D)^2 - 4(\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D)}}{2(\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D)}$$

3. กรณีของสารตัวนำยิ่งยวดไม่บริสุทธิ์ที่มีแถบพลังงานแถบเดียว นั่นคือ

$$n \neq 0$$

$$\eta_D = \eta'_D = \eta'_s = 0$$

ผลที่ได้ในสมการ (4.51) ตรงกับผลการคำนวณของมัตสึอูระ อิจิโนเซ และ นากาโอกะ (Matsuura, Ichinose and Nagaoka. 1977 : 713) คือ

$$\phi_0(T, n) = \frac{n}{4T_K \rho} \frac{[\phi_1(T, n)]^2}{[1 + (n/4T_K \rho) \phi_2(T, n)]} = \frac{1}{g_{ss} N_s(0)}$$

4. กรณีของสารตัวนำยิ่งยวดไม่บริสุทธิ์ที่มีสองแถบพลังงาน

กรณีนี้เราพิจารณาที่  $T_0 \gg T_K$  และความเข้มข้นของสิ่งเจือปนต่ำ นั่นคือ

$f(w)$  เข้าใกล้ศูนย์

และ

$$R_i(T, n) = 0$$

$$\phi_{1i}^1(T, n) = \phi_{2i}^1(T, n) = \phi_{2i}^2(T, n) \rightarrow 0$$

ผลที่ได้ในสมการ(4.54) คือ

$$\ln\left(\frac{Tco}{T_c}\right) = \frac{\phi_{1s}^*(T, n)(\beta - 1)}{2} - \frac{\phi_{1D}^*(T, n)(\beta + 1)}{2}$$

สูตรที่ได้นี้เป็นกรณีของสารตัวนำยิ่งยวดไมยริสคู่ที่มีสองแถบพลังงาน ซึ่งครอบคลุมกรณีของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานแถบเดียวทั้งที่บิรีสคู่และไมยริสคู่

ในกรณีของสารตัวนำยิ่งยวดไมยริสคู่ที่มีแถบพลังงานแถบเดียวที่  $T_c \gg T_K$

นั่นคือ

$$\beta = -1$$

$$\phi_{1D}^* = 0$$

เราจะได้

$$\ln\left(\frac{Tco}{T_c}\right) = -\pi T \sum_w \left[ \frac{1}{w + n\alpha(w)} - \frac{1}{w} \right]$$

ซึ่งตรงกับผลการคำนวณของมัตสึสุระ อิจิโนะ และ นากาโอกะ (Matsuura, Ichinose and Nagaoka. 1977 : 713)

จากสูตรที่เราได้ เมื่อเรากำหนดค่า  $\phi_{1i}^*$  ในกรณีที่อุณหภูมิคอนโดมีค่าต่ำ ๆ จะได้

$$\ln\left(\frac{Tco}{T_c}\right) = \left[ r_+ K_+ - r_- K_- + (n/2)(K_+ - K_-) \left[ (\beta - 1) (\alpha_D(T_c) + 1/\tau_{Ds}) \right. \right. \\ \left. \left. - (\beta + 1) (\alpha_S(T_c) + 1/\tau_{SD}) \right] \right] / (r_+ - r_-)$$

เมื่อ

$$r_{\pm} = \frac{\pi}{2} \left[ \left( \alpha_S(T_c) + \alpha_D(T_c) \right) \pm \left[ \left( \alpha_S(T_c) - \alpha_D(T_c) \right)^2 + 4/\tau_{Ds} \tau_{sD} \right]^{1/2} \right]$$

และ

$$K_{\pm} = \Psi\left(\frac{1}{2} + r_{\pm}/2\pi T_c\right) - \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \ln\left(1 + r_{\pm}/w_D\right)$$

นอกจากนี้ยังหาลักษณะการลดค่า  $T_c$  ในคอนตันได้ ซึ่งเป็นไปตามสมการ

$$\frac{1}{T_{co}} \frac{dT_c}{dn} \Big|_{n=0} = - \frac{\pi}{8T_{co}} \left[ (\beta - 1) \left( 1/\tau_{Ds} - \alpha_S(w) \right) - (\beta + 1) \left( 1/\tau_{sD} - \alpha_D(w) \right) \right]$$

สูตรอนุกรมวิปริกฤตและสูตรลักษณะการลดค่า  $T_c$  ที่ได้ครอบคลุมกรณีของสารตัวนำยิ่งยวดในวัสดุที่มีแถบพลังงานแคบเกี่ยวกับการคำนวณของอะบริคอฟและกอร์คอฟ (Abrikosov and Gorkov. 1961 : 1243) ในสมการ (4.66) และ (4.76) คือ

$$\ln\left(\frac{T_{co}}{T_c}\right) = \Psi\left(\frac{1}{2} + n \alpha(w)/2\pi T_c\right) - \ln\left(1 + n \alpha(w)/w_D\right) - \Psi\left(\frac{1}{2}\right)$$

และ

$$\frac{1}{T_{co}} \frac{dT_c}{dn} \Big|_{n=0} = - 3\pi^2 \rho J^2 / 32T_{co}$$

### ข้อเสนอแนะในการวิจัย

เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ ผลการวิเคราะห์สมการของอนุกรมวิปริกฤตที่ได้จากการคำนวณยังไม่ครอบคลุมผลข้างประการ ผู้วิจัยมีความคิดเห็นว่าควรจะทำการศึกษาวิจัยต่อไปในเรื่องต่อไปนี้ คือ

1. การวิเคราะห์อุณหภูมิวิกฤตที่คำนวณได้นี้ ผู้วิจัยพิจารณาในกรณีที่  $T_c \gg T_K$  เท่านั้น ดังนั้นจึงควรขยายงานวิจัยที่ได้นี้ในกรณีที่  $T_c \ll T_K$  แล้วพิจารณาสูตรอุณหภูมิวิกฤตที่ได้โดยตรงกับสูตรอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสิ่งเจือปนชนิดที่ไม่เป็นแม่เหล็กหรือไม่ อย่างไร พร้อมกับพิจารณาตอนช่วงอุณหภูมิ  $T_c \approx T_K$  ว่าสูตรอุณหภูมิวิกฤตเป็นเช่นใด

2. งานวิจัยนี้พิจารณาเมื่อความเข้มข้นของสิ่งเจือปนมีค่าต่ำๆ และไม่คิดสหสัมพันธ์ระหว่างสิ่งเจือปน งานวิจัยขั้นต่อไปควรจะพิจารณาเมื่อความเข้มข้นของสิ่งเจือปนมีค่าสูงขึ้นในกรณีที่สิ่งเจือปนอยู่กันอย่างเป็นระเบียบและไม่เป็นระเบียบโดยคำนึงถึงอันตรกิริยาระหว่างสิ่งเจือปนด้วย

3. เนื่องจากงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยพิจารณาอุณหภูมิวิกฤตชนิดที่เป็นโลหะทรานซิชันที่มีสองแถบพลังงานเมื่อมีสิ่งเจือปนแบบคอนโด ซึ่งครอบคลุมถึงสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานแถบเดียว ดังนั้น ผู้วิจัยมีความเห็นว่า ควรทำการวิจัยต่อไปในกรณีของสารตัวนำยิ่งยวดที่มี  $n$  แถบพลังงาน เมื่อ  $n \geq 3$  ( $n$  เป็นเลขจำนวนเต็มบวก) โดยอาศัยแนวทางการวิจัย เช่นเดียวกับงานวิจัยฉบับนี้

มรรณานุกรม

REFERENCES

- Abrikosov, A.A. and L.P. Gorkov. Soviet Physics JETP. 12 : 1243, 1961.
- Anderson, P.W. Journal of Physics and Chemistry of Solids. 11 : 26, 1959.
- Anderson, P.W. Physical Review. 124 : 41, 1961.
- Bardeen, J., L.N. Cooper and J.R. Schrieffer. Physical Review. 108 : 1175, 1957.
- Chow, W.S. Physical Review. 4 : 111-115, July, 1971.
- Cohen, M.H. Review of Modern Physics. 36 : 243, 1964.
- Entel, P. and others. A. Physics. 21 : 363, 1976.
- Entel, P. and D. Rainer. Journal of Low Temperature Physics. 23 : 511, 1976.
- Garland, J.W. Physical Review Letters. 11 : 114, 1963; 153 : 460, 1967.
- Hafstrom and M.L.A. MacVicar. Physical Review. 45 : 11, 1970.
- Hein, R.A. Review of Modern Physics. 36 : 149, 1964.
- Hulm, J.K. and R.D. Blaugher. Physical Review. 123 : 1569, 1961.
- Geilikman, B.T., R.O. Zaitsev and V.Z. Kresin. Low Temperature Physics. A2 : 173, 1967; 9 : 821, 1967; 23 : 796, 1967; 25 : 159, 1968.
- Kondo, J. Progress of Theoretical Physics. 32 : 37, 1964.
- Kusakabe, T. Progress of Theoretical Physics. 43 : 907, April, 1970.
- Matsuura, T., S. Ichinose and Y. Nagaoka. Progress of Theoretical Physics. 57 : 713, 1977.
- Matthias, B.T. IBM Journal of Research Development. 6 : 250, 1962.
- Matthias, B.T. and others. Physical Review. 115 : 1597, 1959.

- Matthias, B.T. and others. Review of Modern Physics. 36 : 155, 1964.
- Mohabir, S. and A.D.S. Nagi. Journal of Low Temperature Physics. 29 : 193, April, 1977.
- Moskalenko, V.A. others. FMM. 23 : 585, 1967.
- Moskalenko, V.A. and M.E. Palistrant. JETP. 22 : 536, 1966.
- Mott, N.F. Proceeding of the Physical Society. 47 : 571, 1935.
- Müller-Hartmann and J. Zittartz. Physical Review Letters. 26 : 428, 1971.
- Peretti, J. Physics Letters. 2 : 275, 1962.
- Sakurai, A. Physical Review. B17 : 1195-1208, February, 1978.
- Soda, T. and Y. Wada. Progress of Theoretical Physics. 36 : 1111, 1966.
- Suhl, H., B.T. Matthias and L.P. Walker. Physical Review Letters. 3 : 552, 1959.
- Sung, C.C. and V.K. Wong. Journal of Physical Chemistry Solids. 28 : 1933, 1967.
- Will, P. and M. Brusberg. Journal of Low Temperature Physics. 13 : 169, 1975.
- Yamada, K. and K. Yosida. Progress of Theoretical Physics. 53 : 1286, 1975.
- Yoksan, S. Journal of Low Temperature Physics. 42 : 217, 1981.

อุทฺทหนุมิวิภคฺคของสารทวนำยั้งยวคชนิดทีเป็นโลหะทรานซิชัน  
เมื่อมีสิ่งเจือปนแบบคอนโด

บทคัดย่อ

ของ

ปราณี เตชะเพชรไพบูลย์

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต

มิถุนายน 2526

การวิจัยครั้งนี้ได้หาความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่เป็นโลหะทรานซิชันกับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนแบบคอนโด โดยใช้เทคนิคกรีนส์ฟังก์ชันและอาศัยทฤษฎีของมัตสึสุระ อิดิโนเอ และนาคาโอกะเป็นพื้นฐานการวิจัย ผู้ตรของเราครอบคลุมในกรณีของสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ที่มีแถบพลังงานเดี่ยวและสองแถบพลังงาน และยังครอบคลุมในกรณีของสารตัวนำยิ่งยวดไม่บริสุทธิ์ที่มีแถบพลังงานแถบเดียว เราพบว่าอุณหภูมิวิกฤตขึ้นอยู่กับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนตามสมการ

$$\ln\left(\frac{T_c}{T_c^0}\right) = \left[ \frac{\sqrt{(\eta_S - \eta_D)^2 + 4\eta'_S \eta'_D} - (\eta_S \eta_D - \eta'_S \eta'_D)(\phi_{1S}^* - R_S + \phi_{1D}^* - R_D)}{\sqrt{(\eta_S - \eta_D)^2 + 4\eta'_S \eta'_D} + (\eta_S \eta_D - \eta'_S \eta'_D)^2 (\phi_{1S}^* - R_S + \phi_{1D}^* - R_D)^2} \right. \\ \left. - 4(\phi_{1S}^* \phi_{1D}^* - R_S \phi_{1D}^* - R_D \phi_{1S}^* + 2R_S R_D) + 2(\eta_S \eta_D - \eta'_S \eta'_D) \right. \\ \left. \times (2\eta_S (\phi_{1S}^* - R_S) + 2\eta_D (\phi_{1D}^* - R_D) - (\eta_S + \eta_D)(\phi_{1S}^* - R_S + \phi_{1D}^* - R_D)) \right] / 2(\eta_S \eta_D - \eta'_S \eta'_D)$$

CRITICAL TEMPERATURE OF TRANSITION METAL SUPERCONDUCTORS  
WITH KONDO IMPURITIES

AN ABSTRACT

BY

PRANEE TACHAPETPIBOON

Presented in partial fulfillment of the requirements  
for the Master of Education degree  
at Srinakharinwirot University

June 1983

Relations between the critical temperature of transition metal superconductors and the concentration of Kondo impurities are obtained by means of the Green's function technique. Our work is based on the theory of Matsuura, Ichinose and Nagaoka. Our formulas cover the formulas for the pure one-band case, the pure two-band case and the dirty one-band case. We find that the critical temperature depends on the impurities concentration as follow:

$$\ln \frac{T_{co}}{T_c} = \left[ \sqrt{(\eta_s - \eta_D)^2 + 4\eta'_s \eta'_D - (\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D)(\phi_{1s}^* - R_s + \phi_{1D}^* - R_D)} \right. \\ \left. - \sqrt{(\eta_s - \eta_D)^2 + 4\eta'_s \eta'_D + (\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D)^2 ((\phi_{1s}^* - R_s + \phi_{1D}^* - R_D)^2 - 4(\phi_{1s}^* \phi_{1D}^* - R_s \phi_{1D}^* - R_D \phi_{1s}^* + 2R_s R_D))} + 2(\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D) (2\eta_s (\phi_{1s}^* - R_s) + 2\eta_D (\phi_{1D}^* - R_D) - (\eta_s + \eta_D)(\phi_{1s}^* - R_s + \phi_{1D}^* - R_D)) \right] / 2(\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D)$$