

การพัฒนาโปรแกรมสำหรับออกแบบโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติ

ปริญญานิพนธ์

ของ

ร้อยโทหญิง สุวิมล เสนีวงศ์ ณ อยุธยา

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

สิงหาคม 2548

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

๒๒๙.๒๓๑

๕๕๕๒๓

๕.๓

การพัฒนาโปรแกรมสำหรับออกแบบโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติ

บทคัดย่อ

ของ

ร้อยโทหญิง สุวิมล เสนีวงศ์ ณ อยุธยา

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

สิงหาคม ๒๕๔๘

๒๒๙.๒๓๑

ร้อยโทหญิง สุวิมล เสนีวงศ์ ณ อยุธยา. (2548). การพัฒนาโปรแกรมสำหรับออกแบบโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติ.

ปริญญาานิพนธ์ วศ.ม. (วิศวกรรมเครื่องกล). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: พันโท ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ทวีวัชร วีระแก้ว, พันโท ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อโณทัย สุขแสงพนมรุ้ง

ในงานวิจัยนี้ได้มุ่งศึกษาเกี่ยวกับโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติที่ใช้การออกแบบจากทฤษฎีทางระบบหุ่นยนต์ (Robotics system theory) โดยเห็นความสำคัญว่ารถยนต์มีความจำเป็นกับชีวิตประจำวัน จึงน่าจะมีอุปกรณ์ที่ช่วยยืดอายุการใช้งานของรถยนต์ได้ จากปัญหาดังกล่าวผู้วิจัยจึงมุ่งการออกแบบว่าทำอย่างไรให้ผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติมีขนาดพอเหมาะกับรถยนต์แต่ละคัน รวมทั้งก่อให้เกิดประสิทธิภาพในการทำงานได้อย่างเหมาะสมที่สุด จึงได้เลือกศึกษาจากทฤษฎีทางระบบหุ่นยนต์ โดยอาศัยกลไกการทำงานของแขนกลสองตำแหน่ง ซึ่งเคลื่อนที่ทั้งแบบหมุน (Revolute) และแบบเชิงเส้น (Prismatic) เพื่อให้ได้สมการการเคลื่อนที่ (Equation of motions) ของผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติซึ่งอธิบายโดยสมการออยเลอร์-ลากรางจ์ (Euler-Lagrange equation) เพื่อนำค่าแรงบิด (Actuator torques) และแรงภายนอก (External forces) ของโมเมนต์มาวิเคราะห์การทำงานของแขนกล ทำให้ทราบค่าที่เหมาะสมสูงสุดที่มอเตอร์สามารถทำงานได้ โดยการพัฒนาโปรแกรมจากปัญหาทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดของระบบพลศาสตร์ (Dynamic optimal control problem) โดยทั่วไปจำเป็นต้องกำหนดเป้าหมายที่ต้องการ (Objective) ให้ระบบเสียก่อน และรวบรวมเงื่อนไขต่างๆ ของระบบในสถานะ หรือ ณ เวลาที่สนใจ เช่น เวลาเริ่มต้น และเวลาสุดท้าย เพื่อนำมาพิจารณาร่วมกันในการหาคำตอบ ซึ่งวิธีการหาคำตอบสามารถทำได้หลายวิธี ขึ้นอยู่กับรูปแบบของปัญหาว่าจะเหมาะสมกับวิธีใด แต่โดยทั่วไปจะนำหลักทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการหาค่าเหมาะสมที่สุดมาใช้ร่วมกับการปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear programming) แต่เนื่องจากปัญหาเป็นพารามิเตอร์ (Parameter) ที่ขึ้นกับเวลา จึงต้องทำการแปลงปัญหาทางออปติไมเซชัน (Optimization) ผ่านวิธีทางแคลคูลัสของความแปรปรวน (Calculus of variation) ซึ่งเป็นวิธีทางอ้อม (Indirect method) ทำให้ปัญหาถูกแปลงจากปัญหาทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดของระบบพลศาสตร์ เป็นปัญหาทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดของระบบสถิตยศาสตร์ (Static optimal control problem) โดยจากการทดสอบโปรแกรมที่ได้มีความแม่นยำและความรวดเร็วในการหาคำตอบ ซึ่งสามารถจำลองโครงสร้างการทำงานเพื่อเป็นแนวทางในการออกแบบของจริงต่อไป

The Development of Program for Designing the Structure of Automatic Car Cloth Cover

AN ABSTRACT

BY

LIEUTENANT SUWIMON SANEEWONG NA AYUTTAYA

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Engineering degree in Mechanical Engineering
at Srinakharinwirot University
August 2005

Lieutenant. Suwimon Saneewong Na Ayuttaya. (2005). *The Development of Program for Designing the Structure of Automatic Car Cloth Cover*. Master thesis, M.Eng. (Mechanical Engineering). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Lt.Col. Asst.Prof. Dr. Tawiwat Veeraklaew, Lt.Col. Asst.Prof. Dr.Anotai Suksangpranomrung.

Nowadays a car becomes more and more necessary part in human lifestyles; however, the price is quite expensive. For this reason, researcher has a new idea, in order to design exterior equipment especially for protecting cars. Therefore, we address the first problem how to make this automatic car cloth cover fit for a specific car and easy to use. The two- link mechanisms are considered which are revolute and prismatic joints. Using robotic theories which starting from Denavit-Hartenberg convention, the transformation matrices are provided. Moreover, the link velocity relationships are determined by the Jacobian of the function defined by the kinematics and finally Euler-Lagrange equations are used for the dynamic equations of motion that provide a relationship between external forces and torques of the system motion. In this thesis, we interest to studies an automatic car cloth cover about external forces and actuator torques in order to help inventor and researcher in case of finding an appropriate actuator. In addition, joining with optimization theories program from MATLAB, by applying calculus of variations to the cost functional, the necessary conditions are obtained. After we analyzed the optimization for dynamic system problem. The suitable programs are developed for simulation and designing the motion so as to be matched with the considered car. Finally, the graph results of a car cloth cover that indicate about velocity both revolute and prismatic links, the extremum torques and forces, and the displacement of the two links are provided.

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การพัฒนาโปรแกรมสำหรับออกแบบโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติ

ของ

ร้อยโทหญิง สุวิมล เสนีวงศ์ ณ อยุธยา

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ



.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เพ็ญสิริ จีระเดชากุล)

วันที่ 23 เดือน สิงหาคม พ.ศ. 2548

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์



.....ประธาน

(พันโท ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ทวีวัชร วีระเกล้า)

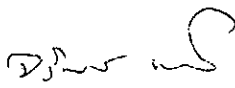
.....กรรมการ

(พันโท ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อโนทัย สุขแสงพนมรุ่ง)



.....กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ วิชิต บัวแก้ว)



.....กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(รองศาสตราจารย์ ดร. จรัมพร หรรษมนตร์)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จได้ด้วยความกรุณาเป็นอย่างสูงของ พันโท ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทวิวัชร วีระแก้ว ประธานกรรมการควบคุมการทำปริญญานิพนธ์ และพันโท ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. อโณทัย สุขแสง พนมรุ้ง กรรมการควบคุมการทำปริญญานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำ ให้แนวคิดในการวิเคราะห์ และ ช่วยแก้ปัญหาต่างๆที่เกิดขึ้น ตลอดจนช่วยกรุณาตรวจแก้ปริญญานิพนธ์จนสมบูรณ์ ผู้วิจัยขอกราบ ขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ พันเอกสุภโชค สัมปัตตะวนิช และผู้ช่วยศาสตราจารย์วิจิต บัวแก้ว ที่กรุณาให้การ ดูแล แนะนำ และให้ความช่วยเหลือในทุกๆเรื่องตลอดการศึกษา รวมทั้งเพื่อนร่วมชั้นโครงการความร่วมมือ หลักสูตรปริญญาโท มศว และร.ร.จปร. สาขาวิศวกรรมเครื่องกล รุ่นที่ 2 ทุกท่านที่ให้ความช่วยเหลือและความเป็นกันเอง

ขอขอบพระคุณ ผู้บังคับบัญชาทุกระดับชั้นจากกรมวิทยาศาสตร์ทหารบก และโรงเรียนนายร้อยพระ จลจอมเกล้า ที่ให้โอกาสผู้วิจัยในการศึกษาหาความรู้

ขอขอบพระคุณ พลโทอุดม พรหมโยธิน พลตรีปิยะ หิรัญรัตน์ พลตรีรัชพล ประทีปะวนิช รวมทั้ง ครอบครัวพันท์กล้า และครอบครัวพรหมโยธิน ที่กรุณาแก้ปัญหาและให้การดูแลเป็นอย่างดีมาโดยตลอด

ขอขอบพระคุณ คุณแม่वासนา เขมจิตรา และเสริมคุณ เสนีวงศ์ ณ อยุธยา ที่ให้กำลังใจในทุกๆ เรื่อง ตลอดมา และสุดท้ายนี้ขอส่งความระลึกถึง คุณพ่อ พลโทสมจิตร เสนีวงศ์ ณ อยุธยา ที่ให้การเลี้ยงดูอบรมสั่งสอนและเป็นแรงใจให้ดำเนินชีวิตจนถึงทุกวันนี้

ร้อยโทหญิง สุวิมล เสนีวงศ์ ณ อยุธยา

สารบัญ

บทที่	หน้า
1	1
บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย.....	3
ขอบเขตของโครงการวิจัย.....	3
วิธีดำเนินการวิจัย.....	3
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	4
2	5
ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	5
บทปริทัศน์วรรณกรรม.....	5
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	9
3	
การหาค่าความเหมาะสมสูงสุดสำหรับระบบควบคุมในการวิเคราะห์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎี	
ของระบบหุ่นยนต์ (Optimal control problem to robot systems theory)	43
สมการการเคลื่อนที่ (Equation of motions).....	43
ปัญหาทางทฤษฎีทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดของระบบพลศาสตร์ (Optimization	
for dynamic system problem).....	63
4	73
การออกแบบและวิธีการใช้โปรแกรม.....	73
การออกแบบโปรแกรม.....	73
โครงสร้างของโปรแกรม.....	75
วิธีการใช้โปรแกรม.....	76
ตัวอย่างการใช้โปรแกรม.....	77

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 การทดสอบโปรแกรมและวิเคราะห์ผลการทดสอบ.....	83
ประเภทของรถยนต์ที่นำมาทดสอบ.....	83
ประเภทของปัญหาที่นำมาทดสอบกับโปรแกรม.....	84
สรุปผลการทดลอง.....	97
6 สรุปและวิจารณ์ผลการทดสอบ.....	98
สรุปและวิจารณ์ผลการทดสอบ.....	98
ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยต่อไป.....	99
บรรณานุกรม.....	101
ภาคผนวก.....	104
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	144

บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

- | | | |
|---|--|----|
| 1 | แสดงการแบ่งชนิดของหุ่นยนต์ตามแกนต่างๆ..... | 11 |
| 2 | แสดงค่าประจำลิงค์ในแต่ละลิงค์ของโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติ..... | 47 |

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ

หน้า

1	แสดงชนิดของข้อต่อของหุ่นยนต์ที่เคลื่อนที่แบบหมุน (Revolute) และแบบเคลื่อนที่ขึ้นลง (Prismatic).....	10
2	แสดงการทำงานของหุ่นยนต์ชนิดคาร์ทีเซียนหรือหุ่นยนต์ขัณนิแกนทรี	12
3	แสดงการทำงานของหุ่นยนต์ชนิดทริกกระบอก.....	13
4	แสดงการทำงานของหุ่นยนต์ชนิดสเฟียคอล	14
5	แสดงการทำงานของหุ่นยนต์ชนิดสกร่า.....	15
6	แสดงการทำงานของหุ่นยนต์ชนิดอาทิกูเลท.....	16
7	แสดงข้อต่อของหุ่นยนต์ที่เคลื่อนที่แบบหมุน และเคลื่อนที่แบบพริสมेटิก.....	18
8	แสดงค่า D-H parameter.....	20
9	แสดงค่าที่เพิ่มขึ้นของ $h(t)$ ภายใต้สภาวะขอบเขตของ $x(t)$ ในกรณีที่มีเวลาและตำแหน่งที่แน่นอน (Fixed end time and end points)	34
10	แสดงค่าที่เพิ่มขึ้นของ $h(t)$ ภายใต้สภาวะขอบเขตของ $x(t)$ ในกรณีที่มีเวลาที่ปลายทางที่แน่นอน และมีตำแหน่งปลายทางที่แปรผันได้ (Fixed end times and variable end points)	37
11	แสดงค่าที่เพิ่มขึ้นของ $h(t)$ ภายใต้สภาวะขอบเขตของ $x(t)$ ในกรณีที่มีเวลาที่ปลายทางและตำแหน่งที่ปลายทางมีค่าที่แปรผันได้ (Variable end time and end points).....	38
12	แสดงวิธีการหาสมการการเคลื่อนที่โดยวิธีสมการทางพลศาสตร์ของระบบหุ่นยนต์	43
13	แสดงจุดเริ่มต้นศึกษาการทำงานของโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติโดยให้ลิงค์แรก อยู่ด้านข้างกันชนรถด้านท้าย และลิงค์ที่สองถูกเก็บภายในลิงค์แรก.....	44
14	แสดงการเคลื่อนที่ของโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติโดยเริ่มลิงค์แรกเคลื่อนที่แบบหมุน และลิงค์ที่สองเคลื่อนที่ออกจากลิงค์แรก.....	44
15	แสดงการเคลื่อนที่ของโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติโดยเริ่มลิงค์แรกเคลื่อนที่แบบหมุน และลิงค์ที่สองเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่งขนานกับแกน.....	45

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
16 แสดงการเคลื่อนที่ของโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติโดยเริ่มลิงค์แรกเคลื่อนที่แบบหมุน และลิงค์ที่สองเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่งขนานกับแกน.....	45
17 แสดงตำแหน่งสุดท้ายในการเคลื่อนที่ของโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติที่เป็นปัญหาในการ พิจารณา.....	46
18 แสดงค่า D-H parameter และการทำงานด้านข้างของผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติ.....	47
19 แสดงการหาโมเมนต์ความเฉื่อยของลิงค์ที่ 1.....	53
20 แสดงการหาโมเมนต์ความเฉื่อยของลิงค์ที่ 2.....	55
21 แสดงวิธีการแก้การแก้ปัญหทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดของระบบพลศาสตร์.....	64
22 แสดงโฟลชาร์ท (Flowchart) ของโปรแกรมสำหรับออกแบบโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติ.....	74
23 แสดงหน้าจอรับข้อมูล.....	76
24 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ที่สนใจ.....	77
25 แสดงการเก็บข้อมูลจากปัญหาที่สนใจไว้ที่โปรแกรม "para.m".....	78
26 แสดงการแสดงผลในส่วนออนไลน์ (On-line).....	79
27 แสดงการสิ้นสุดการทำงานของโปรแกรม โดยหน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found".....	80
28 แสดงการสิ้นสุดแสดงผลการทำงานของโปรแกรม โดยหน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Local minimum Exist!".....	81
29 แสดงการสิ้นสุดแสดงผลการทำงานของโปรแกรม โดยหน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "No solution!".....	82
30 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	84

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ

หน้า

31	แสดงการสิ้นสุดการทำงานของโปรแกรมจากปัญหารถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	85
32	แสดงมุมที่ลิงค์แรก (L1) หมุนไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	86
33	แสดงความเร็วที่ลิงค์แรกเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	86
34	แสดงระยะทางการยืดออกของลิงค์ที่สองเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	86
35	แสดงค่าความเร็วที่ลิงค์ที่สองเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	86
36	แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	87
37	แสดงค่าแรงของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	87
38	แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	88
39	แสดงการสิ้นสุดการทำงานของโปรแกรมจากปัญหารถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	89
40	แสดงมุมที่ลิงค์แรก (L1) หมุนไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	89

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
41 แสดงความเร็วที่ลิงค์แรกเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	89
42 แสดงระยะทางการยืดอกของลิงค์ที่สองเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	90
43 แสดงค่าความเร็วของลิงค์ที่สองเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	90
44 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	90
45 แสดงค่าแรงของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	90
46 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ Mitsubishi Lancer Cedia ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที.....	92
47 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Mitsubishi Lancer Cedia ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที.....	93
48 แสดงค่าแรงของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Mitsubishi Lancer Cedia ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที.....	93
49 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ Isuzu MU-7 ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที.....	94
50 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที.....	94

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
51 แสดงค่าแรงของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที...94	
52 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ Toyota Hilux Tiger ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที.....95	
53 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที.....96	
54 แสดงค่าแรงของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที.....96	
55 แสดงรถยนต์ BMW 325i touring (2,494 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.59613 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.471 เมตร.....112	
56 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 1 วินาที.....113	
57 แสดงการสิ้นสุดการทำงานของโปรแกรมจากปัญหารถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 1 วินาที.....113	
58 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที.....114	
59 แสดงการสิ้นสุดการทำงานของโปรแกรมจากปัญหารถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที.....114	
60 แสดงมุมที่ลิงค์แรกหมุนไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที.....115	

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ

หน้า

61	แสดงความเร็วที่ลิงค์แรกเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที.....	115
62	แสดงระยะทางการยืดอกของลิงค์ที่สองเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที.....	115
63	แสดงค่าความเร็วของลิงค์ที่สองเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที.....	115
64	แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที.....	116
65	แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที.....	116
66	แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที.....	116
67	แสดงการสิ้นสุดการทำงานของโปรแกรมจากปัญหารถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที.....	117
68	แสดงมุมที่ลิงค์แรกหมุนไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที.....	117
69	แสดงความเร็วที่ลิงค์แรกเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที.....	117
70	แสดงระยะทางการยืดอกของลิงค์ที่สองเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที.....	118

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
71 แสดงค่าความเร็วของลิงค์ที่สองเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที.....	118
72 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที.....	118
73 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที.....	118
74 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	119
75 แสดงการสิ้นสุดการทำงานของโปรแกรมจากปัญหารถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	119
76 แสดงมุมที่ลิงค์แรกหมุนไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	120
77 แสดงความเร็วที่ลิงค์แรกเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	120
78 แสดงระยะทางการยืดออกของลิงค์ที่สองเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	120
79 แสดงค่าความเร็วของลิงค์ที่สองเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	120
80 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	121

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
81 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	121
82 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	121
83 แสดงการสิ้นสุดการทำงานของโปรแกรมจากปัญหารถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	122
84 แสดงมุมที่ลิงค์แรกหมุนไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	122
85 แสดงความเร็วที่ลิงค์แรกเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	122
86 แสดงระยะทางการยืดออกของลิงค์ที่สองเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	123
87 แสดงค่าความเร็วของลิงค์ที่สองเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	123
88 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	123
89 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	123
90 แสดงภาพรถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.65575 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.471 เมตร.....	124

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
91 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที.....	125
92 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที.....	125
93 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที.....	126
94 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที.....	126
95 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที.....	126
96 แสดงการสิ้นสุดการทำงานของโปรแกรมจากปัญหารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที.....	127
97 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที.....	127
98 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที.....	127
99 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	128
100 แสดงการสิ้นสุดการทำงานของโปรแกรมจากปัญหารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	128

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
101 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	129
102 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	129
103 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	130
104 แสดงการสิ้นสุดการทำงานของโปรแกรมจากปัญหารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	130
105 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	131
106 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	131
107 แสดงภาพรถยนต์ Mitsubishi Lancer Cedia (1,800 cc.) ที่มีขนาดความยาวของ กันชนรถยนต์ 0.56667 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.500 เมตร.....	132
108 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ Mitsubishi Lancer Cedia (1,800 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที.....	133
109 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Mitsubishi Lancer Cedia ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที.....	133
110 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Mitsubishi Lancer Cedia ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที.....	133

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
111 แสดงภาพรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.73 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.95 เมตร.....	134
112 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที.....	135
113 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที.....	135
114 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 5 วินาที.....	135
115 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 5 วินาที.....	135
116 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	136
117 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	136
118 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	137
119 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	137
120 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที.....	137

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
121 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที.....	137
122 แสดงภาพรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) สมมติขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.74 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.97 เมตร.....	138
123 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที.....	139
124 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที.....	139
125 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 3 วินาที.....	140
126 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 3 วินาที.....	140
127 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที.....	140
128 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที.....	140
129 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 5 วินาที.....	141
130 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 5 วินาที.....	141

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
131 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	142
132 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที.....	142
133 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	142
134 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที.....	142
135 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที.....	143
136 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที.....	143

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันนี้การขยายตัวทางเศรษฐกิจเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว ทำให้มีสิ่งประดิษฐ์คิดค้นแปลกใหม่เพิ่มมากขึ้นในท้องตลาด ซึ่งเป็นกลยุทธ์ทางการค้าที่ตอบสนองความต้องการด้านความสะดวกสบายของผู้บริโภค ซึ่งนับวันจะมีความต้องการทางด้านการตลาดมากยิ่งขึ้น เนื่องจากสิ่งประดิษฐ์เหล่านี้เป็นความต้องการอย่างยิ่งของผู้บริโภคและสามารถทำอะไรให้ผู้ประกอบการได้เป็นอย่างดี

อุปกรณ์ระดับยนต์ก็เป็นสินค้าหนึ่งที่ผู้ประกอบการหันมาสนใจไม่น้อย เนื่องจากว่าในปัจจุบันรถยนต์เป็นปัจจัยสำคัญปัจจัยหนึ่งที่ทุกคนที่รักความสะดวกสบายควรจะมีและยังมีความต้องการรถยนต์มากเท่าไรก็มีความต้องการในการตกแต่งรถมากขึ้นเท่านั้น ทำให้อุปกรณ์ระดับยนต์นับวันจะมีการประดิษฐ์และคิดค้นออกมาในรูปแบบแปลกใหม่และการใช้งานที่เอนกประสงค์มากยิ่งขึ้น เพื่อรองรับความต้องการของผู้บริโภค ไม่ว่าจะเป็นเครื่องเสียงรถยนต์ สัญญาณกันขโมย ล้อแม็กซ์ พิล์มกรองแสงติดรถยนต์ เป็นต้น

โดยที่ผ้าคลุมรถยนต์จัดเป็นอุปกรณ์ระดับยนต์ชนิดหนึ่งที่มีความสำคัญกับรถ แต่ไม่ได้มีนักประดิษฐ์หรือนักวิจัยหันมาสนใจที่จะลองประดิษฐ์คิดค้นมากนัก อาจเนื่องมาจากผ้าคลุมรถยนต์ในปัจจุบันผู้ใช้ไม่รู้สึกรู้ว่าเกิดความสะดวกสบายในการใช้งานเท่าที่ควร ตั้งแต่มีข้อจำกัดด้วยวิธีใช้งาน การดูแลรักษา การทำความสะอาดผ้าคลุมรถให้มีอายุการใช้งานที่ยาวนาน รวมทั้งการพับเก็บ โดยทางผู้ขายจะรับประกันความเสียหายที่เกิดจากการผลิตเท่านั้น เนื่องจากทราบดีว่าความเสียหายส่วนใหญ่เกิดมาจากการใช้งานที่ผิดวิธีและความประมาทเลินเล่อของผู้ใช้งานเอง ซึ่งเป็นที่น่าเสียดายอย่างยิ่ง เนื่องจากผ้าคลุมรถยนต์เป็นอุปกรณ์สำคัญที่ยืดอายุการใช้งานของรถได้ โดยการปกป้องสีรถจากแสงแดด ปกป้องฝุ่นละอองที่จะมาจับตัวรถและป้องกันฝนได้

เนื่องด้วยหากใช้ผ้าคลุมรถยนต์ตามแบบปกตินั้นไม่สะดวกในการใช้งานเพราะแบบเดิมเป็นใช้แรงคนในการคลุมรถ ส่งผลให้ไม่สามารถคลุมรถได้ในช่วงรีบเร่งและหลีกเลี่ยงการใช้งานในที่สุด ผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติจึงเป็นแนวคิดในการวิจัยให้เกิดสิ่งประดิษฐ์ขึ้นใหม่ที่ไม่ต้องใช้คนในการคลุมและการพับเก็บ โดยจะออกแบบให้ก่อนการใช้งานอุปกรณ์ทั้งหมดถูกเก็บในกันชนด้านท้ายของตัวรถอย่างมิดชิดมองไม่เห็นจากภายนอก เมื่อกดรีโมท (Remote) ผ้าคลุมรถจึงค่อยๆเคลื่อนที่ออกมาจากกันชน และจะหยุดเคลื่อนที่เมื่อผ้าคลุมมาจนถึงด้านหน้าของตัวรถและอยู่ในระนาบเดียวกับกันชนด้านท้าย การพับเก็บก็เช่นกันคือเมื่อกดรีโมทผ้าก็ค่อยๆเคลื่อนที่จากด้านหน้าถอยมาจนถึงด้านหลังและม้วนเก็บลงในที่เดิมของกันชนด้านหลังรถ ซึ่งเป็นการออกแบบที่คำนึงถึงความสะดวกสบายในการใช้งานมากที่สุด รวมทั้งการใช้รีโมทเปิดปิดผ้าคลุมรถ

นับเป็นอุปกรณ์ที่ประดิษฐ์ขึ้นเพื่อการใช้งานที่เอนกประสงค์ เพราะสามารถกันขโมยไปได้ในตัว ผ้ามุลมรยยนต์อัตโนมัติจึงน่าจะเป็นอีกทางเลือกหนึ่งของผู้ที่เอาใจใส่รถของตนเอง

แต่ยังไม่เคยมีผู้วิจัยหรือผู้ประดิษฐ์รายใดประดิษฐ์คิดค้นผ้ามุลมรยยนต์อัตโนมัติออกมา เพราะยังเป็นแนวความคิดใหม่ แนวทางหนึ่งที่จะช่วยให้ผู้วิจัยหรือผู้ประดิษฐ์มีความง่ายในการทำงานมากยิ่งขึ้น กล่าวคือช่วยในด้านการคำนวณหาแรงบิด (Actuator torques) และแรงภายนอก (External forces) ที่กระทำกับชิ้นงาน เพื่อหาความเป็นไปได้ที่อุปกรณ์จะทนต่อการรับแรงและรับน้ำหนักของวัสดุ รวมทั้งจุดที่มอเตอร์รับแรงมากและจุดผ่อนแรง โดยการพัฒนาโปรแกรมสำหรับออกแบบโครงสร้างผ้ามุลมรยยนต์อัตโนมัติ เพื่อเป็นแนวทางสำหรับผู้วิจัยหรือผู้ประดิษฐ์ผ้ามุลมรยยนต์อัตโนมัติของจริง ดังนั้นทางผู้วิจัยจึงได้มีความคิดริเริ่มที่จะพัฒนาโปรแกรมช่วยในการวิเคราะห์ปัญหา โดยใช้ทฤษฎีของระบบหุ่นยนต์ (Robotics system theory) ซึ่งนำมาใช้ในการคำนวณหาสมการการเคลื่อนที่ (Equation of motions) โดยสมการของออยเลอร์-ลากรางจ์ (Euler-Lagrange equation) แต่คำตอบที่ได้อยู่ในรูปปัญหาโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear programming) ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ (Parameter) ที่ขึ้นกับเวลา จึงต้องแปลงปัญหาทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดของระบบพลศาสตร์ (Dynamic optimal control problem) เป็นปัญหาทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดของระบบสถิตยศาสตร์ (Static optimal control problem) เสียก่อน แต่การแก้ปัญหาให้ได้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงความเป็นจริงมากที่สุดต้องใช้วิธีการหาคำตอบสำหรับปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดสำหรับระบบควบคุม (Optimal control problem) มาช่วยวิเคราะห์ปัญหาคำตอบ เนื่องจากการแก้ปัญหาวิธีนี้ คำตอบทางพลศาสตร์จะได้ผลลัพธ์ที่มีประสิทธิภาพ และความถูกต้องแม่นยำมากยิ่งขึ้น⁽¹⁾ โดยมีวิธีการแก้ปัญหาอยู่สองวิธีคือ วิธีตรง (Direct method) และวิธีอ้อม (Indirect method)⁽²⁾ โดยที่วิธีตรง มีสแตทวาริเอเบิล (State variable) และคอนโทรลวาริเอเบิล (Control variable) เป็นพารามิเตอร์ และหาคำตอบโดยวิธีโพลีโนเมียล (Polynomial) ซึ่งเป็นวิธีเชิงตัวเลข (Numerical method)⁽³⁾ โดยมีข้อดีคือลดจำนวนปัญหาค่าเริ่มต้น (Initial guesses) ให้เหลือน้อยที่สุด แต่มีข้อเสียคือ ผลที่อยู่ในรูปปัญหาทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดของระบบสถิตยศาสตร์ ซึ่งมีจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่ามากมาย เนื่องจากยังไม่มีเงื่อนไขใดๆ เข้ามาช่วยควบคุมคอนโทรลวาริเอเบิล และผลลัพธ์ที่ได้ทั้งหมดยังไม่ใกล้เคียงความเป็นจริง มีความถูกต้องต่ำ ซึ่งเหมาะจะใช้ในการเรียนการสอนเท่านั้น⁽¹⁾ ส่วนวิธีอ้อมเป็นการแก้ปัญหาโดยใช้แคลคูลัสความแปรปรวน (Calculus of variation) ซึ่งทำโดยการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต (Boundary condition) และนำไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์รวมกับการใช้เงื่อนไขของค่าต่ำสุดและสูงสุด (Necessary condition) ซึ่งวิธีนี้แก้ปัญหายากและซับซ้อนกว่าแบบวิธีตรง แต่ให้ผลลัพธ์ที่มีความถูกต้องแม่นยำมากกว่า สามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดสำหรับระบบควบคุมได้จริง⁽¹⁾ ดังนั้นทางผู้วิจัยจึงเลือกที่จะแก้ปัญหาแบบวิธีอ้อม เนื่องจากต้องการใช้งานได้จริง โดยในทางทฤษฎีนั้นอาศัยโปรแกรมคอมพิวเตอร์เป็นตัวช่วยจำลองการทำงาน โดยใช้ซอฟต์แวร์ (Software) MATLAB ซึ่งเป็นโปรแกรมสำเร็จรูปมาช่วยในการวิเคราะห์ปัญหา และเพิ่มการพัฒนาโปรแกรมให้ติดต่อผู้ใช้ได้โดยผ่านหน้าจอรับข้อมูล (Graphic user interface ;GUI)

พร้อมกับแสดงผลการวิเคราะห์ออกมาในรูปแบบกราฟเพื่อความเข้าใจง่าย เนื่องจากแสดงผลทั้งแรงและแรงบิด ต่อเนื่องตลอดการเคลื่อนที่ของการทำงาน และยังสะดวกแก่ผู้ใช้ที่ไม่มีความรู้ทางด้านวิศวกรรมควบคุมและแมคคาทรอนิกส์ (Control engineering and mechatronics) มาก่อนอีกด้วย รวมทั้งลองวิเคราะห์ว่าในทางทฤษฎีเมื่อนำผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติมาติดที่รถยนต์ที่มีขนาดแตกต่างกันการรับแรงและแรงบิดจากการทำงานของผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติจะมีความแตกต่างกันอย่างไร และมีความเป็นไปได้มากน้อยแค่ไหนที่จะนำผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติมาใช้กับรถยนต์จริงๆ

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

- 1.2.1 เพื่อหาสมการการเคลื่อนที่ของผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติ
- 1.2.2 เพื่อพัฒนาโปรแกรมคำนวณสำหรับการแก้ปัญหาทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดของระบบพลศาสตร์ด้วยวิธีอ้อม

1.3 ขอบเขตของโครงการวิจัย

- 1.3.1 ใช้ทฤษฎีของระบบหุ่นยนต์ในการหาสมการการเคลื่อนที่ โดยพิจารณาเฉพาะโครงสร้างซึ่งยังไม่คำนึงถึงผ้าคลุมรถยนต์
- 1.3.2 ใช้วิธีการแก้ปัญหาสำหรับโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้นในการหาค่าตัวแปรต่างๆของสมการการเคลื่อนที่ของผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติ
- 1.3.3 พัฒนาโปรแกรมเพื่อใช้ในการออกแบบผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติขึ้น เพื่อการประยุกต์ใช้กับรถยนต์ประเภทรถยนต์นั่งส่วนบุคคล และรถกระบะหรือรถยนต์นั่งอเนกประสงค์ทุกชนิด โดยผ่านหน้าจอรับข้อมูลจากซอฟต์แวร์ MATLAB

1.4 วิธีดำเนินการวิจัย

เพื่อเป็นการศึกษาระบบการทำงานอย่างต่อเนื่องและรวบรวมความรู้เป็นขั้นตอน จึงแบ่งการทำงานเป็น 6 ระยะ คือ

ระยะที่ 1 การออกแบบเบื้องต้น (Conceptual design)

ศึกษารายวิชาออฟติไมเซชัน (Optimization) ศึกษาทฤษฎีของระบบหุ่นยนต์ ศึกษาสมการการเคลื่อนที่ และรวบรวมพื้นฐานทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ระยะที่ 2 การศึกษารายละเอียด (Detail study)

ทำการศึกษาในรายละเอียดของเนื้อหา และโปรแกรม MATLAB รวมทั้งเลือกปัญหาของผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติ ดำเนินการแก้ปัญหา โดยวิธีการคำนวณเพื่อให้ได้สมการการเคลื่อนที่และเก็บผลการคำนวณไว้

ระยะที่ 3 การพัฒนา (Development)

จัดหาอุปกรณ์ แล้วดำเนินการพัฒนาโปรแกรม

ระยะที่ 4 การทดสอบ (Test)

ทดสอบความสมบูรณ์ของโปรแกรม โดยการดำเนินการทดลองโปรแกรมกับรถยนต์
หลายๆ ขนาด พร้อมทั้งปรับปรุงโปรแกรมและเก็บข้อมูลอย่างต่อเนื่อง

ระยะที่ 5 ปรับปรุงความแม่นยำของโปรแกรม (Programming improving)

ปรับปรุงความแม่นยำของโปรแกรมและทดลองเปรียบเทียบซ้ำ

ระยะที่ 6 สรุปและจัดทำรายงาน (Summary)

วิเคราะห์ข้อมูลที่ได้ รวมทั้งสรุปผลการทำงานของโปรแกรม และจัดทำรายงาน

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1.5.1 เป็นแนวทางสนับสนุนการการลงทุนผลิตผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติให้กับบริษัทผลิตอุปกรณ์ประต็บยนต์และบริษัทผลิตรถยนต์
- 1.5.2 เป็นประโยชน์ต่อหน่วยงานต่างๆที่เกี่ยวข้องทุกหน่วยงาน และสามารถร่วมกันพัฒนาโปรแกรมให้มีความสะดวก แม่นยำมากยิ่งขึ้น
- 1.5.3 ได้ตัวอย่างการพัฒนาโปรแกรมจากการประยุกต์ใช้ทฤษฎีของระบบหุ่นยนต์ ประกอบกับออฟติไมเซชัน (Optimization)

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 บทปริทัศน์วรรณกรรม (Literature review)

Rein SR.⁽⁴⁾ ศึกษา "อุปกรณ์ปกป้องรถยนต์อย่างมิดชิด" (Portable protective enclosure for a vehicle) เป็นผ้าคลุมรถยนต์ที่มีตัวโครงทำจากวัสดุชนิดเหล็กกล้า (Steel) ที่วางอยู่ที่พื้นอย่างถาวร และมีการยึดล็อกล้อทั้งสี่ล้อขณะจอด ส่วนผ้าทำจากวัสดุชนิด vinyl โดยการออกแบบการทำงานของผ้าให้ผ้ายื่นออกมาเป็นสามทาง คือ ด้านหน้าและด้านข้างทั้งสองด้านของตัวรถ โดยด้านหน้านำผ้าคล้อออกจากที่เก็บผ่านจากด้านหน้าไปจนถึงด้านหลัง ส่วนการทำงานด้านข้างของผ้าทั้งสองข้างทำโดยการใช้คนหยิบผ้าที่วางติดกับโครงด้านล่างยกมาติดกับผ้าที่วางคลุมรถด้านบน แล้วยึดติดกันด้วยกระดุมที่ทำขึ้น ซึ่งการออกแบบคำนึงถึงน้ำหนักของวัสดุและความคงทนในการใช้งานมาก เนื่องจากวัสดุทำจากเหล็กกล้าซึ่งเป็นวัสดุที่มีความคงทนและน้ำหนักเบา และการใช้งานที่สามารถคลุมรถได้อย่างมิดชิดรอบคัน ซึ่งเหมาะที่จะใช้กันฝุ่นละออง กันฝน และสิ่งสกปรกอื่นๆ ขณะจอดรถไว้ที่บ้านได้อย่างปลอดภัย

Wesley HH.⁽⁵⁾ ศึกษา "รูปร่างการเคลื่อนที่ของเสาปั้นจั่นให้ได้ค่าที่เหมาะสมที่สุด" (Optimal stereo mast configuration for mobile robots) โดยการออกแบบกล้องถ่ายภาพสเตอริโอ (Stereo) ติดตั้งบนหุ่นยนต์ (Robotics) ซึ่งเคลื่อนที่ได้ โดยเขียนโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น สำหรับเก็บข้อมูลของเสาปั้นจั่นโดยใช้กล้องถ่ายภาพที่ติดบนสำหรับหุ่นยนต์ซึ่งเคลื่อนที่ได้ เพื่อประโยชน์ในการประยุกต์และเพื่อเป็นแนวทางการออกแบบของปั้นจั่นต่อไป

Evtim VZ.⁽⁶⁾ ศึกษา "ระบบพลศาสตร์และกลไกการควบคุมทางกลศาสตร์ที่เหมาะสมที่สุด" (Dynamics and optimization of controlled mechanical systems) เป็นการพัฒนาโปรแกรมให้เข้าใจการทำงานของหุ่นยนต์ให้มากที่สุด โดยศึกษาจากระบบของเครื่องจักรกล (Multibody systems) ระบบการทำงานของหุ่นยนต์ การทำงานจริงของชิ้นส่วนที่เลียนแบบมนุษย์ (Manipulators and robots) การเปลี่ยนแปลงรูปร่างอัตโนมัติ (Automobiles) และการเคลื่อนย้ายโครงสร้างอื่นๆ (Moving structures) เป็นต้น ทำให้ได้ข้อมูลทางพลศาสตร์การเคลื่อนที่ (Kinematics) และค่าเหมาะสมสูงสุด (Extremum) โดยออกแบบให้แก้ปัญหาแบบพลศาสตร์ที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear dynamics) รวมถึงการแก้ปัญหาแบบโดยวิธีตรง และปัญหามผผัน (Inverse problems) โดยการสร้างโปรแกรมบนภาษา Fortran เพื่อคำนวณหาคำตอบของปัญหาโดยการคำนวณจากวิธีของนิวตัน ออยเลอร์ ลากรางจ์ (Newton-Euler Lagrange equations) ในการหาสมการการเคลื่อนที่ที่ประกอบกับการแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น จะได้ผลที่แสดงโดยกราฟสำหรับการวิเคราะห์โครงสร้างและวิเคราะห์ระบบ ผลที่ได้คือโปรแกรมสามารถแก้ปัญหา

ทางการควบคุมให้ได้ประโยชน์สูงสุดได้อย่างแม่นยำ แต่มีความหลากหลายทางการใช้งานมากเกินไป ไม่ได้สร้างโปรแกรมมาเพื่อหาสมการการเคลื่อนที่เพียงอย่างเดียว การใช้งานจึงใช้เวลาในการวิเคราะห์นาน และไม่สะดวกในการกำหนดข้อมูลเริ่มต้น

Willigenburg LG.⁽⁷⁾ ศึกษา "การประยุกต์ระบบและควบคุมให้ใช้ประโยชน์ทางการเกษตร" (Systems and control applications in agriculture) โดยได้ออกแบบซอฟต์แวร์ (Software) ที่เรียกว่า Autolev dynamical of robots สามารถจำลองการทำงานได้โดยอัตโนมัติ เพื่อใช้ในการผลิตหุ่นยนต์เก็บผลไม้ (Fruit picking robot) ซึ่งกำหนดจุดต่อของหุ่นยนต์ไว้ 5 จุดต่อ โดยศึกษาข้อมูลจากระบบและทฤษฎีที่ใช้ควบคุมทางวิศวกรรมการเกษตร รวมทั้งศึกษาจากการควบคุมจากการทำงานจริง (Robust control) เพื่อแก้ไขปัญหาการควบคุมให้ได้ค่าเหมาะสมที่สุด (Time optimal control) โดยการเขียนโปรแกรมจากโครงสร้างทางพลศาสตร์การเคลื่อนที่ (Kinematics structure) และให้ติดต่อผู้ใช้ได้โดยผ่านหน้าจอรับข้อมูลทางตัวบ่งชี้พลศาสตร์ (Dynamic parameter) เช่น มวล (Masses) และความเฉื่อย (Inertia) ผลที่ได้คือโปรแกรมสามารถใช้งานได้สะดวกและให้คำตอบที่เข้าใจง่าย แต่ถูกกำหนดมาให้ใช้ได้ 5 จุดต่อเท่านั้น

Veeraklaew T.⁽⁸⁾ ศึกษา "การพัฒนาทางด้านทฤษฎีของการหาค่าความเหมาะสมสูงสุดและวิธีการในการหาคำตอบแบบใหม่" (Extensions of optimization theory and new computational approaches for higher-order dynamic systems) เป็นการใช้ทฤษฎีระบบเชิงเส้น (Linear systems) และไม่ใช่เชิงเส้น (Nonlinear systems) เขียนให้อยู่ในรูปแบบแคนอนิคอล (Canonical forms) ซึ่งมีประโยชน์มากเมื่อเปรียบเทียบรูปแบบของลำดับที่หนึ่ง (First-order forms) โดยสมการลำดับที่สูงกว่าเป็นเงื่อนไขบังคับของระบบสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น (General nonlinear constraints) นอกจากนี้การควบคุมแบบย้อนกลับที่ต่อเนื่องเป็นเส้นตรง (Linear continuous feedback control) ใช้อธิบายระบบลำดับที่สูงกว่า (Higher order systems) แนวความคิดที่ใกล้เคียงกับ Extremals และความแปรปรวนที่สอง (Second variation) โดยสถานะที่เพียงพอ (Sufficient condition) จะต้องสามารถแสดงเป็นตามคำตอบต่อเนื่องที่บอกค่าต่ำสุด (Minimum trajectories) และค่าสูงสุด (Maximum trajectories) ได้ โดยสถานะที่เหมาะสมที่สุด (Optimality conditions) สำหรับระบบลำดับที่สูงกว่า ถูกอธิบายได้สองแบบคือ แคลคูลัสความแปรปรวน (Variational calculus) ของลำดับที่สูงกว่า ถูกขยายในคอสฟังก์ชันนอล (Cost functional) และทฤษฎีของ Hamilton - Jacobi เป็นทฤษฎีที่ใช้หลักการของพอนทียากิน (Pontryagin's principle) ต่อจากนั้นผลลัพธ์ที่ได้จากสองวิธีนี้ถูกพิสูจน์โดยผ่านโปรแกรมการคำนวณของแคลคูลัสความแปรปรวน โดยทฤษฎีรูปแบบของลำดับที่หนึ่ง สถานะเหล่านี้ถูกใช้เพื่อการแก้ปัญหาระบบการคำนวณเพื่อให้เข้าใกล้ระบบลำดับที่สูงกว่า โปรแกรมถูกพัฒนาให้ใช้เป็นเครื่องมือตรวจสอบความถูกต้อง (Benchmark computations) ระหว่างระบบลำดับที่สูงกว่า และทฤษฎีรูปแบบของลำดับที่หนึ่ง โปรแกรมใช้การวิเคราะห์ทั้งวิธีตรง วิธีอ้อม และวิธีคอลลโลเคชัน (Collocation method) ร่วมกับการเขียนโปรแกรมไม่ใช่เป็นเส้นตรง (Nonlinear programming solver)

Rein SR, William J W.⁽⁹⁾ ศึกษา "อุปกรณ์ปกป้องรถยนต์อย่างมิดชิด" (Portable protective enclosure for a vehicle) เป็นผ้าคลุมรถยนต์ที่มีตัวโครงทำจากวัสดุชนิดเหล็กกล้าที่วางอยู่ที่พื้นอย่างถาวร โดยออกแบบให้มีขนาดเล็กเพื่อความสวยงามและประหยัดพื้นที่ใช้สอย ส่วนการออกแบบการทำงานของผ้า ทำโดยให้ผ้ายื่นออกมาเป็นสามทาง คือ ด้านหน้าและด้านข้างทั้งสองด้านของตัวรถ โดยด้านหน้านำผ้าคลี้ออกจากที่เก็บผ่านจากด้านหน้าไปจนถึงด้านหลัง ส่วนการทำงานด้านข้างของผ้าทั้งสองข้างทำโดยการใช้คนหยิบผ้าที่วางติดกับโครงด้านล่างยกมาติดกับผ้าที่วางคลุมรถด้านบน แล้วยึดติดกันด้วยซิปที่ทำขึ้น ซึ่งการออกแบบคำนึงถึงการรับน้ำหนักและความคงทนในการใช้งานมาก เนื่องจากต้องการปรับปรุงให้รับน้ำหนักของหิมะในฤดูหนาวได้ โดยการเพิ่มโครงตรงกลางเพื่อให้มีการพัฒนาชิ้นงานให้คงทนมากยิ่งขึ้น

Mercury M.⁽¹⁰⁾ ศึกษา "ผ้าคลุมรถยนต์สำหรับบุคคลที่รักความสบาย" (Lazy mans automatic car cover) เป็นการศึกษาและทดลองสร้างต้นแบบของผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติขึ้น ซึ่งการทำงานจะควบคู่ไปกับการเปิด-ปิดประตูโรงจอดรถ โดยใช้มอเตอร์เป็นตัวควบคุมการเปิดปิดประตู รวมทั้งใช้ระบบรอกชักส่งผ้าคลุมรถยนต์ให้ขึ้นลงในแนวดิ่ง ซึ่งด้านหนึ่งผ้าจะถูกปล่อยลงมาจากเพดาน ส่วนอีกด้านผ้าและเชือกจะยึดติดกับประตูโรงรถ

Mark TC.⁽¹¹⁾ ศึกษา "อุปกรณ์พับได้ที่สามารถปกป้องรถยนต์อย่างมิดชิด" (Collapsible small vehicle enclosure) เป็นการออกแบบผ้าคลุมรถยนต์อย่างง่าย ด้วยการวางแผนวัสดุและอุปกรณ์ไว้ตรงกลางด้านล่างของตัวรถและทำการคลี่ผ้าออกด้วยมือเป็นลักษณะรูปพัดจากแกนกลางด้านหน้ารถหมุนผ่านหลังคาโดยไม่ชนหรือโดนหลังคา รถเลย จนมาหยุดการทำงานเมื่อผ้ามาถึงพื้นด้านหลังรถ การออกแบบคำนึงถึงการเลือกวัสดุเป็นสำคัญ โดยต้องเลือกวัสดุที่มีน้ำหนักเบา และเพิ่มความเอนกประสงค์ของผ้าขึ้น โดยการที่สามารถจอดเก็บจักรยานและจักรยานยนต์ได้ การออกแบบชิ้นงานนี้มีประโยชน์และความพิเศษ อาทิเช่น สามารถคลุมรถได้อย่างมิดชิดรอบคัน สามารถใช้คนเดียวในการคลี่และพับเก็บผ้าได้ เมื่อพับเก็บแล้วสามารถยกไปเก็บไว้ที่อื่นได้ การออกแบบง่ายและสวยงาม ซึ่งหากต้องการลองประดิษฐ์ก็สามารถผลิตได้ในราคาที่ไม่แพง

Jufeng P.⁽¹²⁾ ศึกษา "การใช้ Mathematical program with complementarity constraints (MPCC) ในการวิเคราะห์หาความเสียดทานที่เกิดขึ้นกับหุ่นยนต์ โดยการแก้ปัญหาการควบคุมให้ได้ประโยชน์สูงสุด" (Optimal control of multiple robot systems with friction using MPCC) โดยความเสียดทานได้จากระบบพลศาสตร์ (Dynamic system) ซึ่งแบ่งเป็นทางพลศาสตร์การเคลื่อนที่ และขอบเขตทางพลศาสตร์ (Dynamics constraints) ประกอบกับวิธีแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น โดยโปรแกรมใช้วิเคราะห์ปัญหาการควบคุมโดยสมบูรณ์แบบให้ได้ค่าที่เหมาะสมที่สุด (Full minimal time optimal control) ผลลัพธ์ถูกเขียนแสดงเป็นภาพประกอบตามปัญหาต่างๆ ผลที่ได้ค่อนข้างแม่นยำ แต่รายละเอียดย่อยอื่นๆไม่ได้แสดงผลออกมา จึงทำให้ข้อมูลไม่ครอบคลุมเพียงพอ

สุธธา หวังพงศ์พิพัฒน์ และคณะ⁽¹³⁾ ศึกษา “แบบจำลองการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์: SIAM ROBOTIC SIMULATOR (SIROS)” ออกแบบโปรแกรมที่สามารถสร้างแบบจำลองการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ โดยโปรแกรมที่ออกแบบผู้ใช้สามารถกำหนดขนาดโปรแกรมตามแบบจำลองการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ที่สร้างขึ้นมีชื่อว่า (SIROS) มีลักษณะการทำงานแบบหน้าต่างการทำงาน (Window-base) ซึ่งผู้ใช้สามารถป้อนข้อมูลโดยใช้เมาส์ (Mouse) สร้างแบบจำลองและเห็นการเคลื่อนที่ของแบบจำลองที่สร้างขึ้นและมีจอแสดงผล (Head mounted display) ช่วยในการมองภาพและการเปลี่ยนมุมมองของภาพ 3 มิติ ซึ่งอาจกำหนดการเคลื่อนที่ของข้อต่อแต่ละข้อต่อได้ด้วยการกำหนดค่ามุมที่ใช้ในแต่ละข้อต่อ โดยเลือกคำสั่ง Simulate จากเมนูบาร์แล้วทำการกำหนดค่ามุมลงในการสนทนา (Dialog) จากนั้นก็คลิก “โอเค (OK)” เพื่อเริ่มทำการจำลองการเคลื่อนที่ โดยสามารถเลือกรูปแบบการสอนแบ่งเป็นหัวข้อต่างๆ คือ การเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่งขนานกับแกน (Translation) การเปลี่ยนมุม (Orientation) การทรานฟอร์มเมชัน (Transformation) และเมนิพูเลเตอร์คิเนเมติกส์ (Manipulator kinematics) โดยเป็นการแสดงความสัมพันธ์ของพารามิเตอร์ (Parameter) ของลิงค์ (Links) ต่างๆและส่วนสุดท้ายใช้สมการทางพลศาสตร์ของนิวตัน-ออยเลอร์ (Interactive Newton-Euler dynamic formulation) สามารถจำลองการเคลื่อนที่โดยการกำหนดเป็นแรง (Forces) หรือทอร์ก (Torques) ของแต่ละข้อต่อ (Joints) เพื่อให้ผู้ศึกษาเข้าใจมากยิ่งขึ้น ผลที่ได้คือโปรแกรมสามารถทำงานได้สะดวกและได้คำตอบที่เข้าใจง่าย แต่เป็นเพียงโปรแกรมทดลองที่ใช้ในการเรียนการสอนและพัฒนาเชื่อมต่อกับหุ่นยนต์ เพื่อให้หุ่นยนต์สามารถทำงานได้จริง เช่นเดียวกับการบังคับแบบจำลองของหุ่นยนต์ที่ได้สร้างขึ้น

อัมราพร บุญประทะทอง⁽¹⁴⁾ ศึกษา “การแก้ปัญหาด้วยวิธีตรงของระบบทางพลศาสตร์ที่เหมาะสมด้วยวิธีการแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น ร่วมกับวิธีของรุงเง-กุตตา” (The direct approach of general dynamic optimal control: nonlinear programming and Runge - Kutta method) โดยการแก้ปัญหาค่าเหมาะที่สุดของระบบควบคุมทางพลศาสตร์ (Dynamic optimization problem) โดยใช้เทคนิคของวิธีคอลโลเคชัน ในการหาค่าอินทิเกรตด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical integration) ซึ่งในงานวิจัยนี้ใช้วิธีของรุงเง-กุตตา (Runge-Kutta) กำหนดเป็นปัญหาแล้วนำมาหาคำตอบด้วยวิธีการแก้ปัญหาลำดับโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น สร้างกระบวนการหาคำตอบตามขั้นตอนบนโปรแกรม MATLAB และติดต่อผู้ใช้ได้โดยผ่านหน้าจอรับข้อมูล เพื่อให้ง่ายต่อการใช้งานและเปิดกว้างแก่ผู้ที่เริ่มศึกษาออฟติไมเซชัน กระบวนการคำนวณใช้การคำนวณผ่านซิมโบลิกส์ (Symbolic) ประกอบกับออฟติไมเซชันทูลบ็อกซ์ (Optimization toolbox) ในโปรแกรม MATLAB ที่มีอยู่แล้ว คือฟังก์ชันเฟมินคอน (fmincon) ซึ่งจะหาคำตอบในส่วนของปัญหาลำดับโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น ด้วยกระบวนการของซีควเอนเชียลควอดราติกโปรแกรมมิง (Sequential Quadratic programming; SQP) ร่วมกับของควอซี-นิวตัน (Quasi-Newton) จากผลการทดสอบกับปัญหาคลสิกัล (Classical problem) ทั้งที่เป็นปัญหาที่เป็นเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้นพบว่าเจเนอรัลโพรพอสโปรแกรม (General-Proposes program) สามารถให้คำตอบทางการวิเคราะห์

(Analytical) ของสเตทวารีเอเบิล และคอนโทรลวารีเอเบิลที่ค่อนข้างแม่นยำ เมื่อเทียบกับคำตอบทางการวิเคราะห์ที่ได้จากวิธีของแคลคูลัสความแปรปรวน และหลักการการหาค่าที่ต่ำที่สุด (Minimum principle)

2.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.2.1 หุ่นยนต์ (Robot)

หุ่นยนต์เริ่มเข้ามามีบทบาทในชีวิตของมนุษย์มากขึ้น ในปัจจุบันโรงงานอุตสาหกรรมหลายแห่งมีการนำแขนกลมาใช้ในการประกอบชิ้นส่วนรถยนต์แทนแรงงานมนุษย์ ซึ่ง Karel Capek ได้ให้คำจำกัดความของ “หุ่นยนต์” ไว้เมื่อปี ค.ศ.1920 ว่าเป็นทาสผู้ถูกใช้แรงงาน (Forced labor) ในอดีตหุ่นยนต์ต่างๆ มีหลักการทำงานแบบเดียวกันคือ ทำงานตามโปรแกรมที่ถูกตั้งไว้ไม่มีสิทธิ์คิดเอง เมื่อพบปัญหาที่แปลกไปจากโปรแกรมที่ตั้งไว้ก็เป็นอันทำงานไม่ได้

ต่อมานักวิทยาศาสตร์จึงได้คิดตีปัญหาเทียม (Artificial intelligence; AI) โดยใช้คอมพิวเตอร์ซึ่งมีโปรแกรมที่ซับซ้อน และเชื่อมโยงด้วยวงจรอิเล็กทรอนิกส์ขนาดจิ๋ว (Microchip) ที่เรียกว่าใยประสาทคอมพิวเตอร์ (Neuro computing) โดยมีลักษณะการทำงานเช่นเดียวกับใยประสาทของมนุษย์ เมื่อหุ่นยนต์เจอปัญหาที่ซับซ้อนก็สามารถวิเคราะห์และหาคำตอบได้โดยทันที

2.2.2 นิยามของหุ่นยนต์ (Robotics definition)

ตามมาตรฐาน ISO 8373 หุ่นยนต์ คือ “An automatic machine and semi automatic machine, Reprogrammable, Multipurpose, Manipulator programmable in three or more axes which may be either fixed in place or mobile for use in industrial automation application.” หรือแปลเป็นภาษาไทยได้ว่าหุ่นยนต์ คือ “เครื่องจักรกลชนิดหนึ่งที่มีลักษณะการทำงานแบบอัตโนมัติหรือกึ่งอัตโนมัติ สามารถเขียนโปรแกรมใหม่ให้ทำงานอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างได้ หุ่นยนต์อาจจะยึดอยู่กับที่หรือย้ายตำแหน่งเพื่อใช้งานอุตสาหกรรม” จากเทคโนโลยีการสร้างหุ่นยนต์แต่ละชนิดบวกกับการประยุกต์ใช้หุ่นยนต์ ทำให้หุ่นยนต์ถูกเลือกนำมาใช้อย่างหลากหลายตามความเหมาะสมกับงาน

2.2.3 หุ่นยนต์อุตสาหกรรม (Industrial robot)

จาก RIA (The Robotics Industries Association) ได้ให้คำจำกัดความของหุ่นยนต์ที่ใช้ในอุตสาหกรรม ซึ่งเป็นที่ยอมรับกันในระดับนานาชาติของบริษัทอุตสาหกรรมที่ใช้หุ่นยนต์ 11 แห่ง เมื่อปี ค.ศ.1981 (พ.ศ.2524) ไว้ว่า “An industrial robot is a reprogrammable, multifunction manipulator designed to move materials, part, tools or special devices through variable programmed motion for the performance of a variety of tasks.” หรือแปลเป็นภาษาไทยว่า “หุ่นยนต์อุตสาหกรรม คือเครื่องจักรกลที่สามารถทำการตั้งโปรแกรมเพื่อควบคุมการเคลื่อนที่ให้ทำงานได้ตามต้องการ ซึ่งถูกออกแบบมาเพื่อให้สามารถหยิบ จับ เคลื่อนย้ายวัสดุ อุปกรณ์ เครื่องมือ หรืออุปกรณ์พิเศษต่างๆ”

โดยปกติการทำงานของหุ่นยนต์อุตสาหกรรมจะเลียนแบบร่างกายของมนุษย์เฉพาะส่วนของร่างกายที่จะนำไปใช้ประโยชน์ในอุตสาหกรรมเท่านั้น โดยส่วนใหญ่จะเป็นช่วงแขนของมนุษย์ ดังนั้นจึงเรียกได้ว่าแขน

กล ซึ่งหมายถึงหุ่นยนต์อุตสาหกรรมนั่นเอง ทำให้ในปัจจุบันและในอนาคตอันใกล้หุ่นยนต์อุตสาหกรรมจะเข้ามามีบทบาทในอุตสาหกรรมมากขึ้น โดยจะทำงานแทนมนุษย์ในหลายๆงาน

2.2.4 ประเภทของหุ่นยนต์

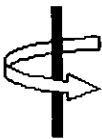
ถึงแม้ว่าในปัจจุบันหุ่นยนต์จะถูกพัฒนาไปในหลายๆรูปแบบ แต่ก็สามารถแบ่งประเภทของหุ่นยนต์ออกเป็นสองประเภทใหญ่ๆ ดังนี้

ประเภทแรก คือหุ่นยนต์ชนิดที่ติดตั้งอยู่กับที่ (Fixed robot) ไม่สามารถเคลื่อนที่ไปไหนได้ด้วยตัวเอง หุ่นยนต์ประเภทนี้จะมีลักษณะเป็นแขนกล สามารถเคลื่อนไหวได้เฉพาะแต่ละข้อต่อภายในตัวเองเท่านั้น ส่วนมากมักถูกนำไปใช้ในโรงงานอุตสาหกรรม เช่น โรงงานประกอบรถยนต์ เป็นต้น

ประเภทที่สอง คือหุ่นยนต์ชนิดที่เคลื่อนที่ได้ (Mobile robot) หุ่นยนต์ประเภทนี้จะสามารถเคลื่อนที่ไปไหนมาไหนได้ด้วยตัวเอง บ้างก็เคลื่อนที่โดยการไถล้อ หรือบางแบบก็เคลื่อนที่โดยการไถขา ซึ่งหุ่นยนต์ประเภทนี้ ส่วนใหญ่ยังเป็นงานวิจัยที่อยู่ในห้องทดลอง เพื่อพัฒนาออกมาใช้งานในรูปแบบต่างๆ เช่น หุ่นยนต์สำรวจดาวอังคารขององค์การนาซ่า แต่ปัจจุบันก็ได้มีการพัฒนาให้มีลักษณะเป็นสัตว์เลี้ยงอย่างเช่น สุนัข เพื่อเป็นเพื่อนเล่นกับคน หรือพัฒนาให้สามารถเคลื่อนที่แบบสองขาได้อย่างมนุษย์ เพื่ออนาคตจะสามารถนำไปใช้ในงานที่มีความเสี่ยงต่ออันตรายแทนมนุษย์ได้

2.2.5 การแบ่งชนิดของหุ่นยนต์

โดยทั่วไปจะแบ่งตามลักษณะรูปทรงของพื้นที่ทำงาน (Envelope geometric) ซึ่งพิจารณาได้จากการทำงานของจุดต่อของหุ่นยนต์อุตสาหกรรม ซึ่งในขั้นพื้นฐานมี 2 ชนิดด้วยกันตามภาพประกอบ 1 ดังนี้

ชนิด	สัญลักษณ์	หมายเหตุ
Revolute (R)		เป็นการหมุนรอบแกน (Rotary)
Prismatic (P)		การเคลื่อนที่เชิงเส้น (Linear motion)

ภาพประกอบ 1 แสดงชนิดของข้อต่อของหุ่นยนต์ที่เคลื่อนที่แบบหมุน (Revolute) และเคลื่อนที่แบบเชิงเส้น (Prismatic) ⁽¹⁵⁾

จุดต่อทั้งสองแบบเมื่อนำมาต่อเข้าด้วยกันอย่างน้อย 3 แกนหลัก จะได้พื้นที่ทำงานที่มีลักษณะแตกต่างกันไป ซึ่งสามารถนำมาแบ่งชนิดของหุ่นยนต์ได้ดังต่อไปนี้

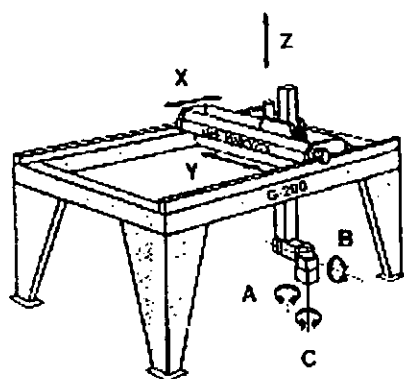
ตาราง 1 แสดงการแบ่งชนิดของหุ่นยนต์ตามแกนต่างๆ

ชนิดของหุ่นยนต์	แกนที่ 1 (เอว)	แกนที่ 2 (ไหล่)	แกนที่ 3 (ข้อศอก)
Cartesian (gantry)	Prismatic	Prismatic	Prismatic
Cylindrical	Revolute	Prismatic	Prismatic
Spherical (Polar)	Revolute	Revolute	Prismatic
SCARA	Revolute	Prismatic	Revolute
Articulated	Revolute	Revolute	Revolute

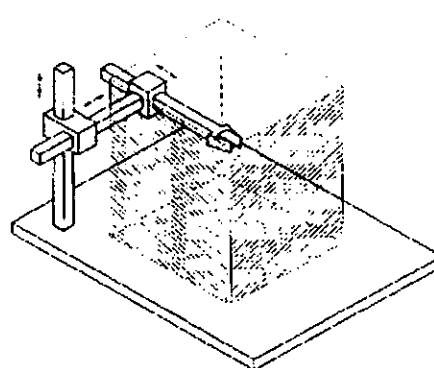
โดยแต่ละชนิดมีคุณสมบัติดังนี้

2.2.5.1 หุ่นยนต์ชนิดคาร์ทีเซียน (Cartesian manipulator) หรือหุ่นยนต์ชนิดแกนทรี (Gantry manipulator)

โดยถ้าโครงสร้างมีลักษณะคล้ายหุ่นยนต์ที่มีขาตั้ง (Overhead crane) จะเรียกว่าเป็นหุ่นยนต์ชนิดแกนทรี นอกนั้นจะเป็นแบบคาร์ทีเซียนทั้งหมด ซึ่งทั้งสองประเภทจะมีลักษณะการทำงานที่ทั้งสามแกนของหุ่นยนต์เคลื่อนที่เป็นแบบเชิงเส้น ตามภาพประกอบ 2



Gantry robot



Work envelope of gantry robot

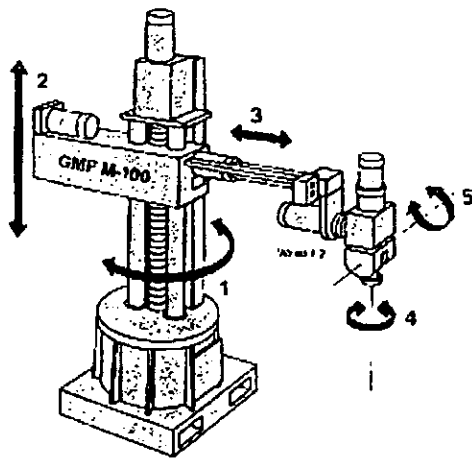
ภาพประกอบ 2 แสดงการทำงานของหุ่นยนต์ชนิดคาร์ทีเซียนหรือหุ่นยนต์ชนิดแกนทรี⁽¹⁵⁾

โดยหุ่นยนต์ลักษณะนี้มีข้อดี คือ การเคลื่อนที่เป็นแนวเส้นตรงทั้ง 3 มิติ รูปแบบการทำงานสามารถทำความเข้าใจได้ง่าย โครงสร้างแข็งแรงและมีส่วนประกอบง่ายๆ แต่มีข้อเสีย คือ ต้องการพื้นที่ติดตั้งมาก บริเวณที่หุ่นยนต์เข้าไปทำงานได้ จะเล็กกว่าขนาดของตัวหุ่นยนต์ และไม่สามารถเข้าถึงวัตถุจากทิศทางข้างใต้ได้

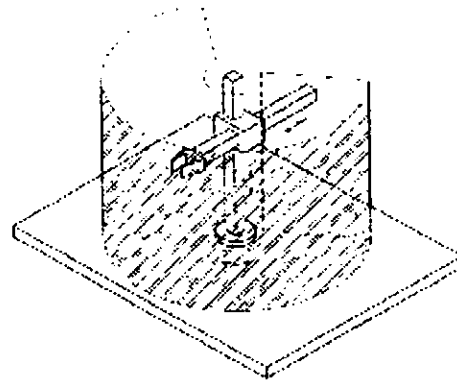
ส่วนใหญ่จะนำไปประยุกต์ใช้ในงานที่ต้องหยิบยกชิ้นงาน (Pick-and-Place) หรือการเคลื่อนย้ายของหนักๆ เช่น ใช้โหลดชิ้นงานเข้าเครื่องจักร (Machine loading) ใช้จัดเก็บชิ้นงาน (Stacking) นอกจากนี้ยังสามารถใช้ในงานประกอบ (Assembly) ที่ไม่ต้องการเข้าถึงในลักษณะที่มีมุมหมุน เช่น ประกอบอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ และงานทดสอบต่างๆ

2.2.5.2 หุ่นยนต์ชนิดทรงกระบอก (Cylindrical manipulator)

โครงสร้างการทำงานของหุ่นยนต์ประเภทนี้จะได้พื้นที่การทำงานเป็นลักษณะรูปทรงกระบอกตามภาพประกอบ 3



Cylindrical robot



Work envelope of cylindrical robot

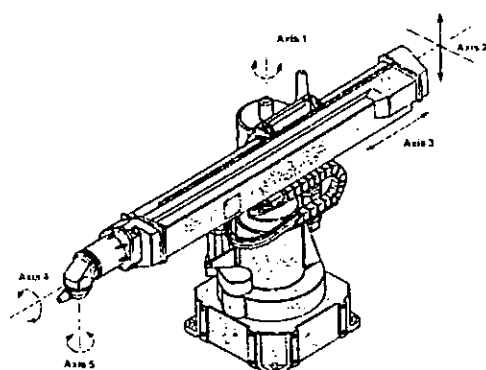
ภาพประกอบ 3 แสดงการทำงานของหุ่นยนต์ชนิดทรงกระบอก⁽¹⁵⁾

โดยหุ่นยนต์ลักษณะนี้มีข้อดี คือ มีส่วนประกอบที่ไม่ซับซ้อน สามารถเข้าใจการทำงานของหุ่นยนต์ได้ง่าย และสามารถเคลื่อนที่เข้าออกบริเวณที่เป็นโพรงเล็กๆได้สะดวก เช่น การโหลดชิ้นงานเข้าเครื่อง CNC แต่ก็มีข้อเสีย คือ มีพื้นที่การทำงานจำกัด

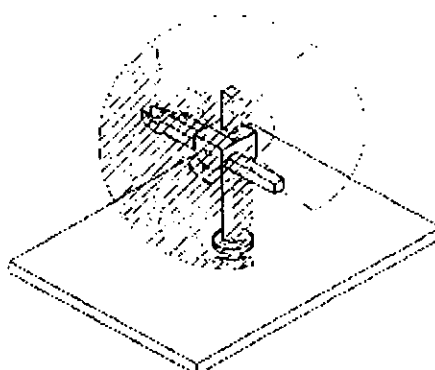
ส่วนใหญ่หุ่นยนต์ลักษณะนี้จะนำไปประยุกต์ใช้ในงานที่ต้องหยิบยกชิ้นงาน หรือป้อนชิ้นงานเข้าเครื่องจักร เพราะสามารถเคลื่อนที่เข้าออกบริเวณที่เป็นช่องโพรงเล็กๆได้สะดวก

2.2.5.3 หุ่นยนต์ชนิดสเฟียริคอล (Spherical manipulator)

โดยสามารถเรียกอีกชื่อหนึ่งว่าหุ่นยนต์ชนิดโพล่า (Polar robot) ซึ่งมีโครงสร้างการทำงานของเป็นสองแกนที่เคลื่อนในลักษณะการหมุน ส่วนอีกแกนเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง ตามภาพประกอบ 4



Spherical robot



Work envelope of spherical robot

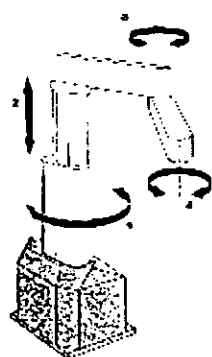
ภาพประกอบ 4 แสดงการทำงานของหุ่นยนต์ชนิดสเฟียริคอล⁽¹⁵⁾

ซึ่งหุ่นยนต์ชนิดนี้มีข้อดี คือ สามารถทำงานได้มากขึ้น เนื่องจากการหมุนของแกนที่ทำหน้าที่เป็น เหวและไหล่สามารถก้มลงมาจับชิ้นงานบนพื้นได้สะดวก แต่ก็มีข้อเสีย คือมีระบบพิกัด (Coordinate) และ ส่วนประกอบที่ซับซ้อน ทำให้การเคลื่อนที่และระบบควบคุมมีความซับซ้อนมากขึ้น

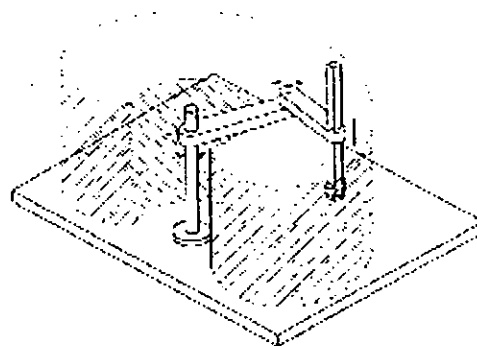
โดยทั่วไปจะประยุกต์ใช้ในงานที่มีการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง (Vertical) เพียงเล็กน้อย เช่น การโหลด ชิ้นงานเข้าออกจากเครื่องปั๊ม (Press) หรือในงานที่ต้องการเชื่อมจุดต่างๆ (Spot welding)

2.2.5.4 หุ่นยนต์ชนิดสการ์รา (SCARA manipulator)

โดยที่ SCARA ย่อมาจาก Selective compliance assembly robot arm ซึ่งลักษณะแกนที่ 1 (เหว) และแกนที่ 3 (ข้อศอก) จะทำงานหมุนรอบแกนในแนวตั้ง และแกนที่ 2 จะเคลื่อนที่แบบเชิงเส้น ทำให้ หุ่นยนต์สามารถเคลื่อนที่ได้รวดเร็วในแนวระนาบ และมีความแม่นยำสูง ตามภาพประกอบ 5



SCARA robot



Work envelope of SCARA robot

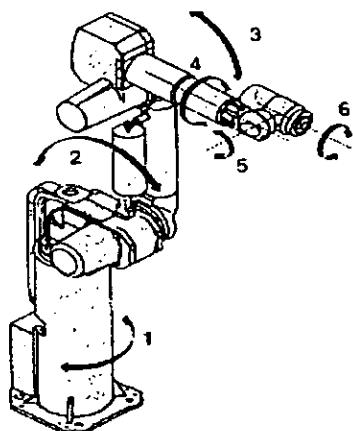
ภาพประกอบ 5 แสดงการทำงานของหุ่นยนต์ชนิดสการ์ว (15)

เป็นหุ่นยนต์ที่มีข้อดี คือ สามารถเคลื่อนที่ได้ในแนวระนาบ และเคลื่อนที่ได้รวดเร็วในแนวขึ้นลง แต่มีข้อเสีย คือ มีพื้นที่ทำงานจำกัด ไม่สามารถหมุนในลักษณะมุมต่างๆ ได้ และไม่สามารถยกของที่มีน้ำหนักมากได้

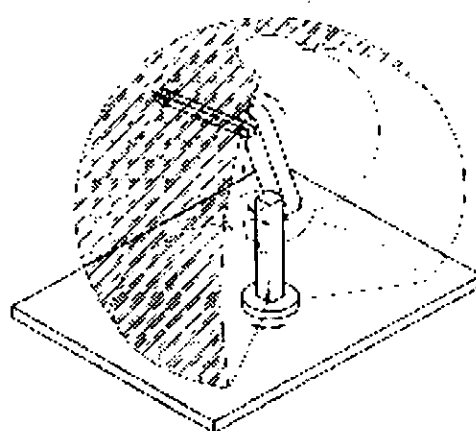
เนื่องจากการเคลื่อนที่ในแนวระนาบ และเคลื่อนที่ขึ้นลงได้รวดเร็ว จึงมีความเหมาะสมมากที่จะใช้ในงานประกอบชิ้นส่วนทางอิเล็กทรอนิกส์ รวมทั้งยังเหมาะกับงานตรวจสอบ (Inspection) และงานบรรจุภัณฑ์ (Packaging) ซึ่งต้องการความเร็วในการทำงานแต่ไม่ต้องการการหมุนมากนัก ดังนั้นหุ่นยนต์ประเภทนี้จึงไม่เหมาะกับงานด้านการประกอบชิ้นส่วนทางกล (Mechanical part) ซึ่งส่วนใหญ่จะอาศัยการหมุนในลักษณะมุมต่างๆ

2.2.5.5 หุ่นยนต์ชนิดอาทิลูเลท (Articulated manipulator)

หุ่นยนต์ชนิดนี้มีลักษณะที่ทุกแกนการเคลื่อนที่จะเป็นการทำงานแบบหมุน จนบางครั้งอาจเรียกอีกชื่อหนึ่งว่าหุ่นยนต์ชนิดเรโวลูท (Revolute manipulator) โดยรูปแบบการเคลื่อนที่จะคล้ายกับแขนของคนมาก ซึ่งจะประกอบด้วยช่วงเอว ท่อนแขนบน ท่อนแขนล่าง และข้อมือ ตามภาพประกอบ 6



Articulated robot



Work envelope of articulated robot

ภาพประกอบ 6 แสดงการทำงานของหุ่นยนต์ชนิดอาร์ทิกูเลต (15)

เนื่องจากทุกแกนจะเคลื่อนที่ในลักษณะของการหมุน ทำให้มีความยืดหยุ่นสูงในการเข้าไปยังจุดต่างๆ ที่ต้องการทำงานได้ สามารถเข้าถึงชิ้นงานทั้งจากด้านบน และด้านล่าง ซึ่งเหมาะกับการใช้มอเตอร์ไฟฟ้าเป็นชุดขับเคลื่อน แต่มีข้อเสีย คือ มีระบบพิกัดที่ซับซ้อน การเคลื่อนที่และระบบควบคุมทำความเข้าใจได้ยากขึ้น มีข้อจำกัดด้านการควบคุมให้เคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง และโครงสร้างทางการเคลื่อนที่ที่ไม่มั่นคงตลอดช่วงการทำงาน เพราะบริเวณขอบของพื้นที่ทำงานปลายแขนจะมีการสั่น ทำให้ความแม่นยำในการทำงานลดลง

โดยทั่วไปหุ่นยนต์ชนิดนี้สามารถใช้งานได้กว้างขวางมากเพราะสามารถเข้าถึงตำแหน่งต่างๆ ได้ดี เช่น งานเชื่อม (Spot welding) งานยกของ งานตัด งานทากาว และงานที่มีการเคลื่อนที่ยากๆ เช่น งานพ่นสี เป็นต้น

2.2.6 ระบบกลศาสตร์และพลศาสตร์เครื่องจักรกล (Mechanism and dynamics of machinery)

2.2.6.1 ระบบกลศาสตร์ (Mechanism system)

ระบบกลศาสตร์ คือ กลุ่มการต่อโยงของวัตถุแข็งเกร็ง (Rigid body) ที่มีการเคลื่อนไหวและมีการเคลื่อนที่สัมผัสกันด้วยรูปแบบที่แน่นอน

ลิงค์ คือ วัตถุแข็งเกร็งที่มีการต่อโยงของชิ้นต่อโยงตั้งสองชิ้นขึ้นไป (Pair element) เพื่อใช้ต่อกับลิงค์อื่น เพื่อถ่ายทอดแรงหรือการเคลื่อนที่

2.2.6.2 ความสามารถในการเคลื่อนไหว หรือ ระดับขั้นความเสรี (Mobility or number degree of freedom)

ระดับขั้นความเสรี คือ จำนวนตัวเลขของลำดับความเป็นอิสระที่กลไกจะมีได้ เป็นจำนวนตัวแปรอิสระที่ต่ำสุดที่จำเป็นสำหรับกำหนดตำแหน่งของลิงค์ทุกลิงค์ที่ประกอบขึ้นเป็นกลไกการทำงาน

2.2.6.3 ทฤษฎีของระบบหุ่นยนต์

แขนกลเป็นส่วนประกอบที่สำคัญของหุ่นยนต์ ซึ่งตัวแขนกลถูกออกแบบมาให้สามารถเคลื่อนย้ายวัตถุจากส่วนปลายแขนไปตำแหน่งที่ต้องการ โดยอาศัยโครงสร้างของท่อนแขนประกอบกับข้อต่อต่างๆ โดยที่ปลายแขนข้างหนึ่งจะต่ออยู่กับฐานและอีกข้างหนึ่งต่อกับส่วนปลายที่ใช้งาน

1. ลักษณะโครงสร้างของข้อต่อจะแตกต่างกันไปตามการใช้งาน โดยมีการออกแบบแบ่งออกเป็น 4 ประเภท ดังนี้

- ข้อต่อแบบหมุน (Revolute joints) เป็นข้อต่อที่มีการเคลื่อนที่แบบหมุนรอบแกน (Rotation)
- ข้อต่อแบบปริสมติก (Prismatic joints) เป็นข้อต่อที่มีจุดโยงที่ยอมให้ชิ้นต่อโยงเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่งขนานกับแกน
- ข้อต่อแบบทรงกระบอก (Cylindrical joints) เป็นข้อต่อที่มีจุดโยงที่ยอมให้ชิ้นต่อโยงเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่งขนานกับแกนและการเคลื่อนที่แบบหมุนรอบแกน
- ข้อต่อแบบสเฟียริคอลและข้อต่อแบบบอล (Spherical joints and ball joints) เป็นข้อต่อที่มีจุดต่อโยงที่ยอมให้ชิ้นต่อโยงเคลื่อนที่ไปได้ทุกทิศทาง

2. คำจำกัดความของตำแหน่ง (Position) การเปลี่ยนมุม (Orientation) เฟรม (Frames)

การทรานฟอร์มเมชัน (Transformation) และจาโคเบียนเมตริกซ์ (Jacobian matrix)

- ตำแหน่ง หมายถึง จุดที่ใช้อ้างอิงที่อยู่ตามระบบสามมิติจากการเคลื่อนที่แบบหมุนหรือเป็นการเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่งขนานกับแกนในทฤษฎีของระบบหุ่นยนต์ แสดงออกมาในรูปของเวกเตอร์การเคลื่อนที่ (Translation vector) ซึ่งเป็นเมตริกซ์ที่มีขนาด 3×1 เช่น ถ้าเรากำหนดตำแหน่งเป็น $^A P$ ก็หมายความว่า เป็นเวกเตอร์ P ในเฟรม A เหตุที่เราต้องกำหนดเฟรมเนื่องมาจาก โดยปกติหุ่นยนต์แต่ละชนิดจะมีการทำงานประกอบด้วยหลายเฟรม การพิจารณาให้ง่ายจึงควรพิจารณาเป็นเฟรมๆ ไป ซึ่ง $\{ \}$ เป็นสัญลักษณ์ที่ใช้แทนคำว่าเฟรม เช่น เฟรม A เขียนแทนว่า $\{A\}$

- การเปลี่ยนมุม หมายถึง การหมุนจากตำแหน่งอ้างอิงในระบบสามแกนมิติหรือการเคลื่อนที่แบบหมุนรอบแกนของวัตถุซึ่งในทางทฤษฎีของระบบหุ่นยนต์แสดงออกมาเป็นรูปของเมตริกซ์การหมุน (Rotation matrix) ซึ่งเป็นเมตริกซ์ที่มีขนาด 3×3 แทนด้วยสัญลักษณ์ ${}^A R$ ซึ่งหมายถึงการพิจารณาเมตริกซ์การหมุนของ $\{B\}$ เทียบ $\{A\}$ โดยลักษณะการหมุนแบ่งเป็นสองแบบ คือ

- X-Y-Z Fixed angles เป็นการหมุนอ้างอิงกับแกนหลักตลอดเวลา
- Z-Y-X Euler angles เป็นการหมุนอ้างอิงกับแกนที่หมุนไปแล้วเสมอ
- เฟรม เป็นเครื่องหมายที่แสดงออกถึงตำแหน่งและการเปลี่ยนมุมของสิ่งที่สนใจ ซึ่งในทางทฤษฎีของหุ่นยนต์ หมายถึง ชิ้นส่วนของข้อต่อหรือตำแหน่งของเป้าหมาย

- การทรานฟอร์มเมชันเมตริกซ์ ในทางทฤษฎีของหุ่นยนต์สามารถแสดงผลของการเคลื่อนที่ที่มีการเคลื่อนที่แบบหมุนรอบแกนวัตถุ และการเคลื่อนที่แบบเชิงเส้นในรูปของเมตริกซ์ทางคณิตศาสตร์ที่

เรียกว่าทรานฟอร์มเมชันเมตริกซ์ (Transformation matrix; T) ซึ่งเป็นเมตริกซ์ที่มีขนาด 4×4 ประกอบด้วยเมตริกซ์การหมุน และเวกเตอร์การเคลื่อนที่

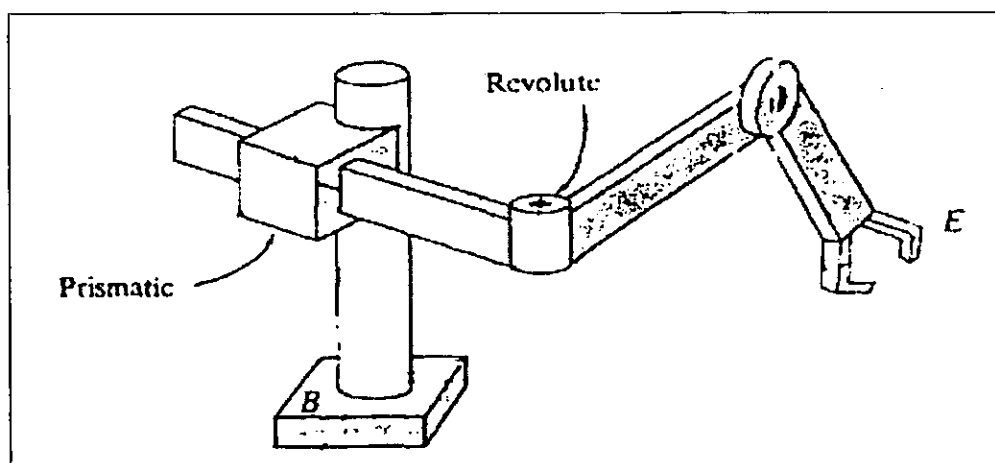
- จาโคเบียนเมตริกซ์ เป็นการอธิบายในส่วนความเร็วของหุ่นยนต์ มีความสำคัญในส่วนของการวิเคราะห์และควบคุมของการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ สามารถเรียกได้สั้นๆว่า ค่าจาโคเบียน (Jacobian; J) ซึ่งเป็นเมตริกซ์ที่มีขนาด $6 \times n$ โดยที่ n คือ จำนวนของลิงค์ทั้งหมดของหุ่นยนต์ (Number of links)

2.2.6.4 พลศาสตร์การเคลื่อนที่ (Kinematics)

เป็นสิ่งที่สำคัญเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับหุ่นยนต์ เพราะเป็นตัวควบคุมการเคลื่อนไหวกของหุ่นยนต์ ทั้งในส่วนองตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่ง โดยจะมีการพิจารณาในสองส่วน คือ ฟอว์เวิร์ดคิเนเมติกส์ และ อินเวอร์สคิเนเมติกส์ ดังนี้

1. ฟอว์เวิร์ดคิเนเมติกส์ (Forward kinematics)

จาก Craig.⁽¹⁶⁾ กล่าวถึงการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ เริ่มแรกต้องคำนึงข้อต่อของหุ่นยนต์ ซึ่งข้อต่ออาจมีลักษณะการเคลื่อนที่แบบหมุนหรือเคลื่อนที่แบบเชิงเส้นก็ได้ ตัวอย่างเช่น ถ้าพิจารณาข้อต่อทั้งหมดของหุ่นยนต์ต้องคำนึงถึงระดับขั้นความเล็และองศาของการหมุน (The angle of rotation) ใช้พิจารณาในส่วนข้อต่อแบบหมุน ส่วนการคำนึงถึงการเคลื่อนที่ (Displacement) ใช้พิจารณาในส่วนข้อต่อที่เคลื่อนที่แบบเชิงเส้น ดังแสดงในภาพประกอบ 7



ภาพประกอบ 7 แสดงข้อต่อของหุ่นยนต์ที่เคลื่อนที่แบบหมุนและเคลื่อนที่แบบพริสมติก⁽¹⁶⁾

สมมุติว่าหุ่นยนต์มีจำนวนลิงค์เท่ากับ $n+1$ จึงพิจารณาจาก 0 ถึง n โดยลิงค์แรกเป็น 0 พิจารณาที่ข้อต่อจาก 1 ไปจนถึง n และข้อต่อ i -th เชื่อมกับลิงค์ i และ $i-1$ โดยที่ข้อต่อ i -th เปลี่ยนแปลงตาม q_i ซึ่ง q_i คือ องศาของการหมุนในกรณีของข้อต่อแบบหมุนหรือข้อต่อเคลื่อนที่แบบเชิง

เส้น โดยที่เฟรมพื้นฐาน คือ ที่เฟรม 0 ต่อมาเราเลือกเฟรม i ที่ผ่านเฟรม n โดยที่เฟรม i อยู่ประจำที่ลิงค์ i ดังนั้นพิกัดของแต่ละจุดบนลิงค์ i คือ ค่าคงที่เมื่อแสดงในพิกัด $i-1h$ ของหุ่นยนต์ที่กำลังเคลื่อนที่

ให้ A_i คือ โฮโมจีเนียสมเมตริกซ์ (Homogenous matrix) ที่เปลี่ยนรูปพิกัดจากเฟรม i ไปจนถึงเฟรม $i-1$ โดยที่เมตริกซ์ A_i เปลี่ยนแปลงตามการเปลี่ยนแปลงของหุ่นยนต์ และขึ้นกับ q_i ด้วย สามารถเขียนได้ในรูป

$$A_i = A_i(q_i) \quad (2.1)$$

ยิ่งไปกว่านั้นโฮโมจีเนียสมเมตริกซ์ที่เปลี่ยนรูปพิกัดจากเฟรม j ไปจนถึงเฟรม i ถูกเรียกว่า ทราจแฟมเมชันเมตริกซ์ หรือ i_jT สามารถพิจารณาได้สามแบบ คือ

$${}^i_jT = A_{i+1}A_{i+2}.....A_{j-1}A_j \quad \text{ถ้า } i < j \quad (2.2)$$

$${}^i_jT = 1 \quad \text{ถ้า } i = j \quad (2.3)$$

$${}^i_jT = ({}^j_iT)^{-1} \quad \text{ถ้า } i > j \quad (2.4)$$

แต่ละทราจแฟมเมชันเมตริกซ์ A_i เขียนได้ว่า

$$A_i = {}^{i-1}_iT = \left[\begin{array}{ccc|c} {}^{i-1}_iR & & & {}^{i-1}_iP_{jorgx} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]_{4 \times 4} \quad (2.5)$$

ดังนั้น

$$A_{i+1}.....A_j = {}^i_jT = \left[\begin{array}{ccc|c} {}^i_jR & & & {}^i_jP_{jorgx} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]_{4 \times 4} \quad (2.6)$$

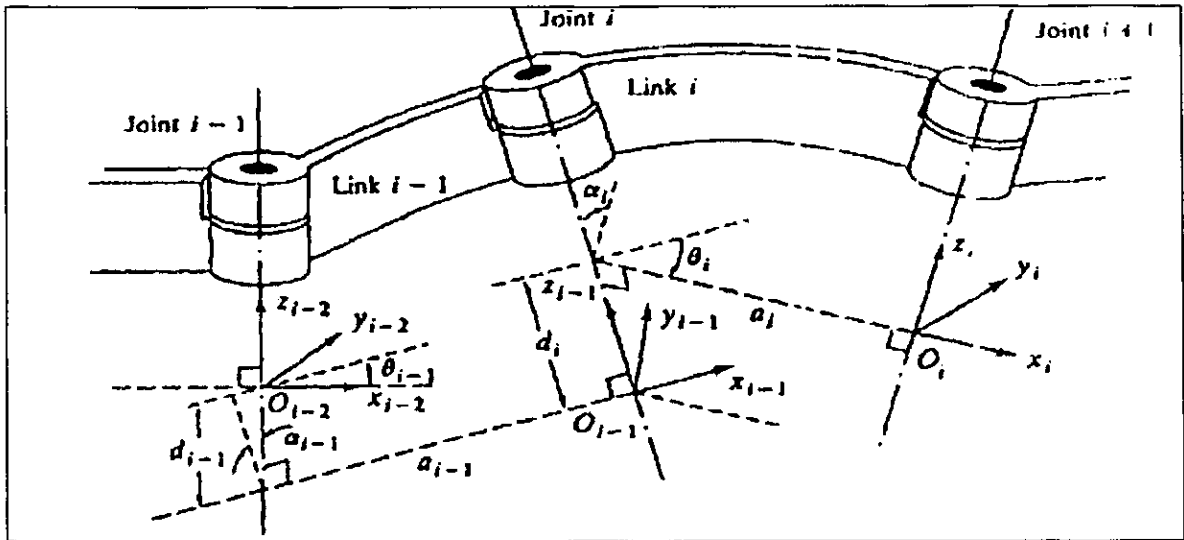
โดยที่เมตริกซ์ i_jR แสดงการหมุนของเฟรม j ที่สัมพันธ์กับเฟรม i และเวกเตอร์ ${}^i_jP_{jorgx}$ ถูกแทนในตำแหน่งของเวกเตอร์ที่มีแหล่งกำเนิดจากเฟรม j ที่เกี่ยวข้องกับเฟรม i โดยใช้การพิจารณาจาก Denavit - Hartenberg parameter หรือ D-H parameter แต่ละทราจแฟมเมชันเมตริกซ์ สามารถเขียนได้เป็น

$$A_i = Rot_{z, \theta_i} Trans_{z, d_i} Trans_{x, a_{i-1}} Rot_{x, \alpha_{i-1}}$$

$$A_i = {}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i)\cos(\alpha_{i-1}) & \sin(\theta_i)\sin(\alpha_{i-1}) & a_{i-1}\cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i)\cos(\alpha_{i-1}) & -\cos(\theta_i)\sin(\alpha_{i-1}) & a_{i-1}\sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_{i-1}) & \cos(\alpha_{i-1}) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \quad (2.7)$$

โดยที่ $a_{i-1}, d_i, \theta_i, \alpha_{i-1}$ คือ ตัวบอกความเป็นลิงค์ i และข้อต่อ i ซึ่ง a_i เรียกว่า Link length d_i เรียกว่า Link offset θ_i เรียกว่า Link angle และ α_i เรียกว่า Link twist

ต่อมาเราเริ่มจากการพิจารณาเฟรมที่สนใจ โดยระบุแกน (Axis) ของข้อต่อทั้งหมดเป็น $z_0, \dots, z_{n-1}$ โดย z_i คือ แกนของการหมุน หรือการเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่งขนานกับแกนของข้อต่อ $i+1$ ต่อมาให้จุดเริ่มต้นเป็น o_0 ของเฟรมพื้นฐาน (Base frame) ตามแนวแกน z_0 สุดท้าย x_n, y_n สามารถกำหนดได้โดยกฎมือขวา (The right hand rule) ในขั้นตอนถัดไปแหล่งกำเนิด o_i สามารถหาที่ตั้งจาก z_i โดยปกติ z_{i-1} ตัดผ่าน z_i แต่ถ้า z_i และ z_{i-1} ขนานกัน นั่นคือตำแหน่ง o_i อยู่ที่ข้อต่อ i ดังนั้นตำแหน่งของ x_i โดยปกติพิจารณาระหว่าง z_{i-1} และ z_i ที่ผ่าน o_i โดยที่ y_i เป็นไปตามกฎมือขวา ดังแสดงในภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 แสดงค่า D-H parameter⁽¹⁶⁾

เมื่อพิจารณาจากรูปภาพของลิงค์พารามิเตอร์ $a_{i-1}, \alpha_{i-1}, d_i, \theta_i$ สามารถอธิบายอย่างง่ายได้ว่า a_{i-1} คือ ระยะทางของ x , จากจุดกำเนิด o , ที่ตัดระหว่างแกน x , กับแกน z_{i-1}
 หรือ ระยะทางที่ตั้งฉากระหว่างแกน z_{i-1} กับแกน z ,
 α_{i-1} คือ มุมระหว่าง z_{i-1} และ z , ที่มองจากหัวลูกศร x_{i-1} เข้าไป
 d_i คือ ระยะทางของแกน a_{i-1} ที่ตัดกับแกน z , และแกน α , ที่ตัดกับแกน z ,
 θ_i คือ มุมระหว่าง x_{i-1} และ x , ที่มองจากหัวลูกศร z , เข้าไป
 สุดท้ายเราสามารถเขียนรูปแบบของทราเนฟอร์มเมชันเมตริกซ์ 0T ได้ว่า

$${}^0T = A_1, A_2, \dots, A_n \quad (2.8)$$

2. อินเวอร์สคิเนเมติกส์ (Inverse kinematics)

จาก Craig.⁽¹⁶⁾ กล่าวว่าอินเวอร์สคิเนเมติกส์เป็นวิธีการหาค่ามุมของข้อต่อได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ เมื่อได้กำหนดตำแหน่ง และการเปลี่ยนมุมของปลายแขนหุ่นยนต์ (End-effector) เมื่อเปรียบเทียบกับเฟรมพื้นฐาน ซึ่งเราอาจหาได้โดยใช้วิธีการทางพีชคณิต (Algebraic solution)

2.2.6.5 จาโคเบียนเมตริกซ์

เริ่มแรกศึกษาเมนิพูเลเตอร์คิเนเมติกส์ (Manipulator kinematics) ซึ่งเป็นการพิจารณาในส่วนของความเร็วของหุ่นยนต์ โดยที่ความเร็วนี้ใช้อธิบายค่าจาโคเบียนในส่วนของฟรอนต์คิเนเมติกส์ที่พิจารณา ระหว่างสิ่งที่นำเข้ามาที่ข้อต่อและผลลัพธ์ออกมาที่ปลายแขนของหุ่นยนต์ โดยที่จาโคเบียนเมตริกซ์มีความสำคัญมากในการวิเคราะห์และควบคุมของการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ สุดท้ายให้ได้มาซึ่งสมการการเคลื่อนที่ทางพลศาสตร์ (Dynamic equation of motion)

สำหรับหุ่นยนต์ที่มี n ลิงค์ เราพิจารณาค่าจาโคเบียนในรูปของทราเนฟอร์มเมชันเมตริกซ์ระหว่าง n -vector ของข้อต่อความเร็ว และ 6-vector ที่ประกอบด้วยความเร็วเชิงเส้น (Linear velocities) ความเร็วเชิงมุม (Angular velocities) และปลายแขนของหุ่นยนต์พิจารณาหุ่นยนต์ n ลิงค์ กับข้อต่อ $q_1, q_2, \dots, q_n$ จะได้

$${}^0T(q) = \left[\begin{array}{c|c} {}^0R(q) & {}^0P(q)_{\text{orig}} \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right]_{4 \times 4} \quad (2.9)$$

แทนทราเนฟอร์มเมชันเมตริกซ์จากปลายแขนของหุ่นยนต์ไปจนถึงเฟรมอ้างอิง โดย $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T$ คือ การเปลี่ยนแปลงเวกเตอร์ของข้อต่อ (Vector of joint variables) เมื่อหุ่นยนต์เคลื่อนที่จะเกิดการเปลี่ยนแปลง q , และการเปลี่ยนมุม 0R ซึ่งเป็นฟังก์ชันของเวลา ดังนั้นเราจึงสามารถหาความเร็วเชิงเส้นและความเร็วเชิงมุมได้โดยการคำนวณอนุพันธ์ของเวลา (Time derivative) ซึ่งนำมาสู่

ความสัมพันธ์ของคาร์ทีเซียนสเปซ (Cartesian space) และจอยส์สเปซ (Joints space) ซึ่งสามารถเขียนได้ในรูป

$$\begin{bmatrix} {}^0V \\ {}_n^0\omega \end{bmatrix} = {}_n^0J\dot{q} \quad (2.10)$$

โดยที่ 0V คือ ความเร็วเชิงเส้น ${}_n^0\omega$ คือ ความเร็วเชิงมุม และ ${}_n^0J$ คือ ค่าจาโคเบียนของลิงค์ n ในเฟรม 0 ซึ่งสามารถเขียนเป็นรูปสมการได้ว่า

$${}_n^0J = [J_{1(6 \times 1)} \vdots J_{2(6 \times 1)} \vdots \dots \vdots J_{n(6 \times 1)}]_{(6 \times n)} = \begin{bmatrix} J_v \\ \dots \\ J_w \end{bmatrix}_{6 \times n} \quad (2.11)$$

1. จาโคเบียนเมตริกซ์ที่เคลื่อนที่แบบหมุน

ใช้เมื่อ θ และ α เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อพิจารณาการหมุนรอบแกน x จะได้ว่า

$$J_n = \begin{bmatrix} \bar{x}_i ({}^0P_{(n+1)org} - {}^0P_{iorg}) \\ \dots \\ \bar{x}_i \end{bmatrix}_{6 \times n} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} ({}^0P_{(n+1)org} - {}^0P_{iorg}) \\ \dots \\ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{bmatrix}_{6 \times n} \quad (2.12)$$

ใช้เมื่อ θ และ α เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อพิจารณาการหมุนรอบแกน y จะได้ว่า

$$J_n = \begin{bmatrix} \bar{z}_i ({}^0P_{(n+1)org} - {}^0P_{iorg}) \\ \dots \\ \bar{z}_i \end{bmatrix}_{6 \times n} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} ({}^0P_{(n+1)org} - {}^0P_{iorg}) \\ \dots \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{bmatrix}_{6 \times n} \quad (2.13)$$

แต่ยังไม่มีการนิยามเมื่อพิจารณาการหมุนรอบแกน y เนื่องจากได้ยปกติแล้วไม่ค่อยมีการกำหนดให้หมุนรอบแกน y

2. จาโคเบียนเมตริกซ์เคลื่อนที่แบบเชิงเส้น

ใช้เมื่อ d และ a เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อพิจารณาการเคลื่อนที่ตามแกน x เพียงอย่างเดียว
จะได้ว่า

$$J_n = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad (2.14)$$

ใช้เมื่อ d และ a เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อพิจารณาการเคลื่อนที่ตามแกน y เพียงอย่างเดียว
จะได้ว่า

$$J_n = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad (2.15)$$

ใช้เมื่อ d และ a เป็นฟังก์ชันของเวลา เมื่อพิจารณาการเคลื่อนที่ตามแกน z เพียงอย่างเดียว
จะได้ว่า

$$J_n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad (2.16)$$

2.2.6.6 มวลและโมเมนต์ความเฉื่อย (Mass moment of inertia)

มวลในเชิงพลศาสตร์มีความสำคัญต่อการวิเคราะห์ โดย Kane. ⁽¹⁷⁾ อธิบายโมเมนต์ความเฉื่อยหรือเมตริกซ์ความเฉื่อย (Inertia matrix; I) ว่าเมื่อมีแรงมากจะทำให้วัตถุแข็งเกร็งเคลื่อนที่มวลของมันเองจะทำหน้าที่เป็นตัวต้านทานการเคลื่อนที่ซึ่งพิจารณาในแนวการหมุนเป็นหลัก โดยจะขึ้นกับรัศมีการหมุนหรือขึ้นกับรูปร่างของวัตถุที่ใช้ก็ได้ แต่ต้องกำหนดว่าจะพิจารณารอบจุดใด เช่น พิจารณาโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุด a เขียนสัญลักษณ์ว่า $\bar{I}_a$ และสามารถแสดงสมการการหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยได้ในรูปการอินทิเกรตพื้นผิว (Surface integral) ดังนี้

$$\bar{I}_a = \int_V \rho \bar{P} \times (\bar{n}_a \times \bar{P}) d\tau \quad (2.17)$$

โดยที่ ρ คือ ความหนาแน่นของวัสดุได้จาก $\rho = \frac{m}{V}$ $\bar{n}_a$ คือ เวกเตอร์หน่วย (Unit vector) ที่พิจารณารอบจุด a และ τ คือ พารามิเตอร์ของการอินทิเกรต

2.2.7 สมการการเคลื่อนที่ทางพลศาสตร์ (Dynamic equation of motions)

เมื่อมีแรงภายนอกมากจะทำให้วัตถุเกิดการเคลื่อนที่ ผลของแรงที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่หรือเกิดการเปลี่ยนแปลงการเคลื่อนที่จะทำให้เกิดงาน โดยพลังงานที่ได้มีสองรูปแบบ คือ พลังงานจลน์ และ พลังงานศักย์ สามารถนำสมการของพลังงานไปสร้างให้เกิดสมการการเคลื่อนที่ได้ โดยอาศัยกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันเป็นหลัก ศึกษาเกี่ยวกับคุณสมบัติต่างๆที่สำคัญของระบบ เช่น คำตอบต่อเนื่อง (Trajectories) ความเร็ว (Velocities) ความเร่ง (Acceleration) และแรงบิด (Torques) เป็นต้น ซึ่งสมการทางพลศาสตร์ของการเคลื่อนที่ได้ถูกอธิบายโดยสมการนิวตัน-ออยเลอร์ และสมการออยเลอร์-ลากรางจ์

2.2.7.1 พลังงานจลน์ของระบบกลศาสตร์ (Kinetic energy)

ประกอบด้วยสองส่วนที่มีสมบัติแตกต่างกัน คือ พลังงานการหมุน (Rotational energy) และ พลังงานการเลื่อนที่ (Translational energy) ซึ่งอธิบายเพิ่มเติมโดยวิธีของจาโคเบียน ซึ่งเป็นฟังก์ชันระหว่างคาร์ทีเซียนสเปส และจอยส์สเปส ถ้าจุดศูนย์กลางมวล (Center of mass) ของลิงค์ i ถูกพิจารณาทั้งความเร็วเชิงเส้น V_{ci} และความเร็วเชิงมุม ω_i สามารถเขียนในรูป

$$\bar{V}_{ci(3 \times 1)} = J_{v_{ci}}(q)_{(3 \times n)} \times \dot{q}_{(n \times 1)} \quad (2.18)$$

$$\bar{\omega}_{i(3 \times 1)} = {}^iR(q) J_{\omega_i}(q)_{(3 \times n)} \times \dot{q}_{(n \times 1)} \quad (2.19)$$

โดยที่ J_v คือ ความเร็วของจาโคเบียน (Velocity Jacobian) $\dot{q}$ คือ ความเร็วเชิงมุมของจาโคเบียน ส่วนเมตริกซ์ iR คือ เมตริกซ์การหมุนที่ควบคุมความเร็วเชิงมุม สามารถรวมสมการ 2.18 และ 2.19 จากสมการ 2.10 ได้ว่า

$$\begin{bmatrix} \bar{V} \\ \dots \\ \bar{\omega} \end{bmatrix}_{6 \times 1} = \begin{bmatrix} J_v \\ \dots \\ J_\omega \end{bmatrix}_{6 \times n} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad (2.20)$$

ตัวอย่างเช่น มวลของลิงค์ i (m_i) มีเมตริกซ์ความเฉื่อยของลิงค์ i (I_i) เมื่อนำไปพิจารณาเฟรม i ที่จุดศูนย์กลางของมวล และเมื่อพิจารณาพลังงานจลน์ทั้งหมด $K(q)$ สามารถถูกเขียนได้ในรูปของ Spong.⁽⁷⁾ ดังนี้

$$K(q) = \frac{1}{2} \dot{q}^T \sum_{i=1}^n [m_i J_{v_i}(q)^T J_{v_i}(q) + J_{\omega_i}(q)^T R_i(q) I_i R_i(q)^T J_{\omega_i}(q)] \dot{q} \quad (2.21)$$

หรือ

$$K(q) = \frac{1}{2} \dot{q}^T D(q) \dot{q} \quad (2.22)$$

หรือเขียนใหม่ได้ว่า

$$K(q) = \sum_j d_{jj}(q) \ddot{q}_j + \sum_{i,j} c_{ijk} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (2.23)$$

โดยที่ $D(q)$ เรียกว่า พอสซิทีฟดีฟไฟนิทเมตริกซ์ (Positive definite matrix) ซึ่งอยู่ในรูปเมตริกซ์ $n \times n$ และอาจเรียกเมตริกซ์ D อีกชื่อหนึ่งได้ว่า เมตริกซ์ความเฉื่อยในทางพลศาสตร์ ส่วน c_{ijk} เรียกว่า คริสทอฟเฟลซิมโบวล (Christoffel symbols) เขียนในรูปสมการได้ว่า

$$D(q) = \sum_{i=1}^n (m_i J_{v_i}^T J_{v_i} + J_{\omega_i}^T R_i I_i R_i^T J_{\omega_i}) \quad (2.24)$$

และ

$$c_{ijk} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial d_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} \right\} \quad (2.25)$$

2.2.7.2 พลังงานศักย์ของระบบกลศาสตร์ (Potential energy)

เมื่อวัตถุมีการเคลื่อนที่เปลี่ยนแปลงความสูงเทียบกับแนวระดับ จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงพลังงานด้วย เรียกว่า พลังงานศักย์ ($V(q)$) โดย Craig.⁽¹⁶⁾ สามารถแสดงพลังงานศักย์ในเทอมของแรงโน้มถ่วงได้ว่า

$$\phi_k = \frac{\partial V}{\partial q_k} \quad (2.26)$$

2.2.7.3 สมการออยเลอร์-ลากรางจ์ (Euler-Lagrange equation)

เป็นผลจากสมการเชิงอนุพันธ์ (Differential equation) ใช้อธิบายการเปลี่ยนแปลงของเวลาของระบบกลศาสตร์ สามารถเขียนสมการได้ในรูป

$$\tau = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad , \quad i = 1, \dots, n \quad (2.27)$$

โดยที่ L คือ ค่าลากรางจ์ของระบบ เป็นผลต่างระหว่างพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ สามารถอธิบายได้จากสมการ $L = K - V$ ซึ่งฟังก์ชัน V คือ พลังงานศักย์ K คือ พลังงานจลน์ของระบบ τ คือ แรงบิด (Actuator torques) หรือแรงภายนอก (External forces) และ n คือ จำนวนระดับขั้นความเสรี ซึ่ง Spong.⁽¹⁸⁾ อธิบายสมการออยเลอร์-ลากรางจ์ ให้สามารถเขียนเป็นรูปสมการได้ว่า

$$\tau_k = \sum_j d_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum_{i,j} c_{ijk} \dot{q}_i \dot{q}_j + \phi_k(q) \quad , \quad k = 1, \dots, n \quad (2.28)$$

จากสมการนี้มีเทอมหลักๆสามเทอม คือ ในเทอมแรกเกี่ยวข้องกับอนุพันธ์กำลังสอง (Second derivative) ของพิกัด (Generalized coordinates) เทอมที่สอง คือ เทอมสมการกำลังสอง (Quadratic terms) ของอนุพันธ์กำลังหนึ่ง (First derivative) ของพิกัด ซึ่งสามารถเขียนได้ในรูป $\dot{q}_i \dot{q}_j$ และ $\dot{q}_i \dot{q}_j$ ซึ่งเรียกว่าเทอมเซนทริฟูกอล (Centrifugal terms) และเทอมคอริโอลิส (Coriolis terms) ตามลำดับ ในเทอมสุดท้ายมีเพียง q ซึ่งไม่อยู่ในรูปของอนุพันธ์ (Derivative) ผลที่ได้เรียกว่าสมการการเคลื่อนที่ทางพลศาสตร์ของระบบกลศาสตร์ และเขียนได้ว่า

$$\tau = D(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + \phi(q) \quad (2.29)$$

2.2.8 ปัญหาการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดสำหรับระบบควบคุมทางพลศาสตร์

(Transcription method)

สามารถใช้หลักการของระเบียบวิธีเชิงตัวเลขมาอธิบายการทรานสคริปชัน (Transcription) โดยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข คือ กลุ่มของวิธีที่ใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการแบ่งข้อมูลเป็นช่วงๆ มีวิธีการแบ่งอยู่หลายวิธี ไม่ว่าจะเป็นเทคนิควิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite element method) วิธีคอลโลเคชันวิธีทางโพลีโนเมียล (Polynomial method) หรือวิธีดิสครีท (Discrete) เป็นต้น แล้วแต่ความเหมาะสมของปัญหาที่ต้องการศึกษา โดยจะต้องแก้ปัญหาพร้อมกับการใช้โปรแกรมด้วยภาษาทางคอมพิวเตอร์ ซึ่งการแปลงปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของระบบควบคุมทางพลศาสตร์ไปเป็นโปรแกรมทางคณิตศาสตร์นั้น ต้องทำฟังก์ชันให้เป็นช่วงๆ ตามวิธีของการอินทิเกรตโดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข แต่เนื่องจาก $x(t)$ และ $u(t)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง ดังนั้นปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของระบบพลศาสตร์สามารถแปลง หรืออธิบายได้ในรูปของวิธีแก้ปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น

โดยขั้นตอนการแก้ปัญหาของการทรานสคริปชัน มีสองขั้นตอนคือ

ขั้นตอนที่หนึ่ง คือ การแปลงปัญหาทางพลศาสตร์ (Dynamics) ให้เป็นปัญหาทางสถิตยศาสตร์ (Statics) และขั้นตอนที่สอง คือ หาคำตอบของปัญหาทางสถิตยศาสตร์ โดยใช้การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของระบบพลศาสตร์ด้วยวิธีการทำให้เป็นตัวแปร ซึ่งสามารถเลือกวิธีแก้ปัญหาได้สองแบบ คือ วิธีตรง (Direct approach) และวิธีอ้อม (Indirect approach) ขึ้นอยู่กับปัญหาที่จะนำมาพิจารณา โดยแต่ละแบบมีข้อเด่น ข้อจำกัด และมีวิธีการแก้ปัญหาดังนี้

2.2.8.1 วิธีตรง (Direct approach หรือ Direct transcription)

โดยที่ Agrawal.⁽¹⁾ อธิบายว่า วิธีตรงเป็นวิธีที่มีสเตทวารีเอเบิลและคอนโทรลวารีเอเบิล เป็นพารามิเตอร์ และหาคำตอบโดยวิธีทางโพลีโนเมียล ซึ่งเป็นวิธีเชิงตัวเลข ทำการแก้ปัญหาโดยการเปลี่ยนปัญหาที่ได้เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ และสมการทางพีชคณิต (Algebraic equation) ซึ่งใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการกำหนดเงื่อนไขของค่าต่ำสุดและสูงสุด โดยวิธีตรงสามารถเรียกรวมๆ ได้ว่า Differential Algebraic equation (DAE) โดยมีข้อดีคือ เป็นวิธีที่ลดจำนวนปัญหาค่าเริ่มต้นให้เหลือน้อยที่สุด แต่มีข้อจำกัดคือ ผลที่อยู่ในรูปปัญหาทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดของระบบสถิตยศาสตร์จะมีจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่ามากมาย เนื่องจากยังไม่มีเงื่อนไขใดๆ เข้ามาช่วยควบคุมคอนโทรลวารีเอเบิล

เมื่อพิจารณาปัญหาที่ต้องการหาค่าคอนโทรลวารีเอเบิล $\bar{u}(t)$ ให้ปริมาณของคอสฟังก์ชันนอลให้มีค่าต่ำที่สุด สามารถเขียนสเตทเมนต์ออฟพروبเล็ม (Statement of problem) ได้ในรูป

$$J' = \phi(\bar{x}(t_f)) + \int_0^{t_f} L(t, \bar{x}, \bar{u}) dt \quad (2.30)$$

หรือ

$$J' = \phi(t, x_1, x_2, \dots, x_n)_{t_f} + \int_{t_0}^{t_f} L(t, x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m) dt \quad (2.31)$$

จากสมการ 2.31 ในเทอม $\phi(t, x_1, x_2, \dots, x_n)_{t_f}$ เรียกว่าเทอมินอลเทอม (Terminal term) เป็นฟังก์ชันของตัวแปรที่อยู่ ณ เวลาสุดท้าย และ $\int_{t_0}^{t_f} L(t, x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m) dt$ เรียกว่า อินทิกรัลเทอม (Integral term) เป็นค่าของฟังก์ชันที่ต้องการหาค่าความเหมาะสมสูงสุดตลอดช่วงเวลา

โดยที่ค่า J' คือ คอสฟังก์ชันนอล n คือ จำนวนของสเตทวารีเอเบิล และ m คือ จำนวนของ คอนโทรลวารีเอเบิล ซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$\dot{\bar{x}} = \bar{f}(t, \bar{x}, \bar{u}) \quad (2.32)$$

สามารถเขียนเป็นรูปแบบอย่างง่ายได้ว่า

$$\dot{\bar{x}}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m, t) ; i = 1, 2, \dots, n \quad (2.33)$$

ต่อมาพิจารณา $\bar{x}(0) = \bar{x}_0$ ซึ่งหมายถึงการแสดงการทำงานที่สถานะเวลาเริ่มต้นเป็นศูนย์ (t_0) หรือเริ่มทำงานจากจุดหยุดนิ่ง และที่สเตทวารีเอเบิลให้ $\bar{x}(t) \in R^n$ ซึ่งเวลาที่จุดปลายทาง (t_f) มีค่าแน่นอน เนื่องจากสามารถกำหนดได้เอง และรู้สถานะเริ่มต้นทั้งหมดจากเงื่อนไขบังคับ (Constraints) และนำมารวมไว้ในคอสฟังก์ชันนอลผ่านตัวคูณลากรางจ์ (Lagrange multipliers) $\bar{\lambda}(t) \in R^n$ แล้วจึงได้สมการเป็น

$$J = \Phi + \int_{t_0}^{t_f} [L + \bar{\lambda}^T (\bar{f} - \dot{\bar{x}})] dt \quad (2.34)$$

เมื่อพิจารณาค่าคอนโทรลวารีเอเบิลจากค่าเริ่มต้น (Initial guess; $\bar{u}_0(t)$) จะทำให้ทราบค่า คอนโทรลอินพุต (Control input; $\bar{u}^1(t)$) และปรับปรุงค่านี้ไปเรื่อยๆ จนทำให้คอสฟังก์ชันนอลมีจำนวนลดลง โดยสามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างค่าเริ่มต้น และคอนโทรลอินพุตได้ว่า

$$\bar{u}^1(t) = \bar{u}^0(t) + \bar{h}_u(t) \quad (2.35)$$

โดยที่ $\bar{h}_u(t)$ คือ ค่าที่เพิ่มขึ้นไปเรื่อยๆของค่าเริ่มต้นทุกๆครั้งที่ทำการหาค่า จากหลักการดังกล่าวเป็นการทำปัญหาจากพารามิเตอร์กลายเป็นปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น ปัญหาจะถูกแบ่งออกเป็นช่วงๆ เรียกว่า เฟส (Phase) ตามวิธีเชิงตัวเลข ตัวแปรทั้งหมดไม่ว่าจะเป็น $x(t), u(t)$ และ t จะถูกกำหนดให้ตรงกับแต่ละเฟสในแต่ละช่วงเวลา

พิจารณาเวลา (t) ในแต่ละช่วงเวลา (Interval; k) กำหนดให้เวลาเริ่มต้น (Initial time; t_m^k) และเวลาที่จุดสุดท้าย (Final time; t_f^k) เป็น $t_m^k \geq t \geq t_f^k$ หรือ $t_m^{k+1} = t_f^k$ ต่อจากนั้นกลุ่มของตัวแปรที่ไม่เป็นอิสระ (Dependent variable) เช่น ความเร็ว ระยะทาง ความดัน เป็นต้น จะขึ้นกับสเกลทวาริเอเบิล และคอนโทรลวารีเอเบิล โดยจะถูกกำหนดขึ้นเป็นขอบเขตของตัวแปรใหม่ แต่ในบางปัญหาอาจมีตัวแปรอิสระที่ไม่ขึ้นกับเวลา (Independent variable) ซึ่งเป็นตัวแปรที่มีมิติ เช่น แรงดึงดูดของโลก ความหนาแน่นของของไหล คำนิจลปริง เป็นต้น

สำหรับแต่ละเฟสของเงื่อนไขขอบเขตถูกกำหนดไว้ที่เวลาเริ่มต้นของเฟสแรก ($k = 1$) และเฟสสุดท้าย $k = n$ นั่นคือ

$$\Psi_L \leq \Psi \begin{bmatrix} x^{(1)}(t_o^{(1)}), u^{(1)}(t_o^{(1)}), p^{(1)}, t_o \\ x^{(1)}(t_f^{(1)}), u^{(1)}(t_f^{(1)}), p^{(1)}, t_f \\ x^{(2)}(t_o^{(2)}), u^{(2)}(t_o^{(2)}), p^{(2)}, t_o \\ x^{(2)}(t_f^{(2)}), u^{(2)}(t_f^{(2)}), p^{(2)}, t_o \\ x^{(N)}(t_o^{(N)}), u^{(N)}(t_o^{(N)}), p^{(N)}, t_o \\ x^{(N)}(t_f^{(N)}), u^{(N)}(t_f^{(N)}), p^{(N)}, t_f \end{bmatrix} \leq \Psi_u \quad (2.36)$$

โดยที่ตัวแปร p เป็นค่าที่ถูกกำหนดไว้ในแต่ละเฟส ทำให้ ψ เสมือนเป็นฟังก์ชันของค่าเป็นจุดๆ ไม่มีความต่อเนื่องของข้อมูล โดยสามารถกำหนดขอบเขต (Boundary) หรือช่วง (Ranges) ของสถานะ (States) หรือคอนโทรลวารีเอเบิลได้ว่า

$$\underline{x}_L^k \leq \underline{x}^k(t) \leq \underline{x}_U^k \quad (2.37)$$

$$\underline{u}_L^k \leq \underline{u}^k(t) \leq \underline{u}_U^k \quad (2.38)$$

1. ปัญหาของสมการที่เป็นเชิงเส้น (Linear programming problem)

เป็นการแก้ปัญหาการหาค่าความเหมาะสมสูงสุดซึ่งอธิบายด้วยสมการที่เป็นเชิงเส้น เราเรียกว่า การแก้ปัญหาของสมการที่เป็นเชิงเส้น ซึ่งเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่จัดเป็นปัญหาที่เป็นฟังก์ชันของเวลา (Time variant) ซึ่งไม่ขึ้นกับฟังก์ชันของตัวแปร x ในการพิจารณาว่าปัญหาใดเป็นการแก้ปัญหา

ของระบบสมการที่เป็นเชิงเส้น คือปัญหานั้นเมื่อเขียนในรูปของเมตริกซ์แล้ว เมตริกซ์ A เป็นเมตริกซ์ที่ไม่ติดในรูป x หรือตัวแปรอื่นใด เป็นเพียงเมตริกซ์ที่แสดงในรูปตัวเลขหรือเมตริกซ์ที่ขึ้นกับเวลา

รูปแบบทั่วไปของระบบสมการที่ใช้แก้ปัญหาของระบบสมการที่เป็นเชิงเส้น เขียนได้ดังนี้

$$Ax + B = 0 \quad (2.39)$$

จากสมการ 2.39 สามารถแสดงในรูปของเมตริกซ์ได้ว่า

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} [x] + \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = 0 \quad (2.40)$$

โดยปกติปัญหาที่ได้มักไม่ค่อยพบในรูปแบบสมการที่เป็นเชิงเส้น เนื่องจากปัญหาทั่วไปมักติดในรูปตัวแปร และมีมุมเข้ามาเกี่ยวข้อง

2. ปัญหาของสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear programming problem)

โดยทั่วไปแล้วปัญหาเกี่ยวกับงานทางวิศวกรรมส่วนใหญ่เป็นสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้นแทบทั้งสิ้น เนื่องจากมีหลักการพิจารณาว่า หากพบปัญหาที่มีสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้นบางสมการ ก็ถือว่าเป็นปัญหาของระบบสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้นได้เลย การแก้ปัญหของระบบสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้นมักจะถูกนำมาแก้ปัญหาร่วมกับปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของคอสฟังก์ชันนอล ประกอบด้วยเงื่อนไขบังคับที่เป็นสมการ (Equality constraints) และเงื่อนไขบังคับที่เป็นอสมการ (Inequality constraints) สมมติให้สมการที่ไม่เป็นเชิงเส้นอยู่ในรูปของฟังก์ชัน

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2.41)$$

และ

$$h_k(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad , \quad k = 1, 2, \dots, l \quad (2.42)$$

$$g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad , \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2.43)$$

$$x_i^l \leq x_i \leq x_i^u \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.44)$$

โดยที่ h_k คือ เงื่อนไขบังคับที่เป็นสมการ และ g_j คือ เงื่อนไขบังคับที่เป็นอสมการ

มีบางกรณีที่มีปัญหามีฟังก์ชันเป้าหมายที่ต้องการ (Objective function) เท่านั้นที่เป็นสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น นอกนั้นไม่ว่าจะเป็นเงื่อนไขบังคับต่างๆก็เป็นสมการเชิงเส้นทั้งหมด แต่ก็ต้องแก้ปัญหาแบบสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้นเท่านั้น ซึ่งคำตอบของปัญหาจะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขของค่าต่ำสุดและสูงสุดและระดับของปัญหานั้นด้วย เมื่อผ่านการแก้ปัญหของสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้นคำตอบที่ได้ก็ถือว่าเป็นค่าที่เหมาะสมที่สุด (Optimum) ของปัญหานั้นได้ และถ้าสามารถแก้ปัญหให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของค่าต่ำสุดและสูงสุดและสภาวะที่เพียงพอ จะเรียกว่าคำตอบที่ได้เป็นค่าที่เหมาะสมที่สุดอย่างแท้จริง เรียกว่าคำตอบที่เหมาะสมที่สุด (Optimum solution)

การแก้ปัญหของสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น สามารถแบ่งการแก้ปัญหออกเป็นสามกรณี คือ

- ปัญหาที่มีเงื่อนไขบังคับที่เป็นสมการ

เป็นปัญหาที่มีเงื่อนไขบังคับที่เป็นสมการเพียงอย่างเดียว รูปแบบของสมการจะมีเครื่องหมายเท่ากับให้สมการอยู่ในรูปของฟังก์ชัน

$$f(x_1, x_2) : -x_1 x_2 \quad (2.45)$$

สมมติตัวอย่างดังนี้

$$h_1(x_1, x_2) : 17x_1 + 10x_2 - 1978 = 0 \quad (2.46)$$

$$h_2(x_1, x_2) : 3x_1^2 + 8x_2^2 = 1989 \quad (2.47)$$

โดยที่

$$0 \leq x_1 \leq 3 \quad ; \quad 0 \leq x_2 \leq 3 \quad (2.48)$$

สมการ 2.46 และ 2.47 เป็นเงื่อนไขบังคับของปัญหาแบบระบบสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้นที่สามารถให้คำตอบสำหรับปัญหาแบบสองตัวแปร ทำให้ปัญหาดังกล่าวสามารถหาค่าเหมาะสมที่สุดได้ จึงสมมติให้กรณีทั่วไปตัวแปรที่ทำให้เป้าหมายที่ต้องการ (Objective) มีค่าต่ำที่สุดจะเป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหา ซึ่งเมื่อพิจารณาเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์แล้วจะเป็นปัญหาที่ค่อนข้างแก้ได้ง่าย แต่เมื่อนำมาแก้ปัญหด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขคำตอบที่ได้จะแก้ได้ยากและค่อนข้างอยู่ในวงจำกัด

- ปัญหาที่มีเงื่อนไขบังคับที่เป็นอสมการ

เป็นปัญหาที่มีเงื่อนไขบังคับที่เป็นอสมการ รูปแบบของสมการจะมีเครื่องหมายมากกว่า น้อยกว่า ร่วมกับเครื่องหมายเท่ากับเสมอ ให้สมการอยู่ในรูปของฟังก์ชัน

$$f(x_1, x_2) : -x_1 x_2 \quad (2.49)$$

สมมติตัวอย่างดังนี้

$$h_1(x_1, x_2) : 17x_1 + 10x_2 - 1978 \leq 0 \quad (2.50)$$

$$h_2(x_1, x_2) : 3x_1^2 + 8x_2^2 \leq 1989 \quad (2.51)$$

โดยที่

$$0 \leq x_1 \leq 3 \quad ; \quad 0 \leq x_2 \leq 3 \quad (2.52)$$

สมการ 2.50 และ 2.51 เป็นเงื่อนไขบังคับของปัญหาแบบระบบสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้นที่สามารถให้คำตอบสำหรับปัญหาแบบสองตัวแปรที่ให้คำตอบมีความยืดหยุ่นมากกว่าในการค้นหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด เนื่องจากขอบเขตของคำตอบที่ใช้ได้กว้างกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับปัญหาที่มีเงื่อนไขบังคับที่เป็นสมการ ซึ่งเมื่อพิจารณาเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์จะเป็นปัญหาที่แก้ได้ยาก แต่เมื่อนำมาแก้ปัญหาด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขคำตอบที่ได้จะแก้ได้ค่อนข้างง่าย

- ปัญหาแบบไม่มีเงื่อนไขบังคับ (Unconstraint)

วิธีนี้การออกแบบตัวแปรจึงเป็นสิ่งที่สำคัญมาก เนื่องจากเป็นวิธีที่ไม่มีเงื่อนไขบังคับใดๆ มาเกี่ยวข้อง แต่ถ้าเรากำหนดขอบเขตบน (Upper bounded) และขอบเขตล่าง (Lower bounded) ของตัวแปรก็จะสามารถทำให้ได้คำตอบคำตอบที่ได้เป็นไปตามวัตถุประสงค์ ให้สมการอยู่ในรูปของฟังก์ชัน

$$f(x_1, x_2) : -x_1 x_2 \quad (2.53)$$

โดยที่

$$0 \leq x_1 \leq 3 \quad ; \quad 0 \leq x_2 \leq 3 \quad (2.54)$$

2.2.8.2 วิธีอ้อม (Indirect approach หรือ Indirect transcription)

อธิบายโดย Agrawal. ⁽¹⁾ ว่าเป็นวิธีที่ประกอบไปด้วยเงื่อนไขขอบเขตและเงื่อนไขของค่าต่ำสุดและสูงสุด ในการหาคำตอบของฟังก์ชัน โดยการหาเงื่อนไขของค่าต่ำที่สุด (Minimum) หรือสูงที่สุด (Maximum) ซึ่งทำให้รูปแบบของคอสฟังก์ชันนอลถูกเปลี่ยนจากสมการอินทิกรัลมาเป็นสมการเชิงอนุพันธ์แล้วแก้ปัญหาแบบระบบสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น โดยเงื่อนไขของค่าต่ำสุดและสูงสุดสามารถแก้ปัญหาโดยใช้

แคลคูลัสของความแปรปรวน หลักการการหาค่าที่ต่ำที่สุดหรือหลักการของพอนทียากิน (Pontryagin's principle) ก็ได้แล้วแต่ความเหมาะสมของปัญหา

แคลคูลัสของความแปรปรวน

เป็นระเบียบวิธีที่จะทำให้ได้คำตอบว่าปริมาณอันหนึ่งซึ่งเกี่ยวเนื่องกับตัวแปรจำนวนหนึ่งจะให้ค่าต่ำสุดและสูงสุดเมื่อใด เป็นประโยชน์เมื่อต้องการประยุกต์ทรัพยากรในการดำเนินกิจกรรมต่างๆ ซึ่งส่งผลต่อการเลือกรูปแบบของการดำเนินกิจกรรม การเลือกเส้นทาง (Path) การเลือกรูปทรงของวัสดุ เป็นต้น โดยปกติแล้ว การประยุกต์พลังงานนี้จะเขียนในรูปอินทิกรัล ผลลัพธ์ของแคลคูลัสของความแปรปรวนนั้นให้ประโยชน์ในการพัฒนาทฤษฎีของความเหมาะสมของระบบพลศาสตร์

ให้ฟังก์ชันนอลของแคลคูลัสของความแปรปรวนเป็น (Functional; $J[x]$) ซึ่งเป็นฟังก์ชันพื้นฐาน โดยที่

$$J[x] = \int_{t_0}^{t_f} F(t, x, \dot{x}) dt \quad (2.55)$$

ซึ่งฟังก์ชัน $x(t)$ จะต่อเนื่องจนถึงจำนวนจริง ถ้ากำหนด $x(t)$ มาให้ ฟังก์ชันนอล $J[x]$ สามารถหาค่าได้จากทั้งการวิเคราะห์ (Analytically) หรือการพิจารณาทางตัวเลข (Numerically) โดยฟังก์ชันนี้มีค่าเป็นปริมาณสเกลาร์และอาจจะมีค่าต่อเนื่องที่หลายฟังก์ชันเช่นเดียวกับ

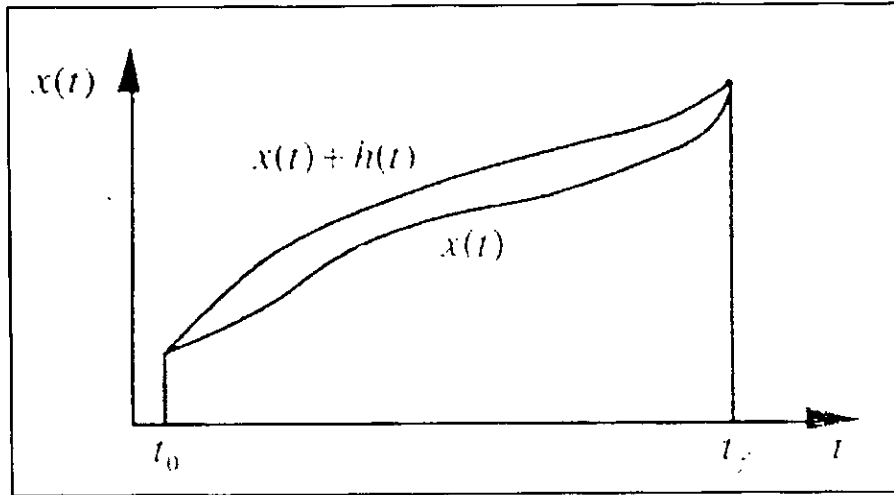
$$J[x_1, x_2, \dots, x_n] = \int_{t_0}^{t_f} F(t, x_1, x_2, \dots, x_n, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_n) dt \quad (2.56)$$

ดังนั้นฟังก์ชันจะต่อเนื่องจาก $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ จนถึงจำนวนจริง $J[x_1, x_2, \dots, x_n]$ ในกรณีนี้เมื่อค่าต่างๆที่จุดปลายทางเป็นฟังก์ชันที่เกี่ยวข้องกับเงื่อนไขบังคับ พิจารณาฟังก์ชันของการเป็นค่าต่ำสุดหรือสูงสุด จุดที่น่าสนใจของหัวข้อนี้คือการหาเงื่อนไขของค่าต่ำสุดและสูงสุด สำหรับค่าที่สุดของฟังก์ชันนอล โดยฟังก์ชันนอล $J[x_1, x_2, \dots, x_n]$ สามารถวิเคราะห์ได้ 3 ลักษณะดังนี้

- กรณีที่มีเวลาและตำแหน่งที่แน่นอน (Fixed end time and end points)

เป็นฟังก์ชันที่กำหนดเวลาเริ่มต้น (t_0) เวลาสุดท้าย (t_f) รวมทั้งค่าของฟังก์ชัน $x(t_0), x(t_f)$ ไว้แล้ว มีฟังก์ชัน $F(t, x_1, x_2, \dots, x_n, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_n)$ เป็นความต่อเนื่องที่อนุพันธ์ลำดับที่หนึ่ง และสองได้ด้วยตัวมันเอง โดยความต่อเนื่องทั้งหมด และความสามารถในการแบ่งแยกกันของฟังก์ชัน (Differentiable functions) เป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตของ $x(t_0) = x_0, x(t_f) = x_f$ โดยเวลาที่ใช้จะอยู่ระหว่าง $t_0 \leq t \leq t_f$ และหาค่าฟังก์ชัน $x(t)$ ซึ่งเป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุด (Extremizes) ของฟังก์ชันนอลได้จากสมการ

เมื่อพิจารณาความยาวของเส้นโค้งในพื้นที่ $x-t$ เป็นความต่อเนื่องของฟังก์ชันหลายฟังก์ชัน จากเวลาเริ่มต้นไปจนเวลาสุดท้าย $t_0 \leq t \leq t_f$ ตามภาพประกอบ 9



ภาพประกอบ 9 แสดงค่าที่เพิ่มขึ้นของ $h(t)$ ภายใต้สภาวะขอบเขตของ $x(t)$ ในกรณีที่มีเวลาและตำแหน่งที่แน่นอน (Fixed end time and end points) ⁽¹⁾

ถ้าให้ $x(t)$ ถูกเพิ่มค่าขึ้นเรื่อยๆ โดย $h(t)$ แต่ยังคงอยู่ในเงื่อนไขขอบเขต ทำให้ $h(t_0) = h(t_f) = 0$ ฟังก์ชันฮามิลโทเนียนในสมการ 2.55 จะถูกเปลี่ยนแปลงเป็น

$$\begin{aligned}\Delta J &= J[x+h] - J[x] \\ &= \int_{t_0}^{t_f} [F(t, x+h, \dot{x}+\dot{h}) - F(t, x, \dot{x})] dt\end{aligned}\quad (2.57)$$

โดยที่ ΔJ เป็นฟังก์ชันฮามิลโทเนียนที่ถูกเปลี่ยนแปลงเนื่องจากการเพิ่มขึ้นของ $h(t)$ เมื่อใช้อนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor's series) กระจายสมการและตัดเทอมที่มีดีกรีตั้งแต่สองขึ้นไป (Higher order terms) ที่จะได้ว่า

$$\Delta J = \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{\partial F}{\partial x} h + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \dot{h} \right) dt \quad (2.58)$$

ซึ่ง δJ เป็นการประมาณค่าของ ΔJ เมื่อตัดเทอมที่มีดีกรีตั้งแต่สองขึ้นไป ต่อมาเมื่อทำการอินทิเกรตสมการ 2.58 ในเทอมที่สองโดยวิธีอินทิเกรตพาร์ต (by parts) จะได้ว่า

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right) h dt + \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} h \right) \Big|_{t_f} - \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} h \right) \Big|_{t_0} \quad (2.59)$$

โดยเงื่อนไขของค่าต่ำสุดและสูงสุดของค่าเหมาะสมสูงสุด เป็นค่าที่ทำให้ $\delta J = 0$ โดยตัวที่ทำให้เป็นเช่นนั้นอยู่ที่ค่า $h(t)$ คือการทำให้ $h(t_0) = h(t_f) = 0$ ดังนั้นจึงสมมติให้ F เป็นอนุพันธ์ต่อเนื่อง (Continuous derivatives) ทำให้ได้ค่าความต่อเนื่องเป็น

$$\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right) = 0 \quad (2.60)$$

การหาค่า $x(t)$ สามารถหาค่าเงื่อนไขขอบเขตได้จากการกำหนดให้ $x(t_0) = x_0$ และ $x(t_f) = x_f$ โดยแบ่งการพิจารณาการหาค่า F ออกเป็นสามกรณีคือ

- กรณีที่หนึ่ง ค่า F ไม่ขึ้นกับ x จากสมการ 2.55 สามารถเขียนรูปสมการใหม่เขียนได้เป็น

$$J[x] = \int_{t_0}^{t_f} F(t, \dot{x}) dt \quad (2.61)$$

ดังนั้นในสมการ 2.60 รูปแบบสมการจึงเป็น

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right) = 0 \quad (2.62)$$

และ

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} = c \quad (2.63)$$

โดยที่ c คือ ค่าคงที่ (Constant)

- กรณีที่สอง ค่า F ไม่ขึ้นกับ t ดังนั้นฟังก์ชันของ $F(x, \dot{x})$ ในสมการ 2.60 รูปแบบ

สมการจึงเป็น

$$\frac{d}{dt} \left(F - \dot{x} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right) = 0 \quad (2.64)$$

และ

$$F - \dot{x} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right) = c \quad (2.65)$$

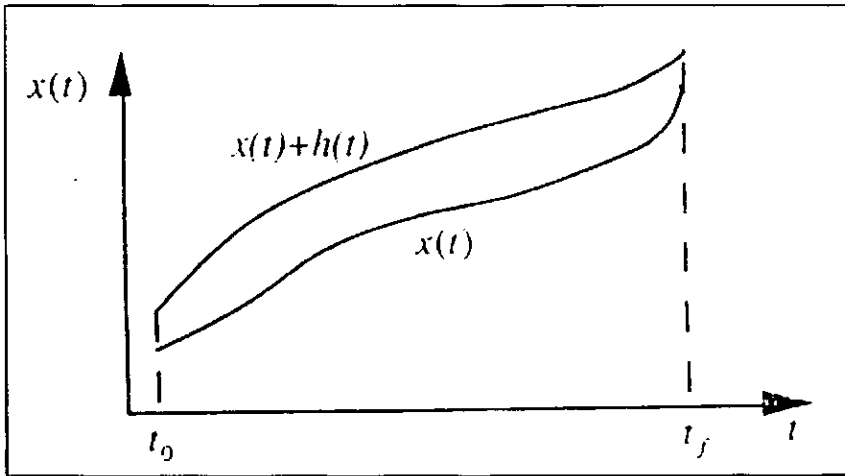
- กรณีที่สาม ค่า F ไม่ขึ้นกับ $\dot{x}$ ดังนั้นฟังก์ชันของ $F(x, t)$ ในสมการ 2.60 รูปแบบ

สมการจึงเป็น

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 0 \quad (2.66)$$

- กรณีมีเวลาที่มีปลายทางที่แน่นอนและมีตำแหน่งปลายทางที่แปรผันได้ (Fixed end times and variable end points)

เป็นฟังก์ชันที่กำหนดเวลาเริ่มต้น (t_0) เวลาสุดท้าย (t_f) แต่ค่าของฟังก์ชัน $x(t_0), x(t_f)$ เป็นอิสระ มีฟังก์ชัน $F(t, x, \dot{x})$ เป็นความต่อเนื่องที่อนุพันธ์อันดับที่หนึ่งและสองได้ด้วยตัวมันเอง โดยความต่อเนื่องทั้งหมด และความสามารถในการแบ่งแยกกันของฟังก์ชันเป็นไปตามสภาวะขอบเขตของ $x(t_0) = x_0, x(t_f) = x_f$ โดยค่าฟังก์ชัน $x(t)$ ซึ่งเป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของฟังก์ชันนอลหาได้จากสมการ 2.55 เมื่อพิจารณาความยาวของเส้นโค้งในพื้นที่ $x-t$ ตามภาพประกอบ 10



ภาพประกอบ 10 แสดงค่าที่เพิ่มขึ้นของ $h(t)$ ภายใต้สภาวะขอบเขตของ $x(t)$ ในกรณีที่มีเวลาที่ปลายทางที่แน่นอนและมีตำแหน่งปลายทางที่แปรผันได้ (Fixed end times and variable end points)⁽¹⁾

ให้ $x(t)$ ถูกเพิ่มค่าขึ้นเรื่อยๆ โดย $h(t)$ แต่ยังคงอยู่ในสภาวะขอบเขต ทำให้ $h(t_0) = h(t_f) = 0$ ฟังก์ชันนอล $J[x]$ ในสมการ 2.55 จะถูกเปลี่ยนแปลงเป็น ΔJ และเมื่อใช้อนุกรมเทย์เลอร์กระจายสมการและตัดเทอมที่มีดีกรีตั้งแต่สองขึ้นไปทิ้ง แล้วทำการอินทิเกรตพาร์ท จะได้ฟังก์ชันนอล ΔJ ใหม่ คือ

$$\Delta J = \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right) h dt + \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} h \right)_{t_f} - \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} h \right)_{t_0} \quad (2.67)$$

แต่เนื่องจากว่า $x(t_0), x(t_f)$ มีค่าอิสระ ไม่คงที่ ทำให้ค่า $h(t_0), h(t_f)$ มีค่าเปลี่ยนแปลงได้ตลอดเวลา ดังนั้นเงื่อนไขของค่าต่ำสุดและสูงสุดของฟังก์ชันแบบนี้ได้แก่

$$\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right) = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.68)$$

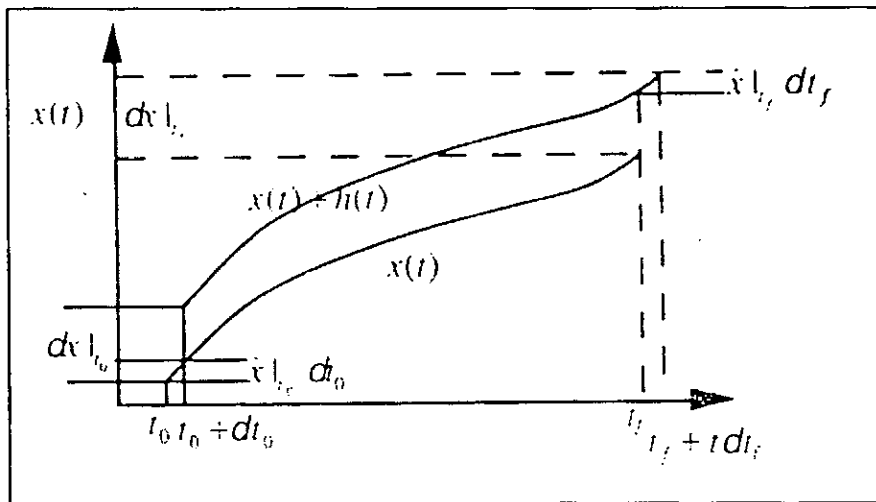
$$\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \Big|_{t_0} = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.69)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \Big|_{t_i} = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.70)$$

ซึ่งสุดท้ายแล้วคำตอบที่เหมาะสมที่สุด $x(t)$ ทำให้สามารถหาค่าเงื่อนไขขอบเขตได้ แต่จะได้ค่าเงื่อนไขขอบเขตสองค่า หรืออาจเรียกว่าเป็นสองจุดสุดท้าย (Two end points)

- กรณีที่มีเวลาที่ปลายทางและตำแหน่งที่ปลายทางมีค่าที่แปรผันได้ (Variable end time and end points)

เป็นฟังก์ชันที่เป็นอิสระทั้งเวลาเริ่มต้น (t_0) เวลาสุดท้าย (t_f) รวมทั้งค่าของฟังก์ชัน $x(t_0)$ $x(t_f)$ เมื่อพิจารณาความยาวของเส้นโค้งในพื้นที่ $x-t$ เป็นความต่อเนื่องของฟังก์ชันหลายฟังก์ชันจากเวลาเริ่มต้นไปจนเวลาสุดท้าย $t_0 \leq t \leq t_f$ ตามภาพประกอบ 11



ภาพประกอบ 11 แสดงค่าที่เพิ่มขึ้นของ $h(t)$ ภายใต้สภาวะขอบเขตของ $x(t)$ ในกรณีที่มีเวลาที่ปลายทางและตำแหน่งที่ปลายทางมีค่าที่แปรผันได้ (Variable end time and end points) ⁽¹⁾

ให้ $x(t)$ ซึ่งเป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของฟังก์ชันนอลถูกเพิ่มค่าขึ้นเรื่อยๆ โดย $h(t)$ แต่ยังคงอยู่ในสภาวะขอบเขต ทำให้ $h(t_0) = h(t_f) = 0$ ฟังก์ชันนอลในสมการ 2.55 จะถูกเปลี่ยนแปลงเป็น

$$\begin{aligned}
\Delta J &= J[x+h] - J[x] \\
&= \int_{t_0+\delta t_0}^{t_f+\delta t_f} F(t, x+h, \dot{x}+\dot{h}) dt - \int_{t_0}^{t_f} F(t, x, \dot{x}) dt \\
&= \int_{t_0}^{t_f} [F(t, x+h, \dot{x}+\dot{h}) - F(t, x, \dot{x})] dt + \int_{t_f}^{t_f+\delta t_f} F(t, x+h, \dot{x}+\dot{h}) dt - \int_{t_0}^{t_0+\delta t_0} F(t, x+h, \dot{x}+\dot{h}) dt
\end{aligned} \tag{2.71}$$

ใช้อินทิกรัลโดยปริมาตรกระจายสมการและตัดเทอมที่มีดีกรีตั้งแต่สองขึ้นไปทิ้งจะได้ว่า

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{\partial F}{\partial x} h + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \dot{h} \right) dt + F(t, x+h, \dot{x}+\dot{h})|_{t_f} \delta t_f - F(t, x+h, \dot{x}+\dot{h})|_{t_0} \delta t_0 \tag{2.72}$$

โดยที่ δJ เป็นการประมาณค่าของ ΔJ เมื่อตัดเทอมที่มีดีกรีตั้งแต่สองขึ้นไปทิ้ง แล้วทำการอินทิเกรตพาร์ต (by parts) จะได้ฟังก์ชันนอล δJ ใหม่ คือ

$$\begin{aligned}
\delta J &= \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right) h dt + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} h|_{t_f} - \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} h|_{t_0} \\
&\quad + F(t, x+h, \dot{x}+\dot{h})|_{t_f} \delta t_f - F(t, x+h, \dot{x}+\dot{h})|_{t_0} \delta t_0
\end{aligned} \tag{2.73}$$

แต่เมื่อกำหนดให้ $h(t_0) = \delta x|_{t_0} - \delta \dot{x}|_{t_0} \delta t_0$ และ $h(t_f) = \delta x|_{t_f} - \delta \dot{x}|_{t_f} \delta t_f$ จะสามารถเขียนรูปสมการอย่างง่ายได้ว่า

$$\begin{aligned}
\delta J &= \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right) h dt + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \delta x|_{t_f} - \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \delta x|_{t_0} \\
&\quad + \left[F - \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \dot{x} \right]_{t_f} \delta t_f - \left[F - \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \dot{x} \right]_{t_0} \delta t_0
\end{aligned} \tag{2.74}$$

การพิจารณาเงื่อนไขของค่าต่ำสุดและสูงสุดสำหรับค่าเหมาะสมสูงสุด นั่นคือการทำให้ $\delta J = 0$ โดยการกำหนด $h(t), \delta x|_{t_f}, \delta x|_{t_0}, \delta t_f$ และ δt_0 ดังนั้นสามารถกำหนดเงื่อนไขของค่าต่ำสุดและสูงสุดของฟังก์ชันลักษณะนี้ได้จาก

$$\text{สมการออยเลอร์} \quad \frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right) = 0 \quad (2.75)$$

$$\text{เงื่อนไขขอบเขต} \quad \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \Big|_{t_0} = 0 \quad (2.76)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \Big|_{t_f} = 0 \quad (2.77)$$

$$\left[F - \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \dot{x} \right]_{t_0} = 0 \quad (2.78)$$

$$\left[F - \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \dot{x} \right]_{t_f} = 0 \quad (2.79)$$

โดยทั้งสี่เงื่อนไขขอบเขตจากสมการ 2.76, 2.77, 2.78 และ 2.79 เป็นตัวบ่งค่าเหมาะสมสูงสุดของ $x(t)$

ต่อมาวิเคราะห์ปัญหาการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดสำหรับระบบควบคุมทางพลศาสตร์ ให้อยู่ในรูปที่สามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้นได้ เนื่องจากปัญหาการหาคำเหมาะสมที่สุดของระบบควบคุมทางพลศาสตร์ มีลักษณะของปัญหาแบบต่อเนื่อง (Continuous) จึงเป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับเวลา แต่ปัญหาโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้นเป็นการแก้ปัญหาแบบดิสครีต ดังนั้นจึงแบ่งกระบวนการแก้ปัญหาออกเป็นสองขั้นตอน คือ แปลงปัญหาจากเวลาต่อเนื่องเป็นดิสครีต โดยเทคนิคของวิธีคอลโลเคชัน ทำให้ปัญหาถูกศึกษาเป็นช่วงๆ และจะถูกแปลงจากปัญหาการหาคำเหมาะสมที่สุดของระบบควบคุมทางพลศาสตร์ (Dynamic optimization) เป็นปัญหาการหาคำเหมาะสมที่สุดของระบบควบคุมทางสถิตยศาสตร์ (Static optimization) หรือเรียกว่า Parameter optimization ต่อมาหาคำตอบของปัญหาด้วยวิธีของสมการออยเลอร์-ลากรางจ์ทำให้ได้ปัญหาโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้นซึ่งนำไปแก้ปัญหาต่อไป

2.2.9 แนวความคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical concept)

มนัส สังวรศิลป์ และคณะ⁽¹⁹⁾ กล่าวว่า คอมพิวเตอร์ถูกสร้างขึ้นมาเพื่อแก้ปัญหาในวิธีเชิงตัวเลข โดยมีภาษาทางคอมพิวเตอร์หลายตัวที่ช่วยในการแก้ปัญหา เช่น ภาษาซี ภาษา Fortran ภาษา Pascal ภาษา MATLAB เป็นต้น โดย ภาษา C ภาษา Fortran และภาษา Pascal เหมาะในการแก้ปัญหาเชิงตัวเลข แต่ไม่เหมาะจะใช้งานกราฟิกที่ซับซ้อน เนื่องจากการใช้งานที่ยุ่งยากและเสียเวลาในการแสดงผลมาก โดยโปรแกรมจะมีรูปแบบคำสั่งที่แน่นอน ส่วนภาษา MATLAB เป็นการพัฒนาโปรแกรมของบริษัท MathWorks Inc. เพื่อใช้งานโดยตรงในการคำนวณเชิงตัวเลข และกราฟิกที่ซับซ้อนให้ง่ายต่อการใช้งาน โดยยังเป็น

โปรแกรมที่ยังมีการพัฒนาอย่างไม่หยุดยั้ง ง่ายต่อความเข้าใจ และการเขียนโปรแกรมที่ไม่ซับซ้อน เมื่อนำไปใช้งานแล้วสามารถเห็นผลลัพธ์ได้อย่างรวดเร็ว ปัจจุบันมีการใช้งานอย่างกว้างในงานสาขาต่างๆ

MATLAB ย่อมาจาก matrix laboratory⁽²⁰⁾ เป็นภาษาคอมพิวเตอร์ชั้นสูงสำหรับการคำนวณทางเทคนิคที่ประกอบด้วยการคำนวณเชิงตัวเลข กราฟิกที่ซับซ้อน และการจำลองแบบเพื่อให้มองเห็นภาพอย่างชัดเจน โดยได้พัฒนาโปรแกรมทำการแก้ปัญหาที่มาจากผู้ใช้หลายๆแขนง ทำให้ปัจจุบัน MATLAB มีฟังก์ชันต่างๆให้เลือกมากมาย เหมาะในการศึกษาทางด้านคณิตศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ และวิทยาศาสตร์แขนงต่างๆ ตลอดจนงานด้านอุตสาหกรรม

ในงานวิจัยนี้เลือกใช้โปรแกรม MATLAB ซึ่งมีซิมโบลิกส์ทูลบ็อกซ์ (Symbolic toolbox) ทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อถืออำนวย และครอบคลุมสำหรับการคำนวณทางระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ซึ่งช่วยผู้ใช้ในการวินิจฉัยปัญหาทางด้านแคลคูลัสพีชคณิตเชิงเส้น การหาคำตอบของระบบสมการและงานในสาขาอื่นๆทำได้ง่ายขึ้นโดยไม่ต้องใช้ความรู้ทางการคำนวณทางคอมพิวเตอร์มากนัก โดยหลักการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหของระบบสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น คือ อนุพันธ์ต่างๆ อนุพันธ์ย่อย เวกเตอร์ เมตริกซ์ อนุพันธ์ของเมตริกซ์ และการหาคำตอบของระบบสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น จาโคเบียน (Jacobian) และเฮสเซียน (Hessian) ซึ่งเราสามารถใส่ซิมโบลิกส์ ใน MATLAB คำนวณหาค่าเหล่านี้ได้โดยไม่ต้องกำหนดขึ้นมาใหม่

โดย MATLAB มีข้อเด่นที่ง่ายต่อการใช้งานหลายประการ คือ

- มีฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ให้เลือกในการคำนวณมากมาย ตลอดจนสามารถสร้างฟังก์ชันขึ้นมาใช้เองได้กับงานเฉพาะสาขานั้นๆ ผู้ใช้จึงสามารถสร้างทูลบ็อกซ์ (Tool boxes) ของตัวเองขึ้นมาได้
- Algorithm พัฒนาง่ายไม่ยุ่งยาก สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนง่ายและรวดเร็ว
- มีโครงสร้างแบบจำลอง (Simulink) ซึ่งเป็น Package ที่สามารถสร้างบล็อกไดอะแกรม เพื่อใช้ทดสอบและประเมินผลของระบบพลศาสตร์ต่างๆก่อนการนำไปใช้งานจริง
- มีลักษณะเป็น Interactive software ง่ายต่อผู้ใช้เบื้องต้นในการเรียนรู้
- การเขียนโปรแกรมไม่ยุ่งยากและการแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนทางคณิตศาสตร์สามารถทำได้ง่ายและรวดเร็วกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับเขียนโปรแกรมด้วยภาษาอื่น
- มีฟังก์ชันที่ผู้ใช้ในวิศวกรรมหลายแขนงสามารถนำไปใช้ได้ทันที หรือเรียกว่า Tool boxes เช่น Control system, Signal processing, Dynamic system simulation, Neural network เป็นต้น

โครงสร้างของโปรแกรม ประกอบด้วย 5 ส่วนใหญ่ๆ คือ

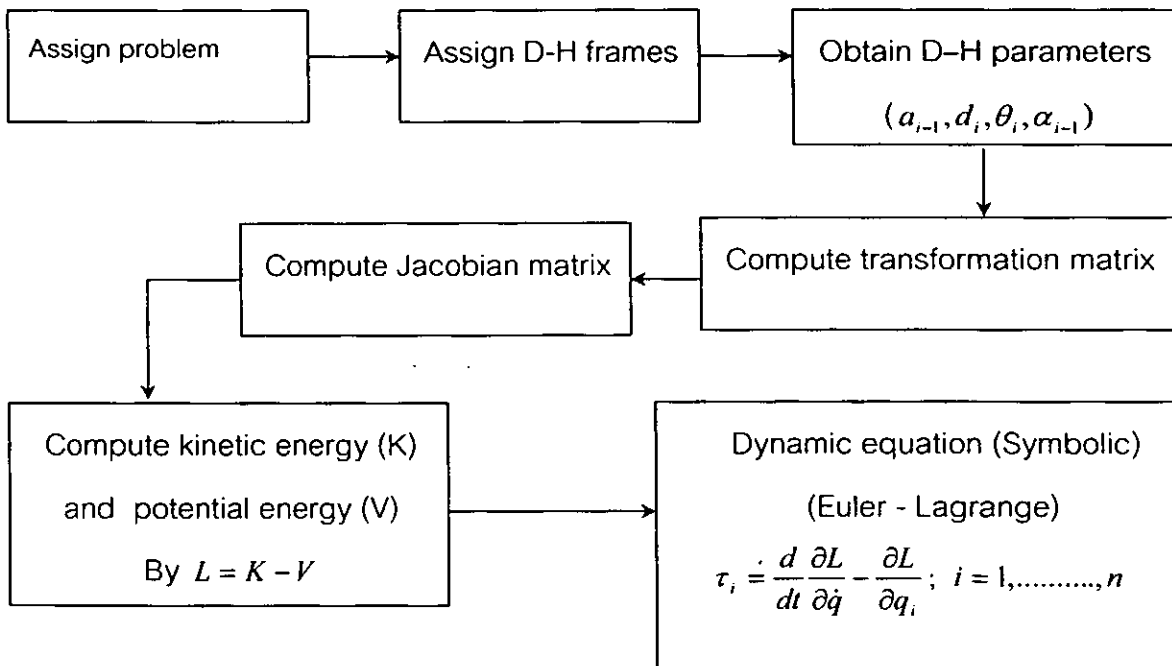
- ภาษาโปรแกรม MATLAB (The MATLAB language) เป็นโปรแกรมขั้นสูงที่ใช้ควบคุม Flow statements ฟังก์ชัน โครงสร้างข้อมูลอินพุต/เอาต์พุต
- สภาพัฒนกรรมในการทำงานของ MATLAB (The MATLAB working environment) เป็นกลุ่มของเครื่องมือที่เป็นประโยชน์สำหรับการทำงานของผู้ใช้โปรแกรม โดยการจัดการตัวแปรใน workspace การนำข้อมูลหรือการผ่านค่าตัวแปรเข้า/ออก และกลุ่มของเครื่องมือต่างๆนี้ก็จะใช้สำหรับพัฒนา จัดการ ตรวจสอบความผิดพลาดของโปรแกรม (debugging) ที่ได้เขียนขึ้น
- ฟังก์ชันในการคำนวณทางคณิตศาสตร์ (The MATLAB mathematical function library) มีไลบรารีทั่วไปที่ใช้ในการคำนวณอย่างกว้าง เช่น sine, cosine และพีชคณิตเชิงซ้อน โดยสามารถนำไปประยุกต์ใช้เป็นฟังก์ชันหรือไลบรารีเพิ่มเติม ทำให้โปรแกรม MATLAB มีฟังก์ชันสำหรับการใช้งานอย่างมากมายและครอบคลุมในรายละเอียดของการคำนวณในงานต่างๆมากมาย
- Handle Graphic ประกอบด้วยคำสั่งขั้นสูงสำหรับการพล็อตกราฟ ซึ่งสามารถติดต่อกับผู้ใช้โดยผ่านหน้าจอรับข้อมูลบนพื้นฐานความต้องการใช้งานของผู้ใช้ การสร้างหน้าจอรับข้อมูลสามารถนำรูปแบบต่างๆมาประยุกต์ใช้โดยการเขียนในโปรแกรม M-file
- The MATLAB Application Program Interface (API) เป็นฟังก์ชันเพื่อสนับสนุนการติดต่อจากภายนอก โดยโปรแกรมที่เป็น mex ไฟล์

บทที่ 3

การหาค่าความเหมาะสมสูงสุดสำหรับระบบควบคุมในการวิเคราะห์ปัญหา โดยใช้ทฤษฎีของระบบหุ่นยนต์ (Optimal control problem to robot systems theory)

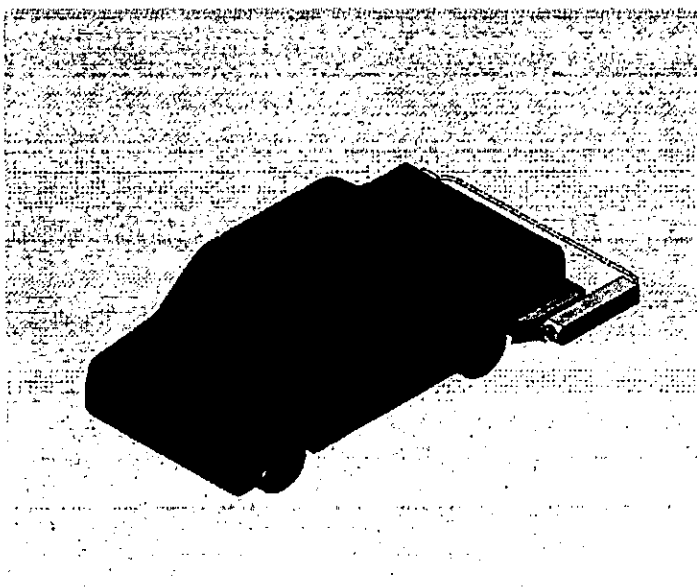
3.1 สมการการเคลื่อนที่ (Equation of motions)

สามารถแสดงการหาสมการการเคลื่อนที่โดยวิธีสมการทางพลศาสตร์ของระบบหุ่นยนต์ (Dynamic equations of robot system) ตามภาพประกอบ 12 ดังนี้

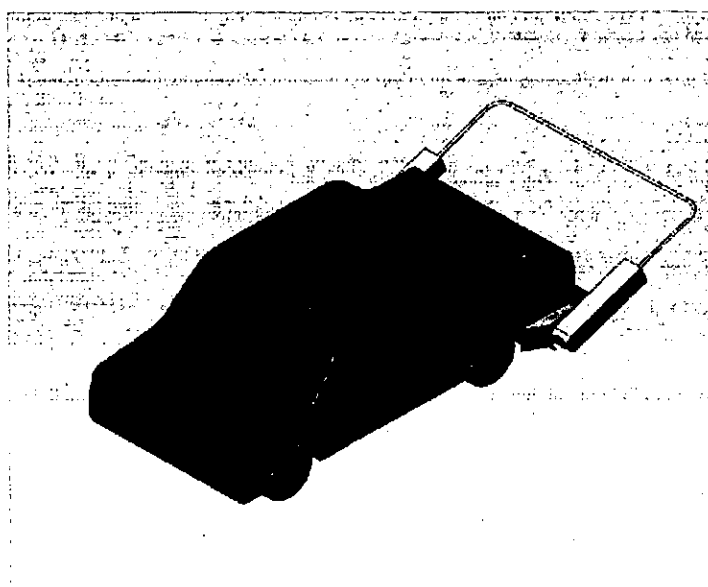


ภาพประกอบ 12 แสดงวิธีการหาสมการการเคลื่อนที่โดยวิธีสมการทางพลศาสตร์ของระบบหุ่นยนต์

สามารถแสดงภาพจำลองการทำงานการเคลื่อนที่ของโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติ เพื่อความเข้าใจ
ง่ายยิ่งขึ้น ตามภาพประกอบ 13 ถึง 17 ดังนี้

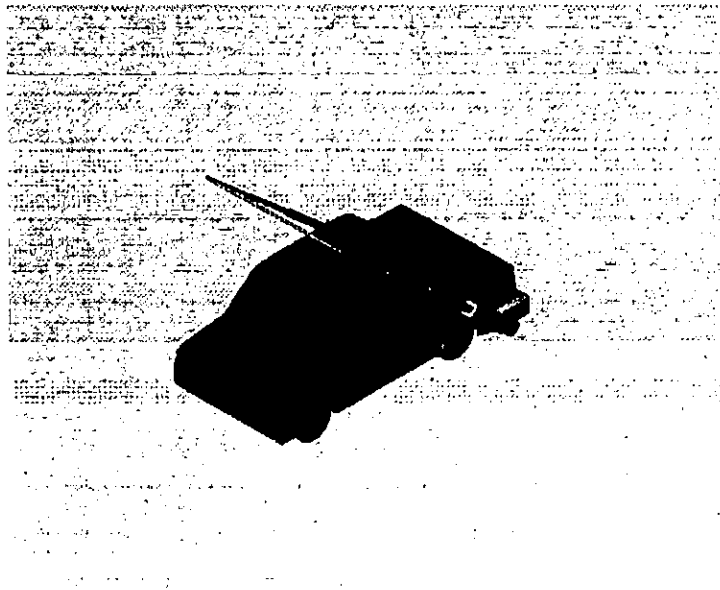


ภาพประกอบ 13 แสดงจุดเริ่มต้นศึกษาการทำงานของโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติโดยให้ลึงค์แรกอยู่
ด้านข้างกันชนรถด้านท้าย และลึงค์ที่สองถูกเก็บภายในลึงค์แรก



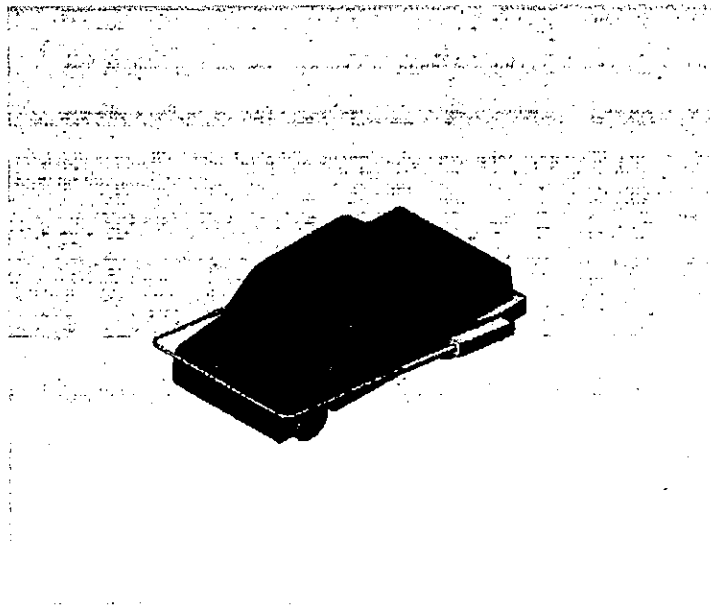
๑๖

ภาพประกอบ 14 แสดงการเคลื่อนที่ของโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติโดยเริ่มลึงค์แรกเคลื่อนที่แบบหมุน
และลึงค์ที่สองเคลื่อนที่ออกจากลึงค์แรก

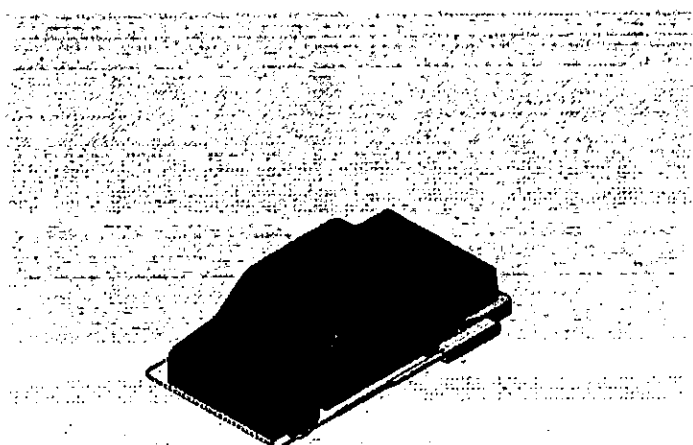


๑๖

ภาพประกอบ 15 แสดงการเคลื่อนที่ของโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติโดยเริ่มลิ้งค์แรกเคลื่อนที่แบบหมุน และลิ้งค์ที่สองเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่งขนานกับแกน



ภาพประกอบ 16 แสดงการเคลื่อนที่ของโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติโดยเริ่มลิ้งค์แรกเคลื่อนที่แบบหมุน และลิ้งค์ที่สองเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่งขนานกับแกน

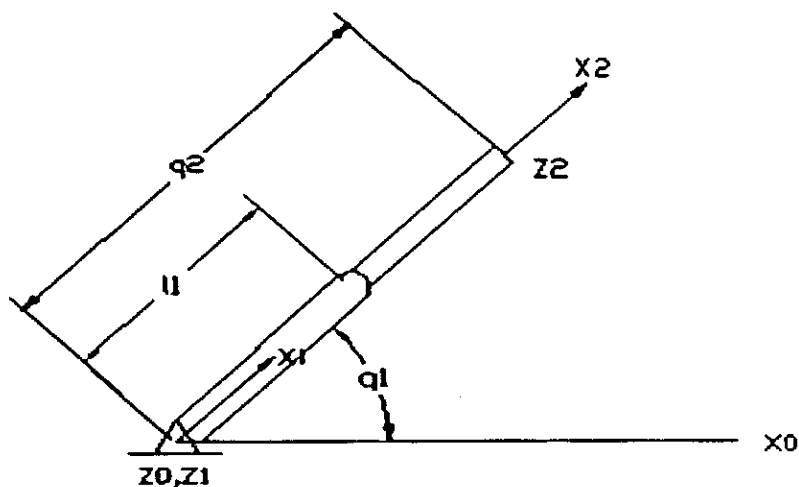


ภาพประกอบ 17 แสดงตำแหน่งสุดท้ายในการเคลื่อนที่ของโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติที่เป็นปัญหาในการพิจารณา

3.1.1 ฟอว์เวิร์ดคิเนเมติกส์ (Forward Kinematics)

จาก Craig.⁽¹⁶⁾ กล่าวถึงการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ว่า ต้องคำนึงถึงข้อต่อของหุ่นยนต์ ดังนั้นในการศึกษาถึงโครงสร้างของผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติต้นแบบนี้ จึงอาศัยทั้งลักษณะการเคลื่อนที่แบบหมุน และเคลื่อนที่แบบเชิงเส้น โดยให้มีระดับชั้นความเร็วสองค่า หรืออาจเรียกว่าสองลิงค์ โดยลิงค์แรกเป็นการทำงานโดยควบคุมลักษณะการหมุน ให้มีองศาการหมุนระหว่าง 0 ถึง 180 องศาและลิงค์ที่สองเป็นการทำงานแบบยืดออกจากลิงค์แรกหรือเรียกว่าการเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่งขนานกับแกน ความยาวของลิงค์ที่ยืดออกนี้จะมีค่าความยาวสุดท้ายเท่ากับค่าความยาวของรถยนต์แต่ละคันที่เราต้องการศึกษา

การพิจารณาดำเนิน และการเปลี่ยนมุมของเฟรมทำให้สามารถหาพิกัด (Coordinate) ได้จากการพิจารณาค่า D-H parameter ของแต่ละลิงค์จากเนื้อหาของบทที่ 2 ตามภาพประกอบ 8 โดยที่ $a_{i-1}, d_i, \theta_i, \alpha_{i-1}$ คือ ตัวบอกความเป็นลิงค์ i ซึ่ง a_i คือ Link length α_i คือ Link twist d_i คือ Link offset และ θ_i คือ Link angle เมื่อพิจารณาแล้วทำให้ได้ค่า D-H parameter ของภาพจำลองโครงสร้างการทำงาน ของผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติที่ต้องการศึกษา ตามภาพประกอบ 18 ซึ่งมีหลักการการตรวจสอบว่าเราพิจารณาค่า D-H parameter ของแต่ละลิงค์ถูกต้องแล้ว คือการให้ x น้อย (x_{i-1}) ต้องตัดและตั้งฉากกับ z มาก (z_i) เสมอ ซึ่งเป็นแบบนี้ไปทุกเฟรมที่ต้องการพิจารณา จึงได้ภาพแสดง D-H parameter ของแต่ละลิงค์ตามภาพประกอบ 18



ภาพประกอบ 18 แสดงค่า D-H parameter และการทำงานด้านข้างของผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติ⁽¹⁸⁾

จากภาพประกอบ 18 สามารถเขียนค่า D-H parameter ($a_{i-1}, \alpha_{i-1}, d_i, \theta_i$) ซึ่งใช้เป็นค่าประจำลิงค์ของผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติที่ต้องการศึกษาตามตารางที่ 2

ตาราง 2 แสดงค่าประจำลิงค์ในแต่ละลิงค์ของโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติ

i	q_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	$q_1(t)$
2	$q_2(t)$	0	0	0

3.1.2 จาโคเบียนเมตริกซ์ (Jacobian matrix)

การให้ไดมาของสมการการเคลื่อนที่ทางพลศาสตร์ โดยในส่วนของจาโคเบียนเมตริกซ์มีความสำคัญมากในการวิเคราะห์ และควบคุมของการเคลื่อนที่ในส่วนความเร็วของหุ่นยนต์ โดยการจะได้มาของจาโคเบียนเมตริกซ์จะต้องหาจากทรานฟอร์มเมชันเมตริกซ์ (Transformation matrix; ${}^0T(q)$) เสียก่อน ถ้าหุ่นยนต์มีจำนวน n ลิงค์ รูปแบบของทรานฟอร์มเมชันเมตริกซ์จะได้เป็น

$${}^0T(q) = \left[\begin{array}{ccc|c} {}^0R(q) & & & {}^0P(q)_{org} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]_{4 \times 4} \quad (3.1)$$

โดยที่ $q = (q_1, \dots, q_n)^T$ คือ การเปลี่ยนแปลงเวกเตอร์ของข้อต่อ และ 0R คือ เมตริกซ์การหมุนที่ควบคุมความเร็วเชิงมุม

พิจารณาลิงค์ที่ 1 นั่นคือ $i = 1$ ได้ค่าทรานฟอร์มเมชันเมตริกซ์ของลิงค์ที่ 1 (0T) จากสมการ 3.1 ได้ว่า

$${}^0T = \left[\begin{array}{ccc|c} {}^0R & & & {}^0P_{org} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]_{4 \times 4} \quad (3.2)$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|c} \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 & 0 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]_{4 \times 4} \quad (3.3)$$

จากสมการ 3.3 จึงได้ค่า

$${}^0R = \begin{bmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (3.4)$$

และ ${}^0R^T = \begin{bmatrix} \cos q_1 & \sin q_1 & 0 \\ -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (3.5)$

พิจารณาลิงค์ที่ 2 นั่นคือ $i = 2$ ได้ค่าทรานฟอร์มเมชันเมตริกซ์ของลิงค์ที่ 2 (1T) ว่า

$${}^1T = \left[\begin{array}{ccc|c} {}^1R & & & {}^1P_{org} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]_{4 \times 4} \quad (3.6)$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & q_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]_{4 \times 4} \quad (3.7)$$

สามารถหาค่า 0_2T ได้ว่า ${}^0_2T = {}^0_1T {}^1_2T$ จากข้อมูลในสมการ 3.3 และ 3.7

$$\begin{aligned}
 {}^0_2T &= \begin{bmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 & 0 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \\
 &= \begin{bmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 & q_2 \cos q_1 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 & q_2 \sin q_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \quad (3.8)
 \end{aligned}$$

จากสมการ 3.8 จึงได้ค่า

$${}^0_2R = \begin{bmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (3.9)$$

$${}^0_2R^T = \begin{bmatrix} \cos q_1 & \sin q_1 & 0 \\ -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (3.10)$$

$$\text{และ} \quad {}^0P_{2orx} = \begin{bmatrix} q_2 \cos q_1 \\ q_2 \sin q_1 \\ 0 \end{bmatrix}_{3 \times 1} \quad (3.11)$$

เมื่อพิจารณาค่าจาโคเบียนเมตริกซ์ให้ ${}_n^0J$ คือ ค่าจาโคเบียน โดยที่ n คือ จำนวนของลิงค์ สามารถเขียนได้ว่า

$${}_n^0J = [J_{1(6 \times 1)} : J_{2(6 \times 1)} : \dots : J_{n(6 \times 1)}]_{(6 \times n)} = \begin{bmatrix} J_v \\ \dots \\ J_w \end{bmatrix}_{6 \times n} \quad (3.12)$$

เมื่อลิงค์แรกของโครงสร้างนำคุณมรยยนต์อัตโนมัติควบคุมลักษณะการหมุน ค่าจาโคเบียนเมตริกซ์ ที่ใช้ต้องพิจารณาเป็นแบบหมุนด้วย ตามภาพประกอบ 3.2 จะเห็นว่าเป็นการหมุนรอบแกน z จะได้ว่า

$$J_n = \begin{bmatrix} \bar{z}_i \times ({}^0P_{(n+1)org} - {}^0P_{iorg}) \\ \dots\dots\dots \\ \bar{z}_i \end{bmatrix}_{6 \times n} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times ({}^0P_{(n+1)org} - {}^0P_{iorg}) \\ \dots\dots\dots \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{bmatrix}_{6 \times n} \quad (3.13)$$

พิจารณาลิงค์ที่ 1 ($i = 0$ และ $n = 1$) ได้ค่าจาโคเบียนเมตริกซ์ ของลิงค์ที่ 1 (0J) จากสมการ 3.11 และ 3.13 ได้ว่า

$$J_1 = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times ({}^0P_{2org} - {}^0P_{0org}) \\ \dots\dots\dots \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad (3.14)$$

$$= \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_2 \cos q_1 & 0 \\ q_2 \sin q_1 & -0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \dots\dots\dots \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{bmatrix}_{6 \times 1}$$

$$J_1 = \begin{bmatrix} -q_2 \sin q_1 \\ q_2 \cos q_1 \\ 0 \\ \dots\dots\dots \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad (3.15)$$

$${}^0_1J = \begin{bmatrix} -q_2 \sin q_1 & 0 \\ q_2 \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}_{6 \times 2} \quad (3.16)$$

จากสมการ 3.16 จึงได้ค่า

$$J_{v1} = \begin{bmatrix} -q_2 \sin q_1 & 0 \\ q_2 \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 2} \quad (3.17)$$

$$J_{v1}^T = \begin{bmatrix} -q_2 \sin q_1 & q_2 \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \quad (3.18)$$

$$J_{\omega 1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 2} \quad (3.19)$$

และ

$$J_{\omega 1}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \quad (3.20)$$

ต่อมาเมื่อพิจารณาถึงคี่ที่สองของโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติเป็นการควบคุมลักษณะการเคลื่อนที่แบบเชิงเส้นโดยการยืดออก ค่าจาโคเบียนเมตริกซ์ที่ใช้ต้องพิจารณาเป็นแบบเคลื่อนที่เชิงเส้นด้วยตามภาพประกอบ 3.2 จะเห็นว่าเป็นการยืดออกตามแนวแกน x จะได้ว่า

$$J_n = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \hdashline 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad (3.21)$$

พิจารณาลิงค์ที่ 2 ($n=2$) ได้ค่าจาโคเบียนเมตริกซ์ ของลิงค์ที่ 1 (0_1J) จากสมการ 3.12, 3.15 และ 3.21 ได้ว่า

$$J_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad (3.22)$$

$${}^0_2J = [J_1 : J_2]_{(6 \times 2)} = \begin{bmatrix} -q_2 \sin q_1 & 1 \\ q_2 \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}_{6 \times 2} \quad (3.23)$$

จะได้

$$J_{v2} = \begin{bmatrix} -q_2 \sin q_1 & 1 \\ q_2 \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 2} \quad (3.24)$$

$$J_{v2}^T = \begin{bmatrix} -q_2 \sin q_1 & q_2 \cos q_1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \quad (3.25)$$

$$J_{\omega 2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 2} \quad (3.26)$$

และ

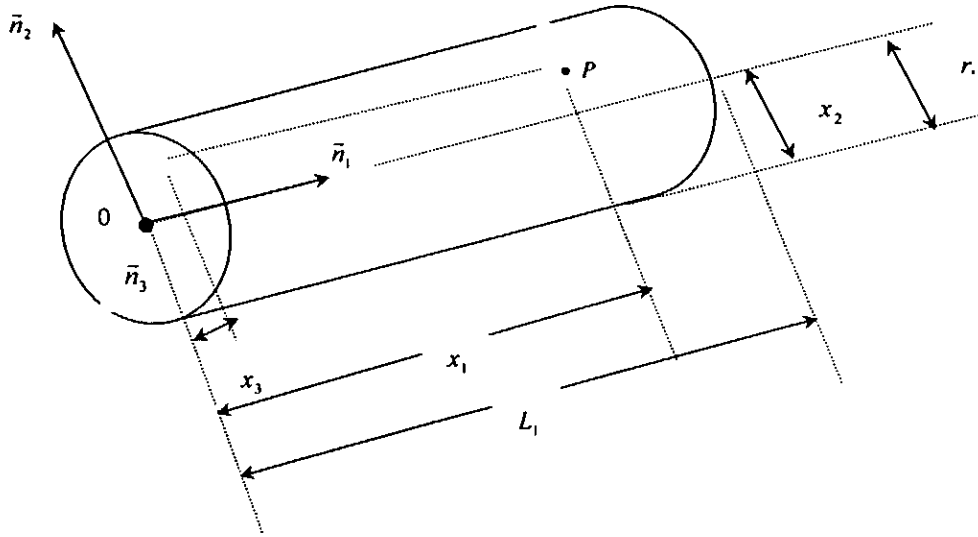
$$J_{\omega 2}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \quad (3.27)$$

3.1.3 โมเมนต์ความเฉื่อย (Moment of inertia; I)

จาก Kane.⁽¹⁷⁾ อธิบายว่าเป็นตัวต้านทานการเคลื่อนที่ในแนวหมุน โดยต้องกำหนดว่าจะพิจารณา
รอบจุดใด สมมติว่าพิจารณาโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุด a ($\bar{I}_a$) และอินทิเกรตพื้นผิว จากสมการ

$$\bar{I}_a = \int_V \rho \bar{P} \times (\bar{n}_a \times \bar{P}) d\tau \quad (3.28)$$

พิจารณาลิงค์ที่ 1 โดยพิจารณาให้หมุนรอบจุด 0 ตามภาพประกอบ 19 ได้ว่า



ภาพประกอบ 19 แสดงการหาโมเมนต์ความเฉื่อยของลิงค์ที่ 1

$$\begin{aligned} \bar{I}_{G1}^0 &= \int_V \rho \bar{P} \times (\bar{n}_1 \times \bar{P}) d\tau \\ &= \frac{m_1}{L_1 \pi r_1^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_1} \int_0^{L_1} (x_1 \bar{n}_1 + x_2 \bar{n}_2 + x_3 \bar{n}_3) \times [\bar{n}_1 \times (x_1 \bar{n}_1 + x_2 \bar{n}_2 + x_3 \bar{n}_3)] dx_1 dx_2 dx_3 \\ &= \bar{n}_1 \left(\frac{2m_1 r_1}{3} + \frac{8m_1 \pi^2}{3r_1} \right) - \bar{n}_2 \left(\frac{m_1 L_1}{2} \right) - \bar{n}_3 \left(\frac{m_1 \pi L_1}{r_1} \right) \end{aligned} \quad (3.29)$$

จากสมการที่ 3.29 ได้

$$\begin{aligned}
 I_{11}'' &= \frac{2m_1 r_1}{3} + \frac{8m_1 \pi^2}{3r_1} \\
 I_{12}^0 &= -\frac{m_1 L_1}{2} \\
 I_{13}^0 &= -\frac{m_1 \pi L_1}{r_1}
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{I}_{G2}^0 &= \int_S \rho \bar{P} \times (\bar{n}_2 \times \bar{P}) d\tau \\
 &= \frac{m_1}{L_1 \pi r_1^2} \int_0^{2\pi} \int_0^r \int_0^{r_1} (x_1 \bar{n}_1 + x_2 \bar{n}_2 + x_3 \bar{n}_3) \times [\bar{n}_2 \times (x_1 \bar{n}_1 + x_2 \bar{n}_2 + x_3 \bar{n}_3)] dx_1 dx_2 dx_3 \\
 &= -\bar{n}_1 \left(\frac{m_1 L_1}{2} \right) + \bar{n}_2 \left(\frac{2m_1 L_1^2}{3r_1} + \frac{8\pi^2 m_1}{3r_1} \right) - \bar{n}_3 (m_1)
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

จากสมการที่ 3.31 ได้

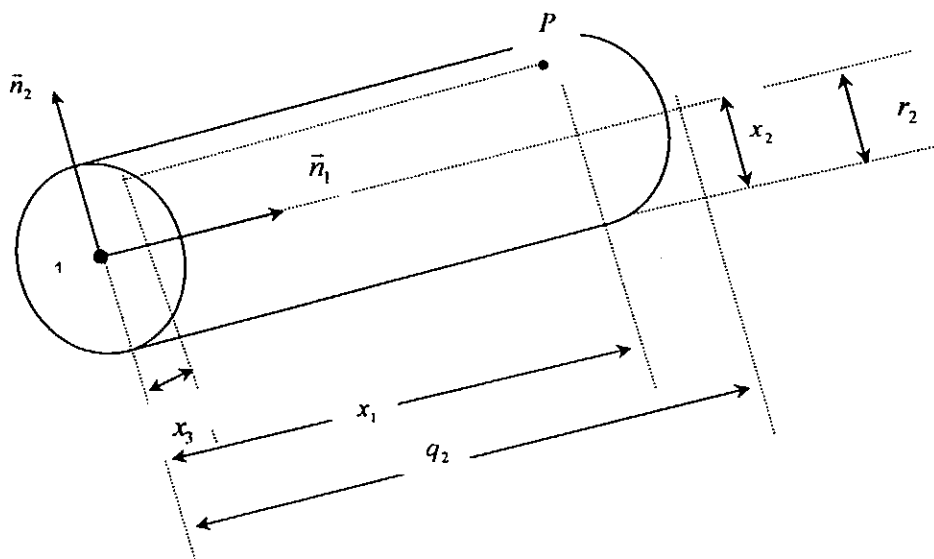
$$\begin{aligned}
 I_{21}'' &= -\frac{m_1 L_1}{2} \\
 I_{22}^0 &= \frac{2m_1 L_1^2}{3r_1} + \frac{8m_1 \pi^2}{3r_1} \\
 I_{23}^0 &= -m_1
 \end{aligned} \tag{3.32}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{I}_{G3}^0 &= \int_S \rho \bar{P} \times (\bar{n}_3 \times \bar{P}) d\tau \\
 &= \frac{m_1}{L_1 \pi r_1^2} \int_0^{2\pi} \int_0^r \int_0^{r_1} (x_1 \bar{n}_1 + x_2 \bar{n}_2 + x_3 \bar{n}_3) \times [\bar{n}_3 \times (x_1 \bar{n}_1 + x_2 \bar{n}_2 + x_3 \bar{n}_3)] dx_1 dx_2 dx_3 \\
 &= -\bar{n}_1 \left(\frac{m_1 \pi L_1}{r_1} \right) - \bar{n}_2 (m_1 \pi) + \bar{n}_3 \left(\frac{2m_1 L_1^2}{3r_1} + \frac{2m_1 r_1}{3} \right)
 \end{aligned} \tag{3.33}$$

จากสมการที่ 3.33 ได้

$$\begin{aligned}
 I_{31}'' &= -\frac{m_1 \pi L_1}{r_1} \\
 I_{32}^0 &= -m_1 \pi \\
 I_{33}^0 &= \frac{2m_1 L_1^2}{3r_1} + \frac{2m_1 r_1}{3}
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

พิจารณาลิงค์ที่ 2 โดยพิจารณาให้หมุนรอบจุด 1 ตามภาพประกอบ 20 ได้ว่า



ภาพประกอบ 20 แสดงการหาโมเมนต์ความเฉื่อยของลิงค์ที่ 2

$$\begin{aligned}
 \bar{I}_{G1}^1 &= \int_S \rho \bar{P} \times (\bar{n}_1 \times \bar{P}) d\tau \\
 &= \frac{m_2}{q_2 \pi r_2^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_2} \int_0^{q_2} (x_1 \bar{n}_1 + x_2 \bar{n}_2 + x_3 \bar{n}_3) \times [\bar{n}_1 \times (x_1 \bar{n}_1 + x_2 \bar{n}_2 + x_3 \bar{n}_3)] dx_1 dx_2 dx_3 \\
 &= \bar{n}_1 \left(\frac{2m_2 r_2}{3} + \frac{8m_2 \pi^2}{3r_2} \right) - \bar{n}_2 \left(\frac{m_2 L_1 q_2}{2} \right) - \bar{n}_3 \left(\frac{m_2 \pi q_2}{r_2} \right)
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

จากสมการที่ 3.35 ได้

$$\begin{aligned}
 I_{11}^1 &= \frac{2m_2 r_2}{3} + \frac{8m_2 \pi^2}{3r_2} \\
 I_{12}^1 &= -\frac{m_1 q_2}{2} \\
 I_{13}^1 &= -\frac{m_2 \pi q_2}{r_2}
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{I}_{G2}^1 &= \int_S \rho \bar{P} \times (\bar{n}_2 \times \bar{P}) d\tau \\
 &= \frac{m_2}{q_2 \pi r_2^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_2} \int_0^{q_2} (x_1 \bar{n}_1 + x_2 \bar{n}_2 + x_3 \bar{n}_3) \times [\bar{n}_2 \times (x_1 \bar{n}_1 + x_2 \bar{n}_2 + x_3 \bar{n}_3)] dx_1 dx_2 dx_3 \\
 &= -\bar{n}_1 \left(\frac{m_2 q_2}{2} \right) + \bar{n}_2 \left(\frac{2m_2 q_2^2}{3r_2} + \frac{8\pi^2 m_2}{3r_2} \right) - \bar{n}_3 (m_2)
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

จากสมการที่ 3.37 ได้

$$\begin{aligned}
 I_{21}^1 &= -\frac{m_1 q_2}{2} \\
 I_{22}^1 &= \frac{2m_1 q_2^2}{3r_2} + \frac{8m_2 \pi^2}{3r_2} \\
 I_{23}^1 &= -m_2
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{I}_{G3}^1 &= \int_S \rho \bar{P} \times (\bar{n}_3 \times \bar{P}) d\tau \\
 &= \frac{m_2}{q_2 \pi r_2^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_2} \int_0^{q_2} (x_1 \bar{n}_1 + x_2 \bar{n}_2 + x_3 \bar{n}_3) \times [\bar{n}_3 \times (x_1 \bar{n}_1 + x_2 \bar{n}_2 + x_3 \bar{n}_3)] dx_1 dx_2 dx_3 \\
 &= -\bar{n}_1 \left(\frac{m_2 \pi q_2}{r_2} \right) - \bar{n}_2 (m_2 \pi) + \bar{n}_3 \left(\frac{2m_2 q_2^2}{3r_2} + \frac{2m_2 r_2}{3} \right)
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

จากสมการที่ 3.39 ได้

$$\begin{aligned}
 I_{31}^1 &= -\frac{m_1 \pi L_1}{r_2} \\
 I_{32}^1 &= -m_1 \pi \\
 I_{33}^1 &= \frac{2m_2 q_2^2}{3r_2} + \frac{2m_2 r_2}{3}
 \end{aligned} \tag{3.40}$$

ซึ่งเมตริกซ์ของโมเมนต์ความเฉื่อยจะต้องอาศัยคุณสมบัติของเมตริกซ์ เพื่อสะดวกในการแก้ปัญหา และสามารถวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดขึ้นในระบบกลศาสตร์ได้ โดยค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของลิงค์ที่ 1 รอบจุด 0 แสดงได้จากสมการที่ 3.30, 3.32 และ 3.34 ดังนี้

$$\begin{aligned}
 I_1 = I_1^0 &= \begin{bmatrix} I_{11}^0 & I_{12}^0 & I_{13}^0 \\ I_{21}^0 & I_{22}^0 & I_{23}^0 \\ I_{31}^0 & I_{32}^0 & I_{33}^0 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \\
 &= \begin{bmatrix} \frac{2m_1 r_1}{3} + \frac{8m_1 \pi^2}{3r_1} & -\frac{m_1 L_1}{2} & -\frac{m_1 \pi L_1}{r_1} \\ -\frac{m_1 L_1}{2} & \frac{2m_1 L_1^2}{3r_1} + \frac{8m_1 \pi^2}{3r_1} & -m_1 \\ -\frac{m_1 \pi L_1}{r_1} & -m_1 \pi & \frac{2m_1 L_1^2}{3r_1} + \frac{2m_1 r_1}{3} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (3.41)
 \end{aligned}$$

ทำให้ได้ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของลิงค์ที่ 2 รอบจุด 1 จากสมการที่ 3.36, 3.38 และ 3.40

$$\begin{aligned}
 I_2 = I_2^1 &= \begin{bmatrix} I_{11}^1 & I_{12}^1 & I_{13}^1 \\ I_{21}^1 & I_{22}^1 & I_{23}^1 \\ I_{31}^1 & I_{32}^1 & I_{33}^1 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \\
 &= \begin{bmatrix} \frac{2m_2 r_2}{3} + \frac{8m_2 \pi^2}{3r_2} & -\frac{m_2 q_2}{2} & -\frac{m_2 \pi q_2}{r_2} \\ -\frac{m_2 q_2}{2} & \frac{2m_2 q_2^2}{3r_2} + \frac{8m_2 \pi^2}{3r_2} & -m_2 \\ -\frac{m_2 \pi q_2}{r_2} & -m_2 \pi & \frac{2m_2 q_2^2}{3r_2} + \frac{2m_2 r_2}{3} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (3.42)
 \end{aligned}$$

3.1.4 สมการการเคลื่อนที่ทางพลศาสตร์

สมการการเคลื่อนที่ทางพลศาสตร์เป็นการแสดงคุณสมบัติที่สำคัญของระบบเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ในการศึกษานี้ใช้การอธิบายโดยใช้สมการออยเลอร์-ลากรางจ์ ซึ่งต้องพิจารณาทั้งพลังงานศักย์ และพลังงานจลน์

3.1.4.1 พลังงานจลน์ของระบบกลศาสตร์

เมื่อพิจารณาพลังงานจลน์ทั้งหมด $K(q)$ สามารถถูกเขียนได้ในรูปของ Spong.⁽⁷⁾

$$K(q) = \frac{1}{2} \dot{q}^T \sum_{i=1}^n [m_i J_{v_i}(q)^T J_{v_i}(q) + J_{\omega_i}(q)^T R_i(q) I_i R_i(q)^T J_{\omega_i}(q)] \dot{q} \quad (3.43)$$

โดยที่ q คือ เจเนรอลไลซ์โคออดิเนต และ $\dot{q}$ คือ อนุพันธ์ของเจเนรอลไลซ์โคออดิเนต

$$D(q) = \sum_{i=1}^n (m_i J_{vi}^T J_{vi} + J_{\alpha i}^T {}^0 R I_{i,i} {}^0 R^T J_{\alpha i}) \quad (3.44)$$

และ

$$c_{ijk} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial d_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} \right\} \quad (3.45)$$

โดยที่ $D(q)$ คือ พอสซิทีฟเดฟิไนท์เมตริกซ์ ส่วน c_{ijk} คือ คริสทอฟเฟลซิมโบวล

1. พิจารณาลิงค์ที่ 1

- หาค่าพอสซิทีฟเดฟิไนท์เมตริกซ์ ของลิงค์ที่ 1 ($D_1(q)$) จากสมการ 3.4, 3.5, 3.17, 3.18, 3.19, 3.20, 3.41 และ 3.44 ดังนี้

$$\begin{aligned} D_1(q) &= m_1 J_{v1}^T J_{v1} + J_{\omega 1}^T {}^0 R I_{1,1} {}^0 R^T J_{\omega 1} \\ &= m_1 \begin{bmatrix} -q_2 \sin q_1 & q_2 \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \begin{bmatrix} -q_2 \sin q_1 & 0 \\ q_2 \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 2} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \\ &\quad \begin{bmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \begin{bmatrix} \frac{2m_1 r_1}{3} + \frac{8m_1 \pi^2}{3r_1} & -\frac{m_1 L_1}{2} & -\frac{m_1 \pi L_1}{r_1} \\ -\frac{m_1 L_1}{2} & \frac{2m_1 L_1^2}{3r_1} + \frac{8m_1 \pi^2}{3r_1} & -m_1 \\ -\frac{m_1 \pi L_1}{r_1} & -m_1 \pi & \frac{2m_1 L_1^2}{3r_1} + \frac{2m_1 r_1}{3} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \\ &\quad \begin{bmatrix} \cos q_1 & \sin q_1 & 0 \\ -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 2} \\ &= \begin{bmatrix} m_1 q_2^2 + \frac{2m_1 L_1^2}{3r_1} + \frac{2m_1 r_1}{3} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \quad (3.46) \end{aligned}$$

จากสมการที่ 3.46 ได้

$$\begin{aligned}
 d_{11}^1 &= m_1 q_2^2 + \frac{2m_1 L_1^2}{3r_1} + \frac{2m_1 r_1}{3} \\
 d_{12}^1 &= 0 \\
 d_{21}^1 &= 0 \\
 d_{22}^1 &= 0
 \end{aligned} \tag{3.47}$$

- หาค่าคริสทอฟเฟลซิมโบวลของลิงค์ที่ 1 (c_{ijk}) จากสมการที่ 3.45 และ 3.47 ดังนี้

$$\begin{aligned}
 c_{111} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{11}^1}{\partial q_1} + \frac{\partial d_{11}^1}{\partial q_1} - \frac{\partial d_{11}^1}{\partial q_1} \right\} \quad ; (i=1, j=1, k=1) \\
 &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_1} \left\{ m_1 q_2^2 + \frac{2m_1 L_1^2}{3r_1} - \frac{2m_1 r_1}{3} \right\} \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{3.48}$$

$$\begin{aligned}
 c_{121} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{12}^1}{\partial q_1} + \frac{\partial d_{11}^1}{\partial q_2} - \frac{\partial d_{12}^1}{\partial q_1} \right\} \quad ; (i=1, j=2, k=1) \\
 &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_2} \left\{ m_1 q_2^2 + \frac{2m_1 L_1^2}{3r_1} - \frac{2m_1 r_1}{3} \right\} \\
 &= m_1 q_2
 \end{aligned} \tag{3.49}$$

$$\begin{aligned}
 c_{211} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{11}^1}{\partial q_2} + \frac{\partial d_{12}^1}{\partial q_1} - \frac{\partial d_{12}^1}{\partial q_1} \right\} \quad ; (i=2, j=1, k=1) \\
 &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_2} \left\{ m_1 q_2^2 + \frac{2m_1 L_1^2}{3r_1} - \frac{2m_1 r_1}{3} \right\} \\
 &= m_1 q_2
 \end{aligned} \tag{3.50}$$

$$\begin{aligned}
 c_{221} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{12}^1}{\partial q_2} + \frac{\partial d_{12}^1}{\partial q_2} - \frac{\partial d_{22}^1}{\partial q_1} \right\} \quad ; (i=2, j=2, k=1) \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{3.51}$$

- หาค่าพลังงานจลน์ของลิงค์ที่ 1 (K_1) จากสมการที่ 3.43, 3.47, 3.48, 3.49, 3.50 และ 3.51 ดังนี้

$$\begin{aligned}
 K_1 &= \sum_{j=1}^1 d_{11}^1 \dot{q}_1 + \sum_{j=2}^1 d_{12}^1 \dot{q}_2 + \sum_{i=1}^1 \sum_{j=1}^1 c_{111} \dot{q}_1 \dot{q}_1 + \sum_{i=1}^1 \sum_{j=2}^1 c_{121} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + \sum_{i=2}^1 \sum_{j=1}^1 c_{211} \dot{q}_2 \dot{q}_1 + \sum_{i=2}^1 \sum_{j=2}^1 c_{221} \dot{q}_2 \dot{q}_2 \\
 &= \left(m_1 q_2^2 + \frac{2m_1 L_1^2}{3r_1} + \frac{2m_1 r_1}{3} \right) \ddot{q}_1 + (0) \ddot{q}_2 + (0) \dot{q}_1^2 + (m_1 q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + (m_1 q_2) \dot{q}_2 \dot{q}_1 + (0) \dot{q}_2^2 \\
 K_1 &= m_1 q_2^2 \ddot{q}_1 + \frac{2m_1 L_1^2}{3r_1} \ddot{q}_1 + \frac{2m_1 r_1}{3} \ddot{q}_1 + m_1 q_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \quad (3.52)
 \end{aligned}$$

2. พิจารณาลิงค์ที่ 2

- หาค่าพอลิโนเมียลฟีนิทเมตริกซ์ของลิงค์ที่ 2 ($D_2(q)$) จากสมการที่ 3.9, 3.10, 3.24, 3.25, 3.26, 3.27, 3.42 และ 3.44 ดังนี้

$$\begin{aligned}
 D_2(q) &= m_2 J_{v2}^T J_{v2} + J_{w2}^T {}^0 R I_{22} {}^0 R^T J_{w2} \\
 &= m_2 \begin{bmatrix} -q_2 \sin q_1 & q_2 \cos q_1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \begin{bmatrix} -q_2 \sin q_1 & 1 \\ q_2 \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 2} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \\
 &\quad \begin{bmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \begin{bmatrix} \frac{2m_2 r_2}{3} + \frac{8m_2 \pi^2}{3r_2} & -\frac{m_2 q_2}{2} & -\frac{m_2 \pi q_2}{r} \\ -\frac{m_2 q_2}{2} & \frac{2m_2 q_2^2}{3r_2} + \frac{8m_2 \pi^2}{3r_2} & -m_2 \\ -\frac{m_2 \pi L_1 q_2}{r_2} & -m_2 \pi & \frac{2m_2 q_2^2}{3r_2} + \frac{2m_2 r_2}{3} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \\
 &\quad \begin{bmatrix} \cos q_1 & \sin q_1 & 0 \\ -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 2} \\
 &= \begin{bmatrix} m_2 q_2^2 + \frac{2m_2 q_2^2}{3r_2} + \frac{2m_2 r_2}{3} & -m_2 q_2 \sin q_1 \\ -m_2 q_2 \sin q_1 & m_2 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \quad (3.53)
 \end{aligned}$$

จากสมการที่ 3.53 ได้

$$\begin{aligned}
 d_{11}^2 &= m_2 q_2^2 + \frac{2m_2 q_2^2}{3r_2} + \frac{2m_2 r_2}{3} \\
 d_{12}^2 &= -m_2 q_2 \sin q_1 \\
 d_{21}^2 &= -m_2 q_2 \sin q_1 \\
 d_{22}^2 &= m_2
 \end{aligned} \tag{3.54}$$

- หาค่าคริสท็อฟเฟิลซิมโบล์ของลิงค์ที่ 2 (c_{ijk}) จากสมการที่ 3.45 และ 3.54 ดังนี้

$$\begin{aligned}
 c_{112} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{21}^2}{\partial q_1} + \frac{\partial d_{21}^2}{\partial q_1} - \frac{\partial d_{11}^2}{\partial q_2} \right\} \quad ; (i=1, j=1, k=2) \\
 &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial}{\partial q_1} (-m_2 q_2 \sin q_1) + \frac{\partial}{\partial q_1} (-m_2 q_2 \sin q_1) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\partial}{\partial q_2} (m_2 q_2^2 + \frac{2m_2 q_2^2}{3r_2} + \frac{2m_2 r_2}{3}) \right\} \\
 &= -m_2 q_2 \cos q_1 - m_2 q_2 - \frac{2m_2 q_2}{3r_2}
 \end{aligned} \tag{3.55}$$

$$\begin{aligned}
 c_{212} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{21}^2}{\partial q_2} + \frac{\partial d_{22}^2}{\partial q_1} - \frac{\partial d_{21}^2}{\partial q_2} \right\} \quad ; (i=2, j=1, k=2) \\
 &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_1} (m_2) \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{3.56}$$

$$\begin{aligned}
 c_{122} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{22}^2}{\partial q_1} + \frac{\partial d_{21}^2}{\partial q_2} - \frac{\partial d_{12}^2}{\partial q_2} \right\} \quad ; (i=1, j=2, k=2) \\
 &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_1} (m_2) \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{3.57}$$

$$\begin{aligned}
 c_{222} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{22}^2}{\partial q_2} + \frac{\partial d_{22}^2}{\partial q_2} - \frac{\partial d_{22}^2}{\partial q_2} \right\} \quad ; (i=2, j=2, k=2) \\
 &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_1} (m_2) \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{3.58}$$

- หาค่าพลังงานจลน์ของลิงค์ที่ 2 (K_2) จากสมการที่ 3.43, 3.54, 3.55, 3.56, 3.57 และ 3.58 ดังนี้

$$\begin{aligned}
 K_2 &= \sum_{\substack{j=1 \\ k=2}} d_{21}^2 \ddot{q}_1 + \sum_{\substack{j=2 \\ k=2}} d_{22}^2 \ddot{q}_2 + \sum_{\substack{j=1 \\ k=2}} c_{112} \dot{q}_1 \dot{q}_1 + \sum_{\substack{j=2 \\ k=2}} c_{212} \dot{q}_2 \dot{q}_1 + \sum_{\substack{j=1 \\ k=2}} c_{122} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + \sum_{\substack{j=2 \\ k=2}} c_{222} \dot{q}_2 \dot{q}_2 \\
 &= (-m_2 q_2 \sin q_1) \ddot{q}_1 + (m_2) \ddot{q}_2 + \left(-m_2 q_2 \cos q_1 - m_2 q_2 - \frac{2m_2 q_2}{3r_2} \right) \dot{q}_1^2 \\
 &\quad + (0) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + (0) \dot{q}_2 \dot{q}_1 + (0) \dot{q}_2^2 \\
 K_2 &= -m_2 q_2 \sin q_1 \ddot{q}_1 + m_2 \ddot{q}_2 - m_2 q_2 \cos q_1 \dot{q}_1^2 - m_2 q_2 \dot{q}_1^2 - \frac{2m_2 q_2}{3r_2} q_1^2 \dot{q}_1^2
 \end{aligned} \tag{3.59}$$

3.1.4.2 พลังงานศักย์ของระบบกลศาสตร์ (Potential energy)

จาก Craig. ⁽¹⁶⁾ ให้ $V(q)$ สามารถแสดงในเทอมของพลังงานศักย์ได้ว่า

$$\phi_k = \frac{\partial V}{\partial q_k} \tag{3.60}$$

- หาค่าพลังงานศักย์ของลิงค์ที่ 1 (V_1) จากสมการที่ 3.60 ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \phi_1 &= \frac{\partial V_1}{\partial q_1} \\
 &= \frac{\partial}{\partial q_1} \left(m_1 g \frac{L_1}{2} \sin q_1 \right) \\
 \phi_1 &= m_1 g \frac{L_1}{2} \cos q_1
 \end{aligned} \tag{3.61}$$

- หาค่าพลังงานศักย์ของลิงค์ที่ 2 (V_2) จากสมการที่ 3.60 ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \phi_2 &= \frac{\partial V_2}{\partial q_2} \\
 &= \frac{\partial}{\partial q_2} \left(m_1 g \frac{q_2}{2} \sin q_1 \right) \\
 \phi_2 &= \frac{m_2 g}{2} \sin q_1
 \end{aligned} \tag{3.62}$$

3.1.4.3 สมการออยเลอร์-ลากรางจ์ (Euler-Lagrange equation)

ซึ่ง Spong.⁽¹⁸⁾ อธิบายว่าเป็นสมการที่แสดงการเปลี่ยนแปลงของเวลาของระบบกลศาสตร์กำหนดให้

$$\tau_k = \sum_j d_{kj}(q)\ddot{q}_j + \sum_{i,j} c_{ijk}\dot{q}_i\dot{q}_j + \phi_k(q) \quad k = 1, \dots, n \quad (3.63)$$

โดยที่ τ คือ แรงบิด และแรงภายนอก ใช้เป็นสมการการเคลื่อนที่ของระบบและ n คือ จำนวนระดับขั้นความเสรี

- คำนวณหาสมการการเคลื่อนที่ของระบบของลิงค์ที่ 1 (τ_1) จากสมการที่ 3.63 ดังนี้

$$\tau_1 = m_1 q_2^2 \ddot{q}_1 + \frac{2m_1 L_1^2}{3r_1} \ddot{q}_1 + \frac{2m_1 r_1}{3} \ddot{q}_1 + m_1 q_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 + m_1 q_2 \dot{q}_2 \dot{q}_1 + m_1 g \frac{L_1}{2} \cos q_1 \quad (3.64)$$

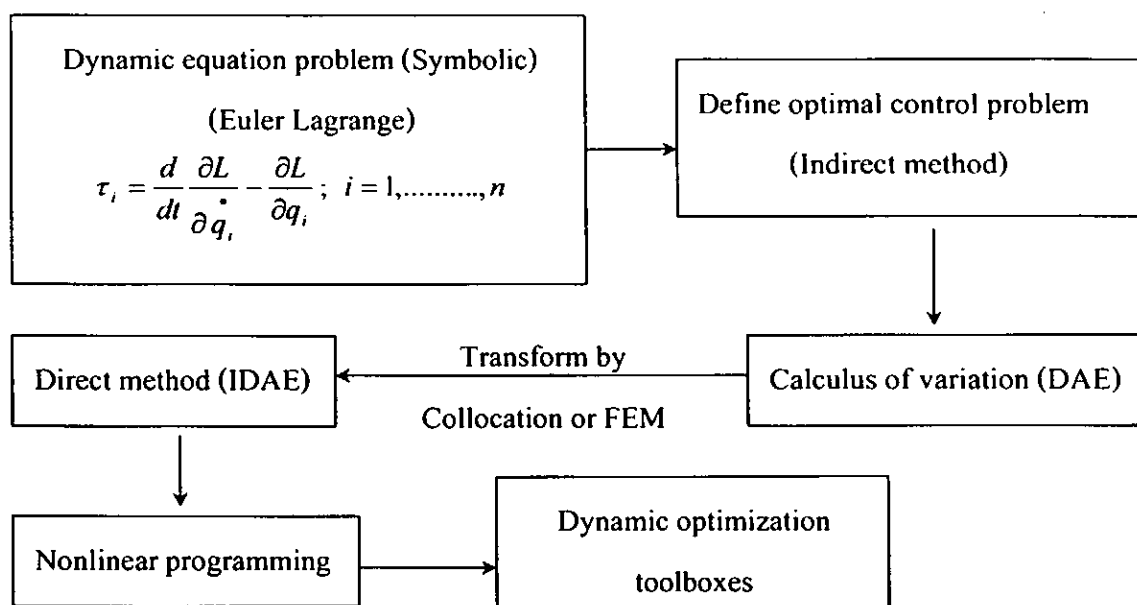
- คำนวณหาสมการการเคลื่อนที่ของระบบของลิงค์ที่ 2 (τ_2) จากสมการที่ 3.63 ดังนี้

$$\tau_2 = -m_2 q_2 \sin q_1 \ddot{q}_1 + m_2 \ddot{q}_2 - m_2 q_2 \cos q_1 \dot{q}_1^2 - m_2 q_2 \dot{q}_1^2 - \frac{2m_2 q_2}{3r_2} \dot{q}_1^2 - \frac{m_2 g}{2} \sin q_1 \quad (3.65)$$

เมื่อคำนวณเป็นที่เรียบร้อยแล้วจะได้ τ_k เป็นการแสดงผลออกมาในรูปแรงกระทำภายนอก และแรงบิด ซึ่งมี 2 ลิงค์ จึงได้ค่า τ_1 และ τ_2 ออกมา ซึ่งนำไปใช้เป็นสมการการเคลื่อนที่ของระบบ

3.2 ปัญหาทางทฤษฎีทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดของระบบพลศาสตร์ (Optimization for dynamic system problem)

สามารถแสดงวิธีการแก้การแก้ปัญหาทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดของระบบพลศาสตร์ ตามภาพประกอบ 21



ภาพประกอบ 21 แสดงวิธีการแก้ปัญหาทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดของระบบพลศาสตร์

ระบบพลศาสตร์ที่ใช้ทางวิศวกรรมส่วนมากจะแสดงในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ เช่น ในการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงที่มีแรงภายนอกกระทำมีสมการการเคลื่อนที่เป็น $\dot{x} = u$ โดยที่ x แทนตำแหน่งในการเคลื่อนที่ของอนุภาค และ u แทนแรงภายนอกที่กระทำ ซึ่งสามารถกำหนดเป็นเงื่อนไขของค่าต่ำสุดและสูงสุดของปัญหาได้ โดยสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสองสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งได้ว่า

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad \text{และ} \quad \dot{x}_2 = u \quad (3.66)$$

โดยที่ x_2 คือ ความเร็วของอนุภาค และทั้งค่า x_1 และ x_2 สามารถคำนวณหาได้ ถ้าทราบ u หรือแรงภายนอกที่กระทำ ดังนั้นสมการการหาค่าเหมาะสมที่สุดของระบบควบคุมทางพลศาสตร์ สามารถสร้างสมการการเคลื่อนที่ของระบบได้ในรูป

$$\dot{x}_i = f(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m, t) \quad , \quad i = 1, \dots, n \quad (3.67)$$

โดยที่ t คือ เวลา x , คือ สเตทวาริเอเบิลของระบบหรือเอาต์พุตของระบบ u คือ คอนโทรลวาริเอเบิล หรืออินพุตที่ใส่ให้ระบบ f , คือ ฟังก์ชันที่ขึ้นกับตัวแปร x, u และ t n คือ จำนวนสเตทวาริเอเบิล และ m คือ จำนวนของคอนโทรลวาริเอเบิล

ในการศึกษาสมการการเคลื่อนที่ของโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติที่ได้จากสมการ 3.64 และ 3.65 จะต้องเปลี่ยนค่าที่ได้ให้อยู่ในตัวแปร u และ x จากหลักการในสมการ 3.66 ดังนี้

- หาค่า τ_1 ของลิงค์ที่ 1

$$u_1 = m_1 x_2^2 \ddot{x}_1 + \frac{2m_1 L_1^2}{3r_1} \ddot{x}_1 + \frac{2m_1 r_1}{3} \ddot{x}_1 + m_1 x_2 \dot{x}_1 \dot{x}_2 + m_1 x_2 \dot{x}_2 \dot{x}_1 + m_1 g \frac{L_1}{2} \cos x_1 \quad (3.68)$$

- หาค่า τ_2 ของลิงค์ที่ 2

$$u_2 = -m_2 x_2 \sin x_1 \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 - m_2 x_2 \cos x_1 \dot{x}_1^2 - m_2 x_2 \dot{x}_1^2 - \frac{2m_2 x_2}{3r_2} \dot{x}_1^2 - \frac{m_2 g}{2} \sin x_1 \quad (3.69)$$

ในการพิจารณาโครงสร้างของผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติ เบื้องต้นให้ค่า $r_1 = 0.06$ เมตร ค่า $r_2 = 0.07$ เมตร และ $g = 9.807 \text{ m/s}^2$ จากสมการ 3.67, 3.68 และ 3.69 สามารถกำหนดสมการแสดงสถานะได้เป็น

$$\dot{x}_1 = x_3$$

$$\dot{x}_2 = x_4$$

$$\dot{x}_3 = \ddot{x}_1 = \frac{u_1 - m_1 x_2 \dot{x}_1 \dot{x}_2 - m_1 x_2 \dot{x}_2 \dot{x}_1 - 4.9035 m_1 L_1 \cos x_1}{m_1 x_2^2 + 3.333 m_1 L_1^2 + 0.133 m_1} \quad (3.70)$$

$$\dot{x}_4 = \ddot{x}_2 = \frac{u_2 + m_2 x_2 \sin x_1 \ddot{x}_1 + m_2 x_2 \cos x_1 \dot{x}_1^2 + m_2 x_2 \dot{x}_1^2 + 3.7 m_2 x_2 \dot{x}_1^2 - 4.9035 m_2 \sin x_1}{m_2}$$

โดยที่สมการเชิงอนุพันธ์สามารถแบ่งปัญหาเงื่อนไขบังคับได้สองประเภท คือ ปัญหาแบบเงื่อนไขเริ่มต้น (Initial condition) และปัญหาเงื่อนไขขอบเขต โดยเงื่อนไขบังคับเป็นข้อจำกัดทางกายภาพของระบบเป็นตัวบังคับให้ระบบลู่เข้าหาคำตอบที่ถูกต้อง โดยทั่วไปแล้วค่าเริ่มต้นหรือเงื่อนไขเริ่มต้นของระบบมักจะกำหนดเองซึ่งส่วนใหญ่เริ่มจากสภาวะหยุดนิ่งให้เป็น $x(t_0) = 0$ แต่เงื่อนไขขอบเขตต้องกำหนดตามสเตทวาริเอเบิล คอนโทรลวาริเอเบิล และเงื่อนไขบังคับทางกายภาพ (Path constraints)

แสดงเงื่อนไขขอบเขตของสแตทวาริเอเบิลเป็น

$$x_l \leq x(t) \leq x_u \quad (3.71)$$

โดยที่ x_l และ x_u คือ ค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดของสแตทวาริเอเบิล
แสดงเงื่อนไขขอบเขตของคอนโทรลวาริเอเบิลเป็น

$$u_l \leq u(t) \leq u_u \quad (3.72)$$

โดยที่ u_l และ u_u คือ ค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดของตัวแปรควบคุม
ต่อมากำหนดเงื่อนไขบังคับทางกายภาพของระบบเป็น

$$c_l \leq c(x(t), u(t), t) \leq c_u \quad (3.73)$$

$$\dot{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m, t) \quad ; i = 1, 2, \dots, n \quad (3.74)$$

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m, t) = 0 \quad ; i = 1, 2, \dots, r \quad (3.75)$$

$$c_i(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m, t) \leq 0 \quad ; i = 1, 2, \dots, p \quad (3.76)$$

$$s_i^2(x_1, x_2, \dots, x_n) + c_i = 0 \quad ; i = 1, 2, \dots, q \quad (3.77)$$

โดยที่สมการ 3.74 เป็นเงื่อนไขบังคับที่เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ สมการ 3.75 เป็นเงื่อนไขบังคับที่เป็นสมการ และสมการ 3.76 เงื่อนไขบังคับที่เป็นอสมการ และสมการ 3.77 เป็นเงื่อนไขบังคับที่เป็นตัวแปรสมมติ (Slack variable) แล้วเรียกโดยรวมของเงื่อนไขบังคับทั้งหมดว่าสมการทางพีชคณิต

จากข้อมูลข้างต้นสามารถกำหนดปัญหาเงื่อนไขบังคับได้ดังนี้

$$\begin{array}{ll} x_1(t_0) = 0 & x_1(t_f) = \text{องศาการหมุนสูงสุดของผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติ} = \pi \\ x_2(t_0) = 0 & x_2(t_f) = \text{ความยาวของรถยนต์ที่ต้องการติดผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติ} = q_2 \\ x_3(t_0) = 0 & x_3(t_f) = 0 \\ x_4(t_0) = 0 & x_4(t_f) = 0 \end{array} \quad (3.78)$$

3.2.1 วิธีอ้อม (Indirect approach)

การศึกษาในงานวิจัยนี้ใช้หลักการของแคลคูลัสความแปรปรวนหาเงื่อนไขของค่าต่ำที่สุดและสูงที่สุด ซึ่งการกำหนดรูปแบบของปัญหาทางการหาค่าเหมาะสมที่สุดสำหรับระบบควบคุมในระบบทางพลศาสตร์ ขึ้นกับการตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับสมรรถนะเงื่อนไขจำกัดทางกายภาพหรือปลายทางของระยะทางการทำงาน ให้ฟังก์ชันฮอล (Functional; $J[x]$) เป็นฟังก์ชันพื้นฐานของแคลคูลัสความแปรปรวน ซึ่งสมการที่สามารถครอบคลุมปัญหาทั้งหมด คือ

$$J = \Phi(t, x_1, \dots, x_n)_{t_1} + \int_{t_0}^{t_1} L(t, x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) dt \quad (3.79)$$

โดยทั่วไปเรียกสมการเช่นนี้ว่าคอสฟังก์ชันฮอล และสามารถเขียนสมการ 3.77 เป็นรูปอื่นได้ว่า

$$J = \phi + \sum_{i=1}^q v_i s_i + \int_{t_0}^{t_1} \left(L + \sum_{i=1}^n \lambda_i (\dot{x}_i - f_i) + \sum_{i=1}^r \mu_i g_i + \sum_{i=1}^p \mu_i (c_i + s_i^2) \right) dt \quad (3.80)$$

แต่ถ้าพิจารณาคอสฟังก์ชันฮอลที่ค่าพลังงานของระบบที่น้อยที่สุด (Minimum energy) จะเหลือรูปสมการเพียง

$$J' = \int_{t_0}^{t_1} \left(L' + \sum_{i=1}^n \lambda_i (\dot{x}_i - f_i) \right) dt \quad (3.81)$$

โดยพจน์ที่เป็น 0 เราเรียกว่า ตัวคูณลากรางจ์ ถ้า L เขียนในรูปความสัมพันธ์กับสมการการเคลื่อนที่ (u) หรือค่าแรงบิดของมอเตอร์ จะได้ว่า

$$L = \sum_{i=1}^m u_i^2 \quad (3.82)$$

การเลือกใช้เงื่อนไขใดนั้นขึ้นอยู่กับปัญหาที่ต้องการพิจารณา คำตอบที่ต้องการจากปัญหานี้ คือ สเตทวารีเอเบิล และคอนโทรลวารีเอเบิลที่เป็นทั้งคำตอบของฟังก์ชันและจะสอดคล้องกับเงื่อนไขทั้งหมดของปัญหา แต่หากพิจารณาคอสฟังก์ชันฮอลของผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติจากสมการ 3.70, 3.81 และ 3.82 ดังนี้

$$\begin{aligned}
J'_{\min} &= \int_{t_0}^{t_f} [(u_1^2 + u_2^2) + \lambda_1(\dot{x}_1 - x_3) + \lambda_2(\dot{x}_2 - x_4) + \lambda_3(\dot{x}_3 - \ddot{x}_1) + \lambda_4(\dot{x}_4 - \ddot{x}_2)] dt \\
&= \int_{t_0}^{t_f} \left[(u_1^2 + u_2^2) + \lambda_1(\dot{x}_1 - x_3) + \lambda_2(\dot{x}_2 - x_4) \right. \\
&\quad \left. + \lambda_3\left(\dot{x}_3 - \frac{u_1 - m_1 x_2 \dot{x}_1 \ddot{x}_2 - m_1 x_2 \ddot{x}_2 \dot{x}_1 - 4.9035 m_1 L_1 \cos x_1}{m_1 x_2^2 + 3.333 m_1 L_1^2 + 0.133 m_1}\right) \right. \\
&\quad \left. + \lambda_4\left(\dot{x}_4 - \frac{u_2 + m_2 x_2 \sin x_1 \ddot{x}_1 + m_2 x_2 \cos x_1 \dot{x}_1^2 + 4.74 m_2 x_2 \dot{x}_1^2 - 4.9035 m_2 \sin x_1}{m_2}\right) \right] dt \\
&= \int_{t_0}^{t_f} \left[u_1^2 + u_2^2 + \lambda_1 \dot{x}_1 - \lambda_1 x_3 + \lambda_2 \dot{x}_2 - \lambda_2 x_4 + \lambda_3 \dot{x}_3 - \frac{\lambda_3 u_1}{m_1 x_2^2 + 3.333 L_1^2 + 0.1333 m_1} \right. \\
&\quad - \frac{\lambda_3 x_2 \dot{x}_1 \ddot{x}_2}{x_2^2 + 3.333 L_1^2 + 0.133} - \frac{\lambda_3 x_2 \ddot{x}_2 \dot{x}_1}{x_2^2 + 3.333 L_1^2 + 0.1333} - \frac{4.9035 \lambda_3 L_1 \cos x_1}{x_2^2 + 3.333 L_1^2 + 0.1333} \\
&\quad \left. + \lambda_4 \dot{x}_4 - \frac{\lambda_4 u_2}{m_2} + \lambda_4 x_2 \sin x_1 \ddot{x}_1 + \lambda_4 x_2 \cos x_1 \dot{x}_1^2 + 4.74 \lambda_4 x_2 \dot{x}_1^2 - 4.9035 \lambda_4 \sin x_1 \right] dt \quad (3.83)
\end{aligned}$$

ในกรณีเมื่อค่าต่างๆ ที่จุดปลายทางเป็นฟังก์ชันที่เกี่ยวข้องกับเงื่อนไขบังคับ พิจารณาฟังก์ชันของการเป็นค่าต่ำสุดหรือสูงสุด จุดที่น่าสนใจของหัวข้อนี้คือการหาเงื่อนไขของค่าต่ำสุดและสูงสุด สำหรับค่าที่สุดของฟังก์ชันนอล โดยฟังก์ชันนอล $J[x]$ ในการศึกษาจะใช้แบบที่เวลาเริ่มต้น เวลาสุดท้าย t_0, t_f รวมทั้งค่าของฟังก์ชัน $x(t_0), x(t_f)$ นั้นถูกกำหนดไว้ (Fixed end time and end points) ดังนี้

- กรณีที่มีเวลาและตำแหน่งที่แน่นอน

เป็นฟังก์ชันที่กำหนดเวลาเริ่มต้น (t_0) เวลาสุดท้าย (t_f) รวมทั้งค่าของฟังก์ชัน $x(t_0), x(t_f)$ ไว้แล้ว ความสามารถในการแบ่งแยกกันของฟังก์ชัน (Differentiable functions) เป็นไปตามสภาวะขอบเขตของ $x(t_0) = x_0, x(t_f) = x_f$ โดยเวลาที่ใช้จะอยู่ระหว่าง $t_0 \leq t \leq t_f$ ให้ฟังก์ชัน $F(t, x_1, \dots, x_n, \dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n)$ แสดงเป็นฟังก์ชันนอลได้ว่า

$$J[x_1, x_2, \dots, x_n] = \int_{t_0}^{t_f} F(t, x_1, x_2, \dots, x_n, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_n) dt \quad (3.84)$$

ถ้าให้ $x_i(t)$ ถูกเพิ่มค่าขึ้นโดย $h_i(t_0)$ แต่ยังคงอยู่ในเงื่อนไขขอบเขต ทำให้ $h_i(t_0) = h_i(t_f) = 0$ ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงในฟังก์ชันนอล ΔJ เป็น

$$\begin{aligned}\Delta J &= J[x_1 + h_1, x_2 + h_2, \dots, x_n + h_n] - J[x_1, x_2, \dots, x_n] \\ &= \int_{t_0}^{t_f} \left[F(t, x_1 + h_1, x_2 + h_2, \dots, x_n + h_n, \dot{x}_1 + \dot{h}_1, \dots, \dot{x}_n + \dot{h}_n) - F(t, x_1, \dots, x_n, \dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n) \right] dt \quad (3.85)\end{aligned}$$

จากบทที่ 2 ในหัวข้อ 2.2.8.2 ได้แสดงสมการแคลคูลัสความแปรปรวนในรูปฟังก์ชันเดียว (Single function) แต่ในความเป็นจริงแล้วรูปแบบสมการที่เกิดขึ้นจะเป็นแบบหลายฟังก์ชัน (N-functions) แทบทั้งสิ้น และเมื่อใช้อนุกรมเทย์เลอร์กระจายสมการ และตัดเทอมที่มีดีกรีตั้งแต่สองขึ้นไปทิ้งจะได้ว่า

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} h_i + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i} \dot{h}_i \right) dt \quad (3.86)$$

ซึ่ง δJ เป็นการประมาณค่าของ ΔJ เมื่อตัดเทอมที่มีดีกรีตั้งแต่สองขึ้นไป และเมื่ออินทิเกรตเทอมที่สองด้วยวิธีอินทิเกรตพาร์ทจะได้ว่า

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i} \right) h_i dt + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i} h_i \right]_{t_f} - \left[\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i} h_i \right]_{t_0} \quad (3.87)$$

ส่วนเงื่อนไขของค่าต่ำสุดและสูงสุดของค่าเหมาะสมสูงสุด เป็นค่าที่ทำให้ $\delta J = 0$ คือการทำให้ $h(t_0) = h(t_f) = 0$ ดังนั้นจึงสมมติให้ F เป็นอนุพันธ์ต่อเนื่อง (Continuous derivatives) ทำให้ได้ค่าเป็น

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_i} = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.88)$$

สามารถหาเงื่อนไขของค่าต่ำสุดและสูงสุดของค่าเหมาะสมสูงสุดในกรณีที่มีเวลาและตำแหน่งที่แน่นอนจากสมการ 3.83 และ 3.88 ดังนี้

$$\begin{aligned}
1) \frac{\partial F}{\partial x_1} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_1} &= 0 \\
\frac{\partial}{\partial x_1} &\left(-\frac{4.9035\lambda_3 L_1 \cos x_1}{x_2^2 + 3.333L_1^2 + 0.1333} + \lambda_4 x_2 \sin x_1 \ddot{x}_1 + \lambda_4 x_2 \cos x_1 \dot{x}_1^2 - 4.9035\lambda_4 \sin x_1 \right) \\
&- \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{x}_1} \left(\lambda_1 \dot{x}_1 - \frac{\lambda_3 x_2 \dot{x}_1 \dot{x}_2}{x_2^2 + 3.333L_1^2 + 0.1333} - \frac{\lambda_3 x_2 \dot{x}_2 \dot{x}_1}{x_2^2 + 3.333L_1^2 + 0.1333} \right. \\
&\quad \left. + \lambda_4 x_2 \cos x_1 \dot{x}_1^2 + 4.74\lambda_4 x_2 \dot{x}_1^2 \right) = 0 \\
\dot{\lambda}_1 &= \frac{4.9035\lambda_3 L_1 \sin x_1}{x_2^2 + 3.333L_1^2 + 0.1333} - \lambda_4 x_2 \cos x_1 \ddot{x}_1 - \lambda_4 x_2 \sin x_1 \dot{x}_1^2 - 4.9035\lambda_4 \cos x_1 \\
&+ \frac{2\dot{x}_2 x_2}{x_2^2 + 3.333L_1^2 + 0.1333} + \frac{2\dot{x}_2 \lambda_3}{x_2^2 + 3.333L_1^2 + 0.1333} + \frac{4\lambda_3 x_2^2 \dot{x}_2}{(x_2^2 + 3.333L_1^2 + 0.1333)^2} \\
&+ \frac{2\lambda_3 x_2}{x_2^2 + 3.333L_1^2 + 0.1333} - 2x_2 \cos x_1 \dot{x}_1 - 2\lambda_4 \cos x_1 \dot{x}_1 + 2\lambda_4 x_2 \sin x_1 \dot{x}_1^2 \\
&- 2\lambda_4 x_2 \cos x_1 - 9.48x_2 \dot{x}_1 + 9.48\lambda_4 \dot{x}_1 - 9.48\lambda_4 x_2 \quad (3.89)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2) \frac{\partial F}{\partial x_2} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_2} &= 0 \\
\frac{\partial}{\partial x_2} &\left(\frac{\lambda_3 u_1}{m_1 x_2^2 + 3.333L_1^2 + 0.1333m_1} - \frac{\lambda_3 x_2 \dot{x}_1 \dot{x}_2}{x_2^2 + 3.333L_1^2 + 0.1333} - \frac{\lambda_3 x_2 \dot{x}_2 \dot{x}_1}{x_2^3 + 3.333L_1^2 + 0.1333} \right. \\
&- \frac{4.9035\lambda_3 L_1 \cos x_1}{x_2^2 + 3.333L_1^2 + 0.133} - \lambda_4 x_2 \sin x_1 \ddot{x}_1 + \lambda_4 x_2 \cos x_1 \dot{x}_1^2 + 4.74\lambda_4 x_2 \dot{x}_1^2 \Big) \\
&- \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{x}_2} \left(\lambda_2 \dot{x}_2 - \frac{\lambda_3 x_2 \dot{x}_1 \dot{x}_2}{x_2^2 + 3.333L_1^2 + 0.1333} - \frac{\lambda_3 x_2 \dot{x}_2 \dot{x}_1}{x_2^2 + 3.333L_1^2 + 0.1333} \right) = 0 \\
\dot{\lambda}_2 &= \frac{2x_2 \dot{x}_1}{x_2^2 + 3.333L_1^2 + 0.1333} + \frac{4\lambda_3 x_2^2 \dot{x}_1}{x_2^2 + 3.333L_1^2 + 0.1333} + \frac{2\lambda_3 \dot{x}_1}{x_2^3 + 3.333L_1^2 + 0.1333} \\
&+ \frac{2\lambda_3 x_2}{x_2^2 + 3.333L_1^2 + 0.133} - \frac{2\lambda_3 u_1 m_1 x_2}{(m_1 x_2^2 + 3.333L_1^2 + 0.1333m_1)^2} \\
&+ 2\lambda_3 \dot{x}_1 \dot{x}_2 \frac{1 - 3.333L_1^2/x_2^2 - 0.1333/x_2^2}{(x_2^2 + 3.333L_1^2 + 0.1333)^2} + \frac{9.807\lambda_3 L_1 \cos x_1 x_2}{(x_2^2 + 3.333L_1^2 + 0.1333)^2} \\
&- \lambda_4 \sin x_1 \ddot{x}_1 - \lambda_4 \cos x_1 \dot{x}_1^2 + 4.74\lambda_4 \dot{x}_1^2 \quad (3.90)
\end{aligned}$$

$$3) \frac{\partial F}{\partial x_3} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_3} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x_3} (-\lambda_1 x_3) - \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{x}_3} (\lambda_3 \dot{x}_3) = 0$$

$$\dot{\lambda}_3 = -\lambda_1 \quad (3.91)$$

$$4) \frac{\partial F}{\partial x_4} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}_4} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x_4} (-\lambda_2 x_4) - \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{x}_4} (\lambda_4 \dot{x}_4) = 0$$

$$\dot{\lambda}_4 = -\lambda_2 \quad (3.92)$$

$$5) \frac{\partial F}{\partial \lambda_1} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_1} (\lambda_1 \dot{x}_1 - \lambda_1 x_3) = 0$$

$$\dot{x}_1 = x_3 \quad (3.93)$$

$$6) \frac{\partial F}{\partial \lambda_2} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_2} (\lambda_2 \dot{x}_2 - \lambda_2 x_4) = 0$$

$$\dot{x}_2 = x_4 \quad (3.94)$$

$$7) \frac{\partial F}{\partial \lambda_3} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_3} \left(\lambda_3 \dot{x}_3 - \frac{\lambda_3 u_1}{m_1 x_2^2 + 3.333 L_1^2 + 0.1333 m_1} - \frac{\lambda_3 x_2 \dot{x}_1 \dot{x}_2}{x_2^2 + 3.333 L_1^2 + 0.1333} - \frac{\lambda_3 x_2 \dot{x}_2 \dot{x}_1}{x_2^2 + 3.333 L_1^2 + 0.1333} - \frac{4.9035 \lambda_3 L_1 \cos x_1}{x_2^2 + 3.333 L_1^2 + 0.1333} \right) = 0$$

$$\dot{x}_3 = \frac{u_1 - m_1 x_2 \dot{x}_1 \dot{x}_2 - m_1 x_2 \dot{x}_2 \dot{x}_1 - 4.9035 m_1 L_1 \cos x_1}{m_1 x_2^2 + 3.333 m_1 L_1^2 + 0.133 m_1} \quad (3.95)$$

$$8) \frac{\partial F}{\partial \lambda_4} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \lambda_4} (\lambda_4 \dot{x}_4 - \frac{\lambda_4 u_2}{m_2} + \lambda_4 x_2 \sin x_1 \ddot{x}_1 + \lambda_4 x_2 \cos x_1 \dot{x}_1^2 + 4.74 \lambda_4 x_2 \dot{x}_1^2 \\ + 4.9035 \lambda_4 \sin x_1) = 0 \\ \dot{x}_4 = \frac{u_2 + m_2 x_2 \sin x_1 \ddot{x}_1 + m_2 x_2 \cos x_1 \dot{x}_1^2 + m_2 x_2 \dot{x}_1^2 + 3.7 m_2 x_2 \dot{x}_1^2 - 4.9035 m_2 \sin x_1}{m_2} \end{aligned} \quad (3.96)$$

$$9) \frac{\partial F}{\partial u_1} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial u_1} (u_1^2 - \frac{\lambda_3 u_1}{m_1 x_2^2 + 3.333 L_1^2 + 0.1333 m_1}) = 0 \\ u_1 = \frac{\lambda_3}{2 m_1 x_2^2 + 6.666 L_1^2 + 0.1266 m_1} \end{aligned} \quad (3.97)$$

$$10) \frac{\partial F}{\partial u_2} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial u_2} (u_2^2 - \frac{\lambda_4 u_2}{m_2}) = 0 \\ u_2 = \frac{\lambda_4}{2 m_2} \end{aligned} \quad (3.98)$$

ซึ่งนำค่าที่ได้ทั้งหมดไปคำนวณทางคอมพิวเตอร์ต่อไป

บทที่ 4

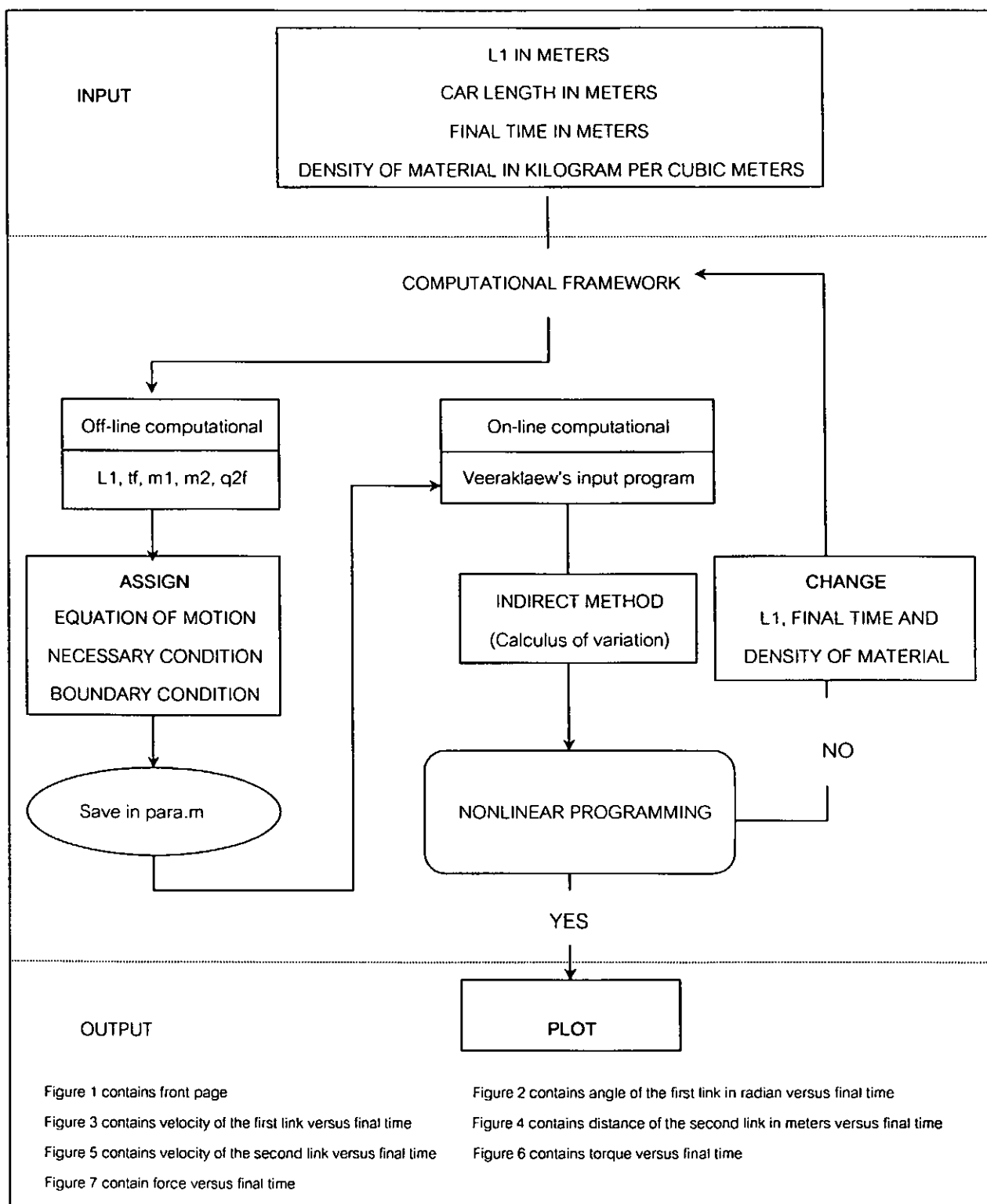
การออกแบบและวิธีการใช้โปรแกรม

4.1 การออกแบบโปรแกรม

การออกแบบโปรแกรมนี้นี้ได้คำนึงถึงการพัฒนาโปรแกรมที่ใช้งานได้ง่าย จึงเหมาะสำหรับบุคคลทั่วไป ถึงแม้ว่าจะไม่มีความรู้ทางด้านวิศวกรรมก็ตาม ซึ่งเป็นการสะดวกต่อผู้ที่อยากจะศึกษาโปรแกรมการทำงานของผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติเพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนางานต่อไป โดยโปรแกรมนี้นี้ผู้วิจัยได้กำหนดสมการการเคลื่อนที่ทางพลศาสตร์ของผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติที่ต้องการศึกษาโดยหาจากทฤษฎีของระบบหุ่นยนต์ ซึ่งสนใจทั้งพลังงานศักย์ และพลังงานจลน์ของระบบกลศาสตร์จากสมการออยเลอร์-ลากรางจ์ รวมทั้งแก้ปัญหาทางทฤษฎีทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดของระบบพลศาสตร์โดยวิธีอ้อมผ่านกระบวนการแคลคูลัสความแปรปรวนในกรณีที่มีเวลาและตำแหน่งที่แน่นอน ซึ่งกำหนดค่าเงื่อนไขของค่าต่ำสุดและสูงสุด และเงื่อนไขขอบเขตไว้ให้ผู้ใช้เป็นที่ยอมรับแล้ว โดยคำนึงว่าน่าจะเป็นค่าเหมาะสมสูงสุดของปัญหานี้ ซึ่งจะไม่เป็นปัญหาสำหรับผู้ที่ไม่มีความรู้ด้านออฟติไมเซชัน

ในส่วนของโปรแกรมผู้วิจัยได้ใช้โปรแกรม MATLAB VERSION 5.3 ในการศึกษา เนื่องจากเป็นโปรแกรมที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาการคำนวณเชิงตัวเลข และกราฟฟิคที่ซับซ้อนให้ง่ายต่อการใช้งาน มีความรวดเร็วในการแสดงผลลัพธ์ออกมา และการเขียนโปรแกรมเพื่อพัฒนางานไม่มีความยุ่งยากมากนัก เนื่องจากเป็นโปรแกรมที่มีการพัฒนาอย่างไม่หยุดยั้ง มีการใช้งานในปัจจุบันกันอย่างแพร่หลาย และเป็นโปรแกรมที่ง่ายต่อความเข้าใจ⁽¹⁸⁾ โดยนำความสามารถของโปรแกรม MATLAB มาใช้ 3 ส่วนด้วยกัน กล่าวคือ ซิมโบลิคส์ทูลบ็อกซ์ การแก้ปัญหาทางออฟติไมเซชัน (Optimization solver) และหน้าจอรับข้อมูล ซึ่งทั้งหมดจะทำงานสัมพันธ์กันตลอดเวลา

โดยผู้ใช้นี้จะมีหน้าที่ป้อนข้อมูลเกี่ยวกับรถยนต์ที่ต้องการศึกษา 4 ข้อมูลด้วยกัน คือ ความยาวกันชนหลังของรถยนต์ (L_r) ความยาวทั้งหมดของรถยนต์คันที่ต้องการศึกษา (Car length) เวลาทั้งหมดที่ต้องการให้ผ้าคลุมรถยนต์ทำงาน (Final time) และความหนาแน่นของวัสดุ (Density of material) ที่ทำการศึกษา หลังจากนั้นโปรแกรมจะทำการคำนวณหาค่าความเหมาะสมสูงสุดของแรงบิดและแรงภายนอกสำหรับระบบพลศาสตร์ของโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติของรถยนต์ที่นำมาเป็นตัวอย่าง และแสดงผลออกมาในรูปแบบกราฟ ซึ่งในส่วนนี้ผู้ที่สามารถศึกษากราฟอย่างเข้าใจต้องเป็นผู้ที่มีความรู้พื้นฐานทางด้านวิศวกรรมพอสมควร โดยหากเข้าใจการทำงานของแรง และแรงบิด ของชิ้นงานก็จะทำให้เข้าใจผลลัพธ์ได้เป็นอย่างดี



ภาพประกอบ 22 แสดงโฟลชาร์ท (Flowchart) ของโปรแกรมสำหรับออกแบบโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติ

4.2 โครงสร้างของโปรแกรม

4.2.1 อินพุต (Input) สำหรับโปรแกรม

โปรแกรมจะรับค่าต่างๆที่ได้จากปัญหาที่สนใจ ได้แก่ ความยาวกันชนหลังของรถยนต์ ความยาวทั้งหมดของรถยนต์คันที่ต้องการศึกษา เวลาทั้งหมดที่ต้องการให้ผ้าคลุมรถยนต์ทำงาน และความหนาแน่นของวัสดุ เป็นค่าอินพุตทั้งหมด ซึ่งโปรแกรมจะรับจากการป้อนของผู้ใช้ผ่านหน้าจอรับข้อมูล

4.2.2 ขอบข่ายการทำงานของโปรแกรม

เมื่อโปรแกรมรับค่าต่างๆที่ได้จากปัญหาที่สนใจ ซึ่งค่าอินพุตทั้งหมดของโปรแกรมจะรับจากการป้อนของผู้ใช้ผ่านหน้าจอรับข้อมูลเพื่อนำมาประมวลผล โดยที่โครงสร้างของโปรแกรมแบ่งการทำงานเป็น 2 ส่วนใหญ่ๆ ด้วยกัน คือ

ส่วนที่ 1 เรียกว่าส่วนออฟไลน์ (Off-line) จะทำงานในส่วนของการแปลงปัญหาที่สนใจที่ได้จากการอินพุตจากการป้อนของผู้ใช้ผ่านหน้าจอรับข้อมูลในรูปของข้อมูลแบบสตริง (String data) ให้เป็นปัญหาแบบโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น โดยที่โปรแกรมจะพาราเมเทไรซ์ (Parameterize) ตัวแปรต่างๆ ได้แก่ ความยาวกันชนหลังของรถยนต์ ความยาวทั้งหมดของรถยนต์คันที่ต้องการศึกษา และเวลาทั้งหมดที่ต้องการให้ผ้าคลุมรถยนต์ทำงาน หลังจากนั้นจะสร้างเวกเตอร์ของเงื่อนไขบังคับด้วย วิธีคอลโลเคชันหรือวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite element method; FEM) และกำหนดฟังก์ชันเป้าหมายที่ต้องการ (Objective function) ซึ่งข้อมูลทั้งหมดจะถูกแยกเก็บไว้ในไฟล์ต่างๆ ตามประเภทของข้อมูล ซึ่งไฟล์ดังกล่าวจะกลายเป็นไฟล์อินพุต (Input file) สำหรับ NLP solver คือ เอฟมินคอน (fmincon) และฟังก์ชันภายในเอฟมินคอนจะทำการอ่านข้อมูลและคืนค่าที่คำนวณได้ออกมาไว้ในไฟล์

ส่วนที่ 2 เรียกว่าส่วนออนไลน์ (On-line) จะทำงานในส่วนของการแก้ปัญหาโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้นเป็นคำตอบที่ต้องการ โดยจะเน้นการแก้ปัญหาในส่วนของการฟิตไม่เชิงเส้นเป็นหลัก ซึ่งได้จากโปรแกรมที่เขียนไว้แล้วจาก Veeraklaew T.⁽⁶⁾ ในส่วนของวิธีอ้อมที่เกี่ยวข้องกับแคลคูลัสความแปรปรวน จากนั้นอาศัยฟังก์ชันเอฟมินคอนซึ่งเป็นออฟติไมเซชันทูลบ็อกซ์ (Optimization toolbox) ที่มีอยู่แล้วใน MATLAB เป็นฟังก์ชันหลักในการแก้ปัญหา ซึ่งฟังก์ชันต่างๆ ภายในเอฟมินคอนจะทำหน้าที่ตั้งแต่ขั้นแรกเมื่อรับค่าอินพุต มาแล้วจะคืนค่าของเงื่อนไขบังคับที่เป็นสมการและเงื่อนไขบังคับที่เป็นอสมการ ซึ่งแทนค่าพารามิเตอร์ทางออฟติไมเซชัน (Optimization parameter) α ลงไปแล้ว โดยขั้นที่สองเป็นการแทนค่าของ $F(\alpha)$ และขั้นที่สามเป็นการรับค่าจากขั้นตอนแรกนำมาคำนวณจนกว่าจะได้คำตอบ

โดยการหาคำตอบของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้นจะมีการมีการเปลี่ยนแปลงค่าความชัน (Gradient) ของฟังก์ชันเป้าหมายที่ต้องการ และค่าจาโคเบียนของเงื่อนไขบังคับอยู่ตลอดเวลา เพื่อนำไปสู่คำตอบของค่าเหมาะสมสูงสุด

4.3 วิธีกาการใช้โปรแกรม

เนื่องจาก MATLAB เป็นโปรแกรมที่ได้คิดค้นมาเมื่อไม่นานมานี้ ดังนั้นโปรแกรมในยุคใหม่จึงพัฒนาโดยไม่มีการันไฟล์ (Run file) ในระบบปฏิบัติการอื่นๆ อย่างเช่น ระบบ DOS (Disk Operating System) หรือระบบวินโดว (Window) เป็นต้น การจะรัน (Run) โปรแกรมสามารถรันโดยการเปิดโปรแกรมหลักของ MATLAB แล้วทำการตั้งเส้นทาง (Set path) ที่จะทำการรันไฟล์ที่มีข้อมูลเกี่ยวกับผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติที่ต้องการศึกษา จากนั้นหน้าจอจะขึ้นหน้าจอรับข้อมูล ซึ่งพร้อมที่จะทำการรับข้อมูลที่สนใจมาทำการการศึกษา

หน้าตาของโปรแกรมเป็นการระบุขนาดความยาวของกันชน ขนาดความยาวของรถยนต์ที่นำมาทดสอบ เวลาทั้งหมดที่ต้องการให้ผ้าคลุมรถยนต์ทำงาน และความหนาแน่นของวัสดุที่ต้องการศึกษา โดยความยาวของกันชนและความยาวของรถยนต์ให้ผู้ใช้กรอกข้อมูลในหน่วยเมตร ส่วนเวลาทั้งหมดของการทำงานให้ผู้ใช้กรอกข้อมูลในหน่วยวินาที

Figure No. 1

File Edit Tools Window Help

THE DEVELOPMENT OF PROGRAM FOR DESIGNING
THE STRUCTURE OF AUTOMATIC CAR CLOTH COVER

L1 METERS

CAR LENGTH METERS

FINAL TIME SECONDS

DENSITY OF MATERIAL KILOGRAM PER CUBIC METERS

OFF-LINE ON-LINE PLOT

COMMENT

โปรแกรมนี้ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในการ
ออกแบบโครงสร้างของผ้าคลุมรถยนต์
อัตโนมัติ และในกรณีที่ผู้ใช้กรอก
amount one to ten seconds

RESET

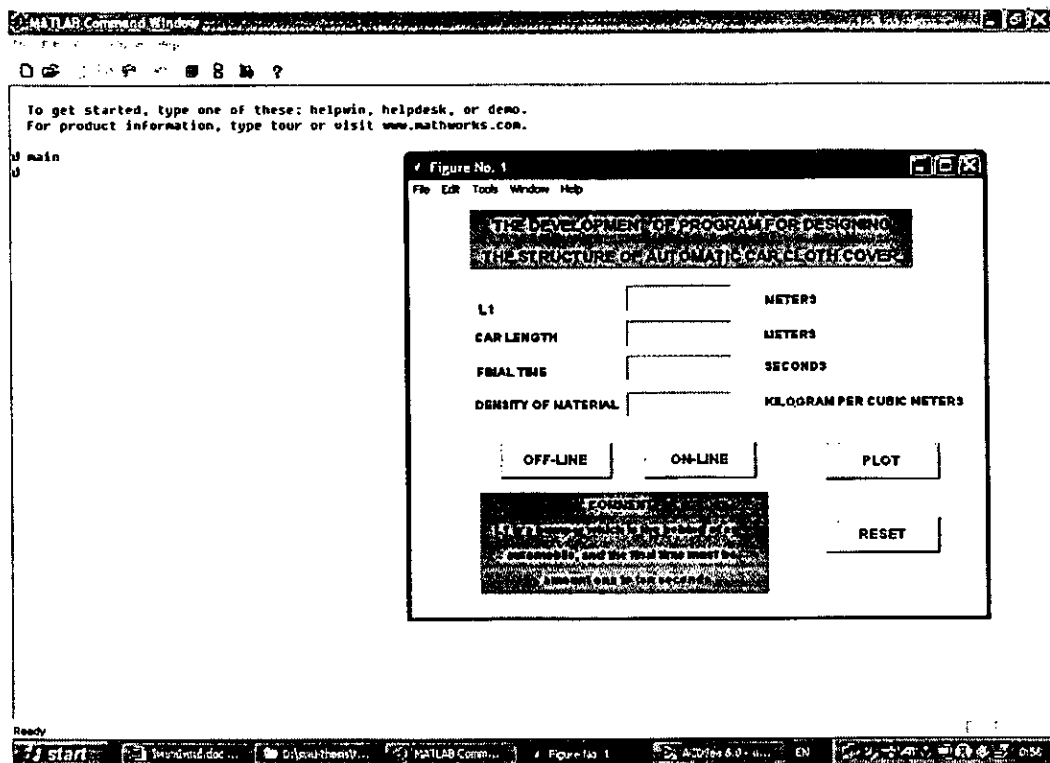
ภาพประกอบ 23 แสดงหน้าจอรับข้อมูล

เมื่อกำหนดปัญหาที่สนใจแล้วจึงกดออฟไลน์ โดยในส่วนนี้ปัญหาจะถูกนำไปเก็บไว้ที่โปรแกรมที่ชื่อว่า "para.m" ซึ่งจะถูกนำไปแก้ปัญหาลงคอมพิวเตอร์เมื่อกดออนไลน์ จากนั้นรอผลการทำงานจนกว่าหน้าจอ

คอมมานด์ (Command) ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found" หรือปรากฏคำว่า "Local minimum Exist!" จากนั้นจึงกด "PLOT" จึงได้กราฟซึ่งเป็นผลลัพธ์ในการนำไปศึกษาต่อไป

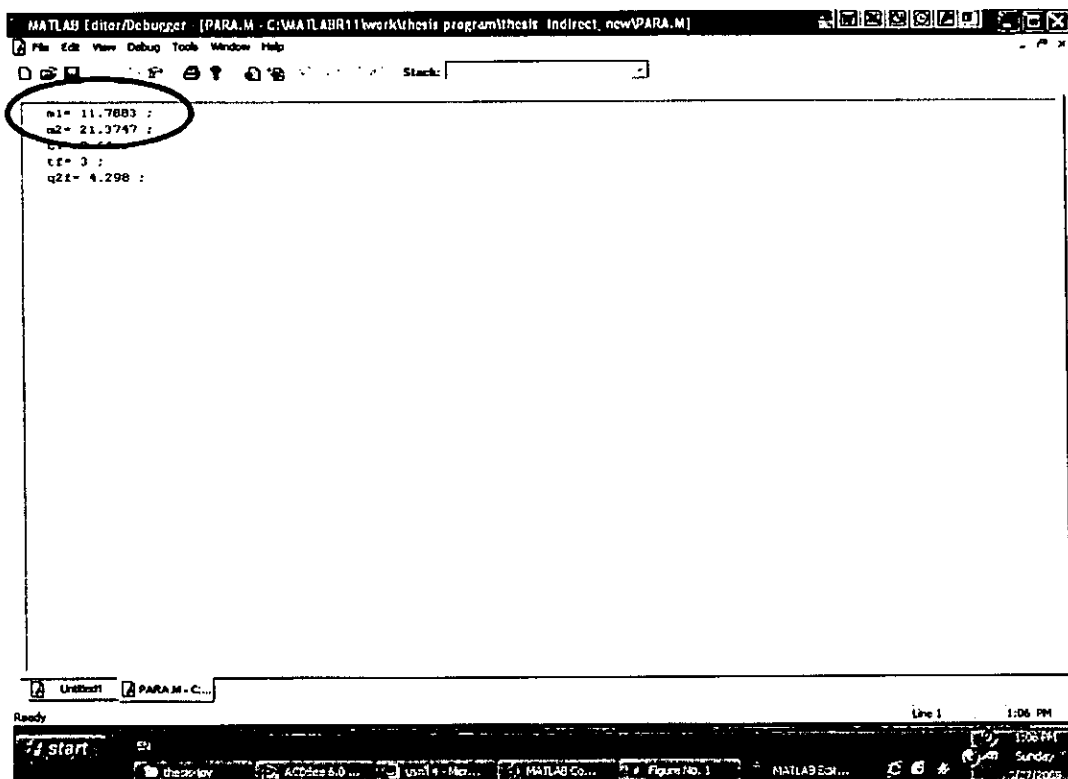
4.4 ตัวอย่างการใช้โปรแกรม

4.4.1 เริ่มจากการเปิดหน้าต่างของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้น หลังจากนั้นกำหนดปัญหาจากรถยนต์ที่สนใจ โดยกรอกข้อมูลจากหน้าจอรับข้อมูลของโปรแกรกดังภาพประกอบ 23 จากนั้นรอรับค่าต่างๆ



ภาพประกอบ 24 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ที่สนใจ

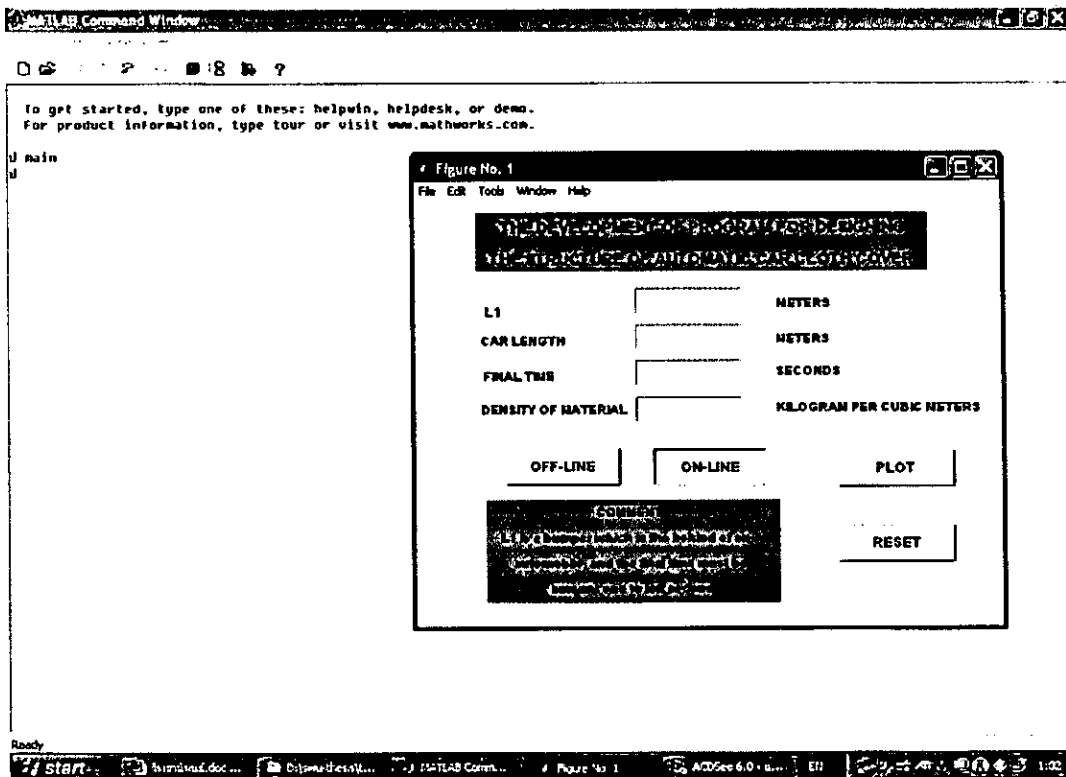
4.4.2 เมื่อกำหนดค่าต่างๆครบแล้ว จึงกดปุ่ม "Off-line" เพื่อส่งให้นำข้อมูลไปเก็บไว้ที่โปรแกรมที่ชื่อว่า "para.m" ดังแสดงในภาพประกอบ 25 หน้าจอนี้เป็นการตรวจสอบว่าข้อมูลที่ป้อนตามภาพประกอบ 24 ถูกนำมาเพื่อใช้ในการรันผลแล้ว



ภาพประกอบ 25 แสดงการเก็บข้อมูลจากปัญหาที่สนใจไว้ที่โปรแกรม "para.m"

จากภาพประกอบ 25 m_1 คือ มวลของวัสดุรูปทรงกระบอกกลวงที่ใช้เป็นโครงสร้างของลิงค์แรกที่มีขนาดความยาวเท่ากับความยาวกันชนหลังของรถยนต์ ซึ่งมีรัศมีภายนอกเท่ากับ 0.060 เมตรและรัศมีภายในเท่ากับ 0.057 เมตร m_2 คือ มวลของวัสดุรูปทรงกระบอกกลวงที่ใช้เป็นโครงสร้างของลิงค์ที่สองที่มีขนาดความยาวเท่ากับความยาวทั้งหมดของรถยนต์คันที่ต้องการศึกษา ซึ่งมีรัศมีภายนอกเท่ากับ 0.070 เมตรและรัศมีภายในเท่ากับ 0.060 เมตร โดยในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ได้ใช้โหนดเป็นวัสดุที่ใช้ทำโครงสร้างซึ่งมีค่าความหนาแน่นเท่ากับ 4510 กิโลกรัม ต่อ ลูกบาศก์เมตร

4.4.3 กดปุ่ม "On-line" เพื่อสั่งให้โปรแกรมคำนวณในส่วนของออนไลน์รอจนการคำนวณเสร็จสิ้น โดยสังเกตจากปุ่มที่กดกลับมาอยู่ในสภาพเดิม ดังแสดงในภาพประกอบ 26



ภาพประกอบ 26 แสดงการแสดงผลในส่วนออนไลน์ (On-line)

โดยในส่วนนี้ที่หน้าจอกอมมานด์จะสามารถปรากฏผลการรันออกเป็นสามลักษณะ คือ ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found" "Local minimum Exist!" หรือ "No solution!" ซึ่งทั้งสามลักษณะมีความแตกต่างกันดังนี้

4.4.3.1 หน้าจอกอมมานด์ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found" หน้าจอกอมมานด์ลักษณะนี้แสดงว่ากราฟที่ได้ ได้ผลการรันเป็นที่ถูกต้อง สมบูรณ์ โปรแกรมสามารถหาค่าความเหมาะสมสูงสุดได้ ตามภาพประกอบ 27

```

MATLAB Command Window
Warning: You are attempting to call mxFree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call mxFree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call mxFree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
objf =
    8.011954592895749e+005
Warning: You are attempting to call mxFree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call mxFree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
elapsed_time =
    2.040428888888889e+001
Congratulation! Your Solutions found.
Close All
result2
Ready

```

ภาพประกอบ 27 แสดงการสิ้นสุดการทำงานของโปรแกรม โดยหน้าจอคอมมานด์ปรากฏคำว่า
 "Congratulation! Your Solutions found"

4.4.3.2 หน้าจอคอมมานด์ปรากฏคำว่า "Local minimum Exist!" หน้าจอคอมมานด์ลักษณะนี้แสดง
 ว่าโปรแกรมยังไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องและสมบูรณ์ได้ แต่เป็นผลที่ดีที่สุดแล้วที่โปรแกรมจะสามารถหา
 คำตอบจากข้อมูลที่ให้มาได้ ซึ่งโปรแกรมวนหาคำตอบที่ถูกต้อง สมบูรณ์กว่านี้ไม่ได้อีกแล้ว ดังนั้นเมื่อนำจอ
 คอมมานด์ขึ้นลักษณะนี้ ต้องตรวจสอบกราฟว่าผลการรันสามารถใช้ได้หรือไม่ ในบางกรณีโปรแกรมสามารถ
 ได้ค่าความเหมาะสมสูงสุดแล้ว แต่โปรแกรมไม่รู้ ดังนั้นก็สามารถนำผลมาใช้ได้ไม่แตกต่างจากผลการรันที่
 ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found" แต่บางกรณีผลการรันก็ไม่สามารถใช้ได้เลย แสดง
 ตามภาพประกอบ 28

```

MATLAB Command Window

Warning: You are attempting to call mxfree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call mxfree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call mxfree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.

objf =
    5.884805648058757e+003

Warning: You are attempting to call mxfree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call mxfree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.

elapsed_time =
    3.163270800000000e+003

Local minimum Exist!, please check the reasons.
If it is not true, try to change the limits by:
typing MAX(y) and compare with BB in main.m.
However, to see plots now type: >>result2.close all
d result2
j

Ready

```

ภาพประกอบ 28 แสดงการสิ้นสุดผลการทำงานของโปรแกรม โดยหน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Local minimum Exist!"

4.4.3.3 หน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "No solution!" หน้าจอคอมพิวเตอร์ลักษณะนี้แสดงว่าตัวอย่างที่ต้องการศึกษาไม่สอดคล้องกับโปรแกรม โปรแกรมไม่สามารถหาค่าความเหมาะสมสูงสุดได้ แสดงตามภาพประกอบ 29

```

The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call mxFree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call mxFree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call mxFree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call mxFree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.

objf =
    1.648982606222154e+006

Warning: You are attempting to call mxFree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call mxFree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.

elapsed_time =
    1.648982606222154e+006

No solution! please type "inform" to check the reason
and refer back to HpSol manual.
However, to see plots now type >>result2.

Ready
  
```

ภาพประกอบ 29 แสดงการสิ้นสุดผลการทำงานของโปรแกรม โดยหน้าจอคอมมานด์ปรากฏคำว่า "No solution!"

ดังนั้นเมื่อนำจอคอมมานด์ขึ้นลักษณะนี้ต้องทำการเปลี่ยนปัญหาทันที แสดงว่าปัญหาที่สนใจไม่สามารถหาคำตอบได้ ซึ่งมาจากความซับซ้อนของปัญหา หรือมีระเบียบเชิงตัวเลขบางอย่างที่โปรแกรมไม่สามารถแก้ปัญหาได้

4.4.4 ต่อมากดปุ่ม "PLOT" เพื่อสั่งให้โปรแกรมแสดงกราฟ โดยกราฟที่แสดงมีทั้งหมด 6 กราฟ คือ

กราฟแรกแสดงมุมที่ลิงค์แรกเคลื่อนที่เปรียบเทียบกับเวลา กราฟที่สองแสดงความเร็วที่ลิงค์แรกเคลื่อนที่เปรียบเทียบกับเวลา กราฟที่สามแสดงระยะทางการยืดออกของลิงค์ที่สองเปรียบเทียบกับเวลา กราฟที่สี่แสดงความเร็วที่ลิงค์ที่สองเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลา กราฟที่ห้าแสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลา และกราฟที่หกแสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลา

บทที่ 5

การทดสอบโปรแกรมและวิเคราะห์ผลการทดสอบ

5.1 ประเภทของรถยนต์ที่นำมาทดสอบ

ในบทนี้กล่าวถึงรถยนต์ตัวอย่างที่นำมาทดสอบการทำงานของโปรแกรมที่ได้พัฒนาขึ้นจากบทที่ 4 โดยรถยนต์ตัวอย่างที่นำมาใช้ต้องมีคุณสมบัติดังนี้

5.1.1 ประเภทรถยนต์นั่งส่วนบุคคล มีรายละเอียดคุณสมบัติต่างๆดังนี้

5.1.1.1 ปัญหากรณีที่ 1

ศึกษารถยนต์ BMW 325i touring (2,494 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.59613 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.471 เมตร⁽²¹⁾

5.1.1.2 ปัญหากรณีที่ 2

ศึกษารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.65575 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.285 เมตร⁽²²⁾

5.1.1.3 ปัญหากรณีที่ 3

ศึกษารถยนต์ Mitsubishi Lancer Cedia (1,800 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.56667 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.500 เมตร

5.1.2 ประเภทรถยนต์กระบะรถยนต์นั่งเอนกประสงค์ มีรายละเอียดคุณสมบัติต่างๆดังนี้

5.1.2.1 ปัญหากรณีที่ 4

ศึกษารถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.73 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.95 เมตร⁽²³⁾

5.1.2.2 ปัญหากรณีที่ 5

ศึกษารถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) รถยนต์ประเภทนี้ไม่สามารถใช้กันชนด้านหลังได้ เนื่องจากมีความยว่น้อยมาก จึงได้สมมติความยาวตั้งแต่ด้านหลังของล้อหลังไปจนถึงสุดตัวรถด้านท้ายเป็นความยาวของลิงค์แรกที่ 0.74 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.97 เมตร

5.2 ประเภทของปัญหาที่นำมาทดสอบกับโปรแกรม

5.2.1 ประเภทรถยนต์นั่งส่วนบุคคล

5.2.1.1 ปัญหากรณีที่ 1: ศึกษารถยนต์ BMW 325i touring (2,494 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.59613 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.471 เมตร⁽²¹⁾

เนื่องจากปัญหาที่ต้องการศึกษามีลักษณะเป็นเวลาต่อเนื่องจึงทำการแบ่งข้อมูลโดยวิธีดิสครีท (Discrete time) คือ การแบ่งเวลาการศึกษาเป็นช่วงๆ โดยใช้วิธีคอลโลเคชันแบ่งช่วงเวลาการทำงานออกเป็น 10 ช่วง (10 Intervals) ทำการทดลองเวลาทั้งหมดที่ผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติทำงานตั้งแต่ 1 ถึง 10 วินาที โดยคำตอบที่เหมาะสมที่สุดสำหรับปัญหานี้ใช้เวลาทั้งหมดที่ผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติทำงาน 7 วินาที โดยในตลอดการวิจัยได้ใช้ไททาเนียมเป็นวัสดุที่ใช้ทำโครงสร้างซึ่งมีค่าความหนาแน่นเท่ากับ 4510 กิโลกรัม ต่อลูกบาศก์เมตร เนื่องจากไททาเนียมเป็นวัสดุที่มีความคงทน แข็งแรง และน้ำหนักเบา แสดงหน้าจอรับข้อมูลตามภาพประกอบ 30 ดังนี้

Figure No. 1

File Edit Tools Window Help

THE DEVELOPMENT OF PROGRAM FOR DESIGNING THE STRUCTURE OF AUTOMATIC CAR CLOTH COVER

L1	0.59613	METERS
CAR LENGTH	4.471	METERS
FINAL TIME	7	SECONDS
DENSITY OF MATERIAL	4510	KILOGRAM PER CUBIC METERS

OFF-LINE ON-LINE PLOT

COMMENT

is the bumper which is the behind of an automobile, and the final time must be amount one to ten seconds

RESET

ภาพประกอบ 30 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที

เมื่อทำการรันโปรแกรมเป็นที่เรียบร้อยแล้ว หน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found" ตามภาพประกอบ 31

```

MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call mxfree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call mxfree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call mxfree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call mxfree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.

objf =

    2.781619863184577e+005

Warning: You are attempting to call mxfree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call mxfree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.

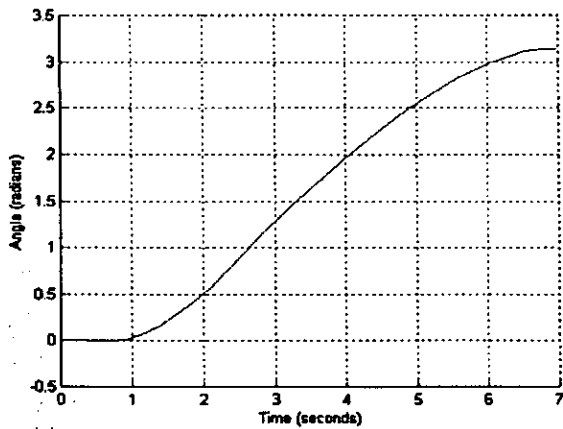
elapsed_time =

    1.270965800000000e+004

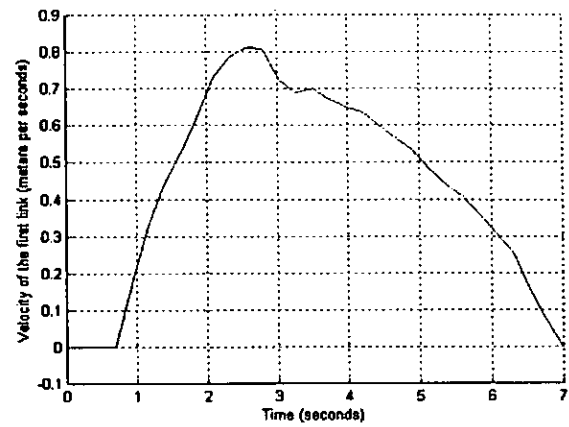
Congratulation! Your Solutions found.
u close all
u
Ready
  
```

ภาพประกอบ 31 แสดงการสิ้นสุดการทำงานของโปรแกรมจากปัญหารถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที

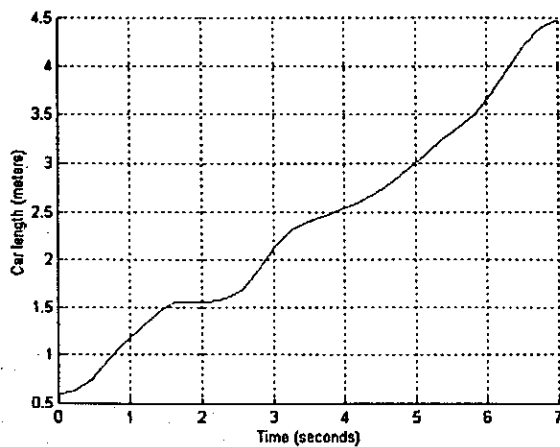
หน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found" ก็มั่นใจได้ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องและเป็นค่าเหมาะสมสูงสุด (Extremum) แสดงผลตามภาพประกอบ 32 ถึง 37 ดังนี้



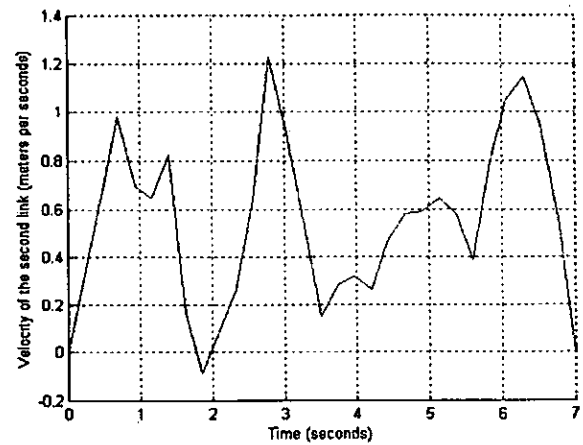
ภาพประกอบ 32 แสดงมุม (q_1) ที่ลิงค์แรก (L_1) หมุนไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที



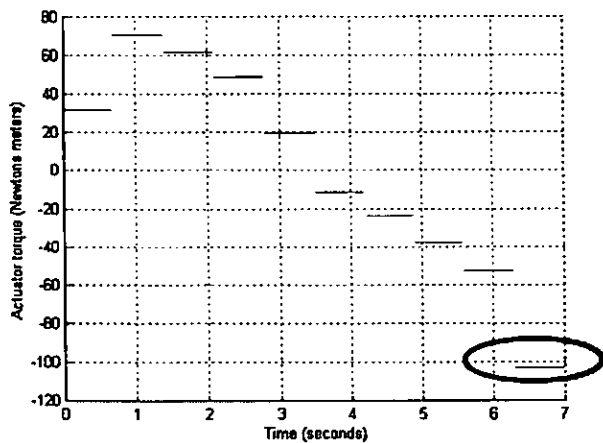
ภาพประกอบ 33 แสดงความเร็วที่ลิงค์แรกเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที



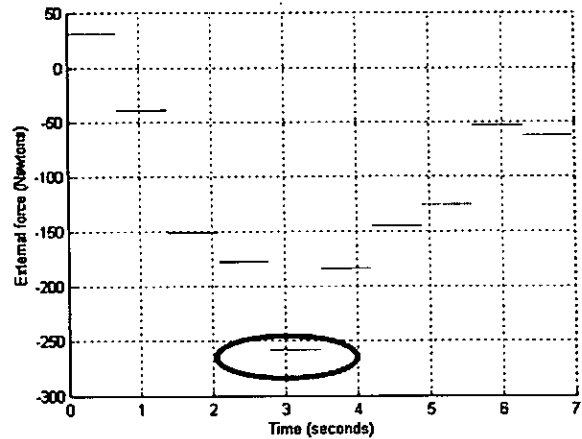
ภาพประกอบ 34 แสดงระยะทางการยืดออกของลิงค์ที่สอง (q_2) เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที



ภาพประกอบ 35 แสดงค่าความเร็วของลิงค์ที่สองเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที



ภาพประกอบ 36 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์
เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i
touring ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที

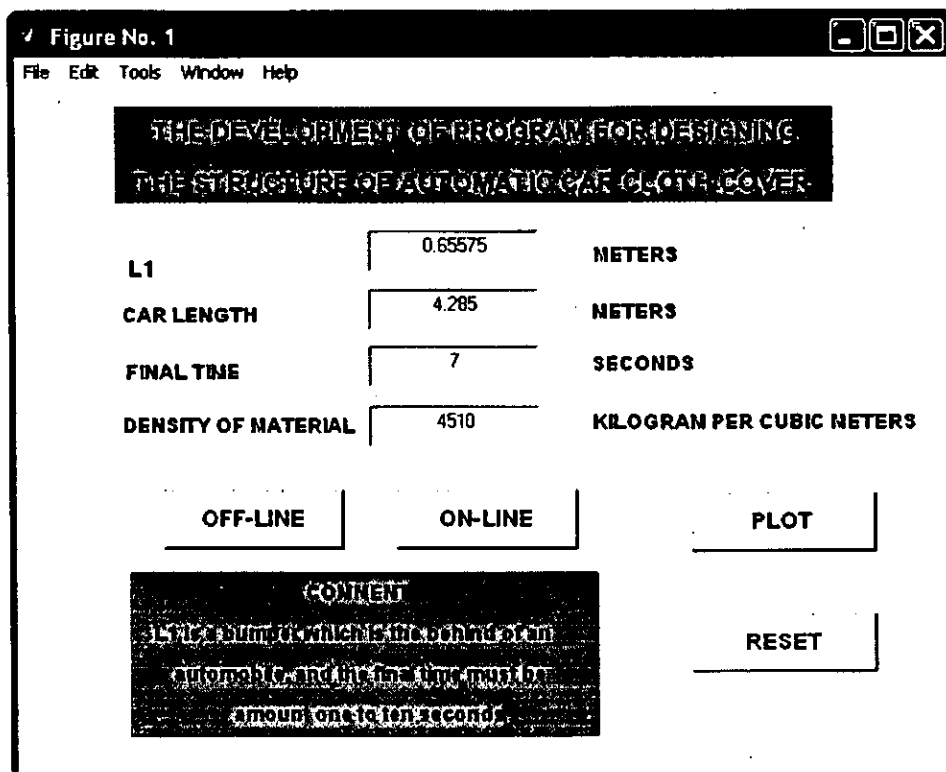


ภาพประกอบ 37 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์
เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i
touring ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที

ซึ่งภาพประกอบ 36 และ 37 นี้เป็นข้อมูลที่ต้องการ ทำให้ทราบว่าถ้าจะติดผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติให้กับรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาทำงาน 7 วินาที มอเตอร์ที่มารับค่าแรงบิดต้องเลือกให้มีขนาด 103 นิวตันเมตรขึ้นไป และมอเตอร์ที่มารับค่าแรงภายนอกต้องเลือกให้มีขนาดประมาณ 260 นิวตันขึ้นไป จึงจะสามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ มีค่าความเหมาะสมสูงสุด

และจากการทดลองโปรแกรมเพื่อศึกษาปัญหากรณีที่ 1 ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.59613 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.471 เมตร ที่เวลาแตกต่างกัน โดยศึกษาตั้งแต่ 1 ถึง 10 วินาที ทำให้ทราบว่าที่เวลาการทำงาน 1, 2, 3, 6, 8, 9 และ 10 วินาทีเป็นเวลาที่ไม่สามารถแก้ปัญหาทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดของระบบพลศาสตร์ด้วยวิธีแคลคูลัสความแปรปรวนได้

5.2.1.2 ปัญหากรณีที่ 2: ศึกษารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.65575 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.285 เมตร⁽²¹⁾ ทำการทดลองตั้งแต่ 1 ถึง 10 วินาที โดยคำตอบที่เหมาะสมที่สุดสำหรับปัญหานี้ใช้เวลาทั้งหมดที่ผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติทำงาน 7 วินาที และวัสดุที่ใช้เป็นไททาเนียม แสดงหน้าจอรับข้อมูลตามภาพประกอบ 38 ดังนี้



ภาพประกอบ 38 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ Toyota Soluna vios ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที

เมื่อทำการรันโปรแกรมเป็นที่เรียบร้อยแล้ว หน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Local minimum Exist!" ภาพประกอบ 39 ดังนี้

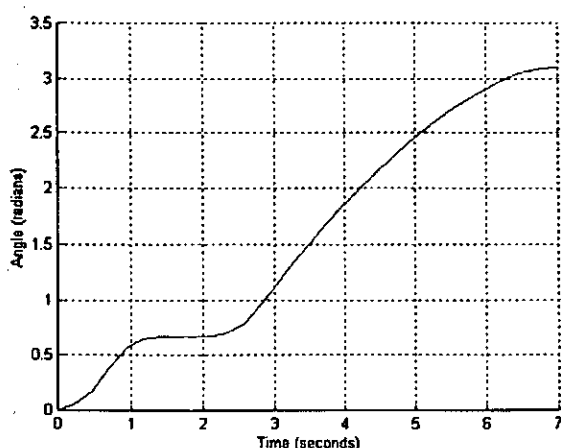
```

MATLAB Command Window
D:\3.4.4\1\18\17
Warning: You are attempting to call mxFree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call mxFree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call mxFree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
objf =
4.31152295836204e+004
Warning: You are attempting to call mxFree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call mxFree on a double array.
The destructor for mxArray is mxDestroyArray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
elapsed_time =
V.0670000000000000e+000
Local minimum Exist! please check the reasons.
If it is not true, try to change the limits by:
typing 'my' and compare with 80 in main.m.
However, to see plots now type: >>result2.close all
>>result2
Ready

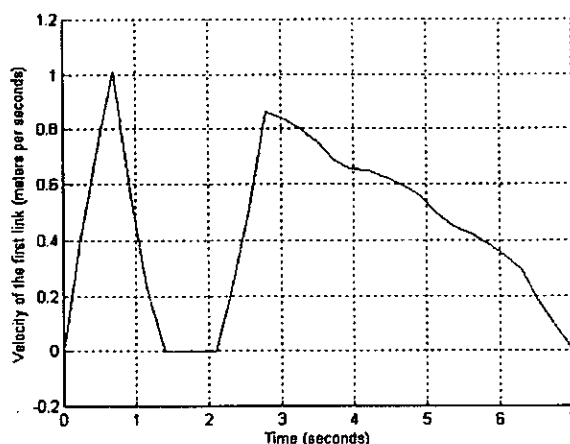
```

ภาพประกอบ 39 แสดงการสิ้นสุดการทำงานของโปรแกรมจากปัญหารถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที

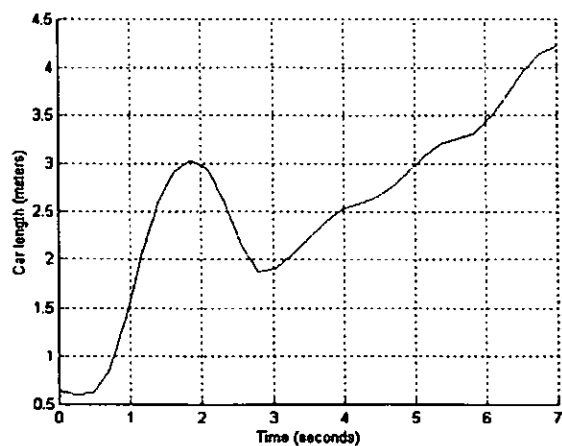
ในกรณีนี้หน้าจocomมานต์ปรากฏคำว่า "Local minimum Exist!" ก็สามารถได้คำตอบที่ถูกต้อง และเป็นค่าเหมาะสมสูงสุดของปัญหาได้ แสดงผลตามภาพประกอบ 40 ถึง 45 ดังนี้



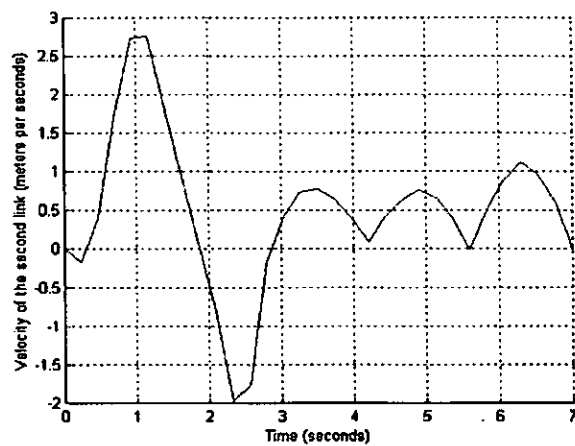
ภาพประกอบ 40 แสดงมุม (q_1) ที่ลิงค์แรก (L_1) หมุนไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที



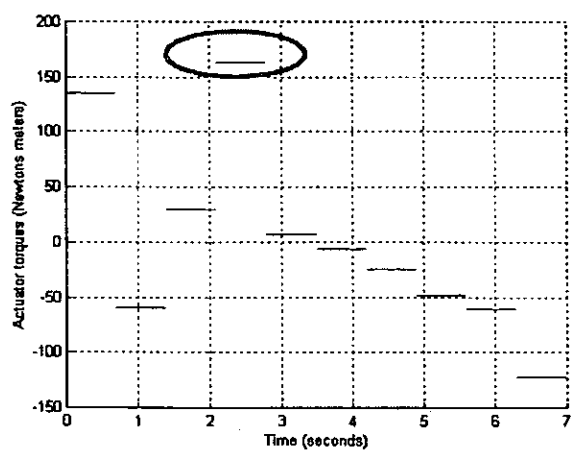
ภาพประกอบ 41 แสดงความเร็วที่ลิงค์แรกเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที



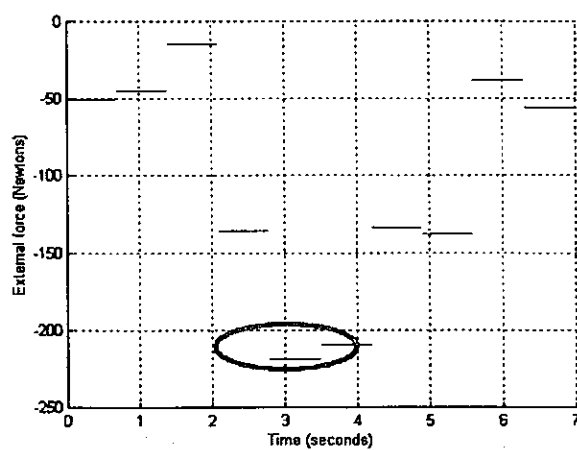
ภาพประกอบ 42 แสดงระยะทางการยืดอกของลิงค์ที่สอง (q_2) เปรียบเทียบกับเวลา ของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที



ภาพประกอบ 43 แสดงค่าความเร็วของลิงค์ที่สอง เคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที



ภาพประกอบ 44 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์ เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที



ภาพประกอบ 45 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์ เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที

ปัญหานกรณีนี้นักจคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Local minimum Exist!" ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้องและเป็นค่าเหมาะสมสูงสุด โดยมีหลักการพิจารณาคำตอบลักษณะเช่นนี้ว่า จากภาพประกอบ 40 แกนตั้ง แสดงค่ามุมที่หมุนไปของลิงค์แรกเปรียบเทียบกับเวลาของการทำงาน ซึ่งกราฟทำงานจนครบค่า π คือ 3.1416 โดยในแกนนอนแสดงเวลาของการทำงานตั้งแต่ 0 ถึง 7 วินาที ซึ่งกราฟก็ทำงานจนครบเวลาเช่นกัน และจากภาพประกอบ 42 แกนตั้งแสดงระยะทางการยืดออกของลิงค์ที่สอง (q_2) เปรียบเทียบกับเวลาการทำงาน ซึ่งกราฟทำงานจนถึงระยะยืดออกสูงสุด หรือเป็นขนาดความยาวของรถยนต์ที่เป็นปัญหาศึกษา แสดงว่านักจคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Local minimum Exist!" ลักษณะนี้ให้คำตอบที่เป็นค่าเหมาะสมสูงสุดแล้วสามารถนำเป็นคำตอบของปัญหาได้

ภาพประกอบ 44 และ 45 นี้แสดงข้อมูลที่ต้องการ ทำให้ทราบว่าถ้าจะติดผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติให้กับรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาทำงาน 7 วินาที มอเตอร์ที่มารับค่าแรงบิดต้องเลือกให้มีขนาด 160 นิวตันเมตรขึ้นไป และมอเตอร์ที่มารับค่าแรงภายนอกต้องเลือกให้มีขนาดประมาณ 220 นิวตันขึ้นไป จึงจะสามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ มีค่าความเหมาะสมสูงสุด

และจากการทดลองโปรแกรมเพื่อศึกษาปัญหานกรณีสองตัวที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.65575 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.285 เมตร ที่เวลาแตกต่างกัน โดยศึกษาตั้งแต่ 1 ถึง 10 วินาที ทำให้ทราบว่าที่เวลาการทำงาน 1, 3, 5, 8, 9 และ 10 วินาทีเป็นเวลาที่ไม่สามารถแก้ปัญหาทางคอมพิวเตอร์ที่ได้ผลสูงสุดของระบบพลศาสตร์ด้วยวิธีแคลคูลัสความแปรปรวนได้

5.2.1.3 ปัญหานกรณีสองตัวที่ 3: ศึกษารถยนต์ Mitsubishi Lancer Cedia (1,800 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.53667 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.500 เมตร ทำการทดลองตั้งแต่ 1 ถึง 10 วินาที โดยคำตอบที่เหมาะสมที่สุดสำหรับปัญหานี้ใช้เวลาทั้งหมดที่ผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติทำงาน 8 วินาที แสดงหน้าจอรับข้อมูลตามภาพประกอบ 46 ดังนี้

Figure No. 1

File Edit Tools Window Help

**THE DEVELOPMENT OF PROPER DESIGNING
THE STRUCTURE OF AUTOMATIC CAR PLOTT COVER**

L1	0.56667	METERS
CAR LENGTH	4.500	METERS
FINAL TIME	8	SECONDS
DENSITY OF MATERIAL	4510	KILOGRAM PER CUBIC METERS

OFF-LINE ON-LINE PLOT

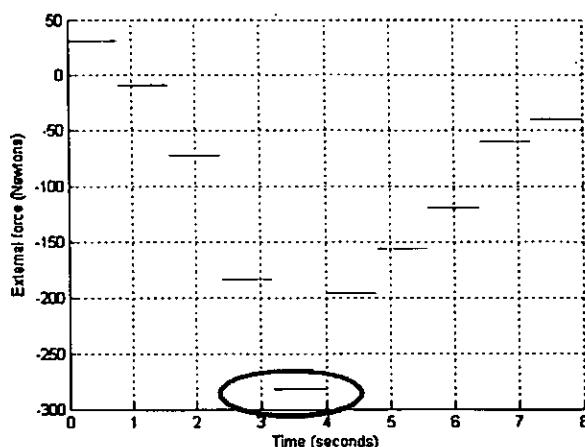
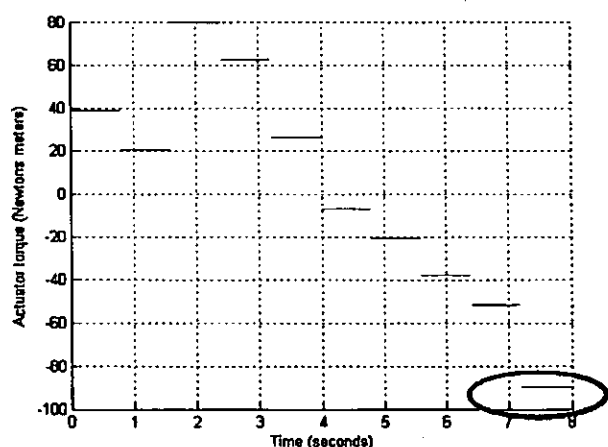
COMMENT

ใน 47 วินาทีของการวิ่งของรถ
อัตโนมัติและใช้แรงบิดและแรงกายนอกของมอเตอร์ แสดงผล
อัตโนมัติ 8 วินาที

RESET

ภาพประกอบ 46 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ Mitsubishi Lancer Cedia ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที

หน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found" ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง และเป็นค่าเหมาะสมสูงสุด โดยสิ่งที่สนใจของปัญหา คือ ค่าแรงบิด และแรงกายนอกของมอเตอร์ แสดงผลตามภาพประกอบ 47 ถึง 48 ดังนี้



ภาพประกอบ 47 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์
เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Mitsubishi
Lancer Cedia ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที

ภาพประกอบ 48 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์
เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Mitsubishi
Lancer Cedia ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที

จากภาพประกอบ 47 และ 48 นี้เป็นข้อมูลที่ต้องการทำให้ทราบว่าถ้าจะติดผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติให้กับรถยนต์ Mitsubishi Lancer Cedia ที่เวลาทำงาน 8 วินาที มอเตอร์ที่มารับค่าแรงบิดต้องเลือกให้มีขนาด 90 นิวตันเมตรขึ้นไป และมอเตอร์ที่มารับค่าแรงภายนอกต้องเลือกให้มีขนาด 280 นิวตันขึ้นไป จึงจะสามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ มีค่าความเหมาะสมสูงสุด

และจากการทดลองโปรแกรมเพื่อศึกษาปัญหานี้ที่ 3 ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.56667 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.500 เมตร ที่เวลาแตกต่างกัน โดยศึกษาตั้งแต่ 1 ถึง 10 วินาที ทำให้ทราบว่าที่เวลาการทำงาน 8 วินาทีเท่านั้นที่สามารถแก้ปัญหาทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดของระบบพลศาสตร์ด้วยวิธีแคลคูลัสความแปรปรวนได้

5.2.2 ประเภทรถยนต์กระบะและรถยนต์นั่งเอนกประสงค์

5.2.2.1 ปัญหานี้ที่ 4: ศึกษารถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.73000 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.950 เมตร⁽²³⁾ ทำการทดลองตั้งแต่ 1 ถึง 10 วินาที โดยคำตอบที่เหมาะสมที่สุดสำหรับปัญหานี้ใช้เวลาทั้งหมดที่ผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติทำงาน 8 วินาที แสดงหน้าจอรับข้อมูลตามภาพประกอบ 49 ดังนี้

Figure No. 1

File Edit Tools Window Help

THE DEVELOPMENT OF PROGRAM FOR DESIGNING THE STRUCTURE OF AUTOMOTIVE CAR GEAR BOX COVER

L1	0.73000	METERS
CAR LENGTH	4.950	METERS
FINAL TIME	8	SECONDS
DENSITY OF MATERIAL	4510	KILOGRAM PER CUBIC METERS

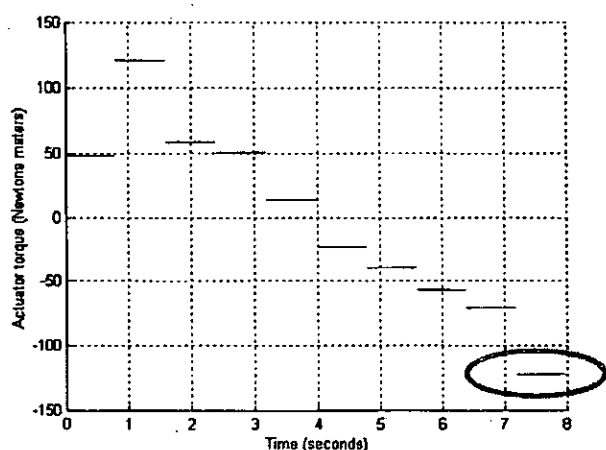
OFF-LINE ON-LINE PLOT

COMMIT

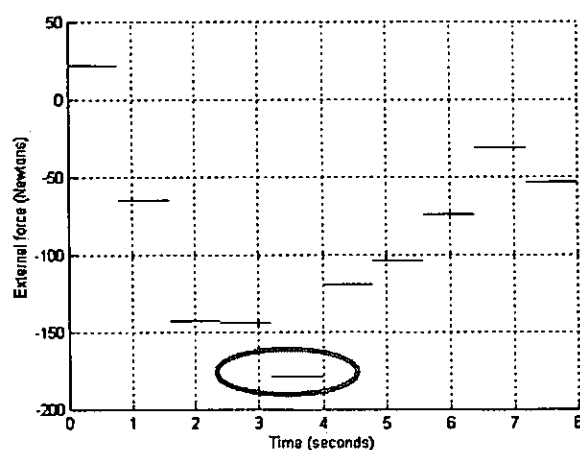
RESET

ภาพประกอบ 49 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ Isuzu MU-7 ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที

เมื่อทำการรันโปรแกรมแล้วหน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found" ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้องและเป็นค่าเหมาะสมสูงสุด โดยสิ่งที่สนใจของปัญหาคือ ค่าแรงบิด และแรงภายนอกของมอเตอร์ แสดงผลตามภาพประกอบ 50 ถึง 51 ดังนี้



ภาพประกอบ 50 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที



ภาพประกอบ 51 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที

จากภาพประกอบ 50 และ 51 นี้เป็นข้อมูลที่ต้องการทำให้ทราบว่าถ้าจะติดผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติให้กับรถยนต์ Isuzu MU-7 ที่เวลาทำงาน 8 วินาที มอเตอร์ที่มารับค่าแรงบิดต้องเลือกให้มีขนาด 120 นิวตัน เมตรขึ้นไป และมอเตอร์ที่มารับค่าแรงภายนอกต้องเลือกให้มีขนาด 180 นิวตันขึ้นไป จึงจะสามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ และมีค่าความเหมาะสมสูงสุด

และจากการทดลองโปรแกรมเพื่อศึกษาปัญหานี้ที่ 4 ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.73000 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.950 เมตร ที่เวลาแตกต่างกัน โดยศึกษาตั้งแต่ 1 ถึง 10 วินาที ทำให้ทราบว่าที่เวลาการทำงาน 1, 3, 9 และ 10 วินาทีเป็นเวลาที่ไม่สามารถแก้ปัญหาทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดของระบบพลศาสตร์ด้วยวิธีแคลคูลัสความแปรปรวนได้

5.2.2.2 ปัญหานี้ที่ 5 ศึกษารถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.74000 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.970 เมตร ทำการทดลองตั้งแต่ 1 ถึง 10 วินาที โดยคำตอบที่เหมาะสมที่สุดสำหรับปัญหานี้ใช้เวลาทั้งหมดที่ผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติทำงาน 8 วินาที แสดงหน้าจอรับข้อมูลตามภาพประกอบ 52 ดังนี้

Figure No. 1

File Edit Tools Window Help

THE DEVELOPMENT OF PROGRAM FOR DESIGNING THE STRUCTURE OF AUTOMATIC CAR CLOTH COVER

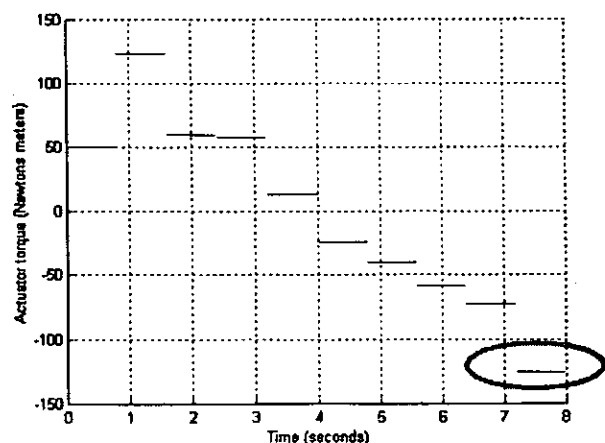
L1	0.74000	METERS
CAR LENGTH	4.970	METERS
FINAL TIME	8	SECONDS
DENSITY OF MATERIAL	4510	KILOGRAM PER CUBIC METERS

COMMENT

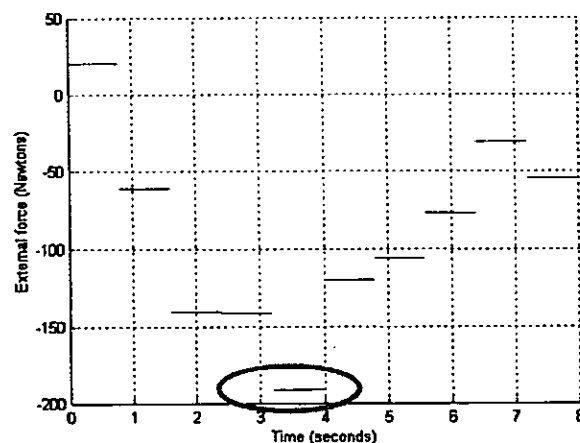
Last button which is the button of an automatic, and the final time for amount one to ten seconds

ภาพประกอบ 52 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ Toyota Hilux Tiger ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที

เมื่อทำการรันโปรแกรมแล้วหน้าจอกอมมานต์ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found" ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้องและเป็นค่าเหมาะสมสูงสุด โดยสิ่งที่สนใจของปัญหาคือ ค่าแรงบิด และแรงภายนอกของมอเตอร์ แสดงผลตามภาพประกอบ 53 ถึง 54 ดังนี้



ภาพประกอบ 53 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์
เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux
Tiger ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที



ภาพประกอบ 54 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์
เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux
Tiger ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที

จากภาพประกอบ 53 และ 54 นี้เป็นข้อมูลที่ต้องการทำให้ทราบว่าถ้าจะติดผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติให้กับรถยนต์ Toyota Hilux Tiger ที่เวลาทำงาน 8 วินาที มอเตอร์ที่มารับค่าแรงบิดต้องเลือกให้มีขนาด 125 นิวตันเมตรขึ้นไป และมอเตอร์ที่มารับค่าแรงภายนอกต้องเลือกให้มีขนาด 190 นิวตันขึ้นไป จึงจะสามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ และมีค่าความเหมาะสมสูงสุด

และจากการทดลองโปรแกรมเพื่อศึกษาปัญหากรณีที่ 5 ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.74000 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.970 เมตร ที่เวลาแตกต่างกัน โดยศึกษาตั้งแต่ 1 ถึง 10 วินาที ทำให้ทราบว่าที่เวลาการทำงาน 1, 9 และ 10 วินาทีเป็นเวลาที่ไม่สามารถแก้ปัญหาทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดของระบบพลศาสตร์ด้วยวิธีแคลคูลัสความแปรปรวนได้

5.3 สรุปผลการทดลอง

จากปัญหาที่ต้องการศึกษามีลักษณะปัญหาเป็นเวลาต่อเนื่อง จึงทำการแบ่งเวลาการศึกษาออกเป็น 10 ช่วงโดยใช้วิธีคอลโลเคชัน และทำการทดลองเวลาทั้งหมดที่ผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติทำงานตั้งแต่ 1 ถึง 10 วินาที ทำให้ทราบว่าโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นไม่สามารถหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดสำหรับปัญหาได้เมื่อเวลาการทำงานที่ 1, 9 และ 10 วินาที ซึ่งถ้าศึกษาจากข้อมูลที่สามารถหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดได้ พบว่าถ้ากำหนดเวลาที่ผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติทำงานในเวลาที่มากจะสามารถทำให้มอเตอร์ทำงานน้อยกว่าที่เวลาน้อย โดยในการพิจารณาเลือกมอเตอร์มาใช้งานจึงเลือกค่าของมอเตอร์ที่มีขนาดมากที่สุด เนื่องจากเป็นค่าที่มอเตอร์สามารถทำงานได้จนจบการทำงาน และเมื่อศึกษาเวลาที่โปรแกรมรันพบว่าเมื่อโปรแกรมวนหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของแต่ละปัญหาจะใช้เวลาไม่เกิน 15 ชั่วโมง แต่ก็ไม่น้อยไปกว่า 1 ชั่วโมง เมื่อใช้คอมพิวเตอร์ที่มี CPU เท่ากับ 750 MHz. HDD เท่ากับ 40 GB. และ 512 MB of RAM.

บทที่ 6

สรุปและวิจารณ์ผลการทดสอบ

6.1 สรุปและวิจารณ์ผลการทดสอบ

การหาสมการการเคลื่อนที่ด้วยทฤษฎีของระบบหุ่นยนต์เป็นการศึกษาโดยอาศัยโครงสร้างของข้อต่อซึ่งแตกต่างกันไปตามการใช้งาน ในการศึกษาเกี่ยวกับโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์นี้อาศัยทั้งการเคลื่อนที่แบบหมุนและการเคลื่อนที่แบบเชิงเส้นที่มีระดับชั้นความเร็วสองค่า โดยลิงค์แรกเคลื่อนที่แบบหมุนและลิงค์ที่สองเคลื่อนที่แบบเชิงเส้น แก้ปัญหาโดยใช้สมการออยเลอร์-ลากรางจ์ ซึ่งคำนึงถึงโมเมนต์ความเฉื่อยพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ เมื่อวิเคราะห์ค่าแรงบิดและแรงภายนอก พบว่าให้ผลการทดสอบโปรแกรมที่ดี แสดงว่าวิธีการหาสมการการเคลื่อนที่ด้วยทฤษฎีของระบบหุ่นยนต์ สามารถนำไปใช้แทนการทำงานของโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติได้เป็นอย่างดี แต่ถ้าเพิ่มระดับชั้นความเร็วให้มากขึ้น การคำนวณมีความซับซ้อนมากขึ้น เนื่องจากต้องพิจารณาเทียบกับเฟรมพื้นฐานและเฟรมก่อนหน้าเฟรมที่ต้องการเป็นแบบนี้ไปทุกเฟรม ซึ่งหากพิจารณาเฟรมก่อนหน้าผิดพลาดจะทำให้เฟรมถัดไปมีความคลาดเคลื่อนจนมีผลทำให้สมการการเคลื่อนที่ที่ได้ไม่ถูกต้อง

ส่วนการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดของระบบควบคุมทางพลศาสตร์ ด้วยวิธีการทรานสคริปชัน (Transcription method) เป็นการแปลงปัญหาที่ได้ให้อยู่ในรูปโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น คือ แปลงปัญหาทางพลศาสตร์ที่มีลักษณะของปัญหาเป็นแบบ Two point boundary value problem (TPBVP) เป็นปัญหาทางสถิติศาสตร์ โดยการแบ่งข้อมูลเป็นช่วงๆ จากปัญหาแบบเวลาต่อเนื่อง เป็นวิธีดิสครีท คือ การแบ่งเวลาการทำงานเป็นช่วงๆ โดยใช้วิธีคอลโลเคชัน เริ่มจากการกำหนดเป้าหมายที่ต้องการ (Objective) ให้ระบบและรวบรวมเงื่อนไขต่างๆ ของระบบในสถานะ หรือ ณ เวลาที่สนใจ โดยในการหาค่าเหมาะสมที่สุดมาใช้ร่วมกับการปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น เนื่องจากปัญหาเป็นพารามิเตอร์ที่ขึ้นกับเวลา จึงต้องทำการแปลงปัญหาทางออปติไมเซชันผ่านวิธีทางแคลคูลัสของความแปรปรวนซึ่งเป็นวิธีทางอ้อมที่สนใจกรณีที่มีเวลาและตำแหน่งที่แน่นอน โดยสมการการเคลื่อนที่ที่ได้เป็นปัญหาโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งไม่สามารถคาดเดาว่าจะได้คำตอบหรือไม่ อาจเนื่องมาจากความซับซ้อนของปัญหา หรือมีระเบียบวิธีเชิงตัวเลขซึ่งโปรแกรมไม่สามารถหาคำตอบได้ หากการรันแสดงผลออกมาว่าไม่ได้คำตอบก็ต้องเปลี่ยนปัญหาไปทดลองกับปัญหาอื่น โดยในการศึกษาได้ทำการแบ่งออกเป็น 10 ช่วง ซึ่งจะทำการแบ่งมากกว่านี้ก็ได้ หากต้องการความละเอียดของข้อมูลมากขึ้น แต่ก็ต้องใช้เวลารันโปรแกรมนานขึ้นด้วย ซึ่งจากการทดลองพบว่าถ้าแบ่งการศึกษาน้อยกว่า 10 ช่วง ข้อมูลจะขาดความละเอียด ยังไม่สามารถนำข้อมูลไปแทนค่าแรงบิดและแรงภายนอกได้

ในงานวิจัยนี้ใช้การพัฒนาโปรแกรมจากงานวิจัยของ Veeraklaew.⁽⁸⁾ ในส่วนของแคลคูลัสของความแปรปรวนซึ่งเป็นวิธีทางอ้อมพัฒนามาโปรแกรม MATLAB และสร้างส่วนที่ติดต่อกับผู้ใช้งานผ่านหน้าจอรับข้อมูล โดยใช้กระบวนการคำนวณทางซิมโบลิกส์ประกอบกับการแก้ปัญหาโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้นที่พัฒนาโดย Veeraklaew.⁽⁸⁾ และจากโปรแกรมที่ได้พัฒนาขึ้น พบว่าคำตอบที่นำมาใช้ผลการรันส่วนใหญ่ออกมาในรูป "Congratulation! Your Solutions found" ซึ่งแสดงว่าโปรแกรมวนหาคำตอบจนเป็นคำตอบที่ถูกต้องและเป็นค่าเหมาะสมสูงสุดจริง และเวลาที่รันโปรแกรมจะอยู่ในช่วง 1 ถึง 15 ชั่วโมง แสดงว่าโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นมีความเหมาะสมที่จะนำมาใช้ในการศึกษาปัญหาที่สนใจ เนื่องจากสามารถหาค่าเหมาะสมสูงสุด และใช้เวลาไม่นาน

จากการคำนวณพบว่าในกรณีที่ศึกษารถยนต์ที่มีความยาวตัวรถน้อยแต่มีความยาวของกันชนมาก โปรแกรมสามารถหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดได้ดีกว่ารถยนต์ที่มีความยาวตัวรถมากแต่มีความยาวของกันชนน้อย กล่าวคือเมื่อเปลี่ยนเวลาที่ผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติทำงาน โปรแกรมสามารถแก้ปัญหาทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดของระบบพลศาสตร์ด้วยวิธีแคลคูลัสความแปรปรวนได้คำตอบให้เลือกหลายคำตอบ โดยจากปัญหาคณณเดียวกัน พบว่าที่เวลาน้อยกว่ามอเตอร์จะทำงานหนักกว่าที่เวลาการทำงานมาก โดยส่วนใหญ่มอเตอร์ให้ค่าความเหมาะสมสูงสุดที่ 7 วินาที และจากโปรแกรมผู้วิจัยกำหนดให้ทำงานไม่เกิน 10 วินาที เนื่องจากการทำงานที่นานเกินไป ไม่ก่อให้เกิดความสะดวกรบาย และเป็นการออกแบบที่ไม่นำใช้งาน

6.2 ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยต่อไป

6.2.1 เนื่องจากสมการออยเลอร์-ลากรางจ์เป็นวิธีการหาสมการการเคลื่อนที่ที่ดี แต่มีความซับซ้อนเมื่อต้องพิจารณาระดับชั้นความเสรีมาก ๆ และใช้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก อาทิเช่นการอินทิเกรต หรือดิฟเฟอเรนเชียล จึงน่าจะเขียนโปรแกรมเพื่อคำนวณการทำงานแทน เนื่องจากโปรแกรมในยุคปัจจุบัน สามารถทำการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ได้คำตอบโดยง่าย

6.2.2 ถ้าต้องการผลการทดลองที่ดีขึ้นอาจแบ่งช่วงเวลาการศึกษาโดยใช้วิธีคอลโลเคชันมากกว่า 10 ช่วง แต่การรันผลการทดลองจะนานมากยิ่งขึ้น อาจเปลี่ยนมาใช้คอมพิวเตอร์ที่มีคุณลักษณะเฉพาะ (Specification) ที่สูงขึ้นก็ได้

6.2.3 หากต้องการให้ผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติเป็นไปตามความต้องการของผู้ใช้มากที่สุด ผู้วิจัยก็สามารถเปลี่ยนปัญหาเงื่อนไขบังคับตามความเหมาะสมของปัญหาได้ ซึ่งเงื่อนไขบังคับเป็นข้อจำกัดทางกายภาพของระบบ เป็นตัวบังคับให้ปัญหาของระบบลู่เข้าหาคำตอบที่ถูกต้อง

6.2.4 ในการคำนึงถึงการได้มาจริงของผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติต้องคำนึงถึงตัวผ้าที่เข้ามาเกี่ยวข้องด้วย เนื่องจากหากมีผ้าการรับแรงก็จะเปลี่ยนไป ในการทดลองนี้ใช้วัสดุชนิดไททาเนียมซึ่งมีน้ำหนักเบา มีความคงทน แข็งแรง แต่ราคาค่อนข้างแพง หากพบวัสดุที่มีน้ำหนักเบา มีความคงทนไม่แตกต่างจากไททาเนียม และราคาไม่แพงจนเกินไปก็สามารถเปลี่ยนวัสดุได้ รวมทั้งรูปร่างของโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติจะต้องสวยงาม น่าใช้ และสามารถเข้าได้กับตัวรถเป็นอย่างดี ซึ่งในการทดลองนี้ไม่ได้ออกแบบไว้อย่างละเอียด เนื่องจากต้องการออกแบบเบื้องต้นให้เข้าใจง่ายที่สุด และสามารถทำการศึกษาต่อไปได้โดยสะดวก หากมีผู้ทำการศึกษาต่อออกแบบอย่างละเอียดได้ก็จะเป็นการดี

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- Agrawal SK, Fabien BC.(1999). Optimization of dynamic systems. Boston: Kluwer Academic Publishers.[1]
- Bock HG.(1978). Numerical solution of nonlinear multipoint boundary value problems with application to optimal control. ZAMM. p. 58.[2]
- Nagurka ML, Yen V. (1990). Fourier-based optimal control of nonlinear dynamic systems. ASME Trans;. p. 17-26.[3]
- Rein SR, inventor. 12 Breezy Hill Dr., Northport, N.Y. 11768, assignee. Portable protective enclosure for a vehicle. US patent 4,991,363. 1991 Feb 12. [4]
- Wesley HH.(1995). Optimal stereo mast configuration for mobile robots: Robotics Institute Carnegie Mellon University Pittsburgh, PA.[5]
- Evtim VZ. (1997) Dynamics and optimization of controlled mechanical systems. Bulgaria: Institute of mechanics bulgarian academy of sciences acad. G. Bonchev Street, bl. 4 1113 Sofia.[6]
- Willigenburg LG. (2000). Systems and control applications in agriculture: Silsoe Research Institute. [7]
- Veeraklaew T. (2000) Extensions of optimization theory and new computational approaches for higher-order dynamic systems [Dissertation]. Delaware: The University of Delaware. [8]
- Rein SR, William J W, inventors; Fort Salonga, N.Y., assignee. Portable protective enclosure for a vehicle. US patent 6,220,263. 2001 Apr 24. [9]
- Mercury M. Lazy mans automatic car cover. (Serial online). Available from URL:<http://mikemercury.home.att.net/carcover.html>. Accessed March 31,2004.[10]
- Mark TC, inventor; 2660 Lafayette Dr., Boulder, C.O.80303, assignee. Collapsible small vehicle enclosure. US patent 6,349,732. 2002 Feb 26. [11]
- Jufeng P. (2002).Optimal control of multiple robot systems with friction using MPCC. New York: Mathematical Sciences Rensselaer Polytechnic Institute Troy. [12]
- สุสตา หวังพงศ์พิพัฒน์, สมชาย ดันตีสิริวัฒน์, เสริมพงศ์ เอธภาวิน.(2546). แบบจำลองการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์: SIROS. [โครงการวิจัย คณะวิศวกรรมศาสตร์]. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยพระจอมเกล้าธนบุรี. [13]

- อัมราพร บุญประทะทอง. (2547) การแก้ปัญหาด้วยวิธีตรงของระบบทางพลศาสตร์ที่เหมาะสมด้วยวิธีการแก้ปัญหของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น ร่วมกับวิธีของรุงเง-คุตตา (The Direct approach of general dynamic optimal control: nonlinear programming and Runge - Kutta method) [ปริญญานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต วิศวกรรมเครื่องกล]. นครนายก: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. [14]
- Robot. (Serial online). Available from URL: [http://engineer.com/ 9 au_main/ Rob/ 9 Robotype.html](http://engineer.com/9au_main/Rob/9Robotype.html). Accessed August 3,2004. [15]
- Craig JJ. (1986). Introduction to Robotic: Mechanics and control. Addison-Wesley Publishing Company.[16]
- Kane TR, Levinson DA.(1985). Dynamics: Theory and applications. McGraw-Hill Inc.[17]
- Mark WS.(1989). Robot dynamics and control. University of Illinois at Urbana-Champaign. [18]
- มนัส สังวรศิลป์, วรรัตน์ ภัทรอมรกุล. (2543). คู่มือ MATLAB ฉบับสมบูรณ์. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์อินโฟเพรส.[19]
- สุธรรม ศรีเกษม, เมธิทร์ ทรงชัยกุล, สง่า ศรีสุขปรีดา.(2545) MATLAB เพื่อการแก้ปัญหทางวิศวกรรม.กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรังสิต.[20]
- BMW. (Serial online). Available from URL: [http:// www.bmw.co.th](http://www.bmw.co.th). Accessed January 14,2005. [21]
- Toyota soluna vios. (Serial online). Available from URL: [http:// www.toyota.co.th](http://www.toyota.co.th). Accessed January 14,2005. [22]
- Isuzu MU-7. (Serial online). Available from URL: [http:// www.isuzu.com](http://www.isuzu.com). Accessed January 14,2005. [23]

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ประมวลศัพท์

ประมวลศัพท์

Algebraic equation	สมการทางพีชคณิต
Artificial intelligence	ปัญญาเทียม
Automobiles	การเปลี่ยนแปลงรูปร่างอัตโนมัติ
Boundary condition	เงื่อนไขขอบเขต
Calculus of variation	แคลคูลัสความแปรปรวน
Cartesian space	คาร์ทีเซียนสเปซ
Christoffel symbols	คริสทอฟเฟิลซิมโบล
Collocation method	วิธีคอลโลเคชัน
Constraints	เงื่อนไขบังคับ
Continuous derivatives	อนุพันธ์ต่อเนื่อง
Continuous time	เวลาต่อเนื่อง
Control input	คอนโทรลอินพุต
Control variable	คอนโทรลวารีเอเบิล
Cost functional	คอสฟังก์ชันนอล
Cylindrical joint	ข้อต่อแบบที่มีลูกสูบ
Dependent variable	ตัวแปรที่ไม่เป็นอิสระ
Detail study	การศึกษารายละเอียด
Differentiable functions	แบ่งแยกกันของฟังก์ชัน
Differential equation	สมการเชิงอนุพันธ์
Direct method	วิธีตรง
Displacement	การเคลื่อนที่
Discrete	ดิสครีท
Dynamics constraints	ขอบเขตทางพลศาสตร์
Dynamic equation	สมการทางพลศาสตร์
Dynamic optimization problem	ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดของระบบควบคุมทางพลศาสตร์
Dynamic system	ระบบพลศาสตร์

End-effector	ปลายแขนหุ่นยนต์
Envelope geometric	ลักษณะรูปทรงของพื้นที่ทำงาน
Equality constraints	เงื่อนไขบังคับที่เป็นสมการ
Extremize	คำตอบที่เหมาะสมที่สุด
Extremum	ค่าเหมาะสมสูงสุด
Final time	เวลาสุดท้าย
Finite element method	วิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์
First order condition	เงื่อนไขอันดับหนึ่ง
First-order forms	รูปแบบของลำดับที่หนึ่ง
Fixed robot	หุ่นยนต์ชนิดที่ติดตั้งอยู่กับที่
fmincon	เอฟมินคอน
Forward Kinematics	ฟอร์เวิร์ดคิเนเมติกส์
Full minimal time optimal control	การควบคุมโดยสมบรูณ์แบบให้ได้ค่าของเวลาที่น้อยที่สุด
Functional	ฟังก์ชันนอล
General nonlinear constraints	เงื่อนไขบังคับของระบบสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น
Graphic user interface	หน้าจอรับข้อมูล
Higher order systems	ลำดับที่สูงกว่า
Higher order terms	เทอมที่มีดีกรีตั้งแต่สองขึ้นไป
Homogeneous matrix	โฮโมจีเนียสเมตริกซ์
Independent variable	ตัวแปรอิสระ
Indirect method	วิธีอ้อม
Inequality constraints	เงื่อนไขบังคับที่เป็นอสมการ
Initial condition	เงื่อนไขเริ่มต้น
Initial time	เวลาเริ่มต้น
Interval	ช่วงเวลา
Inertia	ความเฉื่อย
Inertia matrix	เมตริกซ์ความเฉื่อย
Initial guess	ค่าเริ่มต้น

Inverse problems	ปัญหาผกผัน
Inward Kinematics	อินเวอร์สคิเนเมติกส์
Jacobian	จาโคเบียน
Jacobian matrix	จาโคเบียนเมตริกซ์
Joints	ข้อต่อ
Joint space	จอยส์สเปส
Kinematics	พลศาสตร์การเคลื่อนที่
Kinematics structure	โครงสร้างทางพลศาสตร์การเคลื่อนที่
Kinetic energy	พลังงานศักย์
Lagrange method	วิธีของลากรางจ์
Lagrange multipliers	ตัวคูณลากรางจ์
Linear dynamics	พลศาสตร์ที่เป็นเชิงเส้น
Lower bounded	ขอบเขตล่าง
Manipulator Jacobian	เมนิพูเลเตอร์จาโคเบียน
Manipulator kinematics	เมนิพูเลเตอร์คิเนเมตริกซ์
Maximum trajectories	คำตอบต่อเนื่องที่บอกค่าสูงสุด
Minimum trajectories	คำตอบต่อเนื่องที่บอกค่าต่ำสุด
Minimum principle	หลักการหาค่าที่ต่ำที่สุด
Mobile robot	หุ่นยนต์ชนิดที่เคลื่อนที่ได้
Mobility	ความสามารถในการเคลื่อนไหว
Multibody systems	ระบบของเครื่องจักรกล
Necessary condition	เงื่อนไขของค่าต่ำสุดและสูงสุด
Nonlinear dynamics	พลศาสตร์ที่ไม่เป็นเชิงเส้น
Nonlinear Programming	โปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น
Nonlinear systems	ระบบไม่ใช่เชิงเส้น
Numerical method	วิธีเชิงตัวเลข
Neuro computing	ใยประสาทคอมพิวเตอร์
Objective	เป้าหมายที่ต้องการ
Objective function	ฟังก์ชันเป้าหมายที่ต้องการ

Optimality conditions	สภาวะที่เหมาะสมที่สุด
Optimal control problem	ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดสำหรับระบบควบคุม
Optimization	ออฟติไมเซชัน
Optimization toolbox	ออฟติไมเซชันทูลบ็อกซ์
Optimum	ค่าที่เหมาะสมที่สุด
Optimum solution	คำตอบที่เหมาะสมที่สุด
Orientation	การเปลี่ยนมุม
Pair element	การต่อโยงของชิ้นต่อโยงตั้งสองชิ้นขึ้นไป
Path constraints	เงื่อนไขบังคับทางกายภาพ
Pick-and-Place	งานที่ต้องหยิบยกชิ้นงาน
Polynomial	โพลีโนเมียล
Pontryagin's principle	หลักการของพอนทียากิน
Prismatic	เคลื่อนที่แบบเชิงเส้น
Prismatic joints	ข้อต่อเคลื่อนที่แบบปริสมेटิก
Revolute	เคลื่อนที่แบบหมุน
Revolute joints	ข้อต่อแบบหมุน
Robotics system theory	ทฤษฎีของระบบหุ่นยนต์
Rotation	หมุนรอบแกนวัตถุ
Rotation matrix	เมตริกซ์การหมุน
Rotational energy	พลังงานการหมุน
Second variation	ความแปรปรวนที่สอง
State equation	สมการแสดงสถานะ
Statement of problem	สเตทเมนต์ออฟพรอบเล็ม
Surface integral	การอินทิเกรตพื้นผิว
Simulink	โครงสร้างแบบจำลอง
State variable	สเตทวารีเอเบิล
String data	ข้อมูลแบบสตริง
Sufficient condition	สภาวะที่เพียงพอ
Symbolic	ซิมโบลิกส์

Symmetric positive	ซิมเมตริกซ์พอสสิทีฟ
Symbolic toolbox	ซิมโบลิกส์ทูลบ็อกซ์
The angle of rotation	องศาของการหมุน
The right hand rule	กฎมือขวา
Terminal condition	สภาวะที่ปลายทาง
Time derivative	อนุพันธ์ของเวลา
Time variant	ฟังก์ชันของเวลา
Transcription	การทรานสคริปชัน
Transformation	การทรานฟอร์มเมชัน
Transformation matrix	ทรานฟอร์มเมชันเมตริกซ์
Translation	การเคลื่อนที่แบบเลื่อนตำแหน่งขนานกับแกน
Translation vector	เวกเตอร์การเคลื่อนที่
Translational energy	พลังงานการเคลื่อนที่
Unit vector	เวกเตอร์หน่วย
Upper bounded	ขอบเขตบน

ภาคผนวก ข

แสดงผลการทดสอบโปรแกรม

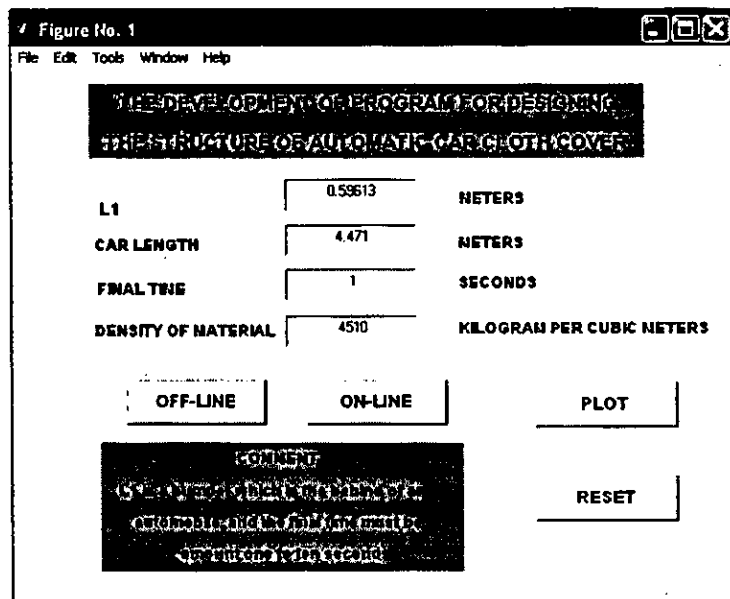
ปัญหากรณีที่ 1

ศึกษารถยนต์ BMW 325i touring (2,494 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.59613 เมตร ขนาดความยาวของรถยนต์ 4.471 เมตร ⁽²¹⁾ และใช้วัสดุชนิดไททานเนียมในการศึกษาโครงสร้าง ตามภาพประกอบ 55

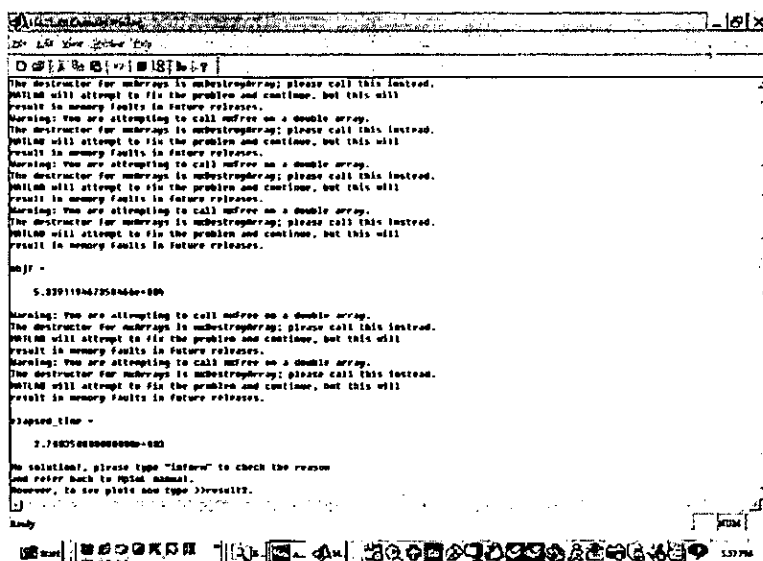


ภาพประกอบ 55 แสดงรถยนต์ BMW 325i touring (2,494 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.59613 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.471 เมตร

ตัวอย่างการศึกษารถยนต์ BMW 325i touring (2,494 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.59613 เมตร ขนาดความยาวของรถยนต์ 4.471 เมตร ⁽²¹⁾ ที่เวลาสุดท้าย 1 วินาที และใช้วัสดุชนิดไททาเนียมในการศึกษาโครงสร้าง ตามภาพประกอบ 56



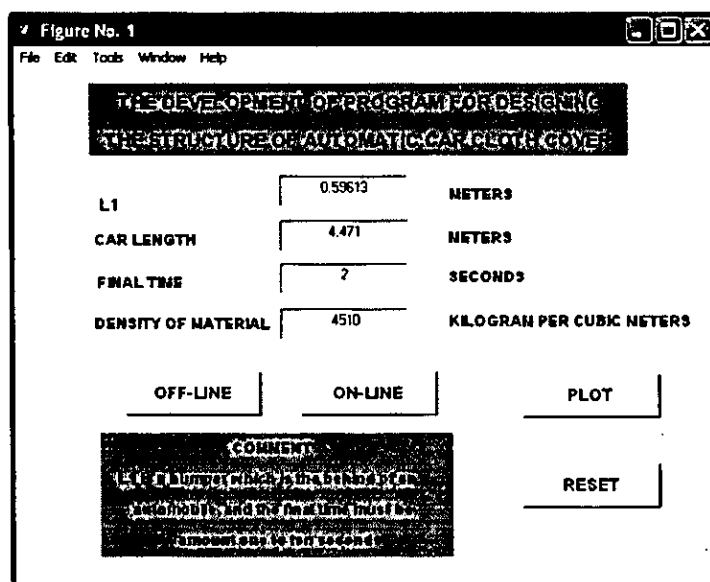
ภาพประกอบ 56 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 1 วินาที



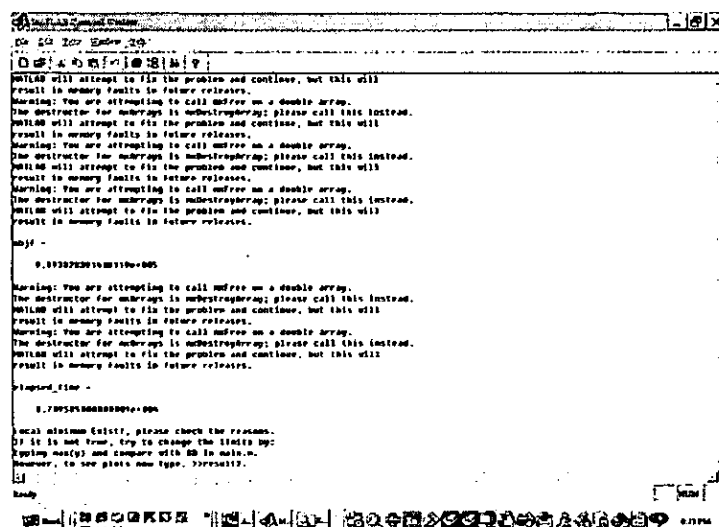
ภาพประกอบ 57 แสดงการสิ้นสุดการทำงานของโปรแกรมจากปัญหารถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 1 วินาที

หน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "No solution!" แสดงว่าปัญหาที่สนใจไม่สามารถหาคำตอบได้ต้องทำการเปลี่ยนปัญหาทันที เนื่องจากมีความซับซ้อนของปัญหาในเชิงตัวเลข ซึ่งโปรแกรมไม่สามารถแก้ปัญหานั้นได้

ตัวอย่างการศึกษารถยนต์ BMW 325i touring (2,494 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.59613 เมตร ขนาดความยาวของรถยนต์ 4.471 เมตร⁽²¹⁾ ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที และใช้วัสดุชนิดไททานเนียมในการศึกษาโครงสร้าง ตามภาพประกอบ 58

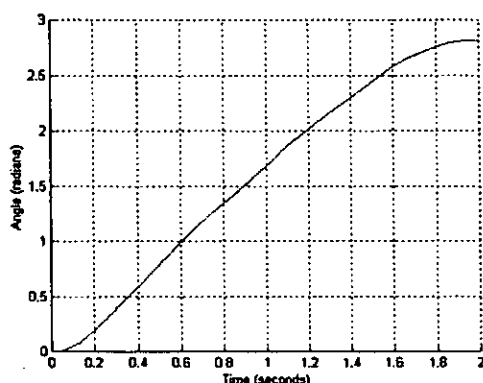


ภาพประกอบ 58 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที

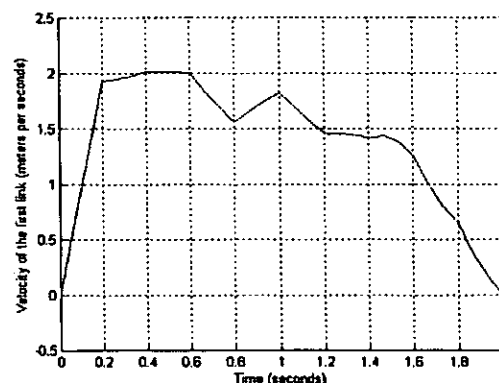


ภาพประกอบ 59 แสดงการสิ้นสุดการทำงานของโปรแกรมจากปัญหารถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที

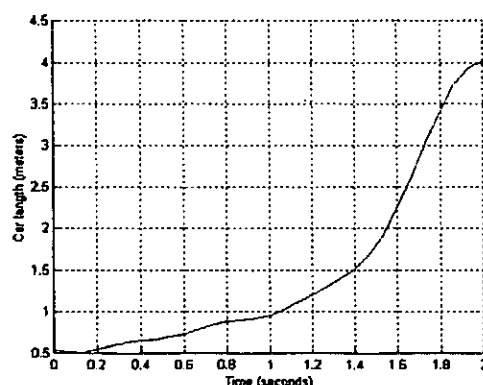
จากภาพประกอบ 59 หน้าจocomมานต์ปรากฏคำว่า "Local minimum Exist!" หน้าจocomมานต์ลักษณะนี้แสดงว่าโปรแกรมยังไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องและสมบูรณ์ได้ แต่เป็นผลที่ดีที่สุดแล้วที่โปรแกรมจะสามารถหาคำตอบจากข้อมูลที่ให้มาได้ ซึ่งโปรแกรมวนหาคำตอบที่ถูกต้อง สมบูรณ์กว่านี้ไม่ได้อีกแล้ว ดังนั้นเมื่อนำจocomมานต์ขึ้นลักษณะนี้ ต้องตรวจสอบกราฟว่าผลการรันสามารถใช้ได้หรือไม่ แสดงผลการรันตามภาพประกอบ 60 ถึง 65



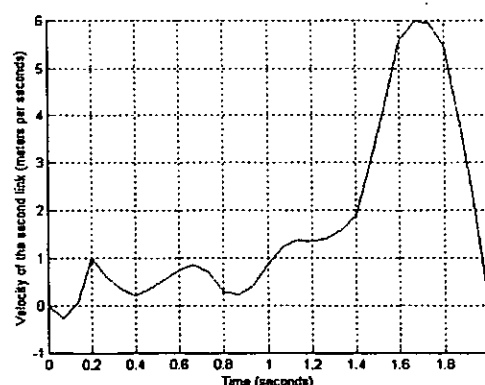
ภาพประกอบ 60 แสดงมุมที่ลิงค์แรกหมุนไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที



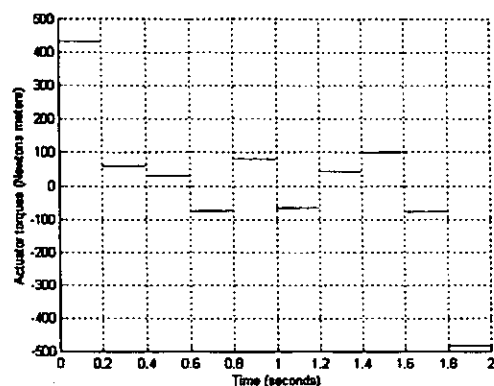
ภาพประกอบ 61 แสดงความเร็วที่ลิงค์แรกเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที



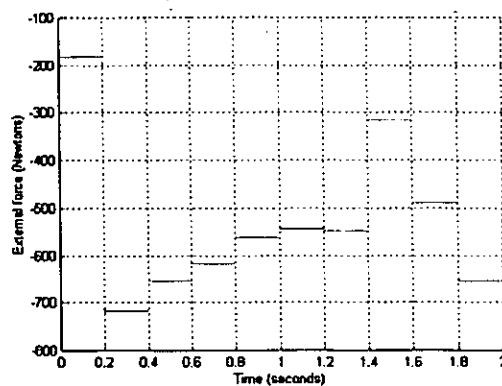
ภาพประกอบ 62 แสดงระยะทางการยืดอกของลิงค์ที่สองเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที



ภาพประกอบ 63 แสดงค่าความเร็วของลิงค์ที่สองเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที



ภาพประกอบ 64 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์
เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW
325i touring ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที



ภาพประกอบ 65 แสดงค่าแรงภายนอกของ
มอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์
BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที

จากภาพประกอบ 60 จะเห็นได้ว่าที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที ค่ามุมไปไม่ถึง π เรเดียน แสดงว่าคำตอบที่ได้จากผลการรันแบบ "Local minimum Exist!" ไม่สามารถนำมาใช้ได้

ตัวอย่างการศึกษารถยนต์ BMW 325i touring (2,494 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.59613 เมตร ขนาดความยาวของรถยนต์ 4.471 เมตร⁽²¹⁾ ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที และใช้วัสดุชนิดไททานเนียมในการศึกษาโครงสร้าง ตามภาพประกอบ 66 ดังนี้

Figure No. 1

File Edit Tools Window Help

THE DEVELOPMENT OF PROGRAM FOR DESIGNING
THE STRUCTURE OF AUTOMATIC CAR CLOTH COVER

L1	0.59613	METERS
CAR LENGTH	4.471	METERS
FINAL TIME	4	SECONDS
DENSITY OF MATERIAL	4510	KILOGRAM PER CUBIC METERS

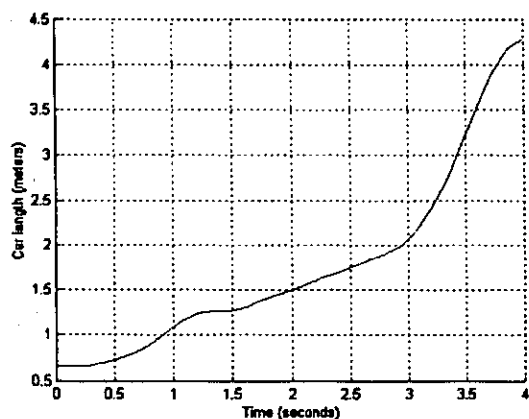
OFF-LINE ON-LINE PLOT

COMMENT

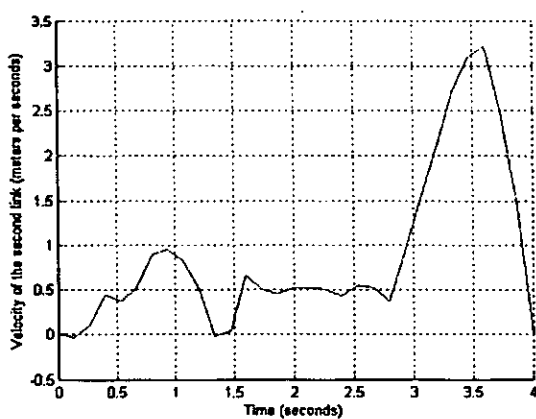
L1 is a bump, which is the behind of an automobile, and the final time must be amount one to ten seconds

RESET

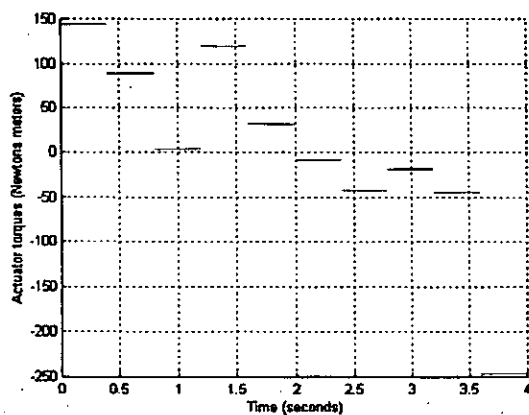
ภาพประกอบ 66 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที



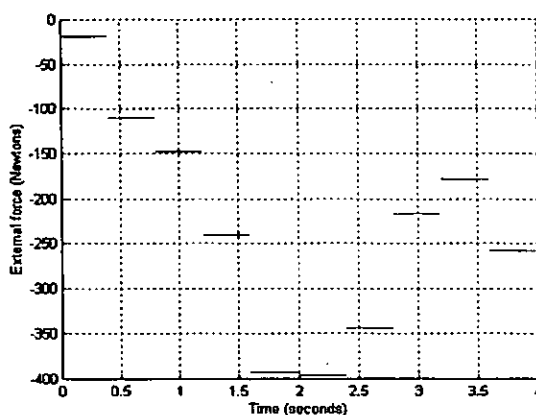
ภาพประกอบ 70 แสดงระยะทางการยืดอกของ
ลิงค์ที่สองเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์
BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที



ภาพประกอบ 71 แสดงค่าความเร็วของลิงค์ที่
สองเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของ
รถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย
4 วินาที

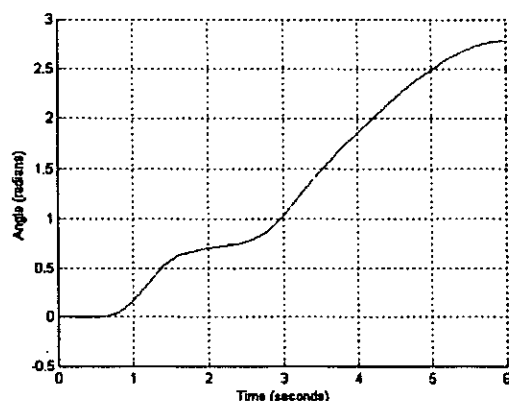


ภาพประกอบ 72 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์
เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW
325i touring ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที

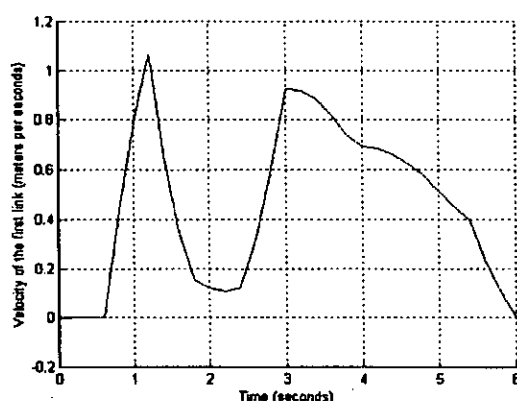


ภาพประกอบ 73 แสดงค่าแรงภายนอกของ
มอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์
BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที

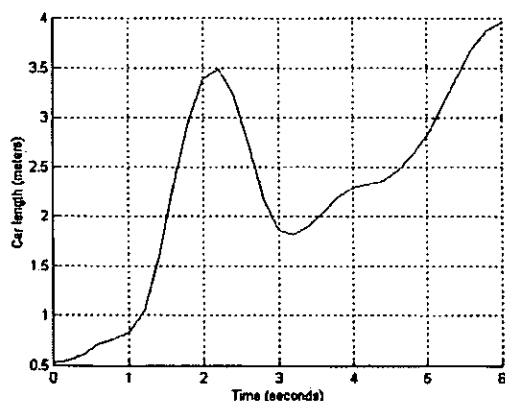
จากภาพประกอบ 75 หน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Local minimum Exist!" แสดงว่าโปรแกรมยังไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องและสมบูรณ์ได้ แต่เป็นผลที่ดีที่สุดแล้วที่โปรแกรมจะสามารถหาคำตอบจากข้อมูลที่ให้มาได้ ซึ่งโปรแกรมวนหาคำตอบที่ถูกต้อง สมบูรณ์กว่านี้ไม่ได้อีกแล้ว ดังนั้นเมื่อนำจอคอมพิวเตอร์ขึ้นลักษณะนี้ ต้องตรวจสอบกราฟว่าผลการรันสามารถใช้ได้หรือไม่ แสดงตามภาพประกอบ 76 และ 81 ดังนี้



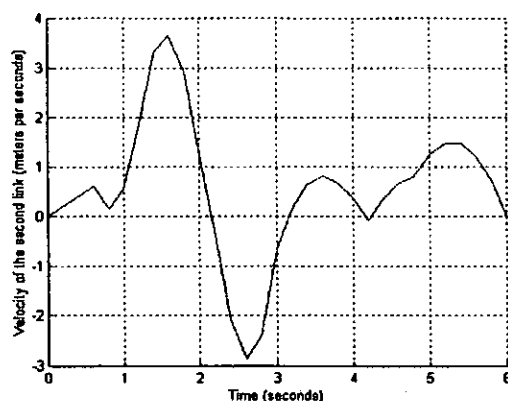
ภาพประกอบ 76 แสดงมุมที่ลิงค์แรกหมุนไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที



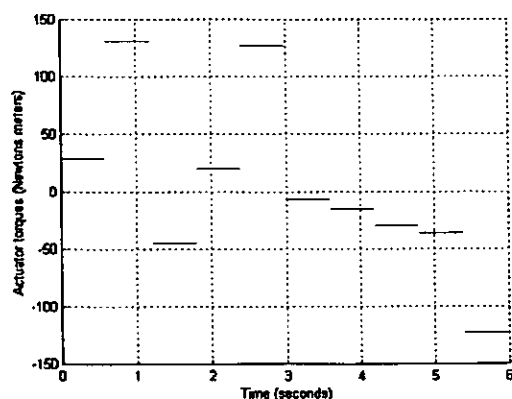
ภาพประกอบ 77 แสดงความเร็วที่ลิงค์แรกเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที



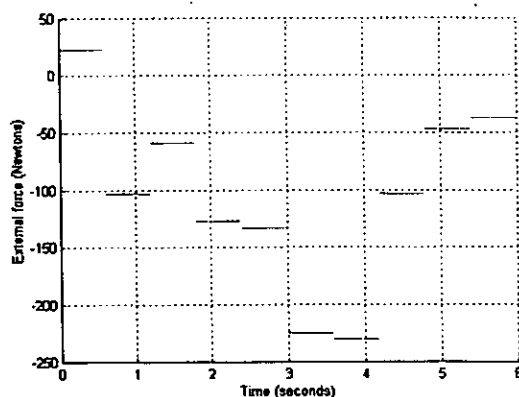
ภาพประกอบ 78 แสดงระยะทางการยืดอกของลิงค์ที่สองเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที



ภาพประกอบ 79 แสดงค่าความเร็วของลิงค์ที่สองเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที



ภาพประกอบ 80 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์
เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW
325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที



ภาพประกอบ 81 แสดงค่าแรงภายนอกของ
มอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์
BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที

เมื่อตรวจสอบกราฟผลการรันพบว่าโปรแกรมให้ค่าความเหมาะสมสูงสุด ดังนั้นก็นำผลมาใช้ได้ไม่แตกต่างจากผลการรันที่ ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found"

ตัวอย่างการศึกษารถยนต์ BMW 325i touring (2,494 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.59613 เมตร ขนาดความยาวของรถยนต์ 4.471 เมตร ⁽²¹⁾ ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที และใช้วัสดุชนิดไททาเนียมในการศึกษาโครงสร้าง ตามภาพประกอบ 82 ดังนี้

Figure No. 1

File Edit Tools Window Help

THE DEVELOPMENT OF PROGRAM FOR DESIGNING THE STRUCTURE OF AUTOMATIC CAR CLOTH COVER

L1 METERS

CAR LENGTH METERS

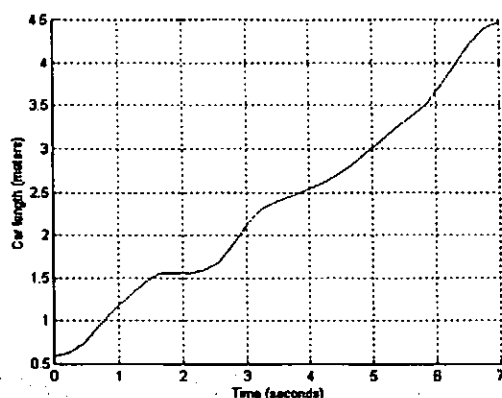
FINAL TIME SECONDS

DENSITY OF MATERIAL KILOGRAM PER CUBIC METERS

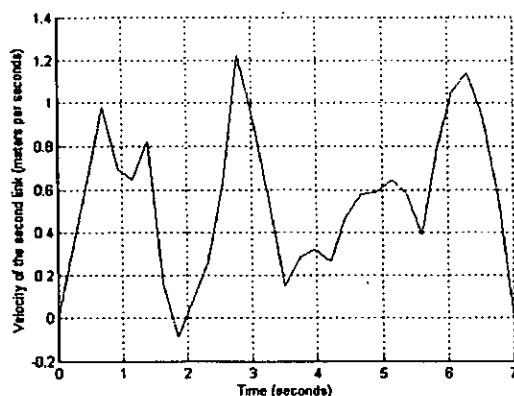
COMMENT

L1 is a bumper which is the behind of an automobile, and the final time must be amount one to ten seconds

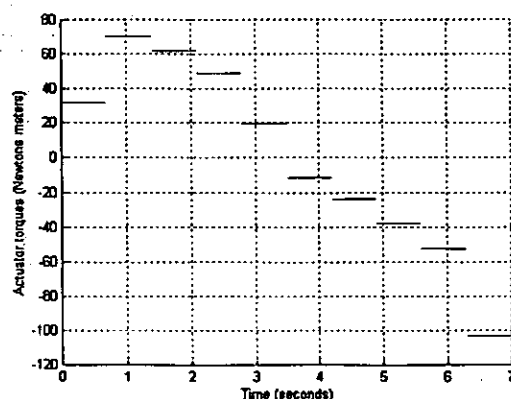
ภาพประกอบ 82 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที



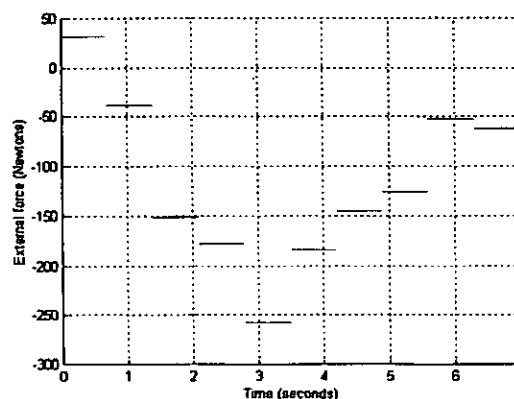
ภาพประกอบ 86 แสดงระยะทางการยืดอกของ
ลิงค์ที่สองเปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์
BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที



ภาพประกอบ 87 แสดงค่าความเร็วของลิงค์ที่
สองเคลื่อนที่ไปเปรียบเทียบกับเวลาของ
รถยนต์ BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย
6 วินาที



ภาพประกอบ 88 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์
เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ BMW
325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที



ภาพประกอบ 89 แสดงค่าแรงภายนอกของ
มอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์
BMW 325i touring ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที

เมื่อตรวจสอบกราฟผลการรันพบว่าโปรแกรมให้ค่าความเหมาะสมสูงสุด ดังนั้นก็นำผลมา
ใช้ได้ไม่แตกต่างจากผลการรันที่ ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found"

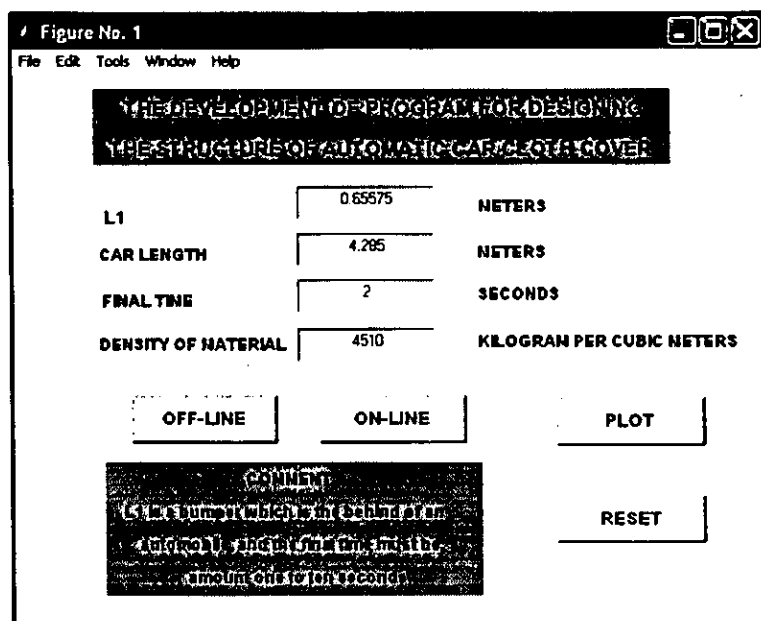
ปัญหากรณีที่ 2

ศึกษารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.65575 เมตร ขนาดความยาวของรถยนต์ 4.285 เมตร⁽²²⁾ และใช้วัสดุชนิดไททาเนียมในการศึกษาโครงสร้าง ตามภาพประกอบ 90

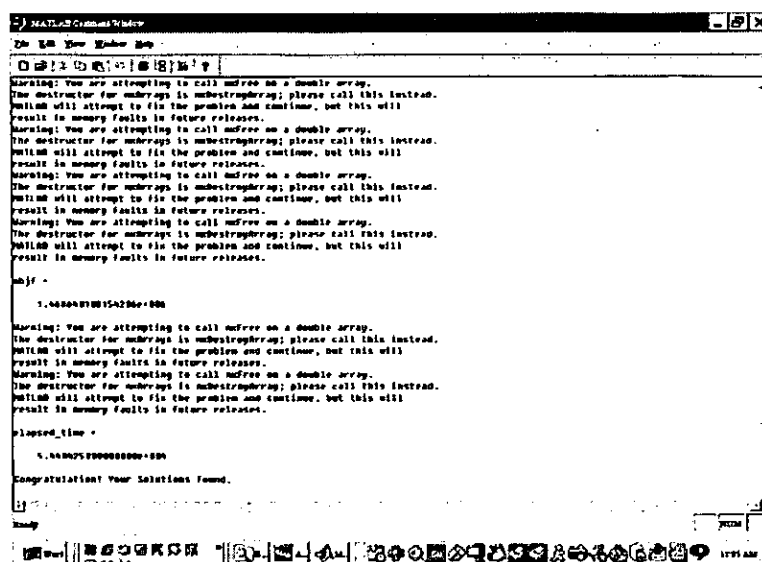


ภาพประกอบ 90 แสดงภาพรถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.65575 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.471 เมตร

ตัวอย่างการศึกษารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.59613 เมตร ขนาดความยาวของรถยนต์ 0.65575 เมตร⁽²²⁾ ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที และใช้วัสดุชนิดไททาเนียมในการศึกษาโครงสร้าง ตามภาพประกอบ 91

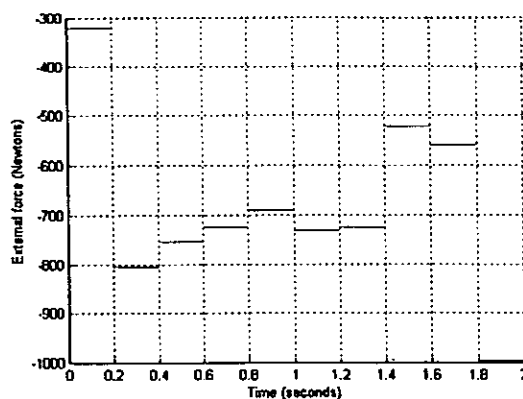
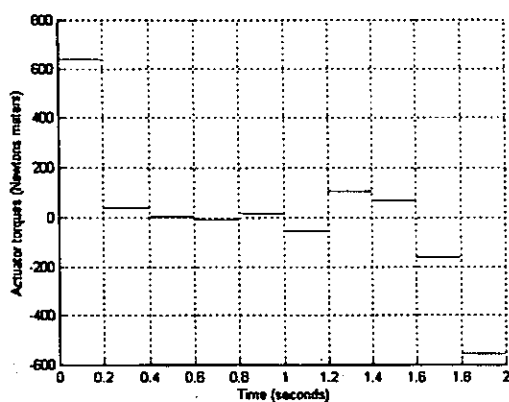


ภาพประกอบ 91 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที



ภาพประกอบ 92 แสดงการสิ้นสุดการทำงานของโปรแกรมจากปัญหารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที

จากภาพประกอบ 92 หน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found" แสดงว่าคำตอบที่ถูกต้องเป็นค่าเหมาะสมสูงสุด แสดงผลการรันตามภาพประกอบ 93 ถึง 94



ภาพประกอบ 93 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์
เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota
Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที

ภาพประกอบ 94 แสดงค่าแรงภายนอกของ
มอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์
Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที

ตัวอย่างการศึกษารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.59613 เมตร ขนาดความยาวของรถยนต์ 0.65575 เมตร⁽²²⁾ ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที และใช้วัสดุชนิดไททาเนียมในการศึกษาโครงสร้าง ตามภาพประกอบ 95 ดังนี้

Figure No. 1

File Edit Tools Window Help

THE DEVELOPMENT OF PROGRAM FOR DESIGNING
THE STRUCTURE OF AUTOMATIC CAR CLOTH COVER

Lt 0.65575 METERS

CAR LENGTH 4.285 METERS

FINAL TIME 4 SECONDS

DENSITY OF MATERIAL 4510 KILOGRAM PER CUBIC METERS

OFF-LINE ON-LINE PLOT

COMMENT

Lt is a bumper which is the behind of an automobile, and the final time must be amount one to ten seconds.

RESET

ภาพประกอบ 95 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที

```

Warning: You are attempting to call ndfref on a double array.
The destructor for ndfref is ndfrefarray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call ndfref on a double array.
The destructor for ndfref is ndfrefarray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call ndfref on a double array.
The destructor for ndfref is ndfrefarray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call ndfref on a double array.
The destructor for ndfref is ndfrefarray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call ndfref on a double array.
The destructor for ndfref is ndfrefarray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.

obj =
    4.65522734481750e+005

Warning: You are attempting to call ndfref on a double array.
The destructor for ndfref is ndfrefarray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.
Warning: You are attempting to call ndfref on a double array.
The destructor for ndfref is ndfrefarray; please call this instead.
MATLAB will attempt to fix the problem and continue, but this will
result in memory faults in future releases.

elapsed_time =
    7.09110000000000e+003

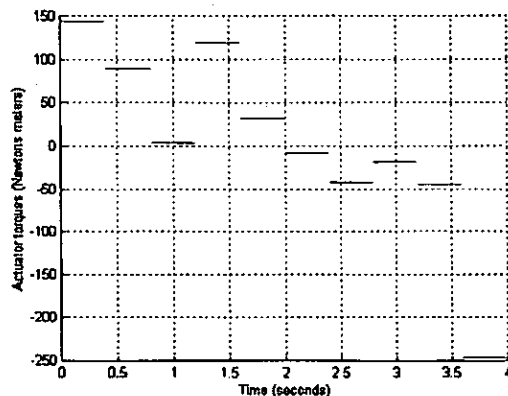
Congratulations! Your Solution found.

Ready

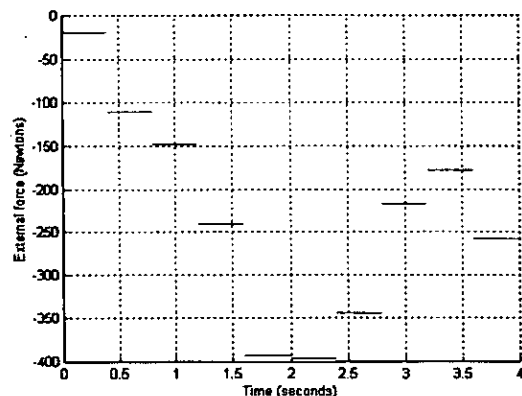
```

ภาพประกอบ 96 แสดงการสิ้นสุดการทำงานของโปรแกรมจากปัญหารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที

จากภาพประกอบ 96 หน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Congratulations! Your Solution found" แสดงว่าคำตอบที่ถูกต้องเป็นค่าเหมาะสมสูงสุด แสดงผลการรันตามภาพประกอบ 97 ถึง 98

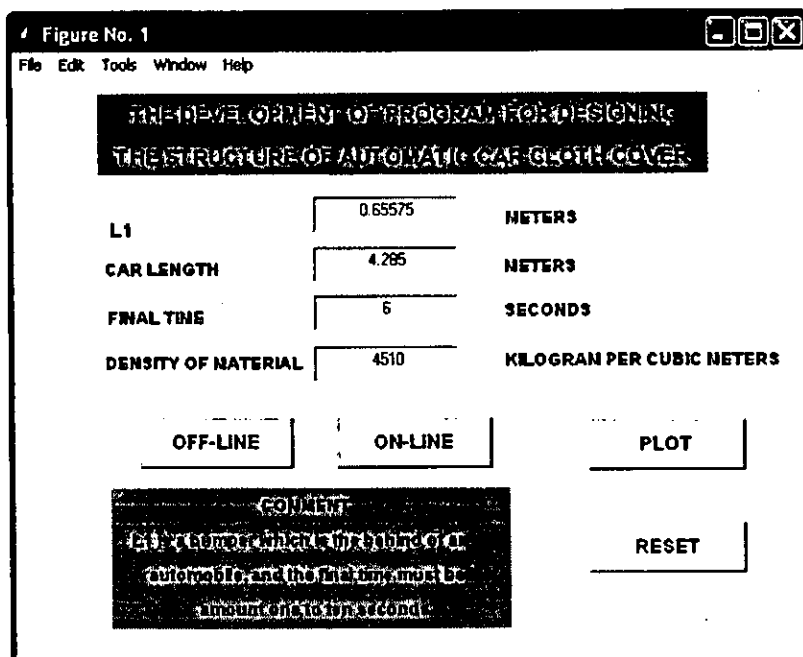


ภาพประกอบ 97 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที

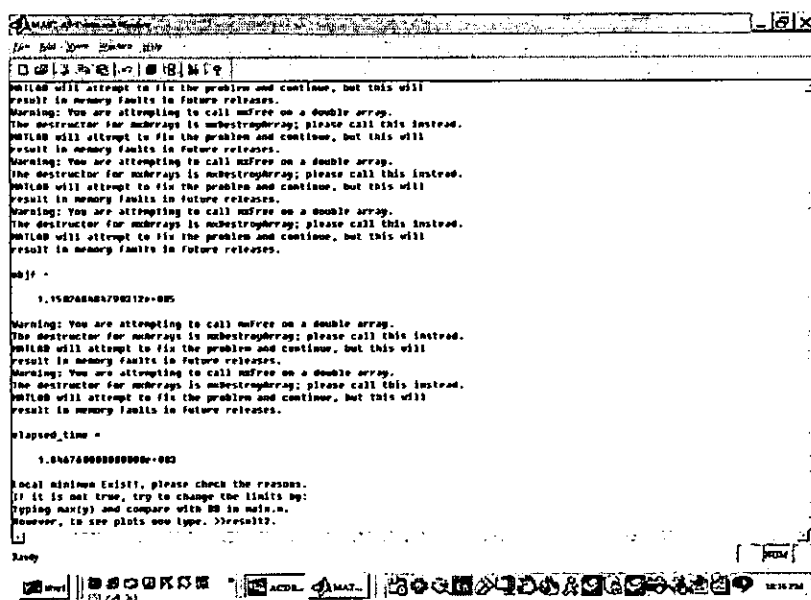


ภาพประกอบ 98 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที

ตัวอย่างการศึกษารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.59613 เมตร ขนาดความยาวของรถยนต์ 0.65575 เมตร⁽²²⁾ ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที และใช้วัสดุชนิดไททาเนียมในการศึกษาโครงสร้าง ตามภาพประกอบ 99 ดังนี้

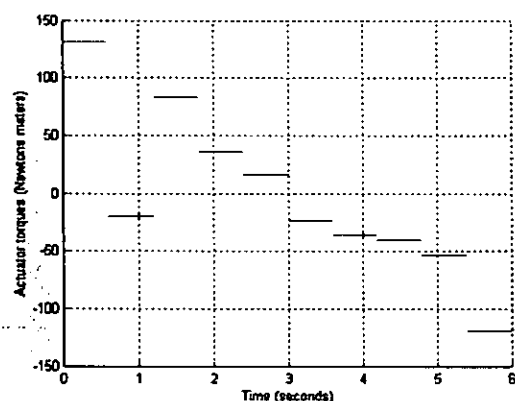


ภาพประกอบ 99 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที

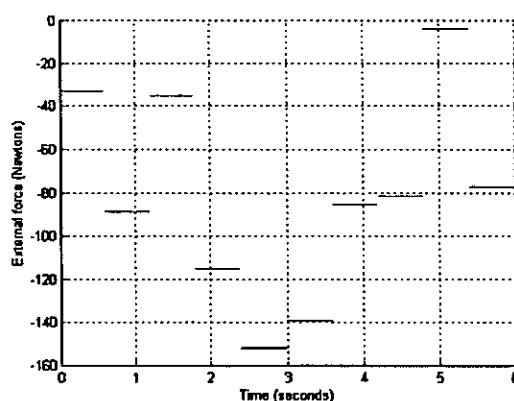


ภาพประกอบ 100 แสดงการสิ้นสุดการทำงานของโปรแกรมจากปัญหารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที

จากภาพประกอบ 100 หน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า “Local minimum Exist!” และเมื่อตรวจสอบกราฟว่าผลการรันสามารถใช้ได้หรือไม่ พบว่าโปรแกรมให้ค่าความเหมาะสมสูงสุด ดังนั้นก็สามารถนำผลมาใช้ได้ไม่แตกต่างจากผลการรันที่ปรากฏคำว่า “Congratulation! Your Solutions found” แสดงผลการรันตามภาพประกอบ 101 ถึง 102 ดังนี้

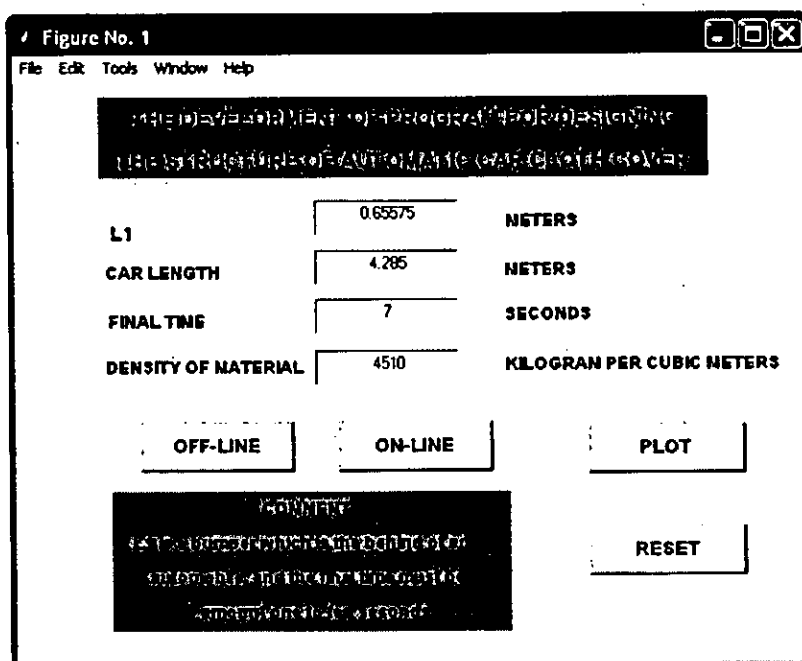


ภาพประกอบ 101 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที

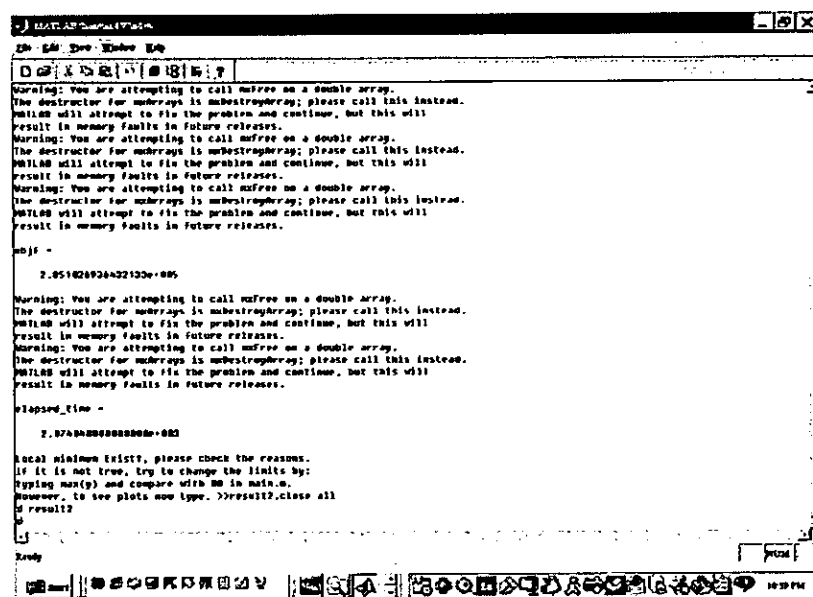


ภาพประกอบ 102 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที

ตัวอย่างการศึกษารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.59613 เมตร ขนาดความยาวของรถยนต์ 0.65575 เมตร⁽²²⁾ ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที และใช้วัสดุชนิดไททานเนียมในการศึกษาโครงสร้าง ตามภาพประกอบ 103 ดังนี้

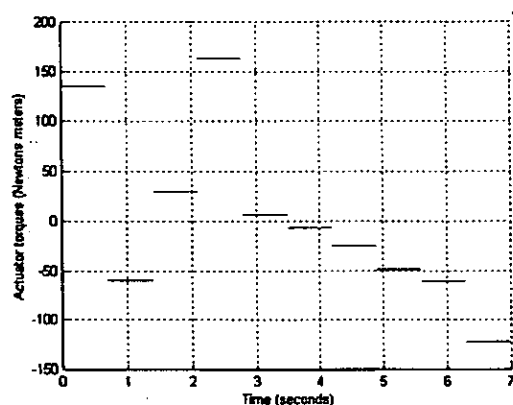


ภาพประกอบ 103 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที

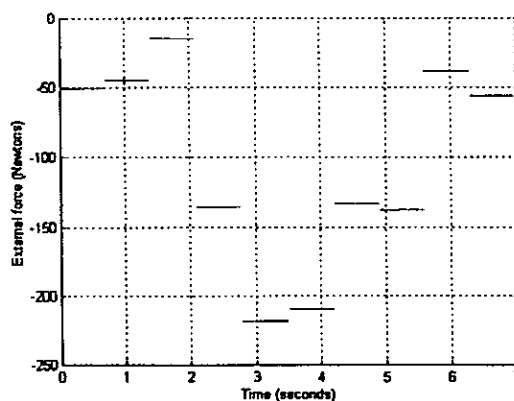


ภาพประกอบ 104 แสดงการสิ้นสุดการทำงานของโปรแกรมจากปัญหารถยนต์ Toyota Soluna Vios (1,496 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที

จากภาพประกอบ 104 หน้าจocomมานต์ปรากฏคำว่า "Local minimum Exist!" และเมื่อตรวจสอบกราฟ พบว่าโปรแกรมให้ค่าความเหมาะสมสูงสุด ดังนั้นก็สามารถนำผลมาใช้ได้ แสดงผลการรันตามภาพประกอบ 105 ถึง 106 ดังนี้



ภาพประกอบ 105 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที



ภาพประกอบ 106 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Soluna Vios ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที

ปัญหากรณีที่ 3

ศึกษารถยนต์ Mitsubishi Lancer Cedia (1,800 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.56667 เมตร ขนาดความยาวของรถยนต์ 4.500 เมตร และใช้วัสดุชนิดไททาเนียมในการศึกษาโครงสร้างตามภาพประกอบ 107



ภาพประกอบ 107 แสดงภาพรถยนต์ Mitsubishi Lancer Cedia (1,800 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.56667 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.500 เมตร

ตัวอย่างการศึกษารถยนต์ Mitsubishi Lancer Cedia (1,800 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.56667 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.500 เมตร ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที และใช้วัสดุชนิดไททาเนียมในการศึกษาโครงสร้าง ตามภาพประกอบ 108

Figure No. 1

File Edit Tools Window Help

LI 0.56667 METERS

CAR LENGTH 4.500 METERS

FINAL TIME 8 SECONDS

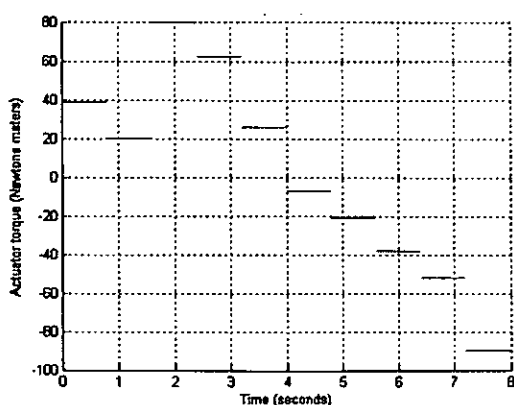
DENSITY OF MATERIAL 4510 KILOGRAM PER CUBIC METERS

OFF-LINE ON-LINE PLOT

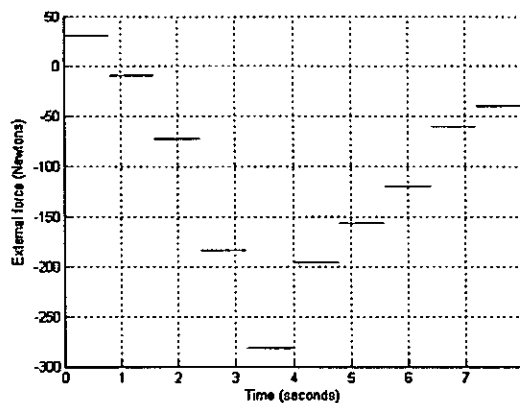
RESET

ภาพประกอบ 108 แสดงการกำหนดข้อมูลจากปัญหารถยนต์ Mitsubishi Lancer Cedia (1,800 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที

โดยเมื่อผ่านการรันโปรแกรมแล้ว หน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found" แสดงว่าคำตอบที่ถูกต้องเป็นค่าเหมาะสมสูงสุด แสดงผลการรันตามภาพประกอบ 109 ถึง 110



ภาพประกอบ 109 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Mitsubishi Lancer Cedia ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที



ภาพประกอบ 110 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Mitsubishi Lancer Cedia ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที

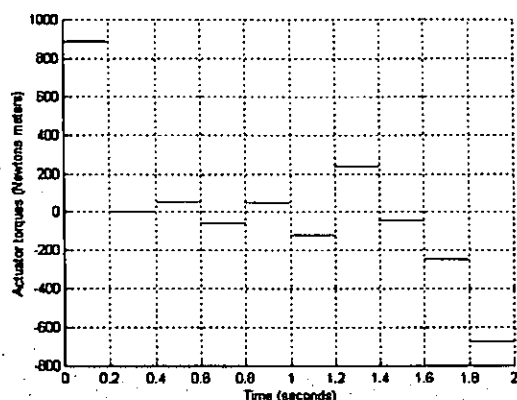
ปัญหากรณีที่ 4

ศึกษารถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.73 เมตร ขนาดความยาวของรถยนต์ 4.95 เมตร⁽²³⁾ และใช้วัสดุชนิดไททาเนียมในการศึกษาโครงสร้าง ตามภาพประกอบ 111

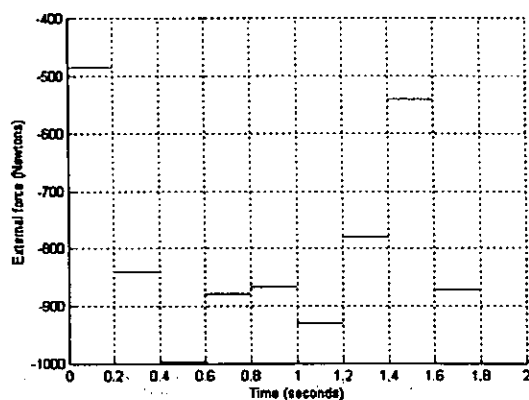


ภาพประกอบ 111 แสดงภาพรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.73 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.95 เมตร

ตัวอย่างการศึกษารถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.73 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.95 เมตร⁽²³⁾ ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที และใช้วัสดุชนิดไททาเนียมในการศึกษาโครงสร้าง พบว่าเมื่อผ่านการรันโปรแกรมแล้ว หน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found" แสดงผลการรันตามภาพประกอบ 112 ถึง 113 ดังนี้

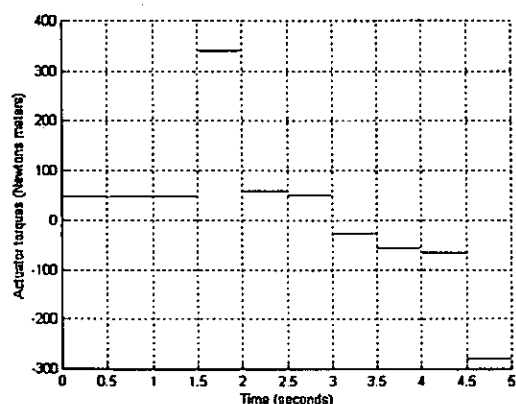


ภาพประกอบ 112 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที

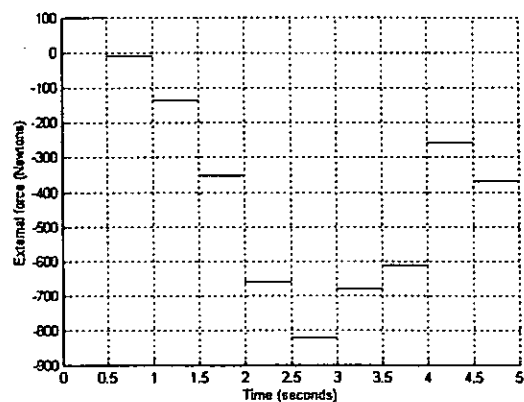


ภาพประกอบ 113 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที

ตัวอย่างการศึกษารถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.73 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.95 เมตร⁽²³⁾ ที่เวลาสุดท้าย 5 วินาที และใช้วัสดุชนิดไททาเนียมในการศึกษาโครงสร้าง พบว่าเมื่อผ่านการรันโปรแกรมแล้ว หน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found" แสดงผลการรันตามภาพประกอบ 114 ถึง 115 ดังนี้

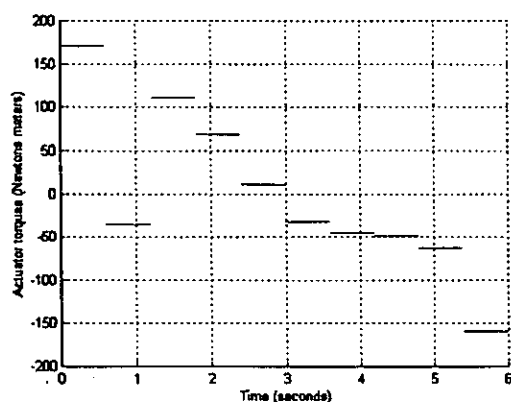


ภาพประกอบ 114 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 5 วินาที

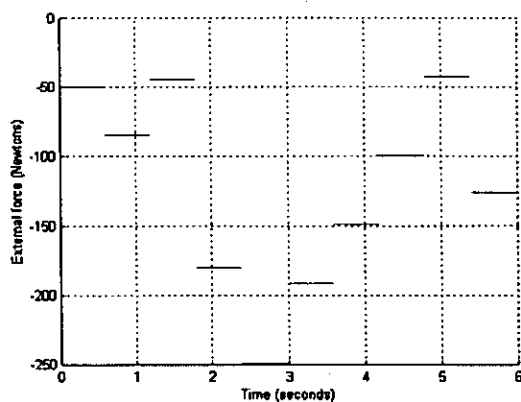


ภาพประกอบ 115 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 5 วินาที

ตัวอย่างการศึกษารถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.73 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.95 เมตร⁽²³⁾ ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที และใช้วัสดุชนิดไททาเนียมในการศึกษาโครงสร้าง พบว่าเมื่อผ่านการรันโปรแกรมแล้ว หน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found" แสดงผลการรันตามภาพประกอบ 116 ถึง 117 ดังนี้

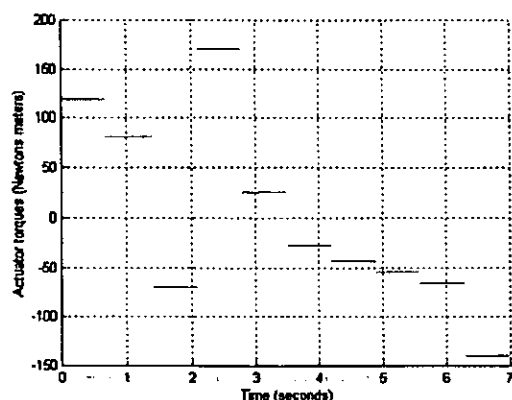


ภาพประกอบ 116 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที

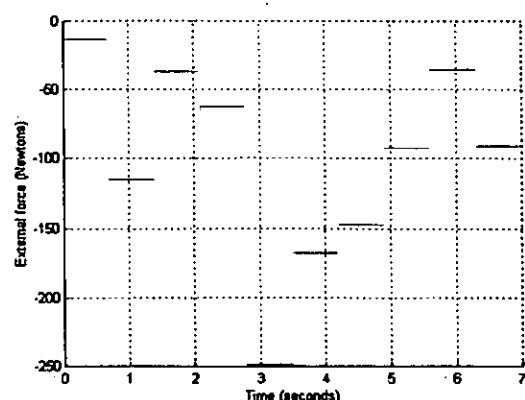


ภาพประกอบ 117 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที

ตัวอย่างการศึกษารถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.73 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.95 เมตร⁽²³⁾ ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที และใช้วัสดุชนิดไททาเนียมในการศึกษาโครงสร้าง พบว่าเมื่อผ่านการรันโปรแกรมแล้ว หน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Local minimum Exist!" ซึ่งเมื่อพิจารณาจากข้อมูลพบว่า ผลการรันถูกต้อง แสดงตามภาพประกอบ 118 ถึง 119 ดังนี้

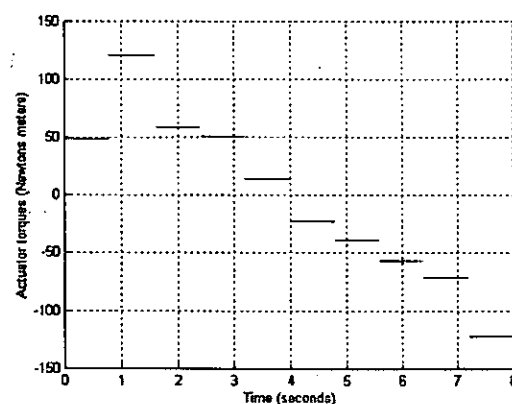


ภาพประกอบ 118 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที

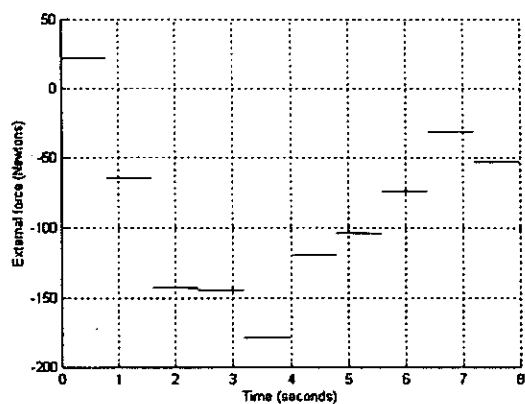


ภาพประกอบ 119 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที

ตัวอย่างการศึกษารถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่มีขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.73 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.95 เมตร⁽²³⁾ ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที และใช้วัสดุชนิดไททาเนียมในการศึกษาโครงสร้าง พบว่าเมื่อผ่านการรันโปรแกรมแล้ว หน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found" แสดงผลการรันตามภาพประกอบ 120 ถึง 121 ดังนี้



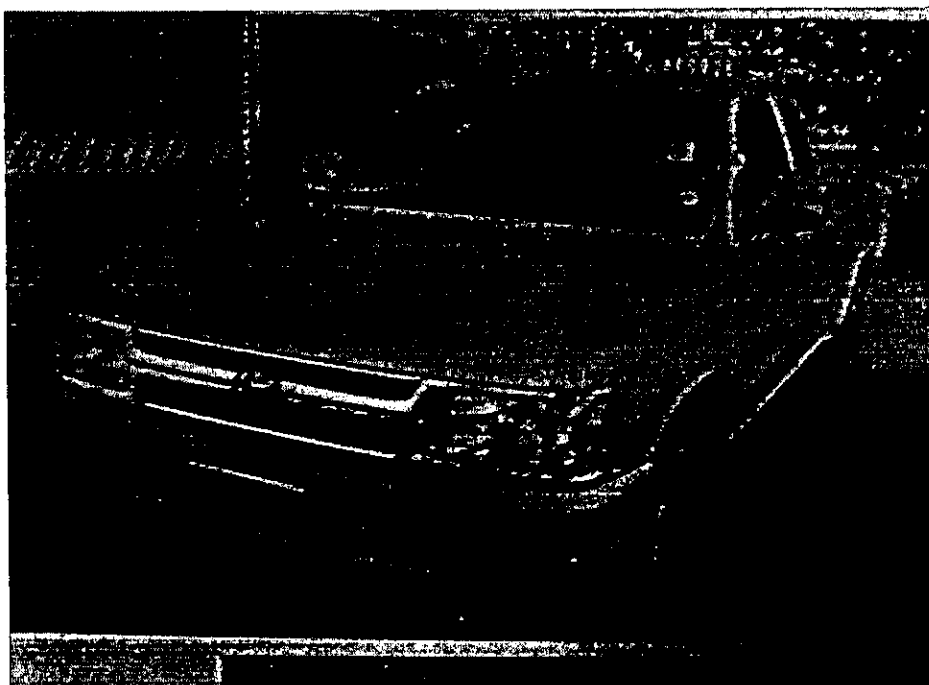
ภาพประกอบ 120 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที



ภาพประกอบ 121 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Isuzu MU-7 (3,000 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที

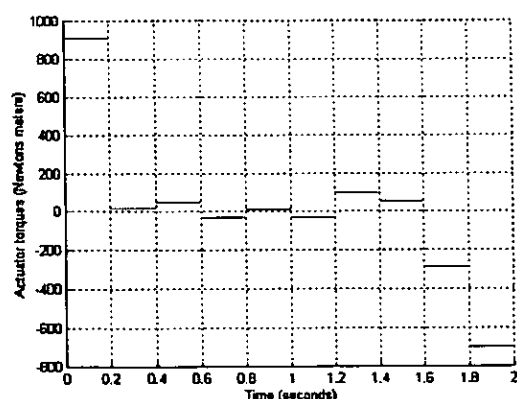
ปัญหากรณีที่ 5

ศึกษารถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ซึ่งรถยนต์ประเภทนี้ไม่สามารถใช้กันชนด้านหลังได้ เนื่องจากมีความยาวน้อยมาก จึงได้สมมติความยาวตั้งแต่ด้านหลังของล้อหลังไปจนถึงสุดตัวรถด้านท้ายเป็น ความยาวของลิงค์แรกที่ 0.74 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.97 เมตร และใช้วัสดุชนิดไททานเนียม ในการศึกษาโครงสร้าง ตามภาพประกอบ 122

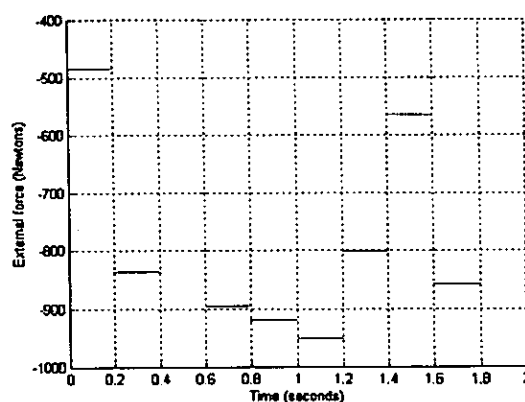


ภาพประกอบ 122 แสดงภาพรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) สมมติขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.74 เมตร และขนาดความยาวของรถยนต์ 4.97 เมตร

ตัวอย่างการศึกษารถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) สมมติขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.74 เมตร ขนาดความยาวของรถยนต์ 4.97 เมตร ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที และใช้วัสดุชนิดไททานเนียมในการศึกษาโครงสร้าง พบว่าเมื่อผ่านการรันโปรแกรมแล้ว หน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found" แสดงผลการรันตามภาพประกอบ 123 ถึง 124 ดังนี้

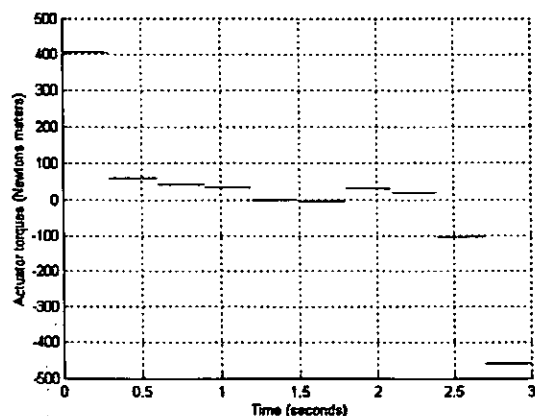


ภาพประกอบ 123 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที

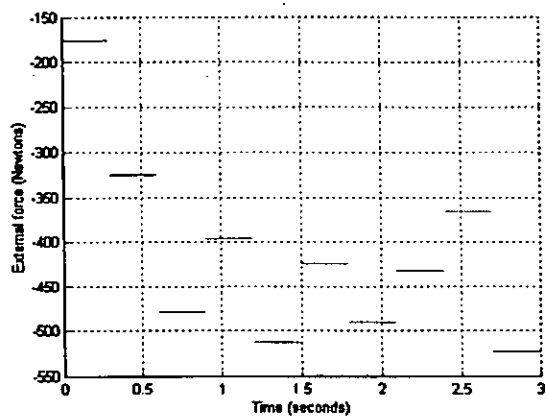


ภาพประกอบ 124 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 2 วินาที

ตัวอย่างการศึกษารถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) สมมติขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.74 เมตร ขนาดความยาวของรถยนต์ 4.97 เมตร ที่เวลาสุดท้าย 3 วินาที และใช้วัสดุชนิดไททานเนียมในการศึกษาโครงสร้าง พบว่าเมื่อผ่านการรันโปรแกรมแล้ว หน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found" แสดงผลการรันตามภาพประกอบ 125 ถึง 126 ดังนี้

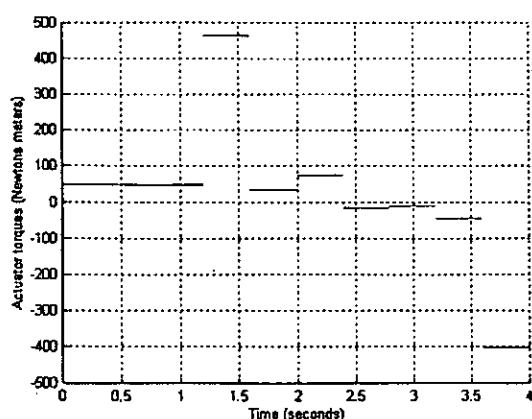


ภาพประกอบ 125 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์
เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux
Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 3 วินาที

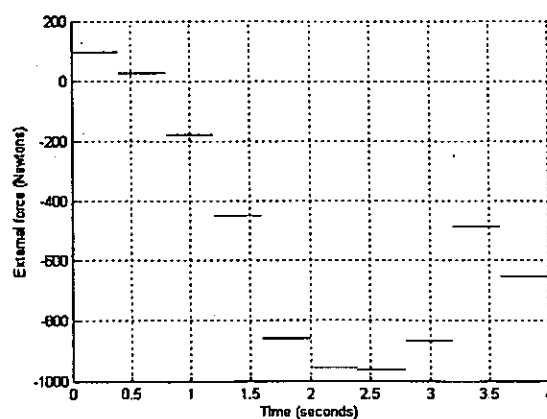


ภาพประกอบ 126 แสดงค่าแรงภายนอกของ
มอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์
Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลา
สุดท้าย 3 วินาที

ตัวอย่างการศึกษารถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) สมมติขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.74 เมตร ขนาดความยาวของรถยนต์ 4.97 เมตร ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที และใช้วัสดุชนิดไททาเนียมในการศึกษาโครงสร้าง พบว่าเมื่อผ่านการรันโปรแกรมแล้วหน้าจอกอมมานด์ปรากฏคำว่า "Local minimum Exist!" และเมื่อตรวจสอบกราฟ พบว่าโปรแกรมให้ค่าความเหมาะสมสูงสุด ดังนั้นสามารถนำผลมาใช้ได้ แสดงผลการรันตามภาพประกอบ 127 ถึง 128 ดังนี้

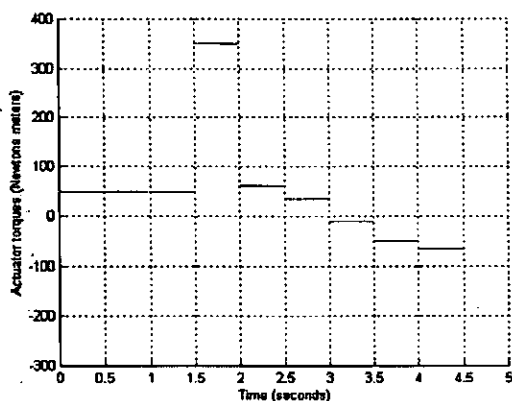


ภาพประกอบ 127 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์
เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux
Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 4 วินาที

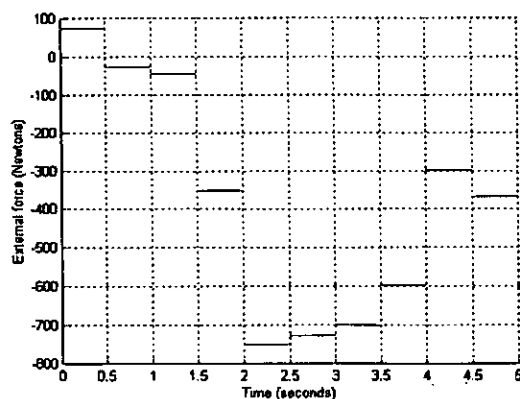


ภาพประกอบ 128 แสดงค่าแรงภายนอกของ
มอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์
Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลา
สุดท้าย 4 วินาที

ตัวอย่างการศึกษารถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) สมมติขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.74 เมตร ขนาดความยาวของรถยนต์ 4.97 เมตร ที่เวลาสุดท้าย 5 วินาที และใช้วัสดุชนิดไททานเนียมในการศึกษาโครงสร้าง พบว่าเมื่อผ่านการรันโปรแกรมแล้วหน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Local minimum Exist!" และเมื่อตรวจสอบกราฟ พบว่าโปรแกรมให้ค่าความเหมาะสมสูงสุด ดังนั้นสามารถนำผลมาใช้ได้ แสดงผลการรันตามภาพประกอบ 129 ถึง 130 ดังนี้

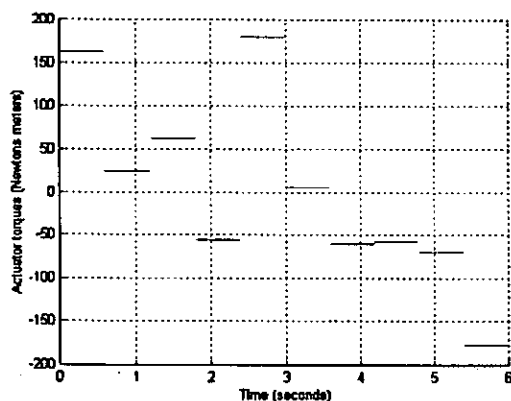


ภาพประกอบ 129 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 5 วินาที

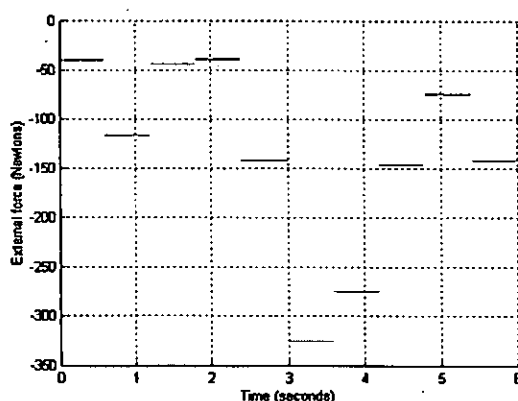


ภาพประกอบ 130 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 5 วินาที

ตัวอย่างการศึกษารถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) สมมติขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.74 เมตร ขนาดความยาวของรถยนต์ 4.97 เมตร ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที และใช้วัสดุชนิดไททานเนียมในการศึกษาโครงสร้าง พบว่าเมื่อผ่านการรันโปรแกรมแล้ว หน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found" แสดงผลการรันตามภาพประกอบ 131 ถึง 132 ดังนี้

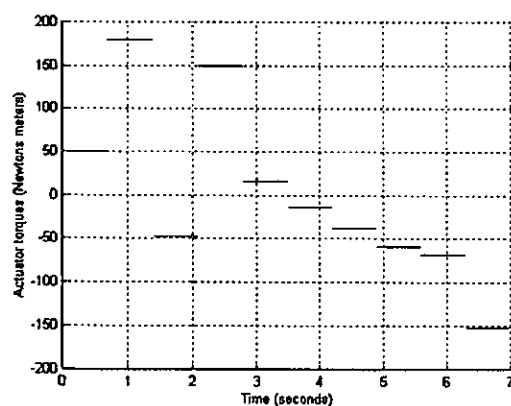


ภาพประกอบ 131 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที

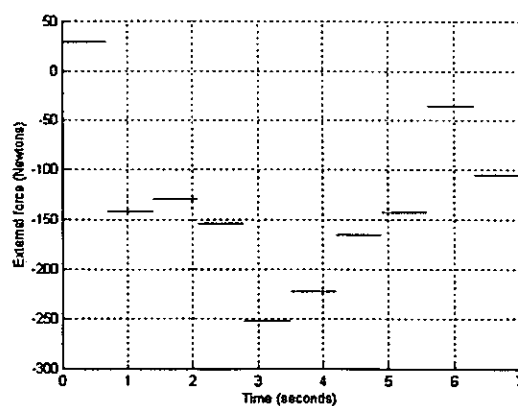


ภาพประกอบ 132 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 6 วินาที

ตัวอย่างการศึกษารถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) สมมติขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.74 เมตร ขนาดความยาวของรถยนต์ 4.97 เมตร ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที และใช้วัสดุชนิดไททาเนียมในการศึกษาโครงสร้าง พบว่าเมื่อผ่านการรันโปรแกรมแล้ว หน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found" แสดงผลการรันตามภาพประกอบ 133 ถึง 134 ดังนี้

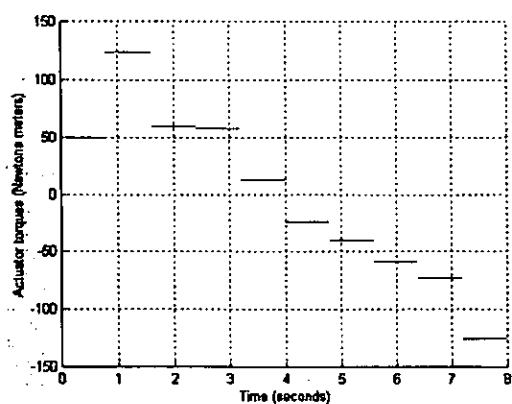


ภาพประกอบ 133 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที

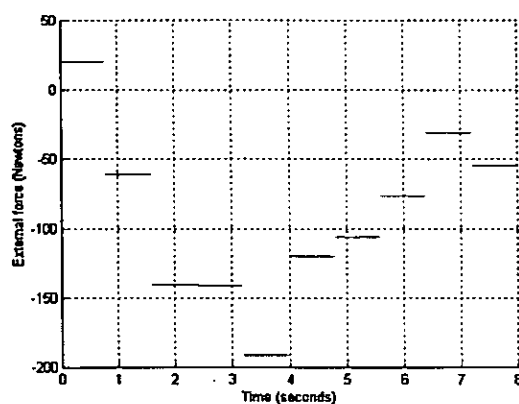


ภาพประกอบ 134 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 7 วินาที

ตัวอย่างการศึกษารถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) สมมติขนาดความยาวของกันชนรถยนต์ 0.74 เมตร ขนาดความยาวของรถยนต์ 4.97 เมตร ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที และใช้วัสดุชนิดไททานเนียมในการศึกษาโครงสร้าง พบว่าเมื่อผ่านการรันโปรแกรมแล้ว หน้าจอคอมพิวเตอร์ปรากฏคำว่า "Congratulation! Your Solutions found" แสดงผลการรันตามภาพประกอบ 135 ถึง 136 ดังนี้



ภาพประกอบ 135 แสดงค่าแรงบิดของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที



ภาพประกอบ 136 แสดงค่าแรงภายนอกของมอเตอร์เปรียบเทียบกับเวลาของรถยนต์ Toyota Hilux Tiger (2,500 cc.) ที่เวลาสุดท้าย 8 วินาที

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	ร้อยโทหญิง สุวิมล เสนิงวงศ์ ณ อยุธยา
วันเดือนปีเกิด	17 ตุลาคม 2521
สถานที่เกิด	กรุงเทพมหานคร
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	บ้านเลขที่ 26 หมู่ 2 ต.บางใหญ่ อ.บางใหญ่ จ.นนทบุรี 11140
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	กองวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ส่วนการศึกษา โรงเรียนนายร้อยพระจุลจอมเกล้า ถนนสุพรรณศรี ต.พรหมณี อ. เมือง จ. นครนายก 26001
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2537	มัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนกาญจนาอนุเคราะห์
พ.ศ. 2540	มัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนเขมะสิริอนุสสรณ์
พ.ศ. 2544	อุดมศึกษา วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วศ.บ. ธรณี) มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
พ.ศ. 2548	บัณฑิตศึกษา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วศ.บ. เครื่องกล) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ