

การวิเคราะห์พฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเสื่อสูบเครื่องยนต์แก๊สโซลีนสูบเดี่ยว  
โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดลอง

ปริญญาานิพนธ์  
ของ  
สมบัติ น้อยประเสริฐ

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล  
พฤษภาคม 2551

การวิเคราะห์พฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเสื่อสับเครื่องยนต์แก๊สโซลีนสูบเดี่ยว  
โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดลอง

ปริญญาโท  
ของ  
สมบัติ น้อยประเสริฐ

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล  
พฤษภาคม 2551  
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การวิเคราะห์พฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเสื่อสับเครื่องยนต์แก๊สโซลีนสูบเดี่ยว  
โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดลอง

บทคัดย่อ  
ของ  
สมบัติ น้อยประเสริฐ

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล  
พฤษภาคม 2551

นายสมบัติ น้อยประเสริฐ. (2551). การวิเคราะห์พฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเสื่อสูบเครื่องยนต์แก๊สโซลีนสูบเดี่ยวโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดลอง , ปรินซ์นิพนธ์ วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม : ผู้ช่วยศาสตราจารย์วิชิต บัวแก้ว, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ศุภฤกษ์ศิริเวทิน.

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ หาค่าความถี่ธรรมชาติโดยการทดลองและเปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดลอง ซึ่งงานที่ทำการวิจัยคือเสื่อสูบเครื่องยนต์แก๊สโซลีนสูบเดี่ยว 4 จังหวะ สร้างแบบจำลองด้วยโปรแกรม SolidWork2004 จากนั้นจึงทำการวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรม Msc.Nastran2007, Ansys8.1 และการทดลองใช้ค้อนเคาะวัดค่าฟังก์ชันถ่ายโอน ภายใต้เงื่อนไขการยึดที่ฐานเสื่อสูบ

ผลการวิจัยพบว่า ความถี่ธรรมชาติที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สอดคล้องกับการทดลองโดยความถี่ธรรมชาติ โหมดที่ 1 ของเสื่อสูบเครื่องยนต์แก๊สโซลีนสูบเดี่ยวที่ได้จากการทดลองมีค่าเท่ากับ 242.50 Hz จากโปรแกรม Msc.Nastran2007 และ Ansys8.1 มีค่าเท่ากับ 242.24 Hz และ 240.18 Hz ตามลำดับ ซึ่งมีความแตกต่าง 0.11 % และ 0.95 ตามลำดับ ดังนั้น เสื่อสูบเครื่องยนต์แก๊สโซลีนสูบเดี่ยวจึงมีค่าความถี่ธรรมชาติมากกว่าความถี่ใช้งาน (ความถี่ใช้งานเท่ากับ 30 Hz ที่ความเร็วรอบ 3600 rpm) จึงไม่มีโอกาสเสียหายเนื่องจากความถี่พ้อง

**DYNAMICS BEHAVIOR ANALYSIS FOR SINGLE CYLINDER BLOCK OF SMALL  
GASOLINE ENGINE, USING A FINITE ELEMENT METHOD AND AN  
EXPERIMENT METHOD**

AN ABSTRACT  
BY  
SOMBAT NOIPRASERT

Presented in partial fulfillment of the requirements  
for the Master of Engineering degree in Mechanical Engineering  
at Srinakharinwirot University  
May 2008

Sombat Noiprasert. (2008). *Dynamics Behavior Analysis for Single Cylinder Block of Small Gasoline Engines, Using a Finite Element Method and an Experiment Method*. Master thesis, M.Eng. (Mechanical Engineering). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee : Asst Prof. Vichit Buakaew, Asst.Prof. Dr.Suparek Sirivadin.

The aim of this research is to analyse the natural frequencies and mode shapes using finite elements method and to be compare with the experiment method. In this research, a single cylinder block of gasoline engines, 4 stroke cycle. Solid models were create using SolidWork2004, these models were assumed to be locking on a rigid plate. Msc.Nastran2007 and Ansys8.1, which are the commercial finite element packages, have been used to determine the mode shapes. The finite element results were compare with the experiment performed by hammering impact excitation, which enable to measure the transfer function.

In the experiment we got a natural (resonance) frequency of 242.50 Hz , but the mathematical result of two difference the finite element method show 242.24 Hz of Msc.Nastran2007 and 240.18 Hz of Ansys8.1. The difference between Msc.Nastran2007 the calculation and experiment was 0.11 %. The divergence between calculation of Ansys8.1 and the real experiment is 0.95%. The engine running will 3600 rpm. And produce a vibration of 30 Hz(working frequency). Our the finite element method and experimental outcome are much higher than this working frequency. Therefore the cylinder block of gasoline engines will not damage by resonance frequency.

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การวิเคราะห์พฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเสื่อสูบเครื่องยนต์แก๊สโซลีนสูบเดี่ยว  
โดยเปรียบเทียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดลอง

ของ

สมบัติ น้อยประเสริฐ

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณะบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เพ็ญสิริ จีระเดชากุล)

วันที่ ..... เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2551

คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

.....ประธาน  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ วิชิต บัวแก้ว)

.....ประธาน  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จักร จันทลักขณา)

.....กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ศุภฤกษ์ ศิริเวทิน)

.....กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ วิชิต บัวแก้ว)

.....กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พิชัย อัมภมมงคล)

.....กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ศุภฤกษ์ ศิริเวทิน)

## ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จได้ด้วยความกรุณาของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ วิชิต บัวแก้ว ประธานกรรมการควบคุมการทำปริญญานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ศุภฤกษ์ ศิริเวทิน กรรมการควบคุมการทำปริญญานิพนธ์ ซึ่งกรุณาให้คำปรึกษาและคำแนะนำ ตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา และการใช้ภาษาของปริญญานิพนธ์ รวมทั้งแนวทางดำเนินงานวิจัย การแก้ไขปัญหาต่างๆ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จักร จันทลักขณา ประธานกรรมการสอบปากเปล่า และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พิชัย อึ้งภูมมงคล กรรมการสอบปากเปล่า ซึ่งท่านกรุณาให้คำแนะนำ ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของปริญญานิพนธ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบคุณ บริษัทสามมิตรมอเตอร์จำกัด ให้ความอนุเคราะห์โปรแกรม Ansys8.1 และ คุณ วีรฤทธิ จิรนนทศักดิ์ และนิสิตหลักสูตรปริญญาโทสาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ที่อำนวยความสะดวกการทดลองสำหรับการวิจัยนี้

ขอขอบคุณ คณาจารย์ เจ้าหน้าที่ทุกท่านของสาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ และกองวิชาวิศวกรรมเครื่องกล โรงเรียนนายร้อยพระจุลจอมเกล้า ขอขอบคุณ พี่งุฑูร เนียนทรัพย์ ซึ่งกรุณาแนะนำการใช้โปรแกรม Ansys8.1 และเพื่อนนิสิตโครงการความร่วมมือหลักสูตรปริญญาโท สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล รุ่นที่ 3 ที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจ

สมบัติ น้อยประเสริฐ

## สารบัญ

บทที่	หน้า
1	บทนำ ..... 1
	ความสำคัญและที่มาของปัญหาการวิจัย ..... 1
	วัตถุประสงค์ของการวิจัย ..... 1
	ขอบเขตของการวิจัย ..... 1
	ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับการวิจัย ..... 2
2	ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ..... 3
	ธรรมชาติการสันสะท้อน ..... 3
	การสันแบบฮาร์โมนิกและแบบแรนดอม ..... 3
	การสันของระบบก้อนมวลและสปริง ..... 8
	การสันในวัสดุท่อน ..... 12
	การสันในคาน ..... 13
	การสันสะท้อนแบบบังคับมีตัวหน่วงและพิกัดหลัก ..... 14
	เวกเตอร์เจาะจงและค่าเจาะจง ..... 15
	หลักการวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ..... 17
	การสันในวัสดุท่อนรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ ..... 22
	การสันในคานรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ ..... 24
	การสันของคานแบบ 2 เอลิเมนต์ ..... 26
	การวิเคราะห์โมดัลโดยการวัดสัญญาณ ..... 31
	การจัดเตรียมเสื่อสูบเพื่อการทดสอบ ..... 32
	สัญญาณของระบบ ..... 32
	ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบที่เป็นเชิงเส้น ..... 33
	อุปกรณ์ส่งและรับสัญญาณเข้าสู่ระบบ ..... 37
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ..... 38

## สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
3	วิธีดำเนินการวิจัย ..... 41
อุปกรณ์และเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยโดยการทดลอง	..... 41
วิธีดำเนินการวิจัยโดยการทดลอง	..... 43
อุปกรณ์และเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	..... 46
วิธีดำเนินการวิจัยโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	..... 46
4	ผลการวิจัย ..... 56
ผลการหาค่าความถี่ธรรมชาติ และรูปร่างโหมดโดย	
ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	..... 56
ผลการหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยการทดลอง	..... 59
ผลการเปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับ	
การทดลอง	..... 69
5	สรุปผลการวิจัย อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ ..... 70
สรุปผลการวิจัย	..... 70
อภิปรายผล	..... 71
ข้อเสนอแนะ	..... 72
บรรณานุกรม	..... 73
ภาคผนวก ก ภาพการทดลองหาความถี่ธรรมชาติ	..... 76
ภาคผนวก ข การเปรียบเทียบผลลัพธ์ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ระหว่าง	
โปรแกรม Msc.Nastran2007 และ โปรแกรม Ansys8.1	..... 78
ประวัติย่อผู้วิจัย	..... 88

## บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 ผลลัพธ์การหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ที่เมชท์ 0.004 m .....	56
2 ผลลัพธ์การหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยการทดลอง .....	60
3 การเปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ที่เมชท์ 0.004 m. กับการทดลอง .....	69
4 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ขนาดและจำนวนของเอลิเมนต์โดยโปรแกรม Msc.Nastran2007 .....	79
5 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ขนาดและจำนวนของเอลิเมนต์โดย โปรแกรม Ansys8.1 .....	79
6 ผลลัพธ์การหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์ 0.005 m. ....	80
7 ผลลัพธ์การหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์ 0.006 m. ....	82
8 ผลลัพธ์การหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์ 0.007 m .....	84
9 ผลลัพธ์การหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์ 0.008 m .....	86

## บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 การสั่นแบบฮาร์โมนิค .....	3
2 การสั่นของก้อนมวล $m$ รอบระดับ A-A .....	5
3 แสดงลักษณะการสั่นแบบแรนดอม (Random) .....	7
4 ระบบก้อนมวลและสปริง .....	8
5 ระบบสปริงและก้อนมวลแสดงรูปร่างของโหมดที่ 1 และ 2 .....	10
6 ปัญหาการสั่นของวัสดุท่อน .....	12
7 คานมีจุดรองรับที่ปลาย 2 ข้าง .....	13
8 ระบบสปริงและก้อนมวล .....	16
9 แสดงเอลิเมนต์มิติเดียว .....	18
10 แสดงเอลิเมนต์แบบสองมิติ .....	18
11 แสดงเอลิเมนต์แบบสามมิติ .....	20
12 แสดงการแบ่งชิ้นส่วนออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยม .....	20
13 แสดงการแบ่งชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยม .....	20
14 การแบ่งชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมโค้งออกเป็นเอลิเมนต์สี่เหลี่ยม และสามเหลี่ยมย่อย .....	21
15 แบบจำลองวัสดุท่อนแบบ 2 เอลิเมนต์ .....	22
16 รูปร่างของโหมดที่คำนวณจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ .....	24
17 คานมีจุดรองรับที่ปลาย 2 ข้างแสดงแบบหนึ่งเอลิเมนต์ .....	24
18 แบบจำลองคานแบบ 2 เอลิเมนต์ .....	27
19 เมทริกซ์มวลเหมือนกันในรูปแบบเอลิเมนต์คาน .....	30
20 แสดงแนวทางการวิเคราะห์การสั่นสะเทือน .....	31
21 แสดงระบบที่มีสัญญาณเข้าและสัญญาณออก .....	33
22 ระบบอุดมคติประกอบด้วยสัญญาณเข้า $u(t)$ และสัญญาณออก $y(t)$ .....	33
23 แผนผังแสดงฟังก์ชันถ่ายโอนในทางปฏิบัติ .....	35
24 แสดงขั้นตอนการทำงานของเครื่องวิเคราะห์สัญญาณ .....	35
25 แสดงหัวส่งสัญญาณเพมโซอิล็คทริก .....	37
26 ภาพถ่ายเสื่อสูบเครื่องยนต์แก๊สโซลีนสูบเดี่ยว .....	41
27 แสดงรูปค้อนเคาะการทดลอง .....	42

## บัญชีภาพประกอบ(ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
28 เครื่องขยายสัญญาณ (Charge amplifier) .....	42
29 เครื่องวิเคราะห์สัญญาณ (Signal analyzer) .....	43
30 ภาพถ่ายการยึดฐานของเสื่อสูบติดกับแท่นเหล็ก .....	44
31 แสดงการกำหนดจุดทดสอบ .....	44
32 แสดงผังอุปกรณ์ในการวิเคราะห์ความถี่ธรรมชาติ .....	45
33 ภาพโมเดลจำลองเสื่อสูบ.....	46
34 แสดงค่าการเลือกวัสดุ .....	47
35 การกำหนดวัสดุให้กับชิ้นงาน .....	48
36 เมนู Load/BCs .....	48
37 แสดงการเลือกการวิเคราะห์แบบโหมดปกติ .....	49
38 การแสดงผลลัพธ์ .....	50
39 ภาพความถี่และรูปร่างโหมด Msc.Nastran2007 .....	51
40 การเลือกเมนู Preprocessor .....	51
41 การเลือกเมนูลงวัสดุ .....	52
42 เมนู Modeling .....	52
43 เมนูSolution และเลือกวิเคราะห์แบบโมดัล .....	53
44 ภาพเมนู General Postprocessor .....	54
45 คำตอบรวม(Results Summary) .....	54
46 ภาพแสดงผลกราฟฟิค Ansys8.1 .....	55
47 ภาพ 2 มิติเปรียบเทียบรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์ 0.004 m .....	58
48 แสดงการจุดทดสอบ .....	60
49 สัญญาณการส่งความถี่ที่ L1 .....	61
50 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ L1 .....	61
51 สัญญาณการส่งความถี่ที่ L2 .....	62
52 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ L2 .....	62
53 สัญญาณการส่งความถี่ที่ L3 .....	63
54 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ L3 .....	63

## บัญชีภาพประกอบ(ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
55 สัญญาณการส่งความถี่ที่ T1 .....	64
56 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ T1 .....	64
57 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ T2 .....	65
58 สัญญาณการส่งตอบสนองความถี่ที่ T2 .....	65
59 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ T3 .....	66
60 สัญญาณการส่งตอบสนองความถี่ที่ T3 .....	66
61 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ F1 .....	67
62 สัญญาณการส่งตอบสนองความถี่ที่ F1 .....	67
63 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ F2 .....	68
64 สัญญาณการส่งตอบสนองความถี่ที่ F2 .....	68
65 การติดตั้งหัวรับสัญญาณกับเสื่อสุบและค้อนเคาะ .....	77
66 การตอบสนองความถี่ของชุดส่งและรับสัญญาณ .....	77
67 ภาพ 2 มิติเปรียบเทียบรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์ 0.005 m .....	80
68 ภาพ 2 มิติเปรียบเทียบรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์ 0.006 m .....	82
69 ภาพ 2 มิติเปรียบเทียบรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์ 0.007 m .....	84
70 ภาพ 2 มิติเปรียบเทียบรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์ 0.008 m .....	86

## คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
$A$	ค่าคงที่	-
$A$	พื้นที่	$m^2$
$a$	ความเร่ง	$m/s^2$
ave	ค่าเฉลี่ย	-
$C$	ค่าคงตัวความหน่วง	$Ns/m$
$C, C_0, C_1, C_2$	ค่าคงที่ใดๆ	-
$[C]$	เมตริกซ์ค่าความหน่วงของระบบ	-
$E$	โมดูลัสยืดหยุ่น	$N/m^2$
$F_o$	ขนาดของแรงคงที่ค่าหนึ่ง	$N$
$\{F\}$	เวกเตอร์แรงกระทำภายนอก	-
$f$	ความถี่	$Hz$
$f(t)$	แรงกระทำภายนอก	$N$
$G$	โมดูลัสเฉือน	$N/m^2$
$g$	ความเร่งแรงโน้มถ่วง	$m/s^2$
$H(\omega)$	ฟังก์ชันตอบสนองเชิงความถี่	-
$h$	ความสูง, มิติ	$m$
$h(t)$	อิมพัลส์เรสปอนด์	-
$I$	โมเมนต์ความเฉื่อยหน้าตัด	$m^4$
$[I]$	เมตริกซ์เอกลักษณ์	-
$i, j, k$	ดัชนี	-
$J$	โมเมนต์ความเฉื่อยเชิงขั้ว	$m^4$
$[K]$	เมตริกซ์ค่าความแข็งของระบบ	-
$k$	ค่าคงที่สปริง	$N/m$
$M, m$	มวล	$kg$
$[M]$	เมตริกซ์มวลของระบบ	-
$n$	จำนวน, ดัชนี, ลำดับชั้นความเสรี	-
$t$	เวลาจริง	$s$

## คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ (ต่อ)

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
$u, x, y, z$	การกระจัด	-
$X(\omega), X(f), U(f)$	สัญญาณเข้าระบบในเทอมความถี่	-
$x(t)$	สัญญาณเข้าระบบในเทอมของเวลา	-
$\dot{x}, \ddot{x}$	อนุพันธ์การกระจัด ความเร็วเทียบเวลา	m/s, m/s <sup>2</sup>
$Y(\omega), Y(f)$	สัญญาณออกจากระบบในเทอมความถี่	-
$y(t)$	สัญญาณออกจากระบบในเทอมของเวลา	-
$\dot{y}, \ddot{y}$	อนุพันธ์การกระจัด ความเร็วเทียบเวลา	m/s, m/s <sup>2</sup>
Z	การกระจัดสัมพัทธ์	-
$\lambda$	ค่าเจาะจง	-
$\zeta$	อัตราส่วนการหน่วง	-
$\rho$	ความหนาแน่น	kg/m <sup>3</sup>
$\tau$	คาบเวลา	s
$\phi$	มุมการเคลื่อนที่, มุมเฟส	rad
$\omega$	ความเร็วเชิงมุม	rad/s
$\omega_n$	ความถี่ธรรมชาติ	rad/s

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1. ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำวิจัย

ในภาคเกษตรกรรม อุตสาหกรรม การก่อสร้างและครัวเรือนมีการใช้งานเครื่องยนต์แก๊สโซลีนสูบเดี่ยวเป็นเครื่องต้นกำลังของเครื่องทุ่นแรงและเครื่องจักรเช่น เครื่องเรือหางยาว เครื่องพ่นสารเคมี เครื่องสูบน้ำ เครื่องปั่นไฟฟ้า เครื่องตัดหญ้าและโมผสมปูน เป็นต้น นอกจากนี้เครื่องยนต์แก๊สโซลีนสูบเดี่ยวทำการซ่อมบำรุงได้ง่ายอีกด้วยเป็นการใช้งานอย่างยั่งยืน

เครื่องยนต์แก๊สโซลีนรับภาระสถิตและภาระการแปรเปลี่ยนส่งผลให้ตอบสนองที่มีการเปลี่ยนแปลงตลอดช่วงการทำงาน ลักษณะเฉพาะทางด้านพลวัต หรือความสามารถในการต้านทานสั่นสะเทือนได้ดีจะทำให้โครงเครื่องยนต์มีประสิทธิภาพและความสั่นสะเทือนน้อยที่สุด การวิเคราะห์โครงสร้างเครื่องยนต์การวิเคราะห์เชิงสถิตและพลวัตควบคู่กันไป แม้ว่าภาระงานเป็นภาระพลวัต แต่ทราบเท่าที่ความถี่ของภาระนั้นมีน้อยกว่าความถี่ธรรมชาติในโครงเครื่อง การตอบสนองที่เกิดขึ้นสามารถวิเคราะห์เชิงสถิตได้ มีผู้ผลิตเครื่องยนต์แก๊สโซลีนจำหน่ายหลายเครื่องหมายการค้า โดยวัสดุที่นำมาผลิตอาจจะเหมือนกัน หรือแตกต่างกัน และขบวนการผลิตซึ่งมีผลต่อคุณสมบัติและพฤติกรรมการใช้งานในด้านต่างๆของโครงเสื้อสูบ ถ้าพิจารณาด้านการรับแรงสั่นสะเทือน โครงเสื้อสูบจะถูกกระตุ้นจากความถี่แรงกระทำของลูกสูบ ก้านสูบ เพลาข้อเหวี่ยงและชิ้นส่วนกลไกอื่นๆ ส่วนหลักของเครื่องยนต์ได้แก่ โครงเสื้อสูบรับสภาพรับภาระการสั่นสะเทือนจากการใช้งานและการสั่นโดยความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างวัตถุเอง ความถี่จากการใช้งานจะเกิดฐานนิยมทางกลแสดงสภาวะออกมาได้ตามข้อจำกัดของขนาด รูปทรงและชนิดวัสดุ การหาความสามารถของโครงเสื้อสูบต่อการรับการสั่นสะเทือนและการใช้งานจึงจำเป็นต่อการวิเคราะห์หาความสามารถด้านต่างๆ ส่วนการวิจัยนี้จะวิเคราะห์เกี่ยวกับการสั่นสะเทือน

### 2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย

- 2.1 เพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
- 2.2 เพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยการทดลอง
- 2.3 เปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดลอง

### 3. ขอบเขตของการวิจัย

- 3.1 วิเคราะห์เสื้อสูบเครื่องยนต์แก๊สโซลีนสูบเดี่ยว 4 จังหวะ
- 3.2 การเปลี่ยนแปลงทางอุณหภูมิตำนำมาวิเคราะห์

3.3 ใช้โปรแกรม MSC.Nastran2007 และ Ansys8.1 ในการวิจัย

#### 4. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

- 4.1 เป็นแนวทางต่อการวิเคราะห์ความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดของชิ้นงานอื่นๆ
- 4.2 สามารถทำนายความเสียหายจุดใด ส่วนใด จะเสียหายก่อน
- 4.3 เป็นแนวทางต่อการวิเคราะห์โดยโปรแกรมทดแทนการทดลองที่มีค่าใช้จ่ายมากกว่า

## บทที่ 2

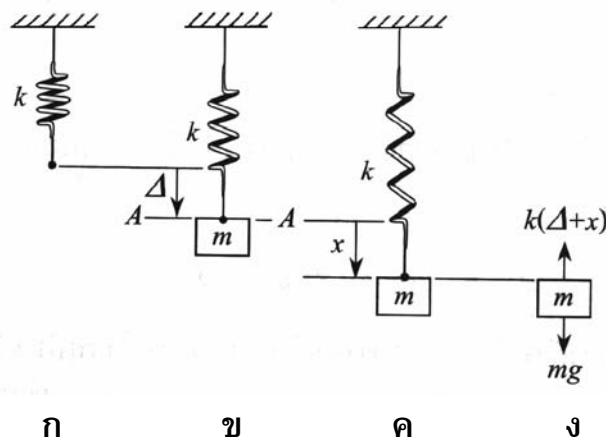
### ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### 1. ธรรมชาติการสั่นสะเทือน

เมื่อตัวเรื้อนถูกแรงกระตุ้น จะเกิดการสั่นสะเทือนกลับไปมา การสั่นสะเทือนดังกล่าวอาจจะมีรูปร่างที่แน่นอนหรือไม่แน่นอน โดยปกติการสั่นสะเทือนสามารถแบ่งออกเป็นสองกรณีคือ การสั่นสะเทือนแบบอิสระและการสั่นสะเทือนแบบบังคับ การสั่นสะเทือนอิสระปกติจะเกิดจากเงื่อนไขเริ่มต้นเพียงอย่างเดียว ความถี่ที่เกิดการสั่นสะเทือนเรียกว่าความถี่ธรรมชาติ ซึ่งอาจจะมีค่าเดียวหรือหลายความถี่ก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับระดับความเสรีของตัวเรื้อนการเคลื่อนที่การสั่นสะเทือนแบบบังคับ คือการสั่นสะเทือนที่เกิดจากการกระทำของแรงภายนอก และทำให้ระบบเกิดการสั่นกลับไปกลับมาถ้าความถี่ของแรงที่มากกระทำมีค่าเท่ากับความถี่ธรรมชาติของระบบเราเรียกว่า ระบบอยู่ภายใต้การสั่นพ้องจะเกิดการสั่นอย่างรุนแรง และเป็นอันตรายต่อชิ้นงานอย่างมากโดยปกติเครื่องจักรกลหรือโครงสร้างต่างๆ จะมีความเสียดทานแบบเสียดทานภายในของแข็งในเนื้อวัสดุและจะมีผลต่อการลดลงของขนาดการสั่นสะเทือนของชิ้นงานเป็นอย่างมาก (จักร จันทลักขณา. 2547)

#### 2. การสั่นแบบฮาร์โมนิกและแบบแรนดอม

การสั่นซึ่งเรียกว่า การสั่นแบบฮาร์โมนิก มีการสั่นขึ้นลงจากจุดหยุดนิ่งรอบแนว A-A และถ้าไม่มีความต้านทานของอากาศหรือแรงต้านใดๆ แล้วก้อนมวล  $m$  จะเคลื่อนไหวขึ้นลงรอบแนว A-A แบบไม่หยุดนิ่ง (ปราโมทย์ เดชะอำไพ. 2550 : 260-265)



ภาพประกอบ 1 การสั่นแบบฮาร์โมนิก

ที่มา: ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2550). ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม: p. 261.

- ก สปริงหยุดนิ่งยังไม่ยืดตัว
- ข มีน้ำหนักถ่วงทำให้สปริงยืดจากจุดหยุดนิ่ง
- ค มีการสั่นรอบแนว A-A ได้ระยะ  $x$
- ง แรงกระทำบนน้ำหนักถ่วงได้ระยะ  $x$  ใดๆ

กฎข้อที่ 2 ของนิวตัน (Newton's second law) อธิบายการสมดุลการเคลื่อนที่ดังนี้

$$\sum F = m\ddot{x} \quad 2-1$$

$$-\Delta k - kx + mg = m\ddot{x} \quad 2-2$$

แต่น้ำหนัก  $mg = k$  และ  $\Delta k$  เป็นค่าคงที่ และมีขนาดเท่ากันจึงหักล้างหายไปทำให้สมการเคลื่อนที่กลายเป็น (ธนุ จุฑาย. 2541)

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \quad 2-3$$

โดยที่  $\omega^2 = \frac{k}{m}$  แทนใน (2-3) จะได้สมการ

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0 \quad 2-4$$

จาก  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  เป็นความถี่ของวงรอบมีหน่วยเป็น  $rad/sec$  จากสมการ (2-4) เป็นสมการเชิงเส้นอันดับสองมีผลเฉลยทั่วไป

$$x(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t \quad 2-5$$

โดย  $A$  และ  $B$  เป็นค่าคงที่ที่เกิดจากการอินทิเกรตสมการ (2-5) เชิงอนุพันธ์อันดับสอง ใช้ความคล้ายเหมือนทางตรีโกณมิติเขียนได้อีกรูปแบบ คือ

$$x(t) = C \sin(\omega t + \phi) \quad 2-6$$

โดยที่ค่า  $C$  แทนขนาดของการสั่น(amplitude)  $\phi$ (phase angle) แทนตำแหน่งของก้อนมวล  $m$  ที่เวลาเท่ากับศูนย์ เพราะ  $x(0) = C \sin \phi$  ถ้ากำหนดให้  $x(0) = x_0$  แทนในสมการ (2-6) จะได้

$$x(0) = x_0 = A \sin(0) + B \cos(0)$$

นั่นคือ  $B = x_0$  หากกำหนดความเร็วเริ่มต้น  $\dot{x}(0) = 0$  สมการ (2-6) จะเป็น

$$\dot{x}(t) = A\omega \cos \omega t - B\omega \sin \omega t$$

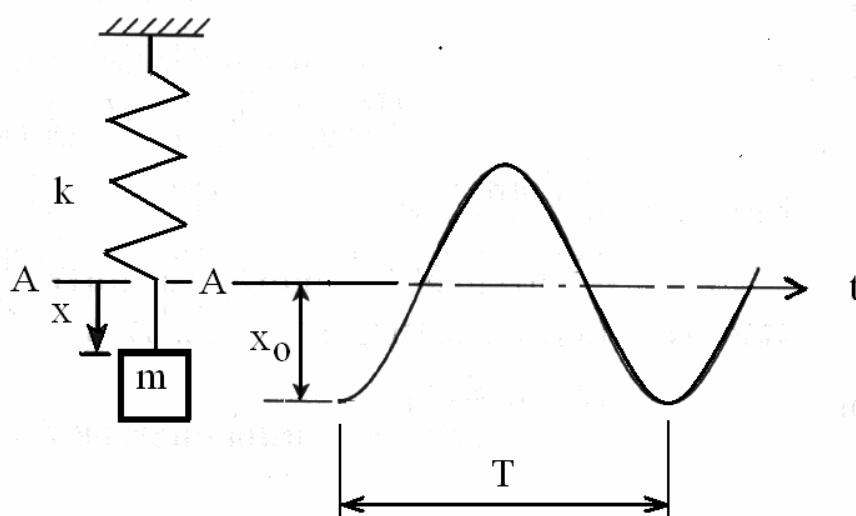
แทนค่าจะได้

$$0 = A\omega \cos(0) - B\omega \sin(0)$$

นั่นคือ  $A = 0$  ในกรณีนี้สมการ (2-6) จะเป็น

$$x(t) = x_0 \cos \omega t \quad 2-7$$

ที่ภาพประกอบ 2 หลังจากดึงก้อนมวล  $m$  ไปด้วยระยะ  $x$  แล้วปล่อยมือด้วยความเร็วเริ่มต้น  $\dot{x} = 0$  ก้อนมวลจะสั่นขึ้นลงรอบระดับ A-A ดังแสดงในภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 การสั่นของก้อนมวล  $m$  รอบระดับ A-A

โดยที่

$F$  คือ ความถี่ของการเคลื่อนที่ เฮิรตซ์(Hz)(รอบต่อวินาที)

$T$  คือ คาบของการเคลื่อนที่ (วินาที)

จำนวนรอบที่ก้อนมวลสามารถสั่นขึ้นลงได้ต่อเวลาเป็นวินาที เรียกว่า เฮิรตซ์ (Hertz) คือ  
จะได้  $F = \frac{1}{T}$  ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่รอบวงกลม  $\omega$  และความถี่  $f$  ในสมการ (2-7) คือ

$$\omega = 2\pi f$$

$\omega$  เป็น rad/second,  $2\pi$  rad/cycle,  $f$  cycles/second ค่า  $\omega$  เรียกว่าความถี่ธรรมชาติวงกลม (natural circular frequency) ซึ่งขึ้นอยู่กับค่าความแข็งเกร็ง  $k$  ของสปริงและค่ามวล  $m$  ของก้อนมวล การสั่นขึ้นลงรอบระดับ A-A ที่ความถี่  $\omega$  นี้ตลอดเวลา การสั่นลักษณะเช่นนี้ เรียกว่า เป็นการสั่นแบบอิสระ (free vibration)

ระบบสปริงและก้อนมวลถูกแรงภายนอก  $f(t)$  มากระทำดังภาพประกอบ 2 ขณะที่เกิดการสั่น เรียกว่า การสั่นจากแรง (force vibration) ตัวอย่างเช่น แรงภายนอก  $f(t)$  นี้ ขึ้นอยู่กับเวลาและ อาจจะมีลักษณะที่อยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันใดก็ได้ รูปแบบของแรงภายนอก  $f(t)$  ที่ใช้ คือ

$$f(t) = F_0 \cos \omega_f t \quad 2-8$$

เนื่องจากผลเฉลย สามารถหาได้โดยสะดวก สำหรับกรณีแรงภายนอกนี้ จากสมการ (2-4) เชิงอนุพันธ์ สามารถใช้ได้จากกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน คือ

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = \frac{F_0}{m} \sin \omega_f t \quad 2-9$$

ผลเฉลยทั่วไป (general solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์ (2-9) ประกอบเป็น 2 ส่วนคือ

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t) \quad 2-10$$

โดย  $x_h(t)$  แทนผลเฉลยเอกพันธ์ (homogeneous solution) คือ

$$x_h(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t \quad 2-11$$

และ  $x_p(t)$  แทนผลเฉลยเฉพาะ (particular solution) คือ

$$x_p(t) = x_0 \sin \omega_f t \quad 2-12$$

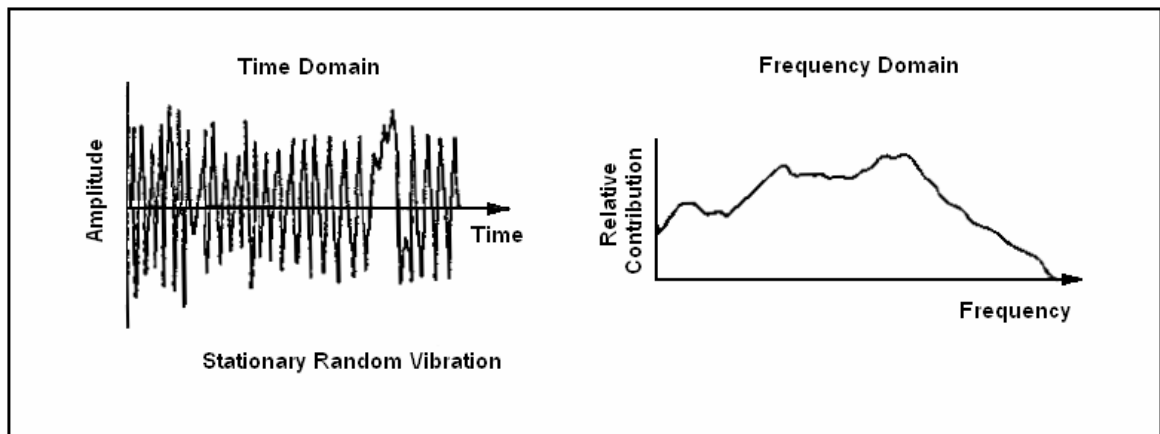
การหาค่า  $x_0$  ได้จากการแทนสมการ 2-12 ลงในสมการเชิงอนุพันธ์ (9) ได้

$$x_0 = \frac{F_0}{k} \left( \frac{1}{1 - (\omega_f / \omega)^2} \right) \quad 2-13$$

ระบบสปริงและก้อนมวลที่มีแรงภายนอกมากระทำ ผลเฉลยทั่วไป คือ

$$x(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t + \frac{F_0}{k} \left( \frac{1}{1 - (\omega_f / \omega)^2} \right) \sin \omega_f t \quad 2-14$$

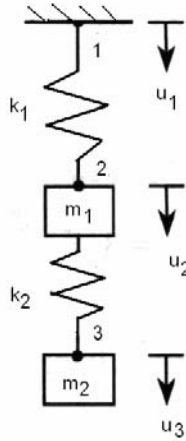
ส่วนการสั่นแบบสุ่ม การสั่นสะเทือนอาจจะมีลักษณะไม่แน่นอน การเคลื่อนที่ที่ไม่มีส่วนที่ซ้ำกันจะเรียกว่า การสั่นแบบแรนดอม (random) หรือ ซึ่งอาจเกิดจากแรงที่มีขนาดไม่แน่นอนกระทำต่อระบบ (จักร จันทลักษณ์. 2547)



ภาพประกอบ 3 แสดงลักษณะการสั่นแบบแรนดอม (Random)

ที่มา: สมศักดิ์ ปรางทอง. (2538) . การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของโครงสร้างสามล้อเครื่อง โดยวิธีการ วิเคราะห์โมดัล: p. 7.

### 3. การสั่นของระบบก้อนมวลและสปริง



ภาพประกอบ 4 ระบบก้อนมวลและสปริง

ระบบสมการเมทริกต์ในระบบนี้มี 3 สมการย่อยคือ

$$[M]\{\ddot{u}\} + K\{u\} = \{F\} \quad 2-15$$

ระบบสมการ (2-15) เมทริกต์กระจายเป็น

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 2-16$$

เนื่องจากจุดต่อที่หมายเลข 1 ที่เพดาน โดยที่ R แทนแรงปฏิกิริยาที่เพดาน  $\ddot{u}_1 = u_1 = 0$  จึงเหลือไม่รู้ค่าจุดต่อ 1 และ 2 หาได้จากสมการย่อยที่ 2 และ 3 ของระบบได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 2-17$$

เริ่มต้นสมมติ  $u_2(t)$  และ  $u_3(t)$  รูปแบบการสั่นแบบฮาร์โมนิค

$$u(t) = C \sin(\omega t + \phi), \quad u(t) = A_2 \sin(\omega t + \phi), \quad u(t) = A_3 \sin(\omega t + \phi)$$

$A_2$  และ  $A_3$  แทนขนาด (amplitude) ที่จุดต่อ 2 และ 3 ตามลำดับ

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} \sin(\omega t + \phi) + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} \sin(\omega t + \phi) = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 2-18$$

เช่นสมมติให้  $m_1 = 9$ ,  $m_2 = 1$ ,  $k_1 = 24$  และ  $k_2 = 3$  แทนในสมการ (2-18) จะได้

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} \sin(\omega t + \phi) + \begin{bmatrix} 27 & -3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} \sin(\omega t + \phi) = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 2-19$$

หรือเขียนได้ว่า

$$\begin{bmatrix} 27 - 9\omega^2 & -3 \\ -3 & 3 - \omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 2-20$$

สมการ (2-19) เป็นสมการเอกพันธ์เชิงพีชคณิต (homogeneous algebraic equation) ทางขวามือมีค่าเป็นศูนย์สมการจะเป็นไปได้ต่อเมื่อค่าดีเทอร์มิแนนท์สัมประสิทธิ์ต่างๆ ด้านซ้ายมือมีค่าเป็นศูนย์

$$\begin{vmatrix} 27 - 9\omega^2 & -3 \\ -3 & 3 - \omega^2 \end{vmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 2-21$$

หรือ  $(27 - 9\omega^2)(3 - \omega^2) - 9 = 0$

$$\omega^4 - 6\omega - 8 = 0$$

$$(\omega^2 - 2)(\omega^2 - 4) = 0$$

ได้เกิดค่ารากความถี่กำลังสอง 2 ค่า คือ  $\omega_1^2 = 2$  และ  $\omega_2^2 = 4$

$$\omega_1 = \sqrt{2} \quad \text{และ} \quad \omega_2 = 2$$

แทนค่า  $\omega_1 = \sqrt{2}$  ในสมการ (2-21) เป็นความถี่พื้นฐานในโหมดที่ 1 จะได้ความสัมพันธ์ความถี่  $A_2 = A_3/3$  ในโหมด 1 การเคลื่อนตัว

$$\begin{vmatrix} 9 & -3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$u_2(t) = A_2 \sin(\sqrt{2}t + \phi_1) = \frac{1}{3} A_3 \sin(\sqrt{2}t + \phi_1) \quad 2-22$$

$$u_3(t) = A_3 \sin(\sqrt{2}t + \phi_1)$$

ความถี่พื้นฐานในโหมดที่ 2 แทนค่า  $\omega_2 = 2$  ในสมการ (2-21) กลายเป็น

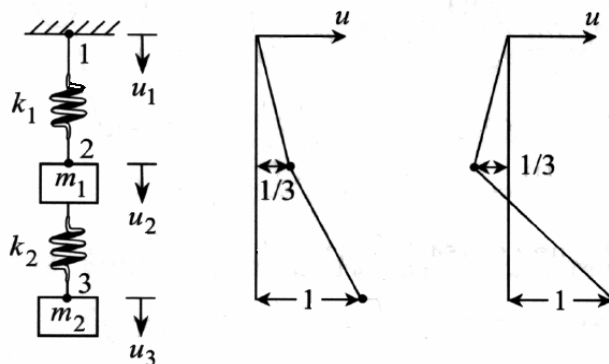
$$\begin{bmatrix} -9 & -3 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

จะได้ความสัมพันธ์ความถี่  $A_2 = -A_3/3$  ในโหมด 2 กับโหมด 3 สมการการเคลื่อนตัว

$$u_2(t) = A_2 \sin(2t + \phi_2) = -\frac{1}{3} A_3 \sin(2t + \phi_2) \quad 2-23$$

$$\begin{Bmatrix} u_2(t) \\ u_3(t) \end{Bmatrix} = + \begin{Bmatrix} \frac{1}{3} A_3 \sin(\sqrt{2}t + \phi_1) - \frac{1}{3} A_3 \sin(2t + \phi_2) \\ A_3 \sin(\sqrt{2}t + \phi_1) + A_3 \sin(2t + \phi_2) \end{Bmatrix}$$

ลักษณะการเคลื่อนตัว เรียกว่า รูปร่างของโหมด (mode shape) มีความสัมพันธ์ความถี่  $A_2 = A_3/3$  และ  $A_2 = -A_3/3$  ภาพประกอบ 5



โหมดที่ 1.

โหมดที่ 2.

ภาพประกอบ 5 ระบบสปริงและก้อนมวลแสดงรูปร่างของโหมดที่ 1 และ 2  
ที่มา: ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2550). ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม: p. 269.

การรวมกันของผลเฉลยของค่าเคลื่อนตัวของโหมดที่ 2 ทำให้เกิดผลเฉลยโดยรวมของระบบคือ

$$\begin{cases} u_2(t) \\ u_3(t) \end{cases} = + \begin{cases} \frac{1}{3} A_3^{(1)} \sin(\sqrt{2}t + \phi_1) - \frac{1}{3} A_3^{(2)} \sin(2t + \phi_2) \\ A_3^{(1)} \sin(\sqrt{2}t + \phi_1) + A_3^{(2)} \sin(2t + \phi_2) \end{cases} \quad 2-24$$

ผลเฉลยแต่ละโหมดรวมกันเรียกว่า วิธีทับซ้อนโหมด(modal superposition) หรือเรียกว่า วิธีวิเคราะห์โหมด(modal analysis) การหาผลเฉลยของค่าความเร็วที่จุดต่อหมายเลข 2 และ 3 ได้โดยการหาเชิงอนุพันธ์ของสมการเคลื่อนตัว (2-24)

$$\begin{cases} \dot{u}_2(t) \\ \dot{u}_3(t) \end{cases} = + \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{3} A_3^{(1)} \cos(\sqrt{2}t + \phi_1) - \frac{2}{3} A_3^{(2)} \cos(2t + \phi_2) \\ \sqrt{2} A_3^{(1)} \cos(\sqrt{2}t + \phi_1) + 2 A_3^{(2)} \cos(2t + \phi_2) \end{cases} \quad 2-25$$

เงื่อนไขเริ่มต้น ให้  $u_2(0) = 1$  และ  $u_3(0) = 0$  และ  $\dot{u}_2(0) = \dot{u}_3(0) = 0$

$$A_3^{(1)} \sin \phi_1 - A_3^{(2)} \sin \phi_2 = 3 \quad 2-26$$

$$A_3^{(1)} \sin \phi_1 + A_3^{(2)} \sin \phi_2 = 0 \quad 2-27$$

$$\sqrt{2} A_3^{(1)} \cos \phi_1 - 2 A_3^{(2)} \cos \phi_2 = 0 \quad 2-28$$

$$\sqrt{2} A_3^{(1)} \cos \phi_1 + 2 A_3^{(2)} \cos \phi_2 = 0 \quad 2-29$$

นำสมการ (2-28) รวมกับสมการ (2-29) จะได้  $2\sqrt{2} A_3 \cos \phi_1 = 0$

สมการ (2-28) ไปลบกับสมการ (2-29) จะได้  $4 A_3 \cos \phi_2 = 0$

ซึ่งได้ผล  $\phi_2 = 2\pi$  ถ้าแทนค่า  $\phi_2 = 2\pi$  ลงในสมการ (2-26) และ (2-27) จะได้

$$A_3^{(1)} - A_3^{(2)} = 3 \quad \text{และ} \quad A_3^{(1)} + A_3^{(2)} = 0$$

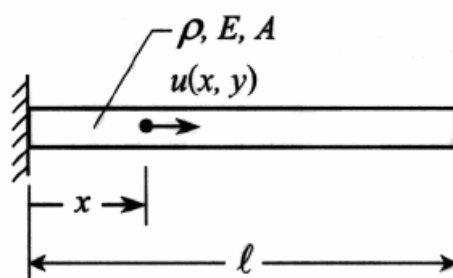
ที่จุดต่อหมายเลข 2 และ 3 การเคลื่อนตัวของก้อนมวล 2 และ 3 ตามสมการ (2-24) จะเป็น

$$\{u_2(t)\} = + \left\{ \frac{1}{2} \sin(\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2}) - \frac{1}{2} \sin(2t + \frac{\pi}{2}) \right\} \quad 2-30$$

$$\{u_3(t)\} = + \left\{ \frac{3}{2} \sin(\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2}) + \frac{3}{2} \sin(2t + \frac{\pi}{2}) \right\} \quad 2-31$$

#### 4. การสั่นในวัสดุท่อน

ชิ้นส่วนทั่วไปจะประกอบด้วยวัสดุเป็นท่อน คาน แผ่นบางและทรงตัน การศึกษาวิเคราะห์การสั่นโดยเริ่มจากวัสดุท่อนก่อน



ภาพประกอบ 6 ปัญหาการสั่นของวัสดุท่อน

สมการความสมดุลในแนวแกน  $x$  การสั่นในแนวแกน  $x$  คือ

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad 2-32$$

มีเงื่อนไขขอบเขตประกอบด้วย

$$u(0, t) = 0 \quad \text{และ} \quad \frac{\partial u}{\partial x}(l, t) = 0$$

และเงื่อนไขเริ่มต้นคือ

$$u(x, 0) = 0 \quad \text{และ} \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0$$

ผลเฉลยทั่วไป คือ

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(\omega_n + \phi_n) \sin \frac{(2n-1)\pi x}{2l} \quad 2-33$$

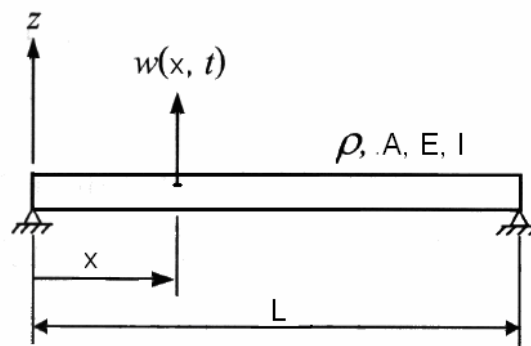
จากเงื่อนไขเริ่มต้นตามสมการ (2-36)  $An$  และ  $\omega_n$  เป็นค่าคงที่ ค่าความถี่ธรรมชาติ คือ

$$\omega_n = \frac{(2n-1)\pi x}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad 2-34$$

และรูปร่างของโหมด (mode shape)

$$\phi_n = \sin\left(\frac{(2n-1)\pi x}{2l}\right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad 2-35$$

## 5. การสั่นในคาน



ภาพประกอบ 7 คานมีจุดรองรับที่ปลาย 2 ข้าง

การสั่นแนวตั้งแกน z สมการความสมดุล คือ

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \quad 2-36$$

มีเงื่อนไขขอบเขตคือ

$$w(0, t) = w(l, t) = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(0, t) = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(l, t) = 0 \quad 2-37$$

ผลเฉลยทั่วไปของคาน คือ

$$w(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(\omega_n t + \phi_n) \sin \frac{n\pi x}{l} \quad 2-38$$

จากเงื่อนไขเริ่มต้น  $w(x,0)$  และ  $\dot{w}(x,0)$  ที่กำหนดมาให้  $A_n$  และ  $\phi_n$  เป็นค่าคงที่ ค่าความถี่ธรรมชาติ คือ

$$\omega_n = \left( \frac{n\pi}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad 2-39$$

และรูปร่างของโหมด (Mode shape)

$$\phi_n = \sin \frac{n\pi x}{l} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad 2-40$$

## 6. การสั่นสะเทือนแบบบังคับมีตัวหน่วงและพิกัดหลัก

สมการการเคลื่อนที่ของระบบที่มีระดับความเสรี  $n$  ชั้นประกอบด้วยตัวหน่วงชนิดหนืดและมีแรงภายนอก  $f(t)$  กระทำอยู่ สามารถเขียนในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้ (เดซ พุทธเจริญทอง. 2548)

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + K\{u\} = \{F\} \quad 2-41$$

ซึ่งเมื่อ  $c$  เป็นสัดส่วนกับเมทริกซ์ของมวลหรือสติฟเนสเมทริกซ์ หรือเป็นสัดส่วนกับผลรวมเชิงเส้นของเมทริกซ์ของมวลและสติฟเนสเมทริกซ์ เรียกเมทริกซ์นี้ว่าเมทริกซ์การหน่วงสัดส่วน (proportional damping matrix)

$$[c] = a[m] + b[k]$$

เมื่อ  $[u]_n$  เป็นโหมดลเมทริกซ์ปกติ

$$[m]\{\ddot{u}\} + [c]\{\dot{u}\} + [k]\{u\} = \{F\} \quad 2-42$$

$$\underbrace{[u]_n^T [m] [u]_n}_{[I]} \underbrace{[u]_n^{-1} \{\ddot{u}\}}_{\{\ddot{z}\}_p} + \underbrace{[u]_n^T [c] [u]_n}_{[c]_p} \underbrace{[u]_n^{-1} \{\dot{u}\}}_{\{\dot{z}\}_p} + \underbrace{[u]_n^T [k] [u]_n}_{[k]_p} \underbrace{[u]_n^{-1} \{u\}}_{\{z\}_p} = \underbrace{[u]_n^T \{F\}}_{\{F\}_p} \quad 2-43$$

ทำการเปลี่ยน  $[c]$  ให้เป็น  $[c]_p$  เมื่อ  $[c] = a[m] + b[k]$

$$\begin{aligned} [u]_n^T [c] [u]_n &= a [u]_n^T [m] [u]_n + b [u]_n^T [k] [u]_n \\ &= a [I] + b [k]_p \end{aligned} \quad 2-44$$

เมื่อ  $[k]_p$  เป็นเมทริกซ์เฉื่อยและเป็นค่าเจาะจง ดังนั้นสมการที่โหมด  $i^{\text{th}}$  จะเป็น

$$\ddot{u}_{pi} + (a + b\omega_i^2)\dot{u}_{pi} + \omega_i^2 u_{pi} = F_{pi} \quad 2-45$$

ชนิดของตัวหน่วงนี้คือตัวหน่วงสัดส่วน (Proportional Damping) เมื่อตัวหน่วงแต่ละโหมดเป็นสัดส่วนกับตัวหน่วงวิกฤตในแต่ละโหมด และตัวหน่วงยังคงเป็นสัดส่วนกับความเร็ว ถ้าค่าความหน่วงที่มีอยู่ทุกๆโหมดอาจจะเรียกว่า ความหน่วงสม่ำเสมอ (Uniform damping) ค่าความหน่วงยังสามารถตั้งให้เป็นแบบอิสระโดยเรียกว่า ความหน่วงไม่สม่ำเสมอ (Non-uniform damping)

## 7. เวกเตอร์เจาะจงและค่าเจาะจง (Eigenvectors and Eigen value)

ในกรณีการสั่นสะเทือนแบบเสรีและไม่มีความหน่วง สมการของระบบจะเขียนในรูป ( อีสสรีย์ ธรรมชาติโรจน์. 2543)

$$[m]\{\ddot{x}\} + [k]\{x\} = \{0\} \quad 2-46$$

ปัญหาค่าเจาะจง (Eigen value problem) มีสมการเป็น

$$\left[ [k] - \omega_i^2 [m] \right] \{x\} = \{0\} \quad 2-47$$

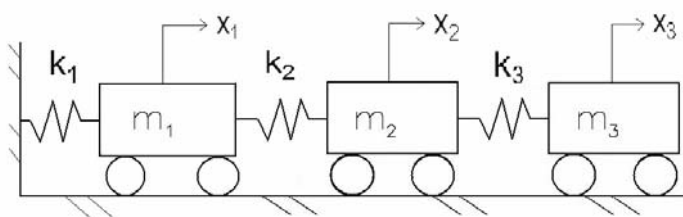
สมการลักษณะเฉพาะ (Characteristic equation) มีสมการเป็น

$$| [k] - \omega_i^2 [m] | = \{0\} \quad 2-48$$

$\omega_i^2$  แทน ค่าเจาะจง (Eigen value) หรือค่าลักษณะเฉพาะ (characteristic) แต่ละค่า

$\omega_i$  แทน ความถี่ธรรมชาติ (Natural frequency) แต่ละค่าของระบบ

การแก้ปัญหามีหลายวิธีแต่ในที่นี้จะใช้วิธีเชิงธาตุมูล (Elementary method) เขียนในรูปแบบมาตรฐาน



ภาพประกอบ 8 ระบบสปริงและก้อนมวล

$$\left[ [k] - \omega_i^2 [m] \right] \{x\} = \{0\} \quad 2-49$$

ให้  $\lambda_i^n = \omega_i^2$  ได้

$$\left[ [k] - \lambda_i^n [m] \right] \{x\} = \{0\} \quad 2-50$$

คูณด้วย  $[m]^{-1}$  ได้

$$[m]^{-1} \left[ [k] - \lambda_i^n [m] \right] \{x\} = \{0\}$$

$$\left[ [m]^{-1} [k] - \lambda_i^n [m]^{-1} [m] \right] \{x\} = \{0\}$$

$$\left[ [m]^{-1} [k] - \lambda_i^n [I] \right] \{x\} = \{0\} \quad 2-51$$

เมื่อ  $[I]$  เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ (identity matrix) และกำหนดให้

$$[A] = [m]^{-1} [k]$$

จะได้

$$\left[ [A] - \lambda_i^n [I] \right] \{x\} = \{0\} \quad 2-52$$

หรือ

$$\lambda_i^n [I]\{x\} = [A]\{x\} \quad 2-53$$

เนื่องจาก  $\{x\}$  เป็นผลเฉลยแบบมีคุณค่าและทำให้สมการมีผลเฉลยได้หลายคำตอบ ดังนั้นเรียกปัญหาแบบนี้ว่า ปัญหาค่าเฉพาะมาตรฐาน คือ ตัวกำหนดของสมการลักษณะเฉพาะจะต้องมีค่าเป็นศูนย์

$$\left| [A] - \lambda_i^n [I] \right| = 0 \quad 2-54$$

สมการ (2-34) ข้างบนเรียกชื่อว่า สมการลักษณะเฉพาะหรือสมการความถี่ และเรียกแต่ละรากของ  $\lambda_i^n$  ของสมการความถี่ว่า ค่าเฉพาะ (Eigen value) เมื่อรู้ค่าเฉพาะ  $\lambda_i^n$  แต่ละค่าก็จะสามารถหาค่าความถี่ธรรมชาติแต่ละค่าที่สอดคล้องกับค่าเฉพาะ  $\lambda_i^n$  ได้ดังนี้

จาก  $\lambda_i^n = \omega_i^2$ ,  $\omega_i = \sqrt{\lambda_i^n}$  จะได้ความถี่ธรรมชาติในรูป  $\lambda = \omega^2$  คือ  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$

ถ้าแทนค่าเฉพาะ  $\lambda_i^A$  แต่ละค่าในสมการ  $\left[ [A] - \lambda_i^n [I] \right] \{x\} = \{0\}$  จะได้เวกเตอร์เฉพาะ

## 8. หลักการวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

### 8.1 ประเภทของเอลิเมนต์

การวิเคราะห์ชิ้นงานเครื่องจักรกลหรือโครงสร้างด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะต้องแบ่งโครงสร้างหรือชิ้นส่วนออกเป็นส่วนเล็กๆ และเลือกใช้ชนิดของเอลิเมนต์ให้เหมาะสมกับรูปร่างลักษณะของงานและการกระทำของโหลด ชนิดของเอลิเมนต์อาจจะแบ่งออกได้ 3 ประเภทตามมิติคือ เอลิเมนต์สำหรับปัญหามิติเดียว สองมิติ และสามมิติ (เดช พุทธเจริญทอง. 2541)

เอลิเมนต์มิติเดียวเป็นเอลิเมนต์ที่นิยมนำไปใช้ในการวิเคราะห์ปัญหามิติเดียว เช่น ชิ้นส่วนที่มีแรงกระทำในแนวแกนชิ้นส่วนที่รับแรงบิด การโก่งของคาน การนำความร้อนในทิศทางเดียว โครงสร้างแบบสองมิติและสามมิติ เป็นต้น



2-Node Element

(ก)

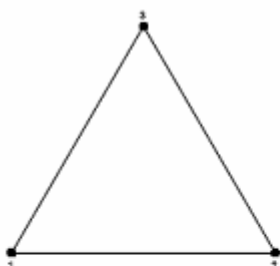


3-Node Element

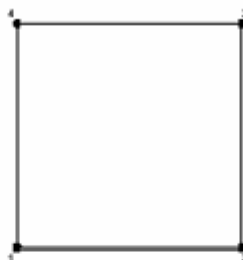
(ข)

ภาพประกอบ 9 แสดงเอลิเมนต์มิติเดียว

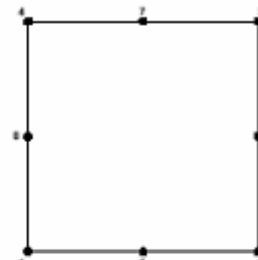
เอลิเมนต์สองมิติมักใช้กับการวิเคราะห์ความเค้นความเครียดบนปัญหาแบบระนาบ โดยทั่วไป เอลิเมนต์สองมิติจะมีลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยม และสี่เหลี่ยมที่ประกอบด้วยด้านที่เป็นเส้นตรงหรือเส้นโค้ง



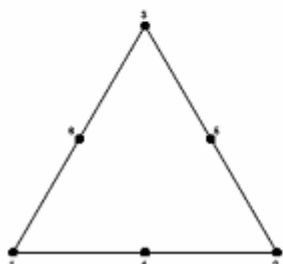
3-Node Simplex



4-Node Element

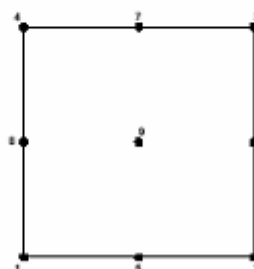


8-Node Element

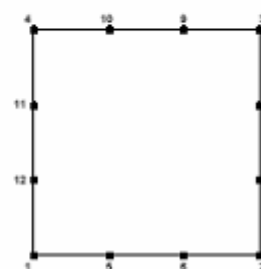


6-Node Element

(ก)



9-Node Element

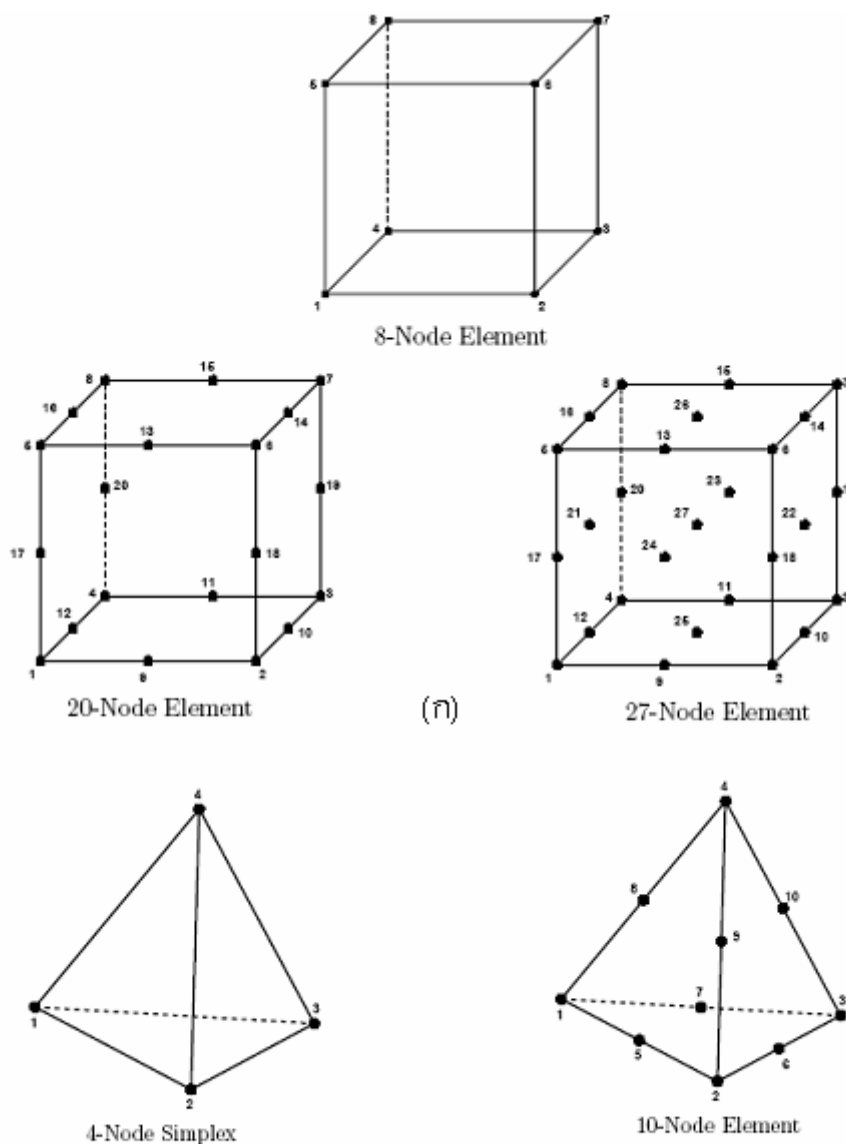


12-Node Element

(ข)

ภาพประกอบ 10 แสดงเอลิเมนต์แบบสองมิติ (ก) เอลิเมนต์สามเหลี่ยม (ข) เอลิเมนต์สี่เหลี่ยม

เอลิเมนต์สามมิติจะใช้กับการวิเคราะห์ปัญหาสามมิติทั่วไป โดยลักษณะของเอลิเมนต์จะเป็นสี่เหลี่ยมปริซึมและรูปกรวยสามเหลี่ยม



(ก)

(ข)

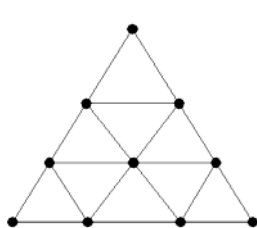
ภาพประกอบ 11 แสดงเอลิเมนต์แบบสามมิติ

(ก) ชนิดปริซึม หรือชนิดทรงหกหน้า (ข) ชนิดกรวยสามเหลี่ยม หรือชนิดทรงสี่หน้าทรงสี่หน้า 10 จุดต่อ (Tetrahedral Element)

### 8.2 การแบ่งชิ้นส่วนออกเป็นเอลิเมนต์

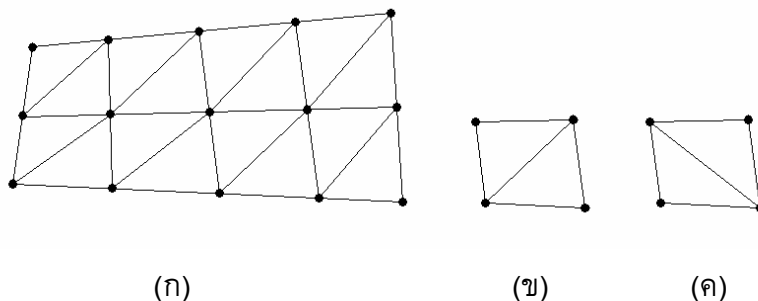
การวิเคราะห์ชิ้นส่วนเครื่องจักรกลด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จำเป็นต้องแบ่งชิ้นส่วนออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ เพื่อความสะดวกจะพิจารณาโดยเลือกใช้เอลิเมนต์ให้เหมาะสมกับปัญหาของชิ้นส่วนเครื่องจักรกลที่กำลังพิจารณา การแบ่งชิ้นส่วนอาจจะเริ่มแบ่งออกเป็นเอลิเมนต์สี่เหลี่ยม หรือสามเหลี่ยมที่มีขนาดใหญ่ๆ ก่อนแล้วจึงแบ่งออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยมย่อยอีกครั้งหนึ่ง ตำแหน่ง

ของโหนดภายนอกของเอลิเมนต์ย่อยควรอยู่ในตำแหน่งที่มีการเปลี่ยนรูปร่างของชิ้นส่วน หรือตำแหน่งที่มีแรงกระทำหรือตำแหน่งที่มีการใช้วัสดุต่างๆ กัน



ภาพประกอบ 12 แสดงการแบ่งชิ้นส่วนออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยม

ชิ้นส่วนรูปสามเหลี่ยมในภาพประกอบ 12 ค่อนข้างจะแบ่งเป็นเอลิเมนต์ย่อยได้ง่าย คือ กำหนดโหนดในแต่ละด้านของสามเหลี่ยมให้มีจำนวนเท่ากัน ลากเส้นโค้งโยงระหว่างโหนดจะได้โหนดตรงที่เส้นตัดกันเพิ่มขึ้น โดยชิ้นส่วนจะถูกแบ่งออกเป็น 9 เอลิเมนต์แต่ละด้านจะมีสี่โหนดระยะระหว่างโหนดของแต่ละด้านของสามเหลี่ยม ไม่จำเป็นต้องเท่ากันขนาดของเอลิเมนต์แต่ละเอลิเมนต์จึงมีขนาดแตกต่างกันตามที่ต้องการ ถ้าเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยมด้วยกัน เอลิเมนต์สามเหลี่ยมด้านเท่าจะให้ผลเฉลยที่ดีที่สุดแต่ถ้าจำเป็นต้องใช้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมใดๆ มุมภายในของเอลิเมนต์สามเหลี่ยมควรอยู่ระหว่าง  $30^\circ$  ถึง  $120^\circ$



(ก)

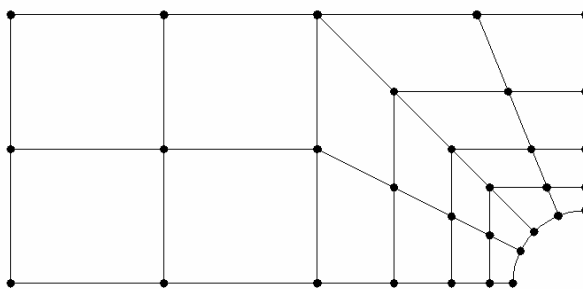
(ข)

(ค)

ภาพประกอบ 13 แสดงการแบ่งชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยม

ที่มา: เดช พุทธิเจริญทอง. (2548). การวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์: P. 22.

สำหรับชิ้นส่วนรูปสี่เหลี่ยมในภาพประกอบ 13 (ก) การแบ่งเอลิเมนต์ย่อยๆ นั้นทำได้สะดวก คือ กำหนดโหนดในแต่ละด้านของสี่เหลี่ยม ลากเส้นระหว่างโหนดที่อยู่ตรงข้าม จุดตัดของแต่ละเส้นจะเป็นโหนดภายในของชิ้นส่วน และถ้าต้องการจะแบ่งเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยมย่อยก็ทำได้โดยลากเส้นทแยงมุมของเอลิเมนต์สี่เหลี่ยม การลากเส้นทแยงมุมนั้นควรที่จะเลือกเส้นทแยงมุมที่สั้นที่สุด เพราะจะทำให้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมมีสัดส่วนใกล้เคียงสามเหลี่ยมด้านเท่ามากขึ้น ดูตัวอย่างในภาพประกอบ 13 (ข) และ (ค) ในกรณีที่เลือกใช้เอลิเมนต์สี่เหลี่ยม สัดส่วนด้านยาวสุดต่อด้านสั้นสุดของเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมควรที่จะเท่ากับ 1 จึงจะทำให้ผลเฉลยใกล้เคียงกับค่าแม่นยำมากขึ้น



ภาพประกอบ 14 การแบ่งชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมโค้งออกเป็นเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมและสามเหลี่ยมย่อย

ในภาพประกอบ 14 ระยะระหว่างโหนดของชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมจะมีขนาดต่างกัน ทั้งนี้เพื่อให้เอลิเมนต์ในบริเวณขอบที่เป็นส่วนโค้งมีขนาดเล็ก คือพยายามทำให้แบบจำลองมีขนาดใกล้เคียงกับขนาดของชิ้นส่วนจริงมากที่สุด ปกติไม่นิยมแบ่งเอลิเมนต์ให้มีขนาดเท่ากัน และมีรูปร่างเหมือนกันตลอดชิ้นส่วน เพราะบริเวณที่มีความเค้นสูงหรือบริเวณที่มีความแตกต่างของอุณหภูมิ ควรจะแบ่งให้มีเอลิเมนต์ขนาดเล็กๆ ส่วนบริเวณที่ไกลออกไปจะแบ่งให้มีขนาดโตขึ้น การเปลี่ยนของเอลิเมนต์จะมีประโยชน์มากสำหรับการวิเคราะห์ปัญหาที่มีรูปร่างซับซ้อน วิธีที่ง่ายที่สุดของการเปลี่ยนแปลงขนาดของเอลิเมนต์ กำหนดให้จำนวนโหนดบนด้านตรงข้ามของเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมให้แตกต่างกัน

### 8.3 ข้อแนะนำสำหรับการจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

การวิเคราะห์ปัญหาทางกลศาสตร์ของแข็งด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จำเป็นต้องกำหนดแบบจำลองขึ้นให้เหมือนกับรูปร่างลักษณะเดิมของปัญหาให้มากที่สุด อย่างไรก็ตามข้อเสนอนี้ต่อไปนี้จะช่วยให้การกำหนดแบบจำลองมีประสิทธิภาพสูงขึ้นหรือให้ผลการคำนวณที่ใกล้เคียงกับค่าแม่นยำ หรือทำให้เชื่อมั่นได้ว่าผลการคำนวณมีความเป็นไปได้ตามสภาพการใช้งานจริงของชิ้นส่วนนั้น ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้ (เดช พุทธเจริญทอง. 2541.36-37)

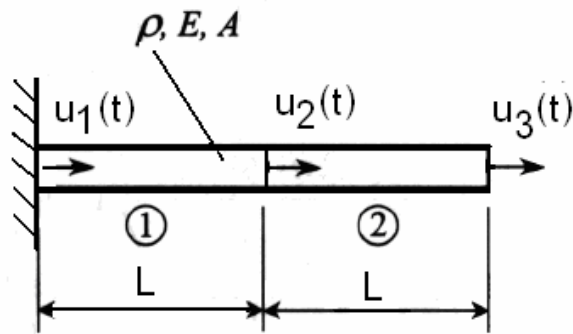
1. การกำหนดขนาดความแตกต่างของเอลิเมนต์ไม่ควรเกินสามเท่าของเอลิเมนต์ที่อยู่ติดกัน หรือที่มีจุดต่อร่วมกัน
2. เอลิเมนต์ที่ใช้ควรมีสัดส่วนของรูปร่างที่เหมาะสม พยายามทำให้สัดส่วนของรูปร่างของเอลิเมนต์ด้านยาวที่สุดต่อด้านสั้นที่สุดไม่เกิน 10 : 1 เอลิเมนต์ที่มีสัดส่วนดังกล่าวใกล้เคียงกันจะทำให้ผลเฉลยมีค่าใกล้เคียงกับความเป็นจริง ส่วนมุมภายในเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมควรมีค่าอยู่ในช่วงประมาณ 30 ถึง 150 องศา
3. การเลือกใช้เอลิเมนต์ ควรจะพยายามให้มีความต่อเนื่องของการกระจัดในระหว่างเอลิเมนต์ และไม่ควรเชื่อมต่อเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมที่มีลักษณะเป็นเชิงเส้นกำลังสอง ที่ประกอบด้วย 8 โหนด เข้ากันกับเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมที่มีลักษณะเป็นเชิงเส้น ประกอบด้วย 4 โหนด

4. ควรเลือกใช้เอลิเมนต์ที่มีขนาดเล็กๆ บริเวณที่มีความแตกต่างของความเค้นสูง และที่มีความแตกต่างของอุณหภูมิ เช่น บริเวณที่มีความเค้นจะมีความหนาแน่นสูง ส่วนบริเวณที่มีความแตกต่างของความเค้นต่ำควรใช้เอลิเมนต์ที่มีขนาดใหญ่ขึ้นตามความเหมาะสม

5. ควรใช้ความสมมาตรของชิ้นงานช่วย ซึ่งได้แก่ ความสมมาตรของรูปร่าง ความสมมาตรของวัสดุ และความสมมาตรของภาระที่กระทำ เพื่อลดแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ให้มีขนาดเล็กที่สุด และประหยัดเวลาในการประมวลผล

6. การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ จะต้องคำนึงถึงสภาพความเป็นจริงของปัญหา

## 9. การสันนิษฐานวัสดุก่อนรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์



ภาพประกอบ 15 แบบจำลองวัสดุก่อนแบบ 2 เอลิเมนต์

สมการของแบบจำลอง

$$\begin{bmatrix} m1 & 0 & 0 \\ 0 & m2 & 0 \\ 0 & 0 & m3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 2.55$$

$$\frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{Bmatrix} + \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 2.56$$

เนื่องจากที่ผนัง  $\ddot{u}_1 = u_1 = 0$  โดย R แทนแรงปฏิกิริยาที่ผนัง ระบบสมการลดรูปเป็น

$$\frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{Bmatrix} + \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 2.57$$

รูปแบบการสั่นแบบฮาร์โมนิกเปลี่ยนไปตามเวลา เริ่มต้นสมมติ  $u_2(t)$  และ  $u_3(t)$

$$u(t) = A_2 \sin(\omega t + \phi)$$

$$u(t) = A_3 \sin(\omega t + \phi)$$

$$\left( \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} - \omega^2 \frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 2-58$$

ค่าสมการ (2-58) เป็นสมการเอกพันธ์เชิงพีชคณิต (homogeneous algebraic equation) ต่อเมื่อค่าดีเทอร์มิแนนท์สัมประสิทธิ์ต่างๆ ด้านซ้ายมือมีค่าเป็นศูนย์ ทางขวามือมีค่าเป็นศูนย์

$$\left| \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} - \omega^2 \frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right| = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 2-59$$

กำหนดให้  $\mu = \frac{E}{\rho L^2}$  สมการ (2-59) ลดรูปเป็น

$$\begin{vmatrix} 2\mu - \omega^2 & -\mu \\ -\mu & \mu - \omega^2/2 \end{vmatrix} = 0 \quad 2-60$$

ได้ค่าความถี่  $\omega_1^2 = 2\mu \pm \sqrt{2\mu}$  และ  $\omega_2^2 = 2\mu \pm \sqrt{2\mu}$

หรือ

$$\omega_1^2 = 0.586\mu = 0.586 \frac{E}{\rho L^2} = 2.343 \frac{E}{\rho l^2} \quad 2-61$$

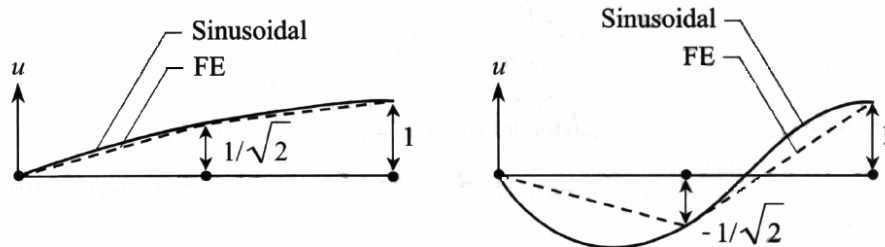
และ

$$\omega_2^2 = 3.414\mu = 3.414 \frac{E}{\rho L^2} = 13.657 \frac{E}{\rho l^2} \quad 2-62$$

หากแทนค่าความถี่  $\omega_1$  และ  $\omega_2$  ในโหมดที่ 1 และโหมดที่ 2 แทนค่า ในสมการ (2-58) กลายเป็น

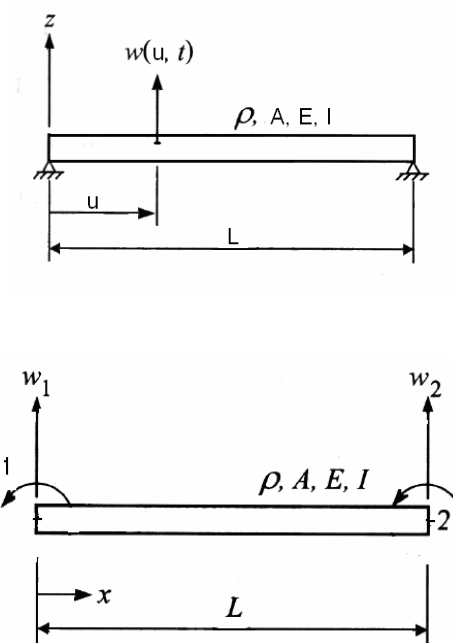
$$\{\phi_1\} = \begin{Bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1 \end{Bmatrix} \quad \text{และ} \quad \{\phi_2\} = \begin{Bmatrix} -1/\sqrt{2} \\ 1 \end{Bmatrix}$$

รูปร่างของโหมด (Mode shape) จากท่อนวัสดุโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สอดคล้องกับฟังก์ชันรูปไซน์ (Sinusoidal function) ซึ่งเป็นผลเฉลยแม่นยำตรง



ภาพประกอบ 16 รูปร่างของโหมดที่คำนวณจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์  
ที่มา: ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2550) . ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม: p. 274.

### 10. การสันในคานารูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์



ภาพประกอบ 17 คานามีจุดรองรับที่ปลาย 2 ข้างแสดงแบบหนึ่งเอลิเมนต์  
เอลิเมนต์ยาว  $L$  ประกอบด้วย 2 จุดต่อ แต่ละจุดต่อมีตัวไม่รู้ค่าคือ การเคลื่อนตัวในแนวตั้งและค่าของมุมที่เปลี่ยนแปลงไป ดังนั้นคานาหนึ่งเอลิเมนต์จึงประกอบด้วยตัวไม่รู้ค่า 4 ค่า คือ  $w_1, \theta_1, w_2, \theta_2 = 0$   
เอลิเมนต์คานาประกอบด้วยเมทริกซ์ความแข็ง  $[K]$  และเมทริกซ์มวล  $[M]$

$$[M] = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

ระบบสมการรวมของระบบคือ

$$[M]\{\ddot{u}\} + K\{u\} = \{F\} \quad 2-63$$

$$[M] \begin{Bmatrix} \ddot{w}_1 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{w}_2 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + [K] \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_1 \\ 0 \\ R_2 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 2-64$$

โดยแรงปฏิกิริยา  $R_1$  และ  $R_2$  ที่จุดต่อหมายเลข 1 และ 2 ตามลำดับ สำหรับปัญหานี้

$\dot{w}_1 = w_1 = \dot{w}_2 = w_2 = 0$  ระบบสมการรวมลดรูปจึงเป็น

$$\frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 4L^2 & -3L^2 \\ -3L^2 & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 4L^2 & 2L^2 \\ 2L^2 & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 2-65$$

หากค่ามุม  $\theta_1, \theta_2$  ซึ่งเปลี่ยนไปตามเวลาในรูปแบบของฮาร์โมนิกตามสมการ  $u(t) = A_2 \sin(\omega t + \phi)$

และ  $u(t) = A_3 \sin(\omega t + \phi)$  สมการ (2-65) จะกลายเป็น

$$\left\{ \frac{2EI}{L} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \omega^2 \frac{\rho AL^3}{420} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \right\} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 2-66$$

เอา  $\frac{2EI}{L}$  หารตลอดสมการ (2-66) แล้วกำหนดให้  $\lambda = \rho AL^4 \omega^2 / 840EI$  สมการ (2-66) จะกลายเป็น

$$\begin{bmatrix} 2-4\lambda & 1+3\lambda \\ 1+3\lambda & 2-4\lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad 2-67$$

ค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ทางด้านซ้ายของสมการ (2-67) จึงต้องเท่ากับศูนย์ จะเป็น

$$\begin{vmatrix} 2-4\lambda & 1+3\lambda \\ 1+3\lambda & 2-4\lambda \end{vmatrix} = (2-4\lambda)^2 - (1+3\lambda)^2 = (1-7\lambda)(3-\lambda) = 0$$

สร้างสมการลักษณะคือ

$$\lambda_1 = \frac{1}{7} \quad \text{หรือ} \quad \omega_1 = \frac{\sqrt{120}}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad 2-68$$

$$\lambda_2 = 3 \quad \text{หรือ} \quad \omega_2 = \frac{\sqrt{2520}}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad 2-69$$

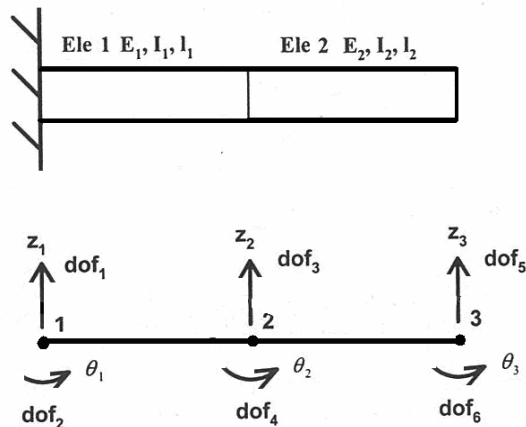
ซึ่งคลาดเคลื่อนจากผลเฉลยแม่นยำตรงมีค่าตอบดังนี้

$$(\omega_1)_{exact} = \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad \text{หรือ} \quad (\omega_2)_{exact} = \frac{4\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad 2-70$$

ตามตัวอย่างข้างบนจะมีค่าความคลาดเคลื่อน ถ้าแบ่งเอลิเมนต์เพิ่มขึ้นค่าคลาดเคลื่อนจะลดลง

## 11. การสั้นของคานแบบ 2 เอลิเมนต์

จะทำการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์แบบสถิต สำหรับคานที่มีขนาดสองเอลิเมนต์ ดังภาพประกอบ 18



ภาพประกอบ 18 แบบจำลองคานแบบ 2 เอลิเมนต์

เมทริกซ์ความแข็ง  $[K]$  สามารถปรับปรุงโดยพื้นฐานทางกลศาสตร์ของแข็งในการหาแรงที่จะทำให้เกิดการเคลื่อนที่ในแต่ละโหนด เมทริกซ์ความแข็ง  $[K]$  ของเอลิเมนต์ใดๆ (สมชาย สิงโต. 2544).

$$[K]_i = E_i I_i \begin{bmatrix} \frac{12}{I_i^3} & \frac{6}{I_i^2} & -\frac{12}{I_i^3} & \frac{6}{I_i^2} \\ \frac{6}{I_i^2} & \frac{4}{I_i} & -\frac{6}{I_i^2} & \frac{2}{I_i} \\ -\frac{12}{I_i^3} & -\frac{6}{I_i^2} & \frac{12}{I_i^3} & -\frac{6}{I_i^2} \\ \frac{6}{I_i^2} & \frac{2}{I_i} & -\frac{6}{I_i^2} & \frac{4}{I_i} \\ \frac{12}{I_i^3} & \frac{6}{I_i^2} & -\frac{12}{I_i^3} & \frac{6}{I_i^2} \\ \frac{6}{I_i^2} & \frac{4}{I_i} & -\frac{6}{I_i^2} & \frac{2}{I_i} \end{bmatrix} \quad 2-71$$

เมทริกซ์ความแข็ง  $[K]$  ของเอลิเมนต์ที่หนึ่ง

$$[K]_1 = E_1 I_1 \begin{bmatrix} \frac{12}{I_1^3} & \frac{6}{I_1^2} & -\frac{12}{I_1^3} & \frac{6}{I_1^2} \\ \frac{6}{I_1^2} & \frac{4}{I_1} & -\frac{6}{I_1^2} & \frac{2}{I_1} \\ -\frac{12}{I_1^3} & -\frac{6}{I_1^2} & \frac{12}{I_1^3} & -\frac{6}{I_1^2} \\ \frac{6}{I_1^2} & \frac{2}{I_1} & -\frac{6}{I_1^2} & \frac{4}{I_1} \\ \frac{12}{I_1^3} & \frac{6}{I_1^2} & -\frac{12}{I_1^3} & \frac{6}{I_1^2} \\ \frac{6}{I_1^2} & \frac{4}{I_1} & -\frac{6}{I_1^2} & \frac{2}{I_1} \end{bmatrix} \quad 2-72$$

เมทริกซ์ความแข็ง  $[K]$  ของเอลิเมนต์ที่สอง

$$[K]_2 = E_2 I_2 \begin{bmatrix} \frac{12}{I_2^3} & \frac{6}{I_2^2} & \frac{-12}{I_2^3} & \frac{6}{I_2^2} \\ \frac{6}{I_2^2} & \frac{4}{I_2} & \frac{-6}{I_2^2} & \frac{2}{I_2} \\ \frac{-12}{I_2^3} & \frac{-6}{I_2^2} & \frac{12}{I_2^3} & \frac{-6}{I_2^2} \\ \frac{6}{I_2^2} & \frac{2}{I_2} & \frac{-6}{I_2^2} & \frac{4}{I_2} \end{bmatrix} \quad 2-73$$

การสร้างเมทริกซ์ความแข็งรวมขนาด  $6 \times 6$  ซึ่งเป็นระดับความเสรี 6 ชั้น ก่อนทำการเปลี่ยนตำแหน่งในแต่ละโหนด

$$[K] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

สร้างเมทริกซ์ความแข็งรวมโดยการเติมสมการ และทำการรวมเมทริกซ์ความแข็ง จะได้

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{12E_1 I_1}{I_1^3} & \frac{6E_1 I_1}{I_1^2} & \frac{-12E_1 I_1}{I_1^3} & \frac{6E_1 I_1}{I_1^2} & 0 & 0 \\ \frac{6E_1 I_1}{I_1^2} & \frac{4E_1 I_1}{I_1} & \frac{-6E_1 I_1}{I_1^2} & \frac{2E_1 I_1}{I_1} & 0 & 0 \\ -\frac{12E_1 I_1}{I_1^3} & \frac{-6E_1 I_1}{I_1^2} & \left( \frac{12E_1 I_1}{I_1^3} + \frac{12E_2 I_2}{I_2^3} \right) & \left( \frac{-6E_1 I_1}{I_1^2} + \frac{6E_2 I_2}{I_2^2} \right) & \frac{-12E_2 I_2}{I_2^3} & \frac{6E_2 I_2}{I_2^2} \\ \frac{6E_1 I_1}{I_1^2} & \frac{2E_1 I_1}{I_1} & \left( \frac{-6E_1 I_1}{I_1^2} + \frac{6E_2 I_2}{I_2^2} \right) & \left( \frac{4E_1 I_1}{I_1} + \frac{4E_2 I_2}{I_2} \right) & \frac{-6E_2 I_2}{I_2^2} & \frac{2E_2 I_2}{I_2^2} \\ 0 & 0 & \frac{-12E_2 I_2}{I_2^3} & \frac{-6E_2 I_2}{I_2^2} & \frac{12E_2 I_2}{I_2^3} & \frac{-6E_2 I_2}{I_2^2} \\ 0 & 0 & \frac{6E_2 I_2}{I_2^2} & \frac{2E_2 I_2}{I_2^2} & \frac{-6E_2 I_2}{I_2^2} & \frac{4E_2 I_2}{I_2} \end{bmatrix}$$

จะกำจัดแกนนอนและแนวตั้ง ซึ่งจะเกี่ยวข้องกับระดับความเสีรรมแบบคงที่ โดยลดเมทริกซ์รวมเป็น 4x4 เมทริกซ์ ระบบสมการรวมลดรูปจึงเป็น

$$[K] = \begin{bmatrix} \left( \frac{12E_1I_1}{I_1^3} + \frac{12E_2I_2}{I_2^3} \right) & \left( \frac{-6E_1I_1}{I_1^2} + \frac{6E_2I_2}{I_2^2} \right) & \frac{-12E_2I_2}{I_2^3} & \frac{6E_2I_2}{I_2^2} \\ \left( \frac{-6E_1I_1}{I_1^2} + \frac{6E_2I_2}{I_2^2} \right) & \left( \frac{4E_1I_1}{I_1} + \frac{4E_2I_2}{I_2} \right) & \frac{-6E_2I_2}{I_2^2} & \frac{2E_2I_2}{I_2^2} \\ \frac{-12E_2I_2}{I_2^3} & \frac{-6E_2I_2}{I_2^2} & \frac{12E_2I_2}{I_2^3} & \frac{-6E_2I_2}{I_2^2} \\ \frac{6E_2I_2}{I_2^2} & \frac{2E_2I_2}{I_2^2} & \frac{-6E_2I_2}{I_2^2} & \frac{4E_2I_2}{I_2} \end{bmatrix} \quad 2-75$$

เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณจะลดรูปของ E, I, L จะได้สมการ

$$[K] = EI \begin{bmatrix} \frac{24}{I^3} & 0 & \frac{-12}{I^3} & \frac{6}{I^2} \\ 0 & \frac{8}{I} & \frac{-6}{I^2} & \frac{2}{I} \\ \frac{-12}{I^3} & \frac{-6}{I^2} & \frac{12}{I^3} & \frac{-6}{I^2} \\ \frac{6}{I^2} & \frac{2}{I} & \frac{-6}{I^2} & \frac{4}{I} \end{bmatrix} \quad 2-76$$

เมื่อ m = มวลต่อหนึ่งหน่วยความยาว และ L = ความยาว เอลิเมนต์ของเมทริกซ์มวลเหมือนกัน สำหรับคานจะเป็น

$$[M] = \frac{mI}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22I & 54 & -13I \\ 22I & 4I^2 & 13I & -3I^2 \\ 54 & 13I & 156 & -22I \\ -13I & -3I^2 & -22I & 4I^2 \end{bmatrix} \quad 2-77$$



$$[M] = \frac{I}{420} \begin{bmatrix} 156mI & 22mI^2 & 54mI & -13mI^2 & 0 & 0 \\ 22mI^2 & 4mI^3 & 13mI^2 & -3mI^3 & 0 & 0 \\ 54mI & 13mI^2 & 312mI & 0 & 54mI & -13mI^2 \\ -13mI^2 & -3mI^3 & 0 & 8mI^3 & 13mI^2 & -3mI^3 \\ 0 & 0 & 54mI & 13mI^2 & 156mI & -22mI^2 \\ 0 & 0 & -13mI^2 & -3mI^3 & -22mI^2 & 4mI^3 \end{bmatrix} \quad 2-79$$

เนื่องจากคานาได้ถูกยึดที่ปลาย ดังนั้นกำจัดแถวและสดมภ์ที่ 1 และ 2 จะได้

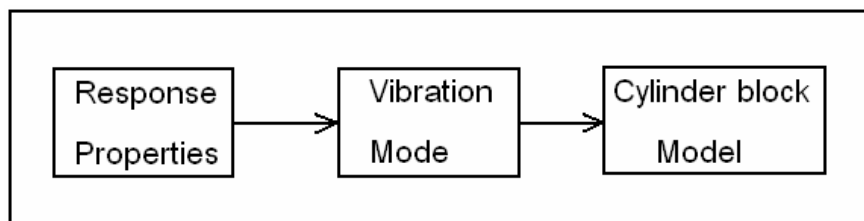
$$[M] = \frac{I}{420} \begin{bmatrix} 312mI & 0 & 54mI & -13mI^2 \\ 0 & 8mI^3 & 13mI^2 & -3mI^3 \\ 54mI & 13mI^2 & 156mI & -22mI^2 \\ -13mI^2 & -3mI^3 & -22mI^2 & 4mI^3 \end{bmatrix} \quad 2-80$$

ทำการหาค่าเจาะจงสำหรับสมการการเคลื่อนที่

$$[M] \{\ddot{z}\} + [K]\{z\} = \{0\} \quad 2-81$$

## 12. การวิเคราะห์โหมดัลโดยการวัดสัญญาณ

การวิเคราะห์โหมดัลเป็นวิธีการหาค่ารูปร่างโหมดของการสั่นสะเทือน ศึกษาลักษณะการพฤติกรรมเคลื่อนไหวของเสื่อสูบ จะทำการทดลองหารูปของฟังก์ชันการตอบสนองความถี่และการตอบสนองในเทอมของเวลา (Impulse response function) นำไปหาค่าความถี่ธรรมชาติและขนาดพร้อมทิศทางการสั่นของเสื่อสูบ สิ่งที่ทำเป็นอย่างยิ่ง คือ การวัดสัญญาณ (Signal measurement) พร้อมทั้งการใช้อุปกรณ์และการเลือกอุปกรณ์ที่จะใช้วัดสัญญาณ เป็นสิ่งจำเป็นหลักเพราะไม่สามารถหาพารามิเตอร์ต่างๆของระบบโดยตรงได้



ภาพประกอบที่ 20 แสดงแนวทางการวิเคราะห์การสั่นสะเทือน

สิ่งวัดได้จากระบบคือ สัญญาณเข้า (Input signal) และสัญญาณตอบสนองของระบบ (Output signal) และนำค่าทั้งสองที่ได้จากการวัดไปคำนวณทางคณิตศาสตร์ออกมาในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer function) หรือฟังก์ชันตอบสนองเชิงความถี่ จากฟังก์ชันถ่ายโอนนี้จะนำไปประมาณหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบซึ่งประกอบด้วย ความถี่ธรรมชาติ อัตราหน่วง และขนาดรวมทั้งทิศทาง การสั่น ที่เรียกว่า โมดัลพารามิเตอร์ เพื่อนำไปศึกษาพฤติกรรมของเสื้ลู่ต่อไป

### 13. การเตรียมเสื้ลู่เพื่อการทดสอบ

ก่อนการติดตั้งชิ้นงานจะต้องตรวจสอบก่อนว่า ชิ้นงานจะใช้วิธีการจับยึดแบบใดจึงจะมีความเหมาะสมกับลักษณะรูปทรงของชิ้นงาน ถ้าชิ้นงานมีความยาวและเป็นโลหะแผ่นจะทำการแขวนด้วยวัสดุยึดหยุ่นเพื่อทำการทดสอบ ความถี่ธรรมชาติของชิ้นงานต่ำ เช่น การทดสอบโครงสร้างซึ่งวัสดุเป็นเหล็กแผ่นชิ้นรูปมีความยาวและบางไม่ใช่ทรงตัน การตรวจเช็คความถี่ธรรมชาติเบื้องต้นของชิ้นงาน เช่น การเคาะหาความถี่ธรรมชาติจะทำให้ทราบจุดจับยึดที่เหมาะสม โดยทั่วไปชิ้นงานจะมีโหมดแข็งเกร็งจำนวนโหมดไม่น้อยกว่า 6 โหมด ในโหมดแรกๆ อาจมีค่าความถี่เป็นศูนย์หรือมีค่าเป็นตัวเลขที่ชัดเจน ขึ้นอยู่กับความแข็งเกร็งของชิ้นงานและสภาพการจับยึดชิ้นงาน ถ้าหากจับยึดชิ้นงานด้วยวัสดุยึดหยุ่นค่าความถี่ธรรมชาติที่ในโหมดแรกจะมีค่าเป็นศูนย์ ถ้าวัสดุแข็งเกร็งมากจะมีความถี่ในโหมดต้นๆ เป็นศูนย์ เช่น การทดสอบแท่งเหล็กประเภทคานแขวนด้วยวัสดุยึดหยุ่นจะมีโหมดต้นๆ ความถี่เป็นศูนย์ส่วนในโหมดหลังๆ จึงปรากฏเป็นความถี่สูง การทดสอบจะต้องตรวจสอบความถี่ธรรมชาติให้อยู่ในความถี่ต่ำก่อนที่ควรจะต้องเป็นไปตามทิศทางเริ่มต้นการสั่นสะเทือนตามปกติ การเตรียมเสื้ลู่ ได้แก่ จับยึดชิ้นงาน(Grounded) กับชิ้นงานกับพื้นแท่นเหล็กมาตรฐาน มีขนาดใหญ่หนามากและแข็งเกร็ง การยึดเสื้ลู่ที่ฐานเป็นไปตามสภาพของชิ้นงาน และการใช้งานที่เสื้ลู่ใช้งานจะต้องยึดฐานให้มั่นคงจึงจะใช้งานได้ เพราะถ้าจับยึดไม่แน่นจะทำให้การทดลองได้ค่าที่คลาดเคลื่อนใช้ไม่ได้

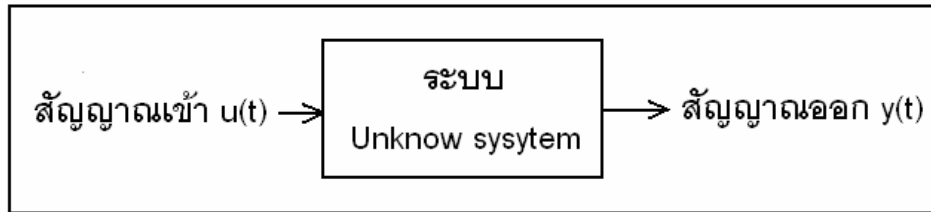
ส่วนการจับยึดแบบยึดหยุ่นอิสระจะไม่ตรงกับสภาพการใช้งานจริงของเสื้ลู่ สภาพเช่นนี้เป็นการวิเคราะห์เชิงทฤษฎี ซึ่งความถี่ธรรมชาติจะมีค่าสูงกว่าการจับยึดบนฐานของการยึดที่มีความแข็งเกร็ง

### 14. สัญญาณของระบบ

สัญญาณของระบบในการวิเคราะห์โมดัล จะแบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ สัญญาณเข้าสู่ระบบ (Input or Reference) และสัญญาณออกจากระบบ (Output or Response) ซึ่งในกรณีนี้จะใช้แรงกระทำกับระบบเป็นสัญญาณเข้าสู่ระบบ สัญญาณออกจากระบบจะวัดได้ในรูปของ อัตราเร่ง ความเร็ว หรือระยะทางการเคลื่อนที่ของจุดที่ทำการวัดขณะนั้นของระบบ

สัญญาณกระตุ้นระบบ ได้จากสัญญาณเข้าสู่ระบบ  $x(t)$  และวัดสัญญาณตอบสนองของระบบ  $y(t)$  ฉะนั้นการเลือกสัญญาณเข้าสู่ระบบจึงมีความสำคัญ เนื่องจากสัญญาณเข้านั้นมีผลกระทบมี

ผลกระทบต่อคุณภาพผลลัพธ์และแสดงถึงคุณสมบัติของระบบ สัญญาณกระตุ้นระบบมีมากอย่าง ขึ้นอยู่กับอุปกรณ์ที่ใช้ ซึ่งสามารถแยกความแตกต่างจากสัญญาณกระตุ้นและผลที่เกิดจากระบบ แบ่ง ออกได้เป็น สัญญาณแบบรายคาบ (Periodic) และสัญญาณแบบไม่เป็นรายคาบ (Non-periodic)



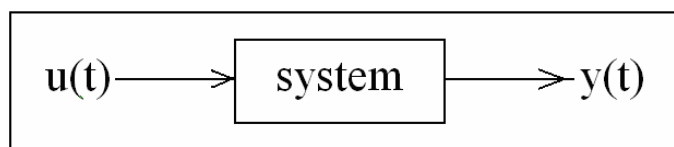
ภาพประกอบที่ 21 แสดงระบบที่มีสัญญาณเข้าและสัญญาณออก

ชนิดสัญญาณกระตุ้นระบบหรือสัญญาณเข้าสู่ระบบทำการทดลอง และวัดสัญญาณการตอบสนอง แบ่ง 5 ชนิด ได้แก่ สัญญาณกระตุ้นรูปซายน์เป็นขั้นๆ สัญญาณกระตุ้นรูปซายน์ขยายช่วงช้าๆ สัญญาณกระตุ้นแบบรายคาบ สัญญาณกระตุ้นแบบสุ่ม และสัญญาณกระตุ้นแบบชั่วคราว

ในบทวิจัยนี้จะใช้สัญญาณกระตุ้นแบบชั่วคราว (Transient excitation) ซึ่งแบ่งออกได้ 2 แบบ คือ สัญญาณรูปซายน์อย่างรวดเร็ว (Rapid sine sweep or Chrp) และแบบใช้ค้อนเคาะ (Impact hammer) โดยทั้ง 2 แบบจะพยายามให้เกิดแรงลักษณะอิมพัลส์ แบบแรกจะต้องมีเครื่องกำเนิดคลื่นสัญญาณแต่ในแบบที่ 2 จะใช้ค้อนหรืออุปกรณ์ที่เหมือนกับอุปกรณ์เครื่องเคาะ (Impactor) ซึ่งแบบนี้จะไม่ติดอุปกรณ์ถาวรกับชิ้นงาน

## 15. ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบที่เป็นเชิงเส้น

ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ หมายถึงคุณสมบัติเฉพาะของระบบที่อยู่ในเทอมของความถี่ ในที่นี้จะกล่าวเฉพาะส่วนที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยโดยเฉพาะระบบที่เป็นเชิงเส้น (Linear System) ระบบหนึ่งๆ จะมีฟังก์ชันถ่ายโอนได้เท่ากับระดับขั้นความเสรี (Degree of freedom) เท่านั้น ในระบบหนึ่งๆ จะมีฟังก์ชันถ่ายโอนได้เพียงชุดเดียว การหาฟังก์ชันถ่ายโอนโดยการแปลงของฟูเรียร์ ซึ่งฟังก์ชันถ่ายโอนเป็นคุณสมบัติเฉพาะของระบบและเรียกได้ว่า ฟังก์ชันถ่ายโอนคือ ความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณที่ทางออกและสัญญาณที่ทางเข้าของระบบในเทอมของความถี่



ภาพประกอบ 22 ระบบอุดมคติประกอบด้วยสัญญาณเข้า u(t) และสัญญาณออก y(t)

โดยให้สัญญาณเข้าเป็น  $u(t)$  และสัญญาณออกเป็น  $y(t)$  ความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณเข้าและสัญญาณออกของระบบในเทอมของเวลาจะเขียนได้ในรูปคอนโวลูชัน (Convolution) จะได้สมการฟังก์ชันถ่ายโอนการแปลงฟูรีเยร์

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)u(t - \tau)d\tau \quad 2-82$$

โดยที่  $h(t)$  เป็นอิมพัลส์เรสปอนส์ (Impulse response) เมื่อต้องการเปลี่ยนสมการ (2-82) ให้อยู่ในเทอมของความถี่ทำได้โดยการแปลงสมการ (2-79) ด้วยการแปลงของฟูรีเยร์ (Fourier transform) ได้

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)u(t - \tau)e^{-2\pi jft} d\tau dt \quad 2-83$$

.ให้  $\zeta = t - \tau$  แทนใน  $\zeta$  สมการ (2-83) จะได้

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)e^{-2\pi jft} d\tau \int_{-\infty}^{\infty} h(\zeta)e^{-2\pi jf\zeta} d\zeta \quad 2-84$$

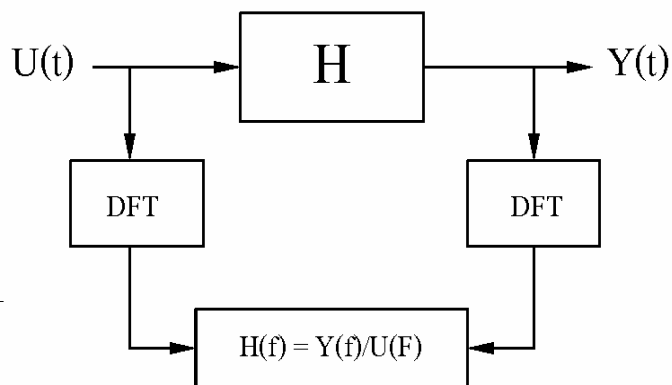
$$Y(f) = H(f)U(f) \quad 2-85$$

ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบจะกำหนดได้คือ

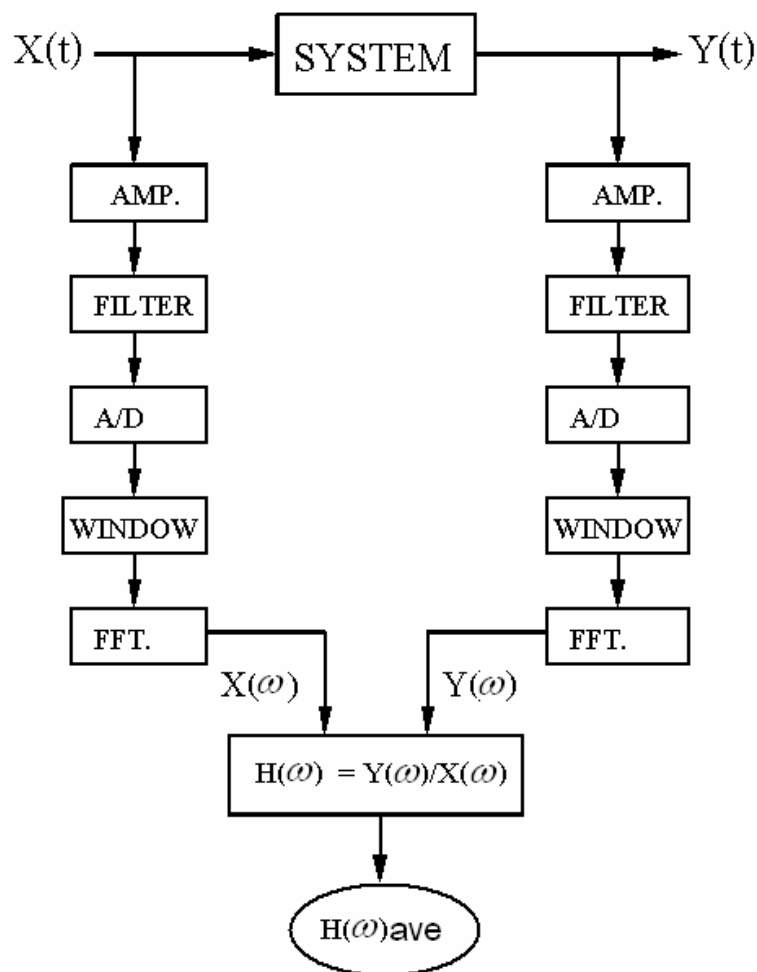
$$H(f) = \frac{Y(f)}{U(f)} \quad 2-86$$

ในทางปฏิบัติการหาฟังก์ชันถ่ายโอน จะหาได้จากการแปลงสัญญาณที่ทางเข้าและที่ทางออกของระบบด้วยการแปลงของฟูรีเยร์ แล้วเอาสัญญาณที่ทางออกหารด้วยสัญญาณที่ทางเข้าก็จะได้ฟังก์ชันการถ่ายโอน

เครื่องวิเคราะห์สัญญาณโดยทั่วไปจะทำงานแบบเวลาจริง (Real time) ฉะนั้นการใช้พีซีคอมพิวเตอร์จะเหมาะกับการหาฟังก์ชันถ่ายโอนไม่มากนักและไม่ต้องการความรวดเร็ว จะได้ผลลัพธ์ถูกต้องเหมือนเครื่องวิเคราะห์สัญญาณและสามารถนำข้อมูลหรือผลจากการวิเคราะห์นำไปประยุกต์ใช้งานอื่นๆ ได้อีกตามความต้องการ



ภาพประกอบ 23 แผนผังแสดงฟังก์ชันถ่ายโอนในทางปฏิบัติ



ภาพประกอบ 24 แสดงขั้นตอนการทำงานของเครื่องวิเคราะห์สัญญาณ

การทดลองงานวิจัยนี้ใช้กับเครื่องที่ผ่านการปรับแต่งเครื่องมือ(Calibration) มาแล้ว หลักการการปรับตั้งเครื่องมือก่อนการทดลอง อุปกรณ์ตรวจวัดจะได้สัญญาณฟังก์ชันถ่ายโอนแสดงออก โดย

เครื่องวิเคราะห์รูปปร่างโหมดถูกต้องแต่ขนาดแอมพลิจูดยังไม่ถูกต้อง ดังนั้นจะนำฟังก์ชันถ่ายโอนนี้ไปคำนวณทันทีไม่ได้ จะต้องแก้ไขให้ได้ขนาดที่ถูกต้องก่อน ทดสอบโดยแขวนมวลทราบค่า  $M$  กิโลกรัม แขวนไว้ด้วยเชือกขนาดเล็กเพื่อให้มวลเคลื่อนตัวได้อย่างอิสระ  $f(t)$  เป็นแรงกระทำต่อ  $M$  ไม่เกิดการบิดงอและเสียรูปทรง  $A(t)$  เป็นอัตราเร่งของมวลเมื่อถูก  $f(t)$  กระทำ อัตราเร่ง  $A(t)$  วัดได้จากการรับสัญญาณขาออก จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนเป็น

$$H(f) = \frac{A(f)}{F(f)} \quad 2-87$$

เนื่องจากมวลไม่มีการบิดงอ จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของมวล  $M$  เป็นเส้นตรงและอยู่แนวระดับ คือ แอมพลิจูดของฟังก์ชันถ่ายโอนเป็นค่าคงที่ จะได้

$$H(f) = \frac{A(f)}{F(f)} = C \quad 2-88$$

โดย  $H(f) = C$  จะได้จากเครื่องสัญญาณวิเคราะห์โดยตรงและจากกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน จะได้

$$F(t) = M \times A(t) \quad 2-89$$

หรือในรูปของความถี่

$$F(f) = M \times A(f) \quad 2-90$$

$$\therefore H(f) = \frac{A(f)}{F(f)} = \frac{1}{M} \quad 2-91$$

และ

$$H(f) = \frac{1}{M} \quad 2-92$$

แต่สำหรับในทางปฏิบัติ ฟังก์ชันถ่ายโอนที่ได้ที่ได้อาจมีค่าเท่ากับ  $H(f) = C$  ซึ่งมีค่าไม่เท่ากับ  $1/M$  เนื่องจากคุณสมบัติต่างๆ ของอุปกรณ์ที่ใช้ในการวัดสัญญาณยังปรับได้ไม่ถูกต้อง ดังนั้นจำเป็นต้องมีตัวคูณแก้ไขคือ  $\alpha$  เพื่อปรับแอมพลิจูดของฟังก์ชันถ่ายโอนที่หาได้ให้ถูกต้องซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$H(f) = \frac{1}{M} = \alpha C \quad 2-93$$

$$\alpha = \frac{1}{CM} \quad 2-94$$

โดยที่  $\alpha$  = ตัวคูณแก้ไขฟังก์ชันถ่ายโอน (Calibration factor)

ทั้งนี้ห้ามมีการปรับแต่งอุปกรณ์ตัวขยายสัญญาณเครื่องวิเคราะห์สัญญาณโดยเด็ดขาด ถ้ามีการปรับตัวเครื่องวิเคราะห์สัญญาณจะต้องทำการคำนวณหาตัวคูณแก้ไขใหม่ทุกครั้ง

## 16. อุปกรณ์ส่งและรับสัญญาณเข้าสู่ระบบ

สัญญาณที่ถูกกระตุ้นเข้าสู่ระบบเกิดจากแรงกระทำสำหรับการวิเคราะห์โหมดัล มีอุปกรณ์ส่งสัญญาณเข้าสู่ระบบ (Force transducer) ที่ใช้ในการวัดแรงมีหลายแบบ เช่น สเตรนเกจ (Strain gauge) เพมโซอีเล็คทริก (Piezoelectric) หรือควอตซ์ (Quart) อุปกรณ์นี้จะทำหน้าที่เปลี่ยนพลังงานกลเป็นพลังงานไฟฟ้า การใช้สเตรนเกจในการวัดจะใช้กับระบบสถิต (Static) หรือระบบพลศาสตร์ที่มีความถี่ต่ำๆ ถ้าหากใช้กับระบบที่มีความถี่สูงจะมีความคลาดเคลื่อนมากเนื่องจากสเตรนเกจไม่สามารถตอบสนองกับความถี่สูง ส่วนเพมโซอีเล็คทริกจะปล่อยประจุออกมาในลักษณะขึ้นลงเมื่อมีแรงมากระทำในช่วงแรกๆ ถ้ามีแรงกระทำค้างไว้ช่วงต่อไปจะไม่มีประจุไฟฟ้า อุปกรณ์นี้ไม่สามารถวัดแรงสถิต ถ้าใส่แรงกระทำช่วงสั้นๆ หรือแบบกระแทกจะสามารถวัดประจุไฟฟ้าได้ จะใช้ได้เฉพาะแรงแบบพลศาสตร์เท่านั้น เนื่องจากสัญญาณไฟฟ้าที่ออกมาเป็นลักษณะบาวด์ ดังนั้นสัญญาณที่ออกมาจะต้องผ่านเครื่องขยายสัญญาณ (Charge amplifier) เพื่อขยายสัญญาณและตัดสัญญาณบาวด์ทิ้งและส่งให้กับเครื่องวิเคราะห์สัญญาณต่อไป สารเพมโซอีเล็คทริกจะติดตั้งหัวส่งสัญญาณที่แกนอุปกรณ์เขย่า หรือแบบใช้ค้อนจะติดยึดกับตัวค้อนและปลายสัมผัส เหมาะสำหรับวัดแรงพลศาสตร์ไม่มากนัก



ภาพประกอบ 25 แสดงหัวส่งสัญญาณเพมโซอีเล็คทริก

เนื่องจากสารเพมโซอีเล็คทริกมีลักษณะคล้ายเซรามิคจึงเปราะแตกง่าย ถ้าถูกแรงกระทำมากๆ ในกรณีที่ใช้แรงมากๆ ควรใช้อุปกรณ์ส่งสัญญาณที่ทำจากควอตซ์แทน การวิจัยนี้จะใช้ อุปกรณ์ส่งสัญญาณชนิดเพมโซอีเล็คทริก

อุปกรณ์รับสัญญาณตอบสนองระบบ (Response transducer) เป็นอุปกรณ์ที่ใช้จับสัญญาณการสั่น โดยเมื่อได้รับสัญญาณจะเปลี่ยนการเคลื่อนที่ทางกลไปเป็นสัญญาณไฟฟ้าเข้าสู่เครื่องวิเคราะห์สัญญาณ อุปกรณ์รับสัญญาณตอบสนองนิยมใช้มีอยู่ 3 ชนิด ได้แก่ อุปกรณ์รับสัญญาณตอบสนองแบบระยะทางการเคลื่อนที่ (Displacement transducer) อุปกรณ์รับสัญญาณตอบสนองแบบความเร็ว (Velocity transducer) และอุปกรณ์รับสัญญาณตอบสนองแบบอัตราเร่ง (Accelerometer) ในการวิเคราะห์โมดัลนิยมใช้อุปกรณ์รับสัญญาณแบบอัตราเร่งลักษณะการทำงานเหมือนอุปกรณ์รับสัญญาณเข้าสู่ระบบ จะแตกต่างกันที่สารเพมโซอีเล็คทริก คล้ายลักษณะไส้แซนวิช โดยมีมวลที่ทำจากเซรามิคประกบไว้ การติดตั้งจะต้องคำนึงถึงความสะดวกในการวัด และการย้ายจุดวัดสัญญาณ

## 17. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จักร จันทลักษณ์, กนก ลีนสมุทรเพชร. โหมดการสั่นเช่น ความถี่ธรรมชาติ และรูปร่างการสั่นมาช่วยการวิเคราะห์เพื่อออกแบบโครงสร้างของล้อรถจักรยานยนต์ทำจากโลหะผสมแมกนีเซียมซึ่งเรียกว่า ล้อแม็ก ที่ตามลักษณะงานมีโอกาสเผชิญภาวะพลวัตทั้งแบบแรนดอมจากสภาวะพื้นถนน การกระแทก รวมทั้งแบบฮาร์โมนิก จากการขับเคลื่อนจากเครื่องยนต์ ซึ่งโหมดการสั่นที่เกิดใกล้เคียงกัน เนื่องจากลักษณะสมมาตรของรูปทรงล้อแม็กเอง หรือการออกแบบก้านล้อที่ให้ค่าความแข็งดิ่งในบางทิศทางใกล้เคียงกัน ล้วนส่งผลต่อโอกาสในการมีโหมดใกล้เคียงกัน ตัวอย่างล้อแม็กแบบ 3 ก้าน และ 6 ก้าน ได้ถูกนำเสนอถึงการวิเคราะห์ความเค้นรวมที่เกิดจากโหมดการสั่นที่ใกล้เคียงกัน โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการสร้างแบบจำลองทางพลศาสตร์ และพิสูจน์ยืนยันการทำนายด้วยการทดสอบโมดัลที่ให้เทคนิคในการแสดงโหมดการสั่นในหลายทิศทาง

ทวีพล พิรทรัพย์. การศึกษาพารามิเตอร์ที่มีผลต่อความถี่ธรรมชาติในเครื่องยนต์สันดาปภายในด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ผลการวิจัยพบว่า น้ำมันหล่อลื่นมีผลต่อค่าความถี่ธรรมชาติโดยทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติมีค่าห่างจากความถี่ใช้งานของเครื่องยนต์มาก และการเปลี่ยนชนิดของน้ำมันหล่อลื่นได้ผลมีค่าความถี่ธรรมชาติเท่ากัน ดังนั้นโอกาสเกิดการเสียหายอันเนื่องมาจากการสั่นพ้องไม่เกิดขึ้น โดยกรณีไม่ใช้น้ำมันหล่อลื่นและกรณีใช้น้ำมันหล่อลื่น

ยงยุทธ เนียมทรัพย์. การวิเคราะห์พฤติกรรมของโครงรถเพื่อเกษตรกรโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ทำการวิเคราะห์โครงรถในมิติต่างๆ ของตัวโปรแกรม ANSYS 8.1 ผลการวิจัยพบว่าโครงรถมีความถี่ธรรมชาติ 55.58 Hz และ 60.93Hz ไม่ตรงกับความถี่ใช้งานที่ให้แรงบิดสูงสุด 30 Hz ที่ความเร็วรอบเครื่องยนต์ 1,800 rpm และที่ความถี่ใช้งาน 46.67 Hz ที่ความเร็วรอบเครื่องยนต์ 2,800 rpm ระยะโก่งสูงสุดของโครงรถเมื่อรับน้ำหนักบรรทุกทุกแบบสถิติมีค่าเท่ากับ 0.910 mm ที่ความถี่

ธรรมชาติ 16.521 Hz เทียบกับการทดสอบโมดัลได้ผลอยู่ในเกณฑ์ของกรมขนส่งทางบกและโครงการรถ มีน้ำหนักลดลง 42 %จากโครงการเดิม

วิชิต บัวแก้ว. วิเคราะห์รถไถนาแบบเดินตามโดยเชิงพลศาสตร์เป็นอุปกรณ์ทดสอบ และใช้ค้อนเป็นอุปกรณ์ให้แรง การทดลองทำโดยการกำหนดจุดซ้ำ 54 จุด กำหนดค่าโคออดิเนทของแต่ละจุดซ้ำและเขียนต่อเชื่อมจุดซ้ำเพื่อให้ได้โครงสร้างรถไถนาแบบเดินตาม แขนงรถไถนาแบบเดินตามให้ลอยอยู่นิ่งในสภาพสมดุล แล้วใช้ค้อนเคาะและวัดฟังก์ชันถ่ายโอน จากนั้นจึงนำข้อมูลการวัดไปประมวลผลด้วยโปรแกรมวิเคราะห์โมดัลชื่อ BOPIT ผลการวิจัยพบว่า รถไถนาแบบเดินตามมีช่วงความถี่ธรรมชาติของตัวรถและล้ออยู่ห่างจากความถี่ช่วงใช้งานประมาณ 142 เท่า(ช่วงความถี่ที่ใช้งาน 40 เฮิรท์ เครื่องยนต์ดีเซลมีความเร็วรอบ 2400 รอบต่อนาที) การวิจัยนี้ทราบว่า ตัวรถและล้อได้รับการออกแบบเพื่อไว้มาก และอาจปรับปรุงให้สามารถลดต้นทุนในการผลิตลงโดยยังมีความแข็งแรงเพียงพอ

สมศักดิ์ ปรางทอง. ทำการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของโครงการรถสามล้อเครื่อง โดยทำการวิเคราะห์โมดัล ทดสอบโดยแบ่งชิ้นส่วนโครงการรถออกเป็น 9 ชิ้นส่วน 38 จุดซ้ำ แขนงโครงการรถให้ลอยอิสระเหนือพื้นในสภาวะสมดุล และใช้ค้อนเคาะวัดค่าฟังก์ชันถ่ายโอนที่วัดได้แต่ละจุด แปลงข้อมูลมาตรฐานเข้าประมวลผล โดยโปรแกรม LMS CADA PC version 1.2 ผลการวิจัยพบว่า ความถี่ธรรมชาติของโครงการรถเกิดขึ้นที่ความถี่ 20.18 Hz, 31.36 Hz และ 49.48 Hz ที่ความเร็วรอบของเครื่องยนต์ 2 สูบ 2 จังหวะ 606 rpm, 959 rpm และ 1484 rpm ตามลำดับ ซึ่งมีรูปร่างและขนาดการสั่นสะเทือนของโครงการรถที่ต้องแก้ไขจากความถี่พ้อง ซึ่งเป็นสาเหตุให้โครงการรถเกิดการสั่นสะเทือนก่อความรำคาญและเมื่อย่ำต่อผู้โดยสาร และผู้ขับขี่จากผลลัพธ์ที่ได้จึงนำมาพิจารณาแก้ไขแบบโดยการเสริมเหล็กฉากและเปลี่ยนชนิดวัสดุเป็นเหล็กแรงดึงสูง ที่บริเวณจุดโครงข้อหมุนต่างๆ ทำให้ความถี่ธรรมชาติเปลี่ยนไป 22.904 Hz หรือที่ความเร็วรอบเครื่องยนต์ 690 rpm ซึ่งเป็นความเร็วรอบที่ไม่ตรงกับความเร็วรอบใช้งาน และมีขนาดการสั่นสะเทือนน้อยลง

A.Hocknell; และคนอื่นๆ. วิเคราะห์หาฐานนิยมโดยวิธีโปรแกรม และการทดลองเคาะหาโมดัลทั่วไปหัวกอล์ฟออกแบบโดยการใช้แรงงานฝีมือเชี่ยวชาญจากนั้นทดสอบโดยหุ่นยนต์ และทดสอบโดยโปรกอล์ฟ คุณสมบัติทางกลมีความสัมพันธ์กับฟังก์ชัน กลายเป็นเหตุบังชี้การคำนวณรูปทรงที่ดีที่สุด การไม่มีความรู้สึกไม่ดีต่อการใช้งาน โดยการวิเคราะห์หาโมดัลโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และการเคาะหาความถี่ธรรมชาติหาความสัมพันธ์ของฐานนิยมจำนวน 3 ผิวหลัก หาข้อมูลที่ฐานนิยมต่างๆ โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และการวิเคราะห์สเปกตรัมที่ กลุ่มความถี่ต่างๆ การวัดอัตราเร่งจำลองจะได้รับการบ่งชี้เปรียบเทียบวิเคราะห์หัวกอล์ฟทั้ง 2 วิธี

M.Bagheri, A.A.Jafari. ถึงปีตรูปรทรงกระบอก การหาความแข็งแรงโดยการวิเคราะห์ความสั่นสะเทือนความถี่เป็นรูปวงแหวนเยื้องศูนย์กลางรูปทรงไม่แน่นอน และความแข็งแรงแต่ละช่วงไม่เท่ากัน ได้จากการค้นคว้า และการทดลองใช้ไลซ์ฟังก์ชัน(Ritz Functions) เป็นฟังก์ชันโพลีโนเมียล การไม่สม่ำเสมอของความแข็งแรงเกิดผลกระทบต่อการศึกษาความถี่ธรรมชาติ ผลลัพธ์แสดงว่าที่

ความแข็งแกร่งที่บ่งชี้การเพิ่มขึ้นของความถี่ธรรมชาติ สามารถการใช้กับการกระจายความแข็งแกร่งกับรูปร่างไม่สม่ำเสมอ วิธีการทดลองและการทดสอบ จะได้ตัวแปรโมดัล ความถี่ธรรมชาติ รูปร่างฐานนิยมและความหน่วงแต่ละฐานนิยม ผลลัพธ์คำนวณทางตรงเปรียบเทียบกับวิธีการทดลองมีความสอดคล้องกัน

Sooyong park; และคนอื่นๆ. การรับแรงดึงของชิ้นส่วนโครงสร้างได้เพิ่มขึ้นโดยทำการเปลี่ยนชิ้นส่วนทดแทน หรือจะเลือกการปรับปรุงโครงสร้างให้รับแรงได้มากขึ้น หลายๆวิธีจะต้องรับแรงสถิตและแรงพลศาสตร์ได้ มีวิธีการหนึ่งมีข้อเสียแต่เทียบเท่ากับการได้เปรียบ ได้แก่การใช้แท่งเหล็กกลมรับแรงดึงเพื่อเปลี่ยนความไวการรับโมดัล วิธีการนี้ไม่เป็นการเพิ่มรับแรงดึงของคาน แต่เป็นการปรับคุณสมบัติของคานในการรับความถี่ธรรมชาติ และการปรับตัวแปรรับแรงดึงของคาน การคำนวณโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และการทดลองพบว่าการเคาะที่ตำแหน่งไม่แน่นอนมีผลต่อตัวแปรที่เกิดขึ้น

Y.Kang; และคนอื่นๆ. เพลาช้อเหวียงแขวนอิสระไม่หมุน สืบค้นหาแรงคู่ควบได้แก่ แรงบิดควบการสั่นสะเทือนและแรงตามยาวควบการสั่น แบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์หา 2 อย่าง ได้แก่จำลองเป็นคานและจำลองเป็นของแข็งทรงตัน นำเพลาช้อเหวียง 2 ชุด วิเคราะห์โดยโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ และการทดสอบเคาะ ได้เปรียบเทียบข้อมูล 2 ชุด ใช้ความถี่ทดสอบ 2 ความถี่ธรรมชาติ และ 2 รูปร่างโหมด ผลพิสูจน์ได้ความละเอียดและความมีเหตุผล เข้าใกล้ทางทฤษฎีแสดงผลว่าเพลาช้อเหวียงเป็นลักษณะของแข็งมากกว่าความเป็นลักษณะคาน

สรุป การสั่นสะเทือนเกิดจากภาระกระทำทั้งแบบฮาร์โมนิกและแบบแรนดอม การวิเคราะห์โมดัลหาความถี่ธรรมชาติที่โหมดการสั่นที่ความถี่ต่างๆ งานชิ้นหนึ่งมีค่าความถี่ธรรมชาติค่าหนึ่งหรือหลายค่า หากค่าความถี่จากภาระงานพ้องกับค่าความถี่ธรรมชาติทำให้การสั่นมีค่ามาก ส่งผลต่อการรับความเค้นของเนื้อวัสดุการวิเคราะห์ค่าความถี่ธรรมชาติโดยการวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และการทดสอบโดยเครื่องมือหาความถี่ของวัสดุ การประยุกต์การหาจุดบกพร่องของโครงสร้าง การประเมินอายุงานของคมเครื่องมือ การวิเคราะห์ความเสียหายของอุปกรณ์ และวิเคราะห์ค่าความเค้นที่งานสามารถทนต่อความถี่นั้นได้

## บทที่ 3

### วิธีการดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติ และรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์-เอลิเมนต์ หาค่าความถี่ธรรมชาติโดยการทดลองและเปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดลอง วิธีวิจัยดำเนินการทดลอง มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

#### 1. อุปกรณ์และเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยโดยการทดลอง

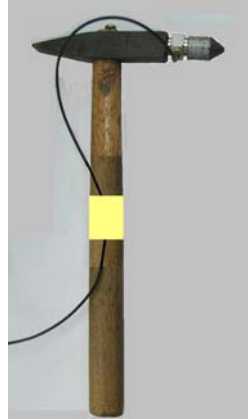
อุปกรณ์และเครื่องมือใช้ในการวิจัยเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติของเสื้อสูบโดยการทดลองมีรายละเอียดดังนี้

1. เสื้อสูบเครื่องยนต์แก๊สโซลีนสูบเดี่ยว 4 จังหวะ



ภาพประกอบ 26 ภาพถ่ายเสื้อสูบเครื่องยนต์แก๊สโซลีนสูบเดี่ยว

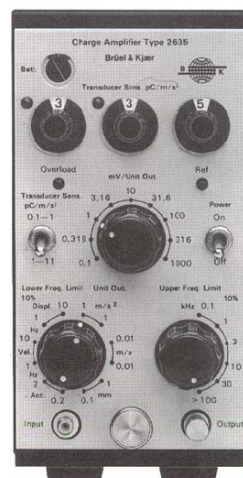
2. อุปกรณ์ส่งสัญญาณกระตุ้น(Force transducer) ยึดติดกับค้อนเคาะ(Impact hammer) โดยการวิจัยนี้จะใช้ค้อนเคาะส่งสัญญาณกระตุ้น อุปกรณ์นี้ทำหน้าที่เปลี่ยนพลังงานกลเป็นพลังงานไฟฟ้า



ภาพประกอบ 27 แสดงค้อนเคาะการทดลอง

3. อุปกรณ์รับสัญญาณออก (Accelerometer) โดยเมื่อได้รับสัญญาณจะเปลี่ยนการเคลื่อนที่ทางกล เป็นสัญญาณไฟฟ้าเข้าสู่เครื่องวิเคราะห์สัญญาณ ในการวิเคราะห์โมดัลนิยมใช้อุปกรณ์รับสัญญาณแบบอัตราเร่ง ลักษณะการทำงานเหมือนอุปกรณ์ส่งสัญญาณเข้าสู่ระบบ

4. เครื่องขยายสัญญาณ (Charge amplifier) เป็นอุปกรณ์ทำหน้าที่ขยายสัญญาณและกรองสัญญาณรบกวนทั้งเพื่อให้สัญญาณบริสุทธิ์เนื่องจากอุปกรณ์รับและส่งสัญญาณเป็นสัญญาณไฟฟ้าแรงดันระดับต่ำมาก และอาจจะมีสัญญาณรบกวนติดมาด้วย นอกจากนี้หากเปลี่ยนชุดอุปกรณ์เพิ่มเติม ยังสามารถวัดสัญญาณทางออกในรูปความเร็วและอัตราการเคลื่อนที่



แผงข้างหน้า



แผงด้านหลัง

ภาพประกอบ 28 เครื่องขยายสัญญาณ (Charge amplifier)



ภาพประกอบ 29 เครื่องวิเคราะห์สัญญาณ (Signal analyzer)

5. เครื่องวิเคราะห์สัญญาณ(Signal analyzer) ทำหน้าที่รับสัญญาณทางเข้าและสัญญาณทางออกที่ผ่านเครื่องขยายสัญญาณเข้ามายังเครื่องวิเคราะห์สัญญาณ โดยจะทำการกรองสัญญาณคุณสัญญาณหน้าต่าง และชุด A/D converter ตลอดจนทำการแปลงฟูเรียร์ การคำนวณฟังก์ชันถ่ายโอน เครื่องวิเคราะห์ยังสามารถแสดงผลการวัดและวิเคราะห์ในรูปแบบต่างๆได้ เช่น ผลลัพธ์ในเทอมของเวลา ความถี่ และลักษณะกราฟต่างๆ ตลอดจนสามารถบันทึกข้อมูลการวัด และส่งแสดงผลทางเครื่องพิมพ์ได้ การวิจัยนี้ใช้เครื่องวิเคราะห์สัญญาณของ Hewlett Packard รุ่น 3562A (Dynamic Signal Analyzer)

6. สายนำสัญญาณ (Transducer cable) เป็นสายที่มีสัญญาณรบกวนต่ำ (Mimi-noise cable) มีลักษณะหุ้มภายนอกด้วยเทปลอน โดยต่อเข้ากับระหว่างอุปกรณ์รับและส่งสัญญาณและเครื่องขยายสัญญาณ

7. เครื่องบันทึกข้อมูล

## 2. วิธีดำเนินการวิจัยโดยการทดลอง

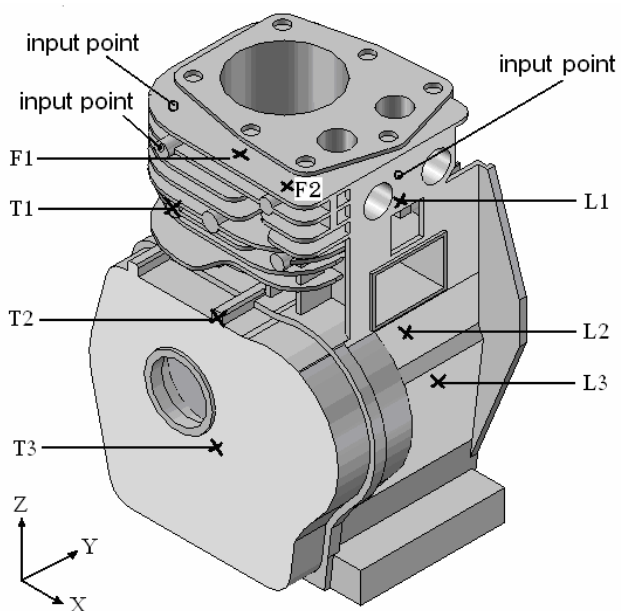
การหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยการทดลอง โดยเครื่องมือและอุปกรณ์การทดลองมีลำดับการทดลองดังต่อไปนี้

1. วางเสื่อสุบนแทนเหล็กแข็งเกร็ง และมีมวลมากต้านทานต่อการสั่นสะเทือน และยึดฐานของเสื่อสุบติดกับแท่นเหล็กอย่างแน่น

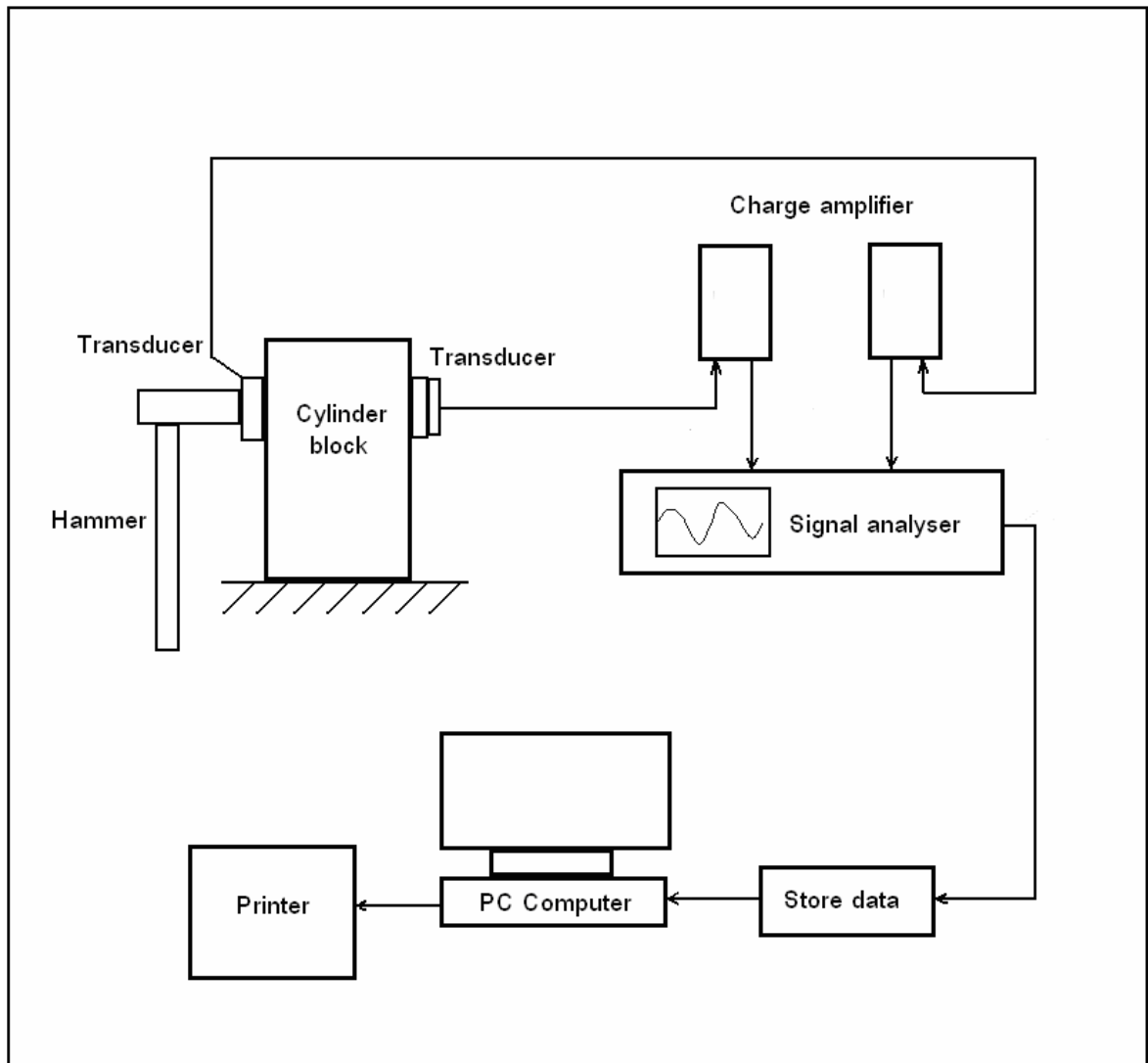
2. ติดตั้งชุดรับสัญญาณ(Response transducer) และต่อสายเข้ากับเครื่องขยายสัญญาณ (Charge amplifier)



ภาพประกอบ 30 ภาพถ่ายการยึดฐานของเสื่อสูบติดกับแท่นเหล็ก



ภาพประกอบ 31 แสดงการกำหนดจุดทดสอบ



ภาพประกอบ 32 แสดงผังอุปกรณ์ในการวิเคราะห์ความถี่ธรรมชาติ

3. กำหนดจุดเคาะทดลองที่ชิ้นงาน จุด L1 L2 และ L3 เป็นจุดทดสอบตามแนวแกน X (Longitudinal) ที่จุด T1, T2 และ T3 เป็นจุดทดสอบตามแนวแกน Y (Axes) จุด F1 และ F2 เป็นจุดทดสอบตามแนวแกน Z
4. ตรวจการต่อสายจากเครื่องขยายสัญญาณไปยังเครื่องวิเคราะห์สัญญาณ
5. ทำการใช้ค้อนเคาะ (Impact hammer) ออกแรงกระตุ้นส่งสัญญาณที่จุดวัดและรับสัญญาณออก ในทิศทาง X (Longitudinal) Y (Axes) และ Z ทำการเคาะด้วยค้อนส่งสัญญาณจุดละ 3 ครั้ง หัวรับสัญญาณจะส่งสัญญาณให้เครื่องขยายสัญญาณแรงขึ้นและส่งต่อไปยังเครื่องวิเคราะห์สัญญาณของ Hewlett Packard รุ่น 3562A (Dynamic Signal Analyzer) เครื่องวิเคราะห์สัญญาณจะหาค่าความถี่ธรรมชาติเฉลี่ยให้โดยอัตโนมัติ

6. บันทึกข้อมูลลงแผ่นดิสขนาด 1.44 เมกะไบท์

7. นำข้อมูลที่ได้แต่ละจุดจากการวัด แปลงเป็นข้อมูลมาตรฐาน (ASCII) และนำมาเขียนกราฟการวิเคราะห์ความถี่ แสดงผลและพิมพ์ออกมา

### 3. อุปกรณ์และเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

อุปกรณ์และเครื่องมือใช้ในการวิจัยเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดของเสื่อสูบโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มีรายละเอียดดังนี้

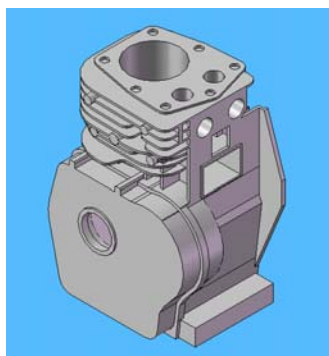
1. เครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณ และวิเคราะห์ โดยมีรายละเอียดดังนี้ Microsoft Window XP, CPU 1.73 GHz, Ram 1.2 GB, Hard Disk 160 GB
2. เสื่อสูบเครื่องยนต์แก๊สโซลีนสูบเดี่ยว 4 จังหวะ เพื่อการจำลองรูปทรงและวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด
3. เวอร์เนียร์คาร์ลิปเปอร์ ใช้ในการวัดขนาดเสื่อสูบ
4. โปรแกรม SolidWork2004 โปรแกรม MSC.Nastran2007 และโปรแกรมAnsys8.1

### 4. วิธีดำเนินการวิจัยโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ในขั้นตอนนี้ใช้วิธีดำเนินการวิจัยโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ เพื่อนำไปสู่ผลการวิจัยที่ได้จากการวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรม Msc.Nastran2007 และAnsys8.1 กระบวนการวิเคราะห์โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ได้แก่ ก่อนการประมวลผล (Preprocessor), การประมวลผล (Processor), แสดงผลลัพธ์จากการประมวลผล (Postprocessor) โดยแบ่งการวิเคราะห์เสื่อสูบ สำหรับโปรแกรม Msc.Nastran2007 เป็นลำดับแรก มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

#### 4.1 ก่อนการประมวลผล (Preprocessor)

1. ทำการวัดเสื่อสูบเครื่องยนต์โดยใช้เวอร์เนียร์คาร์ลิปเปอร์วัดขนาดส่วนต่างๆของเสื่อสูบซึ่งได้ขนาดส่วนต่างๆ จากนั้นจึงทำการจำลองชิ้นส่วนเครื่องยนต์โดยใช้โปรแกรม SolidWorks และบันทึกไฟล์เป็น Parasolid file (.x\_t) สำหรับโปรแกรม Msc.Patran2007 และ Iges file (.IGS) สำหรับโปรแกรม Ansys8.1

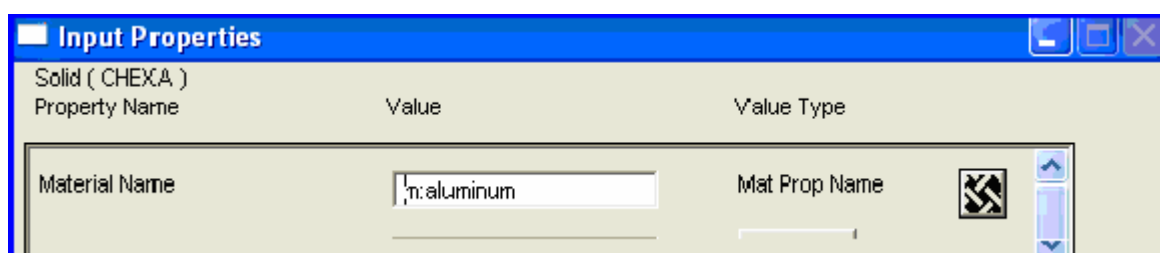


ภาพประกอบ 33 ภาพโมเดลจำลองเสื่อสูบ

2. เปิดโปรแกรม Msc.Patran ให้เป็นสเกลตามโปรแกรมจัดการให้โดยอัตโนมัติ ไม่ต้องเลือกสเกล แล้วกด OK, (โมเดลที่ถูกเรียกเข้ามาจะได้รับหน่วยโดยอัตโนมัติ) ทำการเริ่มต้นชิ้นงานใหม่ (New) โดยตั้งชื่อไฟล์ แล้วกด OK, ไฟล์ชนิดนี้มีนามสกุล .db ซึ่งเราจะเรียกดูได้ในการทำงานครั้งต่อไป ใช้คำสั่ง Import เรียกแบบโมเดลชนิด Parasolid file (.x\_t) จากตารางตรวจสอบการเข้ามาของข้อมูลว่าเป็นโมเดลชนิดใด จากนั้น OK, โมเดลที่เข้ามานี้ได้รับการตั้งชื่อโดยอัตโนมัติ เช่น Solid1 Solid2 เป็นต้น

3. การสร้างเมชท์ ไปที่เมนูเลือก Elements จากนั้นสร้างเลือก Create mesh Solid จากรูปแบบโมเดลโปรแกรมจะกำหนดให้เลือกการสร้างเมชท์ รูปแบบของเอลิเมนต์กรวยสามเหลี่ยม ชนิด 10 จุดต่อ(Tetrahedral Element) การกำหนดความยาวของเอลิเมนต์เริ่มการกำหนดความยาวของเอลิเมนต์ จากหยابก่อนไปหาละเอียดเพื่อหาคำตอบจากหยابไปหาละเอียด งานวิจัยนี้ใช้ความยาวของเอลิเมนต์ ได้แก่ 0.008 m, 0.007 m, 0.006 m, 0.005 m และ 0.004 m วิธีการแก้ปัญหาที่ทุกขนาดเมชท์มีขั้นตอนการทำงานเหมือนกันทุกขนาดเมชท์ ในที่นี้จะอธิบายที่เมชท์ 0.004 m ต่อไป เลือกชื่อโมเดลที่ต้องการสร้างเมชท์ หรือคลิกที่โมเดลแล้วสีของโมเดลจะเปลี่ยน จากนั้นเลือก Apply โปรแกรมจะคำนวณสร้างเมชท์ ถ้าการสร้างประสบผลสำเร็จจะปรากฏแสดงการถักเป็นตาข่ายที่โมเดล และเสื่อสุบส่วนที่เป็นอลูมิเนียมได้จำนวนเอลิเมนต์ 166,254 เอลิเมนต์และส่วนที่เป็นปลอกกระบอกสูบ ได้จำนวนเอลิเมนต์ 8,457 เอลิเมนต์ รวมเอลิเมนต์จำนวน 174,711 เอลิเมนต์

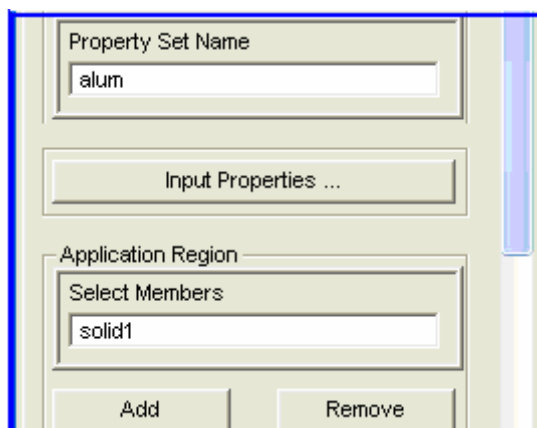
4. การกำหนดวัสดุเลือกเมนู Materials เลื่อนไปคำสั่ง Create Isotopic manual Input ตั้งชื่อวัสดุ (Material Name) ลงในช่องว่าง จากนั้นใส่คุณสมบัติของวัสดุ (Input Properties) ในที่นี้เป็น Aluminum- Alloy มีค่าความหนาแน่นมวล  $2710 \text{ Kg/m}^3$  มีค่าโมดูลัสยืดหยุ่น  $73.1 \text{ GPa}$  และอัตราส่วนปัวซอง 0.33 คลิก OK, และApply เหล็กหล่อกราไฟต์มีค่าความหนาแน่นมวล  $7210 \text{ Kg/m}^3$  มีค่าโมดูลัสยืดหยุ่น  $138 \text{ GPa}$  และอัตราส่วนปัวซอง 0.20 วัสดุที่คำสั่งนี้เป็นการกำหนดค่าเท่านั้นยังไม่มีความสัมพันธ์กับโมเดล



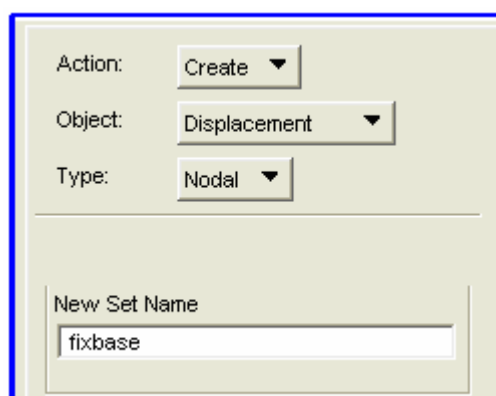
ภาพประกอบ 34 แสดงค่าการเลือกวัสดุ

5. การกำหนดคุณสมบัติของวัสดุให้กับโมเดล ให้เลือกเมนู Properties แล้วเลือก Create 3D Solid จากนั้นตั้งชื่อลงในช่องว่างคำว่า (Property Set Name) จากนั้นคลิกที่ Input properties

แล้วเลือกวัสดุที่กำหนดไว้แล้วในตาราง จะปรากฏชื่อวัสดุที่เราตั้งไว้ คลิกชื่อแล้วโอเค จากนั้นเลือกโมเดลหรือใส่ชื่อโมเดล (Select Members) เมื่อใส่ชื่อแล้วคลิก Add และคลิก Apply



ภาพประกอบ 35 การกำหนดวัสดุให้กับชิ้นงาน

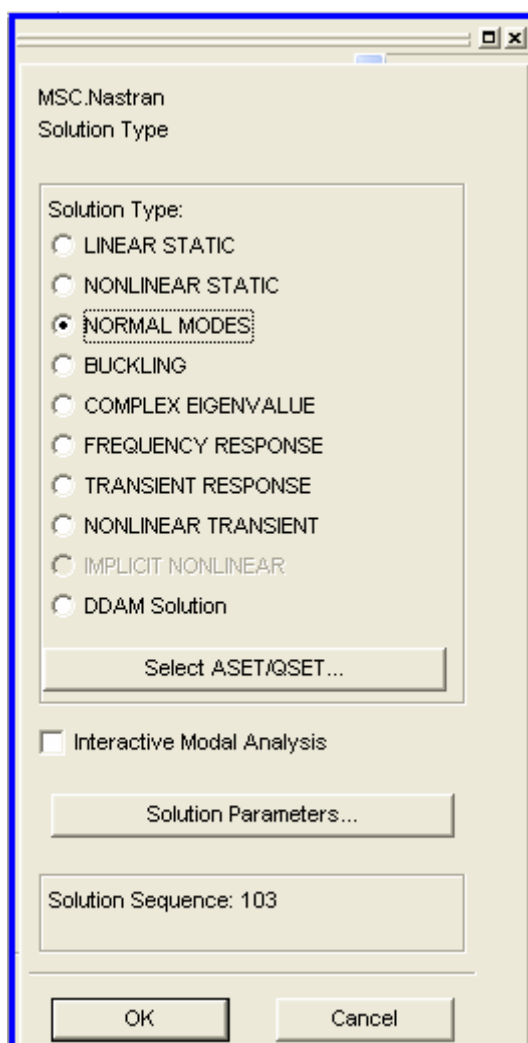


ภาพประกอบ 36 เมนู Load/BCs

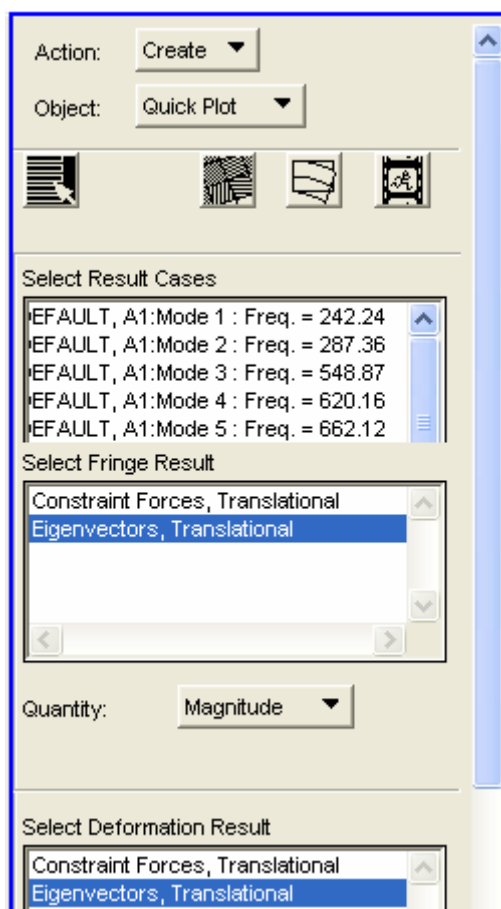
6. การวิเคราะห์แบบการยึดแน่นที่ฐานสี่เหลี่ยม โปรแกรมมีคำสั่งให้ยึดจุดต่างๆของชิ้นงานไม่ให้เคลื่อนที่ โดยที่เมนูเลือก Load/BCs และ Create Displacement Nodal ตั้งชื่อจุดยึด แล้วเลือก Input data ให้ T1, T2 และ T3 ใส่ค่าเป็นศูนย์ (0 0 0) ส่วนการหมุน(R) ไม่ต้องใส่ตัวเลข จากนั้นโอเคต่อไปคลิกที่ Select Application Region ให้เลือกผิวที่จะยึดโดยจะเลือกผิวที่ฐาน ซึ่งง่ายต่อการคลิกตำแหน่งและเลือกจุดที่ต้องการ จากนั้น Add และ Apply ถ้าการทำงานถูกต้องจะปรากฏตำแหน่งที่เลือกไว้บนรูปโมเดล

#### 4.2 การประมวลผล (Processor)

เลือกการวิเคราะห์ (Analysis) จะปรากฏเมนูในหัวข้อ Analysis และ Analyze ให้ใส่ชื่อ งานที่จะวิเคราะห์หรือจะใช้ชื่อที่โปรแกรมตั้งให้ซึ่งเหมือนช่วงการเริ่มต้น จากนั้นเลือก Solution type โดยให้เลือกแบบ Normal Modes เพื่อหาความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด จากนั้นโอเค และ Apply โปรแกรมจะคำนวณจนกระทั่งเสร็จ จะได้ยินเสียงเตือนของเครื่อง ผลของการคำนวณจะถูกเก็บไว้เป็น ไฟล์ซึ่งจะต้องเรียกมาใช้ จากส่วนบนของเมนูนี้เลื่อนไปที่ Access Results และคลิก Select Results File ให้เลือกไฟล์นามสกุล .xdb จากนั้น OK และ Apply



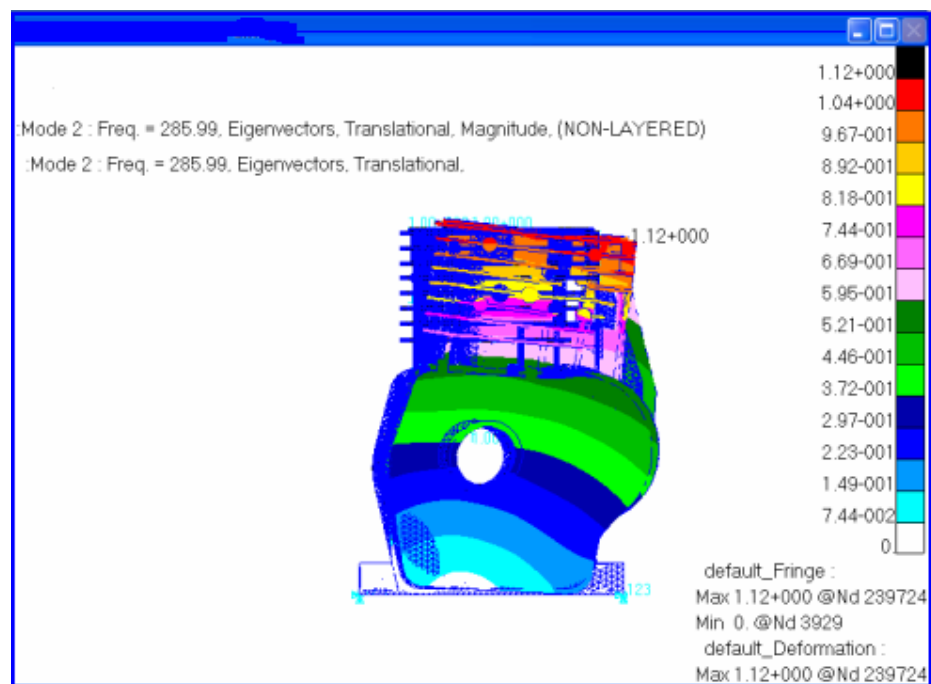
ภาพประกอบ 37 แสดงการเลือกการวิเคราะห์แบบโหมดปกติ



ภาพประกอบ 38 การแสดงผลลัพธ์

#### 4.3 แสดงผลลัพธ์จากการประมวลผล (Postprocessor)

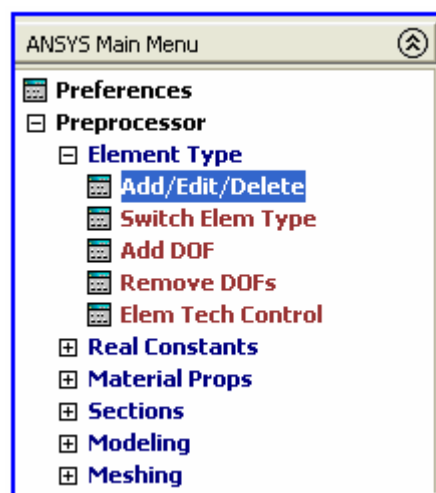
เลือกมาที่เมนู Results การนำผลการวิเคราะห์นำมาแสดง Create , Quick Plot เป็นกราฟิกโดยจะแสดงโหมดของการวิเคราะห์ โดยลำดับของโหมดจะเรียงต่อกัน จะต้องคลิกโหมดที่ต้องการแสดงการรูปร่างโหมด



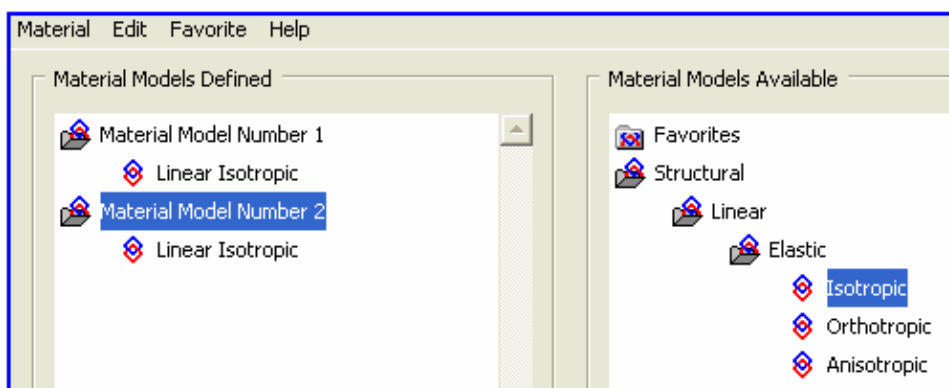
ภาพประกอบ 39 ภาพความถี่และรูปร่างโหมด Msc.Nastran2007

การวิเคราะห์เสถียรภาพ สำหรับโปรแกรม Ansys8.1 เป็นลำดับที่สอง มีรายละเอียดดังต่อไปนี้  
4.4 ก่อนการประมวลผล (Preprocessor)

1. เปิดโปรแกรม Ansys8.1 จากนั้น Import เรียกแบบโมเดลชนิด Iges file (.IGS) โมเดลปรากฏเป็นแบบจำลอง เลือก Preferences ชนิด Structure, เลือก Preprocessor, Elements Type, Add/edit/delete คลิกAdd จะปรากฏรายการชนิดของแบบจำลอง เลือก Solid Tet187



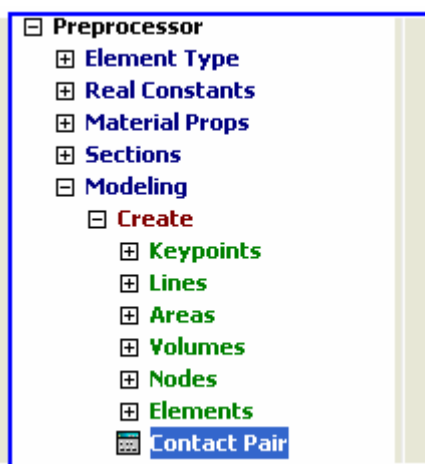
ภาพประกอบ 40 การเลือกเมนู Preprocessor



ภาพประกอบ 41 การเลือกเมนูลงวัสดุ

2. การกำหนดวัสดุเลือกเมนู Materials Props, Materials Models จะปรากฏเมนูย่อยเลือก Structural, Linear, Elastic และ Isotropic จากนั้นใส่คุณสมบัติของวัสดุ ในช่องข้อมูล โปรแกรมจะให้เติม ค่าโมดูลัสยืดหยุ่น (EX) อัตราส่วนปัวซอง(PRXY) และความหนาแน่น(Density) ในที่นี้เป็น Aluminum-Alloy มีค่าความหนาแน่นมวล  $2710 \text{ Kg/m}^3$  มีค่าโมดูลัสยืดหยุ่น  $73.1 \text{ GPa}$  และอัตราส่วนปัวซอง 0.33 เหล็กหล่อกราไฟท์มีค่าความหนาแน่นมวล  $7210 \text{ Kg/m}^3$  มีค่าโมดูลัสยืดหยุ่น  $138 \text{ GPa}$  และอัตราส่วนปัวซอง 0.20

3. ที่เมนู Preprocessor เลือก Meshing, Mesh tool จะปรากฏรายการเลือกข้อมูลกำหนดสร้าง Mesh ชนิด Tetrahedral เลือก Volumes และ Size Controls งานวิจัยนี้ใช้ความยาวของเอลิเมนต์ ได้แก่ 8 mm, 7 mm, 6 mm, 5 mm และ 4mm วิธีการแก้ปัญหาที่ทุกขนาดเมชที่มีขั้นตอนการทำงานเหมือนกันทุกขนาดเมชที่ ในที่นี้จะอธิบายที่เมชที่ขนาด 4 mm (0.004m) ส่วน Size Controls ตั้งความยาวเอลิเมนต์คลิก Set ขนาด 4 mm ออกจากส่วนนี้แล้วไป Mesh ที่เลือก

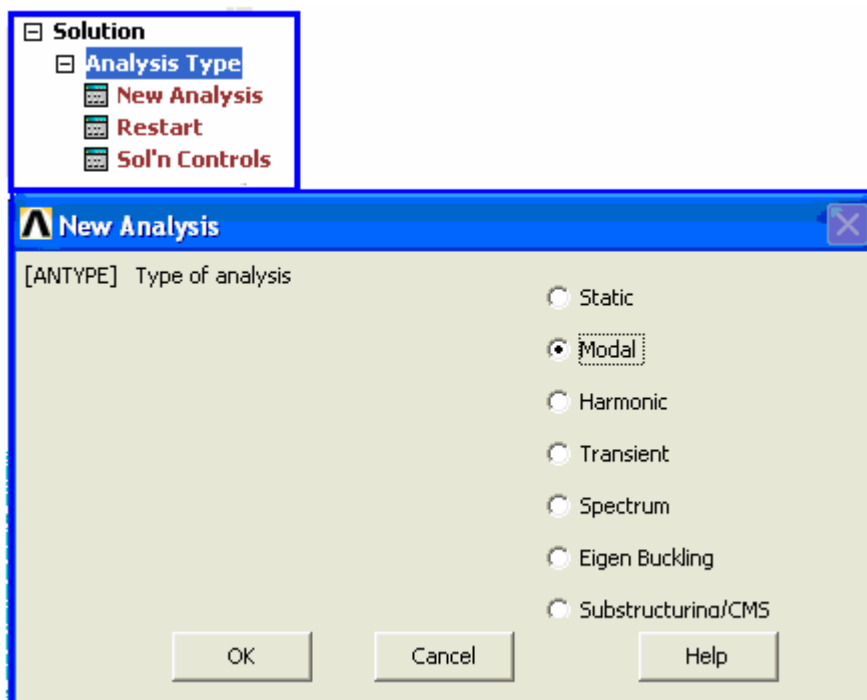


ภาพประกอบ 42 เมนู Modeling

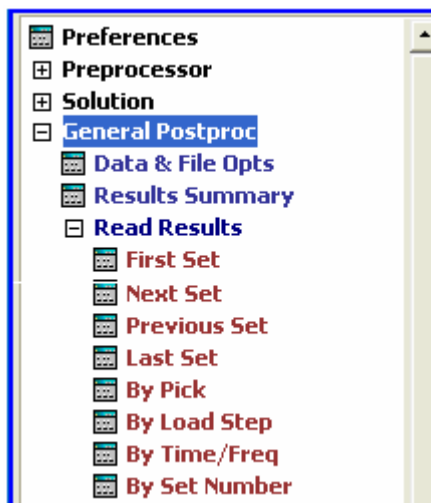
ชิ้นงานสร้างเมชท์ โปรแกรมสร้างเสร็จเป็นตาข่าย และเสื่อสอบส่วนที่เป็นอลูมิเนียมได้จำนวนเอลิเมนต์ 69,520 เอลิเมนต์และปลอกกระบอกสูบได้จำนวนเอลิเมนต์ 4,917 เอลิเมนต์ รวมเอลิเมนต์จำนวน 74,437 เอลิเมนต์ เลือก Modeling, Create, Contact pair ชิ้นงาน 2 ชิ้นสัมพันธ์กัน

#### 4.5 การประมวลผล (Processor)

ขบวนการแก้ปัญหา(The Solution Processor) เลือกเมนู Solution, AnalysisType,New Analysis วิเคราะห์แบบ Modal ปรับข้อมูลประกอบการวิเคราะห์ (Analysis Option) เป็น Block Lanczos, จำนวนโหมด ความถี่เริ่มต้นและความถี่สุดท้าย เงื่อนไขการวิเคราะห์ยึดที่ฐานเสื่อสอบให้ แน่นเลือกเมนู Solution, Define Loads, ,Apply, Structural, displacement เลือกยึดผิวล่างของเสื่อสอบ และหาคำตอบ (Solve)



ภาพประกอบ 43 เมนูSolution และเลือกวิเคราะห์แบบโมดัล



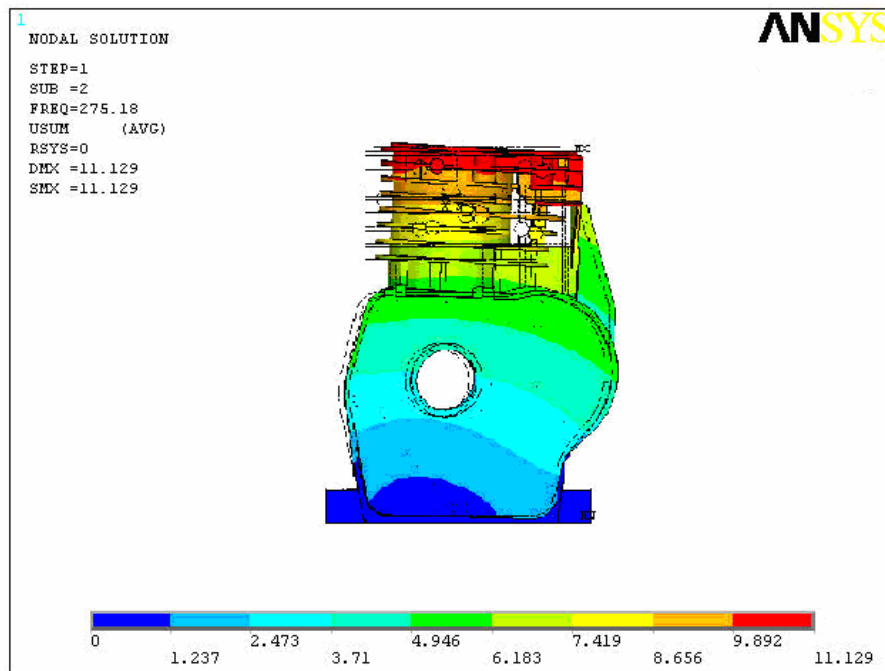
ภาพประกอบ 44 ภาพเมนู General Postprocessor

#### 4.6 แสดงผลลัพธ์จากการประมวลผล (Postprocessor)

1. การแสดงผลเลือกเมนู General Postprocessor โปรแกรมสามารถแสดงผล เช่น ผลลัพธ์รวม โหมดที่ ความถี่ธรรมชาติ กราฟแท่ง กราฟเส้น เป็นต้น

SET,LIST Command				
File				
***** INDEX OF DATA SETS ON RESULTS FILE *****				
SET	TIME/FREQ	LOAD STEP	SUBSTEP	CUMULATIVE
1	240.18	1	1	1
2	275.18	1	2	2
3	595.09	1	3	3
4	657.49	1	4	4
5	798.11	1	5	5

ภาพประกอบ 45 คำตอบรวม(Results Summary)



ภาพประกอบ 46 ภาพแสดงผลกราฟฟิค Ansys8.1

## บทที่ 4

### ผลการวิจัย

การวิเคราะห์พฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเสื่อสูบเครื่องยนต์แก๊สโซลีนสูบเดี่ยวโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดลองได้ผลการวิเคราะห์ประกอบด้วย

1. ผลการหาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
2. ผลการหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยการทดลอง
3. ผลการเปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติ โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดลอง

#### 1. ผลการหาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

การหาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยการใช้โปรแกรม MSC.Nastran2007 และโปรแกรม Ansys8.1 วิเคราะห์เสื่อสูบเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมด โดยยึดเน้นที่ฐานของเสื่อสูบ ได้ผลลัพธ์จำนวนโหมดและค่าความถี่ธรรมชาติตามตาราง 1 มีค่าความถี่ธรรมชาติเป็น Hz

ตาราง 1 ผลลัพธ์การหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เมชที่ 0.004 m

Mode	Msc.Nastran Natural Frequency (Hz)	Ansys Natural Frequency (Hz)	Difference %
1	242.24	240.18	0.86
2	287.36	275.18	4.43
3	548.87	595.09	7.76
4	620.16	657.49	5.68
5	662.12	798.11	15.91

จากตาราง 1 พบว่าความถี่ธรรมชาติโหมดที่ 1 ของเสื่อสูบเครื่องยนต์แก๊สโซลีนสูบเดี่ยวที่ได้จากโปรแกรม Msc.Nastran2007 มีค่าเท่ากับ 242.24 Hz และได้จากโปรแกรม Ansys8.1 มีค่าเท่ากับ 240.18 Hz มีความแตกต่าง(Difference) เท่ากับ 0.86 % ซึ่งมีความแตกต่างน้อยที่สุดเมื่อเทียบกับความแตกต่างโหมดอื่นๆ

โหมดที่ 2 โปรแกรม Msc.Nastran2007 วิเคราะห์หาค่าได้ความถี่ธรรมชาติ 287.36 Hz และโปรแกรม Ansys8.1 วิเคราะห์หาค่าได้ความถี่ธรรมชาติ 275.18 Hz มีความแตกต่างเท่ากับ 4.43 %

โหมดที่ 3 โปรแกรม Msc.Nastran2007 วิเคราะห์หาค่าได้ความถี่ธรรมชาติ 548.87 Hz และโปรแกรม Ansys8.1 วิเคราะห์หาค่าได้ความถี่ธรรมชาติ 595.09 Hz มีความแตกต่างเท่ากับ 7.76 %

โหมดที่ 4 โปรแกรม Msc.Nastran2007 วิเคราะห์หาค่าได้ความถี่ธรรมชาติ 620.16 Hz และโปรแกรม Ansys8.1 วิเคราะห์หาค่าได้ความถี่ธรรมชาติ 657.49 Hz มีความแตกต่างเท่ากับ 5.68 %

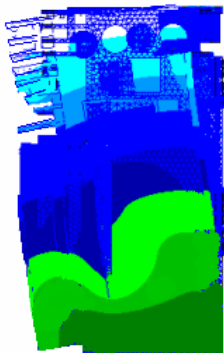
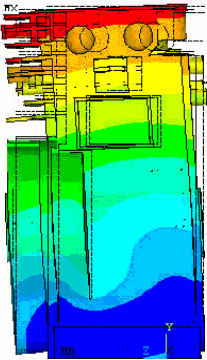

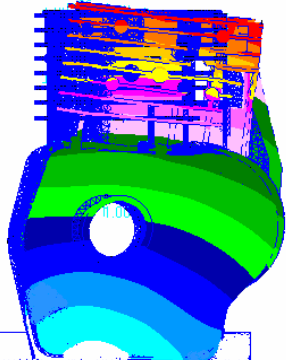
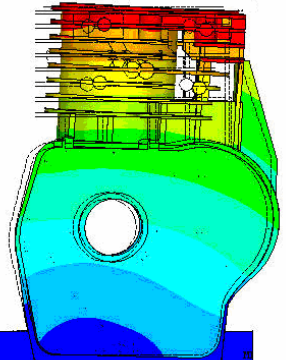
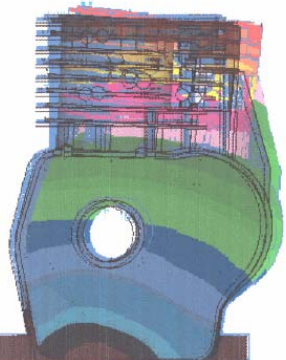
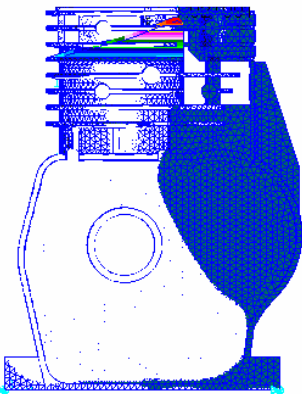
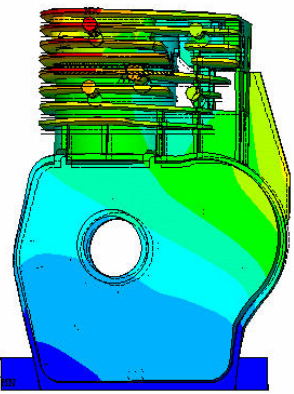
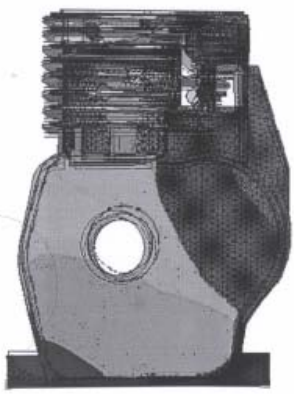
โหมดที่ 5 โปรแกรม Msc.Nastran2007 วิเคราะห์หาค่าได้ความถี่ธรรมชาติ 662.12 Hz และโปรแกรม Ansys8.1 วิเคราะห์หาค่าได้ความถี่ธรรมชาติ 798.11 Hz มีความแตกต่างเท่ากับ 15.91 %

เมื่อนำค่าการเปรียบเทียบความถี่ธรรมชาติได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จากโปรแกรม Msc.Nastran2007 และโปรแกรม Ansys8.1 ทั้งหมดนำมาหาค่าเฉลี่ยความแตกต่าง ได้ค่าเฉลี่ยความแตกต่าง 6.93 %

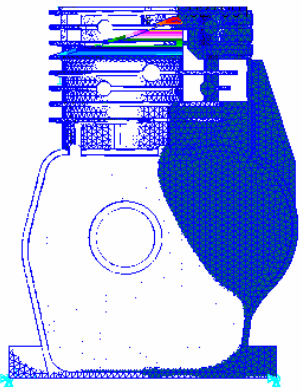
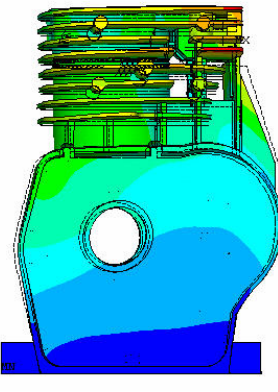
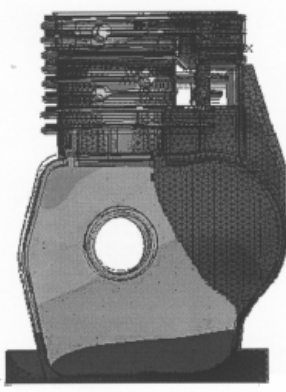
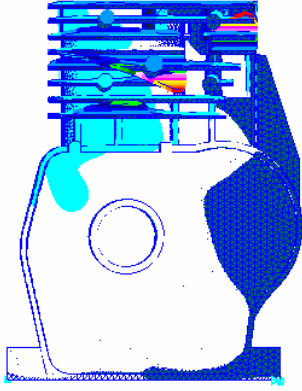
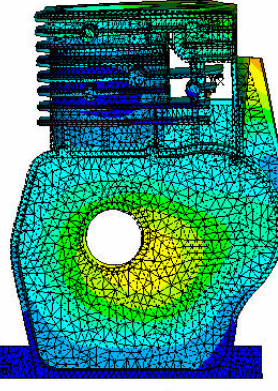
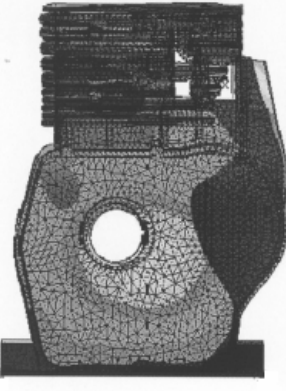
ขณะที่ความถี่ใช้งานสูงสุดของเครื่องยนต์แก๊สโซลีนสูบเดี่ยวมีค่าเท่ากับ 30 Hz ซึ่งหมายความว่าความถี่ธรรมชาติโหมดที่ 1 มีค่ามากกว่าความถี่ใช้งานโอกาสที่เสื่อสูบจะเกิดความเสียหายจากความถี่พ้องจึงไม่มีและไม่มีผลต่อการใช้งานของเสื่อสูบเครื่องยนต์แก๊สโซลีนสูบเดี่ยว

จากภาพประกอบ 47 ภาพเปรียบเทียบรูปร่างโหมดได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ที่เมชท์ 0.004 m วิเคราะห์โดยโปรแกรม Msc.Nastran2007 และโปรแกรม Ansys8.1 ในโหมดที่ 1 เป็นภาพฉายด้านข้างแสดงรูปร่างโหมดเป็นการเคลื่อนที่ตามแนวแกนเพลลา (Axes Translational) สังเกตได้ว่าฐานเสื่อสูบไม่เคลื่อนที่และพบว่ารูปร่างโหมดสอดคล้องกัน โหมดที่ 2 เป็นภาพฉายด้านหน้าแสดงรูปร่างโหมดเป็นการเคลื่อนที่ตามแนวยาว (Longitudinal Translation) และพบว่ารูปร่างโหมดสอดคล้องกัน ส่วนโหมดที่ 3, 4 และ 5 เป็นภาพฉายด้านหน้าแสดงรูปร่างโหมดเป็นการเคลื่อนไหวของคิรบรรยายความร้อนมากกว่าส่วนอื่นๆ ฐานเสื่อสูบไม่เคลื่อนที่ และพบว่ารูปร่างโหมดสอดคล้องกัน

ภาพประกอบ 47 ภาพ 2 มิติเปรียบเทียบรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์ 0.004 m

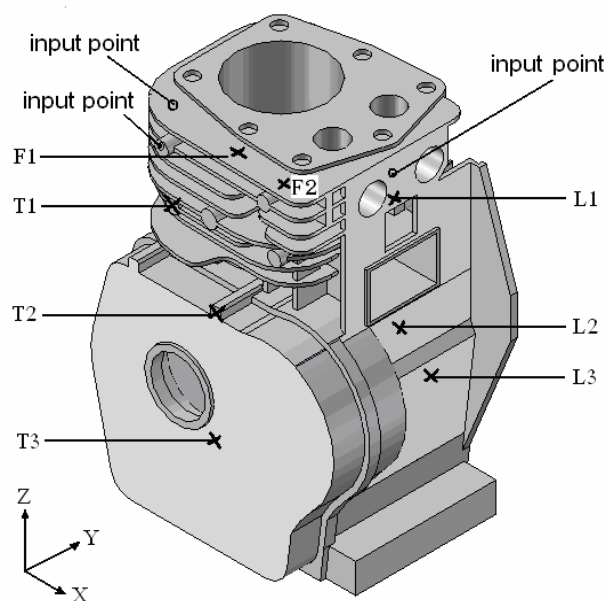
Mode	Msc.Nastran2007	Ansys8.1	compare
1	 <p>242.24 Hz</p>	 <p>240.18 Hz</p>	
2	 <p>287.36 Hz</p>	 <p>275.18Hz</p>	
3	 <p>548.87 Hz</p>	 <p>595.09 Hz</p>	

ภาพประกอบ 47(ต่อ) ภาพ 2 มิติเปรียบเทียบรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เมชท์0.004m

Mode	Msc.Nastran2007	Ansys8.1	compare
4	 <p>620.16 Hz</p>	 <p>657.49 Hz</p>	
5	 <p>662.12 Hz</p>	 <p>798.11 Hz</p>	

## 2. ผลการหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยการทดลอง

การวิเคราะห์เส้นสูบเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยการทดลอง การวิเคราะห์หาตามแนวยาว (Longitudinal) ที่จุด L1, L2 และ L3 ได้ค่าความถี่ธรรมชาติ 320 Hz ตามแนวแกนเพลลา(Axes) ที่จุด T1, T2 และ T3 ได้ค่าความถี่ธรรมชาติ 242.5 Hz การหาความถี่ที่ครีบน้ำมันสุดของเส้นสูบที่ทำการทดลองที่จุด F1 และ F2 ได้ค่าความถี่ธรรมชาติ 545 Hz, 675 Hz และ 785 Hz ตามลำดับ

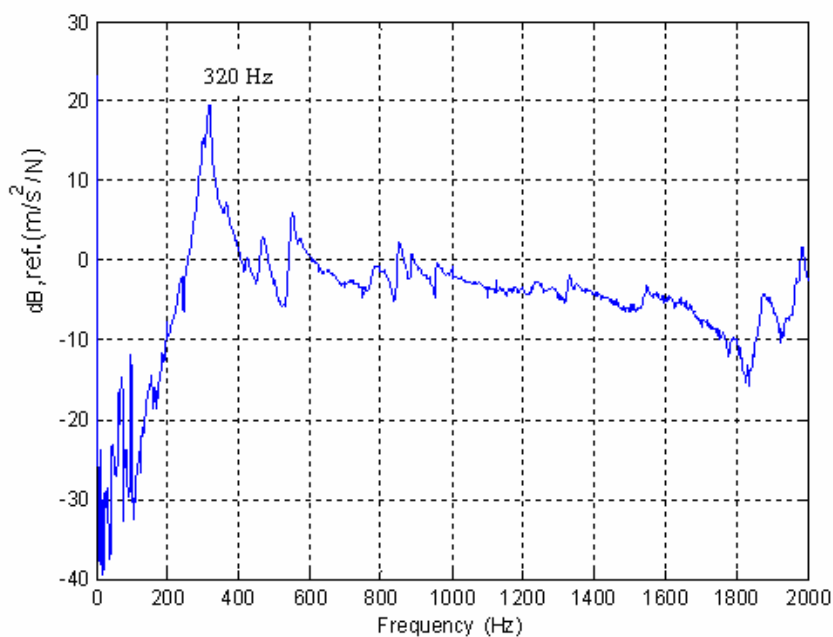


ภาพประกอบ 48 แสดงจุดทดสอบ

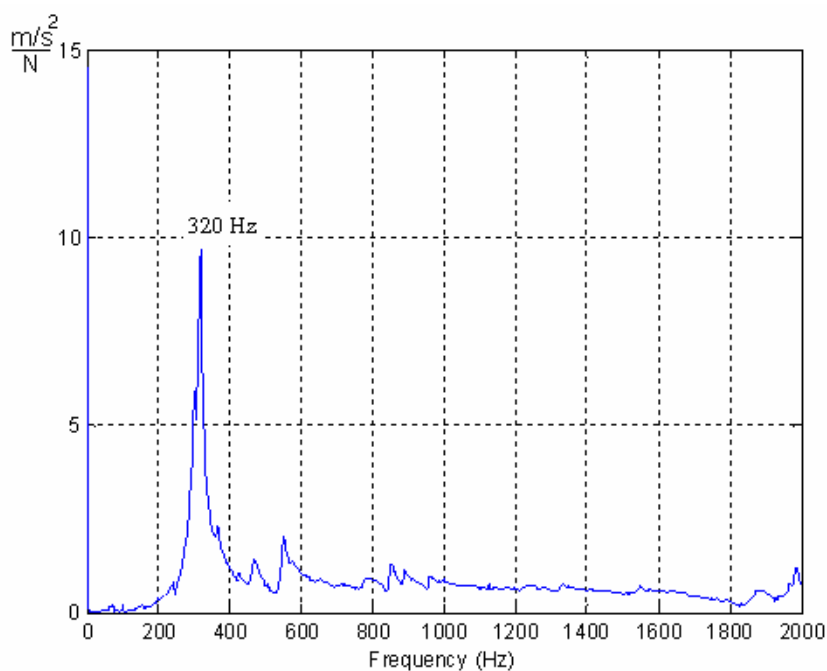
ตาราง 2 ผลลัพธ์การหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยการทดลอง

Mode	Experiment Natural Frequency (Hz)
1	242.5
2	320
3	545
4	675
5	785

จากตาราง 2 พบว่า โหมดที่ 1 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 242.5 Hz ตามแนวแกนเพลลา(Axes) โหมดที่ 2 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 320 Hz ตามแนวยาว(Longitudinal) โหมดที่ 3, 4 และ 5 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 545 Hz, 675 Hz และ 785 Hz ตามลำดับ ที่ครีบริบายความร้อน

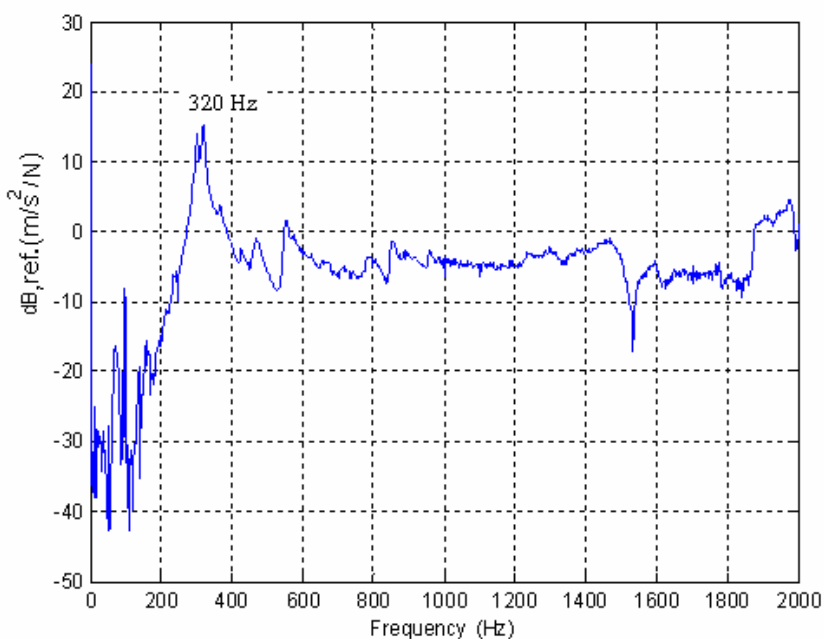


ภาพประกอบ 49 สัญญาณการกระตุ้นความถี่ที่ L1

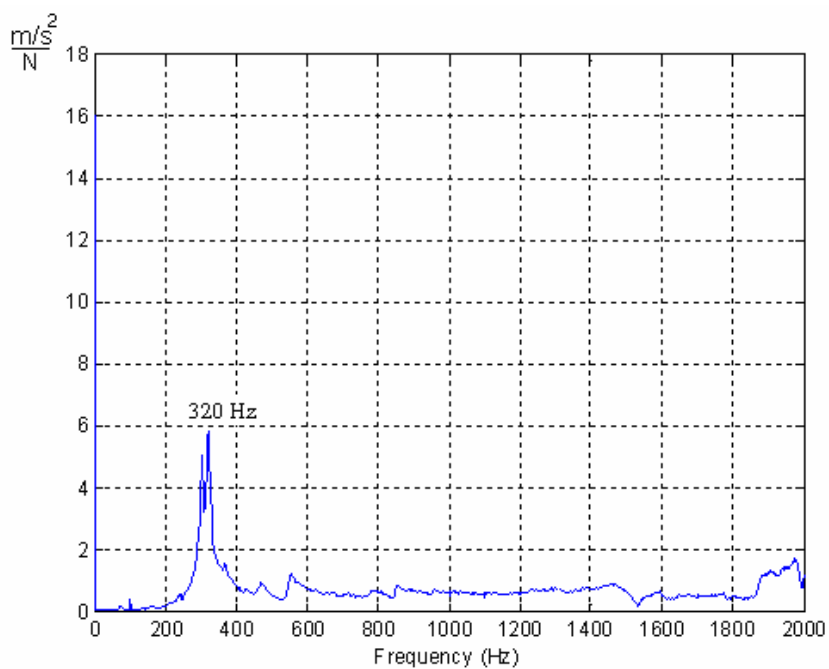


ภาพประกอบ 50 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ L1

จากภาพประกอบ 49 การใช้ค้อนเคาะกระตุ้นเพื่อกำเนิดสัญญาณการส่งความถี่ที่ L1 ตามแนวยาว (Longitudinal) พบความถี่ธรรมชาติ 320 Hz มีขนาดสัญญาณ 19.6 dB,ref.(m/s<sup>2</sup>/N) และจากภาพประกอบ 50 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ L1 พบความถี่ธรรมชาติ 320 Hz มีขนาดสัญญาณ 9.5 m/s<sup>2</sup>/N

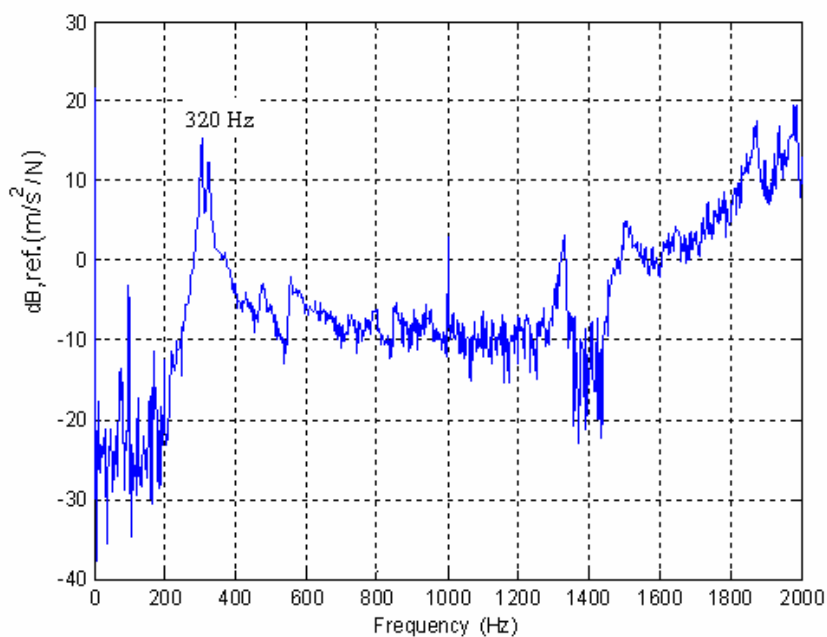


ภาพประกอบ 51 สัญญาณการส่งความถี่ที่ L2

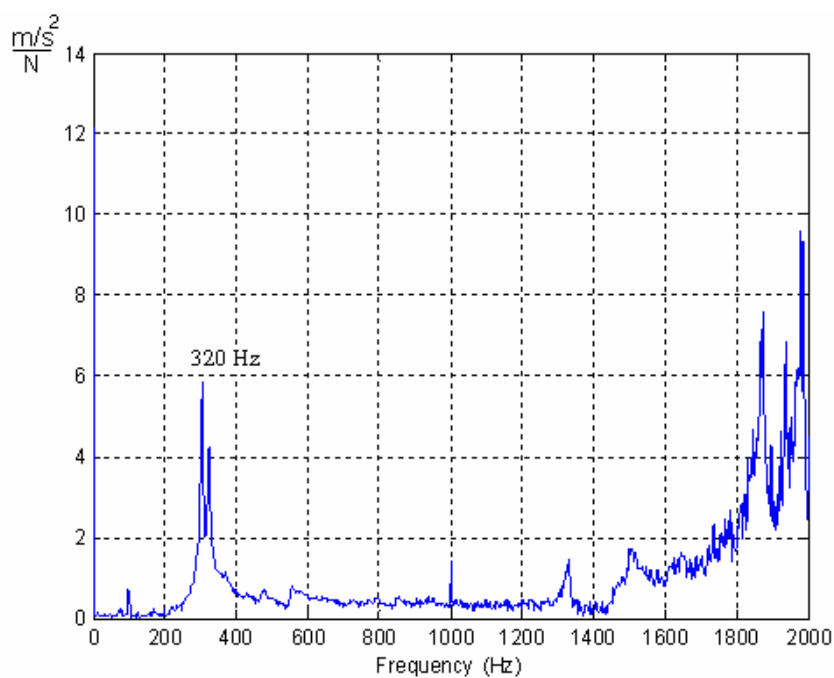


ภาพประกอบ 52 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ L2

จากภาพประกอบ 51 การใช้ค้อนเคาะกระตุ้นเพื่อกำหนดสัญญาณการส่งความถี่ที่ L2 ตามแนวยาว (Longitudinal) พบความถี่ธรรมชาติ 320 Hz มีขนาดสัญญาณ 15 dB,ref.(m/s<sup>2</sup>/N) และจากภาพประกอบ 52 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ L2 พบความถี่ธรรมชาติ 320 Hz มีขนาดสัญญาณ 5.8 m/s<sup>2</sup>/N

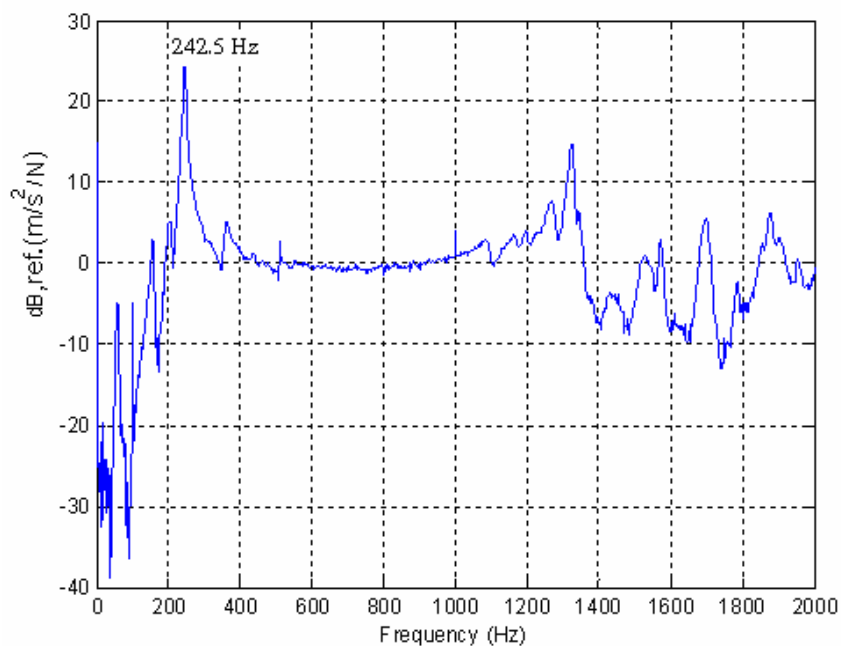


ภาพประกอบ 53 สัญญาณการส่งความถี่ที่ L3

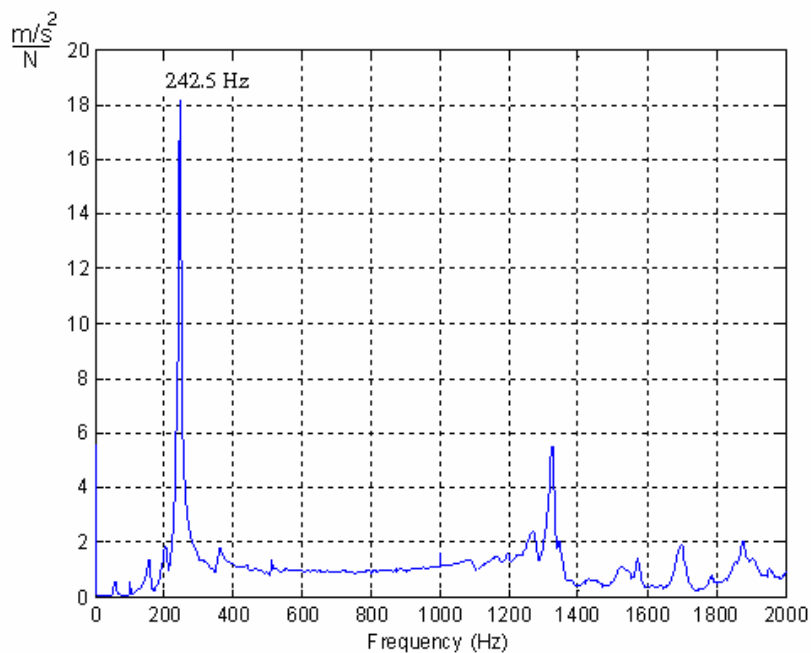


ภาพประกอบ 54 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ L3

จากภาพประกอบ 53 การใช้ค้อนเคาะกระตุ้นเพื่อกำหนดสัญญาณการส่งความถี่ที่ L3 ตามแนวยาว(Longitudinal) พบความถี่ธรรมชาติ 320 Hz มีขนาดสัญญาณ 16 dB,ref.(m/s<sup>2</sup>/N) และจากภาพประกอบ 54 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ L3 พบความถี่ธรรมชาติ 320 Hz มีขนาดสัญญาณ 5.9 m/s<sup>2</sup>/N

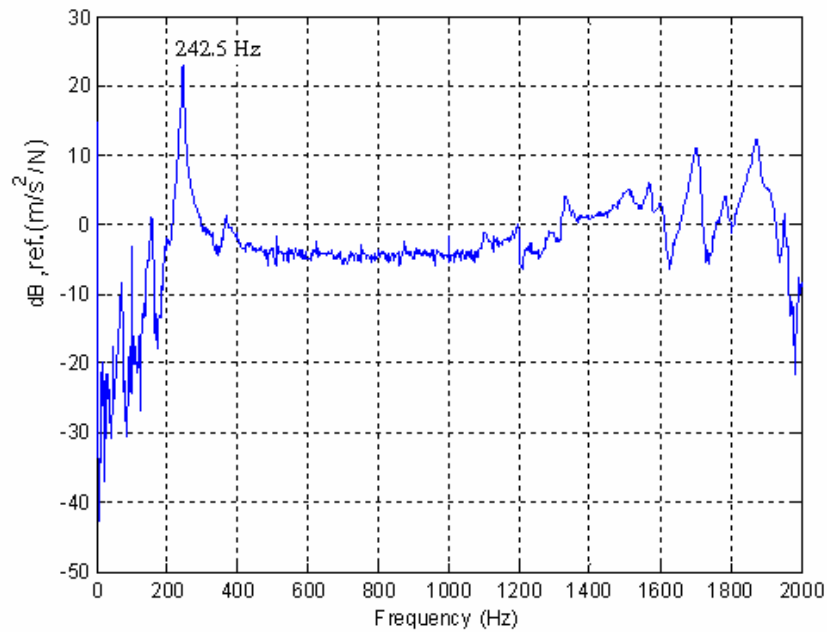


ภาพประกอบ 55 สัญญาณการส่งความถี่ที่ T1

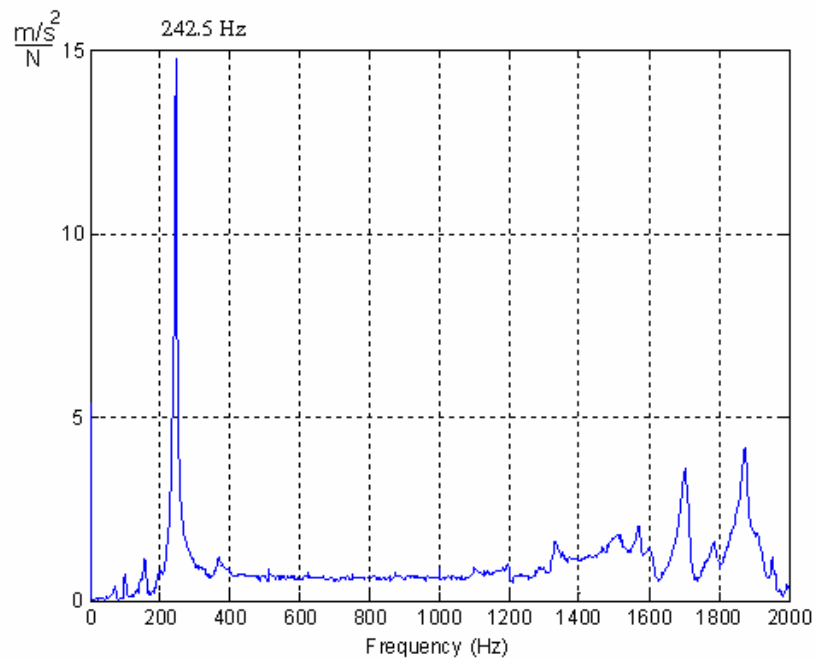


ภาพประกอบ 56 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ T1

จากภาพประกอบ 55 การใช้ค้อนเคาะกระตุ้นเพื่อกำเนิดสัญญาณการส่งความถี่ที่ T1 ตามแนวแกนเพลลา (Axes) พบความถี่ธรรมชาติ 242.5 Hz มีขนาดสัญญาณ 25 dB,ref.(m/s<sup>2</sup>/N) และจากภาพประกอบ 56 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ T1 พบความถี่ธรรมชาติ 242.5 Hz มีขนาดสัญญาณ 18 m/s<sup>2</sup>/N

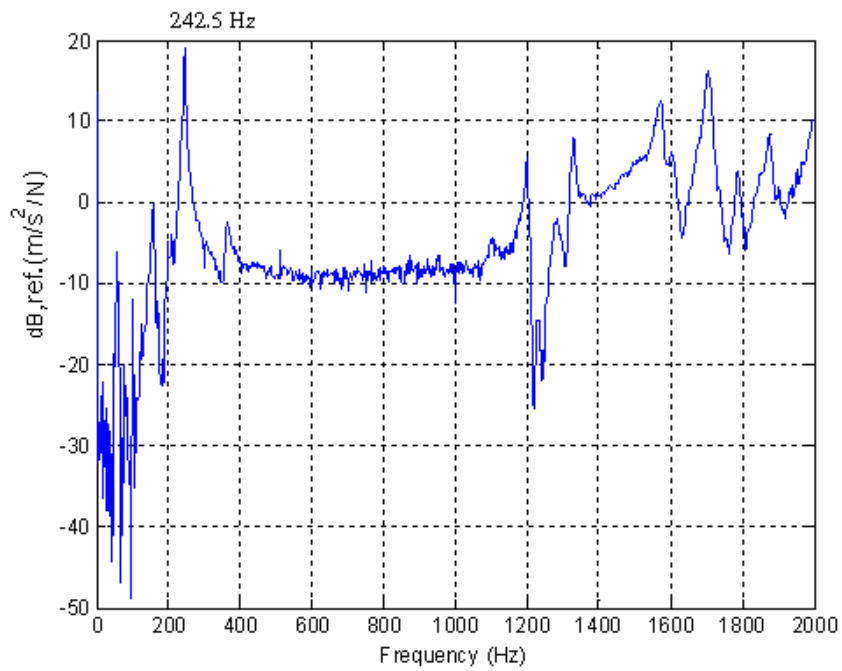


ภาพประกอบ 57 สัญญาณการส่งความถี่ที่ T2

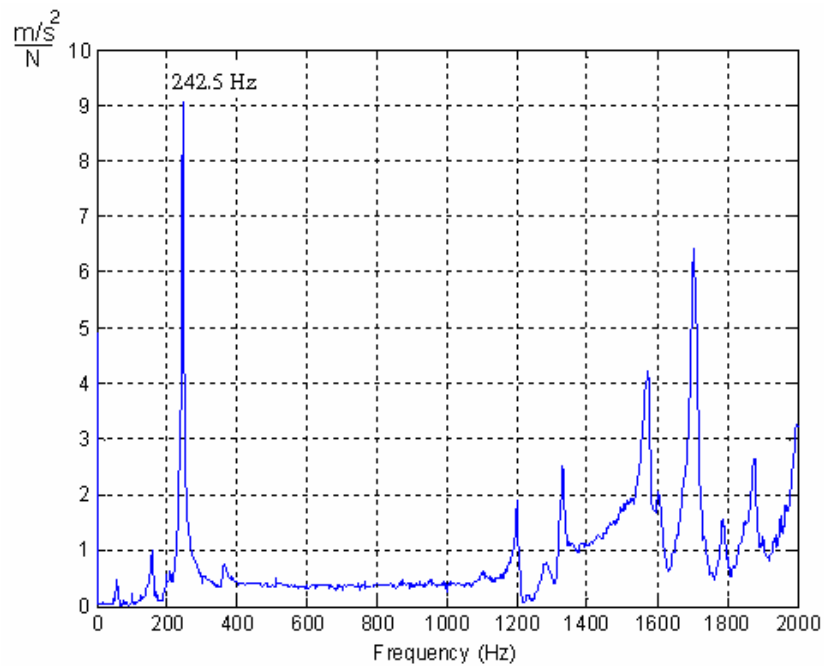


ภาพประกอบ 58 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ T2

จากภาพประกอบ 57 การใช้ค้อนเคาะกระตุ้นเพื่อกำเนิดสัญญาณการส่งความถี่ที่ T2 ตามแนวแกนเพลลา (Axes) พบความถี่ธรรมชาติ 242.5 Hz มีขนาดสัญญาณ 23 dB,ref.(m/s<sup>2</sup>/N) และจากภาพประกอบ 58 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ T2 พบความถี่ธรรมชาติ 242.5 Hz มีขนาดสัญญาณ 14.5 m/s<sup>2</sup>/N

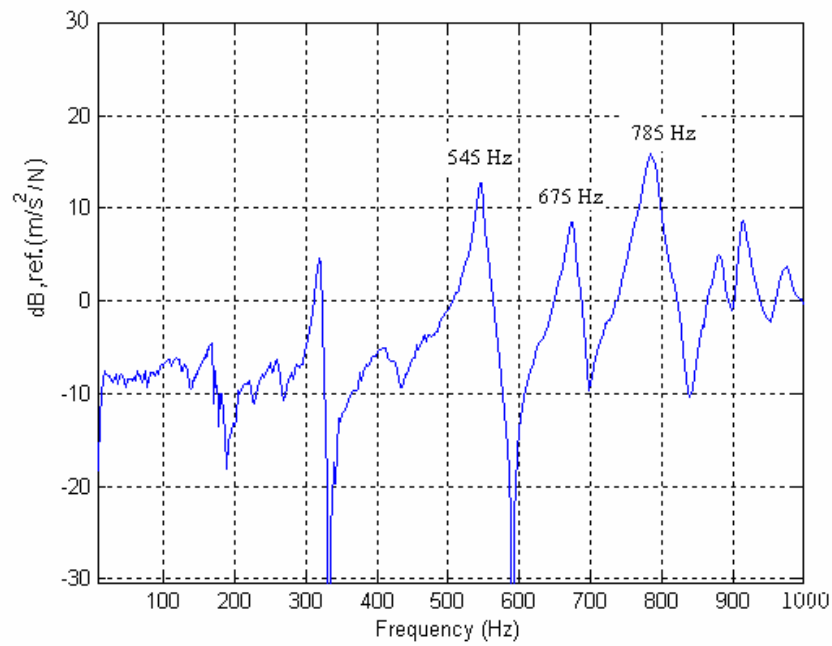


ภาพประกอบ 59 สัญญาณการส่งความถี่ที่ T3

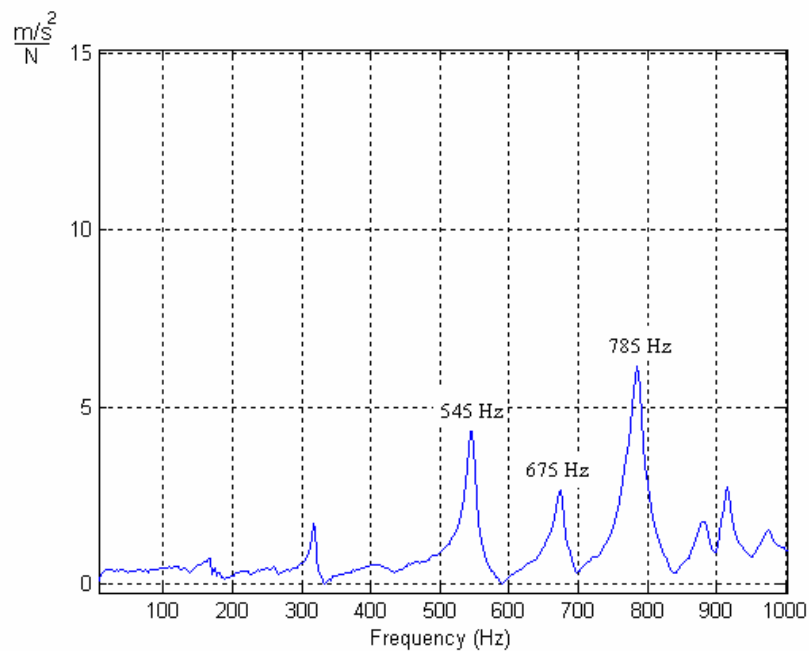


ภาพประกอบ 60 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ T3

จากภาพประกอบ 59 การใช้ค้อนเคาะกระตุ้นเพื่อกำเนิดสัญญาณการส่งความถี่ที่ T3 ตามแนวแกนเพลลา (Axes) พบความถี่ธรรมชาติ 242.5 Hz มีขนาดสัญญาณ 20 dB,ref.(m/s<sup>2</sup>/N) และจากภาพประกอบ 60 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ T3 พบความถี่ธรรมชาติ 242.5 Hz มีขนาดสัญญาณ 9 m/s<sup>2</sup>/N

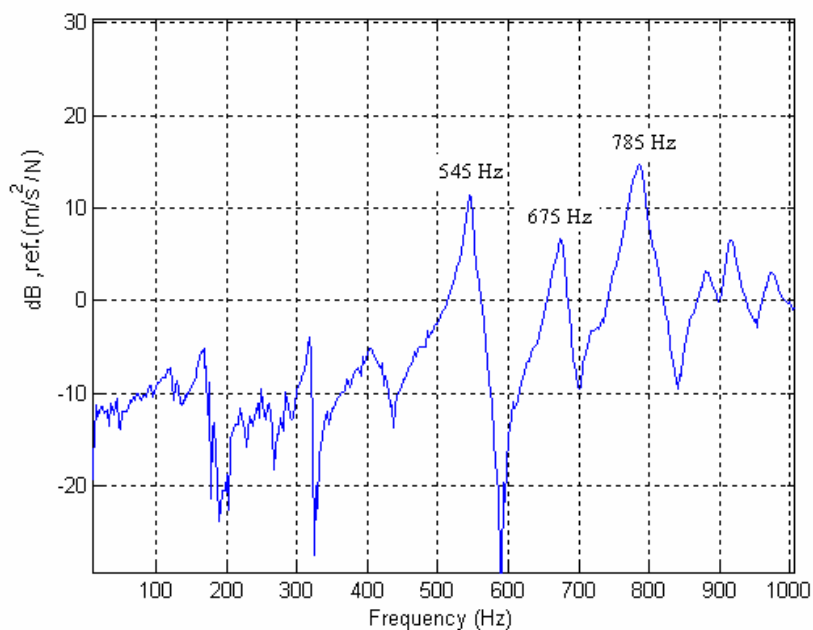


ภาพประกอบ 61 สัญญาณการส่งความถี่ที่ F1

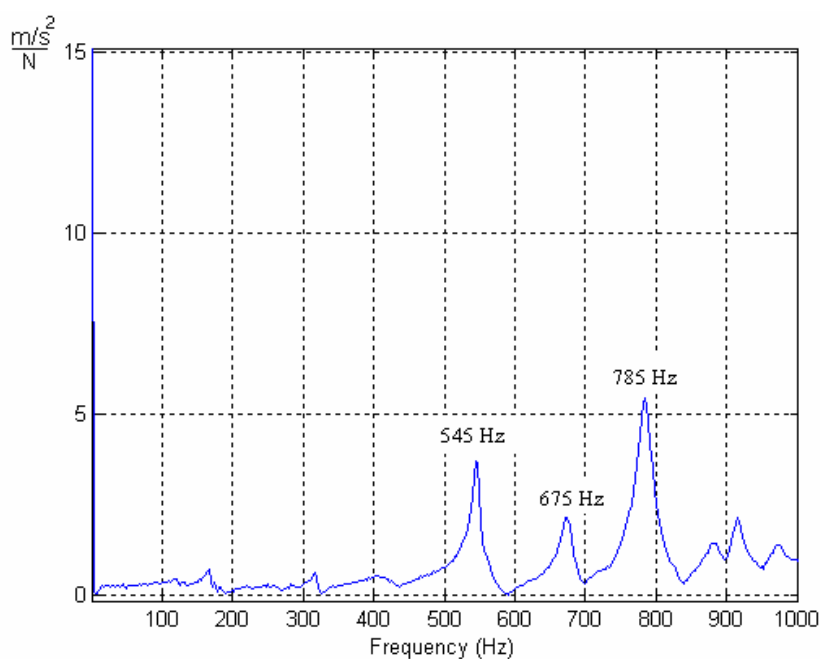


ภาพประกอบ 62 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ F1

จากภาพประกอบ 61 การใช้ค้อนเคาะกระตุ้นเพื่อกำเนิดสัญญาณการส่งความถี่ที่ F1 (ครีบริบายความร้อน) พบความถี่ธรรมชาติ 545 Hz, 675 Hz และ 785 Hz มีขนาดสัญญาณ 12.5, 9 และ 16 dB,ref.(m/s<sup>2</sup>/N) ตามลำดับ และจากภาพประกอบ 62 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ F1 พบความถี่ธรรมชาติ 545 Hz, 675 Hz และ 785 Hz มีขนาดสัญญาณ 9, 6 และ 12 m/s<sup>2</sup>/N ตามลำดับ



ภาพประกอบ 63 สัญญาณการส่งความถี่ที่ F2



ภาพประกอบ 64 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ F2

จากภาพประกอบ 63 การใช้ค้อนเคาะกระตุ้นเพื่อกำเนิดสัญญาณส่งความถี่ที่ F2 (ครีบริบายความร้อน) พบความถี่ธรรมชาติ 545 Hz, 675 Hz และ 785 Hz มีขนาดสัญญาณ 11.4, 6.6 และ 14.7 dB, ref.(m/s<sup>2</sup>/N) และจากภาพประกอบ 64 สัญญาณการตอบสนองความถี่ที่ F2 พบความถี่ธรรมชาติ 545 Hz, 675 Hz และ 785 Hz มีขนาดสัญญาณ 3.7, 2.2 และ 5.4 m/s<sup>2</sup>/N ตามลำดับ

### 3. การเปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการ

#### ทดลอง

ผลการเปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดลอง โดยใช้โปรแกรม MSC.Nastran2007 และโปรแกรม Ansys8.1 วิเคราะห์เสื่อสูบเพื่อหาค่าความถี่ธรรมชาติ รูปร่างโหมด โดยยึดแน่นที่ฐานของเสื่อสูบได้จำนวนโหมด และค่าความถี่ธรรมชาติจากการทดลอง มีค่าความถี่เป็น Hz

ตาราง 3 เปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เมชท์ 0.004 m กับการทดลอง

Mode	Experiment	Msc.Nastran2007	Ansys8.1	Difference	Difference
	Natural	Natural	Natural	%	%
	Frequency (Hz)	Frequency (Hz)	Frequency (Hz)	(Msc.Nastran)	(Ansys)
1	242.5	242.24	240.18	0.11	0.95
2	320	287.36	275.18	10.20	14.01
3	545	548.87	595.09	0.71	9.19
4	675	620.16	657.49	8.12	2.59
5	785	662.12	798.11	15.65	1.67

จากตาราง 3 พบว่าผลการทดลองโหมดที่ 1 ค่าความถี่ธรรมชาติ 242.5 Hz เปรียบเทียบกับค่าความถี่ธรรมชาติจากการใช้โปรแกรม Msc.Nastran2007 และโปรแกรม Ansys8.1 ที่ค่าความถี่ธรรมชาติ 242.24 Hz และ 240.18 Hz พบว่าได้ค่าได้ความแตกต่าง 0.11 % และ 0.95 % ตามลำดับ พบว่าโหมดที่ 1 มีค่าความแตกต่างน้อยที่สุด ผลการทดลองโหมดที่ 2 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 320 Hz เปรียบเทียบกับค่าความถี่ธรรมชาติจากการใช้โปรแกรม Msc.Nastran2007 และโปรแกรม Ansys8.1 ที่ค่าความถี่ธรรมชาติ 287.36 Hz และ 275.18 Hz พบว่าได้ค่าได้ความแตกต่าง 10.20 % และ 14.01 % ตามลำดับ จะเห็นว่าค่าความแตกต่าง 14.01 % เป็นค่าต้องพิจารณาการใช้อ้างอิง ส่วนผลการทดลองโหมดที่ 5 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 785 Hz เปรียบเทียบกับค่าความถี่ธรรมชาติจากการใช้โปรแกรม Msc.Nastran2007 และโปรแกรม Ansys8.1 ที่ค่าความถี่ธรรมชาติ ที่ค่าความถี่ธรรมชาติ 662.12Hz และ 798.11 Hz พบว่าได้ค่าได้ความแตกต่าง 15.65 % และ 1.67 % ตามลำดับ จะเห็นว่าค่าความแตกต่าง 15.65 % เป็นค่าต้องพิจารณาการใช้อ้างอิง

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัย อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

การวิเคราะห์พฤติกรรมเชิงพลศาสตร์ของเสื่อสूपเครื่องยนต์แก๊สโซลีนสूपเดี่ยวโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดลอง ซึ่งเสื่อสूपที่ใช้ในการวิจัยคือ เครื่องยนต์แก๊สโซลีนสूपเดี่ยว 4 จังหวะ โปรแกรมที่ใช้ในการวิเคราะห์คือ โปรแกรม Msc.Nastran2007 และโปรแกรม Ansys8.1 และการทดลองมีการวิเคราะห์ฟังก์ชันถ่ายโอนโดยเครื่องวิเคราะห์สัญญาณของ Hewlett Packard รุ่น 3562A (Dynamic Signal Analyzer) ซึ่งสรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ ได้ดังต่อไปนี้

1. การหาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
2. การวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติโดยการทดลอง
3. การเปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดลอง

#### 1. สรุปผลการวิจัย

สรุปผลการหาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์ 0.004 m โดยใช้โปรแกรม Msc.Nastran2007 โดยการยึดแน่นที่ฐาน ได้ค่าความถี่ธรรมชาติในโหมดที่ 1 ถึง 5 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 242.24 Hz, 287.36 Hz, 548.87 Hz, 620.16 Hz และ 662.12 Hz ตามลำดับ โหมดที่ 1 ความถี่ธรรมชาติ 242.24 Hz รูปร่างโหมดเป็นการเคลื่อนที่ตามแกนเพลลา (Axes Translation) ในโหมดที่ 2 ความถี่ธรรมชาติ 287.36 Hz รูปร่างโหมดเป็นการเคลื่อนที่ตามแนวยาว (Longitudinal Translation) ตั้งแต่โหมดที่ 3-5 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 548.87 Hz, 620.16 Hz และ 662.12 Hz ตามลำดับ รูปร่างโหมดเป็นการเคลื่อนไหว(deformation) ของครีประบายความร้อน

ผลการหาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์ 0.004 m โดยใช้โปรแกรม Ansys8.1 โดยการยึดแน่นที่ฐาน ได้ค่าความถี่ธรรมชาติในโหมดที่ 1 ถึง 5 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 240.18 Hz, 275.18 Hz, 595.09 Hz, 657.49 Hz และ 798.11 Hz ตามลำดับ โหมดที่ 1 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 240.18 Hz รูปร่างโหมดเป็นการเคลื่อนที่ตามแกนเพลลา (Axes Translation) ในโหมดที่ 2 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 275.18 Hz รูปร่างโหมดเป็นการเคลื่อนตัวตามแนวยาว (Longitudinal Translation) ตั้งแต่โหมดที่ 3 ถึง 5 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 595.09 Hz, 657.49 Hz และ 798.11 Hz ตามลำดับ รูปร่างโหมดเป็นการเคลื่อนไหว(deformation) ของครีประบายความร้อน

ผลการหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยการทดลอง โดยการยึดแน่นที่ฐานบนแท่นแข็งเกร็งและการใช้ค้อนเคาะตามตามแนวแกนเพลลา(X) , ตามแนวยาว(Y) และ ที่ครีประบายความร้อน(Z) วัดค่าฟังก์ชันถ่ายโอนและการวิเคราะห์ฟังก์ชันถ่ายโอนโดยเครื่องวิเคราะห์สัญญาณของ Hewlett Packard

รุ่น 3562A (Dynamic Signal Analyzer) ผลลัพธ์เป็นความถี่ธรรมชาติ 242.50 Hz, 320.00 Hz, 545 Hz, 675 Hz และ 785 Hz ตามลำดับ ผลลัพธ์จากการทดลองจัดเข้ากลุ่มโหมดได้ดังนี้ โหมดที่ 1 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 242.5 Hz มีทิศทางตามแกนเพลลา โหมดที่ 2 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 320 Hz ได้ทิศทางตามแนวยาว และโหมดที่ 3-5 มีค่าความถี่ธรรมชาติ 545 Hz, 675 Hz และ 785 Hz ตามแนวแกน Z เป็นความถี่ธรรมชาติที่ส่งผลกระทบต่อครีบริบายความร้อนโดยตรง

การเปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติ โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดลองระหว่างการวิเคราะห์โดยโปรแกรม Msc.Nastran2007 กับการทดลอง พบว่าโหมดที่ 1-5 มีค่าความแตกต่าง 0.11, 10.20, 0.71, 8.12 และ 15.65 % ตามลำดับ (เมชท์ 0.004 m)

การเปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติ โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดลองระหว่างการวิเคราะห์โดยโปรแกรม Ansys8.1 กับการทดลอง พบว่าโหมดที่ 1-5 มีค่าความแตกต่าง 0.95, 14.01, 9.19, 2.59 และ 1.67 % ตามลำดับ (เมชท์ 0.004 m)

## 2. อภิปรายผล

การวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยการใช้โปรแกรม Msc.Nastran2007 และโปรแกรม Ansys8.1 ได้ค่าความถี่ธรรมชาติมีความสอดคล้องกัน และรูปร่างโหมดเหมือนกัน มีค่าความแตกต่างระหว่าง 0.11-15 % การกำหนดขนาดความยาวของเอลิเมนต์ที่มากหรือน้อยจะได้รูปร่างโหมดที่เหมือนกันและจะได้ค่าความถี่ธรรมชาติแตกต่างกันเล็กน้อย ในการวิเคราะห์ความถี่ธรรมชาติควรเริ่มที่เอลิเมนต์หยาบก่อนเพื่อตรวจสอบการใช้ค่าตัวเลขต่างๆ และ หาค่าตอบเบื้องต้น เพื่อเป็นแนวทางการวิเคราะห์ปัญหาที่ละเอียดต่อไป

การหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยการทดลองจะได้ค่าต่างๆ มีความยอมรับได้เพราะได้กระทำกับเสื่อสุบโดยตรง ถึงแม้จะมีค่าความถี่ธรรมชาติให้มาเพียงบางส่วนแต่สามารถยืนยันถึงสภาพความเป็นจริงของเสื่อสุบได้ ผลการเปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดลองได้ค่าความถี่ธรรมชาติมีความสอดคล้องกัน จะเป็นข้อมูลยืนยันว่าการวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรมได้ตัวเลขถูกต้อง และเป็นแนวทางการวิเคราะห์โดยโปรแกรมที่ถูกต้อง

การทดลองกับเสื่อสุบที่ครีบริบายความร้อนจะกระทำได้กับส่วนบนสุดเท่านั้น การทดลองกับส่วนครีบริบายที่อยู่ใกล้กันไม่สามารถกระทำได้อาจเนื่องจากช่องว่างที่จะวางหัวรับสัญญาณมีจำกัด และการใช้ค้อนเคาะส่งสัญญาณกระทำไม่ได้ ซึ่งครีบริบายไม่ใช่วางหลักในการรับแรงกระทำใดๆ แต่มีหน้าที่ระบายความร้อนออกจากเครื่องยนต์ ในเครื่องยนต์แก๊สโซลีนสูบเดี่ยว 4 จังหวะ หมุน 2 รอบ จุติระเบิด 1 ครั้ง ทำให้เกิดแรงกระตุ้น(Excitation force) 1 ครั้งเช่นกัน โดยเครื่องยนต์มีเรีวรอบสูงสุด 3600 รอบ/นาที เท่ากับ 60 รอบต่อวินาที โดยจะมีการจุติระเบิด 30 ครั้ง/วินาที ทำให้เกิดความถี่ 30 Hz และจะเกิดความถี่ฮาร์โมนิค 45 Hz, 60 Hz เป็นต้น จากการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดลองพบว่า เสื่อสุบมีค่าความถี่ธรรมชาติมากกว่าความถี่ที่เกิดจากทำงาน

ของเครื่องยนต์ เครื่องยนต์สร้างความถี่ 30 Hz ที่ความเร็วรอบสูงสุด 3600 รอบ/นาที และ ซึ่งความถี่ธรรมชาติไม่สร้างความถี่พ้องและไม่มีผลต่อการใช้งานของเสื่อสูบเครื่องยนต์แก๊สโซลีนสูบเดี่ยว

### 3. ข้อเสนอแนะ

#### 3.1 ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัย

ด้านการทดลองหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยการใช้ค้อนเคาะส่งสัญญาณ ผู้ทดลองจะต้องเคาะให้เกิดการกระตุ้นสัญญาณหนึ่งครั้งเท่านั้นต่อการเคาะหนึ่งครั้งเช่นกัน การยึดชิ้นงานให้แน่นมากหรือน้อยมีผลต่อความถี่ธรรมชาติที่ได้จากการทดลอง และจะต้องควรมีผู้เชี่ยวชาญด้านการใช้อุปกรณ์และเครื่องมือวัดต่างๆ รวมทั้งการตั้งค่าอุปกรณ์และการอ่านข้อมูลคอยให้คำแนะนำการทดลอง ซึ่งทำให้ได้ผลการทดลองถูกต้อง ด้านการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์วิเคราะห์ความถี่ธรรมชาติและรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์การกำหนดเมชท์น้อยลงจะให้แม่นยำยิ่งขึ้น และการวิเคราะห์โดยเงื่อนไขอื่นๆ เช่น การแขวนชิ้นงานในลักษณะต่างๆ หรือการทดลองโดยชุดเขย่า เป็นต้น

#### 3.2 ข้อเสนอแนะทั่วไป

การหาค่าความถี่ธรรมชาติสามารถหาได้จากการทดลองและโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ส่วนรูปร่างโหมดหาโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะได้ขนาดและภาพที่ชัดเจน สามารถเลือกใช้ค่าต่างๆ ได้ตามความต้องการ ความเร็วของเครื่องคอมพิวเตอร์นับเป็นสิ่งสำคัญที่จะเพิ่มจำนวนครั้งในการวิเคราะห์ให้แม่นยำยิ่งขึ้น ความซับซ้อนของชิ้นงานจะทำให้คอมพิวเตอร์ประมวลผลได้น้อยครั้ง ซึ่งในอนาคตจะมีคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลที่มีความเร็วสูง สามารถประมวลผลชิ้นงานซับซ้อนได้มากกว่า และได้ค่าคลาดเคลื่อนผลลัพธ์น้อยลง การใช้โปรแกรมลิขสิทธิ์ผู้วิจัยสามารถเผยแพร่ผลงานวิจัยได้ด้วย

บรรณานุกรม

## บรรณานุกรม

- จักร จันทลักษณ์, กนก ลีสมุนทรเพชร. (2547). การวิเคราะห์ความเค้นเนื่องจากความสั่นสะเทือนในการออกแบบโครงสร้างล้อรถจักรยานยนต์ทำจากโลหะเบาผสมแมกนีเซียม. ประเทศไทย : การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลครั้งที่ 18.
- เดช พุทธเจริญทอง รศ.ดร. (2541). การวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.
- เดช พุทธเจริญทอง รศ.ดร. (2548). การวิเคราะห์โครงสร้างพลศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.
- ทวีพล พีรทรัพย์. (2550). การศึกษาพารามิเตอร์ที่มีผลต่อความถี่ธรรมชาติในเครื่องยนต์สันดาปภายในด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์. กรุงเทพฯ: ปรินซิเพิลปริ้นท์ปริ้นท์วิศวกรรมศาสตร มหาบัณฑิต.(วิศวกรรมเครื่องกล). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ธนุ ฉุยฉาย รศ.ดร. (2541). การสั่นสะเทือนทางกล. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: สมาคมส่งเสริมเทคโนโลยีไทยญี่ปุ่น.
- ปราโมทย์ เดชะอำไพ ศ.ดร. (2550). ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม. พิมพ์ครั้งที่ 4.
- ยงยุทธ เนียมทรัพย์ (2547). การวิเคราะห์พฤติกรรมของโครงรถเพื่อเกษตรกรโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์. กรุงเทพฯ: ปรินซิเพิลปริ้นท์ปริ้นท์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต.(วิศวกรรมเครื่องกล). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วิชิต บัวแก้ว. (2534). การวิเคราะห์รถไถนาแบบเดินตามโดยเชิงพลศาสตร์. กรุงเทพฯ: วิทยานิพนธ์ปริ้นท์ปริ้นท์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต.(วิศวกรรมเครื่องกล). สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.
- สมชาย สิงโต พล.ต.ศ. (2544). วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เบื้องต้น. พิมพ์ครั้งที่ 1. นครนายก: ส่วนการศึกษาโรงเรียนนายร้อยพระจุลจอมเกล้า. กรุงเทพฯ: คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สมศักดิ์ ปรางทอง. (2538). การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของโครงรถสามล้อเครื่อง โดยวิธีการวิเคราะห์โมดัล. กรุงเทพฯ: วิทยานิพนธ์ปริ้นท์ปริ้นท์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต.(วิศวกรรมเครื่องกล). สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.
- อิสสระีย์ ธรรมชาติโรจน์ รศ.ดร. (2543). การสั่นทางกล. พิมพ์ครั้งที่ 1. ปทุมธานี: คณะวิศวกรรมศาสตร์ ศูนย์กลางสถาบันเทคโนโลยีราชมงคล.
- A.Hocknell, S.R.Mitchell, R.Jones and S.J.Rothberg. (1997). *Hollow Golf Club Head Modal Characteristics Determination and Impact Application*. Retrieved January, 2007, from <http://www.springerlink.com>

### บรรณานุกรม(ต่อ)

- M.Bagheri, A.A.Jafari. (2005). *Analytical and experimental modal analysis of nonuniformly ring-stiffened Cylindrical shells*. Arch Appl Mech. Retrieved January, 2007, from <http://www.springerlink.com>
- Sooyong park, Sanghyum Choi, Soon-Taek Oh, Norris Stubbs, Hwa-Cheol Song. (2005). *Identification of the tensile force in high-tension bars using modal sensitivities*. International Journal of SOLIDS and STRUCTURES. Retrieved November, 2006, from <http://www.sciencedirect.com>
- Y.Kang, G.-J.Sheen and M.-H.Tseng. (1997). *MODAL ANALYSES AND EXPERIMENT FOR ENGINE CRANKSHAFT*. Journal of Sound and Vibration. Retrieved November, 2006, <http://www.sciencedirect.com>

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก  
ภาพการทดลองหาความถี่ธรรมชาติ



ภาพประกอบ 65 การตอบสนองความถี่ของชุดส่งและรับสัญญาณ



ภาพประกอบ 66 การติดตั้งหัวรับสัญญาณกับเสื่อสูบและค้อนเคาะ

**ภาคผนวก ข**  
**การเปรียบเทียบผลลัพธ์ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ระหว่าง**  
**โปรแกรม Msc.Nastran2007 และ โปรแกรม Ansys8.1**

ตาราง 4 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ขนาดและจำนวนของเอลิเมนต์โดยโปรแกรมMsc.Nastran2007

Title	Mesh Size(m)	No. of Elements	No. of Nodes
1	0.004	174,711	305,107
2	0.005	106,238	192,390
3	0.006	73,923	136,797
4	0.007	57,673	108,578
5	0.008	47,327	90,103

ตาราง 5 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ขนาดและจำนวนของเอลิเมนต์โดยโปรแกรม Ansys8.1

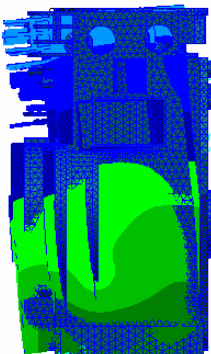
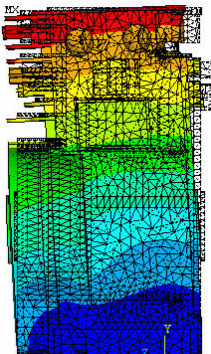
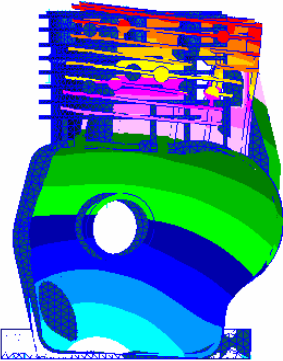
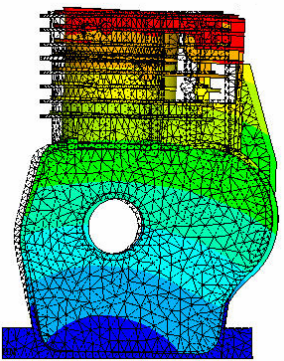
Title	Mesh Size(m)	No. of Elements	No. of Elements
1	0.004	74,437	147,932
2	0.005	51,260	101,853
3	0.006	41,027	79,182
4	0.007	33,963	64,530
5	0.008	29,369	57,260

ตาราง 6 ผลลัพธ์การหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์ 0.005 m

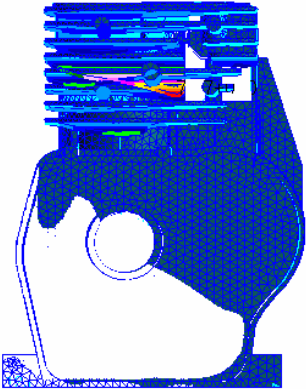
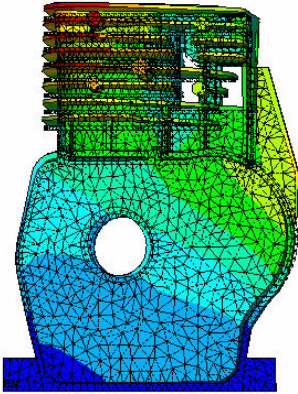
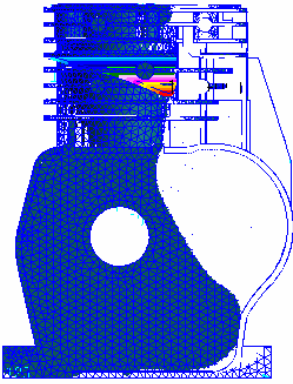
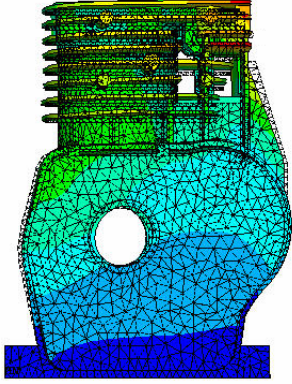
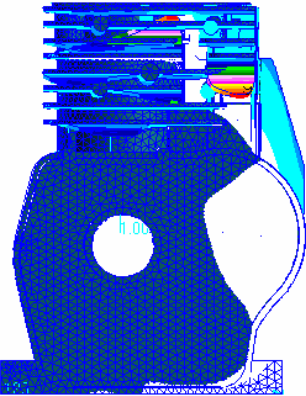
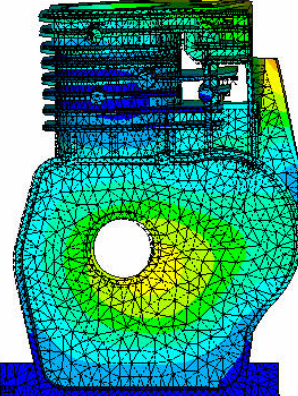
Mode	Msc.Nastran2007 Natural Frequency (Hz)	Ansys8.1 Natural Frequency (Hz)	Difference %
1	242.88	248.03	2.07
2	288.28	290.99	0.93
3	551.56	630.43	12.51
4	623.87	695.59	10.31
5	664.26	871.28	23.76

เมชท์ 0.005 m ค่าเฉลี่ยความแตกต่าง(Difference) ได้ค่าเฉลี่ยความแตกต่าง 9.92 %

ภาพประกอบ 67 ภาพ 2 มิติเปรียบเทียบรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์ 0.005 m

Mode	Msc.Nastran2007	Ansys8.1
1	 <p>242.88 Hz</p>	 <p>248.03 Hz</p>
2	 <p>288.28 Hz</p>	 <p>290.99 Hz</p>

ภาพประกอบ67(ต่อ)ภาพ 2 มิติเปรียบเทียบรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์0.005 m

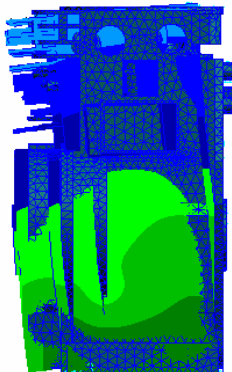
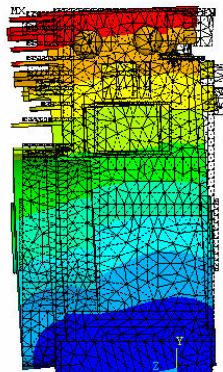
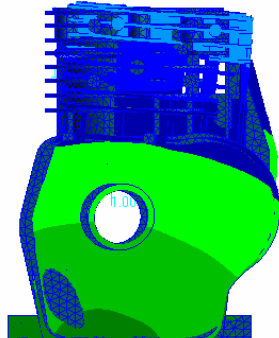
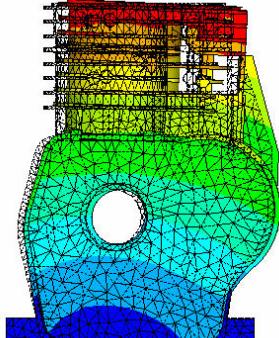
Mode	Msc.Nastran2007	Ansys8.1
3	 <p data-bbox="552 853 683 882">551.56 Hz</p>	 <p data-bbox="1090 846 1220 875">630.43 Hz</p>
4	 <p data-bbox="555 1330 679 1359">623.87 Hz</p>	 <p data-bbox="1090 1330 1220 1359">695.59 Hz</p>
5	 <p data-bbox="552 1854 683 1883">664.26 Hz</p>	 <p data-bbox="1090 1854 1220 1883">871.28 Hz</p>

ตาราง 7 ผลลัพธ์การหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์ 0.006 m

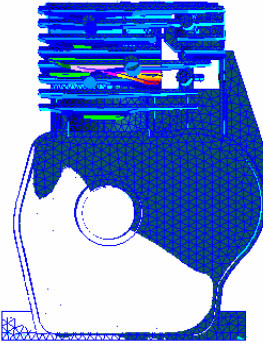
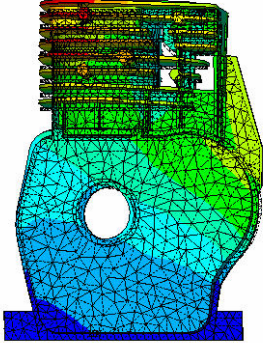
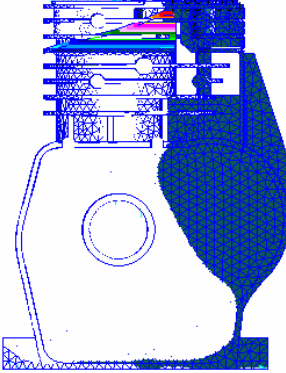
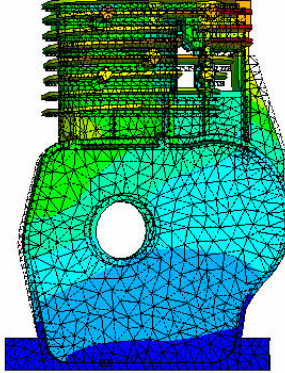
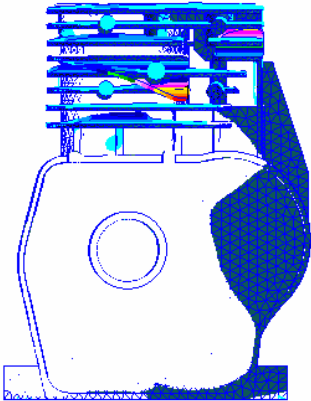
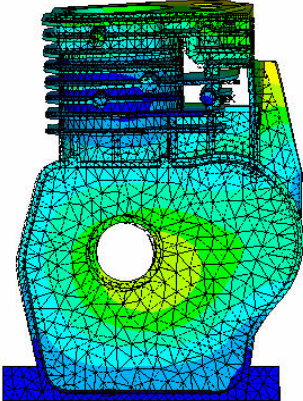
Mode	Msc.Nastran Natural Frequency (Hz)	Ansys Natural Frequency (Hz)	Difference %
1	243.73	253.74	3.94
2	289.02	297.02	2.69
3	554.53	654.02	15.21
4	630.59	714.17	11.70
5	668.37	899.12	25.66

เมชท์ 0.006 m ค่าเฉลี่ยความแตกต่าง(Difference) ได้ค่าเฉลี่ยความแตกต่าง 11.84 %

ภาพประกอบ 68 ภาพ 2 มิติเปรียบเทียบรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์ 0.006 m

Mode	Msc.Nastran2007	Ansys8.1
1	 <p>243.73 Hz</p>	 <p>253.74 Hz</p>
2	 <p>289.02 Hz</p>	 <p>297.02 Hz</p>

ภาพประกอบ68(ต่อ) ภาพ 2มิติเปรียบเทียบรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์0.006m

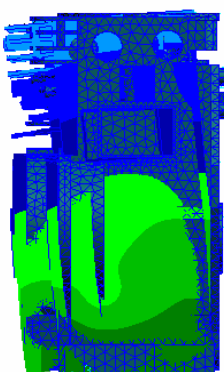
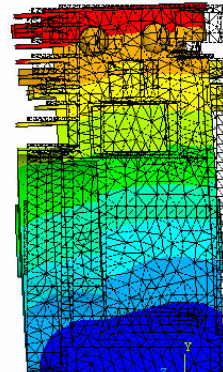
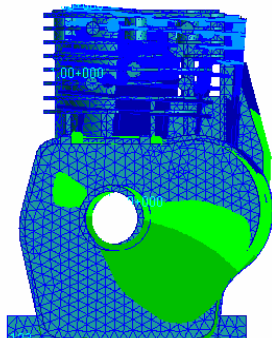
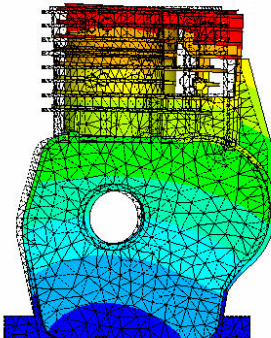
Mode	Msc.Nastran2007	Ansys8.1
3	 <p data-bbox="555 797 683 831">334.53 Hz</p>	 <p data-bbox="1094 797 1222 831">654.02 Hz</p>
4	 <p data-bbox="555 1274 683 1308">630.59 Hz</p>	 <p data-bbox="1094 1274 1222 1308">714.17 Hz</p>
	 <p data-bbox="555 1807 683 1841">668.37 Hz</p>	 <p data-bbox="1094 1807 1222 1841">899.12 Hz</p>

ตาราง 8 ผลลัพธ์การหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์ 0.007 m

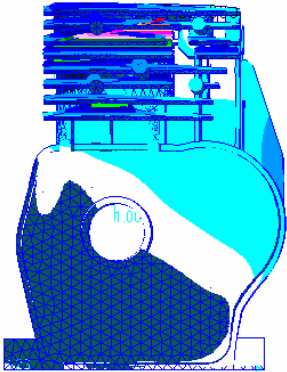
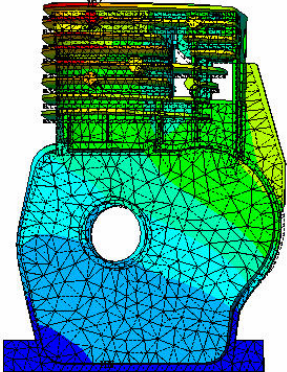
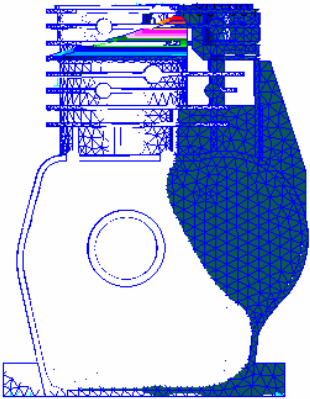
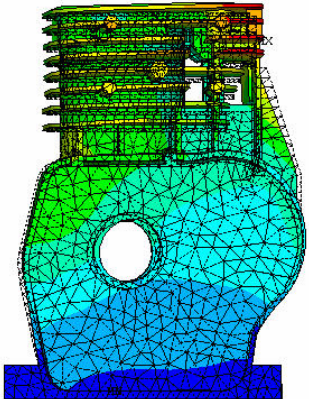
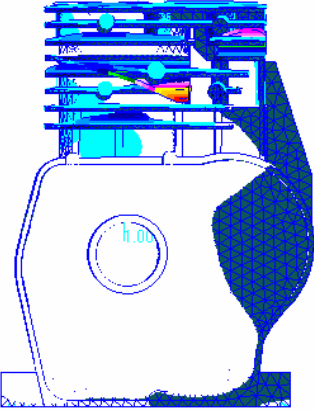
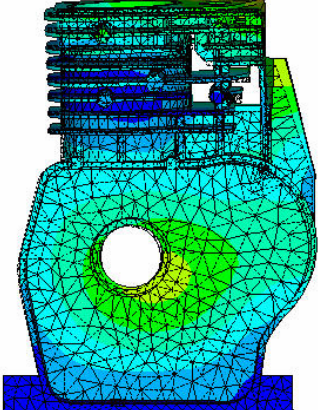
Mode	Msc.Nastran Natural Frequency (Hz)	Ansys Natural Frequency (Hz)	Difference %
1	244.31	259.46	5.84
2	289.77	304.02	4.68
3	555.99	681.34	18.39
4	630.91	736.83	14.37
5	670.32	920.47	27.17

เมชท์ 0.007 m ค่าเฉลี่ยความแตกต่าง(Difference) ได้ค่าเฉลี่ยความแตกต่าง 14.09 %

ภาพประกอบ 69 ภาพ 2 มิติเปรียบเทียบรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์ 0.007 m

Mode	Msc.Nastran2007	Ansys8.1
1	 <p>244.31 Hz</p>	 <p>259.46 Hz</p>
2	 <p>289.77 Hz</p>	 <p>304.02 Hz</p>

ภาพประกอบ 69(ต่อ)ภาพ 2มิติเปรียบเทียบรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เมชท์ 0.007m

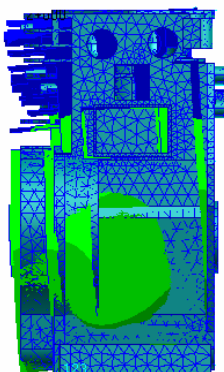
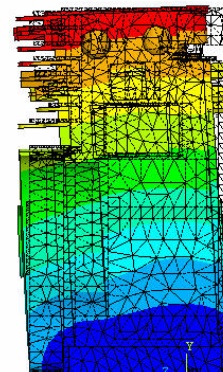
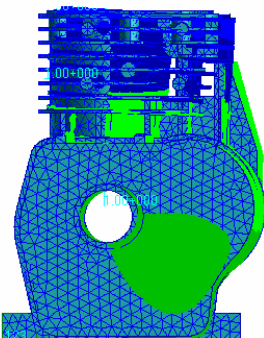
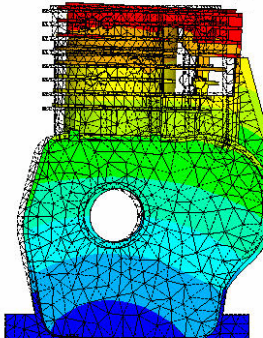
Mode	Msc.Nastran2007	Ansys8.1
3	 <p>555.99 Hz</p>	 <p>681.34 Hz</p>
4	 <p>630.91 Hz</p>	 <p>736.83 Hz</p>
5	 <p>670.32 Hz</p>	 <p>920.47 Hz</p>

ตาราง 9 ผลลัพธ์การหาค่าความถี่ธรรมชาติโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์ 0.008 m

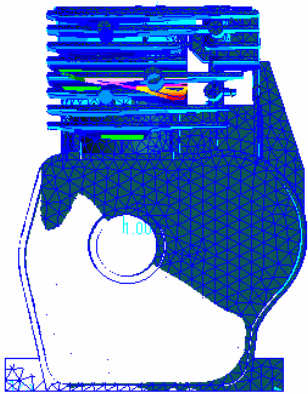
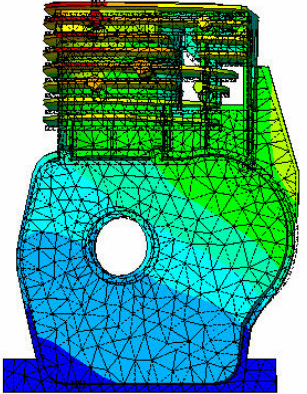
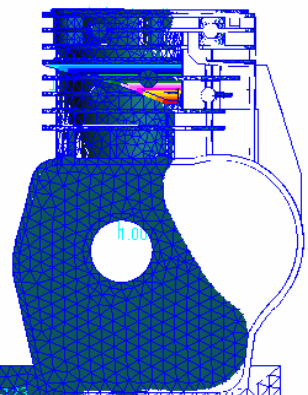
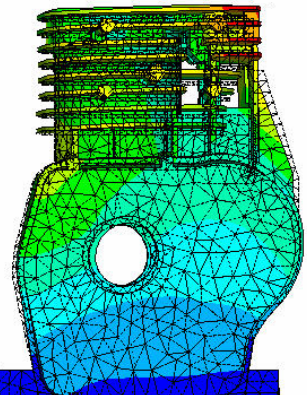
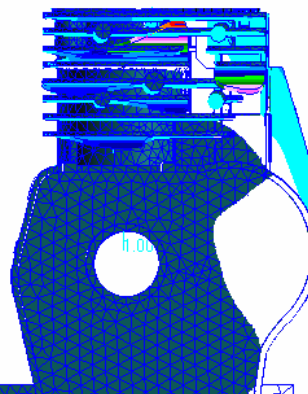
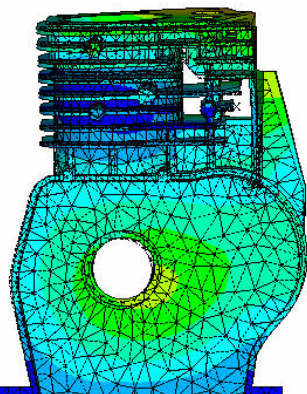
Mode	Msc.Nastran Natural Frequency (Hz)	Ansys Natural Frequency (Hz)	Difference %
1	244.99	267.19	8.31
2	290.61	310.36	6.36
3	558.20	705.88	20.92
4	633.00	755.99	16.26
5	672.37	943.70	28.75

เมชท์ 0.008 m ค่าเฉลี่ยความแตกต่าง(Difference) ได้ค่าเฉลี่ยความแตกต่าง 16.12 %

ภาพประกอบ 70 ภาพ 2 มิติเปรียบเทียบรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมชท์ 0.008 m

Mode	Msc.Nastran2007	Ansys8.1
1	 <p>244.99 Hz</p>	 <p>267.19 Hz</p>
2	 <p>290.61 Hz</p>	 <p>310.36 Hz</p>

ภาพประกอบ 70(ต่อ) ภาพ 2มิติเปรียบเทียบรูปร่างโหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เมชท์0.008m

Mode	Msc.Nastran2007	Ansys8.1
3	 <p data-bbox="517 853 646 882">558.20 Hz</p>	 <p data-bbox="1056 853 1185 882">705.88 Hz</p>
4	 <p data-bbox="517 1355 646 1384">633.00 Hz</p>	 <p data-bbox="1056 1355 1185 1384">755.99 Hz</p>
5	 <p data-bbox="517 1883 646 1912">672.37 Hz</p>	 <p data-bbox="1056 1883 1185 1912">943.70 Hz</p>

ประวัติย่อผู้วิจัย

## ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ – สกุล	สมบัติ น้อยประเสริฐ
วัน-เดือน-ปี เกิด	22 ตุลาคม 2498
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรสงคราม
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	ภาควิชาเทคโนโลยีวิศวกรรมเครื่องกล วิทยาลัยเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ถนนพิบูลสงคราม กรุงเทพมหานคร 10800
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ.2516	มัธยมศึกษาตอนต้น รร.ศรัทธาสมุทร จังหวัดสมุทรสงคราม
พ.ศ.2519	ประกาศนียบัตรวิชาชีพ สาขาช่างท่อและประสาน สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
พ.ศ.2523	ครุศาสตรอุตสาหกรรมบัณฑิต สาขาเครื่องกล สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
พ.ศ.2532	ครุศาสตรอุตสาหกรรมบัณฑิตมหาบัณฑิต สาขาเครื่องกล สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
พ.ศ.2546	วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยาเขตศูนย์กลางฯ ธัญบุรี
พ.ศ.2551	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัย- ศรีนครินทรวิโรฒ โครงการร่วม รร.นายร้อยพระจุลจอมเกล้า จังหวัด นครนายก
ประวัติการทำงาน	
พ.ศ.2523	อาจารย์ประจำสาขาวิชาช่างเขียนแบบเครื่องกล วิทยาลัยเทคโนโลยี- อุตสาหกรรม สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
พ.ศ.2538	อาจารย์หัวหน้าสาขาวิชาช่างเขียนแบบเครื่องกล
พ.ศ.2545	รองผู้อำนวยการสำนักหอสมุดกลาง สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า- พระนครเหนือ
พ.ศ.2547	อาจารย์ประจำสาขาวิชาเขียนแบบเครื่องกล ภาควิชาเทคโนโลยี- วิศวกรรมเครื่องกล วิทยาลัยเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัย เทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ โทร.029132500 ต่อ 6419