

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ปริญญานิพนธ์
ของ
แก้วตา เลาบุตร

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2551

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ปริญญานิพนธ์
ของ
แก้วตา เลาหบุตร

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2551
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

บทคัดย่อ
ของ
แก้วตา เลาบุตร

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2551

แก้วตา เลหาบุตร. (2551). *กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินซ์นิพนธ์ กศ.ม.(คณิตศาสตร์).

กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม:

รองศาสตราจารย์ยงยุทธ ธนุกฤติ, ผู้ช่วยศาสตราจารย์วิวรรณ งามสันติกุล.

การวิจัยในครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งศึกษาผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยกิจกรรมนี้เป็นกิจกรรมที่เน้นการเชื่อมโยงสองแบบคือ แบบที่หนึ่ง การเชื่อมโยงเนื้อหาเรื่องความน่าจะเป็นกับเนื้อหาภายในวิชาคณิตศาสตร์ แบบที่สอง การเชื่อมโยงเนื้อหาเรื่องความน่าจะเป็นกับเนื้อหาวิชาอื่น

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนสันติราษฎร์วิทยาลัย เขตราชเทวี จังหวัดกรุงเทพมหานคร ที่ได้จากการชักตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม 1 ห้องเรียน จำนวน 46 คน

ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นเวลา 12 คาบ คาบละ 50 นาที โดยในระหว่างการเรียนการสอนได้เก็บคะแนนเพื่อประเมินผลระหว่างเรียนจากใบกิจกรรม เมื่อสิ้นสุดการสอนทำการประเมินผลด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง โดยใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 2 คาบ

ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนรู้เรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงสามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

MATHEMATICS INSTRUCTIONAL ACTIVITIES ON PROBABILITY
EMPHASIZING CONNECTION FOR MATHAYOMSUKSA III STUDENTS.

AN ABSTRACT
BY
KAEWTA LAOHABOOTR

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Master of Education Degree in Mathematics
at Srinakharinwirot University
May 2008

Kaewta Laohabootr. (2008). *Mathematics Instructional Activities on Probability Emphasizing Connection for Mathayomsuksa III Students*. Master thesis, M.Ed. (Mathematics). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University, Advisor Committee: Assoc. Prof. Yongyouth Tanugrit, Asst. Prof. Raweewan Ngamsuntikul.

The purposes of this research were to design mathematics instructional activities on probability emphasizing connection for Mathayomsuksa III Students and to study students' achievement under this instructional activities. This instructional activities focus on two forms of connection. The first one is to connect between probability content and other mathematical content. The second one is to connect between probability content and other subjects

The experiment group were 46 Mathyomsuksa III students (1 class) of Suntirathwittayalai School , Bangkok during the second semester of the 2007 academic year. They were randomly selected by cluster random sampling.

Mathematics Instructional Activities were designed to teach for a total of 12 periods of 50 minutes each, and 2 periods for the examination. The scores were given during learning and teaching activities and an achievement test was given at the end of learning and teaching activities.

The findings revealed that: The number of students who scored more than 60% of the total score were more than 60% of the total number of students. The statistical test was analyzed at .01 level of significance.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง

กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ของ
แก้วตา เลาหบุตร

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เพ็ญสิริ จีระเดชากุล)
วันที่..... เดือน.....พ.ศ.2551

คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

..... ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ยงยุทธ ธนุกฤติ)

..... ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ปกรณ์ พลาหาญ)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ รวีวรรณ งามสันติกุล)

..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร. สายัณห์ ไสระโร)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ยงยุทธ ธนุกฤติ)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ รวีวรรณ งามสันติกุล)

งานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัย

จาก

งบประมาณเงินรายได้คณะวิทยาศาสตร์ ประจำปี 2551

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความสามารถจากรองศาสตราจารย์ยังยุทธ ธนุกฤติ ประธานควบคุมปริญญานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์วีวรรณ งามสันติกุล กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ที่อุทิศเวลาอันมีค่า กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำอย่างดียิ่ง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ทำให้ได้ปริญญานิพนธ์ที่มีความสมบูรณ์และมีคุณค่าขึ้นมาก ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้ง และขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ยังยุทธ ธนุกฤติ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชุตินวรรณ เพ็ญเพียร และอาจารย์วิศิษฐ์ จรัสวัฒนาพรรค ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ปรกรณ์ พลาหาญ และอาจารย์ ดร. สายัณห์ ไสยะโรที่กรุณาร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่า และให้ข้อคิดเห็นในสิ่งที่เป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัย และขอขอบพระคุณอาจารย์ชัยวิชิต หาดอาษา ที่กรุณาสละเวลาตรวจแก้ไขบทคัดย่อภาษาอังกฤษจนถูกต้องและสมบูรณ์

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ และคณะครูโรงเรียนศรีอยุธยาในพระอุปถัมภ์ฯ ทุกท่านที่สนับสนุนและให้กำลังใจในการทดลองนำร่องจนสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ และคณะครูโรงเรียนสันติราษฎร์วิทยาลัยทุกท่านที่สนับสนุนและให้กำลังใจในการทดลองเก็บข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยจนสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

ขอขอบพระคุณบิดา มารดา และญาติทุกท่านที่ให้การสนับสนุนและเป็นกำลังใจในทุก ๆ เรื่องตลอดมา

ขอขอบคุณเพื่อน ๆ นิสิตปริญญาโท รุ่นพี่ รุ่นน้อง สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ที่ให้คำปรึกษาแนะนำและให้กำลังใจโดยตลอดในการทำปริญญานิพนธ์

คุณค่าและประโยชน์ทั้งหลายที่เกิดขึ้นจากปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาแด่บิดา มารดา ตลอดจนครูบาอาจารย์และผู้มีพระคุณทุกท่าน

แก้วตา เลาหนุตร

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	3
ความสำคัญของการวิจัย.....	3
ขอบเขตของการวิจัย.....	4
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย.....	4
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....	4
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย.....	4
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย.....	4
ตัวแปรที่ศึกษา.....	5
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	5
สมมุติฐานของการวิจัย.....	6
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	7
หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3).....	8
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยง.....	8
ความหมายของการเชื่อมโยง.....	8
รูปแบบของการเชื่อมโยง.....	9
มาตรฐานของการเชื่อมโยง.....	10
ตัวอย่างของการเชื่อมโยง.....	10
การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยง	16
แนวทางการจัดการเรียนการสอนการเชื่อมโยงในเกรด 9-12.....	19
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความน่าจะเป็น.....	23
งานวิจัยต่างประเทศ.....	23
งานวิจัยในประเทศ.....	27

สารบัญ (ต่อ)

บทที่

หน้า

2 (ต่อ)

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยง.....	28
งานวิจัยต่างประเทศ.....	28
งานวิจัยในประเทศ.....	29

3 วิธีดำเนินการวิจัย.....33

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	33
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย.....	33
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย.....	34
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	34
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	35
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	41
การจัดกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล.....	42

4 ผลการศึกษาค้นคว้า.....43

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	43
---------------------------	----

5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....48

สังเขปความมุ่งหมายของการวิจัย สมมุติฐานของการวิจัย และวิธีดำเนินการวิจัย.....	48
สรุปผลการวิจัย.....	50
อภิปรายผล.....	51
ข้อสังเกตจากการวิจัย.....	52
ข้อเสนอแนะ.....	53

บรรณานุกรม.....54

สารบัญ (ต่อ)

บทที่

หน้า

ภาคผนวก.....	59
ภาคผนวก ก การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงสำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	60
ภาคผนวก ข การทดสอบสมมุติฐานที่ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอน เรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง สามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด.....	69
ภาคผนวก ค แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้น การเชื่อมโยงสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	73
ภาคผนวก ง แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงสำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	141
ภาคผนวก จ คู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงสำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	147
ภาคผนวก ฉ รายนามผู้เชี่ยวชาญ.....	183
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	185

บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

- 1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการ
ทำใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 344
- 2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการ
ทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง.....44
- 3 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
ผลการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
ในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง.....45
- 4 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้
ผลการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงตั้งแต่ร้อยละ 60
ขึ้นไปของคะแนนเต็ม.....46
- 5 ผลการทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
ที่สอบผ่านเกณฑ์ในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง.....46
- 6 ค่าดัชนีสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น
ที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (แบบปรนัย).....62
- 7 ค่าดัชนีสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น
ที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (แบบอัตนัย).....63
- 8 ค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt})
ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น
ที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (แบบปรนัย).....65
- 9 ค่าความยากง่าย (P_E), ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่น (α)
ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น
ที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (แบบอัตนัย).....68
- 10 คะแนนผลการเรียนรู้ซึ่งได้จากคะแนนจากการทำใบกิจกรรม
และคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....70

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 ภาพประกอบแสดงภาพสเกตช์จากคอมพิวเตอร์ของเจนนีเฟอร์.....	19
2 ภาพประกอบแสดงแผนภาพผลงานการพิสูจน์ 4 แบบของนักเรียน.....	21
3 ภาพประกอบแสดงวิถีทางเดินของจุดยอดมุมฉากและจุดกึ่งกลาง ของด้านตรงข้ามมุมฉาก.....	22

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในปัจจุบัน เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นทักษะกระบวนการ เนื่องจากมีความจำเป็นหลายประการ ดังที่ อัมพร ม้าคอง (2549: 34) ได้กล่าวไว้ว่า เนื่องจากสังคมเปลี่ยนไปและการศึกษาในปัจจุบันไม่ต้องการคนที่เก่งเพียงเนื้อหา แต่ต้องการคนที่มีความรู้และทักษะมากขึ้น สามารถแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จึงเป็นเครื่องมือที่จะทำให้ความรู้คณิตศาสตร์มีความหมายและมีคุณค่า การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในปัจจุบันจึงมุ่งพัฒนาทักษะและกระบวนการที่จะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาในชีวิตของผู้เรียนมากขึ้น

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้กำหนดสาระการเรียนรู้ไว้ทั้งหมด 6 สาระ ได้แก่

- สาระที่ 1 เรื่องจำนวนและการดำเนินการ
- สาระที่ 2 เรื่องการวัด
- สาระที่ 3 เรื่องเรขาคณิต
- สาระที่ 4 เรื่องพีชคณิต
- สาระที่ 5 เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น
- สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

สำหรับสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ มี 5 มาตรฐาน ได้แก่

1. การแก้ปัญหา
2. การให้เหตุผล
3. การสื่อสาร / การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
4. การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ
5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สำหรับในประเทศสหรัฐอเมริกา ในปี ค.ศ. 2000 สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics) ได้มีการกำหนดหลักการและมาตรฐานสำหรับคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน (Principles and Standards for School Mathematics) ขึ้น ซึ่งประกอบด้วย หลักการ (Principles) และมาตรฐาน (Standards) เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน สำหรับมาตรฐานนั้นได้แบ่งมาตรฐานทางด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์

ออกเป็น 5 มาตรฐาน และมาตรฐานทางด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์อีก 5 มาตรฐาน โดยมาตรฐานด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย จำนวนและการดำเนินการ พีชคณิต เรขาคณิต การวัด และการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ส่วนมาตรฐานทางด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การแก้ปัญหา (Problem Solving) การให้เหตุผลและการพิสูจน์ (Reasoning and Proof) การสื่อสาร/การสื่อความหมาย (Communication) การเชื่อมโยง (Connection) และการนำเสนอ (Representation) (ปานทอง กุลนาถศิริ. 2543: 10) อย่างไรก็ตามถึงแม้ว่าทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญมากเพียงใดก็ตาม แต่นักเรียนส่วนมากก็ยังขาดความสามารถในด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และหนึ่งในทักษะกระบวนการนั้นก็คือ ทักษะการเชื่อมโยง กล่าวคือ นักเรียนไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้อย่างเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ได้ ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989: 84) ได้กล่าวถึงความสำคัญของทักษะการเชื่อมโยงที่มีต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยกล่าวถึงนักเรียนเกรด 5-8 ว่าทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จะช่วยขยายการรับรู้ของนักเรียนให้กว้างมากยิ่งขึ้น ทำให้นักเรียนรับรู้คณิตศาสตร์เป็นส่วนเดียวกันทั้งหมด ไม่ใช่มองคณิตศาสตร์ว่าแบ่งเนื้อหาเป็นส่วน ๆ ที่ไม่เกี่ยวข้องกัน และทำให้นักเรียนเห็นว่าสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ทั้งการเรียนในโรงเรียนและในชีวิตประจำวัน โดยผ่านการสำรวจความสัมพันธ์ต่าง ๆ ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และความสัมพันธ์ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งจะทำให้นักเรียนพบว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ นั้นมีความสัมพันธ์กัน และสามารถช่วยให้พวกเขาเข้าใจวิชาอื่น ๆ และชีวิตประจำวันได้อย่างไร นอกจากนี้ยังแสดงให้เห็นว่าวิชาอื่น ๆ และความรู้ในชีวิตประจำวันมีประโยชน์ต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างไรอีกด้วย ซึ่งเมื่อนักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา ก็จะทำให้นักเรียนมองเห็นถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ มีคุณค่า และสามารถนำไปใช้ได้ในชีวิตจริง และยังส่งผลให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ตามมาอีกด้วย และในปี ค.ศ.2000 (NCTM. 2000: 64) ยังได้มีการกล่าวถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นทักษะกระบวนการที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝนทักษะ และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เพราะการที่นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะส่งเสริมให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ได้ลึกซึ้งและยาวนานขึ้น ตลอดจนช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีคุณค่า น่าสนใจ และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตจริงได้ จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่าการเชื่อมโยงมีความสำคัญมากจนสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาได้กล่าวไว้ในหนังสือหลักการและมาตรฐานสำหรับคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนว่า การเชื่อมโยงต้องเป็นจุดเน้นที่

สำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สิ่งนี้ส่งผลให้นักการศึกษาทั่วโลกหันมาสนใจศึกษาการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้นของหลักสูตรคณิตศาสตร์ในการศึกษาเหล่านั้น

จากเหตุผลที่กล่าวมาแล้วข้างต้นทำให้ผู้วิจัยเห็นว่าการเชื่อมโยงนั้นมีความสำคัญอย่างมากต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้ศึกษาเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ว่ามีเนื้อหาใดบ้างที่มีลักษณะการเชื่อมโยงกับด้านต่าง ๆ ซึ่งผู้วิจัยได้พบว่า เรื่องความน่าจะเป็น ได้มีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ในวิชาอื่น ๆ และความรู้ในชีวิตประจำวัน มาช่วยในการแก้ปัญหาเรื่องความน่าจะเป็น และได้มีการนำเรื่องความน่าจะเป็นไปช่วยในการแก้ปัญหาในด้านต่าง ๆ อาทิเช่น การตัดสินใจ การควบคุมคุณภาพ การเกษตร การอุตุนิยมวิทยา รัฐศาสตร์ สังคมศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ตลอดจนนำเรื่องความน่าจะเป็นไปช่วยแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้คัดเลือกเนื้อหาที่จะนำมาเชื่อมโยงกับเรื่องความน่าจะเป็นที่เหมาะสมกับความรู้ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ดังนั้นผู้วิจัยจึงเกิดแนวคิดในการที่จะสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งศึกษาผลการเรียนรู้ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้ด้วย ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นต่อไป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อศึกษาผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่เน้นการเชื่อมโยง

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. ครูผู้สอนได้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงไปปรับใช้กับการสอนของตนเอง
3. ครูผู้สอนได้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการเชื่อมโยงไปปรับใช้กับเนื้อหาเรื่องอื่น ๆ หรือระดับชั้นอื่น ๆ ต่อไป
4. ทำให้เห็นถึงความสำคัญของการเรียนการสอนที่เน้นการเชื่อมโยง อันได้แก่
 - 4.1 การเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์
 - 4.2 การเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียน
สันติราษฎร์วิทยาลัย เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2
ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนสันติราษฎร์วิทยาลัย เขตราชเทวี จังหวัดกรุงเทพมหานคร โดยการ
ชักตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 46 คน จากนักเรียนทั้งหมด 12 ห้องเรียน
จำนวน 490 คน ซึ่งการจัดห้องเรียนเป็นแบบคละความสามารถ มีนักเรียนที่มีความสามารถในการ
เรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเดียวกัน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาในกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ในช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-ม.3) ใน
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สาระที่ 5 เรื่อง ความน่าจะเป็น อิงตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน
พุทธศักราช 2544 โดยผู้วิจัยได้แบ่งเป็นเนื้อหาย่อย ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 บทนำของความน่าจะเป็น

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ โดยเน้นตัวอย่างการเชื่อมโยง

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ โดยเน้นตัวอย่างการเชื่อมโยง

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การนำความน่าจะเป็นไปใช้ในชีวิตประจำวัน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้อยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 ซึ่งใช้เวลาการ
ทดลองทั้งหมด 14 คาบ คาบละ 50 นาที

1. ระยะเวลาที่ใช้สอนเรื่องความน่าจะเป็น โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
ที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 รวม 12 คาบ ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 บทนำ จำนวน 1 คาบ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ จำนวน 4 คาบ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ จำนวน 4 คาบ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การนำความน่าจะเป็นไปใช้ในชีวิตประจำวัน จำนวน 3 คาบ

2. การทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น จาก
การใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการเชื่อมโยง จำนวน 2 คาบ

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ ได้แก่ กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. ตัวแปรตาม ได้แก่ ผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่เน้นการเชื่อมโยง

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **การเชื่อมโยง** หมายถึง การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ / วิชาอื่น และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาเรื่องความน่าจะเป็น หรือการนำเรื่องความน่าจะเป็นไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ / วิชาอื่น

2. **กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง** หมายถึง กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยเน้นการเชื่อมโยง ซึ่งประกอบด้วย

2.1 คู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วย

1. แนะนำกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์
2. เนื้อหาของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์
3. แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์
4. ข้อเสนอแนะในการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์
5. เฉลยใบกิจกรรมสำหรับแต่ละหน่วยการเรียนรู้และเฉลยแบบทดสอบ

วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง

2.2 แผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งมีทั้งหมด 5 แผน แต่ละแผนจะมีใบความรู้และใบกิจกรรมที่สอดคล้องกับแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 บทนำของความน่าจะเป็น มี 1 แผน จำนวน 1 คาบ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สอนในหน่วยการเรียนรู้เป็นการจัดกิจกรรมรายบุคคล โดยใช้ใบความรู้และใบกิจกรรมที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ มี 2 แผน จำนวน 4 คาบ ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 การทดลองสุ่ม จำนวน 2 คาบ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนในคาบนี้เป็นการจัดกิจกรรมรายบุคคล โดยใช้ใบความรู้และใบกิจกรรมที่ 2

แผนที่การจัดการเรียนรู้ที่ 2 เหตุการณ์ จำนวน 2 คาบ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนในคาบนี้เป็นการจัดกิจกรรมรายบุคคล โดยใช้ใบความรู้และใบกิจกรรมที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ มี 1 แผน จำนวน 4 คาบ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนสอนในหน่วยการเรียนรู้เป็นการจัดกิจกรรมกลุ่ม โดยใช้ใบความรู้และใบกิจกรรมที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การนำความน่าจะเป็นไปใช้ในชีวิตประจำวัน มี 1 แผน จำนวน 3 คาบ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนสอนในหน่วยการเรียนรู้เป็นการจัดกิจกรรมกลุ่ม โดยใช้ใบความรู้และใบกิจกรรมที่ 5

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยที่มีทั้งแบบทดสอบปรนัยและอัตนัย

4. ผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอน โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่เน้นการเชื่อมโยง หมายถึง คะแนนของนักเรียนที่ได้จากการประเมินผล 2 ส่วน

4.1 คะแนนจากการทำใบกิจกรรม คิดเป็นร้อยละ 20

4.2 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์หลังจากเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง คิดเป็นร้อยละ 80

5. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนผลการเรียนรู้ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม กล่าวคือ ถ้าผู้เรียนได้คะแนนผลการเรียนรู้ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ถือว่าผู้นั้นสอบผ่านเกณฑ์

สมมุติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอน เรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง สามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3)

2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยง

2.1 ความหมายของการเชื่อมโยง

2.2 รูปแบบของการเชื่อมโยง

2.3 มาตรฐานของการเชื่อมโยง

2.4 ตัวอย่างของการเชื่อมโยง

2.5 การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยง

2.6 แนวทางการจัดการเรียนการสอนการเชื่อมโยงในเกรด 9-12

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความน่าจะเป็น

3.1 งานวิจัยต่างประเทศ

3.2 งานวิจัยในประเทศ

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยง

4.1 งานวิจัยต่างประเทศ

4.2 งานวิจัยในประเทศ

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3)

สาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 6 สาระ แต่เนื้อหาที่ผู้วิจัยได้ทำการวิจัยนี้เกี่ยวข้องกับสาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสาระการเรียนรู้ที่ 5 และ 6 มีมาตรฐานการเรียนรู้ดังนี้

สาระที่ 5 : การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 : เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

มาตรฐาน ค 5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติ และความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 : ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็น ช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6 : ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.2 : มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐาน ค 6.3 : มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 6.4 : มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

มาตรฐาน ค 6.5 : มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยง

2.1 ความหมายของการเชื่อมโยง

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยงไว้ต่าง ๆ กัน ดังต่อไปนี้

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1995) ได้กล่าวถึงการเชื่อมโยงว่าเป็น การนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์กับความรู้หรือแนวคิดที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือใช้เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994: 194-198) ได้กล่าวถึงการเชื่อมโยงว่าเป็นการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมแทนแนวคิดต่าง ๆ เช่น รูปภาพ แผนภาพ สัญลักษณ์ คำหรือข้อความ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา

จิราพร พรายมณี (2550: ออนไลน์) กล่าวถึง การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นการดำเนินการของบุคคลหรือกลุ่มบุคคล เพื่อโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่นำมาพิจารณา กับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้หัวข้อเรื่อง ทักษะ/กระบวนการ เจตคติ หรือสถานการณ์ ที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์นั้นมาเป็นตัวช่วย

สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท. 2550: 83) ได้ทำการประมวลความหมายของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาสำคัญหลายท่าน ซึ่งพอประมวลได้ดังนี้ การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และหลักการทางคณิตศาสตร์ มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์กับงานที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา และการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น

จากความหมายของการเชื่อมโยงข้างต้น ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยงดังนี้ การเชื่อมโยง หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์กับความรู้หรือแนวคิดที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา และเรียนรู้แนวคิดใหม่

2.2 รูปแบบของการเชื่อมโยง

นักการศึกษาหลายท่านได้กำหนดรูปแบบของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ไว้ต่าง ๆ กัน ดังนี้

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989) ได้กล่าวถึงรูปแบบการเชื่อมโยงไว้ 3 แบบดังนี้

1. การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์
2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ
3. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท. 2550: 83) กล่าวถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ว่าอาจจำแนกตามลักษณะการเชื่อมโยงได้เป็น 2 แบบดังนี้

1. การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์
2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

จากรูปแบบของการเชื่อมโยงข้างต้น ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้กำหนดรูปแบบของการเชื่อมโยงดังนี้

1. การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์
2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

2.3 มาตรฐานของการเชื่อมโยง

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 64-66) ได้กำหนดมาตรฐานการเชื่อมโยง (Connection Standard) ไว้ดังนี้

โปรแกรมการสอนตั้งแต่ชั้นอนุบาลถึงเกรด 12 มุ่งให้นักเรียนสามารถ

2.4.1 ตระหนัก และรู้จักเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์

2.4.2 เข้าใจคณิตศาสตร์ว่าเชื่อมโยงกันได้อย่างไร และนำความรู้หนึ่งไปสร้างความรู้ใหม่ที่เกี่ยวข้องกันได้

2.4.3 ตระหนักและรู้จักประยุกต์คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

2.4 ตัวอย่างของการเชื่อมโยง

2.4.1 การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่างที่ 1 การเชื่อมโยงเรื่องความน่าจะเป็นกับการหารลงตัว (สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย. 2543: 4)

สมชายทอดลูกเต๋าลูกหนึ่ง ถ้าแต้มที่ขึ้นหารด้วย 2 ลงตัวจะหยิบฉลากหนึ่งใบจากกล่องซึ่งมีฉลาก 2 ใบมีตัวเลข 1 และ 4 กำกับอยู่ แต่ถ้าแต้มที่ขึ้นหารด้วย 2 ไม่ลงตัวจะหยิบฉลากหนึ่งใบจากกล่องอีกใบหนึ่งซึ่งมีฉลาก 2 ใบเช่นกันแต่มีตัวเลข 3 และ 2 กำกับอยู่ ความน่าจะเป็นที่ผลรวมของแต้มที่ขึ้นกับตัวเลขในฉลากจะหารด้วย 3 ลงตัว มีค่าเท่าใด

แต้มที่หารด้วย 2 ลงตัวคือ 2, 4 และ 6

แต้มที่หารด้วย 2 ไม่ลงตัวคือ 1, 3 และ 5

ดังนั้นถ้าขึ้น

แต้ม	หยิบฉลาก	ผลรวม	
2	1	3	*
	4	6	*
4	1	5	
	4	8	
6	1	7	
	4	10	

แต่้ม	หยิบฉลาก	ผลรวม	
1	3	4	*
	2	3	
3	3	6	*
	2	5	
5	3	8	
	2	7	

* คือ จำนวนที่ 3 หารลงตัว

จำนวนวิธีทั้งหมด = 12

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ผลรวมของแต่้มที่ขึ้นกับตัวเลขในฉลากจะหารด้วย 3 ลงตัว $= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

ตัวอย่างที่ 2 การเชื่อมโยงเรื่องความน่าจะเป็นกับรูปสามเหลี่ยม (สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย. 2545: 2)

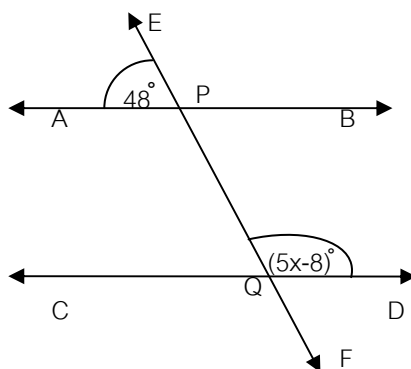
มีไม้ยาว 1, 2, 3, 4, 5, 6 เซนติเมตรอย่างละท่อนอยู่ในถุง สุ่มหยิบขึ้นมาสามท่อน ความน่าจะเป็นที่จะนำไม้สามท่อนนั้นมาประกอบเป็นรูปสามเหลี่ยมไม่ได้เป็นเท่าใด

จำนวนวิธีที่จะสุ่มหยิบไม้ 3 ท่อน จากไม้ 6 ท่อน ซึ่งยาว 1, 2, 3, ..., 6 ซ.ม. มี 20 วิธี คือ (1, 2, 3), (1, 2, 4), (1, 2, 5), (1, 2, 6), (1, 3, 4), (1, 3, 5), (1, 3, 6), (1, 4, 5), (1, 4, 6), (1, 5, 6), (2, 3, 4), (2, 3, 5), (2, 3, 6), (2, 4, 5), (2, 4, 6), (2, 5, 6), (3, 4, 5), (3, 4, 6), (3, 5, 6), (4, 5, 6)

จะนำมาประกอบเป็นรูปสามเหลี่ยมได้ต่อเมื่อความยาวของไม้ 2 ท่อน รวมกันต้องยาวกว่าท่อนที่ 3 (คุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยม) ซึ่งได้แก่ (2, 3, 4), (2, 4, 5), (2, 5, 6), (3, 4, 5), (3, 4, 6), (3, 5, 6), (4, 5, 6)

$$\text{ความน่าจะเป็นที่ต้องการ} = \frac{13}{20}$$

ตัวอย่างที่ 3 การเชื่อมโยงเรื่องเส้นขนานกับสมการ (สสวท. 2550: 84-85)



จากรูป กำหนดให้ $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ และ $\overrightarrow{EF}$ ตัด $\overrightarrow{AB}$ และ $\overrightarrow{CD}$ ที่จุด P และจุด Q ตามลำดับ

$\angle APE = 48^\circ$ และ $\angle DQP = (5x - 8)^\circ$ จงหาค่า x

ปัญหานี้ต้องใช้ความรู้ทางเรขาคณิตเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนานและความสัมพันธ์ของขนาดมุมตรงข้ามที่เกิดจากเส้นตรงสองเส้นตัดกันประกอบความรู้ทางพีชคณิตเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มาหาคำตอบซึ่งจะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

เนื่องจาก $\angle APE = \angle BPQ = 48^\circ$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกันแล้วมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน)

และ $\angle BPQ + \angle DQP = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนานรวมกันเท่ากับ 180)

$$\text{จะได้} \quad 48 + (5x - 8) = 180$$

$$5x + 40 = 180$$

$$5x = 140$$

$$x = 28$$

เมื่อนำค่า x ที่ได้ไปตรวจสอบกับเงื่อนไขที่ให้มา ก็จะได้ว่า x เท่ากับ 28 องศา

2.4.2 การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

ตัวอย่างที่ 1 การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับภาษาไทย (ทรงชัย อักษรคิด. 2547: 39-40)

บัวดอกหนึ่งโผล่พ้น	ชลธาร
สูงลิบนิ้วเต่งบาน	อุทกพันธ์
หากจักกะประมาณ	ตื้นลึก สระฤา
ใช้คณิตศาสตร์ตอนต้น	ตอบได้ไม่นาน
โน้มนามลย์จนมิดน้ำ	พอดี
หมายจุดคู่พื้นนที	เที่ยงไว้
ยี่สิบเอ็ดนิ้วมี	ระยะเปียง เบนนา
ย่อมบอกตื้นลึกได้	ดั่งนี้แหละสหาย
(ศาสตราจารย์ นาواهอก สะอาด สุนทโรวาท)	
จากบทร้อยกรองข้างต้น จงหาว่าสระน้ำมีความลึกเท่าใด	

ปัญหานี้เป็นการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับความรู้ทางภาษาไทยเข้าด้วยกัน ผู้เรียนจะสามารถแก้ปัญหาข้อนี้ได้ต้องใช้ทักษะทางภาษาในการแปลความหมายของบทร้อยกรองให้เข้าใจ ต้องรู้ความหมายของศัพท์ต่าง ๆ ในบทร้อยกรองซึ่งครูผู้สอนสามารถสอดแทรกความรู้เหล่านี้ได้ในการเรียนการสอน เมื่อผู้เรียนรู้ความหมายของคำศัพท์ต่าง ๆ และแปลความจนเข้าใจโจทย์เป็นอย่างดีแล้วจากนั้นผู้เรียนจะต้องใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา ผู้เรียนต้องพยายามเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และคิดว่าจะต้องนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องใดที่จะสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานี้ได้

จากบทร้อยกรองในโจทย์ข้างต้นมีการประพันธ์ในลักษณะเป็นโคลงสี่สุภาพ ครูผู้สอนอาจเพิ่มเติมความรู้เกี่ยวกับฉันทลักษณ์ของโคลงสี่สุภาพ แผนผัง หรือข้อบังคับต่าง ๆ ของการแต่งโคลงสี่สุภาพ สอดแทรกคำศัพท์ที่ไม่คุ้นเคยเพื่อประโยชน์ในการแปลความหมาย เช่น

ชลธาร (น.) แปลว่า ลำน้ำ ลำคลอง ร่องน้ำ ห้วย ทะเลสาบ

เต่ง (ว.) แปลว่า มีเนื้ออูมแน่นตึง ไม่เหี่ยวหรือย่นยาน

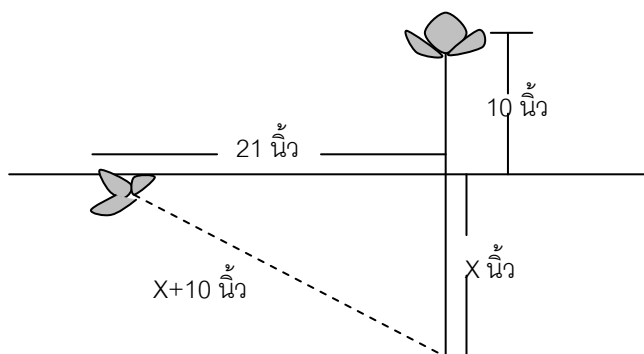
อุทก(น.) แปลว่า น้ำ

มาลย์(น.) แปลว่า ดอกไม้ ดอกไม้ที่ร้อยเป็นพวง

คู่(ก.) แปลว่า ตรงกันข้ามกับเหยียด งอเข้า

นที (น.) แปลว่า แม่น้ำ (คำแปลจากพจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ.2542)

จากโคลงสี่สุภาพในโจทย์สามารถแปลความหมายโดยย่อได้ว่า “ดอกบัวดอกหนึ่งในสระน้ำ เมื่อวัดความสูงจากผิวน้ำจนถึงปลายดอกบัวจะสูง 10 นิ้ว แต่เมื่อเอียงดอกบัวจนปลายดอกจมมีน้ำพอดีกับผิวน้ำแล้ววัดระยะห่างที่เบี่ยงออกไปบนผิวน้ำได้ระยะทาง 21 นิ้ว สระน้ำมีความลึกเท่าไร” และสามารถเขียนตัวแบบเชิงทางคณิตศาสตร์ได้ดังรูป



เมื่อผู้เรียนเขียนตัวแบบเชิงทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ผู้เรียนจะสามารถค้นพบได้ว่าปัญหานี้เกี่ยวข้องกับความรู้เรื่องความยาวบนด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งสามารถใช้ทฤษฎีบทของพีทาโกรัสเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหานี้ได้ โดยให้สระน้ำมีความลึก x นิ้ว ดังนั้นบัวดอกนี้จึงมีความสูงตั้งแต่โคนต้นจนถึงปลายดอกเป็น $x + 10$ นิ้ว โดยใช้ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส จะได้ความสัมพันธ์เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$(x + 10)^2 = x^2 + 21^2$$

$$x^2 + 20x + 100 = x^2 + 441$$

$$20x = 341$$

$$x = \frac{341}{20} = 17.05$$

นั่นคือ สระน้ำมีความลึกเท่ากับ 17.05 นิ้ว

ตัวอย่างที่ 2 (สสวท. 2550: 105-107) การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับเศรษฐศาสตร์ เช่น การวิเคราะห์การลงทุน

การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นตาราง อสมการและกราฟช่วยในการวิเคราะห์การลงทุน เพื่อวิเคราะห์การลงทุน เพื่อวิเคราะห์จำนวนผลิตสินค้าที่ทำให้มีผลกำไรมากที่สุด ดังตัวอย่าง

บริษัทแห่งหนึ่งผลิตน้ำอัดลมชนิด M และชนิด N โดยที่ชนิด M แต่ละขวดใช้หัวเชื่อน้ำตาล 4 กรัมกับหัวเชื่อน้ำส้ม 1 กรัม ส่วนชนิด N แต่ละขวดใช้หัวเชื่อน้ำตาล 2 กรัม กับหัวเชื่อน้ำส้ม 3 กรัม ถ้าในแต่ละวันบริษัทมีหัวเชื่อน้ำตาลเพียง 20,000 กรัม และหัวเชื่อน้ำส้มเพียง 9,000 กรัม เท่านั้น ในการจำหน่ายน้ำอัดลม บริษัทจะได้กำไรจากน้ำอัดลมชนิด M ขวดละ 0.50 บาท และชนิด N ขวดละ

0.75 บาท อยากทราบว่าทางบริษัทควรผลิตน้ำอัดลมชนิด M และชนิด N วันละกี่ขวด จึงจะได้กำไรมากที่สุด และเป็นเงินเท่าไร

สมมติให้ P แทน กำไรเป็นบาท

x แทน จำนวนขวดของน้ำอัดลมชนิด M

y แทน จำนวนขวดของน้ำอัดลมชนิด N

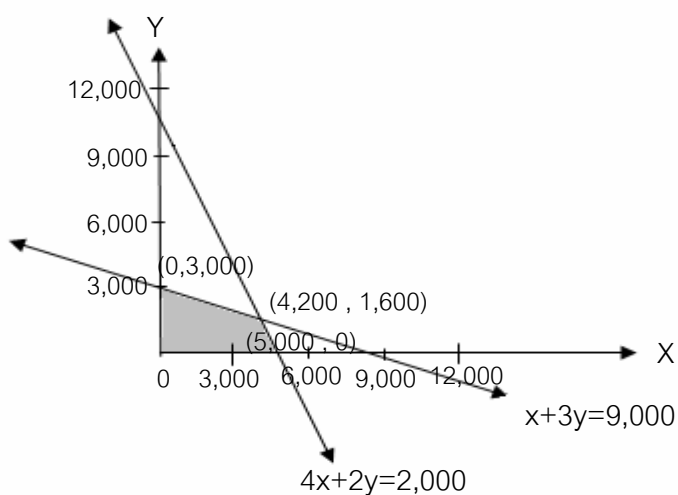
เขียนสมการแสดงกำไรจากการขายน้ำอัดลมได้เป็น

$$P = 0.50x + 0.75y$$

เขียนอสมการแสดงความสัมพันธ์และกราฟได้ดังนี้

อสมการแสดงการใช้หัวน้ำเชื่อน้ำตาล คือ $4x + 2y \leq 20,000$

อสมการแสดงการใช้หัวน้ำเชื่อน้ำส้ม คือ $x + 3y \leq 9,000$



ตรวจสอบค่า P โดยแทนค่า x และค่า y จากทุกจุดยอดมุมของรูปแรเงา ใน

$$P = 0.50x + 0.75y$$

(x,y)	$P = 0.50x + 0.75y$
(0, 0)	0
(5,000, 0)	2,500
(4,200, 1,600)	3,300
(0, 3,000)	2,250

จากกราฟและตารางสรุปได้ว่า ถ้าจะขายน้ำอัดลมให้ได้กำไรมากที่สุด ควรผลิตน้ำอัดลมชนิด M 4,200 ขวด ชนิด N 1,600 ขวด ซึ่งจะได้กำไรมากที่สุดเป็น 3,300 บาท

ตัวอย่างที่ 3 การเชื่อมโยงความน่าจะเป็นกับการตัดสินใจ (ธีระพร วีระถาวร. 2535: 406)

ร้านขายของหนึ่งได้เก็บข้อมูลเกี่ยวกับค่าใช้จ่ายในการผลิตและราคาขายดังนี้ เนื่องจากผลไม้ชนิดนี้เน่าเสียได้ง่ายถ้าขายไม่ได้ในวันที่มีของอยู่ ค่าใช้จ่ายของของหนึ่งเท่ากับ 40 บาทต่อกล่อง และราคาขายเท่ากับ 70 บาทต่อกล่อง นอกจากค่าใช้จ่ายปกติแล้วเขาได้คำนวณค่าใช้จ่ายในการที่ไม่มีของหนึ่งเพียงพอกับความต้องการของลูกค้าเท่ากับ 30 บาทต่อกล่อง (ค่าสูญเสียความเชื่อถือ) เจ้าของร้านแห่งนี้ไม่สามารถระบุจำนวนกล่องที่ลูกค้าต้องการในวันหนึ่ง ๆ ได้ แต่จากข้อมูลของการขายใน 100 วันที่ผ่านมาเป็นดังนี้

จำนวนกล่องที่ขายได้ / วัน	จำนวนวันที่ขายได้
10	15
11	20
12	40
13	25

ท่านคิดว่าเจ้าของร้านควรจะสต็อกของเป็นจำนวนกี่กล่องต่อวันจึงจะเป็นผลดีกับกิจการของเขา

จากตัวอย่างการเชื่อมโยงต่าง ๆ ที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น แสดงให้เห็นว่าในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในแต่ละข้อนั้นจะต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หลายเรื่องประกอบเข้าด้วยกัน อีกทั้งวิชาคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาในวิชาอื่น ๆ อีกด้วย นักเรียนที่สามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นได้ จะทำให้เข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ มากยิ่งขึ้น ดังนั้นครูจึงควรจัดการเรียนการสอนเพื่อทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

2.5 การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยง

ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงไว้ต่าง ๆ กันดังต่อไปนี้ กระทรวงศึกษาธิการ (2545: 200-205) ได้กล่าวว่า องค์ประกอบที่ช่วยพัฒนาทักษะ / กระบวนการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ มีดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์ต่าง ๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องระหว่างความรู้และทักษะ / กระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้อง

4. ทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์ต่าง ๆ

5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่หาได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้น ๆ อย่างสมเหตุสมผล

จรรยา ภูอุดม (2545: 23-24) ได้กล่าวถึงการคัดเลือกสถานการณ์ปัญหาเพื่อใช้เป็นสื่อให้เกิดการเรียนรู้ ว่าควรใช้หลักเกณฑ์ดังต่อไปนี้

1. เป็นสถานการณ์แบบองค์รวม มีการบูรณาการเนื้อหา เน้นมโนคติหรือแนวคิดหลัก การสอนคณิตศาสตร์ที่แยกเป็นส่วน ๆ ทำให้นักเรียนไม่สามารถสร้างมโนคติที่เป็นภาพรวมและนำคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ นักเรียนจำนวนมากไม่สามารถสร้างมโนคติที่เป็นภาพรวมจากส่วนย่อย ๆ ได้ แต่จะจำเฉพาะลักษณะที่เป็นส่วนย่อย ๆ ในทางตรงข้าม เมื่อมโนคติถูกนำเสนอในลักษณะที่เป็นภาพรวม นักเรียนจะหาวิธีการสร้างความหมายโดยการแยกภาพรวมออกเป็นส่วน ๆ เพื่อให้สามารถมองเห็นและเข้าใจได้ ส่วนการเน้นมโนคติหลักก็เนื่องมาจากจุดประสงค์การเรียนรู้ทุกจุดประสงค์ไม่ได้มีความสำคัญเท่ากันทั้งหมด บางจุดประสงค์เป็นเพียงกรณีเฉพาะหรือเป็นผลที่ได้โดยอ้อมจากการเรียนรู้บางจุดประสงค์ นอกจากนี้ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นความสำคัญทุกจุดประสงค์จะทำให้เวลาที่มีในหลักสูตรไม่เพียงพอสำหรับจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้คิดอย่างจริงจัง การจัดบรรยากาศการเรียนที่ส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้โดยการกระทำจะต้องไม่เป็นบรรยากาศที่อัดแน่นด้วยเนื้อ แต่เป็นการเน้นที่แนวคิดใหญ่ ๆ จึงต้องมีการวิเคราะห์เพื่อตัดสินใจว่าจะเลือกจุดประสงค์ใดที่เป็นจุดประสงค์หลักสำหรับจัดประสบการณ์การเรียนรู้ โดยอาจใช้การสร้างแผนผังมโนคติ (Concept Maps) เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์ เนื่องจากแผนผังมโนคติเป็นระบบการแทนความรู้ที่มีโครงสร้างเป็นลำดับขั้น มีความสัมพันธ์เชื่อมโยงกันระหว่างมโนคติต่าง ๆ สามารถแสดงให้เห็นถึงเนื้อหาที่ขึ้นต่อกันอย่างชัดเจน โดยมโนคติที่เป็นกรณีทั่วไปที่สุดจะเป็นมโนคติหลัก ส่วนมโนคติที่เฉพาะเจาะจงจะเป็นมโนคิรอง แผนผังมโนคติจึงสามารถแสดงให้เห็นถึงมโนคติหลักและความรู้พื้นฐานได้อย่างดี

2. ข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาสอดคล้องและตรงตามสภาพจริงในชีวิตประจำวันไม่เป็นเพียงข้อมูลที่แต่งขึ้น จากประสบการณ์ที่ผ่านมาเรามักพบว่านักเรียนไม่สามารถนำสิ่งที่เรียนไปใช้กับสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ เพราะสถานการณ์ในชีวิตจริงส่วนใหญ่มีลักษณะซับซ้อน มีการผสมผสานกันของเนื้อหาต่าง ๆ มากกว่าที่จะแยกออกเป็นส่วน ๆ ด้วยเหตุนี้ สถานการณ์ปัญหาที่จะนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจึงควรมีลักษณะเป็นแบบองค์รวม มีการบูรณาการของเนื้อหาและมีความซับซ้อนตรงตามความเป็นจริงมากกว่าเป็นการแต่งขึ้น การฝึกให้นักเรียนได้เผชิญกับปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตจริงย่อมทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ เห็นว่าคณิตศาสตร์สัมพันธ์โดยตรงกับชีวิตประจำวันและสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน การให้โอกาสนักเรียนได้แก้ปัญหา

แบบนี้จะทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่ซับซ้อนในชีวิตจริงได้ และเห็นว่าการเรียนรู้ต่อไปอีกเป็นสิ่งที่มีความสำคัญอย่างยิ่ง

3. เป็นสถานการณ์ปัญหาที่อยู่รอบตัวนักเรียน เหมาะกับวัย ความสนใจ และมีความหมายต่อนักเรียน เนื่องจากการใช้สถานการณ์ที่เหมาะสมกับวัย ความสนใจ และมีความหมายต่อนักเรียน เป็นองค์ประกอบสำคัญที่จะผลักดันให้นักเรียนเกิดความอยากแก้ปัญหาหรือการกระทำอันก่อให้เกิดการเรียนรู้

4. เป็นสถานการณ์ที่ส่งเสริมการสำรวจ การอภิปราย และการตัดสินใจ เนื่องจากสถานการณ์ที่ส่งเสริมการสำรวจ อภิปราย และตัดสินใจ เป็นสถานการณ์ที่มีประสิทธิภาพต่อการรื้อให้นักเรียนรู้จักคิด อันเป็นจุดเริ่มต้นของการสำรวจอย่างนักวิทยาศาสตร์ นอกจากนี้สถานการณ์ที่ส่งเสริมการสำรวจ อภิปราย และการตัดสินใจ ยังเป็นสถานการณ์ที่ส่งเสริมให้เกิดการใช้ระบบสัญลักษณ์ในการสื่อสาร เกิดปฏิสัมพันธ์ของสมาชิกในสังคม ที่สำคัญคือการใช้สถานการณ์ที่ส่งเสริมการสำรวจ อภิปราย และการตัดสินใจ จะช่วยส่งเสริมและพัฒนาความสามารถของนักเรียนทางด้านทักษะ/กระบวนการ ทั้งทางด้านการสื่อสาร การแก้ปัญหา และการให้เหตุผลได้เป็นอย่างดี

5. เป็นสถานการณ์ที่ท้าทาย สามารถหาคำตอบได้หลายวิธี นักเรียนแต่ละคนมีระดับความรู้ ทักษะ และความเข้าใจ ต่อสถานการณ์ปัญหาแตกต่างกัน การใช้สถานการณ์ปัญหาที่สามารถหาคำตอบได้หลายวิธีจึงเอื้อต่อการใช้วิธีการของนักเรียนในการหาคำตอบ ซึ่งจะส่งเสริมการคิดและอภิปรายของนักเรียน ประกอบกับปัญหาในชีวิตประจำวันส่วนใหญ่จะเป็นปัญหาที่สามารถแก้ไขได้หลายวิธี ดังนั้นการใช้สถานการณ์ปัญหาที่สามารถแก้ไขได้หลายวิธีจึงส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายและสอดคล้องกับความเป็นจริงได้มากขึ้น นอกจากนี้การแก้ปัญหาเพียงไม่กี่ปัญหาแต่มีวิธีแก้ที่หลากหลายเป็นสิ่งที่มีความหมายกว่าการแก้ปัญหาหลาย ๆ ปัญหาแต่ใช้วิธีเดียวกัน เนื่องจากการใช้เพียงวิธีเดียวมีความเสี่ยงสูงต่อการเกิดความล้มเหลวในการแก้ปัญหาของนักเรียน

กล่าวโดยสรุปว่าในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงนั้น ครูควรบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ ภายในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ รวมถึงการนำวิชาคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน นอกจากนี้ครูยังควรจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาที่ให้นักเรียนได้ปฏิบัติจริง เพื่อที่จะได้นำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้เรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำมาแก้ปัญหาสถานการณ์ที่ครูกำหนดขึ้น

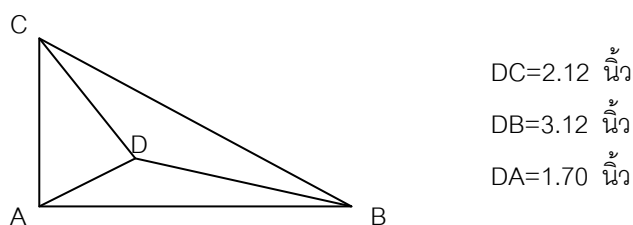
2.6 แนวทางการจัดการเรียนการสอนการเชื่อมโยงในเกรด 9-12

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 354-358) กล่าวว่า นักเรียนเกรด 9-12 ควรได้รับการพัฒนาในเรื่องของการโยงความคิดไปยังแง่มุมต่าง ๆ ทำให้เกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งขึ้น ดีกว่าคิดถึงวิธีการเดียวในการแก้ปัญหาที่นำไปสู่ผลลัพธ์ที่เหมือนกัน นักเรียนจะได้การหยั่งรู้ที่สามารถบอกได้ว่าปัญหาใดต้องพิสูจน์หรือปัญหาใดใช้เพียงการคาดคะเนไม่ต้องพิสูจน์ การโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันทำให้เกิดความเข้าใจในปัญหานั้นมากยิ่งขึ้น

NCTM ได้ยกตัวอย่างของการเชื่อมโยงเพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนการเชื่อมโยง ซึ่งแสดงถึงการนำเสนอวิธีที่ต่างกันของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

นักเรียนเกรด 10 เริ่มต้นคิดแก้ปัญหาที่อาจารย์โรบินสันให้ “ครูมีปัญหาให้พวกเขาช่วยกันแก้ ครูมีสุนัขเชื่องอยู่ตัวหนึ่งและมีสนามรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่บ้าน เมื่อจะไปทำธุระสักครูจึงล่ำมโซ่มันไว้ที่สนาม ครูต้องการโซ่ที่สั้นที่สุดเท่าที่เป็นไปได้แต่ให้สุนัขสามารถเดินไปถึงทุกมุมในสนาม ครูควรล่ำมโซ่มันไว้ที่ตรงไหน” อาจารย์โรบินสันให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม ๆ ละ 3 คน ใช้อุปกรณ์ที่มีอยู่ตามปกติในการแก้ปัญหา ได้แก่ วงเวียน ไม้บรรทัด เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์ที่ติดตั้งโปรแกรมเรขาคณิต

เจนนิเฟอร์พูดว่าเราลองสังเกตซ์ภาพในคอมพิวเตอร์ดูก่อน ซึ่งทุกคนในกลุ่มเห็นดีด้วยซึ่งผลที่ได้ดังแสดงในภาพประกอบ 1 (NCTM. 2000: 354)



ภาพประกอบ 1 แสดงภาพสเกตซ์จากคอมพิวเตอร์ของเจนนิเฟอร์

อาจารย์โรบินสันเดินดูแต่ละกลุ่มทำงาน มาถึงกลุ่มของเจนนิเฟอร์ครั้งแรกสังเกตเห็นว่ามีการลองกำหนดจุด D ขึ้นภายในรูปสามเหลี่ยมแล้วลากเส้นไปยังมุมต่างๆ แต่เมื่ออาจารย์โรบินสันเดินมายังกลุ่มนี้อีกครั้งดูเหมือนจะเป็นรูปเป็นร่างขึ้น เขาถามถึงการทำงานของกลุ่ม

อาจารย์โรบินสัน : โจ กลุ่มของเธอคิดหน้าไปไหนแล้ว

โจ : พวกเรากำลังพยายามหาตำแหน่งของจุด

เจฟฟ์ : จุดนั้นไม่ควรอยู่ใกล้มุมใดมุมหนึ่งของสามเหลี่ยมมากเกินไป

เจนนิเฟอร์ : เราต้องให้ได้ความยาวไปยังมุมทั้งสามเท่ากันด้วย

ก่อนที่อาจารย์โรบินสันจะเดินไปดูกลุ่มอื่นเขาได้ช่วยจัดระเบียบความคิดให้กับเด็กกลุ่มนี้ เพื่อให้สามารถใช้ภาษาคณิตศาสตร์ที่ได้มาตรวจสอบยิ่งขึ้น และรู้จักตรวจสอบด้วยการแลกเปลี่ยนความคิดของตนเพื่อให้คนอื่นเข้าใจ ทำให้เจนนิเฟอร์และเพื่อนในกลุ่มเห็นเป้าหมายที่ชัดเจนขึ้นว่า ต้องการจุด D ที่ทำให้ส่วนของเส้นตรง DA, DB และ DC ยาวเท่ากัน เมื่ออาจารย์โรบินสันกลับมาใหม่ กลุ่มนี้จึงได้ข้อสรุปว่าจุดนั้นจะต้องอยู่ตรงกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉาก แต่ยังไม่สามารถบอกเหตุผลได้ ดังนั้นสิ่งที่ต้องทำต่อไปคือหาเหตุผลเพื่อมาพิสูจน์

อาจารย์โรบินสัน : เธอจะต้องรู้อะไรอีกบ้าง

เจฟฟ์ : ผมไม่แน่ใจว่าจุด D ที่ว่านี้ จะอยู่ห่างจากจุดยอดทั้งสามเท่ากันจริง

เจนนิเฟอร์ : แต่ฉันคิดว่าใช่ละ มันเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมได้ด้วย

การอภิปรายของแต่ละกลุ่มยังคงดำเนินต่อไปจนหลายกลุ่มได้ข้อสังเกตและคาดเดาคล้าย ๆ กับกลุ่มของเจนนิเฟอร์ อาจารย์โรบินสันจึงเขียนข้อคาดเดาซึ่งคล้ายกันทุกกลุ่มบนกระดาน

ข้อคาดเดา : จุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากอยู่ห่างจากจุดยอดมุมทั้งสามเท่ากัน

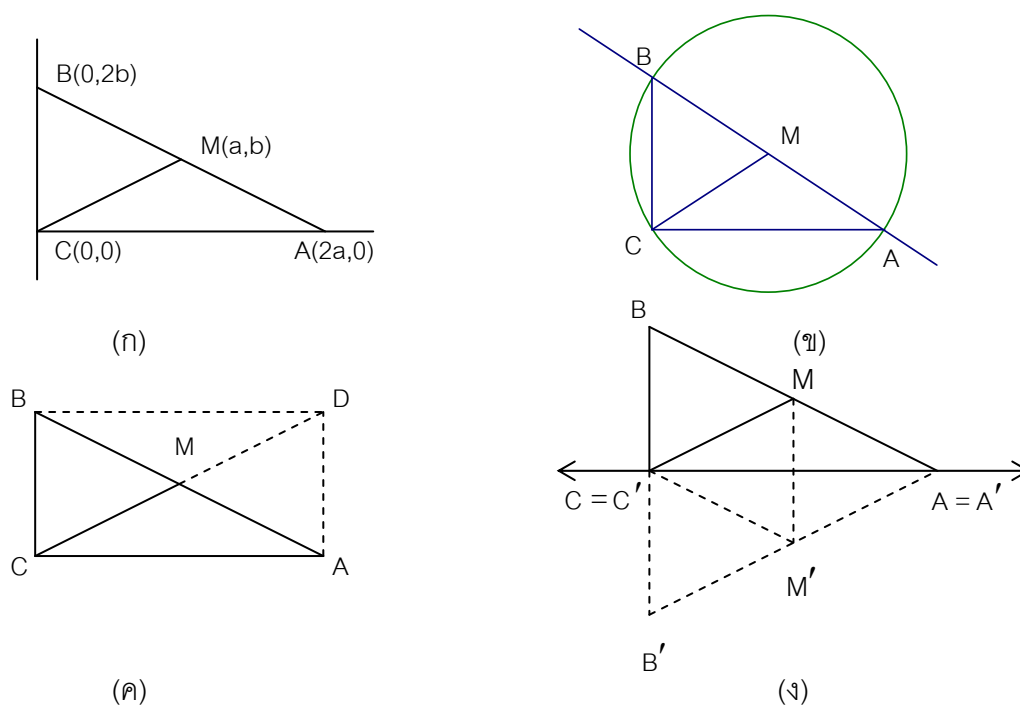
เขาให้แต่ละกลุ่มทำการพิสูจน์หรือยกตัวอย่างค้าน เลือกตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียนและบอกกับนักเรียนว่าวิธีพิสูจน์ข้อคาดเดานี้อาจทำได้หลายวิธี

ผลงานของนักเรียนแต่ละกลุ่มดังแสดงในภาพประกอบ 2 (NCTM. 2000: 356) กลุ่มหนึ่งกำหนดโคออร์ดิเนตของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากในกราฟดังรูป (ก) แล้วใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสแสดงให้เห็นว่า $CM = MA$ แต่เนื่องจาก $BM = MA$ ดังนั้น $BM = MA = CM$

กลุ่มของเจนนิเฟอร์บอกว่าจุดสามจุดคือ A, B และ C นั้นอยู่บนวงกลมวงหนึ่ง ซึ่งอาจารย์โรบินสันแนะนำว่ากลุ่มนี้ได้ใช้สมบัติของมุมในครึ่งวงกลม (ดังรูป ข)

พีโดรนำเสนอผลงานของกลุ่มด้วยการลากเส้นตรงต่อจากสามเหลี่ยมมุมฉากบรรจบกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก (ดังรูป ค) แล้วอ้างเหตุผลโดยใช้สมบัติของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

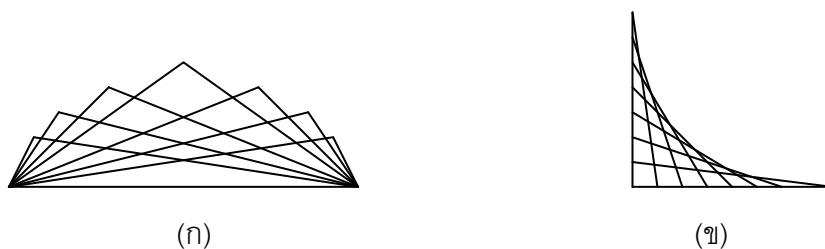
แอนน่านำเสนอผลงานโดยใช้การแปลงทางเรขาคณิต (ดังรูป ง) ซึ่งให้ M และ M' เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง AB และ A'B' ตามลำดับ สามเหลี่ยม MAM' คล้ายกับสามเหลี่ยม BAB' โดยแต่ละด้านที่สมนัยกันนั้นความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมที่เล็กกว่ามีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมที่ใหญ่กว่า ในทำนองเดียวกันจะได้ว่าสามเหลี่ยม BMC คล้ายกับสามเหลี่ยม BAB' แอนนาได้แสดงให้เห็นว่าสามเหลี่ยม MAM' เท่ากันทุกประการกับสามเหลี่ยม CMB ซึ่งทำให้ได้ว่า $CM = MA$



ภาพประกอบ 2 แผนภาพผลงานการพิสูจน์ 4 แบบของนักเรียน

อาจารย์โรบินสันแสดงความชื่นชมในคุณภาพของงานที่นักเรียนแสดงวิธีทำได้หลากหลาย ซึ่งเป็นส่วนสำคัญของการเชื่อมโยงความรู้ในคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน นักเรียนได้เห็นว่าวิธีทำได้หลายวิธี ไม่ว่าจะใช้ความรู้ในเรื่องเรขาคณิตในระบบแกนมุมฉาก เรขาคณิตในระบบพิกัด หรือการแปลงทางเรขาคณิตสามารถเชื่อมโยงถึงกันได้ เขาได้ให้ความเห็นว่าเป็นเรื่องดีที่นักเรียนได้วิธีคิดเหล่านี้ เพื่อบางคนจะได้แนวคิดไปใช้แก้ปัญหาอื่นต่อไปในภายหน้า

กิจกรรมต่อไปที่อาจารย์โรบินสันเลือก ดังแสดงในภาพประกอบ 3 (NCTM. 2000: 357) เป็นปัญหามำสนใจที่นักเรียนจะได้ใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมและวงกลม มีนักเรียนกลุ่มหนึ่งสนใจกลุ่มของสามเหลี่ยมมุมฉากใช้ด้านตรงข้ามมุมฉากร่วมกันและดูวิถีทางเดินของจุดยอดมุมฉาก (ดังรูป ก) ส่วนอีกกลุ่มหนึ่งสนใจกลุ่มของสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมฉากและด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งร่วมกัน (ดังรูป ข) เมื่อลองจุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉากของสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปแล้ว จะเห็นวิถีทางเดินของจุดเป็นส่วนโค้งของวงกลม ครั้งแรกนักเรียนขัดแย้งในความคิดว่าจะเป็นแบบรูปของวงกลมหรือไม่ แต่อาจารย์โรบินสันมองเห็นความเป็นไปได้ในการสร้างการเชื่อมโยงโดยตั้งคำถาม เช่น “ทำไมเธอคิดว่าเป็นแบบรูป” และ “วงกลมในแบบรูปของเธอนี้ใช้อธิบายอะไรบางอย่างกับวงกลม จากงานของกลุ่มของเจนนิเฟอร์ได้หรือไม่” เมื่อแต่ละกลุ่มเข้าใจสิ่งที่เขาถามก็เริ่มเห็นการเชื่อมโยงระหว่างวงกลมที่เกิดขึ้นกับบทนิยามของวงกลม และความจริงจากปัญหาที่แล้วนั่นคือระยะทางไปยังจุดทั้งสามเท่ากัน



ภาพประกอบ 3 แสดงวิถีทางเดินของจุดยอดมุมฉาก และจุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉาก

ท้ายสุดอาจารย์โรบินสันได้ให้งานท้าทายที่เชื่อมโยงกับปัญหานี้ (หรือปัญหาที่คล้ายกันนี้) กับสถานการณ์ในชีวิตจริงกับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้กระดาษโปสเตอร์แสดงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่คล้ายคลึงกับปัญหา ก่อน คือ หาจุดที่อยู่ห่างจากจุดยอดทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นระยะทางเท่ากัน ให้กลุ่มหนึ่งแสดงการทดลองในห้องเรียนที่ทำให้มีดโดยปิดหน้าต่างทุกบาน วางกระดาษโปสเตอร์รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสีขาวรูปหนึ่งลงบนพื้นห้อง จุดเทียนไขที่สูงเท่ากันตั้งไว้ที่จุดยอดทั้งสาม ตั้งวัตถุสิ่งหนึ่งที่สั้นกว่าเทียนไขไว้ภายในรูปสามเหลี่ยม สมาชิกคนหนึ่งของกลุ่มทำการเคลื่อนย้ายวัตถุนั้นไปเรื่อย ๆ นักเรียนคนอื่นสังเกตเงาของวัตถุ ปรากฏว่าเงาทั้งสามของวัตถุยาวเท่ากันเมื่อวัตถุนั้นเคลื่อนย้ายมาอยู่ที่จุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉาก ปรากฏการณ์ดังกล่าวสร้างความยินดีแก่ทั้งอาจารย์โรบินสันและนักเรียนในชั้น แต่เขาบอกว่างานยังไม่จบเพียงเท่านี้ ปัญหาอาจจะมีต่อไปเช่น “ไม่ใช่ว่าลานบ้านของทุกคนจะมีมุมฉากหรือเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก” ข้อคิดนี้กำลังนำไปค้นหาสิ่งที่เป็นนามธรรมและเป็นกรณีทั่วไปเพื่อใช้กับงานอื่น ๆ บางงานหรือไปสร้างการเชื่อมโยงให้มากขึ้น

เรื่องราวในชั้นเรียนของอาจารย์โรบินสันชี้ให้เห็นว่า มีหลายวิธีในการสอนที่จะช่วยให้นักเรียนค้นหาและสร้างทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะการเลือกปัญหาที่มีความสำคัญเนื่องจากนักเรียนคงไม่สามารถเชื่อมโยงได้เองนอกจากได้ทำงานกับปัญหาหรือกับสถานการณ์ต่าง ๆ ซึ่งจะนำไปสู่การโยงความรู้ต่าง ๆ เข้าด้วยกัน ครูควรมีความคิดริเริ่มในการหาปัญหาที่บูรณาการความรู้ซึ่งเมื่อก่อนการสอนที่เน้นที่เนื้อหา และหลักสูตรให้มีการศึกษาเนื้อหาแยกเป็นเรื่อง ๆ เช่น เรขาคณิต พีชคณิต และสถิติ แต่เมื่อหลักสูตรได้ให้มีการสอนโดยใช้ปัญหาซึ่งเป็นการทำลายขอบเขตเนื้อหาแบบเดิมลง ครูจึงต้องพัฒนาตนเองให้เกิดความชำนาญในการสร้างการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เพื่อจะได้นำไปพัฒนาความสามารถนั้นแก่นักเรียน

หลักการที่จำเป็นอันหนึ่งในการช่วยให้นักเรียนสร้างทักษะการเชื่อมโยงคือ กระตุ้นให้นักเรียนแสวงหาความรู้บวกกับการได้แก้ปัญหาที่ใกล้ตัว อาจารย์โรบินสันเริ่มต้นด้วยปัญหาที่มีทางแก้หลายวิธีและหลากหลายคำตอบ ในขณะที่ทำงานกับปัญหานักเรียนอาจถูกชักนำให้ไขว่เขวจนทำให้ไม่สามารถตัดสินใจได้และเกิดการโต้แย้ง เขาจะช่วยให้นักเรียนค้นหาแก่นแท้ที่นำมาซึ่งความคิดใหม่ ๆ ที่

สร้างการเชื่อมโยง นักเรียนจะได้รับการส่งเสริมให้สะท้อนความคิด และเปรียบเทียบคำตอบที่ได้ เป็นการสร้างทักษะการเชื่อมโยง เมื่อนักเรียนทำทุกอย่างกับปัญหาที่นำมาได้แล้ว จึงให้ก้าวไปสู่การค้นหาคำตอบ ปัญหาที่มีคุณค่าจะทำให้เกิดความคิดทางคณิตศาสตร์และเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้นักเรียนสามารถเห็นคณิตศาสตร์ได้เชื่อมโยงกันทั้งหมด

กล่าวโดยสรุป แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงนั้น ควรใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่บูรณาการความรู้ต่าง ๆ เข้าด้วยกัน เพื่อให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความน่าจะเป็น

3.1 งานวิจัยต่างประเทศ

ฟิชเบินและเชนาร์ค (Fischbein; & Schnarch. 1997: 96-104) ได้ศึกษามโนคติที่คลาดเคลื่อนเรื่องความน่าจะเป็นที่เป็นผลมาจากสหัญญาณในแต่ละช่วงอายุ จุดมุ่งหมายของงานวิจัยนี้คือ ศึกษา มโนคติที่คลาดเคลื่อนเรื่องความน่าจะเป็นที่เป็นผลมาจากสหัญญาณในแต่ละช่วงอายุ โดยแบ่งกลุ่มตัวอย่างออกเป็น 5 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่ 1 นักเรียนเกรด 5 (อายุ 10-11 ปี) จำนวน 20 คน กลุ่มที่ 2 นักเรียนเกรด 7 (อายุ 12-13 ปี) จำนวน 20 คน กลุ่มที่ 3 นักเรียนเกรด 9 (อายุ 14-15 ปี) จำนวน 20 คน กลุ่มที่ 4 นักเรียนเกรด 11 (อายุ 16-17) จำนวน 20 คน และกลุ่มที่ 5 นักศึกษาคณิตศาสตร์ จำนวน 18 คน โดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำแบบสอบถามซึ่งประกอบด้วยปัญหาเรื่องความน่าจะเป็น 7 ปัญหา ดังนี้ ปัญหาที่ 1 คือ ในการเล่นเกมล็อตโต ผู้เล่นจะต้องเลือกตัวเลข 6 ตัวจากตัวเลข 1-40 เวิร์ดเลือกตัวเลข 1, 2, 3, 4, 5, 6 ส่วนเวิร์ดเลือกตัวเลข 39, 1, 17, 33, 8, 27 อยากทราบว่าใครจะมีโอกาสชนะมากกว่ากัน ซึ่งปัญหานี้ใช้วัดมโนคติที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการเป็นตัวแทน (Representativeness) ปัญหาที่ 2 คือ เมื่อโยนเหรียญ 1 เหรียญ ผลลัพธ์ที่เป็นได้มี 2 แบบคือหัวหรือก้อย รอนนี่โยนเหรียญ 3 ครั้ง และเหรียญออกหัวทั้ง 3 ครั้ง รอนนี่ทำการโยนเหรียญอีกครั้งหนึ่ง โอกาสที่เหรียญจะออกหัวในครั้งที่ 4 มีมากกว่าหรือน้อยกว่าการที่เหรียญจะออกก้อย ซึ่งปัญหานี้ใช้วัดมโนคติที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับผลของการทดลองหลาย ๆ ครั้งที่มีผลลัพธ์เหมือนกัน ส่งผลต่อผลการทดลองครั้งใหม่ทั้งในทางลบและทางบวก (Negative and Positive Recency Effects) ปัญหาที่ 3 คือ ในการทอดลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง จงเปรียบเทียบความเป็นไปได้ของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าคือ 5 กับ 6 หรือ 6 กับ 6 ทั้งคู่ ซึ่งปัญหานี้ใช้วัดมโนคติที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเหตุการณ์ที่มีความซับซ้อนและเหตุการณ์อย่างง่าย (Compound and Simple Events) ปัญหาที่ 4 คือ แดนฝันว่าอยากจะเป็นหมอ เขาชอบช่วยเหลือผู้อื่น ตอนที่เขาเรียนระดับ

มัธยมศึกษาเขาเป็นอาสาสมัครขององค์กร Red Cross เมื่อเขาสำเร็จการศึกษาเขาเข้าไปช่วยงานใน กองทัพบกในฐานะเป็นผู้ดูแลเกี่ยวกับเรื่องยา หลังจากเขาปฏิบัติงานที่กองทัพบกเรียบร้อยแล้ว แดนไปลงทะเบียนเรียนที่มหาวิทยาลัย คุณคิดว่าแดนจะเลือกเรียนอะไร ซึ่งปัญหานี้ใช้วัดมโนคติที่ คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความคิดที่ไม่ถูกต้องของการเชื่อมกันของเหตุการณ์ (Conjunction Fallacy)

ปัญหาที่ 5 แบ่งเป็น 2 ข้อ ได้แก่ ข้อ 5A และ 5B ปัญหาข้อ 5A คือ ในเมืองแห่งหนึ่งมีโรงพยาบาลอยู่ 2 แห่ง ได้แก่ โรงพยาบาลขนาดเล็กและโรงพยาบาลขนาดใหญ่ โรงพยาบาลขนาดเล็กมีเด็กเกิดใหม่ เฉลี่ยวันละ 15 คน และโรงพยาบาลขนาดใหญ่มีเด็กเกิดใหม่เฉลี่ยวันละ 45 คน เด็กที่เกิดมามีความ เป็นไปได้ที่จะเป็นเพศชายประมาณร้อยละ 50 โรงพยาบาลขนาดเล็กได้ทำการบันทึกข้อมูลในเวลา 1 ปี พบว่ามีเด็กที่เกิดมาเป็นเพศชายมากกว่า 9 คน / วัน ซึ่งมากกว่าร้อยละ 60 ของเด็กที่เกิดมา ส่วน โรงพยาบาลขนาดใหญ่ได้มีการบันทึกข้อมูลในเวลา 1 ปี พบว่ามีเด็กที่เกิดมาเป็นเพศชายมากกว่า 27 คน / วัน ซึ่งมากกว่าร้อยละ 60 ของเด็กที่เกิดมา อยากทราบว่าในเวลา 1 วันโรงพยาบาลใดมีเด็กเกิด มากกว่ากัน สำหรับปัญหาข้อ 5B คือ จงเปรียบเทียบความเป็นไปได้ที่เหรียญจะขึ้นหัวอย่างน้อย 2 ครั้ง จากการโยนเหรียญ 3 เหรียญ กับ ความเป็นไปได้ที่เหรียญจะขึ้นหัวอย่างน้อย 200 ครั้ง จากการโยนเหรียญ ทั้งหมด 300 ครั้ง ซึ่งปัญหาที่ 5 นี้ใช้วัดมโนคติที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับผลกระทบของขนาดกลุ่มตัวอย่าง (Effects of Sample Size) ปัญหาที่ 6 คือ จงเปรียบเทียบความเป็นไปได้เมื่อเลือกคณะกรรมการ 1 ชุด ซึ่งประกอบด้วยสมาชิก 2 คน จากผู้สมัครทั้งหมด 10 คน กับความเป็นไปได้เมื่อเลือกคณะกรรมการ 1 ชุด ซึ่งประกอบด้วยสมาชิก 8 คน จากผู้สมัครทั้งหมด 10 คน ซึ่งปัญหานี้ใช้วัดมโนคติที่คลาดเคลื่อน เกี่ยวกับเทคนิควิธีในการใช้ประโยชน์จากข้อมูลที่กำหนดให้ (The Heuristic of Availability) และ

ปัญหาที่ 7 แบ่งเป็น 2 ข้อ ได้แก่ ข้อ 7A และ 7B ปัญหาข้อ 7A คือ ในกล่องบรรจุเบียร์สีขาว 2 ขัน และ เบียร์สีดำ 2 ขัน โยฟทำการหยิบเบียร์จากกล่อง 2 ขัน โดยหยิบทีละขันแบบไม่ใส่คืน ถ้าโยฟหยิบเบียร์ขันแรก ได้สีขาว อยากทราบว่าความเป็นไปได้ที่เบียร์ขันที่ 2 จะเป็นสีขาวมีมากกว่า เท่ากับ หรือน้อยกว่าสีดำ

ปัญหาข้อ 7B คือ ในกล่องบรรจุเบียร์สีขาว 2 ขัน และเบียร์สีดำ 2 ขัน กาลิทำการหยิบเบียร์จากกล่อง 2 ขัน โดยหยิบทีละขันแบบใส่คืน (โดยที่ไม่รู้ว่าขันแรกเป็นสีอะไร) ถ้าโยฟหยิบเบียร์ขันที่สองได้สีขาว อยาก ทราบว่าความเป็นไปได้ที่เบียร์ขันแรกจะเป็นสีขาวมีมากกว่า เท่ากับ หรือน้อยกว่าสีดำ ซึ่งปัญหานี้ใช้วัด มโนคติที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับผลของความคิดที่ไม่ถูกต้องเกี่ยวกับลำดับของเหตุการณ์ (The Effect of the Time Axis Fallacy) ผลการวิจัยพบว่า 1. มโนคติที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการเป็นตัวแทนที่มีผล มาจากสหัชญาณจะลดน้อยลงตามช่วงอายุที่เพิ่มขึ้น 2. มโนคติที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับผลของการ ทดลองหลาย ๆ ครั้งที่มีผลลัพธ์เหมือนกันส่งผลต่อผลการทดลองครั้งใหม่ในทางลบจะลดน้อยลงตาม ช่วงอายุที่เพิ่มขึ้น ในขณะที่มโนคติที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับผลของการทดลองหลาย ๆ ครั้งที่มีผลลัพธ์ เหมือนกันส่งผลต่อผลการทดลองครั้งใหม่ในทางบวกเกือบจะไม่มีผลการเปลี่ยนแปลง ซึ่งพบว่ากลุ่ม

ตัวอย่างบางคนเชื่อว่าเขาสามารถทำนายผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นได้อย่างแน่นอน ในขณะที่คนอื่น ๆ จะประเมินค่าความน่าจะเป็นของแต่ละผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น 3. มโนคติที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเหตุการณ์ที่มีความซับซ้อนและเหตุการณ์อย่างง่ายจะเกิดขึ้นบ่อยครั้งและเกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอในทุกช่วงอายุ และเป็นมโนคติที่คลาดเคลื่อนเพียงตัวเดียวที่เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอในงานวิจัยนี้ 4. มโนคติที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความคิดที่ไม่ถูกต้องของการเชื่อมกันของเหตุการณ์จะเกิดขึ้นมากในนักเรียนเกรด 9 แต่สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายและนักศึกษาครุคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นน้อย 5. มโนคติที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับผลกระทบของขนาดของกลุ่มตัวอย่างในข้อ 5A นี้มีการพัฒนาตามช่วงอายุ สำหรับข้อ 5B เป็นมโนคติที่คลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นบ่อยและเพิ่มขึ้นตามช่วงอายุ ยกเว้นในนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ 6. มโนคติที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเทคนิควิธีในการใช้ประโยชน์จากข้อมูลที่กำหนดให้ จะเกิดขึ้นบ่อยครั้งและเพิ่มขึ้นตามช่วงอายุ 7. มโนคติที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับผลของความคิดที่ไม่ถูกต้องเกี่ยวกับลำดับของเหตุการณ์ จะเพิ่มขึ้นตามช่วงอายุที่เพิ่มขึ้น ยกเว้นในนักศึกษาฝึกหัดครู

ลีโอนิด (Khazanov, Leonid. 2005: online) ได้ทำการวิจัยเพื่อสำรวจยุทธวิธีสำหรับแก้ปัญหาการเข้าใจผิดเรื่องความน่าจะเป็นของนักศึกษาวิทยาลัยที่เรียนสถิติเบื้องต้น จุดมุ่งหมายแรกของงานวิจัยนี้คือ ต้องการสำรวจความคิดเห็นของอาจารย์วิทยาลัยเกี่ยวกับความเข้าใจผิดเรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียน โดยเก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้การสัมภาษณ์อาจารย์วิทยาลัยจำนวน 66 ท่าน ซึ่ง 11 ท่านเป็นอาจารย์ที่สอนความน่าจะเป็นและสถิติจากมหาวิทยาลัยและวิทยาลัยหลายแห่งในสหรัฐอเมริกา จุดมุ่งหมายที่สองคือ เพื่อตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยเครื่องมือที่สร้างขึ้นมีวัตถุประสงค์เพื่อระบุถึงประเภทของการเข้าใจผิดเรื่องความน่าจะเป็นว่ามีอยู่ด้วยกัน 3 ประเภท คือ การเป็นตัวแทน(representativeness), ความเอนเอียงในการหาความน่าจะเป็น(equiprobability bias) และการกำหนดผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้น(outcome orientation) โดยให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความถูกต้องและนำข้อมูลไปทดลองนำร่อง จุดมุ่งหมายที่สามคือ เพื่อศึกษายุทธวิธีการสอนของอาจารย์วิทยาลัยเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาการเข้าใจผิดของนักเรียน โดยให้อาจารย์วิทยาลัย 13 ท่าน สอนสถิติเบื้องต้นแก่นักศึกษาชั้นปี 2 และ 4 จำนวน 23 กลุ่ม รวมมีนักศึกษาทั้งหมด 601 คน ผลการวิจัยพบว่า ความคิดเห็นของอาจารย์ส่วนมากไม่ได้สังเกตเห็นการเข้าใจผิดของนักเรียน และอาจารย์วิทยาลัยเชื่อว่าความเข้าใจผิดเรื่องความน่าจะเป็นจะส่งผลกระทบต่อความสามารถในการเรียนสถิติ เหตุการณ์ข้างต้นนี้สนับสนุนให้งานวิจัยนี้หาข้อมูลสำคัญของการเชื่อมโยงความคิดระหว่างจำนวนของการเข้าใจผิดที่สำรวจมาได้และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสถิติของนักเรียน ความเที่ยงตรงของเครื่องมือได้รับการยืนยันความถูกต้องแล้ว อาจารย์วิทยาลัยพบว่ามีการใช้ยุทธวิธีหลากหลายรูปแบบเกี่ยวกับการจัดการกับการเข้าใจผิดของนักเรียน รูปแบบที่นิยมที่สุดคือการบรรยายเป็นชั้นเรียนและการอภิปรายเป็นกลุ่ม และยุทธวิธีที่นำมาใช้บ่อยได้แก่ ยุทธวิธีที่ให้นักเรียน

เผชิญหน้ากับความเข้าใจผิดของเขา โดยการเปรียบเทียบคำตอบที่ผิดกับคำตอบที่ถูกต้อง และช่วยนักเรียนสร้างโมเดลที่เหมาะสมแทนโมเดลที่ไม่เหมาะสม (Confronting) และยุทธวิธีการเปรียบเทียบและยึดหลักการสร้างความรู้และความเข้าใจเรื่องความน่าจะเป็นที่ถูกต้องแทนความเข้าใจผิด ส่วนอีกวิธีที่นิยม คือ การให้นักเรียนทำเพื่อให้นักเรียนแสดงความเข้าใจผิดออกมา และให้นักเรียนสังเกตและอภิปรายรูปแบบการเข้าใจผิดต่าง ๆ ในคอมพิวเตอร์ ผลการวิจัยพบว่าครูที่สอนโดยเน้นไปที่การเข้าใจผิดโดยตรงได้ผลดีกว่าการสอนปกติ

ปาล์มมา (Benko, Palma. 2006: online) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาการพัฒนาความคิดเกี่ยวกับเรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียน งานวิจัยนี้ได้อธิบายว่านักเรียนจะสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดเบื้องต้นของความน่าจะเป็นได้อย่างไร ดังนั้นจึงมีการสำรวจว่านักเรียนเกิดความคิดอะไรเกี่ยวกับความน่าจะเป็นในขณะแก้ปัญหาเกี่ยวกับเกมและมีความคิดเกี่ยวกับโอกาสการแพ้ชนะในการเล่นเกมอย่างไร และสำรวจว่านักเรียนมีการนำเสนอความคิดของเขาอย่างไร ตลอดจนสำรวจว่านักเรียนมีการใช้เหตุผลและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ขณะแก้ปัญหาหรือไม่ โดยทำการสำรวจเป็นเวลานานหลายปี งานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยเชิงคุณภาพซึ่งได้มีการวิเคราะห์จากวิดีโอเทปที่เก็บรวบรวมได้จากการศึกษาระยะยาวโดยได้ทุนสนับสนุนการวิจัยจากกองทุนวิทยาศาสตร์นานาชาติ (National Science Foundation) กลุ่มคนเหล่านี้ได้ถูกบันทึกเทปในขณะที่ทำการสำรวจเกี่ยวกับความน่าจะเป็นของนักเรียนเกรด 6, 7 และ 12 โดยที่ แฟ้มสะสมงานที่เป็นภาพเคลื่อนไหว (video portfolio) ประกอบด้วย วิดีโอเทปของนักเรียนขณะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ งานเขียนของนักเรียน และบันทึกของผู้วิจัย การวิเคราะห์การทำงานของนักเรียนชี้ให้เห็นว่านักเรียนสามารถเข้าใจและตัดสินใจได้ว่าเหตุการณ์และผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นคืออะไร และนักเรียนสามารถตัดสินใจได้ว่าเกมนั้นมีความยุติธรรมหรือไม่ โดยที่จำนวนผลทั้งหมดที่เกิดขึ้นและจำนวนของเหตุการณ์ไม่จำเป็นต้องถูกแบ่งอย่างเท่า ๆ กันระหว่างผู้เล่น และสมมติให้ผลลัพธ์แต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน นักเรียนได้แสดงวิธีการหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นด้วยวิธีการที่หลากหลาย ทำให้นักเรียนค้นพบกฎการนับของการคูณเพื่ออธิบายผลลัพธ์ทั้งหมดที่เป็นไปได้ และอธิบายว่าทำไมกฎนี้จึงใช้ได้ ดังนั้นนักเรียนสามารถหาจำนวนของผลลัพธ์สำหรับปัญหาที่มีความซับซ้อนได้โดยเริ่มจากปัญหาง่าย ๆ ก่อน โดยที่นักเรียนเชื่อมโยงประสบการณ์การแก้ปัญหาก่อนหน้านี้โดยการสร้างโมเดลง่าย ๆ ก่อนใช้กฎการนับของการคูณ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดเรื่องความน่าจะเป็นเบื้องต้นในขณะที่พวกเขาทำกิจกรรมร่วมกัน ภายใต้เงื่อนไขที่ให้นักเรียนได้สำรวจปัญหาที่หลากหลาย ได้ทำงานร่วมกัน และให้เหตุผลที่เหมาะสมเกี่ยวกับคำตอบของพวกเขา และได้มีโอกาสได้คิดอย่างลึกซึ้งเกี่ยวกับความคิดของนักเรียนก่อนที่จะพวกเขาคำแนะนำที่ถูกต้องในเรื่องของความน่าจะเป็น

3.2 งานวิจัยในประเทศ

สุเทพ ทองอยู่ (2517: 17) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองคือ การจัดลำดับ การเลือกหมู่ การทดลองสุ่ม และความน่าจะเป็น พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 สามารถเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น ส่วนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ไม่สามารถเรียน เรื่องความน่าจะเป็น ตามหัวข้อดังกล่าวข้างต้น และผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นที่สูง สูงกว่าผลสัมฤทธิ์ในการเรียนของนักเรียนชั้นที่ต่ำกว่าอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุพจน์ ไชยสังข์ (2519: 30) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น แก่นักศึกษาชั้น ป.กศ.สูง วิชาเอกคณิตศาสตร์โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนของนักศึกษาที่เรียนจากบทเรียนโปรแกรมสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ในการเรียนของนักศึกษาที่เรียนจากการสอนตามปกติ

รัตนา ตรีกกลาง (2537: 66) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องความน่าจะเป็น ซึ่งสอนโดยการเรียนเป็นคณะและการเรียนเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้น ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยการเรียนรู้เป็นคณะซึ่งมีนักเรียนคณะละ 5-6 คน และการเรียนเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และกลุ่มที่เรียนเป็นคณะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่เรียนเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้น

รจนา รัตนานิคม (2544: 29) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถเพียงพอในการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ .05

สมพร อาษาเอื้อ (2547: ออนไลน์) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 การวิจัยครั้งนี้ มีความมุ่งหมายเพื่อสร้างชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยวิธีสอนตามขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยาให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์มาตรฐาน 80/80 โดยใช้กลุ่มตัวอย่างในการวิจัย ประกอบด้วย นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โรงเรียนอนุบาลบางละมุง อำเภอบางละมุง จังหวัดชลบุรี โดยเลือกสุ่มห้องเรียนมา 1 ห้องเรียน จำนวน 37 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นเอง ประกอบด้วย ชุดการสอน

วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 4 ชุด และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 94.59/91.89 สูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดไว้

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยง

4.1 งานวิจัยต่างประเทศ

เดริกเซล (Drexel. 1997: 2119-A) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงระหว่างเศษส่วนธรรมดา (Common Fraction) กับเศษส่วนทศนิยม (Decimal Fraction) เริ่มต้นที่เลือกนักเรียน 9 คน จากกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนเกรด 6 ที่อยู่ต่างห้องเรียนกันจำนวน 19 คน มาทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงเศษส่วนธรรมดาและเศษส่วนทศนิยม โดยให้ทำข้อสอบเศษส่วนแบบอัตนัย และสัมภาษณ์ถึงการเรียนเรื่องเศษส่วนที่ผ่านมา เพื่อจะได้ทราบระดับความรู้และมโนคติเรื่องเศษส่วนของนักเรียน ปรากฏว่า มโนคติเรื่องเศษส่วนของนักเรียนมีจำกัดมาก ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้บทเรียน 6 บทในการปูพื้นฐานมโนคติและทักษะเรื่องเศษส่วน และใช้บทเรียนเพียง 2 บทในการเชื่อมโยงมโนคติของเศษส่วนธรรมดาและทศนิยมกับกลุ่มตัวอย่าง หลังการใช้บทเรียนทำการสัมภาษณ์นักเรียนเป็นรายบุคคล ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถจำแนก เปรียบเทียบ ดำเนินการบวกและการลบเศษส่วนทศนิยมได้ สามารถนำหลักการของเศษส่วนธรรมดาไปใช้กับเศษส่วนทศนิยมได้ และนักเรียนยังสามารถดัดแปลงส่วนจาก 10 และ 100 เป็น 1,000 แต่ยังไม่สามารถแปลงการคูณเศษส่วนมาเป็นการคูณทศนิยมได้ ซึ่งข้อจำกัดนี้ชี้ว่า ความรู้ของนักเรียนยังมีปัญหาต่อการนำมาใช้ แต่จากการที่นักเรียนสามารถโยงเศษส่วนธรรมดาและทศนิยมมาสัมพันธ์กันได้ อาจมีความหมายสำหรับการพัฒนาความเข้าใจในมโนคติและการดำเนินการในทศนิยม

ลอว์สันและชินนัพเพน (Lawson; & Chinnappan. 2000: 26-43) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงความรู้ในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต โดยศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงการแก้ปัญหา กับคุณภาพในการสร้างองค์ความรู้ของนักเรียน และศึกษาต่อไปถึงตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหาและการเชื่อมโยงความรู้ในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ระหว่างนักเรียน 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกับกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีความสามารถในการสร้างองค์ความรู้ขึ้นเองได้มากกว่า และยังสามารถโยงความรู้ที่ครูจัดตามแผนการสอนมาสัมพันธ์กับความรู้เดิมที่มีอยู่ และตัวชี้วัดความสามารถด้านการเชื่อมโยงมีผลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาสูงกว่าตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหา จุดมุ่งหมายในการศึกษารั้งนี้เพื่อให้ข้อมูลกับครูในการหาวิธีสอนเพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ที่มีคุณภาพได้

นุช (Eric J. Knuth. 2000: 500-507) ได้ศึกษาการสร้างเชื่อมโยงระบบฟักัดจากจากความเข้าใจของนักเรียน ตัวแทนที่หลากหลายของฟังก์ชันที่มีอยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของโรงเรียนมัธยมศึกษาชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวนมากที่ยังขาดความเข้าใจการเชื่อมโยง โดยเฉพาะความเข้าใจในการเชื่อมโยงระหว่างตัวแทนทางพีชคณิตและกราฟของฟังก์ชัน จากนักเรียน 178 คน ที่ลงทะเบียนเรียนพีชคณิตทางแคลคูลัส ผลการวิจัยพบว่า มากกว่า 3 ใน 4 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเลือกทำแบบทดสอบโดยใช้วิธีทางพีชคณิต แม้ว่าการหาคำตอบโดยใช้กราฟจะง่ายกว่าก็ตามและมีนักเรียนน้อยกว่า 1 ใน 3 ที่ใช้กราฟและใช้วิธีอื่นในการหาคำตอบ และพบว่านักเรียนที่มีการเชื่อมโยงความรู้โดยใช้ตัวแทนทางพีชคณิตและตัวแทนเชิงกราฟของฟังก์ชันในการแก้ปัญหาของนักเรียนมีความถูกต้องในการเชื่อมโยงความรู้ของนักเรียนได้มากกว่า

4.2 งานวิจัยในประเทศ

สมบัติ แสงทองคำสุก (2545: 97) ได้พัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา เขตบางบอน กรุงเทพมหานคร จำนวน 45 คน ผลการศึกษพบว่ารูปแบบการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่าประสิทธิภาพ 89.84/82.32 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงดังกล่าว หลังได้รับการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เทอดเกียรติ วงศ์สมบุญ (2547: 50-51) ได้ออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนตามเกณฑ์ 70/70 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยออกแบบขึ้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ จำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่า ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงเท่ากับ 82.9/70.1 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้ สามารถสอบผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 70 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

นางลักษณ์ แก้วมาลา (2547: 73-75) ได้สร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นี้ด้วย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนหนองแค “สรกิจ พินยา” อำเภอหนองแค จังหวัดสระบุรี ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศศิธร แก้วรักษา (2547: 58-59) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา (CIPPA Model) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้โดยพิจารณาจากเกณฑ์ประสิทธิภาพ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 45 คน ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา (CIPPA Model) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่องสถิติเบื้องต้น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 โดยมีประสิทธิภาพ 82.11/83.59 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุพัฒตรา หล้าฤทธิ์ (2547: 80-84) ได้พัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการคิดแบบเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านวังน้ำขาวชนูปถัมภ์ อำเภอเมือง จังหวัดหนองบัวลำภู จำนวน 20 คน ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการคิดแบบเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ในลักษณะต่าง ๆ ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพวิธีหนึ่งครูผู้สอนสามารถนำกิจกรรมในลักษณะนี้ไปใช้ในการเรียนการสอนในเรื่องต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

ลิลลา ดลภาค (2549: 63) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนไตรมิตรวิทยา จังหวัดกรุงเทพมหานคร ที่ได้จากการ

กลุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงสามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บุญญา แซ่หล่อ (2550: 108) ได้บูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิตโดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริง และศึกษาผลของการใช้การบูรณาการด้านความสามารถในการเชื่อมโยง ความลึกในการเข้าใจเนื้อหา การเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง นอกจากนี้ยังศึกษาความสามารถในการเชื่อมโยงที่มีผลต่อความลึกในการเข้าใจเนื้อหา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนยานตาขาวรัฐชนูปถัมภ์ จังหวัดตรัง จำนวน 30 คน เป็นนักเรียนที่ผ่านการเรียนวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์เรื่อง ค่ากลางของข้อมูลเรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม การนำเสนอข้อมูลในรูปตาราง กราฟเส้น และแผนภูมิแท่ง และสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยให้นักเรียนสมัครเรียนจำนวน 30 คน ทำการทดลองโดยให้กลุ่มตัวอย่างเรียนโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 30 คาบ คาบละ 50 นาที โดยเน้นการเชื่อมโยงในสองแบบคือ แบบที่หนึ่ง การเชื่อมโยงภายในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ได้แก่ การเชื่อมโยงการนำเสนอข้อมูลในรูปแบบที่แตกต่างกัน และการเชื่อมโยงการนำเสนอข้อมูลกับพีชคณิต แบบที่สองคือ การเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริง ได้แก่ การเชื่อมโยงเนื้อหาการวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิตกับสถานการณ์ในชีวิตจริง สำหรับความสามารถในการเชื่อมโยง และความลึกในการเข้าใจเนื้อหาประเมินโดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงและแบบทดสอบวัดความลึกในการเข้าใจเนื้อหา ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง การเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงวัดโดยใช้แบบวัดการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง และจากการเขียนรายงานสะท้อนความคิดเห็นด้านการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงหลังการทดลอง นอกจากนี้ยังมีการสังเกตพฤติกรรมและการสัมภาษณ์เพื่อศึกษาในเชิงคุณภาพ ผลการทดลองพบว่า 1. ผลของการใช้การบูรณาการด้านความสามารถในการเชื่อมโยงพบว่านักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 2. ผลของการใช้การบูรณาการด้านความลึกในการเข้าใจเนื้อหาในแต่ละระดับพบว่านักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบวัดความลึกในการเข้าใจเนื้อหาในแต่ละระดับภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 3. ผลของการใช้การบูรณาการด้านการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริงพบว่า นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง 4. ความสามารถในการเชื่อมโยงมีผลต่อความลึกในการเข้าใจเนื้อหาในรูปแบบความสัมพันธ์เชิงคณิตศาสตร์แบบเชิงเส้นโดยมีคุณภาพ 35% และผลการพัฒนาในเชิงคุณภาพจากการสังเกตพฤติกรรมและการสัมภาษณ์พบว่านักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น โดยนักเรียน

เห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะในด้านความลึกในความเข้าใจเนื้อหา นักเรียนมีระดับความลึกในการเข้าใจเนื้อหามากขึ้น ส่วนในด้านการเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง นักเรียนทุกคนให้ความคิดเห็นที่ดีต่อคณิตศาสตร์และเห็นว่าคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง

จากงานวิจัยดังกล่าวข้างต้น จะเห็นได้ว่า มีการศึกษาเกี่ยวกับการเรียนการสอนที่เน้นหรือส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง ทั้งการเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนที่เน้นหรือส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงนั้นจะพัฒนาความสามารถในการเรียนได้ดียิ่งขึ้น ผู้วิจัยจึงเห็นว่า นักเรียนสามารถเรียนเรื่องความน่าจะเป็นโดยใช้การเชื่อมโยงได้ ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอน ครูผู้สอนควรสอนแบบบูรณาการความรู้ต่าง ๆ เข้าด้วยกัน และสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เกิดการเชื่อมโยงความรู้ ทั้งการเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจะดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย
3. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย
4. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
6. การเก็บรวบรวมข้อมูล
7. การจัดกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่จะใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสันติราษฎร์วิทยาลัย เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่จะใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนสันติราษฎร์วิทยาลัย เขตราชเทวี จังหวัดกรุงเทพมหานคร โดยการชักตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม 1 ห้องเรียน จำนวน 46 คน จากนักเรียนทั้งหมด 12 ห้องเรียน จำนวน 490 คน ซึ่งการจัดห้องเรียนเป็นแบบคละความสามารถ มีนักเรียนที่มีความสามารถในการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อน อยู่ในห้องเดียวกัน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาในกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ในช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-ม.3) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สาระที่ 5 เรื่อง ความน่าจะเป็น อิงตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 โดยผู้วิจัยได้แบ่งเป็นเนื้อหาย่อย ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 บทนำของความน่าจะเป็น

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ โดยเน้นตัวอย่างการเชื่อมโยง

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ โดยเน้นตัวอย่างการเชื่อมโยง

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การนำความน่าจะเป็นไปใช้ในชีวิตประจำวัน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 รวมระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง 14 คาบ ดังนี้

1. ระยะเวลาที่ใช้สอนเรื่องความน่าจะเป็น โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 รวม 12 คาบ ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 บทนำของความน่าจะเป็น	จำนวน 1 คาบ
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การทดลองสุ่มและเหตุการณ์	จำนวน 4 คาบ
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์	จำนวน 4 คาบ
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การนำความน่าจะเป็นไปใช้ในชีวิตประจำวัน	จำนวน 3 คาบ

2. การทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น จากการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการเชื่อมโยง จำนวน 2 คาบ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย

1. กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ประกอบด้วย

1.1 คู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วย

1. แนะนำกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์
2. เนื้อหาของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์
3. แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์
4. ข้อเสนอแนะในการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์
5. เฉลยใบกิจกรรมสำหรับแต่ละหน่วยการเรียนรู้และเฉลยแบบทดสอบ

วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง

1.2 แผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งมีทั้งหมด 5 แผน แต่ละแผนจะมีใบความรู้และใบกิจกรรมที่สอดคล้องกับแต่ละหน่วยการเรียนรู้ด้วย ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 บทนำของความน่าจะเป็น มี 1 แผน จำนวน 1 คาบ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สอนในหน่วยเรียนนี้เป็นการจัดกิจกรรมรายบุคคล โดยใช้ใบความรู้และใบกิจกรรมที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ มี 2 แผน จำนวน 4 คาบ ดังนี้
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องการทดลองสุ่ม จำนวน 2 คาบ ซึ่งการจัด
 กิจกรรมการเรียนการสอนในคาบนี้เป็นการจัดกิจกรรมรายบุคคล โดยใช้ใบความรู้และใบกิจกรรมที่ 2
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องเหตุการณ์ จำนวน 2 คาบ ซึ่งการจัด
 กิจกรรมการเรียนการสอนในคาบนี้เป็นการจัดกิจกรรมรายบุคคล โดยใช้ใบความรู้และใบกิจกรรมที่ 3
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ มี 1 แผน จำนวน 4 คาบ
 ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในหน่วยการเรียนรู้นี้เป็นการจัดกิจกรรมกลุ่ม โดยใช้ใบความรู้และ
 ใบกิจกรรมที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การนำความน่าจะเป็นไปใช้ในชีวิตประจำวัน มี 1 แผน
 จำนวน 3 คาบ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในหน่วยการเรียนรู้นี้เป็นการจัดกิจกรรมกลุ่ม โดยใช้
 ใบความรู้และใบกิจกรรมที่ 5

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการ
 เชื่อมโยง มี 2 ตอน ประกอบด้วย

ตอนที่ 1 แบบปรนัย จำนวน 20 ข้อ

ตอนที่ 2 แบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่จะใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง
 ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และแบบทดสอบวัด
 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งมีรายละเอียดการดำเนินการดังนี้

**กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น ที่เน้นการเชื่อมโยง
 สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีขั้นตอนดำเนินการสร้างดังนี้**

1. การเตรียมงานด้านวิชาการ

ผู้วิจัยศึกษาหนังสือและเอกสารที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างกิจกรรมการเรียน
 การสอนคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น ที่เน้นการเชื่อมโยงสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ
 เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนดังนี้

1.1 ศึกษาเนื้อหาเรื่องความน่าจะเป็น จากหนังสือและเอกสารประกอบด้วย

1. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการ
 เรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (สสวท. 2547)
2. คู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้
 คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (สสวท. 2547)

1.2 ศึกษาหนังสือเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอน โดยในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย คู่มือการใช้ กิจกรรมการเรียนการสอน แผนการจัดการเรียนรู้

1.3 ศึกษาหนังสือเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยง

1. Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics.

(NCTM. 1989)

2. Professional Standards for Teaching Mathematics. (NCTM. 1991)

3. Connecting Mathematics across the Curriculum. (NCTM. 1995)

4. Principles and Standards for school Mathematics.(NCTM. 2000)

2. การสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งดำเนินการสร้างดังนี้

2.1 กำหนดกรอบเนื้อหาของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น ที่เน้นการเชื่อมโยง ซึ่งประกอบไปด้วยเนื้อหา 4 หน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 บทนำ	จำนวน 1 คาบ
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การทดลองสุ่มและเหตุการณ์	จำนวน 4 คาบ
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์	จำนวน 4 คาบ
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การนำความน่าจะเป็นไปใช้ในชีวิตรประจำวัน	จำนวน 3 คาบ

2.2 จัดทำคู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้น การเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วย

1. แนะนำกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
2. เนื้อหาของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
3. แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
4. ข้อเสนอแนะในการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
5. เฉลยใบกิจกรรมสำหรับแต่ละหน่วยการเรียนรู้และเฉลยแบบทดสอบ

วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง

2.3 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 5 แผนให้สอดคล้องกับหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย

2.4 จัดทำใบกิจกรรม โดยออกแบบกิจกรรมให้สอดคล้องกับเนื้อหาและวัตถุประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละหน่วย ซึ่งใบกิจกรรมมีทั้งแบบรายบุคคลและแบบกลุ่ม ใช้สำหรับทดสอบนักเรียน เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผลการเรียนรู้

3. นำกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและ ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อพิจารณาความเหมาะสมของเนื้อหา ตรวจสอบความถูกต้อง ชี้แนะข้อบกพร่อง พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข

4. นำกิจกรรมการเรียนการสอนจากข้อ 3 ที่ได้รับการตรวจสอบจากคณะกรรมการและ ผู้เชี่ยวชาญไปปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ

5. นำกิจกรรมการเรียนการสอนจากข้อ 4 ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขเสนอต่อคณะกรรมการ ควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญให้พิจารณาอีกครั้งหนึ่ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เรียบร้อย

6. นำกิจกรรมการเรียนการสอนจากข้อ 5 ไปทดลองใช้กับนักเรียนโรงเรียนศรีอยุธยา จังหวัดกรุงเทพมหานคร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อดูความเหมาะสมของเนื้อหา

7. นำกิจกรรมการเรียนการสอนจากข้อ 6 มาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง แล้วนำกิจกรรมการ เรียนการสอนดังกล่าวไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง

ขั้นตอนการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง มีดังต่อไปนี้
ขั้นที่ 1 การเตรียมงานด้านวิชาการ

1. ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการ เรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ศึกษาเนื้อหาที่เกี่ยวกับเรื่องความน่าจะเป็นในช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 3) จากหนังสือต่อไปนี้
 - 2.1 หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการ เรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (สสวท. 2547)
 - 2.2 คู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (สสวท. 2547)
3. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง
4. วิเคราะห์และออกแบบสถานการณ์ปัญหาที่สอดคล้องกับเนื้อหาที่เกี่ยวกับ เรื่องความน่าจะเป็นในช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 1-3) ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่เน้นการเชื่อมโยง

ขั้นที่ 2 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้

1. จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับเนื้อหาที่เกี่ยวกับเรื่องความน่าจะเป็น ในช่วงขั้นที่ 3 โดยจะออกแบบกิจกรรมและกำหนดโจทย์ปัญหาที่เน้นการเชื่อมโยง จำนวนทั้งสิ้น 5 แผนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 บทนำของความน่าจะเป็น มี 1 แผน จำนวน 1 คาบ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนสอนในหน่วยการเรียนรู้เป็นการจัดกิจกรรมรายบุคคล โดยใช้ใบความรู้และใบกิจกรรมที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ มี 2 แผน จำนวน 4 คาบ ดังนี้
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องการทดลองสุ่ม จำนวน 2 คาบ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในคาบนี้เป็นการจัดกิจกรรมรายบุคคล โดยใช้ใบความรู้และใบกิจกรรมที่ 2

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องเหตุการณ์ จำนวน 2 คาบ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในคาบนี้เป็นการจัดกิจกรรมรายบุคคล โดยใช้ใบความรู้และใบกิจกรรมที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ มี 1 แผน จำนวน 4 คาบ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนสอนในหน่วยการเรียนรู้เป็นการจัดกิจกรรมกลุ่ม โดยใช้ใบความรู้และใบกิจกรรมที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การนำความน่าจะเป็นไปใช้ในชีวิตประจำวัน มี 1 แผน จำนวน 3 คาบ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนสอนในหน่วยการเรียนรู้เป็นการจัดกิจกรรมกลุ่ม โดยใช้ใบความรู้และใบกิจกรรมที่ 5

สำหรับกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ จะประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 นำเข้าสู่บทเรียน เพื่อทบทวนความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาที่จะนำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องความน่าจะเป็น เพื่อเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมที่มีอยู่ กับความรู้ใหม่ได้

ขั้นตอนที่ 2 นำเสนอปัญหา โดยที่ครูนำเสนอโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ให้แต่ละกลุ่ม หรือกำหนดโจทย์ปัญหาพร้อมกันทั้งชั้น จากใบกิจกรรม

ขั้นตอนที่ 3 ปฏิบัติการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มหรือรายบุคคล ซึ่งทุกคนจะต้องมีส่วนร่วมในการแก้โจทย์ปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 เสนอผลการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการนำเสนอผลจากการแก้โจทย์ปัญหา เป็นกลุ่มหรือรายบุคคล โดยนำเสนอในลักษณะผลัดเปลี่ยนหมุนเวียน นักเรียนคนใดที่ไม่ได้นำเสนอ จะต้องเปรียบเทียบผลจากการแก้โจทย์ปัญหานั้นกับของตนเอง แล้วบอกส่วนที่แตกต่าง รวมถึงข้อดี และข้อบกพร่องของแต่ละวิธี

ขั้นตอนที่ 5 สรุปผล หลังจากที่มีการนำเสนอผลจากการแก้โจทย์ปัญหาแล้ว ครู และนักเรียนร่วมกันสรุปผลการแก้ปัญหาร่วมกันทั้งชั้น และอภิปรายเพิ่มเติมถึงความรู้ที่ได้หลังจาก การแก้โจทย์ปัญหานั้น

2. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว พร้อมทั้งสื่อการเรียนการสอนที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ ไปให้กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ตรวจสอบความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของกิจกรรม พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการ ปรับปรุงและแก้ไข

3. ปรับปรุงและแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ตามคำแนะนำของกรรมการควบคุม ปริญญานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญ

4. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้รับการปรับปรุงและแก้ไขตามข้อเสนอแนะของ กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญแล้ว ไปทดลองใช้กับนักเรียนโรงเรียนศรีอยุธยา จังหวัดกรุงเทพมหานคร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งมีระดับความรู้ความสามารถ ทั้งเก่ง ปานกลาง และอ่อน เพื่อทดสอบดูความเหมาะสม โดยการสังเกตอย่างใกล้ชิด สัมภาษณ์ ผู้เรียน แล้วนำไปปรับปรุงและแก้ไข

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้ไปให้กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญตรวจพิจารณาอีกครั้ง แล้วจึงนำไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น โดยใช้กิจกรรม การเรียนการสอนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น เป็นแบบทดสอบที่วัด ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง ซึ่งมีลำดับการสร้างดังนี้

1. ศึกษาทฤษฎีและหลักการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
2. วิเคราะห์พฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการเชื่อมโยงในการแก้โจทย์ ปัญหา รวมถึง เนื้อหาสาระสำคัญ และจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง เพื่อใช้ ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น

3. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น เป็น ข้อสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 8 ข้อ ให้ครอบคลุม เนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นการเชื่อมโยงตามที่ กำหนด

4. นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อกรรมการควบคุมปริญญาโทและ ผู้เชี่ยวชาญเพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา โดยพิจารณาว่าแบบทดสอบที่สร้างขึ้นสอดคล้อง กับเนื้อหาจุดประสงค์การเรียนรู้ และวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นการเชื่อมโยงหรือไม่ โดยจะใช้เกณฑ์ในการพิจารณาดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นการเชื่อมโยง

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การ เรียนรู้ และวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นการเชื่อมโยง

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นการเชื่อมโยง

5. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น ที่ได้รับการ ตรวจสอบจากกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญแล้วมาคำนวณหาค่า IOC แล้ว คัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยจะเลือกแบบทดสอบปรนัยจำนวน 25 ข้อ และ แบบทดสอบอัตนัยจำนวน 6 ข้อ

6. นำแบบทดสอบที่ได้จากข้อ 5 ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีอยุธยา จังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 20 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนกลุ่ม เดียวกับที่ใช้ในการทดลองแผนการจัดการเรียนรู้

7. วิเคราะห์แบบทดสอบ โดยนำแบบทดสอบที่ได้จากการสอบในข้อ 6 มา ตรวจสอบให้คะแนนดังนี้

แบบทดสอบปรนัย ข้อที่ถูกให้ 1 คะแนน และข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบหรือ ตอบมากกว่า 1 คำตอบ ให้ 0 คะแนน

แบบทดสอบอัตนัย ข้อละ 4 คะแนน ใช้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนดังนี้

คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
4 คะแนน	นำความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์/วิชาอื่น และวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องความน่าจะเป็นได้สำเร็จ หรือนำความรู้เรื่องความน่าจะเป็นไปประยุกต์ใช้ได้อย่างสอดคล้องเหมาะสม
3 คะแนน	นำความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์/วิชาอื่น และวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องความน่าจะเป็นได้บางส่วน หรือนำความรู้เรื่องความน่าจะเป็นไปประยุกต์ใช้ได้บางส่วน
2 คะแนน	แสดงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์/วิชาอื่น ได้ถูกต้องเหมาะสม แต่ไม่สามารถนำความรู้นั้นมาเชื่อมโยงกับเรื่องความน่าจะเป็นได้
1 คะแนน	แสดงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์/วิชาอื่น ได้บางส่วน
0 คะแนน	ไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

8. นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายระหว่าง .20-.80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ขึ้นไป โดยเลือกแบบทดสอบปรนัยจำนวน 20 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ

9. นำแบบทดสอบที่ผ่านการคัดเลือกในข้อ 8 มาคำนวณหาค่าความเชื่อมั่น สำหรับแบบทดสอบปรนัยใช้สูตร KR-20 ของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson-20) และแบบทดสอบอัตนัยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

10. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่ได้ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น การสอนดังกล่าวกระทำในเวลาเรียนปกติ โดยสอนวันละ 1 คาบ คาบละ 50 นาที รวม 12 คาบ สำหรับการเรียนการสอนในแต่ละคาบจะมีการเก็บคะแนนเพื่อประเมินผลระหว่างเรียนจากใบกิจกรรมคิดเป็นร้อยละ 20

2. เมื่อสิ้นสุดการสอน ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยจำนวน 20 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน และแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ ข้อละ 4 คะแนนโดยใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 2 คาบ ซึ่งผู้วิจัยจะเก็บคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคิดเป็นร้อยละ 80

3. นำผลการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างซึ่งประกอบด้วยคะแนนจากใบกิจกรรมคิดเป็นร้อยละ 20 และคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงซึ่งคิดเป็นร้อยละ 80 มาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้

การจัดกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล

1. ศึกษาผลการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียน ด้วยการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร ซึ่งใช้ค่าสถิติ Z ในการทดสอบ (Z-Test for Population Proportion)

2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

2.1 สถิติที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ

2.1.1 หาค่าดัชนีความสอดคล้อง จากความคิดเห็นของกรรมการควบคุมปริมาณนิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญ ที่มีต่อความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใช้สูตร IOC

2.1.2 หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.1.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยจะคำนวณจากสูตร KR-20 ของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน สำหรับแบบทดสอบปรนัย และสูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) สำหรับแบบทดสอบอัตนัย

2.2 สถิติพื้นฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

2.2.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic Mean)

2.2.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

2.3 สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนประชากร ได้แก่ สถิติทดสอบ Z (Z-Test for Population Proportion)

บทที่ 4

ผลการศึกษาค้นคว้า

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งศึกษา ผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียน การสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผู้วิจัยได้เสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับ ดังต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรมของ นักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง
3. ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลการเรียนรู้ของ นักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง
4. ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้ผลการเรียนรู้เรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม
5. ผลการทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์ ในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ได้แก่ คะแนนผลเรียนรู้ของนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสันติราษฎร์วิทยาลัย เขตราชเทวี จังหวัด กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 46 คน ซึ่ง คะแนนผลเรียนรู้ประกอบด้วย คะแนนที่ได้จากใบกิจกรรมซึ่งคิดเป็นร้อยละ 20 และคะแนนที่ได้ จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงเป็นแบบปรนัยจำนวน 20 ข้อ และแบบอัตนัย 4 ข้อ ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 80 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็นดังนี้

**1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากใบกิจกรรม
ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปรากฏผลดังตาราง 1**

ตาราง 1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากใบกิจกรรมของนักเรียน
กลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คะแนน	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)
คะแนนที่ได้ จากใบกิจกรรม	46	172	151.02	87.80	15.98

จากตาราง 1 แสดงให้เห็นว่า คะแนนที่ได้จากใบกิจกรรมทั้ง 5 ใบกิจกรรมของนักเรียน
กลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 46 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 151.02 คะแนน คิดเป็น
ร้อยละ 87.80 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 15.98 คะแนน

**2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำ
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
ในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง ปรากฏผลดังตาราง 2**

ตาราง 2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่อง
ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง

คะแนน	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)
คะแนนที่ได้จากการ ทำแบบทดสอบ	46	36	24.52	68.11	6.09

จากตาราง 2 แสดงให้เห็นว่า คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 46 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 24.52 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 68.11 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 6.09 คะแนน

3. ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง ปรากฏผลดังตาราง 3

ตาราง 3 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง

คะแนน	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละ ของคะแนนเต็ม ($\bar{x}$)	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)
คะแนนที่ได้จากใบกิจกรรม	46	20	17.56	1.86
คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบ	46	80	54.49	13.54
คะแนนผลการเรียนรู้ (รวม)	46	100	72.05	14.62

จากตาราง 3 แสดงให้เห็นว่า คะแนนผลการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 46 คน คือคะแนนของนักเรียนที่ได้จากการประเมินผล 2 ส่วน ส่วนที่หนึ่งคือคะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรมซึ่งคิดเป็นร้อยละ 20 ของคะแนนเต็ม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละ 17.56 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 1.86 ส่วนที่สองคือคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงซึ่งคิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนเต็ม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละ 54.49 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 13.54 รวมเป็นคะแนนผลการเรียนรู้ในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละ 72.05 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 14.62 (ดูรายละเอียดได้ที่ภาคผนวก ข)

4. ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้ผลการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม
ปรากฏผลดังตาราง 4

ตาราง 4 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้ผลการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนน ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของ คะแนนเต็ม (คน)	ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียน ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	46	37	80.43

จากตาราง 6 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวน 37 คน คิดเป็นร้อยละ 80.43 ของจำนวนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด

5. ผลการทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์ในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง ปรากฏผลดังตาราง 7

ตาราง 5 ผลการทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์ในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียน ที่ผ่านเกณฑ์ (คน)	ค่าสถิติทดสอบ Z	ค่าวิกฤติ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	46	37	2.78*	2.33

* มีนัยสำคัญที่ระดับ .01

จากตาราง 5 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

สังเขปความมุ่งหมายของการวิจัย สมมุติฐานของการวิจัย และวิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อศึกษาผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่เน้นการเชื่อมโยง

สมมุติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอน เรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง สามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนสันติราษฎร์วิทยาลัย เขตราชเทวี จังหวัดกรุงเทพมหานคร 1 ห้องเรียน จำนวน 46 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ประกอบด้วย
 - 1.1 คู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
 - 1.2 แผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งมีทั้งหมด 5 แผน แต่ละแผนจะมีใบความรู้และใบกิจกรรมที่สอดคล้องกับแต่ละหน่วยการเรียนรู้ด้วย
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง ประกอบด้วย แบบทดสอบปรนัย 20 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัย 4 ข้อ

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น การสอนดังกล่าวกระทำในเวลาเรียนปกติ โดยสอนวันละ 1 คาบ คาบละ 50 นาที รวม 12 คาบ สำหรับการเรียนการสอนในแต่ละคาบจะมีการเก็บคะแนนเพื่อประเมินผลระหว่างเรียนจากใบกิจกรรม คิดเป็นร้อยละ 20
2. เมื่อสิ้นสุดการสอน ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยจำนวน 20 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน และแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ ข้อละ 4 คะแนนโดยใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 2 คาบ ซึ่งผู้วิจัยจะเก็บคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคิดเป็นร้อยละ 80
3. นำผลการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งประกอบด้วยคะแนนจากใบกิจกรรมคิดเป็นร้อยละ 20 และคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงซึ่งคิดเป็นร้อยละ 80 มาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง
3. หาค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง
4. หาค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้ผลการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม
5. การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์ในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง

สรุปผลการวิจัย

1. คะแนนที่ได้จากใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 46 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 151.02 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 87.80 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 15.98 คะแนน
2. คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 46 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 24.52 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 68.11 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 6.09 คะแนน
3. คะแนนผลการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 46 คน คือ คะแนนของนักเรียนที่ได้จากการประเมินผล 2 ส่วน ส่วนที่หนึ่งคือคะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรมซึ่งคิดเป็นร้อยละ 20 ของคะแนนเต็ม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละ 17.56 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 1.86 ส่วนที่สองคือคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงซึ่งคิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนเต็ม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละ 54.49 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 13.54 รวมเป็นคะแนนผลการเรียนรู้ในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละ 72.05 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 14.62
4. นักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวน 37 คน คิดเป็นร้อยละ 80.43 ของจำนวนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด
5. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

อภิปรายผล

1. จากการศึกษาผลการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลปรากฏว่า นักเรียนสามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ทั้งนี้อาจเป็นเพราะสาเหตุดังต่อไปนี้

1.1 มีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่หลากหลายทั้งกิจกรรมกลุ่มและกิจกรรมรายบุคคล อีกทั้งการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนยังเน้นให้นักเรียนช่วยเหลือกันทำให้นักเรียนได้มีการแลกเปลี่ยนความรู้และประสบการณ์ ทำให้นักเรียนได้รับความรู้ที่กว้างขวางมากยิ่งขึ้น ส่งผลให้การเรียนมีประสิทธิภาพ

1.2 มีการนำเสนอปัญหาที่ท้าทายความสามารถของนักเรียน และเป็นปัญหาที่พบเห็นได้จริงในชีวิตประจำวันทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าของเนื้อหาที่เรียน ซึ่งสอดคล้องกับ จรรยา ภูอุดม (2545: 23-24) ที่กล่าวว่า การฝึกให้นักเรียนได้เผชิญกับปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตจริงย่อมทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ เห็นว่าคณิตศาสตร์สัมพันธ์โดยตรงกับชีวิตประจำวันและสามารถนำไปใช้ได้ในชีวิตประจำวัน การให้โอกาสนักเรียนได้แก้ปัญหาแบบนี้จะทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่ซับซ้อนในชีวิตจริงได้ และเห็นว่าการเรียนรู้ต่อไปอีกเป็นสิ่งที่มีความสำคัญอย่างยิ่ง

1.3 ความรู้ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องความน่าจะเป็น เป็นความรู้ที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เคยเรียนมาแล้ว จึงทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมที่มีอยู่กับเรื่องความน่าจะเป็นได้

1.4 จากการตรวจใบกิจกรรมและสังเกตการทำกิจกรรมของนักเรียน พบว่าถ้านักเรียนมีความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์หรือความรู้ในวิชาอื่น จะสามารถแก้ปัญหาเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงได้ดีกว่านักเรียนที่มีความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์หรือความรู้ในวิชาอื่นไม่ดี ซึ่งสอดคล้องกับลอรีสันและซินนาพเพน (2000: 26 -43) ที่กล่าวว่า นักเรียนกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีความสามารถในการสร้างองค์ความรู้ขึ้นเองได้มากกว่า และยังสามารถโยงความรู้ที่ครูจัดตามแผนการสอนมาสัมพันธ์กับความรู้เดิมที่มีอยู่ และตัวชี้วัดความสามารถด้านการเชื่อมโยงมีผลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาสูงกว่าตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหา

2. จากการศึกษาการสะท้อนความคิดของนักเรียน พบว่านักเรียนส่วนมากสามารถเชื่อมโยงเรื่องความน่าจะเป็นกับเรื่องอื่น ๆ ได้ นั่นคือนักเรียนสามารถบอกได้ว่าการนำความรู้เรื่องใดบ้างมาช่วยในการแก้ปัญหาเรื่องความน่าจะเป็น และนำความรู้เรื่องความน่าจะเป็นไปแก้ปัญหาเรื่องใดบ้าง จึงทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นมากขึ้นด้วย ซึ่งสอดคล้องกับ บุญญา ชาญหล่อ (2550: 108) ที่กล่าวไว้ว่าการเชื่อมโยงจะทำให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะในด้านความลึกในความเข้าใจเนื้อหา นักเรียนมีระดับความลึกในการเข้าใจเนื้อหามากขึ้น

ผลการเรียนรู้ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษา 3 ปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 ทั้งนี้อาจมีสาเหตุมาจากการที่ผู้วิจัยพยายามจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีลักษณะเชื่อมโยง ซึ่งได้แก่การเชื่อมโยงความรู้เรื่องความน่าจะเป็นกับความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ /วิชาอื่น ตลอดจนการนำความรู้เรื่องความน่าจะเป็นไปใช้ในชีวิตประจำวัน ทำให้นักเรียนได้เห็นว่าความรู้ที่ได้เรียนไปนั้นสามารถนำไปใช้ได้จริง อีกทั้งความรู้ที่นำมาเชื่อมโยงกับความรู้เรื่องความน่าจะเป็นนั้นเป็นความรู้ที่นักเรียนเคยได้เรียนมาแล้ว ทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมที่มีอยู่กับความรู้เรื่องความน่าจะเป็นได้ สำหรับนักเรียนที่ไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ได้นั้นผู้วิจัยได้มีการชี้แนะแนวทางเพื่อให้นักเรียนนำความรู้ที่มีอยู่มาใช้ให้เกิดประโยชน์ และในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนั้นมีทั้งกิจกรรมรายบุคคลและรายกลุ่ม เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนและครูได้ร่วมกันอภิปรายเพื่อแสดงความคิดเห็น ซึ่งจะเป็นการแลกเปลี่ยนความรู้และประสบการณ์ ทำให้นักเรียนได้รับความรู้ที่กว้างขวางมากยิ่งขึ้น

ข้อสังเกตจากการวิจัย

จากการทดลองใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง พบว่า

1. การทำกิจกรรมรายกลุ่ม ทำให้นักเรียนได้มีโอกาสซักถาม แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและช่วยเหลือกันภายในกลุ่ม เพื่อให้งานนั้นบรรลุเป้าหมาย ส่งผลให้การปฏิบัติกิจกรรมมีประสิทธิภาพ และยังส่งผลต่อการพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนอีกด้วย
2. การทำกิจกรรมรายบุคคล ทำให้นักเรียนได้มีโอกาสในการคิด วิเคราะห์ และแก้ปัญหาด้วยตนเองตั้งแต่เริ่มต้นจนถึงสิ้นสุดการทำกิจกรรม โดยมีครูผู้สอนเป็นผู้ให้คำแนะนำและให้ความช่วยเหลือ ส่งผลให้นักเรียนมีความตื่นตัวอยู่เสมอ และเกิดการเรียนรู้ได้เป็นอย่างดี
3. การตรวจใบงานและใบกิจกรรม ทำให้ครูได้ทราบข้อบกพร่องของนักเรียนแต่ละคนได้เป็นอย่างดี ซึ่งจะก่อให้เกิดแนวทางในการแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน
4. นักเรียนบางคนไม่สามารถแก้ปัญหาเรื่องความน่าจะเป็นได้ เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถนำความรู้ต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ หรือความรู้ภายในวิชาอื่นมาช่วยในการแก้ปัญหา ครูจึงต้องเป็นผู้แนะแนวทางให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้
5. นักเรียนแต่ละคนมีความรู้พื้นฐานที่แตกต่างกันไป จึงทำให้ความสามารถในการเชื่อมโยงของเด็กแต่ละคนไม่เท่ากัน ดังนั้นครูผู้สอนจะต้องดูพื้นฐานของเด็กแต่ละคนเพื่อเป็นประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

6. การที่นักเรียนได้นำความรู้ที่เรียนมาไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน จะทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าว่าความรู้ที่เรียนมานั้นสามารถนำไปใช้ได้จริง

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 จากการที่ผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอน พบว่าการจัดบรรยากาศในชั้นเรียนให้เป็นกันเอง โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นในเนื้อหาที่เรียน ทำให้นักเรียนได้มีการอภิปรายและแสดงความคิดเห็นต่องานของตนหรืองานของเพื่อน จะช่วยให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้น

1.2 โจทย์ปัญหาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมควรเป็นโจทย์ที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน มีความหลากหลาย และเป็นโจทย์ที่ส่งเสริมการเชื่อมโยงความรู้ ทำให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

1.3 ครูผู้สอนควรใช้สื่อที่สามารถปฏิบัติได้จริง ควรมีสื่อการเรียนรู้ที่เพียงพอสำหรับนักเรียนทุกคนหรือทุกกลุ่ม ทำให้นักเรียนมีความสนุกสนาน ทำให้การเรียนไม่น่าเบื่อ

1.4 จากการที่ผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการเชื่อมโยง พบว่าในการจัดกิจกรรมนั้นต้องใช้เวลามาก ดังนั้นครูผู้สอนควรมีการวางแผนการจัดกิจกรรมให้เหมาะสมกับเวลาที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้

1.5 จากการที่ผู้วิจัยได้มีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน พบว่าการแจ้งให้นักเรียนได้ทราบถึงข้อบกพร่องของตนในชั่วโมงต่อไปนั้น ทำให้นักเรียนได้ทราบและแก้ไขข้อบกพร่องของตนเอง เพื่อเป็นแรงจูงใจให้นักเรียนเกิดความเพียรพยายามในการเรียนรู้ต่อไป

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

2.1 ควรทำการศึกษาเพื่อวิจัยเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการเชื่อมโยงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องอื่น ๆ ต่อไป

2.2 ควรทำการศึกษาเพื่อพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงสำหรับเนื้อหาอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กัน

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2545). *หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- จรรยา ภูอุดม. (2545, พฤษภาคม – กรกฎาคม). แนวการจัดการเรียนการสอนและการประเมินผลที่สอดคล้องกับสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์*. 46(524-526): 23-24.
- จิราพร พรายมณี. *หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. สืบค้นเมื่อ 16 กรกฎาคม 2550, จาก <http://learners.in.th/blog/jira/53467>.
- บุญญาธิ์ แซ่หล่อ. (2550). การบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิตโดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3. *ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์)*. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2543, สิงหาคม – ตุลาคม). ความเคลื่อนไหว...เกี่ยวกับ NCTM:Principles Standard for School Mathematics ในปี ค.ศ.2000. *วารสารคณิตศาสตร์*. 44(503-505): 4-17.
- ทรงชัย อักษรคิด. (2547, พฤศจิกายน-ธันวาคม-2548, มกราคม). การส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์*. 48(554-556): 39-40.
- เทอดเกียรติ วงศ์สมบุญ. (2547). *กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. *ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์)*. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ธีระพร วีระถาวร. (2535). *ความน่าจะเป็นกับการประยุกต์*. กรุงเทพฯ: นานาอักษรการพิมพ์.
- นงลักษณ์ แก้วมาลา. (2547). *ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องการแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. *สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)*. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- รจนา รัตนานิคม. (2544). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- รัตนา ตรีกกลาง. (2537). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความน่าจะเป็นโดยการเรียนรู้เป็นคณะและการเรียนรู้เป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้น. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม (ศึกษาศาสตร์-การสอน). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- ล้วน สายยศ ; และอังคณา สายยศ. (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- . (2539). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ลิลลา ดลภาค. (2549). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศศิธร แก้วรักษา. (2547). การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบซีปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- . (2547). คู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- . (2550). ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา.
- สมบัติ แสงทองคำสุก. (2545). การพัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงเรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- สมพร อาษาเอื้อ. (2547). ชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สืบค้นเมื่อ 6 กรกฎาคม 2550, จาก
[http://dcms.thailis.or.th/dcms/basic.php?institute_code=95&option=show&bib=289
&query=ความน่าจะเป็น&doc_type=0](http://dcms.thailis.or.th/dcms/basic.php?institute_code=95&option=show&bib=289&query=ความน่าจะเป็น&doc_type=0).
- สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย. (2543, กุมภาพันธ์-เมษายน). ข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์
ประจำปีการศึกษา 2542 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. *วารสารคณิตศาสตร์*. 43(497-499): 4.
----- . (2545, กุมภาพันธ์-เมษายน). ข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ ประจำปีการศึกษา 2544
ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. *วารสารคณิตศาสตร์*. 45(521-523): 2.
- สุเทพ ทองอยู่. (2517). *การศึกษามลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่อง “ความน่าจะเป็น (Probability)” ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุพจน์ ไชยสังข์. (2519). *การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น
แก่นักศึกษาชั้นประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูงเอกคณิตศาสตร์ โดยใช้บทเรียน
โปรแกรมกับการสอนปกติ*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุพัฒตรา หล้าฤทธิ์. (2547). *การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการคิดแบบ
เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยการศึกษา) . มหาสารคาม:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่ายเอกสาร.
- อัมพร ม้าคนอง. (2549, มกราคม – กุมภาพันธ์). การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
จากแนวคิดสู่การปฏิบัติ. *สสวท*. 34(140): 34.
- Benko, Palma. (2006, August). Study of the development of students' ideas in probability.
Retrieved July 6,2007, from
[http://proquest.umi.com/pqdweb?did=1147178781&sid=5&Fmt=2&clientId=61839
&RQT=309&Vname=PQD](http://proquest.umi.com/pqdweb?did=1147178781&sid=5&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&Vname=PQD).
- Drexel, Robert Earl. (1997, December). Connecting Common and Decimal Fraction
Concepts: A Common Fraction Perspective. *Dissertation Abstracts International*.
58(6): 2119-A.

- Eric, Knuth. (2000, July). Student Understanding of the Cartesian Connection: An Exploratory Study. *Journal for Research in Mathematics Education*. 31(4): 500-507.
- Efraim, Fischbein; & Ditsa, Schnarch. (1997). The Evolution With Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions. 96-104.
- Kennedy, Leonard M; & Tipps, Steve. (1994). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. 7th ed. Belmont, California: Wadsworth.
- Khazanov, Leonid. (2005). *An investigation of approaches and strategies for resolving students' misconceptions about probability in introductory college statistics*. Retrieved July 6,2007, from <http://proquest.umi.com/pqdweb?did=1014304071&sid=5&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD>.
- Lawson, Michael J.; & Mohan Chinnappan. (2000, January). Knowledge Connectedness in Geometry Problem Solving. *Journal for Research in Mathematics Education*. 31(1): 26-43.
- National Council of Teachers of Mathematics(NCTM). (1989). *Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- . (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM,Inc.
- . (1995). *Connecting Mathematics across the Curriculum*. Reston, Virginia: NCTM,Inc.
- . (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM,Inc.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1. วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของโรวินेलลีและแฮมเบิลตัน (ลัวัน สายยศ และ อังคณา สายยศ.2539: 249) ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1.1 นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่านเพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา โดยพิจารณาว่าแบบทดสอบที่สร้างขึ้นสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นการเชื่อมโยงหรือไม่ โดยจะใช้เกณฑ์ในการพิจารณาดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นการเชื่อมโยง

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นการเชื่อมโยง

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นการเชื่อมโยง

1.2 คำนวณค่า IOC เป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป สูตรการคำนวณค่า IOC คือ

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC คือ ดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

ตาราง 6 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น
ที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (แบบปรนัย)

แบบทดสอบ ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
14	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
15	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
17	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
18	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
19	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
20	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้

ตาราง 7 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น
ที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (แบบอัตโนมัติ)

แบบทดสอบ ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้

2. ค่าความยากง่าย (p) , ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (แบบปรนัย)

2.1 ค่าความยากง่าย (p) ของแบบทดสอบปรนัยหาได้จากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538: 210)

$$p = \frac{R}{N}$$

เมื่อ p คือ ค่าความยากง่าย

R คือ จำนวนนักเรียนที่ทำข้อนั้นถูก

N คือ จำนวนนักเรียนที่ทำข้อนั้นทั้งหมด

2.2 ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบปรนัยหาได้จากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538: 211)

$$r = \frac{R_u - R_L}{N}$$

เมื่อ r คือ ค่าอำนาจจำแนก

R_u คือ จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งที่ทำข้อนั้นถูก

R_L คือ จำนวนนักเรียนในกลุ่มอ่อนที่ทำข้อนั้นถูก

N คือ จำนวนนักเรียนที่ทำข้อนั้นทั้งหมด

2.3 ค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบปรนัยหาได้จากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538: 198)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{s^2} \right\}$$

เมื่อ n คือ จำนวนข้อสอบ

p คือ สัดส่วนของผู้ที่ทำถูกในข้อหนึ่ง ๆ

q คือ สัดส่วนของผู้ที่ทำผิดในข้อหนึ่ง ๆ หรือ $1 - p$

s^2 คือ ความแปรปรวนของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบทั้งฉบับ

ตาราง 8 ค่าความยากง่าย (p) , ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบ
 วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้น
 มัธยมศึกษาปีที่ 3 (แบบปรนัย)

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	0.30	0.40	11	0.50	0.80
2	0.30	0.60	12	0.65	0.40
3	0.55	0.60	13	0.30	0.20
4	0.65	0.60	14	0.50	0.60
5	0.60	0.80	15	0.55	1.00
6	0.25	0.40	16	0.40	0.20
7	0.65	0.80	17	0.35	0.20
8	0.70	0.20	18	0.40	0.40
9	0.25	0.40	19	0.40	0.20
10	0.30	0.20	20	0.35	0.80

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบปรนัย (r_{tt}) = 0.723

3. ค่าความยากง่าย (P_E) , ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่น (α) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (แบบอัตนัย)

3.1 ค่าความยากง่าย (P_E) ของแบบทดสอบอัตนัยหาได้จากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2539: 199)

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

- เมื่อ P_E คือ ค่าความยากง่าย
- S_U คือ ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
- S_L คือ ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
- $X_{\max}$ คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
- $X_{\min}$ คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
- N คือ จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

3.2 ค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบอัตนัยหาได้จากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2539: 201)

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

- เมื่อ D คือ ค่าอำนาจจำแนก
- S_U คือ ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
- S_L คือ ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
- $X_{\max}$ คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
- $X_{\min}$ คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
- N คือ จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

3.3 ค่าความเชื่อมั่น (α) ของแบบทดสอบอัตรานัยหาได้จากสูตร (ล้วน สายยศ และ
อังคณา สายยศ. 2538: 200)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\}$$

เมื่อ α คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น

n คือ จำนวนข้อสอบ

s_i^2 คือ ความแปรปรวนของคะแนนรายข้อ

s_t^2 คือ ความแปรปรวนของคะแนนข้อสอบทั้งฉบับ

ตาราง 9 ค่าความยากง่าย (P_E) , ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่น (α) ของแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 3 (แบบอัตนัย)

ข้อที่	P_E	D
1	0.525	0.950
2	0.625	0.750
3	0.675	0.550
4	0.550	0.800

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัย (α) = 0.83

ภาคผนวก ข

การทดสอบสมมุติฐานที่ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอน
เรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง สามารถสอบผ่านเกณฑ์
ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด

ตาราง 10 คะแนนผลการเรียนรู้ซึ่งได้จากคะแนนจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน และคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คนที่	คะแนนจากการทำใบกิจกรรม ระหว่างเรียน (ร้อยละ 20)	คะแนนจากการทำแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (ร้อยละ 80)	คะแนนผลการ เรียนรู้ (ร้อยละ 100)
1	19.19	71.11	90.30
2	19.53	75.56	95.09
3	18.26	60	78.26
4	19.30	66.67	85.97
5	18.95	66.67	85.62
6	19.07	66.67	85.74
7	19.19	60	79.19
8	16.40	40	56.40
9	18.02	75.56	93.58
10	18.26	62.22	80.48
11	18.72	57.78	76.50
12	17.09	55.56	72.65
13	19.19	60	79.19
14	18.37	55.56	73.93
15	16.86	28.89	45.75
16	18.84	64.44	83.28
17	18.95	53.33	72.28
18	18.37	57.78	76.15
19	18.49	62.22	80.71
20	18.84	64.44	83.28
21	17.90	68.89	86.79
22	16.16	48.89	65.05
23	16.98	48.89	65.78

ตาราง 10 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากการทำใบกิจกรรม	คะแนนจากการทำแบบทดสอบ	คะแนนผลการ
	ระหว่างเรียน (ร้อยละ 20)	วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (ร้อยละ 80)	เรียนรู้ (ร้อยละ 100)
24	9.65	44.44	54.09
25	18.37	64.44	82.81
26	15.35	33.33	46.68
27	16.16	44.44	60.60
28	18.02	48.89	66.91
29	13.49	31.11	44.60
30	13.84	51.11	64.95
31	17.09	60.00	77.09
32	18.37	53.33	71.70
33	15.00	31.11	46.11
34	16.86	48.89	65.75
35	15.81	66.67	82.48
36	17.20	55.56	72.76
37	18.37	28.89	47.26
38	18.14	42.22	60.36
39	18.14	57.78	75.92
40	17.90	48.89	66.79
41	16.28	35.56	51.84
42	18.49	60.00	78.49
43	18.49	71.11	89.60
44	17.44	22.22	39.66
45	19.30	73.33	92.63
46	19.07	62.22	81.29

การทดสอบสมมุติฐานที่ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอน เรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงสามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด ซึ่งใช้การทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนประชากร โดยใช้สถิติทดสอบ Z (Z-Test for Population Proportion)

สมมุติฐาน คือ $H_0 : p \leq 0.6$

$H_1 : p > 0.6$

$$\text{สถิติทดสอบ } Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

เมื่อ $\hat{p}$ คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนนผลการเรียนรู้เรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

p_0 คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ต้องการทดสอบ

n คือ จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

เพราะว่า $\hat{p} = \frac{37}{46} = 0.8$, $p_0 = 0.6$ และ $n = 46$

$$\text{ดังนั้น } Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0.8 - 0.6}{\sqrt{\frac{0.6(0.4)}{46}}} = 2.78$$

เนื่องจาก $Z_{0.1} = 2.33$

และ $2.78 > 2.33$

เพราะฉะนั้นจึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สามารถสอบผ่านเกณฑ์ การเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมดที่ ระดับนัยสำคัญ .01

ภาคผนวก ค

แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)

เรื่อง บทนำของความน่าจะเป็น

จำนวน 1 คาบ

เวลา 50 นาที

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่าเหตุการณ์ที่กำหนดให้มีโอกาสเกิดขึ้นมากหรือน้อยเพียงใด

1.2 ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนสามารถ

- 1) เชื่อมโยงความรู้เรื่องความน่าจะเป็นกับความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์
- 2) เชื่อมโยงความรู้เรื่องความน่าจะเป็นกับวิชาอื่น

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เพื่อให้นักเรียน

- 1) มีส่วนร่วมและรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย
- 2) รับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นและทำงานร่วมกับผู้อื่น
- 3) มีความรอบคอบในการทำงาน

2. สารการเรียนรู้

จำนวนจำนวนหนึ่งที่บ่งบอกถึงโอกาสมากน้อยที่จะเกิดแต่ละเหตุการณ์ได้นั้น เราเรียกจำนวนนั้นว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

3. ความรู้พื้นฐาน

- ความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์

เปอร์เซ็นต์ พื้นที่ของวงกลม เศษส่วน อัตราส่วน

- ความรู้ในวิชาอื่น

วิชาภาษาอังกฤษ เรื่อง noun (คำนาม) verb (คำกริยา) และสระในภาษาอังกฤษ

วิชาสังคมศึกษา เรื่อง ภูมิศาสตร์

วิชาวิทยาศาสตร์ เรื่อง หมู่เลือด

4. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ครูนำเสนอเกี่ยวกับคำหรือข้อความที่นักเรียนมักจะได้พบในชีวิตประจำวัน ที่เกี่ยวกับการคาดการณ์หรือโอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์ต่าง ๆ เช่น ช่วงเวลาวันหยุดออกเรามากจะได้ยินประโยคที่ว่า “วันหยุดที่ไรไม่ถูกซักที” นั่นเป็นเพราะว่าโอกาสที่จะถูกหยุดนั้นมีน้อยมาก เป็นต้น

ขั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างเหตุการณ์ที่เกี่ยวกับการคาดคะเน การทำนาย โอกาส หรือความเป็นไปได้ของเหตุการณ์ต่าง ๆ (พรั้งนี้จะมีฝนตก 70% ของพื้นที่ , การแข่งขันฟุตบอล ระหว่างทีมแมนเชสเตอร์ยูไนเต็ดกับทีมลิเวอร์พูล คาดว่าแมนเชสเตอร์ยูไนเต็ดจะชนะ 3 ต่อ 2, คาดว่า นักท่องเที่ยวแถบอันดามันลดลง 20%) หลังจากให้นักเรียนยกตัวอย่างเรียบร้อยแล้ว ครูถามนักเรียน ว่าเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่นักเรียนได้ยกตัวอย่างมานั้น นักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าเหตุการณ์ เหล่านั้นมีโอกาสเกิดขึ้นมากน้อยเพียงใด หรือเหตุการณ์ใดมีโอกาสเกิดขึ้นมากกว่ากัน (บอกได้) ซึ่ง ในทางคณิตศาสตร์ อาจหาจำนวนจำนวนหนึ่งที่บ่งบอกถึงโอกาสมากน้อยที่จะเกิดแต่ละเหตุการณ์ เหล่านั้นได้ และเรียกจำนวนนั้นว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

2. ครูแจกใบความรู้ที่ 1 แล้วให้นักเรียนดูตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้งให้นักเรียนช่วยกันคิดหา คำตอบ โดยที่ครูถามนักเรียนว่าการที่นักเรียนจะตอบคำถามข้อนี้ได้นักเรียนต้องใช้ความรู้เรื่องใดมา ช่วยในการแก้ปัญหา (อัตราส่วน) แต่ถ้านักเรียนไม่รู้ว่าควรใช้เรื่องใดครูก็ถามนักเรียนต่อว่า อัตราส่วนของขนมเทียนไส้เค็มต่อไส้หวานเป็น 2 : 3 หมายความว่าอย่างไร (หมายความว่าขนม เทียนอยู่ทั้งหมด 5 ส่วนเป็นขนมเทียนไส้เค็ม 2 ส่วนและเป็นขนมเทียนไส้หวาน 3 ส่วน) ดังนั้นในถุงมี ขนมเทียนชนิดใดมากกว่ากัน (ขนมเทียนไส้หวาน) การถามเช่นนี้จะทำให้นักเรียนที่ไม่รู้ว่าจะใช้ความรู้ เรื่องใดมาแก้ปัญหามองเห็นและรู้ว่าจะนำมาใช้แก้ปัญหาได้อย่างไรอีกด้วย

3. ครูให้นักเรียนดูตัวอย่างที่ 2 แล้วให้เวลานักเรียนคิดหาคำตอบ หลังจากนั้นสุ่มนักเรียน ขึ้นมาแสดงวิธีทำของตัวอย่างที่ 2 หน้าชั้นเรียน 1 คน หลังจากนั้นครูถามนักเรียนในห้องว่ามีใครคิด แตกต่างจากเพื่อนบ้าง ถ้ามีก็ให้มาแสดงวิธีทำหน้าชั้นเรียน และให้นักเรียนที่เหลือช่วยกันอภิปรายว่า ของใครถูกต้อง แต่ถ้าไม่มีก็ซักถามนักเรียนคนนั้นว่าเขา นำความรู้เรื่องใดมาใช้ในการแก้ปัญหาข้อนี้ (สระในภาษาอังกฤษ) แล้วนำความรู้ดังกล่าวไปใช้ในการแก้ปัญหอย่างไร (เราก็ดูว่ามีตัวอักษรที่เป็น พยัญชนะกี่ตัว เป็นสระกี่ตัว และมีตัวอักษรชนิดใดมากกว่ากัน)

4. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 ให้นักเรียนคิดหาคำตอบ ระหว่างที่นักเรียนทำใบกิจกรรมให้ครู คอยเดินดูพฤติกรรมในการแก้ปัญหว่านักเรียนมีพฤติกรรมอย่างไรบ้าง รอจนกว่านักเรียนทุกคนทำ ใบกิจกรรมเสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูคุยกับนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่

ขั้นสรุป

ครูสรุปให้นักเรียนฟังว่า จำนวนจำนวนหนึ่งที่บ่งบอกถึงโอกาสมากน้อยที่จะเกิดแต่ละเหตุการณ์ได้นั้น เราเรียกจำนวนนั้นว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และการที่เราทราบความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่ง ทำให้ทราบว่าเหตุการณ์นั้นมีโอกาสเกิดขึ้นมากหรือน้อยเพียงใด ทำให้สามารถตัดสินใจดำเนินกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับเหตุการณ์นั้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเราจะเห็นว่าในการแก้ปัญหาต่าง ๆ นั้น ถ้านักเรียนรู้จักเชื่อมโยงความรู้ที่มีอยู่ ไม่ว่าจะเป็นความรู้ภายในวิชาเดียวกัน หรือความรู้ในวิชาอื่น ๆ ตลอดจนเชื่อมโยงสิ่งที่เรียนกับชีวิตประจำวัน จะช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ดียิ่งขึ้น

ตัวอย่างที่ 1 แม่ซื้อขนมเทียนไส้เค็มและไส้หวานมา 1 ถุงซึ่งขนมเทียนทั้งสองชนิดคละกันอยู่ ถ้าอัตราส่วนของขนมเทียนไส้เค็มต่อไส้หวานเป็น 2 : 3 เมื่อลูกสุ่มหยิบขนมเทียน 1 อันจากถุง ขนมเทียนไส้อะไรมีโอกาสถูกหยิบมากกว่ากัน และมีโอกาสที่จะหยิบได้ไส้ไหนเป็นเท่าใด

อัตราส่วนของขนมเทียนไส้เค็มต่อไส้หวานเป็น 2 : 3 นั่นคือ

มีขนมเทียนไส้เค็ม 2 ส่วน จากขนมเทียนทั้งหมด 5 ส่วน

มีขนมเทียนไส้หวาน 3 ส่วน จากขนมเทียนทั้งหมด 5 ส่วน

โอกาสที่จะหยิบได้ขนมเทียนไส้เค็ม $\frac{2}{5}$

โอกาสที่จะหยิบได้ขนมเทียนไส้หวาน $\frac{3}{5}$

ดังนั้นขนมเทียนไส้หวานมีโอกาสถูกหยิบมากกว่า

ตัวอย่างที่ 2 กล่องใบหนึ่งมีลูกบิงปองอยู่ 11 ลูก ซึ่งลูกบิงปองแต่ละลูกเขียนตัวอักษรภาษาอังกฤษกำกับไว้ลูกละ 1 ตัว ซึ่งตัวอักษรทั้งหมดที่อยู่บนลูกบิงปองรวมแล้วเป็นคำว่า PROBABILITY ถ้าสุ่มหยิบลูกบิงปองขึ้นมา 1 ลูก อยากทราบว่าลูกบิงปองที่หยิบได้จะมีตัวอักษรที่เป็นพยัญชนะหรือสระมากกว่ากัน

ลูกบิงปองที่มีตัวอักษรที่เป็นพยัญชนะมีอยู่ 7 ลูก ได้แก่ P, R, B, B, L, T และ Y

ลูกบิงปองที่มีตัวอักษรที่เป็นสระมีอยู่ 4 ลูก ได้แก่ O, A, I และ I

ลูกบิงปองที่หยิบได้จะมีตัวอักษรที่เป็นพยัญชนะมากกว่าตัวอักษรที่เป็นสระ

5. สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 1

2. ใบความรู้ที่ 1

6. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตความตั้งใจของนักเรียนในการร่วมทำกิจกรรมและการตอบคำถาม
2. ตรวจผลงานจากใบกิจกรรม

7. บันทึกผลหลังการสอน

ใบความรู้ที่ 1

สาระสำคัญ

จำนวนจำนวนหนึ่งที่บ่งบอกถึงโอกาสมากน้อยที่จะเกิดแต่ละเหตุการณ์ได้นั้น เราเรียกจำนวนนั้นว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

ตัวอย่างที่ 1 แม่ซื้อขนมเทียนไส้เค็มและไส้หวานมา 1 ถุงซึ่งขนมเทียนทั้งสองชนิดจะกันอยู่ ถ้าอัตราส่วนของขนมเทียนไส้เค็มต่อไส้หวานเป็น 2 : 3 เมื่อลูกสุ่มหยิบขนมเทียน 1 อันจากถุง ขนมเทียนไส้อะไรมีโอกาสถูกหยิบมากกว่ากัน และมีโอกาสที่จะหยิบได้ไส้ไหนเป็นเท่าใด

อัตราส่วนของขนมเทียนไส้เค็มต่อไส้หวานเป็น 2 : 3 นั่นคือ

มีขนมเทียนไส้เค็ม _____ ส่วน จากขนมเทียนทั้งหมด _____ ส่วน

มีขนมเทียนไส้หวาน _____ ส่วน จากขนมเทียนทั้งหมด _____ ส่วน

โอกาสที่จะหยิบได้ขนมเทียนไส้เค็ม _____

โอกาสที่จะหยิบได้ขนมเทียนไส้หวาน _____

ดังนั้นขนมเทียนไส้ _____ มีโอกาสถูกหยิบมากกว่า

ตัวอย่างที่ 2 กล่องใบหนึ่งมีลูกปิงปองอยู่ 11 ลูก ซึ่งลูกปิงปองแต่ละลูกเขียนตัวอักษรภาษาอังกฤษกำกับไว้ลูกละ 1 ตัว ซึ่งตัวอักษรทั้งหมดที่อยู่บนลูกปิงปองรวมแล้วเป็นคำว่า PROBABILITY ถ้าสุ่มหยิบลูกปิงปองขึ้นมา 1 ลูก อยากทราบว่าลูกปิงปองที่หยิบได้จะมีตัวอักษรที่เป็นพยัญชนะหรือสระมากกว่ากัน

ลูกปิงปองที่มีตัวอักษรที่เป็นพยัญชนะมีอยู่ _____ ลูก ได้แก่ _____

ลูกปิงปองที่มีตัวอักษรที่เป็นสระมีอยู่ _____ ลูก ได้แก่ _____

ลูกปิงปองที่หยิบได้จะมีตัวอักษรที่เป็นพยัญชนะหรือสระมากกว่ากัน _____

ใบกิจกรรมที่ 1

1. จากการสำรวจหมู่เลือดของนักเรียนชั้น ม.3/1 พบว่าหมู่เลือด A มีร้อยละ 28 หมู่เลือด B มีร้อยละ 25 หมู่เลือด AB มีร้อยละ 17 ที่เหลือเป็นหมู่เลือด O ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน หมู่เลือดใดมีโอกาสถูกเลือกมากที่สุด และมีโอกาสถูกเลือกเป็นเท่าใด

นักเรียนหมู่เลือด A มีร้อยละเท่าใด _____

นักเรียนหมู่เลือด B มีร้อยละเท่าใด _____

นักเรียนหมู่เลือด AB มีร้อยละเท่าใด _____

นักเรียนหมู่เลือด O มีร้อยละเท่าใด _____

หมู่เลือดที่มีโอกาสถูกเลือกมากที่สุดคือ _____ และมีโอกาสเท่ากับ _____

2. มีถุงอยู่ 2 ใบ ซึ่งแต่ละใบมีลูกปิงปองอยู่ซึ่งลูกปิงปองแต่ละลูกเขียนตัวอักษรภาษาอังกฤษกำกับไว้ ดังนี้ ถุงที่ 1 เขียนตัวอักษรตั้งแต่ A ถึง H ลูกละ 1 ตัวอักษร
 ถุงที่ 2 เขียนตัวอักษรตั้งแต่ N ถึง Q ลูกละ 1 ตัวอักษร
 ถ้าสุ่มหยิบลูกปิงปองขึ้นมา 1 ลูก ถุงใบไหนมีโอกาสที่จะหยิบได้ลูกปิงปองที่มีตัวอักษรเป็นสระมากกว่ากัน

ตัวอักษรตั้งแต่ A ถึง H มีทั้งหมด _____ ตัว ได้แก่ _____

ตัวอักษรตั้งแต่ A ถึง H มีตัวอักษรที่เป็นสระอยู่ _____ ตัว ได้แก่ _____

เมื่อสุ่มหยิบลูกปิงปอง 1 ลูกจากถุงใบที่ 1 โอกาสที่หยิบได้ลูกปิงปองที่มีตัวอักษรเป็นสระเท่ากับ _____

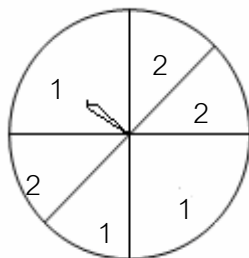
ตัวอักษรตั้งแต่ N ถึง Q มีทั้งหมด _____ ตัว ได้แก่ _____

ตัวอักษรตั้งแต่ N ถึง Q มีตัวอักษรที่เป็นสระอยู่ _____ ตัว ได้แก่ _____

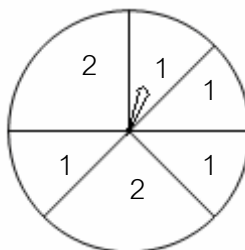
เมื่อสุ่มหยิบลูกปิงปอง 1 ลูกจากถุงใบที่ 2 โอกาสที่หยิบได้ลูกปิงปองที่มีตัวอักษรเป็นสระเท่ากับ _____

ถุงใบไหนมีโอกาสที่จะหยิบได้ลูกปิงปองที่มีตัวอักษรเป็นสระมากกว่ากัน _____

3. มีแป้นวงกลมอยู่ 2 แป้นซึ่งมีขนาดเท่ากัน คือสีส้มและสีน้ำตาลซึ่งได้ทำหมายเลขไว้ที่แป้นวงกลมดังรูป ถ้าคุณทำการหมุนแป้นวงกลม 1 ครั้ง และคุณต้องการให้เข็มชี้มาหยุดที่หมายเลข 1 คุณควรหมุนแป้นวงกลมสีอะไรจึงจะมีโอกาสมากกว่า



สีส้ม



สีน้ำตาล

แป้นวงกลม 2 แป้นนี้แบ่งเป็นกี่ส่วนเท่า ๆ กัน _____

แป้นสีส้มมีช่องหมายเลข 1 คิดเป็นเนื้อที่กี่ส่วน _____

แป้นสีน้ำตาลมีช่องหมายเลข 1 คิดเป็นเนื้อที่กี่ส่วน _____

แป้นใดมีเนื้อที่ของช่องหมายเลข 1 มากกว่ากัน _____

ถ้าหมุนแป้นสีส้มโอกาสที่เข็มชี้จะมาหยุดที่ช่องหมายเลข 1 เท่ากับ _____

ถ้าหมุนแป้นสีน้ำตาลโอกาสที่เข็มชี้จะมาหยุดที่ช่องหมายเลข 1 เท่ากับ _____

ถ้าคุณต้องการให้เข็มชี้มาหยุดที่หมายเลข 1 คุณควรหมุนแป้นสีอะไรจึงจะมีโอกาสมากกว่า

4. กล่องใบหนึ่งมีบัตรคำภาษาอังกฤษอยู่ 5 แผ่น ได้แก่ school, house, eat, play และ study ถ้าให้นักเรียนสุ่มหยิบบัตรคำมา 1 แผ่น อยากทราบว่าบัตรคำที่หยิบได้จะเป็นคำชนิดใดมากกว่ากันระหว่างคำนามหรือคำกริยา

บัตรคำที่เป็นคำนาม ได้แก่ _____

โอกาสที่หยิบได้บัตรคำเป็นคำนาม เท่ากับ _____

บัตรคำที่เป็นคำกริยา ได้แก่ _____

โอกาสที่หยิบได้บัตรคำเป็นคำกริยา เท่ากับ _____

บัตรคำที่หยิบได้จะเป็นคำชนิดใดมากกว่ากันระหว่างคำนามหรือคำกริยา _____

5. เจียบกำลังตั้งครรรอยู่ อยากทราบว่าเจียบจะมีโอกาสได้ลูกชายหรือลูกสาวมากกว่ากัน และโอกาสที่จะได้ลูกชายเป็นเท่าใด และโอกาสที่จะได้ลูกสาวเป็นเท่าใด

ในการมีลูก 1 คน ลูกที่ออกมาจะเป็นเพศใดได้บ้าง _____

โอกาสที่เจียบจะได้ลูกชาย เท่ากับ _____

โอกาสที่เจียบจะได้ลูกสาว เท่ากับ _____

เจียบจะมีโอกาสได้ลูกชายหรือลูกสาวมากกว่ากัน _____

6. กล่องใบหนึ่งมีรูปภาพของสถานที่ท่องเที่ยวอยู่ 6 รูปซึ่งเป็นสถานที่ท่องเที่ยวในภาคเหนือและภาคใต้ ได้แก่ รูปดอยสุเทพ รูปแหลมพรหมเทพ รูปเกาะพีพี รูปเกาะสมุย รูปดอยอ่างขาง รูปทะเลแหวก ถ้าสุ่มหยิบรูปภาพขึ้นมา 1 รูป จะได้รูปภาพของสถานที่ท่องเที่ยวภาคใดมากกว่ากัน

รูปที่เป็นสถานที่ท่องเที่ยวของภาคเหนือ ได้แก่ _____

รูปที่เป็นสถานที่ท่องเที่ยวของภาคใต้ ได้แก่ _____

โอกาสที่หยิบรูปภาพขึ้นมา 1 รูปแล้วได้สถานที่ท่องเที่ยวของภาคเหนือเท่ากับ _____

โอกาสที่หยิบรูปภาพขึ้นมา 1 รูปแล้วได้สถานที่ท่องเที่ยวของภาคใต้เท่ากับ _____

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)

เรื่อง การทดลองสุ่ม

จำนวน 2 คาบ

เวลา 100 นาที

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มที่กำหนดให้ได้

1.2 ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนสามารถ

- 1) เชื่อมโยงความรู้เรื่องความน่าจะเป็นกับความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์
- 2) เชื่อมโยงความรู้เรื่องความน่าจะเป็นกับวิชาอื่น

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เพื่อให้นักเรียน

- 1) มีส่วนร่วมและรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย
- 2) รับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นและทำงานร่วมกับผู้อื่น
- 3) มีความรอบคอบในการทำงาน

2. สาระการเรียนรู้

1. การทดลองสุ่ม หมายถึง การทดลองที่เราไม่สามารถบอกล่วงหน้าได้ว่าผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากแต่ละการทดลองจะเป็นอะไร แต่เราสามารถบอกได้ว่าผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมีอะไรบ้าง

2. แซมเปิลสเปซ (Sample Space) หมายถึง กลุ่มของผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม เขียนแทนด้วย S

3. การหาแซมเปิลสเปซอาจใช้แผนภาพต้นไม้ไม่ได้

3. ความรู้พื้นฐาน

- ความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์

จำนวนเฉพาะ ตัวประกอบ

- ความรู้ในวิชาอื่น

วิชาภาษาอังกฤษ เรื่อง สระในภาษาอังกฤษ

วิชาวิทยาศาสตร์ เรื่อง การอนุกรมวิธาน และ เพศ

4. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ครูให้นักเรียนแต่ละคนหยิบเหรียญบาทขึ้นมาคนละ 1 เหรียญแล้วให้นักเรียนแต่ละคนทำการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 1 ครั้ง แล้วถามนักเรียนว่าเหรียญขึ้นหน้าอะไรบ้าง (หัว, ก้อย) หลังจากนั้นครูสุ่มเด็กขึ้นมาทอดลูกเต๋าน้ำขึ้นเรียนทีละคน จำนวน 10 คน หลังจากนั้นครูถามนักเรียนว่าในการทอดลูกเต๋าน้ำ 1 ลูก 1 ครั้ง ลูกเต๋าน้ำจะขึ้นแต้มอะไรได้บ้าง (1, 2, 3, 4, 5 และ 6)

ขั้นสอน

1. ครูถามนักเรียนว่า จากกิจกรรมข้างต้นที่ครูให้นักเรียนทำ นักเรียนสามารถบอกได้แน่ชัดหรือไม่ว่าในการโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 1 ครั้งนั้น เหรียญจะออกหน้าอะไร (บอกไม่ได้) แล้วครูถามนักเรียนต่อว่านักเรียนสามารถบอกได้หรือไม่ว่าผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมีอะไรบ้าง (บอกได้) ส่วนกิจกรรมการทอดลูกเต๋าน้ำนักเรียนก็ไม่สามารถบอกได้เช่นกันว่าในการทอดลูกเต๋าน้ำ 1 ลูก 1 ครั้งนั้น ลูกเต๋าน้ำจะขึ้นแต้มอะไร แต่นักเรียนสามารถบอกได้ว่าผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมีอะไรบ้าง ซึ่งเราเรียกการกระทำต่าง ๆ เหล่านี้ว่า การทดลองสุ่ม

2. ครูให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างการทดลองสุ่ม (การเลี้ยงเซียมซี, การสุ่มเปิดหนังสือ, การหยิบสลาก เป็นต้น) หลังจากที่นักเรียนสามารถยกตัวอย่างการทดลองสุ่มได้แล้วนั้นครูและนักเรียนช่วยกันสรุปความหมายของการทดลองสุ่มอีกครั้งว่า การทดลองสุ่ม หมายถึง การทดลองที่เราไม่สามารถบอกล่วงหน้าได้ว่าผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากการทดลองจะเป็นอะไร แต่เราสามารถบอกได้ว่าผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมีอะไรบ้าง

3. ครูแจกใบความรู้ที่ 2 แล้วให้นักเรียนดูตัวอย่างที่ 1 แล้วสุ่มถามนักเรียนว่าตัวเลขที่อยู่ระหว่าง 1-15 และมี 3 เป็นตัวประกอบได้แก่เลขอะไรบ้าง (หมายเลข 3, 6, 9 และ 12) ดังนั้นผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกปิงปอง 1 ลูก คืออะไร (หมายเลข 3, 6, 9 และ 12)

4. ครูให้นักเรียนดูตัวอย่างที่ 2 แล้วให้นักเรียนจับคู่กันคิดหาคำตอบ แล้วสุ่มนักเรียนขึ้นมาแสดงวิธีทำตัวอย่างที่ 2 หน้าชั้นเรียน หลังจากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง และครูก็แนะนำวิธีการหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มว่าในขั้นต้นเพื่อให้่ายต่อการหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มนักเรียนอาจจะใช้การเขียนแผนภาพต้นไม้ได้

5. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงลักษณะการสุ่มหยิบแบบต่าง ๆ เช่น หยิบพร้อมกันหลาย ๆ ชิ้น หยิบออกมาทีละชิ้นจนได้ครบตามจำนวนที่ต้องการ และหยิบออกมาทีละชิ้นดูว่าได้อะไรแล้วใส่คืน แล้วหยิบใหม่อีกจนครบตามจำนวนที่ต้องการ แล้วครูก็ให้ข้อสังเกตกับนักเรียนว่าการสุ่มหยิบหลายชิ้นขึ้นพร้อม ๆ กันหนึ่งครั้ง ผลลัพธ์ที่ได้จะไม่มีเรื่องอันดับเข้ามาเกี่ยวข้อง แต่ถ้าหยิบ

ออกมาทีละ 1 ขึ้นจนได้ครบตามจำนวนที่ต้องการ หรือหยิบมาดูว่าได้อะไรแล้วใส่คืน แล้วหยิบใหม่อีกจนครบตามจำนวนที่ต้องการมากกว่าหนึ่งครั้ง ผลลัพธ์ที่ได้จะมีเรื่องอันดับเข้ามาเกี่ยวข้อง

6. ครูให้นักเรียนดูตัวอย่างที่ 3 แล้วถามนักเรียนว่านักเรียนรู้หรือไม่ว่าทอมจะซื้อแอปเปิ้ลและฝรั่งมาอย่างละกี่ลูก (ไม่รู้) แล้วถามนักเรียนต่อว่าเราจะมีวิธีการหาจำนวนผลไม้ทั้งสองนั้นได้อย่างไร (เราก็สมมติให้ทอมซื้อแอปเปิ้ลมา x ผล และซื้อฝรั่งมา y ผล เนื่องจากแอปเปิ้ลลูกละ 15 บาท และฝรั่งลูกละ 10 บาท ซึ่งแม่ให้ทอมซื้อผลไม้มาให้หมดเงิน 100 บาท เราจะได้สมการว่า $15x + 10y = 100$) แต่ถ้าเด็กตอบไม่ได้ครูก็ถามนักเรียนว่าทอมมีเงินอยู่ 100 บาท ถ้าทอมซื้อแอปเปิ้ล 1 ผล ทอมจะต้องซื้อฝรั่งกี่ผล (8.5 ผล) จึงจะพอดีเงิน 100 บาท ถ้าทอมซื้อแอปเปิ้ล 2 ผล ทอมจะต้องซื้อฝรั่งกี่ผล (7 ผล) จึงจะพอดีเงิน 100 บาท การถามเช่นนี้จะทำให้นักเรียนเห็นว่าควรสร้างสมการที่มีความสัมพันธ์ระหว่างแอปเปิ้ลและฝรั่ง หลังจากที่นักเรียนสร้างสมการและแทนค่าตัวแปรเรียบร้อยแล้ว ครูถามนักเรียนว่าในกรณีที่ทอมซื้อแอปเปิ้ลมา 1 ผลทำให้ได้ว่าจะต้องซื้อฝรั่ง 8.5 ผล เหตุการณ์นี้เป็นไปได้หรือไม่ (ไม่ได้เนื่องจากฝรั่งขายเป็นผล) ดังนั้นจากสมการก็จะเห็นว่าทอมต้องซื้อแอปเปิ้ลมาเป็นจำนวนที่ 2 หารลงตัว

7. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 2 ให้นักเรียนคิดหาคำตอบ ระหว่างที่นักเรียนทำใบกิจกรรมครูคอยเดินดูนักเรียนทำงาน เมื่อนักเรียนทำเรียบร้อยแล้วก็เฉลยคำตอบโดยให้นักเรียนสลับกันตรวจ

ขั้นสรุป

ครูสรุปให้นักเรียนฟังว่า การทดลองสุ่ม หมายถึง การทดลองที่เราไม่สามารถบอกล่วงหน้าได้ว่าผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากการทดลองจะเป็นอะไร แต่เราสามารถบอกได้ว่าผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นมีอะไรบ้าง หลังจากนั้นสรุปเกี่ยวกับการสุ่มหยิบแบบต่าง ๆ เช่น หยิบพร้อมกันหลาย ๆ ชิ้น หยิบออกมาทีละชิ้นจนได้ครบตามจำนวนที่ต้องการ และหยิบออกมาทีละชิ้นดูว่าได้อะไรแล้วใส่คืน แล้วหยิบใหม่อีกจนครบตามจำนวนที่ต้องการ โดยที่ครูย้ำกับนักเรียนว่าการสุ่มหยิบหลายชิ้นขึ้นพร้อม ๆ กันหนึ่งครั้ง ผลลัพธ์ที่ได้จะไม่มีเรื่องอันดับเข้ามาเกี่ยวข้อง แต่ถ้าหยิบออกมาทีละ 1 ชิ้นจนได้ครบตามจำนวนที่ต้องการ หรือหยิบมาดูว่าได้อะไรแล้วใส่คืน แล้วหยิบใหม่อีกจนครบตามจำนวนที่ต้องการมากกว่าหนึ่งครั้ง ผลลัพธ์ที่ได้จะมีเรื่องอันดับเข้ามาเกี่ยวข้อง

ตัวอย่างที่ 1 กล่องใบหนึ่งมีลูกโป่งอยู่ซึ่งลูกโป่งแต่ละลูกมีหมายเลขกำกับไว้ลูกละ 1 หมายเลข โดยที่หมายเลขทั้งหมดมีค่าอยู่ระหว่าง 1-15 และมี 3 เป็นตัวประกอบจงหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกโป่ง 1 ลูก

ตัวเลขที่อยู่ระหว่าง 1-15 และมี 3 เป็นตัวประกอบได้แก่ 3, 6, 9 และ 12

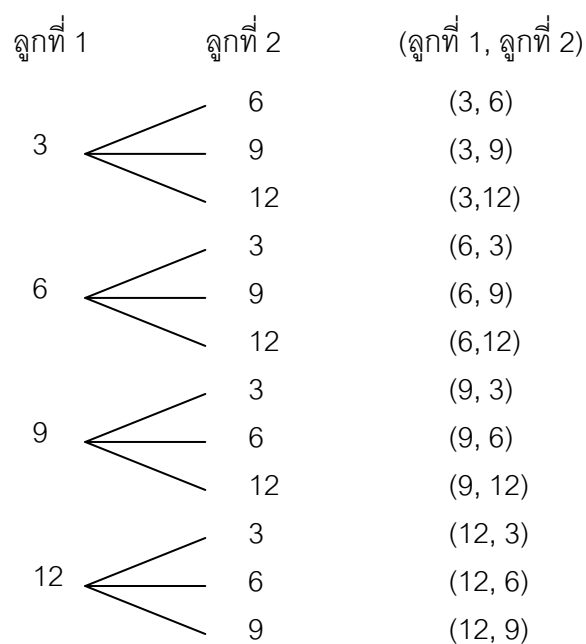
ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น มี 4 แบบ คือ หมายเลข 3, 6, 9 และ 12 หรือ

$$S = \{3, 6, 9, 12\}$$

ตัวอย่างที่ 2 จากตัวอย่างที่ 1 จงหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกปิงปอง 2 ลูก เมื่อกำหนดเงื่อนไขการสุ่มดังนี้

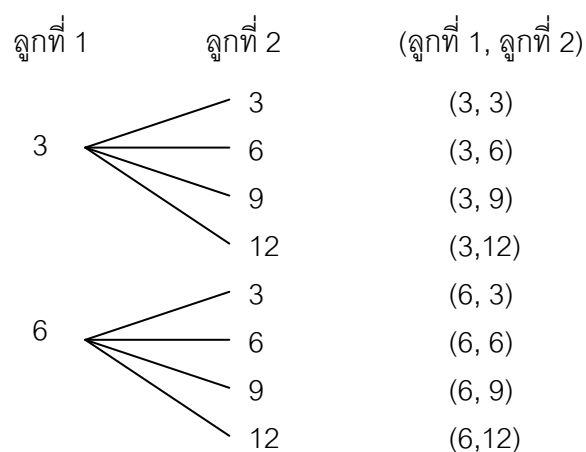
1. หยิบลูกปิงปองทีละลูกแบบไม่ใส่คืน
2. หยิบลูกปิงปองทีละลูกแบบใส่คืน
3. หยิบลูกปิงปอง 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง

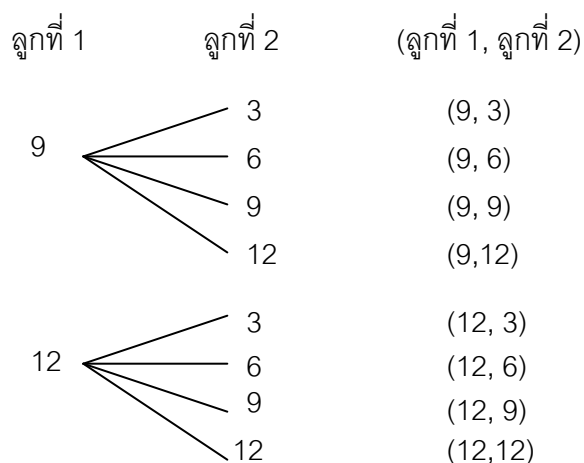
1. จงเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกปิงปอง 2 ลูกโดยหยิบทีละลูกแบบไม่ใส่คืน



ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น มี 12 แบบ คือ (3, 6), (3, 9), (3, 12), (6, 3), (6, 9), (6, 12), (9, 3), (9, 6), (9, 12), (12, 3), (12, 6), (12, 9)

2. จงเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกปิงปอง 2 ลูกโดยหยิบทีละลูกแบบใส่คืน





ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกโป่ง 2 ลูกโดยหยิบทีละลูกแบบใส่คืนมี 16 แบบ คือ (3, 3), (3, 6), (3, 9), (3, 12), (6, 3), (6, 6), (6, 9), (6, 12), (9, 3), (9, 6), (9, 9), (9, 12), (12, 3), (12, 6), (12, 9), (12, 12)

3. ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกโป่ง 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง คือ (3, 6), (3, 9), (3, 12), (6, 9), (6, 12), (9, 12)

ตัวอย่างที่ 3 แม่ให้เงินทอม 100 บาท แล้วบอกให้ทอมนำเงินไปซื้อแอปเปิ้ลกับฝรั่งมาให้หมด 100 บาท ถ้าแอปเปิ้ลราคาลูกละ 15 บาท และฝรั่งราคาลูกละ 10 บาท อยากทราบว่าทอมจะซื้อผลไม้ได้กี่วิธี

ให้จำนวนผลไม้ที่ทอมซื้อมาแทนด้วย (x, y)

เมื่อ x คือจำนวนแอปเปิ้ลและ y คือจำนวนฝรั่ง

ดังนั้นสมการของจำนวนเงินที่ซื้อผลไม้คือ $15x + 10y = 100$

$$\text{นั่นคือ} \quad y = 10 - \frac{3}{2}x$$

เนื่องจาก y เป็นจำนวนฝรั่ง ดังนั้น y ต้องเป็นจำนวนเต็ม

จากสมการ x จะต้องเป็นจำนวนที่หารด้วย 2 ลงตัว

$$\text{ถ้า } x = 2 \quad \text{จะได้ } y = 7$$

$$\text{ถ้า } x = 4 \quad \text{จะได้ } y = 4$$

$$\text{ถ้า } x = 6 \quad \text{จะได้ } y = 1$$

จำนวนผลไม้ที่ทอมซื้อได้ มีดังนี้ (2, 7), (4, 4), (6, 1)

ดังนั้นทอมจะซื้อผลไม้ได้ 3 วิธี

5. สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 2
2. ใบความรู้ที่ 2
3. เหรียญบาท
4. ลูกเต๋า

6. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตความตั้งใจของนักเรียนในการร่วมทำกิจกรรมและการตอบคำถาม
2. ตรวจผลงานจากใบกิจกรรม

7. บันทึกผลหลังการสอน

ใบความรู้ที่ 2

สาระสำคัญ

1. การทดลองสุ่ม หมายถึง การทดลองที่เราไม่สามารถบอกล่วงหน้าได้ว่าผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากแต่ละการทดลองจะเป็นอะไร แต่เราสามารถบอกได้ว่าผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมีอะไรบ้าง
2. แซมเปิลสเปซ (Sample Space) หมายถึง กลุ่มของผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม เขียนแทนด้วย S
3. การหาแซมเปิลสเปซอาจใช้แผนภาพต้นไม้ได้

ตัวอย่างที่ 1 กล่องใบหนึ่งมีลูกบิ๊งบองอยู่ซึ่งลูกบิ๊งบองแต่ละลูกมีหมายเลขกำกับไว้ลูกละ 1 หมายเลข โดยที่หมายเลขทั้งหมดเป็นจำนวนเต็มมีค่าอยู่ระหว่าง 1-15 และมี 3 เป็นตัวประกอบ จงหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกบิ๊งบอง 1 ลูก

จำนวนเต็มที่มีค่าอยู่ระหว่าง 1-15 และมี 3 เป็นตัวประกอบได้แก่ _____

ดังนั้นผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น ได้แก่ _____

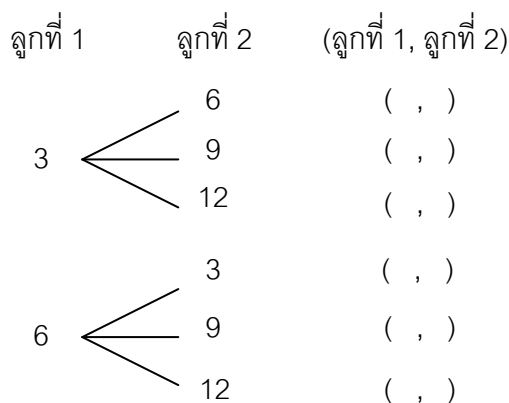
หรือ $S = \{ \quad \quad \quad \}$

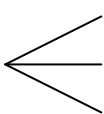
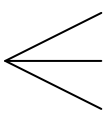
ตัวอย่างที่ 2 จากตัวอย่างที่ 1 จงหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกบิ๊งบอง 2 ลูก เมื่อกำหนดเงื่อนไขการสุ่มดังนี้

1. หยิบลูกบิ๊งบองทีละลูกแบบไม่ใส่คืน
2. หยิบลูกบิ๊งบองทีละลูกแบบใส่คืน
3. หยิบลูกบิ๊งบอง 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง

5

1. จงเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกบิ๊งบอง 2 ลูกโดยหยิบทีละลูกแบบไม่ใส่คืน



ลูกที่ 1	ลูกที่ 2	(ลูกที่ 1, ลูกที่ 2)
9		(,)
		(,)
		(,)
12		(,)
		(,)
		(,)

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกปิงปอง 2 ลูกโดยหยิบทีละลูกแบบ

ไม่ใส่คืน คือ _____

2. จงเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกปิงปอง 2 ลูกโดยหยิบทีละลูกแบบใส่คืน

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น คือจากการสุ่มหยิบลูกปิงปอง 2 ลูกโดยหยิบทีละลูกแบบ

ใส่คืน คือ _____

3. ในการสุมหยิบลูกปิงปอง 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง เราต้องคำนึงถึงอันดับหรือไม่ _____

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุมหยิบลูกปิงปอง 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง คือ _____

ตัวอย่างที่ 3 แม่ให้เงินทอม 100 บาท แล้วบอกให้ทอมนำเงินไปซื้อแอปเปิ้ลกับฝรั่งมาให้หมด 100 บาท ถ้าแอปเปิ้ลราคาลูกละ 15 บาท และฝรั่งราคาลูกละ 10 บาท อยากทราบว่าทอมจะซื้อผลไม้ได้กี่วิธี

ให้ x คือจำนวนแอปเปิ้ลและ y คือจำนวนฝรั่ง

จากโจทย์เราเขียนในรูปสมการได้ดังนี้ _____

ถ้า $x = \underline{\hspace{1cm}}$ จะได้ $y = \underline{\hspace{1cm}}$

ถ้า $x = \underline{\hspace{1cm}}$ จะได้ $y = \underline{\hspace{1cm}}$

ถ้า $x = \underline{\hspace{1cm}}$ จะได้ $y = \underline{\hspace{1cm}}$

ถ้ากำหนดให้ (x, y) แทนจำนวนผลไม้ที่ซื้อ

ดังนั้นจำนวนผลไม้ที่ทอมซื้อ คือ _____

ทอมจะซื้อผลไม้ได้ _____ วิธี

ใบกิจกรรมที่ 2

1. กล่องใบหนึ่งมีสลากซึ่งเขียนหมายเลขกำกับเป็นจำนวนเฉพาะตั้งแต่ 1-20 หมายเลขละ 1 ใบ
จงเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบสลาก 1 ใบ

2. กล่องใบหนึ่งมีสลากซึ่งเขียนตัวอักษรกำกับไว้ตั้งแต่ตัว น-พ สลากละ 1 ตัว จงเขียนผลลัพธ์ที่
อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบสลาก 2 ใบ โดยหยิบทีละใบแบบไม่ใส่คืน

ตัวอักษรตั้งแต่ตัว น-พ ได้แก่ _____

จงเขียนแผนภาพแสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบสลาก 2 ใบ โดยหยิบ
ทีละใบแบบไม่ใส่คืน

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบสลากทีละใบจนครบ 2 ใบมี ____ แบบ คือ

3. จงเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสำรวจเพศของบุตรในครอบครัวที่มีบุตร 3 คน

ผลการสำรวจเพศของบุตรในครอบครัวที่มีบุตร 1 คน เป็นอะไรได้บ้าง _____

จงเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสำรวจเพศของบุตรในครอบครัวที่มีบุตร 3 คน

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสำรวจเพศของบุตรในครอบครัวที่มีบุตร 3 คน มี _____

แบบ คือ _____

4. จงเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการจัดคู่แข่งขันได้วาที ซึ่งจัดการแข่งขันแบบพบกันหมด เมื่อมีทีมเข้าแข่งขัน 5 ทีม คือ A, B, C, D และ E

5. กล่องใบหนึ่งมีลูกปิงปองอยู่ 5 ลูก ซึ่งลูกปิงปองแต่ละลูกเขียนตัวอักษรของสระในภาษาอังกฤษ 1 ตัว จงเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกปิงปอง 2 ลูก เมื่อกำหนดการทดลองสุ่มดังนี้

1. หยิบลูกปิงปองทีละลูกแบบไม่ใส่คืน
2. หยิบลูกปิงปองทีละลูกแบบใส่คืน
3. หยิบลูกปิงปอง 2 ลูกพร้อมกัน

สระในภาษาอังกฤษมีตัวอะไรบ้าง _____

1. จงเขียนแผนภาพแสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกปิงปอง 2 ลูก โดยหยิบลูกปิงปองทีละลูกแบบไม่ใส่คืน

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกปิงปอง 2 ลูกโดยหยิบลูกปิงปองทีละลูกแบบไม่ใส่คืน คือ _____

2. จงเขียนแผนภาพแสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกปิงปอง 2 ลูก โดยหยิบลูกปิงปองทีละลูกแบบใส่คืน

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกปิงปอง 2 ลูกโดยหยิบลูกปิงปองทีละลูกแบบใส่คืน คือ _____

3. ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกปิงปอง 2 ลูกพร้อมกัน คือ _____

6. จงเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการโยนลูกเต๋า 1 ลูก และเหรียญบาท 1 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง และผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการโยนลูกเต๋า 1 ลูกและเหรียญบาท 1 เหรียญโดยโยนทีละอย่าง

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นในการโยนลูกเต๋า 1 ลูก คือ _____

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นในการโยนเหรียญ 1 เหรียญ คือ _____

จงเขียนแผนภาพแสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการโยนลูกเต๋า 1 ลูกและเหรียญบาท 1 เหรียญ โดยโยนทีละอย่าง

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการโยนลูกเต๋า 1 ลูกและเหรียญบาท 1 เหรียญโดยโยนทีละอย่าง คือ _____

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการโยนลูกเต๋า 1 ลูกและเหรียญบาท 1 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง คือ _____

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)

เรื่อง เหตุการณ์

จำนวน 2 คาบ

เวลา 100 นาที

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้

1.2 ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนสามารถ

- 1) เชื่อมโยงความรู้เรื่องความน่าจะเป็นกับความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์
- 2) เชื่อมโยงความรู้เรื่องความน่าจะเป็นกับวิชาอื่น

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เพื่อให้นักเรียน

- 1) มีส่วนร่วมและรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย
- 2) รับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นและทำงานร่วมกับผู้อื่น
- 3) มีความรอบคอบในการทำงาน

2. สาระการเรียนรู้

เหตุการณ์ คือ ผลลัพธ์ที่เราสนใจจากผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดจากการทดลองสุ่ม

3. ความรู้พื้นฐาน

- ความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์

จำนวนคู่ จำนวนเฉพาะ ตัวประกอบเฉพาะ การคูณ การแก้สมการเชิงเส้น และการแก้สมการกำลังสอง

- ความรู้ในวิชาอื่น

วิชาศิลปะ เรื่อง แม่สี

วิชาวิทยาศาสตร์ เรื่อง สัตว์ปีก

วิชาภาษาไทย เรื่อง มาตราตัวสะกด

4. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ครูยกตัวอย่างการทดลองสุ่มที่นักเรียนเคยทราบผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นมาแล้ว เช่น การทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง ครูถามนักเรียนว่าผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นมีอะไรบ้าง (1, 2, 3, 4, 5, และ 6) แล้วครูบอกกับนักเรียนว่าบางครั้งเราไม่ได้สนใจผลทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม แต่เราสนใจแค่ผลบางอย่างที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

ขั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนตั้งคำถามที่ตนสนใจหรืออยากรู้คำตอบเพิ่มเติม เช่น ผลลัพธ์ที่ลูกเต๋าคืออะไรได้บ้าง เป็นอะไรได้บ้าง หรือ ผลลัพธ์ที่ลูกเต๋าคืออะไรได้บ้างที่เป็นจำนวนเฉพาะ เป็นอะไรได้บ้าง เป็นต้น หลังจากนักเรียนตั้งคำถามเรียบร้อยแล้ว ครูสรุปให้นักเรียนฟังว่า เราจะเรียกผลลัพธ์ที่เราสนใจจากผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มว่า เหตุการณ์ เช่น จากตัวอย่างของการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้งนั้น ถ้าเราสนใจว่าแต้มที่เกิดจากการทอดลูกเต๋านั้นเป็นจำนวนคู่ เราจะได้ว่าเหตุการณ์นี้คือ ลูกเต๋าคือแต้ม 2, 4 และ 6

2. ครูแจกใบความรู้ที่ 3 แล้วให้นักเรียนดูตัวอย่างที่ 1 แล้วถามนักเรียนว่าในการแก้ปัญหาข้อนี้นักเรียนจะต้องใช้ความรู้เรื่องใด (ตัวประกอบเฉพาะ) แล้วถามนักเรียนต่อว่าตัวประกอบเฉพาะคืออะไร (ตัวประกอบที่เป็นจำนวนเฉพาะ) หลังจากนั้นครูให้เวลานักเรียนคิดหาคำตอบแล้วสุ่มนักเรียน 1 คนขึ้นมาเฉลยบนกระดานดำ แล้วครูกับนักเรียนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง

3. ครูให้นักเรียนดูตัวอย่างที่ 2 แล้วสุ่มนักเรียนขึ้นมาเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น ((ก, ร), (ก, ล), (ร, ก), (ร, ล), (ล, ก) และ (ล, ร)) หลังจากนั้นครูถามนักเรียนในห้วงว่ามาตราตัวสะกดแม่กนมีตัวอะไรบ้าง (น, ร, ล, พ, ญ, ณ) และจากตัวอักษรทั้ง 3 ตัวที่กำหนดให้นั้นมีตัวอักษรใดบ้างที่อยู่ในมาตราตัวสะกดแม่กน (ล และ ร) ครูถามนักเรียนต่อว่าจากผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นเมื่อนำมาผสมเป็นคำแล้วจะมีคำอะไรบ้างที่มีตัวสะกดอยู่ในแม่กน (คำว่า กร และ กล) ดังนั้นจะมีทั้งหมดกี่เหตุการณ์ที่จะผสมได้คำ 2 คำนี้ (มี 4 เหตุการณ์ คือ (ก, ร), (ก, ล), (ร, ก) และ (ล, ก))

4. ครูให้นักเรียนดูตัวอย่างที่ 3 แล้วให้เวลานักเรียนคิดหาคำตอบ ในขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาอยู่นั้นครูต้องเดินดูนักเรียนว่านักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ได้หรือไม่ ถ้าเชื่อมโยงได้ นักเรียนสามารถนำความรู้ที่ไปใช้แก้ปัญหาได้ถูกต้องหรือไม่ แต่ถ้ามีนักเรียนบางคนไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ได้ ครูต้องเป็นผู้แนะแนวทางให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยง เมื่อนักเรียนทำเสร็จเรียบร้อยแล้วสุ่มนักเรียนขึ้นมาแสดงวิธีทำหน้าชั้นเรียน หลังจากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง

5. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 3 ให้นักเรียนคิดหาคำตอบ ระหว่างที่นักเรียนทำใบกิจกรรมครูคอยเดินดูนักเรียนทำงาน เมื่อนักเรียนทำเสร็จเรียบร้อยแล้วให้สลับกันตรวจ โดยครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบที่ถูกต้อง

ขั้นสรุป

ครูสรุปให้นักเรียนฟังว่า เหตุการณ์ คือ ผลลัพธ์ที่เราสนใจจากผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม และนักเรียนจะเห็นว่าในการแก้ปัญหาแต่ละข้อนี้นักเรียนจะต้องนำความรู้เรื่องอื่น ๆ ไม่ว่าจะเป็นความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ หรือความรู้ในวิชาอื่น มาช่วยในการคิดหาคำตอบ ดังนั้น ถ้านักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ เข้าด้วยกันได้ก็จะทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ดียิ่งขึ้น

ตัวอย่างที่ 1 เขียนตัวเลขตั้งแต่ 1-50 ลงในฉลาก 50 แผ่น แผ่นละ 1 จำนวน ม้วนสลากใส่ในกล่อง แล้วหยิบฉลากขึ้นมา 1 ม้วน จงหาเหตุการณ์ที่หยิบได้ฉลากที่เขียนตัวเลขซึ่งมี 7 เป็นตัวประกอบเฉพาะที่น้อยที่สุด

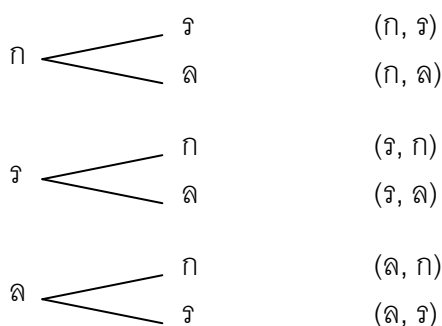
จำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1-50 ที่มี 7 เป็นตัวประกอบ คือ 7, 14, 21, 28, 35, 42 และ 49

	จำนวนเต็มตั้งแต่ 1-50 ที่มี 7 เป็นตัวประกอบ						
	7	14	21	28	35	42	49
ตัวประกอบ	1, 7	1, 2, 7, 14	1, 3, 7, 21	1, 2, 4, 7, 14, 28	1, 5, 7, 35	1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42	1, 7, 49
ตัวประกอบเฉพาะ	7	2, 7	3, 7	2, 7	5, 7	2, 3, 7	7
ตัวประกอบเฉพาะที่น้อยที่สุด	7	2	3	2	5	2	7

ดังนั้นจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1-50 ที่มี 7 เป็นตัวประกอบเฉพาะที่น้อยที่สุดมี 2 จำนวน คือ 7 และ 49

ตัวอย่างที่ 2 กล่องใบหนึ่งมีฉลากอยู่ 3 ใบ แต่ละใบมีอักษร ก หรือ ร หรือ ล เขียนไว้โดยที่ทั้ง 3 ใบ ไม่มีอักษรซ้ำกันเลย หยิบทีละใบจนครบ 2 ใบ แล้วเปิดออกดู จงหาเหตุการณ์ที่อักษร 2 ตัวจากฉลาก 2 ใบนั้นสามารถนำมาผสมเป็นคำที่มีตัวสะกดอยู่ในแม่กน

ฉลากใบที่ 1 ฉลากใบที่ 2 (ฉลากใบที่ 1, ฉลากใบที่ 2)



เหตุการณ์ที่อักษร 2 ตัวจากฉลาก 2 ใบนั้นสามารถนำมาสะกดเป็นคำที่มีตัวสะกดอยู่ในแม่กน คือ (ก, ร), (ก, ล), (ร, ก) และ (ล, ก)

ตัวอย่างที่ 3 หมู่บ้านแห่งหนึ่งมีบ้านที่เลี้ยงสัตว์อยู่ทั้งหมด 12 หลัง แต่ละหลังจะเลี้ยงทั้งหมูและไก่ โดยที่จำนวนขาของสัตว์ทั้งสองรวมกันได้ 50 ขา เท่ากันหมดทุกหลัง (ในแต่ละหลังไม่มีสัตว์พิการ) ถ้ามีคนมาซื้อสัตว์จากบ้าน 1 หลังในหมู่บ้านนี้ จงหาเหตุการณ์ที่บ้านหลังนั้นจะเลี้ยงหมูไว้มากกว่าไก่ ให้ x คือจำนวนหมู และ y คือจำนวนไก่

จากโจทย์เราเขียนในรูปสมการได้ดังนี้ $4x + 2y = 50$

นั่นคือ $y = 25 - 2x$

ถ้า $x = 1$	จะได้ $y = 23$	ถ้า $x = 7$	จะได้ $y = 11$
ถ้า $x = 2$	จะได้ $y = 21$	ถ้า $x = 8$	จะได้ $y = 9$
ถ้า $x = 3$	จะได้ $y = 19$	ถ้า $x = 9$	จะได้ $y = 7$
ถ้า $x = 4$	จะได้ $y = 17$	ถ้า $x = 10$	จะได้ $y = 5$
ถ้า $x = 5$	จะได้ $y = 15$	ถ้า $x = 11$	จะได้ $y = 3$
ถ้า $x = 6$	จะได้ $y = 13$	ถ้า $x = 12$	จะได้ $y = 1$

เหตุการณ์ที่บ้านหลังนั้นจะเลี้ยงหมูไว้มากกว่าไก่ คือ (9, 7), (10, 5), (11, 3) และ (12, 1)

5. สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 3
2. ใบความรู้ที่ 3

6. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตความตั้งใจของนักเรียนในการร่วมทำกิจกรรมและการตอบคำถาม
2. ตรวจผลงานจากใบกิจกรรม

7. บันทึกผลหลังการสอน

ใบความรู้ที่ 3

สาระสำคัญ

เหตุการณ์ คือ ผลลัพธ์ที่เราสนใจจากผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดจากการทดลองสุ่ม

ตัวอย่างที่ 1 เขียนตัวเลขที่เป็นจำนวนเต็มตั้งแต่ 1-50 ลงในฉลาก 50 แผ่น แผ่นละ 1 จำนวน ม้วนฉลากใส่ในกล่อง แล้วหยิบฉลากขึ้นมา 1 ใบ จงหาเหตุการณ์ที่หยิบได้ฉลากที่เขียนตัวเลขซึ่งมี 7 เป็นตัวประกอบเฉพาะที่น้อยที่สุด

จำนวนเต็มตั้งแต่ 1-50 ที่มี 7 เป็นตัวประกอบ คือ _____

	จำนวนเต็มตั้งแต่ 1-50 ที่มี 7 เป็นตัวประกอบ						
ตัวประกอบ							
ตัวประกอบ เฉพาะ							
ตัวประกอบ เฉพาะที่น้อย ที่สุด							

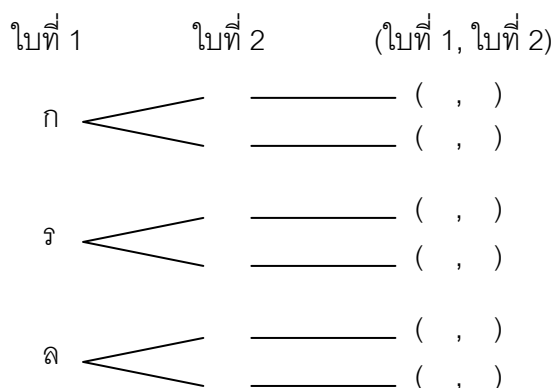
จำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1-50 ที่มี 7 เป็นตัวประกอบเฉพาะที่น้อยที่สุดมี _____ จำนวน คือ

ตัวอย่างที่ 2 กล่องใบหนึ่งมีฉลากอยู่ 3 ใบ แต่ละใบมีอักษร ก หรือ ร หรือ ล เขียนไว้โดยที่ทั้ง 3 ใบ ไม่มีอักษรซ้ำกันเลย หยิบทีละใบจนครบ 2 ใบ แล้วเปิดออกดู จงหาเหตุการณ์ที่อักษร 2 ตัวจากฉลาก 2 ใบนั้นสามารถนำมาผสมเป็นคำที่มีตัวสะกดอยู่ในแม่กน

ตัวอักษรที่อยู่ในมาตราสะกดแม่กนมีอะไรบ้าง _____

จากตัวอักษร 3 ตัวที่กำหนดให้ตัวอักษรใดอยู่ในมาตราสะกดแม่กน _____

จงเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น



เหตุการณ์ที่อักษร 2 ตัวจากฉลาก 2 ใบนั้นสามารถนำมาสะกดเป็นคำที่มีตัวสะกดอยู่ใน

แม่งน คือ _____

ตัวอย่างที่ 3 หมู่บ้านแห่งหนึ่งมีบ้านที่เลี้ยงสัตว์อยู่ทั้งหมด 12 หลัง แต่ละหลังจะเลี้ยงทั้งหมูและไก่ โดยที่จำนวนขาของสัตว์ทั้งสองรวมกันได้ 50 ขา เท่ากันหมดทุกหลัง (ในแต่ละหลังไม่มีสัตว์พิการ) ถ้ามีบ้านหลังหนึ่งขายสัตว์ที่เลี้ยงไว้ทั้งหมดไป จงหาเหตุการณ์ที่บ้านหลังนั้นจะเลี้ยงหมูไว้มากกว่าไก่

ให้ x คือจำนวนหมู และ y คือจำนวนไก่

จากโจทย์เราเขียนในรูปสมการได้ดังนี้ _____

ถ้า $x = 1$ จะได้ $y = 23$ ถ้า $x = \underline{\hspace{1cm}}$ จะได้ $y = \underline{\hspace{1cm}}$

ถ้า $x = 2$ จะได้ $y = 21$ ถ้า $x = \underline{\hspace{1cm}}$ จะได้ $y = \underline{\hspace{1cm}}$

ถ้า $x = 3$ จะได้ $y = 19$ ถ้า $x = \underline{\hspace{1cm}}$ จะได้ $y = \underline{\hspace{1cm}}$

ถ้า $x = 4$ จะได้ $y = 17$ ถ้า $x = \underline{\hspace{1cm}}$ จะได้ $y = \underline{\hspace{1cm}}$

ถ้า $x = \underline{\hspace{1cm}}$ จะได้ $y = \underline{\hspace{1cm}}$ ถ้า $x = \underline{\hspace{1cm}}$ จะได้ $y = \underline{\hspace{1cm}}$

ถ้า $x = \underline{\hspace{1cm}}$ จะได้ $y = \underline{\hspace{1cm}}$ ถ้า $x = \underline{\hspace{1cm}}$ จะได้ $y = \underline{\hspace{1cm}}$

เหตุการณ์ที่บ้านหลังนั้นจะเลี้ยงหมูไว้มากกว่าไก่ คือ _____

ใบกิจกรรมที่ 3

1. เชื่อมซี่ชุดหนึ่งมีหมายเลขตั้งแต่ 1-30 เมื่อทำการเสี่ยงเชื่อมซี่ 1 ครั้ง จงหาเหตุการณ์ที่เสี่ยงเชื่อมซี่ได้เลขที่เป็นจำนวนเฉพาะ

เชื่อมซี่หมายเลขตั้งแต่ 1-30 มีหมายเลขที่เป็นจำนวนเฉพาะอยู่ ____ อัน คือ _____

เหตุการณ์ที่เสี่ยงเชื่อมซี่ได้เลขที่เป็นจำนวนเฉพาะมี ____ แบบ คือ _____

2. ในการสำรวจเพศของบุตรในครอบครัวที่มีบุตร 3 คน จงหาเหตุการณ์ที่ครอบครัวนั้นจะมีบุตรคนโตและบุตรคนเล็กเป็นเพศเดียวกัน

ผลการสำรวจเพศของบุตรในครอบครัวที่มีบุตร 1 คน จะเป็นอะไรได้บ้าง _____

จงเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสำรวจเพศของบุตรในครอบครัวที่มีบุตร 3 คน

เหตุการณ์ที่ครอบครัวนั้นจะมีบุตรคนโตและบุตรคนเล็กเป็นเพศเดียวกัน มี ____ แบบ คือ _____

3. สุ่มหยิบสลาก 2 ใบ จากกล่องที่มีสลากหมายเลข 1, 2, 3 และ 4 หมายเลขละ 1 ใบ จงหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่จะได้ผลคูณของสลากทั้งสองใบไม่เกิน 8 เมื่อกำหนดการทดลองสุ่ม ดังนี้
- 1) หยิบสลาก 2 ใบโดยหยิบทีละใบแบบไม่ใส่คืน
 - 2) หยิบสลาก 2 ใบโดยหยิบทีละใบแบบใส่คืน
 - 3) หยิบสลาก 2 ใบพร้อมกัน
1. จงเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบสลาก 2 ใบ โดยหยิบทีละใบแบบไม่ใส่คืน

เหตุการณ์ที่จะได้ผลคูณของสลากทั้งสองใบไม่เกิน 8 มี _____ แบบ คือ _____

2. จงเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบสลาก 2 ใบ โดยหยิบทีละใบแบบใส่คืน

เหตุการณ์ที่จะได้ผลคูณของสลากทั้งสองใบไม่เกิน 8 มี _____ แบบ คือ _____

3. ผลลัพธ์ที่เกิดจากการหยิบสลาก 2 ใบพร้อมกัน คือ _____

เหตุการณ์ที่จะได้ผลคูณของสลากทั้งสองใบไม่เกิน 8 มี _____ แบบ คือ _____

4. สุ่มหยิบลูกบอล 2 ลูก จากกล่องซึ่งมีลูกบอล 4 ลูก ได้แก่ สีน้ำเงิน สีขาว สีเขียว และสีแดง
จงหาเหตุการณ์ที่สีของลูกบอลทั้งสองลูกเป็นแม่สี เมื่อกำหนดการทดลองสุ่มดังนี้

- 1) หยิบลูกบอล 2 ลูกโดยหยิบทีละลูกแบบไม่ใส่คืน
- 2) หยิบลูกบอล 2 ลูกโดยหยิบทีละลูกแบบใส่คืน
- 3) หยิบลูกบอล 2 ลูกพร้อมกัน

สีของลูกบอลทั้ง 4 ลูก สีที่เป็นแม่สีได้แก่สีอะไรบ้าง _____

ให้ B แทนลูกบอลสีน้ำเงิน W แทนลูกบอลสีขาว

G แทนลูกบอลสีเขียว R แทนลูกบอลสีแดง

1. จงเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกบอล 2 ลูก
โดยหยิบทีละลูกแบบไม่ใส่คืน

เหตุการณ์ที่สีของลูกบอลทั้งสองลูกเป็นแม่สีมี _____ แบบ คือ _____

2. จงเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกบอล 2 ลูก โดยหยิบทีละลูกแบบใส่คืน

เหตุการณ์ที่สีของลูกบอลทั้งสองลูกเป็นแม่สีมี ____ แบบ คือ _____

3. ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกบอล 2 ลูกพร้อมกัน คือ _____

เหตุการณ์ที่สีของลูกบอลทั้งสองลูกเป็นแม่สีมี ____ แบบ คือ _____

5. ในการทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน จงหาเหตุการณ์ที่ผลต่างของแต้มทั้งสองเป็นคำตอบของสมการ $5x^2 - 9x - 2 = 0$

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดจากการทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน คือ _____

คำตอบของสมการ $5x^2 - 9x - 2 = 0$ คือ _____

เหตุการณ์ที่ผลต่างของแต้มทั้งสองเป็นคำตอบของสมการ $5x^2 - 9x - 2 = 0$ คือ _____

6. มีแผ่นป้ายอยู่ 5 แผ่นป้าย ซึ่งด้านหลังแต่ละแผ่นป้ายมีรูปอยู่ดังนี้ รูปนก รูปหมู รูปงู รูปไก่ รูปเปิด
จงหาเหตุการณ์ที่สุ่มเปิดแผ่นป้ายทีละแผ่นจนครบ 2 แผ่นป้าย แล้วได้รูปสัตว์ปีกทั้งสองแผ่นป้าย

จากรูปสัตว์ที่กำหนดให้มีรูปใดบ้างที่เป็นรูปสัตว์ปีก _____

เหตุการณ์ที่เปิดได้รูปสัตว์ปีกทั้งสองแผ่นป้าย คือ _____

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)

เรื่อง ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

จำนวน 4 คาบ

เวลา 200 นาที

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนสามารถ

- 1) หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้
- 2) ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล
- 3) ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นประกอบการตัดสินใจได้

1.2 ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนสามารถ

- 1) เชื่อมโยงความรู้เรื่องความน่าจะเป็นกับความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์
- 2) เชื่อมโยงความรู้เรื่องความน่าจะเป็นกับวิชาอื่น

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เพื่อให้นักเรียน

- 1) มีส่วนร่วมและรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย
- 2) รับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นและทำงานร่วมกับผู้อื่น
- 3) มีความรอบคอบในการทำงาน

2. สารการเรียนรู้

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

เมื่อ $P(E)$ คือ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$n(E)$ คือ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

$n(S)$ คือ จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

โดยที่แต่ละผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน

สมบัติพื้นฐานของความน่าจะเป็น

- 1) $0 \leq P(E) \leq 1$ นั่นคือความน่าจะเป็นของเหตุการณ์มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1
- 2) $P(E) = 0$ เมื่อเหตุการณ์นั้นไม่มีโอกาสเกิดขึ้น
- 3) $P(E) = 1$ เมื่อเหตุการณ์นั้นเกิดขึ้นอย่างแน่นอน

3. ความรู้พื้นฐาน

- ความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์

การหาร พหุคูณ จำนวนเฉพาะ ร้อยละ การแก้สมการเชิงเส้น การแก้สมการกำลังสอง การแก้ระบบสมการเชิงเส้น และพื้นที่วงกลม

- ความรู้ในวิชาอื่น

วิชาภาษาอังกฤษ เรื่อง สระในภาษาอังกฤษ

วิชาวิทยาศาสตร์ เรื่อง ยีนส์

วิชาสังคมศึกษา เรื่อง ทวีปต่าง ๆ

วิชาภาษาไทย เรื่อง คำควบกล้ำ

4. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ครูยกตัวอย่างการทดลองสุ่มที่นักเรียนทราบผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นมาแล้ว เช่น การโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง $\{(H, H), (H, T), (T, H) \text{ และ } (T, T)\}$ ครูถามนักเรียนว่าโอกาสที่เหรียญจะออกก้อย 1 ครั้งเป็นเท่าใด (1 ใน 2 หรือ $\frac{1}{2}$) ครูยกตัวอย่างการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง ครูถามนักเรียนว่าในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง นั้นโอกาสที่ลูกเต๋าคือแต้มที่เป็นจำนวนเฉพาะมีเท่าใด ($\frac{1}{2}$)

ขั้นสอน

1. ครูกล่าวกับนักเรียนว่า โอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์ต่าง ๆ นั้นก็คือความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ซึ่งหาได้จากการนำจำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ หารด้วย จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

2. ครูย้ำกับนักเรียนว่าในระดับชั้นนี้การหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จะต้องอยู่ภายใต้เงื่อนไขที่ว่าแต่ละผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม จะต้องมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน

3. ครูแจกใบความรู้ที่ 4 แล้วให้นักเรียนดูตัวอย่างที่ 1 แล้วถามนักเรียนว่าตัวอักษรตั้งแต่ G ถึง P มีกี่ตัว อะไรบ้าง (มี 10 ตัว ได้แก่ G, H, I, J, K, L, M, N, O และ P) หลังจากนั้นถามนักเรียนต่อว่าในตัวอักษร 10 ตัวนี้มีตัวอักษรที่เป็นสระกี่ตัว อะไรบ้าง (2 ตัว I และ O) เพราะฉะนั้น

ความน่าจะเป็นที่จะได้ตัวอักษรที่เป็นสระเท่ากับเท่าใด ($\frac{1}{5}$)

4. ครูให้นักเรียนจับคู่กันแล้วทำตัวอย่างที่ 2, 3 และ 4 ในขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหาอยู่ ครูต้องคอยเดินดูว่านักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ได้หรือไม่ ถ้ามีนักเรียนที่ไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ได้ ครูต้องเป็นผู้แนะแนวทางให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยง

5. เมื่อนักเรียนทุกคนทำเสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูสุ่มนักเรียนขึ้นมาแสดงวิธีทำหน้าชั้นเรียน แล้วครูกับนักเรียนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง

6. ครูให้นักเรียนดูตัวอย่างที่ 5 แล้วถามนักเรียนว่านักเรียนจะตอบคำถามข้อนี้ได้ นักเรียนต้องทำอะไร (หาค่าความน่าจะเป็นของความพึงพอใจ) ถ้านักเรียนตอบไม่ได้ก็ถามนักเรียนว่า โรงแรมนี้จะต้องปรับปรุงด้านการบริการเมื่อไร (เมื่อทำการสำรวจแล้วค่าความน่าจะเป็นของความพึงพอใจน้อยกว่า 0.9) การถามเช่นนี้จะทำให้นักเรียนรู้ว่าในการจะตอบคำถามข้อนี้ได้จะต้องหาค่าความน่าจะเป็นของความพึงพอใจ หลังจากนั้นให้เวลานักเรียนคิดหาคำตอบ แล้วสุ่มนักเรียนมาเฉลยคำตอบ ครูและนักเรียนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง

7. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มกลุ่มละ 5 คน หลังจากนั้นแจกใบกิจกรรมที่ 4 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแบ่งงานกันทำ ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมอยู่นั้นครูต้องคอยเดินดูการทำงานของนักเรียน เมื่อนักเรียนทำเสร็จเรียบร้อยแล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มมานำเสนอหน้าชั้นเรียน แล้วครูกับนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบที่ได้

ขั้นสรุป

ครูสรุปว่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์หาได้จากการนำจำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์หารด้วย จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม หลังจากนั้นครูสรุปสมบัติพื้นฐานของความน่าจะเป็นให้นักเรียนฟังว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์มีค่าได้ตั้งแต่ 0 ถึง 1 และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จะมีค่าเท่ากับ 1 เมื่อเหตุการณ์นั้นเกิดขึ้นอย่างแน่นอน และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จะมีค่าเท่ากับ 0 เมื่อเหตุการณ์นั้นไม่มีโอกาสเกิดขึ้น

ตัวอย่างที่ 1 กล่องใบหนึ่งมีลูกปิงปองที่เขียนตัวอักษรภาษาอังกฤษ ตั้งแต่ตัว G ถึง P ลูกละ 1 ตัว ถ้าสุ่มหยิบลูกปิงปอง 1 ลูก จากกล่องใบนี้ ความน่าจะเป็นที่จะได้ตัวอักษรที่เป็นสระเท่ากับเท่าใด

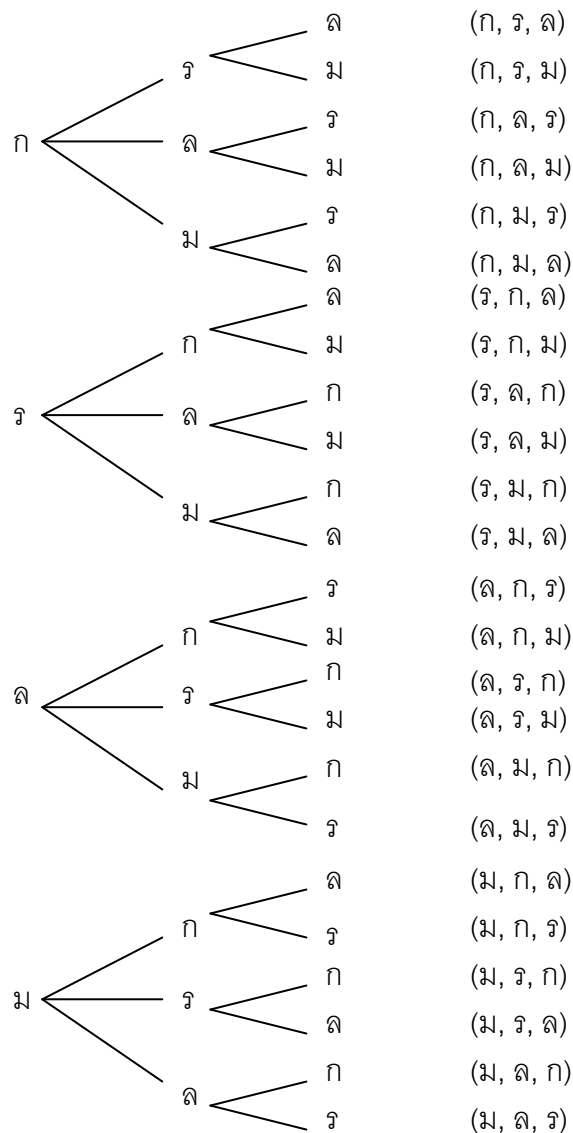
ตัวอักษรตั้งแต่ G ถึง P มีทั้งหมด 10 ตัวอักษร ได้แก่ G, H, I, J, K, L, M, N, O และ P

ตัวอักษรที่เป็นสระมี 2 ตัว ได้แก่ I และ O

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะได้ตัวอักษรที่เป็นสระเท่ากับ $\frac{1}{5}$

ตัวอย่างที่ 2 กล่องใบหนึ่งมีฉลากอยู่ 4 ใบ แต่ละใบมีอักษร ก หรือ ร หรือ ล หรือ ม เขียนไว้โดยที่ทั้ง 4 ใบ ไม่มีอักษรซ้ำกันเลย หยิบทีละใบจนครบ 3 ใบ แล้วเปิดออกดู ความน่าจะเป็นที่อักษร 3 ตัวจากฉลาก 3 ใบนั้นสามารถนำมาผสมเป็นคำควบกล้ำ

ใบที่ 1 ใบที่ 2 ใบที่ 3 (ใบที่ 1, ใบที่ 2, ใบที่ 3)



จากผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจะเห็นว่ามีความควบกล้ำเกิดขึ้น 2 คำ คือคำว่า กลม กับ กรม

เหตุการณ์ที่อักษร 3 ตัวจากฉลาก 3 ใบนั้นสามารถนำมาผสมเป็นคำว่า กลม หรือ กรม มี 12 เหตุการณ์ ได้แก่ (ก, ล, ม), (ก, ร, ม), (ก, ม, ล), (ก, ม, ร), (ร, ก, ม), (ร, ม, ก), (ล, ก, ม), (ล, ม, ก), (ม, ก, ล), (ม, ก, ร), (ม, ร, ก) และ (ม, ล, ก)

ความน่าจะเป็นที่อักษร 3 ตัวจากฉลาก 3 ใบนั้นสามารถนำมาผสมเป็นคำควบกล้ำเท่ากับ $\frac{1}{2}$

ตัวอย่างที่ 3 จากการสำรวจนักเรียนทั้งหมด 200 คน พบว่ามีนักเรียนที่ชอบเรียนคณิตศาสตร์ 35% ชอบเรียนภาษาอังกฤษ 40% นอกนั้นชอบเรียนวิชาอื่น ๆ ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่สุ่มได้นักเรียนที่ชอบเรียนคณิตศาสตร์หรือภาษาอังกฤษ

$$\text{นักเรียนที่ชอบเรียนคณิตศาสตร์หรือชอบภาษาอังกฤษมี } 75\% \text{ ซึ่งเท่ากับ } \frac{75}{100} \times 200 = 150$$

คน

$$\text{ความน่าจะเป็นที่สุ่มได้นักเรียนที่ชอบเรียนคณิตศาสตร์หรือภาษาอังกฤษเท่ากับ } \frac{150}{200} = \frac{3}{4}$$

ตัวอย่างที่ 4 กล่องใบที่หนึ่งบรรจุฉลากหมายเลข 2, 3 และ 4 กล่องใบที่สองบรรจุฉลากหมายเลข 3, 4 และ 5 หยิบฉลาก 1 ใบจากแต่ละกล่อง ถ้า a คือหมายเลขในฉลากที่หยิบได้จากกล่องใบแรก และ b คือหมายเลขในฉลากที่หยิบได้จากกล่องใบที่สอง ความน่าจะเป็นที่เมื่อนำ 3 ไปหารผลคูณของ a กับ b แล้วเหลือเศษมากกว่า 1 มีค่าเท่าใด

a	b	ab	เศษที่เกิดจากการนำ 3 หาร ab
2	3	6	0
	4	8	2
	5	10	1
3	3	9	0
	4	12	0
	5	15	0
4	3	12	0
	4	16	1
	5	20	2

$$\text{ความน่าจะเป็นที่เมื่อนำ 3 หารผลคูณของ a กับ b แล้วเหลือเศษมากกว่า 1 เท่ากับ } \frac{2}{9}$$

ตัวอย่างที่ 5 โรงแรมแห่งหนึ่งทำการประเมินคุณภาพด้านการบริการ โดยทำการสำรวจความพึงพอใจของผู้ที่มาใช้บริการ โดยสุ่มสำรวจผู้ที่มาใช้บริการจำนวน 200 คน โดยมีเกณฑ์การประเมินว่า ถ้าค่าความน่าจะเป็นของความพึงพอใจน้อยกว่า 0.9 โรงแรมนี้ต้องปรับปรุงด้านการบริการ ผลการสำรวจพบว่าผู้มาใช้บริการพึงพอใจอยู่ 172 คน อยากทราบว่าโรงแรมนี้ต้องปรับปรุงด้านบริการหรือไม่

$$\text{ความน่าจะเป็นของความพึงพอใจ เท่ากับ } \frac{172}{200} = 0.86$$

ดังนั้นโรงแรมนี้ต้องปรับปรุงด้านการบริการ เพราะว่าค่า P น้อยกว่า 0.9

5. สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 4
2. ใบความรู้ที่ 4

6. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตความตั้งใจของนักเรียนในการร่วมทำกิจกรรมและการตอบคำถาม
2. ตรวจผลงานจากใบกิจกรรม

7. บันทึกผลหลังการสอน

ใบความรู้ที่ 4

สาระสำคัญ

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

เมื่อ $P(E)$ คือ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$n(E)$ คือ จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์

$n(S)$ คือ จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

โดยที่แต่ละผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน

สมบัติพื้นฐานของความน่าจะเป็น

- 1) $0 \leq P(E) \leq 1$ นั่นคือความน่าจะเป็นของเหตุการณ์มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1
- 2) $P(E) = 0$ เมื่อเหตุการณ์นั้นไม่มีโอกาสเกิดขึ้น
- 3) $P(E) = 1$ เมื่อเหตุการณ์นั้นเกิดขึ้นอย่างแน่นอน

ตัวอย่างที่ 1 กล่องใบหนึ่งมีลูกบิงปองที่เขียนตัวอักษรภาษาอังกฤษ ตั้งแต่ตัว G ถึง P ลูกละ 1 ตัว ถ้าสุ่มหยิบลูกบิงปอง 1 ลูก จากกล่องใบนี้ ความน่าจะเป็นที่จะได้ตัวอักษรที่เป็นสระเท่ากับเท่าใด

ตัวอักษรที่เป็นสระในภาษาอังกฤษมี _____ ตัว ได้แก่ _____

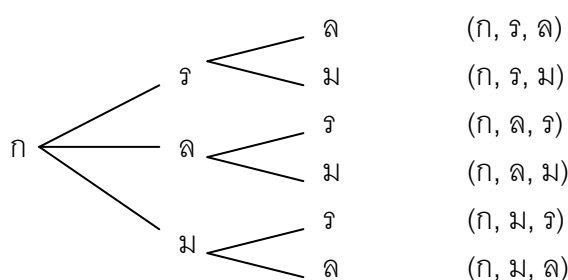
ตัวอักษรตั้งแต่ G ถึง P มีทั้งหมด _____ ตัว ได้แก่ _____

ตัวอักษรตั้งแต่ G ถึง P ที่เป็นสระมีทั้งหมด _____ ตัว ได้แก่ _____

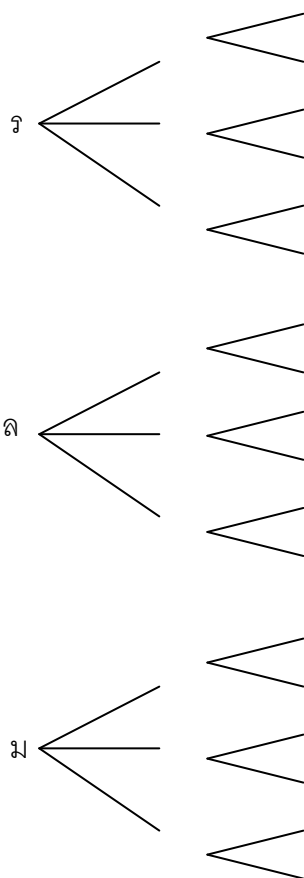
ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะได้ตัวอักษรที่เป็นสระเท่ากับ _____

ตัวอย่างที่ 2 กล่องใบหนึ่งมีลูกากอยู่ 4 ใบ แต่ละใบมีอักษร ก หรือ ร หรือ ล หรือ ม เขียนไว้โดยที่ ทั้ง 4 ใบ ไม่มีอักษรซ้ำกันเลย หยิบทีละใบจนครบ 3 ใบ แล้วเปิดออกดู จงหาความน่าจะเป็นที่อักษร 3 ตัวจากลูกาก 3 ใบนั้นสามารถนำมาผสมเป็นคำควบกล้ำได้

ใบที่ 1 ใบที่ 2 ใบที่ 3 (ใบที่ 1, ใบที่ 2, ใบที่ 3)



ใบที่ 1 ใบที่ 2 ใบที่ 3 (ใบที่ 1, ใบที่ 2, ใบที่ 3)



จากผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจะเห็นว่ามีความบกพร่องเกิดขึ้น _____ คำ คือ _____

เหตุการณ์ที่อักษร 3 ตัวจากฉลาก 3 ใบนั้นสามารถนำมาผสมเป็นคำความบกพร่องมี _____

เหตุการณ์ ได้แก่ _____

ความน่าจะเป็นที่อักษร 3 ตัวจากฉลาก 3 ใบนั้นสามารถนำมาผสมเป็นคำความบกพร่องเท่ากับ _____

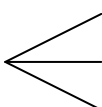
ตัวอย่างที่ 3 จากการสำรวจนักเรียนทั้งหมด 200 คน พบว่ามีนักเรียนที่ชอบเรียนคณิตศาสตร์ 35% ชอบเรียนภาษาอังกฤษ 40% นอกนั้นชอบเรียนวิชาอื่น ๆ ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่สุ่มได้นักเรียนที่ชอบเรียนคณิตศาสตร์หรือภาษาอังกฤษ

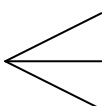
นักเรียนที่ชอบเรียนคณิตศาสตร์หรือชอบภาษาอังกฤษมีกี่คน _____

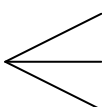
ความน่าจะเป็นที่สุ่มได้นักเรียนที่ชอบเรียนคณิตศาสตร์หรือภาษาอังกฤษเท่ากับ _____

ตัวอย่างที่ 4 กล่องใบที่หนึ่งบรรจุฉลากหมายเลข 2, 3 และ 4 กล่องใบที่สองบรรจุฉลากหมายเลข 3, 4 และ 5 หยิบฉลาก 1 ใบจากแต่ละกล่อง ถ้า a คือหมายเลขในฉลากที่หยิบได้จากกล่องใบแรก และ b คือหมายเลขในฉลากที่หยิบได้จากกล่องใบที่สอง ความน่าจะเป็นที่เมื่อนำ 3 ไปหารผลคูณของ a กับ b แล้วเหลือเศษมากกว่า 1 มีค่าเท่าใด

a b ab เศษที่เกิดจากการนำ 3 ไปหาร ab

2 

3 

4 

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดจากการหยิบฉลากจากกล่องทั้งสองคือ _____

เหตุการณ์ที่เมื่อนำ 3 ไปหารผลคูณของ a กับ b แล้วเหลือเศษมากกว่า 1 คือ _____

ความน่าจะเป็นที่เมื่อนำ 3 ไปหารผลคูณของ a กับ b แล้วเหลือเศษมากกว่า 1 เท่ากับ _____

ตัวอย่างที่ 5 โรงแรมแห่งหนึ่งทำการประเมินคุณภาพด้านการบริการ โดยทำการสำรวจความพึงพอใจของผู้ที่มาใช้บริการ โดยสุ่มสำรวจผู้ที่มาใช้บริการจำนวน 200 คน โดยมีเกณฑ์การประเมินว่า ถ้าค่าความน่าจะเป็นของความพึงพอใจน้อยกว่า 0.9 โรงแรมนี้ต้องปรับปรุงด้านการบริการ ผลการสำรวจพบว่ามีผู้มาใช้บริการพึงพอใจอยู่ 172 คน อยากทราบว่าโรงแรมนี้ต้องปรับปรุงด้านบริการหรือไม่

โรงแรมทำการสำรวจความพึงพอใจของผู้มาใช้บริการกี่คน _____

ผู้มาใช้บริการที่พึงพอใจมีกี่คน _____

ความน่าจะเป็นของความพึงพอใจเท่ากับ _____

ดังนั้นโรงแรมนี้ควรปรับปรุงด้านบริการหรือไม่ _____

ใบกิจกรรมที่ 4

1. สุ่มเปิดหนังสือเล่มหนึ่งซึ่งมีหน้าทั้งหมด 50 หน้า จงหาความน่าจะเป็นที่สุ่มเปิดหนังสือ 1 หน้าแล้วได้เลขหน้าที่เป็นพหุคูณของ 3

หนังสือเล่มนี้มีเลขหน้ากี่หน้า _____

เลขหน้าในหนังสือเล่มนี้เป็นพหุคูณของ 3 คือ _____

ความน่าจะเป็นที่สุ่มเปิด 1 หน้าแล้วได้เลขหน้าที่เป็นพหุคูณของ 3 เท่ากับ _____

2. โทมเกิดในเดือนพฤศจิกายน เขาบอกเพื่อนว่าวันที่ที่เขาเกิดเป็นจำนวนเฉพาะ หรือสอดคล้องกับสมการ $x^2 - 8x + 12 = 0$ ความน่าจะเป็นที่เพื่อนของเขาจะทายวันเกิดของเขาได้ถูกต้องเป็นเท่าไร

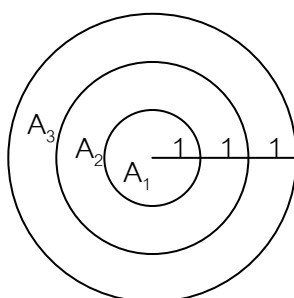
ในเดือนพฤศจิกายนมีวันที่ที่เป็นจำนวนเฉพาะกี่วัน อะไรบ้าง _____

คำตอบของสมการ $x^2 - 8x + 12 = 0$ คือ _____

ในเดือนพฤศจิกายนมีวันที่ที่เป็นจำนวนเฉพาะหรือสอดคล้องกับสมการกี่วัน อะไรบ้าง _____

ความน่าจะเป็นที่เพื่อนของเขาจะทายวันเกิดของเขาได้ถูกต้องเท่ากับ _____

3. ในการยิงธนูที่มีเป้าเป็นวงกลมรัศมี 3 หน่วย ถ้าผู้ยิงธนูมีความสามารถยิงถูกเป้าทุกครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่จะยิงลูกธนูถูกเป้าในบริเวณ A_1, A_2, A_3 ตามลำดับ



พื้นที่เข้าบริเวณ A_1 เท่ากับ _____

พื้นที่เข้าบริเวณ A_2 เท่ากับ _____

พื้นที่เข้าบริเวณ A_3 เท่ากับ _____

เป้าวงกลมรัศมี 3 หน่วย มีพื้นที่เท่ากับ _____

ความน่าจะเป็นที่ยิงถูกเป้าบริเวณ A_1 เท่ากับ _____

ความน่าจะเป็นที่ยิงถูกเป้าบริเวณ A_2 เท่ากับ _____

ความน่าจะเป็นที่ยิงถูกเป้าบริเวณ A_3 เท่ากับ _____

4. จากการสำรวจนักเรียนห้องหนึ่ง พบว่ามีนักเรียนที่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์หรือวิชาภาษาอังกฤษรวม 30 คน นักเรียนที่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์มี 17 คน และนักเรียนที่ชอบเรียนวิชาภาษาอังกฤษมี 18 คน ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่สุ่มได้นักเรียนที่ชอบเรียนทั้ง 2 วิชา

5. กล่องทึบแสงบรรจุลูกปิงปองขนาดเท่ากัน 11 ลูก แต่ละลูกเขียนอักษรภาษาอังกฤษ 1 ตัว ซึ่งตัวอักษรที่อยู่บนลูกปิงปองทั้งหมดคือคำว่า Mathematics ถ้าสุ่มหยิบลูกปิงปองขึ้นมา 1 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่ตัวอักษรบนลูกปิงปองนั้นเป็นสระ

6. ถ้านำดอกกลีลาวดีสีชมพูมาผสมพันธุ์กัน จงหาความน่าจะเป็นที่ผลผลิตใหม่ที่ออกมาจะเป็นสีขาว เมื่อกำหนดให้

ยีนสีชมพู คือ RW ยีนสีแดง คือ RR ยีนสีขาว คือ WW

7. กล่องใบหนึ่งมีรูปภาพอยู่ 5 รูป ได้แก่ รูปไอศกรีม รูปชอล์ค รูปกระป๋องนม รูปลูกบอล และรูปตุ๊กตา ถ้าสุ่มหยิบรูปภาพ 2 รูปพร้อมกัน จงหาความน่าจะเป็นที่ได้รูปทั้งสองเป็นทรงกระบอก

8. แม่ซื้อซาลาเปาไส้หมูแดงกับไส้ครีมรวม 30 ลูก คิดเป็นเงิน 264 บาท ถ้าซาลาเปาไส้หมูแดงราคา ลูกละ 10 บาท และซาลาเปาไส้ครีมราคาลูกละ 7 บาท จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกสุ่มหยิบ ซาลาเปามา 1 ลูกแล้วได้ซาลาเปาไส้ครีม

[illegible]

9. ในการจัดการแข่งขันฟุตบอลกระชับมิตร ซึ่งมีทีมที่เข้าแข่งขันทั้งหมด 5 ทีม ได้แก่ ทีมไทย อังกฤษ มาเลเซีย สิงคโปร์ และฝรั่งเศส ซึ่งจัดการแข่งขันแบบพบกันหมด จงหาความน่าจะเป็นที่คู่แข่งขันจะมาจากต่างทวีปกัน

10. ในกล่องมีสลากอยู่ซึ่งสลากแต่ละใบเขียนคำกำกับไว้ดังนี้ ชาติ, สมุด, เพศ, บวช และ เขต
ถ้าสุ่มหยิบสลากขึ้นมา 2 ใบพร้อมกัน

1. จงหาความน่าจะเป็นที่สลากทั้งสองใบเขียนคำที่มีตัวสะกดอยู่ในแม่กด
2. จงหาความน่าจะเป็นที่สลากทั้งสองใบเขียนคำที่มีตัวสะกดอยู่ในแม่กม

11. โรงพยาบาลแห่งหนึ่งได้ทำการประเมินคุณภาพด้านการบริการของเจ้าหน้าที่โรงพยาบาล โดยทำการสำรวจความพึงพอใจของผู้มาใช้บริการที่โรงพยาบาลจำนวน 300 คน ซึ่งมีเกณฑ์การประเมิน คือ ถ้าค่าความน่าจะเป็นของความพึงพอใจไม่เกิน 0.9 โรงพยาบาลนี้ต้องมีการปรับปรุงด้านการบริการ จากผลการสำรวจพบว่าผู้มาใช้บริการที่พึงพอใจอยู่ 265 คน อยากทราบว่าโรงพยาบาลนี้ต้องปรับปรุงด้านการบริการหรือไม่

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)

เรื่อง การนำความน่าจะเป็นไปใช้ในชีวิตประจำวัน

จำนวน 3 คาบ

เวลา 150 นาที

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนสามารถ

- 1) นำความรู้เรื่องความน่าจะเป็นไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้
- 2) ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นประกอบการตัดสินใจได้

1.2 ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนสามารถ

- 1) เชื่อมโยงความรู้เรื่องความน่าจะเป็นกับความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์
- 2) เชื่อมโยงความรู้เรื่องความน่าจะเป็นกับวิชาอื่น

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เพื่อให้นักเรียน

- 1) มีส่วนร่วมและรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย
- 2) รับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นและทำงานร่วมกับผู้อื่น
- 3) มีความรอบคอบในการทำงาน

2. สาระการเรียนรู้

ค่าคาดหวัง เท่ากับ ผลรวมของผลคูณระหว่างความน่าจะเป็นของเหตุการณ์กับ
ผลตอบแทนของเหตุการณ์

3. ความรู้พื้นฐาน

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

4. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ครูเกริ่นกับนักเรียนว่าในชีวิตประจำวันเราต้องเผชิญกับปัญหาที่ต้องทำให้เราต้องตัดสินใจอยู่ตลอดเวลา ดังนั้นถ้าเรารู้จักนำความรู้เรื่องความน่าจะเป็นไปประยุกต์ใช้ได้อย่างถูกต้องเหมาะสมก็จะทำให้เราสามารถตัดสินใจในปัญหาต่าง ๆ ได้ง่ายขึ้น

ขั้นสอน

1. ครูแจกใบความรู้ที่ 5 แล้วให้นักเรียนดูตัวอย่างที่ 1 แล้วสุ่มถามนักเรียนแต่ละคนว่ามีวิธีแก้ปัญหาข้อนี้อย่างไร (ต้องหว่ารายการใดมีความน่าจะเป็นที่จะได้รางวัลมากที่สุดก็เลือกไปรายการนั้น) ถ้านักเรียนตอบไม่ได้ก็ถามนักเรียนว่ารายการใดมีโอกาสได้รางวัลง่ายที่สุด (นักเรียนก็ต้องหาความน่าจะเป็นที่จะได้รางวัลของแต่ละรายการ) หลังจากนั้นแบ่งนักเรียนในห้องเป็น 3 กลุ่ม โดยให้นักเรียนกลุ่มที่ 1 หาความน่าจะเป็นที่จะได้รางวัลของรายการที่ 1 กลุ่มที่ 2 หาความน่าจะเป็นที่จะได้รางวัลของรายการที่ 2 และกลุ่มที่ 3 หาความน่าจะเป็นที่จะได้รางวัลของรายการที่ 3

2. เมื่อนักเรียนทุกกลุ่มหาคำตอบได้แล้วก็ให้ส่งตัวแทนมาแสดงวิธีหาคำตอบหน้าชั้นเรียน แล้วครูกับนักเรียนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง

3. ครูให้นักเรียนดูตัวอย่างที่ 2 แล้วถามนักเรียนว่ามีวิธีการแก้ปัญหาข้อนี้อย่างไรบ้าง ถ้านักเรียนตอบไม่ได้ครูให้นักเรียนเปรียบเทียบกับตัวอย่างที่ 1 ว่า 2 ตัวอย่างนี้แตกต่างกันตรงไหนบ้าง (ตัวอย่างที่ 1 แต่ละรายการมีผลตอบแทนเท่ากัน ดังนั้นพิจารณาแต่ค่าความน่าจะเป็นอย่างเดียวก็เพียงพอ แต่สำหรับตัวอย่างที่ 2 ผลตอบแทนไม่เท่ากันดังนั้นจึงต้องนำเรื่องของผลตอบแทนเข้ามาพิจารณาด้วย)

4. ครูกล่าวกับนักเรียนว่าแม้ว่าความน่าจะเป็นจะช่วยให้เรารู้ว่า เหตุการณ์ที่พิจารณาอยู่นั้นมีโอกาสเกิดขึ้นมากน้อยเพียงใด แต่บางเหตุการณ์ความรู้เรื่องความน่าจะเป็นเพียงอย่างเดียวอาจไม่เพียงพอที่จะช่วยตัดสินใจได้ จำเป็นจะต้องหาองค์ประกอบอื่นมาช่วยในการตัดสินใจด้วย ซึ่งองค์ประกอบหนึ่งคือ ผลตอบแทนของการเกิดเหตุการณ์นั้น ในทางสถิติได้นำความน่าจะเป็นของเหตุการณ์และผลตอบแทนของการเกิดเหตุการณ์นั้นมาพิจารณาประกอบกันเป็น ค่าคาดหวัง ซึ่งหาได้จาก ผลรวมของผลคูณระหว่างความน่าจะเป็นของเหตุการณ์กับผลตอบแทนของเหตุการณ์

5. ครูกล่าวต่อว่าผลตอบแทนของเหตุการณ์อาจหมายถึง ผลตอบแทนที่ได้ หรือ ผลตอบแทนที่เสีย เช่น ในการเล่นเกมหัวก้อย ถ้าออกหัว อาร์จะได้เงิน 1 บาท และถ้าออกก้อย อาร์จะต้องเสียเงิน 2 บาท ดังนั้นเงิน 1 บาทที่อาร์จะได้รับเป็นผลตอบแทนที่ได้ ซึ่งแทนด้วย +1 และเงิน 2 บาทที่อาร์จะต้องเสียเป็นผลตอบแทนที่เสีย ซึ่งแทนด้วย -2

6. แล้วครูบอกนักเรียนว่าในตัวอย่างที่ 2 นี้อาจใช้เรื่องค่าคาดหวังมาช่วยในการหาคำตอบ ครูถามนักเรียนว่าความน่าจะเป็นที่ออยจะได้เงินเป็นเท่าใด ($\frac{1}{4}$) และความน่าจะเป็นที่ออยจะเสียเงินเป็นเท่าใด ($\frac{3}{4}$) แล้วผลตอบแทนที่ออยจะได้เงินเป็นเท่าใด (+2) ผลตอบแทนที่ออยจะเสียเงินเป็นเท่าใด (-1) ดังนั้นเราจะหาค่าคาดหวังได้จากผลรวมของผลคูณระหว่างความน่าจะเป็นของ

เหตุการณ์กับผลตอบแทนของเหตุการณ์ แล้วให้นักเรียนลงหาค่าคาดหวัง (-0.25) หลังจากนั้นครูเฉลยคำตอบพร้อมกับอธิบายว่าจากค่าคาดหวังที่ได้แสดงว่าค่าคาดหวังที่น้อยจะได้เงินเท่ากับ -0.25 บาท เนื่องจากค่าคาดหวังเป็นลบ หมายความว่าถ้ามีการโยนเหรียญกันแบบนี้ไปเรื่อย ๆ โดยเฉลี่ยน้อยจะเสียเงินครั้งละ 0.25 บาท หรือกล่าวได้ว่า บอยจะได้เงินมากกว่าออย

7. ครูให้นักเรียนดูตัวอย่างที่ 3 แล้วถามนักเรียนว่าตัวอย่างนี้ต่างจากตัวอย่างที่ 2 อย่างไร (มีการจ่ายเงินล่วงหน้า) ดังนั้นเวลาที่นักเรียนคิดเรื่องผลตอบแทนที่ได้นักเรียนจะต้องนำผลตอบแทนที่ได้ลบด้วยจำนวนเงินที่จ่ายล่วงหน้าไปเสมอ แล้วให้เวลานักเรียนคิดหาคำตอบ หลังจากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลย

8. ครูให้นักเรียนดูตัวอย่างที่ 4 แล้วให้เวลานักเรียนคิดหาคำตอบ โดยให้นักเรียนดูแนวทางจากตัวอย่างที่ 3 เมื่อนักเรียนทำเรียบร้อยแล้วสุมนักเรียนขึ้นมาเฉลยคำตอบหน้าชั้นเรียน หลังจากนั้นครูและนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง

9. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มกลุ่มละ 5 คน แล้วแจกใบกิจกรรมที่ 5 ให้นักเรียนทำเมื่อนักเรียนทำเรียบร้อยแล้วก็ให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนกลุ่มมานำเสนอหน้าชั้นเรียน แล้วครูกับนักเรียนอภิปรายคำตอบที่ได้ร่วมกัน

ขั้นสรุป

ครูสรุปให้นักเรียนฟังว่าค่าคาดหวังหาได้จากผลรวมของผลคูณระหว่างความน่าจะเป็นของเหตุการณ์กับผลตอบแทนของเหตุการณ์ แล้วค่าคาดหวังเกิดขึ้นได้ 3 แบบ คือ ค่าคาดหวังเป็นบวก หมายความว่า ได้เปรียบ ค่าคาดหวังเป็นลบ หมายความว่า เสียเปรียบ และค่าคาดหวังเป็น 0 หมายความว่า ยุติธรรม

ตัวอย่างที่ 1 สมมติว่านักเรียนจะไปเล่นเกมโชว์ โดยมี 3 รายการให้เลือก มีเงื่อนไขว่าเลือกได้เพียงรายการเดียวเท่านั้น นักเรียนควรที่จะเลือกไปเล่นเกมโชว์ใดดี

รายการที่ 1 : เป็นการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง ถ้าลูกเต๋าก่อนออกแต้ม 6 อย่างน้อย 1 ครั้ง จะชนะการแข่งขันทันที โดยได้เงินรางวัล 10,000 บาท

รายการที่ 2 : เป็นการโยกสล๊อตแมคชีนให้ได้รูปซ้ำกัน ซึ่งสล๊อตแมคชีนตัวนี้มีตัวหมุน 2 ตัว แต่ละตัวมีรูป 3 รูป โดยได้เงินรางวัล 10,000 บาท

รายการที่ 3 : เปิดแผ่นป้าย โดยมีป้ายรางวัลใหญ่อยู่ 2 ป้าย จากทั้งหมด 9 แผ่นป้าย กติกา คือ ให้เลือกเปิดแผ่นป้าย 1 แผ่นป้ายจะต้องได้ป้ายรางวัลใหญ่ โดยได้เงินรางวัล 10,000 บาท

รายการที่ 1

เหตุการณ์ที่ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง ได้แต้ม 6 อย่างน้อย 1 ครั้ง ได้แก่ (1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6), (6, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4) และ (6, 5)
 ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง ได้แต้ม 6 อย่างน้อย 1 ครั้ง เท่ากับ

รายการที่ 2

ตัวที่ 1	ตัวที่ 2	(ตัวที่ 1, ตัวที่ 2)
1	1	(1, 1)
	2	(1, 2)
	3	(1, 3)
2	1	(2, 1)
	2	(2, 2)
	3	(2, 3)
3	1	(3, 1)
	2	(3, 2)
	3	(3, 3)

ความน่าจะเป็นที่โยกสล็อตแมชชีนแล้วได้รูปซ้ำกันเท่ากับ $\frac{1}{3}$

รายการที่ 3

ความน่าจะเป็นที่จะเปิดได้ป้ายรางวัลใหญ่มี $\frac{2}{9}$

ควรเลือกไปรายการที่ 2 เนื่องจากทั้ง 3 รายการมีรางวัลเท่ากันแต่รายการที่ 2 มีความน่าจะเป็นที่จะได้รางวัลมากกว่ารายการอื่น

ตัวอย่างที่ 2 ในงานเลี้ยงแห่งหนึ่งบอยกับออยนั่งโต๊ะเดียวกัน ในระหว่างรออาหารอยู่นั้นบอยได้หยิบเหรียญบาทออกมา 2 เหรียญ แล้วทำพนันออย โดยมีกติกาว่า ให้บอยโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง ถ้าเหรียญที่โยนออกหัวทั้งคู่แล้วบอยจะจ่ายเงินให้ออย 2 บาท แต่ถ้าเหรียญออกเป็นอย่างอื่น ออยจะต้องจ่ายเงินให้บอย 1 บาท ถ้ามีการพนันโยนเหรียญกันแบบนี้ไปเรื่อย ๆ นักเรียนคิดว่าบอยหรือออยจะได้เงินมากกว่ากัน จงอธิบาย

ในการตอบคำถามนี้เราอาจใช้ค่าคาดหวังมาช่วยในการพิจารณาดังนี้

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นในการโยนเหรียญบาท 2 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง มี 4 แบบ ได้แก่ (H, H), (H, T), (T, H) และ (T, T)

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญออกหัวทั้งคู่เท่ากับ $\frac{1}{4}$

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญไม่ออกหัวทั้งคู่เท่ากับ $\frac{3}{4}$

เนื่องจากแต่ละครั้งที่โยนเหรียญ ถ้าเหรียญที่โยนออกเป็น (H, H) บอยจะต้องจ่ายเงินให้ออย 2 บาท ดังนั้นผลตอบแทนของเหตุการณ์นี้เป็นการที่ออยได้เงิน 2 บาท จึงแทนด้วย +2

เนื่องจากแต่ละครั้งที่โยนเหรียญ ถ้าเหรียญที่โยนไม่ออก (H, H) ออยจะต้องจ่ายเงินให้ออย 1 บาท ดังนั้นผลตอบแทนของเหตุการณ์นี้เป็นการที่ออยเสียเงิน 1 บาท จึงแทนด้วย -1

การพนันโยนเหรียญ 1 ครั้ง ค่าคาดหวังที่ออยจะได้เงิน เป็นดังนี้

$$\begin{aligned}\text{ค่าคาดหวัง} &= (\text{ผลตอบแทนที่ได้} \times \text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญออกหัวทั้งคู่}) + \\ &\quad (\text{ผลตอบแทนที่เสีย} \times \text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญไม่ออกหัวทั้งคู่}) \\ &= \left(2 \times \frac{1}{4}\right) + \left(-1 \times \frac{3}{4}\right) \\ &= \frac{1}{2} + \left(-\frac{3}{4}\right) \\ &= -0.25\end{aligned}$$

เนื่องจากค่าคาดหวังที่ออยจะได้เงินเป็นลบ นั่นคือออยเสียเปรียบ

แสดงว่า ถ้ามีการพนันโยนเหรียญกันแบบนี้ไปเรื่อย ๆ โดยเฉลี่ยออยจะเสียเงินครั้งละ 0.25 บาท หรือกล่าวได้ว่า บอยได้เงินมากกว่าออย

ตัวอย่างที่ 3 ในการเสี่ยงโชคซื้อสลากชนิดหนึ่ง มีกติกาง่าย ๆ คือผู้ขายจะขายสลากแบบสองตัว มีหมายเลขตั้งแต่ 00-99 ให้แก่ผู้ซื้อ โดยมีโทรศัพท์โนเกีย N73 1 เครื่อง ราคา 13,000 บาทเป็นรางวัลเพียงรางวัลเดียว การออกรางวัลอาศัยเลขท้ายสองตัวของสลากกินแบ่งรัฐบาล นุ่นได้ชวนเพื่อน ๆ มาซื้อสลาก หมายเลขละ 150 บาท หนึ่งได้ซื้อสลากไว้หนึ่งหมายเลข และนุ่นขายสลากได้หมดทุกหมายเลข นักเรียนคิดว่าโดยเฉลี่ยแล้วการซื้อสลากหนึ่งหมายเลข หนึ่งจะได้เปรียบหรือเสียเปรียบ

เนื่องจากสลากมีทั้งหมด 100 หมายเลข

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ซื้อสลาก 1 หมายเลข และถูกรางวัล $= \frac{1}{100}$

ความน่าจะเป็นที่ซื้อสลาก 1 หมายเลข และไม่ถูกรางวัล $= \frac{99}{100}$

ไม่ว่าหนึ่งจะถูกรางวัลหรือไม่ถูกรางวัลหนึ่งจะต้องเสียเงินค่าบัตรเป็นเงิน 150 บาทเสมอ

ดังนั้น ผลตอบแทนที่จะได้รับจากการถูกรางวัลเท่ากับ 12,850 บาท และผลตอบแทนที่จะไม่ถูกรางวัล เท่ากับ -15

การซื้อสลาก 1 หมายเลข ค่าคาดหวังที่หนึ่งจะได้เงิน เป็นดังนี้

$$\begin{aligned}\text{ค่าคาดหวัง} &= (\text{ผลตอบแทนที่ถูกรางวัล} \times \text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ถูกรางวัล}) + \\ &\quad (\text{ผลตอบแทนที่ไม่ถูกรางวัล} \times \text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ไม่ถูกรางวัล}) \\ &= \left(12,850 \times \frac{1}{100}\right) + \left(-150 \times \frac{99}{100}\right) \\ &= 128.5 - 148.5 = -20\end{aligned}$$

เนื่องจากค่าคาดหวังเป็นลบ ดังนั้นหนึ่งเสียเปรียบ

นั่นคือ ถ้าหนึ่งซื้อสลาก 1 ไปไปเรื่อย ๆ โดยเฉลี่ยแล้วแต่ละครั้งหนึ่งจะเสียเปรียบหรือผู้ขายได้กำไรครั้งละ 20 บาท

ตัวอย่างที่ 4 ในงานเลี้ยงศิษย์เก่าของโรงเรียนมีการจับรางวัลมากมาย มีกติกาง่าย ๆ คือ ทางโรงเรียนจะขายบัตรซึ่งมีหมายเลขตั้งแต่ 0001-1000 ให้แก่ผู้ซื้อ ซึ่งบัตรราคาใบละ 100 บาท โดยมีรางวัลดังนี้

รางวัลที่ 1 ทองคำ 1 เส้นหนัก 1 บาท ราคา 12,000 บาท มี 1 รางวัล

รางวัลที่ 2 ตู้เย็น ราคา 7,000 บาท มี 2 รางวัล

รางวัลที่ 3 ทีวีสี 29 นิ้ว ราคา 5,000 บาท มี 3 รางวัล

รางวัลที่ 4 จักรยาน ราคา 2,000 บาท มี 5 รางวัล

ในขณะนี้ยังไม่มีมีการจับรางวัลและแนวกำลังตัดสินใจว่าจะซื้อหรือไม่ซื้อบัตรดี นักเรียนคิดว่าแนสมควรจะซื้อหรือไม่ซื้อ หากบัตรถูกจำหน่ายหมด

เนื่องจากสลากมีทั้งหมด 1,000 หมายเลข

$$\text{ดังนั้นความน่าจะเป็นที่แนจะถูกรางวัลที่ 1} = \frac{1}{1,000}$$

$$\text{ความน่าจะเป็นที่แนจะถูกรางวัลที่ 2} = \frac{2}{1,000}$$

$$\text{ความน่าจะเป็นที่แนจะถูกรางวัลที่ 3} = \frac{3}{1,000}$$

$$\text{ความน่าจะเป็นที่แนจะถูกรางวัลที่ 4} = \frac{5}{1,000}$$

$$\text{ความน่าจะเป็นที่แนจะไม่ถูกรางวัลใดเลย} = \frac{989}{1,000}$$

ไม่ว่าแนจะถูกรางวัลใดก็ตามหรือไม่ถูกรางวัลใดเลย แนจะต้องเสียเงินค่าบัตรเป็นเงิน 100 บาทเสมอ ดังนั้น

$$\text{ผลตอบแทนที่จะได้รางวัลที่ 1 เท่ากับ } 12,000 - 100 = 11,900$$

$$\text{ผลตอบแทนที่จะได้รางวัลที่ 2 เท่ากับ } 7,000 - 100 = 6,900$$

$$\text{ผลตอบแทนที่จะได้รางวัลที่ 3 เท่ากับ } 5,000 - 100 = 4,900$$

ผลตอบแทนที่จะได้รางวัลที่ 4 เท่ากับ $2,000 - 100 = 1,900$

ผลตอบแทนที่จะไม่ถูกรางวัล เท่ากับ -100

ถ้าแนซื้อบัตร 1 ใบ ค่าคาดหวังจะเป็นดังนี้

$$\begin{aligned}\text{ค่าคาดหวัง} &= \left(11,900 \times \frac{1}{1,000}\right) + \left(6,900 \times \frac{2}{1,000}\right) + \left(4,900 \times \frac{3}{1,000}\right) \\ &\quad + \left(1,900 \times \frac{5}{1,000}\right) + \left(-100 \times \frac{989}{1,000}\right) \\ &= 11.9 + 13.8 + 14.7 + 9.5 - 98.9 \\ &= -49\end{aligned}$$

เนื่องจากค่าคาดหวังเป็นค่าลบ นั่นคือในการซื้อบัตร 1 ใบ แนจะเสียเปรียบอยู่ 49 บาท

ดังนั้นแนไม่ควรซื้อบัตร

5. สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 5
2. ใบความรู้ที่ 5

6. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตความตั้งใจของนักเรียนในการร่วมทำกิจกรรมและการตอบคำถาม
2. ตรวจผลงานจากใบกิจกรรม

7. บันทึกผลหลังการสอน

ใบความรู้ที่ 5

สาระสำคัญ

คำาคาดหมาย เท่ากับ ผลรวมของผลคูณระหว่างความน่าจะเป็นของเหตุการณ์กับ
ผลตอบแทนของเหตุการณ์

ตัวอย่างที่ 1 สมมติว่านักเรียนจะไปเล่นเกมโชว์ โดยมี 3 รายการให้เลือก มีเงื่อนไขว่าเลือกได้
เพียงรายการเดียวเท่านั้น นักเรียนควรที่จะเลือกไปเล่นเกมโชว์ใดดี

รายการที่ 1 : เป็นการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง ถ้าลูกเต๋าก่อนออกแต้ม 6 อย่างน้อย 1 ครั้ง จะชนะการ
แข่งขันทันที โดยได้เงินรางวัล 10,000 บาท

รายการที่ 2 : เป็นการโยกสล็อตแมชชีนให้ได้รูปซ้ำกัน ซึ่งสล็อตแมชชีนตัวนี้มีตัวหมุน 2 ตัว แต่ละตัว
มีรูป 3 รูป โดยได้เงินรางวัล 10,000 บาท

รายการที่ 3 : เปิดแผ่นป้าย โดยมีป้ายรางวัลใหญ่ 2 ป้าย จากทั้งหมด 9 แผ่นป้าย กติกาคือ ให้
เลือกเปิดแผ่นป้าย 1 แผ่นป้ายจะต้องได้ป้ายรางวัลใหญ่ โดยได้เงินรางวัล 10,000 บาท

รายการที่ 1

เหตุการณ์ที่ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง ได้แต้ม 6 อย่างน้อย 1 ครั้ง ได้แก่ _____

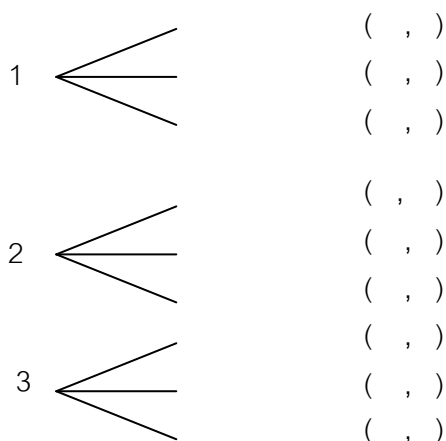
ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง ได้แต้ม 6 อย่างน้อย 1 ครั้ง เท่ากับ

รายการที่ 2

จงเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการโยกสล็อตแมชชีน

เมื่อกำหนดให้ 1 แทนรูปที่ 1 , 2 แทนรูปที่ 2 และ 3 แทนรูปที่ 3

ตัวหมุนที่ 1 ตัวหมุนที่ 2 (ตัวที่ 1, ตัวที่ 2)



ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการโยกสล็อตแมชชีน คือ _____

เหตุการณ์ที่โยกสล็อตแมชชีนแล้วได้รูปซ้ำกัน คือ _____

ความน่าจะเป็นที่โยกสล็อตแมชชีนแล้วได้รูปซ้ำกันเท่ากับ _____

รายการที่ 3

แผ่นป้ายทั้งหมดมี _____ แผ่นป้าย

ป้ายรางวัลใหญ่มี _____ แผ่นป้าย

ความน่าจะเป็นที่จะเปิดได้ป้ายรางวัลใหญ่มี _____

ดังนั้นควรเลือกไปรายการที่ _____ เพราะ _____

ตัวอย่างที่ 2 ในงานเลี้ยงแห่งหนึ่งบอยกับออยนั่งอยู่ติดๆกัน ในระหว่างรออาหารอยู่นั้นบอยได้หยิบเหรียญบาทออกมา 2 เหรียญ แล้วทำพนันออย โดยมีกติกาว่า ให้ออยโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง ถ้าเหรียญที่โยนออกหัวทั้งคู่แล้วบอยจะจ่ายเงินให้ออย 2 บาท แต่ถ้าเหรียญออกเป็นอย่างอื่น ออยจะต้องจ่ายเงินให้บอย 1 บาท ถ้ามีการพนันโยนเหรียญกันแบบนี้ไปเรื่อย ๆ นักเรียนคิดว่าบอยหรือออยจะได้เงินมากกว่ากัน

ในการตอบคำถามนี้เราอาจใช้ค่าคาดหวังมาช่วยในการพิจารณาดังนี้

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นในการโยนเหรียญบาท 2 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง มี _____ แบบ
ได้แก่ _____

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญออกหัวทั้งคู่เท่ากับ _____

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญไม่ออกหัวทั้งคู่เท่ากับ _____

เนื่องจากแต่ละครั้งที่ออยโยนเหรียญ ถ้าเหรียญที่โยนออกเป็น (H, H) บอยจะต้องจ่ายเงินให้ออย _____ บาท ดังนั้นผลตอบแทนของเหตุการณ์นี้เป็นการที่ออยได้เงิน _____ บาท จึงแทนด้วย _____

เนื่องจากแต่ละครั้งที่โยนเหรียญ ถ้าเหรียญที่โยนไม่ออก (H, H) ออยจะต้องจ่ายเงินให้บอย _____ บาท ดังนั้นผลตอบแทนของเหตุการณ์นี้เป็นการที่ออยเสียเงิน _____ บาท จึงแทนด้วย _____

การพนันโยนเหรียญ 1 ครั้ง ค่าคาดหวังที่ออยจะได้เงิน เป็นดังนี้

$$\text{ค่าคาดหวัง} = (\text{ผลตอบแทนที่ได้} \times \text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญออกหัวทั้งคู่}) + (\text{ผลตอบแทนที่เสีย} \times \text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญไม่ออกหัวทั้งคู่})$$

=

=

เนื่องจากค่าคาดหวังที่ได้เป็นค่า _____ ดังนั้นออยจะได้เปรียบหรือเสียเปรียบ _____

แสดงว่า ถ้ามีการพนันโยนเหรียญกันแบบนี้ไปเรื่อย ๆ โดยเฉลี่ยออยจะเสียเงินหรือได้เงินครั้งละ _____ บาท _____

ตัวอย่างที่ 3 ในการเสี่ยงโชคซื้อสลากชนิดหนึ่ง มีกติกาง่าย ๆ คือผู้ขายจะขายสลากแบบสองตัว มีหมายเลขตั้งแต่ 00-99 ให้แก่ผู้ซื้อ โดยมีโทรศัพท์โนเกีย N73 1 เครื่อง ราคา 13,000 บาทเป็นรางวัลเพียงรางวัลเดียว การออกรางวัลอาศัยเลขท้ายสองตัวของสลากกินแบ่งรัฐบาล นุ่นได้ชวนเพื่อน ๆ มาซื้อสลาก หมายเลขละ 150 บาท หนึ่งได้ซื้อสลากไว้หนึ่งหมายเลข และนุ่นขายสลากได้หมดทุกหมายเลข นักเรียนคิดว่าโดยเฉลี่ยแล้วการซื้อสลากหนึ่งหมายเลข หนึ่งจะได้เปรียบหรือเสียเปรียบ

เนื่องจากสลากมีทั้งหมด _____ หมายเลข

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ซื้อสลาก 1 หมายเลข และถูกรางวัล = _____

ความน่าจะเป็นที่ซื้อสลาก 1 หมายเลข และไม่ถูกรางวัล = _____

ไม่ว่าหนึ่งจะถูกรางวัลหรือไม่ถูกรางวัลหนึ่งจะต้องเสียเงินค่าบัตรเป็นเงิน 150 บาทเสมอ

ดังนั้น ผลตอบแทนที่จะได้รับจากการถูกรางวัลเท่ากับ _____ บาท และ

ผลตอบแทนที่จะไม่ถูกรางวัล เท่ากับ _____ บาท

การซื้อสลาก 1 หมายเลข ค่าคาดหวังที่หนึ่งจะได้เงิน เป็นดังนี้

$$\begin{aligned} \text{ค่าคาดหวัง} &= (\text{ผลตอบแทนที่ถูกรางวัล} \times \text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ถูกรางวัล}) + \\ &\quad (\text{ผลตอบแทนที่ไม่ถูกรางวัล} \times \text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ไม่ถูกรางวัล}) \\ &= \\ &= \end{aligned}$$

เนื่องจากค่าคาดหวังที่ได้เป็นค่า _____ ดังนั้น หนึ่งจะได้เปรียบหรือเสียเปรียบ _____

นั่นคือ ถ้าหนึ่งซื้อสลากไปเรื่อย ๆ โดยเฉลี่ยแล้วแต่ละครั้งหนึ่งจะเสียเปรียบหรือได้เปรียบ _____

ครั้งละกี่บาท _____

ตัวอย่างที่ 4 ในงานเลี้ยงศิษย์เก่าของโรงเรียนมีการจับรางวัลมากมาย มีกติกาง่าย ๆ คือ ทางโรงเรียนจะขายบัตรซึ่งมีหมายเลขตั้งแต่ 0001-1000 ให้แก่ผู้ซื้อ ซึ่งบัตรราคาใบละ 100 บาท โดยมีรางวัลดังนี้

รางวัลที่ 1 ทองคำ 1 เส้นหนัก 1 บาท ราคา 12,000 บาท มี 1 รางวัล

รางวัลที่ 2 ตู้เย็น ราคา 7,000 บาท มี 2 รางวัล

รางวัลที่ 3 ทีวีสี 29 นิ้ว ราคา 5,000 บาท มี 3 รางวัล

รางวัลที่ 4 จักรยาน ราคา 2,000 บาท มี 5 รางวัล

ในขณะนี้ยังไม่มีมีการจับรางวัลและแนวกำลังตัดสินใจว่าจะซื้อหรือไม่ซื้อบัตรดี นักเรียนคิดว่าแนนครวจะซื้อหรือไม่ซื้อ หากบัตรถูกจำหน่ายหมด

เนื่องจากสลากมีทั้งหมด _____ หมายเลข

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่แนนจะถูกรางวัลที่ 1 เท่ากับ _____

ความน่าจะเป็นที่แนนจะถูกรางวัลที่ 2 เท่ากับ _____

ความน่าจะเป็นที่แนนจะถูกรางวัลที่ 3 เท่ากับ _____

ความน่าจะเป็นที่แนนจะถูกรางวัลที่ 4 เท่ากับ _____

ความน่าจะเป็นที่แนนจะไม่ถูกรางวัลใดเลย เท่ากับ _____

ไม่ว่าแนนจะถูกรางวัลได้ก็ตามหรือไม่ถูกรางวัลได้เลย แนนจะต้องเสียเงินค่าบัตรเป็นเงิน

100 บาทเสมอ

ผลตอบแทนที่จะได้รางวัลที่ 1 เท่ากับ _____

ผลตอบแทนที่จะได้รางวัลที่ 2 เท่ากับ _____

ผลตอบแทนที่จะได้รางวัลที่ 3 เท่ากับ _____

ผลตอบแทนที่จะได้รางวัลที่ 4 เท่ากับ _____

ผลตอบแทนที่จะไม่ถูกรางวัล เท่ากับ _____

ถ้าแนนซื้อบัตร 1 ใบ ค่าคาดหวังจะเป็นดังนี้

ค่าคาดหวัง =

=

=

เนื่องจากค่าคาดหวังเป็นค่า_____ นั่นคือในการซื้อบัตร 1 ใบ แแนนจะเสียเปรียบหรือได้เปรียบอยู่

กี่บาท _____

ดังนั้นแนนควรซื้อบัตรหรือไม่ _____

ใบกิจกรรมที่ 5

กิจกรรมที่ 1 “ประตูแสนกล”

ในการเล่นเกมไขว้หนึ่ง ซึ่งมีประตู 3 ประตู หนึ่งประตูมีรางวัลใหญ่ซ่อนอยู่ แต่อีก 2 ประตูเป็นรางวัลปลอมใจซ่อนอยู่ ผู้เข้าแข่งขันจะต้องเลือกหนึ่งประตู หลังจากนั้นพิธีกรจะเปิดหนึ่งประตูที่เหลืออยู่ซึ่งเป็นรางวัลปลอมใจอยู่เสมอ ผู้เข้าแข่งขันควรทำอย่างไรระหว่างจะยึดประตูเดิมที่เลือกไว้หรือจะเปลี่ยนเป็นอีกประตูที่ยังไม่ได้เปิด

กิจกรรมที่ 2 “สลากพารวย”

1. ตีกับด้อมเล่นเกมจับสลากกัน โดยที่ในกล่องมีสลากหมายเลข 1-5 หมายเลขละ 1 ใบ ซึ่งกติกาเมื่อรู้ว่า ให้ตีสุ่มหยิบสลาก 2 ใบพร้อมกัน ถ้าตีหยิบแล้วได้สลากที่เป็นจำนวนเฉพาะทั้ง 2 ใบ ต้องจะต้องให้เงินตี 3 บาท แต่ถ้าหยิบได้เป็นอย่างอื่นตีจะต้องให้เงินตี 2 บาท ถ้ามีการจับสลากกันแบบนี้ไปเรื่อย ๆ นักเรียนคิดว่าตีหรือต้อจะได้เงินมากกว่ากัน
2. จากข้อ 1 ถ้าเปลี่ยนกติกาเป็น ให้ตีสุ่มหยิบสลาก 2 ใบพร้อมกัน ถ้าตีหยิบแล้วได้สลากที่เป็นจำนวนเฉพาะทั้ง 2 ใบ ต้องจะต้องให้เงินตี 10 บาท แต่ถ้าหยิบได้เป็นอย่างอื่นตีจะต้องให้เงินตี 4 บาท อยากทราบว่าผลจะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร
3. จากข้อ 1 ถ้าเปลี่ยนกติกาเป็น ให้ตีสุ่มหยิบสลาก 2 ใบพร้อมกัน ถ้าตีหยิบแล้วได้สลากที่เป็นจำนวนเฉพาะทั้ง 2 ใบ ต้องจะต้องให้เงินตี 7 บาท แต่ถ้าหยิบได้เป็นอย่างอื่นตีจะต้องให้เงินต้อกี่บาทจึงจะทำให้ไม่มีใครได้เปรียบเสียเปรียบ

กิจกรรมที่ 3 “ลุ้นเงินล้าน”

สลากกินแบ่งรัฐบาล 1 ชุด มี 1 ล้านฉบับ ราคาฉบับละ 100 บาท ถ้าจำหน่ายหมด กำหนดรางวัลต่อชุด ดังนี้

รางวัลที่ 1 มี 1 รางวัล รางวัลละ 3,000,000 บาท

รางวัลที่ 2 มี 5 รางวัล รางวัลละ 200,000 บาท

รางวัลที่ 3 มี 10 รางวัล รางวัลละ 50,000 บาท

รางวัลที่ 4 มี 50 รางวัล รางวัลละ 30,000 บาท

รางวัลที่ 5 มี 100 รางวัล รางวัลละ 10,000 บาท

รางวัลข้างเคียงรางวัลที่ 1 มี 2 รางวัล รางวัลละ 100,000 บาท

รางวัลเลขท้าย 3 ตัว เสีย 4 ครั้ง มี 4,000 รางวัล รางวัลละ 3,000 บาท

รางวัลเลขท้าย 2 ตัว เสีย 1 ครั้ง มี 5,000 รางวัล รางวัลละ 2,000 บาท

จากข้อมูลข้างต้น สมมติว่าผู้ปกครองของนักเรียนต้องการเสี่ยงโชค โดยซื้อสลากกินแบ่งรัฐบาล 1 ฉบับ นักเรียนลองช่วยกันคิดซิว่า โอกาสที่ผู้ปกครองของนักเรียนจะถูกแต่ละรางวัลมีเท่าไร และถ้าซื้อสลากกินแบ่งรัฐบาลไปเรื่อย ๆ โดยเฉลี่ยผู้ปกครองจะขาดทุนฉบับละเท่าไร จงอธิบาย

กิจกรรมที่ 4 “ประมวลลุ่นรับ”

โรงเรียนแห่งหนึ่งต้องการสร้างห้องคอมพิวเตอร์ 1 ห้อง จึงเปิดโอกาสให้บริษัทก่อสร้างที่มีคุณสมบัติตามกำหนดเข้าประมูลราคา บริษัท พีเคคอนสตรัคชั่น พบว่า ถ้ามีการเข้าประมูลราคาแล้วมีความน่าจะเป็น 0.6 ที่บริษัทจะได้งานและมีกำไร 400,000 บาท และมีความน่าจะเป็นอยู่ 0.4 ที่จะไม่ได้อานและเสียเงิน 300,000 บาท เป็นค่าใช้จ่ายในการเตรียมข้อมูลเข้าประมูลราคา อยากทราบว่า การประมูลงานสร้างห้องคอมพิวเตอร์ครั้งนี้มีค่าคาดหวังสำหรับบริษัท พีเคคอนสตรัคชั่นเป็นเท่าไร

กิจกรรมที่ 5 “พิชชาน้ำคิด”

เจ้าของร้านขายพิชชาแห่งหนึ่งพบว่าเขาสามารถขายพิชชาชนิดหนึ่งได้เป็นจำนวน 15-18 ถาดต่อคืน พิชชาชนิดนี้ใช้เวลาเตรียมนานและจะขายไม่ได้ถ้าขายไม่ได้ในคืนนั้น ค่าใช้จ่ายในการเตรียมพิชชาเท่ากับ 40 บาทต่อถาด และจะขายได้ในราคา 90 บาทต่อถาด เจ้าของร้านแห่งนี้ไม่สามารถระบุจำนวนถาดที่ลูกค้าต้องการในวันหนึ่ง ๆ ได้ แต่จากข้อมูลของการขายใน 100 วันที่ผ่านมาเป็นดังนี้

จำนวนถาดที่ขายได้ / คืน	จำนวนคืนที่ขายได้
15	15
16	20
17	40
18	25

นักเรียนคิดว่าเจ้าของร้านควรจะเตรียมพิชชาชนิดนี้เป็นจำนวนกี่ถาดจึงจะทำให้เกิดผลดีกับกิจการของเขา

ภาคผนวก ง

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความน่าจะเป็น
ที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำสั่ง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว

คำชี้แจง แบบทดสอบชุดนี้มี 2 ตอนได้แก่

ตอนที่ 1 แบบทดสอบปรนัย จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน

ตอนที่ 2 แบบทดสอบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน

ตอนที่ 1 แบบทดสอบปรนัย

1. สุ่มหยิบรูปสัตว์จำนวน 2 รูปโดยหยิบทีละรูปแบบไม่ใส่คืน จากรูปสัตว์ทั้งหมด 6 รูป ได้แก่ รูปสุนัข รูปแมว รูปช้าง รูปเสือดาว รูปกวาง รูปหมู จงหาจำนวนวิธีที่หยิบได้รูปทั้งสองเป็นรูปสัตว์ป่า
- ก. 3 ข. 6 ค. 9 ง. 12
2. ไฟฟ้า 1 สำหรับประกอบด้วยไฟฟ้า 4 ชุด ได้แก่ ชุดไฟแดง ไฟดำ ข้าวหลามตัด และดอกจิก ซึ่งแต่ละชุดมีไฟฟ้า 13 ใบดังนี้ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K และ A ถ้าสุ่มหยิบไฟฟ้า 1 ใบจากสำหรับ จงหาจำนวนเหตุการณ์ที่หยิบได้ไฟฟ้าที่เป็นตัวอักษรภาษาอังกฤษที่อยู่ระหว่างตัว H กับ M
- ก. 1 ข. 2 ค. 4 ง. 8
3. ในกล่องมีสีน้ำอยู่ 5 หลอด ได้แก่ สีแดง สีดำ สีน้ำเงิน สีเขียว สีขาว ครูให้แก้วสุ่มหยิบสีน้ำ 2 หลอด โดยหยิบทีละหลอดแบบไม่ใส่คืน จงหาเหตุการณ์ที่เมื่อนำสีน้ำทั้ง 2 หลอดที่หยิบได้มาผสมกันแล้วได้สีม่วง
- ก. (น้ำเงิน, ขาว)
ข. (แดง, น้ำเงิน)
ค. (น้ำเงิน, ขาว), (ขาว, น้ำเงิน)
ง. (แดง, น้ำเงิน), (น้ำเงิน, แดง)
4. มีบัตรคำภาษาอังกฤษอยู่ 6 แผ่น ได้แก่คำว่า University, Home, Walk, Shop, Run และ Temple ถ้าสุ่มหยิบบัตรคำขึ้นมา 2 แผ่นพร้อมกัน จงหาจำนวนเหตุการณ์ที่บัตรคำทั้งสองแผ่นนั้นเป็นคำนาม
- ก. 6 ข. 10 ค. 12 ง. 16

5. นักเรียนห้องหนึ่งมี 45 คน จากการสำรวจความชื่นชอบรายการทีวี พบว่ามีนักเรียนที่ชอบรายการดีลิบ 25 คน ชอบเกมทศกัณฐ์ 20 คน และชอบรายการอื่น ๆ รวม 10 คน ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่สุ่มได้นักเรียนที่ชอบทั้งรายการดีลิบและรายการเกมทศกัณฐ์
- ก. $\frac{2}{9}$ ข. $\frac{3}{9}$ ค. $\frac{4}{9}$ ง. $\frac{5}{9}$
6. ในการทอดลูกเต๋า 2 ลูก พร้อมกัน 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่ผลรวมของแต้มทั้งสองเป็นคำตอบของสมการ $x^2 - 17x + 48 = -12$
- ก. $\frac{1}{9}$ ข. $\frac{1}{12}$ ค. $\frac{5}{36}$ ง. $\frac{7}{36}$
7. กล่องใบหนึ่งมีลูกปิงปองเท่ากับจำนวนตัวอักษรในพยานะไทย ซึ่งลูกปิงปองแต่ละลูกเขียนตัวอักษรพยานะไทยลูกละ 1 ตัวไม่ซ้ำกัน เมื่อสุ่มหยิบลูกปิงปองขึ้นมา 1 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่หยิบได้พยานะที่เป็นอักษรกลาง
- ก. $\frac{9}{44}$ ข. $\frac{11}{44}$ ค. $\frac{22}{44}$ ง. $\frac{24}{44}$
8. มีแผ่นป้ายอยู่ 5 แผ่นป้าย ด้านหลังของแต่ละแผ่นป้ายมีรูปดังนี้ รูปกระดานดำ ลูกบอล โต๊ะเรียน ขวดน้ำ หนังสือ เมื่อทำการสุ่มเปิดแผ่นป้ายทีละแผ่น จำนวน 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่เปิดแผ่นป้ายแล้วได้รูปที่มีระนาบเป็นส่วนประกอบทั้ง 2 แผ่นป้าย
- ก. $\frac{2}{10}$ ข. $\frac{3}{10}$ ค. $\frac{4}{10}$ ง. $\frac{5}{10}$
9. ผู้เข้าสอบ 3 คน ได้คะแนนเป็นอัตราส่วน 6 : 7 : 5 จงหาความน่าจะเป็นที่สุ่มเลือกผู้เข้าสอบมา 1 คน แล้วได้คะแนนเกิน 30% ของคะแนนเต็ม
- ก. 0 ข. 1 ค. $\frac{1}{3}$ ง. $\frac{2}{3}$

10. โรงเรียนทำการประเมินคุณภาพของร้านอาหารในโรงอาหาร โดยดูจากความพึงพอใจของนักเรียนที่ซื้ออาหารในร้านอาหารแต่ละร้าน โดยมีเกณฑ์การประเมินคือ ถ้าค่าความน่าจะเป็นของความพึงพอใจไม่เกิน 0.9 ก็ถือว่าร้านนั้นต้องปรับปรุง ซึ่งโรงอาหารมีร้านอาหาร 4 ร้าน ซึ่งผลจากการสำรวจเป็นดังนี้

ร้านที่ 1 จากการสำรวจผู้ที่ซื้ออาหารร้านที่ 1 จำนวน 120 คน พบว่ามีคนพึงพอใจ 111 คน

ร้านที่ 2 จากการสำรวจผู้ที่ซื้ออาหารร้านที่ 2 จำนวน 90 คน พบว่ามีคนพึงพอใจ 81 คน

ร้านที่ 3 จากการสำรวจผู้ที่ซื้ออาหารร้านที่ 3 จำนวน 85 คน พบว่ามีคนพึงพอใจ 78 คน

ร้านที่ 4 จากการสำรวจผู้ที่ซื้ออาหารร้านที่ 4 จำนวน 80 คน พบว่ามีคนพึงพอใจ 73 คน

อยากทราบว่าร้านใดต้องปรับปรุง

ก. ร้านที่ 1

ข. ร้านที่ 2

ค. ร้านที่ 3

ง. ร้านที่ 4

11. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 8 คน เป็นดังนี้ 32, 28, 23, 35, 27, 30, 20 และ 24 จากคะแนนเต็ม 40 คะแนน นักเรียนที่ทำคะแนนสอบได้ตั้งแต่ 60% ของคะแนนเต็มถือว่าสอบผ่าน ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนั้นจะสอบผ่าน

ก. $\frac{3}{8}$

ข. $\frac{5}{8}$

ค. $\frac{1}{4}$

ง. $\frac{3}{4}$

12. จากการเก็บรวบรวมข้อมูลทางสถิติ พบว่า 80% ของจำนวนครั้งที่ทำการสำรวจ ถ้าน้ำมันขึ้นราคา แล้วทองจะขึ้นราคาด้วย สมมติว่าพ่วงนี้ราคาน้ำมันขึ้น จงหาความน่าจะเป็นที่ทองจะไม่ขึ้นราคา

ก. $\frac{4}{5}$

ข. $\frac{3}{5}$

ค. $\frac{2}{5}$

ง. $\frac{1}{5}$

13. ถูบหนึ่งมีตัวต่อภาษาอังกฤษ A-Z อยู่ตัวอักษรละ 2 ชิ้น ถ้าเอมหยิบตัวต่อจากถูบมาแล้ว 4 ชิ้น ได้แก่ ตัว T, A, B และ E เมื่อเอมสุ่มหยิบตัวต่อขึ้นมาอีก 1 ชิ้น จงหาความน่าจะเป็นที่หยิบได้ตัวต่อที่มาสกกับตัวต่อที่มีอยู่เป็นคำที่มีค่าแปลว่าโต๊ะ

ก. $\frac{1}{24}$

ข. $\frac{1}{26}$

ค. $\frac{1}{48}$

ง. $\frac{1}{52}$

14. กล่องใบหนึ่งใส่สลากหมายเลข 1-100 เขย่าให้คละกั้นแล้วหยิบออกมา 1 ใบ จงหาความน่าจะเป็นที่ตัวเลขในสลากที่หยิบได้หารด้วย 3 หรือ 4 ลงตัว

ก. $\frac{1}{2}$

ข. $\frac{1}{3}$

ค. $\frac{1}{4}$

ง. $\frac{1}{12}$

15. กล่องใบหนึ่งมีสลากอยู่ 4 ใบ เขียนหมายเลข 1 ถึง 4 สุ่มหยิบสลากมา 1 ใบ เปิดดูและจดตัวเลขไว้ แล้วใส่กลับคืนลงในกล่องตามเดิม เขย่ากล่องสักครู่จึงสุ่มหยิบสลากออกมาอีก 1 ใบ เปิดดูและจดตัวเลขไว้ ถ้า x คือตัวเลขที่จดไว้ครั้งแรก และ y คือตัวเลขที่จดไว้ครั้งที่สอง ความน่าจะเป็นที่ x^2y หารด้วย 3 ลงตัวเป็นเท่าใด

ก. $\frac{3}{16}$

ข. $\frac{5}{16}$

ค. $\frac{7}{16}$

ง. $\frac{9}{16}$

16. แม่นกับแทนเล่นเกมโดยมีกติกาว่าแต่ละคนจะเขียนตัวเลขใดตัวเลขหนึ่งเพียงตัวเดียวจากตัวเลข 1-5 ลงบนกระดาษไม่ให้อีกฝ่ายหนึ่งเห็น เมื่อทั้งคู่เปิดขึ้นมาดู ถ้าผลต่างของตัวเลขทั้งสองน้อยกว่า 2 แม่นจะเป็นผู้ชนะ กรณีอื่น ๆ แทนเป็นผู้ชนะ ความน่าจะเป็นที่แทนจะเป็นผู้แพ้เมื่อเล่นเกมนี้มีค่าเท่าใด

ก. $\frac{11}{25}$

ข. $\frac{12}{25}$

ค. $\frac{13}{25}$

ง. $\frac{14}{25}$

17. ทุ่งใบหนึ่งมีดินสอ 3 แท่ง ยาวแท่งละ 6, 8 และ 10 เซนติเมตร หยิบออกมาดูครั้งละ 1 แท่ง บันทึกความยาวไว้แล้วใส่กลับคืน ทำเช่นนี้ 3 ครั้ง ถ้าสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีความยาวของด้านสอดคล้องกับความยาวที่บันทึกไว้ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ก. $\frac{2}{9}$

ข. $\frac{3}{9}$

ค. $\frac{4}{9}$

ง. $\frac{5}{9}$

18. กล่องใบหนึ่งมีสลากที่เขียนด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษที่เป็นสระตัวอักษรละ 2 ใบ ส่วนที่เขียนด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษที่เป็นพยัญชนะมีตัวอักษรละ 1 ใบ ถ้าสุ่มหยิบสลาก 1 ใบ จากกล่องใบนี้ ความน่าจะเป็นที่จะได้ตัวอักษร ซึ่งอยู่ระหว่าง Q และ Z เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{8}{31}$

ข. $\frac{9}{31}$

ค. $\frac{10}{31}$

ง. $\frac{11}{31}$

19. ถ้าต้องการตรวจสอบคุณภาพของกระดาษลิตมัสจำนวน 4 กล่อง กล่องละ 200 แผ่น โดยการนำกระดาษลิตมัสแต่ละกล่องไปจุ่มสารละลายกรด ถ้าค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสีได้ถูกต้องเกิน 0.95 ถือว่ากระดาษลิตมัสกล่องนั้นมีคุณภาพ จากการตรวจสอบผลปรากฏดังนี้
- กล่องที่ 1 กระดาษลิตมัสเปลี่ยนเป็นสีน้ำเงิน 180 แผ่น เปลี่ยนเป็นสีแดง 20 แผ่น
- กล่องที่ 2 กระดาษลิตมัสเปลี่ยนเป็นสีน้ำเงิน 20 แผ่น เปลี่ยนเป็นสีแดง 180 แผ่น
- กล่องที่ 3 กระดาษลิตมัสเปลี่ยนเป็นสีน้ำเงิน 192 แผ่น เปลี่ยนเป็นสีแดง 8 แผ่น
- กล่องที่ 4 กระดาษลิตมัสเปลี่ยนเป็นสีน้ำเงิน 8 แผ่น เปลี่ยนเป็นสีแดง 192 แผ่น
- อยากทราบว่ากระดาษลิตมัสกล่องใดมีคุณภาพ

ก. กล่องที่ 1

ข. กล่องที่ 2

ค. กล่องที่ 3

ง. กล่องที่ 4

20. อารักษ์กับบี๊เล่นเกมโยนเหรียญกัน โดยมีกติกาว่า ถ้าอาร์โยนเหรียญบาท 2 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง แล้วเหรียญออกก้อยทั้งคู่ บี๊จะต้องให้เงินอาร์ 5 บาท แต่ถ้าเหรียญทั้งสองออกเป็นอย่างอื่น อาร์จะต้องให้เงินบี๊ 3 บาท ถ้าโยนต่อไปเรื่อย ๆ ยากทราบดีว่าใครจะเสียเปรียบและเสียเปรียบโดยเฉลี่ยครั้งละกี่บาท
- ก. บี๊เสียเปรียบครั้งละ 1 บาท
ข. บี๊เสียเปรียบครั้งละ 2 บาท
ค. อาร์เสียเปรียบครั้งละ 1 บาท
ง. เสมอกัน

ตอนที่ 2 แบบทดสอบอัตนัย

1. หมู่บ้านแห่งหนึ่งมีครอบครัวที่เลี้ยงสัตว์อยู่หลายครอบครัว ซึ่งแต่ละครอบครัวเลี้ยงสัตว์อยู่ 2 ชนิดคือเปิดกับหมู และไม่มีครอบครัวใดที่เลี้ยงสัตว์ทั้งสองชนิดเป็นจำนวนเท่ากัน แต่มีชาวมารวมกัน 48 ชา เท่ากันหมดทุกครอบครัว (แต่ละครอบครัวไม่เลี้ยงสัตว์พิการ) ถ้ามีครอบครัวหนึ่งขายสัตว์ทั้งหมดที่เลี้ยงไป จงหาความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนั้นเลี้ยงสัตว์เป็นจำนวนที่หารด้วย 3 ลงตัว
2. แม้อ้อขนมปังไล่เผือกกับไล่ใบเตยรวม 25 ชิ้น คิดเป็นเงิน 220 บาท ถ้าขนมปังไล่เผือกราคาชิ้นละ 8 บาท และขนมปังไล่ใบเตยราคาชิ้นละ 10 บาท จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกสุนัขขนมปังมา 1 ชิ้นแล้วได้ขนมปังไล่เผือก
3. ในถังมีขวดเหมือนกันและขนาดเท่ากันอยู่ 5 ขวด ซึ่งแต่ละขวดบรรจุของเหลวดังนี้ น้ำมะนาว, น้ำปลา, น้ำฝรั่ง, น้ำส้มสายชู และน้ำมะขามเปียก ถ้าสุ่มหยิบขวดขึ้นมา 2 ขวดโดยหยิบทีละขวดแบบใส่คืน จงหาความน่าจะเป็นที่ขวดทั้ง 2 ไบนั้นบรรจุของเหลวที่เป็นกรด
4. บอลไปเล่นเกมปาลูกโป่งที่งานวัดใกล้บ้าน ในการเล่นแต่ละครั้งจะต้องเสียค่าบริการ 20 บาท และจะได้ลูกดอก 3 ดอก โดยมีกติกาว่าถ้าปาลูกโป่งแตก 3 ลูก จะได้ตุ๊กตาใหญ่ 1 ตัว ราคา 60 บาท แต่ถ้าปาลูกโป่งแตก 2 ลูก จะได้ตุ๊กตาตัวเล็ก 1 ตัวราคา 30 บาท จงหาว่าในการเล่นเกมนั้นแต่ละครั้งผู้เล่นจะได้เปรียบหรือเสียเปรียบโดยเฉลี่ยครั้งละกี่บาท

ภาคผนวก จ

คู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น
ที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วย

1. แนะนำกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
2. เนื้อหาของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
3. แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
4. ข้อเสนอแนะในการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอน
5. เฉลยใบกิจกรรมสำหรับแต่ละหน่วยการเรียนรู้และเฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการ
เรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

แนะนำกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้เป็นกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
คณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยลักษณะ
ของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนในแต่ละหน่วยการเรียนรู้จะเน้นการเชื่อมโยงดังนี้

1. การเชื่อมโยงความรู้เรื่องความน่าจะเป็นกับความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์
2. การเชื่อมโยงความรู้เรื่องความน่าจะเป็นกับความรู้วิชาอื่น ๆ

เนื้อหาของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

เนื้อหาของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์นี้ เป็นเนื้อหาในกลุ่มสาระคณิตศาสตร์
ในช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-ม.3) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สาระที่ 5 เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยอิงตาม
หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 โดยผู้วิจัยได้แบ่งเป็นเนื้อหาย่อย ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 บทนำของความน่าจะเป็น

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ โดยเน้นตัวอย่างการเชื่อมโยง

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ โดยเน้นตัวอย่างการเชื่อมโยง

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การนำความน่าจะเป็นไปใช้ในชีวิตประจำวัน

แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น ที่เน้นการเชื่อมโยงนั้น ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ครูผู้สอนควรเน้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการนำความรู้ต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ หรือความรู้ในวิชาอื่น มาใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องความน่าจะเป็น อีกทั้งชี้ให้นักเรียนเห็นว่าเราสามารถนำความรู้เรื่องความน่าจะเป็นไปใช้แก้ปัญหาเรื่องอื่น ๆ ได้อย่างไร และในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อยู่นั้น ครูผู้สอนจะต้องคอยสังเกตการทำงานของนักเรียนว่านักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ได้หรือไม่ และถ้าเชื่อมโยงความรู้ได้นักเรียนสามารถนำรู้นั้นมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องหรือไม่ แต่ถ้ามีนักเรียนบางคนไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องความน่าจะเป็นได้ ครูผู้สอนจะต้องเป็นผู้แนะแนวทางให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้ได้ ซึ่งขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น ที่เน้นการเชื่อมโยงในแต่ละคาบนั้นผู้วิจัยได้อธิบายไว้อย่างละเอียดในแผนการจัดการเรียนรู้ของแต่ละหน่วยการเรียนรู้แล้ว

ข้อเสนอแนะในการใช้กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูควรจัดบรรยากาศในชั้นเรียนให้เป็นกันเอง โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นในเนื้อหาที่เรียน ให้นักเรียนอภิปรายและแสดงความคิดเห็นต่องานที่ทำเองหรืองานของเพื่อนในชั้นเรียน ครูควรใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด และแสดงเหตุผล
2. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีความหลากหลาย โดยจัดให้ทั้งกิจกรรมรายบุคคลและกิจกรรมกลุ่ม เพื่อเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้
3. ครูผู้สอนควรใช้สื่อที่สามารถปฏิบัติได้จริง ควรมีสื่อการเรียนรู้ที่เพียงพอสำหรับนักเรียนทุกคนหรือทุกกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนมีความสุข สนุกสนาน ทำให้การเรียนไม่น่าเบื่อ
4. ในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมอยู่นั้น ครูจะต้องคอยเดินดูนักเรียนทำงานว่านักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ได้หรือไม่ ถ้าเชื่อมโยงได้สามารถดำเนินการแก้ปัญหาจนสำเร็จหรือไม่ สำหรับนักเรียนที่เชื่อมโยงไม่ได้ครูผู้สอนจะต้องแนะแนวทางให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยง โดยการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนนำความรู้ที่มีอยู่มาใช้ในการเกิดประโยชน์
5. ผู้สอนควรตรวจใบงานทุกครั้ง เพื่อสังเกตข้อบกพร่องของนักเรียน และแจ้งให้นักเรียนได้ทราบผลในชั่วโมงต่อไป เพื่อให้นักเรียนได้ทราบถึงข้อบกพร่องของตนเองและเป็นแรงจูงใจให้นักเรียนเกิดความเพียรพยายามในการเรียนรู้ต่อไป

เฉลยใบกิจกรรม

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1

- จากการสำรวจหมู่เลือดของนักเรียนชั้น ม.3/1 พบว่าหมู่เลือด A มีร้อยละ 28 หมู่เลือด B มีร้อยละ 25 หมู่เลือด AB มีร้อยละ 17 ที่เหลือเป็นหมู่เลือด O ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน หมู่เลือดใดมีโอกาสถูกเลือกมากที่สุด และมีโอกาสถูกเลือกเป็นเท่าใด

นักเรียนหมู่เลือด A มี ร้อยละ 28

นักเรียนหมู่เลือด B มี ร้อยละ 25

นักเรียนหมู่เลือด AB มี ร้อยละ 17

นักเรียนหมู่เลือด O มี ร้อยละ 30

เฉลย หมู่เลือดที่มีโอกาสถูกเลือกมากที่สุดคือ หมู่เลือด O และมีโอกาสถูกเลือกเท่ากับ $\frac{3}{10}$

- มีถุงอยู่ 2 ใบ ซึ่งแต่ละใบมีลูกปิงปองอยู่ซึ่งลูกปิงปองแต่ละลูกเขียนตัวอักษรภาษาอังกฤษกำกับไว้ ดังนี้ ถุงที่ 1 เขียนตัวอักษรตั้งแต่ A ถึง H ลูกละ 1 ตัวอักษร

ถุงที่ 2 เขียนตัวอักษรตั้งแต่ N ถึง Q ลูกละ 1 ตัวอักษร

ถ้าสุ่มหยิบลูกปิงปองขึ้นมา 1 ลูก ถุงใบไหนมีโอกาสที่จะหยิบได้ลูกปิงปองที่มีตัวอักษรเป็นสระมากกว่ากัน

ตัวอักษรตั้งแต่ A ถึง H มีทั้งหมด 8 ตัว ได้แก่ A, B, C, D, E, F, G และ H

ตัวอักษรตั้งแต่ A ถึง H มีตัวอักษรที่เป็นสระอยู่ 2 ตัว ได้แก่ A และ E

เมื่อสุ่มหยิบลูกปิงปอง 1 ลูกจากถุงใบที่ 1 โอกาสที่หยิบได้ลูกปิงปองที่มีตัวอักษรเป็นสระ

เท่ากับ $\frac{1}{4}$

ตัวอักษรตั้งแต่ N ถึง Q มีทั้งหมด 4 ตัว ได้แก่ N, O, P และ Q

ตัวอักษรตั้งแต่ N ถึง Q มีตัวอักษรที่เป็นสระอยู่ 1 ตัว ได้แก่ O

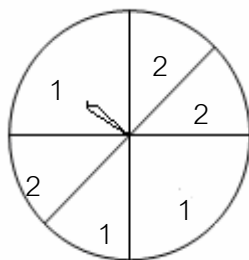
เมื่อสุ่มหยิบลูกปิงปอง 1 ลูกจากถุงใบที่ 2 โอกาสที่หยิบได้ลูกปิงปองที่มีตัวอักษรเป็นสระ

เท่ากับ $\frac{1}{4}$

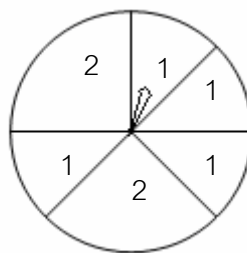
ถุงทั้งสองใบมีโอกาสที่จะหยิบได้ลูกปิงปองที่มีตัวอักษรที่เป็นสระเท่ากัน

เฉลย ทั้ง 2 ถุงมีโอกาสเท่ากัน

4. มีแป้นวงกลมอยู่ 2 แป้นซึ่งมีขนาดเท่ากัน คือสีส้มและสีน้ำตาลซึ่งได้ทำหมายเลขไว้ที่แป้นวงกลม ดังรูป ถ้าคุณทำการหมุนแป้นวงกลม 1 ครั้ง และคุณต้องการให้เข็มชี้มาหยุดที่หมายเลข 1 คุณควรหมุนแป้นวงกลมสีอะไรจึงจะมีโอกาสมากกว่า และมีโอกาสเป็นเท่าใด



สีส้ม



สีน้ำตาล

แป้นวงกลม 2 แป้นนี้แบ่งเป็น 8 ส่วนเท่า ๆ กัน

แป้นสีส้มมีช่องหมายเลข 1 คิดเป็นเนื้อที่ 5 ส่วน

แป้นสีน้ำตาลมีช่องหมายเลข 1 คิดเป็นเนื้อที่ 4 ส่วน

แป้นสีส้มมีเนื้อที่ของช่องหมายเลข 1 มากกว่าแป้นสีน้ำตาล

ถ้าหมุนแป้นสีส้มโอกาสที่เข็มชี้จะมาหยุดที่ช่องหมายเลข 1 เท่ากับ $\frac{5}{8}$

ถ้าหมุนแป้นสีน้ำตาลโอกาสที่เข็มชี้จะมาหยุดที่ช่องหมายเลข 1 เท่ากับ $\frac{4}{8}$

ถ้าคุณต้องการให้เข็มชี้มาหยุดที่หมายเลข 1 คุณควรหมุนแป้นสีส้มจึงจะมีโอกาสมากกว่า

เฉลย หมุนแป้นสีส้มจึงจะมีโอกาสมากกว่า และมีโอกาสเท่ากับ $\frac{5}{8}$

4. กล่องใบหนึ่งมีบัตรคำภาษาอังกฤษอยู่ 5 แผ่น ได้แก่ school, house, eat, play และ study ถ้าให้นักเรียนสุ่มหยิบบัตรคำมา 1 แผ่น อยากทราบว่าบัตรคำที่หยิบได้จะเป็นคำชนิดใดมากกว่ากันระหว่างคำนามหรือคำกริยา

บัตรคำที่เป็นคำนาม ได้แก่ school house

โอกาสที่หยิบได้บัตรคำเป็นคำนาม เท่ากับ $\frac{2}{5}$

บัตรคำที่เป็นคำกริยา ได้แก่ eat play study

โอกาสที่หยิบได้บัตรคำเป็นคำกริยา เท่ากับ $\frac{3}{5}$

เฉลย บัตรคำที่หยิบได้จะเป็นคำกริยามากกว่าคำนาม

5. เจียบกำลังตั้งครุรร้อยอยู่ อยากทราบว่าเจียบจะมีโอกาสได้ลูกชายหรือลูกสาวมากกว่ากัน และโอกาสที่จะได้ลูกชายเป็นเท่าใด และโอกาสที่จะได้ลูกสาวเป็นเท่าใด

ในการมีลูก 1 คน ลูกที่ออกมาอาจจะเป็น เพศหญิง หรือเพศชาย

โอกาสที่เจียบจะได้ลูกชาย เท่ากับ $\frac{1}{2}$

โอกาสที่เจียบจะได้ลูกสาว เท่ากับ $\frac{1}{2}$

เจียบจะมีโอกาสได้ลูกชายและลูกสาวเท่ากัน

เฉลย เจียบจะมีโอกาสได้ลูกชายและลูกสาวเท่ากัน นั่นคือโอกาสที่เจียบจะได้ลูกชาย เท่ากับ $\frac{1}{2}$

โอกาสที่เจียบจะได้ลูกสาว เท่ากับ $\frac{1}{2}$

6. กล่องใบหนึ่งมีรูปภาพของสถานที่ท่องเที่ยวอยู่ 6 รูปซึ่งเป็นสถานที่ท่องเที่ยวในภาคเหนือและภาคใต้ ได้แก่ รูปดอยสุเทพ รูปแหลมพรหมเทพ รูปเกาะพีพี รูปเกาะสมุย รูปดอยอ่างขาง รูปทะเลแหวก ถ้าสุ่มหยิบรูปภาพขึ้นมา 1 รูป จะได้รูปภาพของสถานที่ท่องเที่ยวภาคใดมากกว่ากัน

รูปที่เป็นสถานที่ท่องเที่ยวของภาคเหนือ ได้แก่ รูปดอยสุเทพ และรูปดอยอ่างขาง

รูปที่เป็นสถานที่ท่องเที่ยวของภาคใต้ ได้แก่ รูปแหลมพรหมเทพ รูปเกาะพีพี รูปเกาะสมุย

และรูปทะเลแหวก

โอกาสที่หยิบรูปภาพขึ้นมา 1 รูปแล้วได้สถานที่ท่องเที่ยวของภาคเหนือเท่ากับ $\frac{1}{3}$

โอกาสที่หยิบรูปภาพขึ้นมา 1 รูปแล้วได้สถานที่ท่องเที่ยวของภาคใต้เท่ากับ $\frac{2}{3}$

เฉลย ภาคใต้

เฉลยใบกิจกรรมที่ 2

1. กล้องใบหนึ่งมีสลากซึ่งเขียนหมายเลขกำกับเป็นจำนวนเฉพาะตั้งแต่ 1-20 หมายเลขละ 1 ใบ

จงเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบสลาก 1 ใบ

หมายเลขตั้งแต่ 1-20 มีจำนวนเฉพาะอยู่ 8 ตัว คือ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 และ 19

ดังนั้นผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบสลาก 1 ใบ คือ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17

และ 19

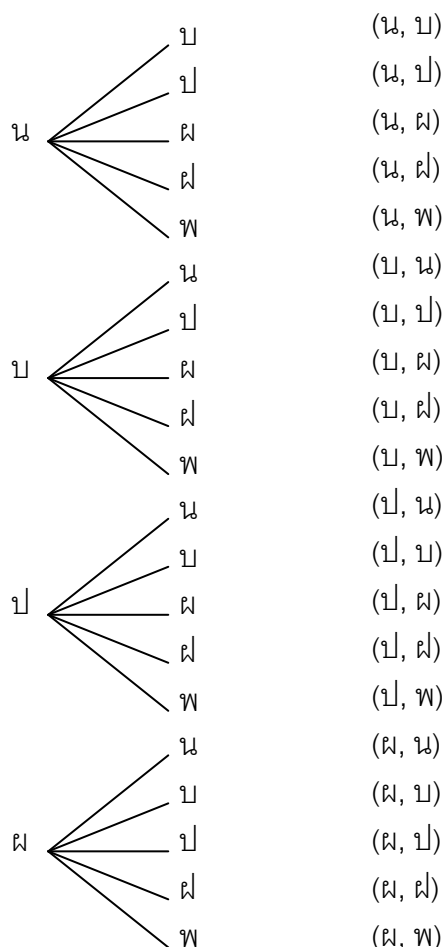
2. กล้องใบหนึ่งมีสลากซึ่งเขียนตัวอักษรไว้กำกับตั้งแต่ตัว น-พ สลากละ 1 ตัว จงเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบสลาก 2 ใบ โดยหยิบทีละใบแบบไม่ใส่คืน

ตัวอักษรตั้งแต่ตัว น-พ ได้แก่ น, บ, ป, ผ, พ และ พ

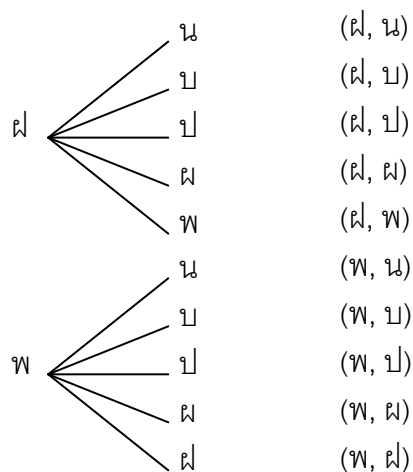
จงเขียนแผนภาพแสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบสลากทีละใบจนครบ

2 ใบ

สลากที่ 1 สลากที่ 2 (สลากที่ 1, สลากที่ 2)



สลากที่ 1 สลากที่ 2 (สลากที่ 1, สลากที่ 2)



ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบสลากทีละใบจนครบ 2 ใบมี 30 แบบ คือ
 (น, บ), (น, ป), (น, ผ), (น, พ), (บ, น), (บ, ป), (บ, ผ), (บ, พ), (ป, น), (ป, บ), (ป, ผ),
 (ป, พ), (ผ, น), (ผ, บ), (ผ, ป), (ผ, พ), (พ, น), (พ, บ), (พ, ป), (พ, ผ), (น, น), (น, บ),
 (น, ป), (น, ผ), (น, พ), (บ, บ), (บ, ป), (บ, ผ), (บ, พ), (ป, บ), (ป, ป), (ป, ผ), (ป, พ),
 (ผ, บ), (ผ, ป), (ผ, พ), (พ, บ), (พ, ป), (พ, ผ), (พ, พ)

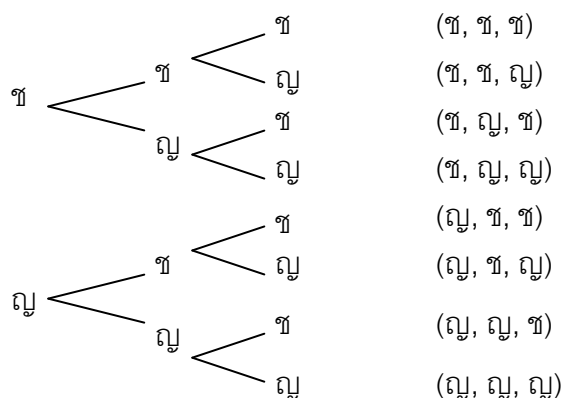
3. จงเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสำรวจเพศของบุตรในครอบครัวที่มีบุตร 3 คน

ผลการสำรวจเพศของบุตรในครอบครัวที่มีบุตร 1 คน อาจเป็นเพศหญิง หรือ เพศชาย

แผนภาพต้นไม้แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสำรวจเพศของบุตรในครอบครัวที่มี
 บุตร 3 คน

ให้ ช แทนเพศชาย และ หญิง แทนเพศหญิง

คนที่ 1 คนที่ 2 คนที่ 3 (คนที่ 1, คนที่ 2, คนที่ 3)



ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสำรวจเพศของบุตรในครอบครัวที่มีบุตร 3 คน คือ
 (ช, ช, ช), (ช, ช, หญิง), (ช, หญิง, ช), (ช, หญิง, หญิง), (หญิง, ช, ช), (หญิง, ช, หญิง), (หญิง, หญิง, ช) และ (หญิง, หญิง, หญิง)

4. จงเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการจัดคู่แข่งขันได้วาที ซึ่งจัดการแข่งขันแบบพบกันหมด เมื่อมีทีมเข้าแข่งขัน 5 ทีม คือ A, B, C, D และ E

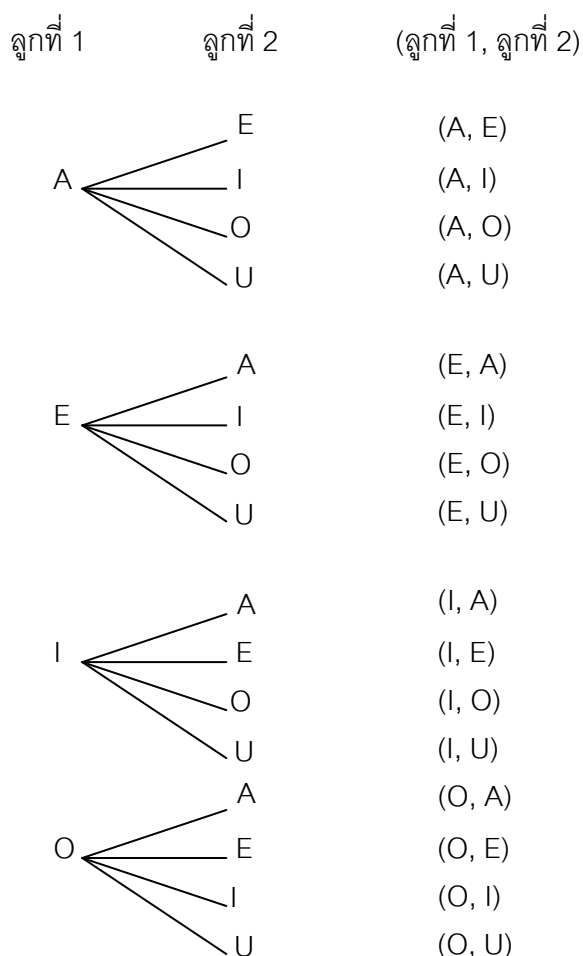
จะจัดทีมแข่งขัน ได้ดังนี้ (A, B), (A, C), (A, D), (A, E), (B, C), (B, D), (B, E), (C, D), (C, E) และ (D, E)

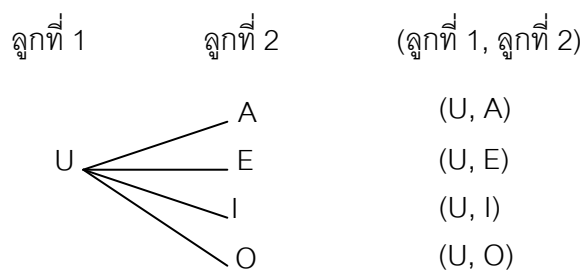
5. กล่องใบหนึ่งมีลูกปิงปองอยู่ 5 ลูก ซึ่งลูกปิงปองแต่ละลูกเขียนตัวอักษรของสระในภาษาอังกฤษ 1 ตัว จงเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกปิงปอง 2 ลูก เมื่อกำหนดการทดลองสุ่มดังนี้

1. หยิบลูกปิงปองทีละลูกแบบไม่ใส่คืน
2. หยิบลูกปิงปองทีละลูกแบบใส่คืน
3. หยิบลูกปิงปอง 2 ลูกพร้อมกัน

สระในภาษาอังกฤษมี 5 ตัวคือ A, E, I, O และ U

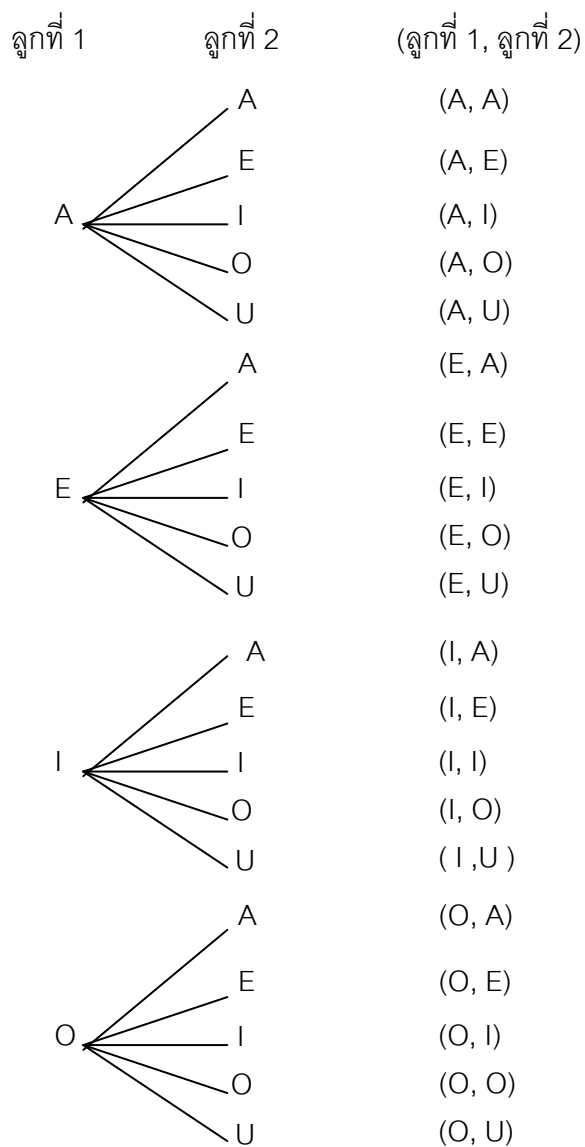
1. แผนภาพต้นไม้แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกปิงปอง 2 ลูกโดยหยิบทีละลูกแบบไม่ใส่คืน

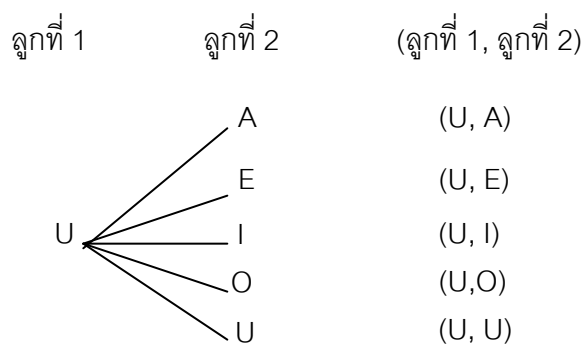




ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้น มี 20 แบบ คือ (A, E), (A, I), (A, O), (A, U), (E, A), (E, I), (E, O), (E, U), (I, A), (I, E), (I, O), (I, U), (O, A), (O, E), (O, I), (O, U), (U, A), (U, E), (U, I) และ (U, O)

2. แผนภาพต้นไม้แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกปิงปอง 2 ลูกโดยหยิบทีละลูกแบบใส่คืน





ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้น มี 25 แบบ คือ (A, A), (A, E), (A, I), (A, O), (A, U), (E, A), (E, E), (E, I), (E, O), (E, U), (I, A), (I, E), (I, I), (I, O), (I, U), (O, A), (O, E), (O, I), (O, O), (O, U), (U, A), (U, E), (U, I), (U, O) และ (U, U)

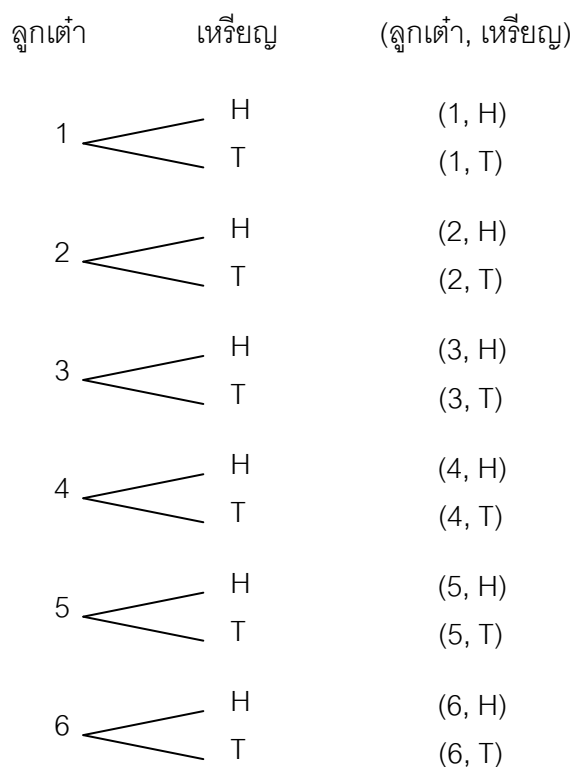
3. ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกโป่ง 2 ลูกพร้อมกันมี 10 แบบ คือ (A, E), (A, I), (A, O), (A, U), (E, I), (E, O), (E, U), (I, O), (I, U) และ (O, U)

6. จงเขียนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการโยนลูกเต๋า 1 ลูก และเหรียญบาท 1 เหรียญ พร้อมกัน 1 ครั้ง

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นในการโยนลูกเต๋า 1 ลูก คือ 1, 2, 3, 4, 5 และ 6

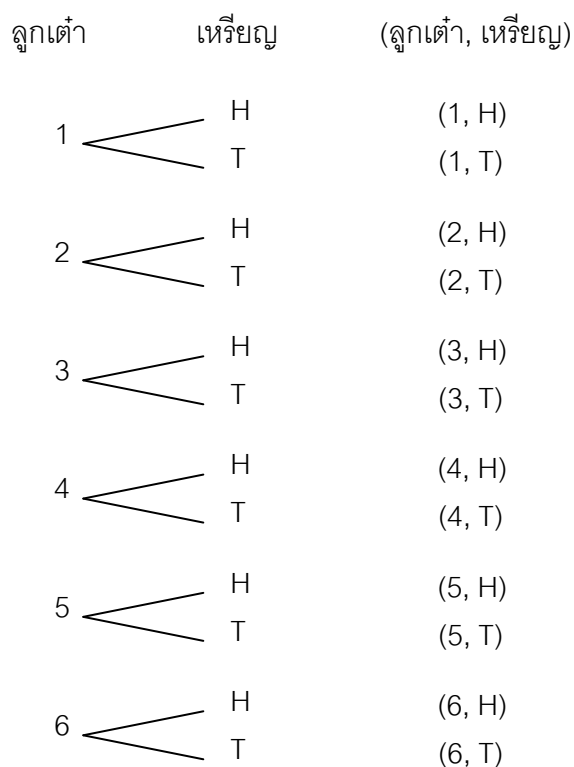
ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นในการโยนเหรียญ 1 เหรียญ คือ H และ T

แผนภาพแสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการโยนลูกเต๋า 1 ลูกและเหรียญบาท 1 เหรียญ โดยโยนทีละอย่าง



ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการโยนลูกเต๋า 1 ลูกและเหรียญบาท 1 เหรียญโดยโยนทีละอย่าง 12 แบบ คือ (1, H), (1, T), (2, H), (2, T), (3, H), (3, T), (4, H), (4, T), (5, H), (5, T), (6, H) และ (6, T)

แผนภาพต้นไม้แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการโยนลูกเต๋า 1 ลูก และเหรียญบาท 1 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง



ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการโยนลูกเต๋า 1 ลูกและเหรียญบาท 1 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้งมี 12 แบบ คือ (1, H), (1, T), (2, H), (2, T), (3, H), (3, T), (4, H), (4, T), (5, H), (5, T), (6, H) และ (6, T)

เฉลยใบกิจกรรมที่ 3

1. เขียนชื่อชุดหนึ่งที่มีหมายเลขตั้งแต่ 1-30 เมื่อทำการเสี่ยงเขียนชื่อ 1 ครั้ง จงหาเหตุการณ์ที่เสี่ยงเขียนชื่อได้เลขที่เป็นจำนวนเฉพาะ

เขียนชื่อหมายเลขตั้งแต่ 1-30 มีหมายเลขที่เป็นจำนวนเฉพาะอยู่ 10 อัน คือ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 และ 29

เหตุการณ์ที่เสี่ยงเขียนชื่อได้เลขที่เป็นจำนวนเฉพาะมี 10 แบบ คือ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 และ 29

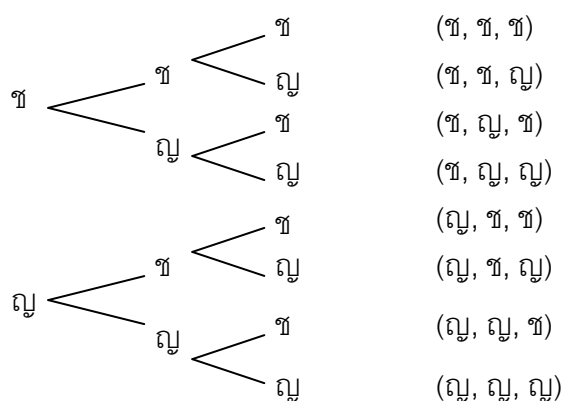
2. ในการสำรวจเพศของบุตรในครอบครัวที่มีบุตร 3 คน จงหาเหตุการณ์ที่ครอบครัวนั้นจะมีบุตรคนโตและบุตรคนเล็กเป็นเพศเดียวกัน

ผลการสำรวจเพศของบุตรในครอบครัวที่มีบุตร 1 คน อาจเป็นเพศหญิง หรือ ชาย

แผนภูมิต้นไม้แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสำรวจเพศของบุตรในครอบครัวที่มีบุตร 3 คน

ให้ ช แทนเพศชาย และ หญิง แทนเพศหญิง

คนที่ 1 คนที่ 2 คนที่ 3 (คนที่ 1, คนที่ 2, คนที่ 3)



เหตุการณ์ที่ครอบครัวนั้นจะมีบุตรคนโตและบุตรคนเล็กเป็นเพศเดียวกัน มี 4 แบบ คือ (ช, ช, ช), (ช, หญิง, ช), (หญิง, ช, ช) และ (หญิง, หญิง, หญิง)

3. สุ่มหยิบสลาก 2 ใบ จากกล่องที่มีสลากหมายเลข 1, 2, 3 และ 4 หมายเลขละ 1 ใบ จงหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่จะได้ผลคูณของสลากทั้งสองใบไม่เกิน 8 เมื่อกำหนดการทดลองสุ่ม ดังนี้
- 4) หยิบสลากทีละใบโดยไม่ใส่คืนก่อนจะหยิบสลากใบที่สอง
 - 5) หยิบสลากทีละใบโดยใส่คืนก่อนจะหยิบใบที่สอง
 - 6) หยิบสลาก 2 ใบ พร้อมกัน

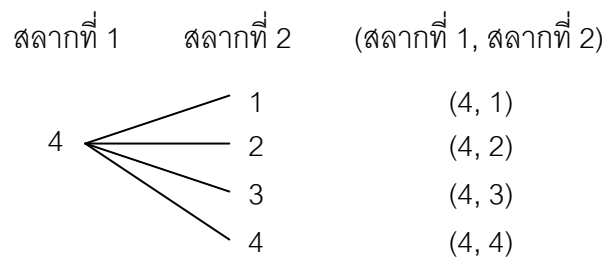
1. แผนภูมิต้นไม้แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบสลาก 2 ใบโดยหยิบทีละใบแบบไม่ใส่คืน

สลากที่ 1	สลากที่ 2	(สลากที่ 1, สลากที่ 2)
1	2	(1, 2)
	3	(1, 3)
	4	(1, 4)
2	1	(2, 1)
	3	(2, 3)
	4	(2, 4)
3	1	(3, 1)
	2	(3, 2)
	4	(3, 4)
4	1	(4, 1)
	2	(4, 2)
	3	(4, 3)

เหตุการณ์ที่จะได้ผลคูณของสลากทั้งสองใบไม่เกิน 8 มี 8 แบบ คือ (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (4, 1) และ (4, 2)

2. แผนภูมิต้นไม้แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบสลาก 2 ใบโดยหยิบทีละใบแบบใส่คืน

สลากที่ 1	สลากที่ 2	(สลากที่ 1, สลากที่ 2)
1	1	(1, 1)
	2	(1, 2)
	3	(1, 3)
	4	(1, 4)
2	1	(2, 1)
	2	(2, 2)
	3	(2, 3)
	4	(2, 4)
3	1	(3, 1)
	2	(3, 2)
	3	(3, 3)
	4	(3, 4)



เหตุการณ์ที่จะได้ผลคูณของสลากทั้งสองใบไม่เกิน 8 มี 10 แบบ คือ (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (4, 1) และ (4, 2)

3. ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการหยิบสลาก 2 ใบพร้อมกัน (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4) และ (3, 4)

เหตุการณ์ที่จะได้ผลคูณของสลากทั้งสองใบไม่เกิน 8 มี 4 แบบ คือ (1, 2), (1, 3), (1, 4) และ (2, 3)

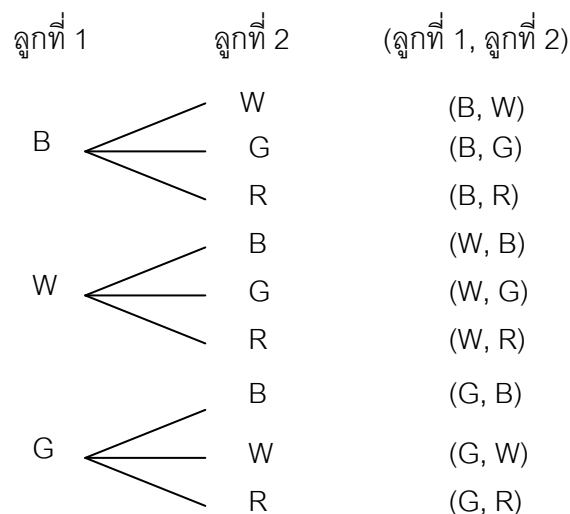
5. สุ่มหยิบลูกบอล 2 ลูก จากกล่องซึ่งมีลูกบอล 4 ลูก ได้แก่ สีน้ำเงิน สีขาว สีเขียว และสีแดง จงหาเหตุการณ์ที่สีของลูกบอลทั้งสองลูกเป็นแม่สี เมื่อกำหนดการทดลองสุ่มดังนี้

- 4) หยิบลูกบอลทีละลูกโดยไม่ใส่คืนก่อนจะหยิบลูกบอลลูกที่สอง
- 5) หยิบลูกบอลทีละลูกโดยใส่คืนก่อนจะหยิบลูกบอลลูกที่สอง
- 6) หยิบลูกบอล 2 ลูก พร้อมกัน

ให้ B แทนลูกบอลสีน้ำเงิน W แทนลูกบอลสีขาว

G แทนลูกบอลสีเขียว R แทนลูกบอลสีแดง

1. แผนภูมิต้นไม้แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกบอล 2 ลูกโดยหยิบทีละลูกแบบไม่ใส่คืน



ลูกที่ 1	ลูกที่ 2	(ลูกที่ 1, ลูกที่ 2)
R	B	(R, B)
	W	(R, W)
	G	(R, G)

เหตุการณ์ที่สีของลูกบอลทั้งสองลูกเป็นแม่สีมี 2 แบบ คือ (B, R) และ (R, B)

2. แผนภูมิต้นไม้แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกบอล 2 ลูกโดยหยิบทีละลูกแบบใส่คืน

ลูกที่ 1	ลูกที่ 2	(ลูกที่ 1, ลูกที่ 2)
B	B	(B, B)
	W	(B, W)
	G	(B, G)
	R	(B, R)
W	B	(W, B)
	W	(W, W)
	G	(W, G)
	R	(W, R)
G	B	(G, B)
	W	(G, W)
	G	(G, G)
	R	(G, R)
R	B	(R, B)
	W	(R, W)
	G	(R, G)
	R	(R, R)

เหตุการณ์ที่สีของลูกบอลทั้งสองลูกเป็นแม่สีมี 4 แบบ คือ (B, B), (B, R), (R, B) และ (R, R)

3. ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการสุ่มหยิบลูกบอล 2 ลูกพร้อมกัน คือ (B, W), (B, G), (B, R), (W, G), (W, R) และ (G, R)

เหตุการณ์ที่สีของลูกบอลทั้งสองลูกเป็นแม่สีมี 1 แบบ คือ (B, R)

6. ในการทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน จงหาเหตุการณ์ที่ผลต่างของแต้มทั้งสองเป็นคำตอบของสมการ

$$5x^2 - 9x - 2 = 0$$

$$5x^2 - 9x - 2 = 0$$

$$(5x + 1)(x - 2) = 0$$

$$5x + 1 = 0 \quad \text{หรือ} \quad x - 2 = 0$$

$$x = -\frac{1}{5} \quad x = 2$$

คำตอบของสมการ $5x^2 - 9x - 2 = 0$ คือ $-\frac{1}{5}$ และ 2

แต่เนื่องจากผลต่างของแต้มทั้งสองไม่มีผลต่างที่เท่ากับ $-\frac{1}{5}$

ดังนั้นผลต่างของแต้มทั้งสองที่เป็นคำตอบของสมการ $5x^2 - 9x - 2 = 0$ คือ 2

เหตุการณ์ที่ผลต่างของแต้มทั้งสองเป็นคำตอบของสมการ $5x^2 - 9x - 2 = 0$ คือ (1, 3),

(2, 4), (3, 1), (3, 5), (4, 2), (4, 6), (5, 3) และ (6, 4)

7. มีแผ่นป้ายอยู่ 5 แผ่นป้าย ซึ่งด้านหลังแต่ละแผ่นป้ายมีรูปอยู่ดังนี้ รูปนก รูปหมู รูปงู รูปไก่ รูปเปิด

จงหาเหตุการณ์ที่สุ่มเปิดแผ่นป้ายทีละแผ่นจนครบ 2 แผ่นป้าย แล้วได้รูปสัตว์ปีกทั้งสองแผ่นป้าย

จากรูปสัตว์ที่กำหนดให้รูปที่เป็นสัตว์ปีก คือ รูปนก รูปไก่ รูปเปิด

เหตุการณ์ที่เปิดได้รูปสัตว์ปีกทั้งสองแผ่นป้าย คือ (รูปนก, รูปไก่), (รูปนก, รูปเปิด),

(รูปไก่, รูปนก), (รูปไก่, รูปเปิด), (รูปเปิด, รูปนก) และ (รูปเปิด, รูปไก่)

เฉลยใบกิจกรรมที่ 4

1. สุ่มเปิดหนังสือเล่มหนึ่งซึ่งมีหน้าทั้งหมด 50 หน้า จงหาความน่าจะเป็นที่สุ่มเปิด 1 หน้าแล้วได้เลขหน้าที่เป็นพหุคูณของ 3

หนังสือเล่มนี้มีเลขหน้าทั้งหมด 50 หน้า

เลขหน้าในหนังสือเล่มนี้ที่เป็นพหุคูณของ 3 มี 16 ตัว คือ 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45 และ 48

ความน่าจะเป็นที่สุ่มเปิด 1 หน้าแล้วได้เลขหน้าที่เป็นพหุคูณของ 3 เท่ากับ $\frac{16}{50} = \frac{8}{25}$

2. โคมเกิดในเดือนพฤศจิกายน เขาบอกเพื่อนว่าวันที่ที่เขาเกิดเป็นจำนวนเฉพาะ หรือสอดคล้องกับสมการ $x^2 - 8x + 12 = 0$ ความน่าจะเป็นที่เพื่อนของเขาจะทายวันเกิดของเขาได้ถูกต้องเป็นเท่าไร

ในเดือนพฤศจิกายนมีวันที่ที่เป็นจำนวนเฉพาะ 10 วัน คือ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 และ 29

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$(x - 6)(x - 2) = 0$$

$$x - 6 = 0$$

$$x = 6$$

หรือ

$$x - 2 = 0$$

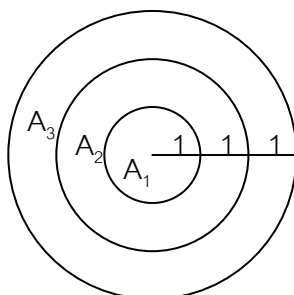
$$x = 2$$

คำตอบของสมการ $x^2 - 8x + 12 = 0$ คือ 2 และ 6

ในเดือนพฤศจิกายนมีวันที่ที่เป็นจำนวนเฉพาะหรือสอดคล้องกับสมการ 11 วัน คือ 2, 3, 5, 6, 7, 11, 13, 17, 19, 23 และ 29

ความน่าจะเป็นที่เพื่อนของเขาจะทายวันเกิดของเขาได้ถูกต้องเท่ากับ $\frac{1}{11}$

4. ในการยิงธนูที่มีเป้าเป็นวงกลมรัศมี 3 หน่วย ถ้าผู้ยิงธนูมีความสามารถยิงถูกเป้าทุกครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่จะยิงถูกธนูถูกเป้าในบริเวณ A_1 , A_2 , A_3 ตามลำดับ



พื้นที่เป่าบริเวณ A_1 เท่ากับ $\pi(1)^2 = \pi$ ตารางหน่วย

พื้นที่เป่าบริเวณ A_2 เท่ากับ $\pi(2)^2 - \pi(1)^2 = 3\pi$ ตารางหน่วย

พื้นที่เป่าบริเวณ A_3 เท่ากับ $\pi(3)^2 - \pi(1)^2 = 5\pi$ ตารางหน่วย

เป่าวงกลมรัศมี 3 หน่วย มีพื้นที่เท่ากับ $\pi(3)^2 = 9\pi$ ตารางหน่วย

ความน่าจะเป็นที่ยิงถูกเป่าบริเวณ A_1 เท่ากับ $\frac{\pi}{9\pi} = \frac{1}{9}$

ความน่าจะเป็นที่ยิงถูกเป่าบริเวณ A_2 เท่ากับ $\frac{3\pi}{9\pi} = \frac{1}{3}$

ความน่าจะเป็นที่ยิงถูกเป่าบริเวณ A_3 เท่ากับ $\frac{5\pi}{9\pi} = \frac{5}{9}$

4. จากการสำรวจนักเรียนห้องหนึ่ง พบว่ามีนักเรียนที่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์หรือวิชาภาษาอังกฤษรวม 30 คน นักเรียนที่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์มี 17 คน และนักเรียนที่ชอบเรียนวิชาภาษาอังกฤษมี 18 คน ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่สุ่มได้นักเรียนที่ชอบเรียนทั้ง 2 วิชา

ให้นักเรียนที่ชอบเรียนทั้ง 2 วิชา มี x คน

นักเรียนที่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์อย่างเดียวมี $17 - x$ คน

นักเรียนที่ชอบเรียนวิชาภาษาอังกฤษอย่างเดียวมี $18 - x$ คน

เนื่องจากนักเรียนที่ชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์หรือวิชาภาษาอังกฤษมีรวม 30 คน

ดังนั้นจะได้สมการว่า $17 - x + 18 - x + x = 30$

$$35 - x = 30$$

$$x = 5$$

ความน่าจะเป็นที่สุ่มได้นักเรียนที่ชอบเรียนทั้ง 2 วิชา เท่ากับ $\frac{1}{6}$

5. กล่องทึบแสงบรรจุลูกปิงปองขนาดเท่ากัน 11 ลูก แต่ละลูกเขียนอักษรภาษาอังกฤษ 1 ตัว ซึ่งตัวอักษรที่อยู่บนลูกปิงปองทั้งหมดคือคำว่า Mathematics ถ้าสุ่มหยิบลูกปิงปองขึ้นมา 1 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่ตัวอักษรบนลูกปิงปองนั้นเป็นสระ

มีลูกปิงปองที่เขียนตัวอักษรที่เป็นสระอยู่ 4 ลูก ได้แก่ a, e, a และ i

ความน่าจะเป็นที่ตัวอักษรบนลูกปิงปองนั้นเป็นสระ $\frac{4}{11}$

6. ถ้านำดอกลีลาวดีสีชมพูมาผสมพันธุ์กัน จงหาความน่าจะเป็นที่ผลผลิตใหม่ที่ออกมาจะเป็นสีขาว เมื่อกำหนดให้

ยีนสีชมพู คือ RW ยีนสีแดง คือ RR ยีนสีขาว คือ WW

		ลีลาวดีสีชมพู	
		R	W
ลีลาวดีสีชมพู	R	RR	RW
	W	WR	WW

ผลผลิตใหม่ที่ออกมาอาจเป็นสี แดง ชมพู และขาว

ความน่าจะเป็นที่ผลผลิตใหม่ที่ออกมาจะเป็นสีขาว เท่ากับ $\frac{1}{4}$

7. กล่องใบหนึ่งมีรูปภาพอยู่ 5 รูป ได้แก่ รูปไอศกรีม รูปชอล์ค รูปกระป๋องนม รูปลูกบอล และรูปตุ๊กตา ถ้าสุ่มหยิบรูปภาพ 2 รูปพร้อมกัน จงหาความน่าจะเป็นที่ได้รูปทั้งสองเป็นทรงกระบอก จากรูปภาพที่กำหนดให้ทั้ง 5 รูป มีรูปที่เป็นทรงกระบอกอยู่ 2 รูป คือ รูปชอล์ค และรูปกระป๋องนม

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการหยิบรูปภาพ 2 รูปพร้อมกัน คือ (ไอศกรีม, ชอล์ค), (ไอศกรีม, กระป๋องนม), (ไอศกรีม, ลูกบอล), (ไอศกรีม, ตุ๊กตา), (ชอล์ค, กระป๋องนม), (ชอล์ค, ลูกบอล), (ชอล์ค, ตุ๊กตา), (กระป๋องนม, ลูกบอล), (กระป๋องนม, ตุ๊กตา), (ลูกบอล, ตุ๊กตา) เหตุการณ์ที่หยิบได้รูปทั้งสองเป็นทรงกระบอก คือ (รูปชอล์ค, รูปกระป๋องนม)

ความน่าจะเป็นที่ได้รูปทั้งสองเป็นทรงกระบอกเท่ากับ $\frac{1}{10}$

8. แม่ซื้อซาลาเปาไส้หมูแดงกับไส้ครีมรวม 30 ลูก คิดเป็นเงิน 264 บาท ถ้าซาลาเปาไส้หมูแดงราคา ลูกละ 10 บาท และซาลาเปาไส้ครีมราคาลูกละ 7 บาท จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกสุ่มหยิบ ซาลาเปามา 1 ลูกแล้วได้ซาลาเปาไส้หมูแดง

ให้แม่ซื้อซาลาเปาไส้หมูแดงมา x ลูก และซื้อซาลาเปาไส้ครีมมา y ลูก

สมการจำนวนลูกของซาลาเปาทั้งหมด คือ $x + y = 30$ ———(1)

สมการจำนวนเงินที่ซื้อซาลาเปามา คือ $10x + 7y = 264$ ———(2)

นำ 10 คูณสมการที่ 1 จะได้

$$10x + 10y = 300 \quad \text{—————} (3)$$

นำ (3) – (2) จะได้

$$3y = 36$$

$$y = 12$$

แทนค่า $y = 12$ ในสมการ (1) จะได้ว่า

$$x + 12 = 30$$

$$x = 18$$

นั่นคือแม่ซื้อซาลาเปาไส้หมูแดง 18 ลูก และไส้ครีม 12 ลูก

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ลูกสุ่มหยิบซาลาเปามา 1 ลูกแล้วได้ซาลาเปาไส้หมูแดงเท่ากับ $\frac{3}{5}$

9. ในการจัดการแข่งขันฟุตบอลกระชับมิตร ซึ่งมีทีมที่เข้าแข่งขันทั้งหมด 5 ทีม ได้แก่ ทีมไทย อังกฤษ มาเลเซีย สิงคโปร์ และฝรั่งเศส ซึ่งจัดการแข่งขันแบบพบกันหมด จงหาความน่าจะเป็นที่คู่แข่งขัน จะมาจากต่างทวีปกัน

จัดคู่แข่งขันได้ทั้งหมด ดังนี้ (ไทย, อังกฤษ), (ไทย, มาเลเซีย), (ไทย, สิงคโปร์), (ไทย, ฝรั่งเศส), (อังกฤษ, มาเลเซีย), (อังกฤษ, สิงคโปร์), (อังกฤษ, ฝรั่งเศส), (มาเลเซีย, สิงคโปร์), (มาเลเซีย, ฝรั่งเศส) และ (สิงคโปร์, ฝรั่งเศส)

คู่แข่งขันที่มาจากต่างทวีปกัน ได้แก่ (ไทย, อังกฤษ), (ไทย, ฝรั่งเศส), (อังกฤษ, มาเลเซีย), (อังกฤษ, สิงคโปร์), (มาเลเซีย, ฝรั่งเศส) และ (สิงคโปร์, ฝรั่งเศส)

ความน่าจะเป็นที่คู่แข่งขันจะมาจากต่างทวีปกัน เท่ากับ $\frac{3}{5}$

10. ในกล่องมีสลากอยู่ซึ่งสลากแต่ละใบเขียนคำกำกับไว้ดังนี้ ชาติ, สมุด, เพศ, บวช และ เขต ถ้าสุ่มหยิบสลากขึ้นมา 2 ใบพร้อมกัน

1. จงหาความน่าจะเป็นที่สลากทั้งสองใบเขียนคำที่มีตัวสะกดอยู่ในแม่กด

2. จงหาความน่าจะเป็นที่สลากทั้งสองใบเขียนคำที่มีตัวสะกดอยู่ในแม่กม

จากสลากทั้ง 5 ใบที่กำหนดมาให้ นั่น มีคำที่มีตัวสะกดอยู่ในแม่กดอยู่ 5 คำ ได้แก่ ชาติ, สมุด, เพศ, บวช และ เขต และไม่มีคำใดที่มีตัวสะกดอยู่ในแม่กม

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดจากการสุ่มหยิบสลาก 2 ใบพร้อมกัน ได้แก่ (ชาติ, สมุด), (ชาติ, เพศ), (ชาติ, บวช), (ชาติ, เขต), (สมุด, เพศ), (สมุด, บวช), (สมุด, เขต), (เพศ, บวช), (เพศ, เขต) และ (บวช, เขต)

1. ความน่าจะเป็นที่สลากทั้งสองใบเขียนคำที่มีตัวสะกดอยู่ในแม่กด เท่ากับ $\frac{10}{10} = 1$

2. จงหาความน่าจะเป็นที่สลากทั้งสองใบเขียนคำที่มีตัวสะกดอยู่ในแม่กม $\frac{0}{10} = 0$

11. โรงพยาบาลแห่งหนึ่งได้ทำการประเมินคุณภาพด้านการบริการของเจ้าหน้าที่โรงพยาบาล โดยทำการสำรวจความพึงพอใจของผู้มาใช้บริการที่โรงพยาบาลจำนวน 300 คน ซึ่งมีเกณฑ์การประเมิน คือ ถ้าค่าความน่าจะเป็นของความพึงพอใจไม่เกิน 0.9 โรงพยาบาลนี้ต้องมีการปรับปรุงด้านการบริการ จากผลการสำรวจพบว่าผู้มาใช้บริการที่พึงพอใจอยู่ 265 คน อยากทราบว่าโรงพยาบาลนี้ต้องปรับปรุงด้านการบริการหรือไม่

ความน่าจะเป็นของความพึงพอใจของผู้มาใช้บริการเท่ากับ $\frac{265}{300} = 0.883$

ดังนั้นโรงพยาบาลนี้ต้องปรับปรุงด้านการบริการ เพราะว่าค่าความน่าจะเป็นของความพึงพอใจไม่เกิน 0.9

เฉลยใบกิจกรรมที่ 5

เฉลยกิจกรรมที่ 1 “ประตูล้านกาล”

ในการเลือกประตูครั้งแรกโอกาสที่ผู้เข้าแข่งขันจะเปิดได้ประตูที่มีรางวัลใหญ่ เท่ากับ $\frac{1}{3}$

ในการเลือกประตูครั้งที่สองโอกาสที่ผู้เข้าแข่งขันจะเปิดได้ประตูที่มีรางวัลใหญ่ เท่ากับ $\frac{1}{2}$

ดังนั้น ผู้เข้าแข่งขันควรเปลี่ยนประตูเพราะโอกาสที่จะได้รางวัลใหญ่เพิ่มขึ้นจาก $\frac{1}{3}$ เป็น $\frac{1}{2}$

เฉลยกิจกรรมที่ 2 “สลากพารวย”

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นในการหยิบสลาก 2 ใบพร้อมกัน คือ (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5) และ (4, 5)

เหตุการณ์ที่หยิบสลาก 2 ใบพร้อมกันแล้วได้สลากที่เป็นจำนวนเฉพาะทั้ง 2 ใบ คือ (2, 3), (2, 5) และ (3, 5)

ความน่าจะเป็นที่ตีจะได้เงินเท่ากับ $\frac{3}{10}$

ความน่าจะเป็นที่ตีจะเสียเงินเท่ากับ $\frac{7}{10}$

$$\begin{aligned} 1. \text{ ค่าคาดหวังที่ตีจะได้เงิน} &= \left(3 \times \frac{3}{10}\right) + \left(-2 \times \frac{7}{10}\right) \\ &= \frac{9}{10} - \frac{14}{10} \\ &= -\frac{5}{10} = -0.5 \end{aligned}$$

เนื่องจากค่าคาดหวังเป็นลบ ดังนั้นตีเสียเสียเปรียบ

แสดงว่าถ้ามีการเล่นเกมกันแบบนี้ไปเรื่อย ๆ โดยเฉลี่ยตีจะเสียเงินครั้งละ 0.5 บาท หรือกล่าว
ว่าตีจะได้เงินมากกว่าตี

$$\begin{aligned} 2. \text{ ค่าคาดหวังที่ตีจะได้เงิน} &= \left(10 \times \frac{3}{10}\right) + \left(-4 \times \frac{7}{10}\right) \\ &= \frac{30}{10} - \frac{28}{10} \\ &= \frac{2}{10} = 0.2 \end{aligned}$$

เนื่องจากค่าคาดหวังเป็นบวก ดังนั้นตีได้เปรียบ

แสดงว่าถ้ามีการเล่นเกมกันแบบนี้ไปเรื่อย ๆ โดยเฉลี่ยตีจะได้เงินครั้งละ 0.2 บาท หรือกล่าว
ว่าตีจะได้เงินมากกว่าตี

$$\begin{aligned} 3. \text{ ค่าคาดหวังที่ตีจะได้เงิน} &= \left(7 \times \frac{3}{10}\right) + \left(-x \times \frac{7}{10}\right) \\ 0 &= \frac{21}{10} - \frac{7x}{10} \\ 0 &= 21 - 7x \\ 7x &= 21 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

นั่นคือ ถ้าหยิบได้เป็นแบบอื่นตีต้องจ่ายเงินให้ตี 3 บาท จึงจะไม่มีใครได้เปรียบเสียเปรียบกัน

เฉลยกิจกรรมที่ 3 “ลุ้นเงินล้าน”

เหตุการณ์	ผลตอบแทน (บาท)	ความน่าจะเป็น	ผลตอบแทน × ความน่าจะเป็น
ถูกรางวัลที่ 1	2,999,900	$\frac{1}{1,000,000}$	$2,999,900 \times \frac{1}{1,000,000} = 2.999$
ถูกรางวัลที่ 2	199,900	$\frac{5}{1,000,000}$	$199,900 \times \frac{5}{1,000,000} = 0.9995$
ถูกรางวัลที่ 3	49,900	$\frac{10}{1,000,000}$	$49,900 \times \frac{10}{1,000,000} = 0.499$
ถูกรางวัลที่ 4	29,900	$\frac{50}{1,000,000}$	$29,900 \times \frac{50}{1,000,000} = 1.495$
ถูกรางวัลที่ 5	9,900	$\frac{100}{1,000,000}$	$9,900 \times \frac{100}{1,000,000} = 0.99$
ถูกรางวัลข้างเคียงที่ 1	99,900	$\frac{2}{1,000,000}$	$99,900 \times \frac{2}{1,000,000} = 0.1998$
รางวัลเลขท้าย 3 ตัว	2,900	$\frac{4,000}{1,000,000}$	$2,900 \times \frac{4,000}{1,000,000} = 11.6$
รางวัลเลขท้าย 2 ตัว	1,900	$\frac{5,000}{1,000,000}$	$1,900 \times \frac{5,000}{1,000,000} = 9.5$
ไม่ถูกรางวัลใดเลย	-100	$\frac{990,832}{1,000,000}$	$-100 \times \frac{990,832}{1,000,000} = -99.0832$
ค่าคาดหวังของการซื้อสลากหนึ่งฉบับ เท่ากับ			-70.8009

เนื่องจากค่าคาดหวังเป็นลบ ดังนั้น ถ้าซื้อสลากกินแบ่งรัฐบาลไปเรื่อย ๆ โดยเฉลี่ยผู้ซื้อจะขาดทุนฉบับละ 70.8009 บาท

เฉลยกิจกรรมที่ 4 “ประมูลล้นรับ”

$$\begin{aligned}\text{ค่าคาดหวัง} &= (\text{ผลตอบแทนที่ได้งานและมีกำไร} \times \text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ได้งาน}) \\ &\quad + (\text{ผลตอบแทนที่ไม่ได้งาน} \times \text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ไม่ได้งาน}) \\ &= (400,000 \times 0.6) + (-300,000 \times 0.4) \\ &= 240,000 - 120,000 \\ &= 120,000 \text{ บาท}\end{aligned}$$

เฉลยกิจกรรมที่ 5 “พิชชำนาคิด”

จำนวนถาดที่ขายได้/คืน	จำนวนคืนที่ขายได้	ความน่าจะเป็นที่ขายได้	ความน่าจะเป็นที่ของเหลือ
15	15	$\frac{15}{100} = \frac{3}{20}$	0
16	20	$\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$	$\frac{15}{100} = \frac{3}{20}$
17	40	$\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$	$\frac{35}{100} = \frac{7}{20}$
18	25	$\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$	$\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

ค่าคาดหวัง = (ความน่าจะเป็นที่ขายได้ $\times$ ผลตอบแทนที่ขายได้) + (ความน่าจะเป็นที่ของเหลือ $\times$ ผลตอบแทนที่ของเหลือ)

$$\text{ค่าคาดหวังที่ขายพิชชาได้ 15 ถาด} = \frac{3}{20}(50) + 0 = 7.5$$

$$\text{ค่าคาดหวังที่ขายพิชชาได้ 16 ถาด} = \frac{1}{5}(50) + \frac{3}{20}(-40) = 4$$

$$\text{ค่าคาดหวังที่ขายพิชชาได้ 17 ถาด} = \frac{2}{5}(50) + \frac{7}{20}(-40) = 6$$

$$\text{ค่าคาดหวังที่ขายพิชชาได้ 18 ถาด} = \frac{1}{4}(50) + \frac{3}{4}(-40) = -17.5$$

ดังนั้นเจ้าของร้านควรจะเตรียมพิชชาชนิดนี้เป็นจำนวน 15 ถาด จะทำให้เกิดผลดีกับกิจการของเขา

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยงสำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตอนที่ 1 แบบทดสอบปรนัย

1. เฉลย ข้อ ข $E = \{(\text{ข้าง, เลี้ยว}), (\text{ข้าง, กว้าง}), (\text{เลี้ยว, ข้าง}), (\text{เลี้ยว, กว้าง}), (\text{กว้าง, ข้าง}), (\text{กว้าง, เลี้ยว})\}$
2. เฉลย ข้อ ง ตัวอักษรที่อยู่ระหว่างตัว H กับ M คือ I, J, K และ L
 ดังนั้นไฟที่มีตัวอักษรภาษาอังกฤษที่อยู่ระหว่างตัว H กับ M คือ J ไฟดำ, J ไฟแดง, J ข้าวหลามตัด, J ดอกจิก, K ไฟดำ, K ไฟแดง, K ข้าวหลามตัด และ K ดอกจิก
 ดังนั้น $n(E) = 8$
3. เฉลย ข้อ ง เนื่องจากสีน้ำเงินผสมกับสีแดงจะได้สีม่วง ดังนั้น
 $E = \{(\text{แดง, น้ำเงิน}), (\text{น้ำเงิน, แดง})\}$
4. เฉลย ข้อ ก บัตรคำที่เป็นคำนามได้แก่คำว่า University, Home, Shop และ Temple
 ดังนั้น $E = \{(U, H), (U, S), (U, T), (H, S), (H, T), (S, T)\}$
 ดังนั้น $n(E) = 6$
5. เฉลย ข้อ ก สมมติให้นักเรียนที่ชอบทั้งรายการตีสืบและเกมทศกัณฐ์มี x คน
 ดังนั้นนักเรียนที่ชอบรายการตีสืบอย่างเดียวมี $25 - x$ คน
 ดังนั้นนักเรียนที่ชอบรายการเกมทศกัณฐ์อย่างเดียวมี $20 - x$ คน
 นักเรียนที่ชอบรายการตีสืบหรือเกมทศกัณฐ์มี $(25 - x) + x + (20 - x) = 35$

$$25 - x + x + 20 - x = 35$$

$$45 - x = 35$$

$$x = 10$$
 นักเรียนที่ชอบทั้งรายการตีสืบและทศกัณฐ์มี 10 คน
 ดังนั้น $P(E) = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}$

6. เฉลย ข้อ ค ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดจากการทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง คือ

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),
 (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),
 (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5) และ (6, 6)

$$\therefore n(S) = 36$$

$$\text{คำตอบของสมการ } x^2 - 17x + 48 = -12 \text{ คือ}$$

$$x^2 - 17x + 48 = -12$$

$$x^2 - 17x + 60 = 0$$

$$(x - 5)(x - 12) = 0$$

$$x = 5, 12$$

เหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้มเท่ากับ 5 คือ (1, 4), (2, 3), (3, 2) และ (4, 1)

เหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้มเท่ากับ 12 คือ (6, 6)

$$\text{ดังนั้น } n(E) = 5$$

$$\therefore P(E) = \frac{5}{36}$$

7. เฉลย ข้อ ก ตัวอักษรกลางในพยัญชนะไทยมีอยู่ 9 ตัว และพยัญชนะไทยมีทั้งหมด 44 ตัว

$$\text{ดังนั้น } P(E) = \frac{9}{44}$$

8. เฉลย ข้อ ข $S = \{(ก, ล), (ก, ต), (ก, ด), (ก, น), (ล, ก), (ล, ต), (ล, ด), (ล, น),$

$(ต, ก), (ต, ล), (ต, ด), (ต, น), (ด, ก), (ด, ล), (ด, ต), (ด, น),$

$(น, ก), (น, ล), (น, ต), (น, ด)\}$

$$n(S) = 20$$

$$E = \{(ก, ต), (ก, น), (ต, ก), (ต, น), (น, ก), (น, ต)\}$$

$$n(E) = 6$$

$$\text{ดังนั้น } P(E) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

9. เฉลย ข้อ ง เนื่องจากคะแนนเต็มมีทั้งหมด 18 ส่วน

และผู้เข้าสอบคนที่ 1 ได้คะแนนสอบคิดเป็น = 33.3%

ผู้เข้าสอบคนที่ 2 ได้คะแนนสอบคิดเป็น = 38.8%

ผู้เข้าสอบคนที่ 3 ได้คะแนนสอบเป็นอัตราส่วน = 27.7%

จากผู้เข้าสอบ 3 คน มีคนที่ได้คะแนนเกิน 30% อยู่ 2 คน

$$\text{ดังนั้น } P(E) = \frac{2}{3}$$

10. เฉลย ข้อ ข $P(E_1) = \frac{111}{120} = 0.925$

$$P(E_2) = \frac{81}{90} = 0.9$$

$$P(E_3) = \frac{78}{85} = 0.918$$

$$P(E_4) = \frac{73}{80} = 0.9125$$

ดังนั้นร้านที่ 2 ควรปรับปรุง เพราะว่าค่าความน่าจะเป็นของความพึงพอใจไม่เกิน 0.9

11. เฉลย ข้อ ง คะแนนสอบ 60% ของคะแนนเต็ม คือ $\frac{60}{100} \times 40 = 24$ คะแนน

จากคะแนนสอบของนักเรียน 8 คน มีคนที่สอบผ่านอยู่ 6 คน ได้แก่ คนที่ได้

คะแนน 32 , 28 , 35 , 27 , 30 และ 24

$$\text{ดังนั้น } P(E) = \frac{3}{4}$$

12. เฉลย ข้อ ง ความน่าจะเป็นที่ทองไม่ขึ้นราคา = $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

13. เฉลย ข้อ ก ตัวต่อภาษาอังกฤษมีทั้งหมด 52 ชิ้น เอ็มหิบบอกมาแล้ว 4 ชิ้น

ดังนั้นเหลือตัวต่อภาษาอังกฤษในถุงอีก 48 ชิ้น

ตัวต่อที่จะมาผสมกับตัวต่อที่มีอยู่เป็นคำที่มีคำแปลว่าไต่ คือ ตัวต่อที่มีตัวอักษร

L ซึ่งมีอยู่ในถุง 2 ชิ้น

$$\text{ดังนั้น } P(E) = \frac{2}{48} = \frac{1}{24}$$

14. เฉลย ข้อ ก หมายเลข 1 – 100 ที่หารด้วย 3 ลงตัว มี 33 ตัว

หมายเลข 1 – 100 ที่หารด้วย 4 ลงตัว มี 25 ตัว

หมายเลข 1 – 100 ที่หารด้วย 3 และ 4 ลงตัว ก็คือหมายเลขที่หารด้วย 12 ลงตัว

มี 8 ตัว

ดังนั้น หมายเลข 1 – 100 ที่หารด้วย 3 หรือ 4 ลงตัวมี $33 + 25 - 8 = 50$ ตัว

$$P(E) = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

15. เฉลย ข้อ ค

x	y	x^2y
1	1	1
	2	2
	3	3
	4	4
2	1	4
	2	8
	3	12
	4	16
3	1	9
	2	18
	3	27
	4	36
4	1	16
	2	32
	3	48
	4	64

$$\therefore n(S) = 36$$

เหตุการณ์ x^2y หารด้วย 3 ลงตัวมี 7 แบบ คือ (1, 3), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3),

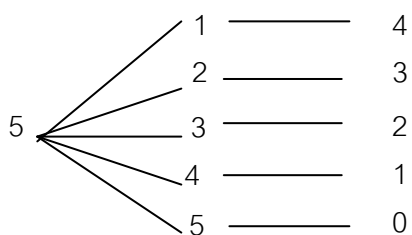
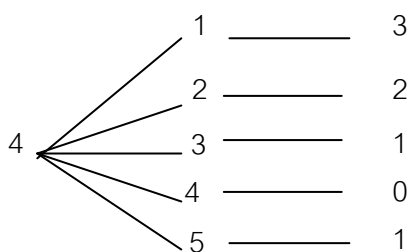
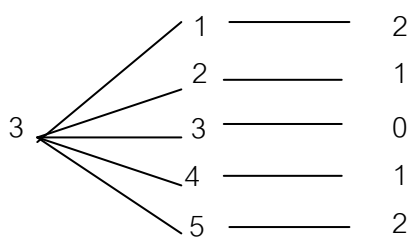
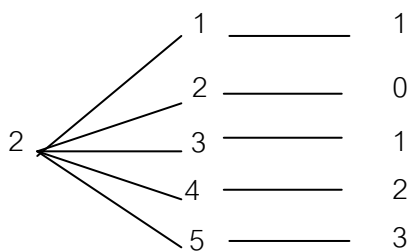
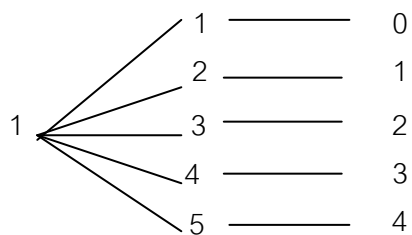
(3, 4), (4, 3)

$$n(E) = 7$$

$$\text{ดังนั้น } P(E) = \frac{7}{36}$$

16. เฉลย ข้อ ค

แมน เทน ผลต่างของตัวเลขทั้งสอง



เหตุการณ์ที่ผลต่างของตัวเลขทั้งสองน้อยกว่า 2 คือ (1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 4) และ (5, 5)

$$\therefore n(E) = 13, \quad n(S) = 25 \quad \text{ดังนั้น} \quad P(E) = \frac{13}{25}$$

17. เฉลย ข้อ ก

$S = \{(6, 6, 6), (6, 6, 8), (6, 6, 10), (6, 8, 6), (6, 8, 8), (6, 8, 10), (6, 10, 6), (6, 10, 8), (6, 10, 10),$
 $(8, 6, 6), (8, 6, 8), (8, 6, 10), (8, 8, 6), (8, 8, 8), (8, 8, 10), (8, 10, 6), (8, 10, 8), (8, 10, 10),$
 $(10, 6, 6), (10, 6, 8), (10, 6, 10), (10, 8, 6), (10, 8, 8), (10, 8, 10), (10, 10, 6), (10, 10, 8),$
 $(10, 10, 10)\}$

$E = \{(6, 8, 10), (6, 10, 8), (8, 6, 10), (8, 10, 6), (10, 6, 8), (10, 8, 6)\}$

$$\therefore n(S) = 27, \quad n(E) = 6$$

$$\text{ดังนั้น } P(E) = \frac{6}{27} = \frac{2}{9}$$

18. เฉลย ข้อ ข

ตัวอักษรที่อยู่ระหว่าง Q และ Z ได้แก่ R, S, T, U, V, W, X และ Y

แต่เนื่องจาก U เป็นสระ ดังนั้นสลาที่เขียนด้วยตัว U มี 2 ใบ

ดังนั้นสลาที่เขียนด้วยตัวอักษรซึ่งอยู่ระหว่าง Q และ Z มี 9 ใบ

$$\text{ดังนั้น } P(E) = \frac{9}{31}$$

19. เฉลย ข้อ ง

เนื่องจากนำกระดาษลิตมัสไปจุ่มสารละลายกรด ดังนั้นกระดาษลิตมัสต้อง
เปลี่ยนเป็นสีแดง

$$P(E_1) = \frac{20}{200} = 0.1$$

$$P(E_2) = \frac{180}{200} = 0.9$$

$$P(E_3) = \frac{8}{200} = 0.04$$

$$P(E_4) = \frac{192}{200} = 0.96$$

ดังนั้นกล่องที่ 4 มีคุณภาพ เพราะว่าค่าความน่าจะเป็นที่กระดาษลิตมัสเปลี่ยน
สีได้ถูกต้องเกิน 0.95

20. เฉลย ข้อ ค

ความน่าจะเป็นที่เหรียญออกก้อยทั้งคู่ เท่ากับ $\frac{1}{4}$

ความน่าจะเป็นที่เหรียญออกเป็นอย่างอื่น เท่ากับ $\frac{3}{4}$

ผลตอบแทนที่เหรียญออกก้อยทั้งคู่ คือ +5

ผลตอบแทนที่เหรียญออกเป็นอย่างอื่น คือ -3

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น ค่าคาดหวังที่อาร์จะได้เงิน} &= \left(5 \times \frac{1}{4}\right) + \left(-3 \times \frac{3}{4}\right) \\ &= \frac{5}{4} - \frac{9}{4} \\ &= -1\end{aligned}$$

ดังนั้น อาร์จะเสียเปรียบครั้งละ 1 บาท

ตอนที่ 2 แบบทดสอบอัตนัย

1. เฉลย $\frac{3}{10}$

ให้ x คือจำนวนหมู และ y คือจำนวนเป็ด

จากโจทย์เราเขียนในรูปสมการได้ดังนี้ $4x + 2y = 48$

$$\text{นั่นคือ} \quad y = 24 - 2x$$

ถ้า $x = 1$ จะได้ $y = 22$ ถ้า $x = 6$ จะได้ $y = 12$

ถ้า $x = 2$ จะได้ $y = 20$ ถ้า $x = 7$ จะได้ $y = 10$

ถ้า $x = 3$ จะได้ $y = 18$ ถ้า $x = 8$ จะได้ $y = 8$

ถ้า $x = 4$ จะได้ $y = 16$ ถ้า $x = 9$ จะได้ $y = 6$

ถ้า $x = 5$ จะได้ $y = 14$ ถ้า $x = 10$ จะได้ $y = 4$

ถ้า $x = 11$ จะได้ $y = 2$

เนื่องจากโจทย์กำหนดให้ว่าแต่ละครอบครัวเลี้ยงสัตว์ทั้งสองชนิดไม่เท่ากันดังนั้น เหตุการณ์

(8,8) ใช้ไม่ได้

ดังนั้นผลลัพธ์ทั้งหมดคือ (1, 22), (2, 20), (3, 18), (4, 16), (5, 14), (6, 12), (7, 10),

(9, 6), (10, 4) และ (11, 2)

เหตุการณ์ที่ครอบครัวนั้นเลี้ยงสัตว์ทั้งสองชนิดเป็นจำนวนที่หารด้วย 3 ลงตัว

คือ $(3, 18), (6, 12)$ และ $(9, 6)$

$$\therefore n(E) = 3, n(S) = 10$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนั้นเลี้ยงสัตว์ทั้งสองชนิดเป็นจำนวนที่หารด้วย 3 ลงตัว

$$\text{เท่ากับ } \frac{3}{10}$$

2. เฉลย $\frac{3}{5}$

ให้แม่ซื้อขนมปังไส้เผือกมา x ลูก และซื้อขนมปังไส้ใบเตยมา y ลูก

$$\text{สมการจำนวนลูกของขนมปังทั้งหมด คือ } x + y = 25 \quad \text{————— (1)}$$

$$\text{สมการจำนวนเงินที่ซื้อขนมปังมา คือ } 8x + 10y = 220 \quad \text{————— (2)}$$

นำ 10 คูณสมการที่ 1 จะได้

$$10x + 10y = 250 \quad \text{————— (3)}$$

นำ (3) – (2) จะได้

$$2x = 30$$

$$x = 15$$

นั่นคือแม่ซื้อขนมปังไส้เผือกมา 15 ชิ้น

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ลูกสุ่มหยิบขนมปังมา 1 ชิ้นแล้วได้ขนมปังไส้เผือกเท่ากับ $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$

3. เฉลย $\frac{9}{25}$

$S = \{(\text{มะนาว}, \text{มะนาว}), (\text{มะนาว}, \text{น้ำปลา}), (\text{มะนาว}, \text{ฝรั่ง}), (\text{มะนาว}, \text{น้ำส้ม}), (\text{มะนาว}, \text{มะขาม}),$
 $(\text{น้ำปลา}, \text{มะนาว}), (\text{น้ำปลา}, \text{น้ำปลา}), (\text{น้ำปลา}, \text{ฝรั่ง}), (\text{น้ำปลา}, \text{น้ำส้ม}), (\text{น้ำปลา}, \text{มะขาม}),$
 $(\text{ฝรั่ง}, \text{มะนาว}), (\text{ฝรั่ง}, \text{น้ำปลา}), (\text{ฝรั่ง}, \text{ฝรั่ง}), (\text{ฝรั่ง}, \text{น้ำส้ม}), (\text{ฝรั่ง}, \text{มะขาม}),$
 $(\text{น้ำส้ม}, \text{มะนาว}), (\text{น้ำส้ม}, \text{น้ำปลา}), (\text{น้ำส้ม}, \text{ฝรั่ง}), (\text{น้ำส้ม}, \text{น้ำส้ม}), (\text{น้ำส้ม}, \text{มะขาม}),$
 $(\text{มะขาม}, \text{มะนาว}), (\text{มะขาม}, \text{น้ำปลา}), (\text{มะขาม}, \text{ฝรั่ง}), (\text{มะขาม}, \text{น้ำส้ม}), (\text{มะขาม}, \text{มะขาม})\}$

$E = \{(\text{มะนาว}, \text{มะนาว}), (\text{มะนาว}, \text{น้ำส้ม}), (\text{มะนาว}, \text{มะขาม}),$
 $(\text{น้ำส้ม}, \text{มะนาว}), (\text{น้ำส้ม}, \text{น้ำส้ม}), (\text{น้ำส้ม}, \text{มะขาม}),$
 $(\text{มะขาม}, \text{มะนาว}), (\text{มะขาม}, \text{น้ำส้ม}), (\text{มะขาม}, \text{มะขาม})\}$

$$\therefore n(E) = 9, n(S) = 25$$

$$\text{ดังนั้น } P(E) = \frac{9}{25}$$

4. เฉลย ผู้เล่นเสียเปรียบครั้งละ 1.25 บาท

$$S = \{(\text{ถ}, \text{ถ}, \text{ถ}), (\text{ถ}, \text{ถ}, \text{ม}), (\text{ถ}, \text{ม}, \text{ถ}), (\text{ถ}, \text{ม}, \text{ม}), (\text{ม}, \text{ถ}, \text{ถ}), (\text{ม}, \text{ถ}, \text{ม}), (\text{ม}, \text{ม}, \text{ถ}), (\text{ม}, \text{ม}, \text{ม})\}$$

$$\text{ความน่าจะเป็นที่จะได้ตุ๊กตาตัวใหญ่} = \frac{1}{8}$$

$$\text{ความน่าจะเป็นที่จะได้ตุ๊กตาตัวเล็ก} = \frac{3}{8}$$

$$\text{ความน่าจะเป็นที่จะไม่ได้รางวัลเลย} = \frac{4}{8}$$

ไม่ว่าจะได้รางวัลใดก็ตามหรือไม่ได้รางวัลเลยจะต้องเสียเงินค่าบัตรเป็นเงิน 20 บาทเสมอ

ดังนั้น ผลตอบแทนที่จะได้ตุ๊กตาตัวใหญ่ เท่ากับ 40 บาท

ผลตอบแทนที่จะได้ตุ๊กตาตัวเล็ก เท่ากับ 10 บาท

ผลตอบแทนที่จะไม่ได้รางวัลเลย เท่ากับ -20 บาท

การซื้อบัตร 1 ใบ ค่าคาดหวังที่บอยจะได้รางวัล เป็นดังนี้

$$\begin{aligned} \text{ค่าคาดหวัง} &= \left(40 \times \frac{1}{8}\right) + \left(10 \times \frac{3}{8}\right) + \left(-20 \times \frac{4}{8}\right) \\ &= \frac{40}{8} + \frac{30}{8} - \frac{80}{8} \\ &= \frac{10}{8} \\ &= -1.25 \end{aligned}$$

เนื่องจากค่าคาดหวังเป็นลบ ดังนั้นโดยเฉลี่ยผู้เล่นเสียเปรียบครั้งละ 1.25 บาท

ภาคผนวก จ
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ ที่ให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหาและความเหมาะสมของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ และความเหมาะสมของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นที่เน้นการเชื่อมโยง มีดังนี้

1. รองศาสตราจารย์ยงยุทธ ธัญญฤติ

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชุตินรวัน เพ็ญพิยร

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

3. อาจารย์วิศิษฐ์ จรัสวัฒนาพรรค

หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสันติราษฎร์วิทยาลัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ สกุล	แก้วตา เลาบุตร
วันเดือนปีเกิด	24 พฤศจิกายน 2525
สถานที่เกิด	อำเภอสามพราน จังหวัดนครปฐม
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	81 หมู่ 8 ตำบลตลาดจินดา อำเภอสามพราน จังหวัดนครปฐม 73110
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2543	มัธยมศึกษาตอนปลาย จาก โรงเรียนนาครประสิทธิ์ จังหวัดนครปฐม
พ.ศ. 2547	ศึกษาศาสตร์ วิชาเอกคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2550	การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ