

ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดที่มีต่อความสามารถในการ  
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ปริญญานิพนธ์  
ของ  
มะลิวรรณ ผ่องราษี

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและสถิติทางการศึกษา

ตุลาคม 2549

ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดที่มีต่อความสามารถในการ  
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ปริญญานิพนธ์  
ของ  
มะลิวรรณ ผ่องราษี

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและสถิติทางการศึกษา

ตุลาคม 2549

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดที่มีต่อความสามารถในการ  
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

บทคัดย่อ  
ของ  
มะลิวรรณ ผ่องราษี

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและสถิติทางการศึกษา

ตุลาคม 2549

มะลิวรรณ ผ่องราษี. (2549). ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดที่มีต่อ  
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.  
ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม :  
รองศาสตราจารย์ชูศรี วงศ์รัตน์, รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด กลุ่มทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนโคกสะอาดวิทยาคม สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 1 ประจำภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 33 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบแบ่งกลุ่ม (Cluster random sampling) จาก 3 ห้องเรียน โดยระยะเวลาในการทดลองจำนวน 6 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 3 วัน วันละ 1 ชั่วโมง รวม 18 ชั่วโมง ใช้แบบแผนการทดลอง แบบ one – group pretest – posttest design

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.99 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ การทดสอบค่าที (t – test for dependent Samples)

ผลการศึกษาพบว่า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด มีพัฒนาการสูงขึ้นจากระดับที่ 1 ถึงระดับที่ 4 ซึ่งพิจารณาจากผลการทำใบงานและแบบฝึกหัด
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ภายหลังการทดลองของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ

THE EFFECT OF USING LEARNING ACTIVITIES WITH COMMUNICATIVE  
APPROACH ON MATHEMATICS PROBLEM SOLVING ABILITY FOR  
MATHAYOMSUKSA III STUDENTS

AN ABSTRACT  
BY  
MALIWARN PONGRASEE

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Master of Educational Research and Statistics  
at Srinakarinwirot University

October 2006

Maliwarn Pongrasee. (2006). *The Effect of Using Learning with Communicative Approach on Mathematical Problem Solving Ability for Mathayomsuksa III Students*. Master thesis, M.Ed.(Educational Research and Statistics). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee : Assoc. Prof. Chusri Wongrattana, Assoc. Prof. Nipa Sripairot.

The purposes of this quasi experimental research was to develop the ability in mathematics problem solving of Mathayom Suksa III students using learning activities with communicative approach. The samples was 33 students in Mathayom Suksa III at Koksa – arkvittayakom school in Sisaket Educational Area 1, during second semester of academic year 2006. The cluster random sampling was used to get an experimental classroom. The one – group pretest – posttest design. This experiment was carried out for six weeks, three days a week, and an hours each day.

The instruments used for this research was mathematics problem solving test. The data was analyzed by t – test for dependent samples.

The results revealed that :

1. The ability in mathematics problem solving of students using learning activities with communicative approach are more developed from stage I to stage IV
2. Students in experimental group have higher ability in mathematics problem solving after using learning activities with communicative approach technique statistical significant at .01 level

ปริญญานิพนธ์  
เรื่อง  
ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดที่มีต่อความสามารถในการ  
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ของ  
มะลิวรรณ ผ่องราษี

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและสถิติทางการศึกษา  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เพ็ญศิริ จีระเดชากุล)  
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. 2549

..... ประธานควบคุมปริญญานิพนธ์  
(รองศาสตราจารย์ชูศรี วงศ์รัตน์)

..... กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์  
(รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.องอาจ นัยพัฒน์)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม  
(อาจารย์ชวลิต รวยอาจิณ)

## ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี ด้วยความอนุเคราะห์จากรองศาสตราจารย์ชูศรี วงศ์รัตนะ ประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์ กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ที่ได้กรุณาให้ความรู้ คำแนะนำ ข้อคิดเห็นและช่วยแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ในการทำปริญญานิพนธ์ด้วยความเอาใจใส่เสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้ง และขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ ดร. ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ, อาจารย์สมคิด ไจมนต์ และอาจารย์ชिरา ลำदनหอม ที่ได้ให้ความกรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือ แนะนำให้ข้อคิดและแก้ไขข้อบกพร่องอันเป็นประโยชน์ต่อการปรับปรุงแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

ขอขอบคุณ ผู้อำนวยการ ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และนักเรียนโรงเรียนโคกสะอาดวิทยาคม ปีการศึกษา 2549 ที่ให้ความร่วมมือและอำนวยความสะดวกในการทดลองใช้เครื่องมือ และทำการทดลองเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ รวมถึงความช่วยเหลือเป็นกำลังใจจากพี่ ๆ น้อง และเพื่อน ๆ นิสิตสาขาการวิจัยและสถิติทางการศึกษา ตลอดจนผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องทุกท่านที่ทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จ ลุล่วงไปได้ด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้ด้วย

ท้ายสุดนี้ผู้วิจัยขอโน้มรำลึกถึงพระคุณของบิดา มารดา ครู อาจารย์และผู้มีพระคุณทุกท่านที่อบรมสั่งสอน ตลอดจนกำลังใจ ความรัก ความห่วงใย จนทำให้ผู้วิจัยทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ตามวัตถุประสงค์ และประสบความสำเร็จในที่สุด คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ขอมอบเป็นเกียรติแด่ บิดา มารดา และผู้มีส่วนเกี่ยวข้องทุกท่านที่ได้กล่าวมาแล้ว

มะลิวรรณ ผ่องราษี



## สารบัญ

| บทที่                                                                      | หน้า     |
|----------------------------------------------------------------------------|----------|
| <b>1 บทนำ .....</b>                                                        | <b>1</b> |
| ภูมิหลัง.....                                                              | 1        |
| ความมุ่งหมายของการวิจัย.....                                               | 4        |
| ความสำคัญของการวิจัย.....                                                  | 4        |
| ขอบเขตของการวิจัย.....                                                     | 4        |
| ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....                               | 4        |
| ตัวแปรที่ศึกษา.....                                                        | 5        |
| นิยามศัพท์เฉพาะ.....                                                       | 5        |
| สมมุติฐานของการวิจัย.....                                                  | 7        |
| <b>2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....</b>                               | <b>8</b> |
| เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์.....    | 9        |
| ความหมายของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....                               | 9        |
| ความสำคัญของการสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์.....                         | 9        |
| การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....                   | 11       |
| การส่งเสริมการสื่อสารในการเรียนคณิตศาสตร์.....                             | 16       |
| การสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์.....                                     | 18       |
| ประโยชน์ของการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิด.....               | 18       |
| การสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์โดยการเขียน.....                             | 19       |
| การพัฒนาทักษะในการสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์.....                         | 20       |
| การเรียนแบบร่วมมือกับการสอนคณิตศาสตร์.....                                 | 20       |
| การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด.....                         | 22       |
| งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....                                                 | 23       |
| เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์..... | 26       |
| ความหมายของปัญหาและการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....                              | 26       |
| ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์.....                                              | 27       |
| ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....                                     | 29       |
| องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....                | 30       |
| ขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....                                        | 32       |

## สารบัญ (ต่อ)

| บทที่                                                               | หน้า       |
|---------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>2 (ต่อ)</b>                                                      |            |
| การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์..... | 35         |
| ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา.....                                          | 37         |
| แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....                | 39         |
| งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....                                          | 42         |
| <b>3 วิธีดำเนินการวิจัย.....</b>                                    | <b>45</b>  |
| การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง.....                           | 45         |
| ประชากรที่ใช้ในการวิจัย.....                                        | 45         |
| การกำหนดกลุ่มตัวอย่าง.....                                          | 45         |
| เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....                                     | 46         |
| การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....                  | 46         |
| วิธีดำเนินการทดลอง.....                                             | 76         |
| การจัดกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล.....                                  | 86         |
| สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....                                | 87         |
| <b>4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....</b>                                  | <b>90</b>  |
| สัญลักษณ์.....                                                      | 90         |
| ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....                                           | 91         |
| <b>5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....</b>                        | <b>107</b> |
| สังเขปความมุ่งหมาย สมมติฐาน และขั้นตอนการวิจัย.....                 | 107        |
| สรุปผลการศึกษาค้นคว้า.....                                          | 110        |
| การอภิปรายผล.....                                                   | 111        |
| ข้อเสนอแนะ.....                                                     | 114        |
| บรรณานุกรม.....                                                     | 116        |
| ภาคผนวก.....                                                        | 124        |

## สารบัญ (ต่อ)

| บทที่                                                  | หน้า |
|--------------------------------------------------------|------|
| ภาคผนวก (ต่อ)                                          |      |
| ภาคผนวก ก คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า..... | 125  |
| ภาคผนวก ข ข้อมูลการทดลอง.....                          | 131  |
| ภาคผนวก ค เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....       | 141  |
| ภาคผนวก ง รายนามผู้เชี่ยวชาญ.....                      | 215  |
| ประวัติย่อผู้วิจัย.....                                | 217  |

## บัญชีตาราง

| ตาราง |                                                                                                                                                                            | หน้า |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 1     | มาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง.....                                                                                                          | 47   |
| 2     | การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดตั้งแต่ระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4.....                                                                                            | 79   |
| 3     | ผลการวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างกิจกรรมการเรียนรู้ สภาพที่เป็นจริง<br>การสะท้อนผลการจัดกิจกรรม ปัญหาอุปสรรค และแนวทางแก้ไข ในระยะ<br>ที่ 1 ถึง ระยะที่ 4.....             | 91   |
| 4     | ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่จัดการ<br>เรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด จากใบงาน.....                                                    | 99   |
| 5     | ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่จัดการ<br>เรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด จากแบบฝึกหัด.....                                                | 101  |
| 6     | คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จำแนกตามขั้นตอนการ<br>แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอนของ สสวท. ....                                                               | 103  |
| 7     | ค่าเฉลี่ยและค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความสามารถในการ<br>แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลอง.....                                                                         | 106  |
| 8     | ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่ม<br>ที่จัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดก่อนและหลังการทดลอง. ....                                | 106  |
| 9     | ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการ<br>แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังทดลอง จำนวน 16 ข้อ.....                                                           | 126  |
| 10    | ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการ<br>แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระหว่างทดลอง.....                                                                            | 127  |
| 11    | ผลการวิเคราะห์ค่าความยากง่าย ( $P_E$ ) และค่าความเชื่อมั่นของการวิเคราะห์<br>ข้อสอบรายข้อแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์<br>ก่อนและหลังทดลองจำนวน 16 ข้อ..... | 128  |
| 12    | ผลการวิเคราะห์ค่าความยากง่าย ( $P_E$ ) และค่าความเชื่อมั่นของการวิเคราะห์<br>ข้อสอบรายข้อ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์<br>ระหว่างทดลอง จำนวน 8 ข้อ.....    | 129  |

## บัญชีตาราง (ต่อ)

| ตาราง                                                                                                                                                         | หน้า |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 13 ผลการวิเคราะห์ความเชื่อมั่น ( $r_{xy}$ ) ของการตรวจให้คะแนนจากผู้ตรวจให้คะแนน<br>2 คน ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์<br>ระหว่างทดลอง..... | 130  |
| 14 คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....                                                                                                     | 132  |
| 15 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนทดลอง ระหว่างทดลอง<br>และหลังทดลองของกลุ่มทดลอง.....                                                             | 133  |
| 16 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนทดลองและหลังการ<br>ทดลองของ กลุ่มทดลอง.....                                                                      | 135  |
| 17 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากไปงาน.....                                                                                                        | 137  |
| 18 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากแบบฝึกหัด.....                                                                                                    | 139  |

## บัญชีภาพประกอบ

### ภาพประกอบ

### หน้า

|   |                                                                                                                                               |     |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1 | การสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....                                                                                     | 65  |
| 2 | กราฟแสดงแนวโน้มความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้<br>การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดจากไปงาน.....               | 100 |
| 3 | กราฟแสดงแนวโน้มความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้<br>การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดจากแบบฝึกหัด.....           | 102 |
| 4 | กราฟแสดงแนวโน้มความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้<br>การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดจากกระยะที่ 1 ถึงกระยะที่ 4 | 104 |
| 5 | กราฟเส้นแสดงแนวโน้มความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน<br>ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดตามขั้นตอนของ สสวท.        | 105 |

## บทที่ 1

### บทนำ

#### ภูมิหลัง

จากสภาพการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในด้านเศรษฐกิจ สังคม วัฒนธรรม การเมือง การปกครอง ตลอดจนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ระบบการศึกษาจึงเป็นเครื่องมือพื้นฐานที่สำคัญในการดำรงชีวิตอยู่ภายใต้เงื่อนไขแห่งการเปลี่ยนแปลง ซึ่งแผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติฉบับที่ 8 (พ.ศ. 2540 – 2544) ได้มุ่งเน้นการพัฒนาคนและคุณภาพของคนให้เป็นผู้มีความรู้ความสามารถในการทำงานและการอยู่ร่วมกัน (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2540 : 1 – 2) ซึ่งสิ่งเหล่านี้ควรปลูกฝังให้เกิดกับผู้เรียน วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาแขนงหนึ่งที่มีความสำคัญในการจัดการศึกษาเพื่อพัฒนาคนเข้าสู่สังคมใหม่ในยุคโลกาภิวัตน์ เพราะคณิตศาสตร์จะเป็นเครื่องมือสำคัญอันจะนำมาซึ่งความรู้หรือศิลปะวิทยาการทุกแขนงไม่ว่าจะเป็น วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ หรือสังคมศาสตร์ก็ตาม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังมีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของคนเราตลอดเกือบทุกขณะของการดำรงชีวิต (วรรณิ์ โสมประยูร. 2541 : 1)

จากความสำคัญดังกล่าว กระทรวงศึกษาธิการจึงได้จัดให้มีการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้น โดยที่หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) มุ่งเน้นกระบวนการทางด้านความคิดและการปฏิบัติ โดยมีจุดมุ่งหมายให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ สามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันและใช้เป็นพื้นฐานของการศึกษาต่อได้ (กรมวิชาการ. 2535 : 40) แต่ในช่วงทศวรรษที่ผ่านมาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ยังไม่บรรลุผลสำเร็จตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตร ดังจะเห็นได้จากรายงานการประเมินคุณภาพทางการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่ผ่านมา โดยกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการได้ทำการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลปรากฏว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำ โดยได้คะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม กล่าวคือ การทดสอบในปี พ.ศ. 2531, 2533, 2535 และ 2536 ได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 40.793, 39.976, 42.416 และ 43.123 ตามลำดับ (สมชาย วรภิเกษมสกุล. 2540 : 5 – 6 ; อ้างอิงจากกรมวิชาการ. 2538. รายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2536 หน้า 36) และการทดสอบในปี พ.ศ. 2540 ได้คะแนนเฉลี่ยเพียง ร้อยละ 36.9 ซึ่งสอดคล้องกับการประเมินผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยสมาคมนานาชาติ ครั้งที่ 3 (วิจัยข้า) หรือ โครงการ TIMSS – R ซึ่งดำเนินการในปี พ.ศ. 2542 เฉพาะนักเรียนเกรด 8 โดยแบ่งการศึกษาความสามารถในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ออกเป็น 5 ด้าน ได้แก่ เศษส่วนและความรู้เชิงจำนวน การวัด การนำเสนอข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น เรขาคณิตและพีชคณิต พบว่า คะแนนรวมของนักเรียนไทยอยู่ในอันดับที่ 27 และมีคะแนนต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยรวมของประเทศต่างๆ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2544 : 4 – 7) และเมื่อพิจารณาความสามารถในเนื้อหาด้านการวัดซึ่งมีเรื่องพื้นที่ผิวและ

ปริมาตรรวมอยู่ด้วย พบว่า คะแนนทดสอบของเด็กไทยยังคงต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยรวมของประเทศอื่นๆ (Mullis and others. 2000 : 341) เมื่อวิเคราะห์รายละเอียด พบว่าสมรรถภาพที่เป็นปัญหาในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ทั้งในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา คือทักษะการแก้โจทย์ปัญหา (กรมวิชาการ. 2538 : 24 )

จากสภาพปัญหาดังกล่าว การจัดการเรียนการสอนจำเป็นต้องมีการเปลี่ยนแปลงไป เพื่อนำไปสู่การพัฒนาให้นักเรียนให้มีความก้าวหน้าในผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่เกิดจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งประกอบด้วย การปฏิบัติจริง การร่วมมือในการทำงาน การคิด การแก้ปัญหา รวมทั้งทักษะ และคุณลักษณะอื่น ๆ ที่จำเป็นต่อการพัฒนา ซึ่งสอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้นำเสนอการพัฒนาการเรียนรู้อุทิศสู่สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ในคู่มือการจัดการเรียนรู้อุทิศสู่สาระคณิตศาสตร์ พุทธศักราช 2544 โดยการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์อันเป็นมาตรฐานการเรียนรู้ ซึ่งสถานศึกษาต้องจัดให้ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและเพียงพอ ประกอบด้วย 5 มาตรฐานการเรียนรู้ ได้แก่ (1) การแก้ปัญหา (2) การให้เหตุผล (3) การสื่อสารและการสื่อความหมาย (4) การเชื่อมโยง และ (5) การนำเสนอ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2544 : 7)

สภาครูคณิตศาสตร์ แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (ปานทอง กุลนาถศิริ. 2543 : 19 ; อ้างอิงจาก NCTM 1989) ได้เสนอมาตรฐานการเรียนรู้ ด้านการสื่อสาร (Communication) ในการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ใช้การสื่อสาร เพื่อพัฒนาความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ นักเรียนทุกคนสามารถ

1. จัดระเบียบทางความคิดและเพิ่มพูนความรู้ ความคิดทางคณิตศาสตร์ให้ดีขึ้น
2. แสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องแม่นยำ ชัดเจน แก่เพื่อน ๆ ครูและบุคคลอื่น
3. ขยายความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปช่วยในการพิจารณาปัญหาวิธีต่าง ๆ ได้
4. สามารถที่จะใช้ภาษาคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความหมายที่ชัดเจน ถูกต้องรัดกุม

ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางในการจัดสาระการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของ สสวท.

(สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2544 : 2) กล่าวว่าเมื่อผู้เรียนจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน 12 ปี แล้วผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิต ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น การที่ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้อุทิศสู่คณิตศาสตร์อย่างมีคุณภาพนั้น จะต้องมีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะ กระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยม

ดังนั้นการเรียนรู้อุทิศสู่คณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิดน่าจะเป็นทักษะที่เหมาะสมและช่วยส่งเสริมผู้เรียนให้มีทักษะการแก้โจทย์ปัญหาได้ดีขึ้น



การเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิด ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นจะเน้นวิธีการให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน ด้วยเหตุผลสำคัญที่ว่าเพื่อนที่อยู่ในวัยเดียวกันย่อมมีภาษาที่ใช้ในการสื่อความหมายให้เกิดความเข้าใจได้ดีกว่าครูที่อยู่ในวัยที่แตกต่างกัน

(สมชาย วรกิจเกษมสกุล. 2540 : 9 ; อ้างอิงจาก Allen. 1986 : 371) เพื่อสนับสนุนการพัฒนาความรู้ความสามารถในการเป็นผู้มีทักษะการแก้ปัญหาและถ่ายทอดความคิดของตนเองให้กับผู้อื่น เป็นการแสดงแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูด การเขียน การแสดงด้วย ภาพ ศัพท์ สัญลักษณ์ ในการนำเสนอแนวความคิด อธิบายความสัมพันธ์ และจำลองสถานการณ์ โดยครูผู้สอนเป็นผู้กระตุ้นโดยใช้คำถามนำแล้วให้ผู้เรียนอธิบายแนวความคิดของตนให้ครูและเพื่อน ๆ มีส่วนร่วมในการอภิปรายแนวความคิดนั้น ซึ่งจะก่อให้เกิดปฏิสัมพันธ์แลกเปลี่ยนแนวความคิดกันและกัน ดังนั้น จึงเป็นหน้าที่ครูผู้สอนที่จะต้องสร้างบรรยากาศที่เอื้ออำนวยให้ผู้เรียนสื่อสารแนวความคิดและรับฟังความคิดของคนอื่น ๆ รวมทั้งการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พูดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์เพื่อให้เกิดการเรียนรู้โดยการพูด การอภิปรายจะทำให้ครูผู้สอนรู้ว่าผู้เรียนคิดอย่างไร มีความรู้อะไรที่เกิดขึ้นระหว่างกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน จะทำให้ผู้สอนรู้ข้อบกพร่องและสามารถแก้ไขความเข้าใจ ความคิดรวบยอดที่คลาดเคลื่อนให้ถูกต้อง ชัดเจนมากยิ่งขึ้น

จากความสำคัญและเหตุผลดังกล่าวทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนโคกสะอาดวิทยาคม อำเภอโนนคูณ จังหวัดศรีสะเกษ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 1 เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้สูงขึ้น

## ความมุ่งหมายของการวิจัยของ

1. เพื่อศึกษาพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดก่อนและหลังการทดลอง

## ความสำคัญของการวิจัย

ผลการศึกษาครั้งนี้ จะทำให้ทราบถึง

1. เป็นแนวทางให้ทราบถึงผลของการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. สามารถนำผลที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าไปพัฒนาและปรับปรุงแก้ไขการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับสภาพการเรียนรู้ในปัจจุบัน
3. เพื่อช่วยครูผู้สอนให้มีแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อเพิ่มความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
4. เพื่อพัฒนาทักษะการสื่อสารของผู้เรียนในการถ่ายทอดความรู้ ความคิดของตนเอง ให้ผู้อื่นเข้าใจอย่างชัดเจนอีกทั้งเป็นการส่งเสริมทักษะทางสังคมของผู้เรียนให้สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นในสังคมได้อย่างมีความสุข

## ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการค้นคว้าครั้งนี้

### ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้เป็นนักเรียนที่กำลังเรียนอยู่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนโคกสะอาดวิทยาคม อำเภอโนนคูณ จังหวัดศรีสะเกษ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 3 ห้อง ซึ่งมีจำนวน 94 คน

### กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้เป็นนักเรียนที่กำลังเรียนอยู่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนโคกสะอาดวิทยาคม อำเภอโนนคูณ จังหวัดศรีสะเกษ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 1 ห้อง มีนักเรียน 33 คน ได้มาจากการสุ่มแบบแบ่งกลุ่ม (Cluster Random Sampling) ซึ่งการจัดห้องเรียนเป็นแบบละความสามารถ มีทั้งนักเรียนที่มีความสามารถระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเดียวกัน

## ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรจัดกระทำ ได้แก่ การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด
2. ตัวแปรตาม ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

## ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษา

การศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2549  
ทำการทดลองเป็นเวลา 6 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 3 วัน วันละ 1 คาบ คาบละ 60 นาที รวม 18 คาบ

## เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง คือเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3  
ซึ่งมีเนื้อหาดังนี้

1. พื้นที่ผิวและปริมาตรของพีระมิด เป็นเนื้อหาที่ใช้จัดการเรียนรู้ในระยะที่ 1
2. พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกระบอก เป็นเนื้อหาที่ใช้จัดการเรียนรู้ในระยะที่ 2
3. พื้นที่ผิวและปริมาตรของกรวย เป็นเนื้อหาที่ใช้จัดการเรียนรู้ในระยะที่ 3
4. พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกลม เป็นเนื้อหาที่ใช้จัดการเรียนรู้ในระยะที่ 4

## นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการแสดงแนวคิดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้กระบวนการทางสมอง ประสพการณ์ เพื่อตัดสินใจว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา ซึ่งวัดจากความสามารถใน 4 ด้านดังนี้

1.1 ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา หมายถึง ความสามารถในการแปลความหมายของปัญหา พิจารณาว่าอะไรคือสิ่งที่ไม่รู้ ปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง คำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่าง ๆ เช่น การเขียนรูป เขียนแผนภูมิ การเขียนสาระด้วยถ้อยคำของตนเอง

1.2 ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใด จะแก้ปัญหายังไง ปัญหาที่มีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้มาก่อนหรือไม่ และพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในปัญหา ผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่ แล้วกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

1.3 ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการ

ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้โดยเริ่มตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผนเพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจนและแสดงเหตุผลในการคิดแล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่

1.4 ความสามารถในการตรวจสอบผล หมายถึง ความสามารถในการตรวจสอบผลที่ได้ในและขั้นตอนว่าถูกต้องหรือ มีวิธีการแก้ปัญหาและมีวิธีการอื่นอีกหรือไม่ ซึ่งวัดได้โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

**2. การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์** หมายถึง การจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยเน้นให้นักเรียนใช้ทักษะการสื่อสาร การฟัง การอ่าน การอภิปราย หรือการพูด และการเขียน ในการสื่อสารโต้ตอบระหว่างครูกับผู้เรียนและระหว่างผู้เรียนด้วยกันเอง เพื่อถ่ายทอดความคิด ความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ โดยในการสร้างและพัฒนาารูปแบบการสอนครั้งนี้ผู้วิจัยจัดการเรียนรู้เป็น 5 ขั้นตอนดังนี้

2.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นขั้นที่สร้างความสนใจในการแก้ปัญหา โดยเพิ่มเติมความรู้ใหม่หรือทบทวนความรู้เดิมของนักเรียน จากกิจกรรมที่สอดแทรกให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการสื่อสาร เช่น การพูดอภิปราย การเล่นเกม เป็นต้น ซึ่งในขั้นนี้มีการบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบเพื่อเป็นแนวทางในการเรียนรู้ของตนเอง

2.2 ขั้นการเรียนรู้ เป็นขั้นที่เน้นให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการนำเสนอปัญหาให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายแสดงแนวคิดโดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนแสดงแนวคิด นักเรียนศึกษาความคิดรวบยอดจากใบความรู้ ฝึกการสื่อสารแนวความคิดของตนให้ผู้อื่นทราบโดยการร่วมกันทำใบงาน และฝึกการสื่อสารการเขียนด้วยการสรุปความรู้ของกลุ่มและของตนเองในแบบจดบันทึก นำเสนอผลงานของกลุ่ม โดยนำเสนอในลักษณะผลัดเปลี่ยนหมุนเวียน

2.3 ขั้นฝึกปฏิบัติเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ เป็นขั้นที่นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติเพื่อตรวจสอบความเข้าใจในเนื้อหาวิชาที่เรียนด้วยกิจกรรมการทำแบบฝึกหัดรายบุคคล กิจกรรมรายคู่ ในแต่ละครั้งจะฝึกปฏิบัติเพียงหนึ่งกิจกรรมขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของเนื้อหา โดยแต่ละกิจกรรมเป็นแบบฝึกหัดที่ครูจัดเตรียมไว้

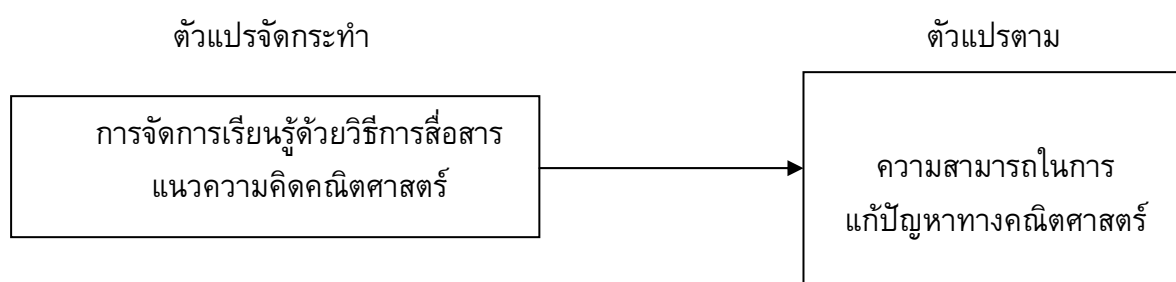
2.4 ขั้นสรุปบทเรียน เป็นขั้นสรุปผลการแก้ปัญหาและครูอภิปรายเพิ่มเติมถึงความรู้ที่ได้รับหลังการร่วมกิจกรรม แล้วนักเรียนสรุปด้วยตนเองเขียนลงในแบบจดบันทึก

2.5 ขั้นประเมินผลการเรียนการสอน การประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน ด้วยการสังเกตการร่วมกิจกรรมหรือการซักถามของนักเรียน การตรวจความถูกต้องของใบงาน แบบฝึกหัด แบบจดบันทึก

**3. พัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเมื่อได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดเปรียบเทียบจากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 ค่าเฉลี่ยของคะแนนมีแนวโน้มสูงขึ้นอย่างต่อเนื่อง

**4. ผู้เชี่ยวชาญ** หมายถึง ผู้ที่มีประสบการณ์ในหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มาไม่น้อยกว่า 3 ปี

### กรอบแนวคิดในการวิจัย



### สมมติฐานของการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดมีพัฒนาการสูงขึ้นจากระยะที่ 1 ถึง ระยะที่ 4
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้

#### 1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยวิธีการสื่อสารแนวความคิด

- 1.1 ความหมายของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 1.2 ความสำคัญของการสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์
- 1.3 การเรียนรู้ที่ใช้ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 1.4 การส่งเสริมการสื่อสารในการเรียนคณิตศาสตร์
- 1.5 การสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์
- 1.6 ประโยชน์ของการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิด
- 1.7 การสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์โดยการเขียน
- 1.8 การพัฒนาทักษะในการสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์
- 1.9 การเรียนแบบร่วมมือกับการสอนคณิตศาสตร์
- 1.10 การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด
- 1.11 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### 2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- 2.1 ความหมายของปัญหาและการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 2.2 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์
- 2.3 ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 2.4 องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 2.5 ขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 2.6 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 2.7 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
- 2.8 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 2.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

## 1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิด

### 1.1 ความหมายของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เทอร์เบอร์ (Thurber. 1976 : 513) กล่าวว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการตั้งสถานการณ์ ในกิจกรรมการเขียนหรือพูดในเรื่องประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนซึ่งจะมีผลต่อการปรับปรุงที่ดีขึ้นต่อตนเอง เมื่อผู้เรียนได้ฝึกหัดเพิ่มมากขึ้น ส่งผลให้ผู้เรียนมีพลังในการคิดด้วยตนเอง

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000 : 4 – 5) กล่าวถึงทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า ในการจัดหลักสูตรการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนนั้นควรจะต้องให้นักเรียนมีความสามารถดังต่อไปนี้

จัดระบบและรวบรวมความคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันและสื่อสารได้ถูกต้อง

สื่อสารความคิดที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของพวกเขาแก่ครูอาจารย์และผู้อื่นได้อย่างสมเหตุสมผลและแจ่มแจ้งชัดเจน

วิเคราะห์และประเมินค่าแนวความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ด้วยกลยุทธ์ต่าง ๆ ได้  
ใช้ภาษาของคณิตศาสตร์เพื่อการสื่อความหมายได้อย่างกระชับ ชัดเจน ได้  
ใจความที่ถูกต้องแน่นอน

มังกร ทองสุตดี (2535 : 137) กล่าวว่า ทักษะการสื่อสารเป็นการใช้ภาษาไม่ว่าจะเป็นคำพูด ตัวอักษรหรือสัญลักษณ์ใดๆ ย่อมมีการจัดประเภทความคิดรวบยอด (Concept) และมีบทบาทต่อการนำไปใช้เพื่อสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ (Communication in Mathematics)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2543 : 286) และประมวลศิริพันธ์แก้ว (2540 : 18) ได้กล่าวทำนองเดียวกันว่าในกระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทักษะในการสื่อสาร (Communication Skills) หมายถึง การให้หรือการแลกเปลี่ยนความรู้และแนวความคิดหลักทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการอ่าน การฟัง การสังเกต และการตรวจสอบในรูปแบบที่ชัดเจนและมีเหตุผลโดยการพูดและการเขียน

จากความหมายของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวสรุปได้ว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นพฤติกรรมที่แสดงให้เห็นถึงการสื่อสารของนักเรียนในการแลกเปลี่ยนความรู้และแนวความคิดทางคณิตศาสตร์กับผู้อื่นได้อย่างชัดเจน ได้ใจความถูกต้อง

### 1.2 ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989 : 21) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า การเรียนรู้คณิตศาสตร์และการใช้คณิตศาสตร์ใน

การสื่อสารมีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจภาษาของคณิตศาสตร์ เป็นสะพาน เชื่อมโยงสาระหรือความคิดที่ไม่เป็นทางการหรือสามัญสำนึกไปสู่ภาษาที่เป็นนามธรรมและ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และยังมีบทบาทสำคัญในการช่วยให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยงที่ สำคัญระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับสื่อที่เป็นวัตถุ รูปภาพ กราฟ สัญลักษณ์ต่างๆ คำพูด และการแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ การใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสารยังช่วยให้นักเรียนมี ความชัดเจนในแนวคิดและเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งกับสิ่งที่เรียน โดยที่การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อ แสดงแนวคิดและสามารถทำความเข้าใจแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิด และได้รับบุ ความสำเร็จที่ต้องการให้เกิดขึ้นในตัวของผู้เรียนเกี่ยวกับการสื่อสารในคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. สามารถแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยการพูด การเขียน การสาธิตและการ แสดงให้เห็นภาพ
2. สามารถทำความเข้าใจ แปลความหมายและประเมินแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ นำเสนอโดยการเขียน การพูด หรือภาพต่าง ๆ
3. สามารถใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ แสดงแนวคิด อธิบายความสัมพันธ์และจำลองสถานการณ์

บาร์ดี้ (Baroody. 1993 : 2 – 99) กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ว่าคณิตศาสตร์เป็นภาษาที่ใช้แทนแนวคิด และแสดงแนวคิดที่หลากหลายได้ชัดเจน ที่เที่ยงตรง และรัดกุม

การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในลักษณะต่าง ๆ มีความสำคัญยิ่งต่อการเรียนรู้ทาง คณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การพูดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนเกิดความรู้ เรียนรู้วิธีการคิด และมีความชัดเจนในสิ่งที่คิดอันเนื่องมาจากการมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนในชั้นเรียน ดังที่ฮอยเลส (สมเดช บุญประจักษ์. 2540 : 44 ; อ้างอิงจาก Hoyles. 1985. Educational Studies in Mathematics. P. 206 – 207) กล่าวว่า การให้นักเรียนได้พูดอภิปรายทำให้เกิดการผสมผสาน ความรู้ได้อย่างดี แต่ละคนสามารถขยายแนวคิดของกันและกันช่วยให้เกิดความชัดเจนในงานหรือ กระบวนการทำงาน
2. การเขียนเป็นการสื่อสารที่มีคุณค่าอีกอย่างหนึ่งแต่ยังไม่ค่อยได้รับการฝึกฝน มากนักในการเรียนคณิตศาสตร์ การเขียนช่วยให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดเกี่ยวกับเรื่องราว หรือปัญหา และช่วยในการพัฒนาการรับรู้คณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น (Lappan and Schram. 1989 : 16)
3. การอ่านนับว่าเป็นการสื่อสารที่จำเป็นเพราะแหล่งความรู้ที่นักเรียนจะต้อง ประสพส่วนใหญ่อยู่ในรูปของหนังสือ เอกสาร หรือสิ่งพิมพ์ต่างๆ นักเรียนจึงควรได้ฝึกการอ่าน และทำความเข้าใจรายละเอียดในบทเรียนด้วยตนเองจากหนังสือหรือเอกสาร เป็นการฝึกให้



นักเรียนรู้จักการศึกษาค้นคว้า หาข้อสรุปด้วยตนเองมากกว่าจะเป็นเพียงผู้คอยรับความรู้จากครูเท่านั้น (Lappan and Schram. 1989 : 17)

4. การนำเสนอแนวคิด (Representing) เป็นการสื่อสารที่สำคัญที่สุด เพราะการ  
แสดงแนวคิดจะรวมถึงการแปลงปัญหาหรือแนวคิดไปสู่อีกรูปแบบหนึ่งที่คุ้นเคยหรือเข้าใจง่าย  
เช่น เขียนแทนด้วยแผนภาพ แผนภูมิหรือกราฟ และในทางกลับกันให้มีการแปลแผนภาพ  
แผนภูมิหรือรูปภาพทางกายภาพไปสู่สัญลักษณ์และประโยคภาษา (NCTM. 1989 : 27)

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy and Tipps. 1994 : 181) กล่าวว่า จากสภาพสังคมใน  
ยุคสังคมสารสนเทศ (Information Society) ที่เป็นยุคของข้อมูลข่าวสารการใช้เทคโนโลยีขั้นสูง  
ดังนั้นผู้เรียนที่จะออกสู่สังคมจะต้องเป็นผู้ที่มีพื้นฐานการใช้ทักษะการสื่อสารแนวความคิดของ  
ตนร่วมกับคนอื่น ๆ ในการทำงานและในบางครั้งอาจจะต้องสื่อสารผ่านเทคโนโลยีต่าง ๆ เช่น  
เครื่องคำนวณ คอมพิวเตอร์ ที่เป็นเครื่องมือที่ต้องอาศัยคำสั่งการทำงานจากมนุษย์อย่างเป็น  
ระบบ มีขั้นตอนที่ชัดเจนจึงจะสามารถปฏิบัติงานได้ และจากลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์  
ประการหนึ่งคือ คณิตศาสตร์เป็นภาษาที่มีความหมาย เป็นภาษาเฉพาะ รัดกุม สามารถสื่อสาร  
และนำมาประยุกต์ใช้กับชีวิตประจำวัน และมีบทบาทในการเรียนการสอนคือ เป็นตัวเชื่อมโยง  
ระหว่างความคิดนามธรรมกับรูปธรรม โดยใช้รูปภาพ กราฟ สัญลักษณ์ ตัวอักษร กล่าวได้ว่า  
การสื่อสารนั้นช่วยให้ผู้เรียนมีความชัดเจนในความคิดและเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งยิ่งขึ้น

รีส์ และคนอื่น ๆ (Reys and others. 2001 : 83) กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสาร  
ว่า การสื่อสารเป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพสำหรับการรวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งโดยการ  
พูดและการเขียน เพื่อแสดงและอธิบายแนวคิดโดยเฉพาะการสื่อสารสองทางช่วยให้นักเรียน  
สามารถอธิบาย รวบรวม และขยายแนวคิด แลกเปลี่ยนแนวคิดกับคนอื่น ซึ่งนักเรียนควรได้รับ  
การส่งเสริมให้มีการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เช่น การสื่อสารด้วยภาพ  
การแสดงท่าทาง การเขียนภาพ การเขียนแผนภูมิ และการใช้สัญลักษณ์ไปพร้อมกับการใช้คำ  
ทั้งการพูดและการเขียน

จากความสำคัญดังกล่าว สรุปได้ว่า การสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือ  
ที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในสิ่งที่เรียนได้ชัดเจนขึ้น โดยที่การสื่อสารทางคณิตศาสตร์  
เป็นความสามารถในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงแนวคิด  
และสามารถทำความเข้าใจแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิด

### 1.3 การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เทอร์เบอร์ (Thurber. 1976 : 514 – 534) กล่าวว่า กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะ  
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ควรจัดดังนี้

1. ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ (The Vocabulary of Mathematics) ซึ่งให้ผู้เรียนได้  
เข้าใจที่มาและความหมายของคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์หรือการสร้างคำศัพท์

2. การนำเสนอด้วยปากเปล่า (Oral Presentations) ได้แก่ การให้นักเรียนได้มีกิจกรรม ดังนี้

2.1 การสรุปรายงานในห้องเรียนหรือการรายงานสั้นๆ ที่ให้นักเรียนได้ออกมาพูดหน้าชั้นและมีคำถามตอบจากเพื่อนในชั้น

2.2 พุดนำเสนอเมื่อได้รับการฟังหรือการอ่านหนังสือการดูภาพยนตร์ ครูมอบหมายให้นักเรียนไปอ่าน หรือให้ชมภาพยนตร์เรื่องที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ แล้วนำมาพูดรายงาน โดยมีวัตถุประสงค์ของการพูดและการรายงาน

2.3 การนำเสนอเป็นกลุ่ม การทำงานเป็นทีมของนักเรียนโดยให้เตรียมเรื่องที่สนใจที่ต้องการพูด และนำเสนออภิปราย

2.4 เกมทางคณิตศาสตร์ อาจจะให้เล่นเกมในเวลาสั้นๆ โดยการเขียนให้แสดงจินตนาการ หรือกำหนดสถานการณ์มาและให้คิดแก้ปัญหา

2.5 รายการโทรทัศน์และวิทยุ ให้ดูรายการที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ อาจจัดกิจกรรมกำหนดเวลาสั้นๆ ให้ และให้มีการนำเสนอความคิดจากการดูรายการโทรทัศน์หรือวิทยุ

3. การเขียนที่ดีและเพิ่มการเขียนให้มากกว่าเดิม โดยสนับสนุนการเขียนของนักเรียนอาจให้นักเรียนได้มีการสรุปจากบทเรียนที่ได้เรียนมา หรือในการให้นักเรียนได้เขียนจากประสบการณ์โดยไม่ต้องจำกัดหน้าในการเขียน

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM . 2000 : 4 –5 )

กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ถกเถียงกัน ถือเป็นการส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ควรให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการแสดงเหตุผล โดยการเปิดโอกาสให้อธิบายเหตุผลกับเพื่อนร่วมชั้นเรียนหรือการคิดค้นหาคำตอบจากคำถามเกี่ยวกับบางสิ่ง เช่น ปริศนาต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์เพื่อเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอันลึกซึ้งในความคิดของพวกเขา การจัดลำดับที่จะติดต่อสื่อสารระหว่างนักเรียนกับแนวคิดของคนอื่น ๆ ให้นักเรียนหลายคนตอบสนองอย่างเปิดเผยตรงไปตรงมาในการเรียนรู้ และจัดระบบ และรวบรวมแนวคิดเกี่ยวกับของพวกเขาเข้าด้วยกัน นักเรียนควรจะได้รับ การสนับสนุนเพื่อพัฒนาความสามารถเฉพาะตัวของพวกเขาเองอย่างชัดเจนและต่อเนื่องตลอดเวลา เมื่อพวกเขาอายุมากขึ้นรูปแบบที่ตกลงกันของพวกเขาและการพูดอภิปราย ควรจะไม่ใช่ติดกฎเกณฑ์แต่ควรมีการพิสูจน์เพื่อให้ได้แบบแผน และนักเรียนควรจะต้องมากขึ้นเกี่ยวกับการสำนึกถึง และการตอบสนอง การรับฟังของนักเรียนการส่งเสริมความสามารถพิเศษเกี่ยวกับการเขียนคณิตศาสตร์ที่ควรมีโดยเฉพาะในแต่ละระดับที่กำหนดในหลักสูตร การทำงานเพื่อที่จะแก้ปัญหาพร้อมกับเพื่อนในชั้นเรียน นักเรียนจะได้มีโอกาสในการแสดงทัศนคติ และวิธีอื่น ๆ นักเรียนสามารถเรียนรู้และประเมินค่า

แนวความคิดอื่น ๆ รู้จักสร้างแนวความคิดใหม่ ๆ ยกตัวอย่าง เช่น ให้นักเรียนลองแก้ปัญหาที่มีคำถามลักษณะพีชคณิตที่ได้แสดงไว้ดังต่อไปนี้

มีกระต่ายอยู่จำนวนหนึ่ง และมีกรงใส่กระต่ายอยู่อีกจำนวนหนึ่ง ถ้าเรานำกระต่ายใส่ในกรง กรงละ 1 ตัว จะมีกระต่ายเหลือ 1 ตัว ที่ต้องอยู่นอกกรง และถ้าเราใส่กระต่ายไว้กรงละ 2 ตัว จะมีกรงเหลือ 1 กรงที่ว่างอยู่ ถามว่ามีกระต่ายทั้งหมดกี่ตัว และมีกรงใส่กระต่ายกี่กรง

นักเรียนอาจจะช่วยเหลือและอาศัยความเข้าใจของนักเรียนผู้ที่สามารถมองเห็นปัญหาและสามารถอธิบายให้เพื่อนเข้าใจได้ นักเรียนจำเป็นต้องเรียนรู้ถึงจุดเด่นและจุดด้อยหรือขีดจำกัดของตนเองที่แตกต่างกันของนักเรียนในแต่ละคนที่จะใช้วิธีในการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้การสื่อสารจึงเป็นสิ่งจำเป็นของนักคณิตศาสตร์

มังกร ทองสุดี (2535 : 143 – 151) กล่าวว่า การฝึกทักษะทางภาษาและทักษะการสื่อสารความหมายทางวิชาคณิตศาสตร์อาจทำได้หลายวิธีดังนี้

1. การอ่านหนังสือ (Reading Skills) เพื่อต้องการให้เด็กค้นหาข้อเท็จจริงหลักเกณฑ์รวมทั้งข้อคิดเห็น และข้อเสนอแนะต่าง ๆ ในอันที่จะช่วยให้เกิดความคิด เพิ่มพูนสติปัญญาหรือความประทับใจ ครูควรจะต้องเลือกสรรเรื่องราวที่เด็กควรรู้ และควรชี้แจงให้เด็กทราบถึงจุดประสงค์ของการอ่านแต่ละเรื่องแต่ละครั้งว่าจะมีประโยชน์อย่างไรบ้าง เพราะการอ่านเกี่ยวกับคณิตศาสตร์นั้นจะมีเป้าหมายของการอ่านที่แตกต่างไปจากการอ่านหนังสือประเภทอื่นๆ ในห้องสมุดก็ดีหรือมุมหนังสือในห้องเรียนก็ดีควรจะได้มีการเสาะหาหนังสือเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ประเภทต่างๆ เช่น ตำรา วารสาร เอกสาร บทความให้มีจำนวนมากพอแก่ความต้องการ

2. การพัฒนาศัพท์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Vocabulary Development) ศัพท์คณิตศาสตร์คือคำที่บัญญัติขึ้น เพื่ออธิบายความหมายในเนื้อหาของวิชาการ มักเป็นคำเฉพาะที่นักเรียนจะได้พบเห็นและต้องศึกษาอยู่เสมอ การทำความเข้าใจในศัพท์จะช่วยให้นักคณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพมากขึ้น ซึ่งมีหลายวิธีดังนี้

- 2.1 ให้เด็กรู้ศัพท์ใหม่ขณะที่ร่วมกิจกรรมการเรียนการสอน
- 2.2 ให้นักเรียนรู้ศัพท์ทางสื่อทัศนูปกรณ์ เช่น สอนให้เด็กจัดป้ายนิเทศ
- 2.3 ให้เด็กรู้ศัพท์จากการรายงาน เช่น การพูดและการฟัง
- 2.4 ให้เด็กรู้ศัพท์โดยการสร้างความคิดรวบยอดหรือสังเขป
- 2.5 ให้เด็กรู้ศัพท์จากการอ่านหนังสือ
- 2.6 ให้เด็กรู้ศัพท์จากการให้พจนานุกรม
- 2.7 ให้เด็กรู้ศัพท์จากอุปกรณ์ที่เด็กทำขึ้นเอง เช่น การทำแผนภูมิ กราฟ

3. ฝึกให้เด็กมีทักษะทางการพูดและการถกปัญหา (Speaking and Discussion Skills) ในการสอนคณิตศาสตร์อาจจะฝึกให้เด็กมีทักษะเกี่ยวกับถ่ายทอดความรู้โดยระบบการสื่อสารอยู่ 2 วิธี การรายงานโดยปากเปล่ากับการถกปัญหาซึ่งเป็นสิ่งที่สร้างทักษะทางสังคมให้แก่เด็กอีกด้วย ในการนำเสนอปากเปล่าเด็กจะต้องพยายามถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจของตนเองให้แก่เพื่อนอย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด ฉะนั้นการใช้ภาษาพูดอย่างถูกต้องจึงเป็นสิ่งสำคัญที่สุดกับการถกปัญหาคือ ความพยายามร่วมกันที่จะแก้ปัญหาเพื่อต้องการทดสอบข้อเท็จจริงหรือเสนอข้อคิดเห็น ครูต้องเป็นบุคคลสำคัญของการเป็นผู้นำ เพื่อให้เกิดความร่วมมือระหว่างนักเรียนและครูต้องเป็นผู้วางแผนให้เด็กได้ทราบว่าเขาจะต้องกระทำการอย่างใดบ้าง เช่น เด็กจะต้องรู้จักอำนาจหน้าที่ของตนเอง และรู้ว่าตนเองจะต้องมีความรับผิดชอบอย่างไร

4. ฝึกให้เด็กมีทักษะในการฟัง (Listening Skills) ในการเรียนของนักเรียนย่อมจะต้องอาศัยการฟังเป็นองค์ประกอบอย่างหนึ่ง เด็กที่มีทักษะในการฟังย่อมทำให้การเรียนมีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น และทักษะในการฟังนั้นเป็นสิ่งที่สามารถปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้นได้และมีวัตถุประสงค์อยู่หลายประการ เช่น

4.1 ฝึกให้เด็กมีทักษะในการฟังเพื่อความถูกต้อง เช่น ฝึกให้เด็กฟังเกี่ยวกับคำชี้แจง ฟังเพื่อตอบปัญหา ฟังเพื่อติดตามเรื่องราว ฟังเพื่อให้ระลึกถึงสิ่งที่ผ่านมาแล้ว เป็นต้น

4.2 ฝึกให้มีทักษะในการฟังเพื่อพินิจพิจารณาและวิจารณ์ เช่น ฟังเรื่องราวเกี่ยวกับประวัติศาสตร์ คำประพันธ์หรือละคร

4.3 ฝึกให้มีทักษะในการฟังเพื่อให้เกิดความซาบซึ้ง เช่น ฟังเรื่องราวเกี่ยวกับ ประวัติศาสตร์ คำประพันธ์หรือละคร

4.4 ฝึกให้มีทักษะในการฟังเพื่อให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ เช่น ช่วยให้เด็กเกิดความคิดใหม่ๆ แปลกๆ ภายหลังที่เด็กได้ฟังเกี่ยวกับการทดลอง การสาธิต การวิจัย เรื่องราวทางคณิตศาสตร์ หรือสื่อใหม่ๆ เป็นต้น

5. ฝึกให้มีทักษะในการเขียน (Writing Skills) นักเรียนมีโอกาสดูแสดงความสามารถในการเขียนได้มากมาย เช่น การทำการบ้าน การตอบปัญหา การเขียนรายงาน การฝึกให้นักเรียนมีทักษะในการเขียนจะเป็นสิ่งที่ช่วยให้เด็กได้รู้จักการรวบรวมความรู้ต่างๆ เข้ามาเป็นหมวดหมู่ สร้างกฎเกณฑ์ และการนำเอาไปประยุกต์ใช้ ครูต้องคำนึงถึงความสามารถของเด็กและช่วยให้เด็กเกิดประสบการณ์มากขึ้น สามารถนำความรู้ไปใช้ได้ในชีวิตประจำวันและหลีกเลี่ยงการคัดลอกจากตำราให้มากที่สุด

6. ฝึกให้มีทักษะในการใช้ห้องสมุด (Library Skills) ครูควรจัดหาทางยั่วยุหรือกระตุ้นให้เด็กเข้าห้องสมุดเพื่อศึกษาค้นคว้าหาข้อเท็จจริง และสะสมความรู้ให้กว้างขวางอยู่

ตลอดเวลาจากนั้นครูควรแนะนำให้เด็กรู้จักการใช้ห้องสมุด โดยแนะนำให้รู้จักเลือกหาหนังสือ วารสารเอกสาร หนังสืออ้างอิง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2543 : 286 – 387 ) และ ประมวล ศิริพันธ์แก้ว (2540 : 18 – 19 ) ได้กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในวิชา คณิตศาสตร์ว่าความสามารถในการสื่อสารเป็นคุณลักษณะที่ต้องฝึกซ้ำ ๆ และสามารถฝึกทักษะ ในการสื่อสาร ได้ดังนี้

1. การเล่าหรือพูดทางคณิตศาสตร์เป็นการให้ข้อมูลข่าวสาร และแนวคิด สำคัญทางคณิตศาสตร์ที่มีเหตุผล การเล่าหรือการเขียนสรุปเรื่องราวทางคณิตศาสตร์ที่อ่านจาก วารสารหนังสือพิมพ์ หนังสือต่าง ๆ จากการดูโทรทัศน์หรือการสืบค้นข้อมูลทางอินเทอร์เน็ต โดยครูมอบหมายให้นักเรียนไปศึกษาค้นคว้า แล้วนำมาเล่าหรือเขียนให้ผู้อื่นรับรู้ เป็นการฝึก ทักษะในการสื่อสารอีกวิธีหนึ่ง

2. การเขียนบันทึกสรุปการไปทัศนศึกษาหรือการศึกษาภาคสนาม ในโอกาส ที่นักเรียนกลับมาจากทัศนศึกษาหรือศึกษาภาคสนามแล้วให้นักเรียนเขียนรายงานสรุปถึง ความรู้ความคิดในบางเรื่องที่ได้รับจากการไปทัศนศึกษาแต่ละครั้ง เช่น เมื่อพาไปสำรวจข้อมูล จำนวนนักเรียนในโรงเรียนใกล้เคียง นักเรียนควรจะสามารถเขียนบรรยายสรุปเกี่ยวกับ สภาพแวดล้อมทั่วไปในบริเวณโรงเรียน ลักษณะนิสัยของนักเรียนที่พบเห็น รวมทั้งข้อคิดเห็นที่ ดีต่อการจัดสภาพแวดล้อมในโรงเรียน ซึ่งผลสุดท้ายอาจให้นักเรียนแสดงข้อมูลนักเรียนออกมา ในรูปแผนภูมิ รูปวงกลม แผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิเส้น เป็นต้น

3. การเล่าบันทึกสิ่งที่สังเกตในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง กิจกรรมในส่วนนี้อาจทำได้ ดังตัวอย่าง เช่น ครูอาจให้นักเรียนบันทึกสิ่งที่สังเกตได้จากข้อแตกต่างของการนำเสนอข้อมูลใน ลักษณะต่าง ๆ

4. การจัดแสดงผลงานหรือการนำเสนอผลงานทางคณิตศาสตร์ที่ได้จาก การศึกษาค้นคว้าหรือการสังเกตที่เกี่ยวข้องกับวิชาคณิตศาสตร์ในการนำเสนอควรให้มีการ นำเสนอด้วยวาจาและผลงาน นอกจากนี้กิจกรรมการเรียนการสอนในหลักสูตรสามารถใช้ฝึ กทักษะในการนำเสนอผลงานทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนเขียนสรุปผลการศึกษาแล้วนำมา เล่าให้เพื่อนฟังก่อนที่จะเรียนครั้งต่อไป และถือว่าเป็นการนำเข้าสู่บทเรียนไปด้วย ทั้งนี้อาจ มอบหมายให้กลุ่มใดกลุ่มหนึ่งเป็นผู้เล่า

5. การพูดหรือการอภิปรายทางคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมที่ใช้ฝึกทักษะในการ สื่อสารได้วิธีหนึ่งให้โดยนักเรียนช่วยกันระบุเรื่องที่จะพูดหรืออภิปรายกำหนดให้นักเรียนขึ้นมา พูดหรืออภิปรายเป็นกลุ่ม มีการปรึกษาหารือกันในประเด็นที่จะพูด แบ่งกันไปอ่าน และค้นคว้า หาข้อมูลมาประกอบในการพูดหรืออภิปราย ตัวอย่างเช่น การพูด หรือการอภิปรายเรื่องราวใน การนำเสนอข้อมูลที่เหมาะสมที่มีอยู่ตามหนังสือ สิ่งตีพิมพ์ต่าง ๆ หรือประโยชน์ในการนำเสนอ ข้อมูลในแต่ละรูปแบบ ประโยชน์ในการนำเสนอข้อมูลในการเรียนคณิตศาสตร์

สำหรับงานวิจัยนี้ การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่จัดให้มี กิจกรรมการพูดอภิปรายปัญหาคณิตศาสตร์ รวมถึงพูดอภิปรายสรุปแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ตอบคำถามร่วมกัน การนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน เขียนสรุปความรู้ที่ได้ เขียนรายงานผลงานของตนเองและกลุ่ม ซึ่งทุกกิจกรรมนักเรียนมีโอกาสร่วมกิจกรรมทุกคน

#### 1.4 การส่งเสริมการสื่อสารในการเรียนคณิตศาสตร์

โรวันและมอร์โรว์ (Rowan and Morrow. 1993 : 9 – 11) ได้เสนอแนวทางในการส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ดังนี้

1. นำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนได้พรรณนาถึงสิ่งที่พบ
2. ใช้เนื้อหา เรื่องราวหรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของนักเรียน เช่น โครงการที่กิจกรรมการสืบค้นเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน จะทำให้การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารเป็นไปได้อย่างสมบูรณ์
3. การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิดจะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่ให้โอกาสนักเรียนได้คิดอย่างหลากหลายและคิดสร้างสรรค์ การส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร รวมไปถึงการให้นักเรียนได้ตั้งคำถามให้กับตนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การค้นพบตามที่เขาสงสัย
4. ให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด การเขียนสื่อสารแนวคิดเป็นสิ่งที่สำคัญและควรให้นักเรียนได้ฝึกแสดงแนวคิดของตนเอง เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย นั่นคือ เป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจนกับนักเรียน
5. ใช้กลุ่มแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน (cooperative and collaborative group) การให้นักเรียนนั่งเรียนเป็นแถวและนั่งประจำโต๊ะของตนเอง ไม่ได้ส่งเสริมให้เกิดการอภิปราย การจัดกลุ่มให้นักเรียนได้ร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้ เป็นการให้โอกาสนักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มเป็นการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรง
6. ใช้การชี้แนะโดยตรงและชี้แนะทางอ้อม (overt and covert clues) การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การบริหารและจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนได้ทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานของการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นอย่างไม่ต้องกังวล

สมชาย วรภิเษมสกุล (2540 : 75) กล่าวว่าเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิด เป็นวิธีการให้ผู้เรียนได้แสดงแนวความคิดทางคณิตศาสตร์โดย

การพูดการเขียน การแสดงด้วยภาพ ศัพท์ สัญลักษณ์ในการนำเสนอแนวความคิดอธิบายความสัมพันธ์และจำลองสถานการณ์โดยครูผู้สอนเป็นผู้กระตุ้นโดยใช้คำถามนำแล้วให้ผู้เรียนอธิบายแนวความคิดของตน โดยให้เพื่อน ๆ มีส่วนร่วมในการอธิบายความคิดนั้น ก่อให้เกิดปฏิสัมพันธ์แลกเปลี่ยนแนวความคิดซึ่งกันและกัน อธิบายประโยชน์และข้อบกพร่องของแต่ละแนวทางและร่วมกันตัดสินใจเลือกแนวทางการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด ดังนั้นการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาทักษะในการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิด ควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พูด มีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน ๆ เพื่อให้ผู้เรียนมีโอกาสชี้แจงอธิบายเหตุผลและยังได้รับฟังแนวความคิดของเพื่อน ๆ และให้ผู้เรียนได้มีโอกาสฝึกการอ่านและการเขียนไปพร้อม ๆ กัน

กรมวิชาการ (2544 : 197 – 199) กล่าวถึงการพัฒนาทักษะ /กระบวนการ การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ดังนี้

การจัดการเรียนรู้ให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ทำได้ทุกเนื้อหาที่ต้องการฝึกวิเคราะห์ สังเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา เช่น ในวิชาเรขาคณิตมีเนื้อหาที่ต้องการฝึกวิเคราะห์ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ ผู้เรียนต้องฝึกทักษะในการสังเกต การนำเสนอรูปภาพต่าง ๆ เพื่อสื่อความหมาย แล้วนำความรู้ทางเรขาคณิตไปอธิบายปรากฏการณ์และสิ่งแวดล้อมต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอในวิชาพีชคณิต เป็นการฝึกทักษะให้ผู้เรียนรู้จักคิดวิเคราะห์ปัญหา สามารถเขียนปัญหาในรูปแบบของตาราง กราฟ หรือข้อความ เพื่อสื่อความสัมพันธ์ของจำนวนเหล่านั้นขั้นตอนในการดำเนินการเริ่มจากการกำหนดโจทย์ปัญหาให้ผู้เรียนวิเคราะห์ กำหนดตัวแปรเขียนความสัมพันธ์ของตัวแปรในรูปแบบของสมการหรือสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด และดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการทางพีชคณิต

การจัดการเรียนรู้ให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอมีแนวทางในการดำเนินการ ดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน
2. ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยผู้สอนช่วยแนะแนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ
3. การฝึกทักษะ/กระบวนการนี้ต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีแก้ปัญหายังไร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อความหมาย

สำหรับงานวิจัยนี้ การส่งเสริมการสื่อสารในการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง การจัดกิจกรรมมุ่งส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร

แนวคิด จากกิจกรรมการแก้ปัญหาที่ให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กัน มีส่วนร่วมในการดำเนินการทุกขั้นตอนตั้งแต่การอ่านเพื่อเข้าใจปัญหา พูดอธิบายแนวคิด และเขียนเป็นข้อสรุปร่วมกัน นำเสนอผลการแก้ปัญหา เพื่อแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน

### 1.5 การสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์

การเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิด เป็นความสามารถของผู้เรียนในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถที่แสดงเพื่อความเข้าใจแนวความคิด เป็นการผสมผสานความรู้และวิธีการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เพื่ออธิบายสิ่งที่ผู้เรียนรู้และสนใจ ซึ่งความสัมพันธ์เหล่านั้นอาจเกิดจากการพูด การฟัง การอภิปราย การอ่านและการเขียนเพื่อแสดงแนวความคิด โดยสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา ได้ระบุให้การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์เป็นประเด็นสำคัญประเด็นหนึ่งที่มุ่งให้ผู้เรียนเป็นจุดศูนย์กลางของการเรียนรู้ เพื่อสนับสนุนการพัฒนาความรู้ความสามารถในการเป็นผู้มีทักษะการแก้ปัญหาและถ่ายทอดความคิดของตนเองให้กับผู้อื่น (สมชาย วรกิจเกษมสกุล. 2540 : 72 ;อ้างอิงจาก Moynijan 1994 : 1426-A)

สำหรับงานวิจัยนี้ การสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นให้นักเรียนใช้ทักษะการสื่อสาร การฟัง การอ่าน การอภิปราย หรือการพูด และการเขียน เพื่อถ่ายทอดความคิด ความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ให้กับเพื่อนและครูผู้สอนได้ใช้ในการวินิจฉัยข้อบกพร่องของกระบวนการคิด เพื่อที่ครูผู้สอนจะได้หาแนวทางแก้ไขได้ถูกต้องตรงประเด็นมากขึ้น ในการสร้างและพัฒนารูปแบบการสอนครั้งนี้ ผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้ทักษะการสื่อสารด้านการพูดและการเขียนตามขั้นตอนดังนี้ ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นการเรียนการสอน ขั้นฝึกปฏิบัติเพื่อตรวจสอบความเข้าใจขั้นสรุปบทเรียน ขั้นประเมินผลการเรียนการสอน

### 1.6 ประโยชน์ของการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิด

มัมมีและเชพเพอร์ต (Mumme and Shepherd. 1993 : 7 – 11) ได้เสนอถึงประโยชน์ของการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิด ดังนี้

1. การสื่อสารแนวความคิด จะช่วยส่งเสริมในการทำความเข้าใจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียน คือ การแสดงออกทางความคิด การเข้าร่วมอภิปราย การฟัง ผู้เรียนคนอื่น ๆ จะเป็นวิธีการที่ช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในความคิดของคนอื่นที่มีความแตกต่างกันในสถานการณ์เดียวกัน ซึ่งจะส่งเสริมให้ผู้เรียนสร้างความรู้ในสิ่งที่ตนเองคิด

2. การสื่อสารแนวความคิดเป็นวิธีการร่วมกัน ทำความเข้าใจคณิตศาสตร์ระหว่างเพื่อน จะทำให้เกิดการช่วยเหลือแลกเปลี่ยนความคิดเห็น เกิดการเรียนรู้ในกลุ่มมากกว่า



เรียนรู้จากครู ผู้เรียนจะเข้าใจภาษาในระดับเดียวกันได้ดี ผู้เรียนที่อธิบายให้เพื่อนฟังก็จะเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งมากขึ้น และเกิดความภาคภูมิใจในตนเอง

3. การสื่อสารเป็นการเสริมสร้างให้ผู้เรียนเป็นผู้เรียนรู้ เพราะเมื่อครูผู้สอนหรือเพื่อนตั้งคำถามผู้เรียนเป็นผู้ตอบโดยการพูดและเขียนในสิ่งที่ผู้เรียนรู้ คิดและเข้าใจ จะทำให้ผู้เรียนเกิดความเชื่อมั่นในการเรียนคณิตศาสตร์ และผู้เรียนก็จะค้นคว้าเพิ่มเติมทำให้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

4. การเรียนรู้ เป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมในการเรียนรู้ เพราะเมื่อผู้เรียนมีการปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน ๆ แล้วบรรยากาศแห่งความสนุกสนานสำหรับผู้เรียนก็จะเกิดขึ้นจากการร่วมกันคิดร่วมกันทำ

5. การสื่อสารช่วยให้ครูยังรู้ในความคิดของผู้เรียน โดยการฟังสิ่งที่ผู้เรียนพูดอธิบายในกระบวนการให้เหตุผล รวมถึงทักษะการสื่อสารกับกลุ่มเพื่อน

จากประโยชน์ของการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิดข้างต้น สรุปได้ว่าการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิด ช่วยให้ผู้เรียนเพิ่มความเข้าใจในเนื้อหา คณิตศาสตร์ เกิดการแลกเปลี่ยนความคิดระหว่างเพื่อนและครู ฝึกให้นักเรียนเป็นผู้เรียนรู้ที่แท้จริง ส่งเสริมบรรยากาศที่เหมาะสมแก่การเรียนรู้ และช่วยให้ครูเข้าใจแนวคิดของนักเรียนได้ดีขึ้น

### 1.7 การสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์โดยการเขียน

การเขียน เป็นทักษะการสื่อสารที่ถ่ายทอดแนวความรู้ ความคิด ความเข้าใจในรูปของภาษาที่เป็นตัวอักษร สัญลักษณ์รูปภาพ ฯลฯ ช่วยให้ผู้เรียนมีความชัดเจนในแนวความคิด พัฒนาการรับรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยให้ผู้เรียนเขียนกระบวนการแก้ปัญหา และแนวความคิดของตนเองให้เพื่อน ๆ ได้ทราบว่าตนมีความเข้าใจอย่างไร ซึ่งเรดิสัน (Riedesel.1990:337) ได้นำเสนอประโยชน์ของการเขียนไว้ดังนี้

1. เป็นการประเมินการเรียนรู้ผู้เรียนเป็นรายบุคคล เพราะสิ่งที่ผู้เรียนเขียนบรรยายเป็นจะแสดงระดับความเข้าใจที่แตกต่างกัน

2. เป็นเครื่องมือช่วยในการวินิจฉัยกระบวนการคิดของผู้เรียนเป็นทักษะที่อาจจะช่วยเสริมทักษะการอ่าน ในรายวิชาอื่น

3. เป็นทักษะที่ช่วยให้เกิดความชัดเจนในการคิด

4. เป็นวิธีการเรียนวิธีหนึ่ง que ผู้เรียนไม่ค่อยได้ใช้

5. เป็นทักษะกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความคิดระดับสูง

6. เป็นการสร้างความสามัคคีเมื่อร่วมมือกันทำกิจกรรมเดียวกัน

สำหรับงานวิจัยนี้การสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์โดยการเขียน หมายถึง การถ่ายทอดความรู้ ความคิด ความเข้าใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ออกมาในรูปแบบของภาษาที่เป็นตัวอักษร สัญลักษณ์ รูปภาพ แผนภูมิ เพื่อสื่อความหมายให้ผู้อื่นเข้าใจ

### 1.8 การพัฒนาทักษะในการสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์

การพัฒนาทักษะการสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์ (สมชาย วรภิเษกสมกุล. 2540 :75 ;อ้างอิงจาก สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา NCTM.1989) ดังนี้

เป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิด เป็นวิธีการให้ผู้เรียนได้แสดงแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ออกมาในรูปแบบการพูด การเขียน แสดงด้วยภาพศัพท์ สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในการนำเสนอความคิด อธิบายความสัมพันธ์ และจำลองสถานการณ์โดยเปิดโอกาสให้เพื่อนและครูร่วมอภิปรายแนวความคิดนั้น ซึ่งจะก่อให้เกิดการแลกเปลี่ยนความคิดกันและกัน เพื่อช่วยกันแก้ไขข้อบกพร่องร่วมกันซึ่งเป็นการตัดสินใจเลือกแนวทางแก้ปัญหาที่ดี ผู้เรียนจะมีโอกาสอธิบายชี้แจงเหตุผลและยังรับฟังแนวความคิดของเพื่อน ซึ่งจะเป็นการฝึกอ่านและฝึกเขียนไปพร้อม ๆ กัน

ในการสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์จะเป็นการพัฒนาผู้เรียนให้เป็นผู้ที่มีความสามารถในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ซึ่งการสื่อสารแนวความคิดจะต้องพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ ทักษะและความสามารถทั้งการฟัง การอ่าน การพูด และการเขียน การนำเสนอ การแสดงแนวคิดจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในสิ่งที่เรียนอย่างลึกซึ้ง

### 1.9 การเรียนแบบร่วมมือกับการสอนคณิตศาสตร์

จอห์นสันและจอห์นสัน (สมเดช บุญประจักษ์. 2540 : 56 – 57 ; อ้างอิงจาก Johnson and Johnson. 1989 : 235 –237 New Directions for Elementary School Mathematics. 1989 yearbook) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือใช้ได้เป็นอย่างดีกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนคิดทางคณิตศาสตร์ เข้าใจการเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์และกระบวนการ และสามารถที่จะประยุกต์ใช้ความรู้อย่างคล่องแคล่วและมีความหมาย ด้วยเหตุผลดังนี้

1. มโนทัศน์และทักษะทางคณิตศาสตร์สามารถเรียนรู้ได้ดีในกระบวนการที่เป็นพลวัต (Dynamic Process) ที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมอย่างแข่งขัน การเรียนคณิตศาสตร์ควรเป็นลักษณะที่ผู้เรียนเป็นผู้กระทำกิจกรรม มากกว่าที่จะเป็นเพียงผู้คอยรับความรู้ การสอนคณิตศาสตร์โดยปกติอยู่บนพื้นฐานที่ว่า นักเรียนเป็นผู้คอยดูดซับข้อมูลความรู้ จากการฝึกซ้ำ และจากการให้แรงเสริม การมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแข่งขันเป็นการท้าทายทางสมองสำหรับนักเรียนทุกคน และการอยากรู้อยากเห็นจะช่วยกระตุ้นให้มีการอภิปรายกับคนอื่น

2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการอาสาซึ่งกันและกัน (Interpersonal Enterprise) การพูดผ่านปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเพื่อนช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจอย่างชัดเจนว่า จะแก้ปัญหาให้ถูกต้องได้อย่างไร การอธิบายยุทธวิธีการแก้ปัญหา ให้เหตุผลและวิเคราะห์ปัญหากับเพื่อน จะทำให้เกิดการหยั่งรู้ (Insight) มีวิธีการให้เหตุผลระดับสูง และเกิดการเรียนรู้ระดับสูง ในกลุ่มย่อยนักเรียนมีความสะดวกในการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นมากกว่าการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น

3. การเรียนเป็นกลุ่ม มีโอกาสในการสร้างความร่วมมือในการสื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพแต่ในโครงสร้างของการแข่งขัน และการเรียนรายบุคคลนักเรียนไม่มีการสื่อสารแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน จะทำให้นักเรียนหลีกเลี่ยงการแลกเปลี่ยนการวิเคราะห์ปัญหาและเลือกยุทธวิธีร่วมกับคนอื่น ในการสื่อสารแลกเปลี่ยนข้อมูลก็จะเป็นไปแบบไม่เต็มใจให้ข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์

4. การร่วมมือส่งเสริมความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าการแข่งขัน และการเรียนแบบรายบุคคล การเรียนแบบร่วมมือส่งเสริมการค้นพบ การเลือกใช้ยุทธวิธี การให้เหตุผลที่มีประสิทธิภาพ การสร้างแนวคิดใหม่ การถ้อยแถลงยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์และข้อเท็จจริงกับปัญหาย่อย ๆ ไปสู่รายบุคคล

5. การทำงานร่วมมือกัน นักเรียนจะเพิ่มความมั่นใจในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเอง เป็นการสนับสนุนให้เกิดความพยายามในการเรียนรู้โมติ กระบวนการและยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้นักเรียนที่ทำงานร่วมกันในกลุ่มมีแนวโน้มที่จะชอบและเห็นคุณค่าของแต่ละคน และเห็นความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของคนอื่น มีความสัมพันธ์กันทางบวกระหว่างเพื่อน เกิดการเรียนรู้ในระดับสูง ตระหนักในคุณค่าของตนเอง (Self – esteem) เกิดการยอมรับความสามารถของตนในการแก้ปัญหา

การเลือกรายวิชาเรียนและการเลือกอาชีพ เพื่อนมีอิทธิพลสูงต่อนักเรียน หากมีนักเรียนบางคนในชั้นเลือกวิชาเรียนไม่เหมาะสมกับตัวเอง การช่วยเหลือให้เขาได้พัฒนาจะเกิดขึ้นในสถานการณ์การเรียนแบบร่วมมือ นักเรียนมีแนวโน้มที่ชอบและสนุกสนานกับการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าและได้รับการกระตุ้นอย่างต่อเนื่องในการเรียน ความสำเร็จที่เกิดจากการทำงานร่วมกันของนักเรียนในการแก้ปัญหา จะทำให้เกิดการเรียนรู้โมติและการวิเคราะห์มากขึ้น ซึ่งเป็นความรู้ที่จำเป็นในการอภิปราย อธิบายและวางแผนในการเรียนรู้สถานการณ์ใหม่ เป็นการเพิ่มความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การสนับสนุนกัน การช่วยเหลือกันและการเชื่อมโยงกันภายในกลุ่มแบบร่วมมือ มีผลทางบวกต่อความสัมพันธ์ในกลุ่ม ต่อเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และความมั่นใจในตนเอง

จอห์นสันและจอห์นสัน (Johnson and Johnson. 1987 : 12 - 13) ได้สรุปสาเหตุที่ทำให้การสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือใช้ได้ผลดีนั้น มีดังนี้

1. เด็กเก่งที่เข้าใจคำสอนของครูได้ดีจะเปลี่ยนคำสอนของครูเป็นภาษาพูดของเด็กอธิบายให้เพื่อนฟังได้และทำให้เพื่อนเข้าใจได้ดีขึ้น
  2. เด็กที่ทำหน้าที่อธิบายบทเรียนให้เพื่อนฟังจะเข้าใจบทเรียนได้ดีขึ้น ครูทุกคนทราบข้อนี้ดีคือ ยิ่งสอนยิ่งเข้าใจบทเรียนที่ตนเองสอนได้ดียิ่งขึ้น
  3. การสอนเพื่อนเป็นการสอนแบบตัวต่อตัวทำให้เด็กได้รับความเอาใจใส่และมีความสนใจมากยิ่งขึ้น
  4. เด็กทุกคนต่างก็พยายามช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เพราะครูคิดคะแนนเฉลี่ยของทั้งกลุ่ม
  5. เด็กทุกคนเข้าใจดีว่าคะแนนของตนมีส่วนช่วยเพิ่มหรือลดค่าเฉลี่ยของกลุ่ม ดังนั้นทุกคนต้องพยายามอย่างเต็มที่ จะคอยอาศัยเพื่อนอย่างเดียวไม่ได้
  6. เด็กทุกคนมีโอกาสดูฝึกทักษะทางสังคม มีเพื่อนร่วมกลุ่ม และเป็นการเรียนรู้วิธีการทำงานเป็นกลุ่มหรือเป็นทีมงาน ซึ่งจะเป็นประโยชน์มากเมื่อเข้าสู่ระบบการทำงานอันแท้จริง
  7. เด็กได้มีโอกาสนเรียนรู้กระบวนการกลุ่มเพราะการปฏิบัติงานร่วมกันนั้นก็ต้องมีการทบทวนกระบวนการทำงานของกลุ่ม เพื่อให้ประสิทธิภาพการปฏิบัติงานหรือคะแนนของกลุ่มดีขึ้น
  8. เด็กเก่งจะมีบทบาททางสังคมในชั้นมากขึ้นเพราะเขาจะรู้สึกว่าเขาไม่ได้เรียนหรือหลบไปท่องหนังสือเฉพาะตนเพราะเขามีหน้าที่ต่อสังคมด้วย
  9. ในการตอบคำถามในห้องเรียน ถ้าหากตอบผิดเพื่อนจะหัวเราะ เมื่อทำงานเป็นกลุ่มเด็กจะช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ถ้าหากตอบผิดก็ถือว่าตอบผิดทั้งกลุ่ม คนอื่น ๆ อาจจะช่วยเหลือบ้าง เด็กในกลุ่มจะมีความผูกพันกันมากขึ้น
- สำหรับงานวิจัยนี้ การเรียนแบบร่วมมือเป็นส่วนหนึ่งของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดเพราะการเรียนแบบร่วมมือเป็นการเปิดโอกาสให้เด็กได้ช่วยเหลือซึ่งกันและกันมากขึ้นได้ใกล้ชิดกันมากขึ้นเด็กเก่งจะช่วยเหลือเด็กอ่อนทำให้เด็กที่เรียนอ่อนมีความกล้าและมีความเชื่อมั่นในตนเองสูงขึ้น กล้าที่จะตอบคำถามหรือกล้าที่จะแสดงความคิดเห็นภายในกลุ่มมากขึ้น โดยการจัดนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ซึ่งมีทั้งเด็กเก่งปานกลางและอ่อน

#### 1.10 การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด

จากความสำคัญของการสื่อสารที่มีต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้สรุปแนวคิดที่จะพัฒนาและปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพมากขึ้น โดยใช้หลักการผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง สามารถค้นพบและเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย สามารถบูรณาการความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ โดยมีการ

สื่อสารแบบสองทางที่เป็นปฏิสัมพันธ์โต้ตอบระหว่างนักเรียนกับครูผู้สอน หรือระหว่างนักเรียนด้วยกัน เพื่อให้นักเรียนได้ช่วยเหลือกันและร่วมกันอภิปรายความคิดเห็น และสื่อความรู้ความเข้าใจให้เพื่อนได้ เกิดการเรียนรู้และตรวจสอบความถูกต้องความรู้ของผู้เรียน โดยใช้ทักษะการพูด และทักษะการเขียน ผู้วิจัยได้แบ่งขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ออกเป็น 5 ขั้นตอน ได้แก่

1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นขั้นที่เร้าความสนใจในการแก้ปัญหา โดยเพิ่มเติมความรู้ใหม่หรือทบทวนความรู้เดิมของนักเรียน จากกิจกรรมที่สอดแทรกให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการสื่อสาร เช่น การพูดอภิปราย การเล่นเกม เป็นต้น ซึ่งในขั้นนี้มีการบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบเพื่อเป็นแนวทางในการเรียนรู้ของตนเอง

2. ขั้นการเรียนรู้ เป็นขั้นที่เน้นให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการนำเสนอปัญหาให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายแสดงแนวคิดโดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนแสดงแนวคิด นักเรียนศึกษาความคิดรวบยอดจากใบความรู้ ฝึกการสื่อสารแนวความคิดของตนให้ผู้อื่นทราบโดยการร่วมกันทำใบงาน และฝึกการสื่อสารการเขียนด้วยการสรุปความรู้ของกลุ่มและของตนเองในแบบจบบันทึก นำเสนอผลงานของกลุ่ม โดยนำเสนอในลักษณะผลัดเปลี่ยนหมุนเวียน

3. ขั้นฝึกปฏิบัติเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ เป็นขั้นที่นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติเพื่อตรวจสอบความเข้าใจในเนื้อหาวิชาที่เรียนด้วยกิจกรรมการทำแบบฝึกหัดรายบุคคล กิจกรรมรายคู่และกิจกรรมกลุ่ม ในแต่ละครั้งจะฝึกปฏิบัติเพียงหนึ่งกิจกรรมขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของเนื้อหา โดยแต่ละกิจกรรมเป็นแบบฝึกหัดที่ครูจัดเตรียมไว้

4. ขั้นสรุปบทเรียน เป็นขั้นสรุปผลการแก้ปัญหาและครูอภิปรายเพิ่มเติมถึงความรู้ที่ได้รับหลังการร่วมกิจกรรม แล้วนักเรียนสรุปด้วยตนเองเขียนลงในแบบจบบันทึก

5. ขั้นประเมินผลการเรียนการสอน การประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน ด้วยการสังเกตการร่วมกิจกรรมหรือการซักถามของนักเรียน การตรวจความถูกต้องของใบงานแบบฝึกหัด แบบจบบันทึก

### 1.11 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### งานวิจัยในประเทศ

สมเดช บุญประจักษ์.(2540 : 91 –92 ) ได้ทำการศึกษาพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือเพื่อที่จะพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ในด้าน ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารกลุ่มตัวอย่างจำนวน 154 คน แบ่งออกเป็นกลุ่มทดลอง 75 คน และกลุ่มควบคุม 79 คน ผลการทดลองปรากฏว่า นักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมนั้น มีศักยภาพทางด้านคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้าน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดย

ศักยภาพทาง คณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม โดยเฉพาะในด้านการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารนั้นนักเรียนกลุ่มทดลองมีการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารได้ดีขึ้นตามลำดับ

สมชาย วรภิเษมสกุล (2540 : 155) ได้ศึกษาค้นคว้าและพัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ โดยการสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหา โดยใช้กลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง ที่มีกลุ่มตัวอย่างจำนวน 195 คน ผลจากการศึกษาค้นคว้าพบว่า นักเรียนที่ได้เรียนจากรูปแบบการสื่อสารแนวความคิดนั้นแล้วมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นเนื่องจากการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร อภิปรายแนวคิดของตนเอง (การพูด/การเขียน) ที่เกี่ยวกับเนื้อหาว่า เพื่อให้ความช่วยเหลือเพื่อนที่ไม่อาจทำความเข้าใจได้จากการอธิบายของครูผู้สอน หรือแก้ไขข้อบกพร่องที่เกิดจากความเข้าใจคลาดเคลื่อนของผู้เรียนอย่างรวดเร็ว โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ เพื่อให้นักเรียนเก่งช่วยเหลือนักเรียนที่เรียนอ่อน

#### งานวิจัยต่างประเทศ

โรจาส (Rojas. 1992 : 53 – 05A) ได้ทำการศึกษาวิจัย การส่งเสริมการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็น โดยการพัฒนานักเรียนด้านทักษะการอ่านและการเขียน โดยให้นักเรียนได้เรียนเป็นกลุ่ม โดยให้นักเรียนเรียนเนื้อหา เรื่อง ความน่าจะเป็นและใช้เทคนิคในการเสริมกิจกรรมทางภาษาในการเรียนคณิตศาสตร์ ผูกการสื่อสารให้แก่นักเรียนโดยการกระตุ้นให้นักเรียนได้ค้นคว้าโดยการเสริมแรงในการอ่าน เขียน และพูด ผลปรากฏว่า การทดลองนี้ทำให้นักเรียนมีผลการเรียนที่ดีขึ้นในกิจกรรมการเขียน แต่ว่ากิจกรรมการอ่านนักเรียนเห็นประโยชน์เพียงเล็กน้อย โดยไม่รู้ว่าการอ่านจะมีประโยชน์อย่างไร และอะไรที่เป็นความสามารถในการอ่านของพวกเขา

โจฮันนิง (Johanning. 151 – 160) ได้ศึกษา การวิเคราะห์การเขียนและการทำงานกลุ่มร่วมกัน ของนักเรียนมัธยมศึกษาในการศึกษาวิชาพีชคณิตเบื้องต้น มีการปฏิรูปโดยการส่งเสริมโดยการให้นักเรียนอ่าน เขียน อภิปรายทางคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกับการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ การศึกษาครั้งนี้ได้ให้ความสำคัญกับการเขียนซึ่งจะช่วยให้เด็กคิดไปพร้อม ๆ กันโดยพิจารณาจากผลงานของนักเรียน เป็นการวิจัยเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาความเข้าใจของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาว่ามีความเข้าใจอย่างไร คิดอย่างไรกับวิธีการแก้ปัญหาที่ได้เขียนอธิบาย กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนระดับเกรด 7 และ 8 จำนวน 48 คน เป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 14 คน และเกรด 8 จำนวน 34 คน การดำเนินการโดยใช้การเขียนและการทำงานกลุ่มในการเรียนพีชคณิตเบื้องต้น ใช้ระยะเวลาการทดลอง 1 ปี โดยการแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม 7 คน ซึ่งประกอบด้วยนักเรียนเกรด 8 จำนวน 4 คน (ผู้ชาย 1 คน ผู้หญิง 3 คน) นักเรียนเกรด 7 จำนวน 3 คน (ผู้ชาย 2 คน ผู้หญิง 1 คน) เพื่อให้เกิดความสมดุลของกลุ่มตัวอย่าง การเก็บรวบรวมข้อมูลโดย บันทึกภาพการมีส่วนร่วมและการอภิปรายกลุ่ม และการสัมภาษณ์นักเรียน ผลการศึกษาพบว่า การเขียนอธิบายเป็นวิธีหนึ่งที่กระตุ้นนักเรียน ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เมื่อนักเรียนได้สื่อสารความคิดของตนลงบนกระดาษและถ่ายทอดสู่บุคคลอื่น การเขียนอธิบายก่อนการอภิปราย กลุ่ม ทำให้มั่นใจว่านักเรียนทุกคนมีโอกาสศึกษาด้วยตนเองก่อนที่จะพบครูกับเพื่อน ๆ การเขียนทำให้นักเรียนมีความมั่นใจมากขึ้นในการทำงานกลุ่มโดยการแลกเปลี่ยนความคิดภายในกลุ่ม ซึ่งบรรยากาศเช่นนี้ นักเรียนจะมีความกระตือรือร้นในการคิดและการมีส่วนร่วมในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย

โรดิเฮฟเวอร์ (Rodeheaver. 2000 : 61 – 03A) ได้ทำการศึกษา กรณีศึกษา ระหว่างนักศึกษาครูและความร่วมมือของครูที่สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา เพื่อศึกษาว่าการสื่อสารอะไรบ้างที่จะมีผลต่อการเรียนการสอน และทำการประเมินข้อมูลย้อนกลับจากนักศึกษาครูเป็นอย่างมากโดยมีการจัดการสื่อสารเข้าไปในกระบวนการเรียนการสอนแต่ว่าคุณภาพของการสื่อสารนั้นจะเป็นการเน้นเพียงให้บรรลุจุดมุ่งหมายเท่านั้น ไม่ได้เน้นในด้านการปฏิบัติ ซึ่งในการใช้การสื่อสารในการทดลองนี้ไม่ได้รับความเป็นอิสระจากครูเลย

โควิงตัน (Covington. 2001 : 61 – 12A) ได้ทำการศึกษาวิจัยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในโครงการ Connected Mathematics Project (CMP) ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา จุดมุ่งหมายของการศึกษา เพื่อพิจารณาผลของโครงการ CMP ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา ซึ่งโรงเรียนตั้งอยู่ในตัวเมือง โดยมีจุดมุ่งหมายอยู่ข้อหนึ่งคือ การเปรียบเทียบรูปแบบของการมีปฏิสัมพันธ์และการสื่อสารในห้องเรียน ของทั้งสองกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองคือห้องเรียนที่เรียนจากโครงการ CMP และห้องเรียนที่เรียนจากห้องเรียนหลักสูตรปกติ รูปแบบของการวิจัยผู้วิจัยได้วิเคราะห์ข้อมูลทั้งด้านเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ การวิจัยเชิงประมาณจะทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในระดับเกรด 8 จำนวน 700 คน ที่เรียนอยู่ในปีการศึกษา 1999 – 2000 โดยใช้คะแนนมาตรฐานของรัฐเป็นเกณฑ์ (State Basic Standards : BST) ส่วนด้านการวิจัยเชิงคุณภาพ ทำโดยการสำรวจจากประสบการณ์ของผู้ที่มีส่วนร่วมในการวิจัยตั้งแต่เริ่มต้น ครูและนักเรียน ผลการศึกษาค้นคว้าพบว่า รูปแบบของการมีปฏิสัมพันธ์ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม คือนักเรียนในโครงการ CMP และนักเรียนที่เรียนในหลักสูตรปกติ มีความแตกต่างกันมาก เพราะห้องเรียนโครงการ CMP จะให้โอกาสนักเรียนทางการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าห้องเรียนหลักสูตรปกติ นอกจากนี้ นักเรียนในโครงการ CMP ได้แสดงถึงการใช้ทักษะการให้เหตุผลทางพีชคณิตอยู่ในระดับเดียวกับนักเรียนในหลักสูตรปกติ แต่แสดงถึงความเข้าใจแนวคิด โดยมีการใช้ทฤษฎีที่หลากหลายกว่านักเรียนในหลักสูตรปกติ สรุปนักเรียนในโครงการ CMP จะมีผลการปฏิบัติเป็นที่น่าสนใจและได้รับประสบการณ์ทางบวก จากห้องเรียนมากกว่านักเรียนที่เรียนจากหลักสูตรปกติ ส่วนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

จากการได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ จะพบว่าการสื่อสารมีความสำคัญกับนักเรียนเป็นอย่างมาก ไม่ว่าจะเป็นการเขียนและพูดอธิบายสิ่ง

ที่เขียนแสดงผลงานของนักเรียนออกไป ถ้านักเรียนมีการแสดงที่เป็นขั้นตอนและใช้หลักการในการสื่อสารที่ถูกต้อง โดยร่วมกันอภิปรายในกลุ่ม แลกเปลี่ยนความคิดเห็น แสดงความคิดเห็นต่อเพื่อน ๆ ในห้อง นักเรียนก็จะได้รับการเรียนรู้จากกิจกรรมที่ครูจัดให้อย่างแท้จริง

## 2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 2.1 ความหมายของปัญหาและการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

มีผู้ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

อดัมส์ เอลลิสและบีสัน (Adams, Ellis and Beeson. 1977 : 173 –174) ได้ให้ความหมายของปัญหาว่า คือ สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งปัญหานั้นไม่ได้รับวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาต้องค้นหาวางจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหา นั่นคือ การได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

เรย์ ชุยดัม และ ลินด์ควิสท์ (Reys, Suydam and Lindquist. 1995 : 54) กล่าวว่า ปัญหา คือ สถานการณ์ที่คนต้องการบางสิ่งบางอย่างและไม่รู้วิธีจะแก้ปัญหานั้นโดยทันที ถ้าปัญหานั้นได้รู้โดยง่ายว่าจะหาคำตอบอย่างไร หรือรู้คำตอบโดยทันทีสิ่งนั้นก็จะไม่เป็นปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 62) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งจะอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน หรืออธิบายให้เหตุผล
2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใดต้องใช้ทักษะความรู้และอุปกรณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้
3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

สำหรับงานวิจัยนี้ ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบ ซึ่งยังไม่รู้วิธีการที่จะได้รับคำตอบของปัญหาในทันที ต้องใช้ความรู้ประสบการณ์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมที่สุดผสมผสานเป็นแนวทางแก้ปัญหานั้นให้สำเร็จ

### 2.2 การแก้ปัญห ( Problem Solving )

เบลล์ (Bell. 1978 : 311) ได้ให้ข้อคิดเห็นว่า การแก้ปัญหามีความสำคัญและเหมาะที่จะใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพราะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์และเป็นเครื่องมือช่วยให้ประยุกต์ศักยภาพเหล่านั้นไปสู่



สถานการณ์ใหม่ การแก้ปัญหาช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนคติและหลักการต่าง ๆ โดยการแสดงการประยุกต์ใช้ในคณิตศาสตร์เองและที่สัมพันธ์กับสาขาอื่น ๆ

โพลยา (Polya. 1980 : 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อให้ได้ข้อลงเอยหรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

เพอดิคาริส (Perdikaris. 1993 : 423) ได้กล่าวถึงปัญหาว่า เป็นการเตรียมการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ที่จะนำไปสู่แนวคิดใหม่ เป็นการกระตุ้นการเรียนรู้และการสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน ความสำเร็จในการแก้ปัญหาจะทำให้เกิดการพัฒนาคุณลักษณะที่ต้องการแก่นักเรียน เช่น ความใฝ่รู้ ความอยากรู้อยากเห็น

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000) ได้กำหนดไว้ว่าในการสอนตั้งแต่ระดับชั้นอนุบาลถึงเกรด 12 ควรให้นักเรียนได้ทำในสิ่งต่อไปนี้

1. สร้างองค์ความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์โดยผ่านการแก้ปัญหา
2. การแก้ปัญหาคงจะมีในวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ
3. ประยุกต์และปรับปรุง ยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและหลากหลาย
4. ตรวจสอบมองและย้อนกลับในกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สำหรับงานวิจัยนี้ การแก้ปัญหา คือ กระบวนการที่ต้องใช้ทั้งความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบให้กับปัญหา โดยมีการดำเนินการที่เป็นขั้นตอน และมีการใช้กลยุทธ์เพื่อนำไปสู่ความสำเร็จ

### 2.3 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

จากความหมายของปัญหาข้างต้น ได้มีผู้แบ่งปัญหาออกเป็นประเภทต่าง ๆ ดังนี้

ชาร์ลและเลสเตอร์ (Charles and Lester. 1982 : 6 – 10) ได้พิจารณาจำแนกประเภทของปัญหาและเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหาแต่ละประเภทดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill Exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น
2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple Translation Problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนแปลงประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาขั้นตอนเดียวมุ่งให้เข้าใจมโนคติทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดคำนวณ
3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Complex Translation Problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มีสองขั้นตอนหรือมากกว่าสองขั้นตอน

4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อนไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้นหรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหาและการประเมินผลคำตอบ

5. ปัญหาประยุกต์ (Applied Problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนคติและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การจัดกระทำ การรวบรวมและการแทนข้อมูลและต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลในเชิงปริมาณ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ทักษะ กระบวนการ มโนคติและข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ ในสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

6. ปัญหาปริศนา (Puzzle Problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่มไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะเป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาและเป็นปัญหาที่มองได้หลายมุมมอง

โพลยา (Polya. 1985 : 123 – 128) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทโดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problems to Find) เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problems to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐาน หรือสิ่งที่กำหนดให้และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

บิเทอร์ ฮาร์ทฟิลด์และเอดเวิร์ดส์ (Bitter, Hartfield and Edwards. 1989 : 37) ได้แบ่งปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ โดยพิจารณาตามลักษณะของปัญหา คือ

1. ปัญหาปลายเปิด (Open – Ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้ได้หลายคำตอบ ปัญหาลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ เป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลากหลายวิธี

3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided Discovery) เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มีคำชี้แนะ (Clues) และคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจไม่ต้องค้นหาหรือไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ เมื่อพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา

เรย์ ชุยแดม และลินด์ควิสต์ (Reys, Sundam and Lindquist. 1992 : 29 ) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problems) เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2. ปัญหาแปลกใหม่ (Nonroutine Problems) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหามustประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

สำหรับงานวิจัยนี้ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์มี 2 ประเภท คือ ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหาอยู่แล้ว ประเภทที่สองคือปัญหาแปลกใหม่ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนมากกว่าปัญหาธรรมดา ผู้แก้ปัญหามustประมวลความรู้ความสามารถ หลักการและวิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ มาใช้ในการแก้ปัญหา

## 2.4 ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

แก๊ง (Gagne, R.M.1985 : 186 – 187) กล่าวถึงสาระสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ทักษะทางปัญญา (Intellectual Skills) หมายถึง ความสามารถในการนำกฎ สูตร ความคิดรวบยอดและ/หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสมทักษะทางปัญญาเป็นความรู้ที่นักเรียนเคยเรียนรู้มาก่อน

2. ลักษณะของปัญหา (Problem Scheme) หมายถึง ข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่าง สิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่กำหนดให้ ข้อมูลเหล่านี้ได้แก่ คำศัพท์ และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ

3. การวางแผนหาคำตอบ (Planning Strategies) หมายถึง ความสามารถในการใช้ทักษะทางปัญญาและลักษณะของปัญหาในการวางแผนแก้ปัญหา การวางแผนหาคำตอบเป็นกลวิธีการคิด (Cognitive Strategies) อย่างหนึ่ง

4. การตรวจสอบคำตอบ (Validating Answer) หมายถึง ความสามารถในการตรวจย้อนเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาลดทการกระบวนการ

กองวิจัยทางการศึกษา (2531 : 10 – 18) กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า คือ กระบวนการคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ความสามารถในการเข้าใจโจทย์ ความสามารถในการหาวิธีการได้ถูกต้อง ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการหาคำตอบได้ถูกต้อง

สำหรับงานวิจัยนี้ ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการแสดงแนวคิด

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้กระบวนการทางสมอง ประสบการณ์ เพื่อตัดสินใจว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา ซึ่งวัดจากความสามารถใน 4 ด้าน คือ ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาความสามารถในขั้นวางแผนแก้ปัญหา ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหา ความสามารถในการตรวจสอบผล

## 2.5 องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya. 1957 : 225) ได้กล่าวว่า สิ่งที่มีสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นสิ่งที่มีส่วนช่วยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ คือ

1. ความสามารถในการอ่านเพื่อทำความเข้าใจกับปัญหา เมื่อนักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาข้อนั้นแล้วจะต้องสามารถจับความได้ว่าโจทย์ปัญหาข้อนั้นต้องการให้หาคำตอบเกี่ยวกับอะไร โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง ข้อมูลที่กำหนดให้มีเงื่อนไขหรือข้อกำหนดอย่างไรบ้าง
2. ความสามารถในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดไว้และประยุกต์ใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมของตน เพื่อทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น
3. ความสามารถในการแปลงสิ่งที่กำหนดให้ในโจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์
4. ความสามารถในการวางแผนเพื่อกำหนดแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา
5. ความสามารถในการคิดคำนวณ เพื่อหาคำตอบที่ถูกต้องของโจทย์ปัญหา

นักเรียน

จะต้องมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับระบบจำนวน และตัวเลขตลอดจนมีทักษะในการคำนวณต่างๆ อย่างคล่องแคล่ว

6. ความสามารถในการตรวจสอบคำตอบเพื่อให้มั่นใจว่า คำตอบที่คำนวณได้นั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้องและสมบูรณ์ของโจทย์ปัญหาข้อนั้น

ไคลด์ (Clyde. 1967 : 112) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ดังนี้

1. วุฒิภาวะและประสบการณ์จะช่วยให้เด็กนักเรียนแก้ปัญหาได้ดีขึ้น
2. ความสามารถในการอ่าน
3. สติปัญญา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 81 – 82) กล่าวถึงองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่สำคัญ ประกอบด้วย

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อความสามารถด้านนี้คือ ทักษะการอ่านและการฟัง เพราะนักเรียนจะรับรู้ปัญหาได้จากการอ่านและการฟัง แต่ปัญหาส่วนใหญ่อยู่ในรูปข้อความที่เป็นตัวอักษร เมื่อพบปัญหานักเรียนจะต้อง

อ่านทำความเข้าใจ โดยแยกประเด็นที่สำคัญของปัญหาออกมาให้ได้ว่าปัญหากำหนดอะไรให้บ้างและปัญหาต้องการอะไร มีข้อมูลใดบ้างที่จำเป็นในการแก้ปัญหา การทำความเข้าใจปัญหา

2. ทักษะในการแก้ปัญหา เกิดขึ้นจากการฝึกฝนทำอยู่บ่อยๆ จนเกิดความชำนาญ เมื่อนักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาอยู่เสมอ นักเรียนจะมีโอกาสได้พบปัญหาต่างๆ หลากรูปแบบซึ่งอาจมีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงกันหรือแตกต่างกัน ได้มีประสบการณ์ในการเลือกยุทธวิธีต่างๆ เพื่อนำไปใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา เมื่อเผชิญกับปัญหาใหม่ก็จะสามารถนำประสบการณ์เดิมมาเทียบเคียง พิจารณาว่าปัญหาใหม่นั้นมีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่ตนเองค้นเคยหรือไม่ สามารถแยกเป็นปัญหาย่อยๆ ที่มีโครงสร้างของปัญหาลคล้ายคลึงกับปัญหาที่ตนเองค้นเคยหรือไม่ สามารถใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหานี้ได้บ้าง นักเรียนที่มีทักษะในการแก้ปัญหาจะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล เพราะถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างแจ่มชัดและวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วคิดคำนวณไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหานั้นก็ถือว่าไม่ประสบความสำเร็จ สำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบายให้เหตุผลนักเรียนจะต้องอาศัยทักษะพื้นฐานในการเขียนและการพูด นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจในกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความหมายของการพิสูจน์ และวิธีพิสูจน์แบบต่างๆ เท่าที่จำเป็นและเพียงพอในการนำไปใช้แก้ปัญหาในแต่ละระดับชั้น

4. แรงขับ เนื่องจากปัญหาเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ ซึ่งนักเรียนไม่คุ้นเคยและไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ผู้แก้ปัญหาจะต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่เพื่อให้ได้คำตอบ นักเรียนจะต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้เกิดขึ้นจากปัจจัยต่างๆ เช่น เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งต้องใช้ระยะเวลายาวนานในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนโดยผ่านทางกิจกรรมต่างๆ ในการเรียนการสอน

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาที่ดีจะต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตนเองค้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการคิดแก้ปัญหาโดยบูรณาการความเข้าใจ ทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา ตลอดจนแรงขับที่มีอยู่เชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ สร้างเป็นองค์ความรู้ที่สามารถปรับใช้เพื่อแก้ปัญหาใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สูตร กาญจนมยุร (2542 : 3 – 4) กล่าวถึงองค์ประกอบที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาดังนี้

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับภาษา ได้แก่ คำและความหมายของคำต่าง ๆ ที่อยู่ในโจทย์ปัญหาแต่ละข้อมีความหมายอย่างไร

2. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับความเข้าใจ เป็นขั้นดีความจากข้อความทั้งหมดของโจทย์ปัญหาออกมาเป็นประโยคสัญลักษณ์ที่นำไปสู่การหาคำตอบด้วยวิธีการบวก

3. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับการคำนวณ ขั้นนี้นักเรียนจะต้องมีทักษะในการบวก ลบ คูณและหาร ได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ

4. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับการแสดงวิธีทำ ครูผู้สอนต้องให้นักเรียนฝึกการอ่าน ย่อความจากโจทย์แต่ละตอน โดยเขียนสั้น ๆ รัดกุมและมีความชัดเจนตามโจทย์

5. องค์ประกอบในการฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ผู้สอนจะต้องเริ่มฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนทุกคนจากง่ายไปหายาก กล่าวคือเริ่มฝึกทักษะตามตัวอย่างหรือเลียนแบบตัวอย่างที่ครูผู้สอนทำให้อีกก่อน จึงไปฝึกทักษะการแปลความและฝึกทักษะจากหนังสือเรียนต่อไป

สำหรับงานวิจัยนี้ สรุปได้ว่าองค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีหลายประการเช่น ทักษะการอ่านและแปลความหมาย การเข้าใจสัญลักษณ์ความสามารถในการสร้างมโนคติ ทักษะการคิดคำนวณ ความสามารถในการวิเคราะห์และวางแผนแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนที่มีความเข้าใจในองค์ประกอบเหล่านี้จะสามารถพัฒนาการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น

## 2.6 ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ โพลยา (Polya. 1957 : 16 – 17) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นการมองไปที่ตัวปัญหาพิจารณาว่าปัญหาต้องการอะไร ปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง คำตอบของปัญหาพิจารณาว่าปัญหาต้องการอะไร ปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง คำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่าง ๆ เช่น การเขียนรูป เขียนแผนภูมิการเขียนสาระปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเอง

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผน เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใดจะแก้ปัญหายังไร ปัญหาที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กับปัญหาที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้มาก่อนหรือไม่ ขั้นวางแผนเป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหามองจะต้องพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในปัญหาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหามองผู้แก้ปัญหามีอยู่ แล้วกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ต้องลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้โดยเริ่มตรวจสอบความเป็นไปของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาลใหม่

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาต้องมองย้อนกลับไปขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมา เพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาและวิธีการแก้ปัญหาอื่นอีกหรือไม่

ครูลิก และรูดนิค (Krulik and Rudnick. 1993 : 39 – 57) กล่าวถึงลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่ามีลำดับขั้นตอนแบ่งเป็น 5 ขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการอ่านและคิด (Read and Think) เป็นขั้นที่นักเรียนได้อ่านข้อปัญหาตีความจากภาษา สร้างความสัมพันธ์ และระลึกถึงสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน ซึ่งโดยทั่วไปแล้วปัญหาจะประกอบด้วยข้อเท็จจริงและคำถามอยู่รวมกันอาจทำให้เกิดการไขว่ไขว่ได้ ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องแยกแยะข้อเท็จจริงและข้อคำถาม มองเห็นภาพของเหตุการณ์ บอกสิ่งที่กำหนดและสิ่งที่ต้องการ และกล่าวถึงปัญหาในภาษาของตนเองได้

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและวางแผน (Explore and Plan) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาวินิจฉัยและสังเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหา รวบรวมข้อมูล พิจารณาว่าข้อมูลที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่ เชื่อมโยงข้อมูลเข้ากับความรู้เดิม เพื่อหาคำตอบที่เป็นไปได้ แล้ววางแผนเพื่อแก้ปัญหา โดยนำเอาข้อมูลที่มีอยู่สร้างเป็นแผนภาพหรือรูปแบบต่างๆ เช่น แผนผัง ตาราง กราฟ หรือวาดภาพประกอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นการเลือกวิธีการแก้ปัญหา (Select a Strategy) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาต้องเลือกวิธีการที่เหมาะสมที่สุด แต่ละบุคคลจะเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไป และในการแก้ปัญหาหนึ่งปัญหามักจะมีการนำเอาหลายๆ วิธีการแก้ปัญหามาประยุกต์เพื่อแก้ปัญหานั้นก็ได้ ซึ่งวิธีการแก้ปัญหาเหล่านั้น ได้แก่ การค้นหาแบบรูป (Pattern Recognition) การทำย้อนกลับ (Working Backwards) การคาดเดาและตรวจสอบ (Guess and Test) การแสดงบทบาทสมมติหรือการทดลอง (Simulation or Experimentation) การสรุป รวบรวม หรือการขยายความ (Reduction /Expansion) การแจงรายกรณีอย่างเป็นระบบ (Organized Listing / Exhaustive Listing) การให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ (Logical Deduction)

ขั้นที่ 4 การค้นหาคำตอบ (Find an Answer) เมื่อเข้าใจปัญหาและเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้แล้ว นักเรียนควรจะประมาณคำตอบที่เป็นไปได้ ในขั้นนี้นักเรียนควรลงมือปฏิบัติด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งจะต้องอาศัย การประมาณค่า การใช้ทักษะการคิดคำนวณ การใช้ทักษะทางพีชคณิต และการใช้ทักษะทางเรขาคณิต

ขั้นที่ 5 การมองย้อนและขยายผล (Reflect and Extend) ถ้าคำตอบที่ได้ไม่ใช่ผลที่ต้องการก็ต้องย้อนหลังไปยังกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อหาวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบที่ถูกต้องใหม่ และนำเอาวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่นต่อไป ในขั้นตอนนี้ประกอบด้วย การตรวจสอบคำตอบ การค้นพบทางเลือกที่นำไปสู่ผลลัพธ์ การมองความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงและคำถาม การขยายผลลัพธ์ที่ได้ การพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้ และการสร้างสรรค์ปัญหาที่น่าสนใจจากข้อปัญหาเดิม

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2542 : 15 – 16) กล่าวถึงขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหา ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่ระบุสิ่งที่ต้องการ ระบุข้อมูลที่กำหนดให้และระบุเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่ต้องการกับข้อมูลที่กำหนดให้
2. วางแผนแก้ปัญหา ในขั้นนี้เป็นการระบุข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นสำหรับการได้มาซึ่งสิ่งที่ต้องการ ระบุปัญหาย่อย และการเลือกใช้ยุทธศาสตร์ที่เหมาะสม ได้แก่ การสังเกตกระสวนหรือรูปแบบการคิดจากปลายเหตุย้อนสู่ต้นเหตุ การเดาและทดสอบ การทดลอง และสร้างสถานการณ์จำลอง การลดความซับซ้อนของปัญหา การแบ่งปัญหออกเป็นส่วนย่อยๆ การใช้วิธีอนุมานทางตรรกวิทยา และการรายงานแจกแจงสมาชิกทั้งหมด
3. ดำเนินการตามแผน ในขั้นนี้เป็นการดำเนินการตามวิธีที่เลือกเพื่อแก้ปัญหา

4. ตรวจสอบกระบวนการและคำตอบ ในขั้นนี้เป็นการตรวจสอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่คำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่ สามารถหาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีกว่า สั้นกว่าวิธีการที่เลือกหรือไม่ และสามารถดัดแปลงเพิ่มเติมเงื่อนไขหรือข้อมูลเพื่อสร้างปัญหาใหม่ได้หรือไม่

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544 :191 – 192 )ได้สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

ในการเริ่มต้นพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะในกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอนก่อน แล้วจึงฝึกทักษะในการแก้ปัญหา

กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน มีดังนี้

- ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา หรือวิเคราะห์ปัญหา
- ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา
- ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา
- ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ หรือมองย้อนกลับ

ในกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนนี้ยังอาศัยทักษะอื่น ๆ ประกอบด้วย

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา หรือวิเคราะห์ปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญและจำเป็นอีกหลายประการ เช่น ทักษะการอ่านโจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมายทางภาษา ซึ่งผู้เรียนควรแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้และโจทย์ต้องการให้หาอะไร หรือพิสูจน์ข้อความใด

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหาเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้หลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้อยู่แล้ว ทักษะในการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น เลือกใช้การเขียนรูป หรือแผนภาพ ตาราง การสังเกตหาแบบรูปหรือ



ความสัมพันธ์ เป็นต้น ในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า คาดการณ์ หรือคาดคะเน คำตอบประกอบด้วย ผู้สอนจะต้องหาวิธีฝึกวิเคราะห์แนวคิดในขั้นนี้ให้มาก

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณหรือ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ หรือมองย้อนกลับ ต้องอาศัยทักษะในการคำนวณ การประมาณคำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้โดยอาศัยความรู้สึกเชิงจำนวน หรือ ความรู้สึกเชิงปริภูมิ ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์ หรือปัญหา

สำหรับงานวิจัยนี้จะยึดขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของสถาบันส่งเสริมการสอน วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งได้แก่ ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ขั้นการวางแผน ขั้นการ ดำเนินการตามแผน ขั้นการตรวจสอบ เพื่อเป็นแนวทางการพัฒนาความสามารถในการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์

## 2.7 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

### บทบาทของครู

สเตซีและโกรฟ (Schoenfeld. 1989 : 83 – 103 ; Citing Stacey and Groves.n.d.) ได้สรุปบทบาทของครูในการเรียนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า

1. ช่วยให้นักเรียนยอมรับความท้าทายว่า “ปัญหาจะไม่ใช้ปัญหาง่ายกว่าเขา ต้องการจะแก้มัน”
2. สร้างบรรยากาศที่สนับสนุนการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยและไม่ตกอยู่ในความ กลัวเมื่อติดขัดขณะกำลังทำ
3. ให้เด็กได้ทำงานในแนวทางของตนเองเพื่อหาคำตอบและครูช่วยเท่า จำเป็น แต่ไม่ใช่ด้วยการบอกคำตอบ
4. ให้สอนการทำงาน เช่นเด็กคิดเกี่ยวกับสิ่งที่ทำ สิ่งทีอภิปราย หรือเขียน ออกมาเพื่อให้เด็กเข้าใจกระบวนการที่เกี่ยวข้อง
5. อภิปรายกับเด็กเกี่ยวกับกระบวนการที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์เพื่อให้เด็กได้สะสมศัพท์ที่จะต้องใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป เด็กจะได้เรียนรู้มากขึ้น ถ้าครูเบนความสนใจของเขาไปสู่ยุทธวิธีหรือกระบวนการที่เกี่ยวข้อง

อาภา ถนัดช่วง (2534 : 23) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดการเรียน แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ครูควรสร้างบรรยากาศการเรียนการสอนให้เด็กมีอิสระ กล้าคิด กล้า แสดงออก เพราะการคิดหรือกล้าแสดงออกเหล่านี้ จะช่วยให้ครูรู้จักนักเรียนดียิ่งขึ้น ทั้งในแง่

ของสติปัญญาและอารมณ์หรือปมทางจิตต่าง ๆ ซึ่งครูควรหาวิธีส่งเสริมและช่วยเหลือให้เหมาะสมต่อไป

2. การให้เด็กคิดแก้ปัญหาได้อย่างฉลาดนั้น จะต้องอาศัยสิ่งเร้าหรือการกระตุ้นที่ดี คือมีการเสนอปัญหาหรือประเด็นให้คิดที่ท้าทายน่าสนใจและเหมาะสมกับวัยของเด็ก ครูอาจให้ความรู้ในรูปของข้อมูลเพื่อประกอบการพิจารณาหาทางเลือกได้แต่ในขั้นตัดสินใจครูควรให้นักเรียนตัดสินใจด้วยตนเอง แม้การตัดสินใจนั้นจะผิดพลาดเหล่านั้นด้วยตนเอง เพื่อที่จะให้เด็กได้รับผิดชอบตนเองและรู้จักควบคุมตนเองต่อไป

## 2.8 บทบาทของผู้แก้ปัญหา

ซุยแดม (Suydam. 1980 : 36) ได้กล่าวถึงบทบาทของนักแก้ปัญหาที่ดีไว้ 10 ประการดังนี้

1. มีความสามารถในการเข้าใจในความคิดรวบยอด (Concepts) และข้อความทางคณิตศาสตร์
2. มีความสามารถในการแยกแยะความคล้ายคลึงกันหรือความแตกต่างกัน
3. มีความสามารถในการเลือกใช้ข้อมูลและวิธีการที่ถูกต้อง
4. มีความสามารถแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง
5. มีความสามารถในการวิเคราะห์และประมาณค่า
6. มีความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ และตีความหมายของข้อเท็จจริงเชิงปริมาณ
7. มีความสามารถในการกล่าวถึงส่วนสำคัญของตัวอย่างที่กำหนดให้
8. มีความสามารถในการเปลี่ยนวิธีคิดได้อย่างถูกต้อง
9. มีความเชื่อมั่นในตนเองสูงและมีสัมพันธภาพที่ดีกับผู้อื่น
10. มีความวิตกกังวลต่ำ

สูลัดดา ลอยฟ้า และคณะ (2539 : 12 – 13) ได้เสนอแนะบทบาทของผู้แก้ปัญหาควรจะมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. สังเกตและวิเคราะห์สถานการณ์ว่าอะไรคือปัญหา
2. พิจารณาและทำปัญหาให้ง่ายในการแก้ปัญหา เช่น ตัดส่วนที่ไม่เกี่ยวข้องออกเขียนหรือวาดภาพประกอบ
3. เปลี่ยนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
4. คิดคำนวณหาผลลัพธ์หรือคำตอบจากประโยคสัญลักษณ์
5. นำผลลัพธ์ไปตอบปัญหา แปลความหมายของผลลัพธ์ไปสู่ปัญหา
6. นำปัญหาที่แก้ได้ ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์จริง

สำหรับงานวิจัยนี้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ บทบาทของครูในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์คือ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถด้านต่างๆ ทั้งความสามารถในการอ่านทำความเข้าใจ ปัญหา การคิดคำนวณและวางแผนแก้ปัญหา รวมทั้งสร้างบรรยากาศในการเรียนให้นักเรียน แสดงความคิดอย่างอิสระ เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหา และสามารถนำไป ประยุกต์ใช้ได้จริงในชีวิตประจำวัน

## 2.9 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ในด้านยุทธวิธีของการแก้ปัญหาได้มีผู้ที่เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

เคนนอนดี และทิปส์ (Kennedy and Tipps. 1997 : 11 – 23) ได้เสนอยุทธวิธีที่สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ได้แก่

1. การแสดงออก (Act it out) เป็นยุทธวิธีที่เหมาะสมกับเด็กเล็ก เป็นการแสดงออกในรูปของละครหรือบทบาทสมมุติในเรื่องราวชีวิตจริงหรือสถานการณ์ เช่นการจำลองสถานการณ์การค้าขาย โดยสมมุติให้ห้องเรียนเป็นร้านค้า มีการซื้อขายอาหาร และเครื่องใช้ต่างๆ หรือสมมุติห้องเรียนเป็นธนาคาร มีการฝากหรือถอนเงิน เป็นต้น
2. การหาและใช้แบบรูป (Look fir and use a pattern) เป็นการนำความรู้ในคณิตศาสตร์มาค้นหาความสัมพันธ์ สร้างการเชื่อมโยงและทำเป็นกรณีทั่วไป เพื่อทำนายสิ่งที่จะเกิดขึ้นต่อไป
3. การสร้างแบบจำลอง (Make a model) เป็นการนำสิ่งของที่เป็นรูปธรรม เช่น หนังสือ ดูกดาหมี ลูกพลาสติกต่างๆ มาเป็นแบบจำลองแทนของจริง เพื่อให้นำเข้าสู่บทเรียนสร้างความเข้าใจในโมเดลแก่นักเรียน
4. การเขียนแผนผังหรือภาพประกอบ (Draw a picture or diagram) เป็นการใช้ภาพหรือแผนภาพมาจัดทำรายละเอียดของปัญหา แล้วประยุกต์เข้ากับจำนวนและวิธีการทางคณิตศาสตร์ต่างๆ เช่น ใช้แผนภาพเวนน์ในการแก้ปัญหาเรื่องเซต
5. การคาดเดาและตรวจสอบ (Guess and check) เป็นการใช้เหตุผลในการพิจารณาตัวเลือกต่างๆ นำมาทดสอบกับปัญหา แล้วทำการตัดตัวเลือกที่ไม่สอดคล้องกับปัญหาออกไป จนเหลือตัวเลือกที่สอดคล้องกับปัญหาเพียงเล็กน้อยหรือเพียงหนึ่งเดียว
6. แจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด (Account for all possibilities) เป็นการสืบเสาะหาคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา เช่น ในการเรียนเรื่องการบวก เด็กๆ สามารถหาจำนวนเต็มบวกที่รวมกันได้ 7 มาได้ทั้งหมด ในการเรียนรู้เรื่องเงิน สามารถจัดหมู่เหรียญชนิดต่างๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่รวมกันได้ 46 เซนต์ ในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ สามารถหาเซตของคู่อันดับที่เกิดจากผลคูณคาร์ทีเซียนได้

7. แก้ปัญหาที่ลดขนาดลง หรือแบ่งปัญหออกเป็นส่วนๆ (Solve a simpler problem or break into parts) เป็นยุทธวิธีที่ใช้กับปัญหาที่มีจำนวนมีค่ามากและยุ่งยาก โดยเป็นการกำหนดจำนวนในปัญหาให้น้อยลง เพื่อสร้างความเข้าใจในการแก้ปัญหา

8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ (Work backward) เป็นการศึกษา รายละเอียดของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มา และสิ่งที่โจทย์ให้หาให้ละเอียดถี่ถ้วน การดำเนินการกับ ข้อมูลที่โจทย์ให้มา มีการทำย้อนกลับเพื่อไปให้ถึงสิ่งที่โจทย์ถาม

9. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ (Write a mathematical sentence) เป็นยุทธวิธีที่ช่วยให้นักเรียนได้สื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย โดยใช้ประโยค สัญลักษณ์ เช่น  $4+5 = 9$  ใช้แทนประโยคที่ว่า นาทาซามีผลไม้กี่ผล เมื่อเธอมีแอปเปิ้ล 4 ผล และ ส้ม 5 ผล

10. สร้างตารางและ/หรือกราฟ (Make a table and/or a graph) เป็นการใช้ ตารางและกราฟในการจัดการข้อมูลให้เป็นระบบเพื่อใช้แสดงรายละเอียดต่างๆ ช่วยแก้ปัญหา และรายงานข้อมูลต่างๆ

11. เปลี่ยนมุมมองของปัญหา (Change your point of view) เป็นการเปลี่ยน วิธีคิดในการมองปัญหา ในบางปัญหาอาจต้องใช้วิธีคิดที่ฉีกแนวไปจากเดิม

ฉวีวรรณ เสวตมัลย์ (2542 : 36-38) ได้เสนอยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. กำหนดคุณลักษณะของปัญหา (Characterize the problem) อะไรคือสิ่งที่ กำหนดอะไรคือสิ่งที่ต้องการ อะไรขาดหายไป ท่านกำลังค้นหาอะไรอยู่ ข้อมูลที่จำเป็นกำหนด มาให้หรือไม่ จงดูตัวอย่างหลาย ๆ ข้อ มีกรณีพิเศษใดหรือไม่ที่กำหนดขอบข่ายของคำตอบที่ เป็นไปได้ ท่านสามารถทำปัญหานั้นให้ง่ายลง โดยใช้ประโยชน์จากการสมมาตรหรือข้อความ “โดยไม่สูญเสียความเป็นกรณีทั่วไป” เพื่อย่อโจทย์ทั้งข้อให้เป็นกรณีเฉพาะได้หรือไม่

2. ท่านเคยเห็นปัญหานั้นมาก่อนหรือไม่ (Have you seen this before) หรือ ท่านเคยเห็นปัญหาในรูปแบบที่แตกต่างไปเพียงเล็กน้อยไหม ถ้าเคย ท่านสามารถถ่ายทอดไปสู่ ปัญหานี้แล้วใช้วิธีการบางตอนที่เคยแก้ปัญหามาใช้ได้หรือไม่ จงตั้งปัญหาที่คล้ายคลึงกันที่มี ตัวแปรน้อยกว่าแล้วแก้ดูโดย “การคล้าย” เงื่อนไขในข้อหนึ่งหรือมากกว่านั้น ท่านสามารถ เรียนรู้อะไรเกี่ยวกับปัญหาเดิมบ้างหรือไม่

3. ค้นหารูปแบบ (Look for a pattern) โดยการพิจารณาลักษณะโดยภาพรวม

4. การทำให้ง่ายลง (Simplification) บางครั้งความสัมพันธ์หรือรูปแบบง่าย ๆ อาจถูกจัดให้อยู่ในรูปแบบหรือนิพจน์ที่ “ยุ่งเหยิง” จงพยายามแทนค่ารูปที่ยุ่งเหยิงด้วย สัญลักษณ์ง่าย ๆ แล้วค้นหาความสัมพันธ์ที่อยู่เบื้องหลัง

5. การลดลง (Reduction) ปัญหาของท่านสามารถแบ่งปัญหาย่อย ๆ ที่แก้ไข ง่ายขึ้นหรือไม่

6. การทำย้อนกลับ (Work backwards) เมื่อท่านสามารถพิสูจน์ทฤษฎีบทที่ท่านทราบอยู่แล้วว่าเป็นจริง อาจจะง่ายขึ้นถ้าเริ่มต้นทำจากข้อสรุปขึ้นไปหาเหตุผล

7. จัดทำรายการ (Make a list) ถ้าท่านใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ มันอาจจะเป็นไปได้ที่จะจัดรายการทั้งหมดของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทุกชั้นของกระบวนการบางอย่าง ถ้าท่านสนใจในผลลัพธ์ใดโดยเฉพาะของกระบวนการนั้นท่านก็ควรจะรวมอยู่ในรายการทั้งหมดนั้น

8. สถานการณ์จำลอง (Simulation and modeling) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์อาจสร้างได้โดยการเลียนแบบกระบวนการที่ซับซ้อนในคณิตศาสตร์หรือในโลกแห่งความจริงนั้นถ้าผลที่ได้รับโดยใช้สถานการณ์จำลองถูกต้องแม่นยำแล้ว สถานการณ์จำลองนั้นคือความสำเร็จ

9. ตรรกศาสตร์ทางการ (Formal logic) อุปนัยทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพในคณิตศาสตร์หลายสาขา เช่นเดียวกับการพิสูจน์ทางอ้อม (Direct prove) ซึ่งเป็นการพิสูจน์แบบ Contrapositive ด้วยคำตอบของท่านมีความหมายหรือไม่ ตรวจสอบคำตอบของท่านโดยใช้สามัญสำนึกและการให้เหตุผลแบบมีทางเลือกข้อสุดท้าย เมื่อใดก็ตามที่ท่านพยายามจะแก้ปัญหา จงค้นหาวิธีหลาย ๆ วิธีเพื่อเป็นตัวแทนลักษณะของปัญหา จงสร้างรูปและระบุชื่อประกอบ จัดทำรายการคุณลักษณะ เขียนรายการแสดงความสัมพันธ์ เป็นต้น ยิ่งท่านมีวิธีแทนปัญหาได้มากเท่าใด ก็ยังมีแนวโน้มที่ท่านจะค้นพบความสัมพันธ์ที่แอบแฝงอยู่ ซึ่งจะเป็นกุญแจไขไปสู่คำตอบได้มากกว่าเท่านั้น

สำหรับงานวิจัยนี้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์คือการเขียนแผนภาพ การจำลองเหตุการณ์ การเขียนประโยคทางคณิตศาสตร์

## 2.10 แนวทางพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ดริสโคล (Driscoll. 1983 : 72) กล่าวว่าครูจะต้องมีบทบาทในการสอนแก้ปัญหา คือ

1. ครูต้องออกแบบปัญหาเพื่อการแก้ปัญหา
2. ครูต้องสอนปัญหาสำหรับการแก้ปัญหาโดยตรง
3. ครูต้องกระตุ้นให้เกิดการแก้ปัญหา การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จะประสบความสำเร็จเมื่อนักเรียนได้สัมผัสกับสิ่งต่อไปนี้
4. ครูต้องให้ความสำคัญกับกิจกรรมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
5. ครูต้องตื่นตัวในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยให้การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการเรียนการสอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สมาคมครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (NTCM. 1991 : 57) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมที่จะเอื้อให้เกิดการพัฒนาความสามารถของนักเรียน ดังนี้

1. เป็นบรรยากาศที่ยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิด วิธีการคิด และความรู้สึก  
ของนักเรียน

2. ใช้เวลาในการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์
3. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ทำงานทั้งส่วนบุคคลและร่วมมือกัน
4. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ลองใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหาและสร้าง  
ข้อาคัดเดาให้นักเรียนได้ให้เหตุผลสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 66 – 74) ได้เสนอวิธีการพัฒนาความสามารถในการ  
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยประยุกต์ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยามาเป็นวิธีการพัฒนา ดังนี้

1. พัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา
  - 1.1 พัฒนาทักษะการอ่านโดยการวิเคราะห์ความสำคัญ ความเข้าใจใน  
ปัญหาเป็นรายบุคคล หรือกลุ่ม อภิปรายความเป็นไปได้ของคำตอบ ความเพียงพอหรือความ  
เกินพอของข้อมูลปัญหาที่ใช้เพิ่มเติมอาจไม่ใช่ปัญหาคณิตศาสตร์ก็ได้

- 1.2 การใช้กลวิธีเพื่อเพิ่มพูนความเข้าใจ
    - 1.2.1 การเขียนภาพ แผนภาพ หรือการใช้แบบจำลอง เพื่อแสดง  
ความสัมพันธ์ของข้อมูล จะช่วยให้ข้อมูลมีความเป็นรูปธรรมทำให้เข้าใจง่ายขึ้น
    - 1.2.2 ลดปริมาณที่กำหนดให้ปัญหาลง เพื่อเน้นโครงสร้างของ  
ปัญหามีความชัดเจนขึ้น โดยคำนึงถึงความเป็นไปได้และความมีเหตุผล
    - 1.2.3 การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา
    - 1.2.4 การเปลี่ยนแปลงสถานการณ์ให้เป็นเรื่องที่สอดคล้องกับ

ชีวิตประจำวัน

- 1.3 การใช้ปัญหาที่ใกล้เคียงกับชีวิตประจำวันมาให้ผู้เรียนฝึกทำความเข้าใจโดยกำหนดข้อมูลเกินความจำเป็น หรือไม่เพียงพอ เพื่อให้ให้นักเรียนฝึกการวิเคราะห์ว่า  
ข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดไม่ใช่หรือข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ สอดคล้องกับ  
ชีวิตประจำวันที่บางครั้งมีข้อมูลมากมายที่นักเรียนจะต้องเลือกข้อมูลที่เกี่ยวข้องมาใช้ หรือ  
บางครั้งข้อมูลอาจไม่เพียงพอนักเรียนจะต้องแสวงหาข้อมูลให้เพียงพอ

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผน  
ถ้าโจทย์ปัญหาที่มีความซับซ้อน ควรฝึกให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์  
และเขียนหรือพูดลำดับขั้นตอนการคิดอย่างคร่าว ๆ ก่อนลงมือทำเพราะขั้นตอนดังกล่าวเป็น  
เหมือนการวางแผนในการแก้ปัญหา ถ้าผู้เรียนฝึกสม่ำเสมอทำให้นักเรียนสามารถพัฒนา  
ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ดังนั้น การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา  
แนวทาง ดังนี้

2.1 ไม่บอกวิธีการแก้ปัญหาโดยตรง แต่จะกระตุ้นโดยใช้คำถามนำแล้วให้นักเรียนหาคำตอบถ้ายังตอบไม่ได้ให้เปลี่ยนคำถามให้ง่ายลง คำตอบของนักเรียนจะช่วยให้แผนการแก้ปัญหา มีแนวทาง ดังนี้

2.2 ส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมามากๆ (Think Aloud) สามารถบอกให้ผู้อื่นทราบว่าตนคิดอะไร ไม่ใช่คิดอยู่ในใจเงียบๆ การคิดออกมามากๆ อาจอยู่ในรูปสนทนาหรือการเขียนลำดับขั้นตอนการคิดออกให้ผู้อื่นทราบทำให้เกิดการอภิปราย เพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 สร้างลักษณะนิสัยของนักเรียน คิดวางแผนก่อนลงมือทำ ทำให้เห็นภาพรวมของปัญหาประเมินความเป็นไปได้ก่อนลงมือแก้ปัญหา ป้องกันการผิดพลาดหรือแก้ไขข้อบกพร่องได้ทันที เน้นวิธีการแก้ปัญหาสำคัญกว่าคำตอบ

2.4 จัดปัญหาให้นักเรียนฝึกทักษะ ควรเป็นปัญหาที่ท้าทายเหมาะสมกับความสามารถไม่ยากหรือง่ายเกินไป

2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหา ควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 รูปแบบ เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด

### 3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน

ในการดำเนินการตามแผน ผู้เรียนต้องตีความ ขยายความ นำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจน และประเมินความสามารถที่จะดำเนินการได้หรือไม่

### 4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ

การตรวจสอบการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็น คือ ประเด็นแรกตรวจสอบขั้นตอนตั้งแต่เริ่มต้นจนเสร็จสิ้นกระบวนการอีกครั้งหนึ่ง รวมทั้งหายุทธวิธีอื่นในการแก้ปัญหาประเด็นที่สอง คือ มองไปข้างหน้าเป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาโดยสร้างสรรค์ปัญหาที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันขึ้นมาใหม่ มีแนวทางการพัฒนา ดังนี้

4.1 กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ให้เคยชิน

4.2 ฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบ

4.3 ฝึกการตีความหมายของคำตอบ

4.4 สนับสนุนให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยวิธีหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี

4.5 ให้นักเรียนฝึกสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน

สำหรับงานวิจัยนี้ แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง การพัฒนาขั้นตอนในการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ได้แก่ การเข้าใจปัญหา การวางแผน การดำเนินการตามแผน และการตรวจสอบ

## 2.11 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### งานวิจัยต่างประเทศ

กูยา (Gooya. 1994 : 2865 – A) ได้ศึกษาถึงความเข้าใจในคณิตศาสตร์และความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหา จากการสอนที่เน้นการสังเคราะห์ความคิด (Metacognition based teaching) และการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหากับนักศึกษาระดับปริญญาตรีที่ไม่ใช่สายวิทยาศาสตร์ โดยจัดกิจกรรมในการเรียนเป็น 3 ลักษณะ คือ การเขียนสรุป การใช้กลุ่มย่อยและการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น ซึ่งการเขียนสรุปเป็นช่องทางสื่อสารระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน การเขียนสรุปช่วยให้ผู้เรียนเกิดความชัดเจนในแนวคิดสำหรับกลุ่มย่อย นักเรียนได้เรียนรู้และติดตามการทำงานของกลุ่ม ได้อภิปรายปัญหากับคนอื่น ๆ และทำงานร่วมกันทำให้เกิดการตัดสินใจที่เหมาะสม การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นทำให้นักเรียนได้พบจุดอ่อนและจุดเด่นของตนเอง การอภิปรายยังช่วยให้นักเรียนได้พิจารณาและตัดสินใจได้ดีขึ้นจากการศึกษาพบว่า การใช้สื่อเสริมและนวัตกรรมต่าง ๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่างไปจากเดิม ที่เข้าใจว่าเป็นการประยุกต์ใช้กฎ หรือสูตรต่าง ๆ มาเป็นกระบวนการทำความเข้าใจและการสร้างความรู้ใหม่

ทูกอว์ (Tougaw. 1994 : 2934 – A) ได้ศึกษาถึงผลที่เกิดขึ้นจากการสอนโดยใช้การแก้ปัญหที่เป็นแบบเปิดกว้าง (Open approach) ในการสอนคณิตศาสตร์ โดยศึกษาถึงพฤติกรรมในการแก้ปัญหาและเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา โดยการแก้ปัญหาแบบเปิดกว้าง หมายถึง การสร้างข้าคาตเดา การสืบค้น การค้นพบ การอภิปราย การพิสูจน์ และการหารูปทั่วไป ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นักเรียนต้องใช้ความรู้ ทักษะกระบวนการคิดและเจตคติทางบวกเป็นพื้นฐาน ผลการทดลองพบว่านักเรียนที่ผ่านการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาแบบเปิดกว้าง มีเจตคติทางบวกต่อการเรียน และเพศไม่มีความแตกต่างต่อพฤติกรรมในการแก้ปัญหา

ฟิกส์ดอล (Fiksdal. 1996 : 1064) ศึกษาการสอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหาและการดำเนินการแก้ปัญหา โดยแบ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งกลุ่มทดลองได้รับการสอนยุทธวิธีการแก้ปัญหา 5 ยุทธวิธี คือ การสร้างแผนภาพ การแจกแจงรายการ การแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า การใช้ตัวแปร และการหาแบบรูป ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มทดลองมีความชำนาญในการแก้ปัญหาและใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้เพิ่มขึ้นมากกว่ากลุ่มควบคุม

เวียสท์ (Wiest. 1997 : 5091) ศึกษาบทบาทของปัญหาแปลกประหลาด (ทั้งในระดับน้อยและมาก) และปัญหาในชีวิตจริง (ทั้งที่เกี่ยวข้องกับเด็กและเกี่ยวข้องกับผู้ใหญ่) ที่มีผลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับ 4 และระดับ 6 ซึ่งเป็นนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาลดต่ำผลการศึกษาพบว่า มโนคติเกี่ยวกับเรื่องราวที่อยู่ในตัวปัญหาความสามารถในการอ่าน โครงสร้างของภาษาและความสามารถเฉพาะตัวของนักเรียนต่างก็มีอิทธิพลต่อเจตคติในการแก้ปัญหาและความสามารถในการแก้ปัญหา นอกจากนั้นยังพบว่า



นักเรียนชอบแก้ปัญหาที่มีเนื้อหาที่แปลกประหลาดทั้งในระดับน้อยและมาก ตลอดจนปัญหาในชีวิตจริงที่เกี่ยวข้องกับเด็กมากกว่าปัญหาในชีวิตจริงที่เกี่ยวข้องกับผู้ใหญ่ และความแตกต่างระหว่างเพศไม่มีผลต่อการแก้ปัญหา แต่นักเรียนที่มาจากชุมชนในเมืองและครอบครัวชนชั้นกลางมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดีกว่านักเรียนที่มาจากชุมชนในตำบลและครอบครัวที่ใช้แรงงาน เมื่อพิจารณาเฉพาะปัญหาที่เข่าแก้ พบว่า นักเรียนระดับ 4 และระดับ 6 สามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสมร้อยละ 58 และร้อยละ 76 ตามลำดับ

### งานวิจัยในประเทศ

ขวัญใจ บุญฤทธิ์ (2535 : 108-109) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความมีวินัยในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบ TAI กับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ TAI มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความมีวินัยในตนเองสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือของ สสวท.

มยุรี สาสีวงศ์ (2535 : 120 – 131) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความภาคภูมิใจในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ STAD กับการเรียนตามคู่มือครูของ สสวท. พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ STAD มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความภาคภูมิใจในตนเองสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท.

สมชาย วรภิเษมสกุล (2540 : 151 – 153) ได้พัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์วิชาคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหา ผลการวิจัยปรากฏว่า รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์วิชาคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหา มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80 รูปแบบการสอนส่งผลให้ผู้เรียนมีพัฒนาการทางด้านผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ภายหลังได้รับการสอนสูงขึ้นกว่าก่อนได้รับการสอน และรูปแบบการสอนนี้ยังส่งผลให้ผู้เรียนมีพัฒนาการทางเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้านภายหลังได้รับการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน

สุนันท์ จิมวัย (2543 : 57 – 60) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544 : 112 – 115) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งผู้วิจัยพัฒนา

กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การ  
แก้ปัญหาปลายเปิดหรือชุดกิจกรรมการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์  
75 /75 ผลการประเมินพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองอยู่ในระดับ  
ต้องแก้ไข พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาระหว่างเรียนส่วนใหญ่ อยู่ในระดับ ดี และดีมาก และใน  
การทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาหลังเรียนพบว่าพฤติกรรมการคิด  
แก้ปัญหของนักเรียนอยู่ในระดับ ดี ผลการประเมินเจตคติหลังเรียนพบว่า กลุ่มทดลองมีเจตคติ  
ที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชา  
คณิตศาสตร์ ค 101 พบว่า กลุ่มทดลองมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าคะแนน  
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน

จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น ทำให้เห็นว่า การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา  
ส่วนใหญ่จะใช้วิธีการสอน ชุดการสอน และแบบฝึกทักษะ ซึ่งสามารถช่วยพัฒนาความสามารถ  
ในการแก้ปัญหาได้ ดังนั้น ผู้วิจัยมีแนวคิดที่จะใช้กิจกรรมการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสาร  
แนวความคิด เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียน

### บทที่ 3

#### วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการวิจัยเชิงทดลอง เรื่องผลการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยดำเนินการศึกษาค้นคว้าตามลำดับขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. วิธีดำเนินการทดลอง
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

#### การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง

##### ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนที่กำลังเรียนอยู่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนโคกสะอาดวิทยาคม อำเภอโนนคูณ จังหวัดศรีสะเกษ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา จังหวัดศรีสะเกษ เขต 1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 3 ห้อง ซึ่งมีจำนวน 94 คน

##### กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนที่กำลังเรียนอยู่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนโคกสะอาดวิทยาคม อำเภอโนนคูณ จังหวัดศรีสะเกษ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2549 ได้มาจากการสุ่มแบบแบ่งกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จำนวน 1 ห้อง มี 33 คน จากนักเรียนทั้งหมด 3 ห้องเรียน จำนวน 94 คน ซึ่งการจัดห้องเรียนเป็นแบบคละความสามารถ ผู้วิจัยจัดนักเรียนเป็นกลุ่มจำนวน 8 กลุ่ม กลุ่มละ 4 คน โดยมีนักเรียน เก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน โดยใช้คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และมัธยมศึกษาปีที่ 1 เป็นเกณฑ์ในการจัดกลุ่ม

## เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด คณิตศาสตร์วิชาคณิตศาสตร์ ค 33101 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร จำนวน 11 แผน โดยแบ่งตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังประกอบด้วยคำชี้แจงหัวข้อเรื่อง ผลการเรียนรู้ที่เน้นพฤติกรรม การแก้ปัญหา คณิตศาสตร์และเน้นทักษะกระบวนการคิดวิเคราะห์ตามลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน โดยมี ใบความรู้ ใบงาน แบบจัดบันทึก แบบฝึกหัด

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งเป็น

2.1 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนทดลอง และหลังทดลองเป็นแบบทดสอบแสดงขั้นตอนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอนของ สสวท.ในเนื้อหาเรื่อง “พื้นที่ผิวและปริมาตร” จำนวน 8 ข้อ แต่ละข้อครอบคลุมทั้ง 4 ขั้นตอน

2.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระหว่างทดลอง เป็นแบบทดสอบแบบแสดงขั้นตอนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอนของ สสวท.จำนวน 4 ฉบับ ฉบับละ 2 ข้อ แต่ละข้อวัดครอบคลุมทั้ง 4 ขั้นตอน

## การสร้างเครื่องมือและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด คณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์ (ค 33101) เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ใช้สำหรับกลุ่มทดลอง มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1.1 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1.1.1 ศึกษาหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

1.1.2 ศึกษาคู่มือการสอนคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอน วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และคู่มือครูของกระทรวงศึกษาธิการ

1.1.3 ศึกษาคู่มือการเขียนแผนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

1.2 วิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สำหรับเนื้อหา เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร จากคู่มือครูคณิตศาสตร์และหนังสือแบบเรียน คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดังแสดงในตาราง

ตาราง 1 มาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

| มาตรฐานการเรียนรู้                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | สาระการเรียนรู้<br>รายปี                                                                                                                                                                                                                                                                   | ผลการเรียนรู้ที่<br>คาดหวังรายปี                                                                                                                                                                                                                                                                        | ผลการเรียนรู้ที่<br>คาดหวังรายคาบ                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ค 2.1 เข้าใจพื้นฐาน<br>เกี่ยวกับการวัด<br>ค 2.1.1 เข้าใจ<br>เกี่ยวกับพื้นที่ผิว<br>และปริมาตรของรูป<br>เรขาคณิตสามมิติ<br>ค 2.3 แก้ปัญหา<br>เกี่ยวกับการวัดได้<br>ค 2.3.1 ใช้ความรู้<br>เกี่ยวกับความยาว<br>พื้นที่ พื้นที่ผิวและ<br>ปริมาตรในการ<br>แก้ปัญหาใน<br>สถานการณ์ต่าง ๆ<br>ได้<br>ค 3.1 อธิบาย<br>ลักษณะและสมบัติ<br>ของพีระมิด<br>ทรงกระบอก กรวย<br>และทรงกลมได้ | 1. ลักษณะของ<br>พีระมิด ทรงกระบอก<br>กรวยและทรงกลม<br>2. การหาพื้นที่ผิว<br>ของพีระมิด<br>ทรงกระบอก กรวย<br>และทรงกลม<br>3. การหาปริมาตร<br>ของพีระมิด<br>ทรงกระบอก กรวย<br>และทรงกลม<br>4. การแก้โจทย์<br>ปัญหาเกี่ยวกับพื้นที่<br>ผิวและปริมาตรของ<br>พีระมิด ทรงกระบอก<br>กรวยและทรงกลม | 1. หาพื้นที่ผิวของ<br>พีระมิด ทรงกระบอก<br>กรวยและทรงกลมได้<br>2. หาปริมาตรของ<br>พีระมิด ทรงกระบอก<br>กรวยและทรงกลมได้<br>2. ใช้ความรู้เกี่ยวกับ<br>พื้นที่ พื้นที่ผิว และ<br>ปริมาตร แก้ปัญหาใน<br>สถานการณ์ต่าง ๆ<br>ได้<br>3. อธิบายลักษณะ<br>และสมบัติของ<br>พีระมิด ทรงกระบอก<br>กรวยและทรงกลมได้ | 1. นักเรียนสามารถ<br>หาพื้นที่ผิวและ<br>ปริมาตรของ<br>พีระมิดได้<br>2. นักเรียนสามารถ<br>หาพื้นที่ผิวและ<br>ปริมาตรของ<br>ทรงกระบอกได้<br>3. นักเรียนสามารถ<br>หาพื้นที่ผิวและ<br>ปริมาตรของกรวย<br>ได้<br>4. นักเรียนสามารถ<br>หาพื้นที่ผิวและ<br>ปริมาตรของทรง<br>กลมได้<br>5. นักเรียนสามารถ<br>แก้โจทย์ปัญหา<br>ระคนได้ |

1.3 ออกแบบสถานการณ์ปัญหาที่สอดคล้องกับเนื้อหาเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร โดยออกแบบกิจกรรมและกำหนดงานแก้ปัญหาดตามสถานการณ์ที่กำหนด

1.4 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังสำหรับเนื้อหา เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร จำนวนทั้งสิ้น 11 แผนการจัดการเรียนรู้

|                          |   |     |
|--------------------------|---|-----|
| 1. ส่วนต่าง ๆ ของพีระมิด | 1 | คาบ |
| 2. พื้นที่ผิวของพีระมิด  | 1 | คาบ |
| 3. ปริมาตรของพีระมิด     | 1 | คาบ |

|                                            |   |     |
|--------------------------------------------|---|-----|
| 4. ส่วนต่าง ๆ และพื้นที่ผิวของทรงกระบอก    | 1 | คาบ |
| 5. ปริมาตรของทรงกระบอก                     | 1 | คาบ |
| 6. ปริมาตรของวงแหวน                        | 1 | คาบ |
| 7. ส่วนต่าง ๆ และพื้นที่ผิวของกรวย         | 1 | คาบ |
| 8. ปริมาตรของกรวย                          | 1 | คาบ |
| 9. นิยาม ส่วนต่าง ๆ และพื้นที่ผิวของทรงกลม | 1 | คาบ |
| 10. ปริมาตรของทรงกลม                       | 1 | คาบ |
| 11. โจทย์ปัญหาระคน                         | 1 | คาบ |

ซึ่งในแผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย ชื่อเรื่อง /วิชา / รหัสวิชา / บทที่ / เวลาที่ใช้สาระสำคัญ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เนื้อหาการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ช้่นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นขั้นที่เร้าความสนใจในการแก้ปัญหา โดยเพิ่มเติมความรู้ใหม่หรือทบทวนความรู้เดิมของนักเรียน จากกิจกรรมที่สอดแทรกให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการสื่อสาร เช่น การพูดอภิปราย การเล่นเกม เป็นต้น ซึ่งในขั้นนี้มีการบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบเพื่อเป็นแนวทางในการเรียนรู้ของตนเอง

2. ขั้นการเรียนรู้ เป็นขั้นที่เน้นให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการนำเสนอปัญหาให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายแสดงแนวคิด นักเรียนศึกษาความคิดรวบยอดจากใบความรู้ ฝึกการสื่อสารแนวความคิดของตนให้ผู้อื่นทราบโดยการร่วมกันทำใบงาน ฝึกการสื่อสารการเขียนด้วยการสรุปความรู้ของกลุ่มและของตนเองในแบบฉบับที่กนำเสนอผลงานของกลุ่ม โดยนำเสนอในลักษณะผลัดเปลี่ยนหมุนเวียน

3. ขั้นฝึกปฏิบัติเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ เป็นขั้นที่นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติเพื่อตรวจสอบความเข้าใจในเนื้อหาวิชาที่เรียนด้วยกิจกรรมการทำแบบฝึกหัดรายบุคคล กิจกรรมรายคู่และกิจกรรมกลุ่ม ในแต่ละครั้งจะฝึกปฏิบัติเพียงหนึ่งกิจกรรมขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของเนื้อ โดยแต่ละกิจกรรมเป็นแบบฝึกหัดที่ครูจัดเตรียมไว้

4. ขั้นสรุปบทเรียน เป็นขั้นสรุปผลการแก้ปัญหาและอภิปรายเพิ่มเติมถึงความรู้ที่ได้รับหลังการร่วมกิจกรรม แล้วเขียนสรุปลงในแบบฉบับที่ก

5. ขั้นประเมินผลการเรียน เป็นการประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน ด้วยการสังเกตการร่วมกิจกรรมหรือการซักถามของนักเรียน การตรวจความถูกต้องของใบงานแบบฝึกหัด แบบฉบับที่กสื่อสารอุปกรณ์ที่ใช้ในการเรียนรู้

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างเสร็จแล้วไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์และการวัดประเมินผลเพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของเนื้อหา ความสอดคล้องของพฤติกรรมอันพึงประสงค์กับกิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้และการประเมินผล จำนวน 3 ท่าน

คือ ดร.ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ, อาจารย์สมคิด ไจมนต์, อาจารย์ชिरา ลำदनหอม โดยผู้วิจัยเสนอเกณฑ์ไว้ดังนี้

- 1.5.1 ความชัดเจนและความถูกต้องของผลการเรียนรู้ที่คาดหวังเชิงพฤติกรรม
- 1.5.2 ความสอดคล้องของเนื้อหา กิจกรรม และสื่อการเรียนรู้
- 1.5.3 ความสอดคล้องในเรื่องของผลการเรียนรู้ที่คาดหวังเชิงพฤติกรรมกับการวัดและประเมินผล

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้เชี่ยวชาญตรวจและปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนโคกสะอาดวิทยาคม อำเภอโนนคูณ จังหวัดศรีสะเกษ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 1 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาข้อบกพร่องในการจัดการเรียนรู้ การใช้เวลา การใช้สื่อการเรียนรู้และปริมาณเนื้อหาที่นำมาจัดกิจกรรม พบว่า ภาษาที่ใช้ในแผนการจัดการเรียนรู้บางคำเป็นคำที่เข้าใจยากนักเรียนไม่เข้าใจ นักเรียนบางกลุ่มไม่กล้าสื่อสารกันมีการพูดคุยกันน้อยครูต้องคอยกระตุ้นให้สื่อสารกันด้วยคำถามให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายแสดงความคิดเห็น

แผนการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องปริมาตรของพีระมิด ขั้นตอนที่นักเรียนใช้พีระมิดวางทรายให้เต็มแล้วเทใส่ปริซึมสี่เหลี่ยมที่มีพื้นที่ฐานเท่ากันพีระมิดจำลองและปริซึมมีขนาดใหญ่ต้องใช้ทรายปริมาณมากแก้ไขโดยการปรับขนาดของพีระมิดและปริซึมให้เล็กลง

แผนการเรียนรู้ที่มีกิจกรรมให้นักเรียนปฏิบัติเกี่ยวกับการหาพื้นที่ผิวของพีระมิด ทรงกระบอก กรวยและทรงกลม โดยการให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตัดแบบจำลองเพื่อดูส่วนประกอบนักเรียนบางกลุ่มตัดส่วนประกอบไม่เป็นทำให้ไม่เห็นส่วนประกอบที่ถูกต้องปรับปรุงโดยครูบอกวิธีการตัดส่วนประกอบที่ถูกต้อง

## ตัวอย่าง

### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

วิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 33101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

เวลา 60 นาที

วันที่ทำการสอน.....

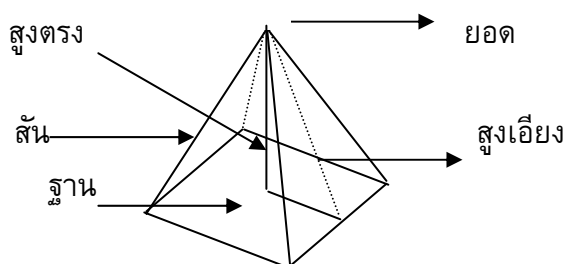
ผู้สอน.....

#### สาระการเรียนรู้

พีระมิด คือ ทรงสามมิติที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใด ๆ มียอดแหลมซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน และหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดรวมกันที่ยอดแหลมนั้น

พีระมิดตรงที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า จะมีสูงเอียงทุกเส้นยาวเท่ากัน

ส่วนสูงของพีระมิดตรงใด ๆ จะตั้งฉากกับฐานที่จุดซึ่งอยู่ห่างจากจุดยอดมุมของรูปเหลี่ยมที่เป็นฐานเป็นระยะเท่ากัน



#### ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถคำนวณหาความยาวของสูงเอียงและความสูงของพีระมิดตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้
2. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการหาความยาวของส่วนต่าง ๆ ของพีระมิดไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

เนื้อหาสาระ ส่วนต่าง ๆ ของพีระมิด การคำนวณหาความยาวของสูงเอียงและความสูงของพีระมิด

#### การจัดการเรียนรู้

##### 1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

- 1.1 ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ประกอบคำชี้แจง เพื่อให้นักเรียนได้ใช้เป็นแนวทางในการเรียนรู้ของตนเอง



1.2 ให้นักเรียนนั่งเป็นกลุ่มตามที่แบ่งไว้ แจกรูปภาพหรือแบบจำลองพีระมิดชนิดต่าง ๆ ให้แต่ละกลุ่ม นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ใช้ทักษะการสื่อสารร่วมกันอภิปรายโดยดูรูปภาพหรือแบบจำลองพีระมิดประกอบ แต่ละกลุ่มสรุปความคิดลงในใบงานที่มีข้อความสั้น ๆ เกี่ยวกับส่วนประกอบของพีระมิด โดยตอบคำถามดังนี้

- ลักษณะเกี่ยวกับฐานของพีระมิด
- ลักษณะเกี่ยวกับผิวด้านข้างของพีระมิด
- ลักษณะอื่น ๆ ของพีระมิด
- ส่วนประกอบของพีระมิดมีอะไรบ้าง
- นักเรียนคิดว่าควรเรียกชื่อพีระมิดอย่างไร

(ใช้เวลา 5 นาที)

## 2. ขั้นการเรียนรู้

2.1 แจกใบความรู้เกี่ยวกับส่วนประกอบของพีระมิดให้นักเรียนทุกกลุ่มตรวจสอบคำตอบของกลุ่ม และครูอธิบายเพิ่มเติมประกอบใบความรู้และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยจากครูเป็นการสื่อสารระหว่างครูและนักเรียน

2.2 ครูกำหนดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปราย ถึงวิธีการหาความสูงและความสูงเอียงของพีระมิด แจกใบความรู้ประกอบการเรียนการสอน แสดงขั้นตอนการหาความสูงเอียงและความสูงของพีระมิด ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ใช้ทักษะการสื่อสารร่วมกันศึกษา และเปิดโอกาสให้นักเรียนอธิบายและซักถามข้อสงสัยกันเองในกลุ่ม

2.2 นักเรียนทุกกลุ่มร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากใบความรู้โดยตอบคำถามสั้น ๆ ในแบบสรุปที่ครูเตรียมให้ดังนี้

- ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีขั้นตอน อะไรบ้าง
- สิ่งที่ต้องรู้ก่อนการหาความสูงเอียงของพีระมิดคือ
- สิ่งที่ต้องรู้ก่อนการหาความสูงของพีระมิดคือ
- จะต้องอาศัยความรู้หรือทฤษฎีเรื่องใดมาใช้ในการหาความสูงและความสูงเอียงของพีระมิดโดยครูเพิ่มเติมสิ่งที่นักเรียนไม่สามารถสรุปได้ให้

2.3 แจกใบงานให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษา อภิปรายและตอบคำถามพร้อมแก้โจทย์ปัญหา และเขียนสรุปความรู้ของกลุ่ม

2.4 นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน โดยนำเสนอในลักษณะผลัดเปลี่ยนหมุนเวียน ส่วนกลุ่มที่ไม่ได้นำเสนอจะเปรียบเทียบกับผลงานกับกลุ่มของตัวเองแล้วบอกส่วนที่แตกต่างรวมถึงส่วนที่ดีและข้อบกพร่องเพื่อแก้ไข

2.5 นักเรียนและครูร่วมกันสรุปใบงาน

(ใช้เวลา 30 นาที)

### 3. ขั้นฝึกปฏิบัติและตรวจสอบความเข้าใจ

3.1 ในการฝึกปฏิบัติและตรวจสอบความเข้าใจมีกิจกรรมที่ใช้ 3 กิจกรรม คือ กิจกรรมรายบุคคล กิจกรรมรายคู่ ในแต่ละครั้งจะฝึกปฏิบัติเพียงหนึ่งกิจกรรม ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของเนื้อหา โดยแต่ละกิจกรรมเป็นแบบฝึกหัดที่ครูจัดเตรียมไว้

3.2 นักเรียนทุกคนร่วมกันเฉลยและตรวจให้คะแนนแบบฝึกหัดร่วมกัน พร้อมทั้งซักถามข้อสงสัยในสิ่งที่ไม่เข้าใจภายในกลุ่มหากไม่แน่ใจซักถามครู (ใช้เวลา 10 นาที)

### 4. ขั้นสรุปบทเรียน

4.1 นักเรียนและครูร่วมกันสรุปถึง ขั้นตอนการแก้ปัญหา และสิ่งสำคัญในการหา ความสูงเอียงและความสูงของพีระมิด

4.2 นักเรียนเขียนบรรยาย / อธิบาย พร้อมยกตัวอย่างสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ใน ครั้งนี้ ในแบบจดบันทึกที่ครูแจกให้พร้อมทั้งตอบคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ (ใช้เวลา 10 นาที)

### 5. ขั้นประเมินผลการเรียน

5.1 สังเกตความสนใจ การตอบคำถาม หรือการซักถามประเด็นที่เป็นปัญหาจาก การร่วมกิจกรรมกลุ่ม ในขณะที่ทำกิจกรรม

5.2 จากการตรวจแบบฝึกหัดรายบุคคล เป็นคู่ และเป็นกลุ่ม

5.3 จากการตรวจสอบเอกสารการจดบันทึกที่ให้นักเรียนเขียนบรรยาย อธิบาย หรือยกตัวอย่าง สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ และตอบคำถามรายบุคคล

5.4 นำผลการตรวจแบบฝึกหัด เอกสารการจดบันทึก ไปงาน มาสะท้อนให้ นักเรียนทราบถึงพัฒนาการและข้อบกพร่องในการแก้ปัญหา

### 6. สื่ออุปกรณ์ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้

1. แผนการจัดการเรียนรู้
2. ใบความรู้
3. ใบงาน
4. แบบฝึกหัด (รายบุคคล/รายคู่/รายกลุ่ม)
5. แบบจดบันทึก
6. รูปภาพหรือแบบจำลองของพีระมิด

## เครื่องมือประกอบแผนการจัดการเรียนรู้

เครื่องมือประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้มี 4 ชนิดได้แก่  
ใบความรู้ ใบงาน แบบจดบันทึก แบบฝึกหัด แต่ละชนิดมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

### 1. ใบความรู้

การสร้างใบความรู้มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1.1 กำหนดจุดมุ่งหมายในการสร้างใบความรู้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1.2 ศึกษาเอกสารและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสร้างใบพร้อมทั้งศึกษา

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานของสถานศึกษา วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียน  
ที่ 1 ปีการศึกษา 2549 เพื่อหาขอบเขตในการสร้างใบความรู้

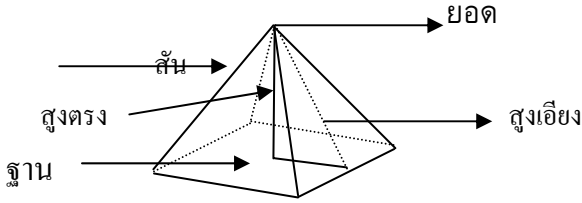
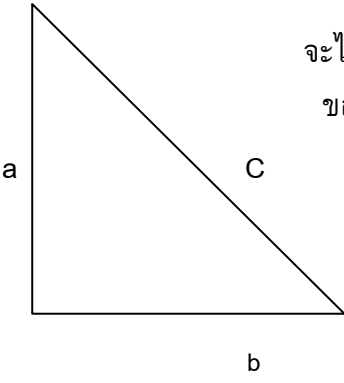
1.3 วิเคราะห์เนื้อหา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ตามหลักสูตรการศึกษาขั้น  
พื้นฐานของโรงเรียน

1.4 สร้างใบความรู้ประกอบแผนการเรียนการสอนจำนวน 11 ใบความรู้ ซึ่ง  
แต่ละใบความรู้มีเนื้อหาตรงตามหลักสูตรและผลการเรียนรู้ที่คาดหวังลักษณะของใบความรู้แต่  
ละใบความรู้มีส่วนประกอบที่สำคัญ คือ ชื่อใบความรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และสรุปความรู้ใน  
เรื่องนั้นๆ เป็นความคิดรวบยอด หรือเป็นตัวอย่างการแก้ปัญหาทั้งนี้ขึ้นอยู่กับเนื้อหาของใบ  
ความรู้

1.5 นำใบความรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้ผู้เชี่ยวชาญทางวิชาคณิตศาสตร์และ  
การวัดผล จำนวน 11 ใบความรู้ พิจารณาความเหมาะสมและสอดคล้องของเนื้อหา

1.6 นำใบงานมาปรับปรุงแก้ไขให้ถูกต้องตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้  
คือ ปรับขนาดและส่วนประกอบของรูปภาพให้เหมาะสม และจัดพิมพ์เพื่อใช้ในการทดลอง

## ตัวอย่างใบความรู้

| ใบความรู้ที่ 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | เรื่อง พื้นที่ผิวของพีระมิด |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|
| <p><b>ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนสามารถคำนวณหาความยาวของสูงเอียงและความสูงของพีระมิตตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้</li> <li>2. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการหาความยาวของส่วนต่าง ๆ ของพีระมิตไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้</li> <li>3. นักเรียนสามารถหาพื้นที่ผิวของพีระมิตได้</li> </ol> <p><b>สรุปสาระการเรียนรู้</b></p> <p>พีระมิตประกอบด้วย</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>การหาพื้นที่ผิวหน้าทุกหน้าของพีระมิต จะต้องหาความสูงเอียงของพีระมิตซึ่งหาได้โดยอาศัยทฤษฎีของพีทาโกรัส</p> <p>รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="margin-left: 20px;"> <p>จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ดังนี้</p> <math display="block">c^2 = a^2 + b^2</math> </div> </div> |                             |

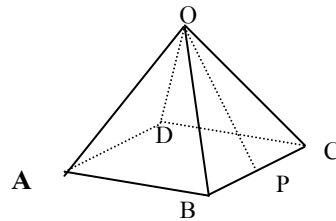
## แสดงตัวอย่างการหาความสูงเอียง

โจทย์ปัญหา พีระมิดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านยาวด้านละ 12 เซนติเมตร มีสันยาว 10 เซนติเมตร มีสูงเอียงกี่เซนติเมตร

### วิธีทำ

#### ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ข้อนี้นักกล่าวถึงอะไร (ความยาวของด้านฐาน และความยาวของสัน)
2. โจทย์ต้องการทราบอะไร (พีระมิดมีความสูงเอียงเท่าไร)
3. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง (ความยาวของด้านแต่ละด้าน ความยาวของสัน)
4. จากโจทย์จงวาดรูปและเขียนกำกับด้านแต่ละด้าน



#### ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

วางแผนแก้ปัญหาและตอบคำถามต่าง ๆ

1. จะหาความสูงเอียงจะต้องทราบอะไรบ้าง (ความยาวด้านฐานแต่ละด้าน และความยาวของสันพีระมิด )

2. จากรูป ด้าน BC คือด้านยาวของฐานยาวด้านละ.....(12 ซม.).....

ด้าน OB คือด้านสันยาวของพีระมิดยาว.....( 10 ซม.).....

ด้านที่ต้องการจะหาคือด้านอะไร ( OP เป็นความสูงเอียง )

3.จะนำความรู้ใดบ้างมาใช้ในการหาความสูงเอียง (ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและการแก้สมการ )

#### ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

แสดงการหาความสูงเอียงตามแผน

$\triangle OPB$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ว่า กำลังสองของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของด้านประกอบมุมฉาก หรือ  $OB^2 = OP^2 + PB^2$

$$\text{แทนค่าด้าน} \quad 10^2 = OP^2 + 6^2$$

$$\text{แก้สมการ} \quad 10^2 - 6^2 = OP^2$$

$$100 - 36 = OP^2$$

$$64 = OP^2$$

$$8 = OP$$

ดังนั้น ความสูงเอียงยาวคือ 8 เซนติเมตร

ตอบ 8 เซนติเมตร

#### ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล

ตรวจสอบคำตอบที่ได้ในขั้นตอนที่ 3

1. ตรวจสอบความถูกต้องโดยการย้อนกลับไปหาคำตอบตามวิธีในขั้นที่ 3 อีกครั้ง
2. แทนค่าความสูงเอียงในสมการของพีทาโกรัสเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

ตัวอย่างแสดงการหาความสูงเอียงของพีระมิด

โจทย์ปัญหา พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านยาวด้านละ 12 เซนติเมตร มีสันยาว 10 เซนติเมตร มีสูงเอียงกี่เซนติเมตร

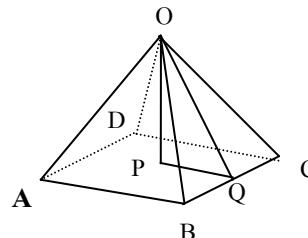
ตัวอย่างการแสดงการหาความสูงของพีระมิด

โจทย์ปัญหา พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีฐานยาวด้านละ 10 เซนติเมตร สูงเอียงยาว 13 เซนติเมตร จงหาความสูงของพีระมิดนี้

วิธีทำ

#### ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ข้อนี้กล่าวถึงอะไร (พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส)
2. โจทย์ต้องการทราบอะไร (พีระมิดมีความสูงเท่าไร)
3. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง (ความยาวของฐานแต่ละด้าน และความสูงเอียง)
4. จากโจทย์จงวาดรูปและเขียนตัวเลขกำกับด้าน



#### ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

วางแผนแก้ปัญหาและตอบคำถามต่าง ๆ

1. จะหาความสูงจะต้องทราบอะไรบ้าง (ความยาวด้านฐานแต่ละด้าน และความสูงเอียง)
2. จากรูป ความสูงของพีระมิดคือด้านใด (OP)  
ความสูงเอียงของพีระมิดคือด้านใดยาวเท่าใด (OQ = 13 ซม.)  
ความยาวของฐานพีระมิดคือด้านใดยาวเท่าใด (AB = 10 ซม.)  
ด้านที่ต้องการจะหาคือด้านอะไร (ด้านความสูงของพีระมิดคือ OP)
3. จะนำความรู้ใดบ้างมาใช้ในการหาความสูงเอียง(ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและการแก้สมการ)
4. จากทฤษฎีบทพีทาโกรัสเขียนเป็นสมการได้อย่างไร

(  $\triangle OPQ$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ว่า กำลังสองของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของด้านประกอบมุมฉาก หรือ  $OQ^2 = OP^2 + PQ^2$  )

### ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

แสดงการหาความสูงเอียงตามแผน

$\triangle OPB$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ว่า กำลังสองของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของด้านประกอบมุมฉาก หรือ  $OQ^2 = OP^2 + PQ^2$

$$\text{แทนค่าด้าน} \quad 13^2 = OP^2 + 5^2$$

$$169 = OP^2 + 25$$

$$169 - 25 = OP^2$$

$$144 = OP^2$$

$$12 = OP$$

ดังนั้น ความสูงของพีระมิดคือ 12 เซนติเมตร

ตอบ 8 เซนติเมตร

### ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล

ตรวจสอบคำตอบที่ได้ในขั้นตอนที่ 3

1. ตรวจสอบความถูกต้องโดยการย้อนกลับไปหาคำตอบตามวิธีในขั้นที่ 3 อีกครั้ง
2. แทนค่าความสูงของพีระมิดในสมการของปีทาโกรัสเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

## 2. ใบบงาน

การสร้างใบบงานมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

2.1 กำหนดจุดมุ่งหมายในการสร้างใบบงาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา

2.2 ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสร้างใบบงานพร้อมทั้งศึกษาหลักสูตร การศึกษาขั้นพื้นฐานของสถานศึกษา วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปี การศึกษา 2549 เพื่อหาขอบเขตในการสร้างใบบงาน

2.3 วิเคราะห์เนื้อหา จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ตามหลักสูตรการศึกษาขั้น พื้นฐานของโรงเรียน

2.4 สร้างใบงานประกอบแผนการเรียนรู้การสอนจำนวน 15 ใบงาน ซึ่งแต่ละใบงานมีลักษณะการแก้โจทย์ปัญหาตามขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของ สสวท. 4 ขั้นตอน คือ ขั้นความเข้าใจปัญหา ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา ขั้นการดำเนินการตามแผน และขั้นการตรวจสอบ มีรายละเอียดดังนี้

|             |                                             |
|-------------|---------------------------------------------|
| ใบงานที่ 1  | เรื่องส่วนต่าง ๆ ของพีระมิด                 |
| ใบงานที่ 2  | เรื่องการหาความสูงเอียงและความสูงของพีระมิด |
| ใบงานที่ 3  | เรื่องการหาพื้นที่ผิวของพีระมิด             |
| ใบงานที่ 4  | เรื่องการหาปริมาตรของพีระมิด                |
| ใบงานที่ 5  | เรื่องส่วนต่าง ๆ ของทรงกระบอก               |
| ใบงานที่ 6  | เรื่องการหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก           |
| ใบงานที่ 7  | เรื่องการหาปริมาตรของทรงกระบอก              |
| ใบงานที่ 8  | เรื่องการหาปริมาตรของวงแหวน                 |
| ใบงานที่ 9  | เรื่องส่วนต่าง ๆ ของกรวย                    |
| ใบงานที่ 10 | เรื่องการหาพื้นที่ผิวของกรวย                |
| ใบงานที่ 11 | เรื่องการหาปริมาตรของกรวย                   |
| ใบงานที่ 12 | เรื่องนิยามและส่วนต่าง ๆ ของทรงกลม          |
| ใบงานที่ 13 | เรื่องการหาพื้นที่ผิวของทรงกลม              |
| ใบงานที่ 14 | เรื่องการหาปริมาตรของทรงกลม                 |
| ใบงานที่ 15 | เรื่องโจทย์ปัญหาระคน                        |

ลักษณะของใบงานแต่ละใบงานมีส่วนประกอบที่สำคัญ คือ ชื่อใบงาน ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง คำชี้แจงและสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้นักฝึกปฏิบัติเพื่อแก้ปัญหา

2.5 นำใบงานที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นให้ผู้เชี่ยวชาญทางวิชาคณิตศาสตร์ และการวัดผลจำนวน 15 ใบงาน พิจารณาความเที่ยงตรงเชิงพินิจ ตลอดจนเกณฑ์การให้คะแนน ปรากฏว่ามีความเที่ยงตรงอยู่ระหว่าง 0.28 ถึง 0.89

2.6 นำใบงานมาปรับปรุงแก้ไขให้ถูกต้องตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้ ใบงานที่ 4 ปรับแก้โจทย์ปัญหาใหม่และจัดพิมพ์เพื่อใช้ในการทดลอง

ใบงานที่นำไปใช้ในการวิเคราะห์พัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 คือใบงานที่ 1 ถึงใบงานที่ 14



## ตัวอย่างใบงาน

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| <b>ใบงานที่ 2</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | <b>เรื่อง การหาความสูงเอียงและความสูงของพีระมิด</b> |
| <p><b>ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนสามารถคำนวณหาความยาวของสูงเอียงและความสูงของพีระมิดตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้</li> <li>2. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการหาความยาวของส่วนต่าง ๆ ของพีระมิดไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้</li> </ol> <p><b>คำชี้แจง :</b> ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายและ ตอบคำถาม เพื่อแก้ปัญหาต่อไปนี้</p> <p><b>สถานการณ์ปัญหา</b></p> <p>นักท่องเที่ยวก่อกลุ่มหนึ่งไปเที่ยวชมพีระมิดที่ประเทศอียิปต์ เป็นพีระมิดตรงฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีฐานยาวด้านละ 12 เมตร และพีระมิดนี้สูง 8 เมตร นักท่องเที่ยวต้องการหาความสูงเอียงและความยาวของสันของพีระมิด</p> <p><b>วิธีทำ</b></p> <p style="text-align: center;"><b>ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. โจทย์ต้องการทราบอะไร             <p style="margin-left: 40px;"><b>ตอบ</b>.....</p> </li> <li>2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง             <p style="margin-left: 40px;"><b>ตอบ</b>.....</p> </li> <li>3. จากโจทย์จงวาดรูปและเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้าน</li> </ol> |                                                     |

## ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

วางแผนแก้ปัญหาและตอบคำถามต่าง ๆ

1. จะหาความสูงเอียงจะต้องทราบอะไรบ้าง

ตอบ.....

2. จะหาความยาวของสันพีระมิดจะต้องทราบอะไร

ตอบ.....

3. จากรูป ด้านฐานของพีระมิดคือด้าน.....ยาวด้านละ.....  
ความสูงของพีระมิดคือด้าน.....มีความสูง.....  
ด้านที่ต้องการจะหาคือ.....

4. จะนำความรู้ใดบ้างมาใช้ในการหาความสูงเอียง

ตอบ.....

5. จากทฤษฎีบทพีทาโกรัสเขียนเป็นสมการได้อย่างไร

ตอบ.....

.....

## ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

แสดงการหาความสูงเอียงตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ

## ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล

ตรวจสอบคำตอบที่ได้ในขั้นที่ 3

.....

### 3. แบบจดบันทึก

แบบจดบันทึกเป็นเอกสารคำถามสำหรับผู้เรียนบันทึกสิ่งที่ได้เรียนรู้ในแต่ละคาบเรียน สิ่งที่ได้เรียนรู้เพิ่มเติมจากความรู้เดิม รวมถึงปัญหาที่เกิดจากการเรียนเพื่อพัฒนาการสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของผู้เรียนให้ผู้อื่นได้ทราบ ดำเนินการสร้างแบบจดบันทึกโดยยึดหลักดังนี้

3.1 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดทำแบบจดบันทึก

3.2 ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร

3.3 วิเคราะห์ความสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังแต่ละคาบเรียน

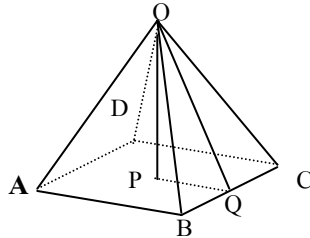
3.4 นำแบบจดบันทึกไปให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเพื่อพิจารณาความสอดคล้องและความเหมาะสม

3.5 ปรับปรุงแก้ไขแบบจดบันทึกตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้ คือ ปรับภาษาให้กระชับและเข้าใจง่ายแล้วจัดพิมพ์เพื่อใช้ในการทดลอง

## ตัวอย่างแบบฉบับที่ 2

แบบฉบับที่ 2 เรื่องการหาความสูงเอียงและความสูงของพีระมิด  
ชื่อ/นามสกุล..... ชั้น..... เลขที่.....

คำถาม จากรูป



ความสูงของพีระมิดคือด้าน.....

ความสูงเอียงของพีระมิดคือด้าน.....

คำถาม

1. ถ้านักเรียนจะหาความสูงของพีระมิดจะต้องทราบอะไร

.....

2. ถ้านักเรียนจะหาความสูงเอียงของพีระมิดจะต้องทราบอะไร

.....

3. สิ่งใดที่นักเรียนได้เรียนรู้ในคาบเรียนนี้

.....

.....

4. สิ่งใดที่นักเรียนยังไม่เข้าใจในการเรียนในคาบเรียนนี้

.....

.....

### 4. แบบฝึกหัด

การสร้างแบบฝึกหัดมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

4.1 กำหนดรูปแบบของแบบฝึกหัด

4.2 ศึกษาผลการเรียนรู้ที่คาดหวังแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ได้

แบบฝึกหัดที่สอดคล้องกับจุดประสงค์และเป้าหมายหลังจากที่ทำแบบฝึกหัดจบ

4.3 ศึกษาเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร

4.4 สร้างแบบฝึกหัดที่มีเนื้อหาและจุดประสงค์ครอบคลุมและสอดคล้องกับ

แผนการสอนแต่ละแผน

4.5 นำแบบฝึกหัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์  
ตรวจสอบความสอดคล้องและความเหมาะสมของเนื้อหา

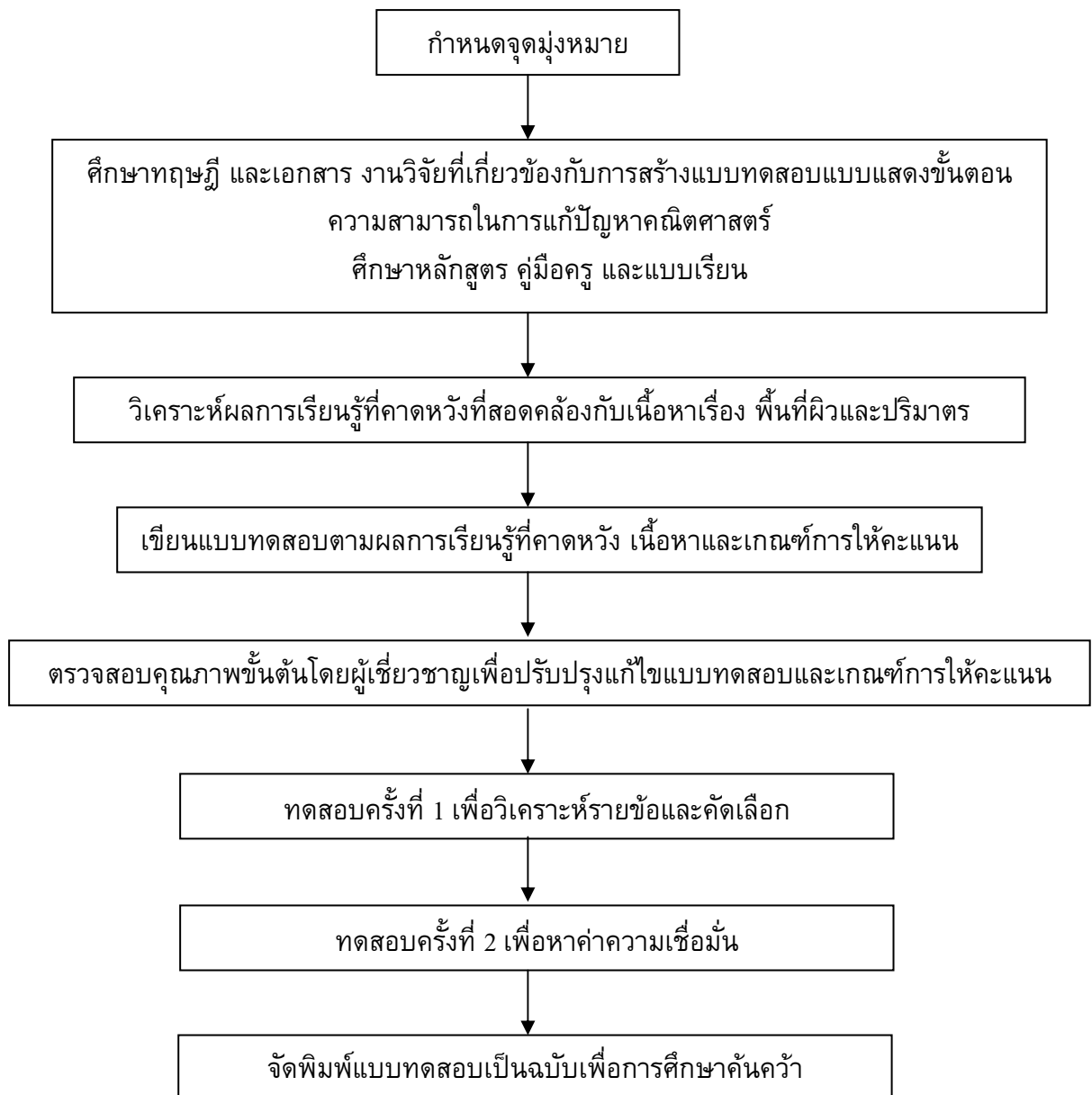
4.6 ปรับปรุงแบบฝึกหัดตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ดังนั้นคือ แบบฝึกหัดที่  
4 ปรับแก้โจทย์ปัญหาใหม่ให้สามารถหาคำตอบได้แล้วจัดพิมพ์เพื่อใช้ในการทดลอง

## ตัวอย่างแบบฝึกหัด

[illegible]

## 2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นแบบทดสอบแสดงขั้นตอนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอน ของ สสวท. เพื่อใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตามขั้นตอน ดังนี้



ภาพประกอบ 1 การสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากภาพประกอบ 1 เป็นการแสดงลำดับขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ในการสร้างครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์

2. ศึกษาทฤษฎี และเอกสาร งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบทดสอบแบบแสดงขั้นตอนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอนของ สสวท. ศึกษาหลักสูตร ได้แก่ คู่มือครูและแบบเรียนหนังสือวิชาคณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คู่มือการวัดผลประเมินผล

3. วิเคราะห์ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่สอดคล้องกับเนื้อหาเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร จากหนังสือคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ (ค 33101) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

4. เขียนแบบทดสอบตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และเกณฑ์การให้คะแนน ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

4.1 สร้างข้อคำถามให้ตรงตามนิยามปฏิบัติการของความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทั้งหมด 5 ฉบับ ดังนี้

ฉบับที่ 1 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังทดลอง จำนวน 16 ข้อ

ฉบับที่ 2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระยะที่ 1 จำนวน 2 ข้อ

ฉบับที่ 3 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระยะที่ 2 จำนวน 2 ข้อ

ฉบับที่ 4 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระยะที่ 3 จำนวน 2 ข้อ

ฉบับที่ 5 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระยะที่ 4 จำนวน 2 ข้อ

4.2 สร้างเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนของข้อสอบแต่ละข้อที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในขั้นตอนต่อไป



## เกณฑ์ในการประเมินแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

### เกณฑ์การให้คะแนน การเข้าใจปัญหา

#### 1. สิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร

- |         |       |                                               |
|---------|-------|-----------------------------------------------|
| 2 คะแนน | เมื่อ | คำตอบถูกต้องและเขียนอธิบายได้ชัดเจน           |
| 1 คะแนน | เมื่อ | คำตอบไม่ชัดเจน เขียนอธิบายได้ประมาณครึ่งหนึ่ง |
| 0 คะแนน | เมื่อ | คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่เขียนอธิบาย                |

#### 2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

- |         |       |                                   |
|---------|-------|-----------------------------------|
| 2 คะแนน | เมื่อ | คำตอบถูกต้อง ครบตามที่โจทย์กำหนด  |
| 1 คะแนน | เมื่อ | คำตอบถูกต้อง แต่ไม่ครบตามที่กำหนด |
| 0 คะแนน | เมื่อ | คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่เขียนอธิบาย    |

#### 3. จากโจทย์จงวาดภาพและเติมขนาดของส่วนประกอบ

- |         |       |                                                                                              |
|---------|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2 คะแนน | เมื่อ | วาดภาพประกอบถูกต้องเหมาะสมตามสัดส่วน และเติมขนาดของส่วนประกอบครบ                             |
| 1 คะแนน | เมื่อ | วาดภาพประกอบถูกต้องแต่ไม่เหมาะสมตามสัดส่วน และเติมขนาดของส่วนประกอบไม่ครบได้ประมาณครึ่งหนึ่ง |
| 0 คะแนน | เมื่อ | วาดภาพไม่ถูกต้องไม่เหมาะสมตามสัดส่วนและไม่เติมขนาดส่วนประกอบครบ                              |

### เกณฑ์การให้คะแนน การวางแผน

#### 4. การหาพื้นที่ผิวต้องหาพื้นที่อะไรบ้าง หรือ การหาปริมาตรต้องหาส่วนประกอบอะไรบ้าง

- |         |       |                                                          |
|---------|-------|----------------------------------------------------------|
| 2 คะแนน | เมื่อ | คำตอบถูกต้องครบถ้วนและเขียนอธิบายได้ชัดเจน               |
| 1 คะแนน | เมื่อ | คำตอบถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน เขียนอธิบายได้ประมาณครึ่งหนึ่ง |
| 0 คะแนน | เมื่อ | คำตอบไม่ถูกต้อง ไม่เขียนอธิบาย                           |

#### 5. สูตรที่ใช้ในการหาคืออะไร

- |         |       |                                                             |
|---------|-------|-------------------------------------------------------------|
| 2 คะแนน | เมื่อ | บอกสูตรได้ถูกต้อง ครบถ้วน เขียนอธิบายได้ชัดเจน              |
| 1 คะแนน | เมื่อ | บอกสูตรได้ถูกต้อง ไม่ครบถ้วน เขียนอธิบายได้ประมาณครึ่งหนึ่ง |

0 คะแนน เมื่อ บอกสูตรไม่ถูกต้อง ไม่ครบถ้วน ไม่เขียนอธิบาย

#### เกณฑ์การให้คะแนน การดำเนินการตามแผน

##### 6. ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา ตามแผนที่วางไว้

- |               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4 คะแนน เมื่อ | <ul style="list-style-type: none"><li>- ใช้คำหรือข้อความทางคณิตศาสตร์สื่อความหมายได้ถูกต้อง กระชับและชัดเจน</li><li>- ตอบคำถามทุกขั้นตอน และแสดงเหตุผลอย่างชัดเจน แสดงหลักฐานประกอบ</li><li>- นำเสนอการแก้ปัญหาที่มีความสัมพันธ์กันอย่างมีเหตุผล</li><li>- สื่อความหมายได้ชัดเจนแจ่มแจ้ง คำตอบถูกต้อง</li></ul> |
| 3 คะแนน เมื่อ | <ul style="list-style-type: none"><li>- ใช้คำหรือข้อความทางคณิตศาสตร์สื่อความหมายได้ถูกต้อง ไม่กระชับนัก</li><li>- ตอบคำถามทุกขั้นตอน และแสดงเหตุผลอย่างชัดเจน แสดงหลักฐานประกอบไม่สมบูรณ์</li><li>- นำเสนอการแก้ปัญหาต่อเนื่องและแก้ปัญหาได้สื่อความหมายไม่ชัดเจน</li><li>- คำตอบถูกต้อง</li></ul>             |
| 2 คะแนน เมื่อ | <ul style="list-style-type: none"><li>- ใช้คำหรือข้อความทางคณิตศาสตร์สื่อความหมายไม่ค่อยถูกต้อง</li><li>- เสนอขั้นตอนและเหตุผลไม่ครบถ้วนไม่มีหลักฐานประกอบ</li><li>- สื่อความหมายได้ถูกต้อง คำตอบผิดเนื่องจากข้อบกพร่องด้านวิธีการหรือทำเกือบเสร็จและยังไม่ได้คำตอบแต่มีแนวโน้มว่าจะได้คำตอบถูก</li></ul>       |
| 1 คะแนน เมื่อ | <ul style="list-style-type: none"><li>- มีการแสดงวิธีแก้ปัญหาแต่ใช้คำหรือข้อความทางคณิตศาสตร์สื่อความหมายผิด</li><li>- นำเสนอผิดเกือบทั้งหมด</li><li>- คำตอบผิดเนื่องจากข้อบกพร่องด้านวิธีการและไม่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้อง</li></ul>                                                                          |
| 0 คะแนน เมื่อ | <ul style="list-style-type: none"><li>- ไม่แสดงวิธีการใดเลย</li></ul>                                                                                                                                                                                                                                           |

## เกณฑ์การให้คะแนน การตรวจสอบ

### 7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ

- |               |                                                                                                                 |
|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4 คะแนน เมื่อ | - จากคำตอบที่ถูกต้อง สามารถแสดงวิธีตรวจสอบได้ด้วยวิธีการที่ถูกต้องและชัดเจน                                     |
|               | - สรุปการตรวจสอบคำตอบได้อย่างสมบูรณ์                                                                            |
| 3 คะแนน เมื่อ | - จากคำตอบที่ถูกต้องแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้องและสามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง                                 |
| 2 คะแนน เมื่อ | - แสดงวิธีการตรวจสอบได้แต่ผิดพลาดเล็กน้อยในการคำนวณและผิดพลาดในสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แต่สามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง |
| 1 คะแนน เมื่อ | - แสดงวิธีการตรวจสอบได้ถูกต้องประมาณครึ่งหนึ่ง<br>ไม่มีแนวโน้มว่าจะทำถูกต้องเลย ไม่สามารถหาคำตอบได้             |
| 0 คะแนน เมื่อ | - ไม่สามารถแสดงวิธีการใดเลย                                                                                     |

5. นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบคุณภาพความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ โดยพิจารณาว่าข้อสอบที่สร้างเป็นข้อสอบที่วัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้เกณฑ์ดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่วัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่วัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

6. นำแบบทดสอบที่ได้รับการตรวจสอบคุณภาพความเที่ยงตรงจากผู้เชี่ยวชาญมาคำนวณหาค่า IOC ดังนี้

ฉบับที่ 1 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังทดลอง ค่า IOC อยู่ระหว่าง .67 ถึง 1.00

ฉบับที่ 2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระยะที่ 1 ค่า IOC อยู่ระหว่าง .67 ถึง 1.00

ฉบับที่ 3 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระยะที่ 2 ค่า IOC อยู่ระหว่าง .67 ถึง 1.00

ฉบับที่ 4 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระยะที่ 3 ค่า IOC อยู่ระหว่าง .67 ถึง 1.00

ฉบับที่ 5 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระยะที่ 4 ค่า IOC อยู่ระหว่าง .67 ถึง 1.00

7. ทดสอบครั้งที่ 1 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทั้ง 5 ฉบับไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนโคกสะอาดวิทยาคมที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างในการทำวิจัย จำนวน 30 คน

8. นำผลจากการทดลองครั้งที่ 1 วิเคราะห์ข้อสอบรายข้อเพื่อคัดเลือกและปรับปรุงข้อสอบโดยนำผล จากการทดลองมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ และวิเคราะห์หาคุณภาพด้านความง่ายและอำนาจจำแนกของข้อสอบรายข้อ โดยใช้สูตร D.R. Whitney and D.L. Sabers 1970 ได้ผลดังนี้

8.1 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังทดลอง ผู้วิจัยคัดเลือกไว้ 8 ข้อ มีค่าความง่าย ( $P_E$ ) อยู่ระหว่าง 0.22 – 0.80 ค่าอำนาจจำแนก (D) อยู่ระหว่าง 0.12 – 0.98

8.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระยะที่ 1 ผู้วิจัยคัดเลือกไว้ 2 ข้อ มีค่าความง่าย ( $P_E$ ) อยู่ระหว่าง 0.45 - .75 ค่าอำนาจจำแนก (D) อยู่ระหว่าง 0.43 – 0.64

8.3 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระยะที่ 2 ผู้วิจัยคัดเลือกไว้ 2 ข้อ มีค่าความง่าย ( $P_E$ ) อยู่ระหว่าง 0.42 – 0.64 ค่าอำนาจจำแนก (D) อยู่ระหว่าง 0.32 – 0.56

8.4 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระยะที่ 3 ผู้วิจัยคัดเลือกไว้ 2 ข้อ มีค่าความง่าย ( $P_E$ ) อยู่ระหว่าง 0.33 – 0.48 ค่าอำนาจจำแนก (D) อยู่ระหว่าง 0.23 – 0.45

8.5 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระยะที่ 4 ผู้วิจัยคัดเลือกไว้ 2 ข้อ มีค่าความง่าย ( $P_E$ ) อยู่ระหว่าง 0.24 – 0.66 ค่าอำนาจจำแนก (D) อยู่ระหว่าง 0.42 – 0.45

9. ทดลองครั้งที่ 2 นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงจากการทดลองครั้งที่ 1 ไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่างครั้งที่ 2 ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนโคกสะอาดวิทยาคมที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างในการทำวิจัยจำนวน 30 คน เพื่อหาความเชื่อมั่นของการตรวจให้คะแนนจากผู้ตรวจให้คะแนน 2 คน คือ ผู้วิจัยและครูผู้สอนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีประสบการณ์การสอน 5 ปี ด้วยสูตรค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson Product Moment Correlation Coefficient) ได้ค่าความเชื่อมั่น ( $r_{xy}$ ) ของแบบทดสอบดังนี้

ฉบับที่ 1 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนและหลัง  
ทดลองมีค่าความเชื่อมั่น ( $r_{xy}$ ) เท่ากับ 0.99

ฉบับที่ 2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระยะที่ 1 มี  
ค่าความเชื่อมั่น ( $r_{xy}$ ) เท่ากับ 0.98

ฉบับที่ 3 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระยะที่ 2 มี  
ค่าความเชื่อมั่น ( $r_{xy}$ ) เท่ากับ 0.98

ฉบับที่ 4 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระยะที่ 3 มี  
ค่าความเชื่อมั่น ( $r_{xy}$ ) เท่ากับ 0.96

ฉบับที่ 5 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระยะที่ 4 มี  
ค่าความเชื่อมั่น ( $r_{xy}$ ) เท่ากับ 0.97

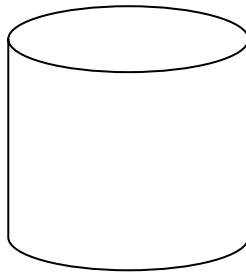
10. จัดพิมพ์แบบทดสอบเป็นฉบับพร้อมคำชี้แจงในการดำเนินการสอบเพื่อนำไปใช้  
เก็บข้อมูลในการศึกษาค้นคว้า

## ตัวอย่าง

### แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

คำสั่ง จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถาม

สถานการณ์ ครูให้นักเรียนสังเกตน้ำอัดลมกระป๋องหนึ่ง ดังรูป ซึ่งมีขนาดของกระป๋องและปริมาตรของกระป๋องเขียนอยู่ด้านข้าง นักเรียนเชื่อได้อย่างไรว่าปริมาตรของน้ำอัดลมตรงกับข้อความที่ระบุข้างกระป๋อง



#### ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

2. โครงสร้างหลักของกระป๋องน้ำอัดลมเป็นรูปทรงใด

.....

3. จากโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง และปริมาตรของกระป๋องเป็นอย่างไร

.....

#### ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา

4. ถ้าจะหาปริมาตรของน้ำอัดลมในกระป๋องโดยไม่สนใจข้อความที่บอกปริมาตรที่ข้างกระป๋องควรทำอย่างไร หรือใช้สูตรใด

.....

.....

5. การหาปริมาตรของน้ำอัดลม จะต้องทราบความยาวส่วนใดบ้าง แต่ละส่วนยาวเท่าใด

.....

.....

.....

### ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

6. ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา บันทึกวิธีการหาคำตอบ และสรุปคำตอบที่ได้

.....

.....

.....

.....

.....

### ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

7. นักเรียนมีวิธีตรวจสอบคำตอบอย่างไรว่า คำตอบที่หาได้สมเหตุสมผลหรือถูกต้อง

.....

.....

.....

.....

.....

## ตัวอย่าง

### แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระหว่างเรียน

คำสั่ง จากโจทย์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามตามขั้นตอน

โจทย์ข้อ 1 : พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีฐานด้านกว้างยาว 4 เซนติเมตร มีฐานด้านยาวยาว 6 เซนติเมตร ถ้าต้องการทาสีผิวของพีระมิดทุกด้าน จะมีพื้นที่ในการทาสีเท่าไร

#### ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. ข้อนี้โจทย์กล่าวถึงอะไร

.....

2. ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

3. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

4. จากโจทย์จงวาดรูปภาพพีระมิดและส่วนประกอบ

#### ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา

5. ถ้าจะหาพื้นที่ในการทาสีของพีระมิด ควรจะหาพื้นที่ส่วนใดบ้าง

.....

.....

6. พื้นที่ในแต่ละส่วนใช้สูตรใด และมีสูตรใดเกี่ยวข้องบ้าง

.....

.....

#### ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

7. นักเรียนลงมือแก้ปัญหา บันทึกวิธีการหาคำตอบ และสรุปคำตอบที่ได้

.....

.....



#### ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

8. นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบอย่างไรว่า คำตอบที่ได้มานั้นถูกต้อง

.....

.....

โจทย์ข้อ 2 : จงหาปริมาตรของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีฐานยาวด้านละ 6 เซนติเมตร  
และสูงเอียง ยาว 5 เซนติเมตร

#### ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

1. ข้อนี้โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

2. เป็นพีระมิดชนิดใด และกำหนดอะไรมาให้บ้าง

.....

3. วาดรูปภาพประกอบได้อย่างไร

#### ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา

4. การหาปริมาตรของพีระมิดจะต้องใช้สูตรใด

.....

5. ความสูงที่ใช้ในการหาปริมาตรของพีระมิดคือความสูงใดและจะหาได้อย่างไร

.....

.....

### ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

6. นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาบันทึกวิธีการแก้ปัญหาและสรุปคำตอบที่ได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

7. นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบได้อย่างไรว่า คำตอบที่ได้สมเหตุสมผล

.....

.....

.....

### วิธีการดำเนินการทดลอง

#### 1. แบบแผนที่ใช้ในการทดลอง

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง (Experimental Research) ซึ่งผู้วิจัยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One – Group Pretest - Posttest Design (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2528 : 74) ลักษณะดังนี้

| กลุ่ม | ก่อนดำเนินการ  | ขณะดำเนินการ | หลังดำเนินการ  |
|-------|----------------|--------------|----------------|
| E     | T <sub>1</sub> | X            | T <sub>2</sub> |

#### สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

|                |         |                                                                                                              |
|----------------|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| E              | หมายถึง | กลุ่มทดลอง                                                                                                   |
| T <sub>1</sub> | หมายถึง | การสอบก่อนการจัดกระทำทดลอง (Pretest)                                                                         |
| T <sub>2</sub> | หมายถึง | การสอบหลังการจัดกระทำทดลอง (Posttest)                                                                        |
| X              | หมายถึง | การจัดกระทำ (Treatment) ด้วยแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่จัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสาร แนวความคิด |

### ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2549 ตั้งแต่วันที่ 3 กรกฎาคม 2549 ถึง วันที่ 11 สิงหาคม 2549 ทำการทดลองเป็นเวลา 6 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 3 วัน วันละ 1 ชั่วโมง รวม 18 ครั้ง

### 2. ขั้นตอนการดำเนินการทดลอง

1. ผู้วิจัยชี้แจงให้นักเรียนทราบถึงรายละเอียดขั้นตอน พร้อมทั้งข้อตกลงในการดำเนินการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ กับนักเรียนเกี่ยวกับความสำคัญของการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ กำหนดข้อตกลงและชี้แจงนักเรียนเกี่ยวกับเรื่องการเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ การส่งงาน
2. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไปทำการทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มทดลอง แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการทดลองในครั้งนี้เป็นคะแนนของการทดสอบก่อนเรียน เวลา 1 คาบ (60 นาที)
3. ดำเนินการทดลองโดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนเอง ระยะเวลา 11 คาบ คาบละ 60 นาที ระหว่างการทดลองทำการประเมินผลการทดลองเป็นระยะ ทั้งหมด 4 ระยะ จำนวน 4 คาบ โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์

## แผนการดำเนินการทดลอง

ตาราง 2 การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดตั้งแต่ระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4

| ระยะที่ | ชม.<br>ที่ | แผนการจัด<br>การเรียนรู้ที่ | เนื้อหา                 | ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง                                                                                                                                                                                                                 | เครื่องมือ                                                                                                               | การวัดผล                                                           |
|---------|------------|-----------------------------|-------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| 1       | 1          | -                           | -                       | แจ้งข้อตกลงในการวิจัย<br>วัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์                                                                                                                                                                           | แบบทดสอบวัดความสามารถใน<br>การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทดสอบ<br>ก่อนเรียน                                                       | แบบทดสอบวัดความสามารถใน<br>การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทดสอบ<br>ก่อนเรียน |
|         | 2          | 1                           | - ส่วนต่าง ๆ ของพีระมิด | 1. บอกส่วนต่างๆของพีระมิดได้<br>2. บอกลักษณะของพีระมิดตรงได้<br>3. บอกสมบัติของสูงเอียงและสูงตรงและสามารถหาความยาว<br>ของสูงตรงและสูงเอียงได้<br>4. เรียกชื่อพีระมิดที่กำหนดให้ได้                                                      | 1. ใบความรู้ที่ 1<br>2. ใบงานที่ 1 และ 2<br>3. แบบฝึกหัดที่ 1 และ 2<br>4. แบบจดบันทึก ครั้งที่ 1<br>5. แบบสังเกตพฤติกรรม | -                                                                  |
|         | 3          | 2                           | - พื้นที่ผิวของพีระมิด  | 1. อธิบายความหมายของพื้นที่ฐานและพื้นที่ผิวข้างของพีระมิด<br>ได้<br>2. หาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดได้<br>3. หาพื้นที่ฐานของพีระมิดได้<br>4. หาพื้นที่ผิวของพีระมิดที่กำหนดได้                                                            | 1. ใบความรู้ที่ 2<br>2. ใบงานที่ 3<br>3. แบบฝึกหัดที่ 3<br>4. แบบจดบันทึก ครั้งที่ 2<br>5. แบบสังเกตพฤติกรรม             | -                                                                  |
|         | 4          | 3                           | - ปริมาตรของพีระมิด     | 1. บอกได้ว่าปริมาตรของพีระมิดเป็นหนึ่งในสามของปริมาตร<br>ของปริซึมที่มีพื้นที่ฐานเท่ากันและส่วนสูงยาวเท่ากัน<br>2. บอกสูตรการหาปริมาตรของพีระมิดได้<br>3. หาปริมาตรของพีระมิดได้<br>4. นำความรู้เรื่องปริมาตรไปใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ | 1. ใบความรู้ที่ 3<br>2. ใบงานที่ 4<br>3. แบบฝึกหัดที่ 4<br>4. แบบจดบันทึก ครั้งที่ 3<br>5. แบบสังเกตพฤติกรรม             | -                                                                  |

ตาราง 2 (ต่อ)

| ระยะที่ | ชม.<br>ที่ | แผนการจัด<br>การเรียนรู้ที่ | เนื้อหา                                                     | ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง                                                                                                                | เครื่องมือ                                                                                                         | การวัดผล                                                         |
|---------|------------|-----------------------------|-------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| 1       | 5          |                             |                                                             |                                                                                                                                        | แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนชุดที่ 1                                                   | แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนชุดที่ 1 |
| 2       | 6          | 4                           | - ส่วนต่างๆของ<br>ทรงกระบอก<br>- พื้นที่ผิวของ<br>ทรงกระบอก | 1. บอกส่วนต่างๆ ของทรงกระบอกได้ถูกต้อง<br>2. บอกความแตกต่างของทรงกระบอกตรงและ<br>ทรงกระบอกเอียงได้<br>3. หาพื้นที่ผิวของทรงกระบอกได้   | 1. ใบความรู้ที่ 4<br>2. ใบงานที่ 5 และ 6<br>3. แบบฝึกหัดที่ 5<br>4. แบบจดบันทึก ครั้งที่ 4<br>5. แบบสังเกตพฤติกรรม | -                                                                |
|         | 7          | 5                           | - ปริมาตรของ<br>ทรงกระบอก                                   | 1. บอกสูตรการหาปริมาตรของทรงกระบอกได้<br>2. หาปริมาตรของทรงกระบอกได้                                                                   | 1. ใบความรู้ที่ 5<br>2. ใบงานที่ 7<br>3. แบบฝึกหัดที่ 6<br>4. แบบจดบันทึก ครั้งที่ 5<br>5. แบบสังเกตพฤติกรรม       | -                                                                |
|         | 8          | 6                           | - ปริมาตรของวงแหวน                                          | 1. หาปริมาตรของทรงกระบอก และปริมาตรของวงแหวน<br>ได้<br>2. นำความรู้เกี่ยวกับการหาปริมาตรและปริมาตรของวง<br>แหวนไปใช้แก้ปัญหาได้ถูกต้อง | 1. ใบความรู้ที่ 6 2. ใบงานที่ 8<br>3. แบบฝึกหัดที่ 7<br>4. แบบจดบันทึก ครั้งที่ 6<br>5. แบบสังเกตพฤติกรรม          |                                                                  |
|         | 9          |                             |                                                             |                                                                                                                                        |                                                                                                                    | แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนชุดที่ 2 |

ตาราง 2 (ต่อ)

| ระยะที่ | ชม.<br>ที่ | แผนการจัด<br>การเรียนรู้ที่ | เนื้อหา                                     | ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง                                                                                                                                                                                                                                           | เครื่องมือ                                                                                                          | การวัดผล                                                         |
|---------|------------|-----------------------------|---------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| 3       | 10         | 7                           | - ส่วนต่าง ๆ ของกรวย<br>- พื้นที่ผิวของกรวย | 1. บอกส่วนต่างๆ ของกรวยได้ถูกต้อง<br>2. บอกความแตกต่างของกรวยตรงและกรวยเอียงได้<br>3. หาความสูงและความสูงเอียงของกรวยได้<br>4. หาพื้นที่ผิวของกรวยได้<br>5. บอกสูตรการหาพื้นที่ผิวของกรวยได้ถูกต้อง<br>6. นำความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของกรวยไปแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ | 1. ใบความรู้ที่ 7<br>2. ใบงานที่ 9 และ 10<br>3. แบบฝึกหัดที่ 8<br>4. แบบจดบันทึก ครั้งที่ 7<br>5. แบบสังเกตพฤติกรรม |                                                                  |
|         | 11         | 8                           | - ปริมาตรของกรวย                            | 1. หาปริมาตรของกรวยได้ถูกต้อง<br>2. บอกสูตรการหาปริมาตรของกรวยได้<br>3. แก้ปัญหาคณิตศาสตร์เกี่ยวกับปริมาตรของกรวยได้                                                                                                                                              | 1. ใบความรู้ที่ 8<br>2. ใบงานที่ 11<br>3. แบบฝึกหัดที่ 9<br>4. แบบจดบันทึก ครั้งที่ 8<br>5. แบบสังเกตพฤติกรรม       |                                                                  |
|         | 12         |                             |                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                     | แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระหว่างเรียนชุดที่ 3 |

ตาราง 2 (ต่อ)

| ระยะที่ | ชม.<br>ที่ | แผนการจัด<br>การเรียนรู้ที่ | เนื้อหา                                             | ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | เครื่องมือ                                                                                                            | การวัดผล |
|---------|------------|-----------------------------|-----------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| 4       | 13         | 9                           | - ส่วนต่าง ๆ ของทรง<br>กลม<br>- พื้นที่ผิวของทรงกลม | 1. บอกนิยามของทรงกลมได้<br>2. บอกส่วนต่างๆ ของทรงกลมได้<br>3. บอกความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ผิวของทรงกลมและ<br>พื้นที่ผิวของวงกลมที่มีรัศมีเท่ากับรัศมีของทรงกลม<br>4. บอกสูตรการหาพื้นที่ผิวของทรงกลมได้<br>5. หาพื้นที่ผิวของทรงกลมได้ถูกต้อง<br>6. นำความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของทรงกลมไปแก้ปัญหา<br>คณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง | 1. ใบความรู้ที่ 9<br>2. ใบงานที่ 12 และ 13<br>3. แบบฝึกหัดที่ 10<br>4. แบบจดบันทึก ครั้งที่ 9<br>5. แบบสังเกตพฤติกรรม |          |
|         | 14         | 10                          | - ปริมาตรของทรงกลม                                  | 1.บอกความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรของทรงกลมกับ<br>ปริมาตรของทรงกระบอกได้<br>2, บอกสูตรการหาปริมาตรของทรงกลมได้<br>3. หาปริมาตรของทรงกลมได้                                                                                                                                                                                   | 1. ใบความรู้ที่ 10<br>2. ใบงานที่ 14<br>3. แบบฝึกหัดที่ 11<br>4. แบบจดบันทึก ครั้งที่ 10<br>5. แบบสังเกตพฤติกรรม      | -        |
|         | 15         | 11                          | - โจทย์ปัญหาหระคน                                   | 1.นำความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของพีระมิด ทรงกระบอก กรวย<br>และทรงกลมไปแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้<br>2. นำความรู้เรื่องปริมาตรของพีระมิด ทรงกระบอก กรวย<br>และทรงกลมไปแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้                                                                                                                                        | 1. ใบความรู้ที่ 11<br>2. ใบงานที่ 15<br>3. แบบฝึกหัดที่ 12<br>4. แบบจดบันทึก ครั้งที่ 11<br>5. แบบสังเกตพฤติกรรม      |          |

ตาราง 2 (ต่อ)

| ระยะที่ | ชม.<br>ที่ | แผนการจัด<br>การเรียนรู้ที่ | เนื้อหา | ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง                                                                | เครื่องมือ                                                           | การวัดผล                                                             |
|---------|------------|-----------------------------|---------|----------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|
|         | 16         | -                           | -       | -                                                                                      | แบบทดสอบวัดความสามารถใน<br>การแก้โจทย์ปัญหาระหว่างเรียน<br>ชุดที่ 4- | แบบทดสอบวัดความสามารถใน<br>การแก้โจทย์ปัญหาระหว่างเรียน<br>ชุดที่ 4- |
|         | 17         |                             |         | สะท้อนผลการจัดการเรียนรู้เพื่อสามารถบอกผลการ<br>พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ |                                                                      |                                                                      |
|         | 18         |                             |         |                                                                                        | แบบทดสอบวัดความสามารถใน<br>การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์<br>ทดสอบก่อนเรียน   | แบบทดสอบวัดความสามารถใน<br>การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์<br>ทดสอบก่อนเรียน   |



จากตาราง 2 ผู้วิจัยวางแผนไว้ดังนี้

ระยะที่ 1 ครอบคลุม ชั่วโมงที่ 1 – 5 รวม 5 ชั่วโมง แบ่งเป็น 3 แผนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1 เป็นการทำความเข้าใจ ชี้แจงให้นักเรียนทราบถึงรายละเอียดขั้นตอน พร้อมทั้งข้อตกลงใน การดำเนินการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ และเป็นการวัดความสามารถในการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนทดลองจำนวน 8 ข้อ

ชั่วโมงที่ 2 เป็นการดำเนินการทดลองตาม แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ส่วน ต่าง ๆ ของพีระมิด โดยมีสื่อการเรียนรู้ประกอบแผนเป็นใบความรู้ที่ 1, ใบงานที่ 1, 2, แบบฝึกหัดที่ 1, 2 และแบบจดบันทึกครั้งที่ 1

ชั่วโมงที่ 3 เป็นการดำเนินการทดลองตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง พื้นที่ผิวของพีระมิด โดยมีสื่อการเรียนรู้ประกอบแผนเป็นใบความรู้ที่ 2, ใบงานที่ 3, แบบฝึกหัดที่ 3 และแบบจดบันทึกครั้งที่ 2

ชั่วโมงที่ 4 เป็นการดำเนินการทดลองตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ปริมาตรของพีระมิด โดยมีสื่อการเรียนรู้ประกอบแผนเป็นใบความรู้ที่ 3, ใบงานที่ 4, แบบฝึกหัดที่ 4 และแบบจดบันทึกครั้งที่ 3

ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ สังเกตพฤติกรรมการสื่อสารแนวความคิดของนักเรียน โดยแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารแนวความคิด

ชั่วโมงที่ 5 เป็นการดำเนินการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระยะที่ 1 ซึ่งเป็นแบบทดสอบแสดง ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หลังจากนั้นตรวจให้คะแนนและร่วมกันอภิปรายถึงสภาพที่เป็น จริงและสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ปัญหาอุปสรรค และแนวทางแก้ไขในการร่วมกิจกรรมตามใบ งาน และแบบฝึกหัด

ระยะที่ 2 ครอบคลุม ชั่วโมงที่ 6 – 9 รวม 4 ชั่วโมง แบ่งเป็น 3 แผนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 6 เป็นการดำเนินการทดลองตาม แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ส่วน ต่าง ๆ และพื้นที่ผิวของทรงกระบอก โดยมีสื่อการเรียนรู้ประกอบแผนเป็นใบความรู้ที่ 4, ใบงานที่ 5, 6 แบบฝึกหัดที่ 5 และแบบจดบันทึกครั้งที่ 4

ชั่วโมงที่ 7 เป็นการดำเนินการทดลองตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง ปริมาตรของทรงกระบอก โดยมีสื่อการเรียนรู้ประกอบแผนเป็นใบความรู้ที่ 5, ใบงานที่ 7, แบบฝึกหัดที่ 6 และแบบจดบันทึกครั้งที่ 5

ชั่วโมงที่ 8 เป็นการดำเนินการทดลองตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง ปริมาตรของวงแหวน โดยมีสื่อการเรียนรู้ประกอบแผนเป็นใบความรู้ที่ 6, ใบงานที่ 8, แบบฝึกหัดที่ 7 และแบบจดบันทึกครั้งที่ 6

ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ สังเกตพฤติกรรมการสื่อสารแนวความคิดของนักเรียน โดยแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารแนวความคิด

ชั่วโมงที่ 9 เป็นการดำเนินวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระยะที่ 2 ซึ่งเป็นแบบทดสอบแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หลังจากนั้นตรวจให้คะแนนและร่วมกันอภิปรายถึงสภาพที่เป็นจริงและสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ปัญหาอุปสรรค และแนวทางแก้ไขในการร่วมกิจกรรม

ระยะที่ 3 ครอบคลุม ชั่วโมงที่ 10 – 12 รวม 3 ชั่วโมง แบ่งเป็น 2 แผนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 10 เป็นการดำเนินการทดลองตาม แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง ส่วนต่าง ๆ และพื้นที่ผิวของกรวย โดยมีสื่อการเรียนรู้ประกอบแผนเป็นใบความรู้ที่ 7, ใบงานที่ 9, 10 แบบฝึกหัดที่ 8 และแบบจดบันทึกครั้งที่ 7

ชั่วโมงที่ 11 เป็นการดำเนินการทดลองตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง ปริมาตรของกรวย โดยมีสื่อการเรียนรู้ประกอบแผนเป็นใบความรู้ที่ 8, ใบงานที่ 11, แบบฝึกหัดที่ 9 และแบบจดบันทึกครั้งที่ 8

ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ สังเกตพฤติกรรมการสื่อสารแนวความคิดของนักเรียนโดยแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารแนวความคิด

ชั่วโมงที่ 12 เป็นการดำเนินวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระยะที่ 3 ซึ่งเป็นแบบทดสอบแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หลังจากนั้นตรวจให้คะแนนและร่วมกันอภิปรายถึงสภาพที่เป็นจริงและสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ปัญหาอุปสรรค และแนวทางแก้ไขในการร่วมกิจกรรม

ระยะที่ 4 ครอบคลุม ชั่วโมงที่ 13 – 18 รวม 6 ชั่วโมง แบ่งเป็น 3 แผนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 13 เป็นการดำเนินการทดลองตาม แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง ส่วนต่าง ๆ และพื้นที่ผิวของทรงกลม โดยมีสื่อการเรียนรู้ประกอบแผนเป็นใบความรู้ที่ 9, ใบงานที่ 12, 13 แบบฝึกหัดที่ 10 และแบบจดบันทึกครั้งที่ 9

ชั่วโมงที่ 14 เป็นการดำเนินการทดลองตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง ปริมาตรของทรงกลม โดยมีสื่อการเรียนรู้ประกอบแผนเป็นใบความรู้ที่ 10, ใบงานที่ 14, แบบฝึกหัดที่ 11 และแบบจดบันทึกครั้งที่ 10

ชั่วโมงที่ 15 เป็นการดำเนินการทดลองตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง โจทย์ปัญหาระคน โดยมีสื่อการเรียนรู้ประกอบแผนเป็นใบความรู้ที่ 11, ใบงานที่ 15, แบบฝึกหัดที่ 12 และแบบจดบันทึกครั้งที่ 11

ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ สังเกตพฤติกรรมการสื่อสารแนวความคิดของนักเรียนโดยแบบสังเกตพฤติกรรมการสื่อสารแนวความคิด

ชั่วโมงที่ 16 เป็นการดำเนินการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระยะที่ 4 ซึ่งเป็นแบบทดสอบแสดง

ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หลังจากนั้นตรวจให้คะแนนและร่วมกันอภิปรายถึงสภาพที่เป็นจริงและสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ปัญหาอุปสรรค และแนวทางแก้ไขในการร่วมกิจกรรม

ชั่วโมงที่ 17 เป็นการสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ปัญหาอุปสรรค ในการร่วมกิจกรรม ทั้ง 4 ระยะ พร้อมทั้งแนะแนวทางในการแก้ไขให้ดีขึ้น

ชั่วโมงที่ 18 เป็นการดำเนินการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หลังทดลอง ซึ่งเป็นแบบทดสอบแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

4. นำข้อมูลที่ได้จากกลุ่มทดลองไปทำการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ

## การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล แบ่งออกเป็น 2 ส่วนตามลำดับดังนี้

### 1. ข้อมูลระหว่างทดลอง

1.1 การวิเคราะห์ข้อมูลระหว่างทดลองการวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างกิจกรรมการเรียนรู้/ การสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ปัญหา อุปสรรค และแนวทางแก้ไขจากการประเมินระหว่างทดลองโดย ใช้การสังเกตด้วยแบบสังเกต แล้วสรุปผลการวิเคราะห์

1.2 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้ใบงานและแบบฝึกหัด

### 2. ข้อมูลหลังการทดลอง

2.1 การศึกษาพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดโดย

2.1.1 เปรียบเทียบพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จำแนกตามขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอนของ สสวท

2.2.2 ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2.2.3 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง โดยใช้สถิติ t – test for dependent Samples

### 3. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

#### 1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ 2539 : 73)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

|       |           |     |                        |
|-------|-----------|-----|------------------------|
| เมื่อ | $\bar{X}$ | แทน | คะแนนเฉลี่ย            |
|       | $\sum X$  | แทน | ผลรวมของคะแนนทั้งหมด   |
|       | N         | แทน | จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่าง |

1.2 ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ 2539 : 73)

$$S.D. = \sqrt{\frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

|       |              |     |                                 |
|-------|--------------|-----|---------------------------------|
| เมื่อ | S.D.         | แทน | ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน         |
|       | $\sum X^2$   | แทน | ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง |
|       | $(\sum X)^2$ | แทน | ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง  |
|       | N            | แทน | จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่าง          |

#### 2. สถิติที่ใช้หาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษา

2.1 การหาความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence : IOC) ใช้สูตรของโรวินेलลีและแฮมเบิลตัน (Rovinelli and Hambleton ; ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2539 : 248 – 249 )

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

|       |          |     |                                   |
|-------|----------|-----|-----------------------------------|
| เมื่อ | IOC      | แทน | ดัชนีความสอดคล้อง                 |
|       | $\sum R$ | แทน | ผลรวมของการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ |
|       | N        | แทน | จำนวนผู้เชี่ยวชาญ                 |

2.2 ดัชนีความง่าย ของ D.R. Whitney and D.L. Sabers (ล้วน สายยศ และ  
 อังคณา สายยศ. 2539 : 199 – 201 ; อ้างอิงจาก D.R. Whitney and D.L.  
 Sabers 1970 : 214 – 245)

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

|       |            |     |                                          |
|-------|------------|-----|------------------------------------------|
| เมื่อ | $P_E$      | แทน | ดัชนีค่าความง่าย                         |
|       | $S_U$      | แทน | ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง                   |
|       | $S_L$      | แทน | ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน                   |
|       | $N$        | แทน | จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน |
|       | $X_{\max}$ | แทน | คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด              |
|       | $X_{\min}$ | แทน | คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด              |

2.3 ดัชนีอำนาจจำแนก ของ D.R. Whitney and D.L. Sabers (ล้วน สายยศ และ  
 อังคณา สายยศ. 2539 : 199 – 201 ; อ้างอิงจาก D.R. Whitney and D.L.  
 Sabers 1970 : 214 – 245)

$$D = \frac{S_U + S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

|       |            |     |                                          |
|-------|------------|-----|------------------------------------------|
| เมื่อ | $D$        | แทน | ดัชนีอำนาจจำแนก                          |
|       | $S_U$      | แทน | ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง                   |
|       | $S_L$      | แทน | ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน                   |
|       | $N$        | แทน | จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน |
|       | $X_{\max}$ | แทน | คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด              |
|       | $X_{\min}$ | แทน | คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด              |

2.4 คำนวณค่าสหสัมพันธ์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของการตรวจให้คะแนนระหว่างผู้ตรวจ 2 คน โดยใช้สูตรสหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2539 : 210)

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

|       |            |     |                                                                                  |
|-------|------------|-----|----------------------------------------------------------------------------------|
| เมื่อ | $r_{xy}$   | แทน | ค่าสหสัมพันธ์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ                                            |
|       | $\sum X$   | แทน | ผลรวมของคะแนนที่ได้จากผู้ให้คะแนนคนที่ 1                                         |
|       | $\sum Y$   | แทน | ผลรวมของคะแนนที่ได้จากผู้ให้คะแนนคนที่ 2                                         |
|       | $\sum X^2$ | แทน | ผลรวมกำลังสองของคะแนนแต่ละตัวที่ได้จากคนตรวจคนที่ 1                              |
|       | $\sum Y^2$ | แทน | ผลรวมกำลังสองของคะแนนแต่ละตัวที่ได้จากคนตรวจคนที่ 2                              |
|       | $\sum XY$  | แทน | ผลรวมของผลคูณที่ได้จากผู้ให้คะแนนคนที่ 1 กับ<br>คะแนนที่ได้จากผู้ให้คะแนนคนที่ 2 |
|       | N          | แทน | จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง                                                     |

### 3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนทดลองและหลังทดลอง โดยใช้สถิติ t – test dependent Samples (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2541 : 173)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}$$

$$df = n - 1$$

|       |   |     |                                                                      |
|-------|---|-----|----------------------------------------------------------------------|
| เมื่อ | t | แทน | การทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยในการ<br>ทดสอบก่อนทดลองและหลังทดลอง |
|       | D | แทน | ความแตกต่างระหว่างคะแนนแต่ละคู่                                      |
|       | n | แทน | จำนวนคู่                                                             |

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

#### สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

เพื่อความเข้าใจในการแปลความหมายของการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

|           |     |                                        |
|-----------|-----|----------------------------------------|
| N         | แทน | จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง              |
| $\bar{X}$ | แทน | ค่าเฉลี่ยของคะแนน                      |
| S.D       | แทน | ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน                |
| t         | แทน | ค่าที่ใช้ในการพิจารณา t – distribution |
| df        | แทน | ระดับความเป็นอิสระ (degree of freedom) |
| **        | แทน | ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01              |

#### การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับดังนี้

**ส่วนที่ 1 ข้อมูลระหว่างการทดลอง** เป็นข้อมูลที่ได้มาระหว่างการดำเนินการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ด้วยวิธีการสังเกต จดบันทึกของผู้วิจัย

1. ผลการวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างกิจกรรมการเรียนรู้ สภาพที่เป็นจริง / การสะท้อนผลการจัดกิจกรรม ที่เกิดกับตัวนักเรียน ปัญหาและอุปสรรค และแนวทางแก้ไขจากการประเมินระหว่างการทดลองโดยใช้การสังเกต

2. ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดโดยใช้ใบงาน แบบฝึกหัด และแบบจดบันทึก

**ส่วนที่ 2 ข้อมูลหลังการทดลอง** เป็นข้อมูลที่ได้หลังการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การศึกษาพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดโดยเปรียบเทียบพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ จากการทดลอง 4 ระยะ จำแนกตามขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอน ของ สสวท.

2 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2.1 ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2.2 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง โดยใช้สถิติ  $t - test$  for dependent Samples

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

#### ส่วนที่ 1 ข้อมูลระหว่างทดลอง

1. ผลการวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างกิจกรรมการเรียนรู้ สภาพที่เป็นจริง / การสะท้อนผลการจัดกิจกรรม ที่เกิดกับตัวนักเรียน ปัญหาและอุปสรรค และแนวทางแก้ไขจากการประเมินระหว่างทดลองโดยใช้การสังเกตจากแบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมนักเรียน ปรากฏผลดังตาราง

ตาราง 3 ผลการวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างกิจกรรมการเรียนรู้ สภาพที่เป็นจริง การสะท้อนผลการจัดกิจกรรม ปัญหาอุปสรรค และแนวทางแก้ไข ในระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4

| ระยะที่                                                                        | สภาพจริงที่สะท้อนผลการจัดกิจกรรม                                                                                           | ปัญหาและอุปสรรค                                                                                                                             | แนวทางแก้ไข                                                                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ระยะที่ 1<br>การจัดการเรียนรู้เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของพีระมิด จำนวน 5 คาบ | 1. ด้านเวลา<br>ทำการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ 3 คาบ<br>ทดสอบก่อนเรียน 1 คาบ<br>ทดสอบระหว่างเรียนระยะที่ 1 จำนวน 1 คาบ     | 1. ด้านเวลา<br>ในกิจกรรมการนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนใช้เวลามาก และในการปฏิบัติกิจกรรมเกี่ยวกับการหาปริมาตรของพีระมิดนักเรียนใช้เวลานานเกินไป | 1. ด้านเวลา<br>1. พยายามกระตุ้นให้นักเรียนกระตือรือร้นในการนำเสนอผลงาน<br>2. พยายามจัดกิจกรรมให้กระชับขึ้น |
|                                                                                | 2. ด้านการแสดงออก<br>การสื่อสารแนวความคิด<br>นักเรียนตื่นเต้นและสนุกกับกิจกรรมการตัดส่วนประกอบของพีระมิดและการหาปริมาตรของ | 2. ด้านการแสดงออกการสื่อสารแนวความคิด<br>นักเรียนบางคนไม่ค่อยกล้าพูด หรือถามเพื่อนเพราะไม่ได้นั่งกับเพื่อนคนเดิม<br>นักเรียนชายบางคนเล่น    | 2. ด้านการแสดงออกการสื่อสารแนวความคิด<br>1. พยายามพูดคุยและทำ                                              |



ตาราง 3 (ต่อ)

|  |                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                 |
|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | พิธีมิต มีการพูดคุยและอภิปรายภายในกลุ่มแต่น้อย ในการปฏิบัติตามใบงานซึ่งใบงานเป็นกิจกรรมรายกลุ่มนักเรียนบางคนไม่แสดงความคิดเห็นปล่อยให้เพื่อน คนอื่นในกลุ่มทำ | มากขณะที่ปฏิบัติกิจกรรม ในขณะที่เพื่อนในกลุ่มตัดสินประกอบพิธีมิตหรือดวงทรายจะดูอย่างเดียวยังไม่พูดแสดงความคิดเห็น                                                                                                                                                                                     | ความเข้าใจกับนักเรียนดังกล่าว<br>2. กระตุ้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มมีการอภิปรายแสดงความคิดเห็น โดยให้มีการแข่งขันระหว่างกลุ่ม                                                                                      |
|  | <u>3. ด้านเนื้อหา/ขั้นตอนของการจัดกิจกรรม</u><br>1. นักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบเป็นขั้นตอน                                              | <u>3. ด้านเนื้อหา/ขั้นตอนของการจัดกิจกรรม</u><br>1. ในขั้นตอนที่ 1 การวาดภาพและเติมส่วนประกอบนักเรียนบางคนวาดภาพโดยใช้มือลากไม่ใช่ไม้บรรทัด<br>2. นักเรียนไม่เข้าใจความต่อเนื่องของขั้นตอนที่ 2 และสาม เพราะเมื่อขั้นตอนที่สองวางแผนไว้ต้องใช้สูตรการหาพื้นที่ผิวแต่ขั้นตอนที่ 3 กลับใช้สูตรอย่างอื่น | <u>3. ด้านเนื้อหา/ขั้นตอนของการจัดกิจกรรม</u><br>1. ทำความเข้าใจการแก้ปัญหแบบเป็นขั้นตอนให้นักเรียนอีกครั้งพร้อมทั้งให้เห็นความต่อเนื่องของแต่ละขั้นตอน และการนำขั้นตอน 1 และ 2 มาใช้ในการดำเนินการขั้นตอนที่ 3 |
|  | <u>4. ด้านสื่อและอุปกรณ์</u><br>1. นักเรียนบางคนไม่มีอุปกรณ์การเรียน เช่น ไม้บรรทัด<br>2. นักเรียนบางกลุ่มตัด                                                | <u>4. ด้านสื่อและอุปกรณ์</u><br>การส่งงานเนื่องจากมีใบงาน แบบฝึกหัดและแบบจดบันทึกที่นักเรียนต้องส่งในคาบนักเรียนบางคนส่งไม่                                                                                                                                                                           | <u>4. ด้านสื่อและอุปกรณ์</u><br>1. ให้นักเรียนจดบันทึกอุปกรณ์การเรียนที่ต้อง                                                                                                                                    |

ตาราง 3 (ต่อ)

|                                                                                                                | ส่วนประกอบของพีระมิดไม่<br>ถูก                                                                                    | ครบ                                                                                                                                                                                                                                                                                 | นำมา<br>2. ให้หัวหน้า<br>กลุ่มเก็บรวบรวม<br>งานที่ต้องส่งของ<br>สมาชิกเป็นการ<br>ให้นักเรียนได้<br>ช่วยเหลือซึ่งกัน<br>และกัน                                                                                                                                                                                                            |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>ระยะที่ 2</b><br>การจัดการ<br>เรียนรู้ เรื่อง<br>พื้นที่ผิวและ<br>ปริมาตรของ<br>ทรงกระบอก<br>จำนวน 4<br>คาบ | <u>1. ด้านเวลา</u><br>ทำการสอนตามแผนการ<br>จัดการเรียนรู้ 3 คาบและ<br>ทดสอบระหว่างเรียน ระยะ<br>ที่ 2 จำนวน 1 คาบ | <u>1. ด้านเวลา</u><br>1. นักเรียนบางคนขาดเรียน<br>ในการปฏิบัติกิจกรรมการ<br>หาปริมาตรของ<br>ทรงกระบอกทำให้ไม่เข้าใจ<br>ในกิจกรรมการหาปริมาตร<br>ของวงแหวน<br>3. นักเรียนปฏิบัติตาม<br>ไปงาน และแบบฝึกหัดซ้ำ<br>ทำให้ทำกิจกรรมการจด<br>บันทึกไม่ทัน ต้องให้<br>นักเรียนนำไปทำนอกเวลา | <u>1. ด้านเวลา</u><br>1. ให้นักเรียนที่<br>ขาดเรียนในคาบ<br>อีสาระและให้<br>สมาชิกในกลุ่มที่<br>นักเรียนขาด<br>เรียนมาร่วม<br>เรียนด้วยโดยให้<br>นักเรียนในกลุ่ม<br>เป็นคนอธิบาย<br>ให้เพื่อนฟังและ<br>ให้นักเรียนที่ขาด<br>เรียนมาสรุป<br>ความรู้ที่ได้จาก<br>การเรียนให้ครู<br>ฟังเป็นการให้<br>นักเรียนสื่อสาร<br>และช่วยเหลือ<br>กัน |

ตาราง 3 (ต่อ)

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                       |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                          | 2. ให้นักเรียนนำแบบจดบันทึกไปทำการบ้านและนำมาส่งในวันรุ่งขึ้น                                                                                                                                                                         |
| <u>2. ด้านการแสดงออก</u><br><u>การสื่อสารแนวความคิด</u><br>นักเรียนให้ความสนใจขั้นตอนการนำเข้าสู่บทเรียนมากเป็นการเล่นเกมที่นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการปฏิบัติกิจกรรม โดยนักเรียนมีการสื่อสารกันมากขึ้น ในขั้นตอนการปฏิบัติเกี่ยวกับการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกระบอกนักเรียนมีการช่วยเหลือกันตัดสินใจประกอบของทรงกระบอกแบ่งหน้าที่และร่วมแสดงความคิดเห็นและอภิปรายเกี่ยวกับการหาปริมาตรของวงแหวน ในการศึกษาไปความรู้นักเรียนมีการซักถามและอธิบายให้เพื่อนที่ไม่เข้าใจฟัง มากขึ้น | <u>2. ด้านการแสดงออก</u><br><u>การสื่อสารแนวความคิด</u><br>ในขณะที่เพื่อนนำเสนอผลงานหน้าชั้นนักเรียนกลุ่มที่ไม่ได้นำเสนอบางคนส่งเสียงดัง | <u>2. ด้านการ</u><br><u>แสดงออก</u><br><u>การสื่อสาร</u><br><u>แนวความคิด</u><br>1. ผู้วิจัยใช้วิธีการให้นักเรียนกลุ่มที่นำเสนอผลงานเลือกถามนักเรียนในห้องตอบคำถามจากการนำเสนอแล้วผู้วิจัยสรุปเพิ่มเติมและให้คำชมเชยนักเรียนที่ตอบได้ |
| <u>3. ด้านเนื้อหา/ขั้นตอนของ</u><br><u>การจัดกิจกรรม</u><br>นักเรียนยังขาดทักษะในการสรุปความคิดรวบยอด ในขั้นตอนที่ 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <u>3. ด้านเนื้อหา/ขั้นตอนของ</u><br><u>การจัดกิจกรรม</u><br>นักเรียนไม่เข้าใจโจทย์เกี่ยวกับการหาปริมาตรของวงแหวน                         | <u>3. ด้านเนื้อหา/</u><br><u>ขั้นตอนของการ</u><br><u>จัดกิจกรรม</u><br>ผู้วิจัยฝึกให้นักเรียนเขียน                                                                                                                                    |

ตาราง 3 (ต่อ)

|                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                           | บันทึกจากแบบ<br>จดบันทึกเพื่อเป็น<br>การฝึกสรุป<br>ความคิด                                                                                                                                                                                             |
|                                                                                                                  | <u>4. ด้านสื่อและอุปกรณ์</u><br>นักเรียนัดส่วนประกอบ<br>ของทรงกระบอกได้ถูกต้อง                                                                                                                                                          | <u>4. ด้านสื่อและอุปกรณ์</u><br>-                                                                                                                                                         | <u>4. ด้านสื่อและ</u><br><u>อุปกรณ์</u>                                                                                                                                                                                                                |
| <b>ระยะที่ 3</b><br>การ<br>จัดการ<br>เรียนรู้<br>เรื่องพื้นที่<br>ผิวและ<br>ปริมาตร<br>ของกรวย<br>จำนวน 3<br>คาบ | <u>1. ด้านเวลา</u><br>ทำการสอนตามแผนการ<br>จัดการเรียนรู้ 2 คาบ<br>ทดสอบระหว่างเรียน<br>ระยะที่ 3 จำนวน 1 คาบ                                                                                                                           | <u>1. ด้านเวลา</u><br>1. นักเรียนขาดเรียนหลายคน<br>2. นักเรียนใช้เวลาในการ<br>ปฏิบัติกิจกรรมการหา<br>ปริมาตรของกรวยมาก ทำ<br>ให้กิจกรรมอื่นมีเวลาไม่พอ<br>ในการดำเนินการ                  | <u>1. ด้านเวลา</u><br>1. สอบถาม<br>สาเหตุการขาด<br>เรียนและสอน<br>เพิ่มเติมตาม<br>กระบวนการเดิม<br>คือให้เพื่อนใน<br>กลุ่มเป็นผู้อธิบาย<br>ให้นักเรียนเข้าใจ<br>และครูเพิ่มเติม<br>2. ผู้วิจัยให้การ<br>ดูแลและกระตุ้น<br>ให้ดำเนิน<br>กิจกรรมเร็วขึ้น |
|                                                                                                                  | <u>2. ด้านการแสดงออกการ</u><br><u>สื่อสารแนวความคิด</u><br>นักเรียนมีการสื่อสารและ<br>พูดคุยแสดงความคิดเห็น<br>ตามประเด็นคำถามมากขึ้น<br>โดยเฉพาะขั้นตอนการหา<br>ข้อสรุปเกี่ยวกับการหาสูตร<br>ปริมาตรของกรวย การ<br>ปฏิบัติกิจกรรมไปงาน | <u>2. ด้านการแสดงออกการ</u><br><u>สื่อสารแนวความคิด</u><br>นักเรียนสื่อสารและแสดง<br>ความคิดระหว่างกันโดยใช้<br>ภาษาท้องถิ่นเมื่อมาสื่อสาร<br>กับครูทำให้ถามคำถามไม่<br>เข้าใจต้องใช้เวลา | <u>2. ด้านการ</u><br><u>แสดงออกการ</u><br><u>สื่อสาร</u><br><u>แนวความคิด</u><br>1. เน้นให้นักเรียน<br>ใช้ภาษาไทยใน<br>การสื่อสาร                                                                                                                      |

ตาราง 3 (ต่อ)

|                                                                          |                                                                                                                                                               |                                                                                                                                         |                                                                                                                |
|--------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                          | นักเรียนในแต่ละกลุ่มพบปัญหาและมีการสื่อสารกับกลุ่มอื่นโดยการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างกลุ่มและรวมกันมาถามครูในสิ่งที่ไม่เข้าใจ                              |                                                                                                                                         |                                                                                                                |
|                                                                          | <u>3. ด้านเนื้อหา/ขั้นตอนของการจัดกิจกรรม</u><br>นักเรียนมีความเข้าใจขั้นตอนการแก้ปัญหาขั้นตอนที่ 3 มากขึ้น สังเกตจากการตรวจใบงานและแบบฝึกหัด                 | <u>3. ด้านเนื้อหา/ขั้นตอนของการจัดกิจกรรม</u><br>นักเรียนยังไม่เข้าใจขั้นตอนที่ 4 การตรวจสอบ                                            | <u>3. ด้านเนื้อหา/ขั้นตอนของการจัดกิจกรรม</u><br>4. ผู้วิจัยให้ความรู้เพิ่มเกี่ยวกับการตรวจคำตอบ               |
|                                                                          | <u>4. ด้านสื่อและอุปกรณ์</u><br>นักเรียนเตรียมสื่ออุปกรณ์เรียนมาพร้อม สื่ออุปกรณ์ที่ผู้วิจัยเตรียมมานักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติตามกิจกรรมได้ถูกต้อง             | <u>4. ด้านสื่อและอุปกรณ์</u><br>ไขความรู้ของนักเรียนบางคนไม่ชัดเจน อาจเนื่องมาจากขั้นตอนการจัดพิมพ์                                     | <u>4. ด้านสื่อและอุปกรณ์</u><br>1. เปลี่ยนไขความรู้ใหม่ให้นักเรียนและกำชับให้นักเรียนดูแลและเก็บไขความรู้ให้ดี |
| <b>ระยะที่ 4</b><br>การจัดการเรียนรู้เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกลม | <u>1. ด้านเวลา</u><br>ทำการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ 3 คาบ ทดสอบระหว่างเรียน ระยะที่ 4 จำนวน 1 คาบ สะท้อนผลการจัดการเรียนการสอน 1 คาบและทดสอบหลังเรียน 1 คาบ | <u>1. ด้านเวลา</u><br>เนื่องจากกิจกรรมการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกลมใช้เวลานานทำให้นักเรียนดำเนินกิจกรรมแบบฝึกหัดไม่ทันตามกำหนดเวลา | <u>1. ด้านเวลา</u><br>ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในคาบอิสระและส่งภายในวันเดียวกัน                           |

ตาราง 3 (ต่อ)

|                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                    |
|----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| จำนวน 6<br>คาบ | <p><u>2. ด้านการแสดงออกการสื่อสารแนวความคิด</u></p> <p>ในกิจกรรมการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกลม นักเรียนมีการสื่อสารกันและช่วยเหลือกันปฏิบัติกิจกรรมร่วมแสดงแนวความคิดเพื่อหาข้อสรุป สูตรการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกลม ในการปฏิบัติไปงานเป็นกิจกรรมรายกลุ่มนักเรียนนักเรียนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็นหาคำตอบในการแก้ปัญหาให้นักเรียนที่เข้าใจมีการอธิบายให้เพื่อนที่ไม่เข้าใจฟัง นักเรียนกล้าแสดงออกมากขึ้น</p> | <p><u>2. ด้านการแสดงออกการสื่อสารแนวความคิด</u></p> <p>นักเรียนบางคนไม่กล้าแสดงความคิดเห็นตัวเองต้องคอยให้ระบุชื่อก่อนถึงแสดงความคิดเห็น</p> | <p><u>2. ด้านการ</u><br/><u>แสดงออกการ</u><br/><u>สื่อสาร</u><br/><u>แนวความคิด</u></p> <p>1. ผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็นโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ในรูปแบบเกม</p> |
|                | <p><u>3. ด้านเนื้อหา/ขั้นตอนของการจัดกิจกรรม</u></p> <p>นักเรียนมีความเข้าใจการแก้ปัญหาตามขั้นตอนมากขึ้น</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | <p><u>3. ด้านเนื้อหา/ขั้นตอนของการจัดกิจกรรม</u></p> <p>นักเรียนบางคนยังตรวจคำตอบไม่ถูกต้อง</p>                                              | <p><u>3. ด้านเนื้อหา/</u><br/><u>ขั้นตอนของการ</u><br/><u>จัดกิจกรรม</u></p> <p>ให้ความสนใจนักเรียนรายบุคคลขั้นตอนการตรวจคำตอบ</p>                                                 |
|                | <p><u>4. ด้านสื่อและอุปกรณ์</u></p> <p>นักเรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อดำเนินกิจกรรม</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | <p><u>4. ด้านสื่อและอุปกรณ์</u></p> <p>นักเรียนผ่านแบบจำลองทรงกลมไม่ตรงทำให้ผลคลาดเคลื่อน</p>                                                | <p><u>4. ด้านสื่อและ</u><br/><u>อุปกรณ์</u></p> <p>ให้แบบจำลองทรงกลมที่ผ่าครึ่งแล้วให้นักเรียน</p>                                                                                 |

จากตาราง 3 พบว่าในระยะ 1 ถึงระยะ 4 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร นักเรียนส่วนมากให้ความสนใจในการดำเนินกิจกรรม มีความสนุกสนานในการร่วมกันปฏิบัติตามกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อระดมความคิด หาข้อสรุปเพื่อให้ได้สูตรการหาพื้นที่ผิวและปริมาตร ในช่วงแรกคือระยะที่ 1 นักเรียนไม่ค่อยกล้าแสดงความคิดเห็น มีการพูดคุยสื่อสารกันน้อย และยังไม่เข้าใจขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน เมื่อมีการกระตุ้นและทำความเข้าใจนักเรียนมีการสื่อสารกันมากขึ้น แต่ยังมีนักเรียนบางคนที่จะให้เพื่อนที่เป็นคู่หรือกลุ่มทำโดยที่ตนเองไม่สนใจ ผู้วิจัยต้องมีการควบคุมดูแลอย่างใกล้ชิด โดยการสังเกตพฤติกรรม ชักถามและแก้ไขปัญหที่เกิดขึ้น หลังจากนั้นระยะต่อมาผู้เรียนเกือบทั้งหมดจะให้ความสนใจและสื่อสารกัน ร่วมอภิปรายแสดงความคิดเห็นอันเนื่องมาจากผู้เรียนได้ฝึกปฏิบัติอย่างสม่ำเสมอและเห็นผลชัดเจนขึ้น เมื่อมีการทดสอบวัดผลเป็นระยะและสะท้อนผลงานให้นักเรียนเห็น ในส่วนของสื่อและอุปกรณ์ นักเรียนบางส่วนไม่มีอุปกรณ์การเรียนที่จำเป็น ส่วนอุปกรณ์ที่ผู้วิจัยจัดเตรียมให้นักเรียนสามารถใช้ได้ดี นักเรียนให้ความสนใจมากเมื่อมีการเล่นเกม และร่วมกันทำใบงานอย่างตั้งใจและในขั้นการตรวจความเข้าใจด้วยการทำแบบฝึกหัดและแบบจดบันทึกบางกิจกรรม นักเรียนทำไม่ทันในเวลาที่กำหนดต้องทำเป็นการบ้าน อาจเป็นผลเนื่องจากกิจกรรมมากเกินไปต้องกระชับกิจกรรมให้มากขึ้น ในด้านเวลา กิจกรรมที่จัดในบางเนื้อหาต้องใช้เวลาสมควรแบ่งเวลาให้เหมาะสมกับกิจกรรม ส่วนนักเรียนที่ขาดเรียนทำให้ไม่เข้าใจบางเนื้อหาแก้ไขโดยการสอนเพิ่มเติมในชั่วโมงอิสระโดยการใช้การสื่อสารแนวความคิดเข้ามามีบทบาทให้เพื่อนสอนเพื่อน ชักถามและทำความเข้าใจ ผู้วิจัยเพิ่มเติมในส่วนที่นักเรียนยังไม่เข้าใจให้

## 2. ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดโดยใช้ใบงาน แบบฝึกหัด

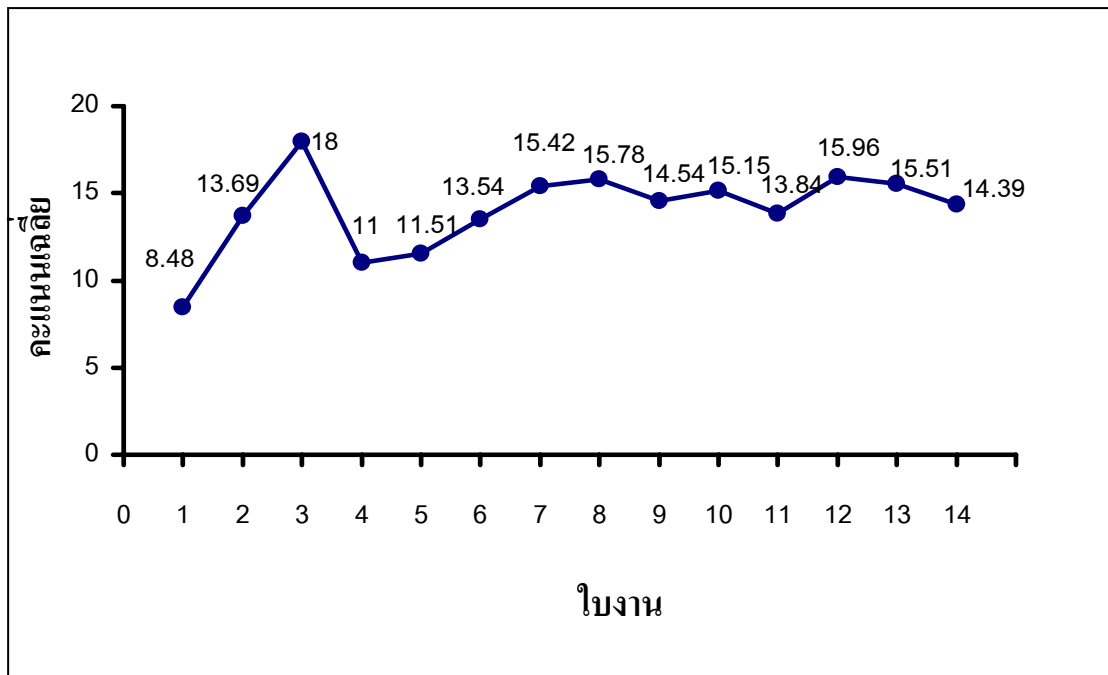
ตาราง 4 ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่จัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด จากใบงาน

| ใบงานที่ | $\bar{X}$<br>(คะแนนเต็ม 18 คะแนน) | S.D  |
|----------|-----------------------------------|------|
| 1        | 8.48                              | .50  |
| 2        | 13.63                             | 3.30 |
| 3        | 18.00                             | 1.80 |
| 4        | 11.09                             | 1.28 |
| 5        | 11.51                             | 3.04 |
| 6        | 13.42                             | 1.45 |
| 7        | 15.42                             | 1.73 |
| 8        | 15.78                             | 1.49 |
| 9        | 14.54                             | 3.36 |
| 10       | 15.15                             | 3.69 |
| 11       | 13.84                             | 3.32 |
| 12       | 15.96                             | 1.75 |
| 13       | 15.51                             | 2.23 |
| 14       | 14.39                             | 2.10 |
| 15       | 10.06                             | 2.86 |

จากตาราง 4 พบว่าคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีแนวโน้มสูงขึ้นเรื่อยๆ ในใบงานที่ 1 มีคะแนนเฉลี่ยต่ำสุด คือ 8.48 และในใบงานที่ 3 มีคะแนนเฉลี่ยสูงสุด คือ 18.00 มีบางช่วงของใบงานมีคะแนนเฉลี่ยลดน้อยลงอาจเป็นเพราะใบงานยากมากขึ้น

เพื่อให้เห็นแนวโน้มของความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดซึ่งพิจารณาจากใบงาน ผู้วิจัยจึงนำข้อมูลในตารางมานำเสนอในรูปของกราฟเส้น ดังภาพประกอบ





ภาพประกอบ 2 กราฟเส้นแสดงแนวโน้มความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด จากใบงาน

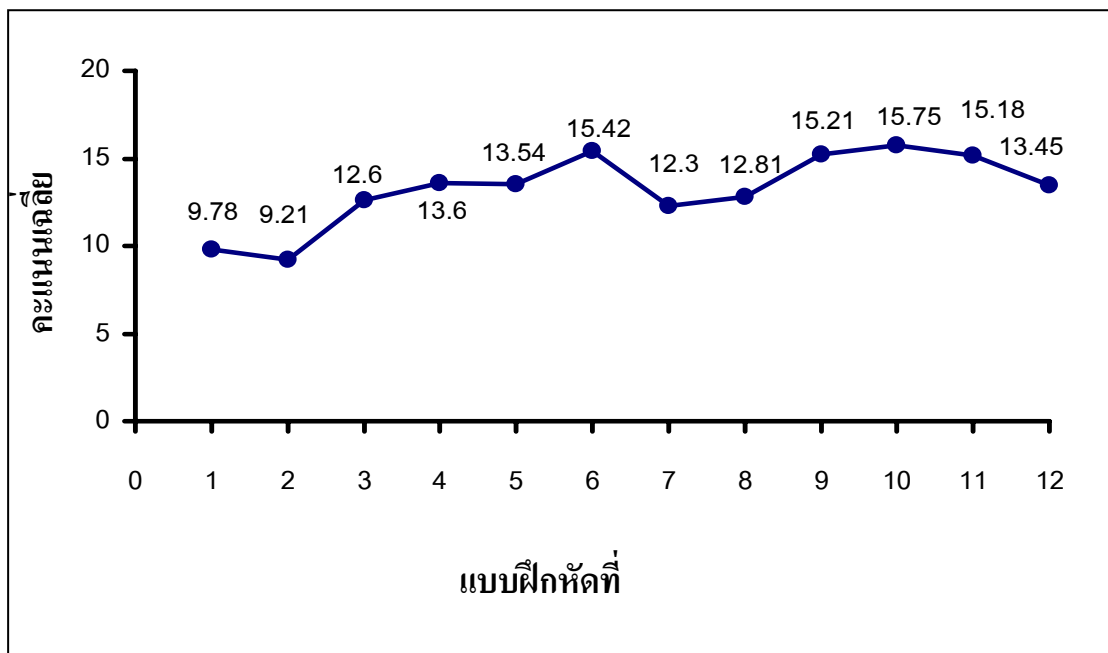
จากภาพประกอบ 2 พบว่ากราฟเส้นมีลักษณะสูงขึ้นเรื่อย ๆ ส่วนในช่วงใบงานที่ 3 กราฟมีลักษณะสูงขึ้นมาก เนื่องจากเป็นใบงานที่เกี่ยวกับเรื่องการหาพื้นที่ผิวของพีระมิดเป็นกิจกรรมที่นักเรียนให้ความสนใจมากเพราะเป็นกิจกรรมที่นักเรียนได้มีส่วนร่วมกันในการสื่อสารเพื่ออธิบายหาวิธีการตัดส่วนประกอบของผิวพีระมิดซึ่งครูไม่ได้บอกวิธีการตัด อีกทั้งมีการเล่นเกมแข่งขันกันระหว่างกลุ่มนักเรียนมีความกระตือรือร้น และสนใจมากทำให้มีความเข้าใจและสามารถหาพื้นที่ผิวของพีระมิดได้คะแนนเฉลี่ยสูง ส่วนในช่วงใบงานที่ 11 กราฟเส้นมีลักษณะลดลง เนื่องจากเป็นใบงานเรื่องการหาปริมาตรของกรวยซึ่งนักเรียนทุกกลุ่มต้องช่วยกันปฏิบัติกิจกรรมและอธิบายเพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับสูตรการปริมาตรของกรวยซึ่งเกี่ยวกับพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งที่เป็นรูปภาพที่นักเรียนไม่คุ้นเคย นักเรียนใช้เวลามาก ทำให้นักเรียนมีเวลาในการสรุปใบงานน้อยเป็นผลให้คำตอบไม่ชัดเจน ส่งผลให้ค่าเฉลี่ยของคะแนนลดลง

ตาราง 5 ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่จัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด จากแบบฝึกหัด

| แบบฝึกหัด | $\bar{X}$<br>(คะแนนเต็ม 18 คะแนน) | S.D  |
|-----------|-----------------------------------|------|
| 1         | 9.78                              | .54  |
| 2         | 9.21                              | 3.22 |
| 3         | 12.60                             | 3.35 |
| 4         | 13.60                             | 3.96 |
| 5         | 13.54                             | 3.41 |
| 6         | 15.42                             | 3.25 |
| 7         | 12.30                             | 2.90 |
| 8         | 12.81                             | 2.51 |
| 9         | 15.21                             | 2.34 |
| 10        | 15.75                             | 2.01 |
| 11        | 15.18                             | 2.76 |
| 12        | 13.45                             | 3.41 |

จากตาราง 5 พบว่าคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีแนวโน้มสูงขึ้นเรื่อยๆ ในแบบฝึกหัดที่ 1 มีคะแนนเฉลี่ยต่ำสุด คือ 9.78 และในใบงานที่ 10 มีคะแนนเฉลี่ยสูงสุด คือ 15.75 มีบางช่วงของแบบฝึกหัด มีคะแนนเฉลี่ยลดน้อยลงอาจเป็นเพราะแบบฝึกหัดยากมากขึ้น

เพื่อให้เห็นแนวโน้มของความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดซึ่งพิจารณาจากใบงาน ผู้วิจัยจึงนำข้อมูลในตารางมานำเสนอในรูปของกราฟเส้น ดังภาพประกอบ



ภาพประกอบ 3 กราฟแสดงแนวโน้มความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด จากแบบฝึกหัด

จากภาพประกอบ 3 กราฟเส้นมีแนวโน้มสูงขึ้นเรื่อย ๆ ส่วนในช่วงแบบฝึกหัดที่ 7 และแบบฝึกหัดที่ 8 กราฟมีลักษณะลดลง ซึ่งแบบฝึกหัดที่ 7 เป็นเรื่องการหาปริมาตรของทรงกระบอกและในแบบฝึกหัดที่ 8 เป็นเรื่องการหาปริมาตรของวงแหวน ซึ่งเป็นเรื่องค่อนข้างยาก นักเรียนใช้เวลาในการปฏิบัติกิจกรรมเพื่อสรุปสูตรการหาปริมาตรของทรงกระบอกและปริมาตรของวงแหวนนานมากทำให้มีเวลาในการทำแบบฝึกหัดน้อย นักเรียนรีบเร่งในการแก้ปัญหาในแบบฝึกหัดเพื่อส่งให้ทันเวลา ทำให้คำตอบไม่ชัดเจนเป็นผลให้คะแนนเฉลี่ยในแบบฝึกหัดที่ 7 และแบบฝึกหัดที่ 8 ลดลง

1. การศึกษาพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดโดย

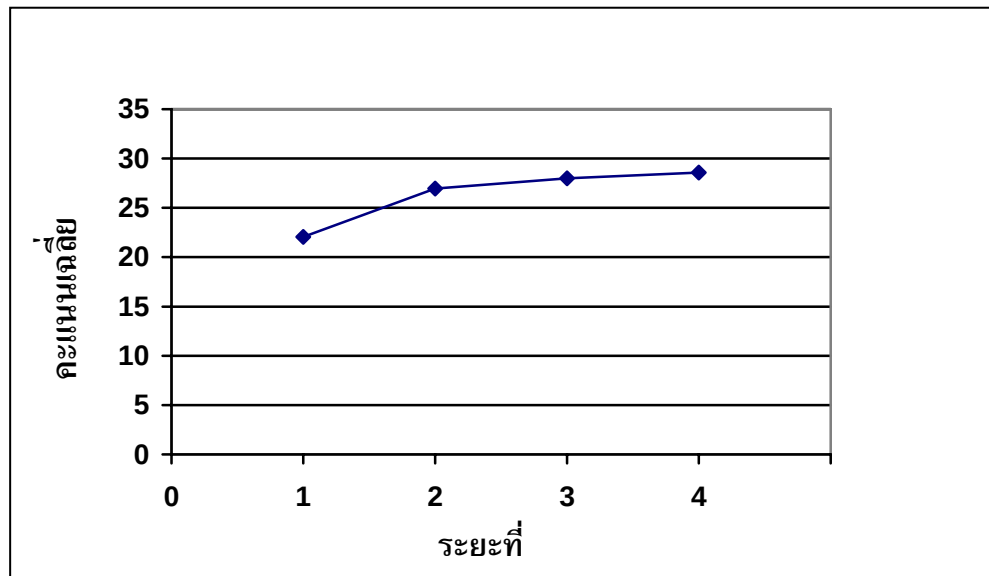
1.1 เปรียบเทียบพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จำแนกตามขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอนของ สสวท.

ตาราง 6 คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จำแนกตามขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอน ของสสวท.

| ขั้นที่                         | คะแนนเต็ม | ระยะที่ 1 |      | ระยะที่ 2 |      | ระยะที่ 3 |      | ระยะที่ 4 |      |
|---------------------------------|-----------|-----------|------|-----------|------|-----------|------|-----------|------|
|                                 |           | $\bar{X}$ | S.D  | $\bar{X}$ | S.D  | $\bar{X}$ | S.D  | $\bar{X}$ | S.D  |
| ขั้นที่ 1<br>การเข้าใจปัญหา     | 12        | 8.35      | 2.03 | 10.69     | 2.14 | 11.46     | 2.05 | 11.18     | 1.47 |
| ขั้นที่ 2<br>การวางแผน          | 8         | 6.33      | 1.16 | 7.54      | 1.35 | 7.55      | 1.04 | 7.13      | 0.35 |
| ขั้นที่ 3<br>การดำเนินการตามแผน | 8         | 5.21      | 1.20 | 6.13      | 1.24 | 6.22      | 0.81 | 7.01      | 1.10 |
| ขั้นที่ 4<br>การตรวจสอบ         | 8         | 2.17      | 1.02 | 2.58      | 1.68 | 2.75      | 0.32 | 3.26      | 0.35 |
| รวม                             | 36        | 22.06     | 5.41 | 26.94     | 6.44 | 28.00     | 4.22 | 28.58     | 3.40 |

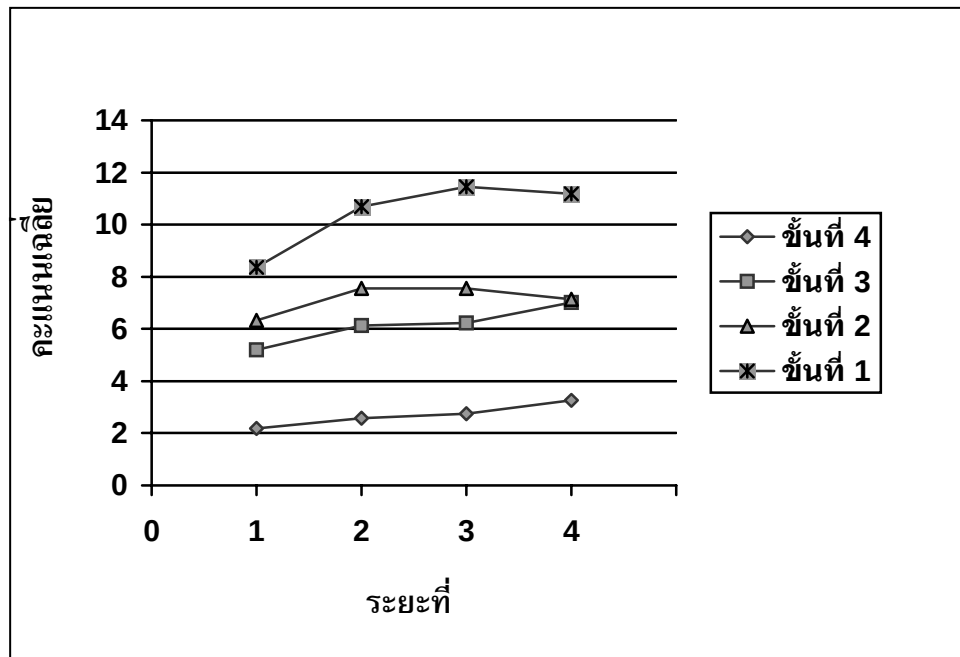
จากตาราง 6 พบว่า นักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดมีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ จากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 มีค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ แสดงว่านักเรียนมีพัฒนาการด้านการแก้โจทย์ปัญหาดีขึ้น และเมื่อพิจารณาแยกตามขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ของ สสวท พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถเพิ่มขึ้นทุกขั้นตอน ในขั้นตอนที่ 1 ขั้นตอนที่ 2 และขั้นตอนที่ 3 นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเกินครึ่งหนึ่งของคะแนนเต็ม ส่วนขั้นตอนที่ 4 มีคะแนนเฉลี่ยไม่ถึงครึ่งหนึ่งของคะแนนเต็ม แสดงว่านักเรียนมีความเข้าใจขั้นตอนที่ 1 ขั้นตอนที่ 2 และขั้นตอนที่ 3 มากกว่าขั้นตอนที่ 4

เพื่อให้เห็นแนวโน้มของพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ จาก  
ระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 และ จำแนกตามขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอน ของ  
สสวท. ผู้วิจัยจึงนำข้อมูลในตารางมานำเสนอในรูปแบบของกราฟเส้น ดังภาพประกอบ



ภาพประกอบ 4 กราฟเส้นแสดงแนวโน้มความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของ  
นักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดจากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4

จากภาพประกอบ 4 กราฟเส้นมีลักษณะสูงขึ้นจากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 แสดงว่านักเรียนที่  
ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด มีพัฒนาการความสามารถในการ  
แก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น



ภาพประกอบ 5 กราฟเส้นแสดงแนวโน้มความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด ตามขั้นตอนของ สสวท.

จากภาพประกอบ 5 กราฟเส้นมีลักษณะสูงขึ้นเรื่อย ๆ ในขั้นตอนที่ 3 และขั้นตอนที่ 4 ส่วนในขั้นตอนที่ 1 และขั้นตอนที่ 2 ในระยะที่ 3 และ 4 กราฟเส้นมีพัฒนาการค่อนข้างคงที่

## 2. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2.1 ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ดังแสดงในตาราง 7 ดังนี้

ตาราง 7 ค่าเฉลี่ยและค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลอง

| กลุ่มตัวอย่าง | N  | คะแนนสอบก่อนทดลอง |       | คะแนนสอบหลังทดลอง |       |
|---------------|----|-------------------|-------|-------------------|-------|
|               |    | $\bar{X}$         | SD    | $\bar{X}$         | SD    |
| กลุ่มทดลอง    | 33 | 40.73             | 13.94 | 90.15             | 20.46 |

จากตาราง 7 พบว่า โดยเฉลี่ยแล้วนักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนทดลองมีค่าเท่ากับ 40.43 และมีค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 13.94 หลังทดลอง มีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 90.15 และมีค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 20.46 แสดงว่าคะแนนเฉลี่ยก่อนทดลองและหลังทดลองมีค่าเพิ่มขึ้นถึง 57.97

2.2 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง โดยใช้สถิติ t – test for dependent Samples

ตาราง 8 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้วิธีการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดก่อนและหลังการทดลอง

| กลุ่มตัวอย่าง | N  | $\bar{X}$ | SD    | t       | p   |
|---------------|----|-----------|-------|---------|-----|
| ก่อนทดลอง     | 33 | 40.73     | 13.94 | 28.65** | .00 |
| หลังทดลอง     | 33 | 90.15     | 20.46 |         |     |

จากตาราง 8 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ภายหลังการทดลองของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดสูงกว่าความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง มีความมุ่งหมายเพื่อศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งสรุปสาระสำคัญ และผลการวิจัยได้ดังนี้

#### ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดก่อนและหลังการทดลอง

#### สมมติฐานการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดมีพัฒนาการสูงขึ้นจากระยะที่ 1 ถึง ระยะที่ 4
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงขึ้น

#### ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการค้นคว้าครั้งนี้

##### ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนที่กำลังเรียนอยู่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนโคกสะอาดวิทยาคม อำเภอโนนคูณ จังหวัดศรีสะเกษ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 3 ห้อง ซึ่งมีจำนวน 94 คน

##### กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนที่กำลังเรียนอยู่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนโคกสะอาดวิทยาคม อำเภอโนนคูณ จังหวัดศรีสะเกษ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 1 ห้อง มีนักเรียน 33 คน ได้มาจากการสุ่มแบบแบ่งกลุ่ม (Cluster Random Sampling)



### ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรจัดกระทำ ได้แก่ การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด
2. ตัวแปรตาม ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2549 ตั้งแต่วันที่ 3 กรกฎาคม 2549 ถึง วันที่ 11 สิงหาคม 2549 ทำการทดลองเป็นเวลา 6 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 3 วัน วันละ 1 ชั่วโมง รวม 18 ครั้ง

### เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง คือเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งมีเนื้อหาดังนี้

1. พื้นที่ผิวและปริมาตรของพีระมิด
2. พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกระบอก
3. พื้นที่ผิวและปริมาตรของกรวย
4. พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกลม

### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด คณิตศาสตร์วิชาคณิตศาสตร์ ค 33101 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร จำนวน 11 แผน โดยแบ่งตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังประกอบด้วยคำชี้แจงหัวข้อเรื่อง ผลการเรียนรู้ที่เน้นพฤติกรรม การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และเน้นทักษะกระบวนการคิดวิเคราะห์ตามลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน โดยมีเครื่องมือประกอบแผนการจัดการเรียนรู้ คือ

- 1.1 ใบความรู้
- 1.2 ใบงาน
- 1.3 แบบฝึกหัด
- 1.4 แบบจดบันทึก

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบแสดงขั้นตอนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอนของ สสวท. แบ่งเป็น

2.1 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนทดลอง และหลังทดลอง จำนวน 8 ข้อ มีดัชนีความยากง่าย ( $P_E$ ) อยู่ระหว่าง 0.22 – 0.80 ดัชนีอำนาจจำแนก ( $D$ ) อยู่ระหว่าง 0.12 – 0.98 และค่าความเชื่อมั่น ( $r_{xy}$ ) ของแบบทดสอบเท่ากับ 0.99

2.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระหว่างทดลอง  
4 ฉบับ ฉบับละ 2 ข้อ ดังนี้

ฉบับที่ 1 มีดัชนีความยากง่าย ( $P_E$ ) อยู่ระหว่าง 0.45 - .75 ดัชนีอำนาจ  
จำแนก (D) อยู่ระหว่าง 0.43 – 0.64 และค่าความเชื่อมั่น ( $r_{xy}$ ) ของแบบทดสอบเท่ากับ 0.98

ฉบับที่ 2 มีดัชนีความยากง่าย ( $P_E$ ) อยู่ระหว่าง 0.42 – 0.64 ดัชนีอำนาจ  
จำแนก (D) อยู่ระหว่าง 0.32 – 0.56 และค่าความเชื่อมั่น ( $r_{xy}$ ) ของแบบทดสอบเท่ากับ 0.98

ฉบับที่ 3 มีดัชนีความยากง่าย ( $P_E$ ) อยู่ระหว่าง 0.33 – 0.48 ดัชนีอำนาจ  
จำแนก (D) อยู่ระหว่าง 0.23 – 0.45 และค่าความเชื่อมั่น ( $r_{xy}$ ) ของแบบทดสอบเท่ากับ 0.96

ฉบับที่ 4 มีดัชนีความยากง่าย ( $P_E$ ) อยู่ระหว่าง 0.24 – 0.66 ดัชนีอำนาจ  
จำแนก (D) อยู่ระหว่าง 0.42 – 0.45 และค่าความเชื่อมั่น ( $r_{xy}$ ) ของแบบทดสอบเท่ากับ 0.97

### ขั้นตอนการดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. ผู้วิจัยสุ่มนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนโคกสะอาดวิทยาคม จำนวน 1 ห้องเรียน
2. สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด
3. ชี้แจงให้นักเรียนให้นักเรียนทราบถึงรายละเอียดขั้นตอนและความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า เครื่องมือ วิธีการ และระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้โดยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One – Group Pretest - Posttest Design
4. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไปทำการทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มทดลอง
5. ดำเนินการสอนกลุ่มทดลองโดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนเองในเนื้อหาวิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด ซึ่งมี 11 แผนการจัดการเรียนรู้ แบ่งเป็น 4 ระยะ จำนวน 18 ชั่วโมง และมีการทดสอบวัดผลหลังจากนักเรียนเรียนจบในแต่ละระยะ
6. เมื่อสิ้นสุดการทดลองแล้วจึงนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
7. นำผลการประเมินมาวิเคราะห์ โดยวิธีทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐานต่อไป

## การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับดังนี้

**ส่วนที่ 1 ข้อมูลระหว่างการทดลอง** เป็นข้อมูลที่ได้มาระหว่างการดำเนินการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ด้วยวิธีการสังเกต จดบันทึกของผู้วิจัย

1. ผลการวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างกิจกรรมการเรียนรู้ สภาพที่เป็นจริง / การสะท้อนผลการจัดกิจกรรม ที่เกิดกับตัวนักเรียน ปัญหาและอุปสรรค และแนวทางแก้ไขจากการประเมินระหว่างการทดลองโดยใช้การสังเกต

2. ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดโดยใช้ใบงาน แบบฝึกหัด และแบบจดบันทึก

**ส่วนที่ 2 ข้อมูลหลังการทดลอง** เป็นข้อมูลที่ได้หลังการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การศึกษาพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดโดยเปรียบเทียบพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หลังการทดลอง 4 ระยะ จำแนกตามขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอนของ สสวท.

2 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2.1 ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2.2 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง โดยใช้สถิติ  $t - \text{test for dependent Samples}$

## สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

1. ผลการวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างกิจกรรมการเรียนรู้ สภาพที่เป็นจริง การสะท้อนผลการจัดกิจกรรม ปัญหาและอุปสรรคและแนวทางแก้ไขจากการประเมินในระหว่างการทดลองโดยใช้การสังเกตพบว่านักเรียนมีการสื่อสารกันมากขึ้น มีการช่วยเหลือกันภายในกลุ่ม โดยนักเรียนที่เข้าใจจะคอยอธิบายให้เพื่อนที่ไม่เข้าใจได้ด้วยภาษาระดับเดียวกัน มีการซักถามกันมากขึ้น ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงขึ้น

2. ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดจากใบงานและแบบฝึกหัดมีพัฒนาการสูงขึ้น

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีพัฒนาการสูงขึ้นจากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 และ เมื่อจำแนกตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของ สสวท. มีพัฒนาการสูงขึ้นทุกขั้นตอน และมีความเข้าใจในขั้นตอนที่ 1 ขั้นตอนที่ 2 และขั้นตอนที่ 3 มากกว่าขั้นตอนที่ 4

4. ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ภายหลังการทดลองของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

## การอภิปรายผล

จากการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้แยกอภิปรายผลเป็นประเด็นต่าง ๆ ตามลำดับดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดมีพัฒนาการสูงขึ้น อภิปรายได้ดังนี้

จากการดำเนินการทดลองที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดแบ่งเป็น 4 ระยะ ในแต่ละระยะเน้นให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร โดยใช้ทักษะการสื่อสารแนวความคิด มีสื่อประกอบการจัดการเรียนรู้เป็นใบความรู้ ใบงาน แบบฝึกหัด และแบบจดบันทึก เพื่อให้นักเรียนมีการสื่อสารกันมากขึ้น ร่วมอภิปรายและแสดงความคิดเห็น แลกเปลี่ยนความรู้ระหว่างนักเรียนด้วยตนเอง และนักเรียนกับครู ในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด หลากหลายรูปแบบ ทั้งกิจกรรมรายบุคคล รายคู่ และกระบวนกรกลุ่ม เพื่อขยายขอบเขตการสื่อสารให้กว้างขึ้น ประเมินจากการสังเกต การตรวจผลงานจากใบงาน แบบฝึกหัดและ แบบจดบันทึก จะเห็นว่าในแต่ละระยะนักเรียนได้ฝึกการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ของ สสวท. คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา และขั้นตรวจสอบ และในแต่ละระยะนักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาเพิ่มมากขึ้น เมื่อพิจารณาการแก้ปัญหาเป็นขั้นตอนพบว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาเพิ่มขึ้นทุกขั้นตอนจากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 และมีความเข้าใจขั้นตอนที่ 1 ขั้นตอนที่ 2 และขั้นตอนที่ 3 มากกว่าขั้นตอนที่ 4 คือขั้นตอนการตรวจสอบ ซึ่งเป็นผลทำให้นักเรียนไม่สามารถตรวจสอบคำตอบที่ได้ สอดคล้องกับงานวิจัยของ ญัฐยาน์ สงคราม (2547 :89 - 98) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้กิจกรรมประกอบเทคนิคการประเมินผลจากสภาพจริงพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำแนกตามขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอน ของ สสวท.เรียงลำดับจากมากไปหาน้อยดังนี้ ขั้นที่ 1 การเข้าใจปัญหา, ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา, ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผนและขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

สอดคล้องกับงานวิจัยของ ชนิษฐา คำทอน (2539 : 80 – 86) ที่ได้ศึกษาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตสังกัดทบวงมหาวิทยาลัย โดยใช้แบบทดสอบอัตนัยศึกษาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหา พบว่าข้อบกพร่องในแต่ละขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์เรียงลำดับจากมากไปหาน้อยคือ ขั้นตอนวางแผนแก้ปัญหา คิดเป็นร้อยละ 42.25 ขั้นตอนดำเนินการตามแผน คิดเป็นร้อยละ 37.25 ขั้นตอนตรวจสอบวิธีการคิดเป็นร้อยละ 36.75 และขั้นตอนทำความเข้าใจปัญหาคิดเป็นร้อยละ 17.50

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ภายหลังการทดลองของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดสูงกว่าความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานอภิปรายได้ดังนี้

การจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีขั้นตอนการเรียนรู้ที่ชัดเจนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยทำการสอนตามขั้นตอนโดยใช้การสื่อสารแนวความคิดและวิธีการที่หลากหลาย ทำให้นักเรียนให้ฝึกความคิด พิจารณาข้อมูล ตามขั้นตอน สามารถอภิปรายแนวความคิดของตนเองเกี่ยวกับเนื้อหาวิชา หรือสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด ให้เพื่อนในกลุ่มเข้าใจได้ ในขณะที่เดียวกันนักเรียนที่ไม่เข้าใจก็สามารถสื่อสารให้เพื่อนรู้และมีการช่วยเหลือซึ่งกันและกันโดยการทำงานร่วมกันรายคู่และขยายวงกว้างขึ้นเป็นกลุ่ม นักเรียนมีความตั้งใจทำกิจกรรมมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันและจดจำแนวความคิดที่ถูกต้อง ทำให้บรรยากาศไม่ตึงเครียด และอาจเป็นผลทำให้นักเรียนเรียนรู้ได้ดีขึ้น สอดคล้องกับงานวิจัยของโควิงตัน (Covington. 2001 : 61 – 12A) ได้ทำการศึกษาวิจัยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในโครงการ Connected Mathematics Project (CMP) ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา จุดมุ่งหมายของการศึกษา เพื่อพิจารณาผลของโครงการ CMP ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา ซึ่งโรงเรียนตั้งอยู่ในตัวเมือง โดยมีจุดมุ่งหมายอยู่ข้อหนึ่งคือ การเปรียบเทียบรูปแบบของการมีปฏิสัมพันธ์และการสื่อสารในห้องเรียน ของทั้งสองกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองคือห้องเรียนที่เรียนจากโครงการ CMP และห้องเรียนที่เรียนจากห้องเรียนหลักสูตรปกติ ผลการศึกษาค้นคว้าพบว่า รูปแบบของการมีปฏิสัมพันธ์ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม คือนักเรียนในโครงการ CMP และนักเรียนที่เรียนในหลักสูตรปกติมีความแตกต่างกันมาก เพราะห้องเรียนโครงการ CMP จะให้โอกาสนักเรียนทางการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าห้องเรียนหลักสูตรปกติ นอกจากนี้ นักเรียนในโครงการ CMP ได้แสดงถึงการใช้ทักษะการให้เหตุผลทางพิชคณิตอยู่ในระดับเดียวกับนักเรียนในหลักสูตรปกติ แต่แสดงถึงความเข้าใจแนวคิด โดยมีการใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายกว่านักเรียนในหลักสูตรปกติ สรุป นักเรียนในโครงการ CMP จะมีผลการปฏิบัติเป็น

ที่น่าพอใจและได้รับประสบการณ์ทางบวก จากห้องเรียนมากกว่านักเรียนที่เรียนจากหลักสูตรปกติ สอดคล้องกับงานวิจัยของสมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 96) ที่ศึกษาการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารแนวความคิด ของนักเรียนพบว่า ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง และสอดคล้องกับ สมชาย วรภิเษมสกุล (2540 : 151 – 153) ได้พัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหา ผลการวิจัยปรากฏว่า รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์วิชาคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหา มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80 รูปแบบการสอนส่งผลให้ผู้เรียนมีพัฒนาการทางด้านผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ภายหลังได้รับการสอนสูงขึ้นกว่าก่อนได้รับการสอนสูง และรูปแบบการสอนนี้ยังส่งผลให้ผู้เรียนมีพัฒนาการทางเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้านภายหลังได้รับการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน

### ข้อสังเกตจากการทดลอง

จากการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการซึ่งพอสรุปได้ ดังนี้

1. ในช่วงแรก ๆ ของการทดลองจะมีปัญหามากเนื่องจากนักเรียนไม่คุ้นเคยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนี้ ซึ่งนักเรียนต้องสื่อสารกันร่วมกันอภิปรายแสดงแนวความคิดบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา ตลอดจนไม่สามารถนำความสัมพันธ์มาหาข้อสรุปได้ ทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปอย่างล่าช้าและไม่บรรลุตามแผนการจัดการเรียนรู้ แต่พอในคาบต่อ ๆ ไปนักเรียนเริ่มคุ้นเคยและมีการสื่อสารกันมากขึ้น ทำให้การปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ เป็นไปอย่างรวดเร็วและเป็นระเบียบมากขึ้น

2. จากการทดลองกิจกรรมการหาสูตรปริมาตรของทรงกระบอกและปริมาตรของวงแหวน นักเรียนใช้เวลามาก ทำให้มีเวลาสำหรับทำใบงานและแบบฝึกหัดน้อยลง นักเรียนจึงมีเวลาแสดงแนวความคิดและอภิปรายร่วมกันน้อย นักเรียนบางคนยังไม่เข้าใจ เป็นผลทำให้คะแนนเฉลี่ยในใบแบบฝึกหัดที่ 7 และแบบฝึกหัดที่ 8 ลดลง

3. นักเรียนส่วนมากให้ความสนใจ ตั้งใจ และมีความกระตือรือร้นที่จะเรียน พร้อมทั้งจะให้ความร่วมมือและมีส่วนร่วมในการเรียนเป็นอย่างดี ซึ่งสังเกตพฤติกรรมได้จากนักเรียนแต่ละกลุ่มมีความกระตือรือร้นในการร่วมกันอภิปราย แสดงแนวความคิดในการหาและสรุปสูตรการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของรูปทรงต่าง ๆ ตามใบงาน แต่มีนักเรียนบางคนไม่ค่อยให้ความสนใจส่งเสียงรบกวนเพื่อน ผู้วิจัยต้องใช้วิธีการทำความเข้าใจกับนักเรียนหรือในบางรายที่รบกวนมากก็มีการตักเตือน

4. การตรวจใบงาน แบบฝึกหัด และแบบจดบันทึกอย่างสม่ำเสมอ แล้วนำผลมาสะท้อนให้นักเรียนได้ทราบ ทำให้นักเรียนแต่ละคนได้ทราบความสามารถรวมทั้งข้อบกพร่องของตนเองและเกิดการแข่งขันกันระหว่างกลุ่ม ครูได้ชี้แนะเพื่อให้นักเรียนนำไปปรับปรุงแก้ไข

5. จากการตรวจแบบจดบันทึกของนักเรียน ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เข้าใจ คือขั้นตอนการตรวจสอบคำตอบ

6. จากการทดลองขั้นตอนของการนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนนักเรียนบางคนมีความสามารถทางภาษาในการสื่อสารดีสามารถแสดงแนวความคิดให้เพื่อนและครูเข้าใจได้แต่มีนักเรียนบางคนเวลาออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียนใช้ภาษาไม่ถูกต้องยังติดใช้ภาษาท้องถิ่น

## ข้อเสนอแนะ

### 1. ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้

1.1 การศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ แต่ก่อนการจัดการเรียนรู้ควรมีการแนะนำให้นักเรียนเข้าใจใน หลักการ วิธีการเรียนก่อน ว่านักเรียนต้องแก้ปัญหให้เป็นไปตามลำดับขั้นตอนโดยใช้เวลาให้พอสมควร ไม่เร่งรีบหรือนานเกินไป เพราะถ้านักเรียนเกิดสับสนหรือไม่เข้าใจวิธีการอาจส่งผลให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนรู้ได้

1.2 ในการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ควรคำนึงถึงความสามารถทางภาษาของนักเรียนรวมทั้งวุฒิภาวะของนักเรียนด้วยเพราะนักเรียนแต่ละคนมีความถนัดทางภาษาต่างกันอาจส่งผลต่อความสามารถในการสื่อสารแนวความคิด และถ้าช่วงเวลาในการทดลองนาน วุฒิภาวะของนักเรียนเพิ่มขึ้นก็เป็นผลให้ความสามารถในการสื่อสารเพิ่มขึ้นด้วย

1.3 การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาผู้สอนควรมีบทบาทในการอำนวยความสะดวกในการจัดกิจกรรม คอยให้คำแนะนำดูแล กระตุ้นให้นักเรียนสื่อสาร แสดงแนวความคิด และเปิดโอกาสให้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง จนสามารถสรุปความคิดรวบยอดได้ รวมทั้งผู้สอนควรจัดสภาพแวดล้อมให้เหมาะกับการเรียนรู้ เนื่องจากนักเรียนต้องมีการสื่อสารกันทั้งรายคู่ และเป็นกลุ่มดังนั้นควรจัดให้ห้องเรียนสามารถเคลื่อนย้ายจัดกลุ่มได้ตลอดเวลา

1.4 ในการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หากมีข้อจำกัดด้านเวลาจะทำให้ให้นักเรียนไม่สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดีเท่าที่ควร เนื่องจากสิ่งเหล่านี้นั้นไม่สามารถพัฒนาให้เกิดขึ้นได้ในระยะเวลาสั้น ต้องค่อยเป็นค่อยไปจนพัฒนาดีขึ้นเรื่อย ๆ และควรเน้นขั้นตอนที่นักเรียนยังไม่เข้าใจ โดยเฉพาะขั้นตอนการตรวจสอบคำตอบ

## 2. ข้อเสนอแนะในการศึกษาค้นคว้าครั้งต่อไป

2.1 ควรทำการวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดในเนื้อหาอื่นๆ และระดับชั้นอื่น ๆ

2.2 ควรมีการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่นๆ นอกเหนือจากการสื่อสารแนวความคิด เช่น ความสามารถในการให้เหตุผล เป็นต้น

2.3 ในการวิจัยครั้งต่อไปควรมีการนำตัวแปรอื่น ๆ มาศึกษาเพิ่มเติมเป็นตัวแปรร่วม เช่น วุฒิภาวะ ความถนัดทางภาษา



**บรรณานุกรม**

## บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2531). รายงานผลการวิจัยเกี่ยวกับกระบวนการคิดและความรู้สึก โครงการ  
พัฒนารูปแบบการเรียนการสอนทางด้านความรู้ความคิด. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ศาสนา.
- \_\_\_\_\_. (2535). หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง  
พ.ศ. 2533). พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : อรุณการพิมพ์.
- \_\_\_\_\_. (2539). คู่มือการประเมินผลการเรียนตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น  
พุทธศักราช 2521. (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ : อรุณการพิมพ์.
- \_\_\_\_\_. (2544). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ :  
อรุณการพิมพ์.
- ขนิษฐา คำทอง. (2539). การศึกษาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของ  
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนสาธิตสังกัดทบวงมหาวิทยาลัย  
กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์. ค.ม.(การศึกษาคณิตศาสตร์) กรุงเทพฯ : บัณฑิต  
วิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร
- ขวัญใจ บุญฤทธิ์.(2535). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความมีวินัยใน  
ตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบ TAI กับการสอนตามคู่มือ  
ครูของ สสวท. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ฉวีวรรณ เสดมมาลย์. (2542). “การแก้ปัญหา,” เอกสารประกอบการอบรมกิจกรรม  
คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : สาขาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์)  
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชูศรี วงศ์รัตน์. (2528). แบบแผนการทดลองและสถิติ. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- \_\_\_\_\_. (2541). เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ : เทพเนรมิตการ  
พิมพ์.
- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2542). ชุดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการจัดค่ายคณิตศาสตร์.  
พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์
- ณัฐยานี สงคราม. (2547). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน  
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้กิจกรรมประกอบเทคนิคการประเมินผลจากสภาพจริง.  
ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรี  
นครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- ทิตนา แชนมณี และคนอื่นๆ. (2536). *กิจกรรมการสอนและฝึกทักษะกระบวนการกลุ่มสำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษา*. กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์ จำกัด.
- ปฐมพร บุญลี. (2545). *การสร้างแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*.  
 ปรินุญญาณิพนธ์ กศ.ม.(เอกการมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ประทีป โกมลมาศ. (2536, ตุลาคม – พฤศจิกายน). “สัมภาษณ์” การศึกษาแห่งชาติ. 28(1) : 13 – 14
- ประมวล ศิริพันธ์แก้ว.(2540). “สมรรถภาพที่พึงประสงค์จากการเรียนการสอนคณิตศาสตร์”  
*วารสาร สสวท.* 25(96), ( 16 – 19).
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537, พฤศจิกายน – ธันวาคม). “การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.วารสารคณิตศาสตร์ . 38(434 – 435 ) : 62 – 67 , 81 – 82.
- \_\_\_\_\_. (2544). *กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปรินุญญาณิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา).  
 กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2543, มกราคม - มีนาคม). “ความเคลื่อนไหวเกี่ยวกับ NCTM : *Principles and Standards of School Mathematics* ในปี ค.ศ. 2000,” *สสวท.* 28(108) : 14 – 22.
- มยุรี สาลิวังศ์. (2535). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความภาคภูมิใจในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ STAD กับกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครูของ สสวท*. ปรินุญญาณิพนธ์ กศ.ม. (เอกการมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ . ถ่ายเอกสาร.
- มังกร ทองสุชาติ. (2535). *การสอนวิทยาศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา*. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. (2539). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- วรรณ โสมประยูร. (2541). *การวิจัยและพัฒนา รูปแบบการสอนและสื่อการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา (รายงานการวิจัยและพัฒนาเกี่ยวกับวิธีสอนแบบวรรณ)*. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ศรไกร รุ่งรอด. (2533). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการให้ความร่วมมือต่อกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ STAD กับกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครูของ สสวท*. ปรินุญญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- ศรีภรณ์ ณะวงศ์ษา. (2542). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการให้ความร่วมมือต่อกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ TEAMS – GAMES – TOURNAMENT แบบ STUDENT TEAMS – ACHIEVEMENT DIVISION และการสอนตามคู่มือครู. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2543). มาตรฐานการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้กลุ่มวิชาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. กรุงเทพฯ : หน่วยการพิมพ์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2544). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : กรมวิชาการ.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมชาย วรภิเษมสกุล. (2540). การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหา. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ด. (วิจัยและพัฒนาหลักสูตร) กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมพร จารุณี. (2540). การวางแผนการเรียนการสอน. สื่อและกระบวนการ(เอกสารเพื่อการพัฒนาหนังสือฉบับที่ 6). กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. กรุงเทพฯ : กรุงเทพมหานคร.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2540). แผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 8 (พ.ศ.2540 - 2544 ). กรุงเทพฯ : สำนักนายกรัฐมนตรี.
- \_\_\_\_\_. (2544). การปฏิรูปการศึกษา : วาระแห่งชาติ จากพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 สู่การปฏิบัติ ยุทธศาสตร์ที่จะพาประเทศพ้นวิกฤต. กรุงเทพฯ : ภาพพิมพ์.
- สิริพร ทิพย์คง. (2533, 9 กรกฎาคม). เอกสารประกอบคำบรรยายเรื่องการพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุนันท์ นิมวัย. (2543). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครูในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุลัดดา ลอยฟ้าและคณะ. (2530) . รายงานการวิจัยการพัฒนารูปแบบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

- สุวร กาญจนมยุร. (2542). *เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา เล่ม 3*. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- อาภา ถนัดช่วง. (2534, มิถุนายน – กรกฎาคม). “การสอนแบบแก้ปัญหา,” *วารสารแนะแนว*. 25(135) : 15.23.
- อารี พันธุ์ณี. (2542). *จิตวิทยาการเรียนการสอน*. กรุงเทพฯ : ต้นอ้อ 1999.
- Adams, Sam, Leslie Ellis and B.F. Beeson. (1977). *Teaching Mathematics with Emphasis On the Diagnostic Approach*. New York : Harper & Row. Publishers.
- Arends, Richard I. (1997). *Classroom Instruction and Management*. U.S.A. :The McGraw Hill Companies.
- Baroody, Arthur J. (1993). *Problem Solving, Reasoning and Communicating*, K – 8 : Helping Children Think Mathematically. New York : Macmillan.
- Bell, Frederick H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics (in Secondary School)*. Dubuque, Iowa : Wm. C. Brown Company Publishers.
- Bitter, Gary G, Mary M. Hatfield and Noney T. Edwards. (1989). *Mathematics Method the Elementary and Middle School. A Comprehensive Approach*. Boston : Allyn and Bacon, Inc..
- Charles, Randall and F C. rank L. Lester.(1982). *Teaching Problem solving*. What why & How. Dale Seymour Publications.
- Clyde, Corle G. (1967). *Teaching Mathematics in the elementary School*. New York : Ronald Press.
- Covington, C.L.M. (2001, April). “*The Effects of Connected Mathematics Project on Middle School Mathematics Achievement*,” *Dissertation Abstracts Online*. 49 (12) : 61 – 12 A
- Driscoll, Mark. (1983). *Research within Resch : Secondary School Mathematics A Research Guided Response to the Concerns of Education*. Virginia : National Council of Teacher of Mathematics.
- Duren, Phillip E. and Cherington, April . (1992, February). “The Effects of Cooperative Group Work versus Independent Practice on the Learning of Some Problem Solving Strategies,” *School Science and Mathematics*. 92(2) : 80 – 83.
- Fehr, Howard F. (1972). *Teaching Modern Mathematics in the Elementary School*. Philipines : Addison Wesley Publishing

- Fiksdal, Janel Kay. (1996, September). "The effects of Instruction in Heuristic of the Use of Problem Solving Stategies and Problem Solving Performance of Preservice Elementary Education Majors," *Dissertation Abstracts International*. 57(3) : 1064 - A
- Filsdal, Janel Kay. (1999). "The Effects of Instruction in Heuristics of the Use of Problem Solving strategies and Problem Solving Performance of Preservice Elementary Education Majors," *Dissertation Abstracts International – A* (CD – ROM). 57(3) : 1064. Available : UM ; *Dissertation Abstracts* (Sep 1996).
- Gagne, R.M. (1985). *The Condition of Learning*. New York : CBS College Publishing.
- Gooya, Zahra. (1994, February). "Influences of Metacognition – Based Teaching via Problem Solving on Students' Beliefs about Mathematics and Mathematical Problem Solving," *Dissertation Abstracts International*. 54(8) : 2865 – A.
- Johanning, I. Debra. (2000, March). "An Analysis of Writing and Postwriting Group Collaboration In Middle School Pre – Algebra ," *Science and Mathematics*. 100(3) : 151 – 160 .
- Johnson , David W. and Roger T. Johnson. (1989). *Cooperative Learning in Mathematics Education*, " in *New Directions for Elementary School Mathematics*. 1989 yearbook. PP. 234 – 245 . Reston, Virginia : The National Council in Teachers of Mathematics, Inc
- Johnson, David W. and Johnson, T. Roger. (1990). "Using Cooperative in Math," *Cooperative Learning in Mathematics*. New York : Addison Wesley Publishing.
- Kennedy, Lonard M. and Tipp, Steve. (1994). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. 4<sup>th</sup> ed. Belmont, California : Wadsorth Publishing Company.
- Krulik, Dtephen and Rudnick.Jesse A. (1993). *Reasoning and Problem Solving : A Handbook for Elementary School*. Massachusetts : Allyn and Bacon.
- Lappan, Glenda and Schram, Pamela W. (1989). "Communication and Reasoning : Critical Dimensions of Sense Mathematics," in *New Directions for Elementary School Mathematics 1989 Yearbook*. PP. 14 – 30. Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics.
- Moynihan, C. Mary. (1994, December). "A Model and Study of the Role of Communication in the Mathematucs Learning Process," *Dissertation Abstracts International*. Boston College PP. 1462 – A .

- Muilis, Ina V.S. et al. (2000). *TIMSS 1999 International Mathematics Report. Finding from IEA's Repent of the Third International Mathematics and Science Study at the Eighth Grade*. Boston : Lynch School of Education.
- Mumme, Judith and Shepherd. Nancy. (1993). " *Communication in Mathematics,*" in *implementing the K – 8 Curriculum and Evaluation Standards*. The National Council of Teacher of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia : ]The National council of teachers of teachers of Mathematics, Inc.
- \_\_\_\_\_. (1991). *Professional Standards for Teaching*. Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics.
- \_\_\_\_\_. (NTCM). (2000). *Principles and Standards for school Mathematics*. Reston, Virginia : The National Council of Teacher of Mathematic. Inc.
- Perdikaris, S.C. (1993, May – June). " *Applications of Ergodic Cains to Problem,*" *International ournal of Mathematical Education in Science and Technology*.
- Polya, G. (1957). *How To Solve it A New Aspect of Mathematical Method*. Garden City, New York : Doubleday and Company.
- \_\_\_\_\_. (1980). *On Solving Mathematics ; 1980 Yearbook*. Virginia : The National Council of Teacher of Mathematics. Inc.
- \_\_\_\_\_. (1985). *How to Solve It*. New Jersry : Princeton University Press.
- Reys, Robert E, Suydum, Marilyn N. and Mary Montqomery Lindquist. (1992). *Helping Children learn Mathematics*. 3<sup>rd</sup> ed. Boston : Allyn and Bacon, Inc.
- \_\_\_\_\_. (1995). *Helping Children Learn Mathematics*. 4ed. Boston : Allyn and Bacon, Inc.
- Reys, Robert E. and others. (2001). *Helping Children Learn Mathematics*. 6<sup>th</sup> ed. New York : John Wiley and Sons.
- Riedesel, C. Alan. (1990). *Evaluation pf Learning in Elementary School Mathematics, Teaching Elementary School Mathematics*. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice – Hall.
- Rodeheaver, L.R. (2000). " *A Case Study of Communication between Secondary Mathematics Student Teachers and the Cooperative Teacher,*" *Dissertation Abstracts Online*. 61 – 03A.

- Rojas, Carl R.. (1992). *"Enhancing the Learning of Probability Through Developing Students Skill in Reading and Writing," Dissertation Abstracts Online*. 53 – 05A
- Rowan, Thomas E. and Morrow, Loma J. (1993). *Implementing K – 8 Curriculum and Evaluation Standards Reading from the Arithmetic Teacher*. Reston Virginia ; The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Schoenfeld, A.H. (1989). *"Teaching Mathematics in the Elementary School*. New York : Ronal Press , 1967.
- Schroeder, Thomas L. And Frank L. Lester. (1989). *" Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving," in New Directions for Elementary School Mathematics. 1989 Yearbook. Edited by Paul R. Trafton*. Reston Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Suydam, Marillyn N. (1980). *"untangling clues from Research on Problem – Solving," Problem Solving in School Mathematics Council of Teachers of Mathematics. Inc.*
- Thuber, Walter A. (1976). *Teaching Science in Today 's Secondary Schools*. Boston : Allyn and Bacon.
- Tougaw, Paul Willium. (1994, February). *" A Study of the Effect of Using an Open Approach to Teaching Mathematics upon the Mathematical Problem Solving Behabiots of Secondary School Students," Dissertation Abstracts International*. 54(8) : 2934 – A.
- Wiest, Lynda R. (1997, June). *"The role of Fantasy and real – world problem contexts in fourth – and sixth – grade students' mathtical proplem solving." Dissertation Abstracts International*. 57(1) : 5091 – A – 5092 – A.
- Williams, Mary Susan. (1988,June). *"The Effects Cooperative Team Learning on Student Achievement and Student Attitude in the Algebra Classroom," Dissertatin Abstracts International*. 49(12).3611 – A.



ภาคผนวก

ภาคผนวก ก  
คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ตาราง 9 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา  
คณิตศาสตร์ก่อนและหลังทดลอง

| ข้อ | IOC  | การพิจารณา  |
|-----|------|-------------|
| 1   | 1.00 | คัดเลือกไว้ |
| 2   | 0.67 | ตัดออก      |
| 3   | 0.67 | ตัดออก      |
| 4   | 0.67 | คัดเลือกไว้ |
| 5   | 1.00 | คัดเลือกไว้ |
| 6   | 0.67 | ตัดออก      |
| 7   | 1.00 | คัดเลือกไว้ |
| 8   | 0.67 | ตัดออก      |
| 9   | 0.67 | คัดเลือกไว้ |
| 10  | 0.67 | ตัดออก      |
| 11  | 0.67 | ตัดออก      |
| 12  | 0.67 | คัดเลือกไว้ |
| 13  | 0.67 | ตัดออก      |
| 14  | 0.67 | คัดเลือกไว้ |
| 15  | 1.00 | คัดเลือกไว้ |
| 16  | 0.67 | ตัดออก      |

ตาราง 10 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา  
คณิตศาสตร์ระหว่างทดลอง

| ระยะที่   | IOC  | การพิจารณา  |
|-----------|------|-------------|
| ระยะที่ 1 |      |             |
| ข้อที่ 1  | 1.00 | คัดเลือกไว้ |
| ข้อที่ 2  | 0.67 | คัดเลือกไว้ |
| ระยะที่ 2 |      |             |
| ข้อที่ 1  | 1.00 | คัดเลือกไว้ |
| ข้อที่ 2  | 0.67 | คัดเลือกไว้ |
| ระยะที่ 3 |      |             |
| ข้อที่ 1  | 0.67 | คัดเลือกไว้ |
| ข้อที่ 2  | 1.00 | คัดเลือกไว้ |
| ระยะที่ 4 |      |             |
| ข้อที่ 1  | 0.67 | คัดเลือกไว้ |
| ข้อที่ 2  | 1.00 | คัดเลือกไว้ |

ตาราง 11 ผลการวิเคราะห์ค่าความยากง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนกของการวิเคราะห์  
ข้อสอบรายข้อ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนและหลัง  
ทดลอง

| ข้อ | $P_E$ | D     | การพิจารณา  |
|-----|-------|-------|-------------|
| 1   | 0.36  | 0.64  | คัดเลือกไว้ |
| 2   | 0.12  | -0.23 | ตัดออก      |
| 3   | 0.95  | 0.43  | ตัดออก      |
| 4   | 0.48  | 0.56  | คัดเลือกไว้ |
| 5   | 0.34  | 0.64  | คัดเลือกไว้ |
| 6   | 0.18  | 0.23  | ตัดออก      |
| 7   | 0.49  | 0.13  | คัดเลือกไว้ |
| 8   | 0.91  | 0.44  | ตัดออก      |
| 9   | 0.80  | 0.98  | คัดเลือกไว้ |
| 10  | 0.16  | 0.34  | ตัดออก      |
| 11  | 0.99  | -0.38 | ตัดออก      |
| 12  | 0.68  | 0.12  | คัดเลือกไว้ |
| 13  | 0.56  | 0.23  | ตัดออก      |
| 14  | 1.0   | 0.59  | คัดเลือกไว้ |
| 15  | 0.22  | 0.33  | คัดเลือกไว้ |
| 16  | 0.15  | 0.21  | ตัดออก      |

ตาราง 12 ผลการวิเคราะห์ค่าความยากง่าย ( $P_E$ ) และค่าอำนาจจำแนกของการเคราะห์ข้อสอบ  
รายข้อ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระหว่างทดลอง  
จำนวน 8 ข้อ

| ข้อ       | $P_E$ | D   | การพิจารณา  |
|-----------|-------|-----|-------------|
| ระยะที่ 1 |       |     |             |
| ข้อที่ 1  | 0.45  | .64 | คัดเลือกไว้ |
| ข้อที่ 2  | 0.75  | .43 | คัดเลือกไว้ |
| ระยะที่ 2 |       |     |             |
| ข้อที่ 1  | 0.56  | .56 | คัดเลือกไว้ |
| ข้อที่ 2  | 0.64  | .32 | คัดเลือกไว้ |
| ระยะที่ 3 |       |     |             |
| ข้อที่ 1  | 0.33  | .45 | คัดเลือกไว้ |
| ข้อที่ 2  | 0.48  | .23 | คัดเลือกไว้ |
| ระยะที่ 4 |       |     |             |
| ข้อที่ 1  | 0.66  | .42 | คัดเลือกไว้ |
| ข้อที่ 2  | 0.24  | .45 | คัดเลือกไว้ |

ตาราง 13 ผลการวิเคราะห์ความเชื่อมั่น ( $r_{xy}$ ) ของการตรวจให้คะแนนจากผู้ตรวจให้คะแนน 2 คน ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ระหว่างทดลอง

| ระยะที่           | ( $r_{xy}$ ) |
|-------------------|--------------|
| ก่อน – หลัง เรียน | 0.99         |
| ระยะที่ 1         | 0.98         |
| ระยะที่ 2         | 0.96         |
| ระยะที่ 3         | 0.96         |
| ระยะที่ 4         | 0.97         |

ภาคผนวก ข  
ข้อมูลการทดลอง



ตาราง 14 คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

| ที่ | ชื่อ – สกุล              | คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ |      | คะแนนเฉลี่ย | สรุป    |
|-----|--------------------------|---------------------|------|-------------|---------|
|     |                          | ม. 2                | ม. 1 |             |         |
| 1   | ด.ช. กนก วิชาชัย         | 53                  | 57   | 55          | อ่อน    |
| 2   | ด.ช. จตุพล คำภูดี        | 55                  | 65   | 60          | ปานกลาง |
| 3   | ด.ช. เจนภพ วงษาทุม       | 70                  | 79   | 74.5        | ปานกลาง |
| 4   | ด.ช. ชัยนาท บุญจริง      | 56                  | 56   | 56          | อ่อน    |
| 5   | ด.ช. ณัฐพงศ์ ศรีลาศักดิ์ | 57.5                | 64   | 60.75       | ปานกลาง |
| 6   | ด.ช. ณัฐพล อัมภรัตน์     | 62                  | 72.5 | 67.25       | ปานกลาง |
| 7   | ด.ช. นาวัน บุญเชิด       | 58                  | 70   | 64          | ปานกลาง |
| 8   | ด.ช.ปิยะชาติ คุณป้อง     | 58                  | 62   | 60          | ปานกลาง |
| 9   | ด.ช. ไพบูรณ์ ผละบุตร     | 56.5                | 64   | 60.25       | ปานกลาง |
| 10  | ด.ช. วิษณุ วงศ์อุทะ      | 50                  | 60   | 55          | อ่อน    |
| 11  | ด.ญ. คณินิจ คำมาตย์      | 61.5                | 66   | 63.75       | ปานกลาง |
| 12  | ด.ญ. จันจิรา อัมภรัตน์   | 66                  | 68   | 67          | ปานกลาง |
| 13  | ด.ญ. จินตนา แสงสว่าง     | 90                  | 89   | 89.5        | เก่ง    |
| 14  | ด.ญ.จิราพร เครือคุณ      | 74                  | 76   | 75          | ปานกลาง |
| 15  | ด.ญ.จิราพร สิงห์เสน      | 87                  | 86   | 86.5        | เก่ง    |
| 16  | ด.ญ. ชีราภรณ์ บุญประชุม  | 82                  | 85   | 83.5        | เก่ง    |
| 17  | ด.ญ. ปราณี่ วงดารา       | 63                  | 55.5 | 59.25       | อ่อน    |
| 18  | ด.ญ. ปัทมา วงศ์วันนา     | 65                  | 67   | 66          | ปานกลาง |
| 19  | ด.ญ. รัตน์ภาพร อนันต์    | 88.5                | 77   | 82.75       | เก่ง    |
| 20  | ด.ญ. รัตนา จันไธ         | 59                  | 89   | 59.5        | อ่อน    |
| 21  | ด.ญ. ฤทัยรัตน์ วงษาทุม   | 90                  | 60   | 89.75       | เก่ง    |
| 22  | ด.ญ. วนิดา ศิริโท        | 86                  | 89.5 | 87.5        | เก่ง    |
| 23  | ด.ญ. วรกต นาคำรอด        | 82.5                | 85   | 83.75       | เก่ง    |
| 24  | ด.ญ. วาสนา ใจทอง         | 75                  | 79   | 77          | ปานกลาง |
| 25  | ด.ญ. วิไลลักษณ์ นาคำรอด  | 90.5                | 89   | 89.75       | เก่ง    |
| 26  | ด.ญ. สุพรรณิ คำสุข       | 59                  | 61   | 60          | ปานกลาง |
| 27  | ด.ญ. สุภัทรา โพนยงค์     | 62.5                | 57.5 | 60          | ปานกลาง |
| 28  | ด.ญ.หอมไกร กันยาสาย      | 68.5                | 63.5 | 66          | ปานกลาง |
| 29  | ด.ญ. อัจฉริยา แววงษ์     | 67                  | 61.5 | 64.25       | ปานกลาง |
| 30  | ด.ญ. อัมรา ศรีหาบุตร     | 62.5                | 57   | 59.75       | อ่อน    |
| 31  | ด.ญ. อุไร คำแก้ว         | 68                  | 72   | 70          | ปานกลาง |
| 32  | ด.ช. บัณฑิต บุญสร้อย     | 53                  | 60   | 56.5        | อ่อน    |
| 33  | ด.ญ. ดวงฤดี แพงคำ        | 55                  | 50   | 52.75       | อ่อน    |

ตาราง 15 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนทดลอง ระหว่างทดลอง และหลังทดลองของกลุ่มทดลอง

| นักเรียน<br>คนที่ | ก่อนทดลอง<br>144 | ระหว่างทดลอง                   |                                |                                |                                | หลัง<br>ทดลอง<br>144 |
|-------------------|------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|----------------------|
|                   |                  | ระยะที่ 1<br>(ฉบับที่ 1)<br>36 | ระยะที่ 2<br>(ฉบับที่ 2)<br>36 | ระยะที่ 3<br>(ฉบับที่ 3)<br>36 | ระยะที่ 4<br>(ฉบับที่ 4)<br>36 |                      |
| 1                 | 23               | 20                             | 18                             | 25                             | 24                             | 68                   |
| 2                 | 31               | 21                             | 20                             | 30                             | 25                             | 73                   |
| 3                 | 28               | 24                             | 22                             | 30                             | 28                             | 95                   |
| 4                 | 27               | 15                             | 18                             | 26                             | 30                             | 60                   |
| 5                 | 22               | 16                             | 16                             | 25                             | 27                             | 74                   |
| 6                 | 25               | 17                             | 16                             | 28                             | 25                             | 72                   |
| 7                 | 37               | 20                             | 24                             | 22                             | 23                             | 84                   |
| 8                 | 33               | 26                             | 25                             | 28                             | 30                             | 92                   |
| 9                 | 31               | 14                             | 18                             | 18                             | 25                             | 69                   |
| 10                | 34               | 26                             | 25                             | 29                             | 22                             | 78                   |
| 11                | 45               | 21                             | 26                             | 34                             | 31                             | 90                   |
| 12                | 38               | 23                             | 33                             | 29                             | 28                             | 97                   |
| 13                | 68               | 35                             | 35                             | 30                             | 35                             | 128                  |
| 14                | 50               | 33                             | 26                             | 29                             | 34                             | 104                  |
| 15                | 55               | 27                             | 35                             | 36                             | 31                             | 119                  |
| 16                | 47               | 23                             | 35                             | 24                             | 28                             | 97                   |
| 17                | 30               | 18                             | 26                             | 30                             | 32                             | 73                   |
| 18                | 53               | 18                             | 33                             | 26                             | 33                             | 101                  |
| 19                | 60               | 18                             | 34                             | 32                             | 27                             | 108                  |
| 20                | 41               | 20                             | 21                             | 27                             | 28                             | 78                   |
| 21                | 63               | 32                             | 26                             | 33                             | 30                             | 123                  |
| 22                | 55               | 27                             | 30                             | 31                             | 29                             | 111                  |

ตาราง 15 (ต่อ)

| นักเรียน<br>คนที่ | ก่อนทดลอง<br>144 | ระหว่างทดลอง                   |                                |                                |                                | หมายเหตุ |
|-------------------|------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|----------|
|                   |                  | ระยะที่ 1<br>(ฉบับที่ 1)<br>36 | ระยะที่ 2<br>(ฉบับที่ 2)<br>36 | ระยะที่ 3<br>(ฉบับที่ 3)<br>36 | ระยะที่ 4<br>(ฉบับที่ 4)<br>36 |          |
| 23                | 39               | 22                             | 35                             | 28                             | 32                             | 98       |
| 24                | 65               | 22                             | 30                             | 33                             | 30                             | 120      |
| 25                | 68               | 31                             | 35                             | 34                             | 36                             | 132      |
| 26                | 28               | 18                             | 30                             | 27                             | 28                             | 69       |
| 27                | 31               | 19                             | 25                             | 25                             | 26                             | 60       |
| 28                | 46               | 20                             | 30                             | 23                             | 27                             | 85       |
| 29                | 34               | 27                             | 33                             | 28                             | 29                             | 94       |
| 30                | 35               | 16                             | 35                             | 24                             | 30                             | 83       |
| 31                | 49               | 24                             | 33                             | 35                             | 30                             | 106      |
| 32                | 31               | 14                             | 18                             | 23                             | 24                             | 63       |
| 33                | 22               | 21                             | 23                             | 22                             | 26                             | 71       |

ตาราง 16 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ก่อนทดลองและหลังการทดลอง  
ของ กลุ่มทดลอง

| นักเรียนคนที่ | ก่อนทดลอง | หลังทดลอง | ผลต่าง |
|---------------|-----------|-----------|--------|
| 1             | 23        | 64        | 41     |
| 2             | 31        | 73        | 42     |
| 3             | 28        | 85        | 57     |
| 4             | 27        | 60        | 33     |
| 5             | 22        | 74        | 52     |
| 6             | 25        | 72        | 47     |
| 7             | 37        | 84        | 47     |
| 8             | 33        | 92        | 59     |
| 9             | 31        | 69        | 38     |
| 10            | 34        | 78        | 44     |
| 11            | 45        | 90        | 55     |
| 12            | 38        | 97        | 59     |
| 13            | 68        | 128       | 60     |
| 14            | 50        | 104       | 54     |
| 15            | 55        | 119       | 64     |
| 16            | 47        | 97        | 50     |
| 17            | 30        | 73        | 43     |
| 18            | 53        | 101       | 48     |
| 19            | 60        | 108       | 58     |
| 17            | 41        | 78        | 37     |
| 18            | 63        | 123       | 60     |
| 19            | 55        | 111       | 56     |
| 20            | 39        | 98        | 59     |
| 21            | 65        | 120       | 55     |
| 22            | 33        | 68        | 35     |
| 23            | 31        | 73        | 42     |

ตาราง 16 (ต่อ)

| นักเรียนคนที่ | ก่อนทดลอง | หลังทดลอง | ผลต่าง |
|---------------|-----------|-----------|--------|
| 24            | 48        | 95        | 47     |
| 25            | 68        | 132       | 64     |
| 26            | 28        | 69        | 41     |
| 27            | 31        | 60        | 29     |
| 28            | 46        | 85        | 39     |
| 29            | 34        | 84        | 50     |
| 30            | 35        | 83        | 48     |
| 31            | 49        | 106       | 57     |
| 32            | 31        | 63        | 32     |
| 33            | 22        | 61        | 39     |

ตาราง 17 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากใบงาน

| คนที่ | ใบงาน     |           |           |           |           |           |           |           |           |            |            |            |            |            |            |
|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
|       | 1<br>(18) | 2<br>(18) | 3<br>(18) | 4<br>(18) | 5<br>(18) | 6<br>(18) | 7<br>(18) | 8<br>(18) | 9<br>(18) | 10<br>(18) | 11<br>(18) | 12<br>(18) | 13<br>(18) | 14<br>(18) | 15<br>(18) |
| 1     | 9         | 18        | 14        | 12        | 16        | 10        | 14        | 18        | 14        | 11         | 7          | 16         | 14         | 17         | 10         |
| 2     | 9         | 17        | 14        | 11        | 6         | 10        | 14        | 16        | 12        | 10         | 8          | 16         | 14         | 17         | 6          |
| 3     | 9         | 12        | 15        | 9         | 13        | 11        | 16        | 16        | 11        | 12         | 14         | 14         | 17         | 11         | 12         |
| 4     | 9         | 17        | 15        | 10        | 10        | 14        | 18        | 17        | 12        | 11         | 12         | 16         | 16         | 16         | 7          |
| 5     | 9         | 18        | 15        | 10        | 9         | 14        | 17        | 15        | 13        | 13         | 17         | 14         | 16         | 15         | 11         |
| 6     | 8         | 10        | 16        | 10        | 9         | 15        | 16        | 14        | 9         | 9          | 16         | 15         | 16         | 11         | 8          |
| 7     | 8         | 7         | 14        | 12        | 9         | 14        | 17        | 14        | 6         | 6          | 10         | 15         | 16         | 11         | 8          |
| 8     | 9         | 16        | 18        | 11        | 17        | 14        | 15        | 16        | 11        | 11         | 17         | 13         | 16         | 17         | 10         |
| 9     | 8         | 12        | 16        | 11        | 12        | 14        | 10        | 17        | 8         | 8          | 17         | 13         | 16         | 13         | 7          |
| 10    | 9         | 16        | 15        | 14        | 17        | 12        | 15        | 16        | 9         | 9          | 17         | 16         | 16         | 17         | 10         |
| 11    | 8         | 11        | 15        | 11        | 10        | 12        | 16        | 15        | 18        | 17         | 10         | 17         | 11         | 15         | 11         |
| 12    | 9         | 12        | 15        | 13        | 14        | 15        | 17        | 18        | 18        | 18         | 15         | 17         | 17         | 11         | 12         |
| 13    | 9         | 17        | 118       | 12        | 17        | 14        | 15        | 16        | 18        | 18         | 15         | 17         | 11         | 17         | 14         |
| 14    | 9         | 17        | 17        | 14        | 17        | 14        | 15        | 16        | 18        | 18         | 17         | 16         | 16         | 15         | 10         |
| 15    | 9         | 18        | 15        | 9         | 9         | 14        | 17        | 17        | 18        | 18         | 14         | 16         | 18         | 16         | 10         |
| 16    | 8         | 11        | 13        | 11        | 10        | 14        | 16        | 14        | 18        | 18         | 12         | 18         | 18         | 15         | 14         |
| 17    | 9         | 12        | 15        | 9         | 13        | 12        | 15        | 16        | 17        | 18         | 14         | 17         | 17         | 11         | 14         |
| 18    | 8         | 16        | 16        | 11        | 10        | 11        | 15        | 16        | 18        | 17         | 17         | 18         | 18         | 13         | 18         |
| 19    | 8         | 10        | 14        | 12        | 11        | 13        | 15        | 15        | 16        | 18         | 15         | 18         | 18         | 15         | 9          |
| 20    | 8         | 12        | 13        | 11        | 11        | 14        | 16        | 18        | 18        | 16         | 15         | 18         | 14         | 15         | 9          |
| 21    | 9         | 18        | 16        | 12        | 16        | 14        | 10        | 18        | 18        | 18         | 17         | 18         | 14         | 18         | 13         |
| 22    | 8         | 16        | 16        | 11        | 12        | 14        | 17        | 17        | 17        | 18         | 11         | 18         | 18         | 13         | 12         |
| 23    | 8         | 11        | 14        | 10        | 9         | 15        | 16        | 13        | 13        | 17         | 11         | 16         | 14         | 14         | 11         |
| 24    | 8         | 12        | 14        | 12        | 9         | 14        | 16        | 15        | 15        | 18         | 16         | 13         | 14         | 11         | 11         |
| 25    | 9         | 12        | 15        | 13        | 10        | 15        | 17        | 18        | 18        | 18         | 17         | 12         | 17         | 14         | 14         |

ตาราง 17 (ต่อ)

| คนที่ | ใบงาน |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|       | 1     | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   |
|       | (18)  | (18) | (18) | (18) | (18) | (18) | (18) | (18) | (18) | (18) | (18) | (18) | (18) | (18) | (18) |
| 26    | 8     | 11   | 13   | 10   | 16   | 15   | 15   | 13   | 13   | 18   | 12   | 16   | 18   | 14   | 8    |
| 27    | 8     | 12   | 13   | 11   | 10   | 15   | 15   | 14   | 14   | 16   | 16   | 17   | 18   | 14   | 6    |
| 28    | 8     | 11   | 13   | 11   | 10   | 14   | 15   | 14   | 14   | 18   | 17   | 17   | 11   | 14   | 7    |
| 29    | 8     | 17   | 16   | 11   | 9    | 12   | 16   | 16   | 15   | 18   | 12   | 17   | 14   | 17   | 10   |
| 30    | 9     | 16   | 18   | 12   | 10   | 13   | 15   | 17   | 16   | 17   | 17   | 15   | 18   | 13   | 8    |
| 31    | 8     | 17   | 15   | 10   | 10   | 14   | 18   | 17   | 16   | 17   | 12   | 17   | 16   | 16   | 10   |
| 32    | 9     | 7    | 13   | 10   | 9    | 15   | 15   | 14   | 14   | 16   | 10   | 18   | 14   | 14   | 6    |
| 33    | 8     | 11   | 15   | 10   | 10   | 12   | 15   | 15   | 15   | 15   | 10   | 13   | 11   | 15   | 6    |

ตาราง 18 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากแบบฝึกหัด

| คนที่ | แบบฝึกหัด |           |           |           |           |           |           |           |           |            |            |            |
|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|
|       | 1<br>(18) | 2<br>(18) | 3<br>(18) | 4<br>(18) | 5<br>(18) | 6<br>(18) | 7<br>(18) | 8<br>(18) | 9<br>(18) | 10<br>(18) | 11<br>(18) | 12<br>(18) |
| 1     | 8         | 12        | 7         | 8         | 8         | 15        | 12        | 11        | 8         | 16         | 11         | 8          |
| 2     | 10        | 14        | 10        | 4         | 7         | 12        | 17        | 12        | 9         | 15         | 9          | 10         |
| 3     | 9         | 16        | 10        | 12        | 16        | 13        | 12        | 11        | 12        | 14         | 12         | 11         |
| 4     | 10        | 12        | 11        | 7         | 15        | 16        | 17        | 10        | 11        | 17         | 13         | 9          |
| 5     | 10        | 12        | 10        | 8         | 17        | 16        | 17        | 9         | 10        | 15         | 8          | 8          |
| 6     | 10        | 11        | 10        | 7         | 15        | 15        | 16        | 8         | 9         | 14         | 12         | 8          |
| 7     | 10        | 9         | 8         | 6         | 11        | 10        | 9         | 8         | 10        | 12         | 12         | 10         |
| 8     | 10        | 8         | 14        | 6         | 18        | 17        | 17        | 10        | 12        | 11         | 13         | 12         |
| 9     | 10        | 6         | 6         | 4         | 17        | 14        | 14        | 6         | 10        | 11         | 8          | 8          |
| 10    | 10        | 16        | 13        | 8         | 7         | 15        | 14        | 12        | 14        | 15         | 12         | 14         |
| 11    | 10        | 15        | 9         | 7         | 17        | 10        | 15        | 16        | 16        | 16         | 12         | 14         |
| 12    | 10        | 17        | 17        | 10        | 17        | 17        | 15        | 14        | 18        | 15         | 13         | 13         |
| 13    | 10        | 18        | 18        | 14        | 18        | 18        | 18        | 18        | 18        | 18         | 18         | 17         |
| 14    | 10        | 17        | 15        | 12        | 18        | 18        | 18        | 18        | 18        | 18         | 12         | 13         |
| 15    | 10        | 18        | 18        | 14        | 18        | 18        | 18        | 17        | 17        | 18         | 17         | 17         |
| 16    | 10        | 16        | 11        | 7         | 17        | 18        | 15        | 15        | 16        | 15         | 15         | 13         |
| 17    | 9         | 12        | 10        | 6         | 18        | 16        | 12        | 11        | 12        | 16         | 12         | 11         |
| 18    | 10        | 18        | 18        | 7         | 13        | 18        | 18        | 18        | 14        | 18         | 17         | 12         |
| 19    | 10        | 17        | 16        | 11        | 14        | 17        | 17        | 15        | 18        | 15         | 13         | 12         |
| 20    | 10        | 16        | 14        | 10        | 18        | 15        | 15        | 13        | 11        | 16         | 13         | 11         |
| 21    | 8         | 16        | 18        | 13        | 18        | 18        | 18        | 18        | 18        | 18         | 14         | 18         |
| 22    | 10        | 9         | 18        | 14        | 17        | 17        | 17        | 17        | 9         | 18         | 16         | 14         |
| 23    | 10        | 18        | 11        | 13        | 18        | 16        | 17        | 17        | 18        | 18         | 12         | 13         |
| 24    | 10        | 16        | 16        | 13        | 18        | 16        | 13        | 16        | 17        | 16         | 13         | 14         |
| 25    | 10        | 11        | 8         | 16        | 17        | 16        | 18        | 18        | 18        | 18         | 15         | 16         |



ตาราง 18 (ต่อ)

| คนที่ | แบบฝึกหัด |           |           |           |           |           |           |           |           |            |            |            |
|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|
|       | 1<br>(18) | 2<br>(18) | 3<br>(18) | 4<br>(18) | 5<br>(18) | 6<br>(18) | 7<br>(18) | 8<br>(18) | 9<br>(18) | 10<br>(18) | 11<br>(18) | 12<br>(18) |
| 26    | 10        | 12        | 9         | 7         | 15        | 15        | 14        | 11        | 12        | 9          | 12         | 11         |
| 27    | 9         | 9         | 11        | 5         | 16        | 16        | 14        | 16        | 12        | 13         | 11         | 11         |
| 28    | 10        | 16        | 10        | 8         | 14        | 15        | 15        | 16        | 15        | 13         | 12         | 12         |
| 29    | 10        | 12        | 18        | 11        | 11        | 15        | 16        | 16        | 12        | 17         | 9          | 16         |
| 30    | 10        | 12        | 18        | 9         | 12        | 17        | 15        | 15        | 9         | 18         | 17         | 13         |
| 31    | 10        | 12        | 17        | 12        | 14        | 17        | 18        | 13        | 17        | 15         | 13         | 9          |
| 32    | 10        | 10        | 8         | 7         | 17        | 17        | 6         | 12        | 12        | 16         | 16         | 18         |
| 33    | 10        | 16        | 9         | 8         | 16        | 17        | 14        | 10        | 12        | 15         | 11         | 10         |

**ภาคผนวก ค**  
**เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า**

- แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดคณิตศาสตร์
- ใบความรู้
- ใบงาน
- แบบฝึกหัด
- แบบจดบันทึก
- แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- ตัวอย่างแบบจดบันทึก

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

วิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 33101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ( ส่วนต่าง ๆ ของพีระมิด)

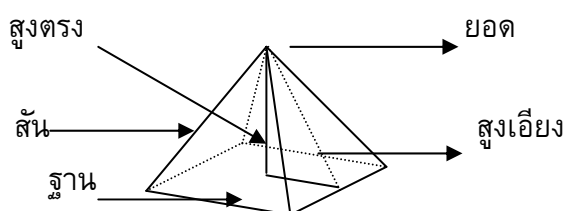
เวลา 60 นาที

### สาระการเรียนรู้

พีระมิด คือ ทรงสามมิติที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใด ๆ มียอดแหลมซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน และหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดรวมกันที่ยอดแหลมนั้น

พีระมิดตรงที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า จะมีสูงเอียงทุกเส้นยาวเท่ากัน

ส่วนสูงของพีระมิดตรง ใด ๆ จะตั้งฉากกับฐานที่จุดซึ่งอยู่ห่างจากจุดยอดมุมของรูปเหลี่ยมที่เป็นฐานเป็นระยะเท่ากัน



ส่วนประกอบของพีระมิด

### ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถเรียกชื่อและบอกส่วนประกอบของพีระมิดได้
2. นักเรียนสามารถคำนวณหาความยาวของสูงเอียงและความสูงของพีระมิดตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้
3. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการหาความยาวของส่วนต่าง ๆ ของพีระมิดไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

**เนื้อหาสาระ** ส่วนต่าง ๆ ของพีระมิด การคำนวณหาความยาวของสูงเอียงและความสูงของพีระมิด

### การจัดการเรียนรู้

#### 1. ช้่นนำเข้าสู่บทเรียน

1.1 ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ประกอบคำชี้แจง เพื่อให้นักเรียนได้ใช้เป็นแนวทางในการเรียนรู้ของตนเอง

1.2 ให้นักเรียนนั่งเป็นกลุ่มตามที่แบ่งไว้ แจกรูปภาพหรือแบบจำลองพีระมิดชนิดต่าง ๆ ให้แต่ละกลุ่ม นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ใช้ทักษะการสื่อสารร่วมกันอภิปรายโดยดูรูปภาพหรือแบบจำลองพีระมิดประกอบ แต่ละกลุ่มสรุปความคิดลงในใบงานที่มีข้อความสั้น ๆ เกี่ยวกับส่วนประกอบของพีระมิด โดยตอบคำถามดังนี้

- ลักษณะเกี่ยวกับฐานของพีระมิด
- ลักษณะเกี่ยวกับผิวด้านข้างของพีระมิด
- ลักษณะอื่น ๆ ของพีระมิด
- ส่วนประกอบของพีระมิดมีอะไรบ้าง
- นักเรียนคิดว่าควรเรียกชื่อพีระมิดอย่างไร

(ใช้เวลา 5 นาที)

## 2. ขั้นการเรียนรู้

2.1 แจกใบความรู้ที่ 1 หน้า 1 เกี่ยวกับส่วนประกอบของพีระมิดให้นักเรียนทุกกลุ่ม ตรวจสอบคำตอบของกลุ่ม และครูอธิบายเพิ่มเติมประกอบใบความรู้และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยจากครูเป็นการสื่อสารระหว่างครูและนักเรียน

2.2 ครูกำหนดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปราย ถึงวิธีการหาความสูงและความสูงเอียงของพีระมิด แจกใบความรู้ที่ 1 หน้า 2 ประกอบการเรียนรู้การสอน แสดงขั้นตอนการหาความสูงเอียงและความสูงของพีระมิด ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ใช้ทักษะการสื่อสารร่วมกันศึกษา และเปิดโอกาสให้นักเรียนอธิบายและซักถามข้อสงสัยกันเองในกลุ่ม

2.2 นักเรียนทุกกลุ่มร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากใบความรู้โดยตอบคำถามสั้น ๆ ในแบบสรุปที่ครูเตรียมให้ดังนี้

- ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีขั้นตอนอะไรบ้าง
- สิ่งที่ต้องรู้ก่อนการหาความสูงเอียงของพีระมิดคือ
- สิ่งที่ต้องรู้ก่อนการหาความสูงของพีระมิดคือ
- จะต้องอาศัยความรู้หรือทฤษฎีเรื่องใดมาใช้ในการหาความสูงและความสูงเอียงของพีระมิด

โดยครูเพิ่มเติมสิ่งที่นักเรียนไม่สามารถสรุปได้ให้

2.3 แจกใบงานที่ 1 และ 2 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษา อภิปรายและตอบคำถาม พร้อมแก้โจทย์ปัญหา และเขียนสรุปความรู้ของกลุ่ม

2.4 นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน โดยนำเสนอในลักษณะผลัดเปลี่ยนหมุนเวียน ส่วนกลุ่มที่ไม่ได้นำเสนอจะเปรียบเทียบกับผลงานกับกลุ่มของตัวเองแล้วบอกส่วนที่แตกต่างรวมถึงส่วนที่ดีและข้อบกพร่องเพื่อแก้ไข

2.5 นักเรียนและครูร่วมกันสรุปใบงาน (ใช้เวลา 30 นาที)

### 3. ขั้นฝึกปฏิบัติและตรวจสอบความเข้าใจ

3.1 นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 และแบบฝึกหัดที่ 2 (รายคู่) เรื่องส่วนต่าง ๆ ของพีระมิดและการหาความยาวของสูงตรงและสูงเอียงของพีระมิดภายในกลุ่ม

3.2 นักเรียนทุกคนร่วมกันเฉลยและตรวจให้คะแนนแบบฝึกหัดร่วมกัน พร้อมทั้งซักถามข้อสงสัยในสิ่งที่ไม่เข้าใจภายในกลุ่มหากไม่แน่ใจซักถามครู

(ใช้เวลา 10 นาที)

### 4. ขั้นสรุปบทเรียน

4.1 นักเรียนและครูร่วมกันสรุปถึง ขั้นตอนการแก้ปัญหา และสิ่งสำคัญในการหาความสูงเอียงและความสูงของพีระมิด

4.2 นักเรียนเขียนบรรยาย / อธิบาย พร้อมยกตัวอย่างสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในครั้งนี้ ในแบบจดบันทึก (ครั้งที่ 1) ที่ครูแจกให้พร้อมทั้งตอบคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ

(ใช้เวลา 10 นาที)

### 5. ขั้นประเมินผลการเรียน

5.1 สังเกตความสนใจ การตอบคำถาม หรือการซักถามประเด็นที่เป็นปัญหาจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม ในขณะที่ทำกิจกรรม

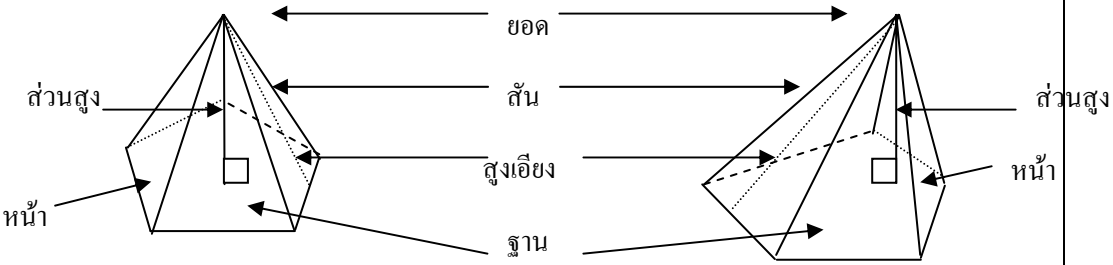
5.2 จากการตรวจแบบฝึกหัดรายกลุ่ม

5.3 จากการตรวจสอบเอกสารการจดบันทึก (ครั้งที่ 1) ที่ให้นักเรียนเขียนบรรยาย อธิบายหรือยกตัวอย่าง สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ และตอบคำถามรายบุคคล

5.4 นำผลการตรวจแบบฝึกหัด เอกสารการจดบันทึก ไปงาน มาสะท้อนให้นักเรียนทราบถึงพัฒนาการและข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาในคาบเรียนต่อไป

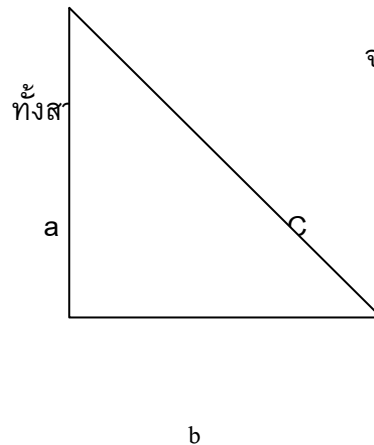
### สื่ออุปกรณ์ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้

1. แผนการจัดการเรียนรู้
2. ใบความรู้
3. ใบงาน
4. แบบฝึกหัด ( รายบุคคล/รายคู่/รายกลุ่ม)
5. แบบจดบันทึก
6. แบบจำลองของพีระมิด

|                                                                                                                                                                                                                            |                                                                  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| ใบความรู้ที่ 1                                                                                                                                                                                                             | เรื่อง ส่วนต่าง ๆ และการหาความยาวของสูงเอียงและความสูงของพีระมิด |
| <p><b>พีระมิด</b></p>                                                                                                                                                                                                      |                                                                  |
| <p>ทรงสามมิติที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใด ๆ มียอดแหลมซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน และหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดร่วมกันที่ยอดแหลมนั้น เรียกว่า พีระมิด</p>                                                     |                                                                  |
| <p><b>ส่วนประกอบของพีระมิด</b></p>                                                                                                                                                                                         |                                                                  |
|  <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <span>พีระมิดตรง</span> <span>พีระมิดเอียง</span> </div> |                                                                  |
| <p><b>ลักษณะส่วนต่าง ๆ ของพีระมิด</b></p>                                                                                                                                                                                  |                                                                  |
| <p><b>พีระมิดตรง</b> เป็นพีระมิดที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า จะมีสูงเอียงทุกเส้นยาวเท่ากัน สันทุกเส้นยาวเท่ากัน และพื้นที่ทุกหน้าเท่ากัน</p>                                                                      |                                                                  |
| <p><b>ฐานของพีระมิด</b> ซึ่งจะต้องเป็นรูปเหลี่ยม เช่น สามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม ฯลฯ การเรียกชื่อพีระมิดจะเรียกตามลักษณะของฐาน คือ ถ้าฐานเป็นรูปห้าเหลี่ยม จะเรียกพีระมิดนั้นว่า พีระมิดห้าเหลี่ยม</p>                          |                                                                  |
| <p><b>ยอดของพีระมิด</b> เป็นจุด ๆ หนึ่งที่ไม่ได้อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน</p>                                                                                                                                                 |                                                                  |
| <p><b>หน้าของพีระมิด</b> เป็นรูปสามเหลี่ยม จำนวนหน้าของพีระมิดเท่ากับจำนวนเหลี่ยมของฐาน และหน้าทุกหน้าจะต้องมีจุดมุมร่วมกันที่ยอดแหลมของพีระมิด</p>                                                                        |                                                                  |
| <p><b>สันของพีระมิด</b> หน้าแต่ละหน้าของพีระมิดจะมีสันเป็นด้านสองด้านของหน้านั้น ซึ่งเป็นด้านประชิดของมุมที่ยอดของพีระมิด</p>                                                                                              |                                                                  |
| <p><b>ส่วนสูงของพีระมิดตรง</b>ใด ๆ จะลากจากยอดของพีระมิดไปตั้งฉากกับฐานที่จุดซึ่งอยู่ห่างจากจุดยอดบนของรูปเหลี่ยมที่เป็นฐานเป็นระยะเท่ากัน</p>                                                                             |                                                                  |
| <p><b>สูงเอียงของพีระมิดตรง</b>ที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าใด ๆ คือ ความสูงของรูปสามเหลี่ยมซึ่งประกอบเป็นหน้าของพีระมิดนั้นซึ่งมีสูงเอียงยาวเท่ากันทุกเส้น</p>                                                    |                                                                  |

**การหาพื้นที่ผิวหน้าทุกหน้าของพีระมิด จะต้องหาความสูงเอียงของพีระมิดซึ่งหาได้โดยอาศัยทฤษฎีของพีทาโกรัส**

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก



จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้าน

ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ดังนี้

$$c^2 = a^2 + b^2$$

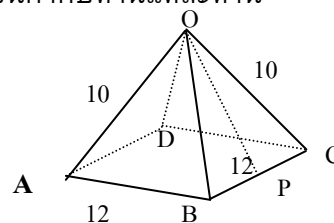
**แสดงตัวอย่างการหาความสูงเอียง**

**โจทย์ปัญหา** พีระมิดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านยาวด้านละ 12 เซนติเมตร มีสันยาว 10 เซนติเมตร มีสูงเอียงกี่เซนติเมตร

**วิธีทำ**

**ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา**

1. โจทย์ข้อนี้กล่าวถึงอะไร ( ความยาวของด้านฐาน และความยาวของสัน )
2. โจทย์ต้องการทราบอะไร ( พีระมิดมีความสูงเอียงเท่าไร )
3. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง ( ความยาวของด้านแต่ละด้าน ความยาวของสัน )
4. จากโจทย์จงวาดรูปและเขียนกำกับด้านแต่ละด้าน



## ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

วางแผนแก้ปัญหาและตอบคำถามต่าง ๆ

1. จะหาความสูงเอียงจะต้องทราบอะไรบ้าง (ความยาวด้านฐานแต่ละด้าน และความยาวของสันพีระมิด )

2. จากรูป ด้าน BC คือด้านยาวของฐานยาวด้านละ.....(12 ซม.).....

ด้าน OB คือด้านสันยาวของพีระมิดยาว.....( 10 ซม.).....

ด้านที่ต้องการจะหาคือด้านอะไร ( OP เป็นความสูงเอียง )

3.จะนำความรู้ใดบ้างมาใช้ในการหาความสูงเอียง (ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและการแก้สมการ )

## ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

แสดงการหาความสูงเอียงตามแผน

$\triangle OPB$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ว่า กำลังสองของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของด้าน

ประกอบ มุมฉาก หรือ  $OB^2 = OP^2 + PB^2$

แทนค่าด้าน  $10^2 = OP^2 + 6^2$

แก้สมการ  $10^2 - 6^2 = OP^2$

$100 - 36 = OP^2$

$64 = OP^2$

$8 = OP$

ดังนั้น ความสูงเอียงยาวคือ 8 เซนติเมตร

**ตอบ** 8 เซนติเมตร

## ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล

ตรวจสอบคำตอบที่ได้ในขั้นตอนที่ 3

1. ตรวจสอบความถูกต้องโดยการย้อนกลับไปหาคำตอบตามวิธีในขั้นที่ 3 อีกครั้ง

2. แทนค่าความสูงเอียงในสมการของพีทาโกรัสเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง



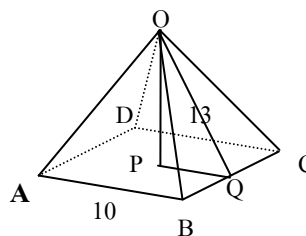
### ตัวอย่างการแสดงการหาความสูงของพีระมิด

**โจทย์ปัญหา** พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีฐานยาวด้านละ 10 เซนติเมตร สูงเอียงยาว 13 เซนติเมตร จงหาความสูงของพีระมิดนี้

วิธีทำ

#### ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ข้อนี้กล่าวถึงอะไร (พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส)
2. โจทย์ต้องการทราบอะไร (พีระมิดมีความสูงเท่าไร)
3. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง (ความยาวของฐานแต่ละด้าน และความสูงเอียง)
4. จากโจทย์จงวาดรูปและเขียนตัวเลขกำกับด้าน



#### ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

วางแผนแก้ปัญหาและตอบคำถามต่าง ๆ

1. จะหาความสูงจะต้องทราบอะไรบ้าง (ความยาวด้านฐานแต่ละด้าน และความสูงเอียง)
2. จากรูป ความสูงของพีระมิดคือด้านใด (OP)  
ความสูงเอียงของพีระมิดคือด้านใดยาวเท่าใด ( $OQ = 13$  ซม.)  
ความยาวของฐานพีระมิดคือด้านใดยาวเท่าใด ( $AB = 10$  ซม.)  
ด้านที่ต้องการจะหาคือด้านอะไร (ด้านความสูงของพีระมิดคือ OP)
3. จะนำความรู้ใดบ้างมาใช้ในการหาความสูงเอียง(ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและการแก้สมการ)
4. จากทฤษฎีบทพีทาโกรัสเขียนเป็นสมการได้อย่างไร  
(  $\triangle OPQ$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก  
จะได้ว่า กำลังสองของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของด้านประกอบมุมฉาก หรือ  $OQ^2 = OP^2 + PQ^2$  )

### ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

แสดงการหาความสูงเอียงตามแผน

$\triangle OPB$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ว่า กำลังสองของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของ

ด้านประกอบมุมฉาก หรือ  $OQ^2 = OP^2 + PQ^2$

$$\text{แทนค่าด้าน} \quad 13^2 = OP^2 + 5^2$$

$$169 = OP^2 + 25$$

$$169 - 25 = OP^2$$

$$144 = OP^2$$

$$12 = OP$$

ดังนั้น ความสูงของพีระมิดคือ 12 เซนติเมตร

ตอบ พีระมิดสูง 8 เซนติเมตร

### ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล

ตรวจสอบคำตอบที่ได้ในขั้นตอนที่ 3

1. ตรวจสอบความถูกต้องโดยการย้อนกลับไปหาคำตอบตามวิธีในขั้นที่ 3 อีกครั้ง
2. แทนค่าความสูงของพีระมิดในสมการของพีทาโกรัสเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|
| ใบงานที่ 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | เรื่อง ส่วนต่าง ๆ ของพีระมิด |
| <p><b>ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง</b></p> <p>1. นักเรียนสามารถบอกส่วนประกอบของพีระมิดได้ถูกต้อง</p> <p><b>คำชี้แจง :</b> ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายและ ตอบคำถามต่อไปนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ลักษณะเกี่ยวกับฐานของพีระมิด</li> <li>.....</li> <li>.....</li> <li>.....</li> <li>- ลักษณะเกี่ยวกับผิวด้านข้างของพีระมิด</li> <li>.....</li> <li>.....</li> <li>- ลักษณะอื่น ๆ ของพีระมิด</li> <li>.....</li> <li>.....</li> <li>- ส่วนประกอบของพีระมิดมีอะไรบ้าง</li> <li>.....</li> <li>.....</li> <li>.....</li> <li>.....</li> <li>- นักเรียนคิดว่าควรเรียกชื่อพีระมิดว่าอย่างไร</li> <li>.....</li> <li>.....</li> </ul> |                              |

| ใบงานที่ 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | เรื่อง การหาความสูงเอียงและความสูงของพีระมิด |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| <p><b>ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนสามารถคำนวณหาความยาวของสูงเอียงและความสูงของพีระมิดตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้</li> <li>2. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการหาความยาวของส่วนต่าง ๆ ของพีระมิดไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้</li> </ol> <p><b>คำชี้แจง :</b> ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายและ ตอบคำถาม เพื่อแก้ปัญหาต่อไปนี้</p> <p><b>สถานการณ์ปัญหา</b></p> <p>นักท่องเที่ยวก่อกลุ่มหนึ่งไปเที่ยวชมพีระมิดที่ประเทศอียิปต์ เป็นพีระมิดตรงฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีฐานยาวด้านละ 12 เมตร และพีระมิดนี้สูง 8 เมตร นักท่องเที่ยวต้องการหาความสูงเอียงและความยาวของสันของพีระมิด</p> <p><b>วิธีทำ</b></p> <p><b>ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. โจทย์ต้องการทราบอะไร</li> </ol> <p>.....</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง</li> </ol> <p>.....</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>3. จากโจทย์จงวาดภาพและเติมขนาดของส่วนประกอบ</li> </ol> |                                              |

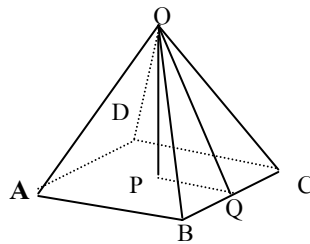


ชื่อ/นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

**แบบจดบันทึกประจำวัน ( ครั้งที่ 1 )**  
**เรื่อง ส่วนต่าง ๆ และการหาความสูงเอียง, ความสูงของพีระมิด**

**คำถาม** จงวาดรูปพีระมิดฐานสามเหลี่ยมและเขียนส่วนประกอบ

**คำถาม** จากรูป



ความสูงของพีระมิดคือด้าน.....

ความสูงเอียงของพีระมิดคือด้าน.....

**คำถาม**

1. ถ้านักเรียนจะหาความสูงของพีระมิดจะต้องทราบอะไร

.....

2. ถ้านักเรียนจะหาความสูงเอียงของพีระมิดจะต้องทราบอะไร

.....

3. สิ่งใดที่นักเรียนได้เรียนรู้ในคาบเรียนนี้

.....

.....

.....

.....

4. สิ่งใดที่นักเรียนยังไม่เข้าใจในการเรียนในคาบเรียนนี้

.....

.....

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

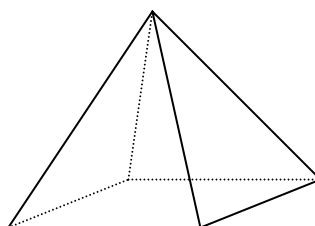
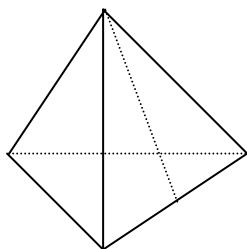
วิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 33101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร (พื้นที่ผิวของพีระมิด)

เวลา 60 นาที

### สาระการเรียนรู้



พื้นที่ผิวของพีระมิด ประกอบด้วยพื้นที่ฐานรวมกับพื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด ประกอบด้วยพื้นที่ของหน้าพีระมิดทุกหน้ารวมกัน

พื้นที่หน้าทุกหน้าของพีระมิดเป็นรูปสามเหลี่ยม การคำนวณหาพื้นที่ต้องใช้

ความยาวของด้านแต่ละด้านของพีระมิด กับสูงเอียงของแต่ละหน้าในพีระมิด

การหาความสัมพันธ์ระหว่างสูงเอียง สูงตรง และความยาวในแต่ละด้านของพีระมิด ใช้ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

### ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถคำนวณหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดได้
2. นักเรียนสามารถคำนวณหาพื้นที่ฐานของพีระมิดได้
3. นักเรียนสามารถคำนวณหาพื้นที่ผิวของพีระมิดได้

### เนื้อหาสาระ

พื้นที่ผิวของพีระมิด

### การจัดการเรียนรู้

#### 1. ชี้นำเข้าสู่บทเรียน

1.1 นำผล การตรวจแบบฝึกหัด เอกสารการจดบันทึก ไปงาน ในคาบเรียนที่แล้ว มาสะท้อนให้นักเรียนทราบถึงพัฒนาการและข้อบกพร่องในการแก้ปัญหา

1.2 ให้นักเรียนนั่งเป็นกลุ่มตามที่แบ่งไว้ แจกแบบจำลองพีระมิดฐานสามเหลี่ยม ฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสและฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยให้แต่ละกลุ่มตัดส่วนประกอบของพีระมิดแยกออก

แล้วใช้ทักษะการสื่อสารร่วมกันอภิปรายลักษณะส่วนประกอบที่เป็นพื้นที่ผิวของพีระมิตแต่ละชนิดและตอบคำถาม

- ผิวของพีระมิตแต่ละชนิดประกอบด้วยผิวกี่ส่วน
- ลักษณะของผิวส่วนใดของพีระมิตแต่ละชนิดที่เหมือนกัน และเป็นลักษณะ

อย่างไร

- ลักษณะของผิวส่วนใดของพีระมิตที่ไม่เหมือนกัน เป็นลักษณะอย่างไร
- ถ้าจะหาพื้นที่ผิวในแต่ละส่วนนักเรียนคิดว่าจะหาได้อย่างไร

(ใช้เวลา 10 นาที)

## 2. ขั้นการเรียนรู้

2.1 แจกใบความรู้ที่ 2 แผ่นที่ 1ให้นักเรียนทุกกลุ่มตรวจสอบคำตอบของกลุ่ม และครูอธิบายเพิ่มเติมประกอบใบความรู้และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยจากครูเป็นการสื่อสารระหว่างครูและนักเรียน

2.2 แจกใบความรู้ที่ 2 แผ่นที่ 2 – 3 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ร่วมกันพิจารณาสถานการณ์ตัวอย่างที่เป็นปัญหาและแนวทางแก้ปัญหาการหาพื้นที่ผิวของพีระมิต รวมถึงขั้นตอนการแก้ปัญหา โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนอธิบายและซักถามข้อสงสัยกันเองในกลุ่มแล้วตอบคำถามสั้น ๆ

- ขั้นตอนการแก้ปัญหามีกี่ขั้นตอน อะไรบ้าง
- จากใบความรู้เป็นการหาพื้นที่ผิวของพีระมิตชนิดใด
- การหาพื้นที่ผิวของพีระมิตชนิดดังกล่าวต้องหาพื้นที่ผิวส่วนใดบ้างและใช้

สูตรใด

- สิ่งใดในสูตรที่สถานการณ์ตัวอย่างที่ไม่ได้กำหนดให้และต้องหาอย่างไร โดยครูเพิ่มเติมสิ่งที่นักเรียนไม่สามารถสรุปได้ให้

2.3 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบงานที่ 3 โดยร่วมกันอภิปรายและตอบคำถามพร้อมแก้โจทย์ปัญหา และเขียนข้อสรุปความรู้ของกลุ่ม แล้วนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน ซึ่งนำเสนอโดยการผลัดเปลี่ยนหมุนเวียน กลุ่มที่ไม่ได้นำเสนอให้เปรียบเทียบคำตอบของกลุ่มตัวเองบอกส่วนที่แตกต่างและข้อบกพร่องเพื่อแก้ไข

2.4 นักเรียนและครูร่วมกันสรุปใบงาน

(ใช้เวลา 30 นาที)

## 3. ขั้นฝึกปฏิบัติและตรวจสอบความเข้าใจ

3.1 นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3 (รายบุคคล) เรื่อง พื้นที่ผิวของพีระมิต

3.2 นักเรียนทุกคนร่วมกันเฉลยและตรวจให้คะแนนแบบฝึกหัดร่วมกัน พร้อมทั้งซักถามข้อสงสัยในสิ่งที่ไม่เข้าใจภายในกลุ่มหากไม่แน่ใจซักถามครู (ใช้เวลา 10 นาที)



#### 4. ขั้นสรุปบทเรียน

4.1 นักเรียนและครูร่วมกันสรุปถึง ขั้นตอนการแก้ปัญหา และสูตรการหาพื้นที่ผิวของพีระมิด

4.2 นักเรียนเขียนบรรยาย / อธิบาย พร้อมยกตัวอย่างสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในครั้งนี้ ในแบบจดบันทึก (ครั้งที่ 2) ที่ครูแจกให้พร้อมทั้งตอบคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ (ใช้เวลา 10 นาที)

#### 5. ขั้นประเมินผลการเรียน

5.1 สังเกตความสนใจ การตอบคำถาม หรือการซักถามประเด็นที่เป็นปัญหาจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม ในขณะที่ทำกิจกรรม

5.5 จากการตรวจแบบฝึกหัดรายบุคคล (นอกเวลา)

5.6 จากการตรวจสอบเอกสารการจดบันทึกที่ให้นักเรียนเขียนบรรยาย อธิบายหรือยกตัวอย่าง สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ และตอบคำถามรายบุคคล (นอกเวลา)

5.7 นำผลการตรวจแบบฝึกหัด เอกสารการจดบันทึก ใบงาน มาสะท้อนให้นักเรียนทราบถึงพัฒนาการและข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาในคาบเรียนต่อไป

#### สื่ออุปกรณ์ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้

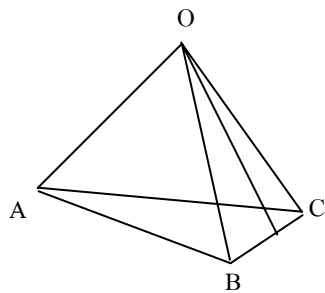
1. แผนการจัดการเรียนรู้
2. ใบความรู้
3. ใบงาน
4. แบบฝึกหัด ( รายบุคคล/รายคู่/รายกลุ่ม)
5. แบบจดบันทึก
6. แบบจำลองของพีระมิด

**ใบความรู้ที่ 2**
**เรื่อง การหาพื้นที่ผิวของพีระมิด**

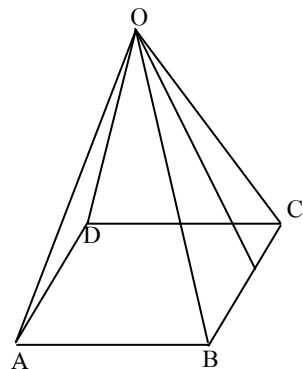
พื้นที่ผิวของพีระมิด ประกอบด้วยพื้นที่ฐานรวมกับพื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด ประกอบด้วยพื้นที่ของหน้าทุกหน้าของพีระมิดรวมกัน

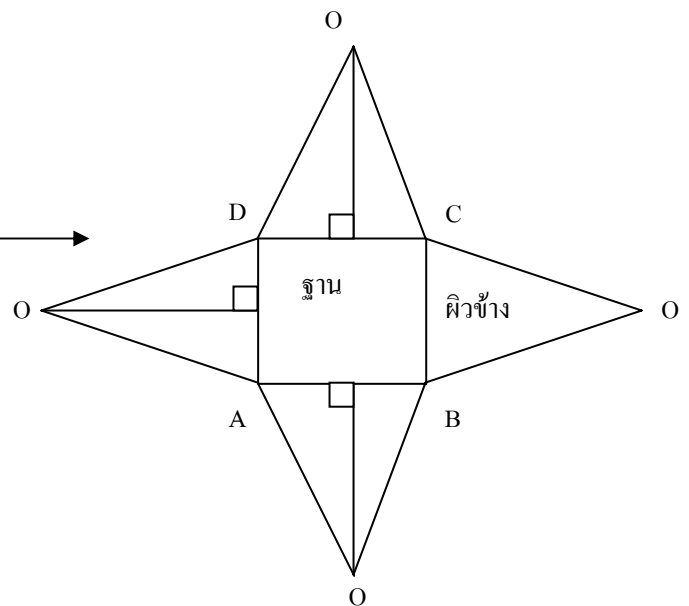
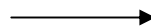
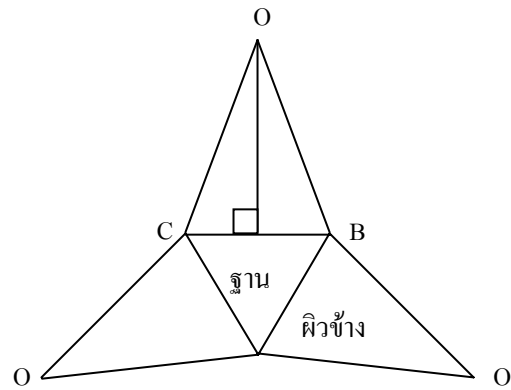
**รูปภาพแสดงฐานและผิวข้าง**



พีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า



พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส


**สูตรการหาพื้นที่ผิวของพีระมิด**

$$1. \text{ พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด} = \frac{1}{2} \times \text{เส้นรอบรูปฐาน} \times \text{สูงเอียง}$$

$$\text{หรือ} = \text{จำนวนหน้าทุกหน้าของพีระมิด} \times \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูงเอียง}$$

$$2. \text{ พื้นที่ฐานของพีระมิด ขึ้นอยู่กับลักษณะของฐาน เช่น ฐานรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสพื้นที่ฐาน} = \text{ด้าน} \times \text{ด้าน}$$

$$\text{ฐานรูปสามเหลี่ยมใด ๆ พื้นที่ฐาน} = \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$\text{ฐานรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า} = \text{กว้าง} \times \text{ยาว}$$

$$3. \text{ พื้นที่ผิวของพีระมิด} = \text{พื้นที่ผิวข้าง} + \text{พื้นที่ฐาน}$$

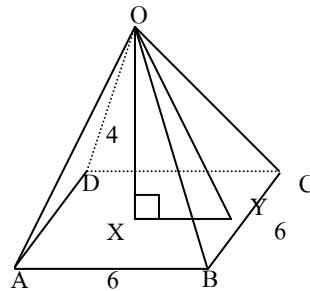
### การหาพื้นที่ผิวของพีระมิด

ตัวอย่าง จงหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีฐานยาวด้านละ 6 เซนติเมตร  
ความสูงของ

พีระมิด 4 เซนติเมตร

#### ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร  
(ต้องการทราบพื้นที่ผิวของพีระมิด)
2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง  
(กำหนด ความยาวของฐาน ด้านละ 6 เซนติเมตร ความสูง 4 เซนติเมตร)
3. จงวาดรูปภาพพีระมิดและเติมขนาดของส่วนประกอบ



#### ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา

4. การหาพื้นที่ผิวของพีระมิด จะต้องหาพื้นที่ส่วนใดบ้าง  
(พื้นที่ฐาน และพื้นที่ผิวข้าง)
5. พื้นที่แต่ละส่วนใช้สูตรใด  
(พื้นที่ฐานรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = ด้าน  $\times$  ด้าน  
พื้นที่ผิวข้าง =  $4 \times \frac{1}{2} \times$  ฐาน  $\times$  สูงเอียง)
6. สิ่งใดในสูตรที่ยังไม่รู้ และจะหาได้อย่างไร  
( สูงเอียง หาได้จากสามเหลี่ยมมุมฉากโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส )

#### ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

7. ดำเนินการตามแผนที่วางไว้

วิธีทำ หาสูงเอียง จากสามเหลี่ยมมุมฉาก  $\triangle OXY$

$$OY^2 = OX^2 + XY^2$$

$$OY^2 = 4^2 + 3^2$$

$$OY^2 = 16 + 9$$

$$OY^2 = 25$$

$$OY = 5$$

ดังนั้น สูงเอียง = 5 เซนติเมตร

$$\text{พื้นที่ผิวข้าง} = 4 \times \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูงเอียง}$$

$$= 4 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 5$$

$$= 60 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$\text{พื้นที่ฐาน} = \text{ด้าน} \times \text{ด้าน}$$

$$= 6 \times 6$$

$$= 36 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$\text{พื้นที่ผิวของพีระมิด} = \text{พื้นที่ฐาน} + \text{พื้นที่ผิวข้าง}$$

$$= 36 + 60$$

$$= 96 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

**ตอบ** พื้นที่ผิวของพีระมิด ๙๖ ตารางเซนติเมตร

#### ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

ตรวจสอบคำตอบที่ได้ในขั้นตอนที่ 3

1. ตรวจสอบความถูกต้องโดยการย้อนกลับไปหาคำตอบตามวิธีในขั้นที่ 3 อีกครั้ง
2. แทนค่าความสูงเอียงของพีระมิดในสมการของพีทาโกรัสเพื่อตรวจสอบความ

ถูกต้อง

3. โจทย์ถาม พื้นที่ผิวของพีระมิดซึ่งได้ 96 ตารางเซนติเมตร ครบตามที่ โจทย์ถาม

| ใบงานที่ 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | เรื่อง การหาพื้นที่ผิวของพีระมิด |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|
| <p><b>ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนสามารถบอกสูตรการหาพื้นที่ผิวของพีระมิดได้</li> <li>2. นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องพื้นที่ผิวของพีระมิดไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้</li> </ol> <p><b>คำชี้แจง :</b> ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายและ ตอบคำถาม เพื่อแก้ปัญหาดังต่อไปนี้</p> <p>โจทย์ปัญหาข้อที่ 1 พีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 14 เซนติเมตร พีระมิดสูง 24 เซนติเมตรจะมีพื้นที่ผิวทั้งหมดเท่าไร</p> <p><b>ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. สิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร<br/>.....</li> <li>2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง<br/>.....</li> <li>3. จากโจทย์จงวาดภาพและเติมขนาดของส่วนประกอบ</li> </ol> <p><b>ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>4. การหาพื้นที่ผิวของพีระมิด จะต้องหาพื้นที่ส่วนใดบ้าง<br/>.....</li> <li>5. พื้นที่แต่ละส่วนใช้สูตรใด<br/>.....<br/>.....<br/>.....</li> </ol> |                                  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                  |

### ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

4. ดำเนินการตามแผนที่วางไว้

### วิธีทำ

## ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

7. ให้แสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ

[illegible]



ชื่อ/นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

**แบบฉบับที่กประจำวัน (ครั้งที่ 2 )**  
**เรื่อง การหาพื้นที่ผิวของพีระมิด**

**คำถาม**

1. การหาพื้นที่ผิวของพีระมิดต้องหาพื้นที่ส่วนใดบ้าง

.....  
 .....

2. การหาพื้นที่แต่ละส่วนใช้สูตรใด

.....  
 .....

3. สิ่งใดที่นักเรียนได้เรียนรู้ในคาบเรียนนี้

.....  
 .....  
 .....

4. สิ่งใดที่นักเรียนยังไม่เข้าใจในการเรียนในคาบเรียนนี้

.....  
 .....  
 .....  
 .....



## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

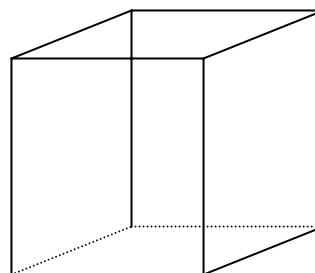
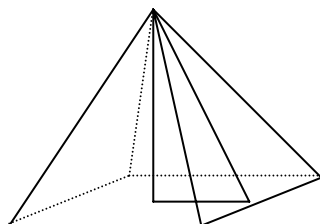
วิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 33101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร (ปริมาตรของพีระมิด)

เวลา 60 นาที

## สาระการเรียนรู้



ปริมาตรของพีระมิดเป็นส่วนหนึ่งในสามของปริมาตรของปริซึมที่มีพื้นที่ฐานเท่ากันและส่วนสูงยาวเท่ากัน

$$\text{เนื่องจาก ปริมาตรของปริซึม} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ความสูง}$$

$$\text{ดังนั้น ปริมาตรของพีระมิด} = \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ความสูง}$$

## ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าปริมาตรของพีระมิดเป็นส่วนหนึ่งในสามของปริมาตรของปริซึมที่มีพื้นที่ฐานเท่ากัน และความสูงเท่ากัน
2. นักเรียนสามารถบอกสูตรการหาปริมาตรของพีระมิดได้
3. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรของพีระมิดได้

## เนื้อหาสาระ

ปริมาตรของพีระมิด

## การจัดการเรียนรู้

## 1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1.1 นำผลการตรวจแบบฝึกหัด เอกสารการจดบันทึก ไปงาน ในคาบเรียนที่แล้วมาสะท้อนให้นักเรียนทราบถึงพัฒนาการและข้อบกพร่องในการแก้ปัญหา

1.2 ให้นักเรียนนั่งเป็นกลุ่มตามที่แบ่งไว้ แจกแบบจำลองพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสและปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส ให้แต่ละกลุ่มใช้ทักษะการสื่อสารร่วมกันอภิปรายลักษณะฐานและความสูงของพีระมิดกับปริซึมโดยประเด็นในการอภิปรายคือ

- ลักษณะฐานของพีระมิดและปริซึมเหมือนกันหรือไม่

- พื้นที่ส่วนฐานของพีระมิดและปริซึมเท่ากันหรือไม่
- ส่วนสูงของพีระมิดและปริซึมเท่ากันหรือไม่

1.4 นักเรียนทุกกลุ่มร่วมกันสรุปลักษณะตามประเด็นในข้อ 1.3 โดยครูให้ความรู้เพิ่มเติม

(ใช้เวลา 10 นาที)

## 2. ขั้นการเรียนรู้

2.1 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตัดส่วนฐานของพีระมิดและปริซึมออกแล้ววางทราายให้เต็มพีระมิดแล้วเทใส่ในปริซึมจนเต็มแล้วอภิปรายร่วมกันในกลุ่มตามประเด็นคำถามดังนี้

- ต้องใช้พีระมิดวางทราายกี่ครั้งจึงเต็มปริซึมพอดี
- ความสัมพันธ์ของพีระมิดและปริซึมที่มีฐานเท่ากันและส่วนสูงเท่ากันเป็น

อย่างไร

- จากความรู้เดิมสูตรการหาปริมาตรของปริซึมเป็นอย่างไร
- จากข้อย่อย 1 – 3 สรุปสูตรการหาปริมาตรของพีระมิดได้อย่างไร

2.2 แจกใบความรู้ที่ 3 แผ่นที่ 1 ให้นักเรียนทุกกลุ่มตรวจสอบคำตอบของกลุ่ม และครูอธิบายเพิ่มเติมประกอบใบความรู้และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยจากครูเป็นการสื่อสารระหว่างครูและนักเรียน

2.3 แจกใบความรู้ที่ 3 แผ่นที่ 2 – 4 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ร่วมกันพิจารณาสถานการณ์ตัวอย่างที่เป็นปัญหาและแนวทางแก้ปัญหาการหาปริมาตรของพีระมิด รวมถึงขั้นตอนการแก้ปัญหา โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้ทักษะการสื่อสารอธิบายและซักถามข้อสงสัยกันเองในกลุ่มแล้วตอบคำถามสั้น ๆ

- ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีขั้นตอน อะไรบ้าง
- จากใบความรู้เป็นการหาปริมาตรของพีระมิดชนิดใด
- การหาปริมาตรของพีระมิดชนิดดังกล่าวต้องใช้สูตรใด
- ในตัวอย่างที่ 1 กับตัวอย่างที่ 2 สูตรการหาปริมาตรต่างกันอย่างไร
- ในตัวอย่างที่ 2 สิ่งใดในโจทย์ไม่ได้กำหนดให้และต้องหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับเรื่องใด

โดยครูเพิ่มเติมสิ่งที่นักเรียนไม่สามารถสรุปได้ให้

2.4 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบงานที่ 4 โดยร่วมกันอภิปรายและตอบคำถามพร้อมแก้โจทย์ปัญหา และเขียนข้อสรุปความรู้ของกลุ่ม แล้วนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน ซึ่งนำเสนอโดยการผลัดเปลี่ยนหมุนเวียน กลุ่มที่ไม่ได้นำเสนอให้เปรียบเทียบคำตอบของกลุ่มตัวเองบอกส่วนที่แตกต่างและข้อบกพร่องเพื่อแก้ไข

2.5 นักเรียนและครูร่วมกันสรุปใบงาน

(ใช้เวลา 30 นาที)

### 3. ขั้นฝึกปฏิบัติและตรวจสอบความเข้าใจ

3.1 นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 4 (รายคู่) เรื่อง ปริมาตรของพีระมิด

3.2 นักเรียนทุกคนร่วมกันเฉลยและตรวจให้คะแนนแบบฝึกหัดร่วมกัน พร้อมทั้งซักถามข้อสงสัยในสิ่งที่ไม่เข้าใจภายในกลุ่มหากไม่แน่ใจซักถามครู  
(ใช้เวลา 10 นาที)

### 4. ขั้นสรุปบทเรียน

4.1 นักเรียนและครูร่วมกันสรุปถึง ขั้นตอนการแก้ปัญหา และความสัมพันธ์เกี่ยวกับ ปริมาตรของพีระมิดและปริซึมที่มีพื้นที่ฐานเท่ากันและความสูงเท่ากัน สูตรการหาปริมาตรของพีระมิด

4.2 นักเรียนเขียนบรรยาย / อธิบาย พร้อมยกตัวอย่างสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในครั้งนี้ ในแบบจดบันทึก (ครั้งที่ 3) ที่ครูแจกให้พร้อมทั้งตอบคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ  
(ใช้เวลา 10 นาที)

### 5. ขั้นประเมินผลการเรียน

5.1 สังเกตความสนใจ การตอบคำถาม หรือการซักถามประเด็นที่เป็นปัญหาจากการ ร่วมกิจกรรมกลุ่ม ในขณะที่ทำกิจกรรม

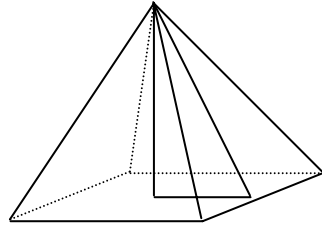
5.8 จากการตรวจแบบฝึกหัดรายคู่

5.9 จากการตรวจสอบเอกสารการจดบันทึก (ครั้งที่ 3) ที่ให้นักเรียนเขียนบรรยาย อธิบายหรือยกตัวอย่าง สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ และตอบคำถามรายบุคคล

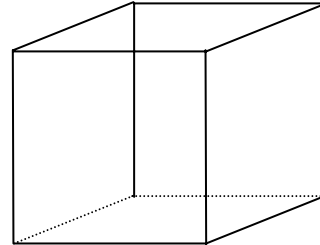
5.10 นำผลการตรวจแบบฝึกหัด เอกสารการจดบันทึก ไปงาน มาสะท้อนให้นักเรียน ทราบถึงพัฒนาการและข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาในคาบเรียนต่อไป

### สื่ออุปกรณ์ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้

1. แผนการจัดการเรียนรู้
2. ใบความรู้
3. ใบงาน
4. แบบฝึกหัด ( รายบุคคล/รายคู่/รายกลุ่ม)
5. แบบจดบันทึก
6. แบบจำลองของพีระมิด ,ปริซึม , ทราบ

**ใบความรู้ที่ 3**
**เรื่อง การหาปริมาตรของพีระมิด**


พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส



ปริซึมทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัส

**ปริมาตรของพีระมิด**

ปริมาตรของพีระมิด  $= \frac{1}{3}$  ของปริมาตรของปริซึมที่มีพื้นที่ฐานเท่ากันและส่วนสูงเท่ากัน

แต่ปริมาตรของปริซึม  $= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$

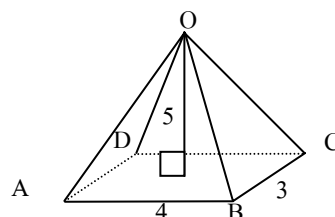
ดังนั้น ปริมาตรของพีระมิด  $= \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$

**การหาปริมาตรของพีระมิด**

ตัวอย่าง 1 จงหาปริมาตรของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า ที่มีฐานด้านกว้างยาว 3 เซนติเมตร และด้านยาวยาว 4 เซนติเมตร ความสูงของพีระมิดเท่ากับ 5 เซนติเมตร

**ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา**

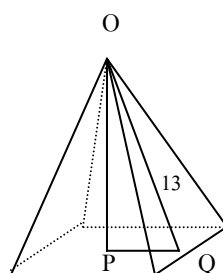
1. สิ่งที่ต้องหาคืออะไร  
( ปริมาตรของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า )
2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง  
( ความยาวฐานของพีระมิด ด้านกว้าง 3 เซนติเมตร ด้านยาว 4 เซนติเมตร  
ความสูงของพีระมิด 5 เซนติเมตร )
3. จงวาดรูปภาพและเติมขนาดของส่วนประกอบตามกำหนด



**ตัวอย่าง 2** จงหาปริมาตรของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งวัดความยาวรอบฐาน ได้ 40 เมตร พีระมิดมีสูงเอียง 13 เมตร

### ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

1. สิ่งทีโจทย์ถามคืออะไร  
( ปริมาตรของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส )
2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง  
( ความยาวรอบฐานของพีระมิด 40 เมตร ความสูงเอียงของพีระมิด 13 เมตร )
3. จงวาดรูปภาพและเติมขนาดของส่วนประกอบตามกำหนด



### ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา

4. การหาปริมาตรของพีระมิดจะต้องใช้สูตรใด  
( ปริมาตรของพีระมิด  $= \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$  )
5. สิ่งใดในสูตรที่โจทย์ไม่ได้กำหนดให้ และต้องหาอย่างไร  
( - ฐานของพีระมิด หาได้เนื่องจากเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส ด้านทั้งสี่ด้านยาวเท่ากัน  $40 \div 4$   
- พื้นที่ฐาน ต้องหาโดยใช้สูตร ด้าน  $\times$  ด้าน เพราะเป็นฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส  
- ความสูงของพีระมิด โดยใช้ความสัมพันธ์ของสามเหลี่ยมมุมฉากพีทาโกรัส )

### ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

6. ดำเนินการตามแผนที่วางไว้

วิธีทำ      พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ความยาวรอบฐาน 40 เมตร

ฐานของพีระมิดยาวด้านละ  $40 \div 4 = 10$  เมตร

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ พื้นที่ฐาน} &= \text{ด้าน} \times \text{ด้าน} \\
 &= 10 \times 10 \\
 &= 100 \text{ ตารางเมตร}
 \end{aligned}$$

โจทย์กำหนดสูงเอียงให้ ต้องหาความสูงของพีระมิตจากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

$\triangle OPQ$  เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } OQ^2 &= OP^2 + PQ^2 \\
 13^2 &= OP^2 + 5^2 \\
 169 &= OP^2 + 25 \\
 OP^2 &= 169 - 25 \\
 OP^2 &= 144 \\
 OP &= 12
 \end{aligned}$$

นั่นคือ ความสูงของพีระมิต 12 เมตร

$$\begin{aligned}
 \text{ปริมาตรของพีระมิต} &= \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\
 &= \frac{1}{3} \times 100 \times 12 \\
 &= 400 \text{ ลูกบาศก์เมตร}
 \end{aligned}$$

**ตอบ** ปริมาตรของพีระมิตฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ๔๐๐ ลูกบาศก์เมตร

#### ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

ตรวจสอบคำตอบที่ได้ในขั้นตอนที่ 3

1. ตรวจสอบความถูกต้องโดยการย้อนกลับไปหาคำตอบตามวิธีในขั้นที่ 3 อีกครั้ง
2. แทนค่าความสูงของพีระมิตในทฤษฎีบทพีทาโกรัส เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง
3. โจทย์ถาม ปริมาตรของพีระมิตซึ่งได้ 400 ลูกบาศก์เมตร ครบตามที่โจทย์ถาม

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| ใบงานที่ 4                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | เรื่อง การหาปริมาตรของพีระมิด |
| <p><b>ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนสามารถบอกสูตรการหาปริมาตรของพีระมิดได้</li> <li>2. นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องปริมาตรของพีระมิดไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้</li> </ol> <p><b>คำชี้แจง :</b> ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายและ ตอบคำถาม เพื่อแก้ปัญหาต่อไปนี้</p> <p>โจทย์ปัญหาข้อที่ 1 ครูต้องการให้นักเรียนหล่อปูนปลาสเตอร์เป็นพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีฐานยาวด้านละ 8 เซนติเมตร และสูงเอียงยาว 5 เซนติเมตร จะต้องใช้ปูนปลาสเตอร์ประมาณกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร</p> <p><b>ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. สิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร<br/>.....</li> <li>2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง<br/>.....</li> <li>3. จากโจทย์จงวาดภาพและเติมขนาดของส่วนประกอบ</li> </ol> <p><b>ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>4. การหาปริมาตรของพีระมิดจะต้องใช้สูตรใด<br/>.....<br/>.</li> <li>5. สิ่งใดในสูตรที่โจทย์ไม่ได้กำหนดให้ และต้องหาอย่างไร<br/>.....<br/>.....<br/>.....</li> </ol> |                               |





ชื่อ/นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

**แบบจดบันทึกประจำวัน ( ครั้งที่ 3 )**  
**เรื่อง การหาปริมาตรของพีระมิด**

**คำถาม**

1. ความสัมพันธ์เกี่ยวกับปริมาตรของพีระมิดและปริมาตรปริซึมที่มีพื้นที่ฐานและความสูงเท่ากันเป็นอย่างไร

.....  
.....

2. การหาปริมาตรของพีระมิดต้องใช้สูตรใด

.....  
.....

3. สิ่งใดที่นักเรียนได้เรียนรู้ในคาบเรียนนี้

.....  
.....  
.....  
.....

4. สิ่งใดที่นักเรียนยังไม่เข้าใจในการเรียนในคาบเรียนนี้

.....  
.....  
.....  
.....

**แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์**  
**เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**  
**ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2549**

คำสั่ง จากโจทย์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามตามขั้นตอนให้ถูกต้อง

**โจทย์ปัญหาข้อที่ 1 :** พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีฐานยาวด้านละ 24 เมตร พีระมิดสูง 9 เมตร ต้องการหาพื้นที่ผิวของพีระมิดจะมีพื้นที่ในการหาทั้งหมดเท่าไร

**ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา**

1. สิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร

.....

2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

3. จากโจทย์จงวาดภาพและเติมขนาดของส่วนประกอบ

**ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา**

4. การหาพื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิดต้องหาพื้นที่อะไรบ้าง

.....

.....

5. สูตรที่ใช้ในการหาพื้นที่ผิวคือสูตรใด

.....

.....

### ชั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

6. ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา ตามแผนที่วางไว้

วิธีทำ.....

[illegible]

## ชั้นที่ 4 การตรวจสอบ

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ

[illegible]

**โจทย์ปัญหาข้อที่ 2 :** พีระมิดตรงมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีด้านยาว 8 เซนติเมตร และกว้าง 6 เซนติเมตร ถ้าพีระมิดมีสูง 10 เซนติเมตร จะมีปริมาตร กี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

### ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

1. สิ่ง โจทย์ต้องการให้หาคืออะไร

.....

2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

3. จากโจทย์จงวาดภาพและเติมขนาดของส่วนประกอบ

### ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา

4. ต้องใช้สูตรใดในการหาปริมาตรของพีระมิด

.....

.....

5. สิ่งใดในสูตรที่ยังไม่ทราบค่าและจะหาได้อย่างไร

.....

.....

### ชั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

6. ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้

วิธีทำ.....

.....

---

.....

---

---

.....

#### ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ

.....

โจทย์ปัญหาข้อที่ 3 : มาลีมีกระป๋องน้ำอัดลมอันหนึ่งซึ่งมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานยาว 6 เซนติเมตร ความสูงของกระป๋อง 14 เซนติเมตร ต้องการห่อกระดาษสีเพื่อทำเป็นกระป๋องอมสิน มาลีจะต้องใช้กระดาษอย่างน้อยเท่าไร  
( กำหนด  $\pi \approx \frac{22}{7}$  )

### ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

1. สิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร

.....  
 .....

2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....  
 .....

3. จากโจทย์จงวาดภาพและเติมขนาดของส่วนประกอบ

### ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา

4. การหาพื้นที่ผิวทั้งหมดของทรงกระบอกต้องหาพื้นที่อะไรบ้าง

.....  
 .....

5. สูตรที่จะต้องใช้ในการหาพื้นที่ผิวแต่ละส่วนคือสูตรใด

.....  
 .....

### ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

6. ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา ตามแผนที่วางไว้

วิธีทำ.....

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

## ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ

[illegible]

**โจทย์ปัญหาข้อที่ 4 :** กำหนดให้น้ำอัดลมกระป๋องหนึ่ง ซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน  
กระป๋องยาว 7 เซนติเมตร สูง 10 เซนติเมตร และ ปริมาตรของ  
กระป๋องเขียนอยู่ด้านข้างเท่ากับ 385 ลูกบาศก์เซนติเมตร นักเรียนจะ  
ทราบได้อย่างไรว่าปริมาตรของน้ำ อัดลมตรงกับข้อความที่ระบุข้าง  
กระป๋อง

### **ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา**

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

2. จากโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

3. จากโจทย์จงวาดภาพและเติมขนาดของส่วนประกอบ

### **ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา**

4. การหาปริมาตรของน้ำอัดลม จะต้องทราบความยาวส่วนใดบ้าง

ง.....

.....

.....

.....

5. ถ้าจะหาปริมาตรของน้ำอัดลมในกระป๋องโดยไม่สนใจข้อความที่บอกปริมาตรที่ข้าง  
กระป๋องควรใช้สูตรใด

.....



### ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

6. ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา ตามแผนที่วางไว้

วิธีทำ.....

## ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ

[illegible]

โจทย์ปัญหาข้อที่ 5 : กระจังรูปกรวยอันหนึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานยาว 14 เมตร  
และสูงเอียงยาว 21 เมตร จะมีพื้นที่ผิวทั้งหมดของกรวยเท่าไร

### ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

1. สิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร

.....

.....

2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

.....

3. จากโจทย์จงวาดภาพและเติมขนาดของส่วนประกอบ

### ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา

4. การหาพื้นที่ผิวทั้งหมดของกระจังรูปกรวยต้องหาพื้นที่อะไรบ้าง

.....

.....

5. สูตรที่จะต้องใช้ในการหาพื้นที่ผิวแต่ละส่วนคือสูตรใด

6. ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา ตามแผนที่วางไว้  
วิธีทำ.....

วิธีทำ.....

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ

.....

[illegible]

.....

.....

**โจทย์ปัญหาข้อที่ 6 :** กรวยตรงอันหนึ่งสูง 20 นิ้ว และมีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานยาว 1 ฟุต กรวยอันนี้มีปริมาตรกี่ลูกบาศก์นิ้ว

**ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา**

1. สิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร

.....

2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

3. จากโจทย์จงวาดภาพและเติมขนาดของส่วนประกอบ

**ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา**

4. การหาปริมาตรของกรวยต้องรู้ส่วนประกอบใดบ้างที่อะไรบ้าง

.....

.....

5. สูตรที่จะต้องใช้ในการหาพื้นที่ผิวคือสูตรใด

.....

.....

### ชั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

6. ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา ตามแผนที่วางไว้

วิธีทำ.....

[illegible]

## ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ

[illegible]

.....

.....

**โจทย์ปัญหาข้อที่ 7 :** ลูกบาศก์เตบอลลูกหนึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 7 นิ้ว ส่วนผิวโค้ง  
ของลูกบาศก์เตบอลลทำเป็นแถบสีต่าง ๆ กันโดยแต่ละแถบสีมีเนื้อที่  
เท่ากันรวม 9 แถบ จงหาว่าแต่ละแถบสีมีพื้นที่เท่าใด

### ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

1. สิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร

.....

2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

3. จากโจทย์จงวาดภาพและเติมขนาดของส่วนประกอบ

### ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา

4. สูตรที่จะต้องใช้ในการหาพื้นที่ผิวของลูกบาศก์เตบอลลใช้สูตรใด

.....

.....

5. จะหาพื้นที่แถบสีแต่ละแถบจากทั้งหมด 9 แถบด้วยวิธีการใด

.....

### ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

6. ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา ตามแผนที่วางไว้

วิธีทำ.....

.....

.....

---

.....

.....

## ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

7. นักเรียนลองตรวจสอบดูอีกครั้งว่าตอบได้ตรงและให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบ

.....

.....

.....

---

---

.....

.....

.....

**โจทย์ปัญหาข้อที่ 8 :** แท่งเหล็กสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ยาว 11 เซนติเมตร กว้าง 8 เซนติเมตร  
หนา 5 เซนติเมตร นำไปหลอมเป็นลูกป็นทรงกลมขนาดรัศมีลูกละ 1  
เซนติเมตร จะได้ลูกป็นขนาดนี้กี่ลูก

### ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

1. สิ่งที่โจทย์ถามคืออะไร

.....

2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

3. จากโจทย์จงวาดภาพและเติมขนาดของส่วนประกอบ

### ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา

4. สูตรการหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมและทรงกลมคืออะไร

.....

.....

5. หาจำนวนลูกป็นได้ด้วยวิธีการใด

.....

.....



### ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

6. ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา ตามแผนที่วางไว้

วิธีทำ.....

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines, typical of notebook paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings present.

## ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์**  
**ระหว่างเรียน (ช่วงที่ 1)**

**คำสั่ง** จากโจทย์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามตามขั้นตอนให้ถูกต้อง

**โจทย์ปัญหาข้อที่ 1** : พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีฐานด้านกว้างยาว 4 เซนติเมตร มีฐานด้านยาว ยาว 6 เซนติเมตร สูง 10 เซนติเมตร ถ้าต้องการทาสีผิวของพีระมิดทุกด้าน จะมี พื้นที่ในการทาสีเท่าไร

**ขั้นที่ 1** ทำความเข้าใจปัญหา

1. ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

3. จากโจทย์จงวาดรูปภาพพีระมิดและส่วนประกอบ

**ขั้นที่ 2** การวางแผนแก้ปัญหา

4. ถ้าจะหาพื้นที่ในการทาสีของพีระมิด ควรจะหาพื้นที่ส่วนใดบ้าง

5. พื้นที่ในแต่ละส่วนใช้สูตรใด และมีสูตรใดเกี่ยวข้องบ้าง

### ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

6. ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา ตามแผนที่วางไว้

### วิธีทำ.

## ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

7. นักเรียนลองตรวจสอบดูอีกครั้งว่าตอบได้ตรงและให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบ

## คำตอบ

.....

.....

.....

.....

**โจทย์ปัญหาข้อที่ 2 :** จงหาปริมาตรของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีฐานยาวด้านละ  
6 เซนติเมตร และสูงเอียง ยาว 5 เซนติเมตร

**ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา**

1. ข้อนี้โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

2. โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

.....

3. วาดรูปภาพประกอบจากโจทย์ที่กำหนด พร้อมระบุขนาด

**ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา**

4. การหาปริมาตรของพีระมิดจะต้องใช้สูตรใด

.....

5. ความสูงที่ใช้ในการหาปริมาตรของพีระมิดคือความสูงใดและจะหาได้อย่างไร

.....

.....

.....

### ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

6. นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาบันทึกวิธีการแก้ปัญหาและสรุปคำตอบที่ได้  
วิธีทำ.....

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the entire width of the page. There are no margins, text, or other markings present.

## ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ

[illegible]

**แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์**  
**ระหว่างเรียน (ช่วงที่ 2)**

**คำสั่ง** จากโจทย์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามตามขั้นตอนให้ถูกต้อง

**โจทย์ปัญหาข้อที่ 1 :** ทรงกระบอกตันอันหนึ่ง มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 14 เซนติเมตร และมีความสูง 12 เซนติเมตร จะมีพื้นที่ผิวทั้งหมดเท่าไร  
 (กำหนด  $\pi \approx \frac{22}{7}$ )

**ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา**

1. โจทย์ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

3. จากโจทย์จงวาดรูปภาพและเติมขนาดของส่วนประกอบ

**ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา**

4. ถ้าจะหาพื้นที่ผิวของทรงกระบอก ควรจะหาพื้นที่ส่วนใดบ้าง

.....

.....

5. พื้นที่ในแต่ละส่วนใช้สูตรใด และมีสูตรใดเกี่ยวข้องบ้าง

.....

.....

### ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

6. นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบ

**วิธีทำ.....**

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features multiple horizontal rows, each consisting of two parallel dashed lines. These rows are evenly spaced across the entire page, providing a guide for handwriting practice. The background is white, and there are no margins or additional markings present.

## ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ

[illegible]

.....  
 .....

**โจทย์ปัญหาข้อที่ 2 :** บ้านของแก้วมีถังเก็บน้ำทรงกระบอกอันหนึ่ง ซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 16 ฟุต วัดความสูงได้ 21 ฟุต แก้วสงสัยว่าความจุของถังน้ำใบนี้ เท่ากับเท่าไร (กำหนด  $\pi \approx \frac{22}{7}$ )

### ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....  
 .....

2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

3. จากโจทย์จงวาดรูปภาพทรงกระบอกและเติมขนาดของส่วนประกอบ

### ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา

4. ถ้าจะหาว่าถังน้ำจุน้ำได้เท่าไรจะต้องทราบส่วนประกอบใดบ้าง

.....  
 .....



5. สูตรการหาปริมาตรของทรงกระบอกคืออะไร

.....

### ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

## 6.นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบ

วิธีทำ.....

[illegible]

## ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ

[illegible]

.....  
 .....  
**แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์**  
**ระหว่างเรียน (ช่วงที่ 3)**

**คำสั่ง** จากโจทย์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามตามขั้นตอนให้ถูกต้อง

**โจทย์ปัญหาข้อที่ 1 :** กรวยอันหนึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 18 เซนติเมตร มีความสูงเท่ากับ 12 เซนติเมตร จงหาพื้นที่ผิวของกรวย (กำหนด  $\pi \approx \frac{22}{7}$ )

**ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา**

1. โจทย์ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

3. จากโจทย์จงวาดรูปภาพทรงกระบอกและเติมขนาดของส่วนประกอบ

**ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา**

4. ถ้าจะหาพื้นที่ผิวของกรวย ควรจะหาพื้นที่ส่วนใดบ้าง

.....

.....

5. พื้นที่ในแต่ละส่วนใช้สูตรใด และมีสูตรใดเกี่ยวข้องบ้าง

.....

### ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

6. นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบ

วิธีทำ

## ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ

[illegible]

**โจทย์ปัญหาข้อที่ 2 :** ถังเก็บน้ำรูปกรวยถึงหนึ่งสูง 3 เมตร และมีเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานยาว 10 เมตร ถ้าต้องการใส่น้ำไว้ในถังเพียง  $\frac{1}{2}$  ของถัง จะต้องใส่น้ำลงในถังกี่ลูกบาศก์เมตร (กำหนด  $\pi \approx 3.14$ )

## ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ปัญหาต้องการทราบอะไร
2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
3. จากโจทย์จงวาดรูปภาพทรงกระบอกและเติมขนาดของส่วนประกอบ

## ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา

4. การหาความจุของถังรูปกรวยจะต้องทราบส่วนประกอบใดบ้าง
- .....
- .....
5. สูตรการหาปริมาตรของทรงกรวยคืออะไร

### ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

- ## 6. นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบ

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

#### ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

#### แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

##### ระหว่างเรียน (ช่วงที่ 4)

คำสั่ง จากโจทย์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามตามขั้นตอนให้ถูกต้อง

โจทย์ปัญหาข้อที่ 1 : ลูกท่อน้ำหนักลูกหนึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 16 เซนติเมตร จะมีพื้นที่ผิวเท่าใด (กำหนด  $\pi \approx 3.14$ )

#### ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

3. จากโจทย์จงวาดรูปภาพทรงกระบอกและเติมขนาดของส่วนประกอบ

## ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา

4. การหาพื้นที่ผิวของลูกท่อน้ำหนักจะต้องใช้สูตรใด

.....

.....

5. สิ่งใดในสูตรที่ไม่ได้กำหนดให้และจะหาได้อย่างไร

.....

## ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

6. นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบ

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

#### ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

โจทย์ปัญหาข้อที่ 2 : ทรงกลมตันลูกหนึ่งมีพื้นที่ผิว 154 ตารางเซนติเมตร จะมีปริมาตรเท่าใด (กำหนด  $\pi \approx \frac{22}{7}$ )

#### ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ปัญหาต้องการทราบอะไร

.....

2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

.....

3. จากโจทย์จงวาดรูปภาพทรงกลมและเติมขนาดของส่วนประกอบ

## ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา

4. การหาปริมาตรของทรงกลมต้องใช้สูตรใด

.....

.....

5. สิ่งใดในสูตรการหาปริมาตรของทรงกลมที่ยังไม่ทราบค่าและจะหาโดยใช้ความสัมพันธ์เรื่องใด

.....

.....

## ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน

6. นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบ

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

#### ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

##### 7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### ตัวอย่างแบบจดบันทึก

ภาคผนวก ง  
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

## รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือ

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่นำมาใช้ในการทดลอง ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาและความเหมาะสมของแบบทดสอบที่ใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แผนการจัดการเรียนรู้ ใบความรู้ ใบงาน แบบฝึกหัด แบบจดบันทึก

1. รองศาสตราจารย์ ดร.ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ  
ผู้อำนวยการสำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. อาจารย์สมคิด ใจมนต์ ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์  
รองผู้อำนวยการ  
โรงเรียนโคกสะอาดวิทยาคม
3. อาจารย์ชिरา ลำดวงหอม ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์  
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ประวัติย่อผู้วิจัย

## ประวัติย่อผู้วิจัย

|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ชื่อ                | นางสาวมะลิวรรณ ผ่องราษี                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| เกิดวันที่          | 14 เดือน เมษายน พุทธศักราช 2518                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| สถานที่อยู่ปัจจุบัน | บ้านเลขที่ 012 หมู่ 2<br>ตำบลน้ำอ้อม อำเภอกันทรลักษ์<br>จังหวัดศรีสะเกษ 33110                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| ประวัติการศึกษา     | พ.ศ. 2531 ประถมศึกษาปีที่ 6 จาก โรงเรียนดำรงราชานุสรณ์<br>จังหวัดศรีสะเกษ<br>พ.ศ. 2534 มัธยมศึกษาปีที่ 3 จาก โรงเรียนกันทรลักษ์วิทยา<br>จังหวัดศรีสะเกษ<br>พ.ศ. 2537 มัธยมศึกษาปีที่ 6 จาก โรงเรียนกันทรลักษ์วิทยา<br>จังหวัดศรีสะเกษ<br>พ.ศ. 2541 กศ.บ. (วิชาเอกคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนคริน<br>ทรวิโรฒ<br>พ.ศ. 2549 กศ.ม. (สาขาวิชาการวิจัยและสถิติทางการศึกษา<br>มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ) |