

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ
ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ปริญญานิพนธ์

ของ

ลิลลา ดลภาค

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

เมษายน 2549

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ
ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ปริญญานิพนธ์

ของ

ลิลลา ดลภาค

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

เมษายน 2549

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ
ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

บทคัดย่อ

ของ

ลิลลา ดลภาค

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

เมษายน 2549

ลิลลา ดลภาค. (2549). *กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการ
ควบคุม: อาจารย์เมตต์ แยมวงษ์, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชุตินรวัน เพ็ญพิยธ.

การวิจัยในครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียน ไตรมิตรวิทยาลัย จังหวัดกรุงเทพมหานคร ที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน

ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นเวลา 14 คาบ คาบละ 60 นาที โดยในระหว่างการเรียนรู้การสอนได้เก็บคะแนนเพื่อประเมินผล ระหว่างเรียน เมื่อสิ้นสุดการสอนทำการประเมินผลด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

ผลการวิจัยพบว่า

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงสามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

MATHEMATICAL LEARNING AND TEACHING ACTIVITIES
ON "EQUATION PROBLEMS" EMPHASIZING CONNECTION SKILLS FOR
MATHAYOMSUKSA III STUDENTS

AN ABSTRACT
BY
LILLA DOLPARK

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Master of Education Degree in Mathematics
at Srinakharinwirot University

April 2006

Lilla Dolpark. (2006). *Mathematical Learning and Teaching Activities on "Equation Problems" Emphasizing Connection Skills for Mathayomsuksa III Students*. Master thesis, M.Ed. (Mathematics). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Mr. Mate Yamwong, Asst. Prof. Chutiwan Penpien.

The purposes of this research were to design mathematical learning and teaching activities on "Equation Problems" emphasizing connection skills for Mathayomsuksa III Students and to study students' achievement under these learning and teaching activities.

Subjects were 40 Mathayomsuksa III Students (1 class) of Trimitvittayalai School, Bangkok during the second semester of the 2005 academic year. They were randomly selected by cluster random sampling.

Learning and teaching activities were designed to teach for a total of 14 periods of 60 minutes each. The scores were given during learning and teaching activities and an achievement test was given at the end of learning and teaching activities.

The findings revealed that:

The number of students who scored since 50% of the total score was more than 60% of the total number of students. The statistical test were analyzed at .01 level of significance.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ
ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ของ
ลิลลา ดลภาค

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณะบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เพ็ญสิริ จีระเดชากุล)
วันที่ เดือน พ.ศ. 2549

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

..... ประธาน
(อาจารย์เมตต์ แยมวงษ์)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชุตินันท์ เพ็ญเพียร)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(รองศาสตราจารย์ยงยุทธ หนูฤทธิ)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(อาจารย์สุวรรณา คล้ายกระแสน)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาจากอาจารย์เมตต์ แยมวงษ์ ประธาน
ควบคุมปริญญานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ชุตินันท์ เพ็ญเพียร กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์
ที่อุทิศเวลาอันมีค่า กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำอย่างดียิ่ง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ทำให้ได้
ปริญญานิพนธ์ที่มีความสมบูรณ์และมีคุณค่าขึ้นมาก ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้ง และขอกราบขอบพระคุณเป็น
อย่างสูง

ขอขอบพระคุณอาจารย์เมตต์ แยมวงษ์ รองศาสตราจารย์ยงยุทธ ธนุกฤติ อาจารย์ประยูร
อาจหาญ และอาจารย์ชมพล พุกษา ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการ
วิจัย

ขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ยงยุทธ ธนุกฤติ และอาจารย์สุวรรณา คล้ายกระแสน์ ที่
กรุณาร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่า และให้ข้อคิดเห็นในสิ่งที่เป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัย

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ รองผู้อำนวยการ ตลอดจนคณะครูโรงเรียนไตรมิตรวิทยาลัย
ทุกท่านที่สนับสนุนและให้กำลังใจในการทดลองเก็บข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยจนสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ขอขอบพระคุณเพื่อน ๆ นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ที่แนะนำและให้กำลังใจใน
การทำปริญญานิพนธ์มาโดยตลอด

คุณค่าและประโยชน์ทั้งหลายที่เกิดขึ้นจากปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบแด่บิดา
มารดา ตลอดจนครูบาอาจารย์และผู้มีพระคุณทุกท่าน

ลิลลา ดลภาค

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	4
ความสำคัญของการวิจัย.....	4
ขอบเขตของการวิจัย.....	5
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย.....	5
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....	5
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย.....	5
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย.....	5
ตัวแปรที่ศึกษา.....	6
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	6
สมมุติฐานในการวิจัย.....	7
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	8
หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้	
คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3).....	9
สาระการเรียนรู้.....	9
มาตรฐานการเรียนรู้.....	9
คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3).....	10
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยง.....	12
ความหมายของการเชื่อมโยง.....	12
จุดมุ่งหมายของการเชื่อมโยง.....	12
คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง.....	13
มาตรฐานของทักษะการเชื่อมโยง.....	17
ทิศทางของคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา.....	19
การเชื่อมโยงในลักษณะต่างๆ.....	19
การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยง.....	24

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ) แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง.....	28
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยง.....	33
งานวิจัยต่างประเทศ.....	33
งานวิจัยในประเทศ.....	35
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์.....	37
ความหมายของโจทย์ปัญหา.....	37
ประเภทของโจทย์ปัญหา.....	38
กระบวนการแก้โจทย์ปัญหา.....	40
ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี.....	42
ประโยชน์ที่ได้จากการแก้โจทย์ปัญหา.....	43
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์.....	44
งานวิจัยต่างประเทศ.....	44
งานวิจัยในประเทศ.....	46
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	49
การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง.....	49
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	49
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	54
การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล.....	54
4 ผลการศึกษาค้นคว้า.....	56
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	56
5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	61
สังเขปความมุ่งหมาย สมมุติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัย.....	61
สรุปผลการวิจัย.....	62
อภิปรายผล.....	63

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 (ต่อ) ข้อสังเกตจากการวิจัย.....	64
ข้อเสนอแนะ.....	65
บรรณานุกรม.....	67
ภาคผนวก.....	76
ภาคผนวก ก การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	77
ภาคผนวก ข การทดสอบสมมุติฐาน.....	86
ภาคผนวก ค แผนการจัดการเรียนรู้.....	90
ภาคผนวก ง แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	165
ภาคผนวก จ รายงานผู้เชี่ยวชาญ.....	172
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	174

บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

1	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้ระหว่างเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	57
2	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง.....	57
3	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง.....	58
4	ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม.....	59
5	ผลการทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์ในการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง.....	59
6	ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง (แบบปรนัย).....	79
7	ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง (แบบอัตนัย).....	80
8	ค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (แบบปรนัย).....	82

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง

หน้า

9	ค่าความยากง่าย (P_E) , ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่น (α) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ สมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (แบบอัตนัย).....	85
10	คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งได้จากคะแนนจากการทำใบกิจกรรม และใบงานระหว่างเรียน และคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัด ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะ การเชื่อมโยงของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	87

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ

หน้า

1 แสดงการใช้สมบัติการแจกแจงหาพื้นที่แรเงา.....	16
2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทาง ความเร็ว และ เวลา เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่.....	20
3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทาง ความเร็ว และ เวลา เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่.....	21
4 ภาพแสดงอัตราส่วนของเนยที่ใช้ในรายการอาหาร.....	23
5 แสดงภาพสเกตช์จากคอมพิวเตอร์ของเจนิเฟอร์.....	29
6 แผนภาพผลงานการพิสูจน์ 4 แบบของนักเรียน.....	30
7 แสดงวิถีทางเดินของจุดยอดมุมฉาก และจุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉาก.....	31
8 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลศาสตร์.....	42

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

ปัจจุบันโลกมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว ทั้งทางด้านเศรษฐกิจ สังคม วิทยาศาสตร์ และ เทคโนโลยี ส่งผลให้ทุกประเทศทั่วโลกมุ่งพัฒนาบุคลากรของตนเอง ให้เป็นผู้มีความรู้ ความสามารถ ทนต่อการเปลี่ยนแปลงของโลกปัจจุบัน สำหรับประเทศไทยของเราก็เช่นเดียวกันที่มุ่งพัฒนาคนและคุณภาพของคน แต่สิ่งสำคัญที่จะพัฒนาคนและคุณภาพของคนได้นั้นคือการศึกษา ดังที่พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติพุทธศักราช 2542 ได้กำหนดแนวทางในการปฏิรูปการศึกษา โดยให้ความสำคัญกับผู้เรียนเป็นหลัก เพื่อรองรับกระแสการเปลี่ยนแปลงทั้งทางด้านเศรษฐกิจ สังคม วิทยาศาสตร์ และ เทคโนโลยี ให้ความสำคัญสูงสุดสำหรับกระบวนการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เพื่อให้เป็นผู้มีปัญญา รู้จักเหตุและผล รู้จักแก้ปัญหาได้อย่างชาญฉลาด รู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงต่างๆที่เกิดขึ้นได้อย่างรวดเร็วและหลากหลาย มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ อีกทั้งยังมุ่งพัฒนาพฤติกรรมทางสังคมที่ดีงาม เพื่อช่วยให้เป็นบุคคลที่สามารถดำเนินชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีคุณภาพ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2540: 1-2)

วิชาคณิตศาสตร์ถือเป็นวิชาหนึ่งที่มีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาคน เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ส่งเสริมให้คนมีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล มีระบบ ระเบียบ แบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม ทำให้คนเป็นคนที่มีสมบูรณ์ คิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น มีความสมดุลทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา อารมณ์ และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ. 2545: 1) นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังมีบทบาทสำคัญต่อโลกของวิทยาการหลายสาขา ทั้งเศรษฐกิจ สังคม วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี ตลอดจนเป็นพื้นฐานสำหรับการค้นคว้าวิจัยทุกประเภท ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวที่ว่า “คณิตศาสตร์เป็นรากฐานของวิทยาการหลายสาขา ความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ ก็ล้วนแต่อาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น” (ยุพิน พิพิธกุล. 2536: 1) จากความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้น ทำให้คณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่ถูกรับรู้อยู่ในทุกระดับชั้น ส่วนหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์นั้นก็ได้มีการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงอยู่เรื่อยมา โดยปัจจุบันประเทศไทยใช้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 ซึ่งประกอบด้วย 6 สาระการเรียนรู้ แบ่งเป็น สาระการเรียนรู้ในเชิงเนื้อหา 5 สาระ ประกอบด้วย จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต และ การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ส่วนสาระที่ 6 เป็นสาระที่เกี่ยวกับทักษะ/

กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร/การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยง และ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2545: 6-7) สำหรับในประเทศสหรัฐอเมริกา นั้น สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics) ก็ได้มีการปรับปรุงมาตรฐานการศึกษาคณิตศาสตร์ไว้เช่นเดียวกัน โดยในปี ค.ศ. 2000 ได้จัดทำ Principles and Standards for School Mathematics ซึ่งประกอบด้วย หลักการ (Principles) และมาตรฐาน (Standards) เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน สำหรับมาตรฐานนั้นได้แบ่งเป็นมาตรฐานทางด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ 5 มาตรฐานและมาตรฐานทางด้านกระบวนการทางคณิตศาสตร์อีก 5 มาตรฐาน โดยมาตรฐานทางด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย จำนวนและการดำเนินการ พีชคณิต เรขาคณิต การวัด และการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ส่วนมาตรฐานทางด้านกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การแก้ปัญหา (Problem Solving) การให้เหตุผลและการพิสูจน์ (Reasoning and Proof) การสื่อสาร/การสื่อความหมาย (Communication) การเชื่อมโยง (Connection) และการนำเสนอ (Representation) (NCTM. 2000: 29)

แม้ว่าคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญเพียงใดก็ตาม แต่สภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมายังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร สังเกตได้จากรายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2540 พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีค่าต่ำกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาอื่นๆทุกรายวิชา และมีคะแนนเฉลี่ยเพียง 36.91 ของคะแนนเต็ม ส่วนร้อยละของจำนวนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มควรปรับปรุงมีค่าสูงถึง 80.94 (กรมวิชาการ. 2542: 29) นอกจากนี้นักเรียนไทยยังมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำกว่าประเทศอื่นๆ สังเกตได้จากการประเมินผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยสมาคมนานาชาติเพื่อการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (International Association for Evaluation of Education Achievement : IEA) ในการศึกษาวิจัยและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์นานาชาติ ครั้งที่ 3 หรือโครงการ TIMSS-R ที่ดำเนินการในปีพ.ศ. 2542 กับนักเรียนเกรด 8 พบว่าคะแนนรวมของนักเรียนไทยอยู่ในอันดับที่ 27 และมีคะแนนต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยรวมของประเทศต่างๆอีกด้วย (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2544: 4-7) ซึ่งเมื่อวิเคราะห์รายละเอียดของปัญหานี้พบว่านักเรียนไทยมีความสามารถในการแก้ปัญหาต่ำมากอย่างน่าเป็นห่วง ทั้งนี้อาจเกิดจากข้อบกพร่องของกระบวนการจัดการเรียนการสอน เช่น ผู้สอนส่วนมากไม่ได้ช่วยให้ผู้เรียนวิเคราะห์ปัญหา แปลความ ตีความ หรือทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหาตามลำดับ แต่มักใช้วิธีการรวบรัดเสียเอง ทำให้ผู้เรียนไม่เกิดการเรียนรู้ มีแต่การเลียนแบบเท่านั้น (สุชาติ รัตนกุล. 2526: 521) หรืออาจเกิด

จากข้อบกพร่องของตัวนักเรียนเอง เช่น นักเรียนไม่สามารถนำความรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ความรู้วิชาอื่นๆ หรือความรู้ที่มีอยู่ในชีวิตประจำวันมาใช้ในการแก้ปัญหา หรือเรียกได้ว่านักเรียนขาดทักษะการเชื่อมโยงนั่นเอง

การเชื่อมโยงเป็นทักษะ/กระบวนการหนึ่งที่อยู่ในสาระที่ 6 ของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 นอกจากนี้ยังเป็นมาตรฐานทางด้านกระบวนการหนึ่งที่อยู่ใน Principles and Standards for School Mathematics อีกด้วย กระทรวงศึกษาธิการ (2545: 203-205) ได้กล่าวถึงการพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงนี้ว่า ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้และมีพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อ นั้น จำเป็นจะต้องเชื่อมโยงเนื้อหาต่างๆ ภายในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และในการแก้ปัญหา นอกจากนั้นแล้วยังต้องมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในวิชาชีพบางอย่างโดยตรง รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับความเป็นอยู่ในชีวิตประจำวันอีกด้วย ในขณะเดียวกันสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics) (1989: 84-93) ก็ได้กล่าวถึงความสำคัญของกระบวนการเชื่อมโยงที่มีต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้เช่นเดียวกัน โดยกล่าวถึงนักเรียนเกรด 5 – 8 ว่ากระบวนการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์จะช่วยขยายการรับรู้ของนักเรียนให้กว้างมากยิ่งขึ้น ทำให้นักเรียนรับรู้ว่าคุณคณิตศาสตร์เป็นส่วนเดียวกันทั้งหมด ไม่ใช่เป็นเพียงกลุ่มของสิ่งที่เกี่ยวข้องกันเท่านั้น และทำให้นักเรียนสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ทั้งในการเรียนในโรงเรียนและในชีวิตประจำวัน โดยผ่านการสำรวจความสัมพันธ์ต่างๆ ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และความสัมพันธ์ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งจะทำให้ นักเรียนพบว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ นั้นมีความสัมพันธ์กัน และสามารถช่วยให้พวกเขาเข้าใจวิชาอื่นๆ และชีวิตประจำวันได้อย่างไร นอกจากนี้ยังแสดงให้เห็นว่าวิชาอื่นๆ และความรู้ในชีวิตประจำวันมีประโยชน์ต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างไรอีกด้วย ซึ่งเมื่อนักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาก็จะทำให้นักเรียนมองเห็นถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ มีคุณค่า และสามารถนำไปใช้ได้ในชีวิตจริง และยังส่งผลให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ตามมาอีกด้วย นอกจากนี้กระบวนการเชื่อมโยงยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจภาษาของคณิตศาสตร์ เป็นสะพานเชื่อมโยงสาระหรือความคิดที่ไม่เป็นทางการ ไปสู่ภาษาที่เป็นนามธรรม และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ง่ายต่อการแก้โจทย์ปัญหามากยิ่งขึ้น (NCTM. 1989: 26) ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอน ครูผู้สอนจึงควรบูรณาการสาระต่างๆ เข้าด้วยกันเท่าที่จะเป็นไปได้ โดยเชื่อมโยงเนื้อหาต่างๆ ภายในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และในการแก้ปัญหา รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไป

เชื่อมโยงกับความเป็นอยู่ในชีวิตประจำวัน ครูผู้สอนควรจัดกิจกรรมหรือกำหนดสถานการณ์ปัญหา สอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนเห็นถึงการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มา แก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น เพื่อให้เห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (ทรงชัย อักษรคิด. 2548: 33)

จากเหตุผลดังกล่าวข้างต้น แสดงให้เห็นถึงความสำคัญของการเชื่อมโยงที่มีต่อการเรียน การสอนคณิตศาสตร์ รวมทั้งเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับสมการโดยเฉพาะอย่างยิ่งโจทย์ ปัญหาที่เกี่ยวกับสมการนั้น จำเป็นที่จะต้องใช้ความรู้อื่นๆที่เกี่ยวข้อง ทั้งความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ วิชาอื่น หรือความรู้ทั่วไปที่พบเห็นในชีวิตประจำวันเข้ามาช่วยในการสร้างสมการและการแก้สมการ เพื่อตอบโจทย์ปัญหา การเรียนการสอนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการจึงน่าจะเป็นเนื้อหาหนึ่งที่จะ ช่วยให้นักเรียนได้รู้จักนำความรู้ต่างๆที่เกี่ยวข้อง ทั้งความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ วิชาอื่น และความรู้ ต่างๆที่มีอยู่ในชีวิตประจำวัน มาเชื่อมโยงกับโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่นักเรียนเรียนอยู่ได้เป็น อย่างดี

ดังนั้นผู้วิจัยจึงเกิดแนวคิดในการที่จะสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้ง ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่ ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้ด้วย ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มี ประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นต่อไป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ที่ เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียน การสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ที่เน้นทักษะ การเชื่อมโยง

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ที่เน้น ทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. ได้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงไปปรับใช้กับเนื้อหาที่เกี่ยวกับสมการ ในช่วงชั้นที่ 3
3. ได้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงไปปรับใช้กับเนื้อหาเรื่องอื่นๆ หรือระดับชั้นอื่นๆต่อไป
4. เห็นถึงความสำคัญของการเรียนการสอนที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง อันได้แก่
 - 4.1 การเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์
 - 4.2 การเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น
 - 4.3 การเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนไตรมิตรวิทยาลัย จังหวัดกรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนไตรมิตรวิทยาลัย จังหวัดกรุงเทพมหานคร โดยการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Random Sampling) 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน จากนักเรียนทั้งหมด 7 ห้องเรียน จำนวน 313 คน ซึ่งการจัดห้องเรียนเป็นแบบคละความสามารถ มีนักเรียนที่มีความสามารถในการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อน อยู่ในห้องเดียวกัน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ซึ่งอยู่ในช่วงชั้นที่ 3 ประกอบด้วย

1. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้น (ตัวแปรเดียว)
2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้น (สองตัวแปร)
3. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสอง (ตัวแปรเดียว)
4. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการ (สองตัวแปรที่มีดีกรีไม่เกินสอง)

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้อยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 ซึ่งใช้เวลาในการทดลองทั้งหมด 14 คาบ คาบละ 60 นาที

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ (Independent Variable) ได้แก่ กิจกรรมการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. ตัวแปรตาม (Dependent Variable) ได้แก่ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **กิจกรรมการเรียนการสอน** หมายถึง กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
2. **การเชื่อมโยง** หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์กับความรู้หรือแนวคิดที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือช่วยในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น ซึ่งแบ่งออกเป็น
 - 2.1 การเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์
 - 2.2 การเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น
 - 2.3 การเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน
3. **โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ** หมายถึง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ซึ่งอยู่ในช่วงชั้นที่ 3 ประกอบด้วย
 - 3.1 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้น (ตัวแปรเดียว)
 - 3.2 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้น (สองตัวแปร)
 - 3.3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสอง (ตัวแปรเดียว)
 - 3.4 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการ (สองตัวแปรที่มีดีกรีไม่เกินสอง)
4. **แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน** หมายถึง แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
5. **ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน** หมายถึง คะแนนรวมของนักเรียนที่ได้จากการประเมินผลดังนี้
 - 5.1 การประเมินผลระหว่างเรียนจากใบกิจกรรม และใบงาน มีน้ำหนักคะแนนคิดเป็นร้อยละ 20 ของคะแนนทั้งหมด

5.2 การประเมินผลหลังเรียนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง มีน้ำหนักคะแนนคิดเป็นร้อยละ 80 ของ คะแนนทั้งหมด

6. **นักเรียน** หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนไตรมิตรวิทยาลัย จังหวัดกรุงเทพมหานคร ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน จาก 7 ห้องเรียน มีจำนวนทั้งสิ้น 40 คน

7. **เกณฑ์** หมายถึง คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งคิดเป็นร้อยละ 50 ของ คะแนนเต็ม กล่าวคือ ถ้าผู้เรียนได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ถือว่า ผู้นั้นสอบผ่านเกณฑ์

สมมุติฐานในการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอน เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงสามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3)
 - 1.1 สาระการเรียนรู้
 - 1.2 มาตรฐานการเรียนรู้
 - 1.3 คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3)
2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยง
 - 2.1 ความหมายของการเชื่อมโยง
 - 2.2 จุดมุ่งหมายของการเชื่อมโยง
 - 2.3 คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง
 - 2.4 มาตรฐานของทักษะการเชื่อมโยง
 - 2.5 ทิศทางของคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา
 - 2.6 การเชื่อมโยงในลักษณะต่างๆ
 - 2.7 การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยง
 - 2.8 แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยง
 - 3.1 งานวิจัยต่างประเทศ
 - 3.2 งานวิจัยในประเทศ
4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 4.1 ความหมายของโจทย์ปัญหา
 - 4.2 ประเภทของโจทย์ปัญหา
 - 4.3 กระบวนการแก้โจทย์ปัญหา
 - 4.4 ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี
 - 4.5 ประโยชน์ที่ได้จากการแก้โจทย์ปัญหา
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 5.1 งานวิจัยต่างประเทศ
 - 5.2 งานวิจัยในประเทศ

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3)

1.1 สาระการเรียนรู้

สาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

สาระที่ 2 การวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

1.2 มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐานการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนมีดังนี้

สาระที่ 1 : จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 : เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 : เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.3 : ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.4 : เข้าใจในระบบจำนวน และสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

สาระที่ 2 : การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 : เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 : วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้

มาตรฐาน ค 2.3 : แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

สาระที่ 3 : เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 : อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติ และสามมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2 : ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหาได้

สาระที่ 4 : พืชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 : อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่างๆได้

มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลอง ทางคณิตศาสตร์อื่นๆแทนสถานการณ์ต่างๆได้ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

สาระที่ 5 : การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 : เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

มาตรฐาน ค 5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติ และความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็น ในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 : ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็น ช่วยในการ ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6 : ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.2 : มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐาน ค 6.3 : มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 6.4 : มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทาง คณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆได้

มาตรฐาน ค 6.5 : มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

1.3 คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3)

1.3.1 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถคำนวณเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของ จำนวนจริง และสามารถนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

1.3.2 สามารถนึกภาพและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติ จากภาพสอง มิติ มีความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตร สามารถเลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่างๆเกี่ยวกับ ความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ใน ชีวิตจริงได้

1.3.3 มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของ รูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการ ให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้

1.3.4 มีความเข้าใจเบื้องต้นเกี่ยวกับการแปลง (Transformation) ทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้

1.3.5 สามารถวิเคราะห์แบบรูป สถานการณ์ หรือปัญหา และสามารถใช้สมการ อสมการ กราฟ หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆในการแก้ปัญหาได้

1.3.6 มีความเข้าใจเกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถาม กำหนดวิธีการศึกษา และเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสมได้ สามารถนำเสนอข้อมูล รวมทั้งอ่าน แปล ความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลจากการนำเสนอข้อมูลต่างๆ สามารถใช้ความรู้ในการพิจารณา ข้อมูลข่าวสารทางสถิติ ตลอดจนเข้าใจถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ

1.3.7 มีความเข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่างๆได้

1.3.8 มีความเข้าใจเกี่ยวกับการประมาณค่า และสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

1.3.9 มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น สามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย และใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม สามารถให้เหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่า การเชื่อมโยงเป็นทักษะที่สำคัญทักษะหนึ่งซึ่งถูกบรรจุอยู่ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3) ผู้วิจัยจึงมีแนวคิดในการที่จะสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อให้สอดคล้องและบรรลุผลตามสาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ และคุณภาพของผู้เรียนในหลักสูตรข้างต้น

2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยง

2.1 ความหมายของการเชื่อมโยง

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics: NCTM) (NCTM. 1991: 102) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยง (Connections) ไว้ว่า การเชื่อมโยง หมายถึง การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งแบ่งออกเป็น

2.1.1 การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกันไปสัมพันธ์กันให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยนักเรียนให้ทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชา รวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนรู้ของผู้เรียนมีความหมาย

2.1.2 การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่างๆตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไปภายใต้หัวข้อที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคม กีฬา หรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจ และทักษะในวิชาต่างๆมากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้ง และตรงกับสภาพชีวิตจริง

กล่าวโดยสรุป การเชื่อมโยง หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์กับความรู้หรือแนวคิดที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือช่วยในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น ซึ่งแบ่งออกเป็น การเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

2.2 จุดมุ่งหมายของการเชื่อมโยง

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics: NCTM) (NCTM. 1991) ได้กล่าวว่า เหตุผลที่สนับสนุนการเชื่อมโยงวิชาหนึ่งเข้ากับวิชาอื่นๆในการสอน เช่น การเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์และภาษาไทย การเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับสังคมศึกษา การเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับศิลปะ ฯลฯ ก็คือ สิ่งที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงไม่ได้จำกัดว่าจะเกี่ยวข้องกับสาขาวิชาใดวิชาหนึ่ง โดยเฉพาะตัวอย่างเช่น การเกิดอุทกภัย ซึ่งเป็นเหตุการณ์เดียว แต่ก่อให้เกิดผลกระทบหลายอย่าง เช่น บ้านเรือนไร่นาเสียหาย ธุรกิจหยุดชะงัก โรงเรียนและสถานที่ทำงานต่างๆต้องหยุดทำงาน ก่อให้เกิดความเดือดร้อนหลายประการ ในการแก้ปัญหาต่างๆเหล่านี้ เราจำเป็นต้องใช้ความรู้และทักษะจากหลายวิชามาร่วมกันแก้ปัญหาสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง

การจัดการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดความสัมพันธ์เชื่อมโยงระหว่างความคิดรวบยอดในศาสตร์ต่างๆจะทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย การเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ไม่จำเป็นว่าความคิดรวบยอดจะต้องแยกจากความคิดรวบยอดในวิชาอื่นๆ ไม่ว่าจะเป็นวิชาวิทยาศาสตร์ ภาษา หรือสังคมศึกษา เนื้อหาและกระบวนการเรียนในวิชาหนึ่งอาจช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในวิชาอื่นดีขึ้นได้ การสอนที่สัมพันธ์เชื่อมโยงความคิดรวบยอดจากหลายๆสาขาวิชาเข้าด้วยกันมีประโยชน์หลายอย่าง ที่สำคัญที่สุดคือ ช่วยให้เกิดการถ่ายโอนการเรียนรู้ (Transfer of Learning) ระหว่างสิ่งที่เรียนเข้ากับชีวิตจริงได้ ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจว่า สิ่งที่ตนเรียนมีประโยชน์ หรือพร้อมที่จะนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้

กล่าวโดยสรุป การเชื่อมโยงจะทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย ช่วยให้เกิดการถ่ายโอนการเรียนรู้ระหว่างสิ่งที่เรียนกับชีวิตจริง ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเห็นถึงคุณค่าและความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์

2.3 คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง

เคนเนดี และ ทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1944: 194-198) ได้กล่าวถึงการเชื่อมโยงไว้ดังนี้ การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญ นักเรียนจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เป็นรูปธรรม ได้แก่ รูปภาพ แผนภาพ สัญลักษณ์ และมโนคติ กับกระบวนการรวมเนื้อหา และวิธีการต่างๆทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน และจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

การเชื่อมโยงควรสร้างให้เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอในระหว่างการเรียนการสอน คือให้นักเรียนปฏิบัติงานหรือทำกิจกรรมแล้วแปลงกิจกรรมเหล่านั้นออกมาเป็นรูปภาพ แผนภาพ แผนภูมิ แผนผัง กราฟ และสัญลักษณ์ต่างๆ ตัวอย่างเช่น นักเรียนในชั้นเรียนเกรด 3 ครูได้สอนให้นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงระหว่าง “ลูกกอล์ฟ” กับ เศษส่วน เพื่อให้นักเรียนในชั้นเรียนนั้นได้รู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงด้วยปัญหา “ลูกกอล์ฟ”

การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆและกับชีวิตจริงเกิดขึ้นได้มากมาย ครูสามารถให้นักเรียนปฏิบัติงานที่จะเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา ศิลปะ งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร และกิจกรรมในวิชาต่างๆ

ตัวอย่างต่อไปนี้จะแสดงถึงวิธีที่ครูจะสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์ต่างๆและสังคมรอบตัว ด้วยการให้นักเรียนทำโครงการที่บางโครงการอาจให้ร่วมกันทำทั้งชั้นรายบุคคล หรือทำโดยกลุ่มย่อย ดังนี้

2.3.1 คณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ เช่น

2.3.1.1 การจดบันทึกอุณหภูมิ ความเร็วลม และแรงดันอากาศ

- 2.3.1.2 การส่งมนุษย์ไปดวงจันทร์
- 2.3.1.3 การโคจรของดาวเคราะห์
- 2.3.1.4 การกำหนดมาตรฐานและการสร้างแบบจำลองของระบบสุริยะจักรวาล
- 2.3.2 คณิตศาสตร์กับสังคมศึกษา
 - 2.3.2.1 นาฬิกาน้ำและนาฬิกาทราย
 - 2.3.2.2 การสร้างพีระมิดในอียิปต์
 - 2.3.2.3 ศึกษาการออกแบบพรม ถ้วยชามและตะกร้าที่ใช้หลักการสมมาตร และรูปทรงลูกบาศก์ของชาวอินเดียนแดงทางตะวันตกเฉียงใต้ของสหรัฐอเมริกา
 - 2.3.2.4 การแยกประเภทของอาชีพต่างๆ เป็นอาชีพที่มีรูปแบบและไม่มีรูปแบบ เช่น นักวิจัย ผู้ให้บริการ คนงานโรงงาน ทหาร และปศุสัตว์
 - 2.3.2.5 การเปรียบเทียบส่วนที่สูงที่สุดและต่ำที่สุด เช่น จุดที่สูงที่สุดของพื้นโลก กับจุดที่ต่ำที่สุดของก้นทะเล
- 2.3.3 คณิตศาสตร์กับศิลปะ
 - 2.3.3.1 การวัดกระดาษเพื่อติดขอบผนัง
 - 2.3.3.2 การกำหนดมาตราส่วนจากละครในชั้นเรียน วัดและเตรียมกระดาษสร้างฉาก
 - 2.3.3.3 การวาดภาพทิวทัศน์ต่างๆ
- 2.3.4 คณิตศาสตร์กับสุขศึกษา
 - 2.3.4.1 การวัดความสูงของนักเรียน บันทึกผลในรูปตารางและกราฟ
 - 2.3.4.2 การหาปริมาณแคลอรีจากการอ่านฉลากข้อมูลโภชนาการข้างกล่องผลิตภัณฑ์
 - 2.3.4.3 การวัดระดับคลอเรสเตอรอล
- 2.3.5 คณิตศาสตร์กับการอ่านและศิลปะทางภาษา
 - 2.3.5.1 การหารูปแบบของคำ การแยกประเภทของคำ
 - 2.3.5.2 การวิจัยรากศัพท์ของภาษาคณิตศาสตร์
 - 2.3.5.3 การวิจัยและเขียนเรื่องราวของนักคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียง
 - 2.3.5.4 จำนวนและความงามของตัวเลข
 - 2.3.5.5 การวิเคราะห์ข้อความเพื่อบอกจำนวนพยัญชนะ (เรื่องนี้สามารถเชื่อมโยงกับรายการเกมโชว์ทางโทรทัศน์ของสหรัฐอเมริกาที่ชื่อ Wheel of Fortune)

2.3.6 คณิตศาสตร์กับพลศึกษา

2.3.6.1 การนับจำนวนรอบของการกระโดดเชือก

2.3.6.2 การตัดสินว่ากีฬาโอลิมปิกเป็นการแข่งขันที่มีขนาดใหญ่หรือไม่

2.3.6.3 การจัดวางพื้นที่การเล่น

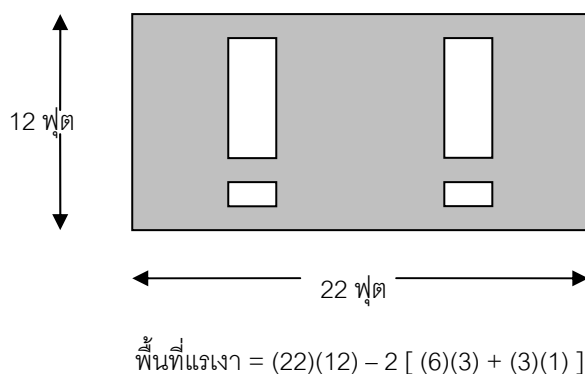
2.3.6.4 การจับเวลาการแข่งขัน

คณิตศาสตร์กับโลกปัจจุบันเชื่อมโยงกันในหลายๆด้าน จากบทความในหนังสือพิมพ์หรือนิตยสาร ไม่ว่าจะเป็นทางด้านธุรกิจ แนวโน้มทางเศรษฐกิจ สภาพอากาศ และข้อมูลทางวิทยาศาสตร์ การรายงานพิเศษทั้งในรูปแบบบทความและภาพข่าว แผนผังการเดินทางที่ท่าเรือ สถานีรถไฟ และสนามบิน ล้วนให้ข้อมูลที่เป็นคณิตศาสตร์เพื่ออำนวยความสะดวกแก่ผู้คนที่สัญจร ปัญหาทางเศรษฐกิจ ปัญหาการจัดการขยะและมลพิษที่เกิดจากรถยนต์ ของเสียจากโรงงาน ได้ทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับการดำรงชีวิตในปัจจุบัน ครูจึงควรสอนโดยบูรณาการคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆหรือกับปัญหาในชีวิตจริงที่เกิดขึ้นในแต่ละวัน

ดังนั้นนักเรียนจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงเนื้อหาต่างๆในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อจะได้บูรณาการเนื้อหาทั้งหมด ครูจะประสบความสำเร็จเมื่อทำให้นักเรียนสามารถสร้างการเชื่อมโยงมโนคติของเนื้อหาต่างๆเข้าด้วยกัน เช่น เศษส่วนและทศนิยมกับเรื่องของเปอร์เซ็นต์ การคูณกับการบวก การหารกับการลบ และนำการวัดไปใช้ในเรขาคณิต นักเรียนต้องรู้จักเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงได้

ดอสเซย์ และคนอื่นๆ (Dossey; et al. 2002: 81-83) กล่าวถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า ความเข้าใจในคณิตศาสตร์สร้างขึ้นได้ทันทีขณะเกิดการเรียนรู้ โดยสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้ที่ส่วนหนึ่งเคยเรียนรู้มาแล้ว นักเรียนที่สามารถเชื่อมโยงมโนคติทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลายจะพัฒนาความเข้าใจในคณิตศาสตร์ได้มากยิ่งขึ้น การเชื่อมโยงทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหา และสามารถทำการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้คล่องแคล่วขึ้นนอกเหนือจากการใช้เครื่องมืออื่นๆในการแก้ปัญหา มโนคติหรือเนื้อหาในคณิตศาสตร์ที่มีการเชื่อมโยงจะช่วยให้ให้นักเรียนมองคณิตศาสตร์แบบบูรณาการ เราเคยแยกวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาย่อยๆ เช่น เรียน Pre-Algebra แล้วมาเรียนพีชคณิต และเรขาคณิต ตามลำดับ ทำให้นักเรียนมองวิชาคณิตศาสตร์ไม่สัมพันธ์กัน แม้ว่าคอร์สเรียนก่อนหน้าจะเป็นพื้นฐานความเข้าใจในคณิตศาสตร์ระดับสูง การแยกเนื้อหาออกจากกันทำให้นักเรียนไม่สามารถสร้างการเชื่อมโยงที่ทำให้เข้าใจภาพรวมทางคณิตศาสตร์ การเรียนที่เน้นการเชื่อมโยงจะทำให้นักเรียนสร้างความรู้สึก (Sense) และเป็นการสร้างรากฐานอันแข็งแกร่งในการเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป

สมบัติการแจกแจงนับเป็นตัวอย่างที่ดีของมโนคติทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงหลายเนื้อหาเข้าด้วยกัน สมบัติการแจกแจงแสดงบทบาทสำคัญในเรื่อง การคูณจำนวนเต็มบวก การคูณที่ตัวคูณมีเลขโดดถึง 3 ตัว เช่น 8×172 ทำให้ง่ายขึ้นโดยใช้สมบัติการแจกแจงเป็น $(8 \times 100) + (8 \times 70) + (8 \times 2)$ นอกจากนี้สมบัติการแจกแจงยังช่วยนักเรียนในการหาพื้นที่แรเงาที่แสดงในภาพประกอบ 1 (Dossey; et al. 2002: 82) นอกจากนี้ สมบัติการแจกแจงไม่ได้ใช้แยกตัวประกอบและแทนค่าในประโยคพีชคณิตเท่านั้น แต่ยังนำไปใช้กับผลคูณเชิงสเกลาร์ในเวกเตอร์และเมตริกซ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ขั้นสูง ซึ่งครูสามารถช่วยให้นักเรียนเชื่อมโยงเพื่อให้เกิดความเข้าใจคณิตศาสตร์ในภาพกว้างได้



ภาพประกอบ 1 แสดงการใช้สมบัติการแจกแจงหาพื้นที่แรเงา

นักเรียนต้องรู้จักและเริ่มสร้างการเชื่อมโยงตั้งแต่ระดับประถมศึกษา ครูอาจชี้แนะให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงเรขาคณิตในระบบพิกัดฉาก โดยให้พิสูจน์ว่า เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานตัดแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน และสามารถใช่วิธีการหาจุดกึ่งกลางของเส้นทแยงมุมทั้งสองเพื่อพิสูจน์ข้อความดังกล่าว

ครูสามารถแนะนำกระบวนการเชื่อมโยงกับมโนคติของเรื่องที่เคยเรียนมาแล้ว เช่น การสำรวจลำดับฟีโบนัชชี (Fibonacci Sequence) $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$ สามารถเชื่อมโยงกับแบบรูปและฟังก์ชันก่อกำเนิด เมื่อสำรวจต่อไป ก็จะนำความรู้ไปสู่เรื่องอัตราส่วนทอง สี่เหลี่ยมมุมฉากทอง และ ประยุกต์เข้ากับงานศิลปะ โลกของการออกแบบ การเชื่อมโยงกับวิชาต่างๆ และสิ่งรอบตัวเป็นการช่วยส่งเสริมการเรียนคณิตศาสตร์

กล่าวโดยสรุป ความเข้าใจในคณิตศาสตร์สามารถสร้างขึ้นได้ทันทีขณะเกิดการเรียนรู้ โดยสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้ที่ส่วนหนึ่งเคยเรียนรู้มาแล้ว นักเรียนที่สามารถ

เชื่อมโยงมโนคติทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลาย จะพัฒนาความเข้าใจในคณิตศาสตร์ได้มากยิ่งขึ้น ดังนั้นครูจึงควรจัดการเรียนการสอน เพื่อทำให้นักเรียนสามารถสร้างการเชื่อมโยงระหว่างมโนคติต่างๆทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

2.4 มาตรฐานของทักษะการเชื่อมโยง

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics) (NCTM. 2000: 64-66) ได้กำหนดมาตรฐานของทักษะการเชื่อมโยง (Connection Standard) ไว้ดังนี้

โปรแกรมการสอนตั้งแต่ชั้นอนุบาลถึงเกรด 12 มุ่งให้นักเรียนสามารถ

2.4.1 ตระหนักและรู้จักเชื่อมโยงความรู้ต่างๆในคณิตศาสตร์

ความคิดที่ว่าคณิตศาสตร์สามารถเชื่อมโยงกันได้ ควรสอดแทรกอยู่ในการเรียนการสอนในโรงเรียนทุกระดับชั้น การให้ประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์กับเด็กในครั้งแรกที่เข้ามาในโรงเรียนไม่ควรแยกเป็นเรื่องราว แต่ควรรวมคณิตศาสตร์เข้ากับหลายๆเหตุการณ์ ซึ่งเด็กสามารถเรียนรู้และจดจำแบบรูปของคณิตศาสตร์จากจังหวะดนตรีเพลงที่ร้อง รูปหกเหลี่ยมในวงผึ้ง นับจำนวนครั้งที่กระโดดเชือกได้ เมื่อขึ้นไปเรียนในระดับเกรด 3-5 กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรเป็นนามธรรมมากยิ่งขึ้น ซึ่งจะเริ่มเห็นการเชื่อมโยงระหว่างการดำเนินการทางเลขคณิต ตัวอย่างเช่น การคูณเป็นเหมือนการบวกจำนวนที่ซ้ำกัน รู้ว่าการดำเนินการทางคณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ในเหตุการณ์ต่างๆ ซึ่งจะเป็นการซึมซับความเป็นนามธรรมของคณิตศาสตร์ ในระดับเกรด 6-8 นักเรียนควรมองคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่เชื่อมโยงความรู้ถึงกัน ภูเขาสำคัญอยู่ที่การรู้จักเชื่อมโยงความรู้ต่างๆด้วยตนเอง ทั้งเรื่องจำนวนตรรกยะ สัดส่วน และ ความสัมพันธ์เชิงเส้น ควรสอดแทรกเข้ามาในกิจกรรมการเรียนการสอนทุกครั้ง ในเกรด 9-12 นักเรียนไม่เพียงต้องเรียนรู้ถึงลักษณะของการเชื่อมโยง แต่ต้องสามารถยังรู้ที่จะนำความรู้หนึ่งไปแก้ปัญหาลักษณะต่างๆได้ ตลอดการเรียนตั้งแต่ระดับชั้นอนุบาลถึงเกรด 12 นักเรียนควรถามตนเองว่า “ปัญหานี้หรือคณิตศาสตร์เรื่องนี้ เหมือนกับปัญหาอื่นๆหรือเรื่องอื่นที่เคยเรียนมาก่อนหรือไม่ อย่างไร” การเชื่อมโยงเป็นการสร้างแนวคิดใหม่ๆขยายจากคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาแล้ว เรียนรู้ในการเตรียมตัวรับความรู้ใหม่ นักเรียนระดับประถมศึกษา รู้จักนำเรื่องการลบจำนวนเต็มบวกมาโยงเข้ากับการลบทศนิยมและเศษส่วน นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นตระหนักและรู้จักวิธีนำเสนอการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่มีแนวคิดเดียวกัน เช่น อัตราส่วนใช้ในการนำเสนออัตราการผลิตเพื่อหาความเอียงหรือความชันของเส้นตรง นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายรู้จักเชื่อมโยงแนวคิดในพีชคณิตและเรขาคณิต เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลางและเส้นรอบวงของวงกลม

ทำการทดลองโดยนำวงกลมขนาดต่างๆหลายๆรูปมาวัดความยาวของเส้นรอบวงและเส้นผ่านศูนย์กลาง นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นอาจจะนำข้อมูลมาเขียนกราฟ 2 ตัวแปร เส้นรอบวง (c) และเส้นผ่านศูนย์กลาง (d) จะได้แนวเส้นตรงผ่านจุด (0,0) และอัตราส่วนของ c/d คงที่ เมื่อเฉลี่ยค่าของ c/d ที่ได้ จะได้ค่าอยู่ระหว่าง 3.1 และ 3.2 ซึ่งเป็นค่าประมาณของ π ปัญหานี้ได้นำแนวคิดในเรื่องของการวัด การวิเคราะห์ข้อมูล เรขาคณิต พีชคณิต และจำนวน มาใช้

2.4.2 เข้าใจคณิตศาสตร์ว่าเชื่อมโยงกันได้อย่างไร และนำความรู้หนึ่งไปสร้างความรู้ใหม่ที่เกี่ยวข้องกันได้

การส่งเสริมประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่โรงเรียนของนักเรียนนั้นจะทำให้ความสามารถในการเห็นส่วนที่เกี่ยวข้องกันได้ทางคณิตศาสตร์มีเพิ่มขึ้น นักเรียนในระดับชั้นอนุบาลถึงเกรด 2 จะได้ตระหนักในเรื่องการนับ รู้จักจำนวนและสัญญาณของวัตถุต่างๆ นักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาจะได้ค้นหาการดำเนินการทางเลขคณิตแบบต่างๆ และนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นจะได้ค้นหาตัวอย่างของจำนวนตรรกยะ รู้จักการสร้างสัดส่วนและความสัมพันธ์เชิงเส้น ส่วนนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจะได้ค้นหาการเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์ในเรื่องต่างๆ ดังตัวอย่าง พีระมิดสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ถูกตัดยอดสามารถนำมาเป็นแนวทางในการหาสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูได้

2.4.3 ตระหนักและรู้จักประยุกต์คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

ในการเรียนคณิตศาสตร์ควรได้ทำงานเกี่ยวกับปัญหาในวิชาอื่นๆบ้าง การเชื่อมโยงสามารถทำได้กับวิชาอื่นๆที่เป็นชีวิตประจำวันของนักเรียน ตั้งแต่ระดับชั้นอนุบาลถึงเกรด 2 นักเรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานที่มีการเชื่อมโยงกับชีวิตจริง นักเรียนในระดับชั้นเกรด 3 ถึงเกรด 5 ควรจะได้เรียนการประยุกต์ของคณิตศาสตร์ที่สำคัญกับวิชาอื่นๆ และขยายเพิ่มเติมขึ้นไปอีกในระดับชั้นเกรด 6 ถึง เกรด 8 และในระดับชั้นเกรด 9 ถึงเกรด 12 ควรจะได้ใช้คณิตศาสตร์ไปอธิบายปัญหาประยุกต์ซับซ้อนขึ้น การให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ด้วยการให้งานถือเป็นเรื่องสำคัญ คณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ในวิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ ภาษาศาสตร์ และ บริหารธุรกิจ การเชื่อมต่อคณิตศาสตร์เข้ากับวิทยาศาสตร์ไม่ได้ทำแค่เฉพาะเนื้อหาแต่ยังรวมถึงกระบวนการ เนื้อหาและกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ได้นำไปประยุกต์ให้เข้ากับการเรียนคณิตศาสตร์ ดังในมาตรฐานการศึกษาวิทยาศาสตร์แห่งชาติ (National Science Education Standards) ที่ระบุไว้ใน 1 ปี โรงเรียนประถมศึกษาจะต้องสอนวิชาวิทยาศาสตร์เรื่องอากาศ การนำคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงกับกิจกรรมการสอนนี้ทำได้หลากหลาย เช่น นักเรียนอาจจะออกแบบเครื่องมือหรืออุปกรณ์วัดสภาพอากาศ วางแผนการจัดการและสื่อสารข้อมูล ตัวอย่างของการประยุกต์คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ได้แก่ เรื่องที่นักเรียนเกรด 11 ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

แห่งหนึ่งได้ไปฝึกงานกับบริษัทซีวีเอสคอปอเรชัน ซึ่งกำลังขยายงานด้วยการตั้งสาขาใหม่ในย่านบอสตัน จากข้อมูลที่ว่า บริษัทไม่ได้คำนึงถึงแต่เฉพาะยอดขายที่จะได้ในอนาคตในการหาทำเลที่ตั้งร้านเท่านั้น ทีมงานของนักเรียนได้รับความช่วยเหลือให้คำปรึกษา จากผู้เชี่ยวชาญด้านการบริหารของบริษัท นักเรียนได้ทำการวิเคราะห์สถิติ ข้อมูลประชากร และข้อมูลทางเศรษฐกิจ ที่ทำให้ทราบถึงอุปสรรคทางการตลาด นักเรียนได้ทำงานกับพนักงานของบริษัท และร่วมประเมินถึงความเป็นไปได้ของทำเลที่ตั้งสาขาแห่งใหม่ นักเรียนได้ทำงานกับสถาปนิกในการออกแบบตัวร้าน และทำงานร่วมกับนักบัญชีในการวางแผนในเรื่องการเงิน

กล่าวโดยสรุป มาตรฐานการเชื่อมโยงของ NCTM ต้องการให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่างๆภายในวิชาคณิตศาสตร์ เข้าใจถึงความเกี่ยวข้องของความรู้ที่เชื่อมโยงถึงกันได้ ในวิชาคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และเห็นถึงการเชื่อมโยงระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่างๆในชีวิตประจำวันได้

2.5 ทิศทางของคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics) (NCTM. 2000: 360) ได้กล่าวถึงทิศทางของคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษาไว้ว่า จะต้องเป็น

2.5.1 การเชื่อมโยงระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นๆ

2.5.2 การใช้ปัญหาในชีวิตจริงเป็นเนื้อหาในการพัฒนาวิชาคณิตศาสตร์

2.5.3 การเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์กับหัวข้อที่เกี่ยวข้องกัน ที่แตกต่างจากการสอนแบบเดิม

2.5.4 การเชื่อมโยงที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาใหม่ในวิชาคณิตศาสตร์ เป็นทฤษฎีโวลวน (Chaos Theory)

2.5.5 การพัฒนาและเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ตามสภาพจริงผ่านการเชื่อมโยง มากกว่าที่จะแสดงวิธีการแก้ปัญหาย่างง่าย ๆ

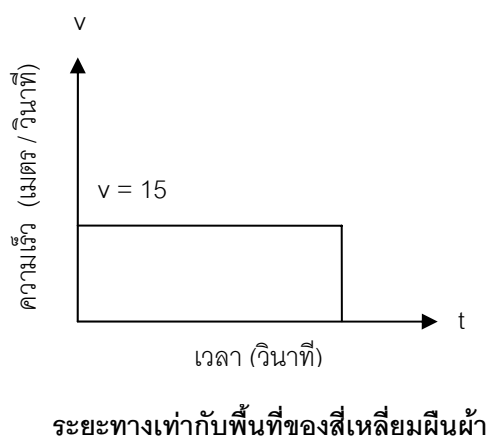
กล่าวโดยสรุป ทิศทางของคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษามุ่งให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่างๆภายในวิชาคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นๆ และเชื่อมโยงระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

2.6 การเชื่อมโยงในลักษณะต่างๆ

2.6.1 การเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์

หัวข้อต่างๆในวิชาคณิตศาสตร์นั้นแม้ว่าจะมีความเกี่ยวข้องกัน แต่นักเรียนส่วนใหญ่มักล้มเหลวในการหาว่าหัวข้อที่เรียนในแต่ละขอบเขตเนื้อหานั้นสามารถนำไปใช้ทำความเข้าใจใน

ขอบเขตอื่นๆ ซึ่งบทบาทสำคัญของครูในการสอนคณิตศาสตร์คือ การช่วยให้นักเรียนสามารถมองเห็นการบูรณาการของหัวข้อต่างๆได้ทั้งหมด นักเรียนที่มีความสามารถในการเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อต่างๆในวิชาคณิตศาสตร์ได้จะมีความเข้าใจที่ลึกซึ้ง และนำมาซึ่งความประทับใจต่อคณิตศาสตร์ (Buck. 2000: 591-594) ไครส์ (Crites. 1995: 292-297) ได้ยกตัวอย่างความเชื่อมโยงระหว่างพีชคณิตและเรขาคณิต ที่นำมาใช้อธิบายเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างระยะทาง ความเร็ว และเวลา ซึ่งเรขาคณิตจะทำให้นักเรียนมีแนวทางใหม่ในการอธิบายด้วยการแสดงความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระยะทาง ความเร็ว และเวลา ในลักษณะของรูปภาพ ในขณะที่พีชคณิตทำให้นักเรียนได้แสดงความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างระยะทาง ความเร็ว และเวลา ในรูปของสมการ ตัวอย่างเช่น ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ 15 เมตรต่อวินาที ถ้าความเร็วของวัตถุแทนด้วย v เวลาแทนด้วย t และระยะทางแทนด้วย s กราฟที่ใช้นำเสนอมีลักษณะดังภาพประกอบ 2

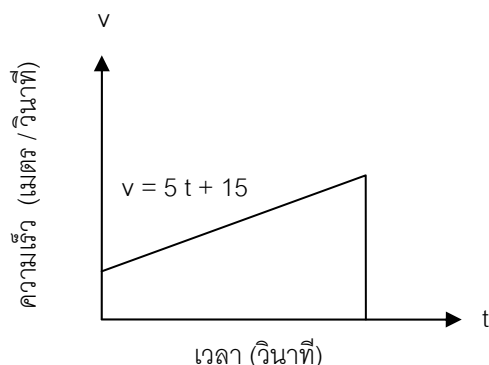


ภาพประกอบ 2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทาง ความเร็ว และ เวลา เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่

จากภาพประกอบ 2 สามารถอธิบายระยะทางของวัตถุในเชิงเรขาคณิตได้ด้วยการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม และสามารถอธิบายระยะทางของวัตถุในเชิงของพีชคณิตด้วยสมการ $s = vt$ เมื่อเวลาผ่านไป 9 วินาที ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้คือ $(15)(9) = 135$ เมตร ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่ โดยเริ่มที่ความเร็ว $5t + 15$ เมตรต่อวินาที เมื่อเวลาผ่านไป 9 วินาที สามารถหาระยะทางในเชิงพีชคณิตโดยใช้สูตร $s = \left(\frac{1}{2}\right)t(v_1 + v_2)$ เมื่อ v_1 แทนความเร็วต้น และ v_2 แทนความเร็วปลาย ดังนั้น $v_1 = 5(0) + 15 = 15$ เมตร/วินาที และ $v_2 = 5(9) + 15 = 60$ เมตร/

วินาที ซึ่งจะได้ระยะทางเท่ากับ $(\frac{1}{2})(9)(15 + 60) = 337.5$ เมตร กราฟแสดงความสัมพันธ์

ระหว่างระยะทาง ความเร็ว และ เวลา มีลักษณะดังภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะทาง ความเร็ว และ เวลา เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่

จากภาพประกอบ 3 แสดงให้เห็นว่าการแปลงระยะทางให้อยู่ในรูปของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูเป็นสิ่งสำคัญ เมื่อสามารถแปลงให้อยู่ในรูปสูตรทั่วไป โดยให้ความเร่งเริ่มต้นที่ความเร็ว $at + b$ เมตรต่อวินาที เมื่อ a และ b เป็นตัวคงที่ หลังจากเวลาผ่านไป t วินาที

$$\text{ระยะทาง } s = \left(\frac{1}{2}\right)t(b + (at + b)) = \left(\frac{1}{2}\right)t(at + 2b) = \left(\frac{1}{2}\right)at^2 + bt \quad \text{ซึ่งในความเป็นจริงแล้ว}$$

ระยะทางสามารถอธิบายในเชิงพีชคณิตได้ด้วยสมการกำลังสองของเวลา ผลลัพธ์อยู่ในรูปกราฟพาราโบลา

จากตัวอย่างที่กล่าวมา แสดงให้เห็นถึงความสำคัญที่ควรเน้นความเชื่อมโยงของหัวข้อต่างๆที่มีอยู่ในคณิตศาสตร์ ซึ่งควรติดตามประวัติของการพัฒนาคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ในปัจจุบัน ควบคู่กับปูพื้นฐานความคิดรวบยอดที่จะส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียนในอนาคต

2.6.2 การเชื่อมโยงระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น

การเรียนการสอนในโรงเรียนนั้นแสดงให้เห็นว่าโลกถูกแบ่งออกเป็นวิชาต่างๆ แต่ในความเป็นจริงชีวิตประกอบขึ้นจากส่วนต่างๆมากมายและเชื่อมโยงกัน ดังนั้นเมื่อโรงเรียนแบ่งประสบการณ์ออกเป็นวิชาต่างๆ นักเรียนจึงเริ่มมีความรู้สึกและมีความเชื่อต่อคณิตศาสตร์ในทางลบ ดังนั้นเพื่อให้การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นที่น่าสนใจของนักเรียน ครูจึงควรมีบทบาทสำคัญในการช่วยให้นักเรียนสามารถมองเห็นความเชื่อมโยงระหว่างวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆที่เรียนในโรงเรียน เช่นที่ บาลาส (Balas. 2002: Online) ได้กล่าวถึงความเชื่อมโยงระหว่าง

คณิตศาสตร์กับการอ่านว่า ตัวอักษร สัญลักษณ์ และจำนวน เป็นวิธีเริ่มแรกในการสื่อสารในโลก ซึ่งทำให้เกิดการเชื่อมโยงโดยธรรมชาติในการผสมผสานระหว่างการอ่านและคณิตศาสตร์ในหลักสูตรของโรงเรียน การอ่านตัวอักษรในรูปของคำเป็นวัตถุเชิงสัญลักษณ์เป็นการอ้างเหตุผลและการกระทำซึ่งในคณิตศาสตร์คือ สัญลักษณ์ที่เป็นจำนวน รูปแบบหรือความสัมพันธ์ การแสดงออกทั้งในลักษณะของคำและจำนวนเป็นพื้นฐานในการประมวลข้อมูลต่างๆ สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics. 1989; อ้างอิงมาจาก Balas. 2002: Online) กล่าวถึงการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับการอ่านว่า ในระดับอนุบาลถึงเกรด 4 คณิตศาสตร์สามารถคิดโดยผ่านภาษา นักเรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย ครูสามารถช่วยด้วยการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สื่อสารและพูดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (Talk Math) กับเพื่อนๆ นอกจากนั้นแล้ว นักเรียนสามารถใช้การเชื่อมโยงในการสร้างความรู้เรียนรู้แนวทางใหม่ๆ เพื่อที่จะคิดเกี่ยวกับแนวคิด ความชัดเจนของการคิด และการสื่อสารเกี่ยวกับปัญหา ในระดับเกรด 5 ถึง เกรด 8 ความเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับการอ่านคือ นักเรียนใช้ทักษะการอ่าน การฟัง และการมองดู ในการแปลความและประเมินแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ส่วนในระดับเกรด 9 ถึง 12 นักเรียนสามารถใช้ทักษะต่างๆ เพื่อแปลความหมายของข้อมูลและสถิติต่างๆ ในการพิจารณาประเด็นทางสังคม นอกจากนั้นแล้ว การอ่านหนังสือเรียน อ่านหนังสือโฆษณาหรือหัวข้อในหนังสือพิมพ์ เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมรับรู้และแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อมูล การอ่านสามารถเตรียมข้อมูลสำหรับให้นักเรียนประยุกต์ใช้ในทักษะทางคณิตศาสตร์ นักเรียนที่เป็นผู้รู้คณิตศาสตร์บางครั้งก็เป็นผู้รู้การอ่านด้วย คณิตศาสตร์เป็นมากกว่าตัวเลขในขณะที่การอ่านเป็นมากกว่าตัวอักษรด้วย การเป็นผู้รู้หมายถึงการจัดวางจำนวนไปสู่บริบททางสังคมอย่างมีความหมายในชีวิตประจำวัน

มาร์ควิทช์ (Malkevitch. 2003: Online) กล่าวถึงความเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศิลปะว่า เป็นที่น่าประหลาดใจว่ามีความเกี่ยวพันกันอย่างมากมายระหว่างคณิตศาสตร์กับศิลปะสาขาต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นดนตรี การเต้นรำ การวาดภาพ สถาปัตยกรรม และการปั้น จนถือได้ว่าคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือของศิลปะ ศิลปินใช้การรับรู้หรือการรับรู้เชิงเส้นตรงมาเพิ่มความสมจริงสมจังในการนำเสนอของพวกเขา ซึ่งการรับรู้เชิงเส้นตรงเป็นสาขาหนึ่งของเรขาคณิตที่รู้จักกันในชื่อของ Descriptive Geometry ที่กล่าวเกี่ยวกับการนำเสนอวัตถุ 3 มิติในลักษณะ 2 มิติ การนำเสนอวัตถุ 2 มิติบนกระดาษหรือจอคอมพิวเตอร์ เป็นเทคนิคที่สำคัญมากในทางวิศวกรรม สถาปัตยกรรม และ นกออกแบบ เช่น ในการออกแบบยานอวกาศลำหนึ่งนั้น ต้องใช้รูปวาดจำนวนนับหมื่นรูป ซึ่ง Descriptive Geometry จะช่วยศิลปิน นักออกแบบ ภูมิมาตร หรือ สถาปนิก ในการนำเสนอวัตถุ 3 มิติบนพื้นราบ

2.6.3 การเชื่อมโยงระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

จากการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันของนักเรียนของไคล์และคณะ (Kyle; et al. 2001: 80-86) โดยนำข้อมูลที่ได้จากการเข้าไปเยี่ยมครอบครัวของนักเรียน เพื่อศึกษารูปแบบของสิ่งที่ครอบครัวของนักเรียนสนใจและทักษะการปฏิบัติของแต่ละครอบครัวซึ่งเกี่ยวกับขั้นตอนการทำเกษตร การเลี้ยงสัตว์ การฝีมือ การดูทีวี การทำอาหาร หลังจากนั้น ได้นำข้อมูลที่ได้มาพัฒนาเป็นปัญหาที่มีความหลากหลายและมีขั้นตอนในการแก้ปัญหาหลายขั้นตอน เช่น

รายการอาหาร	เนยที่ต้องใช้
Sugar Cookies	$\frac{1}{4}$ ถ้วย
Hermit Cookies	1 ถ้วย
No-bake Cookies	$\frac{1}{2}$ ถ้วย
Hula Cake Icing	$\frac{1}{2}$ ถ้วย
Fruit Crunt	$\frac{1}{2}$ ถ้วย
- ถ้าต้องการทำอาหารทุกอย่างนักเรียนต้องใช้เนยเท่าไร - ถ้ามีเนยเพียง $1\frac{1}{2}$ ถ้วย นักเรียนจะทำอาหารชนิดใดบ้าง ให้นักเรียนแสดงรายการอาหารที่จะเป็นไปได้ทั้งหมด	

ภาพประกอบ 4 ภาพแสดงอัตราส่วนของเนยที่ใช้ในรายการอาหาร

หลังจากนั้นให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม พบว่า การให้นักเรียนได้ทำงานที่มีความหมาย การให้แก้ปัญหาในสถานการณ์จริง เป็นแนวทางที่ดีที่สุดในการส่งเสริมความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน และนักเรียนจะได้รับการส่งเสริมอย่างสุดความสามารถถ้าการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นได้เชื่อมโยงเข้ากับความเป็นส่วนตัวของพวกเขา ความรู้และทักษะที่ครอบครัวเขาสนใจ นักเรียนจะชอบแก้ปัญหาและสนุกสนานกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ถ้าเป็นปัญหาที่มีความหมายและเกี่ยวข้องกับพวกเขา นอกจากนี้แล้วผู้ปกครองของนักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น จากที่เคยคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องยาก

และช่วยให้ครูผู้สอนสามารถนำความรู้ที่บ้านของนักเรียนมาช่วยส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้น

กล่าวโดยสรุป การเชื่อมโยงมี 3 ลักษณะ ได้แก่ การเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และการเชื่อมโยงระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

2.7 การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยง

กระทรวงศึกษาธิการ (2545: 200-205) กล่าวว่า องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนาการเรียนรู้ทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยง มีดังนี้

2.7.1 มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น

2.7.2 มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่นๆ ที่ต้องการเป็น
อย่างดี

2.7.3 มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยง ระหว่างความรู้และทักษะ/
กระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย

2.7.4 มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างความสัมพันธ์และ
เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องด้วย

2.7.5 มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่หาได้จากแบบจำลองทาง
คณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้และมีพื้นฐานในการที่จะ
นำไปศึกษาต่อ นั้น จำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เช่น การใช้
ความรู้ในเรื่องเซตในการให้คำจำกัดความหรือบทนิยามในเรื่องต่างๆ เช่น บทนิยามของฟังก์ชันใน
รูปของเซต บทนิยามของลำดับในรูปของฟังก์ชัน

นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาในคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยง
คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และใช้ในการแก้ปัญหา เช่น
ในเรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้ในเรื่องเลขยกกำลังและผลบวกของอนุกรม
ในงานศิลปะและการออกแบบบางชนิดก็ใช้ความรู้เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

นอกจากนั้นแล้วยังมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในวิชาชีพบางอย่าง
โดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบสร้างหีบ
ห่อบรรจุภัณฑ์ต่างๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การ
ซื้อขาย การชั่ง ตวง วัด การคำนวณระยะทางและเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการ
ออมเงินไว้ใช้ในชว่บั้นปลายของชีวิต

ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้นำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์กับชีวิตประจำวัน

เพื่อให้ผู้เรียนได้มีการปฏิบัติจริง และมีทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงนี้ ผู้สอนอาจมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้ผู้เรียนไปศึกษาค้นคว้าหาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมนั้น แล้วนำเสนองานต่อผู้สอนและผู้เรียน ให้มีการอภิปรายและหาข้อสรุปร่วมกัน

ตัวอย่างการเชื่อมโยง

กำหนดสถานการณ์ปัญหาดังนี้

บริษัทก่อสร้างดำรงต้องการเช่าที่ดินขนาด 2 ไร่ จำนวน 1 แปลง สำหรับเก็บวัสดุก่อสร้างทางในราคาประหยัด และมีผู้นำที่ดินมาเสนอให้เช่า 2 ราย ดังนี้

นายบุญ เสนอที่ดิน 2 ไร่ 1 งาน คิดราคาเช่าที่ดินทั้งแปลง เดือนละ 7,000 บาท

นางล้วนเสนอที่ดิน 5 ไร่ 3 งาน แบ่งที่ดินให้เช่าได้ โดยคิดค่าเช่าตารางวาละ 100 บาทต่อปี

ถ้าผู้เรียนเป็นเจ้าของบริษัทก่อสร้างดำรง ผู้เรียนจะเช่าที่ดินของใคร เพราะเหตุใด

จากสถานการณ์ปัญหาข้างต้นจะเห็นว่า ผู้เรียนต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณค่าเช่าที่ดิน ต้องคำนึงถึงราคาที่ต้องการประหยัด ต้องใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ การนำเสนอเฉพาะคำตอบจากการคำนวณของผู้เรียนไม่ใช่สิ่งสำคัญที่สุด ผู้สอนจะต้องให้ความสำคัญกับแนวคิดและเหตุผลของผู้เรียนแต่ละคนประกอบด้วย

ตัวอย่างคำตอบและเหตุผลของผู้เรียนอาจเป็นดังนี้

ด.ช. ก่อ ตอบว่าควรเช่าที่ดินของนายบุญ ซึ่งมีค่าใช้จ่ายปีละ 84,000 บาท ($7,000 \times 12 = 84,000$) และได้ที่ดินมากกว่าที่กำหนดไว้อีก 1 งาน

ด.ญ. นิตยา ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนางล้วน ซึ่งคิดค่าเช่า 2 ไร่ หรือ 800 ตารางวา เป็นเงิน 80,000 บาทต่อปี ซึ่งเป็นราคาเช่าที่ถูกลงกว่าที่ดินของนายบุญ

ด.ญ. นุช ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนายบุญ ซึ่งเมื่อคิดค่าเช่าเป็นตารางวาต่อปีแล้ว จะจ่ายเพียงตารางวาละ 93 บาท ($\frac{7,000 \times 12}{900} \approx 93$) ซึ่งถูกกว่าค่าเช่าที่ดินของนางล้วน

ผู้สอนอาจเปิดประเด็นให้ผู้เรียนได้มีการอภิปรายต่อในเรื่องนี้ได้อีก ในประเด็นที่ว่า ในชีวิตจริงแล้ว ก่อนตัดสินใจลงทุนทำกิจการใด ผู้ลงทุนจะไม่พิจารณาเฉพาะค่าเช่าเพียงอย่างเดียว ต้องพิจารณาองค์ประกอบอื่นๆประกอบด้วย เช่น สภาพแวดล้อม ความสะดวกในการเข้าออก ที่ดินอยู่ใกล้หรือไกลจากบริษัท ประเด็นเหล่านี้จะทำให้ผู้เรียนมีความคิดพิจารณาในวงกว้างขึ้น สามารถนำความคิดเช่นนี้ไปประยุกต์ในชีวิตจริงได้ เป็นการส่งเสริมทักษะกระบวนการการให้เหตุผล ความคิดสร้างสรรค์ ส่งเสริมคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมในด้านการคิดอย่างถี่ถ้วนรอบคอบ กล้าแสดงความคิดเห็น และคิดอย่างมีวิจารณญาณอีกด้วย

ในการจัดการเรียนรู้ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีการพัฒนาการเรียนรู้ ผู้สอนควรจัดกิจกรรม หรือให้ปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด สามารถบอกแนวคิดและแสดงเหตุผลได้ ผู้สอนไม่ควรดูเฉพาะคำตอบที่หาได้จากการคำนวณเท่านั้น คำตอบของปัญหาอาจมีมากกว่า 1 คำตอบ ขึ้นอยู่กับ การให้เหตุผลประกอบที่สมเหตุสมผลด้วย

จรรยา ภูอุดม (2545: 23-24) กล่าวถึงการคัดเลือกสถานการณ์ปัญหาเพื่อใช้เป็นสื่อ ในการเรียนรู้ ที่สอดคล้องกับสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนับเป็นแนวทางหนึ่ง ในการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยง ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์แบบองค์รวม มีการบูรณาการเนื้อหา เน้นมโนคติหรือแนวคิดหลัก การสอนคณิตศาสตร์ที่แยกเป็นส่วนๆ ทำให้นักเรียนไม่สามารถสร้างมโนคติที่เป็นภาพรวมและ นำคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ นักเรียนจำนวนมากไม่สามารถสร้างมโนคติที่เป็นภาพรวมจากส่วนย่อยๆได้ แต่จะจำเฉพาะลักษณะที่เป็นส่วนย่อยๆ ในทางตรงข้าม เมื่อมโนคติถูกนำเสนอในลักษณะที่เป็น ภาพรวม นักเรียนจะหาวิธีการสร้างความหมายโดยการแยกภาพรวมออกเป็นส่วนๆเพื่อให้สามารถ มองเห็นและเข้าใจได้ ส่วนการเน้นมโนคติหลักก็เนื่องมาจากจุดประสงค์การเรียนรู้ทุกจุดประสงค์ ไม่ได้มีความสำคัญเท่ากันทั้งหมด บางจุดประสงค์เป็นเพียงกรณีเฉพาะหรือเป็นผลที่ได้โดยอ้อมจาก การเรียนรู้บางจุดประสงค์ นอกจากนี้ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นความสำคัญทุก จุดประสงค์จะทำให้เวลาที่มีในหลักสูตรไม่เพียงพอสำหรับจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้คิดอย่างจริงจัง การจัดบรรยากาศการเรียนที่ส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้โดยการกระทำจะต้องไม่เป็นบรรยากาศที่อัดแน่นด้วยเนื้อ แต่เป็นการเน้นที่แนวคิดใหญ่ๆ จึงต้องมีการวิเคราะห์เพื่อตัดสินใจว่าจะเลือกจุดประสงค์ใดที่เป็นจุดประสงค์หลักสำหรับจัดประสบการณ์การเรียนรู้ โดยอาจใช้การสร้างแผนผังมโนคติ

(Concept Maps) เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์ เนื่องจากแผนผังมโนทัศน์เป็นระบบการแทนความรู้ ที่มีโครงสร้างเป็นลำดับชั้น มีความสัมพันธ์เชื่อมโยงกันระหว่างมโนทัศน์ต่างๆ สามารถแสดงให้เห็นถึงเนื้อหาที่ขึ้นต่อกันอย่างชัดเจน โดยมโนทัศน์ที่เป็นกรณีทั่วไปที่สุดจะเป็นมโนทัศน์หลัก ส่วนมโนทัศน์ที่เฉพาะเจาะจงจะเป็นมโนติรอง แผนผังมโนติจึงสามารถแสดงให้เห็นถึงมโนติหลักและความรู้พื้นฐานได้เป็นอย่างดี

2. ข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาสอดคล้องและตรงตามสภาพจริงในชีวิตประจำวัน ไม่เป็นเพียงข้อมูลที่แต่งขึ้น จากประสบการณ์ที่ผ่านมาเรายังพบว่านักเรียนไม่สามารถนำสิ่งที่เรียนไปใช้กับสถานการณ์ในชีวิตจริงได้ เพราะสถานการณ์ในชีวิตจริงส่วนใหญ่มีลักษณะซับซ้อน มีการผสมผสานกันของเนื้อหาต่างๆ มากกว่าที่จะแยกออกเป็นส่วนๆ ด้วยเหตุนี้ สถานการณ์ปัญหาที่จะนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจึงควรมีลักษณะเป็นแบบองค์รวม มีการบูรณาการของเนื้อหาและมีความซับซ้อนตรงตามความเป็นจริงมากกว่าเป็นการแต่งขึ้น การฝึกให้นักเรียนได้เผชิญกับปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตจริงย่อมทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ เห็นว่าคณิตศาสตร์สัมพันธ์โดยตรงกับชีวิตประจำวันและสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน การให้โอกาสนักเรียนได้แก้ปัญหาแบบนี้จะทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่ซับซ้อนในชีวิตจริงได้ และเห็นว่าการเรียนรู้ต่อไปอีกเป็นสิ่งที่มีความสำคัญอย่างยิ่ง

3. เป็นสถานการณ์ปัญหาที่อยู่รอบตัวนักเรียน เหมาะกับวัย ความสนใจ และมีความหมายต่อนักเรียน เนื่องจากการใช้สถานการณ์ที่เหมาะสมกับวัย ความสนใจ และมีความหมายต่อนักเรียน เป็นองค์ประกอบสำคัญที่จะผลักดันให้นักเรียนเกิดความอยากแก้ปัญหาหรือการกระทำอันก่อให้เกิดการเรียนรู้

4. เป็นสถานการณ์ที่ส่งเสริมการสำรวจ การอภิปราย และ การตัดสินใจ เนื่องจากสถานการณ์ที่ส่งเสริมการสำรวจ อภิปราย และตัดสินใจ เป็นสถานการณ์ที่มีประสิทธิภาพต่อการเ้าให้นักเรียนรู้จักคิด อันเป็นจุดเริ่มต้นของการสำรวจอย่างนักวิทยาศาสตร์ นอกจากนี้ สถานการณ์ที่ส่งเสริมการสำรวจ อภิปราย และการตัดสินใจ ยังเป็นสถานการณ์ที่ส่งเสริมให้เกิดการใช้ระบบสัญลักษณ์ในการสื่อสาร เกิดปฏิสัมพันธ์ของสมาชิกในสังคม ที่สำคัญคือการใช้สถานการณ์ที่ส่งเสริมการสำรวจ อภิปราย และการตัดสินใจ จะช่วยส่งเสริมและพัฒนาความสามารถของนักเรียนทางด้านทักษะ/กระบวนการ ทั้งทางด้านการสื่อสาร การแก้ปัญหา และการให้เหตุผลได้เป็นอย่างดี

5. เป็นสถานการณ์ที่ท้าทาย สามารถหาคำตอบได้หลายวิธี นักเรียนแต่ละคนมีระดับความรู้ ทักษะ และความเข้าใจ ต่อสถานการณ์ปัญหาแตกต่างกัน การใช้สถานการณ์ปัญหาที่สามารถหาคำตอบได้หลายวิธีจึงเอื้อต่อการใช้วิธีการของนักเรียนในการหาคำตอบ ซึ่งจะ

ส่งเสริมการคิดและอภิปรายของนักเรียน ประกอบกับปัญหาในชีวิตประจำวันส่วนใหญ่จะเป็นปัญหาที่สามารถแก้ไขได้หลายวิธี ดังนั้นการใช้สถานการณ์ปัญหาที่สามารถแก้ไขได้หลายวิธีจึงส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายและสอดคล้องกับความเป็นจริงได้มากขึ้น นอกจากนี้การแก้ปัญหาเพียงไม่กี่ปัญหาแต่มีวิธีแก้ที่หลากหลายเป็นสิ่งที่มีความเสี่ยงกว่าการแก้ปัญหาหลายๆปัญหาแต่ใช้วิธีเดียวกัน เนื่องจากการใช้เพียงวิธีเดียวมีความเสี่ยงสูงต่อการเกิดความล้มเหลวในการแก้ปัญหาของนักเรียน

กล่าวโดยสรุป ในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงนั้นครูควรบูรณาการเนื้อหาต่างๆภายในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ รวมถึงการนำวิชาคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน นอกจากนี้ครูยังควรจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาที่ให้นักเรียนได้ปฏิบัติจริง เพื่อที่จะได้นำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้เรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำมาแก้ปัญหาสถานการณ์ที่ครูกำหนดขึ้น

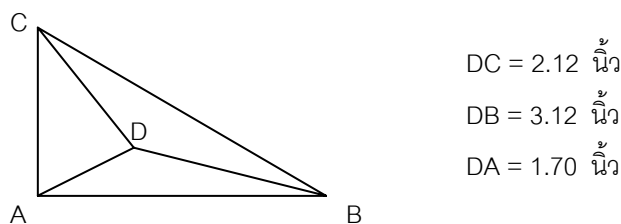
2.8 แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 354-358) กล่าวว่า นักเรียนเกรด 9 - 12 ควรได้รับการพัฒนาในเรื่องของการเชื่อมโยงความคิดไปยังแง่มุมต่างๆ ทำให้เกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งขึ้น ดีกว่าคิดถึงวิธีการเดียวในการแก้ปัญหาที่นำไปสู่ผลลัพธ์ที่เหมือนกัน นักเรียนจะได้การยังรู้ที่สามารถบอกได้ว่าปัญหาใดต้องพิสูจน์ หรือปัญหาใดใช้เพียงการคาดคะเนไม่ต้องพิสูจน์ การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันทำให้เกิดความเข้าใจในปัญหานั้นมากยิ่งขึ้น

ตัวอย่างของการเชื่อมโยงเพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนการเชื่อมโยงซึ่งแสดงถึงการนำเสนอวิธีที่ต่างกันของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

นักเรียนเกรด 10 เริ่มต้นคิดแก้ปัญหาที่อาจารย์โรบินสันให้ “ครูมีปัญหาให้พวกเธอช่วยกันแก้ ครูมีสุนัขเชื่องอยู่ตัวหนึ่งและมีสนามรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่บ้าน เมื่อจะไปทำธุระสักครู๋ครูจึงลั่นโซ่มันไว้ที่สนาม ครูต้องการโซ่ที่สั้นที่สุดเท่าที่เป็นไปได้แต่ให้สุนัขสามารถเดินไปถึงทุกมุมในสนาม ครูควรลั่นโซ่มันไว้ที่ตรงไหน” อาจารย์โรบินสันให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน ใช้อุปกรณ์ที่มีอยู่ตามปกติในการแก้ปัญหา ได้แก่ วงเวียน ไม้บรรทัด เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์ที่ติดตั้งโปรแกรมเรขาคณิต

เจนิเฟอร์พูดว่า เราลองสังเกตซ์ภาพในคอมพิวเตอร์ดูก่อน ซึ่งทุกคนในกลุ่มเห็นดีด้วยซึ่งผลที่ได้ดังแสดงในภาพประกอบ 5



ภาพประกอบ 5 แสดงภาพสเกตช์จากคอมพิวเตอร์ของเจนิเฟอร์

อาจารย์โรบินสันเดินดูแต่ละกลุ่มทำงาน มาถึงกลุ่มของเจนิเฟอร์ครั้งแรกสังเกตเห็นว่า มีการลองกำหนดจุด D ขึ้นภายในรูปสามเหลี่ยมแล้วลากเส้นไปยังมุมต่างๆ แต่เมื่ออาจารย์โรบินสันเดินมายังกลุ่มนี้อีกครั้งดูเหมือนจะเป็นรูปเป็นร่างมากขึ้น เขาถามถึงการทำงานของกลุ่ม

อาจารย์โรบินสัน : โอ กลุ่มของเธอคิดหน้าไปถึงไหนแล้ว

โจ : พวกเรากำลังพยายามหาตำแหน่งของจุด

เจฟฟ์ : จุดนั้นไม่ควรอยู่ใกล้มุมใดมุมหนึ่งของสามเหลี่ยมมากเกินไป

เจนิเฟอร์ : เราต้องให้ได้ความยาวไปยังมุมทั้งสามเท่ากันด้วย

ก่อนที่อาจารย์โรบินสันจะเดินไปดูกลุ่มอื่น เขาได้ช่วยจัดระเบียบความคิดให้กับเด็กกลุ่มนี้เพื่อให้สามารถใช้ภาษาคณิตศาสตร์ได้มาตรฐานมากยิ่งขึ้น และรู้จักตรวจสอบด้วยการแลกเปลี่ยนความคิดของตนเพื่อให้คนอื่นเข้าใจ ทำให้เจนิเฟอร์และเพื่อนในกลุ่มเห็นเป้าหมายที่ชัดเจนขึ้นว่า ต้องการจุด D ที่ทำให้ส่วนของเส้นตรง DA, DB และ DC ยาวเท่ากัน เมื่ออาจารย์โรบินสันกลับมาใหม่กลุ่มนี้จึงได้ข้อสรุปว่าจุดนั้นจะต้องอยู่กึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉาก แต่ยังไม่สามารถบอกเหตุผลได้ ดังนั้นสิ่งที่ต้องทำต่อไปคือหาเหตุผลเพื่อมาพิสูจน์

อาจารย์โรบินสัน : เธอจะต้องรู้อะไรอีกบ้าง

เจฟฟ์ : ผมไม่แน่ใจว่าจุด D ที่ว่านี้ จะอยู่ห่างจากจุดยอดทั้งสามเท่ากันจริง

เจนิเฟอร์ : แต่ฉันคิดว่าใช่ล่ะ มันเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมได้ด้วย

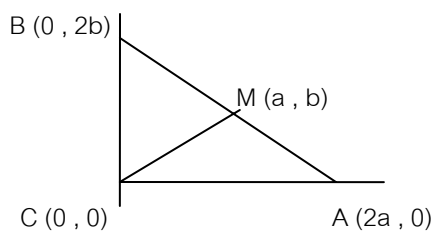
การอภิปรายของแต่ละกลุ่มยังคงดำเนินต่อไปจนหลายกลุ่มได้ข้อสังเกตและข้อคาดเดาคล้ายๆกับกลุ่มของเจนิเฟอร์ อาจารย์โรบินสันจึงเขียนข้อคาดเดาซึ่งคล้ายกันทุกกลุ่มบนกระดาน

ข้อคาดเดา : จุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากอยู่ห่างจากจุดยอดมุมทั้งสามเท่ากัน

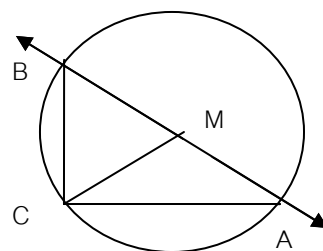
เขาให้แต่ละกลุ่มทำการพิสูจน์หรือยกตัวอย่างค้าน เลือกตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอที่เครื่องฉายภาพข้ามศีรษะ และบอกกับนักเรียนว่าวิธีพิสูจน์ข้อคาดเดานี้อาจทำได้หลายวิธี

ผลงานของนักเรียนแต่ละกลุ่มดังแสดงในภาพประกอบ 6 กลุ่มหนึ่งกำหนดพิกัดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากในกราฟดังรูป (ก) แล้วใช้ทฤษฎีบทของพีทาโกรัสแสดงให้เห็นว่า $CM = MA$ แต่เนื่องจาก $BM = MA$ ดังนั้น $BM = MA = CM$

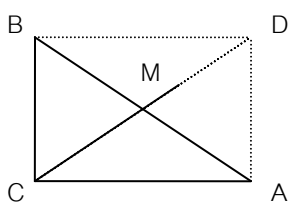
กลุ่มของเจนิเฟอร์บอกว่าจุดสามจุดคือ A, B และ C นั้นอยู่บนวงกลมวงหนึ่ง ซึ่งอาจารย์โรบินสันแนะนำว่ากลุ่มนี้ได้ใช้สมบัติของมุมในครึ่งวงกลมดังรูป (ข) พิสูจน์นำเสนอผลงานของกลุ่มด้วยการลากเส้นตรงต่อจากสามเหลี่ยมมุมฉากบรรจบกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป (ค) แล้วอ้างเหตุผลโดยใช้สมบัติของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แอนนาแนะนำผลงานโดยใช้การแปลงทางเรขาคณิต ดังรูป (ง) ซึ่งให้ M และ M' เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ และ $\overline{A'B'}$ ตามลำดับ สามเหลี่ยม MAM' คล้ายกับ สามเหลี่ยม BAB' โดยแต่ละด้านที่สมนัยกันนั้น ความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมที่เล็กกว่ามีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมที่ใหญ่กว่า ในทำนองเดียวกันจะได้ว่าสามเหลี่ยม BMC คล้ายกับสามเหลี่ยม BAB' แอนนาได้แสดงให้เห็นว่าสามเหลี่ยม MAM' เท่ากันทุกประการกับสามเหลี่ยม CMB ซึ่งทำให้ได้ว่า $CM = MA$



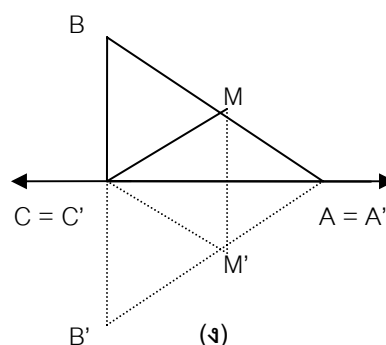
(ก)



(ข)



(ค)

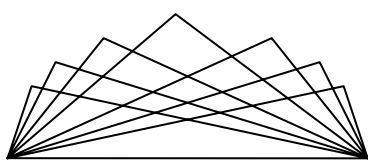


(ง)

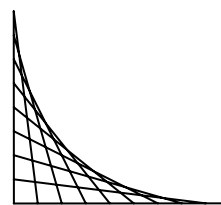
ภาพประกอบ 6 แผนภาพผลงานการพิสูจน์ 4 แบบของนักเรียน

อาจารย์โรบินสันแสดงความชื่นชมในคุณภาพของงานที่นักเรียนแสดงวิธีทำได้หลากหลาย ซึ่งเป็นส่วนสำคัญของการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน นักเรียนได้เห็นว่ามีวิธีทำได้หลายวิธี ไม่ว่าจะใช้ความรู้ในเรื่องเรขาคณิตในระบบแกนมุมฉาก เรขาคณิตในระบบพิกัด หรือการแปลงทางเรขาคณิต สามารถเชื่อมโยงถึงกันได้ เขาได้ให้ความเห็นว่าเป็นเรื่องดีที่นักเรียนได้วิธีคิดเหล่านี้ เพื่อบางคนจะได้แนวคิดไปใช้แก้ปัญหาอื่นต่อไปในภายหน้า

กิจกรรมต่อไปที่อาจารย์โรบินสันเลือก ดังแสดงในภาพประกอบ 7 เป็นปัญหาน่าสนใจที่จะทำให้ให้นักเรียนได้ค้นหาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมและวงกลม มีนักเรียนกลุ่มหนึ่งสนใจกลุ่มของสามเหลี่ยมมุมฉากที่ใช้ด้านตรงข้ามมุมฉากร่วมกัน และดูวิถีทางเดินของจุดยอดมุมฉาก ดังรูป (ก) ส่วนอีกกลุ่มหนึ่งสนใจกลุ่มของสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมฉากและด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งร่วมกัน ดังรูป (ข) เมื่อลงจุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉากของสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปแล้ว จะเห็นวิถีทางเดินของจุดเป็นส่วนโค้งของวงกลม ครั้งแรกนักเรียนขัดแย้งในความคิดว่าจะเป็นการสร้างวงกลมหรือไม่ แต่อาจารย์โรบินสันมองเห็นความเป็นไปได้ในการสร้างการเชื่อมโยงโดยการตั้งคำถาม เช่น “ทำไมเธอคิดว่าเป็นแบบรูป” และ “วงกลมในแบบรูปของเธอใช้อธิบายอะไรบางอย่างกับวงกลมจากงานของกลุ่มเจนิเฟอร์ได้หรือไม่” เมื่อแต่ละกลุ่มเข้าใจสิ่งที่เขาถาม ก็เริ่มเห็นความเชื่อมโยงระหว่างวงกลมที่เกิดขึ้นนี้กับบทนิยามของวงกลม และความจริงจากปัญหาที่แล้วคือ ระยะทางไปยังจุดทั้งสามเท่ากัน



(ก)



(ข)

ภาพประกอบ 7 แสดงวิถีทางเดินของจุดยอดมุมฉาก และจุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉาก

ท้ายสุดอาจารย์โรบินสันได้ให้นักเรียนทำทนายที่เชื่อมโยงกับปัญหานี้ (หรือปัญหาที่คล้ายกันนี้) กับสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือกับศาสตร์อื่นๆ โดยใช้กระดาษโปสเตอร์แสดงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่คล้ายคลึงกับปัญหาก่อนคือ หากจุดที่อยู่ห่างจากจุดยอดทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเป็นระยะทางเท่ากัน ให้กลุ่มหนึ่งแสดงการทดลองในห้องเรียนที่ทำให้มีดโดยปิดหน้าต่างทุกบาน วางกระดาษโปสเตอร์รูปสามเหลี่ยมมุมฉากสีขาวรูปหนึ่งบนลงพื้นห้อง จุดเทียนไขที่สูงเท่ากันตั้งไว้ที่จุดยอดทั้งสาม ตั้งวัตถุสิ่งหนึ่งที่สั้นกว่าเทียนไขไว้ภายในรูปสามเหลี่ยม สมาชิก

คนหนึ่งของกลุ่มทำการเคลื่อนย้ายวัตถุนั้นไปเรื่อยๆ นักเรียนคนอื่นสังเกตเงาของวัตถุ ปรากฏว่าเงาทั้งสามของวัตถุดูยาวเท่ากันเมื่อวัตถุนั้นเคลื่อนย้ายมาอยู่ที่จุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉาก ปรากฏการณ์ดังกล่าวสร้างความยินดีแก่ทั้งอาจารย์โรบินสันและนักเรียนในชั้น แต่เขาบอกว่างานนี้ยังไม่จบเพียงเท่านี้ ปัญหาอาจจะมีต่อไป เช่น “ไม่ใช่ว่าลานบ้านของทุกคนจะมีมุมฉากหรือเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก” ข้อคิดนี้กำลังนำไปค้นหาสิ่งที่เป็นนามธรรมและเป็นกรณีทั่วไป เพื่อใช้กับงานอื่นๆ บางงานหรือไปสร้างการเชื่อมโยงให้มากขึ้น

เรื่องราวในชั้นเรียนของอาจารย์โรบินสันชี้ให้เห็นว่า มีหลายวิธีในการสอนที่จะช่วยให้นักเรียนค้นหาและสร้างทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะการเลือกปัญหาที่มีความสำคัญ เนื่องจากนักเรียนคงไม่สามารถเชื่อมโยงเอง นอกจากจะได้ทำงานกับปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ ซึ่งจะนำไปสู่การโยงความรู้ต่างๆ เข้าด้วยกัน ครูควรมีความคิดริเริ่มในการหาปัญหาที่บูรณาการความรู้ ซึ่งเมื่อก่อนการสอนเน้นที่เนื้อหาและหลักสูตรให้มีการศึกษาเนื้อหาแยกเป็นเรื่องๆ เช่น เรขาคณิต พีชคณิต และ สถิติ แต่เมื่อหลักสูตรได้ให้มีการสอนโดยใช้ปัญหาซึ่งเป็นการทำลายขอบเขตเนื้อหาแบบเดิมลง ครูจึงต้องพัฒนาตนเองให้เกิดความชำนาญในการสร้างความเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เพื่อจะได้นำไปพัฒนาความสามารถนั้นแก่นักเรียน

หลักการที่จำเป็นอันหนึ่งในการช่วยให้นักเรียนสร้างการเชื่อมโยง คือ กระตุ้นให้นักเรียนแสวงหาความรู้บวกกับการได้แก้ปัญหาที่ใกล้ตัว อาจารย์โรบินสันเริ่มต้นด้วยปัญหาที่มีทางแก้หลายวิธีและหลากหลายคำตอบ ในขณะที่ทำงานกับปัญหานักเรียนอาจถูกชักนำให้ไขว่เขวจนทำให้ไม่สามารถตัดสินใจได้และเกิดการโต้แย้ง เขาจะช่วยให้นักเรียนค้นหาแก่นแท้ที่นำมาซึ่งความคิดใหม่ๆ ที่สร้างการเชื่อมโยง นักเรียนจะได้รับการส่งเสริมให้สะท้อนความคิดและเปรียบเทียบคำตอบที่ได้ เป็นการสร้างทักษะการเชื่อมโยง เมื่อนักเรียนทำทุกอย่างกับปัญหาที่ให้มาได้แล้ว จึงก้าวไปสู่การค้นหากรณีทั่วไป ปัญหาที่มีคุณค่าจะทำให้เกิดความคิดทางคณิตศาสตร์และเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้นักเรียนสามารถเห็นคณิตศาสตร์ได้เชื่อมโยงกันหมด

กล่าวโดยสรุป แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงคือ ครูควรใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่บูรณาการความรู้ มีวิธีคิดหรือคำตอบที่หลากหลาย เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ที่มีอยู่ค้นหาคำตอบและเห็นถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยง

3.1 งานวิจัยต่างประเทศ

เดิร์กเซล (Drexel. 1997: 2119-A) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงระหว่างเศษส่วนธรรมดา (Common Fraction) กับเศษส่วนทศนิยม (Decimal Fraction) หรือเศษส่วนที่มีพหุคูณของ 10 เริ่มต้นที่เลือกนักเรียน 9 คน ซึ่งเป็นนักเรียนเกรด 6 ที่อยู่ต่างห้องเรียนกันมาทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงเศษส่วนธรรมดาและเศษส่วนทศนิยม โดยให้ทำข้อสอบเศษส่วนแบบเขียนตอบ และสัมภาษณ์ถึงการเรียนเรื่องเศษส่วนที่ผ่านมา เพื่อจะได้ทราบระดับความรู้และมโนคติเรื่องเศษส่วนของนักเรียน ปรากฏว่ามโนคติเรื่องเศษส่วนของนักเรียนมีอยู่จำกัด ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้บทเรียน 6 บทในการปูพื้นฐานมโนคติและทักษะเรื่องเศษส่วน และใช้บทเรียนเพียง 2 บท ในการเชื่อมโยงมโนคติของเศษส่วนธรรมดาและเศษส่วนทศนิยมกับกลุ่มตัวอย่าง หลังจากการใช้บทเรียนก็ทำการสัมภาษณ์นักเรียนเป็นรายบุคคล ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถจำแนก เปรียบเทียบ ดำเนินการบวกและลบเศษส่วนทศนิยมได้ สามารถนำหลักการของเศษส่วนธรรมดาไปใช้กับเศษส่วนทศนิยมได้ ซึ่งข้อจำกัดนี้ชี้ว่า ความรู้ของนักเรียนยังมีปัญหาต่อการนำมาใช้ แต่จากการที่นักเรียนสามารถเชื่อมโยงเศษส่วนธรรมดาและเศษส่วนทศนิยมมาสัมพันธ์กันได้ อาจมีความหมายต่อความเข้าใจในมโนคติ และการดำเนินการในทศนิยม

วิลเลียมส์ (Williams. 1999: 3836-A) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงความคิดรวบยอดเรื่องจำนวนกับการคิดในใจ ด้วยการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการคิดในใจของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 8 จำนวน 413 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 183 คน กลุ่มควบคุม 230 คน และครูเข้าร่วมในการศึกษาคั้งนี้จำนวน 6 คน กลุ่มทดลองใช้ชุดการสอนจำนวน 83 บทเรียน เรื่องจำนวน กลุ่มควบคุมใช้การสอนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนที่ใช้มีผลทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้านการเชื่อมโยงการคิดในใจแตกต่างกับกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .0001 ผลจากการสัมภาษณ์กลุ่มทดลองพบว่า มีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยในกระบวนการเชื่อมโยงการคิดในใจของนักเรียนก่อนและหลังสอนโดยใช้ชุดกิจกรรม

ลอว์สัน และ ชินนาพพาน (Lawson; & Chinnappan. 2000: 26-43) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงความรู้ในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ศึกษาตรวจสอบความสัมพันธ์ระหว่างการทำการแก้ปัญหาและคุณภาพระบบความรู้ของนักเรียน จากนักเรียน 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกับกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีการเชื่อมโยงความรู้ที่ได้เรียนรู้ได้อย่างมีแบบแผน มีระบบ มากกว่านักเรียนที่มี

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ และมีระบบความคิดของการเชื่อมโยงความรู้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตที่นำไปสู่ความสำเร็จได้มากกว่า

อีริค (Eric. 2000: 500-508) ได้ศึกษาการสร้างเชื่อมโยงระบบพิกัดจากจากความเข้าใจของนักเรียน ตัวแทนที่หลากหลายของฟังก์ชันที่มีอยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของโรงเรียนมัธยมศึกษาชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นมีนักเรียนจำนวนมากที่มีความบกพร่องในความเข้าใจการเชื่อมโยง โดยเฉพาะความเข้าใจในการเชื่อมโยงระหว่างตัวแทนทางพีชคณิตและกราฟของฟังก์ชัน จากนักเรียน 178 คน ที่ลงทะเบียนเรียนพีชคณิตทางแคลคูลัส ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีการเชื่อมโยงความรู้โดยใช้ตัวแทนทางพีชคณิตและตัวแทนเชิงกราฟของฟังก์ชันในการแก้ปัญหาของนักเรียนมีความถูกต้องในการเชื่อมโยงความรู้ของนักเรียนได้มากกว่า

พูกาลี (Pugalee. 2001: 236-243) ได้ศึกษาตรวจสอบเกี่ยวกับการเขียนของนักเรียนเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แสดงโครงร่างการรู้คิดอย่างชัดเจนกับนักเรียนเกรด 9 จำนวน 20 คน ที่ได้ลงทะเบียนในหลักสูตรพีชคณิต ที่ได้เตรียมการเขียนอธิบายกระบวนการแก้ปัญหาที่พวกเขาทำในวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า กระบวนการเขียนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นทักษะที่จำเป็นที่แสดงให้เห็นอย่างชัดเจนถึงโครงร่างของการรู้คิดที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งให้เห็นถึงการประสานกันของพฤติกรรมความรู้คิดที่หลากหลาย ทำให้มีการวิเคราะห์ข้อมูลอย่างมีคุณภาพ มีระบบ มีการจัดการที่ดี ซึ่งให้เห็นถึงความสำคัญของการเขียนว่าเป็นส่วนหนึ่งของการบูรณาการหลักสูตรทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนได้แสดงความคิดทางการเขียนและทางด้านภาษา ให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงกับขีดความสามารถที่นักเรียนมีอยู่

ไคล์ และคณะ (Kyle; et al. 2001: 80-86) ได้พัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันของนักเรียน โดยใช้วิธีเข้าไปเยี่ยมครอบครัวของนักเรียน ใช้การพูดคุยแบบไม่เป็นทางการและการสัมภาษณ์ที่มีโครงสร้าง หลังจากนั้นจึงรวบรวมข้อมูลและจัดรูปแบบของสิ่งที่นักเรียนสนใจและทักษะการปฏิบัติของแต่ละครอบครัว ซึ่งบางอย่างเกี่ยวกับขั้นตอนการทำเกษตร การเลี้ยงสัตว์ การฝีมือ การดูทีวี และการทำอาหาร หลังจากนั้นผู้วิจัยได้นำข้อมูลนั้นมาพัฒนาเป็นปัญหาที่มีความหลากหลาย และมีขั้นตอนในการการแก้ปัญหาหลายขั้นตอน แล้วนำมาให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่า ผู้ปกครองของนักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น จากที่เคยคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องยาก และช่วยให้ครูผู้สอนสามารถนำความรู้ที่บ้านของนักเรียนมาช่วยส่งเสริมการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้น นอกจากนั้นแล้ว ไคล์ และคณะ ยังเชื่อว่าการให้นักเรียนได้ทำงานที่มีความหมาย การให้แก้ปัญหาในสถานการณ์จริง เป็นแนวทางที่ดีที่สุดในการส่งเสริมความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน และนักเรียนจะได้รับการส่งเสริมอย่างสูงสุดความสามารถถ้าการเรียนการ

สอนคณิตศาสตร์นั้นได้เชื่อมโยงเข้ากับความเป็นส่วนตัวของพวกเขา ความรู้และทักษะที่ครอบคลุมนั้นเขาสนใจ

แพนดิสซิโอ (Pandiscio, 2002: 216-221) ได้สำรวจการโยงมโนติการพิสูจน์กับการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เรขาคณิตของนักศึกษาฝึกสอน โดยให้นักศึกษาฝึกสอน 4 คน (ชาย 2 คน หญิง 2 คน) แก้ปัญหาเรขาคณิตที่ไม่คุ้นเคยโดยใช้พื้นฐานมโนติของยูคลิดจำนวน 2 ข้อ ให้สร้างการพิสูจน์ตามรูปแบบที่ให้ผลออกมาเป็นรูปแบบกรณีทั่วไป และให้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต ผลการวิจัยพบว่า นักศึกษาฝึกสอนทั้ง 4 คน ยอมรับว่า แม้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตจะไม่ได้ช่วยพิสูจน์ แต่ก็เครื่องมือช่วยสร้างความรู้สึก (Sense) ให้เกิดความเข้าใจความสัมพันธ์ในปัญหาหรือทฤษฎีบทเพื่อนำไปใช้ในการพิสูจน์ได้

3.2 งานวิจัยในประเทศ

สมบัติ แสงทองคำสุก (2545: 94-97) ได้พัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนนารีวิทยา เขตบางบอน กรุงเทพมหานคร จำนวน 45 คน ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่าประสิทธิภาพ 89.84/82.32 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงดังกล่าวหลังได้รับการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เทอดเกียรติ วงศ์สมบุญ (2547: 50-51) ได้ออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนตามเกณฑ์ 70/70 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยออกแบบขึ้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ จังหวัดสมุทรปราการ จำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่า ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงเท่ากับ 82.9/70.1 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้ สามารถสอบผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 70 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

นงลักษณ์ แก้วมาลา (2547: 73-75) ได้สร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้ชุด

กิจกรรมคณิตศาสตร์นี้ด้วย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนหนองแค “สรกิจพิทย” อำเภอหนองแค จังหวัดสระบุรี ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศศิธร แก้วรักษา (2547: 58-59) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา (CIPPA Model) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้โดยพิจารณาจากเกณฑ์ประสิทธิภาพ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 45 คน ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา (CIPPA Model) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 โดยมีประสิทธิภาพ 82.11/83.59 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุพัฒตรา หล้าฤทธิ์ (2547: 80-84) ได้พัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการคิดแบบเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านวังน้ำขาวชนูปถัมภ์ อำเภอเมือง จังหวัดหนองบัวลำภู จำนวน 20 คน ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการคิดแบบเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ในลักษณะต่างๆช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพวิธีหนึ่ง ครูผู้สอนสามารถนำกิจกรรมในลักษณะนี้ไปใช้ในการเรียนการสอนในเรื่องต่างๆที่เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่า มีการศึกษาเกี่ยวกับการเรียนการสอนที่เน้นหรือส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง ทั้งการเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนที่เน้นหรือส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงจะมีทักษะในการแก้ปัญหาและสามารถแสดงวิธีการในการแก้ปัญหาได้หลายวิธี นอกจากนี้การเชื่อมโยงยังช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้นผู้วิจัยจึงเห็นว่า ในการสอนเกี่ยวกับโจทย์ปัญหานั้น ครูผู้สอนควรสอนแบบบูรณาการความรู้เข้าด้วยกัน

สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เกิดการเชื่อมโยงความรู้ ทั้งการเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

4.1 ความหมายของโจทย์ปัญหา

ได้มีผู้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

แอนเดอร์สัน และ พิงกรี (Anderson; & Pingry. 1973: 228) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการหาข้อสรุปหรือคำตอบ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะกระทำได้โดยต้องมีกระบวนการที่เหมาะสมซึ่งใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน และการตัดสินใจประกอบกัน

อดัม เอลลิส และ บีสัน (Adam; Ellis; & Beeson. 1977: 173) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ โจทย์ภาษา (Word Problem) หรือโจทย์เชิงเรื่องราว (Story Problem) หรือโจทย์เชิงพรรณนา (Verbal Problem) นั่นคือ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่บรรยายสถานการณ์ด้วยข้อความและจำนวนตัวเลข โดยต้องการคำตอบในเชิงปริมาณหรือตัวเลข ซึ่งผู้แก้ปัญหาค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหานั้น ซึ่งในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จำเป็นต้องอาศัยทักษะและความสามารถต่างๆมาประกอบกัน เช่น ทักษะการอ่านและวิเคราะห์ปัญหา การคำนวณ การมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ เป็นต้น

วิลเวอร์ธ เอื้อสุวรรณ (2531: 28) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่ประกอบไปด้วยภาษาและตัวเลขที่ต้องการคำตอบ โดยที่ผู้แก้ปัญหานั้นจะต้องหาวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม เลือกตัดสินใจและลงมือแก้ปัญหาลอง

สวส์ดี จิตต์จนะ (2535: 77) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นข้อความที่แสดงถึงเงื่อนไขความสัมพันธ์ของจำนวนที่กำหนดไว้ในแต่ละประโยคในลักษณะใดลักษณะหนึ่ง อันจะก่อให้เกิดจำนวนและผลลัพธ์อีกจำนวนหนึ่งที่ต้องการทราบในคำถามของโจทย์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 7) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยสรุปเป็นข้อๆ ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล

2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะ ความรู้ และประสบการณ์หลายๆอย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้

3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา และสถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกบุคคลหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีตอาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 12) กล่าวว่า ปัญหา หมายถึง สถานการณ์ที่บุคคลหรือกลุ่มบุคคลเผชิญและต้องการหาคำตอบ ซึ่งยังไม่รู้วิธีการของการได้คำตอบของปัญหาในทันที ต้องใช้ความรู้และวิธีการต่างๆที่มีอยู่ผสมผสานเป็นแนวทางหรือวิธีใหม่เพื่อใช้ในการหาคำตอบของปัญหา

เดียนใจ ตรีนตร (2544: 16) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นโจทย์ภาษา โจทย์เรื่องราวที่บรรยายสภาพการณ์ด้วยถ้อยคำ ข้อความ ตัวเลข และอื่นๆ โดยต้องการคำตอบเชิงปริมาณหรือตัวเลข หรือกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหามustค้นหาวางจะใช้วิธีใดที่มีกระบวนการอย่างเหมาะสม โดยใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน และการตัดสินใจ ประกอบการพิจารณาแก้ปัญหา

กล่าวโดยสรุป โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งผู้ตอบยังไม่สามารถหาคำตอบของปัญหาในทันที แต่ต้องใช้ความรู้ ทักษะ และกระบวนการต่างๆที่มีอยู่ ผสมผสานเป็นแนวทางในการหาคำตอบของปัญหาหรือสถานการณ์นั้นๆ

4.2 ประเภทของโจทย์ปัญหา

ประเภทของโจทย์ปัญหาสามารถแบ่งได้โดยพิจารณาจากองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ดังนี้

4.2.1 พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา

โพลยา (Polya. 1957: 23-29) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาได้เป็น 2 ประเภท คือ

4.2.1.1 ปัญหาให้ค้นคว้า เป็นปัญหาที่ค้นคว้าหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ หรือให้หาวิธีการและคำอธิบายในการให้เหตุผล

4.2.1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่ต้องการให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ

4.2.2 พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา

เรย์ส ชุยดำ และ ลินด์ควิสต์ (Reys; Suydam; & Lindquist. 1992: 29) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหาได้เป็น 2 ประเภท คือ

4.2.2.1 ปัญหาธรรมดา (Routine Problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้ประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการในการแก้ปัญหา เมื่อพบปัญหาสามารถแก้ปัญหได้ในทันที

4.2.2.2 ปัญหาแปลกใหม่ (Nonroutine Problems) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนและผู้แก้ปัญหามิคุ้นเคยกับปัญหานั้น ผู้แก้ปัญหามust ประมวลผลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันจึงจะแก้ปัญหานั้นได้

4.2.3 พิจารณาตามลักษณะของปัญหา

บิทเทอร์ แฮทฟิลด์ และ เอ็ดเวิร์ด (Bitter; Hatfield; & Edwards. 1989: 37) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาตามลักษณะของปัญหาได้เป็น 3 ประเภท คือ

4.2.3.1 ปัญหาปลายเปิด (Open - ended) เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบขึ้นอยู่กับสภาวะแวดล้อมและวิธีการแก้ปัญหา ปัญหาลักษณะนี้จะให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหามากกว่าคำตอบ

4.2.3.2 ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ต้องดำเนินการตามสถานการณ์หรือเหตุการณ์ที่กำหนด สืบค้นไปจนกระทั่งได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา มักเป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลากหลายวิธี

4.2.3.3 ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided Discovery) เป็นปัญหาที่มีรายละเอียดของปัญหา เช่น มีคำชี้แนะ (Clues) และคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหามสามารถดำเนินการแก้ปัญหตามคำชี้แนะได้เลยโดยไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

4.2.4 พิจารณาตามเป้าหมายของการฝึก

สามารถแบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาตามเป้าหมายของการฝึกได้เป็น 3 ประเภท (สมเดช บุญประจักษ์. 2543: 3-5; อ้างอิงจาก Charles; & Lester. 198: 6-10. *Teaching Problem Solving.*) คือ

4.2.4.1 ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill Exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนและวิธีการคำนวณเบื้องต้น

4.2.4.2 ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple Translation Problem) เป็นปัญหาหรือข้อความที่เคยพบมาก่อน เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยน

ประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ มักเป็นปัญหาขั้นตอนเดียวที่มุ่งให้เกิดความเข้าใจในมิติทางคณิตศาสตร์และพัฒนาความสามารถในการคิดคำนวณ

4.2.4.3 ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Complex Translation Problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ

4.2.4.4 ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้นหรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อยๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหา เน้นการพัฒนายุทธวิธีต่างๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจ มีการวางแผนแก้ปัญหาและประเมินผลคำตอบ

4.2.4.5 ปัญหาการประยุกต์ (Applied Problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะความรู้ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบอาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การรวบรวม การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ จัดระบบ ประมวลผล และแปลผล เพื่อตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลนั้นๆ ปัญหาการประยุกต์เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้แก้ปัญหาได้ใช้ทักษะ กระบวนการ มโนคติ และข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหา โดยเฉพาะปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะช่วยให้ผู้แก้ปัญหาเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์

4.2.4.6 ปัญหาปริศนา (Puzzle Problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มองได้หลายแง่มุม ปัญหาปริศนามักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ผู้ที่มีทักษะในการแก้ปัญหาจะแก้ปัญหาลักษณะนี้ได้ดี

สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้แบ่งปัญหาเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน และผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการในการแก้ปัญหา ได้แก่ ปัญหาในหนังสือเรียน

2. ปัญหาแปลกใหม่ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามิคุ้นเคยกับปัญหาที่จะแก้ จะต้องใช้ความคิดวิเคราะห์ รวบรวม ประยุกต์ความรู้ ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลายอย่าง มาช่วยในการแก้ปัญหานั้น

4.3 กระบวนการแก้โจทย์ปัญหา

ได้มีนักการศึกษาถว้ถึงกระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาไว้ดังนี้

เลบลานซ์ (Leblance. 1997: 16-20) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ช่วยให้ผู้แก้ปัญหาเข้าใจปัญหาได้อย่างชัดเจน ซึ่งจะทำให้รู้ถึงสิ่งที่โจทย์ถาม ข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆที่โจทย์กำหนดให้มา
2. ขั้นเลือกวิธีการที่จะใช้ในการหาคำตอบ เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาดัดสันใจเลือกยุทธวิธี หรือวิธีการใดวิธีการหนึ่งในการหาคำตอบของปัญหา
3. ขั้นลงมือแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหานำวิธีการที่เลือกไว้ในขั้นที่ 2 มาใช้ในการแก้ปัญหา บางครั้งวิธีการที่เลือกใช้ในการหาคำตอบนั้นอาจเป็นวิธีการที่ไม่ให้คำตอบ ผู้แก้ปัญหามustย้อนกลับไปสู่ขั้นที่ 2 อีกครั้ง
4. ขั้นทบทวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นการตรวจสอบขั้นตอนต่างๆที่ใช้ในการแก้ปัญหา ตลอดจนคำตอบที่ได้

โพลยา (Polya. 1957:16-17) ได้เสนอขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) นั่นคือ เข้าใจว่าอะไรคือสิ่งที่ไม่รู้ อะไรคือข้อมูล โจทย์กำหนดเงื่อนไขอะไรบ้าง และเพียงพอที่จะแก้หรือไม่ หากเกิดความกำกวมหรือสับสนหรือขัดแย้ง ควรใช้การวาดรูป และควรแยกสภาพการณ์หรือเงื่อนไขออกเป็นส่วนๆ โดยการเขียนลงบนกระดาษ จะทำให้เข้าใจปัญหามากขึ้น

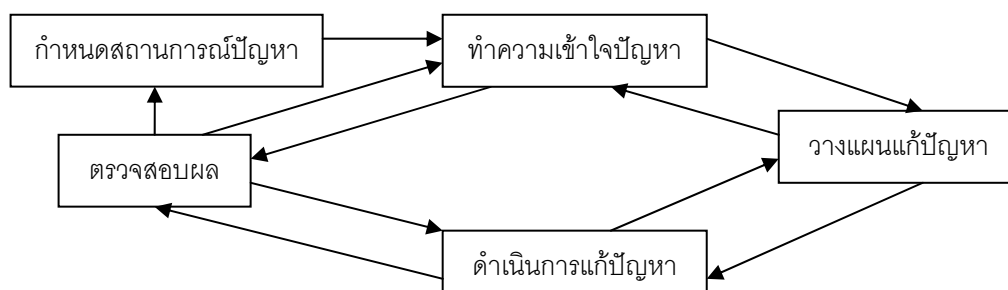
ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผน (Devising a Plan) เป็นขั้นที่ค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ไม่รู้ ถ้าหากไม่สามารถหาความเชื่อมโยงได้ ก็ควรอาศัยหลักการวางแผนในการแก้ปัญหา ดังนี้

- 2.1 เป็นโจทย์ปัญหาที่เคยประสบมาก่อนหรือเปล่า หรือมีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ที่เคยแก้มาก่อน หากแต่แตกต่างกันที่รูปแบบ
- 2.2 รู้จักโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับโจทย์ที่จะแก้หรือไม่ และรู้จักทฤษฎีที่จะใช้แก้หรือไม่
- 2.3 พิจารณาสິ่ที่ไม่รู้ในโจทย์ และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกัน และดูว่าจะใช้วิธีแก้ปัญหาคิดที่เคยประสบมาใช้กับโจทย์ปัญหาที่กำลังจะแก้
- 2.4 ควรอ่านโจทย์ปัญหาอีกครั้ง และวิเคราะห์เพื่อดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยประสบหรือไม่

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (Carry Out the Plan) เป็นขั้นตอนของการปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ และต้องตรวจสอบแต่ละขั้นที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่

ขั้นที่ 4 ขั้นตอนของการตรวจสอบกลับ (Looking Back) เป็นการตรวจสอบการแก้ปัญหาว่าถูกต้องหรือไม่ โดยจะต้องมีการตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ว่าถูกต้อง โดยอาจใช้วิธีการอีกวิธีหนึ่งตรวจสอบเพื่อดูว่าผลลัพธ์ที่ได้ตรงกัน หรืออาจใช้การประมาณคำตอบอย่างคร่าวๆ

วิลสัน เฟอร์นันเดซ และ ฮาดาเวย์ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540: 17-18; อ้างอิงจาก Wilson; Fernandez; & Hadaway. 1993: 60-62. *Research Ideas for the Classroom High School.*) ได้เสนอกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาที่แสดงความเป็นพลศาสตร์ (Dynamics) และเป็นวงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 8 แสดงกระบวนการแก้ปัญหที่เป็นพลศาสตร์

ลูกศรเป็นการแสดงการพิจารณาตัดสินใจที่เป็นการเคลื่อนการทำงานจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรืออาจเป็นการพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนเดิมหากมีปัญหาหรือข้อสงสัย

สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาโดยดำเนินการตามกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา กล่าวคือ ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหามีอยู่ 4 ขั้นตอนใหญ่ๆ คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา และขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบ

4.4 ลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี

ครูลิค และ รุดนิค (Krulik; & Rudnick. 1987: 7-10) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาที่ดีจะต้องมีสิ่งต่อไปนี้

1. การหาคำตอบของปัญหา จะต้องนำไปสู่ความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ หรือใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์
2. ปัญหาจะต้องมีความครอบคลุม หรือเป็นสถานการณ์กว้างๆ ที่หลากหลาย

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 90) กล่าวว่า สิ่งสำคัญที่สุดอย่างหนึ่งในการจัดกิจกรรมการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์คือตัวโจทย์ปัญหาที่จะนำมาให้นักเรียนหาคำตอบ โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ทำทลายความสามารถของนักเรียน ต้องเป็นปัญหาที่ไม่ยากหรือง่ายเกินไป ถ้าง่ายเกินไปอาจไม่ดึงดูดความสนใจ ไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไปนักเรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ไขได้สำเร็จ
 2. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะกับวัยของนักเรียน สถานการณ์ของปัญหาควรเป็นเรื่องที่ไม่ห่างไกลเกินไปกว่าที่นักเรียนจะทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ และนอกจากนี้ถ้าเป็นสถานการณ์ที่สามารถเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันได้ก็จะดีไม่น้อย
 3. แปลกใหม่ ควรเป็นปัญหาที่ไม่ธรรมดา และนักเรียนไม่ควรมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาก่อน
 4. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดหาทางเลือกในการหาคำตอบได้หลายวิธี และพิจารณาเปรียบเทียบเลือกใช้วิธีที่เหมาะสมที่สุด
 5. ใช้ภาษาที่กระชับ รัดกุม ถูกต้อง ปัญหาที่ดีไม่ควรทำให้นักเรียนต้องมีปัญหาเกี่ยวกับภาษาที่ใช้ ควรเน้นอยู่ที่ความเป็นปัญหาที่ต้องการหาคำตอบของตัวปัญหามากกว่า
- กล่าวโดยสรุป โจทย์ปัญหาที่ดีนั้นควรเป็นปัญหาที่ทำทลาย ใจความสนใจต่อผู้เรียน ไม่ยากหรือง่ายเกินไป เหมาะกับวัยของนักเรียน ภาษาที่ใช้จะต้องเข้าใจง่าย ควรเป็นสถานการณ์ที่สามารถเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันได้ มีวิธีการที่หลากหลายในการหาคำตอบ และนำไปสู่ความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

4.5 ประโยชน์ที่ได้จากการแก้โจทย์ปัญหา

ธนวรรณ ลิ้มสมุทราชัยพร (2545: 23) กล่าวถึงประโยชน์ที่ได้จากการแก้โจทย์ปัญหาดังนี้

- 4.5.1 โจทย์ปัญหาบางข้อจะนำมาให้นักเรียนคิดเพื่อให้มีการถกเถียงอภิปรายกันเพื่อนำไปสู่ความคิดรวบยอดใหม่
- 4.5.2 โจทย์ปัญหาจะช่วยให้การฝึกทักษะมีความหมายมากขึ้น คือ แทนที่จะให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเกี่ยวกับทักษะตลอดเวลา อาจทำให้นักเรียนเบื่อหน่ายและมองไม่เห็นเหตุผลที่จะต้องทำ ควรนำโจทย์ทักษะมาดัดแปลงให้เป็นโจทย์ปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตจริง

กล่าวโดยสรุป การแก้โจทย์ปัญหาส่งผลให้นักเรียนได้มีการอภิปรายกันเพื่อนำไปสู่ความคิดรวบยอดใหม่ ช่วยให้การฝึกทักษะมีความหมายมากขึ้น นอกจากนี้ยังส่งผลให้นักเรียนเห็น

ถึงความเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ ความเชื่อมโยงระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นๆ และชีวิตประจำวัน และมองเห็นถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

5.1 งานวิจัยต่างประเทศ

มูราสกี (Muraski. 1979: 4104-A) ได้ทำการศึกษาผลการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้ปัญหา กับนักเรียนเกรด 6 ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มนักเรียนที่ได้รับการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์ จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .005

ฮอลล์ (Hall. 1979: 6324-A-6325-A) ได้ศึกษาผลของการสอนการวิเคราะห์การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความสามารถในการวิเคราะห์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 60 คน ซึ่งแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 30 คน โดยแต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่คาดคะเนเก่งและไม่เก่ง กลุ่มละ 15 คน กลุ่มทดลองได้เรียนเกี่ยวกับการวิเคราะห์เป็นเวลา 8.5 ชั่วโมง แล้วทำการทดสอบการวิเคราะห์และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์สูงมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการวิเคราะห์ต่ำ และนักเรียนที่ได้เรียนการวิเคราะห์มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้เรียนการวิเคราะห์

กิฟฟีน (Giffune. 1979: 2572-A) ได้ทำการศึกษาผลการสอนโจทย์ปัญหาที่มุ่งเน้นความเข้าใจโจทย์ปัญหา ทักษะการอ่านโจทย์ที่มีผลต่อการเขียนสมการ การหาคำตอบ และความคงทนในการเขียนสมการ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีความสามารถทั้งสามด้านสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ฮอปคินส์ (Hopkins. 1985: 2790-A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษารูปแบบของห้องเรียนที่ส่งผลต่อทักษะการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบของห้องเรียนที่ส่งผลต่อทักษะการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนจะต้องเป็นห้องเรียนที่มีข่าวสารน่าสนใจ นักเรียนได้อ่านและวิเคราะห์ข่าวสารอยู่เสมอ มีภาพอุปกรณ์หรือสัญลักษณ์ที่เคยกล่าวจากข่าวสารนั้นๆ และนักเรียนมีโอกาสแสดงความคิดเห็นของตนเองอย่างอิสระเมื่อได้พบเห็นสิ่งเหล่านั้น จึงจะส่งผลต่อทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียน

ฮาร์ท (Hart. 1993: 169-170) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการแก้ปัญหาโดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือในกลุ่มย่อย ผลการวิจัยพบว่า องค์ประกอบที่ช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ดีมี 3 ประการ คือ ความร่วมมือกันในกลุ่ม ความช่วยเหลือกันในกลุ่ม และบรรทัดฐานทางสังคม

(Social Norms) ในกลุ่มย่อย นอกจากนี้ยังพบอีกว่า องค์ประกอบที่ขัดขวางพฤติกรรมในการแก้ปัญหา 4 ประการ คือ ขาดประสบการณ์ในการแก้ปัญหา มีข้อจำกัดเกี่ยวกับการแก้ปัญหา ขาดการติดตามหรือวางระบบความคิด และเชื่อว่าจะไม่สามารถประสบผลสำเร็จ

ทัฟกอร์ (Taugaw. 1994: 2934-A) ได้ศึกษาถึงผลที่เกิดขึ้นจากการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาที่เป็นแบบเปิดกว้าง (Open Approach) ในการสอนคณิตศาสตร์ โดยศึกษาถึงพฤติกรรม การแก้ปัญหาและเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา โดยการแก้ปัญหาแบบเปิดกว้าง หมายถึงการสร้างข้อคาดเดา การสืบค้น การอภิปราย การพิสูจน์ และการหาสรุปทั่วไป ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนต้องใช้ความรู้ ทักษะ กระบวนการคิด และเจตคติทางบวกเป็นพื้นฐาน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ผ่านการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาแบบเปิดกว้างมีเจตคติทางบวกต่อการเรียน และเพศไม่มีความแตกต่างต่อพฤติกรรมในการแก้ปัญหา

เบอร์ก (Burks. 1994: 4019-A-4020-A) ได้ศึกษาการเขียนกิจกรรมการสอนนักเรียนเกรด 8 โดยใช้กระบวนการในการปฏิบัติและใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา โดยให้ครู 5 คน ใช้บทเรียนซึ่งออกแบบกิจกรรมการสอนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา โดยมีขั้นตอนดังนี้ การเข้าสู่ปัญหา (Enter) การวางแผน (Plan) การลงมือแก้ปัญหา (Attack) และการตรวจสอบ (Preview) ซึ่งคล้ายกับการแก้ปัญหาของโพลยา ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่ใช้คือการหาแบบรูป การสร้างแผนภาพและแจกแจงรายการหรือการสร้างตาราง การคาดเดาและการตรวจสอบ การแบ่งปัญหาเป็นส่วนย่อยๆ แล้วแก้ส่วนที่ง่ายก่อน โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนและครูเห็นด้วยว่ากิจกรรมที่เขียนขึ้นเพื่อฝึกให้นักเรียนได้ดำเนินการด้านกระบวนการคิด และการใช้ยุทธวิธีช่วยให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

ฟิกส์ดอล (Fiksdal. 1996: 1064-A) ได้ศึกษาการสอนยุทธวิธี โดยใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหา โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งกลุ่มทดลองได้รับการสอนด้วยยุทธวิธี 5 ยุทธวิธี คือ การสร้างแผนภาพ การแจกแจงรายการ การแบ่งปัญหาเป็นส่วนย่อยๆ แล้วแก้ส่วนที่ง่ายก่อนเขียนเป็นประโยคคณิตศาสตร์ การหาแบบรูป ผลการวิจัยพบว่า ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามีการสอนกับกลุ่มทดลองได้ กลุ่มทดลองมีความชำนาญในการแก้ปัญหา และใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้เพิ่มขึ้น

เวียสท์ (Wiest. 1997: 5091-A-5092-A) ได้ศึกษาถึงบทบาทของปัญหาแปลกใหม่ และปัญหาในชีวิตจริงที่มีผลต่อการแก้ปัญหาวงคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 4 และเกรด 6 โดยนักเรียนที่ใช้ในการศึกษาในครั้งนี้เป็นนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาคำ ผลการวิจัยพบว่า

มีนักเรียนเกรด 4 จำนวน 58% ที่สามารถเลือกวิธีในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม และนักเรียนเกรด 6 ใช้วิธีในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม 76% ของปัญหาที่ทำการแก้

5.2 งานวิจัยในประเทศ

สุขจิตร์ ตั้งเจริญ (2543: 35-37) ศึกษาการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน จำนวน 49 คน และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน จำนวน 49 คน โดยกลุ่มทดลองได้รับการฝึกการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหา 4 กลวิธี คือกลวิธีเดาและตรวจสอบ กลวิธีสร้างตาราง กลวิธีวาดภาพและกลวิธีทำย้อนกลับ ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนตามปกติ โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอน ทั้ง 2 กลุ่ม ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการฝึกการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุนิสา พงษ์ประยูร (2543: 27-28) ได้ศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนท่ามะขามวิทยา จังหวัดราชบุรี จำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องสมการคิดเป็นร้อยละ 55

อนันต์ โพธิ์กุล (2543: 85-88) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการกับการสอนตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนอัสสัมชัญ เขตบางรัก กรุงเทพมหานคร จำนวน 100 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 50 คน และกลุ่มควบคุม 50 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมที่มีระดับความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ต่างกันแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปรีชา เหล่าพินนา (2544: 24-25) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับการสอนตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนโรงเรียน

บำเหน็จณรงค์ จังหวัดชัยภูมิ จำนวน 80 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการ สอนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทาง สถิติที่ระดับ .05

รุ่งฤดี ลุ่มร้อย (2546: 59-61) ได้พัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ เรื่องสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ กลุ่ม ตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ โรงเรียนสาธิตแห่ง มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ เขตจตุจักร กรุงเทพมหานคร จำนวน 20 คน ผลการวิจัยพบว่า ประสิทธิภาพของชุดสื่อประสมเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำมีประสิทธิภาพสูงกว่า เกณฑ์ 80/80 และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนหลังจากได้รับการสอนโดยใช้ชุด สื่อประสมนี้สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศรีสมัย สอดศรี (2546: 53-54) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กระบวนการสร้างทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา กับการ สอนปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสตรีวิทยา 2 แขวงลาดพร้าว เขตลาดพร้าว กรุงเทพมหานคร จำนวน 104 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กระบวนการสร้างทักษะการแก้โจทย์ปัญหากับการสอนปกติแตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุภลักษณ์ สีใส (2546: 95-96) ได้สร้างบทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “โจทย์ปัญหาสมการ” สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และหาประสิทธิภาพของบทเรียน โปรแกรมตามเกณฑ์มาตรฐาน 80/80 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียน โพธิ์สัมพันธ์พิทยาคาร อำเภอบางละมุง จังหวัดชลบุรี จำนวน 50 คน ผลการวิจัยพบว่า บทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “โจทย์ปัญหาสมการ” ที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 91.43/86.00 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดไว้

พรพรม อัดตวันกุล (2547: 48-51) ได้ศึกษาผลการใช้แบบฝึกทักษะการแก้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านเข็กน้อย อำเภอ เขาชัย จังหวัดเพชรบูรณ์ จำนวน 35 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนที่ได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พิชาญ พรหมสมบัติ (2548: 57-59) ได้ศึกษาผลของการใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาสมการ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดดงมูลเหล็ก จำนวน 44 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 22 คน ผลการวิจัยพบว่า ประสิทธิภาพของแบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาสมการที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นทั้ง 2 รูปแบบ คือ แบบฝึกคณิตศาสตร์เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาสมการแบบเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ยเท่ากับ 80.05/79.39 และแบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาสมการแบบตารางมีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ยเท่ากับ 82.54/83.03 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการฝึกด้วยแบบฝึกคณิตศาสตร์ทั้งสองสูงกว่าก่อนการฝึกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการฝึกของนักเรียนที่ได้รับการฝึกด้วยแบบฝึกทั้งสองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่า มีการศึกษาเกี่ยวกับแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งได้แก่ การใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา การสอนทักษะการอ่านโจทย์ปัญหา การสอนการวิเคราะห์การแก้ปัญหา การเรียนแบบร่วมมือในกลุ่มย่อย การศึกษารูปแบบของห้องเรียนที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหา การสอนแก้ปัญหาแบบเปิดกว้าง การใช้ปัญหาแปลกใหม่และปัญหาในชีวิตจริง การใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน การใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา การสร้างทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา การใช้บทเรียนโปรแกรม หรือการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการ ซึ่งผลการวิจัยพบว่า แนวทางต่างๆเหล่านี้สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาได้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงเห็นว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสามารถพัฒนาขึ้นได้ถ้ามีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เหมาะสม นอกจากนี้ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ทักษะหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้โจทย์ปัญหานั้นๆด้วย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนไตรมิตรวิทยาลัย จังหวัดกรุงเทพมหานคร

การเลือกกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนไตรมิตรวิทยาลัย จังหวัดกรุงเทพมหานคร โดยการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Random Sampling) 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน จากนักเรียนทั้งหมด 7 ห้องเรียน จำนวน 313 คน ซึ่งการจัดห้องเรียนเป็นแบบคละความสามารถ มีนักเรียนที่มีความสามารถในการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อน อยู่ในห้องเดียวกัน

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งมีรายละเอียดการดำเนินการดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง มีขั้นตอนในการสร้างดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การเตรียมงานด้านวิชาการ

1. ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้

คณิตศาสตร์

2. ศึกษาเนื้อหาที่เกี่ยวกับสมการในช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3) จากหนังสือต่อไปนี้

2.1 หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (สสวท. 2547)

2.2 หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (สสวท. 2547)

2.3 หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (สสวท. 2547)

2.4 หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (สสวท. 2545)

2.5 หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (สสวท. 2544)

3. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

4. วิเคราะห์และออกแบบสถานการณ์ปัญหาที่สอดคล้องกับเนื้อหาที่เกี่ยวกับสมการในช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 1 - 3) ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง
ชั้นที่ 2 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้

1. จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับเนื้อหาที่เกี่ยวกับสมการในช่วงชั้นที่ 3 โดยออกแบบกิจกรรมและกำหนดโจทย์ปัญหาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง จำนวนทั้งสิ้น 4 แผนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

- | | |
|---|-------|
| 1.1 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้น (ตัวแปรเดียว) | 3 คาบ |
| คาบที่ 1 การแก้สมการเชิงเส้น (ตัวแปรเดียว) | |
| คาบที่ 2-3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้น (ตัวแปรเดียว) | |
| 1.2 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้น (สองตัวแปร) | 3 คาบ |
| คาบที่ 1 การแก้ระบบสมการเชิงเส้น (สองตัวแปร) | |
| คาบที่ 2-3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้น (สองตัวแปร) | |
| 1.3 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสอง (ตัวแปรเดียว) | 4 คาบ |
| คาบที่ 1-2 การแก้สมการกำลังสอง (ตัวแปรเดียว) | |
| คาบที่ 3-4 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสอง (ตัวแปรเดียว) | |

1.4 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการ (สองตัวแปรที่มีดีกรีไม่เกินสอง)

4 คาบ

คาบที่ 1-2 การแก้ระบบสมการ (สองตัวแปรที่มีดีกรีไม่เกินสอง)

คาบที่ 3-4 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการ (สองตัวแปรที่มีดีกรีไม่เกินสอง)

สำหรับกิจกรรมการเรียนรู้การสอนในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ จะประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 นำเข้าสู่บทเรียน เพื่อทบทวนความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการ และเพื่อสร้างความสนใจในการแก้โจทย์ปัญหา

ขั้นตอนที่ 2 นำเสนอปัญหา โดยที่ครูนำเสนอโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ให้แต่ละกลุ่ม หรือกำหนดโจทย์ปัญหาพร้อมกันทั้งชั้น จากใบกิจกรรม

ขั้นตอนที่ 3 ปฏิบัติการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มหรือรายบุคคล ซึ่งทุกคนจะต้องมีส่วนร่วมในการแก้โจทย์ปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 เสนอผลการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการนำเสนอผลจากการแก้โจทย์ปัญหาเป็นกลุ่มหรือรายบุคคล โดยนำเสนอในลักษณะผลัดเปลี่ยนหมุนเวียน นักเรียนคนใดที่ไม่ได้นำเสนอจะต้องเปรียบเทียบผลจากการแก้โจทย์ปัญหานั้นกับของตนเอง แล้วบอกส่วนที่แตกต่าง รวมถึงข้อดีและข้อบกพร่องของแต่ละวิธี

ขั้นตอนที่ 5 สรุปผล หลังจากที่มีการนำเสนอผลจากการแก้โจทย์ปัญหาแล้ว จะต้องมีการสรุปผลการแก้ปัญหาร่วมกันทั้งชั้น และอภิปรายเพิ่มเติมถึงความรู้ที่ได้จากการแก้โจทย์ปัญหานั้นๆ

2. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว พร้อมทั้งสื่อการเรียนการสอนที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ ไปให้กรรมการควบคุมปริญญาพันธ์และผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของกิจกรรม พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงและแก้ไข

3. ปรับปรุงและแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ตามคำแนะนำของกรรมการควบคุมปริญญาพันธ์และผู้เชี่ยวชาญ

4. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้รับการปรับปรุงและแก้ไขตามข้อเสนอแนะของกรรมการควบคุมปริญญาพันธ์และผู้เชี่ยวชาญแล้ว ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนไตรมิตรวิทยาลัย จังหวัดกรุงเทพมหานคร โดยทดลองกับนักเรียนจำนวน 12 คน ที่ไม่ใช่

กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งมีระดับความรู้ความสามารถทั้งเก่ง ปานกลาง และอ่อน เพื่อทดสอบดูความเหมาะสม โดยการสังเกตอย่างใกล้ชิด สัมภาษณ์ผู้เรียน แล้วนำไปปรับปรุงและแก้ไข

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้ไปให้กรรมการควบคุมปริญญาพันธ์และผู้เชี่ยวชาญตรวจพิจารณาอีกครั้ง แล้วจึงนำไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ เป็นแบบทดสอบที่วัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ซึ่งมีลำดับการสร้างดังนี้

1. ศึกษาทฤษฎีและหลักการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
2. วิเคราะห์พฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการเชื่อมโยงในการแก้โจทย์ปัญหารวมถึง เนื้อหาสาระสำคัญ และจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ
3. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ เป็นข้อสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 6 ข้อ ให้ครอบคลุมเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงตามที่กำหนด
4. นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อกรรมการควบคุมปริญญาพันธ์และผู้เชี่ยวชาญเพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา โดยพิจารณาว่าแบบทดสอบที่สร้างขึ้นสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงหรือไม่ โดยใช้เกณฑ์ในการพิจารณาดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

5. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ที่ได้รับการตรวจสอบจากกรรมการควบคุมปริญญาพันธ์และผู้เชี่ยวชาญแล้วมาคำนวณหาค่า IOC แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยเลือกแบบทดสอบปรนัยจำนวน 30 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ

6. นำแบบทดสอบที่ได้จากข้อ 5 ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนไตรมิตรวิทยาลัย จังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 12 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนกลุ่มเดียวกับที่ใช้ในการทดลองแผนการจัดการเรียนรู้

7. วิเคราะห์แบบทดสอบ โดยนำแบบทดสอบที่ได้จากการสอบในข้อ 6 มาตรวจให้คะแนนดังนี้

แบบทดสอบปรนัย ข้อที่ถูกให้ 1 คะแนน และข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบหรือตอบมากกว่า 1 คำตอบให้ 0 คะแนน

แบบทดสอบอัตนัย ข้อละ 4 คะแนน ใช้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนดังนี้

ได้ 4 คะแนน เมื่อ

1. นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับวิชาคณิตศาสตร์ / วิชาอื่น / ในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา หรือประยุกต์ใช้ได้อย่างสอดคล้องเหมาะสม

2. ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพ อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้เข้าใจ ชัดเจน

ได้ 3 คะแนน เมื่อ

1. นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับวิชาคณิตศาสตร์ / วิชาอื่น / ในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา หรือประยุกต์ใช้ได้บางส่วน

2. ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ แต่น่าจะอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้ดีกว่านี้

ได้ 2 คะแนน เมื่อ

1. นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับวิชาคณิตศาสตร์ได้บางส่วน

2. มียุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางส่วน อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้บางส่วน

ได้ 1 คะแนน เมื่อ

1. นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงยังไม่เหมาะสม

2. มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาบางส่วน เริ่มคิดว่าทำไมจึงต้องใช้วิธีการนั้น แล้วหยุด อธิบายต่อไม่ได้ แก้ปัญหาไม่สำเร็จ

ได้ 0 คะแนน เมื่อ

1. ไม่มีการเชื่อมโยงใดๆ
2. ไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

8. นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีความยากง่ายระหว่าง .20 - .80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ขึ้นไป โดยเลือกแบบทดสอบปรนัยจำนวน 20 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ

9. นำแบบทดสอบที่ผ่านการคัดเลือกในข้อ 8 มาคำนวณเพื่อหาค่าความเชื่อมั่น สำหรับแบบทดสอบปรนัยใช้สูตร KR-20 ของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson - 20) และแบบทดสอบอัตนัยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) ซึ่งพบว่าค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบปรนัยเป็น 0.86 ส่วนค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัยเป็น 0.92

10. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่ได้ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น การสอนดังกล่าวกระทำนอกเวลาเรียนปกติ และหลังจากที่นักเรียนได้เรียนเรื่องสมการเชิงเส้น ระบบสมการเชิงเส้น สมการกำลังสอง และระบบสมการแล้ว โดยสอนวันละ 1 คาบ คาบละ 60 นาที รวม 14 คาบ สำหรับการเรียนการสอนในแต่ละคาบจะมีการเก็บคะแนนเพื่อประเมินผลระหว่างเรียนจากใบกิจกรรมและใบงาน

2. เมื่อสิ้นสุดการสอน ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยจำนวน 20 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ

3. นำคะแนนที่ได้ทั้งหมดมาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมุติฐานที่ตั้งไว้

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการของนักเรียน ด้วยการทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร ซึ่งใช้ค่าสถิติ Z ในการทดสอบ (Z - Test for Population Proportion)

2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

2.1 สถิติที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ

2.1.1 หาค่าดัชนีความสอดคล้อง จากความคิดเห็นของกรรมการควบคุม
 ปรินซิพัลและผู้เชี่ยวชาญ ที่มีต่อความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้
 โดยใช้สูตร IOC

2.1.2 หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผล
 สัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.1.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยคำนวณ
 จากสูตร KR-20 ของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน สำหรับแบบทดสอบปรนัย และสูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา
 (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) สำหรับแบบทดสอบอัตนัย

2.2 สถิติพื้นฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

2.2.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic Mean)

2.2.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

2.3 สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมุติฐาน

สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร ได้แก่ สถิติ
 ทดสอบ Z (Z - Test for Population Proportion)

บทที่ 4

ผลการศึกษาค้นคว้า

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผู้วิจัยได้เสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับ ดังต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้ระหว่างเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

4. ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

5. ผลการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์ในการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ได้แก่ คะแนนผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนไตรมิตรวิทยาลัย จังหวัดกรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 40 คน ซึ่งคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนประกอบด้วย คะแนนที่ได้ระหว่างเรียน และคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เป็นแบบปรนัย 20 ข้อ และแบบอัตนัย 4 ข้อ ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็นดังนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้ระหว่างเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปรากฏผลดังตาราง 1

ตาราง 1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้ระหว่างเรียนของนักเรียน
กลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษา ปีที่ 3	40	20	14.80	74.00	2.68

จากตาราง 1 แสดงให้เห็นว่า คะแนนที่ได้ระหว่างเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 14.80 คิดเป็นร้อยละ 74.00 ของ
คะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 2.68

2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำ
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ใน
การเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ปรากฏผลดังตาราง 2

ตาราง 2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องโจทย์
ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษา ปีที่ 3	40	36	22.28	61.88	5.60

จากตาราง 2 แสดงให้เห็นว่า คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ในการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 22.28 คิดเป็นร้อยละ 61.88 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 5.60

3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ปรากฏผลดังตาราง 3

ตาราง 3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษา ปีที่ 3	40	100	64.30	64.30	14.91

จากตาราง 3 แสดงให้เห็นว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ในการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 64.30 คิดเป็นร้อยละ 64.30 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 14.91

4. ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ปรากฏผลดังตาราง 4

ตาราง 4 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม (คน)	ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ได้ คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป ของคะแนนเต็ม
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษา ปีที่ 3	40	34	85

จากตาราง 4 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม มีจำนวน 34 คน คิดเป็นร้อยละ 85 ของจำนวนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด

5. ผลการทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์ในการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ปรากฏผลดังตาราง 5

ตาราง 5 ผลการทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์ในการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ (คน)	ค่าสถิติทดสอบ Z	ค่าวิกฤติ
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษา ปีที่ 3	40	34	3.23*	2.33

* มีนัยสำคัญที่ระดับ .01

จากตาราง 5 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนี้สำคัญ .01

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

สังเขปความมุ่งหมายของการวิจัย สมมุติฐานในการวิจัย และวิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

สมมุติฐานในการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอน เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงสามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนไตรมิตรวิทยาลัย จังหวัดกรุงเทพมหานคร 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างโดยใช้แผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น การสอนดังกล่าวกระทำนอกเวลาเรียนปกติ และหลังจากที่นักเรียนได้เรียนเรื่องสมการเชิงเส้น ระบบสมการเชิงเส้น สมการกำลังสอง และระบบสมการแล้ว โดยสอนวันละ 1 คาบ คาบละ 60

นาที่ รวม 14 คาบ สำหรับการเรียนการสอนในแต่ละคาบจะมีการเก็บคะแนนเพื่อประเมินผลระหว่างเรียนจากใบกิจกรรมและใบงาน

2. เมื่อสิ้นสุดการสอน ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยจำนวน 20 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ

3. นำคะแนนที่ได้ทั้งหมดมาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้ระหว่างเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

3. หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

4. หาค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

5. ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์ในการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

สรุปผลการวิจัย

1. คะแนนที่ได้ระหว่างเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 14.80 คิดเป็นร้อยละ 74.00 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 2.68

2. คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ในการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 22.28 คิดเป็นร้อยละ 61.88 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 5.60

3. คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ในการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 64.30 คิดเป็นร้อยละ 64.30 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 14.91

4. นักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม มีจำนวน 34 คน คิดเป็นร้อยละ 85 ของจำนวนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด

5. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอบผ่านเกณฑ์เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถในการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

อภิปรายผล

จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลปรากฏว่า นักเรียนสามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ทั้งนี้อาจเป็นเพราะสาเหตุดังต่อไปนี้

1. กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีการกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนได้ทราบทุกหน่วยการเรียนรู้ ทำให้ นักเรียนได้เรียนรู้ตามเนื้อหา และทราบแนวทางการวัดผลในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ เมื่อนักเรียนเรียนจบแต่ละหน่วยการเรียนรู้ นักเรียนจะได้ทำใบงาน แล้วผู้วิจัยจะเป็นผู้ตรวจคำตอบและส่งคืนกลับไปให้นักเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้ทราบคำตอบที่ถูกต้อง

2. กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้ มีการฝึกการแก้โจทย์ปัญหา เพื่อให้นักเรียนได้แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการได้อย่างเป็นระบบมากขึ้น โดยอาศัยทักษะการเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งสอดคล้องกับ เทอดเกียรติ วงศ์สมบุญ (2547: 50-51) ที่ได้ทดลองใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง ซึ่งผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงของนักเรียนสูงขึ้น

3. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเน้นให้นักเรียนช่วยเหลือกันในการเรียนโดยอาศัยกิจกรรมทั้งรายกลุ่มและรายบุคคล โดยใช้การนำเสนอโจทย์ปัญหาที่มีการเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน มีการใช้คำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้ และ

เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมกันอภิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและหาแนวทางในการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับ สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 96) ที่ได้ทดลองพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ ซึ่งผลการศึกษาพบว่า ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

4. นักเรียนให้ความสนใจและตั้งใจเรียนดี ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจากการนำเสนอปัญหาที่ทำ ทายความสามารถของนักเรียน เป็นปัญหาที่พบเห็นได้จริงในชีวิตประจำวัน ซึ่งสอดคล้องกับ บริชา เนาว์เย็นผล (2545: 56) ที่กล่าวว่า การเรียนรู้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่มีการเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้พบ เห็นที่มีอยู่ในชีวิตประจำวันเป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างถ่องแท้จาก ตัวอย่างที่สัมผัสได้ ทำให้รู้สึกว่าการศึกษาคณิตศาสตร์มีประโยชน์ และสามารถนำไปใช้ได้ในชีวิตจริง

ผลการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการ เชื่อมโยงของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง มีจำนวน มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 ทั้งนี้อาจมีสาเหตุมาจากการที่ผู้วิจัย พยายามจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีการเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง ความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับ ชีวิตประจำวัน มีการชี้แนะแนวทางเพื่อให้นักเรียนได้นำความรู้ที่มีอยู่มาใช้ให้เกิดประโยชน์ โจทย์ ปัญหาส่วนใหญ่จะเป็นโจทย์ปัญหาที่ทำทาย และมีความเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ทำให้นักเรียนได้ เห็นถึงคุณประโยชน์ในการเรียนและมีความสนใจในการเรียนมากขึ้น มีการนำเสนอผลงานทั้งราย กลุ่มและรายบุคคล เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนรวมทั้งครูได้ร่วมกันอภิปรายเพื่อแสดงความคิดเห็น ซึ่ง จะเป็นการแลกเปลี่ยนความรู้และประสบการณ์ ทำให้นักเรียนได้รับความรู้ที่กว้างขวางมากยิ่งขึ้น

ข้อสังเกตจากการวิจัย

จากการทดลองใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะ การเชื่อมโยง พบว่า

1. ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ครูควรชี้แจงถึงวัตถุประสงค์ในการเรียน เพื่อให้นักเรียนได้เห็นถึงประโยชน์ของการเรียนการสอนมากยิ่งขึ้น
2. การทำกิจกรรมรายกลุ่ม ทำให้นักเรียนได้มีโอกาสซักถาม แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและช่วยเหลือกันภายในกลุ่ม เพื่อให้งานนั้นบรรลุเป้าหมาย ส่งผลให้การปฏิบัติกิจกรรมมีประสิทธิภาพ และยังส่งผลต่อการพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนอีกด้วย

3. การทำกิจกรรมรายบุคคล ทำให้นักเรียนได้มีโอกาสในการคิด วิเคราะห์ และแก้ปัญหาด้วยตนเองตั้งแต่เริ่มต้นจนถึงสิ้นสุดการทำกิจกรรม โดยมีครูผู้สอนเป็นผู้ให้คำแนะนำและให้ความช่วยเหลือ ส่งผลให้นักเรียนมีความตื่นตัวอยู่เสมอ และเกิดการเรียนรู้ได้เป็นอย่างดี

4. การนำเสนอผลงาน ทั้งกิจกรรมรายกลุ่มและรายบุคคล เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมกันอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น เพื่อทราบถึงข้อผิดพลาดของตนเองและกลุ่ม แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขและพัฒนาตนเองให้ดียิ่งขึ้น นอกจากนี้ยังทำให้นักเรียนได้รับความรู้ที่กว้างขวางยิ่งขึ้น ซึ่งจะเป็นการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงได้เป็นอย่างดี

5. การตรวจใบงาน ทำให้ครูได้ทราบข้อบกพร่องของนักเรียนแต่ละคนได้เป็นอย่างดี ซึ่งจะก่อให้เกิดแนวทางในการแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน

6. ในบางครั้งนักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ เนื่องจากนักเรียนยังไม่มีประสบการณ์ในการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ครูจึงต้องชี้แนะแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหารวมทั้งใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ควรให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมอย่างเต็มที่ตั้งแต่เริ่มต้นจนจบการทำกิจกรรม เพื่อให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ

1.2 ผู้สอนควรควบคุมเวลาในการทำกิจกรรมให้เป็นไปตามที่กำหนดไว้ เพื่อให้สามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้ครบทุกขั้นตอนตามที่กำหนด

1.3 โจทย์ปัญหาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมควรเป็นโจทย์ที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน มีความหลากหลาย และเป็นโจทย์ที่ส่งเสริมการเชื่อมโยงความรู้

1.4 ผู้สอนควรใช้คำถามที่กระตุ้นและยั่วเย้าให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์ และเชื่อมโยงความรู้ที่มีอยู่มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

1.5 ผู้สอนควรตรวจใบงานทุกครั้ง เพื่อสังเกตข้อบกพร่องของนักเรียน และแจ้งให้นักเรียนได้ทราบผลในชั่วโมงต่อไป เพื่อเป็นแรงจูงใจให้นักเรียนเกิดความเพียรพยายามในการเรียนรู้ต่อไป

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

2.1 ควรทำการศึกษาเพื่อวิจัยเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆต่อไป

2.2 ควรทำการศึกษาเพื่อวิจัยเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะทาง
คณิตศาสตร์ในด้านต่างๆ ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทาง
คณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยง และการพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ กับเนื้อหา
คณิตศาสตร์เรื่องต่างๆที่เหมาะสมในแต่ละระดับชั้น

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2542). รายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2540. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- กรมวิชาการ. (2544). ทิศทางของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานศูนย์พัฒนาหลักสูตร. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2535). คู่มือประเมินผลการเรียนตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- . (2545). หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- . (2545). เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- กังวล เทียนกัณฑ์เทศน์. (2540). การวัด การวิเคราะห์ และการประเมินผลทางการศึกษาเบื้องต้น. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.
- จรรยา ภูอุดม. (2545, พฤษภาคม-กรกฎาคม). แนวการจัดการเรียนการสอนและการประเมินผลที่สอดคล้องกับสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์. 46(524-526): 14, 23-24.
- ฉลองชัย สุวัฒน์บุรณ์. (2528). การเลือกและการใช้สื่อการสอน. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. อัดสำเนา.
- เตือนใจ ตรีเนตร. (2544). ผลการใช้แบบฝึกการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ทรงชัย อักษรคิด. (2547, พฤศจิกายน-ธันวาคม - 2548, มกราคม). การส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์. (554-556): 33-40.
- เทอดเกียรติ วงศ์สมบุรณ์. (2547). กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- ธนวรรณ ลิ่มสมุทรชัยพร. (2545). การสร้างชุดการฝึกเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา
คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. งานวิจัย กศ.ม. (การประถมศึกษา).
กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- นงลักษณ์ แก้วมาลา. (2547). ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องการ
แก้ปัญหโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.
สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่
12-15. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- . (2544-2545, พฤศจิกายน-มกราคม). หยิบสิ่งรอบกายมาใช้เรียนรู้คณิตศาสตร์. วารสาร
คณิตศาสตร์. 45(518-520): 56.
- ปรีชา เหล่าพินนา. (2544). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้
โจทย์ปัญหาสมการกำลังสองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้
บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนกับการสอนตามคู่มือครู. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).
กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พรพรม อุตตวัฒนากุล. (2547). ผลการใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง
การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์
กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
ถ่ายเอกสาร.
- พิชาญ พรหมสมบัติ. (2548). การศึกษาผลของการใช้แบบฝึกคณิตศาสตร์ เรื่องการแก้โจทย์ปัญหา
สมการ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา).
กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2536). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ถ่ายเอกสาร.
- รุ่งฤดี ลุ่มร้อย. (2546). ชุดสื่อประสมเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
เรื่องสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ. สารนิพนธ์
กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
ถ่ายเอกสาร.
- วรรณิ์ โสภประยูร. (2526). เอกสารการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา. กรุงเทพฯ:
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 5.

กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

----- (2539). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

วิไลวรรณ เชื้อสุวรรณา. (2531). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ เรื่องโจทย์ปัญหาการบวก การลบ การคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนอนุสรณ์ โดยวิธีการสอนแบบวรรณิ และวิธีการสอนของ สสวท.* ปรินญา นิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ศศิธร แก้วรักษา. (2547). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบซีปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.* ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ศรีสมัย สอดศรี. (2546). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้กระบวนการสร้างทักษะการแก้โจทย์ปัญหากับการสอนปกติ.* สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2544). *หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น.* พิมพ์ครั้งที่ 16. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

----- (2545). *หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น.* พิมพ์ครั้งที่ 18. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

----- (2547). *หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

----- (2547). *หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

----- (2547). *หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ.* ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

----- (2543). *การแก้ปัญหา.* กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏพระนคร.

- สมบัติ แสงทองคำสุก. (2545). การพัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สวัสดิ จิตต์จนะ. (2535, เมษายน-พฤษภาคม). แนวคิดการสอนโจทย์ปัญหา. สารพัฒนาลัทธิสูตร. 11(110): 75-81.
- สิริพร ทิพย์คง. (2544). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สุขจิตร ตั้งเจริญ. (2543). การใช้กลวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุชาติ รัตนกุล. (2526). เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุนิสา พงษ์ประยูร. (2543). การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุพัฒตรา หล้าฤทธิ์. (2547). การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการคิดแบบเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยการศึกษา). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่ายเอกสาร.
- สุภลักษณ์ สีใส. (2546). การสร้างบทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหาสมการสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (หลักสูตรและการสอน). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา. ถ่ายเอกสาร.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2540). แผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 8 พ.ศ. 2540-2544. กรุงเทพฯ: สำนักนายกรัฐมนตรี.
- (2544). การปฏิรูปการศึกษา: วาระแห่งชาติจากพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 สู่อการปฏิบัติ ยุทธศาสตร์ที่จะพาประเทศพ้นวิกฤต. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- อนันต์ โพธิ์กุล. (2543). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการกับการสอนตามคู่มือครู. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

อภิญา บุตรจุย. (2547). *การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยใช้แฟ้มสะสมงานประเมินผลงาน สำหรับนักเรียนในระดับช่วงชั้นที่ 2 ที่เข้าร่วมกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

Adam, Sam; Lesiie C. Ellis; & B.F. Beeson. (1977). *Teaching Mathematics with Emphasis on the Diagnostic Approach*. New York: Harper & Row.

Anderson, K.B.; & R.E., Pingry. (1973). *The Learning of Mathematics: The Theory and Practics*. Washington D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics.

Balas, A.K. (2002, March 2). The Mathematics and Reading Connection. *ERIC Digest*. Retrieved May 14, 2003, from http://www.ericfacility.net/databases/ERIC_Digest/ed432439.html.

Bitter, Gary G.; Mary M. Hatfield; & Noney T. Edwards. (1989). *Mathematics Methods for the Elementary and Middle School. A Comprehensive Approach*. Boston: Allyn and Bacon, Inc.

Buck, J.C. (2000, June). Building Connection among Classes of Polynomial Functions. *Mathematics Teacher*. 93(7): 591-594.

Burks, Lindea Carol. (1994, May). The Use of Writing as a Means of Teacher Eight-Grade Students to Use Executive Processes and Heuristics Strategies to Solve Mathematics Problem. *Dissertation Abstracts International*. 54(11): 4019-A-4020-A.

Crites, T.W. (1995, August). Connecting Geometry and Algebra: Geometric Interpretations of Distance. *Mathematics Teacher*. 88(4): 292-297.

Dossey, John A.; et al. (2002). *Mathematics Method and Modeling for Today's Mathematics Classroom. A Contemporary Approach to Teaching Grade 7-12*. Pacific Grove: BROOKS/COLE.

Drexel, Robert Earl. (1997, July). Connecting Common and Decimal Fraction Concepts: A Common Fraction Perspective. *Dissertation Abstracts International*. 58(6): 2119-A.

- Eric, Knuth. (2000, July). Student Understanding of the Cartesian Connection: An Exploratory Study. *Journal for Research in Mathematics Education*. 31(4): 500-508.
- Fiksdal, Janel Kay. (1996, September). The Effects of Instruction in Heuristic of the Use of Problem Solving Strategies and Problem Solving Performance of Preservice Elementary Education Majors. *Dissertation Abstracts International*. 57(3): 1064-A.
- Giffune, Magdelene Pontolillo. (1979, November). The Effect of Inservice Training in Reading upon Students Ability to Solve Verbal Problems in Mathematics. *Dissertation Abstracts International*. 40(2): 2572-A.
- Hall, Dudley William. (1979, September). A Study of the Relationship between Estimation and Mathematical Problem Solving among Fifth Grade Students. *Dissertation Abstracts International*. 37(4): 6324-A-6325-A.
- Hart, Lynn C. (1993 , March). Same Factors That Impede or Enhance Performance in Mathematical Problem Solving. *Journal for Research in Mathematics Education*. 24(2): 169-170.
- Hopkins, Martha H. (1985, March). A Classroom Model for Diagnosing the Problem Solving Skills of Elementary School Students. *Dissertation Abstracts International*. 45(9): 2790-A.
- Kennedy, Leonard M.; & Tipps, Steve. (1944). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. 7th ed. Belmont, California: Wadsworth.
- Krulik, Stephen; & Jesse A. Rudnick. (1987). *Problem Solving. A Handbook for Teachers*. 2nd ed. Boston: Allyn and Bacon, Inc.
- Kyle, D.W. McIntyre E.; & G.H. Moore. (2001 , October). Connecting Mathematics Instruction with the Families of Young Children. *Teaching Children Mathematics*. 8(2): 80-86.
- Lawson, Michael J.; & Mohan Chinnappan. (2000, January). Knowledge Connectedness in Geometry Problem Solving. *Journal for Research in Mathematics Education*. 31(1): 26-43.

- Leblance, John F. (1997, November). You Can Teach Problem Solving. *Arithmetic Teacher*. 25(2): 16-20.
- Malkevitch, J. (2003, May 10). *Mathematics and Art*. Retrieved May 14, 2003, from <http://www.ams.org/new-in-math/cover/art4.html>.
- Muraski, Sue Virginia. (1979, January). A Study of Effects of Explicit Reading Instruction on Reaching Performance in Mathematics and on Problem Solving Ability of Sixth Grade. *Dissertation Abstracts International*. 39(7): 4104-A.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM, Inc.
- (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM, Inc.
- Pandiscio, Eric A. (2002, May). Exploring the Link Between Preservice Teachers' Conception of Proof and the Use of Dynamic Geometry Software. *School Science and Mathematics*. 102(5): 216-221.
- Polya, G. (1957). *How to Solve It. A New Aspect of Mathematical Method*. Garden City, New York: Doubleday and Company.
- Porzio, Donald. (1999, October). Effects of Differing Emphases in the Use of Multiple Representations and Technology on Student's Understanding of Calculus Concepts. *Focus on Learning Problems in Mathematics Summer Edition*. 21(3): 1-26.
- Pugalee, David K. (2001, May). Writing, Mathematics, and Metacognition: Looking for Connections Through Students' Work in Mathematical Problem Solving. *School Science and Mathematics*. 101(5): 236-243.
- Reys, Robert E.; Marilyn N. Suydam; & Mary Montgomery Lindquist. (1992). *Helping Children Learn Mathematics*. 3rd ed. Boston: Allyn and Bacon, Inc.

- Taugaw, Paul William. (1994, February). A Study of the Effect of Using an 'Open Approach' to Teaching Mathematics upon the Mathematical Problem-Solving Behaviors of Secondary School Students. *Dissertation Abstracts International*. 54(8): 2934-A.
- Wiest, Lynda R. (1997, June). The Role of Fantasy and Real-World Problem Contexts in Forth and Sixth-Grade Students' Mathematical Problem Solving. *Dissertation Abstracts International*. 57(1): 5091-A-5092-A.
- Williams, Susan Elain. (1999, May). Effects of Teacher Involvement in Curriculum Development on the Implementation of Calculators (Mathematics Curriculum). *Dissertation Abstracts International*. 53(11): 3836-A.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1. วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของโรวินลลีและแฮมเบิลตัน (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2539: 249) ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1.1 นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญ 4 ท่าน เพื่อพิจารณาว่าแบบทดสอบที่สร้างขึ้นสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงหรือไม่ โดยใช้เกณฑ์ในการพิจารณาดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

1.2 คำนวณค่า IOC เป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป สูตรการคำนวณค่า IOC คือ

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC คือ ดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

ตาราง 6 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง (แบบปรนัย)

แบบทดสอบ ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ				รวม	ค่า IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4			
1	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
14	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
15	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
17	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
18	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
19	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
20	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้

ตาราง 7 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง (แบบอัตร้อย)

แบบทดสอบ ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ				รวม	ค่า IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4			
1	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	+1	4	1	ใช้ได้

2. ค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง (แบบปรนัย)

2.1 ค่าความยากง่าย (p) ของแบบทดสอบปรนัยหาได้จากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538: 210)

$$p = \frac{R}{N}$$

เมื่อ p คือ ค่าความยากง่าย
 R คือ จำนวนนักเรียนที่ทำข้อนั้นถูก
 N คือ จำนวนนักเรียนที่ทำข้อนั้นทั้งหมด

2.2 ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบปรนัยหาได้จากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538: 211)

$$r = \frac{R_U - R_L}{\frac{N}{2}}$$

เมื่อ r คือ ค่าอำนาจจำแนก
 R_U คือ จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งที่ทำข้อนั้นถูก
 R_L คือ จำนวนนักเรียนในกลุ่มอ่อนที่ทำข้อนั้นถูก
 N คือ จำนวนนักเรียนที่ทำข้อนั้นทั้งหมด

2.3 ค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบปรนัยหาได้จากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538: 198)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{s_t^2} \right\}$$

เมื่อ r_{tt} คือ ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
 n คือ จำนวนข้อของแบบทดสอบ
 p คือ สัดส่วนของผู้ที่ทำถูกในข้อหนึ่งๆ
 q คือ สัดส่วนของผู้ที่ทำผิดในข้อหนึ่งๆ หรือ $1-p$
 s_t^2 คือ ความแปรปรวนของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบทั้งฉบับ

ตาราง 8 ค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโรคภัยไข้เจ็บเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (แบบปรนัย)

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	0.75	0.50	11	0.42	0.50
2	0.67	0.67	12	0.42	0.50
3	0.67	0.33	13	0.33	0.33
4	0.42	0.50	14	0.58	0.50
5	0.33	0.33	15	0.75	0.50
6	0.58	0.50	16	0.58	0.83
7	0.50	0.33	17	0.58	0.50
8	0.58	0.50	18	0.67	0.67
9	0.75	0.50	19	0.75	0.50
10	0.33	0.33	20	0.58	0.50

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (r_{tt}) = 0.86

3. ค่าความยากง่าย (P_E) , ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่น (α) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง (แบบอัตนัย)

3.1 ค่าความยากง่าย (P_E) ของแบบทดสอบอัตนัยหาได้จากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2539: 199)

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	P_E	คือ	ค่าความยากง่าย
	S_U	คือ	ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
	S_L	คือ	ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
	$X_{\max}$	คือ	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	$X_{\min}$	คือ	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
	N	คือ	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

3.2 ค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบอัตนัยหาได้จากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2539: 201)

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	D	คือ	ค่าอำนาจจำแนก
	S_U	คือ	ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
	S_L	คือ	ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
	$X_{\max}$	คือ	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	$X_{\min}$	คือ	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
	N	คือ	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

3.3 ค่าความเชื่อมั่น (α) ของแบบทดสอบอัตนัยหาได้จากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538: 200)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\}$$

- เมื่อ α คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
- n คือ จำนวนข้อของแบบทดสอบ
- s_i^2 คือ ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
- s_t^2 คือ ความแปรปรวนของคะแนนของข้อสอบทั้งฉบับ

ตาราง 9 ค่าความยากง่าย (P_E) , ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่น (α) ของแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (แบบอัตโนมัติ)

ข้อที่	P_E	D
1	0.64	0.50
2	0.58	0.50

ข้อที่	P_E	D
3	0.44	0.56
4	0.46	0.42

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (α) = 0.92

ภาคผนวก ข
การทดสอบสมมุติฐาน

ตาราง 10 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งได้จากคะแนนจากการทำใบกิจกรรมและใบงานระหว่างเรียน และคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

คนที่	คะแนนจากการทำใบกิจกรรม และใบงานระหว่างเรียน (20 %)	คะแนนจากการทำแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (80 %)	คะแนนผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียน (100 %)
1	15	46.67	61.67
2	9	22.22	31.22
3	13	53.33	66.33
4	15	53.33	68.33
5	16	55.56	71.56
6	14	57.78	71.78
7	15	55.56	70.56
8	17	60.00	77.00
9	12	40.00	52.00
10	20	64.44	84.44
11	16	57.78	73.78
12	15	48.89	63.89
13	12	35.56	47.56
14	14	42.22	56.22
15	14	40.00	54.00
16	13	40.00	53.00
17	20	64.44	84.44
18	17	55.56	72.56
19	15	48.89	63.89
20	16	51.11	67.11
21	15	51.11	66.11
22	11	22.22	33.22
23	9	17.78	26.78

ตาราง 10 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากการทำใบกิจกรรม และไปงานระหว่างเรียน (20 %)	คะแนนจากการทำแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (80 %)	คะแนนผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียน (100 %)
24	13	40.00	53.00
25	14	53.33	67.33
26	10	26.67	36.67
27	15	57.78	72.78
28	20	73.33	93.33
29	16	46.67	62.67
30	14	44.44	58.44
31	12	35.56	47.56
32	16	57.78	73.78
33	18	60.00	78.00
34	15	57.78	72.78
35	14	51.11	65.11
36	15	53.33	68.33
37	19	62.22	81.22
38	14	55.56	69.56
39	18	62.22	80.22
40	16	57.78	73.78

การทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ซึ่งใช้การทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนประชากร โดยใช้สถิติทดสอบ Z (Z-Test for Population Proportion)

สมมุติฐาน คือ $H_0 : p \leq 0.6$

$H_1 : p > 0.6$

$$\text{สถิติทดสอบ } Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

เมื่อ $\hat{p}$ คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

p_0 คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ต้องการทดสอบ

n คือ จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

เพราะว่า $\hat{p} = \frac{34}{40} = 0.85$, $p_0 = 0.6$ และ $n = 40$

$$\text{ดังนั้น } Z = \frac{0.85 - 0.6}{\sqrt{\frac{(0.6)(0.4)}{40}}} = 3.23$$

เนื่องจาก $Z_{.01} = 2.33$

และ $3.23 > 2.33$

เพราะฉะนั้นจึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

ภาคผนวก ค
แผนการจัดการเรียนรู้
เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

วิชา คณิตศาสตร์

ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)

เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้น
(ตัวแปรเดียว)

จำนวน 3 คาบ เวลา 3 ชั่วโมง

สาระการเรียนรู้

1. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
2. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยเชื่อมโยงความรู้เรื่องสมการกับความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้ในวิชาอื่นๆ หรือความรู้ในชีวิตประจำวันได้

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูตั้งคำถามว่าปัญหาต่างๆที่เราได้เคยพบเห็นนั้น มีความเกี่ยวข้องกับสมการหรือไม่ และสมการสามารถช่วยในการแก้ปัญหาเหล่านั้นได้หรือไม่ จากนั้นครูให้นักเรียนยกตัวอย่างปัญหาต่างๆ ที่สามารถใช้สมการมาช่วยในการแก้ปัญหา เมื่อสิ้นสุดการอภิปราย ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปว่า สมการสามารถช่วยในการแก้ปัญหามากมายบางปัญหาได้ เช่น ปัญหาต่างๆในวิชาคณิตศาสตร์ ปัญหาในวิชาอื่นๆ หรือปัญหาที่มีอยู่ในชีวิตประจำวัน
2. ครูแจกใบความรู้ที่ 1 จากนั้นใช้การถามตอบประกอบการอธิบายตามใบความรู้ที่ 1 เพื่อทบทวนความรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
3. ครูแจกใบงานที่ 1 ให้กับนักเรียนทุกคน ให้นักเรียนทำใบงานที่ 1 เป็นรายบุคคล โดยเริ่มจากข้อที่ 1 ครูใช้การถามตอบประกอบการอธิบายเพื่อแก้สมการในข้อที่ 1 พร้อมกันทั้งชั้น
4. ให้นักเรียนแต่ละคนลงมือทำข้อที่ 2 – 4 ด้วยตัวเอง (ใช้เวลา 15 นาที) จากนั้นครูสุมนักเรียน 3 คน ให้ออกมาเฉลยข้อ 2 – 4 บนกระดานดำทีละข้อ และให้นักเรียนที่เหลือช่วยกันอภิปราย หากมีนักเรียนคนใดเห็นว่าผิด หรือมีวิธีคิดที่แตกต่างออกไป ก็ให้นักเรียนคนนั้นออกมาแสดงวิธีทำของตนบนกระดานดำ

5. ครูแจกใบความรู้ที่ 2 จากนั้นใช้การถามตอบประกอบการอธิบายตามใบความรู้ที่ 2 เพื่อกล่าวถึงโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ โดยพูดถึงความสำคัญของการเชื่อมโยงความรู้ ทั้งความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้ในวิชาอื่น หรือความรู้ในชีวิตประจำวัน ที่มีต่อการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ จากนั้นครูอธิบายถึงหลักการในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ

6. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน จากนั้นแจกใบกิจกรรมที่ 1 ให้กับนักเรียนทุกคน แล้วให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันอภิปรายเพื่อตอบคำถามในสถานการณ์ที่ 1 (ใช้เวลา 10 นาที) เมื่อจบการอภิปรายแล้วให้ตัวแทนกลุ่ม 1 คน ออกมานำเสนอผลงานของกลุ่ม โดยในแต่ละครั้งที่มีการนำเสนอผลงานของกลุ่มนั้น จะต้องมีการผลัดเปลี่ยนหมุนเวียนกันภายในกลุ่มจนครบทุกคน

7. ให้นักเรียนทุกคนสังเกตผลงานของแต่ละกลุ่ม จากนั้นครูใช้การถามตอบประกอบการอธิบายเพื่อสรุปสถานการณ์ที่ 1 ในใบกิจกรรมที่ 1

8. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 2 ให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล โดยเริ่มจากสถานการณ์ที่ 1 (ใช้เวลา 7 นาที) จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 1 คน ออกมานำเสนอหน้าชั้นแล้วให้นักเรียนที่เหลือช่วยกันอภิปราย จากนั้นครูจึงใช้การถามตอบประกอบการอธิบายเพื่อสรุปสถานการณ์ที่ 1 สำหรับสถานการณ์ที่ 2- 4 นั้นทำเช่นเดียวกับสถานการณ์ที่ 1

9. ครูแจกใบงานที่ 2 ให้นักเรียนทุกคนกลับไปทำเป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. ใบความรู้ที่ 1
2. ใบงานที่ 1
3. ใบความรู้ที่ 2
4. ใบกิจกรรมที่ 1
5. ใบกิจกรรมที่ 2
6. ใบงานที่ 2

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตจากการตอบคำถาม และการอภิปรายในชั้นเรียน
2. จากผลงานในการทำกิจกรรมทั้งรายกลุ่ม และรายบุคคล
3. จากการตรวจการบ้าน

ใบความรู้ที่ 1

การแก้สมการเชิงเส้น (ตัวแปรเดียว)

สมการ คือ ประโยคสัญลักษณ์ที่แสดงการเท่ากันของจำนวน โดยมีสัญลักษณ์ “=” บอกการเท่ากันของประโยค แบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. สมการที่ไม่มีตัวแปร เช่น $7 - 15 = -8$, $2 + 13 = 15$ เป็นต้น
2. สมการที่มีตัวแปร เช่น $2x + 5 = 13$, $3x - 12 = 6$ เป็นต้น

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ สมการที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูป $ax + b = 0$ เมื่อ x เป็นตัวแปร และ a, b เป็นค่าคงที่ โดย $a \neq 0$

คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการ แล้วทำให้สมการเป็นจริง

การแก้สมการ คือ การหาคำตอบของสมการ โดยนำสมบัติของการเท่ากันมาช่วย

สมบัติของการเท่ากัน ได้แก่

1. **สมบัติสมมาตร** ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใดๆ

ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$

ตัวอย่าง ถ้า $5x + 4 = 2x + 10$ แล้ว $2x + 10 = 5x + 4$

2. **สมบัติถ่ายทอด** ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$

ตัวอย่าง ถ้า $x = 11y$ และ $11y = 22$ แล้ว $x = 22$

3. **สมบัติการบวก** ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$

ตัวอย่าง ถ้า $x + 4 = 6$ แล้ว $x + 4 + (-4) = 6 + (-4)$

* นำ -4 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ หรือนำ 4 มาลบทั้งสองข้างของสมการ

4. **สมบัติการคูณ** ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

ถ้า $a = b$ แล้ว $ca = cb$

ตัวอย่าง ถ้า $-5x = 20$ แล้ว $\frac{-5x}{-5} = \frac{20}{-5}$

* นำ $\frac{-1}{5}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ หรือนำ -5 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $2.5x - 1.4 = 2.3x + 4.6$

วิธีทำ

$$2.5x - 1.4 = 2.3x + 4.6$$

นำ 10 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 25x - 14 = 23x + 46$$

นำ $-23x$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 25x - 14 + (-23x) = 23x + 46 + (-23x)$$

$$2x - 14 = 46$$

นำ 14 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 2x - 14 + 14 = 46 + 14$$

$$2x = 60$$

นำ $\frac{1}{2}$ มาคูณทั้งสองข้างสมการ

$$\text{จะได้ } \frac{1}{2}(2x) = \frac{1}{2}(60)$$

$$x = 30$$

ตรวจสอบ แทน $x = 30$ ในสมการ $2.5x - 1.4 = 2.3x + 4.6$

$$\text{จะได้ } 2.5(30) - 1.4 = 2.3(30) + 4.6$$

$$75 - 1.4 = 69 + 4.6$$

$$73.6 = 73.6 \text{ ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น คำตอบของสมการคือ 30

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$

วิธีทำ

$$\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

นำ 12 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 12\left(\frac{1}{4}x\right) - 12\left(\frac{1}{2}\right) = 12\left(\frac{2}{3}x\right) + 12\left(\frac{3}{4}\right)$$

$$3x - 6 = 8x + 9$$

นำ $-8x$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } 3x - 6 + (-8x) &= 8x + 9 + (-8x) \\ -5x - 6 &= 9\end{aligned}$$

นำ 6 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } -5x - 6 + 6 &= 9 + 6 \\ -5x &= 15\end{aligned}$$

นำ $-\frac{1}{5}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } \frac{-1}{5}(-5x) &= \frac{-1}{5}(15) \\ x &= -3\end{aligned}$$

ตรวจสอบ แทน $x = -3$ ในสมการ $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$

$$\text{จะได้ } \frac{1}{4}(-3) - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}(-3) + \frac{3}{4}$$

$$\frac{-3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{-6}{3} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{-6 - 4}{8} = \frac{-24 + 9}{12}$$

$$\frac{-10}{8} = \frac{-15}{12}$$

$$\frac{-5}{4} = \frac{-5}{4} \quad \text{ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ดังนั้นคำตอบของสมการคือ -3

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการ $\frac{3x-3}{2} - \frac{2x+4}{3} = 4 - \frac{x-3}{4}$

วิธีทำ $\frac{3x-3}{2} - \frac{2x+4}{3} = 4 - \frac{x-3}{4}$

นำ 12 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 12\left(\frac{3x-3}{2}\right) - 12\left(\frac{2x+4}{3}\right) = 12(4) - 12\left(\frac{x-3}{4}\right)$$

$$6(3x-3) - 4(2x+4) = 48 - 3(x-3)$$

$$18x - 18 - 8x - 16 = 48 - 3x + 9$$

$$10x - 34 = 57 - 3x$$

นำ $3x$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 10x - 34 + 3x = 57 - 3x + 3x$$

$$13x - 34 = 57$$

นำ 34 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 13x - 34 + 34 = 57 + 34$$

$$13x = 91$$

นำ $\frac{1}{13}$ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } \frac{1}{13}(13x) = \frac{1}{13}(91)$$

ตรวจสอบ แทน $x = 7$ ในสมการ $\frac{3x-3}{2} - \frac{2x+4}{3} = 4 - \frac{x-3}{4}$

$$\text{จะได้ } \frac{3x-3}{2} - \frac{2x+4}{3} = 4 - \frac{x-3}{4}$$

$$9 - 6 = 4 - 1$$

$$3 = 3 \quad \text{ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ดังนั้นคำตอบของสมการ คือ 7

ใบงานที่ 1

จงแก้สมการต่อไปนี้

1) $5 - 4(x - 3) = x - 2(x - 1)$

วิธีทำ $5 - 4(x - 3) = x - 2(x - 1)$

.....

.....

นำ.....มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

จะได้.....

.....

นำ.....มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

จะได้.....

.....

นำ.....มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

จะได้.....

.....

ตรวจสอบ แทน $x = \dots\dots\dots$ ในสมการ.....

จะได้.....

.....

.....

ดังนั้นคำตอบของสมการคือ.....

2) $\frac{y}{3} - \frac{5}{2} = \frac{4y}{9} - \frac{2y}{3}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$3) 0.4y + 0.2(3y - 4) = 0.3(y+2) - 0.5y$$

$$4) \frac{2x-1}{3} - \frac{4x-2}{4} = \frac{4-x}{6} + \frac{2-3x}{4}$$

ใบความรู้ที่ 2

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ

ในชีวิตจริงของคนเรานั้นมีปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆมากมายที่ต้องใช้คณิตศาสตร์เข้ามาช่วย ซึ่งบางปัญหาสามารถที่จะแก้ไขได้โดยง่าย ถ้าเขียนความสัมพันธ์ของสิ่งที่ต้องการหาให้อยู่ในรูปของสมการ แล้วหาคำตอบโดยการแก้สมการ

ปัญหาเกี่ยวกับสมการบางปัญหานั้นจำเป็นที่จะต้องนำความรู้อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง เช่น ความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้ในวิชาอื่น หรือความรู้ในชีวิตประจำวัน เข้ามาเชื่อมโยงเพื่อช่วยในการเขียนความสัมพันธ์ของสิ่งที่ต้องการหาให้อยู่ในรูปของสมการแล้วหาคำตอบ

หลักในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

-อ่านและวิเคราะห์โจทย์

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

-กำหนดตัวแปร

-วิเคราะห์เงื่อนไขในโจทย์และเขียนสมการ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

-แก้สมการ

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

ใบกิจกรรมที่ 1

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

(รายกลุ่ม)

สถานการณ์ที่ 1 ขนมจีบซาลาเปาเป็นอาหารว่างอย่างหนึ่งที่คนไทยนิยมรับประทาน คุณแม่และเกตุคิดว่าน่าจะทำขนมจีบซาลาเปาไปขายที่ตลาด โดยขายขนมจีบซาลาเปาเป็นชุดๆ คุณแม่และเกตุตกลงว่าจะทำขนมจีบซาลาเปาออกจำหน่ายวันละ 80 ชุด โดยต้นทุนชุดละ 25 บาท

สำหรับ 10 ชุดแรกนั้นคุณแม่และเกตุต้องการจูงใจลูกค้าโดยการขายแค่ครึ่งราคา ส่วนอีก 70 ชุดที่เหลือ ขายในราคาปกติ

ถ้าคุณแม่และเกตุต้องการกำไร 50% นักเรียนเรียนบอกได้หรือไม่ว่าคุณแม่และเกตุควรตั้งราคาขายขนมจีบและซาลาเปาชุดละกี่บาท

นักเรียนคิดว่าโจทย์ข้อนี้มีการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างเรื่องสมการกับความรู้เรื่องใดบ้าง อย่างไร

.....

.....

.....

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

2. คุณแม่และเกตุทำขนมจีบซาลาเปาออกจำหน่ายวันละกี่ชุด ต้นทุนชุดละกี่บาท

.....

3. เงื่อนไขในการขายของคุณแม่และเกตุมีอะไรบ้าง

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

4. นักเรียนควรจะกำหนดตัวแปรอย่างไร

.....

5. ต้นทุนในการผลิตขนมจีบซาลาเปาทั้งหมดคือเท่าไร

.....

6.เนื่องจากคุณแม่และเก้ต้องการกำไร 50% คิดเป็นเงินเท่าไร

.....

7.จากข้อ 5 และ 6 แสดงว่าคุณแม่และเก้ขายได้เงินทั้งหมดเท่าไร

.....

8.เนื่องจาก 10 ชุดแรกขายประเดิมแค่ครึ่งราคา อยากทราบว่า

8.1 ขาย 10 ชุดแรกได้เงินเท่าไร

.....

8.2 ขาย 70 ชุดที่เหลือได้เงินเท่าไร

.....

8.3 รวมขายทั้งหมดเท่าไร

.....

9.จากข้อมูลข้างต้น จะได้สมการที่ใช้ในการหาคำตอบคือ

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 2

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

(รายบุคคล)

สถานการณ์ที่ 1 ในการก่อสร้างบ้านหลังหนึ่ง พบก้อนหินใหญ่วางอยู่บนพื้นที่ซึ่งจะก่อสร้างบ้าน นายช่างก่อสร้างต้องการที่จะเคลื่อนย้ายหินก้อนนี้ออกไป เขาจึงตกลงใจว่าจะใช้คานงัดหิน เมื่อนายช่างวัดระยะจากหินมาถึงจุดพลิกครีของคาน พบว่าหินอยู่ห่างจากจุดพลิกครีเป็นระยะ 8 ฟุต ดังนั้น นายช่างจึงต้องนำน้ำหนัก 600 ปอนด์ มาวางห่างจากจุดพลิกครีของคานอีกด้านหนึ่งเป็นระยะ 9 ฟุต เพื่องัดหินก้อนนี้ขึ้นมา นักเรียนทราบหรือไม่ว่าหินก้อนนี้น้ำหนักเท่าไร

(ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

นักเรียนคิดว่าโจทย์ข้อนี้มีการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างเรื่องสมการกับความรู้เรื่องใดบ้าง อย่างไร

.....

.....

.....

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

2. หินอยู่ห่างจากจุดพลิกครีของคานกี่ฟุต

.....

3. นายช่างต้องนำน้ำหนักเท่าไรมาวางห่างจากจุดพลิกครีอีกด้านหนึ่ง และวางห่างเป็นระยะกี่ฟุต

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

4. นักเรียนควรจะกำหนดตัวแปรอย่างไร

.....

5. จากความรู้เกี่ยวกับคาน นักเรียนจะใช้หลักการใดของคานในการสร้างสมการ และสมการที่ใช้ในการหาคำตอบคืออะไร

.....

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

สถานการณ์ที่ 2 ด.ช. ดนัย สูง 1.9 เมตร ทุกครั้งที่เขามาโรงเรียนและเข้าแถวในตอนเช้าเขาสังเกตเห็นเงาของตัวเองยาว 1.7 เมตร วันหนึ่งในชั่วโมงคณิตศาสตร์ครูมอบหมายงานให้ ด.ช. ดนัย หาความสูงของเสาธง หากนักเรียนเป็น ด.ช. ดนัย นักเรียนจะใช้วิธีใดในการหาความสูงของเสาธง และเสาธงนี้มีความสูงเท่าไร ถ้าพบว่าในตอนเช้าเงาของเสาธงยาว 3.4 เมตร

(ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

นักเรียนคิดว่าโจทย์ข้อนี้มีการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างเรื่องสมการกับความรู้เรื่องใดบ้าง อย่างไร

.....

.....

.....

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สถานการณ์ที่ 3 สมชายมีที่ดินอยู่ 750 ตารางวา ต้องการแบ่งที่ดินแปลงนี้เพื่อปลูกผักคะน้า ผักบุ้ง และผักกาดขาวไปขาย เมื่อสมชายออกไปสำรวจตลาด พบว่า ผักคะน้าขายได้ราคาดีที่สุด รองลงมาคือผักกาดขาว และผักบุ้งตามลำดับ สมชายจึงตัดสินใจว่าจะแบ่งพื้นที่สำหรับปลูกผักคะน้า มากที่สุด รองลงมาคือผักกาดขาว และผักบุ้ง โดยแบ่งพื้นที่สำหรับปลูกผักกาดขาวให้เป็นสองเท่า ของผักบุ้ง และพื้นที่สำหรับปลูกผักคะน้าเท่ากับพื้นที่ที่ปลูกผักกาดขาวและผักบุ้งรวมกัน จงหาว่า สมชายใช้พื้นที่ในการปลูกผักแต่ละชนิดเท่าไร

นักเรียนคิดว่าโจทย์ข้อนี้มีการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างเรื่องสมการกับความรู้เรื่องใดบ้าง อย่างไร

.....

.....

.....

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สถานการณ์ที่ 4 โจ และ อีฟ นัดพบกันเพื่อไปเล่นเกมที่ร้านเกมแห่งหนึ่งซึ่งอยู่กึ่งกลางระหว่างบ้านโจและบ้านอีฟ โดยที่ทั้งคู่ใช้จักรยานยนต์เป็นยานพาหนะในการเดินทาง โจใช้จักรยานยนต์ด้วยอัตราเร็วที่มากกว่าอีฟอยู่ 24 กิโลเมตร/ชั่วโมง ถ้าโจใช้เวลาในการเดินทาง 12 นาที ส่วนอีฟใช้เวลาในการเดินทาง 20 นาที อยากทราบว่า

1. โจและอีฟใช้จักรยานยนต์ด้วยอัตราเร็วเท่าไร
2. บ้านโจและบ้านอีฟอยู่ห่างกันกี่กิโลเมตร

(ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

นักเรียนคิดว่าโจทย์ข้อนี้มีการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างเรื่องสมการกับความรู้เรื่องใดบ้าง อย่างไร

.....

.....

.....

วิธีทำ[illegible]

ใบงานที่ 2

1.ให้นักเรียนอ่านบทประพันธ์ต่อไปนี้

สามสิบเคียวรุศรี แปดสิบสี่บาท

นกหนูเท่าไรนา ลองปัญญาผู้คิด

จากบทประพันธ์ข้างต้นนี้ อยากทราบว่ามึ้นกและหนูอย่างละกี่ตัว

This image shows a single sheet of white paper with ten horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is no handwriting or other markings on the paper.

2. สมประสงค์ขับรถออกจากหมอชิตเมื่อเวลา 13.00 น. เพื่อไปยังสนามหลวงด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 50

กิโลเมตร/ชั่วโมง ต่อมาเวลา 13.30 น. สมาชิกขับรถออกจากที่เดียวกับสมปองและไปในเส้นทาง

เดียวกันด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 60 กิโลเมตร/ชั่วโมง จงหาว่าสมชาติขับรถไปทันสมปองเมื่อเวลาเท่าไร

และทั้งสองเดินทางไปเป็นระยะทางเท่าไร

[illegible]

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

วิชา คณิตศาสตร์

ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)

เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้น
(สองตัวแปร)

จำนวน 3 คาบ เวลา 3 ชั่วโมง

สาระการเรียนรู้

1. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้
2. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยเชื่อมโยงความรู้เรื่องสมการกับความรู้อื่นภายในวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้ในวิชาอื่นๆ หรือความรู้ในชีวิตประจำวันได้

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูแจกใบความรู้ที่ 3 จากนั้นใช้การถามตอบประกอบการอธิบายตามใบความรู้ที่ 3 เพื่อทบทวนความรู้เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2. ครูแจกใบงานที่ 3 ให้กับนักเรียนทุกคน ให้นักเรียนทำใบงานที่ 3 เป็นรายบุคคล โดยเริ่มจากข้อที่ 1 ครูใช้การถามตอบประกอบการอธิบายเพื่อแก้สมการในข้อที่ 1 พร้อมกันทั้งชั้น
3. ให้นักเรียนแต่ละคนลงมือทำข้อที่ 2 – 4 ด้วยตัวเอง (ให้เวลา 15 นาที) จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 3 คน ให้ออกมาเฉลยข้อ 2 – 4 บนกระดานดำที่ละข้อ และให้นักเรียนที่เหลือช่วยกันอภิปราย หากมีนักเรียนคนใดเห็นว่าผิด หรือมีวิธีคิดที่แตกต่างออกไป ก็ให้นักเรียนคนนั้นออกมาแสดงวิธีทำของตนบนกระดานดำ
4. ครูให้นักเรียนนำใบความรู้ที่ 2 ที่ครูได้แจกไปแล้วขึ้นมาอีกครั้ง เพื่อทบทวนถึงหลักการในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ
5. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน จากนั้นแจกใบกิจกรรมที่ 3 ให้กับนักเรียนทุกคน แล้วให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันอภิปรายเพื่อตอบคำถามในสถานการณ์ที่ 1 (ให้เวลา 10 นาที) เมื่อจบการอภิปรายแล้วให้ตัวแทนกลุ่ม 1 คน ออกมานำเสนอผลงานของกลุ่ม
6. ให้นักเรียนทุกคนสังเกตผลงานของแต่ละกลุ่ม จากนั้นครูใช้การถามตอบประกอบการ

อธิบายเพื่อสรุปสถานการณ์ที่ 1 ในใบกิจกรรมที่ 3

7. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 4 ให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล โดยเริ่มจากสถานการณ์ที่ 1 (ให้เวลา 7 นาที) จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 1 คน ออกมานำเสนอหน้าชั้นแล้วให้นักเรียนที่เหลือช่วยกันอภิปราย จากนั้นครูจึงใช้การถามตอบประกอบการอธิบายเพื่อสรุปสถานการณ์ที่ 1 สำหรับสถานการณ์ที่ 2- 4 นั้นทำเช่นเดียวกับสถานการณ์ที่ 1

8. ครูแจกใบงานที่ 4 ให้นักเรียนทุกคนกลับไปทำเป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. ใบความรู้ที่ 3
2. ใบงานที่ 3
3. ใบความรู้ที่ 2
4. ใบกิจกรรมที่ 3
5. ใบกิจกรรมที่ 4
6. ใบงานที่ 4

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตจากการตอบคำถาม และการอภิปรายในชั้นเรียน
2. จากผลงานในการทำกิจกรรมทั้งรายกลุ่ม และรายบุคคล
3. จากการตรวจการบ้าน

ใบความรู้ที่ 3

การแก้ระบบสมการเชิงเส้น (สองตัวแปร)

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ สมการที่อยู่ในรูป $ax + by + c = 0$

เมื่อ x, y เป็นตัวแปร และ a, b, c เป็นค่าคงที่ โดย a และ b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน เช่น $-11x + 9y - 5 = 0$, $8x - 25y = 70$ เป็นต้น

ถ้า a, b, c, d, e และ f เป็นค่าคงที่ โดย a, b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน และ d, e ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน แล้วจะเรียก

$$ax + by = c$$

$$dx + ey = f$$

ว่า ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ ค่าของ x และ y ที่ทำให้สมการทั้งคู่เป็นจริง

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

1. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยการแทนค่า

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้ระบบสมการเชิงเส้น

$$3x - y = 7 \quad \text{————— (1)}$$

$$5x - 9y = 41 \quad \text{————— (2)}$$

วิธีทำ จาก (1) จัด y ในรูปของ x

$$\text{จะได้} \quad -y = 7 - 3x$$

$$\text{ดังนั้น} \quad y = -7 + 3x \quad \text{————— (3)}$$

นำค่า y ที่ได้ ใน (3) ไปแทนใน (2)

$$\text{จะได้} \quad 5x - 9(-7 + 3x) = 41$$

$$5x + 63 - 27x = 41$$

$$-22x + 63 = 41$$

$$-22x = -22$$

ดังนั้น $x = 1$

นำค่า $x = 1$ ที่ได้ไปแทนใน (3)

จะได้ $y = -7 + 3$ (1)

$$y = -7 + 3$$

ดังนั้น $y = -4$

∴ คำตอบของระบบสมการคือ (1, -4)

2. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยการกำจัดตัวแปร

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้ระบบสมการเชิงเส้น

$$3x - y = 23 \quad \text{—————} \quad (1)$$

$$4x + 3y = 48 \quad \text{—————} \quad (2)$$

วิธีทำ กำจัดตัวแปร y โดยอาศัยหลักการคูณ และหลักการบวกตามลำดับ ดังนี้

(1) × 3 จะได้ $9x - 3y = 69 \quad \text{—————} \quad (3)$

(2) + (3) จะได้ $13x = 117$

ดังนั้น $x = 9$

นำค่า $x = 9$ ที่ได้ ไปแทนใน (1)

จะได้ $3(9) - y = 23$

$$27 - y = 23$$

$$-y = 23 - 27$$

$$-y = -4$$

ดังนั้น $y = 4$

∴ คำตอบของระบบสมการ คือ (9, 4)

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้ระบบสมการ

$$3(x + y) = 2(3x + 4y) \quad \text{—————} \quad (1)$$

$$2x = 1 - 3y \quad \text{—————} \quad (2)$$

วิธีทำ จาก (1) จัดสมการใหม่

จะได้ $3x + 3y = 6x + 8y$

$$-3x - 5y = 0$$

$$3x + 5y = 0 \quad \text{_____} \quad (3)$$

จาก (2) จัดสมการใหม่

$$\text{จะได้} \quad 2x + 3y = 1 \quad \text{_____} \quad (4)$$

กำจัดตัวแปร x ดังนี้

$$(3) \times 2 \quad \text{จะได้} \quad 6x + 10y = 0 \quad \text{_____} \quad (5)$$

$$(4) \times 3 \quad \text{จะได้} \quad 6x + 9y = 3 \quad \text{_____} \quad (6)$$

$$(5) - (6) \quad \text{จะได้} \quad y = -3$$

นำค่า $y = -3$ ที่ได้ไปแทนใน (3)

$$\text{จะได้} \quad 3x + 5(-3) = 0$$

$$3x - 15 = 0$$

$$3x = 15$$

$$\text{ดังนั้น} \quad x = 5$$

$\therefore$ คำตอบของระบบสมการคือ $(5, -3)$

ใบงานที่ 3

จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$$1) \quad 5x + 3y = 95 \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad (1)$$

$$2x - 7y = -3 \quad \text{—————} \quad (2)$$

วิธีทำ กำจัดตัวแปร.....ดังนี้

(1) $x \dots \dots$ បាន $\dot{\text{ត}}$ $\dots \dots$ $\dots \dots$ (3)

(2) x..... จะได้อ..... (4)

.....จะไดั.....

ดังนั้น.....

นำค่า.....ที่ได้ ไปแทนใน.....

จะได้.....

.....

.....

ดังนั้น.....

∴ คำตอบของระบบสมการคือ.....

$$2.) \quad \frac{3x}{4} - \frac{5y}{6} = 8 \quad \text{_____} \quad (1)$$

$$\frac{3x}{8} - \frac{y}{2} = \frac{9}{2} \quad (2)$$

.....

.....

[illegible]

[illegible]

ใบกิจกรรมที่ 3

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้น (สองตัวแปร)

(รายกลุ่ม)

สถานการณ์ที่ 1 จัตุรชัยต้องการที่จะจับปลาในแม่น้ำไปขายที่ตลาดจึงใช้เรือยนต์ออกหาปลาในแม่น้ำทุกวัน วันหนึ่งเขาแล่นเรือตามน้ำได้ 3 ชั่วโมง ปรากฏว่าเครื่องขัดข้องจึงหยุดปล่อยให้เรือลอยตามกระแสน้ำ 1 ชั่วโมง ปรากฏว่าเขาอยู่ห่างจากจุดตั้งต้น 23 กิโลเมตร วันต่อมาเขาแล่นเรือทวนน้ำขึ้นไป 6 ชั่วโมง ปรากฏว่าเครื่องยนต์ขัดข้องอีก เขาจึงปล่อยให้เรือลอยตามกระแสน้ำ 2 ชั่วโมง ปรากฏว่าเขาอยู่ห่างจากจุดตั้งต้น 14 กิโลเมตร อยากทราบว่า อัตราเร็วของเรือในน้ำนิ่ง และ อัตราเร็วของกระแสน้ำเป็นเท่าไร

นักเรียนคิดว่าโจทย์ข้อนี้มีการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างเรื่องสมการกับความรู้เรื่องใดบ้าง อย่างไร

.....

.....

.....

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

2. วันที่ 1 แล่นเรืออย่างไร ได้ทางเท่าไร

.....

3. วันที่ 2 แล่นเรืออย่างไร ได้ทางเท่าไร

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

4. นักเรียนควรจะกำหนดตัวแปรอย่างไร

.....

.....

5. ดังนั้นอัตราเร็วของการแล่นเรือตามน้ำและทวนน้ำเป็นเท่าไร

.....

.....

6.จากเหตุการณ์ในวันที่ 1

6.1 ระยะทางที่เรือแล่นได้ใน 3 ชั่วโมงแรกเป็นเท่าใด

.....

.....

6.2 ระยะทางที่เรือแล่นได้ใน 1 ชั่วโมงหลังเป็นเท่าใด

.....

.....

6.3 เนื่องจากในวันที่ 1 เขาแล่นได้ทางทั้งหมดเท่ากับ 23 กิโลเมตร ดังนั้นสมการที่ 1 คือ

.....

7.จากเหตุการณ์ในวันที่ 2

7.1 ระยะทางที่เรือแล่นได้ใน 6 ชั่วโมงแรกเป็นเท่าใด

.....

.....

7.2 ระยะทางที่เรือแล่นได้ใน 2 ชั่วโมงหลังเป็นเท่าใด

.....

.....

7.3 เนื่องจากในวันที่ 2 เขาแล่นได้ทางทั้งหมดเท่ากับ 14 กิโลเมตร ดังนั้นสมการที่ 2 คือ

.....

.....

8.ดังนั้นโจทย์ข้อนี้ต้องใช้สมการใดบ้างในการหาคำตอบ

.....

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 4

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้น (สองตัวแปร)

(รายบุคคล)

สถานการณ์ที่ 1 ในหนึ่งวันร่างกายของคนเราต้องการแคลอรี 2000 กรัม และโปรตีน 50 กรัม หากนักเรียนศึกษาข้อมูลทางโภชนาการจากหนังสือสุขศึกษา พบว่า

ข้าวหนึ่งกรัม มีแคลอรี 3 กรัม และโปรตีน 0.06 กรัม

ปลาหนึ่งกรัม มีแคลอรี 6 กรัม และโปรตีน 0.20 กรัม

อยากทราบว่า นักเรียนควรบริโภคข้าวและปลาอย่างละกี่กรัมในหนึ่งวัน จึงจะได้รับแคลอรีและโปรตีนในปริมาณที่เพียงพอ

นักเรียนคิดว่าโจทย์ข้อนี้มีการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างเรื่องสมการกับความรู้เรื่องใดบ้าง อย่างไร

.....

.....

.....

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

2. ในหนึ่งวันร่างกายคนเราต้องการแคลอรี และโปรตีนเท่าไรจึงจะเพียงพอ

.....

3. ข้อมูลทางโภชนาการของข้าวและปลา มีดังนี้

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

4. นักเรียนควรจะกำหนดตัวแปรอย่างไร

.....

.....

5. จากข้อมูลทางโภชนาการ

5.1 ถ้าเราบริโภคข้าวและปลาในหนึ่งวัน จะได้รับแคลอรีเท่าไร

.....

5.2 เนื่องจากแคลอรีที่ได้ในข้อ 5.1 จะต้องเป็นปริมาณที่เพียงพอ คือ 2,000 กรัม ดังนั้น
สมการที่ 1 คือ

.....

6. จากข้อมูลโภชนาการ

6.1 ถ้าเราบริโภคข้าวและปลาในหนึ่งวันจะได้รับโปรตีนเท่าไร

.....

6.2 เนื่องจากโปรตีนที่ได้ในข้อ 6.1 จะต้องเป็นปริมาณที่เพียงพอคือ 50 กรัม ดังนั้นสมการ
ที่ 2 คือ

.....

7. ดังนั้นโจทย์ข้อนี้ต้องใช้สมการใดบ้างในการหาคำตอบ

.....

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

สถานการณ์ที่ 3 ในการทดลองทางเคมี ครูให้นักเรียนได้ศึกษาถึงปริมาณของแอลกอฮอล์ที่มีอยู่ในสารต่างๆ ซึ่งพบว่า

สารชนิดแรกมีแอลกอฮอล์อยู่ 12%

สารชนิดที่สองมีแอลกอฮอล์อยู่ 60%

หากครูต้องการให้นักเรียนนำสารสองชนิดนี้มาผสมกัน เพื่อให้ได้สารใหม่ซึ่งมีปริมาตร 30 ลูกบาศก์ เซนติเมตร และมีแอลกอฮอล์อยู่ 24 % นักเรียน จะต้องสารทั้งสองมาผสมกันอย่างไรลูกบาศก์ เซนติเมตร

นักเรียนคิดว่าโจทย์ข้อนี้มีการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างเรื่องสมการกับความรู้เรื่องใดบ้าง อย่างไร

.....

.....

.....

วิธีทำ

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the entire width of the page. There are no margins, text, or other markings present.

สถานการณ์ที่ 4 นักดาราศาสตร์คนหนึ่งได้ศึกษาภาพเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของดาวหางสองดวง ซึ่งอยู่ห่างกัน 27 ล้านไมล์ เขาสังเกตเห็นว่า ถ้าดาวหางสองดวงเริ่มเคลื่อนที่พร้อมกันในทิศทางเดียวกันจะได้ตามทันกันในเวลา 9 นาที แต่ถ้าเคลื่อนที่เข้าหากันจะชนกันในเวลา 3 นาที ถ้านักเรียนเป็นนักดาราศาสตร์คนนี้ นักเรียนจะสามารถบอกได้หรือไม่ว่า ดาวหางทั้งสองดวงนี้เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเท่าไร

นักเรียนคิดว่าโจทย์ข้อนี้มีการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างเรื่องสมการกับความรู้เรื่องใดบ้าง อย่างไร

วิธีทำ

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

ใบงานที่ 4

1. จิรศักดิ์เริ่มออกเดินทางโดยรถยนต์จากกรุงเทพฯไปสระบุรีเมื่อเวลา 15.00 น. ด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 35 กิโลเมตร/ชั่วโมง ส่วนสมพงศ์ก็ออกเดินทางจากจากกรุงเทพฯไปสระบุรีเช่นเดียวกัน แต่ออกเดินทางเมื่อเวลา 18.00 น. ด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 55 กิโลเมตร/ชั่วโมง จงหาว่าเมื่อไรที่สมพงศ์จะขั้บรถทันจิรศักดิ์ และทันกันเมื่อทั้งสองเดินทางไปได้กี่กิโลเมตร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ป๋อพายเรือจากบ้านเพื่อไปซื้อข้าวให้แม่ที่ตลาด ซึ่งอยู่ห่างกัน 2 กิโลเมตร เขาไปป๋อพายเรือตามน้ำใช้เวลา 15 นาที ส่วนขากลับป๋อพายเรือทวนน้ำใช้เวลา 20 นาที นักเรียนทราบหรือไม่ว่าอัตราเร็วของการพายเรือในน้ำนิ่งของป๋อและอัตราเร็วของกระแสน้ำ เป็นเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

วิชา คณิตศาสตร์

ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)

เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสอง
(ตัวแปรเดียว)

จำนวน 4 คาบ เวลา 4 ชั่วโมง

สาระการเรียนรู้

1. สมการกำลังสองตัวแปรเดียวและการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว
2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้
2. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยเชื่อมโยงความรู้เรื่องสมการกับความรู้อื่นภายในวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้ในวิชาอื่นๆ หรือความรู้ในชีวิตประจำวันได้

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูแจกใบความรู้ที่ 4 จากนั้นใช้การถามตอบประกอบการอธิบายตามใบความรู้ที่ 4 เพื่อทบทวนความรู้เรื่องสมการกำลังสองตัวแปรเดียว และการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว
2. ครูแจกใบงานที่ 5 ให้กับนักเรียนทุกคน ให้นักเรียนทำใบงานที่ 5 เป็นรายบุคคล โดยครูใช้การถามตอบประกอบการอธิบายเพื่อแก้สมการในข้อที่ 1 ไปจนถึงข้อที่ 4 พร้อมกันทั้งชั้น
3. ให้นักเรียนแต่ละคนลงมือทำข้อที่ 5 ตั้งแต่ข้อย่อยที่ 5.1 – 5.4 ด้วยตัวเอง (ใช้เวลา 20 นาที) จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 4 คน ให้ออกมาเฉลยข้อย่อยที่ 5.1 – 5.4 บนกระดานดำที่ละข้อ และให้นักเรียนที่เหลือช่วยกันอภิปราย หากมีนักเรียนคนใดเห็นว่าผิด หรือมีวิธีคิดที่แตกต่างออกไป ก็ให้นักเรียนคนนั้นออกมาแสดงวิธีทำของตนบนกระดานดำ
4. ครูให้นักเรียนนำใบความรู้ที่ 2 ที่ครูได้แจกไปแล้วขึ้นมาอีกครั้ง เพื่อทบทวนถึงหลักการในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ
5. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน จากนั้นแจกใบกิจกรรมที่ 5 ให้กับนักเรียนทุกคน แล้วให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันอภิปรายเพื่อตอบคำถามในสถานการณ์ที่ 1 (ใช้เวลา 10 นาที) เมื่อจบการอภิปรายแล้วให้ตัวแทนกลุ่ม 1 คน ออกมานำเสนอผลงานของกลุ่ม
6. ให้นักเรียนทุกคนสังเกตผลงานของแต่ละกลุ่ม จากนั้นครูใช้การถามตอบประกอบการ

อธิบายเพื่อสรุปสถานการณ์ที่ 1 ในใบกิจกรรมที่ 5

7. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 6 ให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล โดยเริ่มจากสถานการณ์ที่ 1 (ให้เวลา 10 นาที) จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 1 คน ออกมานำเสนอหน้าชั้นแล้วให้นักเรียนที่เหลือช่วยกันอภิปราย จากนั้นครูจึงใช้การถามตอบประกอบการอธิบายเพื่อสรุปสถานการณ์ที่ 1 สำหรับสถานการณ์ที่ 2- 4 นั้นทำเช่นเดียวกับสถานการณ์ที่ 1

8. ครูแจกใบงานที่ 6 ให้นักเรียนทุกคนกลับไปทำเป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. ใบความรู้ที่ 4
2. ใบงานที่ 5
3. ใบความรู้ที่ 2
4. ใบกิจกรรมที่ 5
5. ใบกิจกรรมที่ 6
6. ใบงานที่ 6

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตจากการตอบคำถาม และการอภิปรายในชั้นเรียน
2. จากผลงานในการทำกิจกรรมทั้งรายกลุ่ม และรายบุคคล
3. จากการตรวจการบ้าน

ใบความรู้ที่ 4

สมการกำลังสอง (ตัวแปรเดียว)

สมการกำลังสอง คือ สมการที่มีรูปทั่วไปเป็น $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงที่ และ $a \neq 0$

การแก้สมการกำลังสอง คือ การหาคำตอบของสมการกำลังสอง ซึ่งสามารถทำได้หลายวิธี ดังนี้

1. การแก้สมการกำลังสองโดยใช้วิธีแยกตัวประกอบ ทำดังนี้

1.1 จัดสมการให้อยู่ในรูป $ax^2 + bx + c = 0$ โดยที่ $a > 0$

1.2 แยกตัวประกอบของ $ax^2 + bx + c$

1.3 หาค่า x โดยใช้คุณสมบัติที่ว่า ถ้า a, b แทนจำนวนจริง และ $ab = 0$ แล้ว

$a = 0$ หรือ $b = 0$

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $19x - 7 = -6x^2$

วิธีทำ $19x - 7 = -6x^2$

จัดสมการใหม่จะได้

$$6x^2 + 19x - 7 = 0$$

$$(3x-1)(2x+7) = 0$$

ดังนั้น $3x - 1 = 0$ หรือ $2x + 7 = 0$

$$x = \frac{1}{3} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{-7}{2}$$

$\therefore$ คำตอบของสมการ คือ $x = \frac{1}{3}$ และ $x = \frac{-7}{2}$

2. การแก้สมการกำลังสองโดยใช้สมบัติของรากที่สอง

ใช้เมื่อสมการกำลังสองมีรูปทั่วไปเป็น $x^2 = c$ เมื่อ $c > 0$ ทำดังนี้

$$x^2 = c$$

$$x^2 - c = 0$$

$$x^2 - (\sqrt{c})^2 = 0$$

$$(x - \sqrt{c})(x + \sqrt{c}) = 0$$

ดังนั้น $x - \sqrt{c} = 0$ หรือ $x + \sqrt{c} = 0$

$$x = \sqrt{c} \quad \text{หรือ} \quad x = -\sqrt{c}$$

คำตอบของสมการคือ $x = \sqrt{c}$ และ $x = -\sqrt{c}$

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ $3x^2 = 24$

วิธีทำ $3x^2 = 24$

จัดสมการใหม่

$$3x^2 - 24 = 0$$

เอา 3 หารตลอดจะได้

$$x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 - (\sqrt{8})^2 = 0$$

$$(x - \sqrt{8})(x + \sqrt{8}) = 0$$

ดังนั้น $x - \sqrt{8} = 0$ หรือ $x + \sqrt{8} = 0$

$$x = \sqrt{8}$$

$$x = -\sqrt{8}$$

$$x = 2\sqrt{2}$$

$$x = -2\sqrt{2}$$

$\therefore$ คำตอบของสมการคือ $2\sqrt{2}$ และ $-2\sqrt{2}$

3. การแก้สมการกำลังสองโดยใช้วิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ ทำดังนี้

3.1 เอาสัมประสิทธิ์ของ x^2 หารตลอด

3.2 เอา $\frac{1}{2}$ มาคูณสัมประสิทธิ์ของ x^2 แล้วบวกเข้าและลบออกทางซ้ายของสมการ

3.3 จัดให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์

3.4 จัดให้อยู่ในรูปผลต่างกำลังสอง

3.5 แก้สมการโดยใช้สมบัติของรากที่สอง

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการ $5x^2 - 2x - 3 = 0$

วิธีทำ $5x^2 - 2x - 3 = 0$

เอา 5 หารตลอดจะได้

$$x^2 - \frac{2x}{5} - \frac{3}{5} = 0$$

เอา $(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5})^2 = (\frac{1}{5})^2$ บวกเข้าและลบออกทางซ้ายของสมการ

$$\begin{aligned}
& x^2 - \frac{2x}{5} + \left(\frac{1}{5}\right)^2 - \left(\frac{1}{5}\right)^2 - \frac{3}{5} = 0 \\
& \left\{ x^2 - \frac{2x}{5} + \left(\frac{1}{5}\right)^2 \right\} - \frac{1}{25} - \frac{3}{5} = 0 \\
& \left(x - \frac{1}{5} \right)^2 - \frac{16}{25} = 0 \\
& \left(x - \frac{1}{5} \right)^2 - \left(\frac{4}{5} \right)^2 = 0 \\
& \text{ดังนั้น} \quad \left(x - \frac{1}{5} - \frac{4}{5} \right) = 0 \quad \text{หรือ} \quad x - \frac{1}{5} + \frac{4}{5} = 0 \\
& \quad \quad \quad x = \frac{1}{5} + \frac{4}{5} \quad \quad \quad x = \frac{1}{5} - \frac{4}{5} \\
& \quad \quad \quad x = 1 \quad \quad \quad x = \frac{-3}{5} \\
& \therefore \text{คำตอบของสมการคือ} \quad x = 1 \quad \quad \text{และ} \quad x = \frac{-3}{5}
\end{aligned}$$

4. การแก้สมการกำลังสองโดยใช้สูตร ทำดังนี้

ถ้า $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงที่ ซึ่ง $a \neq 0$ และ $b^2 - 4ac \geq 0$

$$\text{แล้ว} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ตัวอย่างที่ 4 จงแก้สมการ $3x^2 - 4x - 1 = 0$

วิธีทำ $3x^2 - 4x - 1 = 0$

$$\text{จากสูตร} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

และ $a = 3$, $b = -4$, $c = -1$ จะได้

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(3)(-1)}}{2(3)}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{6}$$

$$x = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{6}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{7}}{3}$$

$$\therefore \text{คำตอบของสมการคือ } \frac{2+\sqrt{7}}{3} \text{ และ } \frac{2-\sqrt{7}}{3}$$

ใบงานที่ 5

1. จงแก้สมการ $4 - \frac{17x}{3} = -2x^2$ โดยใช้วิธีแยกตัวประกอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงแก้สมการ $(3x - 4)^2 = 49$ โดยใช้สมบัติของรากที่สอง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงแก้สมการ $9x^2 - 6x + 1 = 0$ โดยใช้วิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. จงแก้สมการ $5x^2 + 2 = 9x$ โดยใช้สูตร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. จงหาคำตอบต่อไปนี้

5.1) $4x - 1.6x^2 = 2.5$

.....

.....

.....

.....

.....

5.2) $6x^2 + 4x = 5 - 6x^2$

.....

.....

.....

.....

.....

5.3) $3(5x + 4)^2 = 243$

.....

.....

.....

.....

.....

$$5.4) (5-2x)^2 + 3x(x-3) = 1$$

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 5

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสอง (ตัวแปรเดียว)

(รายกลุ่ม)

สถานการณ์ที่ 1 มานพและอรรถพลต้องการเดินทางจากกรุงเทพฯ เพื่อกลับไปเยี่ยมบ้านเกิดของแต่ละคนที่ต่างจังหวัดในวันสงกรานต์ มานพเป็นคนภาคตะวันออก ส่วนอรรถพลเป็นคนภาคเหนือ ทั้งคู่เริ่มออกเดินทางจากกรุงเทพฯ พร้อมกัน มานพขับรถไปทางทิศตะวันออก ในขณะที่อรรถพลขับรถไปทางทิศเหนือด้วยอัตราเร็วที่มากกว่าอัตราเร็วของมานพ 15 กิโลเมตร / ชั่วโมง หลังจากทั้งคู่เดินทางไปได้ 1 ชั่วโมง 20 นาที ปรากฏว่ารถทั้งสองคันอยู่ห่างกัน 100 กิโลเมตร นักเรียนทราบหรือไม่ว่า มานพและอรรถพลขับรถด้วยอัตราเร็วเท่าไร (ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

นักเรียนคิดว่าโจทย์ข้อนี้มีการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างเรื่องสมการกับความรู้เรื่องใดบ้าง อย่างไร

.....

.....

.....

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

2. อรรถพลขับรถด้วยอัตราเร็วที่เร็วกว่ามานพเท่าไร

.....

3. เวลาผ่านไป 1 ชั่วโมง 20 นาที รถทั้งสองคันอยู่ห่างกันกี่กิโลเมตร

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

4. นักเรียนควรจะกำหนดตัวแปรอย่างไร

.....

.....

5. ในเวลา 1 ชั่วโมง 20 นาที มานพขับได้ระยะทางเท่าไร

.....

.....

6. ในเวลา 1 ชั่วโมง 20 นาที เท่ากัน อรรถพลขับได้ระยะทางเท่าไร

.....

.....

7. เนื่องจากเมื่อเวลาผ่านไปรถทั้งสองคันอยู่ห่างกัน 100 กิโลเมตร เมื่อนักเรียนพิจารณาประกอบกับภาพที่นักเรียนได้วาดไปข้างต้น นักเรียนคิดว่าน่าจะใช้ความรู้เกี่ยวกับอะไรมาช่วยในการสร้างสมการ

.....

8. สมการที่ใช้ในการหาคำตอบคือ

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 6

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการกำลังสอง (ตัวแปรเดียว)

(รายบุคคล)

สถานการณ์ที่ 1 บริษัทผลิตน้ำหอมแห่งหนึ่งต้องการผลิตน้ำหอมโดยออกแบบขวดเป็นรูปทรงพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งแต่ละขวดจะต้องบรรจุน้ำหอมเต็มขวด และมีปริมาตร 144 ลูกบาศก์เซนติเมตร ทางฝ่ายออกแบบผลิตภัณฑ์ได้แนะนำเพิ่มเติมว่าหากจะให้ขวดน้ำหอมมีรูปทรงสวยงามนั้น ควรจะต้องผลิตฐานของขวดน้ำหอมให้ด้านกว้างสั้นกว่าด้านยาว 3 เซนติเมตร และควรให้ขวดมีความสูง 8 เซนติเมตร ถ้านักเรียนเป็นพนักงานของบริษัทนี้ที่จะต้องควบคุมการผลิตขวดน้ำหอมและเห็นด้วยกับคำแนะนำของฝ่ายออกแบบผลิตภัณฑ์ นักเรียนจะต้องควบคุมการผลิตขวดน้ำหอมให้มีความกว้างและความยาวของฐานเป็นเท่าไร
(ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

นักเรียนคิดว่าโจทย์ข้อนี้มีการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างเรื่องสมการกับความรู้เรื่องใดบ้าง อย่างไร

.....

.....

.....

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

2. เงื่อนไขในการผลิตขวดน้ำหอมรูปทรงพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าของบริษัทนี้มีอะไรบ้าง

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

3. นักเรียนควรจะกำหนดตัวแปรอย่างไร

.....

.....

4. นักเรียนจะต้องนำความรู้เกี่ยวกับเรื่องอะไรมาช่วยในการสร้างสมการ และสมการที่ใช้ในการหาคำตอบคืออะไร

.....

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบงานที่ 6

1. สมพงษ์ และธเนศ ขับรถออกจากกรุงเทพฯ เพื่อไปอยุธยา ซึ่งมีระยะทาง 112 กิโลเมตร ทั้งสองออกเดินทางจากกรุงเทพฯพร้อมกัน สมพงษ์ขับรถโดยใช้อัตราเร็วมากกว่าธเนศ 10 กิโลเมตร/ชั่วโมง ปรากฏว่าสมพงษ์ไปถึงอยุธยาก่อนธเนศ 3 ชั่วโมง 20 นาที นักเรียนทราบหรือไม่ว่าสมพงษ์และธเนศขับรถด้วยอัตราเร็วเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. สายใจมีแผ่นสังกะสีรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแผ่นหนึ่ง ซึ่งเมื่อวัดความยาวรอบรูปของสังกะสี แผ่นนี้พบว่ามีความยาวรอบรูป 132 นิ้ว สายใจต้องการเอาแผ่นสังกะสีแผ่นนี้ มาทำเป็นถังแบบไม่มีฝาปิด โดยตัดมุมทั้งสี่ในลักษณะเหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 3 นิ้ว ออกไป ปรากฏว่าถังใบนี้มีปริมาตร 2,160 ลูกบาศก์นิ้ว จงหาว่าถังใบนี้มีความกว้าง และความยาวที่ฐานเท่าไร

.....

.....

.....

.....

[illegible]

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

วิชา คณิตศาสตร์

ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2)

เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการ

จำนวน 4 คาบ เวลา 4 ชั่วโมง

(สองตัวแปรที่มีดีกรีไม่เกินสอง)

สาระการเรียนรู้

1. ระบบสมการ (สองตัวแปรที่มีดีกรีไม่เกินสอง) และการแก้ระบบสมการ
2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการ (สองตัวแปรที่มีดีกรีไม่เกินสอง)

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถแก้ระบบสมการ (สองตัวแปรที่มีดีกรีไม่เกินสอง)
2. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการ (สองตัวแปรที่มีดีกรีไม่เกินสอง)

โดยเชื่อมโยงความรู้เรื่องสมการกับความรู้อื่นภายในวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้ในวิชาอื่นๆ หรือความรู้ในชีวิตประจำวันได้

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูแจกใบความรู้ที่ 5 จากนั้นใช้การถามตอบประกอบการอธิบายตามใบความรู้ที่ 5 เพื่อทบทวนความรู้เรื่องระบบสมการ (สองตัวแปรที่มีดีกรีไม่เกินสอง) และการแก้ระบบสมการ
2. ครูแจกใบงานที่ 7 ให้กับนักเรียนทุกคน ให้นักเรียนทำใบงานที่ 7 เป็นรายบุคคล โดยครูใช้การถามตอบประกอบการอธิบายเพื่อแก้สมการในข้อที่ 1 ข้อย่อย 1.1 พร้อมกันทั้งชั้น
3. ให้นักเรียนแต่ละคนลงมือทำข้อย่อยที่ 1.2- 1.3 ด้วยตัวเอง (ใช้เวลา 10 นาที) จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 2 คน ให้ออกมาเฉลยข้อย่อยที่ 1.2-1.3 บนกระดานดำที่ละข้อ และให้นักเรียนที่เหลือช่วยกันอภิปราย หากมีนักเรียนคนใดเห็นว่าผิด หรือมีวิธีคิดที่แตกต่างออกไป ก็ให้นักเรียนคนนั้นออกมาแสดงวิธีทำของตนบนกระดานดำ
4. ครูใช้การถามตอบประกอบการอธิบายเพื่อแก้สมการในข้อที่ 2 ข้อย่อย 2.1 พร้อมกันทั้งชั้น
5. ให้นักเรียนแต่ละคนลงมือทำข้อย่อยที่ 2.2- 2.3 ด้วยตัวเอง (ใช้เวลา 10 นาที) จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 2 คน ให้ออกมาเฉลยข้อย่อยที่ 2.2 - 2.3 บนกระดานดำที่ละข้อ และให้นักเรียนที่เหลือช่วยกันอภิปราย หากมีนักเรียนคนใดเห็นว่าผิด หรือมีวิธีคิดที่แตกต่างออกไป ก็ให้นักเรียนคนนั้นออกมาแสดงวิธีทำของตนบนกระดานดำ

6. ครูให้นักเรียนนำใบความรู้ที่ 2 ที่ครูได้แจกไปแล้วขึ้นมาอีกครั้ง เพื่อทบทวนถึงหลักการในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ

7. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 4 คน จากนั้นแจกใบกิจกรรมที่ 7 ให้กับนักเรียนทุกคน แล้วให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันอภิปรายเพื่อตอบคำถามในสถานการณ์ที่ 1 (ใช้เวลา 10 นาที) เมื่อจบการอภิปรายแล้วให้ตัวแทนกลุ่ม 1 คน ออกมานำเสนอผลงานของกลุ่ม

6. ให้นักเรียนทุกคนสังเกตผลงานของแต่ละกลุ่ม จากนั้นครูใช้การถามตอบประกอบการอธิบายเพื่อสรุปสถานการณ์ที่ 1 ในใบกิจกรรมที่ 7

7. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 8 ให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล โดยเริ่มจากสถานการณ์ที่ 1 (ใช้เวลา 10 นาที) จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 1 คน ออกมานำเสนอหน้าชั้นแล้วให้นักเรียนที่เหลือช่วยกันอภิปราย จากนั้นครูจึงใช้การถามตอบประกอบการอธิบายเพื่อสรุปสถานการณ์ที่ 1 สำหรับสถานการณ์ที่ 2- 4 นั้นทำเช่นเดียวกับสถานการณ์ที่ 1

8. ครูแจกใบงานที่ 8 ให้นักเรียนทุกคนกลับไปทำเป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. ใบความรู้ที่ 5
2. ใบงานที่ 7
3. ใบความรู้ที่ 2
4. ใบกิจกรรมที่ 7
5. ใบกิจกรรมที่ 8
6. ใบงานที่ 8

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. สังเกตจากการตอบคำถาม และการอภิปรายในชั้นเรียน
2. จากผลงานในการทำกิจกรรมทั้งรายกลุ่ม และรายบุคคล
3. จากการตรวจการบ้าน

ใบความรู้ที่ 5

ระบบสมการ (สองตัวแปรที่มีดีกรีไม่เกินสอง)

ระบบสมการ มี 2 ลักษณะ ดังต่อไปนี้

1. ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง

ตัวอย่างเช่น

$$\bullet x^2 + y^2 = 50 \quad \text{_____} (1)$$

$$x + y = 6 \quad \text{_____} (2)$$

$$\bullet x - y = 3 \quad \text{_____} (1)$$

$$xy = 70 \quad \text{_____} (2)$$

$$\bullet x^2 - xy + y^2 = 75 \quad \text{_____} (1)$$

$$x + y = 15 \quad \text{_____} (2)$$

การแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง ทำได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 นำสมการเชิงเส้นมาหาค่า x ในรูปของ y หรือหาค่า y ในรูปของ x

ขั้นที่ 2 นำค่า x หรือ y ที่ได้จากขั้นที่ 1 มาแทนในสมการดีกรีสองที่เหลือ จะได้เป็น

สมการกำลังสอง เพื่อหาค่า x และ y

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้ระบบสมการ

$$2x^2 + y^2 = 6 \quad \text{_____} (1)$$

$$3x + y = 5 \quad \text{_____} (2)$$

วิธีทำ จาก (2) จัด y ให้อยู่ในรูปของ x จะได้

$$y = 5 - 3x$$

นำค่า y ที่ได้ไปแทนใน (1) จะได้

$$2x^2 + (5 - 3x)^2 = 6$$

$$2x^2 + (25 - 30x + 9x^2) = 6$$

$$2x^2 + 25 - 30x + 9x^2 = 6$$

$$11x^2 - 30x + 19 = 0$$

$$(11x - 19)(x - 1) = 0$$

ดังนั้น $11x - 19 = 0$ หรือ $x - 1 = 0$

$$x = \frac{19}{11} \quad x = 1$$

นำ $x = \frac{19}{11}$ และ $x = 1$ แทนใน (3)

ถ้า $x = \frac{19}{11}$ จะได้ $y = 5 - 3\left(\frac{19}{11}\right)$

$$= 5 - \frac{57}{11}$$

$$= \frac{-2}{11}$$

ถ้า $x = 1$ จะได้ $y = 5 - 3(1)$

$$= 2$$

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการ คือ $\left(\frac{19}{11}, \frac{-2}{11}\right)$ และ $(1, 2)$

2. ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

ตัวอย่างเช่น

• $x^2 + y^2 = 25$ _____ (1)

$x^2 - y^2 = 7$ _____ (2)

• $2y^2 + 3xy = 0$ _____ (1)

$3y^2 - 5xy = 57$ _____ (2)

• $x^2 + y^2 = 10$ _____ (1)

$xy = 3$ _____ (2)

การแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรี 2 ทำได้หลายวิธี ดังนี้

วิธีที่ 1 กำจัดตัวแปรหนึ่งให้หมดไป (ใช้เมื่อพจน์ที่มีตัวแปรเป็นพจน์ที่คล้ายกัน)

วิธีที่ 2 หาค่าตัวแปรใดตัวแปรหนึ่งให้อยู่ในรูปของอีกตัวแปรหนึ่ง แล้วนำไปแทนในอีกสมการหนึ่ง

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้ระบบสมการ

$$x(2x+3y) = 11 \quad \text{_____ (1)}$$

$$3x^2 - 2xy = 10 \quad \text{--- (2)}$$

วิธีทำ จาก 1 จัดสมการใหม่จะได้ $2x^2 + 3xy = 11 \quad \text{--- (1)}$

จาก 2 จัดสมการใหม่จะได้ $3x^2 - 2xy = 10 \quad \text{--- (2)}$

(1) x 2 จะได้ $4x^2 + 6xy = 22 \quad \text{--- (3)}$

(2) x 3 จะได้ $9x^2 - 6xy = 30 \quad \text{--- (4)}$

(3)+(4) จะได้ $13x^2 = 52$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

นำค่า $x = \pm 2$ แทนใน (1)

ถ้า $x = 2$ จะได้ $2(2^2) + 3(2)y = 11$

$$8 + 6y = 11$$

$$6y = 3$$

$$y = \frac{1}{2}$$

ถ้า $x = -2$ จะได้ $2(-2^2) + 3(-2)y = 11$

$$8 - 6y = 11$$

$$-6y = 3$$

$$y = \frac{-1}{2}$$

ดังนั้นคำตอบของสมการคือ $(2, \frac{1}{2})$ และ $(-2, -\frac{1}{2})$

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้ระบบสมการ

$$x^2 + y^2 = 8 \quad \text{--- (1)}$$

$$xy = 4 \quad \text{--- (2)}$$

วิธีทำ จาก (2) จัด y ให้อยู่ในรูปของ x จะได้

$$y = \frac{4}{x} \quad \text{--- (3)}$$

นำค่า y ที่ได้ไปแทนใน (1) จะได้

$$x^2 + \left(\frac{4}{x}\right)^2 = 8$$

$$x^2 + \frac{16}{x^2} = 8$$

$$x^4 + 16 = 8x^2$$

$$x^4 - 8x^2 + 16 = 0$$

$$(x^2 - 4)(x^2 - 4) = 0$$

ดังนั้น $x^2 - 4 = 0$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

นำค่า $x = \pm 2$ ไปแทนใน (3)

ถ้า $x = 2$ จะได้ $y = \frac{4}{2} = 2$

ถ้า $x = -2$ จะได้ $y = \frac{4}{-2} = -2$

$\therefore$ คำตอบของสมการ คือ $(2, 2)$ และ $(-2, -2)$

ใบงานที่ 7

1. จงหาคำตอบของระบบสมการต่อไปนี้

1.1) $4x + 3y = 3$ — (1)

$xy = -15$ — (2)

วิธีทำ

จาก.....จัด.....ในรูปของ.....จะได้

.....

นำค่า.....ที่ได้ไปแทนใน.....จะได้

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น.....หรือ.....

.....หรือ.....

นำ.....และ.....แทนใน.....

ถ้า.....จะได้.....

.....

ถ้า.....จะได้.....

.....

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการคือ.....

1.2) $2x^2 - 2xy + y^2 = 10$ — (1)

$2x - y + 2 = 0$ — (2)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ถ้า.....จะได้.....

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการคือ.....

$$2.2) \quad 2y(x-y) = 7 \quad \text{---} \quad (1)$$

$$7y^2 - 4 + xy = 0 \quad \text{---} \quad (2)$$

$$2.3) \quad 4x^2 + y^2 = 17 \quad \text{---} \quad (1)$$

$$xy = 2 \quad \text{---} \quad (2)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 7

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการ (สองตัวแปรที่มีดีกรีไม่เกินสอง)

(รายกลุ่ม)

สถานการณ์ที่ 1 รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีจุดยอดมุมจุดแรกอยู่ที่จุด $(2,4)$ ส่วนจุดยอดมุมอีกสองจุดเป็นจุดตัดของกราฟพาราโบลาซึ่งมีแกน Y เป็นแกนสมมาตร มีจุดยอดของพาราโบลาอยู่ที่จุด $(0,-1)$ และ $a = 1$ ตัดกับวงกลมที่จุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด รัศมี $\sqrt{13}$ หน่วย อยากทราบว่ารูปสามเหลี่ยมนี้มีพื้นที่เท่าไร
(ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

นักเรียนคิดว่าโจทย์ข้อนี้มีการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างเรื่องสมการกับความรู้เรื่องใดบ้าง อย่างไร

.....

.....

.....

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

2. จุดยอดจุดแรกของสามเหลี่ยมคือจุด

.....

3. จุดยอดที่เหลืออีกสองจุดของสามเหลี่ยมคือจุดตัดระหว่างสองกราฟใด

.....

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

4. พาราโบลาซึ่งมีแกน y เป็นแกนสมมาตร มีสมการทั่วไปเป็น

.....

5. ดังนั้นพาราโบลาซึ่งมีแกน y เป็นแกนสมมาตร มีจุดยอดของพาราโบลาอยู่ที่จุด $(0, -1)$ และ $a = 1$ มีสมการเป็น

.....

6. วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด มีสมการทั่วไปเป็น

.....

7. วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด รัศมี $\sqrt{13}$ หน่วย มีสมการเป็น

.....

8. ดังนั้นสมการที่ใช้ในการหาจุดตัดของกราฟพาราโบลาและวงกลมนี้ ได้แก่

.....

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

9. แก้สมการ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. ดังนั้นสามเหลี่ยมมีจุดยอดทั้งสามเป็นจุดใดบ้าง พร้อมทั้งวาดภาพคร่าวๆ

.....

.....

.....

11. จะได้ว่าพื้นที่ของสามเหลี่ยมเป็น

.....
.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ใบกิจกรรมที่ 8

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการ (สองตัวแปรที่มีดีกรีไม่เกินสอง)

(รายบุคคล)

สถานการณ์ที่ 1 พระพลมีที่ดินแปลงใหญ่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากอยู่แปลงหนึ่งซึ่งอยู่ติดลำคลอง มีพื้นที่ทั้งหมด 15 ตารางกิโลเมตร เขาต้องการที่จะเอาที่ดินแปลงนี้ไปทำการเกษตร จึงตัดสินใจทำรั้วสามด้านที่ไม่ติดลำคลอง ปรากฏว่าต้องทำรั้วยาว 11 กิโลเมตร นักเรียนทราบหรือไม่ที่ดินแปลงนี้มีความกว้างและความยาวเท่าไร
(ที่ว่างสำหรับวาดรูป)

นักเรียนคิดว่าโจทย์ข้อนี้มีการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างรู้เรื่องสมการกับความรู้เรื่องใดบ้าง อย่างไร

.....

.....

.....

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

2. พระพลมีที่ดินคิดเป็นพื้นที่เท่าไร

.....

3. เขาต้องการทำรั้วกี่ด้าน และยาวทั้งสิ้นกี่กิโลเมตร

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

4. นักเรียนควรจะกำหนดตัวแปรอย่างไร

.....

.....

5. เนื่องจากเขามีที่ดินซึ่งคิดเป็นพื้นที่เท่ากับ 15 ตารางกิโลเมตร ดังนั้นสมการที่ 1 คือ

.....

6. เนื่องจากเขาต้องการล้อมรั้วเพียงแค่ 3 ด้าน ซึ่งเป็นความยาวทั้งสิ้น 11 กิโลเมตร ดังนั้น สมการที่ 2 คือ

.....

7. ดังนั้นโจทย์ข้อนี้ต้องใช้สมการใดบ้างในการหาคำตอบ

.....

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the entire width of the page. There are no margins, text, or other markings present.

[illegible]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก ง

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้สร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. แบบทดสอบฉบับนี้มี 2 ตอน
 - ตอนที่ 1 แบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบ โดยเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว
 - ตอนที่ 2 แบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ให้นักเรียนแสดงวิธีทำลงในกระดาษคำตอบ
3. แบบทดสอบปรนัยมีคะแนนข้อละ 1 คะแนน ส่วนแบบทดสอบอัตนัยมีคะแนนข้อละ 4 คะแนน รวมคะแนนทั้งสิ้น 36 คะแนน
4. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 90 นาที

ตอนที่ 1

1. ในการสอบเก็บคะแนนของภาคเรียนที่ 2/2548 ซึ่งมี 5 ครั้ง ด.ช.ดำรงสอบได้ครั้งแรกได้ 76 , 88 , 90 และ 84 คะแนนตามลำดับ เขาจะต้องสอบครั้งที่ 5 ให้ได้คะแนนเท่าไร จึงจะมีคะแนนเฉลี่ย 85 คะแนน

ก. 83 คะแนน	ข. 87 คะแนน
ค. 89 คะแนน	ง. 92 คะแนน
2. ต้องการล้อมรั้วที่ดินรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วแปลงหนึ่งซึ่งมีฐานยาวเป็นสองในสามของด้านประกอบมุมยอดโดยคิดค่าจ้างเมตรละ 60 บาท ถ้าค่าจ้างล้อมรั้วที่ดินเป็นเงิน 1,920 บาท จงหาว่าที่ดินแปลงนี้มีด้านประกอบมุมยอดยาวด้านละกี่เมตร

ก. 9	ข. 12	ค. 15	ง. 24
------	-------	-------	-------
3. ราคาน้ำตาลในเดือนธันวาคมสูงกว่าเดือนพฤศจิกายนกิโลกรัมละ 3 บาท ถ้านายสุรชัยซื้อน้ำตาลในเดือนพฤศจิกายน 500 กิโลกรัม และในเดือนธันวาคม 400 กิโลกรัม โดยใช้เงินในการซื้อรวม 14,700 บาท จงหาว่าราคาน้ำตาลในเดือนพฤศจิกายนและเดือนธันวาคมเป็นเท่าไรตามลำดับ

ก. 13 , 16 บาท	ข. 14 , 17 บาท
ค. 15 , 18 บาท	ง. 16 , 19 บาท
4. วีระขี่จักรยานยนต์ออกจากบ้านไปโรงเรียนด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตร/ชั่วโมง พบว่าถึงโรงเรียนช้ากว่าขี่จักรยานยนต์ด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตร/ชั่วโมง อยู่ 5 นาที จงหาระยะทางจากบ้านของวีระถึงโรงเรียน

ก. 5 กิโลเมตร	ข. 9 กิโลเมตร	ค. 10 กิโลเมตร	ง. 12 กิโลเมตร
---------------	---------------	----------------	----------------
5. เอกชัยมีสารเคมีชนิดหนึ่งปริมาตร 75 ลิตร ซึ่งมีกรดบริสุทธิ์อยู่ 36% จงหาว่าเอกชัยจะต้องเติมกรดบริสุทธิ์อีกกี่ลิตร เพื่อให้ได้สารเคมีที่มีกรดบริสุทธิ์อยู่ 40%

ก. 2	ข. 3	ค. 4	ง. 5
------	------	------	------
6. งานแสดงดนตรีของนักเรียนชั้นม.3 โรงเรียนไตรมิตรวิทยาลัยครั้งหนึ่งขายบัตรได้ทั้งหมด 411 ใบ บัตรสำหรับผู้ใหญ่ราคาใบละ 200 บาท ส่วนบัตรสำหรับเด็กราคาใบละ 150 บาท ถ้าขายบัตรได้เงินทั้งสิ้น 76,650 บาท จงหาว่ามีผู้ใหญ่และเด็กมาเข้าชมอย่างละกี่คน

ก. ผู้ใหญ่ 200 คน เด็ก 211 คน	ข. ผู้ใหญ่ 211 คน เด็ก 200 คน
ค. ผู้ใหญ่ 300 คน เด็ก 111 คน	ง. ผู้ใหญ่ 111 คน เด็ก 300 คน

17. แท็งก์น้ำทรงลูกบาศก์ 2 แท็งก์ มีผลรวมของความยาวด้านเป็น 5 หน่วย แต่มีปริมาตรของน้ำที่เต็มอยู่ในแท็งก์ทั้งสองรวมกันเป็น 35 ลูกบาศก์หน่วย จงหาความยาวด้านของแท็งก์น้ำทั้งสองตามลำดับ

ก. 3 หน่วย และ 2 หน่วย

ข. 3.5 หน่วย และ 1.5 หน่วย

ค. 4 หน่วย และ 1 หน่วย

ง. 4.5 หน่วย และ 0.5 หน่วย

18. ผ้าปูโต๊ะรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีพื้นที่ 1200 ตารางเซนติเมตร ต้องการนำเศษผ้ามาต่อรอบๆ ผ้าปูโต๊ะเพื่อทำขอบกว้าง 3 เซนติเมตร โดยรอบ ทำให้ผ้ามีพื้นที่เพิ่มขึ้นอีก 456 ตารางเซนติเมตร จงหาว่าผ้าปูโต๊ะนี้เดิมกว้างและยาวกี่เซนติเมตร

ก. กว้าง 80 เซนติเมตร ยาว 15 เซนติเมตร

ข. กว้าง 60 เซนติเมตร ยาว 20 เซนติเมตร

ค. กว้าง 50 เซนติเมตร ยาว 24 เซนติเมตร

ง. กว้าง 30 เซนติเมตร ยาว 40 เซนติเมตร

19. จงหาจุดตัดของกราฟวงกลม $x^2 + y^2 = a^2$ ซึ่งผ่านจุด (3,2) กับกราฟของไฮเพอร์โบลา

$x^2 - y^2 = b^2$ ซึ่งผ่านจุด (2,1) ที่อยู่ในจุดภาคที่สอง

ก. (-13,3)

ข. $(-\sqrt{13}, \sqrt{3})$

ค. (-8,5)

ง. $(-\sqrt{8}, \sqrt{5})$

20. อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่ในลักษณะเส้นโค้งพาราโบลาไปตามกราฟที่มีสมการ $y = -x^2 + 7x - 6$

ส่วนอีกอนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่ในลักษณะเส้นตรงไปตามกราฟที่มีสมการ $x - y = 6$ จงหาว่า

อนุภาคทั้งสองจะเคลื่อนที่มาพบกันที่จุดใด

ก. (6,0) , (0,-6)

ข. (8,2) , (1,-5)

ค. (4,-10) , (10,4)

ง. (3,-3) , (9,3)

ตอนที่ 2

1. กิ่งแก้วแบ่งนมสดใส่ขวดไว้จำนวนหนึ่งเพื่อไปขายที่ตลาดโดยตั้งราคาขายขวดละ 10 บาท จากต้นทุนขวดละ 5 บาท แบ่งขายสองช่วงคือช่วงเช้าและช่วงเย็นของทุกวัน แต่เนื่องจากลูกค้านิยมทานนมสดในช่วงเช้ามกกว่าช่วงเย็น กิ่งแก้วจึงจึงใจลูกค้าโดยลดราคา 50% ในช่วงเย็น ส่วนช่วงเช้าขายในราคาปกติ ปรากฏว่ากิ่งแก้วขายนมสดในช่วงเช้าได้ 70 ขวด ส่วนช่วงเย็นขายนมสดที่เหลือได้ทั้งหมด พบว่ากำไรทั้งสิ้น 40% จงหาว่ากิ่งแก้วนำนมสดมาขายทั้งหมดกี่ขวด
2. สัตวแพทย์ต้องการทำอาหารผสมให้สุนัขซึ่งมีส่วนประกอบของโปรตีน 1,800 กรัม และไขมัน 51 กรัม ถ้าอาหารผสมชนิดที่ 1 มีโปรตีน 6 กรัม ไขมัน 0.12 กรัม
อาหารผสมชนิดที่ 2 มีโปรตีน 9 กรัม ไขมัน 0.30 กรัม
จงหาว่าสัตวแพทย์จะต้องใช้อาหารผสมชนิดที่ 1 และชนิดที่ 2 อย่างละกี่กรัม จึงจะได้อาหารผสมของสุนัขที่มีส่วนประกอบตามต้องการ
3. สวนดอกไม้แห่งหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 10 เมตร ยาว 12 เมตร เจ้าของสวนต้องการทำถนนโดยล้อมรอบสวนดอกไม้แห่งนี้ เขามีอิฐบล็อกที่จะปูถนนได้ 104 ตารางเมตร จงหาว่าเจ้าของสวนควรจะทำถนนโดยรอบสวนดอกไม้ให้มีความกว้างเท่าใด จึงจะใช้อิฐบล็อกที่มีอยู่ปูถนนได้หมดพอดี
4. รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีจุดยอดมุมสองจุดคือจุดตัดของวงกลม $x^2 + y^2 = 25$ กับเส้นตรง $2x + y = 10$ และจุดยอดมุมอีกจุดหนึ่งคือจุด $(-2, 0)$ จงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมรูปนี้ พร้อมทั้งวาดกราฟแสดงถึงรายละเอียด

ภาคผนวก จ
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ ที่ให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหาและความเหมาะสมของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ และความเหมาะสมของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง มีดังนี้

1. อาจารย์เมตต์ แยมวงษ์
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. รองศาสตราจารย์ยงยุทธ ธัญกฤติ
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. อาจารย์ประยูร อัจหาญ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนไตรมิตรวิทยาลัย
4. อาจารย์ชมพล พุกษา
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนไตรมิตรวิทยาลัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ สกุล	ลิลลา ดลภาค
วันเดือนปีเกิด	6 มกราคม 2524
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดยะลา
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	59/2 หมู่ 12 ตำบลสะเตงนอก อำเภอเมือง จังหวัดยะลา 95000
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2541	มัธยมศึกษาตอนปลาย จาก โรงเรียนคณะราษฎรบำรุง จังหวัดยะลา
พ.ศ. 2545	ครุศาสตรบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ จาก จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
พ.ศ. 2549	การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ