

การศึกษาและการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ปริญญานิพนธ์
ของ
นิภาพร นาม่อน

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์

สิงหาคม 2545

ลิขสิทธิ์เป็นของ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

๒๒.๖๖ : ๖๖
๖๖.๖๖ : ๖๖
๖๖.๖๖ : ๖๖

การศึกษาและการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทคัดย่อ
ของ
นิภาพร นาคอ่อน

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์

สิงหาคม 2545

๖๖.๖๖.๖๖

นิภาพร นาอ่อน. (2545). การศึกษาและการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินซ์นิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุภาพร ศรีบุรินทร์,
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ อภิชัย บวรกิตวงศ์.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน และสร้าง
ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยม
ศึกษาปีที่ 4 ที่สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมและช่วยแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2
ปีการศึกษา 2544 โรงเรียนศรีรัททนีวิทยาลัย อำเภอธวัชบุรี จังหวัดร้อยเอ็ด ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน
เรื่องฟังก์ชัน ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างมา 1 ห้องเรียน แล้วใช้แบบทดสอบวินิจฉัย ซึ่งมีทั้งหมด 5 หน่วย
ทำการทดสอบนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเพื่อจำแนกนักเรียนตามลักษณะข้อบกพร่องในแต่ละหน่วย โดยทดสอบ
ทีละหน่วยตามเนื้อหาที่เรียนในห้องเรียน ทั้งนี้ นักเรียนที่มีข้อบกพร่องจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัย
อาจบกพร่องมากกว่า 1 หน่วย ซึ่งได้กลุ่มตัวอย่าง มีจำนวนดังต่อไปนี้

หน่วยที่ 1 เรื่องความหมายฟังก์ชัน จำนวน 30 คน

หน่วยที่ 2 เรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก จำนวน 30 คน

หน่วยที่ 3 เรื่องฟังก์ชันคอมโพสิท จำนวน 30 คน

หน่วยที่ 4 เรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส จำนวน 30 คน

หน่วยที่ 5 เรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน จำนวน 26 คน

ผู้วิจัยทำการซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียน
ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนในแต่ละหน่วย โดยให้นักเรียนศึกษาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง
ทีละหน่วยตามที่ได้รับการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัย และศึกษาตามจุดประสงค์และลักษณะข้อบกพร่อง
ที่นักเรียนมีข้อบกพร่อง ถ้านักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องหลายจุดประสงค์ ให้นักเรียนศึกษาเรียงลำดับ
ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของหน่วยนั้น และในกรณีที่นักเรียนมีข้อบกพร่องทางการเรียนหลายลักษณะจะ
ต้องได้รับการซ่อมเสริมด้วยชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องให้ครบทุกชุดตามลักษณะข้อบกพร่อง
เมื่อนักเรียนซ่อมเสริมหน่วยใดเสร็จสิ้นแล้ว ผู้วิจัยนำแบบทดสอบคู่ขนานของหน่วยนั้นๆ ไปทดสอบนักเรียน
เพื่อศึกษาผลของการซ่อมเสริมในแต่ละหน่วย ถ้าผลการทดสอบด้วยแบบทดสอบคู่ขนานพบว่ายังมีนักเรียน
ที่สอบได้คะแนนต่ำกว่า 60% ของคะแนนในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งถือว่านักเรียนยังมีข้อบกพร่อง
ทางการเรียน ผู้วิจัยพิจารณาว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในลักษณะใด แล้วจัดซ่อมเสริมนักเรียนเหล่านั้นอีกครั้ง
เป็นกลุ่มย่อยหรือเป็นรายบุคคล และให้นักเรียนศึกษาบทวนชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง
ในลักษณะนั้นๆ เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนการสอนนั้นเสร็จสิ้นแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียน
ด้วยแบบทดสอบคู่ขนานอีกครั้ง จนมั่นใจได้ว่าสามารถแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้จึงจะทำการวินิจฉัย
และแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนในหน่วยต่อไป และเมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียน
การสอนจนครบทุกหน่วยแล้วจึงทำการทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง
ฟังก์ชัน

ผลการวิจัยปรากฏว่า จากการศึกษารูปแบบข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน พบว่านักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องที่แตกต่างกันออกไปตามเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ และจากลักษณะข้อบกพร่องที่พบสามารถสรุปข้อบกพร่องให้เป็นลักษณะเดียวกัน คือในด้านบทนิยาม กระบวนการ ทักษะการคิดคำนวณ และด้านการประยุกต์ ตามลักษณะข้อบกพร่องที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ และจากการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน พบว่าคะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันในแต่ละหน่วย ซึ่งมีทั้งหมด 5 หน่วย สูงกว่าคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และ การใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ 50% เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ดังนั้นสามารถกล่าวได้ว่าชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันในแต่ละหน่วย สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมและช่วยแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้

A STUDY AND REMEDY FOR THE DEFICIENCY OF MATHAYOM SUKSA IV
STUDENTS IN LEARNING FUNCTIONS

AN ABSTRACT
BY
NIPAPORN NA-ON

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree in Mathematics
at Srinakarinwirot University
August 2002

Nipaporn Na-on. (2002). *A Study and Remedy for the Deficiency of Mathayom Suksa IV Students in Learning Functions*. Master thesis, M.Ed. (Mathematics). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Assist. Prof. Supaporn Sriburin, Assist. Prof. Abhichai Bowornkitiwong.

This study was designed to diagnose students' difficulty in learning functions at the tenth grade level (Mathayom Suksa IV). Based on this diagnostic findings, a remedial instructional package was to be constructed so as to remedy those problems encountered by the students.

This experiment was conducted at Sritawatwittayalai School located in Roi – ed Province during the second semester of the 2001 academic year. A Group 30 tenth graders took part in this study as subjects. They studied materials on functions in their regular class. After being taught the introductory concepts of functions such as the basic function types, the composite functions, the inverse functions and the algebra of functions, a first diagnostic tests was given to them. The results of the tests showed that all 30 students failed to grasp to concepts as shown below :

Test I : The meaning of functions. 30 students had difficulties.

Test II : The basic function types. 30 students had difficulties.

Test III : The composite functions. 30 students had difficulties.

Test IV : The inverse functions. 30 students had difficulties.

Test V : The algebra of functions. 26 students had difficulties.

The researcher then prescribed an instructional package to help remedy the situation. Then these failing students took a parallel tests on the same material. This pattern of instruction and remedy was then repeated for one more time those for who failed.

After completing the remedial instruction, these students took a final achievement test on functions.

The analysis of these diagnostic tests reveals deficiencies depending on the content and the learning objectives. These deficiencies can be classified in to 4 categories : definition , process ,calculating skill and application.

The hypothesis were tested with the following results:

1. The students significantly performed better after learning through the remedial instructional package. There were true for all five tests. The significant level was set at .01 level.

2. The students were given the final achievement test, the result of which was used to determine the effectiveness of the instructional package designed by the researcher. Again, more than 50 percents of the students passed the test at .05 level, indicating that the package is of high quality in helping students learning functions.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง

การศึกษาและการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ของ

นางสาวนิภาพร นาคอ่อน

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.นภาพร หะวานนท์)

วันที่ ๙ สิงหาคม พ.ศ. 2545

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

..... ประธาน

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุภาพร ศรีบุรินทร์)

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ อภิชาติ บวรกิตติวงศ์)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(รองศาสตราจารย์ ยงยุทธ ธนุกฤติ)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(อาจารย์ สุวรรณ คล้ายกระแสน)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ ด้วยความช่วยเหลือและการให้คำปรึกษาอย่างดียิ่งจากผู้ช่วยศาสตราจารย์สุภาพร ศรีบริรินทร์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ อภิชัย บวรกิตติวงศ์ โดยกรุณาให้คำปรึกษาและข้อเสนอแนะต่าง ๆ ที่มีประโยชน์ต่อการวิจัย ตลอดจนการตรวจแก้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้อย่างละเอียดมาโดยตลอด ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ยงยุทธ ฐานฤทธิ และอาจารย์สุวรรณา คล้ายกระแสน ที่กรุณาร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่าและให้ข้อเสนอแนะต่าง ๆ ที่มีประโยชน์ต่องานวิจัย

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ดร.สุพล วัฒนวิทย์กิจ ที่กรุณาตรวจสอบความถูกต้องของบทคัดย่อภาษาอังกฤษ

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณอาจารย์วรพันธุ์ ฐลีจันทร์ หัวหน้าหมวดวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนร้อยเอ็ดวิทยาลัย และอาจารย์จรรยาเกียรติ ประเสริฐสังข์ หัวหน้าหมวดวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนศรีรัชวิทยาลัย ที่ให้ความกรุณาในการตรวจเครื่องมือในการวิจัย

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ คณะครูอาจารย์ นักการภารโรง และขอขอบคุณนักเรียนโรงเรียนศรีรัชวิทยาลัย ที่กรุณาให้ความช่วยเหลืออำนวยความสะดวก และให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือ และเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อใช้ในการวิจัย

ประการสุดท้าย ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา และขอขอบคุณญาติพี่น้อง และเพื่อนนิสิตปริญญาโท วิชาเอกคณิตศาสตร์ รุ่นปีการศึกษา 2542 ทุกท่านทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือ ให้กำลังใจและให้กำลังใจทรัพย์สินสนับสนุนการวิจัยตลอดมา คุณค่าและประโยชน์อันได้นั้นเกิดจากปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชา แต่บิดา มารดา ญาติพี่น้อง และครู อาจารย์ทุกท่านที่ได้ให้ความช่วยเหลือและสนับสนุนเป็นอย่างดีตลอดมา

นิภาพร นาอ่อน

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย	4
ความสำคัญของการวิจัย.....	4
ขอบเขตของการวิจัย.....	4
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	4
ตัวแปรที่ศึกษา.....	5
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย.....	5
ระยะเวลาในการทดลอง.....	5
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	6
สมมติฐานของการวิจัย	8
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	9
การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน.....	10
การแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน.....	18
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน.....	25
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน.....	27
3 วิธีดำเนินการวิจัย	31
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	31
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	31
วิธีดำเนินการวิจัย	39
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	43
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	43
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	44
5 สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ.....	71
สังเขปความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัย.....	71
สรุปผลการวิจัย.....	73
อภิปรายผล.....	75
ข้อเสนอแนะ.....	79

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
บรรณานุกรม	81
ภาคผนวก	88
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	294

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนและร้อยละของจำนวนนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบ วินิจฉัย หน่วยที่ 1 เรื่องความหมายของฟังก์ชัน ในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน.....	45
2	จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนและร้อยละของจำนวนนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบ วินิจฉัย หน่วยที่ 2 เรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก ในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน.....	54
3	จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนและร้อยละของจำนวนนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบ วินิจฉัย หน่วยที่ 3 เรื่องฟังก์ชันคอมโพสิท ในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน.....	56
4	จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนและร้อยละของจำนวนนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบ วินิจฉัย หน่วยที่ 4 เรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส ในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน.....	60
5	จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนและร้อยละของจำนวนนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบ วินิจฉัย หน่วยที่ 5 เรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน ในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน.....	65
6	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบ วินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนานเรื่องฟังก์ชัน.....	67
7	ค่าสถิติของการทดสอบลิลิฟอร์ส (Lilliefors Test) เพื่อทดสอบภาวะการแจกแจงปกติ ของคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนาน เรื่องฟังก์ชัน.....	68
8	ค่าสถิติทดสอบ t (Two dependent samples Test) เพื่อเปรียบเทียบคะแนนที่ได้จาก การทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการเรียนซ่อมเสริมและแบบทดสอบ คู่ขนาน.....	69

บัญชีตาราง(ต่อ)

ตาราง

หน้า

9	ค่าสถิติทดสอบ Z (Z - Test) เพื่อทดสอบสมมุติฐานที่ว่าการใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไข ข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน มีผล สัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ 50% เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียน ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนทั้งหมด.....	70
10	ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 1 เรื่องความหมายของฟังก์ชัน.....	90
11	ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 2 เรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก.....	91
12	ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 3 เรื่องฟังก์ชันคอมโพสิท.....	91
13	ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 4 เรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส.....	92
14	ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 5 เรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน.....	92
15	ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผล สัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน.....	93
16	คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 1 เรื่องความหมายฟังก์ชัน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน คะแนนเต็ม 80 คะแนน.....	94
17	คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 2 เรื่อง ตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน คะแนนเต็ม 40 คะแนน.....	95
18	คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 3 เรื่อง ฟังก์ชันคอมโพสิท ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน คะแนนเต็ม 40 คะแนน.....	96
19	คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันอินเวอร์ส ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน คะแนนเต็ม 40 คะแนน.....	97
20	คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 5 เรื่อง พีชคณิตของฟังก์ชัน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน คะแนนเต็ม 40 คะแนน.....	98
21	คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน คะแนนเต็ม 30 คะแนน.....	99

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 แผนผังการดำเนินการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่อง.....	42

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

ปัจจุบันคณิตศาสตร์เป็นวิทยาการแขนงหนึ่งที่นับวันยิ่งมีบทบาทและความสำคัญมากขึ้น ทั้งนี้เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาวิทยาการแขนงต่างๆทั้งในด้านที่ใช้เป็นเครื่องมือแสวงหาความรู้และเป็นพื้นฐานของวิทยาการแขนงอื่นๆ อาทิเช่นวิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ วิทยาการจัดการ เศรษฐศาสตร์และเทคโนโลยีต่างๆ เป็นต้น ดังที่ ยูจีน พิพิธกุล (2530 : 1 – 2) ได้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด กระบวนการและเหตุผล คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างมีระเบียบ ช่วยให้คนเป็นผู้ที่มีเหตุผล เป็นคนใฝ่รู้ ตลอดจนพยายามคิดในสิ่งที่แปลกใหม่ ดังนั้นคณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานแห่งความเจริญของเทคโนโลยีด้านต่างๆ นอกจากนั้น สิริพร ทิพย์คง (2533:1) ยังได้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่ช่วยก่อให้เกิดความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีและความเจริญของโลก การคิดค้นทางวิทยาศาสตร์ต้องอาศัยความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ และคณิตศาสตร์ยังช่วยให้บุคคลเป็นคนที่สมบูรณ์และเป็นพลเมืองดี เพราะช่วยสร้างความมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิด ช่างริเริ่มสร้างสรรค์ รู้จักทำงานให้เป็นระบบระเบียบ มีการวางแผนในการทำงาน มีความรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย และมีลักษณะของความเป็นผู้นำในสังคม

จากความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ดังกล่าว กระทรวงศึกษาธิการจึงกำหนดให้วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาบังคับในหลักสูตรชั้นประถมศึกษาจนถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และเป็นวิชาเลือกในหลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จนถึงมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยกระทรวงศึกษาธิการ (2533 : 131) ได้กำหนดไว้ว่าหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) มีจุดมุ่งหมายให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจในหลักการและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ สามารถคิดอย่างมีเหตุผลและใช้เหตุผลในการแสดงความคิดเห็นอย่างเป็นระเบียบ ชัดเจนและรัดกุม เพื่อให้มีทักษะในการคิดคำนวณ สามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาและใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาที่ต้องใช้คณิตศาสตร์หรือในการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นสูงได้ ตระหนักในคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

แต่ในปัจจุบันการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายยังไม่บรรลุผลสำเร็จตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตร ผู้เรียนคณิตศาสตร์จำนวนมากมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ดังจะเห็นได้จากการประเมินคุณภาพนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายทั่วประเทศของสำนักทดสอบทางการศึกษากกรมวิชาการ พบว่าค่าเฉลี่ยร้อยละของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ พ.ศ.2538 , พ.ศ.2540 และ พ.ศ.2542 เท่ากับ 30.01 (กรมวิชาการ. 2540 : 26) , 29.65 (กรมวิชาการ. 2542 : 16) และ 35.12 (กรมวิชาการ. 2542 : 27) ตามลำดับ ซึ่งค่าเฉลี่ยดังกล่าวต่ำกว่าร้อยละ 50 แสดงว่าผู้เรียนมีเกณฑ์ความรู้ส่วนใหญ่อยู่ในระดับต่ำควรปรับปรุง จึงเกิดข้อสงสัยกันว่าเกิดข้อบกพร่องหรือปัญหาที่จุดใด อาจจะเป็นตัวผู้เรียน วิธีการเรียน วิธีการสอนหรือองค์ประกอบอย่างอื่น จึงมีผู้ที่สนใจทำการศึกษามีปัญหาในการเรียนการสอนเรื่องใดบ้าง เช่น ลัดดาวัลย์ สุนทรินทร์ (2528 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ที่เป็นปัญหาสำหรับครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 เขตกรุงเทพมหานคร พบว่าเนื้อหาที่เป็นปัญหาในระดับมากมีอยู่ 1 เนื้อหา คือ เรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส เนื้อหาที่เป็นปัญหาในระดับปานกลางมี 3 เนื้อหา ได้แก่ ฟังก์ชันคอมโพสิท การหาค่าฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงใดๆ และกราฟของ

ฟังก์ชันตรีโกณมิติ และสุณี เหมยากรณ์ (2531 : 44) ได้ศึกษาปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายตามการรับรู้ของครูคณิตศาสตร์ เขตการศึกษา 7 พบว่าเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายเป็นปัญหาในระดับมาก 3 หัวข้อ เป็นปัญหาในระดับปานกลาง 67 หัวข้อ เป็นปัญหาในระดับน้อย 83 หัวข้อ และพบว่าเนื้อหาเรื่องฟังก์ชันมีปัญหาในระดับปานกลาง ผู้ที่ศึกษาปัญหาเกี่ยวกับครูผู้สอนอีกท่านหนึ่ง คือ วรรณ ชุนศรี (2538 : 96) ได้ทำการศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) ที่เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนตามความคิดเห็นของครู พบว่าเรื่องฟังก์ชันคอมโพสิทเป็นเนื้อหาหนึ่งที่เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนตามความคิดเห็นของครู ในส่วนของตัวผู้เรียน มีผู้สนใจศึกษาปัญหา ได้แก่ สัญญา รัตนวราภักษ์ (2543 : 130) ศึกษาปัญหาการเรียนการสอนและการสอบวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2542 ในโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน พบว่าเรื่องฟังก์ชันเป็นเนื้อหาหนึ่งที่เป็นปัญหาตามการรับรู้ของนักเรียน

จากการศึกษาปัญหาในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 จะเห็นว่า เนื้อหาเรื่องฟังก์ชันถือเป็นเนื้อหาที่มีปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอน ซึ่งได้มีผู้สนใจศึกษาปัญหาเกี่ยวกับข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียน ได้แก่ สมศรี จินตสนธิ (2537 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเรื่องความผิดพลาดในการแก้ปัญหาคำโจทย์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดพิษณุโลก พบว่านักเรียนมีความผิดพลาดด้านกระบวนการมากที่สุด รองลงมาเป็นด้านการคิดคำนวณและด้านการประยุกต์ตามลำดับ และสุพรรณิ ภิมย์ภักดี (2541 : 72) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จากการวิเคราะห์จุดบกพร่องที่นักเรียนตอบผิดจากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยและนำผลจากการทดสอบสำรวจร่วมพิจารณา ปรากฏว่าเนื้อหาแต่ละตอนมีข้อบกพร่องในลักษณะที่แตกต่างกันออกไปตามเนื้อหาและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม แต่ก็มีลักษณะที่เหมือนกันในบางตอนซึ่งเป็นข้อบกพร่องเกี่ยวกับความสับสนในเรื่องของบทนิยามและความผิดพลาดในการแทนค่า ซึ่งสาเหตุของความบกพร่องคือสรุปแนวคิด(concept)ของฟังก์ชันไม่ได้ ขาดทักษะในการคำนวณ และใช้สัญลักษณ์ของช่วงไม่ถูกต้อง

ลักษณะความผิดพลาดหรือข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน จากการศึกษานี้ของ สมศรี จินตสนธิ และ สุพรรณิ ภิมย์ภักดี ดังที่ได้กล่าวมาแล้วนั้น จะพบว่านักเรียนมีความผิดพลาดหรือข้อบกพร่องอยู่หลายประการทั้งทางด้านกระบวนการ การคิดคำนวณ และด้านการประยุกต์ และอภิชัย ชำชุม (2538 : 99) ได้ทำการศึกษาความคิดเห็นของอาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในมหาวิทยาลัยของรัฐที่มีต่อหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) พบว่าอาจารย์ผู้สอนจำนวนมากกว่าร้อยละ 40 มีความคิดเห็นว่าเนื้อหาที่ใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนต่อระดับมหาวิทยาลัย คือ ระบบจำนวนจริง ฟังก์ชัน เซต ตรรกศาสตร์ และความสัมพันธ์ และให้แนวคิดไว้ว่าเนื้อหาดังกล่าวเป็นเนื้อหาที่อยู่ในรายวิชา ค 011 และ ค 012 ในโครงสร้างที่ 1 หรือรายวิชา ค 041 และ ค 042 ในโครงสร้างที่ 2 ซึ่งเป็นรายวิชาเริ่มแรกที่นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่เลือกเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต้องเรียน และเป็นรายวิชาพื้นฐานของรายวิชาอื่นๆในแต่ละโครงสร้าง ดังนั้นครูผู้สอนควรจะเน้นสอนในรายวิชาดังกล่าวเป็นกรณีพิเศษ และนอกจากนั้นเสริมศักดิ์ สุวาลลภ (2537 : 141) ได้กล่าวว่าหลักสูตรคณิตศาสตร์ของประเทศไทยให้ความสำคัญแก่กลุ่มเนื้อหาเซต ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ซึ่งเซตและฟังก์ชันเป็นเครื่องมือโยงหัวข้อต่างๆในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

จากปัญหาและความผิดพลาดหรือลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนและความสำคัญของเนื้อหาเรื่องฟังก์ชันดังที่ได้กล่าวมาแล้วนั้น ความผิดพลาดหรือข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันจึงสมควรจะได้รับการศึกษาเพื่อค้นหาจุดบกพร่องและสาเหตุของความบกพร่องในการเรียนของนักเรียนและหาแนวทางแก้ไขข้อบกพร่องเหล่านั้นให้แก่ นักเรียน เพื่อช่วยเหลือนักเรียนให้มีความเข้าใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น ซึ่งในการจัดการเรียนการสอนที่มีการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนนั้นสอดคล้องกับหลักการประเมินผลการเรียนของกระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งกระทรวงศึกษาธิการ (2533 : 14 – 19) ได้กล่าวไว้ว่าการประเมินผลการเรียนเพื่อปรับปรุงการเรียนและตัดสินผลการเรียน และการวัดผลและประเมินผลระหว่างภาคเรียนเป็นการวัดผลและประเมินผลความสามารถของนักเรียนตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาว่านักเรียนบรรลุจุดประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่เพียงใด หากพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในจุดประสงค์ใดก็จะได้ใช้ข้อมูลนั้น ๆ เป็นแนวทางในการปรับปรุงการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มและเป็นการพัฒนาวิธีการสอนของครูต่อไปด้วย นอกจากนั้นการวัดผลและประเมินผลระหว่างเรียนยังมีจุดมุ่งหมายเพื่อจัดการสอนซ่อมเสริมเมื่อครูผู้สอนพบปัญหาหรือข้อบกพร่องของผู้เรียนแล้วนำมาเป็นข้อมูลในการพิจารณาเพื่อจัดสอนซ่อมเสริมให้แก่ นักเรียน ซึ่งในทางปฏิบัติเมื่อสอนจบแต่ละหน่วยครูผู้สอนควรประเมินทันที และเมื่อพบว่านักเรียนคนใดไม่สามารถบรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ระบุไว้ในแต่ละหน่วยจะได้ซ่อมเสริมให้นักเรียนทันที

ในการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนให้ตรงจุดนั้นควรมีการวินิจฉัยข้อบกพร่องที่เป็นปัญหาหรือเป็นอุปสรรคในการเรียนของนักเรียนแล้วแก้ไขตามข้อบกพร่องที่พบ ซึ่งไชยและอัง (Chai and Ang, 1987 : 189-198) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ว่าในการสอนคณิตศาสตร์นั้น การวิเคราะห์ความผิดพลาดเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้การเรียนมีประสิทธิภาพ และการศึกษาความผิดพลาดจะทำให้สามารถจัดหาข้อมูลของนักเรียนเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งข้อมูลเหล่านี้มีความสำคัญมากในการสอน ซึ่งจะต้องมีการแนะแนวทางในการช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหา และสามารถอธิบายได้ว่าเพราะสาเหตุใดนักเรียนจึงไม่มีพัฒนาการด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

จากปัญหาที่เกิดจากข้อบกพร่องต่าง ๆ ที่ผู้วิจัยได้ศึกษาจากงานวิจัยที่กล่าวมาแล้วทั้งหมดในการเรียนเรื่องฟังก์ชัน และจากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาถึงคุณค่าและประโยชน์ของการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ดังที่กล่าวมาแล้ว ผู้วิจัยเชื่อว่าครูผู้สอนสามารถช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาการเรียนรู้อย่างได้โดยการสอนสิ่งที่นักเรียนบกพร่องเพื่อแก้ไขจุดบกพร่องนั้นๆจะดีกว่าการสอนไปเรื่อยๆโดยไม่แก้ไขจุดบกพร่อง ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความประสงค์ที่จะแก้ปัญหาดังกล่าวโดยหาวิธีที่เหมาะสมเพื่อนำมาช่วยแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียน ผู้วิจัยจึงทำการสำรวจข้อมูลเบื้องต้นโดยใช้แบบสอบถามสำรวจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนตามความคิดเห็นของครู จากครูผู้สอนในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา ในเขตจังหวัดร้อยเอ็ด จำนวน 27 คน จาก 23 โรงเรียน พบว่าเรื่องฟังก์ชันเป็นเนื้อหาหนึ่งที่มีปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนตามความคิดเห็นของครู และผู้วิจัยได้สำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามความคิดเห็นของครูผู้สอน จากครูผู้สอนในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา ในเขตจังหวัดร้อยเอ็ด จำนวน 31 คน จาก 26 โรงเรียน จากความเห็นของครูผู้สอนพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันหลายประการ ทั้งในด้านบทนิยาม กระบวนการ การคิดคำนวณและการประยุกต์ ซึ่งปัญหาส่วนใหญ่เป็นปัญหาอยู่ในระดับปานกลางถึงมาก และจากการสำรวจข้อมูลเบื้องต้นดังกล่าว พบว่า

ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนมีความสอดคล้องกับผลงานวิจัยของ สมศรี จินตสนธิ และ สุพรรณิ ภิรมย์ภักดี ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับความผิดพลาดหรือข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน

ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้ผู้วิจัยจะใช้แบบทดสอบวินิจัยเป็นเครื่องมือในการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนและใช้ชุดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง โดยชุดการเรียนการสอนดังกล่าวผู้วิจัยได้นำแนวคิดเกี่ยวกับความผิดพลาดหรือลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียน จากงานวิจัยของสมศรี จินตสนธิ และสุพรรณิ ภิรมย์ภักดี ที่ได้ทำการศึกษาความผิดพลาดหรือข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียน และจากการที่ผู้วิจัยได้สำรวจข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับลักษณะข้อบกพร่องในการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียน ซึ่งได้สำรวจจากความคิดเห็นของครูผู้สอนหรือเคยสอนเรื่องฟังก์ชัน และสำรวจลักษณะข้อบกพร่องจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เคยเรียนเรื่องฟังก์ชันมาแล้ว มาเป็นแนวทางในการสร้างชุดการเรียนการสอนโดยจำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนแต่ละคนให้ตรงกับลักษณะข้อบกพร่อง ผู้วิจัยคาดว่าเครื่องมือที่สร้างขึ้นจะช่วยแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนให้แก่นักเรียนได้อย่างถูกต้องและช่วยให้เข้าใจในเนื้อหาเรื่องฟังก์ชันดีขึ้น อันจะมีผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องดังกล่าวสูงขึ้น

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เพื่อสร้างชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมและช่วยแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้

ความสำคัญของการวิจัย

1. ทำให้ทราบข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ทำให้ได้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมและช่วยแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้
3. เป็นแนวทางสำหรับครูและผู้ที่เกี่ยวข้องทางการศึกษา ในการพัฒนาการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันหรือรายวิชาคณิตศาสตร์อื่นๆต่อไป
4. เป็นแนวทางสำหรับผู้สนใจในการทำวิจัยเกี่ยวกับการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หรือรายวิชาอื่นๆต่อไป

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียน วิชาวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โรงเรียนศรีธวัชวิทยาลัย อำเภอธวัชบุรี จังหวัดร้อยเอ็ด สังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน ซึ่งมีทั้งหมด 3 ห้องเรียน และทุกห้องเรียนมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน

1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียน วิชาวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 โรงเรียนศรีสวัสดิ์วิทยาลัย อำเภอวังน้อย จังหวัดอยุธยา ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างมา 1 ห้องเรียน แล้วทำการ คัดเลือกนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันจากห้องเรียนดังกล่าวเป็นกลุ่มตัวอย่างโดยใช้ แบบทดสอบวินิจัย

2. ตัวแปรที่ศึกษา

2.1 ตัวแปรต้น ได้แก่ ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน

2.2 ตัวแปรตาม ได้แก่ คะแนนจากแบบทดสอบวินิจัย คะแนนจากแบบทดสอบคู่ขนาน และ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน

3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยเป็นเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน ในรายวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ตามหลักสูตร มัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) ซึ่งจำแนกเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน ได้ 5 หน่วย ดังนี้

หน่วยที่ 1 เรื่องความหมายของฟังก์ชัน การเขียนกราฟของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ ของฟังก์ชัน การหาค่าของฟังก์ชัน และชนิดของฟังก์ชัน

หน่วยที่ 2 เรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก

หน่วยที่ 3 เรื่องฟังก์ชันคอมโพสิท

หน่วยที่ 4 เรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส

หน่วยที่ 5 เรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน

4. ระยะเวลาในการทดลอง

ระยะเวลาในการทดลองศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นระยะเวลาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 การทดลองใช้เวลา 25 วัน วันละ ไม่น้อยกว่า 1 ชั่วโมง รวมระยะเวลาในการทดลองทั้งหมดประมาณ 25 ชั่วโมง โดยแบ่งระยะเวลาในการทดลองเป็น 4 ระยะ ดังนี้

4.1 ระยะเวลาในการทดสอบวินิจัยด้วยแบบทดสอบวินิจัยแต่ละหน่วย ซึ่งแต่ละหน่วย ใช้เวลาในการทดสอบไม่น้อยกว่า 1 ชั่วโมง รวมระยะเวลาในการทดสอบวินิจัยไม่น้อยกว่า 5 ชั่วโมง

4.2 ระยะเวลาในการใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในแต่ละหน่วยซึ่งมีทั้งหมด 5 หน่วยและแต่ละหน่วยใช้เวลาในการแก้ไขข้อบกพร่องไม่น้อยกว่า 2 วัน วันละ 1 ชั่วโมง รวมระยะเวลา ในการใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องไม่น้อยกว่า 10 ชั่วโมง

4.3 ระยะเวลาในการทดสอบวินิจัยด้วยแบบทดสอบคู่ขนานแต่ละหน่วยตามจุดประสงค์ การเรียนรู้ที่นักเรียนมีข้อบกพร่องจากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจัยแต่ละหน่วย ซึ่งแต่ละชุด ใช้เวลาในการทดสอบประมาณ 1 ชั่วโมง รวมระยะเวลาในการทดสอบวินิจัยประมาณ 5 ชั่วโมง

4.4 ระยะเวลาในการทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องฟังก์ชัน ใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง

นิยามศัพท์เฉพาะ

การศึกษาข้อบกพร่อง หมายถึง การค้นหาข้อผิดพลาดที่เกิดจากความไม่เข้าใจในเนื้อหาหรือความไม่รอบคอบที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ซึ่งดูได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยในแต่ละหน่วย

ลักษณะข้อบกพร่อง หมายถึง ความผิดพลาดที่เกิดจากความไม่เข้าใจในเนื้อหาหรือความไม่รอบคอบหลังจากการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ซึ่งจำแนกลักษณะข้อบกพร่องตามลักษณะที่พบจากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยในแต่ละหน่วยออกเป็น 4 ลักษณะ ดังนี้

1. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยามหรือทฤษฎีบท
 - 1.1 การจำบทนิยามหรือทฤษฎีบท
 - 1.2 การเข้าใจบทนิยามหรือทฤษฎีบท
 - 1.3 การเข้าใจเกี่ยวกับการจำแนกชนิดโดยใช้บทนิยาม
2. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ
 - 2.1 กระบวนการใช้บทนิยามหรือทฤษฎีบท
 - 2.2 กระบวนการสร้างฟังก์ชันตามเงื่อนไขของโจทย์
 - 2.3 กระบวนการเขียนกราฟตามที่โจทย์กำหนด
3. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ
 - 3.1 ทักษะการบวก ลบ คูณและหารจำนวนจริงในการคิดคำนวณ
 - 3.2 ทักษะเกี่ยวกับการใช้หลักพีชคณิตเบื้องต้นในการจัดรูปสมการ
4. ลักษณะข้อบกพร่องในการประยุกต์
 - 4.1 การนำความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับฟังก์ชันไปประยุกต์ใช้

แบบทดสอบวินิจฉัย หมายถึง แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อค้นหาข้อบกพร่องและสาเหตุของความบกพร่องในการเรียนเรื่องฟังก์ชันในแต่ละหน่วยหลังการเรียนเนื้อหาของหน่วยนั้น ๆ จากอาจารย์ประจำวิชา มีลักษณะเป็นแบบทดสอบแบบเติมคำแสดงเหตุผลและแบบแสดงวิธีทำ จัดไว้เป็นหมวดหมู่ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ และจัดทำโดยจำแนกตามเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน ได้ 5 หน่วย ดังนี้

หน่วยที่ 1 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องความหมายของฟังก์ชัน การเขียนกราฟของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน การหาค่าของฟังก์ชัน และชนิดของฟังก์ชัน

หน่วยที่ 2 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก

หน่วยที่ 3 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องฟังก์ชันคอมโพสิท

หน่วยที่ 4 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส

หน่วยที่ 5 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน

แบบทดสอบคู่ขนาน หมายถึง แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันอีกชุดหนึ่งที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อศึกษาผลการใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียน โดยยึดเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้แบบเดียวกันกับแบบทดสอบวินิจฉัย มีรูปแบบความยาวโจทย์ ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) ใกล้เคียงกันกับแบบทดสอบวินิจฉัย มีจำนวนข้อสอบจำนวนหน่วยและจำนวนฉบับเท่ากันกับแบบทดสอบวินิจฉัย

การแก้ไขข้อบกพร่อง หมายถึง กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อผิดพลาดที่เกิดจากความไม่เข้าใจในเนื้อหาที่ให้นักเรียนไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องให้ตรงกับลักษณะข้อบกพร่องของนักเรียน

ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง หมายถึง ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนในแต่ละหน่วยศึกษาเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นหลังจากการเรียนเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน ซึ่งจัดทำโดยจำแนกตามเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน ได้ 5 หน่วย ดังนี้

หน่วยที่ 1 ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องความหมายของฟังก์ชัน การเขียนกราฟของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน การหาค่าของฟังก์ชัน และชนิดของฟังก์ชัน

หน่วยที่ 2 ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก

หน่วยที่ 3 ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันคอมโพสิท

หน่วยที่ 4 ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส

หน่วยที่ 5 ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน

ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องแต่ละหน่วยประกอบด้วยชุดการเรียนการสอนย่อยตามจุดประสงค์การเรียนรู้ และในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านต่าง ๆ ซึ่งได้แก่ ด้านบทนิยามหรือทฤษฎีบท ด้านกระบวนการด้านทักษะการคิดคำนวณ และด้านการประยุกต์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นแบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก โดยจัดไว้เป็นหมวดหมู่ตามจุดประสงค์การเรียนรู้

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน

คะแนนจากแบบทดสอบวินิจฉัย หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม

คะแนนจากแบบทดสอบคู่ขนาน หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม

เกณฑ์ 50% หมายถึง คะแนนขั้นต่ำของการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยยึดเกณฑ์จากระเบียบการประเมินผลการเรียน ตามหลักสูตรระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) ที่กำหนดไว้ว่าเกณฑ์ขั้นต่ำของการผ่านรายวิชาคือร้อยละ 50

เกณฑ์ 60% หมายถึง คะแนนขั้นต่ำของการผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในการทำแบบทดสอบวินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนาน

นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน หมายถึง นักเรียนที่มีความผิดพลาดที่เกิดจากความไม่เข้าใจในเนื้อหาหรือความไม่รอบคอบในการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ซึ่งได้คะแนนจากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยในแต่ละหน่วยไม่ผ่านเกณฑ์ 60% ของคะแนนในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้

สมมติฐานของการวิจัย

1. คะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมสูงกว่าคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม
2. การใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ 50% เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนทั้งหมด

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาและการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน
 - 1.1 ความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียน
 - 1.2 วิธีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนโดยการวินิจฉัย
 - 1.3 ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน
 - 1.4 ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน
 - 1.5 การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน
 - 1.6 ประโยชน์ของการวินิจฉัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน
 - 1.7 ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์
2. การแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน
 - 2.1 การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน
 - 2.2 หลักการสอนซ่อมเสริม
 - 2.3 วิธีการสอนซ่อมเสริม
 - 2.4 การใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน
 - 3.1 งานวิจัยต่างประเทศ
 - 3.2 งานวิจัยในประเทศ
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน
 - 4.1 งานวิจัยต่างประเทศ
 - 4.2 งานวิจัยในประเทศ

1. การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน

1.1 ความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียน

เว็บสเตอร์ (Webster. 1979 : 67) ให้ความหมายของข้อบกพร่องว่าข้อบกพร่องหมายถึงส่วนประกอบหรือลักษณะของการมีประสิทธิภาพที่ถูกละเลยหรือขาดความสมบูรณ์ในส่วนสำคัญบางประการ บาร์นาร์ท (Barnhart. 1982 : 99) ให้ความหมายของข้อบกพร่องว่าข้อบกพร่องหมายถึงการขาดแคลนบางสิ่งบางอย่างที่ต้องการความสมบูรณ์ นอกจากนี้ราชบัณฑิตยสถาน (2526 : 458) ได้ให้ความหมายของข้อบกพร่องว่าหมายถึงลักษณะของความไม่ครบบริบูรณ์เท่าที่ควรเป็น และสุขุม มูลเมือง(2523 : 4) ให้ความหมายของข้อบกพร่องไว้ว่าข้อบกพร่องหมายถึงความสามารถในการตอบข้อสอบในแต่ละตอนถูกน้อยกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดไว้ ส่วนคำว่าข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ได้มีผู้ให้ความหมายไว้คล้ายๆกัน ได้แก่ รุจิร ภูสาระ(2520:80) ตาณิ คำแหง (2533 : 13) สุพรรณิ ภิรมย์ภักดี (2541 : 4) และสุนิสา พงษ์ประยูร (2543 : 5) ให้ความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ว่าข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์หมายถึงการขาดความสมบูรณ์หรือข้อผิดพลาดหรือสาเหตุที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากความหมายของข้อบกพร่องและข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา สรุปได้ว่าข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์หมายถึงข้อผิดพลาดหรือสาเหตุที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1.2 วิธีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนโดยการวินิจฉัย

การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเป็นการค้นหาข้อบกพร่อง ข้อผิดพลาด หรือสาเหตุที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนดังกล่าวสามารถทำได้วิธีหนึ่งคือการวินิจฉัยข้อบกพร่องเพื่อดูว่านักเรียนมีข้อบกพร่องใดบ้าง โดยความหมายของการวินิจฉัย ได้มีนักการศึกษากล่าวไว้ ได้แก่ ในพจนานุกรมการศึกษาของ กูด (Good. 1945 : 170) ให้ความหมายของการวินิจฉัย (Diagnosis) ไว้ว่าการวินิจฉัยหมายถึงการค้นหาอุปสรรคหรือข้อบกพร่องในการเรียนรู้ และดวงเดือน อ่อนน้อม (2533 : 33) ให้ความหมายของการวินิจฉัยทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ว่าการวินิจฉัยทางการเรียนคณิตศาสตร์หมายถึงการวิเคราะห์หรือรวบรวมข้อมูลเพื่อให้ทราบรายละเอียดของจุดเด่นหรือจุดด้อยในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน และนอกจากนั้นรุจิร ภูสาระ (2520 : 18) ได้กล่าวถึงวิธีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนว่ามีหลายวิธี เช่นการใช้แบบทดสอบวินิจฉัย (Diagnostic Test) การใช้แบบทดสอบวัดเชาว์ปัญญา(Intelligence Test) หรือแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์(Achievement Test) แต่เครื่องมือที่ใช้ตรวจสอบหารายละเอียดของข้อบกพร่องที่ดีที่สุดคือแบบทดสอบวินิจฉัย และในการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนนั้นได้มีผู้กล่าวถึงการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนโดยแบ่งระดับขั้นของการวินิจฉัยทางการเรียนดังนี้

ออตโต (Otto. 1973 : 43 – 149) ได้แบ่งการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนออกเป็น 3 ระดับ คือ

1. ขั้นสำรวจ (Survey Level) เป็นการสำรวจว่านักเรียนต้องการการสอนซ่อมเสริมหรือไม่ ส่วนมากครูประจำชั้นเป็นผู้กระทำซึ่งอาจทำได้หลายวิธี เช่น การสังเกตขณะเรียน ขณะเล่น สัมภาษณ์ ฯลฯ แล้วจดบันทึกพฤติกรรมต่างๆไว้ในระเบียบสะสม

2. **ชั้นเฉพาะ (Special Level)** เป็นการวินิจฉัยนักเรียนเป็นรายบุคคล แยกแยะข้อบกพร่องและส่วนดีของนักเรียนอย่างละเอียดลออเพื่อให้รู้ว่าจุดไหนเป็นข้อบกพร่องในการเรียนที่แท้จริง ครูจะต้องใช้แบบทดสอบที่มีความละเอียดซับซ้อนให้นักเรียนทดสอบอีกครั้งเพื่อตรวจหาข้อบกพร่อง ซึ่งแบบทดสอบนี้อาจเป็นแบบทดสอบมาตรฐานหรือแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง ข้อสำคัญอยู่ที่ว่าผลจากการวิเคราะห์จะต้องทำให้ครูเห็นภาพพจน์ที่ชัดเจนขึ้นเกี่ยวกับตัวนักเรียน

3. **ชั้นละเอียด (Intensive Level)** การวินิจฉัยขั้นนี้กระทำกับนักเรียนที่อ่อนมาก ๆ หรือพวกที่ปล่อยให้เห็นว่ามีองค์ประกอบต่าง ๆ ที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียน เช่น บางคนอาจมีข้อบกพร่องด้านร่างกายสติปัญญา อารมณ์ เป็นต้น ดังนั้นการวินิจฉัยในชั้นละเอียดนี้ครูต้องขอคำปรึกษาจากผู้เชี่ยวชาญด้านอื่น ๆ โดยตรงเพื่อให้ได้ข้อมูลที่ถูกต้อง

และนอกจากนั้น กรมวิชาการ (2539 : 2 – 3) ได้แบ่งการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนออกเป็น 3 ระดับ คือ

1. **ระดับทั่วไป (General Level)** เป็นการวินิจฉัยอย่างหยาบเพราะเป็นขั้นตอนการสำรวจเพื่อหาระดับความสามารถทั่วไปของนักเรียน แบบทดสอบที่จะใช้วัดระดับนี้ถ้าหากในต่างประเทศมักใช้แบบทดสอบมาตรฐาน แต่ในเมืองไทยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ใช้วัดปลายภาคเรียนหรือปลายปีก็สามารถนำมาใช้ได้ ทั้งนี้ในการตรวจให้คะแนนมิใช่ดูที่คะแนนรวม แต่จะพิจารณาคะแนนเป็นรายจุดประสงค์ว่านักเรียนไม่บรรลุผลการเรียนในจุดประสงค์ใดบ้างก็ค้น

2. **ระดับเฉพาะ (Special Level)** เป็นระดับที่ต้องการทราบว่ามีข้อบกพร่องในเรื่องใด ณ จุดใด เป็นการวัดความสามารถเฉพาะเจาะจงลงไปในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง เช่น การบวก การลบ และในการบวกยังแตกแยกย่อยลงไปอีกว่าบวกจำนวนเต็ม บวกเศษส่วน บวกทศนิยม เป็นต้น แบบทดสอบที่ใช้วัดระดับนี้คือแบบทดสอบวินิจฉัย ในต่างประเทศมีแบบทดสอบประเภทนี้ให้เลือกใช้มากมายแต่ในเมืองไทยเกือบพูดได้ว่าไม่มีเลย ยกเว้นงานวิจัยของนิสิตปริญญาโทของมหาวิทยาลัยต่าง ๆ ที่พอมีบ้างแต่ก็มีน้อยมาก แบบทดสอบในลักษณะนี้ครูผู้สอนที่มีความสนใจก็สามารถสร้างและพัฒนาให้เป็นแบบทดสอบวินิจฉัยที่มีคุณภาพได้ ทั้งนี้ต้องมีความรู้ความเข้าใจในหลักการวิธีสร้าง รู้ลักษณะและกระบวนการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยตลอดจนการแปลผลของคะแนน

3. **ระดับละเอียด (Intensive Level)** เป็นการวินิจฉัยอย่างละเอียดลึกซึ้ง เป็นการหาข้อมูลหลาย ๆ ด้านหลาย ๆ แห่ง ทั้งนี้มิใช่จะใช้แบบทดสอบอย่างเดียว การหาข้อมูลอาจใช้วิธีการสังเกตและสัมภาษณ์ ข้อมูลไม่ได้ใช้เฉพาะผลสัมฤทธิ์จากการตอบแบบทดสอบแต่อาจวัดเจตคติ บุคลิกภาพ สุขภาพหรืออื่น ๆ แหล่งข้อมูลมิใช่ได้เก็บจากนักเรียนเพียงอย่างเดียว อาจต้องสอบถามจากผู้ปกครอง ครูที่สอนวิชาอื่น ๆ หรือเพื่อนสนิท ผู้วินิจฉัยไม่ใช่แต่เพียงครูผู้สอนวิชานั้น ๆ อาจประกอบด้วยผู้เชี่ยวชาญทางด้านการวัดผล นักจิตวิทยาหรือครูแนะแนวด้วยก็ได้

จากวิธีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนดังที่กล่าวมาแล้วนั้น ผู้วิจัยจะทำการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนในระดับเฉพาะซึ่งเป็นการวินิจฉัยนักเรียนเป็นรายบุคคล แยกแยะข้อบกพร่องและส่วนดีของนักเรียนอย่างละเอียด เป็นระดับที่ต้องการทราบว่ามีข้อบกพร่องในเรื่องใด ณ จุดใด เป็นการวัดความสามารถเฉพาะเจาะจงลงไปในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง และแบบทดสอบที่ใช้วัดในระดับนี้ คือ แบบทดสอบวินิจฉัย

1.3 ความหมายของแบบทดสอบวินิจัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน

จากการศึกษาความหมายของแบบทดสอบวินิจัยพบว่า มีนักการศึกษาให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจัยไว้คล้ายคลึงกัน เช่น อีเบล (Ebel. 1965 : 449) บราวน์ (Brown. 1970 : 225) และ สิงห์ (Singha. 1974 : 200) ให้ความหมายที่คล้ายคลึงกันพอสรุปได้ว่าแบบทดสอบวินิจัยเป็นแบบทดสอบที่ใช้ในการค้นหาจุดอ่อนหรือข้อบกพร่องในการเรียนวิชาต่างๆ ของนักเรียน เพื่อช่วยเหลือนักเรียนโดยมุ่งเน้นที่จะทำการสอนซ่อมเสริมและให้การแนะแนวได้ตรงจุด ส่วนคาร์เมล (Karmel. 1966 : 107) อัดัมส์และทอร์เกอร์สัน (Adams and Torgerson. 1964 : 39 – 40) มีความคิดเห็นว่าแบบทดสอบวินิจัยเป็นแบบทดสอบที่สามารถบ่งชี้ให้เห็นถึงจุดบกพร่องและสาเหตุของความบกพร่องในการเรียนของนักเรียน ซึ่งผลจากการสอบจะทำให้ทราบว่านักเรียนคนใดมีปัญหาหรือมีความบกพร่องในการเรียนและบกพร่องในเรื่องใด และนอกจากนั้น ทรอนไดค์ และเฮเกน (Thronkide and Hagen. 1969 : 646) กล่าวว่าแบบทดสอบวินิจัยเป็นแบบทดสอบที่รวบรวมปัญหาและสาเหตุที่ทำให้เกิดความบกพร่องในการเรียนวิชาต่างๆ ไว้ในแบบทดสอบ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดหาวิธีการซ่อมเสริมที่ตรงจุดและเป็นการช่วยปรับปรุงความรอบรู้ของนักเรียนให้เพิ่มขึ้นด้วย นอกจากนี้ บลูม (Bloom. 1971 : 91 – 92) ได้กล่าวถึงแบบทดสอบวินิจัยว่าเป็นแบบทดสอบที่ใช้สำหรับค้นหาจุดบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเกี่ยวกับทักษะพื้นฐานเพื่อหาระดับการเรียนรู้ ใช้เพื่อคัดแยกเด็กเพื่อปรับปรุงการสอน และเพื่อค้นหาว่านักเรียนคนใดต้องสอนซ้ำ นอกจากนี้ยังเป็นแบบทดสอบที่ประเมินได้ทั้งพฤติกรรมทางด้านความคิด ด้านความรู้สึก และด้านปฏิบัติอีกด้วย และสำหรับนักการศึกษาในประเทศไทยที่ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจัย ได้แก่ สำเร็จ บุญเรืองรัตน์ (2517 : 25) อนันต์ ศรีโสภา (2517 : 5) บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์ (2519 : 15) และทองหล่อ วิภาวีน (2521 : 49 – 50) มีความคิดเห็นว่าคล้ายคลึงกันพอสรุปได้ว่าแบบทดสอบวินิจัยเป็นแบบทดสอบที่สามารถใช้ในการค้นหาข้อบกพร่องในการเรียนหรือค้นหาสมมติฐานของการเรียนไม่ดีของนักเรียนว่าเป็นเพราะเหตุใดโดยมุ่งวัดว่าเหตุใดนักเรียนจึงตอบเรื่องนั้นผิด และนอกจากนั้น บุญชม ศรีสะอาด (2523 : 19) ได้กล่าวว่าแบบทดสอบวินิจัยเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อชี้ให้เห็นจุดบกพร่องหรือจุดที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคในการเรียนเรื่องหนึ่งของนักเรียนแต่ละคน ทั้งนี้เพื่อที่จะหาทางแก้ไขได้ตรงจุดยิ่งขึ้นอันจะทำให้สามารถช่วยเหลือนักเรียนที่มีปัญหาหรืออุปสรรคในการเรียนให้บรรลุจุดประสงค์ในการเรียนหรือเกิดการเรียนรู้เหมือนคนอื่น ๆ

จากความหมายของแบบทดสอบวินิจัยดังที่ได้กล่าวมาแล้วนั้น พอสรุปได้ว่าแบบทดสอบวินิจัยเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อใช้ในการค้นหาจุดอ่อนหรือข้อบกพร่องในการเรียนของนักเรียนและสามารถชี้ให้เห็นถึงข้อบกพร่องหรือสาเหตุของความบกพร่องในการเรียนของนักเรียนได้

1.4 ลักษณะของแบบทดสอบวินิจัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน

แบบทดสอบวินิจัยเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อใช้ในการค้นหาจุดอ่อนหรือข้อบกพร่องในการเรียนของนักเรียน และสามารถชี้ให้เห็นถึงจุดบกพร่องหรือสาเหตุของความบกพร่องในการเรียนของนักเรียนได้ ซึ่งแบบทดสอบวินิจัยเป็นแบบทดสอบที่มีลักษณะที่แตกต่างออกไปจากแบบทดสอบทั่วไป ดังนั้นแบบทดสอบวินิจัยจึงมีลักษณะเฉพาะอย่างซึ่งนักการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจัยไว้ ดังนี้

บลูม (Bloom. 1971 : 91 – 92) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจัยมีลักษณะ ดังนี้

1. เป็นแบบทดสอบที่ใช้สำหรับชี้ให้เห็นถึงความบกพร่องในทักษะพื้นฐาน และระดับการเรียนรู้ของนักเรียน นอกจากนี้ยังเป็นประโยชน์ต่อครูในด้านปรับปรุงการสอน และค้นหาสาเหตุของความบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน เพื่อทำการสอนซ่อมเสริมในจุดบกพร่องที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ กัน

ของนักเรียนจำนวนมาก

2. แบบทดสอบวินิจฉัยใช้เมื่อนักเรียนได้เรียนบทเรียนแต่ละบทเสร็จสิ้นแล้ว
3. เป็นแบบทดสอบที่สามารถประเมินนักเรียนได้ทั้งด้านความรู้ ด้านอารมณ์และด้านทักษะต่างๆ
4. เป็นแบบทดสอบที่ประกอบด้วยกลุ่มข้อสอบจำนวนมากๆและเป็นข้อที่ง่าย โดยมีระดับความยากตั้งแต่ .65 ขึ้นไป

กรมวิชาการ (2539 : 7) ได้ใช้คำว่าแบบสอบวินิจฉัยแทนแบบทดสอบวินิจฉัย และสรุปลักษณะของแบบสอบวินิจฉัยมีลักษณะ ดังนี้

1. เป็นแบบสอบที่แบ่งออกเป็นแบบสอบย่อยๆหลายฉบับ แต่ละฉบับย่อยวัดทักษะใดทักษะหนึ่งโดยเฉพาะที่แตกต่างกัน ซึ่งมีจุดมุ่งหมายที่จะทดสอบให้ครอบคลุมถึงเนื้อหาและพฤติกรรมที่สำคัญๆ ทำให้วินิจฉัยได้ว่านักเรียนมีความบกพร่องในด้านใดและมีสาเหตุใดเพื่อจะได้ช่วยแก้ไขความบกพร่องนั้นได้ตรงจุด
2. เป็นแบบสอบที่ประกอบด้วยข้อสอบที่ง่าย มีค่าความยาก(p) ตั้งแต่ 0.65 ขึ้นไป และมีจำนวนมากข้อ
3. เป็นแบบสอบที่เน้นความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) เป็นสำคัญ ดังนั้นการวิเคราะห์และการสุ่มเนื้อหาต้องมีความระมัดระวังเป็นพิเศษ
4. ควรสร้างแบบสอบเพื่อสำรวจ (Survey Test) ขึ้นมาก่อน เพื่อนำผลการสอบจากแบบสอบนี้ไปเลือกใช้แบบสอบวินิจฉัยเฉพาะเรื่องและเฉพาะตอนได้ตรงยิ่งขึ้น
5. ข้อสอบแต่ละข้อในแบบสอบวินิจฉัยสามารถสืบค้นหาสาเหตุของการตอบข้อสอบผิดได้ หรือสาเหตุของข้อบกพร่องของการตอบผิดได้
6. เวลาที่ให้ทำแบบสอบต้องให้เวลากับนักเรียนอย่างเพียงพอ จนกระทั่งนักเรียนทำเสร็จหรือนักเรียนบอกว่าทำไม่ได้ ทั้งนี้เพราะเป็นแบบสอบที่มุ่งค้นหาข้อบกพร่องของนักเรียน และการใช้แบบสอบนี้ใช้สอบเมื่อเรียนแต่ละบทเสร็จสิ้นแล้ว

7. การตรวจให้คะแนนสามารถประเมินผลได้ทั้งแบบอิงเกณฑ์และแบบอิงกลุ่ม

จากลักษณะดังกล่าวจะพบว่าแบบทดสอบวินิจฉัยมีลักษณะพิเศษที่ไม่ปรากฏในแบบทดสอบชนิดอื่นๆ นับว่าเป็นแบบทดสอบที่มีคุณค่าต่อการเรียนการสอนอย่างยิ่ง เพราะสามารถค้นหาและชี้ให้เห็นจุดบกพร่องของนักเรียนทำให้ครูสามารถจัดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องได้ตรงจุด ซึ่งจากการศึกษาเกี่ยวกับลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย ผู้วิจัยได้นำแนวคิดเกี่ยวกับลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยของนักการศึกษาที่ได้กล่าวมาแล้วนั้น มากำหนดลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยที่ใช้ในงานวิจัยได้ว่าแบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบที่ใช้เมื่อนักเรียนได้เรียนเนื้อหาแต่ละบทเสร็จสิ้นแล้ว ซึ่งแบบทดสอบวินิจฉัยจะแยกออกเป็นแบบทดสอบย่อยๆเพื่อวัดทักษะเฉพาะอย่าง และต้องกำหนดเกณฑ์ขั้นต่ำในการวินิจฉัยที่เหมาะสมกับความบกพร่องแต่ละชนิด อีกทั้งยังประกอบด้วยข้อสอบเป็นจำนวนมาก และเป็นข้อสอบที่ค่อนข้างง่าย เน้นความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาเป็นสำคัญ ข้อสอบแต่ละข้อในแบบทดสอบวินิจฉัยต้องสามารถสืบค้นหาสาเหตุของการตอบข้อสอบผิดหรือสาเหตุของข้อบกพร่องของการตอบผิดได้ ดังนั้นการวิเคราะห์และการสุ่มเนื้อหาต้องมีความระมัดระวังเป็นพิเศษ และที่สำคัญควรสร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจขึ้นมาก่อนเพื่อนำผลการสอบจากแบบทดสอบนี้ไปใช้ในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยเฉพาะเรื่องและเฉพาะตอนได้ตรงยิ่งขึ้น ส่วนเวลาที่ให้ทำแบบทดสอบต้องให้เวลากับนักเรียนอย่างเพียงพอ จนกระทั่งนักเรียนทำเสร็จหรือนักเรียนบอกว่าทำไม่ได้ ทั้งนี้เพราะเป็นแบบทดสอบที่มุ่งค้นหาข้อบกพร่องของ

นักเรียน การใช้แบบทดสอบนี้ใช้สอบเมื่อเรียนแต่ละบทเสร็จสิ้นแล้ว และการตรวจให้คะแนนสามารถประเมินผลได้ทั้งแบบอิงเกณฑ์และแบบอิงกลุ่ม ส่วนวิธีการรายงานคะแนนจะอยู่ในรูปเส้นภาพ (Profile) ของคะแนนนักเรียนแต่ละคนในแต่ละทักษะย่อย

1.5 การสร้างแบบทดสอบวินิจัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน

การสร้างแบบทดสอบวินิจัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอหลักการสร้างทดสอบวินิจัยไว้ เช่น

บราวน์ (Brown. 1970 : 303) ได้กล่าวถึงหลักการสร้างแบบทดสอบวินิจัย ดังนี้

1. แบ่งทักษะที่ต้องการวัดออกเป็นองค์ประกอบย่อยๆ ให้ชัดเจน
2. แบบทดสอบย่อยฉบับหนึ่งๆ สามารถวัดองค์ประกอบย่อยของทักษะนั้นได้เพียงองค์ประกอบเดียวเท่านั้น
3. แบบทดสอบย่อยทุกฉบับจะต้องวัดทักษะที่ต้องการวัดได้จริงๆ เพราะถ้าแบบทดสอบย่อยนั้นไม่ได้วัดทักษะย่อยนั้นจริงแล้ว จะไม่สามารถพิจารณาเหตุของความบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคลได้ถูกต้องกับความเป็นจริง
4. คะแนนจากแบบทดสอบย่อยจะต้องกำหนดแนวทางที่เหมาะสม เพื่อให้สามารถจัดหาวิธีการสอนซ่อมเสริมได้ตรงจุด

สิงห์ (Singha. 1974 : 200 – 204) ได้กล่าวถึงการสร้างแบบทดสอบวินิจัย ไว้ดังนี้

1. ในกรณีที่สร้างแบบปรนัยชนิดเลือกตอบหรือตอบสั้นๆ ควรมีจำนวนข้อไม่น้อยกว่าสามข้อในแต่ละเนื้อหาย่อย
2. ไม่จำเป็นต้องสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร (Blue – print) ทั้งนี้เพราะไม่ต้องการหาความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหาและพฤติกรรม
3. ไม่ต้องสร้างเกณฑ์ปกติในการวินิจัย เพราะจุดมุ่งหมายของแบบทดสอบเพื่อค้นหาจุดบกพร่องและสาเหตุมากกว่าจะเป็นการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์
4. แบบทดสอบวินิจัยจะเรียงข้อสอบตามเนื้อหาคือนำข้อสอบที่อยู่ในเนื้อหาเดียวกันมารวมไว้ด้วยกันโดยไม่จำเป็นต้องคำนึงถึงความยาก
5. แบบทดสอบวินิจัยอาจจะสร้างโดยแบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized Test) หรือเป็นแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น (Teacher – made Test) แต่แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นมักจะคุ่มค่ามากกว่าเพราะประหยัดเวลาและกำลังงานมากกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับแบบทดสอบมาตรฐาน

นอกจากนี้ยังมีนักการศึกษาอีกหลายท่านที่ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างทดสอบวินิจัยไว้ ได้แก่

ทรอนไดค์ และเฮเกน (Thronthike and Hagen. 1969 : 269 – 271) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวินิจัยว่ามี 2 ขั้นตอน คือ

1. วิเคราะห์ทักษะหรือเนื้อหาวิชาที่ต้องการทดสอบออกเป็นทักษะหรือองค์ประกอบย่อยๆ
2. สร้างและปรับปรุงแบบทดสอบที่ใช้วัดทักษะย่อยๆ เหล่านั้นเพื่อให้สามารถค้นหาจุดบกพร่องในแต่ละทักษะย่อยๆ นั้นได้

นอลล์ (Noll. 1965 : 430) ได้เสนอขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวินิจัยไว้ดังนี้

1. วิเคราะห์ กฎ หลักเกณฑ์ ความรู้ หรือทักษะที่ต้องการทดสอบอย่างละเอียด

2. วางแผนและสร้างแบบทดสอบตามกฎหมายหรือหลักเกณฑ์ทุกอย่างอย่างให้เหมาะสมกับจุดประสงค์ของแบบทดสอบ

3. จัดข้อสอบเป็นกลุ่มตามหัวข้อที่ต้องการวิเคราะห์และวินิจฉัยเพื่อทำให้ง่ายในการวิเคราะห์คำตอบและวินิจฉัยต่อไป

กรมวิชาการ (2539 : 11) ได้ศึกษาวิธีการสร้างแบบสอบวินิจฉัยการเรียนรู้ แล้วสรุปขั้นตอนไว้ดังนี้

1. วิเคราะห์เนื้อหา กำหนดขอบเขตเนื้อหาและระดับพฤติกรรมอย่างละเอียด
2. สร้างตารางวิเคราะห์โครงสร้างของวิชา/รายวิชา
3. สร้างแบบสอบสำรวจ
4. เขียนจุดประสงค์การเรียนรู้ สมรรถภาพ และสมรรถภาพย่อย
5. หาแบบผิดหรือข้อบกพร่องที่คิดว่าน่าจะเกิดขึ้นในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรม หรือแบบฝึกหัดในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้

6. เขียนต้นแบบหรือข้อกำหนดของข้อสอบ หรือเขียนลักษณะเฉพาะข้อสอบ

(Item Specification)

7. เขียนข้อสอบตามต้นแบบหรือข้อกำหนด หรือลักษณะเฉพาะข้อสอบ
8. ตรวจสอบคุณภาพข้อสอบรายข้อ เช่น ค่าความหมายรายข้อ (IOC) และความลำเอียง (Bias)
9. ทดลองสอบ หาค่าสถิติและปรับปรุงคุณภาพข้อสอบ
10. จัดฉบับแบบสอบ ทดลองสอบ หาคคุณภาพของแบบสอบ
11. เขียนคู่มือการสร้างและพัฒนาแบบสอบ คู่มือการใช้แบบสอบ การแปลความหมายของคะแนนและคู่มือการวินิจฉัย

นอกจากนั้นสำนักทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ (2539 : 15) ได้เสนอแนะแนวทางการปฏิบัติในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยว่าสามารถรวบรวมข้อมูลเบื้องต้นของผู้เรียนว่ามีข้อบกพร่องเรื่องใดอยู่ที่ระดับใดโดยการสร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจ สำหรับเกณฑ์ในการประเมินการผ่านหรือยอมรับได้ว่าไม่มีข้อบกพร่องในเรื่องนั้นๆ ผู้สอบจะต้องตอบข้อสอบถูกต้องอย่างน้อย 67% หรือ 2 ใน 3 (บางครั้งในระดับมัธยมใช้ 3 ใน 4 หรือ 75%) และข้อสอบในแบบทดสอบวินิจฉัยมีจำนวนมากซึ่งมากมายเกินไปที่จะให้นักเรียนสอบในคราวเดียวกัน ดังนั้นจึงควรแบ่งสอบเป็นระยะหรือแบ่งสอบในแต่ละตอนของเนื้อหาและในการหาแบบผิดหรือข้อบกพร่องของคำตอบนั้นถือว่าเป็นหัวใจสำคัญของการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

จากหลักการในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย จะเห็นว่าในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยนั้นผู้สร้างจะต้องวิเคราะห์จุดประสงค์ เนื้อหาและระดับพฤติกรรมหรือทักษะที่ต้องการทดสอบอย่างละเอียดเพื่อวางแผนและสร้างแบบทดสอบให้เหมาะสมและสอดคล้องกับจุดประสงค์ เนื้อหาและทักษะที่ต้องการวัดโดยแบบทดสอบต้องแบ่งเป็นแบบทดสอบย่อยที่สามารถวัดองค์ประกอบย่อยของความสามารถนั้นได้เพียงองค์ประกอบเดียวเท่านั้น ข้อคำถามต้องสร้างให้สามารถวัดได้ตรงตามจุดประสงค์ที่ต้องการวัด และคำตอบต้องสามารถบอกถึงสาเหตุของความบกพร่องของนักเรียนแต่ละคนได้ คะแนนจากแบบทดสอบย่อยจะต้องกำหนดแนวทางการให้คะแนนที่เหมาะสมเพื่อให้สามารถจัดหาวิธีสอนซ่อมเสริมได้ตรงจุดซึ่งเกณฑ์ในการประเมินผลการผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้หรือยอมรับได้ว่าไม่มีข้อบกพร่องในเรื่องนั้นๆ นิยมใช้เกณฑ์อย่างต่ำ 2 ใน 3 (67%) หรือ 3 ใน 4 (75%) หรืออาจใช้เกณฑ์อื่นทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวิจารณ์ญาณของผู้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบวินิจฉัยมีจำนวนมากจึงควรแบ่งสอบเป็นระยะ หรือแบ่งสอบในแต่ละตอนของเนื้อหา

1.6 ประโยชน์ของการวินิจฉัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน

จากการศึกษาเกี่ยวกับแบบทดสอบวินิจฉัยที่ใช้ในการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน และลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยจะเห็นว่าแบบทดสอบวินิจฉัยเป็นเครื่องมือที่นับว่ามีความสำคัญ และมีประโยชน์ในการค้นหาปัญหาที่เป็นข้อบกพร่องในการเรียนของนักเรียนแต่ละคน โดยการศึกษาและค้นหาปัญหาที่เป็นข้อบกพร่องในการเรียนของนักเรียนแต่ละคนมีประโยชน์ที่จะช่วยชี้ให้เห็นจุดบกพร่องหรืออุปสรรคในการเรียนของนักเรียนเพื่อที่จะหาทางแก้ไขได้ตรงจุด ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงประโยชน์ของการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน ดังนี้

ไชยและอึ้ง (Chai. 1987 : 189 –198) กล่าวถึงการวิเคราะห์ข้อบกพร่องว่าเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ และการศึกษาข้อบกพร่องจะทำให้จัดหาข้อมูลซึ่งเกี่ยวข้องกับความคิดของนักเรียนเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งข้อมูลเหล่านี้มีความหมายมากในการสอน ซึ่งจะต้องมีการแนะแนวทางในการช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหาและสามารถอธิบายได้ว่าเพราะเหตุใดนักเรียนจึงไม่มีพัฒนาการด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักวิจัยยืนยันว่าเมื่อข้อบกพร่องของนักเรียนได้แสดงออกมา ทำให้เห็นว่าการเรียนรู้กำลังจะเริ่มขึ้นและสามารถทำให้มั่นคงขึ้นในภายหลัง

รี (Ree. 1987 : 29 – 34) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการศึกษาข้อบกพร่อง ซึ่งสรุปได้ว่าการศึกษาข้อบกพร่องอย่างมีประสิทธิภาพและการสอนที่เตรียมล่วงหน้าจะทำให้ตระหนักถึงอุปสรรคของนักเรียน โดยทั่วไป อีกทั้งตระหนักถึงการสอนที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดและทักษะที่สำคัญ การศึกษาข้อบกพร่องอย่างละเอียดจะสามารถวิเคราะห์และพัฒนาความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากธรรมชาติ และสิ่งรอบตัวของนักเรียนได้

ชวาล แพรัตกุล (2516 : 27) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน โดยใช้แบบทดสอบเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน ไว้ดังนี้

1. ชี้ให้ครู นักเรียน ผู้ปกครองและผู้ที่เกี่ยวข้องอื่นๆ รู้ถึงจุดเด่น จุดด้อย ของนักเรียน เพื่อที่จะได้ร่วมกันแก้ไขหรือส่งเสริมได้ตรงจุด

2. เตือนให้ครูได้สังวรณในการสอนว่าแต่ละวิชามีความยากและมีความสำคัญอยู่ที่เนื้อหา และพฤติกรรมใดที่จะต้องพึงเล็งเป็นพิเศษ และควรสอนเรื่องนั้นโดยวิธีใดจึงจะประสบผลสำเร็จมากที่สุด

3. ทำให้การสอบมีความหมายค้ำค่าเห็น้อยมากขึ้นและครูก็รู้เทคนิคในการสอบวัดผลมากขึ้น

จากการพิจารณาถึงประโยชน์ของการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนตามที่กล่าวมาแล้วนั้น จะเห็นว่าการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนจะเกิดประโยชน์ทั้งต่อตัวนักเรียนและครูผู้สอน เพราะการวิเคราะห์ข้อบกพร่องเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ และช่วยชี้ให้ครู นักเรียน ผู้ปกครองและผู้ที่เกี่ยวข้องอื่นๆ รู้ถึงจุดเด่น จุดด้อย ของนักเรียน เพื่อที่จะได้ร่วมกันแก้ไข หรือส่งเสริมได้ตรงจุด ซึ่งการศึกษาข้อบกพร่องอย่างมีประสิทธิภาพจะทำให้ครูตระหนักถึงอุปสรรคของนักเรียน โดยทั่วไป อีกทั้งตระหนักถึงการสอนที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดที่ถูกต้องและทักษะที่สำคัญ และการศึกษาข้อบกพร่องอย่างละเอียดจะสามารถวิเคราะห์ข้อบกพร่องและช่วยพัฒนาความสามารถทางการเรียนของนักเรียน

1.7 ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์

ในการศึกษาเกี่ยวกับลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์นั้น มีนักการศึกษาได้ศึกษา ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ได้แก่

แบลนโด และคณะ (Blando, et al. 1989 : 301 – 308) ได้ทำการวิเคราะห์และหารูปแบบ ของข้อบกพร่องทางเลขคณิต สรุปลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเลขคณิตไว้ 4 ด้าน คือ

1. ความบกพร่องในการใช้เครื่องหมายบวก ลบ คูณ และหาร โดยทำผิดพลาดลำดับขั้นตอน เช่น บวกก่อนคูณ ลบก่อนหาร และละเลยความสำคัญของวงเล็บ เป็นต้น
2. ความบกพร่องในการใช้เครื่องหมายผิด เช่น ใช้การหารแทนการบวก ลบแทนการบวก คูณแทนการหาร เป็นต้น
3. ความบกพร่องอื่นๆ เช่นการปฏิเสธที่จะแก้ปัญห
4. ความบกพร่องที่ไม่มีรูปแบบที่แน่นอนเนื่องจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ เช่น ขาดความระมัดระวังในการบวกหรือบวกผิด เป็นต้น

โรเบิร์ต (กรมวิชาการ. 2539 : 16 ; อ้างอิงจาก Robert. 1968) ได้เสนอข้อบกพร่องจากการ คิดคำนวณ ไว้ 4 แบบ คือ

1. ผิดวิธี เป็นการคิดคำนวณที่ใช้วิธีทางคณิตศาสตร์ที่ผิด เช่น โจทย์ให้ทำบวกแต่นักเรียน ทำโดยวิธีลบ
2. คิดคำนวณผิด เป็นการผิดที่ขาดความแม่นยำในการคิดคำนวณ
3. ผิดขั้นตอน เป็นการคิดคำนวณผิดที่เกิดจากขั้นตอนผิด
4. ผิดอย่างสุ่ม เป็นการผิดที่ไม่มีรูปแบบอาจเกิดจากการขาดความรอบคอบหรือสะเพร่า

คาเซย์ (Casey. 1987 : 92) ได้ทำการวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนและเทคนิคการสอนเพื่อแก้ไข ความคลาดเคลื่อน สรุปลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนโดยแยกประเภทความผิดพลาดออกเป็น 9 ประเภท คือ

1. ลักษณะคำถาม
2. การอ่านคำถาม
3. ความเข้าใจในคำถาม
4. กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้
5. ทักษะการเลือกใช้ความรู้
6. ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้
7. การเสนอคำตอบ
8. ความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้เนื่องจากการขาดความระมัดระวัง
9. ความผิดพลาดซึ่งจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

โมวโซวิทซ์ – ฮาดาร์ และคณะ (Movshovitz – Hadar, et al. 1987 : 3 – 14) ได้วิเคราะห์รูปแบบ ของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยวิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียน ในวิชาพีชคณิต และจัดกลุ่มของข้อบกพร่อง สรุปลักษณะของข้อบกพร่องไว้ 6 ด้าน คือ

1. การใช้ข้อมูลผิด
2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา
3. การอ้างอิงวิธีคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์
4. การบิดเบือนกฎ ทฤษฎีบท สูตร และบทนิยาม

5. การขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

6. ความคลาดเคลื่อนในเทคนิคการทำ

สมศรี จินตสนธิ (2537 : 5 - 7) ได้ทำการศึกษาความผิดพลาดในการแก้ปัญหาโจทย์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ได้จำแนกความผิดพลาดเป็น 3 ประเภท คือ

1. ความผิดพลาดในกระบวนการ หมายถึง ความบกพร่องในด้านวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์เรื่องฟังก์ชัน แบ่งเป็น 7 ประเภท ได้แก่ การใช้บทนิยามของฟังก์ชัน การกำหนดขอบเขต การแยกชนิด การใช้สัญลักษณ์ การเขียนกราฟ การสร้างฟังก์ชัน การใช้บทนิยามของพีชคณิตของฟังก์ชัน

2. ความผิดพลาดในการคิดคำนวณ หมายถึง ความบกพร่องในการคิดคำนวณ แบ่งเป็น 4 ประเภท ได้แก่ การเปลี่ยนเครื่องหมาย การยกกำลัง การตีความ ความรอบคอบในการคิดคำนวณ

3. ความผิดพลาดในการประยุกต์ หมายถึง ความบกพร่องในการนำกฎมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์ แบ่งเป็น 4 ประเภท ได้แก่ การเปลี่ยนประโยค การแทนตัวแปร การหาคำตอบ การตีความหมาย

จากการศึกษาลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาหลาย ๆ ท่าน ผู้วิจัยได้นำแนวคิดต่าง ๆ มาจำแนกลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ออกเป็น 4 ลักษณะ ดังนี้

1. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยามหรือทฤษฎีบท
 - 1.1 การจำบทนิยามหรือทฤษฎีบท
 - 1.2 การเข้าใจบทนิยามหรือทฤษฎีบท
 - 1.3 การเข้าใจเกี่ยวกับการจำแนกชนิดโดยใช้บทนิยาม
2. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ
 - 2.1 กระบวนการใช้บทนิยามหรือทฤษฎีบท
 - 2.2 กระบวนการสร้างฟังก์ชันตามเงื่อนไขของโจทย์
 - 2.3 กระบวนการเขียนกราฟตามที่โจทย์กำหนด
3. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ
 - 3.1 ทักษะการบวก ลบ คูณและหารจำนวนจริงในการคิดคำนวณ
 - 3.2 ทักษะเกี่ยวกับการใช้หลักพีชคณิตเบื้องต้นในการจัดรูปสมการ
4. ลักษณะข้อบกพร่องในการประยุกต์
 - 4.1 การนำความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับฟังก์ชันไปประยุกต์ใช้

2. การแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน

การแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนอาจทำได้หลายวิธี แต่ผู้วิจัยสนใจที่จะใช้วิธีการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน เพราะจุดมุ่งหมายของการสอนซ่อมเสริมคือเพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ไขข้อบกพร่องหรือจุดอ่อนทางการเรียนของตนเอง ดังที่ โคชีวาร์ (Kochavar, 1975 : 18) และ แชปลิน (Chaplin, 1979 : 12 - 15) ได้กล่าวถึงจุดมุ่งหมายของการสอนซ่อมเสริมไว้สอดคล้องกันว่าเพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ตามสมรรถวิสัยที่แท้จริงของตนเองอย่างเต็มที่ และให้นักเรียนสามารถแก้ไข

ข้อบกพร่องหรือจุดอ่อนทางการเรียนเพื่อส่งเสริมความเจริญงอกงามในด้านต่างๆ ของนักเรียน อันจะช่วยให้ นักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนมากยิ่งขึ้น และนอกจากนั้นศรียา นิยมธรรม และ ประภัสร นิยมธรรม (2525 : 26) ได้กล่าวถึงจุดมุ่งหมายของการสอนซ่อมเสริมไว้ว่าเพื่อช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถ ในการเรียนรู้ และมีจุดมุ่งหมายปลายทางคือการยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้ใกล้เคียงกับสมรรถวิสัย ของนักเรียนให้มากที่สุด

2.1 การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน

ในเรื่องเกี่ยวกับการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนนั้น แมคโดนัล – รอส (Boonrungratana. 1980 : 157 – 160 ; citing Macdonald – Ros.n.d.) ได้ตั้งคำถามเป็นข้อคิดไว้ว่าการแก้ไขข้อบกพร่อง มีปัญหาที่จะต้องพิจารณาอยู่ 3 ประการ คือ จะแก้อย่างไร จะแก้เมื่อไร และเมื่อไรจึงจะไม่แก้ ซึ่งเรื่องนี้ เมอร์ริล คอลลินส์ และบล็อด (Arlin. 1973 : 15 ; citing Merrill , Collins and Block. n.d.) ได้ชี้ให้เห็นว่า การทบทวนบทเรียนเฉพาะบทเรียนที่นักเรียนมีข้อบกพร่อง นับเป็นวิธีการแก้ไขข้อบกพร่องที่เหมาะสมกับ ความต้องการของแต่ละคนได้ดีที่สุด และดวงเดือน อ่อนน้อม (2533 : 40) ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ไข ข้อบกพร่องทางการเรียนไว้ว่า การแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนไม่มีรูปแบบที่ตายตัว ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับ ธรรมชาติของข้อบกพร่องแต่ละอย่าง ในบางกรณีอาจจะทบทวนใหม่แต่ในบางกรณีอาจต้องใช้ความ พยายามในการสร้างแรงจูงใจ แก้ไขปัญหาด้านอารมณ์หรือแก้ไขทักษะการทำงาน และนอกจากนั้นได้มี นักการศึกษาหลายท่านที่ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ไขข้อบกพร่องว่าวิธีการหนึ่งที่จะช่วยในการแก้ไข ข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนได้คือการสอนซ่อมเสริม ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านให้ความหมาย ของการสอนซ่อมเสริม ไว้ดังนี้

แทนสเลย์ (Tansley. 1969 : 84) กล่าวว่าการสอนซ่อมเสริมเป็นการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง ของนักเรียนหลังจากการวินิจฉัยแล้ว โดยการแก้ไขให้สอดคล้องกับข้อบกพร่องเป็นรายบุคคลไป

เดอชานท์ (Dechant. 1971 : 1282) กล่าวว่าการสอนซ่อมเสริมคือการให้ผู้เรียนได้เรียนสิ่งที่ เป็น ปัญหาในการเรียนครั้งแรกในห้องเรียนปกติ โดยครูผู้สอนจะต้องจัดผู้เรียนออกเป็นกลุ่มย่อย ๆตามระดับ ความสามารถหรือจัดเป็นรายบุคคล เพื่อที่จะได้ให้ความสนใจแก่ผู้เรียนและจะได้ทราบความต้องการ ตลอดจน ปัญหาทางการเรียน

โคชีวาร์ (Kochevar. 1975 : 18) กล่าวว่าการสอนซ่อมเสริมเป็นการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง ของผู้เรียน ซึ่งมีการเตรียมการในแต่ละสิ่งที่จะแก้ไขให้ถูกต้องเพื่อช่วยให้นักเรียนเลิกนิสัยหรือทักษะและ การกระทำที่ผิดๆ พร้อมกับชี้แนะแนวทางที่ถูกต้องให้ด้วย ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในด้าน การเรียนมากขึ้น

กรมวิชาการ (2521 : 141) กล่าวว่าการสอนซ่อมเสริมเป็นการสอนเป็นกรณีพิเศษ นอกเหนือ ไปจากการสอนตามแผนการสอนโดยปกติ เพื่อแก้ไขส่วนที่บกพร่องที่พบในตัวนักเรียน ซึ่งเป็นการสอน นักเรียนที่เรียนอ่อนเรียนไม่ทันเพื่อนในชั้น เพื่อให้นักเรียนเรียนทันเพื่อนในระดับชั้นเดียวกัน หรือเพื่อ ให้สามารถผ่านจุดประสงค์ที่กำหนดไว้

จากความหมายของการสอนซ่อมเสริมที่ได้กล่าวไว้แล้ว สรุปได้ว่าการสอนซ่อมเสริมคือการ จัด การเรียนการสอนเป็นกรณีพิเศษนอกเหนือไปจากแผนการสอนปกติ เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนด้าน ต่างๆ ให้แก่ผู้เรียนและช่วยให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจเพิ่มขึ้น จนสามารถบรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ ที่กำหนดไว้ได้

2.2 หลักการสอนซ่อมเสริม

เพื่อให้การเรียนการสอนซ่อมเสริมดำเนินไปจนบรรลุวัตถุประสงค์ด้วยดี จำเป็นต้องมีหลักการสอนที่ดีและเหมาะสมเพื่อช่วยให้ทั้งครูและนักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนการสอนตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ กรมวิชาการ (2521 : 33) ได้เสนอหลักการสอนซ่อมเสริมเพื่อช่วยเหลือนักเรียนที่เรียนอ่อน ดังนี้

1. ศึกษาสาเหตุของปัญหาและค้นหาข้อบกพร่องของนักเรียน ถ้านักเรียนเรียนอ่อนหลายวิชาควรแก้ไขหรือสอนซ่อมเสริมที่ละวิชาและเริ่มจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปหานามธรรม

2. วิธีสอนควรใช้วิธีการใหม่ๆ ไม่ซ้ำกับวิธีการเดิม ตลอดจนอุปกรณ์การสอนควรเลือกให้เหมาะสมและแปลกไปจากเดิม

3. หลังจากมีการสอนซ่อมเสริมแล้ว ครูต้องติดตามผลงานอย่างใกล้ชิดและสม่ำเสมอ

นอกจากนี้ในเรื่องของการจัดการสอนซ่อมเสริม กระทรวงศึกษาธิการ (2533 : 19) ได้กล่าวถึงการจัดการสอนซ่อมเสริมไว้ว่าเมื่อผู้สอนทราบปัญหาหรือข้อบกพร่องของผู้เรียนแล้วก็นำมาเป็นข้อมูลในการพิจารณาจัดสอนซ่อมเสริมให้แก่ผู้เรียน ดังนั้นในทางปฏิบัติเมื่อสอนจบแต่ละหน่วยผู้สอนควรประเมินทันทีเมื่อพบว่าผู้เรียนคนใดไม่สามารถบรรลุตามจุดประสงค์ที่ระบุไว้ในหน่วยนั้นจะได้ซ่อมเสริมให้ผู้เรียนทันที ซึ่งในการจัดสอนซ่อมเสริมนั้นสถานศึกษาควรดำเนินการใน 3 ระยะ ดังนี้

1. ภายหลังการประเมินผลก่อนเรียน ถ้าพบว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้ไม่พอหรือยังไม่มีพฤติกรรมขั้นต้นก่อนการเรียนควรจะได้จัดการสอนซ่อมเสริมให้

2. ภายหลังการประเมินผลระหว่างเรียน ถ้ายังพบว่านักเรียนยังไม่ผ่านตามเกณฑ์ของจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ควรจะได้จัดการสอนซ่อมเสริมให้

3. ภายหลังการตัดสินผลการเรียน ถ้านักเรียนได้ระดับผลการเรียน “0” ก่อนจะให้ให้นักเรียนสอบแก้ตัวควรจะได้จัดการสอนซ่อมเสริมก่อน

สำหรับหลักการเกี่ยวกับขั้นตอนในการสอนซ่อมเสริม ศรียา นิยมธรรม (2539 : 118) ได้เสนอลำดับขั้นตอนในการสอนซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การวินิจฉัยปัญหา ก่อนที่จะสอนซ่อมเสริมครูควรจะวินิจฉัยปัญหาของนักเรียน โดยการวิเคราะห์พฤติกรรมเพื่อค้นหาสิ่งที่บกพร่องที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนและเพื่อให้การช่วยเหลือได้ถูกจุด การวินิจฉัยอาจทำได้อย่างไม่เป็นทางการ เช่น การสังเกตผลงานและพฤติกรรม หรือการวินิจฉัยอย่างเป็นทางการโดยการทดสอบต่างๆ ซึ่งอาจทำเป็นกลุ่มหรือรายบุคคลตามความจำเป็น การทดสอบต่างๆ ทำในลักษณะของการสำรวจปัญหาขั้นต้นก่อนแล้วจึงศึกษาอย่างละเอียดถึงปัญหาที่เกี่ยวข้อง ทั้งนี้ครูควรเลือกปฏิบัติตามที่จำเป็นเท่านั้น

ขั้นที่ 2 การวางแผนการสอนซ่อมเสริม หลังจากการวินิจฉัยว่านักเรียนมีปัญหาในด้านใดแล้ว ครูควรวางแผนการสอนซ่อมเสริมโดยการกำหนดจุดมุ่งหมายของการสอนเป็นรายบุคคลหรือเฉพาะกลุ่มของนักเรียนที่มีปัญหาเดียวกันแล้วเขียนโครงการสอนซ่อมเสริมอย่างละเอียด

ขั้นที่ 3 การปฏิบัติการสอน ในการสอนซ่อมเสริมนอกจากจะต้องดำเนินการไปตามแผนที่วางไว้แล้ว ครูควรระลึกเสมอว่าครูควรใช้กิจกรรมการสอนและสื่อการสอนใหม่ๆ ที่แตกต่างจากที่ใช้ในเวลาปกติ โดยคำนึงถึงช่วงเวลาที่เหมาะสม แรงจูงใจ การปรับพฤติกรรมและการใช้แรงเสริม ดังนั้นการสอนแต่ละครั้งจึงต้องคำนึงถึงระดับที่พอเหมาะกับความสามารถของนักเรียนแต่ละคนหรือแต่ละกลุ่ม

ขั้นที่ 4 การวัดผล จะต้องมีการวัดผลการสอนซ่อมเสริมเป็นระยะๆ เพื่อทราบความก้าวหน้าของนักเรียนและความเหมาะสมของกิจกรรมที่ใช้สอน หากมีความบกพร่องที่จุดใดจะได้รับแก้ไขทันที หรือหากมีความก้าวหน้าดีก็จะได้พิจารณาว่าการสอนซ่อมเสริมควรดำเนินต่อไปหรือยุติเพราะถึงจุดหมายปลายทางแล้ว

สำหรับหลักการเกี่ยวกับระยะเวลาในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมนั้น เดอชานท์ (Dechant. 1971 : 286) ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับระยะเวลาในการสอนซ่อมเสริมไว้ว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายสามารถเรียนซ่อมเสริมได้ทั้งชั่วโมง ครีયા นิยมธรรม และประภัสร นิยมธรรม (2525 : 68) ได้เสนอแนะว่าการสอนซ่อมเสริมจะสอนสัปดาห์ละกี่ครั้งก็ได้ขึ้นอยู่กับปัญหาของแต่ละคน ในการสอนครั้งหนึ่งๆ ไม่ควรเกิน 1 ชั่วโมงและไม่ควรน้อยกว่า 15 นาที สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2523 : 24) ได้กล่าวว่า เวลาที่ใช้สอนซ่อมเสริมอาจใช้เวลาว่างตอนท้ายชั่วโมง นอกเวลาเรียนหรือวันหยุดก็ได้ และสุพจน์ แก้วกล้า (2534 : 16) ได้กล่าวว่าระยะเวลาในการสอนซ่อมเสริมควรจัดให้เหมาะสมกับวัย ระดับการศึกษาและลักษณะปัญหาของนักเรียนแต่ละคน

ส่วนหลักการเกี่ยวกับการประเมินผลการสอนซ่อมเสริมนั้นก็ถือเป็นกระบวนการที่สำคัญอีกขั้นหนึ่งที่ทำให้ทราบว่าการสอนซ่อมเสริมได้บรรลุวัตถุประสงค์เพียงใด ดังนั้นครูผู้สอนซ่อมเสริมจึงต้องมีการประเมินผลที่เหมาะสมและให้ได้ประสิทธิภาพที่สุด ในการประเมินผลการสอนซ่อมเสริมนั้นอาจทำได้หลายวิธีทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของเนื้อหาและกิจกรรมของวัตถุประสงค์นั้นๆ กรมวิชาการ (2524 : 101 – 102) ได้เสนอแนะวิธีการประเมินผลการสอนซ่อมเสริมในคู่มือการใช้หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 ไว้ดังนี้

1. การสังเกต ใช้ในการประเมินผลจุดประสงค์ในเรื่องความคล่องแคล่วในการปฏิบัติตามวิธีการดำเนินงาน
2. การตรวจผลงาน โดยการมอบหมายงานให้นักเรียนไปทำก็ใช้การตรวจผลงานเพื่อการประเมินได้
3. การสัมภาษณ์ ผู้สอนอาจใช้วิธีการสัมภาษณ์นักเรียนหลังจากที่มอบหมายกิจกรรมให้ไปปฏิบัติแล้ว
4. การสอบข้อเขียน ควรเป็นการสอบอย่างสั้นๆ เฉพาะเรื่องที่จำเป็นและใช้เพื่อการทดสอบความแม่นยำ

การประเมินผลการสอนซ่อมเสริมนั้นขึ้นอยู่กับกิจกรรมที่ครูจัด ฉะนั้นครูผู้สอนจะเลือกใช้วิธีใดต้องคำนึงถึงประสิทธิภาพที่จะได้รับและใช้เวลาสั้นที่สุดเท่าที่จะทำได้ และในการประเมินผลการเรียนนั้นมีเกณฑ์การประเมินแบบอิงเกณฑ์และอิงกลุ่ม ซึ่งได้มีนักวิจัยหลายท่าน เช่น เลเวลเลน และนากี้ (Levellen and Nagy. 1981 : 100) และ รุ่ง เจนจิต (อุไร สินธุรวงศ์. 2534 : 26 ; อ้างอิงจาก รุ่ง เจนจิต. 2523) ได้ให้แนวคิดไว้ว่าการประเมินผลการสอนซ่อมเสริมควรเป็นการประเมินผลแบบอิงเกณฑ์ เพื่อวินิจฉัยว่านักเรียนมีความรู้ความสามารถหรือข้อบกพร่องในเรื่องใดหรือจุดประสงค์ข้อใด และในการสร้างเกณฑ์การเรียนรู้ในกระบวนการจัดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนซึ่งเป็นขั้นตอนที่สำคัญขั้นต้นหนึ่งของการจัดการเรียนการสอนที่ทุกครั้งของการเรียนการสอนครูต้องกำหนดจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนและกำหนดเกณฑ์การเรียนรู้ไว้ให้ชัดเจน

สำหรับเกณฑ์ที่ใช้ในการเรียนการสอนซ่อมเสริมหรือการเรียนการสอนที่มีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนโดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยและมีการแก้ไขข้อบกพร่องนี้ สำนักทดสอบทางการศึกษา (2539 : 5) และดวงเดือน อ่อนน่วม (2533 : 46) ได้ให้แนวคิดที่สอดคล้องกันในการกำหนดเกณฑ์การเรียนรู้ว่าเกณฑ์การประเมินใช้ความถูกต้องอย่างน้อย 67% หรือ 2 ใน 3 ซึ่งหมายความว่าถ้าผู้เรียนทำถูกหมดทั้ง 3 ข้อหรือถูก 2 ข้อใน 3 ข้อ ถือว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหานั้นๆ การใช้เกณฑ์ 67% ช่วยให้ผู้นิรนิจฉัยแน่ใจ

ได้ว่าการที่ผู้เรียนทำผิดเนื่องจากความไม่เข้าใจอย่างแท้จริงไม่ใช่เพราะความพลั้งเผลอและกระทรวงศึกษาธิการ (2533 : 17 – 21) ได้กล่าวว่าในการจัดการเรียนการสอนครูผู้สอนต้องแจ้งให้นักเรียนทราบเกณฑ์การผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้และเกณฑ์ขั้นต่ำของการผ่านรายวิชาก่อนสอนรายวิชานั้น ซึ่งเกณฑ์การผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ขึ้นอยู่กับผู้สอนกำหนดตามความเหมาะสมของระดับชั้น ซึ่งการกำหนดเกณฑ์ของการผ่านแต่ละจุดประสงค์ควรกำหนดตามความสำคัญของจุดประสงค์ จุดประสงค์ที่สำคัญมากเกณฑ์ควรจะสูง จุดประสงค์ที่สำคัญรองลงมาเกณฑ์อาจลดลงได้ แต่ต้องไม่ต่ำกว่าร้อยละ 50 และเกณฑ์ขั้นต่ำของการผ่านรายวิชานั้นคือร้อยละ 50 ของคะแนนระหว่างภาคเรียนรวมกับปลายภาคเรียน

จากหลักการสอนซ่อมเสริมที่ได้กล่าวมาแล้วนั้น สรุปได้ว่าการสอนซ่อมเสริมสามารถจัดทำได้ภายหลังการประเมินผลการเรียน โดยต้องมีการศึกษาศึกษาสาเหตุของปัญหาและค้นหาข้อบกพร่องของนักเรียนแล้วจัดการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องเหล่านั้นตามลำดับขั้นตอนจากการวินิจฉัยปัญหา การวางแผนการสอนซ่อมเสริม การปฏิบัติการสอนไปจนถึงการวัดผล และวิธีการสอนควรใช้วิธีการใหม่ๆ ไม่ซ้ำกับวิธีการเดิมและใช้อุปกรณ์การสอนที่เหมาะสมและแปลกไปจากเดิม สำหรับเวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมนั้นควรใช้เวลาในการจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับวัย ระดับการศึกษาและลักษณะของปัญหาของนักเรียนแต่ละคน ซึ่งเวลาที่ใช้สอนซ่อมเสริมอาจใช้เวลาว่างนอกเวลาเรียน โดยนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายสามารถเรียนซ่อมเสริมได้ทั้งชั่วโมง และในการประเมินผลการสอนซ่อมเสริมควรใช้วิธีการประเมินผลทั้งการตรวจผลงาน การสังเกต การสัมภาษณ์และการสอบข้อเขียน และใช้การประเมินผลแบบอิงเกณฑ์ ซึ่งเกณฑ์ที่น่าพอใจและสามารถปฏิบัติได้ควรเป็นเกณฑ์ 60% ขึ้นไป ซึ่งหมายถึงนักเรียนเรียนได้คะแนนอย่างน้อยร้อยละ 60 ของคะแนนในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้

2.3 วิธีการสอนซ่อมเสริม

ในการจัดการเรียนการสอนตามหลักสูตรนั้นถือว่าการสอนซ่อมเสริมเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนการสอน ดังนั้นจึงเป็นหน้าที่ของสถานศึกษาที่จะต้องจัดให้มีการสอนซ่อมเสริมให้แก่นักเรียนที่พบว่ามีข้อบกพร่อง ซึ่งวิธีการสอนซ่อมเสริมให้ได้ผลดีนั้นครูจะต้องกำหนดแนวทางและวิธีการให้เหมาะสมเพื่อที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่เพิ่มขึ้นจากเดิม ในเรื่องนี้ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนะวิธีการสอนซ่อมเสริม ไว้ดังนี้

บลูม (Bloom. 1971 : 48 – 49) ได้เสนอเทคนิคการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องไว้ดังนี้

1. ศึกษากลุ่มย่อย เป็นวิธีการซ่อมเสริมโดยการให้นักเรียนช่วยเหลือซึ่งกันและกันด้วยการจัดนักเรียนเป็นกลุ่มเล็กๆ (2 – 3 คน) พบกันอย่างสม่ำเสมอเพื่อช่วยกันแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียน
2. การทบทวน การสอนทบทวนเป็นการสอนแบบตัวต่อตัวระหว่างครูและนักเรียน นับว่าเป็นวิธีการที่ตรงเป้าหมายที่สุดที่ควรจะใช้ในกรณีที่ไม่สามารถหาวิธีการอื่นๆ ได้อีกแล้ว
3. ใช้ตำรา การซ่อมเสริมโดยใช้ตำราควรพิจารณาจากตำราเล่มอื่นๆ ที่อธิบายแนวคิดและวิธีการได้ง่ายกว่าและตรงกับจุดที่นักเรียนบกพร่อง
4. การใช้แบบฝึกปฏิบัติและแบบเรียนแบบโปรแกรม การใช้อุปกรณ์ช่วยสอนชนิดนี้อาจเหมาะสมกับนักเรียนบางคนที่ไม่สามารถจะทำความเข้าใจตามหนังสือแบบเรียน
5. การใช้เครื่องมือโสตทัศนูปกรณ์และการเล่นเกม ซึ่งการใช้โสตทัศนูปกรณ์นี้จะสามารถช่วยสื่อความคิดได้

นอกจากนั้นกระทรวงศึกษาธิการ (2533 : 104 – 105) ได้กล่าวถึงวิธีการดำเนินการสอนซ่อมเสริม สำหรับหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 สรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนสอนกันเอง เป็นการสอนซ่อมเสริมที่ต้องคัดเลือกนักเรียนที่เก่งในชั้นเดียวกันหรือระดับชั้นสูงกว่าให้ช่วยสอนนักเรียนที่ยังไม่บรรลุจุดประสงค์ โดยอาจจะให้ช่วยสอนแบบตัวต่อตัวหรือสอนเป็นกลุ่มย่อย ข้อดีของการให้นักเรียนสอนกันเองคือนักเรียนใช้ภาษาแบบเดียวกันทำให้เข้าใจง่ายกว่าภาษาที่ครูใช้ และยังทำให้นักเรียนที่ช่วยสอนมีความเข้าใจในการเรียนมากยิ่งขึ้น

2. การสอนแบบตัวต่อตัว การซ่อมเสริมแบบตัวต่อตัวระหว่างครูผู้สอนกับนักเรียนเป็นวิธีที่ดีที่สุด โดยครูผู้สอนอาจจะเป็นครูประจำชั้นหรือประจำวิชาหรือครูคนอื่นก็ได้ เพราะครูผู้สอนจะได้ให้ความรู้แก่นักเรียนในแนวที่ต่างกัน ครูผู้สอนสามารถเลือกใช้ถ้อยคำหรือวิธีการที่เหมาะสมกับนักเรียน สามารถชักจูงความสนใจของนักเรียนได้อย่างใกล้ชิดและสอนได้ตรงตามปัญหาของนักเรียน

3. การสอนเป็นกลุ่มย่อย เป็นการสอนซ่อมเสริมที่จัดนักเรียนที่มีปัญหาเหมือนกันอยู่รวมกลุ่มเดียวกัน กลุ่มหนึ่งประมาณ 2 – 3 คน ผู้สอนอาจใช้วิธีการสอนและให้งานสลับหมุนเวียนกันไปทีละกลุ่มเพื่อที่จะให้นักเรียนในกลุ่มได้ช่วยกันแก้ปัญหาความเข้าใจในบทเรียนและร่วมมือซึ่งกันและกันซึ่งจะไม่ทำให้นักเรียนมีความรู้สึกว่ามีปมด้อยหรือปมเด่น ครูผู้สอนอาจจะเป็นครูผู้สอนประจำหรือให้ผู้อื่นสอนแทน

4. การใช้แบบเรียนสำเร็จรูป เป็นการสอนซ่อมเสริมในกรณีที่ผู้สอนพบว่านักเรียนมีปัญหาทางการเรียนในบางบทเรียนโดยใช้แบบเรียนสำเร็จรูปแบบง่าย ๆ ไม่ซับซ้อนเป็นสื่อในการเรียนซึ่งนักเรียนแต่ละคนจะต้องอ่าน ทำแบบฝึกหัดและตรวจคำตอบของตนเองในแบบฝึกหัดสำเร็จรูปนั้น

5. การใช้สมุดแบบฝึกหัดเรียนด้วยตนเอง ลักษณะของสมุดแบบฝึกหัดเรียนด้วยตนเองคล้ายแบบเรียนสำเร็จรูป เริ่มต้นด้วยการให้บทเรียนแล้วให้ทำแบบฝึกหัดและเฉลยคำตอบ แต่ลักษณะที่แตกต่างกันคือสมุดแบบฝึกหัดเป็นการฝึกฝนทักษะให้มากยิ่งขึ้น

6. การให้ทำกิจกรรมเพิ่มเติมภายหลังการวินิจฉัยปัญหา เมื่อพบว่านักเรียนมีความเข้าใจในบทเรียนแต่สมควรได้รับการฝึกทักษะเพิ่มขึ้นอีก ครูผู้สอนอาจใช้วิธีการมอบหมายงานให้ทำ เช่น ทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมโดยทำที่โรงเรียนหรือที่บ้านก็ได้ตามความเหมาะสม

7. การเขียนคำถามเอง โดยการมอบหมายให้นักเรียนอ่านบทเรียนแล้วเขียนคำถามจากบทเรียนนั้นแล้วเขียนคำตอบลงอีกด้านหนึ่ง เมื่อเขียนเสร็จแล้วให้นักเรียนจับคู่เพื่อฝึกโดยการถามตอบด้วยการเริ่มด้วยคำถามของตนเองเสียก่อนแล้วต่อด้วยคำถามของเพื่อน

8. การเฉลยข้อสอบ เป็นการสอนซ่อมเสริมวิธีหนึ่งโดยครูนำผลการวิเคราะห์ข้อสอบมาประเมินแล้วหาความถี่ ตอนใดที่นักเรียนผิดมากควรเน้นมากแล้วพยายามซักถามนักเรียนที่เรียนอ่อนถึงวิธีคิดจะช่วยให้นักเรียนที่เรียนอ่อนมีโอกาสเสริมส่วนที่บกพร่องได้

จากวิธีการซ่อมเสริมที่กล่าวมาแล้วนั้น ผู้วิจัยได้นำแนวคิดเกี่ยวกับวิธีการสอนซ่อมเสริมมาสรุปเป็นวิธีการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน โดยจัดการเรียนการสอนเป็นกลุ่มย่อยคือจัดนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องลักษณะเดียวกันไว้ด้วยกัน เพื่อเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง และปฏิบัติกิจกรรมร่วมกัน ครูทำหน้าที่เป็นผู้คอยช่วยเหลือให้คำแนะนำและให้นักเรียนศึกษาแบบฝึกปฏิบัติที่จัดทำเป็นชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องโดยศึกษาชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมให้ตรงกับลักษณะข้อบกพร่องของนักเรียน

2.4 การใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน

ในปัจจุบันนี้ชุดการเรียนการสอนเป็นที่รู้จักและได้รับความสนใจอย่างแพร่หลายทั้งนี้เพราะชุดการเรียนการสอนเป็นเทคโนโลยีทางการศึกษาอย่างหนึ่งซึ่งผู้สอนนำมาใช้เป็นเครื่องมือในการสอนหรือให้ผู้เรียนใช้เรียนด้วยตนเองหรือทั้งผู้เรียนและผู้สอนใช้ร่วมกัน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้หรือเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมอย่างมีประสิทธิภาพตามจุดมุ่งหมายในการเรียนการสอนที่ตั้งไว้ในรายวิชาหนึ่ง ๆ และนอกจากนั้นยังเป็นการลดภาระของผู้สอนอีกด้วย

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 249) ได้ใช้คำว่าชุดการเรียนการสอน โดยให้เหตุผลว่าการเรียนรู้เป็นกิจกรรมของนักเรียนและการสอนเป็นกิจกรรมของครู ซึ่งจะเห็นว่ากิจกรรมของครูกับนักเรียนจะต้องเกิดคู่กัน คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ ให้ความหมายของชุดการเรียนการสอนไว้ว่าเป็นชุดของสื่อประสมซึ่งครูนำมาใช้เป็นเครื่องชี้แนวทางและเป็นเครื่องมือในการสอนหรือผู้เรียนใช้เรียนด้วยตนเอง เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์หรือทั้งผู้เรียนและผู้สอนใช้ร่วมกัน และวิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 185) ได้กล่าวถึง ชุดการเรียนการสอนไว้ว่าเป็นสื่อการเรียนที่อาศัยระบบการผลิตและการนำสื่อการเรียนหลายๆ อย่างมาสัมพันธ์กันและส่งเสริมกันและกัน สื่อการเรียนเหล่านี้เรียกอีกอย่างหนึ่งว่าสื่อประสม สื่อประสมนี้นำมาใช้ให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาเพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ให้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนั้นนุญทิน พิชิตกุล (2531 : 181) ได้ให้ความหมายชุดการสอนรายบุคคลว่าเป็นชุดการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเอง ในชุดการเรียนการสอนนี้จะประกอบด้วยบัตรคำสั่ง บัตรเนื้อหา บัตรกิจกรรม บัตรแบบฝึกหัด หรือบัตรงานพร้อมเฉลย ในชุดการเรียนการสอนนี้จะมีสื่อการสอนไว้พร้อมเพื่อให้ผู้เรียนใช้ประกอบการเรียน

จากการศึกษาความหมายดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้นทำให้ผู้วิจัยสนใจใช้คำว่า “ชุดการเรียนการสอน” เพื่อจะได้ครอบคลุมถึงกิจกรรมทั้งของครูและนักเรียนในการจัดการเรียนการสอน และพอสรุปความหมายได้ว่าชุดการเรียนการสอนหมายถึงการจัดสื่อการเรียนการสอนหลายชนิดร่วมกันให้สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเปลี่ยนพฤติกรรมให้สามารถบรรลุจุดมุ่งหมายของการเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสำหรับการจัดกิจกรรมซ่อมเสริมในการวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้การจัดกิจกรรมกลุ่ม โดยจัดให้นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องลักษณะเดียวกันได้ปฏิบัติกิจกรรมร่วมกัน และปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง โดยใช้ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล ซึ่งชัยยงค์ พรหมวงศ์ และคณะ (2521 : 53 - 54) และวิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 185-186) ได้กล่าวไว้สอดคล้องกันว่าชุดการเรียนการสอนรายบุคคลเป็นชุดการเรียนการสอนที่มุ่งให้นักเรียนเรียนด้วยตนเองตามลำดับขั้นความสามารถของแต่ละบุคคล และเมื่อศึกษาเสร็จสิ้นแล้วจะทำการทดสอบประเมินความก้าวหน้าและศึกษาชุดอื่นต่อไปตามลำดับ และในชุดการเรียนการสอนนี้ผู้วิจัยจำแนกออกเป็น 4 ส่วน โดยยึดตามการจำแนกองค์ประกอบของชุดการเรียนการสอนของชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2523 : 60) ซึ่งได้จำแนกส่วนของชุดการสอนไว้ 4 ส่วน ดังนี้

1. คู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอน ซึ่งเป็นคู่มือที่จัดทำขึ้นเพื่อให้ผู้ใช้ชุดการเรียนการสอนศึกษาและปฏิบัติตามและเพื่อบรรลุให้ผลอย่างมีประสิทธิภาพ
2. คำสั่งเพื่อกำหนดแนวทางการเรียนให้แก่แก่นักเรียน
3. เนื้อหาสาระและสื่อ โดยจัดให้อยู่ในรูปของสื่อการสอนแบบประสมและกิจกรรมการเรียนการสอนแบบกลุ่มและรายบุคคลตามวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม
4. การประเมินผล เป็นการประเมินผลของกระบวนการ ได้แก่ แบบฝึกหัด รายงาน การค้นคว้า และผลการเรียนรู้ในรูปของแบบทดสอบต่างๆ

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน

3.1 งานวิจัยต่างประเทศ

มีงานวิจัยของต่างประเทศที่ศึกษาเกี่ยวกับข้อบกพร่องทางการเรียนหลายชิ้น ดังตัวอย่าง เช่น ในปี พ.ศ. 1979 เดวิส (Davis, 1979 : 8 – 12) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาข้อบกพร่องของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างของสาเหตุข้อบกพร่องพร้อมทั้งวิธีการแก้ไข ผลการวิจัยพบว่าข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเลขคณิต พีชคณิต เรขาคณิต และแคลคูลัส มี 7 ประการ คือ ข้อผิดพลาดเกี่ยวกับการสับสนกฎเกณฑ์ การลำดับความ การใช้โครงสร้าง การตีความด้านภาษา การสรุปประโยคที่แสดงเกี่ยวกับกริยา การให้เหตุผลและการใช้กฎที่ผิดลำดับขั้นตอน

ในปี ค.ศ. 1987 โมวโซวิทซ์ – ฮาดาร์ และคณะ (Movshovitz – Hadar, et al. 1987 : 3 – 14) ได้ทำการวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ในโรงเรียนมัธยมศึกษา ประเทศอิสราเอล ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนเกรด 11 จำนวน 110 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือเกณฑ์การพิจารณาข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบแบบอัตนัย และแบบทดสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องตามเกณฑ์การพิจารณาข้อบกพร่องในการทำแบบทดสอบแบบอัตนัย เรียงลำดับความถี่จากมากไปหาน้อยเป็นดังนี้ การบิดเบือนกฎ ทฤษฎี สูตรและนิยาม ข้อบกพร่องในเทคนิคการทำข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา การอ้างอิงวิธีคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ การขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ไชยและอัง (Chai and Ang, 1987 : 189 – 198) ได้ทำการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในสิงคโปร์เรื่องพีชคณิตและสมการ โดยทำการศึกษากับกลุ่มนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา อายุ 12 ปี จำนวน 100 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องรูปแบบของเซลเซียส (Celsius) จำนวน 50 ข้อ ซึ่งปรับปรุงจากแบบทดสอบ CSMS และ SESM (Strategies and Errors in Secondary Mathematics) และนำข้อสอบที่มีผู้ตอบถูกน้อยกว่าร้อยละ 65 จำนวน 15 ข้อ มาสอบสัมภาษณ์นักเรียน 18 คน โดยเลือกจากนักเรียน 3 ห้อง ห้องละ 6 คน แล้วนำผลการทดสอบทั้งสองแบบมาพิจารณาหาจุดบกพร่อง ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีปัญหาในการแก้โจทย์พีชคณิตเกี่ยวกับการหาค่าตัวแปรเมื่อใช้ตัวอักษรแทนค่าของตัวเลข และนักเรียนที่ใช้วิธีคิดของตนเองจะล้มเหลวเมื่อพบปัญหาที่ยาก นอกจากนั้นข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นกับนักเรียนส่วนใหญ่เนื่องมาจากการตีความหมายโจทย์ผิด และจากการสัมภาษณ์ทำให้ทราบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความคลาดเคลื่อนในการใช้วงเล็บ

ในปี ค.ศ. 1988 บูธ และคณะ (Booth, et al. 1988 : 278) ได้ทำการวิเคราะห์ข้อผิดพลาดทางการเรียนพีชคณิตของนักเรียนในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการสอนและข้อผิดพลาดในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในประเทศอังกฤษที่มีอายุระหว่าง 13 – 15 ปี จำนวน 3,550 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบ CSMS (Concepts in Secondary Mathematics and Science) ผลการวิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความผิดพลาดในด้านต่าง ๆ เช่น การกำหนดตัวแปรที่เหมาะสม ความสัมพันธ์ของตัวอักษร เครื่องหมายกฎ และสัญลักษณ์ วิธีการที่นักเรียนใช้ในการคำนวณ วิธีการใช้สัญลักษณ์ ฯลฯ

ในปี ค.ศ. 1989 แบลนโด และคณะ (Blando, et al. 1989 : 301 – 308) ได้ทำการวิเคราะห์และหารูปแบบของข้อบกพร่องทางเลขคณิต วัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อศึกษารูปแบบความผิดพลาด

ของนักเรียนในการใช้เครื่องหมายทางเลขคณิตที่เกี่ยวข้องกับจำนวน กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 39 คน ของโรงเรียนขนาดกลางในรัฐซานฟรานซิสโก เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบเลขคณิตที่เกี่ยวกับความผิดพลาดในการทำเลขคณิตของนักเรียนจำนวน 3 ฉบับ ผลการวิจัยพบว่ามีลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเลขคณิต 4 ด้าน ได้แก่ ความบกพร่องในการใช้เครื่องหมายบวก ลบ คูณ และหาร โดยทำผิดพลาดขั้นต้นตอน ความบกพร่องในการใช้เครื่องหมายผิด ความบกพร่องอื่นๆ เช่นการปฏิเสธที่จะแก้ปัญห และความบกพร่องที่ไม่มีรูปแบบที่แน่นอนเนื่องจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ

ในปี ค.ศ. 1991 โคลแกน (Colgan, 1991 : 91 – A) ได้ทำการวิจัยเรื่องการวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้ปัญหาโจทย์ในวิชา Finite Mathematics ของนักศึกษาระดับวิทยาลัย โดยศึกษาจากการทดสอบย่อย การสอบและจากแบบทดสอบวัดทักษะทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาในมหาวิทยาลัยอินเดียเยนา จำนวน 250 คน พบว่าความบกพร่องของนักศึกษานั้น อธิบายได้โดยใช้การแจกแจงความผิดพลาดของ Movshovitz – Hadar ความบกพร่องของนักศึกษา ได้แก่ความบกพร่องด้านการใช้ภาษา และด้านเทคนิควิธีการ นักศึกษาในทุกระดับคะแนนมีเปอร์เซ็นต์ของความผิดพลาดแต่ละชนิดเท่าๆกัน และมีนักศึกษาบางส่วนบกพร่องด้านทักษะการคำนวณ และบางส่วนบกพร่องด้านทักษะการแก้ปัญหา

3.2 งานวิจัยในประเทศ

สำหรับในประเทศไทยมีงานวิจัยอยู่เป็นจำนวนมากที่ศึกษาเกี่ยวกับข้อบกพร่องทางการเรียนในวิชาต่างๆของนักเรียน ซึ่งในที่นี้จะขอลำดับถึงเฉพาะงานวิจัยที่ศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียน ซึ่งมีผู้ได้ทำการศึกษาไว้ได้แก่ ในปีพ.ศ. 2537 สมศรี จินตสนธิ (2537 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาความผิดพลาดในการแก้ปัญหาโจทย์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ จำนวน 320 คน จากโรงเรียนมัธยมศึกษาสังกัดกรมสามัญศึกษาจำนวน 6 โรงเรียน ในจังหวัดพิษณุโลก เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือแบบทดสอบแสดงวิธีทำเพื่อหาความผิดพลาดในการแก้ปัญหาโจทย์เรื่องฟังก์ชัน จำนวน 16 ข้อ โดยจำแนกความผิดพลาดเป็น 3 ประเภท คือ ความผิดพลาดในกระบวนการความผิดพลาดในการคิดคำนวณ ความผิดพลาดในการประยุกต์ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีความผิดพลาดด้านกระบวนการมากที่สุด รองลงมาเป็นด้านการคิดคำนวณและด้านการประยุกต์ตามลำดับ และระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกับประเภทความผิดพลาดในการแก้ปัญหาโจทย์เรื่องฟังก์ชันมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .05

นอกจากนั้น ในปี พ.ศ. 2541 สุพรรณิ ภิมย์ภักดี (2541 : 72-73) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบวินิจฉัย 5 ฉบับ วิเคราะห์จุดบกพร่องที่นักเรียนเลือกตอบผิดในแบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 5 ฉบับ ปรากฏว่าแบบทดสอบแต่ละฉบับพบข้อบกพร่อง ดังนี้

ฉบับที่ 1 เรื่องความหมายของฟังก์ชัน มีข้อบกพร่องคือสรุปแนวคิดเรื่องฟังก์ชันไม่ได้ ไม่เข้าใจการตรวจสอบฟังก์ชันจากกราฟ ใช้สัญลักษณ์ของช่วงไม่ถูกต้อง

ฉบับที่ 2 เรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก มีข้อบกพร่องคือสร้างสมการจากความสัมพันธ์ไม่ได้ เข้าใจคำถามไม่ตรงกับที่โจทย์ต้องการ

ฉบับที่ 3 เรื่องฟังก์ชันคอมโพสิต มีข้อบกพร่องคือสรุปแนวคิดของฟังก์ชันคอมโพสิตไม่ได้ ไม่เข้าใจการแทนค่าตัวแปรในเงื่อนไขของฟังก์ชัน

ฉบับที่ 4 เรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส มีข้อบกพร่องคือไม่เข้าใจเรื่องของช่วง ไม่สามารถหาพีชคณิตของเซต ใช้แทนสมมาตรของกราฟของฟังก์ชันกับกราฟของฟังก์ชันอินเวอร์สไม่ถูกต้องและสรุปนิยามของฟังก์ชันอินเวอร์สไม่ได้

ฉบับที่ 5 เรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน มีข้อบกพร่องคือไม่เข้าใจการบวก การลบ การคูณ และการหารกันของฟังก์ชันซึ่งกำหนดในรูปเซตแบบแจกแจงสมาชิกโดยนำสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับไปปฏิบัติการด้วย และไม่เข้าใจการบวก การลบ การคูณ และการหารกันของพหุนาม

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวกับข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์จะเห็นว่าการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนจะช่วยชี้ให้เห็นจุดบกพร่องหรืออุปสรรคในการเรียนของนักเรียน ซึ่งจากการศึกษางานวิจัยพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่หลายประการ ได้แก่ ข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม กฎ สูตรและทฤษฎีบท ข้อบกพร่องในด้านการใช้สัญลักษณ์ ข้อบกพร่องในด้านการตีความทางด้านภาษา ข้อบกพร่องในด้านเทคนิคและวิธีการคำนวณและข้อบกพร่องในด้านการทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้ เป็นต้น ซึ่งจากลักษณะข้อบกพร่องที่พบในการเรียนของนักเรียนนั้นมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องได้รับการแก้ไขโดยใช้วิธีการที่เหมาะสมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องให้นักเรียนได้อย่างถูกต้องและตรงกับลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน อันจะเป็นการช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนและมีผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน

สำหรับการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนนั้น ได้มีนักการศึกษาหลายท่านที่ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ไขข้อบกพร่องว่าวิธีการหนึ่งที่จะช่วยในการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนได้คือการสอนซ่อมเสริม ดังนั้นในการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนผู้วิจัยจึงได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนซ่อมเสริม

4.1 งานวิจัยต่างประเทศ

สำหรับงานวิจัยในต่างประเทศมีผู้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน ตัวอย่างเช่น

บลูม (Bloom, 1968 : 1 - 12) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการใช้แบบทดสอบย่อยและการสอนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลหรือกลุ่มย่อย พบว่าการสอนซ่อมเสริมเป็นวิธีการสอนที่ช่วยให้นักเรียนที่เรียนอ่อนได้ประสบความสำเร็จตามเกณฑ์ของจุดมุ่งหมายในบทเรียนนั้น

โฮกวน (Hogwan, 1969 : 123 - 124) ได้ทดลองสอนคณิตศาสตร์ตามทฤษฎีบทของบลูม โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 272 คน กลุ่มทดลองครึ่งหนึ่งสอนตามแบบของบลูมคือใช้การสอบย่อยเมื่อจบบทเรียนและสอนซ่อมเสริมในกรณีที่นักเรียนยังเรียนอ่อน ส่วนกลุ่มทดลองอีกครึ่งหนึ่งสอนตามแบบปกติ เมื่อนำผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของทั้งสองกลุ่มมาเปรียบเทียบกัน ปรากฏว่ามีนักเรียนกลุ่มทดลอง 74% ที่ตอบข้อสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ได้ถึง 80% ส่วนนักเรียนกลุ่มควบคุมมีเพียง 40% เท่านั้นที่ตอบข้อสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ได้ถึง 80% และนักการศึกษาคนอื่น ๆ เช่น คอลลินส์ (Collins, 1974 : 72 - 183) ไวคอฟ (Wyckoff, 1975 : 5160 - A) และชาร์ล (Charles, 1986 : 21 - 25) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการสอนให้บรรลุเกณฑ์มาตรฐาน มีผลการวิจัยสอดคล้องและสนับสนุนงานวิจัย

ของบลูม ซึ่งใช้การสอบย่อยและการสอนซ่อมเสริมช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนถึงเกณฑ์มาตรฐานคือนักเรียนสามารถแสดงพฤติกรรมขั้นสุดท้ายได้ตามเกณฑ์ที่คาดหวังไว้

ใน ค.ศ. 1975 ลินคอล์น (Lincoln. 1975 : 460 – 463) ได้ทำการทดลองให้การศึกษาชดเชยและซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนเกรด 4 ในชนบทที่ได้คะแนนต่ำกว่า 3.00 จากการทดสอบข้อสอบของนครหลวง (Metropolitan test) และเป็นนักเรียนที่บิดามารดามีการศึกษาต่ำกว่าเกรด 10 ใช้เวลาทดลอง 6 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 2 ครั้ง ทดลองระหว่างเวลาหลังเลิกเรียน คือในช่วงเวลา 18.30 – 19.30 น. และให้ผู้ปกครองอาสาสมัครมาช่วยสอนในช่วงโม่งพิเศษโดยทำเป็นระยะดังนี้ ทดสอบก่อนเรียนแล้วนำผลการทดสอบมาอธิบายร่วมกัน ทั้งครู ผู้ปกครองและนักเรียน ขั้นที่สองอธิบายและสาธิตให้เกิดแนวคิดต่างๆ ตามข้อที่นักเรียนทำผิด ขั้นที่สามให้ทำแบบฝึกหัดโดยมีผู้ปกครองคอยช่วยเหลือ ถ้าผู้ปกครองเกิดสับสนนักเรียนและผู้ปกครองจะช่วยกันทำกิจกรรมอื่นๆที่ไม่ใช่การทำแบบฝึกหัดเลขคณิต ผลจากการทดลองปรากฏว่าค่าเฉลี่ยของการสอบหลังเรียนสูงกว่าค่าเฉลี่ยของการสอบก่อนเรียน ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นเมื่อได้รับการช่วยเหลือโดยการสอนซ่อมเสริม และในปีเดียวกัน บรอว์ลีย์ (Browley. 1975 : 4280 – A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนแบบสื่อประสมเพื่อสอนเรื่องการบอกเวลาสำหรับนักเรียนที่เรียนช้าพบว่ากลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่ากลุ่มควบคุม

ในปี ค.ศ. 1978 จีน (Jean. 1978 : 4636 – A) ได้ศึกษาเพื่อทำการสอนซ่อมเสริมในจุดที่บกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องการบวกของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และ 4 โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยค้นหาข้อบกพร่อง ผลจากการศึกษาพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์เกี่ยวกับจำนวน เพราะขาดพื้นฐานเกี่ยวกับระบบจำนวน และนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมจะทำคะแนนได้เพิ่มขึ้นจากการทดสอบหลังจากที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมมากกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับนัยสำคัญ .05

ใน ค.ศ. 1987 วิลสัน (Wilson. 1987 : 55 – A) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยทักษะการคำนวณพื้นฐานและชุดการสอนเสริมของนักศึกษาระดับอนุปริญาสายวิชาชีพในรัฐเคนตักกี โดยสร้างข้อสอบจากแต่ละทักษะทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดขึ้นแล้วทดลองใช้กับนักเรียนในโรงเรียนรัฐบาลจากรัฐเคนตักกี รัฐเวอร์จิเนียและรัฐเทนเนสซี ได้ข้อสอบที่แต่ละข้อมีค่าทางสถิติเท่ากัน ข้อสอบเหล่านั้นได้รับการสุ่มจากเครื่องคอมพิวเตอร์โดยใช้โปรแกรมภาษาเบสิก แล้วสร้างขึ้นเป็นแบบทดสอบเพื่อการวินิจฉัยและเพื่อการสอนเสริมในทักษะการคำนวณพื้นฐาน ส่วนการทดลองใช้ชุดการสอนเสริมการเรียนรู้ทักษะคณิตศาสตร์พื้นฐานที่มีแบบทดสอบวินิจฉัยเป็นข้อสอบก่อนเรียน (Pre - test) และข้อสอบหลังเรียน (Post - test) พบว่าคะแนนสอบหลังเรียนของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม สรุปว่าการวิจัยครั้งนี้สัมฤทธิ์ผล

ในปี ค.ศ. 1998 แบกเตอร์ และสตีเฟน (Baxter and Stephen. 1998 : 276 – 288) ได้ทำการตรวจสอบผลการเรียนที่ได้จากการทดสอบภายหลังการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์จากครูผู้สอน 4 คน พบว่าผลการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากครูผู้สอน 4 คน นั้นไม่มีความแตกต่างกัน

ในปี ค.ศ. 2000 เบเนน และแวนดา (Baenen and Wanda. 2000 : 8) ได้เขียนสรุปรายงานการวิจัย (M-Alford, 1999) ที่เกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริม โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มแรกทำการสอนซ่อมเสริมในภาคฤดูร้อนของปี ค.ศ. 1995 และกลุ่มที่สองทำการสอนซ่อมเสริมในภาคเรียนปกติปี ค.ศ. 1995 – 1996 ผลการทดสอบภายหลังเรียนจบหน่วยการเรียนรู้ พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมในภาคเรียนฤดูร้อนสามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมในภาคเรียนปกติ

4.2 งานวิจัยในประเทศ

สำหรับในประเทศไทยได้มีผู้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนโดยใช้วิธีการต่าง ๆ กัน ดังนี้

การใช้แบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการสอนซ่อมเสริม ได้แก่ อารี สันตหวี และคณะ (2523 : 96 – 103) ได้ทำการวิจัยในโครงการวิจัยและพัฒนาสื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ประถมศึกษา โดยทดลองใช้แบบทดสอบวินิจฉัยและสื่อการเรียนซ่อมเสริม และสมารี อุสาหะ (2526 : 61 – 64) ศึกษาผลการสอนที่มีการใช้แบบทดสอบเพื่อการวินิจฉัยและสอนสิ่งที่บกพร่องเรื่องการคูณ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 สรุปผลการทดลองของทั้งสองเรื่องนี้ปรากฏว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังจากการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง และนอกจากนั้นสมารี อุสาหะ ยังพบว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและมีความคงทนในการจำสูงกว่าเกณฑ์ 60% มากกว่าร้อยละ 95 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และชบา คำชื่น (2533 : 64) ได้ศึกษาผลการสอนซ่อมเสริมที่มีการใช้แบบทดสอบวินิจฉัยแล้วสอนสิ่งที่บกพร่องด้วยเกม พบว่าการใช้เกมในการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องนาฬิกา ให้กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 80 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .01

งานวิจัยที่ทำการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป ได้แก่ อติเรก เนตยานันท์ (2536 : 69) ได้ทำการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์ 50% ของแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปและใช้บทเรียนสำเร็จรูปประกอบเทปโทรทัศน์ ผลการวิจัยพบว่าบทเรียนเทปโทรทัศน์สามารถสอนซ่อมเสริมได้อย่างมีประสิทธิภาพ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนก่อนและหลังเรียนซ่อมเสริมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับนัยสำคัญ .01 โดยเรียนซ่อมเสริมแล้วนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ายังไม่เรียนซ่อมเสริม

งานวิจัยที่ทำการศึกษาเกี่ยวกับการใช้ชุดการเรียนการสอนในการสอนซ่อมเสริม ได้แก่ อุไร สินธุวงศานนท์ (2534 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาผลของการใช้ชุดการสอนเพื่อซ่อมเสริมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ผลการวิจัยพบว่าการใช้ชุดการสอนเพื่อซ่อมเสริมทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 สูงกว่าเกณฑ์ 80% ของคะแนนเต็มและทัศนคติของนักเรียนที่มีต่อการใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมเรื่องเศษส่วน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยว่าชุดการสอนซ่อมเสริมทำให้สนุกสนานและอยากเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น ทำให้เข้าใจเนื้อหาหรือบทเรียนเพิ่มขึ้นกว่าการเรียนในชั้นเรียน ทำให้คิดหาคำตอบในการเรียนคณิตศาสตร์ได้คล่องยิ่งขึ้นและทำให้สนุกสนานเพลิดเพลินเวลาทำแบบฝึกหัด

ในการซ่อมเสริมความรู้พื้นฐานนั้น ศิริรัตน์ วรณิษฐา (2539 : 21 – 22) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 204 เรื่องสมการ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้ชุดการเรียนการสอน ซึ่งชุดการเรียนการสอนนอกจากจะประกอบด้วยเนื้อหาที่สอดคล้องกับในหนังสือเรียนแล้วยังประกอบด้วยความรู้พื้นฐานที่จำเป็น และ สุนันท์ แสงงามมงคล (2541 : 32) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลอการิทึม โดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 ซึ่งชุดการเรียนการสอนนอกจากจะประกอบด้วยเนื้อหาที่สอดคล้องกับในหนังสือเรียนแล้วยังประกอบด้วยความรู้พื้นฐานที่จำเป็น ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ การหารทศนิยม และเรื่องฟังก์ชัน การวิจัยทั้งสองเรื่องได้ผลสอดคล้องกันว่าผู้เรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าผู้เรียนที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

ผู้เรียนได้ศึกษาบทเรียนเสริมความรู้พื้นฐานนอกชั้นเรียนด้วยตนเองก่อนเรียนเนื้อหาในชั้นเรียน ซึ่งเป็นบทเรียนที่ได้นำจุดบกพร่องของนักเรียนที่ได้จากการศึกษาข้อบกพร่องในการเรียนของนักเรียนจากงานวิจัยต่าง ๆ มาใช้ประโยชน์ในการสร้างบทเรียน ซึ่งนับว่าเป็นการแก้ไขได้ตรงจุดจึงทำให้นักเรียนเรียนเนื้อหาในชั้นเรียนได้เร็วขึ้น

นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาและประเมินชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมและการศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม ได้แก่ ศิริวรรณ โพธิ์สุวรรณ (2531 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนเพื่อสอนซ่อมเสริมการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาการบวกและการลบ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 วิริยะ ศิริขานนท์ (2532 : บทคัดย่อ) ได้ทำการพัฒนาและประเมินผลชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมทักษะการคูณสำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 บรรจง แก้ววิเศษกุล (2533 : บทคัดย่อ) ได้ทำการพัฒนาและประเมินผลชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมทักษะการหารสำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และฉวีวรรณ ศรีสังข์ทอง (2541 : 88) ได้ทำการสร้างและหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทศนิยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ได้ผลการวิจัยที่สอดคล้องกันว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการสอนสูงกว่าก่อนการสอนด้วยชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม และเนื่องจากคะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบหลังเรียนของแต่ละชุดการเรียนการสอนทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้นแสดงว่าชุดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพ

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนนั้น จะเห็นได้ว่าวิธีการหนึ่งที่จะช่วยในการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนได้คือการสอนซ่อมเสริม ซึ่งจากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนซ่อมเสริมทั้งในและต่างประเทศชี้ให้เห็นว่าการสอนซ่อมเสริมมีความสำคัญอย่างยิ่งในการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งถ้าได้จัดการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องให้ตรงกับลักษณะข้อบกพร่องของนักเรียน ซึ่งการที่จะแก้ไขข้อบกพร่องให้ตรงกับลักษณะข้อบกพร่องของนักเรียนได้นั้นต้องอาศัยการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเพื่อช่วยชี้ให้เห็นจุดบกพร่องหรืออุปสรรคในการเรียนของนักเรียน และจากลักษณะข้อบกพร่องที่พบในการเรียนของนักเรียนนั้นมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องได้รับการแก้ไขโดยใช้วิธีการที่เหมาะสมเพื่อช่วยพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนให้บรรลุวัตถุประสงค์ของหลักสูตร ซึ่งจากการศึกษางานวิจัยในประเทศได้มีการนำชุดการเรียนการสอนมาใช้ในการสอนซ่อมเสริมและพบว่าการใช้ชุดการเรียนการสอนในการสอนซ่อมเสริมสามารถช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้นเช่นกัน

ดังนั้นเพื่อให้การแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียน สามารถช่วยพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนให้บรรลุวัตถุประสงค์ของหลักสูตร ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่ดำเนินการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยเป็นเครื่องมือในการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน และสร้างชุดการเรียนการสอนเพื่อนำมาแก้ไขข้อบกพร่องโดยจำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องของนักเรียน เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนแต่ละคนให้ตรงกับลักษณะข้อบกพร่อง ซึ่งผู้วิจัยคาดว่าเครื่องมือที่สร้างขึ้นจะช่วยแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนให้แก่นักเรียนได้อย่างถูกต้องและช่วยให้เข้าใจในเนื้อหาเรื่องฟังก์ชันดีขึ้น อันจะมีผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1. ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โรงเรียนศรีธวัชวิทยาลัย อำเภอธวัชบุรี จังหวัดร้อยเอ็ดสังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ซึ่งมีทั้งหมด 3 ห้องเรียน และทุกห้องเรียนมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน

2. กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 โรงเรียนศรีธวัชวิทยาลัย อำเภอธวัชบุรี จังหวัดร้อยเอ็ด ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างแบบเฉพาะเจาะจง (Purposive Sampling) และการสุ่มตัวอย่างแบบแบ่งกลุ่ม (Cluster Sampling) ผลสมผสานกัน จำนวน 1 ห้องเรียน จากทั้งหมด 3 ห้องเรียน ซึ่งทางโรงเรียนจัดห้องเรียนทั้งหมด 3 ห้อง โดยห้องที่ 1 เป็นนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนสูง ส่วนห้องที่ 2 และ 3 เป็นนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนสูง ปานกลางและต่ำละกัน ดังนั้นผู้วิจัยจึงเจาะจงห้องเรียนที่ 2 และ 3 เป็นกลุ่มเป้าหมาย แล้วสุ่มห้องเรียน 1 ห้องจากห้องที่ 2 และ 3 แล้วทำการคัดเลือกนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันเป็นกลุ่มตัวอย่างจากห้องที่สุ่มได้ โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัย จำนวน 5 หน่วย ทั้งนี้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยอาจบกพร่องมากกว่า 1 หน่วย ซึ่งได้กลุ่มตัวอย่างมีจำนวนดังต่อไปนี้

หน่วยที่ 1 เรื่องความหมายของฟังก์ชัน จำนวน 30 คน

หน่วยที่ 2 เรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก จำนวน 30 คน

หน่วยที่ 3 เรื่องฟังก์ชันคอมโพสิท จำนวน 30 คน

หน่วยที่ 4 เรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส จำนวน 30 คน

หน่วยที่ 5 เรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน จำนวน 26 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการสำรวจข้อมูลเบื้องต้น

เครื่องมือที่ผู้วิจัยใช้ในการสำรวจข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับเนื้อหาที่เป็นปัญหาและลักษณะของปัญหา ได้แก่

1. แบบสอบถามเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) ที่เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนตามความคิดเห็นของครูผู้สอน ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา เขตจังหวัดร้อยเอ็ด

2. แบบสอบถามเกี่ยวกับลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) ตามความคิดเห็นของครูผู้สอนในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา เขตจังหวัดร้อยเอ็ด

เครื่องมือที่ใช้ในการดำเนินการทดลอง

เครื่องมือที่ผู้วิจัยใช้ในการดำเนินการทดลองศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่อง ได้แก่

1. แบบทดสอบวินิจฉัย เป็นแบบทดสอบเพื่อค้นหาข้อบกพร่องและสาเหตุของความบกพร่อง ในการเรียนเรื่องฟังก์ชันในแต่ละหน่วยหลังการเรียนเนื้อหาของหน่วยนั้นๆจากอาจารย์ประจำวิชา มีลักษณะ เป็นแบบทดสอบแบบเติมคำแสดงเหตุผลและแบบแสดงวิธีทำ จัดไว้เป็นหมวดหมู่ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยยึดตามจุดประสงค์การเรียนรู้ในคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องฟังก์ชัน หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งจัดทำโดยจำแนกตามเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน ได้ 5 หน่วย ดังนี้

หน่วยที่ 1 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องความหมายของฟังก์ชัน การเขียนกราฟของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน การหาค่าของฟังก์ชัน และชนิดของฟังก์ชัน

หน่วยที่ 2 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก

หน่วยที่ 3 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องฟังก์ชันคอมโพสิท

หน่วยที่ 4 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส

หน่วยที่ 5 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน

2. แบบทดสอบคู่ขนาน หมายถึง แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องฟังก์ชันอีกชุดหนึ่งที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อศึกษาผลการใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียน โดยยึดเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้เดียวกันกับแบบทดสอบ วินิจฉัย มีรูปแบบ ความยาวใจพจน์ ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) ใกล้เคียงกันกับแบบทดสอบ วินิจฉัย มีจำนวนข้อสอบ จำนวนหน่วยและจำนวนฉบับเท่ากันกับแบบทดสอบวินิจฉัย

3. ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน เป็นชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนในแต่ละหน่วยศึกษาเพื่อช่วยแก้ไขข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นหลังจากการเรียนเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน ซึ่งจัดทำโดยจำแนกตามเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน ได้ 5 หน่วย ดังนี้

หน่วยที่ 1 ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องความหมายของฟังก์ชัน การเขียนกราฟของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน การหาค่าของฟังก์ชัน และชนิดของฟังก์ชัน

หน่วยที่ 2 ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก

หน่วยที่ 3 ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันคอมโพสิท

หน่วยที่ 4 ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส

หน่วยที่ 5 ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน

ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องแต่ละหน่วยประกอบด้วยชุดการเรียนการสอนย่อยตามจุดประสงค์การเรียนรู้ และในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านต่าง ๆ ซึ่งได้แก่ ด้านบทนิยามหรือทฤษฎีบท ด้านกระบวนการ ด้านทักษะการคิดคำนวณ และด้านการประยุกต์

4. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน เป็นแบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ

การสร้างเครื่องมือและการทดลองใช้เครื่องมือ

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการสำรวจข้อมูลเบื้องต้น

1. แบบสอบถามเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ที่ เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนตามความคิดเห็นของครูผู้สอน ผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามลำดับขั้นตอนดังนี้

1.1 ศึกษาหลักการและวิธีการสร้างแบบสอบถาม จากตำราและเอกสารต่างๆ และศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรายละเอียดของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาปีที่ 4 พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) รวมทั้งปัญหาในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

1.2 สร้างแบบสอบถามเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ที่ เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนตามความคิดเห็นของครูผู้สอน ให้สอดคล้องกับหลักการสร้างแบบสอบถาม และให้ครอบคลุมรายละเอียดของเนื้อหา

1.3 นำแบบสอบถามที่สร้างขึ้นเสนอคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของภาษาที่ใช้และหาข้อควรปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขภายใต้การควบคุมดูแลของคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท

1.4 นำแบบสอบถามเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 012 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอน ไปสำรวจความคิดเห็นของครูผู้สอนหรือเคยสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 012 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ใน โรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา เขตจังหวัดร้อยเอ็ด จำนวน 27 คน จาก 23 โรงเรียน พบว่าครูผู้สอนหรือเคยสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 มีความคิดเห็นว่าเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องฟังก์ชันที่มีปัญหาในระดับปานกลางขึ้นไป ได้แก่ ฟังก์ชันอินเวอร์ส ฟังก์ชันคอมโพสิทและพีชคณิตของฟังก์ชัน

2. แบบสอบถามเกี่ยวกับลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ตามความคิดเห็นของครูผู้สอน ผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามลำดับขั้นตอนดังนี้

2.1 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรายละเอียดของเนื้อหาเรื่องฟังก์ชันตามหลักสูตรมัธยมศึกษาปีที่ 4 พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) จากแบบเรียนและคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย รวมทั้งลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จากงานวิจัยของสมศรี จินตสนธิ และ สุพรรณิภิรมย์ภักดี ที่ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียน

2.2 สร้างแบบสอบถามเกี่ยวกับลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ตามความคิดเห็นของครูผู้สอน ให้สอดคล้องกับหลักการสร้างแบบสอบถามและให้ครอบคลุมรายละเอียดของเนื้อหาและลักษณะข้อบกพร่องที่ได้จากการศึกษางานวิจัย

ที่ศึกษาเกี่ยวกับลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน

2.3 นำแบบสอบถามที่สร้างขึ้นเสนอคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของภาษาที่ใช้และหาข้อควรปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขภายใต้การควบคุมดูแลของคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท

2.4 นำแบบสอบถามเกี่ยวกับลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไปสำรวจความคิดเห็นของครูผู้สอนหรือเคยสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา เขตจังหวัดร้อยเอ็ด จำนวน 31 คน จาก 26 โรงเรียน พบว่าครูผู้สอนหรือเคยสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องฟังก์ชัน มีความคิดเห็นว่านักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันอยู่หลายประการ ซึ่งมีทั้งลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยามหรือทฤษฎีบท ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการคิดคำนวณ และลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์ ซึ่งปัญหาส่วนใหญ่เป็นปัญหาอยู่ในระดับปานกลางถึงมาก

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการดำเนินการทดลอง

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการดำเนินการทดลอง ผู้วิจัยสร้างโดยยึดตามจุดประสงค์การเรียนรู้ ในคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องฟังก์ชัน หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ ได้แก่

1. จุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องความหมายของฟังก์ชัน การเขียนกราฟของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน การหาค่าของฟังก์ชัน และชนิดของฟังก์ชัน มุ่งให้ผู้เรียนสามารถ

- 1.1 บอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่
- 1.2 บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟของฟังก์ชันหรือไม่
- 1.3 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน และเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
- 1.4 หาค่าของฟังก์ชันได้ เมื่อกำหนดค่า x ให้
- 1.5 บอกความหมายของคำว่า “ฟังก์ชันจาก A ไป B” “ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B”

และ “ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง” ได้

- 1.6 บอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชัน $1 - 1$ หรือไม่
- 1.7 บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟของฟังก์ชัน $1 - 1$ หรือไม่
- 1.8 บอกความหมายของฟังก์ชันเพิ่ม ฟังก์ชันลดได้ และบอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้

ฟังก์ชันใดเป็นฟังก์ชันเพิ่ม ฟังก์ชันใดเป็นฟังก์ชันลด

2.จุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก มุ่งให้ผู้เรียนสามารถ

- 2.1 จำแนกประเภทของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้
- 2.2 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันขั้นบันได และฟังก์ชันกำลังสองได้

3. จุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องฟังก์ชันคอมโพสิท มุ่งให้ผู้เรียนสามารถ

- 3.1 บอกได้ว่ามีฟังก์ชันคอมโพสิทจากฟังก์ชัน 2 ฟังก์ชันที่กำหนดให้หรือไม่
- 3.2 หาฟังก์ชันคอมโพสิทของฟังก์ชัน 2 ฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
- 3.3 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันคอมโพสิทได้

4. จุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส มุ่งให้ผู้เรียนสามารถ

- 4.1 หาอินเวอร์สของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้

4.2 บอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้มีอินเวอร์สเป็นฟังก์ชันหรือไม่

4.3 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันอินเวอร์สได้

4.4 เขียนกราฟของฟังก์ชันอินเวอร์สได้

5. จุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน มุ่งให้ผู้เรียนสามารถ

5.1 หาฟังก์ชันที่ได้จากการบวก การลบ การคูณ หรือการหารฟังก์ชันที่กำหนดให้ตั้งแต่สอง

ฟังก์ชันขึ้นไป

5.2 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่ได้จากการบวก การลบ การคูณ หรือการหาร

ฟังก์ชันที่กำหนดให้ตั้งแต่ 2 ฟังก์ชันขึ้นไป

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการดำเนินการทดลอง ตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

1. แบบทดสอบวินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนาน ผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

1.1 ศึกษาหลักการและวิธีสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวินิจฉัย

ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์

1.2 ศึกษาหลักสูตร คู่มือครูและแบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อศึกษา

แนวคิด เนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องฟังก์ชัน ซึ่งจำแนกเนื้อหาในการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ได้ 5 หน่วย ดังนี้

หน่วยที่ 1 เรื่องความหมายของฟังก์ชัน การเขียนกราฟของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน การหาค่าของฟังก์ชัน และชนิดของฟังก์ชัน

หน่วยที่ 2 เรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก

หน่วยที่ 3 เรื่องฟังก์ชันคอมโพสิท

หน่วยที่ 4 เรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส

หน่วยที่ 5 เรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน

1.3 ศึกษาลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์และลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนจากงานวิจัยของสมศรี จินตสนธิ และสุพรรณิ ภิมย์ภักดี ที่ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียน และจากการสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามความคิดเห็นของครูผู้สอนในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ ในเขตจังหวัดร้อยเอ็ด จำแนกลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยผ่านการพิจารณาของคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท ออกเป็น 4 ลักษณะ ได้แก่

1.3.1 ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยามหรือทฤษฎีบท

1.3.1.1 การจำบทนิยามหรือทฤษฎีบท

1.3.1.2 การเข้าใจบทนิยามหรือทฤษฎีบท

1.3.1.3 การเข้าใจเกี่ยวกับการจำแนกชนิดโดยใช้บทนิยาม

1.3.2 ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ

1.3.2.1 กระบวนการใช้บทนิยามหรือทฤษฎีบท

1.3.2.2 กระบวนการสร้างฟังก์ชันตามเงื่อนไขของโจทย์

1.3.2.3 กระบวนการเขียนกราฟตามที่โจทย์กำหนด

1.3.3 ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ

1.3.3.1 ทักษะการบวก ลบ คูณและหารจำนวนจริงในการคิดคำนวณ

1.3.3.2 ทักษะเกี่ยวกับการใช้หลักพีชคณิตเบื้องต้นในการจัดรูปสมการ

1.3.4 ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์

1.3.4.1 การนำความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับฟังก์ชันไปประยุกต์ใช้

1.4 สร้างแบบทดสอบสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันในแต่ละหน่วย ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ และจัดไว้เป็นหมวดหมู่ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยแต่ละชุดต้องสร้างให้สอดคล้องและครอบคลุมกับเนื้อหาและลักษณะข้อบกพร่องที่กำหนดไว้ และข้อสอบแต่ละข้อต้องสามารถบ่งบอกถึงสาเหตุของการตอบผิด ได้แบบทดสอบสำรวจลักษณะข้อบกพร่องแบบเดิมค่าแสดงเหตุผลและแบบแสดงวิธีทำ ซึ่งจัดทำโดยจำแนกตามเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน ได้ 5 หน่วย ดังนี้

หน่วยที่ 1 แบบทดสอบสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องความหมายของฟังก์ชัน การเขียนกราฟของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน การหาค่าของฟังก์ชัน และชนิดของฟังก์ชัน จำนวนทั้งหมด 16 ข้อ เป็นแบบทดสอบแบบเดิมค่าแสดงเหตุผล จำนวน 7 ข้อ และแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 9 ข้อ

หน่วยที่ 2 แบบทดสอบสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก จำนวนทั้งหมด 8 ข้อ เป็นแบบทดสอบแบบถูกผิด จำนวน 1 ข้อ และแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 7 ข้อ

หน่วยที่ 3 แบบทดสอบสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันคอมโพสิท จำนวนทั้งหมด 8 ข้อ เป็นแบบทดสอบแบบเดิมค่าแสดงเหตุผล จำนวน 1 ข้อ และแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 7 ข้อ

หน่วยที่ 4 แบบทดสอบสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส จำนวนทั้งหมด 10 ข้อ เป็นแบบทดสอบแบบเดิมค่าแสดงเหตุผล จำนวน 1 ข้อ และแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 9 ข้อ

หน่วยที่ 5 แบบทดสอบสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน จำนวนทั้งหมด 8 ข้อ เป็นแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 8 ข้อ

1.5 นำแบบทดสอบสำรวจลักษณะข้อบกพร่องที่สร้างขึ้นเสนอคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้และหาข้อควรปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขภายใต้การควบคุมดูแลของคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท

1.6 นำแบบทดสอบสำรวจลักษณะข้อบกพร่องที่ได้รับการตรวจสอบและปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โรงเรียนศรีรัชวิทยาลัย ที่เคยเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องฟังก์ชัน มาแล้ว จำนวน 30 คน เพื่อสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียน โดยการตรวจวิเคราะห์จากกระดาษคำตอบที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบสำรวจลักษณะข้อบกพร่องของนักเรียน และยึดเกณฑ์การพิจารณาลักษณะข้อบกพร่องตามข้อ 1.3

1.7 สร้างแบบทดสอบวินิจฉัย โดยการปรับปรุงแก้ไขจากแบบทดสอบสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน เพื่อให้ได้แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันแบบเดิมค่าแสดงเหตุผลและแบบแสดงวิธีทำ ซึ่งจัดทำโดยจำแนกตามเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน ได้ 5 หน่วย ดังนี้

หน่วยที่ 1 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องความหมายของฟังก์ชัน การเขียนกราฟของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน การหาค่าของฟังก์ชัน และชนิดของฟังก์ชัน จำนวนทั้งหมด 16 ข้อ เป็นแบบทดสอบแบบเดิมค่าแสดงเหตุผล จำนวน 7 ข้อ และแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 9 ข้อ

หน่วยที่ 2 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก จำนวนทั้งหมด 8 ข้อ เป็นแบบทดสอบแบบถูกผิด จำนวน 1 ข้อ และแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 7 ข้อ

หน่วยที่ 3 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องฟังก์ชันคอมโพสิท จำนวนทั้งหมด 8 ข้อ
เป็นแบบทดสอบแบบเติมคำตอบเหตุผล จำนวน 1 ข้อ และแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 7 ข้อ

หน่วยที่ 4 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส จำนวนทั้งหมด 10 ข้อ
เป็นแบบทดสอบแบบเติมคำตอบเหตุผล จำนวน 1 ข้อ และแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 9 ข้อ

หน่วยที่ 5 แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน จำนวนทั้งหมด 8 ข้อ
เป็นแบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 8 ข้อ

1.8 สร้างแบบทดสอบคู่ขนาน ที่มีลักษณะคู่ขนานกับแบบทดสอบวินิจฉัย โดยยึดเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้เดียวกันกับแบบทดสอบวินิจฉัย ให้มีรูปแบบ ความยาว โจทย์ ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) ใกล้เคียงกันกับแบบทดสอบวินิจฉัย มีจำนวนข้อสอบ จำนวนหน่วยและจำนวนฉบับ เท่ากันกับแบบทดสอบวินิจฉัย

1.9 นำแบบทดสอบวินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนานที่สร้างขึ้น เสนอคณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตร ผู้เชี่ยวชาญและอาจารย์ประจำวิชา เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้และหาข้อควรปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขภายใต้การควบคุมดูแลของคณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตร

1.10 นำแบบทดสอบวินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนานที่ได้รับการตรวจสอบและปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โรงเรียนศรีวิชัยวิทยาลัย ที่เคยเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องฟังก์ชันมาแล้ว จำนวน 30 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มเดียวกันกับกลุ่มนักเรียนในข้อ 1.6 เพื่อนำผลจากการทดสอบมาวิเคราะห์ข้อสอบเพื่อหาค่าความยากง่าย(p) และค่าอำนาจจำแนก (r) และคัดเลือกข้อสอบที่ได้เกณฑ์ตามที่กำหนดคือมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป และปรับปรุงข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกไม่ถึงเกณฑ์ให้มีค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกตามที่กำหนด แล้วจัดรวบรวมเป็นแบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนานฉบับสมบูรณ์ที่จะนำไปใช้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

1.11 นำแบบทดสอบวินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนานมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนาน ในแต่ละหน่วย ดังนี้

หน่วยที่	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
1	0.726
2	0.745
3	0.712
4	0.707
5	0.710

2. ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง ผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

2.1 ศึกษาหลักสูตร คู่มือครูและแบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อศึกษาแนวคิด เนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ วิธีสอน และ กิจกรรมการเรียนการสอนในเรื่องฟังก์ชัน

2.2 ศึกษาหลักการและแนวคิดเกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง วิธีสร้าง

ชุดการเรียนรู้การสอนและวิธีหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้การสอนจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.3 ศึกษาลักษณะข้อบกพร่องและสาเหตุของข้อบกพร่องที่ได้จากการสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามความคิดเห็นของครูผู้สอนในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ ในเขตจังหวัดร้อยเอ็ด ในข้อ 1.3 และจากการสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เคยเรียนเรื่องฟังก์ชันมาแล้ว ในข้อ 1.6

2.4 นำข้อมูลลักษณะข้อบกพร่องมาเป็นแนวทางในการสร้างชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนซึ่งจัดทำโดยจำแนกตามเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน ได้ 5 หน่วย ดังนี้

หน่วยที่ 1 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องความหมายของฟังก์ชัน การเขียนกราฟของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน การหาค่าของฟังก์ชัน และชนิดของฟังก์ชัน

หน่วยที่ 2 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก

หน่วยที่ 3 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันคอมโพสิท

หน่วยที่ 4 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส

หน่วยที่ 5 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน

ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องแต่ละหน่วยประกอบด้วยชุดการเรียนรู้การสอนย่อยตามจุดประสงค์การเรียนรู้ และในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านต่าง ๆ ซึ่งได้แก่ ด้านบทนิยามหรือทฤษฎีบท ด้านกระบวนการ ด้านทักษะการคิดคำนวณ และด้านการประยุกต์ ซึ่งชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องที่สร้างขึ้นนี้ผู้วิจัยสร้างให้สอดคล้องกับลักษณะข้อบกพร่องที่กำหนดไว้ในเนื้อหาแต่ละหน่วย แต่ลักษณะข้อบกพร่องที่กำหนดไว้อาจไม่ครอบคลุมลักษณะข้อบกพร่องทั้งหมดที่จะเกิดขึ้นหลังการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียน ดังนั้นถ้ามีลักษณะข้อบกพร่องอื่น ๆ เกิดขึ้น ผู้วิจัยจะดำเนินการสอนซ่อมเสริมเพิ่มเติมเพื่อทำการแก้ไขข้อบกพร่องเหล่านั้นในช่วงเวลาที่จัดการซ่อมเสริมในแต่ละหน่วย

2.5 นำชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันที่สร้างขึ้นเสนอคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท ผู้เชี่ยวชาญและอาจารย์ประจำวิชา เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้และหาข้อควรปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขภายใต้การควบคุมดูแลของคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท

2.6 นำชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ที่ได้รับการตรวจสอบและปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โรงเรียนศรีวิชัยวิทยาลัย ที่เคยเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องฟังก์ชันมาแล้ว ซึ่งเป็นนักเรียนที่ได้รับการวินิจฉัยจากการทดสอบด้วยแบบทดสอบสำรวจลักษณะข้อบกพร่องว่ามีลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน หรือเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 อยู่ในระดับต่ำ เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของเนื้อหาและภาษาที่ใช้ ลำดับขั้นในการสอน ระยะเวลาในการเรียนรู้ และความบกพร่องของชุดการเรียนรู้การสอน โดยสำหรับชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันแต่ละหน่วยใช้นักเรียนในการทดลองหน่วยละ 5 คน ซึ่งในขณะที่ทดลองผู้วิจัยบันทึกปัญหาที่ได้จากการทดลองใช้ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง และผู้วิจัยสัมภาษณ์นักเรียนหลังจากใช้ชุดการเรียนรู้

การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน แล้วนำปัญหาและข้อบกพร่องที่ได้มาปรับปรุงแก้ไขชุดการเรียนการสอน

2.7 นำชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ที่ได้ทดลองใช้และปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท ผู้เชี่ยวชาญและอาจารย์ประจำวิชาพิจารณาตรวจสอบเพื่อปรับปรุงแก้ไขอีกครั้ง ชุดการเรียนการสอนที่ได้จะเป็นชุดการเรียนการสอนที่จะนำไปทดลองจริงกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามลำดับขั้นตอนดังนี้

3.1 ศึกษาหลักสูตร คู่มือครูและแบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อศึกษาแนวคิด เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ในการเรียนเรื่องฟังก์ชัน

3.2 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ให้สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ในคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องฟังก์ชัน หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ โดยสร้างเป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 45 ข้อ

3.3 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันที่สร้างขึ้น เสนอคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท ผู้เชี่ยวชาญและอาจารย์ประจำวิชา เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้และหาข้อควรปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขภายใต้การควบคุมดูแลของคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท

3.4 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ที่ได้รับการตรวจสอบและปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โรงเรียนศรีรัษฎะวิทยาลัย ที่เคยเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องฟังก์ชันมาแล้ว จำนวน 30 คน ใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง 30 นาที เพื่อนำผลจากการทดสอบมาวิเคราะห์รายข้อเพื่อหาค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และคัดเลือกข้อสอบที่ได้เกณฑ์ตามที่กำหนด คือมีค่าความยากง่าย ตั้งแต่ 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จำนวน 30 ข้อ โดยให้ครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ ได้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันที่จะนำไปใช้ทดลองจริงกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง

3.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน มาหาค่าความเชื่อมั่น ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.739

วิธีดำเนินการวิจัย

ผู้วิจัยดำเนินการวิจัยตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

1. ก่อนดำเนินการวิจัย ผู้วิจัยได้สำรวจข้อมูลเบื้องต้น ดังนี้

1.1 สำรวจข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอน ตามความคิดเห็นของครูผู้สอนจากครูผู้สอนหรือเคยสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 012 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา เขตจังหวัดร้อยเอ็ด จำนวน 27 คน จาก 23 โรงเรียน โดยใช้แบบสอบถาม พบว่าเนื้อหาเรื่องฟังก์ชันเป็นเนื้อหาเรื่องหนึ่ง

ที่มีปัญหาในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ตามความคิดเห็นของครูผู้สอน ซึ่งเนื้อหาเรื่องฟังก์ชันที่มีปัญหาในระดับปานกลางขึ้นไป ได้แก่ ฟังก์ชันอินเวอร์ส ฟังก์ชันคอมโพสิท และพีชคณิตของฟังก์ชัน

1.2 สํารวจข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามความคิดเห็นของครูผู้สอน จากครูผู้สอนหรือเคยสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา เขตจังหวัดร้อยเอ็ด จำนวน 31 คน จาก 26 โรงเรียน โดยใช้แบบสอบถาม พบว่าครูผู้สอนหรือเคยสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องฟังก์ชัน มีความคิดเห็นว่านักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันอยู่หลายประการ ซึ่งมีทั้งลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยามหรือทฤษฎีบท ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ ลักษณะข้อบกพร่องในการคิดคำนวณ และลักษณะข้อบกพร่องในการประยุกต์ ซึ่งปัญหาล้วนเป็นปัญหาอยู่ในระดับปานกลางถึงมาก

2. ผู้วิจัยดำเนินการทดลองตามขั้นตอน ดังนี้

2.1 นำแบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันในแต่ละหน่วยไปทดสอบกับนักเรียนห้องที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างซึ่งเรียนเนื้อหาเรื่องฟังก์ชันในแต่ละหน่วยจากอาจารย์ประจำวิชาเสร็จสิ้นแล้ว โดยทดสอบทีละหน่วยตามเนื้อหาที่เรียนในห้องเรียน และนำผลจากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยแต่ละชุดของนักเรียนมาคําดิเลิอกนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน โดยใช้เกณฑ์ในการพิจารณานักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนคือนักเรียนที่ได้คะแนนจากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยไม่ผ่านเกณฑ์ 60% ของคะแนนในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบวินิจฉัยแต่ละหน่วย

2.2 วิเคราะห์ข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนในแต่ละหน่วย เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนแต่ละคนมีลักษณะข้อบกพร่องด้านใด โดยใช้เกณฑ์ในการพิจารณาลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน จำแนกเป็น 4 ลักษณะ คือ ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยามหรือทฤษฎีบท ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ และลักษณะข้อบกพร่องในการประยุกต์ โดยที่นักเรียนคนหนึ่งอาจบกพร่องได้หลายแบบ

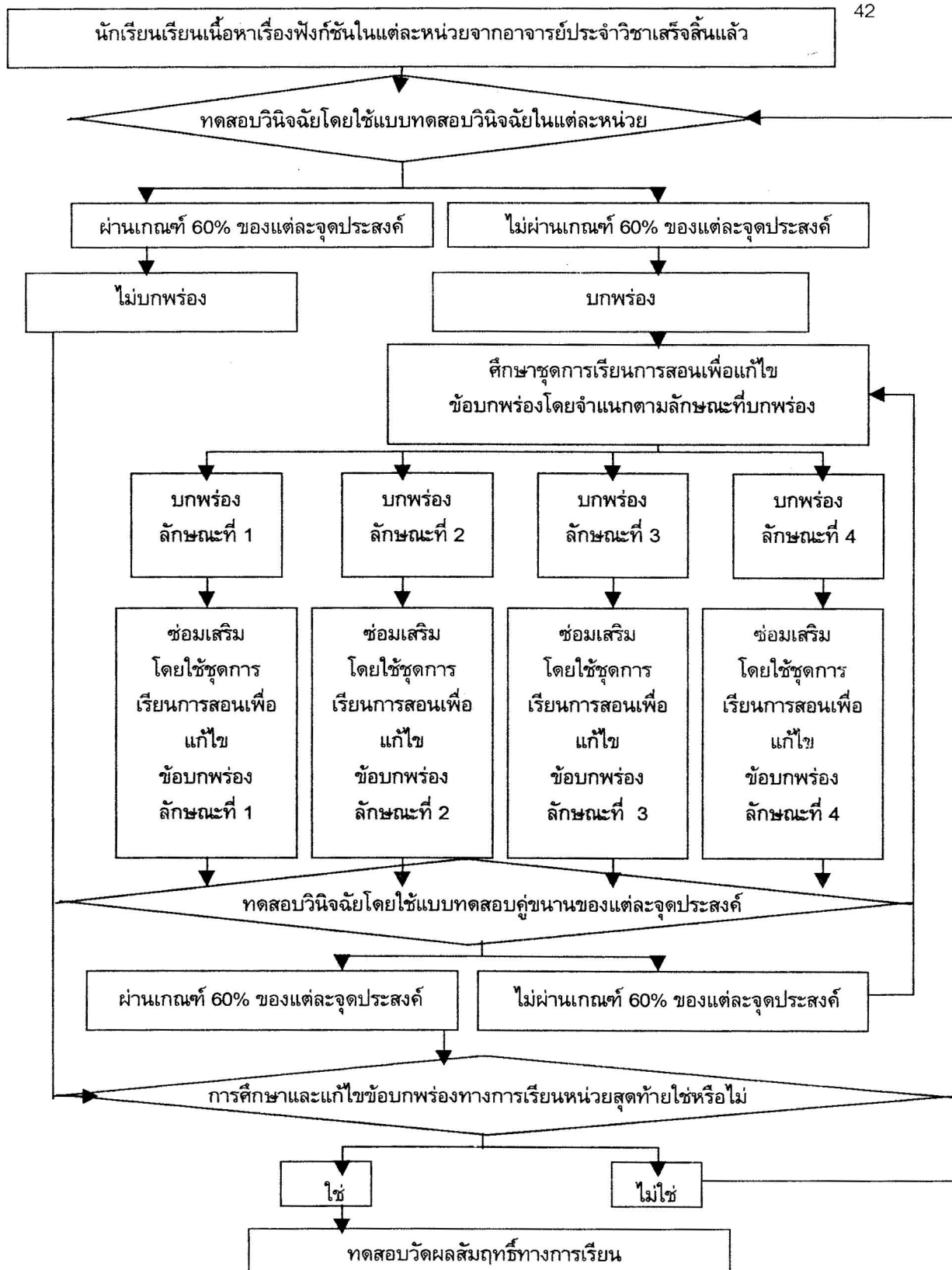
2.3 ผู้วิจัยทำการซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนในแต่ละหน่วย โดยให้นักเรียนศึกษาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทีละหน่วยตามที่ได้รับทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัย และศึกษาตามจุดประสงค์และลักษณะข้อบกพร่องที่นักเรียนมีข้อบกพร่อง และจัดการเรียนแบบกิจกรรมกลุ่ม หรือจัดนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องลักษณะเดียวกันไว้ด้วยกัน เพื่อเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองและปฏิบัติกิจกรรมร่วมกัน โดยผู้วิจัยและครูผู้สอนทำหน้าที่เป็นผู้คอยช่วยเหลือให้คำแนะนำ ถ้านักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องหลายจุดประสงค์ ให้นักเรียนศึกษาเรียงลำดับตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของหน่วยนั้น และในกรณีที่นักเรียนมีข้อบกพร่องทางการเรียนหลายลักษณะจะต้องได้รับการซ่อมเสริมด้วยชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องให้ครบทุกชุดตามลักษณะข้อบกพร่อง สำหรับชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องที่สร้างขึ้นนี้ ผู้วิจัยสร้างให้สอดคล้องกับลักษณะข้อบกพร่องที่กำหนดไว้ในเนื้อหาแต่ละหน่วย และระยะเวลาในการซ่อมเสริมใช้เวลาสอนนอกเวลาเรียนปกติ คือในเวลา 15.10 น. - 16.00 น.

2.4 เมื่อนักเรียนซ่อมเสริมหน่วยใดเสร็จสิ้นแล้ว ผู้วิจัยนำแบบทดสอบคู่ขนานของหน่วยนั้นๆ ไปทดสอบนักเรียน เพื่อศึกษาผลของการซ่อมเสริมในแต่ละหน่วย

2.5 จากขั้นตอน 2.4 ถ้ายังมีนักเรียนที่สอบได้คะแนนต่ำกว่า 60% ของคะแนนในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งถือว่านักเรียนยังมีข้อบกพร่องทางการเรียน ผู้วิจัยพิจารณานักเรียนที่มีข้อบกพร่องในลักษณะใด แล้วจัดซ่อมเสริมนักเรียนเหล่านั้นอีกครั้งเป็นกลุ่มย่อยหรือเป็นรายบุคคล และให้นักเรียนศึกษาทบทวนชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในลักษณะนั้นๆ เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนรู้การสอนนั้นเสร็จสิ้นแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบคู่ขนานอีกครั้ง จนมั่นใจได้ว่าสามารถแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้จึงจะทำการวินิจฉัยและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนในหน่วยต่อไป

2.6 เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนรู้การสอนจนครบทุกหน่วย ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ไปทดสอบนักเรียนเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนโดยใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง

2.7 นำคะแนนที่ได้ในข้อ 2.1 , 2.4 และ 2.6 ไปวิเคราะห์ข้อมูลและดำเนินการทดสอบสมมติฐานต่อไป



ภาพประกอบ 1 แผนผังการดำเนินการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่อง

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัย ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. หาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
2. ตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่ การหาค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

3. ทดสอบสมมติฐานข้อ 1 ที่ว่า คะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมสูงกว่าคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมตามลำดับขั้นตอนดังนี้

3.1 ทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมกับคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมเรื่องฟังก์ชันในแต่ละหน่วย โดยใช้การทดสอบลิลลิฟอर्स (Lilliefors Test)

3.2 เนื่องจากคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมกับคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมเรื่องฟังก์ชันในแต่ละหน่วยมีการแจกแจงปกติ จึงทดสอบสมมติฐานดังกล่าวในข้อ 3 โดยใช้สถิติทดสอบ t (Two – dependent Samples)

4. ทดสอบสมมติฐานข้อ 2 ที่ว่า การใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ 50% เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนทั้งหมด โดยวิธี Z – Test

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัย ผู้วิจัยใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
2. สถิติในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่ สถิติในการหาค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
3. สถิติในการทดสอบสมมติฐานข้อที่ 1 ได้แก่ การทดสอบลิลลิฟอर्स (Lilliefors Test) และ สถิติทดสอบ t (Two – dependent Samples)
4. สถิติในการทดสอบสมมติฐานข้อที่ 2 คือ Z – Test

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้แบบทดสอบวินิจัยก่อนการซ่อมเสริมและแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม และการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในแต่ละหน่วย ซึ่งมีทั้งหมด 5 หน่วย ผู้วิจัยนำมาวิเคราะห์และเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ตามลำดับดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แสดงจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนและร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน

ตอนที่ 2 ผลการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้แก่

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมเรื่องฟังก์ชัน ในแต่ละหน่วย

2. การทดสอบลิลลี่ฟอर्स (Lilliefors Test) เพื่อทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจัยก่อนการซ่อมเสริมและแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมเรื่องฟังก์ชัน ในแต่ละหน่วย

3. สถิติทดสอบ t (Two – dependent Samples) เพื่อเปรียบเทียบคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจัยก่อนการซ่อมเสริมและแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ในแต่ละหน่วย

4. สถิติทดสอบ Z (Z – Test) เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ว่า การใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ 50% เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนทั้งหมด

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ข้อมูลที่น่ามาวิเคราะห์ ได้แก่ ผลจากการทำแบบทดสอบวินิจัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันในแต่ละหน่วย ซึ่งมีทั้งหมด 5 หน่วย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 30 คน ดังแสดงในตาราง 1 ถึง ตาราง 5

ตาราง 1 จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนและร้อยละของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 1 เรื่องความหมายของฟังก์ชัน ในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง (คน)	ร้อยละ ของจำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
1. บอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่	1. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม	23	76.67
	- ไม่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับบทนิยามของฟังก์ชันมาใช้ในการตรวจสอบความสัมพันธ์ ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เนื่องจาก		
	1. ไม่เข้าใจบทนิยามของฟังก์ชันหรือจำบทนิยามไม่ได้		
	2. สับสนระหว่างการใช้ตัวแปร x ซ้ำไม่ได้ หรือ y ซ้ำไม่ได้		
	3. ไม่สามารถบอกเหตุผลที่ใช้ในการตรวจสอบฟังก์ชัน หรือบอกเหตุผลไม่ถูกต้อง หรือไม่สมบูรณ์		
	2. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ	11	36.67
	- ขาดทักษะกระบวนการในการตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เช่น เขียนขั้นตอนในการตรวจสอบไม่ได้หรือไม่ถูกต้อง หรือเขียนขั้นตอนในการตรวจสอบไม่สมบูรณ์ หรือสับสนกับการตรวจสอบฟังก์ชัน 1 –1 หรือการตรวจสอบฟังก์ชันเพิ่ม – ฟังก์ชันลด หรือเขียนกราฟของฟังก์ชันไม่ถูกต้องทำให้ได้ข้อสรุปผิดพลาด		
	3. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ	15	50
	- คำนวณค่าของฟังก์ชันไม่ถูกต้อง ทำให้ได้ข้อสรุปผิดพลาด		
	4. ลักษณะข้อบกพร่องในการประยุกต์ *	-	-

* แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 1 ฉบับที่ 1 จุดประสงค์ที่ 1 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์

ตาราง 1 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง (คน)	ร้อยละ ของจำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
2. บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟของฟังก์ชันหรือไม่	1. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม - ไม่สามารถตรวจสอบกราฟของความสัมพันธ์ว่าเป็นกราฟของฟังก์ชันหรือไม่ เนื่องจาก 1. ไม่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับบทนิยามของฟังก์ชันมาใช้ในการตรวจสอบ 2. ไม่เข้าใจการตรวจสอบฟังก์ชันโดยใช้กราฟ 3. ไม่เข้าใจการใช้สัญลักษณ์แทนจุดปลายของช่วงเปิดและช่วงปิดในกราฟ 4. ตรวจสอบไม่ครบขั้นตอน โดยตรวจสอบเพียงบางส่วนของกราฟ แล้วสรุปว่าเป็นฟังก์ชัน - ไม่สามารถบอกเหตุผลที่ใช้ในการตรวจสอบฟังก์ชันหรือบอกเหตุผลไม่ถูกต้องหรือไม่สมบูรณ์	17	56.67
	2. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ *	-	-
	3. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ*	-	-
	4. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์*	-	-

* แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 1 ฉบับที่ 2 จุดประสงค์ที่ 2 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ ด้านทักษะการคิดคำนวณ และด้านการประยุกต์

ตาราง 1 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง (คน)	ร้อยละ ของจำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
3. หาโดเมนและ เรนจ์ของฟังก์ชัน และเขียนกราฟ ของฟังก์ชัน ที่กำหนดให้ได้	1. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม - ไม่สามารถหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดได้ เนื่องจากไม่เข้าใจความหมายของโดเมนและเรนจ์ ของฟังก์ชัน เช่น 1. ไม่เข้าใจว่าโดเมนคือเซตของ x และเรนจ์คือเซต ของ y เช่น ตอบ $D_f = 1, 2, 3, 4$ หรือตอบ $D_f = \{ (x,y) \mid x \neq -2/3 \}$ หรือ $D_f = \{ (x,y) \mid x \in R \times R \}$ หรือ D_f คือ $x \neq -2/3$ หรือตอบไม่ได้ เป็นต้น 2. เข้าใจผิดว่าโดเมนคือเงื่อนไขของ x เรนจ์คือ เงื่อนไขของ y เช่น กำหนด $f = \{ (x,y) \mid y = 1/x \}$ แล้วตอบ $D_f = \{ x \mid x = 1/y \}$ และ $R_f = \{ y \mid y = 1/x \}$	29	96.67
	2. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ - ขาดทักษะกระบวนการในการหาโดเมนและเรนจ์ ของฟังก์ชันที่กำหนดในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไข โดย ขาดทักษะในการพิจารณาค่าที่เป็นไปได้ของ x หรือ y ในการหาโดเมนหรือเรนจ์ของฟังก์ชัน เช่น หาโดเมน และเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดในรูปเซตแบบบอก เงื่อนไข โดยใช้ความรู้เรื่องสมการ ซึ่งกำหนด $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ นักเรียนตอบ D_f คือ $x = -3$ หรือ $x = 3$ เป็นต้น - ขาดทักษะกระบวนการในการเขียนกราฟของฟังก์ชัน เช่น ไม่เข้าใจการเขียนกราฟของคู่อันดับโดยเขียนกราฟ ไม่ถูกต้องตามคู่อันดับของฟังก์ชัน และเข้าใจผิดว่าการ เขียนกราฟของคู่อันดับต้องลากเส้นเชื่อมแต่ละคู่อันดับ และไม่สามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดในรูป เซตแบบบอกเงื่อนไข	30	100

ตาราง 1 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง (คน)	ร้อยละ ของจำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
	3. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ - ขาดทักษะการคิดคำนวณในการจัดรูปสมการเพื่อ คำนวณค่าที่เป็นไปได้ของ x หรือ y ในการหาโดเมนและ เรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไข	30	100
	4. ลักษณะข้อบกพร่องในการการประยุกต์ *	-	-
4. หาค่าของฟังก์ชัน ได้ เมื่อกำหนดค่า x ให้	1. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม*	-	-
	2. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ - ขาดทักษะกระบวนการในการหาค่าของฟังก์ชัน เมื่อ กำหนดค่า x ให้ เนื่องจากไม่เข้าใจการแทนค่าตัวแปร ในเงื่อนไขของฟังก์ชัน	27	90
	3 ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ - ขาดทักษะในการคิดคำนวณในการหาค่าของฟังก์ชัน เมื่อกำหนดค่า x ให้	27	90
	4 ลักษณะข้อบกพร่องในการการประยุกต์ - ขาดทักษะในการนำความรู้เรื่องการหาค่าของฟังก์ชัน ไปประยุกต์ใช้	27	90

* แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 1 ฉบับที่ 3 จุดประสงค์ที่ 3 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง
ในการการประยุกต์

* แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 1 ฉบับที่ 4 จุดประสงค์ที่ 4 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง
ในด้านบทนิยาม

ตาราง 1 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง (คน)	ร้อยละ ของจำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
5. บอกความหมาย ของคำว่า “ฟังก์ชัน จาก A ไป B” “ฟังก์ชัน จาก A ไปทั่วถึง B” และ “ฟังก์ชันหนึ่งต่อ หนึ่ง” ได้	1. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม - ไม่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับโดเมนและเรนจ์ของ ฟังก์ชัน และบทนิยามของฟังก์ชันชนิดต่างๆมาใช้ในการ จำแนกชนิดของฟังก์ชัน เนื่องจาก 1. ไม่เข้าใจบทนิยามของฟังก์ชันจาก A ไป B โดย ไม่เข้าใจว่า $D_f=A$ และ $R_f\subset B$ 2. ไม่เข้าใจบทนิยามของฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B โดยไม่เข้าใจว่า $D_f = A$ และ $R_f = B$ 3. ไม่เข้าใจบทนิยามของฟังก์ชัน 1 – 1 เช่นเข้าใจ ผิดว่าสมาชิกตัวหน้ากับสมาชิกตัวหลังซ้ำกัน ไม่ได้ และไม่เข้าใจการจับคู่ระหว่างโดเมนและ เรนจ์ของฟังก์ชัน 1 – 1 2. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ * 3. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ* 4. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์ *	18 - - -	60 - - -

* แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 1 ฉบับที่ 5 จุดประสงค์ที่ 5 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง
ในด้านกระบวนการ ด้านทักษะการคิดคำนวณ และด้านการประยุกต์

ตาราง 1 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง (คน)	ร้อยละ ของจำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
6. บอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชัน 1 – 1 หรือไม่	1. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม - ไม่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับบทนิยามของฟังก์ชัน 1 - 1 มาใช้ในการตรวจสอบฟังก์ชัน 1 - 1 เนื่องจากไม่เข้าใจบทนิยามของฟังก์ชัน 1 – 1 เช่น 1. ไม่เข้าใจการใช้สัญลักษณ์ในบทนิยามของฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ที่กล่าวว่า $f(x_1) = f(x_2)$ แล้ว $x_1 = x_2$ 2. ไม่เข้าใจการจับคู่ระหว่างโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน 1-1 3. สับสนระหว่างการตรวจสอบฟังก์ชัน กับการตรวจสอบฟังก์ชัน 1 – 1 โดยบอกเหตุผลว่าโดเมนไม่ซ้ำกัน 4. เข้าใจผิดว่าสมาชิกของฟังก์ชันที่กำหนดในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขเป็นแบบแจกแจงสมาชิก 5. ไม่สามารถบอกเหตุผลที่ใช้ในการตรวจสอบหรือบอกเหตุผลไม่ถูกต้อง หรือไม่สมบูรณ์ 2. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ - ขาดทักษะกระบวนการในการตรวจสอบฟังก์ชัน 1 – 1 เช่น เขียนขั้นตอนในการตรวจสอบไม่ได้หรือไม่ถูกต้องหรือไม่สมบูรณ์ หรือเขียนกราฟของฟังก์ชันไม่ถูกต้อง ทำให้ได้ข้อสรุปผิดพลาด หรือสับสนกับกระบวนการตรวจสอบฟังก์ชัน โดยใช้เส้นตรงที่ขนานแกน y ในการตรวจสอบ 3. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ - คำนวณค่าของฟังก์ชันไม่ถูกต้อง ทำให้ได้ข้อสรุปผิดพลาด 4. ลักษณะข้อบกพร่องในการประยุกต์*	29	96.67
		29	96.67
		2	6.67
		-	-

* แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วย 1 ฉบับที่ 6 จุดประสงค์ที่ 6 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในการประยุกต์

ตาราง 1 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง (คน)	ร้อยละ ของจำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
7. บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟของฟังก์ชัน 1 – 1 หรือไม่	1. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม - ไม่สามารถตรวจสอบกราฟของฟังก์ชันว่าเป็นกราฟของฟังก์ชัน 1 – 1 หรือไม่ เนื่องจาก 1. ไม่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับบทนิยามของฟังก์ชัน 1 – 1 มาใช้ในการตรวจสอบ 2. ไม่เข้าใจการตรวจสอบกราฟฟังก์ชัน 1 – 1 โดยใช้กราฟเส้นตรงในการตรวจสอบ 3. ไม่เข้าใจการใช้สัญลักษณ์แทนจุดปลายของช่วงเปิดและช่วงปิดในกราฟ 4. ไม่ได้พิจารณาก่อนว่าเป็นกราฟที่กำหนดเป็นกราฟของฟังก์ชันหรือไม่ - ไม่สามารถบอกเหตุผลที่ใช้ในการตรวจสอบฟังก์ชัน 1 – 1 หรือบอกเหตุผลไม่ถูกต้อง หรือไม่สมบูรณ์	19	63.33
	2. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ *	-	-
	3. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ *	-	-
	4. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์ *	-	-

* แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 1 ฉบับที่ 7 จุดประสงค์ที่ 7 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ ด้านทักษะการคิดคำนวณ และด้านการประยุกต์

ตาราง 1 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง (คน)	ร้อยละ ของจำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
8. บอกความหมาย ของฟังก์ชันเพิ่ม ฟังก์ชันลดได้ และ บอกได้ว่าฟังก์ชันที่ กำหนดให้ฟังก์ชันใด เป็นฟังก์ชันเพิ่ม ฟังก์ชันใดเป็นฟังก์ชัน ลด	1. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม - ไม่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับบทนิยามของฟังก์ชัน เพิ่มและฟังก์ชันลด มาใช้ในการตรวจสอบฟังก์ชัน เพิ่มและฟังก์ชันลด เนื่องจากไม่เข้าใจบทนิยามของ ฟังก์ชันเพิ่ม-ฟังก์ชันลด เช่นสับสนกันระหว่าง บทนิยามของฟังก์ชันเพิ่มกับฟังก์ชันลด - ไม่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับบทนิยามของฟังก์ชัน เพิ่มและฟังก์ชันลด มาใช้ในการตรวจสอบกราฟที่ กำหนดให้ ว่าเป็นกราฟของฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชัน ลด เนื่องจากไม่เข้าใจบทนิยาม หรือสับสนระหว่าง บทนิยามของฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด - ไม่สามารถบอกเหตุผลที่ใช้ในการตรวจสอบ ฟังก์ชันเพิ่ม – ฟังก์ชันลด หรือบอกเหตุผลไม่ถูกต้อง 2.ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ - ขาดทักษะกระบวนการในการตรวจสอบฟังก์ชัน ที่กำหนดในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขว่าเป็นฟังก์ชัน เพิ่มหรือฟังก์ชันลด เช่น เขียนขั้นตอนในการตรวจ สอบไม่ได้หรือไม่ถูกต้อง หรือเขียนขั้นตอนในการ ตรวจสอบไม่สมบูรณ์ หรือเขียนกราฟของฟังก์ชัน ไม่ถูกต้องทำให้ได้ข้อสรุปผิดพลาด 3. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิด คำนวณ - คำนวณค่าของฟังก์ชันไม่ถูกต้อง ทำให้ได้ข้อสรุป ผิดพลาด 4. ลักษณะข้อบกพร่องในการประยุกต์ *	29	96.67
		27	90
		4	13.33
		-	-

* แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 1 ฉบับที่ 8 จุดประสงค์ที่ 8 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในการ
ประยุกต์

จากตาราง 1 จุดประสงค์ที่ 1 การตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ พบว่าจำนวนนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม มีจำนวนร้อยละ 76.67 จำนวนนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ มีจำนวนร้อยละ 36.67 และจำนวนนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ มีจำนวนร้อยละ 50 จุดประสงค์ที่ 2 การตรวจสอบกราฟว่าเป็นกราฟของฟังก์ชันหรือไม่ พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยามคิดเป็นร้อยละ 56.67 จุดประสงค์ที่ 3 การหาโดเมนและเรนจ์และการเขียนกราฟของฟังก์ชัน พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยามมีมากถึงร้อยละ 96.67 และนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ ด้านทักษะการคิดคำนวณ มีมากถึงร้อยละ 100 จุดประสงค์ ที่ 4 การหาค่าของฟังก์ชัน พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ ด้านทักษะการคิดคำนวณ ด้านการประยุกต์ มีมากถึงร้อยละ 90 จุดประสงค์ที่ 5 การพิจารณาฟังก์ชันจาก A ไป B ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B และฟังก์ชัน 1 – 1 พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม ซึ่งมีจำนวนร้อยละ 60 จุดประสงค์ที่ 6 การตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชัน 1 – 1 หรือไม่ พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม ด้านกระบวนการ มีมากถึงร้อยละ 96.67 ส่วนนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ มีเพียงร้อยละ 6.67 จุดประสงค์ที่ 7 การตรวจสอบกราฟว่าเป็นกราฟของฟังก์ชัน 1 – 1 หรือไม่ พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยามคิดเป็นจำนวนร้อยละ 63.33 และในจุดประสงค์ที่ 8 การตรวจสอบฟังก์ชันเพิ่ม – ฟังก์ชันลด พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้าน บทนิยาม มีจำนวนร้อยละ 96.67 และนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ มีมากถึงร้อยละ 90 ส่วนนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ มีเพียงร้อยละ 13.33

ตาราง 2 จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนและร้อยละของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 2 เรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก ในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง (คน)	ร้อยละ ของจำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
1. จำแนกประเภท ของฟังก์ชันและสร้าง ฟังก์ชันจากโจทย์ ปัญหาที่กำหนดให้ได้	1. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม - ไม่สามารถจำแนกประเภทของฟังก์ชันต่าง ๆ ที่ควร รู้จัก	30	100
	2. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ - ไม่สามารถสร้างฟังก์ชันจากเงื่อนไขของโจทย์ปัญหา เนื่องจากขาดทักษะในการนำความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับ สูตรต่าง ๆ ทางด้านคณิตศาสตร์มาใช้ในการสร้าง ฟังก์ชัน เช่น สูตรในการหาพื้นที่ สูตรในการหา ปริมาตร ฯลฯ	30	100
	3. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิด คำนวณ *	-	-
	4. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์ *	-	-

* แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 2 ฉบับที่ 1 จุดประสงค์ที่ 1 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ และด้านการประยุกต์

ตาราง 2 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง (คน)	ร้อยละ ของจำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
2. แก้ไขปัญหา ที่เกี่ยวกับฟังก์ชัน เชิงเส้น ฟังก์ชัน ขั้นบันได และฟังก์ชัน กำลังสองได้	1. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม * 2. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ - ไม่สามารถสร้างฟังก์ชันจากเงื่อนไขของโจทย์ปัญหา เนื่องจากขาดทักษะในการนำความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับ สูตรต่าง ๆ ทางด้านคณิตศาสตร์มาใช้ในการสร้าง ฟังก์ชัน เช่น สูตรในการหาพื้นที่ สูตรในการหาปริมาตร และขาดทักษะในกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา 3 ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ - ไม่สามารถหาคำตอบจากเงื่อนไขของฟังก์ชันให้ ถูกต้องตามที่โจทย์ต้องการ เนื่องจากขาดทักษะ กระบวนการในการแทนค่าของฟังก์ชัน 4. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์ - ขาดทักษะในการนำความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับ สูตรต่าง ๆ ทางด้านคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการ สร้างฟังก์ชันและการแก้โจทย์ปัญหา	- 28 13 28	- 93.33 43.33 93.33

* แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 2 ฉบับที่ 2 จุดประสงค์ที่ 2 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง
ในด้านบทนิยาม และด้านการประยุกต์

จากตาราง 2 ในจุดประสงค์ที่ 1 เรื่องการจำแนกประเภทของฟังก์ชันและการสร้างฟังก์ชัน
พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม ด้านกระบวนการ มีจำนวนมากถึงร้อยละ 100
และจุดประสงค์ที่ 2 เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาฟังก์ชัน พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ
มีจำนวนมากถึงร้อยละ 93.33 ส่วนจำนวนนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ
มีเพียงร้อยละ 43.33 และนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์มีจำนวนมากถึงร้อยละ 93.33

ตาราง 3 จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนและร้อยละของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 3 เรื่องฟังก์ชันคอมโพสิต ในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง (คน)	ร้อยละ ของจำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
1.บอกได้ว่ามีฟังก์ชันคอมโพสิตของฟังก์ชันสองฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้หรือไม่	1. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม	29	96.67
	-ไม่สามารถตรวจสอบเงื่อนไขเพื่อพิจารณาฟังก์ชันที่กำหนดให้ว่ามีฟังก์ชันคอมโพสิตหรือไม่ เนื่องจาก		
	1. ไม่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับบทนิยามของฟังก์ชันคอมโพสิตมาใช้ในการตรวจสอบ		
	2. ไม่เข้าใจบทนิยามของฟังก์ชันคอมโพสิต เช่น เข้าใจผิดว่าถ้า g และ f มีคู่อันดับเหมือนกัน แล้วจะหา gof ได้		
	3. ขาดทักษะในการนำความรู้เรื่องโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันมาใช้ในการตรวจสอบ		
2. หาฟังก์ชันคอมโพสิตของฟังก์ชันสองฟังก์ชัน ที่กำหนดให้ได้	- ไม่สามารถบอกเหตุผลที่ใช้ในการตรวจสอบ หรือบอกเหตุผลไม่ถูกต้องหรือไม่สมบูรณ์		
	2. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ *	-	-
	3. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ*	-	-
	4. ลักษณะข้อบกพร่องในการประยุกต์ *	-	-
2. หาฟังก์ชันคอมโพสิตของฟังก์ชันสองฟังก์ชัน ที่กำหนดให้ได้	1 ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม	22	73.33
	- ไม่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับบทนิยามของฟังก์ชันคอมโพสิตมาใช้ในการหาฟังก์ชันคอมโพสิต เนื่องจาก		
	1. ไม่สามารถตรวจสอบเงื่อนไขก่อนการหาฟังก์ชันคอมโพสิต เพื่อพิจารณาว่าจากสองฟังก์ชันที่กำหนดให้มีฟังก์ชันคอมโพสิตหรือไม่		

* แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 3 ฉบับที่ 1 จุดประสงค์ที่ 1 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ ด้านทักษะการคิดคำนวณ และด้านการประยุกต์

ตาราง 3 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง (คน)	ร้อยละ ของจำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
	2. ไม่เข้าใจนิยามของฟังก์ชันคอมโพสิต เช่น ไม่เข้าใจว่า $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ 3. สับสนการใช้สัญลักษณ์ในนิยามของฟังก์ชัน คอมโพสิตระหว่างการหา $g \circ f$ กับ $f \circ g$ เช่นเข้าใจ ว่า $(f \circ g)(x) = g(f(x))$ 4. ไม่เข้าใจการหา $g \circ g$ หรือ $f \circ f$ โดยไม่เข้าใจว่าเป็น การหาฟังก์ชันคอมโพสิตระหว่างฟังก์ชันใดกับ ฟังก์ชันใด และเข้าใจผิดว่า $g \circ g$ หรือ $f \circ f$ คือ เซต g หรือ f ตามลำดับ 5. ไม่เข้าใจว่าฟังก์ชันคอมโพสิตเป็นเซต เช่นตอบ $g \circ f = (p,q) (q,b) (r,c)$		
	2. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ - ขาดทักษะกระบวนการในการหาเงื่อนไขของ $(g \circ f)(x)$ เมื่อกำหนดเงื่อนไขของ $f(x)$ และ $g(x)$ ให้ เนื่องจาก ขาดทักษะในการนำความรู้เรื่องการแทนค่าตัวแปร ในเงื่อนไขของฟังก์ชัน มาใช้ในการหาฟังก์ชันคอมโพสิต	22	73.33
	3. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ - ขาดทักษะการคิดคำนวณในการจัดรูปสมการเพื่อหา เงื่อนไขของฟังก์ชันคอมโพสิต	22	73.33
	4. ลักษณะข้อบกพร่องในการประยุกต์ - ขาดทักษะในการนำความรู้เบื้องต้นเรื่องฟังก์ชัน เช่น การหาค่าของฟังก์ชัน มาประยุกต์ใช้ในการหาค่าของ ฟังก์ชันคอมโพสิต ณ จุด x ที่กำหนดให้	22	73.33

ตาราง 3 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง (คน)	ร้อยละ ของจำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
3. หาโดเมนและเรนจ์ ของฟังก์ชันคอมโพสิท ได้	1. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม - ไม่สามารถหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันคอมโพสิท เนื่องจาก 1. ไม่เข้าใจบทนิยามของฟังก์ชันคอมโพสิท หรือหา ฟังก์ชันคอมโพสิทไม่ได้ 2. ไม่เข้าใจความหมายของโดเมนและเรนจ์ของ ฟังก์ชันคอมโพสิท โดยไม่เข้าใจว่าโดเมนคือเซต ของ x เรนจ์คือเซตของ y เช่น ตอบ $D_{\text{gof}} = (a,b,c)$ หรือตอบ $D_{\text{gof}} = \{(x,y) \mid x \in R\}$ หรือตอบ $D_{\text{gof}} = x^3$ หรือตอบไม่ได้ เป็นต้น 3. เข้าใจผิดว่าสมาชิกของฟังก์ชันคอมโพสิท และ โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันคอมโพสิทที่กำหนด ในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขเป็นเซตแบบแจกแจง สมาชิก	13	43.33
	2. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ - ขาดทักษะกระบวนการในการหาโดเมนและเรนจ์ของ ฟังก์ชันคอมโพสิทของฟังก์ชันที่กำหนดในรูปเซตแบบ บอกเงื่อนไข เนื่องจากหาฟังก์ชันคอมโพสิทไม่ได้ และไม่ สามารถนำความรู้เรื่องโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันมาใช้ ในการหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันคอมโพสิท	29	96.67
	3. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ - ขาดทักษะการคิดคำนวณเรื่องสมการในการหาโดเมน และเรนจ์ของฟังก์ชันคอมโพสิทที่กำหนดในรูปเซตแบบ บอกเงื่อนไข	29	96.67
	4. ลักษณะข้อบกพร่องในการประยุกต์ *	-	-

* แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 3 ฉบับที่ 3 จุดประสงค์ที่ 3 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง
ในด้านการประยุกต์

จากตาราง 3 จุดประสงค์ที่ 1 การตรวจสอบเงื่อนไขเพื่อพิจารณาว่ามีฟังก์ชันคอมโพสิตหรือไม่ พบว่านักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม ซึ่งมีจำนวนมากถึงร้อยละ 96.67 จุดประสงค์ที่ 2 การหาฟังก์ชันคอมโพสิตของฟังก์ชันสองฟังก์ชัน พบว่ามีจำนวนนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม ด้านกระบวนการ ด้านทักษะการคิดคำนวณ ด้านการประยุกต์ เป็นจำนวนร้อยละ 73.33 และจุดประสงค์ที่ 3 การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันคอมโพสิต พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยามมีเพียงร้อยละ 43.33 ส่วนนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ ด้านทักษะการคิดคำนวณมีมากถึงร้อยละ 96.67

ตาราง 4 จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนและร้อยละของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 4 เรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส ในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง (คน)	ร้อยละ ของจำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
1. หาคอินเวอร์สของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้	1. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม	27	90
	- ไม่สามารถหาคอินเวอร์สของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้เนื่องจาก		
	1. ไม่เข้าใจความหมายของอินเวอร์สของฟังก์ชัน เช่นตอบ $f^{-1} = (1,2) (3,4) (4,3) (5,4)$ หรือตอบ $f^{-1} = (x , y) x = y - 3$ หรือตอบไม่ได้ หรือตอบไม่ตรงกับที่โจทย์กำหนด เช่นตอบ D_f และ R_f หรือตอบ $D_{f^{-1}}$ และ $R_{f^{-1}}$ หรือ ตอบ gof		
	2. เข้าใจผิดว่าสมาชิกของฟังก์ชันและอินเวอร์สของฟังก์ชันที่กำหนดในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขเป็นคู่อันดับ		
	3. เข้าใจผิดว่าการหาคอินเวอร์สของฟังก์ชันที่กำหนดในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขคือการเปลี่ยนเครื่องหมายในเงื่อนไขเดิม		
	2.ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ	30	100
	- ขาดทักษะกระบวนการในการหาเงื่อนไขของฟังก์ชันอินเวอร์ส		
	3. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ	30	100
	- ขาดทักษะการคิดคำนวณเรื่องสมการในการจัดรูปสมการเพื่อหาเงื่อนไขของฟังก์ชันอินเวอร์ส		
	4. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์	30	100
	- ขาดทักษะในการนำความรู้เบื้องต้นเรื่องฟังก์ชัน เช่น การหาค่าของฟังก์ชัน ฟังก์ชันคอมโพสิท มาประยุกต์ใช้ในเรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส		

ตาราง 4 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง (คน)	ร้อยละ ของจำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
2. บอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้มีอินเวอร์สเป็นฟังก์ชันหรือไม่	1. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยามหรือทฤษฎีบท - ไม่สามารถพิจารณาได้ว่าอินเวอร์สของฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เนื่องจากไม่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับการพิจารณาฟังก์ชัน 1 – 1 มาใช้ในการพิจารณาว่าอินเวอร์สของฟังก์ชันเป็นฟังก์ชันหรือไม่ - ไม่สามารถบอกเหตุผลที่ใช้ในการตรวจสอบอินเวอร์สของฟังก์ชันว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ หรือบอกเหตุผลไม่ถูกต้องหรือไม่สมบูรณ์	25	83.33
	2. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ - ขาดทักษะกระบวนการในการนำความรู้เกี่ยวกับการตรวจสอบฟังก์ชัน 1 – 1 มาใช้ในการตรวจสอบอินเวอร์สของฟังก์ชันที่กำหนดในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เช่น เขียนขั้นตอนในการตรวจสอบไม่ได้ หรือไม่ถูกต้อง หรือเขียนขั้นตอนในการตรวจสอบไม่สมบูรณ์ และสับสนกับกระบวนการในการตรวจสอบฟังก์ชัน หรือเขียนกราฟของฟังก์ชันไม่ถูกต้องทำให้ได้ข้อสรุปผิดพลาด	25	83.33
	3. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ - คำนวณค่าของฟังก์ชันไม่ถูกต้อง ทำให้ได้ข้อสรุปผิดพลาด	8	26.67
	4. ลักษณะข้อบกพร่องในการประยุกต์ *	-	-

* แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 4 ฉบับที่ 2 จุดประสงค์ที่ 2 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์

ตาราง 4 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง (คน)	ร้อยละ ของจำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
3. หาโดเมนและเรนจ์ ของฟังก์ชันอินเวอร์ส ได้	1. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม - ไม่สามารถหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันอินเวอร์ส เนื่องจาก 1. ไม่เข้าใจความหมายของโดเมนและเรนจ์ของ ฟังก์ชันอินเวอร์ส โดยไม่เข้าใจว่า โดเมนคือเซต ของ x เรนจ์คือเซตของ y เช่นตอบ $D_{f^{-1}} = (5, 6, 7, 8)$ หรือ ตอบ $D_{f^{-1}} = \{(x, y) \mid x \geq 0\}$ หรือตอบ $D_{f^{-1}} = x \geq 0$ และ $R_{f^{-1}} = y \geq 0$ หรือตอบ $D_{f^{-1}} = y \geq 0$ และ $R_{f^{-1}} = x \geq 0$ หรือตอบไม่ได้เป็นต้น 2. เข้าใจผิดว่าโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน เป็น โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันอินเวอร์ส 3. เข้าใจผิดว่าคู่อันดับในฟังก์ชันอินเวอร์สเป็น โดเมน หรือคู่อันดับในฟังก์ชันเป็นเรนจ์ 4. เข้าใจผิดว่าโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันอินเวอร์ส ที่กำหนดในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไข เป็นแบบ แจกแจงสมาชิก	26	86.67
	2. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ - ขาดทักษะกระบวนการในการหาโดเมนและเรนจ์ของ ฟังก์ชันอินเวอร์สที่กำหนดในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไข โดยไม่สามารถนำความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการหาโดเมน และเรนจ์ของฟังก์ชันมาประยุกต์ใช้ในการหาโดเมนและ เรนจ์ของฟังก์ชันอินเวอร์ส	30	100
	3. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ - ขาดทักษะการคิดคำนวณเรื่องสมการในการหาโดเมน และเรนจ์ของฟังก์ชันอินเวอร์สที่กำหนดในรูปเซตแบบ บอกเงื่อนไข	29	96.67
	4. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์ *	-	-

* แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 4 ฉบับที่ 3 จุดประสงค์ที่ 3 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง
ในด้านการประยุกต์

ตาราง 4 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง (คน)	ร้อยละ ของจำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
4. เขียนกราฟของ ฟังก์ชันอินเวอร์สได้	1. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม *	-	-
	2. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ - ขาดทักษะกระบวนการในการเขียนกราฟของฟังก์ชัน อินเวอร์ส เนื่องจาก	29	96.67
	1. หาอินเวอร์สของฟังก์ชันไม่ได้		
	2. ไม่เข้าใจการเขียนกราฟของคู่อันดับ โดยเขียน กราฟไม่ถูกต้องตามคู่อันดับของฟังก์ชัน และ เข้าใจผิดว่าการเขียนกราฟของคู่อันดับต้อง ลากเส้นเชื่อมแต่ละคู่อันดับ และขาดทักษะ กระบวนการในการเขียนกราฟของฟังก์ชัน อินเวอร์สที่กำหนดในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไข		
	3. เข้าใจผิดว่าอินเวอร์สของฟังก์ชันที่กำหนด ในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขเป็นแบบแจกแจง สมาชิก		
	- เขียนกราฟของอินเวอร์สของฟังก์ชันจากกราฟของ ฟังก์ชันไม่ได้		
	3. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ*	-	-
	4. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์ *	-	-

* แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 4 ฉบับที่ 4 จุดประสงค์ที่ 4 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง
ในด้านบทนิยาม ด้านทักษะการคิดคำนวณ และด้านการประยุกต์

จากตาราง 4 จุดประสงค์ที่ 1 การหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยามมีจำนวนร้อยละ 90 และนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการด้านทักษะการคิดคำนวณ ด้านการประยุกต์ มีมากถึงร้อยละ 100 จุดประสงค์ที่ 2 การตรวจสอบฟังก์ชันว่ามีฟังก์ชันอินเวอร์สหรือไม่ พบว่านักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยามหรือทฤษฎีบทด้านกระบวนการ เป็นจำนวนร้อยละ 83.33 ส่วนจำนวนนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ มีเพียงร้อยละ 26.67 จุดประสงค์ที่ 3 การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันอินเวอร์ส พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม มีจำนวนร้อยละ 86.67 นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ มีจำนวนมากถึงร้อยละ 100 และนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ มีจำนวนร้อยละ 96.67 จุดประสงค์ที่ 4 การเขียนกราฟของฟังก์ชันอินเวอร์ส พบว่านักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ ซึ่งมีจำนวนร้อยละ 96.67

ตาราง 5 จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนและร้อยละของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 5 เรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน ในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง (คน)	ร้อยละ ของจำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
1. หาฟังก์ชันที่ได้จากการบวก ลบ คูณหรือหารฟังก์ชันที่กำหนดให้ตั้งแต่สองฟังก์ชันขึ้นไป	1. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม	25	83.33
	- ไม่สามารถหาพีชคณิตของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้เนื่องจากไม่เข้าใจบทนิยามของพีชคณิตของฟังก์ชัน		
	1. ไม่เข้าใจว่า $f+g=\{(x,y) y=f(x)+g(x)\text{ และ }x\in D_f\cap D_g\}$ และเขียนเงื่อนไขของ $f + g$ ไม่ถูกต้อง เช่นตอบ $f+g = (-2,-6) (0,-1) (2,4)$ หรือตอบ $f+g = 2x$ หรือตอบไม่ได้		
	2. ไม่เข้าใจว่าจะหา $\frac{f}{g}$ ได้ ต้องมีเงื่อนไขว่า $g(x) \neq 0$	24	80
	2. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ		
	- ขาดทักษะกระบวนการในการหาพีชคณิตของฟังก์ชันที่กำหนดในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไข	26	86.67
	3. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ		
	- ขาดทักษะการคิดคำนวณเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนเต็ม เพื่อหาพีชคณิตของฟังก์ชันในรูปเซตแบบแจกแจงสมาชิก		
	- ขาดทักษะการคิดคำนวณเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารพหุนาม เพื่อหาพีชคณิตของฟังก์ชันที่กำหนดในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไข	26	86.67
	4. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์		
	- ไม่สามารถนำความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับฟังก์ชัน เช่น การหาค่าของฟังก์ชัน ฟังก์ชันคอมโพสิท และฟังก์ชันอินเวอร์สมาประยุกต์ใช้ในโจทย์ที่เกี่ยวกับพีชคณิตของฟังก์ชัน		
	- ไม่สามารถทำโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับพีชคณิตของฟังก์ชัน		

ตาราง 5 (ต่อ)

จุดประสงค์	ลักษณะข้อบกพร่องที่พบ	จำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง (คน)	ร้อยละ ของจำนวน นักเรียนที่มี ข้อบกพร่อง
2. หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่ได้จากการบวก ลบ คูณหรือหารฟังก์ชันที่กำหนดให้ตั้งแต่สองฟังก์ชันขึ้นไป	1. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม - ไม่สามารถหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันของฟังก์ชัน เนื่องจาก 1. ไม่เข้าใจบทนิยามของฟังก์ชันของฟังก์ชัน 2. ไม่เข้าใจความหมายของโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันของฟังก์ชัน โดยไม่เข้าใจว่าโดเมนคือเซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับ เรนจ์คือเซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับ หรือไม่เข้าใจว่าโดเมนคือเซตของ x เรนจ์คือเซตของ y เช่นตอบ $D_{f/g} > 0$ หรือ $R_{f/g} = x > 0$ หรือตอบ $D_{f/g} = x \neq 1$ หรือตอบไม่ได้ 2. ไม่เข้าใจความหมายของโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันของฟังก์ชันที่กำหนดในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไข โดยเข้าใจผิดว่าเงื่อนไขของ $g(x)$ เป็นโดเมน และเงื่อนไขของ $f(x)$ เป็นเรนจ์ 2. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ - หาฟังก์ชันของฟังก์ชันไม่ได้ - ขาดทักษะในการนำความรู้เรื่องการหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันมาใช้ในการหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไข - ไม่เข้าใจการหาโดเมนของ f/g โดยไม่เข้าใจว่าจะหา f/g ได้ ต้องมีเงื่อนไขว่า $g(x) \neq 0$ 3. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ - ขาดทักษะการคิดคำนวณในการจัดรูปสมการเพื่อหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันของฟังก์ชันที่กำหนดในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไข 4. ลักษณะข้อบกพร่องในการประยุกต์	21	70
		25	83.33
		25	83.33
		-	-

* แบบทดสอบวินิจฉัยหน่วยที่ 5 ฉบับที่ 2 จุดประสงค์ที่ 2 ไม่ได้วินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในการประยุกต์

จากตาราง 5 จุดประสงค์ที่ 1 การหาฟังก์ชันที่ได้จากการบวก ลบ คูณหรือหารฟังก์ชันตั้งแต่สองฟังก์ชันขึ้นไป พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม มีจำนวนร้อยละ 83.33 นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ มีจำนวนร้อยละ 80 และนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ ด้านการประยุกต์ มีจำนวนร้อยละ 86.67 ส่วนจุดประสงค์ที่ 2 การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่ได้จากการบวก ลบ คูณหรือหารฟังก์ชันตั้งแต่สองฟังก์ชันขึ้นไป พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม มีจำนวนร้อยละ 70 และนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการด้านทักษะการคิดคำนวณ มีจำนวนร้อยละ 83.33

ตอนที่ 2 ผลการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ข้อมูลที่น่ามาวิเคราะห์ ได้แก่ คะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมและแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ในแต่ละหน่วย ซึ่งมีทั้งหมด 5 หน่วย และคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล มีดังนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนานเรื่องฟังก์ชัน แสดงในตาราง 6

ตาราง 6 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนานเรื่องฟังก์ชัน

หน่วยที่	แบบทดสอบ	จำนวนนักเรียน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$)	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน(S.D.)
1	วินิจฉัย	30	80	28.86	7.90
	คู่ขนาน	30	80	43.66	12.82
2	วินิจฉัย	30	40	9.51	3.88
	คู่ขนาน	30	40	17.71	7.84
3	วินิจฉัย	30	40	14.60	4.43
	คู่ขนาน	30	40	21.95	9.42
4	วินิจฉัย	30	40	15.10	3.76
	คู่ขนาน	30	40	24.56	6.58
5	วินิจฉัย	26	40	12.13	3.49
	คู่ขนาน	26	40	17.85	6.18

จากตาราง 6 พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันในแต่ละหน่วย ซึ่งมีทั้งหมด 5 หน่วย สูงกว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจัยก่อนการซ่อมเสริม แต่ค่าเฉลี่ยของคะแนนจากการทำแบบทดสอบคู่ขนานในหน่วยที่ 4 หน่วยเดียวเท่านั้นที่ค่าเฉลี่ยของคะแนนของนักเรียนจากการทำแบบทดสอบผ่านเกณฑ์ 60% ตามที่กำหนดไว้ ส่วนค่าเฉลี่ยของคะแนนของนักเรียนจากการทำแบบทดสอบคู่ขนานในหน่วยอื่นๆต่ำกว่าเกณฑ์ 60% ของคะแนนเต็มในแต่ละหน่วย

2. การทดสอบลิลลิฟอร์ส (Lilliefors Test) เพื่อทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจัยและแบบทดสอบคู่ขนานเรื่องฟังก์ชันแสดงในตาราง 7

ตาราง 7 ค่าสถิติของการทดสอบลิลลิฟอร์ส (Lilliefors Test) เพื่อทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจัยและแบบทดสอบคู่ขนานเรื่องฟังก์ชัน

หน่วยที่	แบบทดสอบ	จำนวนนักเรียน	ค่าสถิติทดสอบ (L)	ค่าวิกฤต ที่ระดับนัยสำคัญ .01
1	วินิจัย	30	.119	.187
	คู่ขนาน	30	.108	
2	วินิจัย	30	.135	.187
	คู่ขนาน	30	.122	
3	วินิจัย	30	.176	.187
	คู่ขนาน	30	.083	
4	วินิจัย	30	.152	.187
	คู่ขนาน	30	.095	
5	วินิจัย	26	.109	.198
	คู่ขนาน	26	.082	

จากตาราง 7 ชี้ให้เห็นว่าคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจัยก่อนการซ่อมเสริมและแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมในแต่ละหน่วยมีการแจกแจงปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .01

3. สถิติทดสอบ t (Two – dependent Samples) เพื่อเปรียบเทียบคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจัยก่อนการซ่อมเสริมและแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม โดยใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน

เนื่องจากคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจัยและแบบทดสอบคู่ขนานในแต่ละหน่วย มีการแจกแจงปกติ ดังนั้นจึงเปรียบเทียบคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจัยและแบบทดสอบคู่ขนานในแต่ละหน่วย ด้วยสถิติทดสอบที่ t ผลการทดสอบแสดงในตาราง 8

ตาราง 8 ค่าสถิติทดสอบ t (Two – dependent Samples) เพื่อเปรียบเทียบคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจัยก่อนการซ่อมเสริมและแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม

หน่วยที่	แบบทดสอบ	จำนวนนักเรียน	ค่าสถิติทดสอบ (t)	ค่าวิกฤต ที่ระดับนัยสำคัญ .01
1	วินิจัย	30	5.804**	2.462
	คู่ขนาน	30		
2	วินิจัย	30	6.186**	2.462
	คู่ขนาน	30		
3	วินิจัย	30	4.849**	2.462
	คู่ขนาน	30		
4	วินิจัย	30	8.579**	2.462
	คู่ขนาน	30		
5	วินิจัย	26	4.533**	2.485
	คู่ขนาน	26		

จากตาราง 8 พบว่า ค่าสถิติทดสอบ t ของคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของแต่ละหน่วย ซึ่งมีทั้งหมด 5 หน่วย มากกว่าค่าวิกฤต แสดงว่าคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบคู่ขนานหลังซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันในแต่ละหน่วย สูงกว่าคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจัยก่อนการซ่อมเสริม ที่ระดับนัยสำคัญ .01

4. สถิติทดสอบ Z (Z – Test) เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ว่า การใช้ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ 50% เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนทั้งหมด

ตาราง 9 ค่าสถิติทดสอบ Z (Z – Test) เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ว่า การใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ 50% เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนทั้งหมด

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน	คะแนนเต็ม	เกณฑ์ 50 % ของคะแนนเต็ม	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป	ค่าสถิติทดสอบ Z	ค่าวิกฤต
จากการเรียนเรื่องฟังก์ชัน						
ของคะแนนเต็ม (คน)						
นักเรียนชั้น ม.4	30	30	15	20	1.850*	1.645

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 9 พบว่าค่าสถิติทดสอบ t มากกว่าค่าวิกฤต แสดงว่าการใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ 50% เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

บทที่ 5

สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

สังเขปความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมาย

1. เพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เพื่อสร้างชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมและช่วยแก้ไข ข้อบกพร่องของนักเรียนได้

สมมติฐาน

1. คะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมสูงกว่า คะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม
2. การใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ทำให้นักเรียน ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ 50% เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของ จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนทั้งหมด

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียน วิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 โรงเรียนศรีสวัสดิ์วิทยาลัย อำเภอ ชวชัยบุรี จังหวัดร้อยเอ็ด ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างมา 1 ห้องเรียน แล้ว ทำการคัดเลือกนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันจากห้องเรียนดังกล่าวเป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัย จำนวน 5 หน่วย ทั้งนี้ นักเรียนที่มีข้อบกพร่องจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัย อาจบกพร่องมากกว่า 1 หน่วย ซึ่งได้กลุ่มตัวอย่างมีจำนวนดังต่อไปนี้

- หน่วยที่ 1 เรื่องความหมายของฟังก์ชัน จำนวน 30 คน
- หน่วยที่ 2 เรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก จำนวน 30 คน
- หน่วยที่ 3 เรื่องฟังก์ชันคอมโพสิต จำนวน 30 คน
- หน่วยที่ 4 เรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส จำนวน 30 คน
- หน่วยที่ 5 เรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน จำนวน 26 คน

วิธีดำเนินการวิจัย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- 1.1 แบบทดสอบวินิจฉัย
- 1.2 แบบทดสอบคู่ขนาน
- 1.3 ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน
- 1.4 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

2. วิธีดำเนินการทดลอง

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองตามขั้นตอน ดังนี้

2.1 ทดสอบนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันในแต่ละหน่วย โดยทดสอบทีละหน่วยตามเนื้อหาที่เรียนในห้องเรียน และนำผลจากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยแต่ละชุดของนักเรียนมาคัดเลือกนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเพื่อทำการซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนดังกล่าว

2.2 วิเคราะห์ข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนในแต่ละหน่วย เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนแต่ละคนมีลักษณะข้อบกพร่องด้านใด

2.3 ผู้วิจัยทำการซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนในแต่ละหน่วย โดยให้นักเรียนศึกษาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทีละหน่วยตามที่ได้รับการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัย และศึกษาตามจุดประสงค์และลักษณะข้อบกพร่องที่นักเรียนมีข้อบกพร่อง และจัดการเรียนแบบกิจกรรมกลุ่ม หรือจัดนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องลักษณะเดียวกันไว้ด้วยกัน เพื่อเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองและปฏิบัติกิจกรรมร่วมกัน โดยผู้วิจัยและครูผู้สอนทำหน้าที่เป็นผู้คอยช่วยเหลือให้คำแนะนำ ถ้านักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องหลายจุดประสงค์ ให้นักเรียนศึกษาเรียงลำดับตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของหน่วยนั้น และในกรณีที่นักเรียนมีข้อบกพร่องทางการเรียนหลายลักษณะจะต้องได้รับการซ่อมเสริมด้วยชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องให้ครบทุกชุดตามลักษณะข้อบกพร่อง

2.4 เมื่อนักเรียนซ่อมเสริมหน่วยใดเสร็จสิ้นแล้ว ผู้วิจัยนำแบบทดสอบคู่ขนานของหน่วยนั้นๆ ไปทดสอบนักเรียน เพื่อศึกษาผลของการซ่อมเสริมในแต่ละหน่วย

2.5 จากขั้นตอน 2.4 ถ้ายังมีนักเรียนที่สอบได้คะแนนต่ำกว่า 60% ของคะแนนในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งถือว่านักเรียนยังมีข้อบกพร่องทางการเรียน ผู้วิจัยพิจารณาว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในลักษณะใด แล้วจัดซ่อมเสริมนักเรียนเหล่านั้นอีกครั้งเป็นกลุ่มย่อยหรือเป็นรายบุคคล และให้นักเรียนศึกษาทบทวนชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในลักษณะนั้นๆ เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนการสอนนั้นเสร็จสิ้นแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบคู่ขนานอีกครั้ง จนมั่นใจได้ว่าสามารถแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้จึงจะทำการวินิจฉัยและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนในหน่วยต่อไป

2.6 เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนการสอนจนครบทุกหน่วย ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ไปทดสอบนักเรียนเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนโดยใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง

สรุปผลการวิจัย

ตอนที่ 1 การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัย ผลปรากฏว่า

1. จากการนำแบบทดสอบวินิจฉัย ทั้ง 5 หน่วย ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลปรากฏว่านักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ในแต่ละหน่วย ดังนี้

หน่วยที่ 1 เรื่องความหมายของฟังก์ชัน จุดประสงค์ที่ 1 การตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ พบว่ามีนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม เป็นจำนวนร้อยละ 76.67 รองลงมา เป็นลักษณะข้อบกพร่อง ในด้านทักษะการคิดคำนวณ ซึ่งมีจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องเป็นจำนวนร้อยละ 50 และมีนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการเป็นจำนวนน้อย ซึ่งมีเพียงร้อยละ 36.67 จุดประสงค์ที่ 2 การตรวจสอบกราฟว่าเป็นกราฟของฟังก์ชันหรือไม่ พบว่านักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยามคิดเป็นจำนวนร้อยละ 56.67 จุดประสงค์ที่ 3 การหาโดเมนและเรนจ์และการเขียนกราฟของฟังก์ชัน พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ ด้านทักษะการคิดคำนวณ มีจำนวนมากถึงร้อยละ 100 และรองลงมาเป็นลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม ซึ่งมีจำนวนร้อยละ 96.67 จุดประสงค์ที่ 4 การหาค่าของฟังก์ชัน พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ ด้านทักษะการคิดคำนวณ ด้านการประยุกต์ มีจำนวนร้อยละ 90 จุดประสงค์ที่ 5 การพิจารณาฟังก์ชันจาก A ไป B ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B และฟังก์ชัน 1 – 1 พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม มีจำนวนร้อยละ 60 จุดประสงค์ที่ 6 การตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชัน 1 – 1 หรือไม่ พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม ด้านกระบวนการ มีจำนวนมากถึงร้อยละ 96.67 ส่วนนักเรียนที่มีลักษณะ ข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ มีจำนวนร้อยละ 6.67 จุดประสงค์ที่ 7 การตรวจสอบกราฟของฟังก์ชัน 1 – 1 พบว่านักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม คิดเป็นจำนวนร้อยละ 63.33 และจุดประสงค์ที่ 8 การตรวจสอบฟังก์ชันเพิ่ม – ฟังก์ชันลด พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม มีจำนวนมากถึงร้อยละ 96.67 และนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ มีจำนวนร้อยละ 90 ส่วนนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ มีจำนวนร้อยละ 13.33

หน่วยที่ 2 เรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก จุดประสงค์ที่ 1 การจำแนกประเภทของฟังก์ชัน และการสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนด พบว่าจำนวนนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม ด้านกระบวนการ มีมากถึงร้อยละ 100 และจุดประสงค์ที่ 2 การแก้โจทย์ปัญหาฟังก์ชัน พบว่าจำนวนนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ มีมากถึงร้อยละ 93.33 ส่วนนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณมีเพียงร้อยละ 43.33 และนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่อง ในด้านการประยุกต์ มีจำนวนร้อยละ 93.33

หน่วยที่ 3 เรื่องฟังก์ชันคอมโพสิท จุดประสงค์ที่ 1 การตรวจสอบเงื่อนไขเพื่อพิจารณาว่ามีฟังก์ชันคอมโพสิทหรือไม่ พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยามมีจำนวนมากถึงร้อยละ 96.67 จุดประสงค์ที่ 2 การหาฟังก์ชันคอมโพสิทของฟังก์ชันสองฟังก์ชัน พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม ด้านกระบวนการ ด้านทักษะการคิดคำนวณ ด้านการประยุกต์ มีจำนวนร้อยละ 73.33 ส่วนจุดประสงค์ที่ 3 การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันคอมโพสิท พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ ด้านทักษะการคิดคำนวณ มีจำนวนมากถึงร้อยละ 96.67 และมีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยามจำนวนร้อยละ 43.33

หน่วยที่ 4 เรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส จุดประสงค์ที่ 1 การหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน พบว่าจำนวนนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ ด้านทักษะการคิดคำนวณ ด้านการประยุกต์ มีมากถึงร้อยละ 100 และนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยามมีจำนวนมากถึง 90 จุดประสงค์ที่ 2 การตรวจสอบฟังก์ชันว่ามีฟังก์ชันอินเวอร์สหรือไม่ พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม หรือทฤษฎีบท ด้านกระบวนการ มีจำนวนร้อยละ 83.33 ส่วนนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ มีจำนวนร้อยละ 26.67 จุดประสงค์ที่ 3 การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันอินเวอร์ส พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ มีมากถึงร้อยละ 100 รองลงมาเป็นลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ ซึ่งมีจำนวนมากถึงร้อยละ 96.67 และลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม ซึ่งมีจำนวนร้อยละ 86.67 ส่วนจุดประสงค์ที่ 4 การเขียนกราฟของฟังก์ชันอินเวอร์ส พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ มีจำนวนร้อยละ 96.67

หน่วยที่ 5 เรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน จุดประสงค์ที่ 1 การหาฟังก์ชันที่ได้จากการบวก ลบ คูณหรือหารฟังก์ชันตั้งแต่สองฟังก์ชันขึ้นไป พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ ด้านการประยุกต์ มีจำนวนร้อยละ 86.67 รองลงมาเป็นลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม ซึ่งมีจำนวนร้อยละ 83.33 และลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ ซึ่งมีจำนวนร้อยละ 80 ส่วนจุดประสงค์ที่ 2 การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่ได้จากการบวก ลบ คูณหรือหารฟังก์ชันตั้งแต่สองฟังก์ชันขึ้นไป พบว่านักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ ด้านทักษะการคิดคำนวณ มีจำนวนร้อยละ 83.33 ส่วนลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม มีจำนวนร้อยละ 70

จากการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน พบว่าเนื้อหาแต่ละหน่วยมีลักษณะข้อบกพร่องที่แตกต่างกันออกไปตามเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ แต่ก็สามารถสรุปเป็นลักษณะข้อบกพร่องให้เป็นลักษณะเดียวกันในด้านบทนิยาม กระบวนการ ทักษะการคิดคำนวณ และด้านการประยุกต์ ตามลักษณะข้อบกพร่องที่ผู้วิจัยกำหนดไว้

ตอนที่ 2 การแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนจุดประสงค์ฟังก์ชัน โดยใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ผลปรากฏว่า

1. คะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบคู่ขนานหลังการเรียนซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันในแต่ละหน่วย ซึ่งมีทั้งหมด 5 หน่วย สูงกว่าคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการเรียนซ่อมเสริม ที่ระดับนัยสำคัญ .01

2. การใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ 50% เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

สรุปได้ว่าคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบคู่ขนานหลังการเรียนซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันในแต่ละหน่วย สูงกว่าคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการเรียนซ่อมเสริม และนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ 50% เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนทั้งหมด ดังนั้นสามารถกล่าวได้ว่าชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทาง

การเรียนรู้เรื่องฟังก์ชันในแต่ละหน่วย สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมและช่วยแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้

อภิปรายผล

1. จากการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนรู้เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จากแบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 5 หน่วย สามารถจำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องในด้านต่างๆได้ดังนี้

1.1 ด้านบทนิยามหรือทฤษฎีบท พบว่าจุดประสงค์ที่มีนักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยามหรือทฤษฎีบทเป็นจำนวนมากมีอยู่หลายจุดประสงค์ ได้แก่การตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชัน 1 – 1 หรือไม่ (96.67%) การตรวจสอบฟังก์ชันเพิ่ม – ฟังก์ชันลด(96.67%) การจำแนกประเภทของฟังก์ชัน(100%) การตรวจสอบเงื่อนไขเพื่อพิจารณาว่ามีฟังก์ชันคอมโพสิทหรือไม่(96.67%) การตรวจสอบฟังก์ชันว่ามีฟังก์ชันอินเวอร์สหรือไม่ (83.33%) ทั้งนี้อาจมีสาเหตุมาจากเนื้อหาดังกล่าวเป็นเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการนำความรู้ ความเข้าใจในด้านบทนิยามหรือทฤษฎีบทไปใช้ในการแสดงเหตุผลประกอบการพิจารณา ซึ่งนักเรียนส่วนมากไม่มีความรู้ ความเข้าใจในด้านบทนิยามหรือทฤษฎีบท และขาดทักษะในการนำความรู้เกี่ยวกับบทนิยามหรือทฤษฎีบทไปใช้ในการเขียนแสดงเหตุผล จึงทำให้นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยามหรือทฤษฎีบทในเนื้อหาดังกล่าวมีจำนวนมาก ส่วนจุดประสงค์ที่นักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านบทนิยามหรือทฤษฎีบทเป็นจำนวนน้อยกว่า ได้แก่ การตรวจสอบกราฟว่าเป็นกราฟของฟังก์ชันหรือไม่(56.67%) การพิจารณาฟังก์ชันจาก A ไป B ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B และฟังก์ชัน 1 – 1 (60 %) การตรวจสอบกราฟว่าเป็นกราฟของฟังก์ชัน 1 - 1 หรือไม่ (63.33%) การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันคอมโพสิท(43.33%) ทั้งนี้อาจมีสาเหตุมาจากการทดสอบความรู้ความเข้าใจในด้านบทนิยามหรือทฤษฎีบทในจุดประสงค์ดังกล่าวเป็นการทดสอบความรู้ ความเข้าใจในความรู้พื้นฐานง่ายๆทางด้านบทนิยาม หรือทฤษฎีบท จึงทำให้นักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยามหรือทฤษฎีบทในจุดประสงค์ดังกล่าวมีจำนวนน้อยกว่า

1.2 ด้านกระบวนการ พบว่านักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการมากในเกือบทุกจุดประสงค์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับการวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ ซึ่งได้แก่การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน(100%) การหาค่าของฟังก์ชัน(90%) การตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชัน 1 – 1 หรือไม่ (96.67%) การตรวจสอบฟังก์ชันเพิ่ม – ฟังก์ชันลด(90%) การสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนด(100%) การแก้โจทย์ปัญหาฟังก์ชัน(93.33%) การหาฟังก์ชันคอมโพสิทของฟังก์ชันสองฟังก์ชัน (73.33%) การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันคอมโพสิท(96.67%) การหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน(100%) การตรวจสอบฟังก์ชันว่ามีฟังก์ชันอินเวอร์สหรือไม่ (83.33%) การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันอินเวอร์ส (100%) การเขียนกราฟของฟังก์ชันอินเวอร์ส(96.67%) การหาฟังก์ชันที่ได้จากการบวก ลบ คูณ หรือหารฟังก์ชันตั้งแต่สองฟังก์ชันขึ้นไป(80%) และการหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่ได้จากการบวก ลบ คูณ หรือหารฟังก์ชันตั้งแต่สองฟังก์ชันขึ้นไป(83.33%) ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจากเนื้อหาส่วนใหญ่ในการทดสอบต้องอาศัยทักษะกระบวนการเป็นหลัก และโจทย์ที่ใช้ในการทดสอบความรู้ความเข้าใจในด้านการกระบวนการในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ของแบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบอัตนัย ซึ่งต้องอาศัยกระบวนการในการแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ แต่นักเรียนส่วนมากยังขาดเทคนิคในการทำแบบทดสอบอัตนัย และไม่เข้าใจว่าจะเขียนขั้นตอนหรือกระบวนการในการหาคำตอบอย่างไร ทำให้นักเรียนทำข้อสอบไม่ได้ หรือแสดงวิธีการหาคำตอบไม่ถูกต้อง หรือนักเรียนบางคนอาจไม่ทำข้อสอบประเภทนี้เลย ซึ่งถ้าหากนักเรียนไม่ทำข้อสอบที่เกี่ยวกับการแสดงวิธีทำ

ในการหาคำตอบ ในข้อใดและจุดประสงค์ใดก็ตาม จะถือว่านักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการในจุดประสงค์นั้นๆ ดังนั้นจำนวนนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการในจุดประสงค์การเรียนรู้ดังกล่าวจึงมีจำนวนมาก ยกเว้นกระบวนการในการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ ซึ่งมีจำนวนนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องเป็นจำนวนน้อย โดยมีจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง เพียงจำนวนร้อยละ 36.67

1.3 ด้านทักษะการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณมากในเกือบทุกจุดประสงค์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับการวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ ซึ่งได้แก่การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน(100%) การหาค่าของฟังก์ชัน(90%) การหาฟังก์ชันคอมโพสิทของฟังก์ชันสองฟังก์ชัน(73.33%) การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันคอมโพสิท(96.67%) การหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน(100%) การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันอินเวอร์ส(96.69%) การหาฟังก์ชันที่ได้จากการบวก ลบ คูณหรือหารฟังก์ชันตั้งแต่สองฟังก์ชันขึ้นไป(86.67%) และการหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่ได้จากการบวก ลบ คูณหรือหารฟังก์ชันตั้งแต่สองฟังก์ชันขึ้นไป(83.33%) สาเหตุที่นักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณนั้นอาจมีสาเหตุมาจากนักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการโดยไม่สามารถแสดงวิธีการหาคำตอบ เป็นผลทำให้นักเรียนไม่สามารถคิดคำนวณหาคำตอบได้ ส่วนจุดประสงค์ที่นักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณน้อยกว่า คือการตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ (50%) การตรวจสอบความสัมพันธ์ว่าเป็นฟังก์ชัน 1 – 1 หรือไม่ (6.67%) การตรวจสอบฟังก์ชันเพิ่ม – ฟังก์ชันลด (13.33%) และการตรวจสอบฟังก์ชันว่ามีฟังก์ชัน อินเวอร์สหรือไม่ (26.67%) สาเหตุที่มีนักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณน้อยในจุดประสงค์ดังกล่าว อาจมีสาเหตุเนื่องมาจากมีนักเรียนบางส่วนเท่านั้นที่ตรวจสอบฟังก์ชันโดยอาศัยการหาค่าของฟังก์ชัน และหาค่าของฟังก์ชันไม่ถูกต้องทำให้ได้ข้อสรุปที่ผิดพลาด นอกจากนั้นในการแก้โจทย์ปัญหาฟังก์ชัน มีจำนวนนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณเพียงร้อยละ 43.33 ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจากการคิดคำนวณในการแก้โจทย์ปัญหาจุดประสงค์ฟังก์ชัน เป็นการคิดคำนวณง่าย ๆ ในการหาค่าของฟังก์ชัน และนักเรียนได้ผ่านการเรียนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนในการหาค่าของฟังก์ชันมาแล้ว จึงทำให้จำนวนนักเรียนที่มีลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณในการแก้โจทย์ปัญหาฟังก์ชันมีจำนวนน้อยกว่า

1.4 ด้านการประยุกต์ พบว่านักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์มากในทุกจุดประสงค์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับการวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านด้านการประยุกต์ ซึ่งได้แก่ การหาค่าของฟังก์ชัน(90%) การแก้โจทย์ปัญหาฟังก์ชัน(93.33%) การหาฟังก์ชันคอมโพสิทของฟังก์ชันสองฟังก์ชัน (73.33%) การหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน(100%) และการหาฟังก์ชันที่ได้จากการบวก ลบ คูณหรือหารฟังก์ชันตั้งแต่สองฟังก์ชันขึ้นไป(86.67%) สาเหตุที่นักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์นั้นอาจมีสาเหตุมาจากนักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการโดยไม่สามารถแสดงวิธีการหาคำตอบ เป็นผลทำให้นักเรียนไม่สามารถทำโจทย์ประยุกต์ในจุดประสงค์ต่างๆได้

2. จากการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมพบว่านักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องที่แตกต่างกันออกไปตามเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ และจากลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันที่พบสามารถสรุปข้อบกพร่องให้เป็นลักษณะเดียวกันคือในด้านบทนิยาม ด้านกระบวนการ ด้านทักษะการคิดคำนวณ และด้านการประยุกต์ตามลักษณะข้อบกพร่องที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของสุพรรณิ กรมัยภักดี (2541 : 75) ที่พบว่าเนื้อหาแต่ละตอนจะมีข้อบกพร่องในลักษณะที่แตกต่างกันออกไปตามเนื้อหาและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม แต่

ก็มีลักษณะที่เหมือนกันในบางตอนซึ่งเป็นข้อบกพร่องเกี่ยวกับความสับสนในเรื่องบทนิยาม ความผิดพลาดในการแทนค่า เป็นต้น และนอกจากนั้นยังสอดคล้องกับงานวิจัยของสมศรี จินตสนธิ (2537 : บทคัดย่อ) ที่พบว่านักเรียนมีความผิดพลาดในการเรียนเรื่องฟังก์ชันในด้านกระบวนการ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการประยุกต์

3. จากการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยทำให้ทราบถึงข้อบกพร่องทั้งหมดของนักเรียนในการเรียนเรื่องฟังก์ชัน และนอกจากนี้ยังพบว่าการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในด้านต่าง ๆ ช่วยให้ครูผู้สอนและนักเรียนทราบถึงสาเหตุและปัญหาการเรียนการสอนที่ถูกต้อง ซึ่งจะช่วยให้ครูแก้ปัญหาของนักเรียนได้ตรงจุด และสำหรับนักเรียนเองก็จะสามารถพัฒนาตนเองให้สามารถเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังจะเห็นได้จากข้อสนับสนุนซึ่งพบในงานวิจัยของ ไชยและอึ้ง (Chai. 1987 : 189 –198) กล่าวถึง การวิเคราะห์ข้อบกพร่องว่าเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ และการศึกษาข้อบกพร่องจะทำให้จัดหาข้อมูลซึ่งเกี่ยวข้องกับความคิดของนักเรียนเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งข้อมูลเหล่านี้มีความหมายมากในการสอน ซึ่งจะต้องมีการแนะแนวทางเพื่อช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหาและสามารถอธิบายได้ว่าเพราะเหตุใดนักเรียนจึงไม่มีพัฒนาการด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักวิจัยยืนยันว่าเมื่อข้อบกพร่องของนักเรียนได้แสดงออกมา ทำให้เห็นว่าการเรียนรู้กำลังจะเริ่มขึ้นและสามารถทำให้มั่นคงขึ้นในภายหลัง นอกจากนี้ในงานวิจัยของโบว์แมน (Bowman. 1976) ยังพบว่าแบบทดสอบเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนนี้มีประโยชน์ในการจัดโครงการสอนซ่อมเสริมนักเรียนเป็นรายบุคคลได้อย่างเหมาะสม และนอกจากนั้นยังสอดคล้องกับแนวคิดของ รี (Ree. 1987 : 29 – 34) ที่ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการศึกษาข้อบกพร่อง ซึ่งสรุปได้ว่าการศึกษาข้อบกพร่องอย่างมีประสิทธิภาพและการสอนที่เตรียมล่วงหน้าจะทำให้ตระหนักถึงอุปสรรคของนักเรียนโดยทั่วไป อีกทั้งตระหนักถึงการสอนที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดและทักษะที่สำคัญ การศึกษาข้อบกพร่องอย่างละเอียดจะสามารถวิเคราะห์และพัฒนาความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ของ นักเรียนจากธรรมชาติและสิ่งรอบตัวของนักเรียนได้ และนักการศึกษาในประเทศไทยที่ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน ได้แก่ ชวาล แพร่ตกุล (2516 : 27) ได้กล่าวไว้ว่าการใช้แบบทดสอบเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน ช่วยให้ครู นักเรียน ผู้ปกครอง และผู้ที่เกี่ยวข้องอื่น ๆ รู้ถึงจุดเด่น จุดด้อยของนักเรียน เพื่อที่จะได้ร่วมกันแก้ไขหรือส่งเสริมได้ตรงจุด

4. จากการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลปรากฏว่าคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันในแต่ละหน่วย สูงกว่าคะแนนที่ได้จากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ 50% เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนทั้งหมด ดังนั้นสามารถกล่าวได้ว่าชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันในแต่ละหน่วย สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมและช่วยแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ บลูม (Bloom. 1968 : 1 - 12) โฮกวน (Hogwan. 1969 : 123 – 124) คอลลินส์ (Collins. 1974 : 72 – 183) ไวคอฟ (Wyckoff. 1975 : 5160 – A) และชาร์ล (Charles. 1986 : 21 - 25) ที่พบว่าการสอนซ่อมเสริมช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนถึงเกณฑ์มาตรฐาน และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ ลินคอล์น (Lincoln. 1975 : 460 – 463) บราวน์เลย์ (Browley. 1975 : 4280 – A) มิลเลอร์ (Miller. 1976 : 1507 – A) และ จีน (Jean. 1978 : 4636 – A) ที่พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมจะทำคะแนนเพิ่มขึ้นจากการ

ทดสอบหลังจากที่ได้รับการสอนซ่อมเสริม และยังสอดคล้องกับจากงานวิจัยของวิลสัน (Wilson. 1987 : 55 – A) ที่พบว่าคะแนนจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยหลังการเรียนสูงกว่าคะแนนจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการเรียนเสริมการเรียนรู้ทักษะคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดการเรียนการสอน และสอดคล้องกับผลการวิจัยของผู้วิจัยในประเทศไทย เช่น อารี สันหนวี และคณะ (2523 : 96 – 103) สมารี อูสาหะ (2526 : 61 – 64) และชบา คำชื่น (2533 : 64) ที่พบว่าการใช้แบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการสอนซ่อมเสริมทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ในจุดมุ่งหมายของบทเรียน และนอกจากนั้นยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของอุไร สันฐานานนท์ (2534 : บทคัดย่อ) ศิริวรรณ โพธิ์สุวรรณ (2531 : บทคัดย่อ) วิริยะ ศิริชานนท์ (2532 : บทคัดย่อ) บรรจง แก้ววิเศษกุล (2533 : บทคัดย่อ) และฉวีวรรณ ศรีสังข์ทอง (2541 : 88) ที่พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการสอนสูงขึ้นกว่าก่อนการสอน

5. จากการที่ชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมและช่วยแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนได้ ทั้งนี้อาจมีสาเหตุมาจากลักษณะเฉพาะของชุดการเรียนการสอน เช่น รูปแบบการนำเสนอเนื้อหาในชุดการเรียนการสอนในแต่ละหน่วยเริ่มต้นด้วยการฝึกทักษะความรู้พื้นฐานที่จำเป็นในการเรียนเรื่องฟังก์ชันจนถึงการฝึกทักษะในเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน ทีละขั้นตอนตามลำดับ และมีแบบฝึกปฏิบัติพร้อมเฉลยคำตอบทำให้นักเรียนสามารถศึกษาชุดการเรียนการสอนได้ด้วยตนเอง และชุดการเรียนการสอนแต่ละหน่วยจำแนกตามเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และลักษณะข้อบกพร่องแต่ละด้าน ซึ่งมุ่งซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันด้านใดด้านหนึ่งเพียงด้านเดียวเท่านั้น การจำแนกในลักษณะนี้จะมีผลดีต่อการแก้ไขข้อบกพร่อง เนื่องจากการค้นหาว่านักเรียนแต่ละคนบกพร่องในเนื้อหาและลักษณะใด แล้วจัดชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในเนื้อหาและลักษณะข้อบกพร่องนั้นๆ ซึ่งนับว่าเป็นการแก้ไขข้อบกพร่องได้ตรงจุด

6. ผลการวิเคราะห์ได้นักเรียนที่ได้รับการซ่อมเสริมด้วยชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการสอนซ่อมเสริมสูงขึ้นกว่าก่อนการเรียน แต่เมื่อพิจารณาจากคะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบคู่ขนานหลังการเรียนซ่อมเสริม จะเห็นว่าจะคะแนนจากการทำแบบทดสอบคู่ขนานในหน่วยที่ 4 เท่านั้นที่ค่าเฉลี่ยของคะแนนจากการทำแบบทดสอบผ่านเกณฑ์ 60% ตามที่กำหนดไว้ โดยที่ค่าเฉลี่ยของคะแนนจากการทำแบบทดสอบคู่ขนานในหน่วยที่ 4 เท่ากับ 24.56 จากคะแนนเต็มทั้งหมด 40 คะแนน ส่วนค่าเฉลี่ยของคะแนนจากการทำแบบทดสอบคู่ขนานในหน่วยอื่นๆต่ำกว่าเกณฑ์ 60% ของคะแนนเต็ม และนักเรียนส่วนมากจะได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบคู่ขนานไม่ผ่านเกณฑ์ 60% ของคะแนนเต็มในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยเฉพาะหน่วยที่ 2 เรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก และหน่วยที่ 5 เรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน ที่คะแนนหลังการใช้ชุดการเรียนการสอนเพิ่มขึ้นค่อนข้างน้อย โดยที่ค่าเฉลี่ยของคะแนนจากการทำแบบทดสอบคู่ขนานในหน่วยที่ 2 มีค่าเพียง 17.71 และหน่วยที่ 5 มีค่าเพียง 17.85 ซึ่งเมื่อเทียบกับคะแนนเต็ม 40 คะแนน ถือว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนจากการทำแบบทดสอบคู่ขนานทั้งสองหน่วยต่ำกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจากการศึกษาเนื้อหาในหน่วยที่ 2 เป็นการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องฟังก์ชัน ซึ่งนักเรียนส่วนมากยังขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาและขาดทักษะในการนำความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับสูตรต่างๆทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการสร้างฟังก์ชัน จึงทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาเรื่องฟังก์ชันได้ และการศึกษาเนื้อหาในหน่วยที่ 5 ซึ่งเป็นเนื้อหาหน่วยสุดท้ายของการเรียน อาจมีสาเหตุมาจากนักเรียนต้องผ่านกระบวนการเรียนซ่อมเสริมในแต่ละหน่วยและทำข้อสอบซ้ำจนกว่าจะผ่านเกณฑ์ เป็นผลให้นักเรียนเกิดความรู้สึกเบื่อและไม่อยากทำข้อสอบ โดยเฉพาะใน

หน่วยที่ 5 ซึ่งเป็นหน่วยสุดท้าย นอกจากนั้นอาจเกิดจากระยะเวลาในการศึกษาชุดการเรียนรู้การสอนซึ่งมีเวลาจำกัด ทำให้นักเรียนไม่สามารถศึกษาชุดการเรียนรู้การสอนได้อย่างเต็มที่ ดังนั้นเพื่อให้การเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนได้ผลเต็มที่ จึงควรพิจารณาปรับปรุงเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนให้เหมาะสม

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยครั้งนี้ มีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 ในการเรียนคณิตศาสตร์นั้น จำเป็นต้องอาศัยความรู้พื้นฐานในเรื่องที่เรียนมาแล้ว ดังนั้นการแก้ไขข้อผิดพลาดเสียตั้งแต่เริ่มเรียน จะทำให้นักเรียนมีทักษะพื้นฐานที่ดี ซึ่งวิธีหนึ่งที่ได้คือใช้วิธีการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนก่อนที่จะเรียนเนื้อหาใหม่ ดังนั้นจึงควรมีการส่งเสริมให้ครูสนใจการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนให้มากขึ้น

1.2 เนื่องจากการใช้แบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน ของนักเรียน และการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนที่สามารถแก้ไขข้อบกพร่องตามลักษณะข้อบกพร่องนั้นๆ มีแนวโน้มว่าจะช่วยแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนได้และยังช่วยลดภาระของครูผู้สอนในการสอนซ่อมเสริม ดังนั้นควรมีการนำแบบทดสอบวินิจฉัยและชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน มาใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมให้แพร่หลาย

1.3 ในการวินิจฉัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน ไม่ควรแบ่งเนื้อหาบ่อยมากเกินไป เพราะจะทำให้นักเรียนต้องทำแบบทดสอบหลายฉบับและเกิดความเบื่อหน่ายในการทำข้อสอบ ซึ่งอาจส่งผลให้นักเรียนไม่ทำข้อสอบ และไม่สามารถวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องได้ตรงตามความเป็นจริง

1.4 การสร้างชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมควรมีรูปแบบที่น่าสนใจ และควรเป็นชุดสั้นๆ ครอบคลุมเฉพาะเนื้อหาแต่ละตอนหรือแต่ละลักษณะข้อบกพร่อง เพื่อให้นักเรียนไม่เกิดความเบื่อหน่ายในการศึกษาชุดการเรียนรู้การสอน

1.5 ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนไม่ควรจำกัดระยะเวลา ควรให้นักเรียนศึกษาตามความสามารถของนักเรียน ครูควรให้กำลังใจให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนมีปัญหา และควรมีการเสริมแรงเมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบได้ถูกต้อง

2. ข้อเสนอแนะในการวิจัย

2.1 ควรมีการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน ในลักษณะเดียวกันนี้กับเนื้อหาอื่นๆและระดับชั้นอื่น

2.2 ควรมีการสร้างและพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัยและชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนในลักษณะเดียวกันนี้กับเนื้อหาอื่นๆ หรือรายวิชาอื่นๆ เพื่อเป็นประโยชน์ในการปรับปรุงการเรียนการสอน

2.3 ควรมีการปรับปรุงแบบทดสอบวินิจฉัยและชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้แล้วนำไปใช้ทดลองกับกลุ่มตัวอย่างอื่นๆ พร้อมทั้งสำรวจเจตคติของนักเรียนที่มีต่อการเรียนซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนตามแนวทางที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2.4 ควรมีการศึกษาเพื่อหาวิธีการสอนแบบอื่นๆ ที่เหมาะสมในการจัดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม เพื่อช่วยเหลือนักเรียนที่เรียนช้าหรือนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน ตลอดจนส่งเสริมนักเรียนที่เรียนเก่งให้เรียนดีขึ้นกว่าเดิม

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2521). คู่มือการใช้หลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521. กรุงเทพฯ : จงเจริญการพิมพ์.
- _____. (2524). คู่มือการบริหารการใช้หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524. กรุงเทพฯ : กระทรวงศึกษาธิการ.
- กรมวิชาการ. สำนักทดสอบทางการศึกษา. (2539). แนวการสร้างแบบสอบวินิจัย เพื่อพัฒนาการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- _____. (2540). ผลการประเมินคุณภาพการศึกษา ปีการศึกษา 2538. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- _____. (2542). รายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2540. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- _____. (2542). ร่างรายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย (ม.6) ปีการศึกษา 2542. กรุงเทพฯ : กระทรวงศึกษาธิการ.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2533). คู่มือการประเมินผลการเรียนการสอน ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- _____. (2533). หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุงพ.ศ.2533). กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- คณะกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์. (2524). ชุดเสริมประสบการณ์ สำหรับครูคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ทบวงมหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ฉวีวรรณ ศรีสังข์ทอง. (2541). การสร้างและหาประสิทธิภาพของชุดการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ทศนิยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชบา ดำชื่น. (2533). ผลของการใช้เกมในการสอนซ่อมเสริมต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ชวาล แพรัตกุล. (2516). เทคนิคการวัดผล. กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์. (2523). เอกสารประกอบการสอนชุดวิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ยูไนเต็ดโปรดักชั่น.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์ และคณะ. (2521). ระบบสื่อการสอน. กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ดวงเดือน อ่อนน้อม. (2533). การสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ดารณี คำแหง. (2533). การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

- ทองหล่อ วิภาวีน. (2521). “ข้อสอบวินิจจัย,” พัฒนาการวัดผล. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ศรีอนันต์.
- บรรจง แก้ววิเศษกุล. (2533). การพัฒนาและประเมินผลชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมทักษะการหาร สำหรับ
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2523, พฤษภาคม – สิงหาคม). “แบบทดสอบวินิจจัย,” วารสารวัดผลการศึกษา. 2(1) : 19 – 23.
- บุญเชิด ภิญโญนนตพงษ์. (2519). เอกสารประกอบการเรียนวิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา. กรุงเทพฯ :
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2530). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.
- ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ต้นบรรจง. (2531). สื่อการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2526). พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2525. กรุงเทพฯ : อักษรเจริญทัศน์.
- รุจิร ภูสาระ. (2520). เอกสารประกอบคำบรรยายกระบวนการวัดและการประเมินผลการศึกษา. กรุงเทพฯ :
ภาควิชาการทดสอบและการวิจัย มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ลัดดาวัลย์ สุนทรินทร์. (2528). เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ที่ เป็นปัญหาสำหรับครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา
ปีที่ 4 เขตกรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (ศึกษาศาสตร์ – การสอน). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- วรรณ ขุนศรี. (2538). การศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) ที่ เป็นปัญหาต่อการจัด
การเรียนการสอนตามความคิดเห็นของครู. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (ศึกษาศาสตร์ – การสอน). กรุงเทพฯ :
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- วิชัย วงษ์ใหญ่. (2525). พัฒนาหลักสูตรและการสอนมิติใหม่. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.
- วิริยะ ศิริชานนท์. (2532). การพัฒนาและการประเมินผลชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมทักษะการคูณ สำหรับ
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศรียา นิยมธรรม และประภัสร์ นิยมธรรม. (2525). การสอนซ่อมเสริม (การสอนเพื่อบรรเทา). กรุงเทพฯ :
โอเดียนสโตร์.
- ศรียา นิยมธรรม. (2539). “การสอนซ่อมเสริม,” สารานุกรมศึกษาศาสตร์ ฉบับกาญจนาภิเษก. กรุงเทพฯ :
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- ศิริรัตน์ วรณิษฐา. (2539). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนของนักเรียน
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- ศิริวรรณ โพธิ์สุวรรณ. (2531). การศึกษาประสิทธิภาพชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อซ่อมเสริมการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา การบวกและการลบ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2536). คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- _____. (2535). หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สมศรี จินตสนธิ. (2537). ความผิดพลาดในการแก้โจทย์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดพิษณุโลก. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). พิษณุโลก : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร. ถ่ายเอกสาร.
- สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์. (2523, เมษายน). "การประเมินผลเพื่อการวินิจฉัย," มิตรครู. 22(8) : 24 – 25.
- สัญญา รัตนวรารักษ์. (2543). ศึกษาปัญหาการเรียนการสอนและการสอบวิชาคณิตศาสตร์ (ค 012) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2542 ในโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒปทุมวัน. กรุงเทพฯ : ฝ่ายวิจัยวางแผนและพัฒนา โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน.
- สำเร็จ บุญเรืองรัตน์. (2517). การปฏิรูปการศึกษาเรื่องการผลิตและการประเมินผลการสอน. กรุงเทพฯ : สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร.
- สิริพร ทิพย์คง. (2533). ทฤษฎีและวิธีสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- สุชุม มูลเมือง. (2523). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียนทศนิยม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในจังหวัดนครพนม. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- สุนันท์ แสงงามมงคล. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลอการิทึม โดยใช้ชุดการเรียนรู้ การสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกัน ของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุนิสา พงษ์ประยูร. (2543). การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุนี เหมยากรณ์. (2531). ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายตามการรับรู้ของครูคณิตศาสตร์ เขตการศึกษา 7. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- สุพจน์ แก้วกล้า. (2534). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการสอนมินิคอร์ส. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- สุพรรณิ ภิรมย์ภักดี. (2541). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุมาลี อุสาหะ. (2526). ศึกษาผลการสอนที่มีการใช้แบบทดสอบเพื่อการวินิจฉัยและสอนสิ่งที่บกพร่องเรื่องการคูณ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ในจังหวัดสิงห์บุรี. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เสริมศักดิ์ สุรวาลลภ. (2537). หลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ : กรมวิชาการ.
- อดิเรก เนตยานันท์. (2536). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). พิษณุโลก : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร. ถ่ายเอกสาร.
- อนันต์ ศรีโสภา. (2517). การวัดและการประเมินผลการศึกษา. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- อภิชัย ชาชุม. (2538). ความคิดเห็นของอาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในมหาวิทยาลัย ของรัฐที่มีต่อ หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533). วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (วิจัยและประเมินผลการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย เกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- อารี สันหนวี และคณะ. (2523). การวิจัยและพัฒนาสื่อการเรียนคณิตศาสตร์ประถมศึกษา. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- อุไร สันฐานานนท์. (2534). การศึกษาผลของการใช้ชุดการสอนเพื่อซ่อมเสริมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- Adams, Georgia S. and Torgerson, Theodore L. (1964). *Measurement and Evaluation in Education Psychology and Guidance*. New York : Rinehart Winston.
- Arlin, Marshall N. (1973). *Learning Rate and Learning Rate Variance Under Mastery Learning Condition*. Unpublished Ph.D. Dissertation University of Chicago.
- Baenen, Nancy and Lloyd, Wanda. (2000). "Is Summer School Effective for Remediation in Algebra I?," *Research Watch. E&R Report*.
- Barnhart, R.K. (1982). *The Word Book Dictionary Volume one A – K*. Chicago : Double Day.
- Baxter, Judith Lee. and Smith, Stephen D. (1998, September). "Subsequent – Grades Assessment of Pedagogies in Remedial Mathematics," *Primus*. 8(3) : 276 – 288.
- Blando, J.A., et al. (1989, May). "Analyzing and Modeling Arithmetic Errors," *Journal for Research in Mathematics Education*. 20(3) : 301 – 308.
- Bloom, Benjamin S. (1968). "Learning for Mastery," *U.C.L.A. Evaluation*. Comment, 1 – 12.
- Bloom, Benjamin S. (1971). *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. New York : McGraw – Hill Book.

- Boonrungratana, Samrerng. (1980). "The Effects of Group – Focused Feedback on Learning in Classroom Instruction," *Journal of Curriculum Study*. 12 : 157 – 160.
- Bowman, B.G. (1976, July). "A Basic Mathematics Diagnostic Instrument," *Dissertation Abstracts International*. 37(1) : 7260 – A.
- Booth, L.R., et al. (1988). *Algebra : Children's Strategies And Errors : A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project*. London : Evezezer Baylies and Son.
- Browley, Oletha Daniels. (1975, January). "A Study to Evaluate the Effects of Using Multimedia Instructional Modules to Teach Time – Telling to Retarded Learners," *Dissertation Abstracts International*. 35 : 4280 – A .
- Brown, Frederick G. (1970). *Principles of Educational and Psychological Testing*. United States of America : The Dryden Press. Inc.
- Brown, James W., Lewis, Richard B. and Harclearoad, Fred F. (1977). *AV Instruction Technology Media and Method*. New York : McGraw – Hill Book.
- Casey, L.M. (1987). *Measurement and Evaluation School Learning*. Messachusetts : Newton & Company.
- Chai, C.M. and Ang, B.H. (1987, June). " Identifying the Reasons Underlying Pupils Particular Errors in Simple Algebraic Expressions and Equations," *Proceedings of Fourth Southeast Asian Conference on Mathematics Education (ICMI – SEAMS)*.
- Chaplin, Miraim T. (1979, May). " Down with Remediatation," *The Education Digest*. 44 : 12 – 15.
- Charles, Thompson S. (1986, March). "Verbal Addition and Subtraction Problems : Some Diffculties and Some Solution," *Arithmetic Teacher*. 33(3) : 21 – 25.
- Colgan, M.D. (1991, July). "An Analysis of Problem – solving Errors Made Throughout a College – level Finite Mathematics Course," *Dissertation Abstracts International*. 52(1) : 91 – A.
- Collins, K.M. (1974). *An Investigation of the Variables of Bloom's Mastery Learning Model for Teaching Junior High School Mathematics*. Doctor's Thesis Purdue University. Ann Arbor Michigan.
- Davis, R.B. (1979). "Error Analysis in High School Mathemetics," in *Paper Presented at the Annual Metting of the American Education*. San Francisco : Research Association, San Francisco, California.
- Dechant, Emereld V. (1971). *Detection and Correction of Reading Difficulties*. New York : Appleton – Century – Crofts.
- Ebel, Robert L. (1965). *Measuring Educational Achievement*. New Jersey : Prentice – Hall, Engle Wood Cliffs.
- Good, Carter V. ed. (1945). *Dictionary of education*. New York : McGraw-Hill Book.
- Good, Carter V. (1973). *Dictionary of education*. New York : McGraw-Hill Book.

- Hogwan, Kim. (1969). "A Study of the Bloom Strategies for Mastery Learning," *Mastery Learning Theory and Practice*. Holt : Rinehart and Winston. Inc.
- Jean, Busland Viva. (1978, February). "Diagnostic Assessment of Addition Process With Identification and Remediation of Error Patterns," *Dissertation Abstracts International*. 38(8) : 4636 – A.
- Karmel, Louis J. (1966). *Measurement and Evaluation in the Schools*. London : Collier – Macmillan.
- Kochevar, Deloise E. (1975). *Individualized Remedualized Remedial Reading Techniques For the Classroom Teacher*. New York : Parker.
- Levellen, Jane R. and Nagy, Barbara Pashos. (1981, April). "Where are the Deficiencies? Guideline for Remediation," *NASSP Bulletin*. 65 : 96 – 100.
- Lincoln, Eugene A. (1975, October). "Parents Make Difference in Teaching in Urban Schools," *Arithmetic Teacher*. 22(6) : 460 – 463.
- Movshovitz– Hadar, N., Zaslavsky, O. and Inbar, S. (1987, January). "Analyzing and Modeling Arithmetic Errors," *Journal for Research in Mathematics Education*. 18(1) : 3 – 14.
- Noll, Victor H. (1965). *Introduction to Education Measurement*. Boston : Houghton Mifflin.
- Otto, Wayne, Richard, Meanemy A. and Smith, R. J. (1973). *Corrective and Remedial Teaching*. Boston : Houghton Mifflin.
- Ree, R.M. (1987, June). "The Use of Diagnostic Assessment in Secondary Mathematics," *Proceedings of Fourth Southeast Asian Conference on Mathematical Education*. (ICMI – SEAMS). 29 – 34.
- Singha, H.S. (1974). *Modern Education Teaching*. New Delhi : Stering.
- Tansley, A.E. (1969). *Reading and Remedial Reading*. London : Rautledge and Kegan Paul.
- Throndiike, Robert L. and Hagen, Elizabeth. (1969). *Measurement and Evaluation in Psychology and Education*. New York : John Wiley.
- Wilson, O.D. (1987). "An Automated Diagnostic Test and Tutorial Package for Basic Skills of Mathematics in Post Secondary Vocational Education of Kentucky : Construction and Validation," *Dissertation Abstracts International*. 49 : 55 – A.
- Webster. (1979). *Webster's New Twentieth Century Dictionary of the English Language*. New York : Prentice Hall.
- Wyckoff, Delores B. (1975, February). "A Study of Mastery Learning and It's Effects on Achievement of Sixth Grade Social Studies Student," *Dissertation Abstracts International*. 35 : 5160 – A.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
การตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ

- ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจัย แบบทดสอบคู่ขนาน และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ฟังก์ชัน
- คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัย แบบทดสอบคู่ขนาน และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ฟังก์ชัน

ตาราง 10 ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 1 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

แบบทดสอบวินิจัย				แบบทดสอบคู่ขนาน			
จุดประสงค์ที่	ข้อที่	p	r	จุดประสงค์ที่	ข้อที่	p	r
1	1	0.232	0.393	1	1	0.393	0.357
	2	0.424	0.257		2	0.304	0.386
2	1	0.533	0.496	2	1	0.430	0.375
	2	0.259	0.232		2	0.202	0.214
3	1	0.259	0.232	3	1	0.202	0.214
	2	0.455	0.519		2	0.369	0.262
4	1	0.643	0.714	4	1	0.700	0.600
	2	0.290	0.590		2	0.340	0.670
5	1	0.620	0.440	5	1	0.440	0.230
	2	0.381	0.238		2	0.286	0.429
6	1	0.389	0.579	6	1	0.343	0.543
	2	0.418	0.393		2	0.479	0.235
7	1	0.158	0.522	7	1	0.365	0.413
	2	0.296	0.347		2	0.226	0.405
8	1	0.296	0.347	8	1	0.226	0.405
	2	0.223	0.375		2	0.214	0.357

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.726

ตาราง 11 ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 2 เรื่อง ตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก

แบบทดสอบวินิจัย				แบบทดสอบคู่ขนาน			
จุดประสงค์ที่	ข้อที่	p	r	จุดประสงค์ที่	ข้อที่	p	r
1	1	0.635	0.413	1	1	0.580	0.411
	2	0.786	0.429		2	0.643	0.429
	3	0.310	0.410		3	0.460	0.530
	4	0.429	0.857		4	0.277	0.554
	5	0.429	0.857		5	0.664	0.671
2	1	0.570	0.570	2	1	0.590	0.710
	2	0.430	0.860		2	0.410	0.830
	3	0.429	0.857		3	0.429	0.857

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.745

ตาราง 12 ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 3 เรื่อง ฟังก์ชันคอมโพสิท

แบบทดสอบวินิจัย				แบบทดสอบคู่ขนาน			
จุดประสงค์ที่	ข้อที่	p	r	จุดประสงค์ที่	ข้อที่	p	r
1	1	0.500	0.400	1	1	0.668	0.439
2	1	0.490	0.204	2	1	0.551	0.204
	2	0.657	0.229		2	0.458	0.274
	3	0.238	0.381		3	0.229	0.229
	4	0.690	0.619		4	0.414	0.543
3	1	0.830	0.232	3	1	0.714	0.214
	2	0.473	0.696		2	0.529	0.400
	3	0.357	0.714		3	0.464	0.786

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.712

ตาราง 13 ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันอินเวอร์ส

แบบทดสอบวินิจัย				แบบทดสอบคู่ขนาน			
จุดประสงค์ที่	ข้อที่	p	r	จุดประสงค์ที่	ข้อที่	p	r
1	1	0.750	0.357	1	1	0.762	0.476
	2	0.321	0.452		2	0.393	0.471
	3	0.595	0.810		3	0.333	0.667
2	1	0.500	0.543	2	1	0.550	0.443
	2	0.402	0.536		2	0.592	0.357
3	1	0.571	0.286	3	1	0.595	0.238
	2	0.786	0.429		2	0.786	0.428
	3	0.512	0.881		3	0.417	0.642
4	1	0.443	0.200	4	1	0.571	0.286
	2	0.714	0.429		2	0.529	0.314
	3	0.518	0.464		3	0.407	0.300

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.707

ตาราง 14 ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 5 เรื่อง พหุคูณของฟังก์ชัน

แบบทดสอบวินิจัย				แบบทดสอบคู่ขนาน			
จุดประสงค์ที่	ข้อที่	p	r	จุดประสงค์ที่	ข้อที่	p	r
1	1	0.631	0.421	1	1	0.738	0.264
	2	0.710	0.436		2	0.687	0.262
	3	0.200	0.286		3	0.257	0.229
	4	0.786	0.429		4	0.636	0.729
	5	0.571	0.857		5	0.357	0.428
2	1	0.785	0.429	2	1	0.829	0.342
	2	0.821	0.357		2	0.686	0.629
	3	0.473	0.303		3	0.393	0.214

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.710

ตาราง 15 ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องฟังก์ชัน

ข้อที่	p	r
1	0.567	0.200
2	0.533	0.667
3	0.567	0.200
4	0.633	0.733
5	0.633	0.733
6	0.700	0.600
7	0.567	0.200
8	0.633	0.333
9	0.500	0.200
10	0.567	0.200
11	0.533	0.933
12	0.233	0.667
13	0.333	0.267
14	0.367	0.600
15	0.233	0.667

ข้อที่	p	r
16	0.367	0.600
17	0.500	0.200
18	0.467	0.267
19	0.233	0.200
20	0.433	0.200
21	0.567	0.200
22	0.200	0.400
23	0.267	0.267
24	0.300	0.333
25	0.267	0.267
26	0.433	0.200
27	0.767	0.333
28	0.300	0.333
29	0.267	0.267
30	0.233	0.200

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.739 โดยคำนวณจากสูตร KR-20

ตาราง 16 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 1 เรื่องความหมายของฟังก์ชัน
ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน คะแนนเต็ม 80 คะแนน

คนที่	คะแนนของ แบบทดสอบ วินิจัย	คะแนนของ แบบทดสอบ คู่ขนาน	คนที่	คะแนนของ แบบทดสอบ วินิจัย	คะแนนของ แบบทดสอบ คู่ขนาน
1	40.00	27.75	16	22.25	47.50
2	25.25	54.75	17	19.25	25.25
3	33.00	31.50	18	48.75	66.50
4	27.00	53.55	19	26.00	30.50
5	18.75	65.00	20	35.50	43.25
6	32.25	45.00	21	34.25	49.00
7	32.75	42.00	22	36.00	45.75
8	47.00	45.00	23	22.50	28.00
9	22.50	47.75	24	24.25	35.75
10	31.50	65.25	25	25.50	62.75
11	31.50	53.75	26	32.00	40.50
12	32.50	23.00	27	21.50	47.25
13	20.25	46.75	28	23.25	56.25
14	33.45	45.25	29	16.75	28.25
15	21.50	25.00	30	28.75	32.00

ตาราง 17 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 2 เรื่องตัวอย่างฟังก์ชัน
ที่ควรรู้จัก ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน คะแนนเต็ม 40 คะแนน

คนที่	คะแนนของ แบบทดสอบ วินิจัย	คะแนนของ แบบทดสอบ คู่ขนาน	คนที่	คะแนนของ แบบทดสอบ วินิจัย	คะแนนของ แบบทดสอบ คู่ขนาน
1	9.75	20.50	16	7.50	5.50
2	7.75	17.50	17	5.50	11.00
3	6.25	16.50	18	15.50	24.50
4	17.50	19.25	19	10.75	17.75
5	4.00	28.50	20	12.25	18.75
6	15.00	17.50	21	8.50	15.75
7	9.25	17.00	22	15.00	19.50
8	14.25	17.75	23	9.75	4.00
9	4.75	7.25	24	10.25	20.00
10	14.25	28.25	25	14.25	32.00
11	13.00	27.75	26	9.75	10.25
12	6.00	13.50	27	7.50	15.75
13	5.50	25.25	28	8.25	27.00
14	8.50	21.00	29	5.50	3.75
15	5.50	25.00	30	3.75	3.25

ตาราง 18 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 3 เรื่องฟังก์ชันคอมโพสิท
ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน คะแนนเต็ม 40 คะแนน

คนที่	คะแนนของ แบบทดสอบ วินิจัย	คะแนนของ แบบทดสอบ คู่ขนาน	คนที่	คะแนนของ แบบทดสอบ วินิจัย	คะแนนของ แบบทดสอบ คู่ขนาน
1	16.50	18.50	16	16.50	38.75
2	13.00	8.00	17	14.25	34.25
3	12.00	15.00	18	18.00	36.50
4	11.50	11.00	19	12.50	20.50
5	11.00	17.00	20	12.50	15.75
6	5.00	13.00	21	11.50	13.75
7	4.75	11.00	22	16.25	10.00
8	23.25	14.00	23	13.00	23.50
9	18.00	33.75	24	13.00	36.50
10	22.50	32.50	25	18.50	32.00
11	15.50	18.00	26	17.00	33.00
12	14.00	16.00	27	10.50	17.50
13	18.75	21.75	28	13.50	33.00
14	15.50	18.50	29	23.00	30.50
15	10.00	15.50	30	16.75	19.50

ตาราง 19 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 4 เรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส
ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน คะแนนเต็ม 40 คะแนน

คนที่	คะแนนของ แบบทดสอบ วินิจัย	คะแนนของ แบบทดสอบ คู่ขนาน	คนที่	คะแนนของ แบบทดสอบ วินิจัย	คะแนนของ แบบทดสอบ คู่ขนาน
1	17.00	19.50	16	14.25	32.00
2	17.50	25.50	17	8.25	14.50
3	18.50	30.50	18	17.50	25.00
4	14.75	25.75	19	15.50	28.00
5	18.75	25.00	20	14.50	33.50
6	15.50	23.75	21	13.00	28.00
7	18.50	33.50	22	12.75	31.00
8	16.50	19.00	23	15.00	27.50
9	14.00	17.50	24	9.75	18.50
10	16.00	23.00	25	22.00	30.50
11	16.25	32.00	26	12.00	15.00
12	18.25	13.50	27	18.50	23.00
13	16.25	20.75	28	16.50	22.50
14	17.00	21.50	29	17.25	37.50
15	6.25	13.00	30	5.25	17.50

ตาราง 20 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน หน่วยที่ 5 เรื่องพืชคณิตของฟังก์ชัน
ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 26 คน คะแนนเต็ม 40 คะแนน

คนที่	คะแนนของ แบบทดสอบ วินิจัย	คะแนนของ แบบทดสอบ คู่ขนาน	คนที่	คะแนนของ แบบทดสอบ วินิจัย	คะแนนของ แบบทดสอบ คู่ขนาน
1	11.75	10.50	14	12.75	6.25
2	12.75	19.50	15	13.75	23.00
3	6.00	14.50	16	15.25	18.50
4	10.50	18.75	17	13.50	15.50
5	9.25	22.25	18	13.25	18.00
6	15.25	16.25	19	7.00	14.00
7	10.75	23.25	20	14.00	16.25
8	19.75	25.75	21	7.75	18.25
9	15.75	28.50	22	13.00	15.00
10	9.75	21.75	23	9.25	23.00
11	5.75	12.50	24	16.25	6.50
12	15.75	12.75	25	15.75	28.50
13	11.75	25.50	26	9.25	9.50

ตาราง 21 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
จำนวน 30 คน คะแนนเต็ม 30 คะแนน

คนที่	คะแนน
1	18
2	16
3	15
4	9
5	15
6	15
7	5
8	18
9	15
10	17
11	16
12	6
13	19
14	16
15	6

คนที่	คะแนน
16	17
17	8
18	21
19	10
20	15
21	15
22	15
23	12
24	7
25	24
26	14
27	18
28	17
29	20
30	8

ภาคผนวก ข

แบบทดสอบ

- แบบทดสอบวินิจฉัย
- แบบทดสอบคู่ขนาน
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน

เรื่องฟังก์ชัน

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน

หน่วยที่ 1 แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องความหมายของฟังก์ชัน การเขียนกราฟของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน การหาค่าของฟังก์ชัน และชนิดของฟังก์ชัน

- ฉบับที่ 1 เรื่องการตรวจสอบฟังก์ชัน
- ฉบับที่ 2 เรื่องการตรวจสอบกราฟของฟังก์ชัน
- ฉบับที่ 3 เรื่องการหาโดเมนและเรนจ์และการเขียนกราฟของฟังก์ชัน
- ฉบับที่ 4 เรื่องการหาค่าของฟังก์ชัน
- ฉบับที่ 5 เรื่องการจำแนกฟังก์ชัน
- ฉบับที่ 6 เรื่องการตรวจสอบฟังก์ชัน 1-1
- ฉบับที่ 7 เรื่องการตรวจสอบกราฟของฟังก์ชัน 1-1
- ฉบับที่ 8 เรื่องฟังก์ชันเพิ่ม-ฟังก์ชันลด

หน่วยที่ 2 แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก

- ฉบับที่ 1 เรื่องการจำแนกประเภทของฟังก์ชันและการสร้างฟังก์ชัน
- ฉบับที่ 2 เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาฟังก์ชัน

หน่วยที่ 3 แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันคอมโพสิต

- ฉบับที่ 1 เรื่องการตรวจสอบเงื่อนไขเพื่อพิจารณาว่ามีฟังก์ชันคอมโพสิตหรือไม่
- ฉบับที่ 2 เรื่องการหาฟังก์ชันคอมโพสิต
- ฉบับที่ 3 เรื่องการหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันคอมโพสิต

หน่วยที่ 4 แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส

- ฉบับที่ 1 เรื่องการหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน
- ฉบับที่ 2 เรื่องการตรวจสอบฟังก์ชันอินเวอร์ส
- ฉบับที่ 3 เรื่องการหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันอินเวอร์ส
- ฉบับที่ 4 เรื่องการเขียนกราฟของฟังก์ชันอินเวอร์ส

หน่วยที่ 5 แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน

- ฉบับที่ 1 เรื่องการหาพีชคณิตของฟังก์ชัน
- ฉบับที่ 2 เรื่องการหาโดเมนและเรนจ์ของพีชคณิตของฟังก์ชัน

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 1

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องความหมายของฟังก์ชัน การเขียนกราฟของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน การหาค่าของฟังก์ชัน และชนิดของฟังก์ชัน

จำนวน 16 ข้อ 80 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 1.30 ชั่วโมง

- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 1
จุดประสงค์ที่ 1 บอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 2
จุดประสงค์ที่ 2 บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟของฟังก์ชันหรือไม่
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 3
จุดประสงค์ที่ 3 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน และเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 4
จุดประสงค์ที่ 4 หาค่าของฟังก์ชันได้ เมื่อกำหนดค่า x ให้
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 5
จุดประสงค์ที่ 5 บอกความหมายของคำว่า “ฟังก์ชันจาก A ไป B” “ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B” และ “ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง” ได้
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 6
จุดประสงค์ที่ 6 บอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชัน $1 - 1$ หรือไม่
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 7
จุดประสงค์ที่ 7 บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟของฟังก์ชัน $1 - 1$ หรือไม่
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 8
จุดประสงค์ที่ 8 บอกความหมายของฟังก์ชันเพิ่ม ฟังก์ชันลดได้ และบอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ฟังก์ชันใดเป็นฟังก์ชันเพิ่ม ฟังก์ชันใดเป็นฟังก์ชันลด

แบบทดสอบวินิจัย หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 1

แบบทดสอบวินิจัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องความหมายของฟังก์ชัน
จุดประสงค์ที่ 1 บอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบเติมคำตอบแสดงเหตุผลจำนวน 1 ข้อ และ 5 คะแนน และแบบแสดงวิธีทำ 1 ข้อ 5 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 15 นาที
2. จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบพร้อมทั้งแสดงเหตุผล หรือแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ

1. กำหนดความสัมพันธ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงพิจารณาว่า เป็นฟังก์ชันหรือไม่เพราะเหตุใด (5คะแนน)

1.1 $r_1 = \{(1,a), (1,b), (2,a), (3,c)\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

.....

1.2 $r_2 = \{(1,a), (2,a), (3,c)\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

.....

1.3 $r_3 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x + y = 1\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

.....

1.4 $r_4 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = y^2 - 1\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

.....

1.5 $r_5 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^3 = x + 2\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

.....

2. กำหนดความสัมพันธ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงแสดงวิธีการตรวจสอบว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่

$$2.1 \ r_1 = \{(x,y) \mid y = 2x^2 + 5\} \quad (2.5 \text{ คะแนน})$$

[illegible]

2.2 $r_2 = \{(x,y) \mid y^2 = x + 9\}$ (2.5 คะแนน)

[illegible]

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 2

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการตรวจสอบกราฟของฟังก์ชัน
จุดประสงค์ที่ 2 บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟของฟังก์ชันหรือไม่

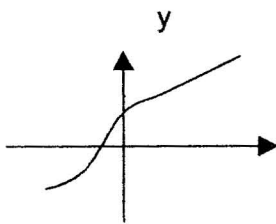
คำชี้แจง 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบเติมคำตอบจำนวน 5 ข้อ

10 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 10 นาที

2. จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบพร้อมทั้งแสดงเหตุผล
หรือแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ

จงพิจารณาว่ากราฟที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เป็นกราฟของฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด (10 คะแนน)

1

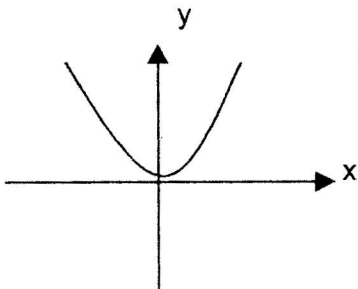


() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ

.....
.....
.....
.....
.....

2

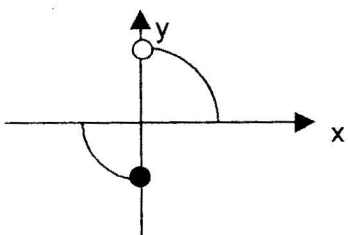


() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ

.....
.....
.....
.....
.....

3

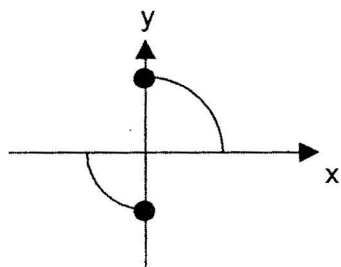


() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ

.....
.....
.....
.....
.....

4



() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ

.....

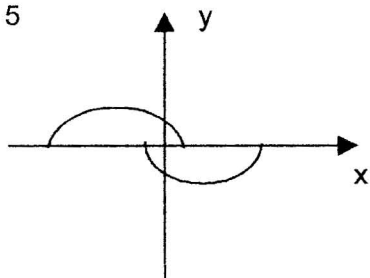
.....

.....

.....

.....

5



() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 3

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนรู้เรื่องโดเมนและเรนจ์และการเขียนกราฟของฟังก์ชัน
จุดประสงค์ที่ 3 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน และเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ 10 คะแนน
ใช้เวลาในการทดสอบ 15 นาที

2. จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบพร้อมทั้งแสดงเหตุผล
หรือแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ

1. จงแสดงวิธีทำเพื่อหาโดเมนและเรนจ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.1 $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ (2.5คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.2 $f = \{(x,y) \mid y = \frac{6x - 5}{3x + 2}\}$ (2.5 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงบอกโดเมนและเรนจ์พร้อมทั้งเขียนกราฟในแต่ละข้อต่อไปนี้ (5คะแนน)

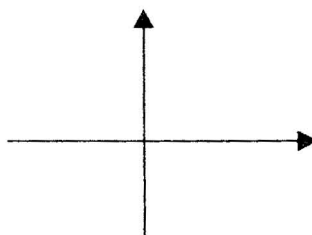
2.1 $f_2 = \{(1,10),(2,10),(3,10)\}$

.....

.....

.....

.....



2.2 $f_2 = \{(x,y) \mid y = x + 1\}$

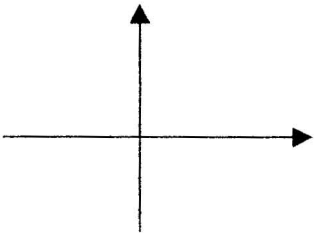
.....

.....

.....

.....

.....



2.3 $f_3 = \{(x,y) \mid y = \frac{1}{x}\}$

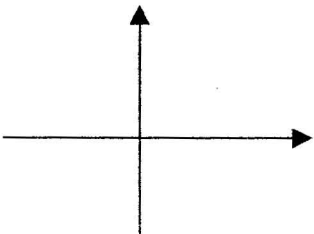
.....

.....

.....

.....

.....



2.4 $f_4 = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 = 25 \text{ and } 0 \leq y \leq 5\}$

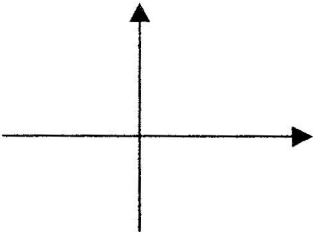
.....

.....

.....

.....

.....



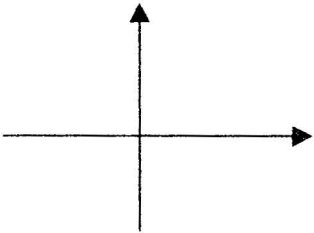
2.5 $f(x) = |x| + 2$

.....

.....

.....

.....



แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 5

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการจำแนกฟังก์ชัน

จุดประสงค์ที่ 5 บอกความหมายของคำว่า “ฟังก์ชันจาก A ไป B” “ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B” และ “ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง” ได้

คำชี้แจง 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบเติมคำจำนวน 1 ข้อ 5 คะแนน

และแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 1 ข้อ 5 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 10 นาที

2. จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบพร้อมทั้งแสดงเหตุผล

ประกอบการพิจารณาในข้อ 2

1. กำหนดให้ $A = \{1,2,3\}$ และ $B = \{0,2,4\}$ จงพิจารณาฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (5 คะแนน)

$$f_1 = \{(1,0), (2,0), (3,0)\}$$

$$f_2 = \{(0,1), (2,2), (4,1)\}$$

$$f_3 = \{(1,2), (2,0), (3,4)\}$$

$$f_4 = \{(0,2), (2,2), (4,2)\}$$

$$f_5 = \{(1,2), (2,2), (3,2)\}$$

$$f_6 = \{(0,0), (2,2), (4,4)\}$$

$$f_7 = \{(1,3), (2,2), (3,1)\}$$

$$f_8 = \{(4,2), (2,3), (0,1)\}$$

1.1 ฟังก์ชันจาก A ไป B ได้แก่.....

1.2 ฟังก์ชันจาก A ไป A ได้แก่.....

1.3 ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ได้แก่.....

1.4 ฟังก์ชันจาก B ไปทั่วถึง B ได้แก่.....

1.5 ฟังก์ชัน 1 – 1 ได้แก่.....

1.6 ฟังก์ชัน 1 – 1 จาก B ไปทั่วถึง A ได้แก่.....

1.7 ฟังก์ชันจาก B ไป A ได้แก่.....

1.8 ฟังก์ชันจาก B ไปทั่วถึง A ได้แก่.....

1.9 ฟังก์ชัน 1 – 1 จาก A ไปทั่วถึง B ได้แก่.....

1.10 ฟังก์ชัน 1 – 1 จาก B ไป B ได้แก่.....

2. กำหนดให้ $A = \{-2,-1,0,1,2\}$ และ $B = \{0,1,2,3,4,5\}$ ฟังก์ชันในข้อต่อไปนี้ ข้อใดเป็น

ฟังก์ชันจาก A ไป B (5 คะแนน)

2.1 $f = \{(x,y) \in A \times B \mid y = |x|\}$ () เป็น () ไม่เป็น

เพราะ $f = \dots\dots\dots$ และ $D_f \dots\dots\dots A$ $R_f \dots\dots\dots B$

(=, $\neq$) ($\subset$, $\not\subset$)

2.2 $f = \{(x,y) \in A \times B \mid y = (x+1)^2\}$ () เป็น () ไม่เป็น

เพราะ $f = \dots\dots\dots$ และ $D_f \dots\dots\dots A$ $R_f \dots\dots\dots B$

(=, $\neq$) ($\subset$, $\not\subset$)

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 6

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการตรวจสอบฟังก์ชัน 1-1

จุดประสงค์ที่ 6 บอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชัน 1 – 1 หรือไม่

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบเติมคำตอบแสดงผลจำนวน 1 ข้อ 5 คะแนน และแบบแสดงวิธีทำจำนวน 1 ข้อ 5 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 10 นาที
2. จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบพร้อมทั้งแสดงผล หรือแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ

1. จงพิจารณาว่าในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่เพราะเหตุใด (5 คะแนน)

1.1 $f_1 = \{(1,a),(2,a),(3,a)\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

.....

1.2 $f_2 = \{(1,a),(2,b),(3,c)\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

.....

1.3 $r(x) = x^3$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

.....

1.4 $q(x) = x^8$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

.....

1.5 $s(x) = |x|$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

.....

2. จงแสดงวิธีการตรวจสอบว่าในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชัน 1-1 หรือไม่ (5คะแนน)

2.1 $f(x) = x^3 + 3$

[illegible]

$$2.2 f = \{(x,y) \mid y = 5 - x^2\}$$

[illegible]

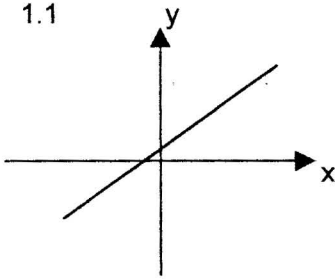
แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 7

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนรู้เรื่องการตรวจสอบกราฟของฟังก์ชัน 1-1
จุดประสงค์ที่ 7 บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟของฟังก์ชัน 1-1 หรือไม่

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบเติมคำตอบจำนวน 5 ข้อ
10 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 10 นาที
2. จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบพร้อมทั้งแสดงผล

จงพิจารณาว่ากราฟที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นกราฟของฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่
เพราะเหตุใด (10 คะแนน)

1.1



() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ

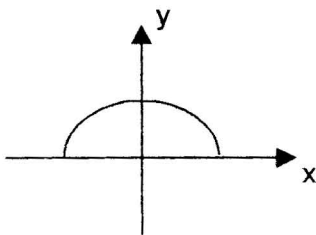
.....

.....

.....

.....

1.2



() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ

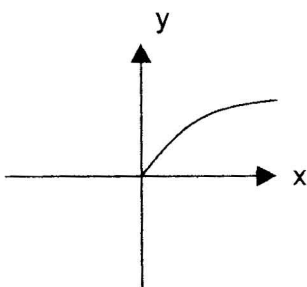
.....

.....

.....

.....

1.3



() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ

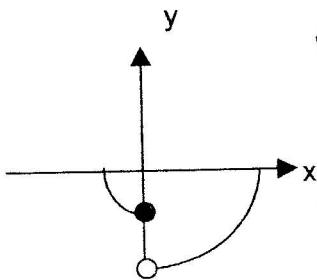
.....

.....

.....

.....

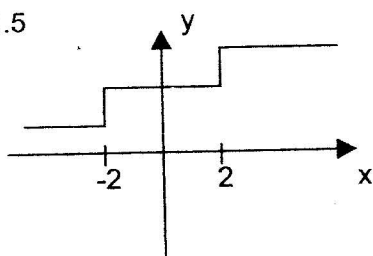
1.4



() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ
.....
.....
.....
.....

1.5



() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ
.....
.....
.....
.....

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 8

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันเพิ่มฟังก์ชันลด
จุดประสงค์ที่ 8 บอกความหมายของฟังก์ชันเพิ่ม ฟังก์ชันลดได้ และ บอกได้ว่าฟังก์ชัน
ที่กำหนดให้ฟังก์ชันใดเป็นฟังก์ชันเพิ่ม ฟังก์ชันใดเป็นฟังก์ชันลด

คำชี้แจง 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบเติมคำแสดงเหตุผลจำนวน 1 ข้อ

5 คะแนน และแบบแสดงวิธีทำจำนวน 1 ข้อ 5 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 10 นาที

2. จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบพร้อมทั้งแสดงเหตุผล

หรือแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ

1. จงพิจารณาว่าในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดเพราะเหตุใด (5คะแนน)

1.1 $f_1 = \{(1,-1), (2,-2), (3,-3), (4,-4)\}$

() ฟังก์ชันเพิ่ม () ฟังก์ชันลด () อื่นๆ(โปรดระบุ).....

เพราะ

1.2 $f_1 = \{(2,3), (5,1), (7,0), (8,-1)\}$

() ฟังก์ชันเพิ่ม () ฟังก์ชันลด () อื่นๆ(โปรดระบุ).....

เพราะ

1.3 $f_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = -5\}$

() ฟังก์ชันเพิ่ม () ฟังก์ชันลด () อื่นๆ(โปรดระบุ).....

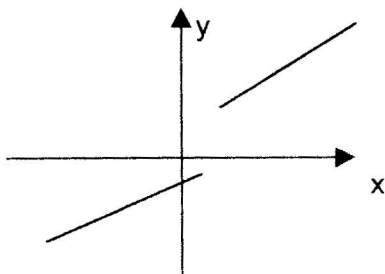
เพราะ

1.4 $f(x) = |x|$

() ฟังก์ชันเพิ่ม () ฟังก์ชันลด () อื่นๆ(โปรดระบุ).....

เพราะ

1.5



() ฟังก์ชันเพิ่ม

() ฟังก์ชันลด

() อื่นๆ(โปรดระบุ).....

เพราะ

2. จงแสดงวิธีการในการตรวจสอบว่าในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

2.1 $g(x) = x^2$

(2.5 คะแนน)

[illegible]

2.2 $h(x) = 3 - 5x$

(2.5 คะแนน)

[illegible]

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 2

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก
จำนวน 8 ข้อ 40 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง

- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 3 ฉบับที่ 1
จุดประสงค์ที่ 1 จำแนกประเภทของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 3 ฉบับที่ 2
จุดประสงค์ที่ 2 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันขั้นบันได และฟังก์ชันกำลังสองได้

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 2 ฉบับที่ 1

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการจำแนกประเภท ของฟังก์ชันและการสร้างฟังก์ชัน

จุดประสงค์ที่ 1 จำแนกประเภทของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบเติมคำตอบ เหตุผล จำนวน 1 ข้อ 5 คะแนน
และแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 4 ข้อ 20 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 40 นาที
2. จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในข้อ 1 ของแบบทดสอบ พร้อมทั้งแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในข้อ 2 – 5 ในแบบทดสอบ

1. จงพิจารณาในแต่ละข้อต่อไปนี้ ถูกหรือผิด

(5 คะแนน)

-1.1 $f(x) = 5$; f เป็นฟังก์ชันคงตัว
-1.2 $f(x) = 2$; f เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น
-1.3 $f(x) = -4x + 5$; f เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น
-1.4 $f(x) = x(x - 1)$; f เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น
-1.5 $f(x) = (x^2)(20 - x)$; f เป็นฟังก์ชันกำลังสอง
-1.6 $f(x) = x^2 - 1$; f เป็นฟังก์ชันกำลังสอง
-1.7 $f(x) = x^3 - 1$; f เป็นฟังก์ชันพหุนาม
-1.8 $f(x) = x^2 + 3x + 9$; f เป็นฟังก์ชันพหุนาม
-1.9 $f(x) = 9$; f เป็นฟังก์ชันพหุนาม
-1.10 $f(x) = x^3 - 2\sqrt{x} + 1$; f เป็นฟังก์ชันพหุนาม

$$\begin{array}{lcl}
 \text{.....1.11} & f(x) = \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ เมื่อ } 0 < x \leq 10 \\ 2 \text{ เมื่อ } 10 < x \leq 100 \\ 3 \text{ เมื่อ } 100 < x \leq 1,000 \end{array} \right. & ; f \text{ เป็นฟังก์ชันขั้นบันได}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{.....1.12} & f(x) = \left\{ \begin{array}{l} -x^2 \text{ เมื่อ } -1 < x < 0 \\ 0 \text{ เมื่อ } 0 < x < 1 \\ x^2 \text{ เมื่อ } 1 < x < 2 \end{array} \right. & ; f \text{ เป็นฟังก์ชันขั้นบันได}
 \end{array}$$

.....1.13 $f(x) = \frac{2}{x}$; f เป็นฟังก์ชันตรรกยะ

.....1.14 $f(x) = \frac{2x+3}{5x+9}$; f เป็นฟังก์ชันตรรกยะ

.....1.15 กราฟของฟังก์ชันคงตัวเป็นเส้นตรงเสมอ

.....1.16 ฟังก์ชันคงตัวเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น

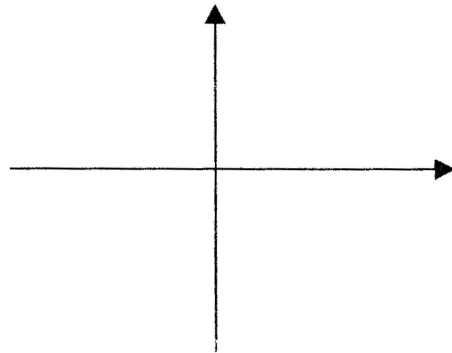
.....1.17 ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นรูปเส้นตรงเป็นฟังก์ชันคงตัว

.....1.18 ฟังก์ชันเชิงเส้นมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ผ่านจุดกำเนิด

.....1.19 ฟังก์ชันที่มีกราฟเป็นรูปเส้นตรงเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

.....1.20 ฟังก์ชันเชิงเส้นเป็นฟังก์ชันคงตัว

2. กำหนด $f(x) = \begin{cases} -3 & \text{เมื่อ } x < 1 \\ 0 & \text{เมื่อ } 1 \leq x \leq 3 \\ 3 & \text{เมื่อ } x > 3 \end{cases}$



จงเขียนกราฟของ f (5 คะแนน)

3. กำหนดอัตราค่าส่งไปรษณียากรในการส่งพัสดุภายในประเทศ โดยคิดค่าส่งกิโลกรัมแรก คิดเป็นกิโลกรัมละ 15 บาท ส่วนกิโลกรัมถัดไปคิดเป็นกิโลกรัมละ 10 บาท ถ้าไม่ถึงกิโลกรัม ให้คิดเป็น 1 กิโลกรัม โดยเกินกิโลกรัมใดก็ตามคิดเป็นกิโลกรัมถัดไป (5 คะแนน)

3.1 จงเขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ของอัตราค่าส่งไปรษณียากรในการส่งพัสดุไม่เกิน 5 กิโลกรัม โดยให้ x เป็นน้ำหนักพัสดุ และ y เป็นค่าไปรษณียากร 	3.2 จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของอัตราค่าส่งไปรษณียากรในการส่งพัสดุไม่เกิน 5 กิโลกรัม โดยให้แกน x เป็นน้ำหนักพัสดุ และแกน y เป็นค่าไปรษณียากร
---	---

4. ในการลงทุนพิมพ์หนังสือเรื่องหนึ่ง จะต้องเสียค่าต้นฉบับและค่าแม่พิมพ์จำนวน 20,000 บาท ส่วนค่าใช้จ่ายอื่นๆ เสียตามจำนวนที่พิมพ์ในราคาเล่มละ 15 บาท ถ้าขายราคาเล่มละ 30 บาท

4.1 จงเขียนฟังก์ชัน f ซึ่งเป็นต้นทุนในการพิมพ์หนังสือจำนวน x เล่ม (2.5 คะแนน)

[illegible]

4.2 จงเขียนฟังก์ชัน g ซึ่งเป็นราคาขายหนังสือจำนวน x เล่ม (2.5 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

5. นายแดงมีลวดหนามยาว 400 เมตร ต้องการกั้นรั้วรอบที่ดินริมแม่น้ำเพื่อทำสวนส้มให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งกันเพียง 3 ด้านโดยด้านริมแม่น้ำไม่ต้องล้อมรั้ว จงหาฟังก์ชัน f ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ และความยาวของด้าน (x) ของที่ดินแปลงนี้ (5 คะแนน)

This image shows a full page of blank primary-ruled paper. It features ten sets of horizontal lines across the page. Each set consists of a solid top line, a dashed middle line, and a dotted bottom line, providing a guide for letter height and placement. The paper is otherwise completely blank, with no text or markings.

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 2 ฉบับที่ 2

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการแก้โจทย์ปัญหาฟังก์ชัน

จุดประสงค์ที่ 2 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันขั้นบันได และฟังก์ชันกำลังสองได้

คำชี้แจง 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 3 ข้อ 15 คะแนน
ใช้เวลาในการทดสอบ 20 นาที

2. จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ

1. ชาวสวนคนหนึ่งพบว่า $f(x) = 400 + 20x - x^2$ แสดงจำนวนผลผลิต (kg / ไร่) จากการ
ทำสวน เมื่อ x เป็นปริมาณปุ๋ยที่ใช้ (kg / ไร่) จงหาคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้ (5 คะแนน)

1.1 จงหาจำนวนผลผลิตต่อไร่ เมื่อใช้ปุ๋ยในปริมาณ 5 kg / ไร่

[illegible]

1.2 ถ้าต้องการผลผลิตต่อไร่สูงสุดจะต้องใช้ปุ๋ยในปริมาณเท่าใด และได้ผลผลิตเท่าไร

[illegible]

2. ถ้าจำนวน 2 จำนวนบวกกันได้ 46 จำนวน แต่ละจำนวนจะต้องเป็นเท่าใดจึงจะทำให้ผลคูณของจำนวนทั้งสองมีค่ามากที่สุด (5 คะแนน)

[illegible]

3. เมื่อโยนก้อนหินลงไปในสระ ผิวน้ำจะเกิดระลอกเป็นวงกลมซึ่งมีรัศมี (r) เพิ่มขึ้นตามเวลาที่ผ่านไป (t) การเพิ่มของรัศมีเป็นไปตามสมการ $r = 4t$ จงหาพื้นที่ของวงกลมที่เกิดขึ้นบนผิวน้ำเมื่อเวลาผ่านไป 5 นาที (5 คะแนน)

[illegible]

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 3

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันคอมโพสิต
จำนวน 8 ข้อ 40 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง

- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 3 ฉบับที่ 1
จุดประสงค์ที่ 1 บอกได้ว่ามีฟังก์ชันคอมโพสิตจากฟังก์ชันสองฟังก์ชันที่กำหนดให้หรือไม่
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 3 ฉบับที่ 2
จุดประสงค์ที่ 2 หาฟังก์ชันคอมโพสิตของฟังก์ชันสองฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 3 ฉบับที่ 3
จุดประสงค์ที่ 3 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันคอมโพสิตได้

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 3 ฉบับที่ 1
แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการตรวจสอบเงื่อนไข
เพื่อพิจารณาว่ามีฟังก์ชันคอมโพสิตหรือไม่
จุดประสงค์ที่ 1 บอกได้ว่ามีฟังก์ชันคอมโพสิตจากฟังก์ชันสองฟังก์ชันที่กำหนดให้หรือไม่

คำชี้แจง 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบเติมคำตอบแสดงเหตุผล จำนวน 1 ข้อ

7 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 10 นาที

2. จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบพร้อมทั้งแสดงเหตุผล

1. จงพิจารณาในแต่ละข้อต่อไปนี้ ว่า มี gof หรือไม่ เพราะเหตุใด (7 คะแนน)

1.1 $f = \{(1,2),(3,4),(5,2)\}$ $g = \{(2,-1),(6,-2),(4,-3),(0,-4)\}$

() มี () ไม่มี เพราะ

1.2 $f = \{(2,4),(6,8),(10,12),(14,16)\}$ $g = \{(6,8),(10,12),(14,16)\}$

() มี () ไม่มี เพราะ

1.3 $f = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x \text{ และ } 0 < x \leq 4\}$ $g = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 1 \text{ และ } 0 \leq x < 3\}$

() มี () ไม่มี เพราะ

1.4 $f(x) = x^2 - 1$ $g(x) = 3x$

() มี () ไม่มี เพราะ

1.5 $f(x) = \frac{1}{x}$ $g(x) = -2$

() มี () ไม่มี เพราะ

1.6 $f(x) = -\sqrt{x^2 + 1}$ $g(x) = \sqrt{x}$

() มี () ไม่มี เพราะ

1.7 $f(x) = \sqrt{x^2 + 6}$ $g(x) = \sqrt{x - 3}$

() มี () ไม่มี เพราะ

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 3 ฉบับที่ 2

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการหาฟังก์ชันคอมโพสิท

จุดประสงค์ที่ 2 หาฟังก์ชันคอมโพสิทของฟังก์ชันสองฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำจำนวน 4 ข้อ 20 คะแนน
ใช้เวลาในการทดสอบ 25 นาที

2. จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ

1. กำหนด $f = \{(p,p), (q,q), (r,r)\}$ และ $g = \{(p,a), (q,b), (r,c), (s,d)\}$ จงหา (7 คะแนน)

1.1 $(g \circ f)(p) = \dots\dots\dots$

1.2 $(g \circ f)(q) = \dots\dots\dots$

1.3 $(g \circ f)(r) = \dots\dots\dots$

1.4 $g \circ f = \dots\dots\dots$

1.5 $f \circ g = \dots\dots\dots$

1.6 $f \circ f = \dots\dots\dots$

1.7 $g \circ g = \dots\dots\dots$

2. กำหนด $f(x) = \sqrt{x}$ และ $g(x) = -x^2 - 1$ จงหา (7 คะแนน)

2.1 $(g \circ f)(x)$ และ $(g \circ f)(3)$

.....

2.2 $(f \circ g)(x)$

.....

2.3 $(f \circ f)(x)$ และ $(f \circ f)(x-1)$

.....

.....

.....

.....

.....

2.4 $(g \circ g)(x)$ และ $(g \circ g)(-3)$

.....

.....

.....

.....

.....

3. กำหนด $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{เมื่อ } x \geq 2 \\ x^2 & \text{เมื่อ } x < 2 \end{cases}$ (3 คะแนน)

และ $g(x) = 3x - 1$

จงหาค่าของ $(g \circ f)(-2)$

.....

.....

.....

.....

.....

4. กำหนด $f(x) = x$ และ $(g \circ f)(x) = x^2 + 2$ จงหา $g(5)$ (3 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 3 ฉบับที่ 3

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนรู้เรื่องการหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันคอมโพสิท
จุดประสงค์ที่ 3 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันคอมโพสิทได้

- คำชี้แจง 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำจำนวน 3 ข้อ 13 คะแนน
ใช้เวลาในการทดสอบ 25 นาที
2. จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ

1. กำหนด $f = \{(a,2),(b,4),(c,6),(d,8),(e,10)\}$ และ $g = \{(a,a),(b,b),(c,c)\}$ (4 คะแนน)
จงหา

1.1 $f \circ g$ และ $D_{f \circ g}$ และ $R_{f \circ g}$

.....

.....

.....

.....

.....

1.2 $g \circ g$ และ $D_{g \circ g}$ และ $R_{g \circ g}$

.....

.....

.....

.....

.....

1.3 $(f \circ g) \circ g$ และ $D_{(f \circ g) \circ g}$ และ $R_{(f \circ g) \circ g}$

.....

.....

.....

.....

1.4 $(g \circ g) \circ g$ และ $D_{(g \circ g) \circ g}$ และ $R_{(g \circ g) \circ g}$

.....

.....

.....

.....

2. กำหนด $f = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^3\}$ และ $g = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 5x^2 + 2x\}$ (5 คะแนน)

จงหา

2.1 $g \circ f$ และ $D_{g \circ f}$ และ $R_{g \circ f}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.2 $f \circ g$ และ $D_{f \circ g}$ และ $R_{f \circ g}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.3 $f \circ f$ และ $D_{f \circ f}$ และ $R_{f \circ f}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 4

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส
จำนวน 10 ข้อ 40 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง

- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 4 ฉบับที่ 1
จุดประสงค์ที่ 1 หาอินเวอร์สของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 4 ฉบับที่ 2
จุดประสงค์ที่ 2 บอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้มีอินเวอร์สเป็นฟังก์ชันหรือไม่
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 4 ฉบับที่ 3
จุดประสงค์ที่ 3 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันอินเวอร์สได้
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 4 ฉบับที่ 4
จุดประสงค์ที่ 4 เขียนกราฟของฟังก์ชันอินเวอร์สได้

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 4 ฉบับที่ 1

**แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน
จุดประสงค์ที่ 1 หาอินเวอร์สของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้**

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 3 ข้อ 11 คะแนน
ใช้เวลาในการทดสอบ 18 นาที
2. จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ

1. จงหาอินเวอร์สในแต่ละข้อต่อไปนี้ (5 คะแนน)

1.1 $f_1 = \{(1,3), (2,4), (3,4), (4,5)\}$

.....

1.2 $f_2 = \{(-3,2), (2,3), (-2,-3)\}$

.....

1.3 $f_3 = \{(x,y) \mid y = x - 3\}$

.....

1.4 $f_4 = \{(x,y) \mid y = x^2 - 2\}$

.....

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 4 ฉบับที่ 2

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการตรวจสอบฟังก์ชันอินเวอร์ส
จุดประสงค์ที่ 2 บอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้มีอินเวอร์สเป็นฟังก์ชันหรือไม่

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบเติมคำตอบแสดงผล จำนวน 1 ข้อ
10 คะแนน และแบบแสดงวิธีทำจำนวน 1 ข้อ 5 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 12 นาที
2. จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบพร้อมทั้งแสดงผล
หรือแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ

1. กำหนดฟังก์ชันในแต่ละข้อต่อไปนี้

จงพิจารณาว่าอินเวอร์สของฟังก์ชันเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด (10 คะแนน)

1.1 $g_1 = \{(1,1),(2,2),(3,3)\}$

$g_1^{-1} = \dots\dots\dots$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

1.2 $g_2 = \{(1,5),(2,10),(3,15),(4,20)\}$

$g_2^{-1} = \dots\dots\dots$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

1.3 $g_3 = \{(1,5),(2,5),(3,15)\}$

$g_3^{-1} = \dots\dots\dots$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

1.4 $g_4 = \{(x,y) \mid y = x^3 + 25\}$

$g_4^{-1} = \dots\dots\dots$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

1.5 $g_5 = \{(x,y) \mid y = (x - 2)^2\}$

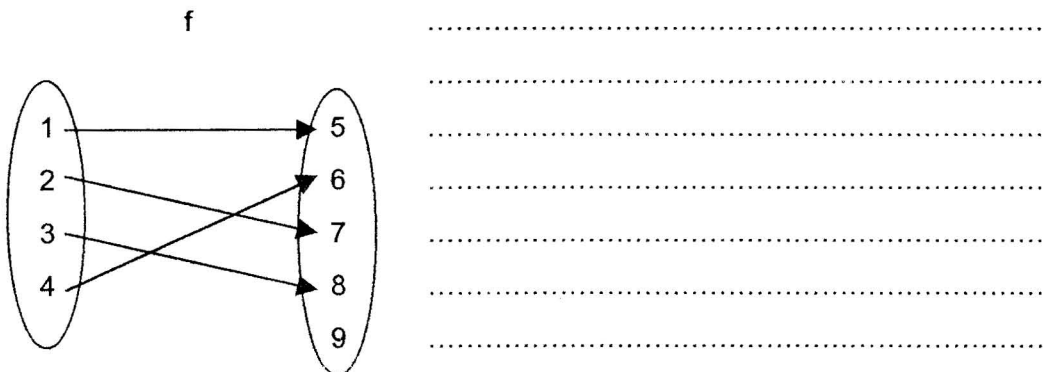
$g_5^{-1} = \dots\dots\dots$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ $\dots\dots\dots$

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 4 ฉบับที่ 3
แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการหาโดเมนและเรนจ์
ของฟังก์ชันอินเวอร์ส
จุดประสงค์ที่ 3 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันอินเวอร์สได้

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำจำนวน 3 ข้อ 8 คะแนน
 ใช้เวลาในการทดสอบ 18 นาที
 2. จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ

1. จากแผนภาพที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้ จงหา D_f^{-1} และ R_f^{-1} (2 คะแนน)



2. กำหนด $f = \{(x,y) \mid y = x - 5\}$ จงหา D_f^{-1} และ R_f^{-1} (3 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

3. กำหนด $f = \{(x,y) \mid y = \sqrt{x}\}$ จงหา D_f^{-1} และ R_f^{-1} (3 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 4 ฉบับที่ 4

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบ่งชี้ทางการเรียนเรื่องการเขียนกราฟของฟังก์ชันอินเวอร์ส
จุดประสงค์ที่ 4 เขียนกราฟของฟังก์ชันอินเวอร์สได้

คำชี้แจง 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 3 ข้อ 5 คะแนน
ใช้เวลาในการทดสอบ 12 นาที

2. จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ

1. กำหนด $f = \{ (1,-1), (2,-2), (3,-3), (4,-4) \}$ จงหา f^{-1} พร้อมทั้งเขียนกราฟของ f และ f^{-1} ในระนาบเดียวกัน (1.5 คะแนน)

.....

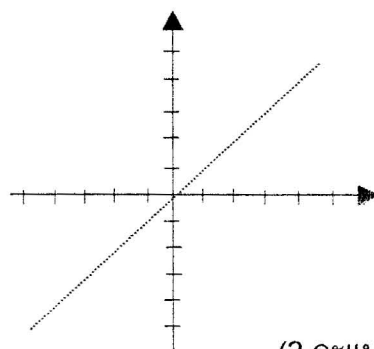
.....

.....

.....

.....

.....



2. กำหนด $f(x) = 2x - 3$ จงหา $f^{-1}(x)$ พร้อมทั้งเขียนกราฟของ f และ f^{-1} ในระนาบเดียวกัน (2 คะแนน)

.....

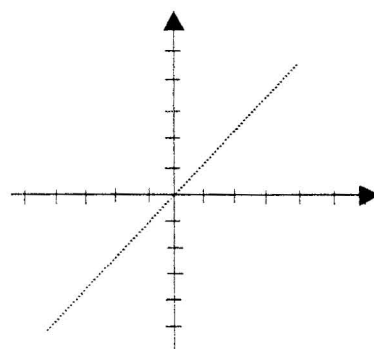
.....

.....

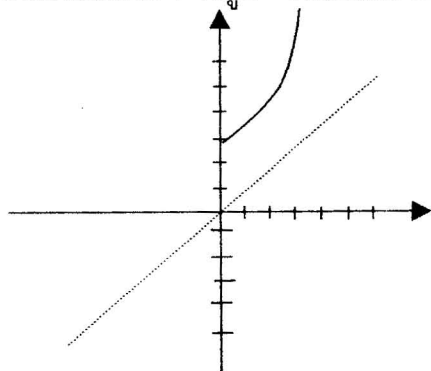
.....

.....

.....



3. กำหนดกราฟของฟังก์ชัน f ดังรูป จงเขียนกราฟของ f^{-1} ในระนาบเดียวกัน (1.5 คะแนน)



แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 5

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน
จำนวน 8 ข้อ 40 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง

- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 5 ฉบับที่ 1
จุดประสงค์ที่ 1 หาฟังก์ชันที่ได้จากการบวก การลบ การคูณ หรือการหารฟังก์ชัน
ที่กำหนดให้ตั้งแต่ 2 ฟังก์ชันขึ้นไปได้
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 5 ฉบับที่ 2
จุดประสงค์ที่ 2 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่ได้จากการบวก การลบ การคูณ
หรือการหารฟังก์ชันที่กำหนดให้ตั้งแต่ 2 ฟังก์ชันขึ้นไปได้

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 5 ฉบับที่ 1

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการหาพีชคณิตของฟังก์ชัน
จุดประสงค์ที่ 1 หาฟังก์ชันที่ได้จากการบวก การลบ การคูณ หรือการหารฟังก์ชัน
ที่กำหนดให้ตั้งแต่ 2 ฟังก์ชันขึ้นไปได้

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 5 ข้อ 25 คะแนน
ใช้เวลาในการทดสอบ 40 นาที
2. จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ

1. กำหนด $f = \{(-3,-7),(-2,-5),(-1,-3),(0,-1),(1,1),(2,3),(3,5)\}$ (5 คะแนน)

$g = \{(-4,-3),(-2,-1),(0,0),(2,1),(4,3),(6,5)\}$

จงหาคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.1 $f + g$

.....

1.2 $g + f$

.....

1.3 $f - g$

.....

1.4 $g - f$

.....

1.5 $f \cdot g$

.....

1.6 $g \cdot f$

.....

1.7 $\frac{g}{f}$

.....

1.8 $\frac{f}{g}$

.....

1.9 $f + f^{-1}$

.....

1.10 $(g \circ f^{-1}) + f$

.....

2. ให้ $f(x) = x^3 + 1$ และ $g(x) = x + 1$ จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียดเพื่อหาคำตอบ
ในแต่ละข้อต่อไปนี้ (10 คะแนน)

2.1 $(f + g)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

2.2 $(g + f)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

2.3 $(f - g)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

2.4 $(g - f)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

2.5 $(f \cdot g)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

2.6 $(g \cdot f)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

2.7 $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

2.8 $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

2.9 $(f \circ f)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

2.10 $((g \circ f^{-1}) + f)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

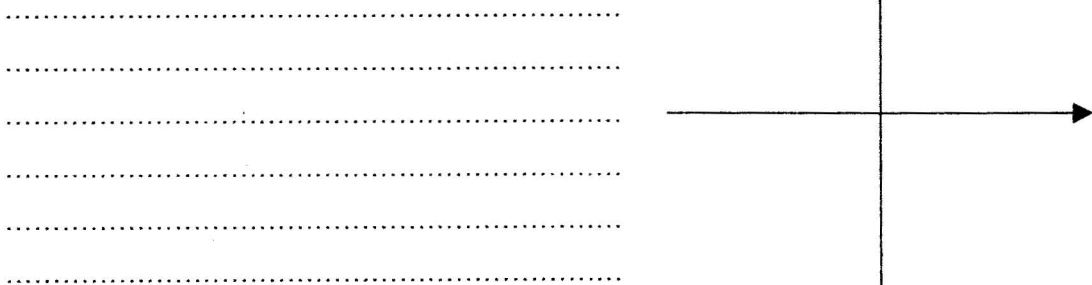
แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 5 ฉบับที่ 2

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนรู้เรื่องการหาโดเมนและเรนจ์
ของฟังก์ชันของฟังก์ชัน

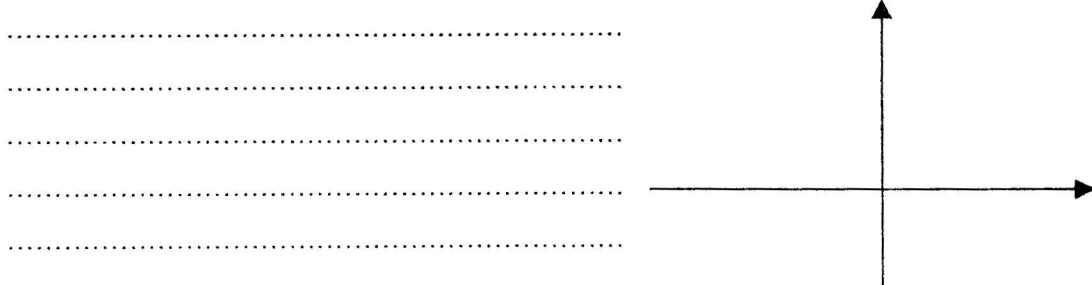
จุดประสงค์ที่ 2 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่ได้จากการบวก การลบ การคูณหรือ
การหารฟังก์ชันที่กำหนดให้ตั้งแต่ 2 ฟังก์ชันขึ้นไปได้

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 3 ข้อ 15 คะแนน
ใช้เวลาในการทดสอบ 20 นาที
2. จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ

1. กำหนด $f = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$ และ $g = \{(1,2),(2,4),(3,6),(5,8)\}$
จงหา $f + g$ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์และเขียนกราฟของ $f + g$ (5 คะแนน)



2. กำหนดฟังก์ชัน $f = \{(x,y) | y = 2x + 3\}$ และ $g = \{(x,y) | y = x - 3\}$ จงหา $f - g$
พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์ของ $f - g$ และเขียนกราฟของ $f - g$ (5 คะแนน)



3. ถ้า $f(x) = x^2 - 1$ และ $g(x) = x - 1$ จงหาโดเมนและเรนจ์ของ $\frac{f}{g}$ (5 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน

เรื่องฟังก์ชัน

ฉบับคู่ขนาน

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน

หน่วยที่ 1 แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องความหมายของฟังก์ชัน การเขียนกราฟของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน การหาค่าของฟังก์ชัน และชนิดของฟังก์ชัน

- ฉบับที่ 1 เรื่องการตรวจสอบฟังก์ชัน
- ฉบับที่ 2 เรื่องการตรวจสอบกราฟของฟังก์ชัน
- ฉบับที่ 3 เรื่องการหาโดเมนและเรนจ์และการเขียนกราฟของฟังก์ชัน
- ฉบับที่ 4 เรื่องการหาค่าของฟังก์ชัน
- ฉบับที่ 5 เรื่องการจำแนกฟังก์ชัน
- ฉบับที่ 6 เรื่องการตรวจสอบฟังก์ชัน 1-1
- ฉบับที่ 7 เรื่องการตรวจสอบกราฟของฟังก์ชัน 1-1
- ฉบับที่ 8 เรื่องฟังก์ชันเพิ่ม-ฟังก์ชันลด

หน่วยที่ 2 แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก

- ฉบับที่ 1 เรื่องการจำแนกประเภทของฟังก์ชันและการสร้างฟังก์ชัน
- ฉบับที่ 2 เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาฟังก์ชัน

หน่วยที่ 3 แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันคอมโพสิต

- ฉบับที่ 1 เรื่องการตรวจสอบเงื่อนไขเพื่อพิจารณาว่ามีฟังก์ชันคอมโพสิตหรือไม่
- ฉบับที่ 2 เรื่องการหาฟังก์ชันคอมโพสิต
- ฉบับที่ 3 เรื่องการหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันคอมโพสิต

หน่วยที่ 4 แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส

- ฉบับที่ 1 เรื่องการหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน
- ฉบับที่ 2 เรื่องการตรวจสอบฟังก์ชันอินเวอร์ส
- ฉบับที่ 3 เรื่องการหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันอินเวอร์ส
- ฉบับที่ 4 เรื่องการเขียนกราฟของฟังก์ชันอินเวอร์ส

หน่วยที่ 5 แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน

- ฉบับที่ 1 เรื่องการหาพีชคณิตของฟังก์ชัน
- ฉบับที่ 2 เรื่องการหาโดเมนและเรนจ์ของพีชคณิตของฟังก์ชัน

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 1

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องความหมายของฟังก์ชัน การเขียนกราฟของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน การหาค่าของฟังก์ชัน และชนิดของฟังก์ชัน

จำนวน 16 ข้อ 80 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 1.30 ชั่วโมง

- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 1
จุดประสงค์ที่ 1 บอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 2
จุดประสงค์ที่ 2 บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟของฟังก์ชันหรือไม่
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 3
จุดประสงค์ที่ 3 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน และเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 4
จุดประสงค์ที่ 4 หาค่าของฟังก์ชันได้ เมื่อกำหนดค่า x ให้
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 5
จุดประสงค์ที่ 5 บอกความหมายของคำว่า “ฟังก์ชันจาก A ไป B” “ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B” และ “ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง” ได้
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 6
จุดประสงค์ที่ 6 บอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชัน $1 - 1$ หรือไม่
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 7
จุดประสงค์ที่ 7 บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟของฟังก์ชัน $1 - 1$ หรือไม่
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 8
จุดประสงค์ที่ 8 บอกความหมายของฟังก์ชันเพิ่ม ฟังก์ชันลดได้ และบอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ฟังก์ชันใดเป็นฟังก์ชันเพิ่ม ฟังก์ชันใดเป็นฟังก์ชันลด

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 1

**แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องความหมายของฟังก์ชัน
จุดประสงค์ที่ 1 บอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่**

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบเติมคำตอบจำนวน 1 ข้อ และ 5 คะแนน และแบบแสดงวิธีทำ 1 ข้อ 5 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 15 นาที
2. จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบพร้อมทั้งแสดงเหตุผล หรือแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ

1. กำหนดความสัมพันธ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่เพราะเหตุใด (5คะแนน)

1.1 $r_1 = \{(2,a),(2,b),(3,c),(4,d)\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

.....

1.2 $r_2 = \{(1,x),(2,y),(3,x)\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

.....

1.3 $r_3 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 3x + 1\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

.....

1.4 $r_4 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x - 1\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

.....

1.5 $r_5 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^3 = 2x - 2\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

.....

2. กำหนดความสัมพันธ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงแสดงวิธีการตรวจสอบว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่

2.1 $r_1 = \{(x,y) \mid y = 3x^2 + 7\}$ (2.5 คะแนน)

[illegible]

$$2.2 \ r_2 = \{(x,y) \mid y^2 = x - 7\} \quad (2.5 \text{ คะแนน})$$

[illegible]

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 2

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการตรวจสอบกราฟของฟังก์ชัน
จุดประสงค์ที่ 2 บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟของฟังก์ชันหรือไม่

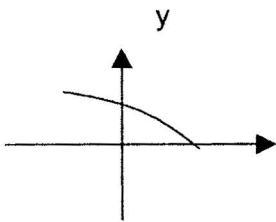
คำชี้แจง 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบเติมคำตอบแสดงผลจำนวน 5 ข้อ

10 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 10 นาที

2. จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบพร้อมทั้งแสดงเหตุผล
หรือแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ

จงพิจารณาว่ากราฟที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เป็นกราฟของฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด (10 คะแนน)

1

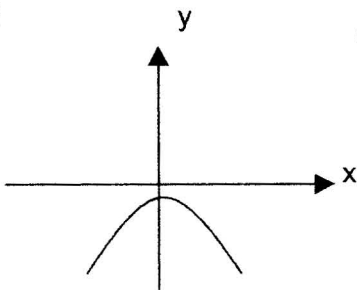


() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ

.....
.....
.....
.....

2

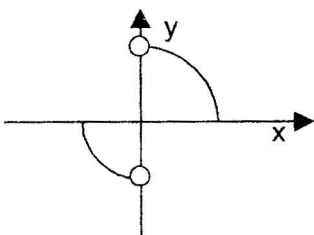


() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ

.....
.....
.....
.....

3

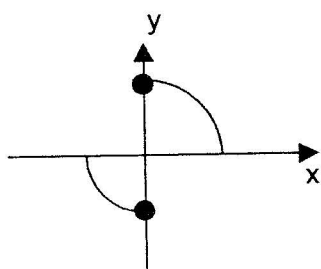


() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ

.....
.....
.....
.....

4



() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ

.....

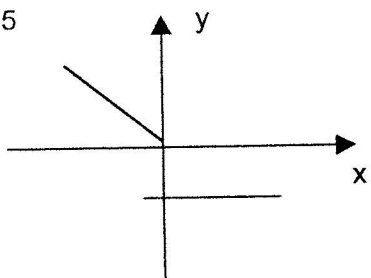
.....

.....

.....

.....

5



() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ

.....

.....

.....

.....

.....

2.2 $f_2 = \{(x,y) \mid y = x - 5\}$

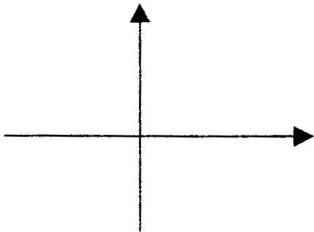
.....

.....

.....

.....

.....



2.3 $f_3 = \{(x,y) \mid xy = -1\}$

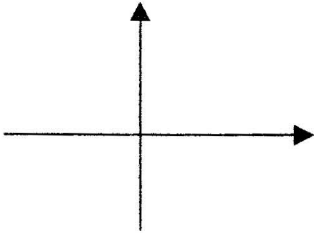
.....

.....

.....

.....

.....



2.4 $f_4 = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 = 1 \text{ ແລະ } 0 \leq y \leq 1\}$

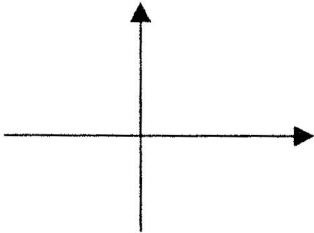
.....

.....

.....

.....

.....



2.5 $f(x) = 3 - |x|$

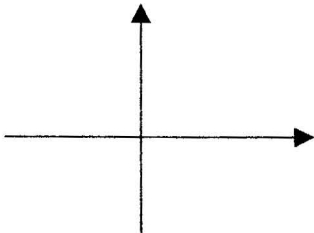
.....

.....

.....

.....

.....



แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 4
แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการหาค่าของฟังก์ชัน
จุดประสงค์ที่ 4 หาค่าของฟังก์ชันได้ เมื่อกำหนดค่า x ได้

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ 10 คะแนน
ใช้เวลาในการทดสอบ 10 นาที
2. จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ

1. กำหนด $f(x) = -3x^2 + 2x - 3$ จงหา $f(-2)$ (4 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

2. กำหนด $g(x) = \begin{cases} 3x + 1 & ; x \leq 3 \\ 1 - 2x & ; x > 3 \end{cases}$ (6 คะแนน)

จงหา $g(3) - g(-3)$ และ $\frac{g(2+h) - g(4)}{h}$ เมื่อ $h < 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 5

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการจำแนกฟังก์ชัน

จุดประสงค์ที่ 5 บอกความหมายของคำว่า “ฟังก์ชันจาก A ไป B” “ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B”
และ “ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง” ได้

คำชี้แจง 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบเติมคำจำนวน 1 ข้อ 5 คะแนน
และแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 1 ข้อ 5 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 10 นาที

2. จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบพร้อมทั้งแสดงเหตุผล
ประกอบการพิจารณาในข้อ 2

1. กำหนดให้ $A = \{1,2,3,4\}$ และ $B = \{2,3,4,5\}$ จงพิจารณาฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (5 คะแนน)

$$f_1 = \{(1,2), (2,2), (3,3), (4,4)\}$$

$$f_2 = \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\}$$

$$f_3 = \{(2,1), (3,4), (5,1), (4,3)\}$$

$$f_4 = \{(1,3), (2,4), (3,5), (4,1)\}$$

$$f_5 = \{(2,2), (3,3), (4,4), (5,5)\}$$

$$f_6 = \{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5)\}$$

$$f_7 = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$$

$$f_8 = \{(2,3), (3,4), (4,5)\}$$

1.1 ฟังก์ชันจาก A ไป B ได้แก่.....

1.2 ฟังก์ชันจาก A ไป A ได้แก่.....

1.3 ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ได้แก่.....

1.4 ฟังก์ชันจาก B ไปทั่วถึง B ได้แก่.....

1.5 ฟังก์ชัน 1 – 1 ได้แก่.....

1.6 ฟังก์ชัน 1 – 1 จาก B ไปทั่วถึง A ได้แก่.....

1.7 ฟังก์ชันจาก B ไป A ได้แก่.....

1.8 ฟังก์ชันจาก B ไปทั่วถึง A ได้แก่.....

1.9 ฟังก์ชัน 1 – 1 จาก A ไปทั่วถึง B ได้แก่.....

1.10 ฟังก์ชัน 1 – 1 จาก B ไป B ได้แก่.....

2. จงพิจารณาว่าฟังก์ชันในข้อต่อไปนี้ ข้อใดเป็นฟังก์ชันจาก R^+ ไปทั่วถึง R^+ (5 คะแนน)

$$2.1 f = \{(x,y) \in R^+ \times R^+ \mid xy = 1\}$$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ $D_f \dots R^+ \quad R_f \dots R^+$
(=, $\neq$) (= $\neq$)

$$2.2 f = \{(x,y) \in R^+ \times R^+ \mid (x-1)(y-1) = 1\}$$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ $D_f \dots R^+ \quad R_f \dots R^+$
(=, $\neq$) (= $\neq$)

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 6

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการตรวจสอบฟังก์ชัน 1-1

จุดประสงค์ที่ 6 บอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชัน 1 – 1 หรือไม่

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบเติมคำตอบแสดงผลจำนวน 1 ข้อ
5 คะแนน และแบบแสดงวิธีทำจำนวน 1 ข้อ 5 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 10 นาที
2. จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบพร้อมทั้งแสดงผล
หรือแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ

1. จงพิจารณาในว่าแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่เพราะเหตุใด(5คะแนน)

1.1 $f_1 = \{(a,a),(b,b),(c,c)\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ
.....

1.2 $f_2 = \{(1,x),(2,y),(3,x)\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ
.....

1.3 $r(x) = x^5$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ
.....

1.4 $q(x) = x^2 + 3$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ
.....

1.5 $s(x) = |7x|$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ
.....

2.จงแสดงวิธีการตรวจสอบว่าในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชัน 1-1 หรือไม่ (5คะแนน)

2.1 $f(x) = x^5 - 7$

[illegible]

$$2.2 f = \{(x,y) \mid y = x^2 + 5\}$$

[illegible]

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 7

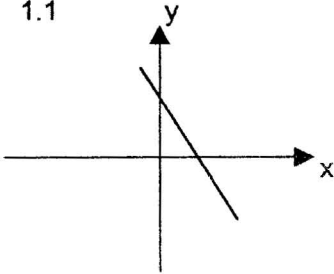
แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนรู้เรื่องการตรวจสอบกราฟของฟังก์ชัน 1-1

จุดประสงค์ที่ 7 บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟของฟังก์ชัน 1-1 หรือไม่

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบเติมคำตอบจำนวน 5 ข้อ
10 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 10 นาที
2. จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบพร้อมทั้งแสดงผล

จงพิจารณาว่ากราฟที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นกราฟของฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่ เพราะเหตุใด (10 คะแนน)

1.1



() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ

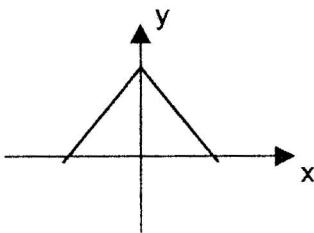
.....

.....

.....

.....

1.2



() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ

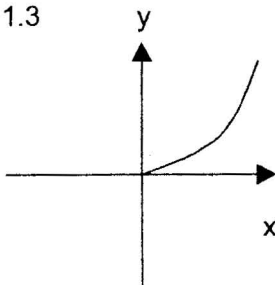
.....

.....

.....

.....

1.3



() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ

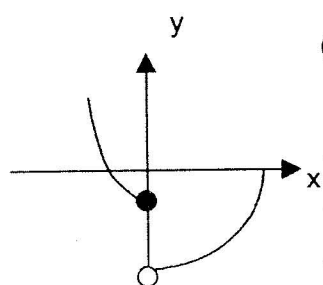
.....

.....

.....

.....

1.4



() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ

.....

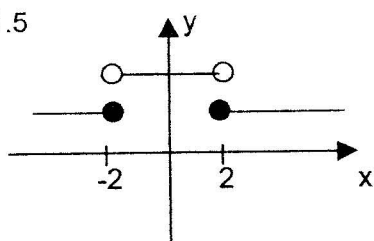
.....

.....

.....

.....

1.5



() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 1 ฉบับที่ 8

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันเพิ่มฟังก์ชันลด
จุดประสงค์ที่ 8 บอกความหมายของฟังก์ชันเพิ่ม ฟังก์ชันลดได้ และ บอกได้ว่าฟังก์ชัน
ที่กำหนดให้ฟังก์ชันใดเป็นฟังก์ชันเพิ่ม ฟังก์ชันใดเป็นฟังก์ชันลด

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบเติมคำตอบแสดงเหตุผลจำนวน 1 ข้อ
5 คะแนน และแบบแสดงวิธีทำจำนวน 1 ข้อ 5 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 10 นาที
2. จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบพร้อมทั้งแสดงเหตุผล
หรือแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ
1. จงพิจารณาว่าในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดเพราะเหตุใด(5คะแนน)

1.1 $f_1 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$

() ฟังก์ชันเพิ่ม () ฟังก์ชันลด () อื่นๆ(โปรดระบุ).....

เพราะ

1.2 $f_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 0\}$

() ฟังก์ชันเพิ่ม () ฟังก์ชันลด () อื่นๆ(โปรดระบุ).....

เพราะ

1.3 $f(x) = |x| + 3$

() ฟังก์ชันเพิ่ม () ฟังก์ชันลด () อื่นๆ(โปรดระบุ).....

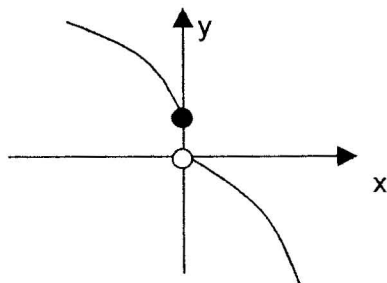
เพราะ

1.4 $g(x) = x^2 + 3$ เมื่อ $x \in (-\infty, 0]$

() ฟังก์ชันเพิ่ม () ฟังก์ชันลด () อื่นๆ(โปรดระบุ).....

เพราะ

1.5



() ฟังก์ชันเพิ่ม

() ฟังก์ชันลด

() อื่นๆ(โปรดระบุ).....

เพราะ

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 2

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก
จำนวน 8 ข้อ 40 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง

- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 3 ฉบับที่ 1
จุดประสงค์ที่ 1 จำแนกประเภทของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 3 ฉบับที่ 2
จุดประสงค์ที่ 2 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันขั้นบันได และฟังก์ชันกำลังสองได้

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 2 ฉบับที่ 1

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการจำแนกประเภท ของฟังก์ชัน และการสร้างฟังก์ชัน

จุดประสงค์ที่ 1 จำแนกประเภทของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบเติมคำตอบแสดงเหตุผล จำนวน 1 ข้อ 5 คะแนน
และแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 4 ข้อ 20 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 40 นาที
2. จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในข้อ 1 ของแบบทดสอบ พร้อมทั้งแสดง
วิธีทำเพื่อหาคำตอบในข้อ 2 – 5 ในแบบทดสอบ

1. จงพิจารณาในแต่ละข้อต่อไปนี้ **ถูกหรือผิด** (5 คะแนน)

.....1.1 $f(x) = 10$; f เป็นฟังก์ชันคงตัว

.....1.2 $f(x) = \frac{1}{2}$; f เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น

.....1.3 $f(x) = x - \sqrt{5}$; f เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น

.....1.4 $f(x) = x(x - 1)$; f เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น

.....1.5 $f(x) = \frac{x^2}{20 - x}$; f เป็นฟังก์ชันกำลังสอง

.....1.6 $f(x) = 5 - 3x^2$; f เป็นฟังก์ชันกำลังสอง

.....1.7 $f(x) = 3x^3 - 1$; f เป็นฟังก์ชันพหุนาม

.....1.8 $f(x) = 3x^2 - 5x - 7$; f เป็นฟังก์ชันพหุนาม

.....1.9 $f(x) = 0$; f เป็นฟังก์ชันพหุนาม

.....1.10 $f(x) = x^3 - 2x\sqrt{x} + 1$; f เป็นฟังก์ชันพหุนาม

.....1.11 $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } 10 < x \leq 100 \\ 1 & \text{เมื่อ } 100 < x \leq 1,000 \end{cases}$; f เป็นฟังก์ชันขั้นบันได

.....1.12 $f(x) = \begin{cases} -5 & \text{เมื่อ } -1 \leq x < 0 \\ 0 & \text{เมื่อ } 0 \leq x < 1 \\ 10 & \text{เมื่อ } 1 \leq x < 2 \end{cases}$; f เป็นฟังก์ชันขั้นบันได

.....1.13 $f(x) = \frac{3x}{2}$; f เป็นฟังก์ชันตรรกยะ

.....1.14 $f(x) = \frac{7x - 5}{x - 3}$; f เป็นฟังก์ชันตรรกยะ

.....1.15 กราฟของฟังก์ชันคงตัวเป็นเส้นตรงเสมอ

.....1.16 ฟังก์ชันคงตัวเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น

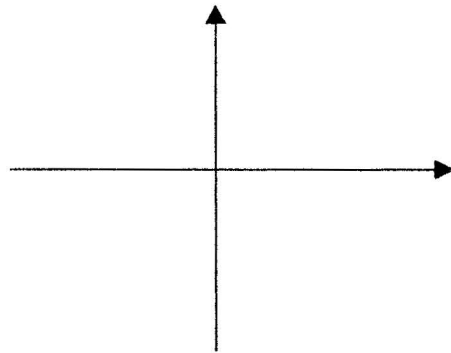
.....1.17 ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นรูปเส้นตรงเป็นฟังก์ชันคงตัว

.....1.18 ฟังก์ชันเชิงเส้นมีกราฟเป็นเส้นตรงที่ผ่านจุดกำเนิด

.....1.19 ฟังก์ชันที่มีกราฟเป็นรูปเส้นตรงเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

.....1.20 ฟังก์ชันเชิงเส้นเป็นฟังก์ชันคงตัว

2. กำหนด $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } x < 1 \\ 0 & \text{เมื่อ } 1 \leq x \leq 3 \\ -1 & \text{เมื่อ } x > 3 \end{cases}$



จงเขียนกราฟของ f (5 คะแนน)

3. โรงเรียนศรีรัทวิทยาลัยจัดการแสดงการกุศลในงานผ้าป่าการศึกษา โดยกำหนดค่าบัตรผ่านประตูสำหรับบุคคลทั่วไปตามส่วนสูงดังนี้ เด็กสูงน้อยกว่า 1 เมตร เสียค่าบัตรผ่านประตู 5 บาท เด็กสูงตั้งแต่ 1 เมตรขึ้นไปแต่น้อยกว่า 1.20 เมตร ต้องเสียค่าบัตรผ่านประตูคนละ 10 บาท นอกนั้นเสียค่าบัตรคนละ 15 บาท (5 คะแนน)

3.1 จงเขียนฟังก์ชัน f ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ของอัตราค่าบัตรผ่านประตูกับส่วนสูง โดยให้ x เป็นส่วนสูง 	3.2 จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของอัตราค่าบัตรผ่านประตูกับส่วนสูง โดยให้แกน x เป็นส่วนสูง และแกน y เป็นค่าผ่านประตู
--	--

4. โรงงานผลิตเสื้อสำเร็จรูปโรงงานหนึ่ง ผลิตเสื้อจำหน่ายในราคาตัวละ 150 บาท สมมติว่าในวันหนึ่งๆ โรงงานผลิตเสื้อผ้าได้ x ตัว และส่งจำหน่ายได้หมดในแต่ละวัน ถ้าต้นทุนการผลิตเสื้อเหล่านี้ต่อวันเป็น $x^2 + 6x + 2000$

4.1 จงเขียนฟังก์ชัน f ซึ่งเป็นรายได้จากการขายเสื้อจำนวน x ตัว (2.5 คะแนน)

4.2 จงเขียนฟังก์ชัน q ซึ่งเป็นกำไรจากการขายเสื้อจำนวน x ตัว (2.5 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

5. พ่อค้าคนหนึ่งต้องการขายสินค้าชนิดหนึ่ง โดยเขาปัดราคาขายเป็นสองเท่าของราคาทุน แต่จะลดให้ผู้ซื้อ 5 บาทเสมอ จงหาฟังก์ชัน f ที่แสดงราคาขาย เมื่อ x แทนต้นทุนของราคาของสินค้า (5 คะแนน)

[illegible]

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 2 ฉบับที่ 2

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการแก้โจทย์ปัญหาฟังก์ชัน
จุดประสงค์ที่ 2 แก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันขั้นบันได และ ฟังก์ชันกำลังสองได้

- คำชี้แจง 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 3 ข้อ 15 คะแนน
ใช้เวลาในการทดสอบ 20 นาที
2. จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ

1. เจ้าของโรงงานแห่งหนึ่งผลิตสินค้าชนิดหนึ่ง เขาพบว่าผลกำไรของสินค้าชนิดนี้มีความสัมพันธ์กับจำนวนของสินค้าที่ผลิต ดังนี้
- $f(x) = -10x^2 + 200x$
- เมื่อ x แทนจำนวนหน่วยของสินค้าที่ผลิต
และ $f(x)$ เป็นกำไรต่อการผลิตสินค้า x หน่วย

1.1 จงหาผลกำไร เมื่อผลิตสินค้า จำนวน 10 ชิ้น

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.2 ถ้าต้องการผลกำไรสูงสุดจะต้องผลิตสินค้าจำนวนกี่ชิ้น และได้กำไรเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 3

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันคอมโพสิต

จำนวน 8 ข้อ 40 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง

- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 3 ฉบับที่ 1
จุดประสงค์ที่ 1 บอกได้ว่ามีฟังก์ชันคอมโพสิตจากฟังก์ชันสองฟังก์ชันที่กำหนดให้หรือไม่
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 3 ฉบับที่ 2
จุดประสงค์ที่ 2 หาฟังก์ชันคอมโพสิตของฟังก์ชันสองฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 3 ฉบับที่ 3
จุดประสงค์ที่ 3 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันคอมโพสิตได้

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 3 ฉบับที่ 1

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการตรวจสอบเงื่อนไข

เพื่อพิจารณาว่ามีฟังก์ชันคอมโพสิทหรือไม่

จุดประสงค์ที่ 1 บอกได้ว่ามีฟังก์ชันคอมโพสิทจากฟังก์ชันสองฟังก์ชันที่กำหนดให้หรือไม่

คำชี้แจง 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบเติมคำตอบแสดงผล จำนวน 1 ข้อ

7 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 10 นาที

2. จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบพร้อมทั้งแสดงเหตุผล

1. จงพิจารณาว่าในแต่ละข้อต่อไปนี้ มี gof หรือไม่ เพราะเหตุใด (7 คะแนน)

1.1 $f = \{(2,1), (5,3), (7,8)\}$

$g = \{(4,2), (7,5), (10,9), (4,12)\}$

() มี () ไม่มี เพราะ

.....

1.2 $f = \{(x,2), (z,4), (y,4)\}$

$g = \{(2,3), (5,7), (4,8)\}$

() มี () ไม่มี เพราะ

.....

1.3 $f = \{(x,y) \in I \times I \mid y = x \text{ และ } 0 \leq x < 4\}$ $g = \{(x,y) \in I \times I \mid y = 1 \text{ และ } 0 < x \leq 3\}$

() มี () ไม่มี เพราะ

.....

1.4 $f(x) = 3x$

$g(x) = x + 3$

() มี () ไม่มี เพราะ

.....

1.5 $f(x) = \frac{1}{x}$

$g(x) = 2x - 1$

() มี () ไม่มี เพราะ

.....

1.6 $f(x) = x + 1$

$g(x) = \sqrt{x + 1}$

() มี () ไม่มี เพราะ

.....

1.7 $f(x) = -|x - 1|$

$g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

() มี () ไม่มี เพราะ

.....

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 3 ฉบับที่ 2

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการหาฟังก์ชันคอมโพสิท

จุดประสงค์ที่ 2 หาฟังก์ชันคอมโพสิทของฟังก์ชันสองฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำจำนวน 4 ข้อ 20 คะแนน
ใช้เวลาในการทดสอบ 25 นาที

2. จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ

1. กำหนด $f = \{(1,2),(3,4),(5,6),(7,8),(9,10)\}$ และ $g = \{(2,3),(4,5),(6,7),(8,9),(10,1)\}$

จงหา

(7 คะแนน)

1.1 $(g \circ f)(1) = \dots\dots\dots$

1.2 $(g \circ f)(3) = \dots\dots\dots$

1.3 $(g \circ f)(5) = \dots\dots\dots$

1.4 $g \circ f = \dots\dots\dots$

1.5 $f \circ g = \dots\dots\dots$

1.6 $f \circ f = \dots\dots\dots$

1.7 $g \circ g = \dots\dots\dots$

2. กำหนด $f(x) = 2x + 1$ และ $g(x) = 3x + 2$ จงหา

(7 คะแนน)

2.1 $(g \circ f)(x)$ และ $(g \circ f)(3)$

.....

2.2 $(f \circ g)(x)$

.....

2.3 $(f \circ f)(x)$ และ $(f \circ f)(x-1)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.4 $(g \circ g)(x)$ และ $(g \circ g)(-3)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. กำหนด $f(x) = 3x$ และ $g(x) = x^2 + 1$ จงหาค่าของ $(f \circ g)(-2)$ (3 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. กำหนด $f(x) = 2 - 5x$ และ $(f \circ g)(x) = -1$ จงหา $g(x)$ (3 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 3 ฉบับที่ 3
แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการหาโดเมนและเรนจ์
ของฟังก์ชันคอมโพสิท
จุดประสงค์ที่ 3 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันคอมโพสิทได้

- คำชี้แจง 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำจำนวน 3 ข้อ 13 คะแนน
ใช้เวลาในการทดสอบ 25 นาที
2. จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ

1. กำหนด $f = \{(a,1),(b,2),(c,3),(d,4)\}$ และ $g = \{(1,a),(2,m),(3,p),(5,r)\}$ (4 คะแนน)

จงหา

1.1 $g \circ f$ และ $D_{g \circ f}$ และ $R_{g \circ f}$

.....

.....

.....

.....

.....

1.2 $f \circ g$ และ $D_{f \circ g}$ และ $R_{f \circ g}$

.....

.....

.....

.....

.....

1.3 $g \circ (f \circ g)$ และ $D_{g \circ (f \circ g)}$ และ $R_{g \circ (f \circ g)}$

.....

.....

.....

.....

1.4 $(g \circ f) \circ g$ และ $D_{(g \circ f) \circ g}$ และ $R_{(g \circ f) \circ g}$

.....

.....

.....

2. กำหนด $f = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2x + 1\}$ และ $g = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 - 2\}$ (5 คะแนน)

จงหา

2.1 $g \circ f$ และ $D_{g \circ f}$ และ $R_{g \circ f}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.2 $f \circ g$ และ $D_{f \circ g}$ และ $R_{f \circ g}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.3 $f \circ f$ และ $D_{f \circ f}$ และ $R_{f \circ f}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.4 $g \circ g$ และ $D_{g \circ g}$ และ $R_{g \circ g}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.5 $(g \circ f) \circ f$ และ $D_{(g \circ f) \circ f}$ และ $R_{(g \circ f) \circ f}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. กำหนด $f(x) = x^2 - 4x + 4$ และ $g(x) = |x|$ (4 คะแนน)

จงหา $g \circ f$ และ $D_{g \circ f}$ และ $R_{g \circ f}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 4

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส
จำนวน 10 ข้อ 40 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง

- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 4 ฉบับที่ 1
จุดประสงค์ที่ 1 หาอินเวอร์สของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 4 ฉบับที่ 2
จุดประสงค์ที่ 2 บอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้มีอินเวอร์สเป็นฟังก์ชันหรือไม่
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 4 ฉบับที่ 3
จุดประสงค์ที่ 3 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันอินเวอร์สได้
- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 4 ฉบับที่ 4
จุดประสงค์ที่ 4 เขียนกราฟของฟังก์ชันอินเวอร์สได้

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 4 ฉบับที่ 1

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน
จุดประสงค์ที่ 1 หาอินเวอร์สของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้

- คำชี้แจง 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 3 ข้อ 11 คะแนน
ใช้เวลาในการทดสอบ 18 นาที
2. จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ

1. จงหาอินเวอร์สในแต่ละข้อต่อไปนี้ (5 คะแนน)

1.1 $f_1 = \{(3,7),(4,8),(5,9)\}$

.....

.....

1.2 $f_2 = \{(5,5),(10,10),(20,20)\}$

.....

.....

1.3 $f_3 = \{(x,y) \mid y = -5x + 3 \}$

.....

.....

.....

.....

.....

1.4 $f_4 = \{(x,y) \mid y = -x^2 + 9\}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 4 ฉบับที่ 2

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนรู้เรื่องการตรวจสอบฟังก์ชันอินเวอร์ส
จุดประสงค์ที่ 2 บอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้มีอินเวอร์สเป็นฟังก์ชันหรือไม่

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบเติมคำตอบแสดงเหตุผล จำนวน 1 ข้อ 10 คะแนน และแบบแสดงวิธีทำจำนวน 1 ข้อ 5 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 12 นาที
2. จงเติมคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบพร้อมทั้งแสดงเหตุผล หรือแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ

1. กำหนดฟังก์ชันในแต่ละข้อต่อไปนี้

จงพิจารณาว่าอินเวอร์สของฟังก์ชันเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด (10 คะแนน)

1.1 $g_1 = \{(2,2), (4,4), (6,6)\}$

$g_1^{-1} = \dots\dots\dots$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

1.2 $g_2 = \{(1,3), (2,6), (4,9), (3,1)\}$

$g_2^{-1} = \dots\dots\dots$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

1.3 $g_3 = \{(1,2), (2,2), (4,3)\}$

$g_3^{-1} = \dots\dots\dots$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

1.4 $g_4 = \{(x,y) \mid y = 2x^3 + 5\}$

$g_4^{-1} = \dots\dots\dots$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

1.5 $g_5 = \{(x,y) \mid y = (x-1)^2\}$

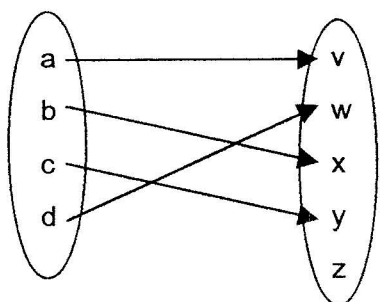
$g_5^{-1} = \dots\dots\dots$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ $\dots\dots\dots$

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 4 ฉบับที่ 3
แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการหาโดเมนและเรนจ์
ของฟังก์ชันอินเวอร์ส
จุดประสงค์ที่ 3 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันอินเวอร์สได้

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำจำนวน 3 ข้อ 8 คะแนน
 ใช้เวลาในการทดสอบ 18 นาที
 2. จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ

1. จากแผนภาพที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้ จงหา D_f^{-1} และ R_f^{-1} (2 คะแนน)



2. กำหนด $f = \{(x,y) \mid y = 2x + 4\}$ จงหา D_f^{-1} และ R_f^{-1} (3 คะแนน)

3. กำหนด $f = \{(x,y) \mid y = \sqrt{x + 1}\}$ จงหา D_f^{-1} และ R_f^{-1} (3 คะแนน)

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 4 ฉบับที่ 4
แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการเขียนกราฟ
ของฟังก์ชันอินเวอร์ส
จุดประสงค์ที่ 4 เขียนกราฟของฟังก์ชันอินเวอร์สได้

คำชี้แจง 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 3 ข้อ 5 คะแนน
 ใช้เวลาในการทดสอบ 12 นาที

2. จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดให้ในแบบทดสอบ

1. กำหนด $f = \{(-1,-1), (-2,-2), (-3,-3), (-4,-4)\}$ จงหา f^{-1} พร้อมทั้งเขียนกราฟ
 ของ f และ f^{-1} ในระนาบเดียวกัน (1.5 คะแนน)

.....

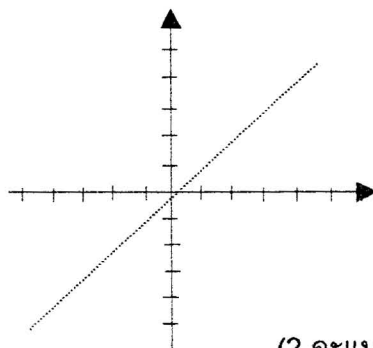
.....

.....

.....

.....

.....



2. กำหนด $f = \{(x,y) \mid y = |x|\}$ จงหา f^{-1} พร้อมทั้ง
 เขียนกราฟของ f และ f^{-1} ในระนาบเดียวกัน

.....

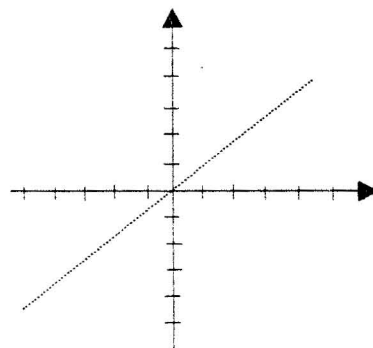
.....

.....

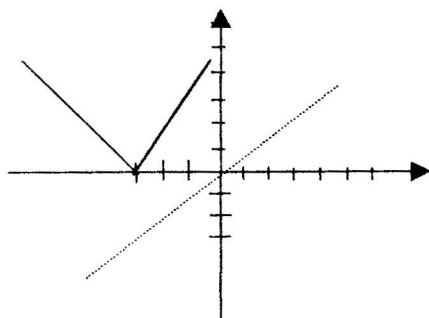
.....

.....

.....



3. กำหนดกราฟของฟังก์ชัน f ดังรูป จงเขียนกราฟของ f^{-1} ในระนาบเดียวกัน (1.5 คะแนน)



แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 5
แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน
จำนวน 8 ข้อ 40 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง

- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 5 ฉบับที่ 1
 จุดประสงค์ที่ 1 หาฟังก์ชันที่ได้จากการบวก การลบ การคูณ หรือการหารฟังก์ชัน
 ที่กำหนดให้ตั้งแต่ 2 ฟังก์ชันขึ้นไปได้

- แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่อง หน่วยที่ 5 ฉบับที่ 2
 จุดประสงค์ที่ 2 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่ได้จากการบวก การลบ การคูณ
 หรือการหารฟังก์ชันที่กำหนดให้ตั้งแต่ 2 ฟังก์ชันขึ้นไปได้

แบบทดสอบวินิจัย หน่วยที่ 5 ฉบับที่ 1

แบบทดสอบวินิจัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการหาพีชคณิตของฟังก์ชัน

จุดประสงค์ที่ 1 หาฟังก์ชันที่ได้จากการบวก การลบ การคูณ หรือการหารฟังก์ชัน

ที่กำหนดให้ตั้งแต่ 2 ฟังก์ชันขึ้นไปได้

คำชี้แจง 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 5 ข้อ 25 คะแนน

ใช้เวลาในการทดสอบ 40 นาที

2. จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ

1. กำหนด $f = \{(0,0), (1,1), (2,-1), (3,2), (4,-2), (5,3), (6,-3)\}$ (5 คะแนน)

$g = \{(0,1), (2,3), (4,5), (6,6), (8,9), (10,10)\}$

จงหาคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.1 $f + g$

.....

1.2 $g + f$

.....

1.3 $f - g$

.....

1.4 $g - f$

.....

1.5 $f \cdot g$

.....

1.6 $g \cdot f$

.....

1.7 $\frac{g}{f}$

.....

1.8 $\frac{f}{g}$

.....

1.9 $f + f^{-1}$

.....

1.10 $(g \circ f^{-1}) + f$

.....

2. ให้ $f(x) = 2x - 7$ และ $g(x) = x^2 - x + 3$ จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด เพื่อหาคำตอบ
ในแต่ละข้อต่อไปนี้ (10 คะแนน)

2.1 $(f + g)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

2.2 $(g + f)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

2.3 $(f - g)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

2.4 $(g - f)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

2.5 $(f \cdot g)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

2.6 $(g \cdot f)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

2.7 $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

2.8 $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

2.9 $(f + f)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

2.10 $((f \circ g) + f)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบวินิจฉัย หน่วยที่ 5 ฉบับที่ 2

แบบทดสอบวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องการหาโดเมนและเรนจ์
ของฟังก์ชันของฟังก์ชัน

จุดประสงค์ที่ 2 หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่ได้จากการบวก การลบ การคูณหรือ
การหารฟังก์ชันที่กำหนดให้ตั้งแต่ 2 ฟังก์ชันขึ้นไปได้

- คำชี้แจง** 1. แบบทดสอบเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 3 ข้อ 15 คะแนน
ใช้เวลาในการทดสอบ 20 นาที
2. จงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบในแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบ

1. กำหนด $f = \{(1,3), (2,5), (3,7)\}$ และ $g = \{(1,1), (3,3), (5,5)\}$

จงหา $f \cdot g$ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์และเขียนกราฟของ $f \cdot g$

(5 คะแนน)

.....

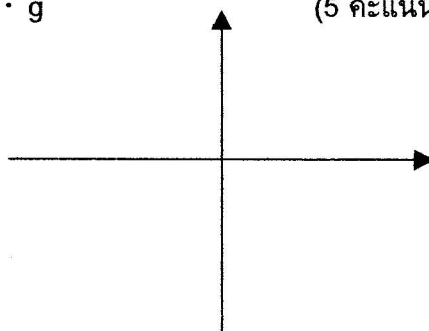
.....

.....

.....

.....

.....



2. กำหนดฟังก์ชัน $f = \{(x,y) \mid y = 4x - 2\}$ และ $g = \{(x,y) \mid y = -2x\}$ จงหา $f + g$

พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์ของ $f + g$ และเขียนกราฟของ $f + g$

(5 คะแนน)

.....

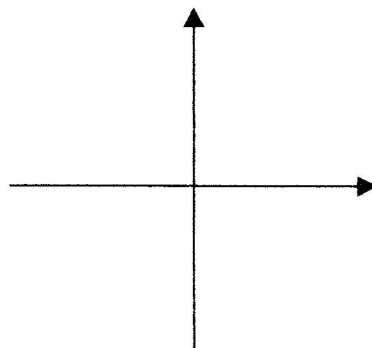
.....

.....

.....

.....

.....



3. ถ้า $f(x) = x^3 - 1$ และ $g(x) = x - 1$ จงหาโดเมนและเรนจ์ของ $\frac{f}{g}$ (5 คะแนน)

.....

.....

.....

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เรื่องฟังก์ชัน

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012
เรื่องฟังก์ชัน

- คำสั่ง** 1. ข้อสอบมีจำนวนทั้งหมด 7 หน้า 30 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง
 2. จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด และกาเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบ

จุดประสงค์ที่ 1

1. ความสัมพันธ์ในข้อใดไม่เป็นฟังก์ชัน

ก. $\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$

ข. $\{(2,1),(3,1),(4,0),(5,0)\}$

ค. $\{(3,5),(4,5),(5,5),(6,5)\}$

ง. $\{(2,3),(1,4),(3,5),(2,6)\}$

2. ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน

ก. $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y \leq x\}$

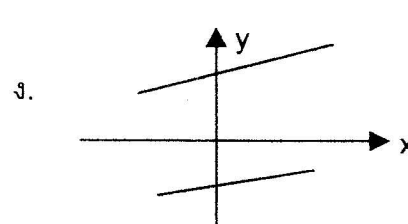
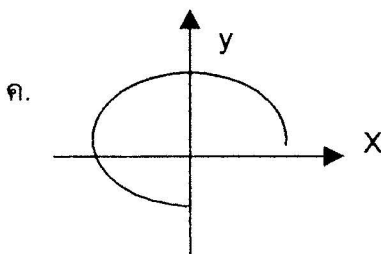
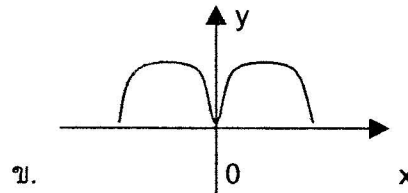
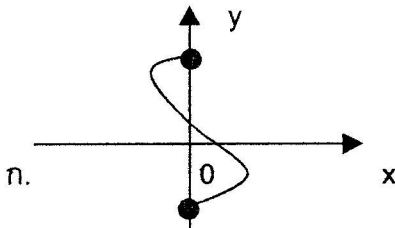
ข. $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x=15\}$

ค. $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y=2x^2-5\}$

ง. $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x=y^2\}$

จุดประสงค์ที่ 2

3. กราฟในข้อใดเป็นกราฟของฟังก์ชัน



จุดประสงค์ที่ 3

4. ให้ $S = \{4,5,6\}$, $T = \{2,4,6,8,10\}$ และ $f = \{(x,y) \in S \times T \mid x = y\}$ ดังนั้นเรนจ์ของฟังก์ชัน f คือ เซตในข้อใด

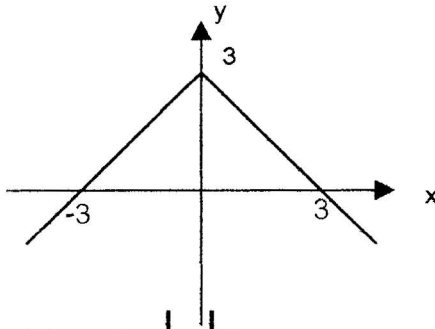
ก. $\{2,4\}$

ข. $\{2,4,8\}$

ค. $\{4,6\}$

ง. $\{2,4,6,8\}$

5. กราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟของฟังก์ชันในข้อใด



ก. $f = \{ (x,y) \mid y = 3 + |x| \}$

ข. $f = \{ (x,y) \mid y = 3 - |x| \}$

ค. $f = \{ (x,y) \mid y = |x| - 3 \}$

ง. $f = \{ (x,y) \mid y = -|x| - 3 \}$

จุดประสงค์ที่ 4

6. ให้ $f(x) = \begin{cases} 2+x & ; x \leq -2 \\ 3 & ; -2 < x < 2 \\ 4x-1 & ; x \geq 2 \end{cases}$

จงพิจารณาว่าข้อใดถูกต้อง

ก. $f(-3) = 5$

ข. $f(2) = 7$

ค. $f(-2) = 3$

ง. $f(0) = 2$

จุดประสงค์ที่ 5

7. กำหนดให้ $A = \{-1, 2\}$ ข้อความใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. สร้างฟังก์ชันทั้งหมดจาก A ไป A ได้ 3 ฟังก์ชัน

ข. สร้างฟังก์ชันทั้งหมดจาก A ไปทั่วถึง A ได้ 1 ฟังก์ชัน

ค. สร้างฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งทั้งหมดจาก A ไป A ได้ 2 ฟังก์ชัน

ง. สร้างฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งทั้งหมดจาก A ไปทั่วถึง A ได้ 1 ฟังก์ชัน

8. ให้ $f = \{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 \}$ คู่อันดับต่อไปนี้คู่อันดับในข้อใดเป็นสมาชิกของ f

ก. $(1,-1)$

ข. $(3,9)$

ค. $(-1,2)$

ง. $(8,4)$

จุดประสงค์ที่ 6

9. ฟังก์ชันใดต่อไปนี้ ไม่เป็นฟังก์ชัน 1-1

ก. $f = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2\}$

ข. $g = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{x}\}$

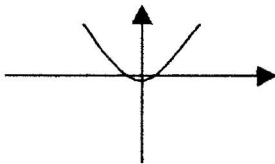
ค. $h = \{(1,0), (2,1), (3,-1), (4,2)\}$

ง. $i = \{(0,-3), (1,3), (2,2), (3,5), (4,2)\}$

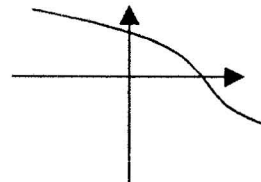
จุดประสงค์ที่ 7

10. กราฟในข้อใด เป็นกราฟของฟังก์ชัน 1-1

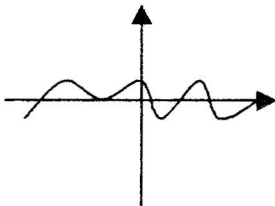
ก.



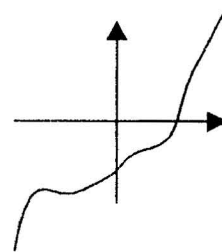
ข.



ค.



ง.

จุดประสงค์ที่ 8

11. กำหนด $f(x)$ ตรงกับข้อใดต่อไปนี้ จะทำให้ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันลด

ก. $f(x) = -2x + 3$, $\mathbb{R}$

ข. $f(x) = x - 2$, $\mathbb{R}$

ค. $f(x) = x^2 + 1$, $[0, \infty)$

ง. $f(x) = -x^2 + 5$, $(-\infty, 0]$

12. กำหนดให้ $f(x) = 2 - |x|$ ข้อใด ถูกต้อง

ก. f เป็นฟังก์ชันเพิ่มใน $(-\infty, 0]$

ข. f เป็นฟังก์ชันเพิ่มใน $[-2, \infty]$

ค. f เป็นฟังก์ชันลดใน $(-\infty, 0]$

ง. f เป็นฟังก์ชันลดใน $(-\infty, 2]$

จุดประสงค์ที่ 9

13. จงพิจารณาว่าข้อใดถูกต้อง

$$\text{ก. } f(x) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } 0 \leq x < 1 \\ x^2 & \text{เมื่อ } 1 \leq x \end{cases} ; f \text{ เป็นฟังก์ชันขั้นบันได}$$

$$\text{ข. } f(x) = x^3 - 2x\sqrt{x} + 1 ; f \text{ เป็นฟังก์ชันพหุนาม}$$

$$\text{ค. } f(x) = 2 ; f \text{ เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น}$$

$$\text{ง. } f(x) = 2\sqrt{x^2} ; f \text{ เป็นฟังก์ชันกำลังสอง}$$

14. กำหนดให้ $f(h)$ แทนความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ผิวของถ้วยแก้วรูปทรงกระบอกกับความสูง (h) ของถ้วยแก้ว เมื่อถ้วยแก้วมีความสูงเท่ากับความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของฐาน ($2r$) แล้วฟังก์ชัน f จะเท่ากับข้อใด

$$\text{ก. } \pi h^2 + 2\pi h$$

$$\text{ข. } \pi \left(\frac{h}{2} \right)^2 + \pi h^2$$

$$\text{ค. } \pi h^2$$

$$\text{ง. } 2\pi rh$$

จุดประสงค์ที่ 10

15. จากข้อ 14 พื้นที่ผิวของถ้วยแก้ว เมื่อทรงกระบอกสูง 4 เซนติเมตร เท่ากับเท่าใด

$$\text{ก. } 18.82$$

$$\text{ข. } 29.12$$

$$\text{ค. } 49.24$$

$$\text{ง. } 62.80$$

จุดประสงค์ที่ 1116. ให้ f และ g เป็นฟังก์ชัน จะหา $f \circ g$ ได้ต้องมีเงื่อนไขข้อใด

$$\text{ก. } R_f \cap D_g \neq \emptyset$$

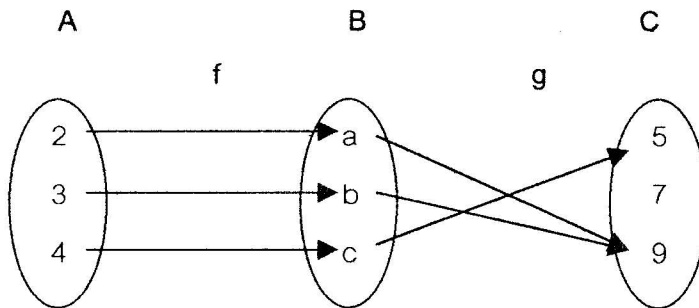
$$\text{ข. } R_f \subset D_g$$

$$\text{ค. } R_g \cap D_f \neq \emptyset$$

$$\text{ง. } R_g \subset D_f$$

จุดประสงค์ที่ 12

17. จากแผนภาพ จะได้ gof ตรงกับข้อใด



ก. $\{(2,a),(3,b),(4,c)\}$

ข. $\{(5,4),(9,2),(9,3)\}$

ค. $\{(2,9),(3,9),(4,5)\}$

ง. $\{(9,a),(9,b),(5,c)\}$

18. ถ้า $f(x) = x^2 - 1$ และ $g(x) = 2x + 7$ แล้ว $(\text{gof})(x)$ เท่ากับข้อใด

ก. $4x^2 + 6$

ข. $4x^2 + 28x + 49$

ค. $2x^2 + 5$

ง. $4x^2 + 28x + 48$

จุดประสงค์ที่ 13

19. กำหนดให้ $f = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 5x - 2\}$

$$g = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{x-2}\}$$

$$h = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 + 1\}$$

ดังนั้น $D_{\text{gof}} \cap D_{\text{goh}}$ ตรงกับข้อใด

ก. $[1, \infty)$

ข. $[\frac{3}{2}, \infty)$

2

ค. $(-\infty, 1]$

ง. $(-\infty, \frac{3}{2}]$

2

20. กำหนดให้ $f = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x \text{ และ } 0 < x \leq 4\}$

และ $g = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 1 \text{ และ } 0 \leq x < 3\}$

จงพิจารณาว่าข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ไม่สามารถหา gof ได้

ข. $\text{fog} = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x + 1 \text{ และ } 0 \leq x \leq 3\}$

ค. $\text{fof} = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$

ง. $\text{gog} = \{(0,0), (1,1), (2,2)\}$

จุดประสงค์ที่ 14

21. กำหนดให้ $h(x) = 2x - 3$ ดังนั้น $h^{-1}(x)$ เท่ากับเท่าใด

ก. $\frac{x-3}{2}$

ข. $\frac{x+3}{2}$

ค. $3x - 2$

ง. $\frac{x+2}{3}$

22. ให้ $f(x) = 3x - 2$ และ $g(x) = 2x + 7$ ค่าของ $(f \circ g)^{-1}(2)$ คือข้อใด

ก. 31

ข. $-\frac{3}{6}$

ค. 17

ง. $-\frac{17}{6}$

จุดประสงค์ที่ 15

23. ข้อใดต่อไปนี้ ถูกต้อง

ก. ถ้า $f: A \xrightarrow{1-1} B$ แล้ว $f^{-1}: B \xrightarrow{1-1} A$

ข. ถ้า f^{-1} เป็นฟังก์ชันจาก B ไปทั่วถึง A แล้ว f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง จาก A ไปทั่วถึง B

ค. ถ้า $f(x) = x^2 + x|x|$ เมื่อ $x \in \mathbb{R}$ แล้ว f^{-1} จะเป็นฟังก์ชัน

ง. ถ้า $f(x) = 2x + |x|$ เมื่อ $x \in \mathbb{R}$ แล้ว f^{-1} จะเป็นฟังก์ชัน

24. ฟังก์ชันที่กำหนดให้ข้อใดที่มีอินเวอร์สเป็นฟังก์ชัน

ก. $f = \{(1,a), (2,a), (3,a)\}$

ข. $f = \{(a,b), (b,c), (c,d)\}$

ค. $f = \{(b,1), (c,2), (d,1)\}$

ง. $f = \{(c,3), (4,d), (b,d)\}$

จุดประสงค์ที่ 16

25. กำหนด $f = \{(x,y) \mid xy = 4\}$ จงพิจารณาว่า $D_{f^{-1}}$ และ $R_{f^{-1}}$ คือข้อใด

ก. $D_{f^{-1}} = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$

ข. $D_{f^{-1}} = \{x \mid x \neq 0\}$

$R_{f^{-1}} = \{y \mid y \in \mathbb{R}\}$

$R_{f^{-1}} = \{y \mid y \neq 0\}$

ค. $D_{f^{-1}} = \{x \mid x = 4\}$

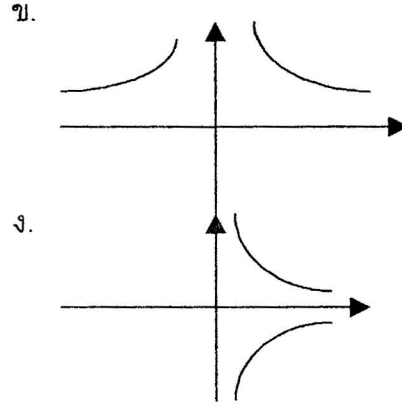
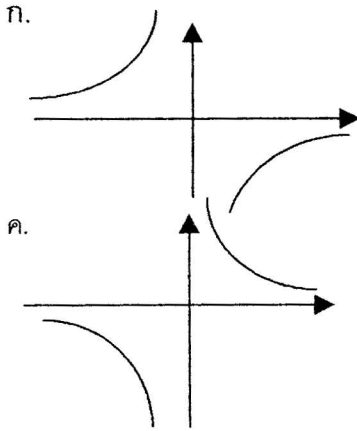
ง. $D_{f^{-1}} = \{x \mid x \neq 4\}$

$R_{f^{-1}} = \{y \mid y = 4\}$

$R_{f^{-1}} = \{y \mid y \neq 4\}$

จุดประสงค์ที่ 17

26. ถ้า $f = \{(x,y) \mid xy = 4\}$ ดังนั้นกราฟของ f^{-1} คือข้อใด

**จุดประสงค์ที่ 18**

27. ให้ $f = \{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5)\}$

$$g = \{(0,1),(1,2),(2,3),(3,4),(5,8)\}$$

ข้อใดถูกต้อง

ก. $f + g = \{(2,2),(4,3),(6,4)\}$

ข. $f - g = \{(0,1),(4,5),(5,8)\}$

ค. $f \cdot g = \{(1,4),(2,9),(3,16)\}$

ง. $\frac{f}{g} = \{(2, \frac{3}{2}), (3, \frac{4}{2}), (4, \frac{5}{3})\}$

28. กำหนดให้ $f(x) = 2x - 1$ และ $g(x) = 5x - 3$ ข้อใดคือค่าของ $(f \cdot g)(0)$

ก. 3

ข. -3

ค. 0

ง. -4

29. พังก์ชัน f และ g ในข้อใดหา $f^{-1} \cdot g^{-1}$ ไม่ได้

ก. $f(x) = x$ และ $g(x) = -x$

ข. $f(x) = 2$ และ $g(x) = \sqrt{x}$

ค. $f(x) = 1 - 3x$ และ $g(x) = x^2$ เมื่อ $x < 0$

ง. $f(x) = x^3$ และ $g(x) = 2x + 1$

จุดประสงค์ที่ 19

30. กำหนดให้ $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ และ $g(x) = \frac{x}{x+1}$

โดเมนของ $f \cdot g$ คือข้อใด

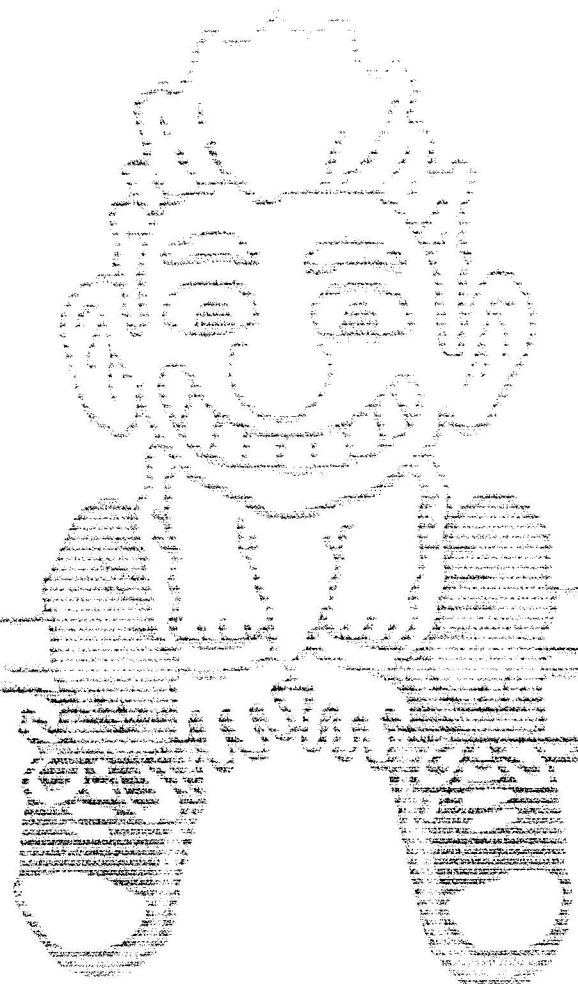
ก. $\{x \mid x \neq 0\}$

ข. $\{x \mid x \neq -1\}$

ค. $\{x \mid x \neq 0, 1, -1\}$

ง. $\{x \mid x \neq 1, -1\}$

ภาคผนวก ค
ตัวอย่างชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง
ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน
หน่วยที่ 1 เรื่องความหมายของฟังก์ชัน



๑ ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไข

๒ ข้อบกพร่องทางการเรียน

๓ เรื่องฟังก์ชัน

คู่มือครู

ประกอบการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

1. ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ใช้สำหรับ
ซ่อมเสริมนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ซึ่งจัดทำ
โดยจำแนกตามเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน ได้ 5 หน่วย ดังนี้

หน่วยที่ 1 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องเรื่องความหมายของฟังก์ชัน
การเขียนกราฟของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน การหาค่าของฟังก์ชัน และชนิดของ
ฟังก์ชัน

หน่วยที่ 2 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องเรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก

หน่วยที่ 3 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องเรื่องฟังก์ชันคอมโพสิท

หน่วยที่ 4 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องเรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส

หน่วยที่ 5 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องเรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน

2. ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ใช้สำหรับ
ซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนในแต่ละหน่วยศึกษาเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องที่เกิด
ขึ้นหลังจากการเรียนรู้เนื้อหาเรื่องฟังก์ชันในหน่วยต่าง ๆ ซึ่งแต่ละหน่วยจำแนกตามลักษณะข้อ
บกพร่องในด้านต่าง ๆ ดังนี้

1. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านบทนิยามหรือทฤษฎีบท

1.1 การจำบทนิยามหรือทฤษฎีบท

1.2 การเข้าใจบทนิยามหรือทฤษฎีบท

1.3 การเข้าใจเกี่ยวกับการจำแนกชนิดโดยใช้บทนิยาม

2. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ

2.1 กระบวนการใช้บทนิยามหรือทฤษฎีบท

2.2 กระบวนการสร้างฟังก์ชันตามเงื่อนไขของโจทย์

2.3 กระบวนการเขียนกราฟตามที่โจทย์กำหนด

3. ลักษณะข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ

3.1 ทักษะการบวก ลบ คูณและหารจำนวนจริงในการคิดคำนวณ

3.2 ทักษะเกี่ยวกับการใช้หลักพีชคณิตเบื้องต้นในการจัดรูปสมการ

4. ลักษณะข้อบกพร่องในการประยุกต์

4.1 การนำความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับฟังก์ชันไปประยุกต์ใช้

3. ก่อนทำการซ่อมเสริม ครูต้องดำเนินการทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบวินิจฉัย ซึ่งมีจำนวน 5 หน่วย ตามเนื้อหาของชุดการเรียนรู้การสอน เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องทางด้านใด และให้นักเรียนเรียนซ่อมเสริมด้วยชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านนั้นๆ หากพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องมากกว่า 1 ด้าน ให้นักเรียนศึกษาที่ละด้าน จนครบทุกด้านตามลักษณะข้อบกพร่อง โดยศึกษาชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในหน่วยที่เป็นพื้นฐานก่อน

4. หลังจากที่นักเรียนศึกษาชุดการเรียนรู้การสอนจนเข้าใจดีแล้ว ให้ครูทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบคู่ขนานที่ละหน่วยและสอดคล้องกับชุดการเรียนรู้การสอนที่นักเรียนศึกษา ถ้าผลการทดสอบด้วยแบบทดสอบคู่ขนานพบว่านักเรียนยังมีข้อบกพร่องทางการเรียนให้ทำการซ่อมเสริมและวินิจฉัยข้อบกพร่องซ้ำ จนกว่าจะมั่นใจได้ว่าสามารถแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้

คู่มือนักเรียน
ประกอบการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน
เรื่องฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอน ดังนี้

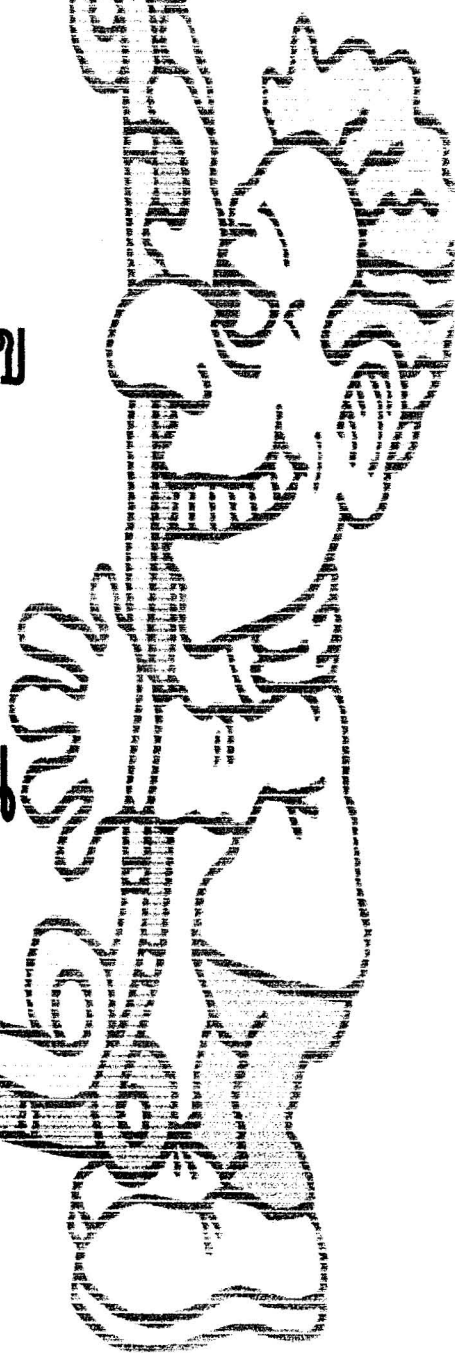
1. นักเรียนจะต้องศึกษาเนื้อหา พร้อมทั้งแบบฝึกปฏิบัติด้วยตนเอง ดังนี้
 - ศึกษาเนื้อหาในชุดการเรียนรู้การสอนแต่ละชุดให้เข้าใจ
 - ทำแบบฝึกปฏิบัติในชุดนั้นพร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้องในรอบเฉลย
2. ในขณะที่ทำการศึกษา ถ้ามีปัญหาสงสัยเนื้อหาในส่วนใดของชุดการเรียนรู้การสอน
 ซ่อมเสริม สามารถขอคำปรึกษาหรือคำแนะนำจากครูได้
3. ในขณะที่ศึกษาชุดการเรียนรู้การสอน นักเรียนอาจจะศึกษาคนเดียวหรือจับกลุ่มศึกษา
 กับเพื่อน

หน่วยที่ 1

ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไข

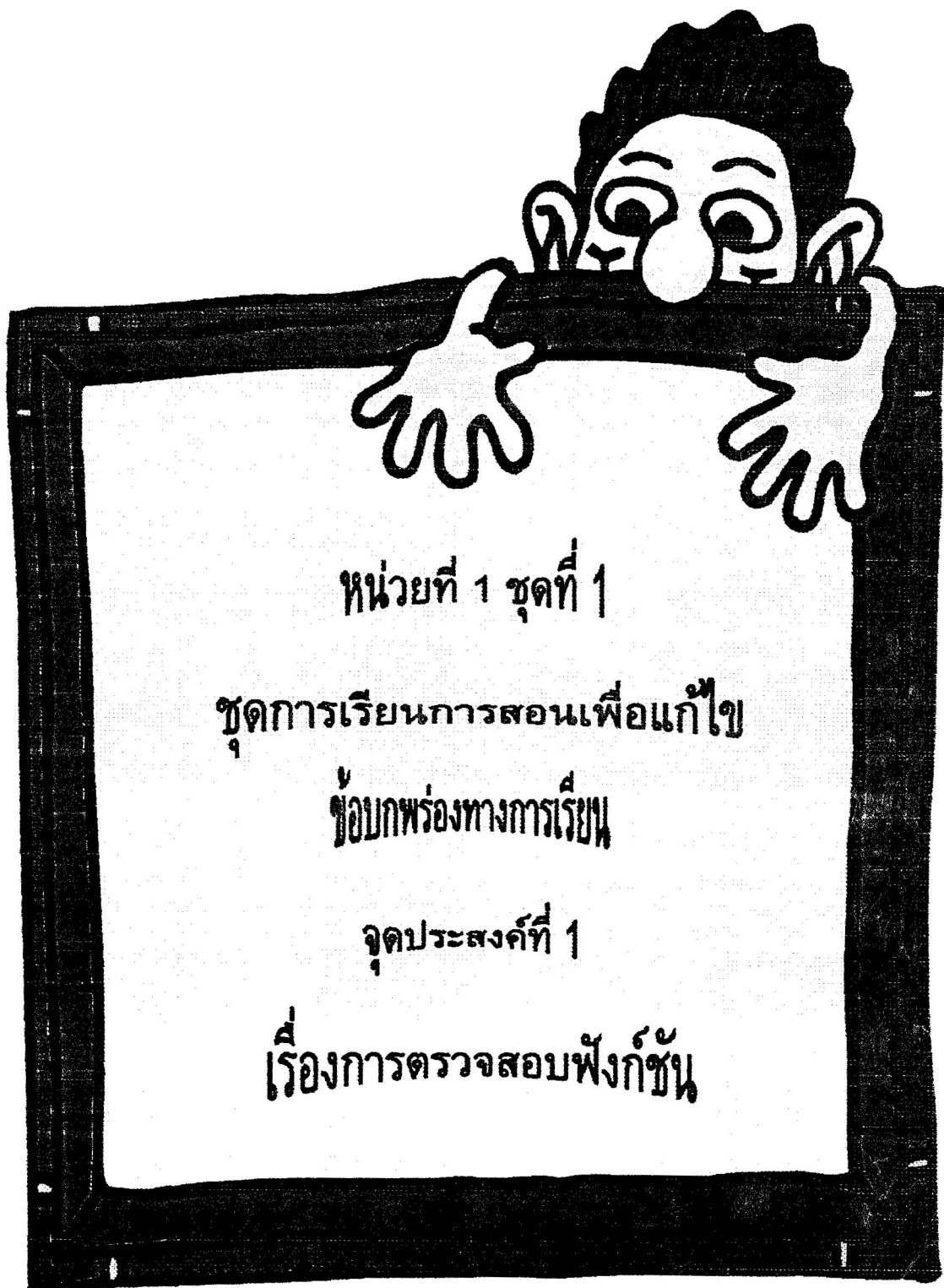
ข้อบกพร่องทางการเรียน

เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน



ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน
หน่วยที่ 1 เรื่อง ความหมายฟังก์ชัน

ชุดที่	หน้า
ชุดที่ 1 จุดประสงค์ที่ 1 เรื่องการตรวจสอบฟังก์ชัน	200
- ชุดที่ 1 – 1 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม	
- ชุดที่ 1 – 2 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ	
- ชุดที่ 1 – 3 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ	
ชุดที่ 2 จุดประสงค์ที่ 2 เรื่องการตรวจสอบกราฟของฟังก์ชัน	213
- ชุดที่ 2 – 1 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม	
ชุดที่ 3 จุดประสงค์ที่ 3 เรื่องการหาโดเมนและเรนจ์ และการเขียนกราฟของฟังก์ชัน	
ชุดที่ 3.1 การหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน	219
- ชุดที่ 3.1 – 1 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม	
- ชุดที่ 3.1 – 2 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ	
- ชุดที่ 3.1 – 3 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ	
ชุดที่ 3.2 การเขียนกราฟของฟังก์ชัน	231
- ชุดที่ 3.2 – 1 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ	
ชุดที่ 4 จุดประสงค์ที่ 4 เรื่องการหาค่าของฟังก์ชัน	239
- ชุดที่ 4 – 1 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ	
- ชุดที่ 4 – 2 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ	
- ชุดที่ 4 – 3 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านการประยุกต์	
ชุดที่ 5 จุดประสงค์ที่ 5 เรื่องการจำแนกฟังก์ชัน	258
- ชุดที่ 5 – 1 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม	
- ชุดที่ 5 – 2 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ	
ชุดที่ 6 จุดประสงค์ที่ 6 เรื่องการตรวจสอบฟังก์ชัน 1 – 1	265
- ชุดที่ 6 – 1 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม	
- ชุดที่ 6 – 2 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ	
- ชุดที่ 6 – 3 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ	
ชุดที่ 7 จุดประสงค์ที่ 7 เรื่องการตรวจสอบกราฟของฟังก์ชัน 1 – 1	277
- ชุดที่ 7 – 1 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม	
ชุดที่ 8 จุดประสงค์ที่ 8 เรื่องฟังก์ชันเพิ่ม – ฟังก์ชันลด	283
- ชุดที่ 8 – 1 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม	
- ชุดที่ 8 – 2 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ	
- ชุดที่ 8 – 3 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ	





บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับบทนิยามของฟังก์ชัน

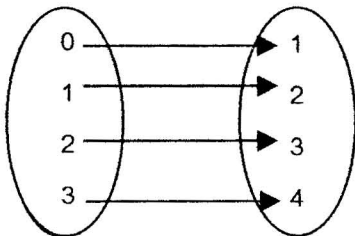
บทนิยาม ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งในสองคู่อันดับใดๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้าสมาชิกตัวหน้าเท่ากันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

จากบทนิยามกล่าวได้ว่า

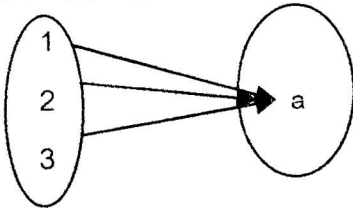
“ฟังก์ชัน f คือ ความสัมพันธ์ซึ่งถ้ามี $(x, y_1) \in f$ และ $(x, y_2) \in f$ แล้ว $y_1 = y_2$ ”

ตัวอย่างความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน

$$r_1 = \{(0,1), (1,2), (2,3), (3,4)\}$$



$$r_2 = \{(1,a), (2,a), (3,a)\}$$

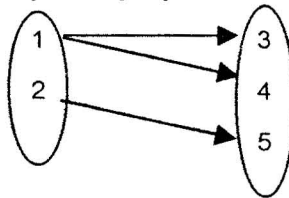


จะเห็นว่า สมาชิกตัวหน้าของแต่ละคู่อันดับ.....
(ซ้ำกัน/ไม่ซ้ำกัน)

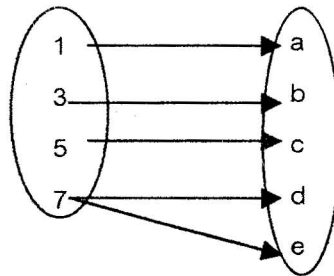
ดังนั้น r_1 และ r_2 ฟังก์ชัน
(เป็น/ไม่เป็น)

ตัวอย่างความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชัน

$$r_3 = \{(1,3), (2,5), (1,4)\}$$



$$r_4 = \{(1,a), (3,b), (5,c), (7,d), (7,e)\}$$



จะเห็นว่า มีสมาชิกตัวหน้าของอันดับ.....
(ซ้ำกัน / ไม่ซ้ำกัน)

แต่สมาชิกตัวหลัง
(ต่างกัน / ไม่ต่างกัน)

ดังนั้น r_3 และ r_4 ฟังก์ชัน
(เป็น/ไม่เป็น)

จากบทนิยามและตัวอย่างกล่าวไว้ว่า

ถ้าสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับไม่ซ้ำกันทั้งหมด ความสัมพันธ์นั้น.....ฟังก์ชัน
(เป็น / ไม่เป็น)

หรือ ฟังก์ชัน f คือความสัมพันธ์ซึ่งถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเท่ากันแล้ว ตัวหลังต้อง
(ต่างกัน / ไม่ต่างกัน)

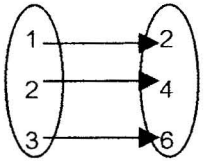
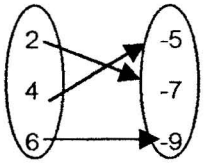
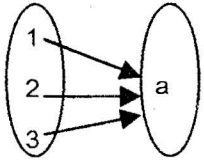
ดูเฉลย

ท้ายแบบฝึกปฏิบัตินะคะ



แบบฝึกปฏิบัติ ที่ 1

1. จงพิจารณาตัวอย่างที่กำหนดให้แล้วเติมตารางให้สมบูรณ์

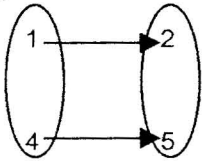
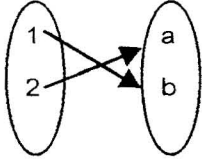
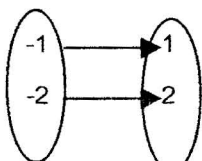
ความสัมพันธ์	แผนภาพ	ฟังก์ชัน		เหตุผล
		เป็น	ไม่เป็น	
$r_1 = \{(1,2), (2,4), (3,6)\}$		/		เพราะไม่มีคู่อันดับใด ที่มีสมาชิกตัวหน้า เท่ากัน
$r_2 = \{(2,-7), (4,-5), (6,-9)\}$				
$r_3 = \{(1,a), (2,a), (3,a)\}$				

จากตารางจะสังเกตได้ว่า
กรณีที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับไม่ซ้ำกันทั้งหมด
ความสัมพันธ์นั้น.....ฟังก์ชัน
(เป็น / ไม่เป็น)

ดูเฉลย
ท้ายแบบฝึกปฏิบัตินะคะ



2. จงพิจารณาตัวอย่างที่กำหนดให้แล้วเติมตารางให้สมบูรณ์

ความสัมพันธ์	แผนภาพ	ฟังก์ชัน		เหตุผล
		เป็น	ไม่เป็น	
$r_1=\{(1,2),(1,2),(4,5)\}$		/		เพราะมีคู่อันดับที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังของคู่อันดับนั้นๆไม่ต่างกัน
$r_2=\{(1,b),(2,a),(1,b)\}$				
$r_3=\{(-1,1),(-2,2),(-1,1)\}$				

จากตารางจะสังเกตได้ว่า

ถ้ามีคู่อันดับที่มีสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเหมือนกัน ให้พิจารณาสมาชิกตัวหลัง

ถ้าสมาชิกตัวหลังไม่ต่างกัน จะสรุปได้ว่าความสัมพันธ์ฟังก์ชัน

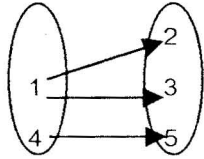
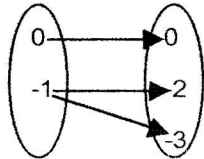
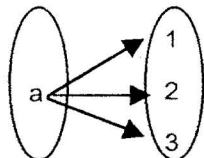
(เป็นไม่เป็น)

ดูเฉลย

ทำแบบฝึกปฏิบัตินะคะ



3. จงพิจารณาตัวอย่างที่กำหนดให้แล้วเติมตารางให้สมบูรณ์

ความสัมพันธ์	แผนภาพ	ฟังก์ชัน		เหตุผล
		เป็น	ไม่เป็น	
$r_1 = \{(1,2), (1,3), (4,5)\}$			/	เพราะมีคู่อันดับที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังต่างกันได้แก่ (1,2) และ (1,3)
$r_2 = \{(0,0), (-1,-3), (-1,-2)\}$				
$r_3 = \{(a,1), (a,2), (a,3)\}$				

จากตารางจะสังเกตได้ว่า

ถ้ามีคู่อันดับที่มีสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเหมือนกัน ให้พิจารณาสมาชิกตัวหลัง
ถ้าสมาชิกตัวหลังต่างกัน จะสรุปได้ว่าความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน
(เป็น/ไม่เป็น)

ดูเฉลยในหน้าถัดไปนะคะ



เฉลย

กรอบเฉลยแบบฝึกปฏิบัติที่ 1 ข้อ 1

r_1 r_2 และ r_3 เป็นฟังก์ชัน เพราะไม่มีคู่อันดับใดที่มีสมาชิกตัวหน้าเท่ากัน
กรณีที่มีสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับไม่ซ้ำกันทั้งหมด ความสัมพันธ์นั้น เป็นฟังก์ชัน

กรอบเฉลยแบบฝึกปฏิบัติที่ 1 ข้อ 2

r_1 r_2 และ r_3 เป็นฟังก์ชัน เพราะมีคู่อันดับที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังของคู่อันดับนั้นๆ ไม่ต่างกัน
ถ้ามีคู่อันดับที่มีสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเหมือนกัน ให้พิจารณาสมาชิกตัวหลัง
ถ้าสมาชิกตัวหลังไม่ต่างกัน จะสรุปได้ว่าความสัมพันธ์ เป็นฟังก์ชัน

กรอบเฉลยแบบฝึกปฏิบัติที่ 1 ข้อ 3

r_2 ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะมีคู่อันดับที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังต่างกันได้แก่ $(-1,-2)$ และ $(-1,-3)$
 r_3 ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะมีคู่อันดับที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังต่างกันได้แก่ $(a,1)$, $(a,2)$, $(a,2)$
ถ้ามีคู่อันดับที่มีสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเหมือนกัน ให้พิจารณาสมาชิกตัวหลัง
ถ้าสมาชิกตัวหลังต่างกัน จะสรุปได้ว่าความสัมพันธ์ไม่เป็น...ฟังก์ชัน



บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับกระบวนการใช้บทนิยาม ในการตรวจสอบฟังก์ชันที่กำหนดในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไข

บทนิยาม ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งในสองคู่อันดับใดๆ
ของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเท่ากันแล้ว
สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน



จากบทนิยามกล่าวได้ว่า

“ ฟังก์ชัน f คือ ความสัมพันธ์ซึ่งถ้ามี $(x, y_1) \in f$ และ $(x, y_2) \in f$ แล้ว $y_1 = y_2$ “

ตัวอย่างที่ 1 จงแสดงวิธีการตรวจสอบว่า $r = \{(x, y) \mid y = 3x^2 + 5\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

วิธีทำ ให้ $(x, y_1) \in r$ และ $(x, y_2) \in r$

จะได้ $y_1 = 3x^2 + 5$ และ $y_2 = 3x^2 + 5$

$$\therefore y_1 = y_2$$

ซึ่งสรุปได้ว่า ถ้า $(x, y_1) \in r$ และ $(x, y_2) \in r$ แล้ว $y_1 = y_2$

นั่นคือ ความสัมพันธ์ r เป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 2 จงแสดงวิธีการตรวจสอบว่า $r = \{(x, y) \mid y^2 = x + 7\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

วิธีทำ ให้ $(x, y_1) \in r$ และ $(x, y_2) \in r$

จะได้ $y_1^2 = x + 7$ และ $y_2^2 = x + 7$

$$\therefore y_1^2 = y_2^2$$

แต่ไม่จำเป็นที่ y_1 จะเท่ากับ y_2 เช่น $(-3)^2 = (3)^2$ แต่ $-3 \neq 3$

นั่นคือ ความสัมพันธ์ r ไม่เป็นฟังก์ชัน

ศึกษาตัวอย่าง
ให้เข้าใจแล้วเอา
ความรู้ไปใช้ทำ
แบบฝึกปฏิบัตินะคะ

การตรวจสอบในตัวอย่างเป็นการตรวจสอบโดยใช้บทนิยาม
นักเรียนอาจใช้วิธีการอื่น ๆ ในการตรวจสอบได้นะคะ เช่น
ตรวจสอบจากกราฟ ตรวจสอบจากการหาค่าของฟังก์ชัน



แบบฝึกปฏิบัติที่ 2

1. จงแสดงวิธีการตรวจสอบว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

1.1 $r = \{(x,y) \mid y^4 = 5x^3 + 9\}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สรุปได้ว่า
เมื่อกำหนด
 $(x,y_1) \in r$ และ $(x,y_2) \in r$
ถ้าตรวจสอบได้ว่า $y_1 = y_2$
จะได้ว่า r เป็นฟังก์ชัน

1.2 $r = \{(x,y) \mid y = 5x^4 + 2\}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. กำหนดความสัมพันธ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่

2.1 $r_1 = \{(x,y) \mid x = -5\}$ () เป็น () ไม่เป็น

2.2 $r_2 = \{(x,y) \mid y = 5\}$ () เป็น () ไม่เป็น

2.3 $r_3 = \{(x,y) \mid y = 5x + 2\}$ () เป็น () ไม่เป็น

2.4 $r_4 = \{(x,y) \mid y = 5x^2 + 2\}$ () เป็น () ไม่เป็น

2.5 $r_5 = \{(x,y) \mid y = 6x^3 + 9\}$ () เป็น () ไม่เป็น

2.6 $r_6 = \{(x,y) \mid y^2 = 2x\}$ () เป็น () ไม่เป็น

2.7 $r_7 = \{(x,y) \mid y^2 = x^2 + 5\}$ () เป็น () ไม่เป็น

2.8 $r_8 = \{(x,y) \mid y = \sqrt{x}\}$ () เป็น () ไม่เป็น

2.9 $r_9 = \{(x,y) \mid y = |x+9|\}$ () เป็น () ไม่เป็น

2.10 $r_{10} = \{(x,y) \mid |y| = x\}$ () เป็น () ไม่เป็น

เสร็จแล้วครับ
ตรวจดูเฉลย
ดีกว่า



เฉลยแบบฝึกปฏิบัติที่ 2

1. 1.1 ไม่เป็น

1.2 เป็น

2. 2.1 ไม่เป็น

2.2 เป็น

2.3 เป็น

2.4 เป็น

2.5 เป็น

2.6 ไม่เป็น

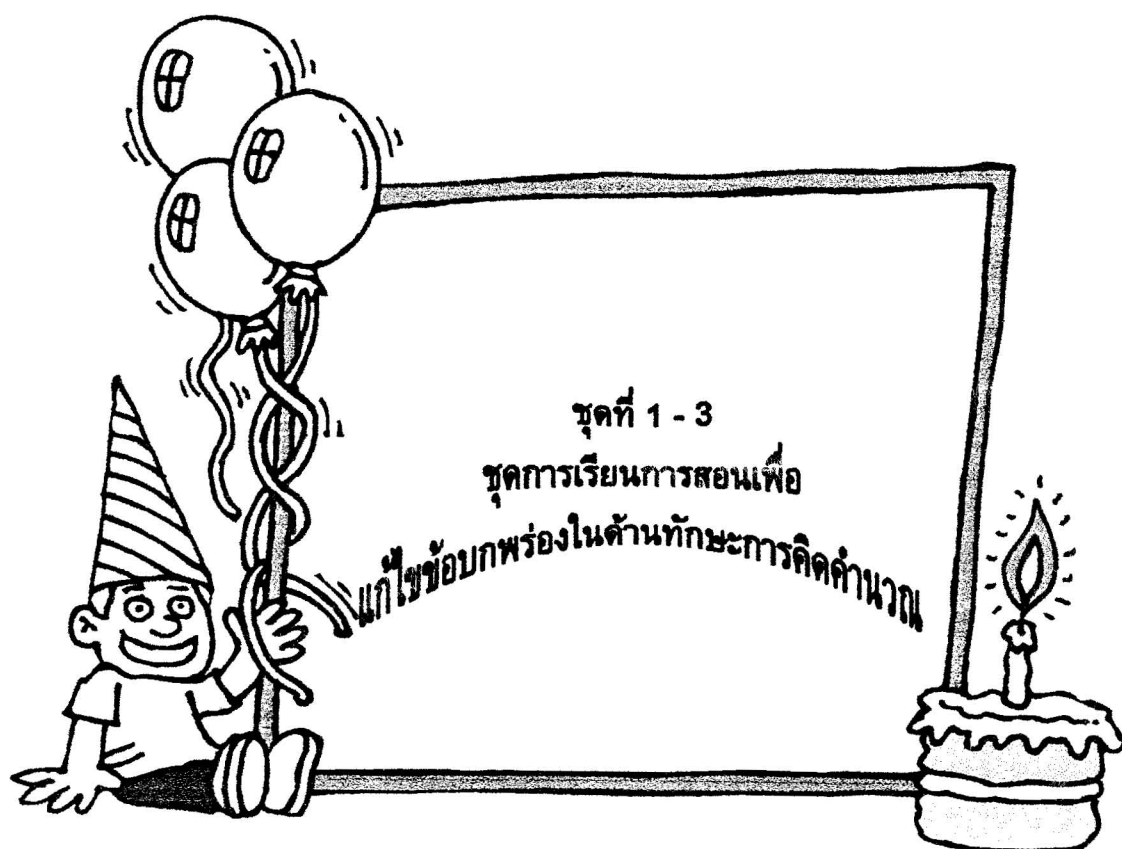
2.7 ไม่เป็น

2.8 ไม่เป็น

2.9 เป็น

2.10 ไม่เป็น





กำหนดความสัมพันธ์ในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

สังเกตดูซิว่าค่า x หนึ่งค่า จะทำให้เกิด
ค่า y มากกว่าหนึ่งค่า ได้ไหม

$$1 \ r_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x + 3\}$$

(/) เป็น () ไม่เป็น

เพราะ ไม่มีคู่อันดับใดใน r_1
ที่ทำให้สมาชิกตัวหน้าเท่ากัน
แต่สมาชิกตัวหลังต่างกัน

พิจารณาค่า x และ y							
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	0	1	2	3	4	5	6



$$2 \ r_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 3x + 2\}$$

() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ

พิจารณาค่า x และ y							
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

$$3 \ r_3 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x\}$$

() เป็น (/) ไม่เป็น

เพราะ มีคู่อันดับ $(1, 1)$ และ $(1, -1)$ ใน r_4
ที่สมาชิกตัวหน้าเท่ากัน
แต่สมาชิกตัวหลังต่างกัน

พิจารณาค่า x และ y			
x	0	1	4
y	0	-1 หรือ 1	-2 หรือ 2

$$4 \ r_4 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = 4x^2\}$$

() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ

พิจารณาค่า x และ y			
x	0	1	2
y	0		

$$5 \ r_5 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^3 = x\}$$

() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ

พิจารณาค่า x และ y							
x	-27	-8	-1	0	1	8	27
y							

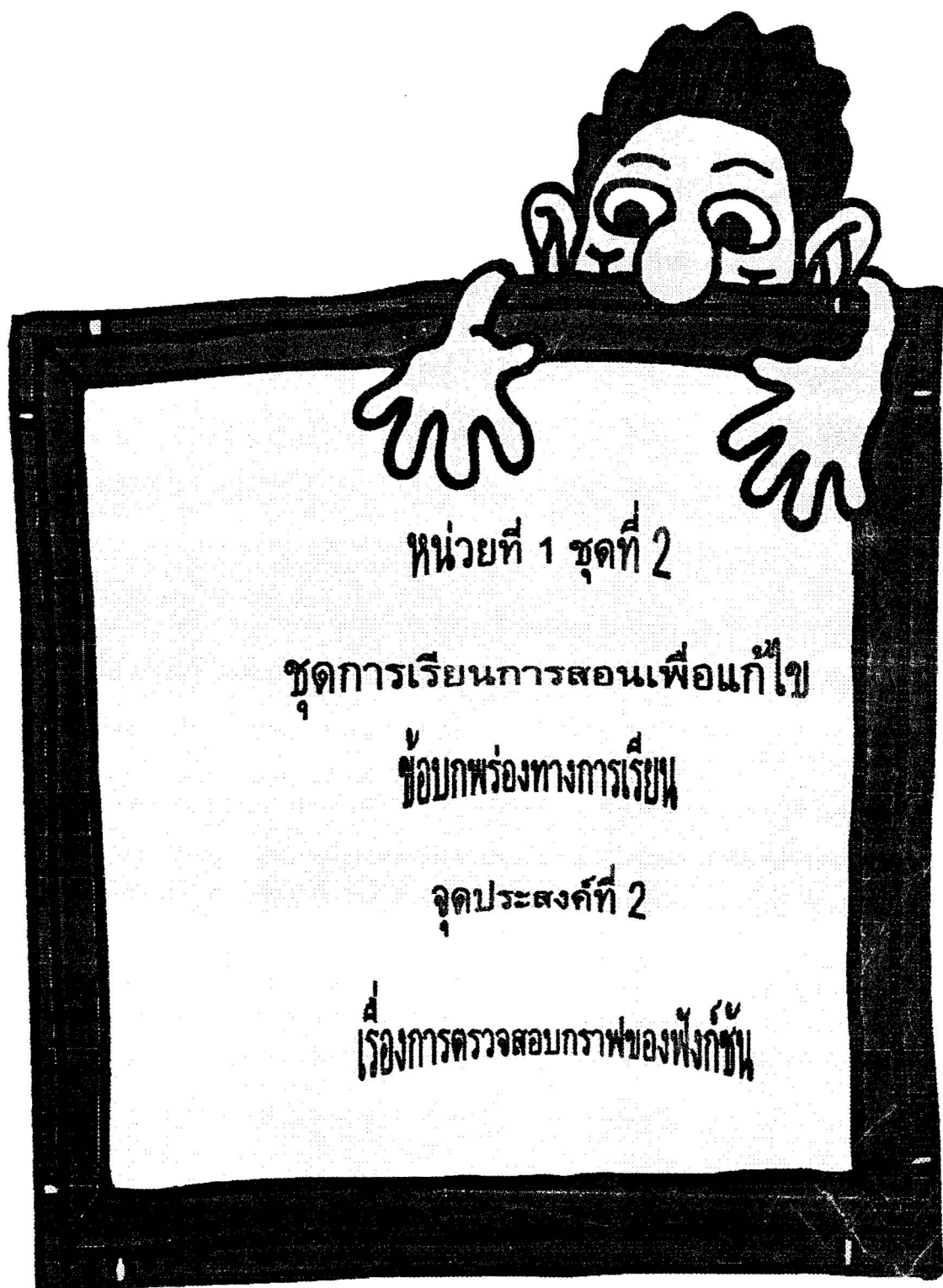
กรอบเฉลย

r_1 เป็นฟังก์ชัน เพราะไม่มีคู่อันดับที่มีสมาชิกตัวหน้าเท่ากัน

r_4 ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะมีคู่อันดับที่มีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังต่างกัน ได้แก่ $(1, -2)$, $(1, 2)$

r_5 เป็นฟังก์ชัน เพราะไม่มีคู่อันดับที่มีสมาชิกตัวหน้าเท่ากัน







บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับการใช้บทนิยาม ในการตรวจสอบกราฟของฟังก์ชัน

บทนิยาม ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งในสองคู่อันดับใดๆ ของความสัมพันธ์นั้น
ถ้าสมาชิกตัวหน้าเท่ากันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

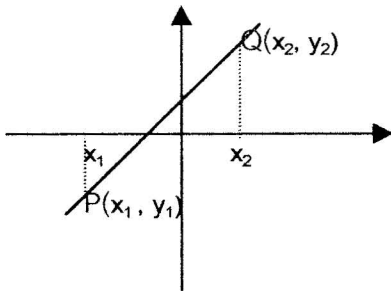
จากบทนิยามกล่าวได้ว่า

“ฟังก์ชัน f คือ ความสัมพันธ์ซึ่งถ้ามี $(x, y_1) \in f$ และ $(x, y_2) \in f$ แล้ว $y_1 = y_2$ ”

ค่า x หนึ่งค่า จับคู่กับค่า y เพียงหนึ่งค่าเท่านั้น

จากบทนิยามสามารถนำมาใช้ในการตรวจสอบกราฟของความสัมพันธ์ว่าเป็นกราฟของฟังก์ชันหรือไม่
ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1



จากกราฟจะเห็นว่า

ณ จุด P

ค่าของ x_1 จับคู่กับค่า y เพียงหนึ่งค่าเท่านั้น

ณ จุด Q

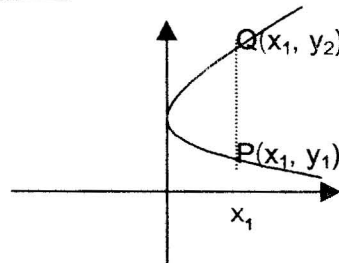
ค่าของ x_2 จับคู่กับค่า y ค่า

จะเห็นว่า ณ จุด x ใด ๆ ในกราฟ จะจับคู่กับ
ค่า y ค่า

ดังนั้น

กราฟที่กำหนดให้.....กราฟของฟังก์ชัน
(เป็น/ไม่เป็น)

ตัวอย่างที่ 2



จากกราฟจะเห็นว่า

ณ จุด P และ Q

ค่าของ x_1 จับคู่กับค่า y ค่า

จะเห็นว่า ณ จุดที่ x บางจุดในกราฟจะจับคู่กับ
ค่า y ค่า

ดังนั้น

กราฟที่กำหนดให้.....กราฟของฟังก์ชัน
(เป็น/ไม่เป็น)



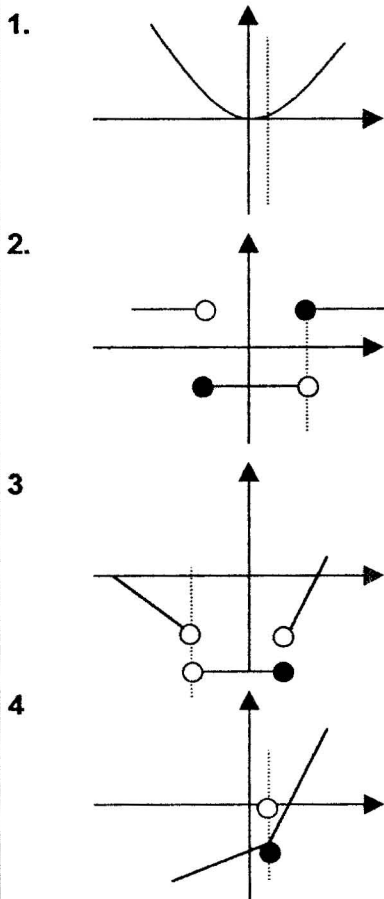
ดูเฉลยท้ายแบบฝึกปฏิบัติ

นะคร๊า

จากการใช้ทฤษฎีในการตรวจสอบกราฟของความสัมพันธ์ว่าเป็นกราฟของฟังก์ชันหรือไม่สามารถสรุปขั้นตอน ได้ดังนี้

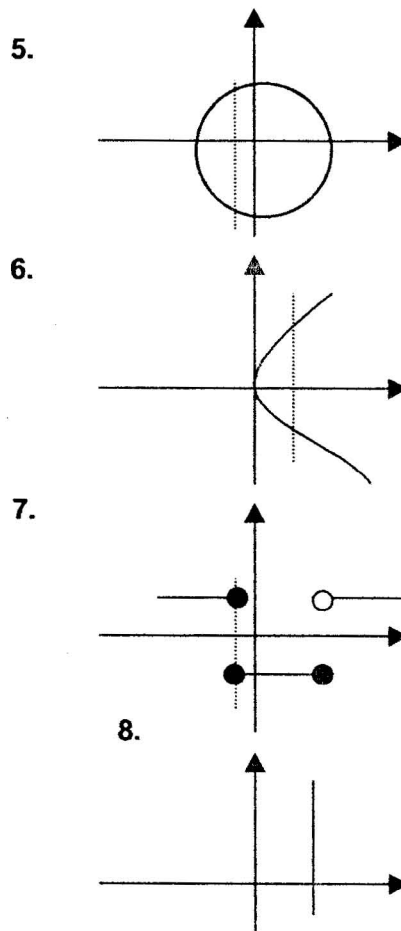
1. ลากเส้นตรงให้ขนานกับแกน y และตัดกราฟของความสัมพันธ์
2. พิจารณาเส้นตรงที่ขนานกับแกน y และตัดกราฟของความสัมพันธ์ ดังนี้
 - ถ้าเส้นตรงใดตัดกราฟเพียงจุดเดียว ความสัมพันธ์นั้น..... ฟังก์ชัน
(เป็น / ไม่เป็น)
 - ถ้าเส้นตรงใดตัดกราฟมากกว่าหนึ่งจุด ความสัมพันธ์นั้น..... ฟังก์ชัน
(เป็น / ไม่เป็น)

ตัวอย่างที่ 3



จากกราฟของความสัมพันธ์ ในข้อ 1 , 2 , 3 , 4
จะเห็นว่า เส้นตรงที่ขนานกับแกน y
ตัดกราฟจุด
(หนึ่งจุด / มากกว่าหนึ่งจุด)
จากกราฟความสัมพันธ์ข้อ 1,2,3,4 ฟังก์ชัน
(เป็น / ไม่เป็น)

ตัวอย่างที่ 4

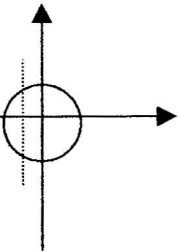
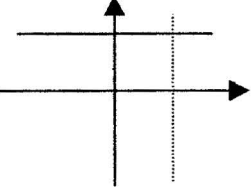
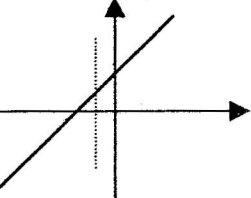
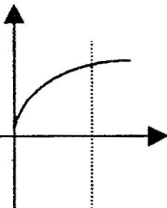
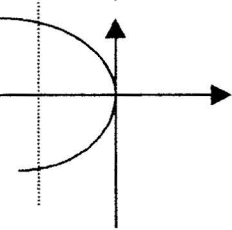
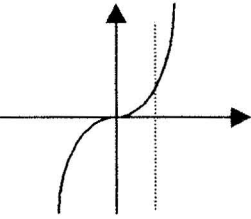


จากกราฟของความสัมพันธ์ ในข้อ 5 , 6 , 7 , 8
จะเห็นว่า เส้นตรงที่ขนานกับแกน y
ตัดกราฟจุด
(หนึ่งจุด / มากกว่าหนึ่งจุด)
จากกราฟความสัมพันธ์ข้อ 5,6,7,8 ฟังก์ชัน

ดูเฉลยท้ายแบบฝึกปฏิบัติ

แบบฝึกปฏิบัติที่ 3

คำสั่ง จงพิจารณาตัวอย่างที่กำหนดให้แล้วเติมตารางให้สมบูรณ์

กราฟของความสัมพันธ์	เส้นตรงที่ขนานกับแกน y ตัดกราฟจำนวน (จุด)	ฟังก์ชัน	
		เป็น	ไม่เป็น
1. 	2		/
2. 	1	/	
3. 			
4. 			
5. 	ดูเฉลยหน้าถัดไปนะคะ 		
6. 			

เฉลย

กรอบเฉลยตัวอย่างที่ 1

จะเห็นว่า ณ จุดที่ x ใด ๆ ในกราฟ จะจับคู่กับค่า y ... หนึ่ง...ค่า
ดังนั้น กราฟที่กำหนดให้...เป็น...กราฟของฟังก์ชัน

กรอบเฉลยตัวอย่างที่ 2

จะเห็นว่า ณ จุดที่ x ใด ๆ ในกราฟ จะจับคู่กับค่า y ... มากกว่าหนึ่ง...ค่า
ดังนั้น กราฟที่กำหนดให้...ไม่เป็น...กราฟของฟังก์ชัน

กรอบเฉลยตัวอย่างที่ 3

เส้นตรงที่ขนานกับแกน y ตัดกราฟหนึ่ง.....จุด
จากกราฟข้อ 1, 2, 3, 4เป็น..... ฟังก์ชัน

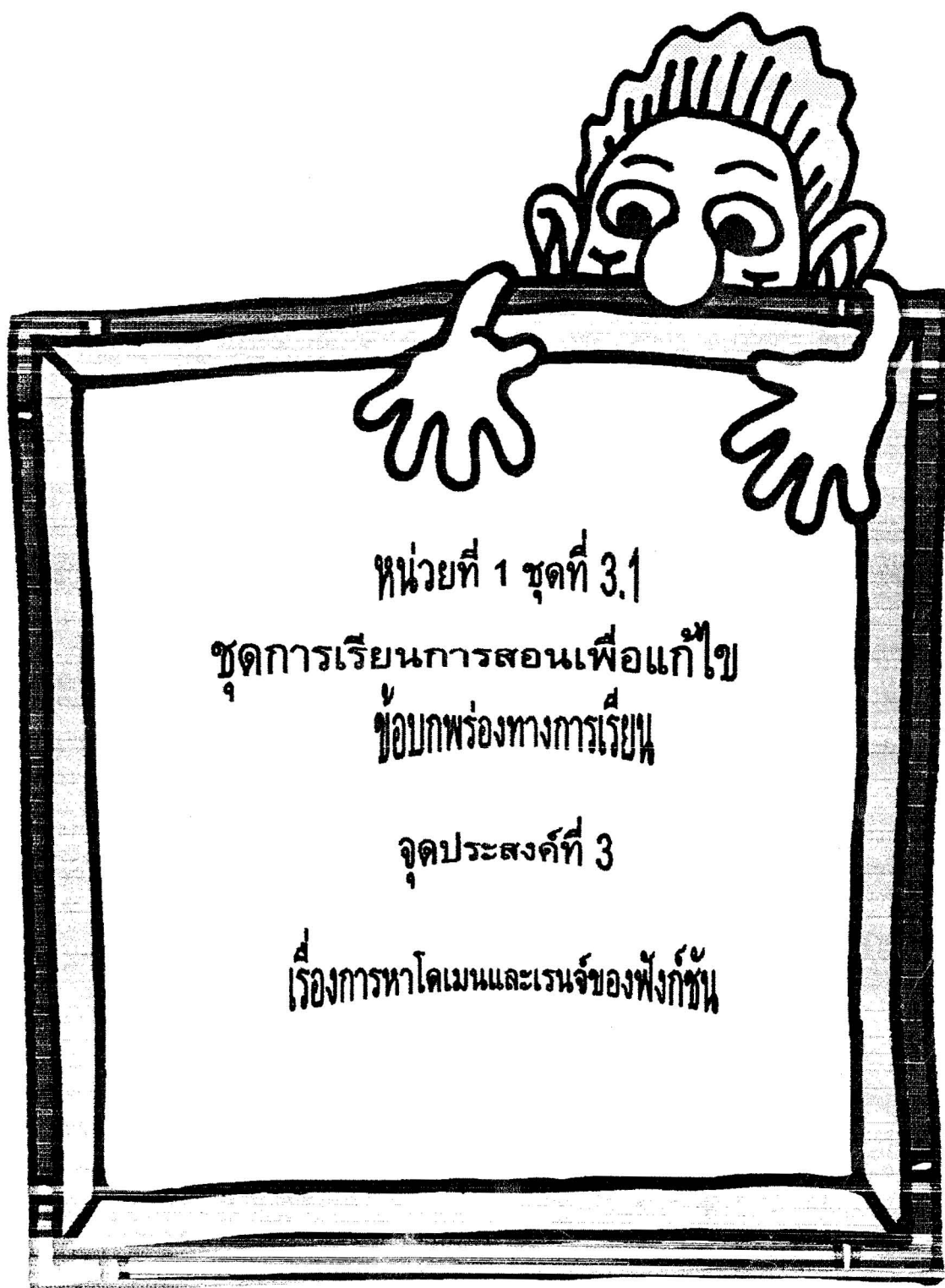
กรอบเฉลยตัวอย่างที่ 4

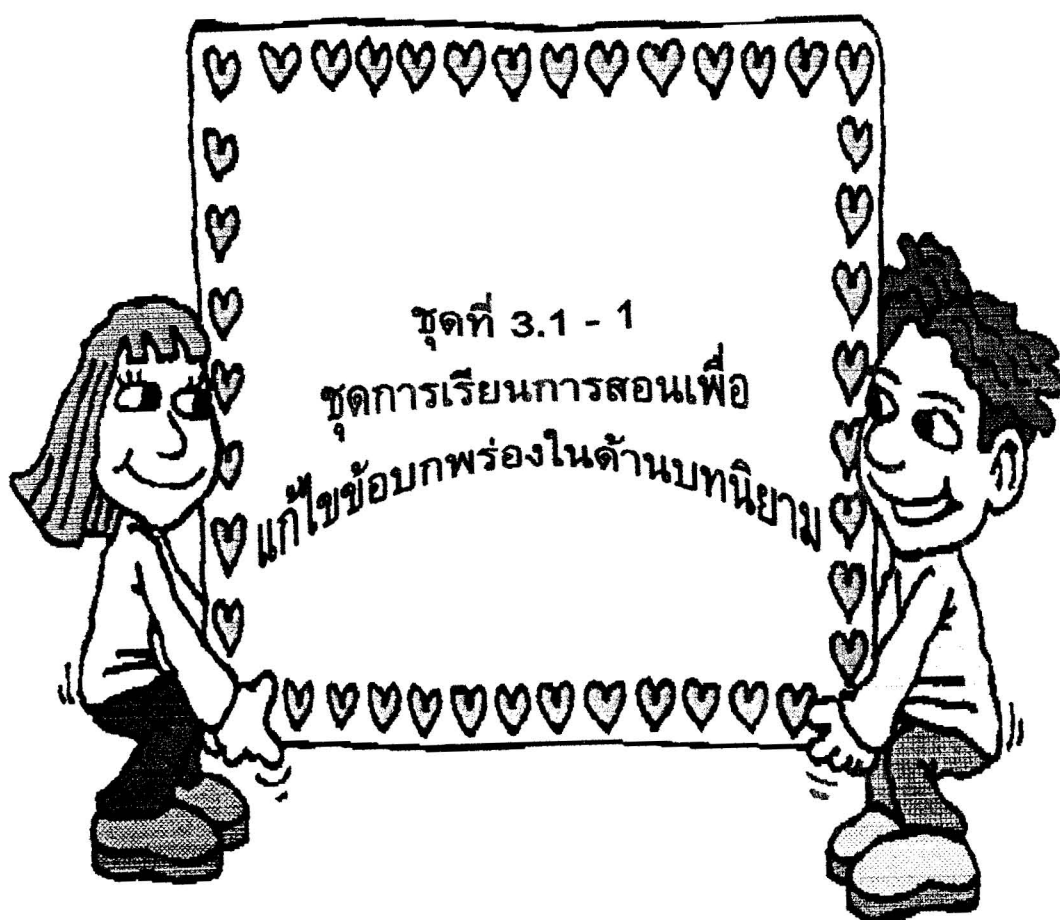
เส้นตรงที่ขนานกับแกน y ตัดกราฟมากกว่าหนึ่ง.....จุด
จากกราฟความสัมพันธ์ข้อ 5, 6, 7, 7ไม่เป็น..... ฟังก์ชัน

กรอบเฉลยแบบฝึกปฏิบัติที่ 3

- 3. 1 จุด เป็น
- 4. 1 จุด เป็น
- 5. 2 จุด ไม่เป็น
- 6. 1 จุด เป็น







บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับบทนิยามโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

ถ้า f เป็นฟังก์ชัน

โดเมนของ f คือเซตของสมาชิกตัวหน้าของแต่ละคู่อันดับใน f เขียนแทนด้วย D_f

เรนจ์ของ f คือเซตของสมาชิกตัวหลังของแต่ละคู่อันดับใน f เขียนแทนด้วย R_f

หรือ $D_f = \{x \mid \text{มี } y \text{ ซึ่ง } (x,y) \in f\}$

$R_f = \{y \mid \text{มี } x \text{ ซึ่ง } (x,y) \in f\}$

ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาตัวอย่างที่กำหนดให้แล้วเติมตารางให้สมบูรณ์

ฟังก์ชัน	D_f	R_f
1.1 $\{(1,-1),(2,-2),(3,-3)\}$	$\{1,2,3\}$	$\{-1,-2,-3\}$
1.2 $\{(2,2),(3,3),(4,4)\}$		
1.3 $\{(1,4),(2,4),(3,4),(4,4)\}$		
1.4 $\{(1,3),(2,2),(3,4),(4,3)\}$		
1.5 $\{(-1,a),(-2,b),(-3,c)\}$		

ดูเฉลยท้ายแบบฝึกปฏิบัตินะคะ



ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาตัวอย่างที่กำหนดให้แล้วเติมตารางให้สมบูรณ์

เมื่อกำหนดให้ $A = \{0,1,2,3\}$ และ $B = \{0,1,2,\dots,10\}$

ฟังก์ชัน f (เขียนแบบบอกเงื่อนไข)	ฟังก์ชัน f (เขียนแบบแจกแจงสมาชิก)	D_f	R_f
2.1 $\{(x,y) \in A \times B \mid y = 3x - 1\}$	$\{(1,2),(2,5),(3,8)\}$	$\{1,2,3\}$	$\{2,5,8\}$
2.2 $\{(x,y) \in A \times B \mid y = 2x\}$			
2.3 $\{(x,y) \in A \times B \mid y = x^2\}$			
2.4 $\{(x,y) \in A \times B \mid y = \sqrt{x}\}$			

แบบฝึกปฏิบัติที่ 4

1. จงพิจารณาตัวอย่างที่กำหนดให้แล้วเติมตารางให้สมบูรณ์

ฟังก์ชัน	D_f	R_f
1.1 $\{(1,2),(2,3),(3,4)\}$	$\{1,2,3\}$	$\{2,3,4\}$
1.2 $\{(a,b),(c,d),(e,f)\}$		
1.3 $\{(-1,-4),(-2,-4),(-3,4),(-4,4)\}$		
1.4 $\{(0,3),(1,1),(2,4),(3,3)\}$		
1.5 $\{(a,a),(b,b),(c,c)\}$		



ลองสรุปกันอีกครั้งนะคะ

ถ้า f เป็นฟังก์ชัน

โดเมนของ f คือเซตของสมาชิก.....ของแต่ละคู่อันดับใน f เขียนแทนด้วย D_f
(ตัวหน้า/ตัวหลัง)

เรนจ์ของ f คือเซตของสมาชิก.....ของแต่ละคู่อันดับใน f เขียนแทนด้วย R_f
(ตัวหน้า/ตัวหลัง)

2. จงพิจารณาตัวอย่างที่กำหนดให้แล้วเติมตารางให้สมบูรณ์

ฟังก์ชัน f (เขียนแบบบอกเงื่อนไข)	D_f	R_f
2.1 $f = \{(x,y) \mid y = x\}$	$\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$	$\{y \mid y \in \mathbb{R}\}$
2.2 $f = \{(x,y) \mid y = 7x + 3\}$		
2.3 $f = \{(x,y) \mid y = 3\}$		
2.4 $f = \{(x,y) \mid x = 9\}$		
2.5 $f(x) = -3$		
2.6 $f(x) = 3 - x$		

ลองสรุปกันอีกครั้งนะคะ

ดังนั้น ถ้า f เป็นฟังก์ชัน

$D_f = \{..... \mid \text{มี } y \text{ ซึ่ง } (x,y) \in f\}$

$R_f = \{..... \mid \text{มี } x \text{ ซึ่ง } (x,y) \in f\}$

เสร็จแล้ว
ตรวจดูเฉลยใน
หน้าถัดไปนะคะ



เฉลย

กรอบเฉลยตัวอย่างที่ 1

1.2 $D_f = \{2,3,4\}$	$R_f = \{2,3,4\}$
1.3 $D_f = \{1,2,3,4\}$	$R_f = \{4\}$
1.4 $D_f = \{1,2,3,4\}$	$R_f = \{2,3,4\}$
1.5 $D_f = \{-1,-2,-3\}$	$R_f = \{a,b,c\}$



กรอบเฉลยตัวอย่างที่ 2

2.2 $f = \{(0,0), (1,2), (2,4), (3,6)\}$	
$D_f = \{0,1,2,3\}$	$R_f = \{0,2,4,6\}$
2.3 $f = \{(0,0), (1,1), (2,4), (3,9)\}$	
$D_f = \{0,1,2,3\}$	$R_f = \{0,1,4,9\}$
2.4 $f = \{(0,0), (1,1)\}$	
$D_f = \{0,1\}$	$R_f = \{0,1\}$



กรอบเฉลยแบบฝึกปฏิบัติที่ 4

1. 1.2 $D_f = \{a,c,e\}$	$R_f = \{b,d,f\}$
1.3 $D_f = \{-1,-2,-3,-4\}$	$R_f = \{-4,4\}$
1.4 $D_f = \{0,1,2,3\}$	$R_f = \{1,3,4\}$
1.5 $D_f = \{a,b,c\}$	$R_f = \{a,b,c\}$

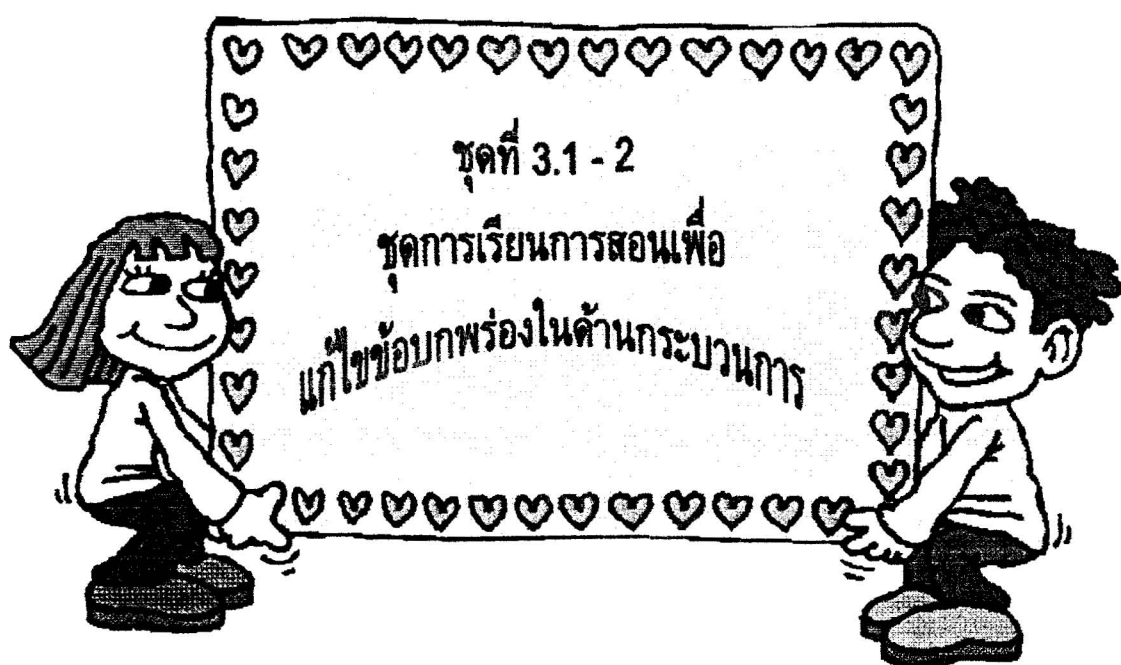
สรุป โดเมนของ f คือเซตของสมาชิก ตัวหน้า ของแต่ละคู่อันดับใน f เขียนแทนด้วย D_f

เรนจ์ของ f คือเซตของสมาชิก ตัวหลัง ของแต่ละคู่อันดับใน f เขียนแทนด้วย R_f

2. 2.2 $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$	$R_f = \{y \mid y \in \mathbb{R}\}$
2.3 $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$	$R_f = \{y \mid y = 3\}$
2.4 $D_f = \{x \mid x = 9\}$	$R_f = \{y \mid y \in \mathbb{R}\}$
2.5 $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$	$R_f = \{y \mid y = -3\}$
2.6 $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$	$R_f = \{y \mid y \in \mathbb{R}\}$

สรุป $D_f = \{\dots x \dots \mid \text{มี } y \text{ ซึ่ง } (x,y) \in f\}$
 $R_f = \{\dots y \dots \mid \text{มี } x \text{ ซึ่ง } (x,y) \in f\}$





บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับกระบวนการในการหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

ถ้า f เป็นฟังก์ชัน

$$D_f = \{x \mid \text{มี } y \text{ ซึ่ง } (x,y) \in f\}$$

$$R_f = \{y \mid \text{มี } x \text{ ซึ่ง } (x,y) \in f\}$$

ลองสังเกตดูซิคะ

ว่าค่า x และ y

ควรจะเป็นอย่างไร

คำสั่ง จงหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. กำหนด $f = \{(x,y) \mid y = 2x + 3\}$

จงหา D_f และ R_f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-3	-1	1	3	5	7	9

2. สรุปโดเมนและเรนจ์

$$D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$$

$$R_f = \{y \mid y \in \mathbb{R}\}$$

1. กำหนด $f = \{(x,y) \mid y = 5x + 2\}$

จงหา D_f และ R_f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

2. สรุปโดเมนและเรนจ์

$$D_f = \dots\dots\dots$$

$$R_f = \dots\dots\dots$$



2. กำหนด $f = \{(x,y) \mid y = -5\}$

จงหา D_f และ R_f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5

2. สรุปโดเมนและเรนจ์

$$D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$$

$$R_f = \{y \mid y = -5\}$$

2. กำหนด $f = \{(x,y) \mid x = -3\}$

จงหา D_f และ R_f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
y							

2. สรุปโดเมนและเรนจ์

$$D_f = \dots\dots\dots$$

$$R_f = \dots\dots\dots$$

3. กำหนด $f = \{(x,y) \mid y = \frac{7x+5}{2x+3}\}$

จงหา D_f และ R_f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-2	-3/2	-1	0	1	2
y	9	หา y ไม่ได้	-2	5/3	12/5	19/7

2. สรุปโดเมนและเรนจ์

$$D_f = \{x \mid x \neq -\frac{3}{2}\} \quad R_f = \{y \mid y \neq \frac{7}{2}\}$$

3. กำหนด $f = \{(x,y) \mid y = \frac{9x+7}{4x-5}\}$

จงหา D_f และ R_f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-2	-1	0	1	5/4	2
y						

2. สรุปโดเมนและเรนจ์

$$D_f = \dots\dots\dots$$

$$R_f = \dots\dots\dots$$

4. กำหนด $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$ จงหา D_f และ R_f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$\sqrt{18}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{10}$	3	$\sqrt{10}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{18}$
หรือ	4.2	3.6	3.1	3	3.1	3.6	4.2

2. สรุปโดเมนและเรนจ์

$$D_f = \{x | x \in \mathbb{R}\}$$

$$R_f = \{y | y \geq 3\}$$

4. กำหนด $f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$ จงหา D_f และ R_f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							
หรือ							

2. สรุปโดเมนและเรนจ์

$$D_f = \dots\dots\dots$$

$$R_f = \dots\dots\dots$$

5. กำหนด $f(x) = \sqrt{x+2}$ จงหา D_f และ R_f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	หา y ไม่ได้	0	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	2

2. สรุปโดเมนและเรนจ์

$$D_f = \{x | x \geq -2\}$$

$$R_f = \{y | y \geq 0\}$$

5. กำหนด $f(x) = \sqrt{x-3}$ จงหา D_f และ R_f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y								

2. สรุปโดเมนและเรนจ์

$$D_f = \dots\dots\dots$$

$$R_f = \dots\dots\dots$$

6. กำหนด $f(x) = |x| + 2$ จงหา D_f และ R_f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	5	4	3	2	3	4	5

2. สรุปโดเมนและเรนจ์

$$D_f = \{x | x \in \mathbb{R}\}$$

$$R_f = \{y | y \geq 2\}$$

6. กำหนด $f(x) = |x| - 7$ จงหา D_f และ R_f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

2. สรุปโดเมนและเรนจ์

$$D_f = \dots\dots\dots$$

$$R_f = \dots\dots\dots$$

7. กำหนด $f = \{(x,y) | y = x^2 + 3\}$ จงหา D_f และ R_f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	12	7	4	3	4	7	12

2. สรุปโดเมนและเรนจ์

$$D_f = \{x | x \in \mathbb{R}\}$$

$$R_f = \{y | y \geq 3\}$$

7. กำหนด $f = \{(x,y) | y = 3x^2 - 3\}$ จงหา D_f และ R_f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

2. สรุปโดเมนและเรนจ์

$$D_f = \dots\dots\dots$$

$$R_f = \dots\dots\dots$$



ดูเฉลยในหน้าถัดไปนะคะ

แบบฝึกปฏิบัติที่ 5

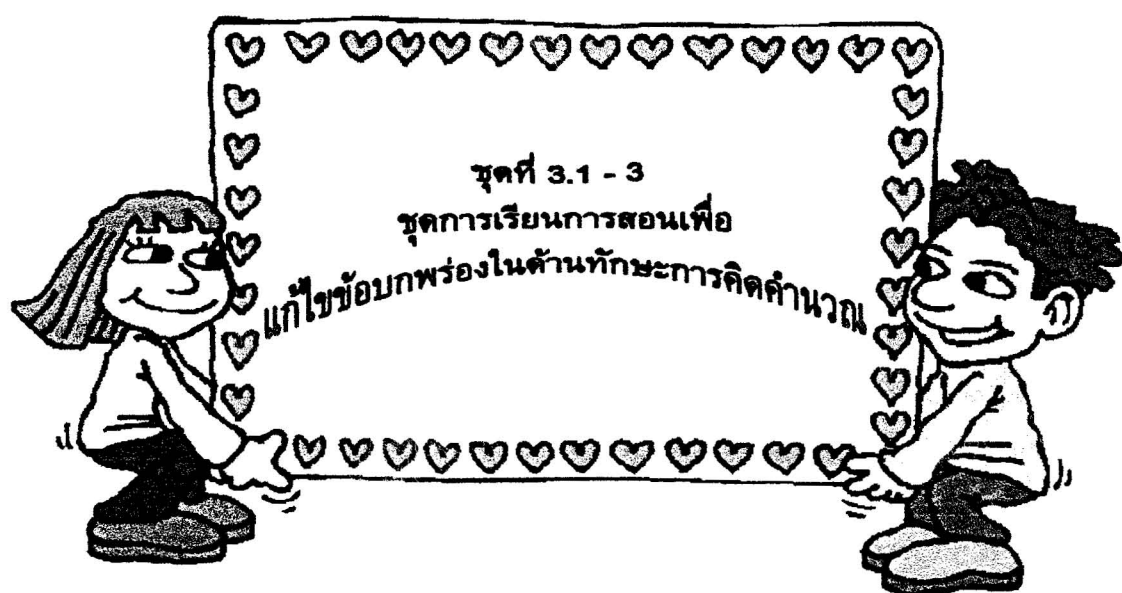
คำสั่ง จงหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันในแต่ละข้อต่อไปนี้

ฟังก์ชัน f	D_f	R_f
1. $f(x) = 3x + 2$		
2. $f(x) = 3$		
3. $f(x) = \frac{2}{3x + 8}$		
4. $f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$		
5. $f(x) = \sqrt{2 - x}$		
6. $f(x) = 2 - x $		
7. $f(x) = 3 - x^2$		



เติมคำตอบลงในตาราง
ให้เรียบร้อยก่อนดูเฉลย
นะครับ

กรอบเฉลยกระบวนการหาโดเมนและเรนจ์	กรอบเฉลยแบบฝึกปฏิบัติที่ 5
1. $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$ $R_f = \{y \mid y \in \mathbb{R}\}$	1. $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$ $R_f = \{y \mid y \in \mathbb{R}\}$
2. $D_f = \{x \mid x = -3\}$ $R_f = \{y \mid y \in \mathbb{R}\}$	2. $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$ $R_f = \{y \mid y = 3\}$
3. $D_f = \{x \mid x \neq \frac{5}{4}\}$ $R_f = \{y \mid y \neq \frac{9}{4}\}$	3. $D_f = \{x \mid x \neq -\frac{8}{3}\}$ $R_f = \{y \mid y \neq \frac{2}{3}\}$
4. $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$ $R_f = \{y \mid y \geq \sqrt{7}\}$	4. $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$ $R_f = \{y \mid y \geq \sqrt{5}\}$
5. $D_f = \{x \mid x \geq 3\}$ $R_f = \{y \mid y \geq 0\}$	5. $D_f = \{x \mid x \leq 2\}$ $R_f = \{y \mid y \geq 0\}$
6. $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$ $R_f = \{y \mid y \geq -7\}$	6. $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$ $R_f = \{y \mid y \leq 2\}$
7. $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$ $R_f = \{y \mid y \geq -3\}$	7. $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$ $R_f = \{y \mid y \leq 3\}$



บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับทักษะการคิดคำนวณ
เรื่องสมการในการหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 1 จงแสดงวิธีทำเพื่อหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน เมื่อกำหนด $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$

วิธีทำ จาก $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$

จะได้ $y = \sqrt{16 - x^2}$

จาก $y = \sqrt{16 - x^2}$

จะได้ $\sqrt{16 - x^2} \geq 0$

หรือ $16 - x^2 \geq 0$

$\therefore 16 \geq x^2$

$x^2 \leq 16$

หรือ $x^2 - 16 \leq 0$

$(x - 4)(x + 4) \leq 0$

$\therefore -4 \leq x \leq 4$

$\therefore D_f = \{x \mid -4 \leq x \leq 4\}$

และ $R_f = \{y \mid 0 \leq y \leq 4\}$

ตัวอย่างที่ 2 จงแสดงวิธีทำเพื่อหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

$f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \mid x^2 + y^2 = 400\}$

วิธีทำ

1. หาโดเมน

จาก $x^2 + y^2 = 400$

จะได้ $y^2 = 400 - x^2$

เนื่องจาก $y^2 \geq 0$

$\therefore 400 - x^2 \geq 0$

$400 \geq x^2$

หรือ $x^2 \leq 400$

$x^2 \leq 400$

$\therefore -20 \leq x \leq 20$

$\therefore D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid -20 \leq x \leq 20\}$



จำสมบัติข้อนี้ได้ไหม???

สำหรับจำนวนจริง a, b ใด ๆ โดยที่ $a < b$

1. ถ้า $(x - a)(x - b) \leq 0$ แล้ว $a \leq x \leq b$

1. ถ้า $(x - a)(x - b) \geq 0$ แล้ว $a \leq x \cup x \geq b$

ดูตัวอย่างที่ 1 เข้าใจแล้ว
ก็ลองทำตัวอย่างที่ 2 นะคะ
เสร็จแล้วตรวจดูเฉลยหน้า
ถัดไปค่ะ

1. หาเรนจ์

จาก $x^2 + y^2 = 400$

จะได้ $x^2 = 400 - y^2$

เนื่องจาก $x^2 \geq 0$

$\therefore 400 - y^2 \geq 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบฝึกปฏิบัติที่ 6

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำเพื่อหาโดเมนและเรนจ์ในแต่ละข้อดังต่อไปนี้

1. $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ทำได้มัยคะ
ทำไมได้กลับไปดู
ตัวอย่างได้นะคะ

2. $f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \mid x^2 + y^2 = 25\}$

1. หาโดเมน

2. หาเรนจ์

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	



ตรวจสอบเฉลยได้เลย
นะคะ

กรอบเฉลยตัวอย่างที่ 2

$\therefore R_f = \{y \in \mathbb{R}^+ \mid 0 < y \leq 20\}$

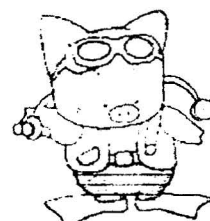
กรอบเฉลยแบบฝึกปฏิบัติที่ 6

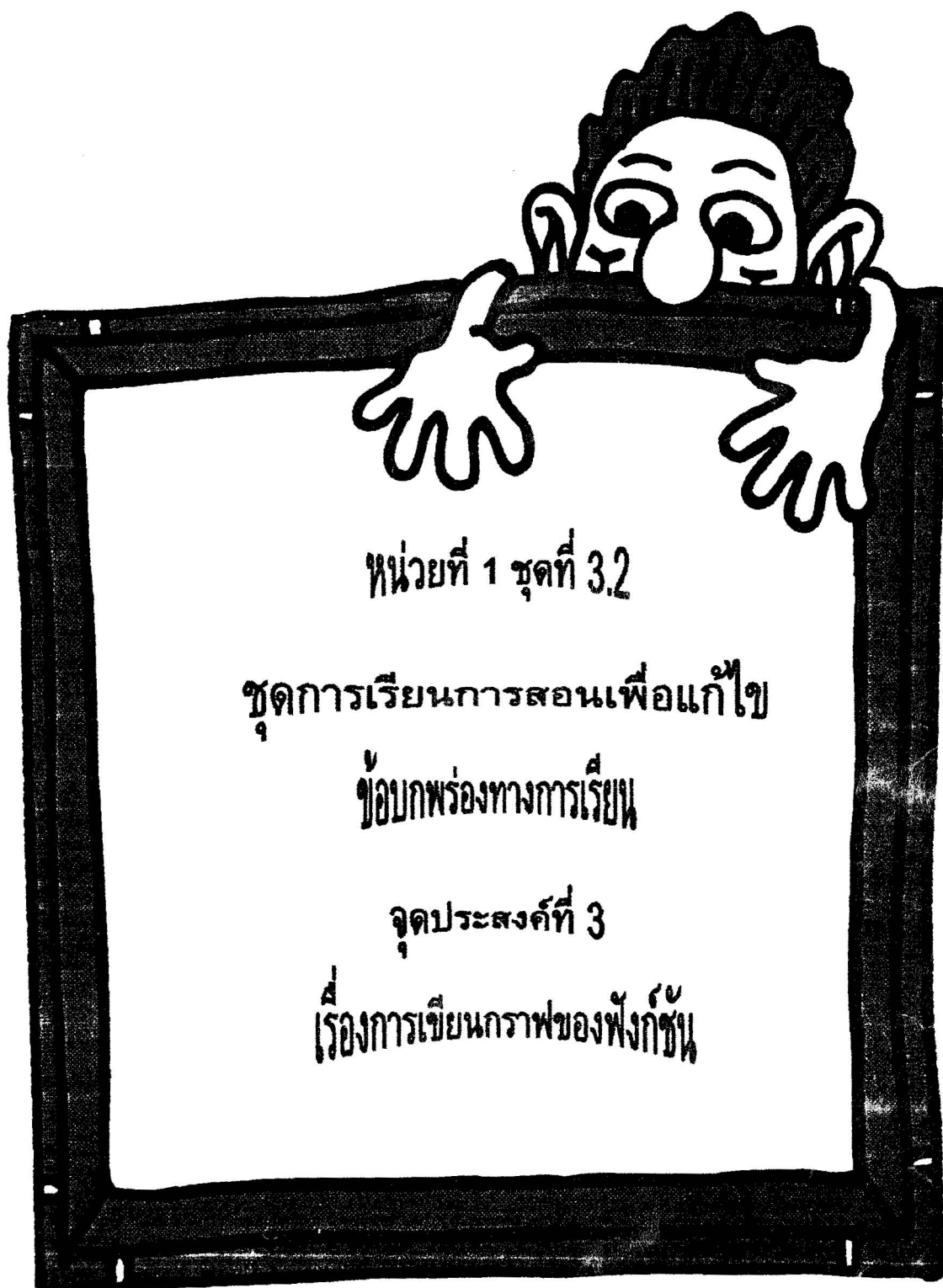
1. $D_f = \{x \mid -3 \leq x \leq 3\}$

$R_f = \{y \mid 0 \leq y \leq 3\}$

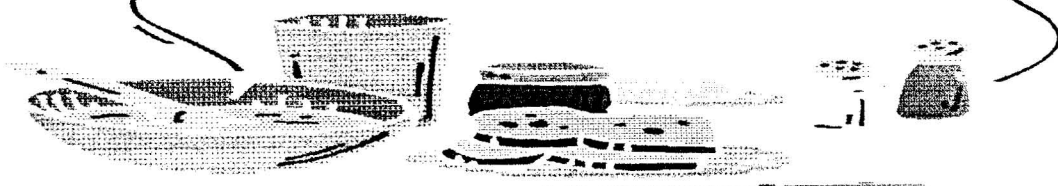
2. $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x \leq 5\}$

$R_f = \{y \in \mathbb{R}^+ \mid 0 < y \leq 5\}$





ชุดที่ 3.2 - 1
ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อ
แก้ไขข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ



บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับกระบวนการ ในการเขียนกราฟของฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟของฟังก์ชันในแต่ละข้อต่อไปนี้

ลองเขียนกราฟ
โดยนำค่า x และ y
มาเขียนกราฟนะครับ



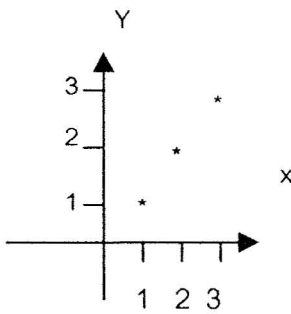
1. กำหนด $f = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$

จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	1	2	3
y	1	2	3

2. เขียนกราฟของฟังก์ชัน



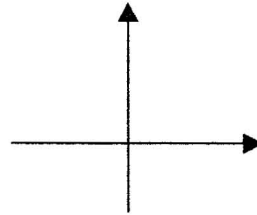
กำหนด $f = \{(1,-1), (2,-2), (3,-3)\}$

จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	1	2	3
y			

2. เขียนกราฟของฟังก์ชัน

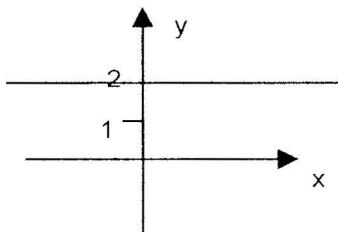


2. กำหนด $f(x) = 2$ จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	2	2	2	2	2	2	2

2. เขียนกราฟของฟังก์ชัน

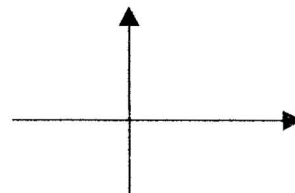


กำหนด $f(x) = -3$ จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

2. เขียนกราฟของฟังก์ชัน

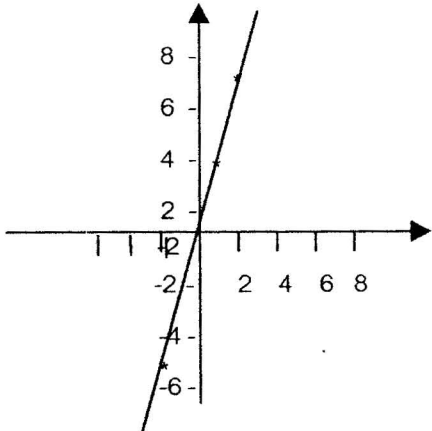


3. กำหนด $f(x) = 3x + 1$ จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-2	-1	0	1	2
y	-5	-2	1	4	7

2. เขียนกราฟของฟังก์ชัน

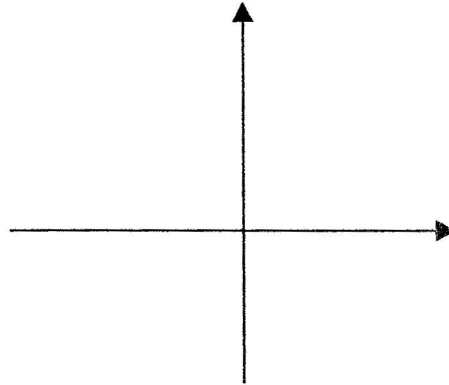


กำหนด $f(x) = 5x - 3$ จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-2	-1	0	1	2
y					

2. เขียนกราฟของฟังก์ชัน



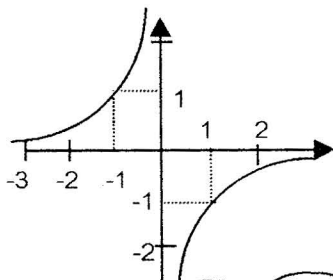
4. กำหนด $f = \{(x, y) \mid xy = -1\}$

จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	1/3	1/2	1	หา y ไม่ได้	-1	-1/2	-1/3

2. เขียนกราฟของฟังก์ชัน



เขียนได้มั๊ยครับ.....

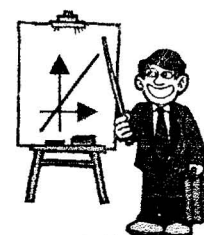
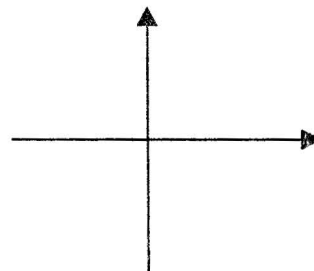
ลองดูตัวอย่างจากกรอบทางซ้าย
นะครับ

กำหนด $f = \{(x, y) \mid x = \frac{1}{y}\}$ จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

2. เขียนกราฟของฟังก์ชัน



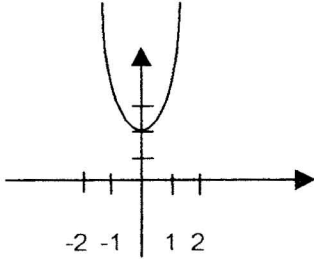
5. กำหนด $f = \{(x,y) \mid y = x^2 + 2\}$

จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-2	-1	0	1	2
y	6	3	2	3	6

2. เขียนกราฟของฟังก์ชัน



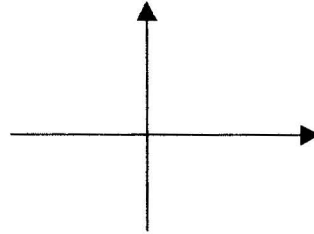
กำหนด $f = \{(x,y) \mid y = -x^2 + 3\}$

จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-2	-1	0	1	2
y					

2. เขียนกราฟของฟังก์ชัน



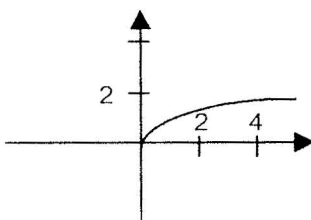
6. กำหนด $f = \{(x,y) \mid y = \sqrt{x}\}$

จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-2	-1	0	1	2	4	
y	หา y ไม่ได้	หา y ไม่ได้	0	1	1.4	2	

2. เขียนกราฟของฟังก์ชัน



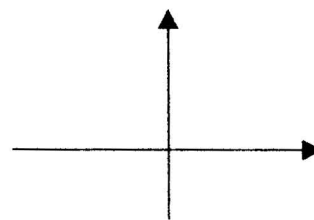
กำหนด $f = \{(x,y) \mid x = \sqrt{y}\}$

จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน f

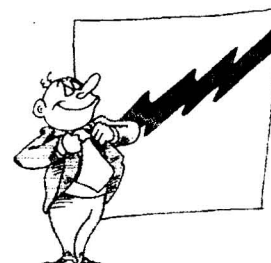
1. พิจารณาค่า x และ y

x	-2	-1	0	1	2	3
y						

2. เขียนกราฟของฟังก์ชัน



ตั้งใจอีกนิดนะครับ...
เสร็จแล้วจะมีรางวัลให้



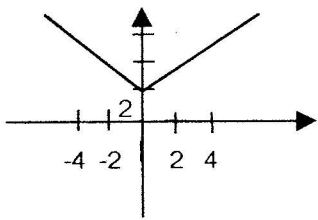
7. กำหนด $f = \{(x,y) | y = |x| + 2\}$

จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	5	4	3	2	3	4	5

2. เขียนกราฟของฟังก์ชัน



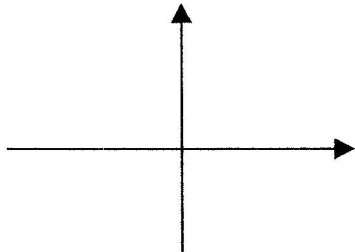
กำหนด $f = \{(x,y) | y = 3 - |x|\}$

จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน f

1. พิจารณาค่า x และ y

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

2. เขียนกราฟของฟังก์ชัน

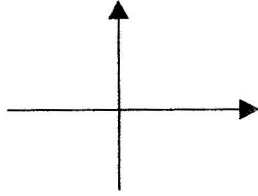


เป็นไงกันบ้างครับ
คงจะเข้าใจ
การเขียนกราฟของฟังก์ชันแล้ว
นะครับ เสร็จแล้วตรวจดูเฉลย
ท้ายแบบฝึกปฏิบัติ
นะครับ

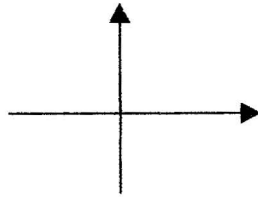
แบบฝึกปฏิบัติที่ 7

คำสั่ง จงเขียนกราฟในแต่ละข้อต่อไปนี้

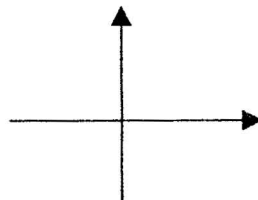
1. $f_1 = \{(-1, 1), (-2, 2), (-3, 3)\}$



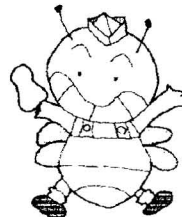
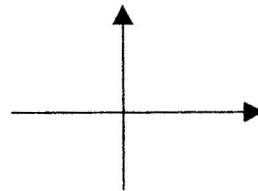
2. $f_2 = \{(x, y) \mid y = x\}$



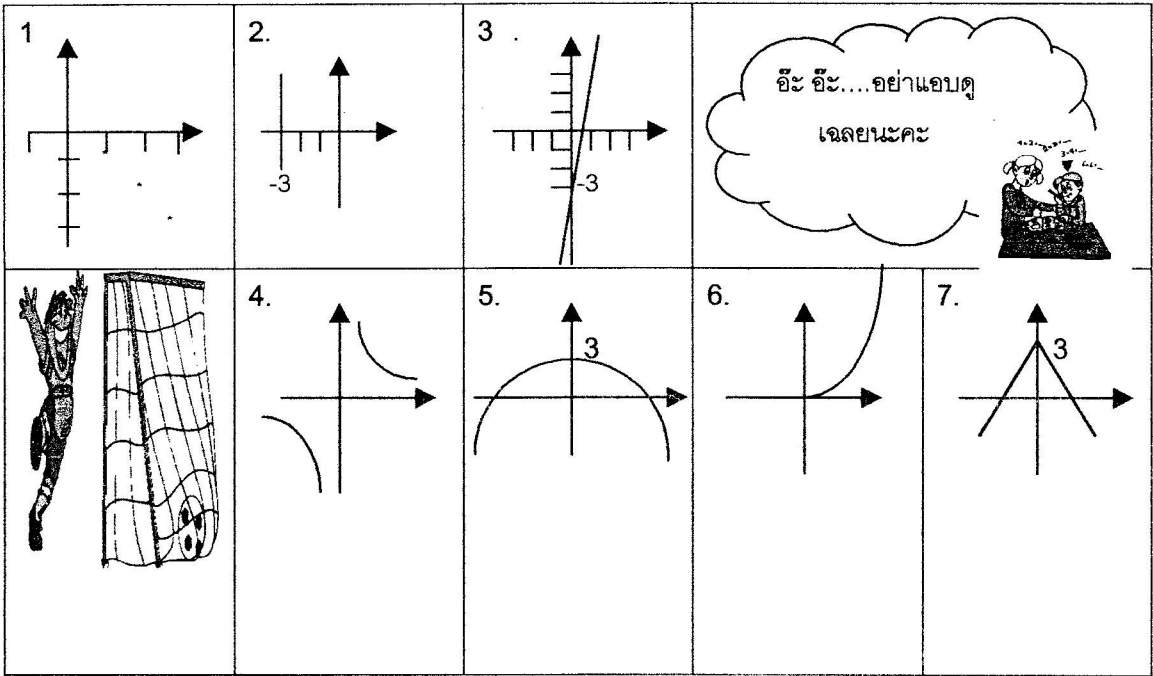
3. $f_3 = \{(x, y) \mid y = x^2 + 8\}$



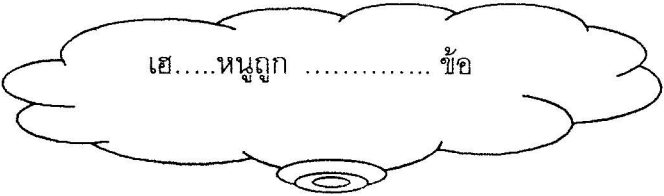
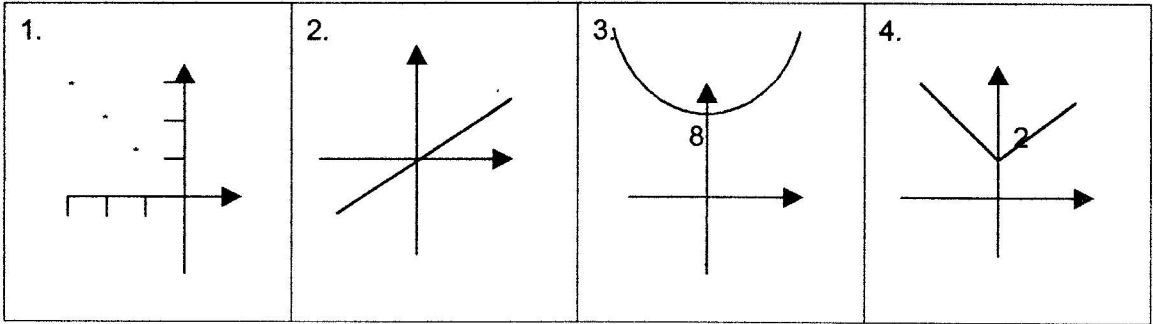
4. $f(x) = |x| + 2$

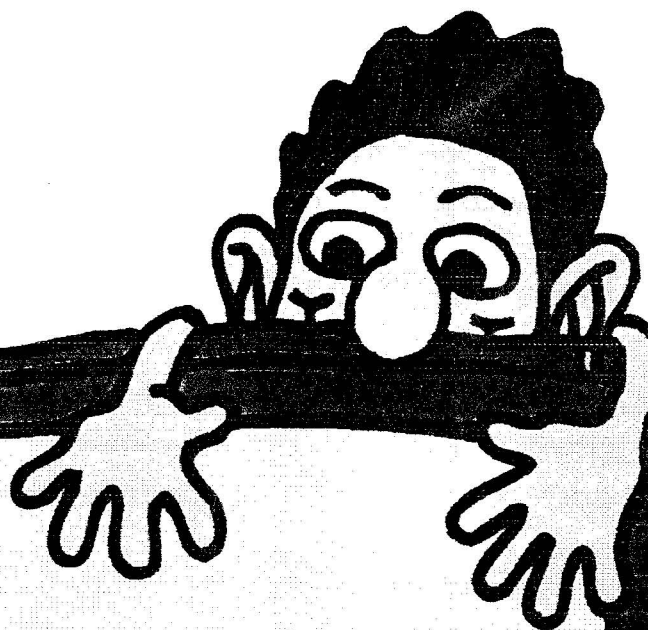


เฉลยตัวอย่างที่ 1 การเขียนกราฟของฟังก์ชัน



เฉลยแบบฝึกปฏิบัติที่ 7





หน่วยที่ 1 ชุดที่ 4

ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไข

ข้อบกพร่องทางการเรียน

จุดประสงค์ที่ 4

เรื่องการหาค่าของฟังก์ชัน



ชุดที่ 4 - 1

ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อ
แก้ไขข้อบกพร่องในด้านกระบวนการ

บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับกระบวนการในการหาค่าของฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด $f(x) = 5x^2 - 3x + 9$ จงหาค่าของ

1.1 $f(1)$

จาก $f(x) = 5x^2 - 3x + 9$
 $\therefore f(1) = 5(1)^2 - 3(1) + 9$

1.2 $f(-2)$

จาก $f(x) = 5x^2 - 3x + 9$
 $\therefore f(-2) = 5(-2)^2 - 3(-2) + 9$

1.3 $f(x+h)$

จาก $f(x) = 5x^2 - 3x + 9$
 $\therefore f(x+h) = 5(x+h)^2 - 3(x+h) + 9$

1.4 $f(1+h)$

จาก $f(x) = 5x^2 - 3x + 9$
 $\therefore f(1+h) = \dots\dots\dots$



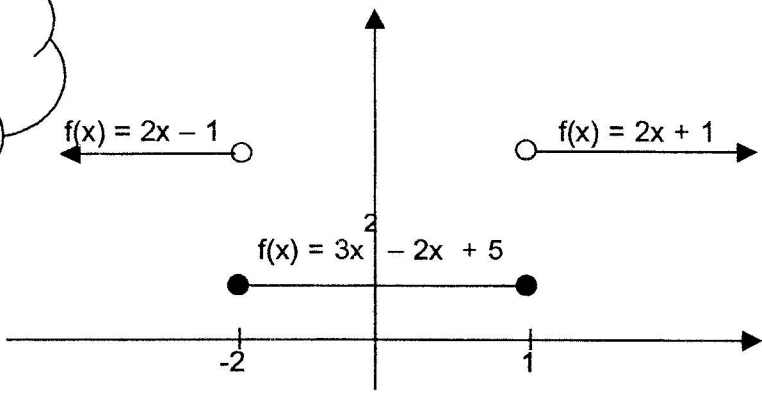
ตัวอย่างที่ 2



กำหนด $f(x) =$

$$\begin{cases} 2x - 1 & ; x < -2 \\ 3x^2 - 2x + 5 & ; -2 \leq x \leq 1 \\ 2x + 1 & ; x > 1 \end{cases}$$

ลองหาค่าของฟังก์ชัน
โดยพิจารณาเงื่อนไขของ
 $f(x)$ จากกราฟนะคะ



จงหาค่าของ

2.1 $f(-2)$

จาก $f(x) = 3x^2 - 2x + 5 ; -2 \leq x \leq 1$
 $\therefore f(-2) = 3(-2)^2 - 2(-2) + 5$

2.2 $f(2)$

จาก $f(x) = 2x + 1 ; x > 1$
 $\therefore f(2) = 2(2) + 1$

2.3 $f(0)$

จาก $f(x) = 2x - 1 ; x < -2$
 $\therefore f(-3) = \dots\dots\dots$

2.4. $f(-3)$

จาก $f(x) = 3x^2 - 2x + 5 ; -2 \leq x \leq 1$
 $\therefore f(0) = \dots\dots\dots$

2.5 $f(-2 + h)$ เมื่อ $h < 0$

จาก $f(x) = 2x - 1 ; x < -2$
 $\therefore f(-2+h) = 2(-2+h) - 1$

2.6 $f(1 + h)$ เมื่อ $h > 0$

จาก $f(x) = 2x + 1 ; x > 1$
 $\therefore f(1+h) = \dots\dots\dots$

แบบฝึกปฏิบัติที่ 8

คำสั่ง จงพิจารณาจากตัวอย่างที่กำหนดให้ แล้วเติมตารางให้สมบูรณ์

ฟังก์ชัน (f)	ค่าของฟังก์ชัน (f(x))
1. $f(x) = -3x^2 + 9$	$f(3) = -3(3)^2 + 9$
2. $f(x) = x^2 + 2x + 5$	$f(2) = \dots\dots\dots$
3. $f(x) = 2 - x^2$	$f(5) = \dots\dots\dots$
4. $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \geq 0 \\ -x^2 & ; x < 0 \end{cases}$	$f(-3) = \dots\dots\dots$ $f(0) = \dots\dots\dots$ $f(1) = \dots\dots\dots$



เฉลย

การอบเฉลยตัวอย่างที่ 1

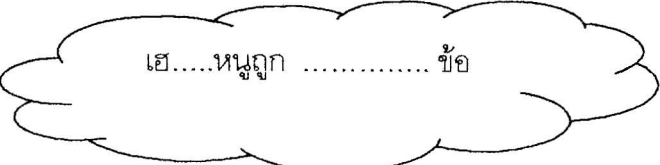
1. $1.4 \ f(1+h) = 5(1+h)^2 - 3(1+h) + 9$

การอบเฉลยตัวอย่างที่ 2

2. $2.3 \ f(0) = 3(0)^2 - 2(0) + 5$
 $2.4 \ f(-3) = 2(-3) - 1$
 $2.6 \ f(1+h) = 2(1+h) + 1$

การอบเฉลยแบบฝึกปฏิบัติที่ 8

2. $f(2) = (2)^2 + 2(2) + 5$
3. $f(5) = 2 - (5)^2$
4. $f(-3) = -(-3)^2$
 $f(0) = (0)^2$
 $f(1) = (1)^2$





บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับทักษะการคิดคำนวณ ในการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนเต็ม

ทบทวนการบวกจำนวนเต็มกันหน่อยนะคะ

จำนวนเต็มบวก บวก จำนวนเต็มลบ
ผลลัพธ์ที่ได้คืออะไรเอ่ย ?

1. $5 + (-2) = 3$
2. $7 + (-5) = 2$
3. $8 + (-1) = \dots\dots\dots$
4. $1 + (-2) = -1$
5. $2 + (-5) = -3$
6. $2 + (-4) = \dots\dots\dots$

จำนวนเต็มบวก บวก จำนวนเต็มลบ
ได้

จำนวนเต็มลบ บวก จำนวนเต็มบวก
ผลลัพธ์ที่ได้คืออะไรเอ่ย ?

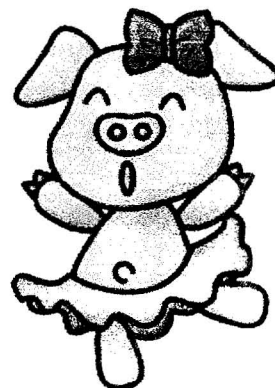
7. $(-2) + 5 = 3$
8. $(-5) + 7 = 2$
9. $(-1) + 8 = \dots\dots\dots$
10. $(-2) + 1 = -1$
11. $(-5) + 2 = -3$
12. $(-4) + 2 = \dots\dots\dots$
13. $-2 + 1 = -1$
14. $-5 + 2 = -3$
15. $-4 + 2 = \dots\dots\dots$

จำนวนเต็มลบ บวก จำนวนเต็มบวก
ได้

จำนวนเต็มลบ บวก จำนวนเต็มลบ
ผลลัพธ์ที่ได้คืออะไรเอ่ย ?

16. $(-1) + (-1) = -2$
17. $(-5) + (-2) = -7$
18. $(-2) + (-7) = \dots\dots\dots$
19. $-1 + (-1) = -2$
20. $-5 + (-2) = -7$
21. $-2 + (-7) = \dots\dots\dots$

จำนวนเต็มลบ บวก จำนวนเต็มลบ
ได้



ดูเฉลยหน้าถัดไปนะคะหนู ๆ

ทบทวนการลบจำนวนเต็มกันหน่อยนะคะ

จำนวนเต็มบวก ลบ จำนวนเต็มลบ
ผลลัพธ์ที่ได้คืออะไรเอ่ย ?

1. $5 - (-2) = 7$
2. $7 - (-5) = 12$
3. $8 - (-1) = \dots\dots\dots$
4. $1 - (-2) = 3$
5. $2 - (-5) = 7$
6. $2 - (-4) = \dots\dots\dots$

จำนวนเต็มบวก ลบ จำนวนเต็มลบ
ได้

จำนวนเต็มลบ ลบ จำนวนเต็มบวก
ผลลัพธ์ที่ได้คืออะไรเอ่ย ?

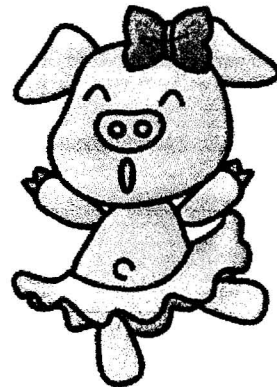
7. $(-2) - 5 = -7$
8. $(-5) - 7 = -12$
9. $(-1) - 8 = \dots\dots\dots$
10. $-2 - 1 = -3$
11. $-5 - 2 = -7$
12. $-4 - 2 = \dots\dots\dots$

จำนวนเต็มลบ ลบ จำนวนเต็มบวก
ได้

จำนวนเต็มลบ ลบ จำนวนเต็มลบ
ผลลัพธ์ที่ได้คืออะไรเอ่ย ?

13. $(-1) - (-1) = 0$
14. $(-5) - (-8) = 3$
15. $(-2) - (-7) = \dots\dots\dots$
16. $(-8) - (-1) = -7$
17. $(-5) - (-2) = -3$
18. $(-7) - (-1) = \dots\dots\dots$
19. $-8 - (-1) = -7$
20. $-5 - (-2) = -3$
21. $-7 - (-1) = \dots\dots\dots$

จำนวนเต็มลบ ลบ จำนวนเต็มลบ
ได้



ดูเฉลยหน้าถัดไปนะคะหนู ๆ

เฉลยการบวกจำนวนเต็ม

- | | | |
|-------|--------|--------|
| 3. 7 | 9. 7 | 18. -9 |
| 6. -2 | 12. -2 | 21. -9 |
| | 15. -2 | |

ทบทวนการคูณจำนวนเต็มกันหน่อยนะคะ

จำนวนเต็มบวก คุณ จำนวนเต็มลบ
ผลลัพธ์ที่ได้คืออะไรเอ่ย ?

1. $5 \times (-2) = -10$
2. $7 \times (-5) = -35$
3. $8 \times (-1) = \dots\dots\dots$
4. $2 \times (-3) = \dots\dots\dots$

จำนวนเต็มบวก คุณ จำนวนเต็มลบ
ได้ $\dots\dots\dots$

จำนวนเต็มลบ คุณ จำนวนเต็มบวก
ผลลัพธ์ที่ได้คืออะไรเอ่ย ?

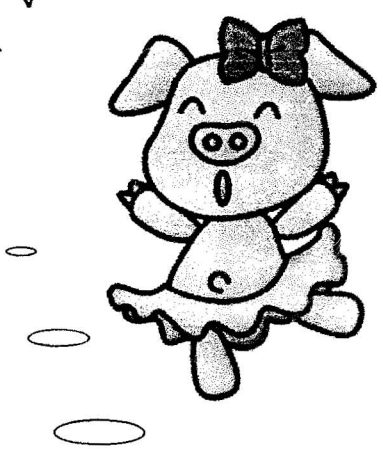
5. $(-2) \times 5 = -10$
6. $(-5) \times 7 = -35$
7. $(-1) \times 8 = \dots\dots\dots$
8. $(-3) \times 2 = \dots\dots\dots$
9. $-2 \times 5 = -10$
10. $-5 \times 7 = -35$
11. $-1 \times 8 = \dots\dots\dots$
12. $-3 \times 2 = \dots\dots\dots$

จำนวนเต็มลบ คุณ จำนวนเต็มบวก
ได้ $\dots\dots\dots$

จำนวนเต็มลบ คุณ จำนวนเต็มลบ
ผลลัพธ์ที่ได้คืออะไรเอ่ย ?

13. $(-1) \times (-1) = 1$
14. $(-5) \times (-2) = 10$
15. $(-2) \times (-7) = \dots\dots\dots$
16. $-1 \times (-1) = 1$
17. $-5 \times (-2) = 10$
18. $-2 \times (-7) = \dots\dots\dots$

จำนวนเต็มลบ คุณ จำนวนเต็มลบ
ได้ $\dots\dots\dots$



ดูเฉลยหน้าถัดไปนะคะหนู ๆ

เฉลยการลบจำนวนเต็ม		
3. 9	9. -9	15. 5
6. 6	12. -6	18. -6
		21. -6

ทบทวนการหารจำนวนเต็มกันหน่อยนะคะ

จำนวนเต็มบวก หาร จำนวนเต็มลบ
ผลลัพธ์ที่ได้คืออะไรเอ่ย ?

1. $5 \div (-2) = -5/2$
2. $7 \div (-5) = -7/5$
3. $8 \div (-1) = \dots\dots\dots$
4. $1 \div (-2) = -1/2$
5. $2 \div (-5) = -2/5$
6. $2 \div (-7) = \dots\dots\dots$

จำนวนเต็มบวก หาร จำนวนเต็มลบ
ได้

จำนวนเต็มลบ หาร จำนวนเต็มบวก
ผลลัพธ์ที่ได้คืออะไรเอ่ย ?

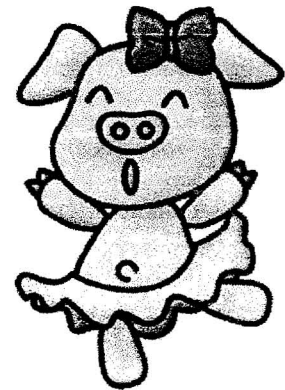
7. $(-2) \div 5 = -2/5$
8. $(-5) \div 7 = -5/7$
9. $(-1) \div 8 = \dots\dots\dots$
10. $(-2) \div 1 = -2$
11. $(-5) \div 2 = -5/2$
12. $(-4) \div 2 = \dots\dots\dots$
13. $-2 \div 1 = -2$
14. $-5 \div 2 = -5/2$
15. $-4 \div 2 = \dots\dots\dots$

จำนวนเต็มลบ หาร จำนวนเต็มบวก
ได้

จำนวนเต็มลบ หาร จำนวนเต็มลบ
ผลลัพธ์ที่ได้คืออะไรเอ่ย ?

16. $(-1) \div (-1) = 1$
17. $(-5) \div (-2) = 5/2$
18. $(-2) \div (-7) = \dots\dots\dots$

จำนวนเต็มลบ หาร จำนวนเต็มลบ
ได้



ตรวจดูเฉลยได้เลยนะคะ

หนู ๗

เฉลยการคูณจำนวนเต็ม

- | | | |
|-------|--------|--------|
| 3. -8 | 7. -8 | 15. 14 |
| 4. -6 | 8. -6 | 18. 14 |
| | 11. -8 | |
| | 12. -6 | |

เฉลยการหารจำนวนเต็ม

- | | | |
|-----------|-----------|------------|
| 3. -8 | 9. $-1/8$ | 18. $-2/7$ |
| 6. $-2/7$ | 12. -2 | |
| | 15. -2 | |

บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับทักษะการคิดคำนวณ ในการจัดรูปสมการ

จงจัดรูปสมการในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. $(3x+2)^2 = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

3. $(a-b)^2 = \dots\dots\dots$

4. $(2x-3)^2 = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

5. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

6. $(5x+3)^3 = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

7. $(a-b)^3 = \dots\dots\dots$

8. $(5x-1)^3 = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

9. $-3(x^2 - 2) = \dots\dots\dots$

10. $-2(5 - x) = \dots\dots\dots$

11. $(-2x)(5 - x^2) = \dots\dots\dots$

12. $\sqrt{x^2} = \dots\dots\dots$

13. $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = \dots\dots\dots$

14. $(x^2)^3 - 4 = \dots\dots\dots$

15. $\frac{3x-9}{3} = \dots\dots\dots$

16. $\frac{x^2 - 2x + 1}{2x-2} = \dots\dots\dots$



เฉลย	
2.	$9x^2 + 12x + 4$
3.	$a^2 - 2ab + b^2$
4.	$4x^2 - 12x + 9$
6.	$125x^3 + 225x^2 + 135x + 9$
7.	$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
8.	$125x^3 - 75x^2 + 15x - 1$
9.	$-3x^2 + 6$
10.	$2x - 10$
11.	$2x^3 - 10$
12.	$ x $
13.	$ x - 1 $
14.	$x^6 - 4$
15.	$x - 3$
16.	$\frac{x-1}{2}$

บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับทักษะการคิดคำนวณในการหาค่าของฟังก์ชัน

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด $f(x) = 2x^2 - 2x$ จงหาค่าของ

1.1 $f(1)$

$$\begin{aligned} f(1) &= 2(1)^2 - 2(1) \\ &= 2(1) - 2 \\ &= 2 - 2 \\ &= 0 \end{aligned}$$

1.2 $f(-2)$

.....

.....

.....

1.3 $f(-1 - h)$ เมื่อ $h > 0$

$$\begin{aligned} f(-1 - h) &= 2(-1 - h)^2 - 2(-1 - h) \\ &= 2[(-1)^2 - 2(-1)(h) + h^2] - 2(-1 - h) \\ &= 2[1 + 2h + h^2] - 2(-1 - h) \\ &= 2 + 4h + 2h^2 + 2 + 2h \\ &= 2h^2 + 4h + 2h + 2 + 2 \\ &= 2h^2 + 6h + 4 \end{aligned}$$

1.4 $f(x - h)$ เมื่อ $h > 0$

.....

.....

.....

.....

ตัวอย่างที่ 2

กำหนด $f(x) = \begin{cases} -5x^3 ; x \geq 2 \\ 5x^3 ; x < 2 \end{cases}$



จงหาค่าของ

2.1 $f(2)$

$$\begin{aligned} f(2) &= -5(2)^3 \\ &= -5 \times 8 \\ &= -40 \end{aligned}$$

2.2 $f(-2)$

.....

.....

.....

2.3 $f(2 + h)$ เมื่อ $h > 0$

$$\begin{aligned} f(2 + h) &= -5(2 + h)^3 \\ &= -5[2^3 + 3(2^2)(h) + 3(2)(h^2) + h^3] \\ &= -5[8 + 3(4)(h) + 3(2)(h^2) + h^3] \\ &= -5[8 + 12h + 6h^2 + h^3] \\ &= -40 - 12h - 6h^2 - h^3 \end{aligned}$$

2.4 $f(h + 3)$ เมื่อ $h > 0$

.....

.....

.....

.....

แบบฝึกปฏิบัติที่ 9

1. กำหนด $f(x) = 3x^2 - 2x + 9$ จงหาค่าของ

1.1 $f(-1)$

.....

.....

.....

เสร็จแล้วตรวจดูเฉลย
หน้าถัดไปนะคะ

1.2 $f(x + 2)$

.....

.....

.....

.....



2.

กำหนด $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 7 & ; x \geq 0 \\ 7 - 3x^2 & ; x < 0 \end{cases}$

จงหาค่าของ

2.1 $f(-3)$

.....

.....

.....

2.2 $f(5)$

.....

.....

.....

2.3 $f(1 + h)$ เมื่อ $h > 0$

.....

.....

.....

.....

เฉลยกรอบเฉลยตัวอย่างที่ 1

$$1.2 \ f(-2) = 12$$

$$1.4 \ f(x-h) = 2x^2 - 2x + 2h^2 + 4xh + 2h$$

กรอบเฉลยตัวอย่างที่ 2

$$2.2 \ f(-2) = 40$$

$$2.4 \ f(h+3) = -5h^3 - 45h^2 - 135h - 135$$

กรอบเฉลยแบบฝึกปฏิบัติที่ 9

1

$$1.1 \ f(-1) = 14$$

$$1.2 \ f(x+2) = 3x^2 + 10x + 17$$

2.

$$2.1 \ f(-3) = -20$$

$$2.2 \ f(5) = 82$$

$$2.3 \ f(1+h) = 3h^2 + 6h + 10$$





บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับการนำความรู้ เรื่องการหาค่าของฟังก์ชันไปประยุกต์ใช้

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด $f(x) = 3x^2 - 5$ จงหาค่าของ $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ เมื่อ $h \neq 0$

วิธีทำ

จาก $f(x) = 3x^2 - 5$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } f(x+h) &= 3(x+h)^2 - 5 \\ &= 3(x^2 + 2(x)(h) + h^2) - 5 \\ &= 3x^2 + 6xh + 3h^2 - 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น } \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \frac{[3x^2 + 6xh + 3h^2 - 5] - [3x^2 - 5]}{h} && \text{เมื่อ } h \neq 0 \\ &= \frac{3x^2 + 6xh + 3h^2 - 5 - 3x^2 + 5}{h} && \text{เมื่อ } h \neq 0 \\ &= \frac{3x^2 - 3x^2 + 6xh + 3h^2 - 5 + 5}{h} && \text{เมื่อ } h \neq 0 \\ &= \frac{6xh + 3h^2}{h} && \text{เมื่อ } h \neq 0 \\ &= \frac{h[6x + 3h]}{h} && \text{เมื่อ } h \neq 0 \\ &= 6x + 3h && \text{เมื่อ } h \neq 0\end{aligned}$$



ศึกษาตัวอย่าง
ให้เข้าใจแล้วนำ
ความรู้ไปใช้ทำ
ตัวอย่างที่ 2 และ
แบบฝึกปฏิบัติ
นะคะ

ตัวอย่างที่ 2

$$\text{กำหนด } f(x) = \begin{cases} x & ; x > 1 \\ 0 & ; x = 1 \\ -x & ; x < 1 \end{cases}$$

จงหาค่าของ $\frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ เมื่อ $h > 0$

วิธีทำ

$$\text{จาก } f(x) = \begin{cases} x & ; x > 1 \\ 0 & ; x = 1 \\ -x & ; x < 1 \end{cases}$$

จะได้ $f(1) = \dots\dots\dots$

และ $f(1+h) = \dots\dots\dots$

ดังนั้น $\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \frac{(\dots\dots\dots) - (\dots\dots\dots)}{h}$ เมื่อ $h > 0$

$= \dots\dots\dots$ เมื่อ $h > 0$

ตรวจดูเฉลย
ท้ายแบบฝึกปฏิบัติ
นะคะ

ทำไม่ได้กลับไปดู
ตัวอย่างที่ 1 นะคะ



แบบฝึกปฏิบัติที่ 10

1. กำหนด $f(x) = 5x + 3$ จงหาค่าของ $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ เมื่อ $h \neq 0$

วิธีทำ จาก $f(x) = \dots\dots\dots$
 จะได้ $f(x+h) = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

ทำได้หรือไม่
 ย้อนกลับไปดู
 ตัวอย่างนะคะ

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \frac{(\dots\dots\dots) - (\dots\dots\dots)}{h} && \text{เมื่อ } h \neq 0 \\ &= \dots\dots\dots && \text{เมื่อ } h \neq 0 \\ &= \dots\dots\dots && \text{เมื่อ } h \neq 0 \end{aligned}$$

2. กำหนด $g(x) = \begin{cases} x+1 & ; x \leq 0 \\ 2x-1 & ; x > 0 \end{cases}$ จงหา $\frac{g(3+h) - g(3)}{h}$ เมื่อ $h > 0$

วิธีทำ จาก $g(x) = \dots\dots\dots; x > 0$
 จะได้ $g(3) = \dots\dots\dots$
 และ $g(3+h) = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } \frac{g(3+h) - g(3)}{h} &= \frac{(\dots\dots\dots) - (\dots\dots\dots)}{h} && \text{เมื่อ } h > 0 \\ &= \dots\dots\dots && \text{เมื่อ } h > 0 \\ &= \dots\dots\dots && \text{เมื่อ } h > 0 \end{aligned}$$

เป็นไงบ้างคะ
 ทำได้มั๊ย???

3. ถ้า $f = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 - 3\}$

จงตรวจสอบว่า $f(2+2) = f(2) + f(2)$ หรือไม่

วิธีทำ จาก $f(x)$ =

จะได้ $f(2)$ =

และ $f(2+2) = f(\dots)$ 2+2 ได้เท่าไรน้า

=

=

$\therefore f(2+2)$ $f(2)$

(=, $\neq$)



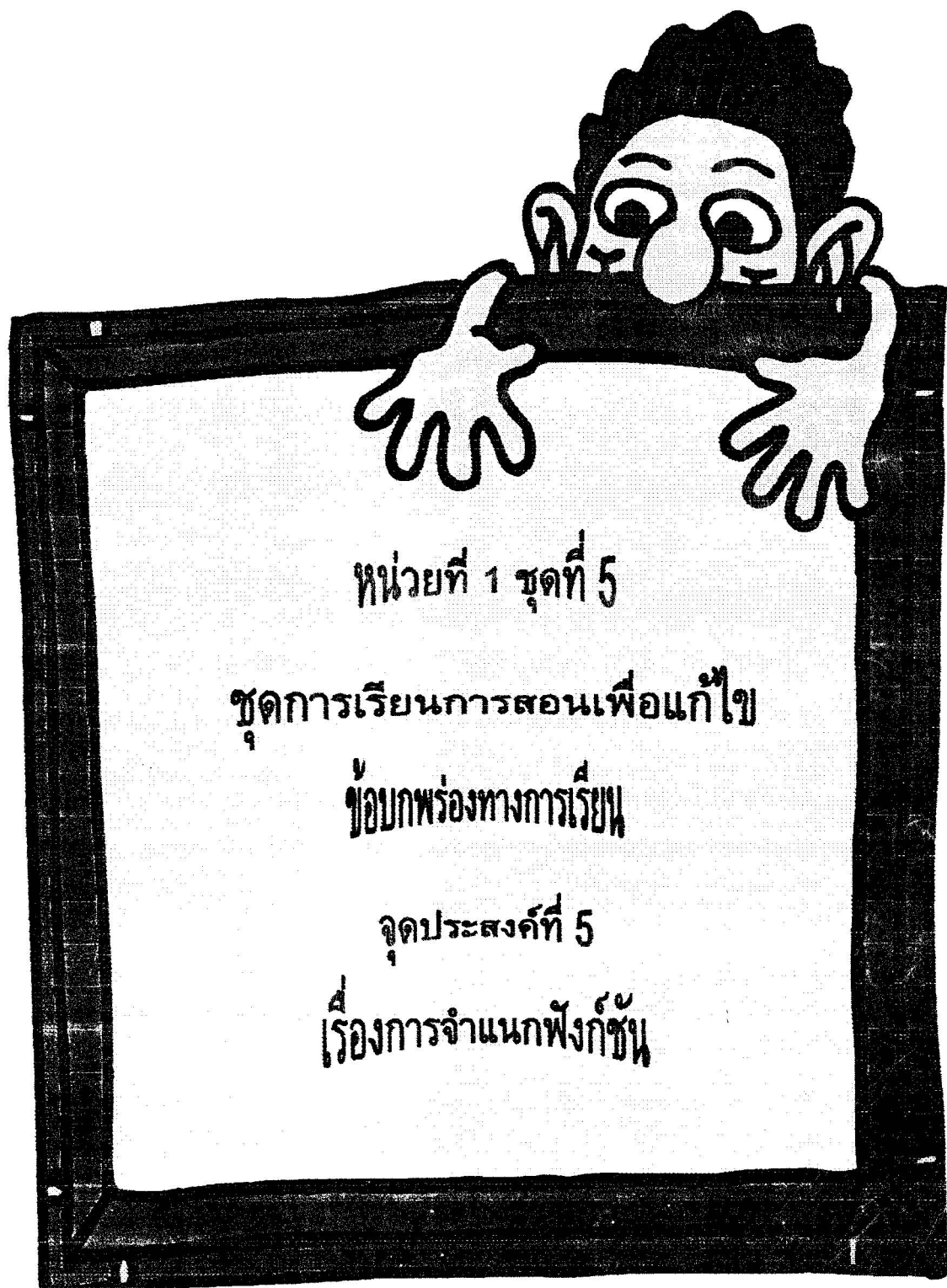
เฉลยตัวอย่างที่ 2

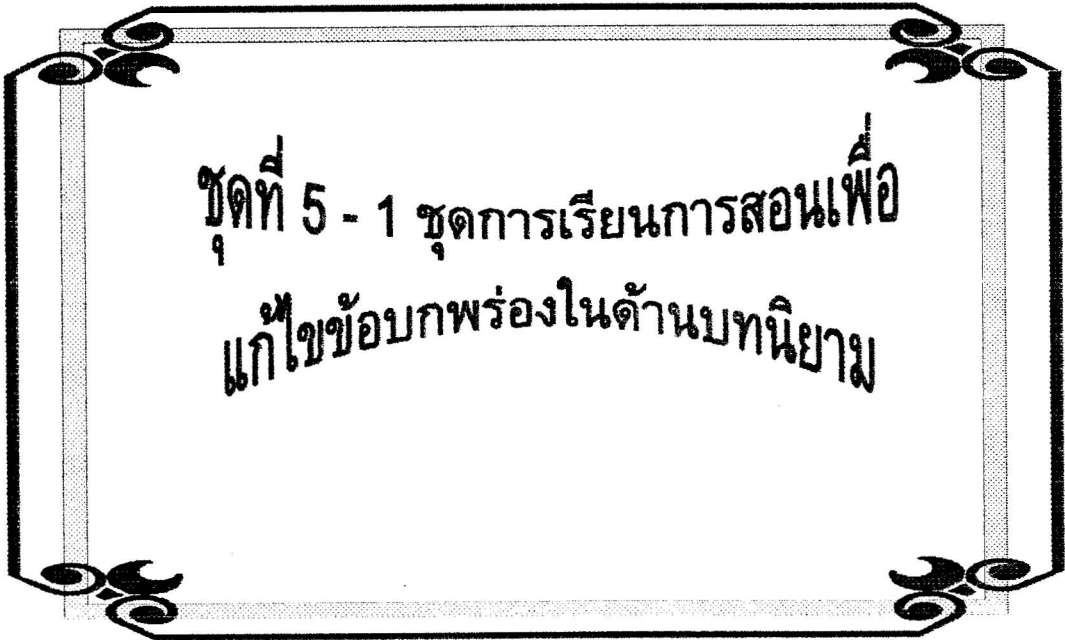
$$\frac{1+h}{h}$$

เฉลยแบบฝึกปฏิบัติที่ 10

1. ตอบ 5
2. ตอบ 2
3. $f(2+2) \neq f(2) + f(2)$







ชุดที่ 5 - 1 ชุดการเรียนการสอนเพื่อ
แก้ไขข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม

บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับบทนิยาม

ฟังก์ชันจาก A ไป B $f: A \longrightarrow B$

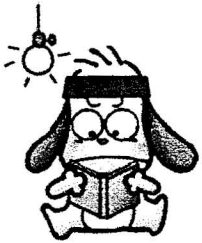
บทนิยาม f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B

ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมน
และมีสับเซตของ B เป็นเรนจ์

ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B $f: A \xrightarrow{\text{ทั่วถึง}} B$

บทนิยาม f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B

ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมน
และมี B เป็นเรนจ์



ฟังก์ชันแต่ละชนิด
เป็นอย่างไรน้า ??

ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง $f: A \xrightarrow{1-1} B$

บทนิยาม f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B

ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B

ซึ่งถ้า $y \in R_f$ แล้วมี $x \in D_f$ เพียงตัวเดียว
เท่านั้นที่ทำให้ $(x, y) \in f$

จากบทนิยามกล่าวได้ว่า

“ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ก็ต่อเมื่อ

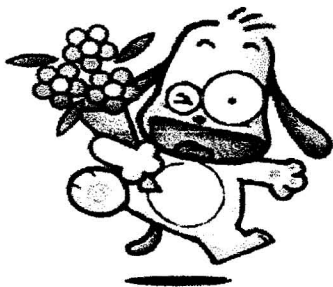
ถ้า $(x_1, y) \in f$ และ $(x_2, y) \in f$ แล้ว $x_1 = x_2$ ”

ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B

$f: A \xrightarrow{1-1} B$
ทั่วถึง

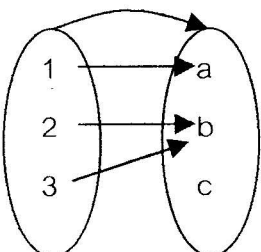
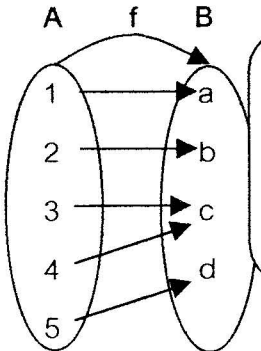
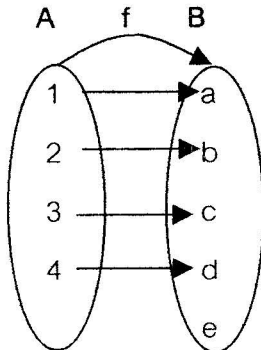
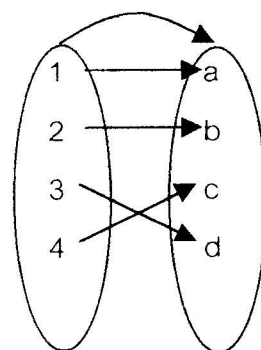
หมายถึง ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

ที่มี $D_f = A$ และ $R_f = B$



ศึกษาให้เข้าใจ
แล้วทำโจทย์หน้าถัดไปนะคะ
ทำถูกจะมีรางวัลให้

ตัวอย่าง กำหนดฟังก์ชันในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงเติมคำตอบในตารางให้ถูกต้อง

1. $f_1 = \{(1,a), (2,b), (3,c)\}$ 	$D_{f_1} \dots\dots\dots A$ และ $R_{f_1} \dots\dots\dots B$ $(=, \neq)$ $(=, \subset)$ (.....) $f: A \longrightarrow B$ (.....) $f: A \xrightarrow{\text{ทั่วถึง}} B$ (.....) $f: A \xrightarrow{1-1} B$ (.....) $f: A \xrightarrow[1-1]{\text{ทั่วถึง}} B$
2. $f_2 = \{(1,a), (2,b), (3,c), (4,c), (5,d)\}$  กลับไปดู บทนิยามก่อน แล้วค่อยตอบ นะครับ	$D_{f_2} \dots\dots\dots A$ และ $R_{f_2} \dots\dots\dots B$ $(=, \neq)$ $(=, \subset)$ (.....) $f: A \longrightarrow B$ (.....) $f: A \xrightarrow{\text{ทั่วถึง}} B$ (.....) $f: A \xrightarrow{1-1} B$ (.....) $f: A \xrightarrow[1-1]{\text{ทั่วถึง}} B$
3. $f_3 = \{(1,a), (2,b), (3,c), (4,d)\}$  	$D_{f_3} \dots\dots\dots A$ และ $R_{f_3} \dots\dots\dots B$ $(=, \neq)$ $(=, \subset)$ (.....) $f: A \longrightarrow B$ (.....) $f: A \xrightarrow{\text{ทั่วถึง}} B$ (.....) $f: A \xrightarrow{1-1} B$ (.....) $f: A \xrightarrow[1-1]{\text{ทั่วถึง}} B$
4. $f_4 = \{(1,a), (2,b), (3,d), (4,c)\}$ 	$D_{f_4} \dots\dots\dots A$ และ $R_{f_4} \dots\dots\dots B$ $(=, \neq)$ $(=, \subset)$ (.....) $f: A \longrightarrow B$ (.....) $f: A \xrightarrow{\text{ทั่วถึง}} B$ (.....) $f: A \xrightarrow{1-1} B$ (.....) $f: A \xrightarrow[1-1]{\text{ทั่วถึง}} B$

5. $f_5 = \{(1, a), (2, c), (3, b)\}$

$D_{f_5} \dots\dots\dots A$ และ $R_{f_5} \dots\dots\dots B$

$(=, \neq)$ $(=, \subset)$

(.....) $f: A \longrightarrow B$

(.....) $f: A \xrightarrow{\text{ทั่วถึง}} B$

(.....) $f: A \xrightarrow{1-1} B$

(.....) $f: A \xrightarrow[1-1]{\text{ทั่วถึง}} B$

(.....) อื่น ๆ

ตอบคำถามเสร็จแล้ว ลองมาสรุปกันอีกครั้งนะคะ



ฟังก์ชันจาก A ไป B ได้แก่

f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ f เป็น

ฟังก์ชันที่มี $D_f \dots\dots\dots A$ และ $R_f \dots\dots\dots B$

$(=, \neq)$ $(=, \subset)$

ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ได้แก่

f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชัน

จาก A ไป B ที่มี $D_f \dots\dots\dots A$ และ $R_f \dots\dots\dots B$

$(=, \neq)$ $(=, \subset)$

ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ได้แก่

f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชัน

จาก A ไป B ที่มี $D_f \dots\dots\dots A$ และ $R_f \dots\dots\dots B$ และสมาชิก

แต่ละตัวของ A จะจับคู่กับสมาชิกของ B

(ตัวเดียว / มากกว่า 1 ตัว)



ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B ได้แก่

f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชัน

หนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ที่มี $D_f \dots\dots\dots A$ และ $R_f \dots\dots\dots B$ และสมาชิก

แต่ละตัวของ A จะจับคู่กับสมาชิกของ B

(ตัวเดียว / มากกว่า 1 ตัว)

แบบฝึกปฏิบัติที่ 11

1. กำหนดให้ $A = \{1,2,3\}$ และ $B = \{0,2,4\}$ จงพิจารณาฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (5 คะแนน)

$$f_1 = \{(1,0), (2,0), (3,0)\}$$

$$f_2 = \{(0,1), (2,2), (4,1)\}$$

$$f_3 = \{(1,2), (2,0), (3,4)\}$$

$$f_4 = \{(0,2), (2,2), (4,2)\}$$

$$f_5 = \{(1,2), (2,2), (3,2)\}$$

$$f_6 = \{(0,0), (2,2), (4,4)\}$$

$$f_7 = \{(1,3), (2,2), (3,1)\}$$

$$f_8 = \{(4,2), (2,3), (0,1)\}$$

1.1 ฟังก์ชันจาก A ไป B ได้แก่.....

1.2 ฟังก์ชันจาก A ไป A ได้แก่.....

1.3 ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ได้แก่.....

1.4 ฟังก์ชันจาก B ไปทั่วถึง B ได้แก่.....

1.5 ฟังก์ชัน 1 - 1 ได้แก่.....

1.6 ฟังก์ชัน 1 - 1 จาก B ไปทั่วถึง A ได้แก่.....

1.7 ฟังก์ชันจาก B ไป A ได้แก่.....

1.8 ฟังก์ชันจาก B ไปทั่วถึง A ได้แก่.....

1.9 ฟังก์ชัน 1 - 1 จาก A ไปทั่วถึง B ได้แก่.....

1.10 ฟังก์ชัน 1 - 1 จาก B ไป B ได้แก่.....

2. กำหนดให้ $A = \{-2,-1,0,1,2\}$ และ $B = \{0,1,2,3,4,5\}$ ฟังก์ชันในข้อต่อไปนี้

ข้อใดเป็นฟังก์ชันจาก A ไป B

2.1 $f = \{(x,y) \in A \times B \mid y = |x|\}$ () เป็น () ไม่เป็น

เพราะ $f = \dots\dots\dots$ และ $D_f \dots\dots\dots A$ $R_f \dots\dots\dots B$

(=, $\neq$) ($\subset$, $\not\subset$)

2.2 $f = \{(x,y) \in A \times B \mid y = (x+1)^2\}$ () เป็น () ไม่เป็น

เพราะ $f = \dots\dots\dots$ และ $D_f \dots\dots\dots A$ $R_f \dots\dots\dots B$

(=, $\neq$) ($\subset$, $\not\subset$)



ดูเฉลยในหน้าถัดไปนะคร๊าบ
ทำถูกรับรางวัลไปเลย

เฉลย

กรอบเฉลยตัวอย่างที่ 1

1. $D_{f_1} = A$ และ $R_{f_1} \subset B$
 $(.../...) f: A \longrightarrow B$
2. $D_{f_2} = A$ และ $R_{f_2} = B$
 $(.../...) f: A \longrightarrow B$
 $(.../...) f: A \xrightarrow{\text{ทั่วถึง}} B$
3. $D_{f_3} = A$ และ $R_{f_3} \subset B$
 $(.../...) f: A \longrightarrow B$
 $(.../...) f: A \xrightarrow{1-1} B$
4. $D_{f_4} = A$ และ $R_{f_4} = B$
 $(.../...) f: A \longrightarrow B$
 $(.../...) f: A \xrightarrow{\text{ทั่วถึง}} B$
 $(.../...) f: A \xrightarrow{1-1} B$
 $(.../...) f: A \xrightarrow{1-1} B$
 ทั่วถึง
5. $D_{f_5} \neq A$ และ $R_{f_5} \subset B$
 $(.../...) \text{อื่นๆ ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง}$

กรอบเฉลยสรุป

ฟังก์ชันจาก A ไป B ได้แก่ f_1, f_2, f_3, f_4

$$D_f = A \quad R_f \subset B$$

ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ได้แก่ f_2, f_4

$$D_f = A \quad R_f = B$$

ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ได้แก่ f_3, f_4

$$D_f = A \quad R_f \subset B$$

และสมาชิกแต่ละตัวของ A จะจับคู่กับสมาชิกของ B ตัวเดียว

ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B ได้แก่ f_4

$$D_f = A \quad R_f = B$$

และสมาชิกแต่ละตัวของ A จะจับคู่กับสมาชิกของ B ตัวเดียว

เป็นไงบ้าง ???

ทำได้มั๊ยครับ

กรอบเฉลยแบบฝึกปฏิบัติที่ 11

1.

1.1 f_1, f_3, f_5	1.6 f_8
1.2 f_5, f_7	1.7 f_2, f_4, f_8
1.3 f_3	1.8 f_8
1.4 f_6	1.9 f_3
1.5 f_3, f_6, f_7, f_8	1.10 f_6
2.
 - 2.1 เป็น เพราะ $f = \{(-2,2), (-1,1), (0,0), (1,1), (2,2)\}$
 ซึ่ง $D_f = A \quad R_f \subset B$
 - 2.2 ไม่เป็น เพราะ $f = \{(-2,1), (-1,0), (0,1), (1,4)\}$
 ซึ่ง $D_f \neq A \quad R_f \subset B$



หน่วยที่ 1 ชุดที่ 6

ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไข

ข้อบกพร่องทางการเรียน

จุดประสงค์ที่ 6

เรื่องการตรวจสอบฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง





บทเรียนทบทวนความรู้การใช้บทนิยามฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ในการตรวจสอบฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

บทนิยาม f เป็นฟังก์ชัน 1-1 ก็ต่อเมื่อ
สำหรับทุก x_1, x_2 ในโดเมน ถ้า $f(x_1) = f(x_2)$ แล้ว $x_1 = x_2$

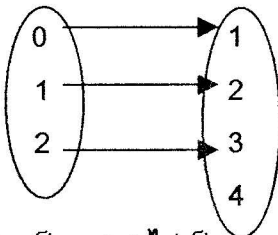


จากบทนิยามอาจกล่าวได้ว่า

“ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ก็ต่อเมื่อ ถ้า $(x_1, y) \in f$ และ $(x_2, y) \in f$ แล้ว $x_1 = x_2$ ”

ตัวอย่างที่ 1

$f_1 = \{(0,1), (1,2), (2,3)\}$



() เป็น () ไม่เป็น

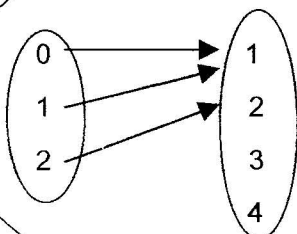
เพราะ

ลองพิจารณาดูซิค่ะว่า

f_1 และ f_2 เป็น
ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง
หรือไม่

ตัวอย่างที่ 2

$f_2 = \{(0,1), (1,1), (2,2)\}$



() เป็น () ไม่เป็น

เพราะ.....

.....

.....

.....

ดูเฉลยท้าย
แบบฝึกปฏิบัติ
นะคะ

แบบฝึกปฏิบัติที่ 12

คำสั่ง จงพิจารณาว่าในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่ เพราะเหตุใด

1. $f_1 = \{(1,a),(2,a),(3,a)\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

สังเกตดูซิว่า ค่า y
หนึ่งค่า จับคู่กับค่า x
มากกว่าหนึ่งค่า
หรือไม่

2. $f_2 = \{(1,a),(2,b),(3,c)\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

3. $f_3 = \{(1,1),(2,1),(3,3)\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ



4. $f = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 3x + 2\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-7	-2	-1	2	5	8	11

5. $p(x) = x^3$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

6. $q(x) = x^2$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

x	-2	-1	0	1	2
y					

7. $s(x) = |x|$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

x	-2	-1	0	1	2
y					

ดูเฉลยหน้า
ถัดไปนะคะ

เฉลย

กรอบเฉลยตัวอย่างที่ 1

เป็น เพราะ เรนจ์แต่ละตัวของ f_1 จับคู่กับโดเมนของ f เพียงตัวเดียว

กรอบเฉลยตัวอย่างที่ 2

ไม่เป็น เพราะ เรนจ์แต่ละตัวของ f_2 จับคู่กับโดเมนของ f มากกว่าหนึ่งตัว ได้แก่ $(0,1)$ และ $(1,1)$

กรอบเฉลยแบบฝึกปฏิบัติที่ 12

1. ไม่เป็น เพราะ เรนจ์แต่ละตัวของ f_1 จับคู่กับโดเมนของ f มากกว่าหนึ่งตัว ได้แก่ $(1,a)$ และ $(2,a), (3,a)$
2. เป็น เพราะ เรนจ์แต่ละตัวของ f_1 จับคู่กับโดเมนของ f เพียงตัวเดียว
3. ไม่เป็น เพราะ เรนจ์แต่ละตัวของ f_2 จับคู่กับโดเมนของ f มากกว่าหนึ่งตัว ได้แก่ $(1,1)$ และ $(2,1)$
4. เป็น เพราะ เรนจ์แต่ละตัวของ f จับคู่กับโดเมนของ f เพียงตัวเดียว
5. เป็น เพราะ เรนจ์แต่ละตัวของ p จับคู่กับโดเมนของ f เพียงตัวเดียว
6. ไม่เป็น เพราะ เรนจ์แต่ละตัวของ q จับคู่กับโดเมนของ f มากกว่าหนึ่งตัว ได้แก่ $(-1,1)$ และ $(1,1)$
7. ไม่เป็น เพราะ เรนจ์แต่ละตัวของ s จับคู่กับโดเมนของ f มากกว่าหนึ่งตัว ได้แก่ $(-3,3)$ และ $(3,3)$

เหตุผลและตัวอย่างคู่อันดับ
นักเรียนอาจจะบอกเหตุผล
และยกตัวอย่าง
คู่อันดับ อื่น ๆ ก็ได้นะคะ





บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับกระบวนการ ในการตรวจสอบฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

บทนิยาม f เป็นฟังก์ชัน 1-1 ก็ต่อเมื่อ
สำหรับทุก x_1, x_2 ในโดเมน ถ้า $f(x_1) = f(x_2)$ แล้ว $x_1 = x_2$



ตัวอย่างที่ 1 จงแสดงวิธีการตรวจสอบฟังก์ชันว่าเป็นฟังก์ชัน
หนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่ เมื่อกำหนด $f(x) = 5x^5 + 7$

วิธีทำ

ให้ x_1 และ x_2 เป็นโดเมนของ f

$$\text{สมมุติว่า } f(x_1) = f(x_2)$$

$$\text{จะได้ } 5x_1^5 + 7 = 5x_2^5 + 7$$

$$5x_1^5 = 5x_2^5$$

$$x_1^5 = x_2^5$$

$$\therefore x_1 = x_2$$

ซึ่งสรุปได้ว่า ถ้า $f(x_1) = f(x_2)$ แล้ว $x_1 = x_2$

นั่นคือ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

ตัวอย่างที่ 2 จงแสดงวิธีการตรวจสอบฟังก์ชัน $f = \{(x,y) | y = 2x^2 + 3\}$

ว่าเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่

วิธีทำ

ให้ x_1 และ x_2 เป็นโดเมนของ f

$$\text{สมมุติว่า } f(x_1) = f(x_2)$$

$$\text{จะได้ } 2x_1^2 + 3 = 2x_2^2 + 3$$

$$2x_1^2 = 2x_2^2$$

$$x_1^2 = x_2^2$$

แต่ไม่จำเป็นที่ x_1 จะเท่ากับ x_2 เช่น $(-3)^2 = (3)^2$ แต่ $-3 \neq 3$

นั่นคือ f ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

การตรวจสอบในตัวอย่างเป็นการตรวจสอบโดยใช้บทนิยาม

นักเรียนอาจใช้วิธีการอื่น ๆ ในการตรวจสอบได้นะคะ เช่น

ตรวจสอบจากกราฟ ตรวจสอบจากการหาค่าของฟังก์ชัน

พิจารณา

กระบวนการตรวจสอบ

ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

ให้ได้นะคะ

และลองทำแบบฝึกปฏิบัติ

ในหน้าต่อไปนะคะ



แบบฝึกปฏิบัติที่ 13

1. จงแสดงวิธีการตรวจสอบว่าในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชัน 1-1 หรือไม่

1.1 $f = \{(x,y) \mid y = 3x^3 + 9\}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สรุปได้ว่า
เมื่อกำหนด
 $f(x_1) = f(x_2)$
ถ้าตรวจสอบได้ว่า
 $x_1 = x_2$
จะได้ f เป็นฟังก์ชัน 1-1

1.2 $f(x) = 5x^4 + 2$

.....

.....

.....

.....

.....

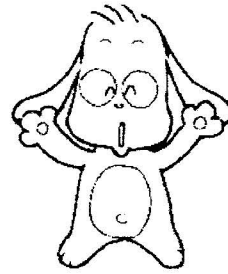
.....

.....

.....

.....

.....



2. กำหนดฟังก์ชันในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่

2.1 $f_1 = \{(x,y) \mid x = -5\}$

() เป็น () ไม่เป็น

2.2 $f_2 = \{(x,y) \mid y = 5\}$

() เป็น () ไม่เป็น

2.3 $f_3 = \{(x,y) \mid y = 5x + 2\}$

() เป็น () ไม่เป็น

2.4 $f_4 = \{(x,y) \mid y = 5x^2 + 2\}$

() เป็น () ไม่เป็น

2.5 $f_5 = \{(x,y) \mid y = 6x^3 + 9\}$

() เป็น () ไม่เป็น

2.6 $f_6 = \{(x,y) \mid y = \sqrt{x}\}$

() เป็น () ไม่เป็น

2.7 $f_7 = \{(x,y) \mid y = x^2\}$

() เป็น () ไม่เป็น

2.8 $f_8 = \{(x,y) \mid y = |x| + 9\}$

() เป็น () ไม่เป็น

2.9 $f_9 = \{(x,y) \mid R^+ \times R^+ \mid y = |x| + 3\}$

() เป็น () ไม่เป็น

ตรวจสอบเสร็จ
แล้ว ก็พิจารณา
ต่ออีกนิดซีจะ
และตรวจเฉลย
ในหน้าถัดไป



เฉลยแบบฝึกปฏิบัติที่ 13

1.

1.1 เป็น

1.2 ไม่เป็น

2.

2.1 ไม่เป็น

2.2 ไม่เป็น

2.3 เป็น

2.4 ไม่เป็น

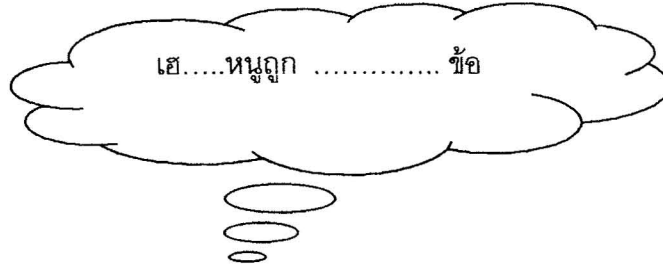
2.5 เป็น

2.6 เป็น

2.7 ไม่เป็น

2.8 ไม่เป็น

2.9 เป็น





บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับทักษะการคิดคำนวณ ในการตรวจสอบฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

พิจารณาว่าในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่ เพราะเหตุใด

1. $f_1 = \{(1,a),(2,a),(3,a)\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

.....

สังเกตดูสิว่า ค่า y
หนึ่งค่า จับคู่กับค่า x
มากกว่าหนึ่งค่า
หรือไม่

2. $f_2 = \{(1,a),(2,b),(3,c)\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

.....

3. $f_3 = \{(1,1),(2,1),(3,3)\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

.....



4. $f = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 3x + 2\}$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

.....

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-7	-2	-1	2	5	8	11

5. $p(x) = x^3$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

.....

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

6. $q(x) = x^2$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

.....

x	-2	-1	0	1	2
y					

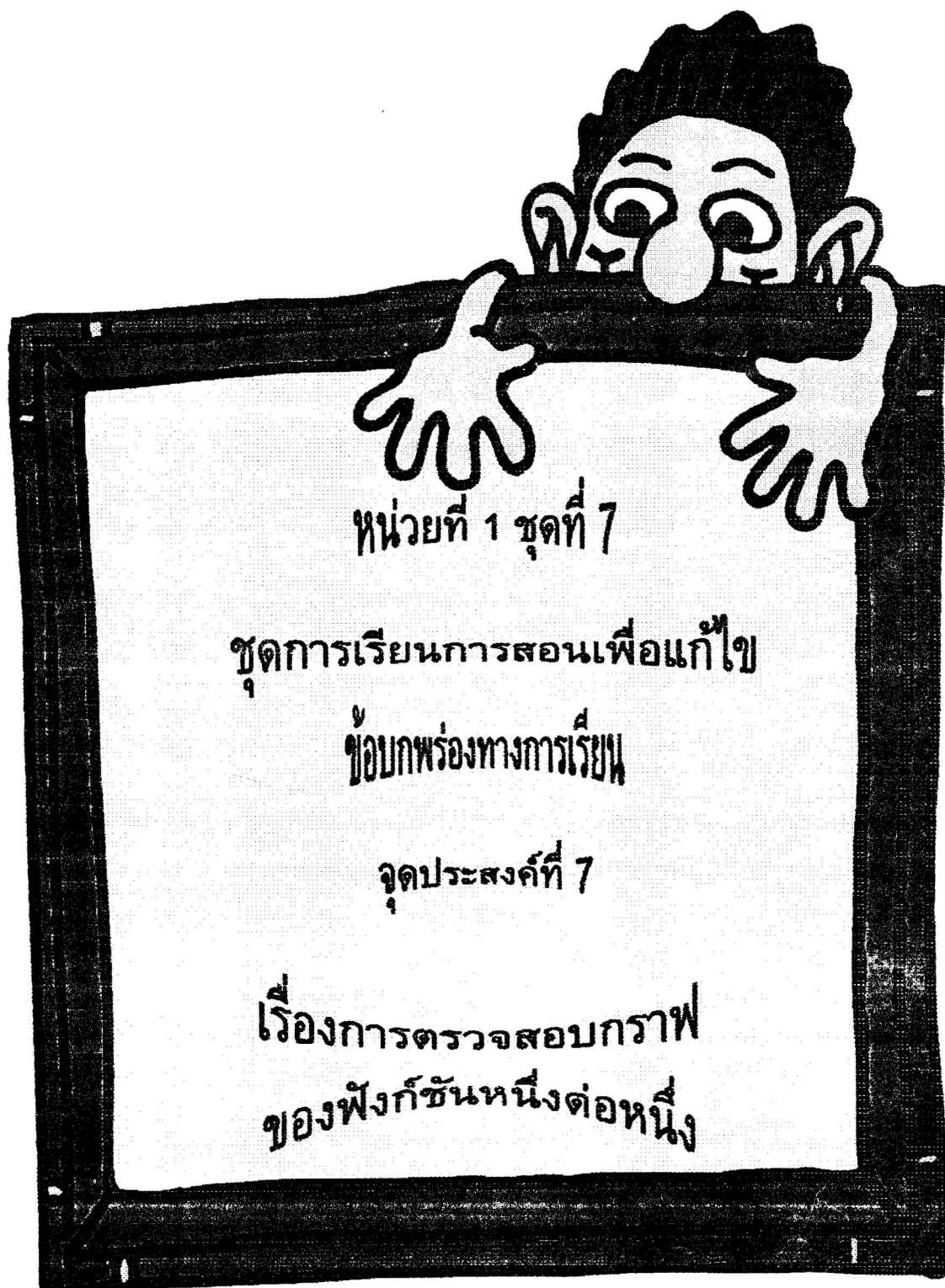
7. $s(x) = |x|$

() เป็น () ไม่เป็น เพราะ

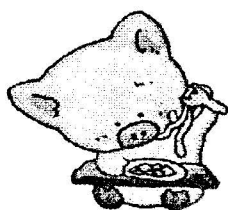
.....

x	-2	-1	0	1	2
y					

ดูเฉลยหน้า
ถัดไปนะคะ



ชุดที่ 7 - 1 ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อ
แก้ไขข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม



บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับการใช้ทฤษฎี ในการตรวจสอบกราฟของฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

บทนิยาม f เป็นฟังก์ชัน 1-1 ก็ต่อเมื่อ
สำหรับทุก x_1, x_2 ในโดเมน ถ้า $f(x_1) = f(x_2)$ แล้ว $x_1 = x_2$

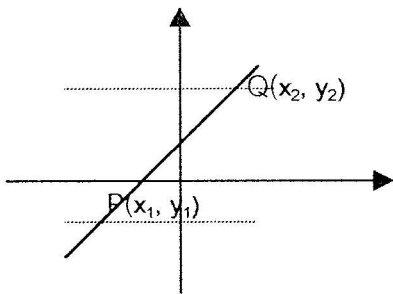
จากบทนิยามอาจกล่าวได้ว่า

“ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ก็ต่อเมื่อ ถ้า $(x_1, y) \in f$ และ $(x_2, y) \in f$ แล้ว $x_1 = x_2$ ”

หรือ ค่า y หนึ่งค่า จับคู่กับค่า x เพียง 1 ค่า เท่านั้น

จากบทนิยามสามารถนำมาใช้ในการตรวจสอบกราฟของฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1



จากกราฟจะเห็นว่า

ณ จุด P

ค่าของ y_1 จับคู่กับค่า x เพียงหนึ่งค่าเท่านั้น

ณ จุด Q

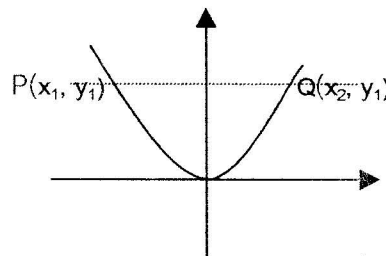
ค่าของ y_2 จับคู่กับค่า x ค่า

จะเห็นว่า ณ จุดที่ y ใด ๆ ในกราฟ จะจับคู่กับ
ค่า x ค่า

ดังนั้น

กราฟที่กำหนดให้.....กราฟของฟังก์ชัน 1-1

ตัวอย่างที่ 2



จากกราฟจะเห็นว่า

ณ จุด P และ Q

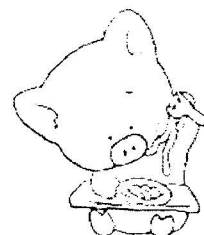
ค่าของ y_1 จับคู่กับค่า x ค่า

จะเห็นว่า ณ จุดที่ y ใด ๆ ในกราฟ จะจับคู่กับ
ค่า x ค่า

ดังนั้น

กราฟที่กำหนดให้.....กราฟของฟังก์ชัน 1-1

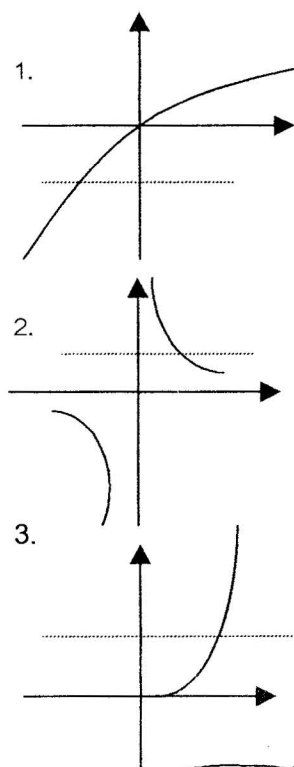
ดูเฉลยท้ายแบบฝึกปฏิบัตินะครับ



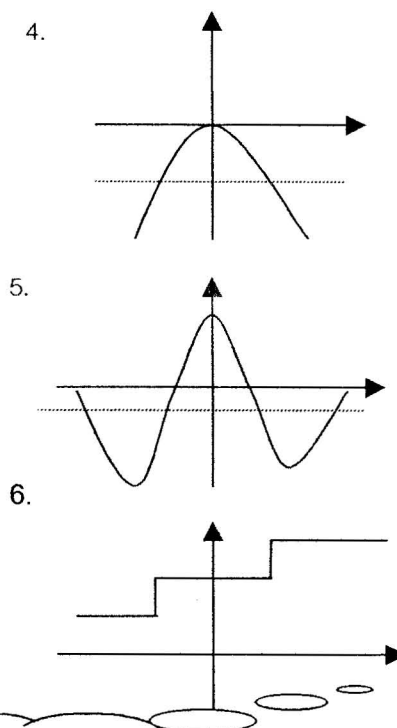
จากการใช้ทฤษฎีในการตรวจสอบกราฟของฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง
สามารถสรุปขั้นตอน ได้ดังนี้

1. ลากเส้นตรงให้ขนานกับแกน x และตัดกราฟของฟังก์ชัน
2. พิจารณาเส้นตรงที่ขนานกับแกน x และตัดกราฟของฟังก์ชัน ดังนี้
 - ถ้าเส้นตรงใดตัดกราฟเพียงจุดเดียว ฟังก์ชัน 1 - 1
(เป็น / ไม่เป็น)
 - ถ้าเส้นตรงใดตัดกราฟมากกว่าหนึ่งจุด ฟังก์ชัน 1 - 1
(เป็น / ไม่เป็น)

ตัวอย่างที่ 3



ตัวอย่างที่ 4



ดูเฉลยท้ายแบบฝึกปฏิบัตินะคะ



จากกราฟของฟังก์ชันในข้อ 1, 2, 3

จะเห็นว่า เส้นตรงที่ขนานกับแกน x

ตัดกราฟ จุด
(หนึ่งจุด / มากกว่าหนึ่งจุด)

จากกราฟข้อ 1, 2, 3 ฟังก์ชัน 1 - 1
(เป็น / ไม่เป็น)

จากกราฟของฟังก์ชัน ในข้อ 4, 5, 6

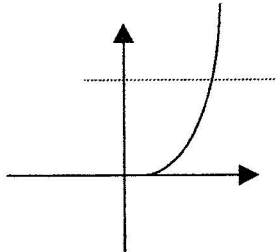
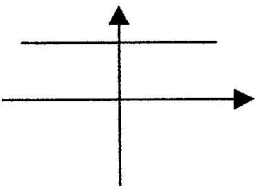
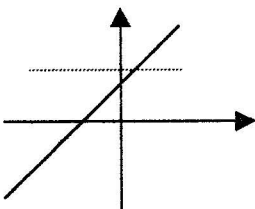
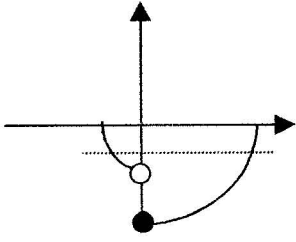
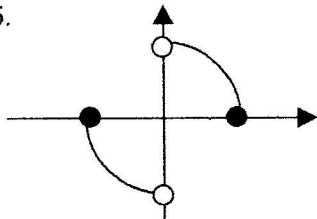
จะเห็นว่า เส้นตรงที่ขนานกับแกน x

ตัดกราฟ จุด
(หนึ่งจุด / มากกว่าหนึ่งจุด)

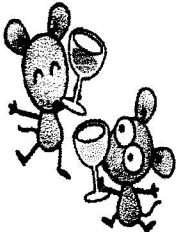
จากกราฟข้อ 4, 5, 6 ฟังก์ชัน 1 - 1
(เป็น / ไม่เป็น)

แบบฝึกปฏิบัติที่ 14

คำสั่ง จงพิจารณาตัวอย่างที่กำหนดให้แล้วเติมตารางให้สมบูรณ์

กราฟของฟังก์ชัน	เส้นตรงที่ขนานกับแกน x ตัดกราฟจำนวน (จุด)	ฟังก์ชัน	
		เป็น	ไม่เป็น
1. 	1	/	
2. 			
3. 			
4. 	2		/
5. 			

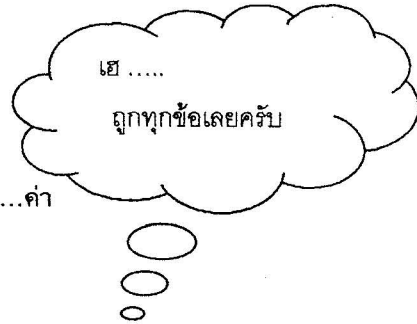
ดูเฉลยท้ายแบบฝึกปฏิบัตินะคะ



เฉลย

กรอบเฉลยตัวอย่างที่ 1

จะเห็นว่า ณ จุดที่ y ใด ๆ ในกราฟ จะจับคู่กับค่า x ... หนึ่ง...ค่า
ดังนั้น กราฟที่กำหนดให้...เป็น...กราฟของฟังก์ชัน $1 - 1$

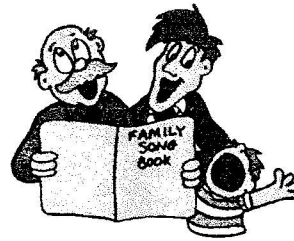


กรอบเฉลยตัวอย่างที่ 2

จะเห็นว่า ณ จุดที่ x ใด ๆ ในกราฟ จะจับคู่กับค่า y ... มากกว่าหนึ่ง...ค่า
ดังนั้น กราฟที่กำหนดให้...ไม่เป็น...กราฟของฟังก์ชัน $1 - 1$

กรอบเฉลยตัวอย่างที่ 3

เส้นตรงที่ขนานกับแกน y ตัดกราฟหนึ่ง.....จุด
จากกราฟข้อ 1 , 2 , 3เป็น..... ฟังก์ชัน $1 - 1$

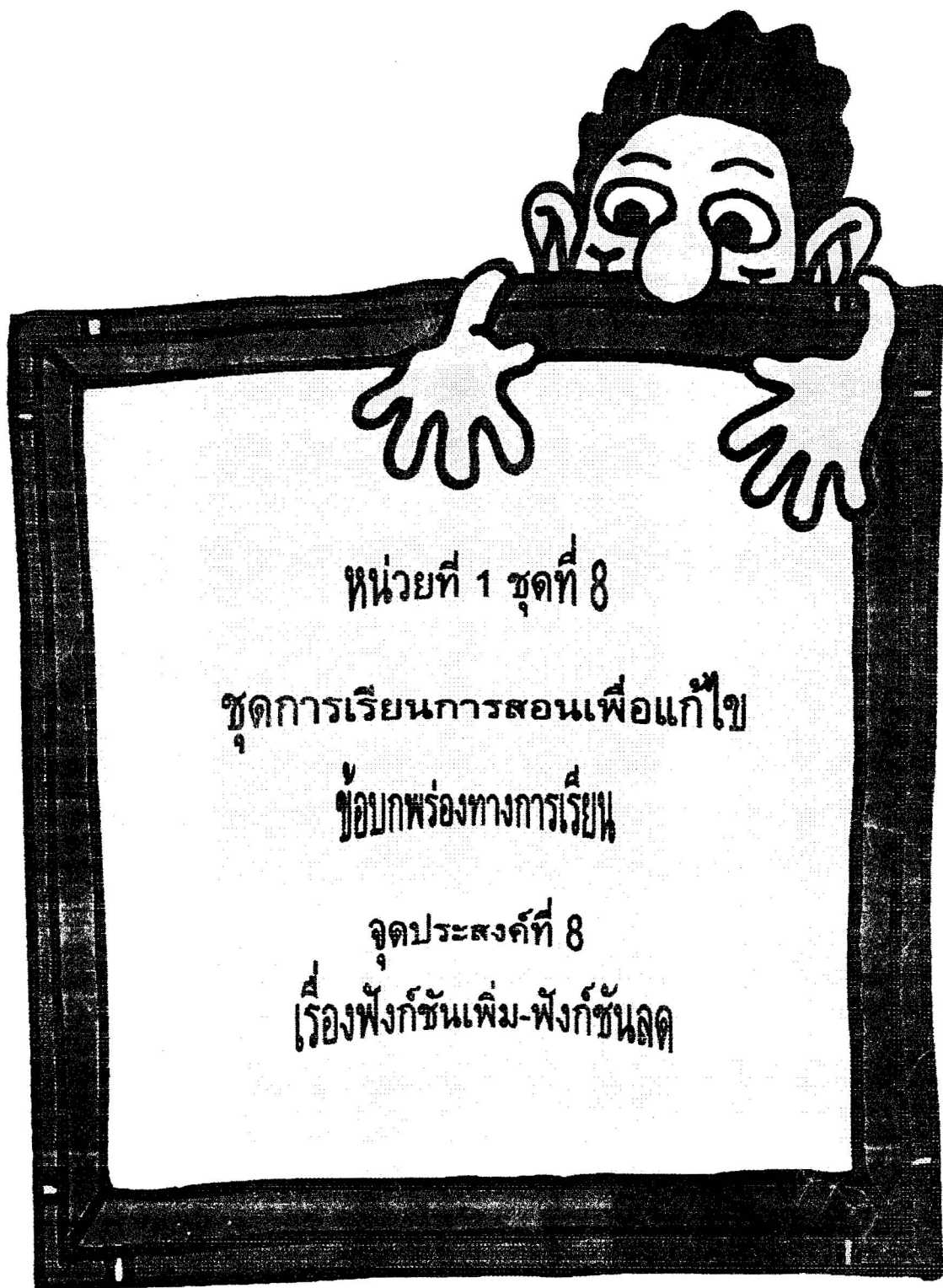


กรอบเฉลยตัวอย่างที่ 4

เส้นตรงที่ขนานกับแกน y ตัดกราฟมากกว่าหนึ่ง.....จุด
จากกราฟข้อ 4 , 5 , 6ไม่เป็น..... ฟังก์ชัน $1 - 1$

กรอบเฉลยแบบฝึกปฏิบัติที่ 14

2. มากกว่า 1 จุด เป็น
3. 1 จุด เป็น
4. 2 จุด ไม่เป็น
5. 2 จุด ไม่เป็น



ชุดที่ 8 - 1

ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อ
แก้ไขข้อบกพร่องในด้านบทนิยาม



บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับบทนิยาม ของฟังก์ชันเพิ่ม-ฟังก์ชันลด

ฟังก์ชันเพิ่ม - ฟังก์ชันลด

ฟังก์ชันเพิ่ม - ฟังก์ชันลด
เป็นอย่างไร...หน้า



บทนิยาม ให้ f เป็นฟังก์ชันจากสับเซตของ R ไป R และ $A \subset D_f$
 f เป็นฟังก์ชันเพิ่มใน A ก็ต่อเมื่อ สำหรับ สมาชิก x_1 และ x_2 ใดๆ ใน A
 ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) < f(x_2)$
 f เป็นฟังก์ชันลดใน A ก็ต่อเมื่อ สำหรับ สมาชิก x_1 และ x_2 ใดๆ ใน A
 ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) > f(x_2)$



พิจารณากกราฟแล้วตอบ
คำถามดูซิครับ

ตัวอย่างที่ 1	ตัวอย่างที่ 2	ตัวอย่างที่ 3
ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $y_1 \dots\dots y_2$ เรียกว่า ฟังก์ชัน.....	ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $y_1 \dots\dots y_2$ เรียกว่า ฟังก์ชัน.....	ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $y_1 \dots\dots y_2$ เรียกว่า ฟังก์ชัน.....



ง่าย ๆ
 f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม
 เมื่อ ถ้าค่า x มีค่าเพิ่มแล้ว
 ค่า y มีค่าเพิ่มด้วย

ตรวจดูเฉลย
 ทำแบบฝึกปฏิบัติ
 นะครับ

แบบฝึกปฏิบัติที่ 15

จงพิจารณาว่าในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

1.1 $f_1 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$

() ฟังก์ชันเพิ่ม () ฟังก์ชันลด () อื่นๆ(โปรดระบุ).....

เพราะ

1.2 $f_2 = \{(-1,1), (-2,2), (-3,3)\}$

() ฟังก์ชันเพิ่ม () ฟังก์ชันลด () อื่นๆ(โปรดระบุ).....

เพราะ

1.3 $f_3 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 0\}$

() ฟังก์ชันเพิ่ม () ฟังก์ชันลด () อื่นๆ(โปรดระบุ).....

เพราะ

1.4 $f(x) = x + 7$

() ฟังก์ชันเพิ่ม () ฟังก์ชันลด () อื่นๆ(โปรดระบุ).....

เพราะ

1.5 $g(x) = 7 - x$

() ฟังก์ชันเพิ่ม () ฟังก์ชันลด () อื่นๆ(โปรดระบุ).....

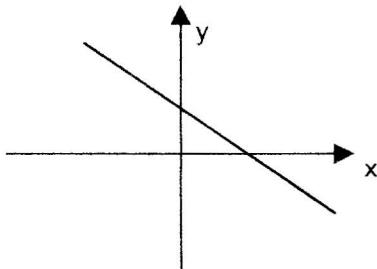
เพราะ

1.6 $g(x) = x^2$

() ฟังก์ชันเพิ่ม () ฟังก์ชันลด () อื่นๆ(โปรดระบุ).....

เพราะ

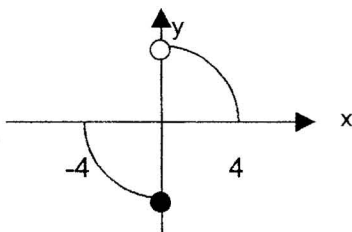
1.7



() ฟังก์ชันเพิ่ม
() ฟังก์ชันลด
() อื่นๆ(โปรดระบุ).....

เพราะ

1.8



() ฟังก์ชันเพิ่ม
() ฟังก์ชันลด
() อื่นๆ(โปรดระบุ).....

เพราะ

สังเกตดูซิครับว่า
เมื่อค่า x เพิ่มขึ้น
แล้วค่า y
เป็นอย่างไร ???



เสร็จแล้วตรวจดู
เฉลย
หน้าถัดไปนะครับ

เฉลย

กรอบเฉลยตัวอย่างที่ 1	กรอบเฉลยตัวอย่างที่ 1	กรอบเฉลยตัวอย่างที่ 1
ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $y_1 \dots y_2$ เรียกว่า ...ฟังก์ชันลด.....	ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $y_1 \dots y_2$ เรียกว่า ...ฟังก์ชันเพิ่ม.....	ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $y_1 \dots y_2$ เรียกว่าฟังก์ชันที่ไม่ใช่ฟังก์ชันเพิ่ม และไม่ใช้ฟังก์ชันลด

กรอบเฉลยแบบฝึกปฏิบัติที่ 15

- 1.1 ฟังก์ชันเพิ่ม เพราะว่าถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $y_1 < y_2$
- 1.2 ฟังก์ชันลด เพราะว่าถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $y_1 > y_2$
- 1.3 ฟังก์ชันที่ไม่ใช่ฟังก์ชันเพิ่มและไม่ใช้ฟังก์ชันลด เพราะว่าถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $y_1 = y_2$
- 1.4 ฟังก์ชันเพิ่ม เพราะว่าถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $y_1 < y_2$
- 1.5 ฟังก์ชันลด เพราะว่าถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $y_1 > y_2$
- 1.6 เป็นฟังก์ชันลด ในช่วง $(-\infty, 0]$ และ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม ในช่วง $[0, \infty)$
เพราะ ในช่วง $(-\infty, 0]$ ค่าของฟังก์ชันมีค่าลดลง
และ ในช่วง $[0, \infty)$ ค่าของฟังก์ชันมีค่าเพิ่มขึ้น
- 1.7 ฟังก์ชันลด เพราะว่าถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $y_1 > y_2$
- 1.8 เป็นฟังก์ชันลด ในช่วง $[-4, 0]$ และ $[0, 4]$ เพราะว่าถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $y_1 > y_2$





บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับกระบวนการ ในการตรวจสอบฟังก์ชันเพิ่ม-ฟังก์ชันลด

บทนิยาม ให้ f เป็นฟังก์ชันจากสับเซตของ R ไป R และ $A \subset D_f$

f เป็นฟังก์ชันเพิ่มใน A ก็ต่อเมื่อ สำหรับ สมาชิก x_1 และ x_2 ใดๆ ใน A

ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) < f(x_2)$

f เป็นฟังก์ชันลดใน A ก็ต่อเมื่อ สำหรับ สมาชิก x_1 และ x_2 ใดๆ ใน A

ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) > f(x_2)$

ตัวอย่างที่ 1 จงแสดงวิธีการตรวจสอบว่า $f = \{(x,y) | y = 2x + 5\}$

เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

วิธีทำ

ให้ $x_1 \in R$ และ $x_2 \in R$

ถ้า $x_1 < x_2$

จะได้ว่า $2x_1 < 2x_2$

และ $2x_1 + 5 < 2x_2 + 5$

ดังนั้น $f(x_1) < f(x_2)$

ซึ่งสรุปได้ว่า ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) < f(x_2)$

นั่นคือ f เป็นฟังก์ชันเพิ่มใน R

ดูตัวอย่างให้เข้าใจ
แล้วเอาความรู้ไปใช้ทำ
แบบฝึกปฏิบัตินะครับ

ตัวอย่างที่ 2 จงแสดงวิธีการตรวจสอบว่า f เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

เมื่อกำหนด $f(x) = -5x + 3$

วิธีทำ

ให้ $x_1 \in R$ และ $x_2 \in R$

ถ้า $x_1 < x_2$

จะได้ว่า $-5x_1 > -5x_2$

และ $-5x_1 + 3 > -5x_2 + 3$

ดังนั้น $f(x_1) > f(x_2)$

ซึ่งสรุปได้ว่า ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) > f(x_2)$

นั่นคือ f เป็นฟังก์ชันลดใน R

จำสมบัตินี้ได้ไหม????

สำหรับจำนวนจริง a, b, c ใดๆ

ถ้า $a < b$ และ $c < 0$

แล้ว $ac > bc$

การตรวจสอบในตัวอย่างเป็นการตรวจสอบโดยใช้บทนิยาม

นักเรียนอาจใช้วิธีการอื่น ๆ ในการตรวจสอบได้นะคะ เช่น

ตรวจสอบจากกราฟ ตรวจสอบจากการหาค่าของฟังก์ชัน



แบบฝึกปฏิบัติที่ 16

1. จงแสดงวิธีการตรวจสอบว่า g เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด เมื่อกำหนด $g(x) = -3x$

ทำได้มั๊ยครับ
เปิดกลับไปดูตัวอย่าง
ได้นะครับ

ทำได้มั๊ยครับ
เปิดกลับไปดูตัวอย่าง
ได้นะครับ

2. จงแสดงวิธีการตรวจสอบว่า f เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด
เมื่อกำหนด $f(x) = x^2 + 5$

[illegible]

เฮ้...ตรวจดูเฉลยดีกว่า

เฉลยแบบฝึกปฏิบัติที่ 16

1. เป็นฟังก์ชันลด
2. เป็นฟังก์ชันลด ในช่วง $(-\infty, 0]$ และ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม ในช่วง $[0, \infty)$

ชุดที่ 8 - 3
ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อ
แก้ไขข้อบกพร่องในด้านทักษะการคิดคำนวณ



บทเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับทักษะการคิดคำนวณ ในการตรวจสอบฟังก์ชันเพิ่ม-ฟังก์ชันลด

ลองมาคำนวณค่าของฟังก์ชัน
เพื่อตรวจสอบ ฟังก์ชันเพิ่ม - ฟังก์ชันลด
กันเถอะครับ โดยสังเกตดูซิว่า ค่า y หนึ่งค่า
จับคู่กับค่า x มากกว่าหนึ่งค่า หรือไม่



จงพิจารณาว่าในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

1. $f_3 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 0\}$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

() ฟังก์ชันเพิ่ม () ฟังก์ชันลด () อื่นๆ(โปรดระบุ).....

เพราะ

1. $f(x) = x + 7$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

() ฟังก์ชันเพิ่ม () ฟังก์ชันลด () อื่นๆ(โปรดระบุ).....

เพราะ

2. $g(x) = 7 - x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

() ฟังก์ชันเพิ่ม () ฟังก์ชันลด () อื่นๆ(โปรดระบุ).....

เพราะ

3. $g(x) = x^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

() ฟังก์ชันเพิ่ม () ฟังก์ชันลด () อื่นๆ(โปรดระบุ).....

เพราะ

เฉลย

- ฟังก์ชันที่ไม่ใช่ฟังก์ชันเพิ่มและไม่ใช่ฟังก์ชันลด เพราะถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $y_1 = y_2$
- ฟังก์ชันเพิ่ม เพราะถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $y_1 < y_2$
- ฟังก์ชันลด เพราะถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $y_1 > y_2$
- เป็นฟังก์ชันลด ในช่วง $(-\infty, 0]$ และ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม ในช่วง $[0, \infty)$

เพราะในช่วง $(-\infty, 0]$ ค่าของฟังก์ชันมีค่าลดลง และในช่วง $[0, \infty)$ ค่าของฟังก์ชันมีค่าเพิ่มขึ้น

เฮ ... เสรีจ๊ะทีนะ

เก่งมากครับผม

จุก ขอให้รางวัล.....

แก่คนขยันครับผม

ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำแนกตามเนื้อหาเรื่องฟังก์ชันได้ 5 หน่วย ดังนี้

หน่วยที่ 1 เรื่องความหมายของฟังก์ชัน

หน่วยที่ 2 เรื่องตัวอย่างฟังก์ชันที่ควรรู้จัก

หน่วยที่ 3 เรื่องฟังก์ชันคอมโพสิท

หน่วยที่ 4 เรื่องฟังก์ชันอินเวอร์ส

หน่วยที่ 5 เรื่องพีชคณิตของฟังก์ชัน

ในปฏิญานี้พันธฉบับนี้แสดงชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน
เรื่องฟังก์ชันเป็นตัวอย่างเพียงหน่วยเดียว คือ หน่วยที่ 1 เรื่องความหมายของฟังก์ชัน ถ้าผู้ใดสนใจ
ชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันหน่วยอื่นๆ โปรดติดต่อที่ผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาว นิภาพร นาน่อน
วันเดือนปีเกิด	เกิดวันที่ 21 เดือนพฤศจิกายน พุทธศักราช 2514
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดร้อยเอ็ด
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	42 ถนนเทวภิบาล 13 ตำบลในเมือง อำเภอเมือง จังหวัดร้อยเอ็ด 45000
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	อาจารย์ 1 ระดับ 4
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนศรีรัชวิทยาลัย อำเภอธวัชบุรี จังหวัดร้อยเอ็ด 45170
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2533	มัธยมศึกษาปีที่ 6 (แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์) โรงเรียนร้อยเอ็ดวิทยาลัย
พ.ศ. 2538	ครุศาสตรบัณฑิต (วิชาเอกคณิตศาสตร์) สถาบันราชภัฏเลย
พ.ศ. 2545	การศึกษามหาบัณฑิต (วิชาเอกคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ