การใช้ตรรกศาสตร์ในการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง

ปริญญานิพนธ์

THE LIBRARY
OF COLLEGE OF EDUCATION
BANGKOK, THAILAND

ปิยรัตน์ ก้องกิดตโพศาล

เสนอต่อวิทยาลัยวิชาการศึกษา
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
17 สิงหาคม 2513

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำตัวนิสิตได้พิจารณาปริญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต ของวิทยาลัยวิชาการศึกษาได้

สุชาติ ชิตพงศ์ ประธาน

กรรมการ

17 สิงหาคม 2513

ประกาศคุณูปการ

การวิจัยครั้งนี้เริ่มต้นและสำเร็จลงด้วยดี เนื่องจากผู้วิจัยได้รับความช่วยเหลือจากผู้ทรงคุณวุฒิหลายท่าน โดยเฉพาะคณะอาจารย์ที่ปรึกษาทั้ง 2 ท่าน คือ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุชาติ รัตนกุล และอาจารย์ ดร.นวลเพ็ญ วิเชียรโชติ ซึ่งผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและกราบขอบพระคุณในความกรุณาและน้ำใจที่ได้เอาใจใส่ ให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิด นับตั้งแต่เริ่มวางแผนวิจัย แนะแนวคิดต่าง ๆ ตลอดทั้งตรวจแก้และเกลาสำนวนภาษาจนสำเร็จเป็นปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ขึ้นมา ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ยงยุทธ เมืองนาโพธิ์ ที่ให้คำแนะนำในการเลือกเนื้อหาวิชาตรรกศาสตร์เพื่อใช้ในการทดลอง-และการสร้างแบบทดสอบวิชาตรรกศาสตร์ ตลอดจนตรวจแก้เป็นบางตอนให้ อาจารย์ ดร.วีรยุทธ วิเชียรโชติ ที่ได้แนะแนวคิดในการดำเนินการวิจัย ตลอดทั้งให้คำแนะนำและตรวจแก้ด้านสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลโดยตลอด อาจารย์ ดร.กานดา ณ ถลาง ที่กรุณาตรวจแก้ภาษาอังกฤษให้ และอาจารย์ ดร.สมพร บัวหอง ที่กรุณาแนะหนังสือเกี่ยวกับการทำวิจัยและให้ยืมเอกสารการวิจัยของนานาชาติ

ขอขอบพระคุณ คุณสุวัฒน์ เงินฉ่ำ นิสิตปริญญาโท วัดผลการศึกษา วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร ที่กรุณาให้ใช้แบบทดสอบเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง อาจารย์ใหญ่และคณะครูโรงเรียนเทพลีลา ที่ได้ให้ความร่วมมือและความสะดวกในด้านต่าง ๆ ตลอดเวลาที่ทำการทดลอง

นอกจากนี้ผู้วิจัย ได้รับความช่วยเหลือเป็นอย่างดีจากคุณละเอียด จันทรกิตติวัฒน์ คุณสุภาพร ศักดิ์ศิริชัยศิลป และคุณเมตต์ แย้มวงศ์ นิสิตปริญญาโท วิชาเอกคณิตศาสตร์ วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร ผู้วิจัยขอขอบคุณไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จเป็นรูปเล่มได้ เพราะได้รับความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจากคุณ นิเวศน์ ธรรมรักษ์ สำนักงานทดสอบ วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร จึงขอขอบคุณไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ปิยรัตน์ ก้องกิตติไพศาล

สารบัญ

บทที่		หน้า
1.	บทนำ	1
	ความมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้า	7
	การศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง	8
	สมมุติฐานในการศึกษาค้นคว้า	13
	ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า	13
	ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า	14
	คำนิยามศัพท์เฉพาะ	14
	ประโยชน์จากการศึกษาค้นคว้า	14
2.	วิธีดำเนินการทดลองและการวิเคราะห์ข้อมูล	15
	กลุ่มตัวอย่าง	15
	เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง	16
	เครื่องมือในการทดลอง	16
	การดำเนินการทดลอง	18
	การวิเคราะห์ข้อมูล	19
3.	ผลการทดลอง	21
	เปรียบเทียบคะแนนวิชาศรรกศาสตร์	21
	เปรียบเทียบทักษะทาง เลข – พีชคณิต	24
	เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทาง เลข – พีชคณิต	27
	เปรียบเทียบความสามารถในการใช้เหตุผลทาง เลข – พีชคณิต	30
	เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทาง เรขาคณิต	33
	เปรียบเทียบกวามสามารถในการพิสูจน์เรขาคณิต	36

บทที่		หน้า
4.	สรุปผล อภิปราย และเสนอแนะ	39
	ความมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้า	39
	กลุ่มตัวอย่าง	39
	เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง	39
	เครื่องมือในการทดลอง	40
	การดำเนินการทดลอง	40
	การวิเคราะห์ข้อมูล	40
	ผลการทดลอง	41
	สรุป	42
	การอภิปรายผลการทดลอง	42
	ข้อเสนอแนะ	46
	บรรณานุกรม	50
	ภาคผนวก	55
	ภาคผนวก ก.	56
	ภาคผนวก ข.	59
	ภาคผนวก ค.	62
	ภาคผนวก ง.	66

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	แสดงคาามสามารถเฉลี่ย ค่าความแปรปรวน F-test และ t-test ของกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง	15
2.	แสดงรายเฉลี่ยจากแบบทดสอบเกี่ยากับความรู้ทางตรรกศาสตร์	21
3.	แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับความรู้ทางตรรกศาสตร์	22
4.	แสดงกวามเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับความรู้ทางตรรกศาสตร์	23
5.	แสดงรายเฉลี่ยจากแบบทดสอบเกี่ยวกับทักษะทางเลข – พีชคณิต	24
6.	แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับทักษะทางเลข – พีชคณิต	25
7.	แสดงผลการวิเคราะห์ความเป็นเอกพันธ์ของกวามแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับทักษะทางเลข – พีชคณิต	26
8.	แสดงรายเฉลี่ยของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับปัญหาทางเลข – พีชกณิต	27
9.	แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับปัญหาทางเลข – พีชคณิต	28
10.	แสดงผลการวิเคราะห์ความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับปัญหาทางเลข – พีชคณิต	29
11.	แสดงรายเฉลี่ยของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับเหตุผลทางเลข – พีชกณิต	30

ตาราง หน้า

12. แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับเหตุผลเหตุผลทางเลข – พีชคณิต 31

13. แสดงผลการวิเคราะห์ความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับเหตุผลทางเลข – พีชคณิต 32

14. แสดงรายเฉลี่ยของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับปัญหาทางเรขาคณิต 33

15. แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับปัญหาทางเรขาคณิต 34

16. แสดงผลการวิเคราะห์ความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับปัญหาทางเรขาคณิต 35

17. แสดงรายเฉลี่ยของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับการพิสูจน์ทางเรขาคณิต 36

18. แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับการพิสูจน์เรขาคณิต 37

19. แสดงความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับการพิสูจน์เรขาคณิต 38

20. แสดงค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) ความยากมาตรฐาน (△) 59

บทที่ 1

บทนำ

ปัจจุบันการศึกษาคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญ และกำลังเป็นปัญหาในวงการศึกษาทั่วไป เป็นที่ยอมรับแล้วว่า [1] การศึกษาคณิตศาสตร์ นอกจากจะมีบทบาทสำคัญต่อวงการศึกษาในด้านที่ช่วยพัฒนาความคิดของผู้เรียนให้เป็นคนที่คิดอย่างมีเหตุผลแล้ว คณิตศาสตร์ยังมีบทบาทสำคัญต่อโลกปัจจุบันในวิทยาการทุกแขนง อาทิเช่น ด้านเทคโนโลยี เศรษฐกิจสังคม ตลอดจนเป็นพื้นฐานสำหรับการค้นคว้าวิจัยทุกประเภท และได้ชื่อว่า [2] เป็นเครื่องนำทางไปสู่ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์ ทั้งนี้เนื่องจากความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์ ต้องอาศัยหลักการใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์อย่างขาดไม่ได้

/ เนื่องจากวิทยาการต่าง ๆ กำลังเจริญก้าวหน้า [3] จึงก่อให้เกิดความจำเป็นในการสร้างหลักการใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น เพื่อเป็นเครื่องเสริมสร้างความเจริญก้าวหน้าของวิทยาการเหล่านั้น หลายประเทศเล็งเห็นถึงความจำเป็นที่จะต้องเปลี่ยนแนวโน้มของการศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา ให้สอดคล้องกับความต้องการของโลกปัจจุบัน โดยพยายามปรับปรุงวิธีสอนและเนื้อหาเป็นต้นว่า นำเอาเนื้อหาคณิตศาสตร์บางเรื่องที่เคยสอนในระดับอุดมศึกษามาสอนในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา เพื่อเน้นความสำคัญในโครงสร้างของคณิตศาสตร์การพิสูจน์ และการให้เหตุผลแบบ "deduction" มากกว่า

---

[1] William, J.D "Mathematics Reform in The Primary School" International Studies in Education, Unesco Institute for Education Hambury, 1967, p. 5.

[2] กรมการฝึกหัดครู, กรม, เอกสารการสัมมนาผู้สอนคณิตศาสตร์ระดับประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูงของสถานฝึกหัดครูระดับวิทยาลัย หน้า 3.

[3] Criscimbuni, Joseph, Teaching The New Mathematics, p. 3.

also sets !

ที่จะเน้นความจำและเทคนิคการคำนวณ เนื้อหาที่ใช้ส่วนใหญ่เป็นเรื่อง relations. functions และหลักตรรกศาสตร์ เนื้อหาเหล่านี้เมื่อ 20 ปีก่อนเป็นวิชาสำหรับผู้เชี่ยวชาญพิเศษทางคณิตศาสตร์ การเปลี่ยนแปลงนี้เป็นเหตุให้การศึกษาคณิตศาสตร์ทุกระดับ ต้องมีการปรับปรุงแก้ไข

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทยโดยทั่วไป [4] ยังไม่ได้ปรับปรุงให้ทันกับความเจริญก้าวหน้าของยุควิทยาการ การสอนยังยึดในแนวเดิมเป็นส่วนใหญ่คือ เน้นทักษะในการคำนวณ และการแก้ปัญหาโจทย์ โดยไม่ได้เน้นความเข้าใจในโครงสร้างของคณิตศาสตร์และหลักการให้เหตุผลแก่ผู้เรียน ผู้เรียนจึงไม่เกิดความเพลิดเพลินในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพราะมองไม่เห็นความสัมพันธ์แต่ละขั้นแต่ละตอน ต้องทำไปตามกฎเกณฑ์โดยไม่มีโอกาสได้ทราบเลยว่า ทำไมจึงต้องทำเช่นนั้น การสอนคณิตศาสตร์จึงเป็นปัญหาหนักในโรงเรียนประถมศึกษาและมัธยมศึกษาทั่วไป ดังผลการศึกษาค้นคว้าของ ทัศนีย์ อ่องไพบูลย์ [5] ในเรื่องการสืบค้นปัญหาที่เป็นอุปสรรคในการเรียนจากนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาของโรงเรียนรัฐบาล ในจังหวัดพระนครปรากฏว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่นักเรียนไม่ชอบและสอบตกมากที่สุด ผลการศึกษานี้แสดงให้เห็นว่า การศึกษาคณิตศาสตร์ของเรายังมีข้อบกพร่องอยู่อีกมาก ควรที่จะได้ปรับปรุงในด้านการเรียนการสอน และเนื้อหาให้เป็นที่น่าสนใจและกว้างขวางยิ่งขึ้น

โดยธรรมชาติแล้ว เนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นเหตุเป็นผลต่อเนื่องกันโดยตลอด [6] จุดหมายปลายทางของการเรียนคณิตศาสตร์ ต้องการให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล ในการที่นักเรียน

---

[4] ประเทิน มหาขันธ์ วิธีสอนคณิตศาสตร์แผนใหม่ในชั้นประถมศึกษา กรมการฝึกหัดครู กระทรวงศึกษาธิการ หน้า 1.

[5] ทัศนีย์ อ่องไพบูลย์, ร.ต.หญิง, "การสืบค้นปัญหาที่เป็นอุปสรรคในการเรียนจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาของโรงเรียนรัฐบาล ในจังหวัดพระนคร" การวิจัยการศึกษา กองการวิจัย กรมวิชาการ เล่ม 4 สิงหาคม 2503.

[6] ประเทิน มหาขันธ์ ล.ค. หน้า 2 – 3.

จะรู้จักคิดได้นั้น นักเรียนจำต้องเรียนรู้หลักต่าง ๆ ในการคิดหาเหตุผล เพื่อเป็นพื้นฐานในการหาความสัมพันธ์ต่าง ๆ ของวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียนอยู่ให้เกิดความเข้าใจแจ่มแจ้งยิ่งขึ้น จึงกล่าวได้ว่า อุปสรรคการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนสืบเนื่องมาจาก นักเรียนมีความรู้พื้นฐานในการคิดหาเหตุผลไม่เพียงพอ จึงมองไม่เห็นความสัมพันธ์ของคณิตศาสตร์ที่กำลังเรียนอยู่ จากผลงานของผู้ที่ทำการศึกษาค้นคว้าในสหรัฐอเมริกาเกี่ยวกับ "แบบการคิด" ของเด็กอายุ 6 – 11 ปี พบว่า [7] การคิดของเด็กเปลี่ยนไปตามระดับอายุ โดยเฉพาะการคิดแบบวิเคราะห์จะค่อย ๆ เพิ่มมากขึ้นขณะที่การคิดแบบโยงความสัมพันธ์ค่อยลดลง ซึ่งการเรียนคณิตศาสตร์ ต้องอาศัยการคิดแบบวิเคราะห์มากกว่าแบบโยงความสัมพันธ์ ดังนั้นผู้ที่เรียนคณิตศาสตร์ได้ดียอมจะต้องมีการคิดแบบวิเคราะห์มากขึ้นด้วย แต่จากการศึกษาค้นคว้าของ จำรัส นองมาก [8] เกี่ยวกับแบบการคิด (Cognitive Styles) ของนักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาตอนต้น พบว่า "นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์สูงในวิชาคณิตศาสตร์ จะเลือกคิดแบบโยงความสัมพันธ์มากกว่ากลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำ เฉพาะในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 และผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ จะมีความสัมพันธ์ในทางบวกกับการคิดแบบโยงความสัมพันธ์ และทางลบกับการคิดแบบวิเคราะห์ เฉพาะในชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 – 4 ไม่ได้ส่งเสริมให้นักเรียนคิดแบบโยงความสัมพันธ์ แต่ในเวลาเดียวกันการเรียนการสอนในชั้นก็ไม่ได้ช่วยให้นักเรียนสามารถคิดแบบวิเคราะห์ ในวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น ผลการศึกษาค้นคว้านี้ย่อมแสดงให้เห็นว่า การสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาของประเทศเรา ส่วนใหญ่เน้นความสำคัญในความจำและทักษะในการคำนวณ มากกว่าการคิดวิเคราะห์หาเหตุผล ซึ่งนับว่าเป็นการสอนคณิตศาสตร์ที่ต้องปรับปรุงแก้ไขเสียใหม่ โดยพยายามปลูกฝังความคิดแบบวิเคราะห์

---

[7] จำรัส นองมาก "การศึกษาแบบการคิด (Cognitive Styles) ของนักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาตอนต้น" ปริญญานิพนธ์ วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร 3 มีนาคม 2513 หน้า 9.

[8] ค. หน้า 66.

ให้แก่ผู้เรียนเพิ่มขึ้น เพื่อเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นสูงขึ้นไป

แกเกอร์ [9] ให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่า การสอนคณิตศาสตร์จำเป็นต้องสอนให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจแจ่มแจ้งในทฤษฎี และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นสิ่งเสริมสร้างให้ความคิดเจริญเป็นขั้น ๆ จากสิ่งที่ทราบว่าเป็นจริงไปสู่ข้อเท็จจริงอื่น ๆ

แอลเบอตี้ [10] กล่าวว่าทฤษฎีต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ เป็นผลสรุปที่สมเหตุสมผลจากสมมุติฐานทั้งชุดที่สร้างขึ้นมา เนื้อแท้ของคณิตศาสตร์ไม่จำเป็นต้องสัมพันธ์กับชีวิตจริง เพราะสมมุติฐานที่สร้างขึ้นนั้น อาจจะไม่สัมพันธ์โดยตรงกับชีวิตจริงก็ได้

นักคณิตศาสตร์ต่างยอมรับว่า ระบบคณิตศาสตร์ประกอบด้วย [11] คำนิยาม (defined words) คำอนิยาม (Undefined words) กติกา (Axioms or Postulate) และทฤษฎี กติกาเป็นประพจน์ (Propositions) ที่ยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ ส่วนทฤษฎีเป็นประพจน์ที่เราพิสูจน์ได้ว่าเป็นจริง โดยอาศัยสมมุติฐานทั้งชุด (คำนิยาม คำอนิยาม และกติกา) และหลักการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ ถ้าปราศจากหลักตรรกศาสตร์ แล้วทฤษฎีต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ก็ย่อมจะเกิดขึ้นไม่ได้เป็นอันขาด [12]

---

[9] Gager William A., "The Function Approach to Elementary and Secondary Mathematics" The Mathematics Teacher, 50·31, January, 1957.

[10] Alberty, Elsie J., "Mathematics in General Education" The Mathematics Teacher, 59·428, 1966.

[11] National Council of Teacher of Mathematics, Insights into Modern Mathematics, Twenty Year-Book, p. 3.

[12] สุชาติ รัตนกุล คณิตศาสตร์แผนปัจจุบัน เล่ม 2 กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ 2510 หน้า 1.

การขยายตัวของคณิตศาสตร์แผนปัจจุบัน ซึ่งก่อให้เกิดแขนงใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นเป็นจำนวนมากนั้น [13] ก็เนื่องมาจากการขยายระบบคติกาและการสร้างทฤษฎีใหม่ ๆ จากระบบคติกาเหล่านั้น และทฤษฎีที่มีอยู่ก่อนแล้ว โดยอาศัยการให้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์

โบรกแมน [14] กล่าวว่าทฤษฎีคณิตศาสตร์ทุกทฤษฎีสามารถจะเขียนให้อยู่ในรูปของประพจน์ที่เป็นเหตุเป็นผลต่อกันได้เสมอ ประพจน์ดังกล่าวเป็นเรื่องเกี่ยวกับ "Sufficient Condition" และ "Necessary Condition" ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้โดยอาศัยหลักตรรกศาสตร์ เขาเสนอว่าควรให้เด็กมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านี้ตั้งแต่ชั้นประถม

เมเซิฟ [15] กล่าวว่าตรรกศาสตร์มีความสำคัญต่อคณิตศาสตร์ เพราะการพิสูจน์ในเชิงคณิตศาสตร์เป็นการพิสูจน์ในระบบคติกา ที่ต้องอาศัยความรู้ทางตรรกศาสตร์ การสอนคณิตศาสตร์ [16] จึงควรเน้นความเข้าใจสังกัป (concept) ของระบบคณิตศาสตร์และวิธีการให้เหตุผลแบบ deduction จะเห็นว่า ตรรกศาสตร์และคณิตศาสตร์ไม่สามารถจะแยกออกจากกันได้เลย นักการศึกษาและนักคณิตศาสตร์แผนปัจจุบันได้ยืนยันความสำคัญของวิชาตรรกศาสตร์

---

[13] N.C.T.M., op. cit., p. 70.

[14] Brokman, Harold William, A Critical Study of Use of The Term Necessary and Sufficient Condition in Teaching of Mathematics, Dissertation Abstract, 24:193, July, 1963.

[15] Meserve, Brance E., "Implication for The Mathematics Curriculum" Insight into Modern Mathematics, N.C.T.M., p. 415.

[16] Ibid., p. 424.

และลงความเห็นว่า ตรรกศาสตร์จะต้องเป็นส่วนหนึ่งในหลักสูตรมัธยมศึกษาของทุกประเทศทั่วโลก [17]

คำว่า "ตรรกศาสตร์" [18] (Logic) มาจากภาษากรีกว่า "Logos" ซึ่งแปลว่า "คำพูด" หรือ "เหตุผล" หรือ "การสนทนา" วิชาตรรกศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยหลักการให้เหตุผล ซึ่งหมายถึงการสรุปผลจากเหตุหรือข้อสมมุติฐานที่ตั้งขึ้น ผลสรุปจึงเรียกว่าสมเหตุสมผล (Valid) การให้เหตุผลแบบนี้เรียกว่า "deduction" หรือ "deductive reasoning"

แบล็ค [19] กล่าวว่าตรรกศาสตร์เป็นวิชาที่ศึกษาถึงหลักการให้เหตุผล ซึ่งเป็นลักษณะพิเศษอย่างหนึ่งของความคิดที่จำเป็นต่อการเรียนรู้ทุกแขนง กล่าวคือ เป็นความสามารถในการสรุปความรู้ใหม่จากความรู้เดิม ความสามารถนี้จะเกิดขึ้นได้จากประสบการณ์และสติปัญญาของผู้เรียน

โคเฮน [20] กล่าวว่าตรรกศาสตร์เป็นการศึกษาถึงการคิดหาเหตุผลที่ถูกต้อง บุคคลที่มีความรู้ทางตรรกศาสตร์หมายถึง บุคคลที่มีความสามารถในการหาเหตุผลโดยอาศัยความรู้ทางตรรกศาสตร์ สรุปผลใหม่ ๆ จากสิ่งที่เรายอมรับ

เพียเจท์ [21] ได้ศึกษาพบว่าเด็กในวัย 11 – 12 ปี เริ่มมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลอย่างผู้ใหญ่ สามารถตั้งสมมุติฐานและทดสอบสมมุติฐานได้ มีความสามารถในการคิ

---

[17] Fehr, Harward F., Mathematics To-day, O.E.C.D. 1964, p. 97.

[18] สุชาติ รัตนกุล ล.ค. หน้า 3.

[19] Black, Max., "An Introduction to Logic and Scientific Method," Critical Thinking, Pretics-Hall Inc., New York, 1955, p. 459.

[20] Chase Stuart, Guides to Straight Thinking, Harper & Brothers Publishers, New-York, 1956, p. 3.

[21] Adler, Irving., "Mental Growth and Art of Teaching" The Mathematics Teacher, December, 1966, pp. 706 - 715.

สร้างสรรค์และการคิดหาเหตุผลในเชิงคณิตศาสตร์ได้ เขากล่าวว่า พัฒนาการด้านสมองของเด็กนั้น อาจจะเร่งหรือถ่วงให้ล่าช้าได้ภายในขีดจำกัดด้วยสิ่งแวดล้อมคือ วัฒนธรรมและการศึกษา

สุชาติ รัตนกุล [22] ให้ความคิดเห็นว่า ถ้าสอนให้นักเรียนเกิดความเข้าใจหลักหรือทฤษฎีแห่งการให้เหตุผลเสียแต่ในชั้นต้นแล้ว การเรียนคณิตศาสตร์ทุกแขนงย่อมเป็นเรื่องที่น่าสนใจและเข้าใจได้สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาที่มีสติปัญญาขนาดปานกลาง ดังนั้นผู้ที่จะศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ให้เกิดความรู้และความเข้าใจอย่างแท้จริงได้ ควรจะได้เรียนหลักตรรกศาสตร์เสียก่อน

* จากความรู้ดังกล่าวเบื้องต้น ผู้เขียนมีความคิดว่า เราน่าจะให้นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นได้เรียนหลักตรรกศาสตร์เบื้องต้น เพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น ซึ่งอาจจะเป็นการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่กำลังประสบอยู่ได้ ผู้เขียนจึงมีความสนใจศึกษาเรื่อง "การใช้หลักตรรกศาสตร์ในการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง" เพราะพิจารณาเห็นว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่งซึ่งมีอายุ 13 – 16 ปี น่าจะเป็นชั้นที่เหมาะแก่การวางพื้นฐานเกี่ยวกับการคิดหาเหตุผลในเชิงคณิตศาสตร์ตามสภาพและสิ่งแวดล้อมสำหรับประเทศไทย เมื่ออายุระดับอายุ 11 – 12 ปี ในขั้นคิดอย่างมีแบบแผน (Formal Operational Stage) ตามทฤษฎีของเพียเจท์ (Piaget) เป็นที่อ้างอิง เพราะเด็กไทยอาจจะต้องอายุมากกว่านี้ จึงสามารถคิดได้ในขั้นดังกล่าว

ความมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อทดลองนำเอาหลักตรรกศาสตร์เบื้องต้น ไปสอนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง
2. เพื่อเปรียบเทียบผลการเรียนคณิตศาสตร์ ระหว่างกลุ่มนักเรียนที่เรียนหลักตรรกศาสตร์ กับกลุ่มนักเรียนที่ไม่ได้เรียนหลักตรรกศาสตร์

---

[22] สุชาติ รัตนกุล จ.ค. หน้า 2 – 3.

การศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง

ในปัจจุบันประเทศต่าง ๆ มีการตื่นตัวในด้านการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในระดับมัธยมศึกษาและประถมศึกษากันมาก [23] จึงได้มีการกระทำวิจัยและศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับการศึกษาคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวาง ในที่นี้จะขอนาการวิจัยและการศึกษาค้นคว้าบางส่วนที่เกี่ยวข้องกับการทำวิจัยครั้งนี้ มากล่าวไว้อย่างย่อ ๆ ดังนี้

แฟร [24] กล่าวว่าคณิตศาสตร์แผนปัจจุบันที่จัดสอนในโรงเรียนประเทศที่มีการปฏิรูปทางการศึกษาคณิตศาสตร์ ได้แก่

1. ทฤษฎีเซทเบื้องต้น (Elementary Set Theory)

2. ตรรกศาสตร์สัญญลักษณ์เบื้องต้น (Elementary Symbolic Logic)

3. พีชคณิตแผนปัจจุบัน (Modern Algebra) เช่น เรื่องกรุ๊ป (group) ริง (ring) ฟิลด์ (field)

4. ความน่าจะเป็น (Probability) และสถิติ

นักคณิตศาสตร์ชั้นนาหลายท่านลงความเห็นว่า [25] หลักสูตรคณิตศาสตร์ ควรได้รับการปรับปรุงให้มีการสอน ให้นักเรียนพัฒนาการด้านการคิดหาเหตุผลโดยให้เรียนเกี่ยวกับคุณสมบัติต่าง ๆ ของระบบจำนวนพร้อมทั้งหลักตรรกศาสตร์

แมสโลวา [26] กล่าวว่าในการสอนคณิตศาสตร์ สิ่งสำคัญที่ควรคำนึงถึงคือ การพัฒนาการ

---

[23] ศึกษาธิการ, กระทรวง, กรมวิชาการ, รายงานการสัมมนาครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา 18 เมษายน – 6 พฤษภาคม 2505 หน้า 3.1 – 1.

[24] Fehr, Howard F., "Reform of Mathematics Education Around The World," The Mathematics Teacher, 58 : 37 - 44, January, 1965.

[25] ศึกษาธิการ, กระทรวง, กรมวิชาการ, ล.ค. หน้า 3.4 – 1.

[26] Maslova, G.G., and Markushevity, A.I., "Mathematics in School of The U.S.S.R.," The Mathematics Teacher, 62 . 234, Mar , 1969.

ด้านความคิดอย่างมีเหตุผลอันประกอบด้วย วิธีการแบบอุปมาน และอนุมาน

สปิตเซอร์ [27] พบว่าวิธีสอนคณิตศาสตร์ที่มีผลให้ผู้เรียนได้เห็นเหตุผล และรู้จักนำไปใช้นั้น ควรเน้นความหมายและความเข้าใจในสังกัป (concept) เกี่ยวกับโครงสร้างของคณิตศาสตร์ การฝึกหัดควรให้ฝึกหลังจากผู้เรียนเข้าใจดีแล้ว

แคพเพอร์ [28] กล่าวว่าความมุ่งหมายของการเรียนคณิตศาสตร์ปัจจุบัน ประกอบด้วย

1. เพื่อพัฒนาการความคิดของผู้เรียน
2. เพื่อพัฒนาการ การคิดหาเหตุผล
3. เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจถึงความสัมพันธ์ ระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

โอเวอร์แมน [29] ให้ข้อคิดเห็นว่า การสอนคณิตศาสตร์ควรให้เกิดความสัมพันธ์ระหว่างกฎทั่วไปในคณิตศาสตร์กับด้านทักษะ

นักคณิตศาสตร์และโครงการทดลองปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ต่าง ๆ [30] ต่างลงความเห็นว่า เรขาคณิตควรจะได้เปลี่ยนแปลงหลักสูตรให้กว้างขวางกว่าเดิมคือ ควรเน้นในโครงการสร้างของเรขาคณิตโดยใช้วิธีการของระบบกตีกา

แลงเคอร์ [31] กล่าวว่าการสอนพีชคณิต ควรเน้นความสำคัญที่ความเข้าใจในสังกัป (concept) ของโครงสร้างทางคณิตศาสตร์มากกว่าเทคนิคการคิดคำนวณ การเรียนพีชคณิตจึงสามารถช่วยให้ผู้เรียนมีความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

---

[27] Spitzer, Herbert F., "Learning and Teaching Arithmetics" The Teaching of Arithmetic, University of Chicago, Chicago, 1935, p.19.

[28] Kaper, J.N., "Some Recent Effect of Improvement of School Mathematics in India" The Mathematics Teacher, 61:321-327, March, 1968.

[29] Overman, James R., "The Problem of Tranfer in Arithmetic" The Mathematics Teacher, 59:158-166, February, 1966.

[30] Fehr, Howard F., Geometry, D.C. Heath and Company, Boston, 1961, p. 1.

[31] Langer, Jasanne K., "Algebra and The Development of Reason" The Mathematics Teacher, 59:158-166, February, 1966.

รายงานการประชุมระหว่างประเทศเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ [32] ได้ชี้ให้เห็นขอบเขตของการสอนคณิตศาสตร์แผนปัจจุบันในโรงเรียนทั่วโลกว่า ควรให้มีการสอนสังกัป (concept) เบื้องต้นของเซทและหลักตรรกศาสตร์ ควรปรับปรุงเรขาคณิตตามแนวใหม่ ควรสอนพีชคณิตแผนปัจจุบันเบื้องต้น ความน่าจะเป็นและสถิติในระดับมัธยมศึกษา และยอมรับโดยทั่วไปในที่ประชุมว่า ควรจะสอนคณิตศาสตร์แผนเดิมตามแนวใหม่ และการสอนคณิตศาสตร์ [33] ควรเปลี่ยนจากการเน้นทักษะมาเน้นความเข้าใจในโครงสร้างของคณิตศาสตร์ โดยเริ่มจากการวางพื้นฐานทางตรรกศาสตร์ แล้วจึงศึกษาเกี่ยวกับสังกัป (concept) ของ กรุ๊ฟ (group) ริง (ring) ฟิลด์ (field)

โครงการทดลองเพื่อปรับปรุงแก้ไขการสอนคณิตศาสตร์ ในระดับต่าง ๆ ในสหรัฐอเมริกาและยุโรป ตั้งขึ้นโดยมีจุดมุ่งหมายสำคัญเพื่อปรับปรุงแก้ไขหลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาและระดับประถมศึกษา [34] คณะกรรมการของโครงการเหล่านี้ได้เสนอแนะหลักสูตรฉบับทดลองเมื่อปี 2502 ซึ่งเน้นความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ที่วิธีการให้เหตุผลแบบ deduction โครงสร้างของคณิตศาสตร์ และสังกัป (concept) เรื่องเซท

รายงานการประชุมขององค์การสถาบันการศึกษาชั้นสูงแห่งเอเชียอาคเนย์ [35]

---

[32] Kemeny, J.G., "Which Subject in Modern Mathematics and which Applications in Modern Mathematics Can Find the Place in Programs of Secondary School Instruction'? The American Mathematical Monthly 72.898, October, 1965.

[33] Moder, Albert E., "Modern Mathematics and Its Place in Secondary School" The Mathematics Teacher, 50 421, October, 1957.

[34] ศึกษาธิการ, กระทรวง, กรมวิชาการ, ค.ค. หน้า 3 – 9.

[35] ปราณีต เจาะเกษตสิน และมงคล สีห์โสภณ "การประชุมเรื่องการสอนคณิตศาสตร์" วารสารคณิตศาสตร์, 101 118 – 123 กุมภาพันธ์ 2508.

(ASAIHL) เกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ การประชุมขององค์การ O.E.C.D. [36] (The Organization of Economic Cooperation and Development) เกี่ยวกับเรื่องการปรับปรุงการศึกษาคณิตศาสตร์ ในรายงานการประชุมเหล่านี้ต่างลงมติกันว่าการสอนคณิตศาสตร์ควรเน้นในโครงสร้างของคณิตศาสตร์และวิธีการแบบ deduction

แอลเดอร์ [37] พบว่าการสอนหลักตรรกศาสตร์บางเรื่อง เช่น เรื่องตัวคงค่า (constant) ตัวแปร (Variable) ประโยคเปิด (Open Sentences) Universal Quantifiers, Universal Statement และ Universal Gereralization แก่นักเรียนที่เรียนวิชาพีชคณิตระดับวิทยาลัย (College Algebra) มีผลทำให้การเรียนวิชานี้ได้ผลดีขึ้น

ดอลด์ [38] พบว่าการสอนคณิตศาสตร์ให้มีความหมาย และมีเหตุผลควรให้นักเรียนได้เรียนเกี่ยวกับ หลักคติกาและตรรกศาสตร์ ถ้านักเรียนสามารถเข้าใจขบวนการทางคณิตศาสตร์แล้ว ก็สามารถจะเรียนรู้ทฤษฎีด้วยความเข้าใจได้

เจฟฟรีย์ส [39] ได้ทำการทดลองสอนหลักตรรกศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นกับนักเรียน 24 คน ในระหว่างภาคฤดูร้อนเป็นเวลา 6 สัปดาห์ โดยสอนวันละ 3 ชั่วโมง ตั้งแต่วันจันทร์

---

[36] เสนาะ ตันบุญยืน "รายงานการประชุมการศึกษาคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษา" วารสารคณิตศาสตร์ 70 · 44 – 49 กรกฎาคม 2505.

[37] Elder, Harvey Lynn, "The Effective of Teaching Certain Concept of Logic to College Algebra Students on Verbalizations of Discovered Mathematical Generalization" Dissertation Abstract, 29, 7.2522-B, January, 1969.

[38] Fremont, Herbert, "New Mathematics and Old Dilemas" The Mathematics Teacher, 60·715-719, November, 1967.

[39] Jeffryis, James., "Let's Play Wff's Proof" The Mathematics Teacher., 62·113-117, February, 1969.

ถึงวันศุกร์ เรื่องที่สอนมีดังนี้คือ Symbolizing Sentences, Conditional and Biconditional Statement, Logic Inferences, Truth Values, Truth Table, Valid and Invalid conditions, Conditional Proofs, Consistency, Indirect Proofs การสอนแบ่งออกเป็นสองภาคคือ ภาคทฤษฎี และภาคเล่นเกม ครึ่งแรกของการเรียนแต่ละวันเป็นการเรียนภาคทฤษฎี และครึ่งหลังเป็นการเล่นเกมประกอบบทเรียน เครื่องมือในการวัดผลได้แก่ แบบสอบถามความคิดเห็นของครู 1 ฉบับ ของนักเรียน 1 ฉบับ และแบบสอบถามความเข้าใจเรื่องตรรกศาสตร์ที่เรียน 1 ฉบับ การทดลองปรากฏผล ดังนี้

1. นักเรียนสามารถทำแบบทดสอบได้คะแนนสูงเฉลี่ย 80 %

2. นักเรียนส่วนมากชอบและสนุกสนานในการเรียนด้วยเกม

ผู้ทำวิจัยได้เสนอแนะว่า ควรให้หลักตรรกศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งในหลักสูตรของเกรด 6 – 8 และควรทดลองสอนวิชาอื่น ๆ ด้วยเกม

เรทเซอร์ [40] ได้ทำวิจัยเรื่อง "ผลของการเรียนหลักตรรกศาสตร์ที่มีต่อความเข้าใจในการเรียนคณิตศาสตร์" โดยตั้งสมมุติฐาน ดังนี้

1. การให้ความรู้พื้นฐานทางตรรกศาสตร์ ไม่มีผลทำให้เข้าใจคณิตศาสตร์ดีขึ้น

2. ระดับความสามารถของนักเรียน ไม่มีผลทำให้ความเข้าใจในการเรียนคณิตศาสตร์ต่างกัน

หลักตรรกศาสตร์ที่ใช้สอนได้แก่เรื่อง ตัวแปร (Variable) ประพจน์ (Statement) ประโยคเปิด (Open Sentences) Universal Quantifiers, Universal Set, Universal Statement กฎต่าง ๆ ในการพิสูจน์และการอนุมาน วิชาคณิตศาสตร์ที่ใช้สอนในการทดลองได้แก่ เรื่องเวกเตอร์ (Vector) เครื่องมือในการวัดผลได้แก่ แบบทดสอบเกี่ยวกับความเข้าใจเรื่องเวกเตอร์ กลุ่มตัวอย่างประกอบด้วยนักเรียน

---

[40] Retzer, Kenneth A., "Effect of Teaching Concept of Logic on Verbalization of DiscoveredMathematical Generalization" The Mathematics Teacher, 60·707-710, November, 1967.

80 คน เป็นนักเรียนเกรด 8 จำนวน 44 คน และเกรด 7 จำนวน 36 คน แบ่งนักเรียนทั้งหมดเป็นกลุ่มความสามารถสูง 40 คน และกลุ่มความสามารถต่ำ 40 คน แต่ละกลุ่มแบ่งเป็นกลุ่มย่อย 2 กลุ่ม เป็นกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง

การทดลองปรากฏผล ดังนี้

1. ความเข้าใจในการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ 0.005

2. นักเรียนที่มีความสามารถต่างกัน มีความเข้าใจในการเรียนคณิตศาสตร์ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ 0.005

ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

1. ควรจะให้หลักตรรกศาสตร์ เป็นส่วนหนึ่งในหลักสูตรของเกรด 7 – 8

2. นักเรียนควรได้ฝึกการคิดหาเหตุผล และเรียนรู้โดยการค้นพบด้วยตนเอง

สมมุติฐานในการศึกษาค้นคว้า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง สามารถเรียนหลักตรรกศาสตร์เบื้องต้นได้

2. ผลการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลุ่มที่เรียนหลักตรรกศาสตร์มีแนวโน้มที่จะดีกว่า ผลการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มนักเรียนที่ไม่ได้เรียนหลักตรรกศาสตร์

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

1. ผลจากการศึกษาค้นคว้าเรื่องนี้ เป็นแนวทางในการพิจารณาปรับปรุงหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

2. ผลจากการศึกษาค้นคว้าเรื่องนี้ เป็นแนวทางในการอบรมครูคณิตศาสตร์ ในระดับมัธยมศึกษาและประถมศึกษา

3. การศึกษาค้นคว้าเรื่องนี้ เป็นการหาวิธีการส่งเสริมให้นักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจและมีเหตุผลยิ่งขึ้น

4. การศึกษาค้นคว้าเรื่องนี้ เป็นการหาวิธีการส่งเสริมให้นักเรียนมีทัศนคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

การศึกษาค้นคว้าเรื่องนี้ กระทำกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง ของโรงเรียนเทพลีลา จำนวน 80 คน อำเภอบางกะปิ จังหวัดพระนคร ในภาคเรียนที่ 3 ของปีการศึกษา 2512

คำนิยามศัพท์เฉพาะ

1. หลักสูตร หมายถึงหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ของกระทรวงศึกษาธิการ ปี 2503

2. หลักตรรกศาสตร์ หมายถึงหลักการให้เหตุผลแบบ deduction ในวิชา Symbolic Logic

3 กลุ่มควบคุม หมายถึงกลุ่มนักเรียนที่เรียนตามหลักสูตร โดยไม่เรียนหลักตรรกศาสตร์

4. กลุ่มทดลอง หมายถึงกลุ่มนักเรียนที่เรียนตามหลักสูตร และเรียนหลักตรรกศาสตร์

ประโยชน์จากการศึกษาค้นคว้า

วิชาคณิตศาสตร์เป็นรากฐานของแขนงอาชีพอื่น ๆ โดยเฉพาะที่เกี่ยวข้องกับวิทยาศาสตร์ การปรับปรุงการเรียนการสอนวิชานี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น จึงเป็นการช่วยนักเรียนให้มีประสิทธิภาพในการเรียนชั้นสูงขึ้นไป และการประกอบอาชีพของเขาในอนาคต ยิ่งประเทศเราจำเป็นต้องส่งเสริมงานด้านอุตสาหกรรม รากฐานความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ก็ยิ่งมีความจำเป็นเพิ่มขึ้นเป็นทวีคูณ

บทที่ 2

วิธีดำเนินการทดลองและการวิเคราะห์ข้อมูล

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่งของโรงเรียนเทพลีลา อำเภอบางกะปิ จังหวัดพระนคร จำนวน 80 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม และกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม กลุ่มละ 40 คน การแบ่งกลุ่มใช้วิธีทำกลุ่ม ให้ความสามารถเฉลี่ยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มอยู่ในระดับเดียวกัน (Equat group) โดยใช้คะแนนผลการสอบคณิตศาสตร์ประจำภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2512 เป็นเกณฑ์

ตาราง 1. แสดงความสามารถเฉลี่ย ค่าความแปรปรวน F-test และ t-test ของกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\bar{X}$	S.D.	s^2	F	t
กลุ่มควบคุม	40	38.6	41.37	1720.705	1.006	0.1617
กลุ่มทดลอง	40	40.1	41.48	1711.307		

จากค่า t-test และ F-test ในตาราง 1 แสดงว่า ความสามารถเฉลี่ยของนักเรียนทั้งสองกลุ่มและความแปรปรวนของคะแนนของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95 % หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า ทั้งกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองมาจากมวลประชากรเดียวกัน สรุปได้ว่า ก่อนการทดลองศึกษาผลของตัวแปร ทั้งกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง มีลักษณะความสามารถทางคณิตศาสตร์เหมือนกัน

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง

1. กลุ่มควบคุม ใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง ตามหลักสูตรกระทรวงศึกษาธิการ

2. กลุ่มทดลอง ใช้เนื้อหาในวิชาตรรกศาสตร์ จบแล้วจึงเรียนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เช่นเดียวกับกลุ่มควบคุม

เนื้อหาวิชาตรรกศาสตร์ที่ใช้ในการทดลองมีเรื่องต่อไปนี้

ประพจน์ (Simple and Compound Statement)

ประโยคเปิดและ Quantifiers (Open Sentences Quantifiers)

กฎต่าง ๆ ในการพิสูจน์ (Modus Ponendo Ponens, Modus Tollendo Tollens, Modus Tollendo Ponens, Law of Syllogism, Law of Excluded Middle Disproof by counter example)

วิธีพิสูจน์ทางตรงและทางอ้อม (Direct and Indirect Proof)

เครื่องมือในการทดลอง

1. แบบเรียนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 [1]

2. หนังสือ Symbolic Logic [2]

3. Modern Algebra [3]

---

[1] กระทรวงศึกษาธิการ แบบเรียนเลข – พีชคณิตและเรขาคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

[2] ชาตรี เมืองนาโพธิ์ ศัยวัฒน์ ปานพลอย Symbolic Logic หน้า 11 – 31, 47 - 56.

[3] Helen, R. Pearson, Frank, B. Allen, Modern Algebra, pp. 80-133.

4. First Course in Mathematical Logic[4]

5. แบบทดสอบเกี่ยวกับความรู้ทางตรรกศาสตร์ 1 ฉบับ จำนวน 40 ข้อ

6. แบบทดสอบเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ 5 ฉบับ จำนวน 150 ข้อ

ฉบับที่ 1 เป็นแบบทดสอบเกี่ยวกับทักษะทางเลข – พีชคณิต จำนวน 30 ข้อ

ฉบับที่ 2 เป็นแบบทดสอบเกี่ยวกับปัญหาทางเลข – พีชคณิต จำนวน 30 ข้อ

ฉบับที่ 3 เป็นแบบทดสอบเกี่ยวกับเหตุผลทางเลข – พีชคณิต จำนวน 30 ข้อ

ฉบับที่ 4 เป็นแบบทดสอบเกี่ยวกับปัญหาทางเรขาคณิต จำนวน 30 ข้อ

ฉบับที่ 5 เป็นแบบทดสอบเกี่ยวกับการพิสูจน์เรขาคณิต จำนวน 30 ข้อ

แบบทดสอบเกี่ยวกับความรู้ทางตรรกศาสตร์ ผู้วิจัยสร้างขึ้นเองโดยได้รับคำแนะนำจากอาจารย์ ชาตรี เมืองนาโพธิ์ และได้ศึกษาวิธีสร้างแบบทดสอบจากหนังสือวัดผลการศึกษา 2 เล่ม[5] ภายหลังการทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างตอนกลางภาคเรียนแล้ว ได้วิเคราะห์แบบทดสอบตามหลักตัดกลุ่ม 27 % เป็นกลุ่มสูงและ 27 % เป็นกลุ่มต่ำ เปิดตารางสำเร็จ[6] หาค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) ความยากมาตรฐาน (Δ) คำนวณความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (r_{tt}) และความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน ($SE_{meas.}$) (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก)

---

[4] Suppes, Patrick., Hill, Shirley., First Course in Mathematical Logic, Blaisdell Publishing Company, London, 1964, pp. 43-108.

[5] ชวาล แพรัตกุล เทคนิคการวัดผล หน้า 131 – 318.

Gvene, Harry, A., and others, Measurement and Education in the Secondary School, pp. 182-196.

[6] Fan, Chung-Teh, Item Analysis Table, pp. 6-32.

แบบทดสอบเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบจากการวิจัยเรื่อง "การศึกษาแบบการคิด (Cognitive Styles) ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น" ของ สุวัฒน์ เงินฉ่ำ [7]

การดำเนินการทดลอง

1. ทำการสอนวิชาคณิตศาสตร์แก่นักเรียนทั้งสองกลุ่ม ในภาคเรียนที่ 3 ปีการศึกษา 2512 โดยผู้สอนคนเดียวกัน เนื้อหาเหมือนกัน และใช้เวลาเท่ากัน แต่ต่างกันที่กลุ่มควบคุมไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ กลุ่มทดลองเรียนตรรกศาสตร์ในต้นภาคเรียนเป็นเวลา 12 ชั่วโมง โดยให้ทั้งสองกลุ่มเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้เท่ากันในตอนกลางภาคเรียน โดยมีวิธีสอนต่างกันดังนี้

กลุ่มควบคุม เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ตามหลักสูตร การสอนเน้นในด้านความเข้าใจในเนื้อหา การทำแบบฝึกหัดและการเฉลยแบบฝึกหัดในตอนต้นภาคเรียนถึงกลางภาคเรียน จากกลางภาคเรียนถึงปลายภาคเรียน การสอนเน้นในด้านความเข้าใจเนื้อหา ส่วนการทำแบบฝึกหัดและการเฉลยแบบฝึกหัดลดน้อยลง เพื่อให้เหมาะสมกับเวลา

กลุ่มทดลอง เรียนเนื้อหาตรรกศาสตร์ตามที่กำหนดไว้ในตอนต้นภาคเรียน เป็นเวลา 12 ชั่วโมง เมื่อจบเนื้อหาตรรกศาสตร์แล้ว ก็เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เหมือนกับกลุ่มควบคุม การสอนเน้นในความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ หลักการแก้ปัญหาและการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา การทำแบบฝึกหัดและการเฉลยแบบฝึกหัดมีเป็นส่วนน้อยในตอนต้นภาคเรียนถึงกลางภาคเรียน ในตอนกลางภาคเรียนถึงปลายภาคเรียน วิธีการสอนและเนื้อหาเหมือนกับกลุ่มควบคุม

2. ระยะเวลาที่ทำการสอน ใช้เวลาในการทำการสอนกลุ่มละ 5 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ รวมระยะเวลาทั้งหมดในการทดลองสอนแต่ละกลุ่ม 48 ชั่วโมง โดยแบ่งออกเป็น 2 ระยะคือ ระยะต้นภาคเรียนถึงกลางภาคเรียน 28 ชั่วโมง และกลางภาคเรียนถึงปลายภาคเรียน 20 ชั่วโมง

---

[7] สุวัฒน์ เงินฉ่ำ "การศึกษาแบบการคิด (Cognitive Styles) ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น" ปริญญานิพนธ์ วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร 2513.

3. เมื่อได้ทำการทดลองสอนครบตามเวลาที่กำหนดไว้แล้ว ก็ทดสอบนักเรียนทั้งสองกลุ่มนี้ ในตอนกลางภาคเรียนหนึ่งครั้ง และปลายภาคเรียนหนึ่งครั้ง ด้วยแบบทดสอบทั้ง 6 ฉบับ ทั้งสองครั้ง ในการทดสอบใช้เวลาทั้งสิ้น 285 นาที แบ่งได้ดังนี้

ฉบับที่ 1	เกี่ยวกับหลักตรรกศาสตร์	60 นาที
ฉบับที่ 2	เกี่ยวกับทักษะทางเลข – พีชคณิต	45 นาที
ฉบับที่ 3	เกี่ยวกับปัญหาทางเลข – พีชคณิต	45 นาที
ฉบับที่ 4	เกี่ยวกับเหตุผลทางเลข – พีชคณิต	45 นาที
ฉบับที่ 5	เกี่ยวกับปัญหาทางเรขาคณิต	45 นาที
ฉบับที่ 6	เกี่ยวกับการพิสูจน์เรขาคณิต	45 นาที

เวลาที่ใช้ทั้งหมด ใช้เวลาพิเศษนอกเหนือจากเวลาที่ใช้ทดลองสอน โดยขอเวลาของอาจารย์ที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ และวิชาอุตสาหกรรม

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ค่าสถิติต่าง ๆ ของข้อมูล ดังนี้

1) วิเคราะห์หาค่ารายเฉลี่ย [8] (Mean)

2) วิเคราะห์หาค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน [9] (Standard deviation) ตัวเลขสถิตินี้ บอกปริมาณการกระจัดกระจาย ถ้ามีค่าสูงแสดงว่า คะแนนที่นักเรียนสอบได้มีค่าแตกต่างกันมาก ถ้ามีค่าน้อยย่อมแสดงว่า คะแนนที่นักเรียนสอบได้มีค่าใกล้เคียงกัน

3) วิเคราะห์หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ [10] (Reliability) เพื่อจะหาว่าแบบทดสอบเกี่ยวกับตรรกศาสตร์มีความเชื่อมั่นมากน้อยเพียงใด

---

[8] Garrett, Henry E., Statistics in Psychology and Education, p.27

[9] Furguson, George A., Statistical Analysis in Psychology and Education p. 67.

[10] Richardson, M.W., Kuder, C.F., "The Calculation of Test Reliability Coefficients Based Upon The Method of Rational Equivale Journal of Educational Psychology 30·181-687, 1939.

4) วิเคราะห์หาค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด [11] (Standard Error of Measurement) ของแบบทดสอบเกี่ยวกับตรรกศาสตร์

5) วิเคราะห์ค่า t-test [12] เพื่อทดสอบความแตกต่างของรายเฉลี่ยของกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองก่อนทำการทดลอง

6) วิเคราะห์หาค่า F-test [13] เพื่อทดสอบความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวน (Homogeniety of Variance) ของกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง ก่อนทำการทดลอง

7) วิเคราะห์ความแปรปรวนแบบ Two-factor Experiment with Repeated Measures on One factor [14] เพื่อทดสอบผลการทดลองตามสมมุติฐานที่วางไว้ในบทที่ 1

8) วิเคราะห์หาค่า $F_{max.}$- test [15] เพื่อทดสอบความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวน (Homogeniety of Variance) ของกลุ่มตัวอย่างภายหลังจากการทดลอง

---

[11] Gullikson, Harold, Theory of Mental Test, p. 63.

[12] Edwards, Allen L., Experimental Design in Psychological Research, p. 94.

[13] Winer, B.T. Statistical Principle in Experimental Design, p. 93.

[14] Ibid., p. 303-307.

[15] Ibid., p. 308-309.

THE LIBRARY
COLLEGE OF EDUCATION
BANGKOK, THAILAND

บทที่ 3

ผลการทดลอง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการทดลอง

I. เปรียบเทียบคะแนนวิชาตรรกศาสตร์

ผลการทดลองสอนตรรกศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง ปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มทดลองสามารถทำแบบทดสอบเกี่ยวกับความรู้ทางตรรกศาสตร์ได้คะแนนเฉลี่ย 20.67 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 4.543 จากคะแนนเต็ม 40 ซึ่งแสดงว่านักเรียนในระดับมัธยมศึกษาปีที่หนึ่งมีความสามารถพอเพียงที่จะเรียนวิชาตรรกศาสตร์ได้

การเปรียบเทียบคะแนนวิชาตรรกศาสตร์ของกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมในกลางภาคเรียนและปลายภาคเรียน ปรากฏผล ดังนี้

ตาราง 2. แสดงรายเฉลี่ยจากแบบทดสอบเกี่ยวกับความรู้ทางตรรกศาสตร์

เวลาสอบ / วิธีสอน	กลางภาคเรียน	ปลายภาคเรียน	รวม
ไม่สอนตรรกศาสตร์	10.40	11.30	21.70
สอนตรรกศาสตร์	20.67	22.28	42.95
รวม	31.07	33.58	64.65

๒๐๕๔๙

ตาราง 3. แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับความรู้ทางตรรกศาสตร์

Source of Variation	SS	df	MS	F
Between subjects	7971.275	79		
A (วิธีสอน)	4515.625	1	4515.625	101.925**
subjects within groups	3455.650	78	44.303	
Within subjects	1328.500	80		
B (เวลาสอบ)	62.500	1	62.500	3.866
AB	4.900	1	4.900	0.303
BX Subjects within groups	1261.100	78	16.168	

** $p < .01$

จากตาราง 3 แสดงว่าความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับความรู้ทางตรรกศาสตร์ของกลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์ และกลุ่มที่ไม่เรียนตรรกศาสตร์ มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับความเชื่อมั่น 99 % ($F = 101.925$) นั่นคือ กลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์มีความรู้เกี่ยวกับตรรกศาสตร์มากกว่ากลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ และความแปรปรวนของคะแนนจากการทดสอบกลางภาคเรียน และปลายภาคเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งหมายความว่าในระยะเวลาระหว่างกลางภาคเรียนถึงปลายภาคเรียน นักเรียนแต่ละกลุ่มไม่ได้เกิดการเรียนรู้ตรรกศาสตร์เพิ่มขึ้น ส่วนผลที่เกิดร่วมกัน (interaction) ของวิธีสอนและเวลาสอบของกลุ่มตัวอย่าง ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

ตาราง 4. แสดงความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับความรู้ทางตรรกศาสตร์

Source of Variation	SS	$F_{max.}$
subjects within group 1	2036.700	1.435
subjects within group 2	1418.950	
BX subjects within group 1	65.308	18.312 **
BX subjects within group 2	1195.800	

** $p < .01$

จากตาราง 4 แสดงว่าความแปรปรวน subjects within groups ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ และความแปรปรวน BX subjects within groups ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับความเชื่อมั่น 99 % (F = 18.312) แสดงว่าผลที่เกิดร่วมกันระหว่างวิธีสอนและเวลาสอบไม่เพียงแต่ส่งผลให้ค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้น เท่านั้น แต่ยังทำให้รูปร่างของการแจกแจงความถี่ (Distribution) เปลี่ยนไปด้วย ซึ่งหมายความว่าความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่ทำการศึกษาอยู่อาจจะไม่เป็นเส้นตรง (Linear) หรือมีตัวแปรอื่น ๆ ที่เราไม่สามารถควบคุม เข้ามามีอิทธิพลส่งผลพิเศษขึ้น

II. เปรียบเทียบทักษะทางเลข – พีชคณิต

การเปรียบเทียบคะแนนทักษะทางเลข – พีชคณิต ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ในกลางภาคเรียนและปลายภาคเรียน ปรากฏผล ดังนี้

ตาราง 5. แสดงรายเฉลี่ยจากแบบทดสอบเกี่ยวกับทักษะทางเลข – พีชคณิต

เวลาสอบ / วิธีสอน	กลางภาคเรียน	ปลายภาคเรียน	รวม
ไม่ใช้ตรรกศาสตร์	14.675	16.625	31.300
ใช้ตรรกศาสตร์	13.725	16.525	30.250
รวม	28.400	37.150	61.550

ตาราง 6. แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับทักษะทางเลข – พีชคณิต

Source of Variation	SS	df	MS	F
Between subjects	3613.974	79		
A (วิธีสอน)	11.025	1	11.025	0.239
subjects within groups	3602.949	78	46.192	
Within subjects	366.000	80		
B (เวลาสอบ)	225.625	1	225.625	132.171**
AB	7.225	1	7.225	4.233*
BX subjects within groups	133.150	78	1.707	

** $p < .01$

* $p < .05$

จากตาราง 6 แสดงว่าความแปรปรวนของคะแนนทักษะทางเลข – พีชคณิต แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แต่ความแปรปรวนของคะแนนจากการทดสอบกลางภาคเรียนและปลายภาคเรียน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับความเชื่อมั่น 99 % ($F = 132.171$) ฉะนั้นกลุ่มนักเรียนที่เรียนตรรกศาสตร์กับกลุ่มนักเรียนที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ มีทักษะทางเลข – พีชคณิตไม่แตกต่างกัน แต่ระยะเวลาระหว่างกลางภาคเรียนถึงปลายภาคเรียน นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีทักษะทางเลข – พีชคณิต เพิ่มขึ้น ส่วนผลที่เกิดร่วมกัน (interaction) ของวิธีสอนและเวลาสอบของกลุ่มตัวอย่าง มีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95 % ($F = 4.233$) นั่นคือ ในช่วงเวลาระหว่างกลางภาคเรียนถึงปลายภาคเรียน อัตราการเพิ่มทักษะทางเลข – พีชคณิต ของกลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์

สูงกว่ากลุ่มที่ไม่เรียนตรรกศาสตร์ (เพราะกลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์ ได้ฝึกการทำแบบฝึกหัดในวิชาเลข – พีชคณิต น้อยกว่ากลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ในตอนสอบกลางภาคเรียน)

ตาราง 7. แสดงผลการวิเคราะห์ความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับทักษะทางเลข – พีชคณิต

Source of Variation	SS	$F_{max.}$
subjects within group 1	1630.200	1.209
subjects within group 2	1972.750	
BX subjects within group 1	11.950	10.149**
BX subjects within group 2	121.200	

** $p < .01$

จากตาราง 7 แสดงว่าความแปรปรวน subjects within groups ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และความแปรปรวน BX subjects within groups ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับความเชื่อมั่น 99 % (F = 10.149) แสดงว่าผลที่เกิดร่วมกันระหว่างวิธีสอนและเวลาสอบ ไม่เพียงแต่ส่งผลให้ค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเท่านั้น แต่ยังทำให้รูปร่างของการแจกแจงความถี่ (Distribution) เปลี่ยนไปด้วย ซึ่งหมายความว่าความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่ทำการศึกษาอยู่ อาจจะไม่เป็นแบบเส้นตรง (Linear) หรือมีตัวแปรอื่น ๆ ที่ไม่สามารถควบคุมเข้ามามีอิทธิพลส่งผลพิเศษขึ้น

III. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางเลข – พีชคณิต

การเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเลข – พีชคณิต ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ในกลางภาคเรียนและปลายภาคเรียน ปรากฏผล ดังนี้

ตาราง 8. แสดงรายเฉลี่ยของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับปัญหาทางเลข – พีชคณิต

วิธีสอน \ เวลาสอบ	กลางภาคเรียน	ปลายภาคเรียน	รวม
ไม่ใช้ตรรกศาสตร์	13.20	17.70	30.90
ใช้ตรรกศาสตร์	10.15	20.45	30.60
รวม	23.35	38.15	61.50

ตาราง 9. แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับปัญหาทางเลข – พีชคณิต

Source of Variation	SS	df	MS	F
Between subjects	2696.000	79		
A (วิธีสอน)	0.900	1	0.900	0.026
subjects within groups	2695.100	78	34.552	
Within subjects	4749.500	80		
B (เวลาสอบ)	2190.400	1	2190.400	139.738**
AB	1336.400	1	1336.400	85.257*
BX subjects within groups	1222.700	78	15.675	

$^{*}\ p < .05$

$^{**}\ p < .01$

จากตาราง 9 แสดงว่าความแปรปรวนของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางเลข – พีชคณิต ของนักเรียนกลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์ กับกลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นั่นก็อ กลุ่มนักเรียนที่เรียนตรรกศาสตร์กับกลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางเลข – พีชคณิตไม่แตกต่างกันอย่างแท้จริง แต่ความแปรปรวนของคะแนนจากการทดสอบกลางภาคเรียนและปลายภาคเรียน มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับความเชื่อมั่น 99 % (F = 139.738) ซึ่งแสดงว่าระยะเวลากลางภาคเรียนถึงปลายภาคเรียน นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางเลข – พีชคณิตเพิ่มขึ้น ส่วนผลที่เกิดร่วมกัน (interaction) ของวิธีสอนกับเวลาสอบของกลุ่มตัวอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับความเชื่อมั่น 99 % (F = 185.257) นั่นคือ ในช่วงเวลากลางภาคเรียนถึงปลายภาคเรียนอัตราการเพิ่มของความสามารถในการแก้ปัญหาทางเลข–พีชคณิต

ของกลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ (เพราะกลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์ได้ฝึกการทำแบบฝึกหัดในวิชาเลข – พีชคณิต น้อยกว่ากลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ในตอนสอบกลางภาคเรียน)

ตาราง 10. แสดงผลการวิเคราะห์ความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับปัญหาทางเลข – พีชคณิต

Source of Variation	SS	$F_{max.}$
subjects within group 1	1351.800	1.006
subjects within group 2	1343.300	
BX subjects within group 1	941.500	3.347 *
BX subjects within group 2	281.200	

* $p < .05$

จากตาราง 10 แสดงว่าความแปรปรวน subjects within groups ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ และการแปรปรวน BX subjects within groups มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับความเชื่อมั่น 95 % ($F = 3.347$) แสดงว่าผลที่เกิดร่วมกันระหว่างวิธีสอนและเวลาสอบไม่เพียงแต่ส่งผลให้ค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเท่านั้น แต่ยังเปลี่ยนรูปร่างของการแจกแจงความถี่ (Distribution)ด้วย ซึ่งหมายความว่าความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่ทำการศึกษาอยู่อาจจะไม่เป็นเส้นตรง (Linear) หรือมีตัวแปรอื่น ๆ ที่ไม่สามารถควบคุมเข้ามามีอิทธิพลส่งผลพิเศษขึ้น

IV. เปรียบเทียบความสามารถในการใช้เหตุผลทางเลข – พีชคณิต

การเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการใช้เหตุผลทางเลข – พีชคณิต ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมในกลางภาคเรียนและปลายภาคเรียน ปรากฏผล ดังนี้

ตาราง 11. แสดงรายเฉลี่ยของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับเหตุผลทางเลข – พีชคณิต

เวลาสอบ / วิธีสอน	กลางภาคเรียน	ปลายภาคเรียน	รวม
ไม่ใช้ตรรกศาสตร์	8.850	14.225	23.075
ใช้ตรรกศาสตร์	7.525	16.525	24.050
รวม	16.375	30.750	47.125

ตาราง 12. แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับเหตุผลทางเลข – พีชคณิต

Source of Variation	SS	df	MS	F
Between subjects	2632.825	79		
A (วิธีสอน)	9.500	1	9.500	0.283
subjects within groups	2623.325	78	33.632	
Within subjects	2555.500	80		
B (เวลาสอบ)	2016.400	1	2066.400	450.690 **
AB	131.400	1	131.400	28.658 **
BX subjects within groups	357.700	78	4.585	

** $p < .01$

จากตาราง 12 แสดงว่าความแปรปรวนของคะแนนความสามารถในการใช้เหตุผลทางเลข – พีชคณิต ระหว่างกลุ่มนักเรียนที่เรียนตรรกศาสตร์กับกลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นั่นคือ กลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์กับกลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ มีความสามารถในการใช้เหตุผลทางเลขคณิต – พีชคณิตไม่แตกต่างกันจริง แต่ความแปรปรวนของคะแนนจากการทดสอบกลางภาคเรียนและปลายภาคเรียนแตกต่างกันจริง อย่างมีนัยสำคัญ ที่ระดับความเชื่อมั่น 99 % ($F = 450.690$) ซึ่งแสดงว่าระยะเวลาระหว่างกลางภาคเรียนถึงปลายภาคเรียน นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีเหตุผลทางเลข – พีชคณิต เพิ่มขึ้นอย่างแท้จริง ส่วนผลที่เกิดร่วมกัน **(interaction)** ของวิธีสอนและเวลาสอบ มีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับความเชื่อมั่น 99 % ($F = 28.658$) นั่นคือ ในช่วงเวลาระหว่างกลางภาคเรียนถึงปลายภาคเรียน อัตราการเพิ่มของการเรียนรู้เหตุผลทางเลข – พีชคณิตของกลุ่มนักเรียนที่เรียนตรรกศาสตร์สูงกว่ากลุ่มนักเรียนที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ (เพราะกลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์ได้ฝึกการทำ

แบบฝึกหัดน้อยกว่ากลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ ในตอนสอบกลางภาคเรียน)

ตาราง 13. แสดงผลการวิเคราะห์ความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวน จากแบบทดสอบเกี่ยวกับเหตุผลทางเลข – พีชคณิต

Source of Variation	SS	$F_{max.}$
subjects within group 1	1680.375	1.711
subjects within group 2	942.950	
BX subjects within group 1	143.700	1.489
BX subjects within group 2	214.000	

จากตาราง 13 แสดงว่าความแปรปรวน subjects within groups และ BX subjects within groups ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งหมายความว่าความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่ทำการศึกษาอยู่เป็นแบบเส้นตรง (Linear)

v. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต

การเปรียบเทียบกะแนนความสามารถแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมในกลางภาคเรียนและปลายภาคเรียน ปรากฏผล ดังนี้

ตาราง 14. แสดงรายเฉลี่ยของกะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับปัญหาทางเรขาคณิต

วิธีสอน \ เวลาสอบ	กลางภาคเรียน		รวม
ไม่ใช้ตรรกศาสตร์			29.925
ใช้ตรรกศาสตร์			34.800
รวม	29.65	34.075	64.725

ตาราง 15. แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับปัญหาทางเรขาคณิต

Source of Variation	SS	df	MS	F
Between subjects	3616.244	79		
A (วิธีสอน)	237.656	1	237.656	0.548
subjects within groups	3378.588	78	433.152	
Within subjects	762.500	80		
B (เวลาสอบ)	294.306	1	294.306	57.124 **
AB	66.307	1	66.307	12.870 **
BX subjects within groups	401.887	78	5.152	

** $p < .01$

จากตาราง 15 แสดงว่าความแปรปรวนของคะแนนความสามารถแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ระหว่างกลุ่มนักเรียนที่เรียนตรรกศาสตร์และไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นั่นคือกลุ่มนักเรียนที่เรียนตรรกศาสตร์และไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์มีความสามารถแก้ปัญหาทางเรขาคณิตไม่แตกต่างกัน แต่ความแปรปรวนของคะแนนจากการทดสอบกลางภาคเรียนและปลายภาคเรียน มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับความเชื่อมั่น 99 % ($F = 57.124$) แสดงว่าช่วงเวลาระหว่างกลางภาคเรียนถึงปลายภาคเรียน นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถแก้ปัญหาทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้นอย่างแท้จริง ส่วนผลที่เกิดร่วมกัน (interaction) ของวิธีสอนกับเวลาสอบของกลุ่มตัวอย่าง มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับความเชื่อมั่น 99 % ($F = 12.870$) นั่นคือ ในช่วงเวลาระหว่างกลางภาคเรียน

ถึงปลายภาคเรียน อัตราการเพิ่มความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ของกลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์

ตาราง 16. แสดงผลการวิเคราะห์ความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับปัญหาทางเรขาคณิต

Source of Variation	SS	$F_{max.}$
subjects within group 1	2505.388	2.869 *
subjects within group 2	873.200	
BX subjects within group 1	333.887	4.910 **
BX subjects within group 2	68.000	

** $p < .01$

* $p < .05$

จากตาราง 16 แสดงว่าความแปรปรวน subjects within groups และ BX subjects within groups มีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95 % ($F = 2.869$) และ 99 % ($F = 4.910$) ตามลำดับ แสดงว่าผลจากวิธีสอนและผลที่เกิดร่วมกันเวลาสอบไม่เพียงแต่จะเปลี่ยนค่าเฉลี่ยของคะแนน แต่ยังเปลี่ยนรูปร่างของการแจกแจงความถี่ (Distribution) อีกด้วย ซึ่งหมายความว่าความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่ทำการศึกษาอยู่ไม่เป็นแบบเส้นตรง (Linear) หรือมีตัวแปรอื่นที่ไม่สามารถควบคุมเข้ามามีอิทธิพลส่งผลพิเศษขึ้น

VI. เปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์เรขาคณิต

การเปรียบเทียบกะแนนความสามารถในการพิสูจน์เรขาคณิตของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมในกลางภาคเรียนและปลายภาคเรียน ปรากฏผล ดังนี้

ตาราง 17. แสดงรายเฉลี่ยของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

วิธีสอน / เวลาสอบ			รวม
ไม่ใช้ตรรกศาสตร์			20.900
ใช้ตรรกศาสตร์			28.525
รวม	16.700	32.725	49.425

ตาราง 18. แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับการพิสูจน์เรขาคณิต

Source of Variation	SS	df	MS	F
Between subjects	3029.194	79		
A (วิธีสอน)	581.406	1	581.406	18.527**
subjects within groups	2447.788	78	31.382	
Within subjects	3322.500	80		
B (เวลาสอบ)	2568.006	1	2568.006	321.471**
AB	131.356	1	131.356	16.444**
BX subjects within groups	623.087	78	7.988	

** $p < .01$

จากตาราง 18 แสดงว่าความแปรปรวนของคะแนนการพิสูจน์เรขาคณิตระหว่างกลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์และไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับความเชื่อมั่น 99 % ($F = 18.527$) นั่นคือ กลุ่มนักเรียนที่เรียนตรรกศาสตร์มีความสามารถพิสูจน์เรขาคณิต สูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ และความแปรปรวนของคะแนนจากการทดสอบกลางภาคเรียนและปลายภาคเรียน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับความเชื่อมั่น 99 % ($F = 321.471$) แสดงว่าช่วงเวลาระหว่างกลางภาคเรียนถึงปลายภาคเรียนนักเรียนทั้งสองกลุ่มเกิดการเรียนรู้การพิสูจน์เรขาคณิตเพิ่มขึ้นจริง ส่วนผลที่เกิดร่วมกัน (interaction ของวิธีสอนกับเวลาสอบของกลุ่มตัวอย่าง มีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับความเชื่อมั่น 99 % ($F = 16.444$) นั่นคือ ในช่วงเวลาระหว่างกลางภาคเรียนถึงปลายภาคเรียน อัตราการเ

ของการเรียนรู้การพิสูจน์เรขาคณิตของกลุ่มนักเรียนที่เรียนตรรกศาสตร์ สูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์

ตาราง 19. แสดงความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับการพิสูจน์เรขาคณิต

Source of Variation	SS	$F_{max.}$
subjects within group 1	1695.801	2.255*
subjects within group 2	751.988	
BX subjects within group 1	211.200	1.940
BX subjects within group 2	411.887	

* $p < .05$

จากตาราง 19 แสดงว่าความแปรปรวน subjects within groups มีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95 % ($F = 2.255$) และความแปรปรวน BX subjects within groups ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ แสดงว่าวิธีสอนไม่เพียงแต่เปลี่ยนรายเฉลี่ย (Mean) แต่เปลี่ยนรูปร่างของการแจกแจงความถี่ด้วย (Distribution) ซึ่งหมายความว่าความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่ทำการศึกษาอยู่ อาจจะไม่เป็นแบบเส้นตรง (Linear) หรือมีตัวแปรอื่น ๆ ที่เราไม่สามารถควบคุมเข้ามามีอิทธิพลส่งผลพิเศษขึ้น

บทที่ 4

สรุปผล อภิปราย และเสนอแนะ

ความมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อทดลองสอนหลักตรรกศาสตร์เบื้องต้นในชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง

2. เพื่อเปรียบเทียบผลการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์กับนักเรียนกลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง ของโรงเรียนเทพลีลา จำนวน 80 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง การแบ่งกลุ่มใช้วิธี อีเควทกลุ่ม (Equate group) คือ จักแบ่งให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มมีความสามารถโดยเฉลี่ยทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเดียวกัน โดยใช้คะแนนการสอบวิชาคณิตศาสตร์ประจำภาคเรียนที่สอง ของปีการศึกษา 2512 เป็นเกณฑ์ การแบ่งกลุ่มปรากฏผลดังนี้ กลุ่มควบคุมมีรายเฉลี่ย 38.6 ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน 41.37 กลุ่มทดลองมีรายเฉลี่ย 40.1 ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน 41.48

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง

1. กลุ่มควบคุม ใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง ตามหลักสูตรกระทรวงศึกษา ปี 2503

2. กลุ่มทดลอง ใช้เนื้อหาตรรกศาสตร์เบื้องต้น และเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เช่นเดียวกับกลุ่มควบคุม

เครื่องมือในการทดลอง

1. แบบเรียนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง

2. แบบเรียน Symbolic Logic

3. แบบทดสอบ 2 ชุด

แบบทดสอบชุดแรกมี 1 ฉบับ จำนวน 40 ข้อ กำหนดเวลาสอบ 1 ชั่วโมง มีความเชื่อมั่น .529 ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน 3.107 ค่าความยากมาตรฐาน 13.4 อำนาจจำแนกเฉลี่ย .39 ความยากเฉลี่ย .46

แบบทดสอบชุดที่ 2 เป็นแบบทดสอบจากปริญญานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาแบบการคิด (Cognitive Styles) ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น" ของ สุวัฒน์ เงินฉ่ำ

การดำเนินการทดลอง

1. ทำการสอนกณิตศาสตร์แก่นักเรียนทั้งสองกลุ่ม ในภาคเรียนที่ 3 ปีการศึกษา 251 โดยผู้สอนคนเดียวกัน ใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์เหมือนกัน และใช้เวลาเท่ากัน แต่ต่างกันที่กลุ่มควบคุมไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ กลุ่มทดลองเรียนตรรกศาสตร์

2. ระยะเวลาสอน ใช้เวลาในการสอนกลุ่มละ 5 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ตลอดภาคเรียน

3. ทดสอบนักเรียนทั้งสองกลุ่มด้วยแบบทดสอบทั้ง 6 ฉบับ 2 ครั้งคือ กลางภาคเรียนหนึ่งครั้ง และปลายภาคเรียนอีกหนึ่งครั้ง

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดสอบทั้ง 2 ครั้ง ได้วิเคราะห์หาค่าสถิติต่าง ๆ ดังนี้

1. รายเฉลี่ยของคะแนน (Mean)

2. ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

3. ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (Reliability)

4. ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด (Standard Error of Measurement)

5. ทดสอบความแตกต่างของรายเฉลี่ยโดยใช้ t-test

6. ทดสอบความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวน (Homogeniety of Variance)

7. ทดสอบความแตกต่างของคะแนนจากแบบทดสอบ โดยการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance)

ผลการทดลอง

1) นักเรียนกลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์ ทำแบบทดสอบเกี่ยวกับความรู้ทางตรรกศาสตร์ ได้คะแนนเฉลี่ย 20.67 ในกลางภาคเรียน และ 22.28 ในปลายภาคเรียน นักเรียนกลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ ทำแบบทดสอบฉบับเดียวกันได้คะแนนเฉลี่ย 10.40 ในตอนกลางภาคเรียน และ 11.30 ในปลายภาคเรียน จากการทดลองความแปรปรวนของคะแนน กลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์มีความแปรปรวนมากกว่ากลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์

2) ผลการเรียนตลอดภาคเรียน นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในด้านทักษะการแก้ปัญหา และความเข้าใจในเหตุผล ในวิชาเลข – พีชคณิต ไม่แตกต่างกัน ในช่วงเวลาระหว่างกลางภาคเรียนถึงปลายภาคเรียน นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในด้านทักษะการแก้ปัญหา และความเข้าใจในเหตุผลในวิชาเลข – พีชคณิต เพิ่มขึ้น แต่กลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์มีความสามารถในด้านต่าง ๆ เพิ่มขึ้นมากกว่ากลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์

3) ผลการเรียนตลอดภาคเรียน นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตไม่แตกต่างกัน แต่มีความสามารถในการพิสูจน์เรขาคณิตแตกต่างกัน ในช่วงเวลาระหว่างกลางภาคเรียนถึงปลายภาคเรียน นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาและในการพิสูจน์ในวิชาเรขาคณิตเพิ่มขึ้น แต่กลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์มีความสามารถเพิ่มขึ้นมากกว่ากลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์

สรุป

จากผลการทดลองครั้งนี้ แสดงว่านักเรียนในระดับมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง สามารถเรียนตรรกศาสตร์ได้เป็นอย่างดี ผลการเรียนตลอดภาคเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกันในด้าน ทักษะทางเลข – พีชคณิต ปัญหาทางเลข – พีชคณิต เหตุผลทางเลข – พีชคณิต ปัญหาทางเรขาคณิต แต่แตกต่างกันด้านความสามารถในการพิสูจน์เรขาคณิต ถ้าพิจารณาในช่วงเวลาระหว่างกลางภาคเรียนถึงปลายภาคเรียนแล้ว นักเรียนกลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในทุกด้านเพิ่มขึ้นมากกว่า กลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ ซึ่งแสดงว่าถ้าได้ยืดเวลาการทดลองออกไปอีก กลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์มีแนวโน้มว่า จะเรียนคณิตศาสตร์ในทุกด้านได้ดีกว่ากลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์

การอภิปรายผลการทดลอง

ผลการสอนตรรกศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง ปรากฏว่ากลุ่มนักเรียนที่เรียนตรรกศาสตร์มีความรู้เกี่ยวกับตรรกศาสตร์มากกว่ากลุ่มที่ไม่ได้เรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ จึงกล่าวได้ว่า การสอนตรรกศาสตร์แก่ผู้เรียนทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้หลักตรรกศาสตร์ที่นอกเหนือจากความรู้ตรรกศาสตร์ที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ที่กล่าวเช่นนี้ก็เพราะว่า เมื่อพิจารณาคะแนนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแล้ว พบว่ากลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ก็มีความสามารถทำแบบทดสอบได้เฉลี่ย 25 % ทั้งนี้น่าจะเป็นเพราะ การเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง มีผลทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ทางตรรกศาสตร์ได้บ้าง ซึ่งแอลเบอตี้ [1] กล่าวว่าเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นเรื่องเกี่ยวกับการสร้างระบบกติกา และใช้หลักตรรกศาสตร์สรุปผลจากระบบกติกาที่สร้างขึ้น ดังนั้นตลอดเวลาที่นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ ก็ได้เรียนรู้หลักตรรกศาสตร์ไปด้วย แต่เนื่องจากการสอนคณิตศาสตร์

---

[1] Alberty, Elsie J., "Mathematic in General Education" The Mathematics Teacher, 59 428, May, 1966.

ในชั้นประถมศึกษาและมัธยมศึกษาของเรา ส่วนใหญ่ไม่ได้ปลูกฝังให้นักเรียน เรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการคิดหาเหตุผลอย่างเพียงพอ นักเรียนจึงสามารถเรียนรู้ตรรกศาสตร์ได้เพียงส่วนน้อย สำหรับกลุ่มนักเรียนที่เรียนตรรกศาสตร์ ได้ใช้เวลาเรียนตรรกศาสตร์ทั้งหมด 12 ชั่วโมง นักเรียนสามารถเรียนรู้ตรรกศาสตร์ได้ผลเป็นที่พอใจ คือสามารถทำแบบทดสอบได้เกิน 50 % ซึ่งแสดงว่าเด็กในระดับมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง มีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนตรรกศาสตร์ได้) ผลการทดลองครั้งนี้สนับสนุนผลการทดลองของ เจฟฟรีอิส [2] ซึ่งพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น มีความสามารถที่จะเรียนรู้ตรรกศาสตร์ได้ดี ผลการทดลองครั้งนี้ยังสอดคล้องตามทฤษฎีของ เพียเจท์ [3] ซึ่งกล่าวว่า เด็กในวัย 11 – 12 ปี เริ่มมีพัฒนาการความคิดในขั้นคิดอย่างมีแบบแผน (Formal Operation) คือสามารถที่จะคิดหาเหตุผลที่เป็นแบบแผนได้ แต่สำหรับเด็กไทยตามสภาพและสิ่งแวดล้อมจะมีพัฒนาการความคิดในขั้น ดังกล่าวน่าจะเป็นเด็กที่กำลังเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง ซึ่งมีอายุประมาณ 13 ปีขึ้นไป

จากผลการเรียนเจช – พีชคณิตในด้านทักษะ ปัญหา และเหตุผลตลอดภาคเรียนของกลุ่มนักเรียนที่เรียนตรรกศาสตร์และกลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ ปรากฏว่าไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ถึงผลที่แตกต่างกันยังไม่ถือว่าแตกต่างกันอย่างแท้จริง แต่เมื่อพิจารณาคะแนนของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม พบว่า ผลการสอบกลางภาคเรียน กลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์ทำแบบทดสอบได้น้อยกว่ากลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ ทั้งนี้เพราะว่า ในตอนต้นภาคเรียนกลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์มีเวลาในการแก้ปัญหาและฝึก การวิเคราะห์แบบฝึกหัดน้อยกว่ากลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ในตอนกลางภาคเรียน แต่เมื่อพิจารณาคะแนนตอนปลายภาคเรียน ปรากฏว่ากลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์ทำคะแนนได้สูงกว่ากลุ่มที่ไม่เรียนตรรกศาสตร์ในด้านปัญหาและเหตุผล ส่วนในด้านทักษะแม้คะแนนจะไม่สูงกว่า แต่คะแนนที่เพิ่มขึ้นจากกลางภาคเรียนถึงปลายภาคเรียนเพิ่มขึ้นมากกว่า – กลุ่มที่ไม่เรียนตรรกศาสตร์

---

[2] Jeffryis, James, "Let's play Wff's Proof" The Mathematics Teacher, 62:113-117, February, 1969.

[3] Adler, Irving, "Mental Growth and Art of Teaching" The Mathematics Teacher 71 706-715, December 1966.

ทั้งนี้รวมทั้งด้านปัญหาและเหตุผลก็ปรากฏผลในทำนองเดียวกัน (การเพิ่มนี้เป็นผลของ interaction ในการทดลองครั้งนี้ ถ้าได้ทดสอบนักเรียนก่อนสอน (pre-test) ค่า F ของ interaction มีโอกาสจะมีนัยสำคัญได้น้อยกว่านี้ เพราะคะแนนที่ได้จากการทดสอบก่อนสอนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มอาจจะเท่ากัน หรือใกล้เคียงกันมากกว่าคะแนนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มที่ได้จากการทดสอบกลางภาคเรียน ซึ่งมีแนวโน้มว่าคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลองต่ำกว่ากลุ่มควบคุม แต่คะแนนของกลุ่มทดลองกลับสูงกว่ากลุ่มควบคุมในตอนปลายภาคเรียน ซึ่งมีผลทำให้ค่า F ของ interaction มีนัยสำคัญได้มากขึ้น เนื่องจากผู้วิจัยมีเวลาในการทำวิจัยจำกัด จึงสร้างแบบทดสอบเพื่อทดสอบกลุ่มตัวอย่างก่อนสอน (pre-test) ไม่ทัน จำเป็นต้องเลื่อนการสอบไปกลางภาคเรียน ซึ่งทำให้ได้ผลวิจัยพิเศษขึ้นมาคือ เนื้อหาทางเลข – พีชคณิตนั้นจำเป็นต้องมีเวลาฝึกมากพอควร ความรู้ทางตรรกศาสตร์อย่างเดียวไม่สามารถจะมาทดแทนการฝึกได้) จากผลดังกล่าวมีแนวโน้มว่า การให้ความรู้ทางตรรกศาสตร์อาจจะมีผลส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ในวิชาเลข – พีชคณิตได้ดีขึ้น และถ้าได้ยืดเวลาการทดลองออกไปอีก ผลการเรียนตลอดภาคเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม ก็มีแนวโน้มที่จะแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ผลการทดลองครั้งนี้ สนับสนุนผลการทดลองของ เรทเซอร์[4] เขาพบว่า การให้ความรู้พื้นฐานทางตรรกศาสตร์ แก่ผู้เรียนในเกรด 7 – 8 มีผลทำให้ผู้เรียนคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น และผลการทดลองของ เอลเดอร์[5] ก็พบในลักษณะเดียวกันคือ การสอนตรรกศาสตร์บางเรื่องแก่ผู้เรียนวิชาเลข – พีชคณิตระดับวิทยาลัย (College Algebra) มีผลทำให้การเรียนวิชานี้ได้ผลดีขึ้น

---

[4] Retzer Kenneth A., "Effect of Teaching Concept of Logic on Verbalization of Discovered Mathematical Generalization" The Mathematics Teacher, 60:707-710, November, 1967.

[5] Elder, Harvey Lynn, "The Effective of Teaching Certain Concept of Logic to College Algebra Students on Verbalization of Discovered Mathematical Generalization" Dissertation Abstract, 29, 7.2522-B, January, 1969.

ในวิชาเรขาคณิต ผลการเรียนตลอดภาคเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม แตกต่างกันในด้านการพิสูจน์เรขาคณิต และไม่แตกต่างกันในด้านปัญหาทางเรขาคณิต แต่เมื่อพิจารณาคะแนนจากการสอบกลางภาคเรียนและปลายภาคเรียน ปรากฏว่ากลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์ทำคะแนนเพิ่มขึ้นได้มากกว่ากลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์ ทั้งในด้านปัญหาทางเรขาคณิตและพิสูจน์ทางเรขาคณิต ในการที่คะแนนเฉลี่ยตอนกลางภาคเรียนของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมทั้งในด้านปัญหาทางเรขาคณิต และการพิสูจน์เรขาคณิต ซึ่งตรงข้ามกับวิชาเลข – พีชคณิต แสดงว่าการให้ความรู้ตรรกศาสตร์สามารถจะมาทดแทนการฝึกแบบฝึกหัดได้ในวิชาเรขาคณิต และค่า F ของ interaction ที่มีนัยสำคัญนั้น จึงมีความหมายมาก ซึ่งแสดงอัตราการเพิ่มที่รวดเร็วอย่างแท้จริง จึงมีแนวโน้มว่า ถ้ายืดเวลาทาการทดลองออกไปอีก กลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์สามารถเรียนเรขาคณิตได้ดีกว่า กลุ่มที่ไม่ได้เรียนตรรกศาสตร์

จากผลการทดสอบความสามารถในการพิสูจน์เรขาคณิต กลุ่มที่เรียนตรรกศาสตร์กับกลุ่มที่ไม่เรียนตรรกศาสตร์มีความสามารถแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญแสดงว่า การพิสูจน์เรขาคณิตต้องอาศัยความรู้ทางตรรกศาสตร์มากกว่าคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ ที่กล่าวมาแล้ว ทั้งนี้นักคณิตศาสตร์ต่างยอมรับว่า การพิสูจน์ทางเรขาคณิตเป็นการให้เหตุผลแบบ deduction ซึ่งเป็นการให้เหตุผลที่ต้องอาศัยหลักตรรกศาสตร์โดยตรง ดังนั้นผลการทดลองนี้จึงตรงตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้

การทดสอบความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวนภายหลังการทดลองปรากฏว่าความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่กำลังศึกษาอยู่เป็นแบบ non-linear คือรูปร่างการกระจายของคะแนนเปลี่ยนไปจากเดิม ทั้งนี้เนื่องจากระหว่างการทดลองได้มีตัวแปรอื่น ๆ ที่ไม่สามารถควบคุมมีอิทธิพลส่งผลพิเศษขึ้น เช่น แรงจูงใจภายใน – ภายนอก สิ่งแวดล้อม ระดับสมองของนักเรียน (I.Q.) ฯลฯ ตัวแปรเหล่านี้มีอิทธิพลต่อนักเรียนแต่ละคนไม่เท่ากัน เป็นต้นว่านักเรียนกลุ่มเดียวกันเมื่อได้รับการสอนที่ถูกวิธี นักเรียนภายในกลุ่มที่มี I.Q. สูงย่อมเกิดการเรียนรู้ได้เพิ่มขึ้นเด่นชัดกว่านักเรียนที่มี I.Q. ต่ำหรือปานกลาง ซึ่งมีผลทำให้รูปร่างการกระจายของคะแนนเปลี่ยนไปจากเดิม

ผลการวิจัยดังได้กล่าวมานี้ เป็นผลที่ปรากฏจากการทดลองกับนักเรียนเพียง 2 กลุ่ม ในระยะเวลาเพียงภาคเรียนเดียว จึงถือได้ว่าเป็นเพียงการเริ่มต้นของการพยายามค้นหาสาเหตุที่ก่อให้เกิดปัญหาในการศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา ซึ่งนักเรียนไทยกำลังประสบอยู่ ดังผลการวิจัยของ จำรัส นวงมาก พบว่าการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาตอนต้นยังขาดการส่งเสริมให้นักเรียนสามารถคิดแบบวิเคราะห์ และผลการวิจัยของทัศนีย์ อ่องไพบูลย์ พบว่านักเรียนในระดับมัธยมศึกษาไม่ชอบและสอบตกในวิชาคณิตศาสตร์มากที่สุด จากผลการวิจัยดังกล่าวแสดงว่า การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษากำลังประสบปัญหาซึ่งต้องแก้ไขอย่างรีบเร่ง แต่อย่างไรก็ตามผลการวิจัยครั้งนี้เป็นส่วนหนึ่งที่ชี้ให้เห็นว่า สาเหตุที่ก่อให้เกิดปัญหาในการศึกษาคณิตศาสตร์ดังกล่าว สืบเนื่องมาจากผู้เรียนไม่ได้รับการปลูกฝังในด้านคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์อย่างเพียงพอ ดังนั้นการให้ความรู้พื้นฐานทางตรรกศาสตร์แก่ผู้เรียนจึงเป็นองค์ประกอบสำคัญที่มีผลส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนคณิตศาสตร์ได้ผลดีขึ้น

ข้อเสนอแนะ

จากผลการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยขอเสนอแนะดังนี้

ก. ข้อเสนอแนะสำหรับครูสอนคณิตศาสตร์

1. ผู้สอนควรได้ศึกษาจุดมุ่งหมายของการสอนคณิตศาสตร์และเข้าใจโครงสร้างของคณิตศาสตร์ที่จะสอนเป็นอย่างดี

2. การสอนควรเพ่งเล็งความงอกงามในด้านการคิดหาเหตุผลมากกว่าด้านทักษะการคำนวณและการแก้ปัญหาโจทย์ คือสอนให้ผู้เรียนเข้าใจว่า "ทำไม" นอกเหนือจากจะสอนให้รู้แต่เพียงว่า "ทำอย่างไร" ด้วย

3. ในการสอนคณิตศาสตร์ การทำแบบฝึกหัดเป็นสิ่งที่จำเป็นยิ่ง เพราะการทำแบบฝึกหัดเป็นส่วนหนึ่งที่เสริมสร้างให้เกิดความเข้าใจที่สมบูรณ์ยิ่งขึ้น แต่แบบฝึกหัดจะมีความหมายถ้าหากใช้ฝึกหลังจากผู้เรียนเกิดความเข้าใจในบทเรียนอย่างดีแล้ว

4. การให้แบบฝึกหัดควรเลือกแบบฝึกหัดประเภทที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีโอกาสคิดหาเหตุผลและสรุปผลด้วยตนเองเป็นส่วนมาก

5. การศึกษาคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน มีแนวโน้มว่าจะต้องบรรจุคณิตศาสตร์แผนปัจจุบันเป็นส่วนหนึ่งในหลักสูตร ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ครูสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาจะต้องศึกษาให้เข้าใจในคณิตศาสตร์แผนปัจจุบันมากพอสมควร

ข. ข้อเสนอแนะสำหรับกระทรวงศึกษาธิการ

1. ควรจัดทำหนังสือเกี่ยวกับคณิตศาสตร์แผนปัจจุบัน เพื่อส่งเสริมความรู้ของครูสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา ให้มีจำนวนเพียงพอกับครูที่สอนคณิตศาสตร์ในระดับดังกล่าว

2. ควรมีการอบรมครูคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา เกี่ยวกับความรู้ในคณิตศาสตร์แผนใหม่ โดยเฉพาะอย่างยิ่งควรให้ครูทุกคนมีความรู้พื้นฐานทางตรรกศาสตร์อย่างพอเพียง (มีความรู้สามารถที่จะสอนให้เด็กเข้าใจได้เป็นอย่างดี)

3. ควรบรรจุวิชาตรรกศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งในหลักสูตรคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยเริ่มสอนได้ตั้งแต่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง

4. ควรบรรจุคณิตศาสตร์แผนใหม่บางเรื่อง เช่น ระบบจำนวน เซทเบื้องต้น ฟังค์ชั่น(functions) กรุ๊ฟ (group) ริง (Ring) และ ฟิลด์ (Field) เป็นต้น เป็นส่วนหนึ่งในหลักสูตรคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา

5. ควรจัดทำประมวลการสอนคณิตศาสตร์แผนปัจจุบัน เพื่อเป็นคู่มือในการสอนของครูที่สอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา

* 6. ควรสร้างแบบเรียนวิชาตรรกศาสตร์สำหรับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

* 7. ควรมีการปรับปรุงแบบเรียนคณิตศาสตร์ ในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาให้สอดคล้องกับหลักสูตรและถูกต้องตามหลักวิชาของคณิตศาสตร์แต่ละแขนง

ค. ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการปรับปรุงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

1. ควรสอนเรื่อง เซทเบื้องต้น และ Universe and Variable เป็นบทนำเพื่อให้นักเรียนรู้จักใช้สัญญลักษณ์แทนจำนวน

2. ควรสอนเรื่อง Solution Sets เป็นบทนำก่อนสอนเรื่องสมการ

3. ควรสอนเรื่อง Operation with Sets และ Numbers and Numerals ประกอบกับการสอนเรื่อง จำนวน บอกทิศทาง (Directed Numbers)

4. ควรสอนเรื่อง เศษส่วน, จำนวนเต็ม จำนวนทักยะ และจำนวนจริงสอดแทรกในบทที่สอนเกี่ยวกับ การบวก ลบ คูณ และหารนิพจน์

5. ควรสอนเรื่องคู่ลำดับ (ordered pairs) และสมการที่มี 2 ตัวแปร ก่อนจะสอนเรื่องกราฟ (Graph)

ทั้งนี้ เพื่อเป็นแนวทางไปสู่การเรียนคณิตศาสตร์แผนปัจจุบันต่อไป

ง. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัย

1. ควรได้มีการทำวิจัยในเรื่องเดียวกันนี้ กับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย เพื่อให้ทราบว่าจะเริ่มสอนหลักตรรกศาสตร์ในระดับต่ำกว่ามัธยมศึกษาปีที่หนึ่งได้หรือไม่ และถ้าได้ควรจะเริ่มสอนในชั้นใด

2. ควรทำการวิจัยเพื่อทดสอบความรู้ทางตรรกศาสตร์ของผู้ที่จบ ป.กศ. และ ป.กศ.สูง เพื่อให้ทราบว่ามีความรู้เพียงพอจะนำไปสอนเด็กในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาหรือไม่

3. ควรทำวิจัยเพื่อทดสอบความรู้ทางตรรกศาสตร์ของผู้ที่จบปริญญาตรี เพราะวิชาตรรกศาสตร์ควรจะเป็นวิชาสามัญ (General Education) ในระดับอุดมศึกษาทุกแห่ง

4. การทำวิจัยในเรื่องประเภทเดียวกันนี้ ควรใช้เวลาในการทดลองให้นานกว่าหนึ่งภาคเรียน และก่อนทำการทดลองควรมี pre-test และ post-test หลังจากทดลองเสร็จแล้ว

5. ควรทำวิจัยเพื่อหาองค์ประกอบอื่น ๆ ที่มีผลต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา

6. ควรวิจัยเพื่อหาตัวแปรอื่น ๆ ที่มีส่วนช่วยให้การเรียนตรรกศาสตร์ และการใช้ตรรกศาสตร์ในวิชาคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น เช่น ① I.Q., ② Piaget's Experiment และ ③ Cognitive Styles เป็นต้น.

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

จารัส นองมาก "การศึกษาแบบการคิด (Cognitive Styles) ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น" ปริญญานิพนธ์ วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร 2513.

ชาตรี เมืองนาโพธิ์, ชัยวัฒน์ ปานพลอย Symbolic Logic สำนักพิมพ์นิยมวิทยา พระนคร 114 หน้า.

ทัศนีย์ อ่องไพบูลย์, ร.ต.หญิง, "การสืบค้นปัญหาที่เป็นอุปสรรคในการสอนจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาของโรงเรียนรัฐบาลในจังหวัดพระนคร" การวิจัยการศึกษา กองการวิจัย กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ เล่ม 4 สิงหาคม 2503.

ประเทิน มหาขันธ์ "วิธีสอนคณิตศาสตร์แผนใหม่ในชั้นประถมศึกษา" เอกสารนิเทศการสอน หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมการฝึกหัดครู กระทรวงศึกษาธิการ 2512, 104 หน้า.

ปราณีต เจาะทะเกษตสิน , มงคล สีห์โสภณ, "การประชุมเรื่องการสอนคณิตศาสตร์" วารสารคณิตศาสตร์ 101 : 118 – 123 กุมภาพันธ์ 2508.

เสนาะ ตันบุญยืน "รายงานการปรับปรุงการศึกษาคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษา" วารสารคณิตศาสตร์ 70 : 411 – 449 กรกฎาคม 2502.

ศึกษาธิการ, กระทรวง, กรมการฝึกหัดครู เอกสารการสัมมนาผู้สอนคณิตศาสตร์ระดับประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง ของสถานฝึกหัดครูระดับวิทยาลัย หน่วยศึกษานิเทศก์ 2509, 121 หน้า.

ศึกษาธิการ, กระทรวง, กรมวิชาการ แบบเรียนเลข – พีชคณิตและเรขาคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 คุรุสภา 2508.

ศึกษาธิการ, กระทรวง, กรมวิชาการ รายงานการสัมมนาครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา 18 เมษายน – 6 พฤษภาคม 2509, 108 หน้า.

สุชาติ รัตนกุล คณิตศาสตร์แผนปัจจุบัน เล่ม 2 กระทรวงศึกษาธิการ 2510, 118 หน้า.

สุวัฒน์ เงินฉ่ำ "การศึกษาแบบการคิด (Cognitive Styles) ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น" ปริญญานิพนธ์ วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร 2513.

Adler, Irving,"Mental Growth and Art of Teaching" The Mathematics Teacher 59:706-715, December, 1966.

Alberty, Elsie J., "Mathematics in General Education" The Mathematics Teacher, 59.428, May, 1966.

Black, Max, "An Introduction to Logic and Scientific Method" Critical Thinking, Prentice-Hall. Inc., New York, 1955, 459 p.

Brockman, Harold William, "A Critical Study of Use of The Term Necessary and Sufficient Conditions in Teaching of Mathematics," Dissertation Abstract., 24:193-194, July, 1963.

Chase, Sheart, Guides to Straight Thinking, Hamber & Brothers Publishers, New York, 1964, 122 p.

Clark, Frank, Contemporary Mathematics, Franklin Watts, Inc., New-York, 1966. 203 p.

Criseimbuni, Joseph, Teaching The New Mathematics, Parker Publishing Company Inc., New York, 1966, 205 p.

Dinkures, Flora, Introduction to Mathematical Logic, Meredith Publishing Company, New York 1964, 122 p.

Edwards, Allen L., Experimental Design in Psychological Research, New York, 1950, 446 p.

Elder, Harvey Lynn, "The Effective of Teaching Certain Concept of Logic to College Algebra Students on Verbalizations of Discovered Mathematical Generalization," Dissertation Abstract, 29, 7 2522-B, January, 1969.

Fan, Chung Teh., Item Analysis Table, Princeton New Jursey, Educational Services, 1952, 32 p.

Fehr, Haward F., Reform of Mathematics Education Around The World, The Mathematics Teacher, 58·37-44, January, 1965.

Mathematics Today, O.E.C.D., Publication, France, October, 1964, 420 p.

Fremont, Herbert, "New Mathematics and Old Dilemmas" The Mathematics Teacher, 60.715-719, November, 1967.

Furguson, George, A., Statistical Analysis in Psychology and Education, McGraw-Hill, New York, 1966, 446 p.

Gager, William A., "The Functional Approach to Elementary and Secondary Mathematics" The Mathematics Teacher, 50:30-34, January, 1957.

Garrett, Henry, E., Statistical in Psychology and Education, New York, 1958, 478 p.

Greene, Harry, A., and Others, Measurement and Evaluation in The Secondary School, Longmans, Green and Co., London, 1954, 690 p.

Gullikson, Harold, Theory of Mental Test, New York, 1950, 486 p.

Helen, R. Pearson, Frank, B. Allen, Modern Algebra, Ginn and Company, New York, 1964, 621.

Jeffryis, James., "Let's Play Wff's Proof" The Mathematics Teacher, 62:113-117, March, 1969.

Kaper, J.N., "Some Recent Effect of Improvement of School Mathematics in India" The Mathematics Teacher, 61·321-327, March, 1968.

Kemeny, T.G., "Which Subject in Modern Mathematics and which Application in Modern Mathematics Can Find the Place in Programs of Secondary School Instruction?" The American Mathematical Monthly, 72 898, October, 1969.

Langer, Sasanne K, "Algebra and The Development of Reason," The Mathematics Teacher, 59:156-166, February, 1966.

Maslova, G.G., and Marknshewitz, A.I., "Mathematics in the School of The U.S.S.R., The Mathematics Teacher, 62.231-237, March, 1969.

Meserve, Bruce E., "Implication for The Mathematics Curriculum," Insight into Mathematics, N.C.T.M., 1957, 440 p.

Moder, Albert E., "Modern Mathematics and Its Place in Secondary School," The Mathematics Teacher, 50:421, October, 1957.

National Council of Teachers of Mathematics, Insight into Modern Mathematics, N.C.T.M., Inc., Washington D.C., 1957, 440 p.

Overman, James R., "The Problem of Tranfer in Arithmetic, The Mathematics Teacher, 59·158-166, February, 1966.

Richardson, M.W., Kuder, G.F., "The Calculation of Test Reliability Coeffcients Based Upon Method of Rational Equivalence" Journal of Educational Psychology, 30·621-687, 1939.

Spitzer, Herbert F., "Learning and Teaching Arithmetic, " The Teaching of Arithmetics, University of Chicago, Chicago, 1963, 416 p.

Suppes Patick, Hill, Shirley., First Course in Mathematical Logic, Blaisdell Publishing Company, London, 1964, 274 p.

William, J.D., "Mathematics Reform in The Primary School," International Studies in Education, Hamberg, 1967, 130 p.

Winer, B.T., Statistical Principle in Experimental Design, New York, McGraw-Hill, 1962, 672 p.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก.

การวิเคราะห์กลุ่มตัวอย่าง

1. รายเฉลี่ยของคะแนนคำนวณจากสูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ย

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนน

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่ม

2. ความเบี่ยงเบนมาตรฐานคำนวณจากสูตร

$$S.D = \sqrt{\frac{N\sum X^2-(\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ S.D แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนน

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่ม

3. ทดสอบความแตกต่างโดยใช้ t-test จากสูตร

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{N_1} + \frac{s_2^2}{N_2}}}$$

เมื่อ $\bar{X}_1, \bar{X}_2$ แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มที่ 1 และที่ 2 ตามลำดับ

s_1^2, s_2^2 แทน ค่าแปรปรวนของกลุ่มที่ 1 และที่ 2 ตามลำดับ

N_1, N_2 แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มที่ 1 และที่ 2 ตามลำดับ

4. ทดสอบความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวน (Homogeniety of Variance)

คำนวณจากสูตร

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

เมื่อ s_1^2 แทน ความแปรปรวนของกลุ่มที่มีค่ามาก

s_2^2 แทน ความแปรปรวนของกลุ่มที่มีค่าน้อย

ตัวอย่างการคำนวณหาค่าสถิติ

1. การคำนวณหาค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มที่ 1

$$S.D_1 = \sqrt{\frac{N\sum X^2-(\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

แทนค่าตามสูตร $S.D_1 = \sqrt{\frac{40(70951) - (1603)^2}{40(39)}}$

$$= \sqrt{\frac{2838040 - 2569609}{1560}}$$

$$= \sqrt{\frac{268431}{1560}}$$

$$= \sqrt{1720.7050}$$

$$S.D_1 = 41.38$$

2. การคำนวณหาค่า t-test

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{N_1} + \frac{s_2^2}{N_2}}}$$

แทนค่าตามสูตร $$t = \frac{40.1 - 38.6}{\sqrt{\frac{1720.705 + 1711.308}{40}}}$$

$$t = \frac{1.5}{\sqrt{86.05032}}$$

$$t = 0.1617$$

3. การคำนวณหาค่า F-test

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

แทนค่าตามสูตร $$F = \frac{1720.705}{1711.307}$$

$$F = 1.0055$$

ภาคผนวก ข.

การวิเคราะห์แบบทดสอบเกี่ยวกับตรรกศาสตร์

1) วิเคราะห์แบบทดสอบตามหลักตัดกลุ่ม 27 % เป็นกลุ่มสูงและ 27 % เป็นกลุ่มต่ำ เปิดตารางสำเร็จ (Item Analysis) ปรากฏค่าต่าง ๆ ดังนี้

ตาราง 20. แสดงค่ากวามยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) ความยาก มาตรฐาน (△)

ข้อที่	P_H	P_L	p	r	△	ข้อที่	P_H	P_L	p	r	△
1	72	32	.52	.40	12.8	21	59	36	.47	.23	13.3
2	76	36	.56	.41	12.4	22	68	09	.36	.62	14.5
3	44	20	.32	.28	14.9	23	86	36	.63	.52	11.7
4	68	52	.60	.17	12.0	24	77	23	.50	.54	13.0
5	66	40	.53	.26	12.7	25	66	14	.36	.54	14.2
6	40	24	.32	.18	14.9	26	27	16	.21	.15	16.2
7	72	32	.50	.40	12.8	27	89	36	.66	.54	11.3
8	68	08	.35	.64	14.5	28	75	25	.50	.50	13.5
9	80	36	.59	.45	12.1	29	66	41	.54	.25	12.6
10	92	48	.72	.53	10.6	30	91	45	.70	.53	10.9
11	72	28	.50	.44	13.6	31	50	16	.32	.38	14.9
12	100	60	.85	.67	8.9	32	98	45	.77	.70	10.0
13	36	20	.28	.20	15.4	33	82	57	.70	.29	10.9
14	36	20	.28	.20	15.4	34	70	23	.46	.47	13.4
15	68	68	.35	.64	14.5	35	30	18	.24	.16	15.9
16	72	28	.50	.44	13.0	36	11	07	.69	.10	18.1
17	64	28	.46	.36	13.4	37	45	18	.31	.31	15.0
18	76	48	.62	.30	11.7	38	59	25	.42	.33	13.9
19	84	32	.59	.53	12.1	39	27	16	.21	15	16.2
20	36	05	.18	.48	16.6	40	70	18	.43	.52	13.7

2) วิเคราะห์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (Reliability) คำนวณจากสูตร

$$r_{tt} = \frac{s_t^2 - M(N-M)}{s_t^2(N-1)}$$

เมื่อ r_{tt} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

N แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

s_t^2 แทน ค่าความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบ

M แทน รายเฉลี่ยของคะแนนจากการทดสอบด้วยแบบทดสอบ

3) วิเคราะห์หาความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด (Standard Error of Measurement) คำนวณจากสูตร

$$SE_{meas.} = s_X \sqrt{1 - r_{tt}}$$

เมื่อ $SE_{meas.}$ แทน ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

s_X แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทดสอบ

r_{tt} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

<u>ตัวอย่างการคำนวณ</u>

1. คำนวณหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

$$r_{tt} = \frac{s_t^2 - M(N-M)}{s_t^2(N-1)}$$

แทนค่าตามสูตร $r_{tt} = \frac{40 \quad 20.647 - 20.67(40 - 20.67)}{20.647(39)}$

$$r_{tt} = .5294$$

2. การหาค่าความคลาดเคลื่อนของแบบทดสอบ

$$SE_{meas.} = s_X \sqrt{1 - r_{tt}}$$

แทนค่าตามสูตร $= 4.543 \sqrt{1 - .5294}$

$SE_{meas.} = 3.1074$

ภาคผนวก ค.

การวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลอง

1. วิเคราะห์หาค่าความแปรปรวน แบบ Two-factor Experiment with repeated Measures on One factor จากสูตรตามตาราง

แหล่งของความแปรปรวน	df	สูตรสำหรับคำนวณผลบวกกำลังสอง
Between subjects	N(p-1)	(6) − (1)
A (วิธีสอน)	p-1	(3) − (1)
subjects within groups	p(n-1)	(6) − (3)
Within subjects	np(q-1)	(2) − (6)
B (เวลาสอบ)	q-1	(4) − (1)
AB	(p-1)(q-1)	(5) − (3) − (4) (1)
BX subjects within groups	p(n-1)(q-1)	(2) − (5) − (6) (3)

เมื่อ (1) G^2/npq

(2) $\sum X^2$

(3) $(\sum A_i^2)/nq$

(4) $(\sum B_j^2)/np$

(5) $\left[\sum (AB_{ij})^2\right]/n$

(6) $\sum (P_k^2)/q$

2. ทดสอบความเป็นเอกพันธ์ของความแปรปรวน จากการทดสอบภายหลังการทดลอง จากสูตร

$$F_{max} = \frac{SS_{\text{subjects within group 1}}}{SS_{\text{subjects within group 2}}}$$

และ $$F_{max} = \frac{SS_{\text{BX subjects within group 1}}}{SS_{\text{BX subjects within group 2}}}$$

เมื่อ $SS_{\text{subjects within group 1}} = (6a_1)-(3a_1)$

$SS_{\text{subjects within group 2}} = (6a_2)-(3a_2)$

$SS_{\text{BX subjects within group 1}} = (2a_1)-(5a_1)-(6a_1)+(3a_1)$

$SS_{\text{BX subjects within group 2}} = (2a_2)-(5a_2)-(6a_2)-(3a_2)$

$(6a_1) = (\sum_{a_1} P_k^2)/q$, $(6a_1) = (\sum_{a_2} P_k^2)/q$

$(3a_1) = (A_1^2)/nq$, $(3a_2) = (A_2^2)/nq$

$(5a_1) = \left[\sum_{a_1} (AB_{1J})^2\right]/N$, $(5a_2) = \left[\sum_{a_2} (AB_{1J})^2\right]/N$

$(2a_1) = \sum_{a_1} X^2$, $(2a_2) = \sum_{a_2} X^2$

ตัวอย่าง การวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนน จากแบบทดสอบเกี่ยวกับการพิสูจน์เรขาคณิต

	กลางภาคเรียน	ปลายภาคเรียน	
ไม่ใช้ตรรกศาสตร์	294	542	836
ใช้ตรรกศาสตร์	374	767	1141
	668	1309	1977

(1) $G^2/npq = (1977)^2/(40)(2)(2) = 24428.3062$

(2) $\sum X^2 = 30780$

(3) $\sum A_i^2/nq = (836^2 + 3141^2)/(40)(2) = 25009.7115$

(4) $\sum B_j^2/np = (668^2 + 1309^2)/(40)(2) = 26996.3125$

(5) $\sum (AB_{ij})^2/n = (294^2 + 542^2 + 374^2 + 767^2)/40 = 27709.1250$

(6) $\sum P_k^2/q = 27457.5$

ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน

แหล่งของความแปรปรวน	สูตรการคำนวณ	SS	df	MS	F
Between subjects	(6)–(1)	3029.1938	79		
A (วิธีสอน)	(3)–(1)	581.4063	1	581.4063	18.527**
subjects within groups	(6)–(3)	2447.7875	78	31.3818	
Within subjects	(2)–(6)	3322.5000	80		
B (เวลาสอบ)	(4)–(1)	2568.0063	1	2568.0063	321.4709**
AB	(5)–(3)–(4) (1)	131.3562	1	131.3562	16.4435**
BX subjects within groups	(2)–(5)–(6) (3)	623.0875	78	7.7883	

** $p < .01$

Partition of Error terms

$(6a_1)$ = 10432.00	$(3a_1)$ = 8736.200	$(5a_1)$ = 9505.000	$(2a_1)$ = 11412
$(6a_2)$ = 17025.50	$(3a_2)$ = 16273.513	$(5a_2)$ = 18204.125	$(2a_2)$ = 19363
(6) 27457.50	(3) 25009.713	(5) 27709.125	(2) 30780

$SS_{\text{subjects within group 1}} = (6a_1)-(3a_1) = 1695.8000$

$SS_{\text{subjects within group 2}} = (6a_2)-(3a_2) = 751.9875$ $\quad F_{max} = \frac{1695.8000}{751.9875} = 2.25$

$(6)-(3) = 1447.7895$

$SS_{\text{BX subjects within group 1}} = (2a_1)-(5a_1)-(6a_1)\ (3a_1) = 211.2000$

$SS_{\text{BX subjects within group 2}} = (2a_2)-(5a_2)-(6a_2)\ (3a_2) = 411.8875$

$(2)-(5)-(6)\ (3) = 623.0875$

$F_{max} = \frac{441.8875}{211.2000} = 1.950\ *$

ภาคผนวก ง.

ตัวอย่างการสอนตรรกศาสตร์

เรื่องการอนุมาน

เนื้อหา

การอนุมานเป็นการให้เหตุผลแบบหนึ่ง ในการให้เหตุผลแบบนี้ เรายกเอาสิ่งที่ยอมรับว่าเป็นจริงหรือสิ่งที่เราสมมุติว่าเป็นจริง แล้วใช้เหตุผลอ้างจากสิ่งที่เรารู้นั้นว่ารู้อะไรเพิ่มเติมขึ้นอีก สิ่งที่เรายอมรับว่าเป็นจริงนั้นเรียกว่า "เหตุ" และสิ่งที่รู้เพิ่มเติมนั้นเรียกว่า "ผล" การให้เหตุผลแบบนี้ จะสมเหตุสมผลหรือไม่ เราสามารถจะแสดงได้โดยการพิสูจน์หรือโดยการเขียนภาพให้เห็นจริงได้

สิ่งที่ยอมรับว่าเป็นจริงในความหมายของการอนุมานนั้น หมายถึงประพจน์ 2 ประเภท คือ ประพจน์ที่เป็นจริง และประพจน์ที่เป็นเท็จ
ในกรณีที่มีสิ่งที่ยอมรับเป็นประพจน์ที่เป็นจริง เราเรียกว่ามีเหตุเป็นจริง
ในกรณีที่มีสิ่งที่ยอมรับเป็นประพจน์ที่เป็นเท็จ เราเรียกว่ามีเหตุเป็นเท็จ

หมายเหตุ

ก่อนจะเรียนเรื่องนี้ นักเรียนมีความรู้เกี่ยวกับ ประพจน์ ประโยคเปิด การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อมทั้ง 5 คือ "และ" , "หรือ" , ถ้า..... แล้ว.....ก็ต่อเมื่อ..... , "ไม่ใช่".

กิจกรรมในการสอน

1) อธิบายความหมายของการอนุมาน และสิ่งที่ยอมรับว่าเป็นจริง
2) อธิบายความหมายของคำว่าสมเหตุสมผลอย่างง่าย ๆ ว่า หมายถึงการสรุปผลได้อย่างถูกต้อง คำว่าข้อสรุปที่เราสรุปได้นั้นมาจากเหตุจริง หรือเหตุที่เรายอมรับยังคงเป็นเท็จก็ตามที่เรา รู้จริง

3) ยกตัวอย่างการอนุมาน ทั้งในกรณีที่เหตุเป็นจริงและเป็นเท็จ

4) ยกการอนุมานในกรณีต่าง ๆ ให้นักเรียนสำรวจดูว่า เป็นการสรุปผลที่สมเหตุสมผลหรือไม่ โดยการเขียนภาพ

ตัวอย่างที่ 1. ในกรณีที่ เหตุเป็นจริง

เหตุ 1) นักเรียนทุกคนในห้องนี้อยู่ในอำเภอบางกะปิ

2) อำเภอบางกะปิอยู่ในจังหวัดพระนคร

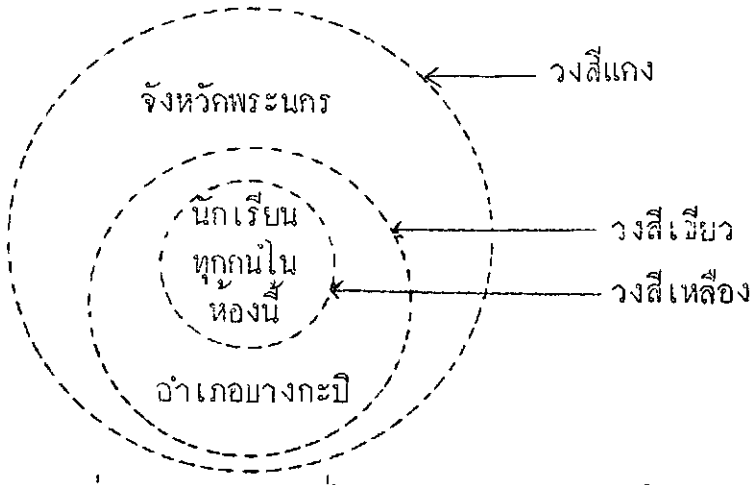
ผล นักเรียนทุกคนในห้องนี้อยู่ในจังหวัดพระนคร

นักเรียนจะเห็นว่าทั้ง เหตุ 2 ข้อ และผลสรุปเป็นความจริง เราแสดงว่า การสรุปผลนี้ เป็นการสรุปผลที่สมเหตุสมผลโดยการเขียนภาพ ดังนี้

1) เขียน วงแทนขอบเขตของจังหวัดพระนครด้วย สีแดง

2) เขียน วงแทนขอบเขตของอำเภอบางกะปิด้วย สีเขียว แต่เราทราบว่า อำเภอบางกะปิอยู่ในจังหวัดพระนคร ดังนั้น วง แทนอำเภอบางกะปิจะต้องอยู่ใน วงสีแดง

3) เขียน วงแทนนักเรียนทุกคนในห้องนี้ด้วย สีเหลือง แต่เราทราบว่า นักเรียนทุกคนในห้องนี้อยู่ในอำเภอบางกะปิ ดังนั้น วงแทนนักเรียนทุกคนในห้องนี้ จะต้องอยู่ในวงกลม สีเขียว



จากภาพปรากฏว่า วงนักเรียนอยู่ในจังหวัดพระนคร ดังนั้นการสรุปที่ว่า นักเรียนทุกคนในห้องนี้อยู่ในจังหวัดพระนคร จึงเป็นการสรุปผลที่สมเหตุสมผล

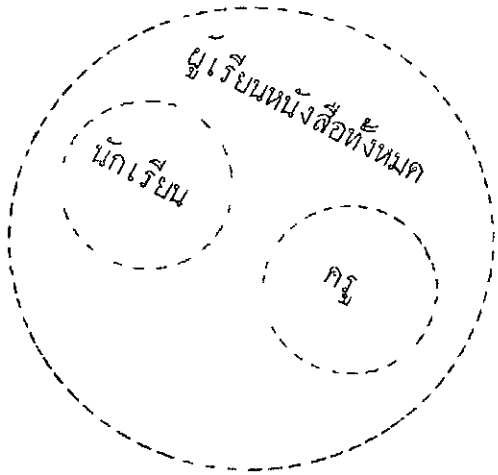
ตัวอย่างที่ 2.

เหตุ 1) นักเรียนทุกคนเรียนหนังสือ

2) ครูทุกคนเรียนหนังสือ

ผล นักเรียนทุกคนเป็นครู

ในการสำรวจว่า การสรุปผลตัวอย่างนี้สมเหตุสมผลหรือไม่ ทำเช่นเดียวกับตัวอย่างที่ 1 คือให้ วงสีแดง แทนวงของคนที่เรียนหนังสือทั้งหมด จากเหตุข้อ 1 และ ข้อ 2 จะได้ว่า วงที่แทนครู และวงที่แทนนักเรียน จะต้องอยู่ในวงของคนที่เรียนหนังสือ แต่ไม่มีเหตุข้อใดมาบังคับว่า วงของนักเรียนจะต้องอยู่ในวงของครู ดังนั้น การสรุปว่า นักเรียนทุกคนเป็นครู จึงเป็นการสรุปผลที่ไม่สมเหตุสมผล



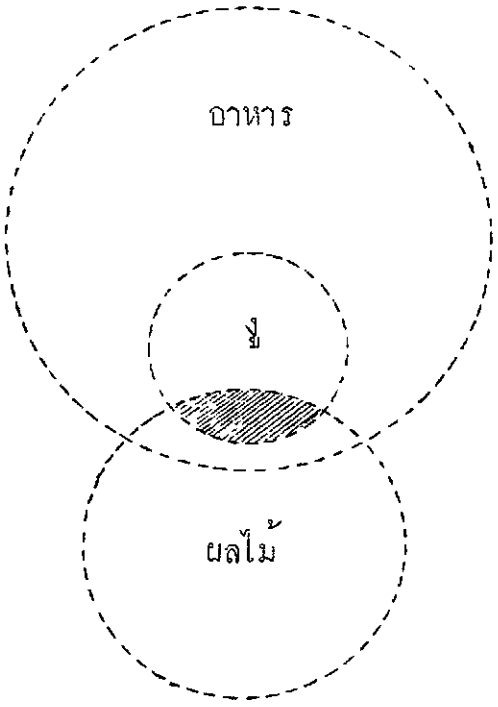
ตัวอย่างที่ 3. ในกรณีที่เหตุเป็นเท็จ

เหตุ 1) ผลไม้บางชนิดเป็นงู

2) งูทุกชนิดเป็นอาหาร

ผล ผลไม้บางชนิดเป็นอาหาร

ในการสำรวจดูว่า การสรุปผลนี้สมเหตุสมผลหรือไม่ ทำเช่นเดียวกับตัวอย่างก่อน ๆ คือ เขียน วงแทนอาหารและเขียนวงแทนงู จากเหตุข้อ 2 วงแทนงูจะต้องอยู่ในวงของอาหาร และเขียนวงแทนผลไม้ จากเหตุข้อ 1 วงที่แทนผลไม้บางส่วนจะต้องอยู่ในวงของงู พิจารณาจากภาพ ดังนี้



จากภาพจะเห็นว่า มีผลไม้บางส่วนที่เป็นงูอยู่ในวงของอาหาร ดังนั้นการสรุปว่า ผลไม้บางชนิดเป็นอาหาร จึงสมเหตุสมผล

ให้นักเรียนสังเกตดูว่า สิ่งที่เรายอมรับทั้งสองข้อเป็นประพจน์ที่เป็นเท็จ แต่ผลสรุปเป็นประพจน์ที่เป็นจริง

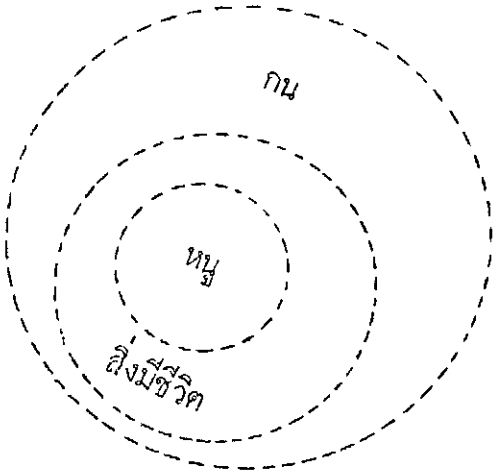
ตัวอย่างที่ 4.

เหตุ 1) หนูทุกชนิดเป็นสิ่งมีชีวิต

2) สิ่งมีชีวิตทุกชนิดเป็นคน

ผล หนูทุกชนิดเป็นคน

เราสำรวจดูว่า การสรุปผลนี้สมเหตุสมผลหรือไม่ กระทำได้ดังนี้ เขียน วงแทนคน และเขียน วงแทนสิ่งมีชีวิต จากเหตุข้อ 2 วงสิ่งมีชีวิตจะต้องอยู่ในวงของคน เขียน วงแทนหนู จากเหตุข้อ 1 วงของหนูจะต้องอยู่ในวงของสิ่งมีชีวิตที่อยู่ในวงของคน



จากภาพปรากฏว่า วงของหนูอยู่ในวงของคน ดังนั้นการสรุปว่าหนูทุกชนิดเป็นคน จึงเป็นการสรุปที่สมเหตุสมผล

นักเรียนสังเกตว่า เหตุของการอนุมานนี้เป็นเท็จ เพราะเหตุที่ 1 เป็นจริง และเหตุที่ 2 เป็นเท็จ จึงได้ว่า เหตุทั้งสองรวมกันเป็นเท็จ (นักเรียนได้เรียนเกี่ยวกับตัวเชื่อม "และ" มาแล้วและเข้าใจว่าประโยคที่เชื่อมด้วย "และ" เป็นจริงเมื่อไรและเป็นเท็จเมื่อไร) และผลสรุปจากเหตุก็เป็นเท็จ

ให้นักเรียนดูตัวอย่างที่ 3 และตัวอย่างที่ 4 จะพบว่าทั้งสองตัวอย่างนี้มีเหตุเป็นเท็จ แต่ผลอาจจะเป็นจริงหรือเป็นเท็จก็ได้ การสรุปผลก็ยังสมเหตุสมผล

ข้อสังเกตในการอนุมาน

1) ถ้าเหตุเป็นจริง การให้เหตุผลเป็นไปอย่างสมเหตุสมผล ผลจะต้องเป็นจริง

2) ถ้าเหตุเป็นเท็จ การให้เหตุผลเป็นไปอย่างสมเหตุสมผล ผลอาจจะเป็นจริงหรือเท็จก็ได้

3) ถ้าผลเป็นจริง และการให้เหตุผลเป็นไปอย่างสมเหตุสมผล เหตุอาจจะเป็นจริงหรือเท็จก็ได้

4) ถ้าผลเป็นเท็จ และการให้เหตุผลเป็นไปอย่างสมเหตุสมผล เหตุจะต้องเป็นเท็จจะเป็นจริงไม่ได้

ให้นักเรียนพิจารณาการอนุมานต่าง ๆ และสำรวจดูว่า เป็นไปตามข้อสังเกตหรือไม่

แบบทดสอบหลักตรรกศาสตร์เบื้องต้น

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง

คำอธิบายวิธีทำข้อสอบ

1. แบบทดสอบฉบับนี้ต้องการให้นักเรียนทำให้เสร็จทุกข้อโดยกำหนดเวลา 1 $\frac{1}{2}$ ชั่วโมง

(ก) ข้อ 1 - 30 เป็นคำถามแบบเลือกตอบ คำถามแต่ละข้อมีคำตอบให้เลือก 4 คำตอบ ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว จากข้อ ก. ข. ค. หรือ ง. เมื่อเลือกคำตอบใดก็ให้ไปขีดเส้นหนา ๆ จนเต็มช่องเส้นประหลังอักษรของข้อที่เลือกนั้น ในกระดาษคำตอบ

ตัวอย่าง (o) ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก. 2 + 2 = 5	ข้อนี้คำตอบที่ถูกต้องคือ 2 + 7 = 9 ซึ่งตรงกับข้อ ง. นักเรียนก็ไปขีดเส้นหนา ๆ จนเต็มช่องเส้นประหลังข้อ ง. ลงในกระดาษคำตอบดังนี้
ข. 2 + 5 = 6	
ค. 2 + 6 = 7	
ง. 2 + 7 = 9	(o) ก ข ค ง

(ข) ข้อ 31 - 40 เป็นคำถามแบบถูกผิด คำถามแต่ละข้อมีเหตุและผลให้นักเรียนเขียนเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อที่สมเหตุสมผล และเขียนเครื่องหมาย × หน้าข้อที่ไม่สมเหตุสมผลในกระดาษคำตอบ

2. ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบ ก็ให้ขีดเส้นขวางทับรอยเดิมเสียก่อน

ตัวอย่างที่ 1 ต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ข. เป็นข้อ ค.

(o) ก ข ~~ค~~ ค ง

ตัวอย่างที่ 2 ต้องการเปลี่ยนคำตอบจาก ✓ เป็น × หรือจาก × เป็น ✓

× ~~×~~ (o) หรือ ✓ ~~✓~~ (o)

3. ถ้าต้องการทดเลข ก็ให้ทดลงในแผ่นกระดาษว่างที่แนบมาให้ โปรดอย่าขีดเขียนใด ๆ ลงบนแบบทดสอบ

4. ถ้าพบข้อยากให้ข้ามไปทำข้ออื่นเสียก่อน จงพยายามทำให้เสร็จทุกข้อ

(ก) คำถามแบบปรนัยเลือกตอบ ข้อ 1 - 30

1. คำกล่าวใดต่อไปนี้เป็นประพจน์
   ก. $2 + 2 = 4$
   ข. $x + 2 = 5$
   ค. $3 + 5 = ?$
   ง. เธอควรขยันเรียน

2. คำกล่าวใดต่อไปนี้เป็นประโยคเปิด
   ก. $5 + 1 = 7$
   ข. $2x = 8$
   ค. มุม Λ กางกี่องศา
   ง. เขากำลังทำอะไร

3. ข้อใดต่อไปนี้ทำให้ $p \wedge q$ เป็นจริง
   ก. p เป็นจริงและ q เป็นจริง
   ข. p เป็นจริงและ q เป็นเท็จ
   ค. p เป็นเท็จและ q เป็นเท็จ
   ง. p เป็นเท็จและ q เป็นจริง

4. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง
   ก. $2 + 2 = 4$ และ $3 + 1 = 5$
   ข. $2 + 5 = 7$ และ $3 + 8 = 11$
   ค. $5 + x = 10$ และ $x = 5$
   ง. $1 + 3 = 5$ และ $3 + 8 = 11$

5. ข้อใดต่อไปนี้ทำให้ $p \vee q$ เป็นเท็จ
   ก. p เป็นจริงและ q เป็นจริง
   ข. p เป็นจริงและ q เป็นเท็จ
   ค. p เป็นเท็จและ q เป็นเท็จ
   ง. p เป็นเท็จและ q เป็นจริง

6. ข้อใดต่อไปนี้เป็นเท็จ
   ก. $3 - 2 = 2$ หรือ $3 + 1 = 4$
   ข. $4 - 8 = 10$ หรือ $8 - 4 = 4$
   ค. $5 + 3 = 8$ หรือ $2 + 2 = 4$
   ง. $7 + 8 = 14$ หรือ $7 - 8 = 15$

7. ข้อใดต่อไปนี้ทำให้ $p \longrightarrow q$ เป็นเท็จ
   ก. p เป็นจริงและ q เป็นจริง
   ข. p เป็นจริงและ q เป็นเท็จ
   ค. p เป็นเท็จและ q เป็นเท็จ
   ง. p เป็นเท็จและ q เป็นจริง

8. ข้อใดต่อไปนี้ทำให้ $p \longrightarrow q$ เป็นเท็จ
   ก. p เป็นจริงและ q เป็นจริง
   ข. p เป็นจริงและ q เป็นเท็จ
   ค. p เป็นเท็จและ q เป็นเท็จ
   ง. p เป็นเท็จและ q เป็นจริง

9. ข้อใดต่อไปเป็นจริง
   ก. ถ้าคนท้องหายใจแล้วคนไม่ตาย
   ข. ถ้าคนไม่มีชีวิตแล้วคนไม่ตาย
   ค. ถ้าคนมีชีวิตแล้วคนไม่ท้องหายใจ
   ง. ถ้าคนหายใจแล้วคนไม่ตาย

10. ประโยคใดต่อไปนี้แทนได้ด้วย $p \longrightarrow q$
   ก. $q \longrightarrow p$
   ข. $\sim q \longrightarrow \sim p$
   ค. $\sim p \longrightarrow \sim q$
   ง. $\sim q \longrightarrow p$

11. ประโยคใดต่อไปนี้แทนได้ด้วย $18x \geq 36$
   ก. $x < 2$
   ข. $x > 2$
   ค. $x = 2$
   ง. $x \neq 2$

12. ประโยคคู่ใดต่อไปนี้ใช้แทนกันได้
   ก. $6x = 12$ กับ $3x = 6$
   ข. $x + 2 = 5$ กับ $x + 5 = 7$
   ค. $x + 6 = 9$ กับ $x = 4$
   ง. $4x > 8$ กับ $2x > 8$

13. ข้อใดต่อไปนี้เป็นประโยคตรงกันข้ามของ $p \wedge q$
   ก. $\sim p \wedge \sim q$
   ข. $\sim p \vee \sim q$
   ค. $\sim p \longrightarrow \sim q$
   ง. $\sim q \longrightarrow \sim p$

14. ข้อใดต่อไปนี้เป็นประโยคตรงกันข้ามของ $p \wedge \sim q$
   ก. $\sim p \wedge q$
   ข. $\sim p \vee q$
   ค. $\sim p \longrightarrow q$
   ง. $p' \longrightarrow \sim q$

15. ข้อใดต่อไปนี้ตรงกันข้ามกับ $x = 2 \wedge x + 1 < 2$
   ก. $x \neq 2 \wedge x + 1 \not< 2$
   ข. $x \neq 2 \vee x + 1 \not< 2$
   ค. $x \neq 2 \wedge x + 1 > 2$
   ง. $x \neq 2 \vee x + 1 \not> 2$

16. ข้อใดต่อไปนี้ตรงกันข้ามกับ $p \vee q$
   ก. $\sim p \vee \sim q$
   ข. $\sim p \wedge \sim q$
   ค. $\sim p \longrightarrow \sim q$
   ง. $\sim p \longrightarrow \sim q$

17. ข้อใดต่อไปนี้ตรงกันข้ามกับ $\sim p \vee \sim q$

ก. $p \vee q$

ข. $p \wedge q$

ก. $p \wedge \sim q$

ง. $\sim p \vee q$

18. ข้อใดต่อไปนี้เป็นประโยคตรงข้ามกับ นกมีปีก หรือแมวมีหาง

ก. นกมีปีกแต่แมวไม่มีหาง

ข. นกไม่มีปีกและแมวไม่มีหาง

ก. นกไม่มีปีกแต่แมวมีหาง

ง. นกไม่มีปีกหรือแมวไม่มีหาง

19. ข้อใดต่อไปนี้ตรงกันข้ามกับ $p \longrightarrow q$

ก. $p \longrightarrow \sim q$

ข. $\sim p \longrightarrow q$

ก. $p \wedge \sim q$

ง. $\sim p \wedge q$

20 ข้อใดต่อไปนี้เป็นประโยคตรงกันข้ามกับ $p \longrightarrow q$

ก. $p \wedge q$

ข. $\sim p \wedge \sim q$

ก. $\sim p \wedge q$

ง. $p \wedge \sim q$

21. ข้อใดต่อไปนี้เป็นประโยคตรงกันข้ามกับ "ถ้าแดดออกแล้วฝนตก"

ก. ถ้าแดดไม่ออกแล้วฝนไม่ตก

ข. ถ้าแดดออกแล้วฝนไม่ตก

ก. แดดไม่ออกและฝนตก

ง. แดดออกและฝนไม่ตก

22. ข้อใดต่อไปนี้เป็นประโยคตรงกันข้ามของ $\exists x\,(Px)$

ก. $\sim \exists x\,(Px)$

ข. $\exists x\,[\sim Px]$

ก. $\forall x\,[\sim Px]$

ง. $\sim \forall x\,[\sim Px]$

23. ข้อใดต่อไปนี้เป็นประโยคตรงกันข้ามกับ "นกบางชนิดเป็นอาหาร"

ก. นกบางชนิดไม่เป็นอาหาร

ข. นกทุกชนิดไม่เป็นอาหาร

ก. ไม่ใช่นกทุกชนิดเป็นอาหาร

ง. ถูกหมดทุกข้อ

24. ข้อใดต่อไปนี้เป็นประโยคตรงข้ามกับ $\forall x\,[Px]$

ก. $\sim \forall x\,[Px]$

ข. $\forall x\,[\sim Px]$

ก. $\exists x\,[\sim Px]$

ง. $\sim \exists x\,[\sim Px]$

25. ข้อใดต่อไปนี้เป็นประโยคตรงกันข้ามกับ "คนทุกคนเป็นสิ่งมีชีวิต"

ก. คนบางคนไม่เป็นสิ่งมีชีวิต

ข. คนทุกคนไม่เป็นสิ่งมีชีวิต

ค. คนบางคนเป็นสิ่งมีชีวิต

ง. ถูกหมดทุกข้อ

26. เหตุ 1. $\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ ด้านไม่เท่ารูปหนึ่ง

2. มุมที่ฐานของ $\triangle$ ด้านไม่เท่ายอมเท่ากัน

ข้อใดต่อไปนี้เป็นผลสรุปที่สมเหตุสมผล

ก. มุมที่ฐานของ $\triangle ABC$ เท่ากัน

ข. ABC เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว

ค. มุมที่ฐานของ $\triangle ABC$ ไม่เท่ากัน

ง. ผิดทุกข้อ

27. เหตุ 1. $p \longrightarrow q$

2. $q \longrightarrow r$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นผลสรุปที่สมเหตุสมผล

ก. $p \longrightarrow r$

ข. $r \longrightarrow p$

ค. $p \wedge q \longrightarrow p$

ง. $r \wedge q \longrightarrow p$

28. เหตุ 1. ถ้านักเรียนไม่ทำการบ้านแล้วนักเรียนสอบตก

ข้อใดต่อไปนี้เป็นผลสรุปที่สมเหตุสมผล

ก. ถ้านักเรียนทำการบ้านแล้วนักเรียนไม่สอบตก

ข. ถ้านักเรียนสอบตกแล้วนักเรียนไม่ทำการบ้าน

ค. ถ้านักเรียนไม่สอบตกแล้วนักเรียนทำการบ้าน

ง. ถ้านักเรียนสอบตกแล้วนักเรียนทำการบ้าน

29. เหตุ 1. สมัครเล่นฟุตบอลล์หรือสมานว่ายน้ำ

2. สมานไม่ว่ายน้ำ

ข้อใดต่อไปนี้เป็นผลสรุปที่สมเหตุสมผล

ก. สมัครเล่นฟุตบอลล์

ข. สมัครไม่เล่นฟุตบอลล์

ค. สมานไม่ว่ายน้ำและสมัครไม่เล่นฟุตบอลล์

ง. ผิดหมดทุกข้อ

30. ในการพิสูจน์ทางอ้อมในคณิตศาสตร์นั้นหมายถึง

ก. สมมุติว่าผลเป็นจริงแล้วหาข้อขัดแย้ง

ข. สมมุติว่าผลเป็นจริงแต่หาข้อขัดแย้งไม่ได้

ค. สมมุติว่าผลเป็นเท็จแล้วพยายามหาข้อขัดแจ้ง

ง. สมมุติว่าผลเป็นเท็จแต่หาข้อขัดแย้งไม่ได้

(ข) คำถามแบบถูกผิด ข้อ 31 - 40

31. เหตุ 1. $\sim p \longrightarrow q$
2. $\sim q$
ผล p

32. เหตุ 1. $p \longrightarrow \sim q$
2. p
ผล q

33. เหตุ 1. $p \vee q$
2. $\sim q$
ผล p

34. เหตุ 1. $p \longrightarrow \sim q$
2. $\sim q \longrightarrow r$
ผล $p \longrightarrow r$

35. เหตุ 1. $\sim p \vee q$
2. $\sim q$
ผล p

36. เหตุ 1. $\sim p \longrightarrow \sim q$
2. p
ผล $\sim q$

37. เหตุ 1. คนทุกคนต้องตาย
2. นายดำไม่ตาย
ผล นายดำไม่ใช่คน

38. เหตุ 1. คนไทยไม่ยากจน
2. คนไม่เกียจคร้านไม่ยากจน
ผล คนไทยไม่เกียจคร้าน

39. เหตุ 1. นกบางตัวเป็นอาหาร
2. อาหารบางชนิดเป็นงู
ผล นกบางชนิดเป็นงู

40. เหตุ 1. ดอกไม้บางชนิดมีกลิ่นหอม
2. สิ่งที่หอมทุกชนิดเป็นพิษ
ผล ดอกไม้ทุกชนิดมีพิษ