

510.9

ก 226 ก

ร.2

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
จากการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดในแบบเรียน และแบบฝึกหัดที่สร้างขึ้น

ปริญญานิพนธ์

ของ

จารึก วิเชียร เกื้อ

สำนักหอสมุดกลาง มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ตจ.มว. 23 พระโขนง กรุงเทพฯ 11 โทร. 3921575, 3915058

3 ม. 2527

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประธานมิตร

เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต

กุมภาพันธ์ 2527

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ก 226 ก

153776

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำตัวนิสิตและคณะกรรมการสอบ ได้พิจารณาปัญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาค้นคว้าหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิตของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการที่ปรึกษา

..... 14/6/25..... ประธาน

..... กรรมการ

คณะกรรมการสอบ

..... 14/6/25..... ประธาน

..... กรรมการ

..... กรรมการ

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงเพราะได้รับความช่วยเหลือและการให้คำปรึกษาอย่างดียิ่งจาก รองศาสตราจารย์สมัย เหล่าวานิชย์ และอาจารย์พัชรพรณ เหล่าวานิชย์ โดยเฉพาะการให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะต่าง ๆ ที่มีประโยชน์ต่อการวิจัย ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณท่านทั้งสองเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุเทพ ทองอยู่ ที่ช่วยสนับสนุนและให้กำลังใจตลอดระยะเวลาที่ทำการศึกษาค้นคว้า และอาจารย์วินิจ วงศ์รัตนะ ที่กรุณาให้ความร่วมมือในการดำเนินการวิจัยพร้อมทั้งช่วยเหลือให้ความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ท้ายที่สุดนี้ ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ ที่สละกำลังกาย กำลังใจ และกำลังทรัพย์ สนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยตลอดมาจนกระทั่งสามารถทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

จารึก วิเชียรเกื้อ

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
/ ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย	2
ความสำคัญของการวิจัย	3
ขอบเขตของการวิจัย	3
นิยามศัพท์เฉพาะ	3
สมมติฐานของการวิจัย	4
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	5
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะและความเข้าใจ ...	5
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโมเดลทางคณิตศาสตร์ ...	7
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเงื่อนไขของนิยามและทฤษฎี ...	9
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการยกตัวอย่างค้าน	11
/ เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึกหัด	12
/ ทฤษฎีพื้นฐานในการสร้างแบบฝึกหัด	14
ความมุ่งหมายในการสอนวิชาคณิตศาสตร์	18
3 วิธีการดำเนินการวิจัยและการวิเคราะห์ข้อมูล	22
กลุ่มตัวอย่าง	22
✓ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	22
วิธีการดำเนินการทดลอง	22
✓ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	25

บทที่	หน้า
4 ผลการศึกษาคนควา	28
✓ การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล	28
✓ สัญลักษณ์และอักษรย่อในการวิเคราะห์ข้อมูล	28
✓ ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	29
5 สรุป อภิปรายผล และขอเสนอแนะ	31
✓ ความมุ่งหมายของการวิจัย	31
สมมติฐานของการวิจัย	31
วิธีดำเนินการ	31
✓ สรุปผลการวิจัย	32
✓ อภิปรายผล	33
✓ ขอเสนอแนะ	33
บรรณานุกรม	35
ภาคผนวก	40

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 คะแนนเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของกลุ่มทดลองที่ 1 และ กลุ่มทดลองที่ 2	29
2 สรุปผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม	30

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ

หน้า

- 1 แบบจำลองสามมิติตามทฤษฎีโครงสร้างสมองของกิลฟอร์ด

16

ภูมิหลัง

การศึกษาในปัจจุบันมุ่งที่จะเน้นให้ผู้เรียนมีความสามารถในการใช้ความคิดในการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ และให้ผู้รู้จักคิดสร้างสรรค์ คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่มีบทบาทสำคัญยิ่ง เพราะความมุ่งหมายโดยทั่วไปของการเรียนการสอนวิชานี้มุ่งให้ผู้เรียนคิดอย่างมีประสิทธิภาพ และให้มีทักษะในการคิดคำนวณเพื่อให้สามารถคิดแก้ปัญหาได้ สุนนมาศ สันโฆะ (สุนนมาศ สันโฆะ 2520 : 62) กล่าวว่า ในการสอนโจทย์ปัญหา ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของกิจกรรมการเรียนการสอน คณิตศาสตร์นั้น จะต้องมุ่งสอนเหตุผลเพื่อให้เด็กสามารถนำหลักการไปใช้เหตุผลไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้

การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เพื่อบรรลุจุดมุ่งหมายให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีประสิทธิภาพ ทำให้ครูต้องปรับปรุงและเปลี่ยนแปลงบทบาทจากผู้เสนอกฎเกณฑ์และคำอธิบายทั้งหมดมาเป็นเพียงผู้แนะนำ และกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และค้นพบวิธีคิดด้วยตนเอง (Johnson. 1966 : 6) สภาพการณ์ดังกล่าวเน้นให้เห็นความสำคัญของการไถ่ถาม กระทำ หรือปฏิบัติงานที่ได้รับมอบหมายอย่างจริงจังของนักเรียน โดยเฉพาะในเรื่องการทำแบบฝึกหัด

ลักษณะของแบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้ในโรงเรียนหรือสถานศึกษาส่วนใหญ่ จะให้ความสำคัญกับการฝึกทักษะในด้านการคำนวณค่อนข้างสูง และมักจะประกอบไปด้วยโจทย์ที่มุ่งให้หาคำตอบ ซึ่งเลียนแบบตัวอย่างหรือวิธีคิดของครู แบบฝึกหัดดังกล่าวนี้จะอยู่ในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาเป็นส่วนใหญ่ วิธีสอนโดยใช้แบบฝึกหัดเช่นนี้ เอื้ออารี ยศโสภณ (เอื้ออารี ยศโสภณ 2516 : 50 - 51) ให้ทัศนะว่า ก่อให้เกิดผลเสียหลายประการ คือ ทำให้ผู้เรียนขาดความเป็นตัวของตัวเอง ขาดความคิดริเริ่มและขาดความกระตือรือร้น นับเป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกับที่ อาพล ธรรมเจริญ (อาพล ธรรมเจริญ 2516 : 5) ได้ให้ความเห็นว่า ครูควรส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้พื้นความรู้ที่เรียน

มาแล้วก็แก้ปัญหาลองโดยไม่เลียนแบบวิธีคิดจากครู หรือตำราเรียน และไม่ควรเร่งรัดให้ยูเรียนทำวิธีคิด เพราะจะเป็นอุปสรรคต่อการใช้ความคิด นอกจากนั้นผู้วิจัยยังสังเกตเห็นว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกหัดที่เน้นการฝึกทักษะในการคิดคำนวณมักจะขาดความสามารถในการคิดแก้โจทย์ปัญหา ลักษณะเช่นนี้ก่อให้เกิดปัญหาในการจัดการเรียนการสอนเป็นอันมาก สมควรที่จะต้องพัฒนาปรับปรุงให้แบบฝึกหัดมีคุณค่าเพิ่มขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งจะต้องเน้นการฝึกฝนให้คิดอย่างมีเหตุผล ซึ่งเป็นกระบวนการในการใช้สมรรถภาพสมองที่ค่อนข้างจะสลับซับซ้อนมากขึ้น จากรายงานการวิจัยของ กิลฟอร์ด และคนอื่น ๆ

(Guilford and others. 1965 : 659 - 681) กล่าวว่า สมรรถภาพสมองหลาย ๆ ด้านที่สูงกว่าการจำ เช่น การคิดอเนกนัยทางสัญลักษณ์แบบความสัมพันธ์ แบบระบบ และแบบประยุกต์ มีความสัมพันธ์และใช้เป็นตัวพยากรณ์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ได้ก็ ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะสร้างแบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเน้นให้นักเรียนได้ฝึกคิดหาเหตุผลโดยอาศัยข้อคำถามหรือกิจกรรม 6 ประเภท และจะดำเนินการศึกษาวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดในแบบเรียน และแบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นว่าจะมีความแตกต่างกันหรือไม่

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างชุดของแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์เรื่องสมการ คู่อันดับ - กราฟ และจำนวนเต็มลบ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องสมการ คู่อันดับ - กราฟ และจำนวนเต็มลบ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดในแบบเรียน และแบบฝึกหัดที่สร้างขึ้น

ความสำคัญของการวิจัย

1. เป็นแนวทางในการสร้าง และรวบรวมแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์สำหรับครู
2. เป็นแนวทางในการพัฒนา และปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเรื่องแบบฝึกหัด

ขอบเขตของการวิจัย

1. เนื้อหาที่จะทำการศึกษาเป็นเนื้อหาเรื่องสมการ คู่ลำดับ - กราฟ และจำนวนเต็มลบ ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 วิชาคณิตศาสตร์ 102 (ค. 102) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2525 โรงเรียนมัธยมสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร ซึ่งมีจำนวน 2 กลุ่ม โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองที่ 1 และกลุ่มทดลองที่ 2
3. ระยะเวลาในการศึกษาทดลองแต่ละกลุ่ม ประมาณ 18 คาบ ๆ ละ 50 นาที
4. ตัวแปรที่จะศึกษา
 - 4.1 ตัวแปรอิสระ คือ วิธีการสอน ได้แก่
 - วิธีการสอนปกติให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น
 - วิธีการสอนปกติ และให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัดในแบบเรียน
 - 4.2 ตัวแปรตาม คือ
 - ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

นิยามศัพท์เฉพาะ

แบบฝึกหัดในแบบเรียน หมายถึง แบบฝึกหัดในแบบเรียนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

แบบฝึกหัดที่สร้างขึ้น หมายถึง แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อ
 มุ่งฝึกฝนสมรรถภาพสมองของนักเรียน โดยยึดหลักเกณฑ์และการวิเคราะห์ของ บลูม
 และกิลฟอร์ด ข้อคำถามหรือกิจกรรมในแบบฝึกหัดนี้จำแนกได้ 6 ประเภท ดังนี้

1. ข้อคำถามหรือกิจกรรมสำหรับฝึกทักษะ
2. ข้อคำถามหรือกิจกรรมเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ
3. ข้อคำถามหรือกิจกรรมเพื่อช่วยขยายมโนคติ
4. ข้อคำถามหรือกิจกรรมเพื่อฝึกการระมัดระวังเงื่อนไข
5. ข้อคำถามหรือกิจกรรมเพื่อฝึกการยกตัวอย่างค้าน
6. ข้อคำถามหรือกิจกรรมเพื่อชี้แนะ นำทางเกี่ยวกับการเรียนมโนคติใหม่

ที่ต่อเนื่อง

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คะแนนของนักเรียนแต่ละคนที่ได้จากแบบทดสอบ
 วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

สมมติฐานการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดใน
 แบบเรียน และแบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นแตกต่างกัน

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะและความเข้าใจ

ทักษะในวิชาคณิตศาสตร์

พฤติกรรมทางด้านทักษะที่มุ่งหวังให้เกิดมีขึ้นในตัวผู้เรียน ได้แก่ ทักษะในด้านการคิด ซึ่งอาจจำแนกเป็นการคิดคำนวณและการคิดอย่างมีเหตุผล ทักษะในความคิดริเริ่ม และทักษะในการประยุกต์ใช้กับชีวิตประจำวัน

กาเย (Gagne. 1971) ได้ให้ความเห็นถึง ทักษะทางการคิด (Intellectual skill) ว่าหมายถึง ความสามารถในการกระทำสิ่งหนึ่งสิ่งใดได้ ความสามารถนี้จะแสดงออกในลักษณะการปฏิบัติกลุ่มชิ้นงานเฉพาะที่คล้ายคลึงกัน มีชิ้นงานเฉพาะชิ้นงานเดียว เช่น ความสามารถในการแก้สมการเส้นตรง จัดเป็นการปฏิบัติกลุ่มชิ้นงานเฉพาะที่คล้ายคลึงกัน พฤติกรรมประเภทนี้แตกต่างไปจากการระลึกได้ถึงความรู้ต่าง ๆ (Verbal information) เช่น การบอกชื่อบุคคล ข้อเท็จจริง หรือกฎที่เรียนไปแล้ว ซึ่งมีลักษณะเป็นการปฏิบัติชิ้นงานเฉพาะชิ้นงานเดียว

ทักษะทางการคิดตามแนวของ กาเย (Gagne. 1970 : 33 - 62) จำแนกออกได้ตามความซับซ้อนในลักษณะโครงสร้างทางจิตวิทยาเป็น 8 ชนิด เริ่มตั้งแต่ความสามารถในการเรียนรู้สัญญาณอย่างง่าย (Signal learning) ไปจนถึงความสามารถในการแก้ปัญหา (Problem solving)

เมื่อพิจารณาจากการจำแนกกลุ่มหมายตามความรู้และความคิดของ บลูม และคนอื่น ๆ (Bloom and others. 1956) พฤติกรรมที่เป็นทักษะในการคิดจะหมายถึงความสามารถตั้งแต่ระดับความเข้าใจขึ้นไป

วิลสัน (สสวท. 2519 : 39 อ้างอิงมาจาก Wilson. n.d.) ได้แบ่งรายละเอียดของทักษะในการศึกษาคำนวณเป็น 3 ชั้น พอสรุปได้ดังนี้

1. ทักษะเกี่ยวกับการใช้ข้อเท็จจริง (Specific facts)
2. ทักษะเกี่ยวกับการใช้ศัพท์ และนิยาม (Terminology)
3. ทักษะเกี่ยวกับการใช้กระบวนการ (Algorithms)

กมล ภูประเสริฐ (กมล ภูประเสริฐ 2520 : 4) กล่าวว่า ถ้านักเรียนมีทักษะพื้นฐานที่เหมาะสมก่อให้เกิดการถ่ายโอนทางบวกไปยังทักษะที่สูงกว่า จะช่วยให้สามารถเรียนรู้ทักษะที่สูงกว่าได้ง่าย และสะดวก ซึ่งคือความหมายเชิงถ่ายโอนความรู้ในทางกลับกันนักเรียนจะไม่สามารถเรียนรู้ทักษะอย่างใดอย่างหนึ่งได้ ถ้าเขาไม่ได้เรียนทักษะพื้นฐานที่เกี่ยวข้องมาก่อน

ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์

เวิล (Whirl. 1973 : 551) กล่าวว่า คำตอบที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดมีความสำคัญน้อยกว่าวิธีการซึ่งนำมาใช้ในการหาคำตอบ เพราะวิธีการหาคำตอบที่ดีและเหมาะสมเป็นวัตถุประสงค์สำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ วิธีการหาคำตอบที่ดีและเหมาะสมนั้นต้องเกิดจากความเข้าใจด้วยจึงจะเป็นประโยชน์ต่อผู้เรียน

วิลสัน (สสวท. 2519 : 39 อ้างอิงมาจาก Wilson. n.d.) ให้ความหมายของความเข้าใจไว้ว่า เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่รู้มาแล้วมาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนสามารถตีความ แปลความ สรุปความ และขยายความได้ โดยอาศัยจุดมุ่งหมายในการวัดเกี่ยวกับความเข้าใจ สามารถจำแนกพฤติกรรมนี้ได้ 6 ชั้น ดังนี้

1. ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Concept)
2. ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎ และการทำให้เป็นกรณีทั่วไป

(Principles, Rules and Generalizations)

3. ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical structure)

4. ความสามารถเกี่ยวกับการแปลงสัญลักษณ์จากแบบหนึ่งไปยังอีกแบบหนึ่ง
(Transform problem elements from one mode to another)
5. ความสามารถในการดำเนินตามแนวของเหตุผล (Follow a line of reasoning)
6. ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Read and interpret a mathematics problem)

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ 2520 : 24) กล่าวว่า องค์ประกอบที่จะช่วยสร้างความเข้าใจอย่างแท้จริงในการเรียนคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

1. เด็กต้องมีความพร้อมที่จะเรียน คือ เด็กอยู่ในภาวะที่มองเห็นประสบการณ์ กิจกรรม และวัตถุต่าง ๆ อย่างมีความหมาย
2. ครูจะต้องมีความรู้เพียงพอเกี่ยวกับคณิตศาสตร์พื้นฐาน และมีความเข้าใจในลำดับขั้นการคิดของเด็ก

✓ เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนคติทางคณิตศาสตร์

มโนคติทางคณิตศาสตร์

เพียเจต์ (สมบัติ มหารศ 2520 : 131 อ้างอิงมาจาก Piaget. n.d.) กล่าวว่า มโนคติแห่งการเรียนรู้ก็คือ พัฒนาการในด้านการใช้เหตุผล เช่นเดียวกับ กาเย (ยุพิน พิพิธกุล 2524 : 453 อ้างอิงมาจาก Gagne. n.d.) ก็เชื่อว่า มโนคติเป็นความสามารถทางเชาว์ปัญญาที่เกิดจากการเรียนรู้ของแต่ละบุคคล และเขาได้จำแนกมโนคติเป็น 2 ลักษณะ คือ

1. มโนคติในรูปธรรม (Concrete concept)
2. มโนคติในรูปนิยาม (Defined concept)

พรหมทิพย์ ม้ามณี (พรหมทิพย์ ม้ามณี 2520 : 29 - 31) สรุปว่า มโนคติเป็นกวีรทำจิตใจเป็นระเบียบ (Mental construction) หรือเป็นกระบวนการทางจิต

(Mental process) ซึ่งเป็นนามธรรมที่เกิดจากคุณสมบัติร่วม หรือประสบการณ์ หรือปรากฏการณ์อื่นๆหนึ่งอันจะทำให้เกิดความสัมพันธ์มีแบบแผนและโครงสร้างของความคิด โดยทั่วไปในมิติจึงหมายถึง ความเข้าใจซึ่งสามารถเก็บใจความ หรือย่อเนื้อหาที่เรียนมาได้ ประกอบกับสามารถนำเอาไปใช้หรือสร้างเป็นกรณีทั่ว ๆ ไปได้ (Generalization)

มโนคติทางคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นได้ ถ้าผู้สอนได้วางแผนเพื่อจัดประสบการณ์ การเรียนที่เหมาะสมและสอดคล้องกับกระบวนการใฝ่มาของมโนคติทางคณิตศาสตร์ ในวิชา คณิตศาสตร์ปัจจุบันมักจะมีมโนคติในแบบต่าง ๆ พอสรุปได้ คือ

มโนคติเกี่ยวกับเซต : จำนวนคือ คุณสมบัติร่วมของเซตที่สมมูลกัน

มโนคติเกี่ยวกับการปฏิบัติการ : การบวก คือ คุณสมบัติร่วมของยูเนียนของเซต ที่ไม่มีสมาชิกร่วมกัน (Disjoint set)

มโนคติเกี่ยวกับโครงสร้าง : การปิด คือ คุณสมบัติร่วมของกลุ่ม (Group)

มโนคติเกี่ยวกับความสัมพันธ์ : การเท่ากัน คือ คุณสมบัติร่วมของจำนวนสมาชิก ของเซตที่สมมูลกัน (Equivalent sets)

นักเรียนที่เกิดมโนคติทางคณิตศาสตร์ จะมีพฤติกรรมดังต่อไปนี้

1. สามารถคัดเลือกว่าวัตถุ เหตุการณ์ หรือความคิดให้เป็นพวก ๆ ได้ (Classification or Categories)
2. สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างพวกต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกันได้
3. สามารถหาแบบแผน (Pattern) ซึ่งจะนำไปสู่ความสัมพันธ์และโครงสร้างได้
4. สามารถหาข้อสรุปซึ่งได้จากเหตุการณ์ หรือความคิดเห็นได้
5. สร้างข้อสรุปใหม่ได้

การขยายและชันามโนคติ

มโนคติมีลักษณะที่จะสามารถพัฒนาหรือขยายขอบเขตให้กว้างขวางลึกซึ้งขึ้นได้ กิเดียน คาร์มี (Gideon Carmi. 1981) ยืนยันว่า โครงสร้างของมโนคติทางวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์เหมือนหัวหอม กล่าวคือ ส่วนนอกสุดซึ่งซับซ้อนที่สุดจะพัฒนาหลังสุด ในขณะที่

แก่น ซึ่งคือ เมล็ด จะเป็นเค้ามูลของความจริงที่เขารู้ว่า มโนทัศน์ นักเรียนทุกคน
จะมีสิ่งกำหนดการหยั่งรู้ในแต่ละมโนทัศน์ตั้งแต่ระดับเล็ก การพัฒนาหรือขยายมโนทัศน์ของนักเรียน
อาจทำได้โดยการสร้างประสบการณ์หลาย ๆ ชนิด และเพิ่มความยากขึ้นทีละน้อยในระดับที่
เด็กยังคงสามารถพัฒนามโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง ภายใต้การชี้แนะ นำทางที่มีกระบวนการเป็น
ลำดับต่อเนื่องของครู

พรวณทิพย์ ม้ามณี (พรวณทิพย์ ม้ามณี 2520 : 28) ได้สรุปว่า ในการสอน
เรื่องใหม่ หรือมโนทัศน์ใหม่ ควรจะชี้แนะ นำทางให้นักเรียนรู้เรื่องใหม่ทั้งหมดอย่างเคร่งครัด ๆ
เพื่อจะให้มองเห็นมโนทัศน์เสียก่อน ที่เรียกว่าเป็นการพรีวิว (preview) นั้นเอง

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเงื่อนไขของนิยามและทฤษฎี

ปีเตอร์สัน (Peterson. 1972 : 759) ได้กล่าวเตือนนักเรียนให้ระวังข้อ
ผิดพลาดที่จะเกิดจากการนำเอากฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่เคยใช้ไปใช้กับเนื้อหาที่ต่างออกไป
โดยไม่ยกตัวอย่าง ดังนี้

$$\begin{aligned} n &= 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots \\ n &= 1 + (2 + 4 + 8 + 16 + \dots) \\ n &= 1 + 2(1 + 2 + 4 + 8 + \dots) \\ n &= 1 + 2n \end{aligned}$$

จะได้ว่า $n = -1$ ซึ่งเป็นไปไม่ได้ เนื่องจากอนุกรม $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots$ ไม่ลู่เข้า ดังนั้นอนุกรมนี้ไม่มีลิมิต

ไสว นวลทนต์ (ไสว นวลทนต์ 2522 : 74 - 76) ได้ตอบคำถามการแก้
สมการ เรื่องค่าสัมบูรณ์ของนักเรียนซึ่งถามมาว่า ทำไมคำตอบที่คิดไว้จึงไม่เหมือนกับที่เฉลยไว้
ทั้งนี้เนื่องจากนักเรียนไม่ได้เอาเงื่อนไขของค่าสัมบูรณ์มาพิจารณาในการที่จะสรุปคำตอบ และ
กล่าวว่าเตือนว่า ในการนำเอากฎเกี่ยวกับค่าสัมบูรณ์ที่ว่า $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$ และ
 $|x| > a \Leftrightarrow (x > a) \vee (x < -a)$ ไม่ใช่ กฎเหล่านี้จะใช้ได้ก็ต่อเมื่อ $a > 0$ เท่านั้น

การสอนเรื่องคุณสมบัติการคัดออกสำหรับการคูณ ซึ่งครูอาจเริ่มต้นโดยให้

$$2(4) = 2(4) \quad \text{หารด้วย 2 ทั้งสองข้าง จะได้ว่า } 4 = 4$$

$$-2(-4) = -2(4) \quad \text{หารด้วย -2 ทั้งสองข้าง จะได้ว่า } 4 = 4$$

$$-4(-2) = -4(-2) \quad \text{หารด้วย -4 ทั้งสองข้าง จะได้ว่า } -2 = -2$$

$$-5(6) = -5(3 + 3) \quad \text{หารด้วย -5 ทั้งสองข้าง จะได้ว่า } 6 = 3 + 3$$

กิจกรรมในลักษณะนี้นักเรียนอาจจะสรุปว่า ถ้า a, b, c เป็นจำนวนเต็มใด ๆ

ถ้า $ab = ac$ แล้วจะได้ว่า $b = c$ ซึ่งการสรุปเช่นนี้ ศักดา บุญโต (ศักดา บุญโต 2524 : 33) กล่าวว่า ทำให้เกิดข้อผิดพลาด เพราะในกรณีที่ $a = 0$ กฎเกณฑ์จะใช้ไม่ได้ ครูควรจะเน้นให้เห็นถึงข้อผิดพลาดในข้อนี้

ชัชวาลย์ อำนวยชัย และสุชาติ สุรเกียรติ (ชัชวาลย์ อำนวยชัย และสุชาติ สุรเกียรติ 2503 : 463) ได้สรุปว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ต้องการความรอบคอบ ระมัดระวังมาก ซึ่งถ้าเผลอหรือหลงลืมกฎเกณฑ์เล็ก ๆ น้อย ๆ ไปเสีย อาจทำให้คำตอบที่ได้เป็นไปต่าง ๆ นานา เช่น ทำให้สามเหลี่ยมหน้าจั่วกลายเป็นสามเหลี่ยมใด ๆ หรือทำให้ $1 = 2$ เป็นต้น ซึ่งข้อผิดพลาดเหล่านี้เกิดขึ้น เพราะผู้คิดละเอียดกฎบางข้อไปนั่นเอง

วิรัตน์ ชาณศิริรัตนา (วิรัตน์ ชาณศิริรัตนา 2524) ได้ศึกษาวิจัยความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

นรวิทย์ ศุภสินธุ์ (นรวิทย์ ศุภสินธุ์ 2525) ได้กล่าวสรุปถึงความสำคัญของเงื่อนไขของนิยาม ทฤษฎี และกฎเกณฑ์ต่าง ๆ และเน้นว่าควรสอนให้นักเรียนเข้าใจและนำไปใช้ถูกต้อง การเน้นในเรื่องเงื่อนไขของนิยาม และทฤษฎีนี้มีความจำเป็นต้องพิจารณาปรับปรุงการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทยในปัจจุบัน

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการยกตัวอย่างค้าน

เอนนิส (บุญชัย ภูอุคม 2524 : 7 อ้างอิงมาจาก Ennis. n.d.) กล่าวถึงความสำคัญของการยกตัวอย่างค้านในการสอนเรขาคณิตว่า ในการพิสูจน์ข้อความในเรขาคณิตว่าเป็นจริง ผู้เรียนส่วนใหญ่มักจะพิจารณาข้อเท็จจริงจากรูปที่สร้างในการพิสูจน์ ซึ่งรูปที่สร้างตามสมมติฐานของโจทย์นั้น อาจมีหลายกรณีที่แตกต่างกัน เขากล่าวว่า ครูควรเน้นผู้เรียนให้ระวังการสรุปเหตุผลจากรูปว่าอาจไม่สมเหตุผล โดยการยกตัวอย่างค้านให้ดู เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจ นอกจากนี้เขาได้เสนอแนะว่า แม้บางครั้งการยกตัวอย่างค้านเป็นเรื่องซับซ้อนกระทำได้ยาก แต่การยกตัวอย่างค้านก็มีความสำคัญอย่างยิ่ง ในคณิตศาสตร์สมควรให้ผู้เรียนได้ฝึกฝน

ไวท์ซิทต์ (Whitesitt. 1964 : 22) กล่าวว่า การพิสูจน์กฎการสลับที่กฎการเปลี่ยนกลุ่มได้ หรือกฎการแจกแจงเป็นจริงสำหรับการดำเนินการบนเซต จำเป็นจะต้องพิสูจน์ว่าเป็นจริงสำหรับสมาชิกทุกตัวในเซต การพิสูจน์แบบนี้เป็นแบบทั่วไป อย่างไรก็ตามการพิสูจน์ว่ากฎใดกฎหนึ่งไม่เป็นจริง ต้องยกตัวอย่างให้เห็นว่ากฎนั้นไม่จริงอย่างน้อยหนึ่งกรณี วิธีพิสูจน์แบบนี้เรียกว่า การยกตัวอย่างค้าน

เกลบบอม และโอลมสเตด (Gelbaum and Olmsted. 1964) สรุปไว้ว่า ตัวอย่างในทางคณิตศาสตร์มี 2 แบบ คือ ตัวอย่างที่ใช้บรรยาย (Illustrative example) และตัวอย่างค้าน (Counter example) การศึกษาในวิชาคณิตศาสตร์จะมี 2 ลักษณะใหญ่ ๆ คือ การศึกษาเกี่ยวกับการพิสูจน์ข้อความจริง กับการศึกษาเกี่ยวกับการยกตัวอย่างค้าน เขากล่าวว่า การยกตัวอย่างค้านเป็นวิธีที่สำคัญและจำเป็น เพราะปัญหาทางคณิตศาสตร์บางปัญหาไม่สามารถแก้ได้โดยการพิสูจน์ ต้องใช้การยกตัวอย่างค้าน

บุญมา จาริก (บุญมา จาริก 2522 : 106 - 107) กล่าวไว้ตอนหนึ่งว่า การพิสูจน์โดยใช้ตัวอย่างขัดแย้งซึ่งเรียกว่า ตัวอย่างค้าน เป็นวิธีที่นิยมใช้เพื่อแสดงว่า ประโยคที่มีวลีบอกปริมาณชนิดตัวบ่งปริมาณทั้งหมด (Universal quantifier) เป็นเท็จ หรือเป็นการพิสูจน์ประโยคในรูปแบบ $\forall x(Px \rightarrow Qx)$ เป็นเท็จ ซึ่งในการพิสูจน์ประโยคนี้

ต้องแสดงว่า $\exists x(Px \wedge \sim Qx)$ เป็นจริงนั่นเอง เช่น ต้องการพิสูจน์ว่า "สำหรับทุก x ถ้า $x^2 = 9$ แล้ว $x = 3$ " เป็นเท็จ ทำได้โดยให้ตัวอย่างค้านมาแสดงให้เห็นว่า "มีบางค่าของ x ที่ $x^2 = 9$ และ $x \neq 3$ " คือให้ $x = -3$ เพราะ $(-3)^2 = 9$ และ $-3 \neq 3$ ก็จะสามารถสรุปได้ว่าขอความเป็นเท็จตามที่ต้องการ

ศรีสมร อรรถจินดา (ศรีสมร อรรถจินดา 2522) ได้ศึกษาเปรียบเทียบ ผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิต มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ โดยให้กลุ่มทดลองจำนวน 29 คน เรียนโดยให้ทั้งตัวอย่างที่ถูกและผิด ส่วนกลุ่มควบคุม จำนวน 29 คน เรียนโดยให้ตัวอย่างถูกอย่างเดียว ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึกหัด

ในกระบวนการเรียนการสอน วิลลอบบี้ (Willoughby. 1967 : 21) ได้ให้ข้อเสนอแนะไว้ว่า หลังจากที่นักเรียนมีความเข้าใจบ้างแล้วควรให้นักเรียนมีการฝึกฝนอย่างเพียงพอ เพื่อที่จะทำให้นักเรียนได้จัดประสบการณ์เสียใหม่จนเกิดมโนทัศน์พื้นฐาน รวมทั้งยังเป็นการปลูกฝังให้เกิดความสามารถในการค้นคิด และแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดีดีในการฝึกฝนนั้นจัดขึ้นโดยสอดคล้องกับพัฒนาการทางสมองของนักเรียน และผู้ให้การฝึกฝนมีความเข้าใจถึงลักษณะหน้าที่ของพฤติกรรมทางสมองอย่างแท้จริง

ดาวเนส และพอลลิง (สมาคมคณิตศาสตร์ 2500 : 8 อ้างอิงมาจาก Downes and Palling. n.d.) กล่าวถึงความจำเป็นที่ต้องมีการฝึกฝนว่า การฝึกฝนทำให้เกิดนิสัยที่ดีในการเรียน ขณะที่เด็กเรียนเลขคณิตวิธีทำและสูตรต่าง ๆ ควรจำได้แม่นยำ เพื่อที่จะได้ใช้ความคิดสำหรับสิ่งใหม่ ๆ ต่อไป เช่น เมื่อเริ่มเรียนเรื่องการหารยาว ก็ควรรู้การหารเบื้องต้นจนกระทั่งไม่ต้องมานั่งคิดกันอีก ความชำนาญส่วนใหญ่เกิดจากการเรียนซ้ำ ๆ แต่การเรียนซ้ำ ๆ ต้องมีหลายแบบ และควรให้สนุกสนานด้วย ก่อนที่จะเรียน ๆ ครูต้องสอน

ให้เข้าใจ โดยไม่ควรให้เด็กท่องจำเพียงอย่างเดียว ควรฝึกหลาย ๆ วิธี ยิ่งกว่านั้น
ต้องสอนให้เข้าใจทุกสูตร เขาได้สรุปว่า นักเรียนที่เรียนด้วยความเข้าใจจะสามารถ
เรียนได้ด้วยความตัวเอง และก้าวหน้าไปได้ไกลกว่า เช่นเดียวกับที่ คาร์ม มัชฌมนันท์
(คาร์ม มัชฌมนันท์ 2503 : 269) กล่าวไว้ว่า ในการสอนคณิตศาสตร์การทำให้
แบบฝึกหัดเป็นสิ่งสำคัญยิ่ง เมื่อครูสอนให้เด็กเข้าใจก็ควรให้เด็กทำแบบฝึกหัด เพื่อให้เกิด
ทักษะทุกครั้ง การทำแบบฝึกหัดนี้ควรทำให้มีชีวิตจิตใจ ได้รับความสนใจ และควรใช้เวลา
สั้น ๆ

✓ แมคคอนเนลล์ (ทาลี-ทาสส์ 2513 : 15 อ้างอิงมาจาก McConnell.
n.d.) ได้ศึกษาเกี่ยวกับแบบฝึกหัด 2 ลักษณะ คือ แบบฝึกหัดเพื่อฝึกฝนอย่างหนึ่ง และ
แบบฝึกหัดเพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อีกอย่างหนึ่ง โดยการวิจัยผลการสอนบวก ลบ
ด้วยวิธีสอน 2 วิธี คือ วิธีฝึกมาก ๆ (drill) และวิธีนำไปสู่การค้นพบกฎเกณฑ์
(discovering of generalization) สำหรับนักเรียนเกรด 2 ภายหลังจากทดลอง
พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีฝึกมากกว่าในด้านความรวดเร็ว แม่นยำอย่างมีนัย
สำคัญ ส่วนนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีพยายามให้ค้นพบกฎเกณฑ์ มีความสามารถสูง
กว่าในเรื่องการรู้จักถ่ายถอด และรู้จักเปลี่ยนแปลงวิธีทำ จากผลการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ทำให้
สรุปได้ว่า แบบฝึกหัดยังมีความสำคัญสำหรับฝึกทักษะ

แบสเลอร์ (Bassler. 1966 : 978 - A) ได้ศึกษาเรื่องการสอนโมโนมิ
ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาด้วยวิธีให้ทำแบบฝึกหัด 2 ชนิด
โดยกลุ่มตัวอย่างแรกทำแบบฝึกหัดเกี่ยวกับทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ (Theory exercise)
อีกกลุ่มให้ทำแบบฝึกหัดด้านการนำไปใช้ (Applied) เมื่อเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์
ภายหลังจากทดลอง และคะแนนคงทนในการจำแล้ว พบว่า วิธีการทำแบบฝึกหัดทั้งสองวิธี
นั้นให้ผลไม่แตกต่างกัน แบบฝึกหัดทั้งสองชนิด จึงมีความสำคัญเท่าเทียมกัน

คิลก บุษย์เรืองรอด (คิลก บุษย์เรืองรอด 2515) ได้ศึกษาเปรียบเทียบสัมฤทธิ์
ผลในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนประกาศนียบัตรวิชาการศึกษา เมื่อมีการบังคับและไม่บังคับ
ให้ทำแบบฝึกหัด และมีการทดสอบย่อย 1 ครั้ง กับ 3 ครั้ง โดยให้นักเรียนเป็นกลุ่มตัวอย่าง

จำนวน 162 คน จากวิทยาลัยครูสกลนคร แบ่งเป็น 4 กลุ่ม ผลปรากฏว่า การบังคับ หรือไม่บังคับให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด พร้อมทั้งการทดสอบย่อย 1 ครั้ง หรือ 3 ครั้งควบ กันไป ไม่ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนแตกต่างกัน แต่ เกย์ และกาแล็กเกอร์ (Gay and Gallagher. 1976 : 59 - 61) ได้ทำการวิจัยเปรียบเทียบระหว่างผล ของการทดสอบ และการทำแบบฝึกหัด โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาที่เรียนวิชาการศึกษา เบื้องต้น จำนวน 126 คน แบ่งเป็น 3 กลุ่ม โดยกลุ่มหนึ่งทำแบบฝึกหัดสม่ำเสมอขณะที่ เรียนเพียงอย่างเดียว อีกกลุ่มได้รับการทดสอบด้วยแบบทดสอบชนิดคำตอบสั้น กลุ่มสุดท้าย มีอิสระในการเลือกว่าจะทำแบบฝึกหัด หรือจะทำแบบทดสอบ ผลปรากฏว่า คะแนนในการ ทดสอบครั้งสุดท้ายของทั้ง 3 กลุ่ม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ และพบว่าคะแนนของกลุ่มที่ ได้รับการทดสอบสูงกว่าคะแนนของกลุ่มอื่น

สมบุญ สีนาวร (สมบุญ สีนาวร 2521) ได้ศึกษาวิจัยผลการทำแบบฝึกหัด การทดสอบย่อย และการสอนสิ่งที่บกพร่องที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดย ใช้กลุ่มตัวอย่างที่เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 โรงเรียนค่ายประจักษ์ศิลปาคม อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี จำนวน 115 คน แบ่งเป็น 3 กลุ่ม โดยทำการสอนกลุ่มทดลองที่ 1 ด้วยวิธี การสอนแบบปกติ ซึ่งภายหลังการสอนจบแต่ละตอนให้นักเรียนฝึกทักษะด้วยการทำแบบฝึกหัด สำหรับกลุ่มทดลองที่ 2 จะได้รับการสอนขณะที่กลุ่มทดลองที่ 3 ได้รับการสอนสิ่งที่บกพร่อง โดยทั้งกลุ่มทดลองที่ 2 และที่ 3 ครูใช้วิธีสอนแบบปกติ จากการทดลองพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทาง การเรียนภายหลังการทดลองสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในเนื้อหาเดียวกันก่อนดำเนินการ ทดลองทั้ง 3 กลุ่ม แสดงว่า การทำแบบฝึกหัดยังมีความจำเป็น และใช้ได้ดีกับการเรียน คณิตศาสตร์

ทฤษฎีพื้นฐานในการสร้างแบบฝึกหัด

แบบฝึกหัดโดยเฉพาะอย่างยิ่งในวิชาคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่สำคัญที่ครูใช้เพื่อ ตรวจสอบความเข้าใจ และฝึกให้นักเรียนได้ใช้ความคิด การสร้างแบบฝึกหัดจึงจำเป็นจะต้อง

ศึกษา และทำความเข้าใจเกี่ยวกับสมรรถภาพสมองของมนุษย์ให้มากที่สุด การกระทำ
ดังกล่าวยังช่วยให้ครูสามารถกำหนดหลักเกณฑ์ที่เหมาะสมในการสร้างแบบฝึกหัดได้

การศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับสมรรถภาพสมองของมนุษย์นั้น ทำได้โดยการสร้างแบบ
ทดสอบชนิดต่าง ๆ ไปทดสอบ ผลจากการทดสอบทำให้สามารถอนุมานได้ถึงโครงสร้างที่
แสดงออกถึงสมรรถภาพทางสมองของมนุษย์ ถึงแม้มีทฤษฎีต่าง ๆ กล่าวไว้พอสรุปได้ดังต่อไปนี้

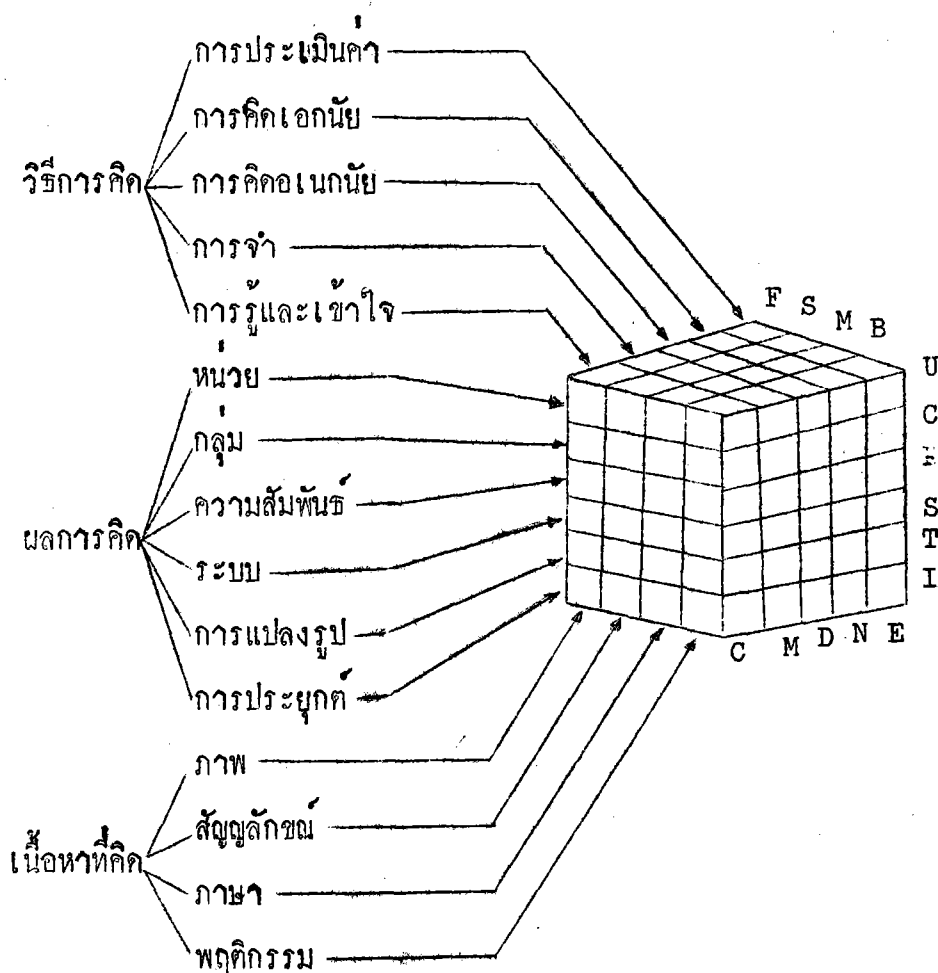
ชาร์ล สเปียร์แมน (สาทิณี บุโรคม 2523 : 41 อ้างอิงมาจาก Charles
Spearman. n.d.) กล่าวว่า สมรรถภาพสมองของคนมีองค์ประกอบอยู่ 2 ประการ คือ

1. สมรรถภาพที่เป็นพื้นฐานทั่วไป
2. สมรรถภาพโดยเฉพาะ

เซอร์สโตน (สาทิณี บุโรคม 2523 : 41 อ้างอิงมาจาก Thurstone. n.d.)
นักจิตวิทยาชาวอเมริกัน ได้ใช้วิธีวิเคราะห์องค์ประกอบวิเคราะห์สมรรถภาพสมองด้านพื้นฐาน
ของมนุษย์ออกมา 7 ประการ คือ

1. สมรรถภาพด้านภาษา
2. สมรรถภาพด้านตัวเลข
3. สมรรถภาพด้านความจำ
4. สมรรถภาพด้านความแคล่วคล่องในการใช้คำ
5. สมรรถภาพด้านเหตุผล
6. สมรรถภาพด้านมิติสัมพันธ์
7. สมรรถภาพด้านการรับรู้

กิลฟอร์ด (Guilford. 1971) นักจิตวิทยาชาวอเมริกัน ได้ศึกษาวิจัยขยาย
ทฤษฎีองค์ประกอบพหุคูณของ เซอร์สโตน และเสนอทฤษฎีโครงสร้างทางสมอง (Structure
of intellect theory) อธิบายความสามารถทางสมองของมนุษย์เป็นภาพจำลอง 3 มิติ
(Three dimensional model) ซึ่งพอจะสรุปได้ดังนี้



ภาพประกอบ 1 แบบจำลองสามมิติ (The face of intellect model.) ตามทฤษฎี
โครงสร้างสมองของ กิดฟอร์ด

มิติที่ 1 เป็นวิธีการคิด (Operations) มี 5 ระดับ คือ

1. การรู้และเข้าใจ (Cognition) หมายถึง ความสามารถทางสมอง
ของบุคคลที่รู้จัก และมีความเข้าใจในสิ่งต่าง ๆ รวมทั้งการรู้จัก และเข้าใจสิ่งที่แปลกออกไปได้
2. การจำ (Memory) หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลที่
สามารถสะสม เก็บรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ ที่รู้จักไว้ได้ และสามารถระลึกออกมาในรูปแบบเดิม
ตามที่ต้องการ

3. การคิดออกเนกนัย (Divergent thinking) หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลที่สามารถให้ข้อมูลต่าง ๆ ได้โดยไม่จำกัดจำนวนจากสิ่งเร้าที่กำหนดให้

4. การคิดเอกนัย (Convergent thinking) หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลที่สามารถสรุปข้อมูลที่สับสนที่สุด และถูกต้องที่สุดจากข้อมูลที่กำหนดให้

5. การประเมินค่า (Evaluation) หมายถึง ความสามารถทางสมองของบุคคลที่สามารถหาเกณฑ์ที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ และสรุปได้ว่าข้อมูลอื่นใดมีลักษณะสอดคล้องกับเกณฑ์นั้น

มิติที่ 2 เป็นเนื้อหาที่คิด (Contents) มี 4 ด้าน ได้แก่

1. ภาพ (Figural) หมายถึง ข้อมูลที่เป็นรูปธรรม สามารถที่จะรับรู้และระลึกออกมาได้

2. สัญลักษณ์ (Symbolic) หมายถึง ข้อมูลที่อยู่ในรูปเครื่องหมายและสัญลักษณ์ต่าง ๆ

3. ภาษา (Semantic) หมายถึง ข้อมูลที่อยู่ในรูปของถ้อยคำที่มีความหมายต่าง ๆ รวมทั้งภาษาใบ้

4. พฤติกรรม (Behavioral) หมายถึง ข้อมูลที่อยู่ในรูปกริยาอาการของมนุษย์

มิติที่ 3 เป็นผลการคิด (Products) แบ่งได้เป็น 6 แบบ ดังนี้

1. หน่วย (Units) หมายถึง สิ่งใดสิ่งหนึ่งที่มีลักษณะเฉพาะตัว และแตกต่างไปจากสิ่งอื่น ๆ

2. จำพวก (Classes) หมายถึง กลุ่มของหน่วยต่าง ๆ ที่มีลักษณะบางประการร่วมกัน

3. ความสัมพันธ์ (Relations) หมายถึง การเชื่อมโยงของผลที่ได้จากการจับคู่เข้าด้วยกัน โดยอาศัยลักษณะบางประการเป็นเกณฑ์ อาจจะอยู่ในรูปหน่วย กับหน่วย จำพวกกับจำพวก เป็นต้น

4. ระบบ (Systems) หมายถึง การเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของผลที่ได้หลาย ๆ ตัวเข้าด้วยกันอย่างมีระเบียบแบบแผนอย่างใดอย่างหนึ่งแน่นอน

5. การแปลงรูป (Transformations) หมายถึง การเปลี่ยนแปลง การปรับปรุง การให้คำนิยามใหม่ การขยายความ หรือการจัดองค์ประกอบของข้อมูลที่กำหนดให้เสียใหม่ให้มีรูปร่างต่างไปจากเดิม

6. การประยุกต์ (Implications) หมายถึง การคาดหวังหรือทำนายอะไรบางอย่างจากข้อมูลที่กำหนดให้

การจำแนกสมรรถภาพทางสมองของมนุษย์ตามทฤษฎีโครงสร้างสมองของ กิลฟอร์ด จึงมีทั้งสิ้น 120 แบบ โดยแต่ละแบบกำหนดขึ้นมาจากโครงสร้าง วิธีการคิด - เนื้อหาที่คิด - ผลการคิด ที่แตกต่างกัน ทองสุข วันแสน (ทองสุข วันแสน 2524 : 2) ได้ให้ข้อคิดเห็นว่า ทฤษฎีโครงสร้างทางสมองของกิลฟอร์ดค่อนข้างจะเป็นระบบ และสามารถทำความเข้าใจได้ง่ายกว่าทฤษฎีอื่น ๆ

การทำความเข้าใจเกี่ยวกับสมรรถภาพทางสมอง เป็นพื้นฐานที่สำคัญอย่างยิ่งในการสร้างแบบฝึกหัด อย่างไรก็ตามเมื่อผู้สอนจะทำการสร้างแบบฝึกหัด โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ 2520 : 114) แนะนำว่า ครูผู้สอนควรกำหนดความมุ่งหมายไว้ แล้วสร้างแบบฝึกหัดไปตามความมุ่งหมายนั้น

3) ความมุ่งหมายในการสอนวิชาคณิตศาสตร์

โดยปกติแล้วในการเรียนการสอนวิชาใด ๆ บลูม (Bloom, 1971 : 271 - 277) ได้ให้ข้อสรุปว่า สามารถจำแนกจุดมุ่งหมายที่สำคัญได้ 3 ประการ ดังนี้

1. ด้านความรู้และการคิด (Cognitive domain) เป็นความสามารถในการคิด (thinking) ซึ่งเป็นกระบวนการทางด้านสมองของมนุษย์ เช่น การจดจำข้อเท็จจริง ความเข้าใจถึงแนวคิดต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา ความสามารถในการนำไปใช้ เป็นต้น

2. ค่านาเวค (Affective domain) เป็นเรื่องเกี่ยวกับความรู้สึก (feeling) ได้แก่ เรื่องเกี่ยวกับความสนใจ หัสนคติ ความวิตกกังวล เป็นต้น
3. ค่านปฏิบัติ (Psycho - motor domain) เป็นเรื่องเกี่ยวกับการกระทำ (doing) อย่างมีทักษะในการดำเนินการเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ

จากจุดมุ่งหมายทั่วไปของการศึกษา สมบูรณ์ ชิตพงศ์ (สมบูรณ์ ชิตพงศ์ 2519 : 8) ได้ให้ทัศนะไว้ว่า พฤติกรรมด้านการคิด และด้านความรู้สึก เป็นจุดมุ่งหมายที่สำคัญที่หลักสูตรคณิตศาสตร์ต้องการเน้น สำหรับรายละเอียดของพฤติกรรมด้านความรู้ และการคิด ในวิชาคณิตศาสตร์ แบ่งได้เป็น 4 ระดับ (Wilson. 1971 : 660 - 664) คือ

1. ความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ (Computation) เป็นความสามารถในการระลึกได้ถึงสิ่งที่เรียนผ่านมาแล้วในวิชาคณิตศาสตร์ พฤติกรรมนี้มี 3 ระดับ คือ

- 1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง
- 1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม
- 1.3 ความรู้ความจำเกี่ยวกับการใช้กระบวนการ (Algorithms)

2. ความเข้าใจ เป็นความสามารถในการแปลความ (Translation) ที่ความ (Interpretation) และขยายความ (Extrapolation) ในปัญหาใหม่ ๆ โดยการนำเอาความรู้ที่ได้เรียนรู้อยู่แล้วไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พฤติกรรมนี้มี 5 ระดับ คือ

- 2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ
- 2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎ และการสืบอ้าง
- 2.3 ความสามารถในการแปลงส่วนประกอบของปัญหาจากแบบหนึ่งเป็นอีก

แบบหนึ่ง

- 2.4 ความสามารถในการดำเนินการโดยใช้หลักของเหตุและผล
- 2.5 ความสามารถในการอ่าน และตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. การนำไปใช้ เป็นความสามารถในการนำความรู้ ทักษะ หลักการ ข้อเท็จจริง สูตร ทฤษฎี ฯลฯ ที่ได้เรียนรู้อย่างแน่นหนาไปแก้ปัญหาใหม่ที่เกิดขึ้นเป็นผลสำเร็จ พฤติกรรมนี้มี 4 ระดับ คือ

- 3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน
- 3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ
- 3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล
- 3.4 ความสามารถในการระลึกออกซึ่งรูปแบบ ความสอดคล้องของลักษณะ

และสมมาตรแห่งปัญหา (Recognize pattern, isomorphism and symmetry)

4. การวิเคราะห์ เป็นความสามารถในการพิจารณาส่วนสำคัญ หาความสัมพันธ์ของส่วนสำคัญ และหาหลักการที่ส่วนสำคัญเหล่านั้นมีความสัมพันธ์กัน ซึ่งการที่บุคคลมีความสามารถดังกล่าวมาแล้ว จะทำให้บุคคลนั้นมีความสามารถในการแก้ปัญหาที่แปลกกว่าธรรมดา หรือโจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยมาก่อนได้ พฤติกรรมนี้เป็นจุดมุ่งหมายสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยแบ่งเป็น 5 ระดับ คือ

- 4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่แปลกกว่าธรรมดา
- 4.2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์
- 4.3 ความสามารถในการแสดงการพิสูจน์
- 4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ได้
- 4.5 ความสามารถในการกำหนดความเที่ยงตรงในการสืบอ้าง

ความมุ่งหมายของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ความมุ่งหมายของวิชาคณิตศาสตร์ ได้มีการพัฒนาปรับปรุงให้เหมาะสมและสอดคล้องกับภาวะของสังคมในปัจจุบันมากยิ่งขึ้น หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น ฉบับปีพุทธศักราช 2521 ซึ่งประกาศใช้ทั่วประเทศได้กำหนดจุดมุ่งหมายของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ 2522 : 60) คือ

1. เพื่อให้นักเรียนมีทักษะในการคำนวณเพื่อใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับชีวิตประจำวัน
2. เพื่อเป็นพื้นฐานให้นักเรียนเข้าใจสิ่งแวดล้อมรอบตัวได้ดีขึ้น
3. เพื่อเป็นพื้นฐานในการศึกษาวิชาอื่น ๆ ที่อาศัยวิชาคณิตศาสตร์
4. เพื่อให้นักเรียนมีทักษะในการคำนวณ และรู้จักวิเคราะห์เพื่อเป็นพื้นฐานในการศึกษาวิชาวิทยาศาสตร์ในระดับสูงต่อไป
5. เพื่อให้นักเรียนเข้าใจลักษณะและประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ อันจะนำไปสู่ความสนใจให้ศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป
6. เพื่อฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และสามารถใชเหตุผลในการแสดงความคิดเห็นอย่างมีระเบียบ ชัดเจน และรัดกุม

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (ม. 1) ปีการศึกษา 2525 โรงเรียนมัธยมสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร ซึ่งได้มาโดยวิธีสุ่มดังนี้

1. สุ่มห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากทั้งหมด 6 ห้องเรียน มาจำนวน 2 ห้องเรียน ด้วยวิธีสุ่มอย่างง่าย
2. สุ่มจากสองห้องเรียนนี้ให้ห้องหนึ่งเป็นกลุ่มทดลองที่ 1 ซึ่งเรียนคณิตศาสตร์จากการสอนปกติ แต่ให้ทำแบบฝึกหัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น อีกห้องหนึ่งเป็นกลุ่มทดลองที่ 2 ซึ่งเรียนจากการสอนปกติ และให้ทำแบบฝึกหัดในแบบเรียน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แบบฝึกหัดเรื่องสมการ คู่อันดับ - กราฟ และจำนวนเต็มลบ ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 วิชาคณิตศาสตร์ 402 (ค. 102) โดยผู้วิจัยเป็นผู้สร้างขึ้นแล้วนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิทางคณิตศาสตร์ตรวจสอบเพื่อปรับปรุงแก้ไข และผู้วิจัยจัดทำโครงการสอนพร้อมกับวางแผนการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นประกอบการสอน
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการ คู่อันดับ - กราฟ และจำนวนเต็มลบ ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้น

วิธีดำเนินการ

1. วิธีสร้างแบบฝึกหัดเรื่องสมการ คู่อันดับ - กราฟ และจำนวนเต็มลบ
 - 1.1 ศึกษาเนื้อหาเรื่องสมการ คู่อันดับ - กราฟ และจำนวนเต็มลบ ตาม

หลักสูตรปริญญาโท สาขา พุทธศักราช 2521 วิชา คณิตศาสตร์ 102 (ค. 102)
แล้วแบ่งเนื้อหาในแต่ละเรื่องเป็นหัวข้อย่อย ๆ ดังนี้

1.1.1 สมการ

1.1.1.1 คำตอบของสมการ

1.1.1.2 คุณสมบัติของความเท่ากัน

1.1.1.3 คุณสมบัติของการบวกและลบ

1.1.1.4 คุณสมบัติของการคูณและหาร

1.1.1.5 การแก้สมการและโจทย์สมการ

1.1.2 คู่อันดับ — กราฟ

1.1.2.1 คู่อันดับ

1.1.2.2 กราฟของคู่อันดับ

1.1.2.3 กราฟของสมการชั้นเดียวสองตัวแปร

1.1.3 จำนวนเต็มลบ

1.1.3.1 จำนวนเต็มลบ

1.1.3.2 จำนวนเต็ม

1.1.3.3 กราฟของจำนวนเต็ม

1.2 สร้างแบบฝึกหัดเรื่องสมการ คู่อันดับ — กราฟ และจำนวนเต็มลบ

ตามหัวข้อที่แบ่งไว้ โดยที่แต่ละเรื่องจะมีข้อความถามหรือกิจกรรมซึ่งจำแนกได้ 6 ประเภท ได้แก่ ข้อคำถามหรือกิจกรรมเพื่อฝึกทักษะ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ เพื่อช่วยขยายมโนคติ เพื่อฝึกการระมัดระวังเงื่อนไข เพื่อฝึกการยกตัวอย่างค้าน และเพื่อชี้แนะแนวทางเกี่ยวกับมโนคติใหม่ที่ต้องเนื่อง

1.3 นำแบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นไปให้ผู้เชี่ยวชาญ และผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความถูกต้อง และเหมาะสมในค่านี้อา

1.4 นำแบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นไปให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาบัณฑิตตรวจสอบความถูกต้อง และเหมาะสมของข้อความถามหรือกิจกรรม

1.5 นำแบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นไปทดลองใช้กับนักเรียนโรงเรียนมัธยมศึกษา
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร จำนวน 5 คน พร้อมทั้งปรับปรุงแก้ไขความ
เหมาะสมตามภาษาให้นำไปใช้ในการวิจัย

2. วิธีสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.1 ผู้วิจัยสร้างแบบทดสอบเรื่องสมการ คุลาคัม - กราฟ และจำนวนเต็มลบ
แบบปรนัย 3 ข้อเลือก จำนวน 30 ข้อ

2.2 นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นไปให้ผู้เชี่ยวชาญ และผู้ทรงคุณวุฒิ ตรวจสอบ
เพื่อปรับปรุงแก้ไข

2.3 นำแบบทดสอบนี้ไปสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งได้เรียนเรื่อง
สมการ คุลาคัม - กราฟ และจำนวนเต็มลบตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ (ค. 102) แล้ว โดย
สุ่มมาจำนวนทั้งสิ้น 10 คน

2.4 นำผลสอบที่ได้มาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจ
จำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27 เปอร์เซนต์ ในการแบ่งกลุ่มสูงกลุ่มต่ำ และใช้ตาราง
สำเร็จรูปของ จุง เทห์ ฟาน (Chung Teh Fan) จากนั้นเลือกข้อสอบที่มีความยากง่าย
ตั้งแต่ .20 - .80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ขึ้นไป

2.5 นำข้อสอบที่เลือกได้ 30 ข้อ ไปหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้
วิธีการของ คูเดอร์ ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson) สูตร 20 ($K - R_{20}$) ได้ค่า
ความเชื่อมั่นเท่ากับ .84 และหาค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดได้ค่าความ
คลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดเท่ากับ 2.34

3. ผู้วิจัยสอนบทเรียนเรื่องสมการ คุลาคัม - กราฟ และจำนวนเต็มลบ แก่นักเรียน
ทั้งสองกลุ่ม ใช้เวลาในการสอน 18 คาบ ๆ ละประมาณ 50 นาที โดยใช้วิธีการและขั้นตอน
ในการสอนทั้งสองกลุ่มแบบเดียวกัน ประมาณ 30 นาที จากนั้นเหลือเวลาสำหรับทำแบบฝึกหัด
ที่เตรียมไว้ของแต่ละกลุ่มอีกประมาณ 20 นาที ในการทำแบบฝึกหัดแต่ละครั้งให้นักเรียนส่ง
เมื่อหมดเวลา ผู้ที่ไม่เสร็จให้ทำเป็นการบ้าน และให้ส่งแบบฝึกหัดนั้นให้เรียบร้อยก่อนจะ
เริ่มเรียนในคาบต่อไป และผู้วิจัยตรวจแบบฝึกหัด และส่งคืนให้ในครั้งต่อมา

4. หลังจากนักเรียนกลุ่มทดลองที่ 1 และกลุ่มทดลองที่ 2 เรียนจบบทเรียนตามที่ได้วางแผนไว้ จึงให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนชุดเดียวกัน
5. นำคะแนนที่ได้จากการสอบของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไปวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

การวิเคราะห์ข้อมูล

เปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ 1 กับกลุ่มทดลองที่ 2 โดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (Analysis of Covariance) และใช้คะแนนจากการสอบวิชาคณิตศาสตร์ปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2525 เป็นตัวแปรร่วม เพื่อทดสอบสมมติฐาน

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าเฉลี่ยของคะแนน คำนวณจากสูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

(Ferguson. 1976 : 47)

เมื่อ $\bar{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ย
 $\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนน
 N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่ม

2. หาค่าความแปรปรวนของคะแนน คำนวณจากสูตร

$$s^2 = \frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N - 1)}$$

(Ferguson. 1976 : 64)

เมื่อ s^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนน

$\sum x$ แทน ผลรวมของคะแนน

$\sum x^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่ม

3. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

คำนวณจากสูตร $K - R$ 20

$$r_{tt} = \frac{n}{n - 1} \left[\frac{s_x^2 - \sum pq}{s_x^2} \right]$$

(Ferguson. 1976 : 428)

เมื่อ r_{tt} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

n แทน จำนวนข้อสอบ

p แทน อัตราส่วนของคนที่ตอบถูกในแต่ละข้อของแบบทดสอบ

q แทน อัตราส่วนของคนที่ตอบผิดในแต่ละข้อของแบบทดสอบ

s_x^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบ

4. หาค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด คำนวณจากสูตร

$$S_E = S_X \sqrt{1 - r_{tt}}$$

(Ferguson. 1976 : 432)

เมื่อ S_E แทน ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

S_X แทน ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน

r_{tt} แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

5. เปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม โดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (Analysis of
Covariance)

ผลการศึกษาค้นคว้า

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้เสนอเป็นตอน ๆ ตามลำดับ ดังนี้

ตอนที่ 1 หาค่าเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของคะแนนที่ได้จากการทดสอบ กลุ่มทดลองที่ 1 และกลุ่มทดลองที่ 2 ภายหลังการทดลองด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการ คู่อันดับ - กราฟ และจำนวนเต็มลบ จำนวน 30 ข้อ

ตอนที่ 2 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ระหว่างกลุ่มทดลองที่ 1 กับกลุ่มทดลองที่ 2 จากคะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งสอบภายหลังการทดลอง โดยการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม และใช้คะแนนจากการสอบวิชาคณิตศาสตร์ ปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2525 เป็นตัวแปรร่วม เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้

สัญลักษณ์และอักษรย่อที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ในการแปลความหมายของการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์และอักษรย่อที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังต่อไปนี้

Y	แทน คะแนนที่ใช้เป็นตัวแปรร่วม
X	แทน คะแนนภายหลังการทดลอง
$\bar{X}$	แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนนภายหลังการทดลอง
S^2	แทน ค่าความแปรปรวนของคะแนนภายหลังการทดลอง
SS_Y	แทน ผลบวกกำลังสอง ของคะแนนที่ใช้เป็นตัวแปรร่วม
SS_X	แทน ผลบวกกำลังสอง ของคะแนนภายหลังการทดลอง
SS'_X	แทน ค่าปรับแล้วของผลบวกกำลังสอง ของคะแนนภายหลังการทดลอง

SP แทน ผลบวกของผลคูณของคะแนนที่ใช้เป็นตัวแปรพร้อมกับคะแนนภายหลังการทดลอง

MS_X แทน ค่าปรับแล้วของรายเฉลี่ยของผลบวกกำลังสอง ของคะแนนภายหลังการทดลอง

df แทน ชั้นของความเป็นอิสระ

F แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน F - distribution

กลุ่มทดลองที่ 1 แทน กลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

กลุ่มทดลองที่ 2 แทน กลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดในแบบเรียน

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ตอนที่ 1 การหาคะแนนเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของคะแนนที่ได้จากการนำข้อสอบไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม โดยทดสอบภายหลังการทดลองแล้วนำคะแนนมาหาค่าเฉลี่ย และค่าความแปรปรวน ดังแสดงในตาราง 1

ตาราง 1 คะแนนเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของกลุ่มทดลองที่ 1 และกลุ่มทดลองที่ 2

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{X}$	s^2
กลุ่มทดลองที่ 1	42	18.45	27.72
กลุ่มทดลองที่ 2	41	16.95	20.65

จากตาราง 1 แสดงว่า คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างมีความแตกต่างกัน จึงนำไปวิเคราะห์ความแปรปรวนเพื่อเปรียบเทียบต่อไป

ตอนที่ 2 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างกลุ่มตัวอย่างจากคะแนนการสอบภายหลังการทดลอง โดยการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม และใช้คะแนนจากการสอบวิชาคณิตศาสตร์ปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2525 เป็นตัวแปรร่วม เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้ ดังแสดงในตาราง 2

ตาราง 2 คำนัยสำคัญของการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของกลุ่มทดลองที่ 1 และกลุ่มทดลองที่ 2

	แหล่ง			F
	ระหว่างกลุ่ม	ภายในกลุ่ม	ทั้งหมด	
SS_y	26.20	7208.23	7234.42	
SS_x	46.75	1601.31	1648.06	
SP	35.00	1695.97	1730.97	
SS'_x	31.62	1202.28	1233.90	
df	1	80	81	
MS'_x	31.62	15.03		2.10

$$F_{.05} (1, 80) = 3.96$$

จากตาราง 2 ค่า F ไม่มีนัยสำคัญที่ระดับ .05 แสดงว่า โดยเฉลี่ยแล้วนักเรียนกลุ่มที่เรียนจากการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดที่สร้างขึ้น กับกลุ่มที่เรียนจากการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดในแบบเรียน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างชุดของแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ เรื่องสมการ คูณค่ากับ - กราฟ และจำนวนเต็มลบ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการ คูณค่ากับ - กราฟ และจำนวนเต็มลบ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดในแบบเรียน และแบบฝึกหัดที่สร้างขึ้น

สมมติฐานของการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนจากการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดในแบบเรียน และแบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นแตกต่างกัน

วิธีดำเนินการ

1. กลุ่มตัวอย่าง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (ม.1) ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 โรงเรียนมัธยมสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร กรุงเทพมหานคร โดยวิธีสุ่มแบ่งเป็น
 - 1.1 กลุ่มทดลองที่ 1 เรียนจากการสอนปกติแต่ใช้แบบฝึกหัดที่สร้างขึ้น มีจำนวน 42 คน
 - 1.2 กลุ่มทดลองที่ 2 เรียนจากการสอนปกติ และใช้แบบฝึกหัดในแบบเรียน มีจำนวน 41 คน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

2.1 แบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ เรื่องสมการ คู่อันดับ - กราฟ และจำนวนเต็มลบ ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นสำหรับใช้กับกลุ่มทดลองที่ 1 โดยใช้เวลาในการสอน 18 คาบ ๆ ละ 50 นาที

2.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมการ คู่อันดับ - กราฟ และจำนวนเต็มลบ แบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ มีค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ .84 ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดเท่ากับ 2.34

3. วิธีดำเนินการทดลอง

3.1 ผู้วิจัยสอนกลุ่มทดลองที่ 1 ตามปกติแต่ใช้แบบฝึกหัดที่สร้างขึ้น โดยใช้เวลาในการสอน 18 คาบ ๆ ละ 50 นาที

3.2 ผู้วิจัยสอนกลุ่มทดลองที่ 2 ตามปกติ และใช้แบบฝึกหัดในแบบเรียน โดยใช้เวลาในการสอน 18 คาบ ๆ ละ 50 นาที

3.3 หลังจากสอนจบบทเรียนแล้วทำการทดสอบนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการ คู่อันดับ - กราฟ และจำนวนเต็มลบ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาในการทดสอบ 60 นาที

สรุปผลการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการ คู่อันดับ - กราฟ และจำนวนเต็มลบ ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นไม่แตกต่างจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการ คู่อันดับ - กราฟ และจำนวนเต็มลบ ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดในแบบเรียน

อภิปรายผล

ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดที่สร้างขึ้น มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดในแบบเรียนทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

1. แบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นโดยเฉพาะข้อความ หรือกิจกรรมเพื่อฝึกการระมัดระวังเงื่อนไข และข้อความหรือกิจกรรมเพื่อฝึกการยกตัวอย่างค้าน เน้นการฝึกฝนสมรรถภาพสมอง ในด้านการใช้เหตุผล สมรรถภาพสมองด้านนี้จะต้องได้รับการปลูกฝังและสะสมในระยะที่ยาวนาน แต่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งขึ้นมาจากระดับประถมศึกษาเพียงไม่ถึง 1 ปี จึงได้รับการฝึกฝนเกี่ยวกับการใช้เหตุผลและผลไม่มากนัก ทำให้นักเรียนไม่สามารถปรับตัวให้คุ้นเคยกับแบบฝึกหัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้ในระยะเวลาอันสั้น ผลการวิจัยจึงไม่เป็นไปตามที่คาดหวังเอาไว้

2. ความร่วมมือในการทำแบบฝึกหัดของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างไม่เต็มที่ควรสาเหตุที่สำคัญอาจจะมาจากการที่ผู้วิจัยทำการสอนเองแทนอาจารย์ที่สอนตามปกติ พฤติกรรมดังกล่าวมีอิทธิพลต่อการทดลองเป็นอันมาก ซึ่งนับว่าสอดคล้องกับที่ ประเทิน มหาจันทร์ ได้กล่าวไว้ว่า โดยธรรมชาติแล้วคณิตศาสตร์สามารถฝึกให้ผู้เรียนเป็นคนมีเหตุผลได้ แต่ทั้งนี้ต้องขึ้นอยู่กับการสอนเป็นสำคัญ (ประเทิน มหาจันทร์ 2512 : 1 - 2)

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

ผลการวิจัยครั้งนี้ เป็นแนวทางสำหรับครูสอนคณิตศาสตร์ ในการพิจารณาสร้าง และรวบรวมแบบฝึกหัดชนิดต่าง ๆ อย่างเหมาะสม โดยคำนึงถึงเนื้อหาของบทเรียน และความสามารถที่จะเป็นพื้นฐานในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับต่อไป แม้ว่าการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดที่จำแนกข้อความหรือกิจกรรมออกเป็น 6 ประเภท จะทำให้ผลสัมฤทธิ์

ทางการเรียนของนักเรียนไม่ต่างจากการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดในแบบเรียนก็ตาม การมีแบบฝึกหัดลักษณะต่าง ๆ นอกเหนือไปจากที่มีอยู่ในแบบเรียน จะช่วยให้นักเรียนมีประสบการณ์กว้างขวางยิ่งขึ้น

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

2.1 ควรมีการวิจัยเรื่องนี้ซ้ำอีก โดยใช้กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยให้กว้างขวางขึ้นเพื่อหาผลสรุปที่แน่นอน

2.2 ควรเพิ่มเวลาในการทดลองและควบคุมตัวแปรต่าง ๆ ให้ได้ผลแน่นอนถูกต้องมากยิ่งขึ้น เป็นต้นว่าควรให้อาจารย์ประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง เนื่องจากนักเรียนจะเชื่อฟังและให้ความร่วมมือในการทำแบบฝึกหัดมากกว่าผู้อื่น

2.3 ควรเพิ่มการศึกษาตัวแปรอื่น ๆ นอกเหนือไปจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เช่น สมรรถภาพในการใช้เหตุผล

2.4 ควรมีการวิจัยในทำนองเดียวกันนี้ในระดับชั้นอื่น ๆ โดยเลือกเนื้อหาที่เหมาะสม

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กมล ภูประเสริฐ การเปรียบเทียบวิธีการสองวิธีในการทดสอบความเที่ยงตรงของลำดับชั้น
การเรียนรู้ ปริญญานิพนธ์ กศ.ค. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2520,
130 หน้า อัดสำเนา
- กระทรวงศึกษาธิการ หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 โรงพิมพ์คุรุสภา
2522
- คณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย, สมาคม การสอนเลขคณิตในโรงเรียนประถมศึกษาในประเทศไทย
เขตรอน มปท. 2500, 435 หน้า
- ชัชวาลย์ อำนวยมณี และสุชาติ สุรเกียรติ "ผิดตรงไหน" คณิตศาสตร์ 47 - 463
สิงหาคม 2503
- ชาลี ถาศักดิ์ ทักษะเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ประกาศนียบัตรวิชาการศึกษา ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร 2513, 206 หน้า อัดสำเนา
- ดิลก บุญเรืองรอด ผลการใช้การสอนแบบต่าง ๆ ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของ
นักเรียน วิทยานิพนธ์ ค.ม. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2515 อัดสำเนา
- ทองสุข วันแสน การศึกษาศมรรถภาพสมองทางภาษาหาควาน ตามแนวทฤษฎีโครงสร้างทาง
สมองของ กิลฟอร์ด ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
2524, 162 หน้า อัดสำเนา
- ธนชัย ภูอุดม การศึกษาศมรรถภาพในการพิสูจน์ว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้าน
ของนิสิต ปีที่ 4 วิชาเอกคณิตศาสตร์หลักสูตรการศึกษามัธยมศึกษา ปริญญานิพนธ์ กศ.ม.
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2524, 27 หน้า อัดสำเนา
- นาวรัตน์ ศุกลินธุ์ การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนิสิตระดับปริญญาตรี ปีที่ 1
เรื่อง เซต และระบบจำนวน โดยการสอนที่เน้นการยกตัวอย่างค้านกับการสอนปกติ
ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2525, 145 หน้า
อัดสำเนา

บุญมา จาริก ตรรกศาสตร์เบื้องต้น มปท. 2522, 130 หน้า

พรหมทิพย์ ม้ามณี การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ระดับมัธยมศึกษา สารศึกษาการพิมพ์,
2520, 105 หน้า

ยุพิน พิพิธกุล การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ บพิธการพิมพ์ 2524, 514 หน้า

วิรัตน์ ชาญศิริรักษา การศึกษาความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 5 ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2524, 23 หน้า อักสำเนา

ศักดา บุญโต " เหตุผลแบบอุปมาน และอนุมาน " คณิตศาสตร์ 272 - 273 : 29 - 33
พฤษภาคม - มิถุนายน 2524

ศรีสมร อรรถจินดา การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 1 จากการสอนที่ให้ตัวอย่างแตกต่างกัน 2 แบบ ปรินญาณิพนธ์ ศศ.ม. มหาวิทยาลัย
เกษตรศาสตร์ 2522, 67 หน้า อักสำเนา

สถามันต์ เสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เอกสารอ่านประกอบวิชาคณิตศาสตร์
2519, อักสำเนา

เสาว นวลกรณี " จดหมาย ถาม - ตอบ " คณิตศาสตร์ 250 - 251 : 74 - 76
กรกฎาคม - สิงหาคม 2522

เสาศินี บุโรคม การสร้างแบบฝึกหัดภาพเพื่อส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ สำหรับเด็กปฐมวัย
วิทยานิพนธ์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2523, 225 หน้า

สมบัติ มหารศ ประถมศึกษา ประสานการพิมพ์ 2520, 380 หน้า

สมบัติ จิตพงศ์ การประเมินผลหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ระดับ ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 ของ
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ปรินญาณิพนธ์ กศ.ค. มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2519, 119 หน้า

สมบัติ สีนถาวร ผลการทำแบบฝึกหัด การทดสอบย่อยและการสอบสิ่งบกพร่องที่มีต่อผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสาน
มิตร 2521, 52 หน้า อักสำเนา

- สุนนมาศ สันโฆ ความเข้าใจในโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับชั้นประถม ปีที่สอง
 ปรินทิพนิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2520, 69 หน้า
- ✓ โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไกรคั่นวงศ์ เทคนิคและวิธีการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่
 ไทยวัฒนาพานิช 2520, 229 หน้า
- ✓ ชำพล ธรรมเจริญ การศึกษาความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ปรินทิพนิพนธ์ กศ.ม. วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร
 2516, 50 หน้า อักสำเนา
- ✓ เอื้ออารี ยศโสภณ "เยาวชนในชนบท" เยาวชนไทย สถาบันวิจัยทางสังคมศาสตร์
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2516, 140 หน้า
- ✓ Basslerr, Otto Call "Comparison of Two Types Exercises in Teaching
 Mathematical Concept to Prospective Elementary School Teachers"
Dissertation Abstracts, 28 : 978 - A, October, 1966.
- Bloom, B.S., and others, Taxonomy of Educational Objectives :
The Classification of Educational Goals, Handbook I : Cognitive
Domain, New York David McKay Company, Inc, 1956
- _____ Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student
Learning. p. 271 - 277 1971.
- Fan, Chugh-Toh Item Analysis Table. Education Testing Service.
 New York, 1952. 32 p.
- ✓ Ferguson, George A. Statistical Analysis in Psychology and Education.
 3rd. ed., New York, McGraw-hill, 1971. 492 p.
- Gagne, R.M., The Condition of learning, 2nd ed., New York : Holt
 Rinehart and Winston, Inc, 1970.
- _____ "Learning Hierachios" in R.E. Ripple (Ed.), Readings in
Learning and Human Abilitios . 2nd. ed., New York : Harper & Row,
 Publishers, 1971. p. 111 - 124
- ✓ Gay, Lorraine R. and Gallagher, Paul D., "The Comparative Effectiveness
 to Test Versus Written Exercise!" The Journal of Education Research.
 69 : 59 - 61, March, 1976.
- Gelbaum, Bernard R. and John M.H. olsted. Counter Example in Analysis.
 San Francisco, Holden - Day Inc., 194 p.

Gideon carmi, "The Role of Context in cognitive Development!" Quarterly New letter of the LCHC, vol.3 46 - 54 July, 1981

Guilford, J.P. Hoepfner and H. Porterson, "Predicting Achievement in Ninth-Grade Mathematics from Measure of Intellectual Aptitude Factors", Education and Psychological Measurement. 25 : 659 - 682, Autumn, 1965.

The Nature of Human Intelligence, London, McGraw-Hill, 1971, 538 p.

Johnson, Donovan A., The New Mathematics in Our School. The Macmilland Company, New York, 1966. 192 p.

Peterson, Wayne "Beware of Persuasive Arguments," The Mathematics Teacher. 65 : 705, December, 1972.

Walpole, Ronald E., Introduction to Statistics. New York, The Macmillan Company, 1972. 365 p.

Whirl Robert T, "Problem Solving - Solution or Technique", The Mathematics Teacher, 66 : 551, October, 1973.

Whitesitt, Eldon j. Principle of Modern Algebra. Massa chusetts, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1964. 262 p.

Willoughby, Stephen S., Contemporary Teaching in Secondary Math John Wiley & son, Inc., New York, 1967. 21 p.

Wilson, James W., "Secondary School Mathematics" Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning. p. 660 - 664. 1971.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

แบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นสำหรับกลุ่มทดลองที่ 1

แบบฝึกหัดเรื่องสมการ

แบบฝึกหัดเรื่องคู่ลำดับ-กราฟ

แบบฝึกหัดเรื่องจำนวนเต็มลบ

แบบฝึกหัดเรื่อง สมการ

แบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นเรื่อง สมการ

แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์ฉบับนี้สร้างขึ้นเพื่อฝึกฝนสมรรถภาพสมองของนักเรียน
โดยยึดหลักเกณฑ์และการวิเคราะห์ของ บลูมและกิลฟอร์ด ข้อคำถามหรือกิจกรรมในแบบฝึกหัด
นี้จำแนกไว้ 6 ประเภท ดังนี้

ประเภทที่	ข้อคำถามหรือกิจกรรมเพื่อ	ชุดที่ 1	ชุดที่ 2	ชุดที่ 3	ชุดที่ 4	ชุดที่ 5
1.	ฝึกทักษะ	ข้อ 5,6,7, 8	-	ข้อ 2,4	ข้อ 4	ข้อ 9
2.	ตรวจสอบความเข้าใจ	ข้อ 2,3,4	ข้อ 1,4	ข้อ 1,3	ข้อ 1(2), 1(3),3	ข้อ 4,5, 6,7,8
3.	ช่วยขยายมโนคติ	ข้อ 1	ข้อ 2(1) 2(2)	-	-	ข้อ 2
4.	ฝึกการระมัดระวังเงื่อนไข	-	ข้อ 3	-	-	-
5.	ฝึกการยกตัวอย่างค้าน	-	ข้อ 2(3) 2(4)	-	ข้อ 1(1), 2	-
6.	ชี้แนะแนวทางเกี่ยวกับ- มโนคติใหม่ที่ต้องเนื่อง	-	ข้อ 5	-	ข้อ 1(4)	ข้อ 1,3

แบบฝึกหัด ชุดที่ 1

1. ในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงเขียนคำว่า "สมการ" และ "ไม่ใช่สมการ" หน้าประโยค
สัญลักษณ์ที่เป็นและ ไม่เป็นสมการ

- | | | |
|-------|------|-------------------|
| _____ | (1) | $3 + 4$ |
| _____ | (2) | $10n$ |
| _____ | (3) | $x + 5 = 7$ |
| _____ | (4) | $x + 3 \neq 6$ |
| _____ | (5) | $y \times 4 > 12$ |
| _____ | (6) | $25 + 1 < 26$ |
| _____ | (7) | $2w \div 4 = 11$ |
| _____ | (8) | $cd = f$ |
| _____ | (9) | $a > b$ |
| _____ | (10) | $4 + 5 = 8$ |

2. จงยกตัวอย่างสมการตามลักษณะที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ก. สมการที่ไม่มีตัวแปรและเป็นจริง (1) _____

(2) _____

(3) _____

ข. สมการที่ไม่มีตัวแปรและ ไม่เป็นจริง (1) _____

(2) _____

(3) _____

ค. สมการที่มีตัวแปร

(1) _____

(2) _____

(3) _____

(4) _____

3. จงพิจารณาว่าอะไรเป็นตัวแทนของสมการต่อไปนี้ แล้วนำตัวแปรเหล่านั้นใส่ลงในวงเล็บที่อยู่หน้าขวามือ

(1) $3a = 15 + 7$ []

(2) $5n + 1 = 3$ []

(3) $x = y$ []

(4) $100 = 25 \times 4$ []

(5) $7T = 22n$ (ในที่นี้ T คือค่า $\frac{\text{ความยาวเส้นรอบวง}}{\text{ความยาวเส้นผ่าศูนย์กลาง}}$) []

4. จงเติมสิ่งที่ขาดหายไปให้ถูกต้อง

สมการที่มีตัวแปร	ค่าของตัวแปรที่กำหนดให้	สมการ เมื่อแทนค่าตัวแปร	แทนตัวแปรแล้วสมการเป็นจริงหรือเท็จ
$2 + n = 10$	10	$2 + 10 = 10$	เท็จ
$x - 5 = 21$	26	-----	จริง
$x - 5 = 21$	25	-----	เท็จ
$x - 5 = 21$	-----	$27 - 5 = 21$	-----
$3 \times m = 123$	-----	$3 \times 40 = 123$	-----
$3 \times m = 123$	43	-----	-----
$5 = p - 4$	8	-----	เท็จ
$5 = p - 4$	-----	$5 = 9 - 4$	จริง
$\frac{t}{8} = 8$	0	-----	-----
$\frac{8}{t} = 8$	-----	$\frac{2}{8} = 8$	-----
$q + 5 - 2 = 8$	-----	$5 + 5 - 2 = 8$	จริง
$z - 3.6 = 8.2$	11	-----	-----
$s \times \frac{1}{2} = 3$	-----	$6 \times \frac{1}{2} = 3$	-----

5. จงพิจารณาว่าเมื่อแทนค่าตัวแปรด้วยจำนวนที่อยู่ในวงเล็บท้ายสมการแต่ละข้อ แล้วสมการที่เกิดขึ้นเป็นจริงหรือเท็จ (เขียน "จริง" หรือ "เท็จ" ลงในช่องว่างที่กำหนดให้)

(1) $x + 7 = 25$ [21] _____

(2) $a - 8 = 17$ [25] _____

(3) $3b = 24$ [8] _____

(4) $\frac{c}{5} = 11$ [54] _____

(5) $y + 2 + 6 = 10$ [2] _____

6. ในวงเล็บที่อยู่ท้ายสมการต่อไปนี้ จงเติมจำนวนซึ่งนำมาแทนค่าตัวแปรแล้วได้สมการที่เป็นจริง

(1) $k - 4 = 10$ [_____]

(2) $h \times 9 = 36$ [_____]

(3) $m + 13 = 35$ [_____]

(4) $\frac{n}{3} = 5$ [_____]

(5) $t + 4 - 3 = 4$ [_____]

7. จงตรวจสอบว่าจำนวนในวงเล็บท้ายสมการเป็นคำตอบของสมการหรือไม่ (เขียน "เป็น" หรือ "ไม่เป็น" ลงในช่องว่างที่กำหนดให้)

(1) $4 - x = 15$ [14] _____

(2) $a - 8 = 24$ [6] _____

(3) $2m + 9 = 25$ [17] _____

(4) $35 - 3y = 8$ [9] _____

(5) $4x = 56$ [14] _____

(6) $\frac{1}{2}x - 2 = 13$ [22] _____

(7) $\frac{t}{6} = 12$ [2] _____

(8) $\frac{72}{v} = 9$ [8] _____

(9) $\frac{36}{c} - 2 = 6 - 4$ [9] _____

(10) $\frac{f}{8} + 6 = 15 - 5$ [32] _____

8. จงหาคำตอบของสมการต่อไปนี้โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปรด้วยจำนวนที่อยู่ทางขวามือ แล้วนำคำตอบที่ได้มาใส่ในวงเล็บที่อยู่ท้ายสมการให้ถูกต้อง

(1) $6 + x = 5 + 6$ []

(2) $7 + 8 - 9 = r$ []

(3) $7 + (s \times 3) = 22$ []

(4) $(4 \times m) + 6 = 6$ []

(5) $7 \times y = 28 \times 1$ []

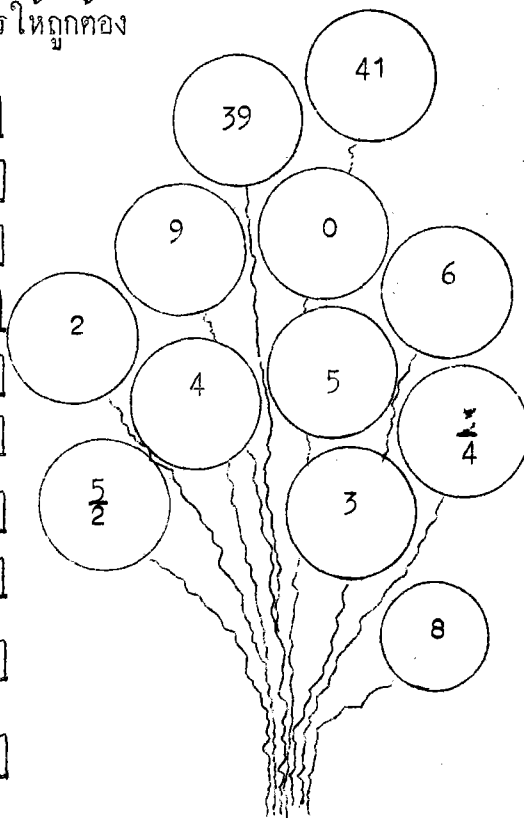
(6) $\frac{1}{3} \times d + 2 = 5$ []

(7) $(e + 1) - 2 = 3$ []

(8) $5 - x = 8 - (2 \times x)$ []

(9) $\frac{3}{4} = \frac{9}{2} - \frac{1}{2}$ []

(10) $0.3m - 7.3 = 5$ []



แบบฝึกหัด ชุดที่ 2

1. จงเติมสิ่งที่ขาดหายไปให้ถูกต้อง

ให้	ดังนั้น	คุณสมบัติที่ใช้
$a = 50$	$a + 8 = 50 + 8$	-----
$m = 2n$	$3m = 3 \times 2n$	-----
$81 = t$	$9 = \frac{-----}{9}$	คุณสมบัติการหาร
$c = d$	$c - \dots = d - 5$	คุณสมบัติการลบ
$x - 10 = y$	$x - 10 + \dots = y + \dots$	-----
$26 = b$	$\dots = 2b$	-----
$5p = 8$	$p = \dots$	-----
$45 = u + 7$	$\dots = u$	-----
$x = y$	$xy = \dots$	-----
$\frac{1}{a} = b, \text{ เมื่อ } a \neq 0$	$\dots = bc$	-----

2. กำหนดให้ a, b, c เป็นจำนวนใด ๆ จงตรวจสอบว่าข้อความแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าจริงจงบอกเหตุผลหรืออ้างคุณสมบัติที่แสดงว่าเป็นจริง ถ้าเท็จจงยกตัวอย่างที่แสดงว่าเป็นเท็จ

(1) ถ้า $a + c = b + c$ แล้วจะได้ว่า $a = b$

ข้อความนี้ ☐ จริง เพราะ

☐ เท็จ ตัวอย่างเช่น -----

(2) ถ้า $a - c = b - c$ แล้วจะได้ว่า $a = b$

ข้อความนี้ ☐ จริง เพราะ

☐ เท็จ ตัวอย่างเช่น -----

✓(3) ถ้า $a \times c = b \times c$ แล้วจะได้ว่า $a = b$

ข้อความนี้ ☐ จริง เพราะ

☐ เท็จ ตัวอย่างเช่น -----

(4) ถ้า $a = b$ แล้วจะได้ว่า $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

ข้อความนี้ ☐ จริง เพราะ

☐ เท็จ ตัวอย่างเช่น -----

3. เมื่อ x, y, z เป็นจำนวนใด ๆ จงบอกเงื่อนไขที่ทำให้ประโยคสัญลักษณ์ทางซ้ายมือเป็นจริงเสมอ

ประโยคสัญลักษณ์	เงื่อนไข
$x + 3 = 3 + y$	-----
$x - 4 = z - 4$	-----
$y \times 5 = 5 \times z$	-----
$\frac{x}{6} = \frac{y}{6}$	-----
$\frac{6}{x} = \frac{6}{y}$	-----

4. จงเลือกตัวอักษรหน้าคำตอบต่อไปนี้เติมลงในช่องว่างหน้าข้อความที่มีลักษณะสอดคล้องกัน

ก. คุณสมบัติการบวก

ข. คุณสมบัติการลบ

ค. คุณสมบัติการคูณ

ง. คุณสมบัติการหาร

.....(1) นมสดหนองโพ และนมถั่วเหลืองตราคอกดองละ 5 บาทเท่ากัน ค่าซื้อนมสดหนองโพ 3 กล่อง แต่แลกซื้อนมถั่วเหลืองจำนวนเท่ากัน เขาทั้งสองจ่ายเงินเท่ากันหรือไม่

.....(2) เคอมีเงินฝากอยู่ในธนาคารศรีนคร เท่ากับที่ฝากไว้กับธนาคารกรุงเทพ เมื่อตอนสิ้นเดือนกรรมาของเขาย้ายไปถอนเงินที่ธนาคารทั้งสองแห่ง ๆ ละ 1,000 บาท เงินฝากของเคอจะยังคงเหลือเท่ากันหรือไม่

-(3) ครูมีขนมอยู่สองถุง ๆ ละ 15 ชิ้น แบ่งขนมในถุงหนึ่งให้นักเรียนหญิง 3 คน ๆ ละเท่ากัน และแบ่งขนมในถุงที่เหลือให้นักเรียนชาย 3 คน คนละเท่ากัน นักเรียนหญิงและนักเรียนชายได้รับส่วนแบ่งเท่ากันหรือไม่
-(4) ชุนแฉนและชุนซ้างมีนาคนละ 100 ไร่ นางพิมพ์ลาโดยแบ่งให้อีกคนละ 50 ไร่ ทั้งชุนแฉนและชุนซ้างมีนาเท่ากันหรือไม่

5. จงเติมสิ่งที่ขาดหายไปให้ถูกต้อง

$x - 7 = 35$ $x - 7 + 7 = \dots\dots\dots$ $x = \dots\dots\dots$	$3y = 6$ $\frac{3y}{3} = \dots\dots\dots$ $y = \dots\dots\dots$
$z + 3 = 7$ $\dots\dots = 7 - 3$ $z = \dots\dots\dots$	$\frac{w}{5} = 4$ $\dots\dots = 5 \times 4$ $w = \dots\dots\dots$

แบบฝึกหัดชุดที่ 3

1. จากสมการที่มีตัวแปรและค่าของตัวแปรซึ่งเป็นคำตอบของสมการดังกล่าวนักเรียนมีวิธีทำอย่างไรเพื่อให้ได้คำตอบของสมการเหล่านั้น

ให้	วิธีทำ	คำตอบสมการที่ได้
$y + 5 = 8$	เอา 5 ลบออกทั้งสองข้าง	$x = 3$
$v - 6 = 4$	-----	$v = 10$
$a + 0.5 = 4.5$	-----	$a = 4$
$b - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$	-----	$b = \frac{3}{4}$

2. จงแก้สมการต่อไปนี้แล้วแสดงวิธีหาคำตอบ

$n - 4 = 5$	$y + 2 = 2$
-----	-----
<u>การหาคำตอบ</u> -----	<u>การหาคำตอบ</u> -----
-----	-----
$x + 6.2 = 21.12$	$z - 3.6 = 8.2$
-----	-----
<u>การหาคำตอบ</u> -----	<u>การหาคำตอบ</u> -----
-----	-----

$m - 81 = 6$	$t + 58 = 99$
<u>การตรวจคำตอบ</u>	<u>การตรวจคำตอบ</u>
$s + 2\frac{1}{2} = 9$	$r - \frac{5}{3} = \frac{5}{6}$
<u>การตรวจคำตอบ</u>	<u>การตรวจคำตอบ</u>
$8 = a - 7$	$121 = b + 1$
<u>การตรวจคำตอบ</u>	<u>การตรวจคำตอบ</u>

3. จากสมการที่มีตัวแปรและค่าของตัวแปรซึ่งเป็นคำตอบของสมการ ดังกล่าว นักเรียนมีวิธีทำอย่างไร เพื่อให้ได้คำตอบของสมการ เหล่านั้น

ให้	วิธีทำ	คำตอบสมการที่ได้
$5w = 30$	-----	$w = 6$
$\frac{u}{8} = 8$	-----	$u = 64$
$\frac{1}{2} \times d = 5$	-----	$d = 10$
$\frac{c}{1.2} = 10$	-----	$c = 12$

4. จงแก้สมการต่อไปนี้แล้วแสดงวิธีตรวจคำตอบ

$\frac{a}{3} = 5$	$9x = 72$
-----	-----
-----	-----
<u>การตรวจคำตอบ</u>	<u>การตรวจคำตอบ</u>
-----	-----
$7y = 3$	$\frac{b}{11} = 4$
-----	-----
-----	-----
<u>การตรวจคำตอบ</u>	<u>การตรวจคำตอบ</u>
-----	-----

$\frac{1}{2}m = \frac{11}{12}$	$v \div \frac{3}{4} = 1$
<u>การตรวจคำตอบ</u>	<u>การตรวจคำตอบ</u>
$\frac{h}{2.1} = 100$	$2.5t = 12.5$
<u>การตรวจคำตอบ</u>	<u>การตรวจคำตอบ</u>
$30 = 10k$	$12 = \frac{I}{7}$
<u>การตรวจคำตอบ</u>	<u>การตรวจคำตอบ</u>

แบบฝึกหัด ชุดที่ 4

1. พิจารณาข้อความ "ให้ $a - 3 = 2$ และ $3 - b = 2$ ดังนั้น $a = b$ "

- (1) ข้อความนี้ ☐ จริง เพราะ
☐ เท็จ ตัวอย่างเช่น -----

(2) $a = \dots$ คือ คำตอบของสมการ $a - 3 = 2$ นักเรียนทำอย่างไรจึงได้คำตอบนี้

 (3) ใช้วิธีทำเช่นเดียวกับข้อ (2) จะได้คำตอบของสมการ $3 - b = 2$ หรือไม่?

 (4) จงเติมข้อความที่ขาดหายไปให้สมบูรณ์ แล้วนักเรียนจะพบวิธีหาคำตอบของสมการ $3 - b = 2$

สมการ $a - 3 = 2$ $a - 3 + 3 = \dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots = 5$	สมการ $3 - b = 2$ $3 - b + b = \dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots = b + 2$ $3 - 2 = \dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots = b$
---	---

2. พิจารณาข้อความ "ให้ $x \div 2 = 4$ และ $2 \div y = 4$ ดังนั้น $x = y$ "

- (1) ข้อความนี้ ☐ จริง เพราะ
☐ เท็จ ตัวอย่างเช่น -----

(2) $x = \dots\dots\dots$ คือคำตอบของสมการ $x \div 2 = 4$ นักเรียนทำอย่างไรจึงได้คำตอบนี้

(3) ใช้วิธีทำเช่นเดียวกับข้อ (2) จะได้คำตอบของสมการ $2 \div y = 4$ หรือไม่

(4) จงเติมข้อความที่ขาดหายไปให้สมบูรณ์ แล้วนักเรียนจะพบวิธีหาคำตอบของสมการ $2 \div y = 4$

สมการ $x \div 2 = 4$ $\frac{x}{2} = 4$ $\frac{2x}{2} = \dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots = 8$	สมการ $2 \div y = 4$ $\frac{2}{y} = 4$ $\frac{2y}{y} = \dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots = 4y$ $\frac{2}{4} = \dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots = y$
---	--

3. จงเติมสิ่งที่ขาดหายไปให้ถูกต้อง

$10 - x = 7$ $10 - x + x = \dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots = x + 7$ $\dots\dots\dots = x + 7 - 7$ $3 = \dots\dots\dots$	$\frac{12}{c} = 4$ $\frac{12}{c} c = \dots\dots\dots$ $\dots\dots = 4c$ $\dots\dots = \frac{4c}{4}$ $3 = \dots\dots\dots$
$y + 5 - 3 = 8$ $y + 5 - 3 + 3 = \dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots = 11$ $y + 5 - 5 = \dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots = 6$	$\frac{3t}{10} = 6$ $\frac{3t}{10} 10 = \dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots = 60$ $\frac{3t}{3} = \dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots = 20$

$2x + 3 = 9$ $\dots\dots = 9 - 3$ $2x = \dots\dots\dots$ $\dots\dots = \frac{6}{2}$ $x = \dots\dots\dots$	$\frac{k}{2} - 4 = 0$ $\dots\dots = 0 + 4$ $\frac{k}{2} = \dots\dots\dots$ $\dots\dots = 4 \times 2$ $k = \dots\dots\dots$
---	--

4. จงแก้สมการต่อไปนี้แล้วแสดงวิธีหาคำตอบ

$2x + 3x = 10$ <u>การหาคำตอบ</u>	$3n + 4 - 5 = 7$ <u>การหาคำตอบ</u>
$\frac{b}{4} + 3 = 31$ <u>การหาคำตอบ</u>	$\frac{3 + f}{5} = 12$ <u>การหาคำตอบ</u>

$6d - 5 = 17$	$5y + 7 = 32$
<u>การตรวจคำตอบ</u>	<u>การตรวจคำตอบ</u>
$\frac{w}{9} + 4 - 1.5 = 11.5$	$12 + 5m = 19$
<u>การตรวจคำตอบ</u>	<u>การตรวจคำตอบ</u>
$\frac{3}{2}c + 7 - 4 = 32$	$1.3 = 0.7 + 0.2x$
<u>การตรวจคำตอบ</u>	<u>การตรวจคำตอบ</u>

แบบฝึกหัด ชุดที่ 5

1. นักเรียนจงสร้างสมการจากที่กำหนดให้ในตารางต่อไปนี้

สิ่งที่กำหนดให้			สมการ
จำนวน	วิธีการ	ความสัมพันธ์	
x, 2, 3	+	=	-----
y, 1, 5	-	=	-----
a, 4, 8	X	=	-----
b, 5, 7	÷	=	-----
d, 4, 1, 3	+, -	=	-----
f, 3, 8, 6	-, X	=	-----
h, 10, 2, 5	÷, X	=	-----

2. นักเรียนจงสร้างสมการจากสิ่งที่กำหนดให้ซึ่งมีเงื่อนไขเพิ่มขึ้นในตารางต่อไปนี้

สิ่งที่กำหนดให้				สมการ
จำนวน	วิธีการ	ความสัมพันธ์	เงื่อนไข	
x, 2, 3	+	=	ผลบวกระหว่าง 2 กับ 3 เท่ากับ x	-----
y, 1, 5	-	=	หัก y ออกเสีย 5 จะเหลือเท่ากับ 1	-----
a, 4, 8	X	=	ผลคูณของ 4 กับ 8 เท่ากับ a	-----
b, 5, 7	÷	=	b เกิดจาก 5 หารด้วย 7	-----
d, 4, 1, 3	+, -	=	ผลบวกของ 4 กับ 1 เมื่อหักออก 3 เหลือ d	-----
f, 3, 8, 6	-, X	=	6 ลบด้วย 3 เท่าของ x ได้เท่ากับ 8	-----
h, 10, 2, 5	÷, X	=	ครึ่งหนึ่งของเลขจำนวนหนึ่งคือเจ็ด	-----

3. พิจารณาปัญหาแต่ละข้อในช่องซ้ายมือ แล้วเติมสิ่งที่ขาดหายไปในการวางต่อไปนี้

ปัญหา	จำนวน	วิธีการ	ความสัมพันธ์
(1) ผลรวมของ m กับ 5 เท่ากับ a	$m, 5, 9$	$+$	$=$
(2) 3 เท่าของ x เท่ากับ 21	-----	$\times$	$=$
(3) แบ่งจำนวน y ครั้งละ 4 เท่า ๆ กันได้ 7 ครั้ง	-----	-----	$=$
(4) หัก b ออกเสีย 10 เหลือเท่ากับ 1	-----	-----	-----
(5) 5 เท่าของ k เท่ากับผลบวกของ 18 กับ 7	-----	-----	-----

จากตารางข้างบนนี้ จงตอบคำถามให้ถูกต้อง

ปัญหาข้อ (1) สามารถเขียนเป็นสมการได้คือ -----

ปัญหาข้อ (2) สามารถเขียนเป็นสมการได้คือ -----

ปัญหาข้อ (3) สามารถเขียนเป็นสมการได้คือ -----

ปัญหาข้อ (4) สามารถเขียนเป็นสมการได้คือ -----

ปัญหาข้อ (5) สามารถเขียนเป็นสมการได้คือ -----

4. พิจารณาข้อความ "8 มากกว่า 5 อยู่ 3" แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

(1) สัญลักษณ์ที่ใช้แทนคำว่า "มากกว่า" คือ -----

(2) ข้อความดังกล่าวทำให้เรารู้ว่า "8 - 5 เท่ากับ 3" ใช่หรือไม่ (☐ใช่ ☐ไม่ใช่)

(3) อาจกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่า "5 + 3 เท่ากับ 8" ใช่หรือไม่ (☐ใช่ ☐ไม่ใช่)

(4) นักเรียนเขียนสมการแทนข้อความ "8 มากกว่า 5 อยู่ 3" ได้คือ -----

(5) หากเปลี่ยนข้อความเป็น " x มากกว่า 5 อยู่ 3" จะได้สมการแทนข้อความนี้คือ -----

๖. พิจารณาข้อความ "4 น้อยกว่า 6 อยู่ 2" แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

(1) สัญลักษณ์ที่ใช้แทนคำว่า "น้อยกว่า" คือ _____

(2) ข้อความดังกล่าวทำให้เรารู้ว่า " $6 - 4$ เท่ากับ 2" ใช่หรือไม่

(☐ ใช่ ☐ ไม่ใช่)

(3) อาจกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่า " $4 + 2$ เท่ากับ 6" ใช่หรือไม่

(☐ ใช่ ☐ ไม่ใช่)

(4) นักเรียนเขียนสมการแทนข้อความ "4 น้อยกว่า 6 อยู่ 2" ได้คือ _____

(5) หากเปลี่ยนข้อความเป็น " y น้อยกว่า 6 อยู่ 2" จะได้สมการแทน

ข้อความนี้คือ _____

6. พิจารณาปัญหาแต่ละข้อในช่องซ้ายมือแล้วเติมสิ่งที่ขาดหายไปโดยเปลี่ยนข้อความที่ระบุถึงจำนวน, วิธีการ และความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ (กำหนดให้ x แทนจำนวนที่ต้องการทราบ)

ปัญหา	จำนวน	วิธีการ	ความสัมพันธ์
(1) สามเท่าของจำนวนหนึ่งรวมกับสี่ได้แปด			
(2) เจ็ดเท่าของผลบวกระหว่างจำนวน ๆ หนึ่งกับ 5 มีผลลัพธ์เป็น 210			
(3) แดงมีเงินจำนวนหนึ่งซึ่งมากกว่าคำอยู่ 5 บาท นับเงินที่คำมีได้ 15 บาท			
(4) สองเท่าของอายุลูกเป็นครึ่งหนึ่งของอายุพ่อ ขณะนี้พ่อมีอายุ 48 ปี			
(5) จมมีเงินในกระเป๋าจำนวนหนึ่ง เขาเขียนรูปเป็นปริศนาดังนี้ ①①① มีเหรียญรวม 12 เหรียญ			

จากตาราง จงตอบคำถามให้ถูกต้อง

- ปัญหาข้อ (1) สามารถเขียนเป็นสมการได้คือ _____
- ปัญหาข้อ (2) สามารถเขียนเป็นสมการได้คือ _____
- ปัญหาข้อ (3) สามารถเขียนเป็นสมการได้คือ _____
- ปัญหาข้อ (4) สามารถเขียนเป็นสมการได้คือ _____
- ปัญหาข้อ (5) สามารถเขียนเป็นสมการได้คือ _____

7. เมื่อ x แทนจำนวนที่ต้องการหา นักเรียนสามารถสร้างสมการแทนปัญหาแต่ละข้อได้ดังนี้

- (1) สามเท่าของจำนวนหนึ่งรวมกับสี่ได้แปด
สมการที่ได้คือ _____
- (2) เจ็ดเท่าของผลบวกระหว่างจำนวน x หนึ่งกับหามีสลลัพท์เป็น 210
สมการที่ได้คือ _____
- (3) แดงมีเงินจำนวนหนึ่งซึ่งมากกว่าค่าอยู่ 5 บาท นับเงินที่ค่ามิได้ 15 บาท
สมการที่ได้คือ _____
- (4) สองเท่าของอายุลูกเป็นครึ่งหนึ่งของอายุพ่อ ขณะนี้พ่อมีอายุ 48 ปี
สมการที่ได้คือ _____
- (5) ชมมีเงินในกระเป๋จำนวนหนึ่ง เขาเขียนรูปเป็นปริศนา ดังนี้
- 1

1

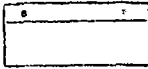
1
- มีเหรียญรวม 12 เหรียญ
สมการที่ได้คือ _____

8. จงเขียนสมการเพื่อหาจำนวนที่ต้องการทราบ (ให้ x แทนจำนวนที่ต้องการทราบ)

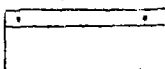
- (1) ห้าเท่าของจำนวน x หนึ่งลบออก 4 แล้วมีค่าเท่ากับ 31
สมการเพื่อหาจำนวนนั้นคือ _____
- (2) ปลาตัวหนึ่งมีส่วนหัวยาวเป็น $\frac{1}{4}$ เท่าของตัวปลา ถาสวนหัวยาว 5.5 ซม.
สมการเพื่อหาความยาวของตัวปลาคือ _____

- (3) นลินีมีอายุเป็น $\frac{4}{7}$ เท่าของอายุของบุษบา อยากทราบอายุบุษบา
ถ้านลินีมีอายุ 28 ปี

สมการเพื่อหาอายุของบุษบา คือ _____

- (4) พิจารณา        มีเหรียญ
รวม 18 เหรียญ

สมการเพื่อหาจำนวนเหรียญในกระเป๋า คือ _____

- (5) พิจารณา     
มีเหรียญรวม 18 เหรียญ

สมการเพื่อหาจำนวนเหรียญในแต่ละกระเป๋า คือ _____

9. จงเขียนสมการเพื่อหาจำนวนที่ต้องการทราบในแต่ละข้อ พร้อมทั้งแสดง
วิธีแก้สมการเพื่อหาจำนวนนั้น

ออยมีเงินอยู่ 12 บาท แต่ยังไม่ยกกว่าเอื้อยอยู่ 8 บาท เอื้อย
มีเงินเท่าไร สมการเพื่อหาจำนวนที่ต้องการทราบคือ _____

$\frac{3}{4}$ ของนักเรียนในห้องเป็นนักเรียนชาย ซึ่งมีอยู่ 33 คน นักเรียน
ทั้งหมดในห้องเรียนนั้นมีกี่คน
สมการเพื่อหาจำนวนที่ต้องการทราบคือ _____

สองเท่าของเงินที่^๑คุณมีอยู่ มากกว่าเงิน 15 บาท เป็นจำนวนเงิน 9 บาท
คุณมีเงินอยู่เท่าไร
สมการเพื่อหาจำนวนที่^๑ต้องการทราบ คือ _____

นายชง กับนายชุย มีอายุรวมกัน 110 ปี ซึ่งมากกว่าสองเท่าของอายุนายชง
เป็นจำนวน 2 ปี นายชงมีอายุเท่าไร
สมการเพื่อหาจำนวนที่^๑ต้องการทราบ คือ _____

ปัจจุบันฝาแฝดคู่นี้มีอายุ y ปี เมื่อ 5 ปีที่แล้วทั้งสองคนมีอายุรวมกันเป็น 18 ปี

สมการเพื่อหาจำนวนที่ต้องการทราบคือ _____

ต้องการแบ่งเงินจำนวนหนึ่งให้แก่เด็ก 6 คน ซึ่งถ้าได้เงินมาเพิ่มอีก 2 บาท เด็กแต่ละคนจะได้คนละ 5 บาท อยากทราบว่าเงินจำนวนนั้นมีกี่บาท

สมการเพื่อหาจำนวนที่ต้องการทราบคือ _____

บ่อน้ำรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก จักรวณกว้างได้ 20 เมตร แต่เมื่อเอาลวดซึ่งกัน
โดยรอบปากบ่อ เส้นลวดยาว 100 เมตร จงหาความยาวของบ่อน้ำ
สมการเพื่อหาจำนวนที่ต้องการทราบคือ _ _ _ _ _

นายสีมีเงิน 50 บาท คิดเป็นสองเท่าของนายสา นายสามีเงินเท่าไร
สมการเพื่อหาจำนวนที่ต้องการทราบคือ _ _ _ _ _

จيرانำเงินใส่ซอง ๆ ละเท่า ๆ กัน ยังเหลือเงินอีก 9 บาท ถ้าเขามีเงิน 45 บาท เขาใส่เงินของละกี่บาท
 สมการเพื่อหาจำนวนที่ต้องการทราบ คือ _____

พ่อค้าปีศาจสินค้าไว้จำนวนหนึ่ง เมื่อมีผู้มาซื้อเงินสด เขาคิดราคาเพียง $\frac{2}{3}$ ของราคาที่ปักไว้ นายแดงซื้อสินค้านั้นให้ธนบัตรฉบับละ 500 บาทไป ได้รับเงินทอน 140 บาท อยากทราบว่าพ่อค้าปีศาจสินค้าไว้เท่าไร
 สมการเพื่อหาจำนวนที่ต้องการทราบ คือ _____

แบบฝึกหัดเรื่อง คู่ลำดับ - กราฟ

แบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นเรื่อง คล่าคืบ-กราฟ

แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์ฉบับนี้สร้างขึ้นเพื่อฝึกฝนสมรรถภาพสมองของนักเรียนโดยยึดหลักเกณฑ์การวิเคราะห์ของ บลูมและกิลฟอร์ด ข้อคำถามหรือกิจกรรมในแบบฝึกหัดนี้จำแนกไว้ 6 ประเภท ดังนี้

ประเภทที่	ข้อคำถามหรือกิจกรรมเพื่อ	ชุดที่ 1	ชุดที่ 2	ชุดที่ 3
1.	ฝึกทักษะ	ข้อ 4, 5, 6	ข้อ 4	ข้อ 7, 8, 9
2.	ตรวจสอบความเข้าใจ	ข้อ 1, 2	ข้อ 1, 5, 6	ข้อ 2, 3
3.	ช่วยขยายนิยาม	ข้อ 3, 7	ข้อ 2(7), 2(8), 3, 7	ข้อ 1, 4, 5, 6
4.	ฝึกการระมัดระวังเงื่อนไข	—	—	—
5.	ฝึกการยกตัวอย่างค้าน	—	—	—
6.	ชี้แนะแนวทางเกี่ยวกับ- นิยามใหม่ที่ต่อเนื่อง	—	—	—

4. จงเขียนคู่ลำดับแสดงการจับคู่ระหว่างรายการในช่องซ้ายมือ กับ รายการในช่องขวามือจากการแจกต่อไปนี้

ตารางที่ 1

พ.ศ.	ผลการเรียน(%)
2517	88
2518	89
2519	84
2520	85

คู่ลำดับที่ได้มีดังนี้คือ _____

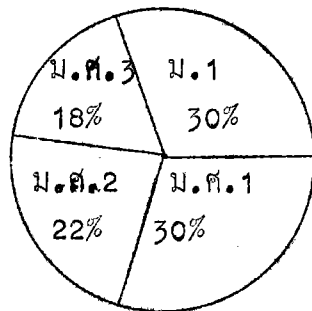
ตารางที่ 2

จำนวนไข่ไก่(ฟอง)	ราคา(บาท)
1	2
2	4
3	5
4	7
5	8
6	10

คู่ลำดับที่ได้มีดังนี้คือ _____

5. จงนำข้อมูลจากแผนภาพต่อไปนี้เติมลงในตารางและเขียนคู่ลำดับแสดงการจับคู่ระหว่างรายการในช่องซ้ายมือกับรายการในช่องขวามือให้ถูกต้อง

แผนภาพที่ 1



ตารางที่ 1

แสดงจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ร.ร.พิทยาคม แสดงจำนวนน.ร.ชั้นมัธยมศึกษาของร.ร.พิทยาคม

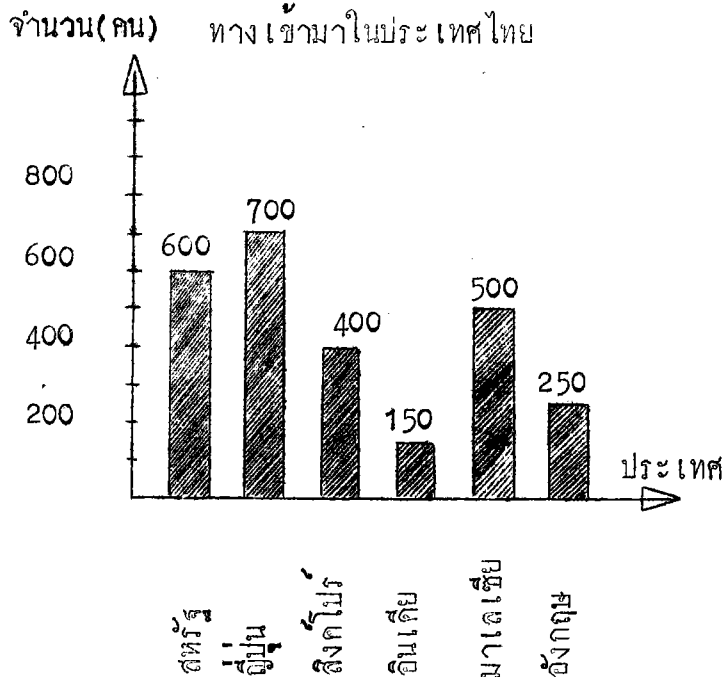
ชั้น	จำนวนนักเรียน

คู่ลำดับที่ได้มีดังนี้คือ.....

.....

แผนภาพที่ 2

จำนวนนักท่องเที่ยวบางประเทศที่เดินทางเข้ามาในประเทศไทย



ตารางที่ 2

จำนวนนักท่องเที่ยวบางประเทศที่เดินทางเข้ามาในประเทศไทย

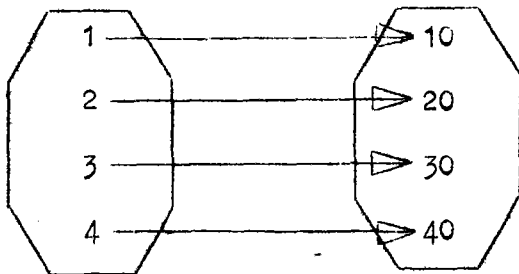
ประเทศ	จำนวนคน

คู่ลำดับที่ได้มีดังนี้คือ.....

.....

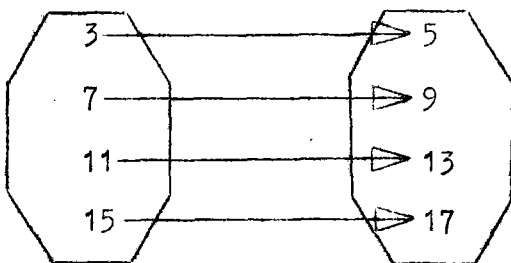
6. จง เขียนคู่ลำดับทั้งหมดจากแผนภาพต่อไปนี้ แสดงการจับคู่ระหว่างกลุ่มที่เป็นจุดเริ่มต้นของลูกศร กับกลุ่มที่มีหัวลูกศร

(1) แผนภาพแบบใช้ลูกศรแสดงการจับคู่



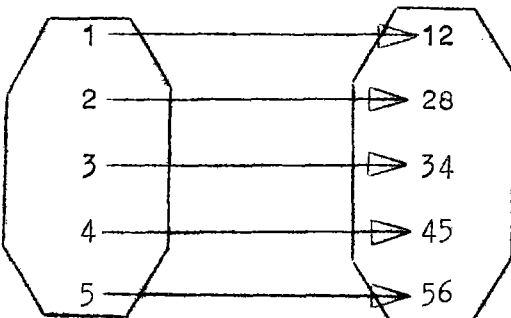
คู่ลำดับที่ได้มีดังนี้คือ.....
.....

(2) แผนภาพแบบใช้ลูกศรแสดงการจับคู่



คู่ลำดับที่ได้มีดังนี้คือ.....
.....

(3) แผนภาพแบบใช้ลูกศรแสดงการจับคู่



คู่ลำดับที่ได้มีดังนี้คือ.....
.....

7. จากคู่ลำดับแต่ละข้อต่อไปนี้ จงเขียนแผนภาพแบบใช้ลูกศรแสดงการจับคู่ระหว่างกลุ่มที่เป็นสมาชิกตัวแรก กับกลุ่มที่เป็นสมาชิกตัวหลัง

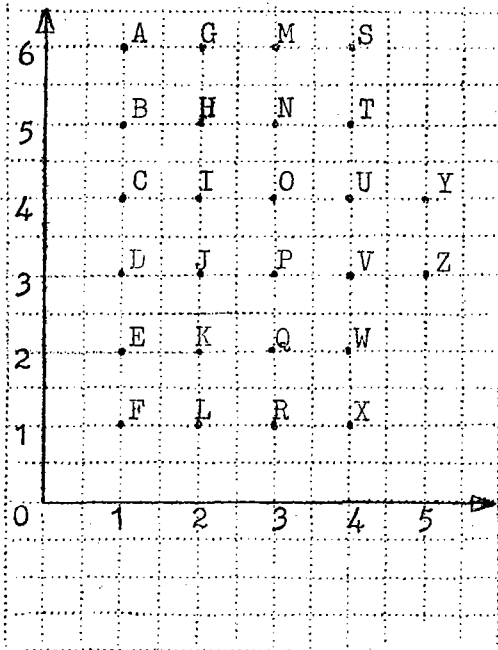
(1) (วิชัย, เป๊ปซี่), (วิสูตร, โคลา), (วิจิต, แฟนต้า), (วินัย, อารี่), (วินิต, ไบร่เลย์),
(วิสิทธิ์, เซเว่นอัพ)

(2) $(a,x), (b,y), (c,z), (d,w), (e,u), (f,m), (g,n), (h,k)$

(3) $(11,10), (12,20), (13,30), (14,40), (15,50), (16,60)$

แบบฝึกหัด ชุดที่ 2

1. จากกราฟของคู่ลำดับต่อไปนี้ จงเติมคำตอบในข้อ (1)-(4) ให้ถูกต้อง



(1) ตำแหน่งของตัวอักษรต่อไปนี้แทนด้วยคู่ลำดับใด

ก. ตำแหน่งของ A แทนด้วยคู่ลำดับ _____

ข. ตำแหน่งของ E แทนด้วยคู่ลำดับ _____

ค. ตำแหน่งของ I แทนด้วยคู่ลำดับ _____

ง. ตำแหน่งของ U แทนด้วยคู่ลำดับ _____

จ. ตำแหน่งของ V แทนด้วยคู่ลำดับ _____

(2) จุดที่แทนคู่ลำดับต่อไปนี้คือจุดใด

ก. จุดที่แทนด้วยคู่ลำดับ (2,4) คือ _____

ข. จุดที่แทนด้วยคู่ลำดับ (4,2) คือ _____

ค. จุดที่แทนด้วยคู่ลำดับ (3,3) คือ _____

(3) เมื่อใช้ตัวอักษรแทนคู่ลำดับในแต่ละข้อต่อไปนี้ จะได้อะไรบ้าง

ก. (1,3), (3,4), (2,6) เมื่อแทนด้วยตัวอักษรแล้วจะได้อะไรว่า _____

ข. (3,5), (1,2), (4,2) เมื่อแทนด้วยตัวอักษรแล้วจะได้อะไรว่า _____

ค. (1,5), (3,4), (5,4), (4,6) เมื่อแทนด้วยตัวอักษรแล้วจะได้อะไรว่า _____

ง. (2,5), (1,6), (3,5), (1,3) เมื่อแทนด้วยตัวอักษรแล้วจะได้อะไรว่า _____

จ. (3,6), (3,4), (4,5), (2,5), (1,2), (3,1) เมื่อแทนด้วยตัวอักษรแล้วจะได้อะไรว่า _____

(4) เมื่อเปลี่ยนตัวอักษรทุกตัวในแต่ละข้อให้อยู่ในรูปคู่ลำดับ จะได้คู่ลำดับอะไรบ้าง

ก. ZOO ประกอบด้วยคู่ลำดับ.....

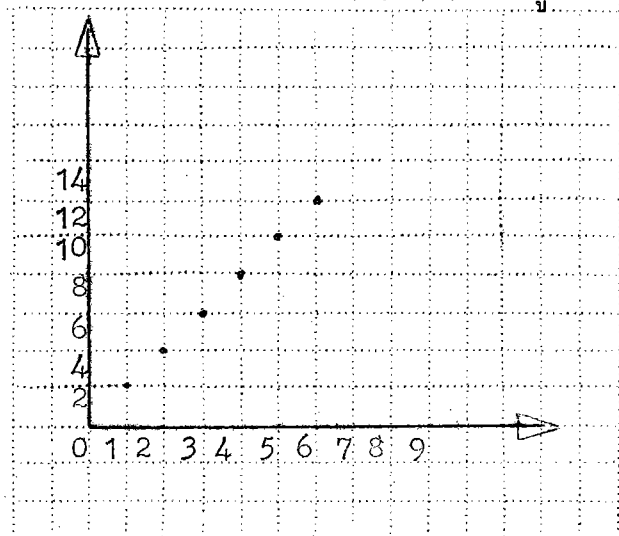
ข. RADIO ประกอบด้วยคู่ลำดับ.....

ค. NUMBER ประกอบด้วยคู่ลำดับ.....

ง. FOOTBALL ประกอบด้วยคู่ลำดับ.....

จ. QUESTION ประกอบด้วยคู่ลำดับ.....

2. จากกราฟของคู่ลำดับซึ่งมีสมาชิกตัวแรกเป็นความยาวของเชือกและสมาชิกตัวหลัง เป็นราคา
จงเติมคำตอบข้อ (1)-(8) ให้ถูกต้อง



- (1) เชือก 1 เมตรราคา.....บาท
(2) เชือก $\frac{1}{2}$ เมตรราคา.....บาท
(3) เชือก $2\frac{1}{2}$ เมตรราคา.....บาท
(4) ถ้าเชือกยาว $2\frac{1}{2}$ เมตร คู่ลำดับที่มี
สมาชิกตัวแรกเป็นความยาวและสมาชิก
ตัวหลังเป็นราคาคือ.....
(5) เชือก $\frac{1}{4}$ เมตรราคา.....บาท
(6) ถ้าเชือกยาว $2\frac{1}{4}$ เมตร คู่ลำดับที่มี
สมาชิกตัวแรกเป็นความยาวและสมาชิก

(โปรดสังเกต: สเกลของแต่ละแกนไม่เท่ากัน)

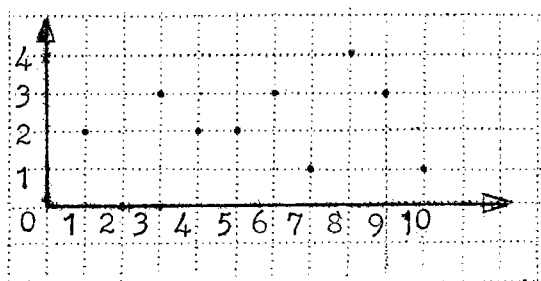
ตัวหลังเป็นราคาคือ.....

- (7) เมื่อกำหนดความยาวเชือกอื่น ๆ นักเรียนสามารถหาคู่ลำดับเช่นเดียวกับข้อ (6)

(☐ ได้ ☐ ไม่ได้)

- (8) เมื่อเพิ่มกราฟของคู่ลำดับระหว่างความยาวกับราคาคู่อื่น ๆ ลงไป นักเรียนคิดว่ากราฟ
จะมีโอกาสต่อกันเป็นเส้นได้หรือไม่ (☐ มีโอกาส ☐ ไม่มีโอกาส)

3. จากกราฟของคู่ลำดับระหว่างลำดับครั้งที่ของการโยนกับจำนวนเหรียญที่เกิดขึ้น ซึ่งได้จาก
การทดลองโยนเหรียญบาท 4 อัน ทั้งหมด 10 ครั้ง จงเติมคำตอบข้อ (1)-(6) ให้ถูกต้อง



- (1) ในการโยนครั้งที่ 1 เหรียญเกิดหัว.....อัน
(2) ไม่มีเหรียญเกิดหัวเลยในการโยนครั้งที่ _____
(3) คู่ลำดับที่แสดงว่าในการโยนครั้งที่ 10
เหรียญเกิดหัวเพียง 1 อันคือ _____

- (4) นักเรียนสามารถหาจำนวนเหรียญที่เกิดขึ้นในการโยนครั้งที่ $2\frac{1}{2}$ ได้หรือไม่

(☐ ได้ ☐ ไม่ได้) เพราะ.....

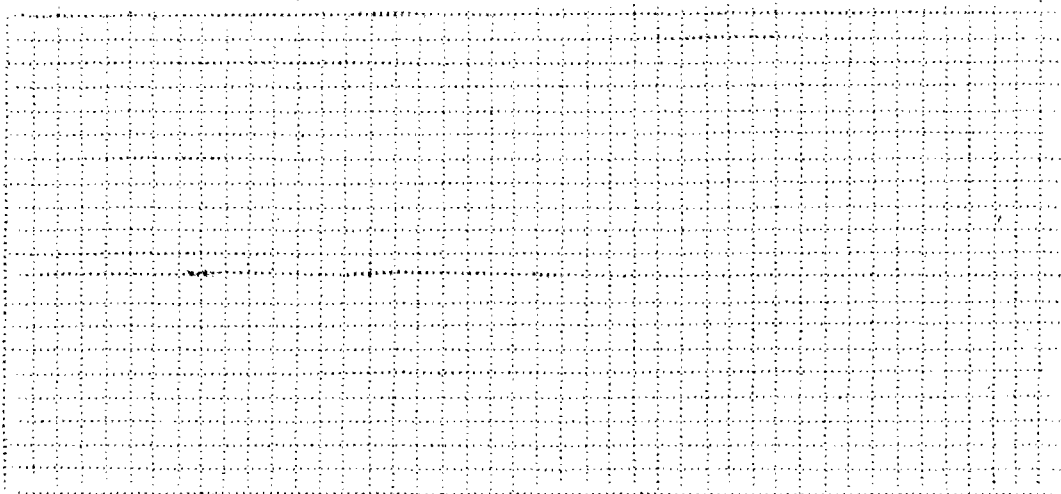
- (5) นักเรียนคิดว่ากราฟของคู่ลำดับในข้อนี้สามารถเพิ่มคู่ลำดับระหว่างลำดับครั้งที่โยนกับจำนวนเหรียญที่เกิดขึ้นได้อีกหรือไม่ (☐ ได้ ☐ ไม่ได้)
- (6) อาศัยคำตอบในข้อ (5) กราฟของคู่ลำดับนี้มีโอกาสต่อกันเป็นเส้นโค้งหรือไม่ (☐ มีโอกาส ☐ ไม่มีโอกาส)

4. จากตารางที่กำหนดให้จงเขียนคู่ลำดับ กราฟของคู่ลำดับ และตอบคำถามให้ถูกต้อง
- (1) ตารางแสดงราคาไข่ไก่ตามจำนวนฟอง

จำนวนไข่ไก่ (ฟอง)	1	2	3	4	5	6
ราคา (บาท)	2	4	5	7	8	10

- ก. คู่ลำดับซึ่งมีสมาชิกตัวแรกเป็นจำนวนไข่ไก่ สมาชิกตัวหลังเป็นราคา ที่ได้จากตาราง มีดังนี้คือ.....

- ข. กราฟของคู่ลำดับในข้อ ก. เป็นดังนี้คือ

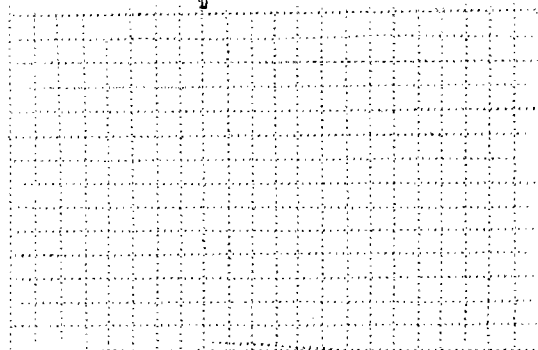


- ก. เมื่อต่อกราฟของคู่ลำดับทั้งหมด สิ่งที่เกิดขึ้นมีลักษณะ (☐ เป็น ☐ ไม่เป็น)
เส้นตรง

(2) ตารางแสดงการแพร่พันธุ์แบบเพิ่มตัวเองสัมพันธ์กับเวลาเป็นวินาทีของ เชื้อโรคนกหนึ่ง

เวลา(วินาที)	จำนวนเชื้อโรค
0	1
1	2
2	4
3	8
5	38

ข. กราฟของคู่ลำดับในข้อ ก. เป็นดังนี้คือ

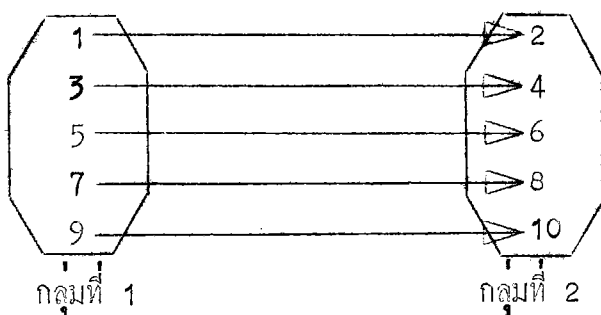


ก. คู่ลำดับซึ่งมีสมาชิกตัวแรกเป็นเวลา มีดังนี้คือ

.....

5. จากแผนภาพแบบใช้ลูกศรแสดงการจับคู่ จงเขียนคู่ลำดับ กราฟของคู่ลำดับและตอบคำถามให้ถูกต้อง

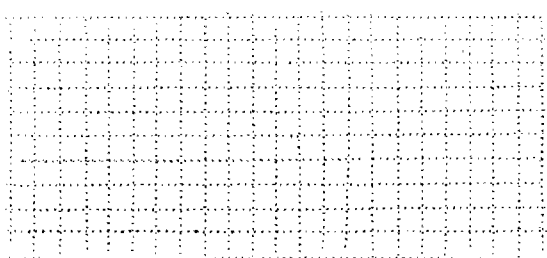
แผนภาพที่ 1



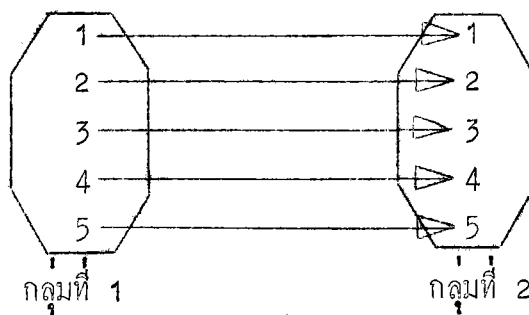
ก. คู่ลำดับซึ่งมีสมาชิกตัวแรกมาจาก
กลุ่มที่ 1 มีดังนี้คือ.....

.....

ข. กราฟของคู่ลำดับในข้อ ก. เป็น
ดังนี้คือ.....



แผนภาพที่ 2

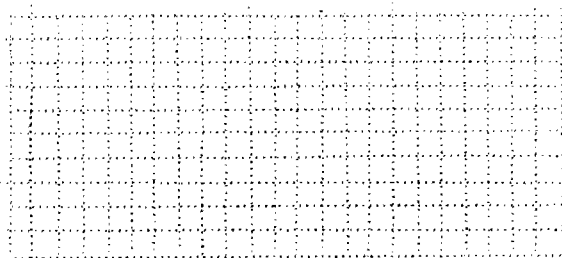


ก. คู่ลำดับซึ่งมีสมาชิกตัวแรกมาจากกลุ่มที่ 1
มีดังนี้คือ.....

.....

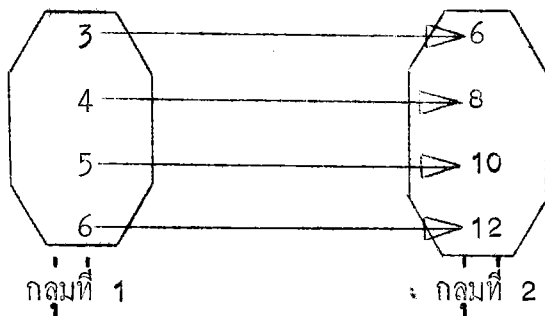
ข. กราฟของคู่ลำดับในข้อ ก. เป็นดังนี้คือ

.....



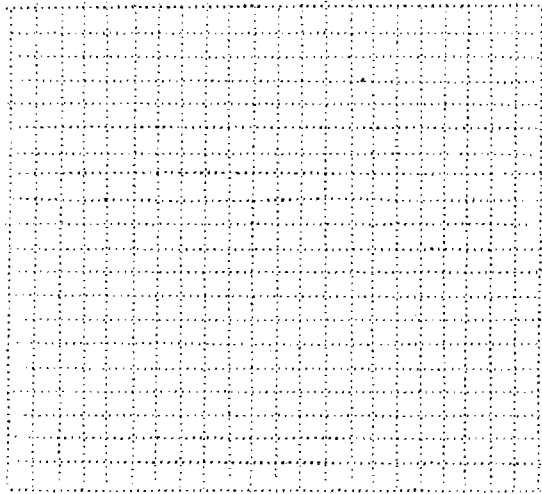
- ค. เมื่อต่อกราฟของคู่ลำดับทั้งหมด สิ่งที่เกิดขึ้นมีลักษณะ (○ เป็น, ○ ไม่เป็น) เส้นตรง

แผนภาพที่ 3



- ก. คู่ลำดับซึ่งมีสมาชิกตัวแรกมาจากกลุ่มที่ 1 มีดังนี้คือ.....

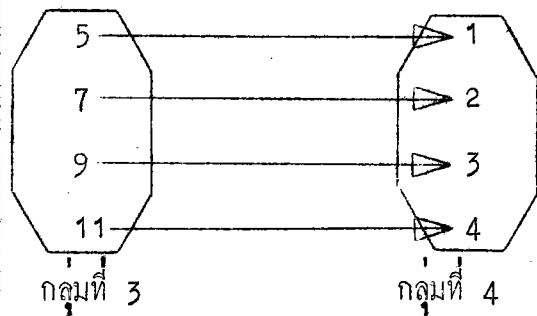
- ข. กราฟของคู่ลำดับในข้อ ก. เป็นดังนี้คือ



- ค. เมื่อต่อกราฟของคู่ลำดับทั้งหมด สิ่งที่เกิดขึ้นมีลักษณะ (○ เป็น, ○ ไม่เป็น) เส้นตรง

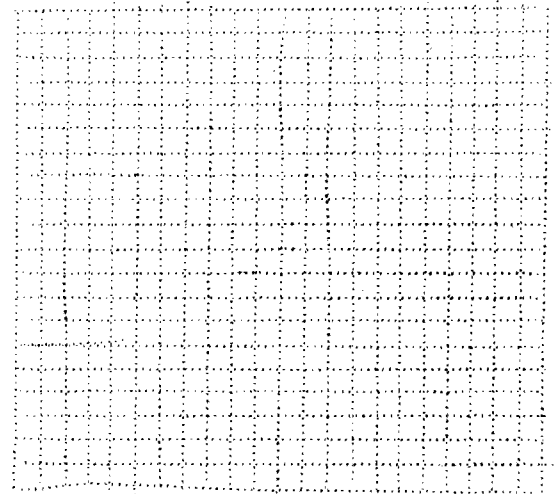
- ค. เมื่อต่อกราฟของคู่ลำดับทั้งหมด สิ่งที่เกิดขึ้นมีลักษณะ (○ เป็น ○ ไม่เป็น) เส้นตรง

แผนภาพที่ 4



- ก. คู่ลำดับซึ่งมีสมาชิกตัวแรกมาจากกลุ่มที่ 1 มีดังนี้คือ.....

- ข. กราฟของคู่ลำดับในข้อ ก. เป็นดังนี้คือ



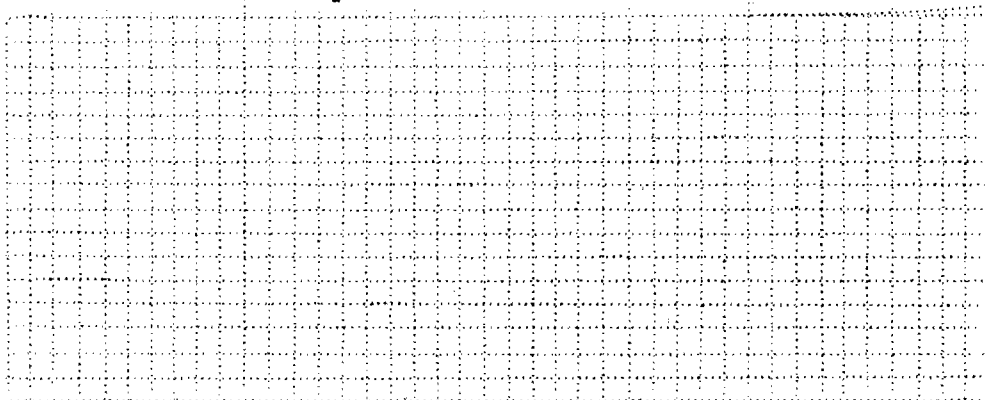
- ค. เมื่อต่อกราฟของคู่ลำดับทั้งหมด สิ่งที่เกิดขึ้นมีลักษณะ (○ เป็น ○ ไม่เป็น) เส้นตรง

6. ต่อไปนี้กำหนดให้ความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกตัวแรกกับสมาชิกตัวหลัง คือ "เป็นสองเท่าของ

(1) จงเติมจำนวนที่ขาดหายไปให้ถูกต้อง

$(2, 1), (4, \dots), (6, \dots), (\dots, 4), (\dots, 5), (\dots, \dots)$

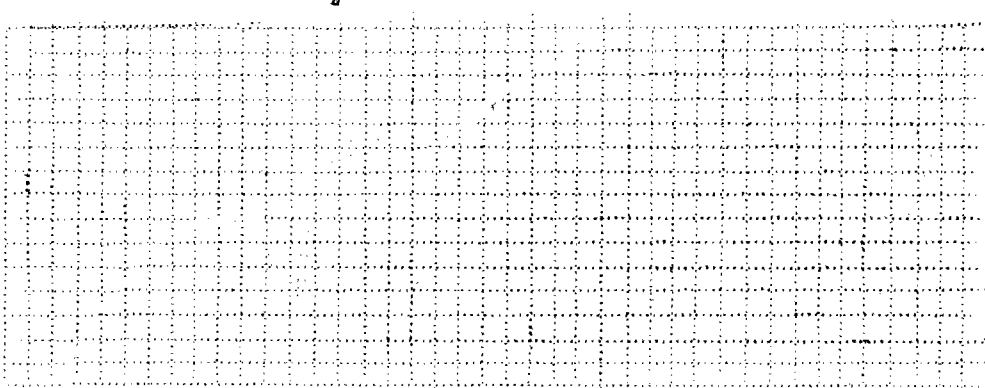
(2) จงเขียนกราฟของคู่ลำดับในข้อ (1)



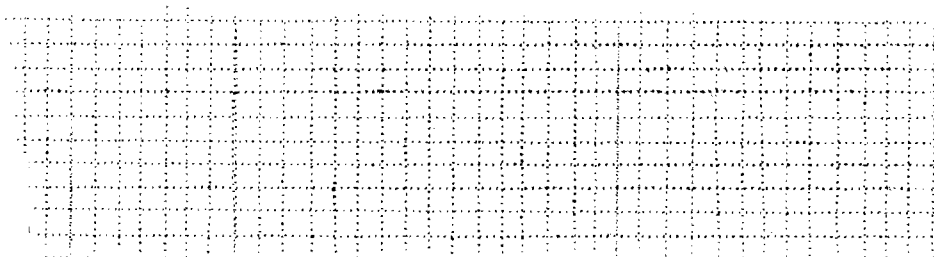
(3) จงเติมจำนวนที่เป็นคู่กับจำนวนต่อไปนี้ภายใต้ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ ให้ถูกต้อง

$(1, \dots), (3, \dots), (5, \dots), (7, \dots)$

(4) จงเขียนกราฟของคู่ลำดับในข้อ (1) และข้อ (3)

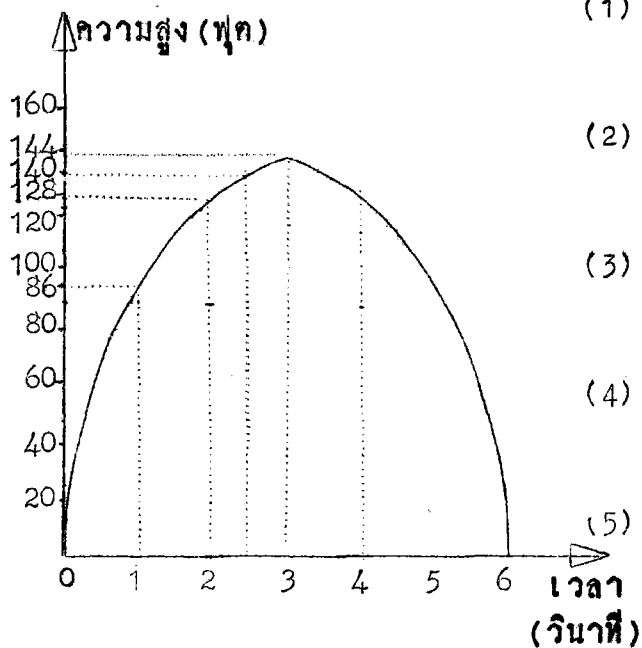


(5) จงเขียนกราฟของคู่ลำดับใด ๆ ที่มีความสัมพันธ์ว่า สมาชิกตัวแรกเป็นสองเท่าของสมาชิกตัวหลัง



ลักษณะของกราฟที่ได้ (☐ เป็น ☐ ไม่เป็น) เส้นตรง

7. จากกราฟของความล้มพันธ์ระหว่างเวลาเป็นวินาที กับความสูงเป็นฟุต ซึ่งได้จากการโยนลูกบอลขึ้นไปในอากาศและเริ่มนับเวลาจากขณะเริ่มโยนขึ้นไป จงเติมคำตอบข้อ (1)–(5) ให้ถูกต้อง



- (1) หลังจากโยนลูกบอลขึ้นไป 1 วินาที ลูกบอลอยู่สูงจากพื้นดิน _____ ฟุต
- (2) ลูกบอลลอยอยู่สูง 140 ฟุต เมื่อเวลาผ่านไป _____ วินาที
- (3) ลูกบอลลอยสูงสุดประมาณ _____ ฟุต เมื่อเวลาผ่านไป _____ วินาที
- (4) ในช่วงเวลา 2 ถึง 4 วินาที ลูกบอลอยู่สูงจากพื้นดิน _____ ฟุต
- (5) โยนลูกบอลขึ้นไปนาน _____ วินาที ลูกบอลจึงตกถึงพื้น

แบบฝึกหัด ชุดที่ 3

1. ในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงเขียนคำว่า "ใช่" หน้าข้อความที่สามารถเปลี่ยนให้เป็นสมการสองตัวแปรได้ และเขียนคำว่า "ไม่ใช่" หน้าข้อความที่ไม่สามารถเปลี่ยนได้

- ___ (1) x มากกว่า 5 อยู่ 7
- ___ (2) x บวก y ได้ 16
- ___ (3) สามเท่าของจำนวนหนึ่งเท่ากับ 12
- ___ (4) ต่อกับแต่นี่เงินรวมกัน 20 บาท นับเงินของแต่นี่ได้ 12 บาท
- ___ (5) แต่งกับคอนมีอายุรวมกัน 50 ปี
- ___ (6) จำนวนสองจำนวนรวมกันได้ 10
- ___ (7) จำนวนหนึ่งบวกกับสองมีค่าเป็นสองเท่าของตัวมันเอง
- ___ (8) จำนวนแรกเป็น 3 เท่าของจำนวนหลัง
- ___ (9) ถนนสองสายมีความยาวรวมกันได้ 160 ก.ม.
- ___ (10) x บวกกับ x ได้ $2x$

2. พิจารณาข้อความ "คู่มี่มีปากการรวมกัน 5 คัม"

- (1) จำนวนปากกาของคู่มี่ (☐ 1 คัม ☐ 3 คัม ☐ ไม่แน่นอน)
- (2) จำนวนปากกาของคู่มี่ (☐ มากกว่าหรือเท่ากับ ☐ น้อยกว่าหรือเท่ากับ 5 คัม)
- (3) ตารางต่อไปนี้แสดงจำนวนปากกาของคู่มี่และคู่มี่ที่อาจจะเป็นไปได้ จงเติมจำนวนที่ขาดหายไปให้ถูกต้อง

จำนวนปากกาของคู่มี่ (ที่อาจจะเป็นไปได้)	0	1		3		5
จำนวนปากกาของคู่มี่ (ที่อาจจะเป็นไปได้)	5		3		1	

- (4) อาศัยข้อมูลจากตารางในข้อ (3) ถ้าคู่มี่มีปากกา 1 คัม จะได้ว่า คู่มี่มีปากกา คัม
- (5) เมื่อกำหนดให้ตัวแปร x แทนจำนวนปากกาของคู่มี่ ตัวแปร y แทนจำนวนปากกาของคู่มี่ จากข้อความ "คู่มี่มีปากการวมกัน 5 คัม" จะเขียนสมการได้คือ

(6) คู่อันดับ (x,y) ที่จะทำให้สมการในข้อ (4) เป็นจริงมีดังนี้คือ

3. เมื่อ x และ y แทนจำนวนนับหรือศูนย์ จงหาคู่อันดับ (x,y) ซึ่งเป็นคำตอบของสมการต่อไปนี้

(1) $x + y = 7$

คำตอบของสมการมีดังนี้คือ

(2) $3x + y = 10$

คำตอบของสมการมีดังนี้คือ

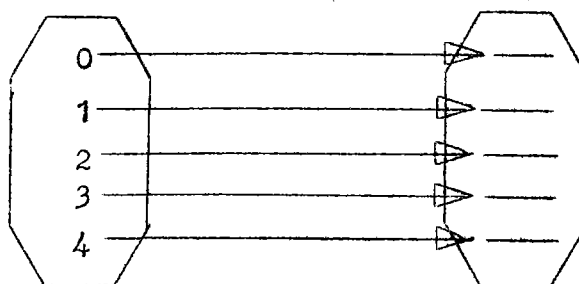
(3) $x \times y = 12$

คำตอบของสมการมีดังนี้คือ

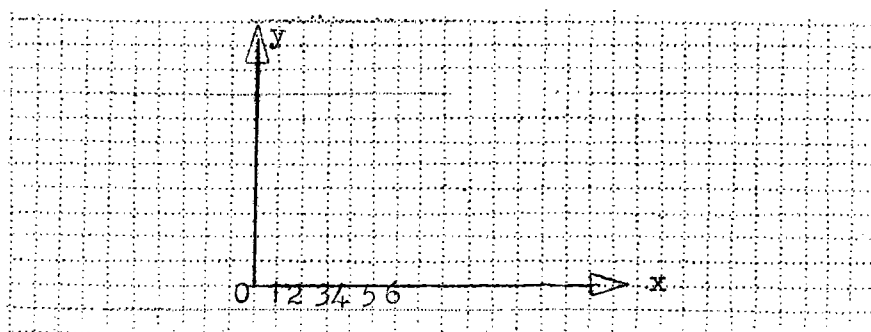
4. พิจารณาสมการ $x + y = 4$ (เมื่อ x และ y แทนจำนวนนับหรือศูนย์)

(1) คู่อันดับ (x,y) ที่เป็นคำตอบของสมการมีดังนี้คือ

(2) เขียนแผนภาพแบบใช้ลูกศรแสดงการจับคู่ระหว่างค่า x และค่า y ที่ได้จากข้อ (1) ดังนี้



(3) เขียนกราฟของคู่อันดับที่เป็นคำตอบของสมการ $x + y = 4$ ได้ดังนี้คือ



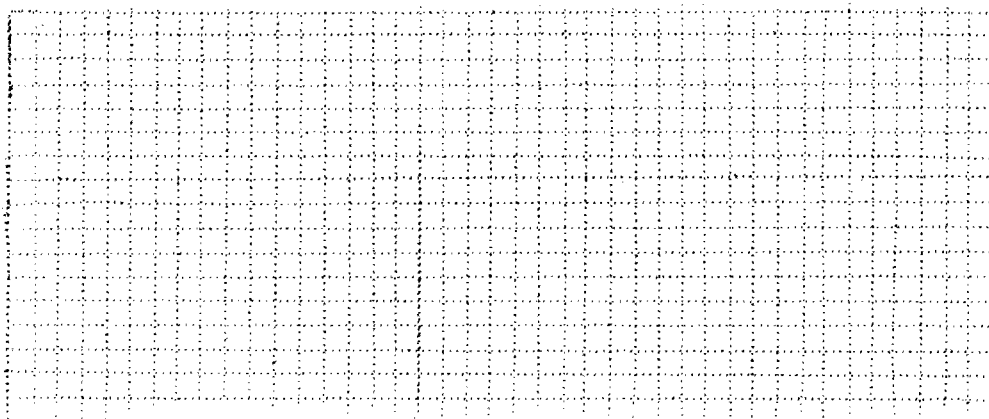
- (4) เมื่อต่อกราฟของคู่ลำดับที่เป็นคำตอบของสมการ $x + y = 4$ สิ่งที่เกิดขึ้นมีลักษณะ (☐ เป็น ☐ ไม่เป็น) เส้นตรง

5. พิจารณาข้อความ "วีณาและวารุณีมีส้มรวมกัน 9 เล่ม"

- (1) จากข้อความนี้จะได้สมการที่มี x และ y เป็นตัวแปรคือ
- (2) ตารางแสดงค่าของ x และ y ซึ่งเป็นคำตอบของสมการในข้อ (1) เป็นดังนี้คือ

x
y

- (3) กราฟของคู่ลำดับ (x, y) ที่เป็นคำตอบของสมการเป็นดังนี้คือ

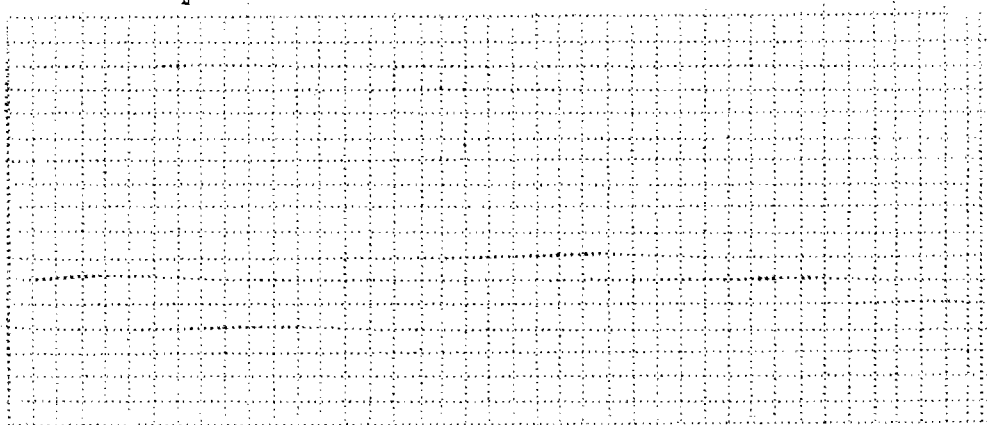


6. พิจารณาข้อความ "สองเท่าของเงินที่วิชาญมีอยู่มากกว่าเงินของวิภา 4 บาท"

- (1) จากข้อความนี้จะได้สมการที่มี x และ y เป็นตัวแปรคือ
- (2) ตารางแสดงค่าของ x และ y (เฉพาะที่เป็นจำนวนนับหรือศูนย์) ที่เป็นคำตอบของสมการในข้อ (1) เป็นดังนี้คือ

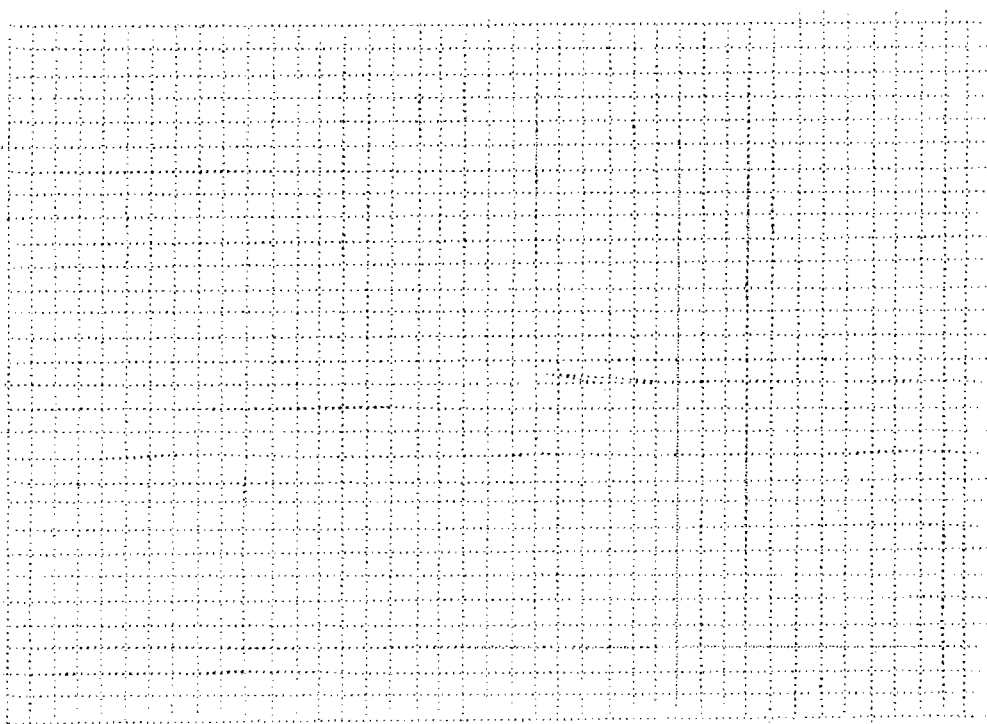
x
y

(3) กราฟของคู่ลำดับ (x,y) ที่เป็นคำตอบของสมการเป็นดังนี้



7. พิจารณาข้อความ "ผลต่างของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 5"

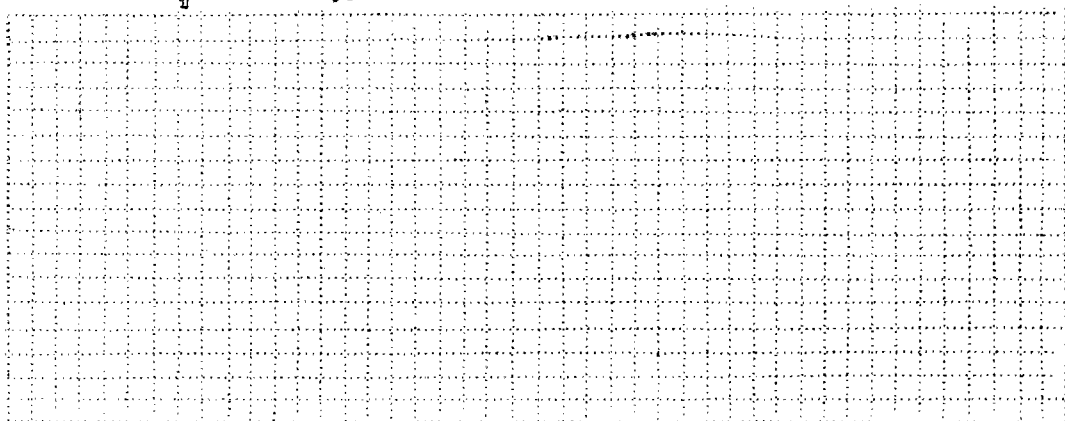
- (1) จากข้อความนี้จะได้สมการที่มี x และ y เป็นตัวแปรคือ
- (2) คู่ลำดับ (x,y) ซึ่งเป็นคำตอบของสมการในข้อ (1) มีดังนี้ (ยกตัวอย่างเฉพาะที่เป็นจำนวนนับหรือศูนย์มาสัก 5 คู่ลำดับ)
- (3) กราฟของคู่ลำดับ (x,y) ที่เป็นคำตอบของสมการเป็นดังนี้



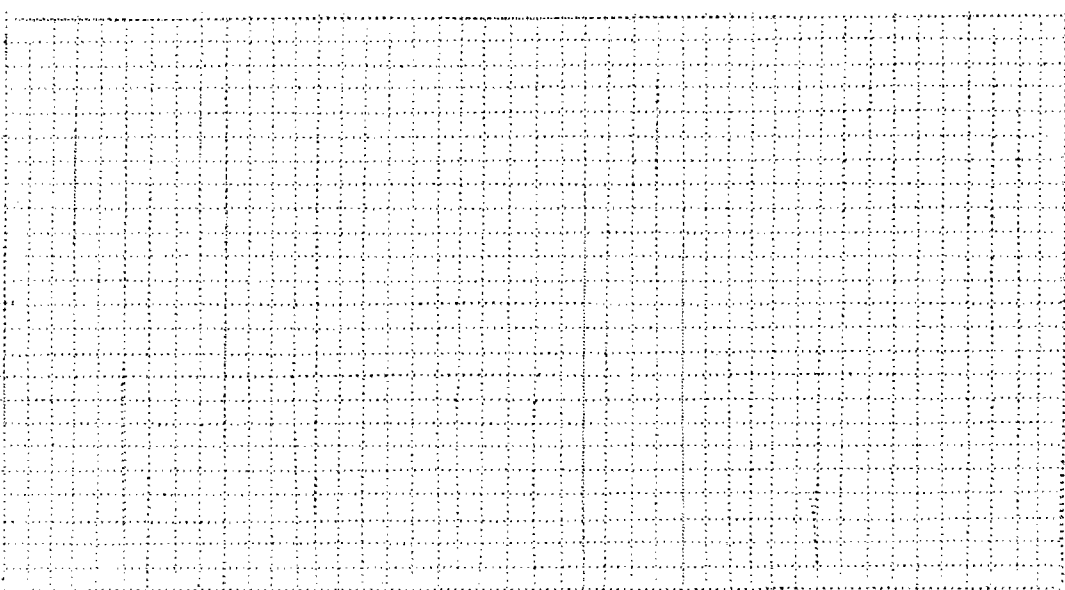
8. กำหนดให้ x เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 3 ขึ้นไป จงเขียนตารางแสดงค่า x และ y ซึ่งเป็นคำตอบของสมการ $y = x + 4$ พร้อมทั้งเขียนกราฟของสมการนี้ให้ถูกต้อง ตารางแสดงค่า x และ y ซึ่งเกี่ยวข้องกับสมการ $y = x + 4$ เป็นดังนี้

x
y

กราฟของคู่ลำดับ (x, y) ซึ่งเป็นคำตอบของสมการ $y = x + 4$ เป็นดังนี้



9. จงเขียนกราฟของสมการ $y = 2x - 7$ เมื่อ x เป็นจำนวนใด ๆ ตั้งแต่ 4 เป็นต้นไป



แบบฝึกหัดเรื่อง จำนวนเต็มลบ

แบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นเรื่อง จำนวนเต็มลบ

แบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์ฉบับนี้สร้างขึ้นเพื่อฝึกฝนสมรรถภาพสมองของนักเรียน
โดยยึดหลักเกณฑ์และการวิเคราะห์ของ บลูมและกิลฟอร์ด ข้อคำถามหรือกิจกรรมใน
แบบฝึกหัดนี้จำแนกไว้ 6 ประเภท ดังนี้

ประเภทที่	ข้อคำถามหรือกิจกรรมเพื่อ	ชุดที่ 1	ชุดที่ 2	ชุดที่ 3	ชุดที่ 4
1.	ฝึกทักษะ	ข้อ 6, 8 9, 10	ข้อ 2, 4 5, 6, 7	ข้อ 2, 4	ข้อ 5
2.	ตรวจสอบความเข้าใจ	ข้อ 3, 4, 7	ข้อ 1, 3	ข้อ 5, 6, 7	ข้อ 2(3) 2(4), 3, 4
3.	ช่วยขยายมโนคติ	ข้อ 1, 2	ข้อ 8	ข้อ 1, 8	ข้อ 1
4.	ฝึกการระมัดระวังเงื่อนไข	—	—	ข้อ 3	ข้อ 2(5)
5.	ฝึกการยกตัวอย่างค้าน	ข้อ 5	—	—	ข้อ 2(1), 2(2)
6.	ชี้แนะแนวทางเกี่ยวกับ— มโนคติใหม่ที่ต้องเนื่อง	—	—	—	—

แบบฝึกหัด ชุดที่ 1

1. จงเติมคำว่า "ใช่" ลงในวงเล็บซึ่งอยู่ท้ายจำนวนที่เป็นจำนวนเต็มลบและเติมคำว่า "ไม่ใช่" ลงในวงเล็บซึ่งอยู่ท้ายที่ไม่เป็นจำนวนเต็มลบ

- | | |
|--------------------|-----------|
| (1) $7 - 8$ | (_____) |
| (2) $0 + 4$ | (_____) |
| (3) $8 - 7$ | (_____) |
| (4) 40 | (_____) |
| (5) $3 - 3$ | (_____) |
| (6) $16 - 16 + 16$ | (_____) |
| (7) $5 - 10$ | (_____) |
| (8) -11 | (_____) |
| (9) $0 - 9$ | (_____) |
| (10) $5 + 4 - 12$ | (_____) |

2. จงเติมสิ่งที่ขาดหายไปให้ถูกต้อง

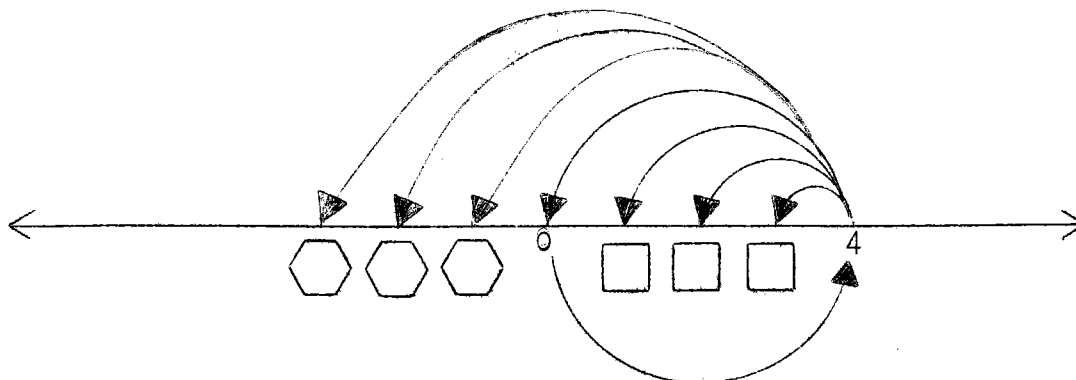
จำนวน	สัญลักษณ์แทนจำนวน	อ่านว่า
$3 - 1$	_____	สอง
$1 - 3$	-2	_____
$4 - 5$	_____	ลบหนึ่ง
$7 - 9$	_____	ลบสอง
$3 - 8$	-5	_____
$3 + 8$	_____	_____
$0 - \square$	-3	_____
$\square - 4$	0	_____
$7 - 14$	_____	_____

3. จงเติมสิ่งที่ขาดหายไปให้ถูกต้อง

(1) จงเติมจำนวนที่เป็นผลลบในแต่ละข้อต่อไปนี้

จำนวนที่กำหนด	จำนวนที่ได้
$4 - 1$	3
$4 - 2$	_____
$4 - 3$	_____
$4 - 4$	_____
$4 - 5$	_____
$4 - 6$	_____
$4 - 7$	_____

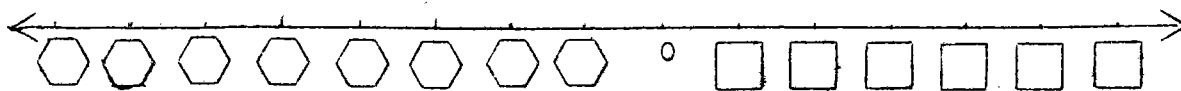
(2) จงเติมจำนวนที่ได้จากข้อ (1) เพื่อแทนจุดบนเส้นจำนวนต่อไปนี้



(3) จงเติมคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้ โดยพิจารณาจากเส้นจำนวนในข้อ (2)

- ก. จำนวนที่อยู่ทางขวามือของ 0 คือ _____
- ข. จำนวนที่อยู่ทางซ้ายมือของ 0 คือ _____
- ค. จำนวนที่อยู่ทางซ้ายมือของ 0 เป็น (☐ จำนวนนับ ☐ จำนวนเต็มลบ)

4. จงเขียนจำนวนแทนจุดต่าง ๆ บนเส้นจำนวนต่อไปนี้



จากเส้นจำนวนที่ได้สามารถสรุปตำแหน่งของจำนวนเต็มลบได้ว่า จำนวนเต็มลบทุกจำนวน จะอยู่ (☐ ซ้ายมือ ☐ ขวามือ) ของ 0

5. พิจารณาข้อความ "0 เป็นจำนวนเต็มลบ"

ข้อความนั้น ☐ เป็นจริงเพราะ _____
☐ เป็นเท็จเพราะ _____

6. จงเติมจำนวนที่ขาดหายไปให้ถูกต้อง

(1) $-6, -5, -4, \text{ } \square, -2, -1, \text{ } \square$

(2) $\square, -11, -9, \square, -5, \square, -1$

(3) $-24, \square, \square, -12, \square, -4, 0$

(4) $\square, \square, -20, \square, \square, \square, -8, -5, -2$

(5) $-60, -50, -40, \square, \square, \square$

7. จงเติมจำนวนตามลำดับตามแบบที่กำหนดให้ และตอบคำถามในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

(1) $5, 4, 3, 2, \dots, \dots, \dots$

เมื่อกำหนดให้ 5 เป็นจำนวนเริ่มต้น จะเห็นว่าจำนวนในลำดับต่อไปนี้

(☐ เพิ่มขึ้น ☐ ลดลง) เรื่อย ๆ

(2) $0, -1, -2, -3, -4, \dots, \dots, \dots$

เมื่อกำหนดให้ 0 เป็นจำนวนเริ่มต้น จะเห็นว่าจำนวนในลำดับต่อไปนี้

(☐ เพิ่มขึ้น ☐ ลดลง) เรื่อย ๆ

(3) $-2, -4, -6, \dots, \dots, \dots$

เมื่อกำหนดให้ -2 เป็นจำนวนเริ่มต้น จะเห็นว่าจำนวนในลำดับต่อไปนี้

(☐ เพิ่มขึ้น ☐ ลดลง) เรื่อย ๆ

(4) $-6, -5, -4, \dots, \dots, \dots$

เมื่อกำหนดให้ -6 เป็นจำนวนเริ่มต้น จะเห็นว่าจำนวนในลำดับต่อไปนี้มี

(☐ เพิ่มขึ้น ☐ ลดลง) เรื่อย ๆ

(5) $-50, -40, \dots, \dots, \dots$

เมื่อกำหนดให้ -50 เป็นจำนวนเริ่มต้น จะเห็นว่าจำนวนในลำดับต่อไปมีค่า

(☐ เพิ่มขึ้น ☐ ลดลง) เรื่อย ๆ

8. จงเขียนจำนวน 4 จำนวนตามลำดับต่อจาก 0 โดยให้แต่ละจำนวนมีค่าลดลงครั้งละ 5

9. จงเขียนจำนวน 4 จำนวนตามลำดับ ต่อจาก -1 โดยให้แต่ละจำนวนมีค่าลดลงครั้งละ 2

10. จงเขียนจำนวน 8 จำนวนตามลำดับ ต่อจาก -20 โดยให้แต่ละจำนวนมีค่าเพิ่มขึ้นครั้งละ 3

แบบฝึกหัด ชุดที่ 2

1. จงเติมจำนวนที่ขาดหายไปให้ครบตามแบบที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ และตอบคำถามให้ถูกต้อง

(1) $-3, -8, -13, \dots, \dots, \dots$

การเรียงจำนวนใน (1) นั้นเรียงจาก (☐ มากไปหาน้อย ☐ น้อยไปหามาก)

(2) $-2, -8, -14, -20, \dots, \dots, \dots$

การเรียงจำนวนใน (2) นั้นเรียงจาก (☐ มากไปหาน้อย ☐ น้อยไปหามาก)

(3) $-21, -19, -17, -15, \dots, \dots, \dots$

การเรียงจำนวนใน (3) นั้นเรียงจาก (☐ มากไปหาน้อย ☐ น้อยไปหามาก)

(4) $-99, -90, -81, -72, \dots, \dots, \dots$

การเรียงจำนวนใน (4) นั้นเรียงจาก (☐ มากไปหาน้อย ☐ น้อยไปหามาก)

(5) $0, -10, -20, -30, \dots, \dots, \dots$

การเรียงจำนวนใน (5) นั้นเรียงจาก (☐ มากไปหาน้อย ☐ น้อยไปหามาก)

2. จงเขียนเส้นจำนวนแสดงจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้

(1) จำนวนศูนย์และจำนวนนับถึง 20

(2) จำนวนศูนย์และจำนวนเต็มลบถึง -20

(3) จำนวนศูนย์ จำนวนนับถึง 10 และจำนวนเต็มลบถึง -10

3. จงตอบคำถามต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

(1) เมื่อพิจารณาเส้นจำนวนที่แสดงจำนวนศูนย์ และจำนวนนับ จะได้ว่าจำนวนนับที่อยู่ทางขวามือจะมีค่า (☐ มากกว่า ☐ น้อยกว่า) จำนวนนับที่อยู่ทางซ้ายมือจะมีค่า (☐ มากกว่า ☐ น้อยกว่า) ศูนย์

(2) เมื่อพิจารณาเส้นจำนวนที่แสดง จำนวนศูนย์และจำนวนนับ จะได้ว่าจำนวนนับจะอยู่ด้าน (☐ ขวามือ ☐ ซ้ายมือ) ของศูนย์ และจำนวนนับมีค่า (☐ มากกว่า ☐ น้อยกว่า) ศูนย์

(3) บนเส้นจำนวนซึ่งประกอบด้วย จำนวนศูนย์และจำนวนนับ สามารถสรุปความจริงได้ว่า จำนวนที่อยู่ทางขวามือจะมีค่า (☐ มากกว่า ☐ น้อยกว่า) จำนวนที่อยู่ซ้ายมือจะมีค่า (☐ มากกว่า ☐ น้อยกว่า) ศูนย์

(4) เมื่อพิจารณาเส้นจำนวนที่แสดงจำนวนศูนย์และจำนวนเต็มลบ จะได้ว่าศูนย์อยู่ด้าน (☐ ขวามือ ☐ ซ้ายมือ) ของจำนวนเต็มลบ และศูนย์มีค่า (☐ มากกว่า ☐ น้อยกว่า) จำนวนเต็มลบ

(5) พิจารณา -1 และ -2 บนเส้นจำนวน จะได้ว่า

ก. -1 อยู่ทางด้าน (☐ ขวามือ ☐ ซ้ายมือ) ของ -2

ข. -1 มีค่าน้อยกว่า 0 อยู่ _____

ค. -2 มีค่าน้อยกว่า 0 อยู่ _____

ดังนั้น -1 มีค่า (☐ มากกว่า ☐ น้อยกว่า) -2

(6) เมื่อพิจารณาจำนวนเต็มลบคู่อื่น ๆ บนเส้นจำนวนจะเห็นว่าสอดคล้องกับความจริง ข้อ (3) นั่นคือ _____

4. จงเรียงจำนวนต่อไปนี้จากน้อยไปหามาก

(1) $-5, -6, -7, -8, -9, -10$

(2) $-2, -7, -6, -11, 0, 5$

(3) $0, -5, -2, -10, -14, -13,$

(4) 5, 8, 3, -1, -3, -9,

(5) -125, -152

5. จงเติมเครื่องหมาย $>$, $<$ และ $=$ ใน $\square$ ให้ถูกต้อง

-1 $\square$ -5

0 $\square$ -7

-31 $\square$ -13

-5 $\square$ -4

-11 $\square$ -9

20 $\square$ 20

-105 $\square$ -201

-34 $\square$ -34

-52 $\square$ -25

-81 $\square$ -17

6. จงเขียนจำนวนเต็มลบที่อยู่ระหว่าง -3 กับ -9 ทุกจำนวน

7. จงเขียนจำนวนเต็มลบที่เป็นจำนวนคู่และอยู่ระหว่าง -4 ถึง -12 ทุกจำนวน

8. จงเขียนรายชื่อสารที่แข็งตัวตามลำดับจากอุณหภูมิค่าไปหาสูงให้ถูกต้อง

ออกซิเจน

-219 องศาเซลเซียส

น้ำ

0 องศาเซลเซียส

คาร์บอนไดออกไซด์

-75 องศาเซลเซียส

ไฮโดรเจน

-259 องศาเซลเซียส

แบบฝึกหัด ชุดที่ 3

1. จงทำเครื่องหมาย $\times$ กับจำนวนที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม และเขียน $\bigcirc$ ล้อมรอบจำนวนเต็ม

0 $\frac{1}{2}$ -4 3.6 3 -3.6 $\frac{3}{4}$ 11 $\frac{7}{8}$
 $5\frac{1}{6}$ 12 $\frac{10}{-11}$ -7 0.5 $\frac{0.6}{0.5}$ -15 $\frac{-9}{7}$ -13
 $\frac{-16}{-15}$ 2.25 2 -7.5 -8 $\frac{20}{30}$ -1.15 $\frac{4}{5}$ 14

2. จงเติมจำนวนเต็มที่ได้จากข้อ 1 ลงในตารางต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

จำนวนเต็ม		
จำนวนเต็มลบ	ศูนย์	จำนวนเต็มบวก

3. จงเขียนเครื่องหมาย $\checkmark$ หน้าข้อความที่ถูกต้อง และเขียนเครื่องหมาย $\times$ หน้าข้อความที่ไม่ถูกต้อง

- _____ 1. จำนวนเต็มลบทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม
 _____ 2. จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็มลบ
 _____ 3. จำนวนเต็มบวกทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม
 _____ 4. ศูนย์เป็นจำนวนเต็มลบ
 _____ 5. จำนวนนับคือจำนวนเต็มบวกและศูนย์

4. จงเรียงจำนวนเต็มต่อไปนี้จากน้อยไปหามาก

(1) $3, -1, 5, 2, 0, -16, -9, 4$

(2) $5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4,$

(3) $-8, 8, 7, -7, -6, 6, 5, -5, -4, 4,$

5. แต่ละข้อต่อไปนี้พิจารณาจากเส้นจำนวนเท่านั้น

(1) มีจำนวน 0 อยู่ระหว่างจำนวนเต็ม -5 กับจำนวนเต็ม 5 หรือไม่

(2) จำนวนเต็มลบทั้งหมดที่อยู่ระหว่าง -5 ถึง 5 มีดังนี้คือ

(3) จำนวนเต็มบวกที่อยู่ระหว่าง -5 กับ 5 มีดังนี้คือ

(4) จำนวนคี่ที่อยู่ระหว่าง -5 กับ 5 มีดังนี้คือ

(5) จำนวนคู่ที่อยู่ระหว่าง -5 กับ 5 มีดังนี้คือ

6. จงเติมจำนวนเต็มตามแบบที่กำหนดจนครบ 7 จำนวน

(1) $-10, -7, -4, \dots, \dots, \dots, \dots$

(2) $6, 4, 2, 0, \dots, \dots, \dots, \dots$

(3) $5, 1, -3, -7, \dots, \dots, \dots, \dots$

(4) $-37, -27, -17, \dots, \dots, \dots, \dots$

(5) $-15, -10, -5, \dots, \dots, \dots, \dots$

7. จงเปรียบเทียบจำนวนเต็มโดยใช้เครื่องหมาย $>$, $<$ ลงใน $\bigcirc$ ให้ถูกต้อง

(1) $0 \bigcirc -3$

(3) $12 \bigcirc -21$

(5) $-2 \bigcirc -6$

(7) $0-7 \bigcirc 8-11$

(9) $-5+1 \bigcirc -6+1$

(2) $-3 \bigcirc 3$

(4) $0 \bigcirc 3$

(6) $-11 \bigcirc 10$

(8) $10-50 \bigcirc 50-10$

(10) $-1 \bigcirc 15-15$

8. จงตอบคำถามจากตารางต่อไปนี้

ตาราง แสดงจุดเคี้ยวของสัตว์ต่าง ๆ

สัตว์	U	V	W	X	Y	Z
จุดเคี้ยว (" ซ)	-35	-22	54	-84	0	100

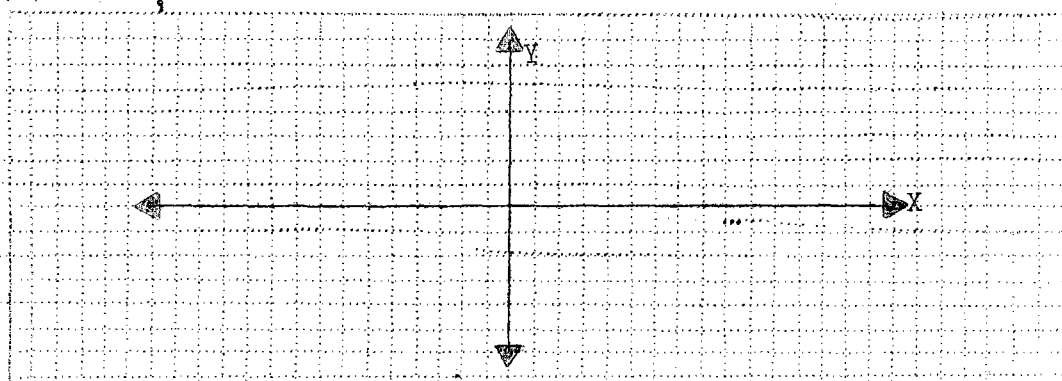
- (1) จุดเคี้ยวของสัตว์ Z ห่างจากจุดเคี้ยวของสัตว์ Y เท่ากับ
_____ องศาเซลเซียส
- (2) จุดเคี้ยวของสัตว์ W ห่างจากจุดเคี้ยวของสัตว์ Y เท่ากับ
_____ องศาเซลเซียส
- (3) จุดเคี้ยวของสัตว์ U ห่างจากจุดเคี้ยวของสัตว์ Y เท่ากับ
_____ องศาเซลเซียส
- (4) จุดเคี้ยวของสัตว์ V ห่างจากจุดเคี้ยวของสัตว์ W เท่ากับ
_____ องศาเซลเซียส
- (5) จุดเคี้ยวของสัตว์ V ห่างจากจุดเคี้ยวของสัตว์ W เท่ากับ
_____ องศาเซลเซียส
- (6) จุดเคี้ยวของสัตว์ U ห่างจากจุดเคี้ยวของสัตว์ Z เท่ากับ
_____ องศาเซลเซียส
- (7) จุดเคี้ยวของสัตว์ V ห่างจากจุดเคี้ยวของสัตว์ X เท่ากับ
_____ องศาเซลเซียส

แบบฝึกหัด ชุดที่ 4

1. พิจารณาจุดที่มีโคออร์ดิเนต ดังนี้คือ

$(4,4), (1,3), (1,-5), (-3,-7), (-4,3), (-2,3), (1,6)$
 $(-3,2), (-6,1), (1,-1), (-2,-2), (5,3), (4,-6), (-6,3)$

(1) จงลงจุดที่มีโคออร์ดิเนตเช่นข้างบนบนระนาบจำนวน



- (2) จุดที่อยู่ในควอดรันตหนึ่งมีดังนี้คือ _____
- (3) จุดที่อยู่ในควอดรันตสองมีดังนี้คือ _____
- (4) จุดที่อยู่ในควอดรันตสามมีดังนี้คือ _____
- (5) จุดที่อยู่ในควอดรันตสี่มีดังนี้คือ _____

2. กำหนดให้โคออร์ดิเนตของจุด P คือ (x,y)

(1) ถ้า P อยู่ในควอดรันตหนึ่งแล้วจะได้ว่า $x = y$ เสมอ

ขอความ ☐ เป็นจริงเพราะ

☐ เป็นเท็จตัวอย่างเช่น _____

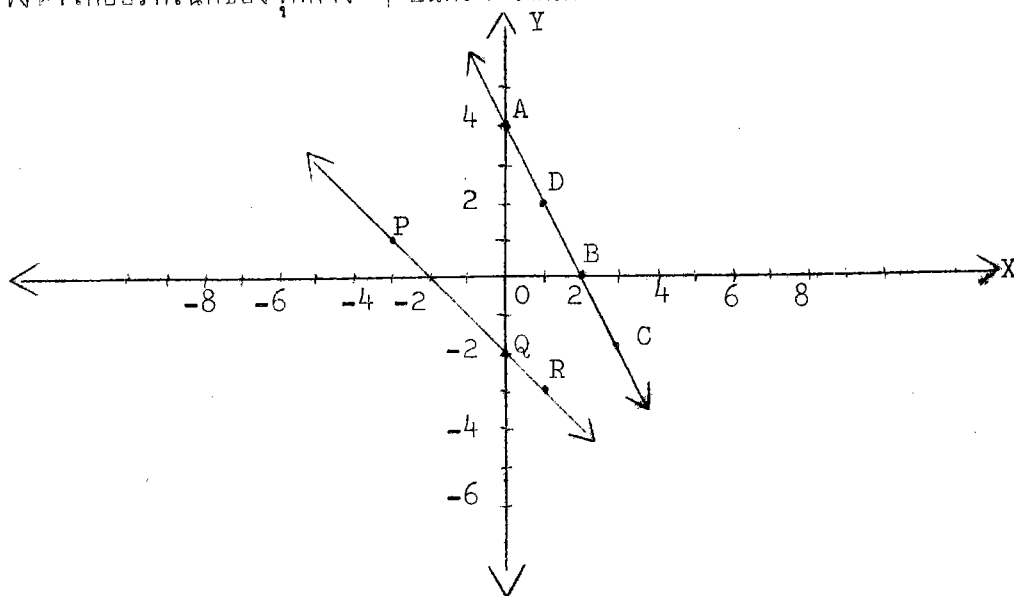
(2) ถ้า x มีค่าน้อยกว่า 0 จุด P จะอยู่ในควอดรันตสองเสมอ

ขอความ ☐ เป็นจริงเพราะ

☐ เป็นเท็จตัวอย่างเช่น _____

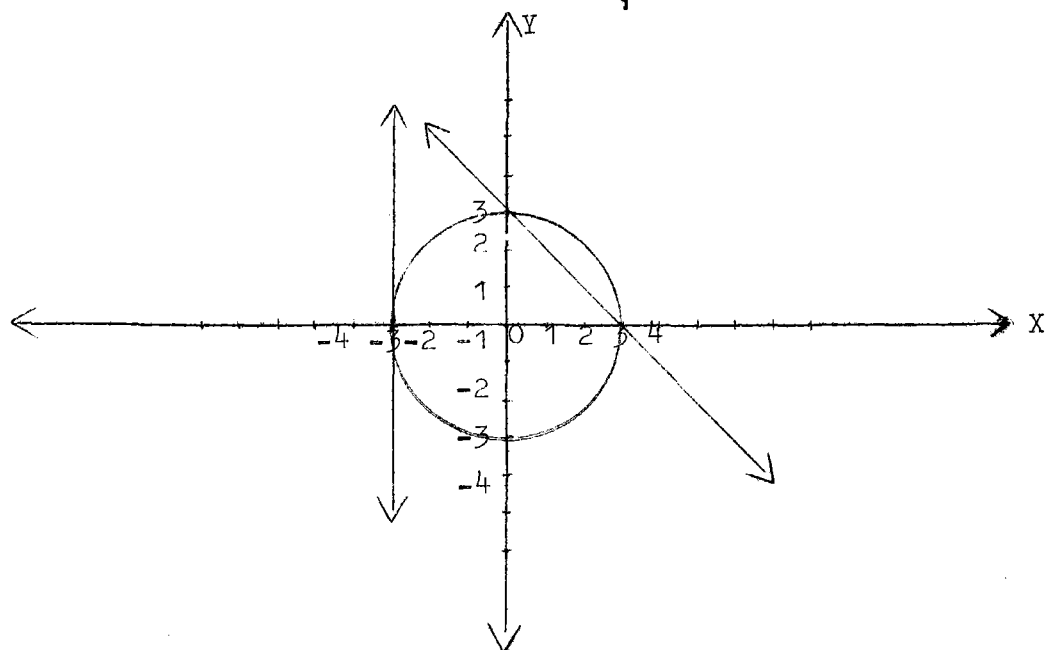
- (3) ถ้าจุด P อยู่ในควอดรนต์ที่สามจะได้ว่า
 x จะมีค่า (☐ มากกว่า ☐ น้อยกว่า) ศูนย์
 y จะมีค่า (☐ มากกว่า ☐ น้อยกว่า) ศูนย์
- (4) ถ้าจุด P อยู่ในควอดรนต์ที่สองจะได้ว่า
 x จะมีค่า (☐ มากกว่า ☐ น้อยกว่า) ศูนย์
 y จะมีค่า (☐ มากกว่า ☐ น้อยกว่า) ศูนย์
- (5) ถ้าจุด P อยู่บนส่วนของเส้นตรงที่ต่อระหว่างจุด $(0,0)$ กับจุด $(6,6)$
 จะได้ว่า x กับ y มีความสัมพันธ์กันดังนี้คือ _____

3. จงหาโคออร์ดิเนตของจุดต่าง ๆ บนกราฟเส้นตรงที่กำหนดให้



จุด A	มี โคออร์ดิเนต _____	จุด B	มีโคออร์ดิเนต _____
จุด C	มี โคออร์ดิเนต _____	จุด D	มีโคออร์ดิเนต _____
จุด D	มี โคออร์ดิเนต _____	จุด Q	มีโคออร์ดิเนต _____
จุด R	มี โคออร์ดิเนต _____		

4. จากกราฟต่อไปนี้จงพิจารณาว่าเส้นตรงตัดวงกลมที่จุดใดบ้าง



จุดที่เส้นตรงตัดวงกลมมีโคออร์ดิเนตดังนี้ _____

5. กำหนดค่า x ให้เป็นจำนวนเต็มตั้งแต่ -6 ถึง 6 จงเขียนกราฟของสมการ $y = x$

ภาคผนวก ข.

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการ คู่ลำดับ-กราฟ และจำนวนเต็มลบ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่อง สมการ ค่าสัมบูรณ์-กราฟ และจำนวนเต็มลบ

คำชี้แจงในการทำแบบทดสอบ

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีทั้งหมด 30 ข้อ ใช้เวลาทำ 60 นาที
2. คำถามทุกข้อเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ แต่ละคำถามมี 4 ตัวเลือกให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวจากตัวเลือก ก. ข. ค. หรือ ง. ข้อใดข้อหนึ่ง เมื่อเลือกแล้วให้กาเครื่องหมาย $\times$ ในกระดาษคำตอบดังตัวอย่าง
(๐) ก. ข. $\times$ ง.
3. ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบให้กาเครื่องหมาย $\equiv$ หักคำตอบเดิมเสียก่อนแล้วจึงขีดตอบเลือกตัวใหม่ดังนี้
(๐) $\times$ ข. $\equiv$ ง.
4. ข้อสอบแต่ละข้อจะมีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว ข้อใดที่นักเรียนขีดตอบมากกว่า 1 คำตอบ ข้อนั้นจะถือว่าผิดและไม่ได้คะแนน
5. ถ้านักเรียนพบข้อยากอย่าท้อใจ จงข้ามไปทำข้ออื่นเสียก่อนมีเวลาเหลือค่อยย้อนกลับมาทำข้อนั้น พยายามทำให้ได้มากที่สุด

1. ข้อใดไม่ใช่คุณสมบัติของความเท่ากัน
- ก. จำนวนที่เท่ากัน ถ้าบวกด้วยจำนวนที่เท่ากันผลบวกจะยังคงเท่ากัน
 - ข. จำนวนที่เท่ากัน ถ้าลบด้วยจำนวนที่เท่ากันผลลบจะยังคงเท่ากัน
 - ค. จำนวนที่เท่ากัน ถ้าคูณด้วยจำนวนที่เท่ากันผลคูณจะยังคงเท่ากัน
 - ง. จำนวนที่เท่ากัน ถ้าหารด้วยศูนย์ผลหารจะยังคงเท่ากัน

2. คุณสมบัติของความเท่ากันข้อใดที่ไม่จำเป็นต้องใช้ในการหาคำตอบของ

สมการ $\frac{3x-5}{4} = 16$

- ก. คุณสมบัติการหาร
 - ข. คุณสมบัติการคูณ
 - ค. คุณสมบัติการลบ
 - ง. คุณสมบัติการบวก
3. คำตอบของสมการ $y + 1\frac{3}{4} = 4\frac{1}{7}$ คือข้อใด

- ก. $5\frac{3}{11}$
- ข. $3\frac{3}{11}$
- ค. $2\frac{2}{9}$
- ง. $2\frac{11}{28}$

4. คำตอบของสมการ $4+x = 4-x$ เป็นคำตอบของสมการใด

- ก. $\frac{3}{A} + 7 = 16$
- ข. $120 + B = 80 + 40$
- ค. $3C + 1 = 0$
- ง. $D - 30 = 0$

5. ถ้า $(x-1)(x-2) = 0$ ดังนั้น x มีค่าเท่าใด

- ก. $x = 1$
- ข. $x = 2$
- ค. $x = 1$ หรือ 0
- ง. $x = 1$ หรือ 2

6. สมการแทนข้อความ " $\frac{2}{3}$ ของนักเรียนห้องหนึ่งเป็นนักเรียนชายและมีนักเรียนชาย 18 คน" คือข้อใด

ก. $\frac{2}{3} + x = 18$

ข. $\frac{2}{3}x = 18$

ค. $x \div 13 = \frac{2}{3}$

ง. $x - \frac{2}{3} = 18$

7. จากข้อ 6 นักเรียนหญิงในห้องนั้นมีจำนวนเท่าใด

ก. 9 คน

ข. 10 คน

ค. 11 คน

ง. 12 คน

8. สมการ $3x - 4 = 5$ ควรจะได้มาจากปัญหาข้อใด

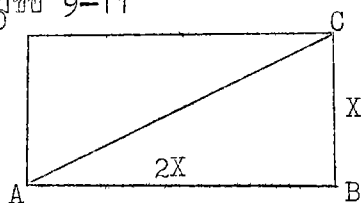
ก. 3 เท่าของจำนวนหนึ่งมากกว่า 4 เท่าอยู่ 5

ข. 5 เท่ากับ 3 เท่าของจำนวนหนึ่งซึ่งน้อยกว่า 4

ค. 4 เท่าของ 5 เป็น 3 เท่าของเลขจำนวนหนึ่ง

ง. 3 เท่าของเลขจำนวนหนึ่งมากกว่า 4 อยู่ 5

พิจารณารูปต่อไปนี้แล้วตอบคำถามข้อ 9-11



9. ถ้าความยาวรอบรูปของสี่เหลี่ยม ABCD เท่ากับ 42 นิ้ว สมการที่ช่วยให้สามารถหาความยาวของ BC ได้ คือ

ก. $2x^2 = 42$

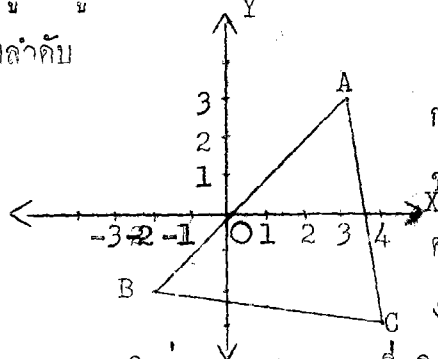
ข. $2x - x = 42$

ค. $3x = 42$

ง. $6x = 42$

10. ถ้าความยาวรอบรูปของสี่เหลี่ยม ABCD เท่ากับ 48 นิ้ว พื้นที่สี่เหลี่ยมนี้เป็นเท่าใด
- 182 ตารางนิ้ว
 - 128 ตารางนิ้ว
 - 218 ตารางนิ้ว
 - 282 ตารางนิ้ว
11. ให้ความยาวรอบรูปของสี่เหลี่ยม ABCD เท่ากับ 30 ซม. สามเหลี่ยม ABC สูงเท่าใด
- 5 ซม.
 - 6 ซม.
 - 7 ซม.
 - 8 ซม.
12. "แถมมีเงินเป็นเจ็ดเท่าของค่า" ประโยคนี้สามารถเขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังข้อใด
- $x = \frac{1}{7} y$
 - $x - 7y = 0$
 - $x + 7y = 0$
 - $7x + y = 0$
13. คู่อันดับใดที่ไม่ใช่คำตอบของสมการ $x + 2y = 20$
- (4, 8)
 - (6, 7)
 - (2, 9)
 - (3, 6)

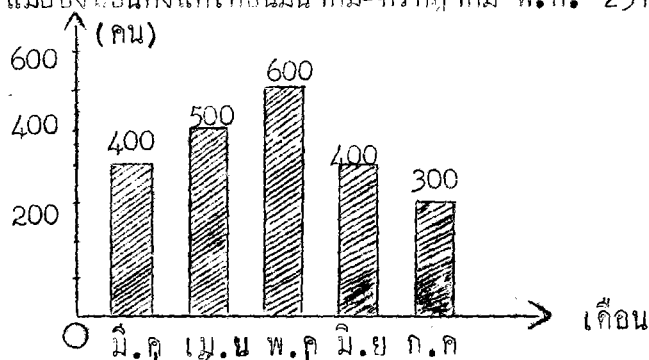
14. จากรูปที่อยู่ทางซ้ายมือ ข้อใดเป็นโคออร์ดิเนตของจุดตามลำดับ



- ก. $(3, 2), (-3, 4), (-2, -2)$
 ข. $(-3, -2), (3, -4), (2, -2)$
 ค. $(2, 3), (-2, -2), (4, -3)$
 ง. $(-3, 2), (-3, -4), (-2, -2)$

พิจารณาแผนภูมิแท่งแสดงจำนวนคนที่เดินทางโดยเครื่องบินไปจังหวัด

แม่ฮ่องสอนตั้งแต่เดือนมีนาคม-กรกฎาคม พ.ศ. 2515 แล้วตอบคำถามข้อ 15



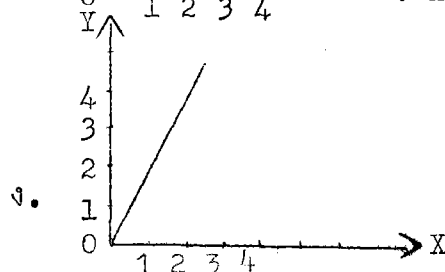
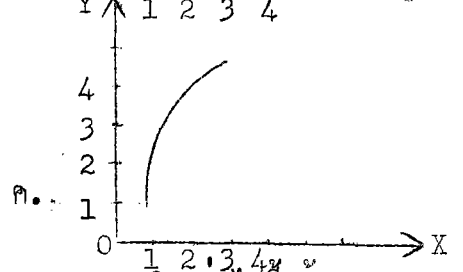
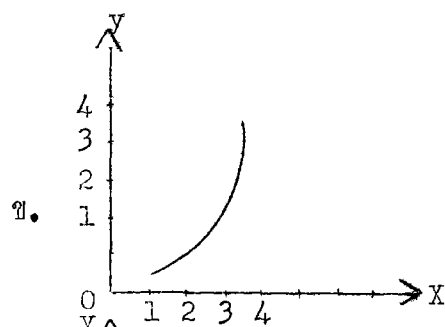
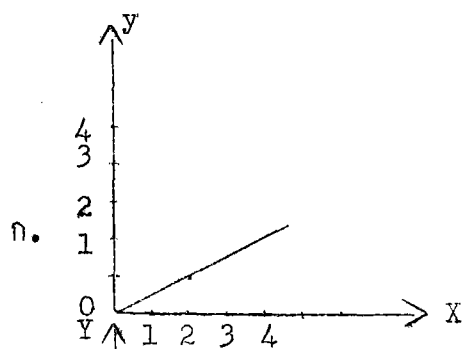
15. ความหมายที่ถูกต้องของข้อลำดับ (ก.ค. , 300) คือข้อใด

- ก. เดือนกรกฎาคมมีคนโดยสารน้อยที่สุด
 ข. มีคนโดยสารเครื่องบินเพียง 300 คนในเดือนนี้
 ค. คนแม่ฮ่องสอนเดินทางโดยเครื่องบินเพียง 300 คน
 ง. เดือนกรกฎาคมมีคนเดินทางโดยเครื่องบิน 300 คน

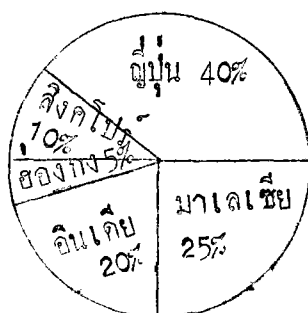
16. จากตารางแสดงค่าของ x และ y ซึ่งมีความสัมพันธ์กันดังนี้

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	2	4	6	8	10	12	14	16

ถ้านำคู่ลำดับ (x, y) มาเขียนกราฟ เมื่อ x เป็นจำนวนใดที่มากกว่า 0 จะได้กราฟดังนี้



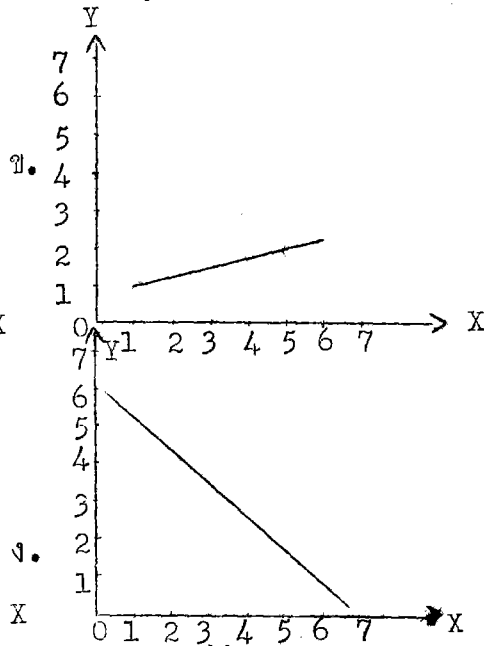
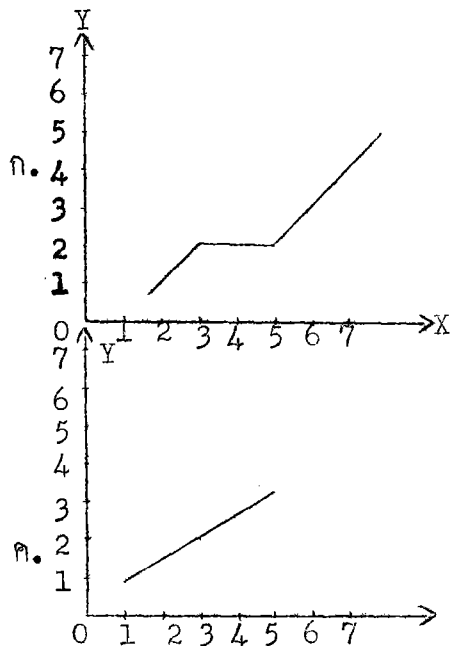
พิจารณาแผนภูมิวงกลมต่อไปนี้แล้วตอบคำถามข้อ 17



17. ถ้าจำนวนนักท่องเที่ยวทุกชาติรวมกันคือ 2000 คน จะได้ว่าค่าคู่ลำดับที่แสดงการจับคู่ระหว่างประเทศกับจำนวนนักท่องเที่ยวญี่ปุ่นคือข้อใด

- ก. (ญี่ปุ่น, 40)
 ข. (40, ญี่ปุ่น)
 ค. (ญี่ปุ่น, 800)
 ง. (800, ญี่ปุ่น)

18. กราฟข้อใดเป็นการแสดงคำตอบของสมการ $x + y = 7$

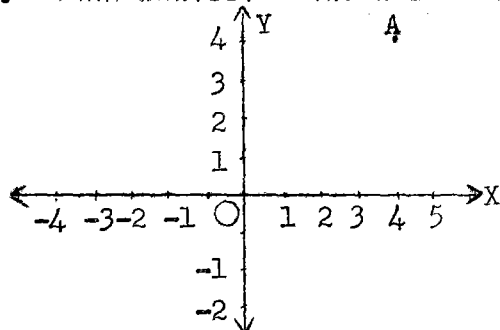


19. จากคำตอบ ก, ข, ค และ ง ในข้อ 18 กราฟข้อใดไม่ผ่านจุด $(5, 2)$

20. โคออร์ดิเนตในข้อใดที่ไม่ได้อยู่ในควอดรนต์เดียวกัน

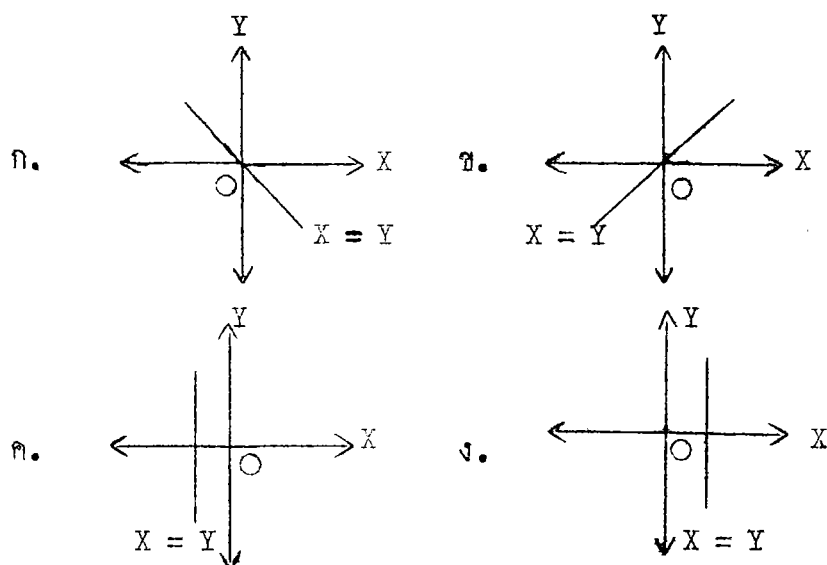
- ก. $(-5, 2)$ กับ $(-5, 7)$
 ข. $(1, 2)$ กับ $(2, 1)$
 ค. $(3, -4)$ กับ $(6, -7)$
 ง. $(-1, -5)$ กับ $(7, -5)$

21. จากตำแหน่งของ A ในระนาบจำนวนคั่นท้ายมือ ข้อใดคือโคออร์ดิเนตของ A



- ก. $(2, 3)$
 ข. $(3, 4)$
 ค. $(4, 3)$
 ง. $(4, 4)$

22. กราฟของสมการ $x=y$ คือข้อใด



23. สมการ $2x - y + 3 = 0$ จะผ่านจุดใดต่อไปนี้

ก. (5, 6)

ข. (2, 7)

ค. (3, 4)

ง. (4, 10)

24. สมการข้อใดที่มีค่ากับ (1, 2) เป็นคำตอบ

ก. $x = 1 - y$

ข. $x - y = 3$

ค. $x + y = 4$

ง. $x = 3 - y$

25. จุดบนเส้นจำนวนซึ่งแทนผลลัพธ์ที่เกิดจาก 11 ลบด้วย 15 จะอยู่ห่าง 0 ก็หน่วย

ก. 26 หน่วย

ข. 11 หน่วย

ค. 15 หน่วย

ง. 4 หน่วย

26. คำกล่าวใดไม่ถูกต้อง

- ก. จำนวนเต็มก็คือจำนวนเต็มลบชนิดหนึ่ง
- ข. จำนวนเต็มลบก็คือจำนวนเต็มชนิดหนึ่ง
- ค. จำนวนเต็มบวกก็คือจำนวนเต็มชนิดหนึ่ง
- ง. จำนวนศูนย์ก็คือจำนวนเต็มชนิดหนึ่ง

27. ระหว่าง -5 กับ 5 บนเส้นจำนวนมีจำนวนเต็มอยู่กี่จำนวน

- ก. 7 จำนวน
- ข. 8 จำนวน
- ค. 9 จำนวน
- ง. 10 จำนวน

พิจารณาการเรียงจำนวนเต็มต่อไปนี้แล้วตอบคำถามข้อ 28

$-10, -7, -4, A, 2, 5, 8, \dots$

28. A คือจำนวนเต็มใดต่อไปนี้

- ก. 1
- ข. 0
- ค. 3
- ง. -1

29. โคออร์ดิเนตของจุดใดที่เป็นจำนวนเต็มประเภทเดียวกัน

- ก. A $(0, 2)$
- ข. B $(-2, 0)$
- ค. C $(+2, 3)$
- ง. D $(3, 2)$

30. เมื่อเปลี่ยนโคออร์ดิเนตจาก $(-5, 7)$ เป็น $(7, -5)$ จะทำให้มีการเปลี่ยนควอดรนต์ดังนี้

- ก. เปลี่ยนจากควอดรนต์ที่ 2 เป็นควอดรนต์ที่ 3
- ข. เปลี่ยนจากควอดรนต์ที่ 2 เป็นควอดรนต์ที่ 4
- ค. เปลี่ยนจากควอดรนต์ที่ 1 เป็นควอดรนต์ที่ 2
- ง. เปลี่ยนจากควอดรนต์ที่ 3 เป็นควอดรนต์ที่ 4

ภาคผนวก ค.

ค่าความเชื่อมั่นและความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดของแบบทดสอบ
การคำนวณคะแนนเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของคะแนน
การวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม

ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบ

ข้อที่	p	r
1	.71	.41
2	.74	.50
3	.79	.38
4	.76	.41
5	.59	.30
6	.76	.44
7	.68	.50
8	.74	.32
9	.62	.59
10	.68	.53
11	.56	.65
12	.41	.41
13	.56	.41
14	.65	.32
15	.65	.21
16	.68	.53
17	.65	.38
18	.59	.68
19	.79	.24
20	.62	.53

ข้อที่	p	r
21	.62	.47
22	.59	.32
23	.65	.53
24	.62	.76
25	.79	.38
26	.74	.32
27	.53	.44
28	.71	.56
29	.68	.53
30	.53	.48

ค่า p ค่า q และค่า $\sum pq$ ของแบบทดสอบ

ข้อที่	p	q	pq
1	.77	.23	.18
2	.76	.24	.18
3	.83	.17	.14
4	.63	.37	.23
5	.56	.44	.25
6	.77	.23	.18
7	.69	.31	.21
8	.81	.19	.15
9	.61	.39	.24
10	.69	.31	.21
11	.65	.35	.23
12	.39	.61	.24
13	.59	.41	.24
14	.57	.43	.25
15	.69	.31	.21
16	.74	.26	.19
17	.70	.30	.21
18	.57	.43	.25
19	.79	.21	.17
20	.64	.36	.23

ข้อที่	p	q	pq
21	.61	.39	.24
22	.56	.44	.25
23	.65	.35	.23
24	.68	.32	.22
25	.82	.18	.15
26	.69	.31	.21
27	.44	.56	.25
28	.70	.30	.21
29	.68	.32	.22
30	.53	.47	.25

$$\sum pq = 6.42$$

การคำนวณค่าความแปรปรวนของคะแนนจากการทดสอบนักเรียน 108 คน

x	f	f(x)	x^2	$f(x^2)$
30	4	120	900	3600
29	4	116	841	3364
28	2	56	784	1568
27	4	108	729	2916
26	7	182	676	4732
25	7	175	625	4375
24	7	168	576	4032
23	9	207	529	4761
22	6	132	484	2904
21	3	63	441	1323
20	2	40	400	800
19	6	114	361	2166
18	6	108	324	1944
17	1	17	289	289
16	8	128	256	2048
15	5	75	225	1125
14	7	98	195	1372
13	7	91	169	1183
12	5	60	144	720
11	5	55	121	605

x	f	f(x)	x^2	$f(x^2)$
10	1	10	100	100
9	1	9	81	81
8	1	8	64	64
	108	2140		46072

$$\begin{aligned}
 s^2 &= \frac{n \sum f(x^2) - [\sum f(x)]^2}{n(n-1)} \\
 &= \frac{108 (46072) - (2140)^2}{108(107)} \\
 &= \frac{4975776 - 4579600}{11556} \\
 &= \frac{396176}{11556} \\
 &= 34.28
 \end{aligned}$$

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบและค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

$$\begin{aligned}
 r_{tt} &= \frac{n}{n-1} \left[\frac{s^2}{s^2} - \frac{\sum pq}{s^2} \right] \\
 &= \frac{30}{29} \left[1 - \frac{6.42}{34.28} \right] \\
 &= \frac{30}{29} (1 - .1872) \\
 &= \frac{30}{29} (.8128) \\
 &= .84
 \end{aligned}$$

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง สมการ คู่อันดับ - กราฟ และ
จำนวนเต็มลบ มีความเชื่อมั่น = .84

ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

$$\begin{aligned}
 s_e &= s_x \sqrt{1 - r_{tt}} \\
 &= \sqrt{34.28} \cdot \sqrt{1 - .84} \\
 &= \sqrt{34.28 \times .16} \\
 &= \sqrt{5.4848} \\
 &= 2.34
 \end{aligned}$$

ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด = 2.34

การคำนวณคะแนนเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของคะแนนภายหลังการทดลอง

กลุ่มทดลองที่ 1					กลุ่มทดลองที่ 2				
x	f	f(x)	x ²	f(x ²)	x	f	f(x)	x ²	f(x ²)
27	2	54	729	1458	26	2	52	676	1352
26	6	156	676	4056	24	2	48	576	1152
24	1	24	576	576	23	1	23	529	529
23	1	23	529	529	22	1	22	484	484
22	1	22	484	484	21	2	42	441	882
21	4	84	441	1764	20	5	100	400	2000
20	1	20	400	400	19	2	38	361	722
19	6	114	361	2166	18	5	90	324	1620
18	3	54	324	972	17	2	34	289	578
17	2	34	289	578	16	3	48	256	768
15	3	45	225	675	15	3	45	225	675
14	3	42	196	588	14	3	42	196	588
13	1	13	169	169	13	2	26	169	338
12	5	60	144	720	12	3	36	144	432
11	1	11	121	121	11	2	22	121	242
10	1	10	100	100	10	1	10	100	100
9	1	9	81	81	9	1	9	81	81
	42	775		15437	8	1	8	64	64
					41	695			12607

$$\begin{aligned}
 \text{คะแนนเฉลี่ย} &= \frac{\sum x}{n} \\
 &= \frac{775}{42} \\
 &= 18.45
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ค่าความแปรปรวน} &= \frac{n \sum f(x^2) - [\sum f(x)]^2}{n(n-1)} \\
 &= \frac{(42)(15437) - (775)^2}{42(41)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{คะแนนเฉลี่ย} &= \frac{\sum x}{n} \\
 &= \frac{695}{41} \\
 &= 16.95
 \end{aligned}$$

$$= \frac{648354 - 600625}{1722}$$

$$= \frac{47729}{1722}$$

$$= 27.72$$

$$\text{ค่าความแปรปรวน} = \frac{n \sum f(x^2) - [\sum f(x)]^2}{n(n-1)}$$

$$= \frac{(41)(12607) - (695)^2}{41(40)}$$

$$= \frac{516387 - 483025}{1640}$$

$$= \frac{33862}{1640}$$

$$= 20.65$$

การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม

กลุ่มทดลองที่ 1					กลุ่มทดลองที่ 2				
y	x	xy	y ²	x ²	y	x	xy	y ²	x ²
36	26	936	1296	676	34	17	578	1156	287
29	26	754	841	676	38	26	988	1444	676
31	21	651	961	441	17	10	170	289	100
22	18	396	484	324	38	18	684	1444	324
11	15	165	121	225	16	19	304	256	361
20	14	280	400	196	28	15	420	784	225
16	12	192	256	144	25	16	400	625	256
25	23	575	625	529	19	11	209	361	121
20	12	240	400	144	35	26	910	1225	676
31	17	527	961	289	37	15	555	1369	225
31	27	837	961	729	29	22	638	841	484
21	17	357	441	289	20	14	280	400	196
34	19	646	1156	361	31	14	434	961	196
20	18	360	400	324	17	18	306	289	324
34	26	884	1156	676	30	18	540	900	324
17	10	170	289	100	26	16	416	676	256
31	21	651	961	441	15	16	240	225	256
21	11	231	440	121	16	21	336	256	441
25	19	475	625	361	15	13	195	225	169
28	9	252	784	81	15	14	210	225	196
18	14	252	324	196	11	11	121	121	121
15	13	195	225	169	44	24	1056	1936	576
31	24	744	961	576	23	17	391	529	289

y	x	xy	y ²	x ²	y	x	xy	y ²	x ²
31	21	651	961	441	17	20	340	289	400
31	19	589	961	361	16	18	288	256	324
25	12	300	625	144	21	20	420	441	420
15	14	210	225	196	44	21	924	1936	441
41	19	779	1681	361	38	20	760	1444	400
44	27	1188	1936	729	29	12	348	841	144
39	26	624	1521	676	39	19	741	1521	361
45	26	1170	2025	676	40	24	960	1600	576
28	15	420	784	225	33	20	660	1089	400
46	26	858	2116	676	36	15	540	1296	225
39	22	858	1521	484	24	18	482	516	324
20	12	240	400	144	22	20	440	484	400
20	19	380	400	361	34	23	782	1156	529
40	21	840	1600	441	12	12	144	144	144
22	19	418	484	361	22	13	289	484	169
22	12	264	484	144	21	8	168	441	64
20	20	400	400	400	18	9	162	324	81
23	18	414	576	324	13	12	156	169	144
13	15	195	169	225					
1131	775	21568	33938	15437	1058	695	18932	31028	12246

$$n = 42 + 41 = 83$$

$$T_y = 1131 + 1058 = 2189$$

$$T_x = 775 + 695 = 1470$$

$$\bar{Y} = \frac{2189}{83} = 26.37$$

$$\begin{aligned}
 SS_{ty} = \sum y_t^2 &= (36)^2 + (29)^2 + (31)^2 + \dots + (21)^2 + (81)^2 + (13)^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \\
 &= 33938 + 31028 - \frac{(2189)^2}{83} \\
 &= 64966 - 57731.578 \\
 &= 7234.422
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SS_{ay} = \sum y_a^2 &= \frac{(1058)^2}{41} + \frac{(1131)^2}{42} - \frac{(2189)^2}{83} \\
 &= \frac{1119364}{41} + \frac{1279161}{42} - \frac{4791721}{83} \\
 &= 57757.774 - 57731.578 \\
 &= 26.196
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SS_{wy} = \sum y_w^2 &= \sum y_t^2 - \sum y_a^2 \\
 &= 7234.422 - 26.196 \\
 &= 7208.226
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SS_{tx} = \sum x_t^2 &= (62)^2 + (62)^2 + (21)^2 + \dots + (8)^2 + (9)^2 + (12)^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \\
 &= 27683 - \frac{2160900}{83} \\
 &= 27683 - 26034.939 \\
 &= 1648.061
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SS_{ax} = \sum x_a^2 &= \frac{(695)^2}{41} + \frac{(775)^2}{42} - \frac{(1470)^2}{83} \\
 &= 11781.097 + 14300.595 - 26034.939 \\
 &= 46.753
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SS_{wx} = \sum x_w^2 &= \sum x_t^2 - \sum x_a^2 \\
 &= 1648.061 - 46.753 \\
 &= 1601.308
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum xy_t &= (36)(26) + (29)(26) + (31)(21) + \dots + (21)(8) + \\
 &\quad (18)(9) + (13)(12) - \frac{(2189)(1470)}{83} \\
 &= 21568 + 18932 - \frac{3217830}{83} \\
 &= 40500 - 38769.036 \\
 &= 1730.966
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum xy_a &= \frac{(1131)(775)}{42} + \frac{(1058)(965)}{41} - \frac{(2189)(1470)}{83} \\
 &= \frac{735310}{42} + \frac{876525}{41} - \frac{3217830}{83} \\
 &= 17934.39 + 20869.642 - 38769.036 \\
 &= 34.996
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum xy_w &= \sum xy_t - \sum xy_a \\
 &= 1730.966 - 34.996 \\
 &= 1695.97
 \end{aligned}$$

หาค่าปรับแก้ของผลบวกกำลังสองของคะแนน (SS'_x)

$$\begin{aligned}
 SS'_x &= \sum x_t^2 - \frac{(\sum xy_t)^2}{\sum y_t^2} \\
 &= 1648.061 - \frac{(1730.966)^2}{7234.422} \\
 &= 1648.061 - 414.16 \\
 &= 1233.90
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SS'_{wx} &= \sum x_w^2 = \sum x_w^2 - \frac{(\sum xy)^2}{\sum y_w^2} \\
 &= 1601.308 - \frac{(1695.97)^2}{7208.226} \\
 &= 1601.308 - 390.03 \\
 &= 1202.28
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SS'_{aw} &= \sum x_a^2 = \sum x_t^2 - \sum x_w^2 \\
 &= 1233.90 - 1202.28 \\
 &= 31.62
 \end{aligned}$$

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 1
จากการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดในแบบเรียน และแบบฝึกหัดที่สร้างขึ้น

บทคัดย่อ

ของ

จารึก วิเชียร เกื้อ

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาค้นคว้าตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต

พุทธทศวรรษ 2527