

การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาคุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาหลักสูตร
กรกฎาคม 2560

การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

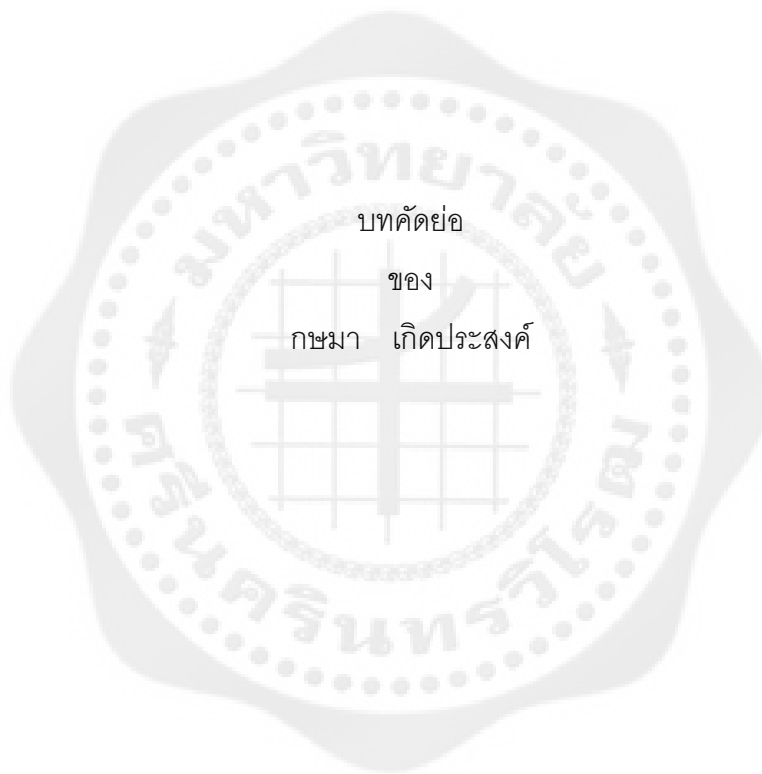


เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาคุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาหลักสูตร

กรกฎาคม 2560

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาคุษภูิปบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาหลักสูตร

กรกฎาคม 2560

กษมา เกิดประสงค์. (2560). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 . ปรินญานิพนธ์ ปริญญาโท. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อาจารย์ที่ปรึกษา ปรินญานิพนธ์: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒนาผล, รองศาสตราจารย์ ดร.วิชัย วงษ์ใหญ่, อาจารย์ ดร.ขวัญ เพี้ยซ้าย

การวิจัยครั้งนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาและศึกษาประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้กระบวนการวิจัยและพัฒนา (Research and Development) 4 ขั้นตอน ประกอบด้วย ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาข้อมูลพื้นฐานในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่ 2 การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ ขั้นตอนที่ 3 การทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ และขั้นตอนที่ 4 การปรับปรุงและแก้ไขรูปแบบการจัดการเรียนรู้ โดยศึกษากับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านธาตุเชิงแกง ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 30 คน เครื่องมือที่ใช้ในการประเมินประสิทธิผลของรูปแบบได้แก่ 1) แบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล 2) แบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสาร 3) แบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา และ 4) แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง 6 สัปดาห์ๆละ 3 ชั่วโมง วิเคราะห์ข้อมูลทั้งเชิงปริมาณและคุณภาพด้วยสถิติพื้นฐานและวิเคราะห์เปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยคะแนนสมรรถนะทั้ง 3 ด้านโดยใช้สถิติทดสอบการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวเมื่อมีการวัดซ้ำ (Repeated Measures ANOVA)

ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 การกำหนดเป้าหมาย ขั้นที่ 2 การทบทวนประสบการณ์เดิม ขั้นที่ 3 การเพิ่มประสบการณ์ใหม่ ขั้นที่ 4 การเชื่อมโยง และขั้นที่ 5 การสรุป มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยสมรรถนะด้านการให้เหตุผล การสื่อสารและการแก้ปัญหา หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

THE DEVELOPMENT OF LEARNING MANAGEMENT MODEL FOR MATHEMATICAL
COMPETENCY OF MATHAYOMSUKSA ONE STUDENTS

AN ABSTRACTS
BY
KASAMA KERDPRASONG

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Doctor of Philosophy Degree in Curriculum Research and Development
at Srinakharinwirot University

July 2017

Kasama Kerdprasong. (2017). *The Development of Learning Management Model for Mathematical Competency of Mathayomsuksa One students*. Dissertation, Ph.D. (Curriculum Research and Development). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Assist. Prof. Dr.Marut Patphol, Assoc. Prof. Dr.Wichai Wongyai, Dr. Khawn Piasai.

The objectives of this research are to develop a pattern or a model and to study the effectiveness of a learning management model for mathematical competency of Mathayomsuksa One students through research and development, which consists of four stages, as follows: 1) studying the base data for mathematical learning management; 2) developing a learning management model; 3) trying out the learning management model; 4) revising the learning management model. The sample group for this study consist of thirty children, who were Mathayomsuksa One students in the first semester of the 2016 academic year at Banthakingkang School. The instruments used in this study were 1) a test of reasoning competency 2) a test of communication competency 3) a test of problem solving competency and 4) observation of learning behavior. The duration of the took place experiment over six weeks, at three hours a week. The research used both quantitative and qualitative analysis with basic statistics and for comparison a Repeated Measures ANOVA for average mathematical competency.

The results of the study are that the pattern of the learning management model for mathematical competency among Mathayomsuksa One students consist of five stages: 1) Targeting; 2) Reviewing the original experience; 3) Adding new experience; 4) Connecting and 5) Summarizing. The pattern of the learning management model was appropriate at high level. The mathematical competency before after learning were at a statistically significant level of .05.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง
การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
ของ
กษมา เกิดประสงค์

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาหลักสูตร
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ นายแพทย์ฉัตรชัย เอกปัญญาสกุล)
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์	คณะกรรมการสอบปากเปล่า
.....ที่ปรึกษาหลัก	ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒนาผล)	(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคนะภักทขจร)
.....ที่ปรึกษาร่วม	กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชัย วงษ์ใหญ่)	(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒนาผล)
.....ที่ปรึกษาร่วม	กรรมการ
(อาจารย์ ดร.ขวัญ เพ็ญชัย)	(รองศาสตราจารย์ ดร.วิชัย วงษ์ใหญ่)
	กรรมการ
	(อาจารย์ ดร.ขวัญ เพ็ญชัย)
	กรรมการ
	(อาจารย์ ดร.ศรีสมร พุ่มสะอาด)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดีเป็นเพราะผู้วิจัยได้รับความเมตตา กรณาอย่างดียิ่งจากผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒผล รองศาสตราจารย์ ดร.วิชัย วงษ์ใหญ่ อาจารย์ ดร.ขวัญเพ็ญชัย ที่ได้เสียสละเวลาให้ความช่วยเหลือเอาใจใส่ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆด้วยความเอาใจใส่และให้คำปรึกษาในการดำเนินการวิจัยเป็นอย่างดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฎฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร ที่ท่านได้ให้ความกรุณาเป็นประธานกรรมการสอบปากเปล่า และกราบขอบพระคุณอาจารย์ ดร.ศรีสมร พุ่มสะอาด ที่ท่านได้ให้ความกรุณาเป็นกรรมการสอบปากเปล่า ทำให้ผู้วิจัยได้สำเร็จการศึกษาอย่างสมบูรณ์ และกราบขอบพระคุณอาจารย์ประจำสาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาหลักสูตรทุกท่าน ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้ให้แก่ผู้วิจัย

ขอกราบขอบพระคุณผู้บริหารโรงเรียนบ้านธาตุเชิงแก่งที่ให้การสนับสนุน ส่งเสริมให้ผู้วิจัยเข้ารับการศึกษาในระดับปริญญาเอกในครั้งนี้ นอกจากนี้ยังให้ความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูล และขอบคุณนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2558 ที่สละเวลาในการร่วมกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ รวมถึงเสนอแนะข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้

ขอกราบขอบพระคุณคุณแม่ดาวัลย์ วุฒิสารวัฒนา และนายณพดล เกิดประสงค์ สามี ที่คอยให้การสนับสนุนช่วยเหลือ และเป็นขวัญกำลังใจแก่ผู้วิจัยเป็นอย่างยิ่ง ตลอดจนน้องๆ นางกมลลา เผ่าสัจจะ นายกสิณ วุฒิสารวัฒนา และลูกๆที่น่ารักทั้งสองคน ที่เป็นกำลังใจอันยิ่งใหญ่ช่วยให้ผู้วิจัยให้การศึกษาครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

ขอบคุณเพื่อนร่วมรุ่นสาขาวิชา การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร รุ่นที่ 20 ทุกคน ที่ให้ความช่วยเหลือ มิตรภาพและร่วมกันแลกเปลี่ยนเรียนรู้ตลอดจนให้กำลังใจ ทำให้ผู้วิจัยมีช่วงเวลาที่มีคุณค่า ยิ่ง คุณประโยชน์ใดๆ ที่เกิดจากปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชา แต่บิดา มารดา ตลอดจนครู อาจารย์ ทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอนผู้วิจัยตั้งแต่เล็กจนถึงปัจจุบัน

กษมา เกิดประสงค์

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
คำถามการวิจัย.....	9
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	10
ความสำคัญของการวิจัย.....	10
ขอบเขตการวิจัย.....	10
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	11
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	14
สมรรถนะทางคณิตศาสตร์.....	15
ความหมายของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์.....	15
องค์ประกอบของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์.....	15
สมรรถนะด้านการคิดทางคณิตศาสตร์.....	26
สมรรถนะด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	38
สมรรถนะด้านการสร้างตัวแบบ.....	60
สมรรถนะด้านการให้เหตุผล.....	61
สมรรถนะด้านสัญลักษณ์และการกระทำตามแบบ.....	66
สมรรถนะด้านการใช้ตัวแสดงแทนสถานการณ์.....	68
สมรรถนะด้านการสื่อสาร.....	70
สมรรถนะด้านการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ.....	74
แนวคิด ทฤษฎีที่นำมาใช้ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้.....	79
ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์.....	80
ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ.....	87
การได้ซึ้งเพื่อการรู้คิด.....	94
การให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้.....	105
การประเมินผลตามสภาพจริง.....	113

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ)	
การสังเคราะห์แนวคิดทฤษฎีเพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้าง สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.....	128
ร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.....	141
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	143
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	145
ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาข้อมูลพื้นฐานในการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทาง คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.....	145
ขั้นตอนที่ 2 การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทาง คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.....	147
ขั้นตอนที่ 3 การประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้าง สมรรถนะทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.....	158
ขั้นตอนที่ 4 การปรับปรุงและแก้ไขรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะ ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.....	162
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	164
ขั้นตอนที่ 1 ผลการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้.....	164
ขั้นตอนที่ 2 ผลการประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้.....	198
ขั้นตอนที่ 3 ผลการปรับปรุงและแก้ไขรูปแบบการจัดการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์.....	205
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	213
วิธีดำเนินการวิจัย.....	213
สรุปผลการวิจัย.....	214
อภิปรายผลการวิจัย.....	216
ข้อเสนอแนะ.....	223

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
บรรณานุกรม.....	225
ภาคผนวก.....	236
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	298



บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 องค์ประกอบของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์.....	23
2 สรุปองค์ประกอบทางความคิดทางคณิตศาสตร์.....	30
3 สรุปแนวทางการพัฒนาสมรรถนะด้านการคิดทางคณิตศาสตร์.....	33
4 แนวทางการวัดและประเมินผลสมรรถนะการคิดทางคณิตศาสตร์.....	37
5 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	43
6 แนวทางการพัฒนาสมรรถนะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	55
7 การสังเคราะห์สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ทั้ง 8 สมรรถนะ.....	77
8 การสังเคราะห์การนำทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์มาใช้ในการพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์.....	85
9 การสังเคราะห์การนำแนวคิดทฤษฎีการประมวลสารสนเทศมาใช้ในการพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์.....	93
10 คำกริยาที่ใช้ในการตั้งคำถามตามลำดับขั้นการรู้คิด.....	100
11 การสังเคราะห์การนำแนวคิดทฤษฎีการโค้ชเพื่อการรู้คิดมาใช้ในการพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์.....	103
12 การสังเคราะห์การนำแนวคิดทฤษฎีการใช้ข้อมูลเพื่อการพัฒนาการเรียนรู้ มาใช้ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทาง คณิตศาสตร์.....	113
13 การสังเคราะห์การนำแนวคิดการประเมินตามสภาพจริงมาใช้ในการพัฒนารูปแบบ การจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์.....	118
14 ตารางวิเคราะห์แผนการสอน.....	128
15 การสังเคราะห์หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ของการวิจัย.....	130
16 การสังเคราะห์วัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ของการวิจัย.....	133
17 การสังเคราะห์กระบวนการจัดการเรียนรู้ของการวิจัย.....	136
18 การสังเคราะห์การประเมินรูปแบบการจัดการเรียนรู้ของการวิจัย.....	139
19 การวิเคราะห์ข้อสอบของแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์.....	152
20 ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ฉบับ A และ ฉบับ B.....	155

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
21 ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์.....	156
22 การวิเคราะห์สาระสำคัญของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ และแนวทางในการนำมาพัฒนา รูปแบบ.....	165
23 การวิเคราะห์สาระสำคัญของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เสริมสร้าง สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ และแนวทางในการนำมาพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้...	167
24 ผลการสัมภาษณ์อาจารย์สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ และ แนวทางในการนำมาพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้.....	169
25 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้ตามแนวทางของรูปแบบการจัดการเรียนรู้.....	179
26 บทบาทของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้ตามแนวทางของรูปแบบการจัดการเรียนรู้.....	181
27 ระดับความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้.....	183
28 ระดับความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบต่างๆของรูปแบบการจัดการเรียนรู้.....	186
29 ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้.....	187
30 เปรียบเทียบความแตกต่างคะแนนการประเมินสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการทดลองใช้ รูปแบบการจัดการเรียนรู้.....	191
31 แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างของสมรรถนะด้านการให้เหตุผล.....	191
32 แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างของสมรรถนะด้านการให้เหตุผล ในแต่ละระยะ ทดลองเป็นรายคู่.....	192
33 เปรียบเทียบความแตกต่างคะแนนการประเมินสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการทดลองใช้รูปแบบ การจัดการเรียนรู้.....	193
34 แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างของสมรรถนะด้านการสื่อสาร.....	194
35 แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างของสมรรถนะด้านการสื่อสาร ในแต่ละระยะทดลอง เป็นรายคู่.....	194
36 เปรียบเทียบความแตกต่างคะแนนการประเมินสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการทดลองใช้ รูปแบบการจัดการเรียนรู้.....	195

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
37 แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างของสมรรถนะด้านการแก้ปัญหา.....	196
38 แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างของสมรรถนะด้านการแก้ปัญหา ในแต่ละระยะ ทดลองเป็นรายคู่.....	197
39 แสดงผลการประเมินประสิทธิผลของรูปแบบ.....	198
40 ข้อมูลเชิงคุณภาพจากการสังเกตคำพูด/พฤติกรรมของนักเรียน.....	200
41 สรุปประเด็นการปรับปรุงรูปแบบการจัดการเรียนรู้.....	205



บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 การให้คะแนนแบบองค์รวม.....	58
2 การให้คะแนนแบบแยกส่วน.....	59
3 ขั้นตอนการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศของคลอสเมียร์.....	88
4 ลำดับขั้นการรู้คิดของ Bloom และ Anderson & Krathwohl.....	99
5 กรอบแนวคิดในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.....	144
6 ขั้นตอนการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.....	163
7 กราฟแสดงพัฒนาการของคะแนนเฉลี่ยของแบบวัดสมรรถนะด้านการให้เหตุผล.....	192
8 กราฟแสดงพัฒนาการของคะแนนเฉลี่ยของแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสาร.....	195
9 กราฟแสดงพัฒนาการของคะแนนเฉลี่ยของแบบวัดสมรรถนะด้านการแก้ปัญหา.....	197
10 รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.....	211

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 ควรเป็นการจัดการศึกษาเพื่อปวงชน (Mathematics for All) เป็นการจัดการศึกษาเพื่อพัฒนาคนให้เป็นทรัพยากรที่มีค่า มีประสิทธิภาพและศักยภาพเพื่อจะได้เป็นกำลังของชาติ (Man Power) สืบไป การสอนคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 นี้ จำเป็นจะต้องอาศัยครูผู้รู้คณิตศาสตร์ เพื่อจะได้ถ่ายทอดความรู้ที่นำมาพัฒนาเยาวชนให้เป็นผู้รู้คณิตศาสตร์ (Mathematics Literacy) ทันกับวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่ เปลี่ยนไปอย่างรวดเร็ว ในยุคโลกาภิวัตน์นี้ นอกจากนั้นการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 นี้ จะต้องเป็นการจัดการศึกษาที่ช่วยเพิ่มพูนคุณภาพชีวิตให้สงบสุข มีความเหมาะสมและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม วัฒนธรรม วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี ที่เจริญรุดหน้าไปอย่างไม่หยุดยั้ง (OECD, 2013; สสวท. 2556) ซึ่งการสอนคณิตศาสตร์ในยุคนี้ จำเป็นต้องให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ มีทักษะความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มากพอเพียง และสามารถนำ ความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆได้ ยังจะต้องเป็นการจัดการศึกษาเพื่อเตรียมเยาวชน เพื่อให้รับกับการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น (กระทรวงศึกษาธิการ. 2557; สสวท. 2555) ดังนั้น จำเป็นอย่างยิ่งที่ครูคณิตศาสตร์จะต้องเฝ้าหาความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความสามารถของตนเองให้สูงขึ้น ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็น เครื่องมืออย่างหนึ่งในการดำรงชีวิตประจำวัน ความต้องการสำหรับพลเมืองที่มีความคิดและสมรรถนะสูงซึ่งจะส่งผลกระทบต่องานที่ทำในหน้าที่ทุกๆคน ที่ต้องสามารถจัดการกับข้อมูลข่าวสารที่เข้ามาตลอดเวลา บุคคลต้องมีความเข้าใจที่จะสามารถ สื่อสาร ใช้และอธิบายแนวคิดและวิธีการโดยใช้รูปแบบการคิดที่เป็นเหตุเป็นผลแบบคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนจะต้องเป็นผู้ที่มีความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง และเป็นผู้ที่มีความสามารถ รู้จักดัดแปลงตัวอย่างกิจกรรมแบบฝึกหัด ตลอดจนหาสื่ออุปกรณ์ประกอบการสอน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้เกิดความรู้ความเข้าใจอย่างแท้จริง การสอนให้เยาวชนรู้จักคิดเป็น ทำ เป็น แก้ปัญหาเป็นนั้นเป็นสิ่งสำคัญ นอกจากนั้นยังจำเป็นต้องฝึกให้เยาวชน รู้จัก พูดย แสดงความคิดอย่าง ชัดเจน สมเหตุสมผล มีวิจารณญาณ ใฝ่รู้ กล้าแสดงความคิดเห็น เป็นผู้เสียสละเพื่อส่วนรวม เป็นผู้มีความมั่นใจ และสามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในห้องเรียนปัจจุบันยังไม่สามารถพัฒนาทักษะและความสามารถในการคิดและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เห็นได้จากผลการประเมินคุณภาพผู้เรียนระดับชาติ ปีการศึกษา 2555 (O-net) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้คะแนนเฉลี่ย 26.94 คะแนน และในปีการศึกษา 2556 ได้คะแนนเฉลี่ย 31.25 คะแนน

ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ต่ำ (สพฐ. 2557) และจากการประเมินผลโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ Programme for International Student Assessment (PISA) ซึ่งเป็นโครงการที่มีจุดมุ่งหมายหลักเพื่อพัฒนาตัวชี้วัดระบบการศึกษาของประเทศที่เข้าร่วมโครงการสามารถให้การศึกษาเพื่อเตรียมตัวให้พร้อมที่จะมีบทบาทหรือมีส่วนสร้างสรรค์ และดำเนินชีวิตอย่างมีคุณภาพในสังคมได้มากน้อยเพียงใด ผู้ได้รับการประเมินจะเป็นนักเรียนที่อยู่ในช่วงอายุ 15 ปี ซึ่งมีประเทศสมาชิกทั้งหมด 65 ประเทศทั่วโลก ผลการประเมินของประเทศไทยปรากฏว่าแนวโน้มจากการประเมิน PISA 2000 จนถึง PISA 2015 พบว่า ผลการ ประเมินด้านคณิตศาสตร์มีแนวโน้มลดลง แม้ว่าช่วง PISA 2009 ถึง PISA 2012 คณิตศาสตร์จะมีแนวโน้มสูงขึ้น แต่ใน PISA 2015 กลับมีคะแนนลดลงจาก PISA 2012 โดยด้านคณิตศาสตร์มีคะแนนลดลง 11 คะแนน โดยคะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยคือ 415 คะแนน อยู่ในช่วงอันดับที่ 49 – 55 ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของ OECD มากกว่าหนึ่งระดับ (สสวท. 2559) โดยนักเรียนไทยมีจุดอ่อนในเรื่องของในกระบวนการคิดเชิงวิธีการ หรือการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ นั่นคือการคิดถึงปัญหาตามสถานการณ์ในบริบทให้เป็นวิธีการทางคณิตศาสตร์ และ เมื่อพิจารณาผลของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับหลักสูตรของแต่ละประเทศที่สะท้อนผ่านผลการทดสอบ TIMSS ซึ่งเป็นการทดสอบทางวิชาการระดับนานาชาติ ซึ่งจัดสอบทุก 4 ปี โดยในปี 2015 ไทยเข้าร่วมการประเมินเฉพาะนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยกำหนดให้ค่ากลางของการประเมินเท่ากับ 500 คะแนน นอกจากนี้ ยังได้จัดกำหนดเกณฑ์ความสามารถ เพื่อจำแนกนักเรียนเป็น 4 กลุ่ม คือระดับก้าวหน้า ระดับสูง ระดับปานกลาง และระดับต่ำ ประเทศไทย มีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ เท่ากับ 431 คะแนน จัดอยู่ในอันดับที่ 26 ของประเทศที่เข้าร่วมการประเมินจากทั้งหมด 39 ประเทศ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ และมีนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับก้าวหน้าอยู่เพียงเล็กน้อย (สสวท. 2559) เช่นเดียวกับผลการทดสอบ PISA จะเห็นได้ว่าความรู้พื้นฐานในวิชาคณิตศาสตร์ของเด็กไทยสะท้อนให้เห็นถึงสภาวะวิกฤติของการจัดการศึกษาภายในประเทศ กล่าวคือ คะแนนเฉลี่ยของผลการทดสอบคณิตศาสตร์ของนักเรียนลดลงอย่างต่อเนื่อง ในช่วงระยะเวลาตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ถึงปีการศึกษา 2559

ด้วยเหตุผลดังกล่าวนี้ ทำให้ต้องมีการส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตนเองได้ตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพโดยมุ่งเน้นความสำคัญทั้งด้านความรู้ ความคิด ความสามารถ คุณธรรม กระบวนการเรียนรู้และความรับผิดชอบต่อสังคม สามารถทำให้ผู้เรียนเป็นคนดีคนเก่งและคนมีความสุข รวมทั้งเป็นรากฐานที่สำคัญในอันที่จะพัฒนาสังคมไทยสู่สังคมที่เข้มแข็งซึ่งก็คือความมุ่งหมายของแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 12 ที่กล่าวว่า บุคคลที่มีบทบาทหน้าที่และความรับผิดชอบโดยตรงในการพัฒนาผู้เรียนให้เป็นคนดี คนเก่งและคนมีความสุขก็คือครูนั่นเอง ครูจึง

มีความสำคัญอย่างยิ่งในการพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพซึ่งแนวคิดเรื่องสมรรถนะ (Competency) เป็นสิ่งที่ได้นำมาพิจารณาและใช้กันอย่างแพร่หลายในยุคลปฏิรูปการศึกษาของไทย

สมรรถนะ (Competency) คือคุณลักษณะเชิงพฤติกรรมที่เป็นผลมาจากความรู้ ทักษะ ความสามารถและคุณลักษณะอื่น ๆ ที่ทำให้บุคคลสร้างสรรค์ผลงานให้โดดเด่นในองค์กร สมรรถนะ (Competency) มีแนวคิดพื้นฐานมาจากแนวคิดเรื่องความแตกต่างระหว่างบุคคล เช่น ในเรื่องเชาว์ปัญญาและบุคลิกภาพที่เกี่ยวข้องกับพฤติกรรมในองค์การ (Dale; & Hes. 1995: 80; David. 1993; Scott. 1998; สุกัญญา รัชมีธรรมโชติ. 2547) ส่วนสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่มาจากการผสมผสานความรู้ ทักษะ และคุณลักษณะ ที่ให้นักเรียนสามารถนำมาใช้แก้ปัญหาทั้งการคำนวณหาคำตอบที่เป็นตัวเลขและการแก้ปัญหาในสถานการณ์ในโลกความจริง ประกอบด้วย การเข้าใจในข้อกำหนดและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การคิดอย่างเป็นตรรกะ มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยการเขียนและพูดอย่างเหมาะสม สามารถแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการพิสูจน์ วิเคราะห์ และหากลยุทธ์ที่แตกต่างกัน (PISA.2009: Niss; & Jensen. 2002: OECD.2009: Mikael Holmquist. 2005: Thomas Jankvist. 2010: Edith A. Graf. 2009: อริสรา ชมชื่น. 2550) โดยองค์ประกอบที่สำคัญของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์มีทั้งหมด 8 ด้าน คือ 1) สมรรถนะด้านการคิดทางคณิตศาสตร์ 2) สมรรถนะด้านการแก้ปัญหา 3) สมรรถนะด้านการสร้างตัวแบบ 4) สมรรถนะด้านการให้เหตุผล 5) สมรรถนะด้านสัญลักษณ์และการกระทำตามแบบ 6) สมรรถนะด้านการใช้สัญลักษณ์แทนสถานการณ์ 7) สมรรถนะด้านการสื่อสาร และ 8) สมรรถนะด้านการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (Niss; & Jensen. 2002; Edith Graf. 2009; PISA. 2009; Burhard. 2011; สสวท. 2557; อริสรา ชมชื่น. 2550) จากองค์ประกอบของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ทั้ง 8 องค์ประกอบนั้น แต่ละองค์ประกอบมีส่วนที่ทับซ้อนกัน กล่าวคือ ในสมรรถนะของการคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical thinking competency) นั้นเป็นการตั้งคำถามและการตระหนักถึงลักษณะของคำตอบ โดยเน้นให้นักเรียนมีการพูดคุยในเรื่องของคำถาม แนวคิด หรือเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ การรู้และเข้าใจในการนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา การขยายแนวคิดจากนามธรรมไปสู่รูปธรรมเพื่อทำความเข้าใจกับปัญหา เพื่อเป็นข้อมูลที่ช่วยในการแก้ปัญหา ซึ่งขั้นตอนในการได้มาซึ่งคำตอบนั้นเป็นองค์ประกอบหลักของสมรรถนะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Problem solving competency) (Niss; & Hojgard: 2011, Edith Graf. 2009, Turner: 2011, OECD: 1999, Edith Graf: 2009) สอดคล้องกับงานวิจัยของเบิร์คฮาร์ด อัลเปอ์ (Burkhard Alpers. 2011) ซึ่งได้กล่าวว่า การหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์สิ่งสำคัญอยู่ที่กระบวนการคิดเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนต้องการศึกษา ซึ่งเป็นสมรรถนะที่ได้รับการยอมรับอย่างกว้างขวางว่าเป็นสิ่งที่สำคัญ และในงานวิจัยของนิส และเจนเซน (Niss; & Jensen, 2002) ที่ได้ศึกษาหาแนวทางการพัฒนาการเรียนการสอน

คณิตศาสตร์ และค้นหาและพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปใช้ในการเรียนการสอนของประเทศเดนมาร์ก พบว่าสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา และการคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนสามารถนำความรู้ที่ได้มาปฏิบัติและประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ในชีวิตจริง ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สมรรถนะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Problem solving competency) เป็นอีกสมรรถนะหนึ่ง ที่มีความสำคัญเนื่องจาก “กระบวนการทางคณิตศาสตร์”หรือการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์(Mathematizing) เป็นกระบวนการที่นักเรียนนำมาใช้ในความพยายามที่จะแก้ปัญหานั้น ถือว่าเป็น สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ สมรรถนะต่างๆ เหล่านี้จะสะท้อนถึงวิธีที่นักเรียนใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา สมรรถนะของคนไม่ใช่สิ่งที่จะแยกออกมาวัดได้โดดๆ แต่ในการแสดงความสามารถอย่างใดอย่างหนึ่ง อาจมีหลายสมรรถนะซ้อนกันอยู่ นักเรียนจำเป็นต้องมีและสามารถใช้หลายสมรรถนะหรือเรียกว่า สมรรถนะในการแก้ปัญหา (Problem solving competency) เป็นการทำงานโดยใช้กระบวนการของการได้มาซึ่งคำตอบเมื่อต้องเผชิญกับปัญหาหรือสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย โดยผู้แก้ปัญหามีทักษะ (skill) และกระบวนการ (process) ต่างๆทางคณิตศาสตร์โดยใช้การวิเคราะห์และวางแผน และใช้เทคนิคต่างๆประกอบ (Krulik; & Reys. 1980: 10, Polya. 1985:1, Krulik; & Rudnick. 1995: 4, NCTM. 2000: 52, สสวท. 2551: 7, อัมพร ม้าคนอง. 2553: 39) ซึ่งสมรรถนะการแก้ปัญหเป็นส่วนสำคัญมากในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพราะเมื่อนักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหา นักเรียนจะเรียนรู้ว่าวิธีการแก้ปัญหานั้นสามารถทำได้หลายวิธีและเป็นไปได้ที่ปัญหาหนึ่ง ๆ มีได้หลายคำตอบ ในการแก้ปัญหานักเรียนต้องใช้ความสามารถในการสำรวจ รวมทั้งมีการคิดเกี่ยวกับตัวปัญหาและการใช้เหตุผลในการหาคำตอบของปัญหาทั้งแบบทั่วไปหรือปัญหาที่แปลกใหม่ การแก้ปัญหาคือความสามารถในเชิงบูรณาการ ซึ่งมักพบอยู่ในชีวิตประจำวัน ครูควรใช้ปัญหาต่างๆ ในการกระตุ้นความคิดและเลือกปัญหาที่เหมาะสมกับนักเรียน (สสวท. 2554: 1) และในการสอนให้นักเรียนคิดอย่างหลากหลาย คิดคนละวิธี แต่อาจจะได้คำตอบอย่างเดียวกัน ซึ่งมีประโยชน์กับนักเรียนมากทำให้นักเรียนได้ฝึกคิด และผู้สอนจะได้ไม่จำกัดความคิดของนักเรียน ไม่ว่าจะ สอนที่ไหน อย่างไร เมื่อไหร่ ที่โรงเรียนหรือแม้ที่บ้าน ซึ่งครูควรกระตุ้นและเปิดโอกาสให้นักเรียน ได้คิดวิเคราะห์ แก้ปัญหด้วยตนเอง เน้นที่ “ กระบวนการ ” มากกว่า “ คำตอบ ” แต่เพียงอย่างเดียวเมื่อ คิดเป็นแล้วความคิดก็จะแตกยอดออกไปเรื่อย ๆ เมื่อถึงเวลานั้นแล้วนักเรียนอาจคิดสร้างสรรค์ ผลงานอื่น ๆ ได้มากมายอย่างที่คาดไม่ถึง สอดคล้องกับงานวิจัยของของ ไคลลี (Kylie, 2014:7-10) ได้สร้างกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การสอนแบบเชื่อมโยงซึ่งกันและกัน (RT: Reciprocal Teaching) เพื่อพัฒนาความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความเข้าใจในการอ่าน นักเรียนลองทำนายคำตอบจากคำถามที่ครูได้ให้ไปจากนั้นจึงดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

โดยใช้ความรู้ที่มีอยู่ ใช้กลยุทธ์ต่างๆ ในการแก้ปัญหาเช่นการเขียนเป็นภาพหรือเขียนเป็นแผนภาพ และในขั้นตอนการสรุปผลนักเรียนได้มีส่วนร่วมในการแสดงเหตุผลของตนเองในคำตอบที่นักเรียนได้มา เมื่อเข้าสู่กระบวนการกลุ่มเพื่อนำคำตอบที่ได้ของแต่ละคนมาอภิปรายและสรุปพร้อมกันเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด ผลการประเมินพบว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนแบบ RT มีการเปลี่ยนแปลงดีขึ้นอย่างมีนัยสำคัญก่อนการทดลอง และการทำงานเป็นกลุ่มจะทำให้เกิดการแก้ปัญหาได้ดีกว่าการทำงานด้วยตนเอง และนักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง และสอดคล้องกับผลการศึกษาของจอยซ์และเซาเวอร์ (Joyce; & Showers, 1988 cited by Costa and Garmston, 2002: 38) ที่พบว่า การฝึกอบรมในภาคทฤษฎีด้วยการบรรยายเพียงอย่างเดียว นั้น ผู้เรียนได้รับความรู้ในระดับต่ำ เกิดทักษะได้ในระดับปานกลางและสามารถนำความรู้ไปใช้ในระดับต่ำมาก แต่หากใช้การพัฒนาบุคลากรด้วยวิธีที่ผสมผสานระหว่างการบรรยายทางทฤษฎี การสาธิต การฝึกปฏิบัติการให้ข้อมูลย้อนกลับ และการโค้ช (Coaching) หรือการช่วยเหลือแนะนำการฝึกปฏิบัติ เป็นวิธีหนึ่งที่ช่วยให้บุคลากรได้รับความรู้ในระดับสูงมาก ตลอดจนเกิดทักษะ และสามารถนำความรู้ไปใช้ได้ในระดับสูง

สมรรถนะด้านการให้เหตุผล (reasoning competency) การให้เหตุผลเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากการใช้การให้เหตุผล ซึ่งการแสดงเหตุผลที่ดีมีคุณค่ามากกว่าการที่ให้นักเรียนหาคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว (NCTM. 2010) การพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็น เพราะการให้เหตุผลจะช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาตนเองนอกเหนือไปจากการจดจำข้อเท็จจริง กฎ และการดำเนินการ การพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลจะช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่สามารถให้เหตุและผลได้อย่างเป็นระบบและมีความหมาย และสมรรถนะนี้ยังสามารถประยุกต์ใช้ในสาขาอื่นๆ ได้ (Baroody; & Coslick.1998) แนวทางการพัฒนาสมรรถนะด้านการให้เหตุผลควรจัดการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับลักษณะเนื้อหา เน้นการสอนโดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย โดยคำนึงถึงองค์ประกอบและมาตรฐานที่ต้องการให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้เป็นสำคัญ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ สมเดช บุญประจักษ์ (2540) ที่ได้พัฒนาสมรรถนะด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยฝึกผ่านกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นการเรียนแบบร่วมมือ โดยมุ่งให้นักเรียนแสดงแนวคิด อธิบายแนวคิดและแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกันในการแก้ปัญหาโดยใช้เหตุผล สังเกตพฤติกรรมต่างๆของการใช้เหตุผลของนักเรียน ซึ่งพบว่าการจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมสมรรถนะด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นจะสามารถช่วยให้นักเรียนเลือกใช้ยุทธวิธีต่างๆในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม โดยสามารถแสดงข้อสรุปที่ได้โดยใช้ข้อมูลที่นำเสนอและสามารถยืนยันข้อสรุปของแนวคิดโดยอธิบายได้ว่าหาคำตอบของปัญหานั้นๆได้อย่างไร

สมรรถนะด้านการสื่อสาร (communication competency) ในการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนจะเกิดความเข้าใจเมื่อนักเรียนได้ปฏิบัติสิ่งต่างๆ ดังนี้ นำเสนอวิธีในการแก้ปัญหา อธิบายเหตุผลของตนเองต่อเพื่อนๆ หรือต่อครู ตั้งปัญหายากๆ หรือปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน พร้อมทั้งอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหา เป็นต้น ซึ่งการปฏิบัติเหล่านี้ต้องอาศัยการสื่อสารที่ดีทั้งสิ้น การสื่อสารช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ในทศวรรษใหม่ในขณะที่ลงมือปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ ทั้งการวาดภาพ การใช้สื่ออุปกรณ์ การใช้ตัวแสดงแทนต่างๆ การเขียนและการสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ที่จะช่วยในการอธิบายการคำนวณ เป้าหมายของการเรียนรู้สมรรถนะด้านการสื่อสารคือ เป็นวิธีการให้นักเรียนได้ฝึกฟัง พูด อ่าน และเขียนภาพ ศัพท์ ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ อธิบายความสัมพันธ์ โดยครูสามารถส่งเสริมกิจกรรมการสื่อสารในห้องเรียนได้ด้วยการสร้างสังคมที่นักเรียนรู้สึกมีอิสระในการแสดงออกทางความคิด ครูกระตุ้นการสื่อสารของนักเรียนด้วยการใช้คำถามนำแล้วให้นักเรียนอธิบายแนวคิดของตน เพื่อนๆ มีส่วนร่วมในการอภิปรายแนวคิดนั้น โดยการอภิปรายข้อดีและข้อควรปรับปรุงของแต่ละแนวทางและร่วมกันตัดสินใจเลือกแนวทางการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด ซึ่งการเรียนรู้โดยผ่านมุมมองของคนอื่นเป็นสิ่งที่กระตุ้นการเรียนรู้ของนักเรียน (อริสรา ชมชื่น: 2550; สสวท. 2551) ซึ่งสอดคล้องกับสมคมครุคณิตศาสตร์ ในสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000) ที่ได้เสนอแนะเกี่ยวกับกิจกรรมการพัฒนาสมรรถนะด้านการสื่อสารว่า ควรเป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการดำเนินการอย่างเต็มที่ เน้นการสืบเสาะ สืบค้นและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนในชั้นมีโอกาสปฏิสัมพันธ์ต่อกัน มีโอกาสชี้แจงแนวคิด อธิบายเหตุผล และพูดให้บุคคลอื่นเห็นด้วยกับแนวคิดของตนเอง จะการฝึกทั้งการพูดและการฟัง ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนได้สร้างความรู้เรียนรู้ที่จะรับฟังแนวคิดในลักษณะต่างๆ และทำให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดของตนเอง

จากงานวิจัยของสมาคมครุคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teacher of Mathematics. [NCTM]. 2000) ได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับแนวคิดของนักเรียนในศตวรรษที่ 21 ว่าจะต้องเป็นผู้ที่มีความสามารถอย่างหลากหลายรอบด้าน โดยเฉพาะความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยให้ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นเป้าหมายและจุดเน้นที่สำคัญของการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของสมเดช บุญประจักษ์ (2540) ที่กล่าวว่า การให้นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาลดๆ ฝึกการให้เหตุผลควบคู่ไปด้วย และจัดให้นักเรียนได้ใช้ภาษาเพื่อสื่อความหมายอยู่เป็นประจำ จะทำให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น ดังนั้นการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์การแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จึงเป็นสิ่งสำคัญที่ควรนำมาพิจารณา เพราะ สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ นั้นเป็นมากกว่าการคิดคำนวณ

ตัวเลขและการทำโจทย์ หรือการจัดการข้อมูล แต่หมายรวมถึงรู้ขอบเขตและข้อจำกัดของแนวคิด คณิตศาสตร์ สามารถติดตามและประเมินข้อโต้แย้งเชิงคณิตศาสตร์ เสนอปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ เลือกวิธีการนำเสนอสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ และสามารถตัดสินปัญหาบนพื้นฐานของ คณิตศาสตร์ เพื่อแสดงว่าเป็นผู้ที่มีความคิดสร้างสรรค์และรอบคอบ (PISA. 2013)

ด้วยเหตุผลดังกล่าวนี้ผู้วิจัยจึงได้ทำการสังเคราะห์สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ทั้ง 10 สมรรถนะ เหลือเพียง 3 สมรรถนะที่ใช้ในงานวิจัยคือ สมรรถนะด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สมรรถนะ ด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดให้ผู้เรียนเรียนรู้ สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อนำความรู้ ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหา การดำเนินชีวิต และศึกษาต่อ การมีเหตุผล มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ พัฒนาการคิดอย่างเป็น ระบบ และสร้างสรรค์ และจากหลักสูตรแกนกลางวิชาคณิตศาสตร์ ปี 2551 จะเห็นว่าเนื้อหาของวิชา คณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นั้น เน้นพื้นฐานของคณิตศาสตร์ด้านต่างๆ เช่นจำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม การสร้างรูปเรขาคณิต การแก้สมการเชิงเส้นอย่างง่าย ซึ่งหากนักเรียนสามารถ สื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ดี ทั้งการอ่าน การพูด และการเขียน รวมทั้งการฝึกการให้เหตุผลเพื่อ ประกอบคำอธิบายการหาคำตอบของปัญหา ก็จะช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ และสามารถพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ได้ ต่อเนื่องในระดับชั้นที่สูงขึ้นต่อไป ดังนั้นจึงมีความเหมาะสมที่จะใช้นักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เป็นกลุ่มทดลองในการวิจัยครั้งนี้

ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยสนใจในทฤษฎีการเรียนรู้คอนสตรัคติวิสต์ (constructivist) โดยรากฐานของ ทฤษฎีนี้ กล่าวว่า ความรู้คือความสามารถของแต่ละบุคคลในการปรับประสบการณ์เก่าที่มีอยู่เดิมให้ เข้ากับประสบการณ์ใหม่ได้ด้วยกระบวนการพิสูจน์ให้เห็นจริงได้ และมีความสมเหตุสมผลก่อให้เกิด ประโยชน์ในทางปฏิบัติและกระบวนการของการนำ ความคิดที่ผ่านกระบวนการพิสูจน์ให้เห็นจริงและมี ความสามารถสมเหตุสมผล แล้วนำไปสู่ความคิดอื่น ๆ ในประสบการณ์อื่น ๆ ที่มีค่าสำหรับการดำเนิน ชีวิต และขจัดความขัดแย้งระหว่างความคิดในประสบการณ์เก่ากับประสบการณ์ใหม่ (พิมพ์พันธ์ เดชะ ศุภต์ ; วัฒนพร ระวังทุกข์. 2540) โดยทฤษฎีที่ผู้วิจัยได้นำมาพัฒนาเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ นี้ ก็มีพื้นฐานมาจากทฤษฎีการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิสต์ (constructivist)

ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ เป็นทฤษฎีที่เน้นเรื่องพัฒนาการทางสติปัญญาของบุคคลที่ เป็นไปตามวัยและเชื่อว่ามนุษย์เลือกที่จะรับรู้สิ่งที่ตนเองสนใจและการเรียนรู้เกิดจากกระบวนการการ ค้นพบด้วยตนเอง หลักการจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีนี้ คือ คำนึงถึงพัฒนาการทางสติปัญญา

ของผู้เรียนและจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนอย่างเหมาะสมกับพัฒนาการนั้น ให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ และมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมต่างๆ ควรเด็กได้ค้นพบการเรียนรู้ด้วยตนเอง ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดอย่างอิสระและสอนการคิดแบบรวบยอดเพื่อช่วยส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ของผู้เรียน

ทฤษฎีกระบวนการทางสมองในการประมวลข้อมูล เป็นทฤษฎีที่สนใจศึกษาเกี่ยวกับกระบวนการพัฒนาสติปัญญาของมนุษย์ โดยให้ความสนใจเกี่ยวกับการทำงานของสมอง ทฤษฎีนี้ให้ความสนใจกับธรรมชาติของผู้เรียนซึ่งเป็นผู้ที่ตื่นตัว (Active) หรือกล่าวได้ว่าการแสดงพฤติกรรมการเรียนรู้จะเกิดจากความต้องการของผู้เรียน ซึ่งการเรียนรู้นั้นเป็นผลเนื่องมาจากปฏิสัมพันธ์สิ่งเร้าที่มาจากสิ่งแวดล้อม ได้แก่ ข้อมูล หรือความรู้ที่ต้องการเรียนกับตัวผู้เรียน ซึ่งนักจิตวิทยากลุ่มประมวลสารสนเทศ เชื่อว่า การเรียนรู้เป็นการเปลี่ยนแปลงความรู้ของผู้เรียนทั้งด้านปริมาณและคุณภาพ เชื่อว่ากระบวนการรู้คิด (Cognitive Operation) และความสามารถ (Abilities) จะมีแนวโน้มที่จะพัฒนาเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ เช่น เด็กสามารถเรียนรู้ได้เร็วขึ้น จำได้มากขึ้น และสามารถปฏิบัติงานที่ซับซ้อนเพิ่มขึ้นได้ในขณะที่เจริญเติบโตขึ้น ซึ่งจะมุ่งเน้นศึกษาเรื่องต่อไปนี้ 1) ความสนใจ (Attention) 2) กลยุทธ์การเรียนรู้ (Learning Strategies) 3) พื้นฐานความรู้ (Knowledge Base) 4) ความรู้เกี่ยวกับการรู้คิดของตน (Metacognition) (Klausmeier, 1985: 105; Neisser, 2003; Siegler, 2004) ดังนั้นการนำทฤษฎีประมวลสารสนเทศมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ จะช่วยให้นักเรียนสามารถการสร้างความเชื่อมโยงระหว่างสาระใหม่กับสาระที่เรียนมา จะเกิดความสัมพันธ์อย่างมีความหมายทำให้นักเรียนเกิดการจดจำได้ดียิ่งขึ้น โดยเน้นที่จะศึกษากระบวนการคิดและลำดับขั้นตอนการประมวลสารสนเทศของผู้เรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งความจำระยะยาวและการเรียกข้อมูลที่ได้เรียนรู้แล้วและเก็บในความจำระยะยาวมาใช้อย่างมีประสิทธิภาพ

การโค้ชเพื่อการรู้คิด (Cognitive coaching) หมายถึง กระบวนการสอนที่ผู้สอนซึ่งทำหน้าที่เป็นโค้ช เป็นสื่อกลางในการสนับสนุน ส่งเสริม สร้าง และพัฒนาสติปัญญาและความคิด การรับรู้และการตัดสินใจ ในการจัดการเรียนการสอนหรือปฏิบัติงาน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการรับรู้ที่มีประสิทธิภาพ มีสมรรถนะในการตัดสินใจ และพัฒนาสติปัญญา (Costa; & Garmston. 2002: 14; Edwards, 2007 cited by Maskey, 2009: 64; Palmer; & Szymanska. 2007; Cornett & Knight. 2009; วัชรวิภา เล่าเรียนดี. 2556: 309 – 313, วิชัย วงษ์ใหญ่. 2557:3) การโค้ชเพื่อการรู้คิด มีเป้าหมายหลักเพื่อพัฒนาศักยภาพด้านการคิดของผู้เรียน การใคร่ครวญตรวจสอบตนเองเพื่อนำไปสู่การพัฒนาอย่างต่อเนื่อง ไม่ใช่เป็นการอบรมสั่งสอนโดยตรงแต่เป็นการใช้เทคนิควิธีการต่างๆ เช่นการตั้งคำถาม การให้ข้อมูลย้อนกลับ การให้คำแนะนำ การให้หลักคิด วิธีการคิด วิธีการเรียนรู้ ที่ทำให้ผู้เรียนเกิดแรงบันดาลใจในการเรียนรู้ (inspiration) และนำไปสู่การแสวงหาความรู้ การฝึกฝนทักษะ และการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมคุณธรรม จริยธรรม และให้ความสำคัญกับกระบวนการเรียนรู้และผลลัพธ์ของ

การเรียนรู้ รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้การโค้ชเพื่อการรู้คิด(Cognitive coaching) จะช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการพัฒนาความไว้วางใจและความสัมพันธ์อันดีระหว่างครูและนักเรียน และความรู้สึก การติดต่อสื่อสารเพื่อให้สามารถรับรู้ความสามารถของนักเรียน รวมทั้งนำพาให้เกิดการพึ่งพาอาศัยกัน และมีความยืดหยุ่นในการจัดการเรียนการสอน

การให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนแบ่งได้ 3 ประเภท ได้แก่ การให้ข้อมูลกระตุ้น การเรียนรู้ (feed - up) การให้ข้อมูลย้อนกลับ (feedback) และการให้ข้อมูลเพื่อการเรียนรู้ต่อยอด (feed - forward) การให้ข้อมูลกระตุ้นการเรียนรู้ (feed-up) เป็นการให้ข้อมูลพื้นฐานของการเรียนรู้ เช่นจุดประสงค์การเรียนรู้ วิธีการเรียนรู้ กระบวนการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ แหล่งการเรียนรู้ ภาระงาน วิธีการวัดและประเมินผลที่ผู้สอนต้องแจ้งให้ผู้เรียนทราบก่อนที่จะเริ่มการเรียนการสอน และผู้สอนยัง ต้องสร้างแรงจูงใจภายใน (inner motivation) ซึ่งเป็นแรงจูงใจในการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าใน สิ่งที่จะเรียน การให้ข้อมูลย้อนกลับ (feed back) เป็นการให้ข้อมูลระหว่างและภายหลังที่ผู้เรียนได้ ปฏิบัติกิจกรรม หรือการทำงานต่างๆ เกี่ยวกับคุณภาพของงาน พฤติกรรมของผู้เรียน ค่านิยมอันพึง ประสงค์ เพื่อให้ผู้เรียนทราบจุดแข็ง และจุดที่ต้องปรับปรุง ซึ่งผู้สอนควรใช้การสื่อสารเชิงบวก (positive communication) เพื่อให้ผู้เรียนเกิดแรงบันดาลใจในการเรียนรู้ การให้ข้อมูลเพื่อการเรียนรู้ ต่อยอด (feed-forward) เป็นการให้ข้อมูลเพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง (self-learning) ภายหลังจาก การจัดการเรียนการสอน เน้นการชี้แนะแนวทาง วิธีการเรียนรู้ที่เหมาะสมรายบุคคล ให้กำลังใจผู้เรียน และเสริมพลังของการเรียนรู้ ให้ผู้เรียนได้ทบทวนตนเองและนำไปพัฒนาตนเองต่อไป

ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยได้นำแนวคิดของทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ ทฤษฎีการเรียนรู้โดย การประมวลสารสนเทศ การโค้ชเพื่อการรู้คิด และการให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ มาใช้ในการ เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนได้เรียนรู้การคิดและการแก้ปัญหาผ่านประสบการณ์ ในชีวิตประจำวัน เพื่อให้นักเรียนได้มีความพร้อมในการใช้ชีวิตและการมีส่วนร่วมในสังคมอนาคต

คำถามการวิจัย

1. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1 มีองค์ประกอบอะไรบ้าง แต่ละองค์ประกอบมีสาระสำคัญอย่างไร
2. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพเพียงใด

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. เพื่อประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ความสำคัญของการวิจัย

งานวิจัยเรื่องการพัฒนาแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในครั้งนี้ มีความสำคัญ ดังนี้

1. นักเรียนได้รับการเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์
2. ครูผู้สอนมีแนวทางในการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์
3. สถานศึกษาสามารถนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ไปปรับใช้กับนักเรียนในระดับชั้นอื่นๆได้

ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ได้กำหนดขอบเขตของการศึกษา ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
 - 1.1 ประชากรที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาพะเยา เขต 2
 - 1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยได้แก่ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านธาตุขิงแกง อ.จุน จ.พะเยา จำนวน 30 คน สุ่มกลุ่มตัวอย่างโดยใช้วิธีการสุ่มอย่างง่าย (Simple random sampling) โดยใช้วิธีการจับฉลากจากประชากร
2. ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง

ผู้วิจัยทำการทดลองด้วยตนเอง ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559
3. ตัวแปรที่ใช้ในงานวิจัย

ตัวแปรต้น คือ รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย สมรรถนะด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สมรรถนะด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ตัวแปรตาม คือ ประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) สมรรถนะด้านการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2) สมรรถนะด้านการให้เหตุผล และ 3) สมรรถนะด้านการสื่อสาร

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ หมายถึง** คุณลักษณะเชิงพฤติกรรมที่เป็นผลมาจากความรู้ ทักษะ ความสามารถและคุณลักษณะอื่น ๆ ที่ให้นักเรียนสามารถนำมาใช้แก้ปัญหาทั้งการคำนวณหาคำตอบที่เป็นตัวเลขและการแก้ปัญหาในสถานการณ์ในโลกความจริง ประกอบด้วย การเข้าใจในข้อกำหนดและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การคิดอย่างเป็นตรรกะ มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยการเขียนและพูดอย่างเหมาะสม สามารถแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการพิสูจน์ วิเคราะห์ และหากลยุทธ์ที่แตกต่างกัน ซึ่งในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สังเคราะห์เป็นสมรรถนะรวม 3 ด้านคือ สมรรถนะด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สมรรถนะด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2. **สมรรถนะด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง** คุณลักษณะเชิงพฤติกรรมที่เป็นผลมาจากการผสมผสานความรู้ ทักษะ และคุณลักษณะ ที่ให้นักเรียนสามารถทำงานโดยใช้กระบวนการของการได้มาซึ่งคำตอบเมื่อต้องเผชิญกับปัญหาหรือสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย โดยผู้แก้ปัญหาต้องอาศัยทักษะ (skill) และกระบวนการ (process) ต่างๆทางคณิตศาสตร์โดยใช้การวิเคราะห์และวางแผน และใช้ เทคนิคต่างๆประกอบ โดยใช้กระบวนการพัฒนาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) 4 ขั้นตอนคือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา และขั้นตรวจสอบผล ประกอบด้วย สามารถบอกได้ว่าปัญหานั้นกำหนดสิ่งใดให้บ้าง และต้องการให้หาอะไร และจะดำเนินการหาคำตอบของปัญหานั้นอย่างไร สามารถแก้ปัญหาตามแนวทางหรือกลยุทธ์ที่เลือกไว้จนกระทั่งหาคำตอบของปัญหานั้นได้ สามารถตรวจสอบความถูกต้อง โดยการทำย้อนกลับจากคำตอบไปสู่สิ่งที่กำหนดให้ว่ามีความสมเหตุสมผลหรือไม่ ซึ่งวัดได้โดยใช้แบบทดสอบชนิดเขียนตอบ

3. **สมรรถนะด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง** คุณลักษณะเชิงพฤติกรรมที่เป็นผลมาจากการผสมผสานความรู้ ทักษะและคุณลักษณะ ที่นักเรียนสามารถนำมาใช้ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของเหตุและผล ประกอบด้วย มีการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูล และแสดงวิธีการหาคำตอบให้สอดคล้องกับโจทย์ สรุปคำตอบได้ถูกต้องและยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้โดยใช้แบบทดสอบชนิดเขียนตอบ

4. **สมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์** หมายถึง คุณลักษณะเชิงพฤติกรรมที่เป็นผลมาจากการผสมผสานความรู้ ทักษะและคุณลักษณะ ที่นักเรียนสามารถใช้ความรู้บนพื้นฐานของการดำเนินการและการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยเขียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ สามารถอธิบายและแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เขียนอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบได้ ซึ่งวัดได้โดยใช้แบบทดสอบชนิดเขียนตอบ

5. **รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์** หมายถึง กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ตามแนวคิด หลักการของทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ การโค้ชเพื่อการรู้คิด และการให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ ประกอบด้วย 4 องค์ประกอบที่มีความสัมพันธ์คือ 1) หลักการของรูปแบบ 2) วัตถุประสงค์ของรูปแบบ 3) กระบวนการจัดการเรียนรู้ และ 4) การประเมินผล

โดยกระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ มี 5 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 การกำหนดเป้าหมาย เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนชี้แจงวัตถุประสงค์การเรียนรู้ วิธีการเรียนรู้ กระบวนการเรียนรู้ ภาระงาน สื่อและแหล่งการเรียนรู้ จนถึงวิธีการวัดและเกณฑ์การประเมินผลให้ผู้เรียนทราบการเริ่มการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนสามารถกำหนดเป้าหมายที่เหมาะสมในการพัฒนาตนเอง รวมถึงการวางแผนและประเมินความสำเร็จ

ขั้นที่ 2 การทบทวนประสบการณ์เดิม เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนจะสร้างบรรยากาศการเรียนการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมรอบตัว ใช้การซักถามผู้เรียนเป็นรายบุคคล เพื่อเป็นข้อมูลในการเลือกการโค้ช โดยเน้นให้ผู้เรียนได้เลือกและตัดสินใจลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง

ขั้นที่ 3 การเพิ่มประสบการณ์ใหม่ เป็นการสอนโดยเสนอสิ่งใหม่หรือเรื่องใหม่ที่มีความสัมพันธ์กับเรื่องเดิม โดยเน้นการสอนในภาพรวมก่อนแล้วจึงสอนแยกทีละส่วนที่เป็นรายละเอียดปลีกย่อย สอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมก่อนเพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจลักษณะต่างๆ ได้ดี นอกจากนี้ยังมีการตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียน ในระหว่างการทำกิจกรรม โดยการให้นักเรียนทำแบบทดสอบสั้นๆ หรือทำกิจกรรมที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงโดยใช้ความรู้ที่นักเรียนได้เรียนมาในช่วงเวลานั้นๆ โดยผู้สอนอาจใช้การตั้งคำถามผู้เรียนด้วยเทคนิคต่างๆ เพื่อเสริมสร้างกระบวนการคิด ที่นำไปสู่การวางแผนการ การแก้ปัญหาและการสร้างสรรค์

ขั้นที่ 4 การเชื่อมโยง การกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจต่อสิ่งที่จะเรียนรู้ โดยเชื่อมโยงกับการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน และความรู้ที่ได้รับมา ซึ่งในขั้นตอนนี้ผู้สอนต้องเฝ้าความสนใจและทำให้ผู้เรียนตระหนักรู้ถึงประโยชน์ที่ได้จากการเรียน นอกจากนี้ผู้สอนยังให้กำลังใจด้วยคำชมเชยที่เน้นความพยายามเพื่อให้ผู้เรียนจำเป็นประสบการณ์ตรงที่กระทำสำเร็จด้วยตนเองไว้ จนพัฒนาเป็นความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง

ขั้นที่ 5 การสรุป เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนเน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการสรุปเนื้อหาแล้วนำเสนอในรูปแบบที่เข้าใจง่าย ๆ เช่น เทคนิคแผนภูมิความคิด และให้ข้อเสนอแนะเชิงบวก เน้นกิจกรรมการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง

6. ประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ผลที่เกิดขึ้นจากการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) สมรรถนะด้านการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2) สมรรถนะด้านการให้เหตุผล และ 3) สมรรถนะด้านการสื่อสาร โดยนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบที่พัฒนาขึ้นมีพัฒนาการสมรรถนะทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้



บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น นี้ ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

1. สมรรถนะทางคณิตศาสตร์
 - 1.1 สมรรถนะด้านการคิดทางคณิตศาสตร์
 - 1.2 สมรรถนะด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 1.3 สมรรถนะด้านการสร้างตัวแบบ
 - 1.4 สมรรถนะด้านการให้เหตุผล
 - 1.5 สมรรถนะด้านการกระทำตามแบบ
 - 1.6 สมรรถนะด้านสัญลักษณ์และการกระทำตามแบบ
 - 1.7 สมรรถนะด้านการใช้ตัวแสดงแทนสถานการณ์
 - 1.8 สมรรถนะด้านการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ
2. แนวคิด ทฤษฎีและหลักการสอนคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพัฒนารูปแบบ
 - 2.1 ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์
 - 2.2 ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ (Information Processing Model of Learning)
 - 2.3 การโค้ชเพื่อการรู้คิด (Cognitive Coaching)
 - 2.4 การให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้
 - 2.5 การประเมินตามสภาพจริง
3. รูปแบบการจัดการเรียนรู้
4. การสังเคราะห์แนวคิดทฤษฎีเพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้
5. กรอบแนวคิดการวิจัย

1. สมรรถนะทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการที่มาจากการผสมผสานความรู้ ทักษะ และคุณลักษณะ ที่ให้นักเรียนสามารถนำมาใช้แก้ปัญหาทั้งการคำนวณหาคำตอบที่เป็นตัวเลขและการแก้ปัญหาในสถานการณ์ในโลกความจริง ประกอบด้วย การเข้าใจในข้อกำหนดและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การคิดอย่างเป็นตรรกะ มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยการเขียนและพูดอย่างเหมาะสม สามารถแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการพิสูจน์ วิเคราะห์ และหากกลยุทธ์ที่แตกต่าง (Key Competences for Lifelong Learning A European Reference Framework. 2005: Department of Basic Education. 2000: PISA.2009: Niss and Jensen. 2002: OECD.2009: Mikael Holmquist. 2005: Thomas Jankvist. 2010: Edith A. Graf. 2009: อริสรา ชมชื่น. 2550)

1.2 องค์ประกอบของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

พีชา (PISA. 2009: 6-12) ได้เลือกใช้องค์ประกอบของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ 8 สมรรถนะ ได้แก่

1. การคิดและการใช้เหตุผล (Thinking and Reasoning) สมรรถนะนี้เกี่ยวข้องกับความสามารถในการตั้งคำถาม รู้คำตอบทางคณิตศาสตร์ บอกความแตกต่างของประโยค (statements) (เช่น นิยามทฤษฎี conjecture สมมติฐาน ตัวอย่าง ฯลฯ) และความเข้าใจและการใช้ข้อจำกัดของคณิตศาสตร์

2. การสร้างข้อโต้แย้ง (Argumentation) เกี่ยวข้องกับการรู้จักการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (และรู้ว่าการพิสูจน์แตกต่างจากการใช้เหตุผลอย่างไร) สามารถติดตาม และประเมินการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์แบบต่างๆ มีความรู้สึกถึงความจริง (รู้ว่าอะไรเกิดขึ้นได้/ไม่ได้ และทำไม) และสามารถสร้างและแสดงการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

3. การสื่อสาร (Communication) เกี่ยวข้องกับการแสดงออกของตน ความสามารถในการทำให้อื่นเข้าใจตน โดยวิธีการต่างๆ บนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ ทั้งในรูปของการพูดและการเขียน และสามารถเข้าใจการพูดและการเขียนของผู้อื่นด้วยเช่นกัน

4. การสร้างตัวแบบ (Modeling) เกี่ยวข้องกับการวางโครงสร้างของสถานการณ์ที่จะต้องนำมา สร้างเป็นตัวแบบ (Model) การแปลความเป็นจริง ให้เข้าสู่โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ การประเมินความน่าเชื่อถือของตัวแบบ วิเคราะห์ วิจัย ตัวแบบและผลที่เกิดขึ้น การสื่อสารแนวคิดของตัวแบบและผล (รวมทั้งข้อจำกัด) การติดตามและควบคุมกระบวนการของการสร้างตัวแบบ

5. การตั้งและการแก้ปัญหา (Problem posing and solving) เป็นสมรรถนะที่เกี่ยวข้องกับการตั้งคำถามการสร้างเป็นปัญหาคณิตศาสตร์ และการนิยาม ปัญหาคณิตศาสตร์แบบต่างๆ

(เช่น การแก้ การประยุกต์คำถามเปิด คำถามปิด) และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบต่าง ๆ โดยวิธีการที่หลากหลาย

6. การแสดงเครื่องหมายแทน (Representation) สมรรถนะด้านนี้เกี่ยวข้องกับการแปลรหัส (decoding) และการเข้ารหัส (encoding) การแปลความ การตีความ และการบอกความแตกต่างของการแสดงเครื่องหมายของคณิตศาสตร์แบบต่างๆ และความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงเครื่องหมายแทนแบบต่างๆ การเลือกและการเปลี่ยนระหว่างรูปแบบต่างๆ ของการแสดงเครื่องหมายแทน (Representation) ให้สอดคล้องกับสถานการณ์และจุดประสงค์

7. การใช้สัญลักษณ์ ภาษา และการดำเนินการ (Using symbolic, language and operation) เกี่ยวข้องกับการแปลรหัส การตีความสัญลักษณ์ ภาษาคณิตศาสตร์ และความเข้าใจการเชื่อมโยงของภาษาคณิตศาสตร์กับภาษาธรรมดา การแปลความจากภาษาธรรมดาไปเป็นสัญลักษณ์/ภาษาคณิตศาสตร์สามารถจัดการกับประโยคหรือพจน์ที่มีสัญลักษณ์และสูตรความสามารถในการใช้ตัวแปร การแก้สมการ และการคำนวณ

8. ใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (Using aids; & tools) สมรรถนะนี้เกี่ยวข้องกับการรับรู้ และความสามารถในการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (รวมทั้งเครื่องมือภาคเทคโนโลยีสารสนเทศ) ที่สามารถช่วยกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังหมายรวมถึงความรู้ถึงข้อจำกัดของเครื่องมือต่างๆ ด้วย

นิสและเจนเซน (Niss; & Jensen. 2002: 20-23) ได้นำเสนอองค์ประกอบของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 8 สมรรถนะ โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่มคือ

1. ความสามารถในการถามและตอบคำถามทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

1.1 สมรรถนะด้านการคิดทางคณิตศาสตร์ (mathematical thinking competency) ประกอบด้วย การตระหนักในชนิดของคำถามตามแบบแผนทางคณิตศาสตร์ และ เข้าใจอย่างถ่องแท้ถึงชนิดของคำตอบที่สามารถคาดการณ์ได้

1.2 สมรรถนะด้านการแก้ปัญหา (problem solving competency) รวมถึงความสามารถด้านการสืบค้น การกำหนด การสร้างขอบเขต และ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประเภทที่พิเศษและแตกต่างออกไป

1.3 สมรรถนะด้านการสร้างตัวแบบ (modeling competency) ประกอบด้วย การเริ่มวิเคราะห์พื้นฐานและคุณลักษณะของตัวแบบและสร้างรูปแบบและสามารถอธิบายรูปแบบที่สร้างขึ้นมาได้

1.4 สมรรถนะด้านการให้เหตุผล (reasoning competency) ประกอบด้วย หาความเป็นเหตุผลมารองรับเพื่อยืนยันโดยการเขียน ซึ่งสัมพันธ์กับเข้าใจว่าต้องการพิสูจน์อะไร แนวคิดพื้นฐานของการพิสูจน์ และเป็นองค์ประกอบในการพิสูจน์

2. ความสามารถในการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย

2.1 สมรรถนะด้านการใช้สัญลักษณ์แทนสถานการณ์ (representation competency) คือ ความสามารถในการ การแปลความ การตีความ และการจำแนก ระหว่าง การใช้สัญลักษณ์แทนสำหรับเรื่องราว ปรากฏการณ์ ปัญหา หรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ (รวมถึงสัญลักษณ์ พีชคณิต ภาพ เรขาคณิต ข้อมูลรูปภาพ สิ่งที่เกี่ยวข้องกับแผนผัง ตาราง หรือสัญลักษณ์แทนวัตถุ) สมรรถนะด้านนี้ยังรวมถึงความเข้าใจร่วมกันของความสัมพันธ์ระหว่างความแตกต่างของรูปแบบการใช้สัญลักษณ์แทนสถานการณ์กับวัตถุเดิม ความรู้เกี่ยวกับความแข็งแรงและความอ่อนไหว และความสามารถในการเลือกและเปลี่ยนในสิ่งที่สถานการณ์กำหนดมา

2.2 สมรรถนะด้านสัญลักษณ์และการกระทำตามแบบ (symbols and formalisms competency) คือ ความสามารถในการแปลงสัญลักษณ์และภาษาให้เป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ สามารถใช้ประโยชน์จากสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์นั้นได้ เข้าใจในธรรมชาติและกฎของคณิตศาสตร์ ความสามารถนี้จะแตกต่างจากความสามารถด้านการใช้สัญลักษณ์แทนสถานการณ์ (representation competency) คือ มุ่งเน้นที่ลักษณะเฉพาะ สถานะ และความหมายของสัญลักษณ์ในการนำไปใช้ ความสามารถนี้ยังเกี่ยวกับการจัดการของระบบทางคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบของสัญลักษณ์ที่ถูกต้อง

2.3 สมรรถนะด้านการสื่อสาร (communication competency) คือ ความสามารถในการตีความ การเขียน การพูดหรือภาพทางคณิตศาสตร์ อีกประการหนึ่งคือความสามารถในการหาหนทางที่แตกต่างด้วยตนเองทั้งในการทฤษฎีและทางเทคนิคในเรื่องต่างๆทางคณิตศาสตร์ ในการสื่อสารด้วยการเขียน การพูด และการแสดงภาพ ทางคณิตศาสตร์จะต้องใช้สมรรถนะที่หลากหลาย สมรรถนะนี้เริ่มจากการสื่อสารระหว่างผู้ส่งและผู้รับ ในสถานการณ์ ความต้องการเบื้องต้น เพื่อนำมาสู่คำอธิบายของวัตถุประสงค์ ข้อความและสื่อเทคโนโลยี

2.4 สมรรถนะด้านการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (aids and tools competency) เป็นการใช้องค์ความรู้เกี่ยวกับความอยู่ทนและคุณสมบัติที่หลากหลายของรูปแบบที่สัมพันธ์เกี่ยวข้องกับเครื่องมือทางคณิตศาสตร์และใช้เพื่อลงลึกไปสู่ความเป็นไปได้และข้อจำกัดที่แตกต่างของประเภทของเนื้อหา ประการที่สอง คือความสามารถในการสะท้อนสิ่งที่ใช้ตัวช่วย ตัวช่วยและเครื่องมือไม่ใช่เฉพาะแต่เทคโนโลยีเช่น เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์ แต่ยังรวมถึง ตาราง ลูกคิด ไม้บรรทัด เข็มทิศ วงเวียน เป็นต้น

เบร์คฮาร์ด อัลเปอ (Burkhard Alpers. 2011: 41-50) ได้นำองค์ประกอบของ สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของ Niss (2002) มาปรับและแก้ไขเพื่อให้เข้ากับบริบทงานวิจัยของเขา ซึ่ง สมรรถนะทางคณิตศาสตร์มีดังนี้

1. ด้านการคิดทางคณิตศาสตร์ (Thinking mathematically) สมรรถนะนี้จะเกี่ยวกับชนิดของคำถาม ที่จะสามารถจัดการในทางคณิตศาสตร์ และชนิดของคำตอบที่นักเรียนสามารถและไม่สามารถกำหนดได้ รวมทั้งความสามารถที่จะก่อให้เกิดคำถามดังกล่าว ซึ่งต้องประกอบด้วยการยอมรับของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และการทำความเข้าใจในขอบเขตและข้อจำกัดตลอดจนความสามารถในการหาขอบเขตขอบผลลัพธ์ในรูปแบบธรรมชาติและรูปทั่วไป สมรรถนะนี้รวมถึงความเข้าใจในการพิจารณาข้อกำหนดทางคณิตศาสตร์

2. ด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Reasoning mathematically) สมรรถนะนี้ครอบคลุมความสามารถในการทำความเข้าใจและประเมินผลข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ในส่วนของความเข้าใจแนวคิดในการพิสูจน์และการรับรู้ของศูนย์กลางความคิดในการพิสูจน์ซึ่งครอบคลุมถึงความรู้และความสามารถในการเห็นความแตกต่างระหว่างชนิดของความยากทางคณิตศาสตร์ (การนิยาม, การใช้ประโยค ถ้า.....แล้ว, การใช้ประโยค ถ้า..... เป็นต้น) ในอีกแง่หนึ่ง จะครอบคลุมโครงสร้างห่วงโซ่การให้เหตุผลทางตรรกะ และการแปลง การให้เหตุผลในการเรียนรู้การพิสูจน์ด้วยตนเอง

3. ด้านการวางแผนและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Posing and solving mathematical problem) สมรรถนะนี้ครอบคลุมความสามารถในการแยกแยะและระบุปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ปัญหาที่แก้โดยตรงหรือประยุกต์, ปัญหาปลายเปิดหรือปัญหาปลายปิด) และความสามารถในการพิสูจน์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ครอบคลุมถึงมีความรู้ในขั้นตอนและวิธีการที่เหมาะสม) ปัญหานั้นอาจไม่ระบุไว้ชัดเจน ดังนั้นจึงขึ้นอยู่กับประสิทธิภาพของแต่ละบุคคลที่จะทำได้ และสามารถระบุปัญหานั้นได้

4. ด้านการใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ (Modeling mathematically) สมรรถนะนี้รวมเอาองค์ประกอบสำคัญคือ ความสามารถในการวิเคราะห์และทำงานในตัวแบบที่มีอยู่ (การค้นหาคูณสมบัติ) พิจารณาค่าพิสัย และความถูกต้องที่สัมพันธ์กับรูปแบบที่เป็นจริง และความสามารถในการดำเนินการสร้างแบบจำลองสำหรับใช้งานได้ (perform active modeling) ประกอบด้วยการสร้างโครงสร้างที่เป็นส่วนหนึ่งของความเป็นจริงที่น่าสนใจ การตั้งค่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และเปลี่ยนคำถามนั้นให้เป็นคำตอบทางคณิตศาสตร์ คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถแปลผลได้ตามความเป็นจริงและสามารถตรวจสอบความถูกต้องได้จากแบบจำลองนั้น

5. ด้านการใช้ตัวแสดงเครื่องหมายแทนทางคณิตศาสตร์ (Representing mathematical entities) สมรรถนะนี้ครอบคลุมถึงคุณสมบัติในการทำความเข้าใจและใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ (เช่น สัญลักษณ์, ตัวเลข, ภาพกราฟฟิกและภาพเสมือน, สื่อรูปธรรม เป็นต้น) และเพื่อที่จะรู้ถึงความสัมพันธ์ ข้อดีและข้อจำกัด นอกจากนี้ยังรวมถึงความสามารถในการเลือกและสลับไปมาระหว่างการเป็นตัวแทนบนพื้นฐานความรู้ของนักเรียนแต่ละคน

6. ด้านการใช้สัญลักษณ์และรูปแบบทางคณิตศาสตร์ (Handling mathematical symbols and formalism) สมรรถนะนี้ครอบคลุมถึงความสามารถในการเข้าใจภาษาทางคณิตศาสตร์ทั้งที่อยู่ในรูปสัญลักษณ์และรูปมาตรฐาน และความสัมพันธ์ระหว่างภาษาธรรมชาติ รวมถึงการแปลความกลับ นอกจากนี้ยังครอบคลุมถึงกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการใช้และจัดการกับสัญลักษณ์และการแสดงวิธีคิดตามกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

7. ด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (Communicating in, with, and about mathematics) สมรรถนะนี้เกี่ยวกับความสามารถในการเข้าใจการรายงานผลทางคณิตศาสตร์ (การพูด การเขียนหรืออื่นๆ) ในอีกแง่มุมหนึ่งคือความสามารถในการนำเสนอในรูปแบบที่แตกต่างจากเดิมด้วยตนเอง

8. ด้านการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (Making use of aids and tools) สมรรถนะนี้ครอบคลุมความรู้เกี่ยวกับวัสดุ อุปกรณ์และเครื่องมือ นำมาใช้ให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุด

โดย Burkhard Alpers ได้กล่าวว่าสมรรถนะเหล่านี้มีส่วนที่ซ้อนทับกันอยู่ โดยเขาได้แบ่งกลุ่มสมรรถนะทั้ง 8 ออกเป็นสองกลุ่มคือ

กลุ่มที่ 1 สมรรถนะที่ 1 – 4 อยู่ในกลุ่มความสามารถในการถามและตอบคำถามทางคณิตศาสตร์ (the ability to ask and answer questions in and with mathematics)

กลุ่มที่ 2 สมรรถนะที่ 5 – 8 อยู่ในกลุ่มความสามารถในการบริหารจัดการด้านภาษาทางคณิตศาสตร์และการใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ (the ability to deal with and manage mathematical language and tools) โดยเบิร์คฮาร์ด (Burkhard, 2011) ได้อธิบายเพิ่มเติม ดังนี้

1. สมรรถนะด้านการคิดเชิงคณิตศาสตร์ การรับรู้ในสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ผ่านการทำแบบฝึกหัดมาอย่างดี และการประยุกต์ใช้เป็นสิ่งสำคัญมาก(การใช้เครื่องคำนวณทางคณิตศาสตร์) นักเรียนควรตระหนักถึงประโยชน์ของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์คล้ายคลึงกันที่เคยพบมาก่อน การรับรู้ศักยภาพการทำงานด้านคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกันที่เคยพบมาก่อน การรับรู้ศักยภาพการทำงานด้วยคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ใหม่ๆ (เช่น การรับรู้ว่ามีปัญหาที่เกิดขึ้นในบริบทใหม่จะถูกกำหนดเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์)

2. สมรรถนะด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นักเรียนควรจะสามารถใช้ข้อโต้แย้ง(ในการให้เหตุผล) ที่ได้รับการฝึกมาก่อนในสถานการณ์ที่คล้ายกัน (เช่นการให้เหตุผลว่ากระบวนการแก้ปัญหาของระบบสมการเชิงเส้นนั้นเป็นอย่างไรก่อนที่จะใช้ในการแก้สถานการณ์บางอย่าง) นักเรียนต้องมีความเข้าใจเป็นอย่างดีในการอธิบายปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ซับซ้อนในหนังสือเรียน

3. สมรรถนะด้านการแก้ปัญหา นักเรียนควรจะสามารถรับรู้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาตามขั้นตอนเป็นอันดับแรก นักเรียนควรจะสามารถรับรู้และแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกันในบริบทที่ต่างกัน นักเรียนควรจะสามารถทำงานในรูปแบบปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เปิดกว้าง เช่นการออกแบบฟังก์ชันการเคลื่อนไหวโดยการใช้คุณสมบัติบางอย่าง เป็นต้น ความสามารถในการให้ผลสะท้อนกลับด้วยกลยุทธ์ในการแก้ปัญหานั้นไม่จำเป็นในการทำงานสำหรับปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ยากๆ

อริสรา ชมชื่น (2550: 72-76) ได้แบ่งองค์ประกอบของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ด้านใหญ่ๆ คือ สมรรถนะด้านความรู้และสมรรถนะด้านทักษะ มีรายละเอียดดังนี้

1. สมรรถนะด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์จำแนกเป็น 2 ด้าน คือความรู้ด้านมโนทัศน์ และความรู้ด้านการดำเนินการ ดังนี้

1.1 ความรู้ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ การให้ความหมายทางสัญลักษณ์ หลักการความสัมพันธ์ แบบรูป และเหตุผลของคำตอบที่ได้

1.2 ความรู้ด้านการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการทำงานหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการใช้ศัพท์ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อการดำเนินการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์

2. สมรรถนะด้านทักษะทางคณิตศาสตร์ จำแนกเป็น 3 ด้านคือ การแก้ปัญหา การสื่อสาร และการให้เหตุผล ดังนี้

2.1 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ในวิชาคณิตศาสตร์ดำเนินการหาคำตอบของปัญหาได้ โดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้วยการวิเคราะห์ตีความหมายโจทย์ปัญหา วางแผน และกำหนดขั้นตอนในการแก้ปัญหา เลือกใช้กลวิธีที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา และตรวจสอบความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

2.2 การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษา ศัพท์ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย หรือนำเสนอ เพื่ออธิบายแนวความคิดหรือ

หลักการทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจ หรือแลกเปลี่ยนความรู้หรือความคิดเห็นทางคณิตศาสตร์กับบุคคลอื่นได้ดี มีคุณภาพ ถูกต้องแม่นยำ และรวดเร็ว ด้วยการพูด การฟัง การอ่าน และการเขียน

2.3 การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของเหตุและผล โดยการจำแนกข้อเท็จจริง ใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัย และอุปนัยเพื่อหาคำตอบ ตัดสินความถูกต้อง หรือข้อสรุปเป็นความคิดรวบยอดที่สมเหตุสมผล และขยายหลักการไปสู่ความคิดอื่น

อีดิท เกรฟ (Edith Graf, 2009: 23-28) ได้เน้นสร้างองค์ประกอบของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์โดยแบ่งเป็น 3 องค์ประกอบใหญ่ คือ

1. การแก้ปัญหา (Problem Solving) ประกอบด้วย การเข้าใจในปัญหา รวมถึงการระบุถึงข้อมูลที่ได้รับ การวางแผนแก้ปัญหา เขากล่าวว่าหากนักเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาค่อยๆ กัน นักเรียนอาจใช้วิธีการนั้นในการแก้ปัญหาใหม่ได้ การดำเนินการพิสูจน์ปัญหานั้น และการตรวจสอบคำตอบที่ได้เพื่อสะท้อนความเห็นในการแก้ปัญหา รวมถึงการตรวจสอบผลและรวบรวมสิ่งที่ได้เรียนรู้ เพื่อสามารถทำให้อยู่ในรูปทั่วไปเพื่อแก้ปัญหาใหม่ๆ โดยเน้นให้นักเรียนหาทางแก้ปัญหานั้นได้มากกว่าต้องการคำตอบของปัญหา

2. ตัวแบบและตัวแสดงเครื่องหมายแทน (Modeling and Representation) การเป็นตัวแทน หมายถึงการอ้างถึงโครงสร้างภายในและภายนอกที่มักจะถูกใช้ในการอธิบายการกระทำของการพัฒนาโครงสร้างดังกล่าว ชนิดของการเป็นตัวแทนที่เหมาะสมในการใช้ในบริบทของการประเมิน โดยเฉพาะการเป็นตัวแทนทางเลือกในการประเมินผลทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจะสามารถเข้าใจโมเดลที่ตนนี้อย่างดีเมื่อนักเรียนสามารถจดจำหรือสร้างสิ่งที่เทียบเท่าของการเป็นตัวแทน และในมาตรฐานของ NCTM(1989) กล่าวว่า นักเรียนจะสามารถบรรลุวัตถุประสงค์ในการเรียนคณิตศาสตร์ถ้านักเรียนสามารถพัฒนาองค์ความรู้ที่ได้ในรูปแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Modeling) ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย (1) องค์ประกอบ เช่น ปริมาณ อัตราส่วน รูปร่าง พิกัด เป็นต้น (2) ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบในระบบ (3) การดำเนินการหรือการแปลงองค์ประกอบในระบบ และ(4) รูปแบบที่ควบคุมพฤติกรรมของความสัมพันธ์ของการดำเนินการและการแปลงทางคณิตศาสตร์

3. ข้อโต้แย้งและการตัดสินใจ (Argument and Justification) ในทางคณิตศาสตร์การสร้างข้อโต้แย้งและการให้เหตุผลมีความเชื่อมโยงกัน และยังสามารถเชื่อมต่อไปถึงการให้เหตุผลและกระบวนการพิสูจน์ จากมาตรฐานของ NCTM ซึ่งประกอบด้วย การยกตัวอย่างที่ตอบสนองคำสั่ง การยกตัวอย่าง การคาดเดา การให้เหตุผลแบบนิรนัย การประเมินความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ที่ได้ การตรวจสอบคำตอบ ความรู้ในโลกจริง การใช้เหตุผลเพื่อทำความเข้าใจกับกระบวนการแก้ปัญหา

การสร้างข้อโต้แย้งและการให้เหตุผลยังมีความเชื่อมโยงอย่างใกล้ชิดกับกระบวนการสื่อสารสื่อความหมายและการเชื่อมโยง การสร้างข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์เป็นศูนย์กลางของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2557) กล่าวถึงสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ 5 ประการ ดังนี้

1. ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษา ถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเองเพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่างๆ การเลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผล และความถูกต้อง ตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสาร ที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม

2. ความสามารถในการคิด เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้หรือสารสนเทศเพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม

3. ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาและอุปสรรคต่างๆ ที่เผชิญได้อย่างถูกต้องเหมาะสมบนพื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรมและข้อมูลสารสนเทศ เข้าใจความสัมพันธ์และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่างๆ ในสังคม แสวงหาความรู้ ประยุกต์ความรู้มาใช้ในการป้องกันและแก้ไขปัญหา และมีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่เกิดขึ้นต่อตนเอง สังคมและสิ่งแวดล้อม

4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต เป็นความสามารถในการนำกระบวนการต่างๆ ไปใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวัน การเรียนรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง การทำงาน และการอยู่ร่วมกันในสังคมด้วยการสร้างเสริมความสัมพันธ์อันดีระหว่างบุคคล การจัดการปัญหาและความขัดแย้งต่างๆ อย่างเหมาะสม การปรับตัวให้ทันกับการเปลี่ยนแปลงของสังคมและสภาพแวดล้อม และการรู้จักหลีกเลี่ยงพฤติกรรมไม่พึงประสงค์ที่ส่งผลกระทบต่อตนเองและผู้อื่น

5. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นความสามารถในการเลือกและใช้เทคโนโลยีด้านต่างๆ และมีทักษะกระบวนการทางเทคโนโลยี เพื่อการพัฒนาตนเองและสังคม ในด้านการเรียนรู้ การสื่อสาร การทำงาน การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ถูกต้อง เหมาะสม และมีคุณธรรม

ตาราง 1 องค์ประกอบของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษา	สมรรถนะทางคณิตศาสตร์							
	1.ด้านการคิดทางคณิตศาสตร์ (mathematical thinking competency)	2.ด้านการแก้ปัญหา (problem solving competency)	3.ด้านการสร้างตัวแบบ (modeling competency)	4.ด้านการให้เหตุผล (reasoning competency)	5.ด้านสัญลักษณ์และการกระทำตามแบบ (symbols and formalisms competency)	6.ด้านการใช้สัญลักษณ์แทนสถานการณ์ (representation competency)	7.ด้านการสื่อสาร (communication competency)	8.ด้านการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ(aids and tools competency)
PISA (2009)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Niss and Jensen (2002)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Burhard Alpers (2011)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
อลิสรา ชมชื่น (2550)	✓	✓	✓	✓	✓		✓	
Edit A. Graf (2009)	✓	✓	✓	✓		✓		
สสวท. (2557)	✓	✓					✓	✓

จากตาราง 1 องค์ประกอบของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละด้านมีรายละเอียดดังนี้

1. สมรรถนะด้านการคิดทางคณิตศาสตร์ (mathematical thinking competency)

ได้แก่ มีความเข้าใจในข้อกำหนดทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การตระหนักในชนิดของคำถามตามแบบแผนทางคณิตศาสตร์ และ เข้าใจอย่างถ่องแท้ถึงชนิดของคำตอบที่สามารถคาดการณ์ได้

2. สมรรถนะด้านการแก้ปัญหา(problem solving competency)

ได้แก่ มีทักษะการคำนวณที่ดี แสดงสิ่งที่ถูกต้องได้ มุ่งมั่นในการค้นหาสาเหตุประกอบด้วย การสำรวจปัญหา สถานการณ์ หารูปแบบ ทดสอบจากการคาดคะเน และคิดอย่างเป็นตรรกะ มีความมั่นใจในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ที่ถูกต้องตามตรรกะทางคณิตศาสตร์

และประเมินความถูกต้องของข้อสรุปได้

3. สมรรถนะด้านการสร้างตัวแบบ(modeling competency)

ได้แก่ มีความรู้เกี่ยวกับการวัดและโครงสร้าง ประยุกต์ใช้พื้นฐานและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ประจำวันทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน

4. สมรรถนะด้านการให้เหตุผล(reasoning competency)

ได้แก่ ตระหนักถึงคำถามทางคณิตศาสตร์และสามารถตอบคำถามนั้นได้ มีความเข้าใจในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการคาดคะเน ทฤษฎีบทและการพิสูจน์ เข้าใจในโครงสร้างของปัญหาและสามารถแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการพิสูจน์ การวิเคราะห์ และหากลยุทธ์ที่แตกต่างกัน ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการผสมผสานกับสถานการณ์ในโลกจริง

5. สมรรถนะด้านสัญลักษณ์และการกระทำตามแบบ(symbols and formalisms competency) ได้แก่ การแปลความจากภาษาธรรมดาไปเป็นสัญลักษณ์/ภาษาคณิตศาสตร์ สามารถจัดการกับประโยคหรือพจน์ที่มีสัญลักษณ์และสูตร ความสามารถในการใช้ตัวแปร การแก้สมการ และการคำนวณ

6. สมรรถนะด้านการใช้ตัวแสดงแทนสถานการณ์(representation competency)

ได้แก่ การแปลความ การตีความ และการจำแนก ระหว่าง การใช้สัญลักษณ์แทนสำหรับเรื่องราว ปรากฏการณ์ ปัญหา หรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ (รวมถึง สัญลักษณ์พีชคณิต ภาพ เรขาคณิต ข้อมูลรูปภาพ สิ่งที่เกี่ยวข้องกับแผนผัง ตาราง หรือสัญลักษณ์แทนวัตถุ) สามารถแสดงเครื่องหมายแทน (Representation) ให้สอดคล้องกับสถานการณ์และจุดประสงค์

7. สมรรถนะด้านการสื่อสาร(communication competency)

ได้แก่ มีความรู้บนพื้นฐานของการดำเนินการและการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ สื่อสารข้อความโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้ มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยการเขียนและการพูดทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม

8. สมรรถนะด้านการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ(aids and tools competency)

ได้แก่ สามารถในการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (รวมทั้งเครื่องมือภาคเทคโนโลยีสารสนเทศ) ที่สามารถช่วยกิจกรรมทางคณิตศาสตร์บรรลุเป้าหมาย และการนำคุณสมบัติที่หลากหลายของรูปแบบที่สัมพันธ์เกี่ยวข้องกับเครื่องมือทางคณิตศาสตร์และใช้เพื่อลงลึกไปสู่ความเป็นไปได้และข้อจำกัดที่แตกต่างของประเภทของเนื้อหา

จากองค์ประกอบของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ทั้ง 8 องค์ประกอบนั้น แต่ละองค์ประกอบมีส่วนที่ทับซ้อนกัน กล่าวคือ ในสมรรถนะของการคิดทางคณิตศาสตร์(Mathematical thinking competency) นั้นเป็นการตั้งคำถามและการตระหนักถึงลักษณะของคำตอบ โดยเน้นให้นักเรียนมีการพูดคุยกันในความสำคัญของคำถาม แนวคิด หรือเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ การรู้และเข้าใจในการนำโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา การขยายแนวคิดจากนามธรรมเป็นรูปธรรมเพื่อทำความเข้าใจกับปัญหา เพื่อเป็นข้อมูลที่ช่วยในการแก้ปัญหา ซึ่งขั้นตอนในการบรรลุคำตอบนั้นเป็นองค์ประกอบหลักของสมรรถนะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Problem solving competency) (Niss; & Hojgard: 2011, Edith Graf. 2009, Turner: 2011, OECD: 1999, Edith Graf: 2009) ซึ่งสอดคล้องกับเบร์คฮาร์ด อัลเปอร์ (Burkhard Alpers. 2011) ในงานวิจัยเขาได้กล่าวว่า การหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์สิ่งสำคัญอยู่ที่กระบวนการคิดเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนต้องการศึกษา ซึ่งเป็นสมรรถนะที่ได้รับการยอมรับอย่างกว้างขวางว่าเป็นสิ่งที่สำคัญ และในงานวิจัยของนีสและเจน เช่น (Niss and Jensen, 2002) ที่ได้ศึกษาหาหน่วัตถุกรรมในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และค้นหาและพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปใช้ในการเรียนการสอนของประเทศเดนมาร์ก พบว่าสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา และการคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนสามารถดึงเอาความรู้ที่ได้มาปฏิบัติและประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ในชีวิตจริง ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสอดคล้องกับบัญชา แสนทวี (2556) ที่กล่าวว่าสมรรถนะทางคณิตศาสตร์สามารถช่วยให้นักเรียนมองประเด็น การตั้งปัญหาหรือการแก้ปัญหามีความชัดเจนยิ่งขึ้น การใช้คณิตศาสตร์ในชีวิตจริงนักเรียนต้องรู้จักสถานการณ์หรือสิ่งแวดล้อมของปัญหา ต้องเลือกตัดสินใจว่าจะใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างไร รวมทั้งให้นักเรียนใช้ความคิดขั้นสูงขึ้นไปนอกจากการคิดคำนวณหาคำตอบเป็นตัวเลข แต่ต้องการให้นักเรียนรู้จักคิดใช้เหตุผลและคำอธิบายมาประกอบคำตอบของตน

ซึ่งรายละเอียดของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ทั้ง 8 สมรรถนะมีดังต่อไปนี้

1.1 สมรรถนะด้านการคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical thinking competency)

จุดมุ่งหมายสำคัญประการหนึ่งของการจัดการศึกษา คือ การพัฒนาทักษะการคิดให้แก่ผู้เรียน สถานศึกษาหรือผู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษาจะต้องจัดประสบการณ์การเรียนรู้เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะกระบวนการคิดที่หลากหลาย และเป็นการคิดที่บูรณาการความรู้ซึ่งผู้เรียนได้เรียนรู้มาจากศาสตร์ต่าง ๆ การฝึกทักษะการคิดอย่างต่อเนื่องจะทำให้ผู้เรียนมีการคิดในระดับที่ซับซ้อนมากขึ้น ซึ่งเป็นพื้นฐานของการสร้างองค์ความรู้ และการแก้ปัญหาในชีวิตจริงที่มีความซับซ้อนและแตกต่างจากปัญหาในห้องเรียน (ศึกษาธิการ. 2552)

1.1.1 ความหมายของสมรรถนะการคิดทางคณิตศาสตร์

สมรรถนะการคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการที่มาจากการพัฒนาสมรรถนะความรู้ ทักษะ และคุณลักษณะ ที่ให้นักเรียนสามารถจัดการปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การคิดอย่างเป็นระบบ ในการทำความเข้าใจขั้นตอนการทำงานหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อการดำเนินการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และหาขอบเขตของผลลัพธ์ในรูปแบบนามธรรมและในรูปทั่วไป (ศึกษาธิการ. 2552: PISA.2009: Niss; & Jensen. 2002: OECD.2009: Mikael Holmquist. 2005: Thomas Jankvist. 2010: Edith A. Graf. 2009: อริสรา ชมชื่น. 2550)

1.1.2 ประเภทของการคิดทางคณิตศาสตร์

การคิดเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนซึ่งต้องใช้ทักษะหลายด้านร่วมกันเพื่อแก้ปัญหา มีนักการศึกษาได้แบ่งประเภทของการคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

สสวท. (2550) จำแนกระดับการคิดได้เป็น 2 ระดับ ได้แก่

1. การคิดระดับต้น (Lower – Order Thinking) เป็นการคิดที่อาศัยทักษะขั้นพื้นฐานสำหรับ ใช้แก้ปัญหาที่ไม่สลับซับซ้อน การคิดระดับต้น ประกอบด้วย การคิดเกี่ยวกับสิ่งที่เป็นรูปธรรม ข้อเท็จจริง การทำความเข้าใจ การแปลความหมาย และการนำความรู้ไปใช้

2. การคิดระดับสูง (Higher – Order Thinking) เป็นการคิดที่มีความซับซ้อนและใช้ทักษะ หลายด้านไปพร้อมกัน รวมทั้งต้องอาศัยการคิดระดับต้นเป็นพื้นฐาน การคิดระดับสูงที่จะกล่าวถึงต่อไปนี้ มี 4 ด้าน ได้แก่ 1) การคิดแก้ปัญหา 2) การคิดวิเคราะห์วิจารณ์ 3) การตัดสินใจ และ 4) การคิดสร้างสรรค์ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

2.1 การคิดแก้ปัญหา (Problem Solving) เป็นความสามารถที่เกี่ยวข้องกับการมองเห็นปัญหา การใช้ความรู้และเลือกวิธีการที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา โดยทั่วไปการคิดแก้ปัญหาจะต้องอาศัยการสังเกต ค้นหารูปแบบ และสร้างวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ

2.2 การคิดวิเคราะห์วิจารณ์ (Critical Thinking) เป็นความสามารถที่เกี่ยวข้องกับการทำความเข้าใจสถานการณ์ บทความ หรือข้อความ และวิเคราะห์ข้อความนั้น ๆ ก่อนลงข้อสรุป และเนื่องจาก ในกระบวนการคิดวิเคราะห์วิจารณ์ต้องมีการพิจารณาข้อความ จึงต้องอาศัยความสามารถด้านการอ่านและการเขียนซึ่งเป็นความสามารถพื้นฐานด้านการศึกษาร่วมด้วย การคิดวิเคราะห์วิจารณ์ประกอบด้วย การลงข้อสรุป การยอมรับเหตุการณ์บางอย่าง การตัดสินคุณค่า การแปลความหมาย และการประเมินค่า จากการสังเกต

2.3. การตัดสินใจ (Decision Making) เป็นการคิดเพื่อพิจารณาและตัดสินใจเลือกทางเลือกอย่างมีเหตุผล ด้วยการพิจารณาจากข้อเท็จจริงและทางเลือกต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ พร้อมทั้งแสดงข้อสนับสนุนหรือข้อโต้แย้งที่เป็นเหตุผลของการตัดสินใจ การกำหนดรูปแบบในการตัดสินใจ จะต้องมีการรวบรวมสารสนเทศ ประเมินค่าทางเลือกต่าง ๆ และเลือกใช้เกณฑ์สำหรับการตัดสินใจให้สอดคล้องกับสถานการณ์

2.4. การคิดสร้างสรรค์ (Creative Thinking) เป็นความสามารถในการคิดที่มีการสร้างหรือขยายแนวความคิดที่มีอยู่เดิม หรือสร้างแนวคิดใหม่ที่แตกต่างจากเดิม เพื่อปรับปรุงพัฒนาหรือคิดค้นองค์ความรู้หรือสิ่งประดิษฐ์ใหม่ ๆ ที่มีคุณค่าและเป็นประโยชน์ต่อตนเองและสังคม การคิดสร้างสรรค์ต้องอาศัยความรู้พื้นฐานในเรื่องนั้น ๆ ตลอดจนต้องใช้การจินตนาการและใช้วิธีการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

ริต้า (Rita, 2012: 12-15) ได้จำแนกรูปแบบการคิดทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 รูปแบบดังนี้

1. รูปแบบการคิดเป็นภาพ (Visual thinking style) คือรูปแบบที่แสดงถึงความเข้าใจในข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงผ่านแบบองค์รวม โดยใช้ตัวแสดงเครื่องหมายแทน (representations) จินตนาการที่อยู่ภายในตัวนักเรียนจะมีผลต่อการคิดรวมถึงสถานการณ์ต่างๆ ที่นักเรียนเคยพบมาก่อน

2. รูปแบบการคิดวิเคราะห์ (Analytical thinking style) คือรูปแบบที่แสดงถึงความเข้าใจในข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ผ่านสัญลักษณ์หรือตัวแสดงเครื่องหมายแทนทางคำพูดและมักจะเป็นการคิดที่เป็นลำดับขั้นตอน

3. รูปแบบการคิดเชิงบูรณาการ (Integrated thinking style) คือรูปแบบของการรวมเอารูปแบบของภาพและเส้นทางการวิเคราะห์ความคิดและความสามารถในการยืดหยุ่นได้ระหว่างตัวแสดงเครื่องหมายแทนที่แตกต่างกันและวิธีการของการดำเนินการ

จะเห็นว่าประเภทของการคิดทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 2 รูปแบบคือ

1. การคิดขั้นพื้นฐาน คือการคิดที่อาศัยทักษะพื้นฐาน ใช้แก้ปัญหาที่ไม่ซับซ้อน ประกอบด้วยการใช้ทักษะที่แสดงถึงความเข้าใจในข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ การคิดในสิ่งที่ป็นรูปธรรม การคิดเป็นภาพ การทำความเข้าใจ การแปลความหมาย และการนำความรู้ไปใช้
2. การคิดขั้นสูง คือการคิดที่มีความซับซ้อนที่ใช้ทักษะหลายด้าน ประกอบด้วย การคิดแก้ปัญหา การคิดวิเคราะห์วิจารณ์ การคิดเชิงบูรณาการ การตัดสินใจ การคิดสร้างสรรค์

1.1.3 องค์ประกอบของสมรรถนะการคิดทางคณิตศาสตร์

นักจิตวิทยาและนักการศึกษาต่างมีความเห็นสอดคล้องกันว่า กระบวนการคิดของมนุษย์มีความซับซ้อน คุณภาพการคิดของมนุษย์ขึ้นอยู่กับหลายองค์ประกอบ ซึ่งล้วนเป็นปัจจัยที่จะทำให้ผู้เรียนคิดได้หรือคิดไม่ได้ ดังนี้

เมสัน, เบอร์ตันและสแตซี (Mason, Burton and Stacey, 2010: 133) ได้เสนอองค์ประกอบของการคิดทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ความสามารถในการใช้ทักษะกระบวนการสืบสวนสอบสวนทางคณิตศาสตร์ (mathematical enquiry)
2. ความสามารถในการจัดการกับอารมณ์และจิตใจเมื่อพบปัญหาที่ท้าทาย
3. ความเข้าใจในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์และการประยุกต์ใช้

ยงและแซม (Yong; & Sam, 2008: 75-76) ได้จำแนกองค์ประกอบการคิดทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย

1. ความรู้ในเนื้อหา (content knowledge) ประกอบด้วย การมีความรู้ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์
2. ทศนคติหรืออุปนิสัย (attitudes or disposition) ประกอบด้วย การมีความรับผิดชอบและการทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ
3. การดำเนินการทำงาน (mental operations) ประกอบด้วย การแก้ปัญหาและการตัดสินใจ

อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้แบ่งองค์ประกอบที่สำคัญของการคิดทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับสิ่งที่คิด (Domain-specific knowledge) การคิดเกี่ยวกับเรื่องใดก็ตาม ผู้คิดจำเป็นต้องมีความรู้เฉพาะเกี่ยวกับเรื่องนั้นดีพอ จึงจะทำให้คิดได้และทำให้การคิดบรรลุจุดมุ่งหมาย

2. กระบวนการพื้นฐานของการคิด (Basic process of thinking) กระบวนการที่เกี่ยวข้องกับการคิดมีหลากหลาย เช่น การสังเกต การเปรียบเทียบ การวิเคราะห์ความสัมพันธ์หรือความสอดคล้อง การสร้างข้อความคาดการณ์ ข้อโต้แย้ง การหาข้อสรุป การวิเคราะห์ความสมเหตุสมผล

3. ความตระหนักรู้ในการคิด (Metacognition) ในกระบวนการคิด ผู้คิดจะมีความตระหนักในการคิดของตน ซึ่งเป็นการกำกับและตรวจสอบในกระบวนการคิดของตน ว่าเหมาะสมถูกต้อง หรือสมเหตุสมผลเพียงใด และควรปรับเปลี่ยนให้ดีขึ้นอย่างไร

4. เจตคติต่อการคิด (Attitude toward thinking) เป็นการเห็นคุณค่าและประโยชน์ของการคิด มีความรู้สึกที่ดีต่อการคิด และพร้อมที่จะคิดเมื่อมีโอกาส รวมถึงการเห็นคุณค่าการรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นที่จะทำให้ตนได้รับความรู้และได้คิดตาม

จอยซ์และไวล์ (Joyce; & Weil, 1996: 60-65) ได้แบ่งองค์ประกอบของการคิดทางคณิตศาสตร์ดังนี้

1. สิ่งเร้า เป็นสื่อและองค์ประกอบแรกที่เป็นตัวกระตุ้นให้ตัวบุคคลเกิดความรู้ สิ่งเร้าทำให้เกิดปัญหาความสงสัยหรือความขัดแย้ง อันจะก่อให้เกิดการคิดอาจจะเป็นวัตถุสิ่งของ ภาพเสียง ข้อมูล สัญลักษณ์ กิจกรรมหรือสถานการณ์ต่างๆ

2. การรับรู้ บุคคลสามารถรับรู้ได้โดยประสาททั้ง ๕ คือ หู ตา จมูก ลิ้นและผิวหนัง ระดับการเรียนรู้จะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับคุณภาพของสิ่งเร้า และความสามารถในการรับรู้ของบุคคล เมื่อรับรู้แล้วเกิดปัญหา หรือข้อสงสัยจะกระตุ้นให้เกิดการคิด

3. จุดมุ่งหมายในการคิด ผู้คิดจะต้องมีจุดมุ่งหมายที่แน่นอน ในการคิดแต่ละครั้งว่าต้องการเหตุผลเพื่ออะไร เช่น เพื่อการแก้ปัญหาตัดสินใจ หรือ สร้างสรรค์สิ่งใหม่ๆ ก็จะช่วยให้เลือกวิธีการได้ถูกต้องและได้ผลตรงกับความต้องการ

4. วิธีคิด การคิดแต่ละครั้งจะต้องเลือกวิธีที่ตรงกับจุดมุ่งหมายในการคิดนั้นๆ เช่น คิดเพื่อตัดสินใจ ควรใช้วิธีคิดอย่างมีวิจารณญาณ เป็นต้น

5. ข้อมูลและเนื้อหา ข้อมูลและเนื้อหาจะใช้ประกอบความคิดใดๆ อาจจะเป็นความรู้หรือประสบการณ์

6. ผลของการคิดเป็นผลที่ได้จากการปฏิบัติงาน ทางสมองหรือ กระบวนการคิดของสมอง

ผู้วิจัยได้สรุปองค์ประกอบของสมรรถนะการคิดทางคณิตศาสตร์จากแนวคิดของนักวิชาการต่างๆ ดังตาราง 2

ตาราง 2 แสดงสรุปองค์ประกอบการสมรรถนะคิดทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการ	แนวคิดสำคัญเกี่ยวกับองค์ประกอบการคิดทางคณิตศาสตร์
Mason, Burton and Stacey (2010)	1. สามารถใช้ทักษะการสืบสวนสอบสวนทางคณิตศาสตร์ (mathematical enquiry) 2. สามารถจัดการกับใจตนเองเมื่อเกิดปัญหาท้าทาย 3. มีความเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์
Yong & Sam (2008)	1. มีความรู้ในเนื้อหา 2. มีทัศนคติหรืออุปนิสัยที่ดี 3. มีการแก้ปัญหาและตัดสินใจที่ดี
อัมพร ม้าคนอง (2553)	1. มีความรู้เกี่ยวกับสิ่งที่คิด 2. มีกระบวนการคิดพื้นฐาน 3. มีความตระหนักรู้ในการคิด 4. มีเจตคติที่ดีต่อการคิด
Joyce & Weil (1996)	1. มีการใช้สื่อเป็นสื่อให้ผู้เรียนเกิดความสงสัยหรือความขัดแย้ง 2. ใช้การรับรู้โดยประสาทสัมผัสทั้ง 5 3. มีจุดมุ่งหมายในการคิด 4. มีวิธีการคิด 5. มีข้อมูลและเนื้อหาประกอบการคิด 6. มีกระบวนการคิด

สำหรับในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้มุ่งศึกษาองค์ประกอบของสมรรถนะการคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ ดังนี้

1. ความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์
2. ทักษะพื้นฐานของกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ เช่นการสังเกต การเปรียบเทียบ การตรวจสอบกระบวนการคิดของตนเองว่าถูกต้องเหมาะสมหรือไม่
3. ทัศนคติต่อการคิด คือการเห็นถึงคุณค่าและประโยชน์ของการคิด มีความรู้สึกที่ดีต่อการคิด และมีจุดมุ่งหมายในการคิด

1.1.4 แนวทางการพัฒนาสมรรถนะด้านการคิดทางคณิตศาสตร์

ฟลายวิลลิค (Fraivillig, 2001: 454-459) ได้กำหนดแนวทางในการจัดกิจกรรมพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์สำหรับเด็ก ดังนี้

1. การดึงความรู้ (Eliciting) คือการกระตุ้นให้นักเรียนดึงเอาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายที่นักเรียนเคยเรียนรู้มาก่อนเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ โดยครูจะต้องรอและฟังคำอธิบายจากนักเรียนถึงวิธีการแก้ปัญหา แล้วให้รายละเอียดเพิ่มเติม โดยอธิบายในเนื้อหาบทเรียนที่เป็นพื้นฐาน รวมถึงให้กำลังใจและฝึกให้นักเรียนยอมรับกับข้อผิดพลาด ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานร่วมกันและการนำเสนอผลการดำเนินการแก้ปัญหา

2. การสนับสนุนความคิด (Supporting) โดยครูจะคอยส่งเสริมนักเรียนโดยการทบทวนความรู้เดิม แนะนำปัญหาที่คล้ายกับปัญหาใหม่ที่นักเรียนกำลังหาคำตอบเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ครูอาจใช้สัญลักษณ์หรือตัวแสดงแทนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการดูแลนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือเป็นพิเศษ

3. การต่อยอดความคิด (Extending) ครูผลักดันให้นักเรียนสามารถขยายความคิดทางคณิตศาสตร์โดยการเขียนวิธีการแก้ปัญหาหลายๆวิธีแล้วให้นักเรียนร่วมกันสะท้อนคิด ฝึกให้นักเรียนแต่ละคนลองใช้วิธีแก้ปัญหาใหม่ๆ ให้นักเรียนมีทัศนคติที่ดีในการพัฒนาตนเองด้านคณิตศาสตร์พร้อมทั้งปลูกฝังการรักในความท้าทายกับนักเรียน

ทิสนา แชมมณี (2546: 14) ได้นำเสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถทางการคิดทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การจัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อต่อการคิด โดยให้นักเรียนได้เห็นแบบอย่างที่ดี มีอุปกรณ์ที่พร้อม

2. การใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อฝึกทักษะการคิด

3. การบูรณาการพัฒนาทักษะในการเรียนการสอนเนื้อหาวิชาต่างๆ

4. การใช้เทคนิคต่างๆ ที่ส่งเสริมการคิด เช่น เทคนิคการใช้คำถาม เทคนิคการทำแผนภูมิความคิด (my mapping) เป็นต้น

5. การกระตุ้นให้นักเรียนมีโอกาสแสดงออกทั้งการทำกิจกรรม และการให้โอกาสนักเรียนได้โต้ตอบและตั้งคำถาม

6. การฝึกให้นักเรียนรู้จักกับข้อมูล การรวบรวมประเด็น การคัดเลือกข้อมูล จัดเข้าพวก วิเคราะห์รายละเอียด ความเชื่อมโยงของข้อมูลต่างๆ

พรณี สินธพานนท์สุคนธ์; สินธพานนท์; และวรรรัตน์ วรรณเลิศลักษณ์ (2554: 24-26) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาให้นักเรียนมีทักษะการคิด ดังนี้

1. การสร้างแรงจูงใจให้กับนักเรียน โดยการจัดบรรยากาศในห้องเรียนให้เอื้อต่อการเรียน การฝึกทักษะการคิด อาจใช้เทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่โน้มน้าวจิตใจ เช่น การตั้งคำถาม การเล่นเกม เล่านิทาน การใช้เพลง เพื่อเชื่อมโยงเข้าสู่การฝึกทักษะการคิด ให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียน

2. ครูควรใช้วิธีสอน เทคนิคการสอน วิธีการจัดการเรียนรู้ที่หลากหลายวิธี เพื่อที่จะส่งเสริมกระบวนการคิดของนักเรียนที่แตกต่างหลากหลาย

3. ในการจัดการเรียนรู้ ครูควรเสริมแรงให้นักเรียนค้นหาคำตอบและสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง และรู้จักการทำงานเป็นกลุ่ม

4. ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักกระบวนการคิดในรูปแบบต่างๆ

5. ครูควรกำหนดขั้นตอนของกิจกรรมแต่ละกิจกรรมให้ชัดเจนว่าจะมีขั้นตอนการคิดในช่วงใดของการจัดการเรียนรู้

6. ในการแบ่งกลุ่มนักเรียน สมาชิกในกลุ่มต้องไม่มากเกินไป

7. ครูควรใช้วิธีการวัดและประเมินผลที่หลากหลายรูปแบบ เช่น การวัดและประเมินจากการสร้างสถานการณ์ให้นักเรียนคิดและตัดสินใจ การตอบคำถาม การวิเคราะห์ข้อมูลตามที่โจทย์กำหนดให้ เป็นต้น

จอยซ์และไวล์ (Joyce & Weil, 1996: 72-78) เสนอแนะแนวทางการพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ทำความเข้าใจ เป้าหมาย หรือวัตถุประสงค์ ว่าต้องการพัฒนาทักษะการคิดอย่างไร ถ้าต้องการให้ผู้เรียนรู้จักทักษะการคิด สามารถดำเนินการสอนด้วยวิธีใดก็ได้เพื่อให้อธิบายได้ว่าทักษะการคิด หมายความว่าอย่างไร มีประโยชน์อย่างไร มีอะไรบ้าง

1.1 ถ้าต้องการให้ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการคิด มีวิธีคิดที่มีประสิทธิภาพ ประสิทธิผล หมายความว่ามีความรู้ และปฏิบัติได้ นำไปใช้ได้ อาจดำเนินการสอนด้วยการให้ความรู้ และฝึกปฏิบัติกระบวนการคิด ขั้นตอนการคิด เทคนิคการคิดแต่ละแบบหรืออาจดำเนินการโดยให้ผู้เรียนจากประสบการณ์จริง โดยนำขั้นตอนกระบวนการหรือเทคนิควิธีมาให้ปฏิบัติที่ละขั้นตอน จนเกิดความรู้ ความเข้าใจในทุกขั้นตอนด้วยตนเอง

1.2 ถ้าต้องการส่งเสริมและพัฒนาทักษะการคิดที่นำไปสู่นักคิด คิดเป็น ตัดสินใจเป็น แก้ปัญหาเป็น และมีความคิดสร้างสรรค์ จำเป็นต้องมีการบูรณาการ การสอนให้คิดเป็น และฝึกทักษะการคิดทุกประเภท

2. การใช้คำถามในการสอนคิด และพัฒนาทักษะการคิด

2.1 เทคนิคการใช้คำถาม เพื่อปรับปรุงทักษะการคิดของผู้เรียน โดยเน้นการตั้งคำถามที่เป็นรูปธรรมแล้วให้นักเรียนร่วมกันคิดหาข้อสรุปในรูปแบบธรรม

2.2 เน้นคำถามที่ส่งเสริมทักษะการคิดระดับสูง ได้แก่

2.2.1 คำถามเพื่อความชัดเจนครอบคลุม

2.2.2 คำถามเพื่อข้อสันนิษฐาน(ต้องอาศัยการคาดคะเนตามความคิด

ความเชื่อหลักฐาน)

2.2.3 คำถามที่เกี่ยวกับความคิดเห็นและมุมมอง

2.2.4 คำถามเกี่ยวกับการนำไปใช้และผลที่เกิดขึ้น

2.2.5 คำถามที่ต้องการเหตุผลและหลักฐาน

ผู้วิจัยได้สรุปแนวทางการพัฒนาสมรรถนะด้านการคิดทางคณิตศาสตร์ดังตาราง 3

ตาราง 3 แนวทางการพัฒนาสมรรถนะด้านการคิดทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการ	แนวทางการพัฒนาสมรรถนะด้านการคิดทางคณิตศาสตร์				
	การจัดสภาพแวดล้อม	การกระตุ้นผู้เรียน	การบูรณาการเนื้อหาต่างๆ	การฝึกให้รับข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูล	การใช้การวัดและประเมินผลที่หลากหลาย
Fraivillig (2001)		✓	✓	✓	
ทิตนา แชมมณี (2546)	✓	✓	✓	✓	
พรรณี สีนธพานนท์สุคนธ์และคนอื่นๆ(2554)	✓	✓	✓		✓
Joyce & Weil (1996)		✓	✓	✓	

จากที่นักการศึกษาได้เสนอแนวทางการพัฒนาสมรรถนะการคิดทางคณิตศาสตร์ไว้อย่างหลากหลายผู้วิจัยสามารถสรุปได้ดังนี้

1. การจัดสภาพแวดล้อมให้เอื้อต่อการฝึกทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ การใช้เทคนิคต่างๆเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้โต้ตอบและตั้งคำถาม เช่นการเล่นเกม การใช้เพลง การใช้คำถาม เป็นต้น

2. การกระตุ้นให้นักเรียนดึงเอาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ที่นักเรียนเคยเรียนรู้มาก่อนเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ โดยครูอาจใช้สัญลักษณ์หรือตัวแสดงเครื่องหมายแทนทางคณิตศาสตร์(Representation)

3. การบูรณาการการพัฒนาทักษะการเรียนรู้การสอนในเนื้อหาต่างๆ เพื่อฝึกให้นักเรียนใช้ทักษะการคิดอย่างหลากหลายประเภท

4. การฝึกให้นักเรียนรู้จักการรับข้อมูล การวิเคราะห์รายละเอียดและให้นักเรียนลองใช้วิธีการแก้ปัญหาใหม่ๆ เพื่อให้นักเรียนมีทัศนคติที่ดีต่อการพัฒนาตนเองและปลูกฝังการรักความท้าทาย

5. การใช้วิธีการวัดและประเมินผลที่หลากหลายรูปแบบ

1.1.5 การวัดสมรรถนะด้านการคิดทางคณิตศาสตร์

การวัดความสามารถในการคิดควรเน้นที่กระบวนการคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหามากกว่าการวัดความรู้ในเนื้อหาวิชาตามสาระของหลักสูตร และเน้นเนื้อหาทั่วไปที่สอดคล้องกับการดำเนินชีวิตประจำวันของผู้เรียน ดังนั้นเครื่องมือวัดความสามารถในการคิดจึงหลีกเลี่ยงการวัดความรู้ความจำ เน้นการมองเห็นปัญหา การค้นหาวิธีการและการตัดสินใจเลือกวิธีการเพื่อแก้ปัญหา เมื่อพบปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน โดยมีจุดมุ่งหมายสำคัญเพื่อเป็นตัวชี้บ่งถึงความพร้อมในการเรียนรู้ของผู้เรียน ระบุจุดเด่นและจุดด้อยในการเรียนรู้ของผู้เรียน และเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนและการจัดการเรียนรู้ของผู้สอน (สสวท. 2550, Fisher. 2005, Boostrom. 2005)

กระทรวงศึกษาธิการ (2551: 42-50) ได้กล่าวถึงว่า การสอนและพัฒนาการคิดเป็นเรื่องค่อนข้างยาก เนื่องจากการคิดมีลักษณะเป็นกระบวนการที่มองไม่เห็นเป็นรูปธรรมชัดเจน และมีความคลุมเครือ การพัฒนาให้ได้ผลจึงจำเป็นต้องอาศัยความเข้าใจในกระบวนการคิด และใช้วิธีหลากหลายส่งเสริมกัน ซึ่งแนวทางการวัดและประเมินผลการคิด มีดังนี้

1. การแสดงออกทางผลของการคิด คือ เนื้อหาสาระที่ได้ผ่านการคิดมาแล้ว โดยทั่วไปแล้ว หากมีกระบวนการคิดที่ดี ผลของการคิดก็ควรจะมีคุณภาพที่ดีด้วย ซึ่งผลของการคิดนี้แสดงออกทั้งด้านความคิด ผลงานและการกระทำของผู้คิด เครื่องมือในการวัดผลสัมฤทธิ์ของการคิดจึงมีหลายลักษณะ เช่น แบบสอบถาม แบบสำรวจ และแบบสังเกตพฤติกรรม การปฏิบัติต่างๆ ส่วนการประเมินต้องอาศัยเกณฑ์ที่กำหนดขึ้นในการตัดสินผล

2. การแสดงออกทางกระบวนการคิด การดำเนินการคิดต้องอาศัยกระบวนการคิด ทั้งในลักษณะที่เป็นทักษะการคิดพื้นฐาน ทักษะการคิดที่เป็นแกน ทักษะการคิดขั้นสูง และกระบวนการคิดแบบต่างๆ รวมทั้งกระบวนการควบคุมและประเมินการรู้คิดของตน การใช้ความคิดก็คือ การใช้กระบวนการคิดต่างๆ เหล่านั้น สำหรับการวัดทักษะการคิดนั้น โดยทั่วไปมีการจำแนกประเภทของการวัดเป็น 2 แนวทางคือ

2.1 การวัดผลตามแนวกลุ่มจิตมิติ เป็นการวัดผลโดยใช้แบบสอบถามที่พัฒนาขึ้น ซึ่งอาจเป็นแบบสอบถามมาตรฐานหรือแบบสอบถามที่ครูหรือผู้วัดสร้างขึ้นเอง เพื่อวัดความสามารถในการคิดเฉพาะลักษณะที่ตรงกับสิ่งที่ต้องการวัด และมีการประเมินโดยอาศัยเกณฑ์ที่กำหนดขึ้น

2.2 การวัดผลตามแนวการวัดจากการปฏิบัติจริง เป็นการวัดผลจากการปฏิบัติในชีวิตจริงหรือคล้ายของจริง เช่น การสังเกตสภาพงานที่ปฏิบัติจริง การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในสภาพจริง ผลงานที่เกิดขึ้นขณะปฏิบัติงาน เป็นต้น ส่วนการประเมินนั้นอาจใช้วิธีประเมินตามสภาพจริง โดยการกำหนดตัวบ่งชี้และระดับคุณภาพขึ้นใช้ในการประเมิน

3. แสดงออกทางคุณลักษณะส่วนบุคคล คุณลักษณะหรือเจตคติของผู้คิดก็เป็นการแสดงออกถึงความสามารถในการคิดได้อีกทางหนึ่ง ซึ่งการวัดต้องอาศัยเครื่องมือที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับคุณลักษณะหรือเจตคติของผู้คิดตามที่ต้องการ เครื่องมืออาจเป็นแบบสังเกตพฤติกรรม แบบประเมินตนเอง แบบวัดเจตคติต่างๆ หรืออาจใช้การวัดจากการปฏิบัติจริง และการประเมินโดยใช้แฟ้มสะสมงาน เป็นต้น

ยงและแซม (Yong; & Sam, 2008: 76-80) ได้กล่าวว่าการประเมินผลจากการปฏิบัติ (performance assessment) จะช่วยให้นักเรียนได้แสดงถึงทักษะและความรู้ของนักเรียนในบริบทของชีวิตจริง ผ่านการใช้กลยุทธ์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สิ่งสำคัญในการประเมินผลการคิดทางคณิตศาสตร์คือ การออกแบบและการเลือกผลการดำเนินงานของนักเรียนที่สามารถสะท้อนการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเขาอธิบายขั้นตอนการประเมินสมรรถนะด้านการคิดทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกวัตถุประสงค์สำหรับการประเมินผลการดำเนินงาน (Setting objectives for performance assessment) ครูต้องรู้ว่าอะไรที่จะทำให้ผลลัพธ์จากการเรียนรู้ที่คาดหวังจากนักเรียน วัตถุประสงค์นี้จะนำทางให้ครูเลือกภาระงานที่ถูกต้องและน่าเชื่อถือได้ว่าตอบสนองตามความคาดหวังและวัตถุประสงค์ของการประเมิน

ขั้นตอนที่ 2 การออกแบบภาระงาน (Designing performance tasks) เน้นการออกแบบโดยใช้ปัญหาปลายเปิด (Open Approach) ซึ่งจะช่วยให้การตีความการแก้ปัญหาโดยใช้การอธิบายและการให้เหตุผล ซึ่งภาระงานที่ดีและมีประสิทธิภาพ มีลักษณะดังต่อไปนี้

1. เป็นภาระงานแบบปลายเปิด
2. เป็นภาระงานที่มีพื้นฐานจากชีวิตจริง
3. เป็นภาระงานที่สามารถแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธี
4. เป็นภาระงานที่เป็นตัวแทนที่ดีในการที่จะให้นักเรียนแสดงทักษะและ

ความรู้

5. เป็นภาระงานที่มีโครงสร้างเพื่อให้มีการวัด ของเป้าหมายที่หลากหลายหรือตามวัตถุประสงค์ของการประเมิน

ขั้นตอนที่ 3 การประเมินผลการปฏิบัติงาน (Evaluating performance tasks) ในการตรวจสอบและประเมินความเหมาะสมของงานที่จะตอบสนองวัตถุประสงค์ของการประเมิน โดยอาจทำเป็นตารางให้เลือก (check list) หรือ กับการให้คะแนนแบบ รูบรีค (Rubric scoring)

ขั้นตอนที่ 4 การบริหารการประเมินผลการปฏิบัติงาน (Administering performance assessment) ครูควรชี้แจงเกณฑ์การประเมินให้นักเรียนฟัง มีรายละเอียด ดังนี้

1. ชี้แจงเกณฑ์การให้คะแนนการคิดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การให้คะแนนแบบรูบรีค (Rubric scoring)
2. ชี้แจงนักเรียนเกี่ยวกับรายละเอียดของระดับการปฏิบัติงานในแต่ละ

ขั้นตอน

3. ชี้แจงนักเรียนเกี่ยวกับรูปแบบการแสดงวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างไรจึงจะผ่านเกณฑ์การประเมิน และการใช้วิธีการในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

4. ควรมีการประเมินผลอย่างต่อเนื่อง ทั้งก่อนการเรียนรู้ ระหว่างการเรียนรู้ และหลังการเรียนรู้ของนักเรียน โดยเน้นให้นักเรียนแก้ปัญหาในชีวิตจริง พร้อมทั้งให้แสดงเหตุผลและตรวจสอบการแก้ปัญหาของนักเรียนด้วย

และจากงานวิจัยของอีดิท (Edith A. Graf, 2002) ที่ได้ทำการสร้างแบบการวัดและประเมินผลสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยกำหนดกำหนดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ประเภทคือ การแก้ปัญหา (Problem Solving) การสร้างตัวแบบและการใช้ตัวแสดงแทน (Modeling and Representation) และการให้ข้อโต้แย้งและการให้เหตุผล (Argument and Justification) ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่าควรส่งเสริมให้มีการประเมินสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

โดยเน้นให้นักเรียนใช้ตัวแสดงแทนที่เหมาะสมและมีความยืดหยุ่นเพื่อพัฒนาพัฒนาข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ให้ชัดเจนและถูกต้อง และควรเน้นให้นักเรียนพิจารณาจากสมบัติและเหตุการณ์จากงานที่ได้รับและคำตอบของปัญหาที่ได้ และเมื่อมีแบบการประเมินสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายและมีประสิทธิภาพก็จะสามารถพิจารณาได้ว่านักเรียนมีความรู้ในทักษะเฉพาะด้านหรือไม่ และจากเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงได้นำแนวทางการวัดและประเมินผลสมรรถนะการคิดทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในกระบวนการจัดการเรียนการสอนในด้านการประเมินผล

ผู้วิจัยได้สรุปแนวทางการวัดและประเมินผลสมรรถนะการคิดทางคณิตศาสตร์ดังตาราง 4

ตาราง 4 แนวทางการวัดและประเมินผลสมรรถนะการคิดทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการ	แนวทางการวัดและประเมินผลสมรรถนะการคิดทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ
กระทรวงศึกษาธิการ (2551)	1. การแสดงออกทางผลของการคิด ใช้เครื่องมือวัดผลสัมฤทธิ์ของการคิดเช่น แบบสอบถามแบบสำรวจ 2. การแสดงออกทางกระบวนการคิด ใช้เครื่องมือวัดโดยเป็นแบบทดสอบที่พัฒนาขึ้น การสังเกตสภาพงานจากการปฏิบัติจริง การประเมินตามสภาพจริง 3. การแสดงออกทางคุณลักษณะส่วนบุคคล เครื่องมืออาจเป็นแบบสังเกตพฤติกรรม แบบประเมินตนเอง
Yong & Sam (2008)	เสนอขั้นตอนการประเมินสมรรถนะการคิดทางคณิตศาสตร์ดังนี้ ขั้นตอนที่ 1 เลือกวัตถุประสงค์สำหรับการประเมินผล ขั้นตอนที่ 2 การออกแบบภาระงาน ขั้นตอนที่ 3 การประเมินผลการปฏิบัติงาน ขั้นตอนที่ 4 การบริหารการประเมินผลการปฏิบัติงาน
สสวท. (2550)	เสนอลักษณะคำถามเพื่อใช้ในการวัดสมรรถนะด้านการคิดทางคณิตศาสตร์ดังนี้ 1. การคิดแก้ปัญหา เน้นการใช้คำถามที่แสดงขั้นตอนการเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับเงื่อนไขของคำถาม โดยให้อธิบายถึงการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลหรือตัวแปรที่กำหนดให้เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหา การให้พิจารณาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือต้องมีข้อมูลอื่นเพิ่มเติมจึงจะสามารถหาคำตอบได้ 2. การคิดวิเคราะห์ เน้นการใช้คำถามเพื่อให้ระบุประเด็นปัญหา หรือองค์ประกอบที่สัมพันธ์กัน เปรียบเทียบความเหมือน ความต่างของข้อมูล ให้แสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุป พร้อมทั้งให้ระบุเกณฑ์ที่ใช้ตัดสินข้อมูลที่ได้มา เน้นการให้เหตุผลประกอบการวิเคราะห์หรือลงความเห็น

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่า การวัดสมรรถนะการคิดทางคณิตศาสตร์ควรเน้นที่กระบวนการคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหา มากกว่าการวัดความรู้ในเนื้อหาวิชา ดังนั้นแนวทางการวัดและประเมินผลการคิดทางคณิตศาสตร์ควรใช้วิธีการที่หลากหลายส่งเสริมกัน ดังนี้

1. เลือกวัดอุปประสงค์ในการประเมินผลการดำเนินงาน ครูควรเลือกภาระงานที่ถูกต้องและน่าเชื่อถือได้ว่าตอบสนองตามความคาดหวังและวัตถุประสงค์ของการประเมิน

2. การออกแบบภาระงาน ครูควรออกแบบภาระงานที่ให้นักเรียนสามารถแสดงออกทั้งด้านความคิดและการกระทำของผู้คิด โดยให้นักเรียนสามารถใช้ทั้งทักษะการคิดพื้นฐานและการคิดระดับสูง ซึ่งภาระงานที่ดีควรประกอบด้วย ภาระงานแบบปลายเปิด มีพื้นฐานจากชีวิตจริง สามารถแก้ปัญหาได้หลายวิธี เป็นตัวแทนที่ดีในการให้นักเรียนได้แสดงทักษะความรู้ที่มี และตรงกับวัตถุประสงค์การเรียนรู้

3. การประเมินผล ประกอบด้วย การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการคิด อาจใช้แบบสอบถามแบบสำรวจ แบบสังเกตพฤติกรรม หรือแบบสอบมาตรฐานที่ผู้วัดสร้างขึ้นเอง และควรมีการประเมินผลอย่างต่อเนื่องทั้งก่อนการเรียนรู้ ระหว่างการเรียนรู้และหลังการเรียนรู้

1.2 สมรรถนะด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (problem solving competency)

1.2.1 ความหมายของสมรรถนะด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สมรรถนะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการที่มาจากการผสมผสานความรู้ ทักษะ และคุณลักษณะ ที่ให้นักเรียนสามารถทำงานโดยใช้กระบวนการของการได้มาซึ่งคำตอบเมื่อต้องเผชิญกับปัญหาหรือสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย โดยผู้แก้ปัญหาต้องอาศัยทักษะ (skill) และกระบวนการ (process) ต่างๆทางคณิตศาสตร์โดยใช้การวิเคราะห์และวางแผน และใช้เทคนิคต่างๆประกอบ (Krulik; & Reys. 1980: 10, Polya. 1985:1, Krulik; & Rudnick. 1995: 4, NCTM. 2000: 52, สสวท. 2551: 7, อัมพร ม้าคะนอง. 2553: 39)

1.2.2 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในห้องเรียน ครูควรสร้างประสบการณ์หรือพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาแก่นักเรียนโดยใช้หลักวิชาเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสามารถนำไปคิดประกอบในการแก้ปัญหาทั่วไปได้ (สสวท. 2556: 69, อัมพร ม้าคะนอง. 2553: 40) ซึ่งกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เป็นที่ยอมรับและมีการนำมาใช้กันอย่างแพร่หลายได้แก่

กระบวนการแก้ปัญหของโพลยา (Polya, 1985: 20-21) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) ในขั้นนี้เป็นขั้นการวิเคราะห์ เพื่อทำความเข้าใจปัญหา ว่าปัญหาที่ต้องการแก้ไขหาคำตอบนั้นมีเรื่องสำคัญ ๆ อะไรบ้าง สามารถจะเขียนปัญหาออกมาโดยใช้ภาษาของเราเองได้หรือไม่ ทำความเข้าใจให้ได้ว่าการแก้ปัญหานั้น ต้องการหาอะไร หรือทำอะไร เพื่อให้สามารถแก้ปัญหานั้นได้ อะไรบ้างที่เรายังไม่ทราบ อะไรบ้างที่ทราบแล้ว และจะใช้ข้อมูล เงื่อนไขหรือเรื่องราวที่มีอยู่ให้เกิดประโยชน์ ในการแก้ปัญหานั้นได้อย่างไร มีข้อมูลหรือเรื่องราวใดบางหรือไม่ที่บกพร่อง ขาดหายไป หรือมีอยู่แต่ไม่ได้

ขั้นที่ 2 การวางแผนงาน (Devising a plan) เป็นขั้นการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลในปัญหากับสิ่งที่ต้องการทราบ หากไม่สามารถเชื่อมโยงได้ทันทีอาจต้องใช้ปัญหาลูกอื่นช่วยเพื่อให้ได้แผนงานแก้ปัญหานั้นที่สุด ผู้แก้ปัญหามักเริ่มต้นด้วยการคิดว่าตนเคยเห็นปัญหานี้จากที่ไหนมาก่อนหรือไม่ หรือเคยเห็นปัญหาในรูปแบบที่คล้ายคลึงกันหรือไม่ จะใช้ความรู้หรือวิธีการใดแก้ปัญหานั้น จะแก้ปัญหานั้นส่วนใดได้ก่อน จะแปลงข้อมูลที่มีอยู่ใหม่เพื่อให้ได้สิ่งที่ต้องการทราบมากขึ้นหรือไม่

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carry out the plan) ในการแก้ปัญหานี้ เป็นการลงมือทำตามแผนที่วางไว้ อาจมีความจำเป็นต้องดำเนินการบางอย่างช่วย เช่น การตรวจสอบการแก้ปัญหานั้นแต่ละขั้น การคิดคำนวณโดยใช้เครื่องคิดเลขหรืออุปกรณ์อื่นช่วย ตรวจสอบข้อมูลหรือเงื่อนไขที่มีอยู่ว่า ได้ใช้ให้เป็นประโยชน์ครบถ้วนหรือไม่ และได้ดำเนินการเสร็จสมบูรณ์หรือยัง ในบางจุดอาจมีความจำเป็นต้องตรวจสอบ เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่เชื่อถือได้

ขั้นที่ 4 การตรวจย้อนกลับ (Looking back) เป็นการตรวจสอบคำตอบหรือเฉลยที่ได้ว่า สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดหรือไม่ ตรงประเด็นหรือไม่ มีคำตอบใดที่ยังไม่ชัดเจนหรือไม่ ซึ่งถ้ามีอาจจะต้องมีการตรวจทานหารายละเอียดเพิ่มเติม และควรระลึกด้วยว่าคำตอบนั้นจะต้องมีลักษณะสมเหตุสมผล มีความเป็นไปได้ชัดเจนและน่าเชื่อถือ

แบรนนอน (Brannon. 1983: 16-18) ได้จำแนกกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. กำหนดขอบเขตของปัญหา โดยต้องมีความเข้าใจว่า ปัญหาคืออะไรอย่างชัดเจน โดยการอ่านและตั้งคำถาม
2. ค้นหาข้อมูลที่มีความจำเป็นที่จะใช้ในการแก้ปัญหานั้น
3. วิเคราะห์ข้อมูลที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในการกำหนดรูปแบบอาจเขียนภาพประกอบ สร้างตาราง เขียนกราฟ หรือมองหารูปแบบที่ใช้การบรรยายลักษณะและสถานการณ์ของปัญหาได้
4. แก้ปัญหาโดยใช้การคำนวณความจำเป็น เพื่อให้ได้คำตอบและมีการตรวจสอบคำตอบ

5. มองย้อนกลับ โดยการใช้ข้อมูลเป็นพื้นฐานในการอธิบาย ใช้ผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหาให้เป็นประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาในลักษณะอื่นๆ ต่อไป

6. มองไปข้างหน้า ใช้ความรู้เกี่ยวกับปัญหาที่ได้แก้แล้วให้เป็นประโยชน์ในการแก้ปัญหาใหม่ว่าจะทำได้ในรูปแบบต่างๆ กัน อย่างไรบ้าง

ครูลิกและรุดนิค (Krulik; & Rudnick. 2003: 120-122) ได้จำแนกกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา โดยการอ่านให้เข้าใจว่าปัญหาคืออะไร จากปัญหานั้นๆ ต้องการให้หาคำตอบอะไร หรือต้องการให้แก้ปัญหาอะไรบ้าง ทบทวนปัญหาเหล่านั้นเพื่อรวบรวมข้อมูล และเงื่อนไขที่ได้กำหนดมาให้ตั้งเป็นคำถาม ถามตัวเองว่า จากปัญหาเหล่านั้นแยกเป็นคำถามอะไรได้บ้าง อาจจะขยายความคำถามเป็นรูปภาพ กราฟ ตาราง เพื่อให้เข้าใจง่ายขึ้น

2. ทำความรู้จัก ว่าตัวปัญหาที่สำคัญคืออะไร โดยการตรวจสอบดูว่า จากการอ่านปัญหาสามารถจับใจความได้หรือไม่ว่ามีค่าใดที่เป็นกุญแจสำคัญ สำหรับการแก้ปัญหา ที่สำคัญต้องทราบว่า จากปัญหานั้นๆ เราได้ข้อมูลใดบ้าง มีข้อมูลเกี่ยวข้องส่วนใดที่จะเป็นประโยชน์ในการแก้ปัญหาหรือไม่ ถ้ามีควรบันทึกและตั้งข้อสังเกตไว้ แล้วรวบรวมดูว่ามีข้อมูลใดบ้างที่เราได้พบและจะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหา

3. วางแผน หมายถึง การวางแผนเพื่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการกำหนดกรอบโครงสร้างและขั้นตอนในการแก้ปัญหาไว้ เลือกยุทธวิธีโดยยุทธวิธีหนึ่งหรือหลายๆ ยุทธวิธีร่วมกัน เพื่อเตรียมนำมาใช้ในการแก้ปัญหา อาจจะกำหนดแผนไว้หลายแผน หากแผนใดไม่ประสบความสำเร็จก็จะสามารถใช้แผนอื่นทดแทนได้ เป็นต้น

4. แก้ปัญหา เป็นขั้นที่ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่กำหนดไว้ให้ได้คำตอบหรือแก้ปัญหาให้ได้ตามแผน ในขั้นนี้อาจมีความจำเป็นต้องเพิ่มยุทธวิธี หรือปรับการดำเนินการให้เหมาะสมกับสถานการณ์ โดยการใช้เครื่องมือช่วยในการคิดคำนวณ อาจมีภาพประกอบ การเขียนกราฟ หรือทำตารางข้อมูล บันทึกผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา เพื่อประโยชน์ในการหาคำตอบ โดยจุดมุ่งหมายในขั้นนี้คือ นักเรียนสามารถแก้ปัญหได้ตามแผนที่วางไว้

5. ตรวจสอบ หลังจากดำเนินการแก้ปัญหจนได้คำตอบที่ต้องการแล้ว นักเรียนต้องตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้รับว่าสอดคล้องตรงตามโจทย์ที่ต้องการหรือไม่ ผลสรุปนั้นนำไปสู่คำตอบหรือสามารถแก้ปัญหได้อย่างสมเหตุสมผลเพียงใดหรือไม่ นักเรียนสามารถแก้ปัญหโดยวิธีอื่นได้ดีกว่าหรือไม่ ถ้ามีควรทำอย่างไร การตรวจสอบที่สำคัญของขั้นตอนนี้คือการตรวจสอบความถูกต้องในการดำเนินการตามแผนที่ผ่านมามีข้อผิดพลาดหรือไม่ เพื่อให้คำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้องเชื่อถือได้

เลสเตอร์ (Lester. 1982: 1-5) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความคิดของนักเรียนไว้ 7 ขั้นตอนคือ

1. ทำความเข้าใจปัญหา โดยสามารถจับใจความให้ได้ว่าคำถามในปัญหานั้นคืออะไร มีอะไรบ้าง คำถามในปัญหาเหล่านั้นสอดคล้องหรือมีความสัมพันธ์กันเพียงใด หรือเป็นเพียงคำถามทั่วไป คำถามใดบ้างที่เป็นคำถามหลักอันจะนำไปสู่ข้อสรุป ซึ่งทำให้สามารถหาคำตอบหรือแก้ปัญหาได้

2. ทำความเข้าใจเงื่อนไขที่สำคัญของปัญหา และตัวแปรที่มีความเกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ในการแก้ปัญหาจำเป็นต้องจำแนกให้ได้ว่าส่วนใดเป็นตัวแปร ส่วนใดเป็นเงื่อนไข เงื่อนไขนั้นจะมีผลต่อตัวแปรอย่างไรบ้าง ในการทำความเข้าใจในขั้นตอนนี้อาจต้องเขียนแผนภาพ วาดภาพประกอบ เขียนเป็นสมการ สร้างตาราง เพื่อแจกแจงเงื่อนไขต่างๆ ให้เป็นหมวดหมู่ พร้อมโยงความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกันระหว่างตัวแปรเงื่อนไข ข้อมูลอื่นๆ ให้อยู่ในรูปที่เข้าใจได้โดยง่าย

3. เลือกหรือค้นหาข้อมูลที่สำคัญสำหรับการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้มีความสำคัญมาก เนื่องจากผู้ที่แก้ปัญหาก็ได้ ต้องทราบว่าข้อมูลใดบ้างที่มีความจำเป็นต้องใช้ ข้อมูลใดสามารถละทิ้งได้ การรวบรวมข้อมูลจากแหล่งข้อมูลต่างๆ จะช่วยให้ได้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการแก้ปัญหา และการตัดสินใจในภายหลัง การเก็บข้อมูลในรูปของกราฟข้อมูลทางสถิติ แผนภาพหรือตาราง จะช่วยให้ข้อมูลอยู่ในลักษณะที่ง่ายต่อความเข้าใจและเป็นรูปธรรมมากขึ้น

4. หายุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา โดยแยกปัญหาใหญ่ออกเป็นปัญหาย่อยๆ หลายๆ ปัญหา และเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมสำหรับแต่ละปัญหาในการแก้ปัญหาเหล่านั้น ขั้นตอนนี้เป็นส่วนหนึ่งของการวางแผนแก้ปัญหา การแยกปัญหาใหญ่ออกเป็นปัญหาย่อยๆ ทำได้อีกวิธีหนึ่งคือ แยกปัญหาออกเป็นคำถามย่อยๆ ว่าแต่ละปัญหาต้องการคำตอบอะไรบ้าง ให้ตั้งเป็นคำถามแล้วหาวิธีการในการตอบคำถามเหล่านั้น โดยใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เพื่อให้ปัญหาทั้งหมดได้รับการแก้ไข ที่สำคัญคือ จะต้องรู้ว่าจะใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหา และจะใช้ยุทธวิธีแต่ละวิธีอย่างไรให้เหมาะสมกับปัญหานั้น ดังนั้นในขั้นนี้จำเป็นต้องมีการวางแผน และนำยุทธวิธีต่างๆ มาใช้โดยการดำเนินการเป็นขั้นตอน และมีจุดหมายคือการแก้ปัญหาให้ได้

5. แก้ปัญหาโดยใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ การจะแก้ปัญหให้เป็นผลสำเร็จ นอกจากจะใช้ยุทธวิธีที่ถูกต้องแล้ว ยังมีความจำเป็นต้องใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมประกอบด้วย เช่น ใช้สูตรที่ตรงกับปัญหาที่ต้องการ การใช้เครื่องคิดเลข คอมพิวเตอร์เพื่อช่วยให้แก้ปัญหได้เร็วขึ้น หรือการใช้หลักการคิดแบบเหตุและผล ใช้การกำหนดตัวแปร แล้วแทนความสัมพันธ์ด้วยสมการ การสร้างตาราง สร้างรูปแบบ จะช่วยให้แก้ปัญหได้ง่ายขึ้น

6. การให้คำตอบที่เป็นไปได้ เพื่อเป็นแนวทางในการหาคำตอบที่ต้องการ ผู้ตอบปัญหาย่อมจะทราบว่า คำถามต้องการคำตอบอย่างไร เช่น ต้องการคำตอบเป็นระยะทาง เป็นน้ำหนัก หรือเป็นข้อเสนอนะ เป็นต้น การเขียนข้อความของคำตอบไว้ล่วงหน้าพร้อมหน่วย เช่น คำตอบคือ บาท จะทำให้เห็นแนวทางในการตอบอย่างชัดเจนว่า การแก้ปัญหานั้นต้องการคำตอบอะไร และทำอย่างไร จึงจะได้คำตอบที่ต้องการมาให้ได้

7. การประเมินผล ขั้นตอนนี้เป็นการตรวจสอบหรือมองย้อนกลับนั่นเอง คำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหานั้นน่าจะถูกต้องหรือไม่ เหตุมีผลอันสมควรเพียงใด ในขั้นตอนนี้อาจจะกลับไปตรวจดูอีกครั้งว่าปัญหาคืออะไร และคำตอบที่ได้ได้ตอบปัญหาอย่างสมบูรณ์หรือยัง นอกจากนี้ยังเป็นขั้นตอนที่ต้องตรวจสอบวิธีทำ ตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหามาตามขั้นตอนต่างๆ ว่า ถูกต้องหรือไม่ มีการคิดคำนวณที่ถูกต้องหรือไม่ ซึ่งเป็นการตรวจสอบคำตอบที่ดีวิธีหนึ่ง

อาร์สแลนและอัลตัน (Arslan; & Altun, 2007:51-60) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจกับปัญหา (Understanding the problem) โดยครูถามคำถามกับนักเรียนถึงข้อมูลที่ได้มาคืออะไร เงื่อนไขมีอะไรบ้าง สิ่งใดที่นักเรียนยังไม่รู้ เพื่อเป็นการสร้างแรงจูงใจให้กับนักเรียนในการแก้ปัญหาต่อไป

2. วางแผนการแก้ปัญหา (Plan to solve) นักเรียนคิดวางแผนการแก้ปัญหาโดยสามารถเปรียบเทียบข้อมูลที่เป็นปัญหาเดิมว่าอะไรที่ยังไม่รู้ ทำความเข้าใจสิ่งที่ยังไม่รู้เพื่อพัฒนาแผนในการพิสูจน์ปัญหา เมื่อนักเรียนได้แผนการแก้ปัญหา ก็จะนำมาเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ซึ่งกลยุทธ์นี้รวมถึง แนวคิด การเดาและการตรวจสอบ การวาดภาพ การสร้างตาราง เป็นต้น เพื่อช่วยให้นักเรียนจัดระเบียบข้อมูลในการหาคำตอบที่ถูกต้อง

3. ดำเนินการแก้ปัญหา (Solve problem) นักเรียนทำการแก้ปัญหาย่างเป็นขั้นตอนโดยนำกลยุทธ์ที่เลือกไว้ โดยนักเรียนทำการตรวจสอบแผนการแก้ปัญหานั้นเองได้วางไว้ให้แน่ใจว่าจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง

4. มองย้อนกลับ (Looking back) นักเรียนตรวจสอบคำตอบอีกครั้งเพื่อความถูกต้อง ซึ่งนักเรียนจะได้สะท้อนสิ่งที่เขาได้ทำและพัฒนาข้อสรุปในการทำงาน

จากงานวิจัยของ ไคลลี่ (Kylie, 2014: 7-10) ได้สร้างกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การสอนแบบเชื่อมโยงซึ่งกันและกัน (RT: Reciprocal Teaching) เพื่อพัฒนาความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความเข้าใจในการอ่าน โดยใช้กระบวนการสอน 4 ขั้นตอนคือ 1) การคาดเดาปัญหา (predicting) 2) การทำให้ชัดเจน (clarifying) 3) การตั้งคำถาม (questioning) 4) การสรุปผล (summarizing) คือให้นักเรียนลองทำนายคำตอบจากคำถามที่ครูได้ให้

ไปจากนั้นจึงดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ความรู้ที่มีอยู่ ใช้กลยุทธ์ต่างๆ ในการแก้ปัญหาเช่นการเขียนเป็นภาพหรือเขียนเป็นแผนภาพ และในขั้นตอนการสรุปผลนักเรียนได้มีส่วนร่วมในการแสดงเหตุผลของตนเองในคำตอบที่นักเรียนได้มา เมื่อเข้าสู่กระบวนการกลุ่มเพื่อนำคำตอบที่ได้ของแต่ละคนมาอภิปรายและสรุปร่วมกันเพื่อหาการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด ผลการประเมินพบว่า นักเรียนนักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอนแบบRT มีการเปลี่ยนแปลงดีขึ้นอย่างมีนัยสำคัญก่อนการทดลอง และการทำงานเป็นกลุ่มจะทำให้เกิดการแก้ปัญหาได้ดีกว่าการทำงานด้วยตนเอง และนักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ในขั้นการตรวจสอบคำตอบยังมีนักเรียนทำไม่มากนัก ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ วิลเลียม (William, 2003) ในการวิจัยที่เกี่ยวกับการจัดกระบวนการเรียนการสอนที่เน้นการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่กำลังเริ่มเรียนในวิชาพีชคณิต โดยให้นักเรียนแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถแก้ปัญหาพีชคณิตได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม และนักเรียนส่วนใหญ่มีความพึงพอใจในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และนักเรียน 80% กล่าวว่า การเขียนช่วยให้เขาเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีได้

ผู้วิจัยได้สังเคราะห์กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังตาราง 5

ตาราง 5 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษา	กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์					
	การทำ ความเข้าใจ ปัญหา	การค้นหา ข้อมูลและ วิเคราะห์ข้อมูล	การ วางแผน งาน	การ ดำเนินการ ตามแผน	การตรวจสอบ/ การตรวจ ย้อนกลับ	การ ประเมินผล
Polya (1985)	✓		✓	✓	✓	
Brannon (1983)	✓	✓		✓	✓	
Krulik&Rudnick (2003)	✓	✓	✓	✓	✓	
Lester (1982)	✓	✓	✓	✓		✓
Arslan&Altun (2007)	✓		✓	✓	✓	

งานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาใช้เป็นกระบวนการของรูปแบบการสอนที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการคิดและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

- 1) สามารถบอกได้ว่าปัญหานั้นกำหนดสิ่งใดให้บ้าง และต้องการให้หาอะไร และจะดำเนินการหาคำตอบของปัญหานั้นอย่างไร
- 2) สามารถแก้ปัญหาตามแนวทางหรือกลยุทธ์ที่เลือกไว้จนกระทั่งหาคำตอบของปัญหานั้นได้
- 3) สามารถตรวจสอบความถูกต้อง โดยการทำย้อนกลับจากคำตอบไปสู่สิ่งที่กำหนดให้ว่ามีเหตุผลสมเหตุสมผลหรือไม่

1.2.3 กลวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละปัญหา อาจใช้วิธีที่แตกต่างกันได้หลายวิธี รวมทั้งกลวิธีที่ใช้ อาจแตกต่างกันด้วย ซึ่งกลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้แก่นักเรียนคิดและแก้ปัญหาได้สำเร็จ ซึ่งกลวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีนักวิชาการหลายท่านได้นำเสนอกลวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่คล้ายๆกัน ซึ่งผู้วิจัยได้สังเคราะห์กลวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดังนี้ (Baroody. 1993: 75-90, Charles. 1994: 124-130, Sobel; & Malesky.1988: 60-70, Polya. 1985: 35-42, Sternberg; & Williams. 2002: 325-328, Mayer; & Hegarty. 1996: 35-36, สสวท. 2556: 76-80)

1. การเดาและการตรวจสอบ (Guess and check) โดยใช้การเดาโดยมีพื้นฐานจากความรู้ และประสบการณ์ การคิด แล้วตรวจสอบ เมื่อพบว่าคำตอบไม่ถูกต้องก็นำผลจากการเดาในครั้งแรกมาวิเคราะห์เพื่อเป็นกรอบในการปรับการเดาในครั้งต่อไปอย่างใช้เหตุผล ซึ่งจะทำให้ได้คำตอบเร็วขึ้น การใช้กลยุทธ์การเดาและตรวจสอบในลักษณะดังกล่าว จะเป็นการเดาและตรวจสอบที่มีคุณค่า ซึ่งต่างจากการเดาแบบที่ไม่ได้อาศัยการคิดแต่อย่างใด กลยุทธ์การสอนอาจดำเนินการดังนี้

- 1.1 ให้นักเรียนคาดเดาคำตอบ
- 1.2 ตรวจสอบการเดากับเงื่อนไขต่างๆของปัญหา
- 1.3 ใช้ข้อมูลที่ได้รับการตรวจสอบเพื่อทำให้การเดามีประสิทธิภาพขึ้น
- 1.4 ดำเนินกระบวนการต่อไปจนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง

เช่น จินคิดถึงจำนวนสองจำนวน ถ้าจำนวนทั้งสองนั้นบวกกันจะได้ 136 แต่ถ้านำจำนวนมาก ลบด้วยจำนวนน้อยจะได้ 36 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น

แนวคิด : เดาและตรวจสอบ

- 1) เดาว่าจำนวนสองจำนวนนั้นคือ 100 และ 36 (ซึ่งมีผลบวก เป็น 136)

$$100 + 36 = 136 \text{ เป็นจริงตามโจทย์}$$

$$100 - 36 = 64 \text{ ไม่เป็นจริงตามโจทย์}$$

2) ผลลบต้องมีค่าน้อยลง จึงควรลดตัวตั้ง และเพิ่มตัวลบ เดว่าจำนวนสองจำนวน คือ 90 และ 46 (ซึ่งผลบวกเป็น 136)

$$90 + 46 = 136 \text{ เป็นจริงตามโจทย์}$$

$$90 - 46 = 44 \text{ ไม่เป็นจริงตามโจทย์}$$

3) เพิ่มตัวตั้งอีกเล็กน้อย และลดตัวลบ เดว่าจำนวนทั้งสอง เป็น 86 และ 50

$$86 + 50 = 136 \text{ เป็นจริงตามโจทย์}$$

$$86 - 50 = 36 \text{ เป็นจริงตามโจทย์}$$

จะเห็นได้ว่า การเดาและตรวจสอบนี้จะต้องเดา ตรวจสอบ และปรับปรุงการเดาไป ตามลำดับจนกระทั่งได้คำตอบที่ถูกต้อง

2. การแปลความโดยตรง (Direct translation) ประกอบด้วยการเลือกตัวเลขที่อยู่ในโจทย์ จากนั้นจึงใช้การดำเนินการกับจำนวนดังกล่าว เช่น เสื้อเชิ้ตราคา 5,000 บาท ร้านตัดป้ายลดราคา 25 % พอใจต้องการซื้อเสื้อตัวนี้ เขาต้องจ่ายเงินเท่าใด การใช้วิธีแปลความโดยตรงคือ แก้ปัญหาจาก ตัวเลขโจทย์ 5,000 และ 25 แล้วใช้การดำเนินการโดยการเทียบบรรทัดไตรยางค์ คือ ลด 25% หมายถึง ลดให้ 25 ส่วนจาก 100 ส่วน จ่ายเงิน 75 ส่วน ดังนั้น พอใจต้องจ่ายเงิน $5,000 \times 0.75 = 3,750$ บาท

3. การแจกแจงรายการหรือสร้างตาราง (List and table) การแจกแจงรายการ เป็นการ เขียนรายการที่เกิดขึ้นบางกรณี หรือกรณีที่เกิดขึ้นทั้งหมด เพื่อให้ครอบคลุมทุกกรณี การแจกแจง รายการจึงควรทำอย่างเป็นระบบ อาจใช้ตารางช่วยในการบันทึกข้อมูลและช่วยให้หาแบบรูปและกรณี ทั่วไปได้ง่ายขึ้น ในการใช้กลยุทธ์การสร้างตาราง ผู้ใช้จำเป็นต้องตัดสินใจว่าจะเลือกใช้ตารางแบบใด แนวนอนควรใช้แสดงอะไร และแนวตั้งควรใช้แสดงอะไร

เช่น ผลคูณของจำนวนนับสองจำนวนเป็น 720 ถ้านำจำนวนที่มากกว่าด้วยจำนวนที่น้อย จะได้ผลหารเป็น 5 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น

แนวคิด อาจใช้แจกแจงรายการเพื่อหาคำตอบที่ถูกต้อง โดยใช้การเดาและตรวจสอบ โดยเริ่มจาก จำนวนสองจำนวนคือ 720 และ 1 เนื่องจาก $720 \times 1 = 720$ แต่ $720 \div 1 = 720$ ดังนั้นต้องลด จำนวนที่มากและเพิ่มจำนวนที่น้อยไปตามลำดับ ซึ่งจะเขียนแสดงเฉพาะจำนวนสองจำนวนคูณกันได้ 720

จำนวนที่น้อย	1	2	3	4	5	6	8	9	10	12
จำนวนที่มาก	720	360	240	180	144	120	90	80	72	60
ผลคูณ	720	720	720	720	720	720	720	720	720	720
ผลหาร	720	180	80	45		20				

เนื่องจาก $60 \times 12 = 720$ และ $60 \div 12 = 5$ ดังนั้น จำนวนนับสองจำนวน คือ 60 และ 12

4. การเขียนแบบรูป (Pattern) ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางชนิดมีแบบรูป การค้นหารูปแบบทั่วไปของปัญหาอาจทำให้พบความสัมพันธ์บางอย่าง ซึ่งมีประโยชน์ในการหาคำตอบ ซึ่งหากโจทย์ปัญหานั้นกำหนดเงื่อนไขที่แน่นอนชัดเจนก็จะสามารถหารูปทั่วไปของแบบรูปนั้นๆได้ ซึ่งนักเรียนควรได้เรียนรู้ การวิเคราะห์แบบรูปและหารูปทั่วไปจากการสังเกต การตรวจสอบรูปทั่วไปจากข้อมูลที่มีอยู่ การสร้างแบบแผนการพิสูจน์เพื่อตรวจสอบรูปทั่วไป

เช่น จงหา 3 จำนวนถัดไปของแบบรูปต่อไปนี้

1, 4, 7, 10, 13, 16, ...

วิเคราะห์ ว่าผลต่างของจำนวนสองจำนวนที่อยู่ติดกันเป็น 3

1, 4, 7, 10, 13, 16, ...



ผลต่าง 3 3 3 3 3

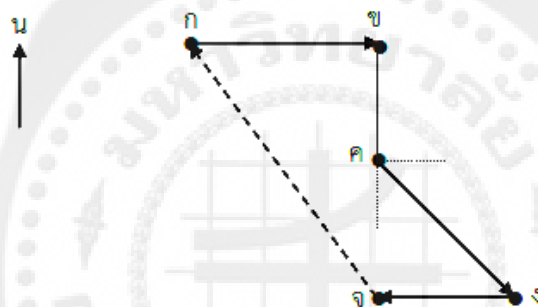
เป็นแบบรูปที่เพิ่มขึ้นทีละ 3 โดยเริ่มจาก 1 ดังนั้น 3 จำนวนถัดไปน่าจะเป็น 19, 22, 25

5. การวาดรูปหรือสร้างแบบจำลอง(Picture or model) ในทางคณิตศาสตร์ แบบจำลองเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสำหรับใช้อธิบายโมเดลทางคณิตศาสตร์ การสร้างแบบจำลองอย่างง่าย ๆ เช่นการวาดรูปจะช่วยให้เกิดความเข้าใจปัญหาคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น แบบจำลองที่เหมาะสมสำหรับปัญหาที่กำหนดให้อาจมีมากกว่าหนึ่งแบบ การจะเลือกแบบจำลองใดขึ้นอยู่กับความสามารถในการรับรู้ว่าจะอะไรเป็นสิ่งสำคัญในปัญหา ใช้แบบจำลองที่เลือกสรรแล้วเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา ในบางครั้งตัวแบบจำลองเองคือปัญหาที่ต้องแก้ หรือบางครั้งอาจใช้แบบจำลองเพื่อช่วยจัดระบบข้อมูลในการแก้ปัญหา หรือช่วยให้เข้าใจเพิ่มขึ้น แบบจำลองอาจช่วยให้เห็นกระบวนการซึ่งสามารถนำมาประยุกต์ใช้แก้ปัญหา

เช่น ลูกเสือเดินทางไกลโดยออกเดินทางจากโรงเรียนไปทางทิศตะวันออก เป็นระยะทาง 5 กิโลเมตรแล้วเดินทางไปทางใต้เป็นระยะทาง 3 กิโลเมตร จากนั้นเดินทางไปทางทิศตะวันออกเฉียงใต้เป็นระยะทาง 5 กิโลเมตรและเดินทางไปทางทิศตะวันตกเป็นระยะทาง 3.5 กิโลเมตร แล้วตั้งค่ายพักแรม ค่ายพักแรม อยู่ห่างจากโรงเรียนประมาณกี่กิโลเมตร

แนวคิด : จากโจทย์อาจใช้การวาดรูปและหาคำตอบโดยการวัดได้ดังนี้

จากจุด ก ลาก ก□ข ไปทางทิศตะวันออก ยาว 5 หน่วย จากจุด ข ลาก ข□ค ไปทางทิศใต้ (ตั้งฉากกับ ก□ข) และ ข□ค ยาว 3 หน่วย จากจุด ค ลาก ค□ง ไปทางทิศตะวันออกเฉียงใต้ (ทำมุม 135 องศา กับ ค□ข และ ค□ง ยาว 5 หน่วย) จากจุด ง ลาก ง□จ ไปทางทิศตะวันตก ยาว 3.5 หน่วย (ถ้าสร้างได้ถูกต้อง จะพบว่าจุด จ อยู่ในแนวกับ ข□ค) วัดระยะ ก□จ ได้ประมาณ 8.2 หน่วย



ดังนั้น ค่ายพักแรมอยู่ห่างจากโรงเรียนประมาณ 8 กิโลเมตร

6. การตัดออก (Cutting out) การตัดออกเป็นกลยุทธ์หนึ่งที่นิยมใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน นักเรียนบางคนอาจใช้ควบคู่กับการเดาและการตรวจสอบ ซึ่งกระบวนการตรวจสอบอาจดำเนินการได้เป็นลักษณะต่างๆ เช่น เลือกใช้ร่องรอยหรือเงื่อนไขของปัญหาอย่างระมัดระวัง ตัดส่วนที่ไม่เกี่ยวข้องส่วนใหญ่ออกไป ใช้การให้เหตุผลทางตรงในกระบวนการของการตัดออก ใช้วิธีอื่นๆ เช่น ตรวจสอบคำตอบที่เป็นไปได้ และคำตอบที่มีข้อขัดแย้งกับเงื่อนไขต่างๆ

เช่น กำหนดจำนวนต่อไปนี้ให้

4356	9084	5471	9346	4782	7623
2420	3474	1267	12678	2094	6540
4350	4140	5330	3215	4456	

จงหาจำนวนที่หารด้วย 6 และ 5 ได้ลงตัว

แนวคิด : 1. มีเงื่อนไขอยู่ 2 เงื่อนไข เราอาจพิจารณาเงื่อนไขที่สอง ก่อนก็ได้ เนื่องจากง่ายต่อการตัดออก สำหรับจำนวนที่สอดคล้องกับเงื่อนไขข้อ 2) คือจำนวนที่ลงท้ายด้วย 5 หรือ 0 (จึงตัดจำนวนที่หลักหน่วยไม่เป็น 5 หรือ 0 ออก) จำนวนที่เหลือได้แก่ 2420 , 6540 , 4350 , 4140 , 5330 และ 3215 2. จำนวนที่หารด้วย 6 ได้ลงตัวได้แก่ 6540 , 4350 , 4140

7. การใช้การดำเนินการหรือเขียนสมการ (Operation) ในการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดให้ในรูปของการเขียนสมการ นักเรียนต้องวิเคราะห์ปัญหาเพื่อหาว่า ข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดให้มีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้นจึงกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหา หรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดให้ แล้วเขียนสมการหรือสมการแสดงความสัมพันธ์ แล้วใช้การดำเนินการต่างๆ ในการหาคำตอบ เช่น สมบัติการถ่ายทอด สมบัติการบวก สมบัติการคูณ เป็นต้น

เช่น ชินและน้องมีเงินรวมกัน 142 บาท ชินมีเงินมากกว่าน้องอยู่ 46 บาท ชินมีเงินเท่าไร และน้องมีเงินเท่าไร

แนวคิด : โจทย์ข้อนี้อาจใช้กลยุทธ์การเดาและตรวจสอบ หรือกลยุทธ์การแจกแจงรายการหรือการสร้างตารางดังที่กล่าวมาแล้ว แต่อาจใช้วิธีแก้ปัญหโดยเขียนสมการได้เช่น

ให้ฉันมีเงิน	a	บาท
น้องจะมีเงิน	$142 - a$	บาท
แต่ฉันมีเงินมากกว่าน้อง	46	บาท
จะได้สมการ	$a - (142 - a) = 46$	
	$2a - 142 = 46$	
	$2a = 46 + 142$	
	$2a = 188$	
	$a = 94$	

ดังนั้น ชินมีเงิน 94 บาท น้องมีเงิน $142 - 94 = 48$ บาท

เมื่อตรวจสอบคำตอบจะพบว่า $94 + 48 = 142$ และ $94 - 48 = 46$ สอดคล้องกับโจทย์

8. การใช้การหาเหตุผลที่สมเหตุสมผล (logical reasoning) เป็นการแก้ปัญหที่ใช้หลักการเป็นเหตุเป็นผลและไม่เกิดข้อขัดแย้ง เนื่องจากปัญหาคณิตศาสตร์บางอย่างไม่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ แต่ต้องใช้เหตุผลในการคิด เช่น การหาความสัมพันธ์สมเหตุสมผลของนิพจน์ที่กำหนดให้

เช่น บริษัทโคเนื้อเกษตรกรรมไทย จังหวัดขอนแก่น มีโคเนื้ออยู่ 10,000 ตัว ต้องการขนส่งโคเนื้อทั้งหมดไปกรุงเทพมหานคร จงตอบคำถามต่อไปนี้พร้อมทั้งให้เหตุผล

- 1) ถ้าบริษัทมีรถสำหรับบรรทุกโคเนื้ออยู่ 4 คัน มีคนขับรถอยู่ 4 คน คาดว่าจำเป็นต้องใช้เวลาในการขนส่งกี่วัน เพราะเหตุใด
 - 2) ถ้าใช้คนขับรถ 100 คน และรถบรรทุก 100 คัน จะใช้เวลาในการขนส่งประมาณกี่วัน
 - 3) ถ้าต้องการขนส่งโคเนื้อให้เสร็จสิ้นภายใน 10 วัน จะมีทางเป็นไปได้หรือไม่ อย่างไร
- ในการตอบคำถามข้อนี้ นักเรียนจะต้องศึกษาข้อมูลอีกหลายประการ เช่น จำนวนโคเนื้อ

ที่จะบรรลุได้ในแต่ละเที่ยว ระยะทางจากบริษัทโคเน็ชชอนแก่นถึงปลายทางกรุงเทพมหานคร หรือ เวลาที่ใช้ในการเดินทางในแต่ละเที่ยว หรือเวลาที่คนขับรถทำงานในแต่ละวัน เป็นต้น

9. การทำย้อนกลับ(Working backward) ปัญหาการพิสูจน์ทางเรขาคณิต บางครั้งอาจใช้ แนวทางการพิสูจน์โดยเริ่มจากผลไปหาเหตุ แล้วจึงมาเขียนลำดับการพิสูจน์ใหม่จากเหตุไปหาผล การหาเอกลักษณ์ในตรีโกณมิติ บางครั้งอาจต้องหาแนวทางการพิสูจน์ทั้งจากซ้ายไปขวา และจากขวาไปซ้าย เมื่อพิสูจน์มาจนเท่ากันแล้ว จึงนำไปเขียนเรียงลำดับจากซ้ายไปขวา หรือจากขวาไปซ้ายได้อย่างใดอย่างหนึ่ง

และจากงานวิจัยของ ปณัฏฐา ศิริเดช (2554) พบว่า เมื่อผู้เรียนได้มีการใช้กลยุทธ์การเดา และการตรวจสอบ (Guess and Test) การใช้ตัวแปร (Use a Variable) การใช้แบบรูป (Use a pattern) การเขียนรูปภาพ (Draw a picture) เป็นต้น ร่วมกับการใช้สูตรในการคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบ ซึ่งกลยุทธ์ดังกล่าวเป็นอีกแนวทางหนึ่งที่ช่วยให้นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลายขึ้น เป็นการเปิดโอกาสและให้อิสระทางความคิดกับนักเรียน ไม่สกัดกั้นความคิด ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองมีแนวทางการคิดที่หลากหลายขึ้นกว่าที่เรียนอยู่ในหลักสูตรทั่ว ๆ ไป การเลือกนำกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน ช่วยส่งเสริมและพัฒนาการคิดได้อีกวิธีการหนึ่งซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของรุ่งทิพา นานำรุ่ง (2550, 169-170) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควร มุ่งเน้นให้นักเรียนได้นำเสนอตัวแทนความคิดในรูปแบบที่หลากหลาย หรือมีวิธีการคิดหลาย ๆ วิธี ซึ่งจะช่วยให้งานจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์บรรลุเป้าหมายได้

กลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีอยู่หลากหลายวิธีการสรุปได้ดังนี้

1. การเดาและการตรวจสอบ (Guess and check)
2. การแปลความโดยตรง (Direct translation)
3. การแจกแจงรายการหรือสร้างตาราง (List and table)
4. การเขียนแบบรูป (Pattern)
5. การวาดรูปหรือสร้างแบบจำลอง (Picture or model)
6. การตัดออก (Cutting out)
7. การใช้การดำเนินการหรือเขียนสมการ (Operation)
8. การใช้การหาเหตุผลที่สมเหตุสมผล (logical reasoning)
9. การใช้การทำย้อนกลับ (Working backward)

ดังนั้นผู้วิจัยจึงนำกลวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาใช้ในกระบวนการเรียนการสอนเพื่อสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นดังนี้ การเดาและการตรวจสอบ การแปลความโดยตรง การเขียนแบบรูป การวาดรูปหรือสร้างแบบจำลอง การดำเนินการหรือการเขียนสมการ และการหาเหตุผลที่สมเหตุสมผล

1.2.4 องค์ประกอบที่ส่งผลต่อสมรรถนะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สสวท. (2550: 2-4) ได้เสนอแนะองค์ประกอบที่ส่งผลต่อสมรรถนะด้านการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ปัจจัยสำคัญในการทำ ความเข้าใจปัญหา ประการแรก คือ ทักษะการอ่าน การจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะการอ่านสามารถทำได้ในเวลาเรียนคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะโจทย์ตัวอย่างหรือแบบฝึกทักษะเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา ผู้สอนไม่ควรเริ่มต้นโดยมุ่งแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบของปัญหาเลยทีเดียวแต่ควรฝึกให้อ่าน และทำความเข้าใจข้อความในโจทย์ปัญหาก่อน ซึ่งอาจฝึกเป็นรายบุคคล หรือฝึกเป็นกลุ่มโดยอภิปรายร่วมกัน ถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหาความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความพอเพียงหรือความเกินพอ ของข้อมูลที่กำหนดให้ประการที่สอง การใช้กลยุทธ์วิธีที่ช่วยเพิ่มความเข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้น เช่น การเขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหา ช่วยทำให้ปัญหามีความเป็นรูปธรรมมากขึ้นและทำให้เข้าใจได้ง่ายขึ้น ประการที่สาม การใช้ลักษณะปัญหา คล้ายกับปัญหาในชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกและทำความเข้าใจ เช่น ปัญหาที่กำหนดข้อมูลให้เพียงพอ หรือกำหนดข้อมูลเกินความจำเป็นเพื่อให้ผู้เรียนฝึกวิเคราะห์ว่าข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดใช้ได้บ้าง หรือว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ต้องการข้อมูลใดเพิ่มเติมอีกบ้าง

2. ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา การแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนในระดับ ประถมศึกษาก่อนที่นักเรียนแสดงวิธีทำจะเขียนประโยคสัญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์ ของข้อมูล ต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ก่อน เช่น

3. ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหา หลังจากทำความเข้าใจปัญหา และวางแผน แก้ปัญหาแล้ว ขั้นตอนต่อไปเป็นการพัฒนาความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหา ซึ่งขั้นตอนนี้ต้อง อาศัยทักษะการคิดคำนวณ หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ในขั้นตอนการแก้ปัญหานี้ นักเรียน ต้องตีความ ขยายความเพื่อนำไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจนตามลำดับขั้นตอน สามารถสร้างให้ เกิดขึ้นได้อย่างซ้ำ ๆ ในตัวผู้เรียนจากการทำโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัดนั่นเอง โดยการฝึกให้นักเรียน วางแผนจัดลำดับความคิดก่อนแล้วจึงแสดงวิธีการหาคำตอบตามลำดับความคิดเห็น สำหรับปัญหาที่ มีการคิดคำนวณถ้านักเรียนได้รับการฝึกมาอย่างพอเพียง ก็จะไม่เป็นปัญหาแต่อย่างใด แต่สำหรับ ปัญหาที่ต้องการคำอธิบายการให้เหตุผลจะต้องได้รับการฝึกฝนซึ่งผู้สอนสามารถทำได้โดยการ

สร้างกิจกรรมเพื่อปลูกฝังและฝึกการใช้ความคิดการให้เหตุผลของนักเรียนได้จากกิจกรรมการเรียนการสอนทั่ว ๆ ไป เช่น การสร้างโจทย์ปัญหาที่ต้องการคำอธิบายนอกเหนือไปจากโจทย์ปัญหาที่สำคัญเป็นปริมาณ

4. ความสามารถในการตรวจสอบ การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ กระบวนการแก้ปัญหาต้องอาศัยทักษะการคิดคำนวณ การประมาณคำตอบ เมื่อนักเรียนวางแผนแก้ปัญหาแล้ว ก่อนคิดคำนวณควรฝึกให้นักเรียน ประมาณหรือคาดคะเนคำตอบก่อน จากนั้นจึงคิดคำนวณแล้วเทียบกับคำตอบที่ได้กับคำตอบที่คาดคะเนไว้เพื่อพิจารณาความเป็นไปได้ของคำตอบ เมื่อได้คำตอบแล้ว การตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบแต่เพียงอย่างเดียวมันยังอาจไม่เพียงพอ ผู้สอนควรกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักแปลความหมายของคำตอบนั้นว่ามีความสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่มีความเหมาะสมหรือไม่เพียงพอ ผู้สอนต้องชี้แนะให้นักเรียนเห็นว่าการแปลความหมายของคำตอบนี้มีความสำคัญเท่ากับวิธีการหาคำตอบ ซึ่งเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบอาจอาศัยความรู้สึกเชิงจำนวน (number sense) หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ (spatial sense)

1.2.5 แนวทางการพัฒนาสมรรถนะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (National council of Teacher of Mathematics) (NCTM, 2000: 256-258) ได้เสนอว่าครูควรมีบทบาทในการช่วยพัฒนาสมรรถนะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. สร้างทักษะการวิเคราะห์ปัญหาด้วย การเลือกใช้ปัญหาที่มีข้อมูลมากเกินไปหรือไม่จำเป็นแล้ว ให้นักเรียนฝึกการเลือกใช้ข้อมูลที่สามารถช่วยในการแก้ปัญหาได้
2. ทำหายนักเรียนด้วยการใช้ปัญหาแบบเปิด (open ended) ที่มีมากกว่า 1 คำตอบหรือมีวิธีการหาคำตอบหลายวิธี
3. เน้นการทำงานเป็นกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาและช่วยเพิ่มแรงจูงใจส่งเสริมการสื่อสารและการร่วมมือในการค้นหาวิธีการแก้ปัญหา
4. ครูควรให้นักเรียนสร้างปัญหาที่น่าสนใจบนสถานการณ์ที่หลากหลาย
5. ครูให้โอกาสนักเรียนในการอธิบายกลวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา และวิธีการหาคำตอบเพื่อร่วมกันสรุปวิธีการที่ครอบคลุม ซึ่งสามารถใช้แก้ปัญหาทั่วๆไป ได้
6. ครูควรเน้นประเด็นสำคัญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์คือการทำความเข้าใจปัญหา และการทบทวนคำตอบที่ได้มา
7. ครูเน้นให้นักเรียนใช้ประสบการณ์เดิมและแนะนำการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหา เช่น การค้นหารูปแบบ การสร้างตาราง การคิดย้อนกลับ อย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

8. ฝึกให้นักเรียนได้ประเมินตนเองว่า ในการแก้ปัญหา นั้น นักเรียนทราบอะไร ไม่ทราบอะไร แก้ปัญหาอย่างไรแล้วได้คำตอบที่ถูกต้อง แก้ปัญหาอย่างไรแล้วไม่ได้คำตอบที่ถูกต้อง เพราะอะไร เพื่อให้นักเรียนได้คิดย้อนกลับและไตร่ตรอง

เลสเตอร์ (Lester, 2013: 5-6) การกล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาสมรรถนะการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์โดยแบ่งเป็นแนวทางการพัฒนาสำหรับครูและสำหรับนักเรียน ดังนี้

1. หน้าที่ของครูในการส่งเสริมการพัฒนาสมรรถนะการแก้ปัญหาให้กับนักเรียนมีดังนี้
 - 1.1 ครูมีความชำนาญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 1.2 ครูสามารถออกแบบและเลือกภาระงานที่เหมาะสมกับการเรียนการสอน
 - 1.3 ครูสามารถให้คำแนะนำที่สมเหตุสมผลเมื่อได้สังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาของ

นักเรียน

- 1.4 ให้ความสนใจนักเรียนและแนะนำวิธีการในการแก้ปัญหา
 - 1.5 สร้างบรรยากาศในห้องเรียนให้เอื้ออำนวยต่อการสำรวจและการแบ่งปันข้อมูล
2. หน้าที่ของนักเรียนในการเรียนรู้เพื่อพัฒนาสมรรถนะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มี

ดังนี้

- 2.1 นักเรียนควรมีความรู้ทางคณิตศาสตร์เพียงพอในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 2.2 นักเรียนมีความรู้เกี่ยวกับกลวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์รูปแบบต่างๆ
- 2.3 นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย
- 2.4 นักเรียนต้องมีสัญชาตญาณในการต้องการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้ประสบ

ผลสำเร็จ

ครูลิคและรุดนิค (Krulik; & Rudnick, 2003: 170-174) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาสมรรถนะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยได้เน้นที่การจัดการเรียนการสอนของครู ดังนี้

1. ครูควรสร้างบรรยากาศในห้องเรียนให้นักเรียนได้เกิดแรงจูงใจ สนใจในการแก้ปัญหา และเกิดความรู้สึกว่าสามารถแก้ปัญหาได้
2. ครูควรเน้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนรู้ถึงวิธีการแก้ปัญหาให้นักเรียนพิจารณาข้อความเป็นส่วนสำคัญในการช่วยแก้ปัญหา
3. ครูเสนอกลวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลายและวิธีแก้ปัญห่อื่นๆที่แตกต่างจากแนวคิดของนักเรียน
4. เน้นให้นักเรียนได้ทำงานเป็นกลุ่มและฝึกให้นักเรียนสร้างปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองโดยอาจเชื่อมโยงกับชีวิตจริง เพื่อเน้นให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์และจินตนาการ

ปรีชา เนาร์เย็นผล (2544) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาสมรรถนะการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์ โดยประยุกต์ขั้นตอนของโพลยามาเป็นวิธีการพัฒนา ดังต่อไปนี้

1. พัฒนาความสามารถในการเข้าใจในปัญหา

1.1 พัฒนาทักษะการอ่านโดยการวิเคราะห์ความสำคัญ ความเข้าใจในปัญหาเป็น
รายบุคคลหรือกลุ่ม อภิปรายความเป็นไปได้ของคำตอบ ความเพียงพอหรือความเกินพอของข้อมูลที่ใช้
เพิ่มเติม

1.2 การใช้กลวิธีเพื่อเพิ่มพูนความเข้าใจ มีรายละเอียดดังนี้

1.2.1 การเขียนภาพ แผนภาพหรือการใช้แบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์
ของข้อมูล จะช่วยให้ข้อมูลมีความเป็นรูปธรรมทำให้นักเรียนเข้าใจได้ง่ายขึ้น

1.2.2 เน้นโครงสร้างของปัญหาให้มีความชัดเจน โดยการลดปริมาณที่
กำหนดให้ปัญหาลง โดยคำนึงถึงความเป็นไปได้และความมีเหตุผล

1.2.3 มีการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา

1.2.4 ปรับเปลี่ยนสถานการณ์ให้เป็นเรื่องที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน

1.3 ในการใช้ปัญหาในชีวิตประจำวันมาให้นักเรียนฝึกทำความเข้าใจ โดยกำหนด
ข้อมูลเกินความจำเป็นหรือไม่เพียงพอ เพื่อให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ว่า ข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดไม่ใช่
หรือข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ซึ่งจะสอดคล้องกับชีวิตประจำวันที่บางครั้งมีข้อมูลมากมายที่
นักเรียนจะต้องเลือกนำข้อมูลที่เกี่ยวข้องมาใช้ หรือบางครั้งข้อมูลอาจไม่เพียงพอ นักเรียนต้องหาข้อมูล
เพิ่มเพื่อให้เพียงพอต่อการแก้ปัญหา

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผน

ถ้าโจทย์มีความซับซ้อน ควรฝึกให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์และเขียนหรือพูด
ลำดับขั้นตอนการทำงานอย่างคร่าวๆ ก่อนลงมือทำ เพราะขั้นตอนดังกล่าวเป็นเสมือนการวางแผนใน
การแก้ปัญหา ถ้านักเรียนฝึกสม่ำเสมอทำให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการวางแผน
แก้ปัญหา ซึ่งมีแนวทางดังนี้

2.1 ครูไม่บอกวิธีแก้ปัญหาโดยตรง แต่จะกระตุ้นโดยใช้คำถามนำแล้วให้นักเรียนหา
คำตอบ ถ้ายังตอบไม่ได้ให้เปลี่ยนคำถามให้ง่ายลง ซึ่งคำตอบของนักเรียนจะช่วยให้มีแผนการในการ
แก้ปัญหา

2.2 ส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมดั่งๆ (Think around) เพื่อบอกให้ผู้อื่นทราบว่าตน
คิดอะไร การคิดออกมดั่งๆ อาจอยู่ในรูปแบบการสนทนาหรือการเขียนลำดับขั้นตอนการคิดให้ผู้อื่น
ทราบเพื่อให้เกิดการอภิปรายหาแนวทางการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 สร้างลักษณะนิสัยการคิดวางแผนก่อนลงมือทำให้กับนักเรียน เพื่อให้เห็นภาพรวมของปัญหาและสามารถประเมินความเป็นไปได้ก่อนลงมือแก้ปัญหา ป้องกันการผิดพลาดหรือแก้ไขข้อบกพร่องได้ทันที เน้นวิธีการแก้ปัญหาสำคัญกว่าคำตอบ

2.4 ให้นักเรียนฝึกทักษะแก้ปัญหา โดยเป็นปัญหาที่ท้าทายเหมาะสมกับความสามารถ ไม่ยากหรือง่ายจนเกินไป

2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหา ควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 รูปแบบ เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน

ในการดำเนินการตามแผน นักเรียนต้องตีความ ขยายความ นำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียด ชัดเจน และประเมินความสามารถที่จะดำเนินการว่าทำได้หรือไม่

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ

การตรวจสอบการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็น คือ การตรวจสอบขั้นตอนตั้งแต่เริ่มต้นจนเสร็จสิ้นกระบวนการอีกครั้งหนึ่ง รวมทั้งหากลยุทธ์อื่นในการแก้ปัญหา ประเด็นที่สองคือ มองไปข้างหน้าเป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาโดยสร้างสรรค์ปัญหาที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันขึ้นมาใหม่ มีแนวทางการพัฒนา ดังนี้

4.1 กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ให้เคยชิน

4.2 ฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบ

4.3 ฝึกการตีความหมายของคำตอบ

4.4 สนับสนุนให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยวิธีหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี

4.5 ให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน

ผู้วิจัยได้สรุปแบบทางการพัฒนาสมรรถนะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังตาราง 6

ตาราง 6 แนวทางการพัฒนาสมรรถนะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

นักวิชาการ	แนวทางการพัฒนาสมรรถนะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	
	บทบาทของครู	บทบาทของนักเรียน
NCTM (2000)	1. ฝึกให้นักเรียนเลือกใช้ข้อมูลที่สามารถช่วยแก้ปัญหาได้ 2. ใช้ปัญหาปลายเปิด(open ended) 3. เน้นการทำงานกลุ่ม 4. ให้นักเรียนสร้างปัญหาที่น่าสนใจ 5. ให้นักเรียนอธิบายกลวิธีที่ใช้แก้ปัญหาและการหาคำตอบ 6. ฝึกให้นักเรียนได้ประเมินตนเอง	
Lester (2013)	1. มีความชำนาญในการสอน 2. ออกแบบภาระงานที่เหมาะสม 3. ให้คำแนะนำที่สมเหตุสมผล 4. แนะนำวิธีแก้ปัญหา 5. สร้างบรรยากาศให้เอื้อต่อการแบ่งปันข้อมูล	1. มีความรู้เพียงพอในการแก้ปัญหา 2. มีความรู้เรื่องกลวิธีการแก้ปัญหา 3. มีความสามารถในการใช้ตัวแสดงแทน 4. มีสัญชาตญาณในการแก้ปัญหา
Krulik and Rudnick (2003)	1. สร้างบรรยากาศที่ดีในห้องเรียน 2. เน้นกิจกรรมที่ให้นักเรียนรู้ถึงวิธีการแก้ปัญหา 3. เสนอกลวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย 4. เน้นการทำงานกลุ่ม	
ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544)	1. เน้นให้นักเรียนเขียนภาพหรือแบบจำลองเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล 2. ใช้ปัญหาในชีวิตจริงให้นักเรียนฝึกความเข้าใจ 3. ครูกระตุ้นโดยใช้คำถามและให้นักเรียนหาคำตอบ 4. สร้างนิสัยคิดวางแผนก่อนลงมือทำ 5. ฝึกให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาเอง	1. มีทักษะการอ่านโดยสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ 2. สามารถนำข้อมูลที่ได้มาเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์หรือเขียนลำดับขั้นตอนง่ายๆก่อนลงมือทำ 3. เห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบ

จากแนวทางการพัฒนาสมรรถนะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว ผู้วิจัยได้นำแนวทางการพัฒนาสมรรถนะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในขั้นตอนการจัดกระบวนการเรียนการสอนในงานวิจัยชิ้นนี้ และได้สรุปแนวทางการพัฒนาสมรรถนะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. บทบาทของครูในการส่งเสริมการพัฒนาสมรรถนะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยครูควรเลือกใช้ปัญหาปลายเปิด เพื่อสร้างทักษะการวิเคราะห์ปัญหา และเปิดโอกาสให้นักเรียนนำกลวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา แล้วร่วมกันสรุปวิธีการที่ครอบคลุมเพื่อใช้แก้ปัญหาต่างๆ ไปได้ เช่น การเขียนแผนภาพ การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา โดยครูสามารถให้คำแนะนำที่สมเหตุสมผลเพื่อสร้างลักษณะนิสัยการคิดวางแผนก่อนลงมือทำ เพื่อให้เห็นภาพรวมของปัญหา และครูควรฝึกให้นักเรียนมีความสามารถในการตรวจสอบและมองการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์

2. บทบาทของนักเรียนในการเรียนรู้เพื่อพัฒนาสมรรถนะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนควรมีความรู้ทางคณิตศาสตร์เพียงพอ นอกจากนี้ควรในความรู้เกี่ยวกับกลวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์รูปแบบต่างๆ นอกจากนี้นักเรียนควรมีสัญชาตญาณในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้เป็นผลสำเร็จ และสามารถประเมินปัญหาได้ว่าปัญหานี้ นักเรียน ทราบอะไร ไม่ทราบอะไร แก้ปัญหาอย่างไรแล้วได้คำตอบที่ถูกต้อง เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการคิดย้อนกลับ

12.6 การประเมินผลสมรรถนะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2550: 166-171) ได้กล่าวถึงการประเมินสมรรถนะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีหลักการอยู่ 4 ประการดังนี้

1. การประเมินผลจะต้องมีข้อสอบที่มีลักษณะคำถามแบบเจาะลึกแนวคิด ยุทธวิธี และกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน
2. การประเมินผลจะต้องใช้การสังเกตและการใช้คำถามควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอน
3. การประเมินผลจะต้องส่งเสริมให้นักเรียนเขียนบันทึกเพื่อสะท้อนกระบวนการคิดของตนเอง

4. การประเมินจะต้องมีเกณฑ์การให้คะแนนที่เป็นระบบและชัดเจน

ชาร์ล เลสเตอร์และโอเดฟเฟอร์ (Charles; Lester; & O'Daffer, 2008: 20-30) ได้กล่าวถึงวิธีการการประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า มี 4 วิธี ดังต่อไปนี้

1. การสังเกตและการใช้คำถาม (Observing and questioning) ครูจะใช้คำถามให้กับนักเรียนขณะที่กำลังแก้ปัญหาพร้อมทั้งใช้การสังเกตอย่างไม่เป็นทางการ กลวิธีในการแก้ปัญหาของ

นักเรียน เพื่อให้ได้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์เกี่ยวกับการแสดงออก เจตคติ ซึ่งการใช้คำถามและการสังเกตสามารถใช้เพื่อประเมินการทำงานเป็นรายกลุ่ม หรือรายบุคคล เนื่องจากครูมีข้อจำกัดในด้านเวลาในการจัดบันทึกเมื่อมีการอภิปรายทั้งชั้นเรียน เครื่องมือการประเมินที่ครูต้องเตรียมล่วงหน้า คือ แบบตรวจสอบรายการ หรือมาตราประมาณค่า เป็นต้น

2. การใช้การประเมินข้อมูลจากตัวของนักเรียน (Using self-assessment data from students) การใช้การประเมินรูปแบบนี้จะมีคุณค่ามากหรือน้อยขึ้นอยู่กับความซื่อสัตย์ของนักเรียนในการเขียนบันทึกแสดงความรู้สึก และความคิดของนักเรียนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่กำหนด ซึ่งเครื่องมือสำหรับการประเมินวิธีนี้คือ สมุดบันทึกของนักเรียน (Student reports) โดยนักเรียนต้องเขียนเล่าประสบการณ์ที่ได้จากการแก้ปัญหาหลังจากการแก้ปัญหานั้นเสร็จแล้ว เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถมองย้อนกลับและอธิบายความคิดของตนเองได้ ครูสามารถใช้คำถามเหล่านี้ช่วย เช่น

นักเรียนจะทำอะไร เมื่อเจอปัญหานักเรียนคิดถึงอะไร

นักเรียนใช้กลยุทธ์ใดในการแก้ปัญหา ผลเป็นอย่างไร มีอะไรเกิดขึ้นบ้าง และกลยุทธ์นั้นสามารถได้คำตอบหรือไม่

หากแก้ปัญหาไม่สำเร็จ นักเรียนได้ลองหากลยุทธ์อื่นมาใช้หรือไม่ ผลเป็นอย่างไร

โดยรวมแล้วนักเรียนรู้สึกอย่างไรเกี่ยวกับการแก้ปัญหานี้ เป็นต้น

3. การใช้แบบทดสอบ (Using tests) ได้แก่ แบบทดสอบชนิดเลือกตอบ (Multiple choice tests) จะประกอบด้วยข้อคำถาม แต่ละคำถามจะมีตัวเลือกหลายตัวเลือก ให้นักเรียนเลือกตอบตัวเลือกที่คิดว่าถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว และแบบทดสอบแบบเติมคำหรือแสดงวิธีทำ (Completion tests) ประกอบด้วยคำถามที่จะเว้นช่องว่างให้นักเรียนเติมคำหรือแสดงวิธีทำที่ถูกต้องลงไป

4. การให้คะแนนแบบรูบริก (Rubric scoring) แบ่งเป็น 2 ประเภทคือ

4.1 การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic Rubric) เป็นการให้คะแนนที่เน้นภาพโดยรวมของคำตอบ โดยไม่ได้พิจารณาเฉพาะคำตอบเท่านั้น ซึ่งการสร้างเกณฑ์การให้คะแนนจะไม่กำหนดคะแนนแยกแยะลงไปถึงประเด็นต่างๆ ของกระบวนการคิด แต่จะกำหนดน้ำหนักคะแนนสำหรับภาพรวมของคำตอบทั้งหมด ซึ่งการให้คะแนนแบบองค์รวมจะเปิดโอกาสให้มีการประเมินการเขียนของนักเรียน เน้นการพิจารณากระบวนการที่ใช้ไม่ใช่เฉพาะคำตอบเท่านั้น

3 คะแนน	หลักฐานการใช้ทักษะต่างๆ / ยุทธศาสตร์ต่างๆ ที่ทะลุปรุโปร่งและรู้แจ้ง : ทักษะงานต่างๆ และยุทธศาสตร์ต่างๆ แสดงถึงหลักฐานของการคิดเพื่อสำรวจปัญหา • งานของผู้เรียนชัดเจนและมีจุดเน้น • ทักษะต่างๆ และยุทธศาสตร์ต่างๆ เหมาะสมและชี้ให้เห็นถึงการคิดที่รู้แจ้ง • ผู้เรียนได้ขยายข้อสรุปที่เป็นไปได้ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา
	หลักฐานการใช้ทักษะต่างๆ และยุทธศาสตร์ที่เป็นประจำหรือบางส่วน : ทักษะต่างๆ และยุทธศาสตร์ต่างๆ มีจุดเน้นที่ไม่ชัดเจน • ผู้เรียนประยุกต์ใช้ยุทธศาสตร์บางส่วน • ยุทธศาสตร์ของผู้เรียนดำเนินการไม่ได้เต็มที่ • ผู้เรียนเริ่มปัญหาได้อย่างเหมาะสม แต่เปลี่ยนจุดเน้นไม่ถูกต้อง • ผู้เรียนจัดระบบรูปแบบหรือความสัมพันธ์ แต่ไม่ได้ขยายให้ถูกต้อง
1 คะแนน	ข้อจำกัดด้านทักษะ/ ยุทธศาสตร์ : ทักษะและยุทธศาสตร์ขาดจุดศูนย์กลางและไม่มีรายละเอียดหรือมีเพียงคร่าวๆ • ไม่ได้บันทึกวิธีการ/ลำดับขั้นตอน • ไม่มีหลักเกณฑ์ในการใช้ยุทธศาสตร์ • ผู้เรียนไม่ได้ค้นคว้า/ศึกษาปัญหา เพื่อสร้างมโนทัศน์ หรือความสัมพันธ์ • ผู้เรียนไม่มีทางเลือกอื่นในการแก้ปัญหาตามที่ควรจะเป็น

เกณฑ์การผ่าน ตั้งแต่ระดับ 2 ขึ้นไป

สรุป ☐ ผ่าน ☐ ไม่ผ่าน

ภาพประกอบ 1 การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic Rubric) การประเมินสมรรถนะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). การวัดประเมินผลคณิตศาสตร์. หน้า 86

4.2 การให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytic Rubric) เป็นการพิจารณาขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาไม่ใช่พิจารณาเพียงคำตอบเท่านั้น เป็นการกำหนดคุณค่างานของนักเรียนด้วยการให้คะแนนที่ชัดเจน ช่วยให้ครูเห็นจุดอ่อนและจุดแข็งในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาของนักเรียนอย่างตรงประเด็น ได้ข้อมูลเฉพาะเกี่ยวกับผลที่เกิดจากกิจกรรมการสอนที่หลากหลาย และมาตรฐานการให้คะแนนสามารถปรับเปลี่ยนได้ตามความเหมาะสม

ตัวชี้วัด ระดับ	ความเข้าใจ ปัญหา	วิธีการที่ใช้	การอธิบายด้วยการ พูดหรือการเขียน	ความพอใจใน สิ่งที่ต้องการ
ระดับ 4 ขั้นสูง	แสดงความเข้าใจ ปัญหาอย่างทะลุ ปรุโปร่ง	ประยุกต์ใช้วิธีที่มี ประสิทธิภาพด้วย ข้อมูลที่ถูกต้องใน แผนภูมิ ตาราง หรือ แผนผังถ้าจำเป็น	การอธิบายชัดเจน กะทัดรัดและใช้ภาษา คณิตศาสตร์ที่ เหมาะสม	บรรลุความต้องการ ทุกประเด็นของ ปัญหา มีคำตอบ ถูกต้อง
ระดับ 3 เชี่ยวชาญ	แสดงความเข้าใจ พื้นฐานของปัญหา	ประยุกต์ใช้วิธีการ ด้วยข้อมูลที่ถูกต้อง ในแผนภูมิ ตาราง หรือแผนผังถ้าจำเป็น	อธิบายชัดเจนและใช้ ภาษาคณิตศาสตร์ที่ เหมาะสม แต่ไม่ กะทัดรัด	บรรลุความต้องการ ทุกประเด็นของ ปัญหา แต่มีคำตอบ บางส่วนไม่ถูกต้อง
ระดับ 2 เชี่ยวชาญ บางส่วน	แปลความปัญหา บางส่วนผิด	มีความยุ่งยากในการ ประยุกต์ใช้วิธีการ หรือมีประโยชน์เพียง บางส่วน	การอธิบายไม่ชัดเจน ไม่รัดกุมหรือไม่สมบูรณ์	บรรลุความต้องการ ส่วนใหญ่ของปัญหา คำตอบอาจจะถูก หรือไม่ถูก
ระดับ 1 ไม่เชี่ยวชาญ	แสดงความเข้าใจ ปัญหาบางส่วน หรือไม่เข้าใจปัญหา	ไม่ได้ทำหรือใช้วิธีการ ไม่ถูกต้อง	อธิบายไม่เข้าใจหรือไม่ เกี่ยวกับปัญหา	ไม่บรรลุความ ต้องการใดๆของ ปัญหา

เกณฑ์การตัดสินคุณภาพ

ช่วงคะแนน	ระดับคุณภาพ
14 – 16	ดีมาก
10 – 13	ดี
7 – 9	พอใช้
4 – 6	ควรปรับปรุง
เกณฑ์การผ่าน	ตั้งแต่ระดับคุณภาพ ดีขึ้นไป
สรุป	☐ ผ่าน ☐ ไม่ผ่าน

ภาพประกอบ 2 การให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytic Rubric) การประเมินสมรรถนะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). การวัดประเมินผลคณิตศาสตร์. หน้า 78

จากแนวคิดดังกล่าวสรุปได้ว่าการประเมินสมรรถนะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นสามารถทำได้หลายวิธีขึ้นอยู่กับว่า ครูต้องการประเมินอะไร โดยครูอาจใช้การสังเกตและการใช้คำถามขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหาและใช้การสังเกตอย่างไม่เป็นทางการ เครื่องมือในการประเมินคือ แบบตรวจสอบรายการ หากครูต้องการประเมินข้อมูลจากตัวของนักเรียน อาจใช้เครื่องมือในการประเมินคือ สมุดบันทึกของนักเรียน และหากครูต้องการประเมินผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนอาจใช้แบบทดสอบหรือการให้คะแนนแบบรูบริก โดยเกณฑ์การให้คะแนนแบบองค์รวมจะบอกเกณฑ์การผ่าน หรือไม่ผ่าน ส่วนแบบแยกส่วน จะเป็นช่วงคะแนน แล้วเทียบกับระดับคุณภาพ ดีมา ดี พอใช้ และปรับปรุง

ในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกใช้การประเมินสมรรถนะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยเป็นแบบเติมคำตอบหรือแสดงวิธีทำ และใช้รูปแบบการวัดแบบรูบริก (Rubric scoring)

1.3 สมรรถนะด้านการสร้างตัวแบบ (modeling competency)

1.3.1 ความหมายของสมรรถนะด้านการสร้างตัวแบบ

สมรรถนะด้านการสร้างตัวแบบ หมายถึง กระบวนการที่มาจากการผสมผสานความรู้ ทักษะ และคุณลักษณะ ที่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและโครงสร้าง ประยุกต์ใช้พื้นฐานและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อประกอบการให้เหตุผลในสถานการณ์ประจำวันทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน(PISA.2009: Niss; & Jensen. 2002: OECD.2009: Mikael Holmquist. 2005: Thomas Jankvist. 2010: Edith A. Graf. 2009: อริสรา ชมชื่น. 2550)

1.3.2 ความสำคัญของสมรรถนะด้านการสร้างตัวแบบ

กลอเรีย (Gloria S. 2007) ได้กล่าวถึงการนำสมรรถนะด้านการสร้างตัวแบบมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนดังนี้

1. การใช้สูตรสัญลักษณ์ที่เหมาะสม
2. การประยุกต์ใช้กระบวนการที่ทำให้เข้าใจได้ง่ายเกี่ยวกับพีชคณิต สูตร หรือการสร้างฟังก์ชันที่ซับซ้อนมากขึ้น
3. การใช้เทคโนโลยี / ตารางทางคณิตศาสตร์เพื่อทำการคำนวณ
4. การใช้เทคโนโลยีเพื่อช่วยในการประยุกต์ใช้สูตรหลายที่มีหลายขั้นตอน
5. การใช้เทคโนโลยีในการสร้างภาพแสดงกราฟิก
6. การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างถูกต้องตามกฎของไวยากรณ์สัญลักษณ์ (ไม่ว่าจะทางคณิตศาสตร์หรือเทคโนโลยี)
7. การตรวจสอบรูปแบบพีชคณิตโดยใช้เทคโนโลยี
8. ช่วยให้การแปลความหมายของการแก้ปัญหาทำได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น

นอกจากนี้ เฮร์เบิร์ต (Herbert. 2010) ยังได้กล่าวถึงระดับของสมรรถนะด้านการสร้างตัวแบบที่โดดเด่นนั้นมี 3 ระดับ ดังนี้

ระดับที่ 1: การรับรู้และเข้าใจในการสร้างแบบจำลอง (Recognize and understand modelling) ลักษณะเฉพาะของระดับนี้ ประกอบด้วย การรับรู้และสามารถอธิบายขั้นตอนการสร้างแบบจำลอง สามารถสังเกตเห็นลักษณะความแตกต่างและขั้นตอนของการสร้างแบบจำลอง และสามารถสร้างแบบจำลองตามกระบวนการที่ได้ตั้งไว้

ระดับที่ 2: การสร้างแบบจำลองอิสระ (Independent modelling) ลักษณะเฉพาะของระดับนี้ ประกอบด้วย การวิเคราะห์และการจัดโครงสร้างและปัญหาปริมาณนามธรรมเพื่อนำมาใช้หามุมมองที่แตกต่างกัน การตั้งค่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การแปลผล การตรวจสอบรูปแบบและกระบวนการทั้งหมด

ระดับที่ 3: สะท้อนภาพในการสร้างแบบจำลอง (Meta-reflection on modelling) ลักษณะเฉพาะของระดับนี้ประกอบด้วย การวิเคราะห์การสร้างแบบจำลอง เกณฑ์ที่จะอธิบายลักษณะของการประเมินผลรูปแบบเพื่อสะท้อนให้เห็นถึงสาเหตุของการสร้างแบบจำลองและเพื่อสะท้อนให้เห็นถึงการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์

สรุปได้ว่ารูปแบบสมรรถนะด้านการสร้างตัวแบบนี้ส่วนใหญ่จะเน้นที่ความสามารถในการสร้างแบบจำลองและองค์ความรู้พื้นฐานการพิจารณาในทางทฤษฎีและการศึกษาเชิงประจักษ์ (เฮนนิ่ง และ Keune 2004; Keune et al., 2004) ในการจัดการเรียนการสอนควรส่งเสริมพฤติกรรมของนักเรียนและการกระทำที่นักเรียนได้ทำงานเกี่ยวกับงานการสร้างแบบจำลอง สมมติฐานทฤษฎีซึ่งเป็นวิธีการที่จะอยู่ในระดับที่ 1 การได้รับการยอมรับและเข้าใจเพื่อให้นักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาได้อย่างอิสระเป็นวิธีการระดับที่สอง นอกจากนี้การสะท้อนแนวคิดในการสร้างแบบจำลองผู้เรียนต้องมีความคุ้นเคยกับการสร้างแบบจำลองและประสบการณ์การเดิม

1.4 สมรรถนะด้านการให้เหตุผล (reasoning competency)

1.4.1 ความหมายของสมรรถนะด้านการให้เหตุผล

สมรรถนะด้านการให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการที่มาจากการผสมผสานความรู้ทักษะและคุณลักษณะ ที่นักเรียนสามารถทำความเข้าใจในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการคาดคะเน ทฤษฎีบทและการพิสูจน์ เข้าใจในโครงสร้างของปัญหาและสามารถแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการพิสูจน์ การวิเคราะห์ และหากกลยุทธ์ที่แตกต่าง จนได้ข้อสรุปที่เป็นความคิดรวบยอดที่สมเหตุสมผล และขยายหลักการไปสู่ความคิดอื่น (PISA.2009: Niss; & Jensen. 2002: OECD.2009: Mikael Holmquist. 2005: Thomas Jankvist. 2010: Edith A. Graf. 2009: อริสรา ชมชื่น. 2550)

1.4.2 ประเภทของสมรรถนะด้านการให้เหตุผล

การให้เหตุผลเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากการใช้การให้เหตุผล ซึ่งการแสดงผลที่ดีมีคุณค่ามากกว่าการที่ให้นักเรียนหาคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว (NCTM. 2010) ดังนั้นการพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็น เพราะการให้เหตุผลจะช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาตนเองนอกเหนือไปจากการจดจำข้อเท็จจริง กฎ และการดำเนินการ การพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลจะช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่สามารถให้เหตุผลและผลได้อย่างเป็นระบบและมีความหมาย และสมรรถนะนี้ยังสามารถประยุกต์ใช้ในสาขาอื่นๆ ได้ (Baroody; & Coslick. 1998)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี(2551: 39) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลออกเป็น 3 แบบ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบหยั่งรู้ (intuitive reasoning) การให้เหตุผลแบบหยั่งรู้ของคนเราไม่ได้เกิดขึ้นมาจากพิจารณาถึงข้อเท็จจริงหรือหลักฐานใด ๆ แต่เกิดจากการที่คนเรานั้นรู้สึกถึงได้ว่าน่าจะเกิดเหตุการณ์ที่ตัวเองรู้สึกได้นั้น

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการมองหารูปแบบ และสร้างรูปทั่วไปและข้อความคาดการณ์จากการสังเกตตัวอย่างเป็นจำนวนมากแล้วนำมาสร้างเป็นข้อสรุป ลักษณะของการให้เหตุผลชนิดนี้มักจะเกิดในชีวิตประจำวัน รวมถึงการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนด้วย ครูมักจะให้นักเรียนใช้เหตุผลประเภทนี้หาคุณสมบัติของสิ่งต่าง ๆ ที่ครูต้องการ

4. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) การให้เหตุผลแบบนิรนัยใช้เพื่อแสดงความถูกต้องของการให้เหตุผลชนิดต่าง ๆ ได้เป็นอย่างดีในแง่ของการตรวจสอบข้อสรุปและสร้างเหตุผลสนับสนุนที่น่าเชื่อถือ ลักษณะของการให้เหตุผลชนิดนี้จะมีคามเป็นทางการมากกว่าแบบอุปนัย การพัฒนาให้ผู้เรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยจะนำไปสู่การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ที่ดีได้

ซึ่งสอดคล้องกับ อายแซค วอยซ์เบิร์กและเบิร์น (Eysenck, Wurzburg and Berne. 1972) ที่ได้แบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็น 2 วิธี คือ การให้เหตุผลแบบนิรนัยและการให้เหตุผลแบบอุปนัย ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นความสามารถในการหาเหตุผลจากหลักใหญ่ไปหาหลักย่อย กล่าวคือเป็นการนำเอาความรู้เดิมที่เป็นส่วนใหญ่มามีเป็นข้ออ้างอิง

จากนั้นพิจารณาความสัมพันธ์ หรือความสอดคล้องเพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ที่เป็นส่วนย่อยซึ่งเป็นผลสรุปที่สมเหตุสมผล

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) คือความสามารถในการหาเหตุผลจากหลักย่อยไปหาหลักใหญ่ หรือจากข้อเท็จจริงย่อยๆ แล้วหากฎหรือเกณฑ์ทั่วไปในการรวมส่วนย่อยๆ เหล่านั้นเข้าด้วยกัน

อุบัท (Ubuz. 2007) ได้จำแนกประเภทสมรรถนะการให้เหตุผลแบบอุปนัยไว้ 6 ประเภท ดังนี้

1. การจัดหมวดหมู่ เป็นการวัดความสามารถในการจำแนก แยกแยะสิ่งของเป็นประเภทต่างๆ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม โดยยึดโครงสร้าง หน้าที่ รูปร่าง สมบัติเฉพาะ ฯลฯ เป็นหลักในการเปรียบเทียบกับกลุ่มนั้น ๆ ประกอบด้วย

1.1 รูปแบบคำถามที่เข้าพวก โดยโจทย์จะกำหนดคำถามให้ชุดหนึ่งซึ่งเป็นพวกเดียวกัน แล้วให้เลือกคำที่อยู่ในพวกเดียวกันกับคำที่กำหนดให้

ตัวอย่าง เสื้อ สิ่งโต แมว

ก กระต่าย ข งู ค หนู ง วัว

1.2 รูปแบบคำถามที่ไม่เข้าพวก โดยโจทย์กำหนดคำถามให้ชุดหนึ่ง ซึ่งจะมีคำที่แตกต่างออกไปจากคำอื่นๆ หรือไม่เข้าพวกกับข้ออื่นๆ โจทย์จะให้หาคำที่ไม่อยู่ในประเภทเดียวกันหรือไม่เข้าพวก

ตัวอย่าง คำในข้อใดไม่เข้าพวกกับคำที่กำหนดให้

ก ดินสอ ข ปากกา ค โรงเรียน ง ยางลบ

2. การอุปมาอุปไมย (Analogy) เป็นการวัดความสามารถด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ ซึ่งจะต้องวิเคราะห์คำถามและหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งของ และเรื่องราวต่างๆ แล้วขยายหลักการนั้นออกสู่สิ่งอื่นหรือสถานการณ์อื่นที่มีความสัมพันธ์ลักษณะเดียวกับของเดิม อาจเป็นโครงสร้างหรือลักษณะต่างๆ ที่สัมพันธ์กัน โดยรูปแบบคำถาม โจทย์จะกำหนดคำหรือภาพมาให้คู่หนึ่ง คำหรือภาพที่กำหนดให้จะสัมพันธ์กันในทางใดทางหนึ่ง แล้วหาคำตอบหรือภาพที่สัมพันธ์กับคำหรือภาพที่กำหนด

ตัวอย่าง จังหวัด : อำเภอ , แม่น้ำ :

ก ทะเล ข คลอง ค มหาสมุทร ง ทะเลสาบ

3. การลำดับตัวเลข (number series) เป็นการวัดความสามารถในการเข้าใจและเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน หรือปริมาณมาก น้อย รูปแบบของคำถาม โจทย์จะกำหนดตัวเลขมาให้ชุดหนึ่ง แล้วให้สังเกตตัวเลขชุดนั้น

ตัวอย่าง 2 , 4 , 6 , 8 10 ,

ก 11

ข 12

ค 13

ง 14

4. การลำดับตัวอักษร (letter series) เป็นการวัดความสามารถในการเข้าใจและเห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวอักษร หรือลำดับก่อนหลังของตัวอักษร รูปแบบของคำถาม โจทย์จะกำหนดตัวอักษรมาให้เหมือนกับการลำดับตัวเลข แล้วให้สังเกตตัวอักษรชุดนั้นว่าแต่ละตัวเปลี่ยนแปลงไปด้วยกฎใด แล้วหาตัวอักษรถัดไป

ตัวอย่าง Z A Y B X C W D

ก V

ข E

ค U

ง F

5. การจัดกลุ่มตัวอักษร (letter grouping) เป็นการวัดความสามารถในการจัดกลุ่มตัวอักษร ว่าในกลุ่มตัวอักษรที่ให้นั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร รูปแบบของคำถาม โจทย์จะกำหนดตัวอักษรมาให้ 4 กลุ่ม ซึ่งจะมีอยู่ 3 กลุ่ม ที่มีความสัมพันธ์เหมือนกัน และจะมีอยู่กลุ่มตัวอักษรหนึ่งที่แตกต่างออกไป ไม่เข้าพวกกับกลุ่มอื่น

ตัวอย่าง ตัวอักษรกลุ่มใดต่างจากกลุ่มที่กำหนดให้

ก กกจ ข กมวก

ค สกกบ

ง กจขง

6. การสรุปรวม (generalization) เป็นการวัดความสามารถของการสรุปรวมเมื่อมีข้อมูลหลายๆ ข้อมูล หรือมีปรากฏการณ์เหมือนกัน แต่มีข้อมูลหนึ่งที่แตกต่างออกไป สรุปได้ว่าสิ่งแวดล้อมที่เกิดก่อนปรากฏการณ์ที่แตกต่างไปนั้น เป็นสาเหตุทำให้เกิดปรากฏการณ์ที่ตามมาต่างออกไป

1.4.3 แนวทางการพัฒนาสมรรถนะด้านการให้เหตุผล

สมรรถนะด้านการให้เหตุผลมีวัตถุประสงค์เพื่อให้นักเรียนสามารถใช้เหตุผลในการสืบเสาะาคาคะเน พัฒนาและประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเลือกและใช้วิธีการให้เหตุผลและการพิสูจน์ได้หลากหลาย โดยแนวการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาสมรรถนะด้านการให้เหตุผลมีดังนี้

อริสรา ชมชื่น (2550: 65-66) กล่าวว่าแนวการพัฒนาสมรรถนะด้านการให้เหตุผลที่สำคัญมี 2 วิธีคือ

1. การจัดการเรียนการสอนการให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นวิธีการที่ให้นักเรียนได้พิจารณาข้อมูลที่เป็นจริงจากส่วนย่อยที่เกิดขึ้นซ้ำๆ กัน ภายใต้เงื่อนไขหรือสถานการณ์แบบหนึ่ง ไปสู่ข้อสรุปหรือความจริงทั่วไป หรือการสังเกตจากตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง แล้วให้เหตุผลสรุปความสัมพันธ์ในรูปทั่วไป

2. จัดการเรียนรู้การสอนการให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นการนำกฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีหรือข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับว่าเป็นจริงเพื่อหาเหตุผลนำไปสู่ข้อสรุปเรื่องราวหนึ่งๆ ที่มีเงื่อนไขสอดคล้องกับ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีหรือข้อตกลงนั้นๆ เช่น กำลังสองของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของความยาวด้านประกอบมุมฉาก ($a^2 + b^2 = c^2$) ดังนั้นจึงสรุปได้ว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีความยาวด้านประกอบมุมฉากเป็น 5 หน่วย 12 หน่วย จะมีความยาวด้านตรงข้ามมุมฉากเป็น $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$ ตอบ 13 หน่วย

นอกจากนี้ บารูดีและคอสลิก (Baroody; & Coslick. 1998) ได้กล่าวว่าการสอนเพื่อพัฒนาสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรมีลักษณะดังนี้

1. การให้เหตุผลควรบูรณาการอยู่ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทุกระดับชั้น นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้ใช้การให้เหตุผลแบบหยั่งรู้และแบบอุปนัยเพื่อคาดการณ์ และการใช้เหตุผลแบบนิรนัยง่ายๆ เช่น การให้เหตุผลโดยใช้ข้อความ “ถ้า.....แล้ว” เป็นต้น

2. ช่วยให้นักเรียนเห็นว่ามียุทธวิธีที่แตกต่างกันมากมาย ทั้งกฎเกณฑ์ในสถานการณ์ต่างๆ สิ่งของ และจำนวน

3. ใช้กิจกรรมที่มีการจำแนกที่ชัดเจน

4. ส่งเสริมให้นักเรียนประเมินการ คาดการณ์และใช้การนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ได้เสนอแนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาสมรรถนะด้านการให้เหตุผลว่าควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนเรียนรู้อย่างมีเหตุผล

2. ให้นักเรียนฝึกคิดอย่างมีเหตุผล

3. ให้นักเรียนฝึกเป็นผู้ให้เหตุผล

4. ให้นักเรียนฝึกเขียนอธิบายสิ่งที่นักเรียนทำเพื่อหาคำตอบ

5. ให้นักเรียนฝึกให้เหตุผลในการอธิบายหรืออภิปราย

6. ให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ ประเมินการให้เหตุผลของผู้อื่น

7. ให้นักเรียนได้รู้จักใช้เหตุผลเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบหรือพิจารณาความ

ถูกต้อง

8. ให้นักเรียนได้อาศัยการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผล

นอกจากนี้ สสวท.(2551) ยังได้เสนอพฤติกรรมที่แสดงออกถึงการใช้สมรรถนะการให้เหตุผล สรุปได้ดังนี้

1. เลือกและใช้วิธีการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ชนิดต่างๆ ได้หลากหลาย
2. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
3. เลือกใช้ความรู้เพื่อจัดลำดับขั้นตอนของการให้เหตุผลและลงข้อสรุป
4. อ้างอิงความรู้ ข้อมูลหรือข้อเท็จจริง หรือสร้างแผนภาพ
5. ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล
6. สร้างและตรวจสอบข้อความคาดคะเนทางคณิตศาสตร์ได้
7. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆ การจัดหมวดหมู่ สรุปรวมข้อมูลที่มีลักษณะเหมือนหรือต่างกันได้

มีลักษณะเหมือนหรือต่างกันได้

สรุปได้ว่าแนวทางการพัฒนาสมรรถนะด้านการให้เหตุผลควรจัดการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับลักษณะเนื้อหา เน้นการสอนโดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย โดยคำนึงถึงองค์ประกอบและมาตรฐานที่ต้องการให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้เป็นสำคัญ

1.5 สมรรถนะด้านสัญลักษณ์และการกระทำตามแบบ (symbols and formalisms competency)

1.5.1 ความหมายของสมรรถนะด้านสัญลักษณ์และการกระทำตามแบบ

สมรรถนะด้านสัญลักษณ์และการกระทำตามแบบ หมายถึง กระบวนการที่มาจากการผลิตผลงานความรู้ ทักษะและคุณลักษณะ ที่นักเรียนสามารถนำมาใช้ในการแปลความจากภาษาธรรมดาไปเป็นสัญลักษณ์/ภาษาคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบของสัญลักษณ์ที่ถูกต้อง โดยสามารถสร้างประโยคหรือพจน์ที่มีสัญลักษณ์และสูตร เพื่อใช้ในการหาตัวแปร ในการแก้สมการ และการคำนวณ (PISA.2009: Niss; & Jensen. 2002: OECD.2009: Mikael Holmquist. 2005: Thomas Jankvist. 2010: Edith A. Graf. 2009: อริสรา ชมชื่น. 2550)

1.5.2 ความสำคัญของสมรรถนะด้านสัญลักษณ์และการกระทำตามแบบ

ลักษณะการพัฒนาทางด้านแนวคิดทางคณิตศาสตร์ก็มีรูปแบบมาจากการเรียนรู้ทางภาษามนุษย์ต่างกันตรงที่ภาษาของมนุษย์นั้นเป็นภาษาการถ่ายทอดความรู้สึกในรูปแบบทั่วไป แต่ภาษาทางคณิตศาสตร์เป็นการกำหนดภาษาขึ้นมา ซึ่งภาษาทางคณิตศาสตร์เป็นการกำหนดขึ้นมาเพื่อใช้พิจารณาลักษณะที่เป็นเหตุและผลหรือการกระทำที่เป็นเหตุ และผลต่อกันมีรูปแบบหรือโครงสร้างความเป็นเหตุเป็นผล ในการใช้สัญลักษณ์แทนภาษาคณิตศาสตร์ เกิดจากการที่นักคณิตศาสตร์ได้พยายามที่จะอธิบายสิ่งต่าง ๆ ที่เขาพบเห็นและคิดค้นได้ให้ผู้อื่นเข้าใจเพื่อเป็นการถ่ายทอดแนวคิดที่เป็นประโยชน์ซึ่งลักษณะแนวคิดต่างๆ ที่เกิดขึ้นเป็นการคิดที่มีเหตุผลในบางครั้งไม่

สามารถที่จะแสดงออกให้เป็นรูปธรรมแต่นักคณิตศาสตร์ก็ได้พยายามเรียนแบบภาษาของคนเราจึงได้พยายามที่จะแสดงออกให้เข้าใจ ในความคิดของเขาด้วยการใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ มาแทนคำพูด ซึ่งลักษณะสำคัญของสมรรถนะด้านสัญลักษณ์และการกระทำตามแบบ มีดังนี้

นีซและฮอจการ์ด (Niss; & Hojgaard. 2011: 110) ได้กำหนดลักษณะสำคัญของสมรรถนะด้านสัญลักษณ์และการกระทำตามแบบ มีดังนี้

1. สามารถที่จะแปลความกลับไปมาระหว่างภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์และภาษาทั่วไป

2. ความสามารถในการใช้ประโยชน์จากสัญลักษณ์และสูตรต่างๆ

3. ความสามารถในการเข้าใจอย่างลึกซึ้งถึงกฎ และทฤษฎีต่างๆทางคณิตศาสตร์

1.5.3 แนวทางการพัฒนาสมรรถนะด้านสัญลักษณ์และการกระทำตามแบบ

นีซและฮอจการ์ด (Niss; & Hojgaard 2011: 110-113) ได้กล่าวถึงการนำสมรรถนะด้านสัญลักษณ์และการกระทำตามแบบ ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

1. ครูควรให้นักเรียนอธิบายรายละเอียดของข้อมูลโดยใช้ภาพประกอบหรือการยกตัวอย่างที่เป็นรูปธรรม โดยครูอาจสร้างสถานการณ์ขึ้นมาแล้วให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้สัญลักษณ์และรูปแบบทางคณิตศาสตร์

2. ครูควรฝึกให้นักเรียนแปลความกลับไปมาอย่างคล่องแคล่วระหว่างภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นประโยคหรือข้อความที่ช่วยให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

3. ครูฝึกให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจในตัวเอง เมื่อต้องแปลความในสิ่งที่ยากลำบาก โดยฝึกให้นักเรียนมองภาพโดยรวมหรือมองให้อยู่ในรูปแบบทั่วไปจะช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน

4. ครูควรเข้าใจและกระตุ้น โดยให้เน้นให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ในการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสม

5. สิ่งสำคัญคือครูจะต้องมีความรู้อย่างลึกซึ้งถึงกฎ และระบบของคณิตศาสตร์ เพื่อสามารถถ่ายทอดความรู้นั้นให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องและสามารถนำไปปรับใช้เมื่อต้องแปลงเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่าง เช่น ครูควรเน้นให้นักเรียนสังเกตเงื่อนไขของสัญลักษณ์ต่างๆทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้อง เพื่อความเข้าใจที่ถูกต้องและไม่คลาดเคลื่อน

$$1) \quad 5 \cdot (3+4) \neq (5 \cdot 3) + 4$$

$$2) \quad (2^3)^4 \text{ ไม่เท่ากับ } 2 \text{ ยกกำลังของ } 3^4 \text{ แต่จะเท่ากับ } 2^{12}$$

$$\text{ซึ่งสามารถนำมาเขียนในรูปทั่วไปได้ดังนี้ } x^{y^z} = x^{(y^z)}$$

3) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ หมายถึงผลคูณระหว่างผลบวกของสองจำนวน และผลต่างของสองจำนวน มีค่าเท่ากับ ผลต่างระหว่าง จำนวนแรกยกกำลังสอง และจำนวนที่สองยกกำลังสอง ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้โดยการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

1.6 สมรรถนะด้านการใช้ตัวแสดงแทนสถานการณ์ (representation competency)

1.6.1 ความหมายของสมรรถนะด้านการใช้ตัวแสดงแทนสถานการณ์

สมรรถนะด้านการใช้ตัวแสดงแทนสถานการณ์ หมายถึง กระบวนการที่มาจากการผสมผสานความรู้ ทักษะและคุณลักษณะ ที่สามารถใช้การแปลความ การตีความ และการจำแนก ระหว่าง การใช้สัญลักษณ์แทนสำหรับเรื่องราว ปรากฏการณ์ ปัญหา หรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ (รวมถึง สัญลักษณ์ พีชคณิต ภาพ เรขาคณิต ข้อมูลรูปภาพ สิ่งที่เกี่ยวข้องกับแผนผัง ตาราง หรือสัญลักษณ์แทนวัตถุ) และสามารถแสดงเครื่องหมายแทน (Representation) ให้สอดคล้องกับสถานการณ์และจุดประสงค์ (ศึกษาธิการ. 2552: PISA.2009: Niss; & Jensen. 2002: OECD.2009: Mikael Holmquist. 2005: Thomas Jankvist. 2010: Edith A. Graf. 2009: อริสรา ชมชื่น. 2550)

1.6.2 ความสำคัญของสมรรถนะด้านการใช้ตัวแสดงแทนสถานการณ์

สมรรถนะด้านการใช้ตัวแสดงแทนสถานการณ์เป็นภาษาทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยอธิบายความคิดและแปลความหมาย รวมทั้งยังทำให้เข้าใจถึงปัญหาหรืออุปสรรคที่เกิดขึ้นกับนักเรียนมีรายละเอียดดังนี้

โกลดิน (Goldin. 2001: อ้างอิงจาก NCTM. 2001) กล่าวถึง การใช้ตัวแสดงแทนสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ว่าไม่สามารถทำความเข้าใจแบบแยกส่วนได้ ความสำคัญของระบบต่าง ๆ ในสมรรถนะด้านการใช้ตัวแสดงแทนสถานการณ์และการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีโครงสร้างในที่แตกต่างกัน รายละเอียดดังนี้

1. การใช้ตัวแสดงแทนภายนอก (External Representation) เป็นการอธิบายสิ่งต่าง ๆ โดยใช้คำพูด รูปภาพหรืออาจใช้เพื่อแทนบางสิ่งที่มีความเป็นนามธรรม สังเกตได้จากการใช้ตัวแสดงแทนสามารถแสดงแทนสิ่งอื่น ๆ ได้อีกไม่จำเพาะเพียงสิ่งใดสิ่งหนึ่งเท่านั้น ตัวแสดงแทนเป็นสิ่งที่สามารถสร้างขึ้นมาได้ สามารถชี้ให้เห็นถึงตัวแสดงแทนได้ในชั้นเรียนและกล่าวถึงหรืออธิบายความหมาย ความสัมพันธ์ของการแสดงแทนโดยการอธิบายสิ่งต่าง ๆ ด้วยคำพูด (Depiction) การเข้ารหัส (Encoding) หรือกระบวนการทำให้เป็นสัญลักษณ์ (Symbolization)

2. การใช้ตัวแสดงแทนภายใน (Internal Representation) บางครั้งเรียกว่า การแสดงแทนทางสมองหรือทางจิต การใช้ตัวแสดงแทนภายในมีผลต่อความเข้าใจและการหยั่งรู้ทางคณิตศาสตร์การแสดงแทนในเชิงสัญลักษณ์ที่เป็นทางการบางครั้งก็เกิดขึ้นภายในใจ เช่น การคิดเลขในใจ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ สำหรับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นักเรียนใช้ตัวแสดงแทนในลักษณะที่คล้ายกับการคิดเลขในใจ ซึ่งบางครั้งการที่นักเรียนใช้ยุทธวิธีดังกล่าวได้อย่างมีประสิทธิภาพแต่ไม่สามารถบอกได้ว่าทำการแก้ปัญหานั้นได้อย่างไร ไม่สามารถสังเกตตัวแสดงแทนภายในของแต่ละคนได้โดยตรงแต่สามารถสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับการใช้ตัวแสดงแทนภายในของนักเรียนได้ บนพื้นฐานของการมีปฏิสัมพันธ์ การสนทนาหรือผลการใช้ตัวแสดงแทนภายนอกของนักเรียน การใช้ตัวแสดงแทนภายในที่สอดคล้องและมีความเกี่ยวข้องกันในเชิงปฏิสัมพันธ์กับการใช้ตัวแสดงแทนภายนอกจะสามารถสร้างระบบคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

นอกจากนี้ไฮเบิร์ต (Hiebert. 1990) ได้กล่าวถึง การใช้ตัวแสดงแทนภายนอกว่าเป็นการสื่อสารแนวคิดหรือความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้คนอื่นรับรู้ การสื่อสารนั้นผ่านรูปแบบการแสดงแทน 5 รูปแบบ คือ

1. การแสดงแทนในรูปแบบของการพูดหรือข้อความ
2. การแสดงแทนโดยใช้สื่อรูปธรรม
3. การแสดงแทนเป็นรูปภาพหรือกราฟ
4. การแสดงแทนในรูปสถานการณ์ในชีวิตจริง (Real – life situations)
5. การแสดงแทนในรูปสัญลักษณ์ (Written symbols)

เลช (Lesh. 1979) กล่าวว่า นักเรียนจะมีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เมื่อได้รับโอกาสในการใช้ตัวแสดงแทนความคิดรอบคอบด้วยวิธีการที่แตกต่างกันและอภิปรายว่าวิธีการแสดงแทนที่ต่างกันนั้น สะท้อนให้เห็นถึงความคิดรอบคอบ ถ้านักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแสดงแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่หลากหลายและเชื่อมโยงระหว่างวิธีการใช้ตัวแสดงแทนที่ต่างกันได้ ซึ่งวิธีการใช้ตัวแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ ประกอบไปด้วย 5 วิธี ดังนี้

1. การใช้อุปกรณ์ (Manipulatives) เป็นการสะท้อนความเข้าใจและความคิดเห็นทางคณิตศาสตร์โดยผ่านวัตถุเชิงกายภาพ (Physical Materials) เช่น กระดานตะปู ลูกบาศก์ แท่งสี เป็นต้น การใช้ตัวแสดงแทนโดยใช้อุปกรณ์ของนักเรียน ช่วยให้ครูเข้าใจระดับพัฒนาการของนักเรียน การใช้ตัวแสดงแทนด้วยวิธีการนี้อาจสะท้อนให้เห็นถึงแนวคิดของนักเรียน ซึ่งจำเป็นต้องมีประสบการณ์เชิงนามธรรมเพื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2. รูปภาพ (Pictures) เป็นการนำรูปภาพมาช่วยในการสะท้อนแนวคิด ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และช่วยกระตุ้นให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

3. สัญลักษณ์ทางการเขียน (Written Symbols) เป็นการสะท้อนแนวคิดและความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยการเขียนสัญลักษณ์บางอย่าง เช่น การเขียนหรืออธิบายวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน การเขียนเกี่ยวกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์และช่วยให้เห็นแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียนชัดเจนยิ่งขึ้น

4. สัญลักษณ์ทางการพูด (Verbal Symbols) เป็นการสื่อความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์โดยใช้การพูด การฟัง หรือการอ่านเกี่ยวกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เช่น การพูดอธิบายวิธีการที่สมาชิกในกลุ่มใช้เพื่อหาคำตอบของปัญหา เป็นต้น การใช้ตัวแสดงแทนโดยวิธีนี้จะช่วยให้นักเรียนมีแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ชัดเจนยิ่งขึ้น

5. บริบทในชีวิตประจำวัน (Real – Life Context) เป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ฝังตัวอยู่ในบริบทที่คุ้นเคย ซึ่งก่อให้เกิดประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นทางการของนักเรียน

วิธีการใช้ตัวแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ทั้ง 5 วิธีดังกล่าวจะมีการเชื่อมโยงระหว่างวิธีที่แตกต่างกัน สามารถนำมาเป็นกรอบการประเมินกระบวนการใช้ตัวแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและนำมาใช้เป็นแนวทางในการสอนได้อีกด้วย ซึ่งครูจะค้นพบความเข้าใจในเชิงลึก จากการอ่านสิ่งที่นักเรียนเขียนและตรวจสอบระดับของความเข้าใจของนักเรียนด้วยการฟังสิ่งที่นักเรียนพูด สามารถประเมินการปฏิบัติของนักเรียนด้วยการจัดกิจกรรมให้ทำงานเป็นกลุ่มโดยสังเกตว่านักเรียนคนใดแสดงแทนด้วยการใช้อุปกรณ์หรือแสดงแทนด้วยรูปภาพ เป็นต้น นอกจากนี้ครูยังมีบทบาทในการกระตุ้นให้นักเรียนมีโอกาสแสดงแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่หลากหลายเพื่อส่งเสริมความเข้าใจของนักเรียนอีกด้วย

1.7 สมรรถนะด้านการสื่อสาร (communication competency)

1.7.1 ความหมายของสมรรถนะด้านการสื่อสาร

สมรรถนะด้านการสื่อสาร หมายถึง กระบวนการที่มาจากการผสมผสานความรู้ ทักษะและคุณลักษณะ ที่นักเรียนสามารถใช้ความรู้บนพื้นฐานของการดำเนินการและการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ สามารถสื่อสารข้อความโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายแนวคิดหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจอย่างมีคุณภาพ ถูกต้องแม่นยำและรวดเร็ว ด้วยการเขียน การอ่าน การฟัง และการพูดอย่างเหมาะสม (ศึกษาธิการ. 2552: PISA.2009: Niss; & Jensen. 2002: OECD.2009: Mikael Holmquist. 2005: Thomas Jankvist. 2010: Edith A. Graf. 2009: อริสรา ชมชื่น. 2550)

1.7.2 ความสำคัญของสมรรถนะด้านการสื่อสาร

ในการเรียนคณิตศาสตร์นักเรียนจะเกิดความเข้าใจเมื่อนักเรียนได้ปฏิบัติสิ่งต่างๆ ดังนี้ นำเสนอวิธีในการแก้ปัญหา อธิบายเหตุผลของตนเองต่อเพื่อนๆ หรือต่อครู ตั้งปัญหายากๆ หรือปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน พร้อมทั้งอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหา เป็นต้น ซึ่งการปฏิบัติเหล่านี้ต้องอาศัยการสื่อสารที่ดีทั้งสิ้น การสื่อสารช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้บทเรียนใหม่ในขณะที่ลงมือปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ ทั้งการวาดภาพ การใช้สื่ออุปกรณ์ การใช้ตัวแสดงแทนต่างๆ การเขียนและการสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ที่จะช่วยในการอธิบายการคำนวณ ดังนี้

มันมีและแชปเพิร์ด (Mumme; & Shepherd.1993: 7-11) ได้อธิบายความสำคัญของสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การสื่อสารจะช่วยส่งเสริมในการทำความเข้าใจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน กล่าวคือ นักเรียนสามารถแสดงออกทางความคิด การเข้าร่วมอภิปราย การฟังนักเรียนคนอื่น ๆ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งขึ้น การรับฟังความคิดของผู้อื่นที่มีความคิดที่แตกต่างกันในสถานการณ์เดียวกัน นักเรียนจะสามารถสร้างความเข้าใจบนพื้นฐานของประสบการณ์ตรงและการส่งเสริมการสร้างความรู้ที่ช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในสิ่งที่นักเรียนคิด

2. การสื่อสารเป็นวิธีการแลกเปลี่ยนความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ซึ่งกันและกัน กล่าวคือ การให้นักเรียนได้สื่อสารโต้ตอบกันและกัน จะทำให้เกิดช่วยเหลือแลกเปลี่ยนความคิดเห็น เกิดการเรียนรู้จากเพื่อนในกลุ่มมากกว่าการเรียนรู้จากครูในห้องเรียน เพราะในกลุ่มนักเรียนด้วยกันจะใช้ภาษาในระดับเดียวกันย่อมพูดกันรู้เรื่องไม่เกิดความอับอายในการซักถามเรื่องที่ตนไม่เข้าใจ และยังช่วยส่งเสริมให้นักเรียนที่อธิบายให้เพื่อนฟังเกิดความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งมากขึ้น เพราะนักเรียนที่อธิบายต้องศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมก่อนถึงจะอธิบายให้เพื่อนฟังได้ และยังทำให้เกิดความภาคภูมิใจในตนเองที่มีส่วนร่วมในการช่วยเหลือเพื่อน

3. การสื่อสารเป็นการเสริมสร้างให้นักเรียนชอบการเรียนรู้ กล่าวคือ เมื่อครูเป็นผู้ตั้งคำถามและนักเรียนเป็นผู้ตอบโดยการพูดและเขียนในสิ่งที่นักเรียนคิด หรือนักเรียนใช้การถามตอบกันเองจะให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเอง การให้นักเรียนรายงานสิ่งที่นักเรียนคิดเป็นสิ่งที่มีความสำคัญ เพราะนักเรียนต้องใช้ศักยภาพและควบคุมการเรียนรู้ของตนเองในการศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม และสุดท้ายนักเรียนจะสร้างความรู้ด้วยตนเองได้

4. การสื่อสารเป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมในการเรียนรู้ คือ การพูดและการฟังในกลุ่มเพื่อนเป็นวิธีที่ให้นักเรียนลดความวิตกกังวลในการแสดงความคิดเห็น เมื่อมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนๆ เป็นสิ่งที่น่าสนุกสนานและทำให้นักเรียนเกิดความเต็มใจในการเรียนรู้ร่วมกัน

5. การสื่อสารช่วยให้ครูได้หยั่งรู้ในความคิดของนักเรียน คือ ครูจะทราบสิ่งที่นักเรียนกำลังเรียนรู้ โดยการฟังสิ่งที่นักเรียนอธิบายโดยใช้กระบวนการให้เหตุผล

1.7.3 แนวทางการพัฒนาสมรรถนะด้านการสื่อสาร

เป้าหมายของการเรียนรู้สมรรถนะด้านการสื่อสารคือ เป็นวิธีการให้นักเรียนได้ฝึกฟัง พูด อ่าน และเขียนภาพ ศัพท์ ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ อธิบายความสัมพันธ์ โดยครูสามารถส่งเสริมกิจกรรมการสื่อสารในห้องเรียนได้ด้วยการสร้างสังคมที่นักเรียนรู้สึกมีอิสระในการแสดงออกทางความคิด ครูกระตุ้นการสื่อสารของนักเรียนด้วยการใช้คำถามนำแล้วให้นักเรียนอธิบายแนวคิดของตน เพื่อนๆมีส่วนร่วมในการอภิปรายแนวคิดนั้น โดยการอภิปรายข้อดีและข้อควรปรับปรุงของแต่ละแนวทางและร่วมกันตัดสินใจเลือกแนวทางการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด ซึ่งการเรียนรู้โดยผ่านมุมมองของคนอื่นเป็นสิ่งที่กระตุ้นการเรียนรู้ของนักเรียน (อริสรา ชมชื่น: 2550; สสวท. 2551) ดังนั้นครูควรส่งเสริมให้มีการสื่อสารในห้องเรียนให้มากขึ้น ดังนี้

โรแวนและมอร์โร (Rowan; & Morrow. 1993: 9-11) ได้เสนอแนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาสมรรถนะการสื่อสาร ดังนี้

1. การใช้สื่อช่วยในการนำเสนอ แล้วให้นักเรียนพรรณนาถึงสิ่งที่พบ
2. การใช้เนื้อหา เรื่องราวหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน เช่น การทำโครงการที่มีกิจกรรมที่ต้องสืบค้น และมีสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารกับผู้อื่นโดยตรง
3. การใช้คำถามโดยเฉพาะคำถามปลายเปิดจะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดและแสดงการตอบสนองออกมา เพราะคำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย และมีการคิดอย่างสร้างสรรค์
4. ให้โอกาสนักเรียนได้เขียนเพื่อสื่อสารแนวคิด เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย ดังนั้นเป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจน
5. ใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน (Cooperative and Collaborative Group) จะเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่ม เป็นการส่งเสริมสมรรถนะในการสื่อสาร
6. ใช้การชี้แนะโดยตรงและโดยอ้อม (Overt and Covert Clues) การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การบริหารและจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนได้ทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานของการเรียนรู้ เพื่อนักเรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่กังวล

บุชแมน (Buschman. 1995: 325-329) ได้แนะนำแนวทางการพัฒนาสมรรถนะด้านการสื่อสารดังนี้

1. เสนอปัญหาและคำตอบและให้นักเรียนเขียนข้อความที่เห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วยกับคำตอบ
 2. เสนอปัญหาที่แก้แบบผิดๆ ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อผิดพลาดนั้น
 3. เสนอปัญหาที่ประกอบด้วยข้อมูล และเงื่อนไขหนึ่งของปัญหาให้นักเรียนเขียนปัญหาใหม่และมีข้อมูลและเงื่อนไขไม่แตกต่างจากปัญหาเดิม แล้วให้นักเรียนแก้ปัญหทั้งสองข้อ
 4. เสนอปัญหาและวิธีแก้ปัญหบางส่วน แล้วให้นักเรียนหาทางแก้ปัญหาคต่อให้สำเร็จ และให้นักเรียนคิดหาวิธีแก้ปัญหแบบใหม่ และอธิบายวิธีแก้ปัญหานั้น
 5. เสนอปัญหาให้นักเรียน แล้วให้นักเรียนอธิบายวิธีแก้ปัญหานั้น
 6. เสนอปัญหาในชีวิตจริงที่ไม่มีตัวเลขแก่นักเรียน แล้วให้นักเรียนประมาณตัวเลขและหาคำตอบนั้น
 7. เสนอกราฟหรือตารางให้นักเรียน แล้วให้นักเรียนนำเสนอข้อมูลจากกราฟหรือตารางนั้น
 8. เสนอปัญหาปลายเปิด แล้วให้นักเรียนค้นหาข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา
- สสวท. (2551) ได้อธิบายความสามารถในการแสดงออกตามสมรรถนะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ที่จะนำมาประเมินการเรียนรู้ไว้ดังนี้
1. เลือกรูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมายและนำเสนอด้วยวิธีการที่เหมาะสม
 2. ใช้ข้อความ ศัพท์ สูตร สมการ หรือแผนภูมิที่เป็นสากล
 3. บันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล
 4. สรุปสาระสำคัญที่ได้จากการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งการเรียนรู้
 5. เสนอความคิดเห็นที่เหมาะสมกับปัญหา

จากแนวทางการพัฒนาสมรรถนะด้านการสื่อสาร ดังที่กล่าวมา สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมเพื่อให้เกิดสมรรถนะการสื่อสารนั้นควรให้สื่อหรือสถานการณ์ที่ใกล้ตัวนักเรียน ให้นักเรียนมีโอกาสในการแสดงความคิดเห็นหรือแสดงออกด้วยวิธีการที่หลากหลาย เช่น การตั้งคำถาม การพูดคุยอภิปราย การเขียนแสดงความคิดเห็นหรือการนำเสนองาน ทั้งเป็นกลุ่มย่อยหรือหน้าชั้นเรียน โดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะแนวทาง

1.8 สมรรถนะด้านการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ (aids and tools competency)

1.8.1 ความหมายของสมรรถนะด้านการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ

สมรรถนะด้านการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ หมายถึง กระบวนการที่มาจากการพัฒนาสมรรถนะความรู้ ทักษะและคุณลักษณะ ให้นักเรียนสามารถเลือกและใช้วัสดุ อุปกรณ์และเครื่องมือ (รวมทั้งเครื่องมือภาคเทคโนโลยีสารสนเทศ) นำคุณสมบัติที่หลากหลายของเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อลงลึกไปสู่ความเป็นไปได้และข้อจำกัดที่แตกต่างของเนื้อหา เพื่อช่วยในการพัฒนาตนเองในด้านการเรียนรู้ ทางคณิตศาสตร์อย่างสร้างสรรค์ ถูกต้อง และเหมาะสม (ศึกษาธิการ. 2552: PISA.2009: Niss and Jensen. 2002: OECD.2009: Mikael Holmquist. 2005: Thomas Jankvist. 2010: Edith A. Graf. 2009: อริสรา ชมชื่น. 2550)

1.8.2 การพัฒนาสมรรถนะด้านการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ

ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นมีการนำวัสดุ อุปกรณ์และเครื่องมือ รวมทั้งเทคโนโลยีสารสนเทศได้ถูกนำมาใช้ในการเรียนการสอนในหลายรูปแบบ ได้แก่ การใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน (Computer Assisted Instruction หรือ CAI) คอมพิวเตอร์ช่วยจัดการเรียนการสอน (Computer Managed Instruction) มัลติมีเดีย (Multimedia) และ IT Campus เป็นต้น

ทักษิณา เครือหงส์ (2551) ได้กล่าวถึงการนำเทคโนโลยีมาประกอบประกอบการเรียนการสอนในปัจจุบันมีหลากหลาย ดังนี้

1. บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน (Computer Assisted Instruction หรือ CAI) หมายถึง บทเรียนที่ได้จัดกระทำไว้อย่างเป็นระบบเพื่อใช้กับคอมพิวเตอร์ โดยการนำเสนอเนื้อหาที่ต้องการสอนกับผู้เรียนและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์ (Interaction) กับคอมพิวเตอร์ โดยตรงตามความสามารถ องค์ประกอบของ CAI คือ เป็นการเรียนรู้โดยใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ บทเรียนได้ถูกสร้างเตรียมไว้ก่อนมีการเรียนเกิดขึ้น ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับบทเรียนผ่านเครื่องคอมพิวเตอร์ และยึดหลักความแตกต่างระหว่างบุคคล

2. มัลติมีเดีย (Multimedia) หมายถึง การใช้คอมพิวเตอร์ร่วมกับโปรแกรมซอฟต์แวร์ในการสื่อความหมายโดยการผสมผสานสื่อหลายชนิด เช่น ข้อความ (Text) กราฟิก (Graphic) ภาพเคลื่อนไหว (Animation) เสียง (Sound) และวีดิทัศน์ (Video) เป็นต้น

3. มัลติมีเดียปฏิสัมพันธ์ (Interactive Multimedia) เป็นการปฏิสัมพันธ์ของผู้ใช้สามารถจะกระทำได้โดยผ่านทางแป้นพิมพ์ (Keyboard) เมาส์ (Mouse) หรือตัวชี้ (Pointer) เป็นต้น การใช้มัลติมีเดียในลักษณะปฏิสัมพันธ์จะช่วยให้ผู้ใช้สามารถเรียนรู้หรือทำกิจกรรม รวมถึงดูสื่อต่างๆ ด้วยตัวเองได้ สื่อต่างๆ ที่นำมารวมไว้ในมัลติมีเดีย เช่น ภาพ เสียง วีดิทัศน์ จะช่วยให้เกิดความ

หลากหลายในการใช้คอมพิวเตอร์ ซึ่งเป็นเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ในแนวทางใหม่ที่ทำให้คอมพิวเตอร์มีความน่าสนใจหรือสร้างความสนใจ เป็นการเพิ่มความสนุกสนานในการเรียนรู้มากยิ่งขึ้น

นอกจากนี้ นิส (Niss. 2011) กล่าวว่าพัฒนาการทางด้านการใช้วัสดุ อุปกรณ์ สื่อและเทคโนโลยีทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในด้านการเรียนของผู้เรียนและด้านการสอนของผู้สอนด้วย โดยอนาคตเทคโนโลยีทางการเรียนการสอน (Future Technology of Instruction) มีดังนี้

1) การเรียนจะเน้นพัฒนาการเป็นรายบุคคลมากขึ้น เนื่องจากมีสื่อการเรียนและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนตามความต้องการ ความสนใจและความสามารถของผู้เรียนมากขึ้น วิธีการเรียน(Learning Styles) ของแต่ละคนขึ้นอยู่กับบุคลิกลักษณะและนิสัยของผู้เรียนซึ่งมีผลต่อการเรียนรู้และการตอบสนองต่อสถานการณ์ทางการเรียน

2) การเรียนการสอนจะผ่านเครื่องช่วยสอนและผู้ชำนาญเฉพาะด้านมากขึ้น การผลิตซอฟต์แวร์เพื่อใช้ทางการศึกษาจะทำให้เครื่องช่วยสอนทำหน้าที่แทนครู เครื่องช่วยสอนเป็นผลรวมของการใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ในการสร้างประสบการณ์การเรียนรู้ให้กับผู้เรียน และให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วม (Instruction) สามารถโต้ตอบกับเครื่องช่วยสอนหรือสมองกล (Artificial Intelligence)ซึ่งทำหน้าที่เสมือนครู เพื่อนนักเรียน ผู้ควบคุมและอื่นๆ

3) ผู้เรียนจะใช้อุปกรณ์การเรียนที่เป็นผลผลิตของเทคโนโลยี การพัฒนาเทคโนโลยีทำให้มีผู้ใช้เทคโนโลยีมากขึ้น

4) แนวความคิดของเทคโนโลยีในรูปของสิ่งผลิตจะเป็นรูปของเทคโนโลยีทางระบบแนวทางในการเรียนการสอนภายใต้เงื่อนไขต่างๆ ทำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างเต็มกำลังความสามารถ

5) มีการเชื่อมโยงความสามารถทางสมองของมนุษย์กับเครื่องมือทางเทคโนโลยี ซึ่งอาจจะมีทั้งช่วยเพิ่มพื้นที่ในการจำ ถ่ายทอดระบบการทำงานของสมองผ่านเครื่องมือที่สร้างขึ้น โดยอาจรวมไปถึงการควบคุมการทำงานด้วย การพัฒนาอาจเริ่มจากผู้พิการแล้วพัฒนาไปใช้กับคนทั่วไปได้ในประเทศที่พัฒนาแล้วการสร้างเทคโนโลยีมีความสำคัญยิ่ง เป็นตัวกำหนดความเจริญทางเศรษฐกิจและความเจริญรุ่งเรืองของประเทศได้ในอนาคต

สรุปว่าสมรรถนะด้านการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ได้ด้วยตนเองโดยไม่จำกัดเวลา สถานที่ และจำนวนครั้ง อีกทั้งปัจจุบันความเจริญทางเทคโนโลยีสารสนเทศได้พัฒนาการไปอย่างรวดเร็ว และมีการนำเทคโนโลยีสารสนเทศโดยเฉพาะเทคโนโลยีด้านเครือข่ายคอมพิวเตอร์ หรืออินเทอร์เน็ตมาใช้ในการเรียนการสอน ซึ่งถือเป็นนวัตกรรมใหม่ทางการศึกษาทำให้เทคโนโลยีอินเทอร์เน็ตได้รับการเผยแพร่เข้าสู่การศึกษาในทุกระดับ เพื่อเปิดโอกาสให้ผู้เรียน ผู้สอนได้มีโอกาสเข้าถึงแหล่งข้อมูลความรู้ในโลกภายนอกโดยผ่านทางเครือข่ายอินเทอร์เน็ต รวมทั้งบทเรียน

ออนไลน์และบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสามารถเร้าความสนใจนักเรียนได้ดี สามารถอธิบายเนื้อหาสาระได้เป็นรูปธรรมดีมาก นักเรียนได้เรียนรู้อย่างอิสระ ตามความสามารถความถนัด ความสนใจ ได้ปฏิบัติจริง และสามารถโต้ตอบกับบทเรียนได้ซึ่งถือว่าเป็นกระบวนการเรียนการสอนที่ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ นอกจากนั้นแล้วผู้เรียนยังได้เรียนรู้อย่างสนุกสนาน รู้สึกตื่นเต้น ทำทายกับบทเรียน และสามารถเรียนรู้ที่ครั้งก็ได้ตามความต้องการจนกว่าจะเข้าใจ



ตาราง 7 การสังเคราะห์สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ทั้ง 8 สมรรถนะ

สมรรถนะทางคณิตศาสตร์							
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์			การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์			การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	
ด้านการคิดทางคณิตศาสตร์	ด้านการแก้ปัญหา	ด้านสัญลักษณ์และการกระทำตามแบบ	ด้านการให้เหตุผล	ด้านการสร้างตัวแบบ	ด้านการใช้สัญลักษณ์แทน	ด้านการสื่อสาร	ด้านการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ
การจัดการปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดสร้างสรรค์ การคิดอย่างเป็นระบบ ในการทำความเข้าใจขั้นตอนการทำงานหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อการดำเนินการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และหาขอบเขตของผลลัพธ์ในรูปแบบนามธรรมและในรูปแบบทั่วไป	การทำงานโดยใช้กระบวนการของการได้มาซึ่งคำตอบเมื่อต้องเผชิญกับปัญหาหรือสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย โดยผู้แก้ปัญหาต้องอาศัยทักษะ กระบวนการต่างๆทางคณิตศาสตร์โดยใช้การวิเคราะห์และวางแผน และใช้เทคนิคต่างๆประกอบ	การแปลความจากภาษาธรรมชาติไปเป็นสัญลักษณ์/ภาษาคณิตศาสตร์สามารถจัดการกับประโยคหรือพจน์ที่มีสัญลักษณ์และสูตร ความสามารถในการใช้ตัวแปร การแก้สมการและการคำนวณ	มีความเข้าใจในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการคาดคะเน ทฤษฎีบทและการพิสูจน์ เข้าใจในโครงสร้างของปัญหาและสามารถแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการพิสูจน์ การวิเคราะห์ และหากกลยุทธ์ที่แตกต่าง จนได้ข้อสรุปที่เป็นความคิดรวบยอดที่สมเหตุสมผลและขยายหลักการไปสู่ความคิดอื่น	การนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและโครงสร้างประยุกต์ใช้พื้นฐานและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อประกอบการให้เหตุผลในสถานการณ์ประจำวันทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน	การแปลความ ตีความ จำแนก ระหว่าง การใช้สัญลักษณ์แทน ปรากฏการณ์ ปัญหา หรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ (สัญลักษณ์พีชคณิต ภาพ เรขาคณิต ข้อมูลรูปภาพ สิ่งที่เกี่ยวข้องกับแผนผัง ตาราง หรือสัญลักษณ์แทนวัตถุ) แสดงเครื่องหมายแทน (Representation) ให้สอดคล้องกับสถานการณ์และจุดประสงค์และสื่อสารให้ผู้อื่นเข้าใจได้ง่าย	มีความรู้พื้นฐานของการดำเนินการและการนำเสนอทางคณิตศาสตร์สื่อสารข้อความโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้ มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยการเขียนและการพูดทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม	การเลือกและใช้วัสดุ อุปกรณ์และเครื่องมือ นำคุณสมบัติที่หลากหลายของเครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อลงลึกไปสู่ความเป็นไปได้และข้อจำกัดที่แตกต่างกันของเนื้อหาเพื่อช่วยในการพัฒนาตนเองในด้านการเรียนรู้ ทางคณิตศาสตร์อย่างสร้างสรรค์ ถูกต้องและเหมาะสม

จากตาราง 7 แสดงการสังเคราะห์สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ เห็นได้ว่าสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ทั้ง 8 ยังมีส่วนที่ซ้อนทับกันอยู่ กล่าวคือ

ในส่วนของสมรรถนะด้านการคิดทางคณิตศาสตร์ สมรรถนะด้านการแก้ปัญหาและสมรรถนะด้านสัญลักษณ์และการกระทำตามแบบนั้น ทั้ง 3 สมรรถนะต่างก็ต้องการให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ เมื่อผู้เรียนสามารถคิดและมีความเข้าใจในปัญหาและหากลวิธีการแก้ปัญหาได้ (สมรรถนะการคิดทางคณิตศาสตร์) และสามารถแปลความจากภาษาธรรมชาติไปเป็นภาษาทางคณิตศาสตร์ และสามารถใช้ตัวแปรในการแก้ปัญหาได้ (สมรรถนะด้านสัญลักษณ์และการกระทำตามแบบ) ผู้เรียนมีทักษะการคำนวณที่ดี สามารถหารูปแบบและมีการคิดอย่างเป็นตรรกะและประเมินความถูกต้องของข้อสรุปได้ (สมรรถนะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์) ผู้เรียนก็จะสามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นได้สำเร็จ ด้วยเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงได้ รวมทั้งสามสมรรถนะเป็นสมรรถนะด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในงานวิจัย

สมรรถนะด้านการให้เหตุผล และสมรรถนะด้านการสร้างตัวแบบนั้นหากผู้เรียนสามารถประยุกต์ใช้พื้นฐานและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อประกอบการให้เหตุผล รวมถึงมีความรู้เกี่ยวกับการวัดและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (สมรรถนะการสร้างตัวแบบ)รวมถึงความเข้าใจในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการคาดคะเน ทฤษฎีบทและการพิสูจน์ เข้าใจในโครงสร้างของปัญหา (สมรรถนะการให้เหตุผล) ผู้เรียนก็จะให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพื่อการพิสูจน์ปัญหาหรือแก้ปัญหาได้ ด้วยเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงได้รวมทั้งสองสมรรถนะเป็น สมรรถนะด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในงานวิจัย

สมรรถนะด้านการใช้สัญลักษณ์และตัวแสดงแทน สมรรถนะด้านการสื่อสาร และสมรรถนะด้านการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ หากผู้เรียนสามารถ แปลความ ตีความ จำแนก ระหว่าง การใช้สัญลักษณ์แทน สัญลักษณ์ พีชคณิต ภาพ เรขาคณิต ข้อมูลรูปภาพ ตาราง รวมทั้งใช้ตัวแสดงเครื่องหมายแทน(Representation) ให้สอดคล้องกับสถานการณ์และจุดประสงค์และสื่อสารให้ผู้อื่นเข้าใจได้ง่าย (สมรรถนะด้านการใช้สัญลักษณ์แทน) และสามารถในการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือรวมทั้งเทคโนโลยีสารสนเทศ นำคุณสมบัติที่หลากหลายของเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ (สมรรถนะด้านการใช้เครื่องมือและตัวช่วย) และมีความรู้พื้นฐานของการดำเนินการและการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ สื่อสารข้อความโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้ มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยการเขียนและการพูดทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม (สมรรถนะด้านการสื่อสาร) ผู้เรียนก็จะสามารถสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ทั้งการพูด อ่านและเขียน ด้วยเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงได้รวมทั้งสามสมรรถนะเป็น สมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2. แนวคิด ทฤษฎีที่นำมาใช้ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้

การเรียนรู้เป็นเรื่องสำคัญที่นักการศึกษาและนักจิตวิทยาค้นคว้าหาคำตอบมาตลอด โดยเฉพาะประเด็นที่ว่า การเรียนรู้เกิดขึ้นได้อย่างไร จะสอนอย่างไรให้เกิดการเรียนรู้ ทฤษฎีหลักทางจิตวิทยาที่อธิบายการเรียนรู้ แบ่งได้เป็น 3 ประเด็น คือทฤษฎีกลุ่มพฤติกรรมนิยม ทฤษฎีกลุ่มปัญญานิยม และทฤษฎีกลุ่มมนุษยนิยม ในบรรดาทฤษฎีทั้ง 3 นี้ยังมีจุดบกพร่อง ข้อเสียที่ถกเถียงกัน นักจิตวิทยากลุ่มหนึ่งได้เผยแพร่แนวคิดเกี่ยวกับการเรียนรู้ใหม่อีกแนวคิดหนึ่ง นั่นก็คือทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (constructivist) ทฤษฎีนี้ได้รับความสนใจ นำมาใช้จัดการศึกษามากขึ้น โดยรากฐานของทฤษฎีนี้ กล่าวว่า ความรู้คือความสามารถของแต่ละบุคคลในการปรับประสบการณ์เก่าที่มีอยู่เดิมให้เข้ากับประสบการณ์ใหม่ได้ด้วยกระบวนการพิสูจน์ให้เห็นจริงได้ และมีความสมเหตุสมผลก่อให้เกิดประโยชน์ในทางปฏิบัติและกระบวนการของการนำ ความคิดที่ผ่านกระบวนการพิสูจน์ให้เห็นจริงและมีความสามารถสมเหตุสมผล แล้วนำไปสู่ความคิดอื่น ๆ ในประสบการณ์อื่น ๆ ที่มีค่าสำหรับการดำเนินชีวิต และขจัดความขัดแย้งระหว่างความคิดในประสบการณ์เก่ากับประสบการณ์ใหม่ (พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์ ; วัฒนพร ระวังทุกข์. 2540)

ซึ่งแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ของนักการศึกษาหลายท่าน (Noddings. 1990; Cobb. 1994; Brooks 1999; Ernst. 1999; พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์. 2544) สรุปเป็นสาระสำคัญได้ดังนี้

1. ความรู้ของบุคคลใด คือ โครงสร้างทางปัญญาของบุคคลนั้นที่สร้างขึ้นจากประสบการณ์ในการคลี่คลายสถานการณ์ที่เป็นปัญหา และสามารถนำไปใช้เป็นฐานในการแก้ปัญหาหรืออธิบายสถานการณ์อื่น ๆ ได้

2. นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยวิธีการที่ต่าง ๆ กัน โดยอาศัยประสบการณ์และโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่เดิม ความสนใจและแรงจูงใจภายในตนเองเป็นจุดเริ่มต้น

3. ครูมีหน้าที่จัดการให้นักเรียนได้ปรับขยายโครงสร้างทางปัญญาของนักเรียนเอง ภายใต้ข้อสมมติฐานต่อไปนี้

3.1 สถานการณ์ที่เป็นปัญหาและปฏิสัมพันธ์ทางสังคมก่อให้เกิดความขัดแย้งทางปัญญา

3.2 ความขัดแย้งทางปัญญาเป็นแรงจูงใจภายในให้เกิดกิจกรรมการไตร่ตรองเพื่อขจัดความขัดแย้งนั้น Dewey ได้อธิบายเกี่ยวกับลักษณะการไตร่ตรอง (Reflection) เป็นการพิจารณาอย่างรอบคอบ กิจกรรมการไตร่ตรองจะเริ่มต้นด้วยสถานการณ์ที่เป็นปัญหา นำสงสัย ยุ่งยาก เรียกว่าสถานการณ์ก่อนไตร่ตรอง และจบลงด้วยความแจ่มชัดที่สามารถอธิบายสถานการณ์ดังกล่าว สามารถแก้ปัญหาได้ ตลอดจนได้เรียนรู้และพึงพอใจกับผลที่ได้รับ

3.3 การได้รตรองบนฐานแห่งประสบการณ์และโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่เดิมภายใต้การมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกระตุ้นให้มีการสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญาจากแนวคิดข้างต้นนี้ กระบวนการเรียนการสอนในแนวคอนสตรัคติวิสต์ จึงมักเป็นไปในแบบที่ให้นักเรียนสร้างความรู้จากการช่วยแก้ปัญหา (Collaborative Problem Solving)

จากแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำพื้นฐานแนวคิดดังกล่าวมาในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ในงานวิจัยซึ่งทฤษฎีดังต่อไปนี้มีพื้นฐานมาจากทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ทั้งสิ้น มีรายละเอียดดังนี้

2.1 ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์

2.2 ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ (Information Processing Model of Learning)

2.3 การโค้ชเพื่อการรู้คิด (Cognitive Coaching)

2.4 การให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้

2.5 การประเมินผลตามสภาพจริง

2.1 ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ เป็นทฤษฎีที่ศึกษาถึงกระบวนการคิดทางด้านสติปัญญาของเด็กจากแรกเกิดจนถึงวัยรุ่น ซึ่งทฤษฎีดังกล่าวมีอิทธิพลต่อความรู้ทางด้านจิตวิทยาพัฒนาการอย่างมาก เพียเจต์ได้กระตุ้นให้นักวิชาการสนใจกับขั้นตอนของพัฒนาการ โดยเฉพาะในส่วนของความรู้ความเข้าใจ เพียเจต์มีความเชื่อว่า เป้าหมายของพัฒนาการของมนุษย์ คือ 1) ความสามารถที่จะคิดอย่างมีเหตุผลกับสิ่งที่เป็นนามธรรม 2) ความสามารถที่จะคิดตั้งสมมติฐานอย่างสมเหตุสมผล 3) ความสามารถที่จะตั้งกฎเกณฑ์และการแก้ปัญหา โดยเพียเจต์กล่าวว่า โดยธรรมชาติแล้วมนุษย์มีแนวโน้มพื้นฐานที่ติดตัวมาแต่กำเนิด 2 ลักษณะ คือ 1)การจัดระบบภายใน (organization) และ 2)การปรับตัวเข้ากับสภาพแวดล้อม (adaptation) ซึ่ง 1)การจัดระบบภายใน เป็นการจัดการภายในโดยวิธีรวมกระบวนการต่างๆ เข้าด้วยกันอย่างเป็นระบบอย่างต่อเนื่องกันเป็นเรื่องเป็นราว เช่น เด็กเล็กเห็นของแล้วคว้า ซึ่งกิจกรรมนี้ประกอบด้วย 2 กระบวนการ คือ เห็น และคว้า การที่เด็กสามารถทำกิจกรรม 2 อย่าง ได้ในเวลาเดียวกัน เรียกว่า เป็นการรวมกระบวนการเข้าเป็นระบบ 2)การปรับตัวเข้ากับสภาพแวดล้อม หมายถึงการปรับตัวเข้ากับสิ่งแวดล้อมเป็นแนวโน้มที่มีแต่กำเนิด การที่มนุษย์มีการปรับตัว เนื่องจากการที่มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม ซึ่งการปรับตัวนี้ประกอบด้วย 2 กระบวนการ คือ การดูดซับ (assimilation) และการปรับให้เหมาะสม (accommodation) ผลจากการเปลี่ยนแปลงปรับปรุงจะก่อให้เกิดพัฒนาการทางสติปัญญาจากขั้นหนึ่งไปสู่อีกขั้นหนึ่ง จนในที่สุดถึงขั้นที่เรียกว่า Operation ซึ่งหมายถึงความสามารถที่เด็กจะคิด

ย้อนกลับได้ ซึ่งถือว่าเป็นหัวใจสำคัญของพัฒนาการทางสติปัญญาตามความคิดของเพียเจต์ ซึ่งทฤษฎีดังกล่าว กล่าวว่า มนุษย์มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมตั้งแต่แรกเกิด อันเป็นผลทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงเพื่อปรับตัวเข้ากับสภาพแวดล้อมนั้นๆ ซึ่งการเปลี่ยนแปลงและปรับปรุงนี้ต้องอาศัย 2 กระบวนการ คือ กระบวนการดูดซับ (assimilation) และกระบวนการปรับให้เหมาะสม (accommodation) (Wadsworth, 1996: 84-96)

1) กระบวนการดูดซับ (assimilation) เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นก่อน กล่าวคือเมื่อเด็กแรกเกิด (ยังไม่มีประสบการณ์ใด ๆ) มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งรอบๆ ตัว ก็จะมีการดูดซับภาพหรือเหตุการณ์ต่างๆ เข้าไป (ตามประสบการณ์ของแต่ละบุคคล) และจะแสดงพฤติกรรมต่อสิ่งใหม่ดังเช่นที่เคยมีประสบการณ์ เพราะคิดว่าสิ่งใหม่นี้เป็นส่วนหนึ่งของประสบการณ์เดิม เช่น เด็กเล็กอายุประมาณ 1 ขวบ เมื่อได้ของสิ่งใดมาจะเอาเข้าปากกัดหรือเขย่าเล่น แม้แต่หากเอาแท่งแม่เหล็กให้เด็กก็จะแสดงพฤติกรรมต่อแท่งแม่เหล็กนั้นเหมือนดังที่แสดงต่อสิ่งอื่น คือ กัดหรือเขย่า นั่นคือแสดงพฤติกรรมตามประสบการณ์เดิม ฉะนั้นลักษณะที่เด็กมีปฏิสัมพันธ์ต่อสิ่งเข้าใด ๆ ตามประสบการณ์เดิม เรียกว่า การดูดซับ (assimilation) การดูดซับจะมากน้อยเท่าใดนั้นขึ้นอยู่กับประสบการณ์ เด็กเล็ก ๆ ยังมีประสบการณ์แคบการรู้จักสิ่งแวดล้อมของเด็กยังน้อย เช่น เด็กรู้จักแต่แมว หมา เมื่อเด็กไปเห็นวัวเด็กจะดูดซับเข้ามาตามประสบการณ์น้อยที่เด็กมีอยู่ โดยที่คิดว่าวัวตัวนั้นเป็นแมวหรือหมา ฉะนั้น เด็กจะเรียก วัวตัวนั้นตามประสบการณ์ของเด็ก การที่เด็กได้มีปะทะสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม เด็กจะดูดซับประสบการณ์ต่างๆ เข้าไปเป็นภาพ หรือโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่ในสมองของแต่ละบุคคล ซึ่งภาพหรือโครงสร้างดังกล่าวนี้จะสะสมเพิ่มพูนขึ้นเรื่อย ๆ ตามประสบการณ์ที่ได้รับ

2) กระบวนการปรับให้เหมาะสม (accommodation) เป็นความสามารถในการปรับความเข้าใจเดิมให้เข้ากับประสบการณ์ใหม่ หรือสิ่งแวดล้อมใหม่ หรือเป็นการเปลี่ยนความคิดเดิมให้สอดคล้องกับสิ่งใหม่ ดังเช่นตัวอย่างเด็กที่ได้รับแท่งแม่เหล็กครั้งแรกเด็กจะมีปฏิสัมพันธ์กับแท่งแม่เหล็กเหมือนกับที่เคยแสดงต่อของเล่นที่คุ้นเคยต่างๆ คือ กัดหรือเขย่าหรืออาจจะเคาะเล่น หรือโยนเล่นให้เกิดเสียง และโดยบังเอิญเด็กพบคุณสมบัติเฉพาะตัวของแท่งแม่เหล็ก คือ สามารถดูดเหล็กได้ ฉะนั้น เด็กจะมีการปรับความเข้าใจเดิมที่มีต่อแท่งแม่เหล็กนั้นว่า ไม่ใช่มีไว้ดูดหรือกัด หรือโยนเล่น แต่เด็กจะลองใช้แท่งแม่เหล็กนั้นไปดูดสิ่งต่าง ๆ ทั่ว ๆ ไป เพื่อดูว่าเหล็กแท่งนั้นจะดูดอะไรได้บ้าง หรือดูดอะไรไม่ได้บ้าง พฤติกรรมที่เปลี่ยนไปเนื่องจากเด็กมีการปรับความเข้าใจเดิม เพื่อให้สอดคล้องกับสิ่งใหม่นั้น คือ กระบวนการปรับให้เหมาะสม

3) ความสมดุล (equilibration) ในการที่เด็กมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งใดก็ตามในครั้งแรกเด็กจะพยายามหาความเข้าใจประสบการณ์ใหม่ด้วยการใช้ความคิดเก่าหรือประสบการณ์เดิม (กระบวนการดูดซับ, assimilation) แต่เมื่อปรากฏว่าไม่ประสบความสำเร็จ เด็กจะต้องเปลี่ยนความคิดเกี่ยวกับสิ่ง

ต่าง ๆ (กระบวนการปรับให้เหมาะ, accommodation) จนกระทั่งในที่สุดเด็กสามารถผสมผสานความคิดหรือประสบการณ์ใหม่นั้นให้กลมกลืนเข้ากันได้กับความคิดเก่า สภาพการณ์เช่นนี้ก่อให้เกิดความสมดุล (equilibration) ซึ่งทำให้บุคคลสามารถปรับแนวคิดเข้ากับสิ่งแวดล้อมได้ เกิดการเรียนรู้การที่บุคคลมีการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงจนเกิดสภาพที่สมดุลเช่นนี้ จะนำไปสู่พัฒนาการทางสติปัญญา จากจุดนี้แสดงให้เห็นว่าเมื่อเด็กมีพัฒนาการจากขั้นหนึ่งไปสู่อีกขั้นหนึ่ง และการเปลี่ยนแปลงนี้จะนำไปสู่สภาวะที่สมบูรณ์ที่สุดในที่สุด สำหรับเด็กโตหรือผู้ใหญ่ก็ยังเกิดกระบวนการดูดซับเช่นกัน หากสิ่งเร้าที่เผชิญนั้นเป็นเรื่องใหม่ซึ่งไม่มีประสบการณ์มาก่อน และอาจเกิดกระบวนการปรับให้เหมาะหากสิ่งเร้าเผชิญนั้นตนเองมีข้อมูลหรือมีประสบการณ์บ้างแต่ไม่สมบูรณ์ จนกระทั่งเกิดสมดุลหรือเรียนรู้เป็นต้น

4) การปฏิบัติการ (operation) การปฏิบัติการหรือกระบวนการปฏิบัติเป็นหัวใจสำคัญของพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ เป็นสภาพที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถทางสมองที่คิดแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ ลักษณะสำคัญของการปฏิบัติการ คือ ความสามารถที่เด็กจะคิดย้อนกลับได้ หมายถึงความสามารถคิดกลับระหว่างจุดสุดท้ายและจุดเริ่มต้นได้ เช่น เมื่อเด็กรู้ว่า น้ำในแก้วใบหนึ่งเมื่อรินไปสู่ภาชนะอื่นที่มีรูปร่างต่าง ๆ กัน น้ำจำนวนนั้นก็ยังคงเท่าเดิมไม่เปลี่ยนแปลง เมื่อเรารินกลับมาสู่แก้วเดิม หรือการที่แบ่งดินน้ำมันออกเป็น 2 ก้อน เด็กรู้ว่าดินน้ำมัน 2 ก้อนนั้น เมื่อนำมารวมกันจะมีจำนวนเท่าเดิม เป็นต้น

ลำดับขั้นการพัฒนาทางสติปัญญาของมนุษย์ตามทฤษฎีของเพียเจต์ (Piaget: 1972)

เพียเจต์ แบ่งขั้นตอนของการพัฒนาการทางสติปัญญาและความคิดออกเป็น 3 ขั้น คือ

ขั้นที่ 1 sensory-motor operation เป็นขั้นพัฒนาการทางสติปัญญาและความคิด ก่อนเด็กจะพูดได้ตอนแรกเกิดจนถึง 2 ขวบ สติปัญญาหรือความคิดจะแสดงออกในรูปของการกระทำ และพฤติกรรมที่ค่อย ๆ สลับซับซ้อนขึ้น และมีลักษณะเป็นปฏิกิริยาสะท้อนน้อยลงเมื่อเด็กมีปฏิกิริยาโต้ตอบ หรือปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม เด็กในวัยนี้จะสนใจเฉพาะวัตถุที่ตรงหน้าเขาเท่านั้น ถ้าเอาวัตถุหรือของเล่นนั้นไปซ่อนเด็กก็จะไม่ค้นหา เพราะไม่รู้ว่ามีของนั้นแต่เมื่อเจริญเติบโตขึ้นอีกสัก ระยะเวลาหนึ่ง เด็กจะค่อยเกิดความคิดรวบยอดของวัตถุหรือของเล่นขึ้น ความคิดรวบยอดที่เกิดขึ้นจะกลายเป็นสัญลักษณ์หรือตัวแทนที่จะเป็นพื้นฐานของความคิดรวบยอดของสิ่งของ สถานที่ เวลา เป็นต้น

ขั้นที่ 2 concrete thinking operations ช่วงอายุ 2 ถึง 11 ปี ในขั้นนี้แบ่งออกเป็น 3 ตอน คือ

2.1 preconceptual phase อายุ 2-4 ปี เป็นตอนที่เด็กเริ่มมีความสามารถในการใช้ภาษา และมีความเข้าใจความหมายของสัญลักษณ์รอบ ๆ ตัวที่เกี่ยวข้องกับตนเองเท่านั้น เด็กจะรวม คน สุนัข ของเล่น ไว้ในพวกเดียวกัน ทั้งนี้เพราะเด็กรวมตามการรับรู้ของตัวเอง เนื่องจากเด็กมองเห็นในแง่ที่สิ่งเหล่านี้เกี่ยวข้องกับชีวิตอยู่เป็นประจำ แต่จะไม่สามารถเข้าใจในประเด็นอื่น ๆ ได้เลย

2.2 intuitive phase อายุ 4-7 ปี เด็กมีพัฒนาการทางสติปัญญาและความคิดยังคงอยู่ในระดับ Preconceptual Phase เด็กยังไม่สามารถใช้เหตุผลที่แท้จริงได้ การตัดสินใจขึ้นอยู่กับความรู้สึกเป็นส่วนใหญ่แต่เด็กจะตอบสนองสิ่งแวดล้อมอย่างกระตือรือร้น เด็กจะเริ่มเลียนแบบพฤติกรรมของผู้ใหญ่ ใช้ภาษาเป็นเครื่องมือแทนการคิด

2.3 concrete operations อายุ 7-11 ปี เด็กในวัยนี้ สามารถสร้างกฎเกณฑ์ และตั้งเกณฑ์ในการแยกแยะสิ่งของออกเป็นหมวดหมู่ เด็กเริ่มมีความสามารถในการคิดย้อนกลับ และมีความเข้าใจในเรื่องของเหตุผลและสามารถเข้าใจเปรียบเทียบสิ่งใด ต่ำสูงกว่ามากกว่าได้อย่างสมบูรณ์

ขั้นที่ 3 formal operation อายุ 11 ปีขึ้นไป ความคิดแบบเด็กๆ จะสิ้นสุดลงเด็กสามารถคิดหาเหตุผลนอกเหนือไปจากสิ่งแวดลอมที่เขาประสบได้ เด็กสามารถคิดอย่างวิทยาศาสตร์สามารถตั้งสมมติฐานและทฤษฎีได้ มีความพอใจที่จะคิดพิจารณาสิ่งที่เป็นนามธรรม มีความเห็นว่าเป็นความจริงที่ปรากฏนั้นไม่สำคัญเท่ากับความคิดถึงสิ่งที่อาจเป็นไปได้

โดยสรุปแล้วจะเห็นว่าทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์นั้น เน้นเรื่องพัฒนาการทางสติปัญญาของบุคคลที่เป็นไปตามวัยและเชื่อว่ามนุษย์เลือกที่จะรับรู้สิ่งที่ตนเองสนใจและการเรียนรู้เกิดจากระบวนการการค้นพบด้วยตนเอง หลักการจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎีนี้ คือ คำนึงถึงพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียนและจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนอย่างเหมาะสมกับพัฒนาการนั้นให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์และมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมมากๆ ควรเด็กได้ค้นพบการเรียนรู้ด้วยตนเอง ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดอย่างอิสระและสอนการคิดแบบรวบยอดเพื่อช่วยส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ของผู้เรียน ซึ่งสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้ดังนี้

1. การพัฒนาผู้เรียนควรคำนึงถึงพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียน และจัดประสบการณ์ให้เหมาะสมกับพัฒนาการ ไม่ควรบังคับให้ผู้เรียนเรียนในสิ่งที่ยังไม่พร้อมหรือยากเกินพัฒนาการตามวัย เพราะจะทำให้ผู้เรียนเกิดเจตคติที่ไม่ดีในสิ่งที่เรียน และการจัดประสบการณ์ควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

- 1.1 การจัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัยของตนเอง ซึ่งจะช่วยให้เด็กพัฒนาไปสู่พัฒนาการขั้นสูงขึ้นได้

- 1.2 ผู้เรียนแต่ละคนมีพัฒนาการแตกต่างกัน ถึงแม้อายุจะเท่ากันแต่ระดับพัฒนาการอาจไม่เท่ากัน ดังนั้นจึงไม่ควรเปรียบเทียบผู้เรียน ควรให้มีอิสระที่จะเรียนรู้ และพัฒนาความสามารถไปตามระดับพัฒนาการของผู้เรียน

- 1.3 ผู้สอนควรสอนสิ่งที่เป็นรูปธรรมเพื่อช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจลักษณะต่างๆ ได้ดีขึ้น

2. การให้ความสนใจและสังเกตผู้เรียนอย่างใกล้ชิดจะช่วยให้ได้ทราบลักษณะเฉพาะของผู้เรียน

3. ในการสอนเด็กเล็กๆจะรับรู้ส่วนรวม (whole) ได้ดีกว่าส่วนย่อย (part) ดังนั้นผู้สอนจึงควรสอนภาพรวมก่อนแล้วจึงแยกสอนทีละส่วน

4. ในการสอนสิ่งใดให้กับผู้เรียน ควรเริ่มจากสิ่งที่ผู้เรียนคุ้นเคยหรือมีประสบการณ์มาก่อน แล้วจึงเสนอสิ่งใหม่ที่มีความสัมพันธ์กับสิ่งเก่า การทำเช่นนี้จะช่วยผู้เรียนซึมซับและจัดระบบความรู้ได้ดี

5. การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์แล้วมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมต่างๆ จะช่วยให้ผู้เรียนซึมซับข้อมูลเข้าสู่โครงสร้างทางสติปัญญา และพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียนได้ดี

จากแนวคิดดังกล่าว ผู้วิจัยนำทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์มาประยุกต์ใช้ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ผู้เรียนมีการคิดอย่างมีเหตุผล สามารถคิดย้อนกลับได้
2. ผู้สอนจัดประสบการณ์ให้เหมาะกับพัฒนาการของผู้เรียน
3. ผู้เรียนค้นพบการเรียนรู้ด้วยตนเอง
4. ผู้เรียนสามารถคิดและเรียนรู้อย่างเป็นอิสระ
5. ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียน

ตาราง 8 การสังเคราะห์การนำทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์มาใช้ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

สาระสำคัญ	องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้			
	หลักการ	วัตถุประสงค์	กระบวนการจัดการเรียนรู้	การวัดและประเมินผล
-ผู้เรียนมีการคิดอย่างมีเหตุผล -ผู้เรียนสามารถคิดย้อนกลับได้	1.การจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม	-เน้นให้ผู้เรียนแก้ปัญหา	-สอนจากภาพรวมก่อนแล้วจึงแยกสอนทีละส่วน -สอนโดยเริ่มจากประสบการณ์เดิมก่อนแล้วจึงเสนอสิ่งใหม่ที่มีความสัมพันธ์กับเรื่องเดิม	-ใช้แบบทดสอบและประเมินเป็นระยะ
-ผู้สอนจัดประสบการณ์ให้เหมาะสมกับพัฒนาการของผู้เรียน	2.การจัดการเรียนรู้ที่คำนึงถึงพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียน	-กำหนดวัตถุประสงค์ให้เหมาะสมกับความรู้ความสามารถของผู้เรียน	-จัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อต่อการเรียนรู้ตามวัยของผู้เรียน และสามารถพัฒนาไปตามระดับของผู้เรียน -สอนสิ่งที่เป็นรูปธรรมก่อนเพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจลักษณะต่างๆ ได้ดี	-ใช้การประเมินตามสภาพจริง
-ผู้เรียนค้นพบการเรียนรู้ด้วยตนเอง -ผู้เรียนสามารถคิดและเรียนรู้อย่างเป็นอิสระ	3.การจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเอง	-กำหนดวัตถุประสงค์เน้นผู้เรียนลงมือปฏิบัติและนำเสนอได้	-สร้างบรรยากาศในการเรียนที่เน้นให้ผู้เรียนได้เลือก ตัดสินใจและลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง -เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์สิ่งแวดล้อมรอบตัว -สอนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม	-ผู้เรียนได้ประเมินตนเอง และประเมินเพื่อน

ตาราง 8 (ต่อ)

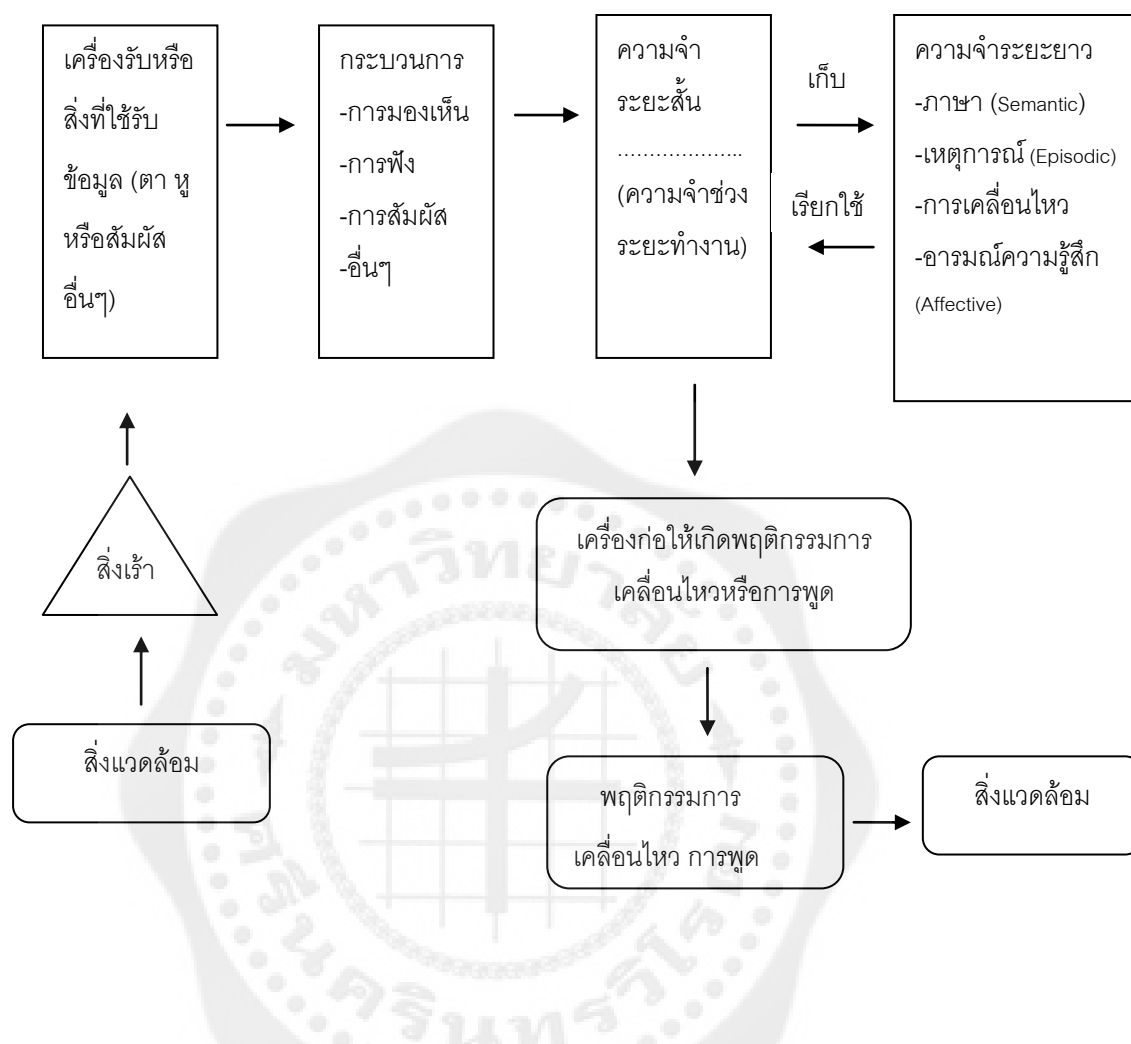
สาระสำคัญ	องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้			
	หลักการ	วัตถุประสงค์	กระบวนการจัดการเรียนรู้	การวัดและประเมินผล
-ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียน	4.การจัดการเรียนรู้ที่คำนึงถึง ความรู้สึกละเจตคติของผู้เรียน		-ให้ความสนใจและสังเกตผู้เรียนอย่างใกล้ชิด -เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็นโดยการพูดและการเขียน -เน้นให้ผู้เรียนได้นำประสบการณ์เดิม ทักษะความรู้เดิม มาใช้ในการเรียนรู้ -จัดบรรยากาศในห้องเรียนให้ผ่อนคลายเน้นการแบ่งปันข้อมูลและร่วมกันแสดงความคิดเห็น	-แบบสังเกตผู้เรียนรายบุคคล -ครูและนักเรียนมีการให้ข้อมูลย้อนกลับเพื่อนำไปพัฒนาต่อไป

2.2 ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ (Information Processing Model of Learning)

ทฤษฎีกระบวนการทางสมองในการประมวลข้อมูล เป็นทฤษฎีที่สนใจศึกษาเกี่ยวกับกระบวนการพัฒนาสติปัญญาของมนุษย์ โดยให้ความสนใจเกี่ยวกับการทำงานของสมอง ทฤษฎีนี้เริ่มได้รับความนิยมมาตั้งแต่ปี ค.ศ. 1950 จวบจนปัจจุบัน ทฤษฎีนี้ให้ความสนใจกับธรรมชาติของผู้เรียน ซึ่งเป็นผู้ที่ตื่นตัว (Active) หรือกล่าวได้ว่าการแสดงพฤติกรรมการเรียนรู้จะเกิดจากความต้องการของผู้เรียน ซึ่งการเรียนรู้นั้นเป็นผลเนื่องมาจากปฏิสัมพันธ์สิ่งเร้าที่มาจากสิ่งแวดล้อม ได้แก่ ข้อมูล หรือ ความรู้ที่ต้องการเรียนกับตัวผู้เรียน ซึ่งนักจิตวิทยาากลุ่มประมวลสารสนเทศ เชื่อว่า การเรียนรู้เป็นการเปลี่ยนแปลงความรู้ของผู้เรียนทั้งด้านปริมาณและคุณภาพ เชื่อว่ากระบวนการรู้คิด (Cognitive Operation) และความสามารถ (Abilities) จะมีแนวโน้มที่จะพัฒนาเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ เช่น เด็กสามารถเรียนรู้ได้เร็วขึ้น จำได้มากขึ้น และสามารถปฏิบัติงานที่ซับซ้อนเพิ่มขึ้นได้ในขณะที่เจริญเติบโตขึ้น ซึ่งจะมุ่งเน้นศึกษาเรื่องต่อไปนี้ 1) ความสนใจ (Attention) 2) กลยุทธ์การเรียนรู้ (Learning Strategies) 3) พื้นฐานความรู้ (Knowledge Base) 4) ความรู้เกี่ยวกับการรู้คิดของตน (Metacognition)

คลอสเมียร์ (Klausmeier, 1985: 105) ได้อธิบายกระบวนการประมวลข้อมูลโดยเริ่มต้นจากการที่มนุษย์รับสิ่งเร้าเข้ามาทางประสาทสัมผัสทั้ง 5 สิ่งเร้าที่เข้ามาจะได้รับการบันทึกไว้ในความจำระยะสั้น ซึ่งการบันทึกนี้จะขึ้นอยู่กับองค์ประกอบ 2 ประการคือ การรู้จัก (recognition) และความใส่ใจ (attention) ของบุคคลที่รับสิ่งเร้า ซึ่งจะดำรงอยู่ในระยะเวลาที่จำกัดมาก ในการทำงานที่จำเป็นต้องเก็บข้อมูลไว้ชั่วคราว อาจจำเป็นต้องใช้เทคนิคต่าง ๆ ในการจำช่วย เช่น การจัดกลุ่มคำหรือการท่องซ้ำ ๆ กันหลายครั้ง ซึ่งจะสามารถช่วยให้จดจำสิ่งนั้นไว้ใช้งานได้ การเก็บข้อมูลไว้ใช้ในภายหลัง สามารถทำได้โดยข้อมูลนั้นจำเป็นต้องได้รับการประมวลและเปลี่ยนรูปโดยการเข้ารหัส (encoding) เพื่อนำไปเก็บไว้ในความจำระยะยาว (long term memory) ซึ่งอาจต้องใช้เทคนิคต่าง ๆ เข้าช่วย เช่น การท่องซ้ำหลาย ๆ ครั้ง หรือการทำข้อมูลให้มีความหมายกับตนเอง ความจำระยะยาวนี้มี 2 ชนิด คือ ความจำที่เกี่ยวกับภาษา (semantic) และความจำที่เกี่ยวกับเหตุการณ์ (episodic) นอกจากนั้นยังอาจแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ ความจำประเภทกลไกที่เคลื่อนไหว (motoric memory) หรือความจำประเภทอารมณ์ ความรู้สึก (affective memory)

ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ มีขั้นตอนการเรียนรู้ดังนี้



ภาพประกอบ 3 แสดงขั้นตอนการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ
ของคลอสเมียร์ (Klausmeier, 1985)

จากภาพประกอบ 3 สามารถอธิบายขั้นตอนการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศของคลอสเมียร์ ดังต่อไปนี้

สิ่งเร้า (Environmental Stimuli) คือ สิ่งต่างๆ ที่อยู่รอบตัวมนุษย์ในขณะนั้น สิ่งเร้าในแต่ละขณะจะมีมากมาย แต่จากการศึกษาวิจัยของนักจิตวิทยาเรื่องกระบวนการรับสัมผัสพบว่ามนุษย์มีความสามารถในการรับรู้ข้อมูลต่างๆ ในแต่ละครั้งอย่างมากที่สุด ได้ประมาณ 11-12 ชั่วโมง

ระบบบันทึกการรับรู้ (Sensory Register) คือ หน่วยบันทึกความจำหน่วยแรกของมนุษย์ ข้อมูลในขณะนี้เป็นข้อมูลชนิดเดียวกับที่ได้รับมา ซึ่งเข้ากระทบประสาทสัมผัสทั้ง 5 คือ ตา หู จมูก

ทางสัมผัสผิวหนัง ทางปากหรือลิ้น หรือประสบการณ์ที่ได้รับเข้ามาจะบันทึกอยู่ในบันทึกการรับรู้ระยะของความจำจะมีประมาณ 1-3 วินาที เพื่อให้บุคคลตัดสินใจว่า มีความสนใจในข้อมูลนั้นหรือไม่ ข้อมูลที่ไม่ต้องการก็จะสูญหายไป ส่วนข้อมูลที่ต้องการก็จะเข้าสู่ความจำระยะสั้นต่อไป เช่น หากนักเรียนอยู่ในชั้นเรียน จะมีสิ่งเร้ามากระทบ เช่น เสียงของครู หนังสือเรียน กระดาน สื่อการเรียนการสอน พฤติกรรมต่างๆของเพื่อนในห้อง สิ่งเหล่านี้จะผ่านระบบบันทึกการเรียนรู้ ซึ่งมีหน้าที่เก็บข้อมูลต่างๆ เพียงระยะสั้นมาก แต่จะมีเพียงสิ่งเร้าที่ผู้เรียนสนใจจะรับรู้เท่านั้น ที่จะคงอยู่นานพอที่จะนำไปบันทึกหรือแปรรูปเก็บไว้ในความจำระยะสั้นและความจำระยะยาวต่อไป กระบวนการที่ถูกเก็บไว้ในความจำระยะสั้นคือ ความใส่ใจ (Attention) และการรู้จัก (Recognition)

ความใส่ใจ (Attention) ในขั้นนี้จะเป็นการคัดเลือกข้อมูลต่างๆ ที่สนใจเข้าสู่ความจำระยะสั้น ซึ่งแม้ว่าคนเราจะอยู่ท่ามกลางสิ่งต่างๆ ที่มากระทบประสาทสัมผัสทั้ง 5 อยู่เสมอ แต่จะมีเพียงสิ่งเร้าที่ผู้เรียนสนใจที่จะรับรู้เท่านั้นที่จะถูกเลือกและนำไปบันทึก หรือเก็บไว้ในความจำระยะสั้น ความใส่ใจช่วยให้คนเราเลือกสิ่งเร้าที่เข้ามาในระบบบันทึกการรับรู้ หรือความใส่ใจจะช่วยให้คนเรารวบรวมข้อมูลลงในความจำระยะสั้น ซึ่งจากผลการวิจัยของ เนย์เซอร์ (Neisser, 2003) พบว่า ครูสามารถฝึกให้ผู้เรียนมีความใส่ใจ และเพิ่มความใส่ใจได้ และผู้เรียนให้ความใส่ใจเฉพาะสิ่งที่เขามีความคิดเกี่ยวกับเรื่องนั้นอยู่แล้ว และจะละเลยที่จะให้ความสนใจเรื่องอื่นๆ

การรู้จัก (Recognition) ในขั้นนี้จะเป็นการเก็บรายละเอียดของลักษณะข้อมูลที่สำคัญเรียกว่า Bottom-UP Processing และอีกกระบวนการหนึ่งซึ่งเกิดจากการสังเกตลักษณะของสิ่งเร้าแล้วสามารถเชื่อมโยงได้กับข้อมูลที่บันทึกไว้ในความจำระยะยาว (Long-Time Memory) ซึ่งเรียกว่า Top-Down Processing เช่น เมื่อนักเรียนได้เห็นจำนวนเต็มอยู่ชุดหนึ่ง ซึ่งนักเรียนได้เรียนเกี่ยวกับการบวก ลบ คูณ หารจำนวนเต็มมาแล้ว และนำไปเชื่อมโยงกับข้อมูลที่มีอยู่แล้วในความจำระยะยาว เช่น จำนวนเต็มมีสมบัติสลับที่การบวก การคูณ สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มการบวก การคูณ เป็นต้น

กระบวนการของการรู้จัก (Recognition) จะมีประสิทธิภาพเพียงใดนั้นขึ้นอยู่กับความสามารถของผู้เรียนที่จะนำแหล่งข้อมูลที่ตนเองมีอยู่นั้นมาใช้ได้มากน้อยเพียงใด ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนจึงจำเป็นต้องมีการจัดระเบียบข้อมูล มีสื่อการเรียนการสอนที่เป็นรูปธรรม หรือกระบวนการที่มีความหมาย ซึ่งจะเป็นสิ่งที่ช่วยให้ผู้เรียนสร้างสะพานเชื่อมโยงความรู้ที่มีอยู่เดิมเข้ากับข้อมูลใหม่ที่ได้รับมา อันจะนำไปสู่การเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพต่อไป

ความจำระยะสั้น (Short-Term Memory) เป็นสิ่งที่สำคัญในการเรียนรู้เพราะเป็นความจำที่สามารถนำมาใช้ในการทำงานได้ เรียกว่าความจำขณะทำงาน (Working Memory) ตัวอย่างเช่น การจำหมายเลขโทรศัพท์ที่ต้องการใช้ในขณะนั้น การจำในขั้นนี้เหมือนกับการเก็บแฟ้มข้อมูล (File) ซึ่งมนุษย์สามารถเก็บ(จำ) เรื่องต่างๆได้ประมาณ 7 เรื่อง ในระยะเวลา 20 วินาที เมื่อได้รับข้อมูล

ใหม่ข้อมูลที่ได้รับเข้ามาใหม่อาจจะรวมกับข้อมูลเดิมหรือ ข้อมูลเดิมถูกลบออกจนหมดสิ้น ซึ่งวิธีการที่จะช่วยเพิ่มความจำในระยะทำงาน ทำให้จำได้ง่ายขึ้น หรือจำได้นานขึ้น คือ 1) การทำซ้ำๆ กันหลายๆ ครั้ง (Rehearsal) 2) การจัดแบ่งกลุ่ม (Chunking) เช่น เบอร์โทรศัพท์ 081- 245-4711 เป็นต้น

ความจำระยะยาว (Long-Term Memory) เมื่อข้อมูลที่ถูกบันทึกไว้ในความจำระยะสั้นนั้น ถ้าต้องการเรียกออกมาใช้ (Retrieve) ในภายหลังได้นั้น ข้อมูลนั้นจะต้องผ่านกระบวนการประมวลผล และเปลี่ยนแปลง (Processed and Transformed) จากความจำระยะสั้น ไปสู่ความจำระยะยาว นักจิตวิทยาให้ความสนใจกับการพัฒนากระบวนการดังกล่าวโดยมีวิธีการดังต่อไปนี้

- การเข้ารหัส (Encoding) เกิดจากการท่องซ้ำๆ หลังจากที่ยังข้อมูลบันทึกไว้ในความจำระยะสั้นแล้ว เช่นการท่องสูตรคูณ ซึ่งเป็นการท่องจำที่ไม่ต้องใช้ความคิด
- กระบวนการขยายความคิด (Elaborative Process) คือการสร้างความสัมพันธ์หรือ การเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่จะเรียนรู้ใหม่ หรือข้อมูลใหม่กับความรู้เดิมของผู้เรียนที่เก็บไว้ในความจำระยะยาว ซึ่งจะช่วยให้การเรียนรู้มีความหมาย (Meaningful Learning) เป็นผลทำให้เกิดการเรียนรู้ที่ดีขึ้น

องค์ประกอบของการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ มีอยู่ 4 ประการ คือ

1. คุณลักษณะของผู้เรียน (Learner Characteristics) คือสิ่งต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียน เช่น ความรู้เดิม ทักษะคิด แรงจูงใจ รูปแบบความคิด เป็นต้น
2. กิจกรรมของผู้เรียน (Learner Activities) ในส่วนนี้จะเกี่ยวกับกระบวนการใช้สมองของผู้เรียนในขณะเกิดการเรียนรู้ โดยพิจารณาว่าผู้เรียนจะทำกิจกรรมอะไรบ้าง เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ที่ดี เช่น นั่งฟังคำบรรยายด้วยความสนใจ จดโน้ตตาม ชีตเส้นใต้ข้อความที่สำคัญ เป็นต้น
3. ธรรมชาติของสิ่งที่เรียน (Nature of the Learning Material) คือข้อมูลนั้นเป็นข้อมูลประเภทใด เนื้อหาของข้อมูลนั้นมีลักษณะเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม มีการจัดเรียงลำดับเนื้อหาดี มากน้อยเพียงใด เป็นต้น
4. วิธีการประเมินผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียน (Nature of the Criterion) คือลักษณะต่างๆ ที่ผู้เรียนแสดงออกมาเมื่อเรียนรู้แล้ว เช่น ตอบข้อเขียนได้ถูกต้อง สอบปากเปล่าได้ แสดงทักษะต่างๆ ให้ปรากฏ เป็นต้น

ซึ่งในการจัดการเรียนการสอนนั้น ควรตระหนักถึงสิ่งที่ผู้เรียนเคยรู้มาก่อนที่ถูกบันทึกไว้ในความจำระยะยาว ซึ่งมีอิทธิพลกับการเรียนรู้ใหม่ (Siegler, 2004) ดังนั้นเพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถเก็บบันทึกความรู้ต่างๆ ที่ได้เรียนรู้ไว้ในความจำระยะยาว และสามารถเรียกกลับมาใช้ได้นั้นผู้สอนควรพยายามสร้างสะพานที่จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ผู้เรียนเคยรู้มาก่อนกับสิ่งที่จะเรียนรู้ใหม่โดยวิธีการต่างๆ ที่กล่าวมาแล้ว เช่น การทบทวน การทำซ้ำๆ (Rehearsal) การเรียบเรียงและ

รวบรวมนหรือจัดหมวดหมู่ (Organize) การขยายความคิด (Elaborate) เป็นต้น เช่น การเรียนเรื่องรูปร่างลักษณะของจำนวนศูนย์ของนักเรียนระดับอนุบาล ซึ่งเป็นสิ่งที่ไม่เคยเรียนรู้มาก่อน ถ้าผู้สอนช่วยเชื่อมโยงเข้ากับสิ่งที่ผู้เรียนเคยรู้จักรูปร่างของศูนย์กับสิ่งที่ผู้เรียนเคยรู้จัก เช่น ไข่ ลูกโป่ง ลูกปิงปอง เป็นต้น อาจช่วยให้ผู้เรียนสามารถเกิดการเรียนรู้ในเรื่องดังกล่าวได้ดียิ่งขึ้น

ดังนั้นการนำทฤษฎีประมวลสารสนเทศมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ จะช่วยให้นักเรียนสามารถการสร้างเชื่อมโยงระหว่างสาระใหม่กับสาระที่เรียนมา จะเกิดความสัมพันธ์อย่างมีความหมาย ทำให้นักเรียนเกิดการจดจำได้ดียิ่งขึ้น ดังเช่นงานวิจัยของ เบญจา อ่วมนุช (2556) ได้ทำการพัฒนารูปแบบการสอนตามทฤษฎีการประมวลสารสนเทศ และมโนทัศน์การรู้คิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น จังหวัดชลบุรี โดยได้พัฒนาโมเดลความสัมพันธ์เชิงสาเหตุของปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า การพัฒนารูปแบบการสอนตามทฤษฎีพฤติกรรมตามแผน ทฤษฎีการประมวลสารสนเทศและมโนทัศน์การรู้คิด พบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองที่เรียนตามรูปแบบการสอนที่พัฒนาขึ้น มีค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอธิบายได้ว่า ในกระบวนการเรียนการสอนนักเรียนได้รับการกระตุ้นให้เกิดความสนใจต่อสิ่งที่จะเรียนรู้ เชื่อมโยงกับการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน และความรู้เดิม ซึ่งเกิดขึ้นในขั้นตอนการสอนการสร้างความสนใจและทำให้ตระหนักรู้ถึงประโยชน์ ในขั้นตอนการกำหนดเป้าหมายการเรียนรู้ นักเรียนยังได้กำหนดสิ่งที่คาดหวังในการเรียนรู้จากเนื้อหาสาระ ทำให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจและมุ่งหวังที่จะเข้าใจในสิ่งที่เรียนรู้การที่นักเรียนมีแรงจูงใจ มีความตั้งใจในการเรียนรู้จะเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้และพัฒนาผลสัมฤทธิ์ สอดคล้องกับแนวคิดของ Mayor (1997, อ้างอิงจาก Borich; & Tombari, 1995) เสนอว่าการจัดระบบแสดงถึงการเรียบเรียงข้อมูลให้เป็นระบบเพื่อที่จะจดจำและนำออกมาใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเมื่อกระตุ้นให้นักเรียนดึงความรู้เดิมจะมีการวางแผนปฏิบัติ นักเรียนจะไตร่ตรองความคิดของตนเอง เพื่อค้นหาและดึงความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องออกมาใช้ในการอธิบายการเรียนรู้ข้อมูลใหม่ ขณะเดียวกันนักเรียนจะคิดพิจารณาหาแนวทาง วิธีการหรือแสวงหาข้อมูลเพิ่มเติมเพื่อช่วยในการเชื่อมโยงความรู้ที่มีอยู่กับข้อมูลใหม่ที่จะนำไปสู่การสร้างความรู้ความเข้าใจ ซึ่งจะอยู่ในขั้นการเสริมสร้างความเข้าใจ ในขั้นตอนเหล่านี้นักเรียนจะต้องพยายามทำความเข้าใจกับข้อมูลใหม่ โดยอาศัยความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างมีความหมาย

และสอดคล้องกับงานวิจัยของสตรีเอวา จำปารัตน์ (2557) ได้ทำการศึกษาและสร้างรูปแบบกรอบคิดใฝ่เรียนรู้ตลอดชีวิตของนักศึกษาปริญญาตรีมหาวิทยาลัยเอกชนในเขตกรุงเทพมหานคร 9 แห่งจำนวน 600 คน โดยนำทฤษฎีการประมวลสารสนเทศมาสังเคราะห์ เพื่อให้เกิดรูปแบบการเรียนรู้กรอบคิดใฝ่เรียนรู้ตลอดชีวิต ผลการวิจัยพบว่ากรอบคิดใฝ่เรียนรู้ตลอดชีวิตของกลุ่มทดลองหลังเข้าร่วมการทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้เพราะว่าองค์ประกอบ

สำคัญของรูปแบบ ได้แก่ แนวคิดพื้นฐานหลักการ วัตถุประสงค์ และกระบวนการเรียนรู้ของรูปแบบมีความสอดคล้องกับเป้าหมายการบูรณาการสังเคราะห์แนวคิดและการจัดการเรียนรู้ทางจิตวิทยา 5 ทฤษฎี มาใช้อย่างเป็นระบบ ทำให้กลุ่มทดลองเกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างความคิด อารมณ์ความรู้สึก และการแสดงพฤติกรรมอย่างเป็นอิสระ สนับสนุนให้นักศึกษารู้จักศักยภาพของตนเอง เชื่อว่าสติปัญญาความสามารถเปลี่ยนแปลงและพัฒนาได้ด้วยกระบวนการเรียนรู้อย่างเป็นระบบ เพราะคุณภาพของสติปัญญาเกิดจากการประมวลสารสนเทศ และการเก็บจำในสมองที่ต้องมีการทำซ้ำ ผึกฝน และเรียนรู้สิ่งที่ยากขึ้นเพื่อการสร้างเครือข่ายของเซลล์ประสาท ดังนั้นการจัดระเบียบลำดับชั้นการเรียนรู้ การใช้สื่อ และกระบวนการสอนที่กระตุ้นให้ผู้เรียนใส่ใจในการเรียนรู้ จึงเป็นสิ่งสำคัญในกิจกรรมการเรียนรู้ นอกจากนี้กระบวนการเรียนรู้ของรูปแบบ โดยเฉพาะขั้นตอนที่ 4 คือ ขั้นฝึกปฏิบัติ เป็นขั้นที่ให้กลุ่มทดลองเล่นเกมหรือกิจกรรมที่เน้นความท้าทายในประสบการณ์ใหม่เพื่อสร้างเสริมกรอบคิดจากกระบวนการเรียนรู้ โดยผู้ฝึกให้กำลังใจด้วยคำชมเชยที่เน้นความพยายามพร้อมทั้งให้กลุ่มทดลองจำแนกคำพูดระหว่างคำพูดที่แสดงถึงกรอบคิดใฝ่เรียนรู้ตลอดชีวิต และคำพูดที่แสดงถึงกรอบคิดไม่ใฝ่เรียนรู้ตลอดชีวิตซ้ำๆ กันในทุกกิจกรรม ทำให้กลุ่มทดลองเก็บจำประสบการณ์ตรงที่กระทำสำเร็จด้วยตนเองไว้ จนพัฒนาเป็นความเชื่อในความสามารถของตน (Self-Efficacy)

กล่าวโดยสรุป ทฤษฎีการประมวลสารสนเทศ เป็นทฤษฎีที่มุ่งเน้นลักษณะของผู้เรียนกับข้อมูลหรือสิ่งที่ผู้เรียนต้องเรียน ซึ่งอยู่ในกระบวนการเรียนรู้ โดยเน้นที่จะศึกษากระบวนการคิดและลำดับขั้นตอนการประมวลสารสนเทศของผู้เรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งความจำระยะยาวและการเรียกข้อมูลที่ได้เรียนรู้แล้วและเก็บในความจำระยะยาวมาใช้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากแนวคิดดังกล่าว ผู้วิจัยนำทฤษฎีการประมวลสารสนเทศ มาประยุกต์ใช้ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ผู้เรียนมีการประมวลความรู้โดยการเข้ารหัสเพื่อเก็บเป็นความจำระยะยาว
2. การให้สิ่งเร้าที่ทำให้ผู้เรียนสนใจรับรู้และเก็บเป็นความจำระยะยาว
3. การสังเกตสิ่งเร้าแล้วสามารถเชื่อมโยงได้กับข้อมูลที่ได้นับที่ไว้ในความจำระยะยาว
4. การเรียกใช้ข้อมูลที่ได้เรียนรู้แล้วและเก็บเป็นความจำระยะยาวมาใช้อย่างมี

ประสิทธิภาพ

ตาราง 9 การสังเคราะห์การนำแนวคิดทฤษฎีการประมวลสารสนเทศมาใช้ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

สาระสำคัญ	องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้			
	หลักการ	วัตถุประสงค์	กระบวนการจัดการเรียนรู้	การวัดและประเมินผล
-ผู้เรียนมีการประมวลความรู้โดยการเข้ารหัสเพื่อเก็บเป็นความจำระยะยาว	1.การจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนใช้เทคนิคเพื่อช่วยให้สามารถจำได้ระยะยาว	-กำหนดวัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนมีความจำระยะยาวโดยใช้การประมวลความรู้ใหม่	-ผู้สอนเน้นให้ร่วมกันสรุปเนื้อหาที่ได้เรียนมาแล้วนำมาเสนอในรูปแบบที่เข้าใจง่ายอาจใช้เทคนิคแผนภูมิความคิด	-ใช้แบบทดสอบโดยใช้คำถามปลายเปิด
-การให้สิ่งเร้าที่ทำให้ผู้เรียนสนใจรับรู้และเก็บเป็นความจำระยะยาว	2.การจัดการเรียนรู้ที่กระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจโดยใช้เทคนิคต่างๆ	-กำหนดวัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนมีความสนใจในความรู้ใหม่	-ผู้สอนใช้เกมส์ การจำลอง การปฏิบัติจริง การเปรียบเทียบเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจ	-สร้างสถานการณ์ให้ผู้เรียนสนใจ
-การสังเกตสิ่งเร้าแล้วสามารถเชื่อมโยงได้กับข้อมูลที่ได้บันทึกไว้ในความจำระยะยาว	3.การจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนสามารถเก็บข้อมูลไว้ในความจำระยะยาว	-กำหนดวัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงข้อมูลได้	-ผู้สอนใช้เทคนิคต่างๆเพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงสิ่งเดิมกับสิ่งใหม่ เช่น การทบทวน การทำซ้ำ -ผู้สอนให้ความสนใจกับผู้เรียนโดยใช้คำถามถามสิ่งที่ผู้เรียนกำลังคิด	-ให้สิ่งเร้าแล้วสังเกตการเรียนรู้จากผู้เรียน
-การเรียกใช้ข้อมูลที่ได้เรียนรู้แล้วและเก็บเป็นความจำระยะยาวมาใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ	4.การจัดการเรียนรู้เพื่อค้นหาและดึงความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องออกมาใช้ในการอธิบายการเรียนรู้ข้อมูลใหม่	-กำหนดวัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนได้นำข้อมูลหรือความรู้เดิมมาใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ	-ผู้สอนให้ผู้เรียนทำกิจกรรมเน้นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้จริง เช่นการทำโครงงาน	-ใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

2.3 Cognitive coaching การโค้ชเพื่อการรู้คิด

การโค้ช (coaching) หมายถึง การเป็นคู่คิดของผู้ที่ได้รับการโค้ช ในกระบวนการพัฒนาที่สร้างสรรค์ และกระตุ้นให้ผู้ได้รับการโค้ชได้นำศักยภาพของตนเองออกมาใช้ได้อย่างเต็มที่ทั้งชีวิตส่วนตัว และอาชีพ การโค้ชเน้นการลงมือปฏิบัติด้วยตนเองเพื่อให้เกิดการพัฒนาและการเปลี่ยนแปลงด้านดีที่เป็นรูปธรรม เพื่อให้ผู้เรียนมีคุณภาพตามเป้าหมาย (Knight. 2009; Short, Kinman; & Baker. 2010; Nieuwerburgh. 2012; วิชัย วงษ์ใหญ่และมารุต พัฒนา. 2557; ธีญพร ชื่นกลิ่น. 2553)

การโค้ชเพื่อการรู้คิด (Cognitive coaching) หมายถึง กระบวนการสอนที่ผู้สอนซึ่งทำหน้าที่เป็นโค้ช เป็นสื่อกลางในการสนับสนุน ส่งเสริม สร้าง และพัฒนาสติปัญญาและความคิด การรับรู้และการตัดสินใจ ในการจัดการเรียนการสอนหรือปฏิบัติงาน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการรับรู้ที่มีประสิทธิภาพ มีสมรรถนะในการตัดสินใจ และพัฒนาสติปัญญา (Costa; & Garmston. 2002: 14; Edwards, 2007 cited by Maskey, 2009: 64; Palmer; & Szymanska. 2007; Cornett ; & Knight. 2009; วัชร เล่าเรียนดี. 2556 : 309 – 313, วิชัย วงษ์ใหญ่. 2557:3)

การโค้ชเพื่อการรู้คิด มีเป้าหมายหลักเพื่อพัฒนาศักยภาพด้านการคิดของผู้เรียน การใคร่ครวญตรวจสอบตนเองเพื่อนำไปสู่การพัฒนาอย่างต่อเนื่อง ไม่ใช่เป็นการอบรมสั่งสอนโดยตรง แต่เป็นการใช้เทคนิควิธีการต่างๆ เช่นการตั้งคำถาม การให้ข้อมูลย้อนกลับ การให้คำแนะนำ การให้หลักคิด วิธีการคิด วิธีการเรียนรู้ ที่ทำให้ผู้เรียนเกิดแรงบันดาลใจในการเรียนรู้ (inspiration) และนำไปสู่การแสวงหาความรู้ การฝึกฝนทักษะ และการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมคุณธรรม จริยธรรม และให้ความสำคัญกับกระบวนการเรียนรู้และผลลัพธ์ของการเรียนรู้

2.3.1 ลักษณะสำคัญของการโค้ชเพื่อการรู้คิด (Cognitive Coaching)

ในการโค้ชผู้เรียนมีลักษณะสำคัญกล่าวคือ ผู้สอนกระตุ้นผู้เรียนให้เกิดความต้องการแรงจูงใจ ความปรารถนา ทักษะและกระบวนการคิดที่จะนำไปสู่การเรียนรู้เพื่อการเปลี่ยนแปลงที่ดีขึ้น (Transformative learning) มีการตั้งคำถามผู้เรียนด้วยเทคนิคต่างๆ เพื่อเสริมสร้างกระบวนการคิด และสนับสนุนผู้เรียนให้มีการกำหนดเป้าหมายของการพัฒนาตนเอง รวมทั้งมีการวางแผนและการประเมินผลความสำเร็จ ในระหว่างทำการโค้ชนั้นผู้สอนควรสังเกตและประเมินพัฒนาการด้านต่างๆ ของผู้เรียนที่เป็นจุดเน้นของการโค้ชในแต่ละครั้ง มีการประยุกต์เทคนิคการสอนต่างๆ มาใช้ในการโค้ช ผู้เรียนให้เหมาะสมกับธรรมชาติและความต้องการของแต่ละคนในลักษณะการสร้างเครื่องมือช่วยเหลือผู้เรียน ชี้แนะและช่วยเหลืออย่างเหมาะสม เพื่อส่งเสริมผู้เรียนให้มีความเชื่อมั่น ความมุ่งมั่น ในการปฏิบัติที่นำไปสู่การพัฒนาที่ดีขึ้น (วิชัย วงษ์ใหญ่และมารุต พัฒนา. 2558: 41)

2.3.2 เทคนิคและทักษะที่สำคัญสำหรับการโค้ชเพื่อการรู้คิด (Cognitive Coaching)

เทคนิคและทักษะที่สำคัญที่จะช่วยให้การโค้ชเพื่อการรู้คิดประสบความสำเร็จประกอบด้วย ทักษะคำถาม (Questioning Skills) ทักษะการสร้างความสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน (Interpersonal Skills) ทักษะในการพูด การฟัง และการส่งเสริมกระบวนการคิด (Communication Skills) ทักษะในการส่งเสริมการไตร่ตรองสะท้อนคิด (Reflective Thinking Skills) ทักษะในการคิดขั้นสูง (Higher Order Thinking Skills)

ซึ่งการโค้ชมีกลไกที่นำไปสู่กระบวนการโค้ชและความสำเร็จของการโค้ชดังต่อไปนี้

(Costa; & Garmston. 2002; วิชัย วงษ์ใหญ่และมารุต พัฒนาผล. 2558: 64)

1. สร้างแรงบันดาลใจให้กับผู้เรียน (Inspiring your learners) ผู้โค้ชต้องใช้กลวิธีเทคนิคต่างๆ ในการสร้างแรงบันดาลใจให้กับผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนสนใจอยากเรียนรู้ กำหนดเป้าหมายของการเรียนรู้ และอยากปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ ด้วยเหตุผลว่าเป็นสิ่งที่มีความสำคัญและมีประโยชน์

2. ให้กำลังใจสนับสนุนผู้เรียน (Encouraging your learners) ผู้โค้ชมีความจริงใจในการชมเชยผู้เรียน เมื่อผู้เรียนทำสิ่งต่างๆ ได้สำเร็จ และให้กำลังใจเมื่อประสบความสำเร็จด้วยความล้มเหลว โดยใช้คำถาม เพื่อการรู้คิดในการพัฒนาและปรับปรุงโดยไม่วิพากษ์วิจารณ์

3. แก้ไขปรับปรุงข้อผิดพลาดให้ผู้เรียน (Correcting your learners) ผู้โค้ชที่มีประสบการณ์สูง จะสามารถเสนอแนะแนวทางการแก้ไขปรับปรุงข้อผิดพลาดให้กับผู้เรียนได้ โดยใช้คำถามหรือการให้ผู้เรียนคิดหาแนวทางด้วยตนเอง การเสนอแนะความคิดโดยไม่ลงมือทำให้ เพราะทำให้ผู้เรียนไม่ได้เรียนรู้

4. สร้างความท้าทายให้ผู้เรียน (Challenging your learners) ผู้โค้ชจำเป็นต้องทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้สึกท้าทายในการเรียนรู้ เพราะเมื่อผู้เรียนเกิดความรู้สึกว่าสิ่งที่เขาจะต้องเรียนรู้ นั้น เป็นสิ่งที่ท้าทายความรู้ความสามารถของเขา จะทำให้เกิดความมุ่งมั่น ความพยายามในการที่จะเรียนรู้ให้สำเร็จ

5. ภาวะผู้นำทางวิชาการ (Academic leadership) ผู้โค้ชที่จะทำการโค้ชได้ดีนั้น จำเป็นต้องมีภาวะผู้นำทางวิชาการ คือการมีความรู้ในเนื้อหาสาระที่ตนเองจัดการเรียนรู้ และมีความสามารถในการนำความคิดรวบยอด ของความรู้นั้นมาใช้ในการปฏิบัติจริง

6. สนทนาสนทนา (Dialogue) เป็นการสื่อสารกับผู้เรียน ด้วยจิตใจที่บริสุทธิ์ ใช้เหตุผลหรือปัญญาในการพูด โดยไม่ใช้อารมณ์หรือความรู้สึก รับฟังผู้เรียนด้วยใจเป็นกลางปราศจากอคติ ไม่ด่วนสรุป ซึ่งสนทนาสนทนาเป็นปัจจัยของการเรียนรู้สู่การเปลี่ยนแปลง (Transformative learning)

7. การถอดบทเรียน (Lesson learned) เป็นการสังเคราะห์องค์ความรู้ที่เกิดจากการปฏิบัติจริง เกี่ยวกับการโค้ช เช่น เทคนิคการตั้งคำถาม วิธีการจูงใจ วิธีการให้ผลย้อนกลับแก่ผู้เรียน เป็นต้น ผลจากการถอดบทเรียนจะทำให้ผู้โค้ชมีองค์ความรู้ที่มาจากการปฏิบัติ หรือเรียกว่า ปัญญาปฏิบัติและสามารถนำไปเรียนรู้ต่อยอดได้

8. ความผูกพันของผู้เรียนกับผู้โค้ช (Engagement) การโค้ชเป็นความผูกพันส่วนบุคคล คือ เป็นสิ่งที่ไม่สามารถออกคำสั่งหรือบังคับให้ปฏิบัติตามได้ ผู้เรียนที่มีความผูกพันกับผู้โค้ช จะรับฟังคำแนะนำและนำไปปฏิบัติด้วยตนเอง

9. การตั้งคำถามกระตุ้นการคิด (Thinking question) เป็นหัวใจที่สำคัญของการโค้ช เพราะการโค้ชที่ดีจะต้องใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดและพัฒนาตนเองอย่างต่อเนื่อง การโค้ชที่ดีเป็นมากกว่าการให้คำตอบที่ถูกต้อง หากแต่อยู่ที่การดึงศักยภาพของผู้เรียนออกมา แล้วให้ผู้เรียนได้พัฒนาตัวเองเต็มตามศักยภาพ

2.3.3 กระบวนการโค้ช

วิชัย วงษ์ใหญ่และมารุต พัฒนาผล (2558: 25-28) ได้เสนอขั้นตอนของการโค้ชที่จะให้บรรลุเป้าหมาย ประกอบด้วย 1) การกำหนดเป้าหมาย 2) การตรวจสอบสภาพจริง 3) การกำหนดทางเลือก 4) การตัดสินใจ และ 5) การประเมินผลการโค้ช มีรายละเอียด ดังต่อไปนี้

1. การกำหนดเป้าหมาย (Goal) การกำหนดเป้าหมายของการโค้ชผู้เรียนแต่ละบุคคล มุ่งเน้นผลลัพธ์การเรียนรู้ ทั้งด้านความรู้คิด ทักษะกระบวนการ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ วิธีการตั้งเป้าหมายควรกำหนดพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียน ในลักษณะที่เป็นรูปธรรม สามารถสังเกตและวัดได้ เช่น ผู้เรียนสามารถบอกเลขสองหลักได้ ผู้เรียนใช้ความพยายามในการแก้โจทย์ปัญหา ผู้เรียนสามารถเสนอแนวทางแก้ปัญหาที่แตกต่างจากเพื่อนได้ เป็นต้น การกำหนดเป้าหมายของการโค้ชที่มีความชัดเจนและเป็นรูปธรรมสำหรับผู้เรียนแต่ละคน จะช่วยทำให้การโค้ชมีประสิทธิภาพมากขึ้น กล่าวคือทำให้ผู้โค้ชมองเห็นเป้าหมายในการโค้ชของตนเองด้วย อีกทั้งยังช่วยทำให้การประเมินผลการโค้ชทำได้ง่ายและตรงประเด็น

2. การตรวจสอบสภาพจริง (Reality) การทบทวนสภาพจริงเกี่ยวกับคุณภาพของผู้เรียนที่เป็นอยู่ในปัจจุบัน ว่าเป็นอย่างไร มีความต้องการพัฒนาหรือต้องได้รับการโค้ชในประเด็นใด ซึ่งวิธีการตรวจสอบอาจเป็นการพิจารณาผลการเรียนรู้ที่ผ่านมา พฤติกรรมการเรียนรู้ที่สังเกตพบ หรือใช้วิธีการซักถามแบบไม่เป็นทางการ ผลของการตรวจสอบสภาพจริงจะเป็นข้อมูลสารสนเทศสำหรับการกำหนดทางเลือกวิธีการโค้ช อีกทั้งการตรวจสอบสภาพจริงจะช่วยยืนยันความถูกต้องของเป้าหมายการโค้ชได้อีกด้วย

3. การกำหนดทางเลือก (Option) การกำหนดวิธีการได้ชนพื้นฐานของสภาพจริงและตอบสนองเป้าหมายของการโค้ช เช่น การเลือกใช้เทคนิคการสร้างความไว้วางใจ ด้วยการยิ้มแย้มแจ่มใส พูดด้วยคำสุภาพ ไพเราะอ่อนหวาน หรือเทคนิคการตั้งคำถามที่กระตุ้นให้ผู้เรียนคิด แสวงหาคำตอบ ค้นหาทางเลือก การตัดสินใจ และการแก้ปัญหา เป็นต้น การกำหนดทางเลือกของการโค้ชที่ถูกต้อง ช่วยสนับสนุนให้การโค้ชประสบความสำเร็จ คือ การเรียนรู้และการคิดของผู้เรียน

4. การตัดสินใจ (Will , Way ,Forward) ประกอบด้วย Will คือการตั้งเป้าหมาย การมุ่งมั่นในการโค้ชเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ Way คือ แนวทางการปฏิบัติที่นำไปสู่ความสำเร็จ โดยมีเป้าหมายที่ชัดเจน และกำหนดขั้นตอนการประสบผลสำเร็จที่จะบรรลุในแต่ละขั้น Forward คือ การทบทวนผลการปฏิบัติ รวมทั้งการเรียนรู้และพัฒนาต่อยอด ซึ่งเกณฑ์ในการตัดสินใจทางเลือกที่ดีที่สุดมีดังนี้ เกิดประโยชน์สูงสุดต่อผู้เรียน ตอบโจทย์ความต้องการของผู้เรียน โค้ชแล้วผู้เรียนเกิดความสุขในการเรียนรู้ โค้ชแล้วผู้เรียนเกิดกำลังใจและพลังการเรียนรู้

5. การประเมินผลการโค้ช (Evaluation) มีแนวคิดเพื่อตรวจสอบว่า ผู้เรียนที่ได้รับการโค้ช มีพัฒนาการที่ดีขึ้นหรือไม่ ด้วยวิธีการประเมินตามสภาพจริง เป็นรายบุคคล เช่น การทดสอบ การซักถาม การประเมินผลงาน การสังเกตพฤติกรรม การสอบถามจากเพื่อนร่วมชั้นเรียน เป็นต้นแล้วนำผลการประเมินมาพัฒนาผู้เรียนอย่างต่อเนื่อง

2.3.4 การใช้พลังคำถาม (Power question)

พลังคำถาม หมายถึง คำถามที่กระตุ้นการคิด และชี้แนะให้ผู้เรียนแสดงออกถึงพัฒนาการการเรียนรู้ของตนเอง รวมถึงเป็นเครื่องมือวัดและประเมินเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน เป็นคำถามที่สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการเรียนรู้เป็นคำถามที่มีประสิทธิภาพมากกว่าคำถามทั่วไป แต่จะเป็นประโยชน์มากหรือน้อยขึ้นอยู่กับรูปแบบของคำถามและเทคนิคการใช้คำถาม ซึ่งโดยทั่วไปจะเป็นคำถามแบบเปิด (วิชัย วงษ์ใหญ่และมารุต พัฒนผล. 2558; Anderson; & Krathwohl. 2001; Andrew. 2012; กระทรวงศึกษาธิการ. 2557)

กลยุทธ์การตั้งพลังคำถาม (วิชัย วงษ์ใหญ่และมารุต พัฒนผล. 2559: 261)

1. วางแผนการตั้งคำถามล่วงหน้า โดยเป็นคำถามที่ตอบสนองจุดประสงค์การเรียนรู้ ให้ความสำคัญกับการถามในเชิงวิเคราะห์ สังเคราะห์ ประเมินค่า คิดวิจารณ์ญาณ คิดเป็นระบบ คิดแก้ปัญหา และคิดสร้างสรรค์

2. หลีกเลี่ยงการใช้คำถามที่ชี้นำคำตอบ (leading question) เพราะจะทำให้ผู้เรียนไม่ต้องใช้ความคิด

3. เว้นระยะเวลาให้ผู้เรียนคิดหาคำตอบ โดยการตั้งคำถามแต่ละคำถามจะต้องเว้นช่วงระยะเวลาที่เหมาะสม เพื่อให้ผู้เรียนได้คิดแสวงหาคำตอบ

4. ไม่ย่ำคำถาม การย่ำคำถามหรือการถามซ้ำจะทำให้ผู้เรียนขาดความสนใจในคำถามของผู้โค้ช เพราะเกิดการเรียนรู้ว่าผู้โค้ชจะต้องถามซ้ำๆ ดังนั้นจึงไม่จำเป็นต้องสนใจคำถามของผู้โค้ช

5. ถามด้วยคำถามที่ชัดเจน มีความเฉพาะเจาะจง เพราะคำถามที่ชัดเจนและเฉพาะเจาะจงจะทำให้ผู้เรียนมีประเด็นในการคิดหาคำตอบ การตั้งคำถามที่กว้างมากเกินไป ทำให้ผู้เรียนสับสนว่าผู้โค้ชต้องการถามอะไร

6. ถามทีละหนึ่งคำถาม ไม่ถามหลายคำถามในครั้งเดียวกัน เพราะทำให้คำถามลดความสำคัญลง และยังทำให้ผู้เรียนเกิดความสับสนอีกด้วย

7. ใช้คำถามที่หลากหลาย ได้แก่ คำถามปลายปิด คำถามปลายเปิด ตลอดจนการเชื่อมโยงสาระที่ถามให้สอดคล้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริง เป็นเรื่องใกล้ตัวผู้เรียน ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนให้ความสนใจคำถามมากยิ่งขึ้น

พลังคำถามจำแนกได้ 5 ประเภท ดังนี้ (วิชัย วงษ์ใหญ่และมารุต พัฒนาผล. 2559: 235)

1. คำถามกระตุ้นให้มีจุดหมายในการคิด (focus questions)

เป็นคำถามที่ใช้ถามเพื่อให้ผู้เรียนกำหนดจุดมุ่งหมายในการคิดอย่างเฉพาะเจาะจง ซึ่งการกำหนดจุดมุ่งหมายในการคิดเป็นสิ่งสำคัญของกระบวนการใช้ความคิด มีตัวอย่างคำถามดังต่อไปนี้

- สิ่งที่คุณต้องการทำให้สำเร็จคืออะไร
- จุดมุ่งหมายของคุณคืออะไร
- นักเรียนกำลังจะตัดสินใจในเรื่องใด
- ผลลัพธ์ที่ต้องการคืออะไร

2. คำถามกระตุ้นความปรารถนา (passion questions)

เป็นคำถามที่ทำให้ผู้เรียนกำหนดเป้าหมายทางการเรียนรู้ของตนเอง หรือความปรารถนาที่จะเรียนรู้ ตัวอย่างคำถามดังต่อไปนี้

- สิ่งที่คุณอยากรู้คืออะไร
- นักเรียนอยากประสบความสำเร็จในการเรียนอย่างไร
- จุดมุ่งหมายในชีวิตของคุณคืออะไร

3. คำถามที่เสริมพลัง (empowerment questions)

เป็นคำถามที่ทำให้ผู้เรียนเกิดความเชื่อมั่นในศักยภาพของตนเอง ทั้งด้านการคิด การกระทำและการตัดสินใจ ตัวอย่างคำถามดังต่อไปนี้

- นักเรียนคิดว่าจะตัดสินใจเรื่องนี้อย่างไร
- นักเรียนมีความคิดเห็นในเรื่องนี้อย่างไร

4. คำถามกระตุ้นแรงบันดาลใจ (inspiration questions)

เป็นคำถามที่ทำให้ผู้เรียนเกิดแรงบันดาลใจในการที่จะคิดและกระทำสิ่งต่างๆ ให้ประสบความสำเร็จ โดยไม่ต้องอาศัยแรงจูงใจจากภายนอก ตัวอย่างคำถามดังต่อไปนี้

- นักเรียนคิดว่าผลงานชิ้นนี้ดีที่สุดแล้วหรือยัง
- นักเรียนคิดว่ากำลังทำในสิ่งที่ควรทำหรือไม่
- ทำอย่างไรให้สิ่งที่นักเรียนคิดหวังเป็นจริง

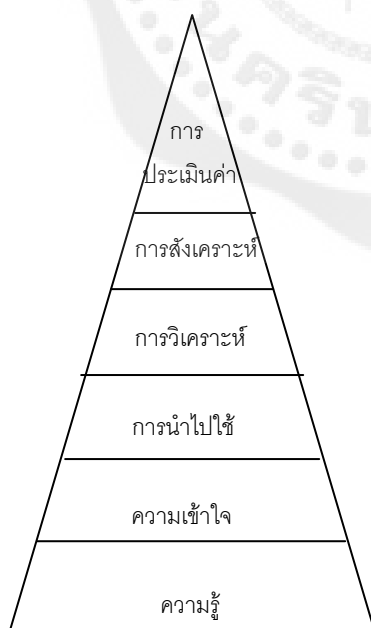
5. คำถามเชิงลึก (deep questions)

เป็นคำถามที่ทำให้ผู้เรียนใช้ความคิดวิเคราะห์ คิดวิพากษ์ คิดอย่างมีวิจารณญาณ คิดอย่างเป็นระบบ คิดแก้ปัญหา รวมทั้งการสะท้อนคิด (reflection) ตัวอย่างคำถามดังต่อไปนี้

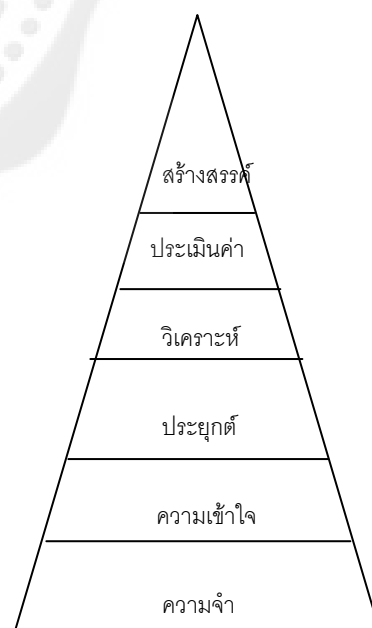
- นักเรียนคิดว่าสาเหตุของปัญหานี้คืออะไร
- นักเรียนคิดว่าจะแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร
- นักเรียนคิดว่าเรื่องนี้น่าเชื่อถือได้หรือไม่เพราะอะไร

คำกริยาที่ใช้ในการตั้งคำถาม

การตั้งคำถามที่ดี ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดในระดับต่างๆ ได้แก่ ความจำ เข้าใจ การประยุกต์ การวิเคราะห์ การประเมินค่า และการสร้างสรรค์ ซึ่งแอนเดอสันและกราทวอล (Anderson & Krathwohl, 2001) ได้ปรับปรุงลำดับชั้นการรู้คิด (cognitive domain) ของบลูม (Bloom, 1956) ได้แผนภาพต่อไปนี้



Bloom, 1956



Anderson & Krathwohl, 2001

ภาพประกอบ 4 ลำดับชั้นการรู้คิดของ Bloom และ Anderson & Krathwohl

จากการปรับปรุงลำดับชั้นการรู้คิดดังกล่าว จึงได้มีการกำหนดคำกริยา (action verb) ที่สอดคล้องกับลำดับชั้นการรู้คิด ซึ่งมีรากฐานมาจากคำกริยาที่ บลูม (Bloom, 1956) ได้คิดเอาไว้ดังต่อไปนี้

ตาราง 10 คำกริยาที่ใช้ในการตั้งคำถามตามลำดับชั้นการรู้คิด

ระดับการคิด	คำกริยาที่ใช้ในการตั้งคำถาม
สร้างสรรค์	ออกแบบ เรียบเรียง สร้าง วางแผน ประมวล กำหนด ประดิษฐ์ ผลิต ตั้งสมมติฐาน เปลี่ยน ทดแทน เขียน พัฒนา สรุปอ้างอิง บูรณาการ ปรับปรุง จัดระบบ เตรียมการ จัดเรียงใหม่ เรียบเรียงใหม่ แก้ไขให้ดีขึ้น เลือก
ประเมินค่า	ตัดสิน ตัดสินใจ ประเมิน เลือก ประเมิน ให้คะแนน ทำนาย เลือก ทดสอบ เรียงลำดับความสำคัญ พิจารณา ลงความเห็น วิพากษ์ วิจารณ์ ตีชม โน้มน้าว ชัดเจน วัด ปกป้อง ลงความเห็น
วิเคราะห์	วิเคราะห์ เปรียบเทียบ จัดประเภท อธิบายความแตกต่าง จัดกลุ่ม คัดแยก คำนวณ อนุมาร แนะนำ เลือก จำแนก แยกแยะ เชื่อมโยง บ่งชี้ สำรวจ ระบุความสัมพันธ์
ประยุกต์	แก้ปัญหา ประยุกต์ สาธิต แสดงตัวอย่าง ใช้ เปลี่ยน เลือก แสดง ทำ ให้สมบูรณ์ เตรียม สอน จัดการ ทดลอง ใช้แทน
ความเข้าใจ	อธิบาย บรรยาย ตีความ ขยายความ สรุป ทำให้ชัดเจน อภิปราย แปล เทียบเคียง สรุป กล่าวอ้าง
ความจำ	ระบุ บอกชื่อ จับคู่ เลือก ระลึก ท่อง อ่าน บันทึก เขียน ทำ สัญลักษณ์ ทำเครื่องหมาย บอกรายการ

การตั้งพลังคำถาม จะนำคำกริยาข้างต้นไปผสมผสานกับสาระสำคัญ (main concept) แล้วนำมาเรียบเรียงเป็นข้อคำถามที่มุ่งวัดผลการเรียนรู้

การใช้คำถามในชั้นเรียนเพื่อพัฒนานักเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ

เนื่องจากคำถามที่ครูใช้ในชั้นเรียนมีหลายระดับ การใช้คำถามเหล่านั้นให้สามารถพัฒนานักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ครูควรปฏิบัติดังนี้

1. ครูควรวางแผนกำหนดการใช้คำถามที่นำไปสู่เป้าหมายหลักในการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ โดยคำถามที่ใช้ต้องเป็นคำถามที่ท้าทายความคิดนักเรียน มีคำถามทั้งระดับง่ายและยาก ตามระดับกระบวนการคิดของ แอนเดอร์สันและคราธวอล (Anderson; & Krathwohl, 2001) ประกอบด้วยคำถามที่ประเมินความรู้ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การประเมินค่าและการสร้างสรรค์ของผู้เรียน ทั้งนี้ครูจะสามารถเลือกใช้คำถามที่เหมาะสมกับความรู้ ความสามารถของเด็กแต่ละคน กล่าวคือ เมื่อครูใช้คำถามไปตามลำดับขั้นตอนที่เตรียมไว้ ถ้านักเรียนไม่สามารถตอบได้ ครูจะสามารถลดระดับขั้นคำถามลงเพื่อทบทวนระดับความรู้ ความเข้าใจของนักเรียนก่อนจะก้าวสู่คำถามในระดับสูงต่อไป

2. ครูควรใช้คำถามน้อยข้อแต่เป็นคำถามที่มีคุณภาพ โดยใช้คำถามปลายเปิดเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดคำตอบของตนเอง เป็นคำถามที่ส่งเสริมความคิดระดับสูง เช่นคำถามที่ขึ้นต้นด้วยคำว่าทำไม ซึ่งคำถามที่ต้องการคำตอบอันเกิดจากการวิเคราะห์ของนักเรียน หรือคำถามประเภทที่กระตุ้นให้นักเรียนคาดเดาคำตอบเช่น จะเป็นอย่างไรถ้า.....(สถานการณ์)..... เป็นต้น

3. ครูควรใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนพบความกระจ่างนำทางสู่การสรุปความคิดสำคัญหรือความคิดหลักได้

จากงานวิจัยของ ธัญพร ชื่นกลิ่นและ วัชรรา เล่าเรียนดี (2555) ได้ทำการพัฒนารูปแบบการโค้ชโดยใช้แนวคิดการโค้ชทางปัญญา (Cognitive coaching) เพื่อพัฒนาสมรรถนะการจัดการเรียนรู้ของอาจารย์พยาบาลที่ส่งเสริมทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักศึกษาพยาบาลโดยแบ่งเป็น 4 ระยะคือ ระยะเตรียม ระยะวางแผน ระยะปฏิบัติการโค้ช และระยะประเมินผลการโค้ช ผลการทดลองใช้รูปแบบการโค้ชพีซีซีที่พบว่า สมรรถนะการจัดการเรียนรู้ สมรรถนะการโค้ชของอาจารย์พยาบาลรวมทั้งทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักศึกษาพยาบาลสูงขึ้นกว่าก่อนทดลอง ทั้งนี้เนื่องจากการดำเนินการตามขั้นตอนของกระบวนการโค้ช เป็นกระบวนการพัฒนาอาจารย์ที่เป็นการผสมผสานการให้ความรู้ด้วยการบรรยาย การให้โอกาสในการฝึกปฏิบัติรวมกับการให้การช่วยเหลือ ส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองจากเพื่อนผู้ทำหน้าที่โค้ช ส่งผลให้โค้ชและผู้รับการโค้ชเกิดการพัฒนาอย่างเห็นได้อย่างชัดเจน และสอดคล้องกับงานวิจัยของ จิตณรงค์ เอี่ยมสำอางค์ (2556) ได้ทำการพัฒนารูปแบบการโค้ชทางปัญญา (Cognitive coaching) แบบเพื่อนช่วยเพื่อนเพื่อพัฒนาสมรรถภาพการโค้ชและการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดวิเคราะห์ของครูพณิชยกรวม โดยใช้การวิจัยด้วยการวิจัยและพัฒนา และประยุกต์ใช้การวิจัยแบบผสมผสาน (Mixed Methods Research) ผลการวิจัยพบว่าสมรรถภาพการโค้ชและการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดวิเคราะห์ของครูพณิชยกรวมตลอดจนความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนหลังการใช้สูงกว่าก่อนการใช้รูปแบบและมีพัฒนาการต่อเนื่อง ทั้งนี้เนื่องมาจากครูมีความเต็มใจ และมีความตั้งใจในการพัฒนาวิชาชีพและมีความเชื่อมั่นศรัทธาในการพัฒนาวิชาชีพ ประกอบกับครูได้รับการเติมเต็มด้านความรู้และทักษะที่สำคัญจาก

วิทยาการที่มีความรู้ความสามารถเฉพาะทางด้านการนิเทศ การโค้ชและการพัฒนาวิชาชีพ ก่อนปฏิบัติการโค้ช รวมทั้งวิธีการในการสื่อสารสื่อความหมายตลอดจนการให้ข้อมูลย้อนกลับที่มีประสิทธิภาพซึ่ง เป็นการพัฒนาให้กันและกันอย่างต่อเนื่องและเป็นกัลยาณมิตรต่อกัน และมีการจัดกระบวนการเรียนการสอนที่เป็นมีความหลากหลาย ให้นักเรียนมีส่วนร่วม มีการถามคำถาม เอาใจใส่ดูแลผู้เรียนโดยตลอด มีความรู้ความสามารถด้านการจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการคิดและมีการติดตามดูแลช่วยเหลือจากเพื่อนครูผู้ทำหน้าที่โค้ชในการสังเกตการสอน ให้ข้อมูลย้อนกลับสู่การพัฒนาการสอนที่มีประสิทธิภาพและเกิดประสิทธิผล

ซึ่งสรุปได้ว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้การโค้ชเพื่อการรู้คิด(Cognitive coaching) จะช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการพัฒนาความไว้วางใจและความสัมพันธ์อันดีระหว่างครูและนักเรียน และความรู้สึกรับรู้การติดต่อสื่อสารเพื่อให้สามารถรับรู้ความสามารถของนักเรียน รวมทั้งนำพาให้เกิดการพึ่งพาอาศัยกันและมีความยืดหยุ่นในการจัดการเรียนการสอน

จากแนวคิดดังกล่าว ผู้วิจัยนำทฤษฎีการโค้ชเพื่อการรู้คิด มาประยุกต์ใช้ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การกำหนดเป้าหมายการโค้ชของผู้เรียนแต่ละคน
2. การตรวจสอบสภาพจริงเกี่ยวกับคุณภาพผู้เรียน
3. การกำหนดวิธีการโค้ช
4. การมุ่งมั่นทำการโค้ชเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้
5. การประเมินผลการโค้ช
6. การใช้พลังคำถาม (Power question)

ตาราง 11 การสังเคราะห์การโค้ชเพื่อกระตุ้นคิดมาใช้ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

สาระสำคัญ	องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้			
	หลักการ	วัตถุประสงค์	กระบวนการจัดการเรียนรู้	การวัดและประเมินผล
-การกำหนดเป้าหมายการโค้ชของผู้เรียนแต่ละคน	-การจัดการเรียนรู้โดยมุ่งเน้นผลลัพธ์ทั้งด้านการรู้คิด ทักษะกระบวนการและคุณลักษณะอันพึงประสงค์	1.กำหนดวัตถุประสงค์เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความต้องการที่จะเรียนรู้เพื่อการเปลี่ยนแปลงที่ดีขึ้น	-ผู้สอนกำหนดพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียนในลักษณะที่เป็นรูปธรรม สามารถสังเกตและวัดได้	
-การตรวจสอบสภาพจริงเกี่ยวกับคุณภาพผู้เรียน	-การศึกษาคุณภาพของผู้เรียนว่ามีความต้องการพัฒนาในประเด็นใด	2.กำหนดวัตถุประสงค์เพื่อตรวจสอบคุณภาพผู้เรียน	-ผู้สอนใช้การซักถามผู้เรียนเป็นรายบุคคลเพื่อเป็นข้อมูลในการกำหนดเลือกวิธีการโค้ช	-ใช้การสังเกต และการซักถามอย่างไม่เป็นทางการ
-การกำหนดวิธีการโค้ชบนพื้นฐานสภาพจริง	-การจัดการเรียนรู้โดยเน้นการใช้เทคนิคต่างๆเพื่อเน้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และคิดแก้ปัญหาได้	3.กำหนดวัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้สอนใช้เทคนิคการสอนที่หลากหลาย	-ผู้สอนใช้การตั้งคำถาม กระตุ้นการคิด การให้ข้อมูลย้อนกลับ การให้หลักคิดและวิธีคิด ให้ผู้เรียนเกิดแรงบันดาลใจ	-การประเมินผลระหว่างเรียน
-การมุ่งมั่นทำการโค้ชเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้	-การจัดการเรียนรู้โดยส่งเสริมผู้เรียนให้มีความมุ่งมั่นในการนำไปสู่การพัฒนาที่ดีขึ้น	4.กำหนดวัตถุประสงค์เพื่อสร้างความท้าทายในการเรียนรู้ให้กับผู้เรียน	-ผู้สอนให้ผู้เรียนกำหนดเป้าหมาย การพัฒนาตนเอง วางแผนและการประเมินความสำเร็จ	-การทำแบบทดสอบโดยใช้คำถามปลายเปิด

สาระสำคัญ	องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้			
	หลักการ	วัตถุประสงค์	กระบวนการจัดการเรียนรู้	การวัดและประเมินผล
-การประเมินผลการได้ช	-การตรวจสอบผู้เรียนโดยวิธีการประเมินตามสภาพจริง	5.เพื่อตรวจสอบผู้เรียนว่ามีพัฒนาการที่ดีขึ้นหรือไม่	-ผู้สอนใช้การประเมินสภาพจริงเพื่อนำผลมาพัฒนาผู้เรียนอย่างต่อเนื่อง	-ประเมินตามสภาพจริงเป็นรายบุคคล เช่นประเมินผลงานสังเกตพฤติกรรม
-พลังคำถาม (power questions)	-การกระตุ้นและชี้แนะให้ผู้เรียนแสดงออกถึงพัฒนาการการเรียนรู้ของตนเอง	6.เพื่อกระตุ้นและชี้แนะผู้เรียนให้บรรลุเป้าหมายของการเรียน	-ผู้สอนใช้คำถามที่ท้าทายความคิดของนักเรียน ที่มีทั้งระดับง่ายและยาก -ผู้สอนใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนนำทางสู่การสรุปความคิดสำคัญหรือความคิดหลักได้	-ประเมินทักษะการคิด และการแก้ปัญหาของผู้เรียน โดยเปรียบเทียบก่อนเรียนและหลังเรียน

2.4 การให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้

การให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนแบ่งได้ 3 ประเภท ได้แก่ การให้ข้อมูลกระตุ้นการเรียนรู้ (feed - up) การให้ข้อมูลย้อนกลับ (feedback) และการให้ข้อมูลเพื่อการเรียนรู้ต่อยอด (feed - forward) โดยการเรียนรู้ทั้ง 3 ประเภทมีจุดมุ่งหมายที่แตกต่างกัน ดังนี้

2.4.1 การให้ข้อมูลกระตุ้นการเรียนรู้ (feed - up) เป็นการให้ข้อมูลพื้นฐานของการเรียนรู้ ได้แก่ จุดประสงค์การเรียนรู้ วิธีการเรียนรู้ กระบวนการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ แหล่งการเรียนรู้ ภาระงาน (job and task) ตลอดจนวิธีการวัดและเกณฑ์การประเมินผล ที่ผู้โค้ชต้องแจ้งให้ผู้เรียนทราบก่อนที่จะเริ่มการเรียนการสอน

แฮทตีและทิมเพอเลีย (Hattie; & Timperley, 2007: 87-112) ได้กล่าวว่า การกำหนดชนิดหรือระดับการทำงานจะช่วยให้สามารถประเมินผลได้โดยตรง การให้ข้อมูลกระตุ้นการเรียนรู้ (feed - up) จะช่วยให้นักเรียนกำหนดเป้าหมายที่เหมาะสม และในการติดตามงานของนักเรียน ต้องมีเป้าหมายที่ชัดเจน ในแง่ของ เมื่อไหร่ และ อย่างไร ที่นักเรียนควรจะเรียนรู้เพิ่มขึ้น การตั้งวัตถุประสงค์ที่ชัดเจนและมีเป้าหมายที่เหมาะสมจะช่วยให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในงาน ซึ่งเป็นกระบวนการที่จะนำไปสู่การเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง

นอกจากนี้ครูยังต้องสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ ที่เน้นแรงจูงใจภายใน (inner motivation) ชี้แจงให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าในสิ่งที่จะเรียนรู้ การให้ข้อมูลกระตุ้นการเรียนรู้เป็นสิ่งที่สำคัญมากของกระบวนการจัดการเรียนการสอน เพราะผู้เรียนได้ทราบข้อมูลที่สำคัญก่อนที่จะเริ่มเรียน อีกทั้งยังมีแรงจูงใจและอยากเรียนรู้ สอดคล้องกับ แบลคและวิลเลียม (Black; & William, 1998) กล่าวว่า การให้ข้อมูลกระตุ้นการเรียนรู้ (feed - up) จะช่วยให้การทำงานของนักเรียนมีประสิทธิภาพและส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนดีขึ้น

2.4.2 การให้ข้อมูลย้อนกลับ (feedback) เป็นการให้ข้อมูลในระหว่างและภายหลังที่ผู้เรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้หรือการทำงานต่างๆ เกี่ยวกับผลการเรียนรู้ของผู้เรียน คุณภาพของผลงาน พฤติกรรมคุณธรรมจริยธรรม และค่านิยมอันพึงประสงค์ มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้ผู้เรียนทราบจุดแข็งและจุดที่ต้องปรับปรุงแก้ไขของตนเอง ซึ่งจุดเด่นของแนวคิดการให้ข้อมูลย้อนกลับมีหลายประการดังนี้ (Yang และคณะ, 2006 อ้างอิงจาก Gielen และคณะ, 2010: 144-147; Su, 2011: 366-367 และ Liu และ Lee, 2013 : 190-193)

1. ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นมากขึ้นในการได้รับข้อมูลย้อนกลับจากเพื่อน และเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของผู้เรียนในระยะยาวนำไปสู่การควบคุมตนเอง/การกำกับตนเองมากกว่าจากครู

2. ข้อมูลย้อนกลับโดยเพื่อนเข้าใจง่าย ไม่ซับซ้อนและเหมาะสมกับผู้เรียนมากกว่าเพราะเพื่อนผู้ให้ข้อมูลย้อนกลับนั้นมีวัยที่ใกล้เคียงกันมากกว่าข้อมูลย้อนกลับจากครู

3. สามารถได้รับข้อมูลย้อนกลับโดยเพื่อนที่มีความรวดเร็วกว่าจากครูและมีความสม่ำเสมอมากกว่าเพราะภาระงานของครูที่มีมาก

4. ส่งเสริมการมีส่วนร่วมในการเรียนระหว่างผู้เรียนและพัฒนาความรู้ความสามารถ รวมถึงการสร้างบรรยากาศในการเรียนรู้แบบมิตร นับเป็นกระบวนการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง

2.4.3 การให้ข้อมูลเพื่อการเรียนรู้ต่อยอด (feed – forward) เป็นการให้ข้อมูลเพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง เพิ่มเติมหลังจากการจัดการเรียนการสอน

รูปแบบการให้ข้อมูลเพื่อการเรียนรู้ต่อยอด (feed – forward) นั้น ครูจะดูที่ผลงานของนักเรียนจากการตรวจสอบ ความเข้าใจของนักเรียน การประเมินผลร่วมกับนักเรียน ครูจะใช้สิ่งที่ได้นั้นมาปรับเปลี่ยนแผนการสอนที่สามารถยืดหยุ่นได้ เพื่อให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาในงานนั้นๆ อย่างประสบความสำเร็จ ซึ่ง การให้ข้อมูลเพื่อการเรียนรู้ต่อยอดนั้นจะนำไปสู่การให้ข้อเสนอแนะสำหรับอนาคต ที่จะช่วยให้นักเรียนเปลี่ยนแปลงไปในทางบวก ซึ่งวิธีการที่จะให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการทำงานคือ ครูผู้เป็นโค้ชควรให้ข้อเสนอแนะดังนี้ 1) เสนอแนะด้วยความซื่อสัตย์และเป็นธรรม 2) ให้ข้อเสนอแนะเชิงบวก 3) ให้ความเห็นที่นักเรียนสามารถนำไปใช้ต่อไปในอนาคตได้ และนักเรียนเมื่อได้รับข้อมูลเพื่อการเรียนรู้ต่อยอด ควรปฏิบัติดังนี้ 1) จดบันทึกแนวคิดของตนเองด้วยความระมัดระวัง 2) ตัดสินใจด้วยความรอบคอบและสามารถอธิบายได้ 3) พูดคำว่า “ขอบคุณ” (Brookhart, 2008: Marilyn, 2009)

การให้ข้อมูลเพื่อการเรียนรู้ต่อยอด ครูอาจใช้คำถามปลายเปิด ชี้ชัด ให้นักเรียนตอบว่าใช่หรือไม่ ดังนี้ (วิชัย วงษ์ใหญ่และมารุต พัฒผล, 2557: 44)

- นักเรียนได้เรียนรู้อะไรเกี่ยวกับเรื่องนี้
- นักเรียนจะสามารถรับผิดชอบเรื่องนี้ได้จริงหรือเปล่า
- นักเรียนสามารถตัดสินใจตอนนี้ได้เลยหรือไม่
- จากประสบการณ์ที่ผ่านมา อะไรคือสิ่งที่จะนำไปสู่ความคิดริเริ่มของนักเรียน

เป็นต้น

2.4.4 การให้ข้อมูลย้อนกลับที่มีประสิทธิภาพ

หลักการให้ข้อมูลย้อนกลับ

การที่จะให้ผู้เรียนบรรลุตามเป้าหมายการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ด้วยกระบวนการให้ข้อมูลย้อนกลับ ครูต้องเข้าใจหลักการให้ข้อมูลย้อนกลับที่ดี จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องสรุปได้ดังนี้ (Svinicki, 2001: 19-23; Rubin, 2006: 385-388 และ Shute, 2008: 19-20)

1. มีการกำหนดเป้าหมายร่วมกันที่ชัดเจน และการกำหนดทิศทางให้ผู้เรียนสามารถไปถึงเป้าหมายได้
2. ข้อมูลย้อนกลับนั้นสามารถนำไปปฏิบัติได้จริงมีความเฉพาะเจาะจง มีความชัดเจน ไม่ยาวจนเกินไป หลีกเลี่ยงการให้ข้อมูลที่แสดงอารมณ์
3. ให้สารสนเทศในเชิงบวกและมุ่งเน้นการพัฒนาความสามารถที่เปรียบเทียบเฉพาะในตัวบุคคลไม่เปรียบเทียบกับบุคคลอื่นๆ
4. ทันทเวลาต่อการนำไปใช้ โดย ชูท (Shute, 2008 : 15) แนะนำว่า สำหรับกิจกรรมที่ใหม่และยากควรให้ข้อมูลย้อนกลับแบบทันทีทันใด แต่หากต้องการส่งเสริมกระบวนการเรียนรู้โดยการถ่ายทอดความรู้ที่มีผู้มีความสามารถและการลงมือทำควรให้ข้อมูลย้อนกลับแบบล่าช้า

ทั้งนี้ครูผู้สอนมีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถให้ข้อมูลย้อนกลับได้ และงานวิจัยของ Zheng (Zheng, 2012: 121) พบว่าผู้เรียนยังต้องการข้อมูลย้อนกลับจากครูด้วย ดังนั้นครูควรดำเนินการให้ข้อมูลย้อนกลับร่วมกับผู้เรียนและกำกับติดตามกระบวนการให้ข้อมูลย้อนกลับบทบาทของครูสรุปได้ดังนี้

1. ครูควรสร้างแรงจูงใจในการให้ข้อมูลย้อนกลับ เนื่องจากผู้เรียนบางคนไม่เห็นความสำคัญ ทั้งนี้งานวิจัยของ สวินสกี (Svinicki, 2001: 19) เสนอให้สร้างแรงจูงใจโดยการเพิ่มคะแนนให้แก่ผู้เรียน
2. ฝึกปฏิบัติการการให้ข้อมูลย้อนกลับให้แก่ผู้เรียน และชี้ประเด็นที่มีความเหมาะสมว่าเป็นอย่างไร เพื่อให้ผู้เรียนสามารถให้ข้อมูลย้อนกลับได้อย่างเหมาะสม
3. ครูมีการจัดเตรียมสิ่งสนับสนุนสำหรับการให้ข้อมูลย้อนกลับและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีเวลาพิจารณาเพื่อการให้ข้อมูลย้อนกลับนั้น
4. ข้อมูลย้อนกลับที่ดีต้องไม่มากจนเกินไป โดยงานวิจัยของ อากแมน และกลอส (Ackerman; & Gross, 2010: 177) พบว่า นักเรียนที่ได้รับข้อมูลย้อนกลับมากเกินไปจะรู้สึกท้อแท้ไม่ได้รับความยุติธรรม แต่การได้รับข้อมูลย้อนกลับประมาณ 1-2 รายการจะทำให้รู้สึกดีและมีความพึงพอใจมากกว่า

5. ครูควรให้ข้อมูลย้อนกลับที่เหมาะสมกับผู้เรียน หากผู้เรียนที่มีความสามารถน้อยเหมาะสมกับข้อมูลย้อนกลับแบบทันทีทันใด (Immediately Feedback) มีความตรงไปตรงมาและเสนอแนะถึงความถูกต้องของสิ่งที่ต้องทำ หากผู้เรียนที่มีความสามารถสูงเหมาะสมกับข้อมูลย้อนกลับแบบย้อนหลัง (Delay Feedback) ซึ่งทั้งสองแบบมีข้อดีต่างกัน คือ ข้อมูลย้อนกลับแบบทันทีทันใด (Immediately Feedback) ก่อให้เกิดแรงจูงใจในการทำงานและไม่ลืมประเด็น ในส่วนของข้อมูลย้อนกลับแบบย้อนหลัง (Delay Feedback) นักเรียนได้รับเมื่อเวลาผ่านไปหลังจากทำหน้าที่เสร็จแล้วจะช่วยลดเหตุการณ์ที่ไม่พึงประสงค์

กระบวนการให้ข้อมูลย้อนกลับ

มีงานวิจัยในต่างประเทศมากมายที่กล่าวถึงกระบวนการให้ข้อมูลย้อนกลับ ซึ่งผู้วิจัยได้สรุปกระบวนการให้ข้อมูลย้อนกลับ แบ่งออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้ (Gielen และคณะ, 2010: 145 และ Liu และ Lee, 2013: 190-193)

ขั้นที่ 1 ครูและผู้เรียนกำหนดเป้าหมายการเรียนรู้ร่วมกัน และอธิบายถึงแนวทางการดำเนินงาน ทั้งนี้การดำเนินงานในขั้นตอนแรกเป็นสิ่งที่สำคัญและจำเป็นอย่างยิ่งในการเริ่มต้นดำเนินการให้ข้อมูลย้อนกลับ ขั้นที่ 2 ครูฝึกกระบวนการให้ข้อมูลย้อนกลับและแบบอย่างในการให้ข้อเสนอแนะงานที่ได้รับมอบหมายนั้นๆ แก่ผู้เรียน เพราะหากผู้เรียนถูกฝึกฝนในการให้ข้อมูลย้อนกลับ ก็สามารถให้ข้อมูลย้อนกลับที่มีประสิทธิภาพ และเป็นการส่งเสริมประชาธิปไตยและการมีส่วนร่วมในชั้นเรียน

ขั้นที่ 3 ผู้เรียนให้ข้อมูลย้อนกลับตามหลักการให้ข้อมูลย้อนกลับที่ดี ทั้งนี้ควรทำการปิดชื่อเจ้าของผลงานเพราะ งานวิจัยของ ลูและลี (Liu and Lee, 2013: 193) ศึกษาการให้ข้อมูลย้อนกลับในการทำการบ้านโดยเพื่อน ผู้วิจัยกล่าวว่าการเปิดเผยชื่อจะทำให้เพิ่มความเชื่อมั่นในการประเมินและเกิดความรู้สึกส่วนตัวของเพื่อนด้วยตนเอง และบทบาทของครูคือการจัดเตรียมทรัพยากรสิ่งสนับสนุนในการฝึกปฏิบัติการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยเพื่อนและพิจารณาความเหมาะสมของข้อมูลย้อนกลับที่ได้จากผู้เรียนด้วยว่ามีความเหมาะสมหรือไม่ อย่างไร

ขั้นที่ 4 เมื่อผู้เรียนได้รับข้อมูลย้อนกลับแล้ว ทำความเข้าใจกับข้อมูลย้อนกลับนั้นและร่วมกันอภิปรายพร้อมแสดงความคิดเห็นระหว่างผู้เรียนและครู

ประเด็นสำคัญของแนวคิดการให้ข้อมูลย้อนกลับ Zheng (2012: 121) พบว่าบางครั้งผู้เรียนไม่ไว้วางใจในข้อเสนอแนะจากเพื่อนว่ามีความถูกต้องหรือไม่ การที่ครูร่วมอภิปรายถึงข้อมูลย้อนกลับนั้นจะก่อให้เกิดการเรียนรู้ที่ถูกต้องและเหมาะสมแก่ผู้เรียน นั่นคือประโยชน์ที่ได้รับจากแนวคิดนี้ รวมถึง

บรรยากาศการเรียนรู้ที่ดี และการมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันทำให้มีความประทับใจกันมากขึ้น เปิดใจรับฟังความคิดเห็นกันมากขึ้นและพัฒนาความสามารถของตนเอง ก่อให้เกิดความมั่นใจและแรงบันดาลใจในการพัฒนาตนเองต่อไป

ขั้นที่ 5 ผู้เรียนนำสารสนเทศที่ได้ไปพัฒนาการดำเนินงานของตนเอง ทั้งนี้ข้อดีของแนวคิดข้อมูลย้อนกลับเมื่อเปรียบเทียบกับข้อมูลย้อนกลับที่ได้จากครูคือ ผลที่เกิดขึ้นระยะยาวในการกำกับตนเอง ความพยายามในการพัฒนาตนเองและความสามารถในการปรับปรุงงานของผู้เรียน (Gielen และคณะ, 2010 : 147) โดย Morgan (2006 อ้างอิงจาก Shute, 2008 : 29) กล่าวถึงการนำข้อมูลย้อนกลับไปใช้ให้มีประสิทธิภาพ ประกอบด้วยองค์ประกอบ คือ 1) แรงจูงใจหรือสิ่งที่นักเรียนต้องการ (Motive) 2) โอกาสที่นักเรียนได้รับและใช้ข้อมูลย้อนกลับนั้น (Opportunity) และ 3) นักเรียนสามารถนำข้อมูลย้อนกลับนั้นไปใช้ให้เกิดประโยชน์ (Means) ทั้งนี้ผลจากการใช้ข้อมูลย้อนกลับที่ต่างกันอาจเกิดจากบทบาทหน้าที่ บริบททางการสอนและคุณลักษณะของผู้เรียนที่แตกต่างกัน

การให้ข้อมูลย้อนกลับที่ได้ ครูควรใช้การสื่อสารเชิงบวก (positive communication) ด้วยความจริงใจทั้งที่เป็นภาษาพูด และภาษากายที่ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ ปรับปรุงแก้ไขและพัฒนาตนเอง มีแรงบันดาลใจในการเรียนรู้ การให้ข้อมูลย้อนกลับ (feedback) เป็นทักษะที่ครูควรพูดกับผู้เรียนบ่อยๆ โดยมีหลายลักษณะ ดังนี้ การให้ข้อมูลย้อนกลับเพื่อเพิ่มพลังปรารถนา ครูอาจเน้นที่ส่วนใดของงานหรือสิ่งที่ผู้เรียนกำลังทำอยู่คือสิ่งที่น่าตื่นเต้นหรือน่าสนใจที่สุด เพราะอะไร อะไรคือสิ่งที่นักเรียนประทับใจมากที่สุดในงานที่ทำ อะไรช่วยให้งานมีคุณภาพมากขึ้น การให้ข้อมูลที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้ความพยายามมากขึ้น ครูอาจเน้นว่า ยังมีวิธีการพัฒนางานให้ดีขึ้นกว่านี้อีกหรือไม่ ส่วนไหนที่คิดว่าดีที่สุด เล่าให้ฟังมากกว่านี้ได้ไหม การให้ข้อมูลเพื่อเพิ่มพลังการตรวจสอบตัวเอง ครูอาจพูดกระตุ้นนักเรียนว่า นักเรียนคิดว่าถ้าทำอย่างนี้แล้วจะเกิดผลเสียอะไร จากตรงนี้ไปนักเรียนคิดว่าจะทำอะไรต่อไป มีส่วนไหนของงานที่นักเรียนอยากใช้เวลากับมันมากขึ้น ตัวอย่างคำพูดในการให้ข้อมูลย้อนกลับ (วิชัย วงษ์ใหญ่, 2557)เช่น

- ครูชื่นชมเธอที่ออกมาทำโจทย์บนกระดาน ลองแทนค่าคำตอบที่ได้ดูสิว่าได้ตามที่โจทย์ต้องการหรือไม่

- เธอทำการบ้านได้คำตอบถูกต้องทุกข้อ แต่อย่าลืมเติม หน่วยหลังคำตอบด้วยนะคะ

- ครูคิดว่าถ้าเธอใช้ความพยายามอีกนิด เธอต้องได้คะแนนเต็มแน่นอน

ปัจจัยส่งเสริมสนับสนุนการให้ข้อมูลย้อนกลับ

1. ปัจจัยด้านครูผู้สอน แม้ว่าแนวคิดการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยเพื่อนจะเน้นให้ผู้เรียนแสดงความคิดเห็นและให้ข้อเสนอแนะร่วมกัน แต่ครูยังเป็นปัจจัยสำคัญในการดำเนินงานเพราะครูจะทราบว่าควรให้ข้อมูลย้อนกลับที่มีประสิทธิภาพได้อย่างไร และครูต้องแสดงให้เห็นว่าข้อมูลย้อนกลับที่ปฏิบัติกันไม่เหมือนกันข้อมูลย้อนกลับแบบเดิมๆ รวมถึงการสร้างแรงจูงใจในการดำเนินงานแก่ผู้เรียนและบทบาทอื่นๆ ดังกล่าวข้างต้นในหัวข้อหลักการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยเพื่อน (Svinicki, 2001: 19-23 และ Gielen และคณะ, 2010: 144-147)

2. ปัจจัยด้านการดำเนินงาน ประกอบด้วยองค์ประกอบย่อยๆ ดังนี้ (Svinicki, 2001 : 19-23; Narciss และ Huth, 2004 อ้างอิงจาก Shute, 2008 : 30-33 ; Gielen และคณะ, 2010 : 144-147 และ Zheng, 2012 : 121)

2.1 มีการกำหนดเป้าหมายการดำเนินงานที่ชัดเจนร่วมกัน

2.2 ฝึกปฏิบัติการให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับแนวคิดการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยเพื่อนที่เหมาะสม

2.3 เวลาที่ให้ผู้เรียนได้คิด พิจารณาเพื่อให้ออกข้อมูลย้อนกลับแก่ผู้อื่น

2.4 การจัดเตรียมสิ่งอำนวยความสะดวกหรือจัดกิจกรรมที่น่าสนใจ

2.5 ลดปัจจัยที่ก่อให้เกิดอคติในการให้ข้อมูลย้อนกลับ เช่น การใช้เทคโนโลยีคอมพิวเตอร์แทนการเขียนด้วยลายมือ การปิดชื่อเจ้าของผลงาน

3. ปัจจัยด้านผู้เรียน เนื่องจากแนวคิดนี้มุ่งเน้นให้ผู้เรียนร่วมแสดงความคิดเห็นในการให้ข้อมูลย้อนกลับ ดังนั้นผู้เรียนจึงเป็นปัจจัยหลักสำคัญในการดำเนินงานโดยต้องมีความเชื่อมั่นในแนวคิดนี้ว่าสามารถพัฒนาความสามารถและก่อให้เกิดการเรียนรู้ รวมถึงการให้ข้อมูลย้อนกลับที่ปราศจากอคติส่วนตัว ดำเนินการให้ข้อมูลย้อนกลับตามหลักการให้ข้อมูลย้อนกลับที่ดี และใช้เทคนิคการกำกับตนเอง การควบคุมตนเองในการพัฒนาความสามารถของตนเองต่อไปในอนาคต

กล่าวโดยสรุป การให้ข้อมูลกระตุ้นการเรียนรู้ (feed-up) เป็นการให้ข้อมูลพื้นฐานของการเรียนรู้ เช่น จุดประสงค์การเรียนรู้ วิธีการเรียนรู้ กระบวนการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ แหล่งการเรียนรู้ ภาระงาน วิธีการวัดและประเมินผลที่ผู้สอนต้องแจ้งให้ผู้เรียนทราบก่อนที่จะเริ่มการเรียนการสอน และผู้สอนยังต้องสร้างแรงจูงใจในภายใน (inner motivation) ซึ่งเป็นแรงจูงใจในการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าในสิ่งที่เรียน การให้ข้อมูลย้อนกลับ (feed back) เป็นการให้ข้อมูลระหว่างและภายหลังที่ผู้เรียนได้ปฏิบัติกิจกรรม หรือการทำงานต่างๆ เกี่ยวกับคุณภาพของงาน พฤติกรรมของผู้เรียน ค่านิยมอันพึงประสงค์ เพื่อให้ผู้เรียนทราบจุดแข็ง และจุดที่ต้องปรับปรุง ซึ่งผู้สอนควรใช้การสื่อสารเชิงบวก (positive communication) เพื่อให้ผู้เรียนเกิดแรงบันดาลใจในการเรียนรู้ การให้ข้อมูลเพื่อการเรียนรู้

ต่อ ยอด (feed-forward) เป็นการให้ข้อมูลเพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง (self-learning) ภายหลังจากการจัดการเรียนการสอน เน้นการชี้แนะแนวทาง วิธีการเรียนรู้ที่เหมาะสมรายบุคคล ให้กำลังใจผู้เรียน และเสริมพลังของการเรียนรู้ ให้ผู้เรียนได้ทบทวนตนเองและนำไปพัฒนาตนเองต่อไป

จากแนวคิดดังกล่าว ผู้วิจัยนำทฤษฎีการให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ มาประยุกต์ใช้ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การให้ข้อมูลพื้นฐานการเรียนรู้ก่อนเริ่มการสอน
2. การสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ที่เน้นแรงจูงใจภายใน
3. การให้ข้อมูลระหว่างและภายหลังที่ผู้เรียนได้ปฏิบัติกิจกรรม
4. การให้ข้อมูลเพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเองเพิ่มเติมภายหลัง



ตาราง 12 การสังเคราะห์การให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้มาใช้ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

สาระสำคัญ	องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้			
	หลักการ	วัตถุประสงค์	กระบวนการจัดการเรียนรู้	การวัดและประเมินผล
-การให้ข้อมูลพื้นฐานการเรียนรู้ก่อนเริ่มการเรียนการสอน	-การจัดการเรียนรู้เพื่อช่วยให้ผู้เรียนกำหนดเป้าหมายที่เหมาะสม	1.กำหนดวัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนทราบเป้าหมายการเรียนรู้ที่ชัดเจน	-ผู้สอนชี้แจงวัตถุประสงค์ วิธีการเรียนรู้ กระบวนการเรียนรู้ ภาระงาน การวัดและประเมินผลให้ผู้เรียนทราบก่อนเริ่มการสอน	
-การสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ที่เน้นแรงจูงใจภายใน	-การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีแรงจูงใจและอยากจะเรียนรู้	2.กำหนดวัตถุประสงค์เพื่อให้การทำงานของผู้เรียนมีประสิทธิภาพ	-ผู้สอนชี้แจงให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าในสิ่งที่จะเรียนรู้ โดยการยกตัวอย่างจากชีวิตจริงหรือใช้การถามตอบเชิงบวกกับผู้เรียน	-การสังเกต การทำกิจกรรมระหว่างเรียน
-การให้ข้อมูลระหว่างและภายหลังที่ผู้เรียนได้ปฏิบัติกิจกรรม	-การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมนำไปสู่การกำกับตนเอง	3.วัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนทราบจุดแข็งและจุดที่ต้องปรับปรุงตัวเอง	-ผู้สอนเน้นการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยเพื่อน และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีเวลาคิดเพื่อให้เกิดแรงจูงใจในการทำงาน	-การประเมินระหว่างนักเรียนกับนักเรียน -การประเมินระหว่างครูกับนักเรียน
-การให้ข้อมูลเพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเองเพิ่มเติมภายหลัง	-การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเปลี่ยนแปลงไปในทางบวกและนำไปใช้ต่อในอนาคตได้	4.กำหนดวัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนพัฒนาตนเอง	-ผู้สอนให้ข้อเสนอแนะเชิงบวก ชื่อสัตย์และเป็นธรรม อาจใช้คำถามปลายเปิดเพื่อต้องการความชัดเจนยิ่งขึ้น	-ประเมินผลร่วมกับนักเรียน -ประเมินจากผลงานนักเรียน

2.5 การประเมินตามสภาพจริง

ความหมายของการประเมินตามสภาพจริง

การประเมินตามสภาพจริง หมายถึง กระบวนการวัดและประเมินผู้เรียน โดยอยู่บนพื้นฐานของเหตุการณ์ในชีวิตจริง เป็นการประเมินสิ่งที่ผู้เรียนได้แสดงความสามารถด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการ โดยใช้เรื่องราว เหตุการณ์ สภาพจริงหรือคล้ายจริงที่ประสบในชีวิตประจำวัน เน้นสิ่งเร้าให้ผู้เรียนตอบสนองโดยการแสดงออก ลงมือกระทำ หรือผลิต ใช้การประเมินด้านต่างๆ ด้วยวิธีที่หลากหลาย (Cotsta. 1989; Cradler. 1991; กระทรวงศึกษาธิการ. 2550; สุวิมล ว่องวาณิช. 2550)

แนวคิดและหลักการของการประเมินผลตามสภาพจริง

ประเมินตามสภาพจริง เน้นการประเมินเพื่อพัฒนา นักเรียนให้เต็มตามศักยภาพของตนเอง การเรียน การสอน และการประเมินต้องเกี่ยวเนื่องกัน ซึ่งมีแนวคิดและหลักการดังต่อไปนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2550)

1. ไม่เน้นการประเมินทักษะพื้นฐานแต่เน้นการประเมินทักษะการคิดที่ซับซ้อนในการทำงาน ความร่วมมือในการแก้ปัญหาและการประเมินตนเองทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน
2. เป็นการวัดและประเมินความก้าวหน้าของผู้เรียน
3. เป็นการสะท้อนให้เห็นการสังเกตสภาพงานปัจจุบัน ของผู้เรียน และสิ่งที่ผู้เรียนได้ปฏิบัติจริง
4. เป็นการให้ความสำคัญกับงานที่เป็นจริงโดยพิจารณาจากงานหลาย ๆ ชิ้น
5. ผู้ประเมินควรมีหลายคน มีการประชุมกันเพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลเกี่ยวกับตัวผู้เรียน
6. การประเมินต้องดำเนินการไปพร้อมกับการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง
7. นำการประเมินตนเองมาใช้เป็นส่วนหนึ่งของการประเมินตามสภาพที่แท้จริง
8. ควรมีการประเมินทั้งการประเมินที่เน้นการปฏิบัติจริง และการประเมินจากแฟ้ม

สะสมงาน

ลักษณะสำคัญของการวัดและการประเมินผลจากสภาพจริง

วิกกิน (Wiggins 1998: 22-24) ได้อธิบายลักษณะสำคัญของการวัดและการประเมินผลจากสภาพจริงดังนี้

1. ใช้วิธีการประเมินกระบวนการคิดที่ซับซ้อน ความสามารถในการปฏิบัติงาน ศักยภาพของผู้เรียนมากกว่าที่จะประเมินว่าผู้เรียนสามารถจดจำความรู้อะไรได้บ้าง
2. เป็นการประเมินความสามารถของผู้เรียน เพื่อวินิจฉัยผู้เรียนในส่วนที่ควรส่งเสริมและส่วนที่ควรแก้ไขปรับปรุง เพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาอย่างเต็มศักยภาพตามความสามารถ ความสนใจและความต้องการของแต่ละบุคคล

3. เป็นการประเมินที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมประเมินผลงานของทั้งตนเองและของเพื่อนร่วมห้อง เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักตัวเอง เชื่อมมั่นในตนเอง สามารถพัฒนาตนเองได้

4. ข้อมูลที่ประเมินได้จะต้องสะท้อนให้เห็นถึงกระบวนการจัดการเรียนรู้และการวางแผนการสอนว่าสามารถตอบสนองของความสามารถ ความสนใจ และความต้องการของผู้เรียนแต่ละบุคคลได้หรือไม่

5. ประเมินความสามารถของผู้เรียนในการถ่ายโอนการเรียนรู้ไปสู่ชีวิตจริงได้

6. ประเมินด้านต่าง ๆ ด้วยวิธีที่หลากหลายในสถานการณ์ต่าง ๆ อย่างต่อเนื่อง

ขั้นตอนการประเมินตามสภาพจริง

ขั้นตอนการประเมินตามสภาพจริง มีดังนี้ (สุวิมล ว่องวาณิช. 2546)

1. กำหนดวัตถุประสงค์และเป้าหมายในการประเมิน ต้องสอดคล้องกับสาระมาตรฐานจุดประสงค์การเรียนรู้และสะท้อนการพัฒนาด้วย

2. กำหนดขอบเขตในการประเมิน ต้องพิจารณาเป้าหมายที่ต้องการให้เกิดกับผู้เรียน เช่น ความรู้ ทักษะและกระบวนการ ความรู้สึก คุณลักษณะ เป็นต้น

3. กำหนดผู้ประเมิน โดยพิจารณาผู้ประเมินว่าจะมีใครบ้าง เช่น ผู้เรียนประเมินตนเอง เพื่อนผู้เรียน ครูผู้สอน ผู้ปกครองหรือผู้ที่เกี่ยวข้อง เป็นต้น

4. เลือกใช้เทคนิคและเครื่องมือในการประเมิน ควรมีความหลากหลายและเหมาะสมกับวัตถุประสงค์ วิธีการประเมิน เช่น การทดสอบ การสังเกต การสัมภาษณ์ การบันทึกพฤติกรรม แบบสำรวจความคิดเห็น บันทึกจากผู้ที่เกี่ยวข้อง แฟ้มสะสมงาน ฯลฯ

5. กำหนดเวลาและสถานที่ที่จะประเมิน เช่น ประเมินระหว่างผู้เรียนทำกิจกรรมระหว่างทำงานกลุ่ม/ โครงการ วันใดวันหนึ่งของสัปดาห์ เวลาว่าง / พักกลางวัน ฯลฯ

6. วิเคราะห์ผลและวิธีการจัดการข้อมูลการประเมิน เป็นการนำข้อมูลจากการประเมินมาวิเคราะห์โดยระบุสิ่งที่วิเคราะห์เช่น กระบวนการทำงาน เอกสารจากแฟ้มสะสมงาน ฯลฯ รวมทั้งระบุวิธีการบันทึกข้อมูลและวิธีการวิเคราะห์ข้อมูล

7. กำหนดเกณฑ์ในการประเมิน เป็นการกำหนดรายละเอียดในการให้คะแนนผลงานว่าผู้เรียนทำอะไร ได้สำเร็จหรือว่ามีระดับความสำเร็จในระดับใด คือ มีผลงานเป็นอย่างไร การให้คะแนนอาจจะให้ในภาพรวมหรือแยกเป็นรายให้สอดคล้องกับงานและจุดประสงค์การเรียนรู้

อาจกล่าวสรุปได้ว่าการประเมินตามสภาพจริงเป็นขั้นตอนที่ครูและผู้เรียนร่วมกันกำหนดผลสัมฤทธิ์ที่ต้องการโดยวิเคราะห์จากหลักสูตร และความต้องการของผู้เรียน มีแนวทางของงานที่ปฏิบัติกำหนดกรอบและวิธีการประเมินร่วมกันระหว่างผู้ประเมินและผู้ถูกประเมิน

เทคนิค / วิธีการที่ใช้ในการประเมินตามสภาพจริง

การประเมินตามสภาพจริงเป็นการกระทำการแสดงออกหลาย ๆ ด้าน ของผู้เรียนตามสภาพความเป็นจริงทั้งในและนอกห้องเรียน มีวิธีการประเมิน (สุวิมล ว่องวาณิช. 2546; ประสาน กันตัง. 2551) ดังนี้

1. การสังเกต เป็นวิธีการที่ดีมากวิธีหนึ่งในการเก็บข้อมูลพฤติกรรมด้านการใช้ความคิด การปฏิบัติงาน และโดยเฉพาะด้านอารมณ์ ความรู้สึก และลักษณะนิสัยสามารถทำได้ทุกเวลา ทุกสถานที่ทั้งในห้องเรียน นอกห้องเรียน หรือในสถานการณ์อื่นนอกโรงเรียนเครื่องมืออื่น ๆ ที่ใช้ประกอบการสังเกต ได้แก่ แบบตรวจสอบรายการ แบบมาตราส่วนประมาณค่า แบบบันทึกกระเปาะสัมผัส เป็นต้น

2. การสัมภาษณ์ เป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้เก็บข้อมูลพฤติกรรมด้านต่างได้ดี เช่น ความคิด (สติปัญญา) ความรู้สึกกระบวนการขั้นตอนในการทำงาน วิธีการแก้ปัญหา ฯลฯ อาจใช้ประกอบการสังเกตเพื่อให้ได้ข้อมูลมากยิ่งขึ้น ก่อนสัมภาษณ์ควรหาข้อมูลเกี่ยวกับภูมิหลังของผู้เรียนก่อนเพื่อให้การสัมภาษณ์ตรงประเด็นและได้ข้อมูลมากยิ่งขึ้น ควรเตรียมชุดคำถามล่วงหน้าและจัดลำดับคำถามช่วยให้การตอบไม่วกวนขณะสัมภาษณ์ครูใช้วาจา ท่าทาง น้ำเสียงที่อบอุ่นเป็นกันเอง ทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้สึกปลอดภัยและผ่อนคลายให้ผู้เรียนอยากพูด / เล่า ใช้คำถามที่ผู้เรียนเข้าใจง่ายและครูอาจใช้วิธีสัมภาษณ์ทางอ้อมคือ สัมภาษณ์จากบุคคลที่ใกล้ชิดผู้เรียน เช่น เพื่อนสนิท ผู้ปกครอง เป็นต้น

3. การตรวจงาน เป็นการวัดและประเมินผลที่เน้นการนำผลการประเมินไปใช้ทันทีใน 2 ลักษณะ คือเพื่อการช่วยเหลือผู้เรียนและเพื่อปรับปรุงการสอนของครู จึงเป็นการประเมินที่ควรดำเนินการตลอดเวลาเช่น การตรวจแบบฝึกหัด ผลงานภาคปฏิบัติโครงการ/โครงการต่างๆ เป็นต้น งานเหล่านี้ควรมีลักษณะที่ครูสามารถประเมินพฤติกรรมระดับสูงของผู้เรียนได้ เช่น แบบฝึกหัดที่เน้นการเขียนตอบ เรียบเรียง สร้างสรรค์งาน โครงการ โครงการ ที่เน้นความคิดขั้นสูงในการวางแผนจัดการดำเนินการและแก้ปัญหาสิ่งที่ควรประเมินควบคู่ไปด้วยเสมอในการตรวจงาน คือ ลักษณะนิสัยและคุณลักษณะที่ดีในการทำงาน ซึ่งครูควรมีความยืดหยุ่น การประเมิน จากการตรวจงานมากขึ้น ดังนี้

3.1 ไม่จำเป็นต้องนำทุกชิ้นงานทุกชิ้นมาประเมิน อาจเลือกเฉพาะชิ้นงานที่ผู้เรียนทำได้ดีและบอกความหมาย / ความสามารถของผู้เรียนตามลักษณะที่ครูต้องการประเมินได้ วิธีนี้เป็นการเน้น “จุดแข็ง” ของผู้เรียน นับเป็นการเสริมแรง สร้างแรงกระตุ้นให้ผู้เรียนพยายามผลิตงานที่ดีๆ ออกมามากขึ้น

3.2 จากแนวคิดตามข้อ 3.1 ชิ้นงานที่นำมาประเมินของแต่ละคน ไม่จำเป็นต้องเป็นเรื่องเดียวกัน เช่น ผู้เรียนคนที่ 1 งานที่ (ทำได้ดี) ควรนำมาประเมินอาจเป็นงานชิ้นที่ 2, 3, 5 ส่วนผู้เรียนคนที่ 2 งานที่ควรนำมาประเมินอาจเป็นงานชิ้นที่ 1, 2, 4 เป็นต้น

3.3 อาจประเมินชิ้นงานที่ผู้เรียนทำนอกเหนือจากที่ครูกำหนดให้ก็ได้แต่ต้องมั่นใจว่าเป็นสิ่งที่ผู้เรียนทำเองจริง ๆ เช่น สิ่งประดิษฐ์ที่ผู้เรียนทำเองที่บ้าน และนำมาใช้ที่โรงเรียนหรืองานเลือกต่าง ๆ ที่ผู้เรียนทำขึ้นเองตามความสนใจ เป็นต้น การใช้ข้อมูล/ หลักฐานผลงานอย่างกว้างขวาง จะทำให้ครูรู้จักผู้เรียนมากขึ้น และประเมินความสามารถของผู้เรียนตามสภาพที่แท้จริงของเขาได้แม่นยำยิ่งขึ้น

3.4 ผลการประเมิน ไม่ควรบอกเป็นคะแนนหรือระดับคุณภาพ ที่เป็นเฉพาะตัวเลขอย่างเดียวแต่ควรบอกความหมายของผลคะแนนนั้นด้วย

4. การรายงานตนเอง เป็นการให้ผู้เรียนเขียนบรรยายหรือตอบคำถามสั้นๆ หรือ ตอบแบบสอบถามที่ครูสร้างขึ้น เพื่อสะท้อนถึงการเรียนรู้ของผู้เรียนทั้งความรู้ความเข้าใจ วิถีคิด วิถีทำงาน ความพอใจในผลงาน ความต้องการพัฒนาตนเองให้ดียิ่งขึ้น

5. การใช้บันทึกจากผู้ที่เกี่ยวข้อง เป็นการรวบรวมข้อมูลความคิดเห็นที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียนผลงานผู้เรียน โดยเฉพาะความก้าวหน้าในการเรียนรู้ของผู้เรียนจากแหล่งต่าง ๆ เช่น จากเพื่อนครู โดยประชุมแลกเปลี่ยนข้อมูลความคิดเห็นเกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียนจากเพื่อนผู้เรียน โดยจัดชั่วโมงสนทนาวิพากษ์ผลงาน (ผู้เรียนต้องได้รับคำแนะนำมาก่อนเกี่ยวกับหลักการ วิถีวิจารณ์เพื่อการสร้างสรรค์) หรือจากผู้ปกครอง โดยจดหมาย / สารสัมพันธ์ที่ครู หรือโรงเรียนกับผู้ปกครองมีถึงกันโดยตลอดเวลาโดยการประชุมผู้ปกครองที่โรงเรียนจัดขึ้น หรือโดยการตอบแบบสอบถาม

6. การใช้ข้อสอบแบบเน้นการปฏิบัติจริง ในกรณีที่ครูต้องการใช้แบบทดสอบขอเสนอแนะให้ใช้แบบทดสอบภาคปฏิบัติที่เน้นการปฏิบัติจริง ซึ่งมีลักษณะดังต่อไปนี้

6.1 ปัญหาต้องมีความหมายต่อผู้เรียน และมีความสำคัญเพียงพอที่จะแสดงถึงความรู้ของผู้เรียนในระดับชั้นนั้นๆ

6.2 เป็นปัญหาที่เลียนแบบสภาพจริงในชีวิตของผู้เรียน

6.3 แบบสอบต้องครอบคลุมทั้งความสามารถและเนื้อหาตามหลักสูตร

6.4 ผู้เรียนต้องใช้ความรู้ความสามารถ ความคิดหลาย ๆ ด้านมาผสมผสาน และแสดงวิถีคิดได้เป็นขั้นตอนที่ชัดเจน

6.5 ควรมีคำตอบถูกได้หลายคำตอบ และมีวิธีการหาคำตอบได้หลายวิธี

6.6 มีเกณฑ์การให้คะแนนตามความสมบูรณ์ของคำตอบอย่างชัดเจน

7. การประเมินโดยใช้แฟ้มสะสมงาน แฟ้มสะสมงานหมายถึง สิ่งที่ใช้สะสมงานของผู้เรียนอย่างมีจุดประสงค์อาจเป็นแฟ้ม แผ่นดิสก์ ฯลฯ ที่แสดงให้เห็นถึงความพยายาม ความก้าวหน้า และผลสัมฤทธิ์ในเรื่องนั้นๆ หรือหลาย ๆ เรื่องการสะสมผลงานนั้นผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเลือกเนื้อหา เกณฑ์การเลือก เกณฑ์การตัดสิน ความสามารถ / คุณสมบัติ หลักฐานการสะท้อนตนเองการ

ประเมินผลโดยใช้แฟ้มสะสมงาน เป็นวิธีการประเมินผลการเรียนรู้ตามสภาพจริงที่ได้รับความนิยมกันอย่างแพร่หลายวิธีหนึ่ง เพราะใช้การประเมินให้ผู้ติดอยู่กับการสอนและมีผู้เรียนเป็นศูนย์กลางของการจัดการเรียนรู้ที่ชัดเจนและการที่จะได้มาซึ่งผลการเรียนรู้ที่แท้จริงของผู้เรียน ครูควรใช้วิธีการเก็บข้อมูลหลายๆ วิธีผสมผสานกัน เพื่อให้ได้ข้อมูลที่หลากหลาย ครอบคลุมพฤติกรรมทุกด้านและมีจำนวนมากเพียงพอที่จะประเมินผลที่เกิดขึ้นในตัวผู้เรียนอย่างมั่นใจ หลักเกณฑ์วิธีการให้คะแนนตามแนวทางการประเมินตามสภาพจริง

กล่าวโดยสรุป วิธีการให้คะแนนตามแนวประเมินตามสภาพจริง จะมุ่งที่การให้คะแนน ที่สามารถบ่งชี้ถึงความสำเร็จหรือความรอบรู้ของผู้เรียนว่ามีลักษณะอย่างไรและความสำเร็จหรือความรอบรู้ในระดับที่แตกต่างกันนั้น มีลักษณะแตกต่างกันอย่างไร ไม่ใช่ให้ความหมายเพียงแค่การได้/ ตก หรือ ผ่าน / ไม่ผ่านหรือระดับของการผ่านเท่านั้น นอกจากนี้การนำ ผลประเมินไปใช้ประโยชน์ด้านการตัดสินผลการเรียนก็มีความสำคัญเป็นอันดับรองจากการนำไปใช้เพื่อพัฒนาผู้เรียนและตัวครู

จากแนวคิดดังกล่าว ผู้วิจัยนำการประเมินตามสภาพจริง มาประยุกต์ใช้ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ประเมินบนพื้นฐานจากเหตุการณ์ในชีวิตจริง
2. ประเมินสิ่งที่ผู้เรียนได้แสดงความสามารถด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการ
3. ประเมินทั้งจากการปฏิบัติจริงและจากแฟ้มสะสมงาน
4. ประเมินไปพร้อมกับการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง

ตาราง 13 การสังเคราะห์การนำแนวคิดการประเมินตามสภาพจริงมาใช้ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

สาระสำคัญ	องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้			
	หลักการ	วัตถุประสงค์	กระบวนการจัดการเรียนรู้	การวัดและประเมินผล
- ประเมินบนพื้นฐานจากเหตุการณ์ในชีวิตจริง	-การจัดการเรียนรู้ให้เชื่อมโยงกับประสบการณ์จริง		-ผู้สอนประเมินผู้เรียนโดยเน้นการแก้ปัญหาจากเหตุการณ์ในชีวิตจริง	-ประเมินจากผลงานนักเรียน
- ประเมินสิ่งที่ผู้เรียนได้แสดงความสามารถด้านความรู้ ทักษะ และกระบวนการ			-ผู้สอนประเมินผู้เรียนให้ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ทักษะ และกระบวนการ	-การสังเกต การทำกิจกรรมระหว่างเรียน
- ประเมินจากการปฏิบัติจริงและแฟ้มสะสมงาน		- วัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนทราบจุดแข็งและจุดที่ต้องปรับปรุงตัวเอง	-ผู้สอนประเมินอย่างหลากหลายทั้งจากการปฏิบัติกิจกรรมและจากแฟ้มสะสมงาน	-การประเมินระหว่างนักเรียนกับนักเรียน -การประเมินระหว่างครูกับนักเรียน
- ประเมินพร้อมกับการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง	-การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง	- กำหนดวัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนพัฒนาตนเอง	-ผู้สอนประเมินผู้เรียนอย่างต่อเนื่องเป็นระยะ	-ประเมินจากผลงานนักเรียน

3. รูปแบบการจัดการเรียนรู้

ความหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

รูปแบบการเรียนการจัดการเรียนรู้ มีความหมายในลักษณะเดียวกับระบบการเรียนการสอน ซึ่งนักการศึกษาโดยทั่วไปนิยมใช้คำว่า “ระบบ” ในความหมายที่เป็นระบบใหญ่ ครอบคลุมองค์ประกอบสำคัญๆ ของการศึกษา หรือการเรียนการสอนในภาพรวม และนิยมใช้คำว่า “รูปแบบ” กับระบบที่ย่อยกว่า โดยเฉพาะกับ “วิธีการสอน” ในด้านความหมายของรูปแบบการสอน มีผู้ให้ความหมายไว้หลายแง่มุม ผู้วิจัยได้สังเคราะห์และสรุปความหมายของรูปแบบการสอน หมายถึง แบบหรือแผนของการสอนเพื่อการสอนในห้องเรียนหรือเป็นกลุ่มย่อย ที่จะช่วยให้ผู้เรียนได้รับความรู้ ความคิด สารสนเทศ ทักษะกระบวนการต่างๆ เพื่อพัฒนาให้ผู้เรียนบรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ได้กำหนดไว้ (Joyce and Weil. 1992: Saylor and others. 1998)

องค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

รูปแบบการจัดการเรียนรู้มีองค์ประกอบสำคัญ 4 องค์ประกอบ (ทิศนาชมมณี.2551 ข: 221, วิชัย วงษ์ใหญ่. 2537: 70-71, Joyce; & Weil. 1992) ดังนี้

1. หลักการของรูปแบบเป็นแนวคิดและพื้นฐาน ความเชื่อในการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้
2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบเป็นเป้าหมาย เฉพาะเจาะจงว่าต้องการพัฒนาให้ผู้เรียนมีลักษณะอย่างไร
3. กระบวนการเรียนรู้ของรูปแบบอธิบายถึง การดำเนินการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบที่เป็นขั้นตอนและรายละเอียดของกิจกรรมในการจัดการเรียนรู้
4. การวัดและประเมินผลรูปแบบเป็นแนวทางการวัดและประเมินผลการจัดการเรียนรู้ที่บ่งบอกถึง ประสิทธิภาพของรูปแบบหรือบอกถึงการบรรลุวัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

ลักษณะของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

จากการศึกษาพบว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ มีลักษณะสำคัญ ดังนี้

1. มีแนวคิดหรือหลักการพื้นฐาน รูปแบบการจัดการเรียนรู้จะต้องมีแนวคิดหรือหลักการพื้นฐานซึ่งอาจมาจากแนวคิดทางการศึกษา เช่น ให้ผู้เรียนเรียนรู้จากประสบการณ์ตรง มีกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ ทฤษฎีจิตวิทยาการเรียนรู้ เช่น มีพัฒนาการทางด้านสติปัญญา อารมณ์ และสังคมควบคู่กันไป ยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางในการเรียนรู้ หรือแนวคิดเกี่ยวกับศาสตร์ต่างๆ เป็นต้น รูปแบบการสอนหนึ่งๆ อาจจะมีแนวคิดหรือหลักการพื้นฐานเพียงอย่างเดียว ดังเช่น รูปแบบ

การจัดการเรียนรู้ส่วนใหญ่ Joyce and Well หรือมีแนวคิดมากกว่าหนึ่งได้ดังที่ Stern (1984: 47) เสนอไว้ว่าแนวคิดของรูปแบบการเรียนรู้ควรเป็นสหวิทยาการ (Multidisciplinary) แนวคิดหรือหลักการพื้นฐานนี้จะเป็นหลักหรือแนวทางในการเลือก กำหนดและจัดระเบียบความสัมพันธ์ขององค์ประกอบให้สอดคล้อง ต่อเนื่อง และสัมพันธ์กัน

2. มุ่งองค์ประกอบและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบ ลักษณะนี้จัดเป็นสิ่งสำคัญยิ่งที่ผู้ออกแบบหรือผู้พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้จะต้องตระหนักถึงในการกำหนดตัวองค์ประกอบและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบให้เป็นไปอย่างเป็นเหตุเป็นผล และสอดคล้องกับแนวคิดพื้นฐานของรูปแบบ การกำหนดองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนรู้จะขึ้นอยู่กับความรู้ ประสบการณ์และความละเอียดรอบคอบของผู้พัฒนาที่จะต้องคิด วิเคราะห์ จนสามารถมองเห็นความสำคัญและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบได้อย่างแจ่มชัด จนสามารถกำหนดองค์ประกอบและความสัมพันธ์ได้อย่างสมเหตุ สมผลและมีประสิทธิภาพ โดยจะต้องคำนึงถึงองค์ประกอบของการสอนโดยทั่วไป องค์ประกอบของการสอนเฉพาะสาขา และจะต้องพิจารณากำหนดองค์ประกอบให้เหมาะสม คือ มีความสัมพันธ์และส่งผลโดยตรงต่อการ เรียนรู้ของผู้เรียน นอกจากนี้ Stern กล่าวว่า รูปแบบการสอนควรมีลักษณะของการให้ความสำคัญขององค์ประกอบทั้งหมดร่วมกัน(Multi factor view) กล่าวคือ ในรูปแบบการเรียนรู้ องค์ประกอบแต่ละองค์ประกอบจะมีความสำคัญทัดเทียมกัน องค์ประกอบทั้งหมดจะต้องมีบทบาทร่วมกันจึงจะทำให้รูปแบบการสอนนั้นๆ มีประสิทธิภาพตามต้องการได้ ซึ่งตัวอย่างของการกำหนดองค์ประกอบและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบ ดังที่ ทิศนา ขัมมณี (2550: 3-4) ได้ยกตัวอย่างไว้ดังนี้ รูปแบบการเรียนรู้ กระบวนการกลุ่มมาจากแนวคิดการให้ผู้เรียนเรียนรู้จากประสบการณ์ด้วยตนเอง ดังนั้นจึงกำหนดองค์ประกอบ กระบวนการให้มีการทำกิจกรรมของผู้เรียนเพื่อให้ได้เรียนรู้ด้วยตนเอง และองค์ประกอบวิธีสอนจะกำหนดให้ใช้การสอนแบบอุปนัย (Inductive) ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ สรุปหลักการจากตัวอย่างหรือกิจกรรมที่ได้ทำด้วยตนเอง เพื่อให้สอดคล้องเป็นไปตามแนวคิดหลักของรูปการสอน

3. มีการพัฒนาหรือออกแบบอย่างเป็นระบบ รูปแบบการจัดการเรียนรู้เป็นผลของการพัฒนาหรือออกแบบจัดองค์ประกอบอย่างมีขั้นตอนและเป็นระบบ เริ่มตั้งแต่การศึกษา วิเคราะห์ ข้อมูล และองค์ประกอบการสอนที่เกี่ยวข้อง กำหนดองค์ประกอบที่สำคัญและจำเป็น จัดความสัมพันธ์ขององค์ประกอบให้สอดคล้องสัมพันธ์กัน นำแผนการจัดองค์ประกอบไปทดลองใช้สอนในห้องเรียนจริงเพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ในการปฏิบัติและยืนยันผลที่เกิดขึ้นว่า สามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ในสิ่งที่ต้องการได้จริง จึงจะยอมรับได้ว่าการจัดองค์ประกอบนี้เป็นรูปแบบการสอนที่มีประสิทธิภาพ

4. มีผลต่อการพัฒนาการของผู้เรียนในด้านต่างๆ รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นจะส่งผลต่อการพัฒนาการในด้านต่างๆ ของผู้เรียน ดังที่ Joyce and Weil (1992: 1-4) กล่าวว่ารูปแบบการสอนแต่ละแบบจะส่งผลต่อผู้เรียนต่างกันออกไปตามแนวคิดและหลักการของรูปแบบการสอนนั้น เช่น รูปแบบการสอนการฝึกการสืบสอบ (Inquiry training) มีเป้าหมายเพื่อที่จะพัฒนากระบวนการคิดค้นด้วยตนเอง โดยใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ในการสืบเสาะหาความรู้หรือเป็นการมุ่งที่จะส่งผลให้ผู้เรียนมีกระบวนการ สืบสอบ

ประเภทของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

ประเภทของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ มีแตกต่างกันออกไป ตามแนวคิดของผู้จัด ดังนี้

Joyce and Weil (1992: 80-88) ได้จัดประเภทของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ตามจุดเน้นหรือผลที่ต้องการให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน รูปแบบการสอนตามแนวคิดนี้จัดแบ่งเป็น 4 กลุ่ม ได้แก่

1. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ ที่เน้นการจัดกระบวนการสารสนเทศหรือกระบวนการคิด (The Information -Processing Family) มุ่งส่งเสริมความสามารถในการรวบรวมและจัดระเบียบข้อมูล การเข้าใจปัญหาต่างๆ และการคิดหาวิธีแก้ปัญหา ตลอดจนการสร้างความคิดรวบยอดและใช้ภาษาที่เหมาะสมในการสื่อสารเพื่อถ่ายทอดวิธีการแก้ปัญหานั้น โดยมุ่งเน้นความสำคัญไปที่สมรรถภาพ การคิดของผู้เรียนและวิธีการต่างๆ ในการพัฒนากระบวนการเก็บรวบรวม วิเคราะห์ข้อมูล รูปแบบการจัดการเรียนรู้ในกลุ่มนี้ ได้แก่ การสอนการคิดเชิงอนุมาน (Inductive Thinking) การสอนการสร้างมโนทัศน์ (Concept Attainment) การฝึกกระบวนการสืบสอบ (Inquiry Training) การสอนการจำ (Memorization) การสอนการให้โครงสร้างทางความคิด (Advance Organizers) การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ (Synoptic) การพัฒนาทางปัญญา (The Developing Intellect) และการฝึกกระบวนการสืบสอบทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Inquiry) เป็นต้น

2. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นปฏิสัมพันธ์ทางสังคม (The Social Family) เน้นความสัมพันธ์กับบุคคลอื่นโดยใช้การประนีประนอมในการแก้ปัญหามีส่วนร่วมกับผู้อื่นตามหลักการประชาธิปไตย การทำงานร่วมกัน โดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนทำงานร่วมกันอย่างมีประสิทธิภาพ รูปแบบการจัดการเรียนรู้ในกลุ่มนี้ได้แก่ การสอนแบบค้นคว้าทำงานเป็นกลุ่ม (Group Investigation) การแสดงบทบาทสมมติ (Role Play) การศึกษาสังคมด้วยกระบวนการสืบสวนสอบสวน (Jurisprudential Inquiry) เป็นต้น

3. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนาตน (The Personal Family) เน้นการพัฒนาที่ตัวบุคคล กระบวนการพัฒนาผู้เรียนแต่ละบุคคล กระบวนการสร้างและพัฒนาเอกลักษณ์ของตนเองมุ่งสอนให้รู้จักการแสดงพฤติกรรมที่เหมาะสม เสริมสร้างความสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม

มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และรับผิดชอบ เพื่อพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น รูปแบบการจัดการเรียนรู้ในกลุ่มนี้ ได้แก่ การสอนแบบไม่สั่งการ (Nondirective Teaching) การสอนเพื่อเพิ่มมโนทัศน์ในตนเอง (Enhancing Self-Concept) เป็นต้น

4. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นด้านพฤติกรรม (The Behavioral System Family) รูปแบบการจัดการเรียนรู้ในกลุ่มนี้ได้รับแนวคิดมาจากทฤษฎีการเรียนรู้เชิงพฤติกรรม เน้นการปรับพฤติกรรม การตอบสนอง หรือการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมผู้เรียน รูปแบบการจัดการเรียนรู้ในกลุ่มนี้ ได้แก่ การสอนเพื่อให้ควบคุมตนเอง (Learning Self-Control) การเรียนแบบรอบรู้ (Mastery Learning) การฝึกฝนตนเอง (Training and Self-Control) การเรียนรู้แบบมีเงื่อนไข (The Condition of Learning) การสอนตรง (Direct Instruction) สถานการณ์จำลอง (Simulation) การเรียนรู้สังคม (Social Learning) เป็นต้น

การประยุกต์ใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้

Joyce and Weil (1986 : 149-159) เป็นผู้เขียนหนังสือ Models of Teaching ที่ได้รับการยอมรับอย่างมากในวงการศึกษา ได้สรุปสาระสำคัญของการพัฒนาและการประยุกต์ใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย

1. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ต้องมีทฤษฎีรองรับ เช่น ทฤษฎีด้านจิตวิทยาการเรียนรู้ เป็นต้น
2. เมื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้แล้ว ก่อนนำไปใช้จะต้องมีการวิจัยเพื่อทดสอบทฤษฎีและตรวจสอบคุณภาพ ในสถานการณ์จริง และนำข้อค้นพบมาปรับปรุงแก้ไขอยู่เรื่อยๆ การเสนอรูปแบบการสอนแต่ละรูปแบบของ จอยซ์และเวล ได้มีการนำไปทดลองใช้ในห้องเรียน รวมทั้งมีงานวิจัยรองรับมากมาย จนเป็นหลักประกันได้ว่าสามารถใช้ได้สะดวกและได้ผลดี
3. การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้อาจออกแบบให้ใช้ได้อย่างกว้างขวางหรือเพื่อวัตถุประสงค์เฉพาะอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้
4. การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ จะมีจุดมุ่งหมายหลักที่ถือเป็นหลักในการพิจารณาเลือกรูปแบบไปใช้ กล่าวคือ ถ้าผู้นำรูปแบบการสอนไปใช้ตรงกับจุดมุ่งหมายหลักก็จะทำให้เกิดผลสูงสุด แต่ก็สามารถนำรูปแบบนั้นไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์อื่นๆ ถ้าพิจารณาเห็นว่าเหมาะสม แต่อาจทำให้ได้ผลสำเร็จลดน้อยลง

นอกจากจอยซ์และเวลจะเสนอทัศนะด้านการสอนแล้ว ยังให้ข้อสังเกตและแนวคิดในการพัฒนาผู้เรียน โดยเสนอรูปแบบการเรียนรู้ที่จะช่วยให้ผู้เรียนได้รับสารสนเทศ ความคิด ทักษะค่านิยม และวิธีการคิด นอกจากนั้น รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เลือกมานำเสนอ ส่วนใหญ่ได้เสนอวิธีเรียน (How to Learn) ให้แก่ผู้เรียนอีกด้วย ซึ่งจะก่อให้เกิดผลสำเร็จในระยะยาวและที่สำคัญที่สุดคือ เป็น

การเพิ่มพูนความสามารถ ที่จะเรียนรู้ของผู้เรียน ทำให้เกิดการเรียนรู้ง่าย และได้ผลดีในอนาคต กล่าวคือ การสอนควรจะส่งผลกระทบต่อผู้เรียนให้เขาได้สามารถศึกษาด้วยตนเองได้ อาจกล่าวได้ว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ของจอยซ์และเวล เน้นความสำคัญของการพัฒนาผู้เรียน และพัฒนากลวิธีการเรียนรู้ (Learning Strategies) ของผู้เรียน ซึ่งถือเป็นเป้าหมายของการจัดการศึกษาตามแนวใหม่

ขั้นตอนการพัฒนาแบบแผนการจัดการเรียนรู้

จากการศึกษาขั้นตอนการพัฒนาแบบแผนการจัดการเรียนรู้สามารถสรุปได้ว่าการพัฒนาแบบแผนการจัดการเรียนรู้มี ขั้นตอน ดังนี้ (Dick; & Carey. 1996; Kemp; Morrison; & Ross. 1998; ทิศนา ขัมมณี. 2547; วารินทร์ รัชมีพรหม. 2542)

1. ศึกษาสภาพปัญหาแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1.1 การวิเคราะห์ปัญหาหรือประเมินความต้องการเพื่อให้ได้รายละเอียดที่เกี่ยวข้องกับปัญหา มีปัญหาหรือไม่มีปัญหาอะไร เกี่ยวข้องกับกิจกรรมการเรียนการสอนหรือไม่ ปัญหานั้นเป็นปัญหาที่แท้จริงหรือไม่ อะไรคือสาเหตุของปัญหา อะไรคือวิธีแก้ปัญหาคือที่เป็นไปได้ การประเมินความต้องการเป็นการกำหนดให้เข้าใจว่าออกแบบการสอนนั้นเป็นสิ่งที่ต้องการแน่แท้หรือไม่

1.2 การวิเคราะห์นักเรียน เป็นการวิเคราะห์คุณลักษณะของผู้เรียนทั้งด้านเพศ อายุ พื้นฐานทางสังคม เศรษฐกิจ ความถนัด แรงจูงใจ ความรู้พื้นฐานเดิมที่มีมาก่อนรวมทั้งความแตกต่างระหว่างบุคคลและวิธีการเรียนรู้

1.3 ศึกษาแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องทฤษฎีใดทฤษฎีหนึ่ง หรือประยุกต์หลายทฤษฎีเข้าด้วยกันเพื่อให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์การเรียนรู้

2. ขั้นการพัฒนา (Development/Production Phase) ในขั้นตอนนี้จำแนกเป็นการพัฒนาเนื้อหาความรู้ กระบวนการเรียนการสอน แบบทดสอบ สื่อ และวัสดุการสอน

2.1 การพัฒนาเนื้อหาความรู้แยกเป็น 4 องค์ประกอบสำคัญ คือ การพัฒนารายละเอียดของเนื้อหาความรู้แต่ละหน่วยพัฒนา สิ่งที่เป็นตัวอย่างของเนื้อหาแต่ละหน่วยพัฒนาการฝึกปฏิบัติในแต่ละหน่วยของเนื้อหา และการพัฒนาสิ่งอื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง เช่นการสรุป การสังเคราะห์หรือการใช้เครื่องมือช่วยให้นักเรียนสามารถสรุปสาระสำคัญได้ เป็นต้น

2.2 การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ ควรทำเป็นแผนการจัดการเรียนรู้ว่าจะดำเนินการอย่างไรบ้าง การสอนที่มีประสิทธิภาพจะประกอบด้วย การใช้กิจกรรมจูงใจโดยครูที่แจ่มชัดวัตถุประสงค์แก่นักเรียนเรียนโดยคำนึงถึงความรู้พื้นฐานของนักเรียน การให้สารสนเทศ การฝึกปฏิบัติและการให้ข้อมูลย้อนกลับ การสอนเสริมหรือการซ่อมเสริม เป็นต้น

2.3 การพัฒนาแบบทดสอบ ต้องศึกษาวัตถุประสงค์การเรียนรู้ในหน่วยวิชานั้นเพื่อสร้างข้อสอบให้สอดคล้องและควรเป็นข้อสอบที่วัดได้ครบตามต้องการ

2.4 การพัฒนาสื่อและวัสดุการสอน ผู้พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้จำเป็นต้องดูแลทุกขั้นตอนการทำงานเพื่อให้แน่ใจว่า การผลิตได้ดำเนินไปตามคำแนะนำที่ให้ตามแนวทางของการออกแบบและมีคุณภาพ

3. ขั้นการทดลองใช้ (Implementation) ในการทดลองใช้ต้องคำนึงถึงองค์ประกอบที่เกี่ยวข้อง 2 ประการคือ การสอน และการบริหารการสอน ซึ่งในการจัดการเรียนการสอนมีข้อควรตระหนักคือ การเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง ความสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียน กล่าวคือ ครูเป็นผู้ทำหน้าที่เหมือนผู้จัดการเรียน จัดสภาพแวดล้อมเพื่อให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้มีแรงจูงใจที่อยากจะเรียนรู้ คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ครูต้องทำหน้าที่เป็นผู้สอนเสริม เป็นที่ปรึกษาให้แก่ นักเรียนในการพัฒนาวิธีการจัดการเรียนรู้ให้ทันสมัยอยู่เสมอโดยมีการวางแผนในการใช้เทคโนโลยีอย่างเหมาะสม

4. ขั้นการประเมินผล (Evaluation Phase) เป็นประเมินว่าวงจรการพัฒนาแบบการจัดการเรียนรู้นั้นสมบูรณ์แล้วจากข้อมูลย้อนกลับ จึงเป็นส่วนสำคัญที่ได้จากการประเมินผลเพื่อนำไปปรับปรุงในส่วนของแต่ละขั้นตอนให้ดีขึ้น และตรงตามวัตถุประสงค์ถ้าการประเมินผลพบว่าจุดใดควรปรับปรุงเปลี่ยนแปลงก็ต้องดำเนินการปรับปรุง โดยการประเมินผลจะจำแนกเป็น 2 ประเภทคือ การประเมินผลเพื่อปรับปรุงและการประเมินผลลัพธ์หรือผลสัมฤทธิ์

จากการศึกษาขั้นตอนการพัฒนาแบบการจัดการเรียนรู้ทั้ง 4 ขั้นตอน ผู้วิจัยได้นำมาประยุกต์ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ โดยมีขั้นตอนการพัฒนาแบบการจัดการเรียนรู้ 4 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาข้อมูลพื้นฐานในการจัดการเรียนรู้

ขั้นตอนที่ 2 การพัฒนาแบบการจัดการเรียนรู้

ขั้นตอนที่ 3 การประเมินประสิทธิผลของแบบการจัดการเรียนรู้

ขั้นตอนที่ 4 การปรับปรุงและแก้ไขแบบการจัดการเรียนรู้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับพัฒนาการของผู้เรียนระดับมัธยมศึกษา

นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาสภาพร่างกายจะเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว อัตราการเจริญเติบโตของแต่ละบุคคลตลอดจนพฤติกรรมเฉพาะบุคคลเปลี่ยนแปลงไปอย่างเห็นได้ชัด ทั้งสภาพของร่างกายและพฤติกรรมในการดำรงชีวิต การเปลี่ยนแปลงของระบบต่างๆ ในร่างกาย ต่างๆ เหล่านี้เป็นสาเหตุให้เกิดการเปลี่ยนแปลงด้านอื่นๆตามมา เช่น ด้านอารมณ์ ความรู้สึกที่มีต่อตนเอง อุดมคติ

ด้านสังคม การปรับตัว การอยู่ร่วมกับผู้อื่น ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้ (เมธาวิ อุดมธรรมานภาพและภักดี ปวีวรรณ, 2554: 71-82)

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับพัฒนาการทางร่างกาย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในระดับนี้มีความสำคัญอย่างยิ่งเนื่องจากเป็นวัยที่พัฒนาการของร่างกายและสมองสามารถทำงานได้อย่างสมบูรณ์ เป็นวัยที่สำคัญในการให้การเรียนรู้เพื่อการพัฒนาทางวิชาการเพื่อการดำรงชีพในอนาคต มีรายละเอียดในการจัดการศึกษาดังนี้

1.1 ควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เด็กวัยนี้ยอมรับสภาพร่างกายที่เปลี่ยนแปลงไป การพัฒนาร่างกายให้เติบโตเป็นผู้ใหญ่ที่มีร่างกายแข็งแรงสมบูรณ์ การรักษาสุขภาพอนามัย ส่งเสริมการรับประทานอาหารที่เป็นประโยชน์ ปลูกฝังนิสัยการรับประทานอาหารที่มีคุณค่า การเสริมสร้างบุคลิกภาพที่ดี การพัฒนาสภาพร่างกายเพื่อเพิ่มบุคลิกภาพให้ดึงดูดใจ

1.2 ส่งเสริมกิจกรรมพลศึกษา เพื่อให้ร่างกายแข็งแรง ผ่อนคลายความตึงเครียด กิจกรรมเข้าจังหวะ จัดห้องเรียนให้สามารถทำกิจกรรมได้ตามความเหมาะสม ให้ผู้เรียนได้ออกกำลังกาย พัฒนาทักษะทางกาย เพิ่มการหลั่งสารเอ็นโดรฟินที่ช่วยให้เกิดความสุขและผ่อนคลายความเครียด

1.3 การจัดกิจกรรมให้วัยนี้ได้ทดสอบความสามารถหรือพัฒนาทักษะของการเคลื่อนไหว การแสดงกิริยาท่าทางการแสดงออกที่เหมาะสม เพราะวัยนี้ตอนต้นสูงขึ้นอย่างรวดเร็ว ทำให้เด็กรู้สึกแสบก้าง ขาดความมั่นใจ ประหม่าในการทำกิจกรรมต่างๆ การฝึกการเคลื่อนไหว การใช้กล้ามเนื้อช่วยให้วัยนี้เข้าใจและยอมรับความเป็นจริงที่เปลี่ยนแปลงไปเกี่ยวกับตนเอง วัยนี้ค้นพบความสามารถของตนเอง ยอมรับความสามารถและแนวทางการพัฒนาภาพลักษณ์ของตนเอง เกิดความมั่นใจในตนเองมากขึ้น

1.4 ควรจัดกิจกรรมและแนะนำให้วัยนี้ เข้าใจว่าเด็กวัยนี้ที่เข้าสู่วัยนี้ไม่พร้อมกันนั้น เนื่องจากแต่ละคนเติบโตในอัตราที่แตกต่างกัน เด็กหญิงเข้าสู่วัยนี้เร็วกว่าเด็กชาย เพื่อนๆวัยเดียวกัน มักจะมีปัญหาการปรับตัวเพราะไม่สามารถทำกิจกรรมหรือมีความคิดความรู้สึกที่สอดคล้องกับกลุ่มเพื่อน

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับพัฒนาการทางอารมณ์ของผู้เรียน

2.1 ครูควรส่งเสริมการเรียนรู้ให้ผู้เรียนในวัยนี้ทำกิจกรรมทำความเข้าใจสภาพร่างกายของตนเอง การที่มีนักเรียนบางคนก้าวเข้าสู่วัยนี้เร็วมีร่างกายที่สูงใหญ่กว่าเพื่อน หรือก้าวสู่วัยนี้ช้ากว่าเพื่อน อาจรู้สึกว่าเขาเองมีปมด้อย มีความคับข้องใจ ครูควรให้ความสนใจแนะนำส่งเสริมให้เขาทำในสิ่งที่เขาทำได้ดี การที่เขาประสบความสำเร็จในเรื่องอื่น ๆ แทนที่ความรู้สึกล้มเหลวทางการเรียนหรือปมด้อยด้านร่างกาย สร้างความเชื่อมั่นและภาคภูมิใจในตนเอง

2.2 ส่งเสริมให้ผู้เรียนในวัยรุ่นกำหนดระเบียบปฏิบัติที่เหมาะสมกับสังคม ขณะเดียวกัน เป็นสิ่งที่ยุวัยรุ่นยอมรับได้ เพื่อให้เกิดความรู้สึกว่าวัยรุ่นมีเสรีภาพตามสมควร รู้สึกว่าตนเองมีส่วนร่วม ในการกำหนดกฎเกณฑ์และระเบียบร่วมกับผู้ใหญ่ รู้จักการวางตัว มีมนุษยสัมพันธ์ มีความเป็นมิตร อารมณ์ที่มั่นคงเป็นแบบอย่างที่ดี

2.3 ส่งเสริมการทำกิจกรรมที่วัยรุ่นสนใจ กิจกรรมที่สร้างเสริมความมั่นใจในตนเอง กิจกรรมนันทนาการ การเข้าค่ายพักแรม การทัศนศึกษา ดำเนินชีวิตอย่างมีคุณค่าเพื่อให้เด็กวัยรุ่น เติบโตเป็นผู้ใหญ่ที่มีความฉลาดทางอารมณ์ สามารถเผชิญชีวิตในสังคมที่สับสนได้อย่างราบรื่น

2.4 ครูควรเปิดโอกาสให้เด็กคิดและตัดสินใจด้วยตนเองในเรื่องต่างๆ ส่งเสริมการเรียนรู้ ให้ผู้เรียนมีอารมณ์มั่นคง ภาคภูมิใจในตนเอง ยอมรับความสามารถของตนเองและผู้อื่น เปลี่ยน อุปสรรคเป็นกำลังใจแทนการมองปัญหาอย่างท้อแท้ พลิกวิกฤติเป็นโอกาส ฝึกการใช้ความพากเพียร ส่งเสริมกิจกรรมที่เตรียมพร้อมรับประสบการณ์ที่เกิดขึ้น ใส่ใจในกิจกรรมรอบตัว เช่นการจัดกีฬา

2.5 ครูควรส่งเสริมการเรียนรู้ให้ผู้เรียนในวัยรุ่นทำกิจกรรมใช้เวลาว่างให้เกิดประโยชน์ สนับสนุนความกล้าที่จะเผชิญความจริงในชีวิตมาให้เกิดอารมณ์มั่นคง ไม่หวาดหวั่น ท้อถอย หนี ปัญหาเมื่อเผชิญความยุ่งยากและความผิดหวัง

2.6 ครูควรแสดงความรัก ความอบอุ่น แสดงความเมตตา ส่งเสริมบรรยากาศที่เป็น กันเอง การเรียนรู้ให้ผู้เรียนในวัยรุ่นสร้างสัมพันธภาพที่ดี สามารถแสดงอารมณ์ได้อย่างเหมาะสม

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับพัฒนาการทางสังคมของผู้เรียน

3.1 ครูควรจัดกิจกรรมส่งเสริมกิจกรรมกลุ่มที่ให้ความรู้คู่กับความสนุกสนานเพลิดเพลิน ในรูปของกีฬาหรือบันเทิง จัดกิจกรรมการแข่งขันและความร่วมมือ เด็กควรแข่งขันกับความสามารถ ของตนเองเพื่อการพัฒนาตนเองให้ดียิ่งขึ้นและใช้วิธีการร่วมมือกับเพื่อนในกลุ่ม สร้างเสริมความรู้สึก เป็นมิตร ยับยั้งความโกรธ ความอิจฉาริษยา หวาดระแวงผู้อื่น การยอมรับจากสังคม การนับถือ ตนเอง การเห็นคุณค่าในตนเอง

3.2 ครูควรจัดกิจกรรมส่งเสริมให้วัยรุ่นเป็นอิสระ เป็นตัวของตัวเอง รวมกลุ่มช่วยกัน ร่างข้อกำหนด กฎเกณฑ์ ระเบียบปฏิบัติที่เหมาะสม ให้ความสำคัญยุติธรรม ไม่เข้มงวดเกินไป ฝึกฝน ความรับผิดชอบต่องานสังคม ฝึกการเป็นผู้นำและผู้ตามที่ดี สร้างจิตสำนึกประชาธิปไตย เช่น การ จัดตั้งสภานักเรียน องค์รณักศึกษา ชมรมหรือชุมนุมเพื่อการบำเพ็ญประโยชน์ เป็นต้น

3.3 ครูควรส่งเสริมกิจกรรมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ยกย่องการมีความประพฤติที่ดี ค่านิยมและการปฏิบัติตนที่ดีงาม ความรับผิดชอบต่องานและสังคม การปรับตัวทางสังคม การเป็น ผู้นำและผู้ตาม การเสียสละ การอุทิศตนเพื่อส่วนรวม เอาใจใส่ แสดงความรักความสนใจ สนับสนุน ให้พัฒนาเต็มความสามารถ

3.4 ครูควรส่งเสริมแนะนำเกี่ยวกับการเป็นพลเมืองดี การมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับกฎหมาย ภาสาทล การปกครอง เศรษฐกิจ สังคม ตลอดจนถึงการใช้ชีวิตในอนาคต การอบรมเลี้ยงดู ครูควรสังเกตและให้ความสนใจในพฤติกรรมที่ไม่เหมาะสม ควรใช้ความปรารถนาดี บริสุทธิใจและท่าทีที่เป็นมิตรที่ช่วยให้เกิดสัมพันธภาพที่ดี ซึ่งเป็นพื้นฐานของการให้คำปรึกษาและการปรับพฤติกรรมจากพฤติกรรมเบี่ยงเบนมาเป็นพฤติกรรมที่เหมาะสม นอกจากนี้ ครูควรมีความประพฤติที่เป็นแบบอย่างที่ดี รับผิดชอบต่อการสอน เสียสละ และอุทิศตนเพื่อส่วนรวม สามารถควบคุมอารมณ์ของตนเอง มีการแสดงออกที่เหมาะสม

3.5 ครูควรจัดกิจกรรมให้คำแนะนำเกี่ยวกับการทำงาน การประกอบอาชีพ การก้าวหน้าสู่อาชีพ เชิญวิทยากรที่ประสบความสำเร็จในการประกอบอาชีพมาเล่าถึงประสบการณ์การทำงานในอาชีพนั้นๆ

3.6 ครูจัดกิจกรรมนอกหลักสูตรเพื่อให้เด็กค้นพบเอกลักษณ์ของตน

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียน

4.1 ครูควรจัดกิจกรรมที่ให้ข้อสนเทศเกี่ยวกับอาชีพเพื่อการเลือกอาชีพที่เหมาะสมกับความสามารถ ความถนัด ความสนใจ ไม่รู้สึกต่ำต้อยและลงโทษตนเองเมื่อเกิดความผิดพลาดแต่จดจำประสบการณ์นั้นเป็นบทเรียนที่มีค่า

4.2 ครูควรจัดกิจกรรมการศึกษาค้นคว้าที่แต่ละคนสนใจ การจัดกลุ่มตามความสนใจ เพื่อศึกษาข้อเท็จจริงนอกเหนือจากบทเรียน เชิญวิทยากรมาให้ความรู้ จัดสัมมนาในหัวข้อที่ทันสมัย น่าสนใจ จัดกิจกรรมที่เอื้อต่อการเรียนรู้ทางสังคม การคบเพื่อน การเรียนรู้บทบาทที่เหมาะสมทางสังคมกับเพื่อนต่างเพศ การสื่อสารความคิดความรู้สึก การแลกเปลี่ยนประสบการณ์ระหว่างเพื่อนในกลุ่มและนอกกลุ่ม เพื่อนต่างเพศ การจัดการเรียนรู้พฤติกรรมการแสดงออกที่เหมาะสมทางสังคมและการปรับตัว เช่น การแข่งขันกีฬาดี เป็นต้น

4.3 ครูควรจัดกิจกรรมเกี่ยวกับการแลกเปลี่ยนความคิด อุดมคติ ปรัชญาชีวิต สุภาษิต ซึ่งวัยรุ่นเริ่มสนใจเรื่องที่เป็นนามธรรม กฎเกณฑ์ สังคมที่เป็นอยู่ แนวทางการพัฒนาชีวิตไปสู่อุดมคติ

4.4 ครูควรจัดกิจกรรมฝึกการแก้ปัญหาด้วยเหตุผลแทนการใช้อารมณ์ ส่งเสริมความฉลาดทางอารมณ์ มีทักษะทางสังคม ปรับตัวให้เข้ากับผู้อื่นได้

ในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับพัฒนาการของนักเรียน โดยให้สอดคล้องกับพัฒนาการทางร่างกาย พัฒนาการทางอารมณ์และสังคม และพัฒนาการทางสติปัญญา เพื่อให้นักเรียนสามารถพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเต็มที่

นอกจากนี้หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551: 56-80) ตัวชี้วัดชั้นปีของมัธยมศึกษาปีที่ 1 มี 9 มาตรฐานการเรียนรู้ จากทั้งหมด 14 มาตรฐานการเรียนรู้ซึ่งครอบคลุมสาระการเรียนรู้ทั้ง 6 สาระ และเนื้อหาของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จะเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนต่อในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะส่งเสริมให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่ดีเพื่อพัฒนาความรู้ต่อยอดในระดับชั้นที่สูงขึ้น จึงมีความเหมาะสมที่จะนำมาเป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยในครั้งนี้

ซึ่งเนื้อหาที่ผู้วิจัยที่ใช้ในการวิจัย คือ เรื่องจำนวนเต็ม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งผู้วิจัยได้วิเคราะห์สาระสำคัญ ได้ดังตาราง 14

ตาราง 14 แสดงตารางการวิเคราะห์แผนการสอน

สาระสำคัญหลัก (main concept)	สาระสำคัญรอง (sub concept)	ระยะเวลา
1. จำนวนเต็ม	1.1 ความหมายของจำนวนเต็ม	2 ชั่วโมง
	1.2 การเปรียบเทียบจำนวนเต็ม	2 ชั่วโมง
2. การบวกและการลบจำนวนเต็ม	2.1 การบวกจำนวนเต็ม	3 ชั่วโมง
	2.2 การลบจำนวนเต็ม	3 ชั่วโมง
3. การคูณและการหารจำนวนเต็ม	3.1 การคูณจำนวนเต็ม	2 ชั่วโมง
	3.2 การหารจำนวนเต็ม	2 ชั่วโมง
4. สมบัติของจำนวนเต็ม	4.1 สมบัติของหนึ่งและศูนย์	1 ชั่วโมง
	4.2 สมบัติการบวกและการคูณของจำนวนเต็ม	1 ชั่วโมง
	4.3 การนำสมบัติของจำนวนเต็มไปใช้	2 ชั่วโมง
รวม		18 ชั่วโมง

4. การสังเคราะห์แนวคิดทฤษฎีเพื่อการพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ในการพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องประกอบด้วย สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ สมรรถนะด้านการคิดทางคณิตศาสตร์ สมรรถนะด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ การโค้ชเพื่อการรู้คิด การ

ให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ และการประเมินตามสภาพจริง มาสังเคราะห์เป็นโครงสร้างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมี 4 องค์ประกอบหลักคือ 1) หลักการของรูปแบบ 2) วัตถุประสงค์ของรูปแบบ 3) กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ และ 4) การประเมินผลของรูปแบบ มีรายละเอียดดังนี้

1. แนวคิดและหลักการของรูปแบบ เป็นพื้นฐานความเชื่อในการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น โดยผู้วิจัยสรุปหลักการจัดการเรียนรู้ของแนวคิดทฤษฎีที่นำมาใช้ในการพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ และนำมาสังเคราะห์เป็นหลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ได้ดังตาราง 15



ตาราง 15 การสังเคราะห์หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ของการวิจัย

หลักการตามทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์	หลักการตามทฤษฎีการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ	หลักการตามแนวคิดการโค้ชเพื่อการรู้คิด	หลักการตามแนวคิดการให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้	หลักการตามแนวคิดการประเมินตามสภาพจริง	หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ในงานวิจัย
1.การจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม	1.การจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนใช้เทคนิคเพื่อช่วยให้สามารถจำได้ระยะยาว 2.การจัดการเรียนรู้ที่กระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจโดยใช้เทคนิคต่างๆ	1.การจัดการเรียนรู้โดยมุ่งเน้นผลลัพธ์ทั้งด้านการรู้คิดทักษะกระบวนการและคุณลักษณะอันพึงประสงค์		1. การจัดการเรียนรู้ให้เชื่อมโยงกับประสบการณ์จริง	1.การจัดการเรียนรู้ต้องเน้นให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม กระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจโดยใช้เทคนิคต่างๆ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถจำได้ระยะยาว และได้ผลลัพธ์ทั้งด้านการรู้คิดทักษะกระบวนการและคุณลักษณะอันพึงประสงค์
2.การจัดการเรียนรู้ที่คำนึงถึงพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียน		2.การศึกษาคุณภาพของผู้เรียนว่ามีความต้องการพัฒนาในประเด็นใด	1.การจัดการเรียนรู้เพื่อช่วยให้ผู้เรียนกำหนดเป้าหมายที่เหมาะสม	2. การจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง	2.การจัดการเรียนรู้ที่คำนึงถึงพัฒนาการของผู้เรียนโดยการศึกษาความต้องการของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนได้กำหนดเป้าหมายที่เหมาะสม

ตาราง 15 (ต่อ)

หลักการตามทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์	หลักการตามทฤษฎีการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ	หลักการตามแนวคิดการโค้ชเพื่อการรู้คิด	หลักการตามแนวคิดการให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้	หลักการตามแนวคิดการประเมินตามสภาพจริง	หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ในงานวิจัย
3.การจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเอง	3.การจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนสามารถเก็บข้อมูลไว้ในความจำระยะยาว 4.การจัดการเรียนรู้เพื่อค้นหาและดึงความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องออกมาใช้ในการอธิบายการเรียนรู้ข้อมูลใหม่	3.การจัดการเรียนรู้โดยเน้นการใช้เทคนิคต่างๆ เพื่อเน้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และคิดแก้ปัญหาได้ 5.การกระตุ้นและชี้แนะให้ผู้เรียนแสดงออกถึงพัฒนาการการเรียนรู้ของตนเอง	3.การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมนำไปสู่การกำกับตนเอง		3.การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเองโดยการค้นหา กระตุ้นและชี้แนะให้ผู้เรียนแสดงออกถึงพัฒนาการของตนเองและสามารถดึงความรู้เดิมออกมาใช้อธิบายการเรียนรู้ข้อมูลใหม่และเน้นการใช้เทคนิคต่างๆ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และสามารถเก็บข้อมูลไว้ในความจำระยะยาว
4.การจัดการเรียนรู้ที่คำนึงถึงความรู้สึกและเจตคติของผู้เรียน		4.การจัดการเรียนรู้โดยส่งเสริมผู้เรียนให้มีความมุ่งมั่นในการนำไปสู่การพัฒนาที่ดีขึ้น	2.การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีแรงจูงใจและอยากจะเรียนรู้ 4.การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเปลี่ยนแปลงไปในทางบวกและนำไปใช้ต่อไปในอนาคตได้		4.การจัดการเรียนรู้ที่คำนึงถึงความรู้สึกและเจตคติของผู้เรียนโดยใช้แรงจูงใจให้ผู้เรียนอยากจะเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนมีความมุ่งมั่นให้เกิดการเปลี่ยนแปลงทางบวกและนำไปใช้ต่อไปในอนาคตได้

จากตาราง 15 สรุปได้ว่า หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการสังเคราะห์ ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ การโค้ชเพื่อการรู้คิด การให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ และการประเมินตามสภาพจริง มีดังนี้

1. การจัดการเรียนรู้ต้องเน้นให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม กระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจโดยใช้เทคนิคต่างๆ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถจำได้ระยะยาว และได้ผลลัพธ์ทั้งด้านการรู้คิดทักษะกระบวนการและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

2. การจัดการเรียนรู้ที่คำนึงถึงพัฒนาการของผู้เรียนโดยการศึกษาความต้องการของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนได้กำหนดเป้าหมายที่เหมาะสม

3. การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเองโดยการค้นหาและสามารถดึงความรู้เดิมออกมาใช้อธิบายการเรียนรู้ข้อมูลใหม่และเน้นการใช้เทคนิคต่างๆ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และสามารถเก็บข้อมูลไว้ในความจำระยะยาว

4. การจัดการเรียนรู้ที่คำนึงถึงความรู้สึกและเจตคติของผู้เรียนโดยใช้แรงจูงใจให้ผู้เรียนอยากจะเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนมีความมุ่งมั่นให้เกิดการเปลี่ยนแปลงทางบวกและนำไปใช้ต่อไปในอนาคตได้

2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบ เป็นเป้าหมายของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นว่ามุ่งพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณลักษณะใด โดยผู้วิจัยสรุปวัตถุประสงค์ของรูปแบบตามแนวคิดทฤษฎีที่นำมาใช้ในการพัฒนารูปแบบการเรียนรู้ และนำมาสังเคราะห์เป็นวัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ได้ดังตาราง 16

ตาราง 16 การสังเคราะห์วัตถุประสงค์การรูปแบบจัดการเรียนรู้ของการวิจัย

วัตถุประสงค์การเรียนรู้ตาม ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์	วัตถุประสงค์การเรียนรู้โดย การประมวลสารสนเทศ	วัตถุประสงค์การเรียนรู้ตาม แนวคิดการโค้ช เพื่อการรู้คิด	วัตถุประสงค์การเรียนรู้ตาม แนวคิดการให้ข้อมูลเพื่อ พัฒนาการเรียนรู้	วัตถุประสงค์การเรียนรู้ ตามแนวคิดการประเมิน ตามสภาพจริง	วัตถุประสงค์การเรียนรู้ของ รูปแบบการจัดการเรียนรู้ใน งานวิจัย
2.กำหนดวัตถุประสงค์ให้ เหมาะสมกับความรู้ ความสามารถของผู้เรียน	2.กำหนดวัตถุประสงค์ เพื่อให้ผู้เรียนมีความสนใจ ในความรู้ใหม่	1.กำหนดวัตถุประสงค์เพื่อ กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความ ต้องการที่จะเรียนรู้เพื่อการ เปลี่ยนแปลงที่ดีขึ้น	1.กำหนดวัตถุประสงค์ เพื่อให้ผู้เรียนทราบ เป้าหมายการเรียนรู้ที่ ชัดเจน	1. กำหนดวัตถุประสงค์ ให้ผู้เรียนทราบจุดอ่อน และจุดแข็งที่ต้อง ปรับปรุงตัวเอง	1. เพื่อให้เหมาะสมกับความรู้ ความสามารถของผู้เรียน และผู้เรียนทราบเป้าหมาย การเรียนรู้ และกระตุ้นให้ ผู้เรียนเกิดความต้องการที่ จะเรียนรู้เพื่อการ เปลี่ยนแปลงที่ดีขึ้น
1.กำหนดวัตถุประสงค์เพื่อ เน้นให้ผู้เรียนแก้ปัญหา	4.กำหนดวัตถุประสงค์ เพื่อให้ผู้เรียนได้นำข้อมูล หรือความรู้เดิมมาใช้อย่างมี ประสิทธิภาพ	2.กำหนดวัตถุประสงค์เพื่อ ตรวจสอบคุณภาพผู้เรียน 4.กำหนดวัตถุประสงค์เพื่อ สร้างความท้าทายในการ เรียนรู้ให้กับผู้เรียน 6.เพื่อกระตุ้นและชี้แนะ ผู้เรียนให้บรรลุเป้าหมาย ของการเรียน	2.กำหนดวัตถุประสงค์ เพื่อให้การทำงานของ ผู้เรียนมีประสิทธิภาพ	2. กำหนดวัตถุประสงค์ ให้ผู้เรียนได้พัฒนา ตนเอง	2. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำ ความรู้เดิมมาใช้อย่างมี ประสิทธิภาพ สร้างความท้า ทายในการเรียนรู้ และ กระตุ้นและชี้แนะผู้เรียนให้ บรรลุเป้าหมายของการ เรียน

ตาราง 16 (ต่อ)

วัตถุประสงค์การเรียนรู้ตาม ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์	วัตถุประสงค์การเรียนรู้โดย การประมวลสารสนเทศ	วัตถุประสงค์การเรียนรู้ตาม แนวคิดการโค้ช เพื่อการรู้คิด	วัตถุประสงค์การเรียนรู้ตาม แนวคิดการให้ข้อมูลเพื่อ พัฒนาการเรียนรู้	วัตถุประสงค์การเรียนรู้ ตามแนวคิดการประเมิน ตามสภาพจริง	วัตถุประสงค์การเรียนรู้ของ รูปแบบการจัดการเรียนรู้ใน งานวิจัย
3.กำหนดวัตถุประสงค์เน้น ผู้เรียนลงมือปฏิบัติและ นำเสนอได้	3.กำหนดวัตถุประสงค์ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถ เชื่อมโยงข้อมูลได้ 1.กำหนดวัตถุประสงค์ เพื่อให้ผู้เรียนมีความจำ ระยะยาวโดยใช้การ ประมวลความรู้ใหม่	3.กำหนดวัตถุประสงค์ เพื่อให้ผู้สอนใช้เทคนิคการ สอนที่หลากหลาย			3. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถ เชื่อมโยงข้อมูลเพื่อสามารถ ลงมือปฏิบัติและนำเสนอได้ ทำให้ผู้เรียนเกิดความจำ ระยะยาวโดยใช้การ ประมวลความรู้ใหม่
		5.เพื่อตรวจสอบผู้เรียนว่ามี พัฒนาการที่ดีขึ้นหรือไม่	3.วัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้เรียน ทราบบจุดแข็งและจุดที่ต้อง ปรับปรุงตัวเอง 4.กำหนดวัตถุประสงค์ เพื่อให้ผู้เรียนพัฒนาตนเอง		4. เพื่อตรวจสอบพัฒนาการ ของผู้เรียนให้ทราบบจุดแข็ง และจุดที่ต้องปรับปรุงและ พัฒนาตนเอง

จากตาราง 16 สรุปได้ว่า วัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการสังเคราะห์ ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ การโค้ชเพื่อการรู้คิด และการให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ มีดังนี้

1. เพื่อให้เหมาะกับความรู้ความสามารถของผู้เรียนและผู้เรียนทราบเป้าหมายการเรียนรู้ และกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความต้องการที่จะเรียนรู้เพื่อการเปลี่ยนแปลงที่ดีขึ้นเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความท้าทายและต้องการที่จะเรียนรู้เพื่อการเปลี่ยนแปลงที่ดีขึ้น

2. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้เดิมมาใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ สร้างความท้าทายในการเรียนรู้ และกระตุ้นและชี้แนะผู้เรียนให้บรรลุเป้าหมายของการเรียน

3. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงข้อมูลเพื่อสามารถลงมือปฏิบัติและนำเสนอได้ ทำให้ผู้เรียนเกิดความจำระยะยาวโดยใช้การประมวลความรู้ใหม่

4. เพื่อตรวจสอบพัฒนาการของผู้เรียนให้ทราบจุดแข็งและจุดที่ต้องปรับปรุงและพัฒนาตนเอง

3. กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ เป็นขั้นตอนและรายละเอียดของกิจกรรมในการจัดการเรียนรู้เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้นำ ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ การโค้ชเพื่อการรู้คิด การให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ และการประเมินตามสภาพจริง มาวิเคราะห์เป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ ดังตาราง 17

ตาราง 17 การสังเคราะห์กระบวนการจัดการเรียนรู้ของการวิจัย

กระบวนการเรียนรู้ตามทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์	กระบวนการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ	กระบวนการเรียนรู้ตามแนวคิดการโค้ชเพื่อการรู้คิด	กระบวนการเรียนรู้ตามแนวคิดการให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้	กระบวนการเรียนรู้ตามแนวคิดการประเมินตามสภาพจริง	กระบวนการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ในงานวิจัย
-จัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อต่อการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีพฤติกรรมการเรียนรู้ตามวัยของผู้เรียน และสามารถพัฒนาไปตามระดับของผู้เรียน		-ผู้สอนกำหนดพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียนในลักษณะที่เป็นรูปธรรมสามารถสังเกตและวัดได้ -ผู้สอนให้ผู้เรียนกำหนดเป้าหมายการพัฒนาตนเอง วางแผนและการประเมินความสำเร็จ	-ผู้สอนชี้แจงวัตถุประสงค์วิธีการเรียนรู้ กระบวนการเรียนรู้ภาระงาน การวัดและประเมินผลให้ผู้เรียนทราบก่อนเริ่มการสอน		1. การกำหนดเป้าหมายผู้สอนชี้แจงวัตถุประสงค์การเรียนรู้ ภาระงาน วิธีวัดและเกณฑ์การประเมินผลให้ผู้เรียนสามารถกำหนดเป้าหมายในการพัฒนาตนเอง
-ทบทวนความรู้เดิม โดยเน้นให้ผู้เรียนได้เลือก ตัดสินใจและลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง -เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมรอบตัว		-ผู้สอนใช้การซักถามผู้เรียนเป็นรายบุคคลเกี่ยวกับสิ่งที่เคยได้เรียนมาเพื่อเป็นข้อมูลในการกำหนดเลือกวิธีการโค้ช	-ผู้สอนชี้แจงให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าในสิ่งที่จะเรียนรู้ จากความรู้เดิมที่นักเรียนเคยเรียนมาโดยการยกตัวอย่างจากชีวิตจริงหรือใช้การถามตอบเชิงบวกกับผู้เรียน	- ผู้สอนเน้นการแก้ปัญหาจากเหตุการณ์ในชีวิตจริง	2. การทบทวนประสบการณ์เดิมผู้สอนให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมรอบตัวเน้นให้ผู้เรียนได้ตัดสินใจลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง
-สอนจากภาพรวมก่อนแล้วจึงแยกสอนทีละส่วน -สอนโดยเริ่มจากประสบการณ์เดิมก่อนแล้วจึงเสนอสิ่งใหม่ที่มีความสัมพันธ์กับเรื่องเดิม -สอนสิ่งที่เรียนรู้ก่อนเพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจลักษณะต่างๆ ได้ดี	-ผู้สอนใช้เกมส์ การจำลอง การปฏิบัติจริง การเปรียบเทียบเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจและเข้าใจเรื่องที่เรียนซึ่งเป็นเรื่องใหม่ได้อย่างลึกซึ้ง	-ผู้สอนใช้การตั้งคำถาม กระตุ้นการคิด การให้ข้อมูลย้อนกลับ การให้หลักคิดและวิธีคิด ให้ผู้เรียนเกิดแรงบันดาลใจในการเรียนรู้สิ่งใหม่		- ผู้สอนให้ความรู้ครอบคลุมทั้งความรู้ ทักษะและกระบวนการ	3. การเพิ่มประสบการณ์ใหม่ผู้สอนเสนอความรู้ใหม่ที่สัมพันธ์กับความรู้เดิมของผู้เรียน โดยใช้เกม การเปรียบเทียบจากประสบการณ์เน้นการใช้คำถามกระตุ้นผู้เรียน

ตาราง 17 (ต่อ)

กระบวนการเรียนรู้ตามทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์	กระบวนการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ	กระบวนการเรียนรู้ตามแนวคิดการโค้ชเพื่อการรู้คิด	กระบวนการเรียนรู้ตามแนวคิดการให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้	กระบวนการเรียนรู้ตามแนวคิดการประเมินตามสภาพจริง	กระบวนการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ในงานวิจัย
-สอนจากรูปธรรมเพื่อเชื่อมโยงความรู้ไปสู่นามธรรม	-ผู้สอนใช้เทคนิคต่างๆ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงสิ่งเดิมกับสิ่งใหม่ เช่น การทบทวน การทำซ้ำ -ผู้สอนให้ความสนใจกับผู้เรียนโดยใช้คำถามถามสิ่ง que ผู้เรียนกำลังคิด	-ผู้สอนใช้คำถามที่ท้าทาย ความคิดของนักเรียน ที่มีทั้งระดับง่ายและยาก -ผู้สอนใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนเชื่อมโยงสู่การสรุปความคิดสำคัญหรือความคิดหลักได้	-ผู้สอนเน้นการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยเพื่อน และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีเวลาคิด และเชื่อมโยงความรู้ที่ได้ไปสู่สถานการณ์จริง		4. การเชื่อมโยง ผู้สอนใช้เทคนิคต่างๆ ให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ เน้นการใช้คำถามที่ท้าทายความคิด การให้ข้อมูลย้อนกลับให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์จริง
	-ผู้สอนเน้นให้ร่วมกันสรุปเนื้อหาที่ได้เรียนมาแล้ว นำมาเสนอในรูปแบบที่เข้าใจง่ายอาจใช้เทคนิคแผนภูมิความคิด -ผู้สอนให้ผู้เรียนทำกิจกรรม เน้นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้จริงเช่นการทำโครงการ		-ผู้สอนให้ข้อเสนอแนะเชิงบวก ชี้อิสต์ยและเป็นธรรมชาติ อาจใช้คำถามปลายเปิดเพื่อต้องการให้นักเรียนสามารถสรุปเนื้อหาโดยมีความชัดเจนยิ่งขึ้น	- ผู้สอนมีการประเมินอย่างหลากหลายและต่อเนื่อง	5. การสรุป เน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการสรุปเนื้อหาแล้วนำเสนอในรูปแบบที่เข้าใจง่าย เน้นกิจกรรมที่นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง

โดยรายละเอียดในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการเรียนรู้มีดังนี้

ขั้นที่ 1 การกำหนดเป้าหมาย เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนชี้แจงวัตถุประสงค์การเรียนรู้ วิธีการเรียนรู้ กระบวนการเรียนรู้ ภาระงาน สื่อและแหล่งการเรียนรู้ จนถึงวิธีการวัดและเกณฑ์การประเมินผลให้ผู้เรียนทราบการเริ่มการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนสามารถกำหนดเป้าหมายที่เหมาะสมในการพัฒนาตนเอง รวมถึงการวางแผนและประเมินความสำเร็จ

ขั้นที่ 2 การทบทวนประสบการณ์เดิม เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนจะสร้างบรรยากาศการเรียน การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมรอบตัว ใช้การซักถามผู้เรียนเป็นรายบุคคลเพื่อเป็นข้อมูลในการเลือกการโค้ช โดยเน้นให้ผู้เรียนได้เลือกและตัดสินใจลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง

ขั้นที่ 3 การเพิ่มประสบการณ์ใหม่ เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนจะทำการสอนโดยเริ่มจากประสบการณ์เดิมก่อนแล้วจึงเสนอความรู้ใหม่ที่มีความสัมพันธ์กับเรื่องเดิม โดยอาจใช้เกมส์ การจำลอง การทดลอง การเปรียบเทียบจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจและเข้าใจลักษณะต่างๆ ในระหว่างการสอนผู้สอนจะใช้การตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนคิด มีการให้ข้อมูลย้อนกลับให้หลักการคิดและวิธีการคิดที่หลากหลายเพื่อให้ผู้เรียนเกิดแรงบันดาลใจ

ขั้นที่ 4 การเชื่อมโยง เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนจะนำเทคนิคต่างๆ มาใช้ในการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงสิ่งเดิมกับสิ่งใหม่ โดยใช้คำถามที่ท้าทายความคิดของนักเรียน ที่มีทั้งระดับง่ายและยาก เพื่อให้ผู้เรียนสามารถสรุปความคิดสำคัญหรือความคิดหลักได้เน้นการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยเพื่อนและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีเวลาคิดและใช้คำถามถามสิ่งที่ผู้เรียนกำลังคิด เพื่อให้เกิดแรงจูงใจในการทำงาน

ขั้นที่ 5 การสรุป เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนเน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการสรุปเนื้อหาแล้วนำเสนอในรูปแบบที่เข้าใจง่ายๆ เช่น เทคนิคแผนภูมิความคิด และให้ข้อเสนอแนะเชิงบวก เน้นกิจกรรมการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง

4. การประเมินผล เป็นการประเมินผลที่เกิดจากการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยได้นำ ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ การโค้ชเพื่อการรู้คิด และการให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ มาวิเคราะห์เป็นการประเมินผลของรูปแบบ ดังตาราง 18

ตาราง 18 การสังเคราะห์การประเมินผลการจัดการเรียนรู้ของการวิจัย

การประเมินผลการเรียนรู้ตามทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์	การประเมินผลการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ	การประเมินผลการเรียนรู้ตามแนวคิดการโค้ชเพื่อการรู้คิด	การประเมินผลการเรียนรู้ตามแนวคิดการให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้	การประเมินผลตามแนวคิดการประเมินตามสภาพจริง	การประเมินผลการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ในงานวิจัย
-แบบสังเกตผู้เรียนรายบุคคล	-สร้างสถานการณ์ให้ผู้เรียนสนใจ -ให้สิ่งเร้าแล้วสังเกตการเรียนรู้จากผู้เรียน	-ใช้การสังเกต และการซักถามอย่างไม่เป็นทางการ	-การสังเกต การทำกิจกรรมระหว่างเรียน	- ประเมินจากผลงานนักเรียน	1. สร้างสถานการณ์ให้ผู้เรียนสนใจแล้วใช้การสังเกต การซักถามและทำกิจกรรมระหว่างเรียน
-ใช้การประเมินตามสภาพจริง -ใช้แบบทดสอบและประเมินเป็นระยะ -ผู้เรียนได้ประเมินตนเองและประเมินเพื่อน		-การประเมินผลระหว่างเรียน -ประเมินตามสภาพจริงเป็นรายบุคคล เช่น ประเมินผลงาน สังเกตพฤติกรรม	-การประเมินระหว่างนักเรียนกับนักเรียน -การประเมินระหว่างครูกับนักเรียน -ประเมินผลร่วมกับนักเรียน -ประเมินจากผลงานนักเรียน	- ประเมินจากการสังเกต การทำกิจกรรมระหว่างเรียน - ประเมินเป็นระยะและต่อเนื่อง	2. ใช้การประเมินระหว่างเรียนที่หลากหลายเช่น นักเรียนกับนักเรียน ครูกับนักเรียน การประเมินเป็นรายบุคคล และทำการประเมินเป็นระยะ
-ครูและนักเรียนมีการให้ข้อมูลย้อนกลับเพื่อนำไปพัฒนาต่อไป	-ใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ -ใช้แบบทดสอบโดยใช้คำถามปลายเปิด	-ประเมินทักษะการคิด และการแก้ปัญหาของผู้เรียน โดยเปรียบเทียบก่อนเรียนและหลังเรียน -การทำแบบทดสอบโดยใช้คำถามปลายเปิด			3. ใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เพื่อประเมินทักษะการคิดและการแก้ปัญหาของผู้เรียน โดยเปรียบเทียบก่อนและหลังเรียน 4. ครูและนักเรียนมีการให้ข้อมูลย้อนกลับเพื่อนำไปพัฒนาต่อไป

จากตาราง 18 สรุปได้ว่า การประเมินผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการสังเคราะห์ ทฤษฎีการเรียนรู้ของ เพียเจต์ ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ การโค้ชเพื่อการรู้คิด การให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ และการประเมินตามสภาพจริงมีดังนี้

1. สร้างสถานการณ์ให้ผู้เรียนสนใจแล้วใช้การสังเกตการซักถามและทำกิจกรรมระหว่างเรียน
2. ใช้การประเมินระหว่างเรียนที่หลากหลายเช่น นักเรียนกับนักเรียน ครูกับนักเรียน การประเมินเป็นรายบุคคล และทำการประเมินเป็นระยะ
3. ใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ เพื่อประเมินทักษะการคิดและการแก้ปัญหาของผู้เรียน โดยเปรียบเทียบก่อนและหลังเรียน
4. ครูและนักเรียนมีการให้ข้อมูลย้อนกลับเพื่อนำไปพัฒนาต่อไป

จากการสังเคราะห์องค์ประกอบทั้ง 4 องค์ประกอบซึ่งได้แก่ หลักการของรูปแบบวัตถุประสงค์ของรูปแบบ กระบวนการจัดการเรียนรู้และการประเมินผล ทำให้ผู้วิจัยได้ร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

1. หลักการของรูปแบบ

1. การจัดการเรียนรู้ต้องเน้นให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม กระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจโดยใช้เทคนิคต่างๆ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถจำได้ระยะยาว และได้ผลลัพธ์ทั้งด้านการรู้คิดทักษะกระบวนการและคุณลักษณะอันพึงประสงค์
2. การจัดการเรียนรู้ที่คำนึงถึงพัฒนาการของผู้เรียนโดยการศึกษาความต้องการของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนได้กำหนดเป้าหมายที่เหมาะสม
3. การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเองโดยการค้นหาและสามารถดึงความรู้เดิมออกมาใช้อธิบายการเรียนรู้ข้อมูลใหม่และเน้นการใช้เทคนิคต่างๆ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และสามารถเก็บข้อมูลไว้ในความจำระยะยาว
4. การจัดการเรียนรู้ที่คำนึงถึงความรู้สึกละเอียดของนักเรียนโดยใช้แรงจูงใจให้ผู้เรียนอยากจะเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนมีความมุ่งมั่นให้เกิดการเปลี่ยนแปลงทางบวกและนำไปใช้ต่อไปในอนาคตได้

2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบ

1. เพื่อให้เหมาะกับความรู้ความสามารถของผู้เรียนและผู้เรียนทราบเป้าหมายการเรียนรู้ และกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความต้องการที่จะเรียนรู้เพื่อการเปลี่ยนแปลงที่ดีขึ้นเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความท้าทายและต้องการที่จะเรียนรู้เพื่อการเปลี่ยนแปลงที่ดีขึ้น
2. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้เดิมมาใช้อย่างมีประสิทธิภาพ สร้างความท้าทายในการเรียนรู้ และกระตุ้นและชี้แนะผู้เรียนให้บรรลุเป้าหมายของการเรียน
3. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงข้อมูลเพื่อสามารถลงมือปฏิบัติและนำเสนอได้ ทำให้ผู้เรียนเกิดความจำระยะยาวโดยใช้การประมวลความรู้ใหม่
4. เพื่อตรวจสอบพัฒนาการของผู้เรียนให้ทราบจุดแข็งและจุดที่ต้องปรับปรุงและพัฒนาตนเอง

3. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 การกำหนดเป้าหมาย เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนชี้แจงวัตถุประสงค์การเรียนรู้ วิธีการเรียนรู้ กระบวนการเรียนรู้ ภาระงาน สื่อและแหล่งการเรียนรู้ จนถึงวิธีการวัดและเกณฑ์การประเมินผลให้ผู้เรียนทราบการเริ่มการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนสามารถกำหนดเป้าหมายที่เหมาะสมในการพัฒนาตนเอง รวมถึงการวางแผนและประเมินความสำเร็จ

ขั้นที่ 2 การทบทวนประสบการณ์เดิม เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนจะสร้างบรรยากาศการเรียนการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมรอบตัว ใช้การซักถามผู้เรียนเป็นรายบุคคล เพื่อเป็นข้อมูลในการเลือกการโค้ช โดยเน้นให้ผู้เรียนได้เลือกและตัดสินใจลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง

ขั้นที่ 3 การเพิ่มประสบการณ์ใหม่ เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนจะทำการสอนโดยเริ่มจากประสบการณ์เดิมก่อนแล้วจึงเสนอความรู้ใหม่ที่มีความสัมพันธ์กับเรื่องเดิม โดยอาจใช้เกมส์ การจำลอง การทดลอง การเปรียบเทียบจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจและเข้าใจลักษณะต่างๆ ในระหว่างการสอนผู้สอนจะใช้การตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนคิด มีการให้ข้อมูลย้อนกลับให้หลักการคิดและวิธีการคิดที่หลากหลายเพื่อให้ผู้เรียนเกิดแรงบันดาลใจ

ขั้นที่ 4 การเชื่อมโยง เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนจะนำเทคนิคต่างๆ มาใช้ในการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงสิ่งเดิมกับสิ่งใหม่ โดยใช้คำถามที่ท้าทายความคิดของนักเรียนที่มีทั้งระดับง่ายและยาก เพื่อให้ผู้เรียนสามารถสรุปความคิดสำคัญหรือความคิดหลักได้เน้นการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยเพื่อนและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีเวลาคิดและใช้คำถามถามสิ่งที่ผู้เรียนกำลังคิด เพื่อให้เกิดแรงจูงใจในการทำงาน

ขั้นที่ 5 การสรุป เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนเน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการสรุปเนื้อหาแล้วนำเสนอในรูปแบบที่เข้าใจง่ายๆ เช่น เทคนิคแผนภูมิความคิด และให้ข้อเสนอแนะเชิงบวก เน้นกิจกรรมการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง

4. การประเมินผล

1. สร้างสถานการณ์ให้ผู้เรียนสนใจแล้วใช้การสังเกตการซักถามและทำกิจกรรมระหว่างเรียน
2. ใช้การประเมินระหว่างเรียนที่หลากหลายเช่น นักเรียนกับนักเรียน ครูกับนักเรียน การประเมินเป็นรายบุคคล และทำการประเมินเป็นระยะ
3. ใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ เพื่อประเมินทักษะการคิดและการแก้ปัญหาของผู้เรียนโดยเปรียบเทียบก่อนและหลังเรียน
4. ครูและนักเรียนมีการให้ข้อมูลย้อนกลับเพื่อนำไปพัฒนาต่อไป

5. กรอบแนวคิดในการวิจัย

ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์และสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องในประเด็นต่างๆ ประกอบด้วยแนวคิดหลักการ ทฤษฎีเกี่ยวกับสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ และนำมาสร้างเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แนวคิด ทฤษฎีต่างๆ ดังนี้

ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ เป็นทฤษฎีที่ศึกษากระบวนการคิดด้านสติปัญญา เพียเจต์เชื่อว่า เป้าหมายการพัฒนามนุษย์คือ ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุมีผล ความสามารถที่จะตั้งสมมติฐานอย่างสมเหตุสมผล และความสามารถที่จะตั้งกฎเกณฑ์และการแก้ปัญหา

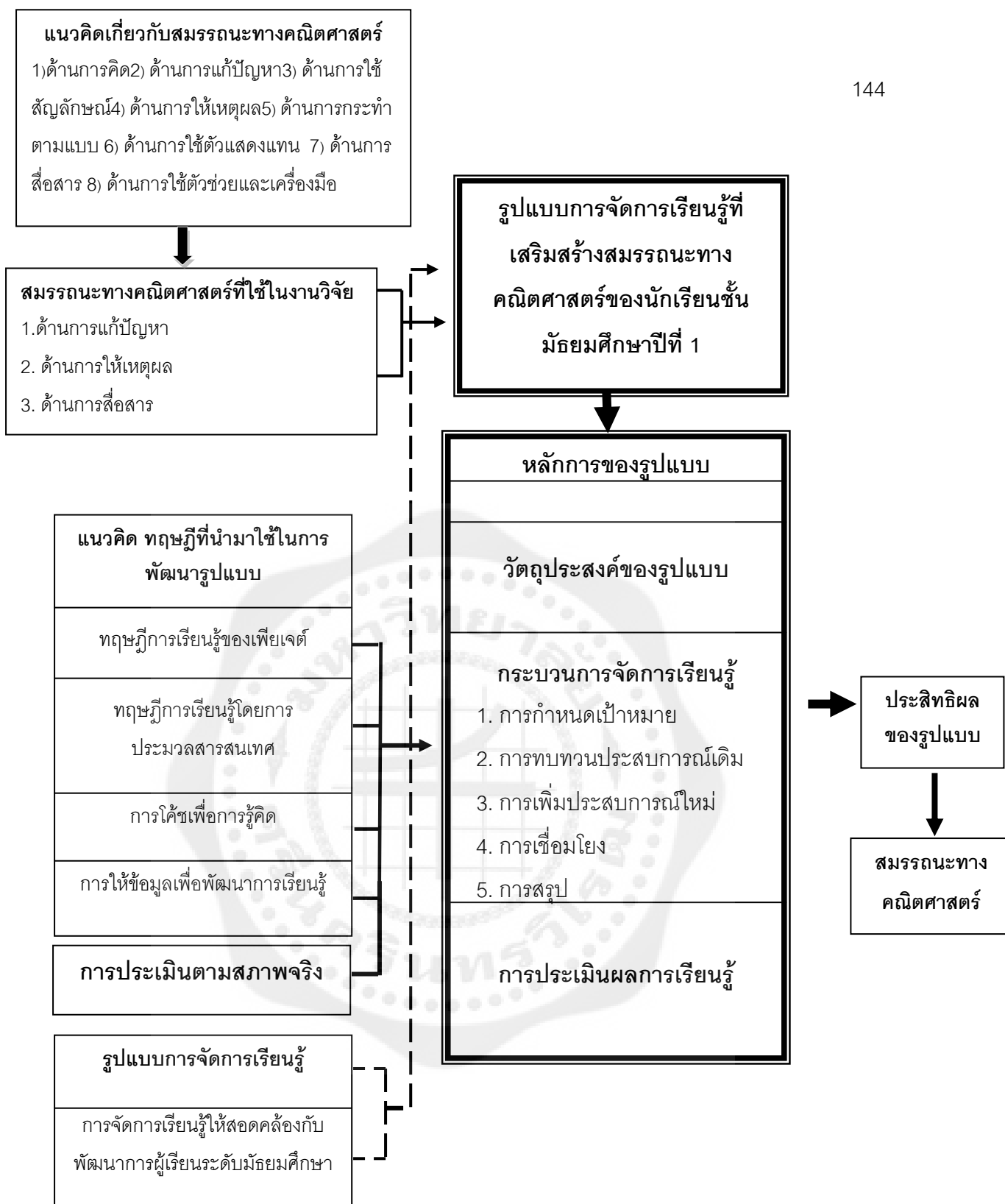
ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ เป็นทฤษฎีที่ให้ความสนใจเกี่ยวกับสติปัญญาของมนุษย์ ให้ความสนใจเกี่ยวกับการทำงานของสมอง ให้ความสนใจเกี่ยวกับธรรมชาติของผู้เรียน ซึ่งการเรียนรู้เป็นผลเนื่องมาจากปฏิสัมพันธ์สิ่งเร้าที่มาจากสิ่งแวดล้อม

การโค้ชเพื่อการรู้คิด เป็นกระบวนการสอนที่ผู้สอนซึ่งทำหน้าที่เป็นโค้ช เป็นสื่อกลางในการสนับสนุน เสริม สร้าง พัฒนาสติปัญญาและความคิด การรับรู้และตัดสินใจ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาการรับรู้ที่มีประสิทธิภาพ

การให้ข้อมูลที่กระตุ้นการเรียนรู้ แบ่งเป็น 3 ประเภท ได้แก่ การให้ข้อมูลกระตุ้นการเรียนรู้ เป็นการให้ข้อมูลพื้นฐานของการเรียนรู้ การให้ข้อมูลย้อนกลับ เป็นการให้ข้อมูลระหว่างและภายหลังที่ผู้เรียนได้ปฏิบัติกิจกรรม การให้ข้อมูลเพื่อการเรียนรู้ต่อยอด เป็นการให้ข้อมูลเพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเองภายหลังจากการจัดการเรียนการสอน

โดยในการวัดและประเมินผลกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยใช้การประเมินตามสภาพจริง ซึ่งเป็นการประเมินสิ่งที่ผู้เรียนได้แสดงความสามารถด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการ และใช้การประเมินด้านต่างๆ ด้วยวิธีที่หลากหลาย จากนั้นจึงทำการประเมินประสิทธิผลของรูปแบบ เพื่อให้ นักเรียนมีสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

ดังได้สรุปเป็นกรอบแนวคิดในการวิจัยดังภาพประกอบ 5



ภาพประกอบ 5 กรอบแนวคิดในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในครั้งนี้ ได้ดำเนินการพัฒนาระบบในลักษณะของการวิจัยและพัฒนา (Research and Development) โดยขั้นตอนในการดำเนินการ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาข้อมูลพื้นฐานในการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ขั้นตอนที่ 2 การพัฒนาแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ขั้นตอนที่ 3 การประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ขั้นตอนที่ 4 การปรับปรุงและแก้ไขรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

โดยมีรายละเอียดในแต่ละขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาข้อมูลพื้นฐานในการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เป็นการศึกษาข้อมูลพื้นฐาน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ จากเอกสารและงานวิจัยต่างๆ และผู้ที่เกี่ยวข้อง คือ อาจารย์ประจำสาขาการสอนคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา และครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 รายละเอียดดังนี้ โดยผู้วิจัยเริ่มศึกษาข้อมูลเดือน มกราคม 2558

ขั้นที่ 1 ศึกษาข้อมูลพื้นฐานของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

วัตถุประสงค์

เพื่อวิเคราะห์สภาพปัญหาและความต้องการในการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล การสื่อสารและการแก้ปัญหา และแนวทางการพัฒนานักเรียนให้เกิดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้าน

วิธีดำเนินการ

1.1 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล การสื่อสารและการแก้ปัญหา

1.2 ศึกษาลักษณะของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล การสื่อสารและการแก้ปัญหา

เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล

แบบบันทึกเอกสาร

แหล่งข้อมูล

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์เนื้อหา (Content analysis)

ขั้นที่ 2 ศึกษาแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เสริมสร้างสมรรถนะทาง

คณิตศาสตร์ ช่วงเดือน เมษายน 2558

วัตถุประสงค์

เพื่อศึกษาแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

วิธีดำเนินการ

1.1 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ ทฤษฎีกระบวนการทางสมองในการประมวลผลข้อมูล (Information Processing Model of Learning) การโค้ชเพื่อการรู้คิด (Cognitive Coaching) และการให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้

1.2 สัมภาษณ์อาจารย์สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา ครูผู้สอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา เกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล

2.1 แบบสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง จำนวน 4 ข้อ ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

2.1.1 ศึกษาเอกสาร แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2.1.2 สร้างแนวคำถามในแบบสัมภาษณ์ที่มีความยืดหยุ่นโดยสามารถปรับเปลี่ยนแนวคำถามได้ตามความเหมาะสมในสถานการณ์ของการสัมภาษณ์

2.1.3 นำแบบสัมภาษณ์ที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทเพื่อพิจารณาข้อคำถาม และผู้วิจัยนำไปปรับปรุงก่อนนำเสนอผู้เชี่ยวชาญในการพิจารณาความตรงเชิงเนื้อหา รวมทั้งตรวจสอบความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของข้อคำถาม

2.1.4 ปรับปรุงแบบสัมภาษณ์ตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ

2.1.5 นำแบบสัมภาษณ์ฉบับสมบูรณ์ไปเก็บรวบรวมข้อมูลกับผู้เกี่ยวข้องจำนวน 4 คน ประกอบด้วย อาจารย์สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ จำนวน 2 คน ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 2 คน

แหล่งข้อมูล

3.1 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

3.2 ผู้วิจัยดำเนินการสัมภาษณ์ผู้ที่เกี่ยวข้อง จำนวน 4 คน ประกอบด้วย

- 1) อาจารย์สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ จำนวน 2 คน ที่มีประสบการณ์ด้านการศึกษาคณิตศาสตร์ไม่ต่ำกว่า 5 ปี และสำเร็จการศึกษาในระดับปริญญาเอกขึ้นไป
- 2) ครูผู้สอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 2 คน ที่มีวิทยฐานะชำนาญการพิเศษ มีประสบการณ์สอนคณิตศาสตร์ไม่น้อยกว่า 10 ปี โดยเป็นครูในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาพะเยาเขต 2

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์เนื้อหา (Content analysis)

ขั้นตอนที่ 2 การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ในขั้นตอนนี้เป็นการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวทางการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ โดยศึกษาองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้และแนวคิด/ทฤษฎีที่นำมาใช้ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ ซึ่งในการจัดทำรูปแบบการจัดการเรียนรู้และสร้างเครื่องมือประกอบรูปแบบการจัดการเรียนรู้ฉบับร่าง ประกอบด้วย

ขั้นที่ 1 จัดทำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ฉบับร่าง ดำเนินการในเดือน พฤษภาคม-มิถุนายน 2558

วัตถุประสงค์

เพื่อสร้างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ฉบับร่าง

วิธีดำเนินการ

1. ศึกษา วิเคราะห์แนวคิด ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการออกแบบและการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ แนวคิดของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ แนวคิดและทฤษฎีที่นำมาใช้ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ การโค้ชเพื่อการรู้คิด และการให้ข้อมูลที่กระตุ้นการเรียนรู้ แล้วนำมาวิเคราะห์และสังเคราะห์เพื่อเป็นข้อมูลพื้นฐานในการสร้างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

2. สร้างรูปแบบ การจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยมีองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ 4 องค์ประกอบ คือ แนวคิด/หลักการของรูปแบบ วัตถุประสงค์/ผลลัพธ์ของรูปแบบ กระบวนการเรียนรู้ของรูปแบบ และการประเมินประสิทธิผลของรูปแบบ จากนั้นผู้วิจัยได้จัดทำร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ในแต่ละองค์ประกอบดังกล่าว

ขั้นที่ 2 ตรวจสอบคุณภาพของร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ดำเนินการในเดือน

สิงหาคม-กันยายน 2558

วัตถุประสงค์

1. เพื่อตรวจสอบคุณภาพของร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้
2. เพื่อปรับปรุงรูปแบบการจัดการเรียนรู้

วิธีดำเนินการ

1. ตรวจสอบยืนยันความเหมาะสมและความสอดคล้องของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยผู้เชี่ยวชาญด้านการจัดการเรียนรู้จำนวน 5 คน โดยมีเกณฑ์การคัดเลือกผู้เชี่ยวชาญ คือ จบการศึกษาระดับปริญญาเอกด้านการศึกษ และเป็นผู้มีประสบการณ์ด้านการจัดการเรียนรู้ 5 ปีขึ้นไป ด้วยแบบประเมินความเหมาะสมและความสอดคล้องของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ลักษณะเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า

2. ปรับปรุงรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผู้วิจัยได้นำร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ มาแปลงเป็นคะแนน ดังนี้

เหมาะสมมากที่สุด	ให้คะแนนเท่ากับ 5
เหมาะสมมาก	ให้คะแนนเท่ากับ 4
เหมาะสมปานกลาง	ให้คะแนนเท่ากับ 3
เหมาะสมน้อย	ให้คะแนนเท่ากับ 2
เหมาะสมน้อยที่สุด	ให้คะแนนเท่ากับ 1

จากนั้นจึงทำการวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยคะแนนความเหมาะสมของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมดและนำมาแปลความหมายตามเกณฑ์ดังต่อไปนี้

$4.50 < \bar{x} \leq 5.00$ หมายถึง ความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด

$3.50 < \bar{x} \leq 4.49$ หมายถึง ความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก

$2.50 < \bar{x} \leq 3.49$ หมายถึง ความเหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง

$1.50 < \bar{x} \leq 2.49$ หมายถึง ความเหมาะสมอยู่ในระดับน้อย

$1.00 < \bar{x} \leq 1.49$ หมายถึง ความเหมาะสมอยู่ในระดับน้อยที่สุด

โดยเกณฑ์การตัดสินคุณภาพของเครื่องมือในการจัดการเรียนรู้ด้านความเหมาะสม คือ มีค่าเฉลี่ยของความคิดเห็นตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป ถ้ามีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่า 3.50 ต้องทำการปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิ

2. ผู้วิจัยนำร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความสอดคล้องของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ โดยพิจารณาจากค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of item objective congruence: IOC) ซึ่งเกณฑ์การตัดสินควรมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ในแต่ละข้อมากกว่าหรือเท่ากับ 0.5

3. วิเคราะห์เนื้อหา ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมของผู้เชี่ยวชาญ เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการปรับปรุงรูปแบบการจัดการเรียนรู้ให้มีความสมบูรณ์ต่อไป

ขั้นที่ 3 สร้างและตรวจสอบความเหมาะสมของเครื่องมือประกอบรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ดำเนินการในเดือน สิงหาคม-กันยายน 2558

วัตถุประสงค์

1. เพื่อสร้างเครื่องมือประกอบรูปแบบการจัดการเรียนรู้
2. เพื่อตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือประกอบรูปแบบการจัดการเรียนรู้
3. เพื่อปรับปรุงเครื่องมือประกอบรูปแบบการจัดการเรียนรู้

โดยเครื่องมือประกอบรูปแบบการจัดการเรียนรู้ จำแนกตามวัตถุประสงค์การใช้งาน ประกอบด้วย

1.1 เครื่องมือประกอบการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้

1.2 เครื่องมือประเมินผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย แบบวัด

สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล แบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสาร แบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา และแบบบันทึกอนุทิน

รายละเอียดในการสร้างและตรวจสอบความเหมาะสมของเครื่องมือ มีดังนี้

1) แผนการจัดการเรียนรู้

มีรายละเอียดในการสร้างและตรวจสอบความเหมาะสม ดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนบ้านธาตุเชิงแกง สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ถึงขอบข่ายของมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด หน่วยการเรียนรู้ และเวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นคือ มาตรฐานการเรียนรู้เรื่อง จำนวนเต็ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประกอบด้วยหน่วยการเรียนรู้จำนวน 4 หน่วย รวมทั้งสิ้น 18 ชั่วโมง ดังนี้

สาระสำคัญหลัก (main concept)	สาระสำคัญรอง (sub concept)	ระยะเวลา
1. จำนวนเต็ม	1.1 ความหมายของจำนวนเต็ม	2 ชั่วโมง
	1.2 การเปรียบเทียบจำนวนเต็ม	2 ชั่วโมง
2. การบวกและการลบจำนวนเต็ม	2.1 การบวกจำนวนเต็ม	3 ชั่วโมง
	2.2 การลบจำนวนเต็ม	3 ชั่วโมง
3. การคูณและการหารจำนวนเต็ม	3.1 การคูณจำนวนเต็ม	2 ชั่วโมง
	3.2 การหารจำนวนเต็ม	2 ชั่วโมง
4. สมบัติของจำนวนเต็ม	4.1 สมบัติของหนึ่งและศูนย์	1 ชั่วโมง
	4.2 สมบัติการบวกและการคูณของจำนวนเต็ม	1 ชั่วโมง
	4.3 การนำสมบัติของจำนวนเต็มไปใช้	2 ชั่วโมง
รวม		18 ชั่วโมง

กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับตัวชี้วัด ของกลุ่ม
สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

a. จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละหน่วย ซึ่งประกอบด้วย หน่วยการเรียนรู้ เวลาที่
ใช้ สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้
การวัดและประเมินผล และบันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

b. ประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ โดยผู้เชี่ยวชาญด้านการจัดการ
เรียนรู้ จำนวน 5 คน โดยมีเกณฑ์ในการคัดเลือกผู้เชี่ยวชาญ คือ เป็นครูผู้มีประสบการณ์ด้านการ
จัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และมีวิทยฐานะชำนาญการพิเศษ
ขึ้นไป จำนวน 2 คน เป็นนักวิชาการที่เชี่ยวชาญด้านการจัดการเรียนรู้ จำนวน 3 คน โดยพิจารณาใน
ด้านเนื้อหา ข้อความและภาษาที่ใช้ รวมทั้งความสอดคล้องของกิจกรรมการเรียนรู้กับรูปแบบการ
จัดการเรียนรู้ โดยพิจารณาตามแบบประเมินความเหมาะสม มีลักษณะเป็นมาตราส่วนประมาณค่า 5
ระดับ ได้แก่

ระดับ 1 หมายถึง มีความเหมาะสมอยู่ในระดับน้อยที่สุด

ระดับ 2 หมายถึง มีความเหมาะสมอยู่ในระดับน้อย

ระดับ 3 หมายถึง มีความเหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง

ระดับ 4 หมายถึง มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก

ระดับ 5 หมายถึง มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด

การพิจารณาค่าความเหมาะสม สำหรับการให้ความหมายของค่าที่วัดได้โดย
กำหนดเกณฑ์ที่ใช้ในการให้ความหมาย ดังนี้

$4.50 < \bar{x} \leq 5.00$ หมายถึง ความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด

$3.50 < \bar{x} \leq 4.49$ หมายถึง ความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก

$2.50 < \bar{x} \leq 3.49$ หมายถึง ความเหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง

$1.50 < \bar{x} \leq 2.49$ หมายถึง ความเหมาะสมอยู่ในระดับน้อย

$1.00 < \bar{x} \leq 1.49$ หมายถึง ความเหมาะสมอยู่ในระดับน้อยที่สุด

โดยเกณฑ์การตัดสินคุณภาพของเครื่องมือในการจัดการเรียนรู้ด้านความเหมาะสม คือ มี
ค่าเฉลี่ยของความคิดเห็นตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป ถ้ามีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่า 3.50 ต้องทำการปรับปรุงตาม
คำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิ

2) แบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล แบบวัดสมรรถนะทาง
คณิตศาสตร์ด้านการสื่อสาร และแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา ซึ่งผู้วิจัยสร้าง
ขึ้นจากการศึกษาทฤษฎี เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัด

สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีลักษณะเป็นแบบวัดแบบอัตนัย ซึ่งแบบวัดแต่ละสมรรถนะผู้วิจัยได้ทำเป็นแบบวัดแบบคู่ขนาน ประกอบด้วยแบบวัดชุด A และแบบวัดชุด B ลักษณะของแบบวัดจะเป็นสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียนพิจารณา โดยมีข้อความที่มีความสอดคล้องกับเนื้อหาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้ โดยแต่ละสถานการณ์จะเกี่ยวข้องกับสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล การสื่อสาร และการแก้ปัญหา ดังนี้

ตาราง 19 แสดงการวิเคราะห์ข้อสอบของแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

สมรรถนะทางคณิตศาสตร์	ประเด็นในการพิจารณา	ข้อสอบชุด A	ข้อสอบชุด B
สมรรถนะด้านการให้เหตุผล	การวิเคราะห์ปัญหาเพื่อหาความสัมพันธ์ การสรุปคำตอบและการยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุป	3 ข้อ	3 ข้อ
สมรรถนะด้านการสื่อสาร	การเขียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การอธิบายแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบ	3 ข้อ	3 ข้อ
สมรรถนะด้านการแก้ปัญหา	การทำความเข้าใจและวางแผนการแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา การตรวจสอบความถูกต้อง	4 ข้อ	4 ข้อ

โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนของแบบวัดแต่ละฉบับดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผล

ระดับคะแนน/ ความหมาย	คำอธิบาย
6/ดีมาก	นักเรียนตอบคำถามถูกต้องทุกข้อ แสดงเหตุผลได้สมบูรณ์อย่างสมเหตุสมผล มีการแสดงความสัมพันธ์และเปรียบเทียบข้อมูลได้
5/ดี	นักเรียนตอบคำถามถูกต้องทุกข้อ และแสดงเหตุผลได้เกือบสมบูรณ์ มีการแสดงความสัมพันธ์และเปรียบเทียบข้อมูลได้
4/ค่อนข้างดี	นักเรียนตอบคำถามถูกต้องเพียง 2-3 ข้อ มีการอธิบาย และแสดงเหตุผลที่สอดคล้องกับข้อมูลได้ถูกต้องบางส่วน มีการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลแต่ไม่ครบถ้วน
3/พอใช้	นักเรียนตอบคำถามถูกต้องเพียง 1-2 ข้อ มีการอธิบาย และแสดงเหตุผลที่สอดคล้องกับข้อมูลได้ถูกต้องบางส่วน มีการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลแต่ไม่ครบถ้วน
2/พอใช้	นักเรียนตอบคำถามถูกต้องเพียง 1 ข้อ แสดงเหตุผลที่สอดคล้องกับข้อมูล
1/พอใช้	นักเรียนตอบคำถามถูกต้องเพียง 1 ข้อ แสดงเหตุผลที่สอดคล้องกับข้อมูลแต่ยังไม่เพียงพอ
0/ควรปรับปรุง	นักเรียนไม่ตอบคำถาม หรือตอบคำถามไม่ถูกต้องทุกข้อ

เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดสมรรถนะการสื่อสาร

ระดับคะแนน/ ความหมาย	คำอธิบาย
6/ดีมาก	นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้องทุกข้อและเขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบการคิดได้ถูกต้อง อธิบายสรุปคำตอบที่ได้ถูกต้องทุกข้อ
5/ดี	นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้องทุกข้อและเขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบการคิดได้ถูกต้อง อธิบายสรุปคำตอบที่ได้ถูกต้องเพียง 1 ข้อ
4/ดี	นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้องเพียง 1 ข้อและเขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบการคิดได้ถูกต้อง อธิบายสรุปคำตอบที่ได้ถูกต้อง
3/ค่อนข้างดี	นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้อง 1 ข้อแต่ไม่เขียนอธิบายวิธีคิดหรือเขียนอธิบายแต่ใช้ความรู้และหลักการประกอบการคิดไม่สมบูรณ์
2/พอใช้	นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้องทุกข้อแต่ไม่เขียนอธิบายวิธีคิด
1/ควรปรับปรุง	นักเรียนหาคำตอบได้แต่ไม่ถูกต้องทุกข้อ แต่มีการอธิบายหลักการประกอบการคิด
0/ควรปรับปรุง	นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ถูกต้องทุกข้อ

เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดสมรรถนะการแก้ปัญหา

ระดับคะแนน/ ความหมาย	คำอธิบาย
6/ดีมาก	นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา รวมทั้งสามารถดำเนินการแสดงวิธีหาคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้องทุกข้อ
5/ดี	นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา รวมทั้งสามารถดำเนินการแสดงวิธีหาคำตอบได้ทุกข้อแต่ไม่แสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ
4/ดี	นักเรียนสามารถไม่อธิบายได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาแต่สามารถดำเนินการแสดงวิธีหาคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้องทุกข้อ
3/ค่อนข้างดี	นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา รวมทั้งสามารถดำเนินการแสดงวิธีหาคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้องเพียง 1-2 ข้อ
2/พอใช้	นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา รวมทั้งสามารถดำเนินการแสดงวิธีหาคำตอบเพียง 1-2 ข้อและไม่แสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ
1/ควรปรับปรุง	นักเรียนหาคำตอบได้แต่ไม่ถูกต้องทุกข้อ แต่มีการเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบ
0/ควรปรับปรุง	นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ถูกต้องทุกข้อและไม่เขียนแสดงวิธีการหาคำตอบ

3) ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา (Content Validity) โดยนำแบบวัดสมรรถนะทั้ง 3 สมรรถนะที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 คน โดยมีเกณฑ์ในการคัดเลือกผู้เชี่ยวชาญ คือ จบการศึกษาระดับปริญญาเอกด้านการศึกษาด้านการวัดและประเมินผลจำนวน 3 คน เป็นครูผู้มีประสบการณ์ด้านการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 มากกว่า 10 ปีขึ้นไป และมีวิทยฐานะชำนาญการพิเศษ จำนวน 2 คน ทำการตรวจสอบความชัดเจนของข้อคำถามและภาษาที่ใช้ ความสอดคล้องกับจุดประสงค์ และพฤติกรรมที่วัด โดยพิจารณาตามแบบตรวจสอบความเที่ยงตรง มีลักษณะเป็นมาตราส่วนประมาณค่า 3 ระดับ ได้แก่ สอดคล้อง ไม่แน่ใจ และไม่สอดคล้อง การวิเคราะห์ข้อมูลแบบตรวจสอบความเที่ยงตรงพิจารณาจากดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ระหว่างข้อคำถามกับประเด็นในการพิจารณาของแต่ละสมรรถนะ ซึ่งผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญพบว่าค่า IOC ของแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ มีค่าระหว่าง 0.65 – 0.89

4) ผู้วิจัยนำแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ด้านการสื่อสาร และด้านการแก้ปัญหา ที่เป็นแบบคู่ขนานทั้ง 2 ฉบับ ฉบับ A และ ฉบับ B ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนจุนวิทยาคมจำนวน 62 คน ซึ่งเป็นนักเรียนที่คล่องความสามารถและคุณลักษณะมีความคล้ายคลึงกับกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลอง โดยนำแบบวัดฉบับ A ไปทดลองใช้กับนักเรียนห้อง 1/3 จำนวน 31 คน แบบวัดฉบับ B ไปทดลองใช้กับนักเรียนห้อง 1/4 จำนวน 31 คน เพื่อดำเนินการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ดังนี้

4.1 หาค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้าน เป็นรายข้อ ซึ่งผลจากการนำแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้านไปทดลองใช้ ดังแสดงในตาราง 20

ตาราง 20 ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ฉบับ A
และฉบับ B

ข้อ	P		R	
	ฉบับ A	ฉบับ B	ฉบับ A	ฉบับ B
แบบวัดสมรรถนะด้านการให้เหตุผล				
1	0.63	0.60	0.49	0.62
2	0.63	0.64	0.54	0.55
3	0.60	0.59	0.58	0.63
แบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสาร				
1	0.55	0.45	0.42	0.45
2	0.50	0.47	0.49	0.46
3	0.59	0.40	0.58	0.47
แบบวัดสมรรถนะด้านการแก้ปัญหา				
1	0.52	0.48	0.58	0.43
2	0.53	0.64	0.72	0.47
3	0.51	0.56	0.56	0.46
4	0.52	0.60	0.60	0.53

จากตารางการหาค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ฉบับ A และฉบับ B ปรากฏว่าข้อสอบใช้ได้ทุกข้อ ได้ค่าความยากของข้อสอบฉบับ A ในช่วง 0.50 – 0.63 ได้ค่าความยากของข้อสอบฉบับ B ในช่วง 0.40 – 0.64 และค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบฉบับ A ในช่วง 0.42 – 0.72 ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบฉบับ B ในช่วง 0.43 – 0.63

4.2 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้าน โดยใช้วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach's alpha coefficient; α) ดังแสดงในตาราง

ตาราง 21 ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

แบบวัดสมรรถนะ	จำนวนข้อ	Cronbach' Alpha	
		ฉบับ A	ฉบับ B
แบบวัดสมรรถนะด้านการให้เหตุผล	3	0.838	0.797
แบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสาร	3	0.843	0.812
แบบวัดสมรรถนะด้านการแก้ปัญหา	4	0.832	0.810
รวม		0.837	0.806

จากตาราง 21 การวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ด้วยสถิติ Cronbach's Alpha ค่า ของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์โดยรวมของฉบับ A = 0.837 และของฉบับ B = 0.806 ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกัน ถือว่าแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์มีความเชื่อมั่นอยู่ในเกณฑ์ที่ใช้ได้หลังจากผู้วิจัยได้แบบวัดที่มีคุณภาพแล้วผู้วิจัยจึงนำแบบวัดที่มีคุณภาพไปทดลองใช้ต่อไป

5) แบบบันทึกอนุทิน ใช้สำหรับการวิเคราะห์สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยให้นักเรียนเขียนตอบข้อคำถามของครู เช่น สิ่งที่ได้เรียนรู้ สิ่งที่ต้องการปรับปรุงแก้ไขและความรู้สึกที่มีต่อการเรียนในแต่ละครั้ง ทำให้ผู้สอนได้ทราบถึงความก้าวหน้าในการเรียนรู้ และเป็นการประเมินความคิดจากการเขียนของนักเรียน ซึ่งผลที่ได้จากการประเมินนี้จะเป็นข้อมูลที่น่ากลับไปใช้ในการพัฒนานักเรียน

6) ผู้วิจัยได้นำแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ฉบับสมบูรณ์ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

ขั้นที่ 4 คึกษานำร่องเพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ก่อนนำไปใช้จริง ดำเนินการในเดือน พฤษภาคม 2559

วัตถุประสงค์

1. เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมและความเป็นไปได้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
2. เพื่อตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ และเครื่องมือประเมินประสิทธิภาพรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

วิธีดำเนินการ

1. จัดเตรียมเครื่องมือที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ และเครื่องมือประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้
2. ดำเนินทดลองกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น ใช้ระยะเวลา 2 สัปดาห์ จำนวน 2 แผนการจัดการเรียนการสอน ครอบคลุมเนื้อหาเรื่องความหมายของจำนวนเต็ม การเปรียบเทียบจำนวนเต็มและการบวกลบจำนวนเต็ม
3. จัดสนทนากลุ่มเพื่อให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นและข้อเสนอแนะที่มีต่อรูปแบบการจัดการเรียนรู้
4. นำข้อมูลที่ได้มาปรับปรุงรูปแบบการจัดการเรียนรู้ และเครื่องมือที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ และแบบประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ให้มีความ สมบูรณ์ก่อนนำไปทดลองใช้จริง

แหล่งข้อมูล นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านธาตุเชิงแกง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาพะเยา เขต 2 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 1 ห้องเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง คือห้อง 1/1 จำนวนนักเรียนรวม 30 คน ซึ่งโรงเรียนได้จัดนักเรียนแบบคละความสามารถในแต่ละห้องเรียน

การวิเคราะห์ข้อมูล

วิเคราะห์เนื้อหาจากข้อคิดเห็น/ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม เพื่อนำไปเป็นข้อมูลในการปรับปรุงรูปแบบการจัดการเรียนรู้

ขั้นที่ 5 ปรับปรุง แก้ไข รูปแบบการจัดการเรียนรู้และเครื่องมือที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้
วัตถุประสงค์ เพื่อปรับปรุงรูปแบบการจัดการเรียนรู้และเครื่องมือที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้
วิธีดำเนินการ

1. นำผลการวิเคราะห์ที่ได้มาเป็นข้อมูลในการปรับปรุงรูปแบบการจัดการเรียนรู้และเครื่องมือที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้
2. ทำการปรับปรุงรูปแบบการจัดการเรียนรู้และเครื่องมือที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ให้มีความสมบูรณ์มากขึ้น

ขั้นตอนที่ 3 ประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ขั้นที่ 1 การดำเนินการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทาง

คณิตศาสตร์ ดำเนินการในเดือน พฤษภาคม-มิถุนายน 2559

วัตถุประสงค์ เพื่อนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพแล้วไปทดลองใช้จริง

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านธาตุเชิงแก่ง สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาพะเยา เขต 2 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 1 ห้องเรียน คือห้อง 1/2 จำนวน 30 คน ซึ่งสุ่มกลุ่มตัวอย่างโดยใช้วิธีการสุ่มอย่างง่าย (Simple random sampling) โดยใช้วิธีการจับฉลากจากจำนวนห้องเรียนชั้นม.1 จำนวน 2 ห้องเรียน

แบบแผนการทดลอง

การทดลองเพื่อประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ครั้งนี้ ซึ่งการวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (quasi-experimental research) ชนิดศึกษากลุ่มเดียว วัดแบบอนุกรมเวลา (The one group time series design) วัดซ้ำโดยใช้การวิเคราะห์ Repeated Measures ANOVA

การดำเนินการ

1. ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการทดลองสอนกลุ่มทดลองด้วยตนเอง ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 โดยสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ด้านสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ในแต่ละสัปดาห์ โดยได้ทำการบันทึกการประเมินจำนวน 3 ครั้ง ประกอบด้วย สัปดาห์ที่ 1,3 และ 5 โดยการศึกษาครั้งนี้ประกอบด้วยเนื้อหาการเรียนรู้ จำนวน 1 หน่วยการเรียนรู้ ใช้เวลารวม 18 ชั่วโมง ซึ่งมีการพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 4 แผนการจัดการเรียนรู้ โดยแต่ละแผนใช้กระบวนการจัดการเรียนการสอน 5 ขั้นตอน มีรายละเอียดดังนี้

1.1 ครูชี้แจงแนวทางการจัดการเรียนรู้แก่นักเรียนเพื่อให้นักเรียนทราบเบื้องต้นของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ เช่น ครูชี้แจงว่าในการสอนแต่ละคาบครูจะเน้นการทำงานกลุ่มและการสนทนาถามตอบระหว่างเพื่อนกับเพื่อนและนักเรียนกับครู เป็นหลัก เป็นต้น

1.2 ทดสอบความสามารถด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

1.3 ดำเนินการสอนโดยใช้กระบวนการจัดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขึ้น ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การกำหนดเป้าหมาย เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนชี้แจงวัตถุประสงค์การเรียนรู้ วิธีการเรียนรู้ กระบวนการเรียนรู้ ภาระงาน สื่อและแหล่งการเรียนรู้ จนถึงวิธีการวัดและเกณฑ์การประเมินผลให้ผู้เรียนทราบการเริ่มการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนสามารถกำหนดเป้าหมายที่เหมาะสมในการพัฒนาตนเอง รวมถึงการวางแผนและประเมินความสำเร็จ

ขั้นที่ 2 การทบทวนประสบการณ์เดิม เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนจะสร้างบรรยากาศการเรียน การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมรอบตัว ใช้การซักถามผู้เรียนเป็นรายบุคคลเพื่อเป็นข้อมูลในการเลือกการโค้ช โดยเน้นให้ผู้เรียนได้เลือกและตัดสินใจลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง

ขั้นที่ 3 การเพิ่มประสบการณ์ใหม่ เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนจะทำการสอนโดยเริ่มจากประสบการณ์เดิมก่อนแล้วจึงเสนอความรู้ใหม่ที่มีความสัมพันธ์กับเรื่องเดิม โดยอาจใช้เกมส์ การจำลอง การทดลอง การเปรียบเทียบจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจและเข้าใจ ลักษณะต่างๆในระหว่างการสอนผู้สอนจะใช้การตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนคิด มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ ให้หลักการคิดและวิธีการคิดที่หลากหลายเพื่อให้ผู้เรียนเกิดแรงบันดาลใจ

ขั้นที่ 4 การเชื่อมโยง เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนจะนำเทคนิคต่างๆมาใช้ในการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงสิ่งเดิมกับสิ่งใหม่ เน้นการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยเพื่อนและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีเวลาคิดและใช้คำถามถามสิ่งที่ผู้เรียนกำลังคิด เพื่อให้เกิดแรงจูงใจในการทำงาน

ขั้นที่ 5 การสรุป เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนเน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการสรุปเนื้อหาแล้วนำเสนอในรูปแบบที่เข้าใจง่ายๆ เช่น เทคนิคแผนภูมิความคิด และให้ข้อเสนอแนะเชิงบวก เน้นกิจกรรมการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง

1.4 ระหว่างการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยสังเกตพฤติกรรม การตอบคำถาม การมีส่วนร่วมในกิจกรรมกลุ่ม การอธิบายกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อศึกษาสมรรถนะด้านการคิดและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ รวมถึงสังเกตบรรยากาศในการเรียน และประเมินผลการทำกิจกรรมของนักเรียน เพื่อนำข้อมูลมาปรับปรุงและแก้ไขรูปแบบการจัดการเรียนรู้และพัฒนา กิจกรรมการเรียนรู้ในแผนการจัดการเรียนรู้ให้มีความสมบูรณ์ โดยผู้วิจัยใช้เวลาในการทดลองทั้งหมด 3 คาบ ต่อสัปดาห์ จำนวน 18 คาบ ใช้เวลาทั้งหมด 6 สัปดาห์ โดยผู้วิจัยได้ทำการทดสอบสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทุก 2 สัปดาห์ คือในสัปดาห์ที่ 2 สัปดาห์ที่ 4 และทดสอบสมรรถนะทางคณิตศาสตร์หลังเรียนในสัปดาห์ที่ 6 เพื่อศึกษาพัฒนาการของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. เครื่องมือที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้
3. เครื่องมือที่ใช้สำหรับการประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ เป็นเครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูลก่อนการทดลอง ระหว่างการทดลอง และหลังการทดลอง โดยมุ่งเน้นศึกษาพัฒนาการด้านสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านต่างๆ ประกอบด้วย 1) แบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล 2) แบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสาร 3) แบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา และ 4) แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

การดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งเชิงปริมาณและคุณภาพ เป็นการรวบรวมหลักฐานการเรียนรู้ที่สะท้อนถึงพัฒนาการสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นระยะอย่างสม่ำเสมอตลอดระยะเวลาในการดำเนินการทดลอง เพื่อศึกษาพัฒนาการของผู้เรียนโดยผู้วิจัยแบ่งการเก็บรวบรวมข้อมูลออกเป็น 3 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 ก่อนการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้

ในระยะนี้ เป็นการวัดและประเมินความรู้พื้นฐานเดิมที่จะใช้ในการเรียนเรื่องใหม่ และประเมินความพร้อมของนักเรียน เน้นการประเมินผู้เรียน ในเรื่องที่จะทำการจัดการเรียนรู้ เพื่อตรวจสอบความรู้และสมรรถนะของนักเรียน ข้อมูลที่ได้สามารถนำไปเปรียบเทียบผลการเรียนภายหลังเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อศึกษาพัฒนาการที่เพิ่มขึ้นของนักเรียน โดยใช้แบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล การสื่อสาร และการแก้ปัญหาก่อนการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้

ระยะที่ 2 ระหว่างการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้

ในระยะนี้ เป็นการตรวจสอบพัฒนาการของนักเรียนว่าบรรลุผลการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้หรือไม่ ผลการประเมินจะช่วยปรับปรุง แก้ไขและส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ได้ตามศักยภาพ ทั้งนี้ยังช่วยในการปรับปรุงการจัดการเรียนรู้อีกด้วยซึ่งจะทำการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นระยะอย่างสม่ำเสมอตลอดการทดลอง แล้วนำข้อมูลมาปรับปรุงและแก้ไขรูปแบบการจัดการเรียนรู้และพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ในหน่วยการเรียนรู้ต่อไป โดยเครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย แบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล การสื่อสาร และการแก้ปัญหา และแบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้

ระยะที่ 3 หลังการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้

ในระยะนี้ เป็นการประเมินผลเพื่อตรวจสอบความสำเร็จของผู้เรียน และประเมินผลภายหลังการจัดการเรียนรู้ โดยนำไปเปรียบเทียบการประเมินก่อนเรียน เพื่อตรวจสอบผลการเรียนรู้ของผู้เรียนว่าตรงตามวัตถุประสงค์การเรียนรู้หรือไม่ ศึกษาว่าผู้เรียนมีพัฒนาการเรียนรู้เพิ่มขึ้นมากน้อยเพียงใด

โดยใช้แบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล การสื่อสาร และการแก้ปัญหาหลังการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้

แหล่งข้อมูล

การศึกษากับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์เนื้อหา (Content analysis)

ขั้นที่ 2 การประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดำเนินการในเดือน พฤษภาคม-มิถุนายน 2559

วัตถุประสงค์ เพื่อประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

การดำเนินการ

1. ศึกษาผลการวิเคราะห์ที่ได้รับจากเครื่องมือประสิทธิผลของรูปแบบทั้งหมด
2. ประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ โดยใช้เกณฑ์การพิจารณา ดังนี้
 - 2.1 ค่าเฉลี่ยสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ด้านการสื่อสาร และด้านการแก้ปัญหาหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง
 - 2.2 พัฒนาการสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ด้านการสื่อสาร และด้านการแก้ปัญหาในสัปดาห์ที่ 2 สัปดาห์ที่ 4 และ สัปดาห์ที่ 6 หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. หาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ย (Mean) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) ของคะแนนสมรรถนะด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
2. เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยคะแนนสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ก่อนการทดลองและระหว่างการศึกษาทดลองในสัปดาห์ที่ 2 สัปดาห์ที่ 4 และ สัปดาห์ที่ 6 โดยใช้สถิติทดสอบการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวเมื่อมีการวัดซ้ำ (Repeated Measures ANOVA)

การพิทักษ์สิทธิของกลุ่มตัวอย่าง

ผู้วิจัยคำนึงถึงการพิทักษ์สิทธิของกลุ่มตัวอย่างโดยได้นำโครงร่างจริยธรรมเสนอต่อคณะกรรมการจริยธรรมในการวิจัยมนุษย์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อขออนุญาตในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการทำวิจัย เมื่อได้รับอนุญาตแล้วผู้วิจัยจึงได้ติดต่อเข้าพบกับกลุ่มตัวอย่าง โดย

แนะนำตนเอง และชี้แจงรายละเอียดในการทำวิจัยในผู้เข้าร่วมการวิจัยทราบถึงวัตถุประสงค์และขั้นตอนการเก็บรวบรวมข้อมูลให้กลุ่มตัวอย่างทราบ พร้อมทั้งให้เซ็นใบยินยอมการเข้าร่วมการวิจัยในครั้งนี้ และหากกลุ่มตัวอย่างต้องการออกจากการวิจัยสามารถกระทำได้ตลอดเวลา โดยไม่มีผลกระทบใดๆต่อกลุ่มตัวอย่าง และข้อมูลทุกอย่างจากการทดลองจะถือเป็นความลับและนำมาใช้ตามวัตถุประสงค์ของการวิจัยครั้งนี้เท่านั้น โดยผลการวิจัยจะนำเสนอในภาพรวมและนำไปใช้เพื่อประโยชน์ทางวิชาการเท่านั้น

ขั้นตอนที่ 4 การปรับปรุงรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เป็นการรวบรวมผลการประเมินและข้อเสนอแนะต่างๆ หลังจากนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไปทดลองใช้ และได้ประเมินผลการทดลองใช้แล้ว ผู้วิจัยได้นำผลการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้มาพิจารณาปรับปรุงรูปแบบการจัดการเรียนรู้ให้มีความสมบูรณ์ เพื่อให้มีความเหมาะสมและสามารถนำไปใช้ในการเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ได้มีประสิทธิภาพมากขึ้น รายละเอียดดังนี้

วัตถุประสงค์

เพื่อปรับปรุงรูปแบบการจัดการเรียนรู้ให้สมบูรณ์

วิธีดำเนินการ

นำผลที่ได้จากรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านการทดลองใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่าง รวมทั้งข้อเสนอแนะจากผู้เชี่ยวชาญ ครูผู้สอนคณิตศาสตร์หลังการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดมาวิเคราะห์และรวบรวมข้อเสนอแนะต่างๆ เพื่อนำไปพัฒนาและปรับปรุงองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ต่อไป

เครื่องมือ

แบบบันทึกเอกสาร

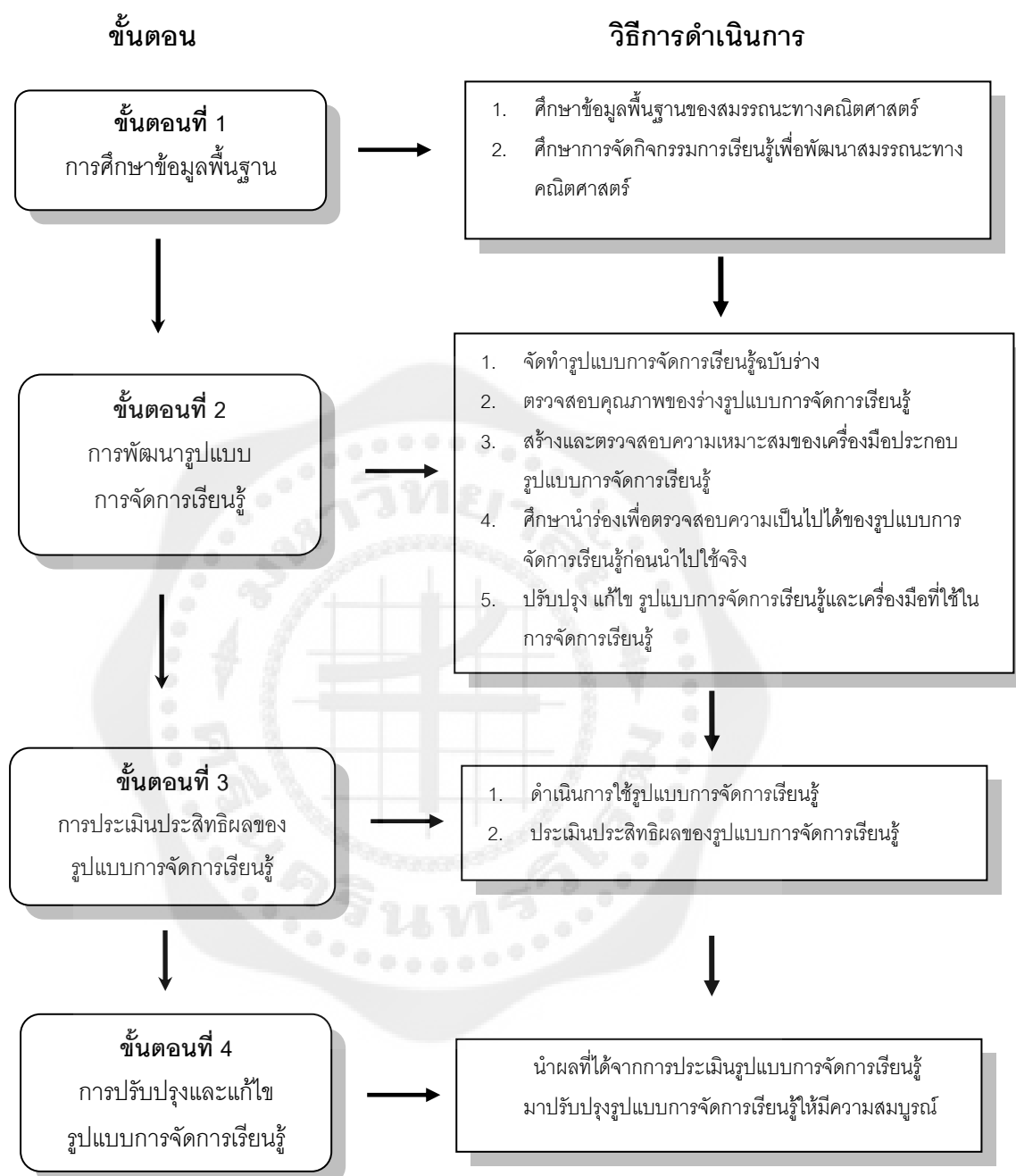
แหล่งข้อมูล

1. ผู้เชี่ยวชาญด้านการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ครูผู้สอนสาระคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

การวิเคราะห์ข้อมูล

วิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพโดยการวิเคราะห์ข้อมูลต่างๆที่ได้จากการสัมภาษณ์ และข้อมูลต่างๆที่ได้รับจากการทดลองใช้รูปแบบ แล้วนำมาสรุปผลการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ในครั้งนี้

โดยสามารถสรุปขั้นตอนการดำเนินการวิจัยและพัฒนาทั้ง 4 ขั้นตอน แสดงดังภาพประกอบ 6



ภาพประกอบ 6 ขั้นตอนการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในครั้งนี้ ผู้วิจัยแบ่งการนำเสนอผลการวิจัยออกเป็น 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอนที่ 1 ผลการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ ขั้นตอนที่ 2 ผลการประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ขั้นตอนที่ 3 ผลการปรับปรุงและแก้ไขรูปแบบการจัดการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์ โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ผลการพัฒนาแบบการจัดการเรียนรู้

1. ผลการศึกษาข้อมูลพื้นฐาน

เป็นการศึกษาข้อมูลที่สำคัญและจำเป็นสำหรับการพัฒนาแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อนำผลการศึกษามาเป็นฐานข้อมูลสำหรับการร่างรูปแบบ โดยมีผลการศึกษา ดังนี้

1.1 ผลการวิเคราะห์/สังเคราะห์สาระสำคัญของเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่มาจากการผสมผสานความรู้ทักษะ และคุณลักษณะ ที่ให้นักเรียนสามารถนำมาใช้แก้ปัญหาทั้งการคำนวณหาคำตอบที่เป็นตัวเลขและการแก้ปัญหาในสถานการณ์ในโลกความจริง ประกอบด้วย การเข้าใจในข้อกำหนดและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การคิดอย่างเป็นตรรกะ มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยการเขียนและพูดอย่างเหมาะสม สามารถแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการพิสูจน์ วิเคราะห์ และหากลยุทธ์ที่แตกต่างกัน ซึ่งผู้วิจัยได้วิเคราะห์สาระสำคัญของประเด็นหลักของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ และแนวทางการนำมาใช้พัฒนาแบบ ดังตาราง 22

ตาราง 22 การวิเคราะห์สาระสำคัญของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ และแนวทางในการนำมาพัฒนา
รูปแบบ

ประเด็นหลัก	สาระสำคัญ	แนวทางในการนำมาพัฒนารูปแบบ
สมรรถนะด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	การจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนเข้าใจคำถามหรือปัญหา วิเคราะห์ปัญหาเพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูล แสดงวิธีหาคำตอบให้สอดคล้องกับโจทย์ สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล	การจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนใช้การให้เหตุผลแบบง่าย ๆ โดยใช้ข้อความ “ถ้า....แล้ว” ให้นักเรียนหาคำตอบของปัญหาโดยการจัดลำดับขั้นตอนของการให้เหตุผลและการหาข้อสรุปที่ถูกต้อง รวมทั้งให้นักเรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผลนั้น มีการวัดและประเมินผล ที่หลากหลายโดยให้นักเรียนตอบคำถามสั้นๆพร้อมให้อธิบายเหตุผล การสังเกตการทำงานกลุ่ม เน้นให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้ปัญหาปลายเปิด
สมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	การจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสามารถใช้ความรู้พื้นฐานของการดำเนินการและการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนสามารถอธิบายและเขียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์	การจัดกิจกรรมโดยใช้คำถามนำแล้วให้นักเรียนอธิบายแนวคิดของตน แล้วให้เพื่อน ๆ มีส่วนร่วมในการอภิปรายนั้นโดยพูดข้อดีข้อควรปรับปรุงของแต่ละแนวทางและร่วมกันเลือกแนวทางแก้ปัญหาที่ดีที่สุด มีการใช้คำถามปลายเปิดเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลายและสร้างสรรค์ เน้นการเรียนรู้แบบร่วมมือและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจและอธิบายแนวคิด มีการวัดและประเมินผลโดยการสังเกต การออกมาพูดหน้าชั้น การให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิดบนกระดาน และให้คะแนนแบบรูปรีด

ตาราง 22 (ต่อ)

ประเด็นหลัก	สาระสำคัญ	แนวทางในการนำมาพัฒนารูปแบบ
สมรรถนะด้านการ แก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์	การจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียน สามารถทำงานโดยใช้กระบวนการ ของการได้มาซึ่งคำตอบเมื่อต้อง เผชิญกับปัญหาหรือสถานการณ์ที่ไม่ คุ้นเคย นักเรียนใช้ทักษะ กระบวนการต่างๆทางคณิตศาสตร์ โดยการวิเคราะห์ วางแผน ใช้เทคนิค ต่างๆประกอบ	การจัดกิจกรรมที่เน้นการทำงานเป็นกลุ่มให้นักเรียน ทำความเข้าใจปัญหา ว่าปัญหานั้น นักเรียนทราบ อะไร ไม่ทราบอะไร แก้ปัญหาอย่างไรแล้วได้คำตอบ ที่ถูกต้อง เพราะอะไร อภิปรายร่วมกันเพื่อหากล ยุทธ์ที่ช่วยให้การแก้ปัญหาได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น เช่น การสร้างตาราง การคิดย้อนกลับ การวาดรูป เป็นต้น มีการใช้ปัญหาในชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึก และทำความเข้าใจ เน้นวิธีการแก้ปัญหาสำคัญกว่า คำตอบที่ได้ รวมถึงให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธี หาคำตอบมากกว่า 1 วิธี มีการวัดและประเมินผล โดยใช้การสังเกตและการใช้คำถามขณะนักเรียน กำลังแก้ปัญหา ประเมินโดยใช้แบบทดสอบและการ ให้คะแนนแบบรูบริค

จากตาราง 22 พบว่า มีหลักการสำคัญ 3 ประเด็น ได้แก่ 1) สมรรถนะด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2) สมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และ 3) สมรรถนะด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยได้นำมาเป็นแนวทางในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ในครั้งนี้ โดยเน้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่ม การเรียนแบบร่วมมือช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจและอธิบายแนวคิดของตนเอง ให้นักเรียนหาคำตอบของปัญหาโดยทำความเข้าใจปัญหา ว่านักเรียนทราบหรือไม่ทราบอย่างไร ส่งเสริมให้นักเรียนใช้การให้เหตุผลโดยใช้ข้อความ “ถ้า.....แล้ว” “หรือ” “และ” ครูใช้คำถามนำให้นักเรียนอธิบายแนวคิดของตนแล้วให้เพื่อนมีส่วนร่วมในการอภิปรายร่วมกันเพื่อหากกลยุทธ์ที่ช่วยให้การแก้ปัญหาได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น เช่น การสร้างตาราง การคิดย้อนกลับ การวาดรูป เป็นต้น มีการใช้ปัญหาในชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกและทำความเข้าใจ เน้นวิธีการแก้ปัญหาสำคัญกว่าคำตอบที่ได้ รวมถึงให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี มีการวัดและประเมินผลที่หลากหลายเช่น การสังเกตจากการตอบปัญหาสั้นๆ การทำกิจกรรมกลุ่ม การเขียนแสดงแนวคิดบนกระดาน การออกมาพูดหน้าห้องเรียน เป็นต้น

1.2 ผลการวิเคราะห์/สังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ และแนวทางการนำมาใช้ดังนี้

การวิจัยครั้งนี้ได้พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนฝึกคิดด้วยตนเอง เน้นการเชื่อมโยงความรู้ที่ได้กับการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน โดยการจัดระเบียบลำดับขั้นการเรียนรู้ การใช้สื่อ และกระบวนการเรียนการสอนที่กระตุ้นให้นักเรียนใส่ใจในการเรียนรู้ และใช้การโค้ชเพื่อการ รู้คิด (Cognitive coaching) พัฒนาศักยภาพด้านการคิดของผู้เรียน การใคร่ครวญตรวจสอบตนเอง เพื่อนำไปสู่การพัฒนาอย่างต่อเนื่อง ไม่ใช่เป็นการอบรมสั่งสอนโดยตรงแต่เป็นการใช้เทคนิควิธีการ ต่างๆ เช่นการตั้งคำถาม การให้ข้อมูลย้อนกลับ การให้คำแนะนำ การให้หลักคิด วิธีการคิด วิธีการ เรียนรู้ ที่ทำให้ผู้เรียนเกิดแรงบันดาลใจในการเรียนรู้ (inspiration) และนำไปสู่การแสวงหาความรู้ การฝึกฝนทักษะ โดยแนวทางในการนำมาใช้พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้จากพื้นฐานแนวคิด ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ดังตาราง 23

ตาราง 23 การวิเคราะห์สาระสำคัญของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เสริมสร้างสมรรถนะ ทางคณิตศาสตร์ และแนวทางในการนำมาพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้

ประเด็นหลัก	สาระสำคัญ	แนวทางในการนำมาพัฒนารูปแบบ
ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์	การจัดการเรียนรู้ที่คำนึงถึงพัฒนาการทางสติปัญญาที่เป็นไปตามวัยนักเรียน และจัดประสบการณ์ให้เหมาะสมกับพัฒนาการนั้น เน้นให้นักเรียนได้ค้นพบการเรียนรู้ด้วยตนเอง สิ่งเสริมให้คิดอย่างอิสระและการคิดแบบรวบยอด	จัดสภาพแวดล้อมที่ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัยของตนเอง ให้นักเรียนมีอิสระในการเรียนรู้ ครูสอนสิ่งที่ป็นรูปธรรม ให้ความสนใจและสังเกตนักเรียนอย่างใกล้ชิดเพื่อจะได้ทราบลักษณะเฉพาะของนักเรียน สอนสิ่งที่นักเรียนคุ้นเคยหรือมีประสบการณ์มาก่อนแล้วจึงเสนอสิ่งใหม่ที่มีความสัมพันธ์กับสิ่งเก่าและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้รับประสบการณ์และมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมมากๆ
ทฤษฎีกระบวนการทางสมองในการประมวลข้อมูล (Information Processing Model of Learning)	การจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนประมวลความรู้โดยการเข้ารหัส การให้สิ่งเร้าให้นักเรียนสนใจ เพื่อเก็บเป็นความจำระยะยาว ให้นักเรียนได้ค้นหาและดึงความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องออกมาใช้ในการอธิบายการเรียนรู้ข้อมูลใหม่ เพื่อให้นักเรียนสามารถเก็บข้อมูลไว้เป็นความจำระยะยาวมาใช้อย่างมีประสิทธิภาพ	การจัดกิจกรรมโดยใช้เกมส์ การจำลอง การปฏิบัติจริง โดยครูใช้เทคนิคต่างๆ เพื่อให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ เช่น การทบทวน การทำซ้ำ ครูให้ความสนใจกับนักเรียนโดยใช้คำถามถามสิ่งที่นักเรียนกำลังคิดอยู่ เน้นให้นักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาที่ได้เรียนมาแล้วนำมาเสนอในรูปแบบที่เข้าใจง่ายๆ เน้นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์จริง เป็นต้น วัดประเมินผลโดยการสังเกต และการใช้แบบทดสอบ

ตาราง 23 (ต่อ)

ประเด็นหลัก	สาระสำคัญ	แนวทางในการนำมาพัฒนารูปแบบ
การโค้ชเพื่อการรู้คิด (Cognitive coaching)	การจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียน ให้มีความมุ่งมั่นในการพัฒนาความรู้ มุ่งเน้นผลลัพธ์ทั้งด้านการรู้คิด ทักษะ กระบวนการและคุณลักษณะอันพึง ประสงค์ เน้นการใช้เทคนิคต่างๆเพื่อ เน้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และคิด แก้ปัญหาได้ ครูใช้คำถามที่ท้าทาย ความคิดของนักเรียนเพื่อกระตุ้นให้ นักเรียนสามารถสรุปความคิดสำคัญ	ครูจะกำหนดพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนในลักษณะที่ เป็นรูปธรรมที่สามารถสังเกตและวัดได้ จากนั้นซักถามผู้เรียน เป็นรายบุคคลเพื่อเป็นข้อมูลในการกำหนดวิธีการโค้ช ในการ จัดการเรียนการสอนครูเน้นการใช้คำถาม กระตุ้นการคิด มี การให้ข้อมูลย้อนกลับ การให้หลักคิดและวิธีคิด ให้นักเรียน เกิดแรงบันดาลใจ วัดประเมินผลโดยการประเมินตามสภาพ จริงเป็นรายบุคคล ใช้การสังเกต การซักถามอย่างไม่เป็น ทางการ และประเมินระหว่างเรียน
การให้ข้อมูลเพื่อ พัฒนาการเรียนรู้	การจัดการเรียนรู้เพื่อช่วยให้นักเรียน สามารถกำหนดเป้าหมายที่ เหมาะสม เพื่อจะได้มีแรงจูงใจในการ เรียนรู้ และเกิดการเปลี่ยนแปลง พฤติกรรมไปสู่การกำกับตนเอง และ นำไปใช้ต่อไปในอนาคตได้	ครูจะชี้แจงวัตถุประสงค์ วิธีการเรียนรู้ กระบวนการเรียนรู้ ภาระงาน การวัดและประเมินผลให้นักเรียนทราบก่อนเริ่ม สอน เพื่อให้นักเรียนเห็นคุณค่าในสิ่งที่จะเรียนรู้ โดยการ ยกตัวอย่างจากชีวิตประจำวัน หรือใช้การถามตอบเชิงบวกกับ ผู้เรียน ครูเน้นการให้ข้อมูลย้อนกลับและเปิดโอกาสให้ นักเรียนมีเวลาคิดเพื่อให้เกิดแรงจูงใจในการทำงาน ครูให้ ข้อเสนอแนะเชิงบวก และใช้คำถามปลายเปิดเพื่อต้องการ ความชัดเจน วัดและประเมินผลร่วมกันระหว่างครูกับ นักเรียน และนักเรียนกับนักเรียน

จากตาราง 23 พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์มีประเด็นหลัก ประเด็น ได้แก่ 1) ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ 2) ทฤษฎีกระบวนการทางสมองในการประมวลข้อมูล 3) การโค้ชเพื่อการรู้คิด และ 4) การให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้นำมาเป็นแนวทางในการพัฒนารูปแบบครั้งนี้ โดยครูจะชี้แจงวัตถุประสงค์ วิธีการเรียนรู้ กระบวนการเรียนรู้ ภาระงาน การวัดและประเมินผลให้นักเรียนทราบก่อนเริ่มสอน เพื่อให้นักเรียนเห็นคุณค่าในสิ่งที่จะเรียนรู้ โดยการยกตัวอย่างจากชีวิตประจำวัน หรือใช้การถามตอบเชิงบวกกับผู้เรียน จากนั้นซักถามผู้เรียนเป็นรายบุคคลเพื่อเป็นข้อมูลในการกำหนดวิธีการโค้ช ในการจัดการเรียนการสอนครูเน้นการใช้คำถาม กระตุ้นการคิด มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ การให้หลักคิดและวิธีคิด ให้นักเรียนเกิดแรงบันดาลใจ ในการจัดกิจกรรมโดยใช้เกมส์ การจำลอง การปฏิบัติจริง โดยครูใช้เทคนิคต่างๆ เพื่อให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ เช่น การทบทวน การทำซ้ำ ครูเน้นการให้

ข้อมูลย้อนกลับและเปิดโอกาสให้นักเรียนมีเวลาคิด นอกจากนี้ครูยังให้ความใส่ใจกับนักเรียนโดยใช้คำถามถามสิ่งที่คุณกำลังคิดอยู่ เน้นให้นักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาที่ได้เรียนมาแล้วนำมาเสนอในรูปแบบที่เข้าใจง่าย ๆ เน้นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์จริง เป็นต้น วัดประเมินผลโดยการประเมินตามสภาพจริงเป็นรายบุคคล ใช้การสังเกต การซักถามอย่างไม่เป็นทางการ และประเมินระหว่างเรียน โดยวัดและประเมินผลร่วมกันระหว่างครูกับนักเรียน และนักเรียนกับนักเรียน

1.3 ผลการสัมภาษณ์อาจารย์ประจำสาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ และครูผู้สอนคณิตศาสตร์

จากการสัมภาษณ์อาจารย์ประจำสาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ จำนวน 4 คน เกี่ยวกับการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ในประเด็นหลัก ประเด็น ได้แก่ 1) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ด้านการให้เหตุผล 2) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสาร 3) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา 4) เทคนิคการใช้คำถาม ผู้วิจัยได้นำมาวิเคราะห์สาระสำคัญของการให้สัมภาษณ์ และแนวทางการนำมาใช้พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ ดังตาราง 24

ตาราง 24 ผลการสัมภาษณ์อาจารย์สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ และแนวทางในการนำมาพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้

ประเด็นหลัก	ข้อมูลจากการสัมภาษณ์	แนวทางในการนำมาพัฒนารูปแบบ
สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล	“...ควรจัดกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้แสดงออกทางความคิดที่หลากหลาย...” “...ปัญหาควรที่ถามนักเรียนควรเป็นปัญหาปลายเปิดที่ไม่ได้มีคำตอบเดียว...” “...ให้ครูใช้คำถามกับนักเรียนโดยใช้คำว่า ทำไม อย่างไร เหตุใดจึงเป็นเช่นนั้นบ่อยครั้ง.....” “...กิจกรรมควรเริ่มจากปัญหาง่ายไปยากแต่ให้เชื่อมโยงกันแล้วให้นักเรียนร่วมกันสังเกตและหาข้อสรุป.....”	1. จัดการเรียนการสอนให้นักเรียนได้พิจารณาข้อมูลจากส่วนย่อยที่เกิดขึ้นซ้ำๆ กัน แล้วนำไปสู่ข้อสรุป หรือการสังเกตจากตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง แล้วใช้เหตุผลสรุปความสัมพันธ์ในรูปแบบทั่วไป เพื่อให้นักเรียนสามารถแสดงการให้เหตุผลที่หลากหลาย 2. ครูใช้คำถาม ทำไม อย่างไร เหตุใด เพื่อให้ นักเรียนอธิบายความคิดออกมา 3. ให้นักเรียนฝึกให้เหตุผลในรูปแบบการอธิบายหรืออภิปรายกลุ่ม 4. ให้นักเรียนได้รู้จักใช้เหตุผลเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบหรือพิจารณาความถูกต้อง

ตาราง 24 (ต่อ)

ประเด็นหลัก	ข้อมูลจากการสัมภาษณ์	แนวทางในการนำมาพัฒนารูปแบบ
สมรรถนะทาง คณิตศาสตร์ด้านการ แก้ปัญหา	“..ควรฝึกให้นักเรียนคาดเดาคำตอบ แล้วแก้ปัญหาที่นั้นให้สำเร็จ อย่าลืมให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบด้วย...” “...อาจให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหาโดยการวาดรูป เพื่อจะได้เห็นภาพและหาวิธีแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น..” “...ต้องใช้คำถามถามให้นักเรียนหาคำตอบให้ได้ว่า โจทย์ต้องการให้หาอะไร มีข้อมูลอะไรบ้าง หากต้องกำหนดตัวแปรเพื่อแก้สมการ ก็ต้องให้นักเรียนตอบให้ได้ว่าตัวแปรนั้นแทนอะไร...” “..ในการแก้ปัญหาครูควรเน้นให้นักเรียนหาคำตอบให้หลากหลายวิธี แล้วร่วมกันสรุปหาวิธีที่ดีที่สุด...” “..ครูควรเน้นให้นักเรียนใช้ความรู้เดิม และแนะนำการใช้กลวิธีต่างๆในการแก้ปัญหา....”	1. ครูกระตุ้นความคิดนักเรียนโดยการหาคำถามและให้นักเรียนหาคำตอบ 2. เน้นคำถามปลายเปิดที่มีคำตอบได้มากกว่า 1 คำตอบ แล้วสรุปหาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดหรือเหมาะสมที่สุด 3. เน้นให้นักเรียนเขียนภาพหรือแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล 4. ฝึกให้นักเรียนคิดก่อนลงมือแก้ปัญหาและตรวจสอบคำตอบที่ได้ทุกครั้ง 5. เน้นปัญหาในชีวิตจริงและใช้กลวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา
สมรรถนะทาง คณิตศาสตร์ด้านการ สื่อสาร	“...เน้นให้นักเรียนได้อ่าน พุด และเขียน โดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ให้มากๆ...” “...ควรให้นักเรียนนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา หรือให้นักเรียนพูดที่หน้าห้องบ่อยๆ...” “..เน้นกิจกรรมกลุ่มให้นักเรียนได้พูดคุย แลกเปลี่ยนกันและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน....” “..ครูอาจแก้ปัญหาที่ผิด แล้วให้นักเรียนเขียนแสดงความเห็นเกี่ยวกับข้อผิดพลาดนั้น....”	1. ใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิดและอธิบายแนวคิด 2. จัดกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการสื่อสารทั้งการฟัง การอ่าน การพูด และการเขียน 3. ให้นักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาโดยการเขียนและพูดอธิบายหน้าห้อง 4. เสนอปัญหาที่แก้ปัญหาแบบผิด ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อผิดพลาดนั้น 5. เสนอปัญหาที่ให้นักเรียนนำเสนอข้อมูลในรูปกราฟหรือตาราง

ตาราง 24 (ต่อ)

ประเด็นหลัก	ข้อมูลจากการสัมภาษณ์	แนวทางในการนำมาพัฒนารูปแบบ
เทคนิคการใช้คำถาม	“..ควรเน้นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดให้มากๆ...” “..เป็นคำถามที่ให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในตนเอง กล้าที่จะทำ ไม่กลัวว่าทำแล้วจะผิดหรือถูก” “..ต้องเป็นคำถามที่ให้นักเรียนอยากแก้ปัญหาให้เสร็จด้วยตนเอง เช่น นักเรียนคิดว่าวิธีการนี้เป็นวิธีการที่ดีที่สุดหรือยัง เป็นต้น...” “...ต้องเป็นคำถามที่ให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ และคิดอย่างเป็นระบบ เช่น นักเรียนคิดว่าสาเหตุของปัญหานี้คืออะไร จะใช้วิธีไหนในการแก้ปัญหาข้อนี้เป็นต้น...” “...ต้องเข้าใจนักเรียนก่อน จะได้เลือกใช้คำถามกับนักเรียนถูกว่าจะใช้คำถามระดับง่ายหรือยาก...”	1. ควรวางแผนกำหนดการใช้คำถามที่นำไปสู่เป้าหมายหลักของการเรียน โดยใช้คำถามที่ท้าทายความคิดของนักเรียน 2. ครูใช้คำถามน้อยแต่เป็นคำถามที่มีคุณภาพ โดยใช้คำถามปลายเปิด เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาคำตอบเอง 3. มีการให้ข้อมูลย้อนกลับที่สามารถนำไปปฏิบัติได้จริง มีความเฉพาะเจาะจง และชัดเจน 4. ครูใช้คำถามที่ท้าทายความคิดของนักเรียน โดยใช้คำถามที่เป็นระดับง่าย และยากตามสถานการณ์ 5. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนนำทางไปสู่การสรุปความคิดสำคัญหรือความคิดหลักได้

จากตาราง 24 สามารถสรุปได้ว่า อาจารย์สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ มีความคิดเห็นเกี่ยวกับการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในประเด็นต่อไปนี้

1. แนวทางในการพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลควรจัดการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้พิจารณาข้อมูลจากส่วนย่อยที่เกิดขึ้นซ้ำๆกัน แล้วนำไปสู่ข้อสรุป หรือการสังเกตจากตัวอย่างหลายๆตัวอย่าง แล้วให้เหตุผลสรุปความสัมพันธ์ในรูปทั่วไป เพื่อให้นักเรียนสามารถแสดงการให้เหตุผลที่หลากหลาย ครูใช้คำถาม ทำไม อย่างไร เหตุใด เพื่อให้นักเรียนอธิบายความคิดออกมา ฝึกให้เหตุผลในรูปการอธิบาย หรืออภิปรายกลุ่ม นอกจากนี้ควรให้นักเรียนได้รู้จักใช้เหตุผลเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบหรือพิจารณาความถูกต้องและใช้การให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และการสรุปผล

2. แนวทางในการพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา ครูควรกระตุ้นความคิดนักเรียนโดยการใช้คำถามและให้นักเรียนหาคำตอบ โดยเน้นคำถามปลายเปิดที่มีคำตอบได้มากกว่า 1 คำตอบ แล้วให้นักเรียนสรุปหาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดหรือเหมาะสมที่สุด ควรเน้นให้นักเรียนเขียนภาพหรือแบบจำลองเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลฝึกให้นักเรียนคิดก่อนลงมือแก้ปัญหาและตรวจสอบคำตอบที่ได้ทุกครั้ง เน้นปัญหาในชีวิตจริงและใช้กลวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

3. แนวทางในการพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสาร ควรใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิดและอธิบายแนวคิด มีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการสื่อสารทั้งการฟัง การอ่าน การพูด และการเขียน ให้นักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหา โดยการเขียนและพูดอธิบายหน้าห้องนอกจากนี้ครูอาจเสนอปัญหาที่แก้ปัญหาแบบผิด ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อผิดพลาดนั้น และให้นักเรียนนำเสนอข้อมูลในรูปกราฟหรือตาราง

4. แนวทางในการใช้เทคนิคการใช้คำถาม ควรวางแผนกำหนดการใช้คำถามที่นำไปสู่เป้าหมายหลักของการเรียน โดยใช้คำถามที่ท้าทายความคิดของนักเรียน ครูควรใช้คำถามน้อยแต่เป็นคำถามที่มีคุณภาพ โดยใช้คำถามปลายเปิด เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาคำตอบเอง ใช้คำถามที่ท้าทายความคิดของนักเรียน โดยใช้คำถามที่เป็นระดับง่าย และยาก ตามสถานการณ์ คำถามนั้นสามารถกระตุ้นให้นักเรียนนำไปสู่การสรุปความคิดสำคัญหรือความคิดหลักได้ นอกจากนี้มีการให้ข้อมูลย้อนกลับที่สามารถนำไปปฏิบัติได้จริง มีความเฉพาะเจาะจง และชัดเจน

1.4 สรุปผลการศึกษาข้อมูลพื้นฐาน

จากการวิเคราะห์แนวทางการนำสาระสำคัญของเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องมาพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการสัมภาษณ์อาจารย์สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ ดังกล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปผลการศึกษาข้อมูลพื้นฐานสำหรับนำไปใช้พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

1) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ 3 สมรรถนะคือ สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล สมรรถนะด้านการสื่อสาร และสมรรถนะด้านการแก้ปัญหา โดยเน้นการจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันในรูปของกิจกรรมกลุ่ม ให้นักเรียนเกิดการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจและอธิบายแนวคิดของตนเอง โดยปัญหาที่ให้นั้นจะเป็นปัญหาที่เกี่ยวกับชีวิตประจำวัน และเป็นปัญหาปลายเปิดที่มีคำตอบได้มากกว่า 1 คำตอบ ให้นักเรียนได้พิจารณา

ข้อมูลจากส่วนย่อยที่เกิดขึ้นซ้ำๆ กัน แล้วนำไปสู่ข้อสรุป หรือการสังเกตจากตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง แล้วใช้เหตุผลสรุปความสัมพันธ์ในรูปทั่วไป เพื่อให้นักเรียนสามารถแสดงการให้เหตุผลที่หลากหลาย ครูใช้คำถาม ทำไม อย่างไร เหตุใด เพื่อให้ให้นักเรียนอธิบายความคิดออกมา ให้นักเรียนใช้ข้อความ “ถ้าแล้ว” “หรือ” “และ” ในการตั้งคำถามและอธิบายเหตุผล ฝึกให้เหตุผลในรูปการอธิบาย หรือ อภิปรายกลุ่ม นอกจากนี้ควรให้นักเรียนได้รู้จักใช้เหตุผลเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบหรือพิจารณา ความถูกต้องและใช้การให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและการสรุปผล มีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการสื่อสารทั้งการฟัง การอ่าน การพูด และการเขียน โดยเน้นให้นักเรียน อธิบายแนวคิดของตนแล้วให้เพื่อนๆมีส่วนร่วมในการอภิปรายร่วมกันเพื่อหากลยุทธ์ที่ช่วยให้การ แก้ปัญหาได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น เช่น การสร้างตาราง การคิดย้อนกลับ การวาดรูป เป็นต้น มีการใช้ ปัญหาในชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกและทำความเข้าใจ เน้นวิธีการแก้ปัญหาสำคัญกว่าคำตอบที่ได้

2) ทฤษฎีกระบวนการทางสมองในการประมวลผลข้อมูล (Information Processing Model of Learning) เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เกมส์ การจำลอง การปฏิบัติจริง โดยครูใช้เทคนิคต่างๆ เพื่อให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ เช่น การ ทบทวน การทำซ้ำ ครูให้ความสนใจกับนักเรียนโดยใช้คำถามถามสิ่งที่นักเรียนกำลังคิดอยู่ เน้นให้ นักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาที่ได้เรียนมาแล้วนำมาเสนอในรูปแบบที่เข้าใจง่ายๆ เน้นการนำ คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์จริง เป็นต้น วัดประเมินผลโดยการสังเกต และการใช้ แบบทดสอบ

3) การโค้ชเพื่อการรู้คิด (Cognitive coaching) เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ ครูจะกำหนดพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนในลักษณะที่เป็นรูปธรรมที่สามารถสังเกตและวัดได้ จากนั้นซักถามผู้เรียนเป็นรายบุคคลเพื่อเป็นข้อมูลในการกำหนดวิธีการโค้ช ในการจัดการเรียนการสอนครูเน้นการใช้คำถาม กระตุ้นการคิด มีการให้ข้อมูลย้อนกลับ การให้หลักคิดและวิธีคิด ให้นักเรียน เกิดแรงบันดาลใจ วัดประเมินผลโดยการประเมินตามสภาพจริงเป็นรายบุคคล ใช้การสังเกต การ ซักถามอย่างไม่เป็นทางการ และประเมินระหว่างเรียน

4) การให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ เป็นการจกกิจกรรมการเรียนรู้ที่ครูจะชี้แจง วัตถุประสงค์ วิธีการเรียนรู้ กระบวนการเรียนรู้ ภาระงาน การวัดและประเมินผลให้นักเรียนทราบก่อน เริ่มสอน เพื่อให้นักเรียนเห็นคุณค่าในสิ่งที่จะเรียนรู้ โดยการยกตัวอย่างจากชีวิตประจำวัน หรือใช้การ ถามตอบเชิงบวกกับผู้เรียน ครูเน้นการให้ข้อมูลย้อนกลับและเปิดโอกาสให้นักเรียนมีเวลาคิดเพื่อให้ เกิดแรงจูงใจในการทำงาน ครูให้ข้อเสนอแนะเชิงบวก และใช้คำถามปลายเปิดเพื่อต้องการความ ชัดเจน วัดและประเมินผลร่วมกันระหว่างครูกับนักเรียน และนักเรียนกับนักเรียน

5) เทคนิคการใช้คำถาม เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีการวางแผนกำหนดการใช้คำถามที่นำไปสู่เป้าหมายหลักของการเรียน โดยใช้คำถามที่ท้าทายความคิดของนักเรียน ครูใช้คำถามน้อยแต่เป็นคำถามที่มีคุณภาพ โดยใช้คำถามปลายเปิดหรือคำถามที่ท้าทายความคิดของนักเรียนในระดับง่าย และยาก ตามสถานการณ์ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาคำตอบเองมีการให้ข้อมูลย้อนกลับที่สามารถนำไปปฏิบัติได้จริง มีความเฉพาะเจาะจง และชัดเจน

6) การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

ใช้การวัดประเมินผลที่เน้นการศึกษาพัฒนาการการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยใช้รูปแบบการประเมินผลการเรียนรู้ตามสภาพจริง (Authentic assessment) ซึ่งใช้ผู้ประเมินหลายๆ ฝ่าย เช่น ครูผู้สอน ผู้เรียน เพื่อน เป็นต้น ใช้วิธีการและเครื่องมือหลากหลายชนิด วัดและประเมินหลายๆ ครั้ง ในช่วงเวลาการเรียนรู้ และสะท้อนผลการประเมินสู่การปรับปรุงและพัฒนาผู้เรียน มีรายละเอียด ดังนี้

- สร้างสถานการณ์ให้ผู้เรียนสนใจแล้วใช้การสังเกตการซักถามและทำกิจกรรมระหว่างเรียน
- ใช้การประเมินระหว่างเรียนที่หลากหลายเช่น นักเรียนกับนักเรียน ครูกับนักเรียน การประเมินเป็นรายบุคคล และทำการประเมินเป็นระยะ
- ใช้แบบทดสอบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ เพื่อประเมินสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล การสื่อสารและการแก้ปัญหาของนักเรียนโดยเปรียบเทียบก่อนและหลังเรียน

- ครูและนักเรียนมีการให้ข้อมูลย้อนกลับเพื่อนำไปพัฒนาต่อไป

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยได้นำผลการศึกษาข้อมูลพื้นฐานมาใช้ในการขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 5 ขั้นตอน

2. ผลการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ฉบับร่าง

2.1 ผลการพัฒนาาร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

จากการศึกษาข้อมูลพื้นฐาน โดยการสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 การสัมภาษณ์อาจารย์สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ จำนวน 2 คน ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ 2 คน ผู้วิจัยได้นำข้อมูลดังกล่าวมาสังเคราะห์ และพัฒนาร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 1 (ฉบับร่าง)

1. หลักการของรูปแบบ

รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประกอบด้วยหลักการที่สำคัญดังนี้

1.การจัดการเรียนรู้ต้องเน้นให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม กระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจโดยใช้เทคนิคต่างๆ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถจำได้ระยะยาว และได้ผลลัพธ์ทั้งด้านการรู้คิดทักษะกระบวนการและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

2.การจัดการเรียนรู้ที่คำนึงถึงพัฒนาการของผู้เรียนโดยการศึกษาความต้องการของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนได้กำหนดเป้าหมายที่เหมาะสม

3.การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเองโดยการค้นหาและสามารถดึงความรู้เดิมออกมาใช้อธิบายการเรียนรู้ข้อมูลใหม่และเน้นการใช้เทคนิคต่างๆเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และสามารถเก็บข้อมูลไว้ในความจำระยะยาว

4.การจัดการเรียนรู้ที่คำนึงถึงความรู้สึกและเจตคติของผู้เรียนโดยใช้แรงจูงใจให้ผู้เรียนอยากจะเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนมีความมุ่งมั่นให้เกิดการเปลี่ยนแปลงทางบวกและนำไปใช้ต่อไปในอนาคตได้

2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบ ประกอบด้วย

1. เพื่อให้เหมาะสมกับความรู้ความสามารถของผู้เรียนและผู้เรียนทราบเป้าหมายการเรียนรู้และกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความต้องการที่จะเรียนรู้เพื่อการเปลี่ยนแปลงที่ดีขึ้นเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความท้าทายและต้องการที่จะเรียนรู้เพื่อการเปลี่ยนแปลงที่ดีขึ้น

2. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้เดิมมาใช้อย่างมีประสิทธิภาพ สร้างความท้าทายในการเรียนรู้ และกระตุ้นและชี้แนะผู้เรียนให้บรรลุเป้าหมายของการเรียน

3. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงข้อมูลเพื่อสามารถลงมือปฏิบัติและนำเสนอได้ ทำให้ผู้เรียนเกิดความจำระยะยาวโดยใช้การประมวลความรู้ใหม่

4. เพื่อตรวจสอบพัฒนาการของผู้เรียนให้ทราบจุดแข็งและจุดที่ต้องปรับปรุงและพัฒนาตนเอง

3. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ผู้วิจัยได้นำ ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ การโค้ชเพื่อการรู้คิด และการให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ มาวิเคราะห์เป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 5 ขั้นตอน โดยมีรายละเอียดดังนี้

ขั้นที่ 1 การกำหนดเป้าหมาย หมายถึง การที่ผู้สอนสร้างบรรยากาศในการเรียนที่เน้นให้ผู้เรียนได้เลือกตัดสินใจและลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง โดยให้ผู้เรียนได้กำหนดเป้าหมายในการพัฒนาตนเอง วางแผนและการประเมินความสำเร็จ โดยผู้สอนจะกำหนดพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียนในลักษณะที่เป็นรูปธรรมสามารถสังเกตและวัดได้นอกจากนี้ยังช่วยให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าในสิ่งที่จะเรียนรู้

ซึ่งในขั้นตอนการกำหนดเป้าหมายนี้ ผู้สอนจะทำการชี้แจงวัตถุประสงค์การเรียนรู้ วิธีการเรียนรู้ กระบวนการเรียนรู้ ภาระงาน สื่อและแหล่งการเรียนรู้ จนถึงวิธีการวัดและเกณฑ์การประเมินผลให้ผู้เรียนทราบในการเริ่มการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนสามารถกำหนดเป้าหมายที่เหมาะสมในการพัฒนาตนเอง รวมถึงการวางแผนและประเมินความสำเร็จ ผู้สอนอาจใช้เทคนิควิธีการต่างๆ ในการสร้างแรงจูงใจให้กับผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนสนใจอยากเรียนรู้จะเป็นการให้ข้อมูล และอยากปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ ด้วยเหตุผลว่าเป็นสิ่งสำคัญและมีประโยชน์ทั้งนี้เพื่อกระตุ้นการเรียนรู้ (feed-up) ซึ่งการให้ข้อมูลพื้นฐานของการเรียนรู้จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจภายใน (inner motivation) ซึ่งเป็นแรงจูงใจในการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าในสิ่งที่จะเรียน ซึ่งในขั้นตอนนี้ยังจะช่วยให้ผู้สอนมองเป็นเป้าหมายในการจัดการเรียนการสอนของตน และยังช่วยให้การประเมินผลทำได้ง่ายและตรงประเด็น

ขั้นที่ 2 การทบทวนประสบการณ์เดิม หมายถึง การทบทวนความรู้พื้นฐานเดิมที่ผู้เรียนเคยได้เรียนมาแล้วเพื่อให้ผู้เรียนได้ซึมซับและจัดระบบความรู้ของตนเองเพื่อที่จะจดจำและนำออกมาใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ การกระตุ้นให้ผู้เรียนดึงความรู้เดิมจะมีการวางแผนปฏิบัติ ผู้เรียนจะไตร่ตรองความคิดของตนเอง เพื่อค้นหาและดึงความรู้เดิมมาใช้ในการอธิบายความรู้ใหม่

ซึ่งในขั้นตอนการทบทวนประสบการณ์เดิมนี้นี้ ผู้สอนจะสร้างบรรยากาศการเรียนการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมรอบตัว โดยใช้วิธีการต่างๆ เช่น การทบทวน การทำซ้ำ การเรียบเรียง หรือการจัดหมวดหมู่ การขยายความคิด เป็นต้น ผู้สอนอาจใช้การซักถามผู้เรียนเป็นรายบุคคลเพื่อเป็นข้อมูลในการเลือกการได้ช โดยเน้นให้ผู้เรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นมากกว่าการแนะนำหรือชี้แนะ ผู้สอนอาจใช้คำถามที่ทรงพลัง (Power Question) เพื่อกระตุ้นการคิด และชี้แนะให้ผู้เรียนแสดงออกถึงพัฒนาการการเรียนรู้ของตนเอง ผู้สอนสามารถใช้คำถามเป็นรูปแบบการปฏิสัมพันธ์โดยทั่วไประหว่างผู้เรียนกับผู้สอน โดยคำถามที่ใช้ต้องเป็นคำถามที่ท้าทายความคิดของผู้เรียน มีคำถามทั้งระดับง่ายและยาก ทั้งนี้ผู้สอนสามารถเลือกใช้คำถามที่เหมาะสมกับความรู้ความสามารถของผู้เรียนแต่ละคน กล่าวคือเมื่อผู้สอนใช้คำถามไปตามลำดับขั้นตอนที่เตรียมไว้ ถ้าผู้เรียนไม่สามารถตอบได้ ผู้สอนสามารถลดระดับขึ้นคำถามลงเพื่อทบทวนระดับความรู้ความเข้าใจของผู้เรียนก่อนจะก้าวสู่คำถามในระดับสูงต่อไป

ขั้นที่ 3 การเพิ่มประสบการณ์ใหม่ หมายถึง การสอนโดยเสนอสิ่งใหม่หรือเรื่องใหม่ที่มีความสัมพันธ์กับเรื่องเดิม โดยเน้นการสอนในภาพรวมก่อนแล้วจึงสอนแยกทีละส่วนที่เป็น

รายละเอียดปลีกย่อย สอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมก่อนเพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจลักษณะต่างๆ ได้ดี โดยผู้สอนอาจใช้การตั้งคำถามผู้เรียนด้วยเทคนิคต่างๆ เพื่อเสริมสร้างกระบวนการคิด ที่นำไปสู่การวางแผนการ การแก้ปัญหาและการสร้างสรรค์

ซึ่งในขั้นตอนการเพิ่มประสบการณ์ใหม่นี้ ผู้สอนจะทำการสอนโดยเริ่มจากประสบการณ์ เดิมก่อนแล้วจึงเสนอความรู้ใหม่ที่มีความสัมพันธ์กับเรื่องเดิม โดยอาจใช้เกมส์ การจำลอง การทดลอง การเปรียบเทียบจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจและเข้าใจลักษณะต่างๆ ในระหว่างการ สอนผู้สอนจะใช้การตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนคิด แสวงหาคำตอบ ค้นหาทางเลือก การตัดสินใจ และการแก้ปัญหา เป็นต้น โดยผู้สอนอาจใช้กลยุทธ์การตั้งคำถามที่ทรงพลัง คือถามด้วยคำถามที่ ชัดเจน มีความเฉพาะเจาะจง เพราะคำถามที่ชัดเจนจะทำให้ผู้เรียนมีประเด็นในการหาคำตอบ ใช้ คำถามที่หลากหลาย ได้แก่คำถามปลายปิด และคำถามปลายเปิด นอกจากนี้ยังมีการให้ข้อมูล ย้อนกลับ ให้หลักการคิดและวิธีการคิดที่หลากหลายเพื่อให้ผู้เรียนเกิดแรงบันดาลใจ

ขั้นที่ 4 การเชื่อมโยง หมายถึง การกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจต่อสิ่งที่จะเรียนรู้ โดยเชื่อมโยงกับการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน และความรู้เดิม ซึ่งในขั้นตอนนี้ผู้สอนต้องเร้าความสนใจ และทำให้ผู้เรียนตระหนักรู้ถึงประโยชน์ที่ได้จากการเรียน นอกจากนี้ผู้สอนยังให้กำลังใจด้วยคำชมเชย ที่เน้นความพยายามเพื่อให้ผู้เรียนจำเป็นประสบการณ์ตรงที่กระทำสำเร็จด้วยตนเองไว้ จนพัฒนาเป็น ความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง

ซึ่งในขั้นตอนการเชื่อมโยงนี้ ผู้สอนจะนำเทคนิคต่างๆ มาใช้ในการเรียนการสอน เพื่อให้ ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงสิ่งเดิมกับสิ่งใหม่ โดยใช้คำถามที่ท้าทายความคิดของนักเรียน ที่มีทั้งระดับ ง่ายและยาก เน้นการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยเพื่อนและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีเวลาคิดและใช้คำถามถาม สิ่งที่ยุ่เรียนกำลังคิด เพื่อให้เกิดแรงจูงใจในการทำงาน ผู้สอนใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนได้ตรวจสอบ ความรู้ความเข้าใจของตนเอง รวมทั้งช่วยให้ผู้เรียนเกิดความกระจำสามารถเชื่อมโยงความรู้ความ เข้าใจใหม่ที่เกิดขึ้นและทำให้พัฒนาการเรียนรู้ได้มากขึ้น นอกจากนี้ผู้สอนอาจใช้การให้ข้อมูลย้อนกลับ (feedback) โดยเน้นใช้การสื่อสารทางบวก เพื่อเพิ่มพลังในการสืบเสาะหาความรู้ของผู้เรียน โดย ผู้สอนอาจเน้นที่ส่วนใดส่วนหนึ่งของงานหรือสิ่งที่ยุ่เรียนกำลังทำอยู่นั้นสิ่งที่น่าสนใจที่สุดคืออะไร เพราะอะไร อะไรช่วยให้งานมีคุณภาพมากขึ้น ผู้สอนอาจเน้นว่า ยังมีวิธีพัฒนางานนี้ได้ดีขึ้นกว่านี้อีก หรือไม่ ส่วนไหนที่คิดว่าดีที่สุด เล่าให้ฟังมากกว่านี้จะได้ไหม การให้ข้อมูลเพื่อเพิ่มพลังในการ ตรวจสอบตนเอง ผู้สอนอาจพูดกระตุ้นว่า นักเรียนคิดว่าทำอย่างนี้แล้วจะเกิดผลดีหรือผลเสียอย่างไร จากตรงนี้ไปนักเรียนคิดว่าจะทำอะไรต่อไป ส่วนไหนของงานที่อยากปรับปรุงมันให้ดียิ่งขึ้น เป็นต้น

ขั้นที่ 5 การสรุป หมายถึง การสรุปมโนทัศน์ที่ได้จากการเรียน โดยที่ผู้เรียนและผู้สอน ร่วมกันสรุปเนื้อหาที่ได้เรียนมาแล้วนำเสนอในรูปแบบต่างๆ ที่เข้าใจได้ง่าย เพื่อผู้สอนจะได้ประเมิน

ความรู้ที่ผู้เรียนได้รับและสามารถประเมินได้ว่าความรู้ที่ได้นั้นเป็นความจำระยะยาวและสามารถเก็บข้อมูลในความจำระยะยาวมาใช้อย่างมีประสิทธิภาพ สามารถต่อยอดเพื่อนำความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้กับชีวิตประจำวันได้

เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนเน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการสรุปเนื้อหาแล้วนำเสนอในรูปแบบที่เข้าใจง่าย ๆ เช่น เทคนิคแผนภูมิความคิด และให้ข้อเสนอแนะเชิงบวก เน้นกิจกรรมการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง ผู้สอนอาจใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนพบความกระจ่างนำทางสู่การสรุปความคิดสำคัญหรือความคิดหลักได้ นอกจากนี้ผู้สอนอาจใช้การให้ข้อมูลต่อยอด (feed-forward) เพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง เพิ่มเติมภายหลังจากการจัดการเรียนการสอน โดยครูให้นักเรียนทำชิ้นงานหรือผลงานออกมาแล้วนำมาเสนอต่อเพื่อน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียน และสามารถประเมินผลร่วมกับผู้เรียน เพื่อให้ข้อเสนอแนะสำหรับชั่วโมงต่อไปที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเปลี่ยนแปลงไปในทางบวก

4. การประเมินผลของรูปแบบ

การประเมินผลการเรียนรู้แบบ Time – Series Design โดยเน้นการศึกษาพัฒนาการการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยใช้รูปแบบการประเมินผลการเรียนรู้ตามสภาพจริง (Authentic assessment) ซึ่งให้ผู้ประเมินหลายๆ ฝ่าย เช่น ครูผู้สอน ผู้เรียน เพื่อน เป็นต้น ใช้วิธีการและเครื่องมือหลากหลายชนิดวัดและประเมินหลายๆ ครั้งในช่วงเวลาการเรียนรู้ และสะท้อนผลการประเมินสู่การปรับปรุงและพัฒนาผู้เรียน มีรายละเอียด ดังนี้

1. สร้างสถานการณ์ให้ผู้เรียนสนใจแล้วใช้การสังเกตการซักถามและทำกิจกรรมระหว่างเรียน
2. ใช้การประเมินระหว่างเรียนที่หลากหลายเช่น นักเรียนกับนักเรียน ครูกับนักเรียน การประเมินเป็นรายบุคคล และทำการประเมินเป็นระยะ
3. ใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ เพื่อประเมินทักษะการคิดและการแก้ปัญหาของผู้เรียน โดยเปรียบเทียบก่อนและหลังเรียน

4. ครูและนักเรียนมีการให้ข้อมูลย้อนกลับเพื่อนำไปพัฒนาต่อไป

โดยผู้วิจัยได้แบ่งการเก็บรวบรวมข้อมูลออกเป็น 3 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 ก่อนการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้

ในระยะนี้ เป็นการวัดและประเมินความพร้อมของนักเรียน การวัดและประเมินความรู้พื้นฐานเดิมที่จะใช้เรียนเรื่องใหม่ เป็นการวัดก่อนเรียนเนื้อหาใหม่ วัดและประเมินผลความรู้ในเรื่องที่จะเรียนก่อนเรียน เน้นการประเมินผู้เรียน ในเรื่องที่จะทำการจัดการเรียนรู้ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของนักเรียนในเรื่องที่จะเรียน ข้อมูลที่ได้เป็นข้อมูลเบื้องต้นนำไปเปรียบเทียบผลการเรียน

ภายหลังเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อดูการพัฒนาการเรียนรู้เพิ่มของนักเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ 3 ด้านคือ ด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ระยะที่ 2 ระหว่างการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้

ในระยะนี้ เป็นการตรวจสอบพัฒนาการของนักเรียนว่าบรรลุตามผลการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้หรือไม่ ผลการประเมินจะช่วยในการปรับปรุง แก้ไข และส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาสูงสุดตามศักยภาพ ทั้งยังช่วยในการปรับปรุง การจัดการเรียนรู้อีกด้วย ซึ่งใช้การเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นระยะๆ อย่างสม่ำเสมอตลอดการทดลอง นำข้อมูลมาปรับปรุงและแก้ไขรูปแบบการจัดการเรียนรู้ และพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ในหน่วยการเรียนรู้ต่อไปให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบบันทึกพฤติกรรมการเรียนรู้ และแบบรายงานตนเองของผู้เรียน

ระยะที่ 3 หลังการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้

ในระยะนี้ เป็นการประเมินผลเพื่อตรวจสอบความสำเร็จของผู้เรียนและ/หรือเป็นการประเมินผลหลังการจัดการเรียนรู้ โดยนำไปเปรียบเทียบกับประเมินก่อนเรียน เพื่อตรวจสอบผลการเรียนรู้ของผู้เรียนตรงตามที่คาดหวังหรือไม่ ผู้เรียนมีพัฒนาการมากน้อยเพียงไร โดยใช้แบบทดสอบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ 3 ด้านคือ ด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวทางรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์นี้ บทบาทของครูตามแนวทางของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ดังตาราง 25

ตาราง 25 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้ตามแนวทางของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้	บทบาทครู
ขั้นที่ 1 การกำหนดเป้าหมาย	- ครูชี้แจงวัตถุประสงค์การเรียนรู้ วิธีการเรียนรู้ กระบวนการเรียนรู้ ภาระงาน สื่อและแหล่งการเรียนรู้ วิธีการวัดและประเมินผลให้นักเรียนทราบเพื่อให้นักเรียนสามารถกำหนดเป้าหมายในการพัฒนาตนเอง - ครูใช้เทคนิคในการสร้างแรงจูงใจให้กับนักเรียน ทำให้นักเรียนอยากเรียนรู้และอยากปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ

ตาราง 25 (ต่อ)

กิจกรรมการเรียนรู้	บทบาทครู
ขั้นที่ 2 การทบทวน ประสบการณ์เดิม	- ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมรอบตัว โดยใช้วิธีการต่างๆ เช่น การทบทวน การทำซ้ำ การเรียบเรียง การขยายความคิด เป็นต้น - ครูซักถามนักเรียนเป็นรายบุคคลเพื่อเป็นข้อมูลในการเลือกการโต้ตอบ - ครูใช้พลังคำถาม (Power Question) เพื่อกระตุ้นการคิด และชี้แนะให้นักเรียนแสดงออกถึงพัฒนาการการเรียนรู้ของตนเอง
ขั้นที่ 3 การเพิ่มประสบการณ์ ใหม่	- ครูสอนโดยใช้ประสบการณ์เดิมหรือจากความรู้เดิมของนักเรียนก่อน แล้วจึงเสนอความรู้ใหม่ที่สัมพันธ์กับเรื่องเดิม - ครูใช้เกม การจำลอง การทดลอง การเปรียบเทียบจากสิ่งที่เป็นรูปธรรม เพื่อให้นักเรียนเข้าใจ - ระหว่างสอนครูตั้งคำถามกระตุ้นการคิดให้นักเรียน แสวงหาคำตอบ ค้นหาทางเลือก ตัดสินใจ และแก้ปัญหา - ครูใช้คำถามที่ชัดเจน ให้นักเรียนมีประเด็นในการหาคำตอบ - ครูให้ข้อมูลย้อนกลับ ให้นักเรียนคิดและวิธีการที่หลากหลาย
ขั้นที่ 4 การเชื่อมโยง	- ครูใช้เทคนิคต่างๆ มาช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงสิ่งเดิมกับสิ่งใหม่ โดยใช้คำถามที่ท้าทายความคิดของนักเรียน - เน้นการใช้ข้อมูลย้อนกลับโดยเพื่อน เปิดโอกาสให้นักเรียนมีเวลา คิดและใช้คำถามถามสิ่งที่คุณเรียนคิดเพื่อให้เกิดแรงจูงใจในการทำงาน - ครูใช้คำถามให้นักเรียนได้ตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตนเองและให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในเรื่องใหม่และพัฒนาความรู้ได้มากขึ้น - ครูใช้การสื่อสารทางบวกเพื่อเพิ่มพลังในการสืบเสาะหาความรู้ของนักเรียน - ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน เช่น นักเรียนคิดว่าทำอย่างนี้แล้วจะได้ผลลัพธ์อย่างไร จากตรงนี้ต่อไปนักเรียนคิดว่าจะทำอะไรต่อไป ส่วนไหนของงานที่อยากใหดีขึ้น เป็นต้น

ตาราง 25 (ต่อ)

กิจกรรมการเรียนรู้	บทบาทครู
ขั้นที่ 5 การสรุป	- ครูเน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการสรุปเนื้อหาแล้วนำเสนอในรูปแบบที่เข้าใจง่ายๆ เช่น แผนภูมิความคิด - ครูเน้นกิจกรรมที่นำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง - ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนในสามารถนำไปสู่การสรุปความคิดสำคัญได้ - ครูใช้การให้ข้อมูลต่อยอด (feed-forward) เพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง เพิ่มเติมหลังจากการจัดการเรียนการสอน - ครูให้นักเรียนทำชิ้นงานหรือผลงานออกมาแล้วนำมาเสนอต่อเพื่อน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียน

ทั้งนี้ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวทางของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์นี้ บทบาทของผู้เรียนตามแนวทางของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ดังตาราง 26

ตาราง 26 บทบาทของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้ตามแนวทางของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้	บทบาทผู้เรียน
ขั้นที่ 1 การกำหนดเป้าหมาย	- กำหนดเป้าหมายในการพัฒนาตนเองในเรื่องที่จะเรียนรู้ - วางแผนและประเมินความสำเร็จในการเรียนแต่ละเรื่อง
ขั้นที่ 2 การทบทวนประสบการณ์เดิม	- ดึงความรู้เดิมมาใช้ในการอธิบายความรู้ใหม่ - รู้จักถามเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ให้แก่ปัญหาได้ - พูดคุย มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างเพื่อนกับเพื่อน และระหว่างครู - พูดอธิบายปรากฏการณ์หรือความรู้ที่ได้ให้เพื่อนและครูฟังโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

ตาราง 26 (ต่อ)

กิจกรรมการเรียนรู้	บทบาทผู้เรียน
ขั้นที่ 3 การเพิ่มประสบการณ์ใหม่	- ร่วมกิจกรรมกลุ่ม ร่วมแลกเปลี่ยนแนวคิดของกันและกันเพื่อค้นหาทางเลือก รวมทั้งตัดสินใจและแก้ปัญหาที่ถูกต้อง - เรียนรู้ที่จะหาคำตอบด้วยวิธีที่หลากหลาย แล้วสรุปหาวิธีที่ดีที่สุด - กล้าที่จะคิดและตัดสินใจเมื่อได้ข้อมูลที่ใช้ในการแก้ปัญหาครบถ้วนแล้ว - เปลี่ยนความคิดเห็นที่ตนมีอยู่ได้ ถ้ามีข้อมูลที่มีเหตุผลมากกว่า
ขั้นที่ 4 การเชื่อมโยง	- กระตือรือร้นในการค้นหาข้อมูลและความรู้ - เป็นผู้ที่มีเหตุผล - สามารถระบุเป้าหมาย ประเด็นต่างๆ ได้อย่างสมเหตุสมผลและถูกต้อง - สามารถใช้หลักเหตุผลในการพิจารณาข้อมูลและนำเสนอคำตอบหรือทางเลือกที่สมเหตุสมผลได้
ขั้นที่ 5 การสรุป	- สามารถสรุปความคิดสำคัญหรือความคิดหลักได้ - สามารถนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิคต่างๆ เช่น กราฟ แผนภูมิความคิด วาดรูปประกอบ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง - สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้

2.2 ผลการตรวจสอบคุณภาพของร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้

1) ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของรูปแบบ

จากการดำเนินการตรวจสอบเบื้องต้นด้านความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ปรากฏผลดังตาราง 27

ตาราง 27 ระดับความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

รายการ	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล		
	$\bar{X}$	<i>S.D</i>	แปลความหมาย
1. หลักการและเหตุผลของรูปแบบ			
1.1 ทฤษฎี แนวคิด และหลักการที่นำมาใช้เหมาะกับการจัดการเรียนการสอนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1	4.00	0.71	มาก
1.2 หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้มีความชัดเจนสามารถนำไปใช้ได้จริง	4.60	0.55	มากที่สุด
2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบ			
2.1 มีความเหมาะสม สอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	4.00	0.71	มาก
2.2 มีความชัดเจนวัดและประเมินผลได้	4.80	0.45	มากที่สุด
2.3 มีประโยชน์ต่อการพัฒนาผู้เรียน	4.40	0.89	มาก
3. ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ			
ขั้นที่ 1 การกำหนดเป้าหมาย			
3.1 สอดคล้องกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์	4.40	0.55	มาก
3.2 มีความชัดเจน สามารถปฏิบัติได้จริง	4.80	0.45	มากที่สุด
3.3 กิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจเหมาะกับนักเรียน	4.00	0.71	มาก
3.4 มีความเหมาะสมสอดคล้องกับธรรมชาติของผู้เรียน	4.80	0.45	มากที่สุด

ตาราง 27 (ต่อ)

รายการ	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล		
	$\bar{X}$	$S.D$	แปลความหมาย
3. ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ (ต่อ)			
ขั้นที่ 2 การทบทวนประสบการณ์เดิม			
3.5 สอดคล้องกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์	4.20	0.84	มาก
3.6 มีความชัดเจน สามารถปฏิบัติได้จริง	4.60	0.55	มากที่สุด
3.7 กิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจเหมาะกับนักเรียน	4.20	0.45	มาก
3.8 มีความเหมาะสมสอดคล้องกับธรรมชาติของผู้เรียน	4.20	0.84	มาก
ขั้นที่ 3 การเพิ่มประสบการณ์ใหม่			
3.9 สอดคล้องกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์	3.80	0.84	มาก
3.10 มีความชัดเจน สามารถปฏิบัติได้จริง	4.00	0.71	มาก
3.11 กิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจเหมาะกับนักเรียน	4.00	1.00	มาก
3.12 มีความเหมาะสมสอดคล้องกับธรรมชาติของผู้เรียน	3.80	0.84	มาก
ขั้นที่ 4 การเชื่อมโยง			
3.13 สอดคล้องกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์	4.40	0.89	มาก
3.14 มีความชัดเจน สามารถปฏิบัติได้จริง	4.80	0.45	มากที่สุด
3.15 กิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจเหมาะกับนักเรียน	4.40	0.89	มาก
3.16 มีความเหมาะสมสอดคล้องกับธรรมชาติของผู้เรียน	4.20	0.45	มาก
ขั้นที่ 5 การสรุป			
3.17 สอดคล้องกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์	4.80	0.45	มากที่สุด
3.18 มีความชัดเจน สามารถปฏิบัติได้จริง	4.60	0.55	มากที่สุด
3.19 กิจกรรมการเรียนรู้มีความน่าสนใจเหมาะกับนักเรียน	4.20	0.84	มาก
3.20 มีความเหมาะสมสอดคล้องกับธรรมชาติของผู้เรียน	4.60	0.55	มากที่สุด

ตาราง 27 (ต่อ)

รายการ	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล		
	$\bar{X}$	$S.D$	แปลความหมาย
4. การวัดและประเมินผลรูปแบบ			
4.1 มีความเหมาะสม สอดคล้องกับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	4.60	0.45	มากที่สุด
4.2 มีความชัดเจนสามารถปฏิบัติได้จริง	4.80	0.45	มากที่สุด
รวมทั้งฉบับ	4.38	0.69	มาก

จากตาราง 27 พบว่า ร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ มีความเหมาะสมขององค์ประกอบต่างๆ ในภาพรวม อยู่ในระดับมาก ($\bar{X} = 4.38$, $S.D = 0.69$) โดยผู้เชี่ยวชาญได้ประเมินความเหมาะสมในระดับมากที่สุด 11 รายการ ได้แก่ ด้านหลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้มีความชัดเจน สามารถนำไปใช้ได้จริง ด้านวัตถุประสงค์ของรูปแบบมีความชัดเจนวัดและประเมินผลได้ ด้านขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบในขั้นที่ 1 การกำหนดเป้าหมาย มีความชัดเจน สามารถปฏิบัติได้จริง มีความเหมาะสมสอดคล้องกับธรรมชาติของผู้เรียน ในขั้นที่ 2 การทบทวนประสบการณ์เดิม มีความชัดเจน สามารถปฏิบัติได้จริง ในขั้นที่ 4 การเชื่อมโยง มีความชัดเจนสามารถปฏิบัติได้จริง และในขั้นที่ 5 การสรุป มีความสอดคล้องกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ มีความชัดเจน ปฏิบัติได้จริง มีความเหมาะสมสอดคล้องกับธรรมชาติของผู้เรียน และด้านการวัดและประเมินผลรูปแบบมีความเหมาะสมสอดคล้อง และมีความชัดเจนสามารถปฏิบัติได้จริง และมีความเหมาะสมในระดับมาก 16 รายการ โดยในภาพรวมรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีความเหมาะสมในระดับมาก แสดงว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนานี้ สามารถนำไปจัดการเรียนรู้ได้ ส่วนของข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ เพื่อปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ คือ ในขั้นกิจกรรมการเรียนรู้ ควรอธิบายให้ชัดเจนว่าให้นักเรียนทำคนเดียว หรือทำงานเป็นกลุ่ม และควรมีแบบสังเกตพฤติกรรมนักเรียนในการปฏิบัติงานเป็นรายบุคคลและการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่มในแต่ละคาบ เพื่อที่จะเห็นพัฒนาการของนักเรียน

2) ผลการตรวจสอบความสอดคล้องของรูปแบบ

จากการดำเนินการตรวจสอบเบื้องต้นด้านความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบต่างๆ ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ปรากฏผลดังตาราง 28

ตาราง 28 ระดับความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบต่างๆ ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

รายการ	ดัชนีความสอดคล้อง
1. หลักการกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบ	1.00
2. หลักการกับกระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ	0.80
3. หลักการกับการวัดและประเมินผลของรูปแบบ	0.60
4. วัตถุประสงค์กับกระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ	0.80
5. วัตถุประสงค์กับการวัดและประเมินผลของรูปแบบ	1.00
6. กระบวนการจัดการเรียนรู้กับการวัดและประเมินผลของรูปแบบ	0.80

จากตาราง 28 พบว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ มีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่าง แสดงว่า 0.60 – 1.00 แสดงว่า องค์ประกอบแต่ละองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้มีความสอดคล้องกัน เมื่อพิจารณาในแต่ละประเด็นการประเมิน พบว่า รายการประเมินที่มีระดับความสอดคล้องสูงสุดคือ มีระดับความสอดคล้องเท่ากับ 1.00 มี 2 รายการ ได้แก่ ความสอดคล้องระหว่างหลักการกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบ และความสอดคล้องระหว่างวัตถุประสงค์กับการวัดและประเมินผลของรูปแบบ ส่วนรายการประเมินที่มีความสอดคล้องต่ำกว่า 1.00 ได้แก่ ความสอดคล้องระหว่างหลักการกับกระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ ความสอดคล้องระหว่างหลักการกับการวัดและประเมินผลของรูปแบบ ความสอดคล้องระหว่างวัตถุประสงค์กับกระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ และความสอดคล้องระหว่างกระบวนการจัดการเรียนรู้กับการวัดและประเมินผลของรูปแบบ

3) ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ ปรากฏผลดังตาราง 29

ตาราง 29 ผลการตรวจสอบความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้

รายการประเมิน	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล		
	$\bar{X}$	<i>S.D</i>	แปลความหมาย
1. ภาพรวมของของแผนการจัดการเรียนรู้			
1.1 ความครบถ้วน ครอบคลุมความต้องการจำเป็นของแผนการจัดการเรียนรู้	4.80	0.45	มากที่สุด
1.2 การเรียงลำดับมีความเหมาะสม เข้าใจง่าย	4.40	0.55	มาก
1.3 องค์ประกอบของแผนมีความสอดคล้องกัน	4.20	0.45	มาก
2. สารการเรียนรู้			
2.1 ความสอดคล้องกับจุดประสงค์ สามารถนำไปสู่การบรรลุจุดประสงค์ที่กำหนด	4.80	0.45	มากที่สุด
2.2 ความสำคัญและเหมาะสมที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้	4.60	0.55	มากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้			
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้	4.80	0.45	มากที่สุด
3.2 แสดงถึงสิ่งที่มุ่งหวังจะเกิดกับผู้เรียน	4.60	0.55	มากที่สุด
3.3 สามารถประเมินได้	5.00	0.00	มากที่สุด
4. สารสำคัญ			
4.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์ และนำไปสู่การบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด	4.00	0.71	มาก
4.2 เหมาะสมที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้	4.60	0.55	มากที่สุด
5. กิจกรรมการเรียนรู้			
5.1 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสม	4.20	0.45	มาก
5.2 กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้	4.80	0.45	มากที่สุด
5.3 มีความชัดเจน สามารถนำไปปฏิบัติได้	4.20	0.84	มาก

ตาราง 29 (ต่อ)

รายการประเมิน	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล		
	$\bar{X}$	<i>S.D</i>	แปลความหมาย
5. กิจกรรมการเรียนรู้ (ต่อ)			
5.4 สอดคล้องกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้	4.80	0.45	มากที่สุด
5.5 ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้	5.00	0.00	มากที่สุด
5.6 ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้	5.00	0.00	มากที่สุด
5.7 มีความน่าสนใจ	4.60	0.55	มากที่สุด
6. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้			
6.1 กำหนดรายการชัดเจน จัดเตรียมได้ง่ายและสะดวก	4.20	0.45	มาก
6.2 การเรียบเรียงเป็นไปตามลำดับการใช้	5.00	0.00	มากที่สุด
6.3 ความสอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้	5.00	0.00	มากที่สุด
7. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้			
7.1 ความสอดคล้องกับจุดประสงค์ของแผนการจัดการเรียนรู้	4.60	0.55	มากที่สุด
7.2 มีความชัดเจนในการนำไปปฏิบัติ	4.60	0.55	มากที่สุด
7.3 ความเหมาะสมกับพฤติกรรมการเรียนรู้ที่ต้องการวัด	4.40	0.55	มาก
รวม	4.62	0.52	มากที่สุด

จากตาราง 29 พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้ มีความเหมาะสมในภาพรวมอยู่ในระดับมากที่สุด ($\bar{X} = 4.62$ $S.D = 0.52$) โดยมีความเหมาะสมในระดับมากที่สุด 16 รายการ ได้แก่ ภาพรวมของแผนการจัดการเรียนรู้มีความครบถ้วน ครอบคลุมความต้องการของแผน สาระการเรียนรู้ สอดคล้องกับจุดประสงค์ มีความสำคัญและเหมาะสมนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้สอดคล้องกับจุดประสงค์ของรูปแบบ แสดงถึงสิ่งที่มุ่งหวังจะเกิดกับผู้เรียน และสามารถประเมินได้ สาระสำคัญมีความเหมาะสม กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์ สอดคล้องกับรูปแบบ ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ มีความน่าสนใจ สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้มีการเรียบเรียงเป็นลำดับ และสอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์ของแผนการจัดการเรียนรู้และมีความชัดเจนในการนำไปปฏิบัติ และมีความเหมาะสมในระดับมากที่สุด 7 รายการ ทั้งนี้ผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะ

เพิ่มเติม ดังนี้ ในขั้นตอนของกิจกรรมการเรียนรู้เขียนให้ชัดเจนว่าข้อไหนที่ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่ม ข้อไหนที่ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมเป็นรายคน ในการวัดและประเมินผลควรมีการประเมินผลนักเรียนเป็นรายกลุ่ม และการประเมินผลเป็นรายคน

จากการตรวจสอบคุณภาพเบื้องต้นของร่างรูปแบบจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ดังกล่าว ผู้วิจัยได้ดำเนินการปรับปรุงแก้ไขและเตรียมความพร้อมสำหรับการศึกษานำร่อง (Pilot study) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างของการวิจัยต่อไป

4) ผลการศึกษานำร่อง (Pilot study)

การทดลองนำร่องรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองใช้กับนักเรียนโรงเรียนบ้านธาตุเชิงแกง อ.จุน จ.พะเยา ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1/1 จำนวน 30 คน ซึ่งผลการศึกษานำร่อง (Pilot study) สามารถสรุปได้ดังนี้

1. ผู้สอนมีความเห็นว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้ในภาพรวมส่งเสริมสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้านได้ดี ทั้งสมรรถนะการให้เหตุผล นักเรียนสามารถให้เหตุผลง่าย ๆ ในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น เช่น การบวกจำนวนเต็มลบ ให้นำจำนวนมารวมกันแล้วตอบติดลบ เพราะเป็นจำนวนลบเหมือนกันจึงนำจำนวนทั้งสองมาบวกกัน และตอบเป็นจำนวนเต็มลบ เป็นต้น สมรรถนะการสื่อสาร นักเรียนสามารถเขียน และนำเสนอหน้าห้องได้ถึงแม้จะใช้คำพูดไม่ถูกหลักการแต่มีความกล้าที่จะนำเสนองาน และสมรรถนะการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับการบวกลบจำนวนเต็มอย่างง่ายได้ถูกต้อง

2. ผู้สอนมีความเห็นว่า ควรเพิ่มจำนวนชั่วโมงในการปฏิบัติกิจกรรมให้มากขึ้น เนื่องจากในขั้นที่ 3 การเพิ่มประสบการณ์ใหม่ และขั้นที่ 4 การเชื่อมโยง ต้องให้เวลานักเรียนในการเชื่อมโยงความรู้ที่ได้สู่สถานการณ์ในชีวิตจริง เพื่อให้ นักเรียนสามารถพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น

3. ผู้สอนให้ข้อเสนอแนะว่า เอกสารต่างๆ เช่น ใบงานควรเน้นเป็นการแก้ปัญหาจำนวนเต็มที่เกี่ยวข้องเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันมากกว่า การหาคำตอบถูกผิด เพื่อให้ นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้และฝึกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

5) ผลการปรับปรุงแก้ไขร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้และเครื่องมือประกอบรูปแบบการจัดการเรียนรู้

จากการให้ข้อเสนอแนะของผู้สอนดังกล่าว ผู้วิจัยได้นำมาปรับปรุงรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ในประเด็นดังต่อไปนี้

1. ปรับแผนการจัดการเรียนรู้ให้ใช้เวลาในชั้นที่ 3 และชั้นที่ 4 ให้ใช้เวลาในมากขึ้นกว่าชั้นอื่นๆ และหากนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมไม่เสร็จในคาบเรียน ให้นักเรียนใช้เวลาว่างตอนกลางวันหรือช่วงเวลาลดเวลาเรียนเพิ่มเวลาในการปฏิบัติกิจกรรมเพิ่มเติม

2. ปรับปรุงเอกสารใบงานให้เน้นการแก้ปัญหาจำนวนเต็มที่เกี่ยวข้องกับปัญหาในชีวิตประจำวัน ให้มีความน่าสนใจ เพื่อส่งเสริมสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้มากขึ้น

3. เพิ่มเติมการจัดกิจกรรมกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสแลกเปลี่ยนความรู้ และเกิดการช่วยเหลือซึ่งกันและกันระหว่างเพื่อน เพราะนักเรียนจะกล้าถามสิ่งที่ไม่เข้าใจกับเพื่อน มากกว่าที่จะถามครู

ภายหลังการดำเนินการปรับปรุงร่างรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์แล้ว ผู้วิจัยได้ดำเนินการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3. ผลการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้

การทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

การดำเนินการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขแล้วเป็นการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยผู้วิจัยได้สุ่มกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ห้อง 1/2 โรงเรียนบ้านธาตุเชิงแกง อ.จุน จ.พะเยา จำนวน 30 คน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 รวมระยะเวลา 6 สัปดาห์ ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน หน่วยการเรียนรู้เรื่องระบบจำนวนเต็ม ประกอบด้วย 4 แผนการจัดการเรียนรู้ รวมเวลา 18 ชั่วโมง โดยมีรายละเอียด ดังนี้

3.1 ผลการวิเคราะห์สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1) การเปรียบเทียบคะแนนการประเมินสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้และหลังการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ ดังตาราง 30

ตาราง 30 เปรียบเทียบความแตกต่างคะแนนการประเมินสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ โดยแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลมีทั้งหมด 3 ข้อ ข้อละ 6 คะแนน คะแนนเต็ม 18 คะแนน

การทดสอบ	n	$\bar{x}$	S	t	df	Sig.
ก่อนการทดลอง	30	3.77	2.09	31.79	29	.000*
หลังการทดลอง	30	14.93	2.57			

จากตาราง 30 ผลการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างคะแนนการประเมินสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลก่อนและหลังการทดลอง พบว่า แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยคะแนนเฉลี่ยหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

2) การเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลก่อนการทดลอง ระหว่างการทดลองในสัปดาห์ที่ 2 สัปดาห์ที่ 4 และสัปดาห์ที่ 6 โดยใช้สถิติความแปรปรวนทางเดียวแบบวัดซ้ำ (one-way repeated-measures ANOVA)

ก่อนการวิเคราะห์ความแปรปรวน ผู้วิจัยได้ตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้น พบว่าการทดสอบ Compound Symmetry โดยใช้สถิติ Mauchly's Test of Sphericity พบว่า เป็น Compound Symmetry ซึ่งหมายถึง ค่าความสัมพันธ์ของตัวแปรตามแต่ละคู่ที่วัดซ้ำ (Correlation) และ ความแปรปรวนของตัวแปรตามในการวัดซ้ำแต่ละครั้ง (Variance) ไม่แตกต่างกัน ในการอ่านผลจะใช้วิธี Sphericity Assumed ดังแสดงในตาราง 31

ตาราง 31 แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล

สมรรถนะการให้เหตุผล	SS	df	MS	F	Sig
ความแปรปรวนร่วม	2203.82	3	734.61	247.79*	.000
ความคลาดเคลื่อน	257.92	87	2.97		

*p< .05

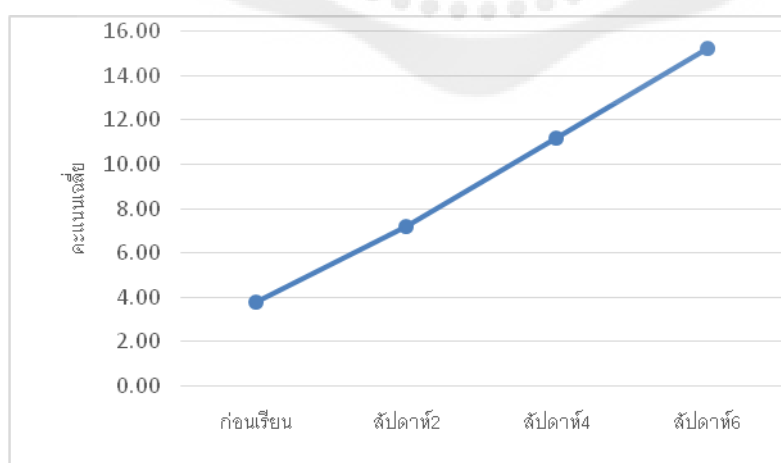
จากตาราง 31 พบว่า สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ อย่างน้อย 1 คู่ ผู้วิจัยจึงทำการทดสอบเปรียบเทียบเป็นรายคู่ต่อไป ดังตาราง 32

ตาราง 32 แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ในแต่ละระยะการทดลองเป็นรายคู่

ตัวแปร	ตัวแปรที่จับคู่	MD	SE	Sig
ก่อนการทดลอง	สัปดาห์ที่2	3.40	.469	.000
	สัปดาห์ที่4	7.40	.531	.000
	สัปดาห์ที่6	11.73	.446	.000
สัปดาห์ที่2	สัปดาห์ที่4	4.00	.362	.000
	สัปดาห์ที่6	8.03	.438	.000
สัปดาห์ที่4	สัปดาห์ที่6	4.03	.403	.000

MD = Mean Difference

จากตารางแสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยรายคู่ พบว่า ค่าเฉลี่ยในการวัด ก่อนการทดลอง สัปดาห์ที่2 สัปดาห์ที่ 4 และสัปดาห์ที่ 6 แตกต่างกัน แสดงว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น สามารถพัฒนานักเรียนให้มีสมรรถนะด้านการให้เหตุผลที่ดีขึ้นได้ โดยสามารถแสดงกราฟพัฒนาการของคะแนนเฉลี่ย ของแบบวัดสมรรถนะด้านการให้เหตุผล ดังภาพประกอบ 7



ภาพประกอบ 7 กราฟแสดงพัฒนาการของคะแนนเฉลี่ย ของแบบวัดสมรรถนะด้านการให้เหตุผล

3.2 ผลการวิเคราะห์สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ตาราง เปรียบเทียบความแตกต่างคะแนนการประเมินสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้

1) การเปรียบเทียบคะแนนการประเมินสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้และหลังการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ โดยแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสารมีทั้งหมด 3 ข้อ ข้อละ 6 คะแนน คะแนนเต็ม 18 คะแนนดังตาราง 33

2)

ตาราง 33 เปรียบเทียบความแตกต่างคะแนนการประเมินสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้

การทดสอบ	n	$\bar{x}$	S	t	df	Sig.
ก่อนการทดลอง	30	2.20	1.19	26.25	29	.000*
หลังการทดลอง	30	14.07	2.93			

จากตาราง 33 ผลการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างคะแนนการประเมินสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสารก่อนและหลังการทดลอง พบว่า แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยคะแนนเฉลี่ยหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

2) การเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสารก่อนการทดลอง ระหว่างการทดลองในสัปดาห์ที่ 2 สัปดาห์ที่ 4 และสัปดาห์ที่ 6 โดยใช้สถิติความแปรปรวนทางเดียวแบบวัดซ้ำ (one-way repeated-measures ANOVA)

ก่อนการวิเคราะห์ความแปรปรวน ผู้วิจัยได้ตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้น พบว่าการทดสอบ Compound Symmetry โดยใช้สถิติ Mauchly's Test of Sphericity พบว่า ไม่เป็น Compound Symmetry ซึ่งหมายถึง ค่าความสัมพันธ์ของตัวแปรตามแต่ละคู่ที่วัดซ้ำ (Correlation) และ ความแปรปรวนของตัวแปรตามในการวัดซ้ำแต่ละครั้ง (Variance) แตกต่างกัน ซึ่งผู้วิจัยได้อ่านผลโดยใช้วิธี Greenhouse-Geisser ดังแสดงในตาราง 34

ตาราง 34 แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสาร

สมรรถนะการสื่อสาร	SS	df	MS	F	Sig
ความแปรปรวนร่วม	2439.43	3	813.14	294.98*	.000
ความคลาดเคลื่อน	239.83	87	66.4		

*p< .05

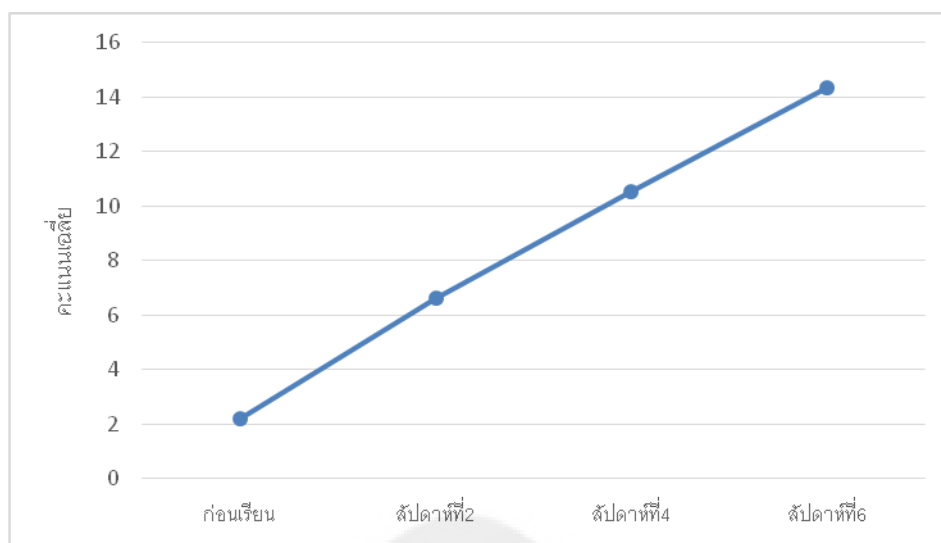
จากตาราง 34 พบว่า สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ อย่างน้อย 1 คู่ ผู้วิจัยจึงทำการทดสอบเปรียบเทียบเป็นรายคู่ต่อไป ดังตาราง 35

ตาราง 35 แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสาร ในแต่ละระยะการทดลองเป็นรายคู่

ตัวแปร	ตัวแปรที่จับคู่	MD	SE	Sig
ก่อนการทดลอง	สัปดาห์ที่2	4.43	.355	.000
	สัปดาห์ที่4	8.33	.480	.000
	สัปดาห์ที่6	12.13	.507	.000
สัปดาห์ที่2	สัปดาห์ที่4	3.90	.405	.000
	สัปดาห์ที่6	7.70	.465	.000
สัปดาห์ที่4	สัปดาห์ที่6	3.80	.330	.000

MD = Mean Difference

จากตารางแสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยรายคู่ พบว่า ค่าเฉลี่ยในการวัด ก่อนการทดลอง สัปดาห์ที่2 สัปดาห์ที่ 4 และสัปดาห์ที่ 6 แตกต่างกัน แสดงว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น สามารถพัฒนานักเรียนให้มีสมรรถนะด้านการสื่อสารที่ดีขึ้นได้ โดยสามารถแสดงกราฟพัฒนาการของคะแนนเฉลี่ย ของแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสาร ดังภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 กราฟแสดงพัฒนาการของคะแนนเฉลี่ยว ของแบบวัดสมรรถนะด้านการสื่อสาร

3.2.1 ผลการวิเคราะห์สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาทาง

คณิตศาสตร์

1) การเปรียบเทียบคะแนนการประเมินสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้และหลังการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ โดยแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหามีทั้งหมด 3 ข้อ ข้อละ 6 คะแนน คะแนนเต็ม 18 คะแนน ดังตาราง 36

2)

ตาราง 36 เปรียบเทียบความแตกต่างคะแนนการประเมินสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้

การทดสอบ	n	$\bar{x}$	S	t	df	Sig.
ก่อนการทดลอง	30	3.20	1.49	33.39	29	.000*
หลังการทดลอง	30	15.27	2.50			

จากตาราง 36 ผลการเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างคะแนนการประเมินสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาก่อนและหลังการทดลอง พบว่า แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยคะแนนเฉลี่ยหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

2) การเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาก่อนการทดลอง ระหว่างการทดลองในสัปดาห์ที่ 2 สัปดาห์ที่ 4 และสัปดาห์ที่ 6 โดยใช้สถิติความแปรปรวนทางเดียวแบบวัดซ้ำ (one-way repeated-measures ANOVA)

ก่อนการวิเคราะห์ความแปรปรวน ผู้วิจัยได้ตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้น พบว่าการทดสอบ Compound Symmetry โดยใช้สถิติ Mauchly's Test of Sphericity พบว่าเป็น Compound Symmetry ซึ่งหมายถึง ค่าความสัมพันธ์ของตัวแปรตามแต่ละคู่ที่วัดซ้ำ (Correlation) และ ความแปรปรวนของตัวแปรตามในการวัดซ้ำแต่ละครั้ง (Variance) แตกต่างกัน ในการอ่านผลจะใช้วิธี Sphericity Assumed ดังแสดงในตาราง 37

ตาราง 37 แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญห

สมรรถนะการแก้ปัญห	SS	df	MS	F	Sig
ความแปรปรวนร่วม	2659.77	3	886.59	527.47*	.000
ความคลาดเคลื่อน	146.23	87	1.68		

*p< .05

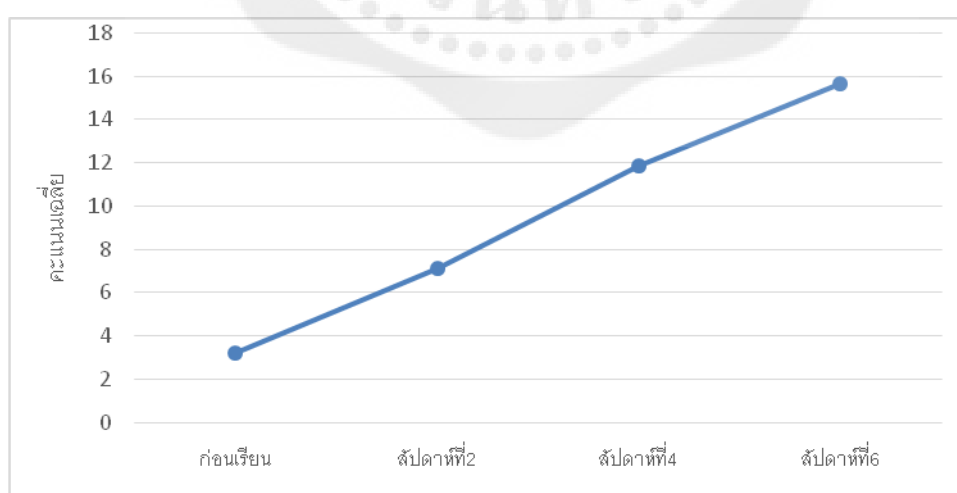
จากตาราง 37 พบว่า สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหานักเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ อย่างน้อย 1 คู่ ผู้วิจัยจึงทำการทดสอบเปรียบเทียบเป็นรายคู่ต่อไป ดังตาราง 38

ตาราง 38 แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา ในแต่ละระยะการทดลองเป็นรายคู่

ตัวแปร	ตัวแปรที่จับคู่	MD	SE	Sig
ก่อนการทดลอง	สัปดาห์ที่2	3.90	.241	.000
	สัปดาห์ที่4	8.67	.369	.000
	สัปดาห์ที่6	12.43	.403	.000
สัปดาห์ที่2	สัปดาห์ที่4	4.77	.355	.000
	สัปดาห์ที่6	8.53	.342	.000
สัปดาห์ที่4	สัปดาห์ที่6	3.77	.270	.000

MD = Mean Difference

จากตารางแสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยรายคู่ พบว่า ค่าเฉลี่ยในการวัด ก่อนการทดลอง สัปดาห์ที่2 สัปดาห์ที่ 4 และสัปดาห์ที่ 6 แตกต่างกัน แสดงว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น สามารถพัฒนานักเรียนให้มีสมรรถนะด้านการแก้ปัญหาที่ดีขึ้นได้ โดยสามารถแสดงกราฟพัฒนาการของคะแนนเฉลี่ย ของแบบวัดสมรรถนะด้านการแก้ปัญหา ดังภาพประกอบ 9



ภาพประกอบ 9 กราฟแสดงพัฒนาการของคะแนนเฉลี่ย ของแบบวัดสมรรถนะด้านการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 2 ผลการประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

1. ผลการประเมินประสิทธิผลของรูปแบบ

ผู้วิจัยได้นำผลจากการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ มาสรุปหาผลการประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ดังตาราง 39

ตาราง 39 แสดงผลการประเมินประสิทธิผลของรูปแบบ

เกณฑ์ประสิทธิผลของรูปแบบ	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	ผลการประเมิน
1. นักเรียนมีสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล หลังใช้รูปแบบสูงกว่าก่อนใช้รูปแบบ	สมรรถนะด้านการให้เหตุผลหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญที่สถิติที่ระดับ .05	เป็นไปตามเกณฑ์
2. นักเรียนมีสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสาร หลังใช้รูปแบบสูงกว่าก่อนใช้รูปแบบ	สมรรถนะด้านการสื่อสารหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญที่สถิติที่ระดับ .05	เป็นไปตามเกณฑ์
3. นักเรียนมีสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา หลังใช้รูปแบบสูงกว่าก่อนใช้รูปแบบ	สมรรถนะด้านการแก้ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญที่สถิติที่ระดับ .05	เป็นไปตามเกณฑ์

จากตาราง 39 พบว่ารูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เป็นไปตามเกณฑ์ประสิทธิผล

2. ข้อมูลเชิงคุณภาพจากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

การนำเสนอข้อมูลเชิงคุณภาพจากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ระหว่างทดลอง ผู้วิจัยได้ดำเนินการสังเกตพฤติกรรมและการตอบคำถามของนักเรียน เพื่อศึกษาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล การสื่อสาร และการแก้ปัญหาและบรรยากาศในการเรียน รวม 5 ประเด็น คือ 1) สมรรถนะการให้เหตุผล 2) สมรรถนะการสื่อสาร 3) สมรรถนะการแก้ปัญหา 4) การทำงานเป็นกลุ่ม และ 5) บรรยากาศในชั้นเรียน โดยทำการสังเกตและบันทึกคำพูดของนักเรียนระหว่างนักเรียนกับครู และระหว่างเพื่อนนักเรียน เนื่องจากเวลาในการทดลองทั้งสิ้น 6 สัปดาห์ ผู้วิจัยจึงทำการสังเกต 3 ครั้ง โดยสังเกตในสัปดาห์ที่ 1 ระหว่างวันที่ เพื่อเป็นข้อมูลพื้นฐานเมื่อเริ่มต้นการทดลอง สัปดาห์ที่

3 ระหว่างวันที่ เพื่อสังเกตความเปลี่ยนแปลงของพฤติกรรมของนักเรียน และสัปดาห์ที่ 5 ระหว่างวันที่ เพื่อสังเกตความเปลี่ยนแปลงของพฤติกรรมของนักเรียน ผลจากการสังเกตพฤติกรรมและการตอบคำถาม นักเรียนมีพัฒนาการด้านต่างๆ แสดงในตาราง 40



ตาราง 40 ข้อมูลเชิงคุณภาพจากการสังเกตคำพูด/พฤติกรรมของนักเรียน

ประเด็นการสังเกต	คำพูด/พฤติกรรมที่สะท้อนสมรรถนะทางคณิตศาสตร์		
	สัปดาห์ที่ 1	สัปดาห์ที่ 3	สัปดาห์ที่ 5
1) สมรรถนะด้านการให้เหตุผล	นักเรียนไม่สามารถบอกเหตุผลได้ว่าเหตุผลทำอะไรจึงได้คำตอบนั้นมา หรือให้เหตุผลแต่ยังไม่ถูกต้อง “...ผมเดาว่ามันน่าจะตอบแบบนี้ครับ.” “..จำนวนนี้เป็นค่าลบกับค่าลบ มันน่าจะเอามาลบกันเพราะมันลบเหมือนกัน...”	นักเรียนสามารถบอกเหตุผลในการแก้ปัญหาการบวก ลบ คูณ หาร จำนวนเต็มอย่างง่ายได้ถูกต้อง “...(-2)+(-3)= -5 ค่ะ เพราะจำนวนเต็มลบบวกกับจำนวนเต็มลบให้นำจำนวนมาบวกกันแล้วตอบเป็นจำนวนเต็มลบค่ะ” “...(-5) + 4 = -1 ครับ เพราะจำนวนเต็มลบบวกจำนวนเต็มบวกให้นำจำนวนมาลบกันเครื่องหมายให้ตอบตามจำนวนที่มาก ข้อนี้เลยตอบลบหนึ่งครับ..”	นักเรียนสามารถให้เหตุผลกับสิ่งที่นักเรียนแก้ปัญหาได้ถูกต้อง และสามารถเลือกใช้วิธีการให้เหตุผลได้อย่างหลากหลาย สามารถจัดลำดับขั้นตอนการให้เหตุผลและลงข้อสรุป พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้องอย่างสมเหตุสมผล “...การทำข้อนี้ต้องทำในวงเล็บก่อนค่ะ จากนั้นจึงนำคำตอบของทั้งสองวงเล็บมารวมกัน จากกฎการบวกลบจำนวนเต็มค่ะ....” “...จากสมบัติของการคูณจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ ดังนั้นข้อนี้จึงตอบ 16 ค่ะ หนูลองเอาไปแทนค่าในโจทย์แล้วถูกต้องค่ะ....”
2) สมรรถนะด้านการสื่อสาร	นักเรียนเขียนหรืออ่านสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง และยังไม่กล้าออกมาพูดอธิบายแนวคิดของตนเอง	นักเรียนเขียนและอ่านสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ถูกต้อง ออกนำเสนอข้อมูลได้ แต่ไม่สามารถสื่อสารเรื่องราวให้เพื่อนเข้าใจตรงกันได้	นักเรียนเขียนและอ่านสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ถูกต้อง ออกนำเสนอข้อมูลและสามารถสื่อสารเรื่องราวให้เพื่อนเข้าใจตรงกันได้

ประเด็นการสังเกต	คำพูด/พฤติกรรมที่สะท้อนสมรรถนะทางคณิตศาสตร์		
	สัปดาห์ที่ 1	สัปดาห์ที่ 3	สัปดาห์ที่ 5
2) สมรรถนะด้านการสื่อสาร (ต่อ)	“..(-3) > (-5) อ่านว่า -3 น้อยกว่า -5 ครับ ...” “...ผมไม่กล้าออกไปครับ กลัวเพื่อนล้อ...” “..หนูไม่แน่ใจว่าเขียนการบวกจำนวนเต็มแบบนี้เขียนถูกหรือเปล่านั้น...”	“...ให้เขียนอธิบายอย่างเดียวน่าจะดีกว่าครับโดยที่ไม่ต้องอธิบายให้เพื่อนฟัง....” “...หนูแก้ปัญหาคำนี้ได้แล้วแต่อธิบายให้เพื่อนเข้าใจไม่ได้ค่ะ...”	“..ข้อนี้หนูขอลองออกไปเขียนอธิบายหน้าห้องให้เพื่อนฟังนะคะ...” “..ข้อนี้เขียนในรูปสมการได้แบบนี้ถูกไหมคะ..” “...เพื่อนบอกว่าเข้าใจที่หนูอธิบายให้ฟังค่ะและหนูภูมิใจที่ทำให้เพื่อนเข้าใจเรื่องนี้...”
3) สมรรถนะด้านการแก้ปัญหา	นักเรียนไม่สามารถตอบได้ว่าปัญหาคืออะไร โจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้ และจะมีวิธีการดำเนินการอย่างไร รวมถึงไม่สามารถแก้ปัญหามาจากโจทย์ที่ครูกำหนดให้ได้เลย “..หนูไม่แน่ใจว่าโจทย์ข้อนี้ให้ทำอะไรค่ะ.” “.....โจทย์มันยาก ไม่อยากทำเลยครับ..” “...ผมแก้ปัญหาคำนี้ไม่ได้ครับ..”	นักเรียนสามารถตอบได้ว่าปัญหาคืออะไร โจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้ และมีวิธีการดำเนินการแก้ปัญหายังไง แต่ยังไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหามาจากโจทย์ที่กำหนดหรือยัง แก้ปัญหามาได้ไม่หลากหลายวิธีและละเอียดที่จะตรวจสอบคำตอบ “...ปัญหาคำนี้ต้องการหาวิธีคิดเงินที่เร็วที่สุดค่ะ หนูทำข้อนี้ได้ค่ะแต่ไม่แน่ใจว่าถูกหรือไม่” “...ผมลืมตรวจสอบข้อนี้ครับ..”	นักเรียนสามารถตอบได้ว่าปัญหาคืออะไร โจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้ และสามารถดำเนินการแก้ปัญหามาจากโจทย์ที่กำหนดโดยใช้กลยุทธ์ที่หลากหลายวิธีที่จะได้คำตอบที่ถูกต้องและอย่างรวดเร็ว และการตรวจสอบคำตอบรวมทั้งสามารถสร้างปัญหาที่เชื่อมโยงชีวิตจริงและแสดงวิธีหาคำตอบที่ถูกต้องได้ “...ข้อนี้มีวิธีหาคำตอบได้3แบบครับ...” “..ข้อนี้ง่ายจัง ทำได้ค่ะ...”

ตาราง 40 (ต่อ) ข้อมูลเชิงคุณภาพจากการสังเกตคำพูด/พฤติกรรมของนักเรียน

ประเด็นการสังเกต	คำพูด/พฤติกรรมที่สะท้อนสมรรถนะทางคณิตศาสตร์		
	สัปดาห์ที่ 1	สัปดาห์ที่ 3	สัปดาห์ที่ 5
3) สมรรถนะด้านการแก้ปัญหา (ต่อ)	“...(-4) + (-5) คำตอบคือ 9 ครับ เพราะ ลบกับลบเป็นบวกครับ...”	“...ข้อนี้หนูหาคำตอบได้วิธีเดียวค่ะ แต่เพื่อน คนอื่นคิดได้ตั้ง3วิธี....”	“...ผมและเพื่อนๆในกลุ่มช่วยกันสรุปวิธีการ แก้ปัญหาต่างๆแล้ว วิธีที่ 2 ช่วยให้หาคำตอบ เร็วและง่ายสุดครับ.....” “...ปัญหาข้อนี้อาจใช้สมการหรือวาดตารางก็ ได้ค่ะ..” “...ผมกับเพื่อนแข่งกันสร้างโจทย์แล้วให้เพื่อน อีกคนหาคำตอบครับ สนุกดี....”
4) การทำงานเป็นกลุ่ม	นักเรียนไม่ชอบการทำงานเป็นกลุ่ม เลือกเฉพาะเพื่อนที่อยากทำงานด้วย นักเรียนที่เรียนไม่เก่งจะไม่มีใครอยากอยู่ ในกลุ่มด้วย “..ครูหนูไม่ชอบทำงานกลุ่มขอทำงาน เดี่ยวนะคะ....” “..ครูคนนี้ไม่มีกลุ่มอยู่ค่ะ..”	นักเรียนยอมรับการทำงานเป็นกลุ่มมากขึ้น แต่การแบ่งงานกันทำยังไม่ทั่วถึง คือมี นักเรียนบางส่วนยังไม่ช่วยเพื่อนทำงาน “..เป็นกลุ่มก็ดีเหมือนกันจะได้ช่วยกันทำ สนุกดี บางข้อที่ไม่เข้าใจเพื่อนก็ช่วยอธิบาย” “..ครูคะคนนี้ไม่ช่วยคิดค่ะ รอลองอย่างเดียว เลย ...”	นักเรียนชอบการทำงานเป็นกลุ่ม ยอมรับ เพื่อนที่เรียนไม่เก่งและหาจุดเด่นของเพื่อนแต่ ละคนเพื่อให้งานของกลุ่มสำเร็จและพูดคุย แลกเปลี่ยนเรียนรู้ “..หนูชอบทำงานเป็นกลุ่มค่ะ เพราะได้ช่วยกัน คิด แลกเปลี่ยนกันสนุกดี..”

ประเด็นการสังเกต	คำพูด/พฤติกรรมที่สะท้อนสมรรถนะทางคณิตศาสตร์		
	สัปดาห์ที่ 1	สัปดาห์ที่ 3	สัปดาห์ที่ 5
4) การทำงานเป็นกลุ่ม(ต่อ)	“..หนูไม่อยากอยู่กับคนนี้จะเค้าไม่เก่ง.” “..จับกลุ่มอีกแล้ว ไม่ชอบเลย....”	“..ทำงานกลุ่มก็สนุกดีค่ะ เห็นเพื่อนไม่เข้าใจ ก็อยากช่วยให้เข้าใจ..”	“...ผมไม่เข้าใจเพื่อนในกลุ่มก็อธิบายให้ฟัง ครบรู้เรื่องดี เพราะกล้าถามกับเพื่อนมากกว่า และผมก็จะเป็นตัวแทนเพื่อนออกไปเขียนบน กระดาน ภูมิใจครับ..”
5) บรรยายภาคในชั้นเรียน	นักเรียนไม่ยอมตอบคำถาม เรียนโดยไม่มี ปฏิกริยาตอบสนอง เช่นครูถามแต่ไม่ตอบ นั่งฟังและจดบันทึกอย่างเดียว บางคนไม่ ตั้งใจเรียนเล่นกัน “..ไม่ชอบเรียนคณิตยาก....” “..ไม่กล้าตอบกลัวผิด แล้วเพื่อนหัวเราะ อยู่เงียบๆดีกว่า..”	นักเรียนยอมออกมาตอบปัญหาหน้าชั้นเมื่อ ครูเรียก แต่ยังไม่กล้าใช้คำถามกับครู มีบาง คนที่กล้าถามซึ่งเป็นเด็กที่เรียนดี “..ผมออกไปเพราะครูเรียกครับ แต่ถ้าให้ ออกไปเองไม่กล้า...” “..ไม่เข้าใจแต่ไม่รู้จะถามครูยังไง ถามเพื่อน ดีกว่า คุณกันง่ายดี..” “..ให้คนนี้ไปเค้าเค้าเก่งอยู่แล้ว ทำได้....”	นักเรียนออกแก้ปัญหาที่หน้าห้องเองโดยครูไม่ ต้องเรียก และสามารถพูดอธิบายหน้าชั้นได้ ชัดเจน กล้าที่จะถามครูเมื่อไม่เข้าใจ มีการ ได้ตอบกันระหว่างเพื่อนกับเพื่อนและระหว่าง นักเรียนกับครู “..สนุกดีค่ะ ไม่น่าเบื่อ โจทย์ก็คล้ายกับชีวิตจริง ถามครูบ่อยๆก็ไม่ถูกดุ....” “..ครูหนูขอออกมาอธิบายข้อนี้ค่ะ มีวิธีคิดอีก1 วิธีที่ไม่เหมือนอีกกลุ่มค่ะ ...” “..ข้อนี้เพื่อนทำไม่ถูกค่ะ ลองตรวจสอบแล้วไม่ ตรงกับโจทย์ ขอออกไปแก้ไขค่ะ...”

จากตาราง 40 ผลการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนด้านสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยพบว่าในสัปดาห์ที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่ไม่มีปฏิสัมพันธ์กับครูผู้สอนและระหว่างนักเรียนด้วยกัน โดยไม่ปรากฏพฤติกรรมที่แสดงออกถึงสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 สมรรถนะ ในการสังเกตพฤติกรรมนักเรียนครั้งที่ 2 ในสัปดาห์ที่ 3 ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนเริ่มเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมโดยพฤติกรรมที่สะท้อนให้เห็นถึงสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่เพิ่มขึ้นคือ สามารถให้เหตุผลอย่างง่ายได้ เช่น บอกได้ว่าปัญหาคืออะไร โจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้ จะมีวิธีดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างไร สามารถเขียนและอ่านสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้แต่ยังไม่สามารถสื่อสารให้เพื่อนเข้าใจได้ตรงกัน นอกจากนี้นักเรียนยังยอมรับการทำงานเป็นกลุ่ม เริ่มมีปฏิสัมพันธ์ทางบวกกับครู เช่นกล้าที่จะตอบคำถามครู จากนั้นผู้วิจัยได้ทำการสังเกตพฤติกรรมต่อเป็นครั้งที่ 3 ในสัปดาห์ที่ 5 พบว่านักเรียนยังคงมีพฤติกรรมที่สะท้อนสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่เพิ่มขึ้น โดยพิจารณาจากการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียน เช่น นักเรียนสามารถให้เหตุผลกับ และเลือกใช้วิธีการให้เหตุผลได้อย่างหลากหลาย พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้องอย่างสมเหตุสมผล สามารถเขียนและอ่านสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ถูกต้อง ออกนำเสนอข้อมูลและสามารถสื่อสารเรื่องราวให้เพื่อนเข้าใจตรงกันได้ และการมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีระหว่างเพื่อนนักเรียน เช่น นักเรียนชอบการทำงานเป็นกลุ่ม ยอมรับเพื่อนที่เรียนไม่เก่งและหาจุดเด่นของเพื่อนแต่ละคนเพื่อให้งานของกลุ่มสำเร็จและพูดคุยแลกเปลี่ยนเรียนรู้ แสดงว่ากระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น ช่วยเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ขั้นตอนที่ 3 ผลการปรับปรุงและแก้ไขรูปแบบการจัดการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์

จากผลการทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยสรุปประเด็นการปรับปรุงรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ให้ความสมบูรณ์มากขึ้น ดังตาราง 41

ตาราง 41 สรุปประเด็นการปรับปรุงรูปแบบการจัดการเรียนรู้

ประเด็นการปรับปรุง	สิ่งที่ได้ปรับปรุง
1. ความสุขในการเรียนรู้	1. เพิ่มความสุขในการเรียนรู้ของนักเรียนในหลักการทำงานของรูปแบบ
2. การตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียน	2. มีการตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียน ในระหว่างการทำกิจกรรมในขั้นที่ 3 โดยการให้นักเรียนทำแบบทดสอบสั้นๆ หรือทำกิจกรรมที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง โดยใช้ความรู้ที่นักเรียนได้เรียนมาในชั่วโมงนั้นๆ
3. การพัฒนาทักษะการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล	3. ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเฉพาะในขั้นตอนที่ 3 ถึงขั้นตอนที่ 5 ครูเน้นการทำกิจกรรมกลุ่ม โดยจัดกลุ่มนักเรียน 4-5 คนเพื่อให้ทุกคนสามารถมีโอกาสได้พูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดของตนเองได้ครบทุกคนและมีเวลาในการถกเถียงแนวคิดเพื่อร่วมกันกิจกรรมให้สำเร็จและนักเรียนทุกคนได้พัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์อย่างเต็มความสามารถ
4. การให้นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดหรือความคิดหลักได้	4. เน้นให้ครูใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนให้หลากหลาย ซึ่งอาจต้องใช้เวลามากขึ้นเพื่อให้นักเรียนสามารถประมวลผลข้อมูลและสรุปแนวคิดสำคัญได้ด้วยตนเองในการทำกิจกรรมในขั้นตอนที่ 5
5. รายละเอียดในแผนการจัดการเรียนรู้ ในหัวข้อกิจกรรมการเรียนรู้ ไม่ชัดเจนว่าหัวข้อไหนเป็นการทำงานกลุ่มหรืองานเดี่ยวและสื่ออุปกรณ์การเรียนรู้	5. เพิ่มเติมรายละเอียดของแผนการจัดการเรียนรู้ในหัวข้อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ชัดเจน เช่น “ให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม โดยจับกลุ่มๆละ 4-5 คน ” “ครูเป็นผู้แบ่งกลุ่มให้โดยใช้วิธีจับสลาก หรือเรียงลำดับเช่น เลขที่หาร5ลงตัวอยู่กลุ่ม 1 เป็นต้น” “นักเรียนทำไปงานเป็นชิ้นงานเดี่ยว” สื่ออุปกรณ์การเรียนรู้ มีการระบุรายละเอียดของเกมที่จะให้เล่น ในแต่ละกิจกรรม เน้นการนำอุปกรณ์ที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง

ผู้วิจัยได้นำประเด็นต่างๆ ที่ได้จากข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ และครูผู้สอนที่ได้ทำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ไปทดลองใช้ มาปรับปรุงรูปแบบการจัดการเรียนรู้ จนได้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์ดังนี้

รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1

1. หลักการของรูปแบบ

รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประกอบด้วยหลักการที่สำคัญดังนี้

- 1.1 การจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนสามารถแสดงแนวคิดและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
- 1.2 การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาเพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูล และสามารถยืนยันข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล
- 1.3 การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเองสามารถดึงความรู้เดิมออกมาใช้อธิบายการเรียนรู้ข้อมูลใหม่และแก้ปัญหาตามแนวทางหรือกลยุทธ์ที่เลือกไว้และตรวจสอบความถูกต้องได้
- 1.4 การจัดการเรียนรู้ที่คำนึงถึงความรู้สึกละเจตคติของผู้เรียนโดยใช้แรงจูงใจให้ผู้เรียนอยากจะเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนมีความมุ่งมั่นให้เกิดการเปลี่ยนแปลงทางบวกและนำไปใช้ต่อไปในอนาคตได้
- 1.5 การสร้างบรรยากาศในการเรียนให้ผู้เรียนมีความสุขในการเรียน เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้และพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน

2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบ ประกอบด้วย

- 2.1 เพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล การสื่อสารและการแก้ปัญหา
- 2.2 เพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้เดิมมาใช้อย่างมีประสิทธิภาพ สร้างความท้าทายในการเรียนรู้ และกระตุ้นและชี้แนะผู้เรียนให้บรรลุเป้าหมายของการเรียน
- 2.3 เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงข้อมูลเพื่อสามารถลงมือปฏิบัติและนำเสนอได้ ทำให้ผู้เรียนเกิดความจำระยะยาวโดยใช้การประมวลความรู้ใหม่
- 2.4 เพื่อตรวจสอบพัฒนาการของผู้เรียนให้ทราบจุดแข็งและจุดที่ต้องปรับปรุงและพัฒนาตนเอง

3. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ผู้วิจัยได้นำ ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ ทฤษฎีการเรียนรู้โดยการประมวลสารสนเทศ การโค้ชเพื่อการรู้คิด และการให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ มาวิเคราะห์เป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 5 ขั้นตอน โดยมีรายละเอียดดังนี้

ขั้นที่ 1 การกำหนดเป้าหมาย หมายถึง การที่ผู้สอนสร้างบรรยากาศในการเรียนที่เน้นให้ผู้เรียนได้เลือกตัดสินใจและลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง โดยให้ผู้เรียนได้กำหนดเป้าหมายในการพัฒนาตนเอง วางแผนและการประเมินความสำเร็จ โดยผู้สอนจะกำหนดพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียนในลักษณะที่เป็นรูปธรรมสามารถสังเกตและวัดได้นอกจากนี้ยังช่วยให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าในสิ่งที่จะเรียนรู้

ซึ่งในขั้นตอนการกำหนดเป้าหมายนี้ ผู้สอนจะทำการชี้แจงวัตถุประสงค์การเรียนรู้ วิธีการเรียนรู้ กระบวนการเรียนรู้ ภาระงาน สื่อและแหล่งการเรียนรู้ จนถึงวิธีการวัดและเกณฑ์การประเมินผลให้ผู้เรียนทราบในการเริ่มการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนสามารถกำหนดเป้าหมายที่เหมาะสมในการพัฒนาตนเอง รวมถึงการวางแผนและประเมินความสำเร็จ ผู้สอนอาจใช้เทคนิควิธีการต่างๆ ในการสร้างแรงจูงใจให้กับผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนสนใจอยากเรียนรู้จะเป็นการให้ข้อมูล และอยากปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ ด้วยเหตุผลว่าเป็นสิ่งสำคัญและมีประโยชน์ทั้งนี้เพื่อกระตุ้นการเรียนรู้ (feed-up) ซึ่งการให้ข้อมูลพื้นฐานของการเรียนรู้จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจภายใน (inner motivation) ซึ่งเป็นแรงจูงใจในการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าในสิ่งที่จะเรียน ซึ่งในขั้นตอนนี้ยังจะช่วยให้ผู้สอนมองเป็นเป้าหมายในการจัดการเรียนการสอนของตน และยังช่วยให้การประเมินผลทำได้ง่ายและตรงประเด็น

ขั้นที่ 2 การทบทวนประสบการณ์เดิม หมายถึง การทบทวนความรู้พื้นฐานเดิมที่ผู้เรียนเคยได้เรียนมาแล้วเพื่อให้ผู้เรียนได้ซึมซับและจัดระบบความรู้ของตนเองเพื่อที่จะจดจำและนำออกมาใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ การกระตุ้นให้ผู้เรียนดึงความรู้เดิมจะมีการวางแผนปฏิบัติ ผู้เรียนจะไตร่ตรองความคิดของตนเอง เพื่อค้นหาและดึงความรู้เดิมมาใช้ในการอธิบายความรู้ใหม่

ซึ่งในขั้นตอนการทบทวนประสบการณ์เดิมนั้น ผู้สอนจะสร้างบรรยากาศการเรียนการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมรอบตัว โดยใช้วิธีการต่างๆ เช่น การทบทวน การทำซ้ำ การเรียบเรียง หรือการจัดหมวดหมู่ การขยายความคิด เป็นต้น ผู้สอนอาจใช้การซักถามผู้เรียนเป็นรายบุคคลเพื่อเป็นข้อมูลในการเลือกการโค้ช โดยเน้นให้ผู้เรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นมากกว่าการแนะนำหรือชี้นำ ผู้สอนอาจใช้คำถามที่ทรงพลัง (Power Question) เพื่อกระตุ้นการคิด และชี้แนะให้ผู้เรียนแสดงออกถึงพัฒนาการการเรียนรู้ของตนเอง ผู้สอนสามารถใช้คำถามเป็นรูปแบบการปฏิสัมพันธ์โดยทั่วไประหว่างผู้เรียนกับผู้สอน โดยคำถามที่ใช้ต้องเป็นคำถามที่ท้าทายความคิดของผู้เรียน มีคำถามทั้งระดับง่ายและยาก ทั้งนี้ผู้สอนสามารถเลือกใช้คำถามที่เหมาะสมกับความรู้ความสามารถของผู้เรียนแต่ละคน กล่าวคือเมื่อผู้สอนใช้คำถามไปตามลำดับขั้นตอนที่เตรียมไว้

ถ้าผู้เรียนไม่สามารถตอบได้ ผู้สอนสามารถลดระดับขึ้นคำถามลงเพื่อทบทวนระดับความรู้ความเข้าใจของผู้เรียนก่อนจะก้าวสู่คำถามในระดับสูงต่อไป

ขั้นที่ 3 การเพิ่มประสบการณ์ใหม่ หมายถึง การสอนโดยเสนอสิ่งใหม่หรือเรื่องใหม่ที่มีความสัมพันธ์กับเรื่องเดิม โดยเน้นการสอนในภาพรวมก่อนแล้วจึงสอนแยกทีละส่วนที่เป็นรายละเอียดปลีกย่อย สอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมก่อนเพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจลักษณะต่างๆ ได้ดี นอกจากนี้ยังมีการตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียน ในระหว่างการทำกิจกรรม โดยการให้นักเรียนทำแบบทดสอบสั้นๆ หรือทำกิจกรรมที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงโดยใช้ความรู้ที่นักเรียนได้เรียนมาในช่วงเวลานั้นๆ โดยผู้สอนอาจใช้การตั้งคำถามผู้เรียนด้วยเทคนิคต่างๆ เพื่อเสริมสร้างกระบวนการคิด ที่นำไปสู่การวางแผนการ การแก้ปัญหาและการสร้างสรรค์

ซึ่งในขั้นตอนการเพิ่มประสบการณ์ใหม่นี้ ผู้สอนจะทำการสอนโดยเริ่มจากประสบการณ์เดิมก่อนแล้วจึงเสนอความรู้ใหม่ที่มีความสัมพันธ์กับเรื่องเดิม โดยอาจใช้เกมส์ การจำลอง การทดลอง การเปรียบเทียบจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจและเข้าใจลักษณะต่างๆ ในระหว่างการสอนผู้สอนจะใช้การตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนคิด แสวงหาคำตอบ ค้นหาทางเลือก การตัดสินใจ และการแก้ปัญหา เป็นต้น โดยผู้สอนอาจใช้กลยุทธ์การตั้งคำถามที่ทรงพลัง คือถามด้วยคำถามที่ชัดเจน มีความเฉพาะเจาะจง เพราะคำถามที่ชัดเจนจะทำให้ผู้เรียนมีประเด็นในการหาคำตอบ ใช้คำถามที่หลากหลาย ได้แก่คำถามปลายปิด และคำถามปลายเปิด นอกจากนี้ยังมีการให้ข้อมูลย้อนกลับ ให้หลักการคิดและวิธีการคิดที่หลากหลายเพื่อให้ผู้เรียนเกิดแรงบันดาลใจ

ขั้นที่ 4 การเชื่อมโยง หมายถึง การกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจต่อสิ่งที่จะเรียนรู้ โดยเชื่อมโยงกับการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน และความรู้เดิม ซึ่งในขั้นตอนนี้ผู้สอนต้องเร้าความสนใจและทำให้ผู้เรียนตระหนักรู้ถึงประโยชน์ที่ได้จากการเรียน นอกจากนี้ผู้สอนยังให้กำลังใจด้วยคำชมเชยที่เน้นความพยายามเพื่อให้ผู้เรียนจำเป็นประสบการณ์ตรงที่กระทำสำเร็จด้วยตนเองไว้ จนพัฒนาเป็นความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง

ซึ่งในขั้นตอนการเชื่อมโยงนี้ ผู้สอนจะนำเทคนิคต่างๆ มาใช้ในการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงสิ่งเดิมกับสิ่งใหม่ โดยใช้คำถามที่ท้าทายความคิดของนักเรียน ที่มีทั้งระดับง่ายและยาก เน้นการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยเพื่อนและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีเวลาคิดและใช้คำถามถามสิ่งที่ผู้เรียนกำลังคิด เพื่อให้เกิดแรงจูงใจในการทำงาน ผู้สอนใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนได้ตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตนเอง รวมทั้งช่วยให้ผู้เรียนเกิดความกระฉับสามารถเชื่อมโยงความรู้ความเข้าใจใหม่ที่เกิดขึ้นและทำให้พัฒนาการเรียนรู้ได้มากขึ้น นอกจากนี้ผู้สอนอาจใช้การให้ข้อมูลย้อนกลับ (feedback) โดยเน้นใช้การสื่อสารทางบวก เพื่อเพิ่มพลังในการสืบเสาะหาความรู้ของผู้เรียน โดยผู้สอนอาจเน้นที่ส่วนใดส่วนหนึ่งของงานหรือสิ่งที่ผู้เรียนกำลังทำอยู่นั้นสิ่งที่น่าสนใจที่สุดคืออะไร

เพราะอะไร อะไรช่วยให้งานมีคุณภาพมากขึ้น ผู้สอนอาจเน้นว่า ยังมีวิธีพัฒนางานนี้ได้ดีขึ้นกว่านี้อีกหรือไม่ ส่วนไหนที่คิดว่าดีที่สุด เล่าให้ฟังมากกว่านี้จะได้ไหม การให้ข้อมูลเพื่อเพิ่มพลังในการตรวจสอบตนเอง ผู้สอนอาจพูดกระตุ้นว่า นักเรียนคิดว่าทำอย่างนี้แล้วจะเกิดผลดีหรือผลเสียอย่างไร จากตรงนี้ไปนักเรียนคิดว่าจะทำอะไรต่อไป ส่วนไหนของงานที่ยากปรับปรุงมันให้ดียิ่งขึ้น เป็นต้น

ขั้นที่ 5 การสรุป หมายถึง การสรุปมโนทัศน์ที่ได้จากการเรียน โดยที่ผู้เรียนและผู้สอนร่วมกันสรุปเนื้อหาที่ได้เรียนมาแล้วนำเสนอในรูปแบบต่างๆ ที่เข้าใจได้ง่าย ครูใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนให้หลากหลาย ซึ่งอาจต้องใช้เวลามากขึ้นเพื่อให้นักเรียนสามารถประมวลผลข้อมูลและสรุปแนวคิดสำคัญได้ด้วยตนเอง และเพื่อผู้สอนจะได้ประเมินความรู้ที่ผู้เรียนได้รับและสามารถประเมินได้ว่าความรู้ที่ได้นั้นเป็นความจำระยะยาวและสามารถเก็บข้อมูลในความจำระยะยาวมาใช้อย่างมีประสิทธิภาพ สามารถต่อยอดเพื่อนำความรู้ไปประยุกต์ใช้กับชีวิตประจำวันได้

เป็นขั้นตอนที่ผู้สอนเน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการสรุปเนื้อหาแล้วนำเสนอในรูปแบบที่เข้าใจง่ายๆ เช่น เทคนิคแผนภูมิความคิด และให้ข้อเสนอแนะเชิงบวก เน้นกิจกรรมการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง ผู้สอนอาจใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนพบความกระจ่างนำทางสู่การสรุปความคิดสำคัญหรือความคิดหลักได้ นอกจากนี้ผู้สอนอาจใช้การให้ข้อมูลต่อยอด (feed-forward) เพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง เพิ่มเติมหลังจากการจัดการเรียนการสอน โดยครูให้นักเรียนทำชิ้นงานหรือผลงานออกมาแล้วนำมาเสนอต่อเพื่อน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียน และสามารถประเมินผลร่วมกับผู้เรียน เพื่อให้ข้อเสนอแนะสำหรับชั่วโมงต่อไปที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเปลี่ยนแปลงไปในทางบวก

4. การประเมินผลของรูปแบบ

การประเมินผลการเรียนรู้แบบ Time – Series Design โดยเน้นการศึกษาพัฒนาการการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยใช้รูปแบบการประเมินผลการเรียนรู้ตามสภาพจริง (Authentic assessment) ซึ่งใช้ผู้ประเมินหลายๆ ฝ่าย เช่น ครูผู้สอน ผู้เรียน เพื่อน เป็นต้น ใช้วิธีการและเครื่องมือหลากหลาย ชนิด วัดและประเมินหลายๆ ครั้งในช่วงเวลาการเรียนรู้ และสะท้อนผลการประเมินสู่การปรับปรุงและพัฒนาผู้เรียน มีรายละเอียด ดังนี้

1. สร้างสถานการณ์ให้ผู้เรียนสนใจแล้วใช้การสังเกตการซักถามและทำกิจกรรมระหว่างเรียน
2. ใช้การประเมินระหว่างเรียนที่หลากหลายเช่น นักเรียนกับนักเรียน ครูกับนักเรียน การประเมินเป็นรายบุคคล และทำการประเมินเป็นระยะ
3. ใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ เพื่อประเมินทักษะการคิดและการแก้ปัญหาของผู้เรียน โดยเปรียบเทียบก่อนและหลังเรียน

4. ครูและนักเรียนมีการให้ข้อมูลย้อนกลับเพื่อนำไปพัฒนาต่อไป

โดยผู้วิจัยได้แบ่งการเก็บรวบรวมข้อมูลออกเป็น 3 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 ก่อนการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้

ในระยะนี้ เป็นการวัดและประเมินความพร้อมของนักเรียน การวัดและประเมินความรู้พื้นฐานเดิมที่จะใช้เรียนเรื่องใหม่ เป็นการวัดก่อนเรียนเนื้อหาใหม่ วัดและประเมินผลความรู้ในเรื่องที่จะเรียนก่อนเรียน เน้นการประเมินผู้เรียน ในเรื่องที่จะทำการจัดการเรียนรู้ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนในเรื่องที่จะเรียน ข้อมูลที่ได้เป็นข้อมูลเบื้องต้นนำไปเปรียบเทียบผลการเรียนภายหลังเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อดูการพัฒนาการเรียนรู้เพิ่มของนักเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ 3 ด้านคือ ด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

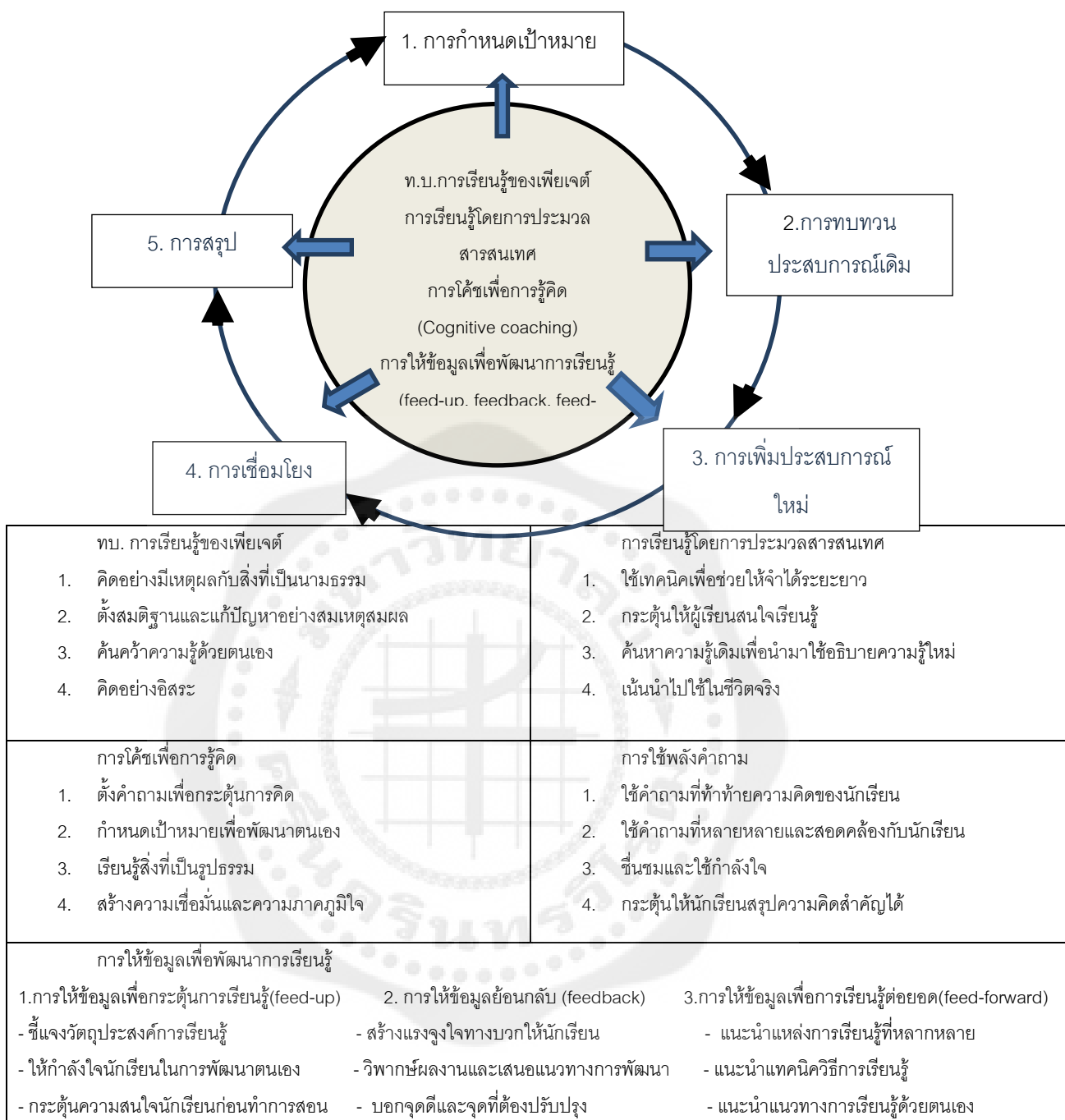
ระยะที่ 2 ระหว่างการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้

ในระยะนี้ เป็นการตรวจสอบพัฒนาการของนักเรียนว่าบรรลุตามผลการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้หรือไม่ ผลการประเมินจะช่วยให้ในการปรับปรุง แก้ไข และส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาสูงสุดตามศักยภาพ ทั้งยังช่วยในการปรับปรุง การจัดการเรียนรู้อีกด้วย ซึ่งใช้การเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นระยะๆ อย่างสม่ำเสมอตลอดการทดลอง นำข้อมูลมาปรับปรุงและแก้ไขรูปแบบการจัดการเรียนรู้ และพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ในหน่วยการเรียนรู้ต่อไปให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โดยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบบันทึกพฤติกรรมการเรียนรู้ และแบบรายงานตนเองของผู้เรียน

ระยะที่ 3 หลังการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้

ในระยะนี้ เป็นการประเมินผลเพื่อตรวจสอบความสำเร็จของผู้เรียนและ/หรือเป็นการประเมินผลหลังการจัดการเรียนรู้ โดยนำไปเปรียบเทียบกับประเมินก่อนเรียน เพื่อตรวจสอบผลการเรียนรู้ของผู้เรียนตรงตามที่คาดหวังหรือไม่ ผู้เรียนมีพัฒนาการมากน้อยเพียงไร โดยใช้แบบทดสอบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ 3 ด้านคือ ด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ดังนั้นสามารถสรุปรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้ดังภาพประกอบ 10



ภาพประกอบ 10 รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 1



ภาพประกอบ 10 (ต่อ) รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่องการพัฒนา รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยและพัฒนาโดยสรุป ดังนี้

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. เพื่อประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยดำเนินการโดยใช้กระบวนการวิจัยและพัฒนา (Research and Development) ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีรายละเอียด ดังนี้

1. การศึกษาข้อมูลพื้นฐานในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากเอกสาร งานวิจัยและผู้ที่เกี่ยวข้อง คือ อาจารย์สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวทางการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ โดยศึกษาองค์ประกอบของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ แนวคิด ทฤษฎีที่นำมาใช้ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ และสร้างเครื่องมือประกอบรูปแบบการจัดการเรียนรู้ฉบับร่าง
3. การทดลองใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เป็นการนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นไปทดลองใช้จริง โดยออกแบบการทดลองใช้แบบศึกษากลุ่มเดียว วัดแบบอนุกรมเวลา (The one group time series design) วัดซ้ำโดยใช้การวิเคราะห์ Repeated Measures ANOVA

ขั้นตอนที่ 2 การประเมินประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วยข้อมูลเชิงปริมาณคือการหาเกณฑ์ประสิทธิผลของรูปแบบการเรียนรู้ว่า สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้านการให้เหตุผล การสื่อสาร และการแก้ปัญหาที่ก่อนเรียนสูงกว่าหลังเรียนหรือไม่ และข้อมูลเชิงคุณภาพจากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

ขั้นตอนที่ 3 การปรับปรุงและแก้ไขรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยเป็นการปรับปรุงแก้ไขรูปแบบการจัดการเรียนรู้ภายหลังจากการนำไปทดลองใช้จริง

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้สรุปผลได้ดังนี้

1. รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประกอบด้วยองค์ประกอบที่สำคัญ 4 องค์ประกอบ ได้แก่ **หลักการของรูปแบบ** มี 5 ข้อ ได้แก่ 1) เน้นให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม กระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจโดยใช้เทคนิคต่างๆ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถจำได้ระยะยาว และได้ผลลัพธ์ทั้งด้านการรู้คิดทักษะกระบวนการและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ 2) คำนึงถึงพัฒนาการของผู้เรียนโดยการศึกษาความต้องการของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนได้กำหนดเป้าหมายที่เหมาะสม 3) ให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเองโดยการค้นหาและสามารถดึงความรู้เดิมออกมาใช้อธิบายการเรียนรู้ข้อมูลใหม่และเน้นการใช้เทคนิคต่างๆ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และสามารถเก็บข้อมูลไว้ในความจำระยะยาว 4) การจัดการเรียนรู้ที่คำนึงถึงความรู้สึกและเจตคติของผู้เรียนโดยใช้แรงจูงใจให้ผู้เรียนอยากจะเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนมีความมุ่งมั่นให้เกิดการเปลี่ยนแปลงทางบวกและนำไปใช้ต่อไปในอนาคตได้ 5) การสร้างบรรยากาศในการเรียนให้ผู้เรียนมีความสุขในการเรียน เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้และพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน **วัตถุประสงค์ของรูปแบบ** มี 4 ข้อ ได้แก่ 1) เพื่อให้เหมาะสมกับความรู้ความสามารถของผู้เรียน และกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความต้องการที่จะเรียนรู้ กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความท้าทายและต้องการที่จะเรียนรู้เพื่อการเปลี่ยนแปลงที่ดีขึ้น 2) เพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้เดิมมาใช้อย่างมีประสิทธิภาพ 3) เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงข้อมูลเพื่อสามารถลงมือปฏิบัติและนำเสนอได้ ทำให้ผู้เรียนเกิดความจำระยะยาวโดยใช้การประมวลความรู้ใหม่ 4) เพื่อตรวจสอบพัฒนาการของผู้เรียนให้ทราบจุดแข็งและจุดที่ต้องปรับปรุงและพัฒนาตนเอง **กระบวนการจัดการเรียนรู้** โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 การกำหนดเป้าหมาย ขั้นที่ 2 การทบทวนประสบการณ์เดิม ขั้นที่ 3 การเพิ่มประสบการณ์ใหม่ ขั้นที่ 4 การเชื่อมโยง ขั้นที่ 5 การสรุป และ **การประเมินผลรูปแบบ** ซึ่งจะเน้นการศึกษาพัฒนาการการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยใช้รูปแบบการประเมินผลการเรียนรู้ตามสภาพ

จริง (Authentic assessment) ซึ่งให้ผู้ประเมินหลายๆ ฝ่าย เช่น ครูผู้สอน ผู้เรียน เพื่อน เป็นต้น ใช้วิธีการและเครื่องมือหลากหลายชนิด วัดและประเมินหลายๆ ครั้งในช่วงเวลาการเรียนรู้ และสะท้อนผลการประเมินสู่การปรับปรุงและพัฒนาผู้เรียน

2. ประสิทธิภาพของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ ซึ่งประกอบด้วย 1) ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อทดสอบสมมติฐาน โดยประเมินผลการทดสอบสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล การสื่อสารและการแก้ปัญหา จากแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งพิจารณาจากความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยจากผลการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน และคะแนนความแตกต่างของผลการเรียนในสัปดาห์ที่ 2 สัปดาห์ที่ 4 และสัปดาห์ที่ 6 2) ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพจากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน โดยประเมินจากการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน

มีผลสรุปดังนี้

2.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

2.1.1 นักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล มีคะแนนเฉลี่ยสมรรถนะด้านการให้เหตุผลหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.1.2 นักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสาร มีคะแนนเฉลี่ยสมรรถนะด้านการสื่อสารหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.1.3 นักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา มีคะแนนเฉลี่ยสมรรถนะด้านการแก้ปัญหาลงหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพจากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน ผู้วิจัยพบว่าในสัปดาห์ที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่ไม่มีปฏิสัมพันธ์กับครูผู้สอนและระหว่างนักเรียนด้วยกัน โดยไม่ปรากฏพฤติกรรมที่แสดงออกถึงสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 สมรรถนะ ในการสังเกตพฤติกรรมนักเรียนครั้งที่ 2 ในสัปดาห์ที่ 3 ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนเริ่มเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมโดยพฤติกรรมที่สะท้อนให้เห็นถึงสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่เพิ่มขึ้นคือ สามารถให้เหตุผลอย่างง่ายได้ นอกจากนี้นักเรียนยังยอมรับการทำงานเป็นกลุ่ม เริ่มมีปฏิสัมพันธ์ทางบวกกับครู เช่น กล้าที่จะตอบคำถามครู จากนั้นผู้วิจัยได้ทำการสังเกตพฤติกรรมต่อเป็นครั้งที่ 3 ในสัปดาห์ที่ 5 พบว่านักเรียนยังคงมีพฤติกรรมที่สะท้อนสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่เพิ่มขึ้น โดยพิจารณาจากการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียน และการ

มีปฏิสัมพันธ์ที่ระหว่างเพื่อนนักเรียน แสดงว่ากระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ที่พัฒนาขึ้นนี้ช่วยเสริมสร้างให้นักเรียนมีสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

อภิปรายผลการวิจัย

การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีประเด็นที่จะนำมาอภิปราย ดังนี้

1. การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษากระบวนการในการเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีความแตกต่างจากงานวิจัยที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ จะเน้นศึกษาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์เพียง 1 หรือ 2 สมรรถนะเท่านั้น แต่ผู้วิจัยได้ทำการสังเคราะห์งานวิจัยและนำสมรรถนะทั้ง 8 สมรรถนะมาหาจุดที่ทับซ้อนกันและสรุปเป็นสมรรถนะทั้ง 3 สมรรถนะได้แก่ 1)สมรรถนะการให้เหตุผล (บูรณาการสมรรถนะการให้เหตุผลและการสร้างตัวแบบ) 2) สมรรถนะการสื่อสาร (บูรณาการสมรรถนะการใช้สัญลักษณ์แทน การสื่อสาร และการใช้ตัวช่วยและเครื่องมือ) และ 3)สมรรถนะการแก้ปัญหา (บูรณาการสมรรถนะการคิดทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหา และสัญลักษณ์และการกระทำตามแบบ) (Edith A. Graf. 2009; Krulik; & Reys. 1980: 10; Polya. 1985:1; Krulik; & Rudnick. 1995: 4; Niss and Jensen. 2002; OECD.2009; Mikael Holmquist. 2005; NCTM. 2000: 52, Thomas Jankvist. 2010; อริสรา ชมชื่น. 2550; สสวท. 2551: 7; อัมพร ม้าคอง. 2553: 39) และในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยมุ่งเน้นทำการศึกษาต่อกับกลุ่มตัวอย่างที่เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เนื่องด้วยเหตุผลที่ว่า ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1จะมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้สำรวจความถนัด และความสนใจของตนเอง ส่งเสริมการพัฒนาบุคลิกภาพส่วนตน มีทักษะในการคิดวิจารณ์ญาณคิดสร้างสรรค์และคิดแก้ปัญหาที่มีทักษะในการดำเนินชีวิต มีการใช้เทคโนโลยีเพื่อเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ ตลอดจนใช้เป็นพื้นฐานในการประกอบอาชีพหรือการศึกษาต่อ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551: 20) สอดคล้องกับ สสวท. (2554) ที่ได้กล่าวไว้ว่า คุณภาพของผู้เรียนคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาชีวิต ตลอดจนนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนเรียนรู้และเป็นพื้นฐานการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น

ซึ่งรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นนี้เป็นแนวทางหนึ่งในการส่งเสริมการจัดการเรียนรู้โดยเน้นให้นักเรียนฝึกคิดด้วยตนเอง เน้นการเชื่อมโยงความรู้ที่ได้กับการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน โดยการจัดระเบียบลำดับขั้นการเรียนรู้ การใช้สื่อ และกระบวนการเรียนการสอนที่กระตุ้นให้นักเรียนใส่ใจในการเรียนรู้ และใช้การโค้ชเพื่อการรู้คิด

(Cognitive coaching) พัฒนาศักยภาพด้านการคิดของผู้เรียน การใคร่ครวญตรวจสอบตนเองเพื่อนำไปสู่การพัฒนาอย่างต่อเนื่อง ไม่ใช่เป็นการอบรมสั่งสอนโดยตรงแต่เป็นการใช้เทคนิควิธีการต่างๆ เช่นการตั้งคำถาม การให้ข้อมูลย้อนกลับ การให้คำแนะนำ การให้หลักคิด วิธีการคิด วิธีการเรียนรู้ที่ทำให้ผู้เรียนเกิดแรงบันดาลใจในการเรียนรู้ (inspiration) และนำไปสู่การแสวงหาความรู้ การฝึกฝนทักษะ โดยแนวทางในการนำมาใช้พัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้จากพื้นฐานแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยพัฒนามาจากแนวคิดทฤษฎี และหลักการสอนคณิตศาสตร์รวม 4แนวคิด เป็นกรอบในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ 1) ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ 2) ทฤษฎีกระบวนการทางสมองในการประมวลข้อมูล 3) การโค้ชเพื่อการรู้คิด และ 4) การให้ข้อมูลเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ (Piaget: 1972; Wadsworth. 1996: 84-96; Klausmeier .1985: 105; Siegler. 2004; Knight. 2009 ; Short, Kinman; & Baker. 2010; Nieuwerburgh. 2012; วิชัย วงษ์ใหญ่และมารุต พัฒนาผล. 2557; รัญพร ชื่นกลิ่น. 2553; Hattie; & Timperley, 2007: 87-112; Svinicki, 2001: 19-23; Rubin, 2006 : 385-388) ซึ่งผู้วิจัยได้นำแนวคิดทฤษฎี และหลักการเหล่านี้มาบูรณาการร่วมกัน เน้นการจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนเป็นผู้มีบทบาทสำคัญในการกำหนดเป้าหมายและจุดมุ่งหมายการเรียนรู้ด้วยตนเอง เน้นให้นักเรียนเรียนรู้จากการค้นพบด้วยตนเอง มีการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนอย่างเหมาะสมกับพัฒนาการ ส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดอย่างอิสระ ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นและวางแผนเพื่อให้นักเรียนค้นหาและดึงความรู้เดิมมาใช้ในการอธิบายความรู้ใหม่ และนักเรียนสามารถพิจารณาหาแนวทางหรือแสวงหาข้อมูลเพิ่มเติมเพื่อช่วยในการเชื่อมโยงความรู้ที่มีอยู่กับข้อมูลใหม่ที่จะนำไปสู่การสร้างความเข้าใจ โดยครูเป็นผู้คอยสนับสนุนนักเรียนให้นักเรียนเกิดแรงบันดาลใจในการเรียนรู้ (inspiration) เช่น การตั้งคำถามด้วยเทคนิคต่างๆ การพูดกระตุ้นผู้เรียน เน้นให้นักเรียนร่วมมือและแลกเปลี่ยนความคิด มากกว่าการแนะนำหรือชี้แนะเพื่อให้นักเรียนสามารถพัฒนาทักษะการตั้งคำถาม การสร้างความสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน ทักษะในการฟัง การพูดและการส่งเสริมกระบวนการคิด ทักษะการไตร่ตรองสะท้อนคิด และทักษะการคิดขั้นสูง เป็นต้น ซึ่งรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น ประกอบด้วย 5 ขั้นตอนได้แก่

ขั้นที่ 1 การกำหนดเป้าหมาย ขั้นตอนนี้ จะเป็นการชี้แจงถึงวิธีการวัดและเกณฑ์การประเมินผลให้ผู้เรียนทราบในการเริ่มการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนสามารถกำหนดเป้าหมายที่เหมาะสมในการพัฒนาตนเอง การวางแผนและประเมินความสำเร็จ ผู้สอนใช้เทคนิควิธีการต่างๆ ในการสร้างแรงจูงใจให้กับผู้เรียน เพื่อกระตุ้นการเรียนรู้ (feed-up) ซึ่งการให้ข้อมูลพื้นฐานของการเรียนรู้จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจภายใน (inner motivation) ซึ่งเป็นแรงจูงใจในการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าในสิ่งที่จะเรียน ในขั้นตอนนี้จะเน้นส่งเสริมสมรรถนะด้านการให้เหตุผล การสื่อสาร โดยให้นักเรียนออกมาพูดแสดงความคิดเห็นถึงสิ่งที่สนใจในการเรียนและเป้าหมายที่ต้องการในการพัฒนา

ตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ ทิศนา ขัมมณี (2556: 26-27) และ ดิวอี้ (Dewey.1963) ที่กล่าวว่าควรมีความเข้าใจและตระหนักในตนเอง ผู้เรียนควรมีส่วนร่วมในการกำหนดทิศทางการพัฒนาตนเอง จากความสนใจและความถนัดของตนเอง

ขั้นที่ 2 การทบทวนประสบการณ์เดิม ในขั้นนี้ ผู้สอนจะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมรอบตัว โดยใช้วิธีการต่างๆ เช่น การทบทวน การทำซ้ำ เป็นต้น ผู้สอนอาจใช้การซักถามผู้เรียนเป็นรายบุคคลเพื่อเป็นข้อมูลในการเลือกการโค้ช โดยเน้นให้ผู้เรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นมากกว่าการแนะนำหรือชี้นำ ผู้สอนอาจใช้คำถามที่ทรงพลัง (Power Question) เพื่อกระตุ้นการคิด และชี้แนะให้ผู้เรียนแสดงออกถึงพัฒนาการการเรียนรู้ของตนเอง ในขั้นตอนนี้จะเน้นส่งเสริมสมรรถนะด้าน การให้เหตุผล การสื่อสารและการแก้ปัญหา โดยการจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างเพื่อนพร้อมทั้งให้เหตุผลสนับสนุน และการแก้ปัญหาในเรื่องจำนวนเต็ม สอดคล้องกับแอนเดอสันและกราทวอล (Anderson & Krathwohl. 2001) ที่กล่าวว่า การตั้งคำถามที่ ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดระดับต่างๆ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดทักษะทั้งด้านการจดจำ การคิดแก้ปัญหา การสื่อสารและการใช้เหตุผล

ขั้นที่ 3 การเพิ่มประสบการณ์ใหม่ ขั้นนี้ผู้สอนจะทำการสอนโดยเริ่มจากประสบการณ์เดิมก่อนแล้ว จึงเสนอความรู้ใหม่ที่มีความสัมพันธ์กับเรื่องเดิม โดยเน้นการทำกิจกรรมกลุ่ม โดยอาจใช้เกมส์ การจำลอง การทดลอง การเปรียบเทียบจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจและเข้าใจลักษณะต่างๆ ในระหว่างการสอนผู้สอนจะใช้การตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนคิด นอกจากนี้ยังมีการให้ข้อมูลย้อนกลับ ให้หลักการคิดและวิธีการคิดที่หลากหลายเพื่อให้ผู้เรียนเกิดแรงบันดาลใจ ในขั้นตอนนี้จะเน้นส่งเสริมสมรรถนะด้าน การให้เหตุผล การสื่อสารและการแก้ปัญหา โดยการจัดกิจกรรมที่เน้นสิ่งที่เป็นรูปธรรมให้นักเรียนแก้ปัญหาและออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหา โดยให้เพื่อนซักถามและตอบ โดยใช้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล สอดคล้องกับอดัมและแฮมม์ (Adam & Hamm.1990: 3) ที่กล่าวว่า การแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการกลุ่มจะทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จมากกว่าการแก้ปัญหาลำพังคนเดียว นอกจากนี้ในขั้นตอนนี้ยังเน้นให้นักเรียนแสวงหาคำตอบ ค้นหาทางเลือก การตัดสินใจ และการแก้ปัญหา เป็นต้น โดยผู้สอนอาจใช้กลยุทธ์การตั้งคำถามที่ทรงพลัง คือถามด้วยคำถามที่ชัดเจน มีความเฉพาะเจาะจง เพราะคำถามที่ชัดเจนจะทำให้ผู้เรียนมีประเด็นในการค้นหาคำตอบ

ขั้นที่ 4 การเชื่อมโยง ขั้นตอนนี้ ผู้สอนจะนำเทคนิคต่างๆ มาใช้ในการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงสิ่งเดิมกับสิ่งใหม่ โดยใช้คำถามที่ท้าทายความคิดของนักเรียน เน้นการให้ข้อมูลย้อนกลับโดยเพื่อนและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีเวลาคิดและใช้คำถามถามสิ่งที่ผู้เรียนกำลังคิด เพื่อให้เกิดแรงจูงใจในการทำงาน ผู้สอนใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนได้ตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตนเอง รวมทั้งช่วยให้ผู้เรียนเกิดความกระจำสามารถเชื่อมโยงความรู้ความเข้าใจใหม่ที่เกิดขึ้นและทำให้พัฒนาการเรียนรู้ได้มากขึ้น นอกจากนี้ผู้สอนอาจใช้การให้ข้อมูลย้อนกลับ (feedback) โดยเน้นใช้การสื่อสารทางบวก

เพื่อเพิ่มพลังในการสืบเสาะหาความรู้ของผู้เรียน ซึ่งขั้นตอนนี้จะเน้นส่งเสริมสมรรถนะด้าน การให้เหตุผล การสื่อสารและการแก้ปัญหา โดยจัดกิจกรรมที่เร้าความสนใจให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ใหม่เข้ากับปัญหาในชีวิตจริงเน้นการหาคำตอบ ค้นหาทางเลือก และตัดสินใจ สอดคล้องกับ จิตณรงค์ เอี่ยมสำอาง (2556) ที่กล่าวว่า การให้ข้อมูลย้อนกลับที่มีประสิทธิภาพ เป็นการพัฒนาให้กันและกันอย่างต่อเนื่องและเป็นกัลยาณมิตรต่อกัน การให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการถามคำถามและแก้ปัญหาจะช่วยพัฒนาการคิดแก้ปัญหา การสื่อสารสื่อความหมายของผู้เรียน และขั้นที่ 5 การสรุปขั้นตอนที่ผู้สอนเน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการสรุปเนื้อหาแล้วนำเสนอในรูปแบบที่เข้าใจง่ายๆ เช่น เทคนิคแผนภูมิความคิด และให้ข้อเสนอแนะเชิงบวก เน้นกิจกรรมการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง ผู้สอนอาจใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนพบความกระจ่างนำทางสู่การสรุปความคิดสำคัญหรือความคิดหลักได้ นอกจากนี้ผู้สอนอาจใช้การให้ข้อมูลต่อยอด (feed-forward) เพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง ซึ่งขั้นตอนนี้จะเน้นส่งเสริมสมรรถนะด้าน การให้เหตุผล การสื่อสารและการแก้ปัญหา โดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนเป็นผู้สรุปแนวคิดสำคัญ โดยการนำเสนอในรูปแบบต่างๆ พร้อมทั้งให้เหตุผล ในส่วนของการตรวจสอบผลการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้เน้นการประเมินการเรียนรู้ตามสภาพจริงซึ่งทำให้สามารถตรวจสอบพัฒนาการของผู้เรียนได้

ในกระบวนการดำเนินงานพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ได้มีผู้เชี่ยวชาญด้านการพัฒนารูปแบบการเรียนรู้และผู้เชี่ยวชาญด้านการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีส่วนร่วมในการสะท้อนความคิดเห็นจากการปฏิบัติทุกขั้นตอน โดยผู้วิจัยได้ปรับปรุงตามข้อเสนอแนะก่อนไปดำเนินการในแต่ละขั้นตอน เพื่อให้รูปแบบการจัดการเรียนรู้นั้นมีประสิทธิภาพ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ จอยซ์ และเวลล์ (Joyce;& Weil.2004)ที่กล่าวว่า ในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ควรมีการทดสอบ ทฤษฎีและตรวจสอบคุณภาพในสถานการณ์จริง และนำข้อค้นพบมาปรับปรุงแก้ไขก่อนนำไปเผยแพร่ และจากปรัชญา แนวคิด หลักการและวัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้รวมทั้งขั้นตอนตอนต่างๆ ในรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นนี้มีความสอดคล้องที่สามารถส่งเสริมสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ได้

2. สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลของนักเรียน นักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ มีพัฒนาการสมรรถนะด้านการให้เหตุผลสูงขึ้น โดยมีคะแนนเฉลี่ยสมรรถนะด้านการให้เหตุผลหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน กล่าวคือ ค่าเฉลี่ยของคะแนนพัฒนาการสมรรถนะด้านการให้เหตุผลสูงขึ้น ซึ่งเป็นผลมาจากแนวคิด ทฤษฎีและหลักการสอนคณิตศาสตร์ทั้ง 4 แนวคิด โดยรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น เน้นการใช้คำถามกระตุ้นการคิด การให้เหตุผลของนักเรียน ช่วยทำให้นักเรียนได้เรียนรู้ว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้น และยังเป็นประโยชน์ต่อตัวนักเรียนเองที่ทำให้ทราบข้อบกพร่องของตนเองว่า มีประเด็นใดบ้างที่ยังไม่

เข้าใจ สอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ที่กล่าวว่า การใช้คำถามของครูมีผลอย่างยิ่งต่อการกระตุ้นให้นักเรียนคิดเพื่อตอบสนอง หรือแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ต่อสิ่งที่ถูกถาม อันจะนำมาซึ่งการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ทั้งยังสอดคล้องกับคำกล่าวของอัมพร ม้าคนอง (2553) ที่กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะพัฒนาขึ้นได้ ครูควรพยายามใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผล เช่น คำว่า “ทำไม” “เพราะอะไร” “ถ้าเงื่อนไขบางอย่างเปลี่ยนไป จะเกิดอะไรขึ้น รู้ได้อย่างไร” ซึ่งครูควรให้ความสำคัญกับทุกเหตุผลไม่เฉพาะเหตุผลที่ถูกตั้งหรือสมเหตุสมผลเท่านั้น นอกจากนี้ กระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นนี้เน้นกระบวนการกลุ่ม การมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับนักเรียน นักเรียนกับครู เพื่อให้นักเรียนสามารถมีโอกาสนในการได้อธิบายแนวคิดของตนเองออกมา ฝึกการให้เหตุผลในรูปการอธิบายหรืออภิปรายกลุ่ม นอกจากนี้ นักเรียนยังได้รู้จักใช้การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบหรือพิจารณาความถูกต้องและใช้การให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและการสรุปผล ทำให้นักเรียนได้คิด อธิบาย และแสดงเหตุผลประกอบแนวคิด ทำให้นักเรียนเห็นมุมมองในการแก้ปัญหา และการให้เหตุผลที่แตกต่างและหลากหลายจากเพื่อนนักเรียนคนอื่น ๆ ช่วยให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน ซึ่งเป็นแนวทางหนึ่งที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลของนักเรียน สอดคล้องกับทิสนา เขมมณี (2550: 3-4) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการกลุ่มมาจากแนวคิดการให้ผู้เรียนเรียนรู้จากประสบการณ์ด้วยตนเอง ดังนั้นจึงควรกำหนดองค์ประกอบ กระบวนการให้มีการทำกิจกรรมของผู้เรียนเพื่อให้ได้เรียนรู้ด้วยตนเอง และใช้การสอนแบบอุปนัย (Inductive) ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ สรุปหลักการจากตัวอย่างหรือกิจกรรมที่ได้ทำด้วยตนเอง

3. สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสารของนักเรียน นักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ มีพัฒนาการสมรรถนะด้านการสื่อสารสูงขึ้น ซึ่งเป็นผลมาจากรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 5 ขั้นตอน ที่เน้นการสร้างบรรยากาศในการเรียนรู้แบบช่วยเหลือเกื้อกูลกัน โดยใช้กระบวนการกลุ่ม โดยการแบ่งกลุ่มแบบคละนักเรียนที่เก่ง ปานกลางและอ่อน ในกลุ่มเดียวกันเพื่อให้นักเรียนที่เรียนดีกว่าสามารถช่วยเหลือนักเรียนที่เรียนอ่อนกว่า ส่วนนักเรียนที่เรียนปานกลางและอ่อนสามารถเรียนรู้จากนักเรียนที่เก่งกว่า และจากการดำเนินการทดลองใช้รูปแบบพบว่า นักเรียนที่เรียนปานกลางหรืออ่อนบางคนค้นพบว่าตนเองก็มีความสามารถในการเรียนรู้ได้เช่น สามารถออกมาเขียนบนกระดานได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ หรือสามารถออกมาพูดอธิบายแนวคิดของกลุ่มให้เพื่อนเข้าใจได้ จากในสัปดาห์แรกของการทดลองที่นักเรียนจะนั่งเงียบๆ ไม่กล้าที่จะพูดคุยกันเพราะกลัวที่จะตอบผิดหรือคิดว่าตนเองนั้นเรียนไม่เก่งวิชาคณิตศาสตร์ จึงให้เพื่อนที่เรียนดีกว่าคิดแก้ปัญหาเอง ซึ่งหลังจากที่ครูใช้คำถามกระตุ้นการคิดของ

นักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้แสดงความคิดของตนเองออกมา โดยเลือกใช้คำถามที่ท้าทายความคิดของนักเรียน ทั้งที่เป็นระดับง่ายและยากตามความเหมาะสมของความรู้ความสามารถของนักเรียนแต่ละคน และมีการให้ข้อมูลย้อนกลับ (feedback) ทุกชั่วโมงเพื่อให้นักเรียนนำไปพัฒนาตนเอง และจากการประเมินนักเรียนในสัปดาห์ที่ 3 และสัปดาห์ที่ 5 ผู้วิจัยพบว่านักเรียนมีการพูดคุยปฏิสัมพันธ์กันในกลุ่มมากขึ้น มีการยอมรับฟังความคิดเห็นของกันและกัน เพื่อนที่เรียนอ่อนกล้าที่จะออกความคิดเห็นโดยการพูดหรือเขียนสื่อสารให้เพื่อนในกลุ่มฟัง เพื่อนที่เรียนเก่งเกิดความภาคภูมิใจที่ได้อธิบายเนื้อหาให้เพื่อนเข้าใจได้ ทำให้บรรยากาศแห่งการเรียนรู้ในห้องเรียน นอกจากนี้นักเรียนพบว่าหากอยากจะเรียนรู้ให้เข้าใจอย่างลึกซึ้งซึ่งต้องไปหาความรู้เพิ่มเติม นอกจากที่ครูสอนในห้องเรียนจากแหล่งการเรียนรู้อื่น สอดคล้องกับอัมพร ม้าคะนอง (2553: 50) ที่กล่าวว่า การให้นักเรียนได้อธิบาย ชี้แจงความรู้ที่ได้รับจะช่วยให้ นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือ นักเรียนจะได้สรุปหรือตัดสินใจความถูกต้องของสิ่งต่างๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ครูบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้ และสอดคล้องกับมัมมีและเซฟเพิร์ด (Mumme;& Shepherd. 1993: 9-11) ที่กล่าวว่า การให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิดและฝึกเขียนแสดงแนวคิดของตนเอง เป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนของนักเรียน และยังทำให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย

นอกจากนี้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้นยังได้เน้นการส่งเสริมการให้นักเรียนได้ใช้ตัวแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ต่างๆ ทั้งรูปภาพ แผนภาพ ตาราง กราฟ หรือสัญลักษณ์ต่างๆ ซึ่งเป็นเครื่องมือหนึ่งที่ช่วยให้นักเรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจของนักเรียนจากนามธรรมไปสู่รูปธรรมได้ และทำให้สามารถเขียนสื่อสารความคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้ การที่นักเรียนได้ฝึกสมรรถนะการสื่อสารอยู่ตลอดเวลาโดยครูเป็นผู้คอยแนะนำอย่างใกล้ชิด รวมทั้งให้ข้อมูลย้อนกลับ และแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนโดยการอภิปรายแนวความคิดร่วมกัน ทำให้นักเรียนรู้ข้อบกพร่องและสามารถแก้ไขให้ถูกต้องและสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจ เป็นการฝึกให้นักเรียนใช้สมรรถนะการสื่อสารอยู่ตลอดเวลา สอดคล้องกับดอสเซย์และคนอื่นๆ (Dossey; et all. 2002: 83-85) ที่กล่าวว่า การใช้ตัวแสดงแทนเป็นเครื่องมือสำคัญในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อให้เกิดความเข้าใจในสถานการณ์และความคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งตัวแสดงแทนที่หลากหลายรูปแบบยังเป็นเครื่องมือสำคัญในการสื่อสารและเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่และใจอันนิ่ง (Johanning.2000: 151-158) ที่ได้กล่าวว่า การอ่าน เขียน และอภิปรายทางคณิตศาสตร์เป็นวิธีการหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ด้วยการสื่อสารความคิดของตนเองลงบนกระดาษ แล้วสามารถอธิบายถ่ายทอดสู่บุคคลอื่น นอกจากนี้การเขียนยังช่วยให้นักเรียนมีความ

มั่นใจมากขึ้น ซึ่งบรรยากาศในการเรียนเช่นนี้จะช่วยให้นักเรียนได้รับประสบการณ์การเรียนรู้อย่างเต็มที่จากการคิด การเขียนและการมีส่วนร่วมในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ส่งผลให้ผู้เรียนมีสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสารที่สูงขึ้น

4. สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหาของนักเรียน นักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ มีพัฒนาการสมรรถนะด้านการแก้ปัญหาสูงขึ้น โดยมีคะแนนเฉลี่ยสมรรถนะด้านการแก้ปัญหาลงเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ซึ่งเป็นผลจากแนวคิด และทฤษฎีของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ทั้ง 5 ขั้นตอน โดยในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยจะเน้นการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่น่าสนใจ แปลกใหม่และเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน นอกจากนี้จะช่วยดึงดูดความสนใจของนักเรียนในการทำกิจกรรมนั้นๆ อย่างกระตือรือร้น แล้วยังส่งผลให้นักเรียนมีแรงบันดาลใจในการจะแก้ปัญหานั้นให้สำเร็จ สอดคล้องกับออสเดเมีย (Ozdemir, 2009) ที่กล่าวว่า การเน้นให้นักเรียนแก้ปัญหาจากสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน จะทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนและทำให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการหาทางแก้ปัญหานั้นให้สำเร็จ นอกจากนี้การจัดกิจกรรมที่ใช้เนื้อหา หรือเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน จะช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ ว่าเป็นวิชาที่เป็นประโยชน์ในการดำเนินชีวิตและเชื่อมโยงกับชีวิตจริง นอกจากนี้ยังเน้นการทำงานเป็นกลุ่มให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ว่าปัญหานั้น นักเรียนทราบอะไร ไม่ทราบอะไร แก้ปัญหาอย่างไรแล้วได้คำตอบที่ถูกต้อง เพราะอะไร อภิปรายร่วมกันเพื่อหากลยุทธ์ที่ช่วยให้การแก้ปัญหาได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น เช่น การสร้างตาราง การคิดย้อนกลับ การวาดรูป เป็นต้น มีการใช้ปัญหาในชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกและทำความเข้าใจ เน้นวิธีการแก้ปัญหาสำคัญกว่าคำตอบที่ได้ รวมถึงให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้วิธีหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี ซึ่งจากการดำเนินการทดลองในสัปดาห์แรกนักเรียนบางกลุ่มยังไม่สามารถแก้ปัญหาเองได้ บางกลุ่มสามารถแก้ปัญหาได้แต่มีวิธีการหาคำตอบที่ไม่หลากหลายและไม่มีแรงบันดาลใจในการเรียน สังเกตจากการที่นั่งเรียนนั่งเฉยๆ ไม่มีการสนทนากันในกลุ่มหรือมีการพูดคุยกันแต่น้อยมาก และจะโยนภาระการแก้ปัญหานั้นให้คนที่เก่งที่สุดในกลุ่มเป็นคนทำ และในสัปดาห์ต่อมาครูใช้การเสริมแรงเพื่อสร้างแรงจูงใจในการเรียน โดยในขณะที่ปฏิบัติกิจกรรมนั้น เมื่อครูสังเกตเห็นว่านักเรียนยังไม่เข้าใจปัญหา ไม่สามารถแก้ปัญหาเองได้ ครูจะให้ความสนใจและช่วยชี้แนะแนวทางการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง และมีการให้ข้อมูลย้อนกลับตลอดเวลาเพื่อเพิ่มพลังในการแสวงหาความรู้ จนนักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหานั้นได้ และทุกครั้งที่นักเรียนทำสำเร็จ ครูและเพื่อนจะร่วมกันกล่าวชมเชย ถือเป็นการเสริมแรงทางบวกที่จะช่วยให้นักเรียนมีความพยายามที่จะแก้ปัญหานั้นให้สำเร็จ และในสัปดาห์ที่ 3 และ 5 เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนจะสามารถพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในเวลามากขึ้นในการอ่านและการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา

การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา มีการแสดงร่องรอยการคิดเขียนมากขึ้นในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา ตลอดจนใช้เวลามากขึ้นในการซักถามหรืออภิปรายเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา แนวคิดทางคณิตศาสตร์ก่อนลงมือแก้ปัญหาและการค้นหาคำตอบได้อย่างถูกต้องพร้อมทั้งสามารถให้เหตุผลอธิบายได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งในการดำเนินการทดลองผู้วิจัยเน้นให้นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ไม่ได้มุ่งเน้นการหาคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว สอดคล้องกับ ชอรัลส์ และ เลสเตอร์ (Charles; & Lester. 2010: 7-13) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และการค้นหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง เป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาสมรรถนะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ดังนั้นในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพนั้นควรเน้นให้นักเรียนมีความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ (Conceptual understanding) จนเกิดความชำนาญในการปฏิบัติการ และสามารถปรับเปลี่ยนและใช้เหตุผลในการตัดสินใจรวมทั้งสามารถใช้กลวิธีและเทคนิคต่างๆในการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพดังที่ บอลและเฟลป์ส (Ball; & Phelps. 2008) ได้กล่าวถึงงานที่แสดงสมรรถนะทางคณิตศาสตร์มีดังนี้ 1) การเสนอแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ 2) การตอบสนองต่อคำถามประเภท “เพราะเหตุใด” 3) การตระหนักถึงสิ่งที่เกี่ยวข้องกับ การสื่อความหมายหรือใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ 4) การเชื่อมโยงสิ่งที่ครูสอนไปสู่หัวข้ออื่น 5) การอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 6) การถามคำถามทางคณิตศาสตร์ที่สร้างสรรค์ 7) การประเมินความเป็นไปได้ของวิธีการแก้ปัญหา และ 8) การตรวจสอบความถูกต้องของวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบซึ่งสิ่งต่างๆ เหล่านี้ทำให้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยพัฒนามานี้ สามารถเสริมสร้างให้ผู้เรียนมีพัฒนาการของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล การสื่อสารและการแก้ปัญหาสูงขึ้นอย่างมีประสิทธิภาพ

ข้อเสนอแนะจากการวิจัย

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1.1 รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยพัฒนามานี้สามารถพัฒนานักเรียนที่มีความสามารถปานกลางถึงดี เนื่องจากผู้เรียนกลุ่มนี้จะสามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้หรือนำไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ครูกำหนดให้ได้ดีกว่านักเรียนกลุ่มอ่อน ดังนั้นหากครูผู้สอนนำไปประยุกต์ใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ในห้องที่มีนักเรียนกลุ่มอ่อนค่อนข้างมากกว่ากลุ่มเก่งและปานกลาง ควรให้เวลาในการจัดกิจกรรมเพิ่มขึ้นหรืออาจต้องติดตามผลนักเรียนเป็นรายบุคคล เพราะนักเรียนกลุ่มอ่อนจะใช้เวลาในการพัฒนาพัฒนาตนเองให้เกิดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์นานกว่าทั้งสองกลุ่ม

1.2 การนำรูปแบบการเรียนรู้ทั้ง 5 ขั้นตอนครูควรเน้นที่การใช้คำถามกับนักเรียน ควรสังเกตนักเรียนแต่ละคนว่าควรใช้คำถามประเภทใดเพื่อให้นักเรียนสามารถตอบคำถามและหาคำตอบที่ต้องการได้ และเน้นการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันที่นักเรียนเข้าใจง่ายและรู้สึกกว่าวิชาคณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ได้จริง

1.3 การแบ่งกลุ่มนักเรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นนี้ ในหนึ่งกลุ่ม ควรประกอบด้วยนักเรียนที่เก่ง ปานกลาง และอ่อน เพื่อให้เกิดบรรยากาศการช่วยเหลือกันในกลุ่ม มากกว่าการแข่งขันกันในการเรียน ให้นักเรียนเกิดการแบ่งปันความรู้ นักเรียนที่เก่งกว่าสามารถอธิบายเพื่อนที่เรียนอ่อนกว่าได้ มุ่งเน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการปฏิบัติกิจกรรมโดยครูต้องเน้นการเสริมแรงทางบวกกับนักเรียนที่เรียนอ่อน เพื่อให้นักเรียนที่เรียนอ่อนเห็นคุณค่าของตนเองและเกิดการพัฒนาตนเองได้

1.4 รูปแบบการจัดการเรียนรู้ กระบวนการที่สำคัญที่สุดคือ ขั้นตอนการเชื่อมโยง ที่แตกต่างจากการเรียนคณิตศาสตร์ปกติ กล่าวคือนักเรียนจะต้องเชื่อมโยงความรู้ใหม่ที่ได้ไปแก้ไขสถานการณ์จริงในชีวิตประจำวัน ดังนั้นครูผู้สอนจึงต้องใช้เทคนิควิธีการสอนที่หลากหลายเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองและสามารถเชื่อมโยงความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้

1.5 การนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นไปประยุกต์ใช้ ครูจำเป็นต้องศึกษาขั้นตอนของรูปแบบให้เข้าใจโดยเฉพาะวิธีการใช้พลังคำถาม (Power question) เทคนิคการโค้ช (Coaching) การให้ข้อมูลกระตุ้นการเรียนรู้ (feed-up) การให้ข้อมูลย้อนกลับ (feedback) และการให้ข้อมูลเพื่อการเรียนรู้ต่อยอด (feed-forward) จึงควรมีการเตรียมความพร้อมของครูผู้สอน ทั้งนี้สามารถปรับกิจกรรมให้เหมาะสมกับบริบทของการจัดการเรียนรู้ของโรงเรียนและตัวนักเรียน เพื่อที่สามารถพัฒนานักเรียนให้เกิดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ

2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการศึกษาวิจัยโดยกำหนดระยะเวลาในการวิจัยระยะยาวและมีการติดตามผลการวิจัยเป็นระยะอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้เห็นความเปลี่ยนแปลงเชิงพัฒนาการของสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ที่ชัดเจนขึ้น

2.2 ควรศึกษาการนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นไปใช้ โดยทำการทดลองแยกกลุ่มระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เพื่อศึกษาพัฒนาการและข้อจำกัดของการใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน



บรรณานุกรม

- จิตณรงค์ เอี่ยมสำอาง. (2556). การพัฒนารูปแบบการโค้ชทางปัญญาแบบเพื่อนช่วยเพื่อนเพื่อพัฒนาสมรรถภาพการโค้ชและการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดวิเคราะห์ของครูพานิชยกรรม. วารสารศิลปการศึกษาศาสตร์วิจัย. ปีที่ 5 ฉบับที่ 2 (กรกฎาคม – ธันวาคม 2556).
- ฉันท ชาติทอง. (2554). *สอนคิด: การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาการคิด*. นครปฐม: เพชรเกษมการพิมพ์.
- ทิตินา เข้มมณี. (2546). *รูปแบบการเรียนการสอน ทางเลือกที่หลากหลาย*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- . (2547). *ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- . (2554). *ทักษะการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ สร้างสรรค์ และการคิดอย่างมีวิจารณญาณ: การบูรณาการในการจัดการเรียนรู้*. วารสารราชบัณฑิตยสถาน ปีที่ 2 ฉบับที่ 36 (เมษายน-มิถุนายน 2554).
- ทักษิณา เครือหงส์. (2551). รายงานการวิจัยเพื่อเสริมสร้างการเห็นคุณค่าในตนเองของนักศึกษา มหาวิทยาลัยเทคโนโลยี ราชมงคลสุวรรณภูมิภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551.
- ธัญพร ชื่นกลิ่น และ วิชา เล่าเรียนดี. (2555). การพัฒนารูปแบบการโค้ช เพื่อพัฒนาสมรรถนะการจัดการเรียนรู้ของอาจารย์พยาบาลที่ส่งเสริมทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักศึกษาพยาบาลในสังกัดสถาบันพระบรมราชชนก. กระทรวงสาธารณสุข. วารสารศิลปการศึกษาศาสตร์วิจัยปีที่ 4 ฉบับที่ 1 (มกราคม - มิถุนายน 2555).
- เบญจา อ่วมนุช. (2556). การพัฒนารูปแบบการสอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามทฤษฎีพฤติกรรมตามแผน ทฤษฎีการประมวลสารสนเทศและโมเดลทัศน์การรู้คิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ปีที่ 24 ฉบับที่ 2 กุมภาพันธ์ - สิงหาคม 2556.
- บัญชา แสนทวี. (2556). การเตรียมความพร้อมต่อการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์สู่อาเซียน. ออนไลน์ สืบค้นเมื่อ 12 ธันวาคม 2557. จาก www.nstda.or.th/nac2013/download/presentation/Set4/SSH.../08.pdf
- ปณัญญา ศิริเดช. (2554). *การพัฒนาหลักสูตรการฝึกทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนประถมศึกษา*. วารสารการบริหารและพัฒนา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม ปีที่ 3 ฉบับที่ 3 กันยายน-ธันวาคม.

- ประสาน กันตัง. (2551). การศึกษาปัญหาในการประเมินตามสภาพจริงของครูคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 และ 4 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานนทบุรี. ปรินูญานินพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, กรุงเทพฯ.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินูญานินพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, กรุงเทพฯ.
- พรณี สินธพานนท์; สุคนธ์ สินธพานนท์; และวรัตน์ วรรณเลิศลักษณ์ (2550: 24-26). พัฒนาทักษะ การคิดพิชิตการสอน. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์. (2544). การเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ: แนวคิด วิธีและเทคนิค การสอน 1. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์.
- พิมพ์สรณ์ ตุ๊กเตียน. (2552: 32). ผลการใช้วิธีสอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยาพร้อมกับเทคนิคการจัดกลุ่มแบบรายบุคคล (TAI) ต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานินพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยทักษิณ, สงขลา.
- พิศเพลิน ภิรมย์ไกรภักดี. (2542) . การศึกษาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของเด็กปฐมวัย ที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์. ปรินูญานินพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการศึกษาปฐมวัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- รุ่งทิวา นามำรุ่ง. (2550). วิถีธรรมชาติแห่งการคิดเชิงคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารของเด็กที่มีอายุตั้งแต่ 7-10 ปี. ปรินูญานินพนธ์ดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, กรุงเทพฯ.
- เมธาวี อุดมธรรมานุภาพ และภักดี ปรีวรรณ. (2554). ธรรมชาติของผู้เรียน. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัด เอ็ม แอนด์ เอ็ม เลเซอร์พริ้นต์.
- วารินทร์ รัชมีพรหม. (2542). การออกแบบและพัฒนาระบบการสอน. กรุงเทพฯ: ภาควิชาเทคโนโลยีการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วิชัย วงษ์ใหญ่. (2537). กระบวนการพัฒนาหลักสูตรและการเรียนการสอนภาคปฏิบัติ. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- วิชัย วงษ์ใหญ่ และมารุต พัฒนาผล. (2557). การโค้ชเพื่อการรู้คิด (Cognitive Coaching). กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์.
- วิชัย วงษ์ใหญ่ และมารุต พัฒนาผล. (2558). การโค้ชเพื่อการรู้คิด (Cognitive Coaching). กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. (2550). *เครื่องมือประเมินผลตามสภาพจริง*. เอกสารประกอบการอบรม สำนัก
วิชาการและมาตรฐานการศึกษา, กรุงเทพฯ.

----- (2551). *การพัฒนาการคิดโดยใช้กระบวนการ GPAS*. เอกสารประกอบการ
ประชุม: สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา. สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้น
พื้นฐาน.

----- (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ:
โรงพิมพ์สหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

----- (2557). *เอกสารประกอบการฝึกอบรมเชิงปฏิบัติการ พัฒนาบุคลากรครูและ
ศึกษานิเทศก์ ด้านเทคนิคการประเมินเพื่อพัฒนาการเรียนรู้*. เอกสารอัดสำเนาเย็บเล่ม,
กรุงเทพฯ.

สตรีเอวา จำปารัตน์. (2557). *รูปแบบกรอบคิดไม่เรียนรู้ตลอดชีวิตของนักศึกษาปริญญาตรี
มหาวิทยาลัยเอกชนในเขตกรุงเทพมหานคร*. วารสารพฤติกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครี
นทรวิโรฒ ปีที่ 20 ฉบับที่ 1 มกราคม 2557.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2550). *แนวทางการพัฒนาทักษะ /
กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา*. เอกสารประกอบการอบรมครูโครงการ
อบรมประชุมครูตำรวจตระเวนชายแดน. เอกสารเย็บเล่มอัดสำเนา.

----- (2551). *การวัดประเมินผล
คณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: สสวท.

----- (2552). *เอกสารพัฒนาวิชาชีพครู ครู
คณิตศาสตร์อาชีพ*. กรุงเทพมหานคร: สสวท.

----- (2555). *การวัดผลประเมินผล
คณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: ซีเอ็ดดูเคชั่น.

----- (2559). *สรุปผลการประเมิน PISA 2015
วิทยาศาสตร์ การอ่าน และคณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: สสวท.

----- (2559). *สรุปผลการวิจัยโครงการ TIMSS
2015*. กรุงเทพมหานคร: สสวท.

สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ*. วิทยานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, กรุงเทพฯ.

- สุกัญญา รัศมีธรรมโชติ. (2547). “Competency : เครื่องมือการบริหารที่ปฏิเสธไม่ได้,” Productivity. 9(53) (พ.ย. – ธ.ค.) : 44 – 48.
- สุวิมล ว่องวาณิช. (2546). *การวัดและประเมินผลการเรียนรู้แนวใหม่*. กรุงเทพมหานคร : ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- . (2550). *การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน*. กรุงเทพมหานคร : ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Ackerman, D.S. and Gross, B.L. (2010). *Instructor feedback: how much do students really want?*. Journal of Marketing Education 32 (2), 172-181.
- Alpers, B.(2011). *Mathematical competencies for engineering students*. In Hibberd, S., Lawson, D., and Robinson, C. (Eds.) Proc. 7th IMA Conference on the Mathematical Education of Engineers, Loughborough, April 11, 2011.
- Anderson, L., & Krathwohl, D. R. (eds.). (2001). *A Taxonomy for Learning, Teaching, and assessing: A Revision of Bloom’s Taxonomy of Educational Objective*. New York: Longman.
- Arslan, C. & Altun, M. (2007). *Learning to solve non-routine mathematical problems*. Elementary Education Online, 6(1), 50-61.
- Ball, D.L,& Phelps. (2008). *Content knowledge for teaching What makes it special?*. Journal of Teacher Education.
- Baroody, A., & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children’s mathematical power: An investigative approach in K-8 mathematics instruction*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Black, P., & Wiliam D. (1998). “*Inside the Black Box: Raising standards through classroom assessment*”. Phi Delta Kappan, 80, no.2 (October): 139-148”
- Boostrom, R.E. (2005). *The foundation of critical and creative learning in the classroom*. New York: Teachers College Press.
- Borich, G.D. and Tombari, M. L. (1995). *Educational Psychology: A Contemporary Approach*. New York: Harper Collins College Publishers .

- Brookhart, S.M. (1999). Wiggins, Grant. (1998). *Educative assessment: designing assessments to inform and improve student performance*. San Francisco: Jossey-Bass. Retrieved February 25, 2013, from <http://www.coe.asu.edu/edrev/reviews/rev50.htm>
- Brooks, J.G., & Brooks, M.G. (1999). *In search of understanding: The case for constructivist classrooms*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Charles; Lester; & O'Daffer. (2008). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. 9th ed. Reston, Virginia: NCTM.
- Cobb, P. (1994). *Theories of mathematical learning and constructivism: A personal view*. Paper presented at Symposium on Trends and Perspectives in Mathematics Education, Institute for Mathematics, University of Klagenfurt.
- Cornett, J., & Knight, J. (2009). *Research on coaching*. In J. Knight (Ed.). *Coaching: Approaches and perspectives* (pp. 192-216). Thousand Oaks, CA: Corwin Press.
- Costa, A. L., & Garmston, R. J. (2006). *Cognitive coaching foundation seminar: Learning guide*. Norwood, MA: Christopher-Gordon.
- Dick, W; & Carey, L. (1996). *The Systematic Design of Instruction*. 4th ed. New York: Longman.
- Dossey; et al. (2002). *Mathematics Method for Today's Mathematics Classroom: A Contemporary to Teaching Grades 7-12*. California: Wadsworth Group.
- Edith A. Graf. (2009). *Defining Mathematics Competency in the Service of Cognitively Based Assessment for Grades 6 Through 8*. Princeton: New Jersey.
- Ernst von Glasersfeld. (1999). *Book review of Social constructivism as a philosophy of mathematical*. Retrieved June 9, 2015, from <http://www.univie.ac.at/constructivism/EvG/papers/220.pdf>.
- Eysenck, H.J., Wurzburg, A.W., & Berne, M.R. (1972). *In Encyclopedia of psychology* (Vol. 1, pp. 158-159). New York: Herder and Herder.
- Fraivillig, J. (2001). *Strategies for Advancing Children's mathematical thinking*. *Teaching Children Mathematics* 8, 7 (April): 454-459.

- Frank K. Lester, Jr.(2013). Thoughts About Research On Mathematical Problem Solving Instruction. *The Mathematics Enthusiast* Vol. 10. The University of Montana: 245-278.
- Fisher, A. (2005). *Thinking skills'and admission to higher education*. Retrieved November 25, 2014 from http://cambridgeassessment.org.uk/ca/digitalAssets/113982_Thinking_Skills_Admissions_to_HE.pdf.
- Florence M. Singer. (2012). *A problem-solving conceptual framework and its implications in designing problem-posing tasks*. Educational Studies in Mathematics is the property of Springer Science & Business. Online Retrieved November 20, 2014.
- Gielen, S., Tops, L., Dochy, F., Onghena, P. and Smeets, S. (2010). *A comparative study of peer and teacher feedback and of various peer feedback forms in a secondary school writing curriculum*. British Educational Research Journal 36 (1), 143-162.
- Gloria Stillman. (2007). *A Framework for Success in Implementing Mathematical Modelling in the Secondary Classroom*. Mathematics: Essential Research, Essential Practice — Volume 2.
- Hattie, J & Timperley, H. (2007), '*The power of feedback*', *Review of Educational Research*, 77(1), pp.81-112.
- Hwa Tee Yong & Lim Chap Sam. (2008). *Implementing school-based assessment The mathematical thinking framework*. Buku Koleksi Bahan Seminar Inovasi Pedagogi IPBL Tahun : Malaysia. Online: 15 November 2014.
- Johanning, Debra, I. (2000). An Analysis of Writing and Post writing Group Callabration In Middle School. *School Acience and Mathematics*: 151-160.
- Joyce, B. & Well, M. (1996). *Models of Teaching*. London : Allyn and Bacon.
- Kemp, J.E.; Morrison, G.R; & Ross, S.M. (1998). *Designing Effective Instruction*. 2nd ed. New Jersey: Prentice-Hall.
- Klausmeier, H. (1985). *Educational psychology*. (5th ed). New York, NY: Harper & Row.
- Knight, J. (2007.) *Coaching Approaches and Perspectives*. Thousand Oaks, CA: Corwin Press.

- Krulik, Stephen.; & Rudnick, Jesse A. (1995). *The New Sourcebook for Teaching Reasoning and Problem Solving in Elementary School*. Massachusetts: Allyn & Bacon, Inc.
- Krulik, Stephen.; & Rudnick, Jesse A. (2003). *Teaching Mathematics in Middle School: a practical guide*. New York: Allyn & Bacon, Inc.
- Kylie Meyer. (2014). *Making meaning in mathematics problem-solving using the Reciprocal Teaching approach*. Literacy Learning the Middle Years, Vol 22(2) June.
- Lesh, R. (1979). *Mathematical learning disabilities*. In R. Lesh, et al. (Eds.), *Applied mathematical problem solving* (pp. 111-180). OH: Columbus.
- Lesh, R., & Zawojewski, J. (2007). Problem-solving and modeling. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. Reston, VA: NCTM.
- Lester, Jr. (2013). Thoughts About Research On Mathematical Problem Solving Instruction. *The Mathematics Enthusiast*, ISSN 1551-3440, Vol. 10. Department of Mathematical Sciences: The University of Montana.
- Liu, E.Z.F. and Lee, C.Y. (2013). *Using peer feedback to improve learning via online peer assessment*. *The Turkish Online Journal of Educational Technology* 12 (1), 187-199.
- Lundstrom, K. and Baker, W. (2009). *To give better than to receive: The benefits of peer review to the reviewer's writing*. *Journal of Second Language Writing* 18, 30-43.
- Marilyn McLeod. (2009). *Streamlined Coaching for Individuals Thomas and their team*. Retrieved December 7, 2014, from <http://www.coach Marilyn.com>
- Maskey, Cynthia L. (2009). *Cognitive coaching has an exciting place in nursing education*. *Teaching and Learning in Nursing* (4), 63 – 65.
- Mason, Burton and Stacey. (2010). *Thinking Mathematically*. Pearson Education Limited, England.
- Mayer, R.E. and Hegarty, M. (1996). The process of understanding mathematical problems. In Sternberg. *The nature of mathematical thinking*: 29-53. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- McClelland, D.C. (1973). "Testing for Competence rather than for Intelligence," *American Psychologist*. 28 , 1 – 14.

- Mumme; & Sheherd. (1993). *Communication in Mathematics*. Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.
- National Council of Teacher of Mathematics(NCTM). (2000). *Principles and Standards for Teaching Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.
- National Council of Teacher of Mathematics(NCTM). (2010). *Reasoning and Making Sense in Mathematics: It's a K–12 Focus*. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.
- Neisser, U. (2003). *Cognitive psychology*. In, *The history of psychology: Fundamental questions (pp. 447–466)*. New York.
- Nieuwerburgh, C. (Ed.) (2012). *Coaching in education: Getting better results for students, educators and parents*. London: Karnac.
- Niss, M. (1994). "Mathematics and Society." In *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, edited by R. Biehler, R. Scholz, R. Straesser, and B. Winkelmann, 367–78. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Niss, M. & Jensen, T. H. (eds). (2002). *Competencies, Skills and Assessment*. The Ministry of Education, Copenhagen, Denmark.
- Niss, M. & Hojgaard. T. (2011). *Competencies and Mathematical Learning*. IMFUFA, Roskilde University, Denmark English edition.
- Noddings, N. (1990). Constructivism in mathematics education. In R. B. Davis, C. A. Maher, & N. Noddings, (Eds.), *Constructivist views on the teaching and learning of mathematics*. Journal for Research in Mathematics Education Monograph No. 4 (pp. 7-18).
- Organization for Economic Cooperation and Development (OECD). (1999). *Measuring Student Knowledge and Skills – A new Framework for Assessment*, OECD, Programme for International Student Assessment (PISA), 1-104, Paris: France.
- (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*, OECD Publishing, Paris.

- Organization for Economic Cooperation and Development (OECD). (2000). *Measuring Student Knowledge and Skills: The PISA 2000 Assessment of Reading, Mathematical and Scientific Literacy*. Paris: OECD. Retrieved January 25, 2013, <http://www.pisa.oecd.org/>.
- Palmer, S., & Szymanska, K. (2007). *Cognitive behavioural coaching: an integrative approach*. In: S. Palmer & A. Whybrow, *The handbook of coaching psychology* (pp. 86-117). Hove: Routledge.
- Piaget, J. (1972). *Intellectual Evolution from Adolescence to Adulthood*. Human Development. Wiley: New York.
- Polya, G. (1980). *On Solving Mathematics* ; 1980 Yearbook. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics. Inc.
- Polya, G. (1985). *How to Solve It*. New Jersey: Prince to University Press.
- Robert, S. Siegler. (2004). *Children's Thinking* (4th Edition). University of Michigan.
- Rubin, R.S. (2006). *The academic journal review process as a framework for student developmental peer feedback*. JOURNAL OF MANAGEMENT EDUCATION 30 (2), 378-398.
- Short, E., Kinman, G., & Baker, S. (2010). Evaluating the impact of a peer coaching intervention on well-being amongst psychology undergraduate students. *International Coaching Psychology Review*, 5, 27-35.
- Shute, V.J. (2008). *Focus on Formative Feedback*. *Review of Educational Research* 78 (1), 153-189.
- Sternberg, R.J. and Williams, W.M. (2002). *Education psychology*. Boston: Allyn and Bacon.
- Su, Z. (2011). *Peer feedback: a new approach to English writing instruction in a chinese college setting*. *Sino-US English Teaching* 8 (6), 364-368.
- Svinicki, M.D. (2001). *Encouraging your students to give feedback*. *New Directions for Teaching and Learning* 87, 17-24.
- Taras, M. (2008). *Summative and formative assessment*. *Active learning in higher education* 9 (2), 172-192.
- Turner, Ross. (2011). Exploring mathematical competency. *Research Developments, Vol. 24*. Online <http://research.acer.edu.au/resdev/vol24/iss24/5>.

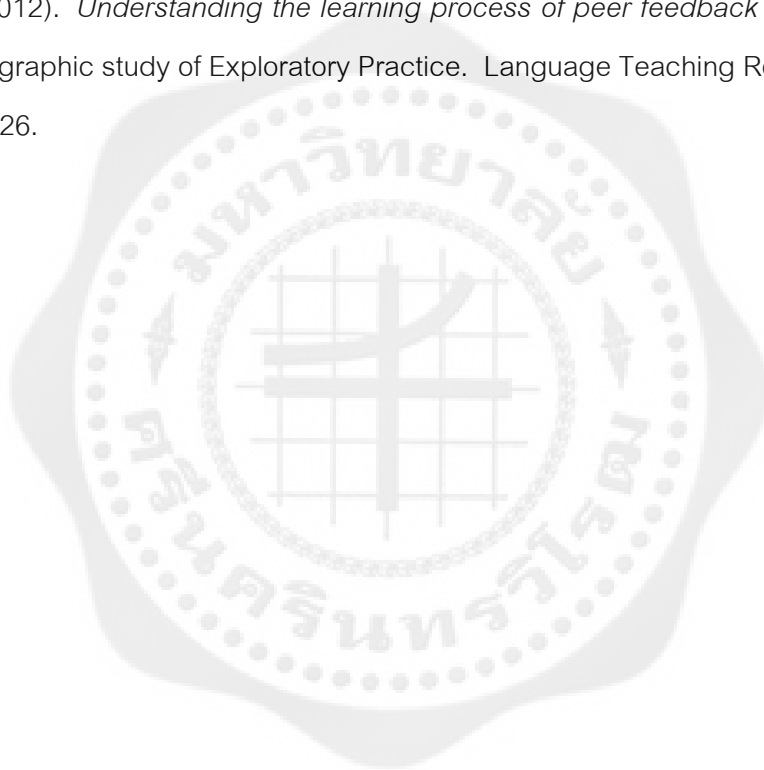
Ubuz, B. (2007). Reasoning and proof in mathematics: A Turkish perspective. Paper presented at the Park City Mathematics Institute.

Wadsworth Barry J. (1996). *Piaget's theory of cognitive and affective development: Foundations of constructivism* (5th ed.). White Plains, NY, England.

Williams, M. Kenneth. (2003). *Writing about the Problem Solving Process to Improve Problem Solving Performance*. Mathematics Teacher Journal. 96(3).

Wiggins, G. (1998). *Educative Assessment: Designing Assessments to Inform and Improve Student Performance*. San Francisco, Calif. : Jossey-Bass.

Zheng, C. (2012). *Understanding the learning process of peer feedback activity: An ethnographic study of Exploratory Practice*. Language Teaching Research 16 (1), 109-126.



ภาคผนวก



ภาคผนวก ก
รายนามผู้เชี่ยวชาญ



รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพรูปแบบการจัดการเรียนรู้

1. ดร.ราชันย์ บุญธิมา
 วุฒิการศึกษา กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร)
 ตำแหน่งปัจจุบัน อาจารย์ประจำสำนักทดสอบการศึกษาและจิตวิทยา
 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 เชี่ยวชาญ หลักสูตรและการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้
2. ผศ.ดร. จิตติรัตน์ แสงเลิศอุทัย
 วุฒิการศึกษา กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร)
 ตำแหน่งปัจจุบัน อาจารย์ประจำคณะครุศาสตร์
 มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม
 เชี่ยวชาญ หลักสูตรและการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้
3. ดร. พลวัต วุฒิประจักษ์
 วุฒิการศึกษา กศ.ด. (หลักสูตรและการสอน)
 ตำแหน่งปัจจุบัน อาจารย์ประจำคณะครุศาสตร์
 มหาวิทยาลัยราชภัฏกาญจนบุรี
 เชี่ยวชาญ หลักสูตรและการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้
4. ผศ.ดร. พูนพงศ์ สุขสว่าง
 วุฒิการศึกษา ค.ด. (การวัดและประเมินผลการศึกษา)
 ตำแหน่งปัจจุบัน อาจารย์ประจำวิทยาลัยวิทยาการวิจัยและวิทยาการ
 ปัญญา มหาวิทยาลัยบูรพา
 เชี่ยวชาญ การวิจัยและการวิเคราะห์ทางสถิติขั้นสูง
5. ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ้ม
 วุฒิการศึกษา กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา)
 ตำแหน่งปัจจุบัน อาจารย์ประจำภาควิชาหลักสูตรและการสอน
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
 เชี่ยวชาญ หลักสูตรและการสอน , การสอนคณิตศาสตร์

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือประกอบรูปแบบการจัดการเรียนรู้

1. ผศ.ดร. พูนพงศ์ สุขสว่าง
 วุฒิการศึกษา ค.ด. (การวัดและประเมินผลการศึกษา)
 ตำแหน่งปัจจุบัน อาจารย์ประจำวิทยาลัยวิทยาการวิจัยและวิทยาการ
 ปัญญา มหาวิทยาลัยบูรพา
 เชี่ยวชาญ การวิจัยและการวิเคราะห์ทางสถิติขั้นสูง
2. ดร.ไพโรจน์ น่วมน่วม
 วุฒิการศึกษา กศ.ด. (การศึกษาคณิตศาสตร์)
 ตำแหน่งปัจจุบัน อาจารย์ประจำภาควิชาหลักสูตรและการสอน
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
 เชี่ยวชาญ หลักสูตรและการสอน , การสอนคณิตศาสตร์
3. ดร.สมพร หลิมเจริญ
 วุฒิการศึกษา กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร)
 ตำแหน่งปัจจุบัน ศิษยานุศิษย์ชำนาญการพิเศษ
 เชี่ยวชาญ หลักสูตรและการสอน
4. นางอัญญรัตน์ โกชนเจริญ
 วุฒิการศึกษา ครุศาสตร์บัณฑิต (ค.บ.)
 ตำแหน่งปัจจุบัน ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนบ้านธาตุเชิงแกง
 เชี่ยวชาญ การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น
5. นางณอม แสนเหม
 วุฒิการศึกษา ครุศาสตร์บัณฑิต (ค.บ.)
 ตำแหน่งปัจจุบัน ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนอนุบาลจุน(บ้านบัว
 สถาน)
 เชี่ยวชาญ การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ภาคผนวก ข

แบบประเมินความเหมาะสม/สอดคล้องของรูปแบบ



แบบประเมินความเหมาะสมและความสอดคล้องของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้าง สมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

คำชี้แจง

แบบประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้ท่านผู้เชี่ยวชาญได้ประเมินความเหมาะสมและความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบต่างๆของรูปแบบการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ตลอดจนให้ข้อเสนอแนะอื่นๆ เพื่อผู้วิจัยจะได้นำไปเป็นแนวทางในการแก้ไขปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

แบบประเมินมี 2 ส่วน คือ แบบประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้ และแบบประเมินความสอดคล้องของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

ส่วนที่ 1 แบบประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

คำชี้แจง : ให้ท่านพิจารณาว่าองค์ประกอบต่างๆ ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากน้อยเพียงใด โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างที่ตรงกับความคิดเห็นของท่าน

รายการประเมิน	ระดับความเหมาะสม					ข้อเสนอแนะ ในการ ปรับปรุง
	มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด	
1. หลักการและเหตุผลของรูปแบบการจัดการเรียนรู้						
1.1 ทฤษฎี แนวคิด และหลักการที่นำมาใช้เหมาะกับการจัดการเรียนการสอนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น						
1.2 หลักการของรูปแบบการจัดการเรียนรู้มีความชัดเจน สามารถนำไปใช้ได้จริง						
2. วัตถุประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้						
2.1 มีความเหมาะสมและสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้						
2.2 มีความชัดเจน วัดและประเมินผลได้						
2.3 ประโยชน์ต่อการพัฒนานักเรียน						

รายการประเมิน	ระดับความเหมาะสม					ข้อเสนอแนะ ในการ ปรับปรุง
	มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด	
3. ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ						
ขั้นที่ 1 การกำหนดเป้าหมาย						
3.1 สอดคล้องกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้ที่ เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์						
3.3 กิจกรรมที่น่าสนใจเหมาะกับนักเรียน						
3.4 มีความสอดคล้องเหมาะสมกับธรรมชาติของผู้เรียน						
ขั้นที่ 2 การทบทวนประสบการณ์เดิม						
3.5 สอดคล้องกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้ที่ เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์						
3.6 มีความชัดเจนและสามารถปฏิบัติได้จริง						
3.7 กิจกรรมที่น่าสนใจเหมาะกับนักเรียน						
3.8 มีความสอดคล้องเหมาะสมกับธรรมชาติของผู้เรียน						
ขั้นที่ 3 การเพิ่มประสบการณ์ใหม่						
3.9 สอดคล้องกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้ที่ เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์						
3.10 มีความชัดเจนและสามารถปฏิบัติได้จริง						
3.11 กิจกรรมที่น่าสนใจเหมาะกับนักเรียน						
3.12 มีความสอดคล้องเหมาะสมกับธรรมชาติของผู้เรียน						
ขั้นที่ 4 การเชื่อมโยง						
3.13 สอดคล้องกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้ที่ เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์						
3.14 มีความชัดเจนและสามารถปฏิบัติได้จริง						
3.15 กิจกรรมที่น่าสนใจเหมาะกับนักเรียน						
3.16 มีความสอดคล้องเหมาะสมกับธรรมชาติของผู้เรียน						

รายการประเมิน	ระดับความเหมาะสม					ข้อเสนอแนะ ในการปรับปรุง
	มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด	
ขั้นที่ 5 การสรุป						
3.17 สอดคล้องกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์						
3.18 มีความชัดเจนและสามารถปฏิบัติได้จริง						
3.19 กิจกรรมที่น่าสนใจเหมาะกับนักเรียน						
3.20 มีความสอดคล้องเหมาะกับธรรมชาติของผู้เรียน						
4. การวัดและประเมินผลรูปแบบ						
4.1 มีความเหมาะสม สอดคล้องกับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้						
4.2 มีความชัดเจนสามารถปฏิบัติได้จริง						

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ส่วนที่ 2 แบบประเมินความสอดคล้องของรูปแบบการจัดการเรียนรู้

คำชี้แจง : ให้ท่านพิจารณาว่าองค์ประกอบต่างๆ ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้มีความสอดคล้องกันหรือไม่ โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างที่ตรงกับความคิดเห็นของท่าน

สอดคล้อง หมายถึง องค์ประกอบรายการประเมินมีความสอดคล้อง ส่งเสริมและมี
ส่วน เกี่ยวข้องซึ่งกันและกัน

ไม่แน่ใจ หมายถึง องค์ประกอบในรายการประเมินมีนั้นไม่ชัดเจนที่จะบอกได้ว่ามี
ความสอดคล้อง ส่งเสริมและมีส่วนเกี่ยวข้องซึ่งกันและกัน

ไม่สอดคล้อง หมายถึง องค์ประกอบในรายการประเมินไม่มีความสอดคล้อง ไม่ส่งเสริม
และไม่มีส่วนเกี่ยวข้องซึ่งกันและกัน

รายการประเมิน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			ข้อเสนอแนะในการปรับปรุง
	สอดคล้อง	ไม่ แน่ใจ	ไม่ สอดคล้อง	
1. หลักการกับวัตถุประสงค์ของรูปแบบ				
2. หลักการกับกระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ				
3. หลักการกับการวัดและประเมินผลของรูปแบบ				
4. วัตถุประสงค์กับกระบวนการจัดการเรียนรู้ของรูปแบบ				
5. วัตถุประสงค์กับการวัดและประเมินผลของรูปแบบ				
6. กระบวนการจัดการเรียนรู้กับการวัดและประเมินผลของรูปแบบ				

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน
(.....)

ขอขอบพระคุณอย่างสูงที่กรุณาตอบแบบประเมิน
เกษมา เกิดประสงค์

นิสิตปริญญาเอกสาขาการวิจัยและพัฒนาหลักสูตร มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ภาคผนวก ค

เครื่องมือประกอบรูปแบบการจัดการเรียนรู้



แบบตรวจสอบความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้

คำชี้แจง

โปรดพิจารณาแผนการจัดการเรียนรู้ และแสดงความคิดเห็นของท่านที่มีต่อรายการในแต่ละประเด็นคำถามโดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่อง เห็นด้วย ไม่แน่ใจ ไม่เห็นด้วย ที่ตรงกับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด พร้อมทั้งขอความกรุณาให้ท่านได้เสนอแนะเพิ่มเติม อันจะเป็นประโยชน์ต่อการปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ต่อไป

รายการประเมิน	ระดับความเหมาะสม					ข้อเสนอแนะ ในการปรับปรุง
	มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด	
1. ภาพรวมของแผนการจัดการเรียนรู้						
1.1 ความครบถ้วน ครอบคลุมความต้องการจำเป็นของแผนการจัดการเรียนรู้						
1.2 การเรียงลำดับมีความเหมาะสม เข้าใจง่าย						
1.3 องค์ประกอบของแผนมีความสอดคล้องกัน						
2. สารการเรียนรู้						
2.1 ความสอดคล้องกับจุดประสงค์ สามารถนำไปสู่การบรรลุจุดประสงค์ที่กำหนด						
2.2 ความสำคัญและเหมาะสมที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้						
3. จุดประสงค์การเรียนรู้						
3.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์ของรูปแบบการจัดการเรียนรู้						
3.2 แสดงถึงสิ่งที่มุ่งหวังจะเกิดกับผู้เรียน						
3.3 สามารถประเมินได้						
4. สารสำคัญ						
4.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์ และนำไปสู่การบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด						
4.2 เหมาะสมที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้						

รายการประเมิน	ระดับความเหมาะสม					ข้อเสนอแนะ ในการปรับปรุง
	มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด	
5. กิจกรรมการเรียนรู้						
5.1 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสม						
5.2 กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้						
5.3 มีความชัดเจน สามารถนำไปปฏิบัติได้						
5.4 สอดคล้องกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้						
5.5 ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้						
5.6 ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้						
5.7 มีความน่าสนใจ						
6. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้						
6.1 กำหนดรายการชัดเจน จัดเตรียมได้ง่ายและสะดวก						
6.2 การเรียบเรียงเป็นไปตามลำดับการใช้						
6.3 ความสอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้						
7. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้						
7.1 ความสอดคล้องกับจุดประสงค์ของแผนการจัดการเรียนรู้						
7.2 มีความชัดเจนในการนำไปปฏิบัติ						
7.3 ความเหมาะสมกับพฤติกรรมการเรียนรู้ที่ต้องการวัด						

แบบตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของแบบวัด

คำชี้แจง: โปรดพิจารณาแบบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยสมรรถนะการแก้ปัญหา สมรรถนะการให้เหตุผล และสมรรถนะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และแสดงความคิดเห็นของท่านในแต่ละประเด็นโดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่าน ดังนี้

- 1 หมายถึง เห็นด้วย
 0 หมายถึง ไม่แน่ใจ
 -1 หมายถึง ไม่เห็นด้วย

ข้อสอบ ข้อที่	ความชัดเจนของข้อ คำถาม			ความสอดคล้องกับ พฤติกรรมที่วัด		
	1	0	-1	1	0	-1
แบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผล						
1						
2						
3						
แบบวัดสมรรถนะการสื่อสาร						
1						
2						
3						
แบบวัดสมรรถนะการแก้ปัญหา						
1						
2						
3						
4						

แบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดฉบับนี้เป็นแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นคำถามปลายเปิด จำนวน 3 ข้อ ให้เวลาทั้งหมด 1 ชั่วโมง
2. ให้นักเรียนเสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาอย่างละเอียดรอบคอบ เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องเหมาะสมกับปัญหา
3. ในการแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์นักเรียนควรใช้รูปแบบต่างๆ เช่น การวาดภาพ การใช้กราฟ การเขียนบรรยายโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงให้เห็นแนวคิด และวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ
4. ในการประเมินคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จะพิจารณาลักษณะการให้เหตุผลของนักเรียน ดังนี้
 - 4.1 มีการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูล และแสดงวิธีการหาคำตอบให้สอดคล้องกับโจทย์
 - 4.2 สรุปคำตอบได้ถูกต้องและยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล

(ชุด A)

1. ตารางแสดงเวลาและราคาตั๋วของเที่ยวบินจากเชียงใหม่ไปกรุงเทพฯ และเที่ยวบินจากกรุงเทพฯ ไป สุราษฎร์ธานี ของสายการบิน “ชาวดอย” เป็นดังนี้

เชียงใหม่ไปกรุงเทพฯ			กรุงเทพฯไป สุราษฎร์ธานี		
เวลาออก-เวลาถึง	เที่ยวบิน	ราคา(บาท)	เวลาออก-เวลาถึง	เที่ยวบิน	ราคา(บาท)
07.30 – 08.30	FS11	1,100	08.00 – 08.45	FS22	850
10.00 – 11.00	FS12	1,200	11.30 – 12.15	FS23	1,000
14.30 – 15.30	FS13	1,250	13.30 – 14.15	FS24	1,100
19.00 – 20.00	FS14	1,300	18.00 – 19.45	FS25	1,150

คำถามที่ 1 จากข้อมูลข้างต้น ถ้านักท่องเที่ยวต้องการเดินทางจากเชียงใหม่ไปกรุงเทพฯ และเดินทางจากกรุงเทพฯไปสุราษฎร์ธานีภายในวันเดียวกัน นักท่องเที่ยวควรเดินทางด้วยเที่ยวบินใด จึงจะได้ราคาตั๋วรวมถูกที่สุด พร้อมทั้งให้เหตุผล

คำถามที่ 2 สายการบิน “เหินฟ้า” มีเที่ยวบินตรงจากเชียงใหม่ถึงสุราษฎร์ธานีโดยมีเวลาเดินทางและราคาตั๋วเป็นดังนี้

เชียงใหม่ไปสุราษฎร์ธานี		
เวลาออก-เวลาถึง	เที่ยวบิน	ราคา(บาท)
16.00 – 17.45	FS012	2,500

ศูนย์ใจต้องการเดินทางจากเชียงใหม่ไป สุราษฎร์ธานี โดยพิจารณาเลือกสายการบิน “ชาวดอย” หรือ “เหินฟ้า” ในการเดินทาง จากข้อมูลข้างต้น ข้อความต่อไปนี้เป็นข้อใดหรือข้อใด พร้อมให้เหตุผล

1. ถ้าศูนย์ใจเลือกสายการบิน “ชาวดอย” จะเสียค่าเดินทางน้อยกว่าสายการบิน “เหินฟ้า”

2. ถ้าคุ้นใจเลือกสายการบิน“ชาวดอย” โดยเลือกเที่ยวบินที่จะถึงสุราษฎร์ธานีให้เร็วที่สุด จะสามารถเดินทางถึงสุราษฎร์ธานีก่อนสายการบิน “เหินฟ้า”
3. ถ้าคุ้นใจเลือกสายการบิน “ชาวดอย” จะใช้เวลาในการเดินทางน้อยกว่าสายการบิน “เหินฟ้า”

เฉลย

1. คำถามที่ 1 จากเชียงใหม่ไปกรุงเทพฯ ใช้เที่ยวบิน FS11

จากกรุงเทพฯไปสุราษฎร์ธานี ใช้เที่ยวบิน FS23

เนื่องจาก การเดินทางจาก เชียงรายไปกรุงเทพฯ และเดินทางจากกรุงเทพฯไปสุราษฎร์ธานีภายในวันเดียวกัน เพื่อให้ได้ราคาตั๋วถูกสุด ดังนั้นควรเลือกเที่ยวไปกรุงเทพฯ เที่ยวบินที่ถูกต้องที่สุดคือ เที่ยวบิน FS11 ซึ่งทำได้ 3 วิธี ดังนี้

- 1) เลือกเที่ยวบิน FS11 และ FS23 ซึ่งมีราคาตั๋วรวมเป็น $1,100 + 1,000 = 2,100$ บาท
- 2) เลือกเที่ยวบิน FS11 และ FS24 ซึ่งมีราคาตั๋วรวมเป็น $1,100 + 1,100 = 2,200$ บาท
- 3) เลือกเที่ยวบิน FS11 และ FS25 ซึ่งมีราคาตั๋วรวมเป็น $1,100 + 1,150 = 2,250$ บาท

ดังนั้นควรเลือกเที่ยวบิน FS11จากเชียงใหม่ไปกรุงเทพฯ และเที่ยวบิน FS23 จากกรุงเทพฯไปสุราษฎร์ธานี จึงจะมีราคาตั๋วรวมถูกที่สุด

คำถามที่ 2

- 1) คุ้นใจเลือกสายการบิน “ชาวดอย” จะเสียค่าเดินทางน้อยกว่าสายการบิน “เหินฟ้า”

ตอบ ถูกต้อง เพราะ เที่ยวบินของสายการบิน “ชาวดอย” ที่เดินทางได้ในวันเดียวกันและเสียค่าเดินทางมากที่สุด คือเที่ยวบิน FS11 และ FS23 มีราคาโดยสารรวม 2,100 บาท ซึ่งน้อยกว่าค่าเดินทางของสายการบิน “เหินฟ้า” เที่ยวบิน FS012 ที่มีราคาโดยสาร 2,500 บาท

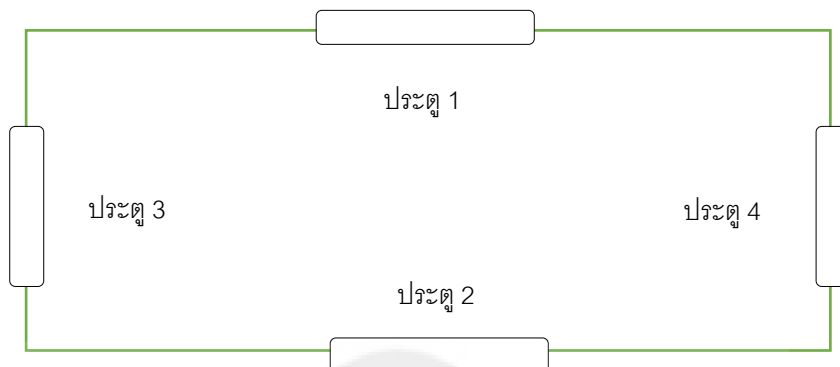
- 2) ถ้าคุ้นใจเลือกสายการบิน“ชาวดอย” โดยเลือกเที่ยวบินที่จะถึงสุราษฎร์ธานีให้เร็วที่สุด จะสามารถเดินทางถึงสุราษฎร์ธานีก่อนสายการบิน “เหินฟ้า”

ตอบ ถูกต้อง เพราะ ถ้าเดินทางด้วยสายการบิน“ชาวดอย” เที่ยวบิน FS11 และ FS23 จะถึง สุราษฎร์ธานีเวลา 12.15 น. ซึ่งถึงก่อนสายการบิน เที่ยวบิน ที่ถึงสุราษฎร์ธานีเวลา 17.45 น.

- 3) ถ้าคุ้นใจเลือกสายการบิน “ชาวดอย” จะใช้เวลาในการเดินทางน้อยกว่าสายการบิน “เหินฟ้า”

ตอบ ไม่ถูกต้อง เพราะ ถ้าเดินทางด้วยสายการบิน “เหินฟ้า” จะใช้เวลาในการเดินทาง 1 ชั่วโมง 45 นาที แต่ถ้าเดินทางด้วยสายการบิน “ชาวดอย” จะใช้เวลาในการเดินทางและเวลารอเที่ยวบิน ซึ่งมากกว่า 1 ชั่วโมง 45 นาที

2. พิพิธภัณฑ์แห่งหนึ่งมีประตู 4 ประตู ดังภาพ แต่ละประตูจะมีพนักงานนับจำนวนผู้ชมที่เข้าและออกประตู



ผู้เข้าชมทุกคนเดินเข้าและเดินออกจากพิพิธภัณฑ์เพียงครั้งเดียว ก่อนปิดพิพิธภัณฑ์ พนักงานได้สรุปจำนวนผู้เข้าชมทั้งเข้าและออกทั้ง 4 ประตูทั้งวันได้ดังนี้

ประตูที่	จำนวนผู้ชมที่เดินเข้า (คน)	จำนวนผู้ชมที่เดินออก (คน)
1	48	132
2	114	152
3	240	100
4	163	181

คำถามที่ 1 ทางพิพิธภัณฑ์ต้องการแจกของที่ระลึกให้ผู้เข้าชม จึงให้พนักงานสองคนแจกของที่ระลึกให้ผู้ชมที่กำลังออกจากพิพิธภัณฑ์ จากข้อมูลข้างต้น พนักงานแจกของที่ระลึกควรประจำอยู่ที่ประตูใด เพื่อให้ผู้เข้าชมได้รับของที่ระลึกมากที่สุด พร้อมทั้งให้เหตุผล

คำถามที่ 2 ก่อนปิดพิพิธภัณฑ์แต่ละวัน พนักงานต้องแน่ใจว่าไม่มีผู้เข้าชมหลงเหลือในพิพิธภัณฑ์ จากข้อมูลข้างต้น จงให้เหตุผลว่า วันดังกล่าวไม่มีผู้เข้าชมหลงเหลืออยู่ในพิพิธภัณฑ์แล้ว

เฉลย

คำถามที่ 1 ตอบ ประตูที่ 2 และ 4 เพราะเมื่อพิจารณาจำนวนผู้เข้าชมที่เดินออกประตูทั้ง 4 ประตู จะได้ว่า ประตูที่ 4 มีจำนวนผู้เข้าชมที่เดินออกมากที่สุดและประตูที่ 2 มีจำนวนผู้เข้าชมที่เดินออกรองลงมา ดังนั้น พนักงานแจกของที่ระลึกควรจะยืนอยู่ที่ประตูที่ 2 และ 4

คำถามที่ 2 ตอบ มีผู้เข้าชมพิพิธภัณฑ์ผ่านประตูทั้งสี่รวมกัน $48 + 114 + 240 + 163 = 565$

มีผู้ออกจากพิพิธภัณฑ์ผ่านประตูทั้งสี่รวมกัน $132 + 152 + 100 + 181 = 565$

จะได้ว่า จำนวนผู้เข้าชมที่เดินเข้าทั้งหมดเท่ากับจำนวนผู้เข้าชมที่เดินออกทั้งหมด

(หรือจำนวนที่เดินเข้าทั้งหมด - จำนวนที่เดินออกทั้งหมด = 0)

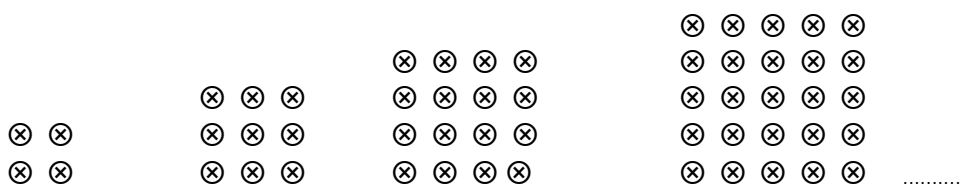
จึงสรุปได้ว่า ไม่มีผู้เข้าชมหลงเหลือในพิพิธภัณฑ์แล้ว



3. การจัดแถวแบบ “บล็อก” คือ การจัดแถวตอนที่มีจำนวนแถว เท่ากับจำนวนคนในแต่ละแถว

ดังตัวอย่าง

กำหนดให้ $\otimes$ แทน หนึ่งคน



บล็อกขนาด 2×2

บล็อกขนาด 3×3

บล็อกขนาด 4×4

บล็อกขนาด 5×5

คำถามที่ 1 ถ้าต้องการนำนักเรียน 525 คน มาจัดเป็นขบวนให้ได้จำนวนนักเรียนมากที่สุด โดยแบ่งนักเรียนเป็นสามบล็อก แต่ละบล็อกมีจำนวนคนเท่ากัน จะเหลือนักเรียนอยู่กี่คนที่ไม่ได้นำมาจัดในขบวนนี้ พร้อมให้เหตุผล

คำถามที่ 2 ถ้าต้องการนำนักเรียนจำนวน 525 คน มาจัดเป็นขบวนโดยแบ่งเป็นบล็อก ให้แต่ละบล็อกมีจำนวนนักเรียนเท่าๆกัน โดยให้จำนวนบล็อกน้อยที่สุด จะต้องจัดขบวนเป็นกี่บล็อก แต่ละบล็อกมีนักเรียนกี่คน พร้อมให้เหตุผล

เฉลย

คำถามที่ 1 เหลือนักเรียนอยู่ 18 คน

แนวคิด ต้องการนำนักเรียน 525 คน มาจัดเป็นขบวนให้ได้จำนวนนักเรียนมากที่สุด โดยแบ่งนักเรียนเป็นสามบล็อก แต่ละบล็อกมีจำนวนคนเท่ากัน

จะได้ว่า แต่ละบล็อกมีนักเรียนไม่เกิน $525 \div 3 = 175$ คน

พิจารณาจำนวนกำลังสองที่มากที่สุดที่น้อยกว่า 175 คน

เนื่องจาก $13^2 = 169$ และ $14^2 = 196$

จะได้ว่าแต่ละบล็อกมีนักเรียน 169 คน

ดังนั้นจะเหลือนักเรียนที่ไม่ได้นำมาจัดขบวนอยู่ $525 - (169 + 169 + 169) = 525 - 507 = 18$ คน

คำถามที่ 2 จะต้องแบ่งขบวนออกเป็น 21 บล็อก แต่ละบล็อกมีนักเรียน 25 คน

แนวคิด เพื่อให้ได้จำนวนบล็อกน้อยที่สุด จำนวนนักเรียนในแต่ละบล็อกต้องเป็นจำนวนกำลังสองที่มากที่สุดที่หาร 525

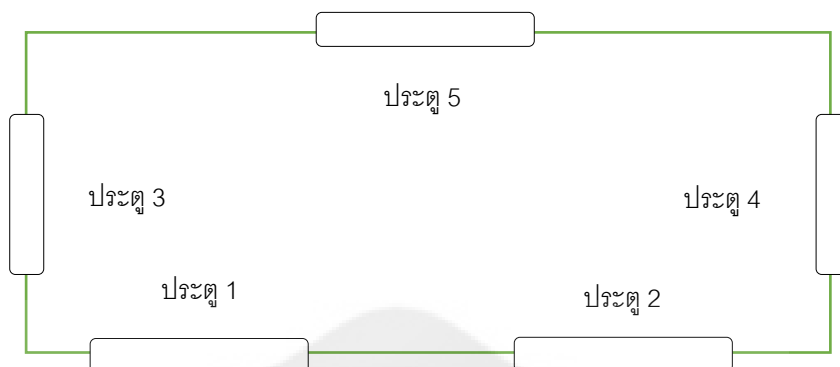
ลงตัว เนื่องจาก $525 = 5 \times 5 \times 3 \times 7$

ตัวประกอบของ 525 ที่เป็นจำนวนกำลังสองที่มากที่สุด คือ $5 \times 5 = 25$

ดังนั้น จะต้องจัดเป็นขบวนโดยแบ่งเป็น $525 \div 25 = 21$ บล็อก แต่ละบล็อกมีนักเรียน 25 คน

(ชุด B)

1. พิพิธภัณฑ์แห่งหนึ่งมีประตู 5 ประตู ดังภาพ แต่ละประตูจะมีพนักงานนับจำนวนผู้ชมที่เข้าและออกประตู



ผู้เข้าชมทุกคนเดินเข้าและเดินออกจากพิพิธภัณฑ์เพียงครั้งเดียว ก่อนปิดพิพิธภัณฑ์ พนักงานได้สรุปจำนวนผู้เข้าชมทั้งเข้าและออกทั้ง 5 ประตูทั้งวันได้ดังนี้

ประตูที่	จำนวนผู้ชมที่เดินเข้า (คน)	จำนวนผู้ชมที่เดินออก (คน)
1	152	25
2	114	44
3	76	110
4	80	84
5	32	191

คำถามที่ 1 ทางพิพิธภัณฑ์ต้องการแจกของที่ระลึกให้ผู้เข้าชม จึงให้พนักงานสองคนแจกของที่ระลึกให้ผู้ชมที่กำลังออกจากพิพิธภัณฑ์ จากข้อมูลข้างต้น พนักงานแจกของที่ระลึกควรประจำอยู่ที่ประตูใด เพื่อให้ผู้เข้าชมได้รับของที่ระลึกมากที่สุด พร้อมทั้งให้เหตุผล

.....

.....

.....

คำถามที่ 2 ก่อนปิดพิพิธภัณฑ์แต่ละวัน พนักงานต้องแน่ใจว่าไม่มีผู้เข้าชมหลงเหลือในพิพิธภัณฑ์ จากข้อมูลข้างต้น จงให้เหตุผลว่า วันดังกล่าวไม่มีผู้เข้าชมหลงเหลืออยู่ในพิพิธภัณฑ์แล้ว

.....

.....

.....

เฉลย

คำถามที่ 1 ตอบ ประตูที่ 3 และ 5 เพราะเมื่อพิจารณาจำนวนผู้เข้าชมที่เดินออกประตูทั้ง 4 ประตู จะได้ว่า ประตูที่ 5 มีจำนวนผู้เข้าชมที่เดินออกมากที่สุดและประตูที่ 3 มีจำนวนผู้เข้าชมที่เดินออกรองลงมา ดังนั้น พนักงานแจกของที่ระลึกควรจะยืนอยู่ที่ประตูที่ 3 และ 5

คำถามที่ 2 ตอบ มีผู้เข้าชมพิพิธภัณฑ์ผ่านประตูทั้งสี่รวมกัน $152 + 114 + 76 + 80 + 32 = 454$

มีผู้ออกจากพิพิธภัณฑ์ผ่านประตูทั้งสี่รวมกัน $25 + 44 + 110 + 84 + 191 = 454$

จะได้ว่า จำนวนผู้เข้าชมที่เดินเข้าทั้งหมดเท่ากับจำนวนผู้เข้าชมที่เดินออกทั้งหมด

(หรือจำนวนที่เดินเข้าทั้งหมด - จำนวนที่เดินออกทั้งหมด = 0)

จึงสรุปได้ว่า ไม่มีผู้เข้าชมหลงเหลือในพิพิธภัณฑ์แล้ว



2.การจัดแถวแบบ “บล็อก” คือ การจัดแถวตอนที่มีจำนวนแถว เท่ากับจำนวนคนในแต่ละแถว

ดังตัวอย่าง

กำหนดให้ ⊗ แทน หนึ่งคน

⊗ ⊗
⊗ ⊗

⊗ ⊗ ⊗
⊗ ⊗ ⊗
⊗ ⊗ ⊗

⊗ ⊗ ⊗ ⊗
⊗ ⊗ ⊗ ⊗
⊗ ⊗ ⊗ ⊗
⊗ ⊗ ⊗ ⊗

⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗
⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗
⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗
⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗
⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗

.....

บล็อกขนาด 2 x 2

บล็อกขนาด 3 x 3

บล็อกขนาด 4 x 4

บล็อกขนาด 5 x 5

.....

คำถามที่ 1 ถ้าต้องการนำนักเรียน 195 คน มาจัดเป็นขบวนให้ได้จำนวนนักเรียนมากที่สุด โดยแบ่งนักเรียนเป็นสามบล็อก แต่ละบล็อกมีจำนวนคนเท่ากัน จะเหลือนักเรียนอยู่กี่คนที่ไม่ได้นำมาจัดในขบวนนี้ พร้อมให้เหตุผล

.....

.....

.....

.....

เฉลย

คำถามที่ 1 เหลือนักเรียนอยู่ 18 คน

แนวคิด ต้องการนำนักเรียน 195 คน มาจัดเป็นขบวนให้ได้จำนวนนักเรียนมากที่สุด โดยแบ่งนักเรียนเป็นสามบล็อก แต่ละบล็อกมีจำนวนคนเท่ากัน

จะได้ว่า แต่ละบล็อกมีนักเรียนไม่เกิน $195 \div 3 = 65$ คน

พิจารณาจำนวนกำลังสองที่มากที่สุดที่น้อยกว่า 65 คน

เนื่องจาก $8^2 = 64$

จะได้ว่าแต่ละบล็อกมีนักเรียน 64 คน

ดังนั้นจะเหลือนักเรียนที่ไม่ได้นำมาจัดขบวนอยู่ $195 - (64 \times 3) = 195 - 192 = 3$ คน

3.ตารางแสดงเวลาและราคาตั๋วของเที่ยวบินจากภูเก็ตไปกรุงเทพฯ และเที่ยวบินจากกรุงเทพฯไป เชียงใหม่ ของสายการบิน “Blue sea” เป็นดังนี้

ภูเก็ตไปกรุงเทพฯ			กรุงเทพฯไปเชียงใหม่		
เวลาออก-เวลาถึง	เที่ยวบิน	ราคา(บาท)	เวลาออก-เวลาถึง	เที่ยวบิน	ราคา(บาท)
06.00 – 07.15	PB11	845	07.00 – 08.30	BC21	850
08.00 – 09.15	PB12	1,100	10.30 – 12.00	BC22	1,000
12.30 – 13.45	PB13	1,550	13.30 – 15.00	BC23	1,100
20.00 – 21.30	PB14	1,200	19.00 – 20.30	BC24	1,150

คำถามที่ 1 จากข้อมูลข้างต้น ถ้านักท่องเที่ยวต้องการเดินทางจากภูเก็ตไปกรุงเทพฯ และเดินทางจากกรุงเทพฯไปเชียงใหม่ภายในวันเดียวกัน นักท่องเที่ยวควรเดินทางด้วยเที่ยวบินใดจึงจะได้ราคาตั๋วรวมถูกที่สุด พร้อมทั้งให้เหตุผล

คำถามที่ 2 สายการบิน “The Flight” มีเที่ยวบินตรงจากเชียงใหม่ถึงสุราษฎร์ธานีโดยมีเวลาเดินทางและราคาตั๋วเป็นดังนี้

ภูเก็ตไปเชียงใหม่		
เวลาออก-เวลาถึง	เที่ยวบิน	ราคา(บาท)
09.30-11.30	FS012	2,500
15.00-17.00	FS014	3,000

ถูกใจต้องการเดินทางจากภูเก็ตไปเชียงใหม่ โดยพิจารณาเลือกสายการบิน “Blue sea” หรือ “The Flight” ในการเดินทาง จากข้อมูลข้างต้น ข้อความต่อไปนี้ถูกต้องหรือไม่ พร้อมทั้งให้เหตุผล

1. ถ้าผู้สนใจเลือกสายการบิน “Blue sea” จะเสียค่าเดินทางน้อยกว่าสายการบิน “เหินฟ้า”
2. ถ้าผู้สนใจเลือกสายการบิน “Blue sea” โดยเลือกเที่ยวบินที่จะถึงสุราษฎร์ธานีให้เร็วที่สุด จะสามารถเดินทางถึงสุราษฎร์ธานีก่อนสายการบิน “The Flight”
3. ถ้าผู้สนใจเลือกสายการบิน “Blue sea” จะใช้เวลาในการเดินทางน้อยกว่าสายการบิน “The Flight”

เฉลย**1. คำถามที่ 1** จากภูเก็ตไปกรุงเทพฯ ใช้เที่ยวบิน PB11

จากกรุงเทพฯไปเชียงใหม่ ใช้เที่ยวบิน BC22

เนื่องจาก การเดินทางจาก เชียงรายไปกรุงเทพฯ และเดินทางจากกรุงเทพฯไปสุราษฎร์ธานีภายในวันเดียวกัน เพื่อให้ได้ราคาตั๋วถูกสุด ดังนั้นควรเลือกเที่ยวไปกรุงเทพ เที่ยวบินที่ถูกที่สุดคือ เที่ยวบิน PB11 ซึ่งทำได้ 3 วิธี ดังนี้

- 1) เลือกเที่ยวบิน PB11 และ BC22 ซึ่งมีราคาตั๋วรวมเป็น $845 + 1,000 = 1,845$ บาท
- 2) เลือกเที่ยวบิน PB11 และ BC22 ซึ่งมีราคาตั๋วรวมเป็น $845 + 1,100 = 1,945$ บาท
- 3) เลือกเที่ยวบิน PB11 และ BC24 ซึ่งมีราคาตั๋วรวมเป็น $845 + 1,150 = 1,995$ บาท

คำถามที่ 2

- 1) ถูกใจเลือกสายการบิน “Blue sea” จะเสียค่าเดินทางน้อยกว่า

ตอบ ถูกต้อง เพราะ เที่ยวบินของสายการบิน “Blue sea” ที่เดินทางได้ในวันเดียวกันและเสียค่าเดินทางมากที่สุด คือเที่ยวบิน PB11 และ BC22 ซึ่งมีราคาตั๋วรวมเป็น 1,845 บาท ซึ่งน้อยกว่าค่าเดินทางของสายการบิน “The Flight” เที่ยวบิน FS012 ที่มีราคาโดยสาร 2,500 บาท

- 2) ถ้าอุ่นใจเลือกสายการบิน “ชาวดอย” โดยเลือกเที่ยวบินที่จะถึงสุราษฎร์ธานีให้เร็วที่สุด จะสามารถเดินทางถึงสุราษฎร์ธานีก่อนสายการบิน “เหินฟ้า”

ตอบ ถูกต้อง เพราะ ถ้าเดินทางด้วยสายการบิน “ชาวดอย” เที่ยวบิน FS11 และ FS23 จะถึง สุราษฎร์ธานีเวลา 12.15 น. ซึ่งถึงก่อนสายการบิน เที่ยวบิน ที่ถึงสุราษฎร์ธานีเวลา 17.45 น.

- 3) ถ้าอุ่นใจเลือกสายการบิน “Blue sea” จะใช้เวลาในการเดินทางน้อยกว่าสายการบิน “The Flight”

ตอบ ไม่ถูกต้อง เพราะ ถ้าเดินทางด้วยสายการบิน “The Flight” จะใช้เวลาในการเดินทาง 2 ชั่วโมง แต่ถ้าเดินทางด้วยสายการบิน “Blue sea” จะใช้เวลาในการเดินทางและเวลารอเที่ยวบิน ซึ่งมากกว่า 2 ชั่วโมง

เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดสมรรถนะการให้เหตุผล

ระดับคะแนน/ ความหมาย	คำอธิบาย
6/ดีมาก	นักเรียนตอบคำถามถูกต้องทุกข้อ แสดงเหตุผลได้สมบูรณ์อย่างสมเหตุสมผล มีการแสดงความสัมพันธ์และเปรียบเทียบข้อมูลได้
5/ดี	นักเรียนตอบคำถามถูกต้องทุกข้อ และแสดงเหตุผลได้เกือบสมบูรณ์ มีการแสดงความสัมพันธ์และเปรียบเทียบข้อมูลได้
4/ค่อนข้างดี	นักเรียนตอบคำถามถูกต้องเพียง 2-3 ข้อ มีการอธิบาย และแสดงเหตุผลที่สอดคล้องกับข้อมูลได้ถูกต้องบางส่วน มีการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลแต่ไม่ครบถ้วน
3/พอใช้	นักเรียนตอบคำถามถูกต้องเพียง 1-2 ข้อ มีการอธิบาย และแสดงเหตุผลที่สอดคล้องกับข้อมูลได้ถูกต้องบางส่วน มีการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลแต่ไม่ครบถ้วน
2/พอใช้	นักเรียนตอบคำถามถูกต้องเพียง 1 ข้อ แสดงเหตุผลที่สอดคล้องกับข้อมูล
1/พอใช้	นักเรียนตอบคำถามถูกต้องเพียง 1 ข้อ แสดงเหตุผลที่สอดคล้องกับข้อมูลแต่ยังไม่เพียงพอ
0/ควรปรับปรุง	นักเรียนไม่ตอบคำถาม หรือตอบคำถามไม่ถูกต้องทุกข้อ

แบบวัดสมรรถนะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดฉบับนี้เป็นแบบวัดสมรรถนะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นคำถามปลายเปิด จำนวน 3 ข้อ ให้เวลาทั้งหมด 1 ชั่วโมง
2. ให้นักเรียนเขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายหรือแนวคิดในการหาคำตอบโดยใช้สัญลักษณ์หรือเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์แทนข้อความ
3. ให้นักเรียนนำเสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาอย่างละเอียดรอบคอบ โดยใช้การเขียน การบรรยาย การวาดภาพ การใช้กราฟ การเขียนบรรยายโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงให้เห็นแนวคิด และวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ
4. ในการประเมินคะแนนสมรรถนะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จะพิจารณาลักษณะการสื่อสารของนักเรียน ดังนี้
 - 4.1 เขียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้
 - 4.2 สามารถอธิบายและแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
 - 4.3 เขียนอธิบายแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบได้

(ชุด A)

1. วารสารบ้านน่าอยู่ ได้ใช้ระบบการให้คะแนนเพื่อประเมินคุณภาพของโครงการบ้านจัดสรรที่อยู่ในเขตกรุงเทพมหานคร โครงการที่ได้รางวัล “โครงการดีเด่นแห่งปี” จะเป็นโครงการบ้านจัดสรรที่มีคะแนนรวมสูงสุด โดยมีโครงการบ้านจัดสรรเข้ารับการประเมิน และแสดงผลการประเมิน ดังตาราง

ชื่อโครงการ	ความปลอดภัย (S)	สภาพแวดล้อม ภายในหมู่บ้าน (L)	ความคงทน ของตัวบ้าน (K)	ราคาและระบบ การชำระเงิน (C)	ระบบ สาธารณูปโภคของ หมู่บ้าน (T)	การวางผัง ของโครงการ (P)
A1	3	3	2	3	2	2
B2	2	2	3	3	2	3
C3	3	3	3	2	2	2
D4	3	1	3	2	3	3
E5	2	2	2	2	3	3

ค่าที่ถูกประเมินตีความดังนี้

3 คะแนน = ดีเยี่ยม

2 คะแนน = ดี

1 คะแนน = พอใช้

คำถามที่ 1 การคิดคะแนนสำหรับโครงการดีเด่นแห่งปีนั้น ใช้สูตรการหาคะแนนรวมจากผลรวมของคะแนนแต่ละด้าน ดังนี้

$$\text{คะแนนรวม} = 2S + L + 3K + C + 2T + P$$

จงคำนวณหาว่าโครงการใดได้รับคัดเลือกเป็นโครงการดีเด่นแห่งปี

คำถามที่ 2 เจ้าของโครงการ “B2” คิดว่ากฎในการให้คะแนนรวมนั้นไม่ยุติธรรม

จงเขียนสูตรที่ใช้คำนวณการให้คะแนนรวมเพื่อที่จะให้ โครงการ “B2” เป็นผู้ชนะ สูตรที่นักเรียนเขียนนั้นควรจะต้องรวมตัวแปรทั้งห้าตัว

เฉลย

คำถามที่ 1 โครงการดีเด่นแห่งปี คือ โครงการ D4

แนวคิด จากสูตรคะแนนรวม = $2S + L + 3K + C + 2T + P$

$$\begin{aligned} A1 &= 2(3) + 3 + 3(2) + 3 + 2(2) + 2 \\ &= 6 + 3 + 6 + 3 + 4 + 2 \\ &= 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B2 &= 2(2) + 2 + 3(3) + 3 + 2(2) + 3 \\ &= 4 + 2 + 9 + 3 + 4 + 3 \\ &= 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C3 &= 2(3) + 3 + 3(3) + 2 + 2(2) + 2 \\ &= 6 + 3 + 9 + 2 + 4 + 2 \\ &= 26 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D4 &= 2(3) + 1 + 3(3) + 2 + 2(3) + 3 \\ &= 6 + 1 + 9 + 2 + 6 + 3 \\ &= 27 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E5 &= 2(2) + 2 + 3(2) + 2 + 2(3) + 3 \\ &= 4 + 2 + 6 + 2 + 6 + 3 \\ &= 23 \end{aligned}$$

จะได้ว่าโครงการ D4 เป็นโครงการที่มีคะแนนรวมสูงที่สุด จึงได้รับรางวัลโครงการดีเด่นแห่งปี

คำถามที่ 2 อาจมีได้หลายสูตรที่สามารถรวมคะแนนแล้วทำให้ B2 ชนะ ยกตัวอย่าง 1 สูตรดังนี้

สูตรคะแนนรวมใหม่ = $S + L + 3K + 2C + T + 3P$

$$\begin{aligned} A1 &= 3 + 3 + 3(2) + 2(3) + 2 + 3(2) \\ &= 3 + 3 + 6 + 6 + 2 + 6 \\ &= 26 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B2 &= 2 + 2 + 3(3) + 2(3) + 2 + 3(3) \\ &= 2 + 2 + 9 + 6 + 2 + 9 \\ &= 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C3 &= 3 + 3 + 3(3) + 2(2) + 2 + 3(2) \\ &= 3 + 3 + 9 + 4 + 2 + 6 \\ &= 27 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D4 &= 3 + 1 + 3(3) + 2(2) + 3 + 3(3) \\ &= 3 + 1 + 9 + 4 + 2 + 9 \\ &= 28 \end{aligned}$$

2. บาร์โค้ด (Barcode) เป็นรหัสแท่งที่ประกอบด้วยเส้นขนานหลายๆ เส้นที่มีความหนาและช่องไฟต่างๆ วางเรียงกันอยู่อย่างมีกฎเกณฑ์ เป็นรหัสแทนตัวเลขและตัวอักษร เพื่อให้เครื่องคอมพิวเตอร์สามารถอ่านรหัสข้อมูลได้ง่ายขึ้น โดยใช้เครื่องอ่านบาร์โค้ด โดยระบบบาร์โค้ดใช้เลขโดด 13 ตัว ซึ่งมีความหมายดังนี้

3 หลักแรก คือ รหัสของประเทศที่ผลิตสินค้า เช่น ไทยใช้รหัส 978 จีนใช้รหัส 901 มาเลเซียใช้รหัส 036 เป็นต้น

4 หลักถัดมา คือ รหัสของโรงงานที่ผลิต

5 หลักถัดมา คือ รหัสของสินค้า

และเลขโดดในหลักสุดท้ายจะเป็นตัวตรวจสอบความถูกต้องของบาร์โค้ด (Check digit)

คำถามที่ 1 ถ้าสินค้าชิ้นที่ 1 และชิ้นที่ 2 มีบาร์โค้ดดังนี้

ISBN 388053101-3



บาร์โค้ดชิ้นที่ 1



บาร์โค้ดชิ้นที่ 2

จากข้อมูลข้างต้น สินค้าทั้งสองชิ้นนี้ผลิตจากโรงงานเดียวกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

คำถามที่ 2 ในการสร้างรหัสบาร์โค้ด จะต้องมีการกำหนดตัวตรวจสอบในตำแหน่งสุดท้ายเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของบาร์โค้ด โดยรหัสบาร์โค้ดที่ถูกต้องจะต้องเป็นตามเงื่อนไข ดังนี้
“ผลรวมของเลขโดดทั้ง 13หลักจะหารด้วย 10 ลงตัว”

ถ้าสินค้าชิ้นหนึ่งผลิตที่ประเทศไทย โดยบาร์โค้ดของรหัสโรงงานที่ผลิตเป็น 6544 และรหัสของสินค้าเป็น 10674 จะมีรหัสบาร์โค้ดของสินค้าชิ้นนี้คืออะไร และตัวตรวจสอบเป็นเลขโดดใด จงแสดงวิธีทำ

เฉลย

คำถามที่ 1 ไม่ใช่โรงงานเดียวกัน เพราะเลขโดดของรหัสบาร์โค้ดหลักที่ 4-7 ของทั้งสองชั้นไม่เหมือนกัน
หรือ ไม่ใช่โรงงานเดียวกันเพราะเลขโดดแสดงรหัสของโรงงานชั้นที่ 1 เป็น 3880 ส่วนชั้นที่ 2 เป็น 2345 ซึ่งไม่เหมือนกัน

คำถามที่ 2 กำหนดให้ตัวตรวจสอบคือ a

จากข้อมูลได้ว่า รหัสบาร์โค้ดของสินค้าชิ้นนี้ คือ 978654410674a

จากเงื่อนไขในการตรวจสอบรหัสบาร์โค้ด

$$\text{จะได้ว่า } = 9 + 7 + 8 + 6 + 5 + 4 + 4 + 1 + 0 + 6 + 7 + 4 + a$$

$$= 71 + a$$

และจากเงื่อนไขที่ว่า $71 + a$ ต้องหารด้วย 10 ลงตัว จะได้ว่า a คือ 9

ตอบ รหัสบาร์โค้ดของสินค้าชิ้นนี้ คือ 9786544106749 ตัวตรวจสอบคือ 9



3. อุณหภูมิที่จังหวัดพะเยาวัดได้ 28 องศาเซลเซียส และที่ประเทศญี่ปุ่นวัดได้ -3 องศาเซลเซียส

คำถามที่ 1 อุณหภูมิที่จังหวัดพะเยา และประเทศญี่ปุ่นต่างกันกี่องศา

.....

.....

.....

.....

.....

คำถามที่ 2 หากพยากรณ์อากาศได้ประกาศว่า สัปดาห์นี้สภาพอากาศของไทยจะมีอุณหภูมิลดลง 1-2 องศา ให้นักเรียนคาดการณ์อุณหภูมิของจังหวัดพะเยาในอีก 5 วันข้างหน้า

.....

.....

.....

.....

.....

คำถามที่ 3 หากพยากรณ์อากาศได้ประกาศสภาพอากาศประจำสัปดาห์ดังนี้

จังหวัดพะเยา ในสัปดาห์นี้จะมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้น 1-3 องศา

ประเทศญี่ปุ่น ในสัปดาห์นี้จะมีอุณหภูมิลดลง 1 – 3 องศา

ให้นักเรียนเขียนกราฟแสดงสภาพอากาศของจังหวัดพะเยาและประเทศญี่ปุ่น ใน 1 สัปดาห์ โดยให้เขียนในกราฟเดียวกัน

.....

.....

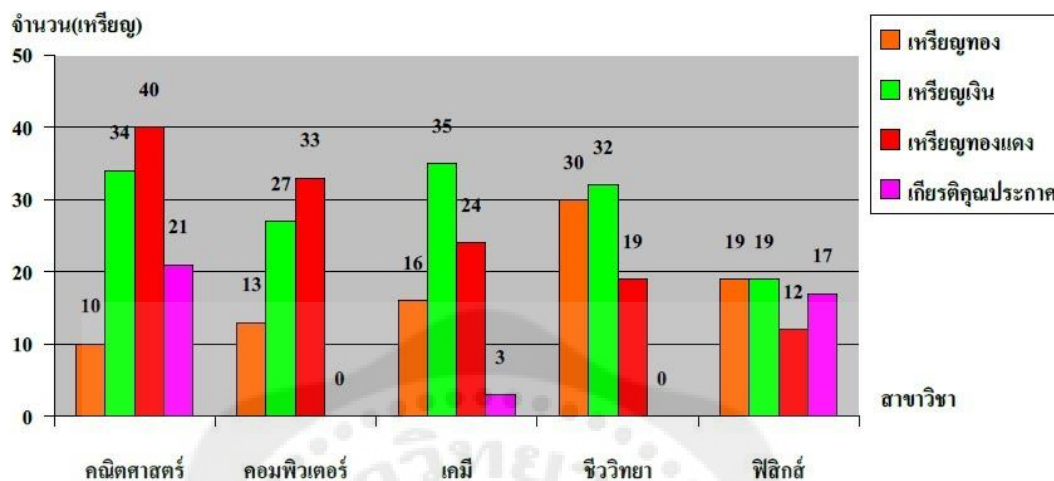
.....

.....

(ชุด B)

แผนภูมิแสดงจำนวนเหรียญรางวัลที่ผู้แทนของประเทศไทยได้รับจากการแข่งขัน

คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์โอลิมปิก ระหว่างประเทศ พ.ศ.2532 – 2554



ที่มา : สำนักงานสถิติแห่งชาติ

1. จากแผนภูมิแท่งแสดงจำนวนเหรียญรางวัลที่ผู้แทนประเทศไทยได้รับจากการแข่งขัน

คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์โอลิมปิกระหว่างประเทศ ระหว่าง พ.ศ. 2532 – 2554 จงตอบคำถาม

ต่อไปนี้

คำถามที่ 1 ให้นักเรียนสรุปว่าสาระใดได้เหรียญรางวัลแต่ละประเภทมากที่สุด

.....

.....

.....

.....

เฉลย

คำถามที่ 1 สาระคณิตศาสตร์ได้เหรียญทองแดงมากที่สุด 40 เหรียญ

สาระคอมพิวเตอร์ได้เหรียญทองแดงมากที่สุด 33 เหรียญ

สาระเคมีได้เหรียญเงินมากที่สุด 35 เหรียญ

สาระชีววิทยาได้เหรียญเงินมากที่สุด 32 เหรียญ

สาระฟิสิกส์ได้เหรียญทองและเหรียญเงินมากที่สุด 19 เหรียญ

2. อุณหภูมิที่จังหวัดพะเยาวัดได้ 35 องศาเซลเซียส และที่ประเทศญี่ปุ่นวัดได้ -6 องศาเซลเซียส

คำถามที่ 1 อุณหภูมิที่จังหวัดพะเยา และประเทศญี่ปุ่นต่างกันกี่องศา

.....

.....

.....

.....

คำถามที่ 2 หากพยากรณ์อากาศได้ประกาศว่า สัปดาห์นี้สภาพอากาศของไทยจะมีอุณหภูมิ

ลดลง 3-4 องศา ให้นักเรียนคาดการณ์อุณหภูมิของจังหวัดพะเยาในอีก 5 วันข้างหน้า

.....

.....

.....

.....

.....

คำถามที่ 3 หากพยากรณ์อากาศได้ประกาศสภาพอากาศประจำสัปดาห์เป็นดังนี้

จังหวัดพะเยา ในสัปดาห์นี้จะมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้น 3-4 องศา

ประเทศญี่ปุ่น ในสัปดาห์นี้จะมีอุณหภูมิลดลง 3-4 องศา

ให้นักเรียนเขียนกราฟแสดงสภาพอากาศของจังหวัดพะเยาและประเทศญี่ปุ่น ใน 1 สัปดาห์ โดยให้เขียนในกราฟเดียวกัน

.....

.....

.....

.....

3. นิตยสารคู่มือผู้บริโภค ได้มีการจัดอันดับเครื่องปรับอากาศแต่ละยี่ห้อโดยใช้ระบบการให้คะแนนเพื่อประเมินคุณภาพของเครื่องปรับอากาศ ผลการประเมินดังตาราง

ยี่ห้อ เครื่องปรับอากาศ	ราคาประหยัด (S)	การประหยัด ไฟฟ้า (L)	ความคงทน (K)	ความสวยงาม (C)	บริการหลังการ ขาย (T)
Air11	5	1	3	1	3
Air12	3	5	3	3	3
Air13	5	3	3	3	1
Air14	1	5	3	5	5

ค่าที่ถูกประเมินตีความดังนี้

5 คะแนน = ดีเยี่ยม

3 คะแนน = ดี

1 คะแนน = พอใช้

คำถามที่ 1 การคิดคะแนนคุณภาพของเครื่องปรับอากาศ ใช้สูตรการหาคะแนนรวมจากผลรวมของคะแนนแต่ละด้าน ดังนี้ $\text{คะแนนรวม} = S + 3L + 2K + C + 2T$
จงคำนวณหาว่าเครื่องปรับอากาศชนิดใดมีคุณภาพดีที่สุด

คำถามที่ 2 เจ้าของเครื่องปรับอากาศยี่ห้อ Air13 คิดว่ากฎในการให้คะแนนรวมนั้นไม่ยุติธรรม
จึงเขียนสูตรที่ใช้คำนวณการให้คะแนนรวมเพื่อที่จะให้เครื่องปรับอากาศยี่ห้อ Air13 เป็นผู้ชนะ ให้นักเรียนเขียนสูตรที่ทำให้ Air13 เป็นผู้ชนะ โดยต้องใช้ตัวแปรทั้ง 5 ตัว

เฉลย

คำถามที่ 1 เครื่องปรับอากาศยี่ห้อ Air14 มีคุณภาพดีที่สุด เพราะมีผลการประเมินมากที่สุด

แนวคิด จากสูตรคะแนนรวม = $S + 3L + 2K + C + 2T$

$$\begin{aligned}\text{Air14} &= 1 + 3(5) + 2(3) + 3 + 2(5) \\ &= 37\end{aligned}$$

คำถามที่ 2 อาจมีได้หลายสูตรที่สามารถรวมคะแนนแล้วทำให้ Air13 ชนะ ยกตัวอย่าง 1 สูตรดังนี้

$$\text{สูตรคะแนนรวมใหม่} = 3S + L + K + 2C + T$$

เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดสมรรถนะการสื่อสาร

ระดับคะแนน/ ความหมาย	คำอธิบาย
6/ดีมาก	นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้องทุกข้อและเขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบการคิดได้ถูกต้อง อธิบายสรุปคำตอบที่ได้ถูกต้องทุกข้อ
5/ดี	นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้องทุกข้อและเขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบการคิดได้ถูกต้อง อธิบายสรุปคำตอบที่ได้ถูกต้องเพียง 1 ข้อ
4/ดี	นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้องเพียง 1 ข้อและเขียนอธิบายวิธีคิด โดยอาศัยความรู้และหลักการประกอบการคิดได้ถูกต้อง อธิบายสรุปคำตอบที่ได้ถูกต้อง
3/ค่อนข้างดี	นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้อง 1 ข้อแต่ไม่เขียนอธิบายวิธีคิดหรือเขียนอธิบายแต่ใช้ความรู้และหลักการประกอบการคิดไม่สมบูรณ์
2/พอใช้	นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้องทุกข้อแต่ไม่เขียนอธิบายวิธีคิด
1/ควรปรับปรุง	นักเรียนหาคำตอบได้แต่ไม่ถูกต้องทุกข้อ แต่มีการอธิบายหลักการประกอบการคิด
0/ควรปรับปรุง	นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ถูกต้องทุกข้อ

แบบวัดสมรรถนะด้านการแก้ปัญหา

คำชี้แจง

1. แบบวัดฉบับนี้เป็นแบบวัดสมรรถนะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นคำถามปลายเปิด จำนวน 4 ข้อ ให้เวลาทั้งหมด 1 ชั่วโมง
2. ให้นักเรียนนำเสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาย่างละเอียดรอบคอบ โดยใช้การเขียน การบรรยาย การวาดภาพ การใช้กราฟ การเขียนบรรยายโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงให้เห็นแนวคิด และวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบ
3. ในการประเมินคะแนนสมรรถนะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะพิจารณาลักษณะการแก้ปัญหานักเรียน ดังนี้
 - 3.1 สามารถบอกได้ว่าปัญหานั้นกำหนดสิ่งใดให้บ้าง และต้องการให้หาอะไร และจะดำเนินการหาคำตอบของปัญหานั้นอย่างไร
 - 3.2 สามารถแก้ปัญหตามแนวทางหรือกลยุทธ์ที่เลือกไว้จนกระทั่งหาคำตอบของปัญหานั้นได้
 - 3.3 สามารถตรวจสอบความถูกต้อง โดยการทำย้อนกลับจากคำตอบไปสู่สิ่งที่กำหนดให้ว่ามีความสมเหตุสมผลหรือไม่

(ชุด A)

1. หากกำหนดให้สาร A มีอุณหภูมิปกติที่ -15 องศาเซลเซียส นำไปอุ่นให้มีอุณหภูมิเพิ่มขึ้น 2 องศาเซลเซียสทุกๆ 1 นาที จงหาว่าเมื่อนำสาร A ไปอุ่นครบ 5 นาที สาร A จะมีอุณหภูมิเท่าใด

คำถามที่ 1 นักเรียนจะต้องใช้ข้อมูลอะไรบ้างในโจทย์ปัญหาข้อนี้ เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ

.....

.....

.....

คำถามที่ 2 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำพร้อมตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คำถามที่ 3 หากสาร A มีอุณหภูมิปกติที่ -15 องศาเซลเซียส นำไปอุ่นให้มีอุณหภูมิเพิ่มขึ้น 22 องศาเซลเซียส จากนั้นนำไปทำให้มีอุณหภูมิลดลง 17 องศาเซลเซียส สุดท้ายอุณหภูมิของสาร A เป็นกี่องศาเซลเซียส

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลย

คำถามที่ 1 โจทย์กำหนด สาร A มีอุณหภูมิปกติที่ -15 องศาเซลเซียส

นำไปอุ่นให้มีอุณหภูมิเพิ่มขึ้น 2 องศาเซลเซียสทุก 1 นาที หมายถึง นำ 2 มาบวกเพิ่ม

โจทย์ถามว่าเมื่อครบ 5 นาที อุณหภูมิของสาร A เป็นเท่าใด

คำถามที่ 2

A มีอุณหภูมิปกติที่ -15 องศาเซลเซียส นำไปอุ่นให้มีอุณหภูมิเพิ่มขึ้น 2 องศาเซลเซียสทุก 1 นาที ดังนั้น สาร A จะมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้นดังนี้

นาทีที่ 1 มีอุณหภูมิ $-15 + 2 = -13$ องศา นาทีที่ 2 มีอุณหภูมิ $-13 + 2 = -11$ องศา

นาทีที่ 3 มีอุณหภูมิ $-11 + 2 = -9$ องศา นาทีที่ 4 มีอุณหภูมิ $-9 + 2 = -7$ องศา

นาทีที่ 5 มีอุณหภูมิ $-7 + 2 = -5$ องศา

หรือ วิธีที่ 2 สารเอจะมีอุณหภูมิ $(-15) + 2(5) = (-15) + 10 = -5$

ดังนั้นเมื่อนำไปอุ่นครบ 5 นาที สาร A จะมีอุณหภูมิ -5 องศาเซลเซียส

คำถามที่ 3

สาร A มีอุณหภูมิปกติที่ -15 องศาเซลเซียส

นำไปอุ่นให้มีอุณหภูมิเพิ่มขึ้น 22 องศาเซลเซียส

สาร A จะมีอุณหภูมิ $-15 + 22 = 7$ องศาเซลเซียส

แล้วนำไปทำให้มีอุณหภูมิลดลง 17 องศาเซลเซียส

สาร A จะมีอุณหภูมิ $7 - 17 = -10$ องศาเซลเซียส

ดังนั้น สาร A จะมีอุณหภูมิที่ -10 องศาเซลเซียส

2. บุรินกู้ยืมเงินจาก กยศ.มา จำนวนหนึ่ง เมื่อเรียนจบมีงานทำเขาได้นำเงินไปใช้หนี้กยศ.ทุกเดือนๆ ละ 7,500 บาท เป็นเวลา 5 ปี จึงจ่ายหนี้หมด บุรินกู้ยืมเงินจาก กยศ.เป็นจำนวนเงินเท่าใด

คำถามที่ 1 นักเรียนจะต้องใช้ข้อมูลอะไรบ้างในโจทย์ปัญหาข้อนี้ เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ

.....

.....

.....

คำถามที่ 2 จงแสดงวิธีคิดพร้อมตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คำถามที่ 3 หากบุรินจ่ายหนี้ กยศ. ให้หมดในเวลา 6 ปี เขาจะต้องชำระหนี้เดือนละกี่บาท

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลย

คำถามที่ 1 ให้บุรินกู้เงินมาจำนวน X บาท เมื่อเรียนจบเขาใช้หนี้ทุกเดือนๆละ 7,500 บาทเป็นเวลา 5 ปี โจทย์ต้องการทราบว่า บุรินกู้ยืมเงินจาก กยศ.เป็นจำนวนเงินเท่าใด

คำถามที่ 2 กำหนดให้บุรินกู้เงินมาจำนวน X บาท

เวลา 5 ปี คิดเป็น $(5 \times 12) = 60$ เดือน

เมื่อเรียนจบเขาใช้หนี้ทุกเดือนๆละ 7,500 บาท

ดังนั้น เมื่อครบ 5 ปี เขาใช้หนี้ทั้งหมด $7,500 \times 60 = 450,000$ บาท

ตอบ บุรินกู้ยืมเงินจาก กยศ.เป็นจำนวนเงิน 450,000 บาท

ตรวจสอบ บุรินกู้เงินมา 450,000 บาท เขาต้องชำระหนี้เดือนละ 7,500 บาททั้งหมด

$450,000 \div 7,500 = 60$ เดือน 1 ปี มี 12 เดือน ดังนั้น 60 เดือน คิดเป็น $60 \div 12 = 5$ ปี

คำถามที่ 3

ตอบ บุรินเป็นหนี้อยู่ 450,000 บาท ต้องการจ่ายหนี้ให้หมดในเวลา 6 ปี คิดเป็น $6 \times 12 = 72$ เดือน

เขาต้องชำระหนี้เดือนละ $450,000 \div 72 = 6,250$ บาท



3. น้ำเหนือซื้อเสื้อ 5 ตัว ราคาตัวละ 99 บาท กางเกง 4 ตัว ราคาตัวละ 199 บาท จากร้าน “จ่ายสะดวก” ถ้าน้ำเหนือต้องการคิดราคาเสื้อและกางเกงอย่างรวดเร็ว น้ำเหนือจะคิดอย่างไรได้บ้าง และได้คำตอบเท่าไร

คำถามที่ 1 นักเรียนจะต้องใช้ข้อมูลอะไรบ้างในโจทย์ปัญหาข้อนี้ เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ

.....

.....

คำถามที่ 2 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำในแต่ละวิธี

.....

.....

.....

.....

เฉลย

คำถามที่ 1 เสื้อ ราคาตัวละ 99 บาท ซื้อ 5 ตัว กางเกง ราคาตัวละ 199 บาท ซื้อ 4 ตัว และ น้ำเหนือจะต้องคิดราคาเสื้อและกางเกงอย่างรวดเร็ว

คำถามที่ 2

ตอบ วิธีที่ 1 เสื้อราคาตัวละ 99 บาท คิดประมาณเป็น 100 บาท

ซื้อเสื้อ 5 ตัว คิดประมาณเป็น $5 \times 100 = 500$ บาท

กางเกง ราคาตัวละ 199 บาท คิดประมาณเป็น 200 บาท

ซื้อกางเกง 4 ตัว คิดประมาณเป็น $4 \times 200 = 800$ บาท

ดังนั้นน้ำเหนือต้องจ่ายเงินทั้งสิ้น $(500 + 800) - 9 = 1291$ บาท

วิธีที่ 2 เสื้อราคาตัวละ 99 บาท คิดประมาณเป็น 100 บาท

ซื้อเสื้อ 5 ตัว คิดประมาณเป็น $5 \times 100 = 500$ บาท จ่ายค่าเสื้อ $500 - 5 =$

495 บาท

กางเกง ราคาตัวละ 199 บาท คิดประมาณเป็น 200 บาท

ซื้อกางเกง 4 ตัว คิดประมาณเป็น $4 \times 200 = 800$ บาท จ่ายค่ากางเกง $800 - 4 =$

796 บาท

ดังนั้นน้ำเหนือต้องจ่ายเงินทั้งสิ้น $495 + 796 = 1291$ บาท

(ชุด B)

1.รถยนต์คันหนึ่งติดราคาไว้ 1,500,000 บาท มีโปรโมชั่นมอเตอริซอร์ ดอกเบี้ย 0 เปอร์เซ็นต์แต่ต้องวางเงินดาวน์รถ 250,000 บาท หากพ่อต้องการซื้อรถยนต์คันนี้โดยต้องการผ่อนเดือนละไม่เกิน 20,000 บาท พ่อต้องผ่อนประมาณกี่เดือน

คำถามที่ 1 นักเรียนจะต้องใช้ข้อมูลอะไรบ้างในโจทย์ปัญหาข้อนี้ เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ

.....

.....

.....

คำถามที่ 2 จงแสดงวิธีคิดพร้อมตรวจสอบคำตอบ

คำถามที่ 3 หากพ่อต้องการผ่อนเพียง 50 เดือน พ่อต้องผ่อนรถยนต์คันนี้เดือนละกี่บาท

เฉลย

คำถามที่ 1 รถยนต์คันหนึ่งติดราคาไว้ 1,500,000 บาท มีโปรโมชั่น ดอกเบี้ย 0 เปอร์เซ็นต์แต่ต้องวางเงินดาวน์รถ 250,000 บาท พ่อต้องการซื้อรถยนต์คันนี้โดยต้องการผ่อนเดือนละไม่เกิน 20,000 บาท โจทย์ต้องการทราบว่า พ่อต้องผ่อนรถยนต์กี่เดือน

คำถามที่ 2 กำหนดให้พ่อผ่อนรถ X เดือน

ราคารถยนต์ 1,500,000 บาท

ดาวน์รถ 250,000 บาท

เหลือที่ต้องผ่อน $1,500,000 - 250,000 = 1,250,000$ บาท

ผ่อนเดือนละ 20,000 บาทโดยไม่คิดดอกเบี้ย

จะผ่อนได้ $1,250,000 \div 20,000 = 62.5$ เดือน

ตอบ พ่อต้องผ่อนรถยนต์ 36 เดือน

คำถามที่ 3

ตอบ พ่อต้องการผ่อน 50 เดือนต้องผ่อนเดือนละ $1,250,000 \div 50 = 25,000$ บาท

2.ร้านขายผลไม้ติดราคาส้มกิโลกรัมละ 55 บาท เงาะกิโลกรัมละ 40 บาท แม่ต้องการให้ต้นน้ำซื้อส้มและเงาะให้ชนิดละ 2 กิโลกรัม แม่ต้องให้เงินต้นน้ำอย่างน้อยกี่บาทจึงพอซื้อตามต้องการ จะมีวิธีคิดอย่างไรได้บ้าง

คำถามที่ 1 นักเรียนจะต้องใช้ข้อมูลอะไรบ้างในโจทย์ปัญหานี้ เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ

.....

.....

.....

คำถามที่ 2 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำในแต่ละวิธี

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลย

คำถามที่ 1 ส้มกิโลกรัมละ 55 บาท เงาะกิโลกรัมละ 40 บาท แม่ต้องการให้ต้นน้ำซื้อส้มและเงาะให้ชนิดละ 2 กิโลกรัม แม่ต้องให้เงินเท่าใดจึงจะพอซื้อ

คำถามที่ 2

ตอบ วิธีที่ 1 ส้มกิโลกรัมละ 55 บาท ซื้อ 2 กิโลกรัม เป็นเงิน $55 \times 2 = 110$ บาท

เงาะกิโลกรัมละ 40 บาท ซื้อ 2 กิโลกรัม เป็นเงิน $40 \times 2 = 80$ บาท

รวมแล้วคิดเป็นเงิน $110 + 80 = 190$ บาท

แม่ต้องให้เงินต้นน้ำ 200 จึงจะพอซื้อ

วิธีที่ 2 คิดประมาณราคาส้มและเงาะที่กิโลกรัมละ 50 บาทเท่าๆกัน

ซื้อทั้งหมด 4 กิโลกรัม คิดเป็นเงิน $50 \times 4 = 200$ บาท

3.หากกำหนดให้สาร B มีอุณหภูมิปกติที่ -50 องศาเซลเซียส นำไปอุ่นให้มีอุณหภูมิเพิ่มขึ้น 15 องศาเซลเซียสทุกๆ 1 นาที จงหาว่าเมื่อนำสาร B ไปอุ่นครบ 5 นาที สาร B จะมีอุณหภูมิเท่าใด

คำถามที่ 1 นักเรียนจะต้องใช้ข้อมูลอะไรบ้างในโจทย์ปัญหาข้อนี้ เพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ

.....

.....

.....

คำถามที่ 2 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำพร้อมตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คำถามที่ 3 หากสาร B มีอุณหภูมิปกติที่ -50 องศาเซลเซียส นำไปอุ่นให้มีอุณหภูมิเพิ่มขึ้น 65 องศาเซลเซียส จากนั้นนำไปทำให้มีอุณหภูมิลดลง 13 องศาเซลเซียส สุดท้ายอุณหภูมิของสาร A เป็นกี่ องศาเซลเซียส

.....

.....

.....

เฉลย

คำถามที่ 1 โจทย์กำหนด สาร B มีอุณหภูมิปกติที่ -50 องศาเซลเซียส

นำไปอุ่นให้มีอุณหภูมิเพิ่มขึ้น 15 องศาเซลเซียสทุก 1 นาที หมายถึง นำ 15 มาบวกเพิ่ม

โจทย์ถามว่าเมื่อครบ 5 นาที อุณหภูมิของสาร B เป็นเท่าใด

คำถามที่ 2

B มีอุณหภูมิปกติที่ -50 องศาเซลเซียส นำไปอุ่นให้มีอุณหภูมิเพิ่มขึ้น 15 องศาเซลเซียสทุกๆ 1 นาที ดังนั้น สาร A จะมีอุณหภูมิเพิ่มขึ้นดังนี้

นาทีที่ 1 มีอุณหภูมิ $-50 + 15 = -35$ องศา นาทีที่ 2 มีอุณหภูมิ $-35 + 15 = -20$ องศา

นาทีที่ 3 มีอุณหภูมิ $-20 + 15 = -5$ องศา นาทีที่ 4 มีอุณหภูมิ $-5 + 15 = 10$ องศา

นาทีที่ 5 มีอุณหภูมิ $10 + 15 = 25$ องศา

หรือ วิธีที่ 2 สาร B จะมีอุณหภูมิ $(-50) + 15(5) = -50 + 75 = 25$ องศา

ดังนั้นเมื่อนำไปอุ่นครบ 5 นาที สาร A จะมีอุณหภูมิ 25 องศาเซลเซียส

คำถามที่ 3

สาร B มีอุณหภูมิปกติที่ -50 องศาเซลเซียส

นำไปอุ่นให้มีอุณหภูมิเพิ่มขึ้น 65 องศาเซลเซียส

สาร B จะมีอุณหภูมิ $-50 + 65 = 15$ องศาเซลเซียส

แล้วนำไปทำให้มีอุณหภูมิลดลง 13 องศาเซลเซียส

สาร B จะมีอุณหภูมิ $15 - 13 = 2$ องศาเซลเซียส

ดังนั้น สาร A จะมีอุณหภูมิที่ 2 องศาเซลเซียส

เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดสมรรถนะการแก้ปัญหา

ระดับคะแนน/ ความหมาย	คำอธิบาย
6/ดีมาก	นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา รวมทั้งสามารถดำเนินการแสดงวิธีหาคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้องทุกข้อ
5/ดี	นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา รวมทั้งสามารถดำเนินการแสดงวิธีหาคำตอบได้ทุกข้อแต่ไม่แสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ
4/ดี	นักเรียนสามารถไม่อธิบายได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาแต่สามารถดำเนินการแสดงวิธีหาคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้องทุกข้อ
3/ค่อนข้างดี	นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา รวมทั้งสามารถดำเนินการแสดงวิธีหาคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้องเพียง 1-2 ข้อ
2/พอใช้	นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา รวมทั้งสามารถดำเนินการแสดงวิธีหาคำตอบเพียง 1-2 ข้อและไม่แสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบ
1/ควรปรับปรุง	นักเรียนหาคำตอบได้แต่ไม่ถูกต้องทุกข้อ แต่มีการเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบ
0/ควรปรับปรุง	นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ถูกต้องทุกข้อและไม่เขียนแสดงวิธีการหาคำตอบ

ภาคผนวก ง
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้



แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง จำนวนเต็ม

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1

ภาคเรียนที่ 1

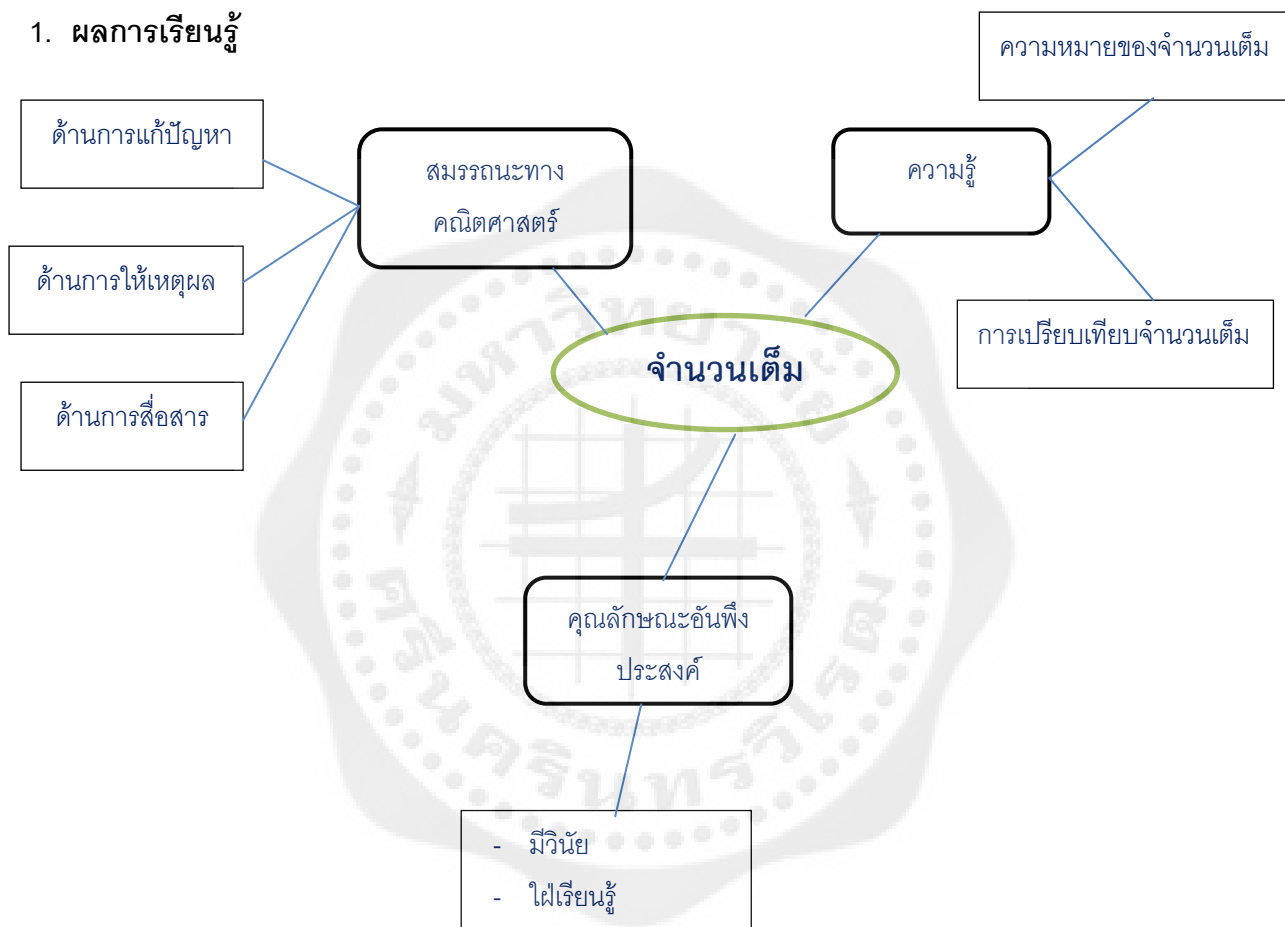
ชื่อวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ปีการศึกษา 2559

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 จำนวนเต็ม

เวลา 4 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้



2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของจำนวนเต็มได้
2. แยกประเภทของจำนวนเต็มบวก ศูนย์ จำนวนเต็มลบได้
3. หาจำนวนเต็มจากแบบรูปที่กำหนดให้ได้
4. เปรียบเทียบจำนวนเต็มสองจำนวนว่ามากกว่า น้อยกว่า หรือเท่ากันได้
5. มีสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา
6. มีสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล
7. มีสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสาร

8. มิวินัย ไม่เรียนรู้

3. สารสำคัญ

จำนวนเต็มประกอบด้วย จำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ และจำนวนเต็มศูนย์

จำนวนนับหรือจำนวนธรรมชาติ เรียกได้อีกชื่อหนึ่งคือ จำนวนเต็มบวก ได้แก่ 1, 2, 3, 4,.....

จำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดคือ 1 แต่ไม่มีจำนวนเต็มบวกใดที่มีค่ามากที่สุด

จำนวนเต็มศูนย์ มี 1 ตัวคือ 0 ในทางคณิตศาสตร์ถือว่า ศูนย์ไม่ใช่จำนวนนับ

จำนวนเต็มลบ จำนวนที่แสดงการนับลดลงทีละ 1 ต่อจากศูนย์ ได้แก่ -1, -2, -3, -4,.....

4. กิจกรรมการเรียนรู้

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครั้งนี้ใช้ รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ 5 ขั้นตอน ดังนี้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นที่ 1 การกำหนดเป้าหมาย

4.1 ครูชี้แจงวัตถุประสงค์ในการเรียนรู้ในเรื่องจำนวนเต็ม

4.2 นักเรียนร่วมกันเล่นเกม พยากรณ์อากาศ โดยครูนำตารางแสดงอุณหภูมิของประเทศต่างๆ ที่มีอุณหภูมิแตกต่างกันให้นักเรียนดู แล้วช่วยกันทายว่าประเทศใดที่มีสภาพอากาศร้อน หนาว หรือ มีฝนตก โดยครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนให้ตอบ

ขั้นที่ 2 การทบทวนประสบการณ์เดิม

4.3 นักเรียนร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับจำนวนเต็มในชีวิตประจำวัน เช่น วันนี้ก็นำเงินมาโรงเรียนคนละกี่บาท, อุณหภูมิที่ห้องเรียนวันนี้กี่องศา (ครูมีเทอร์โมมิเตอร์ให้นักเรียนดู), ความเย็นในตู้เย็นเป็นเท่าใด (มีรูปประกอบ), อุณหภูมิของประเทศจีน, นอร์เวย์, อินเดีย (มีรูปประกอบ) เป็นเท่าไร เป็นต้น โดยให้ออกมานำเสนอหน้าห้อง เพื่ออธิบายแนวคิดให้เพื่อนเข้าใจ เช่น ในชีวิตประจำวันเราได้เกี่ยวข้องกับจำนวนเต็มมากมาย เช่น วันนี้เรานำเงินมาโรงเรียน 50 บาท อุณหภูมิห้องวันนี้เป็น 28 องศา เป็นจำนวนเต็มบวก อุณหภูมิของประเทศจีนและนอร์เวย์ในวันนี้ เป็น -2 และ -7 องศา เป็นจำนวนเต็มลบ และความเย็นในตู้เย็นเป็น 0 องศา เป็นจำนวนเต็มศูนย์ เป็นต้น

4.4 นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายว่าจำนวนเต็ม ประกอบด้วยจำนวนใดบ้าง และมีลักษณะอย่างไร (จำนวนที่ไม่มีเศษส่วนและทศนิยมอยู่ในจำนวนนั้น) โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนดึงความรู้เดิมออกมาเช่น “จำนวน 1, 2, 3 เราเรียกว่าจำนวนอะไรคะ” หรือ “ลองยกตัวอย่างจำนวนเต็มอื่นๆสิคะ” หรือ “ถ้าเป็น 0 เราจะจัดอยู่ในจำนวนเต็มประเภทใดคะ” เป็นต้น เพื่อให้เกิดการแลกเปลี่ยนความรู้กันระหว่างเพื่อนและครูโดยนักเรียนสามารถอธิบายความหมายของจำนวนเต็มได้ว่า จำนวนเต็ม

ประกอบด้วยจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มศูนย์และจำนวนเต็มลบ พร้อมทั้งวาดโครงสร้างของจำนวนเต็มในรูป mind mapping พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลที่สมเหตุสมผล

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นที่ 3 การเพิ่มประสบการณ์ใหม่

4.5 นักเรียนร่วมกันพิจารณา สรุปองค์ประกอบของจำนวนเต็มจากที่นักเรียนได้ทำกิจกรรมโครงสร้างจำนวนเต็ม และเขียนจำนวนเต็มทั้งหมดให้อยู่ในรูปเส้นจำนวน

4.6 นักเรียนจับกลุ่มกันกลุ่มละ 4 คนซึ่งเป็นนักเรียนที่คละระหว่างเก่ง ปานกลาง และอ่อน เพื่อให้ นักเรียนร่วมกันอภิปรายความแตกต่างหรือความคล้ายคลึงของจำนวนเต็มแต่ละประเภท โดยครูเป็นผู้เสริมเมื่อนักเรียนพูดคุยกันนอกประเด็นและแนะนำนักเรียนให้สามารถสรุปประเภทของจำนวนเต็มได้ แล้วสุ่มให้ออกมาอธิบายกับเพื่อนหน้าชั้นเรียน จนได้ข้อสรุปว่า

- จำนวนเต็มบวก เป็นจำนวนที่มากกว่า 0 ได้แก่ 1, 2, 3,...
- จำนวนเต็มลบ เป็นจำนวนที่น้อยกว่า 0 ได้แก่ -1, -2, -3,...
- จำนวนศูนย์ ได้แก่ 0

4.7 นักเรียนแต่ละกลุ่มตรวจสอบกระบวนการคิดโดย ตอบคำถามเกี่ยวกับจำนวน ดังนี้

- จำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด คือ จำนวนใด
- จำนวนเต็มบวกที่มากที่สุด มีหรือไม่ คือจำนวนใด
- จำนวนเต็มลบที่มากที่สุด คือ จำนวนใด
- จำนวนเต็มลบที่น้อยที่สุด มีหรือไม่ คือจำนวนใด

4.8 นักเรียนแต่ละคนทำใบงานที่ 1 เรื่องจำนวนเต็ม จากนั้นให้ตัวแทนออกมานำเสนอคำตอบ พร้อมทั้งให้เหตุผลของใบงานให้เพื่อนในห้องเข้าใจอย่างถูกต้องแม่นยำและรวดเร็ว

4.9 นักเรียนทุกคนร่วมกันสนทนาและตั้งประเด็นคำถามเกี่ยวกับจำนวนเต็ม โดยใช้คำถามทรงพลัง เช่น

เพื่อนๆ คิดว่า 5 มากกว่า 3 หรือไม่ เพราะเหตุใด

เพื่อนๆ คิดว่า -1 น้อยกว่า 0 หรือไม่ เพราะเหตุใด

เพื่อนๆ คิดว่า 1 มากกว่า 0 หรือไม่ เพราะเหตุใด

จากคำตอบที่ได้ นักเรียนเขียนเส้นจำนวนบนกระดาน แล้วสังเกตและวิเคราะห์ว่าจำนวนใดที่มากกว่าและจำนวนใดที่น้อยกว่า จากนั้นร่วมกันสรุปจนได้ว่าบนเส้นจำนวน จำนวนเต็มที่อยู่ทางขวาจะมีค่ามากกว่าจำนวนเต็มที่อยู่ทางซ้ายเสมอ จากนั้นนักเรียนทำใบงานที่ 2 เรื่องการเปรียบเทียบจำนวนเต็ม

ชั่วโมงที่ 3

ขั้นที่ 4 การเชื่อมโยง

4.10 นักเรียนแต่ละคนร่วมกันอภิปรายเพิ่มเติมว่าในชีวิตประจำวันของนักเรียนนั้น นักเรียนได้เกี่ยวข้องกับจำนวนมากมาย ซึ่งอาจอยู่ในรูปของแบบรูปที่เกี่ยวกับความสัมพันธ์ที่เกี่ยวกับชีวิตประจำวัน จากตัวอย่างที่ 1 ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนพิจารณาดารางแสดงความสัมพันธ์ของระดับความสูงในระดับต่างๆ กับอุณหภูมิที่บันทึกได้ ณ สถานที่แห่งหนึ่งดังนี้

ความสูงเหนือระดับน้ำทะเล (กิโลเมตร)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
อุณหภูมิของอากาศ (องศาเซลเซียส)	28	22	17	11	6	0	-6	-11	-17	-22

จงใช้ข้อมูลจากตารางตอบคำถามต่อไปนี้

1. ที่ระดับความสูงใดที่มีสภาพอากาศร้อนที่สุด พร้อมบอกเหตุผล
2. ที่ระดับความสูงใดที่น้ำจะเริ่มกลายป็นน้ำแข็ง พร้อมบอกเหตุผล
3. ที่ระดับความสูงใดที่มีสภาพอากาศหนาวที่สุด พร้อมบอกเหตุผล
4. อุณหภูมิของอากาศที่ 1 กิโลเมตรเหนือระดับน้ำทะเล ต่างจากอุณหภูมิของอากาศที่ 4

กิโลเมตรเหนือระดับน้ำทะเลเท่าไร

5. จากตารางจงอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างความสูงของระดับน้ำทะเลกับอุณหภูมิของอากาศ

4.11 นักเรียนแบ่งกลุ่มๆละ 3 คนเชื่อมโยงความรู้ใหม่ที่ได้เรียนมาเพื่อนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาในชีวิตประจำวัน โดยร่วมกันอภิปรายในประเด็นคำถามดังนี้ “สิ่งที่นักเรียนต้องการแก้ปัญหาคืออะไร” “นักเรียนจะเริ่มค้นแก้ปัญหาจากสิ่งใดเป็นอันดับแรก” “ผลลัพธ์ที่ต้องการคืออะไร” “นักเรียนจะมีวิธีการตรวจสอบคำตอบอย่างไรว่าถูกต้องหรือไม่”

- 4.12 นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำแบบฝึกเสริมสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

ชั่วโมงที่ 4

4.13 นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันสร้างโจทย์ปัญหาในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับจำนวนเต็ม รวมทั้งแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยอาศัยทักษะ และกระบวนการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์และวางแผน และใช้เทคนิคต่างๆในการหาคำตอบ แล้วนำมาเสนอปัญหาหน้าห้อง

ขั้นที่ 5 การสรุป

4.14 นักเรียนร่วมกันสรุปองค์ความรู้ที่ได้จากการเรียน โดยมีตัวแทนมาสรุปสั้นๆเป็น แผนภูมิความคิด (mind map) จากนั้นครูให้ข้อเสนอแนะเชิงบวก และใช้คำถามกระตุ้นเพื่อนำทางให้นักเรียนสู่การ

สรุปความคิดสำคัญด้วยตนเองได้ ซึ่งจะได้ข้อสรุปเกี่ยวกับการเปรียบเทียบจำนวนเต็ม คือ การพิจารณาเปรียบเทียบจำนวนเต็มบนเส้นจำนวน จำนวนเต็มที่อยู่ทางขวาจะมีค่ามากกว่าจำนวนเต็มที่อยู่ทางซ้ายเสมอ

6. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

1. รูปภาพแสดงแบบรูปและความสัมพันธ์ในชีวิตประจำวัน
2. เกมบวกเพิ่ม
3. ใบงานที่ 1 เรื่องจำนวนเต็ม
4. ใบงานที่ 2 เรื่องการเปรียบเทียบจำนวนเต็ม
5. แบบฝึกเสริมสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

7. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1. การตรวจใบงานที่ 1 และ 2 เรื่องจำนวนเต็ม และแบบฝึกเสริมสมรรถนะทางคณิตศาสตร์
2. การสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ ในการทำกิจกรรม ในการตอบคำถามและอภิปรายร่วมกัน
3. การประเมินชิ้นงานจากกิจกรรมกลุ่ม
4. การประเมินสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการตัดสินใจจากชิ้นงานและการนำเสนอผลงานหน้าห้อง

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	แหล่งข้อมูล	เกณฑ์การประเมิน
1. นักเรียนสามารถหาความหมายของจำนวนเต็มและเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนที่กำหนดให้ได้	การตรวจผลงาน	แบบตรวจผลงาน	นักเรียน	ทำถูกต้องมากกว่าร้อยละ 40
2. นักเรียนสามารถสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนเต็มได้	การตรวจผลงาน	แบบประเมิน	นักเรียน	ระดับมากขึ้นไป
3. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้	การสังเกต	แบบประเมิน	นักเรียน	ระดับพอใช้ขึ้นไป
4. นักเรียนสามารถ สื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอได้	การนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน	แบบประเมิน	นักเรียน	ระดับพอใช้ขึ้นไป
5. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	การตรวจผลงาน	แบบฝึกเสริมสมรรถนะทางคณิตศาสตร์	นักเรียน	ทำถูกต้องมากกว่าร้อยละ 40
6. นักเรียนสามารถให้เหตุผล	การตรวจผลงาน	แบบฝึกเสริม	นักเรียน	ทำถูกต้องมากกว่า

ทางคณิตศาสตร์ที่ สมเหตุสมผลได้		สมรรถนะทาง คณิตศาสตร์		ร้อยละ 40
-----------------------------------	--	--------------------------	--	-----------

แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล

ที่	พฤติกรรม ชื่อ-สกุล	ความสนใจ				การแสดง ความคิดเห็น				การตอบ คำถาม				การยอมรับ ฟังคนอื่น				ทำงาน ตามที่ได้รับ มอบหมาย				หมายเหตุ
		4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	

เกณฑ์การวัดผล ให้คะแนนระดับคุณภาพของแต่ละพฤติกรรมดังนี้

ดีมาก = 4 สนใจฟัง ไม่หวั่น ไม่พูดคุยในชั้น มีคำถามที่ดี ตอบคำถามถูกต้อง ทำงานส่งครบตรงเวลา

ดี = 3 การแสดงออกอยู่ในเกณฑ์ประมาณ 70%

ปานกลาง = 2 การแสดงออกอยู่ในเกณฑ์ประมาณ 50%

ปรับปรุง = 1 เข้าชั้นเรียน แต่การแสดงออกน้อยมาก ส่งงานไม่ครบ ไม่ตรงเวลา

ลงชื่อ.....ผู้สังเกต

แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม

กลุ่มที่.....ชั้น.....

ลำดับ ที่	ชื่อ-สกุล สมาชิกกลุ่ม	พฤติกรรม																				รวม
		ความ ร่วมมือ				การแสดง ความ คิดเห็น				การรับฟัง ความ คิดเห็น				ความตั้งใจ ในการ ทำงาน				การมีส่วนร่วม ในการ อภิปราย				
		4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	
1																						
2																						
3																						
4																						
5																						
6																						
7																						
8																						
9																						
10																						

เกณฑ์การให้คะแนน

ดีมาก	= 4	ประสิทธิภาพอยู่ในเกณฑ์	90-100%	หรือปฏิบัติบ่อยครั้ง
ดี	= 3	ประสิทธิภาพอยู่ในเกณฑ์	70-89%	หรือปฏิบัติบางครั้ง
ปานกลาง	= 2	ประสิทธิภาพอยู่ในเกณฑ์	50-69%	หรือปฏิบัติครั้งเดียว
ปรับปรุง	= 1	ประสิทธิภาพต่ำกว่าเกณฑ์50%	หรือไม่ปฏิบัติเลย	

ลงชื่อ.....ผู้สังเกต

ใบงานที่ 1

จงพิจารณาประโยคต่อไปนี้ว่าประโยคใดเป็นจริงประโยคใดเป็นเท็จพร้อมทั้งให้เหตุผลในประโยคที่เป็นเท็จ

1. 0 เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด

.....

2. 1 เป็นจำนวนเต็ม

.....

3. จำนวนนับที่น้อยที่สุด คือ 0

.....

4. -2 เป็นจำนวนเต็ม

.....

5. มีจำนวนเต็มลบมากมายนับไม่ถ้วน

.....

6. 2.5 เป็นจำนวนเต็ม

.....

7. จำนวนที่ต่อจาก 0 โดยลดลงครั้งละ 5 คือ -5

.....

8. จำนวนที่ต่อจาก -7 โดยเพิ่มครั้งละ 5 คือ -2

.....

9. -1, -2, -3, ... เป็นการนับเพิ่มครั้งละ 1

.....

10. -3 เป็นจำนวนที่อยู่ห่างจาก 0 ทางซ้ายมือ 3 หน่วย

.....

ใบงานที่ 2

จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้องสมบูรณ์

1. จงเติมเครื่องหมาย $>$ หรือ $<$ ลงใน

1) -6 -10

2) -2 -1

3) -13 -15

4) -75 -100

5) -20 -10

6) -18 -30

7) -52 -25

8) -101 -110

9) -11 -111

10) -93 -39

2. จงเติมจำนวนลงในช่องว่างต่อจากจำนวนที่กำหนดให้อีก 3 จำนวน

1) $-16, -13, -10, \dots, \dots, \dots$

2) $-2, -5, -8, \dots, \dots, \dots$

3) $-98, -105, -112, \dots, \dots, \dots$

- 4) -5, -16, -27,,,
- 5) -111, -99, -87,,,
- 6) -21, -32, -43,,,

แบบฝึกเสริมสมรรถนะทางคณิตศาสตร์

1. ตารางแสดงเวลาและราคาตั๋วของเที่ยวบินจากเชียงใหม่ไปกรุงเทพฯ และเที่ยวบินจากกรุงเทพฯไปสุราษฎร์ธานี ของสายการบิน “ชาวดอย” เป็นดังนี้

เชียงใหม่ไปกรุงเทพฯ			กรุงเทพฯไป สุราษฎร์ธานี		
เวลาออก-เวลาถึง	เที่ยวบิน	ราคา (บาท)	เวลาออก-เวลาถึง	เที่ยวบิน	ราคา (บาท)
07.30 – 08.30	FS11	1,100	08.00 – 08.45	FS22	850
10.00 – 11.00	FS12	1,200	11.30 – 12.15	FS23	1,000
14.30 – 15.30	FS13	1,250	13.30 – 14.15	FS24	1,100
19.00 – 20.00	FS14	1,300	18.00 – 19.45	FS25	1,150

จากข้อมูลข้างต้น ถ้านักท่องเที่ยวต้องการเดินทางจากเชียงใหม่ไปกรุงเทพฯ และเดินทางจากกรุงเทพฯไปสุราษฎร์ธานีภายในวันเดียวกัน นักท่องเที่ยวควรเดินทางด้วยเที่ยวบินใดจึงจะได้ราคาตั๋วรวมถูกที่สุด พร้อมทั้งให้เหตุผล

ภาคผนวก จ
ผลงานนักเรียน





ประวัติย่อผู้วิจัย



ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางกษมา เกิดประสงค์
วันเดือนปีเกิด	9 มิถุนายน 2560
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดพะเยา
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	29/9 หมู่ 7 ต.โกรกพระ อ.โกรกพระ จ.นครสวรรค์ 60170
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	ครูชำนาญการ โรงเรียนอุทัยวิทยาคม
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนอุทัยวิทยาคม อำเภอเมืองอุทัยธานี จ.อุทัยธานี 61000 สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 42
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2539	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จาก โรงเรียนพะเยาพิทยาคม จังหวัดพะเยา
พ.ศ. 2543	ครุศาสตร์บัณฑิต คณะครุศาสตร์ จาก จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
พ.ศ. 2547	ครุศาสตร์มหาบัณฑิต (การศึกษาคณิตศาสตร์) คณะครุศาสตร์ จาก จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
พ.ศ. 2560	ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร) จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ