

ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

บทคัดย่อ
ของ
นางสาวสุจินดา พชรภิญโญ

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
กุมภาพันธ์ 2548

สุจินดา พัชรวิญญู. (2547). *ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ : รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมาย เพื่อสร้างชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ของการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์โดยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสมุทรปราการ อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรปราการ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 จำนวน 20 คน ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่ำกว่าร้อยละ 50 เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูลคือ ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ แผนการจัดการเรียนรู้ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ สถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูลคือ t -test one group

ผลการศึกษาปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสมุทรปราการ ที่สอนโดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์หลังจากเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

REMEDIAL TEACHING PACKAGES IN MATHEMATICS ON WORD
PROBLEMS OF LINEAR EQUATIONS IN TWO VARIABLES
FOR MATHAYOMSUKSA III STUDENTS

AN ABSTRACT

BY

MISS SUJINDA PHATCHARAPHINYO

Presented in partial fulfillment of the requirement
for the Master of Education degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University

February 2005

Sujinda Phatcharaphinyo. (2004). *Remedial Teaching Packages in Mathematics on Word Problems of Linear Equations in Two Variables for Mathayomsuksa III Students*. Master Project, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok : Graduate School. Srinakharinwirot University. Master Project advisor : Assoc. Prof. Dr Somchai Chuchat.

The purposes of this research were to construct Remedial Teaching Packages and study the result of students' learning achievement of Mathayomsuksa III Students by using Remedial Teaching Packages in Mathematics on Word Problems of Linear Equations in Two Variables.

The subjects in this study consisted of Mathayomsuksa III students at Samutprakan School, Muang District, Samut Prakan Province of the Second Semester 2004 academic year. The subjects were 20 Mathayomsuksa III students, who obtained score on Academic Achievement in Mathematics on Word Problems of Two Variables Linear Equations System lower than 50 %. The instructional materials consisted of Remedial Teaching Packages, learning lessons plans, and five Subjective Test. Data Analysis was achieved by the t – test one group.

The results of the study indicated that the Mathematics achievement on Word Problems of Linear Equations in Two Variables for Mathayomsuksa III students after the use of Remedial Teaching Packages has increased above the passing criterion of 50 % significantly at .01 level.

ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สารนิพนธ์

ของ

นางสาวสุจินดา พัชรภิญโญ

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

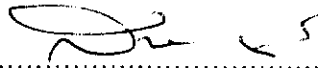
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

กุมภาพันธ์ 2548

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

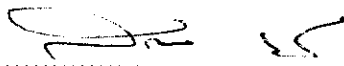
อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตรและคณะกรรมการสอบ
ได้พิจารณาสารนิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการ
ศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์



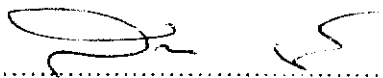
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

ประธานกรรมการบริหารหลักสูตร



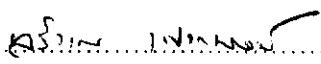
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

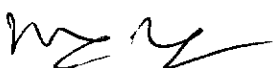
คณะกรรมการสอบ



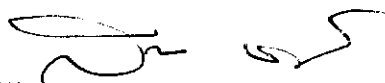
ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

 กรรมการสอบสารนิพนธ์
(รองศาสตราจารย์ ดร. จีววรรณ เสวตมาลย์)

 กรรมการสอบสารนิพนธ์
(รองศาสตราจารย์ ดร. ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ)

อนุมัติได้รับสารนิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ



คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

วันที่ 16 เดือน กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2548

ประกาศคุณูปการ

สารนิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความกรุณาและการให้คำแนะนำจากรองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ ซึ่งเป็นประธานกรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร. จวีร์วรรณ เศวตมาลย์ กรรมการ และรองศาสตราจารย์ ดร. ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ กรรมการ ที่แต่งตั้งเพิ่มเติม อย่างดียิ่ง โดยกรุณาให้คำปรึกษาและข้อแนะนำต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อการ ทำงานวิจัย ตลอดจนตรวจแก้สารนิพนธ์ฉบับนี้อย่างละเอียดมาโดยตลอด ผู้วิจัยรู้สึกทราบดีและ ขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร. จวีร์วรรณ เศวตมาลย์ อาจารย์อำนวยการ กาญจน- ปาน อาจารย์นันทนา สิงห์วัฒนาศิริ ซึ่งกรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจแก้ไขข้อบกพร่องและให้ คำแนะนำในเรื่องของ ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดผล สัมฤทธิ์ซึ่งเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ อาจารย์แขนงภา ฟุ่มพวง ที่ กรุณาตรวจอ่านและช่วยแก้ไขข้อบกพร่องของบทคัดย่อภาษาอังกฤษของสารนิพนธ์ฉบับนี้จนสำเร็จ ลุล่วงไปด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนสมุทรปราการ และอาจารย์หมวดวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสมุทรปราการ ทุกท่าน ที่อำนวยความสะดวกในการทดลองหาคุณภาพของเครื่องมือและ ดำเนินการทดลองในการวิจัยครั้งนี้

ขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนสมุทรปราการ จังหวัด สมุทรปราการ ที่ได้เป็นกลุ่มตัวอย่างในการหาคุณภาพของเครื่องมือและดำเนินการทดลองในการวิจัย ครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อ คุณแม่ และขอบคุณพี่ น้อง และเพื่อน ๆ ที่ให้การสนับสนุน ช่วยเหลือและเป็นกำลังใจในการทำสารนิพนธ์ฉบับนี้จนสำเร็จลุล่วงด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของสารนิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดามารดา ครู – อาจารย์ทุกท่าน ที่ได้ให้การอบรมสั่งสอนและประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

สุจินดา พัทธภิญโญ

สารบัญ

บทที่		หน้า
1	บทนำ	1
	ภูมิหลัง	1
	ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า.....	3
	ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า.....	3
	ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า.....	4
	คำนิยามศัพท์.....	5
	สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า.....	6
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	7
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนซ่อมเสริม	8
	ความหมายของการสอนซ่อมเสริม.....	8
	สาเหตุที่ต้องจัดให้มีการสอนซ่อมเสริม.....	9
	หลักการและจุดมุ่งหมายของการสอนซ่อมเสริม.....	11
	ปัญหาและความต้องการในการสอนซ่อมเสริม.....	13
	แนวคิดในการดำเนินการสอนซ่อมเสริม.....	13
	ขั้นตอนและระยะเวลาในการสอนซ่อมเสริม.....	15
	ลักษณะนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริม.....	18
	ประโยชน์ของการสอนซ่อมเสริม.....	19
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนซ่อมเสริม.....	19
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์	22
	ความหมายของโจทย์ปัญหา.....	22
	รูปแบบของโจทย์ปัญหา.....	24
	ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์.....	25
	อุปสรรคที่ส่งผลต่อการแก้โจทย์ปัญหา.....	27
	สาเหตุบางประการที่ทำให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่ได้.....	29
	องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา.....	30
	กระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหา.....	33
	ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา.....	39

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2(ต่อ)	
แนวคิดพื้นฐานทางจิตวิทยาของการแก้ปัญหา	43
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์.....	45
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์...	48
ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	48
องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	51
สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	52
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	54
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึก.....	55
ความหมายของแบบฝึก.....	55
ความสำคัญของแบบฝึก.....	55
ประโยชน์ของแบบฝึก.....	56
ลักษณะของแบบฝึก.....	57
หลักในการสร้างแบบฝึก.....	58
หลักจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบฝึก.....	58
ประสิทธิภาพของแบบฝึก.....	60
เกณฑ์ในการหาประสิทธิภาพของแบบฝึก.....	60
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึก.....	62
3 วิธีการดำเนินการศึกษาค้นคว้า	65
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	65
เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	65
ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	66
แบบแผนที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	67
เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	67
วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	74
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	75
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	76

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	80
การวิเคราะห์ข้อมูล	80
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	80
5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	82
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	82
สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า	82
วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า	82
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	82
เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	83
ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	83
เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	84
วิธีดำเนินการวิจัย	84
การวิเคราะห์ข้อมูล	85
สรุปผลการศึกษาค้นคว้า	85
อภิปรายผล	85
ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า	87
ข้อเสนอแนะ	87
บรรณานุกรม	89
ภาคผนวก	105
ภาคผนวก ก	106
ภาคผนวก ข	109
ภาคผนวก ค	114
ภาคผนวก ง	126
ภาคผนวก จ	200
ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์	202

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	แสดงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ตั้งแต่ปีการศึกษา 2536 – 2540	2
2	แบบแผนการทดลองแบบ One – Short Case Study	67
3	ผลการวิเคราะห์การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการสอนด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าร้อยละ 50	81
4.	ผลการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยผู้เชี่ยวชาญ	107
5.	แสดงค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบที่ใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	108
6.	คะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 20 คน	110
7.	แสดงค่าร้อยละของคะแนนจากการทดสอบหลังการทดลองเรียนด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 20 คน	111
8.	คะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เพื่อหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน.....	112

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา.....	35
2 ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาตามแนวคิดของวิลสันและคณะ.....	36

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

ในยุคสมัยแห่งการเปลี่ยนแปลงกระบวนทัศน์ในการจัดการเรียนการสอนอย่างในปัจจุบันนี้ การจัดหลักสูตรการเรียนการสอนมีเป้าหมายหลักที่จะพัฒนาเยาวชนของชาติให้เป็นคนดี คนเก่ง มีความสุขและสามารถดำเนินชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข ดังจะเห็นได้จากพระราชบัญญัติ การศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 ซึ่งมีความมุ่งหมายที่จะพัฒนาคนไทยให้มีความรู้ มีทักษะด้าน คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และพัฒนาคนไทยให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้และคุณธรรมจริยธรรม (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2542 : 12 – 13) ในการที่ประเทศไทยจะพัฒนาด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้นั้นเยาวชนของชาติจะ ต้องได้รับการพัฒนาทางด้านคณิตศาสตร์แล้วเป็นอย่างดี เพราะว่าความรู้ด้านคณิตศาสตร์เป็นความ รู้พื้นฐานที่สำคัญและจำเป็นอีกทั้งยังเป็นเครื่องมือในการที่มนุษย์จะนำไปใช้ในการพัฒนาความรู้ทาง ด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (ปานทอง กุลนาถศิริ. 2543 : 14 – 22) ทั้งนี้สถานศึกษาเป็น สถาบันหนึ่งที่จะช่วยส่งเสริมประสบการณ์การเรียนรู้และยังช่วยพัฒนาศักยภาพทางด้านสติปัญญา ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนากระบวนการคิด การให้เหตุผล และการแก้ปัญหา ดังจะเห็นได้จาก การจัดหลักสูตรการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้นล้วนแต่มีส่วนช่วยในการพัฒนาความ คิด และส่งเสริมทักษะประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทั้งสิ้น

การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นวิชาที่จำเป็นและเป็นประโยชน์กับผู้เรียนใน การนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน ในช่วงทศวรรษที่ผ่านมาให้ความสำคัญในเรื่องของทักษะกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ควบคู่ไปกับความรู้ด้านเนื้อหาสาระ ซึ่งจะเห็นได้จากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งเป็นหลักสูตรที่พัฒนาผู้เรียนให้เป็นผู้รู้ด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และ เทคโนโลยี โดยเน้นให้ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการและเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี (กรมวิชาการ. 2545 : 1) แต่สภาพการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ อดีตถึงปัจจุบันยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากรายงานผลการประเมินคุณภาพการ ศึกษาในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น พ.ศ. 2536 , 2538 และ 2540 (กรมวิชาการ. 2538 : 26 , 28 และ 2540 : 14 , 41 และ 2542 : 29) ซึ่งเป็นการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้จากการทดสอบ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั่วประเทศแล้วทำการสุ่มกลุ่มตัวอย่างขึ้นมา ผลปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำที่สุด โดยมีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม และยัง พบว่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มควรปรับปรุงมีค่าสูงขึ้นอีกด้วย แสดงรายละเอียดได้ดัง ตาราง

ตาราง 1 แสดงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น
ตั้งแต่ปีการศึกษา 2536 – 2540

ปีการศึกษา	จำนวนนักเรียน	ร้อยละ	ร้อยละของนักเรียน
	กลุ่มตัวอย่าง	ของคะแนนเต็ม	กลุ่มปรับปรุง
2536	106,615	43.12	34.04
2538	96,875	33.65	47.33
2540	79,574	36.91	60.89

ที่มา : กรมวิชาการ (2538 : 26 , 28 ; 2540 : 14 , 41 ; 2542 : 29)

จากตารางแสดงให้เห็นได้อย่างชัดเจนว่า การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นในช่วงทศวรรษที่ผ่านมายังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร เนื่องจากนักเรียนส่วนใหญ่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนไม่ผ่านเกณฑ์การประเมินวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ อีกทั้งการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบันก็ยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากผลการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (GAT) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งจัดสอบโดยสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (สพฐ.) ประจำปีการศึกษา 2546 มีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เข้าสอบประมาณ 731,000 คน โดยสอบทั้งสิ้น 5 วิชา แต่ละวิชามีคะแนนเต็ม 40 คะแนน ผลปรากฏว่าวิชาคณิตศาสตร์นักเรียนทำได้เพียงร้อยละ 14 ซึ่งอยู่ในระดับที่ต้องปรับปรุง โดยวิชาคณิตศาสตร์มีอัตราส่วนที่ต้องปรับปรุงสูงกว่าวิชาอื่น ๆ อีกด้วย (อิงคุณภาพการศึกษาไทยประเมินผลสัมฤทธิ์ดำเนินงาน. 2547 : 24)

จากปัญหาของการจัดการเรียนการสอนที่เกิดขึ้น การสอนซ่อมเสริมจึงเป็นแนวทางการแก้ปัญหาอีกแนวทางหนึ่งที่มีความสำคัญ ซึ่งผลจากการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมเท่าที่ผ่านมาได้ให้ความสนใจในรูปแบบวิธีการสอนซ่อมเสริม และพบว่า การสอนซ่อมเสริมทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น สามารถพัฒนาทักษะ เจตคติ และแรงจูงใจได้ด้วย (สมวงศ์ แปลง-ประสพโชค. 2540 : 6) ถึงแม้ว่าผลการวิจัยจะปรากฏผลชัดเจนว่าการสอนซ่อมเสริมมีความสำคัญต่อการยกระดับคุณภาพของการเรียนการสอน แต่ยังไม่สามารถใช้ประโยชน์จากการสอนซ่อมเสริมได้เนื่องจากปัญหาครูผู้สอนมีชั่วโมงสอนมากเกินไป จำนวนครูมีไม่เพียงพอกับนักเรียน ครูมีหน้าที่ต้องรับผิดชอบนอกเหนือจากการสอนมาก ครูขาดคำแนะนำเกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมที่ดีพอ นักเรียนไม่มีเวลาสำหรับการเรียนซ่อมเสริม เวลาที่ใช้ในการสอนซ่อมเสริมแต่ละครั้งไม่เพียงพอ ตลอดจนขาด

สื่อการสอนซ่อมเสริม (สิริพร ทิพย์คง. 2539 : 6) ด้วยเหตุผลที่ว่า การสอนซ่อมเสริมมีคุณค่าที่จะทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้สูงขึ้น และเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอนซ่อมเสริมมีอยู่อย่างจำกัด จึงมีการศึกษาวิธีการสอนซ่อมเสริมในรูปแบบต่าง ๆ ตลอดจนการเปรียบเทียบวิธีการสอนซ่อมเสริมเหล่านั้นด้วย ซึ่งสมวงศ์ แปลงประสพโชค (2540 : 7) ได้สรุปไว้ทั้งสิ้น 9 รูปแบบ คือ (1) ใช้บทเรียนสำเร็จรูป (2) เพื่อนช่วยเพื่อนสอนเป็นกลุ่ม (3) เพื่อนช่วยเพื่อนสอนตัวต่อตัว (4) ครูสอนเป็นกลุ่ม (5) ครูสอนตัวต่อตัว (6) ให้ทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมจากสมุดแบบฝึกหัด (7) มอบหมายงานให้ทำเพิ่มขึ้น (8) ใช้บทเรียนโมดูลหรือชุดการสอน (9) ใช้สื่อวัสดุ - อุปกรณ์ประกอบการสอน

จากเหตุผลดังกล่าวข้างต้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะจัดทำการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมเป็นสื่อประกอบการสอนซ่อมเสริม เพื่อนำผลที่ได้จากการศึกษามาเป็นแนวทางในการปรับปรุงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้มีประสิทธิภาพและน่าสนใจมากยิ่งขึ้น

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อสร้างชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนซ่อมเสริมโดยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

ผลการศึกษาครั้งนี้ สามารถนำไปใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์สำหรับครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษา เพื่อปรับปรุงและพัฒนาคุณภาพของการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีขอบเขตดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง ประชากรที่ใช้ในการศึกษา

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนสมุทรปราการ อำเภอเมืองสมุทรปราการ จังหวัดสมุทรปราการ ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ช่วงชั้นที่ 3) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องโจทย์ปัญหา ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแล้วแต่สอบได้คะแนนไม่ถึงร้อยละ 50 จำนวน 91 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนสมุทรปราการ อำเภอเมืองสมุทรปราการ จังหวัดสมุทรปราการ ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ช่วงชั้นที่ 3) เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แล้วแต่สอบได้คะแนนไม่ถึงร้อยละ 50 จำนวน 20 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) จากนักเรียนทั้งหมดจำนวน 91 คน

2. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการสร้างชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ คือ โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรการศึกษาระดับพื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3) พุทธศักราช 2544 ของกระทรวงศึกษาธิการ ที่จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) โดยจัดแบ่งเนื้อหาดังนี้

- 2.1 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวน
- 2.2 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต
- 2.3 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการซื้อขาย
- 2.4 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการเคลื่อนที่และอัตราเร็ว
- 2.5 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับแรงงาน

3. ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า คือ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โดยใช้เวลาในการทดลองทั้งสิ้น 11 ชั่วโมง ดังนี้

ชั่วโมงที่ 1 – 2 ชุดการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1 โจทย์ปัญหาระบบสมการ
เชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวน

ชั่วโมงที่ 3 – 4 ชุดการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2 โจทย์ปัญหาระบบสมการ
เชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

ชั่วโมงที่ 5 - 6 ชุดการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 3 โจทย์ปัญหาระบบสมการ
เชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการซื้อขาย

ชั่วโมงที่ 7 – 8 ชุดการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 4 โจทย์ปัญหาระบบสมการ
เชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการเคลื่อนที่และอัตราเร็ว

ชั่วโมงที่ 9 - 10 ชุดการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 5 โจทย์ปัญหาระบบสมการ
เชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับแรงงาน

ชั่วโมงที่ 11 ทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้น
สองตัวแปร

4. ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ คือ

การเรียนซ่อมเสริมด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหา
ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ตัวแปรตาม คือ

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบ
สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การสอนซ่อมเสริม หมายถึง การจัดการเรียนการสอนนอกชั้นเรียนปกติในเนื้อหาวิชาที่
ได้เรียนมาแล้วในชั้นเรียนปกติให้กับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ของ
คะแนนเต็ม จากงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมเป็นสื่อประกอบการสอนซ่อมเสริม เพื่อช่วย
แก้ไขผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้กับผู้เรียน ซึ่งงานวิจัยนี้ จะสอนซ่อมเสริมเรื่อง โจทย์ปัญหาระบบ
สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2. ชุดการสอนซ่อมเสริม หมายถึง ชุดกิจกรรมการสอนนอกชั้นเรียนปกติในเนื้อหาวิชาที่นักเรียนได้เรียนผ่านมาแล้วในชั้นเรียนปกติ โดยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีจำนวน 5 ชุด ซึ่งประกอบด้วยเอกสาร ดังนี้

- เอกสารสาระการเรียนรู้
- เอกสารกิจกรรม
- เอกสารแบบฝึก

3. โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง โจทย์ภาษา (Word problems) ที่พรรณนาถึงสถานการณ์ต่าง ๆ ด้วยข้อความและตัวเลขเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยต้องการคำตอบเป็นตัวเลขหรือการบ่งบอกปริมาณ ซึ่งผู้แก้ปัญหาต้องอาศัยทักษะและความสามารถต่าง ๆ ที่เหมาะสมมาใช้ประกอบกันในการแก้โจทย์ปัญหานั้น

4. การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง การหาคำตอบของโจทย์ปัญหาโดยใช้กระบวนการ วิธีการ ยุทธวิธี หรือเทคนิคเฉพาะต่าง ๆ ซึ่งผู้แก้ปัญหามustอาศัยความรู้ มโนคติ การคิดวิเคราะห์/สังเคราะห์ ประสพการณ์ และทักษะพื้นฐานต่าง ๆ ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้

5. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทดสอบหลังสิ้นสุดการทดลองด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

6. เกณฑ์ หมายถึง ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนรวม กล่าวคือ ถ้านักเรียนได้คะแนนในการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนรวมถือว่าผู้นั้นสอบผ่านเกณฑ์ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2532 : 28)

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการสอนโดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สูงกว่าร้อยละ 50

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนซ่อมเสริม
 - 1.1 ความหมายของการสอนซ่อมเสริม
 - 1.2 สาเหตุที่ต้องจัดให้มีการสอนซ่อมเสริม
 - 1.3 หลักการและจุดมุ่งหมายของการสอนซ่อมเสริม
 - 1.4 ปัญหาและความต้องการในการสอนซ่อมเสริม
 - 1.5 แนวคิดในการดำเนินการสอนซ่อมเสริม
 - 1.6 ขั้นตอนและระยะเวลาในการสอนซ่อมเสริม
 - 1.7 ลักษณะนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริม
 - 1.8 ประโยชน์ของการสอนซ่อมเสริม
 - 1.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนซ่อมเสริม
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายของโจทย์ปัญหา
 - 2.2 รูปแบบของโจทย์ปัญหา
 - 2.3 ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 2.4 อุปสรรคที่ส่งผลต่อการแก้โจทย์ปัญหา
 - 2.5 สาเหตุบางประการที่ทำให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่ได้
 - 2.6 องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา
 - 2.7 กระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหา
 - 2.8 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา
 - 2.9 แนวคิดพื้นฐานทางจิตวิทยาของการแก้ปัญหา
 - 2.10 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
 - 3.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 3.3 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

3.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึก

- 4.1 ความหมายของแบบฝึก
- 4.2 ความสำคัญของแบบฝึก
- 4.3 ประโยชน์ของแบบฝึก
- 4.4 ลักษณะของแบบฝึก
- 4.5 หลักในการสร้างแบบฝึก
- 4.6 หลักจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบฝึก
- 4.7 ประสิทธิภาพของแบบฝึก
- 4.8 เกณฑ์ในการหาประสิทธิภาพของแบบฝึก
- 4.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึก

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนซ่อมเสริม

1.1 ความหมายของการสอนซ่อมเสริม

ได้มีผู้ให้ความหมายของการสอนซ่อมเสริมไว้ต่าง ๆ ดังนี้

แทนสเลย์ (Tansley. 1969 : 84) ให้ความหมายว่า การสอนซ่อมเสริมเป็นการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนหลังจากการวินิจฉัยแล้ว โดยการแก้ไขให้สอดคล้องกับข้อบกพร่องเป็นรายบุคคล

เดอชานท์ (Dechant. 1971 : 1282) ให้ความหมายว่า การสอนซ่อมเสริมคือการให้ผู้เรียนได้เรียนสิ่งที่ปัญหาในการเรียนครั้งแรกในห้องเรียนปกติ โดยครูผู้สอนจะต้องจัดผู้เรียนออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ ตามระดับความสามารถหรือจัดเป็นรายบุคคล เพื่อที่จะได้ให้ความสนใจแก่ผู้เรียนและจะได้ทราบความต้องการ ตลอดจนปัญหาทางการเรียน

โคชีวาร์ (Kochevar. 1975 : 18) ให้ความหมายว่า การสอนซ่อมเสริมเป็นการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของผู้เรียน ซึ่งมีการเตรียมการในแต่ละสิ่งที่จะแก้ไขให้ถูกต้องเพื่อช่วยให้นักเรียนเล็กน้อยหรือทักษะและการกระทำที่ผิด ๆ พร้อมกับชี้แนะแนวทางที่ถูกต้องให้ด้วย ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการเรียนมากขึ้น

จินนาภา สิตบุตร (2521 : 6) ให้ความหมายว่า การสอนซ่อมเสริมเป็นกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนอกเหนือไปจากแผนการสอนปกติ เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนให้กับนักเรียนที่ไม่สามารถสอบผ่านเกณฑ์ของจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม

สันธธา นิพนธ์วิทยา (2527 : 53) ให้ความหมายว่า การสอนซ่อมเสริม หมายถึง การสอนเพื่อซ่อมส่วนที่ผู้เรียนยังบกพร่องอยู่และเสริมในสิ่งที่เราปรารถนาจะให้ผู้เรียนเจริญก้าวหน้าหรือพัฒนาให้ถึงขีดสุดของแต่ละคน

สายใจ ทองเนียม (2527 : 40) ให้ความหมายว่า การสอนซ่อมเสริม คือ การสอนเป็นกรณีพิเศษนอกเหนือไปจากการสอนตามแผนการสอนโดยตามปกติเพื่อแก้ไขส่วนบกพร่องที่พบในตัวนักเรียน

ดวงเดือน อ่อนน้อม (2533 : 22) ให้ความหมายว่า การสอนคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ จำเป็นต้องมีการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง และมีการสอนเสริมเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ได้มากที่สุด

อดิเรก เนตยานันท์ (2536 : 11) ให้ความหมายว่า การสอนซ่อมเสริม คือ การจัดการเรียนการสอนที่มุ่งแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนด้านต่าง ๆ ให้แก่ผู้เรียน ช่วยให้ผู้เรียนมีความรู้เพิ่มขึ้น จนสามารถบรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ได้ และการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมนี้อาจจัดสอนเป็นรายบุคคล รายกลุ่มย่อย หรือกลุ่มใหญ่ก็ได้ ขึ้นอยู่กับเครื่องมือที่ใช้

คมศักดิ์ หาญสิงห์ (2543 : 6) ให้ความหมายว่า การสอนซ่อมเสริม หมายถึง การสอนเพื่อช่วยเหลือนักเรียนกรณีพิเศษนอกเหนือจากการสอนตามปกติโดยมุ่งที่จะปรับปรุงแก้ไขสิ่งที่นักเรียนบกพร่องหรือส่งเสริมให้กับนักเรียนที่เรียนดีอยู่แล้วให้ได้รับการพัฒนายิ่งขึ้น

จากความหมายของการสอนซ่อมเสริมที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ พอสรุปได้ว่า การสอนซ่อมเสริม หมายถึง การจัดการเรียนการสอนนอกชั้นเรียนปกติในเนื้อหาวิชาที่ได้เรียนมาแล้วในชั้นเรียนปกติให้กับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม จากงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมเป็นสื่อประกอบการสอนซ่อมเสริม เพื่อช่วยแก้ไขผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้กับผู้เรียน ซึ่งงานวิจัยนี้ จะสอนซ่อมเสริมเรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

1.2 สาเหตุที่ต้องจัดให้มีการสอนซ่อมเสริม

ในการจัดให้มีการสอนซ่อมเสริมนั้นตามหลักสูตรการเรียนการสอนในระดับมัธยมศึกษาได้กำหนดให้โรงเรียนมีการจัดสอนซ่อมเสริมให้นักเรียนที่ยังไม่ผ่านจุดประสงค์ของหลักสูตรเพื่อให้ นักเรียนได้บรรลุจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ ซึ่งสาเหตุที่ต้องจัดให้มีการสอนซ่อมเสริมนั้นได้มีผู้ให้แนวคิดไว้ดังนี้

กรมวิชาการ (2524 : 97 – 98) ได้กล่าวถึงความจำเป็นที่ต้องมีการสอนซ่อมเสริมไว้ว่า มีสาเหตุมาจากสิ่งสำคัญ 4 ประการ คือ

1. สติปัญญาแตกต่างกัน
2. วิธีการเรียนรู้หรือความสามารถเฉพาะตัวในการที่จะรับรู้เรื่องราวต่างกัน
3. สภาพเศรษฐกิจ สังคม และวัฒนธรรมแตกต่างกัน
4. แรงจูงใจในการเรียนแตกต่างกัน

ศรียา และประภัสสร นิยมธรรม (2525 : 47) ได้ศึกษาถึงสาเหตุของเด็กที่ต้องมีการสอนซ่อมเสริมไว้ 6 ประการ คือ

1. เด็กเรียนช้า
2. เด็กปัญญาเลิศ
3. เด็กที่มีความบกพร่องทางร่างกายและสติปัญญา
4. เด็กมีปัญหาในการเรียนรู้เฉพาะอย่าง
5. เด็กมีปัญหาทางพฤติกรรม
6. เด็กที่มีประสบการณ์และภูมิหลังจำกัด

สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2530 : 24 – 25) ได้กล่าวถึงเหตุผลอื่น ๆ อีกที่ต้องสอนซ่อมเสริม คือ

1. นักเรียนมีความสามารถทางการเรียนต่ำ ในระหว่างการสอนคณิตศาสตร์จะพบว่าเมื่อให้งานใหม่นักเรียนทำ นักเรียนมักจะทำไม่ได้ จนกว่าจะมีการสอนซ้ำ 2 หรือ 3 ครั้ง
2. การสอนที่ไม่ได้ผลก็มีผล เพราะมีผู้สอนจำนวนไม่น้อย ไม่รู้ว่าจะสอนเนื้อหาที่อยู่ในบทเรียนอย่างไร หรือจะใช้วิธีสอนอย่างไรจึงจะทำให้นักเรียนบรรลุจุดประสงค์ตามที่กำหนดไว้
3. นักเรียนแต่ละคนแตกต่างกันในด้านทัศนคติ ความถนัดและความขยัน
4. เพื่อเป็นการสอนซ้ำในเรื่องที่สอนไม่ดี หรือยังไม่ได้สอนทั้งหมด โดยปกติ นักเรียนมักจะพยายามเอาหลักการ วิธีการ ที่เคยเรียนมาเพียงเล็กน้อยไปใช้ซึ่งเป็นการไม่ถูกต้อง อันที่จริงแล้วควรจะได้เรียนหลักการเหล่านั้นทั้งหมดเสียก่อน
5. สื่อการเรียนการสอนยังไม่ดีพอ เช่น หนังสือเรียนยังใช้ภาษาไม่เหมาะสมกับนักเรียน นักเรียนอ่านแล้วไม่เข้าใจว่าหมายความว่าอย่างไร ตัวอย่างต่าง ๆ ที่อยู่ในหนังสือเรียนยังไม่ดี อุปกรณ์ต่าง ๆ ไม่ได้รับการพัฒนาที่ดีพอ
6. จุดประสงค์ต่าง ๆ ที่ตั้งไว้บางจุดประสงค์อยู่ในระดับสูงหรือต้องใช้เวลามากในการที่ผู้เรียนจะบรรลุ ดังนั้นการที่ผู้เรียนจะบรรลุได้ภายหลังการสอนจึงเป็นไปได้ยาก จำเป็นจะต้องมีการสอนซ่อมเสริมเป็นบางส่วน

7. จุดประสงค์บางจุดประสงค์เป็นลำดับชั้นความต่อเนื่องกัน ฉะนั้นการที่นักเรียนจะผ่านจุดประสงค์ขั้นสูงจำเป็นจะต้องผ่านจุดประสงค์ขั้นต่ำก่อน การสอนซ่อมเสริมเพื่อให้ผ่านจุดประสงค์ขั้นต้นจึงจำเป็น

จากสาเหตุต่าง ๆ ที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่าการสอนซ่อมเสริมมีความจำเป็นและมีความสำคัญเป็นอย่างยิ่ง เนื่องจากนักเรียนที่เรียนรู้ได้ช้าจะได้มีโอกาสในการเรียนรู้ได้เท่าเทียมกับคนอื่น ๆ โดยครูผู้สอนจะต้องพิจารณาถึงสาเหตุที่ทำให้นักเรียนไม่สามารถเรียนรู้ได้ในชั้นเรียนปกติเป็นสำคัญ เพื่อจะได้เป็นแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขวิธีการจัดการสอนซ่อมเสริมให้นักเรียนได้อย่างเหมาะสม

1.3 หลักการและจุดมุ่งหมายของการสอนซ่อมเสริม

เพื่อให้การเรียนการสอนซ่อมเสริมดำเนินไปจนบรรลุวัตถุประสงค์ด้วยดี จำเป็นต้องมีหลักการสอนที่ดีและเหมาะสมเพื่อช่วยให้ทั้งครูและนักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนการสอนตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้นำเสนอไว้มีดังนี้คือ

สมจิตต์ ศรีธัญญรัตน์ (2520 : 18 – 19) ได้ให้หลักการของการสอนซ่อมเสริมแก่ครูผู้สอนสรุปได้ดังนี้

1. จะต้องมียุทธวิธีการสังเกตนักเรียนอย่างใกล้ชิดในระหว่างเวลาเรียนในชั้นครูควรมีบันทึกย่อยเกี่ยวกับพฤติกรรมและผลการเรียนของนักเรียนด้วย
 2. ควรรู้จักเลือกเวลาเรียนที่เหมาะสมที่จะทำการสอนซ่อมเสริม ซึ่งครูอาจจะพิจารณาไม่ให้เป็นเวลาที่ทำให้นักเรียนต้องเคร่งเครียดกับการเรียนจนเกินไป หรือรู้สึกว่าเป็นการลงโทษในการที่ตนต้องเรียนซ่อมเสริม แต่ควรให้นักเรียนได้เข้าใจว่า เป็นการเอาใจใส่และเห็นอกเห็นใจจากครูมากกว่า
 3. ครูควรมีความรู้ความสามารถ ที่จะช่วยให้นักเรียนได้เรียนด้วยการรู้จักหาความจริงเพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดความคิดและประสบการณ์ในสิ่งที่ตนเรียนได้ง่ายขึ้น
 4. ควรช่วยให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในการใช้โสตทัศนศึกษา หรือด้วยการเรียนจากของจริง
 5. ครูควรจะต้องมีวิธีการสอนตามลักษณะปัญหาของเด็ก โดยคำนึงถึงความแตกต่างของนักเรียน ครูจะต้องมีความอดทน เข้าใจนักเรียน ถ้าครูพบปัญหาที่ร้ายแรงเกินกว่าที่ครูจะแก้ไขด้วยตนเองก็ต้องปรึกษานักบุคคลอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง เช่น จิตแพทย์ หรือนักจิตวิทยาให้ช่วยเหลือ
- กรมวิชาการ (2521 : 33) ได้เสนอหลักการสอนซ่อมเสริมเพื่อช่วยเหลือนักเรียนที่เรียนอ่อน ดังนี้

1. ศึกษาสาเหตุของปัญหาและค้นหาข้อบกพร่องของนักเรียน ถ้านักเรียนเรียนอ่อน หลายวิชาควรแก้ไขหรือสอนซ่อมเสริมที่ละวิชาและเริ่มจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปหานามธรรม

2. วิธีสอนควรใช้วิธีการใหม่ ๆ ไม่ซ้ำกับวิธีการเดิม ตลอดจนอุปกรณ์การสอนควรเลือกให้เหมาะสมและแปลกไปจากเดิม

3. หลังจากมีการสอนซ่อมเสริมแล้ว ครูต้องติดตามผลงานอย่างใกล้ชิด

บันลือ พุกกะวัน (2522 : 11 – 17) ได้สรุปหลักการเบื้องต้นสำหรับการสอนซ่อมเสริมไว้ ดังนี้

1. แนวคิดในหน้าที่ครูจะต้องถือว่า สอน สอบ และสอนซ้ำในการสอนซ้ำเพื่อเพิ่มเติมในส่วนที่ยังบกพร่องไม่เข้าใจในสิ่งที่เรียนไปแล้ว

2. ครูจะต้องรู้ว่าเด็กจะรู้อะไรมาบ้างแล้ว ควรเริ่มจากสิ่งที่รู้ไปหาสิ่งที่ไม่รู้ ต้องใจเย็นรู้จักนำเอาผลการทดสอบมาเป็นแนวทางที่จะช่วยเหลือแก้ไขผู้เรียน

3. รู้จักเลือกวัสดุหรืออุปกรณ์การสอนที่ใช้สอนซ่อมเสริมให้เด็ก เด็กแต่ละคนอาจไม่ต้องการเรียนเหมือนกันในขณะนั้น ในเวลาเดียวกันพยายามหากิจกรรมแปลก ๆ ใหม่ ๆ เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนหลายอย่างหลายแบบ

4. กระตุ้นและส่งเสริมกำลังใจให้เกิดความอบอุ่น โดยให้เขาได้รับการยกย่องและยอมรับจากเพื่อน ซึ่งครูต้องหาทางช่วยเหลือให้เด็กประสบความสำเร็จ และครูควรสร้างบรรยากาศในการเรียนที่ดี ให้ความรัก เมตตา แสดงความเห็นใจเด็ก

กระทรวงศึกษาธิการ (2533 : 19) ได้กล่าวถึงการจัดการสอนซ่อมเสริมไว้ว่าเมื่อผู้สอนทราบปัญหาหรือข้อบกพร่องของผู้เรียนแล้วก็นำมาเป็นข้อมูลในการพิจารณาจัดสอนซ่อมเสริมให้แก่ผู้เรียน ดังนั้นในทางปฏิบัติเมื่อสอนจบแต่ละหน่วยผู้สอนควรประเมินทันที เมื่อพบว่าผู้เรียนคนใดไม่สามารถบรรลุตามจุดประสงค์ที่ระบุไว้ในหน่วยนั้นจะได้ซ่อมเสริมให้ผู้เรียนทันที ซึ่งในการจัดสอนซ่อมเสริมนั้นสถานศึกษาควรดำเนินการใน 3 ระยะ ดังนี้

1. ภายหลังการประเมินผลก่อนเรียน ถ้าพบว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้ไม่พอหรือยังไม่มีพฤติกรรมขั้นต้นก่อนการเรียนควรจะได้จัดการสอนซ่อมเสริมให้

2. ภายหลังการประเมินผลระหว่างเรียน ถ้ายังพบว่านักเรียนยังไม่ผ่านตามเกณฑ์ของจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ควรจะได้จัดการสอนซ่อมเสริมให้

3. ภายหลังการตัดสินผลการเรียน ถ้านักเรียนได้ระดับผลการเรียน "0" ก่อนจะให้ นักเรียนสอบแก้ตัวควรจะได้จัดการสอนซ่อมเสริมให้

จากหลักการสอนซ่อมเสริมที่มีผู้เสนอไว้แล้วนั้น สรุปได้ว่า การสอนซ่อมเสริมนั้นครูจะต้องรู้ ปัญหาหรือข้อบกพร่องของผู้เรียนเป็นขั้นต้น จากนั้นครูจึงจะนำปัญหาหรือข้อบกพร่องนั้นไปจัดทำชุด การสอนหรือจัดกิจกรรมต่าง ๆ ให้เหมาะสมกับความสามารถและความสนใจของผู้เรียน ตลอดจนควร จะต้องมีการให้กำลังใจและเอาใจใส่ รวมไปถึงการติดตามผลอย่างใกล้ชิดและสม่ำเสมอด้วย

1.4 ปัญหาและความต้องการในการสอนซ่อมเสริม

การเรียนการสอนซ่อมเสริมเป็นไปเพื่อแก้ไขปรับปรุงข้อบกพร่องของนักเรียน ทำให้นักเรียน มีความเข้าใจมากขึ้น ซึ่งได้มีผู้ทำการศึกษาเกี่ยวกับปัญหาและความต้องการในการสอนซ่อมเสริมวิชา คณิตศาสตร์ไว้ซึ่งสิริพร ทิพย์คง (2539 : 56) ได้รวบรวมไว้ พอสรุปได้ดังนี้คือ

1. สาเหตุของปัญหานั้นเกิดจากตัวนักเรียน และหน้าที่ความรับผิดชอบของครู เช่น นักเรียนไม่มีเวลาสำหรับการเรียนซ่อมเสริม นักเรียนขาดความกระตือรือร้น นักเรียนมีสติปัญญาแตกต่าง กัน ครูมีชั่วโมงสอนมากเกินไป จำนวนครูมีไม่เพียงพอกับนักเรียน วิธีการสอนของครูที่ไม่แปลก ใหม่ ครูไม่ทราบสาเหตุและข้อบกพร่องของนักเรียน ตลอดจนสื่อการเรียนต่าง ๆ ยังไม่ดีพอ

2. นักเรียนมีความต้องการครูประจำวิชาคนเดิมเป็นผู้สอนซ่อมเสริมให้ ต้องการให้ ห้องเรียนเดิมเป็นสถานที่ใช้สอนซ่อมเสริมและสอนภายในช่วงเวลาที่กำหนดเป็นเวลาเรียน ตลอดจน การจัดให้นักเรียนที่ขาดเรียนบ่อยเข้ารับการสอนซ่อมเสริม

จากปัญหาและความต้องการในการสอนข้างต้นพอสรุปได้ว่า ปัญหาในการสอนซ่อมเสริมมี 2 ประการ คือ ปัญหาที่ตัวนักเรียนขาดความเอาใจใส่ต่อตนเอง และปัญหาที่ครูผู้สอนมีภาระงาน สอนและงานอื่น ๆ มากเกินไป แต่ถ้าหากมีนักเรียนที่ต้องการให้มีการสอนซ่อมเสริมครูก็ควรที่จะจัด เวลาและเนื้อหาในการสอนซ่อมเสริมให้เหมาะสมกับความต้องการของนักเรียนด้วย

1.5 แนวคิดในการดำเนินการสอนซ่อมเสริม

การจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริม ครูหรือผู้สอนควรมีหลักการ จุดมุ่งหมาย และวิธีการ สอนซ่อมเสริมที่เหมาะสมกับนักเรียน ซึ่งได้มีผู้ให้ข้อเสนอแนะและแนวคิดเกี่ยวกับการดำเนินการสอน ซ่อมเสริมไว้เช่น ปรีชา วิเทศวิทยานุศาสตร์ (2524 : 4) และสารท แก่นมณี (2525 : 6) สรุปได้ดังนี้

1. ทดสอบนักเรียนด้วยวิธีการต่าง ๆ เพื่อดูความบกพร่องของนักเรียน เช่น ทดสอบ จากการสังเกต การสอบ การสัมภาษณ์

2. นำผลการทดสอบมาพิจารณาวางแผนการสอนซ่อมเสริม โดยกำหนดเวลา วิธี การ และวัสดุอุปกรณ์ให้เหมาะสม

3. ดำเนินการสอนซ่อมเสริมด้วยรูปแบบต่าง ๆ เช่น การสอนเป็นรายบุคคล การสอนเป็นกลุ่มพร้อมมีการทดสอบเป็นระยะเพื่อดูความก้าวหน้าและแก้ไขปรับปรุง แก่สิ่งที่ผิดให้ถูกโดยให้ผู้เรียนปฏิบัติซ้ำให้ถูกต้องเป็นจำนวนหลาย ๆ ครั้ง มีการสอนซ้ำในกรณีที่มีจำนวนผู้ไม่ผ่านเกณฑ์ประมาณ 20% - 50% ของจำนวนนักเรียนในชั้น

4. อาจให้นักเรียนเป็นผู้ช่วยสอน เป็นผู้ดำเนินการสอนซ่อมเสริม หรือตัวครูเป็นผู้ดำเนินการสอนซ่อมเสริมเอง นอกจากนี้ตัวครูกับนักเรียนผู้ช่วยร่วมกันเป็นผู้ดำเนินการสอนซ่อมเสริม

5. การสอนใหม่ ใช้ในกรณีที่นักเรียนไม่ผ่านเกณฑ์มีมากกว่า 50% ของชั้นเรียน ซึ่งอาจใช้เป็นแนวทางการสอนโดยการจับทบทวนสำเร็จรูป การจัดกิจกรรมให้นักเรียนลงมือปฏิบัติ

กระทรวงศึกษาธิการ (2521 : 64 – 65) ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมว่าโรงเรียนแต่ละโรงเรียนย่อมจะใช้วิธีการสอนซ่อมเสริมที่แตกต่างกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสภาพของโรงเรียนที่แตกต่างกัน วิธีการสอนซ่อมเสริมในแต่ละวิธีมีรายละเอียดและข้อเสนอนี้ดังนี้

1. การสอนแบบตัวต่อตัว ระหว่างครูผู้สอนกับนักเรียนเป็นวิธีที่ดีที่สุด เพราะผู้สอนสามารถเลือกใช้ถ้อยคำหรือวิธีการที่เหมาะสมกับนักเรียน สามารถจับใจความสนใจของนักเรียนได้อย่างใกล้ชิด และสามารถสอนได้ตามที่นักเรียนกำลังประสบปัญหา ผู้สอนนอกจากจะเป็นครูประจำชั้นหรือครูประจำวิชาแล้ว ถ้าหากใช้ครูคนอื่นได้ก็จะยิ่งดี เพราะครูผู้สอนจะได้ให้ความรู้ความเข้าใจแก่นักเรียนในแนวใหม่

2. การสอนเป็นกลุ่มย่อย เพื่อความสะดวกในการจัดนักเรียนที่มีปัญหาเหมือนกันอยู่ในกลุ่มเดียวกัน กลุ่มหนึ่งประมาณ 2 – 3 คน ผู้สอนอาจใช้วิธีสลับหมุนเวียนไปที่ละกลุ่ม ข้อดีของวิธีการนี้คือ นักเรียนในแต่ละกลุ่มจะช่วยกันแก้ปัญหาความเข้าใจบทเรียนซึ่งกันและกัน ร่วมมือซึ่งกันและกันไม่ทำให้ใครรู้สึกว่ามีปมด้อยหรือปมเด่น ผู้สอนนอกจากจะใช้ครูที่สอนประจำแล้วอาจจะเปลี่ยนให้ผู้สอนอื่นสอนแทนหรือหมุนเวียนกันก็ได้

3. นักเรียนสอนกันเอง ในการสอนซ่อมเสริมผู้สอนจะคัดเลือกนักเรียนเก่งช่วยนักเรียนที่ยังไม่บรรลุจุดประสงค์ก็ได้ โดยให้ช่วยสอนตัวต่อตัว หรือสอนเป็นกลุ่มย่อย ข้อดีของการให้นักเรียนสอนกันเองคือนักเรียนใช้ภาษาเดียวกัน ดังนั้นการถ่ายทอดความรู้ก็ดีหรือการใช้ถ้อยคำอธิบายก็ดีย่อมทำให้ง่ายต่อการเข้าใจว่าภาษาที่ครูใช้ และยังทำให้ผู้ช่วยสอนต้องสนใจการเรียนมากยิ่งขึ้น เพราะต้องมีความรับผิดชอบมากยิ่งขึ้น จากรายงานการวิจัยในเรื่องนี้พบว่า ทั้งผู้ช่วยสอนและผู้เรียนมีความเปลี่ยนแปลงไปในทางดี นักเรียนแสดงความชื่นชมกับระบบการช่วยสอนนี้ และความรู้สึกต่อเพื่อนนักเรียนด้วยกันในทางดี การคัดเลือกผู้ช่วยสอนนอกจากจะคัดเลือกนักเรียนเก่งในชั้นเดียวกันแล้วอาจจะใช้นักเรียนที่อยู่ในระดับสูงกว่าก็ย่อมทำได้

4. แบบเรียนสำเร็จรูป ในกรณีผู้สอนพบว่านักเรียนมีปัญหาในการเรียนบางเรื่องก็

อาจใช้แบบเรียนสำเร็จรูปแบบง่าย ๆ ไม่ซับซ้อนเป็นสื่อในการสอน โดยนักเรียนแต่ละคนจะต้องอ่าน ทำแบบฝึกหัด และตรวจคำตอบด้วยตนเอง โดยใช้แบบเรียนสำเร็จรูปนั้น

5. สมุดแบบฝึกหัดเรียนด้วยตนเอง ลักษณะของแบบฝึกหัดเรียนด้วยตนเองคล้ายแบบเรียนสำเร็จรูปเพราะเริ่มต้นการใช้บทเรียนแล้วให้ทำแบบฝึกหัด ต่อจากนั้นเฉลยคำตอบลักษณะต่าง ๆ ก็คือ สมุดแบบฝึกหัดมีแบบฝึกหัดมากกว่าบทเรียนสำเร็จรูป เพราะมีจุดมุ่งหมายที่จะให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดเป็นการฝึกทักษะให้มากยิ่งขึ้น

6. ให้กิจกรรมเพิ่มภายหลังการวินิจฉัยปัญหา ถ้าพบว่านักเรียนมีความเข้าใจแล้ว แต่สมควรได้รับการฝึกทักษะเพิ่มอีก ผู้สอนอาจใช้วิธีการมอบหมายงานให้ทำ เช่น ทำแบบฝึกที่มีระดับยากง่ายใกล้เคียงกันเพิ่มขึ้น โดยจะให้ทำที่โรงเรียนหรือจะให้ทำการบ้านก็ได้แล้วแต่ความเหมาะสม

จากแนวคิดในการดำเนินการสอนซ่อมเสริมข้างต้น สรุปได้ว่าการดำเนินการสอนซ่อมเสริมจะใช้วิธีการสอนซ่อมเสริมแบบใดนั้นขึ้นอยู่กับสภาพของโรงเรียน สภาพของห้องเรียน ความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน ศักยภาพของนักเรียน รวมถึงความสามารถและประสบการณ์ของครูผู้สอนด้วย

1.6 ขั้นตอนและระยะเวลาในการสอนซ่อมเสริม

อำไพ สุจริตกุล (2524 : 152 – 153) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของการดำเนินการสอนซ่อมเสริมไว้ว่า

1. วัดความสามารถทั่ว ๆ ไปของนักเรียน
2. แยกนักเรียนที่มีความบกพร่อง เพื่อการสอนซ่อมเสริม แต่ไม่จำเป็นต้องบอกให้กับนักเรียนรู้ตัวก่อน เพราะบางคนอาจเกิดปมด้อยภายหลัง นักเรียนที่แยกออกมานี้เป็นนักเรียนที่มีความสามารถในการเรียนต่ำกว่าระดับเฉลี่ย
3. สัมภาษณ์ข้อบกพร่องของนักเรียนที่แยกออกมานั้นให้ชัดเจนว่า มีความบกพร่องอย่างไรบ้างโดยต้องมีการวิเคราะห์เป็นรายบุคคลอย่างละเอียด นักเรียนมีความบกพร่องทางด้านร่างกายอาจต้องส่งให้แพทย์รักษา และบางคนมีความบกพร่องทางด้านสติปัญญาหรืออารมณ์ก็อาจส่งให้จิตแพทย์หรือผู้เชี่ยวชาญในแต่ละสาขาช่วยเหลือโดยตรง
4. ดำเนินการแก้ไขโดยเริ่มวิธีสอนเพื่อซ่อมเสริมให้แก่นักเรียนแต่ละคน เมื่อทราบข้อบกพร่องของนักเรียนแล้ว

ศรียา นิยมธรรม (2539 : 118) ได้เสนอลำดับขั้นตอนในการสอนซ่อมเสริมนักเรียนที่มีความ

บทพร่องทางการเรียน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การวินิจฉัยปัญหา ก่อนที่จะสอนซ่อมเสริมครูควรวินิจฉัยปัญหาของนักเรียน โดยการวิเคราะห์พฤติกรรมเพื่อค้นหาสิ่งที่บกพร่องที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนและเพื่อให้การช่วยเหลือได้ถูกต้อง การวินิจฉัยอาจทำได้โดยไม่เป็นทางการ เช่น การสังเกตผลงานและพฤติกรรม หรือการวินิจฉัยอย่างเป็นทางการโดยการทดสอบต่าง ๆ ซึ่งอาจทำเป็นกลุ่มหรือรายบุคคลตามความจำเป็น การทดสอบต่าง ๆ ทำในลักษณะของการสำรวจปัญหาขั้นต้นก่อนแล้วจึงศึกษาอย่างละเอียดถึงปัญหาที่เกี่ยวข้อง ทั้งนี้ครูควรเลือกปฏิบัติตามที่จำเป็นเท่านั้น

ขั้นที่ 2 การวางแผนการสอนซ่อมเสริม หลังจากการวินิจฉัยว่านักเรียนมีปัญหาในด้านใดแล้วครูควรจะวางแผนการสอนซ่อมเสริมโดยการกำหนดจุดมุ่งหมายของการสอนเป็นรายบุคคลหรือเฉพาะกลุ่มของนักเรียนที่มีปัญหาเดียวกันแล้วเขียนโครงการสอนซ่อมเสริมอย่างละเอียด

ขั้นที่ 3 การปฏิบัติการสอน ในการสอนซ่อมเสริมนอกจากจะต้องดำเนินการไปตามแผนที่วางไว้แล้ว ครูควรจะระลึกเสมอว่าครูควรใช้กิจกรรมและสื่อการสอนใหม่ ๆ ที่แตกต่างจากที่ใช้ในเวลาปกติโดยคำนึงถึงช่วงเวลาที่เหมาะสม แรงจูงใจ การปรับพฤติกรรมและการใช้แรงเสริม ดังนั้นการสอนแต่ละครั้งจึงต้องคำนึงถึงระดับที่พอเหมาะกับความสามารถของนักเรียนแต่ละคนหรือแต่ละกลุ่ม

ขั้นที่ 4 การวัดผล จะต้องมีการวัดผลการสอนซ่อมเสริมเป็นระยะ ๆ เพื่อทราบความก้าวหน้าของนักเรียนและความเหมาะสมของกิจกรรมที่ใช้สอน หากมีความบกพร่องที่จุดใดจะได้รับแก้ไขทันที หรือหากมีความก้าวหน้าดีก็จะได้พิจารณาว่าการสอนซ่อมเสริมควรดำเนินต่อไปหรือยุติเพราะถึงจุดหมายปลายทางแล้ว

สำหรับหลักการเกี่ยวกับระยะเวลาในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมนั้น เดอชานท์ (Dechant. 1971 : 286) ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับระยะเวลาในการสอนซ่อมเสริมไว้ว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายสามารถเรียนซ่อมเสริมได้ทั้งชั่วโมง ครีયા นิยมธรรม และประภัสสร นิยมธรรม (2525 : 68) ได้เสนอแนะว่า การสอนซ่อมเสริมจะสอนสัปดาห์ละกี่ครั้งก็ได้ขึ้นอยู่กับปัญหาของแต่ละคน ในการสอนครั้งหนึ่ง ๆ ไม่ควรเกิน 1 ชั่วโมงและไม่ควรน้อยกว่า 15 นาที สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2523 : 24) ได้กล่าวว่า เวลาที่ใช้สอนซ่อมเสริมอาจใช้เวลาว่างตอนท้ายชั่วโมง นอกเวลาเรียนหรือวันหยุดก็ได้ และสุพจน์ แก้วกล้า (2534 : 16) ได้กล่าวว่า ระยะเวลาในการสอนซ่อมเสริมควรจัดให้เหมาะสมกับวัย ระดับการศึกษาและลักษณะปัญหาของนักเรียนแต่ละคน

ส่วนหลักการเกี่ยวกับการประเมินผลการสอนซ่อมเสริมนั้นก็ถือเป็นกระบวนการที่สำคัญอีกขั้นหนึ่งที่ทำให้ทราบว่าการสอนซ่อมเสริมได้บรรลุวัตถุประสงค์เพียงใด ดังนั้นครูผู้สอนซ่อมเสริมจึงต้องมีการประเมินผลที่เหมาะสมและให้ได้ประสิทธิภาพมากที่สุด ในการประเมินผลการสอนซ่อมเสริม

นั้นอาจทำได้หลายวิธีทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของเนื้อหาและกิจกรรมของวัตถุประสงค์นั้น ๆ กรมวิชาการ (2524 : 101 – 102) ได้เสนอแนะวิธีการประเมินผลการสอนซ่อมเสริมในคู่มือการใช้หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2524 ไว้ดังนี้

1. การสังเกต ใช้ในการประเมินผลจุดประสงค์ในเรื่องความคล่องแคล่วในการปฏิบัติตามวิธีการดำเนินงาน
2. การตรวจผลงาน โดยการมอบหมายงานให้นักเรียนไปทำก็ใช้การตรวจผลงานเพื่อการประเมินได้
3. การสัมภาษณ์ ผู้สอนอาจใช้วิธีการสัมภาษณ์นักเรียนหลังจากที่มอบหมายกิจกรรมให้ไปปฏิบัติแล้ว
4. การสอบข้อเขียน ควรเป็นการสอบอย่างสั้น ๆ เฉพาะเรื่องที่จำเป็นและใช้เพื่อการทดสอบความแม่นยำ

การประเมินผลการสอนซ่อมเสริมนั้นขึ้นอยู่กับกิจกรรมที่ครูจัด ฉะนั้นครูผู้สอนจะเลือกใช้วิธีใดต้องคำนึงถึงประสิทธิภาพที่จะได้รับและใช้เวลาสั้นที่สุดเท่าที่จะทำได้ และในการประเมินผลการเรียนนั้นมีเกณฑ์การประเมินแบบอิงเกณฑ์และอิงกลุ่ม ซึ่งได้มีนักจิตวิทยาหลายท่าน เช่น เลเวลเลน และนาگی (Levellen and Nagy, 1981 : 100) และรุ่ง เชนจิต (อุไร สิ้นธุวงศ์านนท์, 2534 : 26 ; อ้างอิงจากรุ่ง เชนจิต, 2523) ได้ให้แนวคิดไว้ว่าการประเมินผลการสอนซ่อมเสริมควรเป็นการประเมินผลแบบอิงเกณฑ์ เพื่อวินิจฉัยว่านักเรียนมีความรู้ความสามารถหรือข้อบกพร่องในเรื่องใดหรือจุดประสงค์ข้อใด และในการสร้างเกณฑ์การเรียนรู้ในกระบวนการจัดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนซึ่งเป็นขั้นตอนที่สำคัญขั้นตอนหนึ่งของการจัดการเรียนการสอนที่ทุกครั้งที่การเรียนการสอนครูต้องกำหนดจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนและกำหนดเกณฑ์การเรียนรู้ไว้ให้ชัดเจน

สำหรับเกณฑ์ที่ใช้ในการเรียนการสอนซ่อมเสริมหรือการเรียนการสอนที่มีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนโดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยและมีการแก้ไขข้อบกพร่องนี้ สำนักทดสอบทางการศึกษา (2539 : 5) และดวงเดือน อ่อนน้อม (2533 : 46) ได้ให้แนวคิดที่สอดคล้องกันในการกำหนดเกณฑ์การเรียนรู้ว่าเกณฑ์การประเมินใช้ความถูกต้องอย่างน้อย 67% หรือ 2 ใน 3 ซึ่งหมายความว่าผู้เรียนทำถูกหมดทั้ง 3 ข้อ หรือถูก 2 ข้อใน 3 ข้อ ถือว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหานั้น ๆ การใช้เกณฑ์ 67% ช่วยให้ผู้นิิจฉัยแน่ใจได้ว่า การที่ผู้เรียนทำผิดเนื่องจากความไม่เข้าใจอย่างแท้จริงไม่ใช่เพราะความพลั้งเผลอและกระทรวงศึกษาธิการ (2533 : 17 – 21) ได้กล่าวไว้ว่า ในการจัดการเรียนการสอนครูผู้สอนต้องแจ้งให้นักเรียนทราบเกณฑ์การผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้และเกณฑ์ขั้นต่ำของการผ่านรายวิชาก่อนสอนรายวิชานั้น ซึ่งเกณฑ์การผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ขึ้นอยู่กับผู้สอนกำหนดความเหมาะสมของระดับชั้น ซึ่งการกำหนดเกณฑ์ของการผ่านแต่ละจุดประสงค์ควรกำหนดตาม

ความสำคัญของจุดประสงค์ จุดประสงค์ที่สำคัญมากเกณฑ์ควรจะสูง จุดประสงค์ที่สำคัญรองลงมา เกณฑ์อาจลดลงได้ แต่ต้องไม่ต่ำกว่าร้อยละ 50 และเกณฑ์ขั้นต่ำของการผ่านรายวิชานั้นคือ ร้อยละ 50 ของคะแนนระหว่างภาคเรียนรวมกับปลายภาคเรียน

จากขั้นตอนและระยะเวลาในการสอนซ่อมเสริมที่ได้กล่าวมาแล้วนั้น สรุปได้ว่า การสอนซ่อมเสริมต้องมีการศึกษาสาเหตุของปัญหาและค้นหาข้อบกพร่องของนักเรียนแล้วจัดการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องเหล่านั้นตามลำดับขั้นตอนจากการวินิจฉัยปัญหา การวางแผนการสอนซ่อมเสริม การปฏิบัติการสอนไปจนถึงการวัดผล และวิธีการสอนควรใช้วิธีการใหม่ ๆ ไม่ซ้ำกับวิธีการเดิม และใช้อุปกรณ์การสอนที่เหมาะสมและแปลกใหม่ไปจากเดิม สำหรับเวลาที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมนั้นควรใช้เวลาในการจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับวัย ระดับการศึกษาและลักษณะของปัญหาของนักเรียนแต่ละคน ซึ่งเวลาที่ใช้สอนซ่อมเสริมอาจใช้เวลาว่างนอกเวลาเรียน โดยนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นสามารถสอนซ่อมเสริมได้ทั้งชั่วโมง และในการประเมินผลการสอนซ่อมเสริมควรใช้วิธีการประเมินผลทั้งการตรวจงาน การสังเกต การสัมภาษณ์และการสอบข้อเขียน และใช้การประเมินแบบอิงเกณฑ์ ซึ่งเกณฑ์ที่น่าพอใจและสามารถปฏิบัติได้ควรเป็นเกณฑ์ร้อยละ 50 ขึ้นไป ซึ่งหมายถึง นักเรียนเรียนได้คะแนนอย่างน้อยร้อยละ 50 ของคะแนนในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้

1.7 ลักษณะนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริม

ตามแนวคิดของ รวีวรรณ รุณชัย (2523 : 1) ผู้เขียนบทความเกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริม วิชาคณิตศาสตร์ ลักษณะนักเรียนที่ควรได้รับการสอนซ่อมเสริมควรเป็นนักเรียนที่ขาดความสนใจในการเรียน มีความสามารถในการเรียนรู้อยู่ในระดับต่ำกว่าคนอื่น มีทัศนคติที่ไม่ดีต่อการเรียน อันเนื่องมาจากความผิดหวังในผลการเรียน ได้รับความกดดันจากการเรียน และในด้านผลสำเร็จในการเรียน จัดอยู่ในเปอร์เซ็นต์ต่ำกว่า 30 อันเนื่องมาจากสาเหตุต่าง ๆ คือ ความเจริญด้านอารมณ์ต่ำ ความเจริญด้านสังคมมีน้อย ความเจริญด้านสติปัญญาต่ำ ความสามารถในการเรียนรู้มีน้อย มีความบกพร่องทางร่างกาย ตลอดจนมีประสบการณ์ทางการเรียนและประสบการณ์ทั่วไปน้อยกว่าผู้อื่น

สมศักดิ์ สีนุระเวชญ์ (2523 : 24 – 25) ยังได้ระบุเหตุผลอื่นๆ อีก เช่น นักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนต่ำในระหว่างการสอนพบว่า เมื่อให้งานใหม่นักเรียนมักจะทำไม่ได้จนกว่าจะมีการสอนซ้ำ นักเรียนแต่ละคนแตกต่างกันในด้านทัศนคติ ความถนัดและความขบซึ่ง สื่อการเรียนต่าง ๆ ยังไม่ดีพอ จุดประสงค์ต่าง ๆ ที่ตั้งไว้บางจุดประสงค์อยู่ในระดับสูงหรือต้องใช้เวลามากในการที่

ผู้เรียนจะบรรลุ และจุดประสงค์ขั้นสูงจำเป็นต้องผ่านจุดประสงค์ขั้นต้นก่อน ดังนั้นการซ่อมเสริมเพื่อให้ผ่านจุดประสงค์ขั้นต้นจึงจำเป็นอย่างยิ่ง

จากลักษณะนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมข้างต้น พอสรุปได้ว่า ลักษณะของนักเรียนที่ควรได้รับการสอนซ่อมเสริม คือ นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาดำกว่าปกติ ขาดความเอาใจใส่ต่อการเรียนและมีทัศนคติที่ไม่ดีต่อการเรียน ทั้งนี้เพื่อช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น เอาใจใส่ต่อการเรียนมากขึ้น และมีทัศนคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นด้วย

1.8 ประโยชน์ของการสอนซ่อมเสริม

ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมมีประโยชน์ในการพัฒนาศักยภาพของผู้เรียน ดังมีนักวิชาการหลายท่านได้กล่าวไว้ดังนี้

จินนาภา สีสบุตร (2521 : 56) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์วิธีการหารของนักเรียนชั้น ป. 2 ที่ไม่มีการสอบย่อย พบว่า การสอนซ่อมเสริมให้ตรงจุดบกพร่องตามลำดับขั้นของการเรียนรู้และการสอบย่อยท้ายบทเรียนทุกครั้ง เพื่อให้ผ่านเกณฑ์มาตรฐานจะช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้นจนบรรลุเกณฑ์มาตรฐานการเรียนรู้ ตามจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมของบทเรียน ซึ่งเป็นการเพิ่มคุณภาพของการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

พันทิพา อุทัยสุข (2524 : 30) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการสอนซ่อมเสริมไว้ดังนี้

1. ทำให้ผู้เรียนที่เรียนอ่อนสามารถเรียนได้ทันเพื่อน
2. ทำให้ผู้เรียนทั้งหมดเรียนได้ดีขึ้นกว่าเดิม
3. ทำให้ผู้เรียนที่เรียนเก่งอยู่แล้ว สามารถเรียนได้ดีที่สุดตามความสามารถ

จากทั้งหมดที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่า การสอนซ่อมเสริมมีความสำคัญ และเป็นเรื่องที่ครูผู้สอนควรเอาใจใส่ศึกษาทำความเข้าใจ เพื่อที่จะได้หาทางช่วยเหลือนักเรียนที่ติดสอนให้มีผลการเรียนที่ดีขึ้น เข้าใจตนเองมากขึ้น อันจะเป็นทางให้นักเรียนได้ประสบผลสำเร็จในการเรียนและการทำงานอาชีพต่อไปในอนาคต

1.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนซ่อมเสริม

งานวิจัยต่างประเทศ

บลูม (Bloom. 1968 : 1 – 12) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการใช้แบบทดสอบย่อยและการสอนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคล หรือกลุ่มย่อย ซึ่งเป็นวิธีการสอนที่ช่วยให้นักเรียนที่เรียนอ่อนได้ประสบผลสำเร็จตามเกณฑ์ของจุดมุ่งหมายในบทเรียนนั้น ซึ่งแรนเดลล์ (Randall. 1974 : 72 – 183) ดีโลริส

(Delores. 1975 : 5160 – A) และทอมป์สัน (Thompson. 1986 : 4979 – A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการสอนให้บรรลุเกณฑ์มาตรฐาน มีผลการวิจัยสอดคล้องและสนับสนุนงานวิจัยของบลูม ซึ่งได้ใช้การสอบย่อย และการสอนซ่อมเสริม ช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนถึงเกณฑ์มาตรฐานคือเด็กสามารถแสดงพฤติกรรมขั้นสุดท้ายได้ตามเกณฑ์ที่คาดหวังไว้

ลินคอล์น (Lincoln. 1975 : 460 – 163) ได้ทำการทดลองให้การศึกษาชดเชยและสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนเกรด 4 ที่ได้คะแนนต่ำกว่า 3.0 ผลที่ได้คือ คะแนนของการสอบหลังการเรียนซ่อมเสริมสูงกว่าคะแนนของการสอบก่อนการเรียนซ่อมเสริม ซึ่งมิลเลอร์ (Miller. 1976 : 1507 – A) และสแวนสัน (Swanson. 1976 : 1381 – A) ได้ศึกษาในลักษณะเดียวกับลินคอล์น ผลวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้น

บอสแลนด์ วิวา (Bosland Viva. 1978 : 4636 – A) ได้ทำการศึกษาวิธีใช้แบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง การบวกและการลบของนักเรียนเกรด 3 และเกรด 4 โดยใช้เวลาสองสัปดาห์สำหรับทดสอบค้นหาข้อบกพร่องแล้วทำการสอนซ่อมเสริม พบว่า นักเรียนที่ได้รับการซ่อมเสริมสามารถทำคะแนนเพิ่มขึ้นมากกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

งานวิจัยในประเทศ

รุจิร ภู่อาระ (2523 : 128) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 รวมหกวิธี ว่าวิธีใดจะให้ผลสัมฤทธิ์สูงสุด โดยมีความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ต่ำและใช้เวลาในการเรียนการสอนน้อยที่สุด วิธีการสอนทั้งหกวิธีมีดังนี้

- กลุ่มที่ 1 ครูสอนโดยไม่มีการสอนซ่อมเสริมที่เป็นระบบ
- กลุ่มที่ 2 ครูสอนโดยมีการสอนซ่อมเสริมที่เป็นรายบุคคล
- กลุ่มที่ 3 ครูสอนโดยมีการสอนซ่อมเสริมที่เป็นกลุ่ม
- กลุ่มที่ 4 เรียนเองจากบทเรียนสำเร็จรูปโดยไม่มีการสอนซ่อมเสริมที่เป็นระบบ
- กลุ่มที่ 5 เรียนเองจากบทเรียนสำเร็จรูปโดยมีการสอนซ่อมเสริมที่เป็นรายบุคคล
- กลุ่มที่ 6 เรียนเองจากบทเรียนสำเร็จรูปโดยมีการสอนซ่อมเสริมที่เป็นกลุ่ม

ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่เรียนจากครูเป็นผู้สอนและมีการสอนซ่อมเสริมเป็นกลุ่มกับนักเรียนที่เรียนเองจากบทเรียนสำเร็จรูปและมีการสอนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลเป็นกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์มีน้อย และใช้เวลาในการเรียนการสอนปานกลาง แต่ นักเรียนที่เรียนจากบทเรียนสำเร็จรูปและเรียนจากครูเป็นผู้ดำเนินการสอนมีผลสัมฤทธิ์ไม่แตกต่างกัน

สาธกร แก่นมณี (2525 : 185) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการซ่อมเสริม 3 วิธี ในทฤษฎีการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง โพลิโนเมียล ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3

ซึ่งวิธีการซ่อมเสริมมีดังนี้

1. การสอนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลโดยการเพิ่มแบบฝึกหัด
2. การสอนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลโดยใช้บทเรียนโปรแกรม
3. การสอนซ่อมเสริมเป็นกลุ่มโดยเฉลยข้อสอบย่อยและอธิบายข้อบกพร่อง

ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมด้วยวิธีต่าง ๆ ทั้งสามวิธี สูงกว่ากลุ่มนักเรียนที่ไม่ได้รับการสอนซ่อมเสริม และนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมเป็นกลุ่มโดยเฉลยแบบทดสอบย่อยอธิบายข้อบกพร่องเป็นการรวม ๆ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุม

เศรษฐศักดิ์ หนูทอง (2527 : 72) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนซ่อมเสริมเรื่องเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้บทเรียนโปรแกรม แบบฝึกหัด พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้บทเรียนโปรแกรม แบบฝึกหัดเพิ่มและการซ่อมเสริมตามปกติโดยครู ซึ่งใช้แผนการสอนเดิมแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 การซ่อมเสริมโดยใช้แบบฝึกหัดเพิ่มสูงกว่าการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนโปรแกรมและการสอนซ่อมเสริมตามปกติโดยครู ซึ่งใช้แผนการสอนเดิม

ไฉว ภูทับทิม (2527) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ของการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาวงกลมระคน โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปกับวิธีสอนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนซ่อมเสริม โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บริบูรณ์ ศรีมาชัย (2529 : 77 – 79) และพีระ รัตมีสว่าง (2530 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาปัญหาและความต้องการในการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ พบว่า การสอนซ่อมเสริมมีความจำเป็นและมีประโยชน์ การสอนซ่อมเสริมโดยใช้ครูคนเดิม นำเนื้อหาที่นักเรียนไม่เข้าใจมาสอนซ้ำให้นักเรียน สภาพที่เป็นปัญหามากคือ ปัญหาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนไม่เห็นความสำคัญของการสอนซ่อมเสริม ขาดความกระตือรือร้นในการเรียน และขาดสื่อการเรียน นักเรียนต้องการให้ครูเอาใจใส่เป็นรายบุคคล และต้องการให้ครูมีวิธีการช่วยให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนและเรียนอย่างสนุกสนาน

ณรงค์ บุรณะศรีศักดิ์ (2530) ได้ทำการศึกษาประสิทธิภาพของชุดการสอนรายบุคคลเพื่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 สรุปผลว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการสอนรายบุคคล กับนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมตามปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์การวัดจุดประสงค์หลังซ่อมเสริม

โดยใช้ชุดการสอนรายบุคคลมากกว่าการสอนซ่อมเสริมตามปกติ

ไพจิตร โชตินิสากรณ์ (2530 : 67 – 68) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยครูกับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนโปรแกรม ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยครูกับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนโปรแกรม ไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

วาทีณี อีระตระกูล (2534 : 80) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในการสอนซ่อมเสริมจุดบกพร่องเรื่องเวลา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมกับวิธีสอนซ่อมเสริมตามปกติ ผลปรากฏว่า ความคงทนในการเรียนรู้ของกลุ่มที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการสอนกับวิธีการสอนตามปกติไม่แตกต่างกัน

อดิเรก เนตยานันท์ (2536 : 45 – 47) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป และใช้บทเรียนสำเร็จรูปประกอบเทปโทรทัศน์ ผลปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่เรียนซ่อมเสริม โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปประกอบเทปโทรทัศน์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนซ่อมเสริมโดยการให้บทเรียนสำเร็จรูป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คมศักดิ์ หาญสิงห์ (2543 : 51) ได้ศึกษาผลของการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมจากครูแบบปกติและจากบทเรียนการคูณ ผลปรากฏว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนการคูณกับนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยครูแบบปกติ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

จากงานวิจัยที่เกี่ยวกับการเรียนซ่อมเสริมที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนซ่อมเสริมที่มีนักการศึกษาทำการวิจัยไว้แล้วนั้นใช้วิธีการที่ต่างกันไป ซึ่งแต่ละวิธีมีจุดมุ่งหมายของการวิจัยเหมือนกันคือเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และมุ่งเน้นที่จะพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนให้สูงขึ้น ฉะนั้นในการเรียนการสอนเพื่อให้บรรลุเป้าประสงค์ดังกล่าว ครูผู้สอนจะต้องศึกษาวิธีการสอนซ่อมเสริมเพื่อนำมาใช้สอนนักเรียนให้สามารถพัฒนาตนได้อย่างเต็มตามศักยภาพ

2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของโจทย์ปัญหา

แอนเดอร์สัน และปิงรี (ศรีทอง มีทาทอง. 2534 : 23 ; อ้างอิงจาก Anderson and Pingry. 1973 : 228) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการหาข้อสรุป หรือเป็นคำตอบซึ่งผู้แก้ปัญหาจะทำได้โดยจะต้องมีกระบวนการที่เหมาะสมซึ่งใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน และการตัดสินใจประกอบกัน

อดัมส์, เอลลิส และบีสัน (สุนีย์ เหมาะประสิทธิ์. 2533 : 1 ; อ้างอิงจาก Adams, Ellis and Beeson. 1977 : 173) ได้ให้ความหมายว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ โจทย์ภาษา (Word Problem) หรือโจทย์เรื่องราว (Story Problem) หรือโจทย์เชิงสนทนา (Verbal Problem) นั่นคือ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่บรรยายสถานการณ์ด้วยข้อความและตัวเลขโดยต้องการคำตอบในเชิงปริมาณหรือตัวเลข ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดแก้โจทย์นั้น ซึ่งในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์จำเป็นต้องอาศัยทักษะและความสามารถต่าง ๆ มาประกอบกัน เช่น ทักษะการอ่าน และวิเคราะห์ปัญหา การคำนวณ การมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งของต่างๆ เป็นต้น (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. 2526 : 427)

เดย์ (Day. 1986 : 14) แคนโทวสกี (Kantowski. 1980 : 195) ครูลิคและรูดนิค (Krulick and Rudnick. 1993 : 6) ยังได้ให้ความหมายโจทย์ปัญหาในทำนองเดียวกับ อดัมส์ เอลลิสและบีสันเช่นกัน

สุนนมาศ สันโดษ (2520 : 5) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นคำถามทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนจะต้องตีความหมายโจทย์มาเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ก่อน จึงจะสามารถดำเนินการหาคำตอบได้

วิไลวรรณ เอื้อสุวรรณ (2531 : 28) ได้ให้ความหมายโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นสถานการณ์ที่ประกอบด้วยภาษาและตัวเลขที่ต้องการคำตอบโดยที่ผู้แก้ปัญหานั้น จะต้องหาวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม เลือกตัดสินใจและลงมือแก้ปัญหาเอง

ดวงเดือน อ่อนน้อม (2533 : 129) ให้ความหมายไว้ว่า โจทย์ปัญหาเป็นสภาพของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยจำนวนและตัวเลข และข้อความที่ก่อให้เกิดปัญหา นักเรียนจะต้องตัดสินใจเองว่าจะใช้วิธีอะไรในทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหานี้ พร้อมทั้งเสนอแนะว่าครูควรจัดโจทย์ปัญหาเหล่านี้ไว้หลายระดับความรู้ ความสามารถ และประสบการณ์ของเด็กแต่ละคน เพื่อไม่ให้เด็กเกิดความคับข้องใจ หรือขาดแรงจูงใจในการคิดแก้โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้น

สวัสด์ จิตต์จนะ (2535 : 77) ให้ความหมายว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นข้อความที่แสดงถึง เงื่อนไข ความสัมพันธ์ของจำนวนที่กำหนดไว้ในแต่ละประโยค ในลักษณะใดลักษณะหนึ่ง อันจะก่อให้เกิดจำนวนและผลลัพธ์อีกจำนวนหนึ่งที่ต้องการทราบในคำถามของโจทย์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 62) ให้ความหมายว่า เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปของปริมาณ หรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผลเป็นสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้โดยทันทีทันใด จะต้องใช้ทักษะ ความรู้ และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้

อนันต์ โพธิกุล (2543 : 48) ให้ความหมายโจทย์ปัญหาว่าเป็นที่ต้องการหาข้อสรุปหรือคำตอบ โดยสถานการณ์นั้นจะเป็นปัญหาที่ใช้ภาษาแสดงถึงเงื่อนไขความสัมพันธ์ของจำนวนที่กำหนดไว้ในแต่ละประโยค ซึ่งนักเรียนจะต้องคิดและตัดสินใจว่า จะใช้วิธีการอะไรทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา

จากแนวคิดข้างต้นสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง โจทย์ภาษา (Word problem) ที่พัฒนาถึงสถานการณ์ต่าง ๆ ด้วยข้อความและตัวเลขเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยต้องการคำตอบเป็นตัวเลขหรือการบอกปริมาณ ซึ่งผู้แก้ปัญหามustอาศัยทักษะและความสามารถต่าง ๆ ที่เหมาะสมมาใช้ประกอบกันในการแก้โจทย์ปัญหานั้น

2.2 รูปแบบของโจทย์ปัญหา

แอสล็อกและคนอื่น ๆ และชาร์ลส์ (สุนีย์ เหมาะประสิทธิ์. 2533 : 72 – 73 ; อ้างอิงจาก Ashlock and others. 1983 : 239 ; Charles. 1987 : 18) ได้แบ่งรูปแบบของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาในหนังสือ หรือโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยการแปลงให้เป็นประโยคคณิตศาสตร์ (Standard textbook or Translation problems) เป็นโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่ตายตัว ไม่ค่อยยุ่งยากมากนัก

2. โจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยกระบวนการ (Process problem) คือ โจทย์ปัญหาที่ต้องแก้ด้วยกลวิธีต่าง ๆ ซึ่งยุ่งยากมากกว่าประเภทที่ 1 โจทย์ประเภทนี้จำเป็นต้องแก้ด้วยกระบวนการ 3 ขั้น คือ

2.1 ความเข้าใจปัญหา

2.2 การพัฒนาและการหากลวิธีในการแก้ปัญหา

2.3 การประเมินการแก้ปัญหา

จากรูปแบบของโจทย์ปัญหาข้างต้น สรุปได้ว่า รูปแบบของโจทย์ปัญหามี 2 รูปแบบ คือ โจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่ตายตัว และโจทย์ปัญหาที่ต้องใช้กระบวนการที่ซับซ้อนในการแก้ปัญหา

2.3 ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ได้มีผู้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็นประเภทต่าง ๆ ดังนี้ (สมเดช บุญประจักษ์.

2540 : 12)

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา โพลยา (Polya. 1957 : 23 – 29) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นคว้า เป็นปัญหาให้ค้นคว่าหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณหรือให้หาวิธีการและคำอธิบายในการให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่ต้องการให้แสดงการให้เหตุผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง หรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

2. พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา เรย์ ซูยดัม และลินด์ควิสต์ (Reys, Suydum and Lindquist. 1992 : 29) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภทคือ

2.1 ปัญหาธรรมดา (routine problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้ประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหาเมื่อพบปัญหาสามารถแก้ปัญหาได้ในทันที

2.2 ปัญหาแปลกใหม่ (nonroutine problems) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน และผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยกับปัญหานั้น ผู้แก้ปัญหามust ประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน จึงจะแก้ปัญหานั้นได้

3. พิจารณาตามลักษณะของปัญหา บิทเทอร์, แฮทฟิลด์ และเอดเวิร์ส (Bitter, Hatfield and Edwards. 1989 : 137) ได้แบ่งปัญหาประเภทนี้ออกเป็น 3 ลักษณะคือ

3.1 ปัญหาปลายเปิด (open – ended) เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ขึ้นอยู่กับสภาวะแวดล้อมและวิธีการแก้ปัญหา ปัญหาลักษณะนี้จะให้ความสำคัญของกระบวนการแก้ปัญหาเป็นสำคัญมากกว่าคำตอบ

3.2 ปัญหาให้ค้นพบ (discovery) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามust ดำเนินการตามสถานการณ์ที่กำหนด สืบค้นไปจนกระทั่งได้คำตอบ ในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา มักเป็นปัญหาที่มีวิธีการแก้ได้หลากหลาย

3.3 ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (guided discovery) เป็นปัญหาที่มีรายละเอียดของปัญหา เช่น มีคำชี้แนะ (clues) และคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหามust สามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามคำชี้แนะได้เลยโดยไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

4. พิจารณาตามเป้าหมายของการฝึก ชาร์ลส์และเลสเตอร์ (Charles and Lester. 1982 : 6 – 10) ได้พิจารณาจำแนกประเภทของปัญหา ตามเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหา ดังนี้

4.1 ปัญหาที่ใช้ฝึก (drill exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีการคำนวณเบื้องต้น

4.2 ปัญหาข้อความอย่างง่าย (simple translation problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบมาก่อน เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ มักเป็นปัญหาขั้นตอนเดียวที่มุ่งให้เกิดความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์ และพัฒนาความสามารถในการคิดคำนวณ

4.3 ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (complex translation problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอนหรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ

4.4 ปัญหาที่มีกระบวนการ (process problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาเน้นการพัฒนายุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจมีการวางแผนแก้ปัญหาและประเมินผลคำตอบ

4.5 ปัญหาการประยุกต์ (applied problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะความรู้ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การรวบรวม การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ จัดระบบ ประมวลผลและแปลผลเพื่อตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลนั้น ๆ ปัญหาการประยุกต์เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้แก้ปัญหาได้ใช้ทักษะกระบวนการ มโนคติ และข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหา โดยเฉพาะปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์

4.6 ปัญหาปริศนา (puzzle problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มองได้หลายแง่มุม ปัญหาปริศนามักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ผู้ที่มีทักษะในการแก้ปัญหาจะแก้ปัญหาลักษณะนี้ได้ดี

บาร์ดี (สูนีย์ เหมะประสิทธิ์. 2533 : 33 ; อ้างอิงจาก Baroody. 1987 : 260 – 261) แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทคือ

1. โจทย์ปัญหาปกติ (routine problems) คือ โจทย์ปัญหาในหนังสือเรียนทั่ว ๆ ไป ซึ่งมุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง มีข้อมูลที่จำเป็นและมีคำตอบถูกเพียงคำตอบเดียว

2. โจทย์ปัญหาที่ไม่ปกติ (nonroutine problems) คือ โจทย์ปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าโจทย์ปัญหาปกติ คือ มีข้อมูลมาก ทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น หรือมีข้อมูลไม่เพียงพอ อาจมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ เน้นการคิดวิเคราะห์อย่างเป็นเหตุเป็นผล

จากประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่กล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็นประเภทต่าง ๆ ตามจุดประสงค์ ตามลักษณะของปัญหา ตามเป้าหมายของการฝึก และยังแบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็นแบบโจทย์ปัญหาปกติ และโจทย์ปัญหาที่ไม่ปกติอีกด้วย ซึ่งการแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์และเป้าหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ข้อนั้น ๆ

2.4 อุปสรรคที่ส่งผลต่อการแก้โจทย์ปัญหา

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ปัญหาที่ประสบมาก คือ นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ เนื่องจากมีอุปสรรคหลายประการ ซึ่งพนัส หันนาคินทร์ และพิทักษ์ รักษาพลเดช (2518 : 104) ได้กล่าวไว้เกี่ยวกับเรื่องที่ทำให้นักเรียนทำโจทย์ปัญหาไม่ได้ เนื่องมาจากสาเหตุต่อไปนี้

1. นักเรียนขาดทักษะในเรื่องการ บวก ลบ คูณ หาร อันก่อให้เกิดความติดขัดในการทำโจทย์ต่อ ๆ ไป
2. นักเรียนขาดความคิดหาเหตุผล มองไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดไว้ เพื่อที่จะบรรลุสิ่งที่โจทย์ต้องการ
3. นักเรียนใช้วิธีการผิด ๆ ในการแก้ปัญหา เพราะไม่รู้จักนำเอาทฤษฎีที่ได้เรียนไปแล้วใช้ในการแก้ปัญหา
4. นักเรียนอ่านโจทย์แล้วไม่เข้าใจ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะนักเรียนขาดความสามารถในการอ่าน ตลอดจนไม่รู้ความหมายของคำ (vocabulary) ที่ใช้อย่างชัดเจน หรืออาจเป็นเพราะโจทย์นั้นซับซ้อนเกินระดับความเข้าใจของนักเรียนในชั้นนั้น ๆ
5. นักเรียนขาดความสนใจในการทำโจทย์ปัญหา บทเรียนไม่มีลักษณะที่ยั่วความสนใจของนักเรียน
6. นักเรียนมีความสะเพร่า ทำให้นำตัวเลขมาใช้อย่างผิด ๆ นักเรียนตีปัญหาโจทย์ผิด ตลอดจนการคำนวณผิด
7. นักเรียนชอบเดา เพราะต้องการให้เสร็จเร็ว ๆ ขาดความตั้งใจที่จะแก้ปัญหา

บุรคเนอร์ และกรอสส์นิก (ศรีทอง มีทาทอง. 2534 : 36 ; อ้างอิงจาก Brueckner and Grossnick. 1974 : 452 – 453) ได้กล่าวถึงอุปสรรคในการทำโจทย์ปัญหาไว้ดังนี้

1. นักเรียนไม่สามารถเข้าใจโจทย์ปัญหาทั้งหมด หรือบางส่วน เนื่องจากขาดประสบการณ์และขาดความคิดรวบยอดในสภาพของโจทย์ปัญหา
2. นักเรียนมีความบกพร่องในการอ่านและทำความเข้าใจ เช่น ไม่เข้าใจโจทย์กำหนดอะไรให้ ไม่สามารถจดจำและจัดระบบสิ่งซึ่งเขาได้อ่านมา และไม่สามารถจะอ่านเพื่อหารายละเอียดของเนื้อหา
3. นักเรียนไม่สามารถคิดคำนวณได้ ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจากการที่นักเรียนลืมวิธีทำหรือไม่เคยเรียนมาก่อน
4. นักเรียนขาดความเข้าใจในกระบวนการและวิธีการ เป็นผลทำให้นักเรียนหาคำตอบโดยวิธีเดาสุ่ม
5. นักเรียนขาดความรู้ในเรื่องความสำคัญ กฎเกณฑ์ สูตร เช่น ไม่ทราบว่าหนึ่งหลามีกี่นิ้วหรือไม่ทราบกฎการหาเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เป็นต้น
6. นักเรียนขาดความเป็นระเบียบเรียบร้อยในการเขียนคำอธิบาย
7. นักเรียนไม่ทราบความสัมพันธ์เชิงปริมาณวิเคราะห์ ทั้งนี้สาเหตุมาจากการเรียนรู้ศัพท์เพียงจำวนจำกัด หรือขาดความเข้าใจในหลักเกณฑ์ต่าง ๆ เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างราคาขาย ต้นทุน กำไร ขาดทุน เป็นต้น
8. นักเรียนขาดความสนใจ เนื่องจากขาดความสามารถในการทำโจทย์ปัญหาซึ่งความยากหรือโจทย์ปัญหาไม่สนใจและไม่ได้รับประโยชน์อะไรเป็นการตอบสนอง
9. ระดับสติปัญญาของนักเรียนต่ำเกินไปที่จะเข้าใจถึงความสัมพันธ์ต่าง ๆ ซึ่งปรากฏอยู่ในโจทย์ปัญหา
10. นักเรียนขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา

เชส (กานต์กนิษฐ์ นิลกำแหง. 2537 : 11 ; อ้างอิงจาก Chase : 262 – 269) ได้กล่าวถึงอุปสรรคที่ส่งผลต่อการแก้โจทย์ปัญหา ดังต่อไปนี้

1. ครูสอนเน้นทักษะการคิดคำนวณมากกว่าวิธีการ หรือกระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหา
2. นักเรียนขาดความสามารถในการอ่าน อ่านโจทย์แล้วไม่เข้าใจ
3. เวลาในการเรียนโจทย์ปัญหาไม่เหมาะสมหรือไม่เพียงพอ
4. ภาษาและคำที่ใช้ในโจทย์ปัญหาไม่กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคิดเชิงวิเคราะห์หรือไม่เหมาะสมกับวัยและระดับสติปัญญาของเด็ก

5. นักเรียนไม่รู้จักคาดคะเนหรือประมาณคำตอบ
6. นักเรียนขาดความสามารถในการคิดคำนวณ ขาดทักษะในเรื่องการบวก ลบ คูณ และหาร
7. นักเรียนขาดการคิดหาเหตุผล มองไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้เพื่อที่จะบรรลุสิ่งที่โจทย์ต้องการ
8. นักเรียนใช้วิธีการในการแก้โจทย์ปัญหาผิด เพราะไม่ได้นำเอาทฤษฎีหรือความรู้ที่เรียนไปแล้วมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา
9. นักเรียนขาดความตั้งใจที่จะแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งอาจเกิดจากบทเรียนไม่มีลักษณะดึงดูดความสนใจของนักเรียน
10. นักเรียนมีความสะเพร่า นำตัวเลขมาใช้อย่างผิด ๆ ตีความโจทย์ปัญหาผิด ตลอดจนการคิดคำนวณผิด

จากอุปสรรคต่าง ๆ ดังกล่าว การที่นักเรียนจะแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้นั้นต้องอาศัยองค์ประกอบหลาย ๆ ด้าน ไม่ว่าจะเป็นด้านตัวนักเรียนเองหรือครูผู้สอน โดยเฉพาะอย่างยิ่งครูจะต้องแสวงหาแนวทางเพื่อพัฒนาความสามารถของนักเรียน ตามลักษณะของปัญหาหรืออุปสรรคนั้น

2.5 สาเหตุบางประการที่ทำให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่ได้

ได้มีผู้กล่าวถึงสาเหตุบางประการที่ทำให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่ได้ ไว้ดังนี้ เวส (West. 1977 : 57 – 58) กล่าวถึงสาเหตุที่ผู้เรียนไม่สามารถทำข้อสอบที่เป็นโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องมี 3 ประการคือ

1. นักเรียนไม่เข้าใจข้อความที่เป็นโจทย์ปัญหา
2. นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
3. นักเรียนไม่สามารถคำนวณตามที่โจทย์ต้องการได้

ช.ชนบท (นามแฝง, 2529 : 7 – 10) ได้กล่าวถึงสาเหตุสำคัญที่ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ด้านการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนต่ำ เนื่องจากกระบวนการสอนของครูยังเป็นแนวการสอนตามวิธีสอนคณิตศาสตร์แบบเก่า ยึดการจำและการฝึกหัดจากตัวอย่าง ซึ่งมีขั้นตอนการสอน 3 ขั้นตอน คือ

1. ครูอธิบายความหมายและคำจำกัดความ
2. ครูให้ตัวอย่าง

3. ครูให้ทำแบบฝึกหัด

อุทัย เพชรช่วย (2532 : 48 – 54) กล่าวถึงสาเหตุสำคัญที่นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้มี 4 ประการ ดังนี้

1. เกิดจากการที่ครูสอนโดยละเลยการใช้ประสบการณ์ในขั้นใช้ของจริง
2. เกิดจากการที่ครูสอนโดยเน้นให้เด็กจำ "คำหลัก" เพื่อใช้บอกวิธีทำ
3. เกิดจากการที่ครูเน้นการสอนตามวิธีการหรือตามตัวอย่างในหนังสือมากกว่าเน้นการสอนหลักการที่อยู่เบื้องหลังวิธีการนั้น
4. เกิดจากการที่ครูสอนโดยไม่คำนึงถึงระเบียบวิธีการหรือขั้นตอนในการคิด

นอกจากนี้ มีนักเรียนเป็นจำนวนไม่น้อยที่สามารถแก้โจทย์ปัญหาจนได้คำตอบแต่เป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง จึงมีการศึกษาสาเหตุของความผิดพลาด ดิคสัน บราวน์ และกิบสัน (Dickson, Brown and Gibson, 1984 : 335 – 340) ได้สำรวจความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนระดับ 7 จำนวน 2 กลุ่มคือ กลุ่มที่ผลการเรียนปานกลาง และกลุ่มที่ผลการเรียนต่ำ พบว่ากลุ่มที่ผลการเรียนต่ำมีความผิดพลาดในเรื่องการแปลงโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ และความคลาดเคลื่อนในการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหามากที่สุด รองลงมาคือ ขาดทักษะทางคณิตศาสตร์ และขาดแรงจูงใจ สำหรับกลุ่มผลการเรียนปานกลาง พบว่า สิ่งที่เป็นสาเหตุให้เกิดความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหามากที่สุด คือ การขาดความระมัดระวัง และขาดแรงจูงใจ รองลงมาคือ ความคลาดเคลื่อนในการแปลงโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ และการใช้ทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

จากที่มีผู้เสนอสาเหตุบางประการที่ทำให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาไม่ได้นั้น ส่วนหนึ่งมาจากกระบวนการสอนของครูที่ใช้การสอนแบบเก่า ละเลยถึงการใช้ประสบการณ์จริง ไม่คำนึงถึงขั้นตอนในการคิดและอีกส่วนหนึ่งเกิดจากนักเรียนไม่สามารถคำนวณตามที่โจทย์ต้องการได้ นักเรียนยังขาดความสามารถในการแปลโจทย์ปัญหา นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้ด้วยตนเอง

2.6 องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

สิ่งที่เป็นปัญหาสำคัญสำหรับนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์คือ นักเรียนไม่รู้จะเริ่มต้นแก้ปัญหานั้นอย่างไร เนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจปัญหา ได้มีนักการศึกษาได้ศึกษาองค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

จอห์นสัน และริซิง (Johnson and Rising, 1969 : 108) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคือกระบวนการทางสมองที่ซับซ้อน ซึ่งต้องประกอบด้วย

1. การมองเห็นภาพ (Visualizing)
2. การจินตนาการ (Imagining)
3. การจัดท่าอย่างมีทักษะ (Manipulating)
4. การวิเคราะห์ (Analyzing)
5. การสรุปในเชิงนามธรรม (Abstracting)
6. การเชื่อมโยงความคิด (Associating ideas)

ซาเรลสกี (Zalewski. 1978 : 2804 – A) ได้ศึกษาองค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา
คณิตศาสตร์ พบว่า สิ่งที่เป็นองค์ประกอบมีดังนี้

1. ความสามารถในการเข้าใจสัญลักษณ์
2. ความสามารถในการจัดกระทำ
3. ความเข้าใจในการอ่าน คำศัพท์ การตีความกราฟและตาราง
4. มโนคติทางคณิตศาสตร์
5. ทักษะในการคำนวณ

ไฮเมอร์ และ ทรูบลัด (Heimer and Trueblood. 1977 : 3207 – A) ได้กล่าวถึงองค์
ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาดังนี้

1. เทคนิคการรู้คำศัพท์ การรู้คำศัพท์ในโจทย์คำถาม จะช่วยให้นักเรียนมองเห็น
แนวทางในการแก้ปัญหา ครูอาจช่วยฝึกฝนให้นักเรียนได้มีความรู้คำศัพท์ทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น
โดยจัดหาเกม หรือกิจกรรมที่ส่งเสริมการใช้คำศัพท์มาให้เล่น

2. ทักษะการคำนวณ ครูควรช่วยให้นักเรียนได้ฝึกฝนในด้านนี้ เช่น อาจใช้วิธีการ
ให้ฝึกคิดคำนวณในใจ

3. การแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง
4. การคาดคะเนคำนวณ
5. การเลือกใช้วิธีจัดกระทำกับข้อมูลอย่างถูกต้อง
6. ความสามารถในการหาข้อมูลเพิ่มเติม
7. การแปลความหมายของโจทย์

คณะกรรมการพัฒนาการสอน การผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 141 –
142) ได้กล่าวสรุปไว้ว่าการที่นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหานั้น นักเรียนควรจะต้องได้รับ
การฝึกฝนให้มีความรู้ ความสามารถพื้นฐานและมียอดองค์ประกอบในด้านเจตคติ ที่จะช่วยเป็นพลัง
สำคัญอย่างยิ่งในการแก้ปัญหาดังต่อไปนี้

1. มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา มีความเข้าใจ มีมโนคติ และทักษะในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ๆ
2. มีความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ และการขยายความ
3. มีความสามารถในการแปลงข้อความเป็นสัญลักษณ์ หรือแผนภาพ
4. มีความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลที่มีอยู่ หาความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับประสบการณ์เก่า
5. มีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอนการวิเคราะห์หารูปแบบ และการหาข้อสรุป
6. มีความใส่ใจใคร่รู้ กระตือรือร้น อยากรู้ อยากเห็น
7. มีความศรัทธา มีกำลังใจ และมีความอดทนในการแก้ปัญหา

นอกจากนี้ สุวร กาญจนมยุร (2533 : 3) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหามีดังนี้

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับภาษา ได้แก่ คำ และความหมายของคำต่าง ๆ ที่อยู่ในโจทย์ปัญหาแต่ละข้อมีความหมายอย่างไร
2. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับความเข้าใจ เป็นขั้นตีความและแปลความจากข้อความทั้งหมดของโจทย์ปัญหาออกมาเป็นประโยคสัญลักษณ์ที่นำไปสู่การหาคำตอบด้วยวิธีการบวก ลบ คูณ และหาร ซึ่งนักเรียนจะต้องคิดได้ด้วยตนเอง
3. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับการคำนวณ ขั้นนี้นักเรียนจะต้องมีทักษะในการบวก ลบ คูณ และหาร ได้อย่างรวดเร็ว
4. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับการแสดงวิธีทำ ครูผู้สอนต้องให้นักเรียนฝึกการอ่าน ย่อความจากโจทย์แต่ละตอน โดยเขียนสั้น ๆ รัดกุม และมีความชัดเจนตามโจทย์
5. องค์ประกอบในการฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ผู้สอนจะต้องเริ่มฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนทุกคนจากง่ายไปหายาก กล่าวคือเริ่มฝึกทักษะตามตัวอย่าง หรือเลียนแบบตัวอย่างที่ครูผู้สอนทำให้อีก่อน จึงไปฝึกทักษะการแปลความ และฝึกทักษะจากหนังสือเรียนต่อไป

จากองค์ประกอบข้างต้นจะเห็นว่า การสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีต้องขึ้นอยู่กับองค์ประกอบ 2 กลุ่มคือ

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับตัวผู้สอน ซึ่งได้แก่ เทคนิควิธีสอนของครูที่จะช่วยให้นักเรียนได้ฝึกและพัฒนาความรู้ความสามารถพื้นฐาน

2. องค์ประกอบเกี่ยวกับตัวนักเรียน ซึ่งได้แก่ ความสามารถในการอ่านข้อมูลที่ โจทย์กำหนดและข้อมูลที่โจทย์ต้องการหาแล้วสามารถตีความโจทย์ แปลงโจทย์ปัญหาจากรูปแบบ หนึ่งไปอีกรูปแบบหนึ่ง รวมทั้งมีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์ หารูปแบบและข้อสรุป อีกทั้งยังต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณ ตลอดจนการมีเจตคติที่ดีต่อการ แก้ไขโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วย

2.7 กระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหา

กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาที่เป็นที่ยอมรับกันโดยทั่วไป คือ กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา (Polya. 1957 : 118) ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

เป็นการสำรวจว่าในปัญหามีคำหรือวลีหรือประโยคย่อย ๆ อะไรบ้าง มีความหมาย อย่างไรแล้วจำแนกเป็นส่วน ๆ ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ อะไรคือสิ่งที่ต้องการหา อะไรคือข้อมูลที่ กำหนด มีเงื่อนไขอย่างไรบ้าง

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้โจทย์ปัญหา

เป็นขั้นการวิเคราะห์รายละเอียดและหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่กำหนดกับสิ่งที่ ไม่รู้ โดยใช้บทนิยาม สมบัติและทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่ได้ศึกษามาก่อนหน้านี้ การพิจารณาอาจใช้วิธีการ ต่าง ๆ เพื่อช่วยให้ได้ข้อสรุปที่สามารถดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาและหาคำตอบได้ เช่น การวาดรูปประกอบ การสร้างตารางวิเคราะห์ การแยกสถานการณ์หรือเงื่อนไขเป็นส่วนย่อย ๆ หรืออื่น ๆ ถ้าหากไม่ สามารถเชื่อมโยงได้ก็ควรอาศัยหลักการวางแผนในการแก้ปัญหาดังนี้

1. เป็นโจทย์ปัญหาที่เคยพบมาก่อนหรือไม่ หรือมีลักษณะคล้ายกับโจทย์ที่เคยแก้ มาก่อนหรือไม่

2. รู้เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับโจทย์ที่ต้องการแก้เพียงใด และรู้ ทฤษฎีที่จะใช้แก้หรือไม่

3. พิจารณาสິงที่ไม่รู้ในโจทย์และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคยซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือน กัน และพิจารณาดูว่าจะใช้วิธีการที่เคยพบมากับโจทย์ที่ต้องการแก้ได้หรือไม่

4. ควรอ่านโจทย์ปัญหาอีกครั้งและวิเคราะห์ดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบหรือไม่

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

เป็นขั้นของการปฏิบัติการแก้โจทย์ปัญหาตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบแต่ละขั้น ตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบย้อนกลับ

เป็นขั้นการตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ในแต่ละขั้นตอนว่าถูกต้องหรือไม่ โดยพิจารณาว่าเราสามารถตรวจสอบผลลัพธ์ได้หรือไม่ ผลลัพธ์ที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ สามารถใช้วิธีการอื่นแก้โจทย์ปัญหานี้ได้หรือไม่ สามารถทำความเข้าใจได้ง่ายหรือไม่ สามารถนำผลหรือวิธีการไปใช้แก้ปัญหาอื่นได้หรือไม่

รายละเอียดขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของโพลยา สรุปได้ดังนี้
(ฉวีวรรณ เศวตมัลย์. 2540 : 1 – 11)

ขั้นที่ 1

ต้องเข้าใจปัญหา

ขั้นทำความเข้าใจ

อ่านสถานการณ์ปัญหา เพื่อเก็บหรือจับใจความและความหมายของคำที่ใช้ในโจทย์ ทำความเข้าใจเกี่ยวกับถ้อยคำ และสัญลักษณ์ในปัญหา โดยแยกปัญหาออกเป็น โจทย์กำหนดอะไรบ้าง มีข้อมูลอะไร ต้องการอะไร และมีเงื่อนไขอะไรบ้าง

ขั้นที่ 2

หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดและสิ่งที่ต้องการพบ อาจจะลองดูปัญหาที่คล้าย ๆ กัน ถ้ายังหาความสัมพันธ์ไม่พบ ท้ายที่สุดควรจะหาแบบที่แก้ปัญห

ขั้นวางแผน

คิดหาเหตุผลเพื่อที่จะนำมาสรุปสิ่งที่ต้องการและค้นหารูปแบบจากปัญหาที่ใกล้เคียงกัน โดยนึกถึงปัญหาที่เกี่ยวข้องง่าย ๆ ปัญหาที่คล้ายกันและคิดถึงข้อมูลที่เหมาะสมอื่น ๆ ที่จะนำมาหาสิ่งที่ต้องการหาได้ ค้นหาทฤษฎี สูตร บทนิยามที่ต้องการนำมาใช้ในการแก้ปัญหและเลือกวิธีการคำนวณที่เหมาะสมหรือไม่ก็ต้องมีการลองผิดลองถูก

ขั้นที่ 3

ดำเนินไปตามแผนของท่าน

ขั้นดำเนินการ

ลงมือปฏิบัติตามแผนที่คิดไว้ ตรวจสอบแต่ละขั้นว่าขั้นตอนถูกต้องพิสูจน์ได้หรือไม่

ขั้นที่ 4

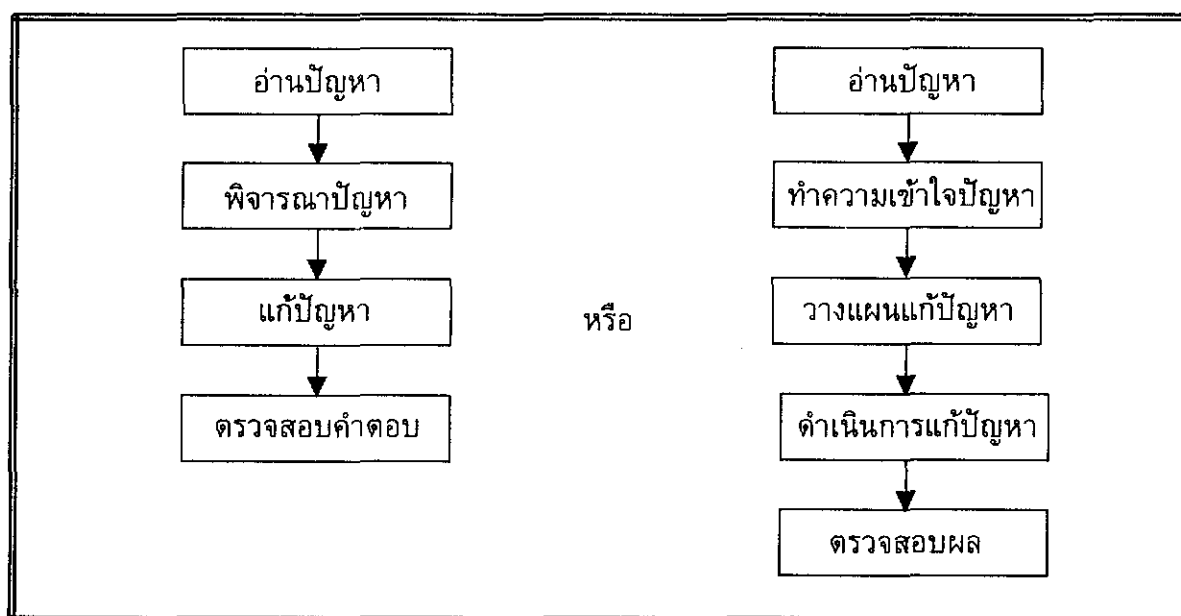
ตรวจสอบคำตอบที่ได้

ขั้นตรวจสอบ

ตรวจสอบคำตอบว่าได้ผลตามที่ต้องการหรือไม่
สามารถใช้ผลที่ได้หรือวิธีการกับปัญหาอื่น ๆ บาง
ข้อได้หรือไม่

ในขั้นตอนการตรวจสอบคำตอบที่ได้ นอกจากจะเป็นการตรวจสอบผลที่ได้ว่าถูกต้อง
เหมาะสมแล้วอาจปรับเปลี่ยนเงื่อนไขบางประการแล้วหาข้อสรุปและสรุปผลการแก้ปัญหาในรูปทั่วไป

ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาทั้ง 4 ขั้นตอนคือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผน
การแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบย้อนกลับ คนส่วนใหญ่มักจะมองว่าเป็นขั้น
ตอนที่เรียงลำดับเป็นแนวเส้นตรง ดังภาพประกอบ



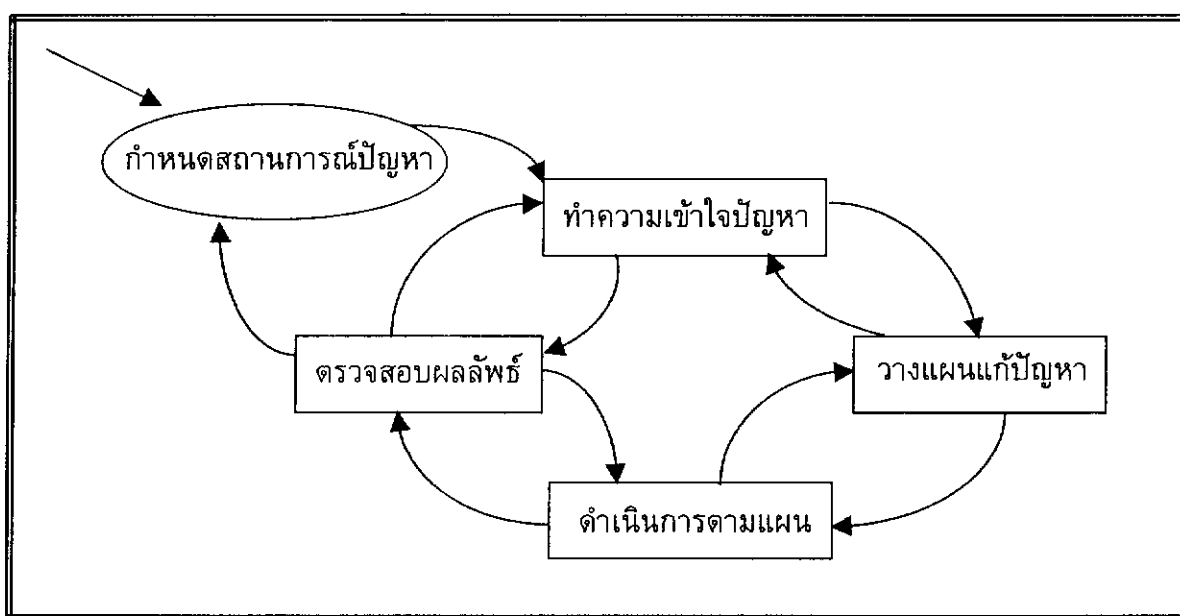
ภาพประกอบ 1 ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา

รูปแบบดังกล่าวมักเข้าใจกันว่ากระบวนการแก้ปัญหของโพลยาเป็นชุดของขั้นตอนการแก้
ปัญหา ซึ่งต้องดำเนินการไปที่ละขั้นตามลำดับ เพื่อให้ได้คำตอบ ซึ่งแนวทางเช่นนี้จะทำให้เข้าใจว่า

1. การแก้ปัญหเป็นกระบวนการในแนวตรงเสมอ
2. การแก้ปัญหเป็นชุดของขั้นตอนที่ต้องทำที่ละขั้น ห้ามข้ามขั้น
3. การแก้ปัญหเป็นกระบวนการที่ต้องจำ ผิดฝนและทำซ้ำ ๆ
4. การแก้ปัญหเป็นกระบวนการที่เน้นการได้คำตอบ

วิลสันและคณะ (Wilson and others. 1993 : 60 – 62) ได้เสนอกรอบงานในการแก้โจทย์

ปัญหาที่ต้องเน้นถึงความเป็นพลวัต (dynamic) และวงจรธรรมชาติของการแก้โจทย์ปัญหาไว้ โดย วิลสันและคณะเห็นว่าในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนนั้น นักเรียนอาจจะเริ่มที่ขั้นแรกด้วยการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาแล้วจึงวางแผนในการแก้ปัญหา ซึ่งระหว่างการดำเนินการนั้นนักเรียนอาจจะค้นพบสิ่งที่ทำให้เข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้แต่ไม่สามารถดำเนินการได้นั้น นักเรียนอาจจะกลับไปเริ่มวางแผนใหม่หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่หรือตั้งคำถามใหม่ ซึ่งการดำเนินการดังกล่าวนี้เป็นการดำเนินการที่เป็นไปได้ในโจทย์ปัญหา โดยที่ไม่จำเป็นต้องไปเริ่มใหม่ในขั้นทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป วิลสันและคณะจึงได้เสนอกระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาในลักษณะที่เป็นพลวัตและวงจรธรรมชาติ ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 2 ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาตามแนวคิดของวิลสันและคณะ

น้อมศรี เคท (2526 : 88 – 100) เสนอกระบวนการแก้ปัญหาดังนี้

1. ทำความเข้าใจสภาพและลักษณะของปัญหา
2. ศึกษาลักษณะของปัญหาว่ามีความแตกต่างหรือเหมือนกันกับปัญหาที่เคยพบมา
3. เลือกกระบวนการที่จะใช้แก้ปัญหา
4. แสดงวิธีทำ
5. พิจารณาและตรวจคำตอบที่ได้จากการคำนวณ

กมล ชื่นทองคำ (2527 : 33 – 34) ได้แบ่งขั้นตอนการสอนแก้โจทย์ปัญหาเป็น 3 ขั้น คือ

1. การตีความและทำความเข้าใจปัญหา
 - 1.1 การทำความเข้าใจความหมายของคำและสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหา

- 1.2 การมองปัญหาหลาย ๆ แง่มุม เพื่อดูความเป็นไปได้ของปัญหา
- 1.3 การวาดรูปประกอบปัญหา (ถ้าเป็นไปได้)
- 1.4 การหาส่วนสำคัญของปัญหา
- 1.5 การค้นคว้าหาความสัมพันธ์ของส่วนต่าง ๆ ของปัญหา
2. การวางแผนในการแก้ปัญหา ประกอบด้วย
 - 2.1 ทบทวนความรู้เดิมที่มี ซึ่งต้องใช้ในการแก้ปัญหา
 - 2.2 การคิดถึงวิธีการให้เหตุผล เพื่อระบุสิ่งที่ต้องการ
 - 2.3 การแบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหาว่าอะไรเป็นขั้นตอนใหญ่ และอะไรเป็นขั้นตอนย่อย จะต้องหาอะไรก่อนหลัง
 - 2.4 พิจารณาปัญหาที่ใกล้เคียงกัน เพื่อดูว่ามีอะไรร่วมหรือคล้ายคลึงกันบ้าง จะได้แก้ปัญหาลักษณะที่คล้ายคลึงกัน
 - 2.5 พิจารณาว่าข้อมูลที่ให้มาในโจทย์นั้นมีเพียงพอหรือไม่
 - 2.6 การเลือกวิธีคำนวณที่เหมาะสม
3. การแก้โจทย์ปัญหา ประกอบด้วย
 - 3.1 การลงมือคิดคำนวณตามแผนที่วางไว้
 - 3.2 การคาดคะเนคำตอบที่ใกล้เคียง
 - 3.3 ตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ รวมทั้งพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ
 - 3.4 ตรวจสอบคำตอบว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขที่ให้มาหรือไม่
 - 3.5 ปรับปรุงคำตอบให้เป็นคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์

อุทัย เพชรช่วย (2532 : 48 – 54) เสนอรูปแบบการสอนแก้โจทย์ปัญหา โดยการใช้เทคนิคคำถาม ซึ่งมีการตั้งคำถาม เพื่อให้นักเรียนตอบและคิดตามขั้นตอนทุกขั้น ดังนี้

1. โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง
2. โจทย์ต้องการให้หาอะไร
3. จะต้องหาอะไรก่อนหรือไม่ ถ้าหา หาอย่างไร
4. จะหาสิ่งที่โจทย์ต้องการได้อย่างไร

สวัสต์ จิตต์จนะ (2535 : 75 – 81) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 7 ขั้นตอน ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. อ่านโจทย์ปัญหา
2. แบ่งโจทย์ปัญหาเป็นประโยค

3. พิจารณาความสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ ในโจทย์
4. ตัดสินใจเลือกวิธีการหาคำตอบ
5. แสดงความคิดในการแก้โจทย์ปัญหา
6. แสดงวิธีหาคำตอบ
7. คิดคำนวณหาคำตอบและตรวจสอบคำตอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2536 : 7) ได้กำหนดกระบวนการแก้ปัญหา ไว้ 4 ขั้นตอนใหญ่ ๆ คือ

1. ทำความเข้าใจปัญหาให้ถ่องแท้
2. หาวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา เช่น ใช้อุปกรณ์ของจริง ใช้การเขียนภาพ ใช้การเขียนตาราง เขียนรายการที่สำคัญของปัญหา คิดตามเหตุผล
3. ลงมือแก้ปัญหตามวิธีการที่คิดว่าได้ผล ถ้ายังไม่ได้ผลก็หาวิธีอื่น ๆ มาลองใหม่จนได้คำตอบ
4. ตรวจสอบคำตอบ

วรรณิ โสมประยูร (2536 : 53) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคือ

1. อ่านโจทย์ปัญหาให้เข้าใจ
2. แปลคำถามในโจทย์ปัญหา
3. วิเคราะห์ข้อความว่าโจทย์กำหนดอะไร โจทย์ต้องการทราบอะไร และจะใช้วิธีการใดแก้ปัญหา
4. หาความสัมพันธ์แล้วเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์
5. คำนวณหาคำตอบแล้วเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์

สำหรับขั้นตอนและยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาสมการได้มีผู้เสนอวิธีการไว้ไม่แตกต่างกัน
 ดังเช่น

เฮลตัน (Helton. 1958 : 203) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการไว้
 ดังนี้

1. อ่านทำความเข้าใจโจทย์ เพื่อหาว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไร ต้องการให้หาตัวไม่ทราบค่าเพียงตัวเดียวหรือมากกว่านั้น
2. กำหนดสัญลักษณ์เป็นตัวแทนของตัวแปรที่ไม่ทราบค่า
3. หาความสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ ที่สอดคล้องโจทย์
4. เขียนสมการ
5. แก้สมการหาคำตอบ

6. ให้ความหมายของคำตอบ เช่น บอกหน่วย

7. ตรวจสอบคำตอบ

ดอลเซียนี และคณะ (Dolciani and others. 1967 : 317) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการไว้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจโจทย์
2. พิจารณาว่าสิ่งที่โจทย์บอกคืออะไร จะสมมติสัญลักษณ์แทนตัวไม่ทราบค่าได้อย่างไรและจะอธิบายสัญลักษณ์นั้นได้อย่างไร
3. สามารถเขียนเป็นภาพออกมาเพื่อช่วยให้เข้าใจชัดเจนขึ้นได้หรือไม่
4. ข้อเท็จจริงที่โจทย์ให้มามีความสัมพันธ์กับสิ่งที่ต้องการหาอย่างไร และจะเขียนความสัมพันธ์นั้นได้อย่างไร

5. เขียนสมการและแก้สมการเพื่อหาคำตอบ

6. ตรวจสอบคำตอบ

แมสซิง และแซนเดอร์ส (Massing and Sanders. 1977 : 149) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการไว้ดังนี้

1. อ่านโจทย์ให้รอบคอบว่าโจทย์ให้หาอะไร
2. สมมติสิ่งที่โจทย์ให้หาว่าต้องการอะไร
3. เขียนสมการโดยใช้ข้อมูลที่โจทย์ให้มา
4. แก้สมการ
5. ตรวจสอบคำตอบ

จากกระบวนการในการแก้ปัญหาก็กล่าวไว้ข้างต้น สรุปได้ว่ากระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาเป็นกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ซึ่งประกอบด้วยขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นการตรวจสอบย้อนกลับ ซึ่งถ้าดำเนินการตามขั้นตอนทั้ง 4 ขั้นตอนจะสามารถแก้โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง แม่นยำ และมีความบกพร่องน้อยที่สุด

2.8 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา

บาร์เน็ต (Barnett. 1975) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหามิพัฒนาได้โดยการเรียนการสอนเกี่ยวกับภาษา (Linguistic) การคิดคำนวณ (Computation) การดำเนินการ (Operation) และกระบวนการปฏิบัติ (Procedural) โดยตรง

กาเย่ (Gagne'. 1970 : 186 – 187) กล่าวถึงสาระสำคัญของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. ทักษะทางปัญญา (Intellectual Skills) หมายถึง ความสามารถในการนำกฎสูตร ความคิดรวบยอด และ/หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทักษะทางปัญญาคือความรู้ที่ผู้เรียนเคยเรียนมาก่อน
2. ลักษณะของปัญหา (Problem Schematic) หมายถึง ข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับสิ่งที่กำหนดให้ได้ ข้อมูลเหล่านี้ได้แก่ คำศัพท์ และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ
3. การวางแผนหาคำตอบ (Planning Strategies) หมายถึง ความสามารถในการใช้ทักษะทางปัญญา และลักษณะของปัญหาในการวางแผนแก้ปัญหา การวางแผนหาคำตอบเป็นกลวิธีการคิด (Cognitive Strategies) อย่างหนึ่ง
4. การตรวจหาคำตอบ (Validating the Answer) หมายถึง ความสามารถในการตรวจย้อนเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาลดลดกระบวนการ

ในการสอนคณิตศาสตร์นั้นเมื่อผู้เรียนฝึกทำแบบฝึกหัด ถ้าเป็นเรื่องง่ายและผู้เรียนสามารถทำได้ ก็จะฝึกไปจนเกิดความชำนาญ (skill) และใช้ข้อเท็จจริงหรือหลักการและความคิดรวบยอดที่ไม่ซับซ้อน อาจจะใช้เพียงข้อเท็จจริงหรือหลักการหรือความคิดรวบยอดเพียงฝึกซ้ำ ๆ จนเกิดทักษะ อย่างไรก็ตามในตัวแบบฝึกหัดนั้นเมื่อใช้หลาย ๆ ข้อเท็จจริงหรือหลายหลักการ หรือหลายความคิดรวบยอด นักเรียนก็ไม่สามารถจะทำได้จึงพบ "ปัญหา" ว่าจะทำอย่างไร

เมื่อผู้เรียนพบ "ปัญหา" ก็จะเกิดการแก้ปัญหา ก็จะต้องถามต่อไปอีกว่าจะแก้ปัญหายังไง การแก้ปัญหานั้นมี "กระบวนการแก้ปัญหา" เมื่อผู้เรียนสามารถดำเนินการตามกระบวนการแก้ปัญหาก็จะแก้ปัญหานั้นได้ เมื่อได้ฝึกการแก้ปัญหาลด ๆ ก็จะเกิดทักษะการแก้ปัญหา (Problem Solving Skill)

กองวิจัยทางการศึกษา (2532 : 35) กล่าวสรุปไว้ว่า กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ความสามารถในการเข้าใจโจทย์ ความสามารถในการหาวิธีการได้ถูกต้อง ความสามารถในการคิดคำนวณ และความสามารถในการหาคำตอบได้ถูกต้อง

สิริพร ทิพย์คง (2536 : 157 – 159) เสนอแนะกิจกรรมเสริมสร้างทักษะการแก้ปัญหาดังนี้

1. เลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน ซึ่งเป็นโจทย์ที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้น
2. ทดสอบความรู้พื้นฐาน และทบทวนทักษะที่ขาดหายไปก่อนลงมือสอนการแก้

ปัญหา

3. ให้อิสระในการคิดแก่นักเรียน และกระตุ้นให้นักเรียนคิดว่าจะสามารถใช้ความคิดรวบยอด ทักษะและหลักการใดในการแก้ปัญหาโจทย์นั้น ๆ
4. สอนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยให้มีแบบฝึกหัดหลายระดับ ทั้งยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาเป็นการเสริมกำลังใจให้กับนักเรียน
5. ทดสอบว่านักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหานั้น โดยการถามถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการ
6. ฝึกให้นักเรียนรู้จักหาคำตอบโดยการประมาณก่อนการคิดคำนวณ
7. แนะนำให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหาโดยการวาดรูปหรือแผนภาพ
8. ช่วยนักเรียนในการหาข้อมูลจากการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และเทียบเคียงกับโจทย์ที่นักเรียนเคยพบมาก่อน
9. สนับสนุนให้นักเรียนคิดวิธีการแก้โจทย์ปัญหาโดยวิธีการของนักเรียนเอง แล้วอภิปรายหาวิธีการที่ถูกต้อง

พรทิพย์ ยาวะประภาส (2537 : 24) ได้กล่าวว่า ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นครูจำเป็นจะต้องนำโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ มาใช้เพื่อ

1. สราิตให้เข้าใจถึงสิ่งจำเป็นในการเรียนคณิตศาสตร์
2. ใช้ในการเริ่มความคิดรวบยอดใหม่ ๆ ที่ยังไม่เคยเรียนรู้
3. สรุปลักษณะทางคณิตศาสตร์
4. ช่วยให้เกิดความเข้าใจและมองเห็นความสัมพันธ์ ระหว่างการคิดคำนวณวิธีต่าง ๆ

5. ให้มองเห็นปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน
6. เพิ่มพูนประสบการณ์การอ่านของนักเรียนให้ดีขึ้น
7. ทำให้เกิดแรงจูงใจ ความสนใจ และเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 66 – 74) ได้เสนอวิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยประยุกต์ขั้นตอนการแก้ปัญหามาเป็นวิธีการพัฒนาดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา
 - 1.1 การพัฒนาทักษะการอ่าน โดยการวิเคราะห์ความสำคัญความเข้าใจในปัญหาเป็นรายบุคคลหรือกลุ่ม อภิปรายความเป็นไปได้ของคำตอบ ความเพียงพอหรือความเกินพอของข้อมูล ปัญหาที่ใช้เพิ่มเติมอาจไม่ใช่ปัญหาคณิตศาสตร์ก็ได้

1.2 การใช้กลวิธีเพิ่มพูนความเข้าใจ

1.2.1 การเขียนภาพ แผนภาพ หรือแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลจะช่วยให้ข้อมูลมีความเป็นรูปธรรม ทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

1.2.2 ลดปริมาณที่กำหนดในปัญหาให้น้อยลง เพื่อเน้นโครงสร้างของปัญหาที่มีความชัดเจนขึ้นโดยคำนึงถึงความเป็นไปได้และความมีเหตุผล

1.2.3 การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา

1.2.4 การเปลี่ยนแปลงสถานการณ์ให้เป็นเรื่องที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน

ประจำวัน

1.3 การใช้ปัญหาที่ใกล้เคียงกับชีวิตประจำวันมาให้ผู้เรียนฝึกทำความเข้าใจ โดยกำหนดข้อมูลเกินความจำเป็นหรือไม่เพียงพอ เพื่อให้ผู้เรียนฝึกการวิเคราะห์ว่าข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดไม่ได้ใช้หรือข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ซึ่งสอดคล้องกับชีวิตประจำวัน ที่บางครั้งมีข้อมูลมากมายที่ผู้เรียนต้องเลือกข้อมูลที่เกี่ยวข้องมาใช้หรือบางครั้งข้อมูลอาจไม่เพียงพอ ผู้เรียนจะต้องแสวงหาข้อมูลให้เพียงพอ

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผน

ถ้าโจทย์ปัญหาที่มีความซับซ้อน ควรฝึกให้ผู้เรียนเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์และเขียนหรือพูดตามลำดับขั้นตอนการคิดอย่างคร่าว ๆ ก่อนลงมือทำ เพราะขั้นตอนดังกล่าวเป็นเสมือนการวางแผนในการแก้ปัญหา ถ้าผู้เรียนฝึกฝนสม่ำเสมอจะทำให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการวางแผนในการแก้โจทย์ปัญหา ดังนั้น การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหามีแนวทางดังนี้

2.1 ไม่บอกวิธีการแก้ปัญหาโดยตรง แต่กระตุ้นโดยใช้คำถามนำแล้วให้ผู้เรียนหาคำตอบ ถ้ายังตอบไม่ได้ให้เปลี่ยนคำถามให้ง่ายลง คำตอบของผู้เรียนจะช่วยให้แผนการการแก้ปัญหาชัดเจนขึ้น

2.2 ส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดออกมาดัง ๆ (Think Aloud) สามารถบอกให้ผู้อื่นทราบ ว่าตนคิดอะไร ไม่ใช่คิดอยู่ในใจตนเองเงียบ ๆ การคิดออกมาดัง ๆ อาจอยู่ในรูปของการสนทนาหรือการเขียนลำดับขั้นตอนการคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 สร้างลักษณะนิสัยของผู้เรียนคิดวางแผนก่อนลงมือทำ ทำให้เห็นภาพรวมของปัญหาประเมินความเป็นไปได้ก่อนลงมือแก้ปัญหา เพื่อป้องกันการผิดพลาดหรือแก้ไขข้อบกพร่องได้ทันทีเน้นวิธีการแก้ปัญหาสำคัญมากกว่าคำตอบ

2.4 จัดปัญหาให้ผู้เรียนฝึกทักษะ ควรเป็นที่ท้าทายเหมาะสมกับความสามารถไม่

ยากหรือง่ายเกินไป

2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาควรส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 รูปแบบ เพื่อให้ผู้เรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน

ในการดำเนินการตามแผน ผู้เรียนต้องตีความ ขยายความ นำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจนและประเมินความสามารถที่จะดำเนินการได้หรือไม่

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ

การตรวจสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็น คือ ประเด็นแรก ตรวจสอบขั้นตอนตั้งแต่เริ่มต้นจนเสร็จสิ้นกระบวนการ รวมทั้งยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ประเด็นที่สอง คือ มองไปข้างหน้าเป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหา โดยสร้างสรรค์ปัญหาที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันขึ้นมาใหม่ มีแนวทางการพัฒนา ดังนี้

4.1 กระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ให้เคยชินจนเป็นนิสัย

4.2 ฝึกให้ผู้เรียนคาดคะเนคำตอบ

4.3 ฝึกการตีความหมายของคำตอบ (ความเป็นไปได้)

4.4 สนับสนุนให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดโดยใช้วิธีการหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี

4.5 ให้ผู้เรียนฝึกสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน

จากที่กล่าวมาจะเห็นว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นความสามารถทางสติปัญญาในการคิด นักเรียนจะต้องมีการฝึกทักษะทางปัญญา มีความสามารถในการจัดระเบียบของข้อมูลเพื่อสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหานั้น มีการใช้กลวิธีต่าง ๆ ในการคิดเพื่อวางแผนในการหาคำตอบ และจะต้องมีความสามารถในการตรวจย้อนกลับอีกด้วย ดังนั้น การพัฒนาศักยภาพของนักเรียนเกี่ยวกับการแก้ปัญหาจึงต้องพัฒนาความสามารถในด้านการคิดคำนวณ การวางแผนการแก้ปัญหา การตรวจสอบคำตอบ ซึ่งความสามารถเหล่านี้สามารถพัฒนาได้โดยการจัดการเรียนการสอนที่เหมาะสม

2.9 แนวคิดพื้นฐานทางจิตวิทยาของการแก้ปัญหา

วิธีแก้ปัญหาจะเกิดขึ้นได้อย่างไรนั้น นักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้แนวความคิดดังต่อไปนี้

สโตลล์เบอร์ก (Stollburg, 1956 : 225 – 228) ได้ให้ความเห็นว่า ปัญหาที่เกิดขึ้นและวิธีแก้

ปัญหานั้น ผู้แก้ปัญหาแต่ละคนย่อมมีลักษณะเฉพาะเอกลักษณ์ การแก้ปัญหาจึงไม่เหมือนกัน การแก้ปัญหาไม่มีขั้นตอนที่แน่นอนตายตัว และไม่เป็นลำดับขั้นตอนอาจสลับก่อนหลังหรือบางขั้นตอนไม่มีก็ได้ นอกจากนี้การแก้ปัญหายังขึ้นอยู่กับ

1. ประสบการณ์ของแต่ละบุคคล
2. วุฒิภาวะทางสมอง
3. สภาพที่แตกต่างกัน
4. กิจกรรมและความสนใจของแต่ละคนที่มีต่อปัญหานั้น

ธอร์นไดค์ (Thorndike. 1950 : 192 – 216) ได้ให้ความเห็นในเรื่องการแก้ปัญหาไว้ว่า การเรียนรู้ข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาและการนำเอาข้อเท็จจริงไปใช้ในการแก้ปัญหาเป็นสิ่งที่ต่างกัน การเรียนรู้จากการแก้ปัญหาได้สำเร็จในสถานการณ์หนึ่งไม่ได้หมายความว่าต้องแก้ปัญหาสถานการณ์อื่นได้เสมอไป การแก้ปัญหาแบบลองผิดลองถูกใช้กับปัญหาที่ยุ่งยากซับซ้อน ให้เมื่อผู้เผชิญปัญหามองไม่เห็นแนวทางหรือไม่อาจคิดหาวิธีการแก้ปัญหาได้ ต้องใช้วิธีเดาสุ่มหลายอย่างเพื่อหาวิธีการที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหา

กาเย (Gagne'. 1977 : 63) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการคิดแก้ปัญหา เป็นการเรียนรู้ อย่างหนึ่งที่ต้องอาศัยการเรียนรู้ประเภทหลักการที่มีความเกี่ยวข้องตั้งแต่สองประเภทขึ้นไป และใช้หลักการนั้นประสมประสานจนเป็นความสามารถชนิดใหม่ที่เรียกว่า ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาโดยการเรียนรู้ ประเภทหลักการนี้ต้องอาศัยหลักการเรียนรู้ประเภทมโนคติ ซึ่งกาเยได้อธิบายว่า เป็นการเรียนรู้อีกประเภทหนึ่งที่ต้องอาศัยความสามารถในการมองเห็นลักษณะร่วมของสิ่งเร้า

ไฮนิก (Heinig. 1981 : 61) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหานักเรียนจะเกิดขึ้นได้ โดยครูต้องจัดกิจกรรมให้นักเรียนกิจกรรมที่ควรจัดเป็นกิจกรรมปลายเปิด ซึ่งเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดเห็นของตนเพื่อสังเคราะห์เรื่องราวใหม่ สิ่งใหม่ สถานการณ์ หรือกิจกรรมที่จัดขึ้น

พรณี ชูทัย (2528 : 218 – 219) ได้กล่าวถึงแนวคิดทางจิตวิทยาในการสอนแบบแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. ความคิดของกลุ่ม "R-S" ในการสอนให้แก้ปัญหา เนื่องจากกลุ่มนี้มองธรรมชาติของมนุษย์ว่า มนุษย์เรียนรู้จากการถ่ายทอดและบอกเล่า ดังนั้นในการสอนให้คนแก้ปัญหาจะต้องมีการฝึกหัดให้ทำซ้ำ ๆ และมีการให้รางวัล เด็กจะต้องได้รับการช่วยเหลือให้มองเห็นความแตกต่าง รู้จักจำแนกแยกแยะ ครูจะต้องดูว่าในการแก้ปัญหานั้น จะต้องใช้ทักษะใดบ้าง และเด็กจะได้รับการฝึกหัดให้ใช้ทักษะนั้น ๆ ในการเรียนแต่ละอย่าง เด็กจะต้องได้รับข้อคิดเห็นย้อนกลับ (Feedback) เพื่อให้ทราบผลการเรียนว่าดีขึ้นหรือยังมีข้อบกพร่อง ดังนั้นความคิดเห็นของกลุ่มนี้ในการสอนให้เด็กรู้จักแก้ปัญหา ต้องมีการสอนแบบฝึกหัดจนเด็กสามารถทำได้ และถ่ายโยงการเรียนรู้

ไปแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ ๆ ได้

2. ความคิดเห็นของกลุ่ม "Cognitive – field" ในการสอนให้แก้ปัญหา เนื่องจากกลุ่มนี้มองธรรมชาติของมนุษย์ว่า "Active" หรือ "Interactive" ดังนั้นการเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนได้เป็นผู้ลงมือกระทำเอง จึงใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้เด็กเกิดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยตนเอง การกระตุ้นโดยการใช้คำถาม หรือใช้ข้อความที่มีลักษณะเร้าความสนใจเด็ก จากนั้นกระตุ้นให้เด็กแสวงหาคำตอบ โดยครูแนะแหล่งข้อมูลให้หรืออาจใช้คำถามประเภท 20 คำถาม โดยครูจะตอบเพียง ใช่หรือไม่ใช่ จะช่วยให้เด็กมีประสบการณ์ในการเก็บข้อมูล สำรวจ ทดลอง และเกิดความมั่นใจในตนเอง กระตุ้นให้เกิดการแสวงหาความรู้ต่อไป

จากที่กล่าวมาแล้วข้างต้น จะเห็นว่า ในการแก้ปัญหาของแต่ละบุคคลนั้น มีความแตกต่างกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวุฒิภาวะทางสมอง ประสบการณ์ ความสนใจ ความพร้อม แรงจูงใจ อารมณ์ และสภาพแวดล้อม สำหรับกิจกรรมการเรียนการสอนที่สอนให้ผู้เรียนรู้จักคิด รู้จักวิธีการหาข้อสรุป มีการวางแผน ก็เป็นส่วนหนึ่งที่สามารถพัฒนาศักยภาพของผู้เรียน โดยใช้วิธีการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา ซึ่งผู้วิจัยเลือกใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา

2.10 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

เว็บป์ (Webb. 1975 : 2689 – A) ได้ทำการวิจัยเรื่องการสำรวจกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 40 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถทางความรู้ ความจำ ซึ่งได้แก่ ภาษา แบบการคิด มิติสัมพันธ์ เหตุผลและการแก้ปัญหาผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับสูง

สโตนวอเตอร์ (Stonewater. 1977 : 2602 – 2603 – A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหากับความถนัดทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาที่เรียนเทอมแรกของคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมิชิแกน จำนวน 27 คน เมื่อวิเคราะห์ผลโดยการหาค่าสหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน ผลปรากฏว่าความสามารถในการแก้ปัญหากับความถนัดทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

มูราสกี (Muraski. 1979 : 4104 – A) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้ปัญหา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 6 ซึ่งแบ่งเป็นกลุ่ม

ทดลองและกลุ่มควบคุม อย่างละ 13 คน กลุ่มทดลองจะได้รับการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 บทเรียน แต่ละบทเรียนจะแบ่งออกเป็น 5 เรื่อง ใช้เวลา 5 สัปดาห์ ต่อจากนั้นวัดความสามารถในการแก้ปัญหาของทั้งสองกลุ่ม ปรากฏว่า กลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหามากกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

กิฟฟิน (Giffune. 1979 : 2572 – A) ได้ศึกษาผลการสอนโจทย์ปัญหาที่มุ่งเน้นความเข้าใจ โจทย์ปัญหา ฝึกทักษะการอ่านโจทย์ ที่มีต่อทักษะการเขียนสมการ การหาคำตอบ ความคงทนในการเขียนสมการ พบว่ากลุ่มทดลองมีความสามารถทั้งสามด้านสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

โรว์ (Rowe. 1980 : 5351 – A) ได้นำเอารูปแบบของเอิล (Earle) มาใช้ในการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนและสัดส่วน กับกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนเกรด 8 จำนวน 304 คน พบว่า กลุ่มที่ใช้รูปแบบของเอิลกับกลุ่มที่ไม่ใช้รูปแบบของเอิล ในการสอนโจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์มีทั้งผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความคงทนในการเรียนรู้ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ทูกอว์ (Tougaw. 1994 : 2934 – A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับผลที่เกิดขึ้นจากการสอนโดยใช้ การแก้ปัญหาแบบเปิดกว้างในการสอนคณิตศาสตร์ โดยศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาและเจตคติ เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา การแก้ปัญหาแบบเปิดกว้าง หมายถึง การสร้างข้อ คาดเดา การสืบค้น การค้นพบ การอภิปราย การพิสูจน์ และการหารูปทั่วไป ในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ นักเรียนต้องใช้ความรู้ ทักษะ กระบวนการคิด และเจตคติทางบวกเป็นพื้นฐาน ผลการ วิจัยพบว่า นักเรียนที่ผ่านการสอบโดยใช้การแก้ปัญหาแบบปลายเปิดกว้างมีเจตคติทางบวกต่อการ เรียนและเพศไม่มีความแตกต่างต่อพฤติกรรมในการแก้ปัญหา

งานวิจัยในประเทศ

จรรยา ภูอุดม (2524 : 48 – 54) ได้ทำการวิจัยเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถใน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามการประเมินครู โดยใช้ตัวอย่าง ประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร จำนวน 6 โรงเรียน เป็นนักเรียนชาย 235 คน นักเรียนหญิง 190 คน เครื่องมือที่ใช้ ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เฉลี่ยทุกวิชาอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงมีความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนหญิงมี

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนชาย

พรทิพย์ พรหมสาขา ณ สกลนคร (2527 : 61 – 62) ได้ทำการวิจัยถึงผลของการสอนที่มีต่อนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดอุดรธานี จำนวน 3 ห้องเรียน โดยแบ่งออกเป็น

กลุ่มควบคุม ได้รับการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามคู่มือครู

กลุ่มทดลองที่หนึ่ง ได้รับการสอนการแปลความหมายโจทย์และแก้ปัญหโดยตารางวิเคราะห์

กลุ่มทดลองที่สอง ได้รับการสอนเน้นทักษะการแปลความหมายและการแก้ปัญหาอิสระ

ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนที่ได้รับการสอนทั้ง 3 วิธี มีความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาของกลุ่มควบคุมทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. ความสามารถในการแก้ปัญหาของกลุ่มทดลองที่หนึ่งกับกลุ่มทดลองที่สองไม่แตกต่างกัน

สุดสวาท ชันธมูล (2530 : 274) ได้ทำการศึกษาผลการสอนโจทย์ปัญหา 2 วิธี คือ การสอนแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ขั้นตอนที่เน้นความเข้าใจโจทย์ปัญหาตามแนวของสตีฟ (Steve) และการสอนแก้โจทย์ปัญหาตามแนวคู่มือครูที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน แต่ความสามารถในการคิดหาเหตุผลแบบอุปมานของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วิชัย พาณิษฐ์สวอย (2532 : 52) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดแบบเอกลักษ์ทางสัญลักษณ์กับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่าความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์กับความคิดแบบเอกลักษ์ทางสัญลักษณ์มีความสัมพันธ์ต่อกันในทางบวก โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .496

เฉลิมศักดิ์ ภูมิ (2538 : 69) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาการแก้ปัญหากับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัย

สำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นิตยา พัวรัตน์ (2541 : 67) ได้ทำการวิจัยเพื่อพัฒนาชุดการสอนแบบวรรณิโนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วน ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่าชุดการสอนนี้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วน ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อนันต์ โพธิกุล (2543 : 87 – 88) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการกับการสอนตามคู่มือครู ผลปรากฏว่าในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

จากงานวิจัยต่างประเทศและในประเทศที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น พบว่าการจัดการเรียนการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น ยังมีปัญหาอยู่มากทั้งในด้านตัวผู้สอนเองและด้านตัวผู้เรียน ดังนั้นการจัดกิจกรรมการสอนจึงมีส่วนอย่างมากในการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้เกิดแก่ตัวผู้เรียน ซึ่งผู้เรียนเองก็มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงขึ้น และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นด้วย

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

วิลสัน (Wilson. 1971 : 643 – 696) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จากแนวคิดของวิลสันพอจะกล่าวได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก็คือ ความสำเร็จของการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ที่ประเมินเป็นระดับความสามารถนั่นเอง

วิลสัน (Wilson. 1971 : 643 – 696) ได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านพุทธิพิสัย (Cognitive Domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา โดยอิงลำดับขั้นของพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยตามกรอบแนวคิดของบลูมไว้เป็น 4 ระดับคือ

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำที่สุด แบ่งออกเป็น 3 ขั้นดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts)

เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว

คำถามที่วัดความสามารถในระดับนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริงตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลาแล้ว

1.2 ความรู้เกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่าง ๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้แต่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability of Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยามและกระบวนการที่เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนกว่า แบ่งได้เป็น 6 ขั้นตอนดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concept) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคติเป็นนามธรรม ซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้น โดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ ซึ่งเขียนในรูปใหม่หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียน

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์และการสรุปอ้างอิง เป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principles, Rules and Generalization) เป็นความสามารถในการเอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหา จนได้แนวทางในการแก้ปัญหาได้ ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรกอาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหา จากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements form One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการ ซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms) หลังจากแปลความแล้ว อาจกล่าวได้ว่า เป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow a Line of

Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่ว ๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

(Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบวัดความสามารถในขั้นนี้อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติและกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน คือ แบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องเลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ขั้นคือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้ อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้องรวมทั้งใช้ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาพิจารณาว่า อะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกมาพิจารณาเป็นส่วน มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns, Isomorphisms and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้การเปลี่ยนรูปปัญหาการจัดกระทำกับข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งคุ้นเคยจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาให้พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าว ต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสาน

กัน เพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ ถือเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูงแบ่งเป็น 5 ขั้นดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine Problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจ มโนคติ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์ที่เคยพบมาแล้ว มาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถในการพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนจะต้องอาศัยนิยามทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วมาช่วยในการแก้ปัญหา

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) ความสามารถในการขั้นนี้เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่ความสามารถในการวิจารณ์เป็นพฤติกรรมที่ย่างยากซับซ้อนกว่า ความสามารถในขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดไปจากมโนคติ หลักการ กฎ นิยาม หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.5 ความสามารถเกี่ยวกับการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to Formulate and Validate Generalization) นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่ โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องเดิมและต้องสมเหตุผลด้วย นั่นคือการถามให้หาและพิสูจน์ประโยคทางคณิตศาสตร์หรืออาจถามให้นักเรียนสร้างกระบวนการคิดคำนวณใหม่ พร้อมทั้งแสดงการใช้กระบวนการนั้น

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทดสอบหลังสิ้นสุดการทดลองด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เพรสคอตต์ (Prescott, 1961 : 14 – 16) ได้ใช้ความรู้ทางชีววิทยา สังคมวิทยา จิตวิทยา

และการแพทย์ ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนของนักเรียน และสรุปผลการศึกษาว่าองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียนมีดังต่อไปนี้

1. องค์ประกอบทางด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกาย ข้อบกพร่องทางร่างกายและบุคลิกท่าทาง
2. องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ของบิดามารดา ความสัมพันธ์ของบิดามารดากับลูก ความสัมพันธ์ระหว่างลูก ๆ ด้วยกัน และความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกทั้งหมดในครอบครัว
3. องค์ประกอบทางวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณี ความ เป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อมทางบ้าน การอบรมทางบ้านและฐานะทางบ้าน
4. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของนักเรียนกับเพื่อนวัยเดียวกัน ทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน
5. องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สติปัญญา ความสนใจ เจตคติของนักเรียน
6. องค์ประกอบทางการปรับตัว ได้แก่ ปัญหาการปรับตัว การแสดงออกทางอารมณ์

แครร์รอล (Carrol. 1963 : 723 – 733) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับอิทธิพลขององค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีต่อระดับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน โดยการนำเอาครู นักเรียน และหลักสูตรมาเป็นองค์ประกอบที่สำคัญ โดยเชื่อว่าเวลาและคุณภาพของการสอนมีอิทธิพลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ที่นักเรียนจะได้รับ

จากการศึกษาองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนข้างต้นนั้น มีองค์ประกอบหลายประการที่ทำให้เกิดผลกระทบต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยเฉพาะองค์ประกอบเกี่ยวกับตัวนักเรียนในด้านต่าง ๆ เช่น สติปัญญา อารมณ์ การปรับตัว เป็นต้น ซึ่งองค์ประกอบเหล่านั้นส่งผลโดยตรงกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

3.3 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

สาเหตุของการสอบตกและการออกจากโรงเรียนในระดับประถมศึกษาซึ่ง เรวัตและคุปตะ (Rawat and Gupta. 1970 : 7 – 9) ได้กล่าวว่าอาจมาจากสาเหตุใดสาเหตุหนึ่ง หรือมากกว่านั้น โดยมีด้วยกันหลายประการ ได้แก่

1. นักเรียนขาดความรู้สึกลงในการมีส่วนร่วมกับการเรียน

2. ความไม่เหมาะสมของการจัดเวลาเรียน
3. ผู้ปกครองไม่เอาใจใส่ในการศึกษาบุตร
4. นักเรียนมีสุขภาพไม่สมบูรณ์
5. ความยากจนของผู้ปกครอง
6. ประเพณีทางสังคม ความเชื่อที่ไม่เหมาะสม
7. โรงเรียนไม่มีการปรับปรุงที่ดี
8. การสอบตกซ้ำชั้นเพราะการวัดผลไม่ดี
9. อายุน้อยหรือมากเกินไป
10. สาเหตุอื่น ๆ เช่น การคมนาคมไม่สะดวก

สำหรับนักเรียนที่เรียนอ่อนวิชาคณิตศาสตร์นั้น วชิร บูรณสิงห์ (2525 : 435) ได้กล่าวว่า เป็นนักเรียนที่มีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ระดับสติปัญญา (I.Q) อยู่ระหว่าง 75 – 90 และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 30
2. อัตราการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะต่ำกว่านักเรียนอื่น ๆ
3. มีความสามารถทางการอ่านต่ำ
4. จำหลักหรือมโนคติเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่เรียนไปแล้วไม่ได้
5. มีปัญหาในการใช้ถ้อยคำ
6. มีปัญหาในการหาความสัมพันธ์ของสิ่งของต่าง ๆ และการสรุปเป็นหลักเกณฑ์โดยทั่วไป
7. มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศสตร์น้อย สืบเนื่องจากการสอบตกวิชาคณิตศาสตร์บ่อยครั้ง
8. มีเจตคติที่ไม่ดีต่อโรงเรียนและโดยเฉพาะอย่างยิ่งต่อวิชาคณิตศาสตร์
9. มีความกดดันและรู้สึกกังวลต่อความล้มเหลวทางด้านการเรียนของตนเองและบางครั้งรู้สึกถูกดูถูกตัวเอง
10. ขาดความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง
11. อาจมาจากครอบครัวที่มีสภาพแวดล้อมแตกต่างจากนักเรียนอื่น ๆ ซึ่งมีผลทำให้ขาดประสบการณ์ที่จำเป็นต่อความสำเร็จในการเรียน
12. ขาดทักษะในการฟัง และไม่มีความตั้งใจในการเรียน หรือมีความตั้งใจในการเรียนเพียงชั่วระยะเวลาสั้น
13. มีข้อบกพร่องในด้านสุขภาพ เช่น สายตาไม่ปกติ มีปัญหาด้านการฟังและมีข้อ

บกพร่องทางทักษะการใช้มือ

14. ไม่ประสบผลสำเร็จในด้านการเรียนทั่ว ๆ ไป

15. ขาดความสามารถในการแสดงออกทางคำพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้คำถามที่แสดงให้เห็นว่าตนเองก็ยังไม่เข้าใจในการเรียนนั้น ๆ

16. มีวุฒิภาวะค่อนข้างต่ำทั้งทางด้านอารมณ์และสังคม

จากการศึกษาถึงสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่าสาเหตุหนึ่งที่ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนต่ำคือการจัดการเรียนการสอน ซึ่งเกี่ยวข้องกับครูโดยตรง ดังนั้นเพื่อส่งเสริมให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้นครูจะต้องหาวิธีการสอนที่เหมาะสมกับผู้เรียนและหาทางช่วยเหลือผู้เรียนให้สามารถเรียนรู้ได้ตามศักยภาพของเขา ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะทำวิจัยโดยจัดทำชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อช่วยเหลือนักเรียนที่ไม่สามารถเรียนรู้ได้ทันในชั้นเรียนปกติให้สามารถเรียนรู้ได้และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับที่สูงขึ้น

3.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

นคร ปลื้มฤดี (2530) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนเรื่องสมการโดยใช้วิธีการเรียนรู้เพื่อรู้แจ้งกับการเรียนตามปกติ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้วิธีการเรียนรู้เพื่อรู้แจ้งสูงกว่าการเรียนตามปกติ

มะลิ จุลวงษ์ (2530) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมและแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนจากคอมพิวเตอร์ช่วยสอน พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ที่เรียนจากคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสูงกว่าที่ครูเป็นผู้สอน

ศิริวรรณ ฤกษ์นันท์ (2531) ทำการศึกษาลักษณะผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องสมการ ที่เรียนโดยหลักการเรียนเพื่อรู้แจ้ง พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้วิธีการเรียนรู้เพื่อรู้แจ้งสูงกว่าการเรียนตามปกติ

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ พอสรุปได้ว่า นักเรียนจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นเสมอภายหลังจากผ่านการทดลองด้วยรูปแบบการสอนต่าง ๆ รวมถึงนักเรียนจะมีความคงทนในการเรียนรู้ และมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นด้วย

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึก

4.1 ความหมายของแบบฝึก

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของคำว่าแบบฝึกไว้ดังนี้

เว็บสเตอร์ (Webster. 1979 : 640) ได้กล่าวถึงความหมายของแบบฝึกว่าแบบฝึก

หมายถึง โจทย์ปัญหา หรือตัวอย่างที่ยกมาจากหนังสือ เพื่อนำมาใช้สอน หรือให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนทักษะต่าง ๆ ให้ดีขึ้น หลังจากที่ยุติบทเรียน เช่น การฝึกทักษะการคำนวณ การทบทวนไวยากรณ์ เป็นต้น

ชาญชัย ถิตรังสิมา และเชิดวิทย์ ฤทธิ์ประศาสน์ (2523 : 114) ได้กล่าวว่าการฝึก หมายถึง การจัดสภาพการณ์ หรือให้ผู้ฝึกเปลี่ยนพฤติกรรมจนสามารถปฏิบัติงานที่ได้รับมอบหมายได้อย่างมีประสิทธิภาพ

พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน 2525 (2525 : 483) ได้ให้ความหมายของแบบฝึกไว้ว่า หมายถึง แบบตัวอย่าง ปัญหา หรือ คำสั่งที่ตั้งขึ้นเพื่อให้นักเรียนฝึกตอบ เป็นต้น

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2528 : 123) ได้สรุปกล่าวถึงความหมายของแบบฝึกไว้ว่า หมายถึง สิ่งที่นักเรียนต้องใช้ควบคู่กับการเรียน มีลักษณะเป็นแบบฝึกหัด ที่ครอบคลุมกิจกรรมที่นักเรียนพึงกระทำ อาจกำหนดแยกเป็นแต่ละหน่วย หรืออาจจะรวมเล่มก็ได้

วาสนา สุพัฒน์ (2530 : 11) กล่าวว่า แบบฝึกหัดหมายถึง งานหรือกิจกรรมที่ครูมอบหมายให้นักเรียนทำเพื่อทบทวนความรู้ต่าง ๆ ที่ได้เรียนไปแล้ว ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเกิดทักษะและเพิ่มทักษะซึ่งสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้

จากความหมายของแบบฝึกข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้แบบฝึกประกอบการสอน สามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ และยังส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดทักษะในการปฏิบัติจนสามารถนำไปใช้ได้จริงในชีวิตประจำวัน

4.2 ความสำคัญของแบบฝึก

แบบฝึกเป็นอุปกรณ์การเรียนการสอนอย่างหนึ่งที่สร้างขึ้นเพื่อฝึกทักษะ หลังจากเรียนเนื้อหาไปแล้ว แบบฝึกเป็นสิ่งที่ช่วยการสอนของครูให้ประสบความสำเร็จ เพราะการใช้แบบฝึกที่ครอบคลุมเนื้อหาทั้งหมดจะช่วยทุ่นเวลาในการสอนกฎเกณฑ์ การยกตัวอย่างทั้งยังเป็นการวัดผลการเรียนการสอนในแต่ละเรื่องด้วย (ศศิธร สุทธิแพทย์. 2518 : 63) ในการฝึกทักษะจำเป็นต้องอาศัยแบบฝึก เพื่อทบทวนความเข้าใจ และในเรื่องที่เรียนไปแล้ว ครูส่วนมากจะใช้แบบฝึกหัดที่มีอยู่ในหนังสือแบบเรียน ให้นักเรียนฝึกหัดหลังจากเรียนเสร็จแล้ว แต่หนังสือแบบฝึกหัดบางเล่มมีแบบฝึกหัด

เพียงเล็กน้อย หรือไม่มีเลย จึงเป็นหน้าที่ของครูโดยตรงที่จะต้องสร้างแบบฝึกหัดให้เหมาะสมกับเรื่องที่สอนเพื่อให้นักเรียนเกิดทักษะเข้าใจมากขึ้นและมีความชำนาญ แม่นยำ ในบทเรียนนั้น ๆ จะก่อให้เกิดการเรียนรู้ที่ดี (ประยงค์ งามจิตร. 2533 : 41)

จากความสำคัญของแบบฝึกข้างต้น สรุปได้ว่า แบบฝึกเป็นสื่อประกอบการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นเพื่อฝึกทักษะของผู้เรียนภายหลังจากเรียนเนื้อหาต่าง ๆ ไปแล้ว เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความชำนาญและมีความแม่นยำขึ้น อีกทั้งการจัดทำแบบฝึกยังเป็นหน้าที่โดยตรงของครูผู้สอนอีกด้วย

4.3 ประโยชน์ของแบบฝึก

แพตตี (Patty. 1968 : 469 – 472) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของแบบฝึกต่อการเรียนรู้ไว้ 10 ประการ คือ

1. เป็นส่วนเพิ่มเติมหรือเสริมสร้างในการเรียนทักษะ เป็นอุปกรณ์การสอนที่ช่วยลดภาระของครู เพราะแบบฝึกหัดเป็นสิ่งที่จัดทำขึ้นอย่างเป็นระบบหรือมีระบบ
2. ช่วยเสริมทักษะการใช้ภาษา เป็นเครื่องมือที่ช่วยเด็กในการฝึกทักษะทางการใช้ภาษาให้ดีขึ้น แต่ทั้งนี้จะต้องอาศัยการส่งเสริมและเอาใจใส่จากครูผู้สอนด้วย
3. ช่วยในเรื่องความแตกต่างระหว่างบุคคล เนื่องจากเด็กมีความสามารถทางภาษาแตกต่างกัน การให้เด็กทำแบบฝึกหัดที่เหมาะสมกับความสามารถของเขาจะช่วยให้เด็กประสบผลสำเร็จในด้านจิตใจมากขึ้น
4. แบบฝึกช่วยเสริมให้ทักษะทางภาษาคงทน ลักษณะการฝึกเพื่อช่วยให้เกิดผลดังกล่าวนี้ได้แก่
 - 4.1 ฝึกทันทีหลังจากที่เด็กได้เรียนรู้เรื่องนั้น ๆ
 - 4.2 ฝึกซ้ำหลาย ๆ ครั้ง
 - 4.3 เน้นเฉพาะเรื่องที่ต้องการฝึก
5. แบบฝึกที่ใช้จะเป็นเครื่องวัดผลการเรียนหลังจากจบบทเรียนในแต่ละครั้ง
6. แบบฝึกที่จัดทำขึ้นเป็นรูปเล่ม เด็กสามารถเก็บรักษาไว้ใช้เป็นแนวทางเพื่อทบทวนด้วยตนเองได้ต่อไป
7. การให้เด็กทำแบบฝึกหัดช่วยให้ครูมองเห็นจุดเด่น หรือปัญหาต่าง ๆ ของเด็กได้ชัดเจน ซึ่งจะช่วยให้ครูดำเนินการปรับปรุงแก้ไขปัญหานั้น ๆ ได้ทันที่
8. แบบฝึกที่จัดขึ้นนอกเหนือจากที่มีอยู่ในหนังสือเรียนจะช่วยให้เด็กฝึกฝนอย่างเต็มที่

9. แบบฝึกหัดที่จัดพิมพ์ไว้เรียบร้อยแล้วจะช่วยให้ครูประหยัดทั้งแรงงานและเวลาในการที่จะต้องเตรียมสร้างแบบฝึกอยู่เสมอ ในด้านผู้เรียนก็ไม่ต้องเสียเวลาในการลอกแบบฝึกหัดจากตำราเรียนหรือกระดานดำ ทำให้มีเวลาและโอกาสได้ฝึกทักษะต่าง ๆ มากขึ้น

10. แบบฝึกช่วยประหยัดค่าใช้จ่ายและยังมีประโยชน์ในการที่ผู้เรียนสามารถบันทึกและมองเห็นความก้าวหน้าของตนเองได้อย่างมีระบบและเป็นระเบียบ

จากประโยชน์ของแบบฝึกข้างต้น สรุปได้ว่า แบบฝึกมีความสำคัญ และมีประโยชน์ในการช่วยส่งเสริมประสิทธิภาพทางการเรียนของนักเรียนและพัฒนาความชำนาญให้เกิดแก่ผู้เรียนด้วย

4.4 ลักษณะของแบบฝึก

บิลโลว์ (Billow. 1962 : 87) กล่าวถึงลักษณะของแบบฝึกไว้ว่า แบบฝึกที่ดีนั้นจะต้องดึงดูดความสนใจและสมาธิของเด็ก เรียงลำดับจากง่ายไปยาก เปิดโอกาสให้เด็กฝึกเฉพาะอย่าง ใช้ภาษาเหมาะสมกับวัย วัฒนธรรมประเพณี ภูมิหลังทางภาษาของเด็ก แบบฝึกที่ดีควรเป็นแบบฝึกสำหรับเด็กเก่ง และซ่อมเสริมสำหรับเด็กอ่อนในขณะเดียวกัน นอกจากนี้ควรใช้หลายลักษณะ และมีความหมายต่อผู้ฝึกอีกด้วย

ริเวอร์ส (Rivers. 1968 : 97 – 105) กล่าวถึงลักษณะของแบบฝึกไว้ดังนี้คือ

1. บทเรียนทุกเรื่องควรให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกมากพอ ก่อนที่จะเรียนเรื่องต่อไป
2. แต่ละบทควรฝึกโดยใช้เพียงแบบฝึกเดียว
3. ฝึกโครงสร้างใหม่กับสิ่งที่เรียนรู้แล้ว
4. สิ่งที่ฝึกแต่ละครั้งควรเป็นบทฝึกสั้น ๆ
5. ประโยคและคำศัพท์ควรเป็นแบบที่ใช้พูดกันในชีวิตประจำวัน
6. แบบฝึกควรให้นักเรียนได้ใช้ความคิดไปด้วย
7. แบบฝึกควรมีหลาย ๆ แบบเพื่อไม่ให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย
8. การฝึกควรฝึกให้นักเรียนนำสิ่งที่เรียนแล้วไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

จากลักษณะของแบบฝึกข้างต้น ลักษณะที่ดีของแบบฝึกพอสรุปได้ว่า แบบฝึกจะต้องเรียงลำดับจากง่ายไปหายาก มีคำสั่ง และคำอธิบายที่ชัดเจน มีเนื้อหา รูปแบบที่น่าสนใจซึ่งจะต้องอาศัยหลักจิตวิทยา เพื่อไม่ให้นักเรียนเบื่อหน่ายในการเรียนและนักเรียนสามารถนำสิ่งที่เรียนไปใช้ประโยชน์ได้จริงในชีวิตประจำวัน

4.5 หลักในการสร้างแบบฝึก

รัชนี ศรีไพรวรรณ (2517 : 412 – 413) กล่าวถึงหลักในการสร้างแบบฝึกมีหลายประการ ดังนี้

1. ให้สอดคล้องกับจิตวิทยาพัฒนาการของเด็ก และลำดับขั้นของการเรียน
2. ให้ตั้งจุดมุ่งหมายว่าจะฝึกในด้านใด แล้วจัดเนื้อหาให้ตรงกับจุดมุ่งหมายที่วางไว้
3. ต้องคำนึงถึงความแตกต่างของเด็ก
4. ในแบบฝึกมีคำชี้แจงง่าย ๆ สั้น ๆ เพื่อให้เด็กเข้าใจ ถ้าเด็กยังอ่านไม่ได้ ครูต้องชี้แจงด้วยคำพูดที่ใช้ภาษาง่าย ๆ ให้เด็กสามารถทำตามคำสั่งได้
5. แบบฝึกหัดต้องมีความถูกต้อง ครูต้องตรวจพิจารณาดูให้ถี่ถ้วน อย่าให้มีข้อผิดพลาดได้
6. การให้เด็กทำแบบฝึกหัดแต่ละครั้งต้องให้เหมาะสมกับเวลา และความสนใจของเด็ก
7. ควรทำแบบฝึกหลาย ๆ แบบเพื่อให้เด็กรู้จักกว้างขวาง และส่งเสริมให้เกิดความคิด
8. กระดาษที่ให้เด็กทำแบบฝึกหัดต้องเหนียวและทนทานพอสมควร

โรจนา แสงรุ่งระวี (2531 : 20) กล่าวถึงการสร้างแบบฝึกให้ดีมีประสิทธิภาพว่า ครูต้องคำนึงถึงตัวนักเรียนเป็นสำคัญ โดยดูความพร้อม ระดับสติปัญญา ความสามารถ ความเหมาะสมในการใช้สำนวนภาษา ตลอดจนเนื้อหาและระยะเวลาในการทำแบบฝึก ซึ่งจะทำให้นักเรียนสนใจที่จะนำเอาแบบฝึกที่ครูสร้างขึ้นมากำหนดข้อบกพร่อง หรือส่งเสริมทักษะทางภาษาให้ดียิ่งขึ้น

พฐู ทังแดง (2534 : 17) กล่าวถึงในการสร้างแบบฝึกจะต้องใช้ภาษาที่เหมาะสมกับนักเรียนวัย และความสามารถ คำนึงถึงหลักจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องในการสร้างแบบฝึกเกี่ยวข้องกับบทเรียนที่เรียนมาแล้ว และส่งเสริมความคิดสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

จากหลักในการสร้างแบบฝึกข้างต้น จะสรุปได้ว่า การสร้างแบบฝึกที่ดีนั้นสิ่งที่ควรคำนึงถึงเป็นอันดับแรกคือนักเรียน และจะต้องมีการกำหนดจุดมุ่งหมายที่แน่นอน จัดเนื้อหาให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมาย เนื้อหาไม่ควรจะยากเกินไปและจัดทำแบบฝึกหลาย ๆ รูปแบบเพื่อดึงดูดความสนใจของผู้เรียน

4.6 หลักจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบฝึก

การสร้างแบบฝึกนั้นต้องอาศัยหลักจิตวิทยา เพราะจะเป็นแนวทางในการสร้างแบบฝึกให้

สมบูรณ์ ให้เหมาะสมกับวัย และระดับความสามารถของนักเรียน

สุจิต เพียรชอบ และสายใจ อินทร์พรหม (2523 : 52 – 62) กล่าวถึงหลักจิตวิทยาที่ใช้ในการสร้างแบบฝึกมีดังนี้

1. กฎการเรียนรู้ของธอร์นไดค์ (Thorndike) เกี่ยวกับกฎการฝึกซึ่งสอดคล้องกับการทดลองของวัตสัน (Watson) นั่นคือ สิ่งใดก็ตามที่มีการฝึกหัดหรือกระทำบ่อย ๆ ย่อมทำให้ผู้ฝึกคล่องแคล่วสามารถทำได้ดี ในทางตรงข้าม สิ่งใดก็ตามที่ไม่ได้รับการฝึกหัดทอดทิ้งไปนานแล้วย่อมทำได้ไม่ดี เหมือนเดิม ต่อเมื่อมีการฝึกฝนหรือกระทำซ้ำ ๆ ก็จะช่วยให้เกิดทักษะเพิ่มขึ้น
2. ความแตกต่างระหว่างบุคคล เป็นสิ่งที่ควรคำนึงถึงด้วยว่านักเรียนแต่ละคนมีความรู้ ความถนัด ความสามารถ และความสนใจที่ต่างกัน ฉะนั้นในการสร้างแบบฝึกจึงควรพิจารณาถึงความเหมาะสม ไม่ยากหรือง่ายจนเกินไป และควรมีหลายแบบ
3. การจูงใจผู้เรียนนั้นครูสามารถทำได้โดยการจัดแบบฝึกจากง่ายไปหายาก เพื่อดึงดูดความสนใจของผู้เรียน เป็นการกระตุ้นให้ติดตามต่อไป และทำให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการทำแบบฝึก นอกจากนั้นการใช้แบบฝึกสั้น ๆ จะช่วยไม่ให้ผู้เรียนเกิดความเบื่อหน่าย
4. การนำสิ่งที่มีความหมายต่อชีวิต และการเรียนรู้มาให้นักเรียนได้ทดลองทำภาษาที่ใช้พูด เขียนในชีวิตประจำวันจะทำให้ผู้เรียนได้เรียน และทำแบบฝึกในสิ่งที่ใกล้ตัว นอกจากจะจำได้แม่นยำแล้ว นักเรียนยังสามารถนำหลักและความรู้ที่ได้รับไปใช้ประโยชน์อีกด้วย

พรณี ชูทัย (2522 : 192 – 195) ได้สรุปแนวความคิดของนักจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึกว่าควรประกอบด้วย

1. กฎแห่งผลของธอร์นไดค์ (Thorndike) แบบฝึกที่สร้างขึ้นตามหลักจิตวิทยาข้อนี้จึงต้องให้นักเรียนสามารถทำแบบฝึกหัดนั้นได้พอสมควร และควรมีคำเฉลยให้นักเรียนสามารถตรวจคำตอบได้หลังจากทำแบบฝึกเสร็จแล้ว
2. การฝึกหัดของวัตสัน (Watson) การสร้างแบบฝึกตามหลักจิตวิทยานี้จึงควรเน้นให้มีการกระทำซ้ำ ๆ เพื่อให้จำได้นาน และสามารถเขียนได้ถูกต้อง เพราะการเขียนเป็นทักษะที่ต้องฝึกหัดอยู่เสมอ
3. การเสริมแรงของธอร์นไดค์ (Thorndike) ในการสอนฝึกทักษะ ครูจึงควรให้การเสริมแรงโดยการให้กำลังใจอย่างดีแก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนเกิดความภาคภูมิใจในตนเองและรู้สึกประสบผลสำเร็จในงานที่ทำ
4. แรงจูงใจ เป็นสิ่งสำคัญในการเรียน ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนตื่นตัวอยากรู้ อยากเห็น แบบฝึกหัดที่น่าสนใจจะเป็นแรงจูงใจอย่างหนึ่งที่ทำให้นักเรียนอยากทำ อยากฝึกและเกิดการเรียนรู้

จากหลักจิตวิทยาในการสร้างแบบฝึกข้างต้น สรุปได้ว่า การสร้างแบบฝึกให้สมบูรณ์นั้นจะต้องคำนึงถึงวัยและระดับความสามารถของนักเรียน และควรมีความสม่ำเสมอในการฝึก มีการเสริมแรงเป็นประจำ เพื่อสร้างให้นักเรียนเกิดความภาคภูมิใจในตนเองและรู้สึกว่าการประสบความสำเร็จในงานนั้น ๆ

4.7 ประสิทธิภาพของแบบฝึก

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2532 : 494 ; อ้างอิงจากชัยยงค์ พรหมวงศ์, ม.ป.ป.) ได้กล่าวถึง ความจำเป็นที่จะต้องทดสอบประสิทธิภาพของแบบฝึกไว้หลายประการดังนี้

1. สำหรับหน่วยงานผลิตแบบฝึก เป็นการประกันคุณภาพของแบบฝึกว่าอยู่ในชั้นสูงเหมาะสมที่จะผลิตออกมาจำนวนมาก หากไม่มีการทดสอบประสิทธิภาพเสียก่อนแล้วผลิตออกมาใช้ประโยชน์ไม่ได้ดีก็ต้องทำใหม่เป็นการสิ้นเปลืองเวลาและเงินทอง
2. สำหรับผู้ใช้แบบฝึก แบบฝึกจะทำหน้าที่สอน โดยที่ช่วยสร้างสภาพการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเปลี่ยนพฤติกรรมตามที่มุ่งหวัง บางครั้งต้องช่วยครูสอน บางครั้งสอนแทนครู ดังนั้นก่อนนำแบบฝึกไปใช้ ครูจึงควรมั่นใจว่าชุดการสอนนั้นมีประสิทธิภาพในการช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้จริง การทดสอบประสิทธิภาพตามลำดับขั้น จะช่วยให้เรามีแบบฝึกที่มีคุณค่าทางการสอนจริงตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้
3. สำหรับผู้ผลิตแบบฝึก การทดสอบประสิทธิภาพจะทำให้ผู้ผลิตมั่นใจได้ว่าเนื้อหาสาระที่บรรจุในชุดแบบฝึกง่ายต่อการเข้าใจ อันจะช่วยให้ผู้ผลิตมีความชำนาญสูงขึ้น

จากประสิทธิภาพของแบบฝึกข้างต้น สรุปได้ว่า แบบฝึกที่มีประสิทธิภาพจำเป็นต้องมีการทดสอบเพื่อเป็นการประกันคุณภาพของแบบฝึกก่อนที่จะผลิตออกมาใช้งานจริง และแบบฝึกที่มีประสิทธิภาพสามารถทำหน้าที่แทนครูผู้สอนได้เป็นอย่างดี

4.8 เกณฑ์ในการหาประสิทธิภาพของแบบฝึก

เกณฑ์ในการหาประสิทธิภาพของแบบฝึก ใช้ผลการประเมินความแตกต่างของคะแนนจากการสอบก่อนและหลังการฝึก โดยยึดเกณฑ์ว่า หลังการฝึก นักเรียนจะได้คะแนนสูงกว่าก่อนการฝึก อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยคำนวณค่าที (t - test แบบ Dependent Sample)

การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพทำได้โดยการประเมินผลพฤติกรรมต่อเนื่อง (กระบวนการ) และพฤติกรรมขั้นสุดท้าย (ผลลัพธ์) โดยกำหนดค่าประสิทธิภาพ E_1 เป็นประสิทธิภาพของกระบวนการ และ E_2 เป็นประสิทธิภาพของผลลัพธ์ กำหนดเป็นเกณฑ์ที่ผู้สอนจะเปลี่ยนพฤติกรรมเป็นที่พึงพอใจ โดยกำหนดให้เป็นเปอร์เซ็นต์ของผลเฉลี่ยของคะแนนทำงาน และการประกอบกิจกรรมของผู้เรียนทั้งหมด ต่อเปอร์เซ็นต์ของผลการทดสอบหลังเรียนของผู้เรียนทั้งหมดนั้นคือ E_1 / E_2 ใช้เกณฑ์ในเนื้อหาเป็นทักษะไว้ 80 / 80

เสาวนีย์ ศึกษาศันติ (2528 : 295) กล่าวถึง การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพของชุดแบบฝึกนิยามตั้งไว้ 90 / 90 สำหรับเนื้อหาที่เป็นความรู้ความจำ และเนื้อหาวิชาที่เป็นทักษะหรือเจตคติไม่ต่ำกว่า 80 / 80

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. 2532 : 494 ; อ้างอิงจากชัยยงค์ พรหมวงศ์. ม.ป.ป.) กล่าวว่า การกำหนดเกณฑ์ E_1 / E_2 ให้มีค่าเท่าใดนั้น ควรพิจารณาตามความเหมาะสม โดยปกติเนื้อหาที่เป็นความรู้ ความจำ มักจะตั้งไว้ 80 / 80 , 85 / 85 หรือ 90 / 90 ส่วนเนื้อหาที่เป็นทักษะอาจตั้งไว้ต่ำกว่านี้ เช่น 75 / 75 เป็นต้น เมื่อกำหนดเกณฑ์แล้วนำไปทดลองจริง อาจได้ตรงตามเกณฑ์ แต่ไม่ควรต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ เกินร้อยละ 5 เช่น ถ้ากำหนดไว้ 90 / 90 ก็ควรไม่ต่ำกว่า 85.5 / 85.5

สุกิจ ศรีพรหม (2541 : 71) กล่าวถึง การยอมรับประสิทธิภาพของชุดการสอนหรือแบบฝึก มี 3 ระดับ คือ

1. สูงกว่าเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของชุดการสอนสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้เกิน 2.5 เปอร์เซนต์ขึ้นไป
2. เท่ากับเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของชุดการสอนเท่ากับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ หรือสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ แต่ไม่เกิน 2.5 เปอร์เซนต์
3. ต่ำกว่าเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของชุดการสอนต่ำกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ แต่ไม่ต่ำกว่า 2.5 เปอร์เซนต์ ถือว่ายังมีประสิทธิภาพที่ยอมรับได้

ขั้นตอนการทดสอบประสิทธิภาพ เมื่อผลิตชุดการสอนเพื่อเป็นต้นแบบแล้ว ต้องนำชุดการสอนไปทดสอบประสิทธิภาพตามขั้นตอนต่อไปนี้ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. 2532 : 496 – 497 ; อ้างอิงจากชัยยงค์ พรหมวงศ์. ม.ป.ป.)

1. ขั้นหาประสิทธิภาพ 1 : 1 (แบบเดี่ยว)

เป็นการทดลองกับผู้เรียน 1 คน โดยใช้เด็กอ่อน ปานกลาง และเด็กเก่ง คำนวณหาประสิทธิภาพเสร็จแล้วปรับปรุงให้ดีขึ้น โดยปกติคะแนนที่ได้จากการทดลองแบบเดี่ยวนี้นี้จะได้คะแนนต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานมาก

2. ค้นหาประสิทธิภาพ 1 : 10 (แบบกลุ่ม)

เป็นการทดลองกับผู้เรียน 6 – 10 คน (ละผู้เรียนที่เก่งกับอ่อน) คำนวณหาประสิทธิภาพแล้วปรับปรุง ในคราวนี้คะแนนของผู้เรียนจะเพิ่มขึ้น

3. ค้นหาประสิทธิภาพ 1 : 100 (ภาคสนาม)

เป็นการทดลองกับผู้เรียนทั้งชั้น 40 – 100 คน คำนวณหาประสิทธิภาพแล้วทำการปรับปรุง ผลลัพธ์ที่ได้ควรใกล้เคียงกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้

จากเกณฑ์ในการหาประสิทธิภาพของแบบฝึกข้างต้น สรุปได้ว่า แบบฝึกจะมีประสิทธิภาพที่ดีจะต้องผ่านเกณฑ์การประเมินประสิทธิภาพ ซึ่งผู้วิจัยมีความคิดเห็นว่าอาจจะประยุกต์ใช้เกณฑ์การประเมิน โดยใช้สถิติแบบ t – test one group เทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด (กระทรวงศึกษาธิการ. 2532 : 28) ดังนี้

คะแนนร้อยละ 80 – 100	หมายถึง ผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนร้อยละอยู่ในระดับดีมาก
คะแนนร้อยละ 70 – 79	หมายถึง ผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนร้อยละอยู่ในระดับดี
คะแนนร้อยละ 60 – 69	หมายถึง ผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนร้อยละอยู่ในระดับปานกลาง
คะแนนร้อยละ 50 – 59	หมายถึง ผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนร้อยละอยู่ในระดับพอใช้
คะแนนร้อยละ 0 – 49	หมายถึง ผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนร้อยละอยู่ในระดับต้องปรับปรุง

4.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึก

งานวิจัยต่างประเทศ

บาสส์เลอร์ (Basslern. 1966 : 978 – A) ได้ศึกษาเรื่องการสอนในมิติทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนประกาศนียบัตรวิชาการศึกษา ด้วยวิธีให้ทำแบบฝึกหัด 2 ชนิด โดยกลุ่มตัวอย่างแรกทำแบบฝึกหัดเกี่ยวกับทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ (Theory Exercise) ให้อีกกลุ่มหนึ่งทำแบบฝึกหัดด้านการนำไปใช้ (Applied) เมื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ภายหลังการทดลอง และคะแนนความคงทนในการจำแล้ว พบว่าวิธีการทำแบบฝึกหัดทั้ง 2 วิธีนั้นให้ผลไม่แตกต่างกัน แบบฝึกหัดทั้ง 2 ชนิดจึงมีความสำคัญเท่าเทียมกัน

ชเวนดินเจอร์ (Schvendinger. 1977 : 51) ได้ศึกษาผลการเรียนสะกดคำของนักเรียนเกรด 6 จำนวน 503 คน โดยใช้แบบฝึกหัดที่มีรูปภาพเหมือนของจริง แบบเขียนตามคำบอก และแบบทดสอบการเขียนสะกดคำ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกหัดที่มีรูปภาพเหมือนของจริงมีผลสัมฤทธิ์ในการเขียนสะกดคำสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้รูปภาพเหมือนจริง

ลอเวย์ (Lawrey. 1978 : 817 – A) ได้ศึกษาผลการใช้แบบฝึกหัดกับนักเรียนในระดับที่ 1 ถึง ระดับที่ 3 จำนวน 87 คน ผลการวิจัยพบว่า แบบฝึกหัดเป็นเครื่องมือที่ช่วยนักเรียนในการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกหัด มีคะแนนทดสอบหลังทำแบบฝึกหัดสูงกว่าคะแนนก่อนทำแบบฝึกหัด นอกจากนี้แบบฝึกหัดช่วยในเรื่องความแตกต่างระหว่างบุคคล เนื่องจากนักเรียนมีความสามารถทางภาษาแตกต่างกัน การนำแบบฝึกหัดมาใช้จึงเป็นการช่วยให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนเพิ่มขึ้น

ซีเมนส์ (Siemens. 1986 : 2954 – A) ได้ศึกษาผลของการทำแบบฝึกหัดวิชาเรขาคณิต ที่มีการทำแบบฝึกหัดในเวลาเรียนกับนอกเวลาเรียน โดยศึกษาจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 54 ห้องเรียน รัฐอิลลินอยส์ ประเทศสหรัฐอเมริกา ในปี 1985 โดยแบ่งทดลอง 2 ห้องเรียน ทำแบบฝึกหัดเรขาคณิตในเวลาเรียน ทำการทดลอง 9 เดือน ผลการทดลองพบว่าทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกัน นั่นก็คือ แสดงว่าการทำแบบฝึกหัดในวิชาคณิตศาสตร์ยังมีความสำคัญและไม่ว่าจะทำในเวลาเรียนหรือนอกเวลาเรียนต่างก็มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนพอ ๆ กัน

งานวิจัยในประเทศ

ประเสริฐ สงแสง (2526 : 46) ได้ศึกษาผลการทดลองวิธีการให้แบบฝึกหัดและตรวจแบบฝึกหัดที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนห้วยยอด (กลิ่งวิทยาการ) จังหวัดตรัง จำนวน 80 คน แบ่งเป็น 4 กลุ่ม โดยวิธีที่ใช้ทำการสอนคือวิธีการให้แบบฝึกหัดเป็นระยะกับกลุ่มนักเรียนที่ทำแบบฝึกหัดรวบยอด ซึ่งภายหลังการทดลองพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนภายหลังการทดลองสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในเนื้อหาเดียวกันก่อนดำเนินการทั้งสองกลุ่ม แสดงว่าการทำแบบฝึกหัดยังมีความสำคัญและจำเป็นสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์

จารึก วิเชียรเกื้อ (2527 : 33) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดในแบบเรียนและแบบฝึกหัดที่สร้างขึ้น พบว่า นักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยการให้แบบฝึกหัดในการเรียน

วาสนา สุพัฒน์ (2530 : 52 – 63) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนตามคู่มือครูโดยทำแบบฝึกหัดปรนัยชนิดเลือกตอบ

แบบฝึกหัดอัตโนมัติกับการทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน ผลการทดลองพบว่า ค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยการทำแบบฝึกหัดปรนัยชนิดเลือกตอบและค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่เรียนโดยการทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนสูงกว่าค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนโดยการทำแบบฝึกหัดแบบอัตโนมัติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่ค่าเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนโดยการทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบกับนักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

วิชัย พาณิชนัย (2532 : 17 – 18) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่ใช้แบบฝึกเสริมการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองซึ่งใช้แบบฝึกมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่ากลุ่มควบคุมซึ่งไม่ใช้แบบฝึกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุสิทธิ์ แจ่มถนอม (2542 : 166) ได้สร้างแบบทดสอบที่ใช้ในการฝึกการคิดโจทย์คำนวณเคมี เรื่อง สมบัติของก๊าซ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า แบบทดสอบที่ใช้ฝึกการคิดโจทย์คำนวณเคมี เรื่อง สมบัติของก๊าซ มีประสิทธิภาพสามารถทำให้นักเรียนมีพัฒนาการเรียนรู้ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังฝึกสูงกว่าก่อนฝึกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เพลินพิศ กาสลัก (2542 : 180) ได้สร้างแบบทดสอบที่ใช้ในการฝึกความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ เรื่อง การหาปริมาตรและพื้นที่ผิว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า แบบทดสอบที่ใช้ในการฝึกความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์เรื่อง การหาปริมาตรและพื้นที่ผิว มีประสิทธิภาพ สามารถทำให้นักเรียนมีการพัฒนาการเรียนรู้ และมีความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์มากขึ้นกว่าเดิม

อังศุมาลิน เพิ่มผล (2542 : 152) ได้สร้างแบบฝึกทักษะการคำนวณวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง วงกลม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า แบบฝึกทักษะมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80 แสดงว่าแบบฝึกทักษะมีประสิทธิภาพสามารถนำไปใช้ได้และคะแนนก่อนและหลังการฝึกด้วยแบบฝึกทักษะการคำนวณแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แสดงว่า หลังการใช้แบบฝึกนักเรียนมีพัฒนาการความรู้เพิ่มขึ้น

จากงานวิจัยต่างประเทศและในประเทศที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึก พบว่า แบบฝึกที่สร้างอย่างมีประสิทธิภาพจะช่วยให้ นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้จริง อีกทั้งยังสามารถพัฒนาทักษะในการคิดคำนวณ และทักษะในด้านต่าง ๆ ให้ดีขึ้นได้ จึงส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นด้วย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
3. ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
4. แบบแผนที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
5. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
6. วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า
7. การวิเคราะห์ข้อมูล
8. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนสมุทรปราการ อำเภอเมืองสมุทรปราการ จังหวัดสมุทรปราการ ที่เรียน วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ช่วงชั้นที่ 3) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องโจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแล้วแต่สอบได้คะแนนไม่ถึงร้อยละ 50 จำนวน 91 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนสมุทรปราการ อำเภอเมืองสมุทรปราการ จังหวัดสมุทรปราการ ที่เรียน วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ช่วงชั้นที่ 3) เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แล้วแต่สอบได้คะแนนไม่ถึงร้อยละ 50 จำนวน 20 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) จากนักเรียนทั้งหมดจำนวน 91 คน

2. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการสร้างชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ คือ โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิง

เส้นสองตัวแปร ในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3) พุทธศักราช 2544 ของกระทรวงศึกษาธิการ ที่จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) โดยจัดแบ่งเนื้อหา ดังนี้

1. โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวน
2. โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต
3. โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการซื้อขาย
4. โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการเคลื่อนที่และอัตราเร็ว
5. โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับแรงงาน

3. ระยะเวลาในการศึกษาค้นคว้า

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า คือ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โดยใช้เวลาในการทดลองทั้งสิ้น 11 ชั่วโมง ดังนี้

- | | |
|-------------------|--|
| ชั่วโมงที่ 1 – 2 | ชุดการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวน |
| ชั่วโมงที่ 3 – 4 | ชุดการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต |
| ชั่วโมงที่ 5 – 6 | ชุดการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 3 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการซื้อขาย |
| ชั่วโมงที่ 7 – 8 | ชุดการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 4 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับอัตราเร็ว |
| ชั่วโมงที่ 9 – 10 | ชุดการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 5 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับแรงงาน |
| ชั่วโมงที่ 11 | ทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร |

4. แบบแผนที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงการทดลอง ผู้วิจัยจึงประยุกต์ใช้แบบแผนการทดลองเป็นแบบ One – Short Case Study (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2533 : 249)

ตาราง 2 แบบแผนการทดลอง แบบ One – Short Case Study

กลุ่ม	ทดลอง	สอบหลังเรียน
E	X	T

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

- E หมายถึง กลุ่มทดลอง
- X หมายถึง การสอนซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
- T หมายถึง การทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

มีกลุ่มทดลองซึ่งได้มาโดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling)

จำนวน 20 คน

5. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

5.1 เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ประกอบด้วย

1. ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 5 ชุด ซึ่งประกอบด้วยเอกสารดังนี้

- 1.1 เอกสารสาระการเรียนรู้
- 1.2 เอกสารกิจกรรม
- 1.3 เอกสารแบบฝึก

2. แผนการจัดการเรียนรู้ เกี่ยวกับการใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

5.2 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ

1. แผนการจัดการเรียนรู้ด้วยการใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ เกี่ยวกับการใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ขั้นตอนการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดำเนินการดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสมุทรปราการ พุทธศักราช 2547 และคู่มือสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ และคู่มือการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง

1.2 ศึกษาเทคนิคการสอนแบบเกี่ยวกับการแก้ปัญหาในรูปแบบต่าง ๆ

1.3 วิเคราะห์เนื้อหา และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ช่วงชั้นที่ 3) ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

1.4 เขียนโครงการสอนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ช่วงชั้นที่ 3) ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

1.5 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยได้ประยุกต์แนวคิดการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ของโรงเรียนสมุทรปราการ และแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยใช้วิธีการสอนแบบวิเคราะห์ (ยุพิน พิพิธกุล. 2545 : 29) ซึ่งประกอบด้วยหัวข้อดังนี้

- จุดประสงค์การเรียนรู้
 - ด้านความรู้
 - ด้านทักษะ / กระบวนการ
 - ด้านคุณลักษณะ
- สาระการเรียนรู้
- สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้
- กิจกรรมการเรียนรู้
- การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้
 - การวัดผล
 - การประเมินผล
- บันทึกหลังการสอน

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ ที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนแบบวิเคราะห์ของชุดการ

สอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว นำไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา ความถูกต้อง ภาษาที่ใช้ และกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อนำผลจากการตรวจไปแก้ไขปรับปรุง

1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้จัดการเรียนการสอนแบบวิเคราะห์ ของชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ ซึ่งผ่านการแนะนำแล้ว มาแก้ไขปรับปรุงตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญให้เรียบร้อย แล้วนำไปสร้างชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ต่อไป

2. ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์

ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์มีทั้งหมด 5 ชุด ในแต่ละชุดการสอนซ่อมเสริมประกอบด้วย เอกสารสาระการเรียนรู้ เอกสารกิจกรรม เอกสารแบบฝึก ซึ่งผู้วิจัยมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

2.1 ศึกษาเอกสาร งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ศึกษาโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ซึ่งอยู่ในหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ ค 011 ตามหลักสูตรระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) และศึกษาคู่มือครูรายวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

2.2 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3) พุทธศักราช 2544 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

2.3 ศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับหลักการและวิธีการสร้างชุดการสอนซ่อมเสริมในส่วนที่เกี่ยวข้องกับเอกสารสาระการเรียนรู้ เอกสารกิจกรรม เอกสารแบบฝึก จากตำราและเอกสารที่เกี่ยวข้องเพื่อเป็นแนวทางในการสร้างชุดการสอนซ่อมเสริม

2.4 วิเคราะห์เนื้อหาและผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ช่วงชั้นที่ 3) ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2.5 เลือกหน่วยการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยเลือกเรื่องโจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ในการสร้างชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์และได้แบ่งเนื้อหาออกเป็นชุด ๆ ได้ทั้งหมด 5 ชุด โดยยึดเนื้อหาตามหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสมุทรปราการ พุทธศักราช 2547 ซึ่งแต่ละชุดการสอนซ่อมเสริมใช้เวลาในการสอนชุดละ 2 ชั่วโมง ดังนี้

ชั่วโมงที่ 1 – 2 ชุดการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวน

ชั่วโมงที่ 3 – 4 ชุดการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

ชั่วโมงที่ 5 – 6 ชุดการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 3 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการซื้อขาย

ชั่วโมงที่ 7 – 8 ชุดการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 4 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการเคลื่อนที่และอัตราเร็ว

ชั่วโมงที่ 9 – 10 ชุดการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 5 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับแรงงาน

2.6 สร้างชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยอาศัยรูปแบบปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จากหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ ค 011 และคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2.7 นำชุดการสอนซ่อมเสริมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ตรวจสอบคุณภาพของชุดการสอนซ่อมเสริม ความถูกต้องของภาษาและความเหมาะสมของชุดการสอนซ่อมเสริม เพื่อนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

2.8 นำชุดการสอนซ่อมเสริมที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์เพื่อตรวจสอบพิจารณาอีกครั้งหนึ่ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เรียบร้อย แล้วจึงนำไปทดสอบคุณภาพและประสิทธิภาพของชุดการสอนซ่อมเสริมเพื่อใช้ในการศึกษาค้นคว้า

2.9 หลังจากที่ได้ผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขชุดการสอนซ่อมเสริมตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญแล้ว ผู้วิจัยนำชุดการสอนซ่อมเสริมมาหาประสิทธิภาพของชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นดังนี้ คือ

หาประสิทธิภาพเป็นรายกลุ่มย่อย 2 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน

ผู้วิจัยนำชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสมุทรปราการ อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรปราการ ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ช่วงชั้นที่ 3) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร แล้วแต่สอบได้คะแนนไม่ถึงร้อยละ 50 จำนวน 6 คน โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน คือกลุ่มที่สอนซ่อมเสริมด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร กับกลุ่มที่สอนซ่อมเสริมตามปกติ และทั้งสองกลุ่มไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างที่จะใช้ในการทดลอง โดยสังเกตพฤติกรรมอย่างใกล้ชิด สัมภาษณ์ผู้เรียน แล้วนำข้อบกพร่องทั้งหมดของชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์มาปรับปรุงแก้ไขอีกครั้ง

3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นแบบทดสอบอัตนัยเรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร มีขั้นตอนดังนี้

3.1 ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับทฤษฎีและวิธีสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

3.2 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3) พุทธศักราช 2544 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

3.3 ศึกษาวิธีการสร้างและเทคนิคการสร้างข้อสอบที่ดี จากหนังสือเทคนิคการเขียนข้อสอบของ ขวาล แพร่ตกุล (2520 : 1 – 161) และหนังสือการวัดผลการศึกษาของ ไพศาล หวังพานิช (2526 : 57 – 62)

3.4 ศึกษาเนื้อหาและผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของโรงเรียนสมุทรปราการ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

3.5 สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์ให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา กิจกรรมการเรียนการสอน จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม การวัดผลและการประเมินผล โดยยึดการประเมินผลทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของวิลสัน (Wilson. 1971 : 643 – 696)

3.6 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยรูปแบบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นแบบทดสอบอัตนัยเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 10 ข้อ

3.7 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดผลและประเมินผลทางการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน และอาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ ตรวจสอบความถูกต้อง ความสอดคล้องของเนื้อหาและจุดประสงค์ แล้วนำไปตรวจสอบความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ โดยใช้สูตร IOC และคัดเลือกแบบทดสอบจำนวน 5 ข้อ ที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไปได้

3.8 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ตรวจสอบพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสมุทรปราการ อำเภอ

เมืองสมุทรปราการ จังหวัดสมุทรปราการ ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ช่วงชั้นที่ 3) เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแล้ว จำนวน 20 คน เพื่อหาคุณภาพ

3.9 ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัยที่นักเรียนทำได้ โดยการให้คะแนนแบ่งออกเป็นข้อละ 10 คะแนน และมีเกณฑ์การให้คะแนนโดยตรวจเป็นรายข้อ ซึ่งมีลักษณะดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนน

ชั้นบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

คะแนน	ลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
1	เขียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างชัดเจน ถูกต้อง
0	เขียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ได้

ชั้นกำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

คะแนน	ลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
2	การกำหนดตัวแปรโดยการเขียนตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้อย่างเหมาะสม ถูกต้อง ทั้ง 2 ตัวแปร
1	การกำหนดตัวแปรโดยการเขียนตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้อย่างเหมาะสม ถูกต้อง เพียงตัวแปรเดียว
0	การกำหนดตัวแปรโดยการเขียนตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาไม่ได้ ทั้ง 2 ตัวแปร

ชั้นสร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ

คะแนน	ลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
2	สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และตัวแปรที่กำหนดขึ้นมาได้อย่างถูกต้องทั้ง 2 สมการ
1	สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และตัวแปรที่กำหนดขึ้นมาได้อย่างถูกต้องเพียง 1 สมการ
0	สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และตัวแปรที่กำหนดขึ้นมาไม่ถูกต้องทั้ง 2 สมการ

ขั้นแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

คะแนน	ลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3	การแสดงวิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรทำได้ชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้องครบถ้วน
2	การแสดงวิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรทำไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง
1	การแสดงวิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรทำไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง
0	ไม่แสดงวิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรทำ หรือแสดงวิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแต่ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์

ขั้นตรวจคำตอบ

คะแนน	ลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
2	การแสดงวิธีตรวจคำตอบทำได้ชัดเจน สมบูรณ์ ถูกต้องครบถ้วน
1	การแสดงวิธีตรวจคำตอบไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง
0	การแสดงวิธีตรวจคำตอบไม่ชัดเจน และไม่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง

แสดงตัวอย่างการแสดงกระบวนการคิดและเกณฑ์การให้คะแนน ข้อ (0)

โจทย์ จำนวนสองจำนวน ผลต่างของจำนวนทั้งสองจำนวนนี้เท่ากับ 5 และสองเท่าของผลบวกของจำนวนทั้งสองนี้เท่ากับ 26 จงหาจำนวนทั้งสองนี้

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร	เฉลย	ระดับคะแนน
ขั้นบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้	จำนวนสองจำนวน ผลต่างของจำนวนทั้งสองจำนวนนี้เท่ากับ 5 และสองเท่าของผลบวกของจำนวนทั้งสองนี้เท่ากับ 26	1
ขั้นกำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา	กำหนดให้ x แทนจำนวนมาก y แทนจำนวนน้อย	2

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการ เชิงเส้น 2 ตัวแปร	เฉลย	ระดับ คะแนน
ขั้นสร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ	จะได้ $x - y = 5 \rightarrow \textcircled{1}$ $2(x + y) = 26$ $x + y = 13 \rightarrow \textcircled{2}$	2
ขั้นแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	$\textcircled{1} + \textcircled{2} \quad 2x = 18$ $x = 9$ แทน $x = 9$ ใน $\textcircled{1}$ จะได้ $9 - y = 5$ $y = 4$ ดังนั้น จำนวนทั้งสองจำนวน คือ 4 และ 5	3
ขั้นตรวจคำตอบ	แทนค่า $x = 9$ และ $y = 4$ ใน $\textcircled{1}$ จะได้ $9 - 4 = 5$ จริง แทนค่า $x = 9$ และ $y = 4$ ใน $\textcircled{2}$ $9 + 4 = 13$ จริง	2

3.10 นำผลที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อหาค่าความยากง่ายและอำนาจจำแนกเป็นรายข้อ ตามวิธีของวิทเนย์ และซาเบอร์ส (D.R. Whitney and D.L. Sabers.) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2539 : 199 – 201) โดยเลือกแบบทดสอบข้อที่ค่อนข้างง่ายคือ มีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.60 – 0.80 ค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.40 – 0.80 และค่าความเชื่อมั่น 0.86 ไว้ทั้งหมด 5 ข้อ

3.11 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ที่คัดเลือกไว้จำนวน 5 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสมุทรปราการ อำเภอเมืองสมุทรปราการ จังหวัดสมุทรปราการ ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ช่วงชั้นที่ 3) เรื่อง โจทย์ปัญหาาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแล้ว จำนวน 20 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 200)

6. วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการทดลองผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองดังนี้

1. เลือกกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้างนี้จากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนสมุทรปราการ อำเภอเมืองสมุทรปราการ จังหวัดสมุทรปราการ ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ช่วงชั้นที่ 3) เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแล้วแต่สอบได้คะแนนไม่ถึงร้อยละ 50 จำนวน 20 คน โดยใช้การสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) จากนักเรียนทั้งหมดจำนวน 91 คน
2. ผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามแผนที่กำหนดไว้ โดยใช้เวลาในการสอน 10 ชั่วโมง
3. ทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้เวลา 1 ชั่วโมง
4. ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ โดยใช้วิธีการทางสถิติเพื่อตรวจหาคุณภาพเครื่องมือและทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้

7. การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลดำเนินการดังนี้

1. วิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC)
2. วิเคราะห์ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
3. วิเคราะห์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538 : 200)
4. ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการสอนโดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร แล้วนำคะแนน

เฉลี่ยมาเทียบกับเกณฑ์เป็นร้อยละ โดยใช้สถิติแบบ t-test one group เทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด (กระทรวงศึกษาธิการ. 2532 : 28) ดังนี้

คะแนนร้อยละ 80 – 100	หมายถึง ผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนร้อยละอยู่ในระดับดีมาก
คะแนนร้อยละ 70 – 79	หมายถึง ผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนร้อยละในระดับดี
คะแนนร้อยละ 60 – 69	หมายถึง ผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนร้อยละในระดับปานกลาง
คะแนนร้อยละ 50 – 59	หมายถึง ผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนร้อยละในระดับพอใช้
คะแนนร้อยละ 0 – 49	หมายถึง ผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนร้อยละในระดับต้องปรับปรุง

8. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลจำแนกเป็น 3 ประเภท คือ

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) คำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ.

2540 : 53)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ	$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
	$\sum X$	แทน	ผลรวมทั้งหมดของคะแนน
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) คำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2540 : 103)

$$SD = \sqrt{\frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ	SD	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	X	แทน	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมดในกลุ่มตัวอย่าง
	N - 1	แทน	จำนวนตัวแปรอิสระ (Degree of Freedom)

1.3 หาค่าร้อยละของคะแนนจากการทดสอบหลังเรียน คำนวณจากสูตร (บุญชม ศรีสะอาด. 2543 : 101)

$$P = \frac{f}{N} \times 100$$

เมื่อ	P	แทน	ร้อยละ
	f	แทน	ความถี่ที่ต้องการแปลงให้เป็นร้อยละ
	N	แทน	จำนวนความถี่ทั้งหมด

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ

2.1 ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ตามวิธีการของ โรวินเนลลี และแฮมเบิลตัน (Rovinelle and Hambleton) เป็นรายข้อโดยคำนวณจากสูตร(พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2540 : 117)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์
	$\sum R$	แทน	ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
	N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 ค่าความยากง่ายของแบบทดสอบอัตนัยจะต้องแบ่งนักเรียนที่เข้าสอบออกเป็นกลุ่ม เก่งและกลุ่มอ่อน โดยใช้เทคนิค 25% ของนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมด โดยคำนวณจากสูตรของ วิทเนย์ และซาเบอร์ส (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2539 : 199 – 200)

$$\text{ดัชนีค่าความยาก} \quad (P_E) = \frac{S_U + S_L - (2N)(X_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	P_E	แทน	ดัชนีค่าความยาก
	S_U	แทน	ผลรวมคะแนนกลุ่มเก่งในแต่ละข้อ
	S_L	แทน	ผลรวมคะแนนกลุ่มอ่อนในแต่ละข้อ
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	$X_{\max}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุดในแต่ละข้อ
	$X_{\min}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุดในแต่ละข้อ

หาค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) เพื่อวิเคราะห์รายชื่อของแบบทดสอบ
 ทัศน์ัยโดยคำนวณจากสูตรของวิทเนย์ และซาเบอร์ส (ลิวน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2539 :
 199 – 201)

$$\text{ดัชนีค่าอำนาจจำแนก} \quad D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	D	แทน	ดัชนีค่าอำนาจจำแนก
	S_U	แทน	ผลรวมคะแนนกลุ่มเก่งในแต่ละข้อ
	S_L	แทน	ผลรวมคะแนนกลุ่มอ่อนในแต่ละข้อ
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	$X_{\max}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุดในแต่ละข้อ
	$X_{\min}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุดในแต่ละข้อ

2.3 หาค่าความเชื่อมั่นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมแบบทัศน์ัย
 โดยคำนวณจากสูตร สัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)
 (ลิวน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 200)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	n	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	S_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนแต่ละข้อ
	S_t^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนทั้งฉบับ

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานที่ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการสอนโดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำคือ ได้คะแนนร้อยละ 50 ขึ้นไป ใช้สถิติ t-test one group โดยคำนวณจากสูตร (ระวีวรรณ พันธุ์พานิช. 2545 : 179 – 184)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

$$df = n - 1$$

เมื่อ	$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบที่นักเรียนทำได้
	μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยเกณฑ์ที่ตั้งไว้ (ร้อยละ 50)
	s	แทน	ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบ
	n	แทน	จำนวนนักเรียนที่เข้าสอบ

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลจากผลการทดลองและการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้ใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

- | | |
|-----------|---|
| N | แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง |
| $\bar{X}$ | แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต |
| S.D. | แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน |
| t | แทน ค่าที่ใช้ในการพิจารณา t ใน t – Distribution |

การวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยได้เสนอตามลำดับขั้นดังนี้

1. ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. ผลการวิเคราะห์การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการสอนด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าร้อยละ 50

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ปรากฏว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการสอนโดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สูงกว่าร้อยละ 50

ตาราง 3 ผลการวิเคราะห์การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการสอน
ด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรสำหรับ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าร้อยละ 50

N	จำนวนข้อสอบ	$\bar{X}$	μ_0	S.D.	t
20	5	37.25	25	2.17	25.52**

$$t (.01, df = 19) = 2.539$$

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากตาราง 3 ปรากฏว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริม
โดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าร้อยละ 50 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตาม
สมมติฐาน

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง โดยมีความมุ่งหมายเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งสามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อสร้างชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนซ่อมเสริมโดยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการสอนโดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สูงกว่าร้อยละ 50

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการศึกษา

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนสมุทรปราการ อำเภอเมืองสมุทรปราการ จังหวัดสมุทรปราการ ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ช่วงชั้นที่ 3) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องโจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแล้วแต่สอบได้คะแนนไม่ถึงร้อยละ 50 จำนวน 91 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนสมุทรปราการ อำเภอเมืองสมุทรปราการ จังหวัดสมุทรปราการ ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ช่วงชั้นที่ 3) เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แล้วแต่สอบได้คะแนนไม่ถึงร้อยละ 50 จำนวน 20 คน ซึ่งได้มา

จากการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) จากนักเรียนทั้งหมดจำนวน 91 คน

2. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการสร้างชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ คือ โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรการศึกษาระดับพื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3) พุทธศักราช 2544 ของกระทรวงศึกษาธิการ ที่จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) โดยจัดแบ่งเนื้อหาดังนี้

- 1.1 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวน
- 1.2 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต
- 1.3 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการซื้อขาย
- 1.4 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการเคลื่อนที่และอัตราเร็ว
- 1.5 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับแรงงาน

3. ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า คือ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โดยใช้เวลาในการทดลองทั้งสิ้น 11 ชั่วโมง ดังนี้

ชั่วโมงที่ 1 – 2 ชุดการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวน

ชั่วโมงที่ 3 – 4 ชุดการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

ชั่วโมงที่ 5 - 6 ชุดการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 3 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการซื้อขาย

ชั่วโมงที่ 7 – 8 ชุดการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 4 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการเคลื่อนที่และอัตราเร็ว

ชั่วโมงที่ 9 - 10 ชุดการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 5 โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับแรงงาน

ชั่วโมงที่ 11 ทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

4. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ประกอบด้วย

4.1 ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งได้ผ่านการตรวจแก้ไขในด้านความถูกต้องเหมาะสมและความสอดคล้องของขั้นตอนโดยผู้เชี่ยวชาญ พร้อมทั้งปรับปรุงแก้ไขก่อนนำไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลาในการทดลอง 10 ชั่วโมง

4.2 แผนการจัดการเรียนรู้ เกี่ยวกับการใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามหลักสูตรของโรงเรียนสมุทรปราการ ซึ่งได้ผ่านการตรวจแก้ไขในด้านความถูกต้องและความสอดคล้องของขั้นตอนต่าง ๆ ในแผนการจัดการเรียนรู้ของกลุ่มตัวอย่างโดยผู้เชี่ยวชาญ แล้วจึงนำไปทดลองโดยใช้เวลารวม 10 ชั่วโมง

4.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ซึ่งมีระดับความยากง่ายตั้งแต่ 0.60 – 0.80 ค่าอำนาจจำแนกระหว่าง 0.40 – 0.80 และค่าความเชื่อมั่น 0.86 นำไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เวลา 1 ชั่วโมง

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามลำดับดังนี้

1. ก่อนดำเนินการสอนซ่อมเสริมด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ผู้วิจัยได้สอนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ช่วงชั้นที่ 3) ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแล้ว และทำการทดสอบตามจุดประสงค์เรื่องโจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้แบบทดสอบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 5 ข้อ แล้วนำแบบทดสอบไปตรวจให้คะแนน ถ้าผลการตรวจแบบทดสอบพบว่านักเรียนคนใดได้คะแนนไม่ถึงร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม จึงจะนำนักเรียนกลุ่มนี้มาเป็นประชากรที่จะใช้ในการทดลอง ซึ่งผลปรากฏว่านักเรียนที่ได้คะแนนไม่ถึงร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม จำนวน 91 คน

2. สุ่มเลือกนักเรียนที่จะนำมาเป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 20 คน จากนักเรียนที่ได้คะแนนสอบตามปกติไม่ถึงร้อยละ 50 โดยการสุ่มอย่างง่าย

3. ทำการสอนซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 5 ชุด ชุดละ 2 ชั่วโมง รวมระยะเวลาในการทดลองสอน 10 ชั่วโมง

4. หลังจากเสร็จสิ้นการทดลองสอนด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง ระบบ

สมการเชิงเส้นสองตัวแปรแล้ว ทำการทดสอบ โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยกำหนดเวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง

5. ตรวจแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ โดยใช้วิธีการทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐานต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับการสอนด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 50 โดยใช้วิธีการทางสถิติแบบ $t - test$ one group

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

จากผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ดังนี้

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 โดยมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผล

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลอภิปรายผลได้ดังนี้

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 37.25 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของบลูม (Bool. 1968 : 1 – 12) แรนเดลล์ (Randall. 1974 : 72 – 183) ดีโลเรส (Delores. 1975 : 5160 – A) ทอมป์สัน (Thompson. 1986 : 4979 – A) บอสแลนด์ วิวา (Bosland Viva. 1978 : 4636 – A) รุจิรี ภูสาระ

(2523 : 128) สาร แก่นมณี (2525 : 185) และคมศักดิ์ หาญสิงห์ (2543 : 51) ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจาก

1. ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นอย่างมีระบบ โดยศึกษารูปแบบของชุดการสอน และนำแนวความคิดมาประยุกต์เป็นชุดการสอนซ่อมเสริม โดยประยุกต์มาจากแนวความคิดเกี่ยวกับการสร้างชุดการเรียนการสอนของ ชัยยงค์ พรหมวงศ์ และคณะ (2523 : 122 – 123) และกำหนด กิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่กำหนดไว้ และจัดเรียงเนื้อหาในแต่ละชุดการสอนซ่อมเสริมจากง่ายไปหายาก โดยในแต่ละชุดการสอนซ่อมเสริมจะเริ่มต้นด้วยการให้ความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต่อการแก้โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ในชุดการสอนนั้น เพื่อให้ผู้เรียนสามารถศึกษา และทำความเข้าใจได้ด้วยตนเอง โดยมีครูเป็นผู้คอยชี้แนะ นอกจากนี้ในแต่ละชุดการสอนซ่อมเสริมมีการจัดแบ่งเนื้อหาออกเป็น 2 ตอน โดยที่ตอนที่ 1 จะประกอบด้วย ความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต่อการแก้ โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ในชุดการสอนนั้น เอกสารแนะแนวทางและแบบฝึกหัดที่เกี่ยวกับการเปลี่ยน ประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ และการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเพื่อเปลี่ยนเป็นประโยค สัญลักษณ์ ส่วนตอนที่ 2 จะประกอบด้วย เอกสารแนะแนวทางซึ่งเป็นตัวอย่างการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และแบบฝึกหัดที่เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ซึ่งในทั้งสองตอนจะมีเฉลยแบบฝึกหัดในหน้าถัดไปของทุกแบบฝึกหัด เพื่อให้ผู้เรียนสามารถทราบผลการทำแบบฝึกหัดได้ทันที อันเป็นการเสริมแรงนักเรียนอีกวิธีหนึ่ง ตามกฎแห่งผลของ Thorndike (พรวณีย์ ชูทัย. 2522 : 192 – 195)

2. การสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นการสอนเพื่อพัฒนาผู้เรียนให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้น และมุ่งเน้นให้ผู้เรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ด้วยตนเอง โดยครูมีบทบาทในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนซ่อมเสริมที่กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ และคอยให้คำชี้แนะเพื่อสร้างความกระตือรือร้นในส่วนที่ผู้เรียนยังไม่เข้าใจหรือมีข้อสงสัยอยู่ ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความมั่นใจและภูมิใจในความสามารถของตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับกฎการเสริมแรงของ Thorndike (พรวณีย์ ชูทัย. 2522 : 192 – 195)

3. ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เมื่อเรียนจบในแต่ละชั่วโมง ผู้วิจัยได้เปิดโอกาสให้นักเรียนสนทนาซักถามในเนื้อหาที่ยังไม่เข้าใจ และช่วยกันสรุปบทเรียนโดยครูเป็นผู้คอยชี้แนะเพิ่มเติมบางอย่างเท่านั้น ก่อนที่จะให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด ซึ่งสอดคล้องกับหลักการเรียนรู้ที่ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ เพราะในการทำกิจกรรมนักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น มี

อิสระในการตัดสินใจ ซึ่งส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น สอดคล้องกับงานวิจัยของสุวรรณมาลี นาคเสน (2544 : 81 – 86)

4. นักเรียนส่วนใหญ่ชอบรูปแบบของชุดการสอนซ่อมเสริมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น อาจเป็นเพราะว่าชุดการสอนซ่อมเสริมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นผู้เรียนสามารถศึกษาได้ด้วยตนเองเนื่องจากมีเฉลยแบบฝึกหัดแต่ละแบบฝึกหัดแนบท้ายในหน้าถัดไปตลอดทั้งชุดการสอนซ่อมเสริม จึงทำให้นักเรียนสามารถทราบผลการทำแบบฝึกหัดได้ทันที และสามารถปรึกษากับเพื่อน เมื่อเกิดข้อสงสัย ซึ่งถ้าเป็นการสอนในชั้นเรียนปกตินักเรียนบางคนเมื่อเกิดข้อข้องใจหรือไม่ค่อยเข้าใจจะไม่กล้าถามครู ดังนั้นเมื่อผู้วิจัยจัดกลุ่มย่อยสอนซ่อมเสริมนอกชั้นเรียนปกติและใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมเป็นสื่อประกอบการสอนซ่อมเสริม จึงทำให้นักเรียนสามารถปรึกษากับเพื่อน หรือสามารถซักถามครูได้เมื่อเกิดข้อข้องใจหรือไม่ค่อยเข้าใจ นักเรียนจึงสามารถประสบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้นได้

ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า

1. นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ในชั้นเรียนปกติต่ำกว่าร้อยละ 50 เมื่อผู้วิจัยนำนักเรียนกลุ่มดังกล่าวมาสอนซ่อมเสริมนอกเวลาเรียนปกติในช่วงแรก ๆ นั้นนักเรียนบางส่วนยังขาดความกระตือรือร้นและขาดความสนใจต่อการเรียนเท่าที่ควร อาจจะเป็นเพราะนักเรียนยังไม่เข้าใจกิจกรรมการเรียนการสอนซ่อมเสริม และยังไม่ค่อยกล้าในการที่จะแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันในการทำกิจกรรมกลุ่ม ครูจึงต้องสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับการทำกิจกรรมต่าง ๆ แก่นักเรียน นักเรียนจึงกล้าแสดงออกมากขึ้นและมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน

2. ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เป็นทางเลือกอีกทางเลือกหนึ่งในการที่จะพัฒนาให้นักเรียนให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในเกณฑ์ที่สูงกว่าร้อยละ 50 ได้ เพราะสามารถสร้างให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ และมีความเข้าใจมากขึ้น จนสามารถแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ด้วยตนเอง

ข้อเสนอแนะ

จากผลการศึกษาค้นคว้าที่เสนอไปแล้วนั้น ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังนี้

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. จากผลการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้แสดงให้เห็นว่า ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จะมีประสิทธิภาพสามารถทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้จริงนั้น จะต้องผ่านกระบวนการพัฒนาอย่างเป็นระบบคือ จะ

ต้องมีการประเมินผลจากผู้เชี่ยวชาญในด้านต่าง ๆ และกลุ่มผู้เรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง แล้วดำเนินการปรับปรุงเป็นระยะ ๆ ไม่ว่าจะเป็นการจัดลำดับของเนื้อหา รูปแบบของชุดการสอนซ่อมเสริม ความยากง่ายของโจทย์ปัญหาในชุดการสอน ฯลฯ จนได้ชุดการสอนซ่อมเสริมที่มีประสิทธิภาพ

2. จากผลของการพัฒนาชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ที่พัฒนาขึ้นนี้มีประสิทธิภาพสามารถทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ จึงควรที่จะส่งเสริมให้มีการพัฒนาชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่น ๆ ที่นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าร้อยละ 50 ด้วย

3. การเลือกกลุ่มตัวอย่างที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่ำกว่าร้อยละ 50 เพื่อจะได้ช่วยพัฒนาศักยภาพของผู้เรียนให้สูงขึ้น อันจะส่งผลไปสู่การที่ผู้เรียนจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สูงกว่าร้อยละ 50 และยังเป็นการสร้างแรงจูงใจและเปลี่ยนเจตคติที่มีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ด้วย

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยต่อไป

1. ควรมีการศึกษามูลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ในเนื้อหาและระดับชั้นอื่น ๆ ด้วย

2. การออกข้อสอบอัตนัยเพื่อการซ่อมเสริม ควรออกข้อสอบให้เหมาะกับนักเรียนที่เรียนอ่อนคือ ไม่ยากมากเกินไปนัก และจะต้องคำนึงถึงประสบการณ์การทำข้อสอบอัตนัยของนักเรียนด้วย

3. ควรมีการศึกษปัจจัยที่มีผลต่อเจตคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เช่น ความวิตกกังวลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความเชื่อมั่นในตนเองต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เป็นต้น

4. ควรมีการศึกษามูลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์กับนักเรียนที่มีระดับสติปัญญาแตกต่างกัน

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

กมล ชื่นทองคำ. (2527). ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านมิติสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสังกัดกรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. อัดสำเนา.

กระทรวงศึกษาธิการ, กรมวิชาการ. (2521). หลักการสอนเพื่อการซ่อมเสริม. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์การศาสนา.

_____. (2524). บทคัดย่อรายงานการวิจัยการศึกษาของกระทรวงศึกษาธิการ 2521 – 2524. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์การศาสนา.

กรมวิชาการ, สำนักงานทดสอบทางการศึกษา. (2538). รายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษา ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2536. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

_____. (2540). ผลการประเมินคุณภาพการศึกษา ปีการศึกษา 2538. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

_____. (2542). รายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2540. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

กรมวิชาการ. (2545). หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การขนส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

กระทรวงศึกษาธิการ, กองวิจัยทางการศึกษา. (2532). โครงการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอน ทางด้านความรู้ความคิด. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์การศาสนา.

กานต์กนิษฐ์ นิลกำแหง. (2537). การศึกษาผลการสอนแบบใช้ขั้นตอนฝึกความเข้าใจโจทย์ปัญหา ร่วมกับการใช้เครื่องคิดเลขของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.

โกวิทย์ ประवालพุดักษ์ และสมศักดิ์ สินธุระเวชญ์. (2527). การประเมินในวิธีเรียน. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.

สำนักงาน, คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2542). แผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 8 (พ.ศ. 2540 – 2544). กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ สำนักนายกรัฐมนตรี.

- คมศักดิ์ หาญสิงห์. (2543). ผลของการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาย่อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมจากครูแบบปกติและจาก บทเรียนการ Tutor. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อุดลำนนา.
- จรรยา ภูอุดม. (2524). ความสัมพันธ์ระหว่างการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทาง การเรียนของนักเรียนตามการประเมินผลของครู. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- จารึก วิเชียรเกื้อ. (2527). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี ที่ 1 จากการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดในแบบเรียนและแบบฝึกหัดที่สร้างขึ้น. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อุดลำนนา.
- จินนาภา สิตบุตร. (2521). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์วิธีการ ของ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่ไม่มีการทดสอบย่อย. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อุดลำนนา.
- ฉวีวรรณ เศวตมาลย์. (2540). “การแก้ปัญหา” เอกสารประกอบการอบรมกิจกรรมค่าย คณิตศาสตร์ สาขาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- เฉลิมศักดิ์ ภูมิ. (2538). ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนโดยการพัฒนาทักษะ การแก้ปัญหาเรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การ ประถมศึกษา). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- ช. ชนบท (นามแฝง). (2529, พฤศจิกายน). “ทักษะ หัวใจการสอนคณิตศาสตร์จริงหรือ,” สารพัฒนาหลักสูตร. (56): 7 – 10.
- ชวาล แพร่ดกุล. (2520). เทคนิคการวัดผล. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์. (2526). เอกสารประกอบการสอนชุดวิชาเทคโนโลยีและสื่อการศึกษา. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ยูไนเต็ดโปรดักชั่น.
- _____. (2528). ชุดการสอนในระดับประถมศึกษา. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัย ธรรมมาธิราช.
- _____. (2529). กระบวนการสันนิเวศนาการและระบบสื่อการสอน เอกสารการสอนชุด วิชาเทคโนโลยีการศึกษา หน่วยที่ 1 – 5. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัย ธรรมมาธิราช.

- ชัยยงค์ พรหมวงศ์ และคณะ. (2532). เอกสารประกอบการสอนชุดวิชาเทคโนโลยีและสื่อการศึกษา หน่วยที่ 1 – 5. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ชาญชัย ถิตรีงลิมา และเชิดวิทย์ ฤทธิ์ประศาสน์. (2523). การพัฒนาบุคคล. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ชลีพร แจ่มถนอม. (2542). การสร้างแบบทดสอบที่ใช้ในการฝึกคิดโจทย์คำนวณเคมีเรื่อง สมบัติของก๊าซ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- ณรงค์ บุรณะศรีศักดิ์. (2530). การศึกษาประสิทธิภาพของชุดการสอนรายบุคคลเพื่อการสอนซ่อมเสริม วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องปริมาตรของรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). ชลบุรี: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. บางแสน. ถ่ายเอกสาร.
- ดวงเดือน อ่อนน่วม. (2533). การสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นคร ปลื้มฤดี. (2530). การศึกษาผลสัมฤทธิ์และความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนเรื่อง สมการโดยใช้วิธีการเรียนเพื่อรู้แจ้งกับการสอนตามปกติ. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- น้อมศรี เคท. (2526). "การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์," หลักและแนวปฏิบัติในโรงเรียนประถมศึกษา. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.
- นิตยา พัวรัตน์. (2541). การพัฒนาชุดการสอนแบบวรรณิ์ในวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาเศษส่วน ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- บริบูรณ์ ศรีมาชัย. (2529). ปัญหาและความต้องการในการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในกรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. อัดสำเนา.
- บันลือ พุกพะวัน. (2522). การประถมศึกษา. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2543). การพัฒนาการสอน. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ประเสริฐ ส่งแสง. (2526). การทดลองวิธีการให้แบบฝึกหัดและการตรวจแบบฝึกหัดที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.

- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2543, มกราคม – มีนาคม). "ความเคลื่อนไหวเกี่ยวกับ NCTM : Principles and Standards of School Mathematics ในปี ค.ศ. 2000," สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 28(108) : 14 – 22.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537, พฤศจิกายน – ธันวาคม). "การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์," วารสารคณิตศาสตร์. 38(434 – 435) : 62 – 74.
- _____. (2537). "หน่วยที่ 12 การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์," ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12 – 15. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ปรีชา วิเทศวิทยานุศาสตร์. (2524). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาทักษะอ่าน 2 ด้วยชุดการเรียนการสอน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเป็นกลุ่มโดยครูเป็นผู้ดำเนินการ และนักเรียนผู้ช่วยสอนกับครูร่วมเป็นผู้ดำเนินการ. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อุดลำนานา.
- พฐู ทั้งแดง. (2534). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์การเขียนสะกดคำของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้แบบฝึกและไม่ใช้แบบฝึก วิทยาลัยอาชีวศึกษาเลย. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (ศึกษาศาสตร์ - การสอน). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. อุดลำนานา.
- พนัส หันนาคินทร์ และพิทักษ์ รักษาพลเดช. (2518). "วิธีการสอนคณิตศาสตร์," ตำราวิชาชุดครูมัธยม. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา.
- พรทิพย์ พรหมสาขา ณ สกลนคร. (2527). ผลการสอนที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความวิตกกังวล ในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อุดลำนานา.
- พรทิพย์ ยาวะประภาส. (2537, มีนาคม – เมษายน). "เทคนิคการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์," วารสารคณิตศาสตร์. 38(426 – 427) : 57 – 60.
- พรรณี ชูทัย. (2522). จิตวิทยาการเรียนการสอน. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- _____. (2528). จิตวิทยาการเรียนการสอน : จิตวิทยาการศึกษาสำหรับครูในชั้นเรียน. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: อมรินทร์การพิมพ์.
- พวงรัตน์ ทวีรัตน์. (2540). วิธีวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ: สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- พันทิพา อุทัยสุข. (2524). "การสอนซ่อมเสริม," เอกสารชุดวิชาการระบบการเรียนการสอนหน่วยที่ 11 – 15. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- พีระ รัศมีสว่าง. (2530). ปัญหาและความต้องการในการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของครูชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดพระนครศรีอยุธยา. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. อัดสำเนา.
- เพลินพิศ กาสลัก. (2542). สร้างแบบทดสอบที่ใช้ในการฝึกความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง การหาปริมาตรและพื้นที่ผิว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- ไพจิตร โชตินิสากรณ์. (2530). การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริม โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนซ่อมเสริมโดยครู. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ไพศาล หวังพานิช. (2526). การวัดผลการศึกษา. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- มะลิ จุลวงษ์. (2532). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมและแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนจากคอมพิวเตอร์ช่วยสอน. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2546). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยุคปฏิรูปการศึกษา. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์พิพิธการพิมพ์.
- รวีวรรณ คุ้มชัย. (2523). "การสอนซ่อมเสริม," เอกสารการประชุมปฏิบัติการภาควิชาคณิตศาสตร์ ครั้งที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 2 ณ โรงเรียนมัธยมสาธิตประสานมิตร. อัดสำเนา.
- ระวีวรรณ พันธุ์พานิช. (2545). สถิติเพื่อการวิจัย 2. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- รัชนี ศรีไพรวรรณ. (2517). แบบฝึกวิชาภาษาไทยสำหรับเด็กแรกเรียน; คู่มือและแนวคิดและทรงสนะบางประการเกี่ยวกับกลยุทธ์การสอนเด็กเริ่มเรียนที่พูดสองภาษา. พิมพ์ครั้งที่ 2. นครราชสีมา. สำนักงานศึกษาธิการเขต 11.
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2525). พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์อักษรเจริญทัศน์.
- รุจิร ภูสวระ. (2523). การศึกษาเปรียบเทียบวิธีสอนคณิตศาสตร์ ระดับ ม. 1 หกวิธีที่จะให้ผลสัมฤทธิ์สูงสุด โดยมีความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ต่ำ และใช้เวลาในการเรียนน้อยที่สุด. ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพฤติกรรมศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.

- รุ่ง เจนจิตและคณะ. (2523). เนื้อหาสาระวิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา ที่เป็นปัญหาสำหรับครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. อัดสำเนา.
- โรจนา แสงรุ่งระวี. (2531). ผลสัมฤทธิ์ในการเขียนสะกดคำด้วยการใช้แบบฝึกของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. อัดสำเนา.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. กรุงเทพฯ: ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.
- _____. (2539). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.
- _____. (2540). เทคนิคการวัดผลและการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- วรรณ โสมประยูร. (2536). เอกสารเผยแพร่ผลงานทางวิชาการฉบับย่อวิธีสอนแบบวรรณ. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- วัชร บวรณสิงห์. (2525). "การสอนคณิตศาสตร์ตามความแตกต่างระหว่างบุคคล" เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8 – 15. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- วาทีนี้ อีระตระกูล. (2534). การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในการสอนซ่อมเสริมจุดบกพร่องเรื่อง เวลาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมกับการสอนซ่อมเสริมตามปกติ. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วาสนา สุพัฒน์. (2530). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนตามคู่มือครูโดยการทำแบบฝึกหัดปรนัยชนิดเลือกตอบ แบบฝึกหัดอัตนัยกับการทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- วิชัย พาณิชยสว. (2532). ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการวัดแบบเอกนัยทางสัญลักษณ์กับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การประถมศึกษา) กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

- จิไลวรรณ เอื้อสุวรรณ. (2531). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหาการบวก การลบ การคูณ การหาร ของนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนอนุสรณ์ โดยวิธีการสอนแบบวรรณิ และวิธีสอนของ สสวท. ปริญญาโท กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- ศศิธร ลิทธิแพทย์. (2518). แบบฝึกหัดสำหรับสอนเรื่องวลีในภาษาไทย ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ การศึกษา. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. อัดสำเนา.
- ศิริวรรณ ฤกษ์นันท์. (2531). การศึกษาผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องสมการที่เรียนโดยหลักการเรียนเพื่อรู้แจ้ง. ปริญญาโท กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศรีทอง มีทาทอง. (2534). การทดลองวิธีสอนคณิตศาสตร์ที่มีกระบวนการสร้างความคิดรวบยอด ในเรื่องโจทย์ปัญหาการคูณ การหารของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. ปริญญาโท กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศรียา และประภัสสร นิยมธรรม. (2525). การสอนซ่อมเสริม. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- ศรียา นิยมธรรม. (2539). "การสอนซ่อมเสริม," สารานุกรมศึกษาศาสตร์ ฉบับกาญจนาภิเษก. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. (2533). หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- เศรษฐศักดิ์ หนูทอง. (2527). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมและความคงทน ทางการเรียนซ่อมเสริม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องเศษส่วน โดยใช้ บทเรียนโปรแกรมแบบฝึกหัดเพิ่ม และการสอนซ่อมเสริมตามปกติ. ปริญญาโท กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2528). รายงานผลการวิจัยและประเมินผล วิชาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษาปีที่ 2.

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2536). *คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ค 110*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- _____. (2544). *คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- _____. (2546). *การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 – 4 หลักสูตรการศึกษาระดับพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สมจิตต์ ศรีธัญญรัตน์ (2520). *การสอนซ่อมเสริมสำหรับเด็กที่มีปัญหาทางการเรียน*. ปรินญา นิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ: วิทยาลัยวิชาการศึกษา ปทุมวัน. ถ่ายเอกสาร.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์. (2523, เมษายน). "การประเมินผลเพื่อการวินิจฉัย," *มิตรครู*. 22(8) : 24 – 25.
- _____. (2530, เมษายน). "การสอนซ่อมเสริม," *มิตรครู*. 2(8) : 24 – 25.
- สมวงษ์ แปลงประสพโชค. (2540). *นวัตกรรมเพื่อการแก้ปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษาปีที่ 5 เรื่องโจทย์ปัญหาย่อยละ*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. จัดสำเนา.
- สวัสดี จิตต์จนะ. (2535, เมษายน – พฤษภาคม). "แนวคิดการสอนโจทย์ปัญหา," *การพัฒนาหลักสูตร*. 11(110) : 75 – 81.
- สันธธา นิพนธ์วิทยา. (2527, กุมภาพันธ์). "การสอนซ่อมเสริม," *มิตรครู*. 26(3) : 53 – 55.
- ลาธร แก่นมณี. (2525). *การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะคิดที่มีต่อการเรียนและความสนใจในวิชาเรียนจากการสอนซ่อมเสริม 3 วิธี ในกระบวนการเรียนเพื่อรอบรู้ (Mastery Learning)*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. จัดสำเนา.
- สายใจ ทองเนียม. (2527, ธันวาคม). "การสอนซ่อมเสริมเป้าหมายที่ไม่ควรมองข้าม," *สารพัฒนหลักสูตร*. 9(33) : 40.
- กระทรวงศึกษาธิการ กรมวิชาการ สำนักงานทดสอบทางการศึกษา. (2528). *รายงานการตรวจสอบคุณภาพการศึกษา วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2527*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

- กระทรวงศึกษาธิการ กรมวิชาการ สำนักงานทดสอบทางการศึกษา. (2539). รายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2538. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ สำนักฯ.
- สิริพร ทิพย์คง. (2536). เอกสารคำสอนวิชา 158522 ทฤษฎีและวิธีการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. อัดสำเนา. _____ . (2539). งานวิจัยการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาคณิตศาสตร์ และสถิติ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. _____ . (2539). งานวิจัยการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาคณิตศาสตร์ และสถิติ สถาบันราชภัฏพระนคร.
- สุกิจ ศรีพรหม. (2541, กันยายน). "ชุดการสอนกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน," วารสารวิชาการ. 1(9) : 68 – 72.
- สุโขทัยธรรมาราช, มหาวิทยาลัย. (2526). เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนทักษะ 2 (คณิตศาสตร์) หน่วยที่ 8 – 15. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาราช.
- สุจิต เพียรชอบ และสายใจ อินทร์มพรรย์. (2523). วิธีสอนภาษาไทย ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- สุนีย์ เหมะประสิทธิ์. (2533). การพัฒนาชุดการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- สุพจน์ แก้วกล้า. (2534). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการสอนมินิคอร์ส. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- สุมนมาศ สันโดษ. (2520). ความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับประถมศึกษาปีที่ 2. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- สุวรรณมาลี นาคเสน. (2544). การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ Group Investigation เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- สุดสวาท ชันธมูล. (2530). ผลการสอนโจทย์ปัญหา 2 วิธี ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ และความสามารถคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- เสาวนีย์ สิกขาบัณฑิต. (2528). เทคโนโลยีทางการศึกษา. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์สถาบันเทคโนโลยี
พระจอมเกล้า.
- ไสว ภูทับทิม. (2527). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ของการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ชั้น
ประถมศึกษาปีที่ 4 เรื่องโจทย์ปัญหาวงกลม ลบระคน โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปกับวิธีสอนตาม
ปกติ. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). ชลบุรี: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ บางแสน. อัดสำเนา.
- อติเรก เนตยานันท์ (2536). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป และใช้บทเรียน
สำเร็จรูปประกอบเทปโทรทัศน์. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อนันท์ โพธิกุล. (2543). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้
โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการ
เชิงวิธีการกับการสอนตามคู่มือครู. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์. (2524). ชุดเสริมประสบการณ์
การณสำหรับครูคณิตศาสตร์ ทบวงมหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- อังศุมาลิน เพิ่มผล. (2532). การสร้างแบบฝึกทักษะการคำนวณวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง วงกลม
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- อำไพ สุจริตกุล. (2524, มิถุนายน – กันยายน). "การสอนเพื่อการซ่อมเสริม," วารสารครูศาสตร์.
1 : 141 – 153.
- "อึ้งคุณภาพการศึกษาไทยประเมินผลสัมฤทธิ์ต่ำจนน่าอนาถ," (2547, 16 มิถุนายน). เดลินิวส์; 24.
(บทความนี้ไม่ปรากฏชื่อผู้เขียน)
- อุทัย เพชรช่วย. (2532, พฤษภาคม). "การสอนโจทย์ปัญหาโดยใช้เทคนิค 4 คำถาม," สารพัฒนา
หลักสูตร. (86): 48 – 54.

- อุไร สิ้นธุวงศานนท์. (2534). *การศึกษาค้นคว้าการใช้ชุดการสอนเพื่อซ่อมเสริมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- Adams, Ellis, and Beeson, B.F. (1977). *Teaching Mathematics with Emphasis on the Diagnostic Approach*. New York : Handbook & Row, Publishers.
- Anderson, K.B. and Pingry, R.E. (1973). *Problem Solving in Mathematics : Its Theory and Practice* Washington, D.C. : The National Council of teachers of Mathematics.
- Barnett, J.C. (1975, January). "Toward a Theory of Sequencing : Study 3 – 7 ; An Investigation of the Relationships of Structural Variables, Instruction and Difficulty in Verbal, Arithmetic Problem Solving," *Dissertation Abstracts International*. 35(7) : 4299 – A.
- Baroody, Arthur J. (1987). *Children 's Mathematical thinking*. New York : Teacher Collage Press.
- Bassler, Otto Call. (1966, October). "Comparison of Two Types Exerciser in Teaching Mathematical Concepts to Prospective Elementary School Teachers," *Dissertation Abstracts International*. 28(11) : 987 – A.
- Billow, F.L. (1962). *The Teacher Work Out His Own Exercises ; The Techniques of Language Teaching*. London : Green and Company Ltd.
- Bitter, Gary G., Hatfield, Mary M. and Edwards, Noney T. (1989). *Mathematics Method for the Elementary and Middle Schools*. A Comprehensive Approach Boston : Allyn and Bacon, Inc.
- Bloom, Benjamin S. (1968). "Learning for Mastery," *U.C.L.A. Evaluation*. Comment, p. 112.
- Bosland Viva, Jean. (1978, February). "Diagnostic Assessment of addition Processes with Identification and Redemption of Error Pattern," *Dissertation Abstracts International*. 38(14) : 4636 – A.
- Brueckner, Leo T. and Grossnick, Forter E. (1974). *How to Make Arithmetic Meaningful*, The John C. Winston Co., Philadelphia.

- Carroll, John B. (1963, May). "A Model of School Learning," *Teacher College Record*. 64(2) : 723 – 733.
- Collins, Kekuewa B. (1974, February). "The Effects of A Mastery Learning Strategy on the Geometry Achievement of Fourth and Firth Grade Children," *Dissertation Abstracts International*. 34 : 49479 – A.
- Day, Roger P. (1986, October). "A Problem – Solving Component for Junior High School Mathematics," *Arithmetic Teacher*. 32(2) : 14 –17.
- Dechant, Emereld V. (1971). *Detection and Correction of Reading Difficulties*. New York : Appleton – Century – Crofts.
- Delores, Wyckoff B. (1975, February). "A Study of Mastery Learning and It's Effects on Achievement of Sixth Grade Social Studies Student," *Dissertation Abstracts International*. 35(8) : 5160 – A.
- Dickson, L., Brown, M., and Gibson, O. (1984). *Children Learning Mathematics : A Teacher's Guide to Recent Research*. Oxford : Rineheart and Winston.
- Dolciani and others. (1967). *Modern School Mathematics Structure and Method*. Boston : Houghton Mifflin Company.
- Gagne', R.M. (1970). *The Condition of Learning*. New York : CSB College Publishing.
- Gagne', R., Briggs, L. & Wager , W : (1977). *Principle of Instructional Design*. New York : Holt, Rinehart and Winston.
- Giffune, Magdalene Pontolillo. (1970, November). "The Effect of Insertion Training in Reading Upon Students' Ability to Solve Verbal Problems in Mathematics," *Dissertation Abstracts International*. 40(9) : 2572 – A.
- Heimer, Ralph T. and Trueblood, Cecil R. (1977, May). "Strategies for Teaching Children's Mathematics," *Addison Wesley Publishing Company, Inc*. 30(5) : 3207 – A.
- Heinig, Ruth Beall. (1981). *Creative Dramatics for the Classroom Teacher*. Englewood Cliffs. New Jersey : Prentice – Hall.
- Helton, Floyd F. (1958). *Introducing Mathematics*. 2nded. New York : John Wiley & Sons, Inc.

- Johnson, Donovan A. and Rising, Gerald R. (1969). *Guidelines for Teacher Mathematics*. New York : Wadsworth Publishing.
- Kantowski, Mary Grace. (1980). "Some Thoughts on Teaching for Problem Solving" in *School Mathematics 1980 Yearbook National Council of Teachers of Mathematics*.
- Kochevar, Deloise E. (1975). *Individualized Remedualized Remedial Reading Techniques For the Classroom Teacher*. New York : Parker.
- Krulick, Stephen and Rudnick, Jessa. (1993). *Reasoning and Problem Solving : A Handbook for Elementary School Teachers*. Boston : Allyn and Bacon, Inc.
- Lawrey, Dantel Ralph. (1978, November). "Effect of Feedback on Individuality," *Dissertation Abstracts International*. 36(online) : 817 – A.
- Levellen, Jane R. and Nagy, Barbara Pashos. (1981, April). "Where are the Deficiencies? Guideline for Remediation," *NASSP Bulletin*. 65(4) : 96 – 100.
- Lincoln, Eygene A. (1975, March). "Parents Make Difference in Teaching in Urban School," *Arithmetic Teacher*. 32(6) : 3514 – A.
- Massing, O. and Sanders, G.A. (1977). *Fundamentals of Technical Mathematics*. New York : McGraw Hill Company of Canada, Limited.
- Miller, Ernest D. (1976, September). "The Effects of Some Mastery Learning Techniques on Achievement Scores and Mastery Rate of Junior College Students," *Dissertation Abstracts International*. 37(3) : 1507 – A.
- Muraski, Sue Virginia. (1979, January). "A Study of Effects of Explicit Reading Instruction on Reaching Performance in Mathematics and on Problem Solving Ability of Sixth Grade," *Dissertation Abstracts International*. 39(online) : 4104 – A.
- Patty, Green. (1968). *Language Workbook and Practices Material ; Developing Language Teaching*. London : Green and Company Ltd.
- Polya, G. (1957). *How To Solve H. A New Aspect of Mathematical Method*. Garden City, New York : Doubleday and Company.
- Prescott, Daniel A. (1961). "Report of Conference on Child Study," *Education Bulletin Faculty of Education, Chulalongkorn University*.

- Randall, Charles. Lester, Frank K. (1982). *Teaching Problem Solving What Why & How*. Date Seymour Publications.
- Rawat, D.S. and Gupta, S.L. (1970). *Education Wastage at the Primary Level : A Handbook for Teacher*, New Delhi : S.K. Kitchula at Nalanda Press.
- Rey, Robert E., Suydum, Marillyn N., and Montgomery Linquist. (1992). *Helping Children Learn Mathematics*. 3rd ed. Boston : Allyn and Bacon.
- Rivers, Willga M. (1968). *Teaching Foreign Language Skills*. Chicago : The University of Chicago Press.
- Rowe, William Roscoe. (1980, April). "An Investigation of the Effectiveness of the Proposal of Richard A. Earle for Teaching Word Problem in Mathematics in Selected Topics and Grade Level," *Dissertation Abstracts International*. 45(4) : 5351 – A.
- Schvendinger, Jose C. (1977, May). "Creative and Academic Achievement," *Dissertation Abstracts International*. 51(8) : 6506 – A.
- Siemens, Don Wesley. (1986, April). "The Effects of Homework and The Achievement of Plane Geometry Students," *Dissertation Abstracts International*. 10(9) : 2954 – A.
- Stollburg, R.J. (1956, September). "Problem Solving, the Precious Gem in Science Teaching," *Science Teacher*. 23(9) : 225 – 228.
- Stonewater, J.K. (1977, September). "Interaction in Problem Solving and Piaget Theory of Cognitive Development," *Dissertation Abstracts International* 38(26) : 2602 – 2603.
- Swanson, David H. (1976, September). "A Comparison of Feedback Systems Affecting Achievement in Mastery Learning," *Dissertation Abstract International*. 37(3) : 1381 – A.
- Tansley, A.E. (1969). *Reading and Remedial Reading*. London : Rautledge and Kegan Paul.
- Thompson, Charles S. (1986, March). "Verbal Addition and Subtraction Problems : Some Diffculties and Some Solution," *Arithmetic Teacher*. 33(3) : 21 – 25.

- Thorndike, Robert L. (1950). "How Children Learn the Principle and Techniques of Problem – Solving," Learning and Instruction. p. 192 – 216. Chicago : The National Society for the Study of Education.
- Tougaw, Paul William. (1994, February). "A Study of the Effect of Using an Open Approach to Teaching Mathematics Upon the Mathematics Problem Solving Behaviors of Secondary School Students," *Dissertation Abstracts International*. 54(15) : 2934 – A.
- Webb, N.L. (1975, November). "An Exploration of Mathematical Problem Solving Process," *Dissertation. Abstracts International*. 36(5) : 2689 – A.
- Webster, N. (1979). *Webster's New Twentieth Century Dictionary of the English Language Unabridged*. Springfield, Mathematics : Collins & World Company.
- West, Rafer A. (1977, November). "Verbal Problem : A Diagnostic Prescriptive Approach," *Arithmetic Teacher*. 25(9) : 57 – 58.
- Wilson, James W. (1971). "Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics," In Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning. p. 643 – 696. Ed. By Benjamin S. Bloom. New York : McGraw – Hill Book.
- Wilson, James W., Fernandez, L. and Hanaway, Nelda. (1993). *Mathematical Problem Solving ; Research Ideas for the Classroom (High School Mathematics)*. New York : Macmillan Publishing Company.
- Zalewski, Jean Claire. (1978, November). "An Investigation of Selected Factors Contributing to Success in Solving Mathematics word Problem," *Dissertation Abstracts International*. 5(85) : 2804 – A.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ตารางผลการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยผู้เชี่ยวชาญ
2. ตารางแสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบที่ใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตาราง 4 ผลการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์
ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยผู้เชี่ยวชาญ

ข้อสอบข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			คะแนนรวม	ค่า IOC	สรุปผล
1	1	1	1	3	1	ใช้ได้
2	1	1	1	3	1	ใช้ได้
3	1	1	1	3	1	ใช้ได้
4	1	1	1	3	1	ใช้ได้
5	1	1	1	3	1	ใช้ได้

สรุปผลการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์
ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ข้อสอบทุกข้อสอดคล้อง
กับจุดประสงค์

ตาราง 5 แสดงค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบที่ใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อที่	P	D
* 1	0.80	0.40
2	0.82	0.36
* 3	0.80	0.40
4	0.67	0.65
* 5	0.76	0.46
6	0.80	0.40
* 7	0.75	0.50
8	0.70	0.60
* 9	0.60	0.80
10	0.65	0.70

จากตารางผลปรากฏว่าข้อสอบใช้ได้ดีสำหรับการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมทั้ง 10 ข้อ ผู้วิจัยจึงเลือกข้อ 1, 3, 5, 7, 9 เป็นแบบทดสอบที่จะใช้ในงานวิจัย ทั้งนี้เพื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์และความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ (IOC)

การคำนวณหาค่าความเชื่อมั่น จากสูตร

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right] \\
 &= \frac{5}{5-1} \left[1 - \frac{6.69}{21.82} \right] \\
 &= \frac{5}{4} \left[\frac{15.13}{21.82} \right] \\
 &= \frac{75.65}{87.28} \\
 \alpha &= 0.86
 \end{aligned}$$

ภาคผนวก ข

1. ตารางคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการเรียนรู้ด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. ผลการตรวจสอบสมมติฐานเพื่อทดสอบการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์หลังการทดลองสอน โดยใช้สถิติ t – test one group

ตาราง 6 คะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์
ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง
จำนวน 20 คน

คะแนนเต็ม 50 คะแนน	
คนที่	คะแนนหลังการทดลอง (X)
1	39
2	40
3	38
4	31
5	36
6	36
7	39
8	35
9	36
10	40
11	37
12	36
13	38
14	40
15	37
16	38
17	38
18	39
19	37
20	35

ตาราง 7 แสดงค่าร้อยละของคะแนนจากการทดสอบหลังการทดลองเรียนด้วยชุดการสอนซ่อมเสริม
คณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 20 คน

คนที่	คะแนนหลังการทดลอง (X) (คะแนนเต็ม 50 คะแนน)	ค่าร้อยละของคะแนน หลังการทดลอง (%)	ระดับผลการประเมินผล สัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้
1	39	$39 \times 2 = 78$	ดี
2	40	$40 \times 2 = 80$	ดีมาก
3	38	$38 \times 2 = 76$	ดี
4	31	$31 \times 2 = 62$	ปานกลาง
5	36	$36 \times 2 = 72$	ดี
6	36	$36 \times 2 = 72$	ดี
7	39	$39 \times 2 = 78$	ดี
8	35	$35 \times 2 = 70$	ดี
9	36	$36 \times 2 = 72$	ดี
10	40	$40 \times 2 = 80$	ดีมาก
11	37	$37 \times 2 = 74$	ดี
12	36	$36 \times 2 = 72$	ดี
13	38	$38 \times 2 = 76$	ดี
14	40	$40 \times 2 = 80$	ดีมาก
15	37	$37 \times 2 = 74$	ดี
16	38	$38 \times 2 = 76$	ดี
17	38	$38 \times 2 = 76$	ดี
18	39	$39 \times 2 = 78$	ดี
19	37	$37 \times 2 = 74$	ดี
20	35	$35 \times 2 = 70$	ดี

ตาราง 8 คะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์
ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เพื่อหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

คะแนน (X)	ความถี่ (f)	X^2	fX	fX^2
31	1	961	31	961
35	2	1,225	70	2,450
36	4	1,296	144	5,184
37	3	1,369	111	4,107
38	4	1,444	152	5,776
39	3	1,521	117	4,563
40	3	1,600	120	4,800
$\sum X = 256$	$N = 20$	$\sum X^2 = 9,416$	$\sum fX = 745$	$\sum fX^2 = 27,841$

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum fX}{N} \\ &= \frac{745}{20} \\ &= 37.25\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}S.D. &= \sqrt{\frac{N\sum fX^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{20(27,841) - (745)^2}{20(20-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{556,820 - 555,025}{20(19)}} \\ &= \sqrt{\frac{1,795}{380}} \\ &= 2.17\end{aligned}$$

สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบสมมติฐานเพื่อทดสอบการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

$$df = n - 1$$

เมื่อ	$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบที่นักเรียนทำได้
	μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยเกณฑ์ที่ตั้งไว้ (ร้อยละ 50)
	s	แทน	ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบ
	n	แทน	จำนวนนักเรียนที่เข้าสอบ

ดังนั้นจากสูตรจะได้

$$\bar{X} = 37.25 \quad , \quad n = 20 \quad , \quad S.D. = 2.17 \quad , \quad d = 0.01$$

จุดวิกฤติจากตาราง t ที่ $df = 20 - 1 = 19$ มีค่า 2.539

$$\begin{aligned} \text{คำนวณ} \quad t &= \frac{37.25 - \frac{50}{100} \times 50}{2.17 / \sqrt{20}} \\ &= \frac{37.25 - 25}{2.17 / 4.47} \\ &= \frac{12.25}{0.48} \\ &= 25.52 \end{aligned}$$

สรุป ค่า t ที่คำนวณได้ตกอยู่นอกเขตยอมรับ แปลว่า ปฏิเสธ H_0 แต่ยอมรับ H_1 ที่ระดับนัยสำคัญ .01

ภาคผนวก ค

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบ
สมการเชิงเส้นสองตัวแปรสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่อง

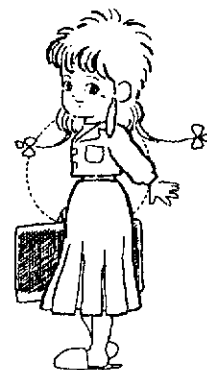
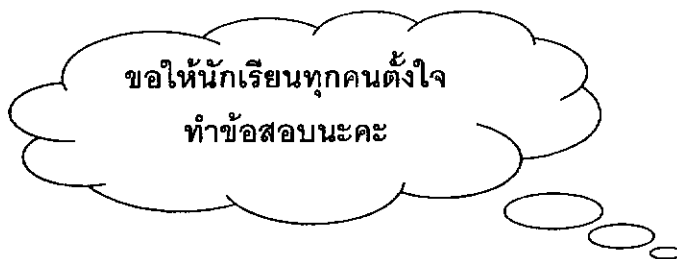
โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
คะแนนเต็ม 50 คะแนน เวลา 1 ชั่วโมง



คำชี้แจง

1. ข้อสอบฉบับนี้เป็นข้อสอบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน
2. ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างของแต่ละข้อให้ถูกต้อง ชัดเจน

ออกข้อสอบโดย... อาจารย์สุจินดา พัทธภิญโญ



จุดประสงค์ที่ 1 แก่โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวนได้

ข้อ 1 ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 15 ถ้าจำนวนหนึ่งน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 3
จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

1. สิ่งโจทย์กำหนดให้

.....
.....

2. กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทนสิ่งโจทย์ต้องการให้หา

.....
.....

3. สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ

.....
.....
.....

4. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

5. ตรวจสอบคำตอบ

.....
.....
.....
.....
.....

ดังนั้น จำนวนมากคือ จำนวนน้อยคือ



จุดประสงค์ที่ 2 แก่โจทย์ปัญหากระบวนการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตได้

ข้อ 2 รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีด้านกว้างสั้นกว่าด้านยาวอยู่ 2 เซนติเมตร และผลบวกของความยาวของด้านกว้างและความยาวของด้านยาวเท่ากับ 20 เซนติเมตร จงหาความยาวของด้านกว้างและด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

1. สิ่งโจทย์กำหนดให้

.....

.....

2. กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทนสิ่งโจทย์ต้องการให้หา

.....

.....

3. สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ

.....

.....

.....

4. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น ด้านกว้างยาวเซนติเมตร ด้านยาวยาวเซนติเมตร *

จุดประสงค์ที่ 3 แก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการซื้อขายได้

ข้อ 3 แม่ค้าติตราขายเงาะกิโลกรัมละ x บาท ติตราขายส้มกิโลกรัมละ y บาท สมจิตรซื้อเงาะและส้มอย่างละ 1 กิโลกรัม ต้องจ่ายเงิน 90 บาท แต่ถ้าซื้อเงาะ 2 กิโลกรัม ซื้อส้ม 1 กิโลกรัม จะต้องจ่ายเงิน 120 บาท จงหาว่าแม่ค้าติตราขายเงาะและส้มกิโลกรัมละเท่าไร

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

1. สิ่งโจทย์กำหนดให้

.....

.....

2. กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทนสิ่งโจทย์ต้องการให้หา

.....

.....

3. สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ

.....

.....

.....

4. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

ดังนั้น เงาะราคา กิโลกรัมละ.....บาท ส้มราคา กิโลกรัมละ.....บาท



จุดประสงค์ที่ 4 แก่โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการเคลื่อนที่และอัตราเร็ว
ได้

ข้อ 4 ถ้าอัตราเร็วของการพายเรือตามน้ำจากท่าเรือ A ไปท่าเรือ B เท่ากับ 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง แล้วอัตราเร็วของการพายเรือทวนน้ำจากท่าเรือ B กลับมายังท่าเรือ A เท่ากับ 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาอัตราเร็วของการพายเรือในน้ำนิ่ง

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

1. สิ่งโจทย์กำหนดให้

.....
.....

2. กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทนสิ่งโจทย์ต้องการให้หา

.....
.....

3. สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ

.....
.....

4. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

5. ตรวจสอบคำตอบ

.....
.....
.....
.....

ดังนั้น อัตราเร็วของการพายเรือในน้ำนิ่ง กิโลเมตร / ชั่วโมง



จุดประสงค์ที่ 5 แก่โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับแรงงานได้

ข้อ 5 ผู้ชาย 2 คนกับผู้หญิง 1 คน ทำงานอย่างหนึ่งเสร็จในเวลา 3 ชั่วโมง และผู้ชาย 2 คนกับผู้หญิง 4 คน ทำงานอย่างเดียวกันเสร็จในเวลา 2 ชั่วโมง การทำงานของผู้ชายและผู้หญิง คิดเป็นอัตราส่วนเท่าใด

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

1. สิ่งโจทย์กำหนดให้

.....

.....

2. กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทนสิ่งโจทย์ต้องการให้หา

.....

.....

3. สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ

.....

.....

.....

4. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (โดยใช้สมบัติการเท่ากัน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

ดังนั้น อัตราส่วนการทำงานของผู้ชายหนึ่งคนต่อผู้หญิงหนึ่งคน เท่ากับ.....



จุดประสงค์ที่ 1 แก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวนได้

เฉลยข้อ 1 ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 15 ถ้าจำนวนหนึ่งน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 3
จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

1. สิ่งโจทย์กำหนดให้

ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 15 ถ้าจำนวนหนึ่งน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 3

2. กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทนสิ่งโจทย์ต้องการให้หา

ให้ x แทน จำนวนมาก

y แทน จำนวนน้อย

3. สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ

ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 15 คือ $x + y = 15$

ถ้าจำนวนหนึ่งน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 3 คือ $x - y = 3$

$$x + y = 15 \longrightarrow \textcircled{1}$$

$$x - y = 3 \longrightarrow \textcircled{2}$$

4. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}$$

$$2x = 18$$

$$x = \frac{18}{2}$$

$$x = 9$$

แทน $x = 9$ ในสมการที่ $\textcircled{1}$

จะได้

$$9 + y = 15$$

$$y = 15 - 9$$

$$y = 6$$

5. ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า $x = 9$ และ $y = 6$ ในสมการที่ $\textcircled{1}$

จะได้ $9 + 6 = 15$ จริง

แทนค่า $x = 9$ และ $y = 6$ ในสมการที่ $\textcircled{2}$

จะได้ $9 - 6 = 3$ จริง

ดังนั้น จำนวนมากคือ 9 จำนวนน้อยคือ 6



จุดประสงค์ที่ 2 แก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับรูปเรขาคณิตได้

เฉลยข้อ 2 รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีด้านกว้างสั้นกว่าด้านยาวอยู่ 2 เซนติเมตร และผลบวกของความยาวของด้านกว้างและความยาวของด้านยาวเท่ากับ 20 เซนติเมตร จงหาความยาวของด้านกว้างและด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

1. สิ่งโจทย์กำหนดให้

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีด้านกว้างสั้นกว่าด้านยาวอยู่ 2 เซนติเมตร และผลบวกของความยาวของด้านกว้างและความยาวของด้านยาวเท่ากับ 20 เซนติเมตร

2. กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทนสิ่งโจทย์ต้องการให้หา

ให้ x แทน ความยาวของด้านกว้าง

y แทน ความยาวของด้านยาว

3. สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีด้านกว้างสั้นกว่าด้านยาวอยู่ 2 เซนติเมตร คือ $y - x = 2$

ผลบวกของความยาวของด้านกว้างและความยาวของด้านยาวเท่ากับ 20 เซนติเมตร

คือ $y + x = 20$

$$y - x = 2 \quad \rightarrow \textcircled{1}$$

$$y + x = 20 \quad \rightarrow \textcircled{2}$$

4. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} ; \quad 2y = 22$$

$$y = 11$$

แทน $y = 11$ ในสมการที่ $\textcircled{2}$

$$\text{จะได้} \quad 11 + x = 20$$

$$x = 9$$

5. ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า $x = 9$ และ $y = 11$ ในสมการที่ $\textcircled{1}$

$$\text{จะได้} \quad 11 - 9 = 2 \quad \text{จริง}$$

แทนค่า $x = 9$ และ $y = 11$ ในสมการที่ $\textcircled{2}$

$$\text{จะได้} \quad 11 + 9 = 20 \quad \text{จริง}$$

ดังนั้น ด้านกว้างยาว 9 เซนติเมตร ด้านยาวยาว 11 เซนติเมตร



จุดประสงค์ที่ 3 แก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการซื้อขายได้

เฉลยข้อ 3 แม่ค้าติดราคาขายเงาะกิโลกรัมละ x บาท ติดราคาขายส้มกิโลกรัมละ y บาท สมจิตรซื้อเงาะและส้มอย่างละ 1 กิโลกรัม ต้องจ่ายเงิน 90 บาท แต่ถ้าซื้อเงาะ 2 กิโลกรัม ซื้อส้ม 1 กิโลกรัม จะต้องจ่ายเงิน 120 บาท จงหาว่าแม่ค้าติดราคาขายเงาะและส้มกิโลกรัมละเท่าไร

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

1. สิ่งโจทย์กำหนดให้

แม่ค้าติดราคาขายเงาะกิโลกรัมละ x บาท ติดราคาขายส้มกิโลกรัมละ y บาท สมจิตรซื้อเงาะและส้มอย่างละ 1 กิโลกรัม ต้องจ่ายเงิน 90 บาท แต่ถ้าซื้อเงาะ 2 กิโลกรัม ซื้อส้ม 1 กิโลกรัม จะต้องจ่ายเงิน 120 บาท

2. กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทนสิ่งโจทย์ต้องการให้หา

ให้ x แทน ราคาเงาะ 1 กิโลกรัม

y แทน ราคาส้ม 1 กิโลกรัม

3. สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ

แม่ค้าติดราคาขายเงาะกิโลกรัมละ x บาท ติดราคาขายส้มกิโลกรัมละ y บาท สมจิตรซื้อเงาะและส้มอย่างละ 1 กิโลกรัม ต้องจ่ายเงิน 90 บาท คือ $x + y = 90$
แต่ถ้าซื้อเงาะ 2 กิโลกรัม ซื้อส้ม 1 กิโลกรัม จะต้องจ่ายเงิน 120 บาทคือ $2x + y = 120$

$$x + y = 90 \quad \longrightarrow \quad \textcircled{1}$$

$$2x + y = 120 \quad \longrightarrow \quad \textcircled{2}$$

4. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)

$$\textcircled{2} - \textcircled{1}$$

$$x = 30$$

แทน $x = 30$ ในสมการที่ $\textcircled{1}$

จะได้

$$30 + y = 90$$

$$y = 60$$

5. ตรวจสอบ แทนค่า $x = 30$ และ $y = 60$ ในสมการที่ $\textcircled{1}$

$$\text{จะได้} \quad 30 + 60 = 90 \quad \text{จริง}$$

แทนค่า $x = 30$ และ $y = 60$ ในสมการที่ $\textcircled{2}$

$$\text{จะได้} \quad 2(30) + 60 = 120 \quad \text{จริง}$$

ดังนั้น เงาะราคา กิโลกรัมละ 30 บาท ส้มราคา กิโลกรัมละ 60 บาท



จุดประสงค์ที่ 4 แก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่และอัตราเร็วได้

เฉลยข้อ 4 ถ้าอัตราเร็วของการพายเรือตามน้ำจากท่าเรือ A ไปท่าเรือ B เท่ากับ 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมงแล้วอัตราเร็วของการพายเรือทวนน้ำจากท่าเรือ B กลับมายังท่าเรือ A เท่ากับ 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาอัตราเร็วของการพายเรือในน้ำนิ่ง

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

1. สิ่งโจทย์กำหนดให้

ถ้าอัตราเร็วของการพายเรือตามน้ำจากท่าเรือ A ไปท่าเรือ B เท่ากับ 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมงแล้วอัตราเร็วของการพายเรือทวนน้ำจากท่าเรือ B กลับมายังท่าเรือ A เท่ากับ 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

2. กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทนสิ่งโจทย์ต้องการให้หา

ให้ อัตราเร็วของการพายเรือในน้ำนิ่งเป็น	x	กิโลเมตร / ชั่วโมง
อัตราเร็วของกระแสน้ำเป็น	y	กิโลเมตร / ชั่วโมง
อัตราเร็วของการพายเรือตามน้ำ	$x + y$	กิโลเมตร / ชั่วโมง
อัตราเร็วของการพายเรือทวนน้ำ	$x - y$	กิโลเมตร / ชั่วโมง

3. สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ

$$x + y = 80 \longrightarrow \textcircled{1}$$

$$x - y = 50 \longrightarrow \textcircled{2}$$

4. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}; \quad 2x = 130$$

$$x = 65$$

แทน $x = 65$ ในสมการที่ $\textcircled{1}$

$$\text{จะได้} \quad 65 + y = 80$$

$$y = 15$$

5. ตรวจสอบคำตอบ แทนค่า $x = 65$ และ $y = 15$ ในสมการที่ $\textcircled{1}$

$$\text{จะได้} \quad 65 + 15 = 80 \quad \text{จริง}$$

แทนค่า $x = 65$ และ $y = 15$ ในสมการที่ $\textcircled{2}$

$$\text{จะได้} \quad 65 - 15 = 50 \quad \text{จริง}$$

ดังนั้น อัตราเร็วของการพายเรือในน้ำนิ่งเป็น 65 กิโลเมตร / ชั่วโมง



จุดประสงค์ที่ 5 แก่โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับแรงงานได้

เฉลยข้อ 5 ผู้ชาย 2 คนกับผู้หญิง 1 คน ทำงานอย่างหนึ่งเสร็จในเวลา 3 ชั่วโมง และผู้ชาย 2 คนกับผู้หญิง 4 คน ทำงานอย่างเดียวกันเสร็จในเวลา 2 ชั่วโมง การทำงานของผู้ชายและผู้หญิงคิดเป็นอัตราส่วนเท่าใด

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

1. สิ่งโจทย์กำหนดให้

ผู้ชาย 2 คนกับผู้หญิง 1 คน ทำงานอย่างหนึ่งเสร็จในเวลา 3 ชั่วโมง และผู้ชาย 2 คนกับผู้หญิง 4 คน ทำงานอย่างเดียวกันเสร็จในเวลา 2 ชั่วโมง

2. กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทนสิ่งโจทย์ต้องการให้หา

ให้ 1 ชั่วโมง ผู้ชาย 1 คน ทำงานได้ x หน่วย

ให้ 1 ชั่วโมง ผู้หญิง 1 คน ทำงานได้ y หน่วย

3. สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ

ในเวลา 3 ชั่วโมง ผู้ชาย 2 คน ผู้หญิง 1 คน ทำงานได้

$$(3 \times 2 \times x) + (3 \times 1 \times y) = 6x + 3y \quad \text{หน่วย} \rightarrow \textcircled{1}$$

ในเวลา 2 ชั่วโมง ผู้ชาย 2 คน ผู้หญิง 4 คน ทำงานได้

$$(2 \times 2 \times x) + (2 \times 4 \times y) = 4x + 8y \quad \text{หน่วย} \rightarrow \textcircled{2}$$

4. แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (โดยใช้สมบัติการเท่ากัน)

$\textcircled{1} = \textcircled{2}$ เพราะเป็นการทำถนนสายเดียวกัน (ปริมาณงานเท่ากัน)

$$\text{จะได้} \quad 6x + 3y = 4x + 8y$$

$$6x - 4x = 8y - 3y$$

$$2x = 5y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{5}{2}$$

$$y = 2$$

5. ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า $x = 5$ และ $y = 2$ ในสมการที่ $\textcircled{1}$ และ $\textcircled{2}$

$$\textcircled{1} = \textcircled{2}$$

$$\text{จะได้} \quad 6(5) + 3(2) = 4(5) + 8(2) \quad \text{จริง}$$

ดังนั้น อัตราส่วนการทำงานของผู้ชายหนึ่งคนต่อผู้หญิงหนึ่งคน เท่ากับ $5 : 2$ *

ภาคผนวก ง

1. โครงการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนโดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
3. ตัวอย่างชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

โครงการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์
เรื่องโจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สาระหลัก	สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	จำนวนชั่วโมง
4. พีชคณิต	การแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	นำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้แก้ปัญหาได้	11
	- โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการหาจำนวน	- นำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้แก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการหาจำนวนได้	2
	- โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับรูปเรขาคณิต	- นำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้แก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับรูปเรขาคณิตได้	2
	- โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการซื้อขาย	- นำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้แก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการซื้อขายได้	2
	- โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่และอัตราเร็ว	- นำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้แก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่และอัตราเร็วได้	2
	- โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับแรงงาน	- นำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้แก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับแรงงานได้	2
		- ทดสอบหลังเรียน	1

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวน จำนวน 2 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวนเป็นประโยคภาษาที่บรรยายถึงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนตั้งแต่ 2 จำนวนขึ้นไป โดยต้องการคำตอบเชิงปริมาณหรือตัวเลข

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้แก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวนได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้ปลายทาง นักเรียนสามารถ

1. แก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวนได้

จุดประสงค์การเรียนรู้ปลายทาง

นักเรียนสามารถ

1. เปลี่ยนประโยคภาษาจากโจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้
2. บอกขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวนได้
3. แก่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ

นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหา
2. สื่อสารและนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความเชื่อมั่นในตนเอง
2. มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวน
มีดังนี้

1. อ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาพร้อมวิเคราะห์ว่าโจทย์ปัญหากำหนดอะไรมาให้
โจทย์ต้องการให้หาอะไร
2. กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา
3. สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และ
ตัวแปรที่กำหนดขึ้น
4. แก่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่สร้างขึ้นในข้อ 3
5. ตรวจสอบคำตอบที่ได้โดยการแทนค่าตัวแปรในสมการเชิงเส้นสองตัวแปรทั้ง

2 สมการ

ตัวอย่างที่ 1 ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 51 ถ้าจำนวนหนึ่งน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 13
จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

วิธีทำ ให้ x แทน จำนวนมาก

y แทน จำนวนน้อย

ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 51 คือ $x + y = 51$

ถ้าจำนวนหนึ่งน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 13 คือ $x - y = 13$

$$x + y = 51 \longrightarrow \textcircled{1}$$

$$x - y = 13 \longrightarrow \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}$$

$$2x = 64$$

$$x = \frac{64}{2}$$

$$x = 32$$

แทน $x = 32$ ในสมการที่ $\textcircled{1}$

จะได้

$$32 + y = 51$$

$$y = 51 - 32$$

$$y = 19$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า $x = 32$ และ $y = 19$ ในสมการที่ ①

จะได้ $32 + 19 = 51$ จริง

แทนค่า $x = 32$ และ $y = 19$ ในสมการที่ ②

จะได้ $32 - 19 = 13$ จริง

ดังนั้น จำนวนทั้งสองจำนวน คือ 32 และ 19



ตัวอย่างที่ 2 สองเท่าของผลต่างของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 12 และผลบวกของจำนวนทั้งสองเท่ากับ 26 จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

วิธีทำ ให้ x แทน จำนวนมาก

y แทน จำนวนน้อย

สองเท่าของผลต่างของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 12 คือ $2(x - y) = 12$

ผลบวกของจำนวนทั้งสองเท่ากับ 26 คือ $x + y = 26$

จาก $2(x - y) = 12$

จะได้ $2x - 2y = 12 \rightarrow \text{①}$

$x + y = 26 \rightarrow \text{②}$

② $\times 2$ $2x + 2y = 52 \rightarrow \text{③}$

③ $+$ ② $4x = 64$

$$x = \frac{64}{4}$$

$$x = 16$$

แทน $x = 16$ ในสมการที่ ②

จะได้ $16 + y = 26$

$$y = 26 - 16$$

$$y = 10$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า $x = 16$ และ $y = 10$ ในสมการที่ ①

จะได้ $2(16) - 2(10) = 12$ จริง

แทนค่า $x = 16$ และ $y = 10$ ในสมการที่ ②

จะได้ $16 + 10 = 26$ จริง

ดังนั้น จำนวนทั้งสองจำนวน คือ 16 และ 10



สื่อการเรียนรู้

1. ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวน

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ 10 นาที

1. ครูชี้แจงจุดประสงค์การเรียนรู้และการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวน

2. ทบทวนความรู้เรื่องโจทย์ปัญหาสมการตัวแปรเดียวที่เกี่ยวกับการหาจำนวน โดยการถาม – ตอบนักเรียนเป็นรายบุคคล เช่น $2x - 5 = 3$, สามในห้าของจำนวนจำนวนหนึ่งเท่ากับ 24 ฯลฯ

ขั้นสอน 40 นาที

1. ครูใช้การถาม – ตอบเพื่อให้นักเรียนศึกษาคำชี้แจง จุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา และปฏิบัติกิจกรรมในชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวน ตอนที่ 1 เป็นรายบุคคล ถ้านักเรียนมีข้อสงสัยให้มีการอธิบายเพิ่มเติม

2. ครูใช้การถามประกอบการอธิบายเรื่องหลักการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวน เพื่อเปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์

3. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเกี่ยวกับการเปลี่ยนประโยคภาษาจากโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวนเป็นประโยคสัญลักษณ์และหลักการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเพื่อเปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์

4. ครูให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมเกี่ยวกับการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเพื่อเปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์ ในชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวน ตอนที่ 1

5. ครูใช้คำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเรื่องการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวนเพื่อเปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์

ขั้นสรุป 10 นาที

นักเรียนช่วยกันสรุปหลักการ แนวคิด เกี่ยวกับการเปลี่ยนประโยคภาษาจากโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวนเป็นประโยคสัญลักษณ์และหลักการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวนเพื่อเปลี่ยนเป็นประโยค

สัญลักษณ์

การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องมากกว่า 80 %
2. สังเกตจากการทำกิจกรรมในชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวน ตอนที่ 1	2. นักเรียนร่วมมือในการทำกิจกรรม และทำได้ถูกต้องมากกว่า 80 %

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นนำ 10 นาที

1. ครูชี้แจงจุดประสงค์การเรียนรู้และการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวน
2. ทบทวนความรู้เรื่อง การเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์และการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเพื่อเปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์ของโจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวน โดยการถาม – ตอบให้นักเรียนช่วยกันตอบ ถ้านักเรียนยังมีข้อสงสัยให้นักเรียนย้อนกลับไปศึกษาชุดกิจกรรมการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวน ตอนที่ 1 อีกครั้งหนึ่ง

ขั้นสอน 40 นาที

1. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3 – 4 คนแล้วครูใช้การถาม – ตอบเพื่อให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันศึกษาหลักการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวน ตอนที่ 2 ถ้านักเรียนกลุ่มใดยังมีข้อสงสัยให้ซักถามครูและอภิปรายกับเพื่อนได้ โดยครูคอยดูแลการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียนอย่างใกล้ชิด
2. ครูใช้การถาม – ตอบประกอบการอธิบายเพื่อให้นักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับหลักการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับการหาจำนวน
3. ครูให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยว

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

จำนวน 2 ชั่วโมง

สาระสำคัญ

โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตเป็นประโยคภาษาที่บรรยายถึงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณตั้งแต่ 2 ชนิดขึ้นไป โดยต้องการคำตอบเชิงปริมาณหรือตัวเลขตามที่โจทย์ต้องการให้หา

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

นำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้แก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้ปลายทาง นักเรียนสามารถ

1. แก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตได้

จุดประสงค์การเรียนรู้นำทาง

นักเรียนสามารถ

1. เปลี่ยนประโยคภาษาจากโจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้
2. บอกขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตได้
3. แก่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ

นักเรียนมีความสามารถในการ

1. แก้ปัญหา
2. คิดริเริ่มสร้างสรรค์

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความรับผิดชอบ

2. มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตมีดังนี้

1. อ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาพร้อมวิเคราะห์ว่าโจทย์ปัญหากำหนดอะไรมาให้ โจทย์ต้องการให้หาอะไร
2. กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา
3. สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และตัวแปรที่กำหนดขึ้น
4. แก่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่สร้างขึ้นในข้อ 3
5. ตรวจสอบคำตอบที่ได้โดยการแทนค่าตัวแปรในสมการเชิงเส้นสองตัวแปรทั้ง

2 สมการ

ตัวอย่างที่ 1 ที่ดินแปลงหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความยาวของด้านยาวรวมกับความยาวของด้านกว้างเป็น 24 เมตร และผลต่างระหว่างความยาวของด้านยาวกับความยาวของด้านกว้างเป็น 4 เมตร จงหาความกว้างและความยาวของที่ดินแปลงนี้

วิธีทำ ให้ x แทน ความกว้าง

y แทน ความยาว

ที่ดินแปลงหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความยาวของด้านยาวรวมกับความยาวของด้านกว้างเป็น 24 เมตร คือ $x + y = 24$

ผลต่างระหว่างความยาวของด้านยาวกับความยาวของด้านกว้างเป็น 4 เมตร

คือ $y - x = 4$

$$x + y = 24 \longrightarrow \textcircled{1}$$

$$y - x = 4 \longrightarrow \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$;

$$2y = 28$$

$$y = \frac{28}{2}$$

$$y = 14$$

แทน $y = 14$ ในสมการที่ $\textcircled{2}$

จะได้

$$14 - x = 4$$

$$x = 14 - 4$$

$$x = 10$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า $x = 10$ และ $y = 14$ ในสมการที่ ①

จะได้ $10 + 14 = 24$ จริง

แทนค่า $x = 10$ และ $y = 14$ ในสมการที่ ②

จะได้ $14 - 10 = 4$ จริง

ดังนั้น ที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแปลงนี้กว้าง 10 เมตร และยาว 14 เมตร



ตัวอย่างที่ 2 ลวดหนามขดหนึ่งยาว 36 เมตร นำไปล้อมรั้วรอบพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านกว้างสั้นกว่าด้านยาว 4 เมตร ได้พอดี จงหาขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้

วิธีทำ ให้ x แทน ความกว้าง

y แทน ความยาว

ลวดหนามขดหนึ่งยาว 36 เมตร คือ $2x + 2y = 36$

ด้านกว้างสั้นกว่าด้านยาว 4 เมตร คือ $y - x = 4$

$$2x + 2y = 36 \rightarrow \text{①}$$

$$y - x = 4 \rightarrow \text{②}$$

$$\text{②} \times 2 ; \quad 2y - 2x = 8 \rightarrow \text{③}$$

$$\text{③} + \text{①} ; \quad 4y = 44$$

$$y = \frac{44}{4}$$

$$y = 11$$

แทน $y = 11$ ในสมการที่ ②

จะได้ $11 - x = 4$

$$x = 11 - 4$$

$$x = 7$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า $x = 7$ และ $y = 11$ ในสมการที่ ①

จะได้ $2(7) + 2(11) = 36$ จริง

แทนค่า $x = 7$ และ $y = 11$ ในสมการที่ ②

จะได้ $11 - 7 = 4$ จริง

ดังนั้น พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้กว้าง 7 เมตร และยาว 11 เมตร



สื่อการเรียนรู้

1. ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นนำ 10 นาที

1. ครูชี้แจงจุดประสงค์การเรียนรู้และการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต
2. ทบทวนความรู้เรื่องโจทย์ปัญหาสมการตัวแปรเดียวที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตโดยการถาม – ตอบนักเรียนเป็นรายบุคคล เช่น $3x + 5 = 6$, สองเท่าของด้านกว้างมากกว่าด้านยาวอยู่ 5 ซม.

ขั้นสอน 40 นาที

1. ครูใช้การถาม – ตอบเพื่อให้นักเรียนศึกษาคำชี้แจง จุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา และปฏิบัติกิจกรรมในชุดการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต ตอนที่ 1 เป็นรายบุคคล ถ้านักเรียนมีข้อสงสัยให้มีการอธิบายเพิ่มเติม
2. ครูใช้คำถามประกอบการอธิบายเรื่องหลักการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตเพื่อเปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์
3. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเกี่ยวกับการเปลี่ยนประโยคภาษาจากโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต เป็นประโยคสัญลักษณ์และหลักการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเพื่อเปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์
4. ครูให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมเกี่ยวกับการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเพื่อเปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์ ในชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต ตอนที่ 1
5. ครูใช้คำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเรื่องการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต เพื่อเปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์

ขั้นสรุป 10 นาที

นักเรียนช่วยกันสรุปหลักการ แนวคิด เกี่ยวกับการเปลี่ยนประโยคภาษาจากโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิตเป็นประโยคสัญลักษณ์ และหลักการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต เพื่อเปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์

การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนตอบคำถามได้ถูกต้องมากกว่า 80 %
2. สังเกตจากการทำกิจกรรมในชุดการสอน สอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสอง ตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต ตอนที่ 1	2. นักเรียนร่วมมือในการทำกิจกรรมได้ถูกต้อง มากกว่า 80 %

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นนำ 10 นาที

1. ครูชี้แจงจุดประสงค์การเรียนรู้และการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

2. ทบทวนความรู้เรื่อง การเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์และการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเพื่อเปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์ของโจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต โดยการถาม – ตอบให้นักเรียนช่วยกันตอบ ถ้านักเรียนยังมีข้อสงสัยให้นักเรียนย้อนกลับไปศึกษาชุดกิจกรรมการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต ตอนที่ 1 อีกครั้งหนึ่ง

ขั้นสอน 40 นาที

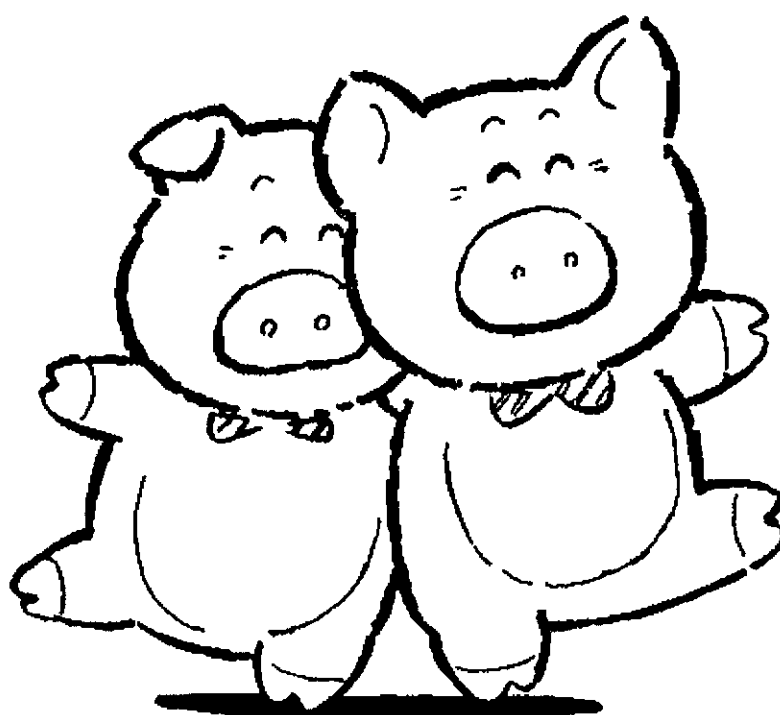
1. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 4 – 5 คน และใช้การถาม – ตอบเพื่อให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาหลักการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต ตอนที่ 2 ถ้านักเรียนกลุ่มใดยังมีข้อสงสัยให้ซักถามครูและอภิปรายกับเพื่อนได้ โดยครูคอยดูแลการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียนอย่างใกล้ชิด

2. ครูใช้คำถามประกอบการอธิบายเพื่อให้นักเรียนช่วยกันสรุปเกี่ยวกับหลักการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

3. ครูให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต ตอนที่ 2

ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์

ชุดที่ 1



เรื่อง...

โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
ที่เกี่ยวกับการหาจำนวน

ตอนที่ 1

การเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์
และการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเพื่อเปลี่ยนเป็น
ประโยคสัญลักษณ์

คำชี้แจง

ชุดการสอนซ่อมเสริมนี้ นักเรียนสามารถศึกษาได้ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ โดยปฏิบัติ
ดังนี้

1. อ่านเนื้อหาสาระให้เข้าใจ ตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดทุกตอนตามลำดับ
2. ควรตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดให้เสร็จสิ้นก่อนที่จะเปิดดูเฉลย เพราะถ้าเปิดดูเฉลย

ก่อน นักเรียนจะไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนตามชุดการสอนซ่อมเสริมนี้



จุดประสงค์

เมื่อนักเรียน เรียนเรื่องโจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแล้ว นักเรียนสามารถ

1. เปลี่ยนข้อความทางภาษาเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
2. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้
3. แก่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้
4. ตรวจคำตอบโดยการแทนค่าตัวแปรได้



ความรู้พื้นฐาน

ก่อนเรียนเรื่องนี้ นักเรียนต้อง

1. แก่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้
2. บวก – ลบ พหุนามได้



โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ข้อความและสัญลักษณ์

ข้อความที่เขียนเป็นภาษาบางข้อความ สามารถเขียนแทนได้ด้วยสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการกำหนดตัวแปรแทนจำนวนบางจำนวนที่ไม่ทราบค่าแล้วอาศัยเงื่อนไขจากข้อความภาษาที่กำหนดมาให้เขียนเป็นพหุนามแทนข้อความภาษานั้น

ลองพิจารณา

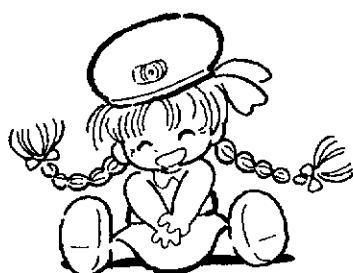


ข้อความ	สัญลักษณ์	ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า
จำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับอีกจำนวนหนึ่ง	$x + y$ หรือ $y + x$	x แทน จำนวนจำนวนหนึ่ง y แทน จำนวนอีกจำนวนหนึ่ง
จำนวนหนึ่งจำนวนลบกับอีกจำนวนหนึ่ง	$x - y$ หรือ $y - x$	x แทน จำนวนจำนวนหนึ่ง y แทน จำนวนอีกจำนวนหนึ่ง
ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับอีกจำนวนหนึ่ง	$x + y$ หรือ $y + x$	x แทน จำนวนจำนวนหนึ่ง y แทน จำนวนอีกจำนวนหนึ่ง
ผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับอีกจำนวนหนึ่ง	$x - y$ หรือ $y - x$	x แทน จำนวนจำนวนหนึ่ง y แทน จำนวนอีกจำนวนหนึ่ง



เอ! แล้วข้อความต่อไปนี้ละ
น่าจะใช้สัญลักษณ์แทนได้อย่างไร
เมื่อ x และ y เป็นตัวแปรแทนจำนวน
ที่ไม่ทราบค่า

ข้อความ	สัญลักษณ์	ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า
ผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสองเท่าของอีกจำนวนหนึ่ง	(1)	x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง y แทนจำนวนอีกจำนวนหนึ่ง
ผลต่างของสามเท่าของจำนวนหนึ่งจำนวนกับอีกจำนวนหนึ่ง	(2)	x แทน(3) y แทน(4)
สามในสี่ของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับอีกจำนวนหนึ่ง	(5)	x แทน(6) y แทน(7)
เศษสามส่วนสี่ของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสามเท่าของอีกจำนวนหนึ่ง	(8)	x แทน(9) y แทน(10)



มาช่วยกันเติมข้อความหรือ
สัญลักษณ์ในช่องว่างให้สมบูรณ์
ดีกว่า

ข้อความ	สัญลักษณ์	ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า
ผลต่างของสองเท่าของจำนวนจำนวน หนึ่งกับสามเท่าของอีกจำนวนหนึ่ง	(1)	x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง y แทนจำนวนอีกจำนวนหนึ่ง
(2)	$4x + 5y$	x แทน จำนวนจำนวนหนึ่ง y แทน จำนวนอีกจำนวนหนึ่ง
(3)	$\frac{1}{2}x - y$	x แทน จำนวนจำนวนหนึ่ง y แทน จำนวนอีกจำนวนหนึ่ง
ผลบวกของหนึ่งในสี่เท่าของจำนวน จำนวนหนึ่งกับสามเท่าของอีกจำนวน หนึ่ง	(4)	x แทน(5) y แทน(6)

เฉลย

1. $x + 2y$
2. $3x - y$
3. x แทน จำนวนจำนวนหนึ่ง
4. y แทน จำนวนอีกจำนวนหนึ่ง
5. $\frac{3}{4}(x + y)$
6. x แทน จำนวนจำนวนหนึ่ง
7. y แทน จำนวนอีกจำนวนหนึ่ง
8. $\frac{3}{4}(x - 3y)$
9. x แทน จำนวนจำนวนหนึ่ง
10. y แทน จำนวนอีกจำนวนหนึ่ง

เดินต่อไป

ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์

ประโยคภาษา เป็นประโยคที่กล่าวถึงสิ่งใดสิ่งหนึ่งในเชิงบรรยาย ให้ทราบข้อเท็จจริงของสิ่งนั้น ๆ

ประโยคสัญลักษณ์ เป็นประโยคที่เขียนแทนประโยคภาษาเพื่อความสะดวกในการคิดคำนวณ

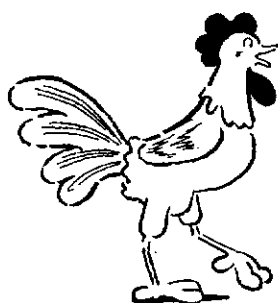
การเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ต้องรู้จักใช้สัญลักษณ์แทนส่วนที่กล่าวถึงจำนวนและส่วนที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน การเขียนสัญลักษณ์แทนจำนวนถ้าเป็นตัวที่เราไม่ทราบค่าจะมีการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน



1. $2x - 3y$
2. สี่เท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับห้าเท่าของอีกจำนวนหนึ่ง
3. ผลต่างของหนึ่งในสองของจำนวนจำนวนหนึ่งกับอีกจำนวนหนึ่ง
4. $\frac{1}{4}x + 3y$
5. x แทน จำนวนจำนวนหนึ่ง
6. y แทน จำนวนอีกจำนวนหนึ่ง

ตัวอย่าง การเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์

ข้อความ	สัญลักษณ์	ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า
ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 45	$x + y = 45$	x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง y แทนจำนวนอีกจำนวนหนึ่ง
ผลต่างของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 15	$x - y = 15$	x แทน จำนวนจำนวนหนึ่ง y แทน จำนวนอีกจำนวนหนึ่ง
สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับ จำนวนอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 60	$3x + y = 60$	x แทน จำนวนจำนวนหนึ่ง y แทน จำนวนอีกจำนวนหนึ่ง
หนึ่งในสามของจำนวนจำนวนหนึ่ง เท่ากับอีกจำนวนหนึ่ง	$\frac{1}{3}x = y$	x แทน จำนวนจำนวนหนึ่ง y แทน จำนวนอีกจำนวนหนึ่ง
สามในสี่เท่าของผลต่างของจำนวน จำนวนหนึ่งกับอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 56	$\frac{3}{4}(x - y) = 56$	x แทน จำนวนจำนวนหนึ่ง y แทน จำนวนอีกจำนวนหนึ่ง



ง่ายนิดเดียวเห็นมั๊ยล่ะ !

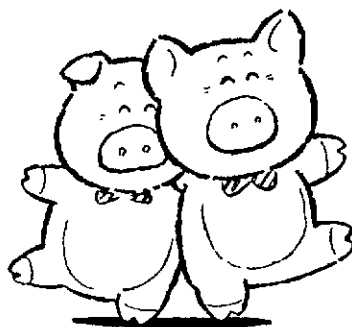
มาช่วยกันคิดต่อดีว่านะ

ข้อความ

สัญลักษณ์

ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า

ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 54	(1).....	x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง y แทนจำนวนอีกจำนวนหนึ่ง
สี่เท่าของผลต่างของจำนวนสองจำนวน เท่ากับ 18	(2).....	x แทน (3) y แทน (4)
หนึ่งในสองของจำนวนจำนวนหนึ่งบวก กับอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 6	(5).....	x แทน (6) y แทน (7)
หนึ่งในสองของผลต่างของจำนวน จำนวนหนึ่งกับอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 5	(8).....	x แทน (9) y แทน (10)
สองเท่าของผลบวกของจำนวนจำนวน หนึ่งกับอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 26	(11).....	x แทน (12) y แทน (13)



ใช้ปัญญาช่วยกันคิดอีกหน่อยนะ

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์	
	ผิด	ถูก
1. สามเท่าของผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 15	$3x + y = 15$	
2. หนึ่งในสามของจำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 3	$\frac{1}{3}(x - y) = 3$	
3. ผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสามเท่าของอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 4	$3y - x = 4$	
4. สามเท่าของผลบวกของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสองเท่าของอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 25	$3x + 2y = 25$	



เฉลย

1. $x + y = 54$
2. $4(x - y) = 18$
3. x แทน จำนวนจำนวนหนึ่ง
4. y แทน จำนวนอีกจำนวนหนึ่ง
5. $\frac{1}{2}x + y = 6$
6. x แทน จำนวนจำนวนหนึ่ง
7. y แทน จำนวนอีกจำนวนหนึ่ง
8. $\frac{1}{2}(x - y) = 5$
9. x แทน จำนวนจำนวนหนึ่ง
10. y แทน จำนวนอีกจำนวนหนึ่ง
11. $2(x + y) = 26$
12. x แทน จำนวนจำนวนหนึ่ง
13. y แทน จำนวนอีกจำนวนหนึ่ง

เก่งมากเลย

ถ้าทำถูก 7 ข้อขึ้นไป

แต่

ถ้าไม่ถึง 7 ข้อ ควรจะย้อน

กลับไปศึกษาใหม่ตั้งแต่ต้น

นะคะ

การวิเคราะห์โจทย์ปัญหา เพื่อเปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์

โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

กรณีที่โจทย์ไม่ซับซ้อนนัก การวิเคราะห์โจทย์เป็นการวิเคราะห์เพื่อหาว่า

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร
2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
3. สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร
4. เขียนสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และตัวแปรที่กำหนดแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ



1. $3(x + y) = 15$

2. $\frac{1}{3}x - y = 3$

3. $x - 3y = 4$

4. $3(x + 2y) = 25$



ประโยคภาษาและประโยค
สัญลักษณ์แตกต่างกัน ตรงไหน



ต่างกันตรงที่ประโยคภาษา
ไม่มีสัญลักษณ์แสดงความ
สัมพันธ์ระหว่างจำนวน

ตัวอย่าง ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 12 ถ้าจำนวนหนึ่งน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 4 จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

ตารางวิเคราะห์

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร	จำนวนทั้งสองนั้น
2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง	ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 12 ถ้าจำนวนหนึ่งน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 4
3. กำหนดตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า	x แทนจำนวนที่มีค่ามากกว่า y แทนจำนวนที่มีค่าน้อยกว่า
4. เขียนสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และตัวแปรที่กำหนดแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	$x + y = 12$ $x - y = 4$

โจทย์ ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 16 ถ้าจำนวนหนึ่งมากกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 5 จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

ตารางวิเคราะห์

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร	จำนวนทั้งสองนั้น
2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง	ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 16 ถ้าจำนวนหนึ่งมากกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 5
3. กำหนดตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า	x แทน(1) y แทน(2)
4. เขียนสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และตัวแปรที่กำหนดแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	(3)(4)



ช่วยเติมตารางนี้ให้สมบูรณ์

คนเก่งช่วยกันคิดหน่อยนะ

โจทย์

ผลต่างของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 8 ถ้าสองเท่าของจำนวนหนึ่งมากกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 4 จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

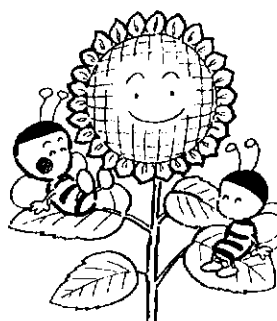
ตารางวิเคราะห์

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร	จำนวนทั้งสองนั้น
2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง	ผลต่างของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 8 ถ้าสองเท่าของจำนวนหนึ่งมากกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 4
3. กำหนดตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า	x แทน(1) y แทน(2)
4. เขียนสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และตัวแปรที่กำหนดแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	(3)(4)

เก่งจัง! ทำได้ถูกต้อง

เฉลย

1. x แทน จำนวนที่มีค่ามากกว่า
2. y แทน จำนวนที่มีค่าน้อยกว่า
3. $x + y = 16$
4. $x - y = 5$



เดินหน้าต่อไป

โจทย์

ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 23 ถ้าสองเท่าของจำนวนหนึ่งมากกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 5 จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

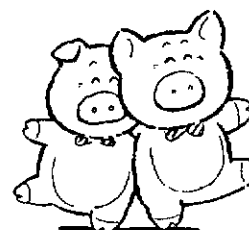
ตารางวิเคราะห์

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร	จำนวนทั้งสองนั้น
2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง	ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 23 ถ้าสองเท่าของจำนวนหนึ่งมากกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 5
3. กำหนดตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า	x แทน(1) y แทน(2)
4. เขียนสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และตัวแปรที่กำหนดแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	(3)(4)

เฉลย

1. x แทน จำนวนที่มีค่ามากกว่า
2. y แทน จำนวนที่มีค่าน้อยกว่า
3. $x - y = 8$
4. $2x - y = 4$

ง่ายจังเลย
ทำได้จริง ๆ ด้วย



ช่วยเติมตารางต่อไปนี้หน่อยนะ

โจทย์ ผลต่างของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 6 ถ้าสองเท่าของจำนวนหนึ่งรวมกับอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 14 จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

ตารางวิเคราะห์

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร	จำนวนทั้งสองนั้น
2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง	ผลต่างของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 6 ถ้าสองเท่าของจำนวนหนึ่งรวมกับอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 14
3. กำหนดตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า	x แทน(1) y แทน(2)
4. เขียนสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และตัวแปรที่กำหนดแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	(3)(4)



1. x แทน จำนวนที่มีค่ามากกว่า
2. y แทน จำนวนที่มีค่าน้อยกว่า
3. $x + y = 23$
4. $2x - y = 5$



ทบทวนการบวก – ลบจำนวนเต็ม

การบวกจำนวนเต็ม

ตัวอย่าง เช่น $1 + (-1) = 0$

$$(-1) + 1 = 0$$

1. $2 + (-2) = \dots\dots\dots$
2. $(-2) + 2 = \dots\dots\dots$
3. $3 + (-3) = \dots\dots\dots$
4. $(-3) + 3 = \dots\dots\dots$
5. $3 + (-3) = \dots\dots\dots$
6. $(-3) + 3 = \dots\dots\dots$
7. $4 + (-4) = \dots\dots\dots$
8. $(-4) + 4 = \dots\dots\dots$
9. $4 + (-5) = \dots\dots\dots$
10. $(-5) + 4 = \dots\dots\dots$
11. $6 + (-4) = \dots\dots\dots$
12. $(-4) + 6 = \dots\dots\dots$

การลบจำนวนเต็ม

ตัวอย่าง เช่น $1 - 1 = 0$

$$(-1) - (-1) = 0$$

1. $2 - 2 = \dots\dots\dots$
2. $3 - 3 = \dots\dots\dots$
3. $4 - 4 = \dots\dots\dots$
4. $5 - 5 = \dots\dots\dots$
5. $(-2) - (-2) = \dots\dots\dots$
6. $(-3) - (-3) = \dots\dots\dots$
7. $(-4) - (-4) = \dots\dots\dots$
8. $(-5) - (-5) = \dots\dots\dots$
9. $(-1) - 2 = \dots\dots\dots$
10. $(-2) - (-1) = \dots\dots\dots$
11. $(-5) - (-1) = \dots\dots\dots$
12. $2 - (-1) = \dots\dots\dots$



1. x แทน จำนวนที่มีค่ามากกว่า
2. y แทน จำนวนที่มีค่าน้อยกว่า
3. $x - y = 6$
4. $2x + y = 14$



ทบทวนการบวกพหุนาม

การบวกพหุนาม

ผลบวกของพหุนามหาได้โดยนำพหุนามมาเขียนในรูปการบวก และถ้ามีพจน์ที่คล้ายกันให้บวกพจน์ที่คล้ายกันเข้าด้วยกัน

ตัวอย่างเช่น $(3x - y) + (2x + 2y) = (3x + 2x) + (-y + 2y)$
 $= 5x + y$

แบบฝึกหัด

1. $(2x + y) + (x + 2y)$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

2. $(2s + 5t) + (5s + 8t)$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

3. $(x + y) + (x - y)$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

4. $(4x + 6y) + (4x - 6y)$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

5. $(3x - 4y) + (3y - 3x)$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

6. $(4x + 3y) + (-4x + 3y)$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$



เฉลย

ทบทวนการบวกจำนวนเต็ม

1. 0

7. 0

2. 0

8. 0

3. 0

9. -1

4. 0

10. -1

5. 0

11. 2

6. 0

12. 2

ทบทวนการลบจำนวนเต็ม

1. 0

7. 0

2. 0

8. 0

3. 0

9. -3

4. 0

10. -1

5. 0

11. -4

6. 0

12. 3

ทบทวนการลบพหุนาม

การลบพหุนาม

การลบพหุนามด้วยพหุนามทำได้โดยการบวกพหุนามที่เป็นตัวตั้งด้วยจำนวนตรงข้ามของพจน์แต่ละพจน์ของพหุนามที่เป็นตัวลบ

$$\begin{aligned}\text{ตัวอย่างเช่น } (3x - y) - (2x + 2y) &= (3x + (-2x)) + (-y + (-2y)) \\ &= x - 3y\end{aligned}$$

แบบฝึกหัด

1. $(2x + y) - (x + 2y)$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

2. $(2s + 5t) - (5s + 8t)$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

3. $(x + y) - (x - y)$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

4. $(4x + 6y) - (4x - 6y)$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

5. $(3x + 4y) - (4y - 4x)$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

6. $(5x + 3y) - (-5x + 3y)$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$



ทบทวนการบวกพหุนาม

1. $(2x + y) + (x + 2y)$

$$= (2x + x) + (y + 2y) = 3x + 3y$$

2. $(2s + 5t) + (5s + 8t)$

$$= (2s + 5s) + (5t + 8t) = 7s + 13t$$

3. $(x + y) + (x - y)$

$$= (x + x) + (y + (-y)) = 2x$$

4. $(4x + 6y) + (4x - 6y)$

$$= (4x + 4x) + (6y + (-6y)) = 8x$$

5. $(3x - 4y) + (3y - 3x)$

$$= (3x + (-3x)) + ((-4y) + 3y) = -y$$

6. $(4x + 3y) + (-4x + 3y)$

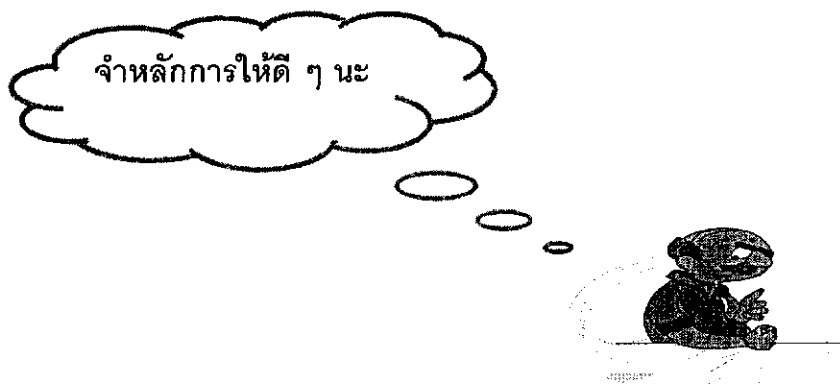
$$= (4x + (-4x)) + (3y + 3y) = 6y$$

ตอนที่ 2

โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้น

หลักการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

1. อ่านวิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการทราบอะไร
2. กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปร แทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
3. เขียนสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และตัวแปรที่กำหนดแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ 2 สมการ
4. แก้ระบบสมการโดยใช้ความรู้เรื่องการบวก – ลบพหุนาม
5. ตรวจสอบคำตอบ



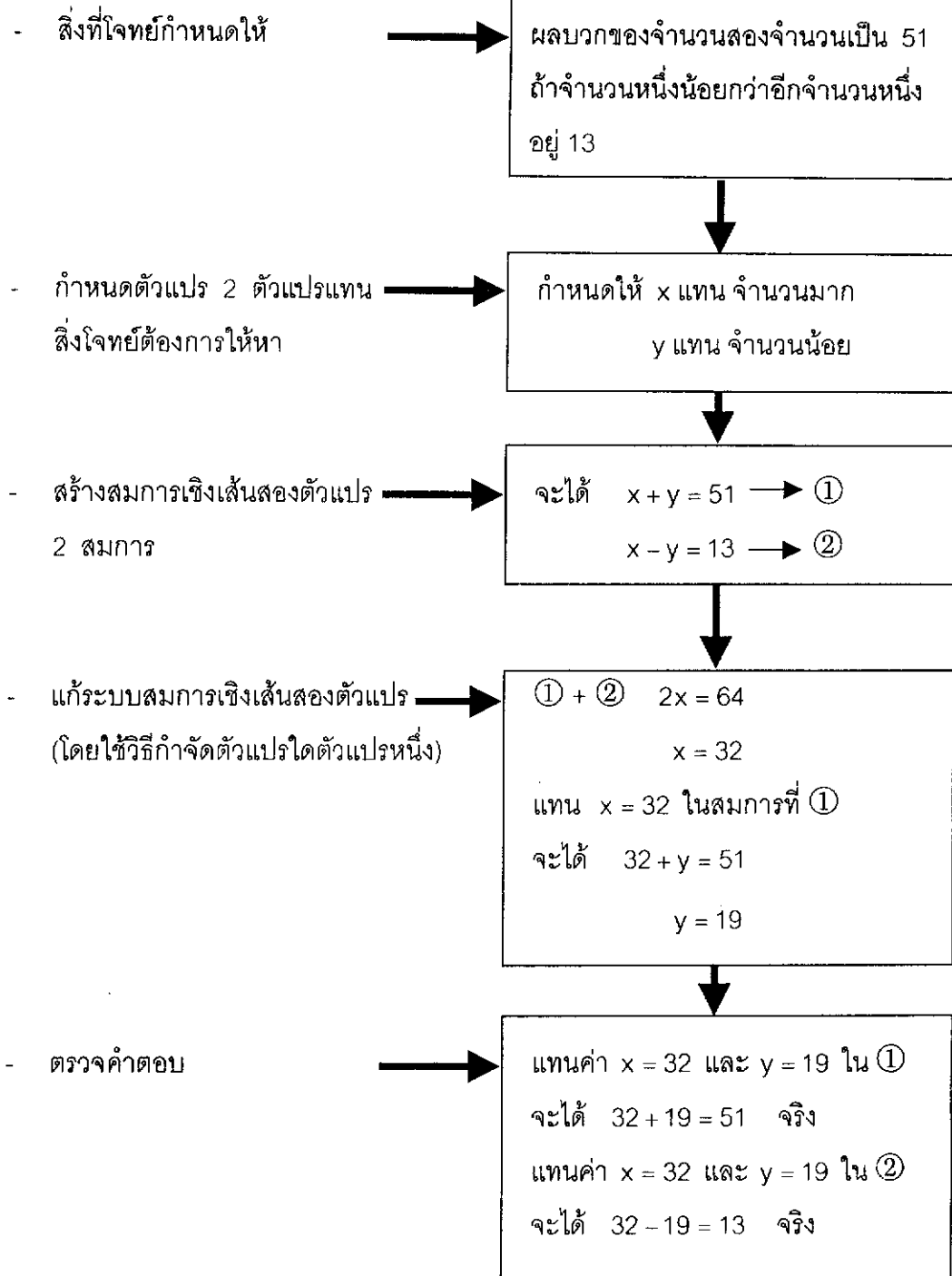
ทบทวนการลบพหุนาม

- | | |
|---|---|
| <p>1. $(2x + y) - (x + 2y)$
 $= (2x + (-x)) + (y + (-2y)) = x - y$</p> <p>2. $(2s + 5t) - (5s + 8t)$
 $= (2s + (-5s)) + (5t + (-8t)) = -3s - 3t$</p> <p>3. $(x + y) - (x - y)$
 $= (x + (-x)) + (y + y) = 2y$</p> | <p>4. $(4x + 6y) - (4x - 6y)$
 $= (4x + (-4x)) + (6y + 6y) = 12y$</p> <p>5. $(3x + 4y) - (4y - 4x)$
 $= (3x + 4x) + (4y + (-4y)) = 7x$</p> <p>6. $(5x + 3y) - (-5x + 3y)$
 $= (5x + 5x) + (3y + (-3y)) = 10x$</p> |
|---|---|

ตัวอย่างที่ 1 ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 51 ถ้าจำนวนหนึ่งน้อยกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 13 จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร



ดังนั้น จำนวนทั้งสองจำนวน คือ 32 และ 19



โจทย์ ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 12 ถ้าจำนวนหนึ่งมากกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 4 จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้



- กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทน
สิ่งโจทย์ต้องการให้หา



- สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2 สมการ



- แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
(โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)



- ตรวจสอบคำตอบ



ดังนั้น จำนวนทั้งสองจำนวน คือ





เฉลย ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 12 ถ้าจำนวนหนึ่งมากกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 4 จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

- สิ่งโจทย์กำหนดให้

ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 12
ถ้าจำนวนหนึ่งมากกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 4

- กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทน
สิ่งโจทย์ต้องการให้หา

กำหนดให้ x แทน จำนวนมาก
 y แทน จำนวนน้อย

- สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2 สมการ

จะได้ $x + y = 12 \rightarrow \textcircled{1}$
 $x - y = 4 \rightarrow \textcircled{2}$

- แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
(โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)

$\textcircled{1} + \textcircled{2} \quad 2x = 16$
 $x = 8$
แทน $x = 8$ ใน $\textcircled{1}$
จะได้ $8 + y = 12$
 $y = 4$

- ตรวจสอบคำตอบ

แทนค่า $x = 8$ และ $y = 4$ ใน $\textcircled{1}$
จะได้ $8 + 4 = 12$ จริง
แทนค่า $x = 8$ และ $y = 4$ ใน $\textcircled{2}$
 $8 - 4 = 4$ จริง

ดังนั้น จำนวนทั้งสองจำนวน คือ 8 และ 4



โจทย์ ผลต่างของจำนวนสองจำนวนเป็น 9 ถ้าผลบวกของจำนวนหนึ่งกับอีกจำนวนหนึ่งคือ 17
จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้




- กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทน
สิ่งโจทย์ต้องการให้หา




- สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2 สมการ




- แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
(โดยใช้วิธีการกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)




- ตรวจสอบคำตอบ



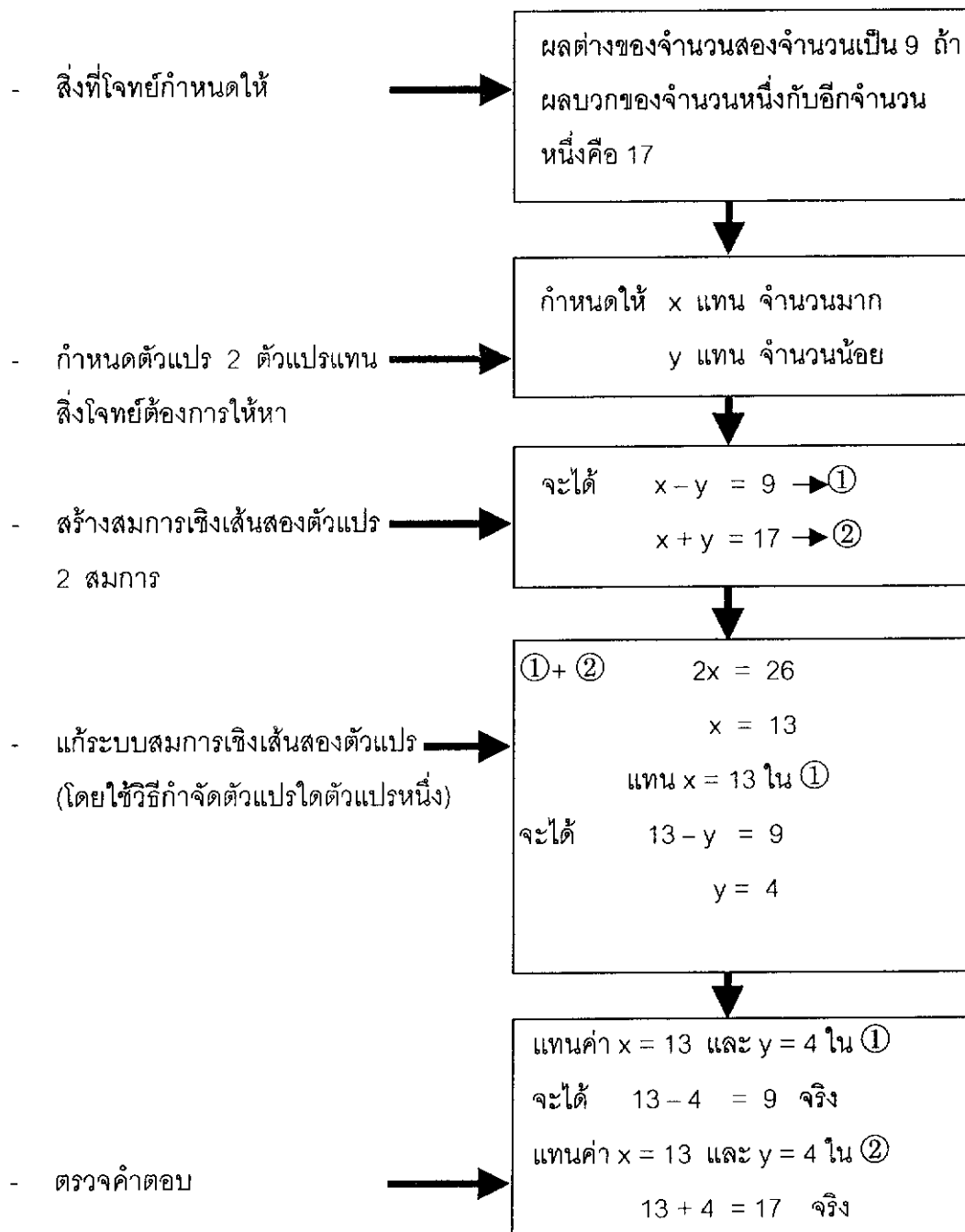
ดังนั้น จำนวนทั้งสองจำนวน คือ



เฉลย ผลต่างของจำนวนสองจำนวนเป็น 9 ถ้าผลบวกของจำนวนหนึ่งกับอีกจำนวนหนึ่งคือ 17
จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร



ดังนั้น จำนวนทั้งสองจำนวน คือ 13 และ 4



ตัวอย่างที่ 2

สองเท่าของผลต่างของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 12 และผลบวกของจำนวนทั้งสองเท่ากับ 26 จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

- สิ่งโจทย์กำหนดให้

สองเท่าของผลต่างของจำนวนสองจำนวน
เท่ากับ 12 และผลบวกของจำนวนทั้งสอง
เท่ากับ 26

- กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทน
สิ่งโจทย์ต้องการให้หา

กำหนดให้ x แทน จำนวนมาก
 y แทน จำนวนน้อย

- สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2 สมการ

จะได้ $2(x - y) = 12$
 $2x - 2y = 12 \rightarrow \textcircled{1}$
 $x + y = 26 \rightarrow \textcircled{2}$

- แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
(โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)

$\textcircled{2} \times 2;$ $2x + 2y = 52 \rightarrow \textcircled{3}$
 $\textcircled{1} + \textcircled{3};$ $4x = 64$
 $x = 16$
แทน $x = 16$ ในสมการ $\textcircled{2}$
จะได้ $16 + y = 26$
 $y = 10$

- ตรวจสอบคำตอบ

แทน $x = 16$ และ $y = 10$ ใน $\textcircled{1}$
จะได้ $2(16 - 10) = 12$ จริง
แทน $x = 16$ และ $y = 10$ ใน $\textcircled{2}$
จะได้ $16 + 10 = 26$ จริง

ดังนั้น จำนวนทั้งสองจำนวนคือ 16 และ 10



โจทย์ สองเท่าของผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 26 และผลต่างของจำนวนทั้งสองเท่ากับ 5 จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้



- กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทน
สิ่งโจทย์ต้องการให้หา



- สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2 สมการ



- แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
(โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)



- ตรวจสอบคำตอบ



ดังนั้น จำนวนทั้งสองจำนวน คือ





สองเท่าของผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 26 และผลต่างของจำนวนทั้งสองเท่ากับ 5 จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

- สิ่งที่เราโจทย์กำหนดให้



สองเท่าของผลบวกของจำนวนสองจำนวน
เท่ากับ 26 และผลต่างของจำนวนทั้งสอง
เท่ากับ 5



- กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทน
สิ่งโจทย์ต้องการให้หา



กำหนดให้ x แทน จำนวนมาก
 y แทน จำนวนน้อย



- สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2 สมการ



จะได้ $2(x + y) = 26$
 $2x + 2y = 26 \rightarrow \textcircled{1}$
 $x - y = 5 \rightarrow \textcircled{2}$



- แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
(โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)



$\textcircled{2} \times 2; 2x - 2y = 10 \rightarrow \textcircled{3}$
 $\textcircled{3} + \textcircled{1}; 4x = 36$
 $x = 9$
แทน $x = 9$ ใน $\textcircled{1}$
จะได้ $9 - y = 5$
 $y = 4$



- ตรวจสอบคำตอบ



แทนค่า $x = 9$ และ $y = 4$ ใน $\textcircled{1}$
จะได้ $2(9) + 2(4) = 26$ จริง
แทนค่า $x = 9$ และ $y = 4$ ใน $\textcircled{2}$
 $9 - 4 = 5$ จริง

ดังนั้น จำนวนทั้งสองจำนวน คือ 9 และ 4



โจทย์ สองเท่าของผลต่างของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 6 และผลบวกของจำนวนทั้งสองเท่ากับ 11 จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้



- กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทน
สิ่งโจทย์ต้องการให้หา



- สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2 สมการ



- แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
(โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)



- ตรวจสอบคำตอบ



ดังนั้น จำนวนทั้งสองจำนวน คือ





สองเท่าของผลต่างของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 6 และผลบวกของจำนวนทั้งสองเท่ากับ 11 จงหาจำนวนทั้งสองนั้น

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

- สิ่งทีโจทย์กำหนดให้



สองเท่าของผลต่างของจำนวนสองจำนวน
เท่ากับ 6 และผลบวกของจำนวนทั้งสอง
เท่ากับ 11



- กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทน
สิ่งโจทย์ต้องการให้หา



กำหนดให้ x แทน จำนวนมาก
 y แทน จำนวนน้อย



- สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2 สมการ



จะได้ $2(x - y) = 6$
 $2x - 2y = 6 \rightarrow \textcircled{1}$
 $x + y = 11 \rightarrow \textcircled{2}$



- แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
(โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)



$\textcircled{2} \times 2; 2x + 2y = 22 \rightarrow \textcircled{3}$
 $\textcircled{3} + \textcircled{1}; 4x = 28$
 $x = 7$
แทน $x = 7$ ใน $\textcircled{1}$
จะได้ $7 + y = 11$
 $y = 4$



- ตรวจสอบคำตอบ



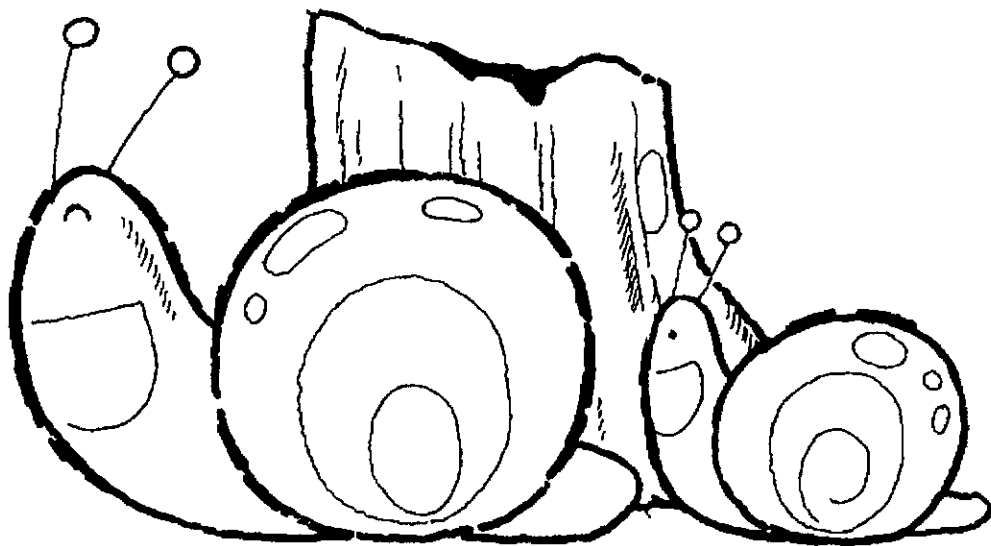
แทนค่า $x = 7$ และ $y = 4$ ใน $\textcircled{1}$
จะได้ $2(7) - 2(4) = 6$ จริง
แทนค่า $x = 7$ และ $y = 4$ ใน $\textcircled{2}$
 $7 + 4 = 11$ จริง

ดังนั้น จำนวนทั้งสองจำนวน คือ 7 และ 4



ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์

ชุดที่ 2



เรื่อง...

โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
ที่เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

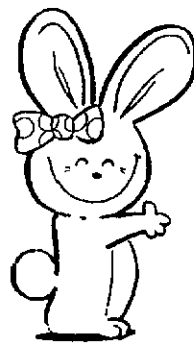
ตอนที่ 1

การเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์
และการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาเพื่อเปลี่ยนเป็น
ประโยคสัญลักษณ์

คำชี้แจง

ชุดการสอนซ่อมเสริมนี้ นักเรียนสามารถศึกษาได้ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ โดยปฏิบัติ
ดังนี้

1. อ่านเนื้อหาสาระให้เข้าใจ ตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดทุกตอนตามลำดับ
2. ควรตอบคำถามและทำแบบฝึกหัดให้เสร็จสิ้นก่อนที่จะเปิดดูเฉลย เพราะถ้าเปิดดูเฉลย
ก่อน นักเรียนจะไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนตามชุดการสอนซ่อมเสริมนี้



จุดประสงค์

เมื่อนักเรียน เรียนเรื่องโจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแล้ว นักเรียนสามารถ

1. เปลี่ยนข้อความทางภาษาเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
2. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้
3. แก่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้
4. ตรวจคำตอบโดยการแทนค่าตัวแปรได้



ความรู้พื้นฐาน

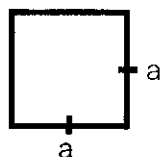
ก่อนเรียนเรื่องนี้ นักเรียนต้อง

1. แก่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้
2. บวก – ลบ พหุนามได้



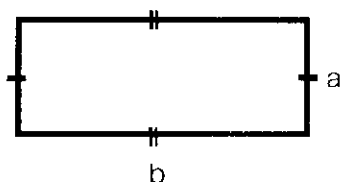
ทบทวนความรู้เรื่องพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและรูปสามเหลี่ยม

1. พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = ด้าน $\times$ ด้าน



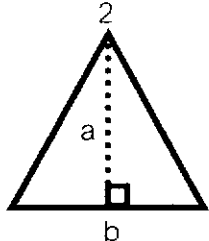
$$\text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส} = a \times a$$

2. พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = กว้าง $\times$ ยาว



$$\text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า} = a \times b$$

3. พื้นที่รูปสามเหลี่ยม = $\frac{1}{2} \times$ ความยาวฐาน $\times$ ความสูง



$$\text{พื้นที่รูปสามเหลี่ยม} = \frac{1}{2} \times a \times b$$

แบบฝึกหัด

จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้

1.

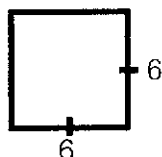


$$\text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า} = a \times b$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots \text{ตารางหน่วย}$$

2.

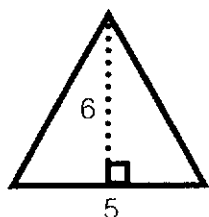


$$\text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส} = a \times a$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots \text{ตารางหน่วย}$$

3.



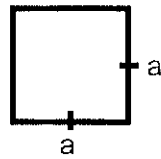
$$\text{พื้นที่รูปสามเหลี่ยม} = \frac{1}{2} \times a \times b$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots \text{ตารางหน่วย}$$

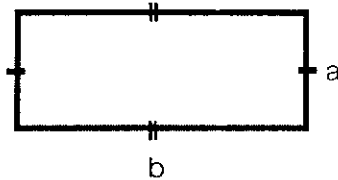
บททวนความรู้เรื่องความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและรูปสามเหลี่ยม

1. ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = $4 \times$ ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



$$\text{ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส} = 4 \times a$$

2. ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = $2(\text{กว้าง} + \text{ยาว})$ หรือ $(2 \times \text{กว้าง}) + (2 \times \text{ยาว})$

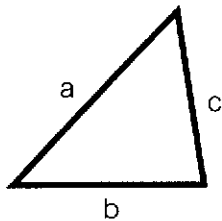


$$\text{ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า}$$

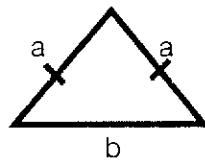
$$= 2(a + b)$$

$$= 2a + 2b$$

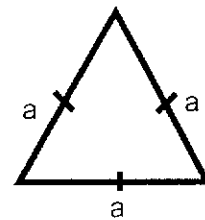
3. ความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ = ผลบวกของความยาวทั้งสามด้าน



$$\begin{aligned} \text{ความยาวรอบรูปของรูป} \\ \text{สามเหลี่ยมใด ๆ} &= a + b + c \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{ความยาวรอบรูปของรูป} \\ \text{สามเหลี่ยมหน้าจั่ว} \\ &= a + a + b \text{ หรือ } 2a + b \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{ความยาวรอบรูปของรูป} \\ \text{สามเหลี่ยมหน้าจั่ว} \\ &= a + a + a \text{ หรือ } 3a \end{aligned}$$

แบบฝึกหัด

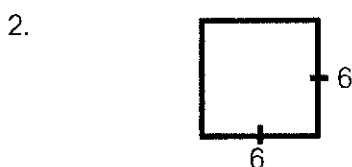
จงหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้



$$\text{ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า} = 2(a + b)$$

$$= \dots\dots\dots$$

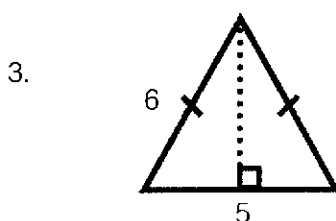
$$= \dots\dots\dots \text{ หน่วย}$$



$$\text{ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส} = 4 \times a$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots \text{ หน่วย}$$



$$\text{ความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม} = 2a + b$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots \text{ หน่วย}$$

โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ข้อความและสัญลักษณ์

ข้อความที่เขียนเป็นภาษาบางข้อความ สามารถเขียนแทนได้ด้วยสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการกำหนดตัวแปรแทนจำนวนบางจำนวนที่ไม่ทราบค่าแล้วอาศัยเงื่อนไขจากข้อความภาษาที่กำหนดมาให้เขียนเป็นพหุนามแทนข้อความภาษานั้น

ลองพิจารณา



ข้อความ	สัญลักษณ์	ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า
พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	$a \times a$ หรือ a^2	a แทน ความยาวด้านแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า	$x \times y$	x แทน ความยาวด้านกว้าง y แทน ความยาวด้านยาว
พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม	$\frac{1}{2} \times b \times h$	b แทน ความยาวฐาน h แทน ความสูง
ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	$4 \times a$	a แทน ความยาวด้านแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า	$2 \times (x + y)$ หรือ $2x + 2y$	x แทน ความยาวด้านกว้าง y แทน ความยาวด้านยาว

เฉลย

บททวนการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและรูปสามเหลี่ยม

1. 35 ตารางหน่วย
2. 36 ตารางหน่วย
3. 15 ตารางหน่วย

บททวนการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและรูปสามเหลี่ยม

1. 24 หน่วย
2. 24 หน่วย
3. 17 หน่วย



ช่วยหนูเติมตาราง
ข้างล่างนี้น้อยนะ
เมื่อกำหนด x และ y
เป็นตัวแปร

ข้อความ	สัญลักษณ์	ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า
ผลบวกของความยาวด้านกว้างกับความยาวด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า	(1)	x แทน ความยาวด้านยาว y แทน ความยาวด้านกว้าง
ผลต่างของความยาวด้านยาวและความยาวด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า	(2)	x แทน(3) y แทน(4)
หนึ่งในสี่ของความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า	(5)	x แทน(6) y แทน(7)
ผลต่างของความยาวฐานกับความสูงของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	(8)	x แทน(9) y แทน(10)
สองเท่าของพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ	(11)	x แทน(12) y แทน(13)
ผลบวกของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	(14)	x แทน(15) y แทน(16)

ช่วยพิจารณาเติมช่องว่างให้สมบูรณ์ด้วย

ข้อความ	สัญลักษณ์	ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า
ผลต่างของสองเท่าของด้านกว้างกับด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า	(1)	x แทน ความยาวด้านกว้าง y แทน ความยาวด้านยาว
(2)	$3x - 2y$	x แทน ความยาวฐานของรูปสามเหลี่ยม y แทน ความสูงของรูปสามเหลี่ยม
(3)	$2(x - y)$	x แทน ความยาวฐานของรูปสามเหลี่ยม y แทน ความสูงของรูปสามเหลี่ยม
สองในสามเท่าของผลบวกของความยาวด้านกว้างกับความยาวด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า	(4)	x แทน(5) y แทน(6)



1. $x + y$
2. $x - y$
3. x แทน ความยาวด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
4. y แทน ความยาวด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
5. $\frac{1}{4} (2x + 2y)$
6. x แทน ความยาวด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
7. y แทน ความยาวด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
8. $x - y$
9. x แทน ความยาวฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
10. y แทน ความสูงของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
11. $2\left(\frac{1}{2} \times x \times y\right)$
12. x แทน ความยาวฐานของรูปสามเหลี่ยม
13. y แทน ความสูงของรูปสามเหลี่ยม
14. $x + 2y$
15. x แทน ความยาวฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
16. y แทน ความยาวของด้านประกอบมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



เดินหน้าต่อไป

ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์

ประโยคภาษา เป็นประโยคที่กล่าวถึงสิ่งใดสิ่งหนึ่งในเชิงบรรยาย ให้ทราบข้อเท็จจริงของสิ่งนั้น ๆ

ประโยคสัญลักษณ์ เป็นประโยคที่เขียนแทนประโยคภาษาเพื่อความสะดวกในการคิดคำนวณ

การเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ต้องรู้จักใช้สัญลักษณ์แทนส่วนที่กล่าวถึงจำนวนและส่วนที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน การเขียนสัญลักษณ์แทนจำนวนถ้าเป็นตัวที่เราไม่ทราบค่าจะมีการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน



1. $2x - y$
2. ผลต่างของสามเท่าของความยาวฐานของรูปสามเหลี่ยมกับสองเท่าของความสูงของรูปสามเหลี่ยม
3. สองเท่าของผลต่างของความยาวฐานของรูปสามเหลี่ยมกับความสูงของรูปสามเหลี่ยม
4. $\frac{2}{3}(x + y)$
5. x แทน ความยาวด้านกว้าง
6. y แทนความยาวด้านยาว



ตัวอย่าง การเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์

ข้อความ	สัญลักษณ์	ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า
ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่ากับ 56 นิ้ว	$2(x + y) = 56$	x แทน ความยาวด้านยาว y แทน ความยาวด้านกว้าง
ผลต่างของความยาวด้านยาวกับความยาวด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่ากับ 27 เซนติเมตร	$x - y = 27$	x แทน ความยาวด้านยาว y แทน ความยาวด้านกว้าง
สี่เท่าของความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่ากับ 89 เซนติเมตร	$4(2x + 2y) = 89$	x แทน ความยาวด้านยาว y แทน ความยาวด้านกว้าง
สองเท่าของความยาวฐานของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเท่ากับความสูงของรูปสามเหลี่ยมรูปนั้น	$2x = y$	x แทน ความยาวฐานสูงของรูปสามเหลี่ยม y แทน ความสูงของรูปสามเหลี่ยม
สามในห้าเท่าของผลต่างของความยาวกับความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งเท่ากับ 15 เซนติเมตร	$\frac{3}{5}(x - y) = 15$	x แทน ความยาวด้านยาว y แทน ความยาวด้านกว้าง



มาลองฝึกใช้ปัญญาอีกนิด

ข้อความ

สัญลักษณ์

ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า

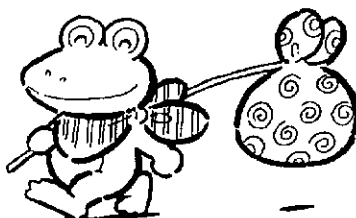
ผลบวกของสองเท่าของความยาวฐานกับ ความสูงของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเท่ากับ 78 เซนติเมตร	(1).....	x แทน ความยาวฐานของรูป สามเหลี่ยม y แทน ความสูงของรูปสามเหลี่ยม
---	----------	---

สามเท่าของผลต่างของความยาวด้านยาว กับความยาวด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืน ผ้าเท่ากับ 12 นิ้ว	(2).....	x แทน (3) y แทน (4)
---	----------	------------------------------------

สองในห้าของผลต่างของความยาวด้าน ยาวกับความยาวด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยม ผืนผ้าเท่ากับ 7 เซนติเมตร	(5).....	x แทน (6) y แทน (7)
--	----------	------------------------------------

สามในเจ็ดของความยาวด้านยาวต่างกับ สองเท่าของความยาวด้านกว้างของรูป สี่เหลี่ยมผืนผ้าอยู่ 5 นิ้ว	(8).....	x แทน (9) y แทน (10)
--	----------	-------------------------------------

สองเท่าของผลบวกของความยาวด้านยาว กับความยาวด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยม ผืนผ้าเท่ากับ 64 นิ้ว	(11).....	x แทน (12) y แทน (13)
--	-----------	--------------------------------------



ช่วยกันคิดต่อไปอีกหน่อยนะคะ

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์	
	ผิด	ถูก
1. สองเท่าของความยาวด้านยาวกับความยาวด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งเท่ากับ 54 นิ้ว	$2x + y = 54$	
2. สองในสามของความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งเท่ากับ 23 เซนติเมตร	$\frac{2}{3}(x + y) = 23$	
3. ความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วเท่ากับ 25 นิ้ว	$y + x = 25$	
4. คอกหมูแห่งหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีผลต่างของสองเท่าของความยาวด้านกว้างกับความยาวด้านยาวเท่ากับ 4 เมตร	$2(x - y) = 4$	



เฉลย

1. $2x + y = 78$
2. $3(x - y) = 12$
3. x แทน ความยาวด้านยาว
4. y แทน ความยาวด้านกว้าง
5. $\frac{2}{5}(y - x) = 7$
6. x แทน ความยาวด้านยาว
7. y แทน ความยาวด้านกว้าง
8. $\frac{3}{7}x - 2y = 5$
9. x แทน ความยาวด้านยาว
10. y แทน ความยาวด้านกว้าง
11. $2(x + y) = 64$
12. x แทน ความยาวด้านยาว
13. y แทน ความยาวด้านกว้าง

เก่งมากเลย
ถ้าทำถูก 7 ข้อขึ้นไป
แต่

ถ้าไม่ถึง 7 ข้อ ควรจะย้อน
กลับไปศึกษาใหม่ตั้งแต่ต้น
นะคะ

การวิเคราะห์โจทย์ปัญหา เพื่อเปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์

โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

กรณีที่โจทย์ไม่ซับซ้อนนัก การวิเคราะห์โจทย์เป็นการวิเคราะห์เพื่อหาว่า

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร
2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
3. สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร
4. เขียนสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และตัวแปรที่กำหนดแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ



1. $2(x + y) = 54$ (x แทน ความยาวด้านยาว และ
y แทน ความยาวด้านกว้าง)
2. $\frac{2}{3}(2x + 2y) = 23$ (x แทน ความยาวด้านยาว และ
y แทน ความยาวด้านกว้าง)
3. $x + 2y = 25$ (x แทน ความยาวฐาน และ
y แทน ความยาวของด้านประกอบมุมยอด)
4. $2y - x = 4$ (x แทน ความยาวด้านยาว และ
y แทน ความยาวด้านกว้าง)



ตัวอย่าง ลวดหนามชนิดหนึ่งยาว 36 เมตร นำไปล้อมรั้วรอบพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านกว้างสั้นกว่าด้านยาว 4 เมตร ได้พอดี จงหาขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้

ตารางวิเคราะห์

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร	ขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้
2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง	ลวดหนามชนิดหนึ่งยาว 36 เมตร นำไปล้อมรั้วรอบพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านกว้างสั้นกว่าด้านยาว 4 เมตร ได้พอดี
3. กำหนดตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า	x แทน ความกว้าง y แทน ความยาว
4. เขียนสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และตัวแปรที่กำหนดแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	$2(x + y) = 36$ $y - x = 4$

โจทย์ ผลบวกของขนาดของมุมภายในสองมุมของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเป็น 137 องศา และผลต่างของขนาดของมุมสองมุมนี้เป็น 73 องศา จงหาขนาดของมุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมนี้

ช่วยเติมตารางนี้
ให้สมบูรณ์

ตารางวิเคราะห์

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร	ขนาดของมุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมนี้
2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง	ผลบวกของขนาดของมุมภายในสองมุมของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเป็น 137 องศา และผลต่างของขนาดของมุมสองมุมนี้เป็น 73 องศา
3. กำหนดตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า	x แทน(1) y แทน(2)
4. เขียนสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และตัวแปรที่กำหนดแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	(3)(4)

คิดอีกสักนิดนะ

โจทย์

ถ้ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความยาวรอบรูปเท่ากัน ด้านหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวเป็นสองในสามของด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และถ้าด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็น 15 นิ้ว จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองนี้

ตารางวิเคราะห์

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร	พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมทั้งสองนี้
2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง	ถ้ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความยาวรอบรูปเท่ากัน ด้านหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวเป็นสองในสามของด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และถ้าด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็น 15 นิ้ว
3. กำหนดตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า	x แทน(1) y แทน(2)
4. เขียนสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และตัวแปรที่กำหนดแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	(3)(4)

เก่งจังเลย !
คิดถูกแล้ว

เฉลย

1. x แทน ขนาดของมุมที่ 1
2. y แทน ขนาดของมุมที่ 2
3. $x + y = 137$
4. $x - y = 73$



ช่วยคิดต่ออีกนิดนะ

โจทย์

ลวดหนามขดหนึ่งยาว 47 เมตร นำไปล้อมรั้วรอบที่ดินรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว
ที่มีด้านประกอบมุมฉากสั้นกว่าด้านตรงข้ามมุมฉาก 5 เมตร จงหาความยาวของด้าน
ตรงข้ามมุมฉาก

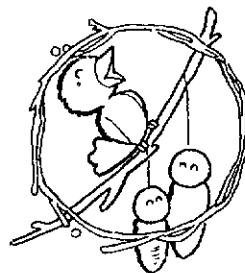
ตารางวิเคราะห์

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร	ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก
2. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง	ลวดหนามขดหนึ่งยาว 47 เมตร นำไป ล้อมรั้วรอบที่ดินรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก หน้าจั่วที่มีด้านประกอบมุมฉากสั้นกว่าด้าน ตรงข้ามมุมฉาก 5 เมตร
3. กำหนดตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า	x แทน(1) y แทน(2)
4. เขียนสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และ ตัวแปรที่กำหนดแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	(3)(4)

ง่ายใช่ไหม
ทำถูกทั้งหมดเลย

เฉลย

1. x แทน ความยาวด้านแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
2. y แทน ความยาวด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
3. $x = \frac{2}{3}y$
4. $4x = 2(15 + y)$



ตอนที่ 2

โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้น

หลักการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

1. อ่านวิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และโจทย์ต้องการทราบอะไร
2. กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปร แทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
3. เขียนสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และตัวแปรที่กำหนดแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ 2 สมการ
4. แก้ระบบสมการโดยใช้ความรู้เรื่องการบวก – ลบพหุนาม
5. ตรวจสอบคำตอบ



เฉลย

1. x แทน ความยาวด้านประกอบมุมฉาก
2. y แทน ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก
3. $y - x = 5$
4. $y + 2x = 47$

ตัวอย่างที่ 1

ที่ดินแปลงหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความยาวของด้านยาวรวมกับความยาวของด้านกว้างเป็น 24 เมตร และผลต่างระหว่างความยาวของด้านยาวกับความยาวของด้านกว้างเป็น 4 เมตร จงหาความกว้างและความยาวของที่ดินแปลงนี้

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

- สิ่งโจทย์กำหนดให้



ที่ดินแปลงหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความยาวของด้านยาวรวมกับความยาวของด้านกว้างเป็น 24 เมตร และผลต่างระหว่างความยาวของด้านยาวกับความยาวของด้านกว้างเป็น 4 เมตร



- กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทน
สิ่งโจทย์ต้องการให้หา



กำหนดให้ x แทน ความกว้าง
 y แทน ความยาว



- สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2 สมการ



จะได้ $x + y = 24 \rightarrow \textcircled{1}$
 $y - x = 4 \rightarrow \textcircled{2}$



- แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
(โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)



$\textcircled{3} + \textcircled{2}; \quad 2y = 28$
 $y = 14$
แทน $y = 14$ ในสมการที่ $\textcircled{2}$
จะได้ $14 - x = 4$
 $x = 10$



- ตรวจสอบคำตอบ



แทนค่า $x = 10$ และ $y = 14$ ใน $\textcircled{1}$
จะได้ $10 + 14 = 24$ จริง
แทนค่า $x = 10$ และ $y = 14$ ใน $\textcircled{2}$
จะได้ $14 - 10 = 4$ จริง

ดังนั้น ที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแปลงนี้กว้าง 10 เมตร และยาว 14 เมตร *

โจทย์ ถ้าผลบวกของความยาวด้านยาวกับความยาวด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งเท่ากับ 48 เซนติเมตร และผลต่างของความยาวด้านยาวกับความยาวด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้เท่ากับ 4 เซนติเมตร จงหาความยาวด้านยาวและด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

- สิ่งโจทย์กำหนดให้



- กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทน
สิ่งโจทย์ต้องการให้หา



- สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2 สมการ



- แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
(โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)



- ตรวจสอบคำตอบ

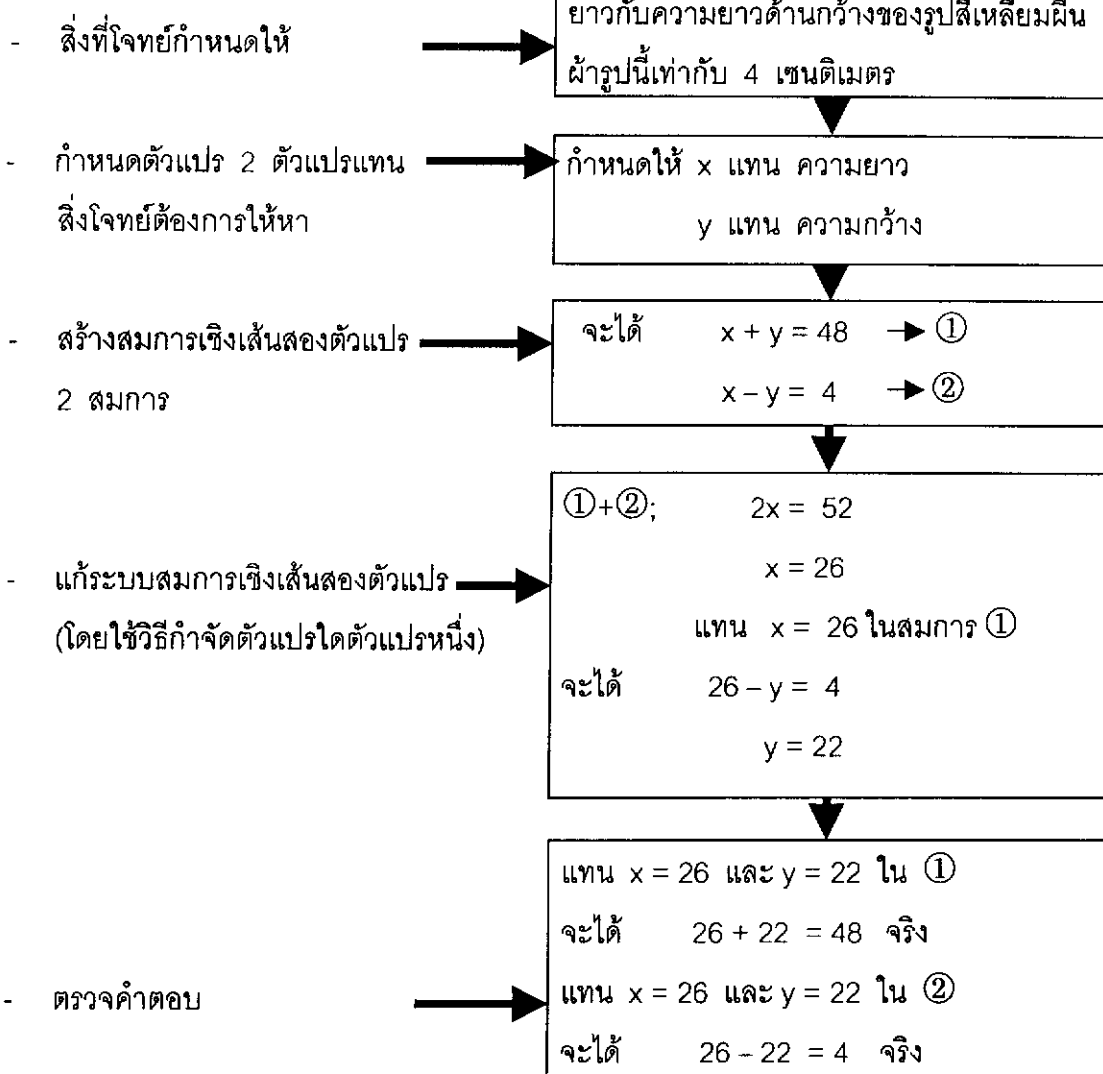


ดังนั้น ความยาวของด้านยาว ซม. และความยาวด้านกว้าง..... ซม. *

เฉลย ถ้าผลบวกของความยาวด้านยาวกับความยาวด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งเท่ากับ 48 เซนติเมตร และผลต่างของความยาวด้านยาวกับความยาวด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้เท่ากับ 4 เซนติเมตร จงหาความยาวด้านยาวและด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

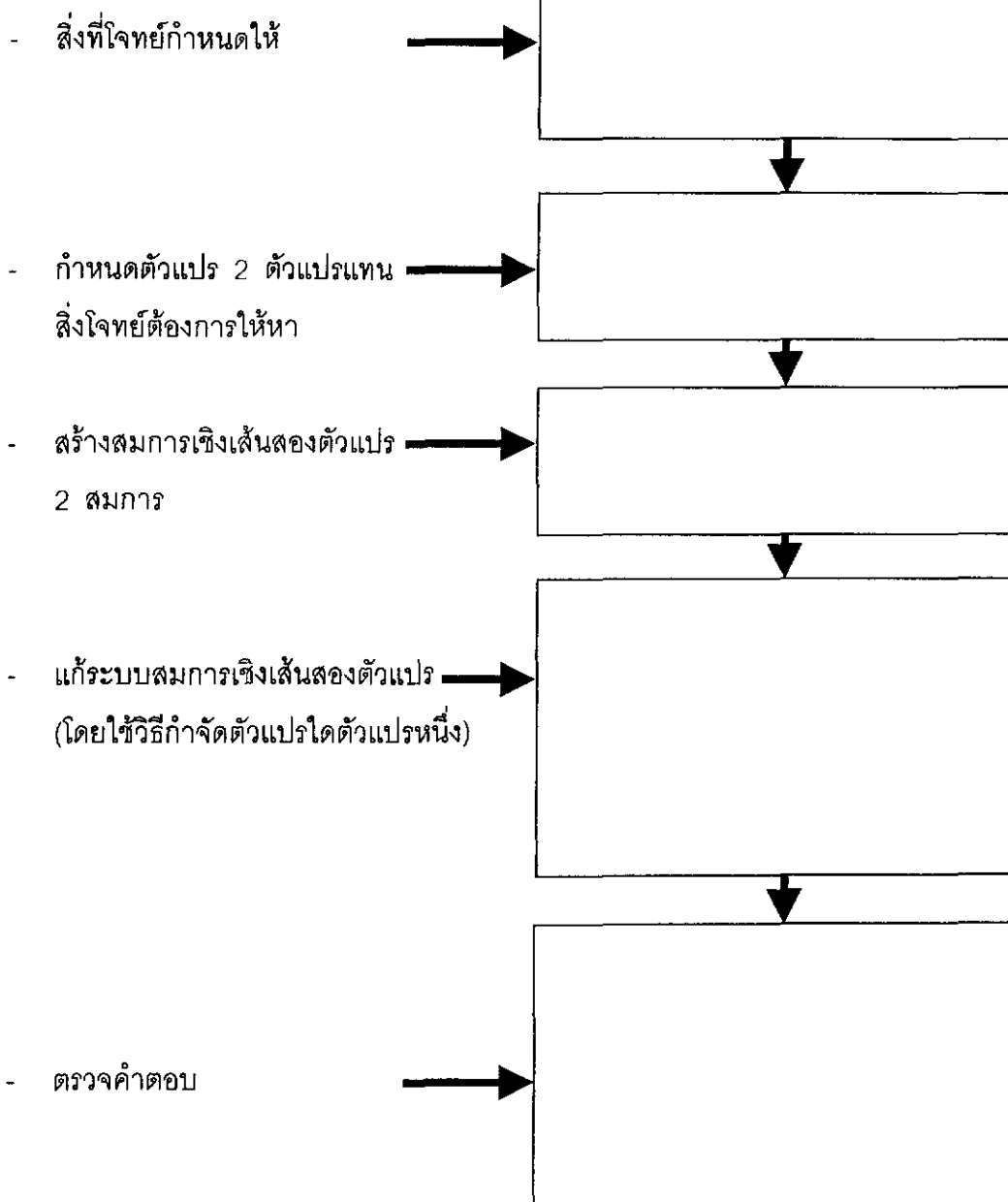


ดังนั้น ความยาวของด้านยาว 26 ซม. และความยาวด้านกว้าง 22 ซม. ✪

โจทย์ ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งเท่ากับ 36 เซนติเมตร และผลต่างของความยาวด้านยาวกับความยาวด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่ากับ 1 เซนติเมตร จงหาความยาวด้านยาวและความยาวด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

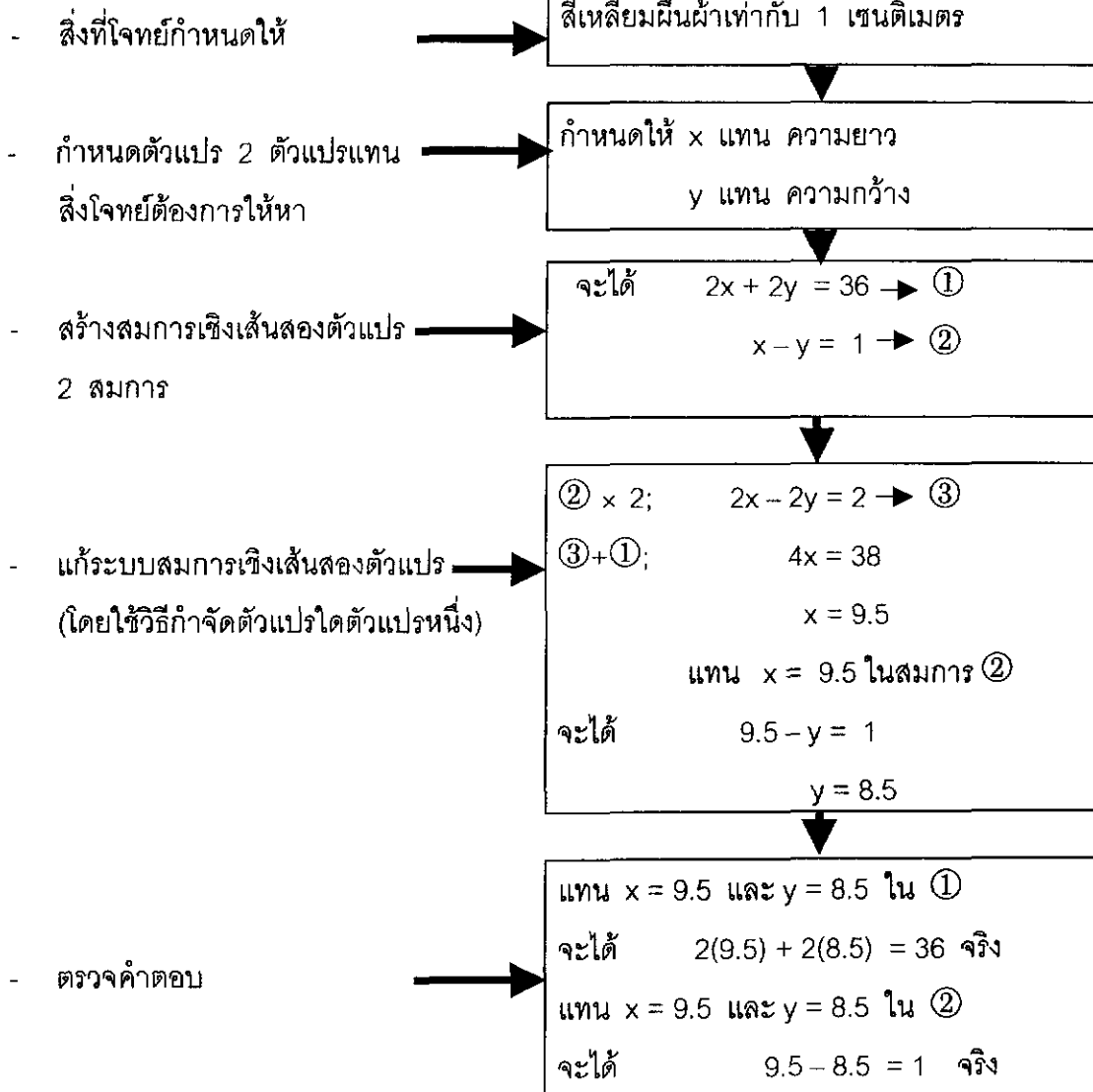


ดังนั้น ความยาวของด้านยาว ซม. และความยาวด้านกว้าง..... ซม. *✱

เฉลย → ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งเท่ากับ 36 เซนติเมตร และผลต่างของความยาวด้านยาวกับความยาวด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่ากับ 1 เซนติเมตร จงหาความยาวด้านยาวและความยาวด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร



ดังนั้น ความยาวของด้านยาว 9.5 ซม. และความยาวด้านกว้าง 8.5 ซม. ✿

ตัวอย่างที่ 2 ลวดหนามขดหนึ่งยาว 36 เมตร นำไปล้อมรั้วรอบพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านกว้างสั้นกว่าด้านยาว 4 เมตร ได้พอดี จงหาขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

- สิ่งที่เราโจทย์กำหนดให้

ลวดหนามขดหนึ่งยาว 36 เมตร นำไปล้อมรั้วรอบพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านกว้างสั้นกว่าด้านยาว 4 เมตร ได้พอดี

- กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทน สิ่งที่เราโจทย์ต้องการให้หา

กำหนดให้ x แทน ความกว้าง
 y แทน ความยาว

- สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ

จะได้ $2x + 2y = 36 \rightarrow \textcircled{1}$
 $y - x = 4 \rightarrow \textcircled{2}$

- แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)

$\textcircled{2} \times 2 ; 2y - 2x = 8 \rightarrow \textcircled{3}$
 $\textcircled{3} + \textcircled{1} ; 4y = 44$
 $y = 11$
แทน $y = 11$ ในสมการที่ $\textcircled{2}$
จะได้ $11 - x = 4$
 $x = 7$

- ตรวจสอบคำตอบ

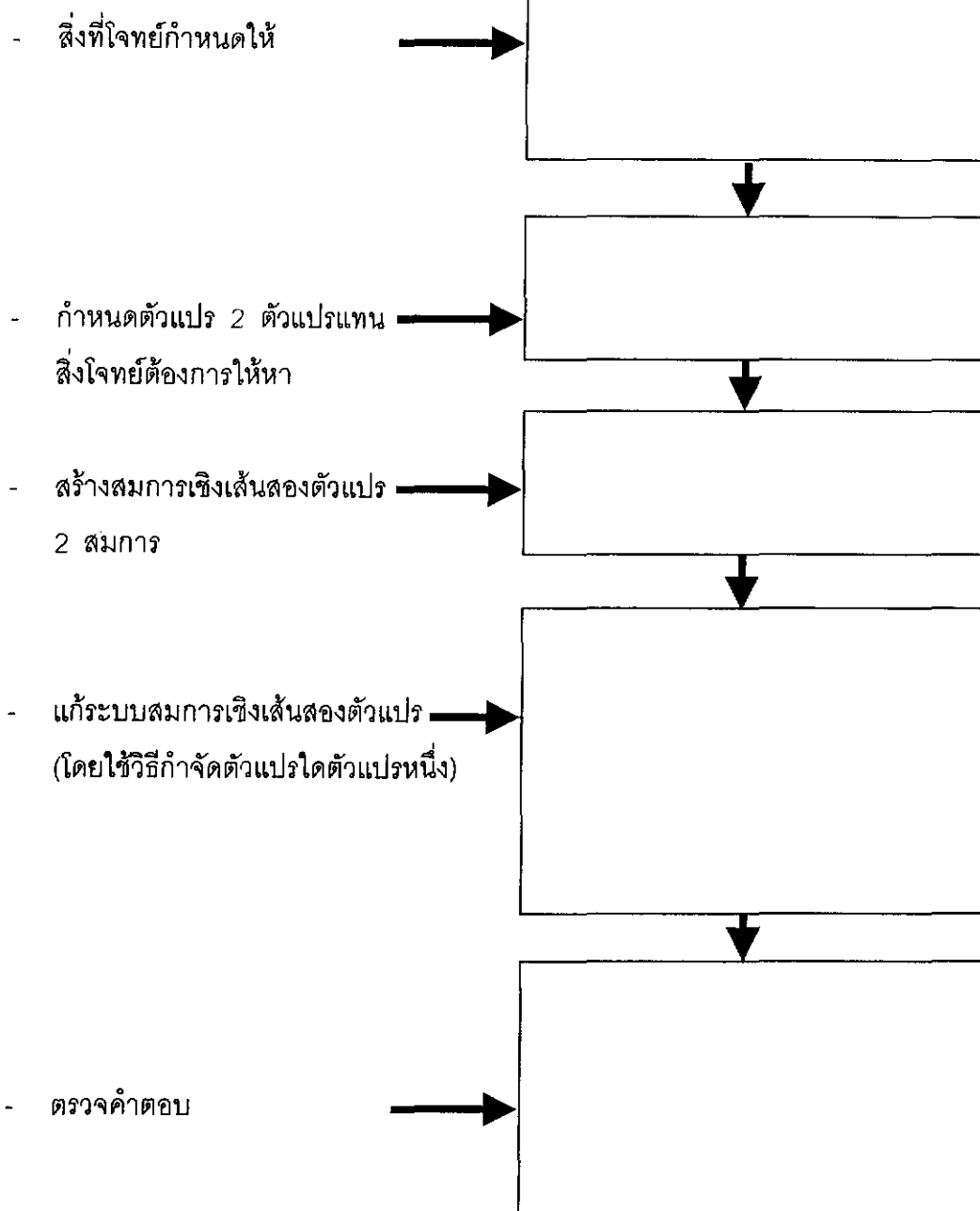
แทนค่า $x = 7$ และ $y = 11$ ใน $\textcircled{1}$
จะได้ $2(7) + 2(11) = 36$ จริง
แทนค่า $x = 7$ และ $y = 11$ ใน $\textcircled{2}$
จะได้ $11 - 7 = 4$ จริง

ดังนั้น รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้กว้าง 7 เมตร และยาว 11 เมตร *

โจทย์ ผลบวกของขนาดของมุมภายในสองมุมของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเป็น 137 องศา และผลต่างของขนาดของมุมสองมุมนี้เป็น 73 องศา จงหาขนาดของมุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมนี้

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร



ดังนั้น มุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมีขนาด *

เฉลย ผลบวกของขนาดของมุมภายในสองมุมของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเป็น 137 องศา และผลต่างของขนาดของมุมสองมุมนี้เป็น 73 องศา จงหาขนาดของมุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมนี้

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

- สิ่งโจทย์กำหนดให้

ผลบวกของขนาดของมุมภายในสองมุมของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งเป็น 137 องศา และผลต่างของขนาดของมุมสองมุมนี้เป็น 73 องศา

- กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทน
สิ่งโจทย์ต้องการให้หา

กำหนดให้ x แทนขนาดของมุมที่ 1
 y แทนขนาดของมุมที่ 2

- สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2 สมการ

จะได้ $x + y = 137 \rightarrow \textcircled{1}$
 $x - y = 73 \rightarrow \textcircled{2}$

- แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
(โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)

$\textcircled{1} + \textcircled{2} \quad 2x = 210$
 $x = 105$
แทน $x = 105$ ใน $\textcircled{1}$
จะได้ $105 + y = 137$
 $y = 32$

- ตรวจคำตอบ

แทนค่า $x = 105$ และ $y = 32$ ใน $\textcircled{1}$
จะได้ $105 + 32 = 137$ จริง
แทนค่า $x = 105$ และ $y = 32$ ใน $\textcircled{2}$
จะได้ $105 - 32 = 73$ จริง

ดังนั้น มุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมีขนาด 105 , 32 และ 43 องศาตามลำดับ *

โจทย์ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 48 นิ้ว และสองเท่าของผลต่างของความยาวด้านยาวกับความยาวด้านกว้างเท่ากับ 12 นิ้ว จงหาความยาวด้านยาวและความยาวด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

- สิ่งโจทย์กำหนดให้



- กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทน
สิ่งโจทย์ต้องการให้หา



- สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2 สมการ



- แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
(โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)



- ตรวจสอบคำตอบ



ดังนั้น ความยาวของด้านยาว ซม. และความยาวด้านกว้าง ซม.



เฉลย รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 48 นิ้ว และสองเท่าของผลต่างของความยาวด้านยาวกับความยาวด้านกว้างเท่ากับ 12 นิ้ว จงหาความยาวด้านยาวและความยาวด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

- สิ่งที่เราโจทย์กำหนดให้

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 48 นิ้ว และสองเท่าของผลต่างของความยาวด้านยาวกับความยาวด้านกว้างเท่ากับ 12 นิ้ว

- กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

กำหนดให้ x แทน ความยาวด้านยาว
 y แทน ความยาวด้านกว้าง

- สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } 2x + 2y &= 48 \rightarrow \textcircled{1} \\ 2(x - y) &= 12 \rightarrow \textcircled{2} \end{aligned}$$

- แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)

$$\begin{aligned} \textcircled{1} + \textcircled{2} \quad 4x &= 60 \\ x &= 15 \\ \text{แทน } x = 15 \text{ ในสมการที่ } \textcircled{1} \\ \text{จะได้ } 2(15) + 2y &= 48 \\ y &= 9 \end{aligned}$$

- ตรวจสอบคำตอบ

$$\begin{aligned} \text{แทน } x = 15, y = 9 \text{ ในสมการที่ } \textcircled{1} \\ \text{จะได้ } 2(15) + 2(9) &= 48 \quad \text{จริง} \\ \text{แทน } x = 15, y = 9 \text{ ในสมการที่ } \textcircled{2} \\ \text{จะได้ } 2(15 - 9) &= 12 \quad \text{จริง} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความยาวของด้านยาว 15 ซม. และความยาวด้านกว้าง 9 ซม.



โจทย์ ลวดหนามชนิดหนึ่งยาว 47 เมตร นำไปล้อมรั้วรอบที่ดินรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วที่มีด้านประกอบมุมฉากสั้นกว่าด้านตรงข้ามมุมฉากอยู่ 5 เมตร จงหาความยาวของด้านประกอบมุมฉากและด้านตรงข้ามมุมฉาก

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

- สิ่งโจทย์กำหนดให้



- กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทน
สิ่งโจทย์ต้องการให้หา



- สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2 สมการ



- แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
(โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)



- ตรวจสอบคำตอบ



ดังนั้น ความยาวของด้านประกอบมุมฉากเมตร และด้านตรงข้ามมุมฉาก.....เมตร ✿

เฉลย → ลวดหนามชนิดหนึ่งยาว 47 เมตร นำไปล้อมรั้วรอบที่ดินรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วที่มีด้านประกอบมุมฉากสั้นกว่าด้านตรงข้ามมุมฉากอยู่ 5 เมตร จงหาความยาวของด้านประกอบมุมฉากและด้านตรงข้ามมุมฉาก

วิธีทำ

ขั้นตอนในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

- สิ่งที่เราโจทย์กำหนดให้

ลวดหนามชนิดหนึ่งยาว 47 เมตร นำไปล้อมรั้วรอบที่ดินรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วที่มีด้านประกอบมุมฉากสั้นกว่าด้านตรงข้ามมุมฉากอยู่ 5 เมตร

- กำหนดตัวแปร 2 ตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการให้เรา

กำหนดให้ x แทน ความยาวของด้านประกอบมุมฉาก
 y แทน ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

- สร้างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } y - x &= 5 \rightarrow \text{①} \\ y + 2x &= 47 \rightarrow \text{②} \end{aligned}$$

- แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (โดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง)

$$\begin{aligned} \text{②} - \text{①}; \quad 3x &= 42 \\ x &= 14 \\ \text{แทน } x = 14 \text{ ในสมการ ①} \\ \text{จะได้ } y - 14 &= 5 \\ y &= 19 \end{aligned}$$

- ตรวจสอบคำตอบ

$$\begin{aligned} \text{แทน } x = 14 \text{ และ } y = 19 \text{ ใน ①} \\ \text{จะได้ } 19 - 14 &= 5 \text{ จริง} \\ \text{แทน } x = 14 \text{ และ } y = 19 \text{ ใน ②} \\ \text{จะได้ } 19 + 2(14) &= 47 \text{ จริง} \end{aligned}$$

ดังนั้น ความยาวของด้านประกอบมุมฉาก 14 เมตร ด้านตรงข้ามมุมฉาก 19 เมตร *

ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจเครื่องมือ

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ช่วยตรวจความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของแบบทดสอบ วัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร แผนการจัดการเรียนรู้ที่เกี่ยวกับการนำชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้ ชุดการสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีดังนี้

- | | |
|--|----------------------------------|
| 1. รองศาสตราจารย์ ดร. จวีวรรณ เศวตมาลย์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน | คณะศึกษาศาสตร์ |
| | มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |
| 2. อาจารย์อำนวย กาญจนปาน | โรงเรียนสมุทรปราการ |
| 3. อาจารย์นันทนา สิงห์วัฒนาศิริ | โรงเรียนบางหัวเสือบุญแจ่มนิยมนิล |

ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์

ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาวสุจินดา พัทธภิญโญ
วันเดือนปีเกิด	9 พฤษภาคม 2514
สถานที่เกิด	อำเภอเมืองสมุทรปราการ จังหวัดสมุทรปราการ
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	1181 หมู่ 1 หมู่บ้านลิขิต 1 ซอย 6 ตำบลสำโรงเหนือ อำเภอเมืองสมุทรปราการ จังหวัดสมุทรปราการ 10270
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	อาจารย์ 2 ระดับ 7
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนสมุทรปราการ เลขที่ 498 ตำบลปากน้ำ อำเภอเมืองสมุทรปราการ จังหวัดสมุทรปราการ 10270
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2548	กศ.ม. (การมัธยมศึกษา สาขาการสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2537	ศษ.บ. (การสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยรามคำแหง
พ.ศ. 2533	มัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนมัธยมด่านสำโรง อำเภอเมืองสมุทรปราการ จังหวัดสมุทรปราการ
พ.ศ. 2530	มัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมด่านสำโรง อำเภอเมืองสมุทรปราการ จังหวัดสมุทรปราการ