

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้าน

ปริญญานิพนธ์

ของ

ไพศาล จรรยา

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

กันยายน 2547

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้าน

บทคัดย่อ
ของ
ไพศาล จรรยา

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

กันยายน ๒๕๔๗

-๕ ๒๕๔๖๘๕

ไพศาล จรรยา. (2547), การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จ โดยการยกตัวอย่างค้าน. ปรินญาณินทร์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์).
กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม:
รองศาสตราจารย์ ยงยุทธ ธนุกฤติ, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชุตินรวัน เพ็ญเพียร.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ (1) สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเซตที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้าน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (2) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต โดยการสอนที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้านกับการสอนปกติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2547 ของโรงเรียนสายน้ำผึ้ง กรุงเทพมหานคร ซึ่งประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 48 คน โดยการสอนที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้าน กลุ่มควบคุม 32 คน โดยการสอนปกติ โดยใช้แบบแผนการวิจัยที่มีกลุ่มควบคุมแบบสุ่มและมีการทดสอบหลังการทดลอง สถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูลได้แก่ การทดสอบลิลลี่ฟอर्स (Lilliefors test) การทดสอบ t (t -test for two independent Samples)

ผลการวิจัยพบว่า

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องเซตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการสอนที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้าน สูงกว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยวิธีปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .01

A STUDY OF LEARNING ACHIEVEMENT ON " SET "
USING COUNTER EXAMPLE INSTRUCTIONAL ACTIVITIES
AT MATHAYOMSUKSA IV LEVEL.

AN ABSTRACT
BY
PHAISAN CHANYA

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree in Mathematics
at Srinakharinwirot University
September 2004

Phaisan Chanya. (2004). *A Study of Learning Achievement On Set Using Counter Example Instructional Activities At Mathayomsuksa IV Level*. Master thesis, M.Ed. (Mathematics). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Assoc. Prof. Yongyuth Tanukrit, Asst. Prof. Chutiwon Penpean.

It is standard practice in mathematics to use counter examples in proving that a statement is false. A counter example is a special case that does not behave, mathematically speaking, according to the statement. This approach of disproving a statement should be introduced to students learning sets at high school level. The purpose of this study was twofold: (1) to generate instructional activities involving counter examples in learning about sets at high school level and (2) to determine the effectiveness of this approach as compared to the traditional approach, one without emphasis on counter examples.

The subjects of this study were Mathayom suksa IV students at Saynampueng School in Bangkok during the first semester of the 2004 academic year. Forty-eight of them were in the treatment group, taught by the researcher whereas thirty-two students in control group, which was taught by another mathematics teacher. All students were taught the same topic on sets over two twelve one-hour periods. At the end instruction, both group were given the same test the provided data for analysis, using the Lilliefors test, t – test for Independent Samples.

The findings reveal the following :

The statistical analysis reveals that student in the control group performed significantly better than those in the control group at the .01 level. In other words, counter example have helped students in understanding set concepts better than the traditional method of teaching.

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้าน

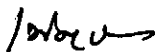
ของ

นายไพศาล จรรยา

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

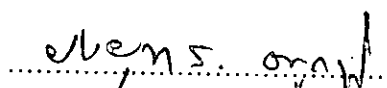


..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

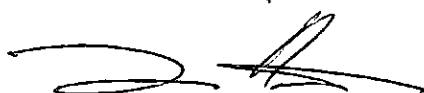
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เพ็ญสิริ จีระเดชากุล)

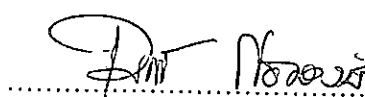
วันที่ 30 กันยายน พ.ศ. 2547

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

 ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ยงยุทธ ชนุกฤติ)

 กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชุตีวรรณ เพ็ญเพียร)

 กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(อาจารย์ ดร. วราภรณ์ แสนพลพัฒน์)

 กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(อาจารย์ เมตต์ แยมวงษ์)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี ด้วยความกรุณาและความเอาใจใส่ดูแล
จากรองศาสตราจารย์ยงยุทธ ธนุกฤติ ประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ และ
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชุตีวรรณ เพ็ญเพียร กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำ
ปรึกษาและข้อเสนอแนะต่างๆ อย่างดียิ่ง ตลอดจนช่วยตรวจแก้ปริญญานิพนธ์อย่างละเอียดมา
โดยตลอด ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งต่อความเมตตาเป็นอย่างมาก จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่าง
สูง ไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์เมตต์ แยมวงษ์ และอาจารย์ กนกวลี อุษณกรกุล
ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญ ให้คำแนะนำและตรวจแก้เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ ดร. วราภรณ์ แสนพลพัฒน์ และอาจารย์เมตต์
แยมวงษ์ ที่กรุณาร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่า และให้ข้อคิดในสิ่งที่เป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัย
ส่งผลให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์เพิ่มขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร. สุรพล วัฒนวิทย์กิจ ที่กรุณาสละเวลาตรวจแก้ไข
บทคัดย่อฉบับภาษาอังกฤษ (Abstract) จนถูกต้องและสมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ คณะครูอาจารย์ และขอขอบคุณนักเรียนโรงเรียน
สายน้ำผึ้ง แขวงคลองตัน เขตวัฒนา กรุงเทพมหานคร ที่กรุณาให้ความช่วยเหลือ อำนวย
ความสะดวกและให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือและเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดาและบุคคลในครอบครัวทุกคนอย่างสุดซึ้ง ที่ได้ให้
กำลังใจและกำลังทรัพย์สนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยมาโดยตลอด จนกระทั่งทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี

ขอขอบคุณพี่ๆ เพื่อนๆ และน้องๆ นิสิตปริญญาโททุกคนที่ให้กำลังใจด้วยดีเสมอมา

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากทบวงมหาวิทยาลัย ผู้วิจัยรู้สึกเป็น
เกียรติอย่างสูง คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชา
พระคุณบิดา มารดา ตลอดจนครูอาจารย์และผู้มีพระคุณทุกท่าน

ไพศาล จรรยา

งานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัย
จาก
ทบวงมหาวิทยาลัย ประจำปีงบประมาณ 2547

สารบัญ

บทที่		หน้า
1	บทนำ.....	1
	ภูมิหลัง.....	1
	ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	3
	ความสำคัญของการวิจัย.....	4
	ขอบเขตของการวิจัย.....	4
	ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....	4
	ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย.....	4
	เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย.....	4
	ตัวแปรที่ศึกษา.....	5
	นิยามศัพท์เฉพาะ.....	5
	สมมติฐานของการวิจัย.....	5
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	6
	ประวัติเกี่ยวกับเซต.....	6
	การเรียนการสอนเรื่องเซตและการยกตัวอย่างค้าน.....	10
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเรื่องเซตและการยกตัวอย่างค้าน.....	14
	ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	16
	การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	19
	แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	19
	ประเภทและรูปแบบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	20
	รูปแบบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	20
3	วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	21
	การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง.....	21
	เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	21
	การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	22
	การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	25
	การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล.....	26

สารบัญ(ต่อ)

บทที่		หน้า
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	27
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	27
5	สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ.....	31
	สังเขปความมุ่งหมาย สมมุติฐาน และวิธีการศึกษาค้นคว้า.....	31
	สรุปผลการศึกษาค้นคว้า.....	32
	อภิปรายผล.....	33
	ข้อสังเกตจากการวิจัย.....	34
	ข้อเสนอแนะ	35
	บรรณานุกรม	36
	ภาคผนวก.....	42
	ภาคผนวก ก การวิเคราะห์	43
	ภาคผนวก ข	
	บทเรียนเรื่องเซตที่เน้นการแสดงความเข้าใจโดยการยกตัวอย่างด้าน.....	49
	ภาคผนวก ค แผนการจัดการเรียนรู้	154
	ภาคผนวก ง แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	247
	ประวัติย่อผู้วิจัย	256

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าสัมประสิทธิ์การแปรผัน ของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต	28
2 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ที่ได้คะแนนจาก การทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม.....	28
3 การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนที่เน้นการแสดงความเข้าใจโดยการยก ตัวอย่างค้านและคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากการ สอนปกติ โดยการทดสอบลิลลีฟอ์ส.....	29
4 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเซต ระดับชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 ระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนที่เน้นการแสดงความเข้าใจโดย การยกตัวอย่างค้านกับนักเรียนที่ได้รับการสอนปกติ โดยใช้การทดสอบ t	30
5 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต.....	44
6 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตของนักเรียน กลุ่มทดลอง.....	45
7 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตของนักเรียน กลุ่มควบคุม.....	47

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

สังคมในปัจจุบันมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว อันเป็นผลมาจากความเจริญก้าวหน้าของวิทยาการต่างๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งความเจริญทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ระบบการศึกษาจึงเป็นการเตรียมคนสำหรับสังคมในอนาคต จะต้องเป็นการเตรียมคนให้เป็น ผู้ที่มีความรู้ ความสามารถ รู้จักคิดวิเคราะห์ ให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ ซึ่งสอดคล้องกับ แผนการศึกษาแห่งชาติที่มีเป้าหมายของการจัดการศึกษา คือ การพัฒนาคน และคุณภาพ ของคนให้เป็นผู้ที่มีปัญญารู้จักเหตุและผล รู้จักแก้ปัญหาได้อย่างชาญฉลาด รู้เท่าทันการ เปลี่ยนแปลงต่างๆ ที่เกิดขึ้นอย่างรวดเร็วและหลากหลาย มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ อีกทั้ง ยังมุ่งพัฒนาพฤติกรรมทางสังคมที่พึงามทั้งในการทำงานและการอยู่ร่วมกัน (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2540 : 1-2)

คณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งในกระบวนการศึกษาซึ่งมีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนา ความคิดของมนุษย์ เนื่องจากคณิตศาสตร์ทำให้ผู้เรียนเป็นคนที่รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล มีความ คิดริเริ่มสร้างสรรค์ ฝึกให้ผู้เรียนคิดอย่างมีระบบและสามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้ อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่าง ถูกต้องและเหมาะสม (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). 2544 : 1) อีกทั้งคณิตศาสตร์ยังเป็นวิชาพื้นฐานที่สำคัญในการศึกษาวิทยาการแขนงต่างๆ เกือบทุกสาขา วิชาทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง ซึ่งต่างใช้ หลักการของคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น (ยุพิน พิศกุล. 2530 : 2) นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วย พัฒนามนุษย์ให้สมบูรณ์ มีความสมดุลทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถคิดเป็นทำเป็น แก้ปัญหาเป็นและสามารถอยู่ร่วมกับคนอื่นได้อย่างมีความสุข (กรม วิชาการ. 2544 : 1)

โดยธรรมชาติแล้วลักษณะของวิชาคณิตศาสตร์ค่อนข้างจะเป็นนามธรรม (สสวท. 2544 : 2 ; พิชากร แปลงประสพโชค. 2540 : 3) จึงทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจได้ยาก แต่ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวิธีสอนเป็นสำคัญ ดังนั้นผู้สอนจึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องหาวิธีการต่างๆ มาใช้ในการ อธิบายเนื้อหาวิชา เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถที่จะเข้าใจเนื้อหาวิชาได้อย่างรวดเร็ว วิธีการ หนึ่งที่นิยมกันมาก คือการยกตัวอย่าง ตัวอย่างที่ครูผู้สอนใช้ในการอธิบายนั้นมีทั้งตัวอย่างที่ใช้ เพื่อให้เกิดความเข้าใจในความคิดรวบยอดนั้นและตัวอย่างถ้าน การยกตัวอย่างถ้านมีความ สำคัญยิ่งในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพราะปัญหาทางคณิตศาสตร์บางปัญหาไม่สามารถ

แก้ได้โดยการพิสูจน์ ซึ่งต้องใช้การยกตัวอย่างค้าน (Gelbaum and Olmsted. 1964 : unpagged)

การยกตัวอย่างค้านนั้นถือว่ามีความสำคัญ ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ ซูเปส (1978 : 67) ที่กล่าวว่า ความสามารถที่จะสร้างหรือหาตัวอย่างค้านที่เหมาะสมสำหรับข้อความที่ไม่เป็นจริง เป็นความสามารถที่มีความสำคัญพอๆ กันกับความสามารถที่จะพิสูจน์ว่าข้อความ เป็นจริง การที่จะมองหาตัวอย่างค้านนั้นจะต้องมองเห็นรายละเอียดปลีกย่อยต่างๆ ของปัญหา และเห็นวิธีการพิสูจน์ต่างๆ มาก่อนเพราะการพิสูจน์ในวิชาคณิตศาสตร์ส่วนมากไม่ใช่เป็นไป โดยอัตโนมัติ (สุเทพ จันทรสมศักดิ์. 2518 : 68) ดังนั้น ในการเรียนการสอน ถ้าครูมีสมรรถ ภาพในการยกตัวอย่างค้านสูงจะเป็นประโยชน์ในการสอนเป็นอย่างมาก (Gelbaum and Olmsted. 1964 : unpagged) นอกจากนี้การยกตัวอย่างค้านนั้นอาจมีตัวอย่างที่ต่างกันหลาย ตัวอย่าง การฝึกผู้เรียนให้ยกตัวอย่างค้านจะช่วยพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และทำให้นัก เรียนเกิดความเข้าใจได้ง่ายซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ สติน และ ซีบาซ (Steen and Seebach. 1970 : unpagged)

สำหรับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 ได้มีการจัดสาระที่เป็น องค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้โดยในสาระที่ 6 ในมาตรฐาน ค 6.2 ให้นักเรียนมีความ สามารถในการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (สสวท. 2544 : 1) การยกตัวอย่างค้านเป็นการให้เหตุผลอย่างหนึ่ง สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา NCTM (The National Council of Teachers of Mathematics) เป็นสมาคมที่มีบทบาท และหน้าที่ในการจัดทำ มาตรฐาน (Standards) ของวิชาคณิตศาสตร์ขึ้นเพื่อเผยแพร่ให้ การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศสหรัฐอเมริกาอยู่ในเกณฑ์มาตรฐานเดียวกัน ซึ่งสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกาได้จัดพิมพ์เอกสาร Principles and Standards for School Mathematics ปี ค.ศ. 2000 (พ.ศ. 2543) เพื่อเป็นมาตรฐาน หลักสูตรที่จะใช้ต่อไป สำหรับให้นักเรียนทุกคนได้มีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์ และสามารถนำ คณิตศาสตร์ไปใช้ได้อย่างมีศักยภาพและมีประสิทธิภาพ โดยสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติ สหรัฐอเมริกา ได้เสนอหลักการ (Principles) และมาตรฐาน (Standards) เพื่อให้ครูได้ใช้เป็นแนวทางในการจัดโปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน (NCTM 1989) ในมาตรฐานข้อ 7 คือ มาตรฐานในการให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นมาตรฐานที่เน้นกระบวนการ ให้เหตุผล และการสร้างความสามารถในการพิสูจน์ จะเห็นได้ว่า สมาคมครูคณิตศาสตร์ แห่งชาติสหรัฐอเมริกาได้เล็งเห็นความสำคัญของกระบวนการให้เหตุผลและการพิสูจน์โดยจัดไว้ เป็นมาตรฐานข้อที่ 7 นอกจากนี้ ปานทอง กุลนาถศิริ(2543 : 4-17) ได้กล่าวว่า มาตรฐาน ในการให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นมาตรฐานเพื่อให้นักเรียนทุกคนมีความสามารถ ดังต่อไปนี้

1. สามารถเข้าใจและตระหนักในคุณค่าของการเรียนเกี่ยวกับการให้เหตุผลและการ พิสูจน์ ว่าเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้นักเรียนมีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ต่อไป

2. สามารถที่จะคาดการณ์และสืบสวนการคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

3. สามารถพัฒนาและประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ และสามารถพัฒนาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ให้ดีขึ้น สามารถเลือกและใช้วิธีการในการให้เหตุผลต่างๆ ที่มีความเหมาะสม

การศึกษาคณิตศาสตร์เรื่องเซตนั้นเป็นเรื่องพื้นฐานของการศึกษาคณิตศาสตร์ในเนื้อหาต่างๆ ต่อไปและเป็นเรื่องแรกในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่จัดให้มีการเรียนการสอน ซึ่ง ยงยศ พุทธิให้ (2543 : 71-73) ได้ศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่าผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดพื้นฐานที่ผิดพลาด สับสนในการใช้นิยามและสัญลักษณ์ การจัดกิจกรรมบางเนื้อหาไม่เหมาะสม นอกจากนี้ นวรัตน์ ศุภสินธุ์ (2525 : 24) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต และระบบจำนวน ของนิสิตปริญญาตรีปีที่ 1 ที่เรียนจากการสอนที่เน้นการยกตัวอย่างค้ำกับการสอนปกติ ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต และระบบจำนวน ของนิสิตที่เรียนจากการสอนที่เน้นการยกตัวอย่างค้ำ สูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตและระบบจำนวนของนิสิตที่เรียนจากการสอนปกติ อย่างมีนัยสำคัญ ที่ระดับ 0.01

จากข้างต้นจะพบว่า การเรียนการสอนที่เน้นการยกตัวอย่างค้ำ จะทำให้นักเรียนเห็นตัวอย่างที่หลากหลาย ทำให้นักเรียนเข้าใจได้ง่าย และเป็นการฝึกให้นักเรียนเกิดความรู้มัตระวังในการสรุปข้อความต่างๆ ว่าเป็นจริงหรือเท็จ เพื่อที่จะสรุปผลได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งการเรียนการสอนเรื่องเซตเป็นรากฐานของคณิตศาสตร์ที่จะเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์ทุกสาขาเข้าเป็นหน่วยเดียวกัน โดยนอกจากนี้ ยังเป็นพื้นฐานในการนำความรู้เรื่องนี้ไปใช้ในการศึกษาระดับสูงต่อไป ด้วยเหตุผลและจากความสำคัญดังกล่าว ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องเซต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้กิจกรรมที่เน้นการแสดงความข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้ำ ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนครั้งนี้ ผู้วิจัยได้แทรกตัวอย่างค้ำในบทเรียนเรื่องเซตในทุกหัวข้อ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งจุดมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเซตที่เน้นการแสดงความข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้ำ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 จากการสอนที่เน้นการแสดงความข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้ำกับการสอนปกติ

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเซตที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จ โดยการยกตัวอย่างค้าน สำหรับใช้สอนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เป็นแนวทางในการเรียนการสอนเรื่องเซตที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้านของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากร ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสายน้ำผึ้ง แขวงคลองตัน เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2547 ซึ่งมีทั้งหมด 13 ห้องเรียน ห้องเรียนละประมาณ 40 คน จำนวน 520 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2547 ของโรงเรียนสายน้ำผึ้ง แขวงคลองตัน เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร จำนวน 2 ห้องเรียน รวม 80 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Random Sampling) เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนเป็นแบบคลัสกัน มีทั้งนักเรียนที่มีความสามารถในการเรียนระดับ เก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเดียวกัน โดยจับสลากแบ่ง 2 ห้องเรียน แบ่งห้องหนึ่งเป็นกลุ่มทดลองสอนโดยผู้วิจัย และอีกห้องหนึ่งเป็นกลุ่มควบคุมสอนโดยอาจารย์ประจำวิชา

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ของปีการศึกษา 2547 โดยใช้เวลาดทดลอง 14 ชั่วโมง โดยแบ่งเป็นเวลาเรียนในชั่วโมงเรียนปกติเป็นเวลา 12 ชั่วโมง และเวลาที่ใช้ในการทดสอบ 2 ชั่วโมง

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเรื่องเซต ซึ่งเป็นเนื้อหาหนึ่งในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในช่วงชั้นที่ 4 ประกอบด้วยหัวข้อดังต่อไปนี้

1. เซต และสมาชิกของเซต (1 ชั่วโมง)
2. วิธีเขียนเซต (1 ชั่วโมง)
3. เซตว่าง เซตจำกัด เซตอนันต์ และการเท่ากันของเซต (1 ชั่วโมง)

4. สับเซต (1 ชั่วโมง)
5. เพาเวอร์เซต (1 ชั่วโมง)
6. เอกภพสัมพัทธ์ และแผนภาพของเวนน - ออยเลอร์ (1 ชั่วโมง)
7. โอเปอร์เรชันบนเซต (4 ชั่วโมง)
8. จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด และการใช้เซตในการแก้โจทย์ปัญหา (2 ชั่วโมง)

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ วิธีการสอนโดยใช้กิจกรรมที่เน้นการแสดงความเข้าใจโดยการยกตัวอย่างค้าน และวิธีการสอนแบบปกติ

ตัวแปรตาม ได้แก่ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสามารถในการเรียนเรื่องเซตซึ่งวัดได้จากคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
2. ตัวอย่างค้าน หมายถึง ตัวอย่างที่ใช้แสดงว่าข้อความเป็นเท็จ
3. กิจกรรมที่เน้นการแสดงความเข้าใจ หมายถึง กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นที่เน้นตัวอย่างค้านในทุกหัวข้อที่เรียนในเรื่องเซต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งกิจกรรมที่เน้นการแสดงความเข้าใจ มีส่วนประกอบ 2 ส่วน ดังนี้
 - 3.1 บทเรียนเรื่องเซตที่เน้นการแสดงความเข้าใจ เป็นเนื้อหาที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้นสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 - 3.2 แผนการจัดการเรียนรู้สำหรับครู เป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่แสดงกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง เซต ซึ่งแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย ชื่อเรื่อง สารการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เนื้อหา สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

สมมุติฐานในการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เน้นการแสดงความเข้าใจโดยการยกตัวอย่างค้านสูงกว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนจากการสอนปกติ

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องเซตโดยการแสดงว่าข้อความ เป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้าน ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งแบ่งได้ ดังนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเรื่องเซตและการยกตัวอย่างค้าน
 - 1.1 ประวัติเกี่ยวกับเซต
 - 1.2 การเรียนการสอนเรื่องเซตและการยกตัวอย่างค้าน
 - 1.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเซตและการยกตัวอย่างค้าน
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 2.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 2.2 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 2.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
 - 2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเรื่องเซตและการยกตัวอย่างค้าน

1.1 ประวัติเกี่ยวกับเซต

สมศักดิ์ โพธิ์จิตร (2528 : 14-19) กล่าวถึงประวัติของเซตดังนี้ คณิตศาสตร์ตามแนวทางปัจจุบันที่มีการศึกษากันอย่างแพร่หลายทั่วไปนั้น เป็นคณิตศาสตร์แบบระบบสัจพจน์ ซึ่งคณิตศาสตร์ตามแนวทางนี้จะประกอบขึ้นด้วย อนิยาม สัจพจน์ บทนิยาม และทฤษฎีบท แนวคิดนี้เชื่อว่าจะเป็นแนวความคิดที่แปลกใหม่หรือว่าพิเศษสุดแต่อย่างใดไม่ แต่เป็นความคิดที่มีผู้เสนอไว้ และได้มีการศึกษาก่อนหน้านั้นแล้วตั้งแต่ก่อน คริสตกาลถึง 300 ปีเป็นอย่างน้อย ผู้ที่ได้เสนอแนวทางเช่นนี้ไว้ก็คือยูคลิด (Euclid) ยูคลิดพยายามให้คำจำกัดความไว้ในระบบของเขามีกลุ่มของสัจพจน์และกลุ่มของแอกเซียมแยกจากกัน แต่อย่างไรก็ตามทั้งสองกลุ่มนี้เราก็คือว่าเป็นข้อความที่เป็นจริงที่ต้องยอมรับโดยไม่มีการพิสูจน์ ข้อความจริงเหล่านี้ ยูคลิดได้ตั้งขึ้นภายใต้สภาพแวดล้อมตามสามัญสำนึกที่พบเห็นกันเป็นประจำ ดังนั้นจึงมีคนยอมรับกันอย่างไม่มีข้อโต้แย้งใด ๆ ทั้งสิ้น และเรขาคณิตของเขานั้นบรรดาข้อความที่เป็นจริงต่าง ๆ ที่ตามมาจากผลของการพิสูจน์ได้อย่างสมเหตุสมผลต่อเนื่องมาจากกลุ่มของสัจพจน์และกลุ่มของแอกเซียม เขาได้ยกให้เป็นทฤษฎีบท

แนวความคิดที่ยูคลิดได้ให้ไว้ มีความรุ่งเรืองมาโดยตลอด จนกระทั่งถึงคริสต์ศตวรรษที่ 19 อันเป็นศักราชที่คณิตศาสตร์มีความรุ่งเรืองมาก เป้าหมายอันหนึ่งของนักคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ขณะนั้นก็คือ ต้องการจะตอบปัญหาให้ได้ว่าจำนวนต่างๆ ที่เรารู้จักกันนั้นมันคืออะไรได้มาจากไหน ปัญหานี้สำคัญมากจนเกือบเรียกว่าเป็นปัญหาที่ทุกคนต้องทราบกันว่าได้ แม้ว่าจะเป็นปัญหาที่ยืดเยื้อมานานพอสมควรก็จริง แต่ในที่สุดประมาณปี ค.ศ. 1897 คันทอร์ (Cantor) ก็ได้เสนอทฤษฎีเซตออกมาซึ่งนับเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหานี้เป็นอย่างยิ่ง แนวความคิดของเขาเกี่ยวกับทฤษฎีเซตนั้นไม่ใช่เป็นสิ่งใหม่หรือเป็นแนวความคิดใหม่แต่อย่างใด แต่มันเป็นแนวความคิดเดียวกันกับที่ยูคลิดได้ปูพื้นฐานเอาไว้ในเรขาคณิตนั่นเอง คือเป็นแนวความคิดแบบระบบสัจพจน์ดังกล่าวแล้ว ตอนแรกคันทอร์ก็ไม่ได้พูดไว้แจ่มแจ้งนักเกี่ยวกับสัจพจน์ของเขา แต่ก็นับได้ว่าทฤษฎีเซตของเขาเป็นการศึกษาตามแนวทางดังกล่าวแล้วคันทอร์เองได้พยายามที่จะทำให้คำจำกัดความของทุกสิ่งในระบบของเขาเช่นเดียวกันกับของยูคลิดทุกประการ โดยเขาได้ให้คำจำกัดความคำว่า เซต ไว้ว่าคือ กลุ่มของสิ่งของตามที่เห็นและเข้าใจหรือตามนึกฝันที่ได้คิดขึ้นซึ่งสามารถที่จะกำหนดจำแนกออกได้โดยได้รวบรวมไว้เป็นอันเดียวกัน สิ่งของในกลุ่มดังกล่าวเขาเรียกว่า สมาชิกของเซต และเช่นเดียวกันกับในเรขาคณิต คันทอร์ก็ได้กำหนดสมบัติต่างๆ ที่เกี่ยวกับเซตของเขาขึ้นเป็นสัจพจน์จากสัจพจน์เขาพิสูจน์สิ่งต่างๆ ได้อีกมากมายอย่างสมเหตุสมผลยกให้เป็นทฤษฎีบท ทฤษฎีเซตตามที่คันทอร์เสนอออกมานั้น ตอนต้นๆ ใช้ว่าจะประสบความสำเร็จเป็นที่ยอมรับของนักคณิตศาสตร์หรือบุคคลทั่วไปในวงการไม่ ทั้งนี้เพราะหลายสิ่งในทฤษฎีเซตของเขานั้นยังยากแก่การเข้าใจและยังมีข้อสงสัยอยู่เป็นจำนวนมากเหมือนกับเรขาคณิต นอกจากนั้นยังขัดกับศาสนาด้วย แต่อย่างไรก็ตามยังมีคุณค่าที่เหนือกว่าคือสามารถที่จะนำไปใช้อธิบาย สิ่งต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ได้อย่างกว้างขวางและรัดกุมดีมาก ประกอบกับมีงานของนักคณิตศาสตร์อื่น ๆ ที่ไม่ได้ใช้แนวความคิดแบบระบบสัจพจน์ แต่ใช้แนวทางอื่นโดยพวกเขาสามารถแสดงได้ว่าทุกสาขาของคณิตศาสตร์ที่ทำการศึกษากันอยู่ ไม่ว่าจะเป็นเรขาคณิต แคลคูลัส หรืออื่น ๆ มีจุดเริ่มต้นร่วมกันคือเริ่มจากจำนวนนับหรือจำนวนธรรมชาติ นั่นคือทุกสาขาของคณิตศาสตร์ถ้าจะสืบสาวกันลงไปให้ถึงแก่นแท้แล้วจะจบลงที่ไหน ก็จะทำให้ทราบถึงที่มาของคณิตศาสตร์ทั้งหมดได้นั่นเอง ทั้งนี้เพราะสามารถแสดงได้ว่าจากจำนวนนับสามารถนำไปสร้างจำนวนเต็มที่มีสมบัติตรงตามที่เรารู้จักได้ และจากจำนวนเต็มสามารถสร้างจำนวนตรรกยะและจากจำนวนตรรกยะสามารถสร้างจำนวนจริงได้ตามลำดับ การแก้ไขปัญหานั้น ดีดีคินท์ (Dedekind) สามารถสร้างจำนวนนับหรือจำนวนธรรมชาติขึ้นมาจากเซตได้ในปี ค.ศ. 1888 และด้วยการอาศัยกลุ่มสัจพจน์ของเซตตามที่คันทอร์เสนอไว้ เขาสามารถที่จะพิสูจน์สมบัติต่างๆ ของจำนวนนับได้หมด โดยที่สมบัติต่าง ๆ ทั้งหมดของจำนวนนับนั้นได้ถูกรวบรวมเอาไว้ก่อนหน้านี้แล้วโดยปีอาโน (Peano) มีด้วยกันทั้งหมด 5 ข้อ ผลงานของดีดีคินท์ชิ้นนี้ช่วยเสริมให้ทฤษฎีเซตของคันทอร์ที่กำลังจะเป็นที่นิยม ได้กลายเป็นที่นิยมมากยิ่งขึ้น และในที่สุดก็ได้มี

การยอมรับกันอย่างกว้างขวาง จนเกือบเรียกได้ว่าทุกแขนงของคณิตศาสตร์จะต้องมีเซตเข้าไปแทรกซึมอยู่ด้วยเสมอ อย่างชนิดที่จะขาดเสียไม่ได้เลยทีเดียว

อย่างไรก็ดีแม้ว่าทฤษฎีเซตของคันทอร์จะประสบความสำเร็จถึงขั้นนี้แล้วก็ตาม แต่ก็ยังไม่จบลงโดยง่าย หลังจากที่ได้มีการพิจารณากันโดยละเอียดถี่ถ้วนมากยิ่งขึ้นแล้ว ก็พบว่าทฤษฎีเซตของคันทอร์ที่เสนอนั้นยังมีข้อบกพร่องอีกมากมายดังที่ได้กล่าวแล้ว ข้อบกพร่องที่สำคัญก็คือกลุ่มของสัจพจน์ อันเป็นข้อความจริงที่ต้องยอมรับของเขานั้นก่อให้เกิดข้อขัดแย้งกันเองภายในตัวซึ่งเรียกว่า paradox แต่ก่อนจะยกตัวอย่างถึงสัจพจน์ที่ทำให้เกิดข้อขัดแย้งกันภายในตัวสักตัวอย่าง จะขอยกตัวอย่างจากชีวิตจริงอันหนึ่งเพื่อให้ผู้อ่านได้มองเห็นภาพพจน์ที่ขัดแย้งยิ่งขึ้นว่า paradox นั้นมีความหมายลึกซึ้งเป็นอย่างไรก่อนคือใน เหตุการณ์ปกติของท่านๆ คงจะเคยพบกับความจริงอย่างหนึ่งเกิดขึ้นคือ ยิ่งรีบยิ่งช้า ซึ่งเหตุการณ์ประสมกับตัวท่านเองอย่างแท้จริงว่า การกล่าวเช่นนั้นไม่ผิด แต่การพูดเช่นนั้นมันขัดแย้งกับความเป็นจริงทุกประการ เพราะตามความเป็นจริงอย่างสามัญแล้วยิ่งรีบก็ต้อง ยิ่งเร็วขึ้น แต่นั่นท่านยิ่งรีบยิ่งช้าก็ย่อมแสดงว่าข้อความจริงที่ท่านประสมมานี้มีความขัดแย้งกันเองภายในตัวเพราะจะว่าไม่จริงก็ได้เนื่องจากท่านประสมมาแล้วว่าจริง แต่จะว่าจริงก็ได้เพราะโดยปกติธรรมดาแล้วไม่จริง ดังนั้นข้อความเช่นนี้ถ้าเป็นข้อความจริงของท่านก็นับได้ว่าเป็นข้อความจริงที่ขัดแย้งกันเองเสร็จเรียบร้อยภายในตัว กรณีของคันทอร์นั้นมีสัจพจน์หรือ ข้อความจริงอันหนึ่งที่จะหยิบยกมาให้พิจารณาว่าเป็นข้อความจริงที่นำมาสู่ข้อขัดแย้งกันเองภายในตัวคือคันทอร์ได้เสนอสัจพจน์หรือสมบัติของเซตของเขาเอาไว้ข้อหนึ่งว่า ถ้าเราสามารถกำหนดสมบัติของสิ่งของอย่างมีความหมายได้ เราก็สามารถสร้างเซตของสิ่งของทั้งหมดที่มีสมบัตินี้ดังกล่าวได้ เช่นกำหนดว่า x เป็นคนผู้ชาย หรือ x เป็นอะตอมของสสารหรือ x เป็นเม็ดทราย เหล่านี้มีความหมาย แล้วก็จะจะมีเซตของคนผู้ชายทั้งหมด เซตของอะตอมของสสารทั้งหมด และเซตของเม็ดทรายทั้งหมดเป็นต้น เมื่อเป็นเช่นนี้เราก็สามารถสร้างเซต s โดยที่สมาชิกของ s ก็คือเซต x ทั้งหมดที่ x ไม่เป็นสมาชิกของตัวเอง ซึ่งจะไม่พบว่าเซต s ที่สร้างตามแอกเซียมของคันทอร์นี้ใหญ่มาก เพราะทุกเซตที่ท่านพบเห็นจะไม่มีทางเป็นสมาชิกของตัวเอง ดังนั้นจึงเป็นสมาชิกของ s ทั้งหมด s จึงใหญ่มหาศาล เมื่อเป็นเช่นนี้ปัญหาก็คือว่าในเมื่อคันทอร์สร้างเซต s ขึ้นมาได้แล้ว s จะเป็นสมาชิกของตัวเองหรือไม่ คำตอบก็คือว่า s เป็นสมาชิกของตัวเองและไม่เป็นสมาชิกของตัวเองก็ได้เป็นจริงทั้งคู่ ซึ่งข้อความแบบนี้ถือเป็นข้อความที่ขัดแย้งกันเองภายในตัว นั่นคือเกิด paradox ขึ้นนั่นเอง

ข้อบกพร่องตามแบบข้างบนของคันทอร์ ตลอดชีวิตของเขาๆ ไม่สามารถที่จะแก้ไขให้เป็นที่น่าพอใจของทุกคนได้ และยังนับได้ว่าเป็นข้อบกพร่องที่ยิ่งใหญ่ เพราะเป็นข้อบกพร่องบนรากฐานเบื้องต้นของทฤษฎีเซตของเขาเลยทีเดียว ซึ่งถ้าจะเปรียบก็เหมือนดังต้นไม้ที่รากขาดหมดใช้งานไม่ได้อีกต่อไปทางเดียวที่เหลือให้ได้เห็นก็คือต้องล้มทั้งยืน ทฤษฎีเซตของคันทอร์ก็เช่นกัน ในเมื่อสัจพจน์ที่ใช้นามาส่งสร้างเซตต่างๆ ขึ้นมานั้นใช้ประโยชน์อันใดไม่ได้ทั้งนี้

เพราะเมื่อสร้างขึ้นมาแล้วทำให้เกิดข้อขัดแย้งกันเองภายในตัวหรือเกิดข้อความเป็นได้ทั้งจริงและเท็จพร้อมๆ กันติดตามมา ซึ่งก็หมายความว่าสิ่งที่ตามมาทั้งหมดนั้นคือทฤษฎีบทต่างๆ อันเนื่องมาจากสัจพจน์ก็เป็นทั้งจริงและเท็จได้พร้อมๆ กันนั่นเอง ดังนั้นจึงหาประโยชน์อันใดไม่ได้ จากทฤษฎีเซตตามแนวทางของเขา จึงมีทางเดียวคือจะต้องล้มเลิกทฤษฎีเซตทั้งหมดหรือบางส่วน แต่การกระทำเช่นนั้นจะทำให้สิ่งสวยงามต่างๆ ที่ได้ไว้แล้ว หรือที่พิสูจน์ไว้แล้วโดยใช้ทฤษฎีเซตก็จะต้องสูญหายไปจนหมดสิ้น แต่ตามที่ได้อธิบายไว้แล้วว่าทฤษฎีเซตนั้นได้แทรกซึมเข้าไปฝังลึกอยู่ในทุกแขนงของคณิตศาสตร์ใหม่ๆ จนหมดสิ้นแล้ว การกระทำเช่นนั้นจะทำให้สิ่งสวยงามๆ งามๆ อันเนื่องมาจากทฤษฎีเซตที่นักคณิตศาสตร์เขาได้คิดแล้วสร้างกันขึ้นมา นับเป็นชั่วอายุคนก็ต้องสูญหายไปด้วย การณ์เช่นนี้จึงยอมไม่มีนักคณิตศาสตร์คนใดจะยอมได้อย่างเด็ดขาด จนมีคำกล่าวไว้ว่า “เราจะไม่ละทิ้งจากสรวงสวรรค์ที่คันทอร์ได้นำเราเข้ามาอย่างเด็ดขาด” ดังนั้นจึงมีการระดมกำลังกันทั้งหมดเพื่อคิดหาทางแก้ไข paradox ให้สำเร็จให้ได้ ผลจึงทำให้นักคณิตศาสตร์แตกออกเป็นก๊กเป็นเหล่าตามแนวความคิดหรือตามแนวความคิดที่สอดคล้องร่วมกัน อันพอจะแบ่งได้เป็นสามพวกใหญ่ ๆ ซึ่งในที่นี้เราจะสนใจพวกที่ยังคงมีแนวความคิดที่เป็นแบบแอกเซียมหรือระบบสัจพจน์เดิม เพราะถือเป็นพวกที่ประสบความสำเร็จมากที่สุดในปัจจุบันกว่าพวกอื่นๆ และแนวความคิดของพวกเขาก็ยังคงสภาพให้ทฤษฎีเซตของคันทอร์ยังคงใช้ได้เหมือนเดิม และขณะเดียวกันก็สามารถที่จะแก้ปัญหaparadox ไม่ให้เกิดขึ้นในระบบได้ด้วย จึงนับได้ว่ามีคุณค่าที่ควรแก่การมองและศึกษาเป็นอย่างยิ่ง

บุคคลแรกที่เสนอแนวความคิดที่จะแก้ปัญหaparadox ตามข้างบนก็คือ เซอร์มีโล (Zermelo) ซึ่งแนวความคิดของเขาได้เสนอออกมาเมื่อปี ค.ศ. 1908 เขาพิจารณาเซตของคันทอร์ที่ก่อให้เกิด paradox แล้วพบว่า เนื่องจากการอนุญาตให้มีเซตดังกล่าวข้างต้นซึ่งใหญ่เกินไปกว่าที่เราจะสามารถพบเห็นได้ในชีวิตจริงตามปกติ แล้วเซตอื่นๆ ที่ก่อให้เกิด paradox ในลักษณะเช่นนี้ก็เนื่องมาจากสาเหตุเดียวกัน ดังนั้นเขาจึงจำกัดเซตดังกล่าวให้เล็กลงเพื่อหลีกเลี่ยง paradox โดยเปลี่ยนแปลงสัจพจน์ข้อนั้นเป็นว่า ให้เรามีเซตตามสมบัติที่กำหนดอย่างมีความหมายได้เฉพาะที่สมาชิกจะต้องเป็นสมาชิกของเซตๆ หนึ่งเรียกว่าเอกภพสัมพัทธ์ (Relative Universal set) ผลปรากฏว่าสัจพจน์ลักษณะเช่นนี้ สามารถทำให้ทฤษฎีเซตตามที่เซอร์มีโลเสนอปลอดภัยจาก paradox ทุกประการ และยังคงทำให้งานของ คันทอร์ส่วนใหญ่สามารถใช้การได้อย่างเช่นเดิมทุกประการ จึงไม่เป็นปัญหาตามแนวทางของเขาจะไม่ประสบกับความสำเร็จอย่างงดงาม แต่ในยุคที่เซอร์มีโลเสนอแนวความคิดออกมานั้น การพัฒนาความรู้ทางด้านภาษาในรูปแบบของสัญลักษณ์หรือตรรกศาสตร์ยังไม่เจริญเท่าที่ควร งานของเซอร์มีโลจึงยังคงเป็นการเขียนตามแบบของยูคิลิดและคันทอร์ซึ่งไม่มีตรรกศาสตร์เข้ามาเกี่ยวข้องมากนัก ดังนั้นหลายอย่างจึงยังต้องอาศัยความเข้าใจตามสามัญสำนึกหรือตามสัญชาตญาณที่ประสบพบเห็น เช่นการจะกำหนดสมบัติที่มีความหมายของสมาชิกใน

เอกภพสัมพัทธ์เพื่อสร้างเซตตามสัจพจน์ของเซอร์มีโล ปัญหาก็คือว่าสมบัติอย่างไรจึงจะจัดได้ว่าเป็นสมบัติที่มีความหมาย ซึ่งนับว่ามันยากแก่การตัดสินใจ คณิตศาสตร์แบบนี้ย่อมไม่เป็นที่ต้องการของนักคณิตศาสตร์ทั่วไป พวกเขาต้องการที่จะให้คณิตศาสตร์นั้นจะต้องไม่มีสิ่งที่ต้องอาศัยสามัญสำนึกของบุคคลมาตัดสินให้อีกต่อไป ดังนั้นจึงมีการศึกษารูปแบบของภาษาที่จะใช้กับคณิตศาสตร์คือตรรกศาสตร์เพื่อที่จะกำจัดปัญหาดังกล่าว แล้วในที่สุดในปี ค.ศ. 1922 สโคลเลม (Skolem) กับแฟรงเกิล (Fraenkel) ก็เสนอหนทางที่จะแก้ปัญหานี้โดยอาศัยรูปแบบทางภาษาในตรรกศาสตร์เข้ามาช่วยสร้างข้อความที่มีความหมายตามที่ต้องการได้ ซึ่งถึงจุดนี้ก็ทำให้ทฤษฎีเซตที่ศึกษากันมีความสมบูรณ์ถึงจุดสุดยอด และนับได้ว่าเป็นแนวทางที่ได้มีผู้ให้การสนใจและศึกษากันอย่างกว้างขวางมากที่สุด จนมีผู้เรียกแนวความคิดของเซตตามระบบนี้เสียใหม่ว่าระบบเซอร์มีโล-แฟรงเกิล (ZF) ซึ่งเราเองก็พบเห็นและศึกษาเซตกันตามแนวทางของเซอร์มีโล-แฟรงเกิลนั่นเอง

ทั้งหมดนี้เป็นประวัติย่อของคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเซตตามแนวความคิดแบบระบบสัจพจน์หรือบางทีก็เรียกระบบเซอร์มีโล-แฟรงเกิล ระบบนี้แม้จะมีการยอมรับและศึกษากันอย่างกว้างขวางจนแพร่หลายแล้วก็ตาม แต่ก็หาผู้ใดมั่นใจไม่ว่าเราจะไม่ค้นพบข้อขัดแย้งหรือ paradox เกิดขึ้นมาอีกตอนหลัง ทั้งนี้เพราะบทพิสูจน์ที่ยืนยันสิ่งเหล่านี้ภายในระบบยังไม่มีผู้ใดคิดค้นได้ ดังนั้นหนทางที่ทำการตอนนี้ก็ต้องเชื่อไปก่อนว่าระบบนี้เป็นระบบที่สมบูรณ์แบบที่สุดคือ จะไม่มีทางเกิดข้อขัดแย้งจนถึงกับต้องกระเทือนต่อรากฐานของระบบเหมือนสมัยของคันทอร์อย่างแน่นอน นอกจากนี้แล้วระบบนี้ยังมีข้อเสียอีกหลายประการซึ่งจะไม่นำมากล่าวไว้ให้ในที่นี้ แต่ข้อดีข้อเสียต่าง ๆ เหล่านี้ไม่ส่งผลกระทบต่อการศึกษาเซตตามแนวทางเช่นนี้แต่อย่างใด

1.2 การเรียนการสอนเรื่องเซตและการยกตัวอย่างค้าน

การเรียนการสอนเรื่องเซตและการยกตัวอย่างค้าน มีนักการศึกษาและนักวิจัยหลายท่านได้ศึกษาหรือกล่าวถึงการเรียนการสอนเรื่องเซตและการยกตัวอย่างค้าน ไว้ดังนี้

ยงยศ พุทธิให้ (2543 : 71-73) ได้ศึกษามโนคติที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องเซต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่าผู้เรียนเกิดมโนคติพื้นฐานที่ผิดพลาด สับสนในการใช้บทนิยามและสัญลักษณ์ การจัดกิจกรรมบางเนื้อหาไม่เหมาะสม ซึ่งมีมโนคติที่ผิดพลาด เรียงจากมากไปน้อย ได้ดังนี้

1. การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องเซต

1.1 ไม่เข้าใจในข้อความที่เป็นโจทย์ปัญหาทำให้ไม่สามารถคำนวณตามที่โจทย์ต้องการได้

1.2 ตีความจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ได้

2. การเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขสมาชิก
 - 2.1 ไม่สามารถเขียนได้ถูกต้อง
 - 2.2 สับสนเรื่องการเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขกับการเขียนเซตของความสัมพันธ์
3. เพาเวอร์เซต
 - 3.1 สับสนการเขียนสับเซตทั้งหมดกับการเขียนเพาเวอร์เซต
 - 3.2 เข้าใจทฤษฎีผิดคิดว่าเพาเวอร์เซตใด ๆ คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของเซตทั้งเซตนั้น
4. สับเซต
 - 4.1 เข้าใจทฤษฎีผิดคิดว่าสับเซตทั้งหมดของเซตใด ๆ เท่ากับเซตนั้น
 - 4.2 สับสนสัญลักษณ์ " { } " เรื่องเซตและสับเซต
 - 4.3 เข้าใจทฤษฎีผิดคิดว่าสับเซตคือ เซตย่อย ควรมีจำนวนสมาชิกลดกว่าเซตเดิม
 - 4.4 สับสนการเขียนสับเซตทั้งหมดกับการเขียนเซตของความสัมพันธ์
5. เซตที่เท่ากัน
 - 5.1 นักเรียนมักนับจำนวนสมาชิกโดยไม่พิจารณาว่าเป็นสมาชิกเดียวกันหรือไม่
6. คอมพลีเมนต์
 - 6.1 นักเรียนเข้าใจทฤษฎีแต่ไม่สามารถตีความจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ ทำให้ใช้กระบวนการคิดหาคำตอบไม่ได้
7. ยูเนียนและอินเตอร์เซกชัน
 - 7.1 สับสนในทฤษฎีและสัญลักษณ์
 - 7.2 เข้าใจทฤษฎีแต่ไม่สามารถตีความจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ ทำให้ใช้กระบวนการคิดหาคำตอบไม่ได้
8. ผลต่าง
 - 8.1 เข้าใจทฤษฎีแต่ไม่สามารถตีความจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ ทำให้ใช้กระบวนการคิดหาคำตอบไม่ได้
 - 8.2 สับสนผลต่างระหว่างเซตหน้าและเซตหลัง
9. เอกภาพสัมพัทธ์ และการเขียนแผนภาพ เวนน์ - ออยเลอร์
 - 9.1 สับสนเรื่องเอกภาพสัมพัทธ์กับคอมพลีเมนต์
 - 9.2 ไม่สามารถเขียนแผนภาพได้ถูกต้อง

ลออ เพิ่มสมบัติ (2516 : 43) กล่าวถึงข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าผู้ที่ศึกษาคณิตศาสตร์และเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เสมอ ๆ มักจะพบปัญหาที่เห็นว่าง่าย แต่ทำจริงเข้าแล้วกลับพบว่าเกิดปัญหา ทั้งที่วิธีการไม่ผิด แต่ได้คำตอบไม่ตรงกับที่โจทย์เฉลยไว้ ทั้งนี้เนื่องจากผู้ตอบปัญหาขาดความรอบคอบ นำเอากฎเกณฑ์ ทฤษฎีบทไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่คำนึงถึงบทนิยาม ข้อยกเว้นต่าง ๆ

อมร มั่นทรัพย์ (2521 : 130) กล่าวว่า จากข้อโต้แย้งที่กำหนดให้ ถ้าสามารถหาประพจน์มาแสดงให้เห็นว่า เหตุทั้งหมดของข้อโต้แย้งมีค่าความจริงเป็นจริง และค่าความจริงของบทสรุปเป็นเท็จ แล้วประพจน์ที่แสดงในตอนนี้ เรียกว่า ตัวอย่างค้าน และสรุปได้ทันทีว่า ข้อโต้แย้งนี้เป็นข้อโต้แย้งที่ไม่สมเหตุสมผล

เกลบอม และ โอล์มสเตด (Gelbaum and Olmsted. 1964 : unpagged) กล่าวว่าปัญหาในคณิตศาสตร์มีอยู่แบบเดียวคือ ข้อความ S เป็นจริงหรือไม่ เช่น ทุกสมาชิกของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B วิธีที่จะแสดงว่าข้อความนี้เป็นจริง ต้องหาวิธีการพิสูจน์ให้ได้ว่าทุกสมาชิกของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และการที่จะบอกว่าข้อความนี้เป็นเท็จต้องหาสมาชิกของ A ที่ไม่อยู่ใน B หรือพูดอีกอย่างหนึ่งก็คือการยกตัวอย่างค้าน ดังนั้นเขาจึงกล่าวว่า การศึกษาคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 2 ลักษณะใหญ่ ๆ คือการศึกษาเกี่ยวกับการพิสูจน์ว่าข้อความเป็นจริงกับการศึกษาเกี่ยวกับการยกตัวอย่างค้านเพื่อแสดงว่าข้อความ เป็นเท็จ

ไวท์ซิดด์ (Whitesitt. 1964 : 22) กล่าวว่า การพิสูจน์กฎการสลับที่ กฎการจัดหมู่ หรือกฎการแจกแจงเป็นจริงสำหรับการดำเนินการบนเซต จำเป็นจะต้องพิสูจน์ว่าเป็นจริงสำหรับสมาชิกทุกตัวในเซต การพิสูจน์ว่ากฎใดกฎหนึ่งไม่จริง ต้องยกตัวอย่างให้เห็นว่ากฎนั้นไม่จริงอย่างน้อยหนึ่งกรณี วิธีการพิสูจน์แบบนี้เรียกว่า การยกตัวอย่างค้าน

ซูเปส (Suppes. 1978 : 69) กล่าวว่า ความสามารถในการยกตัวอย่างค้าน มีความสำคัญเท่าๆ กับความสามารถในการพิสูจน์ว่า การให้เหตุผลนั้นไม่สมเหตุสมผล และได้ให้ความหมายของคำว่า “การให้เหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล” ดังนี้ การให้เหตุผลจะไม่สมเหตุสมผลก็ต่อเมื่อ มีวิธีแสดงได้ว่า สมมุติฐานเป็นจริง แต่ข้อสรุปเป็นเท็จ

สตีน และ ซีบาช (Steen and Seebach. 1970 : unpagged) กล่าวว่า การค้นพบตัวอย่างเป็นสิ่งสำคัญและเป็นการกระทำที่มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างค้านจะช่วยแก้ปัญหาข้อความคาดการณ์ที่สำคัญๆ ได้ ประโยชน์ของตัวอย่างค้านจะ ช่วยเพิ่มความระมัดระวังในการสรุปข้อความว่าเป็นจริงโดยที่มีตัวอย่างสนับสนุนมาก ๆ แต่ข้อความนั้นอาจเป็นเท็จ

ดี เซสโค (De Cecco. 1968 : 407) ได้ให้ลำดับชั้นในการสอนเพื่อให้เกิดมโนคติขั้นหนึ่งว่า ควรจะได้มีการยกตัวอย่างประกอบ ซึ่งตัวอย่างนี้ควรมีทั้งตัวอย่างที่ถูกและตัวอย่างที่ผิดควบคู่กันไป จะได้ผลดีกว่าตัวอย่างที่ถูกเพียงอย่างเดียว หรือตัวอย่างที่ผิดอย่างเดียว

ฮอลล์ (Hall. 1972 : 6) กล่าวว่า ถ้ามีข้อความซึ่งดูเหมือนว่าจริง แต่ความจริงแล้วข้อความนั้นเป็นเท็จ วิธีที่ดีที่สุดที่นิยมในการพิสูจน์ว่าข้อความนี้เป็นเท็จ คือการหาตัวอย่างซึ่งแสดงว่าข้อความนั้นเป็นเท็จ ตัวอย่างที่ว่านี้เรียกว่าตัวอย่างค้าน ฮอลล์ ได้ยกตัวอย่างข้อความคาดการณ์ของแฟร์มาต์ ซึ่งมีข้อความว่า “ $2^{2^n} + 1$ เป็นจำนวนเฉพาะ สำหรับจำนวนเต็ม n ทุกตัว ” แฟร์มาต์เชื่อว่าข้อความนี้เป็นจริง แต่ก็ยังไม่สามารถพิสูจน์ได้ ต่อมาในปี ค.ศ. 1732 ออยเลอร์ได้ยกตัวอย่างค้าน โดยแสดงว่า กรณีที่ $n = 5$, $2^{2^n} + 1$ ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ ซึ่งเป็นการพิสูจน์ว่าข้อความคาดการณ์ของแฟร์มาต์เป็นเท็จและฮอลล์ได้ยกตัวอย่างทฤษฎีบทเกี่ยวกับอนุกรมของจำนวนจริงซึ่งมีข้อความว่า ถ้าอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ เป็นอนุกรมที่ลู่เข้าแล้ว ลำดับ a_n จะลู่เข้าสู่ 0 แต่บทกลับของทฤษฎีบทมีข้อความว่า ถ้าลำดับ a_n ลู่เข้าสู่ 0 แล้วอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ จะลู่เข้าเป็นเท็จ โดยที่ฮอลล์ได้ยกตัวอย่างค้านว่า ถ้าลำดับ

$$a_n = \frac{1}{n} \text{ จะได้ว่า ลำดับ } a_n \text{ ลู่เข้าสู่ } 0 \text{ และอนุกรม } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ ไม่ลู่เข้า ฮอลล์สรุปว่า}$$

ตัวอย่างค้านสามารถแก้ปัญหาที่สำคัญ ๆ ในคณิตศาสตร์เป็นจำนวนมาก

จากการศึกษาของนักวิจัยและนักการศึกษาจะพบว่านักการศึกษาได้ศึกษาหรือกล่าวถึงกับการให้เหตุผลซึ่งการยกตัวอย่างค้านเป็นการให้เหตุผลอย่างหนึ่งและการยกตัวอย่างค้านนั้นยากพอ ๆ กับการพิสูจน์โดยตรง ซึ่งในการเรียนการสอนต้องมีตัวอย่างที่หลากหลายทั้งข้อความที่เป็นจริงและข้อความที่เป็นเท็จเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น ในการสรุปข้อความว่าเป็นเท็จต้องมีเหตุผลที่สนับสนุนที่ชัดเจนและผู้ที่ศึกษาคณิตศาสตร์มักจะมีปัญหาที่เห็นว่าง่ายแต่ทำจริงเข้ากลับพบปัญหาขาดความรอบคอบในช่วงชั้นที่ 4 เรื่องเซตเป็นเรื่องแรกของนักเรียนในมัธยมศึกษาตอนปลายก็ยังมีข้อบกพร่องอยู่ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความคิดที่จะนำการแสดงความข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้านมาสอนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งจะแทรกไว้ในการเรียนเรื่องเซตและจะทำอย่างเป็นระบบเพื่อให้นักเรียนเกิดความระมัดระวังในการสรุปข้อความต่าง ๆ ว่าเป็นเท็จนั้นต้องหาตัวอย่างมาสนับสนุนให้เห็นชัดเจน

1.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเซตและการยกตัวอย่างค้าน

1.3.1 งานวิจัยในประเทศ

บุญมา สมสวัสดิ์ (2517 : 35) ได้ทำการศึกษาการทดลองสอนเรื่องเซตเบื้องต้นกับนักเรียนระดับอนุบาลของโรงเรียนประถมสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร พบว่านักเรียนในระดับชั้นอนุบาลสามารถเรียนเรื่องเซตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้ โดยใช้การสอนแบบให้นักเรียนทำกิจกรรมที่มีอุปกรณ์เป็นรูปธรรมและกึ่งรูปธรรม

สมวงษ์ ทรัพย์เจริญ (2518 : 33) ได้ทำการทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ปรากฏว่านักเรียนที่เรียนจากบทเรียนโปรแกรมมีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องเซตไม่แตกต่างกับการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเกี่ยวกับวิชาชีพ เรื่อง เซต หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ต่างไปจากนักเรียนที่เรียนจากวิธีสอนแบบปกติ ที่ระดับความเชื่อมั่น 0.05 โดยที่ค่าเฉลี่ยของคะแนนของนักเรียนที่เรียนจากวิธีสอนแบบปกติสูงกว่า นักเรียนที่เรียนจากบทเรียนโปรแกรมเล็กน้อยคือ 0.60 ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้

ศรีสมร อรรถจินดา (2522) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิต มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ โดยให้กลุ่มทดลอง 29 คน เรียนโดยใช้ทั้งตัวอย่างถูกและตัวอย่างผิด ส่วนกลุ่มควบคุมจำนวน 29 คน เรียนโดยใช้ตัวอย่างถูกอย่างเดียว ผลปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ 0.01

ธัญชัย ภูอุดม (2524 : 22-23) ได้ศึกษาสมรรถภาพในการพิสูจน์ว่าข้อความเป็นเท็จ โดยการยกตัวอย่างค้านของนิสิตปี 4 วิชาเอกคณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษาบัณฑิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ พบว่านิสิตมีสมรรถภาพในการพิสูจน์ว่าข้อความเป็นเท็จ โดยการยกตัวอย่างค้านต่ำ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

นworรัตน์ ศุภสินธุ์ (2525 : 24) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต และระบบจำนวน ของนิสิตปริญญาตรีปีที่ 1 ที่เรียนจากการสอนที่เน้นการยกตัวอย่างค้านกับการสอนปกติ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต และระบบจำนวนของนิสิตที่เรียนจากการสอนที่เน้นการยกตัวอย่างค้าน สูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต และระบบจำนวนของนิสิตที่เรียนจากการสอนปกติอย่างมีนัยสำคัญ ที่ระดับ 0.01 และยังพบว่าการสอนที่เน้นการยกตัวอย่างค้านช่วยให้นิสิตเข้าใจในทฤษฎีบทเรื่องเซต และระบบจำนวนได้เป็นอย่างดี

บุญล้อม ไชยสิงห์ (2530 : 49) ได้เปรียบเทียบวิธีสอนแบบอุปนัยและนิรนัย ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ด้านมโนทัศน์ในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่า นักเรียนที่เรียนจากการสอนแบบอุปนัยกับที่เรียนจากการสอนแบบนิรนัยมีผลสัมฤทธิ์ด้านมโนทัศน์แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนต่างกัน มีผลสัมฤทธิ์ด้านมโนทัศน์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

ยงยศ พุทธิให้ (2543 : 71-73) ได้ศึกษามโนคติที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องเซต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่าผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดพื้นฐานที่ผิดพลาด สับสนในการใช้บทนิยามและสัญลักษณ์ การจัดกิจกรรมบางเนื้อหาไม่เหมาะสม ซึ่งมโนคติที่ผิดพลาด

สมควร ปานโม (2545) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักศึกษา ก่อนและหลังการทดลองด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา กับวิชาชีพ เรื่อง เซต ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 (ปวส.) พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา กับวิชาชีพ เรื่อง เซต ของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 (ปวส.1) ประเภทวิชาเกษตรกรรม ซึ่งเรียนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา กับวิชาชีพ สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

1.3.2 งานวิจัยต่างประเทศ

เกจ (Gage. 1977 : 4929) ได้ศึกษาถึงผลของตัวอย่างที่ถูกและตัวอย่างที่ผิดต่อการเรียนรู้มโนคติ ระหว่างกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม โดยให้กลุ่มหนึ่งได้รับแต่ตัวอย่างที่ถูก และอีกกลุ่มหนึ่งได้รับทั้งตัวอย่างที่ถูกและตัวอย่างที่ผิด ผลปรากฏว่านักเรียนที่ได้รับทั้งตัวอย่างถูกและตัวอย่างผิดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีกว่านักเรียนที่ได้รับตัวอย่างถูกเพียงอย่างเดียว อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

นักการศึกษาและนักวิจัยหลายท่านได้ศึกษาเกี่ยวกับการยกตัวอย่างค้านซึ่งแสดงว่าเป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และในงานวิจัยของ ธนุชัย ภู่อุดม ยังพบว่าสมรรถภาพในการยกตัวอย่างค้านของนิสิตเอกคณิตศาสตร์ต่ำและในการเรียนเรื่องเซต ดูเหมือนง่ายแต่พอทำเข้าจริงกลับพบข้อบกพร่อง ซึ่งเซตเป็นวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของการเรียนในช่วงชั้นที่ 4 และเป็นเรื่องพื้นฐานของการเรียนคณิตศาสตร์ในเรื่องต่าง ๆ ต่อไป ดังนั้น ผู้วิจัยจึงมีความคิดที่จะปลูกฝังและสร้างประสบการณ์ในการยกตัวอย่างค้านอย่างเป็นระบบในการสรุปข้อความต่าง ๆ ว่า เป็นจริงหรือเท็จ เพื่อให้ นักเรียนเกิดความรู้และรอบคอบยิ่งขึ้น

2. เอกสารที่เกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ไพศาล หวังพานิช ได้กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ (Achievement) หรือผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Academic Achievement) หมายถึง คุณลักษณะของบุคคลอันเกิดจากการเรียนการสอน เป็นการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมและประสบการณ์การเรียนรู้ที่เกิดจากการอบรมหรือจากการสอน การวัดผลสัมฤทธิ์เป็นการตรวจสอบระดับความสามารถ (Level Accomplishment) ของบุคคลหลังจากได้รับการอบรม (ไพศาล หวังพานิช. 2526 : 76)

อรพินท์ ชูชม และอัจฉรา สุขารมณ (อัจฉรา สุขารมณ และ อรพินท์ ชูชม. 2530 : 10) ได้กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ หมายถึงขนาดของความสำเร็จที่ได้จากการทำงานที่ต้องอาศัยความพยายามจำนวนหนึ่ง ซึ่งอาจเป็นผลมาจากการกระทำที่อาศัยความสามารถทางร่างกายหรือสมอง ดังนั้น ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจึงเป็นขนาดของความสำเร็จที่ได้จากการเรียน โดยอาศัยความสามารถเฉพาะตัวของบุคคล ตัวที่บ่งชี้ถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอาจได้มาจากการบวนการที่ไม่ต้องอาศัยการทดสอบที่เรียนว่า (Nontesting Procedures) เช่นการสังเกต หรือตรวจการบ้าน หรืออาจอยู่ในรูปของเกรดที่ได้มาจากโรงเรียน ซึ่งต้องอาศัยกรรมวิธีที่ซับซ้อนและช่วงเวลาในการประเมินอันยาวนาน หรืออีกวิธีหนึ่งอาจวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่นิยมใช้กันทั่วไป (Published Achievement Test) จะพบว่าการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ใช้กันทั่วไป มักอยู่ในรูปของเกรดที่ได้จากโรงเรียนเนื่องจากให้ผลที่เชื่อถือได้มากกว่า อย่างน้อยก่อนที่จะประเมินผลของนักเรียนครูจะต้องพิจารณาองค์ประกอบอื่นๆ อีกหลายๆ ด้าน จึงย่อมดีกว่าการแสดงขนาดความล้มเหลว หรือความสำเร็จทางการเรียนจากการทดสอบนักเรียนด้วยแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั่ว ๆ ไป เพียงครั้งเดียว

วิลสัน (พงษ์รัศมี เฟื่องฟู. 2545 : 13-15; อ้างอิงจาก Wilson. 1971 : 643 – 696) ได้กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาออกเป็น 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับที่ต่ำที่สุด แบ่งออกเป็น 4 ขั้นดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts)

เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่างๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามวัดความสามารถในระดับนี้ จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นเวลานานแล้ว

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และบทนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และบทนิยามต่าง ๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้ แต่ไม่ต้องอาศัยการคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability of Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริง หรือบทนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว มาคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้อย่างไรก็ตาม ความสามารถทางด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณแต่ซับซ้อนกว่า แบ่งออกเป็น 6 ชั้นดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกับความรู้ความจำที่เกี่ยวกับข้อเท็จจริงเพราะมโนคติเป็นนามธรรมที่ประมวลข้อเท็จจริงต่าง ๆ ซึ่งต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้น โดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนในรูปแบบใหม่ หรือยกตัวอย่างที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียน มิฉะนั้นจะเป็นการวัดความจำ

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principles, Rules and Generalization) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหา ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการ และกฎที่นักเรียนพบเป็นครั้งแรก อาจจัดเป็นพฤติกรรม

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบของปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability of Transform Problem from One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่นแปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการที่มีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหาหลังจากแปลแล้ว อาจกล่าวได้ว่าพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการคิดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่ว ๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่าน และตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

(Ability to Read and Interpret a Problems) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ โดยนักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนเคยพบในระหว่างเรียน นักเรียนจึงต้องเลือกกระบวนการแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาจนได้คำตอบ พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ขั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสมอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจ และเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหานั้น

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparison) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหานี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องพิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่ประสมอยู่หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบ ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns, Isomorphisms and Symetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่องตั้งแต่การระลึกได้ ข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาให้พบ

การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลงแต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 5 ขั้น ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ที่ไม่เคยพบมาก่อน (Ability to solve Nonroutine) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัดหรือ

ตัวอย่าง นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจในโมเมนต์ บทนิยาม ตลอดจนทฤษฎีบทต่างๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่างๆ ที่โจทย์ให้แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้ว

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to Cite Proofs) เป็นความสามารถในการสร้างภาษาเพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัย บทนิยาม ลัทธิ และทฤษฎีบทต่างๆ ที่เรียนมาแล้ว ไปพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

4.4 ความสามารถในการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องให้มีเหตุผลใช้ได้ ในกรณีทั่วไป (Ability to Formulate and Validate Generalizations) เป็นความสามารถในการค้นพบสูตร หรือกระบวนการแก้ปัญหา และพิสูจน์ว่าใช้ในกรณีทั่วไปได้

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ระดับความสามารถ หรือระดับผลสัมฤทธิ์ของบุคคล หลังจากการเรียนรู้หรือจากการฝึกอบรม

2.2 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ไพศาล หวังพานิช (ไพศาล หวังพานิช. 2526 : 79) ได้กล่าวว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสามารถวัดได้ 2 แบบ ตามจุดมุ่งหมาย และลักษณะวิชาที่สอนคือ

1. การวัดด้านปฏิบัติ เป็นการตรวจสอบระดับความสามารถในการปฏิบัติ หรือทักษะของผู้เรียนโดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้แสดงความสามารถออกมาในรูปการกระทำจริง เช่น วิชา ศิลปะ พลศึกษา งานช่าง เป็นต้น

2. การวัดด้านเนื้อหา เป็นการตรวจสอบความสามารถเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาอันเป็นประสบการณ์เรียนรู้ของผู้เรียนสามารถวัดได้โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement test)

2.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ประกิจ รัตนสุวรรณ (ประกิจ รัตนสุวรรณ. 2525 : 55) ได้กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เป็นแบบทดสอบที่มุ่งวัดพฤติกรรม และประสบการณ์ทางการเรียนรู้ของผู้เรียน แบบทดสอบประเภทนี้จึงมุ่งวัดคุณลักษณะด้านความรู้ ความคิดในเรื่องที่เรียน ลักษณะการวัดผลสัมฤทธิ์จะขึ้นอยู่กับลักษณะและธรรมชาติของรายวิชาที่มีการจัด กิจกรรมการเรียนการสอนนั้นๆ โดยอาจจะเป็นการวัดผลสัมฤทธิ์ในแง่เนื้อหาวิชาโดยตรง หรืออาจวัดผลสัมฤทธิ์ในเชิงลงมือปฏิบัติหน้าที่สำคัญของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ก็คือมุ่งตรวจสอบความ

สามารถในการเรียนของบุคคล ทั้งในส่วนที่เกี่ยวกับระดับความสามารถในการเรียนความก้าวหน้า หรือพัฒนาในการเรียน

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543 : 146-147) ได้กล่าวว่า แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นแบบทดสอบที่วัดความรู้ของนักเรียนที่ได้เรียนไปแล้ว ซึ่งมักเป็นข้อคำถามให้นักเรียนตอบด้วยกระดาษและดินสอกับให้นักเรียนปฏิบัติ

2.3.1 ประเภทและรูปแบบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

สมเกียรติ ปติฐพร (สมเกียรติ ปติฐพร. 2525 : 7) ได้กล่าวว่า ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง (Teacher Made Test) หมายถึงข้อสอบที่ใช้ทั่วไปในโรงเรียนโดยครูเป็นผู้สร้างขึ้นเอง สอบแล้วทิ้งไป จะสอบใหม่ก็สร้างขึ้นใหม่
2. แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized Test) หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นแล้วนำไปใช้ทดสอบ แล้ววิเคราะห์ผลการสอบตามวิธีทางสถิติหลายครั้งเพื่อปรับปรุงข้อสอบให้มีคุณภาพดีขึ้น

2.3.2 รูปแบบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สร้างง่ายและนิยมใช้มี 2 แบบ คือ

1. อัตนัย หรือความเรียง (Subjective or Essay Type) หมายถึง แบบทดสอบที่กำหนดปัญหา หรือข้อคำถามให้ผู้ตอบเขียนตอบยาว ๆ เหมาะสำหรับการวัดหลาย ๆ ด้านในแต่ละข้อ เช่น วัดความคิด วัดภาษา วัดอารมณ์
2. แบบปรนัยหรือแบบใช้ตอบสั้น ๆ (Objective or Short Answer Type) หมายถึง แบบทดสอบที่ให้ตอบสั้น ๆ หรือกำหนดคำตอบให้เลือก อาจเป็นคำตอบ ถูก - ผิด จับคู่ แบบเติมคำ หรือแบบเลือกตอบ

ในการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้เครื่องมือวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยสร้างเป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก และข้อสอบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำ

บทที่ 3

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากร ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของโรงเรียนสายน้ำผึ้ง แขวงคลองตัน เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2547 ซึ่งมีทั้งหมด 13 ห้องเรียน ห้องเรียนละประมาณ 40 คน จำนวน 520 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2547 ของโรงเรียนสายน้ำผึ้ง แขวงคลองตัน เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร จำนวน 2 ห้องเรียน รวม 80 คน แบ่งเป็นห้องทดลอง 48 คน ห้องควบคุม 32 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Random Sampling) เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนเป็นแบบคละกัน มีทั้ง นักเรียนที่มีความสามารถในการเรียนระดับ เก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเดียวกัน โดยจับสลากแบ่ง 2 ห้องเรียน แบ่งห้องหนึ่งเป็นกลุ่มทดลองสอนโดยผู้วิจัย และอีกห้องหนึ่งเป็นกลุ่มควบคุมสอนโดยอาจารย์ประจำวิชา

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. บทเรียนเรื่องเซตที่เน้นตัวอย่างค่าน
2. แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องเซตที่เน้นการยกตัวอย่างค่าน
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. ลักษณะของเครื่องมือ

1.1 บทเรียนเรื่อง เซต ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น เพื่อใช้สอนจำนวน 12 ชั่วโมง

1.2 แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 12 ชั่วโมง

1.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องเซต โดยแบ่งเป็น

1.3.1 อัตนัย จำนวน 4 ข้อ

1.3.2 ประนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ

2. ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือ

2.1 ศึกษาเนื้อหาเรื่อง เซต เพื่อสร้างบทเรียน หาดตัวอย่างคำถาม เพื่อประกอบในการสร้างตัวอย่างคำถาม และแผนการจัดการเรียนรู้ โดยศึกษาจากตำราและเอกสารที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

2.1.1 หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (สสวท.)

2.1.2 คณิตศาสตร์แบบฝึกปฏิบัติ เล่ม 1 (สุเทพ จันท์สมศักดิ์ และ สุเทพ ทองอยู่)

2.1.3 คณิตศาสตร์สำหรับ Entrance ระบบใหม่ (ณรงค์ ปั่นน้อม)

2.1.4 คณิตศาสตร์ ม.4 เล่ม 1 ค 011 (กมล เอกไทยเจริญ)

2.1.5 คณิตศาสตร์ ม.4-5-6 (สมัย เหล่าวานิชย์)

2.1.6 ชุดเสริมประสบการณ์ Entrance คณิตศาสตร์ กข (ไพโรจน์ ตีรณธนากุล)

2.1.7 คณิตศาสตร์ Entrance (สุชิน ทำมาหากิน)

2.1.8 แบบฝึกหัดพื้นฐาน วิชาคณิตศาสตร์ ม. 4 ค 011 (อนเนก หิรัญ)

2.1.9 แบบฝึกหัดและประเมินผล คณิตศาสตร์ ม. 4 ค 011 (กนกวลี อุษณกรกุล และ รณชัย มาเจริญทรัพย์)

2.1.10 ESSENCE OF MODERN MATHS (ลออ เพิ่มสมบัติ)

2.1.11 1000 TEST in MATHS 1 (ทรงวิทย์ สุวรรณชาติ)

2.1.12 ELEMENTS OF SET THEORY (PETER W. ZEHNA)

2.1.13 ทฤษฎีเซต (สมศักดิ์ โพธิ์จิตร)

2.1.14 คณิตศาสตร์พื้นฐาน (เลิศ สิทธิโกศล)

2.1.15 แบบเรียนสำเร็จรูป เซต ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน (ล้วน สายยศ)

2.1.16 คณิตศาสตร์ ม. 4 ค 011 (จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง)

2.1.17 เซต (ศุภกิจ เฉลิมวิสุตมกุล)

- 2.2 กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง เขต โดยมุ่งให้นักเรียนสามารถ
- 2.2.1 บอกสมาชิกของเขตที่กำหนดให้ได้
- 2.2.2 เขียนเขตแบบแจกแจงสมาชิกหรือแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกในเขต
- ได้
- 2.2.3 บอกได้ว่าเขตที่กำหนดให้เป็นเขตจำกัด เซตอนันต์ หรือ เซตว่าง
- 2.2.4 บอกเขตที่เท่ากัน และเทียบเท่ากันได้
- 2.2.5 หาสับเซตและเพาเวอร์เซตของเขตที่กำหนดให้ได้
- 2.2.6 เขียนแผนภาพของเวนน์ – ออยเลอร์ จากเขตที่กำหนดให้ได้
- 2.2.7 หายูเนียนและอินเตอร์เซกชันของเขตที่กำหนดให้ได้
- 2.2.8 หาคอมพลีเมนต์ของเขตที่กำหนดให้ได้
- 2.2.9 หาผลต่างของเขตที่กำหนดให้ได้
- 2.2.10 นำความรู้เกี่ยวกับเขตและโอเปอเรชันของเซตไปใช้ได้
- 2.3 สร้างบทเรียนและแผนการจัดการเรียนรู้ ตามลำดับขั้นตอน ดังต่อไปนี้
- 2.3.1 ค้นหาและสร้างตัวอย่างค่านในรูปแบบต่างๆ เพื่อนำไปประกอบการเขียนบทเรียนเรื่องเซต
- 2.3.2 เขียนบทเรียน เนื้อหาเรื่อง เซต เพื่อใช้สอนจำนวน 12 ชั่วโมง ซึ่งในบทเรียนประกอบด้วย เนื้อหา แบบฝึกหัด และจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย หัวเรื่อง จำนวนชั่วโมงที่สอน สารการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้
- 2.3.3 นำบทเรียนและแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องเซต ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบแก้ไขปรับปรุงเพื่อพิจารณาความเหมาะสม และชี้แนะข้อบกพร่องพร้อมทั้งข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข
- 2.3.4 นำบทเรียนและแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เซต ที่ได้รับการตรวจสอบจากคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ไปปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ
- 2.3.5 นำบทเรียนและแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เซต ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ให้พิจารณาอีกครั้งหนึ่ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เรียบร้อย
- 2.3.6 นำบทเรียนและแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เซต ไปทดลองกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตนำฝั่งที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 20 คน เพื่อดูความชัดเจนของภาษา ความเหมาะสมของขั้นตอนในการสอน ตลอดจนระยะเวลาที่ใช้

2.3.7 นำบทเรียนและแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เซต มาปรับปรุงแก้ไข ข้อบกพร่องแล้วนำบทเรียนและแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เซต ที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้วไปใช้ในการทดลองกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2.4 ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต ดังนี้

2.4.1 ศึกษาทฤษฎีและหลักการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จากหนังสือเทคนิคการเขียนข้อสอบของ ชวาล แพรัตกุล (2520 : 1-40) การวัด การวิเคราะห์ การประเมินทางการศึกษาเบื้องต้นของ กังวล เทียนกันท์เทศน์ (2540 : 92-112) การวัดและ ประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ของ พร้อมพรรณ อุดมสิน (2538 : 13-27) และ เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้ของ ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543 : 196-198)

2.4.2 วิเคราะห์เนื้อหา ความคิดรวบยอด และจุดประสงค์การเรียนรู้ของ เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองเพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องเซต

2.4.3 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตตามจุดประสงค์ การเรียนรู้ เป็นแบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 50 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ ให้ครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์ตามที่กำหนด

2.4.4 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัย และอัตนัย ที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและปริญญาตรีและผู้เชี่ยวชาญการสอน คณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบคุณภาพ ความเที่ยงตรงของเนื้อหา โดยพิจารณา ว่าข้อสอบที่สร้างขึ้นสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมหรือไม่ โดยใช้เกณฑ์การ พิจารณา ดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

2.4.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เซต ทั้งแบบปรนัย และอัตนัย ที่ได้รับการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์มาคำนวณหาค่า IOC แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยคัดเลือกแบบทดสอบปรนัย 4 ตัว เลือก จำนวน 40 ข้อจากทั้งหมด 50 ข้อ และแบบทดสอบ อัตนัย จำนวน 6 ข้อ จากทั้งหมด 7 ข้อ

2.4.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในข้อ 2.4.5 ไปทดลองใช้ กับนักเรียน จำนวน 20 คน ซึ่งเป็นนักเรียนกลุ่มเดียวกับข้อ 2.3.6 โดยใช้เวลาในการทดสอบ 2 ชั่วโมง 30 นาที

2.4.7 นำแบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือกที่ได้จากการทดลองในข้อ 2.4.6 มา วิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) คัดเลือกข้อที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.20 - 0.80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จำนวน 30 ข้อ

2.4.8 นำแบบทดสอบอัตนัยที่ได้จากการทดลองในข้อ 2.4.6 มาหาค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนก คัดเลือกข้อที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.20-0.80 และมีค่าอำนาจจำแนก 0.20 ขึ้นไป จำนวน 4 ข้อ

2.4.9 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทั้งฉบับซึ่งเป็นแบบปรนัยและอัตนัยที่ได้ในข้อ 2.4.7 และ 2.4.8 มาหาค่าความเชื่อมั่น โดยการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

2.4.10 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่หาความเชื่อมั่นในข้อ 2.4.9 ไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้บทเรียนและแผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง เซต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยสอนในเวลาปกติ ใช้เวลาทั้งหมด 12 ชั่วโมง

2. เมื่อสิ้นสุดการสอน ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง เซต ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ โดยใช้เวลาทดสอบ 2 ชั่วโมง

3. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังนี้

3.1 แบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือก ตรวจให้คะแนนโดยข้อที่เลือกตอบถูกต้องให้ 1 คะแนน ข้อที่เลือกตอบผิดหรือไม่ตอบหรือตอบมากกว่า 1 คำตอบในแต่ละข้อให้ 0 คะแนน

3.2 แบบทดสอบอัตนัยข้อละ 5 คะแนน

4. นำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติต่อไป

การจัดกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล

1. การวิเคราะห์ข้อมูล

1.1 หาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

1.2 ทดสอบสมมติฐานของการวิจัย ที่ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เน้นการแสดงความเข้าใจโดยการยกตัวอย่างค้านสูงกว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนจากการสอนปกติ โดยมีขั้นตอนดังนี้

1.2.1 ทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนนักเรียนทั้งสองกลุ่ม โดยการทดสอบลิลีฟอर्स (Lilifors Test)

1.2.1.1 ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยประชากรทั้งสองกลุ่มเพื่อเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของทั้งสองกลุ่ม โดยการทดสอบ t (t-test for two independent samples) ถ้าคะแนนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงปกติ

1.2.1.2 ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยประชากรทั้งสองกลุ่มเพื่อเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของทั้งสองกลุ่ม โดยการทดสอบแมน – วิทนี (Mann-Whitney test) ถ้าคะแนนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่ใช้การแจกแจงปกติ

2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

2.1 สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2.2 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือ ได้แก่ ค่า IOC ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นโดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronburch)

2.3 สถิติสำหรับการทดสอบสมมติฐาน ได้แก่ การทดสอบลิลีฟอर्स (Lilifors Test) การทดสอบ t (t-test for two independent samples) การทดสอบแมน – วิทนี (Mann-Whitney test)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้านของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จากการสอนที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้านกับการสอนปกติ โดยใช้คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับ ดังนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต
2. ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม
3. การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตของนักเรียนที่เรียนจากการสอนที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้านและคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากการสอนปกติ โดยการทดสอบ ลิลลี่ฟอर्स (Lilliefors test)
4. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเซต ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้านกับนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนปกติ โดยใช้การทดสอบ $t(t - \text{test for Independent Sample})$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ ได้แก่ คะแนนที่ได้จากการทดสอบนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็นดังนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าสัมประสิทธิ์ของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเซต ปรากฏผลดังตาราง 1

ตาราง 1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต

นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนน เต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลข คณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลข คณิต คิดเป็นร้อยละ ของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)	C.V. (ร้อยละ)
กลุ่มทดลอง	48	50	33.46	66.92	8.79	26.27
กลุ่มควบคุม	32	50	21.97	43.94	7.78	35.41

จากตาราง 1 แสดงให้เห็นว่า คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 80 คน กลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 33.46 คิดเป็นร้อยละ 66.92 ของคะแนนเต็มและมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 8.79 กลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 21.97 คิดเป็นร้อยละ 43.94 ของคะแนนเต็ม

2. ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ที่ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเซต ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ปรากฏผลดังตาราง 2

ตาราง 2 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ที่ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เซต ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	จำนวน นักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่ได้ คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม (คน)	ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียน ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม
กลุ่มทดลอง	48	40	83.3
กลุ่มควบคุม	32	7	21.9

จากตาราง 2 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็มหรือตั้งแต่ 25 คะแนนขึ้นไปของคะแนนเต็ม 50 คะแนน มีจำนวน 40 คน คิดเป็นร้อยละ 83.3 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดในชั้น และนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็มหรือตั้งแต่ 25 คะแนนขึ้นไปของคะแนนเต็ม 50 คะแนน มีจำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 21.9

3. การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเซต ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้านและคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากการสอนปกติ โดยการทดสอบลิลลีฟอर्स(Lilliefors test) ปรากฏผลดังตาราง 3

ตาราง 3 ผลการทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้านและคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากการสอนปกติ โดยการทดสอบลิลลีฟอर्स(Lilliefors test)

นักเรียนชั้นมัธยม ศึกษาปีที่ 4	จำนวน นักเรียน (คน)	ค่าสถิติ	P – value
กลุ่มทดลอง	48	0.651	0.790
กลุ่มควบคุม	32	1.008	0.261

จากตาราง 3 แสดงให้เห็นว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้านและคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนปกติ มีการแจกแจงปกติที่ระดับนัยสำคัญ .01 ($p - value > .01$)

4. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเซต ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนที่เน้นการแสดงความเข้าใจโดยการยกตัวอย่างค้านกับนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนปกติ โดยใช้การทดสอบ $t(t - \text{test for Independent Sample})$ ปรากฏผลดังตาราง 4

ตาราง 4 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเซต ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนที่เน้นการแสดงความเข้าใจโดยการยกตัวอย่างค้านกับนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนปกติ โดยใช้การทดสอบ $t(t - \text{test for Independent Sample})$

นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4	จำนวน นักเรียน (คน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D)	C.V. (ร้อยละ)	t	p - value
กลุ่มทดลอง	48	33.46	8.79	26.27	5.992	.000
กลุ่มควบคุม	32	21.97	7.78	35.41		

* * มีนัยสำคัญที่ระดับ .01

จากตาราง 4 จะเห็นว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเซตของนักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนที่เน้นการแสดงความเข้าใจโดยการยกตัวอย่างค้านสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้

บทที่ 5

สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

สังเขปความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเซตที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้าน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จากการสอนที่เน้นว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้านกับการสอนปกติ

สมมติฐานของการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้านสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนจากการสอนปกติ

วิธีดำเนินการวิจัย

1. กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสายน้ำผึ้ง แขวงคลองตัน เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2547 จำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 80 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน จำนวน 48 คน และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน จำนวน 32 คน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย มีดังต่อไปนี้

2.1 กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเซตที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้าน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยประกอบด้วย

2.1.1 บทเรียน

2.1.2 แผนการจัดการเรียนรู้

2.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3. วิธีดำเนินการวิจัย มีขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย ดังนี้

3.1 ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มทดลองชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 48 คน

โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาทั้งหมด 12 ชั่วโมง

3.2 กลุ่มควบคุม อาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ในช่วงชั้นที่ 4 เป็นผู้สอน

3.3 เมื่อเสร็จสิ้นการเรียนครบ 12 ชั่วโมง ให้นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ใช้เวลา 2 ชั่วโมง

3.4 ตรวจผลการทดสอบ โดยการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ ข้อที่ตอบถูก ให้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบหรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ ให้ 0 คะแนน และตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย ข้อละ 5 คะแนน

4. การวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้นำข้อมูลมาวิเคราะห์ผลตามลำดับ ดังนี้

4.1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต

4.2 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

4.3 การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้านและคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากการสอนปกติ โดยการทดสอบลิลลี่ฟอर्स (Lilliefors test)

4.4 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเซต ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้านกับนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนปกติ โดยใช้การทดสอบ t (t - test for Independent Sample)

สรุปผลการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้านสูงกว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนจากการสอนปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .01

อภิปรายผล

จากการทดลองใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเซต ที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้านกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถพิจารณาเป็นประเด็นได้ดังนี้

ผลการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต ที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จ โดยการยกตัวอย่างค้านของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตที่ได้รับการสอนปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของนวลรัตน์ ศุภสินธุ์ (2525 : 24) ที่พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตและระบบจำนวนของนิสิตปริญญาตรีปี 1 ที่เรียนจากการสอนที่เน้นการยกตัวอย่างค้าน สูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตและระบบจำนวนของนิสิตปริญญาตรีปี 1 ที่เรียนจากการสอนปกติ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

1. กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเซต ที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้านที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นประกอบด้วย บทเรียน เอกสารฝึกหัด เอกสารเพิ่มเติม ซึ่งมีตัวอย่างที่หลากหลาย และตัวอย่างค้านที่เห็นชัดเจน ทำให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น มีการเรียงลำดับเนื้อหาจากง่ายไปหายาก โดยในช่วงแรกมีการเรียนพื้นฐานเรื่องเซต ซึ่งเป็นเรื่องที่นักเรียนต้องเรียน จากนั้นเป็นตัวอย่างเกี่ยวกับการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้านที่ง่าย ๆ ชัดเจน และให้นักเรียนได้ฝึกยกตัวอย่างด้วยตนเอง
2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยใช้วิธีการสอนที่เน้นให้นักเรียนได้มีส่วนร่วม เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์ แก้ปัญหา พุด สังเกตและปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ ด้วยตนเอง โดยมีครูผู้สอนเป็นผู้ให้คำแนะนำและตั้งคำถามต่าง ๆ
3. ในการสอนแต่ละชั่วโมง ผู้วิจัยจะมีเอกสารฝึกหัดและเอกสารเพิ่มเติมให้นักเรียนปฏิบัติทุกชั่วโมงพร้อมทั้งตรวจความถูกต้อง เพื่อตรวจสอบว่า นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหา มากน้อยเพียงใด ทำให้ผู้วิจัยทราบปัญหาและได้ผลย้อนกลับจากนักเรียนในทันที สามารถนำผลที่ได้ไปปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น และทำให้นักเรียนได้ทราบถึง ข้อผิดพลาดของตนเอง แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขและพัฒนาตนเองให้ดียิ่งขึ้น
4. ในการยกตัวอย่างค้านเป็นเรื่องที่ยากมากสำหรับนักเรียนที่มีพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่ค่อยดี และต้องนำความรู้เดิมเข้ามามีใช้ในการเรียน เช่น การแยกตัวประกอบ การแก้สมการ การหารลงตัว เป็นต้น
5. นักเรียนบางคนไม่สามารถยกตัวอย่างค้านได้ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะนักเรียนขาดความรู้พื้นฐานเดิม เช่น การหารลงตัว การแยกตัวประกอบ การแก้สมการ เป็นต้น

ข้อสังเกตจากการวิจัย

จากการทดลอง เรื่องเซต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้าน ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นได้พบข้อสังเกตบางประการซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. ในการเรียนเรื่องเซต การแสดงตัวอย่างที่หลากหลายเป็นสิ่งที่จำเป็นมากที่จะช่วยให้ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาของบทเรียนได้ง่ายขึ้น
2. ในการจัดการเรียนการสอนเรื่องเซต ผู้สอนควรให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็นควรส่งเสริมให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองให้มากที่สุดเพื่อให้เกิดแนวคิดด้วยตนเอง ครูควรมีบทบาทเป็นผู้จัดทำหรือเตรียมสื่อและเป็นเพียงผู้ชี้แนะ คอยให้คำแนะนำ สำหรับกรณีนักเรียนที่เรียนอ่อนหรือช้ากว่าเพื่อน ครูควรมีเวลาร่างสอนเสริม และหาวิธีการแนะแนวทางเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ให้ได้มากที่สุด
3. จากการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำตัวอย่างค้านที่หลากหลายมาให้นักเรียนฝึกทักษะแต่อย่างไรก็ตามจากการเรียนการสอน พบว่า นักเรียนสามารถเกิดความรู้ความเข้าใจและมีความระมัดระวัง รอบคอบ มีเหตุผล ได้นั้นต้องอาศัยความรู้พื้นฐานต่าง ๆ ด้วย
4. การแสดงวิธีทำและการตอบคำถามต่าง ๆ ในเอกสารฝึกหัด หรือเอกสารเพิ่มเติมของนักเรียนนั้นบางคนยังแสดงไม่ถูกต้องและไม่ชัดเจน การสอนควรเน้นให้มากเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ ให้ถูกต้อง
5. จากการวิเคราะห์การทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต ซึ่งแบ่งเป็นปรนัยและอัตนัย ซึ่งจากการตรวจแบบทดสอบอัตนัยพบว่านักเรียนบางส่วนมีปัญหาทางด้านการใช้ภาษาสื่อสารแสดงความคิดทำให้คำตอบที่ได้ไม่ชัดเจนเท่าที่ควร การแสดงวิธีทำไม่ชัดเจน อาจเป็นเพราะนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ยังไม่คุ้นเคยกับการแสดงวิธีทำ ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้ภาษาโดยการเขียนแสดงความคิดต่าง ๆ ให้มากขึ้น
6. ในช่วงโม่งเรียนแรก ๆ มักประสบปัญหา ที่ผู้เรียนยกตัวอย่างค้านไม่ได้ หรือยกตัวอย่างค้านได้ช้า ต้องรอเพื่อนบางคนยกตัวอย่างก่อน

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรจัดให้มีรูปแบบที่หลากหลายเพื่อให้ นักเรียนเกิดความสนใจ ไม่รู้สึกเบื่อหน่ายและควรมีการเสริมแรงนักเรียนเป็นระยะ เพื่อเป็น แรงจูงใจและสร้างบรรยากาศในการเรียนให้ดีขึ้น

1.2 จากผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากการ สอนที่เน้นการยกตัวอย่างคำนวณสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากการสอนปกติ ดังนั้นในการ เรียนวิชาคณิตศาสตร์ควรมีการส่งเสริมการสอนที่เน้นการยกตัวอย่างคำนวณให้แพร่หลาย เพื่อจะ ได้นำไปปรับปรุงการเรียนการสอน

1.3 ควรมีการสร้างบทเรียนที่เน้นการยกตัวอย่างคำนวณ ในเนื้อหาที่ต่างออกไป จากเรื่องเซต

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการนำกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเซตที่เน้นการแสดงว่าข้อความ เป็นเท็จที่โดยการยกตัวอย่างคำนวณที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปปรับปรุงแก้ไข และนำไปทดลองซ้ำกับ กลุ่มตัวอย่างอื่นๆ ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อหาข้อสรุปที่แน่นอนยิ่งขึ้น

2.2 ควรทำการวิจัยศึกษาเกี่ยวกับวิธีสอนที่เหมาะสมกับกิจกรรมการเรียน การสอนเรื่องเซต

2.3 ควรทำการวิจัยเรื่องการสอนที่เน้นการยกตัวอย่างคำนวณในระดับชั้น อื่น ๆ และในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ต่างจากเรื่องเซต

2.4 ควรทำการวิจัยว่ามือนักประกอบใดบ้างที่จะช่วยส่งเสริมความสามารถใน การยกตัวอย่างคำนวณ และศึกษาว่าควรเริ่มสอนโดยการยกตัวอย่างคำนวณในระดับใดจึงจะเหมาะ สมกับความสามารถของนักเรียน

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กนกวลี อุษณกรกุล. และ รณชัย มาเจริญทรัพย์. (2543?). แบบฝึกหัดและประเมินผล
คณิตศาสตร์ ม. 4 ค 011. กรุงเทพฯ: เดอะบุคส์.
- กมล เอกไทยเจริญ. คู่มือคณิตศาสตร์ ม. 4 เล่ม 1 ค 011. กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิง.
- กระทรวงศึกษาธิการ, กรมวิชาการ (2534). หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลายพุทธศักราช 2521
(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ: กรุงเทพมหานคร.
- _____. (2535). หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011. กรุงเทพฯ: กรุงเทพมหานคร.
- _____. (2544). หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๔๔. กรุงเทพฯ:
องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- กั้ววล เทียนกันท์เทศน์. (2540). การวัด การวิเคราะห์ การประเมิน ทางการศึกษาเบื้องต้น.
กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.
- จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. (2544). สุตยอดคำนวณและเทคนิคคิดลัด คณิตศาสตร์ ม. 4 ค 011.
กรุงเทพฯ: พัฒนาศึกษา.
- ชวาล แพรัตกุล. (2518). เทคนิคการวัดผล. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.
- _____. (2520). เทคนิคการเขียนข้อทดสอบ. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.
- ณรงค์ ปั่นนัม. เฉลยข้อสอบเข้ามหาวิทยาลัย รวม 10 พ.ศ. เตรียม Entracne 45 คณิตศาสตร์
1. กรุงเทพฯ : ภูมิบัณฑิต.
- ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. (2541). 1000 TESTS in MATHS 1. กรุงเทพฯ: แม็ค.
- ธนชัย ภูอุดม. (2524). การศึกษาสรรพภาพในการพิสูจน์ว่าข้อความเป็นเท็จ โดยการยกตัวอย่าง
ค้านของนิสิตปีที่ 4 วิชาเอกคณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต. ปริญญาบัตร
การศึกษามหาบัณฑิต. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- นวรรตน์ ศุภสินธุ์. (2525). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนิสิตปริญญาตรีปีที่ 1
เรื่องเซต และ ระบบจำนวน โดยการสอนที่เน้นการยกตัวอย่างค้านกับการสอนปกติ.
ปริญญาบัตรการศึกษามหาบัณฑิต. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บุญมา สมสวัสดิ์. (2517). การศึกษาการทดลองสอนเรื่องเซตเบื้องต้นกับนักเรียนระดับชั้น
อนุบาล. ปริญญาบัตร การศึกษามหาบัณฑิต. (คณิตศาสตร์) กรุงเทพฯ: บัณฑิต
วิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- บุญล้อม ไชยสิงห์. (2530). การเปรียบเทียบวิธีสอนอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ด้าน
มโนทัศน์ในวิชาคณิตศาสตร์เรื่องเซต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินูญานิพนธ์ การศึกษา
มหาบัณฑิต. (มัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทร
วิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ประกิจ รัตนสุวรรณ. (2525). การวัดและการประเมินผลทางการศึกษา. กรุงเทพฯ: คณะศึกษ
ศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2543, มกราคม-มีนาคม). ความเคลื่อนไหว...เกี่ยวกับ NCTM : Principle
and Standards for School Mathematics ในปี ค.ศ. 2000. สสวท. 28(108) : 14-22.
- พิชากร แปลงประสพโชค. (2540). การพัฒนาหลักสูตรพิเศษทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนระดับ
มัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด.
(คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พงษ์รัตน์ เฟื่องฟู. (2545). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่อง การอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินูญานิพนธ์ การศึกษามหาบัณฑิต. (คณิตศาสตร์).
กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2538). การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ไพโรจน์ ตีรณธนากุล. (2539). ชุดเสริมประสบการณ์ Entrance คณิตศาสตร์ กข. กรุงเทพฯ:
ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.
- ไพศาล หวังพานิช. (2526). การวัดผลการศึกษา. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- ยงยศ พุทธิให้. (2543). การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “เซต”
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสายปัญญา. ปรินูญานิพนธ์ การศึกษา
มหาบัณฑิต. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทร
วิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2530). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.
- ลออ เพิ่มสมบัติ. “ข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์” คณิตศาสตร์ 176-177 : 43
มกราคม-กุมภาพันธ์ 2516
_____. (2537). ESSENCE OF MODERN MATHS. กรุงเทพฯ: แม็ค.
- ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. (2543). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. พิมพ์ครั้งที่ 2.
กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

- ล้วน สายยศ. (2520). *แบบเรียนสำเร็จรูป เซท ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน*. กรุงเทพฯ: สำนักทดสอบทางการศึกษา และจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- เลิศ สิทธิโกศล. (2540). *คณิตศาสตร์พื้นฐาน*. ปทุมธานี: สกายบุ๊ก.
- วัชร บวรณสิงห์. (2525). *"การสอนคณิตศาสตร์ตามความแตกต่างระหว่างบุคคล"*. เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8-15. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมธิราช.
- ศุภกิจ เจริญวิสุตมกุล. (2545). *เทคนิคการเรียนคณิตศาสตร์ให้เก่งด้วยตนเอง* เซต. กรุงเทพฯ: แม็ค.
- ศรีสมร อรรถจินดา. (2522). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากการสอนที่ใช้ตัวอย่างแตกต่างกัน 2 แบบ*. ปรินญาณพนธ์ การศึกษามหาบัณฑิต. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2540). *แผนพัฒนาแห่งชาติฉบับที่ 8:2540-2544*. กรุงเทพฯ : สำนักนายกรัฐมนตรี.
- สุชิน ทำมาหากิน และ วิสิทธิ์ ไรจน์พจนรัตน์. (ม.ป.ป.) *คู่มือเตรียมสอบ คณิตศาสตร์ ม.4 ค 011*. กรุงเทพฯ: พัฒนาศึกษา.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2544ก). *คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันฯ.
- สุเทพ จันทรสมศักดิ์ และ สุเทพ ทองอยู่. *คณิตศาสตร์แบบฝึกปฏิบัติ*. กรุงเทพฯ: ภูมิบัณฑิต. _____ . (2518). *คณิตศาสตร์ศึกษา ศึกษาสัมพันธ์*. ม.ป.พ.
- สมควร ปานโม. (2545). *การสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา*กับวิชาชีพเรื่อง "เซต" ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 (ปวส.1) ประเภทเกษตรกรรม. สารนิพนธ์มหาบัณฑิต. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมเกียรติ ปติฐพร. (2525). *การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์*. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- สมัย เหล่าวานิชย์. (ม.ป.ป.) *Mathematics Concepts คณิตศาสตร์ ม.4-5-6*. กรุงเทพฯ: "ไฮเอ็ดพับลิชชิง".

- สมศักดิ์ โพธิ์วิจิตร. (2522). *ทฤษฎีเซต (Set theory)*. สงขลา : โครงการบริการวิชาการ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ สงขลา.
- _____. (2528, กันยายน - ตุลาคม). ประวัติเกี่ยวกับเซต. *วารสารคณิตศาสตร์*. 28(14-19) : 6-11.
- สมวงศ์ ทรัพย์เจริญ. (2518). *การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องเซต ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ*. ปรินุณานิพนธ์ การศึกษามหาบัณฑิต. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อัจฉรา สุขารมณ และอรพินทร์ ชูชม. (2530). *การศึกษาเปรียบเทียบนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าระดับความสามารถกับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปกติ*. รายงานการวิจัยฉบับที่ 39. กรุงเทพฯ: สถาบันวิจัยพฤติกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อเนก หิรัญ. (2539). *แบบฝึกหัดพื้นฐาน วิชาคณิตศาสตร์ ม. 4 ค 011*. กรุงเทพฯ: ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.
- อมร มั่นทรัพย์. (2521). *ตรรกศาสตร์*. ตรรกศาสตร์สัญลักษณ์ เอกสารการนิเทศการศึกษา ฉบับที่ 206 หน่วยศึกษานิเทศ กรมการฝึกหัดครู.
- Carroll, John B. (1963,May). "A model of school Learning", *Teachers College Record*. 64(2) : 723-733.
- De Cecco, John P. (1968). *The Psychology of Learning and Instruction*, Englewood Cliffs : Prentice-Hall.
- Gage, Rita Lena. (1977 , February). "A Study of the Effects of Positive and Negative Instances on The Acquisition of Selected Algebra Concepts as a Function of Cognitive Style," *Dissertation Abstracts*.
- Gelbaum, Bernard R. and John M.H. Olmsted. (1964). *Counterexample in Analysis*. SanFrancisco : Holden-Day.
- Hall, F.M. (1972). *An Introduction to Abstract Algebra*. Cambride : The University Press.
- Peter W. Zehna. (1962). *Elements of set theory*. Zehna, Peter W. Johnson,Robert L. Boston: Allyn and Bacon.

- Steen, Lynn A. and J. Arthur Seebach, (1970) Jr. *Counterexample in Topology*. New York : Holt, Rinehart and Winston, Inc.
- Suppes, Pateick. (1978). *Introduction to Logic*. P. 312. New Delhi : Affiliated East-West Press Privated.
- Whitesitt, Ronald E. (1964). *Introduction to Statistics*. New York : The Macmillan Company, Inc.
- Willson, James W. (1971). *Evaluation of Learning in School Mathematics in Handbook On Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. New York : McGraw-Hill Book Company.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

การวิเคราะห์ข้อมูล

ตาราง 5 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซต

ข้อที่	p	r
1	0.50	0.69
2	0.65	0.81
3	0.70	0.88
4	0.60	0.37
5	0.60	0.88
6	0.75	0.80
7	0.50	0.62
8	0.50	0.62
9	0.40	0.25
10	0.65	0.50
11	0.40	0.56
12	0.65	0.50
13	0.55	0.75
14	0.65	0.81
15	0.55	0.69
16	0.45	0.62
17	0.65	0.81

ข้อที่	P	r
18	0.40	0.56
19	0.60	0.75
20	0.60	0.75
21	0.75	0.94
22	0.65	0.81
23	0.65	0.25
24	0.70	0.88
25	0.50	0.62
26	0.75	0.94
27	0.55	0.69
28	0.70	0.80
29	0.45	0.56
30	0.70	0.80
31	0.50	0.95
32	0.70	0.60
33	0.52	0.65
34	0.54	0.60

หมายเหตุ ข้อ 31-34 เป็นแบบทดสอบอัตนัย
ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับเท่ากับ 0.95

ตาราง 6 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตของนักเรียนกลุ่มทดลอง

คนที่	คะแนนจากแบบทดสอบ แบบปรนัย (30 คะแนน)	คะแนนจากแบบทดสอบ แบบอัตนัย (20 คะแนน)	คะแนนรวม (50 คะแนน)
1	25	13	38
2	21	8	29
3	12	5	17
4	25	16	41
5	11	4	15
6	22	10	32
7	23	8	31
8	24	15	39
9	25	20	45
10	18	7	25
11	25	15	40
12	21	11	32
13	23	9	32
14	15	5	20
15	21	8	29
16	21	16	37
17	22	15	37
18	30	14	44
19	20	7	27
20	17	10	27
21	12	6	18
22	16	9	25
23	18	14	32
24	24	14	38
25	26	19	45
26	22	8	30
27	19	17	36

ตาราง 6 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากแบบทดสอบ ปรนัย (30 คะแนน)	คะแนนจากแบบทดสอบ อัตนัย (20 คะแนน)	คะแนนรวม (50 คะแนน)
28	24	15	39
29	27	15	42
30	27	14	41
31	19	12	31
32	27	16	43
33	15	5	20
34	21	19	40
35	27	15	42
36	16	8	24
37	29	20	49
38	27	12	39
39	23	17	40
40	29	18	47
41	16	7	23
42	30	19	49
43	18	8	26
44	20	11	31
45	23	13	36
46	14	9	23
47	19	15	34
48	17	9	26
รวม	1027	580	1607

ตาราง 7 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตของนักเรียนกลุ่ม
ควบคุม

คนที่	คะแนนจากแบบทดสอบ แบบปรนัย (30 คะแนน)	คะแนนจากแบบทดสอบ แบบอัตนัย (20 คะแนน)	คะแนนรวม (50 คะแนน)
1	25	17	42
2	12	8	20
3	15	12	37
4	20	10	30
5	19	13	32
6	11	6	17
7	15	8	23
8	16	6	22
9	16	6	22
10	14	8	22
11	25	10	35
12	15	8	23
13	8	4	12
14	19	8	27
15	10	6	16
16	13	8	21
17	7	2	9
18	7	6	13
19	12	10	22
20	14	6	20
21	13	11	24
22	10	4	14
23	22	12	34
24	12	7	19
25	8	2	10
26	19	5	24
27	10	6	16

ตาราง 7 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากแบบทดสอบ ปรนัย (30 คะแนน)	คะแนนจากแบบทดสอบ อัตนัย (20 คะแนน)	คะแนนรวม (50 คะแนน)
28	12	8	20
29	11	11	22
30	11	6	17
31	7	9	16
32	13	9	22
รวม	451	252	703

ภาคผนวก ข

บทเรียนเรื่องเซตที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้าน

กิตติกรรมประกาศ

กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเซตที่เน้นการแสดงความเข้าใจอย่างเป็นเท็จ โดยการยกตัวอย่างค้านสำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี ด้วยความกรุณาและความเอาใจใส่ดูแลจากรองศาสตราจารย์ ยงยุทธ ฐานกฤติ ประธานกรรมการควบคุมปริญญาโท และผู้ช่วยศาสตราจารย์ชุตินันท์ เพ็ญเพียร กรรมการควบคุมปริญญาโท ที่กรุณาให้คำปรึกษาและข้อเสนอแนะต่างๆ อย่างดียิ่ง ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์เมตต์ แยมวงษ์ และอาจารย์ กนกวลี อุษรณกุล ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญ ให้คำแนะนำและตรวจแก้ไขกิจกรรมการเรียนการสอนนี้เป็นอย่างดียิ่ง

ไพศาล จรรยา

เซต (SETS)

1.1 เซตและสมาชิกของเซต

เซตเป็นคำนิยาม

ในทางคณิตศาสตร์ ใช้คำว่า เซต (Sets) เมื่อกล่าวถึงกลุ่มของสิ่งของต่างๆ

เช่น เซตของเดือนในหนึ่งปี

เซตของจำนวนที่หารด้วย 2 ลงตัว

เซตของพยัญชนะในภาษาไทย

เซตของพยัญชนะไทยที่อยู่ในคำว่า "สุรินทร์"

ตัวอย่างข้างต้นเป็นส่วนหนึ่งของกลุ่มของที่ถือว่าเป็นเซต กลุ่มที่ไม่สามารถทราบได้แน่ชัดว่ามีสิ่งใดอยู่ในกลุ่มนี้บ้าง เราไม่เรียกกลุ่มที่กล่าวถึงนี้ว่าเป็นเซต

เช่น กลุ่มของคนสวย

กลุ่มนี้ไม่ถือว่าเป็นเซต เพราะไม่ทราบว่าคนสวยเหล่านี้คิดมาจากที่ใด และคำว่า "สวย" ไม่มีเกณฑ์วัดที่แน่นอน

ดังนั้น ถ้าจะกล่าวถึงเซต ต้องทราบแน่นอนว่ามีสิ่งใดบ้างอยู่ในเซตนั้น และจะเรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่า "สมาชิก" (Element) ใช้สัญลักษณ์ $\in$ แทนคำว่า "เป็นสมาชิก" และ $\notin$ แทนคำว่า "ไม่เป็นสมาชิก"

เช่น A เป็นเซตของจำนวนนับ

$$1 \in A$$

$$9 \in A$$

$$59 \in A$$

$$-12 \notin A$$

$$0 \notin A \text{ เป็นต้น}$$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{a, p, q, r\}$ และ $C = \{1, 2, 3\}$

จงพิจารณาว่าในแต่ละข้อต่อไปนี้ถูกหรือผิด

1. $a \in A$

5. $a \notin B$

2. $k \notin A$

6. $0 \notin C$

3. $p \in B$

7. $2 \in B$

4. $s \in B$

8. $3 \notin C$

ดังนั้น ข้อที่ถูก คือ 1, 2, 3 และ 6

ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \in B$ และ $B \in C$ จะได้ว่า $A \in C$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1\}$$

$$B = \{\{1\}, 2\}$$

$$C = \{1, 2, \{\{1\}, 2\}\}$$

จะได้ว่า $A \in B$ และ $B \in C$ แต่ $A \notin C$

ตัวอย่างที่ 3 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \notin B$ และ $B \notin C$ จะได้ว่า $A \notin C$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1\}$$

$$B = \{5, 6\}$$

$$C = \{\{1\}, 2\}$$

จะได้ว่า $A \notin B$ และ $B \notin C$ แต่ $A \in C$

ตัวอย่างที่ 4 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \in B$ และ $B \notin C$ จะได้ว่า $A \notin C$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a\}$$

$$B = \{\{a\}, 2\}$$

$$C = \{\{a\}, 1, 3\}$$

จะได้ว่า $A \in B$ และ $B \notin C$ แต่ $A \in C$

ตัวอย่างที่ 5 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \notin B$ และ $B \notin C$ จะได้ว่า $A \in C$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1\}$$

$$B = \{5\}$$

$$C = \{6\}$$

จะได้ว่า $A \notin B$ และ $B \notin C$ แต่ $A \notin C$

ตัวอย่างที่ 6 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \notin B$ และ $B \in C$ แล้ว $A \notin C$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

ให้ $A = \{1\}$
 $B = \{1\}$
 $C = \{\{1\}, 2, 3\}$
 จะได้ $A \notin B$ และ $B \in C$
 แต่ $A \in C$

ตัวอย่างที่ 7 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \in B$ และ $B \in C$ แล้ว $A \notin C$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

ให้ $A = \{1\}$
 $B = \{\{1\}\}$
 $C = \{\{1\}, \{\{1\}\}, 2, 3\}$
 จะได้ว่า $A \in B$ และ $B \in C$
 แต่ $A \in C$

แบบฝึกหัด 1.1

1. ข้อความต่อไปนี้ข้อใดถูกและข้อใดผิด

- 1) $5 \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$
2) $7 \in \{5, 6, 8\}$
3) $11 \notin \{3, 4, 9, 11, 13\}$
4) $\{2\} \notin \{1, \{2\}, 4\}$
5) $20 \in \{16, 18, 20\}$
6) $\frac{8}{10} \in \{0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$
7) $a \notin \{a, b, c\}$
8) $\sqrt{4} \in \{0, 2, 4\}$
9) $-6 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
10) $22 \notin \{19, 21, 22, 23, 23\}$

2. กำหนดให้ $A = \{1, 2, \{3\}, 4, \{5, \{1\}\}\}$ จงเติมสัญลักษณ์ $\in$ หรือ $\notin$ ให้ถูกต้องในแต่ละข้อต่อไปนี้

- | | |
|----------------------|---------------------------|
| 1) 3 A | 6) $\{5\}$ A |
| 2) 4 A | 7) 0 A |
| 3) 1 A | 8) $\{1, \{3\}\}$ A |
| 4) $\{1, 2\}$ A | 9) $\{3\}$ A |
| 5) $\{4\}$ A | 10) $\{5, \{1\}\}$ A |

3. กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

จงพิจารณาข้อความในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

- 3.1 ถ้า $A \in B$ และ $B \in C$ จะได้ว่า $A \in C$
 3.2 ถ้า $A \notin B$ และ $B \notin C$ จะได้ว่า $A \notin C$
 3.3 ถ้า $A \in B$ และ $B \notin C$ จะได้ว่า $A \notin C$
 3.4 ถ้า $A \notin B$ และ $B \in C$ จะได้ว่า $A \in C$
 3.5 ถ้า $A \notin B$ และ $B \in C$ จะได้ว่า $A \notin C$

1.2 วิธีการเขียนเซต

วิธีการเขียนเซต มี 2 แบบ

1. แบบแจกแจงสมาชิก เป็นวิธีการเขียนสมาชิกทั้งหมดที่ไม่ซ้ำกันของเซตลงในวงเล็บปีกกา และใช้เครื่องหมายจุดภาค (,) คั่นสมาชิกแต่ละตัว กรณีมีสมาชิกมากไม่สิ้นสุด หรืออาจสิ้นสุดก็ได้จะใช้จุดสามจุด (...) แทนเพื่อบอกให้รู้ว่ามีสมาชิกในเซตอีกมาก และต้องรู้ว่าที่ละไว้เขียนแทนด้วยสมาชิกตัวใด

เช่น เซต A เป็นเซตของจำนวนนับที่หารด้วย 2 ลงตัว

เขียนได้เป็น $A = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$ (มีสมาชิกมากไม่สิ้นสุด)

เซต B เป็นเซตของพยัญชนะภาษาไทยที่อยู่ในคำว่า “สุรินทร์”

เขียนได้เป็น $B = \{\text{ส, ร, น, ท}\}$

เซต C เป็นเซตของวันในหนึ่งสัปดาห์

เขียนได้เป็น $C = \{\text{อาทิตย์, จันทร์, อังคาร, พุธ, พฤหัสบดี, ศุกร์, เสาร์}\}$

เซต D เป็นเซตของพยัญชนะในภาษาไทย

เขียนได้เป็น $D = \{\text{ก, ข, ข, ค, \dots, ฮ}\}$

ข้อตกลงเกี่ยวกับสัญลักษณ์

ในกรณีทั่วไป นิยมใช้

ภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ ได้แก่ A, B, C, ..., Z แทนเซต

ภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็ก ได้แก่ a, b, c, ..., z แทนสมาชิกของเซต

เพื่อความสะดวกในการใช้สัญลักษณ์ แทนเซตของจำนวนต่างๆ ดังนี้

- I แทน เซตของจำนวนเต็ม
- I^- แทน เซตของจำนวนเต็มลบ
- I^+ แทน เซตของจำนวนเต็มบวก
- N แทน เซตของจำนวนนับ
- R แทน เซตของจำนวนจริง
- R^- แทน เซตของจำนวนจริงลบ
- R^+ แทน เซตของจำนวนจริงบวก
- Q แทน เซตของจำนวนตรรกยะ
- Q^- แทน เซตของจำนวนตรรกยะลบ
- Q^+ แทน เซตของจำนวนตรรกยะบวก
- P แทน เซตของจำนวนเฉพาะ

2. แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก วิธีการเขียนแบบนี้ นิยมใช้ตัวแปร x, y หรือ z แทนสมาชิก แล้วเขียนส่วนที่อธิบายเกี่ยวกับเงื่อนไขของสมาชิก หรือตัวแปรดังกล่าวว่ามีลักษณะอย่างไร โดยใช้เครื่องหมาย $|$ คั่นระหว่างตัวแปร และประโยคที่บอกเงื่อนไข แล้วเขียนเครื่องหมายปีกกาครอบ เครื่องหมาย $|$ ใช้แทนคำว่า “โดยที่” หรือ “ซึ่ง”

เช่น เซต A เป็นเซตของจำนวนนับ

เขียนได้เป็น $A = \{ x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับ } \}$

อ่านว่า A เป็นเซตที่ประกอบด้วยสมาชิก x โดยที่ x เป็นจำนวนนับ

เซต B เป็นเซตของสัญชาติไทย

เขียนได้เป็น $B = \{ y \mid y \text{ เป็นสัญชาติไทย } \}$

อ่านว่า B เป็นเซตที่ประกอบด้วยสมาชิก y โดยที่ y เป็นสัญชาติไทย

เซต C เป็นเซตของจำนวนคี่ที่อยู่ระหว่าง 1 ถึง 10

เขียนได้เป็น $C = \{ z \mid z \text{ เป็นจำนวนคี่ และ } 1 < z < 10 \}$

อ่านว่า C เป็นเซตที่ประกอบด้วยสมาชิก z โดยที่ z เป็นจำนวนคี่ และ z อยู่ระหว่าง 1 กับ 10

ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

ถ้าสามารถเขียนเซต A โดยวิธีกำหนดเงื่อนไขแล้ว สามารถเขียนเซต A โดยวิธี

แจกแจงสมาชิกได้เสมอ

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

ให้ $A = \{ x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 3 \}$

จะได้ว่า สามารถเขียน A โดยวิธีกำหนดเงื่อนไข แต่ไม่สามารถเขียน A

โดยวิธีแจกแจงสมาชิก

แบบฝึกหัด 1.2 ก

1. จงเขียนเซตในข้อต่อไปนี้แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกในเซต

1) $\{0,1,8,27,64,125\}$

ตอบ.....

2) $\{2,3,5,7,11,13,17\}$

ตอบ.....

3) $\{a,e,i,o,u\}$

ตอบ.....

4) $\{-1,-3,-5,\dots,-99\}$

ตอบ.....

5) $\{\text{กุมภาพันธ์}\}$

ตอบ.....

2. จงเขียนเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

1) เซตจำนวนจริงที่สอดคล้องกับสมการ $x^2 - 7x + 12 = 0$

ตอบ.....

2) $\{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ เป็นตัวหารร่วมของ } 30 \text{ และ } 45\}$

ตอบ.....

3) $A = \{x+1 \mid x = y \text{ เมื่อ } y = 1,4,9,16\}$

ตอบ.....

4) $\{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } -5 < x \leq 3\}$

ตอบ.....

5) เซตของจำนวนเต็มบวกที่เป็นเลขสองหลัก

ตอบ.....

แบบฝึกหัด 1.2 ข.

1. จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

1. เซตของจำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนคู่

ตอบ

2. เซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 100

ตอบ

3. เซตของสระในภาษาอังกฤษ

ตอบ

4. เซตของจำนวนเต็มลบที่มากกว่า -5

ตอบ

5. เซตของจำนวนเต็มทั้งหมดที่หารด้วย 5 ลงตัว

ตอบ

2. จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบบอกเงื่อนไข

1. $L = \{ 1, 3 \}$

ตอบ

2. $M = \{ \text{ตะวันออก, ตะวันตก, เหนือ, ใต้} \}$

ตอบ

3. $N = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$

ตอบ

4. $O = \{ -2, -1, 0, 1, 2 \}$

ตอบ

5. $P = \{ 1, 3, 5, 7 \}$

ตอบ

3. จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างประกอบ

ถ้าสามารถเขียนเซต A โดยวิธีกำหนดเงื่อนไขแล้ว สามารถเขียนเซต A โดยวิธีแจกแจงสมาชิกได้เสมอ

ตอบ

.....

.....

.....

1.3 เอกภพสัมพัทธ์ การเท่ากันของเซต เซตจำกัด เซตอนันต์ และ เซตว่าง

เอกภพสัมพัทธ์ (Relative Universe)

นิยาม เอกภพสัมพัทธ์ คือ เซตที่กำหนดโดยมีข้อตกลงว่าจะไม่กล่าวถึงสิ่งใด นอกเหนือไปจากสมาชิกของเซตที่กำหนดขึ้นนี้

โดยทั่วไปนิยมใช้ U แทนเอกภพสัมพัทธ์

การเท่ากันของเซต เซต A จะเท่ากับเซต B ก็ต่อเมื่อ เซตทั้งสองมีสมาชิกเหมือนกัน กล่าวคือ สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A ใช้สัญลักษณ์ $A = B$

เช่น $A = \{2, 5, 7\}$, $B = \{2, 5, 7, 7\}$ ถ้ามีสมาชิกซ้ำกันให้คิดเป็นสมาชิกตัวเดียว
ดังนั้น $A = B$

ถ้าเซต A ไม่เท่ากับเซต B เขียนแทนด้วย $A \neq B$ หมายความว่า มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต A ที่ไม่ใช่สมาชิกของเซต B หรือ มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต B ที่ไม่ใช่สมาชิกของเซต A

เช่น กำหนดให้ $A = \{2, 3\}$ และ $B = \{2, 4, 5\}$

จะได้ $A \neq B$

เพราะว่า เซต A มี 2 และ 3 เป็นสมาชิก

แต่ เซต B มี 2 , 4 และ 5 เป็นสมาชิก

ซึ่งจะสังเกตได้ว่าสมาชิกในเซต A กับ B มีลักษณะแตกต่างกัน ซึ่ง 3 เป็นสมาชิกของ A แต่ 3 ไม่เป็นสมาชิกของ B

เซตที่เทียบเท่า เซต A เทียบเท่ากับเซต B ก็ต่อเมื่อ จำนวนสมาชิกของเซต A เท่ากับจำนวนสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย $A \sim B$

เช่น $A = \{1, 3\}$, $B = \{a, b\}$

จะได้ว่า $n(A) = 2$ และ $n(B) = 2$ ซึ่ง $n(A) = n(B) = 2$

ดังนั้น $A \sim B$

เรียกเซตซึ่งมีจำนวนสมาชิกเท่ากับจำนวนเต็มบวกใด ๆ หรือ ศูนย์ว่า เซตจำกัด

เช่น $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 6

$B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับสมการ } x - 4 = 2\}$ มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 1

$C = \{ \}$ มีจำนวนสมาชิกเท่ากับศูนย์

$D = \{1, 3, 5, 7, \dots, 99\}$ มีจำนวนสมาชิก 50 ตัว

$E = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 1,000,000\}$ มีจำนวนสมาชิก 999,999 ตัว

เรียกเซตซึ่งไม่ใช่เซตจำกัดว่า เซตอนันต์ (Infinite set) กล่าวคือสมาชิกของเซตอนันต์มีจำนวนมากไม่สิ้นสุด

เช่น $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับ}\}$

$B = \{\dots, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

$C = \{x \mid x \in \mathbb{I}^+ \text{ และ } x > 2\}$

$D = \{x \mid x \text{ เป็นวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางเดียวกัน}\}$

$E = \{x \mid x \text{ เป็นจุดที่อยู่บนส่วนของเส้นตรง}\}$

เซตจำกัดที่ไม่มีสมาชิก หรือเซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับศูนย์ เรียกว่า เซตว่าง (Null set หรือ Empty set) สัญลักษณ์ ϕ หรือใช้สัญลักษณ์ $\{ \}$

เช่น $A = \{x \mid x \neq x\}$

$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < x\}$

$C = \{x \in \mathbb{I}^+ \mid x < 1\}$

$D = \{x \mid x \text{ เป็นเดือนที่มี 33 วัน}\}$

$E = \{x \in \mathbb{I} \mid x + x = 1\}$

ดังนั้น เซตว่างเป็นเซตจำกัด

หมายเหตุ

สัญลักษณ์ที่ใช้แทนจำนวนสมาชิกของ A เขียนแทนด้วย $n(A)$

ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A , B และ C เป็นเซตใดๆ ถ้า $A \neq B$ และ $B \neq C$ จะได้ว่า $A \neq C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}$$

$$B = \{2, 3\}$$

$$C = \{1, 2\}$$

จะได้ว่า $A \neq B$ และ $B \neq C$ แต่ $A = C$

ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

$$A = \{x \mid \sqrt{x^2} = -x\} \text{ เป็นเซตว่าง}$$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } x = 0$$

จะได้ว่า $0 \in A$ ดังนั้น A ไม่เป็นเซตว่าง

ตัวอย่างที่ 3 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } x + x = x^2\} \text{ } B \text{ เป็นเซตว่าง}$$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } x = 2$$

ดังนั้น $2 \in B$ จะได้ว่า B ไม่เป็นเซตว่าง

ตัวอย่างที่ 4 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

$$C = \{x \mid x^3 + 1 = 0\} \text{ } C \text{ เป็นเซตว่าง}$$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } x = -1$$

ดังนั้น $-1 \in C$ จะได้ว่า C ไม่เป็นเซตว่าง

ตัวอย่างที่ 5 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ และ } x^2 \leq 0\} \text{ } C \text{ เป็นเซตว่าง}$$

ข้อความนี้เป็นเท็จดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } x = 0$$

ดังนั้น $0 \in C$ จะได้ว่า C ไม่เป็นเซตว่าง

ตัวอย่างที่ 6 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } \sqrt{x} = \sqrt[3]{x}\} \quad C \text{ เป็นเซตว่าง}$$

ข้อความนี้เป็นเท็จดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } x = 1$$

ดังนั้น $1 \in C$ จะได้ว่า C ไม่เป็นเซตว่าง

ตัวอย่างที่ 7 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } \sqrt{x} = x\} \quad C \text{ เป็นเซตว่าง}$$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } x = 1$$

ดังนั้น $1 \in C$ จะได้ว่า C ไม่เป็นเซตว่าง

ตัวอย่างที่ 8 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 > x\} \quad A \text{ เป็นเซตว่าง}$$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } x = 0.2$$

$$x^2 = (0.2)^2 = 0.04$$

$$\text{ดังนั้น } 0.04 < 0.2 \quad (x^2 < x)$$

ตัวอย่างที่ 9 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \geq \sqrt{x}\} \quad B \text{ เป็นเซตว่าง}$$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } x = 0.09$$

$$x^2 = (0.09)^2 = 0.0081, \quad \sqrt{x} = \sqrt{0.09} = 0.3$$

$$\text{ดังนั้น } 0.0081 < 0.3 \quad (x^2 < \sqrt{x})$$

แบบฝึกหัด 1.3 ก.

1. เซตที่กำหนดต่อไปนี้ เป็นเซตจำกัด เซตอนันต์ หรือเซตว่าง

เซต	เซต จำกัด	เซต อนันต์	เซต ว่าง	เหตุผล
1. $\{x \in I/x^2 < 1\}$				
2. $\{x \in I/x \leq -15\}$				
3. $\{x \in R/-1 \leq x \leq 1\}$				
4. $\{-1, -2, -3, \dots\}$				
5. เซตของจำนวนเต็มที่มี 5 เป็นหลักหน่วย				
6. $\{\phi\}$				
7. $\{x/x^2 + 1 = 0\}$				
8. $\{1, 2, 3, \dots, 999\}$				
9. $\{x/x \in I^+ \text{ และ } x < 1\}$				
10. เซตของชื่อเดือนใน 1 ปี ที่มี 27 วัน				

2. พิจารณาเซตแต่ละคู่ต่อไปนี้ เป็นเซตที่เท่ากันหรือไม่

2.1 $A = \{4, 7, 10, 13, 16, \dots\}$

$B = \{x/x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 3 แล้วเหลือเศษ 1}\}$

ตอบ.....

2.2 $A = \{x/x^2 - x = 0\}$

$B = \{x/x - 1 = 0\}$

ตอบ.....

2.3 $A = \{x/x \text{ เป็นจำนวนคู่}\}$

$B = \{\dots, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6\}$

ตอบ.....

2.4 $A = \{x \in I/x < 7\}$

$B = \{y \in I/y \leq 7\}$

ตอบ.....

3. จงบอกจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้

3.1 $A = \{2\}$

3.2 $B = \{\{1\}\}$

3.3 $C = \{1, 3, 5\}$

3.4 $D = \{0, \{0\}\}$

3.5 $E = \{542\}$

3.6 $F = \{x / x > 0\}$

4. เซตในข้อใดเป็นเซตที่เทียบเท่ากัน

4.1 $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, 3\}$

4.2 $C = \{a, b, t\}$, $D = \{a, \{b, t\}\}$

4.3 $E = \{a, b, \{c\}\}$, $F = \{\{a, b\}, \{b\}, \{0\}\}$

4.4 $G = \{x / x + 2 = 0\}$, $H = \{\{3, \{5\}\}, \{-5\}\}$

5. กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ จงพิจารณาว่าในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จ จงยกตัวอย่างประกอบด้วย

5.1 ถ้า $A = B$ และ $B = C$ จะได้ว่า $A = C$

5.2 ถ้า $A \neq B$ และ $B \neq C$ จะได้ว่า $A \neq C$

5.3 ถ้า $A \in B$ และ $B \in C$ จะได้ว่า $A \in C$

5.4 ถ้า $A \notin B$ และ $B \notin C$ จะได้ว่า $A \notin C$

แบบฝึกหัด 1.3 ข.

1. เซตต่อไปนี้ เซตใดเป็นเซตจำกัด เซตใดเป็นเซตอนันต์

1. $\{1, 2, 3, \dots, 100, 101\}$

ตอบ

2. $\{x / x \text{ เป็นจำนวนคู่บวก}\}$

ตอบ

3. เซตของชื่อเดือนที่มีจำนวนวันน้อยกว่า 30 วัน

ตอบ

4. $\{x / 0 \leq x \leq 1\}$

ตอบ

5. เซตของจำนวนเต็มหารด้วย 3 ลงตัว

ตอบ

6. เซตของจำนวนเต็มลบที่มากกว่า -1,000,000

ตอบ

2. เซตใดต่อไปนี้ เป็นเซตว่าง

1. เซตของจำนวนเต็มบวกที่อยู่ระหว่าง 20 และ 21

ตอบ

2. เซตของจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับสมการ $x + x = x^2$

ตอบ

3. เซตของจำนวนเฉพาะที่อยู่ระหว่าง 17 และ 23

ตอบ

4. เซตของจำนวนเต็มลบที่มากกว่า -1

ตอบ

5. เซตของจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับสมการ $x + 10 = x$

ตอบ

3. พิจารณาเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้ว่ามีเซตใดบ้างที่เท่ากัน

1. $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$

B เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 6

ตอบ

2. $C = \{ 12, 14, 16, 18, 21 \}$

$D = \{ 14, 21, 16, 18, 12 \}$

ตอบ

3. $E = \{ x / x > 11 \}$

$F = \{ 11, 12, 13, \dots \}$

ตอบ

4. $G = \{\emptyset\}$

$H = \{ x / x > x \}$

ตอบ

5. $M = \{ x / x^2 - 1 = 0 \}$

$N = \{ x / x - 1 = 0 \}$

ตอบ

4. จงพิจารณาเซตต่อไปนี้ว่ามีเซตคู่ใดบ้างที่เป็นเซตเทียบเท่ากัน

$A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$

B เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 6

C เป็นเซตของจำนวนเฉพาะที่อยู่ระหว่าง 17 และ 23

$D = \{ a, b, \{c\} \}$ $E = \{ \{3, \{5\}, \{-5\} \} \}$

$F = \{ \{a, b\}, \{b\}, \{0\} \}$ $G = \{ x / x + 2 = 0 \}$

ตอบ

.....

.....

.....

1.4 สับเซต

เซต A เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B

A เป็นสับเซตของเซต B เขียนแทนด้วย $A \subset B$

ถ้ามีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของ A ที่ไม่เป็นสมาชิกของ B แล้วเซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B เขียนแทนด้วย $A \not\subset B$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$

$$B = \{1, 2, 3, 5\}$$

จะเห็นว่า $A \subset B$ แต่ $B \not\subset A$

$$C = \{7, 9, 11\}$$

$$D = \{9, 11, 7\}$$

จะเห็นว่า $C \subset D$, $D \subset C$ และ $C = D$

ตัวอย่างที่ 2 ให้ $A = \phi$ สับเซตของ A คือ ϕ จำนวนสับเซตทั้งหมดของ A เท่ากับ 1

$B = \{\phi\}$ สับเซตของ B คือ $\phi, \{\phi\}$ จำนวนสับเซตทั้งหมดของ B

เท่ากับ 2

$C = \{1, \{\phi\}\}$ สับเซตของ C คือ $\phi, \{1\}, \{\{\phi\}\}, \{1, \{\phi\}\}$ จำนวนสับเซตทั้งหมดของ C เท่ากับ 4

$D = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ สับเซตของ D คือ $\phi, \{1\}, \{2\}, \{\{1, 2\}\}, \{1, \{1, 2\}\}, \{2, \{1, 2\}\}, \{1, 2\}, \{1, 2, \{1, 2\}\}$ จำนวนสับเซตทั้งหมดของ D เท่ากับ 8

$E = \{a, b, c\}$ สับเซตของ E คือ $\phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$ จำนวนสับเซตทั้งหมดของ E เท่ากับ 8

$F = \{1, 2, a, b\}$ สับเซตของ F คือ $\phi, \{1\}, \{2\}, \{a\}, \{b\}, \{1, 2\}, \{1, a\}, \{1, b\}, \{2, a\}, \{2, b\}, \{a, b\}, \{1, 2, a\}, \{1, 2, b\}, \{1, a, b\}, \{2, a, b\}, \{1, 2, a, b\}$ จำนวนสับเซตทั้งหมดของ F เท่ากับ 16

ข้อสังเกต

ถ้า A มีสมาชิก n ตัว แล้ว จำนวนสับเซตทั้งหมดของ A คือ 2^n

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 8, 9\}$, $C = \{9, 15\}$, $D = \{2, 8, 9, 1\}$

จงตรวจสอบว่า A เป็นสับเซตของเซตใดบ้าง

จะเห็นว่า สมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B ดังนั้น $A \subset B$

จะเห็นว่า สมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ D ดังนั้น $A \subset D$

สมบัติของสับเซต

- 1) $\phi \subset A$ เมื่อ A เป็นเซตใด ๆ
- 2) $A \subset A$ เมื่อ A เป็นเซตใด ๆ
- 3) $A \subset U$ เมื่อ A เป็นเซตใด ๆ และ U เป็นเอกภพสัมพัทธ์
- 4) ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัด และ $A \subset B$ แล้ว $n(A) \leq n(B)$
- 5) ถ้า $A \subset \phi$ แล้ว $A = \phi$
- 6) ถ้า A มีสมาชิก n ตัว จำนวนสับเซตของ A จะมี 2^n สับเซต
- 7) ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \subset C$

สับเซตแท้ (proper subset)

ให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ A เป็นสับเซตแท้ของ B ก็ต่อเมื่อ A เป็นสับเซตของ B และมีสมาชิกบางตัวของ B ซึ่งไม่เป็นสมาชิกของ A

ตัวอย่างที่ 4 กำหนด $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 8\}$, $D = \{2, 8, 1\}$

จงหาสับเซตแท้ทั้งหมดของ A , B และ D และตรวจสอบว่า A เป็นสับเซตแท้ของ B หรือไม่

วิธีทำ

สับเซตแท้ทั้งหมดของ A คือ $\phi, \{1\}, \{2\}$ จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ A คือ $3 = 2^2 - 1$, $n(A) = 2$

สับเซตแท้ทั้งหมดของ B คือ $\phi, \{1\}, \{2\}, \{8\}, \{1, 2\}, \{1, 8\}, \{2, 8\}$ จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ B คือ $7 = 2^3 - 1$, $n(B) = 3$

สับเซตแท้ทั้งหมดของ D คือ $\phi, \{1\}, \{2\}, \{8\}, \{1, 2\}, \{1, 8\}, \{2, 8\}$ จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ D คือ $7 = 2^3 - 1$, $n(D) = 3$

จะเห็นว่า A เป็นสับเซตแท้ของ B และ A เป็นสับเซตแท้ของ D แต่ D ไม่เป็นสับเซตแท้ของ B เพราะว่า $A = B$

ข้อสังเกต

ถ้า A มีสมาชิก n ตัว แล้ว จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ A คือ $2^n - 1$

ตัวอย่างที่ 5 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \in B$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a\}$$

$$B = \{a, b\}$$

จะได้ว่า $A \subset B$ แต่ $A \notin B$

ตัวอย่างที่ 6 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \in B$ และ $B \subset C$ จะได้ว่า $A \subset C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}$$

$$B = \{1, 2, \{1, 2\}\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4\}$$

จะได้ว่า $A \in B$ และ $B \subset C$

แต่ $A \not\subset C$ เนื่องจากสมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ C

ตัวอย่างที่ 7 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B$ และ $B \in C$ จะได้ว่า $A \in C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}$$

$$B = \{1, 2, 3\}$$

$$C = \{\{1, 2, 3\}, 4\}$$

จะได้ว่า $A \subset B$ และ $B \in C$ แต่ $A \notin C$

ตัวอย่างที่ 8 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A = B$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{ก, ข\}$$

$$B = \{ก, ข, ค\}$$

จะได้ว่า $A \subset B$ แต่ $A \neq B$

ตัวอย่างที่ 9 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \neq B$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{ก, ข\}$$

$$B = \{ก, ข\}$$

จะได้ว่า $A \subset B$ แต่ $A = B$

ตัวอย่างที่ 10 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ จะได้ว่า $A \subset C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}$$

$$B = \{3, 2\}$$

$$C = \{1, 2, 4\}$$

จะได้ว่า $A \subset B$ เนื่องจาก $1 \in A$ แต่ $1 \notin B$

และ $B \subset C$ เนื่องจาก $3 \in B$ แต่ $3 \notin C$

แต่ $A \not\subset C$

ตัวอย่างที่ 11 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ จะได้ว่า $A \subset C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$C = \{1, 2, 4\}$$

จะได้ว่า $A \subset B$ และ $B \subset C$ เนื่องจาก $3 \in B$ แต่ $3 \notin C$

แต่ $A \subset C$

ตัวอย่างที่ 12 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset A$ จะได้ว่า $A = B$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a\}$$

$$B = \{a, b\}$$

จะได้ว่า $A \subset B$ และ $B \not\subset A$ แต่ $A \neq B$

ตัวอย่างที่ 13 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนด A , B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B$ และ $B \not\subset C$ จะได้ว่า $A \not\subset C$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}$$

$$B = \{1, 2, \{1, 2\}\}, C = \{\{1, 2\}, 3, 4\}$$

จะได้ว่า $A \subset B$ และ $B \not\subset C$ แต่ $A \in C$

ตัวอย่างที่ 14 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนด A , B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \not\subset B$ และ $A \neq B$ จะได้ว่า $B \not\subset C$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a, c\}$$

$$B = \{a, b\}$$

$$C = \{a, b, d\}$$

จะได้ว่า $A \not\subset B$ และ $A \neq B$ แต่ $B \subset C$

ตัวอย่างที่ 15 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \not\subset B$ และ $A \neq B$ จะได้ว่า $B \not\subset A$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}$$

$$B = \{1\}$$

จะได้ว่า $A \not\subset B$ และ $A \neq B$ แต่ $B \subset A$

ตัวอย่างที่ 16 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \not\subset B$ และ $a \notin A$ แล้ว $a \notin B$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{c\}, B = \{1\}$$

จะได้ว่า $A \not\subset B$ และ $1 \notin A$ แต่ $1 \in B$

ตัวอย่างที่ 17 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
 สับเซตของเซตอนันต์เป็นเซตอนันต์
 ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}$$

$$B = \mathbb{R}$$

จะได้ว่า $A \subset B$ ซึ่ง A เป็นเซตจำกัด แต่ B เป็นเซตอนันต์

ตัวอย่างที่ 18 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
 กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \neq B$ แล้ว $A \subset B$
 ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{\text{มกราคม}\}$$

$$B = \{\text{มกราคม, มิถุนายน}\}$$

จะได้ว่า $A \neq B$ แต่ $A \subset B$

ตัวอย่างที่ 19 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
 กำหนดให้ A เป็นเซตใด ๆ A จะมีสับเซตแท้เสมอ
 ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \emptyset \text{ ดังนั้น } A \text{ ไม่มีสับเซตแท้}$$

ตัวอย่างที่ 20 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
 กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า A เป็นสับเซตของ B แล้ว A เป็นสับเซตแท้ของ B
 ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = B$$

จะได้ว่า $A \subset B$ แต่ A ไม่เป็นสับเซตแท้ของ B เพราะว่า $A = B$

ตัวอย่างที่ 21 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
 กำหนดให้ A , B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \subset C$
 ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1\}$$

$$B = \{1, 8\}$$

$$C = \{9, 2, 3\}$$

จะได้ว่า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แต่ $A \not\subset C$

ตัวอย่างที่ 22 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \not\subset B$ และ $B \not\subset C$ แล้ว $A \not\subset C$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1\}$$

$$B = \{2, 3\}$$

$$C = \{0, 1, 2\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \not\subset B \text{ และ } B \not\subset C$$

$$\text{แต่ } A \subset C$$

ตัวอย่างที่ 23 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \not\subset B$ และ $B \neq C$ แล้ว $A \not\subset C$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{3\}$$

$$B = \{1, 2, 5\}$$

$$C = \{2, 3\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \not\subset B \text{ และ } B \neq C$$

$$\text{แต่ } A \subset C$$

ตัวอย่างที่ 24 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \not\subset B$ และ $a \notin A$ แล้ว $a \in B$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{3\}$$

$$B = \{1\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \not\subset B \text{ และ } 2 \notin A$$

$$\text{แต่ } 2 \notin B$$

ตัวอย่างที่ 25 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \not\subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \not\subset C$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1\}, B = \{2\} \text{ และ } C = \{1, 2\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \not\subset B \text{ และ } B \subset C \text{ แต่ } A \subset C$$

ตัวอย่างที่ 26 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า A เป็นเซตจำกัด และ $A \subset B$ แล้ว B เป็นเซตจำกัด

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \emptyset$$

$$B = \{1, 2, 3, \dots\}$$

จะได้ว่า A เป็นเซตจำกัด และ $A \subset B$

แต่ B ไม่เป็นเซตจำกัด

ตัวอย่างที่ 27 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า A เป็นเซตอนันต์ และ $B \subset A$ แล้ว B เป็นเซตอนันต์

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2, \dots\}$$

$$B = \emptyset$$

จะได้ว่า A เป็นเซตอนันต์ และ $B \subset A$

แต่ B ไม่เป็นเซตอนันต์

ตัวอย่างที่ 28 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A เป็นเซตใด ๆ $\emptyset$ เป็นสับเซตแท้ของทุกเซต

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \emptyset$$

จะได้ว่า $\emptyset \subset A$ และ $\emptyset$ ไม่เป็นสับเซตแท้ของตัวเอง

แต่ $\emptyset$ เป็นสับเซตแท้ของบางเซต

ตัวอย่างที่ 29 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B$ แล้ว $B \subset A$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1\}$$

$$B = \{1, 2\}$$

จะได้ว่า $A \subset B$ แต่ $B \not\subset A$

ตัวอย่างที่ 30 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B$ แล้ว $B \subset A$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1\}$$

$$B = \{1\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \subset B$$

$$\text{แต่ } B \subset A$$

ตัวอย่างที่ 31 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B$ และ $b \in B$ แล้ว $b \in A$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}$$

$$B = \{1, 2, 3\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \subset B \text{ และ } 3 \in B$$

$$\text{แต่ } 3 \notin A$$

ตัวอย่างที่ 32 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B$ และ $a \notin A$ แล้ว $a \notin B$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1\}$$

$$B = \{1, 2\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \subset B \text{ และ } 2 \notin A$$

$$\text{แต่ } 2 \in B$$

ตัวอย่างที่ 33 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B$ และ $a \in A$ แล้ว $a \in B$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}$$

$$B = \{2, 3\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \subset B \text{ และ } 2 \in A$$

$$\text{แต่ } 2 \in B$$

ตัวอย่างที่ 34 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B$ และ $b \in B$ แล้ว $b \in A$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}$$

$$B = \{2, 3\}$$

จะได้ว่า $A \subset B$ และ $2 \in B$

แต่ $2 \in A$

ตัวอย่างที่ 35 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B$ และ $B \neq C$ แล้ว $A \subset C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \emptyset$$

$$B = \{1\}$$

$$C = \{2\}$$

จะได้ว่า $A \subset B$ และ $B \neq C$

แต่ $A \subset C$

แบบฝึกหัด 1.4 ก.

1. จงเติมสัญลักษณ์ $\subset$ หรือ $\not\subset$ ในช่องว่างให้ถูกต้อง
 - 1.1 $\{3, 5\} \dots \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 - 1.2 $\{\emptyset\} \dots \{x/x > 5\}$
 - 1.3 $\{a, \{b\}\} \dots \{a, b, \{a, b\}, \{c\}\}$
 - 1.4 $\{\{1\}\} \dots \{\{1, \{7, 8\}\}\}$
 - 1.5 $7 \dots \{2, 4, 5, 7\}$

2. จงพิจารณาข้อความในแต่ละข้อว่าถูกหรือผิด เมื่อ A, B และ C เป็นเซตใดๆ
 - 2.1 ถ้า $A \subset B$ และ $B \not\subset C$ แล้ว $A \subset C$
 - 2.2 ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \subset C$
 - 2.3 ถ้า $A \not\subset B$ และ $B \not\subset C$ แล้ว $A \not\subset C$
 - 2.4 ถ้า $A \in C$ แล้ว $A \subset B$
 - 2.5 ถ้า $A \in B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \in C$

3. จงเขียนสับเซตทั้งหมดของเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้
 - 3.1 $A = \{0\}$
 - 3.2 $B = \{1, \{1\}\}$
 - 3.3 $C = \{a, b, m\}$
 - 3.4 $D = \{\}$

4. จงหาจำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของเซตต่อไปนี้
 - 4.1 $A = \{1, 2\}$
 - 4.2 $B = \{2, \{1, 2\}\}$
 - 4.3 $C = \{1, \{1\}, \{1, \{1\}\}\}$
 - 4.4 $D = \{x / x^2 - 2x - 3 = 0\}$

แบบฝึกหัด 1.4 ข.

1. กำหนดให้ $A = \{ 4, \{1, 2\}, 2 \}$ จงพิจารณาว่าข้อความข้างล่างนี้ถูกหรือผิด

- | | |
|-----------------------------|-------------------------|
| 1. $\{1, 2\} \subset A$ | 4. $2 \in A$ |
| 2. $\{1, 2\} \in A$ | 5. $\{2\} \in A$ |
| 3. $\{\{1, 2\}\} \subset A$ | 6. $\{1, 4\} \subset A$ |

ตอบ ข้อที่ถูก คือ

2. จงหาสับเซตทั้งหมดของเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. $A = \{1, 2\}$

ตอบ สับเซตทั้งหมดของ A คือ

2. $B = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

ตอบ สับเซตทั้งหมดของ B คือ

3. $C = \{1, \{a\}, \{1, a\}\}$

ตอบ สับเซตทั้งหมดของ C คือ

4. $D = \{\{1, 2, 3, \dots, 500\}\}$

ตอบ สับเซตทั้งหมดของ D คือ

5. $E = \{a, b, c, d\}$

ตอบ สับเซตทั้งหมดของ E คือ

3. กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ

- $\emptyset \subset A$ เมื่อ A เป็นเซตใด ๆ
- $A \subset A$ เมื่อ A เป็นเซตใด ๆ
- ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A = B$
- ถ้า $A \subset \emptyset$ แล้ว $A = \emptyset$
- ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \neq B$
- ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ จะได้ว่า $A \subset C$
- ถ้า $A \subset B$ และ $A \neq B$ จะได้ว่า $B \subset A$
- ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัด และ $A \subset B$ แล้ว $n(A) \leq n(B)$
- ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset A$ จะได้ว่า $A = B$
- ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \subset C$
- ถ้า A มีสมาชิก n ตัว จำนวนสับเซตของ A จะมี 2^n สับเซต
- ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \subset C$

ตอบ ข้อที่ถูกคือ ข้อ

1.5 เพาเวอร์เซต

เรียกเซตของสับเซตทั้งหมดของ A ว่า เพาเวอร์เซตของเซต A

เขียนแทนด้วย $P(A)$ กล่าวคือ เพาเวอร์เซตของเซต A หมายถึง เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสับเซตของ A ทุกสับเซต

นั่นคือ $P(A) = \{x/x \subset A\}$

ตัวอย่างที่ 1 ให้ $A = \{1, 3, 5\}$

จะพบว่าสับเซตของ A จะประกอบด้วย $\phi, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{3, 5\}, \{1, 3, 5\}$

ถ้านำสับเซตเหล่านี้ ไปเป็นสมาชิกของเซตใหม่ ดังนี้

$\{\phi, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{3, 5\}, \{1, 3, 5\}\}$ เรียกเซตใหม่นี้ว่า เพาเวอร์เซตของ A

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $A = \phi$ จงหา $P(A)$

จะได้ สับเซตของ ϕ คือ ϕ

ดังนั้น $P(A) = P(\phi) = \{\phi\}$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $A = \{a\}$ จงหา $P(A)$

จะได้ สับเซตทั้งหมดของ A คือ $\phi, \{A\}$

ดังนั้น $P(A) = \{\phi, \{a\}\} = \{\phi, A\}$

ข้อสังเกต

จำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของ A ก็คือ จำนวนสับเซตทั้งหมดของ A

ถ้า A มีสมาชิก n ตัว แล้ว $n(P(A)) = 2^n$

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ $B = \{a, b\}$

จะได้ สับเซตของ B คือ $\phi, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$

ดังนั้น $P(B) = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\} = \{\phi, \{a\}, \{b\}, B\}$

จากตัวอย่างที่ 1 – 4 จะเห็นว่า

จำนวนสมาชิกของ $P(\phi)$ มี 1 เซต จะได้ 2^0 ซึ่ง ϕ มีสมาชิก 0 สมาชิก

จำนวนสมาชิกของ $P(A)$ มี 2 เซต จะได้ 2^1 ซึ่ง A มีสมาชิก 1 สมาชิก

จำนวนสมาชิกของ $P(B)$ มี 4 เซต จะได้ 2^2 ซึ่ง B มีสมาชิก 2 สมาชิก

จำนวนสมาชิกของ $P(C)$ มี 8 เซต จะได้ 2^3 ซึ่ง C มีสมาชิก 3 สมาชิก

จำนวนสมาชิกของ $P(D)$ มี k เซต จะได้ 2^k ซึ่ง D มีสมาชิก k สมาชิก

สมบัติของเพาเวอร์เซต

- 1) $P(\phi) = \{\phi\}$
- 2) $P(A) \neq \phi$
- 3) $\phi \in P(A)$
- 4) $A \in P(A)$
- 5) ถ้าเซต A มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ k แล้วจำนวนสมาชิกของ $P(A)$ เท่ากับ 2^k
- 6) ถ้า A เป็นเซตอนันต์ แล้ว $P(A)$ เป็นเซตอนันต์

ตัวอย่างที่ 5 จงหาเพาเวอร์เซตของเซต B เมื่อ $B = \{3, \{1, 2\}\}$

วิธีทำ จะเห็นว่า B ประกอบด้วยสมาชิก 2 ตัว คือ 3 และ $\{1, 2\}$
 ดังนั้น $P(B)$ จึงมีสมาชิก $2^2 = 4$ ตัว หรือ 4 สับเซตนั่นเอง
 $P(B) = \{\phi, \{3\}, \{\{1, 2\}\}, \{3, \{1, 2\}\}\}$

ตัวอย่างที่ 6 จงหา $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$ และ $P(D)$

เมื่อ $A = \phi$, $B = \{\phi\}$, $C = \{\{\}\}$ และ $D = \{\phi, \{\phi\}\}$

วิธีทำ $P(A) = \{\phi\}$

เพราะว่า A มีสมาชิก 0 ตัว ดังนั้น $P(A)$ มีสมาชิก $2^0 = 1$ ตัว

$P(B) = \{\phi, \{\phi\}\}$

เพราะว่า B มีสมาชิก 1 ตัว ดังนั้น $P(B)$ มีสมาชิก $2^1 = 2$ ตัว

$P(C) = \{\{\}, \{\{\}\}\}$

เพราะว่า C มีสมาชิก 1 ตัว ดังนั้น $P(C)$ มีสมาชิก $2^1 = 2$ ตัว

$P(D) = \{\phi, \{\phi\}, \{\{\phi\}\}, \{\phi, \{\phi\}\}\}$

เพราะว่า D มีสมาชิก 2 ตัว ดังนั้น $P(D)$ มีสมาชิก $2^2 = 4$ ตัว

ข้อสังเกต

ϕ เป็นสมาชิกร่วมของทุก ๆ เพาเวอร์เซต แม้กระทั่ง $A = \phi$ จะมี $\phi \in P(A)$
 แสดงว่า สำหรับทุกเซต A แล้ว $\phi \in P(A)$ เสมอ

ตัวอย่างที่ 7 จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
เมื่อ A ไม่ใช่เซตว่าง

- 1) $A \in P(A)$
- 2) $A \subset P(A)$
- 3) $\{A\} \in P(A)$
- 4) $\{A\} \subset P(A)$

ดังนั้น ข้อที่เป็นจริง คือ ข้อ 1 และ 4

ข้อ 2 เป็นเท็จ เช่น ให้ $A = \{1, 2\}$

$P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ แต่ $A \not\subset P(A)$

ข้อ 3 เป็นเท็จ เช่น ให้ $A = \{3, 4\}$

$P(A) = \{\emptyset, \{3\}, \{4\}, \{3, 4\}\}$ สมาชิกของ $P(A)$ ประกอบด้วย $\emptyset, \{3\}, \{4\}, \{3, 4\}$

จะเห็นว่า $\{\{3, 4\}\} \notin P(A)$

แบบฝึกหัด 1.5 ก.

1. จงหาจำนวนของเพาเวอร์เซต และเขียนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $B = \{\{1, 2\}, 3, \{4\}\}$

$P(B) = \dots\dots\dots$

$P(B)$ มีสมาชิกทั้งหมด.....ตัว

2) $C = \{\emptyset\}$

$P(C) = \dots\dots\dots$

$P(C)$ มีสมาชิกทั้งหมด.....ตัว

3) $D = \{x \in \mathbb{I} / 11 < x < 20\}$

$P(D) = \dots\dots\dots$

$P(D)$ มีสมาชิกทั้งหมด.....ตัว

4) $F = \{3\}$

$P(P(F)) = \dots\dots\dots$

$P(P(F))$ มีสมาชิกทั้งหมด.....ตัว

5) $G = \{\{0\}\}$

$P(P(P(G)))$ มีสมาชิกทั้งหมด.....ตัว

6) ถ้า $P(H)$ มีจำนวนสมาชิก 32 ตัว แล้ว เซต H มีจำนวนสมาชิกกี่ตัว

เซต H มีสมาชิก..... ตัว

7) ถ้า $P(P(J))$ มีจำนวนสมาชิก 16 ตัว แล้ว เซต J มีจำนวนสมาชิกกี่ตัว

เซต J มีสมาชิก.....ตัว

2. กำหนดเพาเวอร์เซตให้ จงหาเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้

1) $P(A) = \{\emptyset\}$

2) $P(D) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$

3) $P(B) = \{\emptyset, \{3\}, \{\{1, 2\}\}, \{3, \{1, 2\}\}\}$

4) $P(B) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, B\}$

5) $P(A) = \{\emptyset, \{a\}\}$

3. จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ เมื่อ A แทนเซตใด ๆ

1) จำนวนสมาชิกของ $P(A)$ เป็นจำนวนคู่เสมอ

2) ถ้า A เป็นเซตว่างจะหาเพาเวอร์เซตของเซต A ไม่ได้

3) $A \in P(A)$

4) $A \subset P(A)$

แบบฝึกหัด 1.5 ข.

1. จงหาเพาเวอร์เซต พร้อมทั้งระบุจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตต่อไปนี้

1. $A = \{1\}$

ตอบ $P(A) = \dots\dots\dots$

$n(P(A)) = \dots\dots\dots$

2. $B = \{1, 2\}$

ตอบ $P(B) = \dots\dots\dots$

$n(P(B)) = \dots\dots\dots$

3. $C = \{\emptyset\}$

ตอบ $P(C) = \dots\dots\dots$

$n(P(C)) = \dots\dots\dots$

4. $D = \emptyset$

ตอบ $P(D) = \dots\dots\dots$

$n(P(D)) = \dots\dots\dots$

5. $E = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

ตอบ $P(E) = \dots\dots\dots$

$n(P(E)) = \dots\dots\dots$

2. กำหนดเพาเวอร์เซตของแต่ละเซตมาให้ จงหาเซตดังกล่าว และจำนวนสมาชิกของเซตนั้น

1. $P(A) = \{\emptyset, \{5\}, \{9\}, A\}$

ตอบ $A = \dots\dots\dots$, $n(A) = \dots\dots\dots$

2. $P(B) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset\}\}$

ตอบ $B = \dots\dots\dots$, $n(B) = \dots\dots\dots$

3. $P(C) = \{\emptyset, \{a\}, \{a\}, \{b\}, \{a, a\}, \{a, b\}, \{a, b\}, C\}$

ตอบ $C = \dots\dots\dots$, $n(C) = \dots\dots\dots$

3. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้านด้วย

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

1. จำนวนสมาชิกของ $P(A)$ เป็นจำนวนคู่เสมอ

ตอบ $\dots\dots\dots$

2. ถ้า $n(P(B)) = 16$ แล้ว $n(B) = 4$

ตอบ $\dots\dots\dots$

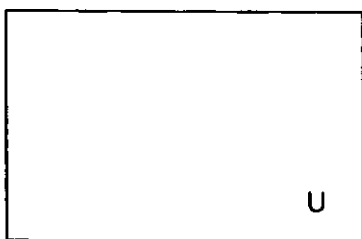
3. $C \in P(C)$

ตอบ $\dots\dots\dots$

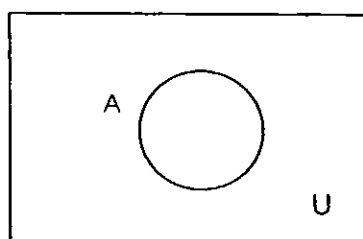
1.6 แผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์

เพื่อให้การศึกษาเกี่ยวกับเรื่องเซตง่าย และเข้าใจยิ่งขึ้น จึงมีการใช้แผนภาพที่ใช้แทนเซต ซึ่งนักคณิตศาสตร์ 2 ท่าน คือ จอห์น เวนน์ (John Venn, พ.ศ. 2377 - 2466) ชาวอังกฤษ และ เลออนฮาร์ด ออยเลอร์ (Leonhard Euler, พ.ศ. 2250 - 2326) ชาวสวิส ได้คิดแผนภาพเพื่อแสดงเกี่ยวกับเรื่องเซตขึ้นมา และเรียกแผนภาพนี้ว่า “แผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์”

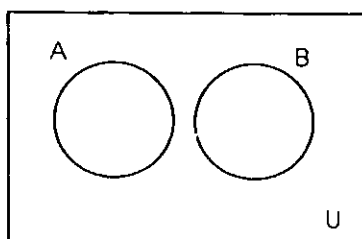
การเขียนแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ เริ่มต้นด้วยการใช้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า แทนเอกภพสัมพัทธ์ (U) และใช้วงกลมหรือวงรี หรือรูปปิดใดๆ แทนเซต A, B, C, ... ซึ่งเป็นสับเซตของ U



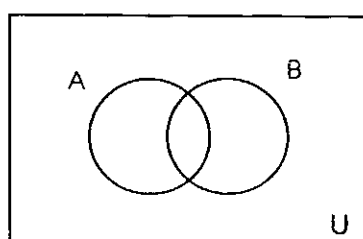
แผนภาพแสดงเอกภพสัมพัทธ์ U



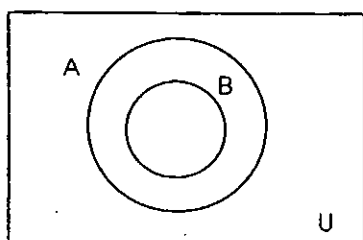
แผนภาพแสดงเซต A ซึ่ง $A \subset U$



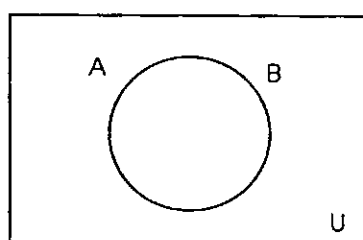
แผนภาพแสดงเซต A และ B ซึ่งเป็นสับเซต ของ U และเป็นเซตที่ไม่มีสมาชิกร่วมกันเลย



แผนภาพแสดงเซต A และเซต B ซึ่งเป็นสับเซต ของ U โดยที่ A และ B มีสมาชิกบางตัวซ้ำกัน แต่ $A \not\subset B$ และ $B \not\subset A$



แผนภาพแสดงเซต A และ B โดยที่ $B \subset A$ และ $B \not\subset A$



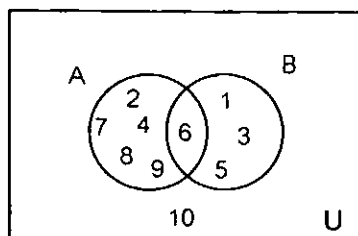
แผนภาพแสดงเซต A และ B โดยที่ $A = B$ ($A \subset B$ และ $B \subset A$)

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

$$A = \{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 6\}$$

เขียนแผนภาพของเวนน – ออยเลอร์ แทนเซตที่กำหนดให้ ได้ดังนี้



จะได้ว่า เซต A และเซต B มีสมาชิกร่วมกันอยู่ 1 ตัว คือ 6

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$

$$A = \{e, h, i, j\}$$

$$B = \{a, b, h, i\}$$

$$\text{และ } C = \{a, c, d, i, j\}$$

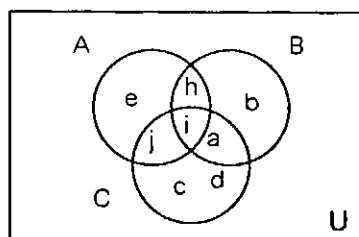
ในที่นี้ เซต A และ B มีสมาชิกร่วมกันสองตัว คือ h, i

เซต A และ C มีสมาชิกร่วมกันสองตัว คือ i, j

เซต B และ C มีสมาชิกร่วมกันสองตัว คือ a, i

เซต A, B และ C มีสมาชิกร่วมกันหนึ่งตัว คือ i

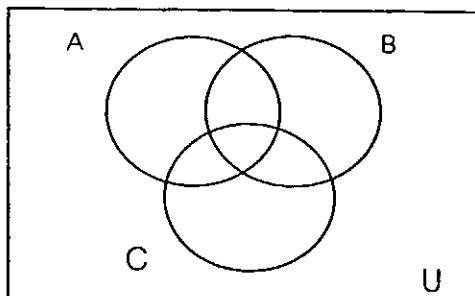
เขียนแผนภาพเวนน – ออยเลอร์ แทนเซตที่กำหนดได้ดังนี้



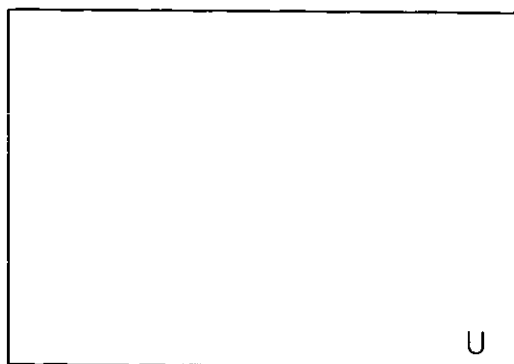
แบบฝึกหัด 1.5 ก.

จงเขียนแผนภาพเวนนี – ออยเลอร์ แทนเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

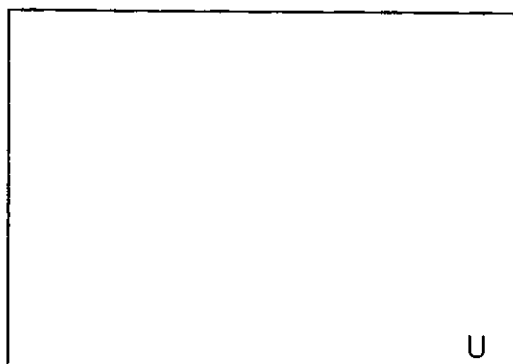
1. กำหนดให้ $U = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 10\}$, $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{3, 5, 9, 10\}$,
 $C = \{1, 2, 5, 7, 9\}$



2. กำหนดเซต A, B และ C โดยที่ A เป็นสับเซตของ C และ B กับ C มีสมาชิกร่วมกัน แต่ A กับ B ไม่มีสมาชิกร่วมกัน



3. กำหนดเซต A, B และ C โดยที่สมาชิกทุกตัวของ B เป็นสมาชิกของ A มีสมาชิกบางตัวของ A ไม่เป็นสมาชิกของ B สมาชิกทุกตัวของ C เป็นสมาชิกของ A มีสมาชิกบางตัวของ A ไม่เป็นสมาชิกของ C สมาชิกบางตัวของ B เป็นสมาชิกของ C มีสมาชิกบางตัวของ B ไม่เป็นสมาชิกของ C และมีสมาชิกบางตัวของ C ไม่เป็นสมาชิกของ B



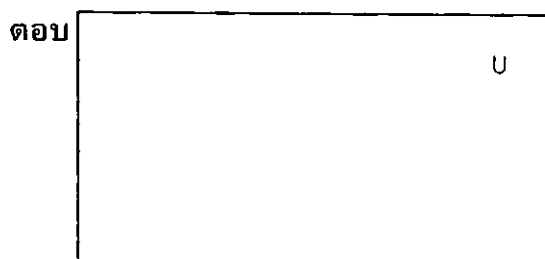
แบบฝึกหัด 1.5 ข.

1. กำหนด $U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 12\}$, $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{1, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$
จงเขียนแผนภาพเวนนี – ออยเลอร์ แทน U , A และ B

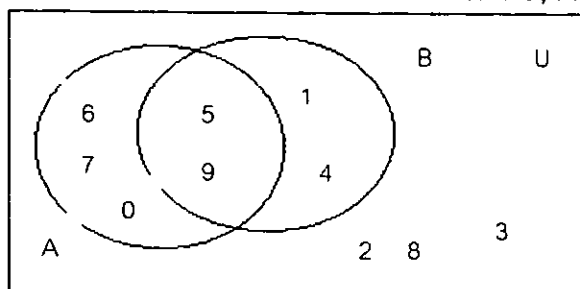


2. กำหนด U แทนเซตของจำนวนเฉพาะระหว่าง 1 กับ 30, $A = \{2, 3, 5, 11, 17\}$
 $B = \{19, 23, 3, 5, 29\}$, $C = \{2, 5, 19, 29, 17\}$

จงเขียนแผนภาพเวนนี – ออยเลอร์ แทน U , A , B และ C

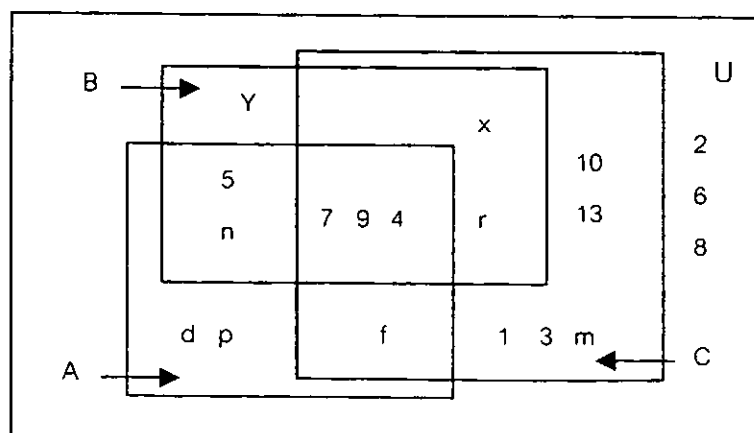


3. กำหนดแผนภาพเวนนี – ออยเลอร์ มาให้ จงหา U , A และ B ว่าแทนเซตใด



ตอบ $U =$
 $A =$
 $B =$

4. กำหนดแผนภาพเวนนี – ออยเลอร์ มาให้ จงหา U , A , B และ C ว่าแทนเซตใด



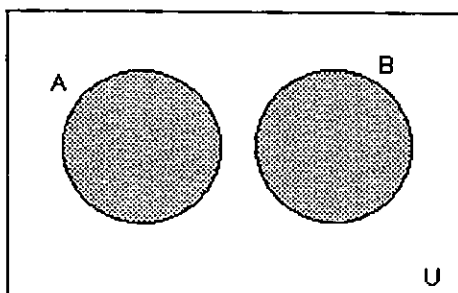
ตอบ $U =$
 $A =$
 $B =$
 $C =$

1.6 ยูเนียน

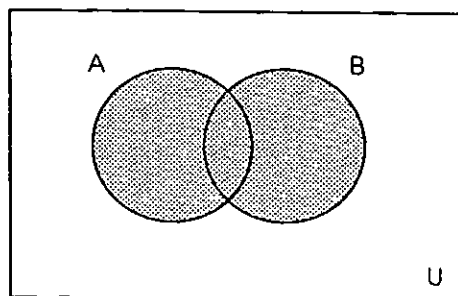
ถ้า A และ B เป็นเซต 2 เซต ยูเนียนของ A และ B คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกที่เป็นสมาชิกของเซต A หรือของเซต B หรือทั้งเซต A และเซต B ก็ได้ และใช้สัญลักษณ์ $A \cup B$ แทนเซตดังกล่าว

นั่นคือ $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ หรือ } x \in B\}$

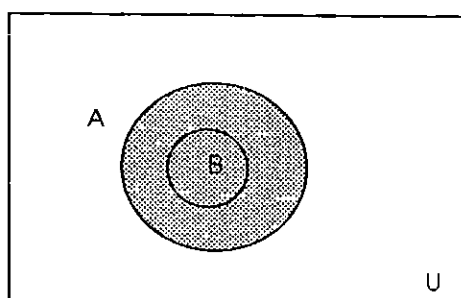
บริเวณที่แรเงาในแผนภาพต่อไปนี้ แสดงเซต $A \cup B$ ในรูปแบบต่างๆ



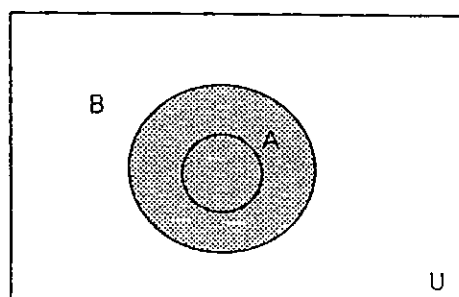
เซต A และเซต B ไม่มีสมาชิกร่วมกัน



เซต A และเซต B มีสมาชิกร่วมกัน



$B \subset A$ จะได้ว่า $A \cup B = A$



$A \subset B$ จะได้ว่า $A \cup B = B$

สมบัติที่สำคัญของยูเนียน

1. $A \cup A = A$
2. $A \cup B = B \cup A$
3. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
4. $A \cup \phi = A$, $A \cup U = U$
5. $A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ $A \cup B = B$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, \emptyset\}$ และ $B = \{1, 5, 6, \emptyset\}$

$$\text{ดังนั้น } A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6, \emptyset\}$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $A = \{2, 4, 6, 8\}$ และ $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

จงหา 1. $A \cup A$

2. $A \cup B$

3. $B \cup A$

วิธีทำ

1. $A \cup A = \{2, 4, 6, 8\}$

ดังนั้น $A \cup A = A$

2. $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 8\}$

3. $B \cup A = \{2, 3, 4, 5, 6, 8\}$

จากข้อ 2 และ 3 จะได้ $A \cup B = B \cup A$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $A = \{1, \{1\}\}$, $B = \{3\}$ และ $C = \{-1, 3, \{1\}\}$

จงหา 1. $(A \cup B) \cup C$

2. $A \cup (B \cup C)$

วิธีทำ

1. $(A \cup B) \cup C = \{1, \{1\}, 3\} \cup C$

$$= \{1, \{1\}, 3, -1\}$$

2. $A \cup (B \cup C) = A \cup \{-1, 3, \{1\}\}$

$$= \{1, -1, 3, \{1\}\}$$

จากข้อ 1 และ 2 จะได้ $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ $A = \{3, 5, 9\}$, $B = \{3, 5, 7, 9\}$

และ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

จงหา 1. $A \cup U$

2. $A \cup B$

วิธีทำ 1. $A \cup U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

ดังนั้น $A \cup U = U$

2. $A \cup B = \{3, 5, 7, 9\}$

จะได้ $A \cup B = B$

นั่นคือ $A \cup B = B$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$

ตัวอย่างที่ 5 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนด A , B และ C เป็นเซตใดๆ ถ้า $A \subset B$ และ $A \subset C$ จะได้ว่า $A \cup B \subset A \cup C$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}$$

$$B = \{1, 2, 3\}$$

$$C = \{1, 2, 4\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3\}$$

$$A \cup C = \{1, 2, 4\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \subset B \text{ และ } A \subset C \text{ แต่ } A \cup B \not\subset A \cup C$$

ตัวอย่างที่ 6 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ $A \cup B \subset A$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{ก, ข\}$$

$$B = \{ก, ข, ค\}$$

$$A \cup B = \{ก, ข, ค\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cup B \not\subset A$$

ตัวอย่างที่ 7 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ $A \cup B \subset B$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{ก, ข\}$$

$$B = \{ก\}$$

$$A \cup B = \{ก, ข\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cup B \not\subset B$$

ตัวอย่างที่ 8 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \cup B \subset B \cup C$ จะได้ว่า $A \subset C$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\begin{aligned}\text{ให้ } A &= \{a\} \\ B &= \{a, b, c\} \\ C &= \{b, d\} \\ A \cup B &= \{a, b, c\} \\ B \cup C &= \{a, b, c, d\} \\ \text{จะได้ว่า } A \cup B &\subset B \cup C \text{ แต่ } A \not\subset C\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 9 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \cup B = B \cup C$ จะได้ว่า $A = C$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\begin{aligned}\text{ให้ } A &= \{a, d\} \\ B &= \{a, b, c\} \\ C &= \{b, d\} \\ A \cup B &= \{a, b, c, d\} \\ B \cup C &= \{a, b, c, d\} \\ \text{จะได้ว่า } A \cup B &= B \cup C \text{ แต่ } A \neq C\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 10 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \not\subset C$ จะได้ว่า $A \cup B \not\subset B \cup C$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\begin{aligned}\text{ให้ } A &= \{a\} \\ B &= \{a, b, c\} \\ C &= \{b, d\} \\ A \cup B &= \{a, b, c\} \\ B \cup C &= \{a, b, c, d\} \\ \text{จะได้ว่า } A &\not\subset C \text{ แต่ } A \cup B \subset B \cup C\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 11 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \neq C$ จะได้ว่า $A \cup B \neq B \cup C$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a, d\}$$

$$B = \{a, b, c\}$$

$$C = \{b, d\}$$

$$A \cup B = \{a, b, c, d\}$$

$$B \cup C = \{a, b, c, d\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \neq C \text{ แต่ } A \cup B = B \cup C$$

ตัวอย่างที่ 12 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \not\subset B$ จะได้ว่า $A \cup B = B$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{ก, ร\}$$

$$B = \{ก, ข, ค\}$$

$$A \cup B = \{ก, ข, ค, ร\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \not\subset B \text{ แต่ } A \cup B \neq B$$

ตัวอย่างที่ 13 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \cup B \neq B$ จะได้ว่า $A \subset B$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{ก, ร\}$$

$$B = \{ก, ข, ค\}$$

$$A \cup B = \{ก, ข, ค, ร\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cup B \neq B$$

$$\text{แต่ } A \not\subset B$$

ตัวอย่างที่ 14 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \neq B$ และ $B \neq C$ แล้ว $A \cup B \cup C \neq A \cup B$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{3\}$$

$$B = \{1, 2, 3\}$$

$$C = \{1, 2\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \neq B \text{ และ } B \neq C$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3\} \text{ และ } A \cup B \cup C = \{1, 2, 3\}$$

$$\text{แต่ } A \cup B \cup C = A \cup B$$

ตัวอย่างที่ 15 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $a \in A \cup B$ แล้ว $a \in A$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1\}$$

$$B = \{2\}$$

$$\text{จะได้ว่า } 2 \in A \cup B = \{1, 2\} \text{ แต่ } 2 \notin A$$

ตัวอย่างที่ 16 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \cup B \neq \emptyset$ แล้ว $A = \emptyset$ และ $B = \emptyset$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1\}$$

$$B = \emptyset$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cup B \neq \emptyset$$

$$\text{แต่ } A \neq \emptyset \text{ และ } B = \emptyset$$

ตัวอย่างที่ 17 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A = \emptyset$ หรือ $B = \emptyset$ แล้ว $A \cup B = \emptyset$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \emptyset$$

$$B = \{1\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A = \emptyset \text{ หรือ } B = \emptyset$$

$$\text{แต่ } A \cup B = \{1\} \neq \emptyset$$

ตัวอย่างที่ 18 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า U เป็นเซตอนันต์ แล้ว $A \cup B$ จะเป็นเซตอนันต์
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } U = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$A = \{1\}$$

$$B = \{2\}$$

$$\text{จะได้ว่า } U \text{ เป็นเซตอนันต์ และ } A \cup B = \{1, 2\}$$

แต่ $A \cup B$ ไม่เป็นเซตอนันต์

ตัวอย่างที่ 19 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า U เป็นเซตอนันต์ แล้ว $A \cup B$ จะเป็นเซตจำกัด
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } U = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$A = \{1, 3, 5, \dots\}$$

$$B = \{2\}$$

$$\text{จะได้ว่า } U \text{ เป็นเซตอนันต์ และ } A \cup B = \{1, 2, 3, 5, \dots\}$$

แต่ $A \cup B$ ไม่เป็นเซตจำกัด

ตัวอย่างที่ 20 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า U เป็นเซตจำกัด แล้ว $A \cup B$ จะเป็นเซตอนันต์
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } U = \{1, 2, 3\}$$

$$A = \{1\}$$

$$B = \{2\}$$

$$\text{จะได้ว่า } U \text{ เป็นเซตจำกัด และ } A \cup B = \{1, 2\}$$

แต่ $A \cup B$ ไม่เป็นเซตอนันต์

ตัวอย่างที่ 21 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \cup B$ เป็นเซตจำกัด แล้ว U จะเป็นเซตจำกัด
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } U = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$A = \{1\}$$

$$B = \{2\}$$

จะได้ว่า $A \cup B = \{1, 2\}$ เป็นเซตจำกัด แต่ U ไม่เป็นเซตจำกัด

ตัวอย่างที่ 22 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $x \notin A$ แล้ว $x \notin A \cup B$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 3, 5, \dots\}$$

$$B = \{2, 4, 6, \dots\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cup B = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

จะพบว่า $2 \notin A$ แต่ $2 \in A \cup B$

ตัวอย่างที่ 23 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ
ถ้า A หรือ B เป็นเซตจำกัด แล้ว $A \cup B$ จะเป็นเซตจำกัด
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1\}$$

$$B = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \text{ เป็นเซตจำกัด และ } A \cup B = \{1, 2, 3, \dots\}$$

แต่ $A \cup B$ ไม่เป็นเซตจำกัด

ตัวอย่างที่ 24 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ
ถ้า $A \cup B$ เป็นเซตอนันต์ แล้ว A และ B เป็นเซตอนันต์
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1\}$$

$$B = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cup B = \{1, 2, 3, \dots\} \text{ เป็นเซตอนันต์}$$

แต่ A เป็นเซตจำกัด

แบบฝึกหัด 1.6 ก.

1. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 5, 6\}$, $C = \{1, 3, 5, 7\}$

จงหา 1. $A \cup B$ 3. $(A \cup B) \cup C$ 5. $C \cup B$
 2. $B \cup C$ 4. $B \cup A$ 6. $A \cup (B \cup C)$

ตอบ 1. $A \cup B = \dots\dots\dots$ 4. $B \cup A = \dots\dots\dots$
 2. $B \cup C = \dots\dots\dots$ 5. $C \cup B = \dots\dots\dots$
 3. $(A \cup B) \cup C = \dots\dots\dots$ 6. $A \cup (B \cup C) = \dots\dots\dots$

2. กำหนดให้ $A = \{a, d\}$, $B = \{a, b, c\}$ และ $C = \{b, d\}$ จงหา $B \cup C$ และ $A \cup B$

ตอบ $B \cup C = \dots\dots\dots$, $A \cup B = \dots\dots\dots$

3. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้านด้วย
 เมื่อกำหนดให้ A , B และ C เป็นเซตใด ๆ

1. ถ้า $A \neq C$ แล้ว $A \cup B \neq B \cup C$

ตอบ $\dots\dots\dots$

2. $A \cup B = B \cup A$ เสมอ

ตอบ $\dots\dots\dots$

3. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \cup B = B$

ตอบ $\dots\dots\dots$

4. $A \subset (A \cup B)$ เสมอ

ตอบ $\dots\dots\dots$

5. $(A \cup B) \subset A$ เสมอ

ตอบ $\dots\dots\dots$

4. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{1\}$, $D = \emptyset$ และ $E = \{1, 2, 3, 4\}$

จงหา 1. $A \cup B$ 3. $A \cup D$ 5. $A \cup B \cup E$
 2. $A \cup C$ 4. $C \cup E$ 6. $B \cup C \cup D$

ตอบ 1. $A \cup B = \dots\dots\dots$
 2. $A \cup C = \dots\dots\dots$
 3. $A \cup D = \dots\dots\dots$
 4. $C \cup E = \dots\dots\dots$
 5. $A \cup B \cup E = \dots\dots\dots$
 6. $B \cup C \cup D = \dots\dots\dots$

แบบฝึกหัด 1.6 ข.

1. ถ้า $A = \{2, 4, 5, 8, 9\}$, $B = \{2, 3, 5, 9\}$ และ $C = \{1, 3, 5, 7\}$ จงเขียนเซตต่อไปนี้
แบบแจกแจงสมาชิกพร้อมทั้งพิจารณาว่าเซตแต่ละคู่มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

(1) $A \cup B$, $B \cup A$

(2) $A \cup (B \cup C)$, $(A \cup B) \cup C$

ตอบ 1. $A \cup B =$, $B \cup A =$

2. $A \cup (B \cup C) =$, $(A \cup B) \cup C =$

สรุป

2. กำหนดให้ $U = \{-1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$, $A = \{1\}$, $B = \{1, 2, 3, \dots\}$, $C = \{5, 6, 7, \dots, 50\}$
 $D = \emptyset$ และ $E = \{x / x^2 - 3x - 4 = 0\}$

จงหา 1. $A \cup B$

3. $B \cup D$

5. $B \cup C$

2. $C \cup E$

4. $A \cup B \cup C$

6. $A \cup E \cup D$

ตอบ 1. $A \cup B =$, 4. $A \cup B \cup C =$

2. $C \cup E =$, 5. $B \cup C =$

3. $B \cup D =$, 6. $A \cup E \cup D =$

3. กำหนดให้ U แทนเอกภพสัมพัทธ์ A , B และ C เป็นเซตใด ๆ

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างประกอบด้วย

1. ถ้า $A \cup B$ เป็นเซตอนันต์ แล้ว A และ B เป็นเซตอนันต์

ตอบ

2. ถ้า $x \notin A$ แล้ว $x \notin A \cup B$

ตอบ

3. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ เสมอ

ตอบ

4. ถ้า U เป็นเซตจำกัด แล้ว $A \cup B$ จะเป็นเซตอนันต์

ตอบ

5. ถ้า $A \cup B \neq \emptyset$ แล้ว $A = \emptyset$ และ $B = \emptyset$

ตอบ

6. $A \subset (A \cup B)$ เสมอ

ตอบ

7. $A \cup \emptyset = \emptyset = \emptyset \cup A$ เสมอ

ตอบ

8. ถ้า $a \in A \cup B$ แล้ว $a \in A$

ตอบ

9. ถ้า $A \cup B = B \cup C$ จะได้ว่า $A = C$

ตอบ

10. ถ้า $A \neq B$ และ $B \neq C$ แล้ว $A \cup B \cup C \neq A \cup B$

ตอบ

11. $A \cup \phi = A$ เสมอ

ตอบ

12. $A \cup U = U$ เสมอ

ตอบ

4. กำหนดให้ $P(A) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$, $P(B) = \{\phi\}$, $P(C) = \{\phi, \{\phi\}\}$

และ $P(D) = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$

จงหา 1. $A \cup B$

4. $A \cup C$

2. $D \cup C$

5. $A \cup D \cup B$

3. $A \cup B \cup C$

6. $A \cup B \cup C \cup D$

ตอบ $A =$

$B =$

$C =$

$D =$

ดังนั้น

1. $A \cup B =$

2. $D \cup C =$

3. $A \cup B \cup C =$

4. $A \cup C =$

5. $A \cup D \cup B =$

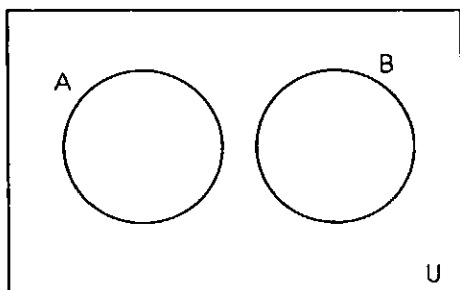
6. $A \cup B \cup C \cup D =$

1.7 อินเตอร์เซคชัน

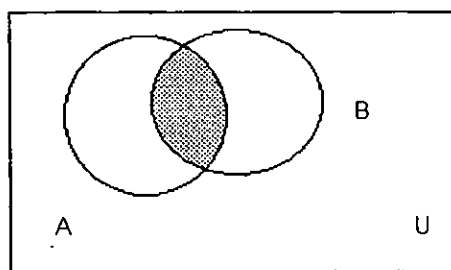
อินเตอร์เซคชันของเซต A และเซต B คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกทั้งของเซต A และเซต B ใช้สัญลักษณ์ $A \cap B$

นั่นคือ $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ และ } x \in B\}$

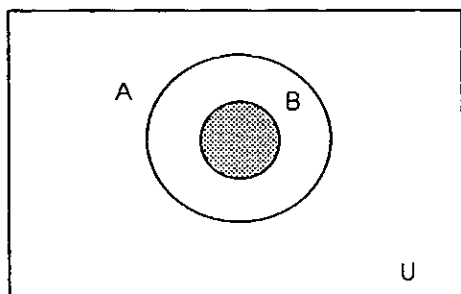
บริเวณที่แรเงาในแผนภาพต่อไปนี้ แสดงเซต $A \cap B$ ในรูปแบบต่างๆ



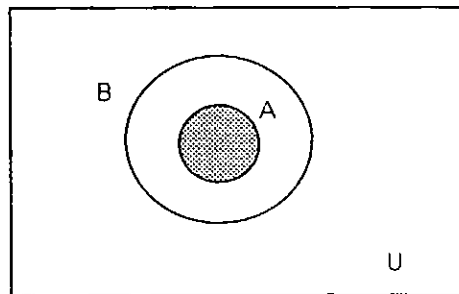
เซต A และ เซต B ไม่มีสมาชิกร่วมกัน
จะได้ว่า $A \cap B = \phi$



เซต A และเซต B มีสมาชิกร่วมกัน



$B \subset A$ จะได้ว่า $A \cap B = B$



$A \subset B$ จะได้ว่า $A \cap B = A$

สมบัติที่สำคัญของอินเตอร์เซคชัน

1. $A \cap A = A$
2. $A \cap B = B \cap A$
3. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
4. $A \cap \phi = \phi$, $A \cap U = A$
5. $A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ $A \cap B = A$
6. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$ และ $C = \{1, 2, 3, 7\}$

- จงหา 1. $A \cap A$ 4. $A \cap (B \cap C)$
 2. $A \cap B$ 5. $(A \cap B) \cap C$
 3. $B \cap A$

วิธีทำ 1. $A \cap A = \{1, 2, 3\}$

$$A \cap A = A$$

$$2. A \cap B = \{2, 3\}$$

$$3. B \cap A = \{2, 3\}$$

จากข้อ 1. และ 2. จะได้ $A \cap B = B \cap A$

$$4. A \cap (B \cap C) = A \cap \{2, 3, 7\}$$

$$= \{2, 3\}$$

$$5. (A \cap B) \cap C = \{2, 3\} \cap C$$

$$= \{2, 3\}$$

จากข้อ 4. และ 5. จะได้ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $U = \{2, 3, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{5, 7\}$ และ $B = \{3, 5, 6, 7\}$

- จงหา 1. $A \cap U$
 2. $A \cap B$
 3. $A \cap \phi$

วิธีทำ 1. $A \cap U = \{5, 7\}$

$$A \cap U = A$$

$$2. A \cap B = \{5, 7\}$$

$$A \cap B = A \text{ ก็ต่อเมื่อ } A \subset B$$

$$3. A \cap \phi = \{5, 7\} \cap \phi$$

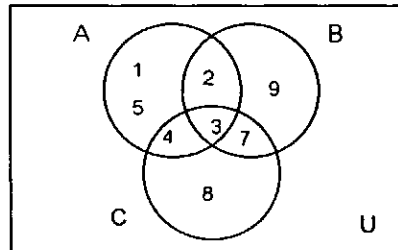
$$A \cap \phi = \phi$$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $A = \{1, 2, \{3\}, 4, \phi\}$ และ $B = \{1, 3, 4, \phi\}$

$$\text{ดังนั้น } A \cap B = \{1, 4, \phi\}$$

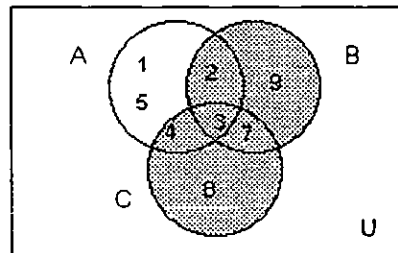
ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 7, 9\}$ และ $C = \{3, 4, 7, 8\}$

- จงหา 1. $A \cap (B \cup C)$
 2. $(A \cap B) \cup (A \cap C)$
 3. $A \cup (B \cap C)$
 4. $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

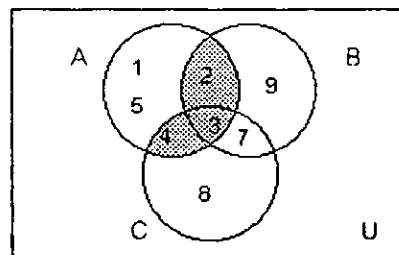


1. $A \cap (B \cup C)$

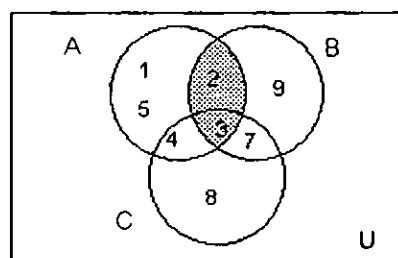
จะได้ $(B \cup C) = \{2, 3, 4, 7, 8, 9\}$



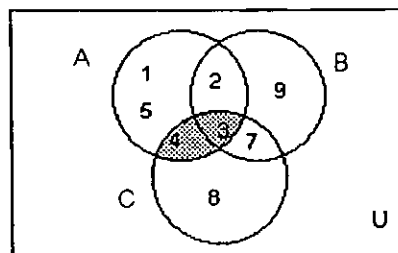
ดังนั้น $A \cap (B \cup C) = \{2, 3, 4\}$



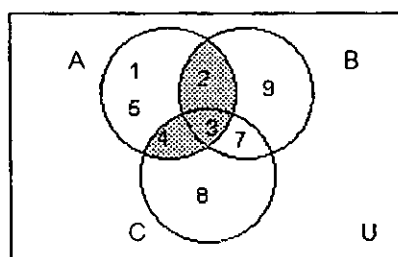
2. $(A \cap B) \cup (A \cap C)$



จะได้ $A \cap B = \{2, 3\}$



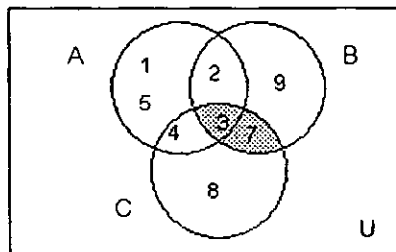
และ $A \cap C = \{3, 4\}$



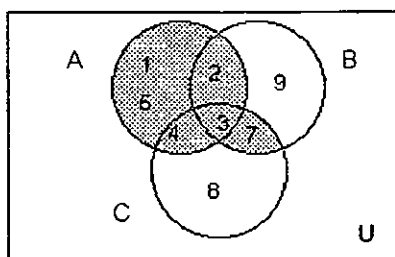
ดังนั้น $(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{2, 3, 4\}$

จากข้อ 1. และ 2. จะได้ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

3. $A \cup (B \cap C)$

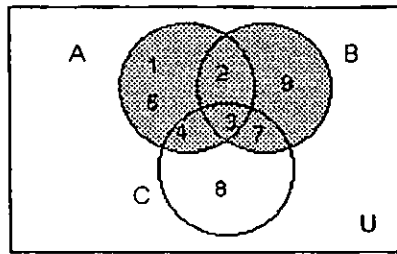


จะได้ $B \cap C = \{3, 7\}$

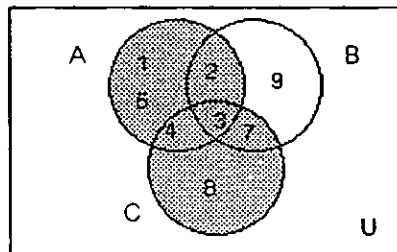


ดังนั้น $A \cup (B \cap C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

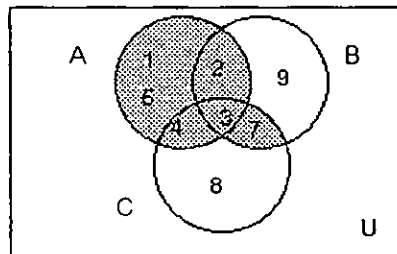
4. $(A \cup B) \cap (A \cup C)$



จะได้ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$



และ $A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\}$



ดังนั้น $(A \cup B) \cap (A \cup C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

จากข้อ 3. และ 4. จะได้ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

ตัวอย่างที่ 5 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A \cap B \neq \emptyset$ และ $B \cap C \neq \emptyset$ แล้ว $A \cap B \cap C \neq \emptyset$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a\}$$

$$B = \{a, b\}$$

$$C = \{b, c\}$$

$$A \cap B = \{a\} \neq \emptyset$$

$$B \cap C = \{b\} \neq \emptyset$$

$$\text{แต่ } A \cap B \cap C = \emptyset$$

ตัวอย่างที่ 6 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ $A \subset A \cap B$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a, b\}$$

$$B = \{a, c\}$$

$$A \cap B = \{a\}$$

$$\text{แต่ } A \not\subset A \cap B$$

ตัวอย่างที่ 7 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A \cap B \cap C = \emptyset$ แล้ว $A \cap B = \emptyset$ หรือ $B \cap C = \emptyset$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a\}$$

$$B = \{a, b\}$$

$$C = \{b, c\}$$

$$A \cap B \cap C = \emptyset$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cap B = \{a\} \neq \emptyset$$

$$B \cap C = \{b\} \neq \emptyset$$

ตัวอย่างที่ 8 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A \cap B \subset C$ แล้ว $A \subset C$ และ $B \subset C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a, b\}$$

$$B = \{a, c\}$$

$$C = \{a\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cap B = \{a\}$$

$$\text{ดังนั้น } A \cap B \subset C$$

$$\text{แต่ } A \not\subset C \text{ เนื่องจาก } b \in A \text{ แต่ } b \notin C$$

$$\text{และ } B \not\subset C \text{ เนื่องจาก } c \in B \text{ แต่ } c \notin C$$

ตัวอย่างที่ 9 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A \not\subset C$ และ $B \not\subset C$ แล้ว $A \cap B \not\subset C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a, b\}$$

$$B = \{a, c\}$$

$$C = \{a, d\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \not\subset C \text{ เนื่องจาก } b \in A \text{ แต่ } b \notin C$$

$$\text{และ } B \not\subset C \text{ เนื่องจาก } c \in B \text{ แต่ } c \notin C$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cap B = \{a\}$$

$$\text{ดังนั้น } A \cap B \subset C$$

ตัวอย่างที่ 10 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A \cap B = \emptyset$ แล้ว $A = \emptyset$ หรือ $B = \emptyset$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{c\}$$

$$B = \{a, b\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cap B = \emptyset \text{ แต่ } A \neq \emptyset \text{ และ } B \neq \emptyset$$

ตัวอย่างที่ 11 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \cap B = A$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

ให้ $A = \{c\}$

$B = \{a, b\}$

จะได้ว่า $A \subset B$ แต่ $A \cap B = \emptyset \neq A$

ตัวอย่างที่ 12 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \cap B \neq A$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

ให้ $A = \{a\}$

$B = \{a, b\}$

จะได้ว่า $A \subset B$ แต่ $A \cap B = \{a\} = A$

ตัวอย่างที่ 13 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A \cap C \subset B \cap C$ แล้ว $A \subset B$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

ให้ $A = \{a, c, e\}$

$B = \{a, b, c, d\}$

$C = \{a, b, c\}$

จะได้ว่า $A \cap C = \{a, c\}$

$B \cap C = \{a, b, c\}$

ดังนั้น $A \cap C \subset B \cap C$

แต่ $A \not\subset B$ เนื่องจาก $e \in A$ แต่ $e \notin B$

ตัวอย่างที่ 14 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A \cap C = B \cap C$ แล้ว $A = B$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a, c, e\}$$

$$B = \{a, c, d\}$$

$$C = \{a, c\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cap C = \{a, c\}$$

$$B \cap C = \{a, c\}$$

$$\text{ดังนั้น } A \cap C = B \cap C$$

$$\text{แต่ } A \neq B$$

ตัวอย่างที่ 15 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A \not\subset B$ แล้ว $A \cap C \not\subset B \cap C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 4\}$$

$$B = \{1, 2\}$$

$$C = \{1, 2, 3\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \not\subset B \text{ เนื่องจาก } 4 \in A \text{ แต่ } 4 \notin B$$

$$A \cap C = \{1\}$$

$$B \cap C = \{1, 2\}$$

$$\text{ดังนั้น } A \cap C \subset B \cap C$$

ตัวอย่างที่ 16 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \neq B$ แล้ว $A \cap C \neq B \cap C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a, c, e\}$$

$$B = \{a, c, d\}$$

$$C = \{a, c\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \neq B$$

$$A \cap C = \{a, c\}$$

$$B \cap C = \{a, c\}$$

$$\text{ดังนั้น } A \cap C = B \cap C$$

ตัวอย่างที่ 17 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ จะได้ว่า $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \text{ให้ } A &= \{a, c, e\} \\ B &= \{a, c, d\} \\ C &= \{a, c\} \\ A \cup B &= \{a, c, d, e\} \\ (A \cup B) \cap C &= \{a, c\} \\ B \cap C &= \{a, c\} \\ A \cup (B \cap C) &= \{a, c, e\} \\ \text{จะได้ว่า } (A \cup B) \cap C &\neq A \cup (B \cap C) \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 18 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ จะได้ว่า $(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \text{ให้ } A &= \{ดำ, แดง\} \\ B &= \{แดง, เหลือง, ขาว\} \\ C &= \{ฟ้า, ม่วง\} \\ A \cap B &= \{แดง\} \\ (A \cap B) \cup C &= \{แดง, ฟ้า, ม่วง\} \\ B \cup C &= \{แดง, เหลือง, ขาว, ฟ้า, ม่วง\} \\ A \cap (B \cup C) &= \{แดง\} \\ \text{จะได้ว่า } (A \cap B) \cup C &\neq A \cap (B \cup C) \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 19 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \cap B = \emptyset$ แล้ว $A \subset B$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \text{ให้ } A &= \emptyset \\ B &= \{2\} \\ \text{จะได้ว่า } A \cap B &= \emptyset \\ \text{แต่ } A &= \emptyset \subset B \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 20 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B \subset C$ แล้ว $A \cap C = B \cap C$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1\}$$

$$B = \{1, 2\}$$

$$C = \{1, 2, 3\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \subset B \subset C \text{ ซึ่ง } A \cap C = \{1\} \text{ และ } B \cap C = \{1, 2\}$$

$$\text{แต่ } A \cap C \neq B \cap C$$

ตัวอย่างที่ 21 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \cap B = B$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \emptyset$$

$$B = \{\text{red, blue}\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \subset B \text{ แต่ } A \cap B \neq B$$

ตัวอย่างที่ 22 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ
ถ้า A และ B เป็นเซตอนันต์ แล้ว $A \cap B$ เป็นเซตอนันต์
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cap B = \emptyset \text{ ซึ่งเป็นเซตจำกัด}$$

ตัวอย่างที่ 23 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \cap B \neq A$ แล้ว $B \subset A$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1\}$$

$$B = \{1, 2\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cap B \neq A$$

$$\text{แต่ } B \not\subset A$$

ตัวอย่างที่ 24 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $a \notin A \cap B$ แล้ว $a \notin A$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}$$

$$B = \{2, 3\}$$

$$A \cap B = \{2\}$$

$$\text{จะได้ว่า } 1 \notin A \cap B$$

$$\text{แต่ } 1 \in A$$

ตัวอย่างที่ 25 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \neq \emptyset$ และ $B \neq \emptyset$ แล้ว $A \cap B \neq \emptyset$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1\}$$

$$B = \{2\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \neq \emptyset \text{ และ } B \neq \emptyset \text{ แต่ } A \cap B = \emptyset$$

ตัวอย่างที่ 26 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ
ถ้า $A \cap B \cap C = \emptyset$ แล้ว $A \cap B = \emptyset$ หรือ $A \cap C = \emptyset$ หรือ $B \cap C = \emptyset$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}$$

$$B = \{2, 3\}$$

$$C = \{1, 3\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cap B \cap C = \emptyset \text{ และ } A \cap B = \{2\}, A \cap C = \{1\} \text{ และ } B \cap C = \{3\}$$

$$\text{แต่ } A \cap B \neq \emptyset \text{ และ } A \cap C \neq \emptyset \text{ และ } B \cap C \neq \emptyset$$

ตัวอย่างที่ 27 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ
ถ้า $A \cap B \neq \emptyset$ และ $A \cap C \neq \emptyset$ และ $B \cap C \neq \emptyset$ แล้ว $A \cap B \cap C \neq \emptyset$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{1, 3\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cap B = \{2\} \neq \emptyset, A \cap C = \{1\} \neq \emptyset$$

$$\text{และ } B \cap C = \{3\} \neq \emptyset \text{ แต่ } A \cap B \cap C = \emptyset$$

ตัวอย่างที่ 28 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A , B และ C เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A \cup (B \cap C) = \emptyset$ แล้ว $A = \emptyset$ และ $B = \emptyset$ และ $C = \emptyset$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \emptyset$$

$$B = \{1\}$$

$$C = \{2\}$$

จะได้ว่า $A \cup (B \cap C) = \emptyset$ และ $A = \emptyset$, $B \neq \emptyset$ และ $C \neq \emptyset$

แต่ $A = \emptyset$ หรือ $B = \emptyset$ หรือ $C = \emptyset$

ตัวอย่างที่ 29 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ

ถ้า A และ B เป็นเซตอนันต์ แล้ว $A \cap B$ เป็นเซตอนันต์

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 3, 5, \dots\}$$

$$B = \{2, 4, 6, \dots\}$$

จะได้ว่า A และ B เป็นเซตอนันต์ และ $A \cap B = \emptyset$

แต่ $A \cap B$ ไม่เป็นเซตอนันต์

ตัวอย่างที่ 30 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ

ถ้า A หรือ B เป็นเซตอนันต์ แล้ว $A \cap B$ เป็นเซตอนันต์

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 3, 5, \dots\}$$

$$B = \emptyset$$

จะได้ว่า A เป็นเซตอนันต์ และ $A \cap B = \emptyset$

แต่ $A \cap B$ ไม่เป็นเซตอนันต์

ตัวอย่างที่ 31 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ

ถ้า $A \cap B$ เป็นเซตจำกัด แล้ว A และ B เป็นเซตจำกัด

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 3, 5, \dots\}$$

$$B = \{2, 4, 6, \dots\}$$

จะได้ว่า $A \cap B = \emptyset$ เป็นเซตจำกัด และ A และ B เป็นเซตอนันต์

แต่ A หรือ B เป็นเซตอนันต์

ตัวอย่างที่ 32 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใดๆ

ถ้า $A \cup B$ เป็นเซตอนันต์ แล้ว $(A \cup B) \cap C$ เป็นเซตอนันต์

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 3, 5, \dots\}$$

$$B = \{2, 4, 6, \dots\}$$

$$C = \{a\}$$

จะได้ว่า $A \cup B = \{1, 2, 3, \dots\}$ เป็นเซตอนันต์ และ $(A \cup B) \cap C = \emptyset$

แต่ $(A \cup B) \cap C$ ไม่เป็นเซตอนันต์

ตัวอย่างที่ 33 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A \cup B$ เป็นเซตอนันต์ แล้ว $(A \cup B) \cap C$ เป็นเซตอนันต์

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1\}$$

$$B = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$C = \{0\}$$

จะได้ว่า $A \cup B = \{1, 2, 3, \dots\}$ เป็นเซตอนันต์

แต่ $(A \cup B) \cap C = \emptyset$ เป็นเซตจำกัด

ตัวอย่างที่ 34 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ $A \cup B \neq B \cap A$

$$\text{ให้ } A = B$$

จะได้ว่า $A \cup B = B \cap A$

ตัวอย่างที่ 35 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใดๆ แล้ว $(A \cup B) \cap C \neq A \cup (B \cap C)$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = B = C = \emptyset$$

$$\text{ดังนั้น } (A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$$

แบบฝึกหัด 1.7 ก.

ให้ผู้เรียนหาคำตอบต่อไปนี้ด้วยตนเอง และพิจารณาคำตอบว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร

1. กำหนดให้ $U = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$$A = \{-2, 0, 1, 2, 5\}$$

$$B = \{-4, -1, 1, 4, 5\}$$

$$C = \{-3, 1, 2, 3, 4\} \quad \text{จงหา}$$

1) $A \cap \emptyset$

ตอบ

2) $A \cap B \cap C$

ตอบ

3) $A \cap (B \cup C)$

ตอบ

4) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

ตอบ

5) $A \cup (B \cap C)$

ตอบ

6) $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

ตอบ

7) $A \cap B$

ตอบ

8) $B \cap A$

ตอบ

9) $A \cap U$

ตอบ

10) $A \cap A$

ตอบ

2. พิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

เมื่อกำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

1. ถ้า A และ B เป็นเซตอนันต์ แล้ว $A \cap B$ เป็นเซตอนันต์

ตอบ

2. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

ตอบ

แบบฝึกหัด 1.7 ข.

1. ถ้า $A = \{2, 4, 5, 8, 9\}$, $B = \{2, 3, 5, 9\}$ และ $C = \{1, 3, 5, 7\}$ จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิกว่าเซตแต่ละคู่มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

(3) $A \cup B$, $B \cup A$

$A \cup B = \dots\dots\dots$, $B \cup A = \dots\dots\dots$

(4) $A \cap B$, $B \cap A$

$A \cap B = \dots\dots\dots$, $B \cap A = \dots\dots\dots$

(5) $A \cup (B \cap C)$,

$A \cup (B \cap C) = \dots\dots\dots$, $(A \cup B) \cap C = \dots\dots\dots$

(6) $A \cap (B \cap C)$, $A \cap (B \cap C)$

$A \cap (B \cap C) = \dots\dots\dots$, $A \cap (B \cap C) = \dots\dots\dots$

(7) $A \cup (B \cap C)$, $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cup (B \cap C) = \dots\dots\dots$, $(A \cup B) \cap (A \cup C) = \dots\dots\dots$

สรุป

1. $A \cup B = \dots\dots\dots$

2. $A \cap B = \dots\dots\dots$

3. $A \cup (B \cap C) = \dots\dots\dots$

4. $A \cap (B \cap C) = \dots\dots\dots$

5. $A \cup (B \cap C) = \dots\dots\dots$

6. $A \cap (B \cap C) = \dots\dots\dots$

2. ให้นักเรียนยกตัวอย่างที่ทำให้ข้อความต่อไปนี้เป็นเท็จ

1. $A \cap B \neq A$ แล้ว $B \subset A$

ตอบ ให้ $A = \dots\dots\dots$, $B = \dots\dots\dots$

จะได้ $A \cap B = \dots\dots\dots$, $(A \cap B \neq A)$ แต่ $B \not\subset A$

2. ถ้า $A \cap B = \emptyset$ แล้ว $A \not\subset B$

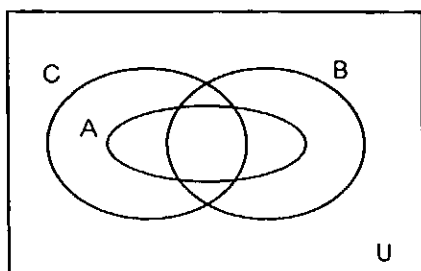
ตอบ ให้ $A = \dots\dots\dots$, $B = \dots\dots\dots$

จะได้ว่า $A \cap B = \dots\dots\dots$

แต่ $A = \dots\dots\dots$ จะเห็นว่า $A \not\subset B$

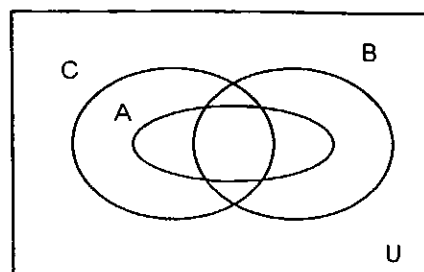
3. จากแผนภาพเวนนี - ออยเลอร์ ที่กำหนดให้ จงแรเงาแสดงเซตในหัวข้อต่อไปนี้

1)



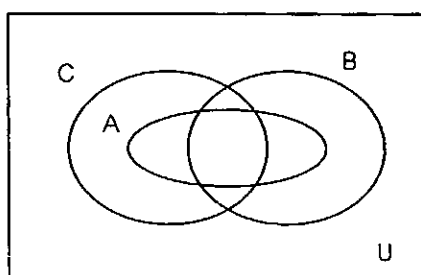
$$A \cup B$$

3)



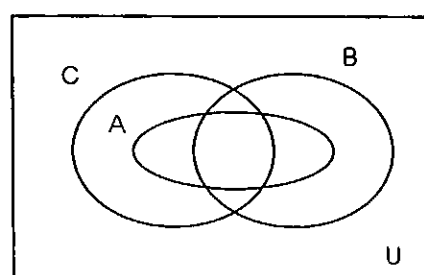
$$A \cap C$$

2)



$$(A \cup B) \cap C$$

4)



$$(A \cup C) \cap (B \cap C)$$

4. กำหนดให้ U แทนเอกภพสัมพัทธ์ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างประกอบด้วย

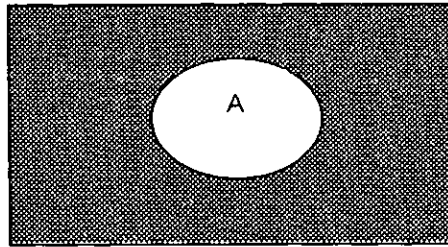
1. ถ้า $A \cap C = B \cap C$ แล้ว $A = B$
2. $A \cap A = A$
3. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \cap B \neq A$
4. $A \cap B = B \cap A$
5. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
6. ถ้า $a \notin A \cap B$ แล้ว $a \notin A$
7. ถ้า $A \neq \emptyset$ และ $B \neq \emptyset$ แล้ว $A \cap B \neq \emptyset$
8. $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$
9. ถ้า $A \cup B$ เป็นเซตอนันต์ แล้ว $(A \cup B) \cap C$ เป็นเซตอนันต์
10. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

ข้อที่เป็นจริงได้แก่ ข้อ

1.8 คอมพลีเมนต์ (Complement)

คอมพลีเมนต์ของเซต A ซึ่งเป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของ U แต่ไม่เป็นสมาชิกของ A ใช้สัญลักษณ์ A' หรือ A^c แทนคอมพลีเมนต์ของเซต A

ส่วนที่แรเงาในแผนภาพนี้เป็นคอมพลีเมนต์ของ A ซึ่งเขียนในรูป



สมบัติที่สำคัญของคอมพลีเมนต์

1. $(A')' = A$
2. $\phi' = U$ และ $U' = \phi$
3. $(A \cap B)' = A' \cup B'$
4. $(A \cup B)' = A' \cap B'$
5. $A \cap B = \phi$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B'$
6. $A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ $B' \subset A'$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$$A = \{3, 4, 6, 7, 8\}$$

$$B = \{1, 4, 7, 10\}$$

- จงหา
1. $(A')'$
 2. $A \cap A'$
 3. $A \cup A'$
 4. $(A \cap B)'$
 5. $A' \cup B'$
 6. $(A \cup B)'$
 7. $A' \cap B'$

วิธีทำ 1. จากเซต U, A ที่กำหนดให้

$$\text{จะได้ } A' = \{1, 2, 5, 9, 10\}$$

$$\text{ดังนั้น } (A')' = \{3, 4, 6, 7, 8\}$$

$$2. \text{ จาก } A = \{3, 4, 6, 7, 8\}$$

$$\text{และ } A' = \{1, 2, 5, 9, 10\}$$

$$\text{ดังนั้น } A \cap A' = \emptyset$$

$$3. \text{ จาก } A \text{ และ } A' \text{ ในข้อ 2}$$

$$A \cup A' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$\text{ดังนั้น } A \cup A' = U$$

$$4. \text{ เนื่องจาก } A \cap B = \{4, 7\}$$

$$\text{ดังนั้น } (A \cap B)' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$5. \text{ เนื่องจาก } A' = \{1, 2, 5, 9, 10\}$$

$$B' = \{2, 3, 5, 6, 8, 9\}$$

$$\text{ดังนั้น } A' \cup B' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$6. \text{ เนื่องจาก } A \cup B = \{1, 3, 4, 6, 7, 8, 10\}$$

$$\text{ดังนั้น } (A \cup B)' = \{2, 5, 9\}$$

$$7. \text{ จาก } A' \text{ และ } B' \text{ ในข้อ 5}$$

$$A' \cap B' = \{2, 5, 9\}$$

$$\text{จากข้อ 6 และ 7 จะได้ } (A \cup B)' = A' \cap B'$$

ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ ซึ่งต่างก็เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U

$$\text{จะได้ว่า } (A \cup B)' = A' \cup B'$$

ข้อความนี้เป็นเท็จดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$$

$$B = \{2, 5, 9, 14, 20\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 14, 20\}$$

$$(A \cup B)' = \{4, 6, 8, 10, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$$

$$A' = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$$

$$B' = \{1, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19\}$$

$$A' \cup B' = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, \dots, 20\}$$

$$\text{จะได้ว่า } (A \cup B)' \neq A' \cup B'$$

ตัวอย่างที่ 3 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $(B \cap C') \cup A = C \cap A$ แล้ว $A \cup B = B \cup C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A = \{1\}$$

$$B = \{1, 2\}$$

$$C = \{1, 2, 3\}$$

$$C' = \{4, 5\}$$

$$B \cap C' = \emptyset$$

$$(B \cap C') \cup A = \{1\}$$

$$C \cap A = \{1\}$$

$$(B \cap C') \cup A = C \cap A$$

$$A \cup B = \{1, 2\}$$

$$B \cup C = \{1, 2, 3\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cup B \neq B \cup C$$

ตัวอย่างที่ 4 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B'$ แล้ว $A \cup B = U$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } U = \{a, e, i, o, u\}$$

$$B = \{a, e\}$$

$$B' = \{i, o, u\}$$

$$A = \emptyset$$

$$A \cup B = \{a, e\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \subset B' \text{ แต่ } A \cup B \neq U$$

ตัวอย่างที่ 5 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A เป็นเซตใด ๆ ถ้า A เป็นเซตอนันต์ แล้ว A' เป็นเซตจำกัด

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } U = \mathbb{R}, A = \mathbb{I}^+$$

$$\text{จะได้ว่า } A \text{ เป็นเซตอนันต์ และ } A' = \mathbb{R} - \{1, 2, 3, \dots\} = \{\dots, -2, -1, 0\}$$

$$\text{แต่ } A' \text{ ไม่เป็นเซตจำกัด}$$

ตัวอย่างที่ 6 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A เป็นเซตใดๆ ถ้า A' เป็นเซตจำกัด แล้ว A เป็นเซตจำกัด

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } U = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$A = \{1, 2, 3, \dots\}$$

จะได้ว่า $A' = \{0\}$ เป็นเซตจำกัด

แต่ A ไม่เป็นเซตจำกัด

ตัวอย่างที่ 7 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ ถ้า $x \notin A$ แล้ว $x \in A' \cap B'$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } U = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$A = \{1, 2\}$$

$$B = \{0, 2\}$$

จะได้ว่า $A' = \{0, 3\}$, $B' = \{1, 3\}$ และ $A' \cap B' = \{3\}$

ซึ่ง $0 \notin A$ และ $0 \notin A' \cap B'$

ตัวอย่างที่ 8 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ ถ้า $x \in A$ แล้ว $x \in (A' \cup B)'$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } U = \{4, 3, 2, 1\}$$

$$A = \{1, 2\}$$

$$B = \{4, 2\}$$

จะได้ว่า $A' = \{4, 3\}$, $B' = \{1, 3\}$, $A' \cup B' = \{1, 3, 4\}$

จะพบว่า $(A' \cup B')' = \{2\}$

แต่ $1 \in A$ ซึ่ง $1 \notin (A' \cup B')'$

แบบฝึกหัด 1.8 ก.

1. ถ้า $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ และ $A = \{0, 2\}$ จงหา A'

ตอบ $A' =$

2. ถ้า $U = \mathbb{N} \cup \{0\}$ และ $B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนคู่}\}$ จงหา

ตอบ $B' =$

3. ถ้า $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $A = \{0, 2, 4\}$ และ $B = \{3, 4\}$ จงหา A' และ B'

ตอบ $A' =$, $B' =$

4. ถ้า $U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$, $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ และ $B = \{2, 5, 9, 14, 20\}$

จงแสดงว่า $(A \cup B)' \neq A' \cup B'$

จะได้ $A \cup B =$

$(A \cup B)' =$

$A' =$

$B' =$

$A' \cup B' =$

ดังนั้น $(A \cup B)' \neq$

5. ถ้า $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1\}$, $B = \{1, 2\}$ และ $C = \{1, 2, 3\}$

จงแสดงว่า ถ้า $(B \cap C') \cup A = C \cap A$ แล้ว $A \cup B = B \cup C$ เป็นเท็จ

จะได้ $C' =$

$B \cap C' =$

$(B \cap C') \cup A =$

$C \cap A =$

$(B \cap C') \cup A =$

$A \cup B =$

$B \cup C =$

ดังนั้น $A \cup B \neq$

6. ให้นักเรียนยกตัวอย่างค้านข้อความต่อไปนี้ที่ทำให้ข้อความ เป็นเท็จ

1. ถ้า $A \subset B'$ แล้ว $A \cup B = U$,ตอบ $U =$, $A =$, $B =$

2. ถ้า A เป็นเซตอนันต์ แล้ว A' เป็นเซตจำกัด ,ตอบ $U =$, $A =$

3. ถ้า A' เป็นเซตจำกัด แล้ว A เป็นเซตจำกัด ,ตอบ $U =$, $A =$

4. ถ้า $x \notin A$ แล้ว $x \in A' \cap B'$,ตอบ $U =$, $A =$, $B =$

แบบฝึกหัด 1.8 ข.

1. กำหนด $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ และให้ $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ และ $C = \{2, 3, 5, 7\}$ จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

- (1) $(A')' = \dots\dots\dots$
- (2) $(A \cap B)' = \dots\dots\dots$
- (3) $A' \cup B' = \dots\dots\dots$
- (4) $\phi' = \dots\dots\dots$
- (5) $A \cup C' = \dots\dots\dots$
- (6) $U' = \dots\dots\dots$
- (7) $(A \cup B)' = \dots\dots\dots$
- (8) $A' \cap B' = \dots\dots\dots$
- (9) $A \cap C' = \dots\dots\dots$
- (10) $A \cup \phi = \dots\dots\dots$

ข้อสังเกต

1. $(A')' = \dots\dots\dots$
 2. $\phi' = \dots\dots\dots$
 3. $(A \cap B)' = \dots\dots\dots$
 4. $(A \cup B)' = \dots\dots\dots$
 5. $U' = \dots\dots\dots$
2. จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ เมื่อกำหนดให้ U แทนเอกภพสัมพัทธ์ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างประกอบ
1. $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ตอบ
 2. $(A \cup B)' = A' \cup B'$ ตอบ
 3. $(A')' = A$ ตอบ
 4. ถ้า $A \cap C = B \cap C$ แล้ว $A = B$ ตอบ
 5. $A \cup B \subset A$ ตอบ
 6. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ ตอบ
 7. $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ตอบ
 8. ถ้า $A \cup B = B \cup C$ จะได้ว่า $A = C$ ตอบ
 9. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ตอบ
 10. ถ้า $x \notin A$ แล้ว $x \in A' \cap B'$ ตอบ

1.9 ผลต่าง

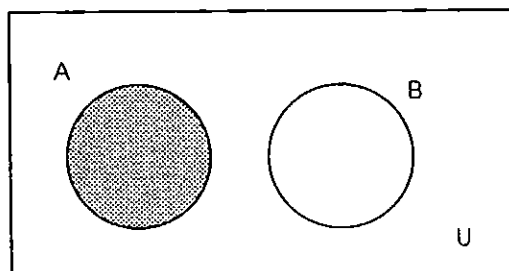
ผลต่างระหว่างเซต A และเซต B คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของเซต A ซึ่งไม่เป็นสมาชิกของเซต B และ ใช้สัญลักษณ์ $A - B$ แทนเซตของผลต่างของเซต A และเซต B

นั่นคือ $A - B = \{x/x \in A \text{ แต่ } A \notin B\}$

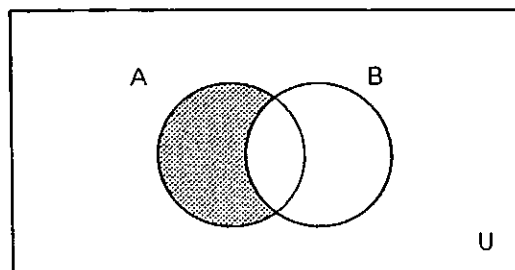
เช่น ให้ $A = \{2, 4, 6, 8\}$ และ $B = \{1, 2, 3, 4\}$

ดังนั้น $A - B = \{6, 8\}$

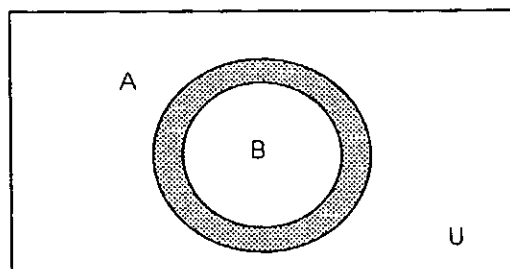
ส่วนที่แรงงาในแผนภาพต่อไปนี้ แสดงเซต $A - B$ ในรูปแบบต่างๆ



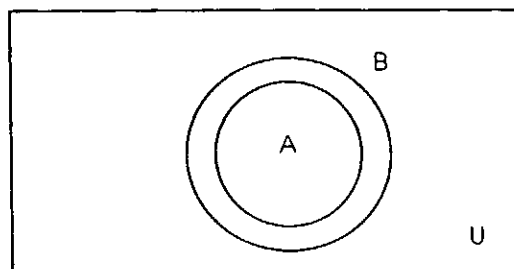
$A - B = A$ ก็ต่อเมื่อ $A \cap B = \emptyset$



$A - B$ เป็นสับเซตของ A ก็ต่อเมื่อ $A \cap B \neq \emptyset$



B เป็นสับเซตของ A



$A - B = \emptyset$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$

สมบัติที่สำคัญของผลต่าง

1. $A - B = \emptyset$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$
2. $A - B = A \cap B'$
3. $A - \emptyset = A$ และ $\emptyset - A = \emptyset$
4. $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$
 $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$
5. $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$
 $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$
6. $A' - B' = B - A$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $U = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \}$

$$A = \{ 1, 3, 5, 7, 9, 10 \}$$

$$B = \{ 3, 7, 9 \}$$

จงหา 1. $A - B$

2. $A - A$

3. $A \cap B'$

4. $B' - A'$

วิธีทำ 1. จากเซต A และเซต B ที่กำหนดให้

$$\text{ดังนั้น } A - B = \{ 1, 5, 10 \}$$

2. จากเซต A ที่กำหนดให้

$$A - A = \phi$$

3. เนื่องจาก $B' = \{ 1, 2, 4, 5, 6, 8, 10 \}$

$$\text{ดังนั้น } A \cap B' = \{ 1, 5, 10 \}$$

4. จาก B' ในข้อ 3 และ $A' = \{ 2, 4, 6, 8 \}$

$$\text{ดังนั้น } B' - A' = \{ 1, 5, 10 \}$$

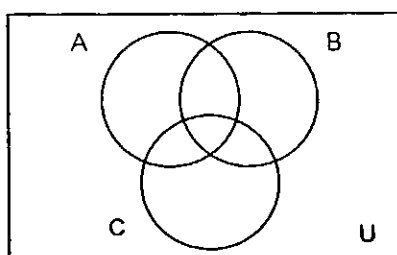
จากข้อ 1, 3, และ 4 จะได้ $A - B = A \cap B' = B' - A'$

ตัวอย่างที่ 2 จงแสดงว่าข้อความต่อไปนี้จริง

$$1. A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$$

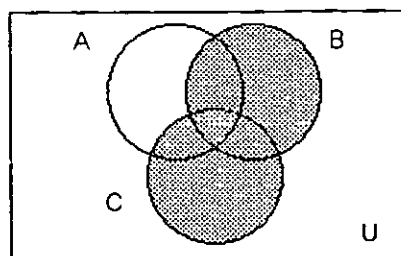
$$2. (A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$$

วิธีทำ 1. เนื่องจากเซตที่จะใช้มี 3 เซต คือ A, B และ C และโจทย์ไม่ได้บอกเงื่อนไขอะไรเพิ่มเติมมา ดังนั้น เราต้องเขียนให้ทั้ง 3 เซตมีการอินเตอร์เซกชันกันด้วย

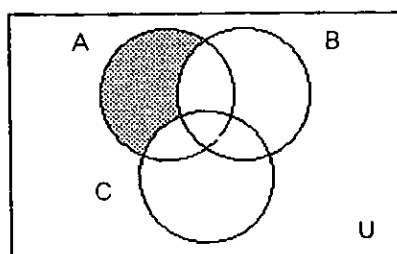


พิจารณาส่วนที่เป็น $A - (B \cup C)$

จะพบว่าส่วนที่เป็น $B \cup C$ คือ ส่วนที่แรเงาในรูป

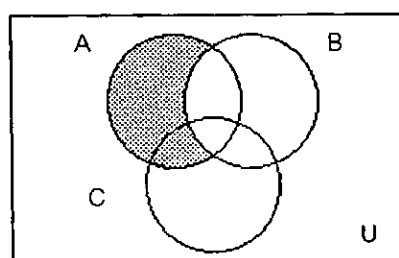


∴ ส่วนที่เป็น $A - (B \cup C)$ คือ ส่วนที่อยู่ใน A แต่ไม่อยู่ในส่วนที่แรเงา

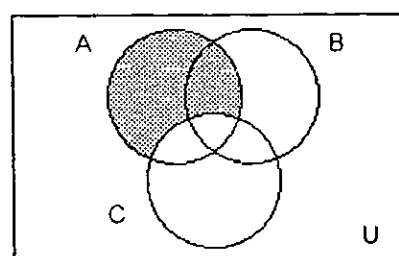


ต่อไป พิจารณาส่งที่เป็น $(A - B) \cap (A - C)$

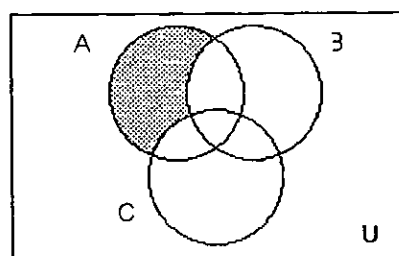
หาส่วนที่เป็น $A - B$ ก่อน



ต่อไปหาส่วนที่เป็น $A - C$



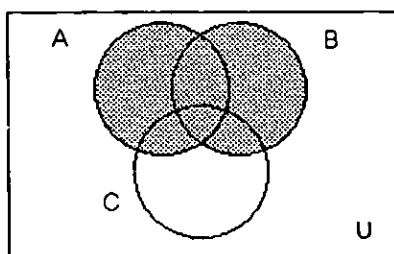
จะพบว่า $(A - B) \cap (A - C)$ คือ ส่วนที่ซ้ำกันระหว่าง $A - B$ กับ $A - C$ คือส่วนที่แรเงาในรูป



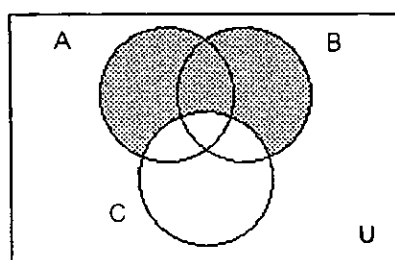
$$2) (A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$$

พิจารณาส่วนที่เป็น $(A \cup B) - C$

หาส่วนที่เป็น $A \cup B$

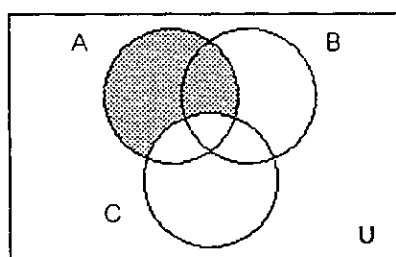


ต่อไปหาส่วนที่เป็น $(A \cup B) - C$

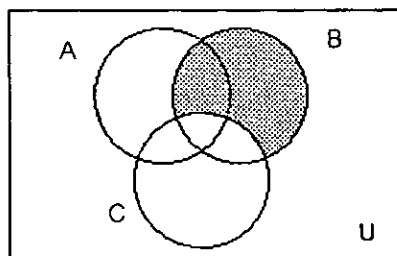


พิจารณาส่วนที่เป็น $(A - C) \cup (B - C)$

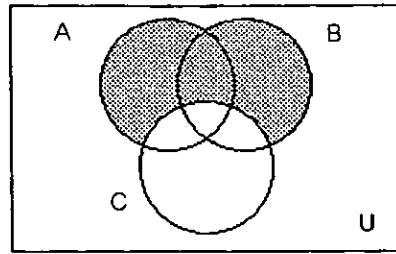
หาส่วนที่เป็น $A - C$ ก่อน



ต่อไปหาส่วนที่เป็น $B - C$



ส่วนที่เป็น $(A - C) \cup (B - C)$ คือ



$$\text{ดังนั้น } (A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$$

ตัวอย่างที่ 3 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จ ให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A - B = A - C$ แล้ว $B = C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a, c, e\}$$

$$B = \{a, c, d\}$$

$$C = \{a, c\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A - B = \{e\}$$

$$A - C = \{e\}$$

$$\text{ดังนั้น } A - B = A - C \text{ แต่ } B \neq C$$

ตัวอย่างที่ 4 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จ ให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $B \neq C$ แล้ว $A - B \neq A - C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{ก, ข, ค\}$$

$$B = \{ก, อ, บ\}$$

$$C = \{ก\}$$

$$\text{จะได้ว่า } B \neq C$$

$$A - B = \{ข, ค\}$$

$$A - C = \{ข, ค\}$$

$$\text{แต่ } A - B = A - C$$

ตัวอย่างที่ 5 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนด A, B และ C เป็นเซตใดๆ ถ้า $A \subset (B - C)$ และ $A \subset B$ จะได้ว่า $A \subset C$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \emptyset$$

$$B = \{5\}$$

$$C = \{6\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \subset (B - C) \text{ และ } A \subset B \text{ แต่ } A \not\subset C$$

ตัวอย่างที่ 6 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ จะได้ว่า $A - (B - C) = (A - B) - C$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{ \text{เสือ, กวาง, กระโปรง, เข็มขัด} \}$$

$$B = \{ \text{กระโปรง, เข็มขัด} \}$$

$$C = \{ \text{หมวก, แวนตา, เสือ} \}$$

$$\text{จะได้ว่า } B - C = \{ \text{กระโปรง, เข็มขัด} \}$$

$$A - (B - C) = \{ \text{เสือ, กวาง} \}$$

$$A - B = \{ \text{เสือ, กวาง} \}$$

$$(A - B) - C = \{ \text{กวาง} \}$$

$$\text{ดังนั้น } A - (B - C) \neq (A - B) - C$$

ตัวอย่างที่ 7 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

$$\text{กำหนด } A \text{ และ } B \text{ เป็นเซตใด ๆ ถ้า } A - B = \emptyset \text{ แล้ว } A = B$$

ข้อความต่อไปนี้ เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}$$

$$B = \{1, 2, 3\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A - B = \emptyset \text{ แต่ } A \neq B$$

ตัวอย่างที่ 8 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A - B$ เป็นเซตอนันต์ แล้ว A เป็นเซตอนันต์ และ B เป็นเซตจำกัด

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 3, 5, \dots\}, B = \{2, 4, 6, \dots\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A - B = \{1, 3, 5, \dots\} \text{ ซึ่งเป็นเซตอนันต์}$$

$$\text{แต่ } A \text{ เป็นเซตอนันต์ และ } B \text{ เป็นเซตจำกัด}$$

ตัวอย่างที่ 9 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A - B$ เป็นเซตจำกัด แล้ว A และ B เป็นเซตจำกัด

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 3, 5, \dots\}$$

$$B = \{1, 3, 5, \dots\}$$

จะได้ว่า $A - B = \emptyset$ ซึ่งเป็นเซตจำกัด

แต่ A และ B เป็นเซตอนันต์

ตัวอย่างที่ 10 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ $A \cap (A - B) = A \cap B$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{2, 4, 5\}$$

$$A - B = \{1, 3\}$$

$$A \cap (A - B) = \{1, 3\}$$

$$A \cap B = \{2\}$$

แต่ $A \cap (A - B) \neq A \cap B$

ตัวอย่างที่ 11 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A , B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A - B = C - B$ แล้ว $A = C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1\}$$

$$B = \{1, 2\}$$

$$C = \{2\}$$

จะได้ว่า $A - B = \emptyset = C - B$

แต่ $A \neq C$

ตัวอย่างที่ 12 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใดๆ ถ้า $A \neq C$ แล้ว $A - B \neq C - B$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \emptyset$$

$$B = \{1\}$$

$$C = \{2\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A - B = \emptyset = A - C$$

$$\text{แต่ } B \neq C$$

ตัวอย่างที่ 13 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ ถ้า $A - B$ เป็นเซตจำกัด แล้ว A เป็นเซตจำกัด
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$B = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A - B = \emptyset \text{ เป็นเซตจำกัด และ } A \text{ เป็นเซตอนันต์}$$

$$\text{แต่ } A \text{ ไม่เป็นเซตจำกัด}$$

ตัวอย่างที่ 14 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ
ถ้า A เป็นเซตอนันต์ แล้ว $A - B$ เป็นเซตอนันต์
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2, 3, \dots\}, B = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \text{ เป็นเซตอนันต์ และ } A - B = \emptyset \text{ เป็นเซตจำกัด}$$

$$\text{แต่ } A \text{ ไม่เป็นเซตอนันต์}$$

ตัวอย่างที่ 15 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ ถ้า $a \notin A - B$ แล้ว $a \notin A$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{1, 5, 6\}$$

$$A - B = \{2, 3\}$$

$$\text{จะได้ว่า } 1 \notin A - B$$

$$\text{แต่ } 1 \in A$$

ตัวอย่างที่ 16 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ ถ้า $a \in A$ แล้ว $a \in A - B$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{1, 5, 6\}$$

$$A - B = \{2, 3\}$$

$$\text{จะได้ว่า } 1 \in A$$

$$\text{แต่ } 1 \notin A - B$$

ตัวอย่างที่ 17 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ แล้ว $A - B \neq B - A$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{1, 2, 3\}$$

$$A - B = \emptyset = B - A$$

ตัวอย่างที่ 18 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใดๆ
ถ้า $(A - B) \cup C = \emptyset$ แล้ว $A = B$ และ $C = \emptyset$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{2\}$$

$$B = \{1\}$$

$$C = \emptyset$$

$$\text{จะได้ว่า } A - B = \emptyset \text{ และ } (A - B) \cup C = \emptyset$$

$$\text{แต่ } A \neq B$$

ตัวอย่างที่ 19 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใดๆ
ถ้า $(A \cup C) \cup (A - B) = \emptyset$ แล้ว $A = B = C = \emptyset$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \emptyset, B = \{1\}, C = \emptyset$$

$$\text{จะได้ว่า } B \neq \emptyset$$

ตัวอย่างที่ 20 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ ถ้า $A \cap B = A$ และ $A - B = \emptyset$ แล้ว $B - A = \emptyset$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A - B = \emptyset \text{ แต่ } B - A = \{4\} \neq \emptyset$$

ตัวอย่างที่ 21 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ $P(A) \cup P(B) = P(A \cup B)$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{0, 1\}, B = \{1, 3\}$$

$$P(A) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$$

$$P(B) = \{\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{1, 3\}\}$$

$$P(A) \cup P(B) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{3\}, \{0, 1\}, \{1, 3\}\}$$

$$A \cup B = \{0, 1, 3\}$$

$$P(A \cup B) = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{3\}, \{0, 1\}, \{0, 3\}, \{1, 3\}, \{0, 1, 3\}\}$$

$$\text{จะได้ว่า } P(A) \cup P(B) \neq P(A \cup B)$$

แบบฝึกหัด 1.9 ก

1. กำหนดให้ $U = \{ 0, 1, 2, 3, \dots, 20 \}$

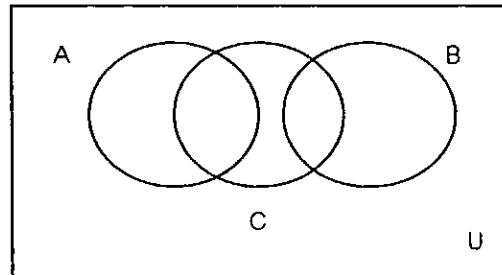
$$A = \{ x \in U \mid x \text{หาร } 20 \text{ ลงตัว} \}$$

$$B = \{ x \in U \mid x \text{หารด้วย } 3 \text{ ลงตัว} \}$$

$$C = \{ x \in U \mid x^2 \in U \}$$

และแผนภาพเวนน – ออยเลอร์

จงเติมสมาชิกของเซตแต่ละเซตลงในแผนภาพให้ถูกต้อง แล้วหาสมาชิกของเซตต่อไปนี้



1) $(A')'$

ตอบ.....

2) $C - (B \cap A)$

ตอบ.....

3) $(A - B) \cap (B - A)$

ตอบ.....

2. ให้ $A = \{ 1, \{2\}, 2, \{3, 5\} \}$ จงหาสมาชิกของ

1) $(A - \{1\}) - \{3, 5\}$

ตอบ.....

2) $A - \{2, \{3, 5\}\}$

ตอบ.....

3. กำหนดให้ A , B และ C เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U ข้อความใดต่อไปนี้ เป็นจริงเสมอ พร้อมยกตัวอย่างประกอบ

1) $A - B = B - A$

ตอบ.....

3) ถ้า $A \cap B = U$ และ $A' = \emptyset$ และ $B' = \emptyset$

ตอบ.....

2) ถ้า $A - B = \emptyset$ แล้ว $A = \emptyset$

ตอบ.....

.....

แบบฝึกหัด 1.9 ข

1. กำหนด $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ และให้ $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

และ $C = \{2, 3, 5, 7\}$ จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

1.1 $A \cup B = \dots\dots\dots$

1.2 $B \cup C = \dots\dots\dots$

1.3 $A' = \dots\dots\dots$

1.4 $(A \cup B)' = \dots\dots\dots$

1.5 $A \cup C' = \dots\dots\dots$

1.6 $B \cap C = \dots\dots\dots$

1.7 $B \cap C' = \dots\dots\dots$

1.8 $B - C = \dots\dots\dots$

1.9 $A \cap C' = \dots\dots\dots$

1.10 $A - C = \dots\dots\dots$

2. ถ้าให้ U เป็นเอกภพสัมพัทธ์ และ A เป็นสับเซตของ U แล้ว จงแทนเซตในข้อต่อไปนี้ด้วย

A, U หรือ $\emptyset$

(1) $A \cup A = \dots\dots\dots$

(2) $A \cap A = \dots\dots\dots$

(3) $A \cup A' = \dots\dots\dots$

(4) $A \cap A' = \dots\dots\dots$

(5) $U' = \dots\dots\dots$

(6) $\emptyset' = \dots\dots\dots$

(7) $A \cup U = \dots\dots\dots$

(8) $A \cap \emptyset = \dots\dots\dots$

(9) $A - A' = \dots\dots\dots$

(10) $A' - A = \dots\dots\dots$

1.10 การหาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด 2 เซตที่มีการดำเนินการบนเซต

การหาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด 2 เซต ทำได้ 2 วิธี

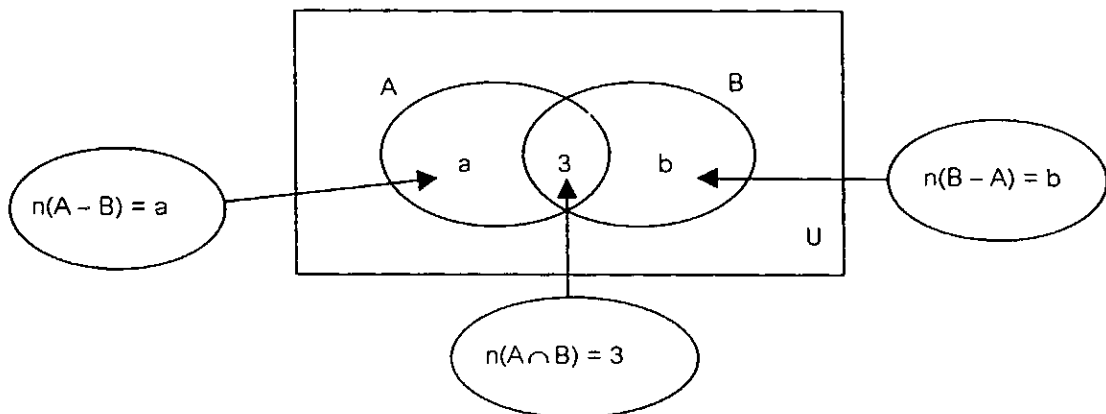
1. การหาจำนวนสมาชิกของเซตโดยใช้แผนภาพ

- 1) ให้เขียนแผนภาพแทนเซตพร้อมทั้งแสดงจำนวนสมาชิกของเซตลงในส่วนต่าง ๆ ทุกส่วนที่ไม่ซ้ำซ้อนกัน ส่วนใดที่ไม่ทราบค่าให้สมมุติเป็นตัวแปรแทนลงไป
- 2) หาค่าที่ต้องการบางครั้งอาจต้องแก้สมการ

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด $n(A) = 5$, $n(B) = 6$, $n(A \cap B) = 3$ จงหา

1. $n(A - B)$
2. $n(A \cup B)$
3. $n(B - A)$

วิธีทำ เขียนแผนภาพพร้อมทั้งแสดงจำนวนสมาชิกของเซตในส่วนต่างๆ ของแผนภาพ



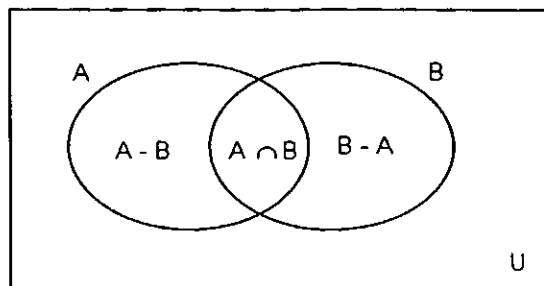
แก้สมการหาค่าที่ต้องการ ดังนี้

1. จาก $a + n(A \cap B) = n(A)$
 จะได้ $a + 3 = 5$
 ดังนั้น $a = 5 - 3 = 2$
 นั่นคือ $n(A - B) = 2$
2. จาก $b + n(A \cap B) = n(B)$
 จะได้ $b + 3 = 6$
 ดังนั้น $b = 6 - 3 = 3$
 นั่นคือ $n(B - A) = 3$
3. $n(A \cup B) = a + 3 + b$
 $= 2 + 3 + 3$

2. การหาจำนวนสมาชิกโดยใช้สูตร

1) ถ้า A, B เป็นเซตจำกัดแล้ว $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$

$$n(A - B) = n(A \cup B) - n(B)$$



2) ถ้า A, B เป็นเซตจำกัดแล้ว

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) \text{ เมื่อ } A \cap B = \phi$$

3) ถ้า A เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U และ U เป็นเซตจำกัดแล้ว

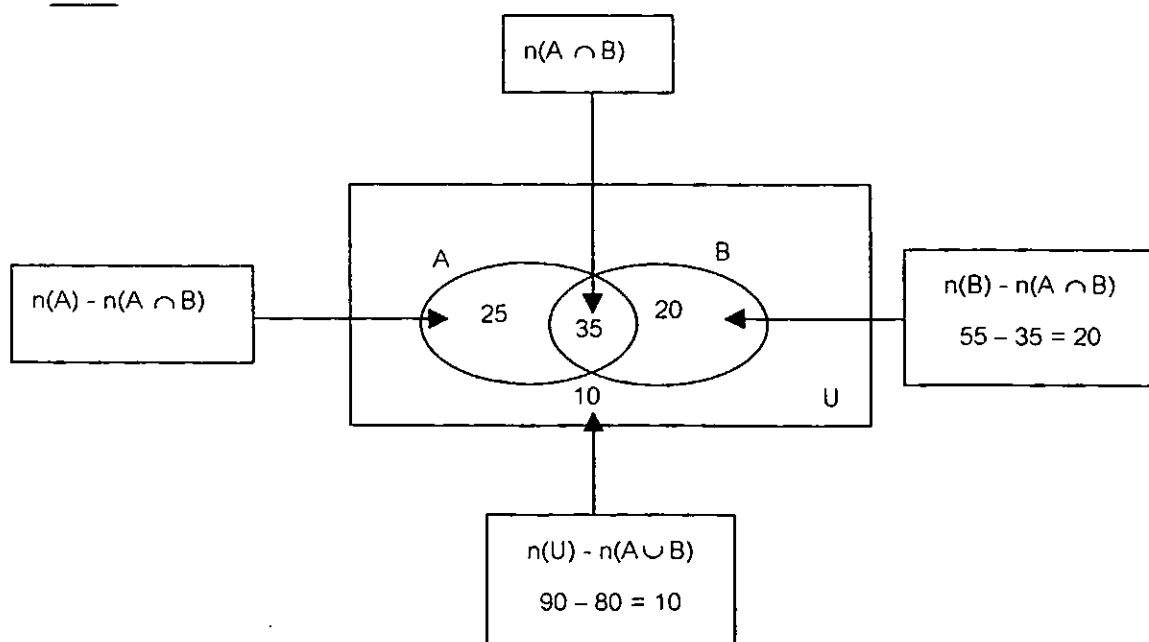
$$n(A') = n(U) - n(A)$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด $n(U) = 90$, $n(A) = 60$, $n(B) = 55$ และ $n(A \cap B) = 35$

จงหาจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้

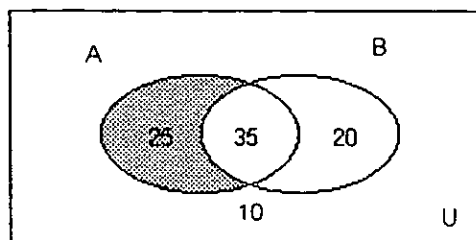
1. $A - B$
2. $A' - B'$
3. $A \cup B'$

วิธีทำ

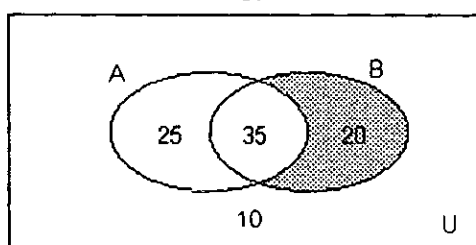


เมื่อได้แผนภาพที่สมบูรณ์แล้ว สามารถตอบคำถามได้ทุกข้อ

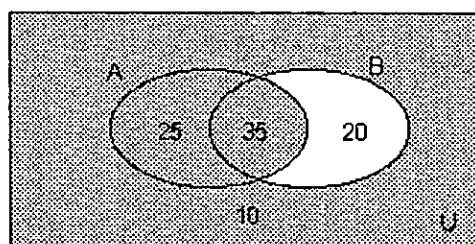
$$\begin{aligned} 1. n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) \\ &= 25 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 2. n(A' - B') &= n(B - A) \\ &= 20 \end{aligned}$$



$$3. n(A \cup B') = 25 + 10 + 35 = 70$$



ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $A = \{ 2, 3 \}$, $B = \{ 3, 5 \}$

จงหา

1. $P(A \cup B)$
2. $P(A \cap B)$
3. $P(A) \cup P(B)$
4. $P(A) \cap P(B)$
5. $P(A - B)$
6. $P(A) - P(B)$

วิธีทำ 1. เพราะว่า $A \cup B = \{ 2, 3, 5 \}$

ดังนั้น สับเซตของ $A \cup B$ ประกอบด้วย

$\emptyset, \{ 2 \}, \{ 3 \}, \{ 5 \}, \{ 2, 3 \}, \{ 2, 5 \}, \{ 3, 5 \}, \{ 2, 3, 5 \}$

เพราะฉะนั้น $P(A \cup B) = \{ \emptyset, \{ 2 \}, \{ 3 \}, \{ 5 \}, \{ 2, 3 \}, \{ 2, 5 \}, \{ 3, 5 \}, \{ 2, 3, 5 \} \}$

2. เพราะว่า $A \cap B = \{3\}$ ดังนั้น สับเซตของ $A \cap B$ ประกอบด้วย $\phi, \{3\}$
 เพราะฉะนั้น $P(A \cap B) = \{\phi, \{3\}\}$
3. จาก $A = \{2, 3\}$ ดังนั้น สับเซตของ A ประกอบด้วย $\phi, \{2\}, \{3\}, \{2, 3\}$
 เพราะฉะนั้น $P(A) = \{\phi, \{2\}, \{3\}, \{2, 3\}\}$
 จาก $B = \{3, 5\}$ ดังนั้น สับเซตของ B ประกอบด้วย $\phi, \{3\}, \{5\}, \{3, 5\}$
 เพราะฉะนั้น $P(B) = \{\phi, \{3\}, \{5\}, \{3, 5\}\}$
 ดังนั้น $P(A) \cup P(B) = \{\phi, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{3, 5\}\}$
4. จาก $P(A)$ และ $P(B)$ ในข้อ 3 ไว้แล้ว จะได้ว่า
 $P(A) \cap P(B) = \{\phi, \{3\}\}$
5. เพราะว่า $A - B = \{2\}$ ดังนั้น สับเซตของ $A - B$ ประกอบด้วย $\phi, \{2\}$
 เพราะฉะนั้น $P(A - B) = \{\phi, \{2\}\}$
6. จาก $P(A)$ และ $P(B)$ ในข้อ 3 ไว้แล้ว จะได้ว่า
 $P(A) - P(B) = \{\{2\}, \{3, 5\}\}$

ตัวอย่างที่ 4 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
 กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ

ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัด และ $A \subset B$ แล้ว $n(A) < n(B)$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{1, 3, 2\}$$

จะได้ว่า $A \subset B$ และ $n(A) = 3 = n(B)$

แต่ $n(A) = n(B)$

ตัวอย่างที่ 5 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}$$

$$B = \{1, 3\}$$

จะได้ว่า $n(A \cup B) = 3$ และ $n(A) + n(B) = 2 + 2 = 4$

แต่ $n(A \cup B) \neq n(A) + n(B)$

ตัวอย่างที่ 6 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C)$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}$$

$$B = \{2, 3\}$$

$$C = \{1\}$$

$$\text{จะได้ว่า } n(A \cup B \cup C) = 3 \text{ และ } n(A) + n(B) + n(C) = 2 + 2 + 1 = 5$$

$$\text{แต่ } n(A \cup B \cup C) \neq n(A) + n(B) + n(C)$$

ตัวอย่างที่ 7 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \cup B = U$ แล้ว $n(U) = n(A) + n(B)$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } U = \{1, 2, 3\}$$

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{2, 3\}$$

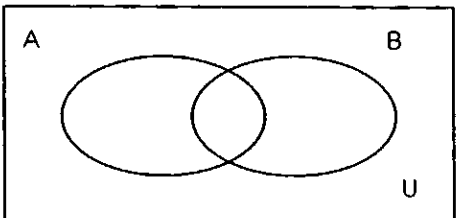
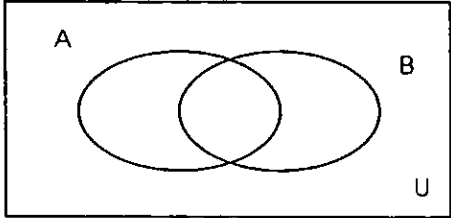
$$\text{จะได้ว่า } A \cup B = U \text{ และ } n(U) = 3, n(A) + n(B) = 3 + 2 = 5$$

$$\text{แต่ } n(U) \neq n(A) + n(B)$$

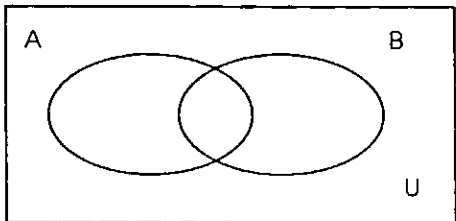
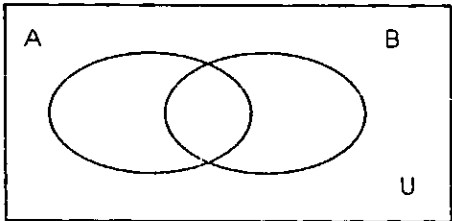
แบบฝึกหัด 1.10

1. กำหนดให้ A และ B เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U โดยที่ $n(U) = 150$, $n(A) = 62$, $n(B) = 55$ และ $n(A \cap B) = 11$ จงเติมจำนวนสมาชิกของเซตต่างๆ ลงในแผนภาพเวนน - ออยเลอร์

1) แรเงาและหาค่าของ $n(B \cap A') = \dots\dots\dots$ 3) แรเงาและหาค่าของ $n(A' \cap B') = \dots\dots\dots$



2) แรเงาและหาค่าของ $n(A \cup B') = \dots\dots\dots$ 4) แรเงาและหาค่าของ $n(B') = \dots\dots\dots$



2. กำหนดให้ A และ B เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U โดยที่ $n(U) = 50$, $n(A \cap B) = 6$, $n(A \cup B) = 38$ และ $n(A) = n(B)$ จงหา

1) $n(A)$

.....

.....

.....

.....

.....

2) $n(A - B)$

.....

.....

.....

.....

.....

1.11 การหาจำนวนสมาชิกของเซต 3 เซตที่มีการดำเนินการบนเซต

การหาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด 3 เซต ทำได้ 2 วิธี

1. การหาจำนวนสมาชิกของเซตโดยใช้แผนภาพ

- 1) ให้เขียนแผนภาพแทนเซตพร้อมทั้งแสดงจำนวนสมาชิกของเซตลงในส่วนต่าง ๆ ทุกส่วนที่ไม่ซ้ำซ้อนกัน ส่วนใดที่ไม่ทราบค่าใส่สมมติเป็นตัวแปรแทนลงไป
- 2) หาค่าที่ต้องการ บางครั้งอาจต้องแก้สมการ

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด $n(U) = 30$, $n(A) = 15$, $n(B) = 20$, $n(C)$, $n(A \cap B) = 7$, $n(A \cap C) = 3$

และ $n(A \cap B \cap C) = 2$ จงหา

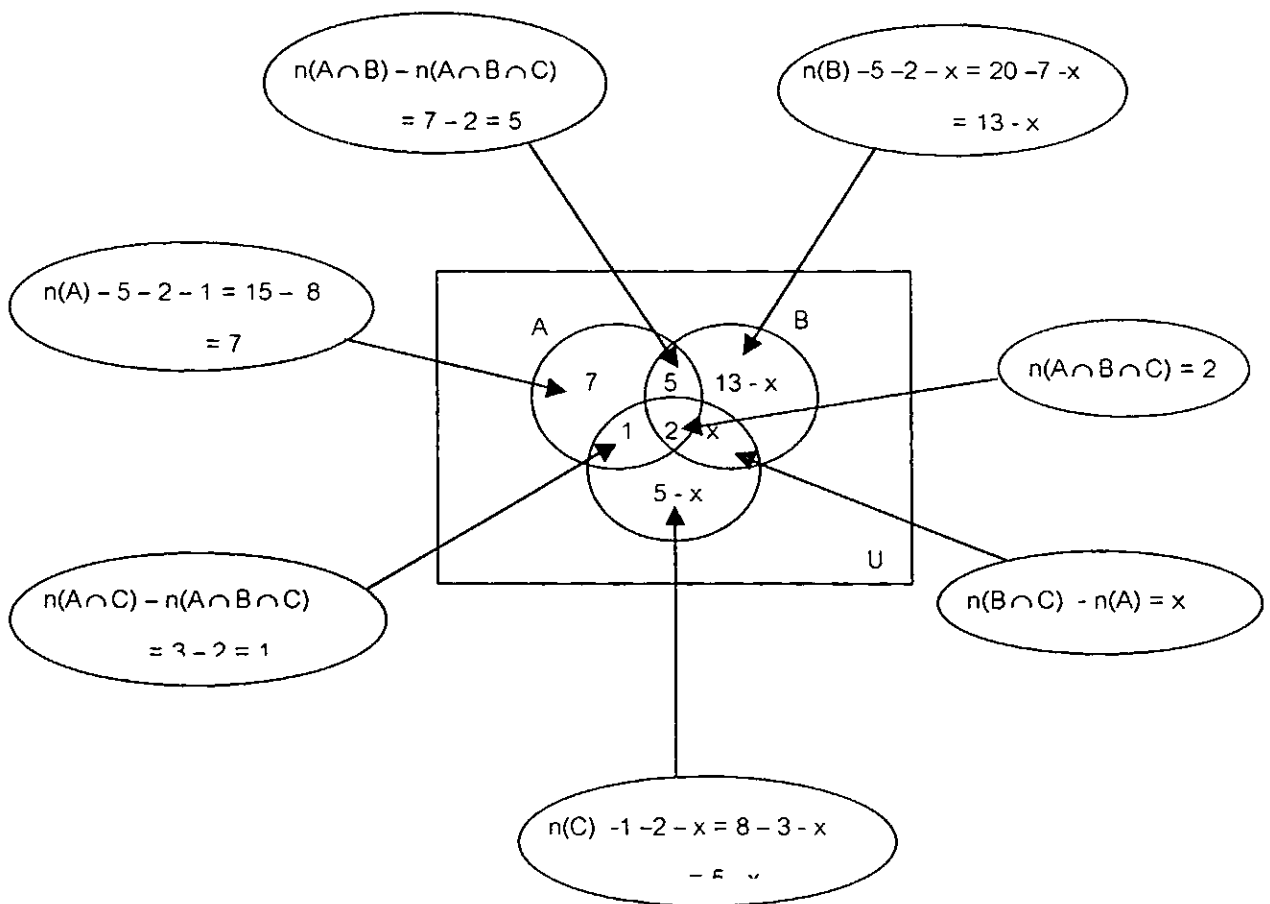
1. $(B \cap C) - A$

2. $C - (A \cup B)$

เมื่อสมาชิกของ U ทุกตัวต้องอยู่ในเซต A , B และ C

วิธีทำ

เขียนแผนภาพพร้อมทั้งแสดงจำนวนสมาชิกของเซตในส่วนต่าง ๆ ของแผนภาพ



แก้สมการหาค่าที่ต้องการดังนี้

1. จาก $n(A \cap B) - n(A) = x$

และ $n(U) = 30$

จะได้ $n(U) = n(A) + (5 - x) + x + (13 - x)$

$$30 = 15 + 5 + x + 13 - x$$

ดังนั้น $x = 33 - 30 = 3$

นั่นคือ $n(B \cap C) - n(A) = 3$

2. จาก $x = 3$

จะได้ $n(C) - (A \cup B) = 5 - 3$

นั่นคือ $n(C) - (A \cup B) = 2$

2. การหาจำนวนสมาชิกโดยใช้สูตร

ถ้า A, B, C เป็นเซตจำกัดแล้ว $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด $n(A) = 33$, $n(B) = 35$, $n(C) = 43$, $n(A \cap B) = 8$, $n(A \cap C) = 13$

$n(B \cap C) = 11$, $n(A \cup B \cup C) = 100$ จงหา $n(A \cap B \cap C)$

วิธีทำ

จาก $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

จะได้ $n(A \cap B \cap C) = n(A \cup B \cup C) - n(A) - n(B) - n(C) + n(A \cap B) + n(A \cap C) + n(B \cap C)$

$$= 100 - 33 - 35 - 43 + 8 + 13 + 11$$

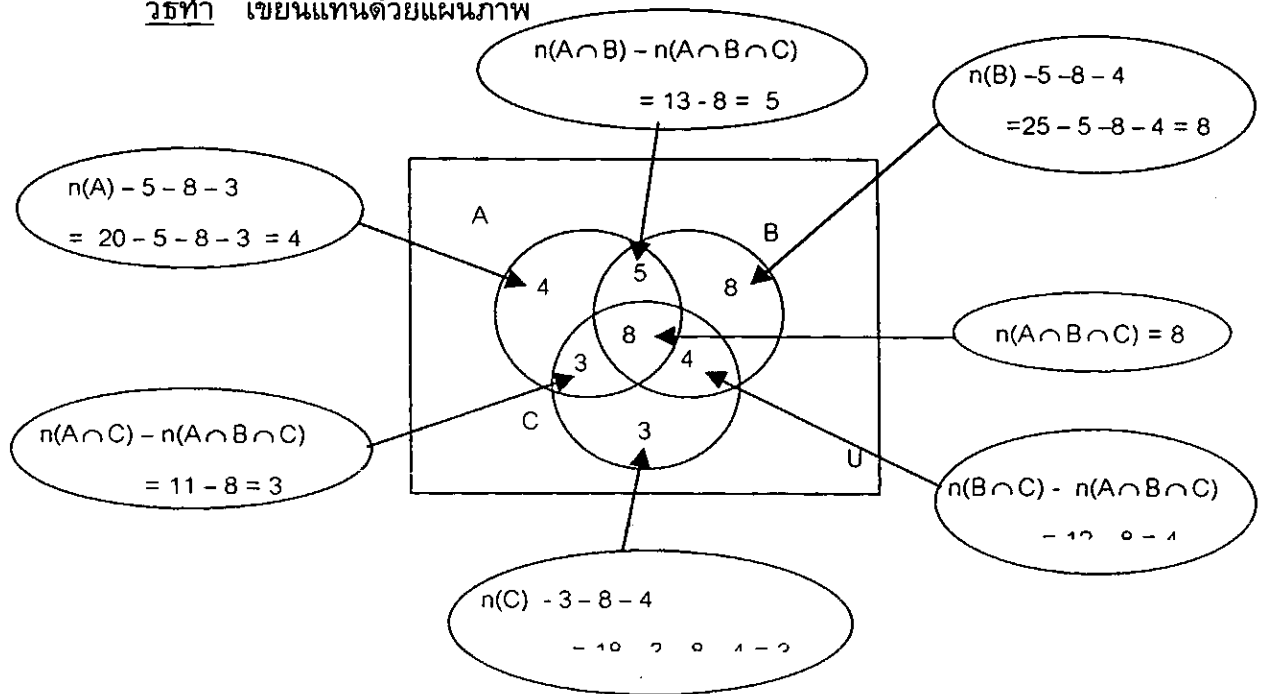
ดังนั้น $n(A \cap B \cap C) = 21$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $n(U) = 49$, $n(A) = 20$, $n(B) = 25$, $n(C) = 18$, $n(A \cap B) = 13$

$$n(A \cap C) = 11 , n(B \cap C) = 12 , n(A \cap B \cap C) = 8$$

- จงหา 1. $n(A \cup B \cup C)'$
 2. $n((A \cap B)' \cap C)$
 3. $n((A \cup B)' - C)$

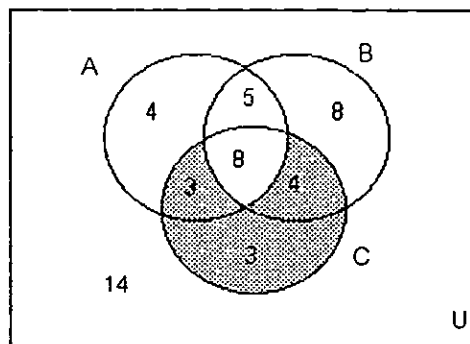
วิธีทำ เขียนแทนด้วยแผนภาพ



$$\begin{aligned} 1. \quad n(A \cup B \cup C)' &= n(U) - n(A \cup B \cup C) \\ &= 49 - (4 + 5 + 8 + 3 + 3 + 4 + 8) \\ &= 49 - 35 \end{aligned}$$

$$n(A \cup B \cup C)' = 14$$

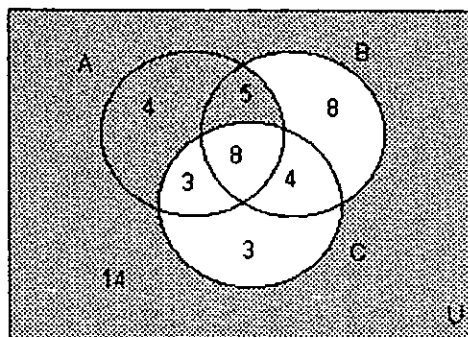
$$2. \quad n((A \cap B)' \cap C)$$



$$\text{ได้ } n((A \cap B)' \cap C) = 3 + 3 + 4 = 10$$

3. $n((A \cup B') - C)$

จากแผนภาพ

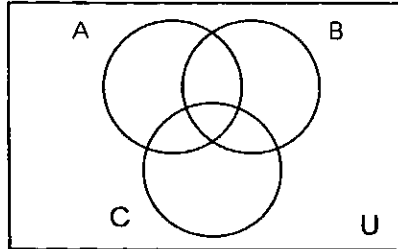


$$\begin{aligned} \text{จะได้ } n((A \cup B') - C) &= 4 + 14 + 5 \\ &= 23 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัด 1.11

1. จงเติมจำนวนสมาชิกของเซตในแต่ละช่องของแผนภาพเวนนี – ออยเลอร์ให้ถูกต้อง

1.1) แรเงาและหาค่าของ $n(A \cup B)$

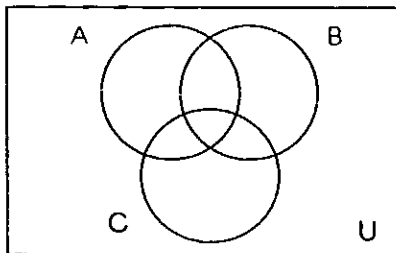


$$n(A \cup B) =$$

$$=$$

$$n(A \cup B) =$$

1.2) แรเงาและหาค่าของ $n(C - B)$

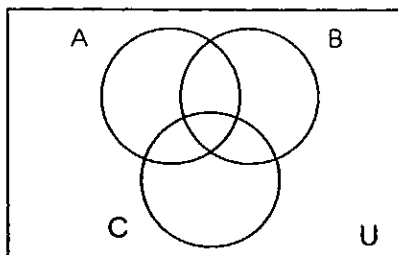


$$n(C - B) =$$

$$=$$

$$n(C - B) =$$

1.3) แรเงาและหาค่าของ $n(B' \cup C')$

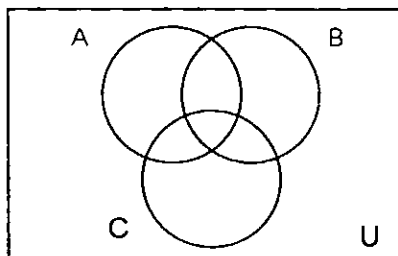


$$n(B' \cup C') =$$

$$=$$

$$n(B' \cup C') =$$

1.4) แรเงาและหาค่าของ $n((A - B) \cap C)$



$$n((A - B) \cap C) =$$

$$=$$

$$n((A - B) \cap C) =$$

1.12 นำความรู้เรื่องเซตไปช่วยแก้โจทย์ปัญหา

การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนสมาชิกของเซต

ตัวอย่างที่ 1 จากการสำรวจประเภทของการบริโภคอาหารในครอบครัวของตำบลหนึ่งพบว่า

มีครอบครัวที่ชอบกินปลา 48 %

มีครอบครัวที่ชอบกินปลาและไก่ 25 %

มีครอบครัวที่ชอบกินไก่แต่ไม่ชอบกินปลา 30%

จงหาครอบครัวที่ไม่ชอบกินอาหารทั้ง 2 ประเภทนี้กี่เปอร์เซ็นต์

วิธีทำ

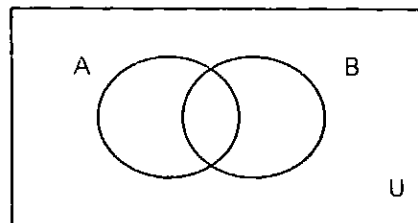
วิธีที่ 1 โดยการใช้แผนภาพเวนน – ออยเลอร์

สมมติให้ U = เซตของจำนวนครอบครัวที่สำรวจ

A = เซตของจำนวนครอบครัวที่ชอบกินไก่

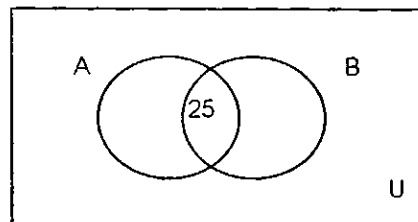
B = เซตของจำนวนครอบครัวที่ชอบกินปลา

ขั้นที่ 1 วาดภาพของเวนน – ออยเลอร์ แสดงเซต A และ B



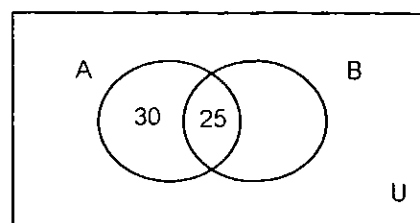
ขั้นที่ 2 เติมตัวเลขที่เป็นสมาชิกของเซต $A \cap B$

คือ ครอบครัวที่ชอบกินทั้งปลาและไก่ จะได้ $n(A \cap B) = 25$ %



ขั้นที่ 3 เติมตัวเลขที่เป็นสมาชิกของครอบครัวที่ชอบกินไก่แต่ไม่ชอบกินปลา

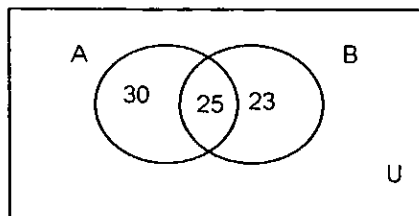
คือ $n(A - B) = 30$ %



ขั้นที่ 4 เติมตัวเลขที่เป็นสมาชิกของกรอบครีวที่ชอบกินปลาอย่างเดี่ยว

$$\text{คือ } n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 48 - 25 = 23 \%$$

ดังนั้น มีกรอบครีวที่ไม่ชอบกินอาหารทั้ง 2 ประเภท = $100 - (30 + 25 + 23) = 22 \%$



วิธีที่ 2 โดยใช้สูตร

U = เซตของกรอบครีวที่สำรวจ จะได้ $n(U) = 100 \%$

A = เซตของกรอบครีวที่ชอบกินไก่ จะได้ $n(A) = 30 + 25 = 55 \%$

B = เซตของกรอบครีวที่ชอบกินปลา จะได้ $n(B) = 48 \%$

ดังนั้น มีกรอบครีวที่ไม่ชอบกินอาหารทั้ง 2 ประเภท

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } n(A \cup B)' &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= n(U) - (n(A) + n(B) - n(A \cap B)) \\ \text{แทนค่า } n(A \cup B)' &= 100 - (55 + 48 - 25) \\ &= 100 - 78 \\ &= 22 \% \end{aligned}$$

นั่นคือ มีกรอบครีวที่ไม่ชอบกินอาหารทั้ง 2 ประเภท 22%

ตัวอย่างที่ 2 จากการตรวจสอบสุขภาพของนักเรียน 80 คน พบว่า

มีคนที่สายตาสั้น จำนวน 35 คน

มีคนที่ฟันผุ จำนวน 42 คน

มีคนที่สายตาสั้น และฟันไม่ผุ จำนวน 20 คน

- จงหา
- 1) คนที่สายตาสั้น หรือฟันผุ
 - 2) คนที่สายตาสั้น และฟันผุ
 - 3) คนที่สายตาไม่สั้น แต่ฟันผุ
 - 4) คนที่สายตาสั้น หรือฟันไม่ผุ

วิธีทำ

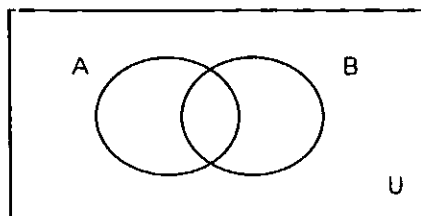
วิธีที่ 1 ใช้แผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์

U = เซตของนักเรียนที่ตรวจสอบสุขภาพ จะได้ $n(U) = 80$ คน

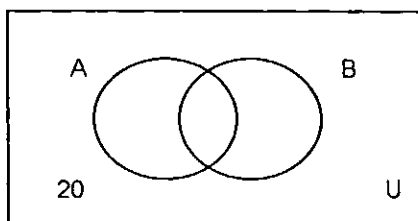
A = เซตของนักเรียนที่ฟันผุ จะได้ $n(A) = 42$ คน

B = เซตของนักเรียนที่สายตาสั้น จะได้ $n(B) = 35$ คน

ขั้นที่ 1 วาดแผนภาพเวเนน - ออยเลอร์



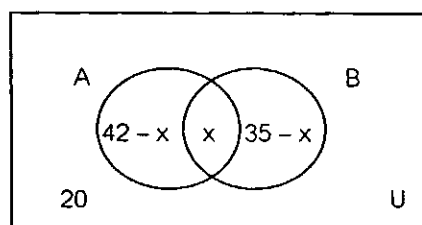
ขั้นที่ 2 เพราะว่า $n(A \cup B)' = 20$ จะได้



ขั้นที่ 3 สมมติให้ $n(A \cap B) = x$ ดังนั้น

$$n(A - B) = 42 - x$$

$$n(B - A) = 35 - x$$



ดังนั้นจะได้สมการ

$$(42 - x) + x + (35 - x) + 20 = 80$$

$$97 - x = 80$$

$$x = 97 - 80 = 17$$

แสดงว่า 1) คนที่สายตาสั้นหรือฟั่นผุ

$$\text{จะได้ } n(A \cup B) = n(A) - n(A \cap B)'$$

$$= 80 - 20 = 60$$

ดังนั้น มีคนที่สายตาสั้นหรือฟั่นผุ 60 คน

2) คนที่สายตาสั้นและฟั่นผุ

$$\text{จะได้ } n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$

$$= 42 + 35 - 60 = 17$$

ดังนั้น มีคนที่สายตาสั้นและฟันผุ 17 คน

3) คนที่สายตาไม่สั้นและฟันผุ

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } n(A \cap B') &= n(A - B) \\ &= n(A) - n(A \cap B) \\ &= 42 - 17 = 25\end{aligned}$$

ดังนั้น มีคนที่สายตาไม่สั้นแต่ฟันผุ 25 คน

4) คนที่สายตาสั้นหรือฟันไม่ผุ

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } n(B \cup A') &= n(B) + n(A') - n(B \cap A') \\ &= 35 + (80 - 42) - (35 - 17) \\ &= 35 + 38 - 18 \\ &= 55\end{aligned}$$

ดังนั้น มีคนที่สายตาสั้นหรือฟันไม่ผุ 55 คน

แบบฝึกหัด 1.12 ก

1. นักเรียนชั้น ม. 4 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง จำนวน 450 คน ในจำนวนนี้ ชอบเล่นกีฬาฟุตบอล 115 คน ชอบเล่นกีฬาบาสเกตบอล 143 คน และไม่ชอบเล่นกีฬาทั้งสองประเภท 280 คน จงหา

- 1) จำนวนนักเรียนที่ชอบเล่นกีฬาดังกล่าวอย่างน้อยหนึ่งประเภท
- 2) จำนวนนักเรียนที่ชอบกีฬาดังกล่าวทั้งสองประเภท
- 3) จำนวนนักเรียนที่ชอบกีฬาดังกล่าวเพียงประเภทเดียว

.....

.....

.....

1) =
 =
 =
 ดังนั้น นักเรียนที่ชอบกีฬาอย่างน้อยหนึ่งประเภทมีจำนวน คน

2) =
 =
 =
 ดังนั้น นักเรียนที่ชอบกีฬาดังกล่าวทั้งสองประเภทมีจำนวน คน

3) =
 =
 =
 ดังนั้น นักเรียนที่ชอบกีฬาดังกล่าวเพียงประเภทเดียว คน

2. จากการสอบถามความนิยมรับประทานไอศกรีม 2 ยี่ห้อ คือ เย็นดีกับอร่อยจัง ของคนจำนวน 45 คน ปรากฏว่า 25 คน นิยมยี่ห้อเย็นดี 30 คน นิยมยี่ห้ออร่อยจัง และมี 35 คน นิยมอย่างน้อยหนึ่งยี่ห้อ จงหาว่า มีกี่คนที่นิยมมากกว่าหนึ่งยี่ห้อ

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

แบบฝึกหัด 1.12 ข

1. นักเรียนชั้น ม.4 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งมี 400 คน ในจำนวนนี้เลือกเรียนคณิตศาสตร์ 250 คน
เลือกเรียนศิลปะ 200 คน เลือกเรียนทั้งคณิตศาสตร์และศิลปะ 130 คน จงหา
- (1) จำนวนนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียว
 - (2) จำนวนนักเรียนที่เรียนศิลปะเพียงอย่างเดียว
 - (3) จำนวนนักเรียนที่ไม่เลือกเรียนทั้งสองวิชา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ในการสอบวิชาเคมี ฟิสิกส์ และคณิตศาสตร์ของโรงเรียนแห่งหนึ่งซึ่งมีนักเรียนสอบทั้งหมด
66 คน ปรากฏผลดังนี้
- นักเรียนที่สอบได้ทั้งสามวิชามี 17 คน
 - นักเรียนที่สอบได้วิชาฟิสิกส์และคณิตศาสตร์มี 26 คน
 - นักเรียนที่สอบได้วิชาเคมีและฟิสิกส์แต่สอบตกคณิตศาสตร์มี 10 คน
 - นักเรียนที่สอบได้เพียงสองวิชาจากสามวิชานั้นมี 30 คน
 - นักเรียนที่สอบได้วิชาเคมีมี 40 คน
 - นักเรียนที่สอบได้วิชาฟิสิกส์มี 39 คน
 - นักเรียนที่สอบได้เพียงวิชาเดียวมีเพียง 6 คน
- จงหาว่านักเรียนที่สอบตกทั้งสามวิชามีกี่คน และนักเรียนที่สอบตกวิชาฟิสิกส์มีกี่คน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

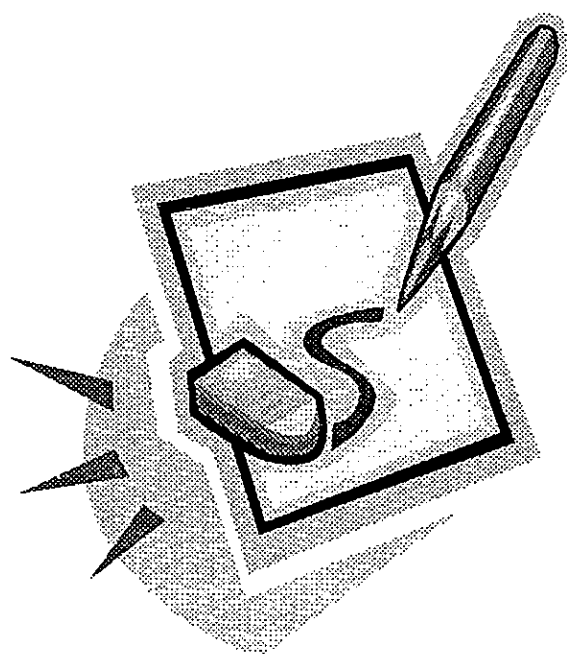
.....

ภาคผนวก ค

แผนการจัดการเรียนรู้

เรื่อง เขตที่เน้นการแสดงความซื่อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้าน

แผนการจัดการเรียนรู้
เรื่อง เซต
ที่เน้นการแสดงว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัว
อย่างค้าน



จัดทำโดย

นายไพศาล จรรยา
นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์

หน่วยการเรียนรู้ เขต
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง เขตและสมาชิกของเซต

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
จำนวน 1 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นสมาชิกของเซตที่กำหนดให้หรือไม่
2. นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์ $\in$ และ $\notin$ ได้อย่างถูกต้อง

2. สาระการเรียนรู้

เซตและสมาชิกของเซต

เซตเป็นคำอธิบาย

ในทางคณิตศาสตร์ ใช้คำว่า เซต (Sets) เมื่อกล่าวถึงกลุ่มของสิ่งของต่างๆ

เช่น เซตของเดือนในหนึ่งปี

เซตของจำนวนที่หารด้วย 2 ลงตัว

เซตของพยัญชนะในภาษาไทย

เซตของพยัญชนะไทยที่อยู่ในคำว่า "สุรินทร์"

ตัวอย่างข้างต้นเป็นส่วนหนึ่งของกลุ่มของที่ถือว่าเป็นเซต กลุ่มที่ไม่สามารถทราบได้แน่ชัดว่ามีสิ่งใดอยู่ในกลุ่มนี้บ้าง เราไม่เรียกกลุ่มที่กล่าวถึงนี้ว่าเป็นเซต

เช่น กลุ่มของคนสวย

กลุ่มนี้ไม่ถือว่าเป็นเซต เพราะไม่ทราบว่าคนสวยเหล่านี้คิดมาจากที่ใด และคำว่า "สวย" ไม่มีเกณฑ์วัดที่แน่นอน

ดังนั้น ถ้าจะกล่าวถึงเซต ต้องทราบแน่นอนว่ามีสิ่งใดบ้างอยู่ในเซตนั้น และจะเรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่า "สมาชิก" (Element) ใช้สัญลักษณ์ $\in$ แทนคำว่า "เป็นสมาชิก" และ $\notin$ แทนคำว่า "ไม่เป็นสมาชิก"

เช่น A เป็นเซตของจำนวนนับ

$$1 \in A$$

$$9 \in A$$

$$59 \in A$$

$$-12 \notin A$$

$$0 \notin A \text{ เป็นต้น}$$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{a, p, q, r\}$ และ $C = \{1, 2, 3\}$

จงพิจารณาว่าในแต่ละข้อต่อไปนี้ถูกหรือผิด

- | | |
|-----------------|-----------------|
| 1. $a \in A$ | 5. $a \notin B$ |
| 2. $k \notin A$ | 6. $0 \notin C$ |
| 3. $p \in B$ | 7. $2 \in B$ |
| 4. $s \in B$ | 8. $3 \notin C$ |

ดังนั้น ข้อที่ถูก คือ 1, 2, 3 และ 6

ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A , B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \in B$ และ $B \in C$ จะได้ว่า $A \in C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1\}$$

$$B = \{\{1\}, 2\}$$

$$C = \{1, 2, \{\{1\}, 2\}\}$$

จะได้ว่า $A \in B$ และ $B \in C$ แต่ $A \notin C$

ตัวอย่างที่ 3 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A , B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \notin B$ และ $B \notin C$ จะได้ว่า $A \notin C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1\}$$

$$B = \{5, 6\}$$

$$C = \{\{1\}, 2\}$$

จะได้ว่า $A \notin B$ และ $B \notin C$ แต่ $A \in C$

ตัวอย่างที่ 4 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A , B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \in B$ และ $B \notin C$ จะได้ว่า $A \notin C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a\}$$

$$B = \{\{a\}, 2\}$$

$$C = \{\{a\}, 1, 3\}$$

จะได้ว่า $A \in B$ และ $B \notin C$ แต่ $A \in C$

3. กิจกรรมการเรียนรู้

- 1. ครูอธิบายลักษณะของเซตและสมาชิกของเซต การเป็นสมาชิกและการไม่เป็นสมาชิกโดยถามนักเรียนให้นักเรียนตอบพร้อมกัน
- 2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 ถามนักเรียนเพื่อหาคำตอบและข้อสรุปที่ถูกต้อง
- 3. ครูยกตัวอย่างที่ 2, 3 และ 4 โดยให้นักเรียนช่วยกันคิด และสรุปตามเป็นรายบุคคล
- 4. ครูถามนักเรียนว่ามีตัวอย่างอื่นอีกหรือไม่ ที่เป็นไปตามข้อกำหนดในตัวอย่างที่ 2, 3 และ 4
- 4. แจกเอกสารฝึกหัด พร้อมให้นักเรียนทำ ครูตรวจสอบความถูกต้องและตอบคำถามที่นักเรียนสงสัย
- 5. ครูให้นักเรียนช่วยกันเฉลยเอกสารฝึกหัดไปพร้อม ๆ กัน พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง
- 6. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุป การเป็นสมาชิก การไม่เป็นสมาชิก พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

4. สื่อการเรียนรู้

- 1. เอกสารฝึกหัด
- 5. การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. นักเรียนบอกได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นสมาชิกของเซตที่กำหนดให้	1. ตอบถูกต้องตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป
2. นักเรียนใช้สัญลักษณ์ $\in$ และ $\notin$	2. ตอบถูกต้องตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป

6. บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

เอกสารฝึกหัด

1. ข้อความต่อไปนี้ข้อใดถูกและข้อใดผิด

- 1) $5 \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$
2) $7 \in \{5, 6, 8\}$
3) $11 \notin \{3, 4, 9, 11, 13\}$
4) $\{2\} \notin \{1, \{2\}, 4\}$
5) $20 \in \{16, 18, 20\}$
6) $\frac{8}{10} \in \{0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$
7) $a \notin \{a, b, c\}$
8) $\sqrt{4} \in \{0, 2, 4\}$
9) $-6 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
10) $22 \notin \{19, 21, 22, 23, 23\}$

2. กำหนดให้ $A = \{1, 2, \{3\}, 4, \{5, \{1\}\}\}$ จงเติมสัญลักษณ์ $\in$ หรือ $\notin$ ให้ถูกต้องในแต่ละข้อต่อไปนี้

- | | |
|------------------|---------------------|
| 1) 3 A | 6) {5} A |
| 2) 4 A | 7) 0 A |
| 3) 1 A | 8) {1, {3}} A |
| 4) {1, 2} A | 9) {3} A |
| 5) {4} A | 10) {5, {1}} A |

3. กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

จงพิจารณาข้อความในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

- 3.1 ถ้า $A \in B$ และ $B \in C$ จะได้ว่า $A \in C$
 3.2 ถ้า $A \notin B$ และ $B \notin C$ จะได้ว่า $A \notin C$
 3.3 ถ้า $A \in B$ และ $B \notin C$ จะได้ว่า $A \notin C$
 3.4 ถ้า $A \notin B$ และ $B \notin C$ จะได้ว่า $A \in C$
 3.5 ถ้า $A \notin B$ และ $B \in C$ จะได้ว่า $A \notin C$

หน่วยการเรียนรู้ เขต
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง วิธีการเขียนเซต

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
จำนวน 1 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขได้ เมื่อกำหนดเซตแบบแจกแจงสมาชิกให้
2. นักเรียนสามารถเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกได้ เมื่อกำหนดเซตแบบบอกเงื่อนไขให้

2. สาระการเรียนรู้

วิธีการเขียนเซต

วิธีการเขียนเซต มี 2 แบบ

1. แบบแจกแจงสมาชิก เป็นวิธีการเขียนสมาชิกทั้งหมดที่ไม่ซ้ำกันของเซตลงในวงเล็บปีกกา และใช้เครื่องหมายจุลภาค (,) คั่นสมาชิกแต่ละตัว กรณีมีสมาชิกมากไม่สิ้นสุด หรืออาจสิ้นสุดก็ได้จะใช้จุดสามจุด (...) แทนเพื่อบอกให้รู้ว่ายังมีสมาชิกในเซตอีกมาก และต้องรู้ว่าที่ละไว้เขียนแทนด้วยสมาชิกตัวใด

เช่น เซต A เป็นเซตของจำนวนนับที่หารด้วย 2 ลงตัว

เขียนได้เป็น $A = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$ (มีสมาชิกมากไม่สิ้นสุด)

เซต B เป็นเซตของพยัญชนะภาษาไทยที่อยู่ในคำว่า "สุรินทร์"

เขียนได้เป็น $B = \{\text{ส, ร, น, ท}\}$

เซต C เป็นเซตของวันในหนึ่งสัปดาห์

เขียนได้เป็น $C = \{\text{อาทิตย์, จันทร์, อังคาร, พุธ, พฤหัส, ศุกร์, เสาร์}\}$

เซต D เป็นเซตของพยัญชนะในภาษาไทย

เขียนได้เป็น $D = \{\text{ก, ข, ข, ค, ..., ฮ}\}$

ข้อตกลงเกี่ยวกับสัญลักษณ์

ในกรณีทั่วไป นิยมใช้

ภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ ได้แก่ $A, B, C, \dots, Z$ แทนเซต

ภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็ก ได้แก่ $a, b, c, \dots, z$ แทนสมาชิกของเซต

เพื่อความสะดวกในการใช้สัญลักษณ์ แทนเซตของจำนวนต่างๆ ดังนี้

- I แทน เซตของจำนวนเต็ม
- I^- แทน เซตของจำนวนเต็มลบ
- I^+ แทน เซตของจำนวนเต็มบวก
- N แทน เซตของจำนวนนับ
- R แทน เซตของจำนวนจริง
- R^- แทน เซตของจำนวนจริงลบ
- R^+ แทน เซตของจำนวนจริงบวก
- Q แทน เซตของจำนวนตรรกยะ
- Q^- แทน เซตของจำนวนตรรกยะลบ
- Q^+ แทน เซตของจำนวนตรรกยะบวก
- P แทน เซตของจำนวนเฉพาะ

2. แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก วิธีการเขียนแบบนี้ นิยมใช้ตัวแปร x, y หรือ z แทนสมาชิก แล้วเขียนส่วนที่อธิบายเกี่ยวกับเงื่อนไขของสมาชิก หรือตัวแปรดังกล่าวว่ามีลักษณะอย่างไร โดยใช้เครื่องหมาย $|$ คั่นระหว่างตัวแปร และประโยคที่บอกเงื่อนไข แล้วเขียนเครื่องหมายปิดการครอบ เครื่องหมาย $|$ ใช้แทนคำว่า “โดยที่” หรือ “ซึ่ง”

เช่น เซต A เป็นเซตของจำนวนนับ

เขียนได้เป็น $A = \{ x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับ } \}$

อ่านว่า A เป็นเซตที่ประกอบด้วยสมาชิก x โดยที่ x เป็นจำนวนนับ

เซต B เป็นเซตของสัญชาติไทย

เขียนได้เป็น $B = \{ y \mid y \text{ เป็นสัญชาติไทย } \}$

อ่านว่า B เป็นเซตที่ประกอบด้วยสมาชิก y โดยที่ y เป็นสัญชาติไทย

เซต C เป็นเซตของจำนวนคี่ที่อยู่ระหว่าง 1 ถึง 10

เขียนได้เป็น $C = \{ z \mid z \text{ เป็นจำนวนคี่ และ } 1 < z < 10 \}$

อ่านว่า C เป็นเซตที่ประกอบด้วยสมาชิก z โดยที่ z เป็นจำนวนคี่ และ z อยู่ระหว่าง 1 กับ 10

ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
ถ้าสามารถเขียนเซต A โดยวิธีกำหนดเงื่อนไขแล้ว สามารถเขียนเซต A โดยวิธี
แจกแจงสมาชิกได้เสมอ

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 3\}$$

จะได้ว่า สามารถเขียน A โดยวิธีกำหนดเงื่อนไข แต่ไม่สามารถเขียน A
โดยวิธีแจกแจงสมาชิก

3. กิจกรรมการเรียนรู้

1. ทบทวนการเป็นสมาชิกและไม่เป็นสมาชิกของเซตโดยการสุ่มถามนักเรียนและ
ให้นักตรวจสอบคำตอบที่เพื่อนตอบว่าถูกหรือไม่ ครูตรวจสอบอีกครั้ง
2. ครูยกตัวอย่างการเขียนเซตทั้งแบบแจกแจงสมาชิกและแบบบอกเงื่อนไขให้นัก
เรียนพิจารณาว่ามีข้อแตกต่างกันอย่างไร
3. ครูอธิบายถึงวิธีการเขียนเซตว่ามี 2 วิธี พร้อมตัวอย่างประกอบ
4. ครูและนักเรียนช่วยกันเสนอข้อตกลงเกี่ยวกับสัญลักษณ์และคณิตศาสตร์ที่ใช้
เขียนแทนจำนวนต่าง ๆ ที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบันนี้
5. ให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดการเขียนเซต
6. สุ่มนักเรียนเฉลยเอกสารฝึกหัด และให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้อง
ครูตรวจสอบความถูกต้อง
7. ครูเสนอตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้งให้นักเรียนพิจารณาและแสดงความคิดเห็น
พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบ
8. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปวิธีการเขียนเซตว่ามีกี่วิธี อะไรบ้าง
9. ให้นักเรียนทำการบ้านในเอกสารเพิ่มเติม

4. สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารฝึกหัด
2. เอกสารเพิ่มเติม

5. การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. นักเรียนสามารถเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขได้ เมื่อกำหนดเซตแบบแจกแจงสมาชิกให้	1. ตอบถูกต้องตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป
2. นักเรียนสามารถเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกได้ เมื่อกำหนดเซตแบบบอกเงื่อนไขให้	2. ตอบถูกต้องตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป

6. บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

เอกสารฝึกหัด
วิธีการเขียนเซต

1. จงเขียนเซตในข้อต่อไปนี้เป็นแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกในเซต

1) $\{0, 1, 8, 27, 64, 125\}$

ตอบ.....

2) $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17\}$

ตอบ.....

3) $\{a, e, i, o, u\}$

ตอบ.....

4) $\{-1, -3, -5, \dots, -99\}$

ตอบ.....

5) $\{\text{กุมภาพันธ์}\}$

ตอบ.....

2. จงเขียนเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นแบบแจกแจงสมาชิก

1) เซตจำนวนจริงที่สอดคล้องกับสมการ $x^2 - 7x + 12 = 0$

ตอบ.....

2) $\{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ เป็นตัวหารร่วมของ } 30 \text{ และ } 45\}$

ตอบ.....

3) $A = \{x+1 \mid x = y \text{ เมื่อ } y = 1, 4, 9, 16\}$

ตอบ.....

4) $\{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } -5 < x \leq 3\}$

ตอบ.....

5) เซตของจำนวนเต็มบวกที่เป็นเลขสองหลัก

ตอบ.....

เอกสารเพิ่มเติม

1. จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

- 1. เซตของจำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนคู่
ตอบ
- 2. เซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 100
ตอบ
- 3. เซตของสระในภาษาอังกฤษ
ตอบ
- 4. เซตของจำนวนเต็มลบที่มากกว่า -5
ตอบ
- 5. เซตของจำนวนเต็มทั้งหมดที่หารด้วย 5 ลงตัว
ตอบ

2. จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบบอกเงื่อนไข

- 1. $L = \{ 1, 3 \}$
ตอบ
- 2. $M = \{ \text{ตะวันออก, ตะวันตก, เหนือ, ใต้} \}$
ตอบ
- 3. $N = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$
ตอบ
- 4. $O = \{ -2, -1, 0, 1, 2 \}$
ตอบ
- 5. $P = \{ 1, 3, 5, 7 \}$
ตอบ

3. จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างประกอบ
ถ้าสามารถเขียนเซต A โดยวิธีกำหนดเงื่อนไขแล้ว สามารถเขียนเซต A
โดยวิธีแจกแจงสมาชิกได้เสมอ

ตอบ

.....

.....

.....

หน่วยการเรียนรู้ เขต
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง เอกภพสัมพัทธ์ การเท่ากันของเซต เซตจำกัด เซตอนันต์ และ เซตว่าง 1 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าเซตที่กำหนดให้เป็นเซตว่างหรือไม่
2. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าเซตใดเป็นเซตจำกัด เซตใดเป็นเซตอนันต์
3. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าเซตสองเซตที่กำหนดให้เท่ากันหรือไม่

2. สาระการเรียนรู้

เอกภพสัมพัทธ์ การเท่ากันของเซต เซตจำกัด เซตอนันต์ และ เซตว่าง

เอกภพสัมพัทธ์ (Relative Universe)

บทนิยาม เอกภพสัมพัทธ์ คือ เซตที่กำหนดโดยมีข้อตกลงว่าจะไม่กล่าวถึงสิ่งใดนอกเหนือไปจากสมาชิกของเซตที่กำหนดขึ้นนี้

โดยทั่วไปนิยมใช้ U แทนเอกภพสัมพัทธ์

การเท่ากันของเซต เซต A จะเท่ากับเซต B ก็ต่อเมื่อ เซตทั้งสองมีสมาชิกเหมือนกัน กล่าวคือ สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A ใช้สัญลักษณ์ $A = B$

เช่น $A = \{2, 5, 7\}$, $B = \{2, 5, 7, 7\}$ ถ้ามีสมาชิกซ้ำกันให้คิดเป็นสมาชิกตัวเดียว
ดังนั้น $A = B$

ถ้าเซต A ไม่เท่ากับเซต B เขียนแทนด้วย $A \neq B$ หมายความว่า มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต A ที่ไม่ใช่สมาชิกของเซต B หรือ มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต B ที่ไม่ใช่สมาชิกของเซต A

เช่น กำหนดให้ $A = \{2, 3\}$ และ $B = \{2, 4, 5\}$

จะได้ $A \neq B$

เพราะว่า เซต A มี 2 และ 3 เป็นสมาชิก

แต่ เซต B มี 2 , 4 และ 5 เป็นสมาชิก

ซึ่งจะสังเกตได้ว่าสมาชิกในเซต A กับ B มีลักษณะแตกต่างกัน ซึ่ง 3 เป็นสมาชิกของ A แต่ 3 ไม่เป็นสมาชิกของ B

เซตที่เทียบเท่า เซต A เทียบเท่ากับเซต B ก็ต่อเมื่อ จำนวนสมาชิกของเซต A เท่ากับจำนวนสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย $A \sim B$

เช่น $A = \{1, 3\}$, $B = \{a, b\}$

จะได้ว่า $n(A) = 2$ และ $n(B) = 2$ ซึ่ง $n(A) = n(B) = 2$

ดังนั้น $A \sim B$

เรียกเซตซึ่งมีจำนวนสมาชิกเท่ากับจำนวนเต็มบวกใด ๆ หรือ ศูนย์ว่า เซตจำกัด

เช่น $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 6

$B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับสมการ } x - 4 = 2\}$ มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 1

$C = \{ \}$ มีจำนวนสมาชิกเท่ากับศูนย์

$D = \{1, 3, 5, 7, \dots, 99\}$ มีจำนวนสมาชิก 50 ตัว

$E = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 1,000,000\}$ มีจำนวนสมาชิก 999,999 ตัว

เรียกเซตซึ่งไม่ใช่เซตจำกัดว่า เซตอนันต์ (Infinite set) กล่าวคือสมาชิกของเซตอนันต์มีจำนวนมากไม่สิ้นสุด

เช่น $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับ}\}$

$B = \{\dots, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

$C = \{x \mid x \in \mathbb{I}^+ \text{ และ } x > 2\}$

$D = \{x \mid x \text{ เป็นวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางเดียวกัน}\}$

$E = \{x \mid x \text{ เป็นจุดที่อยู่บนส่วนของเส้นตรง}\}$

เซตจำกัดที่ไม่มีสมาชิก หรือเซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับศูนย์ เรียกว่า เซตว่าง (Null set หรือ Empty set) สัญลักษณ์ ϕ หรือใช้สัญลักษณ์ $\{ \}$

เช่น $A = \{x \mid x \neq x\}$

$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < x\}$

$C = \{x \in \mathbb{I}^+ \mid x < 1\}$

$D = \{x \mid x \text{ เป็นเดือนที่มี 33 วัน}\}$

$E = \{x \in \mathbb{I} \mid x + x = 1\}$

ดังนั้น เซตว่างเป็นเซตจำกัด

หมายเหตุ

สัญลักษณ์ที่ใช้แทนจำนวนสมาชิกของ A เขียนแทนด้วย $n(A)$

ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใดๆ ถ้า $A \neq B$ และ $B \neq C$ จะได้ว่า $A \neq C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}$$

$$B = \{2, 3\}$$

$$C = \{1, 2\}$$

จะได้ว่า $A \neq B$ และ $B \neq C$ แต่ $A = C$

ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

$$A = \{x \mid \sqrt{x^2} = -x\} \text{ เป็นเซตว่าง}$$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } x = 0$$

จะได้ว่า $0 \in A$ ดังนั้น A ไม่เป็นเซตว่าง

ตัวอย่างที่ 3 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } x + x = x^2\} \text{ } B \text{ เป็นเซตว่าง}$$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } x = 2$$

ดังนั้น $2 \in B$ จะได้ว่า B ไม่เป็นเซตว่าง

ตัวอย่างที่ 4 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

$$C = \{x \mid x^3 + 1 = 0\} \text{ } C \text{ เป็นเซตว่าง}$$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } x = -1$$

ดังนั้น $-1 \in C$ จะได้ว่า C ไม่เป็นเซตว่าง

ตัวอย่างที่ 5 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ และ } x^2 \leq 0\} \text{ } C \text{ เป็นเซตว่าง}$$

ข้อความนี้เป็นเท็จดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } x = 0$$

ดังนั้น $0 \in C$ จะได้ว่า C ไม่เป็นเซตว่าง

ตัวอย่างที่ 6 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } \sqrt{x} = \sqrt[3]{x}\} \quad C \text{ เป็นเซตว่าง}$$

ข้อความนี้เป็นเท็จดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } x = 1$$

ดังนั้น $1 \in C$ จะได้ว่า C ไม่เป็นเซตว่าง

ตัวอย่างที่ 7 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } \sqrt{x} = x\} \quad C \text{ เป็นเซตว่าง}$$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } x = 1$$

ดังนั้น $1 \in C$ จะได้ว่า C ไม่เป็นเซตว่าง

ตัวอย่างที่ 8 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 > x\} \quad A \text{ เป็นเซตว่าง}$$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } x = 0.2$$

$$x^2 = (0.2)^2 = 0.04$$

$$\text{ดังนั้น } 0.04 < 0.2 \quad (x^2 < x)$$

ตัวอย่างที่ 9 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \geq \sqrt{x}\} \quad B \text{ เป็นเซตว่าง}$$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } x = 0.09$$

$$x^2 = (0.09)^2 = 0.0081, \quad \sqrt{x} = \sqrt{0.09} = 0.3$$

$$\text{ดังนั้น } 0.0081 < 0.3 \quad (x^2 < \sqrt{x})$$

3. กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูให้นักเรียนเสนอปัญหาในการทำเอกสารเพิ่มเติมของคาบที่แล้ว พร้อมทั้งให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหา ครูตรวจสอบความถูกต้อง

2. ครูอธิบายถึงลักษณะของเอกภพสัมพัทธ์ เซตจำกัด เซตอนันต์ เซตว่าง พร้อมตัวอย่างประกอบ

3. ครูสุ่มถามนักเรียนให้ยกตัวอย่าง เซตว่าง เซตจำกัด และเซตอนันต์มาชนิดละเซต และให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ครูตรวจสอบความถูกต้อง

4. ครูเขียนบทนิยาม การเท่ากันของเซต และการไม่เท่ากันของเซต พร้อมทั้งสัญลักษณ์ที่ใช้แทนการเท่ากันของเซตและการไม่เท่ากันของเซต และตัวอย่างประกอบพร้อมคำอธิบาย

5. ครูสุ่มถามนักเรียน 2 คน ให้ยกตัวอย่างเซตสองเซตที่เท่ากัน และเซตสองเซตที่ไม่เท่ากัน ครูตรวจสอบความถูกต้อง

6. ครูยกตัวอย่างลักษณะของเซตสองเซตใด ๆ ที่มีจำนวนสมาชิกที่เท่ากันพร้อมทั้งถามนักเรียนว่าเซตสองเซตนี้มีลักษณะอะไรบ้างที่เหมือนกัน (จำนวนสมาชิกของทั้งสองเซตเท่ากัน) และอธิบายลักษณะของการเทียบเท่ากันของสองเซต พร้อมทั้งสัญลักษณ์ที่ใช้

7. ครูสุ่มถามนักเรียนให้ยกตัวอย่างการเทียบเท่ากันของเซตมาสองเซตโดยทั้งสองเซตประกอบด้วย เซตแบบแจกแจงสมาชิก และเซตแบบบอกเงื่อนไข ครูตรวจสอบความถูกต้อง

8. ให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัด ข้อ 1-4 ใหญ่ พร้อมทั้งเฉลยไปพร้อม ๆ กัน โดยการถามตอบ

9. ครูยกตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้งให้นักเรียนเสนอแนวคิด และอธิบายพร้อมยกตัวอย่างประกอบ

10. ครูยกตัวอย่างที่ 2 – 9 ทำลักษณะเดียวกับตัวอย่าง 1

11. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปลักษณะของเซตว่าง เซตจำกัด เซตอนันต์ การเท่ากันของเซตสองเซตใด ๆ การไม่เท่ากันของเซตสองเซตใด ๆ และการเทียบเท่ากันของสองเซตใด ๆ พร้อมทั้งสัญลักษณ์ที่ใช้แทน

12. ให้นักเรียนทำข้อ 5 ใหญ่ และเอกสารเพิ่มเติมเป็นการบ้าน

4. สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารฝึกหัด
2. เอกสารเพิ่มเติม

5. การวัดและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1.นักเรียนสามารถบอกได้ว่าเซตที่กำหนดให้เป็นเซตว่างหรือไม่	1. ตอบถูกต้องตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป
2.นักเรียนสามารถบอกได้ว่าเซตใดเป็นเซตจำกัด เซตใดเป็นเซตอนันต์	2. ตอบถูกต้องตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป
3.นักเรียนสามารถบอกได้ว่าเซตสองเซตที่กำหนดให้เท่ากันหรือไม่	3. ตอบถูกต้องตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป
4.นักเรียนสามารถบอกได้ว่าเซตสองเซตที่กำหนดให้เทียบเท่ากันหรือไม่	4. ตอบถูกต้องตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป

6. บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

เอกสารฝึกหัด

1. เซตที่กำหนดต่อไปนี้ เป็นเซตจำกัด เซตอนันต์ หรือเซตว่าง

เซต	เซต จำกัด	เซต อนันต์	เซต ว่าง	เหตุผล
1. $\{x \in I/x^2 < 1\}$				
2. $\{x \in I/x \leq -15\}$				
3. $\{x \in R/-1 \leq x \leq 1\}$				
4. $\{-1, -2, -3, \dots\}$				
5. เซตของจำนวนเต็มที่มี 5 เป็นหลักหน่วย				
6. $\{\phi\}$				
7. $\{x/x^2 + 1 = 0\}$				
8. $\{1, 2, 3, \dots, 999\}$				
9. $\{x/x \in I^+ \text{ และ } x < 1\}$				
10. เซตของชื่อเดือนใน 1 ปี ที่มี 27 วัน				

2. พิจารณาเซตแต่ละคู่ต่อไปนี้ เป็นเซตที่เท่ากันหรือไม่

2.1 $A = \{4, 7, 10, 13, 16, \dots\}$

$B = \{x/x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 3 แล้วเหลือเศษ 1}\}$

ตอบ.....

2.2 $A = \{x/x^2 - x = 0\}$

$B = \{x/x - 1 = 0\}$

ตอบ.....

2.3 $A = \{x/x \text{ เป็นจำนวนคู่}\}$

$B = \{\dots, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6\}$

ตอบ.....

2.4 $A = \{x \in I/x < 7\}$

$B = \{y \in I/y \leq 7\}$

ตอบ.....

3. จงบอกจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้

3.1 $A = \{2\}$

3.2 $B = \{\{1\}\}$

3.3 $C = \{1, 3, 5\}$

3.4 $D = \{0, \{0\}\}$

3.5 $E = \{542\}$

3.6 $F = \{x / x > 0\}$

4. เซตในข้อใดเป็นเซตที่เทียบเท่ากัน

4.1 $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, 3\}$

4.2 $C = \{a, b, t\}$, $D = \{a, \{b, t\}\}$

4.3 $E = \{a, b, \{c\}\}$, $F = \{\{a, b\}, \{b\}, \{0\}\}$

4.4 $G = \{x / x + 2 = 0\}$, $H = \{\{3, \{5\}\}, \{-5\}\}$

5. กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ จงพิจารณาว่าในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จ จงยกตัวอย่างประกอบด้วย

5.1 ถ้า $A = B$ และ $B = C$ จะได้ว่า $A = C$

5.2 ถ้า $A \neq B$ และ $B \neq C$ จะได้ว่า $A \neq C$

5.3 ถ้า $A \in B$ และ $B \in C$ จะได้ว่า $A \in C$

5.4 ถ้า $A \notin B$ และ $B \notin C$ จะได้ว่า $A \notin C$

เอกสารเพิ่มเติม

1. เขตต่อไปนี้ เขตใดเป็นเซตจำกัด เขตใดเป็นเซตอนันต์

1. $\{1, 2, 3, \dots, 100, 101\}$

ตอบ

2. $\{x / x \text{ เป็นจำนวนคู่บวก}\}$

ตอบ

3. เซตของชื่อเดือนที่มีจำนวนวันน้อยกว่า 30 วัน

ตอบ

4. $\{x / 0 \leq x \leq 1\}$

ตอบ

5. เซตของจำนวนเต็มหารด้วย 3 ลงตัว

ตอบ

6. เซตของจำนวนเต็มลบที่มากกว่า -1,000,000

ตอบ

2. เขตใดต่อไปนี้ เป็นเซตว่าง

1. เซตของจำนวนเต็มบวกที่อยู่ระหว่าง 20 และ 21

ตอบ

2. เซตของจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับสมการ $x + x = x^2$

ตอบ

3. เซตของจำนวนเฉพาะที่อยู่ระหว่าง 17 และ 23

ตอบ

4. เซตของจำนวนเต็มลบที่มากกว่า -1

ตอบ

5. เซตของจำนวนเต็มที่สอดคล้องกับสมการ $x + 10 = x$

ตอบ

3. พิจารณาเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้ว่ามีเซตใดบ้างที่เท่ากัน

1. $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$

B เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 6

ตอบ

2. $C = \{ 12, 14, 16, 18, 21 \}$

$D = \{ 14, 21, 16, 18, 12 \}$

ตอบ

3. $E = \{ x / x > 11 \}$

$F = \{ 11, 12, 13, \dots \}$

ตอบ

4. $G = \{\emptyset\}$

$H = \{ x / x > x \}$

ตอบ

5. $M = \{ x / x^2 - 1 = 0 \}$

$N = \{ x / x - 1 = 0 \}$

ตอบ

4. จงพิจารณาเซตต่อไปนี้ว่ามีเซตคูใดบ้างที่เป็นเซตเทียบเท่ากัน

$A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$

B เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 6

C เป็นเซตของจำนวนเฉพาะที่อยู่ระหว่าง 17 และ 23

$D = \{a, b, \{c\}\} \quad E = \{\{3, \{5\}\}, \{\{-5\}\}\}$

$F = \{\{a, b\}, \{b\}, \{0\}\} \quad G = \{x / x + 2 = 0\}$

ตอบ

.....

.....

.....

หน่วยการเรียนรู้ เขต
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง สับเซต

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
จำนวน 1 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าเซตสองเซตที่กำหนดให้เป็นสับเซตกันหรือไม่
2. นักเรียนสามารถเลือกใช้สัญลักษณ์ $\subset$ และ $\subsetneq$ ได้อย่างถูกต้อง

2. สารการเรียนรู้

สับเซต

เซต A เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B

A เป็นสับเซตของเซต B เขียนแทนด้วย $A \subset B$

ถ้ามีสมาชิกละเลยหนึ่งตัวของ A ที่ไม่เป็นสมาชิกของ B แล้วเซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B เขียนแทนด้วย $A \not\subset B$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$

$$B = \{1, 2, 3, 5\}$$

จะเห็นว่า $A \subset B$ แต่ $B \not\subset A$

$$C = \{7, 9, 11\}$$

$$D = \{9, 11, 7\}$$

จะเห็นว่า $C \subset D$, $D \subset C$ และ $C = D$

ตัวอย่างที่ 2 ให้ $A = \emptyset$ สับเซตของ A คือ $\emptyset$ จำนวนสับเซตทั้งหมดของ A เท่ากับ 1

$B = \{\emptyset\}$ สับเซตของ B คือ $\emptyset, \{\emptyset\}$ จำนวนสับเซตทั้งหมดของ B

เท่ากับ 2

$C = \{1, \{\emptyset\}\}$ สับเซตของ C คือ $\emptyset, \{1\}, \{\{\emptyset\}\}, \{1, \{\emptyset\}\}$ จำนวนสับเซตทั้งหมดของ C เท่ากับ 4

$D = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ สับเซตของ D คือ $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{\{1, 2\}\}, \{1, \{1, 2\}\}, \{2, \{1, 2\}\}, \{1, 2\}, \{1, 2, \{1, 2\}\}$ จำนวนสับเซตทั้งหมดของ D เท่ากับ 8

$E = \{a, b, c\}$ สับเซตของ E คือ $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$ จำนวนสับเซตทั้งหมดของ E เท่ากับ 8

ข้อสังเกต

ถ้า A มีสมาชิก n ตัว แล้ว จำนวนสับเซตทั้งหมดของ A คือ 2^n

ตัวอย่างที่ 3 กำหนด $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 8, 9\}$, $C = \{9, 15\}$, $D = \{2, 8, 9, 1\}$

จงตรวจสอบว่า A เป็นสับเซตของเซตใดบ้าง

จะเห็นว่า สมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B ดังนั้น $A \subset B$

จะเห็นว่า สมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ D ดังนั้น $A \subset D$

สมบัติของสับเซต

- 1) $\phi \subset A$ เมื่อ A เป็นเซตใด ๆ
- 2) $A \subset A$ เมื่อ A เป็นเซตใด ๆ
- 3) $A \subset U$ เมื่อ A เป็นเซตใด ๆ และ U เป็นเอกภพสัมพัทธ์
- 4) ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัด และ $A \subset B$ แล้ว $n(A) \leq n(B)$
- 5) ถ้า $A \subset \phi$ แล้ว $A = \phi$
- 6) ถ้า A มีสมาชิก n ตัว จำนวนสับเซตของ A จะมี 2^n สับเซต
- 7) ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \subset C$

สับเซตแท้ (proper subset)

ให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ A เป็นสับเซตแท้ของ B ก็ต่อเมื่อ A เป็นสับเซตของ B และมีสมาชิกบางตัวของ B ซึ่งไม่เป็นสมาชิกของ A

ตัวอย่างที่ 4 กำหนด $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 8\}$, $D = \{2, 8, 1\}$

จงหาสับเซตแท้ทั้งหมดของ A , B และ D และตรวจสอบว่า A เป็นสับเซตแท้ของ B หรือไม่

วิธีทำ

สับเซตแท้ทั้งหมดของ A คือ $\phi, \{1\}, \{2\}$ จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ A คือ $3 = 2^2 - 1$, $n(A) = 2$

สับเซตแท้ทั้งหมดของ B คือ $\phi, \{1\}, \{2\}, \{8\}, \{1, 2\}, \{1, 8\}, \{2, 8\}$ จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ B คือ $7 = 2^3 - 1$, $n(B) = 3$

สับเซตแท้ทั้งหมดของ D คือ $\phi, \{1\}, \{2\}, \{8\}, \{1, 2\}, \{1, 8\}, \{2, 8\}$ จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ D คือ $7 = 2^3 - 1$, $n(D) = 3$

จะเห็นว่า A เป็นสับเซตของ B และ A เป็นสับเซตแท้ของ D แต่ D ไม่เป็นสับเซตแท้ของ B เพราะว่า $A = B$

ข้อสังเกต

ถ้า A มีสมาชิก n ตัว แล้ว จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของ A คือ $2^n - 1$

ตัวอย่างที่ 5 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \in B$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a\}$$

$$B = \{a, b\}$$

จะได้ว่า $A \subset B$ แต่ $A \notin B$

ตัวอย่างที่ 6 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \in B$ และ $B \subset C$ จะได้ว่า $A \subset C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}$$

$$B = \{1, 2, \{1, 2\}\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4\}$$

จะได้ว่า $A \in B$ และ $B \subset C$

แต่ $A \not\subset C$ เนื่องจากสมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ C

ตัวอย่างที่ 7 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B$ และ $B \in C$ จะได้ว่า $A \in C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}$$

$$B = \{1, 2, 3\}$$

$$C = \{\{1, 2, 3\}, 4\}$$

จะได้ว่า $A \subset B$ และ $B \in C$ แต่ $A \notin C$

3. กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูและนักเรียนทบทวนโดยการสุ่มถามนักเรียน ถึงเรื่องเซตและสมาชิกของเซต เซตว่าง เซตจำกัด เซตอนันต์ การเท่ากันของเซต และการเทียบเท่ากันของเซต
2. ครูให้บทนิยามการเป็นสับเซต และยกตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้งอธิบาย
3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 พร้อมทั้งให้นักเรียนช่วยกันทำ
4. ครูสุ่มนักเรียนให้ทำตัวอย่างที่ 3 พร้อมทั้งให้นักเรียนทำไปพร้อม ๆ กัน เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง
5. ครูอธิบายถึงลักษณะของสับเซตแท้ และยกตัวอย่างที่ 4 พร้อมทั้งให้นักเรียนช่วยกันทำแล้วนำเสนอหน้าชั้นเรียน
6. ครูเสนอตัวอย่างที่ 5, 6 และ 7 พร้อมทั้งให้นักเรียนช่วยกันทำแล้วนำเสนอหน้าชั้นเรียน ครูตรวจสอบความถูกต้อง
7. ให้นักเรียนฝึกทำเอกสารฝึกหัด เสร็จแล้วให้เฉลยพร้อม ๆ กัน ครูตรวจสอบความถูกต้อง
8. ให้นักเรียนช่วยกันสรุปบทนิยามของสับเซต สับเซตแท้ และสมบัติของสับเซต และให้ทำการบ้านในเอกสารเพิ่มเติม

4. สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารฝึกหัด
2. เอกสารเพิ่มเติม

5. การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าเซตสองเซตที่กำหนดให้เป็นสับเซตกันหรือไม่	1. ตอบถูกต้องตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป
2. นักเรียนสามารถเลือกใช้สัญลักษณ์ $\subset$ และ $\subsetneq$ ได้อย่างถูกต้อง	2. ตอบถูกต้องตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป
3. นักเรียนสามารถหาสับเซต และสับเซตแท้ ตามที่กำหนดเซตใด ๆ มาให้	3. ตอบถูกต้องตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป

6. บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

เอกสารฝึกหัด

1. จงเติมสัญลักษณ์ $\subset$ หรือ $\not\subset$ ในช่องว่างให้ถูกต้อง
 - 1.1 $\{3, 5\} \dots\dots\dots \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 - 1.2 $\{\emptyset\} \dots\dots\dots \{x/x > 5\}$
 - 1.3 $\{a, \{b\}\} \dots\dots\dots \{a, b, \{a, b\}, \{c\}\}$
 - 1.4 $\{\{1\}\} \dots\dots\dots \{\{1, \{7, 8\}\}\}$
 - 1.5 $7 \dots\dots\dots \{2, 4, 5, 7\}$

2. จงพิจารณาข้อความในแต่ละข้อว่าถูกหรือผิด เมื่อ A, B และ C เป็นเซตใดๆ
 - 2.1 ถ้า $A \subset B$ และ $B \not\subset C$ แล้ว $A \subset C$
 - 2.2 ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \subset C$
 - 2.3 ถ้า $A \not\subset B$ และ $B \not\subset C$ แล้ว $A \not\subset C$
 - 2.4 ถ้า $A \in C$ แล้ว $A \subset B$
 - 2.5 ถ้า $A \in B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \in C$

3. จงเขียนสับเซตทั้งหมดของเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้
 - 3.1 $A = \{0\}$
 - 3.2 $B = \{1, \{1\}\}$
 - 3.3 $C = \{a, b, m\}$
 - 3.4 $D = \{\}$

4. จงหาจำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของเซตต่อไปนี้
 - 4.1 $A = \{1, 2\}$
 - 4.2 $B = \{2, \{1, 2\}\}$
 - 4.3 $C = \{1, \{1\}, \{1, \{1\}\}\}$
 - 4.4 $D = \{x / x^2 - 2x - 3 = 0\}$

เอกสารเพิ่มเติม

1. กำหนดให้ $A = \{4, \{1, 2\}, 2\}$ จงพิจารณาว่าข้อความข้างล่างนี้ถูกหรือผิด

- | | |
|-----------------------------|-------------------------|
| 1. $\{1, 2\} \subset A$ | 4. $2 \in A$ |
| 2. $\{1, 2\} \in A$ | 5. $\{2\} \in A$ |
| 3. $\{\{1, 2\}\} \subset A$ | 6. $\{1, 4\} \subset A$ |

ตอบ ข้อที่ถูก คือ

2. จงหาสับเซตทั้งหมดของเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. $A = \{1, 2\}$

ตอบ สับเซตทั้งหมดของ A คือ

2. $B = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

ตอบ สับเซตทั้งหมดของ B คือ

3. $C = \{1, \{a\}, \{1, a\}\}$

ตอบ สับเซตทั้งหมดของ B คือ

4. $D = \{\{1, 2, 3, \dots, 500\}\}$

ตอบ สับเซตทั้งหมดของ B คือ

5. $E = \{a, b, c, d\}$

ตอบ สับเซตทั้งหมดของ B คือ

3. กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ

1. $\emptyset \subset A$ เมื่อ A เป็นเซตใด ๆ
2. $A \subset A$ เมื่อ A เป็นเซตใด ๆ
3. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A = B$
4. ถ้า $A \subset \emptyset$ แล้ว $A = \emptyset$
5. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \neq B$
6. ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ จะได้ว่า $A \subset C$
7. ถ้า $A \subset B$ และ $A \neq B$ จะได้ว่า $B \subset A$
8. ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัด และ $A \subset B$ แล้ว $n(A) \leq n(B)$
9. ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset A$ จะได้ว่า $A = B$
10. ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \subset C$
11. ถ้า A มีสมาชิก n ตัว จำนวนสับเซตของ A จะมี 2^n สับเซต
12. ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \subset C$

ตอบ ข้อที่ถูกคือ ข้อ

หน่วยการเรียนรู้ เขต
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง เพาเวอร์เซต

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
จำนวน 1 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถหาเพาเวอร์เซตของเซตจำกัดที่กำหนดให้
2. นักเรียนสามารถระบุจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของเซตจำกัดที่กำหนด

2. สาระการเรียนรู้

เพาเวอร์เซต

เรียกเซตของสับเซตทั้งหมดของ A ว่า เพาเวอร์เซตของเซต A

เขียนแทนด้วย $P(A)$ กล่าวคือ เพาเวอร์เซตของเซต A หมายถึง เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสับเซตของ A ทุกสับเซต

นั่นคือ $P(A) = \{x/x \subset A\}$

ตัวอย่างที่ 1 ให้ $A = \{1, 3, 5\}$

จะพบว่าสับเซตของ A จะประกอบด้วย $\phi, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{3, 5\}, \{1, 3, 5\}$

ถ้านำสับเซตเหล่านี้ ไปเป็นสมาชิกของเซตใหม่ ดังนี้

$\{\phi, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{3, 5\}, \{1, 3, 5\}\}$ เรียกเซตใหม่นี้ว่า เพาเวอร์เซตของ A

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $A = \phi$ จงหา $P(A)$

จะได้ สับเซตของ ϕ คือ ϕ

ดังนั้น $P(A) = P(\phi) = \{\phi\}$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $A = \{a\}$ จงหา $P(A)$

จะได้ สับเซตทั้งหมดของ A คือ $\phi, \{A\}$

ดังนั้น $P(A) = \{\phi, \{a\}\} = \{\phi, A\}$

ข้อสังเกต

จำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของ A ก็คือ จำนวนสับเซตทั้งหมดของ A

ถ้า A มีสมาชิก n ตัว แล้ว $n(P(A)) = 2^n$

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ $B = \{a, b\}$

จะได้ สับเซตของ B คือ $\phi, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$

ดังนั้น $P(B) = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\} = \{\phi, \{a\}, \{b\}, B\}$

จากตัวอย่างที่ 1 – 4 จะเห็นว่า

จำนวนสมาชิกของ $P(\phi)$ มี 1 เซต จะได้ 2^0 ซึ่ง ϕ มีสมาชิก 0 สมาชิก

จำนวนสมาชิกของ $P(A)$ มี 2 เซต จะได้ 2^1 ซึ่ง A มีสมาชิก 1 สมาชิก

จำนวนสมาชิกของ $P(B)$ มี 4 เซต จะได้ 2^2 ซึ่ง B มีสมาชิก 2 สมาชิก

จำนวนสมาชิกของ $P(C)$ มี 8 เซต จะได้ 2^3 ซึ่ง C มีสมาชิก 3 สมาชิก

จำนวนสมาชิกของ $P(D)$ มี k เซต จะได้ 2^k ซึ่ง D มีสมาชิก k สมาชิก

สมบัติของเพาเวอร์เซต

1) $P(\phi) = \{\phi\}$

2) $P(A) \neq \phi$

3) $\phi \in P(A)$

4) $A \in P(A)$

5) ถ้าเซต A มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ k แล้วจำนวนสมาชิกของ $P(A)$ เท่ากับ 2^k

6) ถ้า A เป็นเซตอนันต์ แล้ว $P(A)$ เป็นเซตอนันต์

ตัวอย่างที่ 5 จงหาเพาเวอร์เซตของเซต B เมื่อ $B = \{3, \{1, 2\}\}$

วิธีทำ จะเห็นว่า B ประกอบด้วยสมาชิก 2 ตัว คือ 3 และ $\{1, 2\}$

ดังนั้น $P(B)$ จึงมีสมาชิก $2^2 = 4$ ตัว หรือ 4 สับเซตนั่นเอง

$$P(B) = \{\phi, \{3\}, \{\{1, 2\}\}, \{3, \{1, 2\}\}\}$$

ตัวอย่างที่ 6 จงหา $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$ และ $P(D)$

เมื่อ $A = \phi$, $B = \{\phi\}$, $C = \{\{\}\}$ และ $D = \{\phi, \{\phi\}\}$

วิธีทำ $P(A) = \{\phi\}$

เพราะว่า A มีสมาชิก 0 ตัว ดังนั้น $P(A)$ มีสมาชิก $2^0 = 1$ ตัว

$$P(B) = \{\phi, \{\phi\}\}$$

เพราะว่า B มีสมาชิก 1 ตัว ดังนั้น $P(B)$ มีสมาชิก $2^1 = 2$ ตัว

$$P(C) = \{\{\}, \{\{\}\}\}$$

เพราะว่า C มีสมาชิก 1 ตัว ดังนั้น $P(C)$ มีสมาชิก $2^1 = 2$ ตัว

$$P(D) = \{\phi, \{\phi\}, \{\{\phi\}\}, \{\phi, \{\phi\}\}\}$$

เพราะว่า D มีสมาชิก 2 ตัว ดังนั้น $P(D)$ มีสมาชิก $2^2 = 4$ ตัว

ข้อสังเกต

ϕ เป็นสมาชิกร่วมของทุก ๆ เพาเวอร์เซต แม้กระทั่ง $A = \phi$ จะมี $\phi \in P(A)$
แสดงว่า สำหรับทุกเซต A แล้ว $\phi \in P(A)$ เสมอ

ตัวอย่างที่ 7 จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
เมื่อ A ไม่ใช่เซตว่าง

- 1) $A \in P(A)$
- 2) $A \subset P(A)$
- 3) $\{A\} \in P(A)$
- 4) $\{A\} \subset P(A)$

ดังนั้น ข้อที่เป็นจริง คือ ข้อ 1 และ 4

ข้อ 2 เป็นเท็จ เช่น ให้ $A = \{1, 2\}$

$P(A) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ แต่ $A \not\subset P(A)$

ข้อ 3 เป็นเท็จ เช่น ให้ $A = \{3, 4\}$

$P(A) = \{\phi, \{3\}, \{4\}, \{3, 4\}\}$ สมาชิกของ $P(A)$ ประกอบด้วย $\phi, \{3\}, \{4\}, \{3, 4\}$

จะเห็นว่า $\{\{3, 4\}\} \notin P(A)$

3. กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูสุ่มถามนักเรียนให้หาสับเซตของตัวอย่างที่ 1 และอธิบายถึงลักษณะของเพาเวอร์เซต พร้อมทั้งให้นักเรียนช่วยกันหาเพาเวอร์เซตในตัวอย่างที่ 1

2. ครูเสนอตัวอย่างที่ 2, 3 โดยให้นักเรียนช่วยกันทำและสุ่มนักเรียนมาเฉลยหน้าชั้นเรียน ครูตรวจสอบความถูกต้อง

3. ครูยกตัวอย่างที่ 4 และสุ่มนักเรียนให้ออกมาทำหน้าชั้นเรียน พร้อมทั้งให้นักเรียนที่เหลือตรวจสอบความถูกต้องว่าทำถูกหรือไม่ ครูตรวจสอบด้วย

4. ครูให้นักเรียนสังเกตจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตในตัวอย่างที่ 1 – 4 ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร โดยสุ่มถามให้นักเรียนตอบเพื่อหาข้อสรุปของจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซต เมื่อกำหนดเซตจำกัดใด ๆ มาให้

5. ครูให้นักเรียนฝึกทำตัวอย่างที่ 5 และ 6 และขออาสาสมัครมาเฉลยหน้าชั้นเรียน

6. ครูให้นักเรียนสังเกตว่ามีสมาชิกบางตัวที่เป็นสมาชิกของทุก ๆ เพาเวอร์เซตสมาชิกนั้นคืออะไร (เซตว่าง)

7. ครูเสนอตัวอย่างที่ 7 พร้อมทั้งให้นักเรียนช่วยกันทำ และสุ่มถามเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

8. ให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัด และให้นักเรียนช่วยกันเฉลยคำตอบ ครูตรวจสอบความถูกต้อง

9. ครูให้นักเรียนสรุปลักษณะของเพาเวอร์เซต และการหาจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตเมื่อกำหนดเซตจำกัดใด ๆ มาให้

10. ให้นักเรียนทำเอกสารเพิ่มเติมเป็นการบ้าน

3. สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารฝึกหัด
2. เอกสารเพิ่มเติม

4. การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. นักเรียนสามารถหาเพาเวอร์เซตของเซตจำกัดที่กำหนดให้	1. ตอบถูกต้องตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป
2. นักเรียนสามารถระบุจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของเซตจำกัดที่กำหนด	2. ตอบถูกต้องตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป

5. บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

เอกสารฝึกหัด

1. จงหาจำนวนของเพาเวอร์เซต และเขียนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้
 - 1) $B = \{\{1, 2\}, 3, \{4\}\}$
 $P(B) = \dots\dots\dots$
 $P(B)$ มีสมาชิกทั้งหมด.....ตัว
 - 2) $C = \{\emptyset\}$
 $P(C) = \dots\dots\dots$
 $P(C)$ มีสมาชิกทั้งหมด.....ตัว
 - 3) $D = \{x \in I / 11 < x < 20\}$
 $P(D) = \dots\dots\dots$
 $P(D)$ มีสมาชิกทั้งหมด.....ตัว
 - 4) $F = \{3\}$
 $P(P(F)) = \dots\dots\dots$
 $P(P(F))$ มีสมาชิกทั้งหมด.....ตัว
 - 5) $G = \{\{0\}\}$
 $P(P(P(G)))$ มีสมาชิกทั้งหมด.....ตัว
 - 6) ถ้า $P(H)$ มีจำนวนสมาชิก 32 ตัว แล้ว เซต H มีจำนวนสมาชิกกี่ตัว
 เซต H มีสมาชิก..... ตัว
 - 7) ถ้า $P(P(J))$ มีจำนวนสมาชิก 16 ตัว แล้ว เซต J มีจำนวนสมาชิกกี่ตัว
 เซต J มีสมาชิก.....ตัว
2. กำหนดเพาเวอร์เซตให้ จงหาเซตในแต่ละข้อต่อไปนี้
 - 1) $P(A) = \{\emptyset\}$
 - 2) $P(D) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$
 - 3) $P(B) = \{\emptyset, \{3\}, \{\{1, 2\}\}, \{3, \{1, 2\}\}\}$
 - 4) $P(B) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, B\}$
 - 5) $P(A) = \{\emptyset, \{a\}\}$
3. จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ เมื่อ A แทนเซตใด ๆ
 - 1) จำนวนสมาชิกของ $P(A)$ เป็นจำนวนคู่เสมอ
 - 2) ถ้า A เป็นเซตว่างจะหาเพาเวอร์เซตของเซต A ไม่ได้
 - 3) $A \in P(A)$
 - 4) $A \subset P(A)$

เอกสารเพิ่มเติม

1. จงหาเพาเวอร์เซต พร้อมทั้งระบุจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์ ในแต่ละเซตต่อไปนี้

1. $A = \{1\}$

ตอบ $P(A) = \dots\dots\dots$

$n(P(A)) = \dots\dots\dots$

2. $B = \{1, 2\}$

ตอบ $P(B) = \dots\dots\dots$

$n(P(B)) = \dots\dots\dots$

3. $C = \{\emptyset\}$

ตอบ $P(C) = \dots\dots\dots$

$n(P(C)) = \dots\dots\dots$

4. $D = \emptyset$

ตอบ $P(D) = \dots\dots\dots$

$n(P(D)) = \dots\dots\dots$

5. $E = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

ตอบ $P(E) = \dots\dots\dots$

$n(P(E)) = \dots\dots\dots$

2. กำหนดเพาเวอร์เซตของแต่ละเซตมาให้ จงหาเซตดังกล่าว และจำนวนสมาชิกของเซตนั้น

1. $P(A) = \{\emptyset, \{5\}, \{9\}, A\}$

ตอบ $A = \dots\dots\dots$, $n(A) = \dots\dots\dots$

2. $P(B) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset\}\}$

ตอบ $B = \dots\dots\dots$, $n(B) = \dots\dots\dots$

3. $P(C) = \{\emptyset, \{1\}, \{a\}, \{b\}, \{1, a\}, \{1, b\}, \{a, b\}, C\}$

ตอบ $C = \dots\dots\dots$, $n(C) = \dots\dots\dots$

3. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้านด้วย

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

1. จำนวนสมาชิกของ $P(A)$ เป็นจำนวนคู่เสมอ

ตอบ $\dots\dots\dots$

2. ถ้า $n(P(B)) = 16$ แล้ว $n(B) = 4$

ตอบ $\dots\dots\dots$

3. $C \in P(C)$

ตอบ $\dots\dots\dots$

หน่วยการเรียนรู้ เขต
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

เรื่อง แผนภาพเวนน – ออยเลอร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

จำนวน 1 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถแสดงเซตต่างๆ โดยใช้แผนภาพเวนน – ออยเลอร์ ได้
2. เมื่อกำหนดแผนภาพเวนน – ออยเลอร์ให้ นักเรียนสามารถระบุสมาชิกของเซตในแผนภาพได้

2. สาระการเรียนรู้

เอกภพสัมพัทธ์ (Relative Universe)

บทนิยาม เอกภพสัมพัทธ์ คือ เซตที่กำหนดโดยมีข้อตกลงว่าจะไม่กล่าวถึงสิ่งใดนอกเหนือไปจากสมาชิกของเซตที่กำหนดขึ้นนี้

โดยทั่วไปนิยมใช้ U แทนเอกภพสัมพัทธ์

เช่น กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

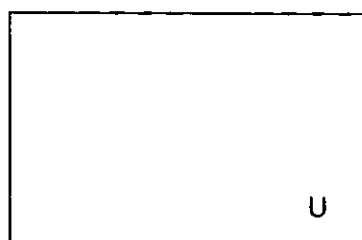
$$A = \{x \mid x \text{ เป็นคำตอบของสมการ } x^2 - 5x + 6 = 0\}$$

$$B = \{1, 5, 7, 9\}$$

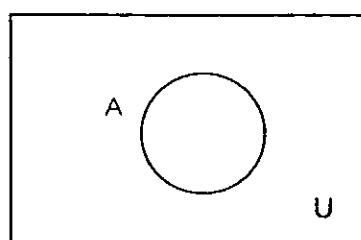
นั่นคือ ทั้งเซต A และ B เป็นสับเซตของ U

เพื่อให้การศึกษาเกี่ยวกับเรื่องเซตง่าย และเข้าใจยิ่งขึ้น จึงมีการใช้แผนภาพที่ใช้แทนเซต ซึ่งนักคณิตศาสตร์ 2 ท่าน คือ จอห์น เวนน์ (John Venn, พ.ศ. 2377 - 2466) ชาวอังกฤษ และ เลออนฮาร์ด ออยเลอร์ (Leonhard Euler, พ.ศ. 2250 - 2326) ชาวสวิส ได้คิดแผนภาพเพื่อแสดงเกี่ยวกับเรื่องเซตขึ้นมา และเรียกแผนภาพนี้ว่า “แผนภาพเวนน – ออยเลอร์”

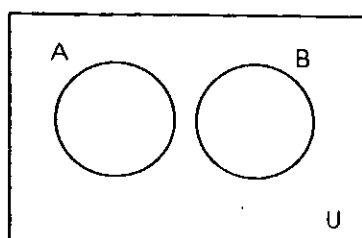
การเขียนแผนภาพเวนน – ออยเลอร์ เริ่มต้นด้วยการใช้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า แทนเอกภพสัมพัทธ์ (U) และใช้วงกลมหรือวงรี หรือรูปปิดใดๆ แทนเซต $A, B, C, \dots$ ซึ่งเป็นสับเซตของ U



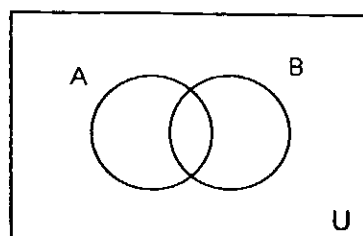
แผนภาพแสดงเอกภพสัมพัทธ์ U



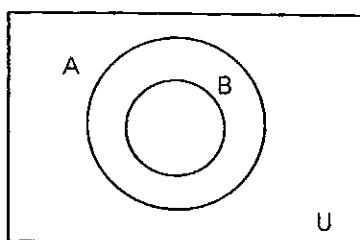
แผนภาพแสดงเซต A ซึ่ง $A \subset U$



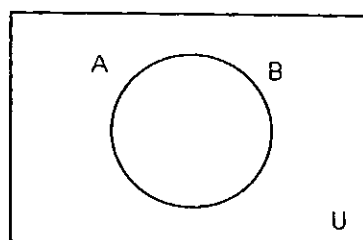
แผนภาพแสดงเซต A และ B ซึ่งเป็นสับเซตของ U และเป็นเซตที่ไม่มีสมาชิกร่วมกันเลย



แผนภาพแสดงเซต A และเซต B ซึ่งเป็นสับเซตของ U โดยที่ A และ B มีสมาชิกบางตัวซ้ำกัน แต่ $A \subset B$ และ $B \subset A$



แผนภาพแสดงเซต A และ B โดยที่ $B \subset A$ และ $B \subsetneq A$



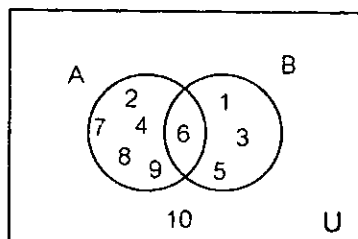
แผนภาพแสดงเซต A และ B โดยที่ $A = B$ ($A \subset B$ และ $B \subset A$)

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

$$A = \{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 6\}$$

จงเขียนแผนภาพของเวนน – ออยเลอร์ แทนเซตที่กำหนดให้ ดังนี้



จะได้ว่า เซต A และเซต B มีสมาชิกร่วมกันอยู่ 1 ตัว คือ 6

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$

$$A = \{e, h, i, j\}$$

$$B = \{a, b, h, i\}$$

$$\text{และ } C = \{a, c, d, i, j\}$$

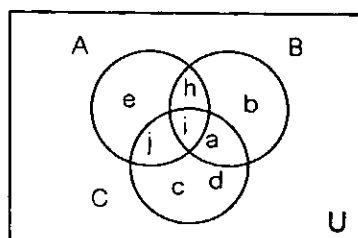
ในที่นี้ เซต A และ B มีสมาชิกร่วมกันสองตัว คือ h, i

เซต A และ C มีสมาชิกร่วมกันสองตัว คือ i, j

เซต B และ C มีสมาชิกร่วมกันสองตัว คือ a, i

เซต A, B และ C มีสมาชิกร่วมกันหนึ่งตัว คือ i

เขียนแผนภาพเวนน – ออยเลอร์ แทนเซตที่กำหนดได้ดังนี้

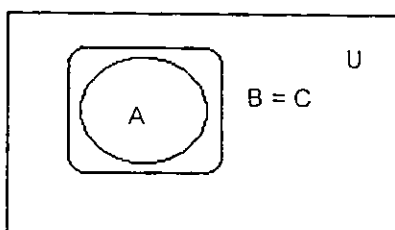


ตัวอย่างที่ 3 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ให้แสดงวิธีการหาคำตอบโดยใช้แผนภาพเวนน – ออยเลอร์

กำหนด U แทน เอกภพสัมพัทธ์ A, B และ C แทนเซตใด ๆ

1. ถ้า $A \subset B$ และ $B = C$ แล้ว $A = C$

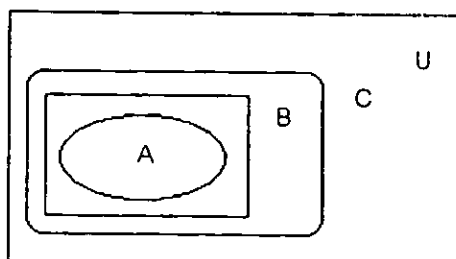
ข้อความนี้เป็นเท็จ จะเห็นได้จากแผนภาพที่แสดงดังต่อไปนี้



จะพบว่า $A \subset B$ และ $B = C$ แต่ $A \neq C$

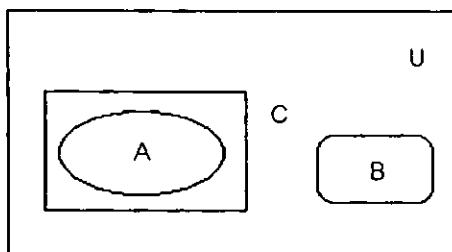
2. ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \subset C$

ข้อความนี้เป็นจริง จะเห็นได้จากแผนภาพที่แสดงดังต่อไปนี้



จะพบว่า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \subset C$

3. ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \subset C$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังแผนภาพที่แสดงดังต่อไปนี้



จะพบว่า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แต่ $A \not\subset C$

4. กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูอธิบายถึงลักษณะต่าง ๆ ว่าต้องมีกรอบหรือข้อบังคับที่ต้องปฏิบัติเหมือนกันหรือข้อตกลงนั่นเอง ซึ่งในการเรียนเรื่องเซตนั้นกรอบที่เราตกลงคือเอกภพสัมพัทธ์ (ทบทวนบทนิยามของเอกภพสัมพัทธ์)
2. ครูยกตัวอย่างถ้ามีเซตสองเซตเราต้องการเขียนให้อยู่ในกรอบเดียวกันเราจะมีวิธีการอย่างไร ให้นักเรียนยกตัวอย่างประกอบพร้อมคำอธิบาย
3. ครูกล่าวถึงว่าการเขียนโดยใช้เอกภพสัมพัทธ์มาเกี่ยวข้องนั้นมีผู้คิดค้นไว้เป็นหลักฐานคือ เวนน์ – ออยเลอร์ ซึ่งเรียกว่าแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์
4. ครูถามนักเรียนถึงการเขียนแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ ในลักษณะต่าง ๆ เมื่อกำหนดเซตสองเซตใด ๆ มาให้ โดยสุ่มถามนักเรียนให้ออกมาเสนอหน้าชั้นเรียน ครูตรวจสอบความถูกต้องด้วย
5. ครูเขียนตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้งให้นักเรียนช่วยกันทำ และครูอธิบายประกอบด้วยเพื่อให้ นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
6. ครูเสนอตัวอย่างที่ 2 พร้อมทั้งให้นักเรียนช่วยกันทำ และครูอธิบายประกอบเพิ่มเติม
7. ครูให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัด เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วให้นักเรียนช่วยกันเฉลยไปพร้อม ๆ กัน ครูตรวจสอบความถูกต้อง
8. ครูเสนอตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยใช้แผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ และสุ่มให้นักเรียนมาทำหน้าชั้นเรียน พร้อมทั้งให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้อง ครูตรวจสอบความถูกต้องด้วย
9. ครูให้นักเรียนสรุปบทนิยามของเอกภพสัมพัทธ์
10. ครูให้นักเรียนทำเอกสารเพิ่มเติมเป็นกรบ้าน

5. สื่อการเรียนรู้

- 1. เอกสารฝึกหัด
- 2. เอกสารเพิ่มเติม

6. การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. นักเรียนสามารถแสดงเซตต่างๆ โดยใช้แผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ ได้	1. ตอบถูกต้องตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป
2. เมื่อกำหนดแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ให้นักเรียนสามารถระบุสมาชิกของเซตในแผนภาพได้	2. ตอบถูกต้องตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป

7. บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

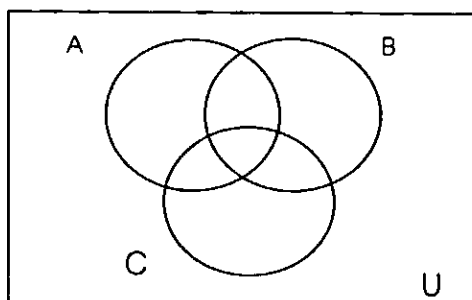
.....

เอกสารฝึกหัด

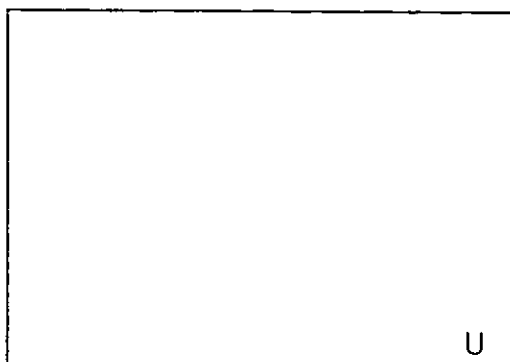
แผนภาพเวรน์ – ออยเลอร์

จงเขียนแผนภาพเวรน์ – ออยเลอร์ แทนเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

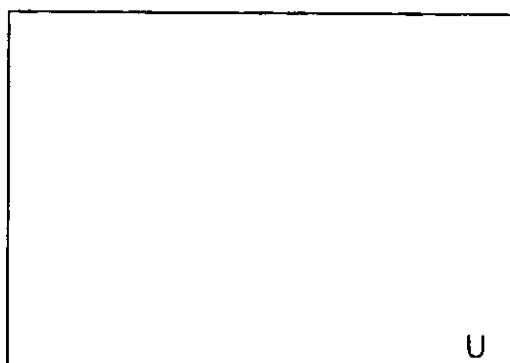
1. กำหนดให้ $U = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 10\}$, $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{3, 5, 9, 10\}$,
 $C = \{1, 2, 5, 7, 9\}$



2. กำหนดเซต A, B และ C โดยที่ A เป็นสับเซตของ C และ B กับ C มีสมาชิกร่วมกัน แต่ A กับ B ไม่มีสมาชิกร่วมกัน



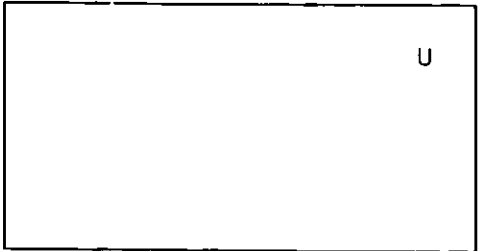
3. กำหนดเซต A, B และ C โดยที่สมาชิกทุกตัวของ B เป็นสมาชิกของ A มีสมาชิกบางตัวของ A ไม่เป็นสมาชิกของ B สมาชิกทุกตัวของ C เป็นสมาชิกของ A มีสมาชิกบางตัวของ A ไม่เป็นสมาชิกของ C สมาชิกบางตัวของ B เป็นสมาชิกของ C มีสมาชิกบางตัวของ B ไม่เป็นสมาชิกของ C และมีสมาชิกบางตัวของ C ไม่เป็นสมาชิกของ B



เอกสารเพิ่มเติม

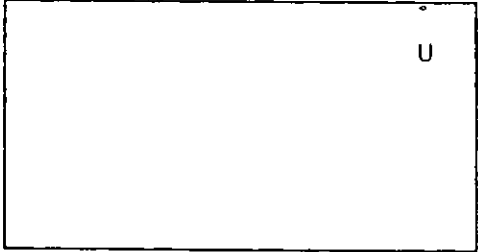
1. กำหนด $U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 12\}$, $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{1, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$
จงเขียนแผนภาพเวนน – ออยเลอร์ แทน U , A และ B

ตอบ

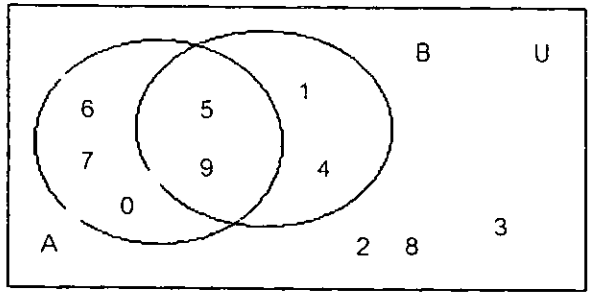


2. กำหนด U แทนเซตของจำนวนเฉพาะระหว่าง 1 กับ 30 , $A = \{2, 3, 5, 11, 17\}$
 $B = \{19, 23, 3, 5, 29\}$, $C = \{2, 5, 19, 29, 17\}$
จงเขียนแผนภาพเวนน – ออยเลอร์ แทน U , A , B และ C

ตอบ

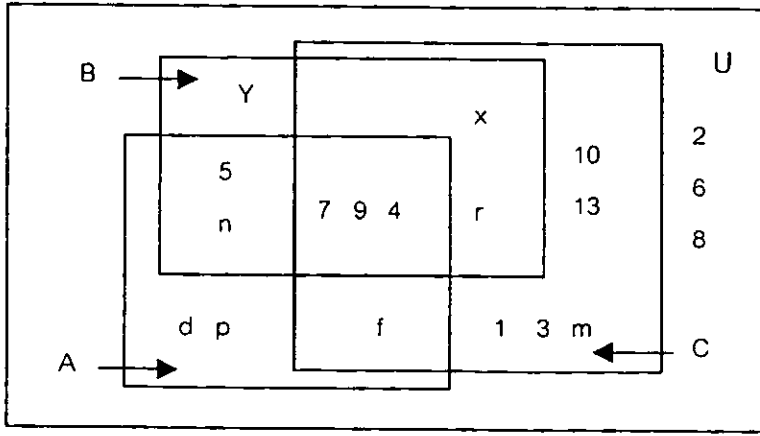


3. กำหนดแผนภาพเวนน – ออยเลอร์ มาให้ จงหา U , A และ B ว่าแทนเซตใด



ตอบ $U =$
 $A =$
 $B =$

4. กำหนดแผนภาพเวนน – ออยเลอร์ มาให้ จงหา U , A , B และ C ว่าแทนเซตใด



ตอบ $U =$
 $A =$
 $B =$
 $C =$

หน่วยการเรียนรู้ เขต
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง ยูเนียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
จำนวน 1 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถหายูเนียนระหว่างเซตที่กำหนดให้

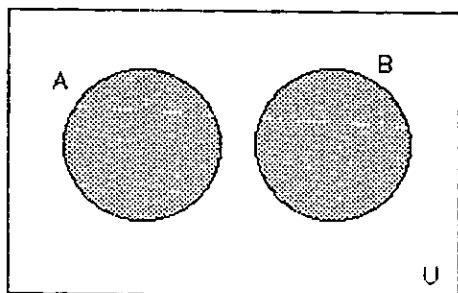
2. สาระการเรียนรู้

ยูเนียน

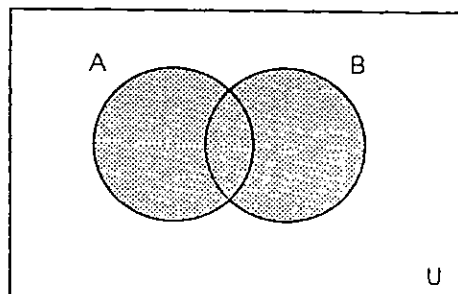
ถ้า A และ B เป็นเซต 2 เซต ยูเนียนของ A และ B คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกที่เป็นสมาชิกของเซต A หรือของเซต B หรือทั้งเซต A และเซต B ก็ได้ และใช้สัญลักษณ์ $A \cup B$ แทนเซตดังกล่าว

นั่นคือ $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ หรือ } x \in B\}$

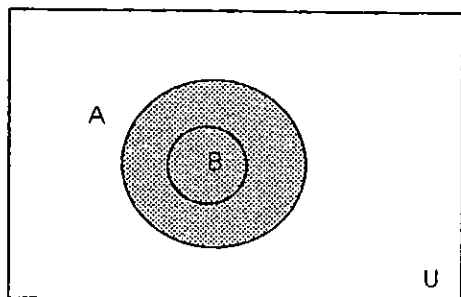
บริเวณที่แรเงาในแผนภาพต่อไปนี้ แสดงเซต $A \cup B$ ในรูปแบบต่างๆ



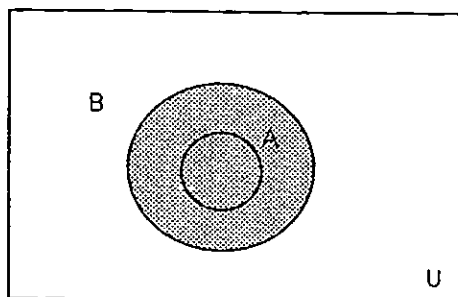
เซต A และเซต B ไม่มีสมาชิกร่วมกัน



เซต A และเซต B มีสมาชิกร่วมกัน



$B \subset A$ จะได้ว่า $A \cup B = A$



$A \subset B$ จะได้ว่า $A \cup B = B$

สมบัติที่สำคัญของยูเนียน

1. $A \cup A = A$
2. $A \cup B = B \cup A$
3. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
4. $A \cup \phi = A$, $A \cup U = U$
5. $A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ $A \cup B = B$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, \phi\}$ และ $B = \{1, 5, 6, \phi\}$
 ดังนั้น $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6, \phi\}$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $A = \{2, 4, 6, 8\}$ และ $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

จงหา 1. $A \cup A$

2. $A \cup B$

3. $B \cup A$

วิธีทำ

1. $A \cup A = \{2, 4, 6, 8\}$

ดังนั้น $A \cup A = A$

2. $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 8\}$

3. $B \cup A = \{2, 3, 4, 5, 6, 8\}$

จากข้อ 2 และ 3 จะได้ $A \cup B = B \cup A$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $A = \{1, \{1\}\}$, $B = \{3\}$ และ $C = \{-1, 3, \{1\}\}$

จงหา 1. $(A \cup B) \cup C$

2. $A \cup (B \cup C)$

วิธีทำ

1. $(A \cup B) \cup C = \{1, \{1\}, 3\} \cup C$

$= \{1, \{1\}, 3, -1\}$

2. $A \cup (B \cup C) = A \cup \{-1, 3, \{1\}\}$

$= \{1, -1, 3, \{1\}\}$

จากข้อ 1 และ 2 จะได้ $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ $A = \{3, 5, 9\}$, $B = \{3, 5, 7, 9\}$

และ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

จงหา 1. $A \cup U$

2. $A \cup B$

วิธีทำ 1. $A \cup U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

ดังนั้น $A \cup U = U$

2. $A \cup B = \{3, 5, 7, 9\}$

จะได้ $A \cup B = B$

นั่นคือ $A \cup B = B$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$

ตัวอย่างที่ 5 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ

กำหนด A , B และ C เป็นเซตใดๆ ถ้า $A \subset B$ และ $A \subset C$ จะได้ว่า $A \cup B \subset A \cup C$
 ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

ให้ $A = \{1, 2\}$

$B = \{1, 2, 3\}$

$C = \{1, 2, 4\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3\}$

$A \cup C = \{1, 2, 4\}$

จะได้ว่า $A \subset B$ และ $A \subset C$ แต่ $A \cup B \not\subset A \cup C$

ตัวอย่างที่ 6 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ

กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ $A \cup B \subset A$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

ให้ $A = \{ก, ข\}$

$B = \{ก, ข, ค\}$

$A \cup B = \{ก, ข, ค\}$

จะได้ว่า $A \cup B \not\subset A$

ตัวอย่างที่ 7 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ

กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ $A \cup B \subset B$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

ให้ $A = \{ก, ข\}$

$$B = \{ก\}$$

$$A \cup B = \{ก, ข\}$$

จะได้ว่า $A \cup B \not\subset B$

ตัวอย่างที่ 8 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \cup B \subset B \cup C$ จะได้ว่า $A \subset C$
 ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a\}$$

$$B = \{a, b, c\}$$

$$C = \{b, d\}$$

$$A \cup B = \{a, b, c\}$$

$$B \cup C = \{a, b, c, d\}$$

จะได้ว่า $A \cup B \subset B \cup C$ แต่ $A \not\subset C$

ตัวอย่างที่ 9 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \cup B = B \cup C$ จะได้ว่า $A = C$
 ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a, d\}$$

$$B = \{a, b, c\}$$

$$C = \{b, d\}$$

$$A \cup B = \{a, b, c, d\}$$

$$B \cup C = \{a, b, c, d\}$$

จะได้ว่า $A \cup B = B \cup C$ แต่ $A \neq C$

ตัวอย่างที่ 10 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \not\subset C$ จะได้ว่า $A \cup B \not\subset B \cup C$
 ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a\}$$

$$B = \{a, b, c\}$$

$$C = \{b, d\}$$

$$A \cup B = \{a, b, c\}$$

$$B \cup C = \{a, b, c, d\}$$

จะได้ว่า $A \not\subset C$ แต่ $A \cup B \subset B \cup C$

3. กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูสุ่มถามนักเรียนถึงเรื่องต่าง ๆ ที่เรียนผ่านมา (วิธีการเขียนเซต สมาชิกของเซต เซตจำกัด เซตอนันต์ เซตว่าง สับเซต เพาเวอร์เซต การเท่ากันของเซต และการเทียบเท่ากันของเซต)
2. ครูเสนอตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้งถามนักเรียนให้นักเรียนสร้างเซตโดยที่สมาชิกของเซตที่เราสร้างนั้นให้ใช้ทั้งสองเซต ดังตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้งบอกว่าลักษณะดังกล่าวเป็นการกระทำระหว่างเซตที่เรียกว่า ยูเนียน พร้อมทั้งให้บทนิยามของยูเนียน
3. ครูเสนอตัวอย่างที่ 2 พร้อมทั้งถามนักเรียนเพื่อหาคำตอบ
4. ครูเสนอตัวอย่างที่ 3 และ 4 พร้อมทั้งให้นักเรียนทำ และขออาสาสมัครนักเรียนให้ออกมาเฉลยและให้นักเรียนที่เหลือตรวจสอบคำตอบจากเพื่อน ครูตรวจสอบความถูกต้อง
5. ให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัดไปพร้อม ๆ กัน
6. ครูเสนอตัวอย่างที่ 5 พร้อมทั้งให้นักเรียนช่วยกันทำ ถ้ายังทำไม่ได้ ให้นักเรียนสังเกตจากในเอกสารฝึกหัด ครูตรวจสอบความถูกต้อง
7. ครูเสนอตัวอย่างที่ 6 – 10 พร้อมทั้งขออาสาสมัครนักเรียนออกมาทำ ครูตรวจสอบความถูกต้องพร้อมทั้งอธิบายเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น
8. ให้นักเรียนช่วยกันสรุปบทนิยามของยูเนียน และสมบัติของยูเนียนโดยใช้แผนภาพเวนนี – ออยเลอร์แสดง พร้อมทั้งให้ทำเอกสารเพิ่มเติมเป็นการบ้าน

4. สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารฝึกหัด
2. เอกสารเพิ่มเติม

5. การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. นักเรียนสามารถหา ยูเนียนระหว่างเซตที่กำหนดให้	1. ตอบถูกต้องตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป

6. บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

เอกสารฝึกหัด

1. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 5, 6\}$, $C = \{1, 3, 5, 7\}$

จงหา 1. $A \cup B$ 3. $(A \cup B) \cup C$ 5. $C \cup B$
 2. $B \cup C$ 4. $B \cup A$ 6. $A \cup (B \cup C)$

ตอบ 1. $A \cup B =$ 4. $B \cup A =$
 2. $B \cup C =$ 5. $C \cup B =$
 3. $(A \cup B) \cup C =$ 6. $A \cup (B \cup C) =$

2. กำหนดให้ $A = \{a, d\}$, $B = \{a, b, c\}$ และ $C = \{b, d\}$ จงหา $B \cup C$ และ $A \cup B$

ตอบ $B \cup C =$, $A \cup B =$

3. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{1\}$, $D = \emptyset$ และ $E = \{1, 2, 3, 4\}$

จงหา 1. $A \cup B$ 3. $A \cup D$ 5. $A \cup B \cup E$
 2. $A \cup C$ 4. $C \cup E$ 6. $B \cup C \cup D$

ตอบ 1. $A \cup B =$
 2. $A \cup C =$
 3. $A \cup D =$
 4. $C \cup E =$
 5. $A \cup B \cup E =$
 6. $B \cup C \cup D =$

4. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้านด้วย
 เมื่อกำหนดให้ A , B และ C เป็นเซตใด ๆ

1. ถ้า $A \neq C$ แล้ว $A \cup B \neq B \cup C$

ตอบ

2. $A \cup B = B \cup A$ เสมอ

ตอบ

3. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \cup B = B$

ตอบ

4. $A \subset (A \cup B)$ เสมอ

ตอบ

5. $(A \cup B) \subset A$ เสมอ

ตอบ

เอกสารเพิ่มเติม

1. ถ้า $A = \{2, 4, 5, 8, 9\}$, $B = \{2, 3, 5, 9\}$ และ $C = \{1, 3, 5, 7\}$ จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิกพร้อมทั้งพิจารณาว่าเซตแต่ละคู่มี่ความสัมพันธ์กันอย่างไร

(1) $A \cup B$, $B \cup A$

(2) $A \cup (B \cup C)$, $(A \cup B) \cup C$

ตอบ 1. $A \cup B = \dots\dots\dots$, $B \cup A = \dots\dots\dots$

2. $A \cup (B \cup C) = \dots\dots\dots$, $(A \cup B) \cup C = \dots\dots\dots$

สรุป $\dots\dots\dots$

2. กำหนดให้ $U = \{-1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$, $A = \{1\}$, $B = \{1, 2, 3, \dots\}$, $C = \{5, 6, 7, \dots, 50\}$

$D = \emptyset$ และ $E = \{x \mid x^2 - 3x - 4 = 0\}$

จงหา 1. $A \cup B$

3. $B \cup D$

5. $B \cup C$

2. $C \cup E$

4. $A \cup B \cup C$

6. $A \cup E \cup D$

ตอบ 1. $A \cup B = \dots\dots\dots$, 4. $A \cup B \cup C = \dots\dots\dots$

2. $C \cup E = \dots\dots\dots$, 5. $B \cup C = \dots\dots\dots$

3. $B \cup D = \dots\dots\dots$, 6. $A \cup E \cup D = \dots\dots\dots$

3. กำหนดให้ U แทนเอกภพสัมพัทธ์ A , B และ C เป็นเซตใด ๆ

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างประกอบด้วย

1. ถ้า $A \cup B$ เป็นเซตอนันต์ แล้ว A และ B เป็นเซตอนันต์

ตอบ $\dots\dots\dots$

2. ถ้า $x \notin A$ แล้ว $x \notin A \cup B$

ตอบ $\dots\dots\dots$

3. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ เสมอ

ตอบ $\dots\dots\dots$

4. ถ้า U เป็นเซตจำกัด แล้ว $A \cup B$ จะเป็นเซตอนันต์

ตอบ $\dots\dots\dots$

5. ถ้า $A \cup B \neq \emptyset$ แล้ว $A = \emptyset$ และ $B = \emptyset$

ตอบ $\dots\dots\dots$

6. $A \subset (A \cup B)$ เสมอ

ตอบ $\dots\dots\dots$

7. $A \cup \phi = \phi = \phi \cup A$ เสมอ

ตอบ

8. ถ้า $a \in A \cup B$ แล้ว $a \in A$

ตอบ

9. ถ้า $A \cup B = B \cup C$ จะได้ว่า $A = C$

ตอบ

10. ถ้า $A \neq B$ และ $B \neq C$ แล้ว $A \cup B \cup C \neq A \cup B$

ตอบ

11. $A \cup \phi = A$ เสมอ

ตอบ

12. $A \cup U = U$ เสมอ

ตอบ

4. กำหนดให้ $P(A) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$, $P(B) = \{\phi\}$, $P(C) = \{\phi, \{\phi\}\}$

และ $P(D) = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$

- | | |
|----------------------|-----------------------------|
| จงหา 1. $A \cup B$ | 4. $A \cup C$ |
| 2. $D \cup C$ | 5. $A \cup D \cup B$ |
| 3. $A \cup B \cup C$ | 6. $A \cup B \cup C \cup D$ |

ตอบ $A =$

$B =$

$C =$

$D =$

ดังนั้น

1. $A \cup B =$
2. $D \cup C =$
3. $A \cup B \cup C =$
4. $A \cup C =$
5. $A \cup D \cup B =$
6. $A \cup B \cup C \cup D =$

หน่วยการเรียนรู้ เขต
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง อินเตอร์เซกชัน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
จำนวน 1 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถหาอินเตอร์เซกชันระหว่างเซตที่กำหนดให้

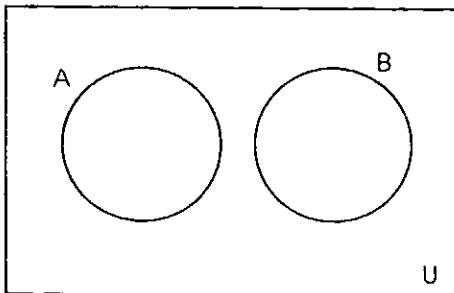
2. สาระการเรียนรู้

อินเตอร์เซกชัน

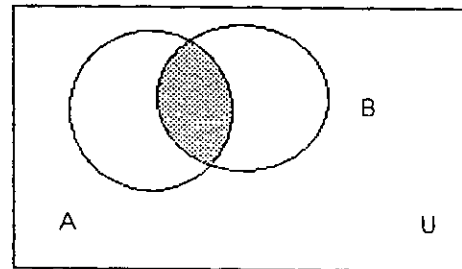
อินเตอร์เซกชันของเซต A และเซต B คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกทั้งของเซต A และเซต B ใช้สัญลักษณ์ $A \cap B$

นั่นคือ $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ และ } x \in B\}$

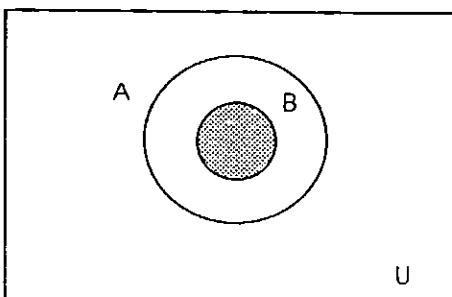
บริเวณที่แรเงาในแผนภาพต่อไปนี้ แสดงเซต $A \cap B$ ในรูปแบบต่างๆ



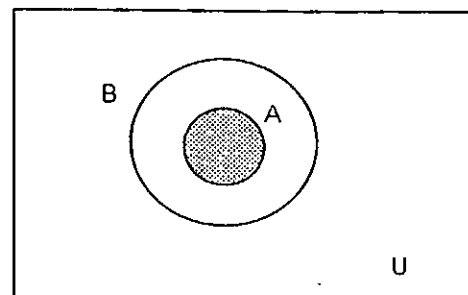
เซต A และ เซต B ไม่มีสมาชิกร่วมกัน
จะได้ว่า $A \cap B = \emptyset$



เซต A และเซต B มีสมาชิกร่วมกัน



$B \subset A$ จะได้ว่า $A \cap B = B$



$A \subset B$ จะได้ว่า $A \cap B = A$

สมบัติที่สำคัญของอินเตอร์เซกชัน

1. $A \cap A = A$
2. $A \cap B = B \cap A$
3. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
4. $A \cap \emptyset = \emptyset$, $A \cap U = A$
5. $A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ $A \cap B = A$
6. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$ และ $C = \{1, 2, 3, 7\}$

- จงหา
1. $A \cap A$
 2. $A \cap B$
 3. $B \cap A$
 4. $A \cap (B \cap C)$
 5. $(A \cap B) \cap C$

วิธีทำ 1. $A \cap A = \{1, 2, 3\}$

$$A \cap A = A$$

$$2. A \cap B = \{2, 3\}$$

$$3. B \cap A = \{2, 3\}$$

จากข้อ 1. และ 2. จะได้ $A \cap B = B \cap A$

$$4. A \cap (B \cap C) = A \cap \{2, 3, 7\}$$

$$= \{2, 3\}$$

$$5. (A \cap B) \cap C = \{2, 3\} \cap C$$

$$= \{2, 3\}$$

จากข้อ 4. และ 5. จะได้ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $U = \{2, 3, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{5, 7\}$ และ $B = \{3, 5, 6, 7\}$

- จงหา
1. $A \cap U$
 2. $A \cap B$
 3. $A \cap \emptyset$

วิธีทำ 1. $A \cap U = \{5, 7\}$

$$A \cap U = A$$

$$2. A \cap B = \{5, 7\}$$

$$A \cap B = A \text{ ก็ต่อเมื่อ } A \subset B$$

$$3. A \cap \phi = \{5, 7\} \cap \phi$$

$$A \cap \phi = \phi$$

ตัวอย่างที่ 3 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A \cap C = B \cap C$ แล้ว $A = B$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a, c, e\}$$

$$B = \{a, c, d\}$$

$$C = \{a, c\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cap C = \{a, c\}$$

$$B \cap C = \{a, c\}$$

$$\text{ดังนั้น } A \cap C = B \cap C$$

$$\text{แต่ } A \neq B$$

ตัวอย่างที่ 4 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ

กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ

$$A \subset A \cap B$$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a, b\}$$

$$B = \{a, c\}$$

$$A \cap B = \{a\}$$

$$\text{แต่ } A \not\subset A \cap B$$

ตัวอย่างที่ 5 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A \not\subset C$ และ $B \not\subset C$ แล้ว $A \cap B \not\subset C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a, b\}$$

$$B = \{a, c\}$$

$$C = \{a, d\}$$

จะได้ว่า $A \not\subset C$ เนื่องจาก $b \in A$ แต่ $b \notin C$

และ $B \not\subset C$ เนื่องจาก $c \in B$ แต่ $c \notin C$

$$\text{จะได้ } A \cap B = \{a\}$$

$$\text{ดังนั้น } A \cap B \subset C$$

ตัวอย่างที่ 6 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ $A \cup B \neq B \cap A$

$$\text{ให้ } A = B$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cup B = B \cap A$$

ตัวอย่างที่ 7 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ

กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ แล้ว $(A \cup B) \cap C \neq A \cup (B \cap C)$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = B = C = \emptyset$$

$$\text{ดังนั้น } (A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$$

ตัวอย่างที่ 8 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A \cap B \subset C$ แล้ว $A \subset C$ และ $B \subset C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a, b\}$$

$$B = \{a, c\}$$

$$C = \{a\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cap B = \{a\}$$

$$\text{ดังนั้น } A \cap B \subset C$$

$$\text{แต่ } A \not\subset C \text{ เนื่องจาก } b \in A \text{ แต่ } b \notin C$$

และ $B \not\subset C$ เนื่องจาก $c \in B$ แต่ $c \notin C$

ตัวอย่างที่ 9 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \neq B$ แล้ว $A \cap C \neq B \cap C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a, c, e\}$$

$$B = \{a, c, d\}$$

$$C = \{a, c\}$$

จะได้ว่า $A \neq B$

$$A \cap C = \{a, c\}$$

$$B \cap C = \{a, c\}$$

$$\text{ดังนั้น } A \cap C = B \cap C$$

ตัวอย่างที่ 10 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ

กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A \cap B = \emptyset$ แล้ว $A = \emptyset$ และ $B = \emptyset$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{c\}$$

$$B = \{a, b\}$$

จะได้ว่า $A \cap B = \emptyset$ แต่ $A \neq \emptyset$ และ $B \neq \emptyset$

3. กิจกรรมการเรียนรู้

1. ทบทวนบทนิยาม ยูเนียน โดยสุ่มถามนักเรียน และสรุปพร้อมกันทั้งห้อง
2. ครูเสนอตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้งให้นักเรียนพิจารณาว่ามีอะไรที่เหมือนกันในแต่ละข้อ 1 – 4 (เซตที่ได้ก็นำแต่สมาชิกที่เหมือนกันเท่านั้นถ้าไม่เหมือนกันไม่นำมาคิดด้วย)
3. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่าลักษณะในตัวอย่างที่ 1 นั้น เป็นการอินเตอร์เซกชันของเซต ซึ่งใช้สัญลักษณ์ $\cap$ แทนอินเตอร์เซกชัน พร้อมทั้งเขียนให้นักเรียนดู พร้อมทั้งให้บทนิยามของการอินเตอร์เซกชัน
4. ครูขออาสาสมัครนักเรียนให้ออกมาเขียนแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ ของเซตสองเซตที่อินเตอร์เซกชัน ว่ามีอย่างไรบ้างและครูอธิบายเพิ่ม
5. ครูเสนอตัวอย่างที่ 2 โดยครูถามและให้นักเรียนทำไปพร้อม ๆ กัน ครูตรวจสอบความถูกต้อง

- 6. ให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัด และส้อมให้นักเรียนตอบ ครูตรวจสอบความถูกต้องด้วย
ครูให้นักเรียนสรุปสมบัติต่าง ๆ ของการอินเตอร์เซกชัน (โดยใช้แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์
แสดง)
- 7. ครูเสนอตัวอย่างที่ 3 – 10 โดยให้นักเรียนช่วยกันคิดเพื่อหาคำตอบและครูอธิบายเพิ่ม
เต็มด้วย
- 8. ครูให้นักเรียนสรุป บทนิยามของการอินเตอร์เซกชัน และสมบัติต่าง ๆ ของอินเตอร์
เซกชัน ครูตรวจสอบความถูกต้อง
- 9. ทำเอกสารเพิ่มเติมเป็นการบ้าน

4. สื่อการเรียนรู้

- 1. เอกสารฝึกหัด
- 2. เอกสารเพิ่มเติม

5. การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
นักเรียนสามารถหาอินเตอร์เซกชันระหว่าง เซตที่กำหนดให้	นักเรียนตอบถูกต้องตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป

6. บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

เอกสารฝึกหัด

ให้ผู้เรียนหาคำตอบต่อไปนี้ด้วยตนเอง และพิจารณาคำตอบว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร

1. กำหนดให้ $U = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$$A = \{-2, 0, 1, 2, 5\}$$

$$B = \{-4, -1, 1, 4, 5\}$$

$$C = \{-3, 1, 2, 3, 4\} \quad \text{จงหา}$$

1) $A \cap \emptyset$

ตอบ

2) $A \cap B \cap C$

ตอบ

3) $A \cap (B \cup C)$

ตอบ

4) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

ตอบ

5) $A \cup (B \cap C)$

ตอบ

6) $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

ตอบ

7) $A \cap B$

ตอบ

8) $B \cap A$

ตอบ

9) $A \cap U$

ตอบ

10) $A \cap A$

ตอบ

2. พิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

เมื่อกำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

1. ถ้า A และ B เป็นเซตอนันต์ แล้ว $A \cap B$ เป็นเซตอนันต์

ตอบ

2. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

ตอบ

เอกสารเพิ่มเติม

1. ถ้า $A = \{2, 4, 5, 8, 9\}$, $B = \{2, 3, 5, 9\}$ และ $C = \{1, 3, 5, 7\}$ จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิกว่าเซตแต่ละคู่มี่ความสัมพันธ์กันอย่างไร

(1) $A \cup B$, $B \cup A$

$A \cup B = \dots\dots\dots$, $B \cup A = \dots\dots\dots$

(2) $A \cap B$, $B \cap A$

$A \cap B = \dots\dots\dots$, $B \cap A = \dots\dots\dots$

(3) $A \cup (B \cap C)$,

$A \cup (B \cap C) = \dots\dots\dots$, $(A \cup B) \cap C = \dots\dots\dots$

(4) $A \cap (B \cap C)$, $A \cap (B \cap C)$

$A \cap (B \cap C) = \dots\dots\dots$, $A \cap (B \cap C) = \dots\dots\dots$

(5) $A \cup (B \cap C)$, $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cup (B \cap C) = \dots\dots\dots$, $(A \cup B) \cap (A \cup C) = \dots\dots\dots$

สรุป

1. $A \cup B = \dots\dots\dots$

2. $A \cap B = \dots\dots\dots$

3. $A \cup (B \cap C) = \dots\dots\dots$

4. $A \cap (B \cap C) = \dots\dots\dots$

5. $A \cup (B \cap C) = \dots\dots\dots$

6. $A \cap (B \cap C) = \dots\dots\dots$

2. ให้นักเรียนยกตัวอย่างที่ทำให้ข้อความต่อไปนี้เป็นเท็จ

1. $A \cap B \neq A$ แล้ว $B \subset A$

ตอบ ให้ $A = \dots\dots\dots$, $B = \dots\dots\dots$

จะได้ $A \cap B = \dots\dots\dots$, $(A \cap B \neq A)$ แต่ $B \not\subset A$

2. ถ้า $A \cap B = \emptyset$ แล้ว $A \not\subset B$

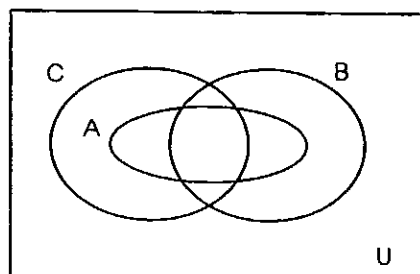
ตอบ ให้ $A = \dots\dots\dots$, $B = \dots\dots\dots$

จะได้ว่า $A \cap B = \dots\dots\dots$

แต่ $A = \dots\dots\dots$ แต่ $A \subset B$

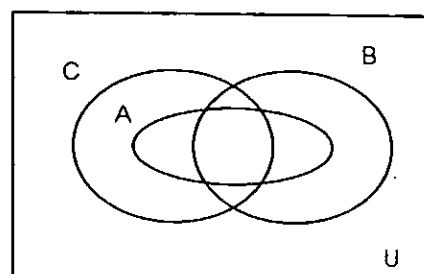
3. จากแผนภาพเวนนี - ออยเลอร์ ที่กำหนดให้ จงแรเงาแสดงเซตในหัวข้อต่อไปนี้

1)



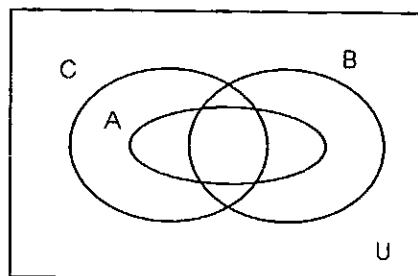
$$A \cup B$$

3)



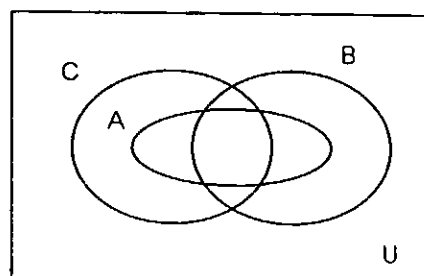
$$A \cap C$$

2)



$$(A \cup B) \cap C$$

4)



$$(A \cup C) \cap (B \cup C)$$

4. กำหนดให้ U แทนเอกภพสัมพัทธ์ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างประกอบด้วย

1. ถ้า $A \cap C = B \cap C$ แล้ว $A = B$
2. $A \cap A = A$
3. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \cap B \neq A$
4. $A \cap B = B \cap A$
5. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
6. ถ้า $a \notin A \cap B$ แล้ว $a \notin A$
7. ถ้า $A \neq \emptyset$ และ $B \neq \emptyset$ แล้ว $A \cap B \neq \emptyset$
8. $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$
9. ถ้า $A \cup B$ เป็นเซตอนันต์ แล้ว $(A \cup B) \cap C$ เป็นเซตอนันต์
10. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

ข้อที่เป็นจริงได้แก่ ข้อ

หน่วยการเรียนรู้ เขต
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง คอมพลีเมนต์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
จำนวน 1 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

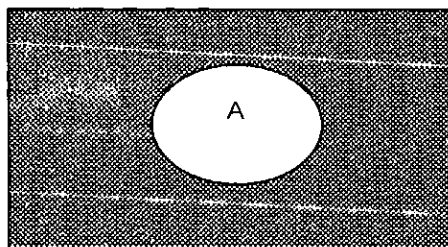
นักเรียนสามารถหาคอมพลีเมนต์ได้

2. สาระการเรียนรู้

คอมพลีเมนต์ (Complement)

คอมพลีเมนต์ของเซต A ซึ่งเป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของ U แต่ไม่เป็นสมาชิกของ A ใช้สัญลักษณ์ A' หรือ A^c แทนคอมพลีเมนต์ของเซต A

ส่วนที่แรเงาในแผนภาพนี้เป็นคอมพลีเมนต์ของ A ซึ่งเขียนในรูป



สมบัติที่สำคัญของคอมพลีเมนต์

1. $(A')' = A$
2. $\phi' = U$ และ $U' = \phi$
3. $(A \cap B)' = A' \cup B'$
4. $(A \cup B)' = A' \cap B'$
5. $A \cap B = \phi$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B'$
6. $A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ $B' \subset A'$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$$A = \{3, 4, 6, 7, 8\}$$

$$B = \{1, 4, 7, 10\}$$

- จงหา
1. $(A')'$
 2. $A \cap A'$
 3. $A \cup A'$

4. $(A \cap B)'$
5. $A' \cup B'$
6. $(A \cup B)'$
7. $A' \cap B'$

วิธีทำ 1. จากเซต U, A ที่กำหนดให้

$$\text{จะได้ } A' = \{1, 2, 5, 9, 10\}$$

$$\text{ดังนั้น } (A')' = \{3, 4, 6, 7, 8\}$$

$$2. \text{ จาก } A = \{3, 4, 6, 7, 8\}$$

$$\text{และ } A' = \{1, 2, 5, 9, 10\}$$

$$\text{ดังนั้น } A \cap A' = \emptyset$$

$$3. \text{ จาก } A \text{ และ } A' \text{ ในข้อ 2}$$

$$A \cup A' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$\text{ดังนั้น } A \cup A' = U$$

$$4. \text{ เนื่องจาก } A \cap B = \{4, 7\}$$

$$\text{ดังนั้น } (A \cap B)' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$5. \text{ เนื่องจาก } A' = \{1, 2, 5, 9, 10\}$$

$$B' = \{2, 3, 5, 6, 8, 9\}$$

$$\text{ดังนั้น } A' \cup B' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$6. \text{ เนื่องจาก } A \cup B = \{1, 3, 4, 6, 7, 8, 10\}$$

$$\text{ดังนั้น } (A \cup B)' = \{2, 5, 9\}$$

$$7. \text{ จาก } A' \text{ และ } B' \text{ ในข้อ 5}$$

$$A' \cap B' = \{2, 5, 9\}$$

$$\text{จากข้อ 6 และ 7 จะได้ } (A \cup B)' = A' \cap B'$$

ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ

กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ ซึ่งต่างก็เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U

$$\text{จะได้ว่า } (A \cup B)' = A' \cap B'$$

ข้อความนี้เป็นเท็จดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$$

$$B = \{2, 5, 9, 14, 20\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 14, 20\}$$

$$(A \cup B)' = \{4, 6, 8, 10, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$$

$$\begin{aligned}
 A' &= \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\} \\
 B' &= \{1, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19\} \\
 A' \cup B &= \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, \dots, 20\} \\
 \text{จะได้ว่า } (A \cup B)' &\neq A' \cup B'
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ

กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $(B \cap C') \cup A = C \cap A$ แล้ว $A \cup B = B \cup C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A = \{1\}$$

$$B = \{1, 2\}$$

$$C = \{1, 2, 3\}$$

$$C' = \{4, 5\}$$

$$B \cap C' = \emptyset$$

$$(B \cap C') \cup A = \{1\}$$

$$C \cap A = \{1\}$$

$$(B \cap C') \cup A = C \cap A$$

$$A \cup B = \{1, 2\}$$

$$B \cup C = \{1, 2, 3\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cup B \neq B \cup C$$

ตัวอย่างที่ 4 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \subset B'$ แล้ว $A \cup B = U$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } U = \{a, e, i, o, u\}$$

$$B = \{a, e\}$$

$$B' = \{i, o, u\}$$

$$A = \emptyset$$

$$A \cup B = \{a, e\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A \subset B' \text{ แต่ } A \cup B \neq U$$

ตัวอย่างที่ 5 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ

กำหนดให้ A เป็นเซตใดๆ ถ้า A เป็นเซตอนันต์ แล้ว A' เป็นเซตจำกัด
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } U = \mathbb{R}$$

$$A = \mathbb{I}^+$$

จะได้ว่า A เป็นเซตอนันต์ และ $A' = \mathbb{R} - \{1, 2, 3, \dots\} = \{\dots, -2, -1, 0\}$

แต่ A' ไม่เป็นเซตจำกัด

ตัวอย่างที่ 6 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ

กำหนดให้ A เป็นเซตใดๆ ถ้า A' เป็นเซตจำกัด แล้ว A เป็นเซตจำกัด
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } U = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$A = \{1, 2, 3, \dots\}$$

จะได้ว่า $A' = \{0\}$ เป็นเซตจำกัด

แต่ A ไม่เป็นเซตจำกัด

ตัวอย่างที่ 7 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ ถ้า $x \notin A$ แล้ว $x \in A' \cap B'$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } U = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$A = \{1, 2\}$$

$$B = \{0, 2\}$$

จะได้ว่า $A' = \{0, 3\}$, $B' = \{1, 3\}$ และ $A' \cap B' = \{3\}$

ซึ่ง $0 \notin A$ และ $0 \notin A' \cap B'$

ตัวอย่างที่ 8 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ ถ้า $x \in A$ แล้ว $x \in (A' \cup B)'$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } U = \{4, 3, 2, 1\}$$

$$A = \{1, 2\}$$

$$B = \{4, 2\}$$

จะได้ว่า $A' = \{4, 3\}$, $B' = \{1, 3\}$, $A' \cup B' = \{1, 3, 4\}$

จะพบว่า $(A' \cup B')' = \{2\}$

แต่ $1 \in A$ ซึ่ง $1 \notin (A' \cup B)'$

3. กิจกรรมการเรียนรู้

1. ทบทวนบทนิยามของยูเนียนและอินเตอร์เซกชัน โดยถามนักเรียนให้นักเรียนให้นักเรียนตอบพร้อมกันและเสนอตัวอย่างที่ 1 และให้นักเรียนหา $A \cup B$ และ $A \cap B$
2. ครูเขียนตัวอย่างที่ 1 ต่อ (ข้อ 1 – 5) พร้อมทั้งให้นักเรียนพิจารณาเพื่อหาข้อสรุปของบทนิยามคอมพลีเมนต์
3. ครูให้บทนิยามคอมพลีเมนต์ และสัญลักษณ์ พร้อมทั้งขออาสาสมัครนักเรียนให้ออกมาเขียนแผนภาพเวน – ออยเลอร์ เมื่อกำหนดเอกภพสัมพัทธ์ U และเซต A มาให้
4. เสนอสมบัติต่าง ๆ ของคอมพลีเมนต์ โดยใช้แผนภาพเวน – ออยเลอร์ แสดงบางข้อ และข้อที่เหลือให้นักเรียนฝึกทำเอง
5. ครูเสนอตัวอย่างที่ 2 และให้นักเรียนตอบพร้อมกัน ครูตรวจสอบความถูกต้อง
6. ครูเสนอตัวอย่างที่ 3 – 9 โดยให้นักเรียนเสนอความคิดเห็น และหาข้อสรุป ถ้านักเรียนยังทำไม่ได้ให้นักเรียนพิจารณาจากเอกสารฝึกหัด และเฉลยไปพร้อม ๆ กัน
7. ให้นักเรียนสรุปบทนิยามของคอมพลีเมนต์ ครูตรวจสอบความถูกต้อง
8. นักเรียนทำเอกสารเพิ่มเติมเป็นการบ้าน

4. สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารฝึกหัด
2. เอกสารเพิ่มเติม

5. การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. นักเรียนสามารถหาคอมพลีเมนต์ได้	1. นักเรียนตอบถูกต้องตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป

6. บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

เอกสารฝึกหัด

1. ถ้า $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ และ $A = \{0, 2\}$ จงหา A'

ตอบ $A' =$

2. ถ้า $U = \mathbb{N} \cup \{0\}$ และ $B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนคู่}\}$ จงหา

ตอบ $B' =$

3. ถ้า $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $A = \{0, 2, 4\}$ และ $B = \{3, 4\}$ จงหา A' และ B'

ตอบ $A' =$, $B' =$

4. ถ้า $U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$, $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ และ $B = \{2, 5, 9, 14, 20\}$

จงแสดงว่า $(A \cup B)' \neq A' \cup B'$

จะได้ $A \cup B =$

$(A \cup B)' =$

$A' =$

$B' =$

$A' \cup B' =$

ดังนั้น $(A \cup B)' \neq$

5. ถ้า $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1\}$, $B = \{1, 2\}$ และ $C = \{1, 2, 3\}$

จงแสดงว่า ถ้า $(B \cap C') \cup A = C \cap A$ แล้ว $A \cup B = B \cup C$ เป็นเท็จ

จะได้ $C' =$

$B \cap C' =$

$(B \cap C') \cup A =$

$C \cap A =$

$(B \cap C') \cup A =$

$A \cup B =$

$B \cup C =$

ดังนั้น $A \cup B \neq$

6. ให้นักเรียนยกตัวอย่างค้านข้อความต่อไปนี้ที่ทำให้ข้อความเป็นเท็จ

1. ถ้า $A \subset B'$ แล้ว $A \cup B = U$,ตอบ $U =$, $A =$, $B =$

2. ถ้า A เป็นเซตอนันต์ แล้ว A' เป็นเซตจำกัด ,ตอบ $U =$, $A =$

3. ถ้า A' เป็นเซตจำกัด แล้ว A เป็นเซตจำกัด ,ตอบ $U =$, $A =$

4. ถ้า $x \notin A$ แล้ว $x \in A' \cap B'$,ตอบ $U =$, $A =$, $B =$

เอกสารเพิ่มเติม

1. กำหนด $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ และให้ $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ และ $C = \{2, 3, 5, 7\}$ จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

- (1) $(A')'$ = ...
- (2) $(A \cap B)'$ = ...
- (3) $A' \cup B'$ = ...
- (4) ϕ' = ...
- (5) $A \cup C'$ = ...
- (6) U' = ...
- (7) $(A \cup B)'$ = ...
- (8) $A' \cap B'$ = ...
- (9) $A \cap C'$ = ...
- (10) $A \cup \phi$ = ...

ข้อสังเกต

1. $(A')' =$
2. $\phi' =$
3. $(A \cap B)' =$
4. $(A \cup B)' =$
5. $U' =$

2. จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ เมื่อกำหนดให้ U แทนเอกภพสัมพัทธ์

A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างประกอบ

1. $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ตอบ
2. $(A \cup B)' = A' \cup B'$ ตอบ
3. $(A')' = A$ ตอบ
4. ถ้า $A \cap C = B \cap C$ แล้ว $A = B$ ตอบ
5. $A \cup B \subset A$ ตอบ
6. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ ตอบ
7. $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ตอบ
8. ถ้า $A \cup B = B \cup C$ จะได้ว่า $A = C$ ตอบ
9. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ตอบ
10. ถ้า $x \notin A$ แล้ว $x \in A' \cap B'$ ตอบ

ข้อที่เป็นจริง ได้แก่ข้อ

หน่วยการเรียนรู้ เขต
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง ผลต่าง

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
จำนวน 1 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาผลต่างได้

2. สาระการเรียนรู้

ผลต่าง

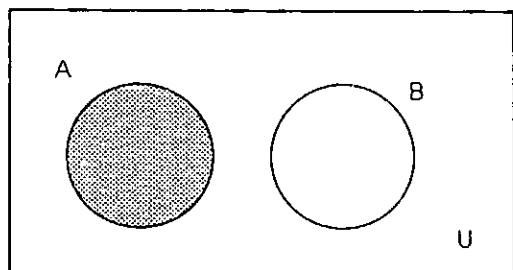
ผลต่างระหว่างเซต A และเซต B คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของเซต A ซึ่งไม่เป็นสมาชิกของเซต B และ ใช้สัญลักษณ์ $A - B$ แทนเซตของผลต่างของเซต A และเซต B

นั่นคือ $A - B = \{x/x \in A \text{ แต่ } x \notin B\}$

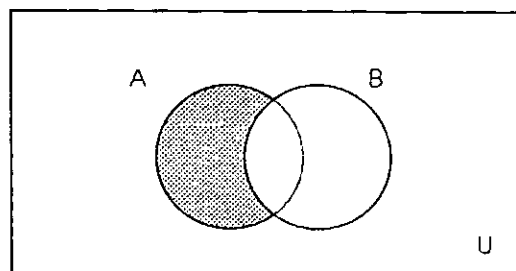
เช่น ให้ $A = \{2, 4, 6, 8\}$ และ $B = \{1, 2, 3, 4\}$

ดังนั้น $A - B = \{6, 8\}$

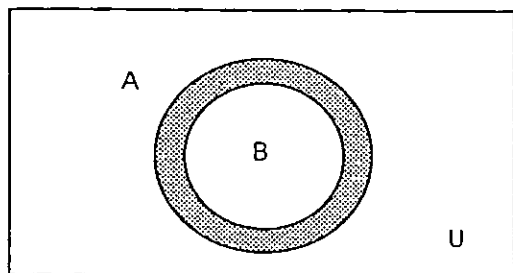
ส่วนที่แรเงาในแผนภาพต่อไปนี้ แสดงเซต $A - B$ ในรูปแบบต่างๆ



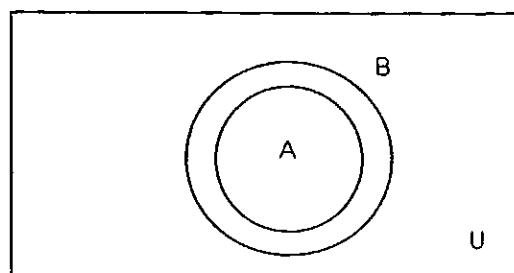
$A - B = A$ ก็ต่อเมื่อ $A \cap B = \emptyset$



$A - B$ เป็นสับเซตของ A ก็ต่อเมื่อ $A \cap B \neq \emptyset$



B เป็นสับเซตของ A



$A - B = \emptyset$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$

สมบัติที่สำคัญของผลต่าง

1. $A - B = \phi$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$
2. $A - B = A \cap B'$
3. $A - \phi = A$ และ $\phi - A = \phi$
4. $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$
 $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$
5. $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$
 $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$
6. $A' - B' = B - A$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$$

$$B = \{3, 7, 9\}$$

- จงหา
1. $A - B$
 2. $A - A$
 3. $A \cap B'$
 4. $B' - A'$

วิธีทำ 1. จากเซต A และเซต B ที่กำหนดให้

$$\text{ดังนั้น } A - B = \{1, 5, 10\}$$

2. จากเซต A ที่กำหนดให้

$$A - A = \phi$$

3. เนื่องจาก $B' = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 10\}$

$$\text{ดังนั้น } A \cap B' = \{1, 5, 10\}$$

4. จาก B' ในข้อ 3 และ $A' = \{2, 4, 6, 8\}$

$$\text{ดังนั้น } B' - A' = \{1, 5, 10\}$$

จากข้อ 1, 3, และ 4 จะได้ $A - B = A \cap B' = B' - A'$

ตัวอย่างที่ 2 จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้ เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A - B = A - C$ แล้ว $B = C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{a, c, e\}$$

$$B = \{a, c, d\}$$

$$C = \{a, c\}$$

$$\text{จะได้ว่า } A - B = \{e\}$$

$$A - C = \{e\}$$

ดังนั้น $A - B = A - C$ แต่ $B \neq C$

ตัวอย่างที่ 3 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A, B และ C เป็นเซตใด ๆ จะได้ว่า $A - (B - C) = (A - B) - C$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

ให้ $A = \{ \text{เสือ, กวาง, กระโปรง, เข็มขัด} \}$

$B = \{ \text{กระโปรง, เข็มขัด} \}$

$C = \{ \text{หมวก, แว่นตา, เสือ} \}$

จะได้ว่า $B - C = \{ \text{กระโปรง, เข็มขัด} \}$

$A - (B - C) = \{ \text{เสือ, กวาง} \}$

$A - B = \{ \text{เสือ, กวาง} \}$

$(A - B) - C = \{ \text{กวาง} \}$

ดังนั้น $A - (B - C) \neq (A - B) - C$

ตัวอย่างที่ 4 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A - B = \emptyset$ แล้ว $A = B$

ข้อความต่อไปนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

ให้ $A = \{ 1, 2 \}$

$B = \{ 1, 2, 3 \}$

จะได้ว่า $A - B = \emptyset$ แต่ $A \neq B$

ตัวอย่างที่ 5 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A - B$ เป็นเซตอนันต์ แล้ว A เป็นเซตอนันต์ และ B เป็นเซตจำกัด

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

ให้ $A = \{ 1, 3, 5, \dots \}$, $B = \{ 2, 4, 6, \dots \}$

จะได้ว่า $A - B = \{ 1, 3, 5, \dots \}$ ซึ่งเป็นเซตอนันต์

แต่ A เป็นเซตอนันต์ และ B เป็นเซตจำกัด

ตัวอย่างที่ 6 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ

ถ้า $A - B$ เป็นเซตจำกัด แล้ว A และ B เป็นเซตจำกัด

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

ให้ $A = \{ 1, 3, 5, \dots \}$

$$B = \{1, 3, 5, \dots\}$$

จะได้ว่า $A - B = \emptyset$ ซึ่งเป็นเซตจำกัด

แต่ A และ B เป็นเซตอนันต์

ตัวอย่างที่ 7 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ $A \cap (A - B) = A \cap B$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{2, 4, 5\}$$

$$A - B = \{1, 3\}$$

$$A \cap (A - B) = \{1, 3\}$$

$$A \cap B = \{2\}$$

$$\text{แต่ } A \cap (A - B) \neq A \cap B$$

ตัวอย่างที่ 8 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ ถ้า $A - B$ เป็นเซตจำกัด แล้ว A เป็นเซตจำกัด

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$B = \{1, 2, 3, \dots\}$$

จะได้ว่า $A - B = \emptyset$ เป็นเซตจำกัด และ A เป็นเซตอนันต์

แต่ A ไม่เป็นเซตจำกัด

ตัวอย่างที่ 9 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ ถ้า $a \notin A - B$ แล้ว $a \notin A$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{1, 5, 6\}$$

$$A - B = \{2, 3\}$$

$$\text{จะได้ว่า } 1 \notin A - B$$

$$\text{แต่ } 1 \in A$$

ตัวอย่างที่ 10 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใดๆ แล้ว $A - B \neq B - A$
ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \text{ให้ } A &= \{ 1, 2, 3 \} \\ B &= \{ 1, 2, 3 \} \\ A - B &= \phi = B - A \end{aligned}$$

3. กิจกรรมการเรียนรู้

- 1. ทบทวนบทนิยามของยูเนียน อินเตอร์เซกชัน และคอมพลีเมนต์ โดยถามนักเรียนให้นักเรียนตอบพร้อมกัน
- 2. ให้นักเรียนของผลต่าง พร้อมทั้งสุ่มนักเรียนให้ออกมาเขียนแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ของเซตสองเซตในแบบต่าง ๆ ของผลต่าง
- 3. ครูให้นักเรียนช่วยกันแสดงสมบัติต่าง ๆ โดยใช้แผนภาพของเวนน์ – ออยเลอร์ บางข้อ
- 4. ครูเสนอตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนช่วยกันทำโดยครูถามให้นักเรียนตอบพร้อมกัน
- 5. ให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัด และสุ่มถามนักเรียนและให้นักเรียนที่เหลือตรวจสอบคำตอบกับของตนว่าถูกหรือไม่ โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง
- 6. ครูเสนอตัวอย่างที่ 2 – 10 โดยแบ่งกลุ่มให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มช่วยกันทำและออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยแบ่งกลุ่มละ 4 คน
- 7. ให้นักเรียนสรุปบทนิยามของผลต่าง และทำเอกสารเพิ่มเติมเป็นการบ้าน

4. สื่อการเรียนรู้

- 1. เอกสารฝึกหัด
- 2. เอกสารเพิ่มเติม

5. การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
นักเรียนสามารถหาผลต่างระหว่างเซตได้	นักเรียนตอบถูกต้องตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป

6. บันทึกผลหลังการสอน

เอกสารฝึกหัด

1. กำหนดให้ $U = \{ 0, 1, 2, 3, \dots, 20 \}$

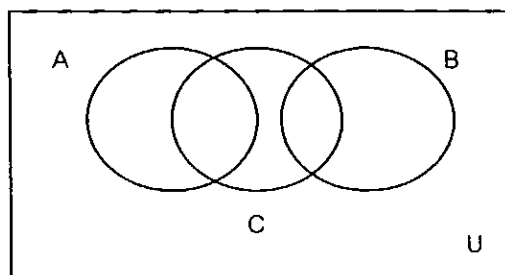
$$A = \{ x \in U \mid x \text{หาร } 20 \text{ ลงตัว} \}$$

$$B = \{ x \in U \mid x \text{หารด้วย } 3 \text{ ลงตัว} \}$$

$$C = \{ x \in U \mid x^2 \in U \}$$

และแผนภาพเวนน – ออยเลอร์

จงเติมสมาชิกของเซตแต่ละเซตลงในแผนภาพให้ถูกต้อง แล้วหาสมาชิกของเซตต่อไปนี้



1) $(A')'$

ตอบ.....

2) $C - (B \cap A)$

ตอบ.....

3) $(A - B) \cap (B - A)$

ตอบ.....

2. ให้ $A = \{ 1, \{2\}, 2, \{3, 5\} \}$ จงหาสมาชิกของ

1) $(A - \{1\}) - \{3, 5\}$

ตอบ.....

2) $A - \{2, \{3, 5\}\}$

ตอบ.....

3. กำหนดให้ A , B และ C เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U ข้อความใดต่อไปนี้ เป็นจริงเสมอ พร้อมยกตัวอย่างประกอบ

1) $A - B = B - A$

ตอบ.....

3) ถ้า $A \cap B = U$ และ $A' = \phi$ และ $B' = \phi$

ตอบ.....

2) ถ้า $A - B = \phi$ แล้ว $A = \phi$

ตอบ.....

.....

เอกสารเพิ่มเติม

1. กำหนด $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ และให้ $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

และ $C = \{2, 3, 5, 7\}$ จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

- 1.1 $A \cup B =$
- 1.2 $B \cup C =$
- 1.3 $A' =$
- 1.4 $(A \cup B)' =$
- 1.5 $A \cup C' =$
- 1.6 $B \cap C =$
- 1.7 $B \cap C' =$
- 1.8 $B - C =$
- 1.9 $A \cap C' =$
- 1.10 $A - C =$

2. ถ้าให้ U เป็นเอกภพสัมพัทธ์ และ A เป็นสับเซตของ U แล้ว จงแทนเซตในข้อต่อไปนี้ด้วย

A, U หรือ $\emptyset$

- (1) $A \cup A =$
- (2) $A \cap A =$
- (3) $A \cup A' =$
- (4) $A \cap A' =$
- (5) $U' =$
- (6) $\emptyset' =$
- (7) $A \cup U =$
- (8) $A \cap \emptyset =$
- (9) $A - A' =$
- (10) $A' - A =$

หน่วยการเรียนรู้ เขต
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง จำนวนสมาชิกของ 2 เซต ที่มีการดำเนินการบนเซต

จำนวน 1 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาจำนวนสมาชิกเมื่อกำหนดเซตต่าง ๆ มาให้ได้

2. สาระการเรียนรู้

การหาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด 2 เซต ทำได้ 2 วิธี

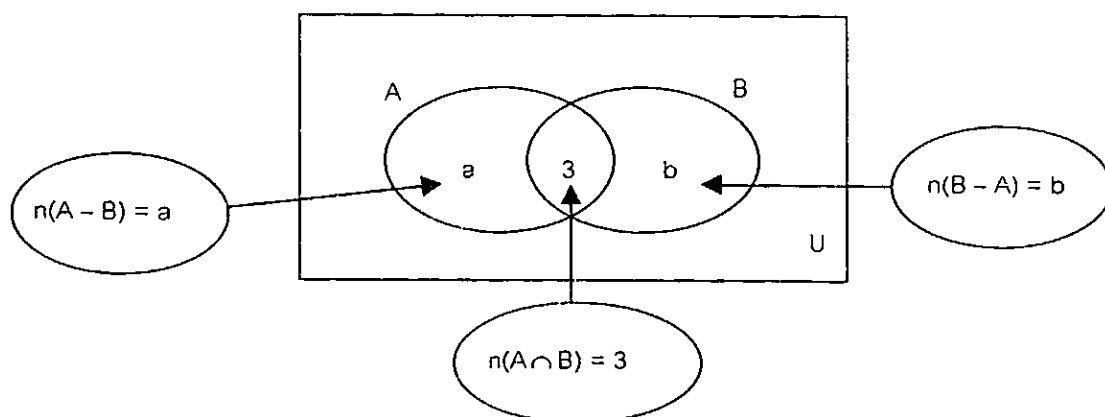
1. การหาจำนวนสมาชิกของเซตโดยใช้แผนภาพ

- 1) ให้เขียนแผนภาพแทนเซตพร้อมทั้งแสดงจำนวนสมาชิกของเซตลงในส่วนต่าง ๆ ทุกส่วนที่ไม่ซ้ำซ้อนกัน ส่วนใดที่ไม่ทราบค่าให้สมมุติเป็นตัวแปรแทนลงไป
- 2) หาค่าที่ต้องการบางครั้งอาจต้องแก้สมการ

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด $n(A) = 5$, $n(B) = 6$, $n(A \cap B) = 3$ จงหา

1. $n(A - B)$
2. $n(A \cup B)$
3. $n(B - A)$

วิธีทำ เขียนแผนภาพพร้อมทั้งแสดงจำนวนสมาชิกของเซตในส่วนต่างๆ ของแผนภาพ



แก้สมการหาค่าที่ต้องการ ดังนี้

1. จาก $a + n(A \cap B) = n(A)$
จะได้ $a + 3 = 5$
ดังนั้น $a = 5 - 3 = 2$

นั่นคือ $n(A - B) = 2$

2. จาก $b + n(A \cap B) = n(B)$

จะได้ $b + 3 = 6$

ดังนั้น $b = 6 - 3 = 3$

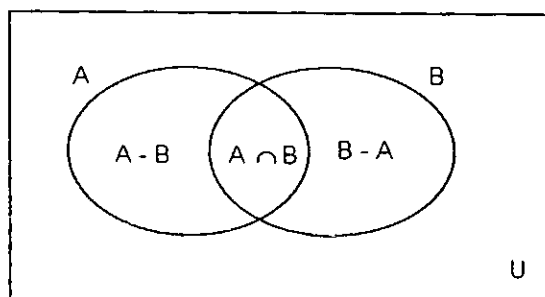
นั่นคือ $n(B - A) = 3$

3. $n(A \cup B) = a + 3 + b$
 $= 2 + 3 + 3$

2. การหาจำนวนสมาชิกโดยใช้สูตร

1) ถ้า A, B เป็นเซตจำกัดแล้ว $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$

$$n(A - B) = n(A \cup B) - n(B)$$



2) ถ้า A, B เป็นเซตจำกัดแล้ว

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) \text{ เมื่อ } A \cap B = \phi$$

3) ถ้า A เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U และ U เป็นเซตจำกัดแล้ว

$$n(A') = n(U) - n(A)$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด $n(U) = 90$, $n(A) = 60$, $n(B) = 55$ และ $n(A \cap B) = 35$

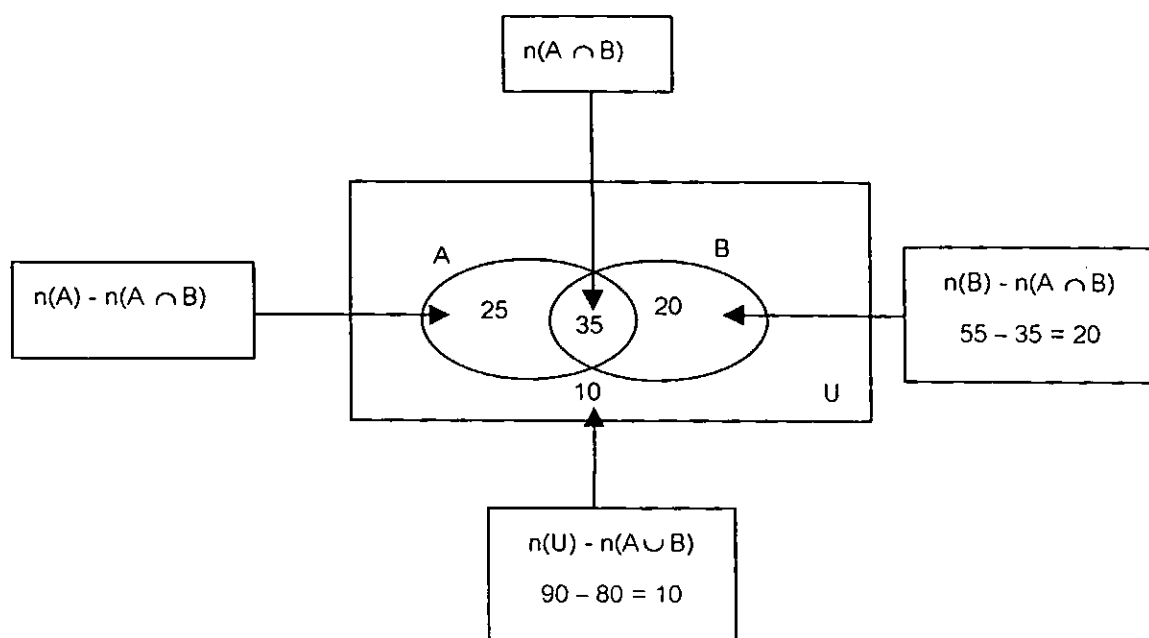
จงหาจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้

1. $A - B$

2. $A' - B'$

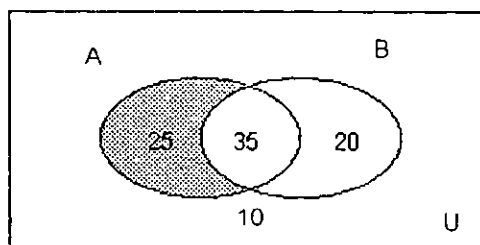
3. $A \cup B'$

วิธีทำ

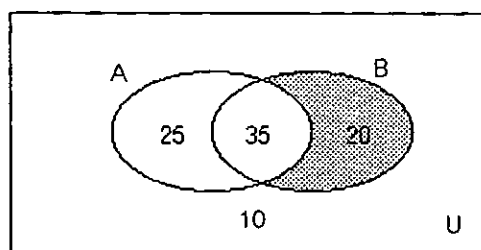


เมื่อได้แผนภาพที่สมบูรณ์แล้ว สามารถตอบคำถามได้ทุกข้อ

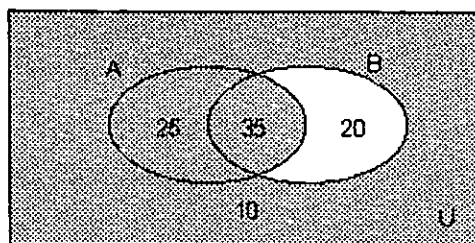
$$1. \quad n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 25$$



$$2. \quad n(A' - B') = n(B - A) = 20$$



3. $n(A \cup B') = 25 + 10 + 35 = 70$



ตัวอย่างที่ 3 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน
กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ

ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัด และ $A \subset B$ แล้ว $n(A) < n(B)$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

ให้ $A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{1, 3, 2\}$

จะได้ว่า $A \subset B$ และ $n(A) = 3 = n(B)$

แต่ $n(A) = n(B)$

ตัวอย่างที่ 4 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

ให้ $A = \{1, 2\}$

$B = \{1, 3\}$

จะได้ว่า $n(A \cup B) = 3$ และ $n(A) + n(B) = 2 + 2 = 4$

แต่ $n(A \cup B) \neq n(A) + n(B)$

ตัวอย่างที่ 5 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ถ้า $A \cup B = U$ แล้ว $n(U) = n(A) + n(B)$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

ให้ $U = \{1, 2, 3\}$

$A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{2, 3\}$

จะได้ว่า $A \cup B = U$ และ $n(U) = 3$, $n(A) + n(B) = 3 + 2 = 5$
แต่ $n(U) \neq n(A) + n(B)$

3. กิจกรรมการเรียนรู้

- 1. ทบทวนบทนิยามของเอกภพสัมพัทธ์ ให้นักเรียนตอบพร้อมกัน
- 2. ครูอธิบายถึงการหาจำนวนสมาชิกของเซตสองเซต ว่ามี 2 วิธี คือใช้สูตร พร้อมทั้งให้สูตร $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ และเขียนแผนภาพช่วย
- 3. ครูเสนอตัวอย่างที่ 1 และให้นักเรียนช่วยกันทำ โดยขออาสาสมัครให้นักเรียนมาทำหน้าชั้นเรียนโดยแบ่งเป็นวิธีการทำ แบบใช้สูตรและแบบใช้แผนภาพของเวนน์ – ออยเลอร์ ให้นักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ครูตรวจสอบอีกครั้ง
- 4. ครูเสนอตัวอย่างที่ 2 และให้นักเรียนช่วยกันทำ โดยการถามตอบ
- 5. ครูเสนอตัวอย่างที่ 3 – 5 โดยสุ่มถามนักเรียน จนกว่าจะได้คำตอบที่ต้องการ
- 6. ให้นักเรียนสรุปการหาจำนวนสมาชิกของเซตสองเซตว่ามีกี่วิธี อะไรบ้าง
- 7. ให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัด

4. สื่อการเรียนรู้

- 1. เอกสารฝึกหัด

5. การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
นักเรียนสามารถหาจำนวนสมาชิกเมื่อกำหนดเซตต่าง ๆ มาให้ได้	นักเรียนตอบถูกต้องตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป

6. บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

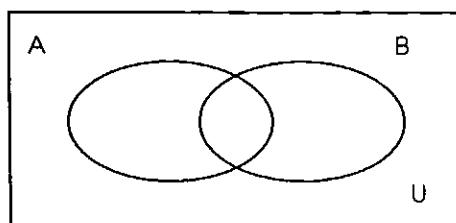
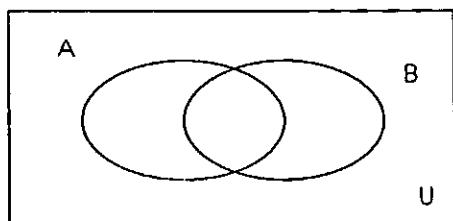
.....

.....

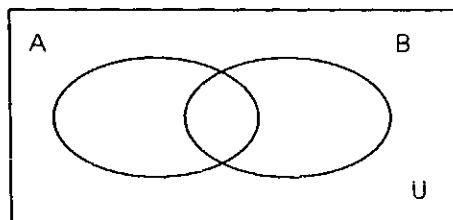
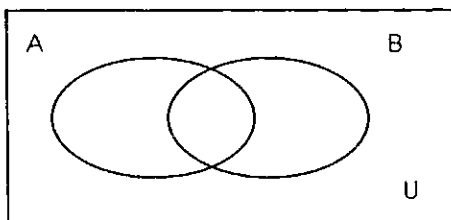
เอกสารฝึกหัด

1. กำหนดให้ A และ B เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U โดยที่ $n(U) = 150$, $n(A) = 62$, $n(B) = 55$ และ $n(A \cap B) = 11$ จงเติมจำนวนสมาชิกของเซตต่างๆ ลงในแผนภาพเวนนี - ออยเลอร์

- 1) แรเงาและหาค่าของ $n(B \cap A') = \dots\dots\dots$ 3) แรเงาและหาค่าของ $n(A' \cap B') = \dots\dots\dots$



- 2) แรเงาและหาค่าของ $n(A \cup B') = \dots\dots\dots$ 4) แรเงาและหาค่าของ $n(B') = \dots\dots\dots$



2. กำหนดให้ A และ B เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U โดยที่ $n(U) = 50$, $n(A \cap B) = 6$, $n(A \cup B) = 38$ และ $n(A) = n(B)$ จงหา

- 1) $n(A)$

.....

.....

.....

.....

.....

- 2) $n(A - B)$

.....

.....

.....

.....

.....

หน่วยการเรียนรู้ เขต
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง จำนวนสมาชิกของ 3 เซต และแก้โจทย์ปัญหา

จำนวน 1 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถหาจำนวนสมาชิกของเซตเมื่อกำหนดเซตต่าง ๆ มาให้ได้
2. นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องเซตไปช่วยในการแก้ปัญหาได้

2. สาระการเรียนรู้

การหาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด 3 เซต ทำได้ 2 วิธี

1. การหาจำนวนสมาชิกของเซตโดยใช้แผนภาพ

- 1) ให้เขียนแผนภาพแทนเซตพร้อมทั้งแสดงจำนวนสมาชิกของเซตลงใน
ต่าง ๆ ทุกส่วนที่ไม่ซ้ำซ้อนกัน ส่วนใดที่ไม่ทราบค่าใส่สมมุติเป็นตัวแปรแทนลงไป
- 2) หาค่าที่ต้องการ บางครั้งอาจต้องแก้สมการ

ตัวอย่างที่ 1 กำหนด $n(U) = 30$, $n(A) = 15$, $n(B) = 20$, $n(C)$, $n(A \cap B) = 7$, $n(A \cap C) = 3$

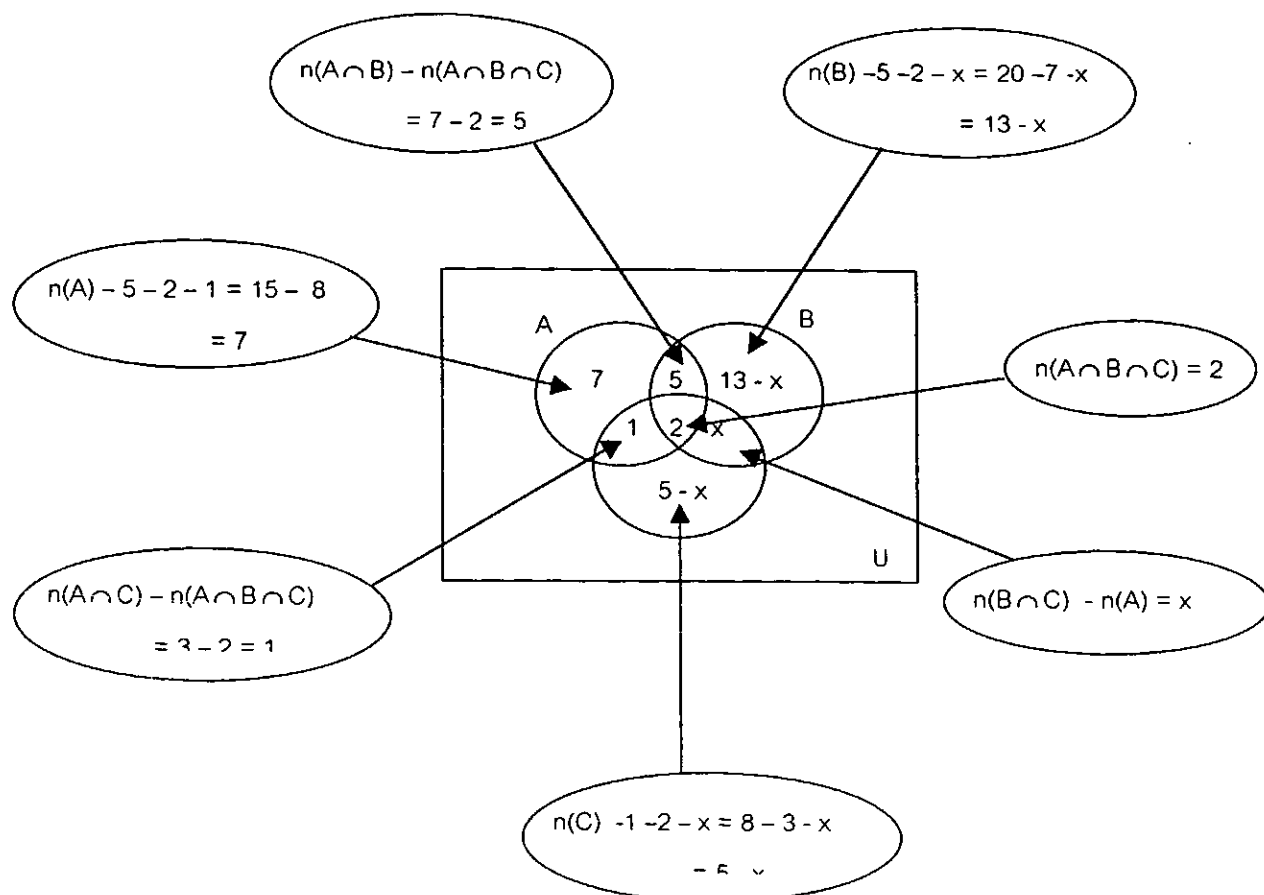
และ $n(A \cap B \cap C) = 2$ จงหา

1. $(B \cap C) - A$
2. $C - (A \cup B)$

เมื่อสมาชิกของ U ทุกตัวต้องอยู่ในเซต A , B และ C

วิธีทำ

เขียนแผนภาพพร้อมทั้งแสดงจำนวนสมาชิกของเซตในส่วนต่าง ๆ ของแผนภาพ



แก้สมการหาค่าที่ต้องการดังนี้

1. จาก $n(A \cap B) - n(A) = x$

และ $n(U) = 30$

จะได้ $n(U) = n(A) + (5 - x) + x + (13 - x)$

$$30 = 15 + 5 + x + 13 - x$$

ดังนั้น $x = 33 - 30 = 3$

นั่นคือ $n(B \cap C) - n(A) = 3$

2. จาก $x = 3$

จะได้ $n(C) - (A \cup B) = 5 - 3$

นั่นคือ $n(C) - (A \cup B) = 2$

2. การหาจำนวนสมาชิกโดยใช้สูตร

ถ้า A, B, C เป็นเซตจำกัดแล้ว $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด $n(A) = 33$, $n(B) = 35$, $n(C) = 43$, $n(A \cap B) = 8$, $n(A \cap C) = 13$, $n(B \cap C) = 11$, $n(A \cup B \cup C) = 100$ จงหา $n(A \cap B \cap C)$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{จาก } n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) \\ &\quad - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C) \end{aligned}$$

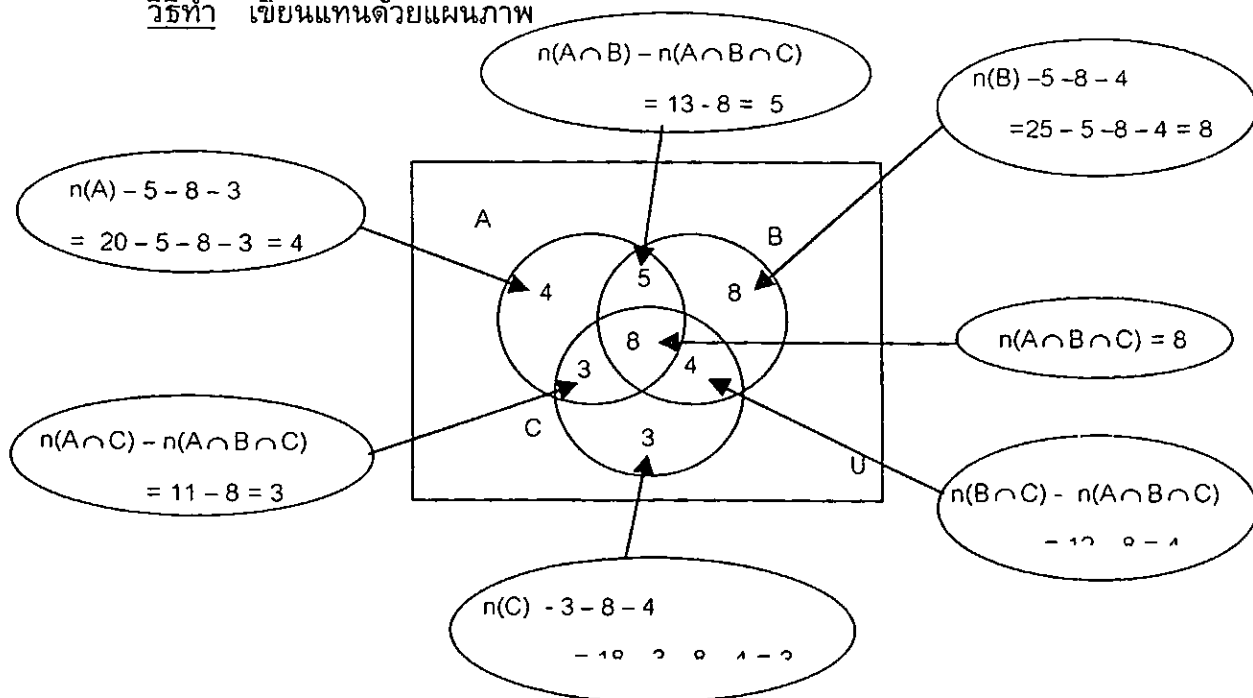
$$\begin{aligned} \text{จะได้ } n(A \cap B \cap C) &= n(A \cup B \cup C) - n(A) - n(B) - n(C) + n(A \cap B) \\ &\quad + n(A \cap C) + n(B \cap C) \\ &= 100 - 33 - 35 - 43 + 8 + 13 + 11 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } n(A \cap B \cap C) = 21$$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ $n(U) = 49$, $n(A) = 20$, $n(B) = 25$, $n(C) = 18$, $n(A \cap B) = 13$, $n(A \cap C) = 11$, $n(B \cap C) = 12$, $n(A \cap B \cap C) = 8$

- จงหา
1. $n(A \cup B \cup C)'$
 2. $n((A \cap B)' \cap C)$
 3. $n((A \cup B)' - C)$

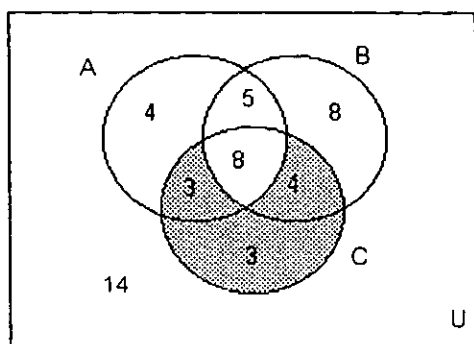
วิธีทำ เขียนแทนด้วยแผนภาพ



$$\begin{aligned}
 1. \quad n(A \cup B \cup C)' &= n(U) - n(A \cup B \cup C) \\
 &= 49 - (4 + 5 + 8 + 3 + 3 + 4 + 8) \\
 &= 49 - 35
 \end{aligned}$$

$$n(A \cup B \cup C)' = 14$$

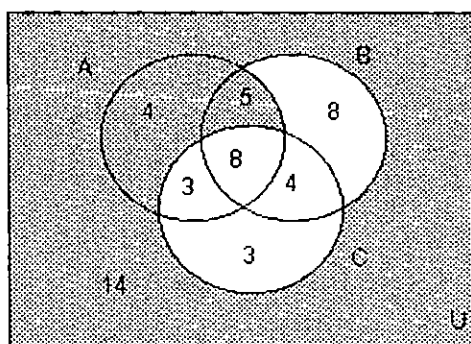
$$2. \quad n((A \cap B)' \cap C)$$



$$\text{ได้ } n((A \cap B)' \cap C) = 3 + 3 + 4 = 10$$

$$3. \quad n((A \cup B)' - C)$$

จากแผนภาพ



$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } n((A \cup B)' - C) &= 4 + 14 + 5 \\
 &= 23
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้จริงหรือเท็จ ถ้าเป็นเท็จให้ยกตัวอย่างค้าน

กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C)$

ข้อความนี้เป็นเท็จ ดังตัวอย่างค้านต่อไปนี้

$$\text{ให้ } A = \{1, 2\}$$

$$B = \{2, 3\}$$

$$C = \{1\}$$

จะได้ว่า $n(A \cup B \cup C) = 3$ และ $n(A) + n(B) + n(C) = 2 + 2 + 1 = 5$

แต่ $n(A \cup B \cup C) \neq n(A) + n(B) + n(C)$

นำความรู้เรื่องเซตไปช่วยแก้โจทย์ปัญหา

การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนสมาชิกของเซต

ตัวอย่างที่ 5 จากการสำรวจประเภทของการบริโภคอาหารในครอบครัวของตำบลหนึ่งพบว่า

มีครอบครัวที่ชอบกินปลา 48 %

มีครอบครัวที่ชอบกินปลาและไก่ 25 %

มีครอบครัวที่ชอบกินไก่แต่ไม่ชอบกินปลา 30%

จงหาครอบครัวที่ไม่ชอบกินอาหารทั้ง 2 ประเภทนี้กี่เปอร์เซ็นต์

วิธีทำ

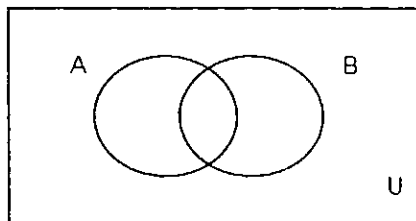
วิธีที่ 1 โดยการใช้แผนภาพเวนน – ออยเลอร์

สมมติให้ U = เซตของจำนวนครอบครัวที่สำรวจ

A = เซตของจำนวนครอบครัวที่ชอบกินไก่

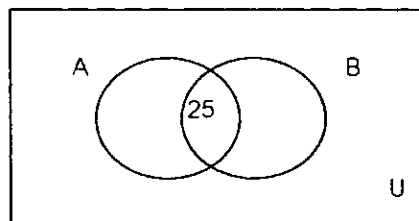
B = เซตของจำนวนครอบครัวที่ชอบกินปลา

ขั้นที่ 1 วาดภาพของเวนน – ออยเลอร์ แสดงเซต A และ B



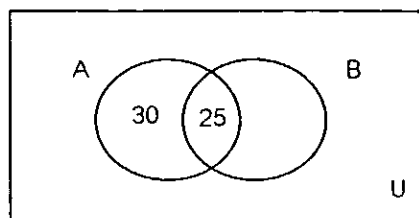
ขั้นที่ 2 เติมตัวเลขที่เป็นสมาชิกของเซต $A \cap B$

คือ ครอบครัวที่ชอบกินทั้งปลาและไก่ จะได้ $n(A \cap B) = 25 \%$



ขั้นที่ 3 เติมตัวเลขที่เป็นสมาชิกของครอบครัวที่ชอบกินไก่แต่ไม่ชอบกินปลา

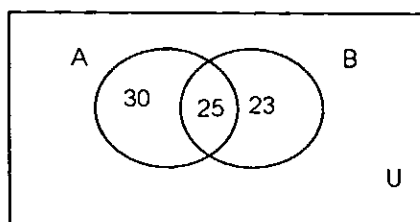
คือ $n(A - B) = 30 \%$



ขั้นที่ 4 เติมตัวเลขที่เป็นสมาชิกของกรอบคร่าวที่ชอบกินปลาอย่างเดียว

$$\text{คือ } n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 48 - 25 = 23 \%$$

ดังนั้น มีกรอบคร่าวที่ไม่ชอบกินอาหารทั้ง 2 ประเภท = $100 - (30 + 25 + 23) = 22 \%$



วิธีที่ 2 โดยใช้สูตร

U = เซตของกรอบคร่าวที่สำรวจ จะได้ $n(U) = 100 \%$

A = เซตของกรอบคร่าวที่ชอบกินไก่ จะได้ $n(A) = 30 + 25 = 55 \%$

B = เซตของกรอบคร่าวที่ชอบกินปลา จะได้ $n(B) = 48 \%$

ดังนั้น มีกรอบคร่าวที่ไม่ชอบกินอาหารทั้ง 2 ประเภท

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } n(A \cup B)' &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= n(U) - (n(A) + n(B) - n(A \cap B)) \\ \text{แทนค่า } n(A \cup B)' &= 100 - (55 + 48 - 25) \\ &= 100 - 78 \\ &= 22 \% \end{aligned}$$

นั่นคือ มีกรอบคร่าวที่ไม่ชอบกินอาหารทั้ง 2 ประเภท 22%

ตัวอย่างที่ 6 จากการตรวจสอบภาพของนักเรียน 80 คน พบว่า

มีคนที่สายตาสั้น จำนวน 35 คน

มีคนที่ฟันผุ จำนวน 42 คน

มีคนที่สายตาสั้น และฟันไม่ผุ จำนวน 20 คน

- จงหา
- 1) คนที่สายตาสั้น หรือฟันผุ
 - 2) คนที่สายตาสั้น และฟันผุ
 - 3) คนที่สายตาไม่สั้น แต่ฟันผุ
 - 4) คนที่สายตาสั้น หรือฟันไม่ผุ

วิธีทำ

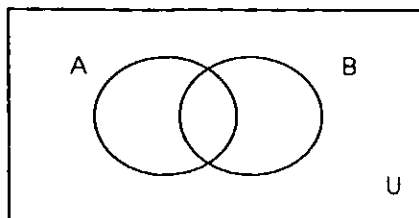
วิธีที่ 1 ใช้แผนภาพเวเน - ออยเลอร์

U = เซตของนักเรียนที่ตรวจสอบภาพ จะได้ $n(U) = 80$ คน

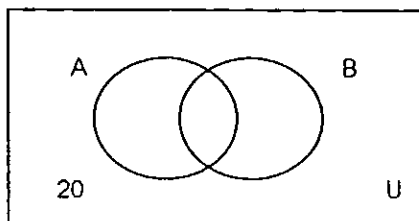
A = เซตของนักเรียนที่ฟันผุ จะได้ $n(A) = 42$ คน

B = เซตของนักเรียนที่สายตาสั้น จะได้ $n(B) = 35$ คน

ขั้นที่ 1 วาดแผนภาพเวนนี - ออยเลอร์



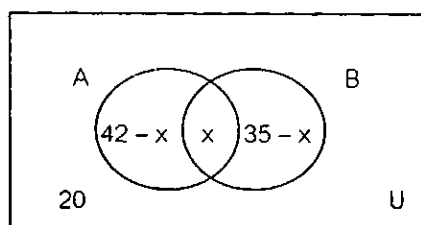
ขั้นที่ 2 เพราะว่า $n(A \cup B)' = 20$ จะได้



ขั้นที่ 3 สมมติให้ $n(A \cap B) = x$ ดังนั้น

$$n(A - B) = 42 - x$$

$$n(B - A) = 35 - x$$



ดังนั้นจะได้สมการ

$$(42 - x) + x + (35 - x) + 20 = 80$$

$$97 - x = 80$$

$$x = 97 - 80 = 17$$

แสดงว่า 1) คนที่สายตาสั้นหรือฟั่นผุ

$$\text{จะได้ } n(A \cup B) = n(A) - n(A \cup B)'$$

$$= 80 - 20 = 60$$

ดังนั้น มีคนที่สายตาสั้นหรือฟั่นผุ 60 คน

2) คนที่สายตาสั้นและฟั่นผุ

$$\text{จะได้ } n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$

$$= 42 + 35 - 60 = 17$$

ดังนั้น มีคนที่สายตาสั้นและฟันผุ 17 คน

3) คนที่สายตาไม่สั้นและฟันผุ

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } n(A \cap B') &= n(A - B) \\ &= n(A) - n(A \cap B) \\ &= 42 - 17 = 25\end{aligned}$$

ดังนั้น มีคนที่สายตาไม่สั้นแต่ฟันผุ 25 คน

4) คนที่สายตาสั้นหรือฟันไม่ผุ

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } n(B \cup A') &= n(B) + n(A') - n(B \cap A') \\ &= 35 + (80 - 42) - (35 - 17) \\ &= 35 + 38 - 18 \\ &= 55\end{aligned}$$

ดังนั้น มีคนที่สายตาสั้นหรือฟันไม่ผุ 55 คน

3. กิจกรรมการเรียนรู้

1. ทบทวนการหาจำนวนสมาชิกของเซตสองเซตว่าทำอย่างไร ให้นักเรียนตอบพร้อมกัน
2. ครูอธิบายถึงการหาจำนวนสมาชิกของเซตสามเซต ว่ามี 2 วิธี คือใช้สูตร พร้อมทั้งให้สูตร $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$ และเขียนแผนภาพช่วย
3. ครูเสนอตัวอย่างที่ 1 และให้นักเรียนช่วยกันทำ โดยขออาสาสมัครให้นักเรียนมาทำหน้าชั้นเรียนโดยแบ่งเป็นวิธีการทำ แบบใช้สูตรและแบบใช้แผนภาพของเวนน์ - ออยเลอร์ ให้นักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ครูตรวจสอบอีกครั้ง
4. ครูเสนอตัวอย่างที่ 2 - 3 และให้นักเรียนช่วยกันทำ โดยการถามตอบ
5. ครูเสนอตัวอย่างที่ 4 โดยสุ่มถามนักเรียน จนกว่าจะได้คำตอบที่ต้องการ
6. ให้นักเรียนสรุปการหาจำนวนสมาชิกของเซตสามเซตว่ามีกี่วิธี อะไรบ้าง
7. ครูเสนอตัวอย่างที่ 5 - 6 โดยการถามตอบ
8. ให้นักเรียนสรุปแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องเซตมาช่วยในการแก้ปัญหา
9. ให้นักเรียนทำเอกสารฝึกหัด

4. สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารฝึกหัด

5. การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. นักเรียนสามารถหาจำนวนสมาชิกของเซตเมื่อกำหนดเซตต่าง ๆ มาให้ได้	1. นักเรียนตอบถูกตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป
2. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องเซตมาช่วยได้	2. นักเรียนตอบถูกตั้งแต่ 60 % ขึ้นไป

6. บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

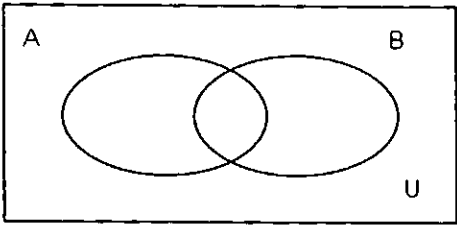
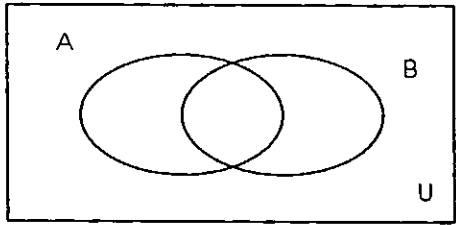
.....

.....

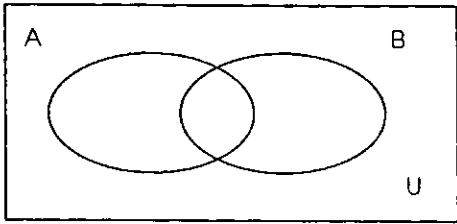
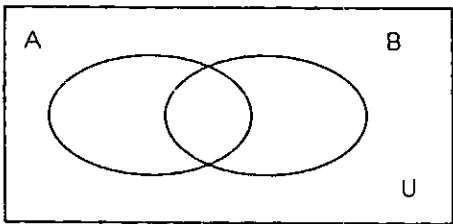
เอกสารฝึกหัด

1. กำหนดให้ A และ B เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U โดยที่ $n(U) = 150$, $n(A) = 62$, $n(B) = 55$ และ $n(A \cap B) = 11$ จงเติมจำนวนสมาชิกของเซตต่างๆ ลงในแผนภาพเวนน - ออยเลอร์

1) แรกเงาและหาค่าของ $n(B \cap A') = \dots\dots\dots$ 3) แรกเงาและหาค่าของ $n(A' \cap B') \dots\dots\dots$



2) แรกเงาและหาค่าของ $n(A \cup B') = \dots\dots\dots$ 4) แรกเงาและหาค่าของ $n(B') = \dots\dots\dots$



2. กำหนดให้ A และ B เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U โดยที่ $n(U) = 50$, $n(A \cap B) = 6$, $n(A \cup B) = 38$ และ $n(A) = n(B)$ จงหา

1) $n(A)$

.....

.....

.....

.....

.....

2) $n(A - B)$

.....

.....

.....

.....

.....

3. นักเรียนชั้น ม. 4 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง จำนวน 450 คน ในจำนวนนี้ ชอบเล่นกีฬาฟุตบอล 115 คน ชอบเล่นกีฬาบาสเกตบอล 143 คน และไม่ชอบเล่นกีฬาทั้งสองประเภท 280 คน จงหา
- a. จำนวนนักเรียนที่ชอบเล่นกีฬาดังกล่าวอย่างน้อยหนึ่งประเภท
 - b. จำนวนนักเรียนที่ชอบกีฬาดังกล่าวทั้งสองประเภท
 - c. จำนวนนักเรียนที่ชอบกีฬาดังกล่าวเพียงประเภทเดียว

.....

.....

.....

1) =
 =
 =
 =
 ดังนั้น นักเรียนที่ชอบกีฬาอย่างน้อยหนึ่งประเภทมีจำนวน คน

2) =
 =
 =
 =
 ดังนั้น นักเรียนที่ชอบกีฬาดังกล่าวทั้งสองประเภทมีจำนวน คน

3) =
 =
 =
 =
 ดังนั้น นักเรียนที่ชอบกีฬาดังกล่าวเพียงประเภทเดียว คน

4. จากการสอบถามความนิยมรับประทานไอศกรีม 2 ยี่ห้อ คือ เย็นดีกับอร่อยจัง ของคนจำนวน 45 คน ปรากฏว่า 25 คน นิยมยี่ห้อเย็นดี 30 คน นิยมยี่ห้ออร่อยจัง และมี 35 คน นิยมอย่างน้อยหนึ่งยี่ห้อ จงหาว่า มีกี่คนที่นิยมมากกว่าหนึ่งยี่ห้อ

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. นักเรียนชั้น ม.4 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งมี 400 คน ในจำนวนนี้เลือกเรียนคณิตศาสตร์ 250 คน เลือกเรียนศิลปะ 200 คน เลือกเรียนทั้งคณิตศาสตร์และศิลปะ 130 คน จงหา

- (1) จำนวนนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียว
- (2) จำนวนนักเรียนที่เรียนศิลปะเพียงอย่างเดียว
- (3) จำนวนนักเรียนที่ไม่เลือกเรียนทั้งสองวิชา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. ในการสอบวิชาเคมี ฟิสิกส์ และคณิตศาสตร์ของโรงเรียนแห่งหนึ่งซึ่งมีนักเรียนสอบทั้งหมด

- 66 คน ปรากฏผลดังนี้
- นักเรียนที่สอบได้ทั้งสามวิชามี 17 คน
- นักเรียนที่สอบได้วิชาฟิสิกส์และคณิตศาสตร์มี 26 คน
- นักเรียนที่สอบได้วิชาเคมีและฟิสิกส์แต่สอบตกคณิตศาสตร์มี 10 คน
- นักเรียนที่สอบได้เพียงสองวิชาจากสามวิชานั้นมี 30 คน
- นักเรียนที่สอบได้วิชาเคมีมี 40 คน
- นักเรียนที่สอบได้วิชาฟิสิกส์มี 39 คน
- นักเรียนที่สอบได้เพียงวิชาเดียวมีเพียง 6 คน
- จงหาว่านักเรียนที่สอบตกทั้งสามวิชามีกี่คน และนักเรียนที่สอบตกวิชาฟิสิกส์มีกี่คน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก ง

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่อง เซต

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เรื่อง เซต

ตอนที่ 1 (ปรนัย)

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาเลือกข้อที่ถูกต้องที่สุด แล้วกากบาท (x) ลง ☐ ในกระดานคำตอบที่แจกให้ (ข้อละ 1 คะแนน)

จุดประสงค์ ข้อ (1 – 3) นักเรียนสามารถเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขและแบบแจกแจงสมาชิกได้

1. กำหนดให้ $B = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ ดังนั้น เขียน B แบบบอกเงื่อนไขได้ตรงกับข้อใด

ก. $B = \{x / x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า } 13\}$

ข. $B = \{x / x = 2n+1, n = 1, 2, 3, 4, 5\}$

ค. $B = \{x / x = 2y+1, 1 \leq y \leq 5\}$

ง. $B = \{x / x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะที่น้อยกว่า } 12\}$

2. ถ้า $C = \{x / x \text{ เป็นพยัญชนะในภาษาอังกฤษที่มีลำดับเป็นจำนวนเฉพาะ}\}$

แล้ว เซต C ตรงกับข้อใด

ก. $C = \{b, c, e, g, k, m, q, s, w\}$

ข. $C = \{a, b, c, e, g, k, m, q, s, w\}$

ค. $C = \{b, c, e, g, h, k, m, q, s, w\}$

ง. $C = \{a, b, c, e, g, h, k, m, q, s, w\}$

3. ถ้า $D = \{\dots, -10, -5, 0, 5, 10, \dots\}$ จงเขียน D แบบบอกเงื่อนไข

ก. $D = \{x / x = 5n\}$

ข. $D = \{x / x = 5m, m \in I^+\}$

ค. $D = \{x / x = -5m, m > 0\}$

ง. $D = \{x / x = -5n, n \in I\}$

จุดประสงค์ ข้อ (4 – 6) นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์ $\in, \notin, \subset, \not\subset$ ได้

4. ถ้า $M = \{\phi, \{1\}, \{1, 2\}, 2\}$ ข้อใดต่อไปนี้ เป็นเท็จ

ก. $\phi \in M$

ข. $\phi \subset M$

ค. $\{1\} \notin M$

ง. $\{1, 2\} \not\subset M$

5. กำหนดให้ $P = \{x \in I^+ / x(x-1) = 0\}$ ข้อใด เป็นจริง

ก. $0 \in P$

ข. $1 \notin P$

ค. $\{0, 1\} \subset P$

ง. $\{1\} \subset P$

6. กำหนด A และ B เป็นเซตใด ๆ ข้อใด ไม่ถูกต้อง

ก. $(A \cup B) \subset A$

ข. $(A \cap B) \subset A$

ค. $\phi \subset A$

ง. $(A - B) \subset A$

จุดประสงค์ ข้อ (7 – 9) ระบุได้ว่าเซตใด เป็นเซตว่าง เซตจำกัด หรือ เซตอนันต์

7. ข้อใดต่อไปนี้ เป็นเซตว่าง

ก. $A = \{x / x+x = x^2\}$

ข. $B = \{x / x^2 < 1\}$

ค. $C = \{x / x+5 = 5\}$

ง. $D = \{x \in I / 6x^2 - x - 1 = 0\}$

8. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ ในข้อใดเป็นเซตอนันต์

ก. $A = \{x / 1 < x < 2\}$

ข. $B = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

ค. $C = \{-99, -98, -97, \dots, 0\}$

ง. $D = \{x / x^2 < 0\}$

9. ข้อใดต่อไปนี้ เป็นเซตว่าง

ก. $A = \{\emptyset\}$

ข. $B = \{x / 0 < x < 1\}$

ค. $C = \{x / x^2 = 4x\}$

ง. $D = \{x / x^2 < -1\}$

จุดประสงค์ ข้อ (10-11) ระบุได้ว่าเซตใดเท่ากัน

10. ถ้า $A = \{1, 2, 3, 4\}$ แล้ว A เท่ากับเซตในข้อใด

ก. $C = \{x / 0 < x < 5\}$

ข. $B = \{x / x + 1 = y, y = 2, 3, 4, 5\}$

ค. $D = \{12, 3, 4\}$

ง. $E = \{\{1, 2, 3, 4\}\}$

11. ถ้า $A = \{x / x^2 = 25\}$, $B = \{x / x - 5 = 0\}$, $C = \{x / x + 5 = 0\}$ และ $D = \{-5, 5\}$

ข้อใดต่อไปนี้ เป็นจริง

ก. $A = B$

ข. $A = C$

ค. $A = D$

ง. $B = C$

จุดประสงค์ ข้อ (12-14) หาสิบลเซตและเพาเวอร์เซตที่กำหนดให้ได้

12. ถ้าสิบลเซตแท้ของ B คือ $\emptyset, \{a\}, \{2\}, \{\{1\}\}, \{a, 2\}, \{a, \{1\}\}, \{2, \{1\}\}$ และ $n(B) = 3$

แล้ว เซต B ตรงกับข้อใด

ก. $B = \{a, 2, 1\}$

ข. $B = \{\{a\}, 2, 1\}$

ค. $B = \{a, 2, \{1\}\}$

ง. $B = \{a, \{2\}, 1\}$

13. ถ้า $P(B) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, B\}$ จงหา B ว่าตรงกับข้อใด

ก. $B = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

ข. $B = \{\emptyset, \{0\}\}$

ค. $B = \{\emptyset\}$

ง. $B = \{\emptyset, B\}$

14. กำหนดให้ $A = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\}$ ข้อใดต่อไปนี้ ไม่ถูกต้อง

ก. $\emptyset \in P(A)$

ข. $\{0, 1\} \in P(A)$

ค. $\{\emptyset\} \in P(A)$

ง. $\{\{0\}, \{1\}\} \in P(A)$

จุดประสงค์ ข้อ (15-24) หาผลของการยูเนียน อินเตอร์เซกชัน คอมพลีเมนต์ ผลต่างและการประยุกต์ได้

15. กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, \{1\}, \{2\}, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 2, \{2\}\}$

$B = \{2, 3, \{2\}\}$ และ $C = \{1, \{1\}\}$ จงหา $(A \cap B) \cap C$ ตรงกับข้อใด

ก. $\{x / 1 - x = x\}$

ข. $\{2, 3\}$

ค. $\{2\}$

ง. $\{x / x \neq x\}$

16. กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \cap B = A$

2. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \cup B = B$

ข้อใดต่อไปนี้ เป็นจริง

ก. ข้อ 1 และ 2 ผิด

ข. ข้อ 1 และ 2 ถูก

ค. ข้อ 1 ถูก แต่ข้อ 2 ผิด

ง. ข้อ 1 ผิด แต่ข้อ 2 ถูก

17. กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ข้อใดต่อไปนี้ เป็นเท็จ

ก. $A - B = (B - A)'$

ข. $A - B' = A \cap B$

ค. $A - (A \cap B) = A - B$

ง. $(A - B)' = A' \cup B$

18. กำหนดให้ $U = \{x \in N / x < 7\}$

$A = \{x \in N / x < 5\}$

$B = \{x \in N / 3 \leq x \leq 5\}$

$C = \{x \in N / x \leq 6 \text{ และ } x \text{ เป็นจำนวนคู่}\}$

จงหา $(A \cap C) \cup B$ เท่ากับเซตในข้อใด

ก. $\{x \in N / 1 < x < 7\}$

ข. $\{x \in N / 2 < x < 6\}$

ค. $\{x \in N / 1 \leq x < 6\}$

ง. $\{x \in N / 1 < x \leq 5\}$

19. ข้อต่อไปนี้ข้อใดถูกต้องที่สุด

ก. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \cap B = A$

ข. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \cup B = B$ หรือ $A \cup B = A$

ค. ถ้า $A \cap B = \phi$ แล้ว $A = \phi$ หรือ $B = \phi$

ง. ถ้า $A \cup B = U$ แล้ว $A \cap B = \phi$ เมื่อ U แทนเอกภพสัมพัทธ์

20. กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ข้อใดต่อไปนี้ ไม่ถูกต้อง

ก. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

ข. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

ค. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

ง. $(A \cup \phi) \cap (A \cap U) = \phi$

21. กำหนดให้ A และ B เป็นเซตใด ๆ ข้อใดต่อไปนี้ เป็นจริง

ก. $(A \cup B)' = A' \cup B'$

ข. $(A' \cup B)' = A \cap B'$

ค. $(A \cap B)' = A' \cap B'$

ง. $(A \cup B')' = A' \cup B$

22. ข้อใดต่อไปนี้ ไม่ถูกต้อง เมื่อ U แทนเอกภพสัมพัทธ์

ก. $(A')' = A$

ข. $\phi \cup U' = U$

ค. $A \cap A' = \phi$

ง. $A \cup A' = U$

ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 23 – 24

กำหนดให้ $U = A \cup B \cup C$, $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{-1, -4, 0, 6\}$ และ $C = \{-3, 4, 1, 5\}$

23. $C - (A - B)$ เท่ากับเซตในข้อใด

ก. $\{4, -3\}$

ข. $\{1, -3\}$

ค. $\{-3\}$

ง. $\{5, -3\}$

24. $(A \cap B) - C$ เท่ากับเซตใดต่อไปนี้

ก. U

ข. $(A \cap B)'$

ค. $\emptyset$

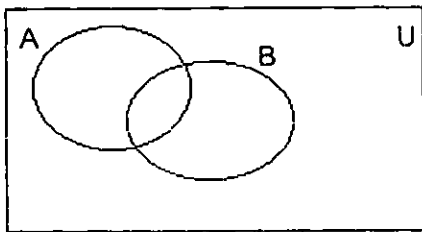
ง. A'

จุดประสงค์ ข้อ (25 – 28) เขียนแผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์ จากเซตที่กำหนดให้ได้

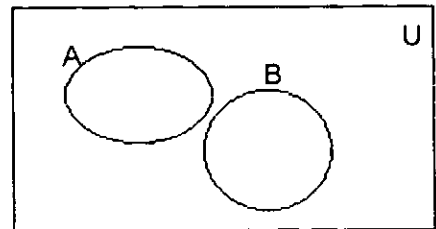
25. กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{3, 6\}$

แผนภาพของเวนน์ – ออยเลอร์ ในข้อใดต่อไปนี้แสดงความสัมพันธ์ของเซตได้ถูกต้อง

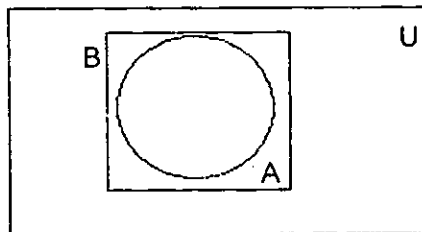
ก.



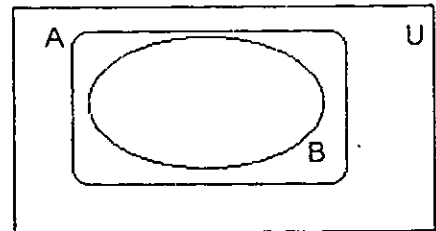
ข.



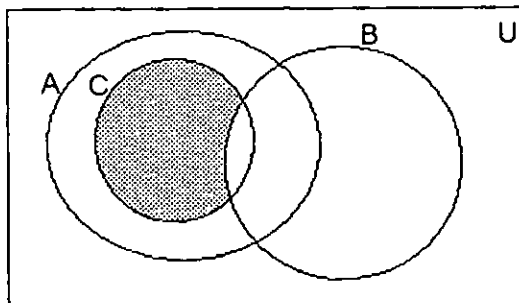
ค.



ง.



26. กำหนดแผนภาพของเวนน์ – ออยเลอร์ ส่วนที่แรเงาคือเซตในข้อใดต่อไปนี้



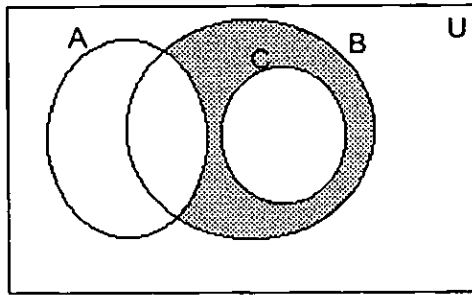
ก. $A \cap B' \cap C$

ข. $(A - B') \cap C$

ค. $(A \cup B) - C$

ง. $C - (A - B)$

27. กำหนดแผนภาพของเวนนี-ออยเลอร์ ส่วนที่แรเงาคือเซตในข้อใดต่อไปนี้



ก. $B' \cap A \cap C'$

ข. $B' \cap A' \cap C$

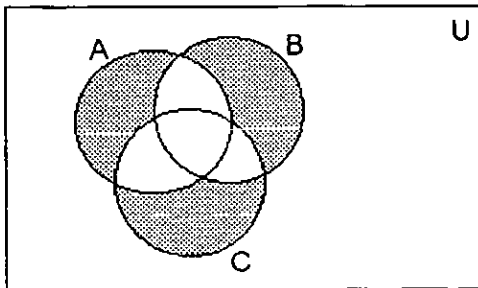
ค. $B' \cap A' \cap C'$

ง. $B \cap A' \cap C'$

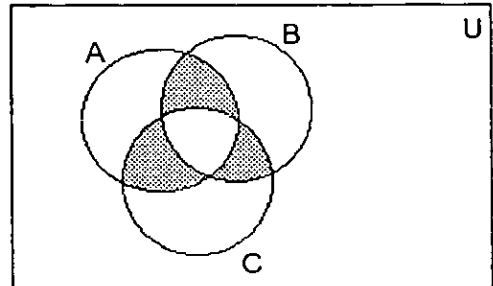
28. ส่วนที่แรเงาในแผนภาพของเวนนี-ออยเลอร์

ในข้อใดต่อไปนี้แทนเซต $(A - B) \cap (B - A) \cap (C - A)$

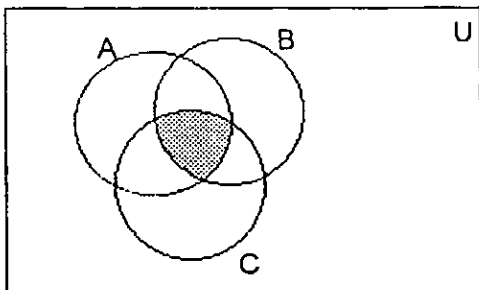
ก.



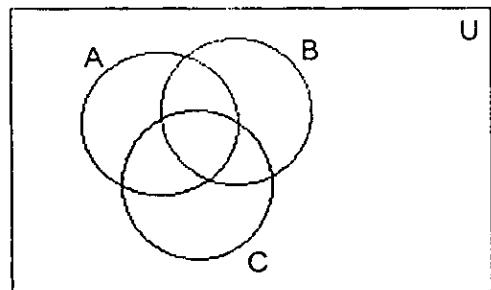
ข.



ค.



ง.



จุดประสงค์ ข้อ (29 - 30) นำความรู้เกี่ยวกับเซตและโอเปอเรชันของเซตไปใช้ได้

29. มีนักเรียน 40 คน สอบวิชาฟิสิกส์ไม่ผ่าน 10 คน สอบวิชาคณิตศาสตร์ไม่ผ่าน 7 คน และ 4 คน สอบไม่ผ่านทั้งสองวิชา มีนักเรียนกี่คนที่สอบผ่านทั้งสองวิชา

ก. 25 คน

ข. 26 คน

ค. 27 คน

ง. 29 คน

ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 30

คนกลุ่มหนึ่งมี 170 คน มี 45 คนสามารถพูดภาษาเยอรมันได้ 60 คนสามารถพูดภาษาฝรั่งเศสได้ 100 คนสามารถพูดภาษาอังกฤษได้ 25 คนสามารถพูดภาษาฝรั่งเศสและภาษาอังกฤษได้ 10 คนสามารถพูดภาษาฝรั่งเศสและเยอรมันได้ 30 คนสามารถพูดภาษาอังกฤษและเยอรมันได้ และ 5 คนสามารถพูดได้ทั้งสามภาษา

30. มีกี่คนที่ไม่สามารถพูดภาษาใดภาษาหนึ่งได้เลยในสามภาษานี้

- ก. 25 คน ข. 26 คน ค. 28 คน ง. 32 คน

ตอนที่ 2 อัตนัย

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำในแต่ละข้อต่อไปนี้ (ข้อละ 5 คะแนน)

จุดประสงค์ ข้อ 1 หาผลของยูเนียน อินเตอร์เซกชัน คอมพลีเมนต์และเพาเวอร์เซตได้

1. กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ $U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$, $A = \{1, 2, 5, 6, 9, 10\}$

และ $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ จงหาจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของ $[(A \cap B') \cup B]'$

ตอบ $B' = \dots\dots\dots$

$A \cap B' = \dots\dots\dots$

$(A \cap B') \cup B = \dots\dots\dots$

$[(A \cap B') \cup B]' = \dots\dots\dots$

$P([(A \cap B') \cup B]') = \dots\dots\dots$

ดังนั้น $n(P([(A \cap B') \cup B]')) = \dots\dots\dots$

จุดประสงค์ ข้อ 2 นักเรียนสามารถหายูเนียน อินเตอร์เซกชัน คอมพลีเมนต์และผลต่างได้

2. กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$

และให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $C = \{2, 4, 6, 7\}$

จงหา $[(B \cup C) - A] \cup (A \cap B \cap C)'$

ตอบ

$B \cup C = \dots\dots\dots$

$(B \cup C) - A = \dots\dots\dots$

$A \cap B \cap C = \dots\dots\dots$

$(A \cap B \cap C)' = \dots\dots\dots$

$[(B \cup C) - A] \cup (A \cap B \cap C)' = \dots\dots\dots$

จุดประสงค์ ข้อ 4 นำความรู้เกี่ยวกับเซตและการดำเนินการบนเซตไปใช้ได้

4. ในการสอบวิชาเคมี ฟิสิกส์ และคณิตศาสตร์ของโรงเรียนแห่งหนึ่งซึ่งมีนักเรียนสอบทั้งหมด 66 คน ปรากฏผลดังนี้

นักเรียนที่สอบได้ทั้งสามวิชามี 17 คน

นักเรียนที่สอบได้วิชาฟิสิกส์และคณิตศาสตร์มี 26 คน

นักเรียนที่สอบได้วิชาเคมีและฟิสิกส์แต่สอบตกคณิตศาสตร์มี 10 คน

นักเรียนที่สอบได้เพียงสองวิชาจากสามวิชานั้นมี 30 คน

นักเรียนที่สอบได้วิชาเคมีมี 40 คน

นักเรียนที่สอบได้วิชาฟิสิกส์มี 39 คน

นักเรียนที่สอบได้เพียงวิชาเดียวมีเพียง 6 คน

จงหาว่านักเรียนที่สอบตกทั้งสามวิชามีกี่คน และนักเรียนที่สอบตกวิชาฟิสิกส์มีกี่คน

[illegible]

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นายไพศาล จรรยา
วันเดือนปีเกิด	17 มิถุนายน 2520
สถานที่เกิด	อำเภอสรรพยา จังหวัดชัยนาท
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	75/1 หมู่ 5 ตำบลหาดอาษา อำเภอสรรพยา จังหวัดชัยนาท 17150
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2533	ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดศรีมงคล ตำบลหาดอาษา อำเภอสรรพยา จังหวัดชัยนาท
พ.ศ. 2539	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสรรพยาวิทยา ตำบลสรรพยา อำเภอสรรพยา จังหวัดชัยนาท
พ.ศ. 2543	กศ.บ (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ กรุงเทพมหานคร
พ.ศ. 2547	กศ.ม (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ กรุงเทพมหานคร