

การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้โปรแกรม GSP
(The Geometer's Sketchpad) เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ปริญญานิพนธ์

ของ

สันติ อธิพิณนาวากุล

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา

ตุลาคม 2550

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้โปรแกรม GSP
(The Geometer's Sketchpad) เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทคัดย่อ
ของ
สันติ อธิพิณนาวากุล

อ
516.15077
ส583ก

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
ตุลาคม 2550

สันติ อธิพิณนาวากุล. (2550). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้โปรแกรม GSP (The Geometer's Sketchpad) เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม : รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศรษฐมาลย์ , รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ และเพื่อศึกษาความคิดรวบยอดและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการใช้ชุดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 43 คน โรงเรียนสตรีวิทยา แขวงบวรนิเวศ เขตพระนคร จังหวัดกรุงเทพมหานคร ดำเนินการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการทดลองด้วยตนเอง ใช้เวลาในการสอน 22 คาบ คาบละ 50 นาที แบบแผนการทดลอง One Group Pretest – Posttest Design และวิเคราะห์ข้อมูลโดยการทดสอบค่าสถิติ t – test Dependent และค่าสถิติ t – test One group

ผลการวิจัยพบว่า

1. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่าเฉลี่ย 85.94/86.64
2. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย สูงขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย สูงขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICS LEARNING PACKAGES THROUGH
INQUIRY APPROACH USING THE GEOMETER'S SKETCHPAD TO
PROMOTE MATHEMATICAL CONCEPTS ON CONIC SECTIONS
AT MATHAYOM SUKSA IV LEVEL

AN ABSTRACT
BY
SUNTI ITTIPOLNAWAKUL

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Master of Education Degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University
October 2007

Sunti Ittipolnawakul. (2007). *The Development of Mathematics Learning Packages through Inquiry Approach Using the Geometer's Sketchpad to Promote Mathematical Concepts on Conic Sections at Mathayomsuksa 4 Level*. Master thesis, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisory Committee : Assoc. Prof. Dr. Chaweewan Sawetamalya , Assoc. Prof. Nipa Sripairot.

The purposes of this research were to develop mathematics learning packages through inquiry approach using the geometer's sketchpad to promote mathematical concepts on conic sections at mathayomsuksa 4 level according to the efficiency criterion and to study students' mathematical concepts and achievement before and after learning with these packages.

The subjects of this study were 43 Mathayomsuksa IV students in the first semester of 2007 academic year at Satriwithaya School, Bangkok. They were selected through cluster random sampling technique. The experimental group was taught by using mathematics learning packages through inquiry approach using the geometer's sketchpad on conic sections by the researcher for 22 fifty – minute periods. The One – Group Pretest – Posttest Design was used for this study. The data were statistically analyzed by using t-test Dependent and t-test One group.

The findings were as follows :

1. The mathematics learning packages through inquiry approach using the geometer's sketchpad on conic sections at mathayomsuksa 4 level possessed the efficiency of 85.94/86.64 higher than 80/80 criterion.
2. The mathematical concepts of the experimental group after being taught by using mathematics learning packages through inquiry approach using the geometer's sketchpad on conic sections were significantly higher than that before being taught at the .01 level of significance.

3. The mathematics achievement of the experimental group after being taught by using mathematics learning packages through inquiry approach using the geometer's sketchpad on conic sections was significantly higher than that before being taught at the .01 level of significance.

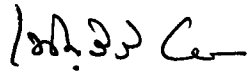
4. The mathematics achievement of the experimental group after being taught by using mathematics learning packages through inquiry approach using the geometer's sketchpad on conic sections passed the 65 percentage criterion at the .01 level of significance.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง

การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้โปรแกรม GSP
(The Geometer's Sketchpad) เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ของ
สันติ อธิธิพลนาวากุล

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ



..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เพ็ญสิริ จีระเดชากุล)

วันที่ 15 เดือน สิงหาคม พ.ศ. 2550

คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

..... ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์)

..... ประธาน
(อาจารย์ประสพ สอ้านวงศ์)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดีด้วยความกรุณาและการให้คำปรึกษา
แนะแนวทาง ตลอดจนปรับปรุงแก้ไขต่างๆในการทำวิจัยจาก รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เสวตมาลัย
ประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์ กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์
อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ สีลาจารัสกุล กรรมการที่แต่งตั้ง
เพิ่มเติม ผู้วิจัยผู้ศึกษาซึ่งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์ อาจารย์ภีมวรรณ ธรรมใจ และอาจารย์
ปาริณี วัชชวัลคุ ที่กรุณาอุทิศเวลาให้ข้อเสนอแนะ คำแนะนำ และตรวจแก้ไขเครื่องมือที่เป็นประโยชน์และมี
ค่าอย่างยิ่งต่อการทำวิจัยในครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณคณะผู้บริหารโรงเรียนสตรีวิทยาทุกท่านที่ให้การสนับสนุนในเรื่องของเวลาที่
ใช้ในการเรียน ขอขอบพระคุณคณะครูอาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของโรงเรียนทุกท่านที่
ให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำจากผู้วิจัยทำการศึกษาค้นคว้าได้สำเร็จ และขอขอบใจนักเรียนระดับชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนสตรีวิทยาที่ให้ความร่วมมือในการหาประสิทธิภาพของเครื่องมือ ตลอดจน
นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ให้ความร่วมมือในการทดลองครั้งนี้เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อสมหมาย คุณแม่มลทา อธิพิณนาวากุล และครอบครัวผู้เป็น
กำลังใจและให้การสนับสนุนแก่ผู้วิจัยจนประสบความสำเร็จ ขอขอบคุณ คุณนริศรา ปัญญาแก้ว ที่คอย
ช่วยเหลือและให้กำลังใจอยู่เสมอ และขอขอบใจเพื่อนๆ นิสิตปริญญาโท สาขาการมัธยมศึกษา
(การสอนคณิตศาสตร์) ทุกคนที่สนับสนุนและให้ความช่วยเหลือมาโดยตลอด ผู้วิจัยจักระลึกถึงพระคุณ
ของทุกท่านตลอดไป

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบให้เป็นเครื่องบูชาพระคุณของบิดา มารดา
ครู อาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนและประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย

สันติ อธิพิณนาวากุล

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย	3
ความสำคัญของการวิจัย	3
ขอบเขตของการวิจัย	3
นิยามศัพท์เฉพาะ	4
สมมติฐานของการวิจัย	7
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	8
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้	9
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบสืบสวนสอบสวน	26
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GSP	42
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด	52
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	62
3 วิธีดำเนินการวิจัย	72
การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง	72
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	73
การเก็บรวบรวมข้อมูล	79
การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล	79
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	84
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	89
ความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัย	89
สรุปผลการวิจัย	91
อภิปรายผล	91

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 (ต่อ) ข้อสังเกตจากการวิจัย	95
ข้อเสนอแนะ	96
บรรณานุกรม	97
ภาคผนวก	109
ภาคผนวก ก	110
ภาคผนวก ข	116
ภาคผนวก ค	132
ภาคผนวก ง	223
ประวัติย่อผู้วิจัย	225

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 ค่าประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามเกณฑ์ 80/80	85
2 ผลการเปรียบเทียบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังการทดลอง.....	86
3 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังการทดลอง.....	87
4 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังการทดลองผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไป.....	88
5 ค่าดัชนีสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบสอบกับจุดประสงค์ (IOC) ของแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 40 ข้อ.....	111
6 ค่าดัชนีสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบสอบกับจุดประสงค์ (IOC) ของแบบทดสอบ วัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 10 ข้อ.....	112
7 ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 40 ข้อ โดยใช้ โปรแกรมตรวจและวิเคราะห์ข้อสอบ Symtem Items Analysis (SIA).....	113
8 ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอด ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 10 ข้อ.....	114
9 ค่า $\sum X_i$, ค่า $\sum X_i^2$, ค่า S_i^2 และค่าความเชื่อมั่น (α -coefficient) ของ แบบทดสอบวัด ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 5 ข้อ.....	114
10 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 1 เรื่อง การเลื่อนขนานของแกน.....	117
11 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 2 เรื่อง วงกลม.....	118
12 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 3 เรื่อง พาราโบลา.....	119

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
13 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 4 เรื่อง วงรี.....	120
14 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 5 เรื่อง ไฮเพอร์โบลา.....	121
15 คะแนนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอน ด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 43 คน.....	122
16 คะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 43 คน.....	125
17 คะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการสอน ด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 43 คน.....	128

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กระบวนการสืบสวนสอบสวน	33
2 คุณลักษณะต่าง ๆ ในการสร้างความคิดรวบยอด.....	56
3 องค์ประกอบที่สัมพันธ์กันของความคิดรวบยอด.....	59
4 ขั้นตอนการสร้างชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย.....	76

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาประเทศและการดำรงชีวิตของมนุษย์ เพราะการพัฒนาและการเปลี่ยนแปลงของมนุษย์ทั้งในอดีต ปัจจุบันและอนาคต ต้องอาศัยวิชาคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น และในชีวิตประจำวันของคนเราก็ได้ใช้วิชาคณิตศาสตร์อย่างไม่รู้ตัว คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยก่อให้เกิดความก้าวหน้าทางด้านเทคโนโลยี ทำให้โลกเจริญเพราะการคิดค้นทางด้านวิทยาศาสตร์ต้องอาศัยความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ ดังมีคำกล่าวที่ว่า "Mathematics is the queen of science" (สิริพร ทิพย์คง. 2533: 1) ดังนั้นการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้เข้าใจอย่างแท้จริงและสามารถประยุกต์นำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ จึงเป็นสิ่งที่จำเป็นและสำคัญเป็นอย่างมาก และจากความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์นี้เองทำให้ครูผู้สอนต้องคำนึงถึงกระบวนการเรียนรู้ที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดคำนวณและทักษะการนำไปใช้ให้ได้ แต่ก่อนที่จะฝึกทักษะอื่นๆ นั้นจะต้องมีความเข้าใจเป็นพื้นฐานเสียก่อน กล่าวคือ จะต้องสอนให้ผู้เรียนเข้าใจความคิดรวบยอดก่อน แล้วจึงฝึกทักษะเพื่อให้ผู้เรียนคิดคำนวณได้ง่ายและรวดเร็ว ดังนั้น การเรียนรู้ควรเริ่มต้นจากความเข้าใจในความคิดรวบยอดเป็นอันดับแรก การฝึกทักษะให้เกิดความชำนาญเป็นอันดับต่อมา แล้วจึงถึงขั้นประยุกต์ คือการนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ ในชีวิตเป็นขั้นสุดท้าย (เสริมศักดิ์ สุรวัดลม. 2533? : 122)

ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอด มีโครงสร้างแสดงความ เป็นเหตุเป็นผลต่อกัน และสื่อความหมายโดยใช้สัญลักษณ์ ซึ่งมีลักษณะเป็นนามธรรมที่ยากต่อการเรียนรู้และยากต่อการทำความเข้าใจได้อย่างรวดเร็ว (วัลลภา ธารีรัตน์. 2528: 57) การสอนคณิตศาสตร์จึงต้องสอนให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ สามารถคิดได้อย่างมีเหตุผล มีหลักเกณฑ์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และสามารถแก้ปัญหาได้ ซึ่งการเรียนที่จะทำให้เกิดทักษะดังกล่าวนี้ ผู้เรียนจะต้องเข้าใจในความคิดรวบยอดของเรื่องที่เรียนเป็นสำคัญ (พีระพล ศิริวงศ์. 2525: 2) แต่ทั้งนี้ เนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ยังเป็นอีกเรื่องหนึ่งที่นักเรียนมักจะมีปัญหาต่อการทำความเข้าใจหรือเข้าถึงความคิดรวบยอดของเนื้อหา อันจะเห็นได้จากคะแนนการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีวิทยา ประจำปี การศึกษา 2548 ภาคเรียนที่ 2 ซึ่งเป็นการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย โดยมีนักเรียนที่ทำคะแนนได้ต่ำสุดเพียง 2 คะแนน จากคะแนนเต็ม 16 คะแนน และมีนักเรียนที่ สอบผ่านทั้งสิ้น 185 คน จากนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมด 312 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 59.29 (แบบ ประเมินผลรายวิชา ภาคเรียนที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2548) จากผลดังกล่าว กลวิธีในการสอนที่มีอยู่ อย่างหลากหลายจึงเป็นสิ่งจำเป็นที่ครูผู้สอนจะเลือกนำมาใช้จัดการเรียนการสอนให้ผู้เรียนเกิด

ความคิดรวบยอดให้ได้ การสอนแบบสืบสวนสอบสวนเป็นวิธีการหนึ่งที่จะทำให้ผู้เรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้กำหนดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเกิดความสงสัย ต้องค้นหาคำตอบเพื่อจะอธิบายปัญหานั้นตามขั้นตอนการสังเกต การอธิบาย พยากรณ์และทดสอบ และการนำความรู้ไปใช้ (วีรยุทธ วิเชียรโชติ และนวลเพ็ญ วิเชียรโชติ. 2524: 68) นอกจากนี้ การนำคอมพิวเตอร์เข้ามาช่วยในการจัดการเรียนการสอนก็เป็นอีกวิธีหนึ่งที่ทำให้ผู้เรียนสามารถพบข้อสรุปในบทเรียนต่างๆ ได้เร็วยิ่งขึ้น (อำนาจ เชื้อป้อคา: 2547: 1 – 2) สมาคมครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics : NCTM) ได้วางมาตรฐานของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยมีจุดมุ่งหมายให้นักเรียนค้นพบ โดยการสร้าง การวาด การวัด สืบหาและตั้งข้อคาดเดา (Conjecturing) การสืบเสาะเพื่อตรวจสอบการตั้งข้อคาดเดา ซึ่งกิจกรรมดังกล่าวจะทำให้ผู้เรียนเป็นผู้มีความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Mathematically Literate) คือเป็นผู้ที่มีความสามารถในการสำรวจ ตั้งข้อคาดเดา ให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล และเลือกใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ อีกทั้งยังช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีจินตนาการและพัฒนาความเชื่อมั่นในตนเอง ส่งผลให้นักเรียนเป็นผู้ที่มีพลังทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Power) (NCTM. 1989: 112 – 115)

ในสหรัฐอเมริกาได้มีการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูปสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มากมาย สำหรับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์โปรแกรมหนึ่งที่มีคุณสมบัติใช้งานง่าย สามารถที่จะใช้ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เพราะโปรแกรมดังกล่าวสามารถที่จะสร้างรูปกราฟ รูปเรขาคณิต และวัดหาขนาดส่วนของเส้นตรง ส่วนโค้ง และมุมได้รวดเร็วถูกต้อง ทั้งยังช่วยให้นักเรียนสร้างรูปสองมิติและสามมิติบนหน้าจอแล้วพลิก หมุน หรือเลือกรูปในมุมมองต่างๆ ทำกิจกรรมการสำรวจด้วยการพลิก เลื่อน หมุน ยืดและหด เพื่อเรียนรู้ความคิดรวบยอดต่างๆ ทางเรขาคณิตได้รวดเร็ว เป็นรูปธรรมขึ้น นอกจากคุณสมบัติดังกล่าวแล้วยังมีเมนูคำสั่งเพื่อที่จะสร้างกราฟจากฟังก์ชันต่างๆ ได้อีกด้วย นอกจากนี้ GSP ยังส่งเสริมให้นักเรียนเกิดจินตนาการในการคิดค้นคว้าหาเหตุผลและเพิ่มพูนความรู้ ความสามารถ เกิดความกระตือรือร้น ตั้งดูความสนใจ อยากค้นคว้าด้วยการตอบสนองทันทีจากโปรแกรมดังกล่าว และผู้สอนสามารถที่จะสาธิตหรือสรุปให้นักเรียนได้ศึกษาตามเพื่อเป็นการทบทวนเนื้อหาได้ (อำนาจ เชื้อป้อคา. 2547: 1 – 2)

จากเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงมีจุดมุ่งหมายที่จะพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการใช้ชุดการเรียน และเพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญซึ่งสอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 ซึ่งจะช่วยให้ครูมีทางเลือกในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพได้อีกทางหนึ่ง

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ ดังนี้

1. เพื่อพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2. เพื่อศึกษาผลของการพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

2.1 เพื่อศึกษาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2.2 เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ความสำคัญของการวิจัย

ผลของการวิจัยในครั้งนี้จะเป็นแนวทางในการพัฒนาและปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น นอกจากนี้การใช้โปรแกรม GSP ประกอบการเรียนการสอนเรื่อง ภาคตัดกรวย ยังเป็นการนำเทคโนโลยีสื่อการสอนไปช่วยในการจัดกิจกรรมในชั้นเรียน ซึ่งผู้ที่สนใจสามารถนำแนวคิดดังกล่าวไปพัฒนาการเรียนการสอนในเนื้อหาบทอื่นๆต่อไป

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีวิทยา ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค41202 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 9 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 335 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีวิทยา ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 43 คน ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค41202 ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค41202 เรื่อง ภาคตัดกรวย ของหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสตรีวิทยา พุทธศักราช 2545

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 โดยใช้ เวลาในการศึกษาค้นคว้าทั้งหมด 22 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้

1. ทดสอบก่อนเรียน	2 คาบ
2. ชุดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง การเลื่อนขนานของแกน	2 คาบ
3. ชุดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง วงกลม	4 คาบ
4. ชุดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง พาราโบลา	4 คาบ
5. ชุดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง วงรี	4 คาบ
6. ชุดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง ไฮเพอร์โบลา	4 คาบ
7. ทดสอบหลังเรียน	2 คาบ
รวม	22 คาบ

ตัวแปรที่ทำการวิจัย

1) การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ตัวแปรที่ทำการศึกษา คือ ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2) ผลการพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ตัวแปรอิสระ (Independent Variable) คือ ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวน สอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย

ตัวแปรตาม (Dependent Variable) คือ

- 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
- 2) ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การสอนแบบสืบสวนสอบสวน หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียน เป็นสำคัญและมุ่งให้นักเรียนค้นหาความรู้ด้วยตนเอง โดยใช้หลักการสอนแบบสืบสวนสอบสวนซึ่ง แบ่งเป็น 4 ชั้น ได้แก่

1. **ขั้นสังเกต** เป็นขั้นที่ครูผู้สอนได้จัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาเพื่อให้ผู้เรียนได้คิดวิเคราะห์ ทำการสังเกต พยายามค้นพบหลักการ หรือประเมินสถานการณ์ที่ได้รับ โดยผู้สอนจะใช้คำถามต่างๆ เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนได้สำรวจปัญหาจากกิจกรรมที่กำหนดให้

2. **ขั้นอธิบาย** เป็นขั้นที่ครูกระตุ้นให้ผู้เรียนทำการค้นหาคำตอบเพื่อขอจัดข้อสงสัยโดยการให้เหตุผล วิเคราะห์ข้อมูลและค้นหาวิธีที่จะอธิบายปัญหาจากขั้นสังเกต

3. **ขั้นพยากรณ์และทดสอบ** เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำข้อมูลมาอภิปรายและตั้งสมมติฐานแล้วทำการทดลองหรือพยากรณ์เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้ จนนำไปสู่ข้อสรุป

4. **ขั้นนำไปใช้** เป็นขั้นที่ครูผู้สอนได้ให้สถานการณ์หรือตัวอย่างใหม่ที่คล้ายกับปัญหาที่นักเรียนได้เคยทำการสืบสวนสอบสวนมาแล้ว เพื่อให้ผู้เรียนได้นำหลักการใหม่ที่ค้นพบมาปรับขยายโครงสร้างการรับรู้ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับเนื้อหาอื่นๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

2. **โปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP)** เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สามารถสร้างสื่อการเรียนการสอนทางคณิตศาสตร์ได้ เช่น รูปเรขาคณิตต่างๆ ที่เป็นรูปสองมิติและสามมิติ การสร้างกราฟ การพิสูจน์ทางเรขาคณิต หรือใช้ในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ขั้นสูง เช่น แคลคูลัส อีกทั้งโปรแกรม GSP ยังสามารถทำให้รูปต่างๆ เคลื่อนไหวได้ตามที่ต้องการอีกด้วย

3. **ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายที่เป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความที่ระบุลักษณะร่วมหรือลักษณะเฉพาะของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง แล้วส่งผลให้สามารถแยกประเภทหรือจัดให้อยู่ในประเภทเดียวกัน ตลอดจนนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ โดยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ สามารถทำได้โดยให้ผู้เรียนเห็นของจริง ได้ลงมือปฏิบัติ หรือศึกษาจากตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง เพื่อจำแนกความแตกต่างหรือหาลักษณะร่วมแล้วสรุปเป็นนิยามได้ โดยการวัดด้วยแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ

4. **ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP** หมายถึง ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการสอนแบบสืบสวนสอบสวน และโปรแกรม GSP เป็นสื่อในการจัดการเรียนการสอน เรื่อง ภาคตัดกรวย โดยในชุดการเรียนคณิตศาสตร์แต่ละชุดนั้น จะให้นักเรียนได้ใช้โปรแกรม GSP ดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ตามหลักการสอนแบบสืบสวนสอบสวนทั้ง 4 ขั้น เพื่อให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ชุดการเรียนซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นได้ศึกษาแนวทางการสร้างชุดการเรียนจากตำราของบุญเกื้อควรหาเวช (2542: 95 – 102) โดยมีองค์ประกอบ ดังนี้

- คำชี้แจง
- จุดประสงค์การเรียนรู้

- เวลาที่ใช้
- สื่อการเรียนรู้
- การประเมินผลการเรียนรู้
- กิจกรรมการเรียนรู้
- แบบฝึกหัด
- แบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้

5. **ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์** หมายถึง ความรู้ ความสามารถของผู้เรียนในด้านความรู้ ความเข้าใจ และการนำไปใช้ หลังการใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ซึ่งสามารถวัดออกมาเป็นคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นแบบปรนัย 4 ตัวเลือก โดยสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้ ความคิด (Cognitive Domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ตามที่วิลสัน (Wilson. 1971: 643 – 685) จำแนกไว้เป็น 4 ระดับ คือ

1. ด้านความรู้ความจำ เกี่ยวกับการคิดคำนวณ (Computation) ในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์ นิยาม และการใช้กระบวนการในการคิดคำนวณ
2. ด้านความเข้าใจ (Comprehension) เกี่ยวกับความคิดรวบยอด หลักการ กฎ การสรุปอ้างอิง และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปยังอีกแบบหนึ่ง การคิดตามแนวเหตุผล การอ่านและการตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. ด้านการนำไปใช้ (Application) ประกอบด้วยความสามารถในการแก้ปัญหาที่ประสบอยู่ระหว่างเรียน การเปรียบเทียบ การสังเคราะห์ข้อมูล และการมองเห็นแบบลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนและสมมาตร
4. ด้านการวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและไม่มีในแบบฝึกหัด แต่อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาที่เรียน การค้นหาความสัมพันธ์ การพิสูจน์ การสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องของสูตร

6. **ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน** หมายถึง คุณภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ที่นำไปสอนแล้วทำให้ผู้เรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ตามเกณฑ์ 80/80 โดยมีความหมายดังนี้

80 ตัวแรก หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนในแต่ละชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนในแต่ละชุด

80 ตัวหลัง หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนในแต่ละชุดทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียน การยอมรับประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ถ้อยคำความแปรปรวน 2.5 % คือ ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ไม่ควรต่ำกว่าเกณฑ์ 2.5 % (ฉลองชัย สุรวัฒนบุรณ. 2528: 215)

7. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่จะยอมรับว่าหลังได้รับการเรียนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ แล้วนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ โดยในที่นี้กำหนดเกณฑ์ร้อยละ 65

ทั้งนี้การเปรียบเทียบคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยวิเคราะห์จากคะแนนสอบหลังเรียน แล้วนำคะแนนเฉลี่ยมาเทียบกับเกณฑ์เป็นร้อยละ 65 นั้น ใช้สถิติเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนด (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2547: 15) ดังนี้

คะแนนร้อยละ	80 – 100	หมายถึง	ได้ระดับผลการเรียน ดีเยี่ยม
คะแนนร้อยละ	75 – 79	หมายถึง	ได้ระดับผลการเรียน ดีมาก
คะแนนร้อยละ	70 – 74	หมายถึง	ได้ระดับผลการเรียน ดี
คะแนนร้อยละ	65 – 69	หมายถึง	ได้ระดับผลการเรียน ค่อนข้างดี
คะแนนร้อยละ	60 – 64	หมายถึง	ได้ระดับผลการเรียน น่าพอใจ
คะแนนร้อยละ	55 – 59	หมายถึง	ได้ระดับผลการเรียน พอใช้
คะแนนร้อยละ	50 – 54	หมายถึง	ได้ระดับผลการเรียน ผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ
คะแนนร้อยละ	0 – 49	หมายถึง	ได้ระดับผลการเรียน ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ

สมมติฐานในการวิจัย

1. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงขึ้น
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงขึ้น
3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไป

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามลำดับหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้

- 1.1 ความหมายของชุดการเรียนรู้
- 1.2 ประเภทของชุดการเรียนรู้
- 1.3 องค์ประกอบของชุดการเรียนรู้
- 1.4 หลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้
- 1.5 ขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนรู้
- 1.6 ประโยชน์ของชุดการเรียนรู้
- 1.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบสืบสวนสอบสวน

- 2.1 ความหมายของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน
- 2.2 ขั้นตอนของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน
- 2.3 บทบาทของครูในการสอนแบบสืบสวนสอบสวน
- 2.4 ข้อดีและข้อจำกัดของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน
- 2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบสืบสวนสอบสวน

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GSP

- 3.1 โปรแกรม GSP กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
- 3.2 ความสามารถของโปรแกรม GSP
- 3.3 ระบบวิธีใช้โปรแกรม GSP
- 3.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GSP

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด

- 4.1 ความหมายของความคิดรวบยอด
- 4.2 ประเภทของความคิดรวบยอด
- 4.3 กระบวนการสร้างความคิดรวบยอด
- 4.4 ความสำคัญของความคิดรวบยอด
- 4.5 ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
- 4.6 ความสำคัญของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

4.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด

5. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

5.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

5.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

5.3 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

5.4 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

5.5 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

5.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้

1.1 ความหมายของชุดการเรียนรู้

ชุดการเรียนรู้และชุดการสอน (Learning Packages and Instructional Packages) ทั้งสองคำนี้ เป็นคำที่มีความหมายคล้ายคลึงกัน ซึ่งหมายถึง ระบบการผลิตและการนำสื่อการเรียนต่างๆ ที่สัมพันธ์กับเนื้อหา มาส่งเสริมให้เกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม การเรียนรู้ตามจุดประสงค์อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น (สิริมา สาระพล. 2547: 12) ทั้งนี้ กาญจนา เกียรติประวัติ (2524: 174 – 175) ได้อธิบายถึงความแตกต่างของชุดการสอนกับชุดการเรียนรู้ว่า "ชุดการสอน" เป็นคำที่ใช้มาดั้งเดิม แต่การใช้คำว่าชุดการสอน ทำให้ครูเกิดแนวคิดที่ว่าสื่อการเรียนทั้งหลายที่จัดรวบรวมไว้เพื่อให้ครูเป็นผู้ลงมือใช้ ดังนั้นผู้ที่ทำกิจกรรมก็คือครู ในปัจจุบันนักการศึกษาจึงหันมาใช้คำว่า "ชุดการเรียนรู้" เพื่อเข้าถึงแนวการสอนที่ยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ให้ผู้เรียนได้มีโอกาสใช้สื่อต่างๆ ในชุดการเรียนรู้เพื่อการศึกษาด้วยตนเองซึ่งจะช่วยให้ครูลดบทบาทในการบอกลง สอดคล้องกับ บุญเกื้อ ควรหาเวช (2542: 91) ได้กล่าวไว้ว่า การเรียนรู้ที่ดีควรให้ผู้เรียนได้เรียนเอง จึงมีผู้นิยมเรียกชุดการสอนเป็นชุดการเรียนรู้มากขึ้น

สำหรับความหมายของชุดการเรียนรู้ ได้มีผู้ให้ความหมายไว้หลายท่าน ดังนี้

แคปเฟอร์ และแคปเฟอร์ (Kapfer and Kapfer. 1972: 3 -10) ให้ความหมายของชุดการเรียนรู้ว่า เป็นรูปแบบของการสื่อสารระหว่างครูและนักเรียน ซึ่งประกอบด้วยคำแนะนำที่ให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมการเรียนรู้จนบรรลุพฤติกรรมที่เป็นผลของการเรียนรู้ การรวบรวมเนื้อหาที่นำมาสร้างชุดการเรียนรู้นั้น ได้มาจากขอบข่ายของความรู้ที่หลักสูตรต้องการให้นักเรียนได้เรียนรู้ และเนื้อหาจะต้องตรงและชัดเจนที่จะสื่อความหมายให้นักเรียนเกิดพฤติกรรมตามเป้าหมายของการเรียน

ดวน (Duane. 1973: 306) ได้กล่าวถึงชุดการเรียนรู้ว่า เป็นชุดการเรียนรู้รายบุคคล (Individualized Instruction) อีกรูปแบบหนึ่งซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามเป้าหมาย ผู้เรียนจะเรียนได้ตามอัตราความสามารถและความต้องการของตนเอง

มัวร์ และควินน์ (Moore and Quinn. 1994: 66 – 67) ได้พูดถึงการเรียนการสอนว่า เป็น การศึกษารายบุคคลที่เป็นระบบที่ผู้เรียนสามารถบรรลุเป้าประสงค์ในการเรียนต่อเนื่องกันไปอย่างมี ประสิทธิภาพโดยใช้สื่อ และกิจกรรมหลากหลายชนิดตามความเหมาะสม

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2523: 19) ชุุดการเรียนจะเป็นชุดของสื่อประสม ซึ่งครูสามารถ นำมาใช้เป็นเครื่องชี้แนวทาง หรือเป็นเครื่องมือในการสอน หรือให้ผู้เรียนด้วยตนเอง หรือผู้เรียนและ ผู้สอนใช้ร่วมกันเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ หรือเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมอย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ตามจุดมุ่งหมายในการเรียนการสอนที่ตั้งใจไว้ในเนื้อหาวิชาหนึ่งๆ

บุญเกื้อ ควรหาเวช (2542: 66 – 67) ได้กล่าวถึงชุดการเรียนว่า ชุดการเรียนจัดเป็นสื่อ ประสม (Multimedia) ที่จัดขึ้นสำหรับหน่วยการเรียนรู้จัดไว้เป็นชุดๆ บรรจุในซอง กล่อง หรือกระเป๋า ใน การสร้างใช้วิธีระบบเป็นหลัก จึงทำให้มั่นใจได้ว่า ชุดการเรียนจะช่วยให้ผู้เรียนได้รับความรู้

ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ต้นบรรจง (2531: 181) กล่าวว่า ชุดการเรียนเป็นชุด การเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเอง ในชุดการเรียนการสอนนี้จะประกอบไปด้วย บัตรคำสั่ง บัตรเนื้อหา บัตรกิจกรรม บัตรแบบฝึกหัด หรือบัตรงานพร้อมเฉลย ในชุดการเรียนการสอนนั้นจะมี สื่อการเรียนการสอนไว้พร้อม เพื่อให้ผู้เรียนใช้ประกอบการเรียนเรื่องนั้น ๆ

สุภาพร บุญหนัก (2544: 8) กล่าวว่า ชุดการเรียน หมายถึง การนำเอาสื่อการเรียนการ สอนหลายๆ อย่างมาใช้ร่วมกัน โดยให้สอดคล้องกับวิชา หน่วย หัวเรื่อง เนื้อหา และวัตถุประสงค์ เพื่อ ช่วยให้ผู้เรียนได้มีการเรียนรู้ด้วยตนเองตามความสามารถ หรือทำกิจกรรมกลุ่มร่วมกัน ทั้งนี้ก็เพื่อให้ ผู้เรียนเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพสูงสุด

อรอุมา ไชยโยธา (2547: 10) ได้ให้ความหมายของชุดการเรียนว่า หมายถึง สื่อการสอน ที่ครูเป็นผู้สร้างขึ้นประกอบด้วยวัสดุ อุปกรณ์หลายชนิดและองค์ประกอบอื่น เพื่อให้ผู้เรียนศึกษาและ ปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองโดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ ช่วยเหลือและมีการนำ หลักการทางจิตวิทยามาใช้ประกอบในการเรียน เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนได้รับความสำเร็จ บรรลุตาม จุดประสงค์ที่ตั้งไว้

ธนภร ตุ่มบุญ (2548: 10) กล่าวว่า ชุดการเรียน หมายถึง สื่อการสอนที่ครูสร้างขึ้น เพื่อให้ครูสามารถสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยการนำกิจกรรมการสอนต่างๆ มาบูรณาการ เพื่อให้ ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากการศึกษาความหมายข้างต้น จึงพอสรุปได้ว่า ชุดการเรียน หมายถึง สื่อการเรียนการ สอนที่ครูสร้างขึ้นซึ่งอาจจะเป็นเอกสาร วัสดุหรืออุปกรณ์ที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนต่างๆ โดยให้ สอดคล้องกับวัตถุประสงค์และเนื้อหาวิชา เพื่อช่วยให้ครูสามารถสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ และทำ ให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้จนสามารถบรรลุจุดประสงค์ที่วางไว้ได้

1.2 ประเภทของชุดการเรียนรู้

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2523: 118–119) ได้จำแนกประเภทของชุดการเรียนการสอนและแนวคิดในการสร้างชุดการเรียนการสอนเป็น 4 ประเภทใหญ่ๆ คือ

1. ชุดการเรียนการสอนประกอบการบรรยาย เป็นชุดการเรียนการสอนที่มุ่งขยายเนื้อหาสาระการสอนแบบบรรยายให้ชัดเจนขึ้น โดยกำหนดกิจกรรมและสื่อการสอนให้ครูใช้ประกอบการบรรยายบางครั้งจึงเรียกว่า "ชุดการเรียนการสอนสำหรับครู" ชุดการเรียนการสอนนี้จะมีเนื้อหาเพียงหน่วยเดียวและใช้กับผู้เรียนทั้งชั้น โดยแบ่งหัวข้อที่จะบรรยายและกิจกรรมไว้ตามลำดับชั้น ทั้งนี้เพื่ออำนวยความสะดวกแก่ครู และเพื่อเปลี่ยนบทบาทการพูดของครูให้น้อยลง เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีส่วนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มากขึ้น ชุดการเรียนการสอนประกอบการบรรยายนี้นิยมใช้กับการฝึกอบรมและการสอนในระดับอุดมศึกษา สื่อการสอนที่ใช้อาจเป็นแผ่นคำสอน แผนภูมิ รูปภาพ ภาพยนตร์โทรทัศน์ หรือกิจกรรมกลุ่ม เป็นต้น สื่อการสอนชุดการเรียนการสอนมักจะบรรจุในกล่องที่มีขนาดเหมาะสม แต่ถ้าเป็นวัสดุที่มีราคาแพง ขนาดเล็ก หรือใหญ่เกินไปตลอดจนเสียหายง่าย หรือเป็นสิ่งมีชีวิตก็最好不要บรรจุในกล่อง แต่จะกำหนดไว้ในคู่มือครูเพื่อจัดเตรียมก่อนสอน

2. ชุดการเรียนการสอนสำหรับกิจกรรมแบบกลุ่ม เป็นชุดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นที่ตัวผู้เรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมร่วมกัน ครูจะเปลี่ยนบทบาทจากผู้บรรยายมาเป็นผู้แนะนำช่วยเหลือผู้เรียน ชุดการเรียนการสอนแบบกิจกรรมกลุ่มอาจจัดเรียนในห้องเรียนแบบศูนย์การเรียน ชุดการเรียนการสอนแต่ละชุดจะประกอบด้วยชุดการสอนย่อยที่มีจำนวนเท่ากับจำนวนศูนย์ที่แบ่งไว้ในแต่ละหน่วย ในแต่ละศูนย์มีชื่อหรือบทเรียนครบตามชุดตามจำนวนผู้เรียนในศูนย์กิจกรรมนั้นๆ ซึ่งจัดไว้ในรูปสื่อประสม อาจใช้ป็นสื่อรายบุคคล หรือทั้งกลุ่มใช้ร่วมกันก็ได้ ในขณะที่ทำกิจกรรมการเรียนรู้หากมีปัญหา ผู้เรียนสามารถซักถามครูได้เสมอ เมื่อจบการเรียนรู้ในแต่ละศูนย์แล้ว ผู้เรียนสนใจที่จะเรียนเสริมก็สามารถศึกษาได้จากศูนย์สำรองที่จัดเตรียมไว้ โดยไม่ต้องเสียเวลารอคอยผู้อื่น

3. ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล เป็นชุดการเรียนการสอนที่จัดไว้ให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเองตามคำแนะนำที่ระบุไว้ แต่อาจมีการปรึกษาระหว่างเรียนได้ และเมื่อสงสัยไม่เข้าใจบทเรียนตอนไหนสามารถได้ถามครูได้ การเรียนจากชุดการเรียนการสอนรายบุคคลนี้นิยมใช้ห้องเรียนที่มีลักษณะพิเศษ แบ่งเป็นสัดส่วนสำหรับผู้เรียนแต่ละคน ซึ่งเรียกว่า "ห้องเรียนรายบุคคล" ชุดการเรียนการสอนรายบุคคลนี้ นักเรียนอาจนำไปเรียนที่บ้านได้ด้วย โดยมีผู้ปกครองหรือบุคลากรอื่นให้ความช่วยเหลือ ชุดการเรียนการสอนรายบุคคลนี้เน้นหน่วยการสอนย่อย จึงนิยมเรียกว่า "บทเรียนโมดูล" (Instructional Module)

4. ชุดการเรียนการสอนทางไกล เป็นชุดการเรียนการสอนสำหรับผู้เรียนอยู่ต่างถิ่นต่างเวลามุ่งสอนให้ผู้เรียนศึกษาด้วยตนเอง โดยไม่ต้องมาเข้าชั้นเรียน ประกอบด้วยสื่อประเภทสิ่งพิมพ์

วิทยุกระจายเสียง ภาพยนตร์ และการสอนเสริมตามศูนย์บริการการศึกษา เช่น ชุดการเรียนการสอนทางไกลของมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช เป็นต้น

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524: 250 – 251) ได้แบ่งประเภทของชุดการเรียนออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. ชุดการเรียนสำหรับครู เป็นชุดที่จัดให้ครูโดยเฉพาะ มีคู่มือและเครื่องมือสำหรับครู ซึ่งพร้อมที่จะนำไปใช้สอนให้เด็กเกิดพฤติกรรมที่คาดหวัง ครูเป็นผู้ดำเนินการและควบคุมกิจกรรมทั้งหมด นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมภายใต้การดูแลของครู

2. ชุดการเรียนสำหรับนักเรียน เป็นชุดการเรียนสำหรับจัดให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง ครูมีหน้าที่เพียงจัดอุปกรณ์และมอบชุดการเรียนให้ แล้วคอยรับรายงานผลเป็นระยะๆ ให้คำแนะนำเมื่อมีปัญหาและประเมินผล ชุดการเรียนนี้จะฝึกการเรียนด้วยตนเอง เมื่อนักเรียนจบการศึกษาจากโรงเรียนไปแล้วก็สามารถเรียนรู้หรือศึกษาสิ่งต่างๆ ได้ด้วยตนเอง

3. ชุดการเรียนที่ครูและนักเรียนใช้ร่วมกัน ชุดนี้มีลักษณะผสมระหว่างชุดแบบที่ 1 และชุดแบบที่ 2 ครูเป็นผู้คอยดูแลและกิจกรรมบางอย่าง ครูต้องเป็นผู้แสดงนำให้นักเรียนดู และกิจกรรมบางอย่างนักเรียนต้องทำด้วยตนเอง ชุดการเรียนแบบนี้เหมาะสมอย่างยิ่งที่จะใช้กับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ซึ่งจะเริ่มฝึกให้รู้จักการเรียนด้วยตนเองภายใต้การดูแลของครู

วีระ ตันกระกุล และปรีชา นิพนธ์พิทยา (2533: 92 – 94) ได้แบ่งชุดกิจกรรมการสอนไว้ 3 ประเภท คือ

1. ชุดการสอนสำหรับครู เป็นชุดการสอนประกอบการบรรยายของครู เพื่ออำนวยความสะดวกให้แก่ครูในการสอน

2. ชุดการสอนแบบศูนย์การเรียน เป็นชุดการสอนใช้สำหรับการเรียนแบบกิจกรรมกลุ่ม นอกจากจะให้ประสบการณ์ทางการเรียนรู้โดยการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองแล้วยังส่งเสริมให้นักเรียนมีความซื่อสัตย์ สามัคคี เอื้อเฟื้อเผื่อแผ่ในหมู่คณะ ตลอดจนเสริมสร้างวินัยและประชาธิปไตยในระบบกลุ่มด้วย

3. ชุดการสอนรายบุคคล เป็นชุดการสอนสำหรับนักเรียนใช้ศึกษาค้นคว้าเป็นรายบุคคล บุญแก้ว ควรหาเวช (2542: 94 – 95) ได้แบ่งประเภทของชุดการเรียนไว้ 3 ประเภทใหญ่ๆ คือ

1. ชุดการเรียนประเภทคำบรรยาย เป็นชุดการเรียนสำหรับให้ผู้เรียนเป็นกลุ่มใหญ่ หรือเป็นการสอนที่ต้องการปูพื้นฐานให้ผู้เรียนส่วนใหญ่รู้และเข้าใจในเวลาเดียวกัน มุ่งในการขยายเนื้อหาสาระชัดเจนยิ่งขึ้น ได้แก่ รูปภาพ แผนภูมิ สไลด์ ฟิล์มสตริป ภาพยนตร์ เทปบันทึกเสียงหรือกิจกรรมที่กำหนดไว้ เป็นต้น

2. ชุุดการเรียนแบบกลุ่มกิจกรรม เป็นชุุดการเรียนสำหรับให้ผู้เรียนเรียนร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ ประมาณ 5 – 7 คน โดยใช้สื่อการสอนที่บรรจุไว้ในชุุดการสอนแต่ละชุุด มุ่งที่จะฝึกทักษะในเนื้อหาและให้ผู้เรียนได้มีโอกาสทำงานร่วมกัน

3. ชุุดการเรียนแบบรายบุคคลหรือชุุดการเรียนตามเอกัตภาพ เป็นชุุดการเรียนสำหรับเรียนด้วยตนเองเป็นรายบุคคล คือ ผู้เรียนจะต้องศึกษาหาความรู้ตามความสามารถและความสนใจของตนเอง อาจจะเรียนที่โรงเรียนหรือเรียนที่บ้านก็ได้ ส่วนมากมักจะมุ่งให้ผู้เรียนได้ทำความเข้าใจเนื้อหาวิชาที่เรียนเพิ่มเติม ผู้เรียนจะสามารถประเมินผลการเรียนด้วยตนเองได้ด้วย

จากการศึกษาประเภทของชุุดการเรียนที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าชุุดการเรียนแต่ละประเภทไม่ว่าจะเป็นชุุดการเรียนสำหรับนักเรียนหรือสำหรับครู ชุุดการเรียนแบบกลุ่มหรือรายบุคคลนั้น จะเป็นตัวกำหนดบทบาทของครูและนักเรียนให้แตกต่างกัน ดังนั้น ครูควรเลือกให้เหมาะสมกับเนื้อหาและวัยของผู้เรียน เพื่อให้การเรียนการสอนบรรลุจุดประสงค์ที่ตั้งไว้

1.3 องค์ประกอบของชุุดการเรียน

ดวน (Duane. 1973: 169) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุุดการเรียน 6 ประการ คือ

1. มีจุดมุ่งหมายและเนื้อหา
2. บรรยายเนื้อหา
3. มีจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
4. มีกิจกรรมให้เลือกเรียน
5. มีกิจกรรมที่ส่งเสริมเจตคติ
6. มีเครื่องมือวัดผลก่อนการเรียน ระหว่างเรียนและหลังเรียน

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2523: 120) ได้จำแนกส่วนประกอบของชุุดการเรียนไว้ 4 ส่วน คือ

1. คู่มือครูสำหรับใช้ชุุดการเรียนและ/หรือผู้เรียนที่ต้องเรียนจากชุุดการเรียน
2. เนื้อหาสาระและสื่อ โดยจัดให้อยู่ในรูปของสื่อการเรียนแบบประสม และกิจกรรม

การเรียนการสอนแบบกลุ่ม และรายบุคคลตามวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

3. คำสั่งหรือการมอบงาน เพื่อกำหนดแนวทางในการดำเนินงานให้นักเรียน
4. การประเมินผล เป็นการประเมินผลของกระบวนการ ได้แก่ แบบฝึกหัด รายงานการ

ค้นคว้า และผลของการเรียนรู้ในรูปของแบบทดสอบต่างๆ

ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ตันบรรจง (2531: 175 – 176) ได้อธิบายถึงองค์ประกอบของชุุดการเรียนรายบุคคลไว้ว่า ประกอบด้วยส่วนต่างๆ ดังนี้

1. บัตรคำสั่ง จะชี้แจงรายละเอียดว่า ผู้เรียนจะต้องปฏิบัติตามขั้นตอนอย่างไร

2. บัตรกิจกรรม เป็นบัตรที่บอกให้ผู้เรียนทำกิจกรรมต่างๆ สิ่งที่จะควรมีในบัตรกิจกรรมคือ หัวเรื่อง ระดับชั้น สื่อการเรียนการสอน กิจกรรมและเฉลยกิจกรรม

3. บัตรเนื้อหา เป็นบัตรที่บอกเนื้อหาทั้งหมดที่ต้องการให้เรียน สิ่งที่จะควรมีในบัตรเนื้อหา คือ หัวเรื่อง สูตร นิยาม เป็นต้น

4. บัตรแบบฝึกหัดหรือบัตรงาน เป็นแบบฝึกหัดที่ทำให้ผู้เรียนฝึกหัดทำหลังจากที่ได้ทำบัตรกิจกรรม และศึกษาเนื้อหาจนเข้าใจแล้ว ในบัตรแบบฝึกหัดนี้จะต้องทำบัตรเฉลยไว้พร้อม สิ่งที่จะควรมีในแบบฝึกหัดหรือบัตรงาน คือ หัวเรื่อง สูตร นิยาม กฎที่ต้องการใช้ในโจทย์แบบฝึกหัดให้นักเรียนตั้งใจทำเองแล้วหาคำตอบ เฉลยแบบฝึกหัด

5. บัตรทดสอบหรือบัตรปัญหา เป็นข้อทดสอบตามเนื้อหาของแต่ละหน่วยย่อยและมีเฉลยไว้พร้อม อาจทำทั้งข้อทดสอบก่อนเรียน (Pre – Test) และข้อทดสอบหลังเรียน (Post – Test)

บุญเกื้อ ควรหาเวช (2542: 95 – 102) ได้กำหนดองค์ประกอบที่สำคัญภายในชุดการเรียนการสอน สามารถจำแนกออกเป็น 4 ส่วนด้วยกัน คือ

1. คู่มือครู เป็นคู่มือและแผนการสอนสำหรับผู้สอนหรือผู้เรียนตามแต่ชนิดของชุดการเรียนการสอน ภายในคู่มือจะชี้แจงถึงวิธีการใช้ชุดการเรียนการสอนเอาไว้อย่างละเอียดประกอบด้วย

- 1.1 คำนำ (สำหรับคู่มือที่เป็นเล่ม)
- 1.2 ส่วนประกอบของชุดการเรียนการสอน
- 1.3 คำชี้แจงสำหรับผู้เรียน
- 1.4 สิ่งที่คุณสอนและผู้เรียนต้องเตรียม
- 1.5 บทบาทของผู้สอนและผู้เรียน
- 1.6 การจัดห้องเรียน
- 1.7 แผนการสอน
- 1.8 เนื้อหาสาระของชุดการเรียนการสอน
- 1.9 แบบฝึกหัดปฏิบัติหรือกระดาษตอบคำถาม
- 1.10 แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน (พร้อมเฉลย)

2. บัตรคำสั่งหรือคำแนะนำ จะเป็นส่วนที่บอกให้ผู้เรียนดำเนินการเรียนหรือประกอบกิจกรรมแต่ละอย่าง ตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ ประกอบด้วย

- 2.1 คำอธิบายในเรื่องที่จะศึกษา
- 2.2 คำสั่งให้ผู้เรียนดำเนินการกิจกรรม
- 2.3 การสรุปบทเรียน

3. เนื้อหาสาระและสื่อ จะบรรจุไว้ในรูปของสื่อการสอนต่างๆ อาจจะประกอบด้วย บทเรียน โปรแกรม สไลด์ เทปบันทึกเสียง फिल्मสตริป แผ่นภาพโปร่งใส วัสดุกราฟฟิก หุ่นจำลอง ของตัวอย่าง รูปภาพ เป็นต้น

4. แบบประเมินผล ผู้เรียนจะทำการประเมินผลความรู้ด้วยตนเอง ก่อนและหลังเรียน แบบประเมินผลที่อยู่ในชุดกิจกรรมอาจจะแบบฝึกหัด ให้เติมคำในช่องว่าง เลือกคำตอบที่ถูกต้อง จับคู่ คู่มือการทดลองหรือให้ทำกิจกรรม เป็นต้น

จากการศึกษาองค์ประกอบของชุดการเรียนข้างต้น ผู้วิจัยจึงได้กำหนดองค์ประกอบของชุดการเรียนในการวิจัยครั้งนี้ เพื่อให้เหมาะสมกับวิชาและความสามารถของนักเรียน ซึ่งประกอบด้วย สื่อชุดการเรียน คำชี้แจง จุดประสงค์การเรียนรู้ เวลาที่ใช้ สื่อการเรียนรู้ การประเมินผลการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ แบบฝึกหัด และแบบทดสอบท้ายชุดการเรียน

1.4 หลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวกับชุดการเรียน

เคมปีและเดย์ตัน (Kemp and Dayton, 1985: 14 – 15) กล่าวว่า ทฤษฎีทั้งสามกลุ่มต่างมีความคล้ายคลึง หรือจุดเน้นที่เกี่ยวเนื่องกับการออกแบบและการใช้สื่อการเรียนการสอนดังนี้

1. แรงจูงใจ (Motivation) หากนักเรียนมีความต้องการ ความสนใจหรือความปรารถนาที่จะเรียนรู้ก็จะทำให้การเรียนการสอนบรรลุผลสำเร็จ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องสร้างให้นักเรียนเกิดความสนใจโดยการเสนอสื่อการสอนที่ก่อให้เกิดแรงจูงใจ คือ จัดประสบการณ์หรือจัดกิจกรรมในการเรียนรู้ซึ่งมีความหมาย หรือน่าสนใจสำหรับนักเรียน

2. ความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual Differences) นักเรียนต่างคนต่างมีอัตราและวิธีการเรียนรู้ที่ต่างกัน ดังนั้นการจัดสื่อการเรียนการสอนจะต้องคำนึงถึงประเด็นนี้ด้วย

3. วัตถุประสงค์ของการเรียนรู้ (Learning Objectives) ในการจัดการเรียนการสอน หากนักเรียนทราบจุดประสงค์ในการเรียนรู้ ก็จะทำให้นักเรียนมีโอกาสบรรลุจุดประสงค์ได้มากกว่าที่ไม่ทราบ นอกจากนี้วัตถุประสงค์ของการเรียนรู้อย่างช่วยในการวางแผนสร้างสื่อการเรียนการสอนซึ่งจะทำให้ทราบว่าควรบรรจุเนื้อหาอะไรในสื่อ

4. การจัดเนื้อหา (Organization of Content) การเรียนรู้ง่ายขึ้นหากมีการจัดลำดับเนื้อหาสาระในการเรียนรู้เป็นลำดับขั้นตอนและสมเหตุสมผล

5. การจัดเตรียมความรู้ที่มีมาก่อน (Pre – learning Preparation) บางครั้งการเรียนรู้สาระหนึ่ง ๆ จำเป็นต้องอาศัยประสบการณ์การเรียนรู้ที่มีมาก่อน ดังนั้นการสร้างชุดการเรียนควรคำนึงถึงธรรมชาติและระดับการเรียนรู้ของแต่ละกลุ่ม เพื่อจัดเตรียมความรู้ให้กับกลุ่มผู้เรียน

6. อารมณ์ (Emotion) การเรียนรู้เกี่ยวกับอารมณ์ และความรู้สึกของบุคคลพอ ๆ กับความสามารถทางสติปัญญา ดังนั้นการสร้างชุดการเรียนการสอนควรตอบสนองอารมณ์ ซึ่งก่อให้เกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้เป็นสำคัญ

7. การมีส่วนร่วม (Participation) การเรียนรู้จะเกิดผลอย่างรวดเร็ว และคงทนหากได้ นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งทางสติปัญญาและทางกายภาพ และควรจัดเป็นเวลายาวนานกว่าการเรียนรู้ โดยการฟังหรือการดู

8. การสะท้อนกลับ (Feedback) การเรียนรู้เพิ่มขึ้น หากนักเรียนได้ทราบความก้าวหน้าในการเรียนรู้ ซึ่งเป็นการการสร้างแรงจูงใจ

9. การเสริมแรง (Reinforcement) เมื่อนักเรียนบรรลุผลในการเรียนรู้เนื้อหาสาระใดแล้ว ก็จะถูกกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้นี้เป็นรางวัลที่สร้างความเชื่อมั่นและส่งผลให้เกิดพฤติกรรมทางบวกแก่นักเรียน

10. การฝึกปฏิบัติและการกระทำซ้ำ (Practice and Repetition) บุคคลจะเกิดการเรียนรู้ในเรื่องของความรู้และทักษะได้ จะต้องอาศัยการฝึกปฏิบัติและการทำซ้ำอยู่เสมอซึ่งจะนำไปสู่ความคงทนในการเรียนรู้

11. การนำไปประยุกต์ใช้ (Application) ผลลัพธ์ที่พึงปรารถนาของการเรียนรู้ คือ การเพิ่มความสามารถของแต่ละบุคคล ในการประยุกต์หรือการถ่ายโยงการเรียนรู้ซึ่งสามารถนำไปปรับใช้กับปัญหาหรือสภาพการณ์ใหม่ได้

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2523: 119) ได้กล่าวถึงแนวความคิดที่มาจากจิตวิทยาการเรียนการสอน ซึ่งนำมาสู่การผลิตชุดการเรียน ดังนี้

1. เพื่อสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล
2. เพื่อยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางด้วยการให้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
3. มีสื่อการเรียนใหม่ๆ ที่ช่วยในการเรียนของนักเรียนเพื่อช่วยการสอนของครู
4. ปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียนที่เปลี่ยนไป เปลี่ยนจากครูเป็นผู้นำ เป็นผู้มีอิทธิพล

ต่อนักเรียนมาก

เสาวณีย์ ลีขาบบัณฑิต (2528: 292 – 293) กล่าวถึง หลักการและทฤษฎีที่นำมาใช้ในการสร้างชุดการเรียน ดังนี้

1. ความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual Differences) นักการศึกษาได้นำหลักจิตวิทยาในด้านความแตกต่างระหว่างบุคคลมาใช้ เพราะถือว่าการสอนนั้นไม่สามารถปั้นผู้เรียนให้เป็นแม่พิมพ์เดียวกันได้ในเวลาที่เท่ากัน เพราะผู้เรียนแต่ละคนจะเรียนรู้ตามวิถีทางของเขา และใช้เวลาเรียนในเรื่องหนึ่ง ๆ ต่างกันออกไป ความแตกต่างเหล่านี้มีความแตกต่างด้านความสามารถ

สติปัญญา ความต้องการ ความสนใจ ร่างกาย อารมณ์ และสังคม ด้วยเหตุผลที่คนเรามีความแตกต่างกันดังกล่าว ผู้สร้างชุดการเรียนจึงพยายามที่จะหาวิธีการที่เหมาะสมที่สุดในการที่จะทำให้ผู้เรียนเรียนอย่างบรรลุผลสำเร็จตามวัตถุประสงค์ที่วางไว้ในชุดนั้น ๆ ซึ่งวิธีที่เหมาะสมวิธีหนึ่งก็คือ การจัดการสอนรายบุคคลหรือการจัดการสอนตามเอกัตภาพหรือการศึกษาด้วยตนเองซึ่งล้วนแต่เป็นวิธีสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีอิสระในการเรียนตามความแตกต่างระหว่างบุคคล

2. การนำสื่อประสมมาใช้ (Multi – Media Approach) เป็นการนำเอาสื่อการสอนหลายประเภทมาใช้สัมพันธ์กันอย่างมีระบบ ความพยายามอันนี้ก็เพื่อจะเปลี่ยนแปลงการเรียนการสอนจากเดิมที่ยึดครูเป็นแหล่งให้ความรู้หลักมาเป็นการจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนเรียนด้วยการใช้แหล่งความรู้จากสื่อประเภทต่าง ๆ

3. ทฤษฎีการเรียนรู้ (Learning Theory) จิตวิทยาการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนเรียนได้

3.1 เข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตนเอง

3.2 ตรวจสอบผลการเรียนของตนได้ทันที

3.3 มีการเสริมแรง คือ ผู้เรียนเกิดความภาคภูมิใจ ดีใจ ที่ตนเองทำได้ถูกต้อง

เป็นการให้กำลังใจที่จะเรียนต่อไป ถ้าตนเองทำไม่ถูกต้องที่ถูกต้องนั้นคืออะไร จะได้ไตร่ตรองพิจารณาทำให้เกิดความเข้าใจ ซึ่งจะไม่ทำให้เกิดการท้อถอยหรือสิ้นหวังในการเรียน เพราะเขาจะมีโอกาสที่จะสำเร็จได้เหมือนคนอื่นเช่นกัน

3.4 เรียนรู้ไปที่ละขั้น ตามความสามารถและความสนใจของตนเอง

4. การใช้วิธีการวิเคราะห์ระบบ (System Analysis) เป็นการนำเอาการวิเคราะห์ระบบมาใช้โดยจัดเนื้อหาวิชาให้สอดคล้องกับสภาพแวดล้อมและวัยของผู้เรียนทุกสิ่งทุกอย่างที่จัดไว้ในชุดการเรียนจะสร้างขึ้นอย่างมีระบบ จะต้องมีการตรวจเช็คทุกขั้นตอนและทุกอย่างจะต้องสัมพันธ์สอดคล้องกันเป็นอย่างดีมีการทดลองปรับปรุงจนมีประสิทธิภาพอยู่ในเกณฑ์มาตรฐานเป็นที่เชื่อถือได้ จึงจะนำออกมาใช้

จากการศึกษาหลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียน ทำให้ทราบได้ว่าการที่ผู้วิจัยจะสร้างชุดการเรียนหนึ่ง ๆ นั้น จะต้องคำนึงถึงสิ่งต่างๆ หลายด้าน ไม่ว่าจะเป็นความแตกต่างระหว่างบุคคล การที่ให้ได้ก็เรียนตามความสามารถจากง่ายไปหายาก การเสริมแรงจูงใจในการทำชุดการเรียน เราความสนใจด้วยสื่อ อุปกรณ์ต่างๆ หรือการยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง เพราะปัจจัยเหล่านี้ต่างก็มีผลสำคัญที่จะทำให้ชุดการเรียนมีประสิทธิภาพตามที่ผู้วิจัยต้องการ

1.5 ขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนรู้

ชัยยงค์ พรหมวงศ์และคณะ (2523: 123) ได้เสนอขั้นตอนในการผลิตชุดการเรียนรู้โดยนำเอาวิธีระบบเข้ามาใช้ในระบบการผลิตชุดการสอนแผนจุฬา ซึ่งเป็นชุดการเรียนรู้แบบกลุ่มกิจกรรม เหมาะสำหรับการสอนแบบศูนย์การเรียนรู้ มีทั้งหมด 10 ขั้นตอน คือ

1. กำหนดหมวดหมู่เนื้อหาและประสบการณ์ อาจจะเป็นหมวดวิชาหรือบูรณาการเป็นแบบสหวิทยาการตามที่เหมาะสม
2. กำหนดหน่วยการสอน แบ่งเนื้อหาออกเป็นหน่วยการสอน โดยประมาณเนื้อหาวิชาที่จะให้ครูสามารถถ่ายทอดความรู้แก่นักเรียนได้ในหนึ่งสัปดาห์หรือหนึ่งครั้ง
3. กำหนดหัวเรื่อง ผู้สอนจะต้องถามตัวเองว่า ในการสอนแต่ละหน่วยควรให้ประสบการณ์แก่ผู้เรียนอะไรบ้างแล้วกำหนดออกมาเป็น 4 – 6 หัวข้อเรื่อง
4. กำหนดมโนทัศน์และหลักการ มโนทัศน์และหลักการที่กำหนดขึ้นจะต้องสอดคล้องกับหน่วยและหัวเรื่อง โดยสรุปรวมแนวคิด สาระ และหลักเกณฑ์สำคัญไว้ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดเนื้อหาที่สอนให้สอดคล้องกัน
5. กำหนดวัตถุประสงค์ ให้สอดคล้องกับหัวเรื่อง เป็นจุดประสงค์ทั่วไปก่อนแล้วเปลี่ยนเป็นเชิงพฤติกรรมที่ต้องมีเงื่อนไขและเกณฑ์การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมไว้ทุกครั้ง
6. กำหนดกิจกรรมการเรียนรู้ ให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมซึ่งเป็นแนวทางในการเลือกและการผลิตสื่อการสอน “กิจกรรมการเรียนรู้” หมายถึง กิจกรรมทุกอย่างที่ผู้เรียนปฏิบัติ เช่น การอ่านบัตรคำสั่ง ตอบคำถาม เขียนภาพ ทำการทดลองทางวิทยาศาสตร์ เล่นเกม ฯลฯ
7. กำหนดแบบประเมินผล ต้องประเมินผลให้ตรงกับวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมโดยใช้แบบสอบอิงเกณฑ์ เพื่อให้ผู้สอนทราบว่า หลังจากผ่านกิจกรรมมาเรียบร้อยแล้ว นักเรียนได้เปลี่ยนพฤติกรรมการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์หรือไม่
8. เลือกและผลิตสื่อการสอน วัสดุ อุปกรณ์และวิธีการที่ครูใช้ ถือเป็นสื่อการสอนทั้งสิ้นเมื่อผลิตสื่อการสอนของแต่ละหัวเรื่องแล้ว ก็จัดสื่อการสอนเหล่านั้นไว้เป็นหมวดหมู่ในกล่องที่เตรียมไว้ก่อนนำไปทดลองหาประสิทธิภาพ เรียกว่า ชุดการสอน
9. หาประสิทธิภาพชุดการสอน เพื่อเป็นการประกันว่า ชุดการสอนที่สร้างขึ้นมามีประสิทธิภาพในการสอน ผู้สร้างจำเป็นต้องกำหนดเกณฑ์ขึ้นไว้ล่วงหน้า โดยคำนึงถึงหลักที่ว่า การเรียนรู้เป็นกระบวนการเพื่อช่วยให้การเปลี่ยนพฤติกรรมของผู้เรียนบรรลุผล
10. การใช้ชุดการสอน ชุดการสอนที่ได้ปรับปรุงและมีประสิทธิภาพที่ตั้งไว้แล้วสามารถนำไปสอนผู้เรียนได้ตามประเภทของชุดการสอน (แบบบรรยาย แบบกลุ่ม และรายบุคคล) และตามระดับการศึกษา (ประถมศึกษา มัธยมศึกษา และอุดมศึกษา) โดยกำหนดขั้นตอนในการใช้ ดังนี้

10.1 ให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน เพื่อพิจารณาพื้นฐานความรู้เดิมของผู้เรียน (ใช้เวลาประมาณ 10 – 15 นาที)

10.2 ชี้นำเข้าสู่บทเรียน

10.3 ชั้นประกอบกิจกรรมการเรียนรู้ (ชั้นสอน) ผู้สอนบรรยายหรือแบ่งกลุ่มประกอบกิจกรรมการเรียนรู้

10.4 ชั้นสรุปผลการสอน เพื่อสรุปมโนทัศน์และหลักการที่สำคัญ

10.5 ทำแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อดูพฤติกรรมการเรียนรู้ที่เปลี่ยนไปแล้ว

ชม ภูมิภาค (2524: 103 – 104) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนรู้ ควรจะดำเนินการ ดังนี้

1. วิเคราะห์และกำหนดความต้องการ
2. กำหนดจุดหมายและจุดมุ่งหมาย
3. ออกแบบองค์ประกอบของระบบ
4. วิเคราะห์แหล่งวิทยาการที่ต้องการ แหล่งวิทยาการที่มีอยู่และข้อจำกัด
5. การปฏิบัติเพื่อจัดหรือปรับปรุงข้อจำกัด
6. เลือกรูปแบบวัสดุเพื่อการสอน
7. ออกแบบการประเมินผลการกระทำของนักเรียน
8. ทำการทดสอบทดลองประเมินผลเพื่อพัฒนาและฝึกอบรมครู
9. ปรับปรุงแก้ไขและประเมินผล
10. การประเมินผลเพื่อสรุป
11. การสร้างเป็นชุดหรือปรับปรุงเพื่อใช้

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525: 189 – 192) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนรู้ไว้ 10 ขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาเนื้อหาสาระของวิชาทั้งหมดอย่างละเอียด แล้วแบ่งเป็นหน่วยการเรียนรู้ต่างๆ ซึ่งในแต่ละหน่วยการเรียนรู้จะมีหัวเรื่องย่อยๆ อีก ซึ่งควรจะเรียงลำดับขั้นตอนของเนื้อหาสาระให้ถูกต้องว่าอะไรเป็นสิ่งที่จำเป็นที่ผู้เรียนจะต้องเรียนรู้ก่อน

2. พิจารณาตัดสินใจอีกครั้งว่า จะทำชุดการสอนแบบใดโดยคำนึงถึงข้อกำหนดว่า ผู้เรียนคือใคร (Who is learner) จะมีเงื่อนไขอะไรกับผู้เรียน (Give what condition) มีกิจกรรมอะไร (Does what Activities) และจะทำได้ดีอย่างไร (How well Criterion) สิ่งเหล่านี้จะเป็นเกณฑ์ในการกำหนดการเรียนรู้

3. กำหนดการเรียนการสอนโดยประมาณ เนื้อหาสาระที่จะสามารถถ่ายทอดความรู้แก่นักเรียนนั้นหาสื่อได้ง่าย พยายามศึกษาวิเคราะห์ให้ละเอียดอีกครั้งว่า หน่วยการเรียนการสอนนั้นมีหลักการ หรือความคิดรวบยอดอะไรและมีหัวข้อเรื่องย่อยๆ อะไรอีกบ้างในหน่วยนี้ พยายามดึงเอาแก่นของหลักการเรียนรู้ออกมาให้ได้

4. กำหนดความคิดรวบยอด โดยสรุปแนวคิด สาระและหลักเกณฑ์ที่สำคัญ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนให้สอดคล้องกัน

5. จุดประสงค์การเรียนต้องให้สอดคล้องกับความคิดรวบยอด โดยกำหนดเป็นจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

6. การวิเคราะห์งาน คือ การนำจุดประสงค์การเรียนแต่ละข้อมาทำการวิเคราะห์งานเพื่อหากิจกรรมการเรียนการสอน แล้วจัดลำดับกิจกรรมการเรียนให้เหมาะสมถูกต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์ที่กำหนดไว้

7. เรียงลำดับกิจกรรมการเรียนเป็นขั้นที่สมบูรณ์ เพื่อไม่ให้เกิดการซ้ำซ้อนในการเรียน โดยคำนึงถึงพฤติกรรมพื้นฐานของผู้เรียน (Entering Behavior) วิธีดำเนินการสอน (Instructional Procedures) ตลอดจนการติดตามผลและประเมินพฤติกรรมที่ผู้เรียนแสดงออกมาเมื่อมีการเรียนการสอนแล้ว (Performance Assessment)

8. จัดทำหรือหาสื่อการเรียนให้เรียบร้อย

9. ประเมินผลให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนที่ตั้งไว้

10. ทดลองใช้ชุดการสอนเพื่อหาประสิทธิภาพเพื่อปรับปรุงให้เหมาะสม โดยนำไปทดลองกับกลุ่มเล็กๆ ก่อน และเมื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องพร้อมทั้งแก้ไข ปรับปรุงอย่างดีแล้ว จึงนำไปทดลองกับเด็กทั้งชั้นหรือกลุ่มใหญ่

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2533: 495) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์งาน ได้แก่ การกำหนดหน่วย หัวเรื่องและมโนคติ

ขั้นที่ 2 การวางแผน เป็นการวางแผนไว้ล่วงหน้า โดยกำหนดรายละเอียดไว้

ขั้นที่ 3 การผลิตสื่อการเรียน เป็นการผลิตสื่อประเภทต่างๆ ที่กำหนดไว้ในแผน

ขั้นที่ 4 หาประสิทธิภาพ เป็นการประเมินคุณภาพของชุดการเรียนการสอน โดยนำไปทดลองใช้ แล้วปรับปรุงให้มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

ธนกร ตุ่มบุญ (2548: 24 – 25) กล่าวถึงขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนไว้ ได้แก่ ศึกษาเนื้อหา วางแผน กำหนดจุดประสงค์ วิเคราะห์งานและหากิจกรรมการเรียนการสอน รวมทั้งสื่อการเรียนการสอน การประเมินผล ทดลองใช้ชุดการเรียนเพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องแล้วปรับปรุงแก้ไข

จากการศึกษาขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียน ทำให้ในการศึกษาวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ยึดขั้นตอนการสร้างชุดการเรียนตามแนวทางของวิชัย วงษ์ใหญ่ (2525: 189 – 192) และธนภร ตุ่มบุญ (2548: 24 – 25) โดยนำมาประยุกต์เข้าด้วยกัน เพื่อให้เหมาะกับงานวิจัยในครั้งนี้

1.6 ประโยชน์ของชุดการเรียน

กาญจนา เกียรติประวัติ (2524: 174) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของชุดการเรียนไว้ ดังนี้

1. ช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการสอนของครู ลดบทบาทในการบอกของครู
2. ช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการเรียนรู้ของนักเรียน เพราะสื่อประสม (Multimedia) ที่ได้จัดไว้ในระบบเป็นการแปรเปลี่ยนกิจกรรม และช่วยรักษาระดับความสนใจของนักเรียนอยู่ตลอดเวลา
3. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ศึกษาด้วยตนเอง ทำให้มีทักษะในการแสวงหาความรู้ พิจารณาข้อมูล ฝึกความรับผิดชอบและการตัดสินใจ
4. เป็นแหล่งความรู้ที่ทันสมัยและคำนึงถึงหลักจิตวิทยาการเรียนรู้
5. ช่วยขจัดปัญหาการขาดครู เพราะนักเรียนสามารถศึกษาด้วยตนเอง
6. ส่งเสริมการเรียนนอกกระบวน เพราะสามารถนำไปใช้ได้ตลอดเวลา และไม่จำเป็นต้องใช้เฉพาะในโรงเรียน

ชม ภูมิภาค (2524: 99 – 100) กล่าวถึงประโยชน์ของชุดการเรียนไว้ ดังนี้

1. ช่วยครูไม่ต้องเสียเวลาคิดค้นมาก และยังเป็นวิธีอบรมครูประจำการเรื่องการดำเนินการสอนได้อีกประการหนึ่ง
2. ช่วยให้นักเรียนรู้จุดมุ่งหมายของการเรียนชัดเจน ตลอดจนรู้วิธีการที่จะบรรลุจุดมุ่งหมายนั้นเป็นการเพิ่มพูนการสนใจในการเรียน นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยการกระทำ
3. ในการบริหารการศึกษา ทำให้การศึกษาเป็นกระบวนการที่ตรวจสอบ สามารถตรวจสอบคุณภาพการศึกษา ตรวจสอบผลการปฏิบัติหน้าที่ของครูได้
4. ชุดการสอนที่ดีต้องประกอบด้วยผลการเรียนรู้ทุกพิสัยคือ พุทธิพิสัย จิตพิสัยและทักษะพิสัย บรรดาสื่อก็ต้องมีหลายประเภทคือ ใช้สื่อประสมหลายอย่าง (Multimedia approach) เพื่อสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล และเพิ่มพูนความสมบูรณ์ให้กับการรับรู้
5. กำหนดบทบาทของครูและนักเรียนได้ชัดเจนว่า ตอนใดใครจะทำอะไร อย่างไร ลดบทบาทในการกระทำของครูข้างเดียว นักเรียนได้กระทำ ซึ่งทำให้เกิดการเรียนรู้แบบ सकิริยา (Active learning)
6. เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ครบถ้วนในช่วงเวลาที่กำหนด นักเรียนรู้ผลการกระทำของตนเป็นการเสริมแรงการเรียนรู้ประการหนึ่ง

7. ชุดการสอนเป็นกระบวนการที่ครบทั้งระบบ เริ่มตั้งแต่จุดมุ่งหมาย กระบวนการสอน และการประเมิน

8. ชุดการสอนเกิดจากการนำเอาวิธีระบบเข้ามาใช้ ย่อมจะมีประสิทธิภาพเพราะได้ผ่านการทดลองหาประสิทธิภาพแล้ว โดยมีผู้เชี่ยวชาญทั้งเนื้อหาและวิธีการร่วมกันสร้างเป็นแม่บท และจะสามารถขยายเป็นชุดการเรียนการสอนไปได้อีก

ธีรศักดิ์ แสงสัมฤทธิ์ (2531: 25) สรุปประโยชน์ของชุดการเรียนไว้ ดังนี้

1. ชุดการเรียนด้วยตนเองสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล คือผู้เรียนสามารถเรียนได้ทุกเวลาที่ต้องการเรียนและก้าวหน้าไปตามความสามารถของตนเรื่อยๆ

2. รักษามาตรฐานของการเรียนรู้ เพราะผู้ที่เรียนจากชุดการเรียนด้วยตนเอง จะได้รับความรู้ในมาตรฐานเดียวกัน ผิดกับการเรียนกับครูที่ต่างคนต่างสอน

3. ประหยัดทั้งเวลาและเงิน เพราะผู้เรียนสามารถเรียนได้เองโดยไม่ต้องมาเรียนในห้องเรียน และไม่ต้องเรียนซ้ำในเรื่องที่ตนรู้แล้ว ชุดการเรียนด้วยตนเองสามารถใช้ได้เรื่อยๆ

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2537: 215) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของชุดการเรียนการสอนที่มีผลต่อการเรียนการสอน ดังนี้

1. ครูลดเวลาการเรียนการสอนลงโดยเฉพาะการสอนเรื่องเดิมหลายกลุ่ม

2. ระบบการเรียนการสอนได้มาตรฐานใกล้เคียงกันระหว่างครูและคนที่ใช้ชุดการเรียนการสอนเดียวกัน

3. มาตรฐานการวัดและประเมินผลเป็นมาตรฐานเดียวกัน

4. เป็นการส่งเสริมให้เกิดเครือข่ายการเรียนรู้ที่เกิดความเสมอภาคในโอกาสทางการศึกษาของผู้เรียนต่างท้องถิ่นกัน

5. ผู้เรียนมีโอกาสเรียนจากประสบการณ์ใกล้เคียงประสบการณ์ตรงจากสื่อประสมในชุดการเรียนการสอน

6. โอกาสที่ผู้เรียนทุกคนจะเรียนได้บรรลุเป้าหมายของระบบการเรียนการสอนใกล้เคียงกัน เพียงแต่ใช้เวลาแตกต่างกันตามความแตกต่างของแต่ละบุคคล

7. เปลี่ยนบทบาทของครู จากผู้บรรยายมาเป็นผู้แนะนำและเสนอแนะการแก้ปัญหาการเรียนการสอน

8. ประหยัดทรัพยากร เพราะสื่อประสมต่างๆ ในชุดการเรียนการสอนจะสามารถนำมาใช้ได้หลายครั้ง

9. ส่งเสริมให้ครูเตรียมกิจกรรมอย่างมีระบบ

บุญเกื้อ ควรหาเวช.(2542: 110 – 111) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของชุดการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

1. ส่งเสริมการเรียนรู้แบบรายบุคคล ผู้เรียนเรียนรู้ได้ตามความสามารถ ความสนใจตามเวลาและโอกาสที่เหมาะสมของแต่ละคน
2. ช่วยขจัดปัญหาการขาดแคลนครู เพราะชุดการเรียนการสอนช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้ด้วยตนเองหรือต้องการความช่วยเหลือจากผู้สอนเพียงเล็กน้อย
3. ช่วยในการศึกษานอกระบบโรงเรียน เพราะผู้เรียนสามารถนำเอาชุดการเรียนการสอนไปใช้ได้ทุกสถานที่และทุกเวลา
4. ช่วยลดภาระและช่วยสร้างความพร้อมและความมั่นใจให้แก่ครูเพราะชุดการเรียนการสอนผลิตไว้เป็นหมวดหมู่ สามารถนำไปใช้ได้ทันที
5. เป็นประโยชน์ในการสอนแบบศูนย์การเรียน
6. ช่วยให้ครูวัดผลผู้เรียนได้ตรงความมุ่งหมาย
7. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็น ฝึกการตัดสินใจ แสวงหาความรู้ด้วยตนเองและมีความชอบต่อตนเองและสังคม
8. ช่วยให้ผู้เรียนจำนวนมากได้รับความรู้แนวเดียวกันอย่างมีประสิทธิภาพ
9. ช่วยฝึกให้ผู้เรียนรู้จักเคารพนับถือความคิดเห็นของผู้อื่น

จากการศึกษาประโยชน์ของชุดการเรียนรู้ จึงพอสรุปได้ว่า ชุดการเรียนนั้นมีประโยชน์ในหลายๆ ด้าน ไม่ว่าจะเป็นการให้ผู้เรียนได้ศึกษาหาความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งถือเป็นการเรียนโดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง มีส่วนร่วมในการปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ ตามความสามารถของแต่ละคน ส่งเสริมการศึกษานอกระบบ เนื่องจากนักเรียนสามารถนำชุดการเรียนไปใช้ได้ทุกเวลา เป็นต้น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้การเรียนการสอนเกิดประสิทธิภาพได้ตามที่ผู้สอนต้องการ

1.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้

งานวิจัยต่างประเทศ

บราวน์เลย์ (Brawley. 1975: 4280 – A) ได้ทำการศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนแบบสื่อประสม สอนเรื่องการบอกเวลากับนักเรียนเรียนช้า กลุ่มตัวอย่างได้จากการสุ่มเด็กเรียนช้าโดยใช้แบบทดสอบ Time Appreciation Test , Stanford Achievement Test Primary Level มาใช้ Pre – test และ Post – test ผลปรากฏว่ากลุ่มทดลองที่ใช้ชุดการเรียนการสอนบอกเวลาต่อเนื่องของบราวน์เลย์ (Brawley 's Experimental Sequence on Time Telling) มีผลการเรียนดีกว่ากลุ่มควบคุมที่ไม่ได้ใช้ชุดการเรียนการสอน

เอ็ดเวิร์ดส์ (Edwards. 1975: 43) ได้กล่าวถึงการวิจัยของมหาวิทยาลัยอิลลินอยส์ทำการเปรียบเทียบผลการเรียนในเรื่อง “ ประสบการณ์ในการสอนแบบจุลภาค ” โดยใช้ชุดการเรียนการสอนด้วยตนเองและได้รับคำแนะนำจากครู กับการใช้ชุดการเรียนการสอนด้วยตนเองโดยไม่ต้องมีผู้แนะนำ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาของมหาวิทยาลัยจำนวน 50 คน แบ่งเป็นกลุ่มละ 25 คน ผลการทดลองปรากฏว่าทั้ง 2 กลุ่ม มีผลการเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ จากการวิจัยนี้แสดงให้เห็นว่าการเรียนด้วยตนเองไม่จำเป็นต้องอาศัยผู้แนะนำ ถ้าชุดการเรียนการสอนนั้นได้สร้างขึ้นอย่างถูกต้องตามกระบวนการแล้ว ผู้เรียนจะสามารถเรียนด้วยตนเองได้ผลดีเช่นกัน

วีवास (Vivas. 1985: 603) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการออกแบบพัฒนา การประเมินค่าของการรับรู้ทางความคิดของนักเรียนเกรด 1 ในประเทศเวเนซุเอล่า โดยใช้ชุดการเรียนการสอนจากการศึกษาเกี่ยวกับความเข้าใจในการพัฒนาทักษะทั้ง 5 ด้าน คือ ด้านความคิด ด้านความพร้อมในการเรียน ด้านความคิดสร้างสรรค์ ด้านเชาวน์ปัญญาและด้านการปรับตัวทางสังคม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน มีความสามารถเพิ่มขึ้นในด้านความคิด ด้านความพร้อมในการเรียน ด้านความคิดสร้างสรรค์ ด้านเชาวน์ปัญญาและด้านการปรับตัวทางสังคมหลังจากได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนการสอนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

วิลสัน (Wilson. 1989: 416) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการวิเคราะห์ผลการใช้ชุดการเรียนการสอนของครู เพื่อแก้ปัญหาในการเรียนของเด็กเรียนช้าด้านคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวก การลบ ผลการวิจัยพบว่า ครูผู้สอนยอมรับว่าการใช้ชุดการเรียนการสอน มีผลดีมากกว่าการสอนแบบปกติ อันเป็นวิธีหนึ่งที่ช่วยให้ครูสามารถแก้ปัญหาการสอนที่อยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์สำหรับเด็กเรียนช้า

งานวิจัยในประเทศ

นันทิยา จิตภิรมย์ (2532: 47 – 50) ได้ทำการศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อเรื่องพหุนาม ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 80 คน ซึ่งแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 40 คน และกลุ่มควบคุม 40 คน นักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า ประสิทธิภาพทางการเรียนเรื่อง พหุนาม ของนักเรียนในกลุ่มทดลองกับนักเรียนในกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2533: 181 – 182) ได้ทำการวิจัยพัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ในภาพรวมชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพคือ สอดคล้องกับเกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย (E_1 / E_2) เกณฑ์

พัฒนาการของผู้เรียนและนักเรียนที่ผ่านการฝึกด้วยชุดการเรียนการสอนนี้มีความคงทนในการเรียนรู้ ส่วนชุดการเรียนการสอนย่อยทั้ง 3 ต่างมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด

พาวา พงษ์พันธุ์ (2544: 43 – 44) ได้ทำการวิจัยการพัฒนาชุดการเรียนการสอนประกอบ ภาพการ์ตูนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เศษส่วน ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนการสอนประกอบภาพการ์ตูนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนการสอนประกอบภาพการ์ตูนสูงกว่า ก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุภาพร บุญหนัก (2544: 73) ได้ทำการวิจัยการพัฒนาชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยวิธีการแก้ปัญหาสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นันทา หงวนตัด (2547: 80) ได้ทำการวิจัยการสร้างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ แบบค้นพบ เรื่อง โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบค้นพบ มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งเรียนโดยใช้ชุดการเรียนแบบค้นพบ เรื่อง โดเมน และเรนจ์ของความสัมพันธ์สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อรอุมา ไชโยธธา (2547: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวนที่ใช้การ์ตูนประกอบ เรื่องระบบจำนวนเต็ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวนที่ใช้การ์ตูนประกอบมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวนที่ใช้การ์ตูนประกอบสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ธนกร ตุ่มบุญ (2548: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การสร้างชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่เน้นทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนานของนักเรียนหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ที่เน้นทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผ่านเกณฑ์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเรียนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ที่เน้น

ทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากงานวิจัยที่ได้ศึกษามานี้ จึงพอสรุปได้ว่า การจัดการเรียนการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้จะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์ที่ได้วางไว้มีประสิทธิภาพ เพราะผู้เรียนได้ศึกษาตามความสามารถของตนเอง มีส่วนร่วมในการปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ เกิดการค้นพบและสรุปหลักเกณฑ์ต่างๆ ได้ด้วยตนเอง ซึ่งส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้น

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบสืบสวนสอบสวน

2.1 ความหมายของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน

กู๊ด (Good. 1973: 303) ได้ให้คำจำกัดความของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนว่ามีลักษณะเป็นแบบเดียวกับการสอนโดยวิธีการแก้ปัญหา (Problem solving approach) โดยระบุลักษณะสำคัญดังนี้

1. เป็นการเรียนจากกิจกรรมที่จัดขึ้น
2. นักเรียนใช้วิธีการทางวิทยาศาสตร์ในการจัดกิจกรรม

คาริน (Carin. 1993: 86) กล่าวว่า การสอนแบบสืบสวนสอบสวนเป็นกระบวนการที่เมื่อพบปัญหาแล้วมีการตั้งสมมติฐานหรือหาคำตอบที่เป็นไปได้ ทดสอบสมมติฐานนั้นด้วยข้อมูลที่รวบรวมได้ แล้วพยายามที่จะประยุกต์ข้อสรุปนั้นมาเป็นความรู้ใหม่ โดยมีประเด็นหลักอยู่ที่กระบวนการ (Process) มากกว่าผลผลิต (Product)

มัวร์ และ ควินน์ (Moore & Quinn. 1994: 212) กล่าวว่า การสอนแบบสืบสวนสอบสวนเป็นการเรียนรู้ที่มุ่งมั่นเพื่อจะแก้ปัญหา โดยอาศัยกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ในการหาคำตอบ

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537: 92) กล่าวว่า การสอนแบบสืบสวนสอบสวนเป็นกระบวนการตรวจสอบปัญหาหรือสถานการณ์อันหนึ่งอันใดในการค้นหาความจริง การสืบสวนสอบสวนเป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่ผู้สอนจัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเกิดความสงสัยสถานการณ์นั้น จึงเป็นปัญหาสำหรับผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนต้องค้นหาสาเหตุเพื่อมาอธิบายปัญหานั้นโดยผู้เรียนและผู้สอนเป็นผู้สืบสวนสอบสวนด้วยการตั้งคำถาม จุดมุ่งหมายปลายทางคือ ผู้เรียนสามารถสรุปความรู้ด้วยตนเอง

สมชาย ชูชาติ (2538: 82) กล่าวว่า วิธีการสอนแบบสืบสวนสอบสวนเป็นการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง โดยอาศัยหลักการและวิธีการทางวิทยาศาสตร์เช่นเดียวกับการสอนแบบแก้ปัญหาเพื่อจะพัฒนาความสามารถในการใช้สติปัญญาของผู้เรียน

ไสว พักขาว (2544: 102) กล่าวว่า วิธีการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ (Inquiry method) เป็นวิธีการสอนที่เน้นการแสวงหาความรู้เพื่อการแก้ปัญหาโดยใช้คำถาม จัดเป็นวิธีการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ การสอน บทบาทของครูผู้สอนจะลดลง ผู้สอนจะเปิดโอกาสและชี้แนะให้ผู้เรียนได้ร่วมกันคิด ร่วมแสดงความคิดเห็น ร่วมค้นคว้า และสรุปความรู้ด้วยตนเองจากการถามตอบหรือครูและผู้เรียนผลัดกันถามก็ได้ แต่รูปแบบที่ผู้เรียนเป็นผู้ถามจะสอดคล้องกับแนวการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางมากที่สุด

กัลยา ทองสุ (2545: 6) กล่าวว่า การสอนแบบสืบสวนสอบสวน หมายถึง การสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญและมุ่งให้ผู้เรียนค้นหาความรู้ด้วยตนเอง โดยมีครูมีหน้าที่ เพื่อส่งเสริมช่วยเหลือและใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ค้นพบวิธีการแก้ปัญหาต่างๆ

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545: 136) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน คือ กระบวนการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักศึกษาหาความรู้ โดยผู้สอนตั้งคำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้กระบวนการทางความคิดหาเหตุผลจนค้นพบความรู้หรือแนวทางการแก้ปัญหาที่ถูกต้องด้วยตนเอง สรุปเป็นหลักการ กฎเกณฑ์หรือวิธีการในการแก้ปัญหา และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ประโยชน์ในการควบคุม ปรับปรุง เปลี่ยนแปลง หรือสร้างสรรค์สิ่งแวดล้อมในสภาพการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง

จากที่กล่าวมาข้างต้น จึงพอที่จะสรุปความหมายของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนได้ว่า การสอนแบบสืบสวนสอบสวน คือ การสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางโดยมีลักษณะของกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนค้นหาคำตอบด้วยตัวเอง โดยที่ครูคอยมีหน้าที่ส่งเสริม ช่วยเหลือ หรือใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้ค้นพบวิธีแก้ปัญหาและนำไปประยุกต์ใช้

2.2 ขั้นตอนของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน

เบล (Bell.1978: 240-342) กล่าวถึงรูปแบบการสอนแบบสืบสวนสอบสวนในวิชาคณิตศาสตร์ แบ่งเป็น 4 ขั้นคือ ขั้นสังเกต ขั้นอธิบาย ขั้นพยากรณ์และทดลอง และขั้นนำไปใช้ดังนี้

1. ขั้นสังเกต ผู้สอนจัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเผชิญกับสถานการณ์ที่ขงนสงสัยหรือพยายามค้นพบหลักการ โดยการสังเกต วิเคราะห์ ประเมินสถานการณ์ และตั้งคำถาม ผู้แก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพและนักคณิตศาสตร์ที่ประสบความสำเร็จมากที่สุดคือ ผู้ที่ตั้งคำถามที่ดีที่สุด

คำถามที่ดีจะนำไปสู่หลักการที่มีประโยชน์และคำถามที่ดีจะมีผลในการแก้ปัญหาที่ยากการหาสิ่งที่เป็นประโยชน์และน่าสนใจในการสืบสวนสอบสวนทางคณิตศาสตร์จะต้องดูว่าสิ่งที่กำหนดให้คืออะไร และสืบสวนสอบสวนโดยพิจารณาตามสิ่งที่กำหนดให้ นั้น การสืบสวนสอบสวนมิได้ต้องการเพียงผลเท่านั้น ควรจะสืบสวนให้มากกว่าที่ต้องการ

การตั้งคำถาม เช่น

1. ทำไมวิธีการนี้จึงทำได้
2. ทำไมวิธีการนี้ได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง
3. มีวิธีที่ดีกว่านี้หรือไม่
4. มีรูปแบบทั่วไปหรือไม่
5. ทฤษฎีบทนี้ทำให้นึกถึงทฤษฎีบทอื่นหรือไม่
6. ปัญหานี้เป็นปัญหาหนึ่งของปัญหาทั่วไปหรือไม่
7. จะสรุปเป็นรูปแบบทั่วไปได้ไหม
8. อะไรเป็นข้อแตกต่างระหว่างสถานการณ์ทั้งสองเหล่านั้น
9. มีอะไรคล้ายคลึงกันระหว่างระบบคณิตศาสตร์เหล่านี้
10. จากตัวอย่างที่สังเกตได้นี้เป็นตัวแทนของกรณีทั่วไปได้หรือไม่
11. มีตัวอย่างคัดค้านหรือไม่
12. มีวิธีที่จะแก้ปัญหาดีกว่านี้ไหม
13. มีอะไรเกิดขึ้นกับสิ่งเหล่านี้
14. มีการไม่คงเส้นคงวาเกิดขึ้นหรือไม่
15. เรื่องราวหรือข้อมูลที่ได้นี้น่าจะยอมรับได้หรือไม่
16. หลักการที่หาได้จะขยายต่อไปได้อีกไหม
17. ตัวอย่างต่างๆ ที่แสดงมโนคติคืออะไร

ฯลฯ

2. ชั้นอธิบาย ผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนค้นหาคำตอบ เพื่อขจัดความสงสัยโดยการให้เหตุผล เป็นการวิเคราะห์การแก้ปัญหาไปสู่เหตุ ชั้นนี้เป็นขั้นรวบรวมความรู้และข้อมูลเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา หรือสถานการณ์ต่างๆ ซึ่งมี 2 ประการ

ประการที่ 1 ในการที่จะแก้ปัญหานั้น ผู้แก้ปัญหามust มีเทคนิคในการแก้ปัญหาและรู้กระบวนการทางคณิตศาสตร์

ประการที่ 2 การแก้ปัญหามust รู้แหล่งความรู้ รู้จักวิเคราะห์สังเคราะห์ความรู้นั้น ตลอดจนรู้จักรวบรวมข้อมูลและเรียบเรียงความรู้ให้เป็นระบบ การตั้งคำถามนับว่าเป็นสิ่งสำคัญ ควรมีการตั้งคำถามดังตัวอย่างต่อไปนี้

1. มีข้ออ้างอิงที่เป็นมาตรฐานในเรื่องนี้หรือเปล่า
2. ข้ออ้างอิงนั้นหาได้ที่ไหน
3. แหล่งอื่นๆ ของความรู้คืออะไร
4. แหล่งความรู้ที่เชื่อถือได้เพียงใด

5. คุณภาพของความรู้ที่ได้รับนี้ดีเพียงใด
6. ความรู้นี้ใช้ประโยชน์ได้อย่างไร
7. ความรู้นี้เป็นหมวดหมู่และจัดระเบียบอย่างไร
8. มโนคติ หลักการ และวิธีการใดที่มีในแหล่งความรู้
9. ความรู้นี้สัมพันธ์กับปัญหาที่กำลังพิจารณาหรือไม่
10. ความรู้ที่นำมาใช้แก้ปัญหาได้เพียงไร
11. ความรู้หรือวิธีการดำเนินการเหล่านี้จะนำไปใช้กับสถานการณ์อื่นได้ไหม

ฯลฯ

3. ชั้นพยากรณ์และทดสอบ เป็นชั้นที่นำข้อมูลที่ได้มาอภิปรายปัญหาหรือข้อสมมติฐานที่ตั้งไว้ และพยากรณ์ผลหรือทำการทดลองเพื่อทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้ นำไปสู่ข้อสรุปเป็นขั้นซึ่งเกิดการค้นพบ การแก้ปัญหาในขั้นนี้เป็นการสร้างหลักการและความสัมพันธ์ต่างๆ แยกแยะโครงสร้างและนำไปสู่ข้อสรุป

ผู้ที่เกี่ยวข้องในการทดสอบแบบสืบสวนสอบสวน ควรจะมีความสามารถพิเศษที่จะวิเคราะห์ สังเคราะห์ ตลอดจนรู้จักประเมินผลงาน กิจกรรมในช่วงนี้จะต้องรู้จักจัดข้อมูลเป็นหมวดหมู่ มองหาความสัมพันธ์ ค้นหารูปแบบ และสรุปเป็นนัยสำคัญทั่วไป

4. ขั้นนำไปใช้ เป็นชั้นที่นำเอาความรู้ที่ค้นพบไปใช้ให้เกิดประโยชน์ ได้แก่ การวิเคราะห์ และประเมินกระบวนการสืบสวนสอบสวน ทั้งนี้เพื่อสร้างความเข้าใจให้ดีขึ้นและปรับปรุงการสืบสวนสอบสวน ในขั้นนี้เป็นการพิจารณากระบวนการสืบสวนสอบสวนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์แต่ละเนื้อหา ย่อมมีวิธีสืบสวนสอบสวนของมันเอง จุดประสงค์อันหนึ่งของผู้สืบสวนสอบสวนในแต่ละเนื้อหา ก็คือ การปรับปรุงกลวิธีการสืบสวนสอบสวนที่กระทำอยู่และรวบรวมกระบวนการสืบสวนสอบสวนเพื่อนำไปพัฒนาและใช้กับเนื้อหาอื่นๆ ต่อไป

สิ่งที่ต้องพิจารณา ก็คือ กระบวนการสืบสวนสอบสวนตั้งแต่ต้นจนจบวิธีการดำเนินการที่เหมาะสมในการที่จะให้วิเคราะห์และประเมินการสืบสวนสอบสวน ก็คือการถามและการพยายามหาคำตอบ ตัวอย่างคำถามซึ่งจะนำมาใช้ในขั้นที่ 4 มีดังต่อไปนี้ คือ

1. วิธีการที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาเป็นอย่างไร
2. อะไรเป็นตัวกระตุ้นให้ค้นพบนัยทั่วไป
3. รูปแบบอะไรที่ค้นพบ
4. ความรู้และวิธีการที่จะนำไปสู่การค้นพบแบบไม่คงเส้นคงวาคืออะไร
5. แหล่งความรู้อะไรที่ใช้มากที่สุด
6. วิธีดำเนินการอะไรที่เคยทำและรวบรวมข้อมูลอย่างไร

7. ใช้รูปแบบการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลรูปแบบใดในการแก้ปัญหา
8. กระบวนการคิดอะไรที่นำมาใช้กระท้งหาข้อสรุปได้
9. วิธีการแก้ปัญหานั้นไปใช้ได้ทั่วไปและประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหาอื่นๆ ได้ไหม

วิริยฤทธ และนวนลเพ็ญ วิเชียรโชติ (2524: 56-57) ได้แบ่งขั้นตอนของการสอนแบบสืบสวน สอบสวนเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้น “สน” คือขั้นของการให้สิ่งกั๊บแนวหน้า ซึ่งได้แก่การเตรียมความพร้อมทางการเรียน ให้กับผู้เรียน โดยการดึงเอาความรู้และประสบการณ์เดิมของผู้เรียนที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่จะสอนให้มา สัมพันธ์กัน รวมทั้งการปูพื้นความรู้ใหม่ทีจ้ําเป็นสำหรับการเรียนรู้เนื้อหาสาระใหม่ๆ ให้กับผู้เรียนและ การจูงใจให้พร้อมที่จะเรียน

คำถามในขั้นนี้มักจะถามเพื่อให้นักเรียนหาลักษณะร่วมซึ่งจะนำไปสู่การปูพื้นความรู้ที่ เรียกว่า “สิ่งกั๊บแนวหน้า” โดยตั้งคำถามดังตัวอย่างต่อไปนี้

เรื่องทำนองนี้เกิดขึ้นแล้วหรือไม่

ถ้าเคยเกิด เกิดขึ้นที่ไหน เมื่อใด ใครเกี่ยวข้องบ้าง

เกิดขึ้นอย่างไร ผลเป็นประการใด

2. ขั้น “ส” คือขั้นการสังเกตสถานการณ์ที่เป็นปัญหาของจิต ในขั้นนี้ผู้สอนจะสร้าง สถานการณ์ที่เป็นปัญหาของจิตขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนได้สังเกตและวิเคราะห์องค์ประกอบและธรรมชาติของ ปัญหาอย่างละเอียด การเรียนรู้ที่สำคัญในขั้นนี้คือ การเรียนรู้สิ่งกั๊บ (ความหมายสรุปรวม) ของ องค์ประกอบต่างๆ ในสถานการณ์ที่เป็นปัญหาของจิต

คำถามในขั้นนี้ มุ่งถามเพื่อให้นักเรียนสังเกตวิเคราะห์องค์ประกอบของปัญหา และ วิเคราะห์ลักษณะ คุณสมบัติ และธรรมชาติของแต่ละองค์ประกอบ โดยมักจะอาศัยประสาทสัมผัสทั้ง 5 ซึ่งมักจะถามดังตัวอย่างต่อไปนี้

เรื่องนี้ควรตั้งชื่ออย่างไร เรื่องนี้เกิดขึ้นที่ไหน มีใครเกี่ยวข้องบ้าง

เกี่ยวกับเรื่องอะไร เกิดขึ้นเมื่อไร เกิดขึ้นอย่างไร ใครพูดว่าอะไรบ้าง

ปัญหาสำคัญในเรื่องนี้คืออะไร

3. ขั้น “อ” คือขั้นอธิบายปัญหาของจิต โดยอาศัยความสามารถในการหาเหตุผลมา อธิบายถึงสาเหตุของปัญหาของจิต ส่วนมากคำอธิบายมักจะอยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่างเหตุกับ ผลแบบฟังก์ชัน ในขั้นนี้เป็นจุดเริ่มต้นของความสามารถในการสร้างทฤษฎีขึ้นมาสำหรับอธิบาย ปรากฏการณ์ต่างๆ การเรียนรู้ที่สำคัญในขั้นนี้คือ การเรียนรู้หลักว่า เมื่อผลปรากฏออกมาในรูปของ ปัญหาอย่างนี้ อะไรควรเป็นสาเหตุ

คำถามในขั้นนี้ มุ่งให้นักเรียนหาสาเหตุของปัญหา โดยฝึกให้คิดจากเหตุไปสู่ผลและคิดจากผลไปสู่เหตุ ซึ่งมักจะตั้งคำถามดังตัวอย่างต่อไปนี้

ทำไมจึงเกิดเหตุการณ์นี้ขึ้น

อะไรเป็นสาเหตุของการทะเลาะวิวาท

เพราะเหตุใดเขาจึงไม่ยอมทำตามสัญญา

4. ขั้น "ท" คือขั้นทำนายผล เมื่อเราแปลเป็นขั้นตอนของการตั้งสมมติฐาน เพื่อทดสอบดูว่าคำอธิบายในขั้น "อ" นั้นถูกต้องมากน้อยเพียงใด นอกจากนั้นเป็นการคาดคะเนของสาเหตุต่างๆ ทั้งนี้เพื่อฝึกให้ผู้เรียนคิดอย่างรอบคอบแล้วจึงลงมือปฏิบัติ การเรียนรู้ที่สำคัญในขั้นนี้คือ การเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหา

คำถามในขั้นนี้ มุ่งทำนายผลเมื่อแก้ไขที่สาเหตุ หรือทำนายเหตุเมื่อทราบผล เป็นคำถามที่นำไปสู่การตั้งสมมติฐานเฉพาะและการทดลองปฏิบัติเพื่อพิสูจน์สมมติฐานนั้น มักจะตั้งคำถามด้วยคำว่า "ถ้า" เช่น ถ้าคนที่แข็งแรงกว่าเอาเปรียบคนที่อ่อนแอกว่าสังคมจะเป็นอย่างไร

5. ขั้น "ค" คือขั้นของการควบคุมและสร้างสรรค์ทั้งสิ่งแวดล้อมภายนอกและสิ่งแวดล้อมภายใน เป็นขั้นที่นำผลของการแก้ปัญหาไปปฏิบัติในชีวิตจริง เพื่อให้เกิดการควบคุมสิ่งแวดล้อมภายใน (จิตใจ) ขั้นนี้ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความคิดสร้างสรรค์ ฉะนั้นการเรียนรู้ที่สำคัญในขั้นนี้คือ การเรียนรู้วิธีสร้างสรรค์

คำถามในขั้นนี้มุ่งถามเพื่อให้นักเรียนหาวิธีแก้ปัญหาที่สาเหตุ โดยฝึกให้แก้ทั้งบุคคลและที่ระบบของสังคม คำถามในขั้นนี้มักจะขึ้นต้นด้วยคำว่า "ทำอย่างไร" เช่น

ทำอย่างไรจึงจะป้องกันไม่ให้เกิดเรื่องเช่นนี้อีก

วิธีใดบ้างที่นักเรียนจะฝึกให้ตนเองมีความซื่อสัตย์

สมชาย ชูชาติ (2538: 82-83) กล่าวถึง ลำดับขั้นตอนของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนไว้ดังนี้

1. ขั้นการสังเกตกับแนวหน้า คือ ขั้นที่ครูปูพื้นฐานความพร้อมให้นักเรียนทั้งในด้านความรู้และการสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนเกิดความกระหายใคร่จะแสวงหาความจริง
2. ขั้นสังเกต คือ ขั้นที่ครูสร้างสถานการณ์ให้นักเรียนสังเกต ส่วนใหญ่เป็นปัญหาหรือเป็นการแสดงละครปริศนา ในขั้นนี้ครูส่งเสริมให้นักเรียนฝึกการคิดวิเคราะห์
3. ขั้นอธิบาย เป็นขั้นที่ครูกระตุ้นให้นักเรียนหาคำอธิบายหรือสาเหตุของปัญหาข้อใจในรูปของเหตุผล ในขั้นนี้นักเรียนมีโอกาสฝึกการตั้งทฤษฎี ฝึกการคิดแบบมีเหตุผล และฝึกการวิเคราะห์ระบบจากผลไปหาเหตุหรือจากปัญหาไปหาสาเหตุ

4. ขั้นทำนายและทดลอง คือ ขั้นนี้ครูช่วยให้นักเรียนรู้หาวิธีพิสูจน์คำอธิบายหรือทฤษฎีที่นักเรียนได้ร่วมกันสร้างขึ้น โดยฝึกให้รู้จักการทำนายผล เมื่อเราแปรค่าสาเหตุและฝึกให้รู้จักการแก้ปัญหาด้วยวิธีการตั้งสมมติฐานเชิงทำนาย ตลอดจนการทดสอบสมมติฐานนั้น

5. ขั้นควบคุมและคิดสร้างสรรค์ คือ ขั้นที่ครูส่งเสริมให้นักเรียนสามารถนำเอาหลักการ กฎเกณฑ์และวิธีการแก้ปัญหาที่ค้นพบใช้ปรับปรุงเปลี่ยนแปลงสิ่งแวดล้อม เพื่อให้เกิดการควบคุมและสร้างสรรค์สิ่งแวดล้อมภายในและภายนอกของมนุษย์

ขั้นตอนการสอนแบบสืบสวนสอบสวนดังกล่าวข้างต้น อาจจะสรุปได้เป็น 4 ขั้นตอนได้ดังนี้

1. การสังเกต นักเรียนสังเกตสภาพการณ์หรือสิ่งแวดล้อมอันเป็นปัญหาพยายามนำความคิดรวบยอดเดิมมาแปลความหมาย ทำความเข้าใจจัดโครงสร้างความคิดในรูปแบบต่างๆ เพื่อให้สอดคล้องสัมพันธ์กับสภาพการณ์อันเป็นปัญหานั้น

2. การอธิบาย นักเรียนจัดโครงสร้างความคิด ตั้งสมมติฐานเพื่ออธิบาย คิดทบทวนหรือทำความเข้าใจปัญหานั้นๆ ให้ชัดเจน เปลี่ยนแปลงโครงสร้างความคิดหลายๆ แบบรูป เพื่ออธิบายทำความเข้าใจปัญหา

3. การทำนายและทดลอง เมื่อจัดโครงสร้างความคิดหลายๆ รูปแบบหรืออธิบายปัญหาแล้วมองแนวทางมีความเข้าใจสามารถทำนายหรือพยากรณ์ได้ว่า เมื่อเป็นเช่นนี้ผลจะเป็นอย่างไร อะไรเกิดขึ้น

4. การนำไปใช้และสร้างสรรค์ สามารถทำความเข้าใจได้ แก้ปัญหาได้ สามารถกว้างไกลออกไปในการใช้ประโยชน์อย่างกว้างขวาง คิดสร้างสรรค์นำไปใช้ในสภาพการณ์ต่างๆ ไม่จำกัดอยู่เพียงการแก้ปัญหาหรือพอใจแต่เพียงการแก้ปัญหาได้เท่านั้น

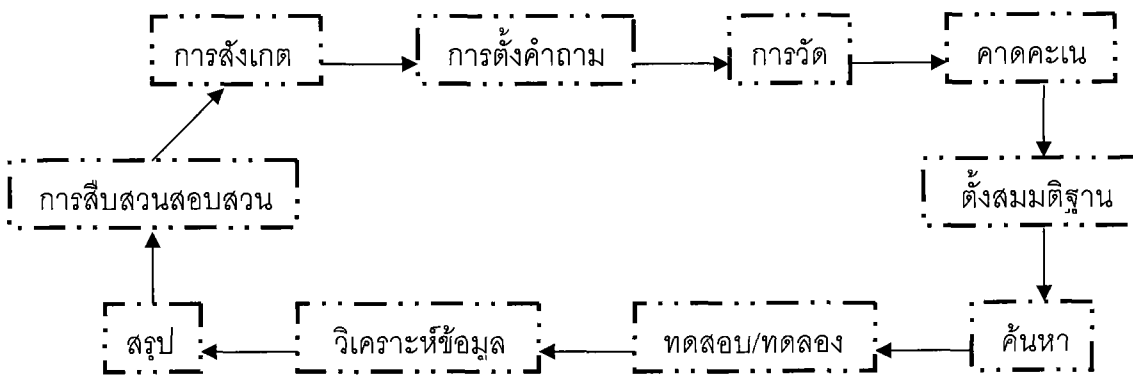
เสาวณีย์ ลีขาบัตินิต (2528: 178-179) กล่าวว่า การสืบสวนสอบสวน เป็นกระบวนการแสวงหาความรู้วิธีหนึ่งที่จะช่วยให้บุคคลได้ค้นพบความจริงต่างๆ ด้วยตนเองซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. การสังเกต (Observing) จะสังเกตเหตุการณ์หรือสิ่งหนึ่งสิ่งใดด้วยความสนใจ

2. การตั้งคำถาม (Questioning) เมื่อเกิดข้อสงสัยว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้น ก็จะเริ่มสำรวจข้อมูลต่างๆ มาประกอบการพิจารณา ด้วยการไต่ถามหรือสอบสวนหาข้อมูลต่างๆ โดยพยายามตั้งคำถามหลายแง่หลายมุมที่เกี่ยวข้องกับเรื่องนั้นๆ โดยตรง เพื่อจะได้คำตอบมาช่วยเฉลยปัญหาหรือข้อสงสัยให้กระจ่าง

3. การวัด (Measuring) ในขณะที่ดำเนินการถามหรือการตอบคำถามอยู่นั้น จำเป็นจะต้องมีการกระทำต่างๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง นั่นคือ การวัด ซึ่งจะวัดทั้งขนาด น้ำหนักและเวลา

4. การเดา (Guessing) เมื่อมีการวัดแล้วจะลองเดาหรือคาดคะเน โดยอาศัยพื้นฐานจากประสบการณ์เดิมที่มีอยู่มาประกอบการคาดคะเน บางทีอาจจะผิดหรือถูกก็ได้
 5. การตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing) เพื่อให้การคาดคะเนใกล้เคียงความจริงมากขึ้น ก็จะต้องลองตั้งสมมติฐาน (Hypothesis) ขึ้นหลายๆ ทาง
 6. การค้นหา (Investigating) การหาเส้นทางของความน่าจะเป็นไปได้ของสมมติฐานแต่ละอันให้อยู่ในวงจำกัดที่ใกล้เคียงกับความจริงมากที่สุด
 7. การทดสอบ / ทดลอง (Testing / Experimenting) จะทดสอบหรือทดลองสมมติฐานที่ตั้งไว้ พร้อมทั้งจดบันทึกข้อมูล
 8. การวิเคราะห์ข้อมูล (Analysis) นำข้อมูลที่จดบันทึกไว้มาทำการวิเคราะห์
 9. การสรุป (Concluding) เมื่อวิเคราะห์เสร็จแล้วก็จะสรุปผล
- สรุปเป็นกระบวนการสืบสวนสอบสวนได้ ดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 กระบวนการสืบสวนสอบสวน

ที่มา : เสาวนีย์ สิกขาบัณฑิต. (2528). **เทคโนโลยีทางการศึกษา**. หน้า 179.

วิจิต สุรัตน์เรืองชัย (2540: 82) กล่าวถึง ขั้นตอนการสอนแบบสืบสวนสอบสวนไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. สังเกต เป็นขั้นที่ครูผู้สอนกำหนดสถานการณ์ปัญหาหรือเรื่องราวหรือการทดลองที่น่าสนใจ ให้นักเรียนสังเกตและเกิดความสงสัยขึ้น หากนักเรียนสังเกตแล้วไม่เกิดความสงสัยหรือเกิดปัญหาขึ้น ครูผู้สอนอาจชี้ปัญหาให้นักเรียนก็ได้
2. ทำนาย เป็นขั้นตอนที่นักเรียนคาดเดาคำตอบของปัญหาที่สงสัย โดยก่อนที่จะทำนาย นักเรียนจะทำการสืบสวนสอบสวน โดยใช้คำถามต่างๆ กับครูเพื่อให้ได้ข้อมูลมากที่สุด ครูจะตอบเพียงกว้างๆ ในหลักการ ไม่ตอบคำตอบโดยตรง เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนใช้คำถามอย่างกว้างขวาง ลึกซึ้ง จากนั้นนักเรียนจะทำนายคำตอบของปัญหาในขั้นตอนแรก

3. ทดลอง เป็นขั้นตอนที่นักเรียนดำเนินการพิสูจน์คำตอบที่คาดเดาหรือทำนายไว้ว่าถูกต้องหรือไม่ โดยการทดลองตามแนวทางที่ครูผู้สอนเตรียมไว้ หรือหากเป็นปัญหาที่ไม่ต้องทดลองเพื่อหาคำตอบก็อาจใช้การศึกษาค้นคว้าหรือวิธีการอื่นใด เพื่อพิสูจน์คำทำนายดังกล่าว

4. สรุป เป็นขั้นตอนการสรุปผลการทดลองหรือศึกษาค้นคว้าว่าคำตอบที่ทำนายไว้ถูกหรือผิดและสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ต่อไป

กรมวิชาการ (2544: 36-37) กล่าวถึง ขั้นตอนการสอนแบบสืบสวนสอบสวนไว้ 5 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นการสั่งกับแนวทาง คือ ขั้นที่ครูปูพื้นฐานความพร้อมในด้านความรู้ให้แก่ นักเรียน

2. ขั้นสังเกต คือ ครูสร้างสถานการณ์ที่เป็นปัญหาหรือเป็นการแสดงละครปริศนาเพื่อให้นักเรียนสังเกตสภาพการณ์หรือสิ่งแวดล้อมที่เป็นปัญหานั้นๆ ขั้นนี้ครูส่งเสริมให้นักเรียนฝึกคิดวิเคราะห์ ทำความเข้าใจ แปลความหมาย และจัดโครงสร้างความคิดในรูปแบบต่างๆ เพื่อให้สอดคล้องกับสภาพปัญหาและสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนเกิดความกระหายใคร่จะแสวงหาความจริง

3. ขั้นอธิบาย เป็นขั้นที่ครูกระตุ้นให้นักเรียนหาคำตอบอธิบายหรือสาเหตุของปัญหาในรูปแบบของเหตุผล ขั้นนี้นักเรียนฝึกการตั้งทฤษฎีหรือสมมติฐานเพื่ออธิบายที่มา สาเหตุของปัญหานั้นเป็นการฝึกวิเคราะห์ระบบจากผลไปหาเหตุ

4. ขั้นทำนาย ให้นักเรียนรู้จักหาแนวทางหรือวิธีที่จะพิสูจน์ทำนายผลหรือพยากรณ์ได้ว่าผลจะเป็นอย่างไร จะเกิดอะไรขึ้น เป็นการทดสอบสมมติฐานหรือพิสูจน์ทฤษฎีที่ตั้งขึ้น

5. ขั้นควบคุมและสร้างสรรค์ เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนนำหลักการ กฎเกณฑ์และวิธีการแก้ปัญหามาใช้ประโยชน์ในการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงสิ่งแวดล้อมในสภาพการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง ลักษณะพิเศษของวิธีสอนแบบนี้ คือ ก้าวไกลกว่าการสอนแบบวิทยาศาสตร์ ในด้านที่คิดไปถึงการใช้ประโยชน์ต่อไปด้วย ไม่จำกัดเฉพาะแต่การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นเท่านั้น

ไสว พักขาว (2544: 102-104) กล่าวถึง ขั้นตอนการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ไว้ 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นนำเสนอสถานการณ์หรือสิ่งที่ปัญหา โดยครูอาจเล่าเรื่องโดยใช้สื่อ / อุปกรณ์ภาพประกอบหรือนำของจริงมาแสดงก็ได้

2. ขั้นสังเกต ครูให้ผู้เรียนสังเกตสิ่งที่ครูนำเสนอ โดยใช้ประสาทสัมผัสทั้ง 5 หรืออาจใช้เครื่องมือบางอย่างช่วยก็ได้

3. ขั้นอธิบาย ครูให้ผู้เรียนคิดสาเหตุของปัญหาแล้วตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับปัญหานั้นจากความรู้และประสบการณ์เดิมของผู้เรียน

4. ขั้นทดสอบ ครูให้ผู้เรียนช่วยกันตั้งคำถามเพื่อรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับปัญหาให้มากที่สุดเพื่อทดสอบสมมติฐาน โดยครูจะไม่พยายามตอบคำถามในลักษณะที่จะอธิบายคำตอบของปัญหา แต่

อาจตอบเพียง “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” เท่านั้น นอกจากการถามแล้วครูอาจให้ผู้เรียนศึกษาหรือทำการทดลองเพื่อพิสูจน์สมมติฐานด้วยก็ได้ ในกรณีที่เรื่องไม่ยุ่งยาก และใช้เวลาไม่มาก

5. ขั้นสรุป ครูให้ผู้เรียนสรุปความรู้ที่ได้จากขั้นตอนเพื่ออธิบายคำตอบของปัญหา
6. ขั้นนำความรู้ไปใช้ ครูกระตุ้นให้ผู้เรียนนำความรู้ที่ได้ประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

จากที่กล่าวมาข้างต้นจึงอาจสรุปได้ว่า ขั้นตอนในการสอนแบบสืบสวนสอบสวนมีหลายขั้นตอน ซึ่งครูสามารถนำไปใช้จัดการเรียนการสอนให้นักเรียนได้ ทั้งนี้ผู้วิจัยได้สรุปเป็นขั้นตอนในการสอนแบบสืบสวนสอบสวนในครั้งนี้ได้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นสังเกต เป็นขั้นที่ครูผู้สอนได้จัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาเพื่อให้ผู้เรียนได้คิดวิเคราะห์ ทำการสังเกต พยายามค้นพบหลักการ หรือประเมินสถานการณ์ที่ได้รับ โดยผู้สอนจะหาคำถามต่างๆ เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนได้สำรวจปัญหาจากกิจกรรมที่กำหนดให้
2. ขั้นอธิบาย เป็นขั้นที่ครูกระตุ้นให้ผู้เรียนทำการค้นหาคำตอบเพื่อจัดข้อสงสัยโดยการให้เหตุผล วิเคราะห์ข้อมูลและค้นหาวิธีที่จะอธิบายปัญหาจากขั้นสังเกต
3. ขั้นพยากรณ์และทดสอบ เป็นขั้นที่ผู้เรียนนำข้อมูลมาอภิปรายและตั้งสมมติฐานแล้วทำการทดลองหรือพยากรณ์เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้ จนนำไปสู่ข้อสรุป
4. ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นที่ครูผู้สอนได้ให้สถานการณ์หรือตัวอย่างใหม่ที่คล้ายกับปัญหาที่นักเรียนได้เคยทำการสืบสวนสอบสวนมาแล้ว เพื่อให้ผู้เรียนได้นำหลักการใหม่ที่ค้นพบมาปรับขยายโครงสร้างการรับรู้ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับเนื้อหาอื่นๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

2.3 บทบาทของครูในการสอนแบบสืบสวนสอบสวน

คาลลาฮาน และคนอื่นๆ (Callahan, et al. 1998: 261-262) ได้กล่าวถึง บทบาทของครูในการสอนแบบสืบสวนสอบสวน ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ครูมีหน้าที่ให้คำแนะนำกับนักเรียนมากกว่าบอกให้นักเรียนทำตาม
2. ครูตั้งคำถาม เลือกประเด็นที่น่าสนใจเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดและพยายามค้นหาคำตอบ
3. ในขณะที่นักเรียนค้นหาคำตอบ ครูควรแนะนำในการค้นพบโดยหาความชัดเจนกับปัญหา
4. ครูพยายามสร้างบรรยากาศในชั้นเรียนที่เป็นการส่งเสริมการสร้างข้อคิดเดาการตั้งข้อสงสัยและการคิดแก้ปัญหา
5. สนับสนุนให้นักเรียนตั้งสมมติฐานและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตรวจสอบสมมติฐานด้วยตนเอง

6. ช่วยนักเรียนในการวิเคราะห์และประเมินความคิดของตนเอง โดยเปิดโอกาสให้มีการอภิปรายเปิดในชั้นเรียน และพยายามกระตุ้นให้นักเรียนพยายามคิดโดยไม่มีกรอบเมื่อคำตอบไม่เป็นไปตามที่คาดหวัง

กรมวิชาการ (2544: 36) กล่าวถึง บทบาทของครูในการสอนแบบสืบสวนสอบสวนไว้ดังนี้

1. ครูจะต้องจัดสภาพแวดล้อม สถานการณ์หรือสิ่งเร้าต่างๆ ที่เป็นปัญหาให้นักเรียนได้ฝึกสังเกต เปรียบเทียบ จนเห็นปัญหาและเกิดความสงสัยใคร่รู้
2. ครูกระตุ้นให้นักเรียนหาสาเหตุของปัญหานั้นด้วยการตั้งคำถาม
3. ให้นักเรียนตั้งสมมติฐานเชิงทำนายแล้วพิสูจน์ แล้วให้นักเรียนช่วยกันสรุป
4. ครูส่งเสริมให้นักเรียนนำหลักการและกฎเกณฑ์ที่ค้นพบไปใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อให้เกิดการควบคุมและสร้างสรรค์สิ่งแวดล้อมในสภาพการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545: 142) กล่าวถึง บทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน ไว้ดังนี้

1. กระตุ้นให้ผู้เรียนมีความสนใจ คิดปัญหา วางแผนและแก้ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน มีเหตุผลด้วยตนเอง
2. กระตุ้นให้ผู้เรียนหาวิธีการแก้ปัญหาหลายๆ วิธี และใช้ทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหา
3. เสริมแรงหรือให้กำลังใจแก่ผู้เรียน
4. ช่วยเหลือ แนะนำ กำกับอย่างใกล้ชิด ตลอดจนเป็นผู้อำนวยความสะดวก เพื่อให้กระบวนการเรียนรู้ดำเนินไปได้ด้วยความเรียบร้อย
5. จัดเตรียมแหล่งการเรียนรู้ที่สำคัญให้แก่ผู้เรียน
6. จัดบรรยากาศและสภาพแวดล้อมให้เอื้อต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน
7. เป็นผู้ให้ข้อมูลย้อนกลับทั้งข้อดีและข้อบกพร่องแก่ผู้เรียน

จากที่กล่าวมาจึงพอสรุปบทบาทของครูในการจัดการสอนแบบสืบสวนสอบสวนได้ว่า ครูควรจัดสภาพแวดล้อม หรือสถานการณ์ที่ช่วยกระตุ้นการเรียนรู้ของนักเรียน ให้ได้เกิดการคิด แสวงหาความรู้อย่างมีกระบวนการ จนสามารถสรุปเป็นองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง ทั้งนี้ครูผู้สอนจะเป็นผู้ที่ให้กำลังใจหรือแรงเสริมกับเด็กนักเรียนอีกด้วย

2.4 ข้อดีและข้อจำกัดของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน

สมชาย ชูชาติ (2538:82) กล่าวถึง ข้อดีและข้อจำกัดของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนไว้ดังนี้

ข้อดี

1. ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางในการเรียนการสอนเพราะเขาจะต้องกำกับการเรียนการสอนด้วยตนเอง ดังนั้นบทบาทของผู้เรียนจึงเป็นผู้ที่มีความกระฉับกระเฉงไม่เป็นผู้ที่เฉื่อยชาต่อไป
2. เป็นการเรียนรู้โดยการเน้นที่ปัญหาจะมีประโยชน์ต่อผู้เรียนในแง่ที่ว่าให้เขาเป็นผู้ที่รู้จักลักษณะวิธีการแก้ปัญหา
3. เป็นการเรียนรู้ที่ฝึกทักษะและความสามารถในการตัดสินใจ
4. บทบาทของครูผู้สอนเปลี่ยนจากผู้บอกมาเป็นผู้ถาม ซึ่งวิธีการดังกล่าวจะทำให้ผู้เรียนกระตือรือร้นมากขึ้น
5. เป็นการยอมรับเจตคติของผู้เรียนแต่ละคนโดยเฉพาะในเรื่องค่านิยมและเจตคติของผู้เรียน เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พัฒนาค่านิยมและเจตคติไปในด้านที่ดีด้วย
6. บทบาทของครูผู้สอนเปลี่ยนแปลงไป ไม่เป็นผู้คุมการเรียนการสอน กลายเป็นผู้เรียนไปกับนักเรียนด้วย
7. ไม่ส่งเสริมการเรียนในเชิงแข่งขันเพื่อคะแนน แต่ผู้เรียนสามารถเรียนไปโดยมุ่งที่จะบรรลุเป้าหมายของตนเอง

ข้อจำกัด

1. ในกรณีที่นำการสอนแบบสืบสวนสอบสวนมาใช้กับกลุ่มผู้เรียนที่มีไชรายบุคคลแล้ว ผู้เรียนอาจไม่มีโอกาสร่วมกิจกรรมทุกคน มีผู้เรียนเพียงบางคนเท่านั้นที่มีโอกาสในการแสดงความคิดเห็น การตัดสินใจ
2. การสอนแบบสืบสวนสอบสวนนั้นเป็นวิธีการที่มุ่งให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล วิธีการดังกล่าวต้องใช้เวลามากพอสมควร แต่การสอนในชั้นเรียนส่วนใหญ่ ผู้สอนมักมีแนวโน้มที่จะเร่งรัดคำตอบหรือข้อโต้ตอบของผู้เรียนเสมอ
3. ในบางครั้งผู้เรียนเกิดความรู้สึกว่าปัญหาหรือประเด็นที่ผู้สอนหยิบยกขึ้นมาเพื่อการสืบเสาะหาความรู้ นั้น แท้จริงแล้วผู้สอนมีคำตอบอยู่ในใจไว้ก่อนซึ่งดูเหมือนว่าผู้เรียนถูกตะล่อมให้ไป ตามสิ่งที่ผู้สอนคิดไว้แล้ว

วิชิต สุรัตน์เรื่องชัย (2540: 82) กล่าวถึง ข้อดีและข้อด้อยของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนไว้ดังนี้

ข้อดี

1. ฝึกการคิดหาเหตุผลให้แก่ นักเรียน
2. บรรยากาศตื่นเต้น น่าสนใจ

ข้อด้อย

1. เตรียมสถานการณ์ที่จะก่อให้เกิดปัญหาแก่นักเรียนลำบาก เพราะต้องควบคุมให้นักเรียนเกิดความสงสัยในปัญหาที่กำหนดไว้แล้ว

2. ใช้เวลาเรียนมาก ครูผู้สอนต้องใช้ความอดทนเพื่อตะล่อมกลุ่มนักเรียน
3. ต้องใช้อุปกรณ์การสอนมาก ลิ่นเปลือง

ไซว พักขาว (2544: 102-103) กล่าวถึง ข้อดีและข้อจำกัดของการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ไว้ดังนี้

ข้อดี

1. ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมคิดหาเหตุผล และสรุปความรู้ด้วยตนเอง
2. ผู้เรียนได้ฝึกการแก้ปัญหา
3. ส่งเสริมการแสดงของผู้เรียน
4. สร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน

ข้อจำกัด

1. ใช้เวลาในการสอนมาก
2. เหมาะกับวิชาที่ต้องใช้เหตุผล

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545: 143 – 144) กล่าวถึง ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน ไว้ดังนี้

ข้อดี

1. ผู้เรียนได้เรียนรู้วิธีการค้นหาความรู้และการแก้ปัญหาด้วยตนเอง
2. ความรู้ที่ได้มีคุณค่า มีความหมายสำหรับผู้เรียน เป็นประโยชน์และจดจำได้นาน สามารถเชื่อมโยงความรู้และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้
3. เป็นวิธีการที่ทำให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้ มีความอิสระ มีชีวิตชีวา และสนุกสนานกับการเรียนรู้
4. ทำให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิธีและกระบวนการทางวิทยาศาสตร์

ข้อจำกัด

1. ใช้เวลามากในการเรียนรู้แต่ละครั้ง บางครั้งอาจได้สาระการเรียนรู้ไม่ครบถ้วนตามที่กำหนด
2. ถ้าปัญหาหรือสถานการณ์ง่ายหรือยากเกินไป ไม่เร้าใจหรือไม่น่าสนใจ จะทำให้ผู้เรียนเบื่อหน่ายไม่อยากเรียน
3. เป็นวิธีการที่มีการลงทุนสูง ซึ่งบางครั้งอาจได้ผลไม่คุ้มค่ากับการลงทุน
4. ผู้สอนต้องใช้เวลาในการวางแผนมาก

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบสืบสวนสอบสวน งานวิจัยต่างประเทศ

มาเรีย (Maria. 1981: 624 – 4) ได้ประเมินประสิทธิภาพการสอนแบบสืบสวนสอบสวนที่ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ ในกลุ่มนักเรียนเกรด 4 – 6 พบว่าคะแนนความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการสอนแบบสืบสวนสอบสวนแตกต่างและสูงกว่ากลุ่มควบคุม

อโวกิ (Awodi. 1984: 1707– A) ได้ศึกษาเปรียบเทียบการสอนชีววิทยาโดยใช้การสอนแบบสืบสอบกับการสอนแบบเดิมในชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายในประเทศไนจีเรีย โดยได้แบ่งครูออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มแรกเป็นกลุ่มควบคุมเป็นครูที่สอนแบบเดิมไม่ได้รับการอบรม ส่วนกลุ่มที่สองเป็นกลุ่มทดลอง ครูกลุ่มนี้ได้รับการอบรมซึ่งจัดขึ้นโดยผู้วิจัย ซึ่งส่วนแรกเกี่ยวกับการปฏิบัติการทดลอง วิธีการตั้งคำถาม วิธีการอภิปราย การสังเกตการสอนของครูในชั้น ส่วนที่ 2 เป็นบทเรียนแบบสืบสอบ คู่มือครู สำหรับนักเรียนที่ได้รับการสอนนั้นเป็นนักเรียนเกรด เอ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบสืบสอบ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบธรรมดาอย่างมีนัยสำคัญ

โยร์ (Yore. 1984: 745 – 753) ได้ทำการศึกษาผลของระดับพัฒนาการทางสติปัญญาและอายุของนักเรียนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบสืบสวนในชั้นเรียนวิทยาศาสตร์ 2 วิธี คือ แบบอุปนัยอย่างมีโครงสร้างและแบบกึ่งนิรนัย ผลการวิจัยพบว่า ระดับพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียนมีผลต่อการใช้กลวิธีสืบสอบแบบกึ่งนิรนัยมากกว่าอุปนัยอย่างมีโครงสร้างเพราะการสืบสอบแบบกึ่งนิรนัยมีโครงสร้างน้อยจึงต้องการผู้เรียนที่มีความสามารถในการพัฒนาเหตุผลในระดับสูงและเรียนรู้ด้วยตนเองได้มาก

เมสัน (Mason. 1997: 58-09A) ได้ศึกษาการเรียนพีชคณิตด้วยตนเองโดยใช้การสืบสวนสอบสวนกลุ่มย่อยของนักเรียนเกรด 9 มีจุดมุ่งหมาย เพื่อแสดงให้เห็นถึงองค์ประกอบที่มีผลต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ของนักเรียน โดยใช้การสืบสวนสอบสวนกลุ่มย่อยและแสดงให้เห็นว่าองค์ประกอบเหล่านั้นมีผลต่อกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียนอย่างไร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 9 จำนวน 22 คนที่เรียนวิชาพีชคณิต ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลจากการสนทนาในกลุ่มผลงานของนักเรียน การเขียนและการบ้านที่ให้นักเรียนเขียนเกี่ยวกับการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ในแต่ละวันผู้วิจัยได้สรุปและตีความหมายจากการเรียนรู้ดังกล่าว ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนจะเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดีจากการสอนโดยใช้การสืบสวนสอบสวนกลุ่มย่อย ซึ่งสามารถสังเกตได้จากการสร้างสรรค์ความรู้ของนักเรียน นักเรียนสามารถเรียนรู้การดำเนินการที่ซับซ้อนและตีความหมายของลักษณะความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์ของครูกับนักเรียนและความสัมพันธ์ของการทดสอบกับคะแนน การเรียนรู้ของแต่ละบุคคลขึ้นอยู่กับ การสร้างประสบการณ์และมุมมองของนักเรียนแต่ละคน การเรียนรู้ระหว่าง

บุคคลเกิดขึ้นได้ดีหรือไม่ขึ้นอยู่กับการพัฒนาความสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนแต่ละคนกับนักเรียนคนอื่น ๆ และความสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับครู นักเรียนแต่ละคนกับครูจะมีอิทธิพลต่อกันและกัน

ทอมสัน (Thomson, 2000: 61-10B) ได้ศึกษาการสอนแบบสืบสวนสอบสวนและการใช้ตัวแทนในการสืบสวนสอบสวนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับวิทยาลัย ศึกษาโดยการสังเกตจากครูและนักเรียน จำนวน 2 ห้องเรียน ในขณะที่มีการเรียนการสอนวิชาแคลคูลัสสำหรับคณิตศาสตร์ ในชีวิตโดยดูจากสภาพทั่วไปของห้องเรียน และทักษะการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีการบันทึก เทปและวิดีโอและสัมภาษณ์ครู 1 คนกับนักเรียน 6 คนและศึกษาจากการรายงานการทดลองของนักเรียน ผลจากการวิจัยพบว่า จุดมุ่งหมายของครูและเวลาเรียนมีผลต่อการพัฒนาการสืบสวนสอบสวน การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์และการใช้ภาษาของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง เมื่อมีเวลามากการดำเนินการของห้องก็จะเป็นการใช้คำถามของนักเรียนในการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และความเข้าใจของนักเรียน และมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์บ่อยครั้ง แต่ถ้ามีเวลาน้อยเพื่อให้ครอบคลุมเนื้อหาหัวข้อต่างๆ ในห้องเรียนจะดำเนินไปด้วยคำถามและวิธีการของครู มีการเชื่อมโยงวิทยาศาสตร์กับคณิตศาสตร์น้อยนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มยังคงไว้ ซึ่งกระบวนการของความคิดรวบยอดของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และสามารถประยุกต์วิธีการได้ แต่นักเรียนมีความเชื่อมั่นในการบอกครูในเรื่องของความสัมพันธ์ของคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

สิริลักษณ์ วงศ์เพชร (2542: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยโดยการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้การสอนแบบสืบสวนสอบสวนกับการสอนตามคู่มือครู ผลจากการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบสืบสวนสอบสวนและการสอนตามคู่มือแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ส่วนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการสอนแบบสืบสวนสอบสวนกับก่อนได้รับการสอนของกลุ่มทดลองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

มนมนันท์ สูดสิน (2543: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์และความสามารถด้านการวิเคราะห์วิจารณ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ประกอบกับการเขียนแผนผังมโนทัศน์ ผลจากการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ ด้านความรู้ความจำ ความเข้าใจ นำไปใช้ และด้านทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ประกอบกับการเขียนแผนผังมโนทัศน์กับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ส่วนความสามารถในการ

วิเคราะห์วิจารณ์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ประกอบกับการเขียนแผนผังมโนมิตกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปรมาภรณ์ อนุพันธ์ (2544: บทคัดย่อ) ได้พัฒนาชุดการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันแบบสืบสวนสอบสวน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น ผลจากการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันแบบสืบสวนสอบสวนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ลัดดา เพียรประสพ (2545: บทคัดย่อ) ได้พัฒนาชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวน และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้มาจากการสุ่มอย่างง่ายจำนวน 120 คน แล้วแบ่งออกเป็น 3 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 40 คน ดำเนินการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง อัตราส่วน ผลจากการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวน มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวน สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

กชกร รุ่งหัวไม้ (2547: บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่มีต่อความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ 2 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (ช่วงชั้นที่ 3) ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบสืบสวนสอบสวน จะเห็นได้ว่าการสอนแบบสืบสวนสอบสวนนั้น มีส่วนช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้นและยังช่วยส่งเสริมกระบวนการคิดของนักเรียน โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้ค้นพบความรู้ด้วยตนเองจากการลงมือปฏิบัติ

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GSP

3.1 โปรแกรม GSP กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

อำนาจ เชื้อบ่อคา (2547: 13 - 14) กล่าวเอาไว้ว่าโปรแกรม GSP (Geometer's Sketchpad) ได้พัฒนาขึ้นครั้งแรกในปี ค.ศ.1991 โดยนิโคลัส แจคคิวิ (Nicholas Jachiw) ทั้งนี้อยู่ในโครงการพัฒนาเรขาคณิตที่มองเห็นได้ (Visual Geometry Project) ของมูลนิธิวิทยาศาสตร์แห่งชาติ (National Science Foundation NSF) ซึ่งมี ยูจีน คลอทซ์ (Eugene Klotz) จากวิทยาลัยสวาร์ทมอร์ (Swarthmore College) และดอริส ซาทชไนเดอร์ (Doris Schatschneider) จากวิทยาลัยมอราเวียน (Moravian College) ของมหาวิทยาลัยเพนซิลวาเนีย (Pennsylvania University) แห่งสหรัฐอเมริกา เป็นหัวหน้าซอฟต์แวร์นี้ ครั้งแรกพัฒนาเป็นรุ่นเบต้า (Beta Version) ในลักษณะทดลองเพื่อใช้กับเครื่องแมคอินทอช (Macintosh) และพัฒนาขึ้นเพื่อใช้กับเครื่องคอมพิวเตอร์พีซีที่ใช้ระบบปฏิบัติการแบบวินโดวส์ (Windows) ในปี ค.ศ.1993 ปัจจุบันได้พัฒนาขึ้นเป็น GSP ในปี ค.ศ.1995 และด้วยเงินทุนสนับสนุนของ NSF ในการพัฒนาซอฟต์แวร์และสำนักพิมพ์ Key Curriculum ในการจัดพิมพ์สื่อสิ่งพิมพ์ที่สนับสนุนการใช้ GSP ทำให้ซอฟต์แวร์นี้ใช้กันอย่างแพร่หลายที่โรงเรียนในสหรัฐอเมริกา และมีการเปิดเว็บไซต์ในอินเทอร์เน็ต เพื่อให้ผู้ใช้ GSP ส่งข่าวสารมาเผยแพร่และแลกเปลี่ยนข้อมูลต่างๆ เจมส์ ดับเบิลยู วิลสัน (James W. Wilson) ได้กำหนดให้ GSP เป็นซอฟต์แวร์ที่ใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ศึกษาสำหรับนักศึกษาระดับปริญญาโทและปริญญาเอกของมหาวิทยาลัยจอร์เจีย (Georgia University) สหรัฐอเมริกา ซึ่งปัจจุบันได้พัฒนาถึง Version 4.03 แล้ว สำหรับในประเทศไทย สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้เห็นความสำคัญของการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา จึงได้สนับสนุนโปรแกรมดังกล่าวให้กับโรงเรียนที่เข้าร่วมอบรมสัมมนาเมื่อวันที่ 9 - 11 ธันวาคม พ.ศ.2545 และในการอบรมครั้งนี้ สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้เชิญ นิโคลัส แจคคิวิ (Nicholas Jachiw) ผู้พัฒนาโปรแกรม GSP เป็นวิทยากรในครั้งนี้

กิมวัจน์ ธรรมใจ (2548?: 1 - 2) ได้กล่าวถึงโปรแกรม GSP ว่า โปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นสื่อการสอนที่ใหม่ล่าสุดในวงการคณิตศาสตร์ศึกษาของไทย ซึ่งในขณะที่กว่า 60 ประเทศทั่วโลกใช้โปรแกรมดังกล่าวกันมานานแล้ว โดยมีการแปลงโปรแกรมเป็นภาษาต่าง ๆ มากมาย ซึ่งโปรแกรม Geometer's Sketchpad ได้รับการแปลงเป็นภาษาไทยเช่นกัน สำหรับประเทศไทยนั้น สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้เล็งเห็นถึงศักยภาพของโปรแกรมนี้จึงได้ทำการซื้อลิขสิทธิ์และนำมาแปลงเป็นเวอร์ชันภาษาไทย เพื่อความสะดวกในการใช้งานสำหรับผู้เรียนและผู้สอน

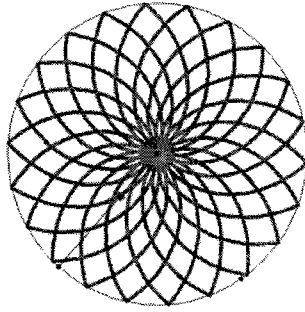
GSP เป็นโปรแกรมที่น่าสนใจอีกโปรแกรมหนึ่งซึ่งครูสามารถนำไปใช้เป็นเครื่องมือเพื่อช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น เพราะสามารถนำเสนอภาพเคลื่อนไหว (Animation) มาใช้อธิบายเนื้อหาหายาก ๆ ให้เกิดความเข้าใจได้ง่ายขึ้น เช่น ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ (เรขาคณิต พีชคณิต ตรีโกณมิติ แคลคูลัส), ฟิสิกส์ (กลศาสตร์ แสง คลื่น) ให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจได้อย่างรวดเร็ว และโปรแกรมยังเน้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติด้วยตัวเองได้ นอกจากนี้ยังสามารถนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาอื่นๆ ได้อย่างไม่มีข้อจำกัด เช่น วิทยาศาสตร์ ศิลปะ การออกแบบและเทคโนโลยี เป็นต้น

โปรแกรม GSP พัฒนาขึ้นโดยบริษัท Key Curriculum Press (www.keypress.com) ตั้งแต่ปี ค.ศ.1991 และพัฒนาขึ้นเรื่อย ๆ จนถึงเวอร์ชัน 4 โรงเรียนต่าง ๆ ในสหรัฐอเมริกาใช้โปรแกรมนี้สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมากที่สุด และในหลาย ๆ ประเทศทั่วโลก เช่น แคนาดา สหราชอาณาจักร สิงคโปร์ มาเลเซีย ไต้หวัน ฮองกง เดนมาร์ก ญี่ปุ่น ออสเตรเลีย ได้ใช้โปรแกรมนี้อย่างแพร่หลาย โปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมที่สร้างขึ้นสำหรับนำไปใช้ในการสร้างสรรค์ การสำรวจ และการวิเคราะห์เนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ GSP ยังเป็นเทคโนโลยีที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์โดยการสร้างองค์ความรู้ใหม่ ๆ หรือความคิดรวบยอดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง เนื่องจากเวลาใช้โปรแกรม GSP ผู้ใช้สามารถสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์ (Mathematics Model) ที่ทำให้เกิดการเคลื่อนไหวเชิงเรขาคณิต และผู้ใช้สามารถมีปฏิสัมพันธ์ได้ตอบกับโปรแกรมได้ โปรแกรม GSP สามารถนำมาใช้ในการสำรวจเบื้องต้นเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติ จำนวนและการดำเนินการ หรือกราฟของสมการชนิดต่างๆ ตลอดจนจนถึงการแสดงการเคลื่อนไหวของรูปเรขาคณิตเพื่อการสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนให้สามารถเข้าใจได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น

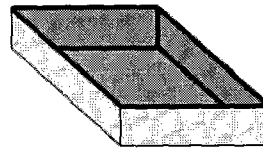
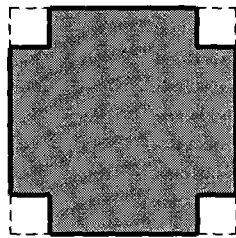
ถ้าผู้ใช้เป็นนักเรียน Sketchpad จะช่วยทำให้ผู้เรียนสำรวจเนื้อหาและพัฒนาความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาสาระต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ได้หลายสาระ เช่น เรขาคณิต พีชคณิต ตรีโกณมิติ แคลคูลัสและเนื้อหาอื่นๆ สำหรับท่านที่เป็นครูผู้สอน โปรแกรม GSP เป็นสื่อที่ช่วยสร้างบรรยากาศของการเรียนที่ส่งเสริมให้มีการนำเสนอความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ตลอดจนมีการนำเสนอที่น่าตื่นเต้น เร้าใจซึ่งจะทำให้ให้นักเรียนเกิดความสนใจ มีการซักถามและได้ตอบ ตลอดจนช่วยทำให้นักเรียนตั้งข้อความคาดเดาเหตุการณ์และหาข้อสรุปในเวลาเรียนในห้องปฏิบัติการ หรือในช่วงเวลาที่มีการนำเสนอหน้าห้องเรียนได้

3.2 ความสามารถของโปรแกรม GSP (Key Curriculum Press. 2001: 1 – 101)

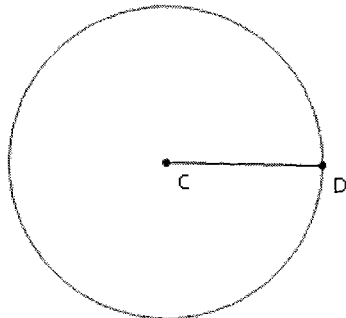
1. ด้านศิลปะและการเคลื่อนไหว (Art / Animation) โปรแกรม GSP สามารถที่จะนำเครื่องมือมาสร้างรูปต่างๆ และสามารถใช้อคำสั่งเพื่อที่จะทำให้รูปดังกล่าวเคลื่อนไหวได้ตามที่ต้องการ ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ไม่เคยปรากฏมาก่อนในลักษณะนี้



2. แคลคูลัส (Calculus) เราสามารถใช้โปรแกรม GSP คำนวณหาปริมาตรของกล่องซึ่งเกิดจากการตัดมุมทั้งสี่ของกระดาษ ซึ่งเราจะเห็นการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรของกล่องดังกล่าวจากการเคลื่อนไหว และนอกจากนี้ยังสามารถใช้โปรแกรมดังกล่าวสร้างกราฟจากสมการต่างๆ ได้



3. วงกลม (Circles) ในโปรแกรม GSP สามารถที่จะใช้เครื่องมือ Compass Tool สร้างวงกลมได้ตามที่ต้องการ และสามารถที่จะวัดหาความยาวรัศมี เส้นรอบวง และคำนวณหาพื้นที่ได้

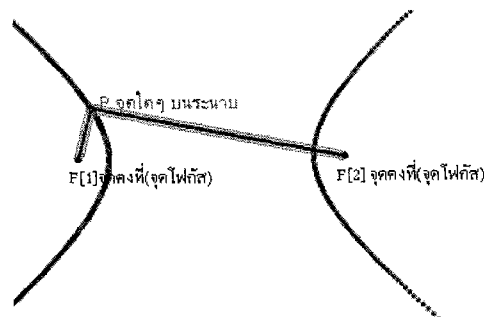


รัศมี $\odot_{CD} = 2.54$ ซม.

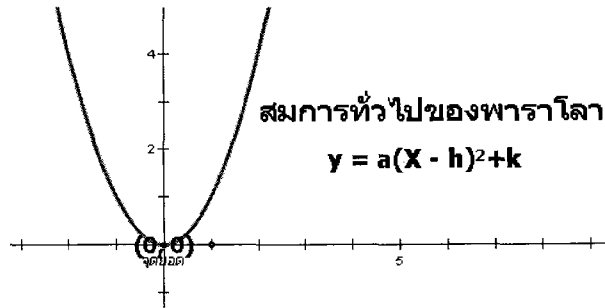
พื้นที่ $\odot_{CD} = 20.28$ ซม.²

เส้นรอบวง $\odot_{CD} = 15.96$ ซม.

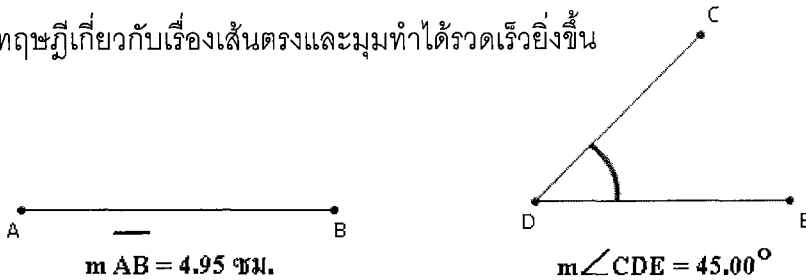
4. ภาคตัดกรวย (Conic Section) สำหรับเรื่องภาคตัดกรวย โปรแกรม GSP สามารถที่จะสร้างวงกลม วงรี พาราโบลา และไฮเพอร์โบลา โดยการเคลื่อนที่ที่ทำให้เห็นร่องรอย (Trace) ของกราฟ ซึ่งจะให้เห็นรูปร่างต่างๆ ได้ตามต้องการ



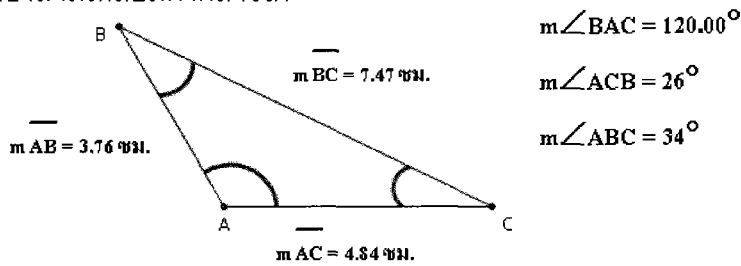
5. การเขียนกราฟและการหาจุดโคออร์ดิเนตในเรขาคณิต (Graphing / Coordinate Geometry) ในการเขียนกราฟจากสมการต่างๆ โปรแกรม GSP สามารถสร้างรูปภาพและหาจุดโคออร์ดิเนตในสมการต่างๆ ได้



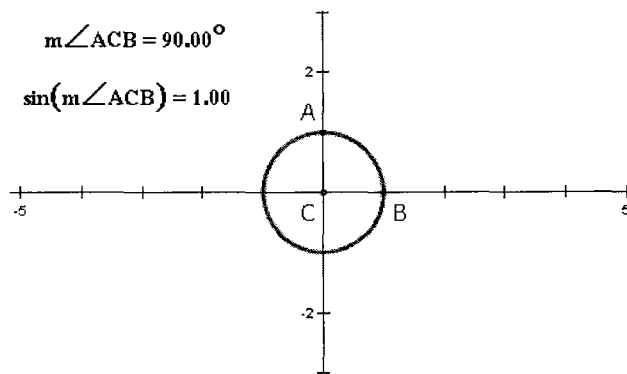
6. เส้นตรงและมุม (Lines and Angles) ในการสร้างเส้นตรงและมุมโดยการใช้โปรแกรม GSP สามารถทำได้โดยง่าย ซึ่งเมื่อได้ทำการสร้างเส้นตรงและมุมเสร็จแล้วสามารถที่จะวัดขนาดของส่วนของเส้นตรงและมุมดังกล่าวได้ ซึ่งด้วยความสามารถและคุณสมบัติดังกล่าวทำให้การสรุปเนื้อหาและทฤษฎีเกี่ยวกับเรื่องเส้นตรงและมุมทำได้รวดเร็วยิ่งขึ้น



7. รูปสามเหลี่ยม (Triangles) เมื่อสร้างรูปสามเหลี่ยมโดยการใช้โปรแกรม GSP แล้วเราสามารถที่จะใช้คำสั่งภายในโปรแกรมเพื่อคำนวณหาความยาวของด้านแต่ละด้าน มุมแต่ละมุมและคำนวณหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมดังกล่าวได้



8. ตรีโกณมิติ (Trigonometry) ในการหาฟังก์ชันตรีโกณมิติโดยใช้โปรแกรม GSP กระทำได้โดยสร้างวงกลมหน่วย (Unit Circle) เมื่อกำหนดมุม A ตามรูปด้านล่าง ก็สามารถหาฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม A ได้ตามต้องการ



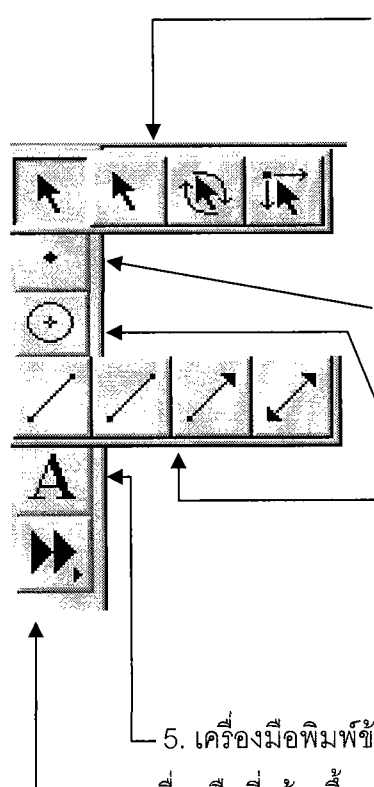
3.3 ระบบวิธีใช้โปรแกรม GSP

กิมวัจน์ ธรรมใจ (2548?: 3 – 15) กล่าวถึงระบบวิธีใช้โปรแกรม GSP 4.06 (Thai Version)

ซึ่งประกอบด้วยเครื่องมือต่างๆ ดังนี้

กล่องเครื่องมือ

เมื่อเปิดโปรแกรม The Geometer's Sketchpad จะพบกล่องเครื่องมือที่อยู่ทางด้านซ้ายมือของหน้าจอ เครื่องมือมีทั้งหมด 6 ชนิดด้วยกันคือ

- 
1. เครื่องมือลูกศร เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการเลือกหรือลากวัตถุบนหน้าจอ เครื่องมือลูกศรมีให้เลือกใช้ 3 แบบ คือ เครื่องมือลูกศรที่ใช้ลากให้วัตถุเคลื่อนที่แบบอิสระ เครื่องมือลูกศรที่ใช้ลากให้วัตถุเคลื่อนที่แบบหมุนรอบจุดที่กำหนด และเครื่องมือลูกศรที่ใช้ลากให้วัตถุให้มีขนาดเล็กลงหรือขยายวัตถุให้มีขนาดใหญ่ขึ้น
 2. เครื่องมือวาดจุด เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการลงจุดอิสระ หรือลงจุดบนวัตถุ
 3. เครื่องมือวาดวงกลม เป็นเครื่องมือที่ใช้สร้างวงกลม
 4. เครื่องมือวาดเส้นในแนวตรง เป็นเครื่องมือที่ใช้สร้างวัตถุในแนวตรง เครื่องมือนี้ประกอบด้วยเครื่องมือย่อยอีก 3 อย่างคือ เครื่องมือที่ใช้วาดส่วนของเส้นตรง เครื่องมือที่ใช้วาดรังสี และเครื่องมือที่ใช้วาดเส้นตรง
 5. เครื่องมือพิมพ์ข้อความ เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการพิมพ์ แก้ไขย้าย ตั้งชื่อจุดหรือข้อความ
 6. เครื่องมือที่สร้างขึ้นเอง เครื่องมือนี้ใช้ในการกำหนดการเรียกใช้และการจัดการเกี่ยวกับเครื่องมือที่สร้างขึ้นเองเช่นเดียวกับเครื่องมือวาดวงกลม



เมนูแก้ไข (Edit Menu)

เมนูแก้ไขมีคำสั่งเกี่ยวกับการทำย้อนกลับและทำซ้ำคำสั่งล่าสุด คำสั่งเกี่ยวกับการจัดการคลิปบอร์ด สร้างปุ่มแสดงการทำงาน เลือกวัตถุในแบบร่าง คำสั่งเกี่ยวกับการปรับค่าส่วนประกอบและคุณสมบัติของแบบร่างและโปรแกรม Sketchpad เอง

คำสั่งที่สำคัญและเป็นจุดเด่นในเมนูแก้ไขนี้ได้แก่

ปุ่มแสดงการทำงาน (Action Buttons) เป็นปุ่มที่มีคำสั่งต่อไปนี้ซ่อนอยู่

ซ่อน/แสดง (Hide/Show) เป็นปุ่มคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการซ่อนหรือแสดงวัตถุที่เลือกไว้

การเคลื่อนไหว (Animation) เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการให้ภาพที่กำหนดไว้เคลื่อนไหว

การเคลื่อนที่ (Movement) เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการเคลื่อนย้ายจุด ก่อนที่จะใช้คำสั่งนี้ต้องเลือกจุดอย่างน้อยสองจุดเสียก่อน จุดแรกที่ถูกเลือกจะย้ายไปจุดที่สอง จุดที่สองจะย้ายไปจุดที่สาม เป็นเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนถึงจุดสุดท้าย

การนำเสนอ (Presentation) การใช้คำสั่งนี้ต้องกำหนดปุ่มที่จะแสดงการทำงานอย่างน้อยหนึ่งปุ่ม แล้วทำการเลือกว่าจะให้นำเสนองานตรงส่วนไหนก่อน-หลังตามลำดับหรือนำเสนอพร้อมๆ กัน

เลือกทั้งหมด (Select All) เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการจะเลือกงานทั้งหมด

เลือกตัวแม่ (Select Parents) คำสั่งนี้ใช้สำหรับเลือกวัตถุที่เป็นต้นกำเนิดของวัตถุอื่น

เลือกตัวลูก (Select Children) คำสั่งนี้ใช้สำหรับเลือกวัตถุที่ถูกสร้างมาจากวัตถุต้นกำเนิด

แยก/รวม (Split/Merge) คำสั่งแยกเป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการแยกจุดออกจากจุดที่เป็นต้นกำเนิด คำสั่งรวมเป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการรวมจุดที่ต้องการกับจุดอื่น ๆ เส้นโค้งหรือเส้นในแนวตรง

แก้ไขบทนิยาม (Edit Definition) เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการแก้ไขหรือเปลี่ยนแปลงสิ่งต่อไปนี้ เช่น ผลการคำนวณโดยใช้เครื่องคิดเลข ฟังก์ชัน ค่าพารามิเตอร์ การลงจุดในระบบพิกัด

สมบัติ (Properties) ใช้เมื่อต้องการเปลี่ยนคุณสมบัติของวัตถุที่เลือก

ค่าพึงใจ (Preferences) เป็นการเปลี่ยนการตั้งค่าของเอกสารนี้หรือทั้งหมดของ Sketchpad และสามารถกำหนดค่าพึงใจขั้นสูงได้โดยกดแป้น Shift ค้างไว้ก่อนเพื่อกำหนดค่าพึงใจขั้นสูง

เมนูแสดงผล (Display Menu)

เมนูแสดงผลมีคำสั่งเกี่ยวกับการควบคุมภาพที่ปรากฏของวัตถุในแบบร่างและเครื่องมือที่ใช้ด้วยคำสั่งเหล่านี้ สามารถทำให้แบบร่างมีความสวยงามมากยิ่งขึ้นและยังช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการนำเสนอเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องด้วย

คำสั่งที่สำคัญและเป็นจุดเด่นในเมนูแสดงผลนี้ ได้แก่

ซ่อนวัตถุ (Hide Objects) เป็นการให้เมื่อต้องการซ่อนวัตถุที่เลือกเพื่อไม่ให้มองเห็น แต่จริง ๆ แล้ววัตถุนั้นยังอยู่

แสดงสิ่งที่ซ่อนไว้ทั้งหมด (Show All Hidden) เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการแสดงวัตถุทั้งหมดที่ซ่อนไว้

แสดง / ซ่อนป้าย (Show / Hide Labels) เป็นคำสั่งที่ใช้สำหรับแสดงหรือซ่อนตัวป้ายของวัตถุที่เลือกไว้

ร่องรอย (Trace) เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการให้เกิดร่องรอยของการเคลื่อนที่ของวัตถุ

ลบรอย (Erase Traces) เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการลบรอยที่เกิดขึ้นจากการเคลื่อนที่ของวัตถุ

เคลื่อนไหว (Animate) เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการให้รูปเรขาคณิตที่สร้างขึ้นเคลื่อนไหวอัตโนมัติ เมื่อมีการเรียกใช้คำสั่งเคลื่อนไหวจะปรากฏ คำสั่งควบคุมการเคลื่อนที่ ของวัตถุ

หยุดการเคลื่อนไหว (Stop Animate) เป็นคำสั่งที่ใช้เพื่อต้องการให้วัตถุหยุดการเคลื่อนที่ ถ้าไม่เลือกวัตถุใดเลย วัตถุจะหยุดการเคลื่อนที่ทั้งหมด (กดปุ่ม Esc)

แสดง/ซ่อนแถบรูปแบบอักษร (Show / Hide Text Palette) เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการแสดงหรือซ่อนแถบรูปแบบอักษร ซึ่งใช้กำหนดตัวอักษร ขนาด รูปแบบ และสีของตัวอักษร

แสดง/ซ่อนคำสั่งที่ควบคุมการเคลื่อนไหว (Show / Hide Motion Controller) เป็นคำสั่งที่ใช้เพื่อแสดงหรือซ่อน คำสั่งควบคุมการเคลื่อนที่ ของวัตถุให้เริ่มเคลื่อนที่หรือหยุด และควบคุมความเร็วหรือทิศทาง

เมนูสร้าง (Construct Menu)

เมนูนี้มีคำสั่งเกี่ยวกับการสร้างทางเรขาคณิตที่สำคัญ ๆ หลายประการ ซึ่งจะคล้ายกับกล่องเครื่องมือ แต่คำสั่งในเมนูสร้างจะใช้ง่ายและสะดวกรวดเร็วกว่า ในการสร้างนั้นจะต้องรู้ว่าจะสร้างอะไร และต้องเลือกสิ่งกำหนดเบื้องต้นต่าง ๆ ที่ต้องใช้ให้ครบเสียก่อน

จุดบนวัตถุ (Point On Object) เลือกวัตถุที่ไม่ใช่จุดอย่างน้อยหนึ่งวัตถุ

จุดกึ่งกลาง (Midpoint) เลือกส่วนของเส้นตรงอย่างน้อยหนึ่งเส้น

จุดตัด (Intersection) เลือกเส้นสองเส้น

เส้นขนาน (Parallel Line) เลือกจุดอย่างน้อยหนึ่งจุด และเส้นหนึ่งเส้น

เส้นตั้งฉาก (Perpendicular Line) เลือกจุดอย่างน้อยหนึ่งจุด และเส้นหนึ่งเส้น

เส้นแบ่งครึ่งมุม (Angle Bisector) ใช้เมื่อต้องการแบ่งครึ่งมุมโดยการกำหนดจุดสามจุด โดยที่จุดที่สองต้องเป็นจุดยอด ซึ่งจุดทั้งสามต้องไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและจุดอื่น (Circle By Center + Point) เป็นการสร้างวงกลม โดยกำหนดจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดแรก กับจุดที่สองซึ่งจะเป็นจุดควบคุมรัศมี

วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและรัศมี (Circle By Center + Radius) เป็นการสร้างวงกลมจากจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดเลือก ส่วนรัศมีจะถูกกำหนดโดยวัตถุที่เลือก

ส่วนโค้งบนวงกลม (Arc On Circle) เป็นการสร้างส่วนโค้งบนวงกลมหรือจุดศูนย์กลางที่กำหนด ซึ่งส่วนโค้งนั้นจะถูกสร้างขึ้นตามเข็มนาฬิกาจากจุดที่หนึ่งไปยังจุดที่สองบนเส้นรอบวง

ส่วนโค้งผ่านจุดสามจุด (Arc Through 3 Points) เป็นการสร้างส่วนโค้งด้วยจุดที่เลือกสามจุด โดยที่จุดทั้งสามนี้ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

ภายใน (Interior) สร้างพื้นที่ภายในโดยคำนวณจากวัตถุที่เลือก

โลคัส (Locus) เป็นคำสั่งที่ใช้สร้างโลคัสของวัตถุที่เลือกเป็นจุดที่เลือกบนเส้นทางการเคลื่อนที่บนเส้นทาง

เมนูการแปลง (Transform Menu)

เมนูการแปลงเป็นการกำหนดการเปลี่ยนแปลงกับวัตถุที่สร้างขึ้น เช่น การเลื่อนขนาน การหมุน การย่อ - ขยาย การพลิก และนอกจากนั้นยังสามารถทำซ้ำวัตถุ (Iterate) ที่ต้องการได้

ระบุเส้นสะท้อน (Mark Mirror) คือ การเลือกวัตถุเส้นตรงเป็นเสมือนกระจกสำหรับการสะท้อน

ระบุมุม (Mark Angle) คือ การระบุมุมที่เลือกเป็นมุมสำหรับการหมุน และการเลื่อนในระบบพิกัดเชิงขั้ว

ระบุอัตราส่วน (Mark Ratio) คือการระบุอัตราส่วนซึ่งเป็นอัตราส่วนสำหรับการหมุน

ระบุเวกเตอร์ (Mark Vector) คือ การระบุเวกเตอร์ระหว่างจุดสองจุดที่เลือกเป็นทิศทางสำหรับการเลื่อนขนาน จุดเริ่มต้นคือจุดแรกที่เลือกและจุดสิ้นสุดคือจุดที่สองที่เลือก

เลื่อนขนาน (Translate) คือ การเลื่อนขนานวัตถุที่เลือกด้วยเวกเตอร์ในระบบต่าง ๆ ได้แก่ ระบบพิกัดเชิงขั้ว และระบบพิกัดฉาก

หมุน (Rotate) คือ การหมุนวัตถุที่เลือกตามจุดศูนย์กลางที่ระบุ

ย่อ - ขยาย (Dilate) คือ การเปลี่ยนขนาดวัตถุที่เลือกไปตามจุดศูนย์กลางที่เลือกหรือออกจากจุดศูนย์กลางที่เลือก

สะท้อน (Reflect) คือ การพลิกวัตถุที่เลือกข้ามเส้นสะท้อน (เส้นหนึ่งเส้น) ที่ระบุ

ทำซ้ำ (Iterate) คือ การสร้างการแปลงรูปต้นแบบหนึ่งหรือหลายขั้นตอน การทำซ้ำสามารถใช้สร้างรูปต้นแบบที่ซับซ้อนได้ เช่น เทลเซลเลชัน (Tessellation) แฟร็กทัล (Fractal)

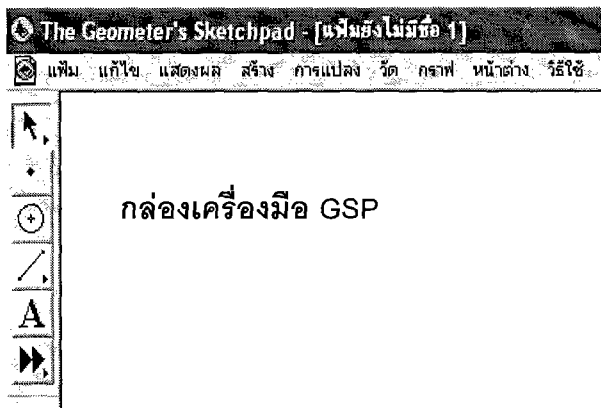
เมนูการวัด (Measurement Menu)

เมนูการวัดนี้ใช้วัดค่าต่าง ๆ ที่ต้องการ เช่น ความยาว ระยะทาง พื้นที่ ความยาวรอบรูป มุม นอกจากนั้นยังมีเครื่องคำนวณเพื่อช่วยในการสร้างการคำนวณจากค่าพารามิเตอร์ หรือฟังก์ชันได้

เมนูกราฟ (Graph Menu)

เมนูกราฟช่วยให้ท่านสร้างกราฟ และใช้ระบบพิกัดฉากสร้างพารามิเตอร์ และฟังก์ชัน เพื่อหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน เพื่อลงจุดและฟังก์ชันบนแกนพิกัดฉาก หรือแกนพิกัดเชิงขั้ว และเพื่อบันทึกค่าในรูปแบบตารางได้

กรองทอง ไควรี (2549: 1 – 5) กล่าวถึงระบบวิธีใช้โปรแกรม GSP 4.06 ซึ่งประกอบด้วย เครื่องมือต่างๆ ดังนี้






ด้านซ้ายมือของหน้าต่าง GSP ประกอบด้วย

1. เครื่องมือลูกศร
2. เครื่องมือลงจุด
3. เครื่องมือวงเวียน
4. เครื่องมือเขียนเส้นในแนวตรง
5. เครื่องมือสร้างข้อความ
6. เครื่องมือกำหนดเอง

1. เครื่องมือลูกศร



เครื่องมือลูกศรเป็นเครื่องมือที่ใช้ “เลือก” หรือ “ไม่เลือก” อ็อบเจกต์ ใช้เคลื่อนที่หรือลาก อ็อบเจกต์ ซึ่งภายในเครื่องมือลูกศรจะประกอบด้วย

- เครื่องมือลูกศรเลื่อนขนาน 
- เครื่องมือลูกศรหมุน 
- เครื่องมือลูกศร ย่อ / ขยาย 

2. เครื่องมือลงจุด



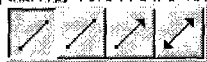
เครื่องมือลงจุดเป็นเครื่องมือที่ใช้เพื่อลงจุดต่างๆ

3. เครื่องมือวงเวียน






เครื่องมือวงเวียนเป็นเครื่องมือสำหรับใช้วาดวงกลม

4. เครื่องมือวาดเส้นในแนวตรง



ภายในเครื่องมือวาดเส้นในแนวตรงจะประกอบด้วย


- เครื่องมือที่ใช้ในการสร้างส่วนของเส้นตรง เชื่อมระหว่างจุด 2 จุด 
- เครื่องมือที่ใช้ในการสร้างรังสี โดยเริ่มจากจุดกำเนิด 
- เครื่องมือที่ใช้ในการสร้างเส้นตรงผ่านจุด 2 จุด 

5. เครื่องมือสร้างข้อความ



เครื่องมือสร้างข้อความ ใช้ในการพิมพ์ข้อความต่างๆ ใช้ในการแก้ไขตัวอักษร ป้าย ชื่อ พารามิเตอร์ หรือข้อความบนหน้าต่าง GSP

6. เครื่องมือกำหนดเอง

 เครื่องมือกำหนดเองเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการสร้างชุดคำสั่งและแสดงขั้นตอนในการสร้างรูปต่างๆ ใน GSP เครื่องมือกำหนดเองประกอบด้วยคำสั่งหลายคำสั่ง เช่น สร้างเครื่องมือใหม่ ทางเลือกเครื่องมือหรือแสดงขั้นตอนการสร้าง เป็นต้น

3.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GSP

งานวิจัยต่างประเทศ

เลสเตอร์ (Lester. 1996: 2343 – A) ได้ศึกษาวิจัยผลของการใช้ GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย รัฐแคลิฟอร์เนีย ประเทศสหรัฐอเมริกา ค.ศ.1996 โดยที่ให้นักเรียนทดลองใช้ GSP ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนตามปกติ ผลการวิจัยดังกล่าวพบว่า ค่าเฉลี่ยของผลการสอบหลังเรียนเกี่ยวกับความรู้ทางเรขาคณิตและการสร้างของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 ในขณะที่ค่าเฉลี่ยของผลการสอบหลังเรียนเกี่ยวกับการตั้งข้อคาดเดาทางเรขาคณิตของกลุ่มทดลอง สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ฟลอเรส (Flores. 1997: 56 – 65) ได้ทำการศึกษาในเรื่องของ เส้นโค้งต่างๆ กับโปรแกรม GSP โดยการให้นักเรียนใช้โปรแกรม GSP สร้างเส้นโค้งตามเงื่อนไขที่กำหนดไว้ จากนั้นให้นักเรียนสังเกตถึงรูปที่เกิดขึ้นว่ามีลักษณะอย่างไร ซึ่งรูปที่ได้นั้นจะมีลักษณะเป็นวงกลม วงรี พาราโบลาและไฮเพอร์โบลา ทั้งนี้นักเรียนจะพบว่าโปรแกรม GSP นี้มีความมหัศจรรย์ในการที่จะสร้างรูปต่อไปอีกจนเกิดเป็นรูปโค้งทางเรขาคณิตที่มีความสวยงามซึ่งเป็นการพัฒนามาจากการสร้างเส้นตรงหรือวงกลมนั้นเอง

กาลินโด (Galindo. 1998: 76 – 82) ได้ทำการศึกษาถึงการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนโดยการใช้โปรแกรม GSP เพื่อที่จะได้วิธีในการที่จะพิสูจน์ทางเรขาคณิตแบบใหม่ๆ ทั้งนี้เนื่องจากการเรียนการพิสูจน์ทางเรขาคณิตนั้นเป็นเรื่องที่ใช้เวลาในการศึกษานานเป็นพิเศษและเป็นเรื่องที่ยากต่อการทำความเข้าใจ อีกทั้งที่ผ่านมานั้นครูก็จะทำการสอนโดยการบอกหรืออธิบายให้ฟัง ซึ่งอาจทำให้เป็นการยากที่จะทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดในเรื่องนี้ ด้วยเหตุนี้จึงทำให้ผู้วิจัยเกิดความคิดที่จะใช้โปรแกรม GSP ช่วยในการสร้างรูปเรขาคณิต เพื่อทำการสำรวจความสัมพันธ์ของรูปเหล่านั้น ตั้งข้อคาดเดา สมบัติต่างๆ และทดสอบข้อคาดเดานั้นๆ จนเกิดเป็นการเรียนรู้ที่มีเหตุผลและมีความหมาย โดยนักเรียนสามารถที่จะเชื่อมโยงระหว่างการสร้างรูปโดยการใช้โปรแกรม GSP และการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ทำให้นักเรียนเข้าใจเรขาคณิตได้อย่างลึกซึ้ง ไม่ใช่เชื่อการพิสูจน์แบบดั้งเดิม

ซิลกาเลียส (Shilgalis, 1998: 162 – 165) ได้ทำการศึกษาโดยใช้ชื่อว่า การค้นหาสมบัติที่ถูกต้องฝังไว้ – โดยการประยุกต์ใช้โปรแกรม GSP ซึ่งเป็นการสร้างสถานการณ์ขึ้นมา 2 สถานการณ์ แล้วให้นักเรียนทำการวิเคราะห์สถานการณ์ที่ได้รับเพื่อตีความแล้วทำการสร้างรูปทางเรขาคณิตจากสถานการณ์นั้นโดยใช้โปรแกรม GSP มาเพิ่มพูนความรู้เพื่อการหาคำตอบ โดยผู้เรียนสามารถที่จะสืบเสาะ สรุปผลการคาดเดาได้รวดเร็วกว่าการใช้กระดาษและดินสอ ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนมีความเข้าใจและเกิดทักษะในการแก้ปัญหาต่อไป

งานวิจัยในประเทศ

อำนาจ เชื้อบ่อคา (2547: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากรับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องที่ได้ศึกษาไปนั้น จะเห็นได้ว่าโปรแกรม GSP มีส่วนช่วยในการพัฒนาประสิทธิภาพทางการเรียนการสอนในชั้นเรียนได้ เช่น ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้นหรือนักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเรขาคณิตมากขึ้นหลังจากที่ได้ใช้โปรแกรม GSP ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้นำโปรแกรม GSP มาใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรม ทำการสำรวจ ตั้งข้อคาดเดาหรือสืบเสาะหาเหตุผลอันเป็นพื้นฐานเพื่อศึกษาในระดับสูงต่อไป

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด

4.1 ความหมายของความคิดรวบยอด

ความคิดรวบยอดมาจากคำในภาษาอังกฤษว่า Concept ซึ่งนักจิตวิทยาและนักการศึกษาไทยหลายท่านได้ให้ชื่อภาษาไทยหลายชื่อแตกต่างกัน เช่นใช้ชื่อว่า สังกับ มโนมติ มโนภาพ มโนทัศน์ และความคิดรวบยอด สำหรับความหมายของความคิดรวบยอดนั้น นักวิชาการได้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ กัน ดังนี้

กู๊ด (Good, 1973: 124) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดไว้ 3 ลักษณะ คือ

1. ความคิดหรือสัญลักษณ์ของส่วนประกอบ หรือลักษณะร่วมกันที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มเป็นพวกได้
2. ความคิดทั่วไปเชิงนามธรรมเกี่ยวกับสถานการณ์ กิจกรรมหรือวัตถุ
3. ความรู้สึกนึกคิด ความเห็น ความคิด หรือภาพความคิด

มาโตเรลลา (Martorella. 1972: 33 – 186) ได้กล่าวถึงความหมายของความคิดรวบยอดไว้

2 ความหมายในเวลาเดียวกันว่า

1. ความคิดรวบยอดเป็นการจัดลำดับชั้นของประสบการณ์ที่เป็นระเบียบ

2. ความคิดรวบยอดเป็นข่ายของความเกี่ยวพันทางปัญญาที่นำมาจัดลำดับชั้นหรือประเภท ซึ่งไม่เพียงแต่จะจำแนกวัตถุ เหตุการณ์ที่เราประสบ ถึงแม้เราจะเผชิญกับสิ่งใหม่ๆ หรือประสบการณ์เก่าๆ เราจะนำความคิดรวบยอดทั้งเก่าและใหม่มาประสานสัมพันธ์ในการคิดแก้ปัญหา

เอกเกน (Eggen. 1994: 368) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดไว้ว่า ความคิดรวบยอดมีลักษณะเป็นนามธรรม เป็นการจัดลำดับชั้นกลุ่มของวัตถุ เหตุการณ์หรือความคิด

ชม ภูมิภาค (2524: 75) ได้ให้ความหมายว่า ความคิดรวบยอด หมายถึง สมรรถภาพที่จะสามารถทำให้บุคคลสามารถที่บอกสิ่งเร้าเข้าเป็นพวก ซึ่งอาศัยลักษณะร่วมกันบางประการ สิ่งเร้านั้นอาจจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์หรือบุคคลก็ได้

สุชา จันทน์เอม (2531: 187) ได้ให้ความหมายว่า ความคิดรวบยอด หมายถึง สัญลักษณ์ที่ใช้แทนสิ่งของ หรือสถานการณ์หลายๆ อย่างที่มีความหมายร่วมกันอยู่อย่างหนึ่ง

สุริยา รัตนพลที (2545: 6 – 9) กล่าวว่า ความคิดรวบยอด คือ ความคิด ความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อันเกิดจากการได้รับประสบการณ์ที่เกี่ยวกับสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นๆ หลายๆ แบบแล้วใช้ลักษณะของสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันและสามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มเป็นพวกได้

พรพิมล ยังฉิม (2546: 8 – 9) ให้ความหมาย ความคิดรวบยอด ว่าหมายถึง ความสามารถของผู้เรียนที่จะเข้าใจลักษณะร่วมกัน สามารถจำแนกหรือสรุปรวมเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้ซึ่งเกิดจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นๆ

ฐาปนี ตันยอัชฌาวุฒ (2547: 7 – 8) กล่าวว่า ความคิดรวบยอด หมายถึง ความคิด ความเข้าใจซึ่งเป็นความสามารถทางสมองอย่างหนึ่งที่จะทำให้บุคคลสามารถที่บอกสิ่งเร้าแล้วจัดเข้าเป็นพวก โดยอาศัยลักษณะร่วมบางประการ สิ่งเร้านั้นอาจเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือบุคคลก็ได้

จากความหมายดังกล่าวจึงพอสรุปได้ว่า ความคิดรวบยอด หมายถึง ความคิดความเข้าใจที่เป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความที่ผู้เรียนสามารถมองเห็นความเหมือนหรือความแตกต่างของสิ่งเร้าแล้วจัดให้เข้ากลุ่มเข้าพวกกัน โดยอาศัยลักษณะร่วมบางประการ

4.2 ประเภทของความคิดรวบยอด

เดอ เซกโกและครอว์ฟอร์ด (De Cecco and Crawford. 1974: 231 – 293) แบ่งความคิดรวบยอดเป็นประเภทต่างๆ 3 ประเภท คือ

1. ความคิดรวบยอดชนิดเชื่อมโยงลักษณะ (Conjunctive Concept) เป็นความคิดรวบยอดที่ประกอบด้วยคุณลักษณะประเภทต่างๆ ซึ่งปรากฏร่วมกันเป็นความคิดรวบยอดที่เกิดจากลักษณะเฉพาะตั้งแต่ 2 ลักษณะขึ้นไป เช่น งูมีลักษณะเฉพาะหลายอย่าง เช่น

- รูปร่าง - ลักษณะกลมยาว
- สี - เลื่อม , ลาย
- ขนาด - ประมาณเท่าปลาไหล
- นิสัย - ว่องไว ชอบแลบลิ้น
- พันธุ์ - เป็นประเภทที่มีกระดูกสันหลัง

2. ความคิดรวบยอดชนิดแยกแยะลักษณะ (Disjunctive Concept) เป็นความคิดรวบยอดที่สามารถใช้ได้ตั้งแต่สองความหมายขึ้นไป จะหมายถึงอะไรก็ขึ้นอยู่กับการตัดสินใจของผู้เลือกเช่น "หนู" อาจเป็นความคิดรวบยอดของสัตว์ชนิดหนึ่งหรือเป็นสรรพนามก็ได้ "เกม" อาจหมายถึง การเล่นประเภทหนึ่งหรือการจบการแข่งขันก็ได้

3. ความคิดรวบยอดชนิดสัมพันธ์ (Relational Concept) เป็นความคิดรวบยอดที่เกิดจากความสัมพันธ์ระหว่างลักษณะเฉพาะ (Attribute) ของความคิดรวบยอด เช่น ความคิดรวบยอดของคำว่า "พ่อตา" เกิดจากความสัมพันธ์กันระหว่างลูกสาว (ของผู้เป็นพ่อตา) แต่งงานกับชายคนหนึ่ง (ที่มาเป็นลูกเขย) หรือความคิดรวบยอดของระยะทาง เกิดจากความสัมพันธ์ระหว่างจุดสองจุด

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523: 9 – 10) ได้กล่าวถึงประเภทของความคิดรวบยอดว่า แบ่งเป็น 3 ประเภท คือ

1. ความคิดรวบยอดที่มีลักษณะร่วมกัน เป็นประเภทของความคิดรวบยอดที่มีอยู่เป็นส่วนใหญ่ เรียนรู้ได้ง่าย มีคุณลักษณะร่วมกันหลายอย่าง

2. ความคิดรวบยอดที่เป็นเชิงสัมพันธ์ เป็นความคิดรวบยอดที่ต้องอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกหรือส่วนของกลุ่มมาพิจารณา คุณลักษณะหรือคุณค่าก็ผิดแผกแตกต่างกัน แต่สมาชิกหรือส่วนประกอบมีความสัมพันธ์กันบางลักษณะ

3. ความคิดรวบยอดที่เป็นเชิงวิเคราะห์ เป็นความคิดรวบยอดที่อยู่บนพื้นฐานของคุณลักษณะที่สังเกตได้จากส่วนของวัตถุ สิ่งของ เรื่องราวแต่ละอย่างภายในกลุ่มซึ่งละเอียด ซับซ้อนกว่าความคิดรวบยอดสองประเภทที่กล่าวมา

พรพิมล ยังฉิม (2546: 10 – 11) กล่าวว่า ความคิดรวบยอดแบ่งเป็นความคิดรวบยอดที่เป็นลักษณะร่วม ความคิดรวบยอดที่มีความสัมพันธ์ ความคิดรวบยอดแบบแยกลักษณะความคิดรวบยอดเชิงวิเคราะห์

ฐาปนีย์ ตันยัชฌณาวิกรม (2547: 9 – 10) ได้แบ่งประเภทของความคิดรวบยอดเป็นความคิดรวบยอดที่แสดงการแบ่งจำพวกโดยพิจารณาจากลักษณะที่ร่วมกันเป็นประเภท ความคิดรวบยอดแสดงความสัมพันธ์ และความคิดรวบยอดเชิงวิเคราะห์ซึ่งเป็นความรู้สึภายใน เช่น อารมณ์ ค่านิยม เป็นต้น

จากการแบ่งประเภทความคิดรวบยอดที่ได้ศึกษามานี้ จึงพอสรุปได้ว่า ความคิดรวบยอดแบ่งเป็นความคิดรวบยอดแสดงการแบ่งจำพวก ความคิดรวบยอดที่แสดงความสัมพันธ์ และความคิดรวบยอดเชิงวิเคราะห์ที่เป็นความรู้สึภายใน

4.3 กระบวนการสร้างความคิดรวบยอด

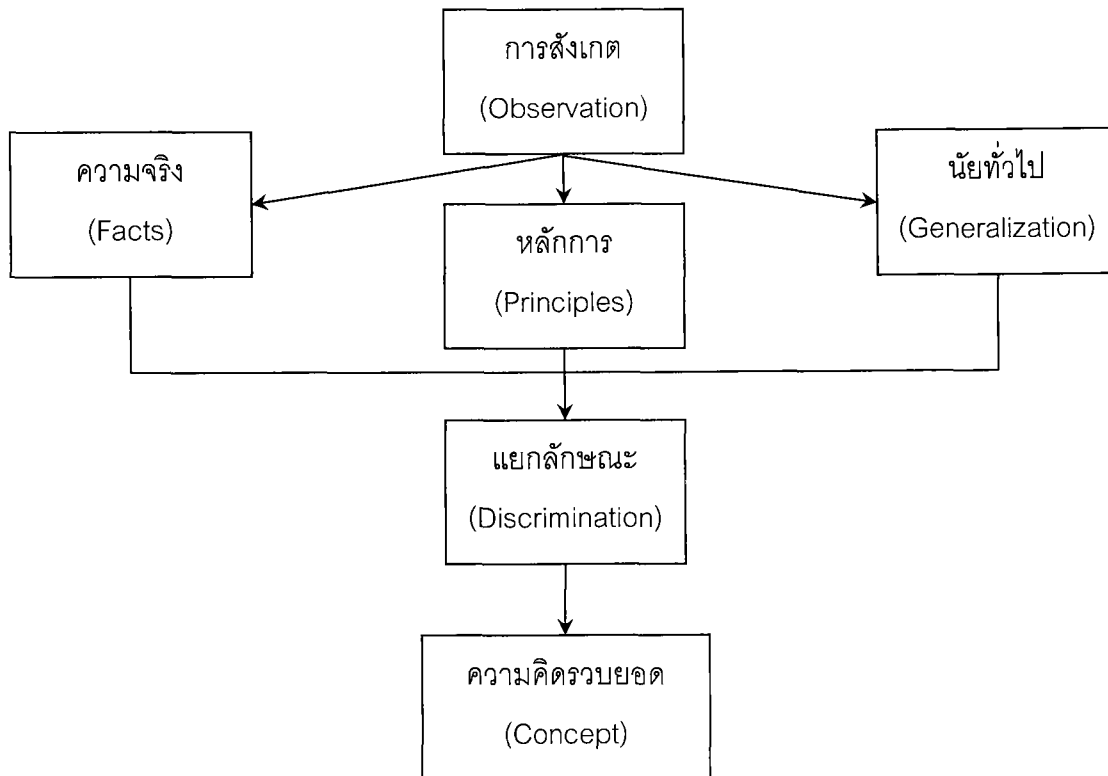
รัสเซลล์ (Russell. 1965: 124 – 155) กล่าวว่า ความคิดรวบยอดเป็นผลมาจากการรับรู้ (Perception) ความจำ (Memory) จินตนาการ (Imagination) และสิ่งแวดล้อมอื่นๆ ทั้งภายนอกและภายในตัวบุคคล เช่น อารมณ์ ความต้องการ ความคิดรวบยอดจะเกิดขึ้นเมื่อมีการประสมประสานกัน (Integration) ระหว่างการแยกแยะ การย่อย่อ และการสรุปรวบยอดในระหว่างที่มีการสัมผัส การทำงานของกล้ามเนื้อ ฯลฯ สิ่งต่างๆ เหล่านี้เป็นสิ่งที่ทำให้เกิดโครงสร้างของความคิดรวบยอดขึ้น

ออสซูเบล (Ausubel. 1968: 517) กล่าวว่ากระบวนการในการสร้างความคิดรวบยอดประกอบด้วย

1. ความสามารถในการจำแนกความแตกต่างของสิ่งเร้าได้
2. สร้างสมมติฐานที่เกี่ยวกับการรวมลักษณะของสิ่งเร้าที่เหมือนกัน
3. ทดสอบสมมติฐานความคิดรวบยอดที่สร้างขึ้นในสถานการณ์หนึ่ง
4. เลือกสมมติฐานที่สามารถครอบคลุมสิ่งเร้าที่มีลักษณะบางประการร่วมกันได้
5. จัดลักษณะของสิ่งเร้าที่คัดเลือกได้จากสมมติฐานให้สัมพันธ์กับระบบการคิดที่มีอยู่เดิมในโครงสร้างของความคิด
6. เลือกความแตกต่างระหว่างความคิดรวบยอดใหม่กับความคิดรวบยอดที่มีอยู่เดิมเพื่อหาความสัมพันธ์กัน
7. สรุปความหมายความคิดรวบยอดที่รับมาใหม่ให้ครอบคลุมไปยังสมาชิกภายในกลุ่ม
8. คิดหาสัญลักษณ์ที่เหมาะสมใช้เป็นตัวแทนของความคิดรวบยอดใหม่

จางง พรายแยมแซ (2514: 51) ได้กล่าวว่า การที่จะสร้างความคิดรวบยอดให้เกิดในตัวบุคคลในเรื่องใดได้นั้น จะทำได้ก็ต่อเมื่อบุคคลต้องเคยมีประสบการณ์ในการเรียนรู้ความจริง (Facts) หลักการ (Principles) และนัยทั่วไป (Generalization) ของเรื่องนั้นๆ มาก่อน รวมทั้งต้องสามารถระลึกได้ (Recognize) ว่าสิ่งนั้นๆ มีลักษณะเฉพาะอะไรบ้าง โดยการแยกแยะลักษณะเฉพาะของสิ่งนั้น

ออกจากสิ่งอื่นได้อย่างชัดเจน (Multiple Discrimination) ซึ่งคุณลักษณะต่างๆ ดังกล่าวนี้อาจเกิดขึ้นได้ ต้องอาศัยคุณลักษณะในด้านการใช้การสังเกต (Observation) เป็นอย่างดี ดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 คุณลักษณะต่างๆ ในการสร้างความคิดรวบยอด

ที่มา : จำนง พรายแย้มแซ. (2514). **เทคนิคและวิธีการสอนวิทยาศาสตร์**. หน้า 51.

ศรีทอง มีทาทอง (2534:43) แสดงความคิดเห็นว่า กระบวนการสร้างความคิดรวบยอดควรประกอบด้วยองค์ประกอบต่างๆ ดังนี้

1. ต้องมีความรู้ความจำเกี่ยวกับประเภทของความคิดรวบยอดต่างๆ ไว้ให้ได้
2. ต้องมีความเข้าใจในเหตุการณ์หรือสิ่งเร้าที่เข้ามาใหม่
3. ต้องมีการวิเคราะห์แยกแยะว่าสิ่งเร้า นั้น ประกอบด้วยสมาชิกย่อยอะไรบ้าง มีลักษณะเด่น ลักษณะรวมอย่างไร
4. ต้องมีการสังเคราะห์ สรุปสมาชิกเหล่านั้นให้เป็นความคิดรวบยอด
5. ต้องมีการประเมินว่า ความคิดรวบยอดนั้นเป็นความคิดรวบยอดใหม่ หรือเป็นสมาชิกความคิดรวบยอดใด

หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ (2527: 37) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของกระบวนการสร้างความคิดรวบยอดและพฤติกรรม (ตัวบ่งชี้) ที่ผู้เรียนควรแสดงออกในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการ ดังนี้

1. ขั้นสังเกต คือ สามารถบอกผลที่ได้จากการสังเกต
2. ขั้นจำแนกความแตกต่าง คือ สามารถบอกความแตกต่างของข้อมูลที่เปรียบเทียบได้
3. ขั้นหาลักษณะร่วม คือ สามารถบอกลักษณะร่วมของข้อมูลได้
4. ขั้นสรุปลักษณะร่วมเป็นความคิดรวบยอด คือ สามารถสรุปลักษณะร่วมของสิ่งที่ศึกษาเป็นความคิดรวบยอดได้
5. ทดสอบและนำไปใช้ คือ สามารถบอกได้ว่าอะไรเป็น หรืออะไรไม่เป็น ใช่หรือไม่ใช่ ตามความหมายของความคิดรวบยอดที่สรุปไว้แล้ว

จากการศึกษากระบวนการในการสร้างความคิดรวบยอด จึงพอสรุปได้ว่า กระบวนการสร้างความคิดรวบยอด มีลำดับขั้นตอนโดยเริ่มจากการสังเกต จากนั้นจำแนกถึงความแตกต่างหรือส่วนที่มีลักษณะร่วมกัน แล้วจึงสรุปเป็นความคิดรวบยอด

4.4 ความสำคัญของความคิดรวบยอด

อาคม จันทสุนทร (2522: 47 – 50) ได้ให้ความคิดเห็นว่าการที่เราจะทำให้คนเกิดความคิดรวบยอดนั้น มีความสำคัญ ดังนี้

1. ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีระบบ ไม่สับสน เรียนรู้ง่ายและไม่ยุ่งยาก
2. ทำให้เกิดความประหยัดที่ไม่ต้องเรียนเรื่องใดเรื่องหนึ่งมากเกินไปจนเกินความจำเป็น
3. ทำให้สามารถนำความรู้ไปใช้ได้กว้างขวาง เสริมความรู้ต่อไปได้มากขึ้นและเร็วขึ้น

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523: 10) กล่าวว่า ความคิดรวบยอดเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้และการดำรงชีวิตของคน คนจะต้องสร้างความคิดรวบยอดอยู่เสมอรอบเท่าที่มีสิ่งเร้าปะทะประสาทสัมผัสให้เกิดการรับรู้ ซึ่งประโยชน์ของความคิดรวบยอดมีดังนี้

1. ช่วยลดความซ้ำซ้อนของสิ่งแวดล้อมที่มีอยู่มากมายในโลกนี้ จัดรวมเข้าเป็นพวกเป็นกลุ่มได้ เพราะคนไม่มีความสามารถที่จะไปจดจำรายละเอียดของสิ่งต่างๆ ในโลกได้ เช่น เราเรียกสัตว์ที่อยู่บนบกเป็นชื่อเดียวกันว่า สัตว์บก เป็นต้น
2. ความคิดรวบยอดช่วยแบ่งแยกประเภท กำหนดชื่อสิ่งต่างๆ ที่อยู่รอบตัวเราทำให้เรารู้ว่าอะไรเป็นอะไร ทำให้เราแยกเสียงรอกจากเสียงมั่ววุ่น เป็นต้น
3. เชื่อมโยงความรู้หรือความคิดเดิมกับความคิดรวบยอดใหม่ได้ ถ้าความคิดรวบยอดเดิมแจ่มชัด ถูกต้องและช่วยให้การเรียนรู้ความคิดรวบยอดใหม่สะดวกง่ายเข้า

4. เป็นตัวกำหนดความยากง่ายเนื้อหาแก่ผู้เรียน คือ ผู้เรียนวัยหนึ่งระดับหนึ่งควรจะรับรู้ในส่วนละเอียดหรือคุณลักษณะปลีกย่อยเพียงใด คุณลักษณะบางอย่างที่ไม่จำเป็นก็อาจจะข้ามหรือละเลยไม่ต้องสอนก็ได้ หรือสิ่งที่เรียนมาก่อนแล้วรู้แล้วก็ไม่จำเป็นต้องนำมาเรียนซ้ำให้เสียเวลา

5. ความคิดรวบยอดช่วยให้คนรู้จักกำหนดวิธีการที่จะแก้ไขปัญหาต่างๆ ได้ เพราะสามารถแบ่งแยก วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ แล้วพิจารณาหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

ชม ภูมิภาค (2524: 30) ได้ให้ความสำคัญของคุณคิดรวบยอดต่อการศึกษาไว้ ดังนี้

1. ช่วยลดความซับซ้อนของสิ่งแวดล้อม
2. ทำให้รู้จักสิ่งของรอบๆ ตัว
3. ทำให้ไม่ต้องเรียนซ้ำอีก
4. ช่วยให้ทิศทางในการปฏิบัติการเพื่อแก้ปัญหา
5. ทำให้การสอนเป็นไปได้อย่างมีประสิทธิภาพในระดับสูงขึ้นไปจำเป็นต้องมีความคิดรวบยอดเพื่อให้สามารถพูดและเข้าใจกันได้

จากการศึกษาความสำคัญของความคิดรวบยอด จึงพอสรุปได้ว่า ความสำคัญของความคิดรวบยอดนั้น คือ ช่วยลดความซับซ้อนให้กับสิ่งต่างๆ และช่วยแยกออกเป็นประเภท นอกจากนี้ยังทำให้สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ เพื่อให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจ

4.5 ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

เบลล์ (Bell, 1981: 108) ได้ให้ความหมายความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความคิดทางนามธรรมในการจัดกลุ่มสิ่งของหรือเหตุการณ์ใดที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่าง เช่น คำว่า เซต สับเซต การเท่ากัน การไม่เท่ากัน รูปสามเหลี่ยม ลูกบาศก์ รัศมี และเลขยกกำลัง เป็นความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ คนที่จะเรียนรู้ความคิดรวบยอดของรูปสามเหลี่ยมจะต้องสามารถจำแนกเซตของรูปต่างๆ เป็น 2 กลุ่ม กลุ่มที่เป็นรูปสามเหลี่ยมกับกลุ่มที่ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยม การเรียนรู้ความคิดรวบยอดอาจจะใช้วิธีให้บทนิยามหรือสังเกตโดยตรง เช่น ฟัง ดู จับต้อง อภิปราย หรือคิดจากสิ่งที่เป็นตัวอย่างและสิ่งไม่ใช่ตัวอย่างและดูสิ่งที่มีสมบัติตรงข้ามกัน นักเรียนระดับประถมศึกษาที่อยู่ในขั้นคิดเป็นรูปธรรม โดยทั่วไปจำเป็นต้องดูด้วยตา จับต้องด้วยมือจึงจะเกิดการเรียนรู้ ส่วนนักเรียนที่อยู่ในขั้นสูงกว่าอาจเรียนรู้ความคิดรวบยอดโดยวิธีอภิปรายและตรรกะตรอง คนที่เรียนรู้ความคิดรวบยอดแล้วจะมีความสามารถจำแนกสิ่งที่เป็นตัวอย่างจากสิ่งไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดรวบยอดได้

สุรชัย ขวัญเมือง (2522: 13) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง การสร้างความคิดอันหนึ่งให้เกิดขึ้น เป็นการสรุปความคิดหรือข้อคิดเห็นที่เหมือนกันอันเกิดจากประสบการณ์หรือ ปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น

อัจฉราพรรณ เกิดแก้ว (2524: 21) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความรู้ ความเข้าใจ การนำไปใช้ รวมทั้งความสามารถในการสรุปและจำแนกสิ่งต่างๆ ที่เป็นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

จากความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ จึงพอสรุปได้ว่า ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายที่เป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความที่ระบุลักษณะร่วมหรือลักษณะเฉพาะของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง แล้วส่งผลให้สามารถแยกประเภทหรือจัดให้อยู่ในประเภทเดียวกัน ตลอดจนนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

4.6 ความสำคัญของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

สุรชัย ขวัญเมือง (2522: 13 – 15) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความคิดรวบยอดกับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ไว้ว่า หลักสูตรคณิตศาสตร์แผนใหม่หลายเรื่อง ได้ให้ความสำคัญของการฝึกทักษะทางการคิดคำนวณและถือว่า ทักษะทางการคิดคำนวณมีความจำเป็นในการเรียนคณิตศาสตร์ แต่ทั้งนี้หมายความว่า การฝึกทักษะจะต้องมีความเข้าใจเป็นพื้นฐาน กล่าวคือจะต้องสอนให้ผู้เรียนเข้าใจความคิดรวบยอดเสียก่อนแล้วจึงฝึกทักษะ เพื่อให้ผู้เรียนคิดคำนวณได้ง่ายและรวดเร็ว การสอนคณิตศาสตร์ต้องพิจารณากระบวนการหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีองค์ประกอบสำคัญที่สัมพันธ์กัน 3 ประการดังภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3 องค์ประกอบที่สัมพันธ์กันของความคิดรวบยอด

ที่มา : สุรชัย ขวัญเมือง. (2522). *วิธีสอนและการวัดผลวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา*.

แผนภาพนี้แสดงให้เห็นว่า การเรียนรู้ควรเริ่มต้นจากความเข้าใจในมโนคติเป็นอันดับแรก การฝึกทักษะให้เกิดความชำนาญเป็นอันดับต่อมา แล้วจึงถึงขั้นประยุกต์ คือการนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ ในชีวิตเป็นขั้นสุดท้าย ซึ่งสอดคล้องกับ รวีวรรณ ชุมชัย (ม.ป.ป.: 77) ที่กล่าวว่าการสอนคณิตศาสตร์ หรือการสอนวิชาใดๆ ในปัจจุบันใช้วิธีสอนคละกันซึ่งเรียกว่า การสอบแบบผสม โดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจและเกิดความคิดรวบยอด (concept) ที่ถูกต้องเป็นสำคัญ ถ้าครูได้เข้าใจกระบวนการต่างๆ ได้ศึกษาการคิดทางด้านคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี ก็จะสามารถวางแผนการจัดประสบการณ์ในการเรียนรู้ให้นักเรียนได้อย่างเหมาะสม เพราะความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ คือ โครงสร้างทางปัญญาและความคิดที่เป็นสิ่งอันเกิดจากประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ใดๆ นั่นเอง

จากแนวคิดดังกล่าว จึงพอสรุปได้ว่า ความคิดรวบยอดมีความสำคัญต่อการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ เพราะความคิดรวบยอดเป็นพื้นฐานของทักษะต่อไปที่จะเกิดขึ้น ไม่ว่าจะเป็นทักษะการ คิดคำนวณ ทักษะการแก้ปัญหา จนสามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้

4.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด

งานวิจัยต่างประเทศ

วิททิชและชูเลอร์ (ฉลงฮัย สุรวฒนบุรณ. 2528: 51 – 52 ; อ้างอิงจาก Wittich and Schuller. 1978) ได้ศึกษาการเลือกใช้วัสดุกราฟฟิกที่เหมาะสมและมีการวางแผนการใช้ที่ดี เช่น แผนภูมิ กราฟ รูปภาพ และสื่อประสม ช่วยทำให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดและความรู้ ความเข้าใจ ดีกว่าการอธิบายด้วยวาจา

คลิเบิร์น (Cliburn. 1986: 337 – 379) ได้ศึกษาการใช้แผนผังมโนติเป็นสิ่งที่ช่วยจัดมโนติ ล่วงหน้าทางการสอนตามหลักการของออลชูเบล โดยการวิจัยในครั้งนี้ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาชั้นปีที่ 3 ที่เรียนกายวิภาค และสรีรวิทยา กับการสอนปกติบรรยายลำดับเนื้อหาตามตำรา เครื่องมือที่ใช้เป็น แบบทดสอบแบบปรนัย ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ของ กลุ่มทดลอง สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ จึงชี้ให้เห็นว่า การสอนโดยใช้แผนผังมโนติ เป็นสิ่งที่ช่วยจัดมโนติล่วงหน้า เป็นการสอนที่ดีที่จะปรับปรุงการเรียนรู้ที่มีความหมายและมีผลต่อ ความคงทนในการเรียนรู้

ฮวง (Huang. 1991: 870 – A) ได้ศึกษาถึงผลการใช้แผนภูมิโนมติที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนในวิชาเคมีของนักศึกษาวิทยาลัยครู โดยศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างเพศ ทักษะ กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ ความสามารถในการคิดทางตรรกศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผลการวิจัยพบว่า การสอนโดยใช้แผนภูมิโนมติเป็นวิธีหนึ่งที่เหมาะสมสำหรับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนต่ำ และเสนอว่าควรใช้เวลาในการสอนให้นานจึงจะเกิดผล

แพลทเทน (Platten. 1991: 20 – 24) ได้ศึกษาถึงการสอนความคิดรวบยอดและทักษะการ คิดในเวลาเดียวกันโดยจัดนักเรียนเป็น 3 กลุ่ม ให้เรียนรูปแบบต่างกัน คือ รูปแบบการเข้าถึงความคิด รวบยอด (Concept Attainment) การฝึกการค้นพบ (Inquiry Training) และรูปแบบการสอนจัด ความคิดรวบยอดล่วงหน้า (Advanced Organizer Models of Teaching) เพื่อช่วยในการอ่านทำ ความเข้าใจในการเรียนทัศนศิลป์ พบว่ารูปแบบการสอนจัดความคิดรวบยอดล่วงหน้าส่งผลถึงการเกิด แนวคิด ทำให้ประสิทธิภาพการสอนสูงกว่าแบบอื่น

งานวิจัยในประเทศ

สุชีรา เกียรติกังวาน (2531: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสร้างเสริม ประสบการณ์ชีวิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนตาม “วิธีสอนด้วยแบบฝึกสร้าง

ความคิดรวบยอด” กับวิธีสอนในแผนการสอนของกระทรวงศึกษาธิการ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางด้านความจำความเข้าใจและการนำไปใช้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ แต่ผลสัมฤทธิ์ด้านวิเคราะห์และสังเคราะห์หลังการสอนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ทวีพร ดิษฐคำเรือง (2534: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาถึงการใช้เทคนิคกราฟฟิกฝึกทักษะการจัดระเบียบข้อมูลและความคิดรวบยอด เรื่อง “สิ่งที่อยู่รอบตัวเรา” เพื่อเปรียบเทียบผลการเรียนด้วยการใช้ข้อสอบวัดทักษะการจัดระเบียบข้อมูลและความคิดรวบยอดของนักเรียน ระหว่างนักเรียนชายกับนักเรียนหญิง กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ จำนวน 34 คน เป็นนักเรียนชาย 17 คน และนักเรียนหญิง 17 คน ซึ่งเป็นกลุ่มละความสามารถ พบว่าหลังการทดลอง นักเรียนมีทักษะการจัดระเบียบข้อมูลและความคิดรวบยอดสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และหลังการทดลองนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงมีทักษะการจัดระเบียบข้อมูลและความคิดรวบยอดไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นิภา บุญธรรม (2538: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถในการสร้างมโนคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ เรื่อง “พลังงานกับชีวิต” โดยใช้แผนภูมิมโนคติ กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเมืองปราณบุรี อำเภอปราณบุรี จังหวัดประจวบคีรีขันธ์ จำนวน 60 คน ซึ่งแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลการวิจัยพบว่า หลังการเรียนความสามารถในการสร้างมโนคติสูงกว่าที่ได้รับการสอนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เช่นเดียวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

รฐาปณี ตันยอชฌาวุฒ (2547: บทคัดย่อ) ได้ทำการเปรียบเทียบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อประสมกับการสอนปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนหอวัง กรุงเทพฯ โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 56 คน ดำเนินการสอนโดยใช้สื่อประสม และกลุ่มควบคุม 59 คน ดำเนินการสอนปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อประสมกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากเอกสารงานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอดนั้น จึงทำให้สรุปได้ว่า ถ้าครูผู้สอนมีกลวิธี เทคนิคการสอนหรือการใช้สื่อต่างๆ ที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจในเนื้อหาวิชาที่ศึกษาแล้ว ก็จะช่วยให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดของเรื่องนั้นๆ ตามมา และอาจส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีขึ้นอีกด้วย

5. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

5.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนคณิตศาสตร์ เจมส์ ดับบลิว วิลสัน (Wilson.1971: 643 - 685) ได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาไว้เป็น 4 ระดับคือ

1. **ความรู้ความจำการคิดคำนวณ (Computation)** พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุด แบ่งออกเป็น 3 ชั้นคือ

1.1 **ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts)** เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามที่วัดความสามารถในระดับนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลาอันยาวนานแล้ว

1.2 **ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology)** เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่าง ๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้แต่ไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

1.3 **ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to Carry out)** เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับ ขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบวัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับ ตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. **ความเข้าใจ (Comprehension)** เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณแต่ซับซ้อนกว่า แบ่งได้เป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้

2.1 **ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concepts)** เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำที่เกี่ยวกับข้อเท็จจริงเพราะมโนคติเป็นนามธรรม ซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้น โดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ ซึ่งเขียนในรูปแบบใหม่หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียน

2.2 **ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ (Knowledge of Principles Rules and Generalization)** เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหาได้ ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎ ที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรกอาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหา จากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements from One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลงข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการซึ่งมีความหมายคงเดิมโดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms) หลังแปลแล้วอาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมที่สูงสุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow A Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่ว ๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้ อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติหรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน คือ เป็นแบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องเลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ขั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหา ที่คล้ายกับปัญหาที่เคยประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุดเพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งใช้ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาพิจารณาว่า อะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่งในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่หรือต้องแยกโจทย์

ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วน มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและสมมาตร (Ability to Data Recognize Patterns , Isomorphisms and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาให้พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าว ต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวบรวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งออกเป็น 5 ชั้น ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine Problems) คำถามที่ใช้ในชั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่างไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจ มโนมติ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ แล้วสร้างความสัมพันธ์ใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้วมาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ อาจเป็นพฤติกรรมที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าพฤติกรรมในการสร้างข้อพิสูจน์ พฤติกรรมในขั้นนี้ที่ต้องการให้นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดบ้าง

4.4 ความสามารถในการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องให้มีผลใช้ได้เป็นกรณีทั่วไป (Ability to Formulate and Validate Generalizations) เป็นความสามารถในการค้นพบสูตรหรือกระบวนการแก้ปัญหาและพิสูจน์ว่าใช้เป็นกรณีทั่วไปได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ระดับความสามารถหรือระดับผลสัมฤทธิ์ของบุคคลหลังจากการเรียนหรือการฝึกอบรม ซึ่งสามารถแบ่งเป็น ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการคิดวิเคราะห์ จัดได้ว่าเป็นเกณฑ์ที่จะนำมาใช้ประเมินประสิทธิภาพของการเรียนการสอนได้เป็นอย่างดี

5.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เพรสคอตต์ (Prescott. 1961: 14 – 16) ได้ใช้ความรู้ทางชีววิทยา สังคมวิทยา จิตวิทยา และการแพทย์ ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนการสอนของนักเรียนและสรุปผลการศึกษาว่าองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียน มีดังนี้

1. องค์ประกอบทางด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพร่างกาย ข้อบกพร่องทางร่างกายและบุคลิกภาพ
2. องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ระหว่างบิดาและมารดา ความสัมพันธ์ระหว่างบิดามารดากับลูก ความสัมพันธ์ระหว่างระหว่างลูก ๆ ด้วยกัน และความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกทั้งหมดในครอบครัว
3. องค์ประกอบทางด้านวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณี ความ เป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อมทางบ้าน การอบรมทางบ้านและฐานะทางบ้าน
4. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของนักเรียนกับเพื่อนวัยเดียวกันทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน
5. องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สติปัญญา ความสนใจ เจตคติของนักเรียน
6. องค์ประกอบทางปรับตัวได้แก่ปัญหาการปรับตัวการแสดงออกทางอารมณ์

แครร์รอล (Carroll. 1963: 723 – 733) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับอิทธิพลขององค์ประกอบต่างๆ ที่มีต่อระดับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนโดยการนำเอาครู นักเรียน และหลักสูตรมาเป็นองค์ประกอบที่สำคัญโดยเชื่อว่าเวลาและคุณภาพของการสอนมีอิทธิพลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ที่นักเรียนจะได้รับ

จากการศึกษาองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนข้างต้น สรุปได้ว่ามีองค์ประกอบหลายประการที่ทำให้เกิดผลกระทบต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยเฉพาะองค์ประกอบเกี่ยวข้องกับตัวนักเรียน คือ ความพร้อมทางร่างกาย สติปัญญา อารมณ์ และสังคมของนักเรียน แต่สิ่งที่มีอิทธิพลและทำให้เกิดผลโดยตรงคือการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครู

5.3 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ไพศาล หวังพานิช (2526: 79) กล่าวว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสามารถวัดได้ 2 แบบ ตามจุดมุ่งหมายและลักษณะวิชาที่สอน คือ

1. การวัดด้านการปฏิบัติ เป็นการตรวจสอบระดับความสามารถในการปฏิบัติหรือทักษะของผู้เรียน โดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้แสดงความสามารถออกมาในรูปแบบการกระทำจริง เช่น วิชา ศิลปะ ละคร หรืองานช่าง เป็นต้น

2. การวัดด้านเนื้อหา เป็นการตรวจสอบความสามารถเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาอันเป็นประสบการณ์การเรียนรู้ของผู้เรียนสามารถวัดได้ โดยใช้แบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement test)

ลัวน สายยศ และอังคณา สายยศ (2536: 146 – 147) กล่าวว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นการวัดความรู้ที่นักเรียนได้เรียนไปแล้ว ซึ่งมักจะเป็นข้อคำถามให้นักเรียนตอบด้วยกระดาษและดินสอกับให้นักเรียนปฏิบัติ

จากการศึกษาการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสามารถวัดได้ทั้งในด้านทฤษฎี และการปฏิบัติจริงซึ่งต้องตรงกับจุดประสงค์และเนื้อหาที่จะวัด โดยในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแต่ละครั้งผู้วัดจะต้องตั้งเกณฑ์ในการวัดไว้อย่างชัดเจน

5.4 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

สาเหตุของการสอบตกและการออกจากโรงเรียนในระดับประถมศึกษา ซึ่งเรวัตและคูปตะ (Rawat and Cupta. 1970: 7 – 9) ได้กล่าวว่า อาจมาจากสาเหตุใดสาเหตุหนึ่งหรือมากกว่านั้นโดยมีด้วยกันหลายประการ ได้แก่

1. นักเรียนขาดความรู้สึกในการมีส่วนร่วมกับโรงเรียน
2. ความไม่เหมาะสมของการจัดเวลาเรียน
3. ผู้ปกครองไม่เอาใจใส่ในการศึกษาบุตร
4. นักเรียนมีสุขภาพไม่สมบูรณ์
5. ความยากจนของผู้ปกครอง
6. ประเพณีทางสังคม ความเชื่อที่ไม่เหมาะสม
7. โรงเรียนไม่มีการปรับปรุงที่ดี
8. การสอบตกซ้ำชั้นเพราะการวัดผลไม่ดี
9. อายุน้อยหรือมากเกินไป
10. สาเหตุอื่น ๆ เช่น การคมนาคมไม่สะดวก

วีธี นูรณสิงห์ (2525: 435) ได้กล่าวถึงลักษณะของนักเรียนที่เรียนอ่อนวิชาคณิตศาสตร์ว่ามีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ระดับสติปัญญา (I.Q.) อยู่ระหว่าง 75 – 90 และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางวิชาคณิตศาสตร์จะต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 30
2. อัตราการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่านักเรียนคนอื่น ๆ
3. มีความสามารถทางการอ่านต่ำ
4. จำหลักหรือมโนคติเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่เรียนไปแล้วไม่ได้
5. มีปัญหาในการใช้ถ้อยคำ

6. มีปัญหาในการหาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ และการสรุปเป็นหลักเกณฑ์โดยทั่วไป
7. มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์น้อย สืบเนื่องจากการสอบตกวิชาคณิตศาสตร์บ่อยครั้ง
8. เจตคติที่ไม่ดีต่อโรงเรียนและโดยเฉพาะอย่างยิ่งต่อวิชาคณิตศาสตร์
9. มีความกดดันและรู้สึกกังวลต่อความล้มเหลวทางด้านการเรียนของตนเองและบางครั้งรู้สึกดูถูกตนเอง
10. ขาดความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง
11. อาจมาจากครอบครัวที่มีสภาพแวดล้อมแตกต่างจากนักเรียนอื่น ๆ ซึ่งมีผลทำให้ขาดประสบการณ์ที่จำเป็นต่อความสำเร็จในการเรียน
12. ขาดทักษะในการฟังและไม่มีความตั้งใจในการเรียนหรือมีความตั้งใจในการเรียนเพียงชั่วระยะเวลาสั้น ๆ
13. มีข้อบกพร่องในด้านสุขภาพ เช่น สายตาไม่ปกติ มีปัญหาทางด้านการฟังและมีข้อบกพร่องทางทักษะการใช้มือ
14. ไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนทั่ว ๆ ไป
15. ขาดความสามารถในการแสดงออกทางคำพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้คำถามที่แสดงให้เห็นว่าตนเองก็ยังไม่เข้าใจในการเรียนนั้น ๆ

จากการศึกษาถึงสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พบว่าสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ได้แก่ ระดับสติปัญญา พื้นฐานความรู้เดิม ความบกพร่องทางด้านร่างกาย หรือสิ่งแวดล้อมโดยรอบ รวมถึงเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์

5.5 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ประกิจ รัตนสุวรรณ (2525: 55) ได้กล่าวถึง แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่าเป็นแบบทดสอบที่มุ่งวัดพฤติกรรมและประสบการณ์ทางการเรียนรู้ของผู้เรียน แบบทดสอบประเภทนี้จึงมุ่งวัดคุณลักษณะ ด้านความรู้ ความคิดในเรื่องที่เรียน ลักษณะการวัดผลสัมฤทธิ์จะขึ้นอยู่กับลักษณะและธรรมชาติของรายวิชาที่มีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนั้น ๆ โดยอาจจะเป็นการวัดผลสัมฤทธิ์ในแง่เนื้อหาวิชาโดยตรง หรืออาจจะวัดผลสัมฤทธิ์ในเชิงลงมือปฏิบัติ หน้าที่สำคัญของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ก็คือมุ่งตรวจสอบความสามารถในการเรียนของบุคคล ทั้งในส่วนที่เกี่ยวข้องกับระดับความสามารถในการเรียน ความก้าวหน้า หรือพัฒนาการในการเรียน

สมเกียรติ ปติฐพร (2525: 7) ได้กล่าวถึงประเภทและรูปแบบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ไว้ดังนี้

1. แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง (Teacher Made Test) หมายถึง ข้อสอบที่ใช้ ทั่วไปในโรงเรียน โดยที่ครูเป็นผู้สร้างขึ้นเอง สอบแล้วทิ้งไป จะสอบใหม่ก็สร้างขึ้นใหม่

2. แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized Test) หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นแล้วนำไปใช้ทดสอบ แล้ววิเคราะห์ผลการสอบตามวิธีทางสถิติหลายครั้งเพื่อปรับปรุงข้อสอบให้มี คุณภาพที่ดีขึ้น

รูปแบบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สร้างง่ายและนิยมใช้มี 2 แบบคือ

1. แบบอัตนัยหรือความเรียง (Subject or Essay Type) หมายถึง แบบทดสอบที่กำหนดปัญหา หรือข้อคำถามให้ผู้ตอบเขียนตอบยาว ๆ เหมาะสำหรับต้องการวัดหลาย ๆ ด้าน ในแต่ละข้อ เช่น วัดความคิด วัดภาษา วัดอารมณ์

2. แบบปรนัยหรือแบบใช้คำตอบสั้น ๆ (Objective or Short Answer Type) หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้คำตอบสั้น ๆ หรือกำหนดคำตอบให้เลือก อาจเป็นแบบถูก - ผิด จับคู่ แบบเติมคำ หรือแบบเลือกตอบ

วิเชียร เกตุสิงห์ (2512: 28) ได้กล่าวถึงหลักและข้อแนะนำในการเขียนข้อสอบแบบเลือกตอบไว้ดังนี้

1. ตัวคำถามต้องชัดเจน อ่านแล้วเข้าใจว่าต้องการถามอะไร
2. พยายามให้ตัวเลือกสั้น ๆ โดยตัดคำที่ไม่จำเป็นออก
3. อย่าให้มีรายละเอียดในตัวคำถามมากเกินไปเพราะอาจเป็นการแนะคำตอบ
4. ต้องมั่นใจว่า คำถามแต่ละข้อมีคำตอบถูกต้องเพียงคำตอบเดียว
5. พยายามใช้คำถามที่วัดสมองชั้นลึก ๆ เช่น ถามความเข้าใจ การนำไปใช้การวิเคราะห์
6. ระวังการใช้ตัวเลือก "ไม่มีข้อใดถูก" หรือ "ถูกทุกข้อ" ถ้าจะใช้ก็ให้ใช้อย่างเหมาะสม เช่น กรณีที่หาตัวเลือกอื่นไม่ได้อีกแล้ว
7. ถ้าจะใช้คำถามปฏิเสธ ควรแสดงให้เห็นชัดว่าเป็นคำถามปฏิเสธ โดยการขีดเส้นใต้ หรือใช้ตัวพิมพ์หนาแสดงข้อความที่แสดงคำถามปฏิเสธ
8. ตัวเลือกที่ถูกควรมีความยาวใกล้เคียงกับตัวอื่น
9. ตัวเลือกที่เป็นตัวเลือกถูกและผิด ต้องถูกผิดในแง่ของความหมาย ไม่ใช่ถูกผิดในแง่ของภาษา
10. ตัวเลือกแต่ละตัวควรให้เป็นอิสระจากกัน กล่าวคือ ไม่ควรกล่าวถึงกัน ไม่ควรให้ตัวเลือกตัวหนึ่งคลุมตัวเลือกอื่น ๆ
11. การวางตำแหน่งตัวถูก ควรกระจายกันออกไป ไม่ควรซ้ำกันหรือเรียงกันอย่างมีระบบ ทางที่ดีควรเรียงตามลำดับความยาว ให้ตัวเลือกที่มีความยาวน้อยที่สุดเป็นข้อ ก.

12. ตัวเลือกที่เป็นตัวลวง ต้องมีเหตุผลที่ใช้เป็นตัวลวง ไม่ใช่ผิดจนเห็นได้ชัดเจน
13. ควรเรียงลำดับตัวเลือกเป็นตัวเลข
14. ถ้าใช้รูปภาพประกอบคำถามยิ่งดี
15. ข้อหนึ่งควรมีตัวเลือก 4 – 5 ตัวเลือก
16. อย่าให้คำถามข้อแรก ๆ แน่คำตอบข้อหลัง ๆ

จากการศึกษาจึงพอสรุปได้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คือ แบบทดสอบที่มุ่งวัดพฤติกรรมและประสบการณ์ทางการเรียนรู้ที่นักเรียนได้ศึกษาไป โดยลักษณะของแบบทดสอบนั้นก็จะมีอยู่หลายแบบ เช่น แบบทดสอบที่เป็นปรนัย คือ ให้เลือกตัวเลือกที่ได้ให้ไว้ หรืออาจจะเป็นแบบอัตนัย คือ ให้แสดงวิธีทำหรือเติมคำตอบที่ถูกต้อง เป็นต้น

5.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

ไดแกน (Deighan. 1971: 3333 – A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับความสัมพันธ์ระหว่างเจตคติทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 3 – 6 จำนวน 1,022 คน ครู 44 คน ในโรงเรียนประถมศึกษาที่อยู่ในชนบท โดยใช้แบบวัดเจตคติ 2 ชนิด คือ 1) การตอบ “ใช่” , “ไม่ใช่” ของแอทโทเนน (Attonen) 2) Semantic Differential และแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้ JOHN Test of Basic Skills และ LORGE Thorndike of Intelligence วิเคราะห์ผลโดยการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์และวิเคราะห์สมการถดถอย ผลปรากฏว่าเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กัน แต่เจตคติทางคณิตศาสตร์ของครูและนักเรียนไม่สัมพันธ์กัน

ทอมสัน (Thomson. 2000: 58 – A) ได้ทำการศึกษาและเปรียบเทียบเกี่ยวกับหลักสูตรที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการเรียนพีชคณิตปีที่ 2 ของนักศึกษาชั้นปีที่ 2 จำนวน 16 คน แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม โดยใช้แบบทดสอบก่อนเรียนเป็นตัวชี้วัด แล้วให้นักเรียนกลุ่มที่ 1 เรียนตามหลักสูตรปกติ และนักเรียนกลุ่มที่ 2 เรียนหลักสูตรพีชคณิตขั้นสูง แล้วทำการทดสอบหลังเรียนซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบและการตอบแบบอิสระ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่เรียนตามหลักสูตรปกติมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่านักเรียนที่เรียนหลักสูตรพีชคณิตขั้นสูง

ริโอแดน และ นอยซ์ (Riordan and Noyce. 2001: 368 – A) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับผลกระทบของหลักสูตรมาตรฐานหลักวิชาคณิตศาสตร์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 5 – 8 ศึกษาโดยการเปรียบกับนักเรียน 2 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 เรียนตามหลักสูตรเดิม กลุ่มที่ 2 เรียนตามหลักสูตรมาตรฐานหลัก ผลจากการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนตามหลักสูตรมาตรฐานหลักมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนตามหลักสูตรเดิม

ฟินน์และคนอื่น ๆ (Finn, et al. 2003: 228 – A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของครู กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยใช้หลักสูตรมาตรฐานหลัก โดยทำการศึกษากับครู 40 คน นักเรียน 1,466 คน จาก 26 โรงเรียน ผลการวิจัยพบว่าสิ่งที่สำคัญมากที่สุด คือ การเตรียมการสอนตามหลักสูตร รองลงมา คือ พฤติกรรมการสอนของครูซึ่งมีผลในทางบวกต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

เรย์และคนอื่น ๆ (Reys, et al. 2003: 74 – A) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับหลักสูตรมาตรฐานหลักและหลักสูตรเดิมวิชาคณิตศาสตร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 8 โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มแรกให้เรียนโดยใช้หลักสูตรมาตรฐานหลักอย่างน้อย 2 ปี และอีกกลุ่มเรียนโดยใช้หลักสูตรเดิม ผลวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนตามหลักสูตรมาตรฐานหลักมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนตามหลักสูตรเดิมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

งานวิจัยในประเทศ

ปฐมภาพร อาสนวิเชียร (2541: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสนใจในการเรียนและความภูมิใจในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนแบบเป็นคู่ (Learning cell) โดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครู ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบเรียนเป็นคู่ (Learning cell) โดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์กับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ในขณะที่นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบเรียนเป็นคู่ (Learning cell) โดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์กับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู มีความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เพ็ญประภา แสงสี (2542: 57) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพหุนามของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมนันทนาการสูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พัชรินทร์ เปรมประเสริฐ (2542: บทคัดย่อ) ได้กล่าวถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการคณิตศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครู กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการคณิตศาสตร์ กลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามคู่มือครู ผลจากการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงปานกลางและต่ำ ที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการกับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนที่มีระดับ

ความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลางและต่ำ ที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการกับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

รจนา รัตนานิคม (2544: บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการเปรียบเทียบ ผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดกิจกรรมที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ผลจากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถทางการเรียนแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05

พงษ์ศรีศรี เพ็ญฟู (2545: บทคัดย่อ) ได้สร้างบทเรียนเรื่องการอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ตามบทเรียนที่ผู้วิจัยเรียบเรียงมา กลุ่มตัวอย่างได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลจากการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนรู้และประยุกต์ในเรื่องการอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปริญทิพย์ บุญคง (2546: บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยบางประการกับ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และหาค่า น้ำหนักของความสำคัญของปัจจัยบางประการที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างได้มาโดยการสุ่มแบบแบ่งชั้น ผลจากการวิจัยพบว่า ค่าสัมประสิทธิ์พหุคูณระหว่างปัจจัย ด้านการกำกับตนเอง ด้านการรับรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ ด้านความเชื่อมั่นภายใน ตนเองกับ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีค่าเท่ากับ 0.561 ซึ่งมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และค่าน้ำหนักความสำคัญของปัจจัยด้านการรับรู้ความสามารถของตนเองทางคณิตศาสตร์และ ด้านการรับรู้ความคาดหวังของผู้ปกครองด้านการศึกษา ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ส่วนปัจจัยด้านการกำกับตนเอง ความเชื่อมั่น อำนาจภายในตนเองและความมีวินัยในตนเอง ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สรุปได้ว่าถ้านักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ดีของครู นั้นมีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้น ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรจัดให้ตรงกับความต้องการและความสนใจของนักเรียน นักเรียนจึงจะเกิดเจตคติต่อ การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในทางบวก ซึ่งจะมีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีวิทยา ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค41202 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 9 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 335 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีวิทยา ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 43 คน ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค41202 ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

แบบแผนการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง ผู้วิจัยจึงใช้แบบแผนการทดลองเป็นแบบ One Group Pretest – Posttest Design

กลุ่ม	ทดสอบก่อน	ทดลอง	ทดสอบหลัง
E	T_1	X	T_2

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

- E แทน กลุ่มทดลอง
- X แทน การสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่องภาคตัดกรวย
- T_1 แทน ทดสอบก่อนการจัดกระทำการทดลอง
- T_2 แทน ทดสอบหลังการจัดกระทำการทดลอง

2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ผู้วิจัยใช้ในการทำวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย
2. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
3. แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ซึ่งเป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ
4. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ซึ่งเป็นแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ภาคตัดกรวย มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้
 - 1.1 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ในระดับช่วงชั้นที่ 4
 - 1.2 ศึกษาการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 1.3 ศึกษารายละเอียดของเนื้อหา เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่กำหนดไว้ในหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสตรีวิทยา พุทธศักราช 2545
 - 1.4 วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย เพื่อกำหนดขอบข่ายของเนื้อหาที่จะใช้สอน และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
 - 1.5 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย
 - 1.5.1 จุดประสงค์การเรียนรู้
 - 1) ด้านความรู้
 - 2) ด้านทักษะ / กระบวนการ
 - 3) ด้านคุณลักษณะ
 - 1.5.2 สาระการเรียนรู้
 - 1.5.3 กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วยขั้นตอน ดังนี้
 - 1) ชี้แจงเกิด
 - 2) ชี้อธิบาย
 - 3) ชี้นิยามกรณีและทดสอบ
 - 4) ชี้นำไปใช้

- 1.5.4 สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้
- 1.5.5 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้
- 1.5.6 บันทึกหลังการสอน

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างเสร็จแล้ว เสนอต่อประธาน กรรมการควบคุม ปรินญาณินทร์ และผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมและความถูกต้องของ จุดประสงค์ การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้ และ ระยะเวลาที่ใช้ ตลอดจนภาษาที่ถูกต้อง

1.7 ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของประธาน กรรมการและผู้เชี่ยวชาญ

2. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริม ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มี ขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ของกลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6)

2.2 ศึกษาสาระการเรียนรู้ เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่กำหนดไว้ในหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนสตรีวิทยา พุทธศักราช 2545 เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาชุดการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยได้จัดเนื้อหา และชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริม ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย แบ่งออกเป็น 5 ชุด ดังนี้

- | | |
|---|-------|
| 1. ชุดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง การเลื่อนขนานของแกน | 2 คาบ |
| 2. ชุดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง วงกลม | 4 คาบ |
| 3. ชุดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง พาราโบลา | 4 คาบ |
| 4. ชุดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง วงรี | 4 คาบ |
| 5. ชุดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง ไฮเพอร์โบลา | 4 คาบ |

ทั้งนี้ ในแต่ละชุดการเรียนนั้น ผู้วิจัยจะให้ผู้เรียนได้ใช้โปรแกรม GSP ดำเนินกิจกรรมเพื่อ ทำการสำรวจ และสืบเสาะจนได้มาซึ่งนิยามของวงกลม พาราโบลา วงรี และไฮเพอร์โบลา และใน ระหว่างที่นักเรียนลงมือทำแบบฝึกหัดของชุดการเรียนแต่ละชุดนั้น นักเรียนก็สามารถที่จะใช้โปรแกรม GSP ช่วยศึกษาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ให้ไว้ โดยปฏิบัติตามคำแนะนำที่มีอยู่ในชุดการเรียนรู้ ซึ่งนักเรียนสามารถนำกลับไปเรียนรู้ด้วยตนเองได้

2.3 ในการสร้างชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวทางการสร้างชุดการเรียนรู้จากตำราของบุญเกื้อ ครอบหาเวช (2542: 95 - 102) เพื่อให้เหมาะสมกับวิชาและความสามารถของนักเรียน โดยมีองค์ประกอบ ดังนี้

- 1) คำชี้แจง
- 2) จุดประสงค์การเรียนรู้
- 3) เวลาที่ใช้
- 4) สื่อการเรียนรู้
- 5) การประเมินผลการเรียนรู้
- 6) กิจกรรมการเรียนรู้
- 7) แบบฝึกหัด
- 8) แบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้

2.4 นำชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญาบัตรก่อนนำไปปรับปรุงแก้ไข แล้วจึงนำไปเสนอผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบเกี่ยวกับความเที่ยงตรงของเนื้อหา ภาษาที่ใช้ ความเหมาะสมของชุดการเรียนรู้และการจัดการเรียนการสอน จากนั้นจึงนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไขอีกครั้งหนึ่ง

2.5 หลังจากปรับปรุงแก้ไขชุดการเรียนรู้แล้วให้ประธานและกรรมการควบคุมปริญญาบัตร ตรวจสอบอีกครั้งแล้วจึงนำชุดการเรียนรู้ไปดำเนินการหาประสิทธิภาพตามขั้นตอน ดังนี้

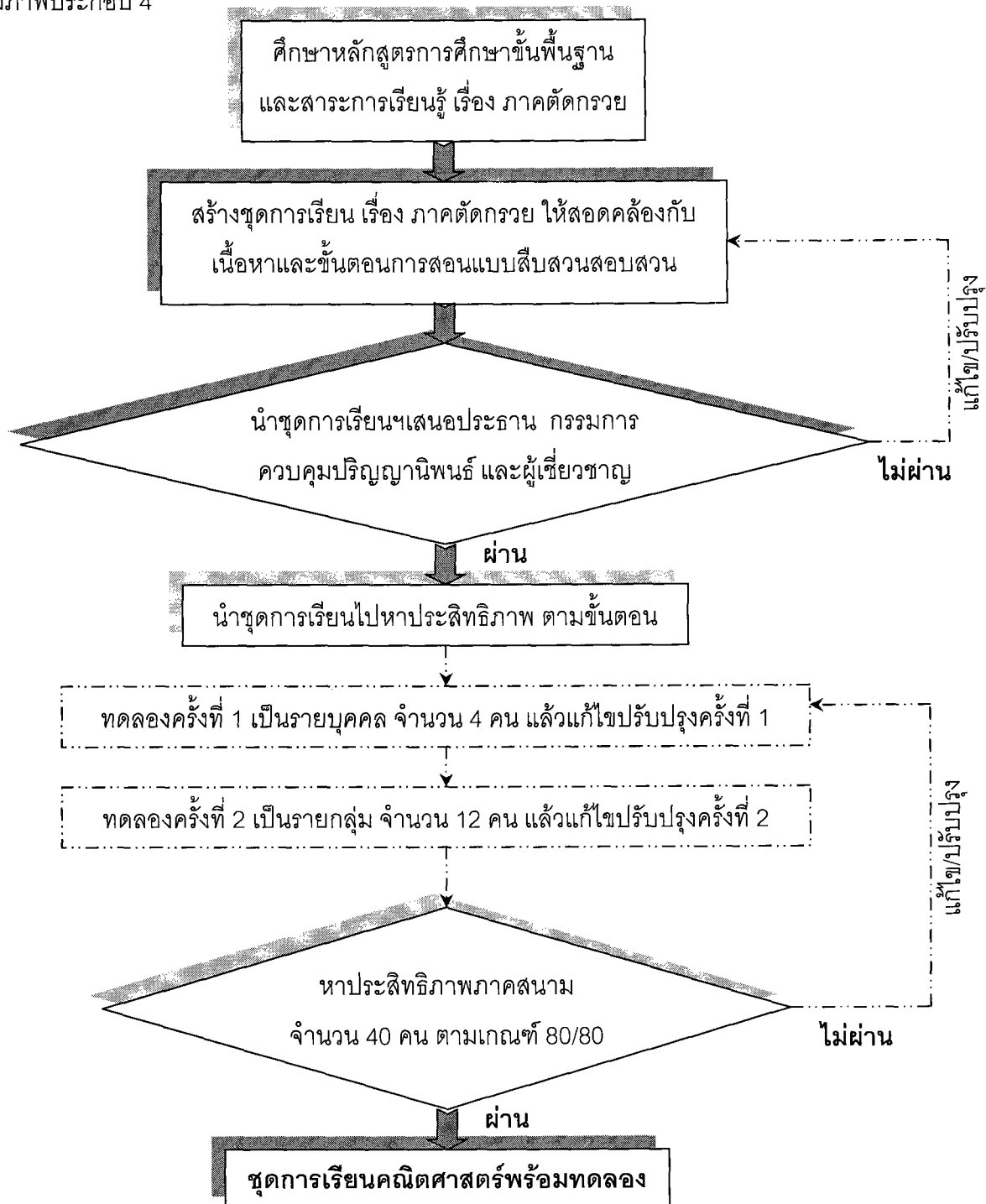
2.5.1 ทดลองเป็นรายบุคคล โดยการนำชุดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างเป็นรายบุคคล จำนวน 4 คน ซึ่งประกอบด้วยนักเรียนที่มีความสามารถต่างกัน คือ เก่ง ปานกลาง และอ่อน เป็นสัดส่วน 1 : 2 : 1 ตามลำดับ เพื่อพิจารณาเกี่ยวกับเนื้อหา กิจกรรมในชุดการเรียนรู้ แล้วเก็บรวบรวมข้อมูลต่างๆ เพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข โดยสังเกตพฤติกรรมอย่างใกล้ชิด สัมภาษณ์ผู้เรียน ตลอดจนรวมผลการทำแบบฝึกหัด

2.5.2 ทดลองเป็นรายกลุ่ม โดยนำชุดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขจากขั้นทดลองรายบุคคลมาทดลองกับกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 12 คน ที่มีความสามารถต่างกัน คือ เก่ง ปานกลาง และอ่อน เป็นสัดส่วน 3 : 6 : 3 ตามลำดับ โดยสังเกตพฤติกรรมอย่างใกล้ชิด จากนั้นนำข้อบกพร่องทั้งหมดของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มาปรับปรุงแก้ไขอีกครั้งหนึ่ง

2.5.3 ดำเนินการทดลองเพื่อหาประสิทธิภาพภาคสนาม โดยนำชุดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงมาจากขั้นตอนการสอนเป็นรายบุคคลและรายกลุ่ม แล้วนำไปทดลองกับนักเรียนชั้นนักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน ที่มีความสามารถต่างกัน คือ เก่ง ปานกลาง และอ่อน เป็นสัดส่วน 10 : 20 : 10 ตามลำดับ เพื่อหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

จากขั้นตอนการสร้างและพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่อธิบายไว้ข้างต้น สามารถแสดงเป็นแผนภูมิขั้นตอนต่างๆ ได้ ดังภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 4 ขั้นตอนการสร้างชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย

3. แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

3.1 ศึกษาเอกสารและวิธีสร้างแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

3.2 สร้างแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย 10 ข้อ

3.3 นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อประธาน กรรมการควบคุมปริญญาโทและ
ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบคุณภาพความเที่ยงตรงของปัญหา โดยพิจารณาว่าปัญหาที่
สร้าง เป็นปัญหาที่วัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์พิจารณา ดังนี้

คะแนน +1 สำหรับปัญหาที่วัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

คะแนน 0 สำหรับปัญหาที่ไม่แน่ใจว่าวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

คะแนน -1 สำหรับปัญหาที่ไม่วัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

3.4 นำแบบทดสอบที่ได้รับการตรวจสอบคุณภาพความเที่ยงตรงของปัญหาจาก
ผู้เชี่ยวชาญมาคำนวณหาค่า IOC แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป มาเป็น
แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

3.5 นำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการคัดเลือก ไปทดลอง
ใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสตรีวิทยา ซึ่งได้ผ่านการเรียน เรื่อง ภาคตัด
กรวย มาแล้วจำนวน 100 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง แล้วตรวจให้คะแนนแบบทดสอบ โดยกำหนดเกณฑ์
การให้คะแนนการตรวจแบบทดสอบซึ่งผู้วิจัยเป็นคนตรวจให้คะแนนทีละข้ออย่างต่อเนืองว่า คำตอบ
และวิธีคิดที่นักเรียนแสดงออกมามีความสอดคล้องมากน้อยเพียงใด ซึ่งเกณฑ์การให้คะแนนมีดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย ข้อละ 3 คะแนน

- บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้อง	1	คะแนน
- ไม่ได้บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	0	คะแนน
- แสดงวิธีทำจนได้คำตอบที่ถูกต้อง	2	คะแนน
- แสดงวิธีทำแต่ได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง	1	คะแนน
- ไม่ได้แสดงวิธีทำและไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง	0	คะแนน

3.6 นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์หาค่าความยากหรือดัชนีค่าความยาก (P_E) และดัชนีค่า
อำนาจจำแนก (D) โดยใช้วิธีของวิทนีย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ซึ่งจะคัดเลือกปัญหาที่มี
ค่าความยาก (P_E) อยู่ระหว่าง .20 - .80 และดัชนีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป จำนวน 5 ข้อ
โดยให้ครอบคลุมกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งได้ค่าความยาก (P_E) อยู่ระหว่าง .45 - .75 และดัชนีค่า
อำนาจจำแนก (D) อยู่ระหว่าง .49 - .75

3.7 นำแบบทดสอบวัดความความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกแล้ว ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสตรีวิทยา ซึ่งได้ผ่านการเรียน เรื่อง ภาคตัดกรวย มาแล้วจำนวน 100 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแบบอัตนัยโดยใช้วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟา (α – Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) (ประคอง กรวรรณสูตร. 2538: 47) ซึ่งได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เท่ากับ 0.91 แล้วนำเสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญญาบัตรก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

4. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

4.1 ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียนและจุดประสงค์การเรียนรู้จากหลักสูตรการศึกษา ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ในระดับช่วงชั้นที่ 4

4.2 ศึกษาวิธีสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จากเอกสาร ต่างๆ

4.3 สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย

4.4 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ซึ่งเป็นข้อสอบแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ โดยให้สอดคล้องกับตารางวิเคราะห์ จุดประสงค์การเรียนรู้

4.5 นำแบบทดสอบเสนอผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาโดยใช้ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป มาเป็นแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งนำข้อเสนอนี้มาปรับปรุงแก้ไข

4.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่อประธานและคณะกรรมการตรวจพิจารณาอีกครั้ง

4.7 นำแบบทดสอบไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสตรีวิทยา ซึ่งได้ผ่านการเรียน เรื่อง ภาคตัดกรวย มาแล้วจำนวน 100 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาคุณภาพของ แบบทดสอบ

4.8 ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบที่นักเรียนทำโดยใช้วิธี Zero – One Method คือ ให้ 1 คะแนน สำหรับข้อสอบที่ตอบถูก และให้ 0 คะแนน สำหรับข้อสอบที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบเกิน 1 ตัวเลือก

4.9 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจ จำแนก (r) โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป System Items Analysis (SIA) แล้วคัดเลือกแบบทดสอบวัด ผลสัมฤทธิ์เฉพาะข้อที่มีค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง .20 – .80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .20

ขึ้นไป จำนวน 20 ข้อ โดยให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ ซึ่งได้ค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง .40 – .64 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง .65 – .93

4.10 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 100 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นตามสูตร KR – 20 คูเดอร์ - ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538: 197 - 199). จากโปรแกรมสำเร็จรูป System Items Analysis (SIA) ซึ่งได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ เท่ากับ 0.88 แล้วนำเสนอต่อประธาน และกรรมการควบคุมปริญญาบัตรก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง โดยดำเนินการทดลองตามขั้นตอน ดังนี้

1. นำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างแล้วบันทึกคะแนนเป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) โดยใช้เวลาในการทดสอบ 2 คาบ

2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการเรียนการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย เพื่อให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติตนได้ถูกต้อง

3. ดำเนินการทดลองโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งใช้เวลาในการทดลอง 18 คาบ

4. เมื่อเสร็จสิ้นการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวยแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบหลังเรียน (Post-test) เป็นเวลา 2 คาบ โดยใช้แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกับที่ใช้สอบก่อนเรียน

5. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์วิธีทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐานต่อไป

4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ จะใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) คำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ.

2538: 73)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ \bar{X} แทน คะแนนเฉลี่ย
 $\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
 N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ.

2538: 79)

$$s = \sqrt{\frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
 $\sum X^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละด้วยยกกำลัง
 $(\sum X)^2$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
 N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ

2.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.1.1 หาค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538: 248 – 249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์
 $\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.1.2 หาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป System Items Analysis (SIA)

2.1.3 หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ตามสูตร KR – 20 คูเดอร์ - ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538: 197 - 199). จากโปรแกรมสำเร็จรูป System Items Analysis (SIA)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ	r_{tt}	แทน	ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	n	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	p	แทน	สัดส่วนของผู้ที่ทำได้ในข้อหนึ่งๆ หรือจำนวนคนที่ทำถูกต้องทั้งหมด
	q	แทน	สัดส่วนผู้ที่ไม่ได้ในข้อหนึ่งๆ คือ $1 - p$
	S_t^2	แทน	คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือฉบับนี้

2.2 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

2.2.1 หาดัชนีค่าความยากของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย โดยใช้วิธีของวิทนีเย่และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538: 199 - 200)

เมื่อ	P_E	แทน	ดัชนีค่าความยาก
	S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือของกลุ่มอ่อน

2.2.2 หาดัชนีค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เพื่อวิเคราะห์แบบรายข้อ โดยใช้วิธีของวิทนีเย่และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538: 199 - 200)

เมื่อ	D	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือของกลุ่มอ่อน

2.2.3 หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีหาลัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach) (ประคอง กรรณสูต. 2538: 47)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s_x^2} \right\}$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ
	K	แทน	จำนวนข้อสอบ
	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบแต่ละข้อ
	s_x^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

3. สถิติที่ใช้สำหรับทดสอบสมมติฐาน

3.1 ใช้สูตร E_1/E_2 (ฉลองชัย สุวัฒน์บุรณ. 2528: 214 – 215) เพื่อทดสอบสมมติฐานของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ดังนี้

$$\text{สูตรที่ 1} \quad E_1 = \frac{\sum X}{A} \times 100$$

เมื่อ E_1 แทน ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดการเรียนคิดเป็นร้อยละจากการทำแบบฝึกหัดหรือประกอบกิจกรรมระหว่างเรียน

$\sum X$ แทน คะแนนรวมของนักเรียนจากการทำแบบฝึกหัดหรือประกอบกิจกรรมระหว่างเรียน

A แทน คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดหรือกิจกรรมการเรียน

N แทน จำนวนนักเรียน

$$\text{สูตรที่ 2} \quad E_2 = \frac{\sum F}{B} \times 100$$

เมื่อ E_2 แทน ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนในตัวนักเรียนหลังการเรียนด้วยชุดการเรียน) คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนหรือประกอบกิจกรรมหลังเรียน

$\sum F$ แทน คะแนนรวมของนักเรียนจากการทำแบบทดสอบย่อยหลังเรียนด้วยชุดการเรียน

B แทน คะแนนเต็มของการสอบหลังเรียนหรือกิจกรรมหลังเรียน

N แทน จำนวนนักเรียน

3.2 สถิติเพื่อทดสอบสมมติฐานข้อที่ 1, 2 คือ ความคิดรวบยอดและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวน สอบสวน จากโปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอน โดยใช้สถิติ t – test Dependent (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538: 248)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N \sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}} ; \quad df = N-1$$

t แทน ค่าที่ใช้พิจารณาใน t – distribution

$\sum D$ แทน ผลรวมของความแตกต่างเป็นรายคู่ระหว่างคะแนนการทดสอบก่อน และหลังการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวน สอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย

$\sum D^2$ แทน ผลรวมของกำลังสองของความแตกต่างเป็นรายคู่ระหว่างคะแนนการทดสอบ ก่อนและหลังการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบ สืบสวน สอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

3.3 สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานข้อที่ 3 คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังจากที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวน สอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 โดยใช้สถิติ t – test One group (ระวีวรรณ พันธุ์พานิช. 2545: 179 – 184) โดยคำนวณได้จากสูตร ดังนี้

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{N}}} ; \quad df = N-1$$

เมื่อ t แทน ค่าที่ใช้พิจารณาใน t – distribution

\bar{X} แทน ค่าเฉลี่ยที่คำนวณได้จากข้อมูลของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่เป็นเกณฑ์

S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่คำนวณได้จากข้อมูลของกลุ่มตัวอย่าง

N แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้ใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
K	แทน	คะแนนเต็มของแบบทดสอบ
\bar{X}	แทน	คะแนนเฉลี่ย
μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยที่เป็นเกณฑ์
S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
E_1	แทน	ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดการเรียนรู้คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบฝึกหัดหรือประกอบกิจกรรมระหว่างเรียน
E_2	แทน	ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนในตัวนักเรียนหลังการเรียนรู้ด้วยชุดการเรียนรู้) คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนหรือประกอบกิจกรรมหลังเรียน
t	แทน	ค่าที่ใช้ในการพิจารณา ใน t – distribution

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูล ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นตอนการนำเสนอ ดังนี้

1. ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามเกณฑ์ 80/80
2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
3. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

4. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไป

1. ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ถึงค่าความแปรปรวน 2.5% คือ ถ้าค่าประสิทธิภาพอยู่ระหว่าง 77.5 – 82.5 ถือว่ามีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ปรากฏผลในตาราง 1

ตาราง 1 ค่าประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามเกณฑ์ 80/80

หน่วยการเรียนรู้	เรื่อง	ตามเกณฑ์ 80/80	
		E ₁	E ₂
1	การเลื่อนขนานของแกน	86.79	91.43
2	วงกลม	84.53	89.13
3	พาราโบลา	88.57	88.38
4	วงรี	88.21	84.75
5	ไฮเพอร์โบลา	81.61	79.50
เฉลี่ย		85.94	86.64

จากตาราง 1 เมื่อพิจารณาค่าประสิทธิภาพเป็นรายชุด ปรากฏว่าชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ชุดที่ 1 – 4 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 ที่ตั้งไว้ ยกเว้นชุดการเรียนที่ 5 ที่มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และเมื่อพิจารณาในภาพรวมแล้วจะเห็นว่า ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP มีประสิทธิภาพ 85.94/86.64 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 80/80

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการนำผลต่างรายคู่ระหว่างคะแนนก่อนและหลังการทดลองมาเปรียบเทียบโดยใช้ t - test Dependent ปรากฏผล ดังตาราง 2

ตาราง 2 ผลการเปรียบเทียบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการทดลอง

การทดสอบ	N	K	\bar{X}	S	t
ก่อนการทดลอง	43	15	4.23	1.56	
หลังการทดลอง	43	15	12.28	2.25	36.89 **

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 2 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แสดงว่า ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ทำให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

3. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการนำผลต่างรายคู่ระหว่างคะแนนก่อนและหลังการทดลองมาเปรียบเทียบโดยใช้ t - test Dependent ปรากฏผล ดังตาราง 3

ตาราง 3 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการทดลอง

การทดสอบ	N	K	\bar{X}	s	t
ก่อนการทดลอง	43	20	4.81	1.48	
หลังการทดลอง	43	20	15.14	2.21	51.93 **

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 3 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แสดงว่า ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้น

4. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กับเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไป โดยใช้ t – test One group ปรากฏผล ดังตาราง 4

ตาราง 4 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลองผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไป

การทดสอบ	N	K	\bar{X}	s	μ_0 (65%)	t
หลังการทดลอง	43	20	15.14	2.21	13	6.29 **

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 4 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ย 15.14 คิดเป็นร้อยละ 75.70

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการวิจัยเชิงพัฒนา มีความมุ่งหมายเพื่อศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งสรุปสาระสำคัญและผลการศึกษาได้ ดังนี้

ความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2. เพื่อศึกษาผลของการพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

2.1 เพื่อศึกษาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2.2 เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

สมมติฐานในการวิจัย

1. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงขึ้น

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงขึ้น

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไป

วิธีดำเนินการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีวิทยา ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค41202 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 9 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 335 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีวิทยา ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 43 คน ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค41202 ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ค41202 เรื่อง ภาคตัดกรวย ของหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสตรีวิทยา พุทธศักราช 2545

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 โดยใช้เวลาในการศึกษาค้นคว้าทั้งหมด 22 คาบ คาบละ 50 นาที ซึ่งประกอบไปด้วย

1. ทดสอบก่อนเรียน	2 คาบ
2. ชุดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง การเลื่อนขนานของแกน	2 คาบ
3. ชุดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง วงกลม	4 คาบ
4. ชุดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง พาราโบลา	4 คาบ
5. ชุดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง วงรี	4 คาบ
6. ชุดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง ไฮเพอร์โบลา	4 คาบ
7. ทดสอบหลังเรียน	2 คาบ

เครื่องมือที่ผู้วิจัยใช้ในการทำวิจัยครั้งนี้

เครื่องมือที่ผู้วิจัยใช้ในการทำวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย
2. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 5 ชุด
3. แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ซึ่งเป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ โดยมีค่าความยาก (P_e) อยู่ระหว่าง .45 – .75 และดัชนีค่าอำนาจจำแนก (D) อยู่ระหว่าง .49 – .75 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.91

4. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ซึ่งเป็นแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ โดยมีค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง .40 – .64 ค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง .65 – .93 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.88

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. ใช้สูตร E_1/E_2 เพื่อหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามเกณฑ์ 80/80
2. ใช้ค่าสถิติ t – test Dependent เปรียบเทียบความคิดรวบยอดและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
3. ใช้ค่าสถิติ t – test One group เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กับเกณฑ์

สรุปผลการวิจัย

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 85.94/86.64 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 80/80
2. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย สูงขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย สูงขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 75.70

อภิปรายผล

ผลการทดลองใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถอภิปรายผลได้ ดังนี้

1. ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 โดยภาพรวมมีประสิทธิภาพเฉลี่ยเท่ากับ 85.94/86.64 ซึ่งเป็นค่าของประสิทธิภาพของกระบวนการ/ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ แสดงว่าชุดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นนี้มีประสิทธิภาพและมีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนได้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากเหตุผล ดังต่อไปนี้

1.1 ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นบทบาทนักเรียนเป็นสำคัญ คือ การให้นักเรียนได้ค้นหานิยามของวงกลม พาราโบลา วงรี และไฮเพอร์โบลา ตลอดจนที่มาของสูตรต่างๆ โดยการใช้โปรแกรม GSP ด้วยตนเอง ซึ่งครูจะเป็นเพียงผู้คอยให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำในการใช้โปรแกรมตรงส่วนที่นักเรียนยังไม่เข้าใจ และที่สำคัญผู้วิจัยได้ใช้ขั้นตอนในการเรียนแบบสืบสวนสอบสวนของเบล (Bell, 1978: 240-342) สอดแทรกลงไปใน การปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ ในแต่ละชุดการเรียนรู้ โดยประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน คือ ขั้นสังเกต ขั้นอธิบาย ขั้นพยากรณ์และทดสอบ และขั้นนำไปใช้ ซึ่งวีรยุทธ วิเชียรโชติ และนวลเพ็ญ วิเชียรโชติ (2524: 68) กล่าวไว้ว่า การสอนแบบสืบสวนสอบสวนเป็นวิธีการหนึ่งที่จะทำให้ผู้เรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้กำหนดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเกิดความสงสัย ต้องค้นหาคำตอบเพื่อจะอธิบายปัญหานั้นตามขั้นตอนการสังเกต อธิบาย พยากรณ์และทดสอบ และการนำความรู้ไปใช้ อีกทั้งจากงานวิจัยของ อรรคมา ไชยโยธา (2547: 51 – 52) ได้ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวนที่ใช้การ์ตูนประกอบ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวน ซึ่งได้ประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 และเกิดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในตัวผู้เรียนสูงขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยในครั้งนี้

1.2 ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยศึกษาแนวทางการสร้างชุดการเรียนรู้จากตำราของบุญแก้ว ควรหาเวช (2542: 95 – 102) ได้ศึกษาหลักสูตรขั้นพื้นฐาน เอกสาร ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญในด้านการสอน เรื่อง ภาคตัดกรวย และผู้เชี่ยวชาญด้านการใช้โปรแกรม GSP มีการปรับปรุงแก้ไขทั้งในด้านเนื้อหา ภาษา และกิจกรรมต่างๆ ภายในชุดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดความเหมาะสม และเกิดประโยชน์สูงสุดในการนำไปใช้ หลังจากนั้นจึงได้ทดลองหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อรวบรวมข้อมูลและนำข้อมูลที่ได้

มาวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และเหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการเรียนการสอนได้

2. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย สูงขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก การปฏิบัติกิจกรรมในแต่ละชุดการเรียนนั้น ได้มีการใช้โปรแกรม GSP ซึ่งเป็นโปรแกรมที่แปลกใหม่ ง่ายต่อการใช้งาน ทำให้นักเรียนได้ใช้โปรแกรมในการค้นหานิยามของวงกลม พาราโบลา วงรี และไฮเพอร์โบลา สามารถสร้างรูปกราฟได้อย่างรวดเร็ว กำหนดสีของรูปกราฟให้เห็นความแตกต่างได้อย่างชัดเจน ซึ่งสิ่งเหล่านี้ล้วนแล้วแต่สร้างความสนใจ ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นอยากที่จะเรียนรู้ (Key Curriculum Press, 2001: 332 – 335) และการที่นักเรียนได้เห็นรูปกราฟในลักษณะต่างๆของภาคตัดกรวย ก็จะทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้ง่าย และมีความคงทนในการจำดีกว่าการเรียนทั่วไป นอกจากนี้ สุรัชชัย ขวัญเมือง. (2522) ยังกล่าวด้วยว่า การเรียนรู้ควรเริ่มต้นจากความเข้าใจในโมโนมิติเป็นอันดับแรก การฝึกทักษะให้เกิดความชำนาญเป็นอันดับต่อมา แล้วจึงถึงขั้นประยุกต์ คือการนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ ต่อไป อีกทั้งยังเป็นการสนับสนุนที่ NCTM ได้วางมาตรฐานของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียนที่ให้มีการนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่เหมาะสมมาใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย สูงขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากสาเหตุ ดังนี้

3.1 การสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนในการเรียนแบบสืบสวนสอบสวนทั้ง 4 ขั้นตอน ซึ่งเป็นการฝึกให้นักเรียนค้นพบนิยาม สูตร จนถึงข้อสรุปจากกิจกรรมที่จัดขึ้นด้วยตนเอง โดยครูผู้สอนจะคอยให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำ นอกจากนี้ระหว่างศึกษาเนื้อหาในแต่ละชุดการเรียนนั้น นักเรียนจะได้ทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนและทำแบบทดสอบหลังชุดการเรียนรู้แต่ละชุดที่นักเรียนได้ศึกษาจากชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ในแต่ละชุดแล้ว ซึ่งช่วยให้นักเรียนได้ทราบความก้าวหน้าในการเรียนของตนเองและได้ทบทวนบทเรียนอยู่ตลอดเวลา ส่งผลให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นที่จะเรียน ซึ่งมีส่วนทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น สอดคล้องกับผลการวิจัยของ อรรธมา ไชยโยธา (2547: บทคัดย่อ) ได้ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวนที่ใช้การ์ตูนประกอบ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในตัวผู้เรียนสูงขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3.2 การสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย นี้ยังเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้โปรแกรม GSP ในการทำแบบฝึกหัดและตรวจสอบคำตอบ ซึ่งช่วยให้นักเรียนได้เห็นรูปภาพที่ชัดเจน เกิดเป็นความเข้าใจที่คงทนจนนำไปสู่การทำแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้และการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น สอดคล้องกับผลการวิจัยของ อำนางค์ เชื้อบ่อคา (2547: บทคัดย่อ) ได้ทำวิจัยเรื่อง ผลของการใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนด้วยโปรแกรม GSP อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ย 15.14 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 75.70 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากสาเหตุ ดังนี้

4.1 การสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย เมื่อนักเรียนได้ปฏิบัติตามขั้นตอนของการเรียนแบบสืบสวนสอบสวนและมีการใช้โปรแกรม GSP เพื่อสร้างรูปภาพต่างๆ แล้ว จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจที่มาของนิยามของวงกลม พาราโบลา วงรี และไฮเพอร์โบลา ซึ่งถือเป็นพื้นฐานที่สำคัญที่จะนำไปสู่การสรุปเป็นสูตรต่างๆ ใน เรื่อง ภาคตัดกรวย โดยเมื่อนักเรียนมีความเข้าใจในพื้นฐานของ เรื่อง ภาคตัดกรวย แล้วนักเรียนก็สามารถที่จะนำไปประยุกต์ใช้ในการทำโจทย์ต่างๆหรือแก้ปัญหาต่อไป ซึ่งส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น สอดคล้องกับผลการวิจัยของ กชกร รุ่งหัวไม้ (2547: บทคัดย่อ) ที่พบว่า ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนสูงขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4.2 ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้เป็นสื่อประสม ที่ประกอบด้วยชื่อชุดการเรียนรู้ คำชี้แจง จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เนื้อหาสาระ เวลาที่ใช้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนการสอน และการประเมินผล ที่ได้จัดไว้อย่างเป็นระบบ มีการกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละชุด โดยลำดับเนื้อหาจากง่ายไปหายาก ช่วยให้นักเรียนได้มีการพัฒนาตนเองอย่างต่อเนื่อง อีกทั้งโปรแกรม GSP ยังเป็นสื่อที่ช่วยสร้างบรรยากาศของการเรียนที่ส่งเสริมให้มีการนำเสนอความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ตลอดจนมีการนำเสนอที่น่าตื่นเต้น เร้าใจ ทำให้นักเรียนเกิดความสนใจ มีการซักถามและโต้ตอบ ตลอดจนช่วยทำให้นักเรียนตั้งข้อสงสัยความคาดเดาเหตุการณ์และหาข้อสรุปในระหว่างปฏิบัติกิจกรรม (Key Curriculum Press. 2001) นอกจากนี้ ผู้เรียนยังได้ประเมินผลของการเรียนรู้จาก

แบบทดสอบระหว่างเรียนซึ่งถือเป็นการทบทวนบทเรียนอีกอย่างหนึ่ง ก่อนที่จะได้ทำแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนต่อไป จนทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น

ข้อสังเกตจากการวิจัย

จากการทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการจากการวิจัย ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. ก่อนเริ่มเรียนในคาบแรกของการเรียนนั้น ผู้วิจัยได้มีการสอนเรื่องระยะทางระหว่างจุด 2 จุดก่อน เพื่อให้นักเรียนสามารถนำไปใช้ในการสรุปเป็นสูตรของภาคตัดกรวยต่างๆได้ แล้วจึงเริ่มใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ซึ่งเป็นวิธีการเรียนใหม่สำหรับนักเรียน จึงทำให้นักเรียนไม่เข้าใจขั้นตอนและวิธีการในการศึกษาเนื้อหาจากชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ทำให้การปฏิบัติกิจกรรมเสร็จไม่ค่อยทันตามกำหนดเวลา เนื่องจากนักเรียนหลายคนยังไม่มี ความชำนาญในการใช้โปรแกรม GSP ผู้วิจัยจึงต้องใช้เวลาเพิ่มเติมหลังการสอนเพื่อให้นักเรียนเหล่านี้ได้ฝึกใช้โปรแกรมจากคู่มือการใช้โปรแกรม GSP ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น รวมทั้งผู้วิจัยได้คอยชี้แจง ให้คำแนะนำ และความช่วยเหลือกับนักเรียนทันทีที่ที่ก่ปัญหา ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นและสนใจที่จะปฏิบัติกิจกรรมจนแล้วเสร็จ

2. ในการปฏิบัติกิจกรรมแต่ละกิจกรรมจะมีการกำหนดเวลา เพื่อให้นักเรียนตื่นตัวและกระตือรือร้นที่จะปฏิบัติกิจกรรมให้งานสำเร็จตามเป้าหมาย

3. จากการหาค่าประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ จะสังเกตเห็นว่าค่า E_2 ซึ่งเป็นค่าประสิทธิภาพของผลลัพธ์ที่คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ทั้ง 5 ชุดนั้น มีค่า E_2 ที่ลดลงไปตามลำดับ ทั้งนี้เนื่องมาจากบทเรียนเรื่อง ภาคตัดกรวย เป็นอีกบทเรียนหนึ่งที่มีความยากและทำให้ผลคะแนนของนักเรียนที่ออกมานั้น ลดต่ำลงไปตามลำดับของเนื้อหาความยากที่เพิ่มขึ้นในแต่ละชุดการเรียน ในขณะที่ค่าประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5 คือ ไฮเพอร์โบลานั้น จะเห็นว่ามีค่า E_1 และ E_2 ที่น้อยที่สุดและมีค่าประสิทธิภาพเป็นไปตามเกณฑ์ 80/80 ที่ตั้งไว้ ซึ่งจากการสอบถามนักเรียนก็ได้คำตอบว่าเนื้อหา แบบฝึกหัดและแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนเรื่อง ไฮเพอร์โบลานี้ ยังคงเป็นเรื่องที่ยากต่อการทำความเข้าใจอยู่ ทั้งนี้ผู้วิจัยก็ได้พยายามช่วยเหลือและอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนได้เกิดความเข้าใจมากยิ่งขึ้น

4. ในการเรียนการสอนแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์นั้น ผู้วิจัยยังได้ยกตัวอย่างเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนสามารถทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบได้ โดยเฉพาะชุดการเรียนที่ 4 และ 5 ที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้นและอาจมีผลทำให้นักเรียนไม่เข้าใจด้วยตนเองได้

ข้อเสนอแนะ

จากการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะซึ่งอาจเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนและการศึกษาในครั้งต่อไป ดังนี้

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 การสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย เป็นการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ให้นักเรียนได้ลงมือทำกิจกรรมจริงๆด้วยตนเอง ดังนั้นครูจึงต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลพร้อมทั้งสภาพร่างกาย จิตใจและสติปัญญาของผู้เรียนแต่ละคนด้วย

1.2 ในการเรียนโดยใช้โปรแกรม GSP ครูควรจะต้องดูแลนักเรียนอย่างใกล้ชิดและทั่วถึงกันทุกคนเพื่อให้คำแนะนำและตอบข้อคำถามที่นักเรียนเกิดความสงสัยจากการใช้โปรแกรม

1.3 ในระหว่างปฏิบัติกิจกรรม ครูผู้สอนต้องอดทนรอเวลาที่จะให้นักเรียนได้คิดหรือค้นพบด้วยตนเอง โดยครูจะเป็นผู้ช่วยเหลือและให้คำแนะนำกับนักเรียนที่ยังไม่เข้าใจ เพราะเมื่อนักเรียนได้ค้นพบด้วยตนเองแล้วก็จะทำให้จดจำได้นานและสามารถเข้าใจได้ดีกว่าการจำที่ครูบอกออกไป ทั้งนี้ครูอาจจะมีการสรุปทเรียนอีกครั้งหนึ่งเมื่อนักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมเสร็จแล้ว เพื่อให้เกิดความเข้าใจมากยิ่งขึ้น

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆ หรือระดับชั้นอื่นๆ ต่อไป

2.2 ควรมีการวิจัยเพื่อพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ที่ช่วยส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่นๆ เช่น ความคิดสร้างสรรค์ หรือการให้เหตุผล

2.3 ควรมีการนำโปรแกรม GSP ไปทดลองใช้กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์อื่นๆ ทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลาย

2.4 ควรมีการนำเอาวิธีการสอนแบบสืบสวนสอบสวนไปใช้สอนในวิชาอื่นๆ ทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลาย

ทั้งนี้ผู้ที่สนใจใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน หรือจะทำการสอนแบบสืบสวนสอบสวนในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือในวิชาอื่นๆก็ตาม อาจจะไม่ต้องกำหนดเวลาในการทำกิจกรรม เพราะนักเรียนแต่ละคนนั้นมีความรู้ ความสามารถที่แตกต่างกัน ทำให้การเรียนรูปแบบสืบสวนสอบสวนอาจจะต้องใช้เวลามากขึ้น เพื่อให้ นักเรียนสามารถสรุปทเรียนได้ด้วยตนเอง

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กชกร รุ่งหัวไผ่.(2547). ผลการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่มีต่อความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ 2 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (ช่วงชั้นที่ 3) . ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา).กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- กรมวิชาการ. (2544). **หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544**. กรุงเทพฯ : กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.
- กรองทอง ไครวี. (2549). เอกสารประกอบการอบรมเชิงปฏิบัติการ การใช้โปรแกรม GSP เพื่อการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : โรงเรียนสตรีวิทยา.
- กัลยา ทองสุ. (2545). การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา).กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- กาญจนา เกียรติประวัติ. (2524). **วิธีสอนทั่วไปและทักษะการสอน**. กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช.
- คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์. (2524). **ชุดการเรียนการสอนสำหรับครูคณิตศาสตร์** กรุงเทพฯ : ทบวงมหาวิทยาลัย.
- จำนง พรายแย้มแซ. (2514). **เทคนิคและวิธีการสอนวิทยาศาสตร์**. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.
- ฉลองชัย สุรวัฒนบุรณ. (2528). **การเลือกและการใช้สื่อการสอน**. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ชม ภูมิภาค.(2524). **เทคโนโลยีการสอนและการศึกษา**. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ประสานมิตร.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์. (2523). **นวัตกรรมและเทคโนโลยีทางการศึกษากับการสอนระดับอนุบาล**. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์และคณะ (2523). **ระบบสื่อการสอนในเอกสารการสอนชุดวิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา เล่ม 1 หน่วยที่ 1 – 5**. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ฐาปนี ตันยอชฌาวุฒ. (2547). การเปรียบเทียบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อประสมกับการสอนปกติ. สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- ทวีพร ดิษฐคำเรือง. (2534). การใช้เทคนิคกราฟฟิคฝึกทักษะการจัดระเบียบข้อมูลและความคิดรวบยอดกลุ่มวิชาสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม.(การสอนวิทยาศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- ฉนภร ตุ่มบุญ. (2548). การสร้างชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่เน้นทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ธีรศักดิ์ แสงสัมฤทธิ์. (2531). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนด้วยบทเรียนสื่อประสมกับการสอนตามคู่มือครู สสวท. ปรินญาณีพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- นันทา หงวนดัด. (2547). ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์แบบค้นพบ เรื่อง โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ สำหรับช่วงชั้นที่ 4. สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- นันทิยา จิตภิรมย์. (2532). การศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้การสอนที่ใช้สอน เรื่อง พหุนาม ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. ปรินญาณีพนธ์ กศ.ม.(คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- นิภา บุญธรรม. (2538). ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ เรื่อง พลังงานกับชีวิตและความสามารถในการสร้างมโนคติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้แผนภูมิโนมตี. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม.(การสอนวิทยาศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- บุญเกื้อ ควรหาเวช.(2542). นวัตกรรมทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- บุญเสริม ฤทธาภิรมย์. (2523). การเรียนรู้แบบสร้างความคิดรวบยอด. กรุงเทพฯ : ประชาศึกษา.
- ปฐมมาพร อาสนวิเชียร.(2541). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสนใจการเรียนและความภาคภูมิใจในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนเป็นคู่ (Learning Cell). ปรินญาณีพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- ปรมาภรณ์ อนุพันธ์. (2544). การพัฒนาชุดการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน แบบสืบสวนสอบสวน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น. ปรินญาณีพันธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ประกิจ รัตนสุวรรณ. (2525). การวัดและการประเมินผลทางการศึกษา. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ประคอง กวรรณสุด. (2538). สถิติเพื่อการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปริยทิพย์ บุญคง. (2546). การศึกษาปัจจัยบางประการที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินญาณีพันธ์ กศ.ม.(การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พงษ์ศรีศรี เฟื่องฟู. (2545). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียน เรื่อง การอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินญาณีพันธ์ กศ.ม.(คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พรพิมล ยังฉิม. (2546). ผลการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด. สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พัชรินทร์ เปรมประเสริฐ. (2542). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และ ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการคิดคณิตศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครู. ปรินญาณีพันธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พาวา พงษ์พันธุ์. (2544). การพัฒนาชุดการเรียนการสอนประกอบภาพการ์ตูนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เศษส่วน. สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พีระพล ศิริวงศ์. (2525). การศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการสรุปครอบคลุมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการจำเรื่องรูปเรขาคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จากการสอนที่ให้ตัวอย่างแตกต่างกันสองแบบ. ปรินญาณีพันธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- เพ็ญประภา แสนลี. (2542). การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการ เรื่อง พหุนาม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ไพศาล หวังพานิช. (2526). การวัดผลการศึกษา. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- ภีมวิจิณ์ ธรรมใจ. (2548?). เอกสารประกอบการอบรมเชิงปฏิบัติการเรขาคณิตแบบพลวัต. กรุงเทพฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- มนมนัส สุดสิ้น. (2543). การศึกษาผลสัมฤทธิ์วิทยาศาสตร์และความสามารถในการคิดวิเคราะห์วิจารณ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ประกอบการเขียนแผนผังมโนคติ. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2533). เอกสารการสอนชุดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8-15. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- (2537). ประมวลสาระชุดวิชา สาระตะถะและวิทยวิธีการทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8-11. กรุงเทพฯ : สาขาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ดันบรรจง.(2531). สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการศึกษา.
- รจนา รัตนานิคม. (2544). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม.(คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- รวีวรรณ ฐมชัย.(ม.ป.ป.). วิธีสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- ระวีวรรณ พันธุ์พานิช.(2545). สถิติเพื่อการวิจัย 2. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ลัดดา เพียรประสพ. (2545). ชุดการเรียนด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง อัตราส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2536). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.

- , (2538). **เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา**. พิมพ์ครั้งที่ 4 กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- วัชรีย์ บุรณสิงห์. (2525). การสอนคณิตศาสตร์ตามความแตกต่างระหว่างบุคคล. **เอกสารการสอนชุดวิชาการการสอนคณิตศาสตร์หน่วยที่ 8-15**. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- วัลลภา ธารีรัตน์. (2528, มกราคม). สอนให้ค้นพบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร. **คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น**. 9(1) : 57 – 69.
- วิชัย วงษ์ใหญ่. (2543). **วิสัยทัศน์การศึกษา**. นนทบุรี : SR ARINTING LIMITED PARTNERSHIP.
- , (2525). **พัฒนาหลักสูตรและการสอน – มิติใหม่**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.
- วิจิต สุรัตน์เรืองชัย. (2540). **เอกสารประกอบการสอนวิชา 404361 วิธีสอนทั่วไป**. ชลบุรี : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- วิเชียร เกตุสิงห์. (2512). **การเปรียบเทียบความเที่ยงตรงเชิงพยากรณ์ของแบบทดสอบวัดความถนัดที่ยังไม่ได้วิเคราะห์ กับที่วิเคราะห์แล้ว ที่มีต่อวิชาต่างๆ ในกลุ่มตัวอย่างนักเรียนมัธยมแบบประสม**. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม.(วัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ : วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- วีรยุทธ วิเชียรโชติ และนวลเพ็ญ วิเชียรโชติ. (2524). **จิตวิทยาการเรียนการสอนจริยศึกษาแบบสืบสวนสอบสวน**. ม.ป.พ.
- วีระ ตันตระกุล และปรีชา นิพนธ์พิทยา.(2533). **บันไดสู่ความก้าวหน้าของข้าราชการครู กทม**. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- ศรีทอง มีทาทอง. (2534). **การทดลองวิธีสอนคณิตศาสตร์ที่มีกระบวนการสร้างความคิดรวบยอดในเรื่องโจทย์ปัญหาการคูณ การหารของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2**. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม.(การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมชาย ชูชาติ.(2538). **เอกสารคำสอนวิชา ศษ 361 วิธีสอนทั่วไป**. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สมเกียรติ ปติฐพร.(2525). **การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์**. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สิริพร ทิพย์คง. (2533). **ทฤษฎีและวิธีสอนวิชาคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- สิริมา สาระพล. (2547). **การพัฒนาชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบบูรณาการโดยการใช้ตัวแทน**. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- สิริลักษณ์ วงศ์เพชร. (2542). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการสอนแบบสืบสวนสอบสวนกับการสอนตามคู่มือครู. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุชา จันทน์เอม.(2531). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จรัญสนิทวงศ์.
- สุชีรา เกียรติกังวาน.(2531). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการสร้างความคิดรวบยอดด้านถ้อยคำและความคงทนในการเรียนรู้ กลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนตามวิธีสอนด้วยแบบฝึกสร้างความคิดรวบยอด และวิธีสอนในแผนการสอนของกระทรวงศึกษาธิการ. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม.(การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุนีย์ เหมาะประสิทธิ์. (2533). การพัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด.(การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุภาพร บุญหนัก. (2544). การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุรัชย์ ขวัญเมือง. (2522). วิธีสอนและการวัดผลวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา. กรุงเทพฯ : เทพนิมิตรการพิมพ์.
- สุรียา รัตนพลที. (2545). ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและจัดหมู่ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดเบญจมบพิตร. สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุวิทย์ มูลคำและอรทัย มูลคำ. (2545). 20 วิธีจัดการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาคุณธรรมจริยธรรม ค่านิยมและการเรียนรู้โดยการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ภาพพิมพ์.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2547). แนวปฏิบัติเกี่ยวกับการใช้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ : สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา.

- เสรีศักดิ์ สุรวัลลภ. (2533?). เอกสารประกอบการสอนวิชา มย 311 : การมัธยมศึกษา.
กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- เสาวณีย์ ลีขาบัณฑิต. (2528). เทคโนโลยีทางการศึกษา. สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า
พระนครเหนือ. กรุงเทพฯ : สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.
- ไสว พักขาว. (2544). หลักการสอนสำหรับการเป็นครูมืออาชีพ. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์เอมพันธ์.
หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ. (2527). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนมัธยมศึกษาสังกัดกรม
สามัญศึกษาทั่วประเทศ. วารสารการวัดผลการศึกษา. กรุงเทพฯ : กรมสามัญศึกษา.
ถ่ายเอกสาร.
- อรอุมา ไชโยธา. (2547). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยตนเองแบบสืบสวน
สอบสวนที่ใช้การ์ตูนประกอบ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.
สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อัจฉราพรรณ เกิดแก้ว. (2524). การเปรียบเทียบมโนทัศน์ขั้นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ด้วยชุดสื่อ
การสอนและการบรรยายสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ ค.ม.
(การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
ถ่ายเอกสาร.
- อาคม จันทสุนทร. (2522). ความคิดรวบยอดและหลักการ. คู่มือปริทัศน์ หน้า 47 – 50.
- อำนาจ เชื้อบ่อคา. (2547). ผลของการใช้โปรแกรม GSP ประกอบการเรียนการสอนวิชา
คณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา).
กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- Ausubel, D.P. (1968). Educational Psychology : A Cognitive View. New York : Holt , Rinehart
& Winston.
- Awodi, Haus O. (1984, December). A Comparative Study of Teaching Science (Biology) as
Inquiry Versus Traditional Didactic Approach in Nigerian Secondary Schools
(Volumes I and II). Dissertation Abstracts International. 45(06) : 1707 – A.
- Bell, Frederick H. (1978). Teaching and Learning Mathematics (in Secondary). Dubuque
Iowa : Wm. C. Brown Company Publishers.
- (1981). Teaching and Learning Mathematics. Dubuque, Iowa : Wm. C. Brown
Company Publishers.

- Brawley, Oletha Daniels. (1975, January). A Study to Evaluate the Effects of Using Multimedia Instructional Modules to Teach Time – Telling to Retarded Learners. **Dissertation Abstracts International**. 35(5) : 4280 – A.
- Brown, Elizabeth M. & Jones , Elizabeth. (2005, December). Understanding Conic Sections Using Alternate Graph Paper. **The Mathematics Teacher**. 99(5) : 322 – 327.
- Brown, W.F. & Holtzman , W.H. (1976). **SSHA Manual of Study Habits and Attitude**. New York : Psychological Corporation.
- Callahan, Joseph F., et al. (1998). **Teaching in Middle and Secondary Schools**. 3rd ed. U.S.A.: Macmillan.
- Carin, Arthur. (1993). **Teaching Science Through Discovery**. 7th ed. U.S.A.: Macmillan.
- Carroll, John B. (1963, May). A Model of School Learning. **Teachers College Record**. 64(2) : 723 – 733.
- Cliburn, J.W. (1986, April). Using Concept Maps to Sequence Instructional Materials. **Journal of College Science Teaching**. 15 : 337 – 379.
- De Cecco, John P. & Crawford, William R. (1974). **The Psychology of Learning and Instruction**. Englewood Cliffs, N.J. Prentice – Hall, Inc.
- Deighan, William Patrick. (1971, January). An Examination of the Relationship between Teachers' Attitudes towards Arithmetic and the Attitudes of Their Students towards Arithmetic. **Dissertation Abstracts International**. 31 : 3333 – A.
- Duane, Jame E. (1973). **Individualized Instruction Program Materials**. Englewood.Cliffs , N.J. : Educational Technology Publication.
- Edwards, C.H.(1975, February). Changing Teacher Behavior Through Self – Instruction and Supervised Micro Teaching in a Competency Based Program ; **The Journal of Education Research** . 68(6) : 219 – 222.
- Eggen, Paul D. (1994). **Educational Psychology : Classroom Connections**. New York : Merrill.
- Finn. Kelly F., et al. (2003, August). Teacher Variables That Relate to Student Achievement When Using a Standards – Based Curriculum. **Journal for Research in Mathematics Education**. 34(3) : 228 – A.

- Flores , Alfinio. (1997, January). Curves as Envelopes with the Geometer's Sketchpad. **Mathematics and Computer Education**. 31 : 56 – 65.
- Galindo, Enrique. (1998, January). Assessing Justification and Proof in Geometry Classes Taught Using Dynamic Software. **The Mathematics Teacher**. 91(1) : 76 – 82.
- Good, Carter Victor. (1973). **Dictionary of Education**. New York : McGraw – Hill Book.
- Huang, W. (1991, September). Concept – Mapping and Chemistry Achievement, Integrated Science Process Skills, Logical Thinking Abilities, and Gender at Teaching College in Taiwan. **Dissertation Abstracts International**. 52(1) : 870 – A.
- Kapfer, P.G. & Kapfer, B.M. (1972). **Learning Package in American Education** .Englewood. Cliffs , N.T. : Education Techology Publication.
- Kemp, J.E. & Dayton , D.K. (1985). **Planning and Producing Instructional Media** , 5th ed. New York : Harper and Row.
- Key Curriculum Press. (2001). **The Geometer's Sketchpad: Version 4 Reference Manual**. Berkeley, CA : Key Curriculum Press.
- Lester, Margaret Lynn. (1996, December). The Effects of The Geometer's Sketchpad Software on Achievement of Geometric Knowledge of High School Geometry Students. **Dissertation Abstracts International**. 57(6) : 2343 – A.
- Maria, Carl J. (1981, August). An Evaluation of the Effectiveness of the Use of Inquiry Instruction to Foster Creativity in Intermediate Grade Students. **Dissertation Abstracts International**. 42(02) : 642 – A.
- Martorella, Peter H. (1972). **Concept – Learning Designs for Instruction**. Copyright by International Textbook Company.
- Mason, Ralph T. (1997, January). Learning Algebra Personally (Ninth – Grade , Small Group Inquiry). **Dissertation Abstracts online**. 58(1) : 9 – A.
- Moore, Kenneth D. & Quinn, Cheri. (1994). **Secondary Instructional Method**. Wm.C.Brown : Communications.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). Commission on Standards for School Mathematics. **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics**. Reston, VA : NCTM.

- Platten, M. (1991, March). Teaching Concepts and Skills of Thinking Simultaneously. **The Annual Conference of the National Art Education Association Atlanta**. 19 : 20 – 24.
- Prescott, Daniel A. (1961). Report of Conference on Child Study. **Educational Bulletin**. Faculty of Education. Bangkok : Chulalongkorn University.
- Rawat , D.S. ; & Gupta , S.L. (1970). Education Wastage at the Primary Level. **A Handbook For Teachers**. New Delhi : S.K. Kitchula at Nalanda Press.
- Reys Robert., et al. (2003, August). Assessing the Impact of Standards – Based Middle Grades Mathematics Curriculum Materials on Student Achievement. **Journal for Research in Mathematics Education**. 34(1) : 74 – A.
- Riordan, Julie E. and Noyce , Pendred E. (2001, April). The Impacts of Standards – Based Mathematics Curricula on Student Achievement in Massachusetts. **Journal for Research in Mathematics Education**. 32(4) : 368 – A.
- Russell, D.H. (1965). **Children's Thinking**. Boston : Ginne and Company.
- Schoenfeld, A.H. (1989). Teaching Mathematical Thinking and Problems Solving. In L.B. Resneck and L.E. Klover (Eds.), **Toward the Thinking Curriculum : Current Cognitive Research**. (1989, Yearbook of the Association for Supervision and Curriculum Development). 83 – 103. ASCD.
- Shilgalis, Thomas W. (1998, February). Finding Buried Treasure – An Application of The Geometer's Sketchpad. **The Mathematics Teacher**. 91(2) : 162 – 165.
- Thomson, Heather Anne. (2000). Investigating and Representing Inquiry in a College Mathematics Course. **Dissertation Abstracts online**. 39(3) : 61 – 10B.
- Vivas, David A. (1985, September). The Design and Evaluation of a Course in Thinking Operation for First Graders in Venezuela. **Dissertation Abstracts International**. 46(3) : 603 – A.
- Wilson, James W. (1971). "Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics" **Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning**. Edited by Benjation S. Bloom. U.S.A. : Mc Graw – Hill.
- Wilson, Cynthia Louise. (1989, August). An Analysis of a Direct Instruction Produce in Teaching Word Problem – Solving to Learning Disabled Students. **Dissertation Abstracts International**. 50 (02A) : 416.

Yore, L.D. (1984, October). The Effects of Cognitive Development and Elementary Students' Science Achievement for Structured Inductive and Semi – Deductive Inquiry Strategies. *Journal of Research in Science Teaching*. 34(6) : 745 – 753.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

1. ค่าดัชนีสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบสอบกับจุดประสงค์ (IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 40 ข้อ
2. ค่าดัชนีสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบสอบกับจุดประสงค์ (IOC) ของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 10 ข้อ
3. ตารางค่าความยาก (p) , ค่าอำนาจจำแนก (r) และผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการใช้โปรแกรมตรวจและวิเคราะห์ข้อสอบ System Items Analysis (SIA)
4. ตารางค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีของวิทนีย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
5. ตารางค่า $\sum X_i$, ค่า $\sum X_i^2$ และค่า S_i^2 ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α -coefficient) ของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตาราง 5 ค่าดัชนีสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบสอบกับจุดประสงค์ (IOC) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 40 ข้อ

ข้อที่	ความคิด เห็นผู้เชี่ยวชาญ			IOC	การ พิจารณา	ข้อที่	ความคิด เห็นผู้เชี่ยวชาญ			IOC	การ พิจารณา
	1	2	3				1	2	3		
1	1	1	1	1	ใช้ได้	21	1	1	1	1	ใช้ได้
2	1	1	1	1	ใช้ได้	22	1	1	1	1	ใช้ได้
3	1	1	0	.67	ใช้ได้	23	1	1	1	1	ใช้ได้
4	1	1	0	.67	ใช้ได้	24	1	1	1	1	ใช้ได้
5	1	1	0	.67	ใช้ได้	25	1	1	0	.67	ใช้ได้
6	1	1	0	.67	ใช้ได้	26	1	1	1	1	ใช้ได้
7	1	1	0	.67	ใช้ได้	27	1	1	1	1	ใช้ได้
8	1	1	0	.67	ใช้ได้	28	1	1	0	.67	ใช้ได้
9	1	1	1	1	ใช้ได้	29	1	1	1	1	ใช้ได้
10	1	1	1	1	ใช้ได้	30	1	1	1	1	ใช้ได้
11	1	1	1	1	ใช้ได้	31	1	1	1	1	ใช้ได้
12	1	1	1	1	ใช้ได้	32	1	1	1	1	ใช้ได้
13	1	1	1	1	ใช้ได้	33	1	1	1	1	ใช้ได้
14	1	1	1	1	ใช้ได้	34	1	1	1	1	ใช้ได้
15	1	1	0	.67	ใช้ได้	35	1	1	1	1	ใช้ได้
16	1	1	0	.67	ใช้ได้	36	1	1	1	1	ใช้ได้
17	1	1	1	1	ใช้ได้	37	1	1	1	1	ใช้ได้
18	1	1	1	1	ใช้ได้	38	1	1	1	1	ใช้ได้
19	1	1	1	1	ใช้ได้	39	1	1	1	1	ใช้ได้
20	1	1	0	.67	ใช้ได้	40	1	1	1	1	ใช้ได้

ตาราง 6 ค่าดัชนีสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบสอบกับจุดประสงค์ (IOC) ของแบบทดสอบวัด
ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 10 ข้อ

ข้อที่	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			IOC	การพิจารณา
	1	2	3		
1	1	1	1	1	ใช้ได้
2	1	1	1	1	ใช้ได้
3	1	1	1	1	ใช้ได้
4	1	1	1	1	ใช้ได้
5	1	1	1	1	ใช้ได้
6	1	1	1	1	ใช้ได้
7	1	1	1	1	ใช้ได้
8	1	1	1	1	ใช้ได้
9	1	1	1	1	ใช้ได้
10	1	1	1	1	ใช้ได้

ตาราง 7 ผลการวิเคราะห์ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 40 ข้อ โดยใช้โปรแกรมตรวจและวิเคราะห์ข้อสอบ System Items Analysis (SIA)

ข้อที่	p	r	การพิจารณา	ข้อที่	p	r	การพิจารณา
1	.56	.86	คัดเลือกไว้	21	.50	.79	คัดเลือกไว้
2	.86	.29	ตัดทิ้ง	22	.50	.43	ตัดทิ้ง
3	.54	.93	คัดเลือกไว้	23	.48	.07	ตัดทิ้ง
4	.84	.21	ตัดทิ้ง	24	.48	.86	คัดเลือกไว้
5	.64	.79	คัดเลือกไว้	25	.54	.64	ตัดทิ้ง
6	.56	.65	คัดเลือกไว้	26	.52	.79	คัดเลือกไว้
7	.74	.29	ตัดทิ้ง	27	.46	.75	คัดเลือกไว้
8	.58	.14	ตัดทิ้ง	28	.80	.07	ตัดทิ้ง
9	.54	.88	คัดเลือกไว้	29	.44	.86	คัดเลือกไว้
10	.50	.82	คัดเลือกไว้	30	.40	.82	คัดเลือกไว้
11	.72	.14	ตัดทิ้ง	31	.46	.12	ตัดทิ้ง
12	.56	.93	คัดเลือกไว้	32	.58	.14	ตัดทิ้ง
13	.50	.79	คัดเลือกไว้	33	.52	.21	ตัดทิ้ง
14	.44	.07	ตัดทิ้ง	34	.44	.86	คัดเลือกไว้
15	.54	.14	ตัดทิ้ง	35	.44	.75	คัดเลือกไว้
16	.46	.07	ตัดทิ้ง	36	.62	.14	ตัดทิ้ง
17	.50	.79	คัดเลือกไว้	37	.50	.93	คัดเลือกไว้
18	.42	.71	คัดเลือกไว้	38	.62	.21	ตัดทิ้ง
19	.58	.07	ตัดทิ้ง	39	.70	.07	ตัดทิ้ง
20	.32	.12	ตัดทิ้ง	40	.50	.88	คัดเลือกไว้

วิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามสูตร KR 20 โดยใช้โปรแกรมตรวจและวิเคราะห์ข้อสอบ System Items Analysis (SIA) ได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.88

ตาราง 8 ผลการวิเคราะห์ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัด
ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 10 ข้อ

ข้อที่	P_E	D	การพิจารณา
1	.78	.42	ตัดทิ้ง
2	.75	.49	คัดเลือกไว้
3	.70	.56	ตัดทิ้ง
4	.67	.67	คัดเลือกไว้
5	.62	.71	ตัดทิ้ง
6	.59	.75	คัดเลือกไว้
7	.56	.76	ตัดทิ้ง
8	.51	.74	คัดเลือกไว้
9	.48	.70	ตัดทิ้ง
10	.45	.73	คัดเลือกไว้

ตาราง 9 ค่า $\sum X_i$, ค่า $\sum X_i^2$, ค่า S_i^2 และค่าความเชื่อมั่น (α -coefficient) ของแบบทดสอบวัด
ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย จำนวน 5 ข้อ

ข้อที่	$\sum X_i$	$\sum X_i^2$	S_i^2
1	235	609	0.59
2	203	479	0.68
3	184	420	0.84
4	161	349	0.91
5	145	299	0.91
			$\sum S_i^2 = 3.93$

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย สามารถคำนวณได้ ดังนี้

เนื่องจาก $K = 5$; $\sum S_i^2 = 3.93$ และ $S_x^2 = 14.51$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad \alpha &= \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s_x^2} \right\} \\ &= \frac{5}{5-1} \left\{ 1 - \frac{3.93}{14.51} \right\} \\ &= \frac{5}{4} (1 - 0.27) \\ &= \frac{5}{4} (0.73) \\ &= 0.91 \end{aligned}$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	K	แทน	จำนวนข้อสอบ
	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบแต่ละข้อ
	s_x^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

ภาคผนวก ข

1. ตารางค่าประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย
2. ตารางคะแนนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
3. ตารางคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
4. ตารางค่า X และค่า X^2 ที่ใช้ในการหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบหลังการทดลองของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "ภาคตัดกรวย" ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตาราง 10 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP

ชุดที่ 1 เรื่อง การเลื่อนขนานของแกน

คนที่	คะแนนของ แบบฝึกหัด (7 คะแนน)	คะแนนของ แบบทดสอบ (14 คะแนน)	คนที่	คะแนนของ แบบฝึกหัด (7 คะแนน)	คะแนนของ แบบทดสอบ (14 คะแนน)
1	6	14	21	7	14
2	7	14	22	7	14
3	7	14	23	5	12
4	7	13	24	5	13
5	5	12	25	6	14
6	6	13	26	4	10
7	7	14	27	6	10
8	7	14	28	5	11
9	5	10	29	7	13
10	7	14	30	6	14
11	7	12	31	7	14
12	4	10	32	5	14
13	5	14	33	4	8
14	7	14	34	7	13
15	7	14	35	7	12
16	6	13	36	6	14
17	6	14	37	7	14
18	7	14	38	7	14
19	3	8	39	7	14
20	6	12	40	6	13
รวม				243	512

$$E_1 = \frac{\sum X}{N} \times 100 = \frac{243}{40} \times 100 = 86.79 \quad , \quad E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100 = \frac{512}{14} \times 100 = 91.43$$

ตาราง 11 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP
ชุดที่ 2 เรื่อง วงกลม

คนที่	คะแนนของ แบบฝึกหัด (16 คะแนน)	คะแนนของ แบบทดสอบ (20 คะแนน)	คนที่	คะแนนของ แบบฝึกหัด (16 คะแนน)	คะแนนของ แบบทดสอบ (20 คะแนน)
1	14	17	21	16	20
2	16	20	22	15	18
3	16	18	23	10	16
4	15	18	24	13	18
5	12	16	25	16	20
6	12	17	26	8	14
7	16	20	27	12	17
8	16	18	28	11	17
9	13	16	29	15	20
10	13	15	30	15	19
11	14	18	31	16	20
12	10	15	32	10	18
13	12	17	33	9	16
14	16	20	34	16	20
15	16	20	35	14	18
16	10	16	36	14	20
17	14	14	37	16	20
18	16	19	38	14	17
19	9	15	39	15	20
20	12	18	40	14	18
รวม				541	713

$$E_1 = \frac{\sum X}{N} \times 100 = \frac{541}{40} \times 100 = 84.53 \quad , \quad E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100 = \frac{713}{20} \times 100 = 89.13$$

ตาราง 12 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP
ชุดที่ 3 เรื่อง พหุคูณ

คนที่	คะแนนของ แบบฝึกหัด (14 คะแนน)	คะแนนของ แบบทดสอบ (20 คะแนน)	คนที่	คะแนนของ แบบฝึกหัด (14 คะแนน)	คะแนนของ แบบทดสอบ (20 คะแนน)
1	13	18	21	14	19
2	14	20	22	14	20
3	13	19	23	11	17
4	14	18	24	12	18
5	12	17	25	14	17
6	14	18	26	9	15
7	14	20	27	13	19
8	12	16	28	12	18
9	12	18	29	14	20
10	11	17	30	13	17
11	13	18	31	14	19
12	10	14	32	10	16
13	11	16	33	8	13
14	14	20	34	14	20
15	13	18	35	12	18
16	9	14	36	13	18
17	12	18	37	14	20
18	13	20	38	12	16
19	11	16	39	13	18
20	13	18	40	12	16
รวม				496	707

$$E_1 = \frac{\sum X}{N} \times 100 = \frac{496}{40} \times 100 = 88.57 \quad , \quad E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100 = \frac{707}{80} \times 100 = 88.38$$

ตาราง 13 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP
ชุดที่ 4 เรื่อง วงรี

คนที่	คะแนนของ แบบฝึกหัด (14 คะแนน)	คะแนนของ แบบทดสอบ (20 คะแนน)	คนที่	คะแนนของ แบบฝึกหัด (14 คะแนน)	คะแนนของ แบบทดสอบ (20 คะแนน)
1	12	18	21	14	18
2	14	18	22	14	19
3	12	17	23	11	16
4	14	18	24	12	16
5	12	15	25	14	19
6	14	17	26	9	13
7	14	20	27	13	18
8	12	16	28	12	15
9	12	18	29	14	20
10	11	16	30	13	16
11	13	19	31	14	17
12	10	15	32	10	15
13	11	17	33	8	10
14	14	20	34	14	19
15	13	19	35	12	17
16	9	12	36	13	19
17	12	15	37	14	20
18	13	18	38	12	15
19	11	17	39	13	17
20	13	18	40	12	16
รวม				494	678

$$E_1 = \frac{\sum X}{N} \times 100 = \frac{494}{40} \times 100 = 88.21 \quad , \quad E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100 = \frac{678}{40} \times 100 = 84.75$$

ตาราง 14 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP
ชุดที่ 5 เรื่อง ไฮเพอร์โบลา

คนที่	คะแนนของ แบบฝึกหัด (14 คะแนน)	คะแนนของ แบบทดสอบ (20 คะแนน)	คนที่	คะแนนของ แบบฝึกหัด (14 คะแนน)	คะแนนของ แบบทดสอบ (20 คะแนน)
1	10	16	21	13	18
2	11	16	22	14	20
3	9	14	23	10	16
4	12	18	24	11	16
5	10	15	25	12	18
6	14	17	26	10	14
7	14	18	27	12	15
8	10	14	28	12	16
9	12	17	29	14	18
10	10	14	30	10	14
11	14	19	31	14	16
12	8	12	32	10	14
13	10	16	33	8	12
14	14	18	34	12	18
15	12	17	35	11	16
16	7	10	36	13	18
17	12	14	37	14	18
18	11	16	38	11	14
19	10	15	39	12	16
20	12	18	40	12	15
รวม				457	636

$$E_1 = \frac{\sum X}{N} \times 100 = \frac{457}{40} \times 100 = 81.61 \quad , \quad E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100 = \frac{636}{40} \times 100 = 79.50$$

ตาราง 15 คะแนนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 43 คน (คะแนนเต็ม 15 คะแนน)

นักเรียนคนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน	D	D ²
1	3	12	9	81
2	3	9	6	36
3	6	15	9	81
4	2	9	7	49
5	4	12	8	64
6	3	10	7	49
7	5	13	8	64
8	6	15	9	81
9	3	13	10	100
10	2	10	8	64
11	3	15	12	144
12	6	15	9	81
13	5	15	10	100
14	5	14	9	81
15	2	9	7	49
16	6	12	6	36
17	3	12	9	81
18	3	9	6	36
19	4	10	6	36
20	5	15	10	100
21	3	12	9	81
22	3	12	9	81

ตาราง 15 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน	D	D ²
23	6	15	9	81
24	2	12	10	100
25	5	14	9	81
26	6	15	9	81
27	3	9	6	36
28	3	10	7	49
29	7	15	8	64
30	6	15	9	81
31	5	12	7	49
32	6	12	6	36
33	3	9	6	36
34	3	9	6	36
35	2	9	7	49
36	5	13	8	64
37	7	15	8	64
38	4	12	8	64
39	6	13	7	49
40	3	12	9	81
41	6	15	9	81
42	6	14	8	64
43	3	10	7	49
			$\sum D = 346$	$\sum D^2 = 2,870$

การวิเคราะห์ข้อมูลวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานข้อที่ 1 คือ t - test Dependent

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N \sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}}$$

$$t = \frac{346}{\sqrt{\frac{43(2,870) - (346)^2}{43-1}}}$$

$$t = \frac{346}{\sqrt{\frac{123,410 - 119,716}{42}}}$$

$$t = \frac{346}{9.38}$$

$$t = 36.89$$

(เปิดตาราง จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t ที่ระดับนัยสำคัญ .01

เมื่อ $df = 43 - 1 = 42$ และจากการเทียบจะได้ค่า $t = 2.423$)

ตาราง 16 คะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 43 คน (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

นักเรียนคนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน	D	D ²
1	5	17	12	144
2	6	18	12	144
3	5	14	9	81
4	3	12	9	81
5	4	14	10	100
6	4	15	11	121
7	5	14	9	81
8	5	16	11	121
9	3	13	10	100
10	4	15	11	121
11	6	19	13	169
12	7	20	13	169
13	6	18	12	144
14	4	13	9	81
15	3	11	8	64
16	6	17	11	121
17	4	16	12	144
18	5	15	10	100
19	5	14	9	81
20	6	18	12	144
21	4	14	10	100
22	4	15	11	121

ตาราง 16 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน	D	D ²
23	8	20	12	144
24	3	12	9	81
25	5	16	11	121
26	7	18	11	121
27	2	13	11	121
28	3	13	10	100
29	7	16	9	81
30	7	15	8	64
31	4	15	11	121
32	6	17	11	121
33	2	12	10	100
34	4	15	11	121
35	3	13	10	100
36	5	14	9	81
37	7	17	10	100
38	4	13	9	81
39	5	15	10	100
40	4	12	8	64
41	7	16	9	81
42	6	16	10	100
43	4	15	11	121
			$\sum D = 444$	$\sum D^2 = 4,656$

การวิเคราะห์ข้อมูลวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานข้อที่ 2 คือ t - test Dependent

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N \sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}}$$

$$t = \frac{444}{\sqrt{\frac{43(4,656) - (444)^2}{43-1}}}$$

$$t = \frac{444}{\sqrt{\frac{200,208 - 197,136}{42}}}$$

$$t = \frac{444}{8.55}$$

$$t = 51.93$$

(เปิดตาราง จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t ที่ระดับนัยสำคัญ .01

เมื่อ $df = 43 - 1 = 42$ และจากการเทียบจะได้ค่า $t = 2.423$)

ตาราง 17 คะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการสอนด้วย
ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 43 คน (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

นักเรียนคนที่	คะแนนหลังเรียน (X)	X^2
1	17	289
2	18	324
3	14	196
4	12	144
5	14	196
6	15	225
7	14	196
8	16	256
9	13	169
10	15	225
11	19	361
12	20	400
13	18	324
14	13	169
15	11	121
16	17	289
17	16	256
18	15	225
19	14	196
20	18	324
21	14	196
22	15	225

ตาราง 17 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนหลังเรียน (X)	X^2
23	20	400
24	12	144
25	16	256
26	18	324
27	13	169
28	13	169
29	16	256
30	15	225
31	15	225
32	17	289
33	12	144
34	15	225
35	13	169
36	14	196
37	17	289
38	13	169
39	15	225
40	12	144
41	16	256
42	16	256
43	15	225
	$\sum X = 651$	$\sum X^2 = 10,061$

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบหลังการทดลองของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ภาคตัดกรวย” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum X}{N} \\ &= \frac{651}{43} \\ &= 15.14\end{aligned}$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบหลังการทดลองของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ภาคตัดกรวย” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

$$\begin{aligned}S &= \sqrt{\frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{43(10,061) - (651)^2}{43(43-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{432,623 - 423,801}{1,806}} \\ &= \sqrt{\frac{8,822}{1,806}} \\ &= 2.21\end{aligned}$$

การวิเคราะห์ข้อมูลวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ภาคตัดกรวย”
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนของกลุ่มตัวอย่าง โดยสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐานข้อที่ 3 คือ t – test
 One group

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{N}}}$$

$$t = \frac{15.14 - 13}{\frac{2.21}{\sqrt{43}}}$$

$$t = \frac{2.14}{0.34}$$

$$t = 6.29$$

(เปิดตาราง จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t ที่ระดับนัยสำคัญ .01
 เมื่อ $df = 43 - 1 = 42$ และจากการเทียบจะได้ค่า $t = 2.423$)

ภาคผนวก ค

1. แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบอัตนัย เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบปรนัย เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
3. ตัวอย่าง แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
4. ตัวอย่าง ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

8. พาราโบลาที่มีจุด $(3,4)$ เป็นจุดยอดและโฟกัสอยู่ที่จุด $(1,4)$ จะมีสมการตรงกับข้อใด

- 1) $y^2 - 6y - 6x + 8 = 0$ 2) $y^2 - 8y - 8x + 8 = 0$
 3) $y^2 - 6y + 6x - 8 = 0$ 4) $y^2 - 8y + 8x - 8 = 0$

9. กำหนดสมการ $x^2 - 10x + 8y + 73 = 0$ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก) กราฟของสมการเป็นพาราโบลาคว่ำและมีจุดยอดอยู่ที่จุด $(5,-6)$
 ข) กราฟของสมการเป็นพาราโบลาที่มีโฟกัสอยู่ที่จุด $(5,-8)$
 ค) กราฟของสมการเป็นพาราโบลาที่มีเส้นไคเรกตริกซ์ คือ $y + 4 = 0$

ข้อใดสรุปถูกต้อง

- 1) มีข้อถูก 1 ข้อ 2) มีข้อถูก 2 ข้อ
 3) ถูกทั้ง 3 ข้อ 4) ผิดทั้ง 3 ข้อ

10. ข้อใดไม่ใช่ส่วนประกอบของพาราโบลาที่เป็นกราฟของสมการ $y^2 - 4y - 4x = 0$

- 1) โฟกัสอยู่ที่จุด $(0,2)$ 2) แกนพาราโบลา คือ $y - 2 = 0$
 3) จุดยอดอยู่ที่จุด $(-1,2)$ 4) ไคเรกตริกซ์ คือ $x - 2 = 0$

11. วงรีที่มีจุด $(4,0)$ และ $(-4,0)$ เป็นจุดยอด มีโฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่ $(3,0)$ จะมีสมการตรงกับข้อใด

- 1) $7x^2 + 16y^2 = 112$ 2) $7x^2 + 14y^2 = 98$
 3) $16x^2 + 7y^2 = 112$ 4) $14x^2 + 7y^2 = 98$

12. วงรีที่มีจุดยอดจุดหนึ่งอยู่ที่ $(2,8)$ โฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่ $(2,-2)$ และมีจุด $(2,2)$ เป็นจุดศูนย์กลาง จะมีสมการตรงกับข้อใด

- 1) $9x^2 + 5y^2 - 45x + 20y - 124 = 0$ 2) $4x^2 + 5y^2 - 16x + 20y - 64 = 0$
 3) $9x^2 + 5y^2 - 36x - 20y - 124 = 0$ 4) $4x^2 + 5y^2 - 20x - 20y - 64 = 0$

13. กำหนดสมการ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก) กราฟของสมการเป็นวงรีที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด $(3,0)$ กับ $(-3,0)$
 ข) กราฟของสมการเป็นวงรีที่มีจุดปลายแกนโทอยู่ที่จุด $(\sqrt{3}, 0)$ กับ $(-\sqrt{3}, 0)$
 ค) กราฟของสมการเป็นวงรีที่มีโฟกัสอยู่ที่จุด $(\sqrt{6}, 0)$ กับ $(-\sqrt{6}, 0)$

ข้อใดสรุปถูกต้อง

- 1) มีข้อถูก 1 ข้อ 2) มีข้อถูก 2 ข้อ
 3) ถูกทั้ง 3 ข้อ 4) ผิดทั้ง 3 ข้อ

14. จากสมการ $13x^2 + 9y^2 - 26x + 72y + 40 = 0$ ข้อใดกล่าวถึงส่วนประกอบของวงรีที่เป็นกราฟของสมการได้ถูกต้อง

- 1) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(4,1)$ 2) โฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่จุด $(1,2)$
 3) ความยาวแกนเอก คือ 26 หน่วย 4) สมการเส้นตรงของแกนโท คือ $y = -4$

15. ไฮเพอร์โบลาที่มีโฟกัสอยู่ที่จุด $(5,0)$ กับ $(-5,0)$ และมีจุด $(0,3)$ เป็นจุดปลายจุดหนึ่งของแกนสังยุค

จะมีสมการตรงกับข้อใด

1) $9x^2 - 16y^2 = 144$

2) $9x^2 - 25y^2 = 225$

3) $16x^2 - 9y^2 = 144$

4) $25x^2 - 9y^2 = 225$

16. ไฮเพอร์โบลาที่มีจุด $(-3,1)$ เป็นจุดศูนย์กลาง โฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่จุด $(-3,5)$ และมีจุดยอดจุดหนึ่งอยู่ที่จุด

$(-3,-1)$ จะมีสมการตรงกับข้อใด

1) $3x^2 - y^2 + 18x + 2y + 14 = 0$

2) $x^2 - 3y^2 + 6x - 6y - 6 = 0$

3) $3y^2 - x^2 - 6x - 6y - 18 = 0$

4) $y^2 - 3x^2 - 18x - 2y - 38 = 0$

17. ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถึงส่วนประกอบของไฮเพอร์โบลาที่เกิดจากสมการที่กำหนดให้ ไม่ถูกต้อง

1) $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{144} = 1$ มีแกนสังยุคยาว 24 หน่วย

2) $7x^2 - 9y^2 - 63 = 0$ มีโฟกัสอยู่ที่จุด $(4,0)$ และ $(-4,0)$

3) $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{4} = 1$ มีสมการเส้นกำกับ คือ $y = \pm \frac{5}{2}x$

4) $x^2 - 4y^2 + 8 = 0$ มีแกนตามขวาง คือ แกน X

18. จากสมการ $2x^2 - 3y^2 - 20x - 24y - 16 = 0$ ข้อใดกล่าวถึงส่วนประกอบของไฮเพอร์โบลาที่เป็น

กราฟของสมการได้ถูกต้อง

1) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(5,-4)$

2) โฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่จุด $(8,-4)$

3) แกนตามขวางยาว $2\sqrt{6}$ หน่วย

4) แกนสังยุคยาว 6 หน่วย

19. กราฟของสมการ $3x^2 - 7x + 1 = 5y + 3y^2$ ตรงกับข้อใด

1) วงกลม

2) พาราโบลา

3) วงรี

4) ไฮเพอร์โบลา

20. กราฟของสมการ $x^2 - by^2 = 1$ เมื่อ $-1 < b < 0$ ตรงกับข้อใด

1) วงกลม

2) พาราโบลา

3) วงรี

4) ไฮเพอร์โบลา

... (^_^) (^_^) (^_^) (^_^) (^_^) ...

ଉତ୍ତର

1. 2	2. 1	3. 3	4. 1
5. 4	6. 3	7. 1	8. 4
9. 3	10. 4	11. 1	12. 3
13. 2	14. 4	15. 1	16. 3
17. 4	18. 1	19. 4	20. 3

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกพิกัดของจุดเมื่อเทียบกับแกนใหม่ได้
2. เขียนกราฟโดยใช้แกนที่ได้จากการเลื่อนขนานได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการ

1. ให้เหตุผล
2. แก้ปัญหา
3. สื่อสาร/สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ

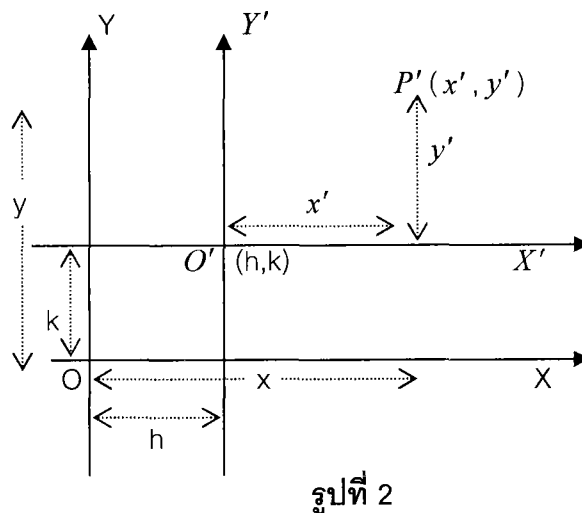
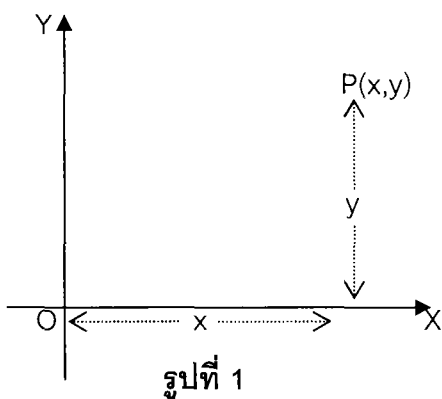
ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. ทำงานอย่างเป็นระบบ รอบคอบ
2. มีความกระตือรือร้น ใฝ่เรียนรู้
3. มีความรับผิดชอบ

2. สาระการเรียนรู้

การเลื่อนขนานของแกน (Translation of Axes)

การเลื่อนขนานของแกนนับเป็นพื้นฐานอย่างหนึ่งที่ใช้ช่วยให้การศึกษาภาคตัดกรวยทำได้ง่ายขึ้น โดยในระบบพิกัดฉาก กำหนดให้แกน X และแกน Y แทนเส้นจำนวน และตัดตั้งฉากกันที่จุด O ซึ่งมีพิกัดเป็น $(0,0)$ เพื่อใช้อ้างอิงพิกัดของจุดในระนาบ เช่น $P(x,y)$ ในรูปที่ 1 เมื่อเลื่อนแกนไปตั้งแกนใหม่ที่แกน X' และแกน Y' ตัดตั้งฉากกันที่จุด O' ซึ่งมีพิกัด (h,k) โดยแกนใหม่ขนานกับแกนเดิม ทำให้พิกัดของจุดเปลี่ยนเป็น (x', y') เมื่อเทียบกับแกนใหม่ ดังรูปที่ 2 กล่าวว่าเป็น “การเลื่อนขนานของแกน”



จากรูปที่ 2 จะได้ว่า

$$\begin{cases} x = x' + h \\ y = y' + k \end{cases}$$

หรือ

$$\begin{cases} x' = x - h \\ y' = y - k \end{cases}$$

ตัวอย่างที่ 1 ถ้าเลื่อนแกนไปโดยใช้จุด $(3, -2)$ เป็นจุดกำเนิดใหม่ จงหาพิกัดจุด $(1, 5)$, $(-2, 4)$, $(0, 7)$ และ $(-4, 0)$ เมื่อเทียบกับแกนใหม่ ตามลำดับ

วิธีทำ ถ้าจุด (x, y) เมื่อเทียบกับแกนเดิม มีพิกัดเมื่อเทียบกับแกนใหม่เป็น (x', y') จะได้

$$x' = x - 3$$

$$y' = y + 2$$

ดังนั้น พิกัดจุดดังกล่าวเทียบกับแกนใหม่ คือ $(-2, 7)$, $(-5, 6)$, $(-3, 9)$, $(-7, 2)$ ตามลำดับ

การเลื่อนขนานของแกนกับการเขียนกราฟ

กราฟของสมการบางสมการ ถ้าเขียนกราฟในระบบพิกัดฉากที่จุด $(0, 0)$ เป็นจุดกำเนิดอาจเขียนได้ยาก แต่ถ้าเลื่อนแกนไปที่ (h, k) ที่เหมาะสม และเปลี่ยนจุด $P(x, y)$ ใดๆ เป็น $P(x', y')$ โดยที่ $x' = x - h$ และ $y' = y - k$ จะทำให้สมการเทียบกับแกนใหม่มีรูปร่างง่ายต่อการเขียนกราฟ ดังตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟของ $y = |x + 2| + 1$

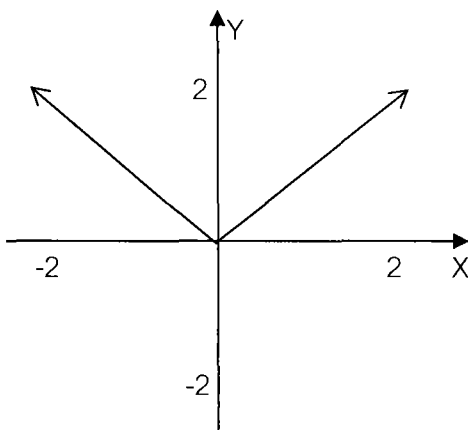
วิธีทำ จัดสมการได้เป็น $y - 1 = |x + 2|$

ถ้าให้ $x' = x + 2$ และ $y' = y - 1$

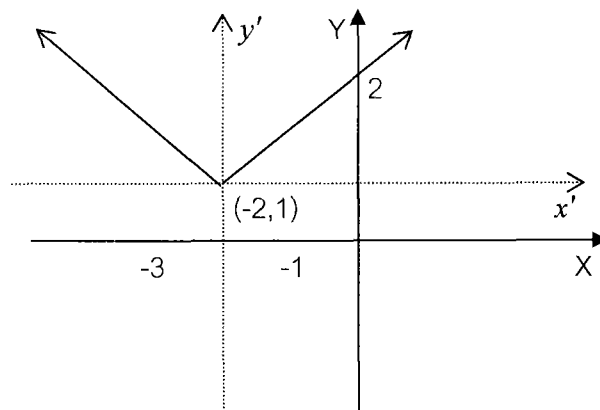
จะได้สมการเทียบกับแกนใหม่ คือ

$$y' = |x'|$$

นั่นคือ เขียนกราฟ $y = |x|$ เมื่อเลื่อนแกนไปโดยใช้จุด $(-2, 1)$ เป็นจุดกำเนิดใหม่



กราฟ $y = |x|$



กราฟ $y = |x + 2| + 1$

ตัวอย่างที่ 3 จากสมการที่กำหนด ถ้าต้องการเลื่อนแกนอ้างอิงเพื่อให้ได้สมการที่กำหนด จะเลือกจุดใดเป็นจุดกำเนิด

(1) $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 8 = 0$ ต้องการสมการในรูป $(x')^2 + (y')^2 = 9$

(2) $y = x^2 - 6x + 7$ ต้องการสมการในรูป $y' = (x')^2$

วิธีทำ (1)

$$x^2 + y^2 - 8x + 2y + 8 = 0$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 + 2y + 1 = -8 + 16 + 1$$

$$(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 9$$

ดังนั้น ต้องเลือกจุด (4,-1) เป็นจุดกำเนิดใหม่

(2)

$$y = x^2 - 6x + 7$$

$$y = x^2 - 6x + 9 - 2$$

$$y + 2 = x^2 - 6x + 9$$

$$y + 2 = (x - 3)^2$$

ดังนั้น ต้องเลือกจุด (3,-2) เป็นจุดกำเนิดใหม่

3. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นสังเกต (15 นาที)

1. ครูแจกชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ฯ หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แล้วให้นักเรียนใช้โปรแกรม GSP ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 ในข้อที่ 1 – 3

2. ในระหว่างที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในข้อที่ 3 ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนให้สังเกตถึงพิกัดของ B' ว่ามีความสัมพันธ์อย่างไรกับพิกัดของจุดกำเนิดใหม่ A และจุด B

ขั้นอธิบาย (10 นาที)

ในชุดการเรียนรู้ข้อที่ 4 ให้นักเรียนบอกว่า จากการเลื่อนขนานของแกนที่นักเรียนได้ปฏิบัติไปในข้อที่ 2 และ 3 นั้น นักเรียนได้เลือกจุด A และจุด B ไว้ที่พิกัดใด พิกัดของจุด B' คือพิกัดใดเมื่อเทียบกับแกนใหม่

ขั้นพยากรณ์ / ทดสอบ (15 นาที)

ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 ในข้อที่ 5 เพื่อตรวจสอบพิกัดของจุด B' เมื่อเทียบกับแกนใหม่ที่พิกัดต่าง ๆ

ขั้นนำไปใช้ (60 นาที)

1. จากกิจกรรมที่ได้ทำไปนั้น ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างที่ 1 เพื่อสรุปเป็นรูปแบบในการหาพิกัดของจุดเมื่อเทียบกับแกนใหม่หลังจากเกิดการเลื่อนขนานของแกน แล้วจึงทำตัวอย่างที่ 2

2. ให้นักเรียนใช้โปรแกรม GSP ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 ในข้อที่ 1 – 2 เพื่อประยุกต์ใช้การเลื่อนขนานของแกนกับการเขียนกราฟ

3. ให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 2 และ 3 แล้วทำแบบฝึกหัดที่ 1 โดยครูคอยให้คำแนะนำนักเรียนที่ยังไม่ค่อยเข้าใจ

4. ครูสุ่มให้นักเรียนออกมาแสดงวิธีการทำแบบฝึกหัดที่ 1 เป็นบางข้อ หน้าชั้นเรียน

5. ครูเฉลยแบบฝึกหัดที่ 1 พร้อมกันทั้งห้อง

6. ให้นักเรียนช่วยกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนไปอีกครั้งหนึ่ง โดยครูคอยใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสรุปหลักเกณฑ์สำคัญ ที่ได้รับจากการทำใบงานและแบบฝึกหัด หลังจากนั้นให้นักเรียนทำแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 1 เพื่อประเมินความรู้ที่ได้เรียนมา

4. สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม GSP (Geometer's Sketchpad)
2. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 1

5. การวัดและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล

- 1) สังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้
- 2) ตรวจสอบผลการทำกิจกรรมและแบบฝึกหัดที่ 1
- 3) ตรวจสอบคะแนนจากการทำแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 1

2. เครื่องมือ

- 1) แบบฝึกหัดที่ 1
- 2) แบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 1
- 3) เฉลยแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 1
- 4) แบบประเมินทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์
- 5) แบบประเมินคุณลักษณะที่พึงประสงค์

3. เกณฑ์การผ่านจุดประสงค์

- 1) มีความถี่ในการตอบคำถามและร่วมกิจกรรมร้อยละ 70 ขึ้นไป
- 2) นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกหัดที่ 1 ได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป
- 3) นักเรียนแต่ละคนทำแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 1 ได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป

6. บันทึกหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 1

1. $x' = x - h$ และ $y' = y - k$ เมื่อ $h = -3$, $k = 5$

พิกัดของ A เมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่ คือ $(3 + 3, 2 - 5) = (6, -3)$

พิกัดของ B เมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่ คือ $(-4 + 3, 1 - 5) = (-1, -4)$

พิกัดของ C เมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่ คือ $(0 + 3, 0 - 5) = (3, -5)$

พิกัดของ D เมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่ คือ $(-3 + 3, 5 - 5) = (0, 0)$

2. $x = x' + h$ และ $y = y' + k$ เมื่อ $h = 2$, $k = 4$

พิกัดของ P เมื่อเทียบกับแกนพิกัดเดิม คือ $(2 + 2, 3 + 4) = (4, 7)$

พิกัดของ Q เมื่อเทียบกับแกนพิกัดเดิม คือ $(-1 + 2, 4 + 4) = (1, 8)$

พิกัดของ R เมื่อเทียบกับแกนพิกัดเดิม คือ $(-1 + 2, -3 + 4) = (1, 1)$

พิกัดของ S เมื่อเทียบกับแกนพิกัดเดิม คือ $(8 + 2, 6 + 4) = (10, 10)$

3.	สมการเดิม	สมการใหม่	
	$2x - 3y + 9 = 0$	$2x' = 3y'$	$\therefore (h, k) = (0, 3)$
	$3x + 4y + 7 = 0$	$3x' + 4y' = 0$	$\therefore (h, k) = (-1, -1)$
	$y^2 - 4y + 2x - 6 = 0$	$(y')^2 + 2x' = 0$	$\therefore (h, k) = (5, 2)$
	$x^2 + y^2 - 8x + 6y + 24 = 0$	$(x')^2 + (y')^2 = 1$	$\therefore (h, k) = (4, -3)$
	$4x^2 - 8x + 9y^2 + 18y = 23$	$\frac{(x')^2}{9} + \frac{(y')^2}{4} = 1$	$\therefore (h, k) = (1, -1)$

เกณฑ์การให้คะแนน

1. ทำงานอย่างเป็นระบบ รอบคอบ

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	<ul style="list-style-type: none"> - มีการวางแผนการดำเนินงานอย่างเป็นระบบ - การทำงานมีครบทุกขั้นตอน ตัดขั้นตอนที่ไม่สำคัญออก - จัดเรียงลำดับความสำคัญก่อน - หลัง ถูกต้องครบถ้วน
2 ดี	<ul style="list-style-type: none"> - มีการวางแผนการดำเนินงาน - การทำงานมีครบทุกขั้นตอน แต่มีผิดพลาดบ้าง - จัดเรียงลำดับความสำคัญก่อน - หลัง ได้บางส่วน
1 พอใช้	<ul style="list-style-type: none"> - ไม่มีการวางแผนการดำเนินงานอย่างเป็นระบบ - การทำงานไม่มีขั้นตอน มีความผิดพลาดต้องแก้ไข - ไม่จัดเรียงลำดับความสำคัญ

2. มีความกระตือรือร้น ใฝ่เรียนรู้

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	<ul style="list-style-type: none"> - ลงมือปฏิบัติงานทันทีที่ได้รับมอบหมาย และปฏิบัติเอง - ปรีกษา ค้นคว้าและซักถาม รวมทั้งแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยไม่ต้องมีคนแนะนำ
2 ดี	<ul style="list-style-type: none"> - ลงมือปฏิบัติงานค่อนข้างช้า แต่พอมีเหตุผลที่พอรับฟังได้ - ปรีกษา ค้นคว้าและซักถามเสมอ แต่ไม่ทุกครั้ง
1 พอใช้	<ul style="list-style-type: none"> - ลงมือปฏิบัติงานช้ามาก ต้องมีคนคอยกระตุ้นหรือแนะนำ - นาน ๆ ครั้งจึงจะปรีกษา ค้นคว้าและซักถาม โดยมีคนคอยกระตุ้น

3. มีความรับผิดชอบ

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	<ul style="list-style-type: none"> - ส่งงานก่อนหรือตรงเวลานัดหมาย - รับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมายและปฏิบัติเองจนเป็นนิสัย และแนะนำชักชวนผู้อื่นปฏิบัติได้
2 ดี	<ul style="list-style-type: none"> - ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ได้มีการติดต่อชี้แจงกับครูผู้สอน มีเหตุผลที่รับฟังได้ - รับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมายและปฏิบัติเองจนเป็นนิสัย
1 พอใช้	<ul style="list-style-type: none"> - ส่งงานช้ากว่ากำหนด - ปฏิบัติงานโดยต้องอาศัยการชี้แนะ ตักเตือนหรือให้กำลังใจ

เกณฑ์การให้คะแนน

1. การแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาและการอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าว

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
2	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพ อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้เข้าใจชัดเจน
1	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางส่วน อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้บางส่วน
0	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ข้างต้นหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

2. การให้เหตุผล หมายถึง การอ้างอิง การเสนอแนวความคิดประกอบการตัดสินใจ

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
2	มีการอ้างอิง เสนอแนวความคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
1	มีการอ้างเหตุผลที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวความคิดประกอบการตัดสินใจ
0	ไม่มีการอ้างเหตุผลหรือแนวความคิดประกอบการตัดสินใจ

3. การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ หมายถึง การใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบ

คะแนน	ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอที่ปรากฏให้เห็น
2	ใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง และนำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนอย่างเป็นระบบ กระชับ ชัดเจน
1	ใช้ภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์บางส่วน และพยายามนำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบชัดเจนเป็นบางส่วน
0	ไม่นำเสนอเลย

4. การเชื่อมโยง หมายถึง การนำความรู้ หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์ / สาระอื่น / ชีวิตประจำวัน

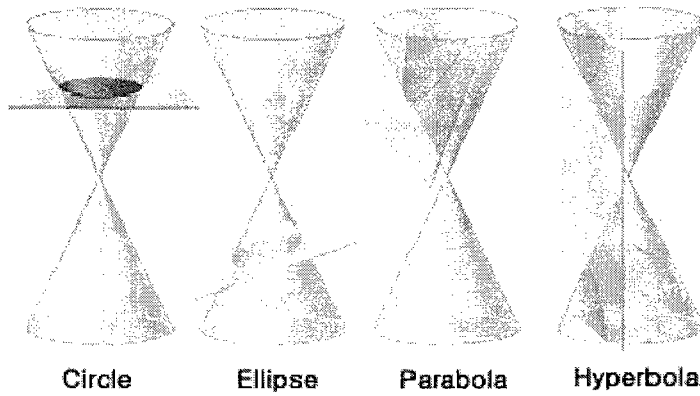
คะแนน	ความสามารถในการเชื่อมโยงที่ปรากฏให้เห็น
2	นำความรู้ หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์ / สาระอื่น / ชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา หรือประยุกต์ใช้ได้อย่างสอดคล้องเหมาะสม
1	นำความรู้ หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์ได้บางส่วน
0	ไม่มีการเชื่อมโยงกับสาระอื่นใด

5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ หมายถึง แนวคิด / วิธีการที่แปลกใหม่ สามารถนำไปปฏิบัติ

คะแนน	ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ที่ปรากฏให้เห็น
2	มีแนวคิด / วิธีการที่แปลกใหม่ สามารถนำไปปฏิบัติได้ถูกต้อง สมบูรณ์
1	มีแนวคิด / วิธีการที่ไม่แปลกใหม่ สามารถนำไปปฏิบัติได้ถูกต้อง สมบูรณ์
0	ไม่มีผลงาน

ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน
โดยใช้โปรแกรม GSP

ภาคตัดกรวย (Conic Sections)



หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

เรื่อง

การเลื่อนขนานของแกน

ชื่อ ชั้น เลขที่

**ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน
โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 1 เรื่อง การเลื่อนขนานของแกน**

**คำชี้แจง ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP
ชุดที่ 1 เรื่อง การเลื่อนขนานของแกน (ใช้เวลา 2 คาบ) มี 1 ตอน**

1. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 1 ประกอบด้วย
 - กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 การเลื่อนขนานของแกน
 - กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 การเลื่อนขนานของแกนกับการเขียนกราฟ
 - แบบฝึกหัดที่ 1
 - แบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 1

2. ให้นักเรียนศึกษาชุดการเรียนรู้นี้โดยการใช้โปรแกรม GSP ทำกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 และ 2 ตามคำแนะนำที่มีอยู่ในชุดการเรียนรู้ (ทั้งนี้ นักเรียนสามารถที่จะศึกษาวิธีการใช้เครื่องมือต่าง ๆ ของโปรแกรม GSP ได้จากคู่มือที่ได้แจกไป) เพื่อค้นหาหลักการในการเลื่อนขนานของแกน ทั้งนี้ในระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรม ถ้าหากเกิดปัญหาในการเรียนก็สามารถที่จะซักถามครูหรือเพื่อน ๆ ได้

3. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 และ 2 เสร็จแล้ว ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 โดยครูคอยให้ข้อเสนอแนะและตอบข้อซักถามนักเรียนที่ยังไม่เข้าใจ และเมื่อทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้ว ครูจึงเฉลยแบบฝึกหัดพร้อมกันทั้งห้อง

4. หลังจากนั้นให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน ชุดที่ 1 โดยใช้เวลาในการทำประมาณ 20 นาที เพื่อเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียนแต่ละคน

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 1 แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกพิกัดของจุดเมื่อเทียบกับแกนใหม่ได้
2. เขียนกราฟโดยใช้แกนที่ได้จากการเลื่อนขนานได้

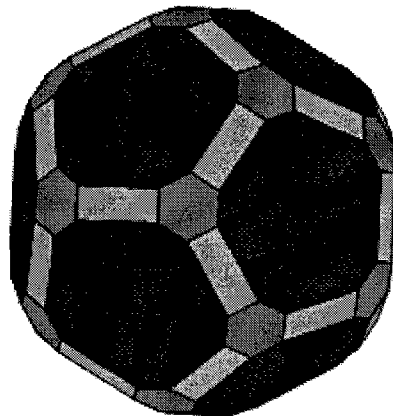
เวลาที่ใช้ 2 คาบ

สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม GSP (Geometer's Sketchpad)
2. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 1

การประเมินผลการเรียนรู้

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 1 ด้วยตนเอง เพื่อประเมินความรู้ที่ได้เรียนมา

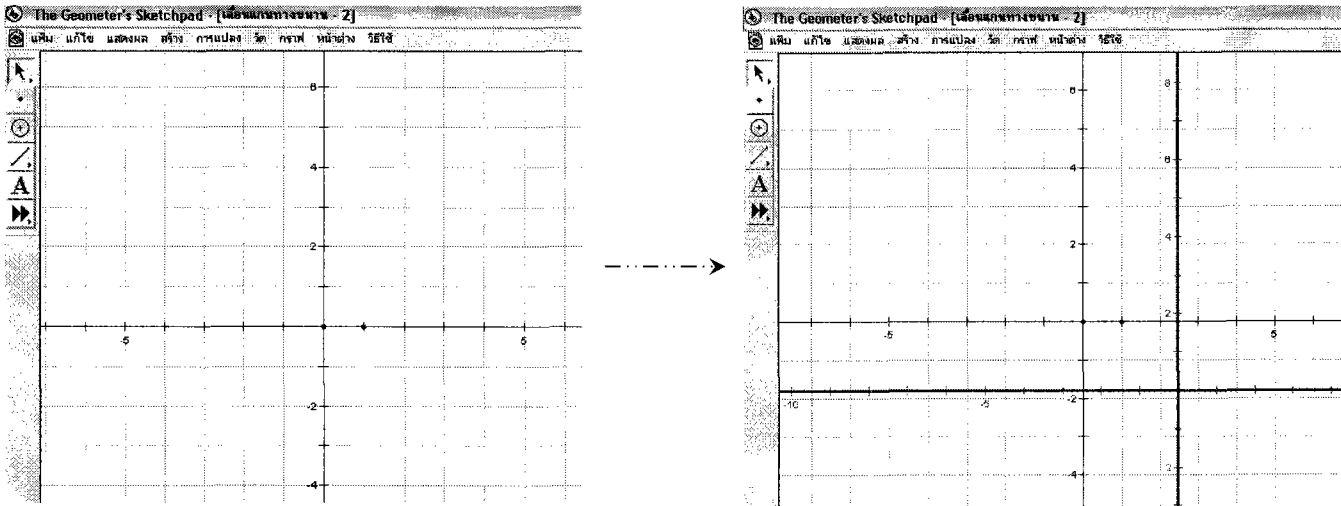


กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1

การเลื่อนขนานของแกน

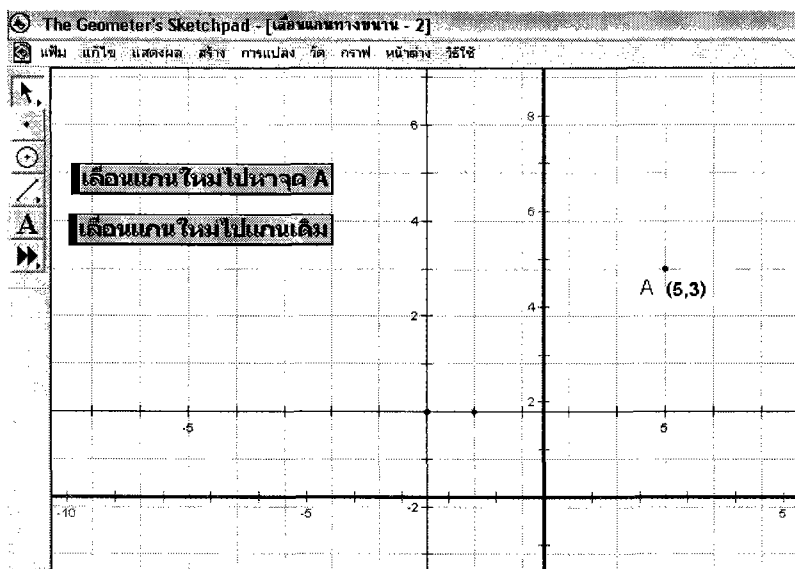
กิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม GSP

1. ให้นักเรียนใช้โปรแกรม GSP สร้างระบบพิกัดมุมฉาก โดยเลือกเมนูแล้วไปที่ กราฟ → รูปแบบกริด → กริดจัตุรัส หลังจากนั้นให้ทำการคัดลอกจุดกำเนิด แกน X และแกน Y ขึ้นมาด้วย (ทำเป็นเส้นหนาและเปลี่ยนสีเพื่อให้เกิดความแตกต่าง) ดังรูปที่ 1



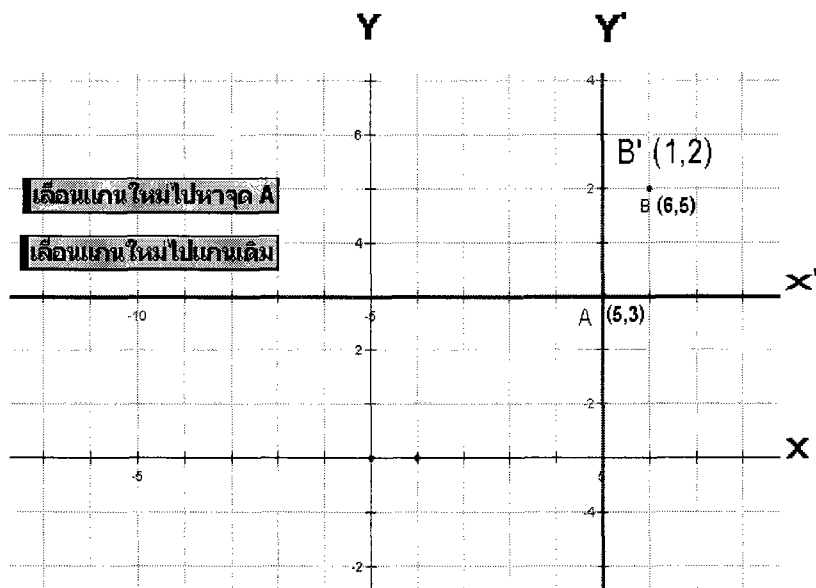
รูปที่ 1

2. ให้นักเรียนทำการสแนพจุด โดยเลือกเมนูแล้วไปที่ กราฟ → สแนพจุด จากนั้นให้ลงจุดอิสระไว้ที่พิกัดใด ๆ ก็ได้ 1 จุด พร้อมทั้งตั้งชื่อ เช่น จุด A แล้วสร้างปุ่มการเคลื่อนที่เพื่อเลื่อนจุดกำเนิด (0,0) ของแกนใหม่ไปหาจุด A ซึ่งสามารถทำได้โดยการคลิกเลือกจุดกำเนิดของแกนใหม่ก่อน แล้วจึงคลิกเลือกจุด A ตามลำดับ หลังจากนั้นเลือกเมนูแล้วไปที่ แก้ไข → ปุ่มแสดงการทำงาน → การเคลื่อนที่ ก็จะได้ปุ่มในการเคลื่อนที่ตามต้องการ และสร้างปุ่มการเคลื่อนที่เพื่อเลื่อนจุดกำเนิด (0,0) ของแกนใหม่ไปหาจุดกำเนิด (0,0) ของแกนเดิมด้วย ดังเช่นรูปที่ 2



รูปที่ 2

3. ให้นักเรียนกดปุ่ม “เลื่อนแกนใหม่ไปแกนเดิม” ก่อน หลังจากนั้นให้ลงจุดอิสระไว้ที่พิกัดใด ๆ ก็ได้ 1 จุด (ที่ไม่ตรงกับจุด A) พร้อมทั้งตั้งชื่อ เช่น จุด B และใช้คำสั่งในโปรแกรมอ่านพิกัดที่ได้ลงไว้ จากนั้นจึงกดปุ่ม “เลื่อนแกนใหม่ไปหาจุด A” แล้วอ่านพิกัดของจุด B เมื่อเทียบกับแกนใหม่ เช่นตัวอย่างรูปที่ 3



รูปที่ 3

4. จากการเลื่อนขนานของแกนที่นักเรียนได้ปฏิบัติไปในข้อที่ 2 และ 3 นักเรียนได้เลือกจุด A คือ และจุด B คือ และถ้าจุด B' คือ จุด B เมื่อใช้แกนใหม่เป็นแกนอ้างอิงแล้วพิกัดของ B' คือ

5. ให้นักเรียนกดปุ่ม “เลื่อนแกนใหม่ไปแกนเดิม” อีกครั้ง แล้วเปลี่ยนพิกัดของจุด A และจุด B ใหม่ จากนั้นจึงกดปุ่ม “เลื่อนแกนใหม่ไปหาจุด A” แล้วอ่านพิกัดของจุด B เมื่อเทียบกับแกนใหม่ (พิกัดของ B') โดยให้ทำหลายครั้ง เช่น

จุด A คือ และจุด B คือ แล้วพิกัดของจุด B' คือ

จุด A คือ และจุด B คือ แล้วพิกัดของจุด B' คือ

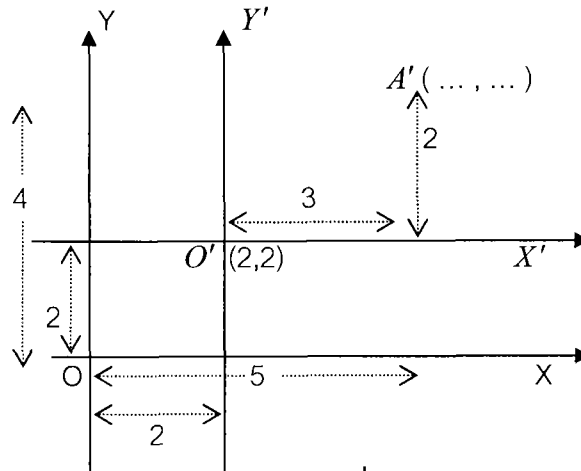
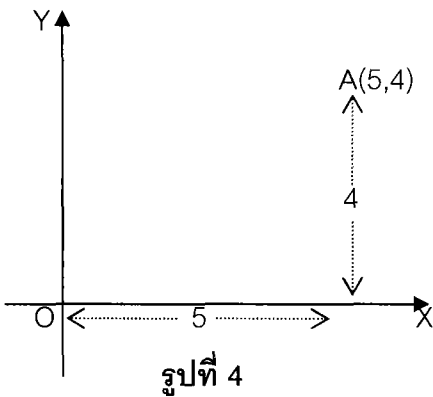
จุด A คือ และจุด B คือ แล้วพิกัดของจุด B' คือ

จุด A คือ และจุด B คือ แล้วพิกัดของจุด B' คือ

จุด A คือ และจุด B คือ แล้วพิกัดของจุด B' คือ

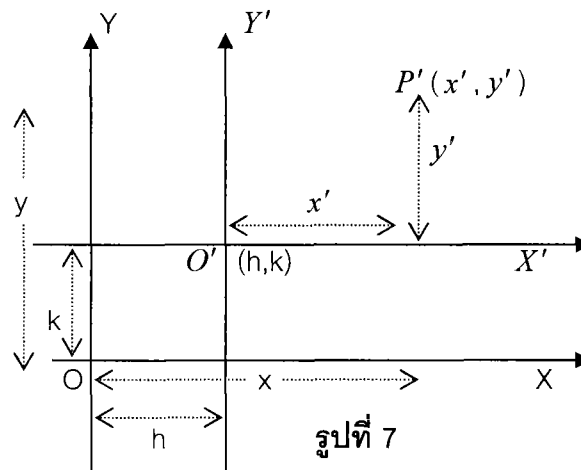
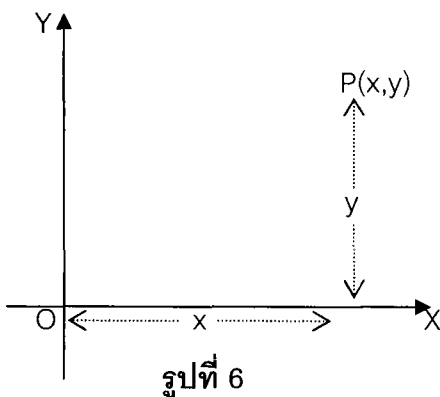
จากกิจกรรมที่นักเรียนได้ปฏิบัติไป ให้พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ในรูปที่ 4 จุด $A(5,4)$ เป็นจุดในระบบพิกัดฉากที่มีจุด $O(0,0)$ เป็นจุดกำเนิด และมีแกน X และแกน Y แทนเส้นจำนวน ซึ่งตัดตั้งฉากกันที่จุด O



จากรูปที่ 5 พิกัดจุด $A(5,4)$ เมื่อเทียบกับแกนใหม่ที่มีจุด $O'(2,2)$ เป็นจุดกำเนิด และมีแกน X' และแกน Y' แทนเส้นจำนวน ซึ่งตัดตั้งฉากกันที่จุด O' นี้ จะได้จุด A' คือ (\dots, \dots)

จากกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 ที่นักเรียนได้ปฏิบัติไปนั้น การเลื่อนขนานของแกนนับเป็นพื้นฐานอย่างหนึ่งที่ใช้ช่วยให้การศึกษาภาคตัดกรวยในหลายกรณีสะดวกขึ้น โดยในระบบพิกัดฉาก กำหนดให้แกน X และแกน Y แทนเส้นจำนวน และตัดตั้งฉากกันที่จุด O ซึ่งมีพิกัดเป็น $(0,0)$ เพื่อให้อ้างอิงพิกัดของจุดในระนาบ เช่น $P(x, y)$ ในรูปที่ 6 เมื่อเลื่อนแกนไปตั้งแกนใหม่ที่แกน X' และแกน Y' ตัดตั้งฉากกันที่จุด O' ซึ่งมีพิกัด (h,k) โดยแกนใหม่ขนานกับแกนเดิม ทำให้พิกัดของจุดเปลี่ยนเป็น (x', y') เมื่อเทียบกับแกนใหม่ ดังรูปที่ 7 กล่าวว่าเป็น “การเลื่อนขนานของแกน” (Translation of Axes)



จากรูปที่ 2 จะได้ว่า

$$\begin{cases} x = x' + h \\ y = y' + k \end{cases}$$

หรือ

$$\begin{cases} x' = \dots \\ y' = \dots \end{cases}$$

ตัวอย่างที่ 2 ถ้าเลื่อนแกนไปโดยใช้จุด $(3,-2)$ เป็นจุดกำเนิดใหม่ จงหาพิกัดจุดต่อไปนี้ เมื่อเทียบกับแกนใหม่ $(1,5)$, $(-2,4)$, $(0,7)$, $(-4,0)$ ตามลำดับ

วิธีทำ ถ้าจุด (x,y) เมื่อเทียบกับแกนเดิม มีพิกัดเมื่อเทียบกับแกนใหม่เป็น (x', y') จะได้

$$x' = x - 3$$

$$y' = y + 2$$

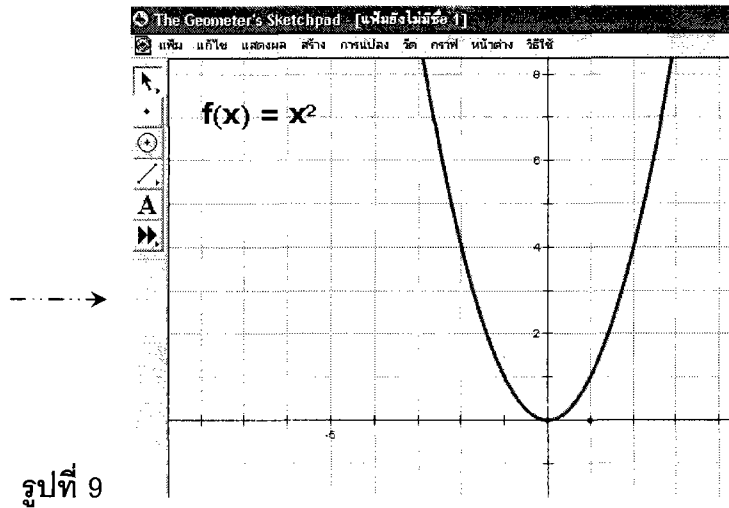
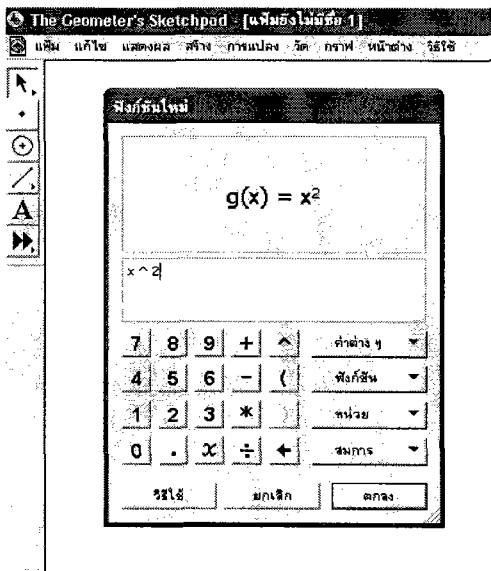
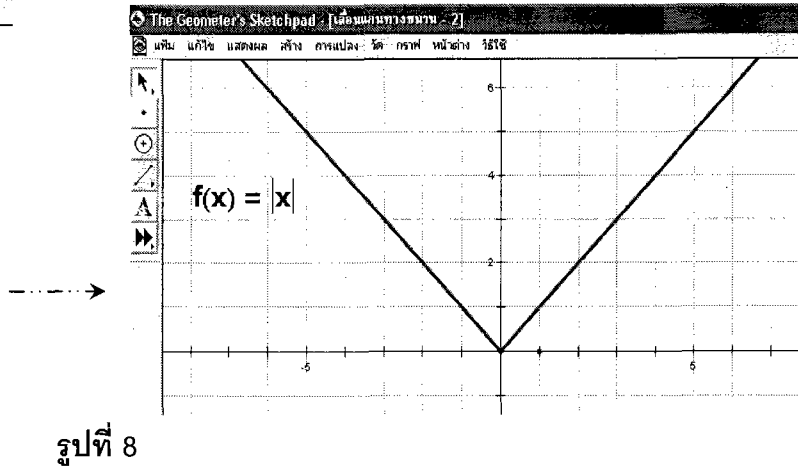
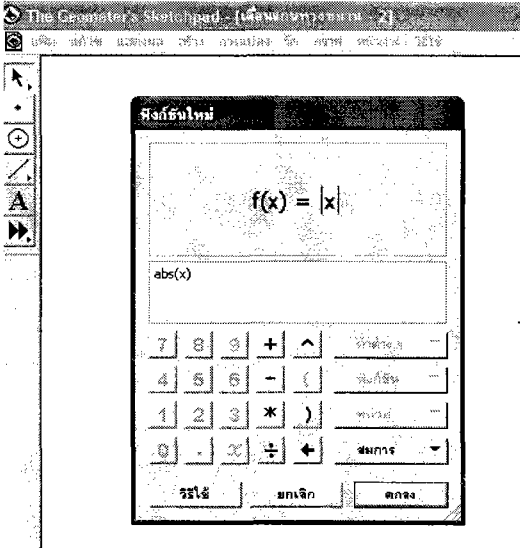
ดังนั้น พิกัดของจุดดังกล่าวเทียบกับแกนใหม่เป็นดังนี้

..... ตามลำดับ

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2

การเลื่อนขนานของแกนกับการเขียนกราฟ

1. ให้นักเรียนใช้โปรแกรม GSP สร้างกราฟของ $y = |x|$ และ $y = x^2$ โดยเลือกเมนูแล้วไปที่กราฟ → วาดกราฟของฟังก์ชันใหม่ ดังรูปที่ 8 และรูปที่ 9 ตามลำดับ



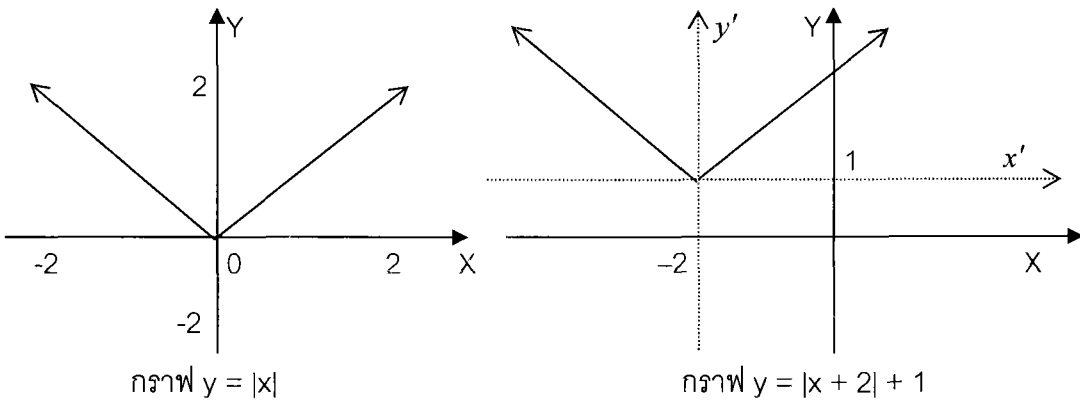
2. ให้นักเรียนใช้โปรแกรม GSP สร้างกราฟของ $y = |x+2| + 1$ และ $y = (x-3)^2 - 1$ ซึ่งจะได้จุดยอดของกราฟอยู่ที่ และ ตามลำดับ

การเลื่อนขนานของแกนกับการเขียนกราฟ

กราฟของสมการบางสมการ ถ้าเขียนกราฟในระบบพิกัดฉากที่จุด (0,0) อาจเขียนได้ยาก แต่ถ้าเลื่อนแกนไปที่ (h,k) ที่เหมาะสม และเปลี่ยนจุด P(x,y) ใดๆ เป็น P (x', y') โดย $x' = x - h$ และ $y' = y - k$ จะทำให้สมการเทียบกับแกนใหม่มีรูปร่างง่ายต่อการเขียนกราฟ ดังตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 3 จงเขียนกราฟของ $y = |x + 2| + 1$

วิธีทำ จัดสมการได้เป็น $y - 1 = |x + 2|$
 จาก $x' = x - h$ และ $y' = y - k$
 จะได้สมการเทียบกับแกนใหม่ คือ $y' = |x'|$
 นั่นคือ เขียนกราฟ $y = |x|$ เลื่อนแกนไปที่จุด



ตัวอย่างที่ 4 จากสมการที่กำหนด ถ้าต้องการเลื่อนแกนอ้างอิงเพื่อให้ได้สมการที่กำหนด จะเลือกจุดใดเป็นจุดกำเนิด

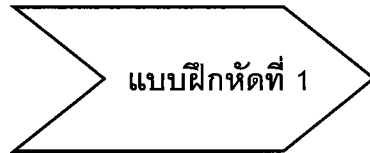
- (1) $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 8 = 0$ ต้องการสมการในรูป $(x')^2 + (y')^2 = 9$
- (2) $y = x^2 - 6x + 7$ ต้องการสมการในรูป $y' = (x')^2$

วิธีทำ (1) $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 8 = 0$
 $x^2 - 8x + 16 + y^2 + 2y + 1 = -8 + 16 + 1$
 $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 9$
 ดังนั้น ต้องเลือกจุด (4,-1) เป็นจุดกำเนิดใหม่

(2) $y = x^2 - 6x + 7$

.....

ดังนั้น ต้องเลือกจุด เป็นจุดกำเนิดใหม่



1. จากสมการต่อไปนี้ ถ้าต้องการเลื่อนแกนอ้างอิงเพื่อให้ได้สมการในรูปที่กำหนด จะเลือกจุดใดเป็นจุดกำเนิด

1) $(x-4)(y+3) = 1$ ถ้าต้องการสมการในรูป $x' y' = 1$

.....

.....

.....

.....

.....

2) $x = |y-1| + 2$ ถ้าต้องการสมการในรูป $x' = |y'|$

.....

.....

.....

.....

.....

3) $x = y^2 + 4y + 5$ ถ้าต้องการสมการในรูป $x' = (y')^2$

.....

.....

.....

.....

.....

4) $x^2 + y^2 + 4x - 4y - 1 = 0$ ถ้าต้องการสมการในรูป $(x')^2 + (y')^2 = 9$

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหาจุดยอดของกราฟต่อไปนี้ พร้อมทั้งใช้โปรแกรม GSP เขียนกราฟของสมการเพื่อตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้อง

1) $y = |x + 1|$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

2) $y = (x - 1)^2 + 1$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

3) $y = x^2 + 3x + 2$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

แบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 1

1. กำหนดให้เส้นขนานของแกนโดยให้จุดกำเนิดไปอยู่ที่จุด $(-3, 5)$ โดยมีจุด $A(3, 2)$, $B(-4, 1)$, $C(0, 0)$ และ $D(-3, 5)$ เป็นพิกัดเมื่อเทียบกับแกนพิกัดเดิม จงหาพิกัดของจุด A , B , C และ D เมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่

.....

.....

.....

.....

.....

2. กำหนดให้เส้นขนานของแกนโดยให้จุดกำเนิดไปอยู่ที่จุด $(2, 4)$ โดยมีจุด $P(2, 3)$, $Q(-1, 4)$, $R(-1, -3)$ และ $D(8, 6)$ เป็นพิกัดเมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่ จงหาพิกัดของจุด P , Q , R และ S เมื่อเทียบกับแกนพิกัดเดิม

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงหาพิกัด (h, k) ซึ่งเมื่อเส้นขนานของแกนโดยให้จุดกำเนิดไปอยู่ที่จุด (h, k) แล้วสมการเมื่อเทียบกับแกนพิกัดใหม่จะอยู่ในรูปสมการที่ต้องการ

สมการเดิม

$$2x - 3y + 9 = 0$$

สมการใหม่

$$2x' = 3y'$$

.....

.....

.....

.....

.....

สมการเดิม

$$3x + 4y + 7 = 0$$

สมการใหม่

$$3x' + 4y' = 0$$

สมการเดิม

$$y^2 - 4y + 2x - 6 = 0$$

สมการใหม่

$$(y')^2 + 2x' = 0$$

สมการเดิม

$$x^2 + y^2 - 8x + 6y + 24 = 0$$

สมการใหม่

$$(x')^2 + (y')^2 = 1$$

สมการเดิม

$$4x^2 - 8x + 9y^2 + 18y = 23$$

สมการใหม่

$$\frac{(x')^2}{9} + \frac{(y')^2}{4} = 1$$

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- บอกนิยามของวงกลมได้
- เขียนสมการวงกลมและสร้างกราฟวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(0,0)$ จากสมบัติที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการ

- ให้เหตุผล
- แก้ปัญหา
- สื่อสาร / สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

- ทำงานด้วยความรอบคอบ และเป็นระเบียบเรียบร้อย
- มีความกระตือรือร้น ใฝ่เรียนรู้
- มีความรับผิดชอบ

2. สาระการเรียนรู้

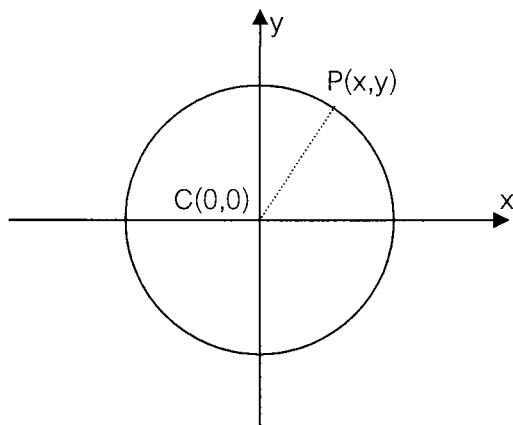
วงกลม (Circle)

บทนิยาม วงกลม คือ เซตของจุดทุกจุดบนระนาบซึ่งอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเป็นระยะเท่ากัน

ซึ่งจุดคงที่ เรียกว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม

ระยะทางที่เท่ากัน เรียกว่า ความยาวของรัศมีของวงกลม

ในกรณีที่ $C(0,0)$ เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมียาว r หน่วย ให้ $P(x,y)$ เป็นจุดใดๆ บนวงกลม ดังรูป



จากบทนิยาม จะได้ $CP = r$

$$\text{เนื่องจาก } CP = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\text{ดังนั้น } \sqrt{x^2 + y^2} = r$$

$$\text{ยกกำลังสอง จะได้ } x^2 + y^2 = r^2$$

นั่นคือ ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลมที่มี $(0,0)$ เป็นจุดศูนย์กลาง
และรัศมียาว r หน่วย คือ $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = r^2\}$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลมที่มี $(0,0)$ เป็นจุดศูนย์กลางและมีความยาวของรัศมี ดังต่อไปนี้

(1) 2 หน่วย

(2) $\frac{1}{5}$ หน่วย

วิธีทำ (1) สมการวงกลมที่มี $(0,0)$ เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมียาว r หน่วย คือ $x^2 + y^2 = r^2$

เมื่อกำหนดให้ $r = 2$

สมการของวงกลมที่ต้องการ คือ $x^2 + y^2 = 2^2$

ดังนั้น ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลมที่มี $(0,0)$ เป็นจุดศูนย์กลาง

และรัศมียาว 2 หน่วย คือ $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 4\}$

(2) สมการวงกลมที่มี $(0,0)$ เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมียาว r หน่วย คือ $x^2 + y^2 = r^2$

เมื่อกำหนดให้ $r = \frac{1}{5}$

สมการของวงกลมที่ต้องการ คือ $x^2 + y^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2$ หรือ $x^2 + y^2 = \frac{1}{25}$

ดังนั้น ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลมที่มี $(0,0)$ เป็นจุดศูนย์กลาง

และรัศมียาว $\frac{1}{5}$ หน่วย คือ $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = \frac{1}{25}\}$

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้

(1) $\{(x,y) \mid x^2 + y^2 - 36 = 0\}$

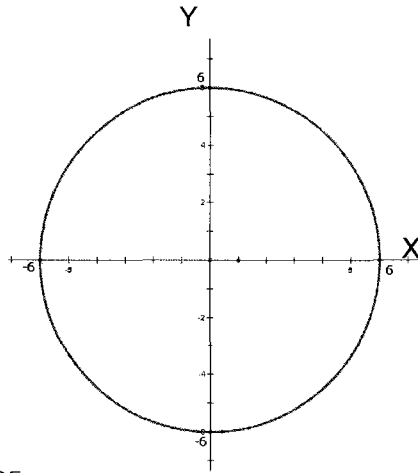
(2) $\{(x,y) \mid 4x^2 + 4y^2 = 25\}$

วิธีทำ (1) $x^2 + y^2 - 36 = 0$

$$x^2 + y^2 = 36$$

$$x^2 + y^2 = 6^2$$

แสดงว่ากราฟเป็นวงกลมที่มี $(0,0)$ เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมียาว 6 หน่วย



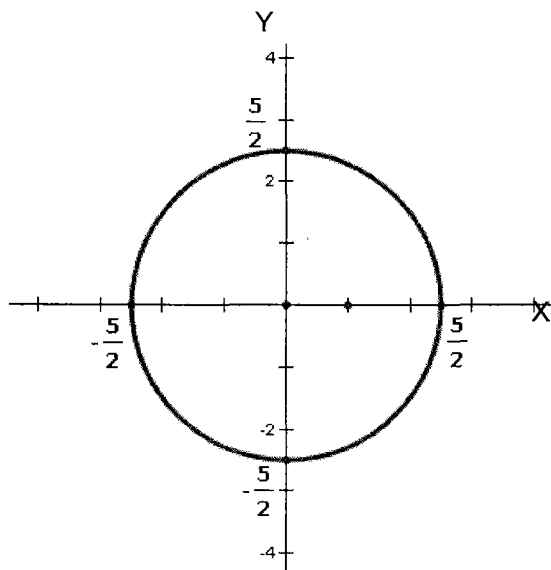
(2) $4x^2 + 4y^2 = 25$

$$4(x^2 + y^2) = 25$$

$$x^2 + y^2 = \frac{25}{4}$$

$$x^2 + y^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

แสดงว่ากราฟเป็นวงกลมที่มี $(0,0)$ เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมียาว $\frac{5}{2}$ หน่วย



3. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นสังเกต (20 นาที)

1. ครูแจกชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 2 ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด
2. ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 โดยใช้โปรแกรม GSP ตอนที่ 1 ในข้อที่ 1 – 4

ขั้นอธิบาย (10 นาที)

ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม GSP ตอนที่ 1 ในข้อที่ 5 – 6 หลังจากนั้นครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียน อภิปรายสรุปเกี่ยวกับรอยทางเดินของจุดที่ได้สร้างไว้ตามเงื่อนไขว่ามีลักษณะรอยการเดินเป็นอย่างไร (มีรอยการเดินเป็นวงกลม) และความยาวส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดศูนย์กลางกับจุดอิสระยาวเท่ากันหรือไม่ ในขณะที่จุดอิสระกำลังเคลื่อนที่ (ยาวเท่ากันตลอด)

ขั้นพยากรณ์ / ทดสอบ (20 นาที)

ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม GSP ในข้อที่ 7 – 9 (รอยการเดินของจุดอิสระในข้อที่ 8 จะเป็นวงกลมเช่นกัน และเมื่อกดปุ่มเคลื่อนไหวจุดแล้ว ความยาวส่วนของเส้นตรงก็ยังเท่ากันเสมอ)

ขั้นนำไปใช้ (50 นาที)

1. ครูใช้คำถามนำทางเพื่อให้นักเรียนสรุปเป็นนิยามของวงกลมและความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นรูปวงกลม
2. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 โดยครูคอยให้คำแนะนำนักเรียนที่ยังไม่เข้าใจ
3. ครูสุ่มให้นักเรียนออกมาแสดงวิธีการทำแบบฝึกหัดที่ 1 เป็นบางข้อเพื่อให้นักเรียนคนอื่น ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้อีกครั้ง
4. ครูเฉลยแบบฝึกหัดที่ 1 พร้อมกันทั้งห้อง
5. ครูใช้การถาม ตอบเพื่อให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับนิยามและความสัมพันธ์ของกราฟวงกลมที่มี $(0,0)$ เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมียาว r หน่วยอีกครั้งหนึ่ง

4. สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม GSP (Geometer's Sketchpad)
2. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 2

5. การวัดและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล
 - 1) สังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้
 - 2) ตรวจสอบผลการทำกิจกรรมและแบบฝึกหัดที่ 1

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกจุดศูนย์กลางและความยาวของรัศมี เมื่อกำหนดสมการของวงกลมได้
2. เขียนสมการวงกลมและสร้างกราฟวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h, k) จากสมบัติที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการ

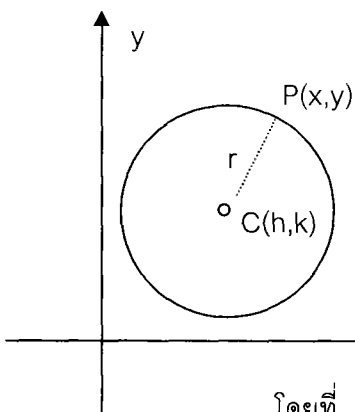
1. ให้เหตุผล
2. แก้ปัญหา
3. เชื่อมโยงความรู้
4. สื่อสาร / สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. ทำงานด้วยความรอบคอบ และเป็นระเบียบเรียบร้อย
2. มีความกระตือรือร้น ใฝ่เรียนรู้
3. มีความรับผิดชอบ

2. สาระการเรียนรู้

ในกรณีที่ $C(h, k)$ เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมรัศมียาว r หน่วย ดังรูป



จากสมการวงกลมที่ $(0, 0)$ เป็นจุดศูนย์กลาง
ของวงกลมรัศมียาว r หน่วย คือ $x^2 + y^2 = r^2$

ถ้าเลื่อนแกนไปที่ (h, k)

จะได้สมการวงกลมเทียบแกนใหม่ คือ

$$(x')^2 + (y')^2 = r^2$$

โดยที่ $x' = x - h$ และ $y' = y - k$

ดังนั้นสมการวงกลมนี้เทียบกับแกนเดิม คือ

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

ดังนั้น ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลม ที่ (h, k) เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมียาว r หน่วย

$$\text{คือ } \{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2 \}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาจุดศูนย์กลางและความยาวของรัศมีของวงกลม พร้อมเขียนกราฟของสมการ

$$x^2 + y^2 - 12x - 8y + 44 = 0$$

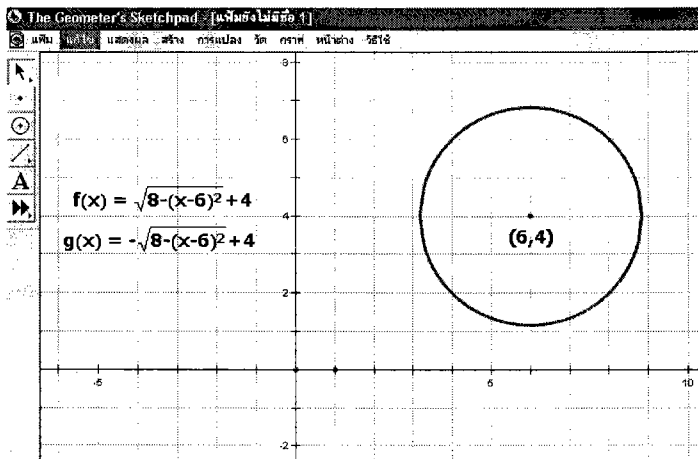
วิธีทำ $(x^2 - 12x) + (y^2 - 8y) = -44$

$$(x^2 - 12x + 36) + (y^2 - 8y + 16) = -44 + 36 + 16$$

$$(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 8$$

$$(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = (\sqrt{8})^2$$

ดังนั้น จุดศูนย์กลาง คือ (6,4) และรัศมียาว $\sqrt{8}$ หน่วย



ตัวอย่างที่ 2 จงหาความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลมตามสมบัติแต่ละข้อต่อไปนี้

1) มี (-1,2) เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมียาว 3 หน่วย

2) จุดปลายเส้นผ่านศูนย์กลาง คือ (-1,3) และ (5,7)

วิธีทำ 1) สมการของวงกลมนี้ คือ $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 - 9 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$$

ดังนั้น ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลมที่ต้องการ คือ

$$\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0\}$$

2) จุดศูนย์กลางเป็นจุดกึ่งกลางระหว่าง (-1,3) และ (5,7)

ดังนั้น พิกัดของจุดศูนย์กลาง คือ $\left(\frac{-1+5}{2}, \frac{3+7}{2}\right) = (2,5)$

ความยาวของรัศมี = $\frac{1}{2}$ ของระยะห่างระหว่างจุด (-1,3) และ (5,7)

$$= \frac{1}{2} \sqrt{(-1-5)^2 + (3-7)^2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{36 + 16} = \frac{\sqrt{52}}{2}$$

ดังนั้น สมการของวงกลม คือ $(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = \frac{52}{4}$

หรือ ความสัมพันธ์ คือ $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 - 4x - 10y + 16 = 0\}$

3. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นสังเกต (15 นาที)

1. ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 โดยใช้โปรแกรม GSP ตอนที่ 2 ในข้อที่ 1 – 2
2. หลังจากที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในข้อที่ 2.2 แล้ว ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนให้สังเกตถึงพิกัดของจุดศูนย์กลางของวงกลมที่เปลี่ยนไปในข้อที่ 3

ขั้นอธิบาย (10 นาที)

ให้นักเรียนแสดงสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h,k) เมื่อเทียบกับแกนเดิมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(0,0)$ ไว้ในข้อที่ 4

ขั้นพยากรณ์ / ทดสอบ (25 นาที)

ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม GSP ในข้อที่ 5 (ขนาดของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h,k) เมื่อเทียบกับจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0,0)$ ขึ้นอยู่กับค่าของ r)

ขั้นนำไปใช้ (50 นาที)

1. จากกิจกรรมที่ได้ทำไปนั้น ให้นักเรียนสรุปเป็นความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h,k) และรัศมียาว r หน่วย
2. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2 โดยครูคอยให้คำแนะนำนักเรียนที่ยังไม่เข้าใจ
3. ครูสุ่มให้นักเรียนออกมาแสดงวิธีการทำแบบฝึกหัดที่ 2 เป็นบางข้อเพื่อให้นักเรียนคนอื่น ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้อีกครั้ง
4. ครูเฉลยแบบฝึกหัดที่ 2 พร้อมกันทั้งห้อง
5. ครูใช้การถาม ตอบ เพื่อให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลม มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h,k) และรัศมียาว r หน่วยอีกครั้งหนึ่ง หลังจากนั้นให้นักเรียนทำแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 2 เพื่อประเมินความรู้ที่ได้เรียนมา

4. สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม GSP (Geometer's Sketchpad)
2. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 2

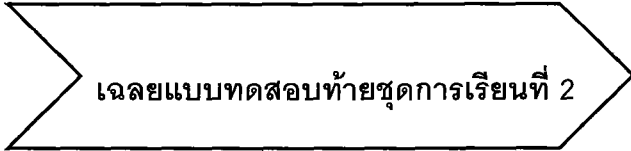
5. การวัดและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล

- 1) สังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้
- 2) ตรวจสอบผลการทำกิจกรรมและแบบฝึกหัดที่ 2
- 3) ตรวจสอบคะแนนจากการทำแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 2

2. เครื่องมือ

- 1) แบบฝึกหัดที่ 2
- 2) แบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 2

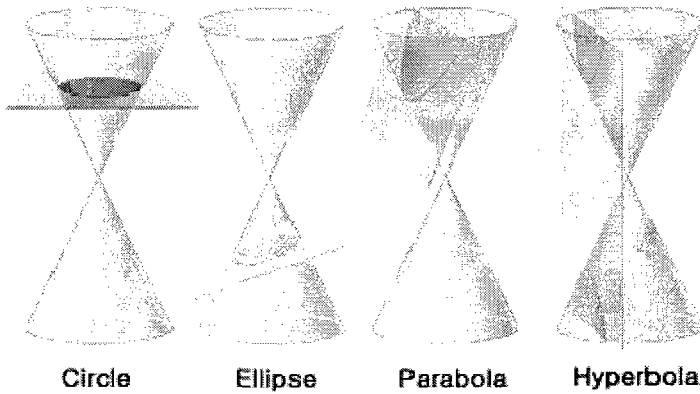


เฉลยแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 2

1. 1) ความสัมพันธ์ คือ $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 16\}$
 - 2) ความสัมพันธ์ คือ $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid (x+4)^2 + (y-2)^2 = 9\}$
หรือ $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 + 8x - 4y + 11 = 0\}$
 - 3) ความสัมพันธ์ คือ $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid (x+1)^2 + (y+2)^2 = 4\}$
หรือ $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0\}$
2. 1) จุดศูนย์กลาง $(0,0)$, รัศมียาว 3 หน่วย
 - 2) จุดศูนย์กลาง $(-1,0)$, รัศมียาว 4 หน่วย
 - 3) จุดศูนย์กลาง $(-4,-3)$, รัศมียาว 7 หน่วย
3. 1) สมการ คือ $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 2 = 0$
 - 2) สมการ คือ $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$
 - 3) สมการ คือ $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 3 = 0$
 - 4) สมการ คือ $x^2 + y^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^2$ หรือ $4x^2 + 4y^2 - 49 = 0$

ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน
โดยใช้โปรแกรม GSP

ภาคตัดกรวย (Conic Sections)



หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

เรื่อง

วงกลม

ชื่อ ชั้น เลขที่

**ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน
โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 2 เรื่อง วงกลม**

คำชี้แจง ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP
ชุดที่ 2 มี 2 ตอน ได้แก่

ตอนที่ 1 นิยามของวงกลม (ใช้เวลา 2 คาบ)

ตอนที่ 2 วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) (ใช้เวลา 2 คาบ)

1. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 2 ประกอบด้วย

- กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 นิยามของวงกลม
- กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k)
- แบบฝึกหัดที่ 1
- แบบฝึกหัดที่ 2
- แบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 2

2. ให้นักเรียนศึกษาชุดการเรียนรู้นี้โดยการใช้โปรแกรม GSP ทำกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 ตามคำแนะนำที่มีอยู่ในชุดการเรียนรู้ เพื่อค้นหานิยามของวงกลมและทำแบบฝึกหัดที่ 1 เมื่อทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้ว ครูจึงเฉลยแบบฝึกหัดพร้อมกันทั้งห้อง

3. ให้นักเรียนใช้โปรแกรม GSP ทำกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 เพื่อสำรวจวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) แล้วทำการสรุป และทำแบบฝึกหัดที่ 2 เมื่อทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้ว ครูจึงเฉลยแบบฝึกหัดพร้อมกันทั้งห้อง ทั้งนี้ในระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรม ถ้าหากเกิดปัญหาในการเรียนก็สามารถที่จะซักถามครูหรือเพื่อน ๆ ได้

4. หลังจากนั้นให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน ชุดที่ 2 โดยให้เวลาในการทำประมาณ 20 นาที เพื่อเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียนแต่ละคน

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 2 แล้ว นักเรียนสามารถ

1. อธิบายความหมายของวงกลมได้
2. บอกส่วนต่าง ๆ ของวงกลมเมื่อกำหนดความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลมได้
3. เขียนความสัมพันธ์และกราฟวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(0,0)$ จากสมบัติที่กำหนดได้
4. เขียนความสัมพันธ์และกราฟวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ (h,k) จากสมบัติที่กำหนดได้

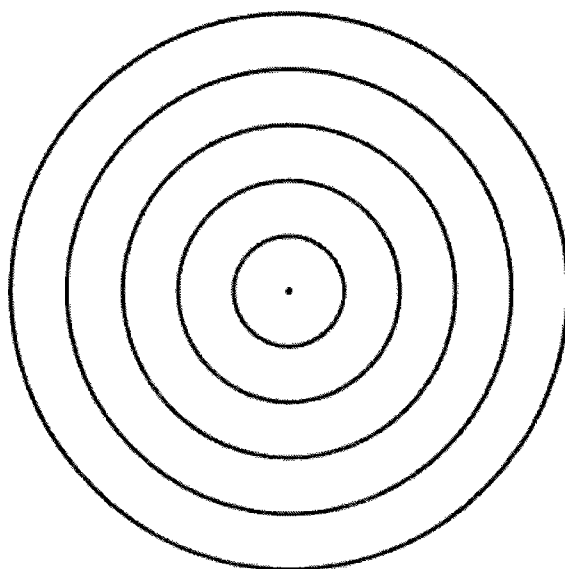
เวลาที่ใช้ 4 คาบ

สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม GSP (Geometer's Sketchpad)
2. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 2

การประเมินผลการเรียนรู้

ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 2 ด้วยตนเอง เพื่อประเมินความรู้ที่ได้เรียนมา

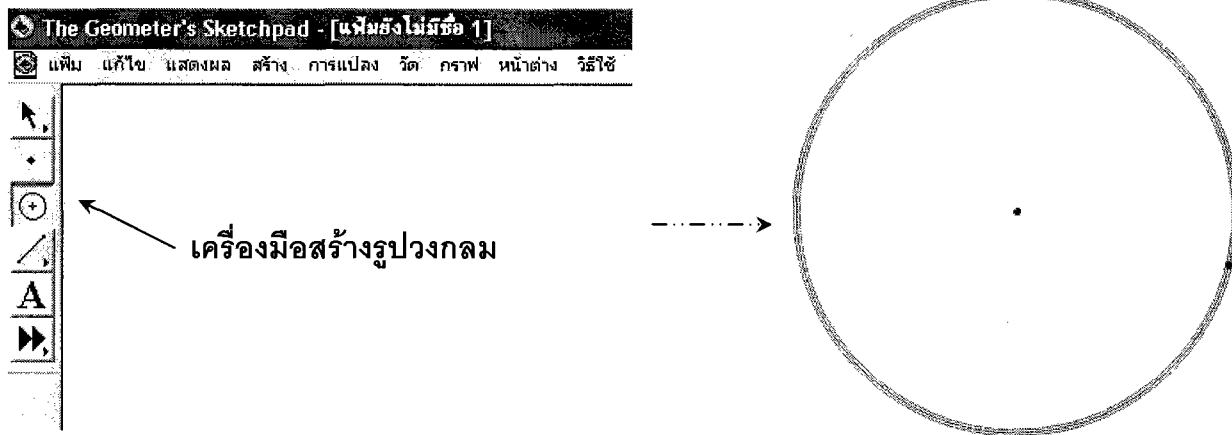


กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1

นิยามของวงกลม

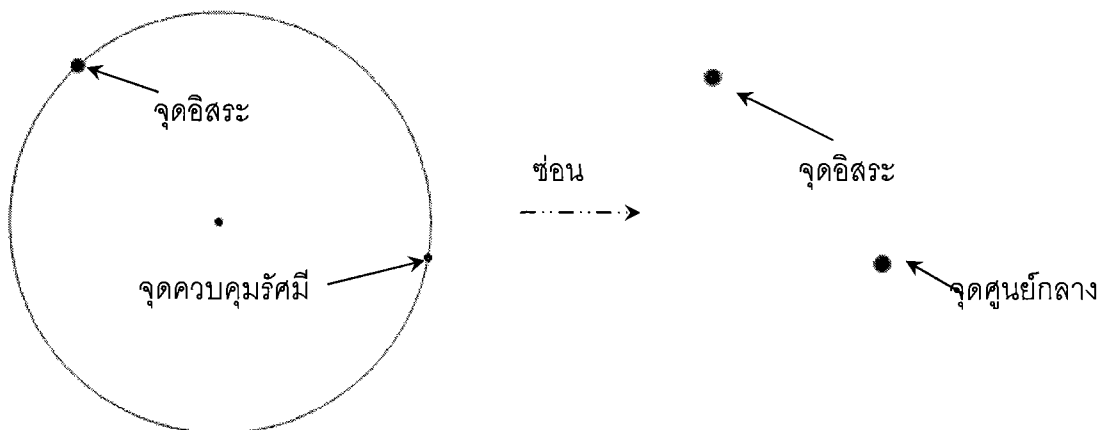
กิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม GSP

1. จากกล่องเครื่องมือ GSP ทางด้านซ้ายมือ ให้นักเรียนเลือกเครื่องมือในการสร้างรูปวงกลม แล้วสร้างรูปวงกลม 1 รูปขนาดพอสมควร ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1

2. ให้นักเรียนลงจุดอิสระไว้ที่เส้นรอบวงหนึ่งจุด หลังจากนั้นให้ซ่อนเส้นรอบวงและจุดควบคุมรัศมี โดยคลิกเลือกที่เส้นรอบวงและจุดควบคุมรัศมี แล้วไปที่เมนูเลือก **แสดงผล** → **ซ่อนอ็อบเจกต์** จนเหลือแต่จุดศูนย์กลางและจุดอิสระ ดังรูปที่ 2



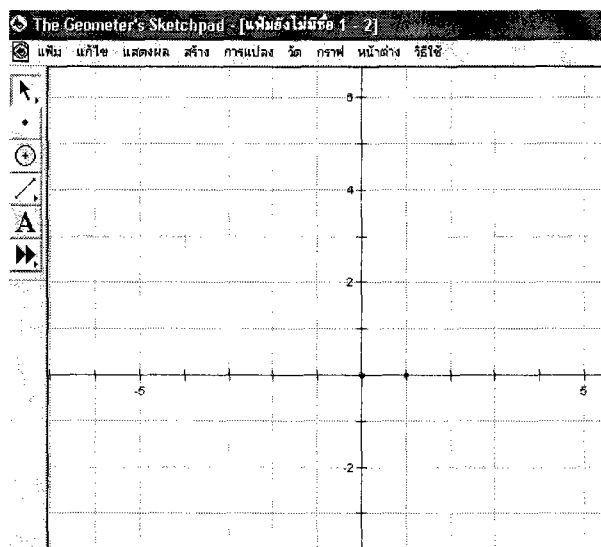
รูปที่ 2

3. ให้นักเรียนสร้างปุ่มเพื่อเคลื่อนที่จุดอิสระ โดยคลิกเลือกจุดอิสระจากรูปที่ 2 แล้วไปที่เมนูเลือก **แก้ไข** → **ปุ่มแสดงการทำงาน** → **การเคลื่อนไหว** ก็จะได้ปุ่มสำหรับเคลื่อนที่จุดอิสระ และให้นักเรียนสร้างรอยทางเดินของจุดอิสระด้วย โดยคลิกเลือกจุดอิสระนั้นแล้วไปที่ **แสดงผล** → **สร้างรอยจุด**

4. ให้สังเกตลักษณะรอยทางเดินของจุดอิสระเหล่านั้นว่ามีลักษณะเป็นรูปอะไร จากนั้นให้สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุดศูนย์กลางกับจุดอิสระ พร้อมทั้งวัดความยาวส่วนของเส้นตรงในขณะที่จุดอิสระกำลังเคลื่อนที่ โดยคลิกเลือกส่วนของเส้นตรงแล้วไปที่วัด \rightarrow ความยาว ซึ่งวัดได้ยาว หน่วย

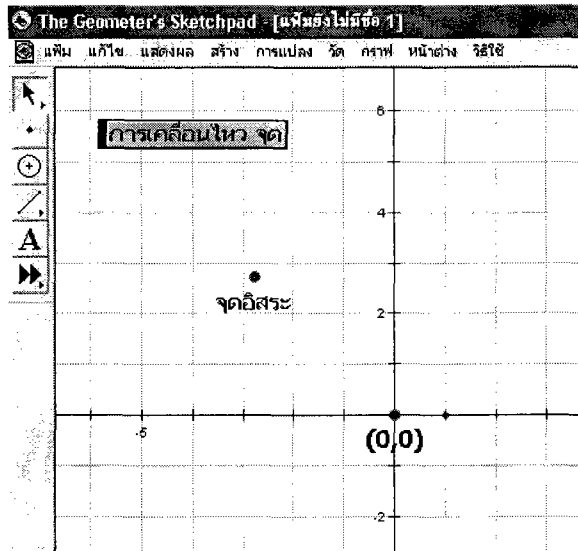
5. ให้นักเรียนปฏิบัติตามข้อที่ 1 - 4 เพื่อสร้างจุดศูนย์กลาง รอยทางเดินของจุดอิสระใหม่โดยไม่ซ้ำรอยเดิม และสร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุดศูนย์กลางและจุดอิสระ พร้อมทั้งวัดความยาวส่วนของเส้นตรงในขณะที่จุดอิสระกำลังเคลื่อนที่ ซึ่งวัดได้ยาว หน่วย

6. ให้นักเรียนเพิ่มหน้าใหม่โดยไปที่เมนูเลือก **เพิ่ม** \rightarrow **ตัวเลือกเอกสาร** เพิ่มหน้า \rightarrow หน้าว่าง หลังจากนั้นให้สร้างระบบพิกัด (โดยเลือกเป็นกริดจัตุรัส) ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 ระบบพิกัด (กริดจัตุรัส)

7. จากระบบพิกัดที่นักเรียนสร้าง ให้นักเรียนเลือกเครื่องมือในการสร้างรูปวงกลม แล้วสร้างรูปวงกลม 1 รูปขนาดพอสมควร โดยให้จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0,0) แล้วลงจุดอิสระ ซ้อนเส้นรอบวงและจุดควบคุมรัศมี แล้วสร้างปุ่มเคลื่อนที่จุดอิสระเหมือนกับข้อ 1 - 4 ดังรูปที่ 4



รูปที่ 4

8. สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุด $(0,0)$ กับจุดอิสระ พร้อมทั้งวัดความยาวส่วนของเส้นตรง แล้วให้นักเรียนกดปุ่มการเคลื่อนไหว จุด เพื่อตรวจสอบความยาวส่วนของเส้นตรง ณ ตำแหน่งต่าง ๆ กันของจุดอิสระ ว่าความยาวส่วนของเส้นตรงนั้นเป็นอย่างไร

วงกลม (Circle)

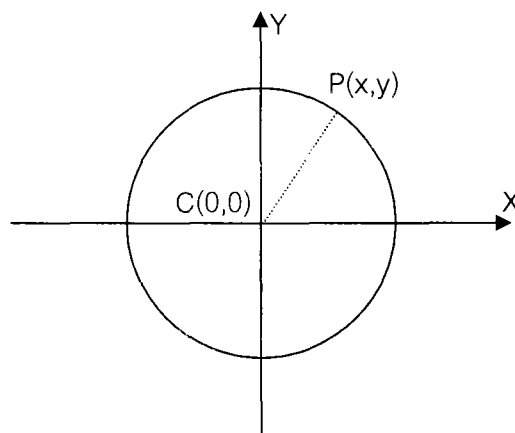
บทนิยาม วงกลม คือ

.....

ซึ่งจุดคงที่ เรียกว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม

ระยะทางที่เท่ากัน เรียกว่า ความยาวของรัศมีของวงกลม

ในกรณีที่ $C(0,0)$ เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมียาว r หน่วย ให้ $P(x,y)$ เป็นจุดใดๆ บนวงกลม ดังรูป



จากบทนิยาม จะได้ $CP = \dots\dots\dots$

เนื่องจาก $CP = \sqrt{(x - \dots)^2 + (y - \dots)^2}$

.....

.....

.....

.....

นั่นคือ ความสัมพันธ์ที่มีกราฟวงกลมจุดศูนย์กลาง $(0,0)$ รัศมี r หน่วย คือ

$$\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \dots\dots\dots \}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลมที่มี (0,0) เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมียาว 2 หน่วย

วิธีทำ สมการวงกลมที่มี (0,0) เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมียาว r หน่วย คือ $x^2 + y^2 = r^2$
เมื่อกำหนดให้ $r = 2$

สมการของวงกลมที่ต้องการ คือ $x^2 + y^2 = 2^2$

ดังนั้น ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลมที่มี (0,0) เป็นจุดศูนย์กลาง

และรัศมียาว 2 หน่วย คือ $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 4\}$

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$(1) \{(x,y) \mid x^2 + y^2 - 36 = 0\}$$

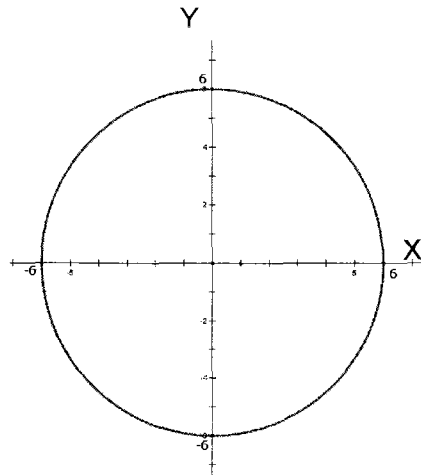
$$(2) \{(x,y) \mid 4x^2 + 4y^2 = 25\}$$

วิธีทำ (1) $x^2 + y^2 - 36 = 0$

$$x^2 + y^2 = 36$$

$$x^2 + y^2 = 6^2$$

แสดงว่ากราฟเป็นวงกลมที่มี (0,0) เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมียาว 6 หน่วย



$$(2) \quad 4x^2 + 4y^2 = 25$$

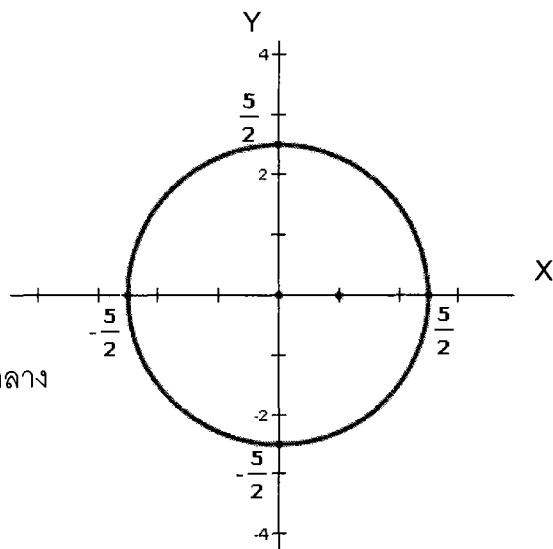
$$4(x^2 + y^2) = 25$$

$$x^2 + y^2 = \frac{25}{4}$$

$$x^2 + y^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

แสดงว่ากราฟเป็นวงกลมที่มี (0,0) เป็นจุดศูนย์กลาง

และรัศมียาว $\frac{5}{2}$ หน่วย





1. จากความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลม จงหาความยาวของรัศมี พร้อมทั้งเขียนกราฟ โดยใช้โปรแกรม GSP

1) $\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 16 \}$

.....

.....

.....

.....

.....

2) $\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 - 25 = 0 \}$

.....

.....

.....

.....

.....

3) $\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 9x^2 + 9y^2 = 36 \}$

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหาสมการวงกลม ที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(0,0)$ และมีสมบัติดังต่อไปนี้

1) รัศมียาว 3 หน่วย

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) เส้นผ่านศูนย์กลางยาว 20 หน่วย

.....

.....

.....

.....

.....

3) ผ่านจุด (5,-12)

.....

.....

.....

.....

.....

4) ตัดแกน X ที่จุด (-6,0)

.....

.....

.....

.....

.....

5) ตัดแกน Y ที่จุด (0,3)

.....

.....

.....

.....

.....

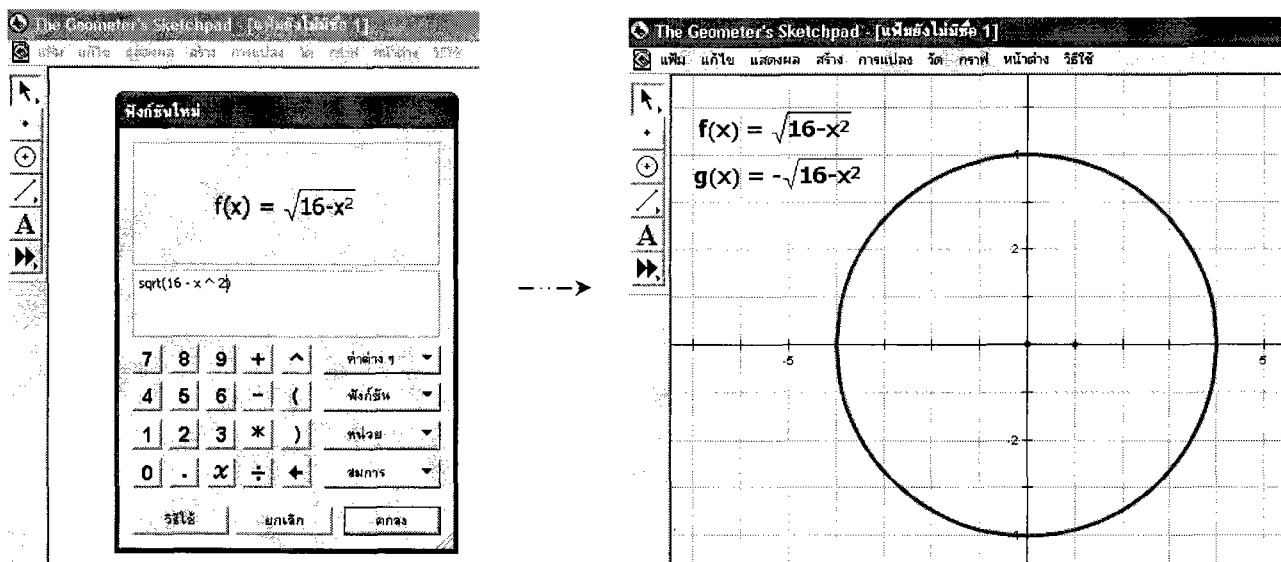
กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2

วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h , k)

กิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม GSP

1. ให้นักเรียนใช้โปรแกรม GSP สร้างกราฟวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0,0) ขึ้นมา 1 รูป โดยเลือกเมนู กราฟ → วาดกราฟของฟังก์ชันใหม่ แล้วพิมพ์สมการ เช่น $y = \pm\sqrt{16-x^2}$ จะได้กราฟวงกลม ดังรูปที่ 1

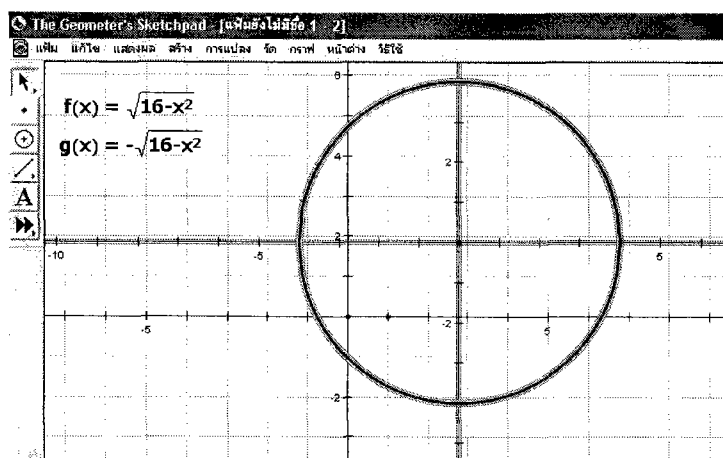
(หมายเหตุ : นักเรียนต้องจำไว้ว่าโปรแกรม GSP จะวาดกราฟของฟังก์ชันเท่านั้น เช่น ถ้าต้องการกราฟวงกลมจากสมการ $x^2 + y^2 = 16$ นักเรียนจะต้องจัดสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชัน คือ $y = \pm\sqrt{16-x^2}$ ซึ่งก็คือ $f(x) = \pm\sqrt{16-x^2}$ นั่นเอง)



รูปที่ 1

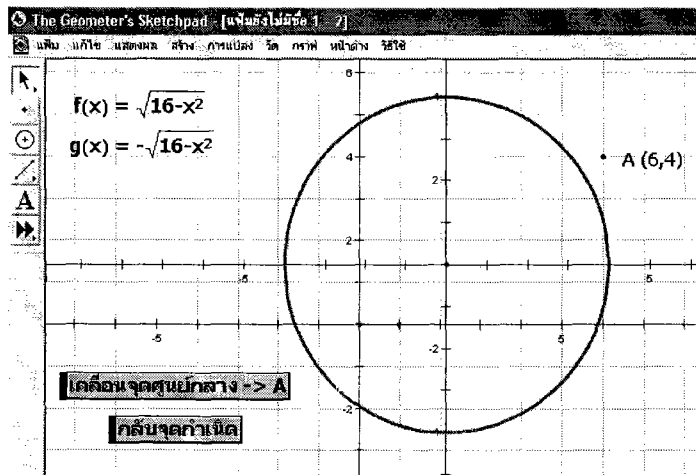
2. ให้นักเรียนเลื่อนกราฟวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (0,0) ที่นักเรียนสร้างขึ้น ไปไว้ที่จุด (h,k) แล้วปฏิบัติตามขั้นตอนต่อไปนี้

2.1 ให้คลิกเลือกจุดศูนย์กลาง (0,0) แกน X แกน Y และกราฟวงกลมที่สร้างไว้ แล้วทำการคัดลอกและวางไว้ในหน้าต่างเดียวกัน จากนั้นให้ซ่อนกราฟวงกลมรูปเดิม ก็จะได้ดังรูปที่ 2



รูปที่ 2

2.2 ให้นักเรียนสแนพจุด โดยเลือกเมนูแล้วไปที่ กราฟ → สแนพจุด จากนั้นให้ลงจุดอิสระ (h,k) ไว้ที่พิกัดใด ๆ ก็ได้ 1 จุด พร้อมทั้งตั้งชื่อ เช่น จุด A แล้วสร้างปุ่มการเคลื่อนที่เพื่อเลื่อนจุดศูนย์กลางของวงกลมไปหาจุด A และสร้างปุ่มการเคลื่อนที่เพื่อเลื่อนจุดศูนย์กลางไปหาจุดกำเนิด $(0,0)$ ด้วย ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3

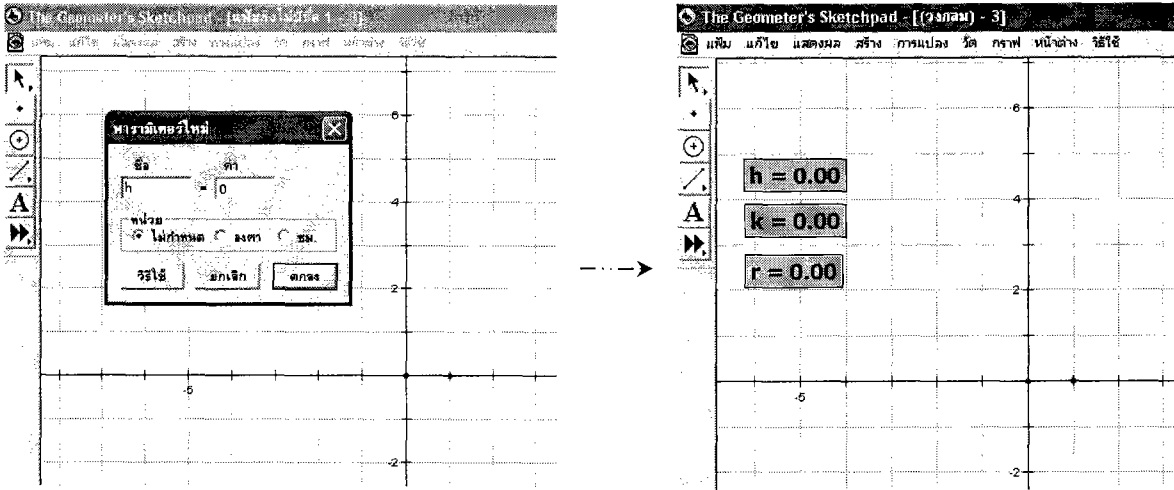
3. ให้นักเรียนเลื่อนจุด A ไปไว้ที่พิกัดต่าง ๆ แล้วกดปุ่มเลื่อนจุดศูนย์กลางของกราฟวงกลมไปหาจุด A พร้อมทั้งสังเกตพิกัดของจุดศูนย์กลางของกราฟวงกลมที่เปลี่ยนไปตามจุด A เช่น

- พิกัดของจุด A คือ จะได้จุดศูนย์กลางของกราฟวงกลม คือ
- พิกัดของจุด A คือ จะได้จุดศูนย์กลางของกราฟวงกลม คือ
- พิกัดของจุด A คือ จะได้จุดศูนย์กลางของกราฟวงกลม คือ

4. จากวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0,0)$ แล้วเลื่อนจุดศูนย์กลางของวงกลมไปหาจุด A ซึ่งเป็นการเลื่อนขนานของแกนให้จุดศูนย์กลางไปอยู่ที่ (h,k) ดังนั้น สมการวงกลมเมื่อเทียบกับแกนใหม่ คือ $(x')^2 + (y')^2 = r^2$ แต่จากการเลื่อนขนานของแกน นักเรียนทราบมาแล้วว่า $x' = \dots\dots\dots$ และ $y' = \dots\dots\dots$ ดังนั้น จะได้สมการวงกลมเทียบกับแกนเดิม คือ $(\dots\dots\dots)^2 + (\dots\dots\dots)^2 = r^2$

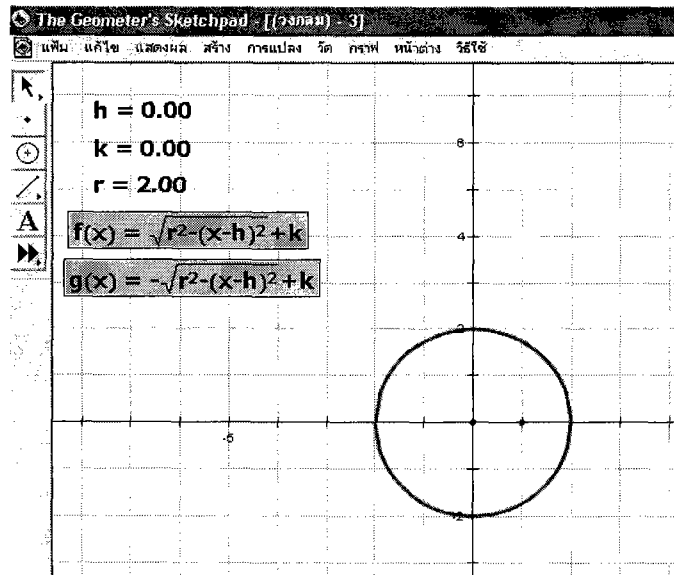
5. ให้นักเรียนสร้างหน้าเอกสารใหม่ แล้วสร้างกราฟของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h,k) ตามขั้นตอนต่อไปนี้

5.1 สร้างระบบพิกัดเป็นกริดแบบจัตุรัส แล้วไปที่ กราฟ → พารามิเตอร์ใหม่ ตั้งชื่อเป็น h และค่าเท่ากับ 0 ดังรูปที่ 4 โดยให้นักเรียนใช้คำสั่งพารามิเตอร์ใหม่นี้สร้างค่าของ k และ r ด้วย ตามลำดับ



รูปที่ 4

5.2 ให้นักเรียนใช้คำสั่ง วาดกราฟของฟังก์ชันใหม่ เพื่อเขียนกราฟวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) โดยนักเรียนจะต้องพิมพ์สมการเป็น $y = \pm\sqrt{r^2 - (x-h)^2} + k$ ซึ่งได้มาจากการจัดรูปของสมการวงกลม $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ เมื่อนักเรียนจัดสมการใหม่ได้แล้วให้สร้างสมการในคำสั่งวาดกราฟของฟังก์ชันใหม่ โดยแทนค่าของ h , k และ r ด้วยค่าพารามิเตอร์ที่ได้สร้างไว้ก็จะได้กราฟวงกลมตามต้องการ ดังรูปที่ 5

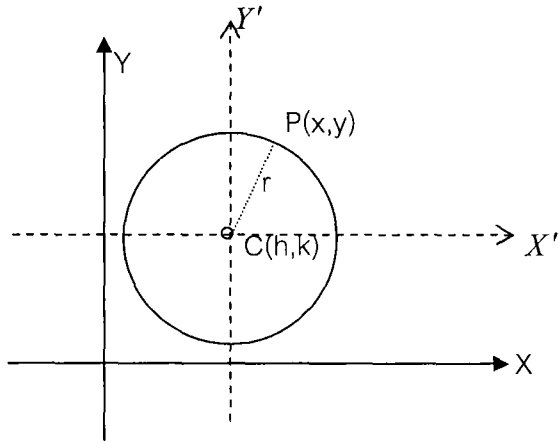


รูปที่ 5

5.3 ให้นักเรียนคลิกเลือกค่าพารามิเตอร์ h , k หรือ r ค่าใดค่าหนึ่งหรือจะเลือกพร้อมกันก็ได้ แล้วกดปุ่ม $+$ หรือ $-$ เพื่อเพิ่มหรือลดค่าของพารามิเตอร์ ซึ่งการกระทำดังกล่าวจะทำให้จุดศูนย์กลางของกราฟเปลี่ยนไป (เมื่อค่าของ h หรือ k เปลี่ยน) และให้นักเรียนสังเกตขนาดของรูปวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด (h, k) เมื่อเทียบกับจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0, 0)$ ว่าขึ้นอยู่กับค่าของพารามิเตอร์ใด

วงกลมที่มีจุด (h,k) เป็นจุดศูนย์กลาง

ในกรณีที่ C(h,k) เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมรัศมียาว r หน่วย ดังรูป



จากสมการวงกลมจุดศูนย์กลาง (0,0)

รัศมี r หน่วย

คือ $x^2 + y^2 = r^2$

เลื่อนแกนไปที่ (h,k)

จะได้สมการวงกลมเทียบแกนใหม่ คือ

..... = r^2

แต่ $x' = \dots\dots\dots$ และ $y' = \dots\dots\dots$

ดังนั้นสมการวงกลมนี้เทียบกับแกนเดิม คือ

..... = r^2

ดังนั้น ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลม มีจุดศูนย์กลางที่ (h,k) รัศมี r หน่วย
คือ $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \dots\dots\dots = r^2\}$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาจุดศูนย์กลางและความยาวของรัศมีของวงกลม พร้อมเขียนกราฟของสมการ

$$x^2 + y^2 - 12x - 8y + 44 = 0$$

วิธีทำ

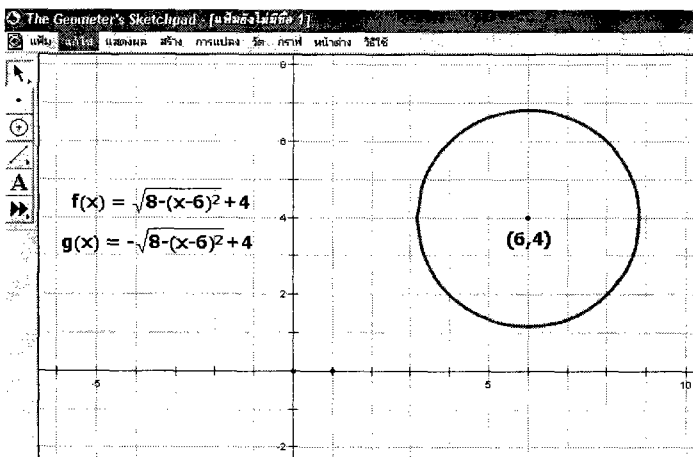
$$(x^2 - 12x) + (y^2 - 8y) = -44$$

$$(x^2 - 12x + 36) + (y^2 - 8y + 16) = -44 + 36 + 16$$

$$(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 8$$

$$(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = (\sqrt{8})^2$$

ดังนั้น จุดศูนย์กลาง คือ (6,4) และรัศมียาว $\sqrt{8}$ หน่วย



ตัวอย่างที่ 2 จงหาความสัมพัทธ์ที่มีกราฟเป็นวงกลมตามสมบัติแต่ละข้อต่อไปนี้

- 1) มี $(-1,2)$ เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมียาว 3 หน่วย
- 2) จุดปลายเส้นผ่านศูนย์กลาง คือ $(-1,3)$ และ $(5,7)$

วิธีทำ

- 1) สมการของวงกลมนี้ คือ $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 - 9 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$$

ดังนั้น ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลมที่ต้องการ คือ

$$\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0\}$$

- 2) จุดศูนย์กลางเป็นจุดกึ่งกลางระหว่าง $(-1,3)$ และ $(5,7)$

ดังนั้น พิกัดของจุดศูนย์กลาง คือ $\left(\frac{-1+5}{2}, \frac{3+7}{2}\right) = (2,5)$

ความยาวของรัศมี = $\frac{1}{2}$ ของระยะห่างระหว่างจุด $(-1,3)$ และ $(5,7)$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{(-1-5)^2 + (3-7)^2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{36 + 16} = \frac{\sqrt{52}}{2}$$

ดังนั้น สมการของวงกลม คือ $(x-2)^2 + (y-5)^2 = \frac{52}{4}$

หรือ ความสัมพันธ์ คือ $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 - 4x - 10y + 16 = 0\}$



1. จากความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลม จงหาจุดศูนย์กลางและความยาวของรัศมี พร้อมทั้งเขียนกราฟโดยใช้โปรแกรม GSP

1) $\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0 \}$

.....

.....

.....

.....

.....

2) $\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 + 6x - 4y + 13 = 0 \}$

.....

.....

.....

.....

.....

3) $\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 2x^2 + 2y^2 - 5x + 3y + 2 = 0 \}$

.....

.....

.....

.....

.....

4) $\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 4x^2 + 4(y + 2)^2 = 25 \}$

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหาสมการวงกลม ที่มีสมบัติดังต่อไปนี้

1) มี $(-2,3)$ เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมียาว 4 หน่วย

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) มี $(-1,4)$ และ $(9,10)$ เป็นจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลาง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) มี $(1,2)$ เป็นจุดศูนย์กลางและผ่านจุด $(-3,2)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) มี $(-3,0)$ เป็นจุดศูนย์กลางและสัมผัสเส้นตรง $3x - 4y - 1 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....


 แบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 2

1. จงเขียนความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลมเมื่อกำหนด

1) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0,0)$ และรัศมียาว 4 หน่วย

.....

.....

.....

2) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(-4,2)$ และรัศมียาว 3 หน่วย

.....

.....

.....

3) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(-1,-2)$ และรัศมียาว 2 หน่วย

.....

.....

.....

2. จงหาจุดศูนย์กลางและความยาวของรัศมีของวงกลมที่มีสมการต่อไปนี้

1) $x^2 + y^2 = 36$

.....

.....

.....

2) $x^2 + y^2 + 2x - 15 = 0$

.....

.....

.....

3) $x^2 + y^2 + 8x + 6y - 24 = 0$

.....

.....

.....

3. จงหาสมการวงกลม ที่มีสมบัติดังต่อไปนี้

1) จุด $(3,1)$ และ $(-1,5)$ เป็นจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลาง

.....

.....

.....

.....

.....

2) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(2,3)$ และสัมผัสกับแกน Y

.....

.....

.....

.....

.....

3) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(-2,-3)$ และสัมผัสกราฟของ $x = 2$

.....

.....

.....

.....

.....

4) จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(0,0)$ และสัมผัสกราฟของ $2y - 7 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกนิยามของพาราโบลาได้
2. บอกส่วนประกอบของพาราโบลาได้
3. เขียนสมการพาราโบลาและสร้างกราฟพาราโบลาที่มีจุด $(0,0)$ เป็นจุดยอด จากสมบัติที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการ

1. ให้เหตุผล
2. แก้ปัญหา
3. สื่อสาร / สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ

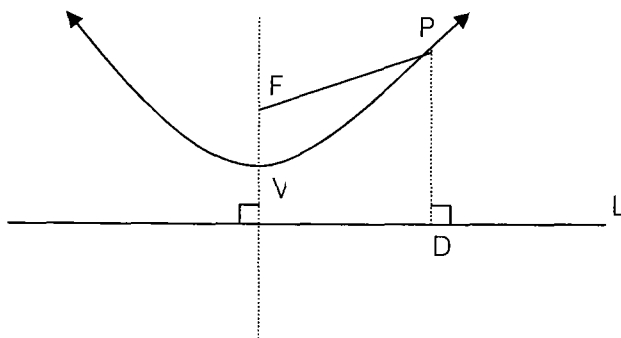
ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. ทำงานด้วยความรอบคอบ และเป็นระเบียบเรียบร้อย
2. มีความกระตือรือร้น ใฝ่เรียนรู้
3. มีความรับผิดชอบ

2. สาระการเรียนรู้

พาราโบลา (Parabola)

บทนิยาม พาราโบลา คือ เซตของจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากเส้นตรงคงที่เส้นหนึ่งบนระนาบ และจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบนอกเส้นตรงคงที่นั้น เป็นระยะทางเท่ากันเสมอ

เส้นตรงคงที่ เรียกว่า **ไดเรกตริกซ์** ของพาราโบลาจุดคงที่ เรียกว่า **โฟกัส** ของพาราโบลาเส้นตรงซึ่งผ่านโฟกัสและตั้งฉากกับไดเรกตริกซ์ เรียกว่า **แกน** ของพาราโบลาจุดที่พาราโบลาตัดแกนของพาราโบลา เรียกว่า **จุดยอด** ของพาราโบลา

จากรูป เส้นตรง L เป็นเส้นไดเรกทริกซ์

จุด F เป็น โฟกัส

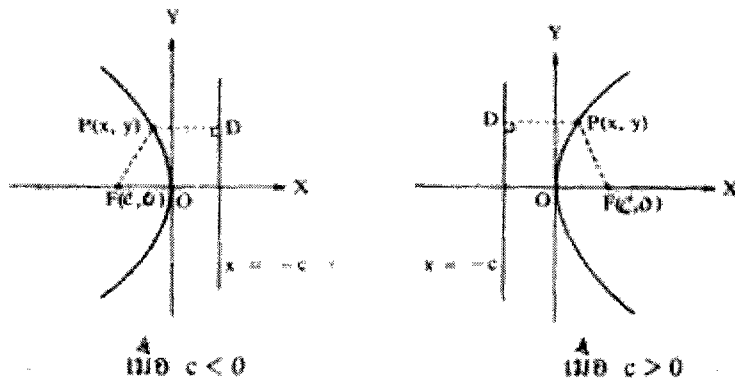
เส้นตรงที่ผ่าน FV เป็น แกนสมมาตร

จุด V เป็น จุดยอด

P เป็นจุดใดๆ บนโค้งพาราโบลา ซึ่ง $|PF| = |PD|$ เสมอ

พาราโบลาที่มีจุด $(0,0)$ เป็นจุดยอด

กรณีที่ 1 โฟกัสอยู่ที่จุด $(c,0)$ ไดเรกทริกซ์ คือ เส้นตรง $x = -c$



ให้ $P(x,y)$ เป็นจุดใดๆ บนพาราโบลา และ \overline{PD} ตั้งฉากกับไดเรกทริกซ์ที่จุด D

$$\text{จากบทนิยาม จะได้ } |PF| = |PD|$$

$$\text{นั่นคือ } \sqrt{(x-c)^2 + (y-0)^2} = |x - (-c)|$$

$$(x-c)^2 + y^2 = (x+c)^2$$

$$x^2 - 2cx + c^2 + y^2 = x^2 + 2cx + c^2$$

$$y^2 = 4cx$$

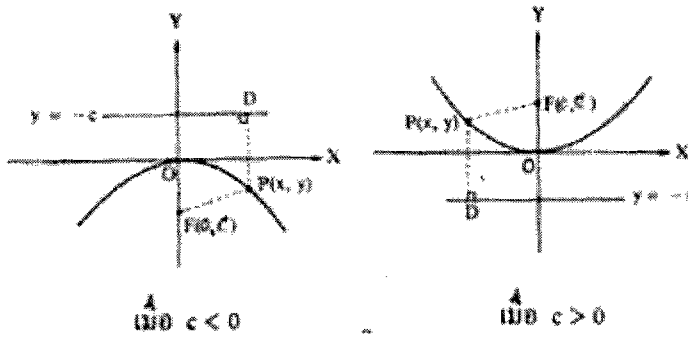
นั่นคือ สมการพาราโบลาที่มีโฟกัสอยู่ที่จุด $(c,0)$

ไดเรกทริกซ์ คือ เส้นตรง $x = -c$ คือ $y^2 = 4cx$

ถ้า $c > 0$ จะได้ $y^2 = 4cx$ เป็นสมการของพาราโบลาที่มีกราฟเปิดทางขวา

ถ้า $c < 0$ จะได้ $y^2 = 4cx$ เป็นสมการของพาราโบลาที่มีกราฟเปิดทางซ้าย

กรณีที่ 2 โฟกัสอยู่ที่จุด $(0, c)$ ไดเรกทริกซ์ คือ เส้นตรง $y = -c$



จากรูป $P(x, y)$ เป็นจุดๆ บนพาราโบลา และ \overline{PD} ตั้งฉากกับไดเรกทริกซ์ที่จุด D ในทำนองเดียวกัน

สมการพาราโบลาที่มีโฟกัสอยู่ที่จุด $(0, c)$ ไดเรกทริกซ์ คือ เส้นตรง $y = -c$
คือ $x^2 = 4cy$

ถ้า $c > 0$ จะได้ $x^2 = 4cy$ เป็นสมการของพาราโบลาที่มีกราฟเปิดข้างบน (หงาย)

ถ้า $c < 0$ จะได้ $x^2 = 4cy$ เป็นสมการของพาราโบลาที่มีกราฟเปิดข้างล่าง (คว่ำ)

3. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นสังเกต (15 นาที)

1. ครูแจกชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 3 ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด
2. ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม GSP ตอนที่ 1 ในข้อที่ 1 – 4
3. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียน ร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับลักษณะของรอยทางเดินของจุดที่ได้สร้างไว้ตามเงื่อนไข ว่ามีลักษณะรอยการเดินเป็นอย่างไร (มีรอยการเดินเป็นเส้นโค้ง ซึ่งเรียกว่า “พาราโบลา”)

ขั้นอธิบาย (25 นาที)

1. ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม GSP ในข้อที่ 5 – 9
2. ให้นักเรียนอธิบายว่าส่วนของเส้นตรงทั้ง 2 เส้นที่เชื่อมกับจุดบนแกน X และเชื่อมอยู่กับเส้นตั้งฉากกับแกน X 1 เส้นที่สร้างได้ในข้อที่ 9 นั้นมีความสัมพันธ์อย่างไรกับจุดที่ลงไว้ในข้อที่ 4 (ความยาวส่วนของเส้นตรงทั้ง 2 เส้นเท่ากัน เช่นเดียวกับระยะทางระหว่างจุดกับจุดศูนย์กลางและจุดกับเส้นตั้งฉากที่สร้างขึ้นในข้อ 4 จะเท่ากัน)

ขั้นพยากรณ์ / ทดสอบ (10 นาที)

ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม GSP ในข้อที่ 10 (รอยการเดินทางของจุดตัดในข้อที่ 9 จะเป็นพาราโบลาเช่นกัน และเมื่อเคลื่อนที่จุดตามเงื่อนไขแล้วความยาวส่วนของเส้นตรงทั้ง 2 เส้นจะเท่ากันเสมอ)

ขั้นนำไปใช้ (50 นาที)

1. เมื่อทำกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 โดยการให้โปรแกรม GSP แล้ว ครูใช้คำถามนำทางเพื่อให้ นักเรียนสรุปเป็นนิยามของพาราโบลา เขียนส่วนประกอบของกราฟและสมการพาราโบลาที่มีจุด $(0,0)$ เป็นจุดยอด
2. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 โดยครูคอยให้คำแนะนำนักเรียนที่ยังไม่เข้าใจ
3. ครูสุ่มให้นักเรียนออกมาแสดงวิธีการทำแบบฝึกหัดที่ 1 เป็นบางข้อเพื่อให้นักเรียนคนอื่น ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้อีกครั้ง
4. ครูเฉลยแบบฝึกหัดที่ 1 พร้อมกันทั้งห้อง
5. ครูใช้การถาม ตอบเพื่อให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับนิยามและความสัมพันธ์ของ กราฟพาราโบลาที่มี $(0,0)$ เป็นจุดยอดอีกครั้งหนึ่ง

4. สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม GSP (Geometer's Sketchpad)
2. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 3

5. การวัดและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล
 - 1) สังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้
 - 2) ตรวจสอบผลการทำกิจกรรมและแบบฝึกหัดที่ 1
2. เครื่องมือ
 - 1) แบบฝึกหัดที่ 1
 - 2) แบบประเมินทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์
 - 3) แบบประเมินคุณลักษณะที่พึงประสงค์
3. เกณฑ์การผ่านจุดประสงค์
 - 1) มีความถี่ในการตอบคำถามและร่วมกิจกรรมร้อยละ 70 ขึ้นไป
 - 2) นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกหัดที่ 1 ได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป

6. บันทึกหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกจุดยอด โฟกัสและสมการไดเรกทริกซ์ เมื่อกำหนดสมการพาราโบลามาให้
2. เขียนสมการพาราโบลาและสร้างกราฟพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่ (h,k) จากสมบัติที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถในการ

1. ให้เหตุผล
2. แก้ปัญหา
3. เชื่อมโยงความรู้
4. สื่อสาร / สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ

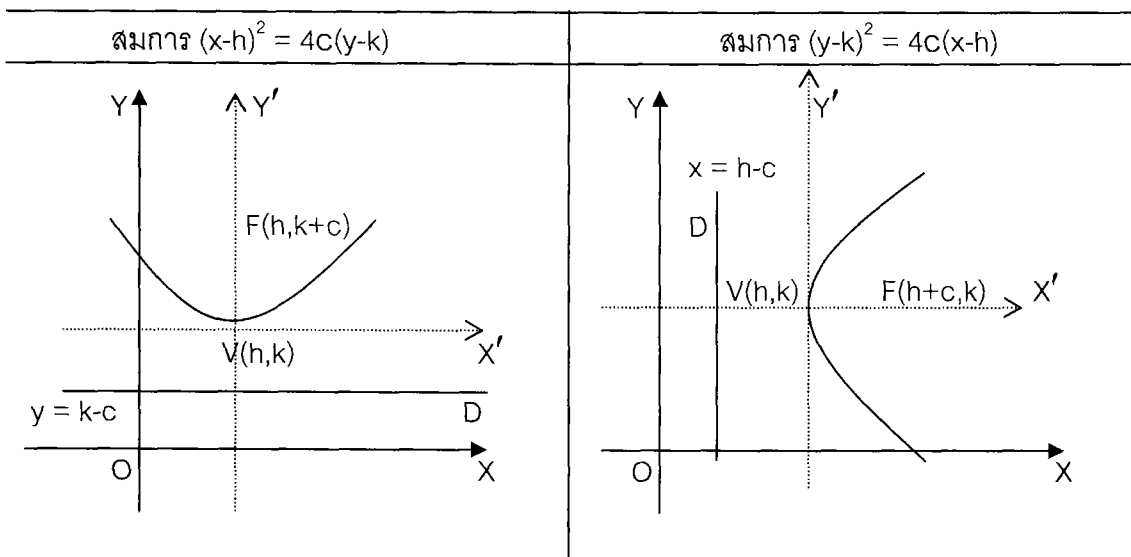
ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. ทำงานด้วยความรอบคอบ และเป็นระเบียบเรียบร้อย
2. มีความกระตือรือร้น ใฝ่เรียนรู้
3. มีความรับผิดชอบ

2. สาระการเรียนรู้

พาราโบลาที่มีจุด (h,k) เป็นจุดยอด

จากพาราโบลาที่มีจุดยอดที่จุด $(0,0)$ และเลื่อนขนานแกนไปที่ (h,k) ดังนั้น สมการพาราโบลาเมื่อเทียบกับแกนใหม่ คือ $(x')^2 = 4cy'$ และ $(y')^2 = 4cx'$ แต่ $y' = y - k$ และ $x' = x - h$ ดังนั้น สมการพาราโบลาเทียบกับแกนเดิม คือ $(x-h)^2 = 4c(y-k)$ และ $(y-k)^2 = 4c(x-h)$ ตามลำดับ ซึ่งมีรายละเอียดดังตารางข้างล่าง



จุดยอด (h,k)	จุดยอด (h,k)
โฟกัส (h,k+c)	โฟกัส (h+c,k)
สมการไดเรกทริกซ์ $y = k-c$	สมการไดเรกทริกซ์ $x = h-c$
แกนพาราโบลา <u>เส้นตรงขนานกับแกน y</u>	แกนพาราโบลา <u>เส้นตรงขนานกับแกน x</u>
จุดปลายเลตส์เรกตัม (h+2c,k+c),(h-2c,k+c)	จุดปลายเลตส์เรกตัม (h+c,k+2c),(h+c,k-2c)
ความยาวเลตส์เรกตัม $ 4c $	ความยาวเลตส์เรกตัม $ 4c $
$c > 0$ กราฟพาราโบลาเปิดบน	$c > 0$ กราฟพาราโบลาเปิดทางขวา
$c < 0$ กราฟพาราโบลาเปิดล่าง	$c < 0$ กราฟพาราโบลาเปิดทางซ้าย

ตัวอย่างที่ 1 จงหาสมการของพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่ (-1,4) และมี (-1,1) เป็นโฟกัส

วิธีทำ พิจารณาจากจุด (-1,4) และ (-1,1) ซึ่งอยู่ในแนวเส้นตรงขนานแกน y

$$\text{ดังนั้น สมการ คือ } (x-h)^2 = 4c(y-k)$$

เนื่องจากจุด (-1,4) เป็นจุดยอด จะได้ $h = -1$ และ $k = 4$

และจุด (-1,1) เป็นโฟกัส เทียบกับ (h,k+c)

$$\text{ดังนั้น } k+c = 1$$

$$\text{หรือ } 4+c = 1$$

$$\text{นั่นคือ } c = -3$$

$$\text{ดังนั้นสมการพาราโบลา คือ } (x+1)^2 = -12(y-4)$$

$$\text{หรือ } x^2+2x+12y-47 = 0$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาจุดยอด โฟกัสและเส้นไดเรกทริกซ์ พร้อมเขียนกราฟจากสมการ $y^2-8y+8x-8=0$

$$\text{วิธีทำ จากสมการ } y^2 - 8y + 8x - 8 = 0$$

$$\text{จัดสมการใหม่ } y^2 - 8y = -8x + 8$$

$$y^2 - 8y + 16 = -8x + 24$$

$$(y-4)^2 = -8(x-3)$$

เมื่อเทียบกับสมการ $(y-k)^2 = 4c(x-h)$ จะได้ว่า

$$4c = -8$$

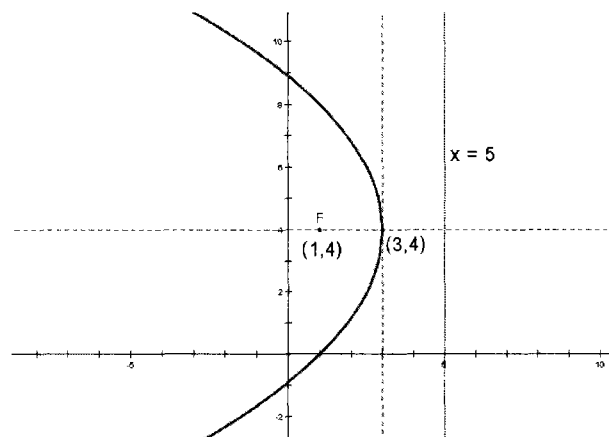
$$c = -2$$

ดังนั้น จุดยอด คือ (3, 4)

โฟกัส คือ (h+c,k) = (1, 4)

และสมการไดเรกทริกซ์ คือ $x = h - c$

$$x = 3 - (-2) = 5$$



3. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นสังเกต (15 นาที)

1. ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 3 ตอนที่ 2 ในข้อที่ 1 – 2
2. หลังจากที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในข้อที่ 2.2 แล้ว ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนให้สังเกตถึง

พิกัดของจุดยอดของกราฟพาราโบลาที่เปลี่ยนไป

ขั้นอธิบาย (10 นาที)

ให้นักเรียนแสดงสมการพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่ (h, k) เมื่อเทียบกับแกนเดิมที่มีจุดยอดอยู่ที่ $(0, 0)$ ไว้ในข้อที่ 3

ขั้นพยากรณ์ / ทดสอบ (25 นาที)

ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม GSP ในข้อที่ 4

ขั้นนำไปใช้ (50 นาที)

1. จากกิจกรรมที่ได้ทำไปนั้น ให้นักเรียนสรุปเป็นรูปแบบในการหาจุดยอด พิกัดและสมการไคเรตริกซ์ของพาราโบลาที่มีจุดยอดที่จุด (h, k)
2. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2 โดยครูคอยให้คำแนะนำนักเรียนที่ยังไม่เข้าใจ
3. ครูสุ่มให้นักเรียนออกมาแสดงวิธีการทำแบบฝึกหัดที่ 2 เป็นบางข้อเพื่อให้นักเรียนคนอื่น ๆ ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้อีกครั้ง
4. ครูเฉลยแบบฝึกหัดที่ 2 พร้อมกันทั้งห้อง
5. ครูใช้คำถาม ตอบเพื่อให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปถึงพาราโบลาที่มีจุด (h, k) เป็นจุดยอดอีกครั้งหนึ่ง หลังจากนั้นให้นักเรียนทำแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 3 เพื่อประเมินความรู้ที่ได้เรียนมา

4. สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม GSP (Geometer's Sketchpad)
2. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 3

5. การวัดและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล

- 1) สังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้
- 2) ตรวจสอบผลการทำกิจกรรมและแบบฝึกหัดที่ 2
- 3) ตรวจสอบคะแนนจากการทำแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 3

2. เครื่องมือ

- 1) แบบฝึกหัดที่ 2
- 2) แบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 3
- 3) เฉลยแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 3

- 4) แบบประเมินทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์
 - 5) แบบประเมินคุณลักษณะที่พึงประสงค์
3. เกณฑ์การผ่านจุดประสงค์
- 1) มีความถี่ในการตอบคำถามและร่วมกิจกรรมร้อยละ 70 ขึ้นไป
 - 2) นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกหัดที่ 2 ได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป
 - 3) นักเรียนแต่ละคนทำแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 3 ได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป

6. บันทึกหลังการสอน

.....

.....

.....

.....


.....

.....

.....

.....

.....

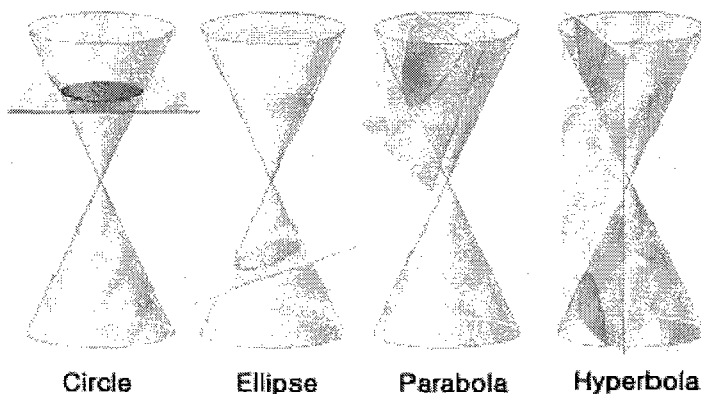


เฉลยแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 3

1. 1) สมการ คือ $x^2 = 10y$ หรือ $x^2 - 10y = 0$
 2) สมการ คือ $x^2 = 8y$ หรือ $x^2 - 8y = 0$
 3) สมการ คือ $(y-0)^2 = 4(-3)(x-1)$ หรือ $y^2 + 12x - 12 = 0$
 4) สมการ คือ $(x-0)^2 = -16(y-3)$ หรือ $x^2 + 16y - 48 = 0$
 5) สมการ **รูปที่ 1** คือ $(y-1)^2 = 8(x-1)$ หรือ $y^2 - 2y - 8x + 9 = 0$
รูปที่ 2 คือ $(y-1)^2 = -8(x-5)$ หรือ $y^2 - 2y + 8x - 39 = 0$
2. 1) จุดยอด $(0,0)$, โฟกัส $(-3,0)$, สมการไคเรตริกซ์ $x = 3$
 2) จุดยอด $(0,0)$, โฟกัส $(0,-3)$, สมการไคเรตริกซ์ $y = 3$
 3) จุดยอด $(-1,4)$, โฟกัส $(-1, \frac{17}{4})$, สมการไคเรตริกซ์ $y = \frac{15}{4}$
 4) จุดยอด $(-3,-1)$, โฟกัส $(-3, -\frac{1}{2})$, สมการไคเรตริกซ์ $y = -\frac{3}{2}$
 5) จุดยอด $(2,2)$, โฟกัส $(\frac{1}{2}, 2)$, สมการไคเรตริกซ์ $x = \frac{7}{2}$

ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน
โดยใช้โปรแกรม GSP

ภาคตัดกรวย (Conic Sections)



หน่วยการเรียนรู้ที่ 3

เรื่อง

พาราโบลา

ชื่อ ชั้น เลขที่

**ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน
โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 3 เรื่อง พาราโบลา**

คำชี้แจง ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP
ชุดที่ 3 มี 2 ตอน ได้แก่

ตอนที่ 1 นิยามของพาราโบลา (ใช้เวลา 2 คาบ)

ตอนที่ 2 พาราโบลาที่มีจุด (h,k) เป็นจุดยอด (ใช้เวลา 2 คาบ)

1. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 3 ประกอบด้วย

- กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 นิยามของพาราโบลา
- กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 พาราโบลาที่มีจุด (h,k) เป็นจุดยอด
- แบบฝึกหัดที่ 1
- แบบฝึกหัดที่ 2
- แบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 3

2. ให้นักเรียนศึกษาชุดการเรียนรู้นี้โดยการใช้โปรแกรม GSP ทำกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 ตามคำแนะนำที่มีอยู่ในชุดการเรียนรู้ เพื่อค้นหานิยามของพาราโบลาและทำแบบฝึกหัดที่ 1 เมื่อทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้ว ครูจึงเฉลยแบบฝึกหัดพร้อมกันทั้งห้อง

3. ให้นักเรียนใช้โปรแกรม GSP ทำกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 เพื่อสำรวจพาราโบลาที่มีจุด (h,k) เป็นจุดยอด แล้วทำการสรุป และทำแบบฝึกหัดที่ 2 เมื่อทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้ว ครูจึงเฉลยแบบฝึกหัดพร้อมกันทั้งห้อง ทั้งนี้ในระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรม ถ้าหากเกิดปัญหาในการเรียนก็สามารถที่จะซักถามครูหรือเพื่อน ๆ ได้

4. หลังจากนั้นให้นักเรียนทุกคนทำแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน ชุดที่ 3 โดยให้เวลาในการทำประมาณ 20 นาที เพื่อเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียนแต่ละคน

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 3 แล้วนักเรียนสามารถ

1. อธิบายความหมายของพาราโบลาได้
2. บอกส่วนต่าง ๆ ของพาราโบลาเมื่อกำหนดความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นพาราโบลาได้
3. เขียนความสัมพันธ์และกราฟพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่ $(0,0)$ จากสมบัติที่กำหนดได้
4. เขียนความสัมพันธ์และกราฟพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่ (h,k) จากสมบัติที่กำหนดได้

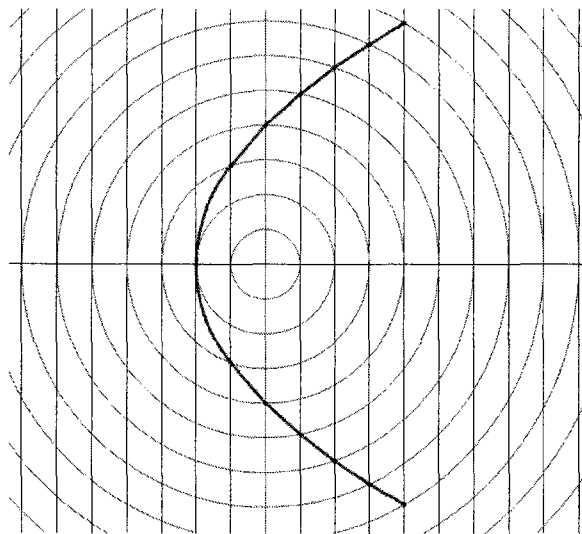
เวลาที่ใช้ 4 คาบ

สื่อการเรียนรู้

1. โปรแกรม GSP (Geometer's Sketchpad)
2. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 3

การประเมินผลการเรียนรู้

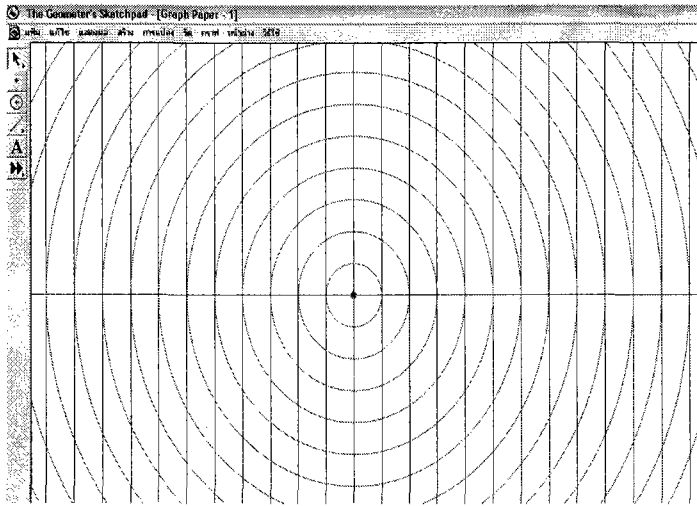
ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน โดยใช้โปรแกรม GSP ชุดที่ 3 ด้วยตนเอง เพื่อประเมินความรู้ที่ได้เรียนมา



กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 นิยามของพาราโบลา

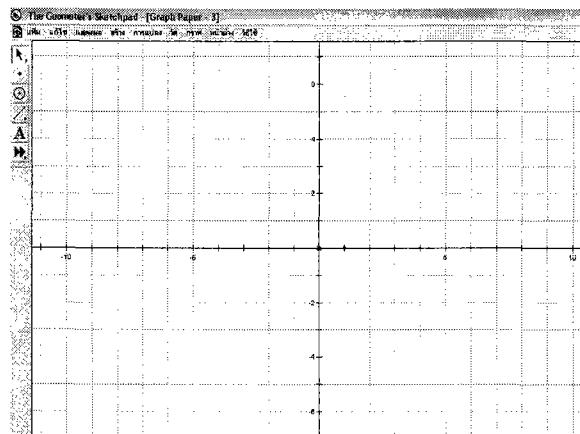
กิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม GSP

1. ให้นักเรียนใช้โปรแกรม GSP สร้าง Graph Paper ดังรูปที่ 1



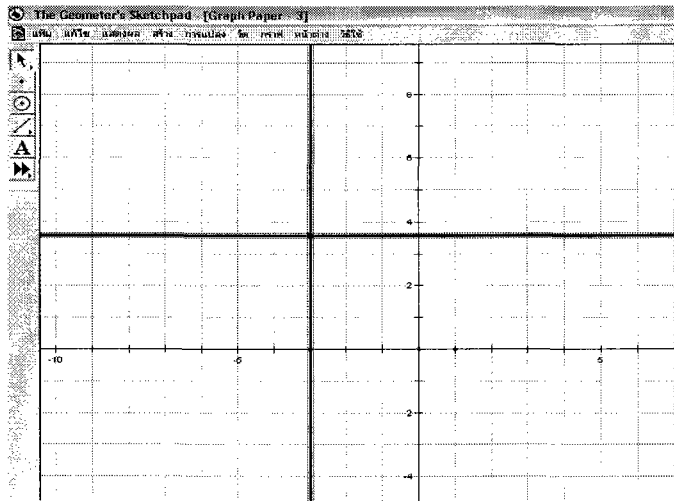
รูปที่ 1 Graph Paper

2. จากจุดศูนย์กลาง ให้นักเรียนลงจุด 1 จุด พร้อมทั้งตั้งชื่อ (เช่น จุด A) ไว้บนเส้นตรงในแนวนอน หลังจากนั้นให้สร้างเส้นตรง 1 เส้นซึ่งตั้งฉากกับเส้นตรงในแนวนอน โดยที่เส้นตั้งฉากนี้อยู่ห่างจากจุดที่นักเรียนได้ลงไว้เป็นระยะทางเท่ากับที่จุด A นั้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลาง
3. ให้นักเรียนสร้างจุดตัดของเส้นตรงในแนวตั้งกับเส้นรอบวงกลม โดยจุดที่นักเรียนลงไปนั้นจะต้องอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางและเส้นตั้งฉากที่สร้างขึ้นในข้อ 2 เป็นระยะทางเท่ากัน ให้ได้อีกประมาณ 8 – 10 จุด
4. สร้างรอยทางเดินของจุดที่ได้สร้างไว้ตามเงื่อนไข แล้วให้นักเรียนสังเกตลักษณะรอยทางเดินของจุดเหล่านั้นว่ามีรูปเป็นอย่างไร
5. ให้นักเรียนเพิ่มหน้าใหม่จากตัวเลือกเอกสาร หลังจากนั้นให้สร้างระบบพิกัดขึ้นมา (โดยเลือกเป็นกริดจัตุรัส) ดังรูปที่ 2



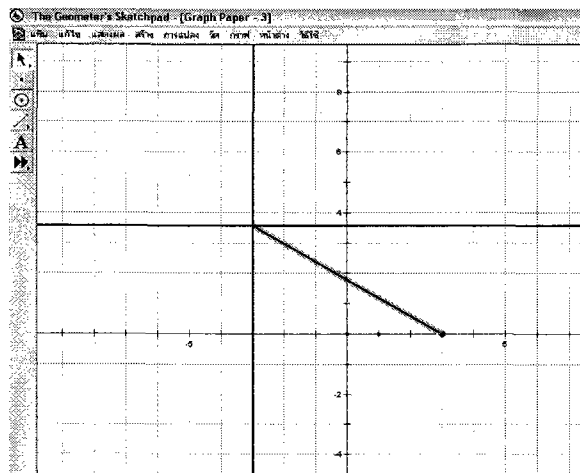
รูปที่ 2 ระบบพิกัด (กริดจัตุรัส)

6. สร้างเส้นตั้งฉากกับแกน X 1 เส้น โดยให้ห่างจากจุดกำเนิด 2 - 5 หน่วย (แล้วแต่นักเรียนจะเลือก) และลงจุดอิสระไว้บนเส้นตั้งฉากนั้น 1 จุด จากนั้นคลิกเลือกเส้นตั้งฉากที่ได้สร้างไว้พร้อมกับจุดอิสระแล้วสร้างเส้นตั้งฉากเพิ่มอีก 1 เส้น ดังรูปที่ 3



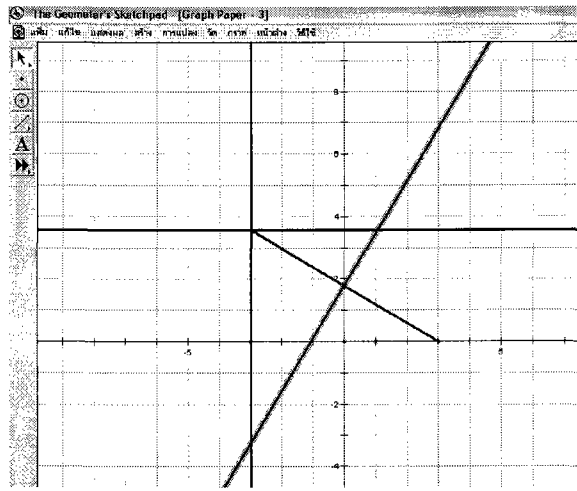
รูปที่ 3

7. ลงจุดในระบบพิกัด 1 จุด บนแกน X โดยให้ห่างจากจุดกำเนิดเป็นระยะทางเท่ากับระยะทางที่เส้นตั้งฉากเส้นแรกห่างจากจุดกำเนิด (เช่น ถ้าเส้นตั้งฉาก คือ $X = -3$ แล้วจุดที่ต้องลงคือ จุด $(3, 0)$ เป็นต้น) จากนั้นสร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดที่ลงบนแกน X นี้กับจุดอิสระที่ลงไว้ในข้อ 6 ดังรูปที่ 4



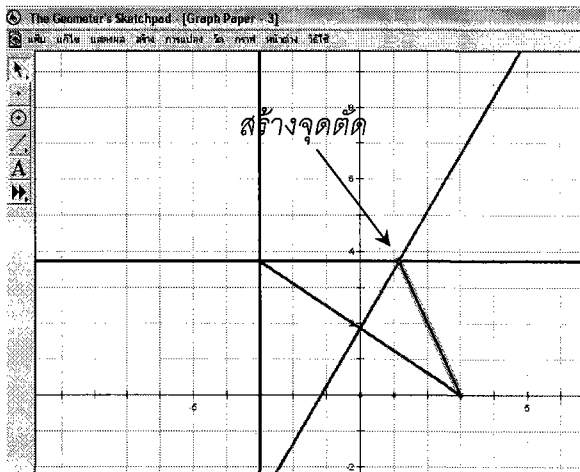
รูปที่ 4

8. ให้นักเรียนสร้างจุดตัดระหว่างส่วนของเส้นตรงกับแกน Y แล้วสร้างเส้นตั้งฉากระหว่างส่วนของเส้นตรงกับจุดตัดนี้ ดังรูปที่ 5

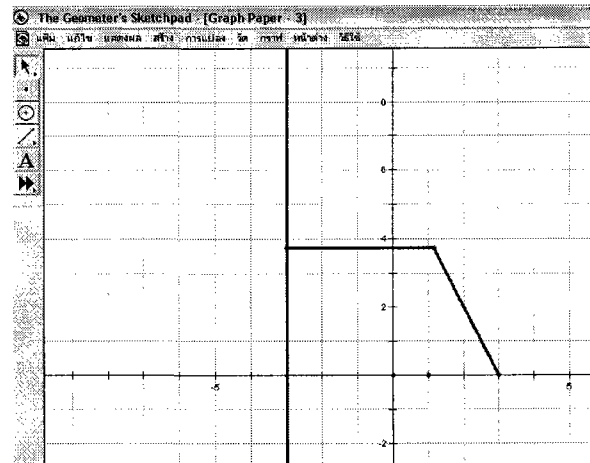


รูปที่ 5

9. จากรูปที่ 5 นักเรียนจะพบเส้นตั้งฉาก 2 เส้นตัดกัน ให้นักเรียนสร้างจุดตัด ณ ตำแหน่งนี้ แล้วสร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมกับจุดบนแกน X ที่สร้างจากข้อ 7 หลังจากนั้นให้ทำการช้อนเส้นต่างๆ ที่ไม่ใช่ จนเหลือส่วนของเส้นตรงกับจุด ดังรูปที่ 6



ช้อน →



รูปที่ 6

10. ให้นักเรียนใช้คำสั่งการวัดเพื่อวัดความยาวส่วนของเส้นตรงทั้ง 2 เส้น จากนั้นให้สร้างปุ่มเพื่อเคลื่อนที่จุดบนเส้นตั้งฉากและสร้างรอยทางเดินของจุดตัดที่ได้จากข้อ 9 แล้วให้นักเรียนสังเกตลักษณะรอยการเดินของจุด กับความยาวส่วนของเส้นตรงทั้ง 2 เส้นในขณะที่จุดตัดกำลังเคลื่อนที่ แล้วสรุปเป็นนิยามของพาราโบลา

พาราโบลา (Parabola)

บทนิยาม พาราโบลา คือ

.....

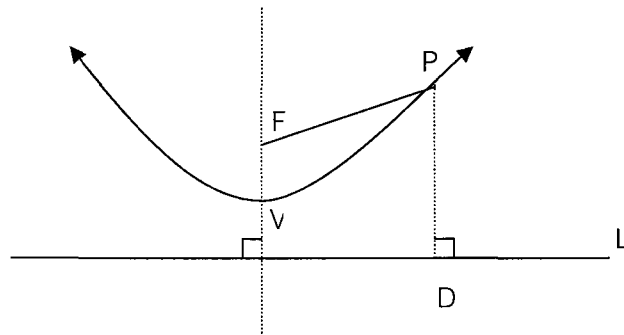
.....

เส้นตรงคดที่ เรียกว่า **ไดเรกตริกซ์** ของพาราโบลา

จุดคดที่ เรียกว่า **โฟกัส** ของพาราโบลา

เส้นตรงซึ่งผ่านโฟกัสและตั้งฉากกับไดเรกตริกซ์ เรียกว่า **แกน** ของพาราโบลา

จุดที่พาราโบลาคัดแกนของพาราโบลา เรียกว่า **จุดยอด** ของพาราโบลา



จากรูป เส้นตรง L เป็น

จุด F เป็น

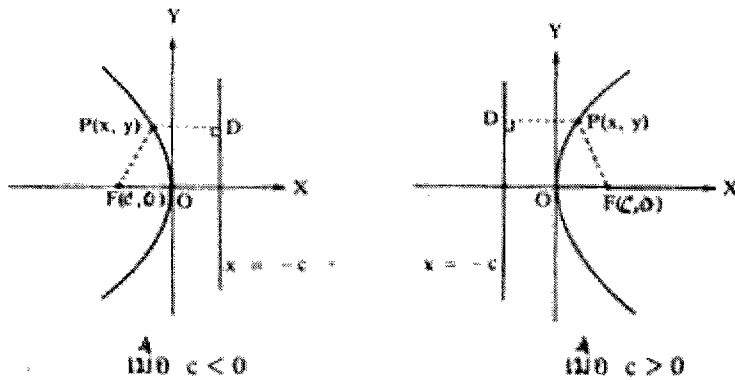
เส้นตรงที่ผ่าน \overline{FV} เป็น

จุด V เป็น

P เป็นจุดใดๆ บนโค้งพาราโบลา ซึ่ง $|\overline{PF}| \dots \dots |\overline{PD}|$ เสมอ

พาราโบลาที่มีจุด (0,0) เป็นจุดยอด

กรณีที่ 1 โฟกัสอยู่ที่จุด (c,0) ไดเรกตริกซ์ คือ เส้นตรง $x = -c$



ให้ $P(x,y)$ เป็นจุดใดๆ บนพาราโบลา และ \overline{PD} ตั้งฉากกับไดเรกทริกซ์ที่จุด D

จากบทนิยาม จะได้ $|PF| \dots |PD|$

นั่นคือ $\sqrt{(x-\dots)^2 + (y-\dots)^2} = |x-\dots|$

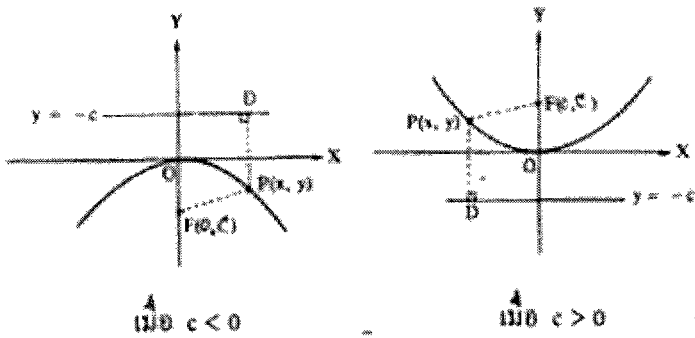
.....

นั่นคือ สมการพาราโบลาที่มีโฟกัสอยู่ที่จุด $(c,0)$ ไดเรกทริกซ์
 เป็นเส้นตรง $x = -c$ คือ

ถ้า $c > 0$ จะได้..... เป็นสมการของพาราโบลาที่มีกราฟเปิดทาง.....

ถ้า $c < 0$ จะได้..... เป็นสมการของพาราโบลาที่มีกราฟเปิดทาง.....

กรณีที่ 2 โฟกัสอยู่ที่จุด $(0,c)$ ไดเรกทริกซ์ คือ เส้นตรง $y = -c$



จากรูป $P(x,y)$ เป็นจุดๆ บนพาราโบลา และ \overline{PD} ตั้งฉากกับไดเรกทริกซ์ที่จุด D ในทำนองเดียวกัน

สมการพาราโบลาที่มีโฟกัสอยู่ที่จุด $(0,c)$ ไดเรกทริกซ์
 เป็นเส้นตรง $y = -c$ คือ

ถ้า $c > 0$ จะได้..... เป็นสมการของพาราโบลาที่มีกราฟเปิดด้าน.....

ถ้า $c < 0$ จะได้..... เป็นสมการของพาราโบลาที่มีกราฟเปิดด้าน.....



1. จากความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ ซึ่งมีกราฟเป็นพาราโบลา จงหาโฟกัส สมการของไดเรกตริกซ์
แกนสมมาตร พร้อมเขียนกราฟโดยใช้โปรแกรม GSP

1) $\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 = -12y \}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) $\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 - 4x = 0 \}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหาสมการพาราโบลา ที่มีสมบัติต่อไปนี้

1) มี $(5,0)$ เป็นโฟกัส และไดเรกตริกซ์ คือ เส้นตรง $x = -5$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) มีจุด $(0,0)$ เป็นจุดยอดและจุด $(0,-\frac{3}{2})$ เป็นโฟกัส

.....

.....

.....

.....

.....

3) ผ่านจุด $(1,5)$ และโฟกัสอยู่บนแกน Y

.....

.....

.....

.....

.....

4) ไดรเรกตริกซ์ คือ เส้นตรง $x = -2$ และโฟกัสอยู่ที่จุด $(2,0)$

.....

.....

.....

.....

.....

5) กราฟตะแคงซ้าย และผ่านจุด $(-2, 3)$

.....

.....

.....

.....

.....

กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2

พาราโบลาที่มีจุด (h,k) เป็นจุดยอด

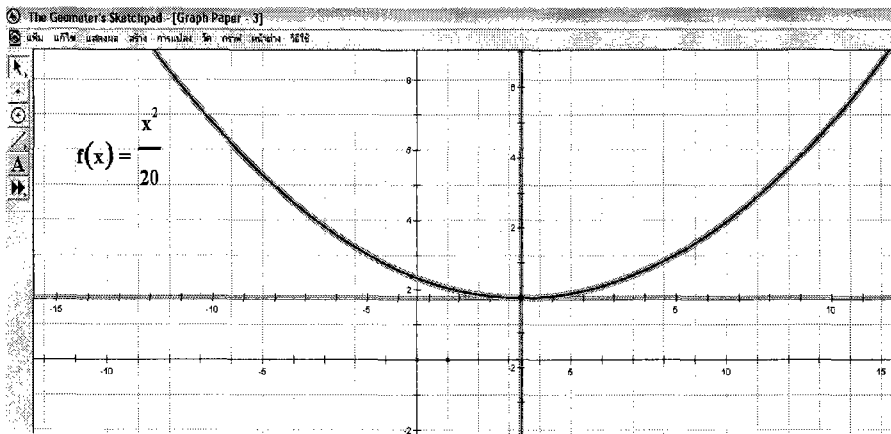
กิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้โปรแกรม GSP

1. ให้นักเรียนใช้โปรแกรม GSP สร้างกราฟพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (0,0) ขึ้นมา 1 รูป โดยเลือกเมนูแล้วไปที่ กราฟ → วาดกราฟของฟังก์ชันใหม่ แล้วใส่สมการพาราโบลาเข้าไป

(หมายเหตุ : นักเรียนต้องจำไว้ว่าโปรแกรม GSP จะเขียนกราฟของฟังก์ชันเท่านั้น เช่น ถ้าต้องการกราฟพาราโบลาจากสมการ $y^2 = 20x$ นักเรียนจะต้องจัดสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชัน คือ $y = \sqrt{20x}$ ซึ่งก็คือ $f(x) = \sqrt{20x}$ หรือ $x^2 = 20y$ นักเรียนจะต้องจัดสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชัน คือ $y = \frac{x^2}{20}$ ซึ่งก็คือ $f(x) = \frac{x^2}{20}$ นั่นเอง)

2. ให้นักเรียนเลื่อนกราฟพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (0,0) ที่นักเรียนสร้างขึ้น ไปไว้ที่จุด (h,k) แล้วแต่นักเรียนจะกำหนด โดยมีขั้นตอน ดังนี้

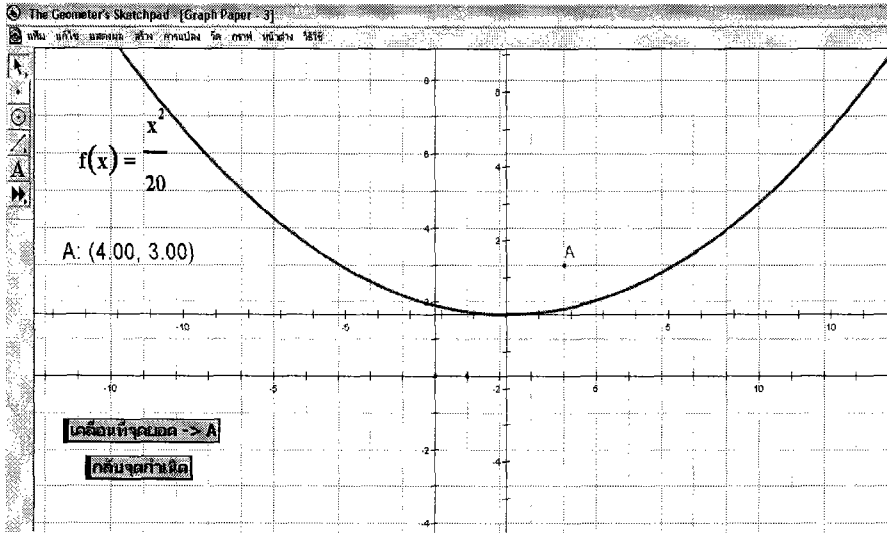
2.1 คลิกเลือกจุดยอด (0,0) แกน x แกน y และกราฟพาราโบลาที่สร้างไว้ แล้วทำการคัดลอก จากนั้นให้ซ่อนกราฟพาราโบลารูปเดิม ก็จะได้ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1

2.2 ให้นักเรียนทำการสแนพจุด โดยเลือกเมนูแล้วไปที่ กราฟ → สแนพจุด จากนั้นให้ลงจุดอิสระ (h,k) ไว้ที่พิกัดใด ๆ ก็ได้ 1 จุด พร้อมทั้งตั้งชื่อ เช่น จุด A แล้วสร้างปุ่มการเคลื่อนที่เพื่อเลื่อนจุดยอดไปหาจุด A และสร้างปุ่มการเคลื่อนที่เพื่อเลื่อนจุดยอดไปหาจุดกำเนิด (0,0) ด้วย ดังรูปที่ 2 หลังจากนั้นให้นักเรียนลองเลื่อนจุด A ไปไว้ที่พิกัดต่าง ๆ แล้วกดปุ่มเลื่อนจุดยอดของกราฟพาราโบลาไปหาจุด A พร้อมทั้งสังเกตพิกัดของจุดยอดของกราฟพาราโบลาที่เปลี่ยนไปตามจุด A เช่น

- พิกัดของจุด A คือ จะได้จุดยอดของพาราโบลา คือ
- พิกัดของจุด A คือ จะได้จุดยอดของพาราโบลา คือ
- พิกัดของจุด A คือ จะได้จุดยอดของพาราโบลา คือ

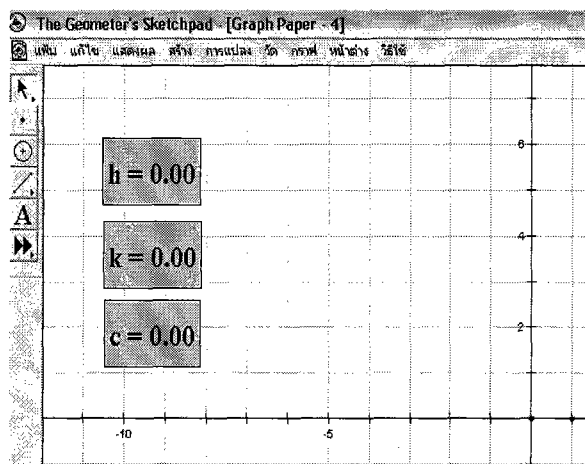
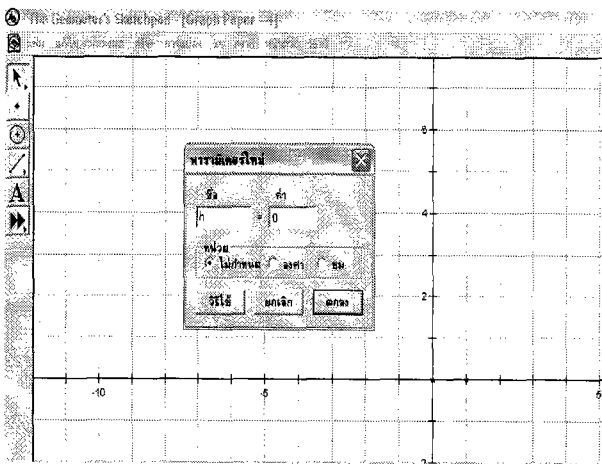


รูปที่ 2

3. จากพาราโบลาที่มีจุดยอดที่จุด (0,0) และเลื่อนขนานแกนไปที่ (h,k) ดังนั้นสมการพาราโบลาเมื่อเทียบกับแกนใหม่ คือ $(x')^2 = 4Cy'$ และ $(y')^2 = 4Cx'$ แต่จากการเลื่อนขนานของแกน นักเรียนทราบมาแล้วว่า $x' = \dots\dots\dots$ และ $y' = \dots\dots\dots$ ดังนั้น จะได้สมการพาราโบลาเทียบกับแกนเดิม คือ $(\dots\dots\dots)^2 = 4C(\dots\dots\dots)$ และ $(\dots\dots\dots)^2 = 4C(\dots\dots\dots)$ ตามลำดับ

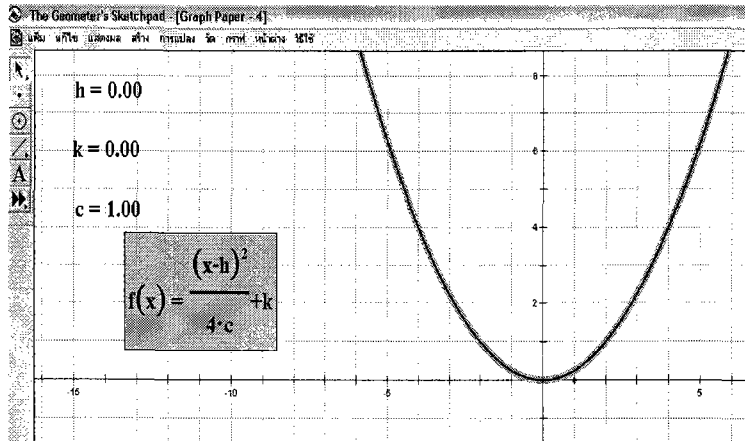
4. ให้นักเรียนสร้างหน้าต่างเอกสารใหม่ แล้วสร้างกราฟของพาราโบลาที่มีจุดยอดที่จุด (h,k) ตามขั้นตอนต่อไปนี้

4.1 สร้างระบบพิกัดเป็นกริดแบบจัตุรัส แล้วไปที่ กราฟ → พารามิเตอร์ใหม่ ตั้งชื่อ h และค่าเป็น 0 ดังรูปที่ 3 โดยให้นักเรียนใช้คำสั่งพารามิเตอร์ใหม่นี้สร้างค่าของ k และ c ตามลำดับ



รูปที่ 3

4.2 ให้นักเรียนใช้คำสั่ง วาดกราฟของฟังก์ชันใหม่ เพื่อเขียนกราฟพาราโบลาที่มีจุดยอดที่จุด (h,k) ซึ่งนักเรียนจะต้องจัดสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชัน โดยสมการพาราโบลา $(x-h)^2 = 4C(y-k)$ จัดสมการใหม่เป็น $y = \frac{(x-h)^2}{4c} + k$ และสมการพาราโบลา $(y-k)^2 = 4C(x-h)$ จัดสมการใหม่เป็น $y = \pm\sqrt{4c(x-h)} + k$ เมื่อนักเรียนจัดสมการใหม่ได้แล้วให้สร้างสมการในคำสั่งวาดกราฟของฟังก์ชันใหม่ โดยแทนค่าของ h , k และ c ด้วยค่าพารามิเตอร์ที่ได้สร้างไว้ ก็จะได้กราฟพาราโบลาตามต้องการ ดังรูปที่ 4 (เป็นกราฟของสมการ $(x-h)^2 = 4C(y-k)$)

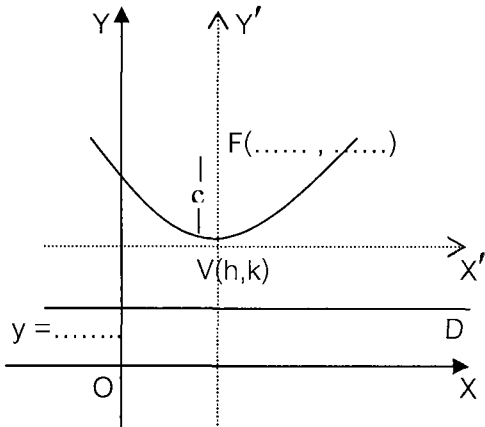
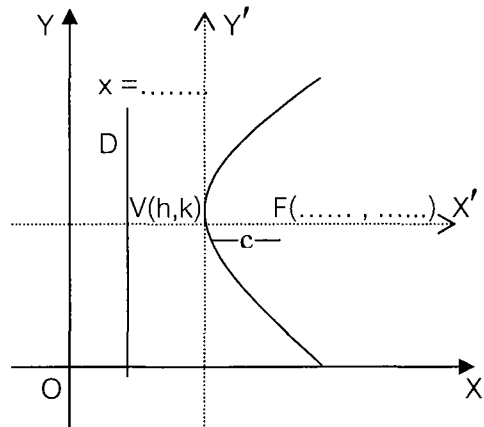


รูปที่ 4

4.3 ให้นักเรียนคลิกเลือกค่าพารามิเตอร์ h , k หรือ c ค่าใดค่าหนึ่งหรือจะเลือกพร้อมกันก็ได้ แล้วกดปุ่ม $+$ หรือ $-$ เพื่อทำการเพิ่มหรือลดค่าของพารามิเตอร์ ซึ่งการกระทำดังกล่าวจะทำให้จุดยอดของกราฟเปลี่ยนแปลงไป (เมื่อค่าของ h หรือ k เปลี่ยน) และขนาดของกราฟพาราโบลาจะเปลี่ยนแปลง (เมื่อค่าของ c เปลี่ยน) หลังจากนั้นให้นักเรียนสังเกตจุดยอด โฟกัสและสมการไคเรกตริกซ์ของพาราโบลาที่มีจุดยอดที่จุด (h,k) เมื่อเทียบกับจุดยอดอยู่ที่จุด $(0,0)$ เพื่อสรุปเป็นรูปแบบในการหาจุดยอด โฟกัสและสมการไคเรกตริกซ์ของพาราโบลาที่มีจุดยอดที่จุด (h,k) ต่อไป

พาราโบลาที่มีจุด (h,k) เป็นจุดยอด

จากพาราโบลาที่มีจุดยอดที่จุด $(0,0)$ และเลื่อนแกนทางขนานไปที่ (h,k) ดังนั้นสมการพาราโบลาเมื่อเทียบกับแกนใหม่ คือ $(x')^2 = 4cy'$ และ $(y')^2 = 4cx'$ แต่ $y' = y - k$ และ $x' = x - h$ ดังนั้น สมการพาราโบลาเทียบกับแกนเดิม คือ $(x-h)^2 = 4C(y-k)$ และ $(y-k)^2 = 4C(x-h)$ ตามลำดับ ซึ่งมีรายละเอียดดังตารางข้างล่าง

สมการ $(x-h)^2 = 4C(y-k)$	สมการ $(y-k)^2 = 4C(x-h)$
	
จุดยอด (h,k)	จุดยอด (h,k)
โฟกัส $(... , ...)$	โฟกัส $(..... , ...)$
สมการไดเรกทริกซ์ $y =$	สมการไดเรกทริกซ์ $x =$
แกนพาราโบลา เส้นตรงขนานกับแกน ...	แกนพาราโบลา เส้นตรงขนานกับแกน ...
ความยาวเลตัสเรกตัม $ $	ความยาวเลตัสเรกตัม $ $
$c > 0$ กราฟพาราโบลาเปิด.....	$c > 0$ กราฟพาราโบลาเปิด.....
$c < 0$ กราฟพาราโบลาเปิด.....	$c < 0$ กราฟพาราโบลาเปิด.....

ตัวอย่างที่ 1 จงหาสมการของพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่ $(-1,4)$ และมี $(-1,1)$ เป็นโฟกัส

วิธีทำ พิจารณาจากจุด $(-1,4)$ และ $(-1,1)$ ซึ่งอยู่ในแนวเส้นตรงขนานแกน y

$$\text{ดังนั้น สมการ คือ } (x-h)^2 = 4c(y-k)$$

เนื่องจากจุด $(-1,4)$ เป็นจุดยอด จะได้ $h = -1$ และ $k = 4$

และจุด $(-1,1)$ เป็นโฟกัส เทียบกับ $(h,k+c)$

$$\text{ดังนั้น } k+c = 1$$

$$\text{หรือ } 4+c = 1$$

$$\text{นั่นคือ } c = -3$$

ดังนั้นสมการพาราโบลา คือ $(x+1)^2 = -12(y-4)$

$$\text{หรือ } x^2 + 2x + 12y - 47 = 0$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาจุดยอด โฟกัสและสมการไดเรกทริกซ์ พร้อมเขียนกราฟจากสมการ

พาราโบลา $y^2 - 8y + 8x - 8 = 0$

วิธีทำ จากสมการ $y^2 - 8y + 8x - 8 = 0$

$$\text{จัดสมการใหม่ } y^2 - 8y = -8x + 8$$

$$y^2 - 8y + 16 = -8x + 24$$

$$(y-4)^2 = -8(x-3)$$

เมื่อเทียบกับสมการ $(y-k)^2 = 4c(x-h)$ จะได้ว่า

$$4c = -8$$

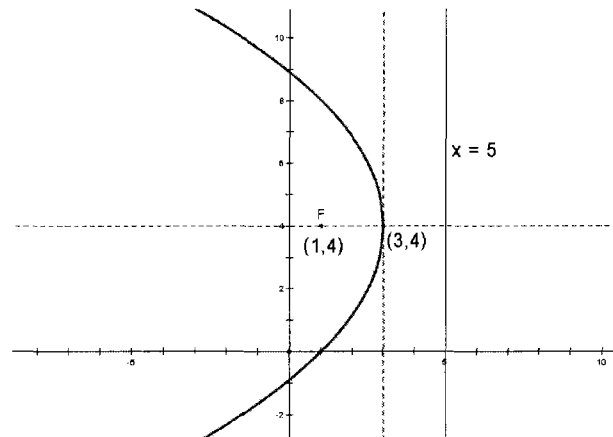
$$c = -2$$

ดังนั้น จุดยอด คือ $(3, 4)$

โฟกัส คือ $(h+c, k) = (1, 4)$

และสมการไดเรกทริกซ์ คือ $x = h - c$

$$x = 3 - (-2) = 5$$





1. จงหาจุดยอด โฟกัส และสมการไดเรกตริกซ์ พร้อมทั้งเขียนกราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้ โดยใช้โปรแกรม GSP

1) $\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + 6x - 8y + 41 = 0 \}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) $\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 - 4y + 6x - 8 = 0 \}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) $\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 3x^2 - 12x - y + 12 = 0 \}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหาสมการพาราโบลา ที่มีสมบัติต่อไปนี้

1) จุดยอดอยู่ที่จุด $(3,4)$ และโฟกัสอยู่ที่จุด $(1,4)$

.....

.....

.....

.....

.....

2) จุดยอดอยู่ที่จุด $(-2,6)$ และโฟกัสอยู่ที่จุด $(-2,-2)$

.....

.....

.....

.....

.....

3) จุดยอดอยู่ที่ $(-4,3)$ และเส้นไดเรกทริกซ์ คือ $x+5 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

4) จุดยอดอยู่บนเส้นตรง $x = 3$ และผ่านจุด $(5,0)$ และ $(-1,3)$

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบท้ายชุดการเรียนรู้ที่ 3

1. จากสิ่งที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงหาสมการของพาราโบลา

1) จุดยอดอยู่ที่จุด $(0,0)$ และโฟกัสอยู่ที่จุด $(0, \frac{5}{2})$

.....

.....

.....

2) จุดยอดอยู่ที่จุด $(0,0)$ และไดเรกทริกซ์คือเส้นตรง $y = -2$

.....

.....

.....

3) โฟกัสอยู่ที่จุด $(-2,0)$ และไดเรกทริกซ์คือเส้นตรง $x = 4$

.....

.....

.....

4) จุดยอดอยู่ที่ $(0,3)$ โฟกัสอยู่ที่ $(0,-1)$

.....

.....

.....

5) มีจุด $(3,5)$ และจุด $(3,-3)$ เป็นจุดปลายของเลตัสเรกตัม

.....

.....

.....

2. จงหาจุดยอด โฟกัส และสมการไดเรกตริกซ์ จากสมการพาราโบลาต่อไปนี้

1) $y^2 + 12x = 0$

.....
.....
.....
.....

2) $x^2 + 12y = 0$

.....
.....
.....
.....

3) $y = x^2 + 2x + 5$

.....
.....
.....
.....
.....

4) $x^2 + 6x - 2y + 7 = 0$

.....
.....
.....
.....
.....

5) $y^2 - 4y + 6x - 8 = 0$

.....
.....
.....
.....
.....

ภาคผนวก ง

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

ผู้เชี่ยวชาญด้านแผนการจัดการเรียนรู้ ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GSP
แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์

ข้าราชการบำนาญ

สำนักงานปลัดกระทรวงศึกษาธิการ

2. อาจารย์กิมวรรณ ธรรมใจ

สาขาคณิตศาสตร์ประถมศึกษา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

3. อาจารย์ป้าจรีย์ วัชชวัลคุ

ตำแหน่ง ครู คศ.3 รองหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

โรงเรียนสตรีวิทยา กรุงเทพมหานคร

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ - ชื่อสกุล	นายสันติ อธิพิณนาวากุล
วันเดือนปีเกิด	27 กันยายน 2524
สถานที่เกิด	เขตปทุมวัน จังหวัดกรุงเทพมหานคร
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	45/23 หมู่ 8 ตำบลราชาเทวะ อำเภอบางพลี จังหวัดสมุทรปราการ 10540
ตำแหน่งหน้าที่การงาน	ครูอัตราจ้าง
สถานที่ทำงาน	โรงเรียนสตรีวิทยา กรุงเทพมหานคร
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2542	มัธยมศึกษาตอนปลาย วิชาเอกคณิตศาสตร์ - วิทยาศาสตร์ จากโรงเรียนเทพศิรินทร์ร่มเกล้า เขตลาดกระบัง กรุงเทพฯ
พ.ศ. 2547	ศึกษาศาสตรบัณฑิต (ศษ.บ.) วิชาเอกคณิตศาสตร์ วิชาโทพลศึกษา มหาวิทยาลัยรามคำแหง
พ.ศ. 2550	การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ