

MAHACHULABONGKORABHUTHARAT
COLLEGE OF EDUCATION
BANGKOK THAILAND

การศึกษาความสามารถในการเรียนเวกเตอร์ของนักเรียน
ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น



เสนอต่อวิทยาลัยวิชาการศึกษา
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
สิงหาคม 2516

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ก็ เนื่องจากได้รับความกรุณาให้คำแนะนำอย่างดียิ่ง
จากรองศาสตราจารย์ ดร.สุชาติ รัตนกุล และผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุพจน์ ชะนะมา ผู้วิจัยค้นคว้า
ขอกราบขอบพระคุณอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ผู้วิจัยค้นคว้าขอขอบพระคุณอาจารย์ใหญ่ ผู้ช่วยอาจารย์ใหญ่ หัวหน้าหมวดวิชาคณิตศาสตร์
ตลอดทั้งคณะครูโรงเรียนยานนาวาเวศวิทยาคม ที่ได้ให้ความสะดวกในการศึกษาทดลองจนสำเร็จ
ลงด้วยดี

นอกจากนี้ผู้วิจัยค้นคว้าขอขอบคุณ คุณพรณราย เมาสานนท์ และคุณอุไรภรณ์ อังสุธรรม
ที่ได้ให้ความช่วยเหลืออย่างดียิ่งไว้ ณ ที่นี้ด้วย.

เสาวนิตย์ วงศ์อำไพ

สารบัญ

บทที่

หน้า

1	บทนำ	1
✓	✓ความมุ่งหมายของการศึกษาทดลอง	3
✓	✓การศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง	4
✓	✓สมมุติฐานในการศึกษาทดลอง	7
✓	✓ความสำคัญในการศึกษาทดลอง	7
✓	✓ขอบเขตของการศึกษาทดลอง	7
✓	✓นิยามศัพท์เฉพาะที่ใช้ในการศึกษาทดลอง	8
✓	✓ประโยชน์จากการศึกษาทดลอง	8
	✓ข้อกีดกันเบื้องต้น	8
✓ 2	✓วิธีดำเนินการและการวิเคราะห์ข้อมูล	9
	✓กลุ่มตัวอย่าง	9
	✓การแบ่งกลุ่มตัวอย่างเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	9
	✓เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	10
	✓เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง	11
	✓แบบทดสอบ	12
	✓วิธีดำเนินการทดลอง	14
	✓การวิเคราะห์ข้อมูล	14
✓ 3	✓ผลการทดลอง	17
	✓เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากแบบทดสอบ	17

บทที่

หน้า

4	บทย่อ สรุป อภิปรายผล และขอเสนอแนะ.....	20
	ความมุ่งหมายของการศึกษาทดลอง	20
	กลุ่มตัวอย่าง	20
	เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง	20
	เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	21
	การดำเนินการทดลอง	21
	การวิเคราะห์ข้อมูล	21
	ผลที่ได้จากการทดลอง	22
	อภิปรายผล	23
	สรุปผลการศึกษาทดลอง	23
	ขอเสนอแนะ	23
✓	บรรณานุกรม	24
✓	ภาคผนวก	27
	ภาคผนวก ก.	28
	ภาคผนวก ข.	33

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 แสดงจำนวนนักเรียนในแต่ละชั้นของกลุ่มตัวอย่าง	9
2 แสดงการกระจายเฉลี่ย ค่าอำนาจจำแนกเฉลี่ย ความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบ และการความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด	13
3 แสดงรายเฉลี่ยของคะแนนจากแบบทดสอบ เกี่ยวกับ วงศ์เตอร์ จำแนกตามระดับชั้น	18
4 แสดงค่า t (t - test) ในการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่ทดลองจากแบบทดสอบฉบับที่ 1	18
5 แสดงค่า t (t - test) ในการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่ทดลองจากแบบทดสอบฉบับที่ 2	19
6 แสดงการตีพิมพ์ฐานจากการสอบด้วยแบบทดสอบฉบับที่ 1 จำแนกตามระดับชั้น	30
7 แสดงค่า t (t - test) ในการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบ ฉบับที่ 1	31
8 แสดงการตีพิมพ์ฐานจากการสอบด้วยแบบทดสอบฉบับที่ 2 จำแนกตามระดับชั้น	31
9 แสดงค่า t (t - test) ในการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบ ฉบับที่ 2	32

- 10 แสดงค่าความยากง่าย (p) ลำนาจจำแนก (r) และความยากมาตรฐาน (Δ)
ของแบบทดสอบฉบับที่ 1 33
- 11 แสดงค่าความยากง่าย (p) ลำนาจจำแนก (r) และความยาก
มาตรฐาน (Δ) ของแบบทดสอบฉบับที่ 2 35



ปัจจุบันการศึกษาคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญไม่เพียงแต่จะใช้เป็นประโยชน์ภายในงาน
วงการธุรกิจ อุตสาหกรรม การปกครองและวิทยาศาสตร์กายภาพเท่านั้น แต่ยังเป็นประโยชน์
ในการทำโปรแกรม การใช้เครื่องจักรกลในการคำนวณชนิดต่าง ๆ และกิจกรรมอื่น ๆ อีกมาก
เป็นที่เชื่อใจว่าการธุรกิจ และอุตสาหกรรมในอนาคต ต้องการผู้ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์
ในระดับสูง¹ และเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นทั่วโลกทั้งทางด้านการธุรกิจและสังคมได้แสดงให้เห็น
ความจำเป็นที่จะต้องมีผู้หลักผู้ใหญ่และการสอนคณิตศาสตร์เสียใหม่โดยสิ้นเชิง² เนื่องจาก
ความมุ่งหมายของการสอนวิชาคณิตศาสตร์แต่เดิมมุ่งให้นักเรียนมีความชำนาญในการคิดเลขเป็น
สำคัญ ความชำนาญในที่นี้หมายถึงความชำนาญในการ บวก ลบ คูณ หาร เลข ใกล้เคียงรวดเร็ว
และแม่นยำภายในเวลาที่กำหนด ส่วนความมุ่งหมายของการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่มุ่งให้
ผู้เรียนเข้าใจโครงสร้างของคณิตศาสตร์จนเกิดความซาบซึ้งมองเห็นความมั่งคั่งของคณิตศาสตร์
และยังมุ่งให้ผู้เรียนคิดและใช้เหตุผลได้อย่างถูกต้อง อันเป็นผลให้ผู้เรียนเกิดความกึกก้องสร้างสรรค์
และมีเหตุผล³

การสอนคณิตศาสตร์ของประเทศไทยในปัจจุบันยังต้องพัฒนาอีกมาก กล่าวคือครูผู้สอน
มักจะเน้นในข้อพิถกย่อยในเรื่องต่าง ๆ มากกว่าที่จะเน้นในสิ่งสำคัญของเรื่องนั้น ๆ ทำให้ความรู้
และเนื้อหาต่าง ๆ คอขวางแถม และหลักสูตรของประเทศไทยยังล้าหลังทางประเทศที่เจริญ

¹Foster E. Crossnicle, and Leo J. Bruckner, Discovering Meanings in Elementary School Mathematics, 1964, p. 3.

²Howard F. Fehr, A Future Literacy, Atlantic Monthly, 1971.

³ประทีป มหาจันทร์ "วิธีสอนคณิตศาสตร์แผนใหม่ในชั้นประถมศึกษา" เอกสารนิเทศ
การศึกษา กรมการฝึกหัดครู ฉบับที่ 7, 2512 หน้า 1.

บางประเทศ เช่น สหรัฐอเมริกา อังกฤษ และสหภาพโซเวียต เพื่อให้เหมาะสมกับความก้าวหน้าทางวิชาการของสังคมในปัจจุบัน จึงเป็นการสมควรอย่างยิ่งที่จะต้องแก้ไขปรับปรุงหลักสูตรเสียใหม่¹

นักการศึกษา นักคณิตศาสตร์ และผู้บริหารประเทศในสหรัฐอเมริกามองเห็นความสำคัญของการปรับปรุงการศึกษาทางคณิตศาสตร์ ได้จัดตั้งโครงการทดลองเพื่อปรับปรุงแก้ไขการสอนคณิตศาสตร์มากกว่า 70 โครงการ² ในตอนต้น ค.ศ. 1944 สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติได้ตั้งคณะกรรมการขึ้นชุดหนึ่ง คือ Commission on Post - War Plans เพื่อพิจารณาร่างหลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา ที่จะใช้สอนในระยะหลังสงคราม คณะกรรมการชุดนี้ได้เสนอรายงานและให้ข้อเสนอแนะในการจัดทำหลักสูตรคณิตศาสตร์ ตั้งแต่เกรด 1 ถึงเกรด 14 โดยกล่าวถึงสิ่งที่เด็กควรรู้อยู่และเข้าใจ และนำไปใช้ได้ 28 อย่าง เช่นการใช้เปอร์เซ็นต์ การชั่ง ตวง วัด เวกเตอร์ ข้อตกลง-ตรีโกณมิติ และการกระจายมาตรฐานเงินสหรัฐอเมริกา

คริสต์ศตวรรษที่ 20 นับได้ว่าเป็นศตวรรษแรกเริ่มแห่งการปฏิรูปการเรียนการสอนคณิตศาสตร์³ วิทยาการทางเทคโนโลยีก่อให้เกิดความตื่นตัวทางคณิตศาสตร์อันก่อให้เกิดความจำเป็นที่จะต้องเปลี่ยนแปลงและปรับปรุงเนื้อหาและวิธีการทางคณิตศาสตร์ ให้เป็นประโยชน์ต่อสังคมมากที่สุด

¹ สภาพร กักศิริชัยศิลป์ "การศึกษาเปรียบเทียบกับความสามารถในการเรียนเรื่องจำนวนเต็มลบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1" วิทยานิพนธ์ 2514 หน้า 4

² กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ "รายงานการสัมมนาการคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา" 2509 หน้า 3, 9 - 1.

³ J. D. Williams, Mathematics Reform in the Primary School, p. 38.

การเปลี่ยนแปลงทางคณิตศาสตร์เป็นไปในลักษณะที่ก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงต่อไปอีกแม้ในคณิตศาสตร์เอง¹ (Change Produces Change) และโดยที่การเปลี่ยนแปลงเช่นนี้มีลักษณะสากล จึงไม่มีประเทศใดเพิกเฉยในเรื่องนี้

การที่สังคมต้องฟังคณิตศาสตร์มากขึ้น ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงหลักสูตรที่สำคัญอย่างหนึ่งคือการเริ่มสอนคณิตศาสตร์แบบใหม่ในระดับมัธยมศึกษา เช่น ความน่าจะเป็นและสถิติเบื้องต้น อสมการทางพีชคณิต เวกเตอร์ พีชคณิตเชิงเส้น และเซต

สำหรับประเทศไทยการศึกษาด้านคณิตศาสตร์ยังอยู่ในระยะเริ่มดำเนินการทดลอง ซึ่งนับเป็นการเริ่มต้นของการดำเนินงานเพื่อปรับปรุงการศึกษาทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาและประถมศึกษา แต่ถึงกระนั้นก็คาดได้ว่าในอนาคตอันใกล้จะต้องมีการเปลี่ยนแปลงบางอย่างที่สำคัญ ถ้าหากทุกฝ่ายที่เกี่ยวข้องของทางตระหนักถึงความจำเป็นและพร้อมที่จะมีส่วนร่วมในการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวอย่างจริงจัง²

จากความรู้ดังกล่าวเบื้องต้น และจากเอกสารอันคว่าเกี่ยวกับการปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับต่าง ๆ ทั้งในและต่างประเทศ ผู้วิจัยจึงมีความประสงค์จะศึกษาและวิจัยว่าความรูเรื่องเวกเตอร์มาสอน ในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นแล้ว จะได้อะไรเป็นประการใด

ความมุ่งหมายของการศึกษาทดลอง

1. เพื่อศึกษาว่านักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นสามารถเรียนเวกเตอร์ได้หรือไม่
2. เพื่อศึกษาว่าควรจะเริ่มสอนเวกเตอร์แก่นักเรียนในระดับใดจึงจะเหมาะสม
3. เพื่อประโยชน์ในการพิจารณาปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

¹สุชาติ รัตนกุล "การเตรียมครูเพื่อสอนคณิตศาสตร์แบบใหม่ในระดับประถมศึกษา"
วิทยานิพนธ์ 2514 หน้า 5.

²สุรภก มุ่งเกษม "พัฒนาการของการศึกษาด้านคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา"
วิทยานิพนธ์ 2513 หน้า 69

การศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง

การสอนคณิตศาสตร์แบบใหม่ในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษา ได้รับความสนใจจากผู้บริหารการศึกษา นักคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้อง ซึ่งมีหลายประเทศ เริ่มการทดลองและประสบผลสำเร็จ¹

หลักสูตรคณิตศาสตร์ของประทศต่าง ๆ ที่ไปทดลองสอนคณิตศาสตร์แบบใหม่ โดยมีเรื่องเวกเตอร์รวมอยู่ในหลักสูตรระดับมัธยมศึกษาไม่กี่แห่ง²

ประเทศสวีเดน ได้คัดเลือกนักเรียน 15 - 20 % ของนักเรียนทั้งหมดในกลุ่มอายุ 16 - 18 ปี เพื่อทดลองสอนคณิตศาสตร์แบบใหม่ โดยสอนเวกเตอร์ใหม่แรกของการทดลอง ประเทศเบลเยียม เริ่มสอนเวกเตอร์กับนักเรียนเกรด 5 (อายุ 13 - 14 ปี) ในปี ค.ศ. 1968

ประเทศเยอรมัน มีหลักสูตรเกี่ยวกับเวกเตอร์สำหรับนักเรียนหลักสูตรคณิตศาสตร์ พิเศษ ซึ่งเตรียมเข้ามหาวิทยาลัยในเกรด 10 - 12

ประเทศเยอรมัน มีหลักสูตรคณิตศาสตร์แบบใหม่ ซึ่งรวมเรื่องเวกเตอร์ไว้ด้วย ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (อายุ 11 - 13 ปี)

สหภาพโซเวียต จัดเรื่องเวกเตอร์รวมอยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับเกรด 9 - 10 สำหรับหลักสูตรคณิตศาสตร์แบบใหม่ที่เราได้อ่านในภาษาอังกฤษฉบับนี้มีเรื่องเวกเตอร์ทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและมัธยมศึกษาตอนปลาย และมีโครงการทดลองเกี่ยวกับคณิตศาสตร์แบบใหม่หลายโครงการด้วยกัน เช่น โครงการของมหาวิทยาลัยออกฟอร์ด Haffield Mathematics Project (NMP) และ The School Mathematics Project (SMP) หลักสูตรคณิตศาสตร์ของโครงการนี้ (SMP) เน้นความสำคัญในโครงสร้างของพีชคณิต เช่น

¹Donovan A. Johnson, and Robert Rahtz, The New Mathematics in Our Schools, 1966, p. 13.

²W. Servais, and T. Varga, Teaching School Mathematics, 1971, p. 181 - 216.

เมตริกซ์ เวกเตอร์ และสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการจัดหมู่ (Associativity) การสลับที่ (Commutativity) ความสัมพันธ์ (Relation) และกรุป (Group)¹

ส่วนสหรัฐอเมริกาโครงการทดลองสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาหลายโครงการในรายวิชาของแต่ละโครงการ ได้รวมเรื่องเวกเตอร์สำหรับสอนในชั้นมัธยมศึกษาในระดับต่าง ๆ เช่น โครงการ University of Illinois Committee on School Mathematics (UICSM) ใสสอนในเกรด 10 Unesco Mathematics Project for the Arab States ใสสอนในเกรด 11² โครงการ Organization for Economic Co-operation and Development (OECD) ส่วนเรื่องเวกเตอร์กับนักเรียนที่อายุประมาณ 18 ปี³ โครงการ Secondary School Mathematics Curriculum Improvement Study (SSMCIS) ของมหาวิทยาลัยโคลัมเบีย สอนเวกเตอร์ในเกรด 9⁴ และโครงการ School Mathematics Study Group (MSG) ใสสอนในเกรด 11 - 12⁵

¹กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ รายงานการสัมมนาหลักสูตรระดับมัธยมศึกษา 2509 หน้า 3, 7 - 1 - 5.

²Unesco Mathematics Project for the Arab States, Mathematics Grade 11, 1971, p. 85 - 128.

³Organization for Economic Co-operation and Development, Synopses for Modern Secondary School Mathematics, 1969, p. 201 - 219.

⁴Teacher College, Columbia University, Secondary School Mathematics Curriculum Improvement Study, Information Bulletin No. 3, October, 1968, p. 4 - 5.

⁵Donovan A. Johnson, and Robert Rahtz, The New Mathematics in Our Schools, 1966, p. 17 - 20.

วิลสัน (Wilson) ได้กล่าวในที่ประชุมสัมมนาปรับปรุงหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เมื่อเดือนพฤษภาคม พุทธศักราช 2515 เรื่อง "การคำนวณและโครงสร้างในระดับมัธยมศึกษา" ว่าโครงสร้าง (Structure) ได้ เข้ามามีบทบาทในคณิตศาสตร์ทุกแขนง เพราะคณิตศาสตร์เป็นการศึกษาวิธีการใดโครงสร้างและการคิดโครงสร้างไปไว้ หากผู้เรียนไม่เข้าใจความถึนั้นแล้วก็จะไม่เข้าใจถึงลักษณะที่แท้จริงของคณิตศาสตร์ โครงสร้างของพีชคณิตแนวใหม่ได้แก่กรุป (Group) เวกเตอร์ (Vector) ริง (Ring) และฟิลด์ (Field) ซึ่งเป็นนามธรรมและค่อนข้างจะเข้าใจยาก แต่อาจจะหา ตัวอย่างที่ง่าย ๆ เกี่ยวกับเรื่องเหล่านี้จะทำให้สำหรับนำมาสอนเด็กในระดับโรงเรียน การที่นักเรียนได้คุ้นเคยกับระบบจำนวนเกี่ยวกับจำนวนเต็ม จำนวนตรรกยะ และจำนวนจริง ตลอดจนการกระทำ (Operation) ทางเลขคี่ต่าง ๆ เป็นการอธิบายโครงสร้างอยู่ในตัว ซึ่งจะ เข้ามามีส่วนรวบให้เด็กเรียนเข้าใจเรื่องโครงสร้างในระดับนี้ได้เป็นอย่างดี

อัลเลน รอย กับริด (Allan Roy Gubrud)¹ ได้วิจัยเกี่ยวกับเรื่อง การ บวก เวกเตอร์ของนักเรียนอเมริกันในเกรด 8, 9 และ 10 สรุปผลการทดลองได้ดังนี้

1. นักเรียนเกรด 9 ที่มีความสามารถต่ำและนักเรียนเกรด 8 ที่มีความสามารถ ในการเรียนเรื่องการบวกเวกเตอร์เบื้องต้น
2. ความรู้พื้นฐานของนักเรียนเกรด 8, 9 และ 10 ช่วยให้การเรียนเรื่องการบวก เวกเตอร์ง่ายขึ้น
3. การให้นักเรียนเรียนเกี่ยวกับภาพประกอบช่วยให้การเรียนเรื่องเวกเตอร์ง่ายขึ้น
4. นักเรียนในระดับชั้นที่สูงกว่าสามารถเรียนเรื่องการบวกเวกเตอร์ได้ดีกว่านักเรียน ในระดับชั้นที่ต่ำกว่า
5. เมื่อเปรียบเทียบความสามารถของนักเรียน 2 กลุ่ม กลุ่มหนึ่งเป็นนักเรียนเกรด 8 และเกรด 9 ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ อีกกลุ่มหนึ่งเป็นนักเรียนเกรด 9 ที่มีความสามารถ

¹Allan Roy Gubrud, "Effect of an Advance Organizer and A Concrete Experience on Learning The Concept of Vectors in Junior and Senior High School," Dissertation Abstracts International, June, 1971, p. 6468 - A.

ทางคณิตศาสตร์สูงและนักเรียนเกรด 10 ทั้งหมด ปรากฏว่านักเรียนกลุ่มหลังสามารถรวบรวม
เนื้อหาเกี่ยวกับการบวกเวกเตอร์ได้อย่างชัดเจน

เซอร์เวย์ส (Servais) และวาร์กา (Varga) กล่าวว่าควรจะเริ่มสอนเรื่อง
เวกเตอร์กับนักเรียนที่อายุตั้งแต่ 15 ขึ้นไป¹

สมมติฐานในการศึกษาทดลอง

1. นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นสามารถเรียนเวกเตอร์ได้
2. นักเรียนในระดับชั้นที่สูงกว่าควรจะมีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเวกเตอร์สูงกว่านักเรียน
ในระดับชั้นที่ต่ำกว่า

ความสำคัญในการศึกษาทดลอง

1. ผลจากการศึกษาทดลองเรื่องนี้จะทำให้ทราบถึงความสามารถของนักเรียนในระดับ
มัธยมศึกษาตอนต้นในการเรียนเวกเตอร์
2. การศึกษาทดลองเรื่องนี้ จะทำให้ทราบว่าควรเริ่มสอนเวกเตอร์ในระดับชั้นใดจึง
จะเหมาะสม
3. เพื่อเป็นแนวทางในการพิจารณาปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาของ
ประเทศไทย

ขอบเขตของการศึกษาทดลอง

1. การศึกษาทดลองเรื่องนี้กระทำกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
ซึ่งเป็นนักเรียนระดับศึกษาโรงเรียนนานาชาติเวทวิทยาคม อำเภอพานทอง กรุงเทพมหานคร จำนวน
วันละ 46 คน รวม 138 คน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2516

¹W. Servais, and T. Varga, Teaching School Mathematics, 1971, p.181.

2. ผู้วิจัยคนควาโครงสร้างเนื้อหาขึ้นเอง
3. ผู้วิจัยคนควาสอบเองโดยใช้เวลาสอบขึ้นละ 16 ชั่วโมง
4. ผู้วิจัยคนควาสร้างข้อทดสอบขึ้นเอง

นิยามศัพท์เฉพาะที่ใช้ในการศึกษาทดลอง

1. ความสามารถ หมายถึง ความสามารถในการเรียนเวกเตอร์ผู้วิจัยคนควา
สร้างเนื้อหาขึ้น โดยถือเอาคะแนนเฉลี่ย (Mean) ซึ่งนักเรียนทำจากแบบทดสอบที่ผู้วิจัย
คนควาสร้างขึ้นเป็นเกณฑ์
 2. เวกเตอร์¹ เวกเตอร์ที่ไม่ใช่เวกเตอร์ศูนย์จะมีคุณสมบัติ 3 ประการดังนี้
 - 2.1 มีขนาดหรือความยาว (Magnitude) เป็นจำนวนบวก
 - 2.2 มีทิศทาง (Direction)
 - 2.3 มีความหมาย (Sense) ซึ่งจะช่วยให้ความเข้าใจเกี่ยวกับทิศทางชัดเจน
- ยิ่งขึ้น

ประโยชน์จากการศึกษาทดลอง

1. เป็นประโยชน์ในการพิจารณาปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา
2. เป็นแนวทางส่งเสริมการวิจัยต่อไป

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. การกักส่วนนักเรียนมีความสามารถในการเรียนนั้นยึดถือเกณฑ์นักเรียนทำคะแนน
จากแบบทดสอบได้ตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป
2. เนื่องจากการศึกษาทดลองครั้งนี้จำเป็นต้องใช้ศัพท์เฉพาะบางคำ ดังนั้นผู้วิจัยคนควา
จึงขอไว้พิมพ์คำพินิจเพิ่มเติม

¹A.M. Macbeath, Elementary Vector Algebra, 1964, p. 17.

วิธีดำเนินการและวิเคราะห์ข้อมูล

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ทดลองสอบ เพื่อคัดเลือกข้อสอบที่ดีมีความเชื่อมั่นสูง เป็นนักเรียน
สหศึกษาระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 3 โรงเรียนยานนาเวศวิทยา กรุงเทพมหานคร
จำนวนชั้นละ 22 คน รวม 66 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนสหศึกษาระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 3
โรงเรียนยานนาเวศวิทยา กรุงเทพมหานคร จำนวนชั้นละ 24 คน รวม 72 คน

การเลือกกลุ่มตัวอย่างใช้วิธีสุ่มตัวอย่าง (Random Sampling)

การแบ่งกลุ่มตัวอย่างเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลผู้วิจัยจะแบ่งนักเรียนตามระดับชั้นที่เรียน ซึ่งมี 3 ระดับ
ดังนี้คือ

ระดับที่ 1 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 24 คน

ระดับที่ 2 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 24 คน

ระดับที่ 3 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 24 คน

ตาราง 1 แสดงจำนวนนักเรียนในแต่ละชั้นของกลุ่มตัวอย่าง

เพศ \ ชั้น	ชาย	หญิง	รวม
มัธยมศึกษาปีที่ 1	15	9	24
มัธยมศึกษาปีที่ 2	18	6	24
มัธยมศึกษาปีที่ 3	14	10	24

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองเกี่ยวกับการศึกษาความสามารถในการเรียนเวกเตอร์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีเนื้อหาและแบบทดสอบเพื่อวัดความสามารถในการเรียนเวกเตอร์ 2 ฉบับ โดยผู้วิจัยค้นคว้าจากตำราต่อไปนี้

1. คณิตศาสตร์แผนปัจจุบัน เล่ม 2¹
2. หนังสือประกอบการเรียนพีชคณิตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (A Programmed Textbook)²
3. เอกสารประกอบการพิจารณาหลักสูตรเกี่ยวกับเวกเตอร์ของสถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (ฉบับร่าง)
4. Elementary Vector Algebra³
5. Examples in Modern Mathematics at 'O' Level⁴
6. Modern Mathematics in Secondary School⁵

¹ สุชาติ รัตนกุล คณิตศาสตร์แผนปัจจุบัน เล่ม 2 2510 หน้า 62 - 76

² กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ หนังสือประกอบการเรียนพีชคณิตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 2508 หน้า 49 - 85

³ A.M. Macbeath, Elementary Vector Algebra, pp. 17 - 20

⁴ B.F.O' Byrne, Examples in Modern Mathematics at 'O' Level, pp. 146-163

⁵ D.T.E. Marjoram, Modern Mathematics in Secondary School, pp. 99 - 131

7. Modern Mathematics for School Book 4¹
8. School Mathematics Project Book 2²

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง

1. เซต (Set)
 - 1.1 ความหมาย
 - 1.2 สัญลักษณ์
 - 1.3 เซตเหมือน (Equal Sets) และสับเซต (Subsets)
2. เวกเตอร์ใน Space 2 มิติ
3. เวกเตอร์อิสระ (Free Vectors) และเวกเตอร์จำกัด (Fixed Vectors)
4. การบวกเวกเตอร์
5. คุณสมบัติเกี่ยวกับการบวกเวกเตอร์
 - 5.1 คุณสมบัติการสลับที่
 - 5.2 คุณสมบัติการจับหมู่
6. เวกเตอร์ศูนย์ (Zero Vector)
7. การลบเวกเตอร์
8. เวกเตอร์ลบ (Negative Vector)
9. การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์
10. คุณสมบัติการกระจาย

1

Scottish Mathematics Group, Modern Mathematics for School Book 4,
pp. 1 - 21

2

Cambridge University Press, School Mathematics Project Book 2,
pp. 120 - 144

11. เวกเตอร์บอกตำแหน่ง
12. ยูนิตเวกเตอร์
13. ความยาวของเวกเตอร์

แบบทดสอบ

ในการศึกษาทดลองผู้วิจัยค้นคว้าได้สร้างแบบทดสอบเพื่อวัดความสามารถของนักเรียนชั้น 2 ฌบ ฌมเนื่อหาที่ทดสอบสอน ฌบ๓ละ 45 ฌอ แบบทดสอบฌบที่ 1 ฌี่ยวกับเซต เวกเตอร์ ใน Space 2 มิติ เวกเตอร์อิสระ เวกเตอร์จำกัด การบวกเวกเตอร์ คุณสมบัติ การสลับที่และการจัดฌมของการบวกเวกเตอร์ เวกเตอร์ศูนย์ การลบเวกเตอร์ และเวกเตอร์ลบ การคูณเวกเตอร์ด้วยสกาลา ส่วนฌบที่ 2 เป็นเรื่องฌี่ยวกับเวกเตอร์บอกตำแหน่ง ยูนิตเวกเตอร์ ความยาวของเวกเตอร์และรวบรวมสรุปรฌื่อหาทั้งหมดที่ไ้ทดสอบสอน

ผู้วิจัยค้นคว่านำแบบทดสอบทั้ง 2 ฌบไปทดสอบนักเรียนในกลุ่มทดสอบ ฌำนวน 66 คน หลังจากทดสอบแล้วไ้ทำการวิเคราะห์แบบทดสอบตามหลักการวิเคราะห์ขอสอบจากหนังสือวัดผล การศึกษา¹ กล่าวคือ จัดเรียงคะแนนของนักเรียนที่ทำได้จากมากที่สุดไปหาน้อยที่สุดเป็นลำดับ แล้วตัดนักเรียน 18 คน จากคะแนนสูงสุดลงมา และ 18 คน จากคะแนนต่ำสุดขึ้นไป วิเคราะห์ผลการสอบของนักเรียนทั้ง 36 คน ต่อจากนั้นนำผลจากการวิเคราะห์ไปเปิดตารางสำเร็จ² เพื่อหาค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และความยากมาตรฐาน (Δx) แล้วคำนวณหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (r_{tt}) และความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (SE_{meas}) (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก)

¹ ขวาล แพทย์กุล เทคนิคการวัดผล ฌนา

² Chung - Teh Fan, Item Analysis Table pp. 6 - 32

ผลที่ได้จากการวิเคราะห์ข้อสอบปรากฏว่า คัดเลือกข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ได้
ฉบับละ 35 ข้อ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

แบบทดสอบฉบับที่ 1 ข้อสอบที่คัดเลือกได้ 35 ข้อ มีความยากง่ายตั้งแต่ .22
ถึง .85 และมีความยากง่ายเฉลี่ยเท่ากับ .60 มีความอำนาจจำแนกตั้งแต่ .70 ถึง .75
และมีความอำนาจจำแนกเฉลี่ยเท่ากับ .43

แบบทดสอบฉบับที่ 2 ข้อสอบที่คัดเลือกได้ 35 ข้อ มีความยากง่ายตั้งแต่ .18 ถึง
.84 และมีความยากง่ายเฉลี่ยเท่ากับ .50 มีความอำนาจจำแนกตั้งแต่ .12 ถึง .72
และมีความอำนาจจำแนกเฉลี่ยเท่ากับ .48

หลังจากที่ได้ทดลองสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2, และ 3 แล้ว ผู้วิจัยค้นคว้า
ได้นำผลที่ได้จากแบบทดสอบทั้ง 2 ฉบับ มาคำนวณหาความเชื่อมั่น (Reliability)
และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (SE_{meas}) โดยใช้สูตรของ คูเทอรวิชาร์ดสัน
ได้หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบฉบับที่ 1 และที่ 2 เท่ากับ .68 และ .75 ตามลำดับ
และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดเท่ากับ 2.853 และ 2.827 ตามลำดับ
ดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 2 แสดงค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนกเฉลี่ย ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

แบบทดสอบฉบับที่	จำนวนข้อ	ค่า p เฉลี่ย	ค่า r เฉลี่ย	r_{tt}	SE_{meas}
1	35	.60	.43	.68	2.85
2	35	.50	.48	.75	2.83

วิธีดำเนินการทดลอง

1. ผู้วิจัยค้นคว้าสอนเนื้อหาเกี่ยวกับเวกเตอร์ที่สร้างขึ้นแก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 3 จำนวนชั้นละ 46 คน โดยแบ่งออกเป็น 2 ระยะ คือระยะแรก 10 ชั่วโมง ระยะหลัง 6 ชั่วโมง รวมเวลาที่สอนชั้นละ 16 ชั่วโมง
2. ผู้วิจัยค้นคว้าแบ่งนักเรียนแต่ละชั้นออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มแรก 22 คน กลุ่มหลัง 24 คน นักเรียนกลุ่มแรกของแต่ละชั้นไว้สำหรับทดลองสอบข้อสอบที่สร้างขึ้น เพื่อหาความยากง่าย อ่านาจำแนก ความยากมาตรฐาน สำหรับเลือกแบบทดสอบที่อยู่ในเกณฑ์ที่ใช้ทดสอบกับนักเรียน กลุ่มหลังซึ่งเป็นกลุ่มทดลอง
3. เมื่อสอนครบระยะแรกแล้วจึงทดสอบนักเรียนกลุ่มทดลองสอบของทั้ง 3 ชั้น ด้วยแบบทดสอบฉบับที่ 1 ซึ่งมีจำนวน 45 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบชั้นละ 1 ชั่วโมง ภายหลัง จากทดสอบนักเรียนกลุ่มทดลองสอบ ผู้วิจัยค้นคว้านำแบบทดสอบไปวิเคราะห์ข้อสอบ เลือกข้อสอบ ที่อยู่ในเกณฑ์ได้ 35 ข้อ นำมาทดสอบกับนักเรียนกลุ่มทดลองทั้ง 3 ชั้น ภายหลังจากทดสอบ กลุ่มทดลองสอบไปแล้ว 3 วัน ใช้เวลาในการทดสอบชั้นละ 50 นาที
4. เมื่อสอนครบระยะที่ 2 แล้วจึงทดสอบนักเรียนกลุ่มทดลองสอบทั้ง 3 ชั้น ด้วยแบบทดสอบฉบับที่ 2 แล้วดำเนินการวิเคราะห์เกี่ยวกับระยะแรกทุกประการ

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. รายเฉลี่ยของคะแนนจำนวนจากสูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

2. ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) คำนวณจากสูตร

$$S = \sqrt{\frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}^1$$

3. ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (Reliability) คำนวณจากสูตรของคูเคอร์
ริชาร์ดสัน

$$r_{tt} = \frac{NS_t^2 - M(N-M)}{S_t^2 (N-1)}^2$$

4. ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด (Standard Error of Measurement)
ของแบบทดสอบ คำนวณจากสูตร

$$SE_{meas} = S_X \sqrt{1 - r_{tt}}$$

1

George A. Ferguson, Statistical Analysis in Psychology and Education, p. 67

2

M.W. Richardson, and C.F. Kuder, "The Calculation of Test Reliability Coefficients Based upon the Method of Rational Equivalence" Journal of Educational Psychology, 1939, 30 : 681 - 687

3

Harold Gullikson, Theory of Mental Test p. 63

5. วิเคราะห์ค่าที (t - test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของรายเฉลี่ย
 จำนวนจากสูตร 1

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(N_1 - 1)S_1^2 + (N_2 - 1)S_2^2}{N_1 + N_2 - 2} \left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2} \right)}}$$



¹
 Gene V Glass, and Julian C. Stanley, Statistical Methods in Education and Psychology, 1970, p. 295

ผลการทดลอง

ผลการวิเคราะห์ที่ได้จากการทดลองมีดังต่อไปนี้

เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากแบบทดสอบ

ผลการทดลองสอนเรื่องเวกเตอร์ในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ยดังต่อไปนี้

เกี่ยวกับเรื่องเซต เวกเตอร์ใน Space 2 มิติ เวกเตอร์อิสระ เวกเตอร์จำกัด การบวกเวกเตอร์ เวกเตอร์ศูนย์ การลบเวกเตอร์ **ผลรวมเวกเตอร์** และการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้คะแนนเฉลี่ย 18.00 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้คะแนนเฉลี่ย 18.38 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ย 21.54

เกี่ยวกับเรื่องเวกเตอร์บอกตำแหน่ง ยูนิตเวกเตอร์ ความยาวของเวกเตอร์ และรวบรวมเนื้อหาทั้งหมดที่ทดลองสอน นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้คะแนนเฉลี่ย 18.13 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้คะแนนเฉลี่ย 18.58 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ย 21.58

จากผลที่ได้จากการทดลองทั้งหมดแสดงให้เห็นว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ทำการทดลองมีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนเรื่องเซต

เวกเตอร์ใน Space 2 มิติ เวกเตอร์อิสระ เวกเตอร์จำกัด การบวกเวกเตอร์ คุณสมบัติการลบที่ของการบวกเวกเตอร์ คุณสมบัติการจัดหมู่ของการบวกเวกเตอร์ เวกเตอร์ศูนย์ การลบเวกเตอร์และเวกเตอร์ลบ การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ เวกเตอร์บอกตำแหน่ง ยูนิตเวกเตอร์ และความยาวของเวกเตอร์ได้ เพราะสามารถหาคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบทั้ง 2 ฉบับ ได้ตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป

ตาราง 3 แสดงรายเฉลี่ยของคะแนนจากแบบทดสอบเกี่ยวกับเวกเตอร์ จำแนกตามระดับชั้น

ชั้น / แบบทดสอบ	ฉบับที่ 1	ฉบับที่ 2	รวม
มัธยมศึกษาปีที่ 1	18.00	18.13	36.13
มัธยมศึกษาปีที่ 2	18.38	18.58	36.96
มัธยมศึกษาปีที่ 3	21.54	21.58	43.12
คะแนนเต็ม	35	35	70

สำหรับการเปรียบเทียบความสามารถในการเรียนเวกเตอร์ของนักเรียนแต่ละระดับชั้นนั้น ผู้วิจัยทูลงวิธีคิดที่ (t - test) เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากแบบทดสอบทั้ง 2 ฉบับ ดังตาราง 4 และตาราง 5 ต่อไปนี้

ตาราง 4 แสดงค่าที่ (t - test) ในการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่ทดลอง จากแบบทดสอบฉบับที่ 1

ระดับชั้น	มัธยมศึกษาปีที่ 1	มัธยมศึกษาปีที่ 2	มัธยมศึกษาปีที่ 3
มัธยมศึกษาปีที่ 1	-	.26	2.69**
มัธยมศึกษาปีที่ 2	-	-	2.19*
มัธยมศึกษาปีที่ 3	-	-	-

* มีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .05

** มีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01

จากตาราง 4 แสดงว่าคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการสอบด้วยแบบทดสอบ ฉบับที่ 1 เมื่อนำมาเปรียบเทียบกับตามวิธีหาค่าที่แล้ว ปรากฏว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ส่วนคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .05 และคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01

ตาราง 5 แสดงค่าที่ (t - test) ในการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่ทดลองสอน จากแบบทดสอบฉบับที่ 2

ระดับชั้น	มัธยมศึกษาปีที่ 1	มัธยมศึกษาปีที่ 2	มัธยมศึกษาปีที่ 3
มัธยมศึกษาปีที่ 1	-	.28	2.11*
มัธยมศึกษาปีที่ 2	-	-	2.04*
มัธยมศึกษาปีที่ 3	-	-	-

* มีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .05

จากตาราง 5 แสดงว่าคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการสอบด้วยแบบทดสอบฉบับที่ 2 เมื่อนำมาเปรียบเทียบกับตามวิธีหาค่าที่แล้ว ปรากฏว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ส่วนคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แตกต่างกับคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .05

บทย่อ สรุป อภิปรายผล และขอเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการศึกษาทดลอง

1. เพื่อศึกษาวรรณนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นสามารถเรียนเวกเตอร์ได้หรือไม่
2. เพื่อศึกษาวรรณจะเริ่มตอนสอนเวกเตอร์ในระดับชั้นใดจึงจะเหมาะสม
3. เพื่อประโยชน์ในการพิจารณาปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองสอบ (Pretest) เพื่อคัดเลือกรายชื่อที่มีความเชื่อมั่นสูง เป็นนักเรียนสหศึกษาชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 3 โรงเรียนยานนาเวศวิทยาคม กรุงเทพมหานคร จำนวนชั้นละ 22 คน รวม 66 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนสหศึกษา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 3 โรงเรียนยานนาเวศวิทยาคม กรุงเทพมหานคร จำนวนชั้นละ 24 คน รวม 72 คน

การเลือกกลุ่มตัวอย่างใช้วิธีแบบสุ่มตัวอย่าง (Random Sampling)

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง

ผู้วิจัยทบทวนโครงสร้างเนื้อหาขึ้นเองเกี่ยวกับเรื่องเซต เวกเตอร์ใน Space 2 มิติ เวกเตอร์อิสระ เวกเตอร์จำกัด การบวกเวกเตอร์ คุณสมบัติการสลับที่และการจัดหมู่ของการบวกเวกเตอร์ เวกเตอร์ศูนย์ การลบเวกเตอร์ และเวกเตอร์ลบ การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ เวกเตอร์บอกตำแหน่ง ยูนิทเวกเตอร์และความยาวของเวกเตอร์ เนื้อหาที่ใช้ทดลองสอนเหล่านี้ ค้นคว้าจากหนังสือ คณิตศาสตร์แผนปัจจุบัน หนังสือประกอบการเรียนพีชคณิตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

Elementary Vector Algebra และ Modern Mathematics in Secondary School ฯลฯ

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1. เนื้อหาเกี่ยวกับเวกเตอร์บนพื้นฐานซึ่งผู้ทดลองสร้างขึ้นเอง
 2. แบบทดสอบปรนัย 2 ฉบับ ๆ ละ 35 ข้อ
- ฉบับที่ 1 ประกอบด้วยเนื้อหาเรื่องเซต เวกเตอร์ใน Space 2 มิติ เวกเตอร์อิสระ และเวกเตอร์จำกัด การบวกเวกเตอร์พร้อมทั้งคุณสมบัติการสลับที่และการจัดหมู่ เวกเตอร์ศูนย์ การลบเวกเตอร์ และเวกเตอร์ลบ การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์
- ฉบับที่ 2 ประกอบด้วยเนื้อหาเรื่องเวกเตอร์บอกตำแหน่ง ยูนิตเวกเตอร์ ความยาวของเวกเตอร์ และรวบรวมเนื้อหาที่ทดลองสอนทั้งหมด

การดำเนินการทดลอง

1. ทดลองสอนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2, 3 โรงเรียนยานนาวาวิทยาคม ชั้นละ 46 คน โดยผู้ทดลองเป็นผู้สอนคนเดียว
2. แบ่งนักเรียนแต่ละชั้นออกเป็น 2 กลุ่ม ๆ ละ 22 คน รวม 66 คน เป็นกลุ่มทดลองสอบ (Pretest) กลุ่มหลังชั้นละ 24 คน รวม 72 คน เป็นกลุ่มทดลอง
3. ทดสอบนักเรียนกลุ่มแรกของทั้ง 3 ชั้น ด้วยแบบทดสอบ ฉบับที่ 1 ซึ่งทั้งหมด 45 ข้อ ระยะเวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง เพื่อคัดเลือกข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ซึ่งคิดได้ทั้งหมด 35 ข้อ ภายหลังจากสอนได้ชั้นละ 10 ชั่วโมง
4. นำข้อสอบที่คัดเลือกแล้ว 35 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มทดลองของทั้ง 3 ชั้น ภายหลังจากทดสอบนักเรียนกลุ่มทดลองสอบไปแล้ว 3 วัน ระยะเวลาในการทดสอบ 50 นาที
5. สำหรับแบบทดสอบฉบับที่ 2 ให้วิธีการเดียวกับแบบทดสอบฉบับที่ 1 โดยใช้เวลาในการสอนช่วงหลังชั้นละ 6 ชั่วโมง

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. หารายเฉลี่ยของคะแนน (Mean)
2. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (Reliability)

3. หาคความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด (Standard Error of Measurement)

4. หาคความแตกต่างของรายเฉลี่ย โดยใช้ค่า t (t-test)

ผลที่ได้จากการทดลอง

ผลที่ได้จากการทดสอบความรู้เกี่ยวกับวงจรเทอร์มistor ที่ทดลองสอนในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ปรากฏดังนี้

แบบทดสอบฉบับที่ 1 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทำคะแนนเฉลี่ยได้ 18.00 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้ 18.38 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้ 21.54

แบบทดสอบฉบับที่ 2 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทำคะแนนเฉลี่ยได้ 18.13 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้ 18.58 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้ 21.58

จากผลของคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบทั้ง 2 ฉบับ สังเกตได้ว่านักเรียนทั้ง 3 ชั้น ทำคะแนนเฉลี่ยได้สูงกว่า 50 % และคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนลดลงตามลำดับชั้น คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้คะแนนเฉลี่ยสูงสุด และคะแนนเฉลี่ยของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ต่ำที่สุด

การเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยตามวิธีการทางสถิติได้ผลดังต่อไปนี้

1. ผลที่ได้จากแบบทดสอบฉบับที่ 1 เมื่อนำมาเปรียบเทียบกับความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยโดยการหาค่า t แล้ว ปรากฏว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แตกต่างกับคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01 และ .05 ตามลำดับ ส่วนคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

2. ผลที่ได้จากแบบทดสอบฉบับที่ 2 เมื่อนำมาเปรียบเทียบกับความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยโดยใช้ค่า t แล้วปรากฏว่า คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แตกต่างกับคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .05 ทั้งสองชั้น ส่วนคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

ผลสัมฤทธิ์ที่ได้จากการสอบถามคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แตกต่างกับคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แต่คะแนนเฉลี่ยระหว่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ไม่แตกต่างกัน

อภิปรายผล

ผลการศึกษาทดลองปรากฏว่านักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นสามารถเรียนเวกเตอร์ได้ และนักเรียนในระดับชั้นสูงสามารถเรียนเวกเตอร์ได้ดีกว่านักเรียนในระดับชั้นต่ำกว่า ซึ่งสอดคล้องกับผลงานวิจัยของอัลแดน รอย กับรัค ที่กล่าวว่า นักเรียนในระดับเกรด 8, 9 และ 10 สามารถเรียนการบวกเวกเตอร์ได้ และนักเรียนในระดับชั้นสูงสามารถเรียนการบวกเวกเตอร์ได้ดีกว่านักเรียนในระดับชั้นต่ำกว่า

จากผลการศึกษาทดลองพบว่า ควรเริ่มสอนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (อายุ 14 - 17 ปี) จึงจะเหมาะสม สอดคล้องกับคำกล่าวของ เซอร์เวย์ส และวาร์กา ซึ่งสรุปว่า ควรจะสอนเวกเตอร์กับนักเรียนที่มีอายุตั้งแต่ 15 ปี ขึ้นไป

สรุปผลการศึกษาทดลอง

1. นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นสามารถเรียนเวกเตอร์ได้
2. นักเรียนในระดับชั้นสูงสามารถเรียนเวกเตอร์ได้ดีกว่านักเรียนในระดับชั้นต่ำกว่า
3. ควรเริ่มสอนเวกเตอร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อเสนอแนะ

จากการศึกษาทดลองผู้วิจัยขอเสนอแนะดังต่อไปนี้

1. ควรอบรมครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาเกี่ยวกับเรื่องเวกเตอร์
2. ควรศึกษาทดลองเรื่องเวกเตอร์กับนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นของโรงเรียนอื่น ๆ

ทั้งส่วนกลางและส่วนภูมิภาค

3. ควรศึกษาทดลองเรื่องเวกเตอร์ใน Space 3 มิติ แก่นักเรียนในระดับมัธยมศึกษา
4. ควรบรรจุเรื่องเวกเตอร์ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา



บรรณานุกรม

- ชวาล แพทย์กุล เทคนิคการวัดผล วัฒนาพานิช 2508, 452 หน้า.
- ประเทิม มหาจันทร์ วิธีสอนคณิตศาสตร์แผนใหม่ในชั้นประถมศึกษา โรงพิมพ์การศาสนา 2512, 104 หน้า.
- วิชาการ, กรม รายงานการสัมมนาครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ 2509, หน้า 3.7 - 1 - 5.
- วิชาการ, กรม หนังสือประกอบการ เรียนพีชคณิตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กระทรวงศึกษาธิการ 2508, 246 หน้า.
- สุชาติ รัตนกุล การเตรียมครูเพื่อสอนคณิตศาสตร์แผนใหม่ในระดับประถมศึกษา วิทยานิพนธ์ 2514, 93 หน้า.
- สุชาติ รัตนกุล คณิตศาสตร์แผนปัจจุบัน เล่ม 2 กระทรวงศึกษาธิการ 2510, 118 หน้า.
- สุภาพร ศักดิ์ศรีชัยศิลป์ การศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการ เรียนเรื่องจำนวนเต็มลบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปรินิพนธ์ กศ.ม. วิทยาลัยศึกษาศึกษา ประสานมิตร 2514, 82 หน้า.
- สุวรรณ มุ่งเกษม พัฒนาการของการศึกษาทางคานณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา ปรินิพนธ์ กศ.ม. วิทยาลัยศึกษาศึกษา ประสานมิตร 2513, 173 หน้า.
- Abbott, P., and Kerridge, C.E., National Certificate Mathematics Vol. 1, The English Universities Press Ltd., 1960, 410 pp.
- Fan, Chung - Teh, Item Analysis Table, Princeton, New Jersey, Educational Services, 1952, 32 pp.
- Fehr, Howard F., A Future Literacy, Atlantic Monthly, 1971.
- Ferguson, George A., Statistical Analysis in Psychology and Education, McGraw - Hill, New York, 1966, 446 pp.
- Garret, Henry E., Statistics in Psychology and Education, New York, 1958, 478 pp.

- Glass, Gene V., and Stanley, Julian C., Statistical Methods in Education and Psychology, Brentice - Hall, Inc., 1970, 596 pp.
- Gubrud, Allan Roy, "Effect of an Advance Organizer and a Concrete Experience on Learning the Concept of Vectors in Junior and Senior High School," Dissertation Abstracts International, 32 : 6468 - A, June, 1971.
- Gullikson, Harold, Theory of Mental Test, New York, 1950, 486 pp.
- James, E.J., Oxford Secondary Mathematics Book 2, Oxford University Press, 1971, 192 pp.
- Johnson, A. Donovan, and Rahtz, Robert, The New Mathematics in Our Schools, Collier - Macmillan Limited, 1966, 192 pp.
- Macbeath, A.M., Elementary Vector Algebra, The English Universities Press Ltd., 1964, 365 pp.
- Marjoram, D.T.E., Modern Mathematics in Secondary School, Pergamon Press, 1966, 251 pp.
- O'Byrne, B.P., Examples in Modern Mathematics at 'O' Level, The Chaucer Press, 1973, 214 pp.
- Richardson, M.W., and Kuder, C.F., "The Calculation of Test Reliability Coefficients Based Upon the Method of Rational Equivalence," Journal of Educational Psychology, 30 : 681 - 687, 1939.
- School Mathematics Project Book 2, Cambridge University Press, 1966, 294 pp.
- Scottish Mathematics Group, Modern Mathematics for Schools Book 4, Blackie & Son Limited, 1967, 292 pp.
- Servais, W., and Varga T., Teaching School Mathematics, Penguin Books - Unesco, 1971, 308 pp.
- Teacher College, Columbia University, Secondary School Mathematics Curriculum Improvement Study, Information Bulletin, 3 : 4 - 5 October, 1968.
- Teacher Guide for School Mathematics Project Book 2, Cambridge University Press, 1966, 232 pp.



ภาคผนวก ก.

การวิเคราะห์ข้อมูลที่ไ้จากการทดลอง

1. รายเฉลี่ยของคะแนนคำนวณจากสูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ย $\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนน

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่ม

2. ความเบี่ยงเบนมาตรฐานคำนวณจากสูตร

$$S.D. = \sqrt{\frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ S.D. แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

 $\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนน $\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่ม

3. เปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย โดยใช้ t - test คำนวณจากสูตร

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(N_1 - 1) S_1^2 + (N_2 - 1) S_2^2}{N_1 + N_2 - 2} \left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2} \right)}}$$

เมื่อ $\bar{X}_1$ และ $\bar{X}_2$ แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 S_1^2 และ S_2^2 แทน ค่าความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบของ

นักเรียนกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2

 N_1 และ N_2 แทน จำนวนนักเรียนกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2

ตัวอย่างการคำนวณหาค่าสถิติ

1. การคำนวณหาคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มทดลอง จากแบบทดสอบฉบับที่ 1

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum X}{N} \\ &= \frac{517}{24} \\ &= 21.542\end{aligned}$$

2. การคำนวณหาค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มทดลอง จากแบบทดสอบฉบับที่ 1

$$\begin{aligned}S.D &= \sqrt{\frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{24(11669) - (517)^2}{24 \times 23}} \\ &= \sqrt{\frac{280056 - 267289}{552}} \\ &= \sqrt{\frac{12767}{552}} \\ &= \sqrt{23.1286} \\ &= 4.809\end{aligned}$$

3. การคำนวณค่าที (t - test) โดยเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยระหว่าง
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากแบบทดสอบฉบับที่ 1

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(N_1 - 1) S_1^2 + (N_2 - 1) S_2^2}{N_1 + N_2 - 2} \left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2} \right)}} \\
 &= \frac{21.542 - 18.000}{\sqrt{\frac{23(23.129) + 23(18.348)}{46} \left(\frac{1}{24} + \frac{1}{24} \right)}} \\
 &= \frac{3.542}{\sqrt{\frac{41.477}{24}}} \\
 &= \frac{3.542}{1.315} \\
 &= 2.693
 \end{aligned}$$

ตาราง 6 แสดงค่าสถิติพื้นฐานจากการสอบด้วยแบบทดสอบฉบับที่ 1 จำแนกตามระดับชั้น

ชั้น	N	ΣX	ΣX^2	S	S^2
มัธยมศึกษาปีที่ 1	24	432	8198	4.283	18.348
มัธยมศึกษาปีที่ 2	24	441	8797	5.492	30.158
มัธยมศึกษาปีที่ 3	24	517	11669	4.809	23.129

ตาราง 7 แสดงค่าที่ (t - test) ในการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ย จากแบบทดสอบฉบับที่ 1

ระหว่างกลุ่ม	$\bar{X}_1 - \bar{X}_2$	$\sqrt{\frac{(N_1-1)S_1^2 + (N_2-1)S_2^2}{N_1 + N_2 - 2} \left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2} \right)}$	t
มัธยมศึกษาปีที่ 2 - มัธยมศึกษาปีที่ 1	.375	1.422	.264
มัธยมศึกษาปีที่ 3 - มัธยมศึกษาปีที่ 2	3.167	1.490	2.193
มัธยมศึกษาปีที่ 3 - มัธยมศึกษาปีที่ 1	3.542	1.315	2.694

ตาราง 8 แสดงค่าสถิติพื้นฐานจากการสอบด้วยแบบทดสอบฉบับที่ 2 จำแนกตามระดับชั้น

ชั้น	N	ΣX	ΣX^2	S	S^2
มัธยมศึกษาปีที่ 1	24	435	8765	6.168	38.288
มัธยมศึกษาปีที่ 2	24	446	8879	5.068	25.688
มัธยมศึกษาปีที่ 3	24	518	11782	5.115	26.167

ตาราง 9 แสดงค่าที (t - test) ในการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบ
ฉบับที่ 2

ระหว่างกลุ่ม	$\bar{X}_1 - \bar{X}_2$	$\sqrt{\frac{(N_1-1)S_1^2 + (N_2-1)S_2^2}{N_1 + N_2 - 2} \left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2} \right)}$	t
มัธยมศึกษาปีที่ 2 - มัธยมศึกษาปีที่ 1	.458	1.633	.280
มัธยมศึกษาปีที่ 3 - มัธยมศึกษาปีที่ 2	3.000	1.469	2.042
มัธยมศึกษาปีที่ 3 - มัธยมศึกษาปีที่ 1	3.458	1.638	2.111

ภาคผนวก ข.

การวิเคราะห์แบบทดสอบเกี่ยวกับเวกเตอร์ (ฉบับที่ 1)

1. วิเคราะห์แบบทดสอบตามหลักการวิเคราะห์ข้อสอบ โดยตัดกลุ่ม 27 % ของนักเรียนที่ทดสอบเป็นกลุ่มสูง และ 27 % ของนักเรียนที่ทดสอบเป็นกลุ่มต่ำ นำมา เปิดตารางสำเร็จ (Item Analysis) ปรากฏค่าต่าง ๆ ดังนี้

ตาราง 10 แสดงค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) และความยากมาตรฐาน (Δ)

ข้อที่	P_H	P_L	P	r	Δ
1	100	61	85	.67	8.9
2	89	44	68	.51	11.1
3	72	28	50	.44	13.0
4	78	56	67	.25	11.2
5	67	50	59	.18	12.1
6	39	33	36	.07	14.4
7	78	56	67	.25	11.2
8	61	22	41	.40	13.9
9	72	28	50	.44	13.0
10	100	44	78*	.75*	9.9
11	72	28	50	.44	13.0
12	94	61	80	.47	9.7
13	56	44	50	.12	13.0
14	94	72	84	.38	9.0

* ค่าใกล้เคียง

ข้อที่	P _H	P _L	p	r	Δ
15	94	33	67	.66	11.2
16	94	50	75	.56	10.3
17	89	56	74	.41	10.4
18	44	6	22	.51	16.0
19	78	28	53	.50	12.7
20	83	28	56	.55	12.3
21	78	50	65	.30	11.5
22	61	11	34	.54	14.7
23	83	33	59	.51	12.1
24	94	50	75	.56	10.3
25	89	22	57	.67	12.3
26	39	17	27	.27	15.4
27	94	72	84	.38	9.0
28	78	33	56	.46	12.4
29	89	61	76	.37	10.1
30	89	67	79	.31	9.8
31	89	56	74	.41	10.4
32	67	50	59	.18	12.1
33	89	39	66	.54	11.3
34	61	17	38	.46	14.2
35	56	17	35	.42	14.5

การวิเคราะห์แบบทดสอบเกี่ยวกับเวกเตอร์ (ฉบับที่ 2)

ตาราง 11 แสดงค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) และความยากมาตรฐาน (Δ)

ข้อที่	P_H	P_L	p	r	Δ
1	78	22	50	.55	13.0
2	72	33	53	.39	12.7
3	72	6	35	.69	14.5
4	83	50	67	.37	11.2
5	78	44	62	.36	11.8
6	94	50	75	.56	10.3
7	83	17	50	.65	13.0
8	78	22	50	.55	13.0
9	89	78	84	.18	9.1
10	56	17	35	.42	14.5
11	72	61	67	.12	11.3
12	61	6	30	.63	15.1
13	72	22	47	.50	13.3
14	89	39	66	.54	11.3
15	89	22	57	.67	12.3
16	89	39	66	.54	11.3
17	94	50	75	.56	10.3
18	100	39	76*	.77*	10.1

* ค่าใกล้เคียง

ข้อ	P_H	P_L	p	r	Δ
19	89	50	71	.46	10.8
20	50	22	35	.30	14.5
21	50	0	19	.72	16.5
22	78	28	53	.50	12.7
23	67	22	44	.46	13.6
24	50	11	29	.46	15.2
25	33	6	18	.42	16.7
26	44	22	33	.25	14.8
27	28	11	19	.26	16.5
28	89	44	68	.51	11.1
29	72	28	50	.44	13.0
30	72	17	44	.55	13.7
31	67	28	47	.39	13.3
32	78	6	39	.73	14.2
33	83	28	56	.55	12.3
34	67	17	41	.51	13.9
35	56	28	42	.29	13.8

2. วิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (Reliability) คำนวณจากสูตร

$$r_{tt} = \frac{NS_t^2 - M(N - M)}{S_t^2 (N - 1)}$$

เมื่อ r_{tt} แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

S_t^2 แทน ค่าความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบ

M แทน รายเฉลี่ยของคะแนนจากแบบทดสอบ

N แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

ตัวอย่างการคำนวณ

คำนวณค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (ฉบับที่ 1)

$$r_{tt} = \frac{NS_t^2 - M(N - M)}{S_t^2 (N - 1)}$$

แทนค่า

$$= \frac{35(25.767) - 19.306 (35 - 19.306)}{25.767 \times 34}$$

$$= \frac{901.740 - 302.988}{875.976}$$

$$= \frac{599.752}{875.976}$$

$$= 0.684$$

3. วิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด (Standard Error of Measurement) คำนวณจากสูตร

$$SE_{\text{meas}} = S_X \sqrt{1 - r_{tt}}$$

เมื่อ SE_{meas} แทน ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด
 S_X แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบทดสอบ
 r_{tt} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

ตัวอย่างการคำนวณ

คำนวณความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด (ฉบับที่ 1)

$$\begin{aligned} SE_{\text{meas}} &= S_X \sqrt{1 - r_{tt}} \\ &= 5.076 \sqrt{1 - .684} \\ &= 5.076 \sqrt{.316} \\ &= 5.076 \times .562 \\ &= 2.853 \end{aligned}$$

แบบทดสอบเกี่ยวกับเวกเตอร์

ฉบับที่ 1

1. P, Q, R เป็นจุด 3 จุด ซึ่ง $\vec{PQ}$ เป็นสมาชิกของเวกเตอร์อิสระ $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ และ $\vec{QR}$ เป็นสมาชิกของเวกเตอร์อิสระ $\begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}$ จงเขียนพหุคูณเวกเตอร์ของ $\vec{PR}$
 - ก. $\begin{pmatrix} 7 \\ 10 \end{pmatrix}$ ข. $\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$
 - ค. $\begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix}$ ง. $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$
2. จากข้อ 1 ถ้า S เป็นจุดที่ 4 ที่ทำให้ $\vec{PS}$ เป็นสมาชิกของเวกเตอร์อิสระ $\begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}$ $\vec{SR}$ จะเป็นสมาชิกของเวกเตอร์อิสระใด
 - ก. $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ ข. $\begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}$
 - ค. $\begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$ ง. $\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$
3. จากข้อ 1 และข้อ 2 สี่เหลี่ยม PQRS ที่เกิดขึ้นเป็นสี่เหลี่ยมชนิดใด
 - ก. สี่เหลี่ยมจัตุรัส ข. สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน
 - ค. สี่เหลี่ยมผืนผ้า ง. สี่เหลี่ยมคางหมู
4. จงหาค่าของ $\underline{a} - \underline{b}$ เมื่อ $\underline{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\underline{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$
 - ก. $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ ข. $\begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$
 - ค. $\begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$ ง. $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$
5. การบวกของเวกเตอร์ต่อไปนี้สอดคล้องกับคุณสมบัติข้อใด
$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} -5 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] = \left[\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \end{pmatrix} \right] + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$
 - ก. คุณสมบัติการสลับที่ ข. คุณสมบัติของการกระจาย
 - ค. คุณสมบัติของการบวกเวกเตอร์ ง. คุณสมบัติการจับคู่

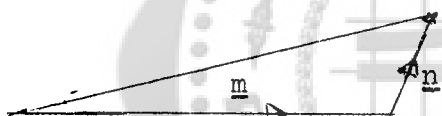
6. M เป็นเซตของวันซึ่งสมชายเรียนคณิตศาสตร์ และ N เป็นเซตของวัน ซึ่งเขาเรียนภาษาอังกฤษ จงเขียนเซตของวัน ซึ่งเขาเรียนทั้งคณิตศาสตร์ และภาษาอังกฤษ

$$M = \{\text{จันทร์, อังคาร, ศุกร์}\}$$

$$N = \{\text{อังคาร, พุธ}\}$$

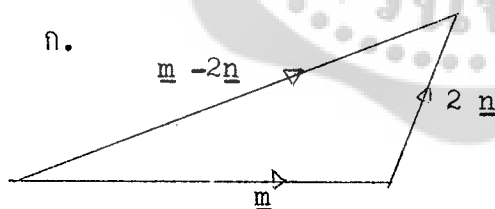
- ก. $\{\text{จันทร์, อังคาร, พุธ, ศุกร์}\}$ ข. $\{\text{พฤหัสบดี}\}$
 ค. $\emptyset$ ง. $\{\text{อังคาร}\}$

7.

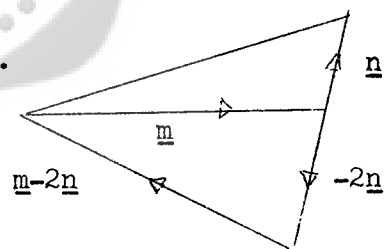


จากรูปที่กำหนดให้ จงสร้างต่อเติมเพื่อหา diagram ของเวกเตอร์ $\underline{m} - 2\underline{n}$

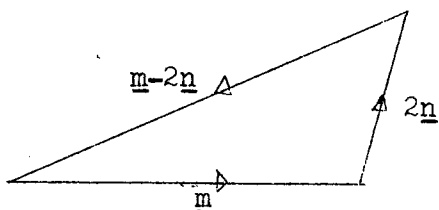
ก.



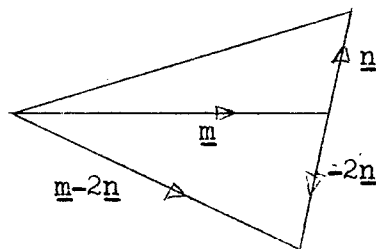
ข.



ค.



ง.



จงหาค่าของ x และ y ในข้อ 12 - 13 ซึ่งสอดคล้องกับสมการเวกเตอร์ที่กำหนดให้

12. $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$

ก. $x = 3, y = 4$

ข. $x = -3, y = -4$

ค. $x = 3, y = -4$

ง. $x = -3, y = 4$

13. $\begin{pmatrix} x \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$

ก. $x = -1, y = 6$

ข. $x = -1, y = -6$

ค. $x = 1, y = 6$

ง. $x = 1, y = -6$

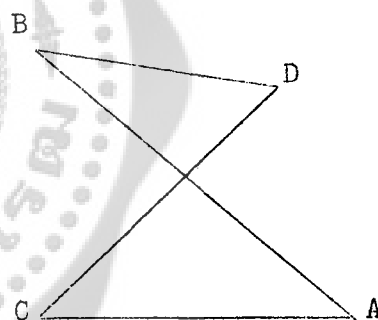
14. จงเขียนผลรวมของเวกเตอร์ต่อไปนี้ให้เท่ากับเวกเตอร์ศูนย์

ก. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \underline{0}$

ข. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB} = \underline{0}$

ค. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DA} = \underline{0}$

ง. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BA} = \underline{0}$



15. ถ้า $\underline{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\underline{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\underline{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$

จงหาค่าของ $\underline{a} - \underline{b} + \underline{c}$

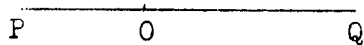
ก. $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

ข. $\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$

ค. $\begin{pmatrix} -7 \\ 2 \end{pmatrix}$

ง. $\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$

8. รูปที่ 1



รูปที่ 2



จงพิจารณารูปข้างบนนี้แล้วประมาณค่าของ k จากรูปที่ 2 โดยที่ $\vec{OP} = k \vec{OQ}$
และจากรูปที่ 1 k มีค่า $-\frac{1}{2}$

ก. -2

ข. 2

ค. $-\frac{1}{2}$

ง. $\frac{1}{2}$

กำหนดให้ O, A, B, C และ D มีโคออร์ดิเนตเป็น $(0,0)$, $(2,2)$

$(5,4)$, $(1,5)$ และ $(4,1)$ ตามลำดับ จงตอบคำถามข้อ 9 - 10

9. $\vec{OA} + \vec{OB}$ มีค่าเท่าใด

ก. $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

ข. $\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$

ค. $\begin{pmatrix} 7 \\ 6 \end{pmatrix}$

ง. $\begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix}$

10. เขียน $\vec{BA}$ ในเทอมของคอลลัมน์เวกเตอร์

ก. $\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$

ข. $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

ค. $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

ง. $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

11. ถ้า A, B, C, O, X เป็นจุดที่กำหนดให้ดังรูป

ก. $\vec{XO} = -2 \vec{BC}$

ข. $\vec{XO} = 2 \vec{CB}$

ค. $\vec{CX} = -2 \vec{BC}$

ง. $\vec{OX} = 2 \vec{BC}$

X					O
			A		
		B		C	

ถ้ากำหนดจุด A, B และ C มีโคออร์ดิเนตเป็น $(0, 1)$, $(-4, 1)$ และ $(-2, 0)$ ตามลำดับ จงตอบคำถามข้อ 16 - 17

16. $\vec{AB}$ เป็นสมาชิกของเวกเตอร์อิสระใด

ก. $\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

ข. $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

ค. $\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}$

ง. $\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$

17. รูปสามเหลี่ยมที่เกิดขึ้นเป็นสามเหลี่ยมชนิดใด

ก. สามเหลี่ยมก้านเท่า

ข. สามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ค. สามเหลี่ยมก้านไม่เท่า

ง. สามเหลี่ยมมุมฉาก

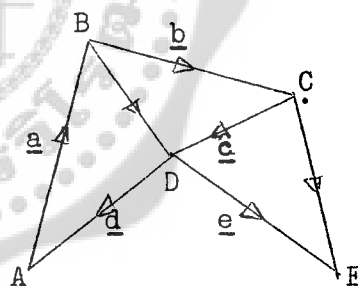
18. จากรูปจงเขียน $\vec{CE}$ ในเทอมของ $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$, $\underline{d}$ และ $\underline{e}$

ก. $\underline{c} - \underline{e}$

ข. $\underline{c} + \underline{d} + \underline{a} + \underline{b}$

ค. $\underline{c} + \underline{d} + \underline{e} + \underline{b}$

ง. $\underline{e} - \underline{a} - \underline{b} - \underline{d}$



19. ถ้า $\underline{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\underline{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\underline{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$

จงหาค่าของ $2\underline{a} - 3\underline{b} - \frac{1}{2}\underline{c}$

ก. $2 \begin{pmatrix} -7 \\ 2 \end{pmatrix}$

ข. $2 \begin{pmatrix} -7 \\ 1 \end{pmatrix}$

ค. $2 \begin{pmatrix} -7 \\ -4 \end{pmatrix}$

ง. $2 \begin{pmatrix} -7 \\ -3 \end{pmatrix}$

20. กำหนดให้ A, B, C, D มีโคออร์ดิเนตเป็น $(2, 0), (-3, 2), (2, 1)$ และ $(2, -1)$ ตามลำดับ จงหาว่า $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD}$ มีค่าเท่าใด

ก. $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

ข. $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

ค. $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

ง. $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

21. ถ้าเขียนได้ว่า $\vec{a} = -\frac{3}{4}\vec{b}$ หมายความว่า

ก. ถ้า $\vec{b}$ ยาว 4 หน่วย $\vec{a}$ จะยาว 3 หน่วย โดยขนานและมีทิศทางเดียวกันกับ $\vec{b}$

ข. ถ้า $\vec{b}$ ยาว 3 หน่วย $\vec{a}$ จะยาว 4 หน่วย โดยขนานและมีทิศทางตรงข้ามกับ $\vec{b}$

ค. ถ้า $\vec{b}$ ยาว 4 หน่วย $\vec{a}$ จะยาว 3 หน่วย โดยขนานและมีทิศทางตรงข้ามกับ $\vec{b}$

ง. ถ้า $\vec{b}$ ยาว 3 หน่วย $\vec{a}$ จะยาว 4 หน่วย โดยขนานและมีทิศทางเดียวกับ $\vec{b}$

22. จากรูปข้อ 18 จงเขียน $\vec{BD}$ ในเทอมของ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ และ $\vec{e}$

ก. $\vec{b} + \vec{c}$

ข. $-\vec{a} - \vec{d}$

ค. ถูกทั้งข้อ ก. และข้อ ข.

ง. ไม่มีข้อใดถูก

23. ถ้า A มีโคออร์ดิเนต $(-1, 2)$ เป็นจุดปลายของเวกเตอร์จำกัด $\vec{AX}$ ซึ่งเป็นสมาชิกของเวกเตอร์อิสระ $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ จุด X จะมีโคออร์ดิเนตเป็นอะไร

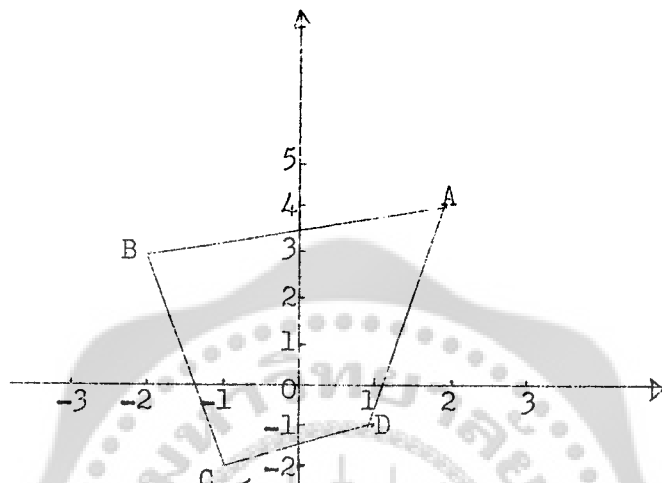
ก. $(-4, 4)$

ข. $(1, -1)$

ค. $(-3, -1)$

ง. $(1, 5)$

จากรูปข้างล่างนี้ จงตอบคำถาม ข้อ 24 - 25



24. $\vec{BC}$ เป็นสมาชิกของเวกเตอร์อิสระใด

ก. $\begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$

ข. $\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$

ค. $\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$

ง. $\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$

25. $\vec{AB} + \vec{BC}$ เป็นสมาชิกของเวกเตอร์อิสระใด

ก. $\begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix}$

ข. $\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$

ค. $\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}$

ง. $\begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}$

26. กำหนด A, B และ C มีโคออร์ดิเนตเป็น $(2,1)$, $(2,3)$ และ $(-2,3)$ ให้
 จงหาโคออร์ดิเนตของจุด D ที่ทำให้ $ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมกึ่งขนาน

ก. $(-1,1)$

ข. $(-2,0)$

ค. $(2,0)$

ง. ถูกทั้งข้อ ก. และข ข.

27. ถ้ารูปที่ 1 เป็น diagram ของเวกเตอร์อิสระ $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ รูปที่ 2 จะเป็น diagram ของเวกเตอร์อิสระใด

ก. $2 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

ข. $-2 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

ค. $\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$

ง. $4 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

รูปที่ 1

รูปที่ 2

28. ถ้า $\underline{p} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\underline{q} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ จงหาผลต่างของ $3\underline{p} - 2\underline{q}$

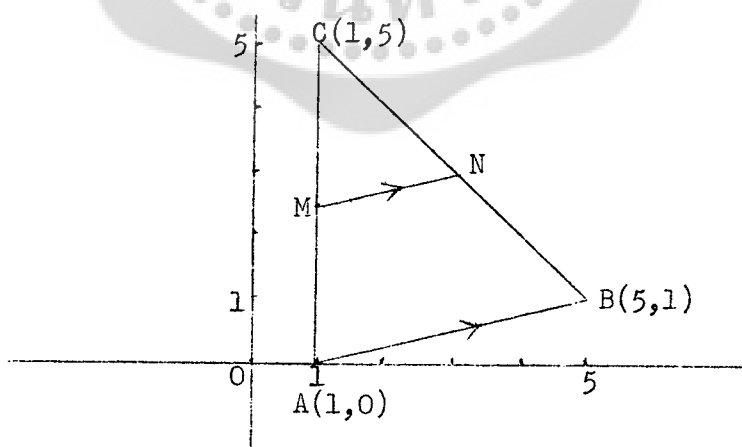
ก. $\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

ข. $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

ค. $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

ง. $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

จากรูปข้างล่างนี้ ถ้า M และ N เป็นจุดกึ่งกลางของ AC และ BC ตามลำดับ จงตอบคำถามข้อ 29 - 31



29. $\vec{MN}$ เป็นสมาชิกของเวกเตอร์อิสระใด

ก. $\begin{pmatrix} 2 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

ข. $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 2 \end{pmatrix}$

ค. $\begin{pmatrix} -2 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

ง. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -2 \end{pmatrix}$

30. $\vec{AC} + \vec{CB}$ มีค่าเท่าใด

ก. $\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$

ข. $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

ค. $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

ง. $\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$

31. $\vec{MN}$ กับ $\vec{AB}$ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

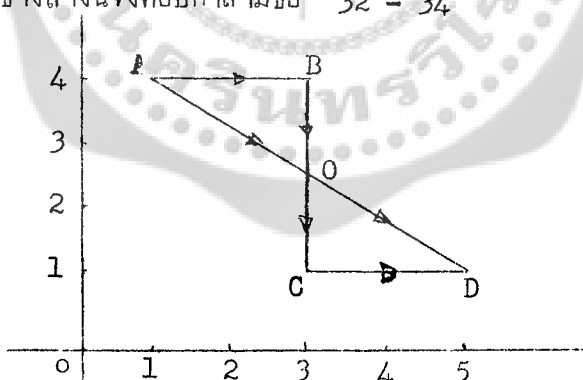
ก. $\vec{MN} = 2 \vec{AB}$

ข. $\vec{MN} = \frac{1}{2} \vec{AB}$

ค. $\vec{MN} = -\frac{1}{2} \vec{AB}$

ง. $\vec{MN} = -2 \vec{AB}$

จากรูปข้างล่างนี้จงตอบคำถามข้อ 32 - 34



32. เวกเตอร์ใดบ้างที่เป็นสมาชิกของเวกเตอร์อิสระเดียวกัน

ก. $\vec{AB}$ กับ $\vec{CD}$, $\vec{BO}$ กับ $\vec{OC}$ และ $\vec{AO}$ กับ $\vec{DO}$

ข. $\vec{AB}$ กับ $\vec{CD}$, $\vec{AO}$ กับ $\vec{OD}$ และ $\vec{BO}$ กับ $\vec{CO}$

ค. $\vec{BO}$ กับ $\vec{OC}$, $\vec{AO}$ กับ $\vec{OD}$ และ $\vec{AB}$ กับ $\vec{DC}$

ง. $\vec{AB}$ กับ $\vec{CD}$, $\vec{BO}$ กับ $\vec{OC}$ และ $\vec{AO}$ กับ $\vec{OD}$

33. $\vec{AB} + \vec{BO} + \vec{OC} + \vec{CD}$ เป็นสมาชิกของเวกเตอร์อิสระใด

ก. $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

ข. $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

ค. $\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

ง. $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

34. $\vec{AB} - \vec{BC}$ เป็นสมาชิกของเวกเตอร์อิสระใด

ก. $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

ข. $\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

ค. $\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$

ง. $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

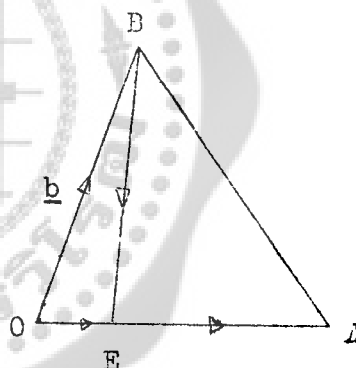
35. จากรูปให้ $\vec{OE} = \frac{1}{3} \vec{OA}$ จงเขียน $\vec{BE}$ ในเทอมของ $\underline{a}$ และ $\underline{b}$

ก. $\frac{1}{3} \underline{a} - \underline{b}$

ข. $\frac{1}{3} \underline{a} + \underline{b}$

ค. $\underline{b} - \frac{1}{3} \underline{a}$

ง. $-\frac{1}{3} \underline{a} - \underline{b}$

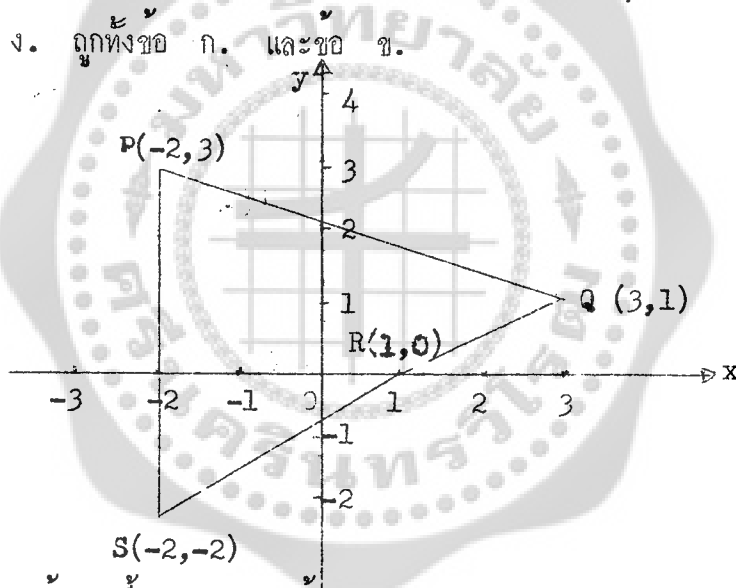


แบบทดสอบเกี่ยวกับเวกเตอร์

ฉบับที่ 2

1. ถ้า $\vec{xy}$ เป็นเวกเตอร์จำกัดเวกเตอร์หนึ่ง เราจะเรียก $\vec{xy}$ อีกวิธีหนึ่งได้อย่างไร

- ก. เวกเตอร์บอกตำแหน่งของ x ที่สัมพันธ์กับ y
- ข. เวกเตอร์บอกตำแหน่งของ y ที่สัมพันธ์กับ x
- ค. เวกเตอร์บอกตำแหน่งของ x, y ที่สัมพันธ์กับจุด $(0,0)$
- ง. ถูกทั้งข้อ ก. และข้อ ข.



จากรูปข้างบนนี้จึงตอบคำถามข้อ 2 - 6

2. เวกเตอร์บอกตำแหน่งของ P ที่สัมพันธ์กับ R เขียนในเทอมของคอลัมน์เวกเตอร์ได้อย่างไร

- | | |
|---|--|
| ก. $\begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}$ | ข. $\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ |
| ค. $\begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$ | ง. $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ |

3. จงหาความยาวของ $\vec{PR}$

- | | |
|----------------------|----------------------|
| ก. $\sqrt{12}$ หน่วย | ข. 9 หน่วย |
| ค. 6 หน่วย | ง. $\sqrt{18}$ หน่วย |

4. จงเขียน $\vec{PS}$ ในเทอมของคอลัมน์เวกเตอร์

- | | |
|--|--|
| ก. $\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ | ข. $\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$ |
| ค. $\begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}$ | ง. $\begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix}$ |

5. จงหาความยาวของ $\vec{PS}$

- | | |
|----------------------|----------------------|
| ก. $\sqrt{10}$ หน่วย | ข. $\sqrt{12}$ หน่วย |
| ค. 6 หน่วย | ง. 5 หน่วย |

6. ถ้า X เป็นจุดกึ่งกลางของ PS จงเขียนโคออร์ดิเนตของจุด X

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| ก. $(-2, \frac{1}{2})$ | ข. $(-2, -\frac{1}{2})$ |
| ค. $(\frac{1}{2}, -2)$ | ง. $(-\frac{1}{2}, -2)$ |

7. จงหาความยาวของเวกเตอร์จำกัหนึ่งซึ่งเป็นสมาชิกของเวกเตอร์อิสระ $\begin{pmatrix} 5 \\ -12 \end{pmatrix}$

- | | |
|-------------|-------------|
| ก. 17 หน่วย | ข. 13 หน่วย |
| ค. 14 หน่วย | ง. 16 หน่วย |

8. จงหาค่าของ $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ในเทอมของยูนิทเวกเตอร์

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| ก. $-8\hat{i} - 4\hat{j}$ | ข. $-4\hat{i}$ |
| ค. $-4\hat{i}$ | ง. $-4\hat{i} - 8\hat{j}$ |

กำหนด A , B และ C มีโคออร์ดิเนตเป็น $(-5, 3)$, $(1, -3)$ และ $(-2, -2)$ ตามลำดับ จงตอบคำถามข้อ 10 - 12

10. จงเขียนคอลัมน์เวกเตอร์ของเวกเตอร์อิสระซึ่งมีเวกเตอร์บอกค่าแห่งของ A ที่สัมพันธ์กับ B เป็นสมาชิก

ก. $\begin{pmatrix} 6 \\ -6 \end{pmatrix}$	ข. $\begin{pmatrix} -6 \\ 6 \end{pmatrix}$
ค. $\begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$	ง. $\begin{pmatrix} -6 \\ -6 \end{pmatrix}$

11. เขียน $\vec{AC}$ ให้อยู่ในเทอมของยูนิทเวกเตอร์

ก. $3\hat{i} - 5\hat{j}$	ข. $3\hat{i} + 5\hat{j}$
ค. $-3\hat{i} + 5\hat{j}$	ง. $-3\hat{i} - 5\hat{j}$

12. จงหาความยาวของ $\vec{BC}$

ก. $\sqrt{12}$ หน่วย	ข. 3.5 หน่วย
ค. 3 หน่วย	ง. $\sqrt{10}$ หน่วย

13. จงหารากกำลังสอง ของ 81

ก. 9	ข. -9
ค. ± 9	ง. ถูกทั้งข้อ ก. ข้อ ข. และข้อ ค.

14. จงหาความยาวของเวกเตอร์จำกัดเวกเตอร์หนึ่งที่เป็นสมาชิกของเวกเตอร์อิสระ $\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

ก. 3 หน่วย	ข. 5 หน่วย
ค. 4 หน่วย	ง. $\sqrt{12}$ หน่วย

15. จงหาความยาวของเส้นตรงซึ่งเชื่อมจุด A และ B เมื่อ โคออร์ดิเนตของ A และ B คือ (1,2) และ (5,7)
- ก. $\sqrt{41}$ หน่วย ข. $\sqrt{117}$ หน่วย
- ค. $\sqrt{87}$ หน่วย ง. $\sqrt{91}$ หน่วย
16. จงหาความยาวของเวกเตอร์บอกำแหน่งของ Q (-1,3) ที่สัมพันธ์กับ A(1,1)
- ก. $\sqrt{4}$ หน่วย ข. $\sqrt{6}$ หน่วย
- ค. $\sqrt{8}$ หน่วย ง. $\sqrt{10}$ หน่วย
- กำหนด O, A และ B มีโคออร์ดิเนตเป็น (0,0), (1,2) และ (5,5) ตามลำดับ จงตอบคำถามข้อ 17 - 19
17. จงหาความยาวของ $\overline{AB}$
- ก. $\sqrt{36}$ หน่วย ข. $\sqrt{85}$ หน่วย
- ค. $\sqrt{26}$ หน่วย ง. $\sqrt{21}$ หน่วย
18. จงเขียน $\vec{OB}$ ในเทอมของยูนิทเวกเตอร์
- ก. $5\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ข. $5\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 5\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- ค. $5\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ง. $-5\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
19. ถ้า C เป็นจุดที่ 4 ที่ทำให้ OABC เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน จงหาโคออร์ดิเนตของ C
- ก. (4, -3) ข. (4, 3)
- ค. (-4, -3) ง. (-4, 3)

15. จงหาความยาวของเส้นตรงซึ่งเชื่อมจุด A และ B เมื่อ โคออร์ดิเนตของ A และ B คือ (1,2) และ (5,7)
- ก. $\sqrt{41}$ หน่วย ข. $\sqrt{117}$ หน่วย
- ค. $\sqrt{87}$ หน่วย ง. $\sqrt{91}$ หน่วย
16. จงหาความยาวของเวกเตอร์บอกตำแหน่งของ Q (-1,3) ที่สัมพันธ์กับ A(1,1)
- ก. $\sqrt{4}$ หน่วย ข. $\sqrt{6}$ หน่วย
- ค. $\sqrt{8}$ หน่วย ง. $\sqrt{10}$ หน่วย
- กำหนด O, A และ B มีโคออร์ดิเนตเป็น (0,0), (1,2) และ (5,5) ตามลำดับ จงตอบคำถามข้อ 17 - 19
17. จงหาความยาวของ $\overline{AB}$
- ก. $\sqrt{36}$ หน่วย ข. $\sqrt{85}$ หน่วย
- ค. $\sqrt{26}$ หน่วย ง. $\sqrt{21}$ หน่วย
18. จงเขียน $\vec{OB}$ ในเทอมของยูนิทเวกเตอร์
- ก. $5\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ข. $5\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 5\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- ค. $5\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ง. $-5\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
19. ถ้า C เป็นจุดที่ 4 ที่ทำให้ OABC เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน จงหาโคออร์ดิเนตของ C
- ก. (4, -3) ข. (4, 3)
- ค. (-4, -3) ง. (-4, 3)

กำหนด $\triangle ABC$ เป็นสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง มีมุมที่จุด B เป็นมุมฉาก
 X เป็นจุดกึ่งกลางของ AC กำหนดให้เวกเตอร์ $\vec{a}$ และ $\vec{c}$
 ที่สัมพันธ์กับ B เป็น $\vec{a}$ และ $\vec{c}$ ตามลำดับ จงตอบคำถามข้อ 20 - 21

20. จงเขียน $\vec{BX}$ ในเทอมของ $\vec{a}$ และ $\vec{c}$

ก. $\frac{1}{2}(\vec{c} - \vec{a})$

ข. $\frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{c})$

ค. $\frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{a})$

ง. ไม่มีคำตอบข้อใดถูก

21. จงเขียนเวกเตอร์ $\vec{a}$ ในเทอมของ $\vec{c}$ ที่สัมพันธ์กับ $\vec{a}$ และ $\vec{c}$

ก. $-\vec{a} - \vec{c}$

ข. $\vec{a} - \vec{c}$

ค. $\vec{a} + \vec{c}$

ง. $\vec{c} - \vec{a}$

22. ให้เวกเตอร์ $\vec{a}$ ที่สัมพันธ์กับ B เป็นสมาชิกของเวกเตอร์อิสระ

$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ และเวกเตอร์ $\vec{c}$ ที่สัมพันธ์กับ $\vec{a}$ เป็นสมาชิกของเวกเตอร์อิสระ $\begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$ ผลบวกของเวกเตอร์อิสระทั้งสองเป็นเวกเตอร์ใด

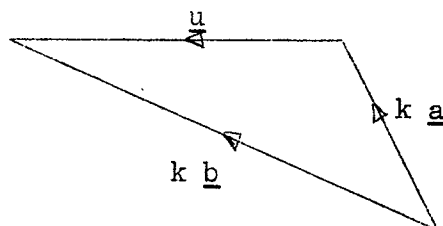
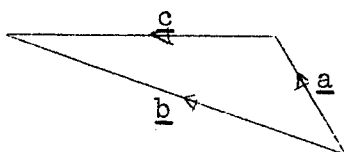
ก. $\vec{CB}$

ข. $\vec{AC}$

ค. $\vec{BC}$

ง. $\vec{AB}$

จากรูปข้างล่างนี้ จงตอบคำถามข้อ 23 - 24



23. จงเขียน $\underline{c}$ ให้อยู่ในเทอมของ $\underline{a}$ และ $\underline{b}$

ก. $\underline{a} - \underline{b}$

ข. $\underline{b} - \underline{a}$

ค. $\underline{a} + \underline{b}$

ง. ถูกทั้งข้อ ก. และข้อ ข.

24. จงเขียน $\underline{u}$ ในเทอมของ $\underline{a}$, $\underline{b}$ และ k

ก. $k(\underline{a} + \underline{b})$

ข. $k(\underline{a} - \underline{b})$

ค. $k(\underline{b} - \underline{a})$

ง. ถูกทั้งข้อ ข. และข้อ ค.

25. ให้ $\underline{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\underline{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$ และ $\underline{c} = \begin{pmatrix} 8 \\ 11 \end{pmatrix}$ จงหาเลขจำนวนจริง m และ n ที่ทำให้ $\underline{c} = m\underline{a} + n\underline{b}$

ก. $m = -6, n = 1$

ข. $m = 6, n = 1$

ค. $m = -6, n = -1$

ง. $m = 6, n = -1$

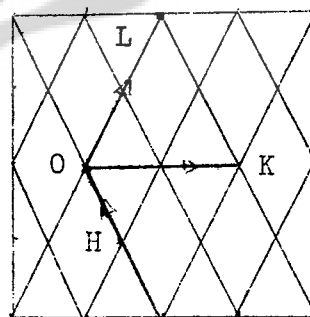
26. จากรูปให้ $\vec{HO} = \underline{u}$, $\vec{OK} = \underline{v}$ และ $\vec{OL} = \underline{v}$ จงเขียน $\underline{w}$ ในเทอมของ $\underline{u}$ และ $\underline{v}$

ก. $\underline{v} + 2\underline{u}$

ข. $\underline{v} + 2\underline{v}$

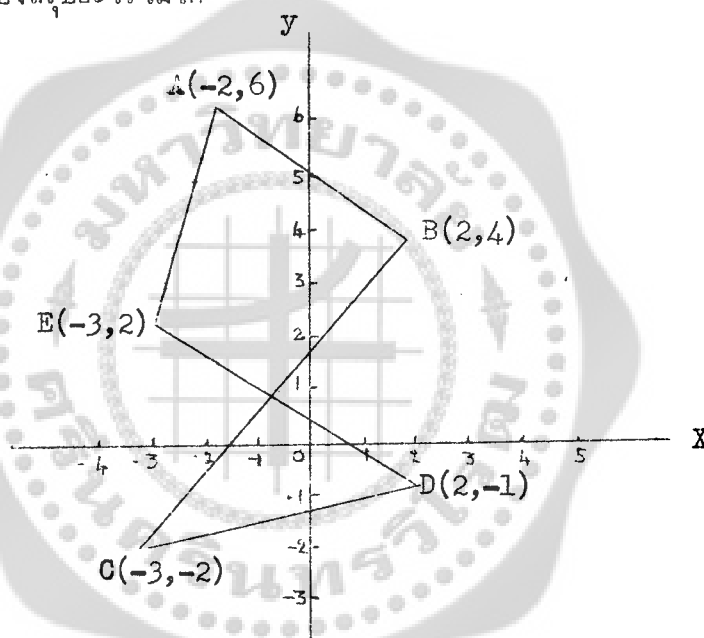
ค. $\underline{v} - 2\underline{u}$

ง. $\underline{u} - 2\underline{v}$



27. ถ้า $\vec{a} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$, $\vec{b} = -5\hat{i}$ จะสรุปได้ว่า

- ก. ขนาดของ $\vec{a}$ ยาวกว่าขนาดของ $\vec{b}$
- ข. ขนาดของ $\vec{a}$ สั้นกว่าขนาดของ $\vec{b}$
- ค. ขนาดของ $\vec{a}$ เท่ากับขนาดของ $\vec{b}$
- ง. ยังสรุปอะไรไม่ได้



จากรูปข้างบนนี้จึงตอบคำถามข้อ 28 - 32

28. จงเขียน $\vec{DC}$ ในเทอมของคอลัมน์เวกเตอร์

ก. $\begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix}$

ข. $\begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$

ค. $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

ง. $\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$

29. จงเขียนเวกเตอร์บอกค่าแห่งของ D ที่สัมพันธ์กับ E ในเทอมของยูนิตเวกเตอร์

ก. $5\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$

ข. $3\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$

ค. $5\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$

ง. $-3\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$

30. จงเขียนเวกเตอร์บอกค่าแห่งของ B ที่สัมพันธ์กับ C ในเทอมของคอลัมน์เวกเตอร์

ก. $\begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix}$

ข. $\begin{pmatrix} -5 \\ -6 \end{pmatrix}$

ค. $\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$

ง. $\begin{pmatrix} -5 \\ 6 \end{pmatrix}$

31. จงหาพิกัดของ F ที่ทำให้ $\vec{DF} + \frac{2}{5}\vec{DB}$

ก. $(1, 2)$

ข. $(2, 2)$

ค. $(2, 1)$

ง. ถูกทั้ง ข้อ ข. และ ข้อ ค.

32. จงหาค่าของ $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB} - \vec{OC} + \vec{OE} - 2\vec{OD}$

ก. $\begin{pmatrix} 5 \\ -14 \end{pmatrix}$

ข. $\begin{pmatrix} -5 \\ -14 \end{pmatrix}$

ค. $\begin{pmatrix} 5 \\ 14 \end{pmatrix}$

ง. $\begin{pmatrix} -5 \\ 14 \end{pmatrix}$

33. ให้ $\mathbf{a} = -\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} - 6\mathbf{j}$ และ $\mathbf{c} = 5\mathbf{i} - \mathbf{j}$

จงหาค่าของ $\mathbf{a} + \mathbf{c} - \frac{1}{2}\mathbf{b}$ ในเทอมของคอลัมน์เวกเตอร์

ก. $\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$

ข. $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

ค. $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

ง. $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

34. จากข้อ 33 จงหาความยาวของ $a - b$

ก. $\sqrt{12}$ หน่วย

ข. $\sqrt{16}$ หน่วย

ค. $\sqrt{18}$ หน่วย

ง. $\sqrt{14}$ หน่วย

35. จงหาเวกเตอร์ที่ขนานกับแกน y โดยผ่านจุด $(-3, 1)$ และมีความยาว 2 หน่วย
ในเทอมของยูนิทเวกเตอร์

ก. $-2i$

ข. $2i$

ค. $2i$

ง. ถูกทั้งข้อ ก. และข้อ ข.

