

510.7

q 236 n

ร. 3

การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น
(Probability) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
โดยไชยทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ

THE LIBRARY
COLLEGE OF EDUCATION
BANGKOK. THAILAND

ปริญญาโท

ของ

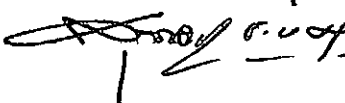
วิชา ศิริเสวีวรรณ

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
เพื่อเป็นส่วนหนึ่ง ของ การศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต

7 มีนาคม 2518

54.651

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำตัวนิสิตได้พิจารณาอนุญาตเรียบร้อยแล้ว เห็นสมควรรับ
เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาค้นคว้าหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิตของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

ดร.วิมล ธีระกุล ประธาน
 กรรมการ

ประกาศกฎมณเฑการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ เนื่องจากผู้วิจัยได้รับคำแนะนำและความช่วยเหลือ
เป็นอย่างดีจาก คร.ลาวัลย์ . พลกล้า และ รองศาสตราจารย์ สุพจน์ ชะนะมา จึงขอ
กราบขอบพระคุณอย่างสูง

ผู้วิจัยขอขอบคุณ คุณจินตนา กริปาน ที่ไ้ให้ความช่วยเหลือในการทดลอง

วิศก กิริเสวีวรรณ

สารบัญ

บทที่	หน้า
1	บทนำ
	ภูมิหลัง ✓
	✓ กวามมุ่งหมายของการศึกษากันทั่ว ✓
	✓ สมมุติฐานของการศึกษากันทั่ว ✓
	ความสำคัญของการศึกษากันทั่ว ✓
	✓ ขอบเขตของการศึกษากันทั่ว ✓
	✓ ข้อตกลงเบื้องต้นของการศึกษากันทั่ว ✓
	✓ นิยามศัพท์เฉพาะ ✓
2	เอกสารและการวิจัยที่เกี่ยวข้อง ✓
	หลักในการจัดทำโปรแกรม
	วิธีสร้างบทเรียนโปรแกรม
	เทคนิคการสร้างบทเรียนโปรแกรมของ สกิมเนอร์ และ ฮอลแลนด์
	ประโยชน์ของบทเรียนโปรแกรม
	การวิจัยเกี่ยวกับคุณภาพของบทเรียนโปรแกรมในต่างประเทศ
	บทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ในต่างประเทศ
	บทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ในประเทศไทย
✓ 3	วิธีดำเนินการ
	กลุ่มตัวอย่าง ✓
	เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ✓
	การดำเนินการทดลอง
	การวิเคราะห์ข้อมูล ✓
✓ 4	ผลการทดลอง

บทที่		หน้า
5	สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	31
	✓ ความมุ่งหมายของการศึกษากันแล้ว	31
	✓ สมมุติฐานของการศึกษากันแล้ว	31
	✓ ข้อตกลงเบื้องต้น	31
	กลุ่มตัวอย่าง	31
	เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	31
	✓ การดำเนินการทดลอง	32
	การวิเคราะห์ข้อมูล	32
	ผลการทดลอง	32
	อภิปรายผล	32
	ข้อเสนอแนะ	34
	บรรณานุกรม	36
	ภาคผนวก	41

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	แสดงการกระจายของคะแนนการสอบของกลุ่มตัวอย่าง	28
2	แสดงความแตกต่างของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่าง นักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	30

บทที่ 1

บทนำ

๐.

ภูมิหลัง

การจัดการศึกษาทั้งในอดีตและปัจจุบันต้องประสบปัญหาต่างๆมากมาย ซึ่งเป็นปัญหาที่สืบเนื่องมาจากจำนวนประชากรเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว จำนวนครูไม่พอเพียง งบประมาณทางการศึกษามีจำนวนน้อย มีการสูญเสียทางการศึกษา และความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาการต่างๆ นักการศึกษาคิดแก้ปัญหาเหล่านี้โดยนำเทคโนโลยีทางการศึกษามาใช้

การสอนแบบโปรแกรม (Programmed Instruction) เป็นเทคโนโลยีทางการศึกษาอย่างหนึ่ง ซึ่งนำมาช่วยแก้ปัญหาการขาดแคลนครู เพราะครูคนเดียวสามารถใช้การสอนแบบโปรแกรมสอนนักเรียนเป็นจำนวนมากในเวลาเดียวกันได้ นอกจากนั้นการสอนแบบโปรแกรมยังเป็นการช่วยปรับปรุงการสอนของครูให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ดังที่ไมเคิล (Michael, 1968: 42-53) กล่าวว่า ผู้สร้างบทเรียนสำหรับการสอนแบบโปรแกรมต้องวางแผนและเตรียมตัวอย่างระมัดระวังมากกว่าครูหรือผู้บรรยายเตรียมบทเรียน เขามีความเห็นว่าการมีข้อบกพร่องหรือผิดพลาดในการเรียนการสอนถือเป็นความผิดของบทเรียน ไม่ใช่ความผิดของผู้เรียน และโปรแกรมเป็นสิ่งที่ไม่มีชีวิตจึงไม่สามารถแสดงความรู้สึกเพื่อหน่ายหรือแสดงอารมณ์ ไม่ก็ต่อผู้เรียนในเวลาที่ยูเรียนไปประสบผลตามจุดหมายหมาย กลาสแมน (Glassman, 1966: 3) กล่าวว่า การสอนแบบโปรแกรมสามารถจัดข้อบกพร่องของการสอนแบบเก่าๆ ได้ในทันความชัดเจนของเนื้อหา นอกจากนี้ บราว (Brown, 1969: 114-115) กล่าวว่า การสอนแบบโปรแกรมช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการเรียน ทำให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จล้มเหลวน้อยลง เนื่องจากผู้ที่เรียนได้เร็วหรือผู้ที่เรียนได้ช้าจะสามารถบรรลุถึงระดับค่าสุดท้ายที่กำหนดในบทเรียนนั้นๆตามความสามารถของตน และเคนเนธ (Kenneth, 1966: 128-130) มีความเห็นว่าในบางโอกาสที่เราขาดครู การสอนแบบโปรแกรมจะช่วยทำหน้าที่แทนได้

การสอนแบบโปรแกรมอาศัยหลักความสัมพันธ์ของสิ่งเร้ากับการตอบสนอง การสอนแบบนี้เป็นการสอนที่อาศัยโปรแกรม ซึ่งผู้สร้างโปรแกรมจะกำหนดวัตถุประสงค์ที่จะสอนเนื้อหา

วัสดุอุปกรณ์ที่ใช้ประกอบการเรียนการสอนไว้ตามลำดับชั้น พร้อมทั้งข้อทดสอบ การสอนแบบโปรแกรมนี้ส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเองตามความสามารถของตนและได้รับการตอบสนองกลับ (Feed Back) และเป็นการเสริมแรง (Reinforcement) โปรแกรมอาจมีรูปแบบเป็นเครื่องสอน (Teaching Machines) ภาพยนต์ สไลด์ ฟิล์มสตริป เทปบันทึกเสียง และบทเรียนโปรแกรม (Programmed Text)

บทเรียนโปรแกรมในต่างประเทศมีชื่อเรียกต่าง ๆ กัน เช่น Programmed Book Programmed Text Tutor Text และ Scrambled Book เป็นกัน ส่วนในประเทศไทยก็มีชื่อเรียกต่าง ๆ กันหลายอย่างคือ บทเรียนแบบโปรแกรม (พลรัตน์ ลักขณัมนาวัน, 2514) บทเรียนสำเร็จรูป (เป็รื่อง กุมา, 2515: 1) หนังสือเรียนด้วยตนเอง (บาลี กัญญะ, 2516: 15) ในการวิจัยนี้เราจะใช้คำว่า บทเรียนโปรแกรม บทเรียนโปรแกรมมีลักษณะสำคัญคือ เนื้อหาของบทเรียนถูกแบ่งออกเป็นส่วนย่อยๆ สั้นๆ เรียกว่า "กรอบ" (frame) แต่ละกรอบมีคำถามและคำถามต่อเนื่องกันไป คำถามอาจเป็นแบบให้เติมคำ ถูกลมิต หรือเลือกคำตอบ เมื่อผู้เรียนตอบคำถามแล้วก็สามารถตรวจสอบคำตอบที่ตนได้ตอบของกรอบนั้น ถูกลมิต

แบร์รี่ (Barry, 1969: 168-173) กล่าวถึงชนิดของบทเรียนโปรแกรมว่ามี 3 ชนิดคือ

1. โปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programmes or Constructed Response Type) สกินเนอร์ (Burrhus J. Skinner) เป็นผู้คิดขึ้นโดยอาศัยผลการวิจัยเกี่ยวกับการเรียนรู้ของสัตว์ เขาสรุปว่าการเรียนรู้ควรแบ่งเป็นขั้นย่อยๆ และก่อนทำของแต่ละขั้นผู้เรียนจะต้องแสดงให้เห็นถึงสิ่งที่เขาได้เรียนรู้ และผู้เรียนควรจะมีพื้นฐานที่ว่าการถามของเขาถูกหรือผิด เตือนใจ ทองสาริต (เตือนใจ ทองสาริต, 2515: 7-8) กล่าวว่า ลักษณะสำคัญของโปรแกรมชนิดนี้ คือให้ผู้เรียนทุกคนอ่านข้อความและตอบคำถามชุดเดียวกัน ซึ่งจัดเรียงกรอบตามลำดับจากง่ายไปยาก ผู้เรียนจะต้องเริ่มเรียนจากกรอบแรกและเรียนไปตามลำดับจนกระทั่งถึงบทสุดท้ายของบทเรียน จะข้ามกรอบหนึ่งกรอบใดไม่ได้ สิ่งที่เรียนจากกรอบแรกๆ จะเป็นพื้นฐานสำหรับกรอบถัดๆ ไป วิธีนี้นิยมให้เติมคำในช่องว่างหรือให้ตอบถูกผิด โดยให้อาสาสมัครเรียนตรวจสอบคำตอบที่ตนได้เรียนกรอบถัดไป ถ้าตอบผิดกรณใดให้ศึกษากรอบนั้น

จำใหม่จนกว่าจะตอบได้ถูกต้อง

2. มรณซึ่งโปรแกรม (Branching Programmes or Intrinsic Programmes) นอร์แมน กราวเดอร์ (Norman A. Crowder) แห่งวงการอุตสาหกรรมในสหรัฐอเมริกาเป็นผู้คิดขึ้น แบ่งความรู้ออกเป็นชั้นย่อยๆ ที่สมบูรณ์ ตามด้วยคำถามซึ่งมีกลุ่มของคำถามให้ผู้เรียนเลือก เมื่อผู้เรียนเลือกคำตอบใดจะมีคำอธิบายสาเหตุที่ผิด ต้องเลือกใหม่นั่นกว่าจะถูก เกื่อนใจ ทองสาริต (เกื่อนใจ ทองสาริต, 2515 : 8) กล่าวว่า ลักษณะการเรียนจากโปรแกรมชนิดนี้จะไม่ดำเนินไปตามลำดับขั้นแต่แรกจนถึงกรอบสุดท้ายของบทเรียน เพราะถ้าเลือกคำตอบผิดจะมีกรอบอธิบายสาเหตุที่ผิด

3. แอดจังก์ทีฟโปรแกรม (Adjunctive Programmes) โปรแกรมชนิดนี้แบ่งเนื้อหาออกเป็นบทสั้นๆ แต่ละบทจะแบ่งเป็นหลายตอน ผู้เรียนต้องอ่านจนจบบทก่อนแล้วจึงตอบคำถามท้ายบทแต่ละบท ถ้าผู้เรียนตอบคำถามไม่ถูกต้องทั้งหมดผู้เรียนต้องย้อนกลับไปอ่านข้อความในตอนที่สมนัยกับคำถามอีกครั้งหนึ่ง

อย่างไรก็ตามยังมีโปรแกรมชนิดอื่นๆ อีก และไม่เกิด (Michael, 1968: 42-53) กล่าวว่าชนิดของโปรแกรมมีแนวโน้มที่จะผสมโปรแกรมเชิงเส้นกับมรณซึ่งโปรแกรมเข้าด้วยกันตามความเหมาะสมของเนื้อหาแต่ละตอน นอกจากนี้ยังพบผู้แสดงความคิดเห็นถึงความเหมาะสมในการใช้โปรแกรมชนิดต่างๆ เช่น

แบร์รีมีความเห็นว่า โปรแกรมเชิงเส้นเหมาะสำหรับใช้สอนความจริง เทคนิค และทักษะที่กระทำซ้ำๆ มรณซึ่งโปรแกรมเหมาะสำหรับใช้สอนมโนภาพ (concept) แอดจังก์ทีฟโปรแกรมเหมาะสำหรับใช้สอนการแก้ปัญหา การตัดสินใจ

อาจารย์คณะศึกษาศาสตร์ของมหาวิทยาลัยเบอร์มิงแฮมในประเทศอังกฤษมีความเห็นว่า โปรแกรมเชิงเส้นเหมาะสำหรับงานพื้นฐาน หรือนักเรียนที่เรียนได้ช้า มรณซึ่งโปรแกรมเหมาะสำหรับงานระดับสูงและนักเรียนที่มีสติปัญญาดี (The University Grants Committee, 1965: 81-85)

ไมเคิลได้สรุปผลจากการวิจัยเป็นว่านวมมากปรากฏว่า โปรแกรมเชิงเส้นเหมาะสำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถน้อยและใช้สอนเกี่ยวกับความจริง มรณซึ่งโปรแกรมเหมาะสำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถสูงและใช้สอนเกี่ยวกับมโนภาพ

จากแนวความคิดที่กล่าวมานี้ ผู้วิจัยพบว่าเห็นว่าการเรียนโปรแกรมชนิดเชิงเส้นเหมาะสมสำหรับนักเรียนระดับมัธยมของประเทศไทย เพราะนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาที่มีความพร้อมในการอ่านหนังสือด้วยตนเอง แคมปัสเรียนโปรแกรมไม่เหมาะสมสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษา เพราะความพร้อมในการอ่านหนังสือด้วยตนเองมีน้อย

วิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อชีวิตประจำวันของมนุษย์เป็นอย่างมาก - ในสมัยโบราณมนุษย์มองเห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ โดยยอมรับกันว่าในบรรดาความรู้เบื้องต้นที่มนุษย์พึงเรียนรู้คือ วิชาอ่าน เขียน และเลขคณิตซึ่งเป็นสาขาหนึ่งของคณิตศาสตร์ และในปัจจุบันคณิตศาสตร์ยังมีความสำคัญมากขึ้น บุญถิ่น อัตถากร (บุญถิ่น อัตถากร, 2514: 132) กล่าวว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นเครื่องนำทางไปสู่ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์ เทคนิค เศรษฐกิจ และสังคม ทั้งยังเป็นพื้นฐานสำหรับการค้นคว้าวิจัยทุกประเภท การให้นักเรียนเรียนวิชานี้ก็เพื่อปลูกฝังความถนัดจะนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อผู้เรียนและต่อสังคม และรักที่จะศึกษากันว่าวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป การสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาที่เป็นอยู่ในปัจจุบันมีผลทำให้ผู้เรียนจำนวนมากไม่ชอบเรียนวิชานี้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความประสงค์จะทดลองวิธีสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมเชิงเส้นที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจจะเป็นทางช่วยสร้างความเข้าใจให้กับผู้เรียน ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ และช่วยปรับปรุงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้ประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ความมุ่งหมายของการศึกษากันคว้า

1. เพื่อสร้างบทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีสอนแบบปกติ กับ สอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรม

สมมติฐานของการศึกษากันคว้า

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมสูงกว่าของนักเรียนที่เรียนจากวิธีสอนแบบปกติ

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

1. ผลการศึกษาค้นคว้าจะช่วยให้ทราบข้อบกพร่องและอุปสรรคต่างๆในการสร้างบทเรียนโปรแกรม เพื่อเป็นประโยชน์ในการสร้างบทเรียนโปรแกรมครั้งต่อไป
2. จากผลการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้จะช่วยสนับสนุนให้มีการสร้างบทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์แขนงต่างๆมากขึ้น
3. บทเรียนโปรแกรมที่สร้างขึ้นนี้อาจนำไปใช้ในห้องเรียน เพื่อช่วยแก้ปัญหาการขาดแคลนครู ช่วยนักเรียนที่เรียนอ่อน หรือช่วยให้นักเรียนได้เรียนตามความสามารถของตนเองได้
4. จากผลการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้จะช่วยสนับสนุนให้ครูมีความสนใจและทดลองใช้บทเรียนโปรแกรมในการสอนวิชาคณิตศาสตร์

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

1. บทเรียนโปรแกรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้เป็นบทเรียนโปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programmed) ซึ่งสร้างขึ้นตามแนวร่างหลักสูตร วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโครงการมัธยมแบบประสม
2. การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้กระทำกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนสตรีวิทยา อำเภอยะนิง จังหวัดกรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2517 จำนวน 80 คนโดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มๆละ 40 คน
3. การทดลองครั้งนี้กำหนดเวลาเรียนของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มๆละ 9 ชั่วโมง โดยใช้เนื้อหาในการสอนอย่างเดียวกัน ผู้วิจัยเป็นผู้สอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรม ส่วนการสอนแบบปกติให้ครูคณิตศาสตร์ของโรงเรียนสตรีวิทยา เป็นผู้สอน

ข้อตกลงเบื้องต้นของการศึกษาค้นคว้า

1. บทเรียนโปรแกรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ถือว่าเป็นบทเรียนโปรแกรมที่สร้างขึ้นถูกต้องตามหลักวิชาการ
2. บทเรียนโปรแกรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ถือว่าเป็นบทเรียนโปรแกรมที่มีประสิทธิภาพ

กานิยามศัพท์เฉพาะ

- ✓ 1. บทเรียนโปรแกรมที่ประสิทธิภาพหมายถึงบทเรียนที่แต่ละกรอบมีผู้ตอบถูกไม่ต่ำกว่าร้อยละ 90 ของจำนวนผู้เรียนทั้งหมด
- ✓ 2. นักเรียน หมายถึงนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสตรีวิทยา อำเภอพระนครศรีอยุธยา กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2517 จำนวน 80 คน ก็คือกลุ่มทดลอง 40 คนและกลุ่มควบคุม 40 คน
 - ก. กลุ่มทดลอง คือ กลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรม
 - ข. กลุ่มควบคุม คือ กลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ
3. การสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรม หมายถึงการสอนโดยให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเองภายในห้องเรียนจากบทเรียนโปรแกรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และผู้วิจัยคอยให้ความช่วยเหลือเมื่อนักเรียนมีปัญหาหรือข้อสงสัยเป็นรายบุคคล
- ✓ 4. การสอนแบบปกติ หมายถึงการสอนโดยครูบรรยายภายในห้องเรียน
- ✓ 5. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึงคะแนนที่ได้จากการทดสอบหลังจากสิ้นสุดการเรียนโดยใช้แบบทดสอบ เรื่องความน่าจะเป็น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

เอกสารและการวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การสอนแบบโปรแกรมเริ่มมีเมื่อประมาณปี ค.ศ.1920 โดยศาสตราจารย์เพรสซี่ (Sydney L. Pressey) แห่งมหาวิทยาลัยโอไฮโอในสหรัฐอเมริกา ได้สร้างเครื่องสอนอย่างง่าย ๆ ขึ้น มีลักษณะเป็นเรขาคณิตที่ต่อเนื่องกันตามลำดับ แต่ละกรอบประกอบด้วยเนื้อหาบ่อยๆ และมีคำถามชนิดให้เลือกคำตอบ (multiple choice) นักเรียนที่จะใช้เครื่องสอนแบบนี้ต้องศึกษาเนื้อเรื่องมาก่อนจึงมาใช้เครื่องสอนแบบนี้ได้ ผู้เรียนเลือกคำตอบโดยกดปุ่มที่เครื่องสอน ถ้าเลือกคำตอบถูกเครื่องสอนจะบันทึกไว้และหมุนไปยังกรอบต่อไป แต่ถ้าเลือกคำตอบผิดเครื่องสอนจะไม่เปลี่ยนและให้ผู้เรียนต้องเลือกคำตอบใหม่ การหมุนของเครื่องสอนบอกให้ผู้เรียนทราบว่าคำตอบของเขาถูกหรือผิด และเครื่องสอนจะบันทึกจำนวนครั้งที่ผิดไว้ ดังนั้นเครื่องสอนนี้จึงใช้สอน ทดสอบ และให้คะแนนพร้อมกันไป (John A. Barlow, 1963: 3-5)

แต่เนื่องจากเมื่อประมาณ 50 ปีมาแล้วมีครูมากเกินความต้องการ ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงไม่ค่อยมีผู้สนับสนุน (Kenneth, 1966: 128-130)

ต่อมาในปี ค.ศ.1950 สกินเนอร์ นักจิตวิทยาแห่งมหาวิทยาลัยฮาร์วาร์ดในสหรัฐอเมริกา ได้อธิบายหลักการเรียนรู้ว่า ไม่ควรให้นักเรียนเลือกคำตอบเพียงคำตอบเดียว ควรให้นักเรียนสร้างคำตอบขึ้นมาเอง ดังนั้นบทเรียนที่สกินเนอร์สร้างขึ้นจึงเป็นแบบให้เติมคำ หรือ Constructed Response การใช้เครื่องสอนนี้ผู้เรียนไม่จำเป็นต้องไปศึกษาเรื่องที่เรียนมาก่อน (John A. Barlow, 1963: 3-5) และเขากล่าวว่าเครื่องสอนของสกินเนอร์มีเนื้อหาแบ่งเป็นชั้นย่อยๆ เช่นเดียวกับของเพรสซี่ แต่คำถามซึ่งอยู่ตอนท้ายของแต่ละชั้นต้องการคำตอบเฉพาะเพียงคำตอบเดียว ผู้เรียนต้องหาคำตอบด้วยตนเอง เพราะไม่มีคำตอบให้เลือก คำตอบที่ถูกต้องจะปรากฏให้เห็นทันทีหลังจากผู้เรียนตอบ บทเรียนที่ผู้เรียนจะตอบคำถามถูกต้องเกือบทุกข้อซึ่งเป็นการกระตุ้นให้เรียนต่อไป โปรแกรมแบบสกินเนอร์นี้ต้องสร้างขึ้นอย่างระมัดระวังและละเอียดมาก แต่มีผลดีในการช่วยปรับปรุงเทคนิคการสอนของครู

ในปี ค.ศ.1955 นอร์แมน กราเวอร์มีความเห็นว่า สิ่งที่ต้องการในการเรียนคือ เมื่อผู้เรียนมีความคิดที่ผิดหรือเข้าใจผิด ผู้สอนควรแก้ไขให้ถูกต้อง ดังนั้นเขาจึงสร้างโปรแกรม

แบบที่ 3 ขึ้นในสหรัฐอเมริกา มีลักษณะคล้ายกับของเพรสบี้ ก็มีการกำหนดให้เลือกละเอียดคำตอบ
 ที่ผู้เรียนเลือกคำตอบถูกก็ดำเนินต่อไปยังคำถามใหม่ ที่ผู้เรียนเลือกคำตอบผิดจะมีคำอธิบาย
 สาเหตุที่ผิด และให้พยายามเลือกคำตอบใหม่ แทนที่จะใช้วิธีเกาจนถูกต้องตามแบบของเพรสบี้
 (Kenneth, 1966: 128-130)

ในปี ค.ศ.1959 โฮม และ คลาสเซอร์ (Horne and Classer) ได้นำบทเรียน
 ของเครื่องสอนมาทำเป็นรูปเล่มของหนังสือ เรียกว่า Programmed Book เป็นครั้งแรกที่
 มหาวิทยาลัยวิสคอนซิน (เคอเนท ทองสำริต, 2515: 20)

หลักในการจัดทำโปรแกรม (Principles of Programing)

ฟราย (Edward B. Fry, 1963: 38-41) ได้ให้หลักในการพิจารณาการทำ
 โปรแกรมว่า ผู้เขียนโปรแกรมควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. ตัวผู้เรียน ผู้เขียนโปรแกรมจะต้องคิดถึงสิ่งต่างๆเกี่ยวกับตัวผู้เรียนอย่างกว้างๆ
 เป็นคนว่า อายุ พื้นความรู้เดิม พื้นฐานทางวัฒนธรรม ระดับชั้นของนักเรียน ทักษะของผู้เรียน
 ที่ได้รับการฝึกฝนมาก่อน ความต้องการของผู้เรียน สิ่งเหล่านี้ล้วนแต่มีผลในการสร้างโปรแกรมมาก
 ทั้งในการออกแบบโปรแกรมและการผลิต
2. ผลที่ต้องการ ก่อนที่จะสอนต้องมีการตั้งจุดมุ่งหมายก่อนว่าต้องการให้ผู้เรียนได้
 เรียนรู้อะไร เนื้อหาที่จะเขียนในโปรแกรมจะได้ตรงตามจุดมุ่งหมายและสามารถวัดผลตรงตาม
 ความต้องการ
3. เนื้อหาวิชา ก่อนการจัดทำต้องเขียนเป็นหัวข้อเรื่องใหญ่ๆไว้ แล้วจึงแบ่งเป็นหัวข้อ
 ย่อยๆตามลำดับของเนื้อหา เพื่อจะได้นำมาจัดกรอบ
4. วิธีการสอน การสอนแบบโปรแกรมเป็นแบบวิธีสอนอย่างหนึ่งเท่านั้น ก่อนที่ผู้เขียน
 โปรแกรมจะจัดทำโปรแกรมในเรื่องใดๆก็ตามควรได้พิจารณาดูก่อนว่ามีวิธีการสอนใดบ้างที่เหมาะสม
 สำหรับเนื้อหานั้น ก็จัดเข้ามามีในการสอนแบบโปรแกรม ครูอาจใช้การสอนแบบโปรแกรมที่ผู้อื่น
 สร้างขึ้น หรือสร้างขึ้นเอง การสอนแบบโปรแกรมเป็นการสอนที่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล
 นักเรียนจะได้รับงานจากครูไปทำตามระดับความสามารถของตน
5. ความสั้นเผื่อง ควรจะได้พิจารณาว่าโปรแกรมที่สร้างขึ้นนั้นมีความสั้นเผื่องมากน้อย

เพียงใด เวลาที่เสียไปคุ้มค่าหรือไม่ ถ้ามีความจำเป็นต้องการสอนแบบโปรแกรมอาจเลือกผลิตเป็นบทเรียนโปรแกรมก็ได้ เนื่องจากโปรแกรมที่ใช้กับเครื่องสอนนั้นอาจสิ้นเปลืองมากเพราะเครื่องสอนมีราคาแพง

6. ชนิดของโปรแกรม จะเป็นชนิดใดควรเลือกให้เหมาะสมกับเนื้อหาวิชา ผู้เรียน และจุดมุ่งหมายที่ต้องการ

วิธีสร้างบทเรียนโปรแกรม

ศาสตราจารย์ เจ.อาร์. ลัมบ์ (Jamb R. T. B., 1967: 60) ชาวอเมริกันได้กล่าวถึงวิธีสร้างบทเรียนโปรแกรมดังนี้

1. วางจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมของโปรแกรม และสร้างแบบทดสอบสำหรับการสอบครั้งสุดท้ายโดยให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายที่วางไว้
2. พิจารณากำหนดความรู้ซึ่งจะใช้เป็นพื้นฐานในการเรียน และกำหนดออกมาในรูปพฤติกรรม
3. เขียนกรอบ
4. เลือกผู้เรียนจากกลุ่มตัวอย่าง 1 คน ให้ทำ pre-test แล้วเรียนบทเรียนโปรแกรม เมื่อเรียนจบให้ทำ post-test ขณะผู้เรียนทำแบบทดสอบและเรียนบทเรียนโปรแกรมผู้สร้างโปรแกรมต้องสังเกตข้อผิดพลาดผู้เรียนทำในบทเรียนโปรแกรมและในแบบทดสอบ
5. แก้ไขโปรแกรมแล้วเขียนใหม่
6. กระทำซ้ำตามข้อ 4 และข้อ 5 จนกว่าจะเป็นที่น่าพอใจ
7. ทดลองกับกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด
8. กระทำซ้ำตามข้อ 4, 5, 6 และข้อ 7 จนกว่าจะได้บทเรียนโปรแกรมที่ดี

ไมเกิล (Michael, 1968: 42-53) กล่าวถึงวิธีสร้างบทเรียนโปรแกรมมีลำดับขั้นดังนี้

1. ตั้งจุดมุ่งหมายเฉพาะและสร้างแบบทดสอบ
2. วางแผนในการเขียนบทเรียนโปรแกรม
3. ตรวจสอบความไม่สมมูลย์และความไม่เที่ยงตรงของบทเรียนโปรแกรม
4. ทดสอบการนำไปใช้ของบทเรียนโปรแกรม

51 เขียนบทเรียนโปรแกรมใหม่แก่ยังไม่ได้โปรแกรมที่

✕ เป็รื่อง กุมุท (เป็รื่อง กุมุท, 2515 : 49-69) กล่าวถึงขั้นต่างๆในการสร้างบทเรียนโปรแกรมดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตร เพื่อให้ทราบว่าจะต้องสอนอะไรบ้าง เนื้อหาที่จะสอนเป็นอย่างไร ระบุใดไหน ประมวลการสอนก็อาจช่วยให้ทราบถึงลำดับการสอน เวลาที่ใช้สอน และอาจช่วยกำหนดความลึกและขอบข่ายของเนื้อหาได้ นอกจากนี้ผู้สร้างบทเรียนยังต้องศึกษาเพิ่มเติมจากคู่มือหรือบันทึกการสอนของครู แบบฝึกหัดต่างๆสำหรับนักเรียน ตำรา หรืออาจต้องสัมภาษณ์จากผู้รู้ ซึ่งจะช่วยให้เกิดแนวคิดในการสร้างบทเรียนโปรแกรมขึ้น

2. ตั้งจุดมุ่งหมาย การสร้างบทเรียนโปรแกรมต้องสร้างให้สนองความต้องการของผู้เรียน การตั้งจุดมุ่งหมายในการสร้างบทเรียนจึงต้องตั้งให้เหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน ผู้สร้างบทเรียนโปรแกรมจะต้องพยายามวางแผนจุดมุ่งหมายให้เป็นจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมซึ่งสามารถสังเกตได้และวัดได้

3. วางขอบเขตของงาน การวางขอบเขตของงานหรือวางเค้าโครงเรื่องมีประโยชน์ในการสร้างบทเรียนมาก เพราะจะช่วยในการลำดับเรื่องราวก่อนหลัง และป้องกันการหลงลืมเรื่องราวบางตอนได้

4. เขียนบทเรียนโปรแกรม กรอบของบทเรียน โทมัส (Thomas) กล่าวว่า การมีลักษณะดังนี้

1) เขียนเนื้อหาวิชาเป็นหน่วยย่อยเล็กๆ และแต่ละหน่วยย่อยทำให้เกิดความรู้ความเข้าใจในหน่วยย่อยถัดไป

2) มีเนื้อหา และ คำอธิบายที่ดึงดูดความสนใจของผู้เรียน

3) ทำให้ผู้เรียนเกิดสัมฤทธิ์ผลให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้

4) การเขียนเนื้อหาในแต่ละกรอบควรให้พาคนไปถึงกรอบที่ผู้เรียนได้ศึกษามาก่อนแล้วด้วย ทั้งนี้เพื่อเป็นการทบทวนสิ่งที่เรียนไปแล้วด้วยในตัว

5) ให้ทราบคำตอบที่ถูกต้อง เพื่อเป็นการเสริมแรง (reinforcement) เนื้อหาของบทเรียนแต่ละกรอบต้องเขียนด้วยภาษาที่ชัดเจนถูกต้องตามหลักภาษาและการใช้ภาษา หากจะต้องใช้คำศัพท์ควร เป็นคำศัพท์ที่เหมาะสมกับพื้นฐานและอายุของผู้เรียน เนื้อเรื่องก็ต้องถูกต้อง

ตามหลักวิชา และมีความต่อเนื่องในแต่ละกรอบ

กรอบบางกรอบอาจไม่ต้องการคำตอบ เช่น เป็นกรอบแนะนำทบทวน วิธีทำบทเรียน หรือวิธีอธิบายเนื้อหาทางวิชาการที่จะเป็นพื้นฐานสำหรับกรอบต่อไป โดยยังไม่ต้องการคำตอบก็ได้

เทคนิคการสร้างบทเรียนโปรแกรมของ สกินเนอร์ และ ฮอลแลนด์ (Skinner and Halland)

เทคนิคการสร้างบทเรียนโปรแกรมแบบให้เกิ่้มคำตอบ มีเทคนิคที่สำคัญคือ

- 1) ให้การเสริมแรง (reinforcement) ทันทีที่ผู้เรียนตอบสนองทุกครั้ง
- 2) การเรียนรู้เป็นแบบให้ผู้เรียนตอบสนองออกมาอย่างเห็นได้ชัด (Overt Response)
- 3) ให้ผู้เรียนมีโอกาสตอบถูกมากที่สุด เพราะการตอบผิดจะทำให้ผู้เรียนเบื่อ และขาดความเชื่อมั่นในตนเอง
- 4) เนื้อหาวิชาแบ่งออกเป็นหน่วยเล็กๆเรียงตามลำดับ ผู้เรียนจะเรียนทีละข้อกันไปเรื่อยๆทีละขั้น
- 5) ค่อยๆขจัดคำถามที่ช่วยให้นักเรียนตอบได้ให้หมดไป เพราะผู้เรียนตอบได้จะไม่เกิดการเรียนรู้อย่างแท้จริง
- 6) ควรควบคุมตัวแปรต่างๆให้คงที่ เว้นแต่ตัวแปรที่จะเป็นสิ่งที่เรานำให้ผู้เรียนตอบสนองเท่านั้น
- 7) พยายามให้ผู้เรียนเห็นความแตกต่างของเนื้อหาวิชาอย่างชัดเจน
- 8) ผู้เรียนจะต้องเขียนคำตอบของตัวลงในบทเรียน

ประโยชน์ของบทเรียนโปรแกรม

1. ผู้เรียนมีโอกาสเรียนด้วยตนเอง และดำเนินไปตามความสามารถของตนเองกับผู้เรียนได้มีโอกาสเรียนกับรูปแบบตัวก่อตัว
2. ช่วยประหยัดเวลาในการสอน ในกั้้นการสอนข้อเท็จจริงต่างๆทำให้ครูใช้เวลาเหล่านั้นเตรียมบทเรียนอื่น หรือมีเวลาดูแลผู้เรียนได้ใกล้ชิดและทั่วถึงมากขึ้น

3. ช่วยกระตุ้นให้ผู้นเรียนอยากเรียน เพราะมีการเร้าให้ตอบโดยที่เมื่อตอบผิดก็ไม่มีผู้อื่นเยาะเย้ยเพราะไม่มีผู้อื่นทราบ และเมื่อตอบผิดแล้วก็สามารถจะแก้ไขความเข้าใจผิดได้ทันที

4. สนองความสามารถและความแตกต่างระหว่างบุคคล เด็กที่เรียนช้ามีเวลาศึกษาได้มากขึ้น และเด็กที่เรียนเร็วก็ใช้เวลาศึกษาน้อย มีโอกาสใช้เวลาไปทำงานอย่างอื่นทำให้ไม่ต้องเรียนรอเด็กที่เรียนช้า

5. ช่วยแก้ปัญหาการขาดแคลนครู เพราะครูคนเดียวสามารถควบคุมนักเรียนให้เรียนจากบทเรียนโปรแกรมได้คราวละหลายสิบคน

6. เวลาที่ผู้นเรียนแต่ละคนใช้ในการทำบทเรียนโปรแกรม เป็นเครื่องแสดงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล นั้นคือบทเรียนโปรแกรมช่วยให้ครูมองเห็นความแตกต่างของนักเรียนมากขึ้น

การวิจัยเกี่ยวกับคุณค่าของบทเรียนโปรแกรมในต่างประเทศ

ทิสนา เทียมเสน (มาลี คันคิยพท, 2515 : 40-41) ได้เสนอรายงานเกี่ยวกับการวิจัยของกลอส (Klause) และ คีเทอร์ไลน์ (Deterline) ในปี ค.ศ.1960 ว่าการเปรียบเทียบหาความแตกต่างระหว่างการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนโดยใช้ครู และการสอนที่ใช้ทั้งครูและบทเรียนโปรแกรมรวมกัน โดยผู้วิจัยเลือกทดลองกับนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษา 2 โรงเรียน ผลปรากฏว่า การสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรม หรือ ครูเพียงอย่างเดียว จะไม่ช่วยให้ให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมากเท่ากับให้เรียนด้วยบทเรียนโปรแกรมและครูรวมกัน

ในปี ค.ศ.1961 กลอส และ คีเทอร์ไลน์ ได้ทำการวิจัยพบว่า ถ้าให้นักเรียนเลือกระหว่างการเรียนจากครู ครูตำราด้วยตนเอง และ เรียนจากบทเรียนโปรแกรมแล้ว นักเรียนจะเลือกเรียนจากบทเรียนโปรแกรมและครูรวมกัน หรือถ้าเลือกครูและตำรา ก็จะคองรวมบทเรียนโปรแกรมเข้ามาไว้ด้วยเสมอ ไม่มีนักเรียนเลือกเฉพาะครูหรือตำราหรือบทเรียนโปรแกรมเพียงอย่างเดียวอย่างหนึ่งเลย และนักเรียนไม่ต้องการใช้บทเรียนโปรแกรมแทนครู แต่ชอบบทเรียนโปรแกรมมากกว่าแบบเรียนตามปกติ (ยิ่งยง กันมณี, 2515: 34)

ในปี ค.ศ.1962 โรเบิร์ต โอ บราวน์ (Robert O. Brown Jr., 1967: 183) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การทดสอบเปรียบเทียบผลการเรียนของนักเรียนที่ใช้บทเรียนโปรแกรมกับนักเรียนที่ไม่ใช้บทเรียนโปรแกรม" จุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลการสอนด้วยบทเรียนโปรแกรม

กับการสอนปกติว่าจะแตกต่างกันหรือไม่ บทเรียนโปรแกรมที่ใช้เป็นชนิดเชิงเส้นซึ่งสร้างขึ้นโดยคณะกรรมการหมวดคณิตศาสตร์ของมหาวิทยาลัยอิลลินอยส์ (The University of Illinois Committees on School Mathematics) ทดลองใช้กับนักเรียนเกรด 8 และเกรด 9 จากโรงเรียน 7 แห่ง แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 147 คนสอนโดยครูและใช้บทเรียนโปรแกรมประกอบ กลุ่มควบคุมมีจำนวน 183 คนสอนโดยครูและใช้ตำราธรรมดา ผลปรากฏว่านักเรียนที่เรียนจากครูและบทเรียนโปรแกรมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนจากครูและตำราธรรมดา

ในปี ค.ศ.1963 จี. โอ. เอ็ม. ลีธ (G. O. M. Leith, 1966: 275) ได้ทำการวิจัยเรื่อง Teaching by Machinery โดยมีวัตถุประสงค์ที่จะตรวจสอบและศึกษาเกี่ยวกับการสอนแบบโปรแกรม โคนนำเอาการสอนแบบโปรแกรมแบบต่างๆมาวิจัย ทั้งที่เป็นแบบใช้เครื่องสอนและที่เป็นบทเรียนโปรแกรม ผลการวิจัยปรากฏว่า การสอนแบบโปรแกรมทั่วๆไปให้ผลทางด้านการเรียนเท่าๆกับการสอนของครู และพบว่าแบบใช้เครื่องสอนกับบทเรียนโปรแกรมมีประสิทธิภาพเท่าๆกัน และการเรียนจากบทเรียนโปรแกรมจะเรียนได้ช้าหรือเร็วขึ้นอยู่กับระดับสติปัญญาของผู้เรียน

ในปี ค.ศ.1964 พอล เอช แรนดอล์ฟ (Paul H. Randolph, 1965: 449) ได้ทำการทดลองการสอนแบบโปรแกรมในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยมีวัตถุประสงค์ที่จะทดสอบผลของการใช้บทเรียนโปรแกรมที่ผลิตขายในท้องตลาดวิชาทฤษฎีเซต ความสัมพันธ์ (Relations) และฟังก์ชัน (Functions) โดยทดลองใช้กับนักเรียนเกรด 8 การคัดเลือกนักเรียนนั้นคัดเลือกตั้งแต่ตอนที่นักเรียนเรียนอยู่ในเกรด 7 โดยทดสอบก่อนสติปัญญา และ คำนวณผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังจากที่ได้ทำการทดลองสอนแล้วได้เปรียบเทียบกับผลการทดลองครั้งแรกกับครั้งหลังของนักเรียน ปรากฏว่านักเรียนทุกคนได้คะแนนจากการทดสอบดีขึ้น ยกเว้นเพียงคนเดียวที่ได้คะแนนคงเดิม ความรู้สึกของนักเรียนที่มีต่อการเรียนการสอนก็คือ เนื้อหาที่เรียนน่าสนใจ แต่บทเรียนโปรแกรมนั้นบางครั้งก็มีลักษณะน่าเบื่อ ครูผู้สอนได้ให้ความเห็นว่านักเรียนสามารถที่จะเรียนเนื้อหาวิชาระดับสูงได้โดยใช้บทเรียนโปรแกรม ผู้วิจัยได้เสนอแนะให้มีการวิจัยทำนองนี้อีก โดยเน้นว่าควรพยายามหาวิธีหลีกเลี่ยงลักษณะบางอย่างที่น่าเบื่อของบทเรียนโปรแกรม

บทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ในต่างประเทศ

ในปี ค.ศ. 1961 โดแนล โจเซฟ เดสเซิร์ท (Donald Joseph Dessert, 1966: 424) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ด้วยการสอนแบบโปรแกรมเรื่อง "การศึกษากการสอนแบบโปรแกรมกับนักเรียนเกรด 8" เพื่อที่จะตัดสินว่านักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจะสามารถเข้าใจความรู้ต่างๆทางวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างไร โดยใช้วิธีสอน 7 แบบ เป็นการสอนแบบโปรแกรม 6 แบบและการสอนด้วยครูอีก 1 แบบ ผลการทดลองปรากฏว่า วิธีสอนทั้ง 7 แบบที่ทำการศึกษานั้นได้ผลไม่แตกต่างกันมากนัก แต่พบว่าการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ครูใช้เวลามากกว่า และการช่วยเหลือเด็กเป็นรายบุคคลทำได้ง่ายเพราะมีเวลาจำกัด วิธีสอนที่ได้ผลมากที่สุดคือ การสอนด้วยบทเรียนโปรแกรมเชิงเส้นซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนๆเรียงจากง่ายไปหายากตามลำดับ

ไพรซ์ (Price, 1961: 133) ได้เปรียบเทียบการสอนคณิตศาสตร์ระหว่างการใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ โดยใช้นักเรียน 36 คนแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มให้ทำรายเฉลี่ยของความสามารถทางสมองและความสามารถทางคณิตศาสตร์เท่ากัน บทเรียนโปรแกรมเป็นชนิดเชิงเส้นมี 3635 กรอบ เป็นเรื่องเกี่ยวกับการบวก การคูณผลทำโดยใช้วิธี ตามให้เด็กตอบและปัญหาให้เด็กช่วย ผลปรากฏว่าการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมให้ผลดีกว่าการสอนปกติในแง่ของการสร้างพัฒนาการด้านความคิดให้แก่เด็ก และการเรียนรู้ด้วยบทเรียนโปรแกรมใช้เวลาเพียง 86 ช่วงการสอน ส่วนการสอนปกติใช้เวลาถึง 130 ช่วงการสอน

รอย เอ. โดบิน (Roy A. Robyns, 1964: 319-325) ได้ทำการวิจัยเปรียบเทียบผลการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรม กับ ใช้ตำราที่พิมพ์ขายธรรมดาในวิชาพีชคณิต 3 เรื่องคือ

- 1) เรื่อง set, numbers และ the algebra of number
- 2) เรื่อง the logic of algebra
- 3) เรื่อง inequalities absolute values, coordinate

systems, functions และ graphs

กลุ่มทดลองเรียนเรื่องที่ 1 และเรื่องที่ 3 จากบทเรียนโปรแกรมไม่มีการเรียนในชั้นเรียน

ส่วนเรื่องที่ 2 ใช้คำราที่พิมพ์ขายธรรมดา

กลุ่มควบคุม ใช้คำราที่พิมพ์ขายธรรมดา

มีการทดสอบหลังจากเรียนจบแต่ละเรื่อง และทดสอบหลังจากเรียนจบทุกเรื่องแล้ว 2

สัปดาห์ ผลจากการทดลองสรุปได้ว่า

1. เรื่องที่ 1 บทเรียนโปรแกรมมีประสิทธิภาพเท่ากับการสอนโดยใช้ครู
2. เรื่องที่ 3 บทเรียนโปรแกรมมีประสิทธิภาพสูงกว่าการสอนโดยใช้ครู
3. พวกที่เรียนเรื่องที่ 1 และเรื่องที่ 3 จากบทเรียนโปรแกรมแล้วมาเรียนเรื่องที่ 2

จากคำราที่พิมพ์ขายธรรมดายังคงได้ผลดีกว่ากลุ่มที่เรียนโดยใช้คำราที่พิมพ์ขายธรรมดาทั้งหมด

4. เรื่องที่ 3 เรียนจบแล้วหลังจากเวลาผ่านไปช่วงหนึ่ง พวกที่เรียนจากโปรแกรมจำได้ไม่สู้

✓ ในปี ก.ศ.1965 มีโคกรอฟท์ (Meadowcroft, 1965: 422-425)

ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การเปรียบเทียบการสอนแบบโปรแกรม 2 วิธี" โดยผู้วิจัยได้พิจารณาเห็นว่า บทเรียนโปรแกรมมีส่วนช่วยให้เกิดความสำนึกในการเรียนคณิตศาสตร์ รวมทั้งทำให้ผู้เรียนมีทัศนคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้วย จึงได้ทำการวิจัยกับนักเรียนเกรด 7 โรงเรียน Wilkinsburg Junior High School รัฐเพนซิลวาเนีย ให้นักเรียน 5 กลุ่มแต่ละกลุ่มแบ่งเป็นกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ ศึกษาคณิตศาสตร์เป็นเวลา 1 ปี โดยวิธีแรกใช้บทเรียนโปรแกรมสอนวิชาคณิตศาสตร์เป็นเวลาร้อยละ 70 ของเวลาทั้งหมดที่เหลือใช้ครูสอน วิธีที่ 2 ใช้ครูสอนโดยตลอดแต่ใช้บทเรียนโปรแกรมเป็นการบ้าน ผลปรากฏว่าวิธีแรกได้ผลดีกว่าวิธีที่ 2 คือกลุ่มที่มีความสามารถระดับกลางและกลุ่มที่เรียนช้าได้คะแนนเฉลี่ยดีกว่ากลุ่มที่เรียนด้วยวิธีที่ 2

ในปี ก.ศ.1965 คาร์เพนเตอร์และฟิลเมอร์ (Carpenter and Fillmer, 1965: 213-221) ได้ทำการวิจัยเปรียบเทียบผลการเรียนด้วยเครื่องสอนกับบทเรียนโปรแกรม โดยเขาได้ทำการทดลองสอนพีชคณิตกับนักเรียนเกรด 9 ใช้เวลาสอนติดต่อกันประมาณ 6 สัปดาห์ กลุ่มตัวอย่างเลือกมาจากโรงเรียน Athens Senior High School รัฐโอไฮโอ โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่มๆละ 15 คน กลุ่มหนึ่งให้เรียนด้วยเครื่องสอน อีกกลุ่มหนึ่งเรียนด้วยบทเรียนโปรแกรม โดยจัดห้องเรียนไว้เป็นห้องเดียวกัน เรียนทุกวันๆละ 55 นาที แล้วทำการทดสอบด้วยข้อทดสอบจำนวน 20 ข้อ ผลการทดลองสรุปได้ดังนี้

1. ผลจากการเรียนด้วยเครื่องสอนและบทเรียนโปรแกรมไม่แตกต่างกัน
2. เวลาที่ใช้ในการเรียนไม่แตกต่างกัน
3. ทั้งสองกลุ่มได้เรียนรู้เนื้อหาครอบคลุมพอสมควร
4. ทั้งสองกลุ่มชอบการสอนทั้งสองแบบ มีความเห็นว่าทำให้เรียนได้ง่ายขึ้น

ในปี ค.ศ. 1966 โครินเน (Corinne, 1966: 2748-A) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการสร้างและวัดผลบทเรียนโปรแกรมเรื่อง "การแปลความหมายของกราฟสำหรับนักเรียนเกรด 5" โดยมีจุดมุ่งหมาย

1. เพื่อเขียนบทเรียนโปรแกรมเรื่องการแปลความหมายของกราฟ
2. เพื่อสร้างแบบทดสอบวัดทักษะที่จำเป็นในการใช้บทเรียนโปรแกรม
3. เพื่อสร้างแบบทดสอบเรื่องกราฟสำหรับใช้วัดผล
4. เพื่อประเมินผลวัสดุใน 3 ข้อแรก

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษา

1. บทเรียนโปรแกรมเชิงเส้นชื่อ How to Read Graphs
2. แบบทดสอบ 2 ชุดคือ แบบทดสอบวัดทักษะที่จำเป็นในการใช้บทเรียนโปรแกรม

และแบบทดสอบเรื่องกราฟซึ่งต้องการคำตอบชนิดเลือกคำตอบ

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 4 และเกรด 5 จำนวน 393 คนจาก 14 ห้องของโรงเรียน Long Beach Unified School District แบ่งออกเป็น 3 กลุ่มคือ ใช้บทเรียนโปรแกรมโดยไม่มีครูเป็นผู้ช่วย ใช้บทเรียนโปรแกรมโดยมีครูเป็นผู้ช่วย และไม่ใช้บทเรียนโปรแกรม ผลการทดลองปรากฏว่า

1. แบบทดสอบเรื่องกราฟเป็นแบบทดสอบที่เชื่อถือได้
2. การใช้บทเรียนโปรแกรมทั้ง 2 กลุ่มมีผลดีในการที่จะช่วยปรับปรุงทักษะในเรื่องกราฟ
3. เพศของนักเรียนไม่มีผลต่อการใช้บทเรียนโปรแกรม

✓ เลวิส ดี. อีเจน (Lewis D. Egen, 1966: 275) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "ปฏิกิริยาตอบโต้ต่อการสอนแบบโปรแกรมของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย" เพื่อศึกษาในเรื่องต่อไปนี้

1. ทักษะของนักเรียนที่มีคอมพิวเตอร์เรียนโปรแกรม

2. ความแตกต่างของทัศนคติที่มีต่อการสอนแบบโปรแกรมแบบที่ใช้เครื่องสอนกับที่ใช้บทเรียนโปรแกรม

กลุ่มควบคุมใช้บทเรียนโปรแกรม กลุ่มทดลองใช้เครื่องสอน ทั้งสองกลุ่มเรียนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์แผนใหม่ เวลาที่ใช้ในการเรียนวันละ 2 ระยะเวลาครั้งชั่วโมง สัปดาห์ละ 5 วัน จนจบบทเรียน เมื่อเรียนจบใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์และทัศนคติ ผลการทดลองปรากฏว่า นักเรียนที่มีความสามารถสูงชอบวิธีการเรียนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมและมีทัศนคติที่ดีต่อการเรียนโดยใช้เครื่องสอนมากกว่าการใช้บทเรียนโปรแกรม

ที่โรงเรียน เบอร์กิลเดย์ รัฐแคลิฟอร์เนีย มีการทดลองใช้บทเรียนโปรแกรมคณิตศาสตร์กับเด็กเกรด 9 ถึงเกรด 12 จำนวน 1233 คน โดยให้เด็กใช้เรียนเฉพาะในชั้นเรียนเท่านั้น ไม่มีการบ้าน ปรากฏว่าใช้ได้ดีสำหรับเด็กเกรด 9 ส่วนเด็กระดับสูงขึ้นไปความสนใจจะลดลง และโรงเรียน นอเคอร์รัฐ โอไฮโอ ใต้ทดลองนำบทเรียนโปรแกรมไปใช้กับเด็กเกรด 9 และเกรด 10 ที่มีปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งจะต้องเรียนรู้อีกพื้นฐานทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ทางโรงเรียนใต้ทดลองใช้อยู่เป็นเวลา 1 ภาคเรียน ปรากฏผลว่า เด็กทุกคนหันมาชอบวิชาคณิตศาสตร์และมีความก้าวหน้าทางคณิตศาสตร์ก็ขึ้นมาก (Curcular, 1966: 190)

โดนัล บี (Donald Bean, 1967: 190) ได้ทำการวิจัยเปรียบเทียบการสอนด้วยบทเรียนโปรแกรมชนิดเชิงเส้นกับแบบราวจึง ในวิชาเรขาคณิตเรื่องเส้นขนานและเส้นตั้งฉาก โดยแบ่งนักเรียนเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มควบคุมใช้วิธีสอนแบบปกติ กลุ่มทดลองแบ่งเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มหนึ่งเรียนด้วยบทเรียนโปรแกรมชนิดเชิงเส้น อีกกลุ่มหนึ่งเรียนด้วยบทเรียนโปรแกรมชนิดแบบราวจึง ผลการทดลองปรากฏว่า การเรียนด้วยบทเรียนโปรแกรมชนิดแบบราวจึงใช้เวลามากกว่าเรียนด้วยบทเรียนโปรแกรมชนิดเชิงเส้น และนักเรียนมีทัศนคติที่ดีต่อบทเรียนโปรแกรมชนิดเชิงเส้นมากกว่าที่มีต่อบทเรียนโปรแกรมชนิดแบบราวจึง

ในปี ค.ศ. 1968 เควิน เกรทซิงเกอร์ (Kevin Greatsinger, 1968: 2442-A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับบทเรียนโปรแกรมเรื่อง "การกินอาหารและการสอนแบบโปรแกรมเรื่องการหารเศษส่วน" โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องการหารเศษส่วนของนักเรียนเกรด 6 ซึ่งเรียนจากบทเรียนโปรแกรมและเรียนจากการสอนปกติ สมมุติฐานในการวิจัยคือ ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มไม่แตกต่างกัน ดำเนินการทดลองโดย

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 6 สุ่มจากโรงเรียนในเมืองกรีนลีย์ (Greenley) รัฐโคโลราโด 6 โรงเรียนๆละ 2 ห้องรวม 12 ห้อง แต่ละโรงเรียนแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม

1. กลุ่มทดลองเรียนจากบทเรียนโปรแกรมชนิดเชิงเส้นซึ่งมีจำนวน 365 กรอบ
2. กลุ่มควบคุมเรียนจากการสอนปกติ

รวมแล้วกลุ่มทดลองมีจำนวน 150 คน กลุ่มควบคุมมีจำนวน 170 คน ทำการทดสอบหลังจากเรียนจบโดยใช้แบบทดสอบ 40 ข้อ ผลการทดลองปรากฏว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากบทเรียนโปรแกรมกับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนแบบปกติไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ณ ระดับความเชื่อมั่น .05
2. กลุ่มที่ใช้บทเรียนโปรแกรมใช้เวลาในการเรียนเพียงร้อยละ 49.1 ของเวลาที่กลุ่มเรียนจากการสอนปกติใช้ นั่นคือการเรียนจากบทเรียนโปรแกรมใช้เวลาน้อยกว่าการเรียนจากการสอนปกติสำหรับเนื้อหาการหาเศษส่วน

ในปี ค.ศ.1968 ไมเคิล พอล มอนทัมูโร (Michael Paul Montemuro, 1971: 6312-A) ได้ทดลองเปรียบเทียบระหว่างการสอน 3 แบบคือ

1. การสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรม
2. การสอนโดยใช้ Audio Projected Program
3. การใช้วิธี Lecture Demonstration

โดยการสอนทั้ง 3 แบบใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ลาติน สแควร์ ดีไซน์ (Latin Square Design)

ผลการทดลองปรากฏว่า

1. เมื่อเปรียบเทียบผลการสอนระหว่างแบบที่ 1 และแบบที่ 2 ปรากฏว่า การสอนแบบที่ 1 ประหยัดเวลาไ้ร้อยละ 16
2. เปรียบเทียบระหว่างผลการสอนแบบที่ 1 และแบบที่ 3 ปรากฏว่า การสอนแบบที่ 1 ประหยัดเวลาไ้ร้อยละ 63
3. การสอนแบบที่ 2 ประหยัดเวลากว่าการสอนแบบที่ 3 ร้อยละ 56 และสรุปผลว่าการสอนแบบที่ 1 และแบบที่ 2 มีประสิทธิภาพเหมือนกัน
4. ในระหว่างการสอนทั้ง 3 แบบนี้นักเรียนชอบเรียนด้วยบทเรียนโปรแกรมมากที่สุด

5. การสอนทั้ง 3 แบบนี้ไม่สามารถเปลี่ยนทัศนคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ได้ ในปี ค.ศ.1968 เคธ และ เจมส์ (Keith and James, 1969: 351-352) แห่งมหาวิทยาลัยโคโลราโด ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับบทบาทของตัวแปรทางทัศนคติและบุคลิกภาพ ในบทเรียนโปรแกรม จุดมุ่งหมายของการวิจัยเพื่อสร้างคำทำนายว่า นักเรียนพวกใดจะได้รับประโยชน์มากที่สุดจากการเรียนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมโดยมีตัวแปรอิสระคือ

1. แบบของบุคลิกภาพซึ่งนิยามโดยระบบการประเมินบุคลิกภาพ (P A S)
2. ทัศนคติที่มีต่อบทเรียนโปรแกรมและที่มีต่อการเรียน

ส่วนตัวแปรตามคือ

1. คะแนนจากแบบทดสอบของบทเรียนโปรแกรม
2. เกรดของวิชาที่เรียน

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7 และเกรด 11 จำนวน 90 คน ผลการวิจัยคือ

1. การใช้ทัศนคติทำนายได้แม่นยำกว่าการใช้แบบบุคลิกภาพ
2. ทัศนคติมีอิทธิพลต่อตัวแปรตามทั้ง 2 ข้อ โดยเฉพาะอย่างยิ่งเกรดของวิชาที่เรียน
3. ทัศนคติที่มีต่อครูและโรงเรียนสามารถทำนายเกรดของวิชาที่เรียนได้ดีที่สุด

บทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ในประเทศไทย

ในปี พ.ศ.2507 กองการวิจัย กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ ได้ทำการวิจัยเรื่อง "ประสิทธิภาพของการใช้บทเรียนโปรแกรมสอนนักเรียนไทย" เพื่อทราบว่าบทเรียนโปรแกรมนี้จะสามารถสอนวิชาพีชคณิตเบื้องต้นให้แก่แก่นักเรียนได้หรือไม่ โดยสร้างโปรแกรมเป็นม้วนกระดาษใช้กับเครื่องสอนแบบง่ายๆ และให้ทำการทดลองครั้งแรกในปีการศึกษา 2507 กับกลุ่มนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสวนกุหลาบ โรงเรียนสตรีมหาพฤฒาราม และโรงเรียนมัธยมสาธิตปทุมวัน โรงเรียนละ 1 ห้อง และนำบทเรียนมาแก้ไขข้อบกพร่อง หลังจากนั้นให้นำไปทดลองอีกครั้งหนึ่งในระหว่างปีภาคฤดูร้อนในปี พ.ศ.2508 กับนักเรียนชายหญิงที่สำเร็จการศึกษาชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 จากโรงเรียนต่างๆจำนวน 60 คน หลังจากทดลองครั้งนี้ได้มีการแก้ไขข้อบกพร่องอีกครั้งหนึ่ง แล้วเรียบเรียงขึ้นเป็นหนังสือ "พีชคณิตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 A Programmed Text" ผลปรากฏว่า การใช้บทเรียนโปรแกรมวิชาพีชคณิตเบื้องต้นกับ

นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาปานกลางไค้ลดี และไค้แนะนำว่าถ้าหากครูจะช่วยเหลือและแนะนำ
บ้างแล้ว บทเรียนโปรแกรมนี้อาจใช้ประกอบการสอนของครูในชั้นเรียนไค้ (กองการวิจัย, 2513: 50)

ในปี พ.ศ.2513 กรมวิชาการไค้สร้างบทเรียนโปรแกรมในวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาที่ 3
และไค้นำไปทดสอบกับนักเรียนโรงเรียนวัดบางประกอก พบว่านักเรียนที่เรียนซ้ำใช้เวลาประมาณ
2 เท่าของนักเรียนที่เรียนเร็ว และนักเรียนส่วนหนึ่งแอบดูคำตอบของบทเรียนโปรแกรม ผลจาก
การทดลองนักเรียนทั้งห้องจำนวน 42 คนรวมทั้งนักเรียนเก่งและนักเรียนยังอ่านเขียนไม่ไค้ ปรากฏ
ว่านักเรียนทั้งหมดไค้คะแนนทดสอบหลังเรียนมากกว่าคะแนนทดสอบก่อนเรียนทุกคน (เดือนใจ
ทองสาริต, 2515: 79-80)

ในปี พ.ศ.2514 พลรัตน์ ลักขณยานาวิน (พลรัตน์ ลักขณยานาวิน, 2514) ไค้ทำการวิจัย
เรื่อง "การทดลองสอนพีชคณิตโดยไค้บทเรียนสำเร็จรูป" โดยนำบทเรียนโปรแกรมที่กรมวิชาการ
ผลิตขึ้นในปี พ.ศ.2507 มาใช้ในการทดลอง เพื่อต้องการศึกษาเปรียบเทียบผลการสอนวิชาพีชคณิต
ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างการไค้บทเรียนโปรแกรมประกอบการสอน กับ การสอนปกติ
ผู้วิจัยไค้ตั้งสมมุติฐานว่า การสอนพีชคณิตโดยไค้บทเรียนโปรแกรมประกอบการสอนไค้ผลดีกว่า
การสอนของครูโดยไค้แบบปกติ กลุ่มตัวอย่างเลือกจากนักเรียนโรงเรียนวัดธาตุทอง และโรงเรียน
วชิรธรรมสาธิต โรงเรียนละ 60 คนรวม 120 คน แต่ละโรงเรียนแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม
กลุ่มละ 30 คน โดยพิจารณาคะแนนสอบคัดเลือกเพื่อเข้าศึกษาในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นของ
โรงเรียนนั้น กลุ่มที่ 1 ไค้เรียนจากบทเรียนโปรแกรมโดยมีครูคอยช่วยเหลือเป็นรายบุคคล
กลุ่มที่ 2 ไค้เรียนจากครูโดยไค้แบบเรียนธรรมดา ไค้เวลาเรียน 5 ชั่วโมงเท่ากับในระยะ 2
สัปดาห์แล้วจึงทำการทดสอบ คะแนนที่ไค้จากการทดสอบนำมาเปรียบเทียบหาความแตกต่างและ
ความมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้ไค้ไค้กลุ่มที่ 1 ตอบแบบสอบถามเพื่อสำรวจความคิดเห็นเกี่ยวกับการ
ไค้บทเรียนโปรแกรมด้วย ผลของการวิจัยปรากฏว่า การสอนโดยไค้บทเรียนโปรแกรมประกอบการ
การสอนไค้ผลดีกว่าการสอนปกติ และยังพบว่าครูที่สอนในกลุ่มทดลองสามารถจะช่วยเหลือนักเรียน
ที่เรียนอ่อนไค้เป็นส่วนทั่ว นักเรียนชอบบทเรียนโปรแกรมและมีความกระตือรือร้นที่จะเรียน

ในปี พ.ศ.2514 วรณา เวียมพะวงษ์ (วรณา เวียมพะวงษ์, 2514) ไค้ทำการวิจัย
เรื่อง "การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเลขคณิตชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่าง
การไค้แบบเรียนสำเร็จรูป (Programmed Text Book) กับการสอนตามปกติ" โดยตั้ง

สมมุติฐานในการทดลองว่า ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนจากบทเรียนโปรแกรมดีกว่าผลสัมฤทธิ์ในการเรียนจากการสอนตามปกติ ผู้วิจัยได้สร้างบทเรียนโปรแกรมในเรื่องแกนส่วน ในการสร้างบทเรียนโปรแกรมนั้นได้นำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ทำการปรับปรุง 3 ชั้นคือ

1. ทดลองกับนักเรียนจำนวน 3 คนเพื่อตรวจดูข้อบกพร่องทางภาษา
2. ทดลองกับนักเรียนจำนวน 5 คนโดยนักเรียนต้องตอบถูกต้อง ไม่ผิดเกินร้อยละ 5
3. ทดลองกับนักเรียนจำนวน 30 คนและนำมาปรับปรุงเป็นครั้งสุดท้าย

หลังจากนี้ได้นำไปทดลองกับนักเรียนที่มีความสามารถปานกลาง คือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 74 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 37 คน

ในการทดลองมีลำดับขั้นตอนในการดำเนินงานดังนี้

1. ทดสอบกลุ่มตัวอย่างก่อนการเรียน
2. ดำเนินการสอนแก่กลุ่มทดลอง และ กลุ่มควบคุมควบคู่กันเนื้อหาในขอบเขตเดียวกัน

ใช้เวลาในการทดลองครั้งละ 2 ชั่วโมง รวม 10 ชั่วโมง ทั้ง 2 กลุ่ม กลุ่มควบคุมให้เรียนรู้ออกจากการอธิบายของครูประกอบด้วยอุปกรณ์อื่นที่ไม่ใช่บทเรียนโปรแกรม ส่วนกลุ่มทดลองสอนโดยบทเรียนโปรแกรม

3. ทำการทดสอบภายหลังได้เรียนรู้ครบเนื้อหาแล้ว วัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้และเก็บส่งวนความจำ 3 ครั้งๆละหนึ่งชั่วโมงครึ่งคือ

- 1) วัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนรู้
- 2) วัดผลการเก็บส่งวนความจำ กระทำภายหลังข้อ 1 เป็นเวลา 12 สัปดาห์
- 3) วัดผลการเก็บส่งวนความจำ กระทำภายหลังข้อ 1 เป็นเวลา 14 สัปดาห์

ผลการวิจัยปรากฏว่า

1. บทเรียนโปรแกรมสามารถทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ไม่แตกต่างไปจากการสอนตามปกติ

2. นักเรียนที่เรียนรู้จากบทเรียนโปรแกรมสามารถส่งวนความจำไว้ได้ไม่แตกต่างไปจากนักเรียนที่เรียนรู้ตามปกติจากครู และภายหลังการเรียนรู้แล้วเป็นเวลานานๆกลุ่มที่เรียนรู้จากบทเรียนโปรแกรมจะมีแนวโน้มที่จะส่งวนความจำไว้ได้ดีกว่า แสดงว่านักเรียนจากกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มมีความสามารถในการเรียนรู้วิชาเลขคณิตไม่ต่างกัน

✓ ในปี พ.ศ.2515 มาลี กันภัยท (มาลี กันภัยท, 2515) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่อง การวิเคราะหพื้นที่สี่เหลี่ยม สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 7" การวิจัยมีจุดมุ่งหมายที่จะสร้างบทเรียนโปรแกรมเรื่องการใช้สูตรหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 และวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้มา เพื่อว่าบทเรียนโปรแกรมนี้ใช้สอนได้อย่างมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์มาตรฐาน 90/90 ที่กำหนดไว้หรือไม่ โขมดำเนินการดังนี้

1. ศึกษาวิธีการเขียนบทเรียนโปรแกรม
2. ศึกษาหลักสูตร โครงการสอน และหนังสือแบบเรียนในเรื่องที่เกี่ยวกับเศษส่วน
3. สัมภาษณ์ครูผู้สอนเกี่ยวกับปัญหาต่างๆที่ประสบในการสอน
4. กำหนดเรื่องที่จะสร้าง ขอบเขตของเนื้อหาวิชา และเทคนิคการเขียน
5. สร้างจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมของบทเรียน สร้างแบบทดสอบที่จะใช้ในการทดสอบก่อนและหลังบทเรียน และสร้างบทเรียนโปรแกรม
6. นำบทเรียนโปรแกรมและแบบทดสอบไปทดลอง 3 ชั้นเพื่อหาประสิทธิภาพของบทเรียนคือ
 - 1) ทดลอง 1 คน
 - 2) ทดลองกลุ่มเล็ก ใช้นักเรียน 10 คน
 - 3) ทดลองภาคสนาม ใช้นักเรียน 100 คน

กลุ่มตัวอย่างใช้นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 4 ห้องเรียนของโรงเรียนฤทธิธรรค์ ณ ในการทดลองทั้ง 3 ชั้นนั้น ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนและหลังเรียนบทเรียนโปรแกรม ผลของการวิจัย จากผลการทดลองภาคสนาม เมื่อนำผลของค่าร้อยละเฉลี่ยของการเติมคำตอบถูกในบทเรียนโปรแกรม และค่าร้อยละเฉลี่ยของกลุ่มในการทำแบบทดสอบหลังเรียนบทเรียนโปรแกรม มาเทียบกับมาตรฐาน 90/90 จะได้ค่า $98.63/88.04$ ซึ่งหมายความว่า ตัวบทเรียนมีคุณภาพที่สามารถทำให้นักเรียนตอบคำถามในบทเรียนได้ถูกต้องถึงร้อยละ 98.63 แต่ความสามารถในการก่อให้เกิดการเรียนรู้ของบทเรียนที่ทำให้นักเรียนทำข้อสอบในแบบทดสอบได้ถูกต้องเพียงร้อยละ 88.04 ซึ่งต่ำกว่ามาตรฐาน จึงสรุปผลว่าบทเรียนโปรแกรมที่สร้างขึ้นนี้สามารถนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ หากได้รับการปรับปรุงแก้ไขอีกเล็กน้อย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการ

กลุ่มตัวอย่าง ๑

กลุ่มตัวอย่างในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2517 โรงเรียนสตรีวิทยา อำเภอพระนคร จังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 80 คนซึ่งเลือกมาจากนักเรียนทั้งหมด 450 คนโดยใช้วิธีสุ่ม (Random) แล้วจึงแบ่งนักเรียน 80 คนนี้ออกเป็น 2 กลุ่มๆละ 40 คนโดยใช้วิธีสุ่มอีกครั้งหนึ่ง

กลุ่มที่ 1 ใช้เป็นกลุ่มทดลอง

กลุ่มที่ 2 ใช้เป็นกลุ่มควบคุม

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ๑

1. บทเรียนโปรแกรม ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

ก. สร้างบทเรียนโปรแกรม

1) ศึกษาหลักและวิธีการเขียนบทเรียนโปรแกรมชนิดต่างๆจากตำราเอกสารและบทความต่างๆ

2) ศึกษาร่างหลักสูตรและเนื้อหาในแบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นของโครงการมัธยมแบบประสม แล้วจึงวางหัวข้อเนื้อหาที่จะสร้างเป็นบทเรียนโปรแกรมดังนี้

บทที่ 1 แฟกทอเรียล (Factorial)

บทที่ 2 การจัดลำดับ (Permutation)

บทที่ 3 การเลือกหมู่ (Combination)

บทที่ 4 ความน่าจะเป็น (Probability)

3) วางจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมในการสอนแต่ละบท

4) สร้างแบบทดสอบแต่ละบทให้ตรงจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม

5) เขียนบทเรียนโปรแกรมชนิดเชิงเส้นตามลำดับหัวข้อที่วางไว้

ข. ปรับปรุงบทเรียนโปรแกรม

ผู้วิจัยดำเนินการปรับปรุงบทเรียนโปรแกรม 3 ครั้งดังนี้

ครั้งที่ 1 ทดสอบบทเรียนโปรแกรมกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

โรงเรียนวัดบวรนิเวศ อำเภอพระนคร จังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 1 คน โดยผู้วิจัยสังเกตอย่างใกล้ชิดเพื่อบันทึกสิ่งที่นักเรียนสงสัยหรือสาเหตุที่ทำให้นักเรียนตอบผิด แล้วทำการแก้ไขปรับปรุงบทเรียน

ครั้งที่ 2 ทดสอบบทเรียนโปรแกรมที่ได้แก้ไขแล้วจากครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวิมุกตอารามพิทยากร อำเภอบางพลี จังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 3 คนดำเนินการพร้อมกัน เมื่อนักเรียนเรียนจบผู้วิจัยสอบถามเกี่ยวกับปัญหาที่สงสัยในกรอบต่างๆ เพื่อหาข้อบกพร่องของบทเรียนเพื่อนำมาแก้ไขปรับปรุงใหม่

ครั้งที่ 3 ทดสอบบทเรียนโปรแกรมที่ได้แก้ไขแล้วจากครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสตรีวิทยา อำเภอพระนคร จังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 37 คน แล้วจึงนำผลจากการทดลองนี้พร้อมทั้งปัญหาต่างๆมาทบทวนวิเคราะห์ เพื่อปรับปรุงบทเรียนต่อไป

การวิเคราะห์เพื่อปรับปรุงบทเรียนนี้มีหลักการว่า แต่ละกรอบของบทเรียนจะต้องมีผู้ตอบถูกไม่ต่ำกว่าร้อยละ 90 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

บทเรียนโปรแกรมที่ใช้สำหรับการวิจัยครั้งนี้เป็นชนิดเชิงเส้นมีจำนวนกรอบทั้งสิ้น 167 กรอบ

2. แบบทดสอบ

ผู้วิจัยสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามจุดมุ่งหมายของบทเรียนจำนวน 100 ข้อ เป็นแบบทดสอบชนิด 4 ตัวเลือก แล้วนำไปทดสอบเพื่อคัดเลือกข้อสอบที่ดีดังนี้

ก. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจำนวน 100 ข้อนี้ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสตรีวิทยา จำนวน 37 คนซึ่งเป็นกลุ่มที่ผู้วิจัยได้เคยทดสอบบทเรียนโปรแกรมครั้งที่ 3 มาแล้ว

ข. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจำนวน 100 ข้อนี้ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสตรีวิทยา จำนวน 37 คนซึ่งไม่เคยเรียนเรื่อง

ความน่าจะเป็นตามหลักสูตรของโครงการมัธยมแบบประสมภาแล้วโดยวิธีสอนแบบปกติ และนักเรียน
จำนวน 37 คนนี้เป็นคนละกลุ่มกับกลุ่มตัวอย่าง

จากนั้นนำผลที่ได้จากการทดสอบทั้งข้อ ก. และข้อ ข. มาวิเคราะห์ตามหลักการตัด

27 เปอร์เซนต์ กลุ่มสูง-กลุ่มต่ำ และคำนวณหาความยากง่าย (p) และ อำนาจจำแนก (r)
เพื่อเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ .20-.80 และอำนาจจำแนก .20 ขึ้นไปจำนวน 40 ข้อ
ข้อทดสอบจำนวน 40 ข้อนี้มีความยากง่ายเฉลี่ยเท่ากับ .67 ค่าอำนาจจำแนกเฉลี่ยเท่ากับ .51
และค่าความเชื่อมั่น (Reliability) .80758 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบชุดใหม่นี้คำนวณ
โดยใช้สูตรของ คูเดอร์ ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson) คือ

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum pq}{s^2} \right)$$

โดยที่ r_{tt} แทนความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ
 n แทนจำนวนข้อทดสอบ
 p แทนค่าความยากง่าย
 q แทน $1-p$
 s^2 แทนค่าความแปรปรวนของคะแนนทดสอบ

3. คู่มือครูที่ใช้สำหรับการสอนแบบปกติ

ผู้วิจัยได้จัดทำคู่มือครูสำหรับใช้สอนกลุ่มควบคุม โดยให้เนื้อหา ตัวอย่าง
แบบฝึกหัด และลำดับหัวข้อที่จะสอน เหมือนกันกับในบทเรียนโปรแกรม

การดำเนินการทดลอง

ในการดำเนินการทดลองผู้วิจัยดำเนินการทดลองดังนี้

1. ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มทดลองโดยให้นักเรียนเรียนด้วยตนเองจากบทเรียนโปรแกรม
ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผู้วิจัยเป็นผู้ควบคุมชั้นทดลองเวลา และคอยให้ความช่วยเหลือเมื่อนักเรียนมีปัญหา
หรือข้อสงสัยเป็นรายบุคคล ใช้เวลาสอนรวม 3 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 3 ชั่วโมง โดยเริ่มสอน
ตั้งแต่สัปดาห์ที่ 1 ของภาคเรียนที่ 3 ปีการศึกษา 2517

ครูคณิตศาสตร์ของโรงเรียนสตรีวิทยาสอนนักเรียนกลุ่มควบคุมด้วยวิธีบรรยายตามคู่มือครู

ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาสอนรวม 3 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 3 ชั่วโมง โดยเริ่มสอนตั้งแต่สัปดาห์ที่ 1 ของภาคเรียนที่ 3 ปีการศึกษา 2517

2. เมื่อเสร็จสิ้นการเรียนแล้ว จึงทำการทดสอบนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยได้คัดเลือกแล้ว จำนวน 40 ข้อ ใช้เวลาสอบ 1 ชั่วโมง

การวิเคราะห์ข้อมูล

นำคะแนนที่ได้จากการทดสอบของกลุ่มทดลอง และ กลุ่มควบคุมด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมาคำนวณหาค่าสถิติดังนี้

1. หาคะแนนเฉลี่ยของแต่ละกลุ่มจากสูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

โดยที่ $\bar{X}$ แทนคะแนนเฉลี่ย

$\sum X$ แทนผลรวมของคะแนนในกลุ่ม

N แทนจำนวนนักเรียนในกลุ่ม

2. หาค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของทั้ง 2 กลุ่มจากสูตร

$$S = \sqrt{\frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

โดยที่ S แทนความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sum X$ แทนผลรวมของคะแนน

$\sum X^2$ แทนผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

N แทนจำนวนนักเรียนในกลุ่ม

3. หาค่าความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของทั้ง 2 กลุ่มจากสูตร

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_2^2}{N_2}}}$$

โดยที่ $\bar{X}_1$ แทนคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มที่ 1

$\bar{X}_2$ แทนคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มที่ 2

S_1 แทนค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มที่ 1

S_2 แทนค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มที่ 2

N_1 แทนจำนวนนักเรียนกลุ่มที่ 1

N_2 แทนจำนวนนักเรียนกลุ่มที่ 2

t แทนค่าอัตราส่วนนัยสำคัญทางสถิติ

บทที่ 4

ผลการทดลอง

ในบทนี้จะได้เสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล พร้อมทั้งการแปลความหมาย ผู้วิจัยขอเสนอสัญลักษณ์ต่างๆในการวิเคราะห์ดังนี้

- N แทนจำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
- $\bar{X}$ แทนคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม
- S^2 แทนความแปรปรวนของคะแนน
- S แทนความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
- t แทนค่าอัตราส่วนนัยสำคัญทางสถิติ
- P แทนระดับความเชื่อมั่น

ในการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น กับกลุ่มตัวอย่างจำนวน 80 คน คะแนนจากการทดสอบของกลุ่มตัวอย่างมีการกระจายดังแสดงในตาราง 1

ตาราง 1 แสดงการกระจายของคะแนนการสอบของกลุ่มตัวอย่าง

คะแนน (คะแนนเต็ม 40)	ความถี่	
	กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
12	—	2
13	3	1
14	1	4
15	2	—
16	3	—
17	2	4
18	1	1

คะแนน (คะแนนเต็ม 40)	ความถี่	
	กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
19	3	—
20	2	2
21	2	1
22	3	2
23	2	5
24	4	1
25	1	1
26	4	2
27	2	3
28	1	1
29	1	—
30	1	1
31	1	2
32	1	1
34	—	2
36	—	2
37	—	2

จากตาราง 1 จะเห็นว่ากลุ่มทดลองได้คะแนนต่ำสุด 13 กลุ่มควบคุมได้คะแนนต่ำสุด 12 จำนวนนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้คะแนนต่ำกว่า 13 มี 2 คน และกลุ่มทดลองได้คะแนนสูงสุด 32 กลุ่มควบคุมได้คะแนนสูงสุด 37 จำนวนนักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้คะแนนสูงกว่า 32 มี 6 คน แสดงให้เห็นว่า นักเรียนในกลุ่มควบคุมได้คะแนนแตกต่างกันมาก ซึ่งต่างกับกลุ่มทดลองได้คะแนน

ไม่แตกต่างกันมากนัก

ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูล ปรากฏว่ากลุ่มทดลองได้คะแนนเฉลี่ย 21.58 ความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.34 และกลุ่มควบคุมได้คะแนนเฉลี่ย 23.68 ความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.29 จากการเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยของทั้งสองกลุ่มโดยใช้ t (6) เท่ากับ 1.47 จึงรายละเอียดที่แสดงไว้ในตาราง 2

ตาราง 2 แสดงความแตกต่างของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างนักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน	คะแนนเฉลี่ย	ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน	t	P
กลุ่มทดลอง	40	21.58	5.34	1.47	< .05
กลุ่มควบคุม	40	23.68	7.29		

จากตาราง 2 จะเห็นว่าคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มควบคุมสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลอง อย่างไรก็ตามมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับความเชื่อมั่น .05 ($t(60, .05) = 2.00$) จึงสรุปได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองไม่แตกต่างกัน

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการศึกษากันทั่ว

1. เพื่อสร้างบทเรียนโปรแกรมเรื่องความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้วิธีสอนแบบปกติกับสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรม

สมมติฐานของการศึกษากันทั่ว

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนจากบทเรียนโปรแกรมสูงกว่าของนักเรียนที่เรียนจากวิธีสอนแบบปกติ

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. บทเรียนโปรแกรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ถือว่าเป็นบทเรียนโปรแกรมที่สร้างขึ้นถูกต้องตามหลักวิชาการ
2. บทเรียนโปรแกรมที่ใช้ในการวิจัยนี้ ถือเป็นบทเรียนโปรแกรมที่มีประสิทธิภาพ

กลุ่มตัวอย่าง ภาพ 2

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนสตรีวิทยา ภาคเรียนที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2516 จำนวน 80 คน ซึ่งได้จากวิธีสุ่ม (Random) แล้วจึงแบ่งออกเป็นกลุ่มทดลอง 40 คนและกลุ่มควบคุม 40 คนโดยการสุ่มอีกครั้งหนึ่ง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1. บทเรียนโปรแกรมชนิดเชิงเส้น เรื่องความน่าจะเป็นที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามหลักสูตร

ของโครงการมัธยมแบบประสม

2. / แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความน่าจะเป็น ซึ่งได้ทำการวิเคราะห์ และคัดเลือกแล้ว

3. คู่มือครูที่ใช้สำหรับการสอนแบบปกติ โดยมีเนื้อหาเหมือนกับในบทเรียนโปรแกรม

การดำเนินการทดลอง

1. ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มทดลองโดยใช้บทเรียนโปรแกรม และในขณะเดียวกัน ศึกษานิเทศก์ของโรงเรียนสตรีวิทยาสอนนักเรียนกลุ่มควบคุมด้วยวิธีปกติ ตามคู่มือครูที่ผู้วิจัย สร้างขึ้น ใช้เวลาสอนกลุ่มละ 9 ชั่วโมง

2. ผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนทั้งสองกลุ่มด้วยข้อทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความน่าจะเป็น หลังจากที่ได้ทำการสอนจบแล้ว

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากการสอบของกลุ่มตัวอย่างมาหา ค่าคะแนนเฉลี่ย ความเบี่ยงเบน มาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยโดยใช้ค่า $(t\text{-test})$ ✓

ผลการทดลอง

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียน โดยใช้บทเรียนโปรแกรมสูงกว่าของนักเรียนที่เรียนจากวิธีสอนแบบปกติ อย่างไม่มีนัยสำคัญทาง สถิติที่ระดับความเชื่อมั่น .05

อภิปรายผล

การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นในระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ผลการทดลองปรากฏว่า บทเรียน โปรแกรมสามารถทำให้นักเรียนเกิดผลการ เรียนรู้ไม่แตกต่างไปจากการสอนปกติ จากการทดลอง

การสอนแบบปกติ โดยครูที่สอนคือน่าจะมีแนวโน้มทำให้เด็กเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดีกว่า การสอนโดย
ใช้บทเรียนโปรแกรม บอกว่าแตกต่างกันนั้นมีเพียงเล็กน้อยและไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

ผลจากการทดลองสรุปได้ว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความสามารถในการ
การเรียนรู้ เรื่องความน่าจะเป็นไม่แตกต่างกัน หรืออาจกล่าวได้ว่า บทเรียนโปรแกรมทำให้
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างไปจากการสอนปกติ ซึ่งเห็นการขัดกับสมมุติฐานที่ตั้งไว้ว่า
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่เรียนจากบทเรียนโปรแกรมสูงกว่าที่เรียนจากการสอนปกติ เหตุที่ตั้ง
สมมุติฐานไว้ครั้งนี้ก็เพราะเห็นว่า เนื้อหาในบทเรียนโปรแกรมได้ถูกแบ่งออกเป็นขั้นเล็กๆ เรียง
ลำดับก่อนเนื่องกันไป ง่ายแก่การเข้าใจ นักเรียนจะได้รับการฝึกแก้ไขข้อผิดพลาดและมีส่วนร่วมในการ
เรียนตลอดเวลา จึงน่าจะทำให้นักเรียนที่เรียนจากบทเรียนโปรแกรมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
สูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนปกติ แต่ผลการทดลองพบว่า การสอนทั้งสองวิธีนี้ทำให้นัก
เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกัน ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากสาเหตุดังนี้

1. เนื้อหาในบางตอนของบทเรียนโปรแกรมยากเกินไปทำให้นักเรียนจะทำความเข้าใจ
เพียงคนเดียว ซึ่งถ้าหากมีการอธิบาย หรือฟังความคิดเห็นของผู้อื่นด้วยจะช่วยให้เข้าใจ
มากขึ้น
2. นักเรียนในกลุ่มทดลองไม่คุ้นเคยกับวิธีการ เรียนรู้ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นวิธีที่นักเรียน
จะต้องใช้สมาธิในการอ่าน ทำความเข้าใจ และเรียนรู้ทุกอย่างด้วยตนเอง ในขณะที่กลุ่ม
ควบคุมได้รับการอธิบายชี้แจงจนเข้าใจจากครูผู้สอนถึงเป็นวิธีการ เรียนรู้ที่นักเรียนเคยชิน
3. นักเรียนในกลุ่มทดลองขาดทักษะในการอ่านหนังสือ และควรจับใจความสำคัญ
ของข้อความที่อ่าน ทำให้การเรียนจากบทเรียนโปรแกรมไม่ได้ผลก็เท่าที่ควร
4. ผู้เรียนในกลุ่มทดลองไม่มีโอกาสซักเนื้อหาในบทเรียนโปรแกรม เหมือนกับผู้เรียน
ในกลุ่มควบคุมซึ่งมีโอกาสซักเนื้อหาที่เรียนเห็นการทบทวนอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งอาจมีผลต่อผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนของนักเรียนได้

ในขณะทำการทดลองคำเนียบอยู่ ผู้วิจัยพบว่าการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมมีข้อดีคือ

1. นักเรียนได้เรียนไปตามความสามารถของตนเอง ซึ่งเห็นได้จากการที่นักเรียน
เรียนบทเรียนจบเร็วช้าต่างกัน
2. การเรียนจากบทเรียนโปรแกรมทำให้นักเรียนมีความรับผิดชอบในการเรียนของตนเอง

3. การสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมง่ายต่อการควบคุมชั้น และผู้สอนมีเวลาว่างสำหรับทำกิจกรรมอื่นๆ เช่น ใช้เวลาในการอธิบายให้นักเรียนเป็นรายบุคคลเมื่อนักเรียนมีปัญหาในบทเรียน ผลการวิจัยครั้งนี้ แสดงให้เห็นว่าบทเรียนโปรแกรมสามารถใช้สอนแทนครูในบางเรื่องได้ เนื่องจากการสอนแบบใช้บทเรียนโปรแกรมให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกับการสอนปกติ ดังนั้นในสถานะที่เป็นอยู่ปัจจุบัน บทเรียนโปรแกรมจึงเป็นเครื่องมืออย่างหนึ่งที่จะช่วยลดภาระของครู ทำให้ครูมีเวลาทำงานที่มีคุณค่าอันมากขึ้น และประการสำคัญก็คือบทเรียนโปรแกรมใช้สอนนักเรียนได้ครั้งละจำนวนมาก โดยที่ประสิทธิภาพการเรียนไม่ลดลง จึงเท่ากับเป็นการช่วยแก้ปัญหาการขาดแคลนครูได้อีกทางหนึ่งด้วย

ข้อเสนอแนะ

ก. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. จากผลการทดลองพบว่า บทเรียนโปรแกรมสามารถใช้สอนนักเรียนให้เกิดการเรียนรู้ได้พอๆกับการสอนปกติ ฉะนั้นควรที่จะส่งเสริมให้มีการผลิตและใช้บทเรียนโปรแกรมให้แพร่หลายยิ่งขึ้น
2. มหาวิทยาลัยที่ผลิตบัณฑิตทางการศึกษา สถาบันฝึกหัดครู และหน่วยศึกษานิเทศก์ของกระทรวงศึกษาธิการ ควรร่วมมือกันส่งเสริมให้มีการทดลองสร้างบทเรียนโปรแกรม โดยการจัดให้มีการอบรมวิธีการเขียนบทเรียนโปรแกรมแก่ นิสิตนักศึกษา ครูประจำการ และให้การสนับสนุนในการผลิตและเผยแพร่
3. การสร้างบทเรียนโปรแกรมในวิชาต่างๆหลายระดับ หลายชุด สำหรับให้เด็กอ่อน เด็กเก่ง และเด็กปานกลางได้เลือกใช้ตามความเหมาะสม
4. ไม่ควรใช้บทเรียนโปรแกรมสอนนักเรียนโดยตลอด เพราะการสอนโดยบทเรียนโปรแกรมนานๆอาจทำให้นักเรียนเบื่อ ครูจึงควรใช้เพื่อเสริมสร้างการสอนของครูในบางบทเรียนเท่านั้น หรือมีการอภิปรายปัญหาต่างๆที่นักเรียนพบในบทเรียนโปรแกรมเป็นตอนๆ

ข. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยต่อไป

1. การนำบทเรียนโปรแกรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้ไปทดลองใช้สอนกับนักเรียนกลุ่มอื่นๆในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. ควรทดลองเปรียบเทียบการสอนด้วยบทเรียนโปรแกรมชนิดเชิงเส้น
ชนิดมัลติมีเดีย และชนิดผสมในเนื้อหาวิชาเดียวกัน

3. ควรทดลองสร้างบทเรียนโปรแกรมชนิดมัลติมีเดียในเนื้อหาเกี่ยวกับที่ผู้วิจัย
สร้างขึ้นคือ เรื่องความน่าจะเป็น สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และนำมาทดลองสอนเปรียบเทียบ
ผลการสอนด้วยบทเรียนโปรแกรมชนิดเชิงเส้น กับผลการสอนด้วยบทเรียนโปรแกรมชนิดมัลติมีเดีย

4. ควรทดลองสอนด้วยบทเรียนโปรแกรมชนิดต่าง ๆ กับนักเรียนที่มีระดับ
ความสามารถต่าง ๆ กัน เพื่อทราบว่านักเรียนระดับใดจะเหมาะสมกับบทเรียนโปรแกรมชนิดใด

5. ควรทดลองเปรียบเทียบทัศนคติของนักเรียนที่มีต่อการสอนด้วยบทเรียน
โปรแกรม กับการสอนแบบปกติในวิชาคณิตศาสตร์

6. ควรศึกษาว่าบทเรียนโปรแกรมจะช่วยสร้างทัศนคติที่ดีของผู้เรียนที่มีต่อวิชา
นี้ได้หรือไม่

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- ๙ เกื่อนไว ทองสาริต บทเรียนสำเร็จรูป Programmed Instruction รายงาน
ประกอบการศึกษาวิชา Individual Study แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2515.
- บุญถิ่น อัตถากร "คำปราศรัยและคำบรรยายของนายบุญถิ่น อัตถากร พ.ศ. 2502-2514"
เอกสารนิเทศการศึกษา ฉบับที่ 119 หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมการฝึกหัดครู พระนคร
2514, หน้า 132.
- ✓ เป็รื่อง กุมุท บทเรียนสำเร็จรูป วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร พระนคร 2515.
- ✓ พลรัตน์ ลักษณ์ยานาวิน การทดลองสอนที่คณิตโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป ปรินญานินพนธ์ ก.ม.
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2514.
- ✓ มาลี คันภัยท การสร้างมดเรียนแบบโปรแกรมเรื่อง "การใช้สูตรหาพื้นที่สี่เหลี่ยม" สำหรับ
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 ปรินญานินพนธ์ ก.ม. บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
2516.
- ✓ ปังยง กันมณี รายงานการศึกษาเรื่องบทเรียนสำเร็จรูป เอกสารการค้นคว้าวิชา
Independent Study แผนกวิชาประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย. 2515, หน้า 34.
- วรรณ เจริญทวงษ์ การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเลขคณิตชั้นประถมศึกษาปีที่ 5
ระหว่างการใช้แบบเรียนสำเร็จรูป (Programmed Text Book) กับการสอน
ปกติ ปรินญานินพนธ์ กศ.ม. วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร 2515.
- ✓ ศึกษาธิการ, กระทรวง กรมวิชาการ บทคัดย่องานวิจัยการศึกษาของกระทรวงศึกษาธิการ
โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว 2513, หน้า 50.
- ✓ Apter, Michael J., The New Technology of Education, Macmillan
and Co. Ltd., London, 1986, p. 42-53.
- ✓ Austwick, Kenneth, "Mathematics by Machine" in New Approaches
to Mathematics Teaching. 2nd. ed., St Martin's Press,

New York, 1966, 152 pp.

✓ Parlow, John A., "Programmed Instruction in Perspective: Yesterday, Today and Tomorrow", Prospective in Programming, Edited by Robert T. Filep, The Macmillan Company, New York, 1963, p. 3-5.

✓ Berry, W. S., "Programmed Learning", The Media, London, 1969, p. 168-173.

✓ Brown, James W., Lewis, Richard B., and Harclearoad, Fred F., "Programmed Instructional Materials" in A V Instruction Media and Methods, 3rd. ed., McGraw-Hill, Inc., London, 1969, p. 114-115.

✓ Brown, Robert O. Jr., "A Comparison Test of Test Scores of Students Using Programmed Instruction Materials With those of Students Not Using Programmed Instruction Materials", A V Communication Review, 15: 183, Summer, 1967.

Greatsinger, Calvin, "An Experimental Study of Programed Instruction in Division of Fractions", Dissertation Abstracts A, 27, 7-8: 2442-A, 1966.

Carpenter and Fillmer, "A Comparison of Teaching Machines and Programmed Text in The Teaching of Algebra 1" Journal of Educational Research, 58: 218-221, January, 1965.

Dessart, Donald Joseph, "A Study of Programmed Learning with Superior Eighth Grade Students", A V Communication Review, 14: 424, Fall, 1966.

Dobyns, Roy A., "An Experiment in the Teaching of College Algebra", Mathematics Teacher, 52: 319-325, 1964.

Donald, Beane, "A Comparison of Linear and Branching Techniques of Programed Instruction in Plane Geometry", A V Communication Review, 15: 190, Summer, 1967.

✓ Fry, Edward B., Teaching Machines and Programed Instruction, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1963, 243 pp.

Garrett, Henry E., Statistics in Psychology and Education, 6th. ed., New York, David McKay Company, Inc., 1966, 491 pp.

✓ Jerrold, Glassman, Programmed Reading Teacher's Guide, New York, Globe Book Co., 1966, p. 3.

Keith and James, "The Role of Personality and Attitude Variables in Programed Instruction", A V Communication Review, 17: 351-352, Fall, 1969.

Lamb R. T. B., Aids to Modern Teaching A Short Survey, Sir Isaac Pitman and Sons Ltd., London, 1967, p. 60.

✓ Leith G. O. M., "Teaching by Machinery", A V Communication Review, 14: 275, Summer, 1966

Lewis, Eigen, "High School Student Reactions to Programed Instruction", A V Communication Review, 14: 275, Summer, 1966.

Meadowcroft B. A., "Comparision of Two Method of Using Programed Learning", Arithmetic Teacher, 12: 422-425, 1965.

Montemuro, Michael Paul, "A Comparative Analysis of three Modes of Instruction Programed Text. Audio Projected Program and Lecture Demonstration", Dissertation Abstract International, 31, 12: 6312, 1971.

"Programmed Instruction in Large School System", in Curcular, 7: 25, September, 1966, 38 pp.

✓ Randolph, Paul H., "An Experiment in Programed Instruction in Junior High School", A V Communication Review, 13: 449, Winter, 1965.

Riggs, Corinne Whitlow, "The Construction and Evaluation of A Programmed Text on the Interpretation of Graphs for Grade Five", Dissertation Abstracts A, 27, 7-8: 2748-A, 1966.

✓ The University Grants Committee, the Department of Education, and Science and the Scottish Education Department, Audio-Visual Aids in Higher Scientific Education, Her Majesty's Stationery Office, London, 1965, p. 81-85.

១២

ពាក្យស្នើសុំ

១៣

១៤

บทเรียนโปรแกรม

คำแนะนำสำหรับผู้เรียน

1. ข้อความที่ผู้เรียนจะอ่านต่อไปนี้เป็นบทเรียน ไม่ใช่ข้อทดสอบ ท่านจะไ้ทั้งความรู้และเป็นการฝึกหัดทำไปด้วย
2. อ่านข้อความในแต่ละกรอบให้เข้าใจทุกกรอบ เริ่มทำตั้งแต่กรอบที่ 1 เรียงไปตามลำดับ โดยไม่ข้ามกรอบใดกรอบหนึ่งไปก่อน จนถึงกรอบสุดท้าย
3. เมื่อผู้เรียนอ่านข้อความในกรอบเข้าใจและตอบคำถามในกรอบนั้นเรียบร้อยแล้ว ให้คลิกไปจุดคำตอบที่ถูกต้องทันที ซึ่งจะอยู่ตอนบนของกรอบถัดไป
4. ถ้าท่านตอบคำถามในกรอบใดผิด ให้ลองอ่านคำอธิบายในกรอบนั้นอีกรั้งหนึ่งหรือหลายรั้ง แล้วลองตอบใหม่ ถ้ายังตอบไม่ถูกหรือไม่เข้าใจให้ถามครูสอน
5. การทำบทเรียน ท่านไม่ควรแอบดูคำตอบก่อน เพราะเป็นการประกาศว่า ท่านขาดความเข้าใจในตนเอง และจะไม่ช่วยให้ท่านมีความรู้เพิ่มขึ้น
6. การทำบทเรียนไม่ต้องรีบร้อน ท่านจงทำให้สบาย หากรู้สึกเหนื่อยก็พักสักครู่ แล้วค่อยทำต่อไปใหม่
7. ถ้าท่านเข้าใจการใช้บทเรียนแล้ว เริ่มอ่านบทเรียนได้

1

บทที่ 1 แฟกทอเรียล

จำนวนต่อไปนี้จำนวนใดเป็นจำนวนเต็ม และ จำนวนใดเป็นเศษส่วน

$\frac{1}{2}$, 1, 4, -3, $\frac{5}{6}$, 0, $-\frac{3}{2}$, 2, -6, $-\frac{1}{5}$, 3, 6

จำนวนเต็มมีดังนี้

เศษส่วนมีดังนี้

ก. $4 \times (2 \times 1) = 8$

ข. $(4 \times 3) \times (2 \times 1) \times (2 \times 1) = 48$

18

จงกระจายข้อต่อไปนี้ตามนิยามของแฟกทอเรียล

ก. $7! 6! = \dots\dots\dots$

ข. $42! = \dots\dots\dots$

1, 4, -3, 0, 2, -6, 3, 6

1, 5, -3, -1

2 6 2 5

2

จำนวนเต็มแบ่งออกได้เป็น 3 ชนิด คือ

1. จำนวนเต็มบวก

2. จำนวนเต็มศูนย์

3. จำนวนเต็มลบ

จงพิจารณาจำนวนต่อไปนี้ -20, -15, -12, -9, -4, -1, 0, 1, 5, 6, 10, 40

ก. จำนวนเต็มบวกคือ

ข. จำนวนเต็มศูนย์คือ

ค. จำนวนเต็มลบคือ

ก. $(7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) (6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)$

ข. $(12 \times 41 \times 40 \times 39 \times 38 \times 37 \times 36 \times 35 \times \dots \times 1)$

19

$7!6!$ กับ $42!$ เท่ากันหรือไม่

ก. 1 , 5 , 6 , 10 , 40

ข. 0

ค. -20 , -15 , -12 , -9 , -4 , -1

3

จำนวนเต็มบวกมีดังนี้ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , ...

จำนวนเต็มบวกที่มีค่าเฉลี่ยที่สุด คือ

ก็ไม่เท่ากัน

20

จงกระจายข้อต่อไปนี้ตามนิยามของแฟกโตรีบ

ก. $42 = \dots\dots\dots$

ข. $4 \times 2 = \dots\dots\dots$

ค. $4 \div 2 = \dots\dots\dots$

1

4

นิยามที่ 1 เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก ($n!$) (อ่านว่า n แฟกทอเรียล หรือ

แฟกทอเรียล n) คือ ผลคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง n

$$\text{นั่นคือ } n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times n$$

ตัวอย่าง $5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$

ดังนั้นจงพิจารณา ก. $7! = \dots\dots\dots$

ข. $11! = \dots\dots\dots$

ก. $42 \times 41 \times 40 \times 39 \times 38 \times 37 \times \dots \times 1$

ข. $(4 \times 2 \times 1)$

ก. $(4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1)$

21

จงกระจายข้อต่อไปนี้ตามนิยามของแฟกทอเรียล

ก. $3! 2! = \dots\dots\dots$

ข. $3 \times 2! = \dots\dots\dots$

ก. $32! = \dots\dots\dots$

ง. $4! 8! = \dots\dots\dots$

ก. $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7$

ข. $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11$

5

ทบทวนที่ 1 จงเขียนค่าตามของข้อต่อไปนี้

ก. $2!$ เท่ากับ

ข. $5!$ เท่ากับ

ค. $10!$ เท่ากับ

จ. $(4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)$

ก. $(3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1)$

ข. $3 \times (2 \times 1)$

ค. $32 \times 31 \times 30 \times 29 \times 28 \times 27 \times 26 \times 25 \times 24 \times \dots \times 1$

22

ทบทวนที่ 3 $0! = 1$

จงหาว่า

ก. $(4 - 4)! = \dots\dots\dots$

ข. $(10 - 10)! = \dots\dots\dots$

ค. $(n - n)! = \dots\dots\dots$

- ก. สองแฟกโตเรียล
- ข. ห้าแฟกโตเรียล
- ค. สิบแฟกโตเรียล

6

จงเขียนค่าต่อไปนี้

ก. x' ถ้า $x = 10110101$

ข. m' ถ้า $m = 10110101$

ก. $0' = 1$

ข. $0' = 1$

ค. $0' = 1$

23

จงหาค่าของ

ก. $0'3' = \dots\dots$

ข. $0 \times 3' = \dots\dots$

ก. ฮาแฟกโตเรียล

ข. เอ็มแฟกโตเรียล

7

นิยามที่ 2 $(n - r)!$ อ่านว่า เอ็มแฟกโตเรียล

จงเขียนค่าของข้อต่อไปนี้

ก. $(4 - 1)!$ อ่านว่า

ข. $(7 - 2)!$ อ่านว่า

ค. $(n - r)!$ อ่านว่า

ก. $(1) \times (3 \times 2 \times 1) = 6$

ข. 0

24

จงหาค่าของ

ก. $\frac{3!}{3!} = \dots$

ข. $\frac{5!}{5!} = \dots$

ค. $\frac{n!}{n!} = \dots$

- ก. สลับหนึ่งทั้งหมดยกเว้นโกเรียด
- ข. แจกจ่ายสิ่งทั้งหมดยกเว้นโกเรียด
- ค. กวอดดาทั้งหมดยกเว้นโกเรียด

8

จงพิจารณา $(5 - 2)! = 3!$

ทั้งนี้ ก. $(4 - 1)! = \dots$

ข. $(7 - 2)! = \dots$

ค. $(11 - 5)! = \dots$

ก. 1

ข. 1

ค. 1

25

จงหาว่าของ

ก. $\frac{4!}{3} = \dots$

ข. $\frac{5!}{3!} = \dots$

ก. $3!$

ข. $5!$

ค. $6!$

9

ค่าของ $5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$

จงหาค่าของ

ก. $2! = \dots\dots\dots$

ข. $3! = \dots\dots\dots$

ค. $6! = \dots\dots\dots$

ก. $\frac{4 \times 3!}{3!} = 4$

ข. $\frac{5 \times 4 \times 3!}{3!} = 5 \times 4 = 20$

26

จงหาค่าของ

ก. $\frac{11!}{10!} = \dots\dots$

ข. $\frac{100!}{98!} = \dots\dots$

ก. $1 \times 2 = 2$

ข. $1 \times 2 \times 3 = 6$

ค. $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$

10

จงหาค่าของ

ก. $(4 - 1)! = \dots\dots\dots$

ข. $(7 - 2)! = \dots\dots\dots$

ค. $(11 - 5)! = \dots\dots\dots$

ก. $\frac{11 \times 10!}{10!} = 11$

ข. $\frac{100 \times 99 \times 98!}{98!} = 100 \times 99 = 9900$

27

จงหาค่าของ

ก. $\frac{7!}{5!} = \dots\dots$

ข. $\frac{8!}{5!3!} = \dots\dots$

$$\text{ก. } 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$\text{ข. } 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$\text{ค. } 6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

11

วงทักกาทอง

$$\text{ก. } 4! = \dots$$

$$\text{ข. } (4 - 2)! = \dots$$

$$\text{ค. } (6 - 2)! = \dots$$

$$\text{ก. } \frac{7 \times 6 \times 5}{5!} = 12$$

$$\text{ข. } \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{5! \cdot 3!} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3!} = 8 \times 7 = 56$$

28

ในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้พิจารณาว่าเท่ากันหรือไม่

$$\text{ก. } 3! + 2! \text{ กับ } 5! \text{ (ข้อสังเกต } (3+2)! = 5! \text{)}$$

$$\text{ข. } 5! + 3! \text{ กับ } 3! \text{ (ข้อสังเกต } (5+3)! = 8! \text{)}$$

$$\text{ค. } 10! + 2! \text{ กับ } 12! \text{ (ข้อสังเกต } (10+2)! = 12! \text{)}$$

ก. $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

ข. $2! = 2$

ค. $4! = 24$

12

วงหาคำของ

ก. $(6 - 2)! = \dots\dots\dots$

ข. $6! - 2! = \dots\dots\dots$

ก. ค่าไม่เท่ากัน

ข. ค่าไม่เท่ากัน

ค. ค่าไม่เท่ากัน

29

ใบแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ค่าเท่ากันหรือไม่

ก. $4! - 2!$ กับ $2!$ (ข้อสี่แยก $(4 - 2)! = 2!$)

ข. $6! - 3!$ กับ $3!$ (ข้อสี่แยก $(6 - 3)! = 3!$)

ค. $10! - 3!$ กับ $7!$ (ข้อสี่แยก $(10 - 3)! = 7!$)

ก. $4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$

ข. $(1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6) - (1 \times 2) = 720 - 2 = 718$

13

$(6 - 2)!$ กับ $6! - 2!$ เท่ากันหรือไม่

ก. เท่ากัน

ข. ไม่เท่ากัน

ค. ไม่เท่ากัน

30

ในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ตอบว่าเท่ากันหรือไม่

ก. $3! \cdot 4!$ กับ $12!$

ข. $5! \cdot 2!$ กับ $10!$

ค. $6! \cdot 3!$ กับ $18!$

ค่าไม่เท่ากัน

14

จงหาค่าของ

ก. $(5 - 3)^2 = \dots\dots\dots$

ข. $5^2 - 3^2 = \dots\dots\dots$

$$5^2 - 3^2 = 25 - 9$$

ก. ค่าไม่เท่ากัน

ข. ค่าไม่เท่ากัน

ค. ค่าไม่เท่ากัน

31

ในแต่ละข้อต่อไปนี้ค่าเท่ากันหรือไม่

ก. $6 \div 3$ กับ 2

ข. $8 - 2$ กับ 4

ค. $15 - 5$ กับ 3

ก. $2! = 2$

ง. $(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) - (3 \times 2 \times 1) = 120 - 6 = 114$

15

$(5 - 3)!$ กับ $5! - 3!$ ค่าเท่ากันหรือไม่

ก. ค่าไม่เท่ากัน

ข. ค่าไม่เท่ากัน

ค. ค่าไม่เท่ากัน

32

วงเล็บของ

ก. $(8 - 5)! = \dots\dots\dots$

ข. $\frac{6!}{(6 - 2)!} = \dots\dots\dots$

ค. $\frac{5!}{(5 - 2)!} = \dots\dots\dots$

ค่าไม่เท่ากัน

16

ข้อใดเป็นจำนวนจริง

ก. 4×2^i ถ้า $i = 1$
 ข. $4^i \times 2^i$ ถ้า $i = 1$
 ค. 4^i ถ้า $i = 1$
 ง. 4^i ถ้า $i = 1$
 จ. 4^i ถ้า $i = 1$
 ฉ. 4^i ถ้า $i = 1$
 ช. 4^i ถ้า $i = 1$
 ซ. 4^i ถ้า $i = 1$

หมายเหตุ

เราจะได้ $m^i \times n^i = m^i \times n^i$

$$3^i = 6$$

$$\frac{6^i}{4^i} = \frac{6 \times 5 \times 4^i}{4^i} = 6 \times 5 = 30$$

$$\frac{5^i}{3^i} = \frac{5 \times 4 \times 3^i}{3^i} = 5 \times 4 = 20$$

33

วงเล็บ

ก. $\frac{4^i}{(4 - 3)^i} = \dots\dots\dots$

ข. $\frac{4^i}{(4 - 4)^i} = \dots\dots\dots$

ค. $\frac{4^i}{(4 - 1)^i} = \dots\dots\dots$

- ก. สี่เหลี่ยมสองด้านเท่ากัน หรือ สี่เหลี่ยมผืนผ้าสอง
 ข. สี่เหลี่ยมสองด้านเท่ากันสองด้านเท่ากัน
 ค. สี่เหลี่ยมสองด้านเท่ากัน

17

วงศาของ

ก. $4^\circ \times 2^\circ = \dots\dots\dots$

ข. $4^\circ 2^\circ = \dots\dots\dots$

$$\frac{4^\circ}{1^\circ} = 4^\circ = 24$$

$$\frac{4^\circ}{0^\circ} = 4^\circ = 24$$

$$\frac{4^\circ}{3^\circ} = \frac{4^\circ \times 3^\circ}{3^\circ} = 4$$

34

วงศาของ

ก. $\frac{5^\circ}{3^\circ (5 - 3)^\circ} = \dots\dots\dots$

ข. $\frac{6^\circ}{3^\circ (6 - 3)^\circ} = \dots\dots\dots$

ค. $\frac{7^\circ}{5^\circ (7 - 5)^\circ} = \dots\dots\dots$

$$4 \times (2 \times 1) = 8$$

$$(4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 48$$

$$\frac{5!}{3! 2!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3! 2!} = \frac{5 \times 4}{2!} = 10$$

$$\frac{6!}{3! 3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! 3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3!} = 5 \times 4 = 20$$

$$\frac{7!}{5! 2!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{5! 2!} = \frac{7 \times 6}{2!} = 7 \times 3 = 21$$

บทที่ 2 การจัดลำดับ

การแต่งตั้งหัวหน้า และ รองหัวหน้า ของนักเรียนห้องหนึ่ง ทำได้ดังนี้

วิธีที่ 1 นาย ก เป็นหัวหน้า และ นาย ข เป็นรองหัวหน้า

วิธีที่ 2 นาย ข เป็นหัวหน้า และ นาย ก เป็นรองหัวหน้า

ทั้ง 2 วิธีนี้ ต่างกันหรือไม่

การกระทำเช่นนี้ถือลำดับเป็นสำคัญ

จากคำตอบข้างบน สร้างเลขใดทั้งหมด จำนวน

แต่เราทราบแล้วว่า จำนวนวิธีการจัดลำดับ (วิธีสร้างเลข) มี $P(\dots)$ จำนวน

ทางกับ

36

การสร้างเลข 2 หลัก เช่น สร้างเลข 24 เป็นลำดับ (คือสลับตำแหน่ง
2 กับ 4) จะได้เลข 42
การสร้างเลขทั้งสองวิธีทางกันหรือไม่
การกระทำเช่นนี้ถือสำคัญ

6

$P(3,2)$

63

หากกำหนดทั้งนี้ จะได้ว่า $P(n, n) = 6$

ต่างกัน

37

หยิบลูกหิน 3 ลูกจากถุงใบหนึ่งใส่ในกล่อง เช่น หยิบได้ สีแดง สีฟ้า สีขาว
 ถังนั้นลูกหินในกล่องมี สีแดง สีฟ้า สีขาว ถ้าสลับลำดับการหยิบลูกหินสีแดงกับสีฟ้า
 จะหยิบได้ดังนี้ สีฟ้า สีแดง สีขาว ถังนั้นลูกหินในกล่องมี สีฟ้า สีแดง สีขาว
 การหยิบลูกหินทั้ง 2 วิธีนี้ต่างกันหรือไม่
 การกระทำเช่นนี้ไม่ถือว่าจำเป็นสำคัญ

P(3,2)

64

ปีเลข 3 ตัวคือ 2,4,7 สร้างเลข 3 หลักโดยไม่ให้เลขในหลักทั้ง 3 ซ้ำกัน
 เลขที่สร้างทั้งหมดมีดังนี้

247	หรือเขียนแทนด้วย	(2,4,7)
274	" "	(2,7,4)
4..	" "	
...	" "	
7..	" "	
...	" "	

ไม่ต่างกัน

38 | สนาบหน้ามีประตู่ทั้ง 4 ก้านๆละ 1 ประตู่ วิธีเดินผ่านสนาบหน้าโดยเข้า

ประตู่ใดจะออกประตู่เดินนั้นไม่ได้ เช่น

วิธีที่ 1 เดินเข้าประตู่ N ออกประตู่ S

วิธีที่ 2 เดินเข้าประตู่ S ออกประตู่ N

การเดินทั้ง 2 วิธีนี้ต่างกันหรือไม่

การกระทำเช่นนี้ถือล่ำกัับเป็นสำคัญ

427 หรือเขียนแทนด้วย (4,2,7)

472 " " (4,7,2)

742 " " (7,4,2)

724 " " (7,2,4)

65 | หากโวกษ์ของคำตอบข้างบน สร้างเลขใดทั้งหมด จำนวน

แต่เราทราบว่าจำนวนวิธีการจัดล่ำกัับ (วิธีสร้างเลข) มี $P(\dots)$ จำนวน

ต่างกัน

39

สมาคมแห่งหนึ่งแต่งตั้งกรรมการจำนวน 4 คน เช่น

วิธีที่ 1 เลือก นาย ก นาย ข นาย ค และนาย ง เป็นกรรมการ

วิธีที่ 2 เลือก นาย ข นาย ก นาย ค และนาย ง เป็นกรรมการ

การเลือกตั้ง 2 วิธีนี้ต่างกันหรือไม่

การกระทำเช่นนี้ไม่ถือลำดับเป็นสำคัญ

6

$P(3,3)$

66

จากภาพข้างบน จะได้ว่า $P(\dots, \dots) = 6$

ต่างกัน

39

สมาคมแห่งหนึ่งแต่งตั้งกรรมการจำนวน 4 คน เช่น

วิธีที่ 1 เลือก นาย ก นาย ข นาย ค และนาย ง เป็นกรรมการ

วิธีที่ 2 เลือก นาย ข นาย ค นาย ง และนาย ก เป็นกรรมการ

การเลือกทั้ง 2 วิธีนี้ต่างกันหรือไม่

การกระทำเช่นนี้ไม่ถือลำดับเป็นสำคัญ

6

$P(3,3)$

56

จากคำตอบข้างบน จะได้ว่า $P(3,3) = 6$

ใบกำกับ

40

การพิจารณาว่า การกระทำใดสำคัญหรือไม่ จึงเกิดจากการกระทำ
1 วิธี สลับค่ากับสิ่งของไป 1 วิธีนั้น ถ้าถนัดแล้วเป็นวิธีใหม่ แสดงว่าการกระทำไป
ก็สำคัญแล้ว แต่ถ้ากลับเป็นวิธีใหม่การกระทำนั้นถือว่าสำคัญ

จงพิจารณา

มีเลข 4 ตัวคือ 2,3,4,5 สร้างเลข 2 หลักโดยไม่ให้เลขใดหลักทั้ง 2 ซ้ำกัน

การกระทำ 1 วิธี เช่น สร้างเลข 23 เพื่อสลับที่กันจะได้เลข 32

การสร้างเลขทั้งของวิธีนี้ทางกันหรือไม่

การกระทำแบบนี้ สำคัญหรือไม่

P(3,3)

67

จงพิจารณา

$(n - 1)$ กับ $(n - 2)$ จำนวนน้อยกว่ากัน

ต่างกับ

คือ

41

ในการเข้าแถว นักเรียน 3 คนคือ นาย ก นาย ข และ นาย ค ถ้าเข้าแถว
เรียงลำดับหัวแถวดังนี้ ก ข ก เป็ลสล่บที่กัระหว่าง ก และ ค จะไค้แถวใหม่ก็อ
ค ข ก ทั้ง 2 วิธีนี้ต่างกัหรือไม
การกระทำนี้ ... ลาคับเป็นสำคัญ

$$(n - 1) > (n - 2)$$

68

- ก. $(n - 1)$ มากกว่า $(n - 2)$ อยุ่เท่ากัมี ..
ข. $(n - 2)$ มากกว่า $(n - 3)$ อยุ่เท่ากัมี

ต่างกัน

คือ

42

มีสมุดเรียน 3 เล่มคือ สมุดเลขคณิต ภาษาอังกฤษ และ ภาษาไทย

ถ้าการว่าสมุดไปโรงเรียน 2 เล่ม

การว่าสมุดไปโรงเรียนครั้งที่นี้ เป็นการกระทำที่ต่อลำดับเป็นลำดับที่ต่อไป

ก. 1

ข. 1

69

จงพิจารณา ถ้า n เป็นเทอม(หวน)ที่ 1

$n - 1$ " 2

$n - 2$ " 3

$n - 8$ " 9

$n - 10$ " 11

$n - 17$ " 18

ดังนั้น $(n - (r - 1))$ เป็นเทอมที่ ...

ถ้า $(n - (r - 1)) = (n - r + 1)$ นั่นคือ $(n - r + 1)$ เป็นเทอมที่

ไม่ถือคำกับเป็นสำคัญ

43

มีสีฟ้า 3 สีคือ สีแดง สีน้ำเงิน และ สีเหลือง ถ้าเราใช้สี 3 ผสมกันอย่างละ
เท่าๆกัน
การกระทำนี้ถือคำกับเป็นสำคัญหรือไม่

r

r

70

ถ้า $(n - 1)(n - 2)$ หมายความว่า $(n - 1) \times (n - 2)$
ถึงแม้ ก. $n(n - 1)$ หมายความว่า
ข. $n(n - 1)(n - 2) \dots \dots (n - r + 1)$ หมายความว่า

ไม่ถือลำดับเป็นสำคัญ

14

มีหนังสือ 4 เล่มที่ต่างกัน จัดหนังสือเหล่านี้ไว้บนชั้นหนังสือ
การกระทำนี้ถือลำดับเป็นสำคัญหรือไม่

$$n \times (n - 1)$$

$$n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times (n - r + 1)$$

71

สูตร $P(n, r) = n(n - 1)(n - 2) \dots (n - r + 1)$

ดังนั้น $P(7, 4) = 7(7 - 1)(7 - 2)(7 - 3) = 7 \times 6 \times 5 \times 4$

จงหา ก. $P(5, 3) = \dots$

ข. $P(6, 2) = \dots$

ถือค่ากับเป็นค่าสำคัญ

45

การหาผลลัพธ์ของการเลือกเลข 2 จำนวนแบบวกกัน เช่น

วิธีที่ 1 เลือก $6 + 5$ ผลลัพธ์เท่ากับ 11

วิธีที่ 2 เลือก $5 + 6$ ผลลัพธ์เท่ากับ 11

การบวกเลขทั้ง 2 วิธีต่างกันหรือไม่

การกระทำนี้ ถือค่ากับเป็นค่าสำคัญ

ก. $5(5 - 1)(5 - 2) = 5 \times 4 \times 3$

ข. $6(6 - 1) = 6 \times 5$

72

จาก $P(n, r) = n(n - 1)(n - 2) \dots (n - r + 1)$

จะเห็นว่าทางขวามือของสมการเริ่มตั้งแต่ n และลดไปลดลงทีละ 1

จำนวนเทอม(พจน์)ที่คูณกันทั้งหมดมี เทอม

ไม่ต่างกัน
ไม่คือ

46

การหาผลลัพธ์ของการเลือกเลข 2 จำนวนลบกัน เช่น

วิธีที่ 1 เลือก $10 - 7$ ผลลัพธ์เท่ากับ 3

วิธีที่ 2 เลือก $7 - 10$ ผลลัพธ์เท่ากับ -3

ทั้ง 2 วิธีนี้เปิดกันหรือต่างกัน

การกระทำเช่นนี้ ลำดับเป็นสำคัญ

r

73

จากกรณที่ 72 จงกระจาย

$$P(8,5) = \dots\dots\dots$$

ทางกับ

ถือ

47

การตามลัทธิของการเลข 2 จำนวนเท่ากัน

การกระทำนี้ถือว่ามีค่าหรือไม่

$$8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4$$

74

จงกระจาย

ก. $P(4,3) = \dots\dots\dots$

ข. $P(6,4) = \dots\dots\dots$

ค. $P(7,2) = \dots\dots\dots$

ถือค่ากัมเป็นสำคัญ

4๒

การหาผลลัพธ์ของการเลือกเลข 2 ว่านานกุดเกิน
การกระทำใดค่ากัมเป็นสำคัญหรือไม่

- = =

$$4 \times 3 \times 2$$

$$6 \times 5 \times 4 \times 3$$

$$7 \times 6$$

7๖

จงกระจาย

ก. $P(12,4) = \dots\dots\dots$

ข. $P(16,8) = \dots\dots\dots$

ค. $P(30,3) = \dots\dots\dots$

ไม่จัดลำดับเป็นลำดับ

49

นิยามที่ 4 การจัดเรียงสิ่งของ r สิ่งจากสิ่งของทั้งหมด n สิ่ง

โดยถือลำดับเป็นสำคัญ เรียกว่า การจัดลำดับ (Permutation) และ จำนวน

วิธีในการจัด เรียงกว่า ว่าจำนวนการจัดลำดับ

พิจารณา นักเรียนห้องหนึ่งมี 30 คน ถ้างัดการเลือกหัวหน้า และ รองหัวหน้า

จำนวนจะได้ 1 คน

โดยที่ สิ่งที่ใช้จัดคือ นักเรียน มีจำนวนทั้งหมด 30 คน จัดการด้วย 2 คน

$n = 30, r = 2$ การจัดมีลำดับเป็นสำคัญ คำนี้ เป็นการจัดลำดับ

$$12 \times 11 \times 10 \times 9$$

$$16 \times 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9$$

$$30 \times 29 \times 28$$

76

จงกระจาย

ก. $P(4,4) = \dots\dots\dots$

ข. $P(100,5) = \dots\dots\dots$

ค. $P(m,3) = \dots\dots\dots$

30 , 2

50

มีเลข 4 ตัว คือ 1, 3, 5, 7 สร้างเลข 2 หลักโดยเลขในหลักตั้ง 2 ไม่ซ้ำกัน
มีเลขทั้งหมด 4 ตัว จัดกราวละ 2 ตัว ดังนั้น $m = \dots$, $r = \dots$
การจัดนี้ ค่าสัมประสิทธิ์
โจทย์นี้เป็นการจัดลำดับหรือไม่

ก. $4 \times 3 \times 2 \times 1$

ข. $100 \times 99 \times 98 \times 97 \times 96$

ค. $m(m - 1)(m - 2)$

77

การหาของ $P(4,3)$

จาก $P(4,3) = 4 \times 3 \times 2 = 24$

ดังนั้นค่าของ $P(4,3) = 24$

จงหาของ $P(6,2) = \dots\dots\dots$

4 , 2

คือ

เป็นการจัดลำดับ

51

สนามหญ้ามีประตูทั้ง 4 ด้านจาก 1 ประตู จะเดินเข้าสนามหญ้าโดยเข้าประตู
ใดละออกประตูเดิมขึ้นไม่ได้
มีประตู 4 ประตู ใจกว้างละ 2 ประตู ดังนั้น $n = \dots$, $r = \dots$
การกระทำนี้ ลำดับเป็นสำคัญ
โจทย์นี้เป็นการจัดลำดับหรือไม่

$$6 \times 5 = 30$$

78

จงหาค่าของ

ก. $P(6,3)$

ข. $P(5,3)$

ค. $P(7,3)$

4 , 2

คือ

เป็นการจัดลำดับ

52

นักเรียน 3 คน เข้าแถวรอบกันได้อีกวิธี

โจทย์ให้ $n = \dots$
 $r = \dots$

การกระทำ..... ลำดับเป็นสำคัญ ดังนั้นเป็นการจัดลำดับหรือไม่

ก. $6 \times 5 \times 4 = 120$

ข. $5 \times 4 \times 3 = 60$

ค. $7 \times 6 \times 5 = 210$

79

จงหาค่าของ

ก. $P(3,3) = \dots$

ข. $P(4,4) = \dots$

ค. $P(5,5) = \dots$

3
3

กค

เป็นการจัดลำดับ

53

นิยามที่ 5 การจัดลำดับสิ่งของกราวละ r สิ่งที่แตกต่างกันจากสิ่งของดีทำ n !

ทั้งหมด n สิ่ง จำนวนวิธีในการจัดลำดับที่ $P(n, r)$ วิธี (หรือใช้ ${}^n P_r$)

$P(n, r)$ อ่านว่า พีเอชเอ

${}^n P_r$ อ่านว่า เอชพีอาร์

ดังนั้น $P(5, 2)$ อ่านว่า

$P(10, 4)$ อ่านว่า

$P(7, 3)$ อ่านว่า

ก. $3 \times 2 \times 1 = 6$

ข. $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

ค. $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

80

มีเลข 5 ตัวคือ 1, 2, 3, 4, 5 สร้างเลข 3 หลักโดยไม่ให้เลขในหลักทั้ง 3

ซ้ำกัน สร้างได้กี่จำนวน

โจทย์นี้ $n = \dots, r = \dots$ และจำนวน r สิ่งที่ใช้ซ้ำกัน

ดังนั้นเลขที่สร้างได้ทั้งหมดมี $P(\dots, \dots) = \dots$ จำนวน

พีห้าสอง

พีสิบสี่

พีเจ็ดสาม

54

มีเลข 3 ตัวคือ 5,8,9 สร้างเลข 2 หลักโดยไม่ให้เลขในหลักทั้ง 2 ซ้ำกัน
โจทย์นี้เป็นการวัดลำดับหรือไม่

$n = \dots$, $r = \dots$

ดังนั้นจำนวนวิธีการจัดลำดับมี $P(\dots)$ วิธี

5 , 3

$$P(5,3) = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

81

มีหนังสือ 4 เล่มที่ต่างกัน จะจัดหนังสือเหล่านี้ไว้บนชั้นหนังสือเพียง 2 เล่ม
มีวิธีจัดได้กี่วิธี

โจทย์นี้ $n = \dots$, $r = \dots$ และจำนวน r สิ่งที่ใช้ต่างกัน

ดังนั้นมีวิธีจัดหนังสือได้ $P(\dots) = \dots$ วิธี

เป็นการจัดลำดับ

3 , 2

$P(3,2)$

55

เก้าอี้แถวหนึ่งมี 5 ตัว เด็ก 2 คนจะนั่งเก้าอี้ใดก็ได้วิธี

โจทย์นี้เป็นการจัดลำดับหรือไม่

ดังนั้นจำนวนการจัดลำดับมี $P(\dots)$ วิธี

4 , 2

$P(4,2) \quad 4 \times 3 = 12$

82

รถยนต์โดยสารกันหนึ่งมีที่ว่างอยู่ 6 ที่นั่ง ถ้ามีนักเรียนขึ้นบนรถ 3 คน

นักเรียน 3 คนนี้จะเลือกนั่งใดก็ได้วิธี

โจทย์นี้ $n = \dots, r = \dots$

ดังนั้นวิธีเลือกนั่งได้ $P(\dots) = \dots$ วิธี

เป็นการจัดลำดับ

$$P(5,2)$$

56

สนามหญ้ามีประตูรั้ว 4 ด้านๆละ 1 ประตู จะเก็บถ่านตามหญ้าโดยเข้าประตูใดแล้วออกประตูเดิมไม่ได้ มีวิธีเก็บถ่านตามหญ้ากี่วิธี
โจทย์นี้จำนวนการเรียงลำดับมี $P(\dots)$ วิธี

$$6, 3$$

$$P(6,3) = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

83

มีเลขอยู่ 4 ตัว สร้างเลข 4 หลัก ให้เลขในหลักทั้ง 4 ต่างกันได้จำนวน
โจทย์นี้ $n = \dots$, $r = \dots$
จำนวนเลขที่สร้างได้มี $P(\dots) = \dots$ จำนวน

$$P(4,2)$$

57

มีเลข 3 ตัวคือ 2,4,7 สร้างเลข 3 หลักแบบไม่ให้เลขในหลักทั้ง 3 ซ้ำกัน
 โจทย์นี้จำนวนวิธีการจัดทำได้มี $P(\dots)$ วิธี

$$4, 4$$

$$P(1,4) = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

34

มีหนังสือการศึกษากระทรวงฯ อยู่ 5 เล่ม จัดลำดับของหนังสือทั้ง 5 เล่มไว้โดย
 เป็นแถวเดียวกันได้กี่วิธี

จำนวนวิธีการจัดหนังสือมี $P(\dots) = \dots$ วิธี

P(3,3)

53

สนามหญ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 4 ด้านละ 1 ประตู จะเดินผ่านสนามหญ้าโดยเข้าประตูใดแล้วออกประตูอื่นไม่ได้ ให้ประตูทั้ง 4 มีชื่อ N , S , E , W
 ให้กล่าวชัดเจน ถ้าเป็นการจำกัดด้วยเราจะใช้สัญลักษณ์ $(n_1, n_2, \dots, n_m)$ แทน
 1 วิธีของการวิ่ง เช่น (N,S) แทน เข้าประตู N ออกประตู S
 จงเขียนวิธีการเดินผ่านสนามหญ้าทั้งหมดในรูปสัญลักษณ์ของลำดับดังนี้
 (N,S), (N,E), (N,W), (S,N), (S,E), (S,W), (E,N), (E,S), (E,W),

$$P(5,5) = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

๕๖

นักเรียน 10 คนมีวิธีเข้าแถวพร้อมกันได้กี่วิธี
 จำนวนวิธีเข้าแถวพร้อมกันมี $P(\dots) = 3628800$ วิธี

$(W,N), (W,S), (W,E)$

59

จากคำตอบข้างบน มีวิธีเดินทางผ่านสถานีทั้งหมด วิธี
แต่เราทราบแล้วว่าจำนวนวิธีการวัดลําคับปี $P(.,.,.)$ วิธี

$P(10,10)$

86

จากอักษรคำว่า "second" ถ้าจะนำอักษร 6 ตัวนี้มาจัดใหม่โดยไม่คำนึง
ว่าคำใหม่จะมีความหมายหรือไม่ จะจัดคำใหม่ได้กี่คำ
จากตัวเลขที่จัดใหม่มี $P(.,.,.) = \dots\dots\dots$ คำ

12

$P(4,2)$

60

จากคำตอบข้างบนจะได้ว่า $P(\dots, \dots) = 12$

$P(6,6) = 720$

87

ในห้องเรียนห้องหนึ่ง เก้าอี้แถวหนึ่งมี 6 ตัว ถ้านักเรียนเดินเข้ามาในห้อง
4 คน จะวัดให้นักเรียนทั้ง 4 คนนั่งเก้าอี้ได้กี่วิธี
จำนวนวิธีที่วัดให้นักเรียนมี $P(\dots, \dots) = \dots$ วิธี

$$P(4,2)$$

61

มีเลข 3 ตัวคือ 5, 8, 9 สร้างเลข 2 หลักโดยไม่ให้เลขในหลักทั้ง 2 ซ้ำกัน
เลขที่สร้างทั้งหมดมีดังนี้

58	หรือเขียนแทนด้วย	(5,8)
59	" "	(5,9)
85	" "	(8,5)
89	" "	(8,9)
95	" "	(...)
98	" "	(...)

$$P(6,4) = 360$$

88

มีเลข 4 จำนวนคือ 1, 3, 6, 7 ถ้านำเลขเหล่านี้ 2 จำนวนมาลบกัน
จะได้ผลลัพธ์ทั้งสิ้นกี่จำนวน

89	(8,9)
95	(9,5)
98	(9,8)
$P(4,2) = 12$	

ในชีวิตของทุกคนมีโอกาสเลือกสิ่งต่างๆ หรือเลือกกระทำการต่างๆ เมื่อเป็นผู้ใหญ่การเลือกก็มีมากขึ้น หลักอย่างหนึ่งซึ่งช่วยในการกำหนดหาจำนวนวิธีการเลือกคือ หลักการเลือกหมู่ (Combination)

นิยามที่ 6 การเลือกของอาร์ราดละ r สิ่งจากของทั้งหมด n สิ่งโดยไม่ถือลำดับของสิ่งของเป็นสำคัญ เรียกว่า การเลือกหมู่

พิจารณาโจทย์ มีเลข 3 ตัวคือ 1, 2, 3 เลือกเลข 2 ตัวโดยไม่ถือลำดับเป็นสำคัญ เลขทั้งหมดมี 3 ตัว เลือกกราวละ 2 ตัว จะเห็นได้ว่า $n = \dots$ และ $r = \dots$ การเลือกนี้ไม่ถือลำดับเป็นสำคัญ ดังนั้นเป็นการเลือกหมู่

$r!$

114

นิยามที่ 7 มีสิ่งของทั้งหมด n สิ่ง เลือกหมู่ละ r สิ่ง จำนวนวิธีในการเลือกมี $C(n, r)$ วิธี (หรือ nC_r วิธี)

$C(n, r)$ อ่านว่า ซีเอ็นที

nC_r " เอ็นซีที

ดังนั้น ก. $C(4, 2)$ อ่านว่า

ข. $C(7, 4)$ "

ก. $C(n, n-r)$ "

3 , 2

๙๖

90

มีอักษร 5 ตัวคือ a, b, c, d, e เลือกอักษร 3 ตัวโดยไม่ซ้ำตัวเป็น
สำคัญ อักษรทั้งหมดมี 5 ตัว เลือกคราวละ 3 ตัวจะได้ $n = \dots$, $r = \dots$
การเลือกนี้ไม่ซ้ำตัวเป็นสำคัญตามโจทย์กำหนด ดังนั้นเป็นการ

- ก. ซีรีส์สอง
- ข. ซีรีส์
- ค. ซีรีส์เรขาคณิต

115

มีเลข 3 ตัวคือ 1, 2, 3 เลือกเลข 2 ตัวโดยไม่ซ้ำตัวเป็นสำคัญ
โจทย์นี้ $n = \dots$, $r = \dots$
จำนวนวิธีในการเลือกหมู่เลขมี $C(\dots)$ วิธี

5 . 3

เลือกหมู่

91

สมาคมแห่งหนึ่งมีสมาชิก 15 คน ต้องการเลือกกรรมการ 4 คน
กมีจำนวนทั้งหมด 15 คน เลือกคราวละ 4 คน จะได้ $n = \dots$, $r = \dots$
โจทย์นี้ถ้อยคำซับซ้อนเป็นสำคัญหรือไม่ การกระทำนี้เป็นการ

$C(3,2)$

116

มีอักษร 5 ตัวคือ a, b, c, d, e เลือกอักษร 3 ตัวโดยไม่ซ้ำคำเป็นสำคัญ
โจทย์นี้ $n = \dots$, $r = \dots$
จำนวนวิธีการเลือกหมู่อักษรมี $C(\dots, \dots)$ วิธี

15 . 4

ใบปลิวล่าคมเป็นร่ากัฏ , เลือกณู

92

ณินลุกหิณ 3 ลุกจากกลองโบหนึ่ง ซึ่งมีลุกหิณวู่ 7 ลุก

โจทนี $n = \dots$, $r = \dots$ การกระทำนี้ลือลาคับเป็นลาคัญหรือไม่

คังนั้นเป็นการ

5 . 3

$C(5,3)$

117

สมากมแห่งหนึ่งมีสมากิก 15 กณ ถอการเลือกกรรมการ 4 คน

โจทนี $n = \dots$, $r = \dots$

จนวนวิธีการเลือกณูกรรมการปี $C(\dots, \dots)$ วิธี

7 , 3

ไปลดลำดับเป็นสำคัญ , เลือกหมู่

93

มีสมุดเวียน 3 เล่ม คือ สมุดเลขคณิต ภาษาอังกฤษ ภาษาไทย ต้องการนำไป
โรงเรียน 2 เล่ม

โจทย์นี้ $n = \dots$, $r = \dots$ การเลือกสมุดนี้ลดลำดับเป็นสำคัญหรือไม่
ดังนั้นเป็นการ

15 , 4

$C(15,4)$

118

หยิบลูกหิน 3 ลูกจากกล่องใบหนึ่งซึ่งมีลูกหินอยู่ 7 ลูก

โจทย์นี้ $n = \dots$, $r = \dots$

จำนวนวิธีการเลือกหมู่ลูกหินมี $C(\dots, \dots)$ วิธี

3 , 2

ไม่ถือว่าซ้ำเป็นสำคัญ , เลือกหมู่

94

มีเลข 3 จำนวนคือ 2,3,6 การหาผลลัพธ์ของการเลือกเลขเหล่านี้ 2 ว่าวนมาลบกัน

โจทย์นี้ $n = \dots$, $r = \dots$

การกระทำนี้ถือว่าซ้ำเป็นสำคัญหรือไม่ ดังนั้นเป็นการ

7 , 3

$C(7,3)$

119

มีเลข 3 ตัวคือ 1,2,3 ใช้เลขครั้งละ 2 ตัวโดยไม่ให้เลขทั้ง 2 ซ้ำกัน

การเลือกหมู่

การจัดลำดับ

- | | | |
|----------|---|----------|
| 1. {1,2} | → | 1. (1,2) |
| | → | 2. (2,1) |
| 2. {1,3} | → | 3. (1,3) |
| | → | 4. (3,1) |
| 3. {2,3} | → | 5. (2,3) |
| | → | 6. (3,2) |

โจทย์นี้ จำนวนวิธีการเลือกหมู่

โจทย์นี้ จำนวนวิธีการจัดลำดับ

$C(\dots, \dots)$ วิธี

$P(\dots, \dots) = \dots$ วิธี

3 , 2

จัดลำดับเป็นลำดับ , จัดลำดับ

95

จงเขียนนิยามของการจัดลำดับ และ นิยามของการเลือกหมู่

นิยามการจัดลำดับ

นิยามการเลือกหมู่

$$C(3,2) , P(3,2) = 6$$

120

เราทราบแล้วว่า จักของกราวละ 2 สิ่ง 1 วิธีของการเลือกหมู่ จัดลำดับได้ 2! วิธี
 ดังนั้น จัดลำดับได้ 2! วิธี เลือกหมู่ได้ 1 วิธี

$$\begin{aligned} \text{ถ้า " " } P(3,2) \text{ " " " } \frac{P(\dots)}{\dots} \text{ " } \\ \text{ดังนั้นจำนวนวิธีการเลือกหมู่} \frac{P(\dots)}{\dots} \text{ " } \\ \text{นั่นคือ } C(3,2) = \frac{P(\dots)}{\dots} = \dots \end{aligned}$$

นิยามการจัดลำดับ การจัดเรียงสิ่งของกราวละ r สิ่งจากของทั้งหมด n สิ่งโดย
 ถ้อยลำดับเป็นสำคัญ เรียกว่า การจัดลำดับ
 นิยามการเลือกหมู่ การเลือกของกราวละ r สิ่งจากของทั้งหมด n สิ่งโดยไม่ถ้อย
 ลำดับของสิ่งของเป็นสำคัญ เรียกว่า การเลือกหมู่

96

มีเลข 3 จำนวนคือ 2, 3, 6 การหาผลลัพธ์ของการเลือกเลขเหล่านี้ 2 จำนวน
 มาลบกัน
 โจทย์นี้ $n = \dots$, $r = \dots$
 การกระทำนี้ ลำดับเป็นสำคัญ ดังนั้นเป็นการ

$$\frac{P(3,2)}{2!}$$

$$\frac{P(3,2)}{2!}$$

$$\frac{P(3,2)}{2!} = 3$$

121

ปีอักษร 4 ตัวคือ a, b, c, d จะจัดอักษรเรียงละ 3 ตัวโดยไม่ให้อักษรทั้ง 3
 ตัวซ้ำกัน

ก. ไม่ถ้อยลำดับเป็นสำคัญ จำนวนวิธีการเลือกหมู่มี $C(\dots, \dots)$ วิธี	ข. ถ้อยลำดับเป็นสำคัญ จำนวนวิธีการจัดลำดับมี $P(\dots, \dots)$ วิธี
--	--

3 , 2

ถือ , จัดลำดับ

97

มีเลข 4 จำนวนคือ 3,4,5,6 การหาผลลัพธ์ของการเลือกเลขเหล่านี้ 2 จำนวน
มาคูณกัน

โจทย์นี้ $n = \dots$, $r = \dots$

การกระทำนี้ ลำดับเป็นสำคัญ ดังนั้นเป็นการ

$C(4,3)$, $P(4,3)$

122

เราทราบแล้วว่า จัดของกราวละ 3 สิ่ง 1 วิธี/องการเลือกหมู่จักลำดับได้ 3! วิธี
ดังนั้น จักลำดับได้ 3! วิธี เลือกหมู่ได้ 1 วิธี

ถ้า " " $P(4,3)$ " " " $\frac{P(\dots)}{\dots}$ " " " $\frac{P(\dots)}{\dots}$

ดังนั้นจำนวนวิธีการเลือกหมู่ $= \frac{P(\dots)}{\dots}$ " " " $\frac{P(\dots)}{\dots}$

นั่นคือ $C(4,3) = \frac{P(\dots)}{\dots} = \dots$

4 , 2

ไม่ถือ , เลือกหมู่

98

มีเลข 4 จำนวนเกิด 3,4,5,6 การหาผลลัพธ์ของการเลือกเลขเหล่านี้ 2 จำนวน มาหารกัน

โจทย์นี้ $n = \dots$, $r = \dots$

การกระทำนี้ ลำดับเป็นสำคัญ ดังนั้นเป็นการ

ข้อสังเกต การพิจารณาโจทย์ว่าเป็นการจัดลำดับ หรือ การเลือกหมู่ ให้พิจารณาที่ การกระทำ ถ้าไปจัดลำดับเป็นสำคัญ เป็นการเลือกหมู่ และถ้าจัดลำดับเป็นสำคัญ ต้องเป็นการจัดลำดับ

$$\frac{P(4,3)}{3!}$$

$$\frac{P(4,3)}{3!}$$

$$\frac{P(4,3)}{3!} = 4$$

123

จงพิจารณา ถ้ามีของทั้งหมด n สิ่งกระทำคราวละ r สิ่งที่แตกต่างกันโดย

ก. ไม่จัดลำดับเป็นสำคัญ

ข. จัดลำดับเป็นสำคัญ

จำนวนวิธีการเลือกหมู่มี $C(\dots, \dots)$ วิธี

จำนวนวิธีการจัดลำดับมี $P(\dots, \dots)$ วิธี

4 , 2

ถ้อย , จัดลำดับ

99

เพื่อความชัดเจน ถ้าเป็นวิธีการเลือกหมู่เราจะใช้สัญลักษณ์ $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$
แทน 1 วิธีของการเลือกหมู่เช่น $\{1, 2\}$ หมายถึงเลือกเลข 1 และ 2 มาโดยไม่ถ้อย
ลำดับเป็นสำคัญ

จงเขียนวิธีเลือกเลข 2 จำนวนจากเลขทั้งหมดคือ 1, 2, 3 โดยไปถ้อยลำดับเป็นสำคัญ
วิธีเลือกนี้

$\{ \dots, \dots \}$, $\{ \dots, \dots \}$, $\{ \dots, \dots \}$

$C(n, r)$, $P(n, r)$

124

เราทราบว่า ถ้อยจัดของกราวละ r สิ่งแล้ว 1 วิธีของการเลือกหมู่ จัดลำดับ
ได้ $r!$ วิธี

ถ้อยเห็น จัดลำดับได้	$r!$	วิธี เลือกหมู่ได้	1	วิธี
ถ้อย " " $P(n, r)$	"	"	$\frac{P(\dots, \dots)}{\dots}$	"
		ถ้อยเห็นจำนวนวิธีการเลือกหมู่	$\frac{P(\dots, \dots)}{\dots}$	"
นั่นคือ	$C(n, r) = \frac{P(\dots, \dots)}{\dots}$			

$$\{1,2\} \cup \{1,3\} \cup \{2,3\}$$

100

จากคำตอบข้างบน จะได้ว่าจำนวนวิธีการเลือกหมู่มี วิธี

$$\frac{P(n,r)}{r!}$$

$$\frac{P(n,r)}{r!}$$

$$\frac{P(n,r)}{r!}$$

125

สูตร

$$C(n,r) = \frac{P(n,r)}{r!}$$

แทนค่าสูตร

$$C(6,4) = \frac{P(6,4)}{4!}$$

วงแทนค่าสูตร $C(n,r)$ ขอดต่อไปนี้

ก. $C(4,2) = \dots\dots\dots$

ข. $C(6,3) = \dots\dots\dots$

101

ลุงโอบีมีลูกติด 4 ลูก มีชื่อต่าง ๆ กันคือ ^กสีม่วง สีน้ำเงิน สีเขียว และสีเหลือง
ต้องการหยิบลูกติด 3 ลูกจากลุงโอบี ๒

วิธีหยิบมีดังนี้

{ ม่วง , น้ำเงิน , } , { ม่วง , น้ำเงิน , } , { ม่วง , ,
..... } , { , , } มน้ำ มบ ๑ค นข นค

๑ค

$$\frac{P(4,2)}{2!}$$

2!

$$\frac{P(6,3)}{3!}$$

3!

126

จงแทนค่าสูตร $C(n,r)$

ก. $C(5,2) = \dots\dots$

ข. $C(7,3) = \dots\dots$

เขียว , เหลือง , เขียว , เหลือง , {น้ำเงิน , เขียว , เหลือง}

102

หากนำทอยข้างบน จะได้อะไรจำนวนวิธีการเลือกหมู่มี วิธี

$$\frac{P(5,2)}{2!}$$

$$\frac{P(7,3)}{3!}$$

127

$$\text{จาก } C(5,2) = \frac{P(5,2)}{2!} = \frac{5 \times 4}{2!} = 10$$

นั่นคือค่าของ $C(5,2) = 10$

จงหาค่าของ

ก. $C(4,2) = \dots\dots$

ข. $C(6,3) = \dots\dots$

103

มีสมุด 3 เล่มคือ สมุดเลขคณิต ภาษาอังกฤษ ภาษาไทย ต้องการนำสมุดไป
โรงเรียน 2 เล่ม
วิธีเลือกสมุดมีดังนี้

{..... ,} , {..... ,} , {..... ,}

$$\frac{P(4,2)}{2!} = \frac{4 \times 3}{2!} = 6$$

$$\frac{P(6,3)}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3!} = 5 \times 4 = 20$$

128

ก. $C(5,1) = \dots\dots$

ข. $C(5,3) = \dots\dots$

{ เลข , ภาษาอังกฤษ } , { เลข , ภาษาไทย } , { ภาษาอังกฤษ , ภาษาไทย }

104

จากคำตอบข้างบน จะได้ว่าจำนวนวิธีการเลือกหมู่มี...วิธี

$$\frac{P(5,1)}{1!} = 5$$

$$\frac{P(5,3)}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3!} = 10$$

129

จงหาค่าของ

ก. $C(10,3) = \dots\dots$

ข. $C(15,14) = \dots\dots$

105

มีอักษร 5 ตัวคือ a, b, c, d, e เลือกอักษร 3 ตัวโดยไม่ซ้ำลำดับเป็นสำคัญ
วิธีเลือกมีดังนี้

$\{a, b, c\}$, $\{a, b, d\}$, $\{a, b, \dots\}$, $\{a, \dots, \dots\}$, $\{a, \dots, \dots\}$
 $\{a, \dots, \dots\}$, $\{b, \dots, \dots\}$, $\{b, \dots, \dots\}$, $\{b, \dots, \dots\}$, $\{c, \dots, \dots\}$

$$\frac{P(10,3)}{3!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3!} = 120$$

$$\frac{P(15,14)}{14!} = 15$$

130

จงหาค่าของ

ก. $C(9,5) = \dots\dots$

ข. $C(9,4) = \dots\dots$

๐ , ๐,๕ , ๐,๐ ,

๕,๐ , ๐,๕ , ๐,๐ , ๕,๐ , ๕,๐

106

จากคำตอบข้างบน จะได้ว่าจำนวนวิธีการเลือกหมู่ วิธี

$$\frac{P(9,5)}{5!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5}{5!} = 126$$

$$\frac{P(9,4)}{4!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4!} = 126$$

131

จงหาว่าของ

ก. $C(6,5) = \dots\dots$

ข. $C(6,1) = \dots\dots$

107

จงพิจารณา การเลือกหมู่ และการจัดลำดับ

มีเลข 3 ตัวคือ 1, 2, 3 ใช้เลขครั้งละ 2 ตัวโดยไม่ให้เลขทั้ง 2 หลักซ้ำกัน

การเลือกหมู่

การจัดลำดับ

1. {1, 2}

1. (1, 2)

2. (2, 1)

2. {1, 3}

3. (1, 3)

4. (3, 1)

3. {2, 3}

5. (2, 3)

6. (3, 2)

$$\frac{P(6, 5)}{5!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}{5!} = 6$$

$$\frac{P(6, 1)}{1!} = \frac{6}{1!} = 6$$

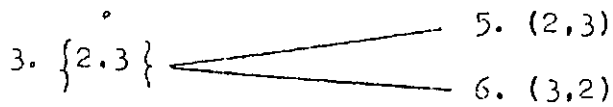
132

มีอักษร 5 ตัวคือ a, b, c, d, e เลือกอักษร 3 ตัวโดยไม่จัดลำดับเป็นสำคัญ

ใดก็วิธี

โจทย์นี้ $n = \dots$, $r = \dots$

ดังนั้นจำนวนวิธีเลือกอักษรนี้ $C(\dots, \dots) = \dots$ วิธี



108

จากคำตอบข้างบน จะสังเกตได้ว่า ใช้เลขกราวละ 2 ตัว และ
1 วิธี ของการเลือกหมู่ จักได้ค่าได้ 2 วิธี หรือ $2!$ วิธี
เช่น เลือกหมู่ $\{1,2\}$ จักได้ค่าได้เป็น $(\dots\dots)$ และ $(\dots\dots)$

$$5, 3$$

$$C(5,3) = 10$$

133

สภากงแห่งหนึ่งมีสมาชิก 15 คน ต้องการเลือกกรรมการ 4 คนได้วิธี
โຈးนี้ $n = \dots\dots$, $r = \dots\dots$
ดังนั้นจำนวนวิธีเลือกกรรมการมี $C(\dots, \dots) = \dots\dots$ วิธี

(1,2) , (2,1)

109

มีอักษร 3 ตัวคือ a, b, c ให้อักษรครั้งละ 3 ตัวโดยไม่ใช้อักษรทั้ง 3 ตัวซ้ำกัน
การเลือกหมู่

1. {a, b, c}

การจัดลำดับ

1. (a, b, c)

2. (a, c, b)

3. (., ., a, .)

4. (., ., a, .)

5. (., ., ., a)

6. (., ., ., a)

15 , 4

$$C(15,4) = 1365$$

134

หยิบลูกหิน 3 ลูกจากกล่องใบหนึ่ง ซึ่งมีลูกหินอยู่ 7 ลูกได้กี่วิธี
จำนวนวิธีหยิบลูกหินมี $C(., .) = \dots$ วิธี

3. (b, a, c)

4. (c, a, b)

5. (b, c, a)

6. (c, b, a)

110

จากกำหนดข้างบน จะสังเกตได้ว่า ใช้อักษรคราวละ 3 ตัว และ

1 วิธีของการเลือกหมู่ จักได้ วิธีหรือ วิธี

$$C(7,3) = 35$$

135

มีสมุดเรียน 3 เล่มคือ สมุดเลขคณิต ภาษาอังกฤษ ภาษาไทย ต้องการนำไป
โรงเรียน 2 เล่ม มีวิธีเลือกสมุดไปโรงเรียนกี่วิธี

จำนวนวิธีนำสมุดไปโรงเรียนมี $C(\dots, \dots) = \dots$ วิธี

6 , 3'

111

มีเลข 4 ตัวคือ 5,6,7,8 ใช้เลขเรียงละ 4 ตัวโดยไม่ให้เลขทั้ง 4 ตัวซ้ำกัน

1. {5,6,7,8}

- | | | | |
|-------------|---------------|----------------|--------------|
| 1.(5,6,7,8) | 7.(6,5,7,3) | 13.(7,5,6,8) | 19.(8,5,6,7) |
| 2.(5,6,8,7) | 8.(6,5,...) | 14.(7,5,...) | 20.(.....) |
| 3.(5,7,6,8) | 9.(6,..,5,..) | 15.(7,..,5,..) | 21.(.....) |
| 4.(5,7,8,6) | 10.(6,..,5..) | 16.(7,..,5..) | 22.(.....) |
| 5.(5,8,6,7) | 11.(6,...,5) | 17.(7,...,5) | 23.(.....) |
| 6.(5,8,7,6) | 12.(6,...,5) | 18.(7,...,5) | 24.(.....) |

$$C(3,2) = 3$$

136

มีเลข 4 จำนวนคือ 3,4,5,6 นำเลขเหล่านี้ 2 จำนวนมาคูณกัน ผลลัพธ์ที่ได้
มีกี่จำนวน

ผลลัพธ์มี $C(.., ..) =$ จำนวน

8.(6,5,8,7)	14.(7,5,8,6)	20.(8,5,7,6)
9.(6,7,5,8)	15.(7,6,5,8)	21.(8,6,5,7)
10.(6,8,5,7)	16.(7,8,5,6)	22.(8,7,5,6)
11.(6,8,7,5)	17.(7,8,6,5)	23.(8,7,6,5)
12.(6,7,8,5)	18.(7,6,8,5)	24.(8,6,7,5)

112

จากคำตอบข้างบน จะสังเกตได้ว่า ใช้ลักษณะราวละ 4 ก้าว และ
 1 วิธีของการเลือกหมู่ จัดลำดับได้ วิธี หรือ! วิธี

$$C(4,2) = 6$$

137

ในการแข่งขันฟุตบอลเอเชียนเกมส์ครั้งที่ 7 มีประเทศที่ส่งทีมฟุตบอลเข้าร่วม
 การแข่งขัน 7 ประเทศ ถ้าต้องการจัดให้ทุกทีมพบกันแมตช์ในรอบแรกจะมีการแข่งขัน
 กี่
 จำนวนคู่ที่เข้าแข่งขันในรอบแรกมี $C(\dots, \dots) = \dots\dots\dots$ คู่

113

จากกรรณต่างๆที่ผ่านมา มีข้อสังเกตว่า

ถ้าจำนวนของกรรณะ 2 สิ่งแล้ว 1 วิธีของการเลือกหมู่ จัดลำดับได้ 2! วิธี

" " 3 " " 1 " " " " 3! "

" " 1 " " 1 " " " " 4! "

ดังนั้นถ้าจำนวนของกรรณะ n สิ่งแล้ว 1 วิธีของการเลือกหมู่ จัดลำดับได้ ... วิธี

$$C(7,2) = 21$$

138

ในการคัดเลือกทีมฟุตบอลตัวแทนของโรงเรียน ซึ่งประกอบด้วยนักฟุตบอล 11 คน
ปีนักฟุตบอลสมัครเข้าร่วมเลือก 25 คน จะมีวิธีเลือกทีมฟุตบอลใดก็ได้ทีม
จำนวนทีมฟุตบอลที่เลือกได้มี $C(\dots, \dots)$ ทีม

G(25,11)

บทที่ ๑ ความน่าจะเป็น

ลุงใบมีลูกหิน 3 ลูกคือ สีขาว, สีแดง และสีฟ้า ถ้าการหยิบลูกหิน 2 ลูก
จากถุงใบนี้

การกระทำอาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมดดังนี้

การกระทำที่ 1 หยิบได้ { สีขาว, สีแดง }

การกระทำที่ 2 " { สีขาว, }

การกระทำที่ 3 " { }

6

1

มีคน 3 คนคือ นาย ก นาย ข และนาย ค ทั้งสามได้เรียงแถวเคี้ยวกัน
และต้องการให้ นาย ก และ นาย ข เคี้ยวกันเสมอ

ให้ Ω แทนการกระทำที่นาย ก และ นาย ข เคี้ยวกันเสมอ

ดังนั้น $n(S) = \dots\dots$

$n(E) = \dots\dots$

สีฟ้า

สีแดง , สีฟ้า

140

จากกาตอบข้างบน การกระทำที่อาจเกิดขึ้นทั้งหมดมี วิธี

6

4

155

กล่องใบหนึ่งมีฉลากหมายเลข 1,2,3,4,5 อยู่อย่างละ 1 ใบ สุ่มหยิบฉลาก
จากกล่องใบที่ 2 หมายเลขต่างๆกันให้ได้ผลรวมของหมายเลขในฉลากเท่ากับ 7
ให้ E แทนการกระทำที่หยิบได้ผลรวมของหมายเลขในฉลากทั้ง 2 เท่ากับ 7

$$n(S) = C(5,2) = \dots\dots$$

$$E = \{ 2,5 , \dots\dots \}$$

$$n(E) = \dots\dots$$

3

141

ถุงใบหนึ่งมีลูกหิน 3 ลูกคือ สีขาว สีแดง และสีฟ้า ถังการหยิบลูกหิน 2 ลูก
ให้ได้สีแดง และสีฟ้า
การกระทำที่จะเกิดขึ้น ถังหยิบได้ {.....}

10

{ 3, 4 }

2

156

หอยลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง โทป์ใหม่รวมของหน้าลูกเต๋าทั้ง 2 ลูก
เป็น 8

ให้ E แทนการกระทำที่โตป์รวมของหน้าลูกเต๋าทั้ง 2 ลูกเป็น 8

$$n(S) = 6 \times 6$$

$$E = \{(2, 6), \dots\dots\dots\}$$

$$n(E) = \dots\dots$$

สี่แดง , สี่ฟ้า

142

จากคำตอบข้างบน การกระทำที่จะหยิบลูกหิน 2 ลูก ให้ได้สี่แดงและสี่ฟ้ามี
วิธี

(6,2) , (3,5) , (5,3) , (4,4)

5

157

มีเลข 4 ตัวคือ 1,2,3,4 สร้างเลข 3 หลักโดยไม่ให้เลขในหลักทั้ง 3 ซ้ำกัน
และเลขที่สร้างได้ทั้งหมดมากกว่า 400
ให้ E แทนการกระทำที่สร้างเลขได้มากกว่า 400

$$n(S) = P(.,.,.) = \dots\dots$$

$$E = \{(4,1,2) , (4,1,3) , (4,2,1) , (4,2,3) , \dots\dots\}$$

$$n(E) = \dots\dots$$

*

143

มีเลข 3 ตัวคือ 5, 8, 9 สร้างเลข 2 หลักโดยไม่ให้เลขในหลักทั้ง 2 ซ้ำกัน
การกระทำที่อาจเกิดขึ้นทั้งหมดมีดังนี้

การกระทำที่ 1	58
" " 2	59
" " 3	85
" " 4	95
" " 5	89
" " 6	98

$$P(4,3) = 24$$

$$(4,3,1) , (4,1,3)$$

6

158

นิยามที่ 8 ความน่าจะเป็นของการกระทำ E เขียนแทนด้วย $P(E)$

$$\text{โดยที่ } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

ดังนั้น ถ้า $n(E) = 5$, $n(S) = 36$ จะได้ว่า

ความน่าจะเป็นของการกระทำ E คือ $P(E) = \dots\dots$

89

95

98

144

จากคำตอบข้างบน การกระทำที่อาจเกิดขึ้นทั้งหมดมี ... วิธี

$\frac{5}{36}$

159

ลูกโป่งหนึ่งมีลูกบิน 3 ลูก ก่อ สีขาว สีแดง และสีฟ้า สุ่มหยิบกรังละ 2 ลูก
จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ สีแดงและสีฟ้า
ได้ E แทนการกระทำที่หยิบได้สีแดงและสีฟ้า

$n(S) = C(\dots, \dots) = \dots$

$n(E) = \dots$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้สีแดงและสีฟ้า คือ

145

มีเลข 3 ตัวคือ 5, 8, 9 สร้างเลข 2 หลักโดยไปให้เลขในหลักทั้ง 2 ซ้ำกันและ
ให้เลขที่สร้างได้มากกว่า 80
เลขที่สร้างได้ 85,

$$C(3, 2) = 3$$

$$N(E) = 1$$

$$\frac{1}{3}$$

160

มีเลข 3 จำนวนคือ 2, 3, 6 เลือกเลขเหล่านี้ 2 จำนวนลบกัน จงหาความ
น่าจะเป็นที่ได้ผลลัพธ์มากกว่า 1
ให้ E เป็นการกระทำที่ได้ผลลัพธ์มากกว่า 1

$$n(S) = P(\dots) = \dots$$

$$n(E) = \dots$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ได้ผลลัพธ์มากกว่า 1 ($P(E)$) =

89,95,98

146

จากคำตอบข้างบนเลข 2 หลักที่สร้างได้มากกว่า 80 มี จำนวน

$$P(3,2) = 6$$

2

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

161

มีคน 3 คนคือ นาย ก นาย ข และนาย ค นั่งเก้าอี้เรียงแถวกัน
วงกลมความน่าจะเป็นที่นาย ก และนาย ข นั่งติดกันเสมอ
ให้ E แทนการกระทำที่นาย ก และนาย ข นั่งติดกันเสมอ

$$n(S) = P(\dots, \dots) = \dots\dots$$

$$n(E) = \dots\dots$$

$$P(E) = \dots\dots$$

147

ถ้าให้ S เป็นเซตของการกระทำที่อาจเกิดขึ้นทั้งหมด

E เป็นเซตของการกระทำบางอย่างใน S

จงพิจารณาจากกรอบที่ 139

$$S = \{ \{ \text{สีขาว, สีแดง} \} , \{ \dots, \dots \} , \{ \dots, \dots \} \}$$

ให้ E แทนการหยิบลูกหิน 2 ลูกได้สีแดงและสีขาว

$$E = \{ \{ \text{สีแดง, } \dots \} \}$$

$$P(3,3) = 6$$

$$4$$

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

162

ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าชี้หน้า 5

ให้ E แทนการกระทำที่ลูกเต๋าชี้หน้า 5

$$n(S) = \dots\dots$$

$$n(E) = \dots\dots$$

$$P(E) = \dots\dots$$

{สีขาว, สีฟ้า} , {สีแดง, สีน้ำ
 สีฟ้า

148

มีเลข 3 จำนวนคือ 2, 3, 6 ถ้าตัวเลขเหล่านี้ 2 จำนวนลบกัน
 ให้ E แทนการกระทำที่ผลลัพธ์มีค่ามากกว่า 1

และให้ (2, 3) หมายถึง 2 - 3

จะได้ $S = \{(2, 3), \dots\}$

$E = \{(6, 2), \dots\}$

6

1

$\frac{1}{6}$

6

163

ทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมๆกัน จงหาความน่าจะเป็นที่ผลรวมของหน้าเต๋าทั้ง 2
 ลูกเป็น 8

ให้ E แทนการกระทำที่ผลรวมของหน้าเต๋าทั้ง 2 ลูกเป็น 8

$n(S) = \dots$

$n(E) = \dots$

$P(E) = \dots$

$(2,6), (3,6), (3,2), (6,2), (6,3)$

$(6,3)$

149

ทอดเต้า 1 ลูก 1 ครั้ง โดยต้องการให้ลูกเต้าขึ้นหน้า 5
ให้ E แทนการกระทำที่ลูกเต้าขึ้นหน้า 5
และถ้าลูกเต้าขึ้นหน้า 1 เขียนแทนด้วย 1
" " 2 " " 2
จะได้ว่า $S = \{1, 2, \dots\}$
 $E = \{\dots\}$

36

5

5

36

164

กล่องใบหนึ่งมีฉลากหมายเลข 1, 2, 3, 4, 5 อยู่อย่างละ 1 ใบ สุ่มหยิบฉลาก
จากกล่องใบนี้ 2 หมายเลขสุ่มมาจกัน จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ผลรวมของ
หมายเลขในฉลากทั้ง 2 เท่ากับ 7
ให้ π แทนการกระทำที่ผลรวมของหมายเลขในฉลากทั้ง 2 เท่ากับ 7
 $n(S) = C(\dots, \dots) - \dots$
 $n(E) = \dots$
 $P(E) = \dots$

3,4,5,6

5

150

มีคน 3 คนคือ นาย ก นาย ข นาย ค นั่งเก้าอี้เรียงแถวกัน และต้องการให้นาย ก และ นาย ข นั่งติดกันเสมอ

ให้ E แทนการกระทำที่นาย ก และ นาย ข นั่งติดกันเสมอ

จะได้ว่า $S = \{(ก, ข, ก), (ก, ค, ข), \dots\}$

$E = \{(ก, ข, ก), (ข, ก, ก), (ค, \dots), (ก, \dots)\}$

$$C(5,2) = 10$$

4

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

165

✓ โยนเหรียญบาท 1 อัน 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่จะขึ้นหัว
ให้ E แทนการกระทำที่โยนเหรียญขึ้นหน้าหัว

$$n(S) = \dots\dots$$

$$n(E) = \dots\dots$$

$$P(E) = \dots\dots$$

(ก, ก, ก), (ก, ก, ข), (ข, ก, ก), (ก, ข, ก)

(ก, ก, ข), (ก, ข, ก)

151

ทำให้ $n(S)$ แทนจำนวนวิธีของการกระทำที่อาจเกิดขึ้นทั้งหมด

และ $n(E)$ แทนจำนวนวิธีของการกระทำบางอย่างใน

จะเห็นว่าถ้า $S = \{\{\text{สีขา, สีแดง}\}, \{\text{สีขา, สีฟ้า}\}, \{\text{สีแดง, สีฟ้า}\}\}$

และ $E = \{\{\text{สีแดง, สีขา}\}\}$

จะได้ว่า $n(S) = 3$

และ $n(E) = \dots\dots$

2

1

$\frac{1}{2}$

166

โยนเหรียญบาท 2 ถัง 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่จะขึ้นหัวทั้ง 2 ถังพร้อมกัน
ให้ E แทนการกระทำที่เหรียญขึ้นหน้าหัวทั้ง 2 ถัง

$S = \{(\text{หัว, ก้อย}), (\text{หัว, หัว}), \dots\dots\dots\}$

$E = \{\dots\dots\dots\}$

$n(S) = \dots\dots$

$n(E) = \dots\dots$

$P(E) = \dots\dots$

1

152

$$S = \{(2,3), (2,6), (3,6), (3,2), (6,2), (6,3)\}$$

$$E = \{(6,2), (6,3)\}$$

$$n(S) = \dots\dots$$

$$n(E) = \dots\dots$$

(กอย,หัว), (กอย,กอย)

(หัว,หัว)

4

1

$\frac{1}{4}$

167

โยนเหรียญบาท 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่จะขึ้นหัว 1 อันและ

กอย 1 อัน

ให้ S แทนการกระทำที่เหรียญขึ้นหัว 1 อันและกอย 1 อัน

$$n(S) = \dots\dots$$

$$n(E) = \dots\dots$$

$$P(E) = \dots\dots$$

6

2

153

✓

หอยถูกเต่า 1 ลูก 1 ครั้ง โดยต้องการให้ลูกเต่าขึ้นหน้า 5
ให้ ๒ แทนการกระทำที่ลูกเต่าขึ้นหน้า 5

ดังนั้น $n(S) = \dots\dots$

$n(E) = \dots\dots$

4

2

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

แบบทดสอบ เรื่อง "ความน่าจะเป็น"

1. $\frac{n!}{(n-2)!}$ มีค่าเท่าไร
 ก. n ข. $n(n-1)$ ก. n^2 ง. 2

2. $\frac{(7-5)!}{(8-7)!} \div \frac{8!}{7!}$ มีค่าเท่าไร
 ก. $\frac{1}{2}$ ข. $\frac{1}{4}$ ก. $\frac{1}{16}$ ง. $\frac{1}{24}$

3. $C(12,10)$ มีค่าเท่าไร
 ก. 22 ข. 66 ก. 120 ง. 132

*4. มีเลขอยู่ 4 ตัวคือ 5, 6, 7 และ 8 จะสร้างเลข 2 หลักโดยใช้ตัวเลขในหลักทั้ง 2 ต่างกันได้กี่จำนวน
 ก. 6 ข. 8 ก. 12 ง. 24

5. จากอักษรคำว่า "study" ถ้านำมาจัดใหม่ได้กี่วิธี
 ก. $C(5,5)$ ข. $C(4,4)$ ก. $P(5,5)$ ง. $P(4,4)$

6. กลองใบหนึ่งมีฉลากหมายเลข 1, 2, 3, 4 และ 5 อยู่อย่างละ 1 ใบ สุ่มหยิบฉลากจากกลองใบนี้ 2 ใบพร้อมๆกัน หยิบได้กี่วิธี
 ก. $C(5,2)$ ข. $P(5,2)$ ก. $C(5,4)$ ง. $P(5,4)$

7. นักเรียนห้องหนึ่งมี 40 คน จะเลือกกรรมการ 1 ชุดประกอบด้วยนักเรียน 6 คน จะมีวิธีเลือกกี่วิธี
 ก. $\frac{40!}{8!}$ ข. $\frac{(40-8)!}{8!}$ ก. $\frac{40!}{32!}$ ง. $\frac{40!}{8!32!}$

โจทย์สำหรับข้อ 8-9

* กลองใบหนึ่งมีลูกหินสีขาว 4 ลูก สีแดง 3 ลูก สีเหลือง 3 ลูก และ สีดำ 2 ลูก สุ่มหยิบลูกหินจากกลองใบนี้ 3 ลูกพร้อมๆกัน

8. จะมีวิธีหยิบทั้งหมดกี่วิธี
 ก. $C(12,3)$ ข. $C(72,3)$ ก. $P(12,3)$ ง. $P(72,3)$

9. หยิบให้ได้สีแดงทั้ง 3 ลูกได้กี่วิธี
 ก. $C(12,3)$ ข. $C(3,3)$ ก. $P(12,3)$ ง. $P(3,3)$

* 10. ทีมวอลเลย์บอล 6 ทีม ถ้าจัดให้พบกันทุกทีมจะมีการแข่งขันกี่คู่

- ก. 6×2 ข. $\frac{6 \times 2}{4!}$ ค. $\frac{6 \times 5}{5!}$ ง. $\frac{6 \times 5}{2!}$

11. จุด 10 จุดอยู่บนพื้นราบเดียวกันและไม่มี 3 จุดใดๆอยู่ในเส้นตรงเดียวกัน จะเขียนรูปสามเหลี่ยมโดยมีจุดเหล่านี้เป็นจุดยอด ท่านจะสามารถเขียนรูปสามเหลี่ยมได้ทั้งหมดกี่รูป

- ก. $C(3,3)$ ข. $C(9,2)$ ค. $C(10,2)$ ง. $C(10,3)$

โจทย์สำหรับข้อ 12-13

ที่ประชุมแห่งหนึ่งมีผู้เข้าประชุมเป็นชาวอเมริกัน 6 คน ชาวไทย 5 คน ถ้าจะเลือกกรรมการ 5 คนจากผู้ที่เข้าประชุม

12. จะเลือกกรรมการทั้งสิ้นกี่วิธี

- ก. $C(30,5)$ ข. $C(11,5)$ ค. $P(30,5)$ ง. $P(11,5)$

13. มีกี่วิธีที่คณะกรรมการเป็นชาวอเมริกันทั้งหมด

- ก. $C(6,6)$ ข. $C(11,6)$ ค. $C(6,5)$ ง. $C(11,5)$

โจทย์สำหรับข้อ 14-19

กลองโบนี่หนึ่งมีลูกกวาด สีขาว สีแดง สีเขียว สีเหลือง และ สีนํ้าตาลอยู่อย่างละ 1 ลูก เด็กคนหนึ่งสุ่มหยิบลูกกวาดขึ้นมา 2 ลูก

14. จะมีวิธีหยิบทั้งหมดกี่วิธี

- ก. 5 ข. 10 ค. 15 ง. 20

15. หยิบไม่ไ้ลูกกวาดสีแดงเลยมีกี่วิธี

- ก. 2 ข. 4 ค. 6 ง. 9

16. หยิบได้ได้สีแดงรวมอยู่ด้วยทุกครั้งมีกี่วิธี

- ก. 2 ข. 4 ค. 6 ง. 9

17. จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบไม่ไ้สีแดง

- ก. $\frac{1}{5}$ ข. $\frac{2}{5}$ ค. $\frac{3}{5}$ ง. $\frac{3}{10}$

18. จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้สีแดงรวมอยู่ด้วยเสมอ

- ก. $\frac{1}{4}$ ข. $\frac{2}{5}$ ค. $\frac{3}{5}$ ง. $\frac{1}{2}$

19. จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบไม้โกสีแดงและสีเขียว

- ก. $\frac{1}{5}$ ข. $\frac{1}{10}$ ก. $\frac{3}{5}$ ง. $\frac{3}{10}$

โจทย์สำหรับข้อ 20-23

นักเรียนห้องหนึ่งมี 30 คน ถ้าจะเลือกตัวแทนห้อง 2 คน

20. โดยให้หัวหน้าห้องเป็นตัวแทนรวมอยู่ด้วยเสมอ มีวิธีเลือกกี่วิธี

- ก. 28 ข. 29 ก. 30 ง. 27

21. โดยให้ตัวแทนที่เลือกไม่มีหัวหน้าห้องรวมอยู่ด้วย มีวิธีเลือกกี่วิธี

- ก. 106 ข. 206 ก. 306 ง. 406

22. จงหาความน่าจะเป็นที่หัวหน้าห้องเป็นตัวแทนรวมอยู่ด้วย

- ก. $\frac{1}{30}$ ข. $\frac{1}{15}$ ก. $\frac{1}{2}$ ง. 1

23. จงหาความน่าจะเป็นที่ไม่มีหัวหน้าห้องเป็นตัวแทนรวมอยู่ด้วย

- ก. $\frac{1}{2}$ ข. $\frac{7}{10}$ ก. $\frac{14}{15}$ ง. $\frac{29}{30}$

โจทย์สำหรับข้อ 24-25

มีมะม่วงในกระจาก 10 ผล เป็นมะม่วงเน่าเสีย 2 ผล ถ้าจะหยิบมะม่วง 1 ผล

24. จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้มะม่วงก็

- ก. $\frac{1}{10}$ ข. $\frac{1}{8}$ ก. $\frac{4}{5}$ ง. 1

25. จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้มะม่วงเน่า

- ก. $\frac{1}{5}$ ข. $\frac{1}{4}$ ก. $\frac{1}{2}$ ง. $\frac{2}{10}$

โจทย์สำหรับข้อ 26-30

มีลูกบอลสีค่า 2 ลูก สีแดง 3 ลูก อยู่ในกล่องใบหนึ่ง สุ่มหยิบลูกบอล 2 ลูกพร้อมๆกัน

26. หยิบได้สีแดงทั้ง 2 ลูกกี่วิธี

- ก. 1 ข. 2 ก. 3 ง. 4

27. หยิบได้สีแดงและสีค่าอย่างละ 1 ลูกกี่วิธี

- ก. 5 ข. 6 ก. 7 ง. 8

28. จงหาความน่าจะเป็นที่หยิบได้สีค่าทั้ง 2 ลูก

ก. 1 ข. $\frac{1}{10}$ ก. $\frac{1}{5}$ ง. $\frac{2}{5}$

29. จงหาความน่าจะเป็นที่หยิบได้สีแสดทั้ง 2 ลูก

ก. $\frac{3}{10}$ ข. $\frac{2}{10}$ ก. $\frac{2}{5}$ ง. $\frac{3}{5}$

30. จงหาความน่าจะเป็นที่หยิบได้สีค่าและสีแสดอย่างละ 1 ลูก

ก. 1 ข. $\frac{1}{2}$ ก. $\frac{3}{5}$ ง. $\frac{3}{10}$

โจทย์สำหรับข้อ 31-33

กล่องใบหนึ่งมีฉลากหมายเลข 1, 2, 3, 4 และ 5 อยู่อย่างละ 1 ใบ สุ่มหยิบฉลากจากกล่องใบนี้ 2 ใบพร้อมๆกัน

31. หยิบให้ได้หมายเลขในฉลากทั้ง 2 เป็นเลขคี่ใดก็ได้วิธี

ก. 3 ข. 4 ก. 5 ง. 6

32. หยิบให้ได้หมายเลขในฉลากทั้ง 2 เป็นเลขคู่ใดก็ได้วิธี

ก. 1 ข. 2 ก. 3 ง. 4

33. จงหาความน่าจะเป็นที่หยิบได้หมายเลขในฉลากทั้ง 2 เป็นเลขคู่

ก. $\frac{1}{10}$ ข. $\frac{3}{10}$ ก. $\frac{1}{5}$ ง. $\frac{1}{2}$

โจทย์สำหรับข้อ 34-36

กล่องใบหนึ่งมีฉลากหมายเลข 1, 2, 3, 4 และ 5 อยู่อย่างละ 1 ใบ สุ่มหยิบฉลากจากกล่องใบนี้ 2 ใบพร้อมๆกัน

34. จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ผลรวมของหมายเลขในฉลากทั้ง 2 เป็น 5

ก. $\frac{1}{10}$ ข. $\frac{3}{25}$ ก. $\frac{1}{25}$ ง. $\frac{1}{5}$

35. จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ผลต่างของหมายเลขในฉลากทั้ง 2 เป็น 2

ก. 0 ข. $\frac{3}{10}$ ก. $\frac{1}{5}$ ง. $\frac{3}{20}$

36. จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ผลต่างของหมายเลขในฉลากทั้ง 2 เป็น 5

ก. 0 ข. $\frac{3}{10}$ ก. $\frac{1}{5}$ ง. $\frac{3}{20}$

โจทย์สำหรับข้อ 37-38

ในการสอบทุกครั้ง ก, ข, ก และ ง ผลักกันสอบไ้ที่ 1, 2, 3 และ 4

37. จงหาความน่าจะเป็นที่นาย ง จะสอบไ้ที่ 1

ก. $\frac{1}{4}$ ข. $\frac{1}{3}$ ก. $\frac{2}{3}$ ง. $\frac{3}{4}$

38. จงหาความน่าจะเป็นที่นาย ก จะไ้ที่ 1 และ นาย ข ไ้ที่ 2

ก. $\frac{1}{4}$ ข. $\frac{1}{6}$ ก. $\frac{1}{8}$ ง. $\frac{1}{12}$

โจทย์สำหรับข้อ 39-40

ในการวิ่งแข่งทาง 100 เมตร มีผู้เข้าแข่งชั้น 3 คน คือ ชาว คำ และ แดง

39. จงหาความน่าจะเป็นที่แดงจะถึงหลักชัยเป็นคนแรก

ก. $\frac{3}{4}$ ข. $\frac{1}{4}$ ก. $\frac{2}{3}$ ง. $\frac{1}{3}$

40. จงหาความน่าจะเป็นที่แดงจะถึงหลักชัยเป็นคนแรก คำเป็นคนี่ 2 และ ชาวเป็นคนสุดท้าย

ก. $\frac{1}{8}$ ข. $\frac{1}{6}$ ก. $\frac{1}{4}$ ง. $\frac{1}{2}$
