

การสร้างแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สารนิพนธ์
ของ
นางสาว ปฐมพร บุญลี

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา
กุมภาพันธ์ 2545
ลิขสิทธิ์เป็นของ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

510.415

พ 142ก

7.3

การสร้างแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

บทคัดย่อ

ของ

นางสาว ปฐมพร บุญลี

29 เม.ย. 2545

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา
กุมภาพันธ์ 2545

h 146523

ปฐมพร บุญลี. (2545). การสร้างแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ : อาจารย์ ดร. จวีวรรณ เศวตมาลย์

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างและหาประสิทธิภาพชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ตามเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนด 80/80 และเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนที่จะได้รับการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับหลังที่จะได้รับการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ สถาบันราชภัฏพระนคร เขตบางเขน กรุงเทพมหานคร จำนวน 40 คน กลุ่มตัวอย่างจะได้รับการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบแผนการวิจัยที่ใช้ คือ One - Group Pretest - Posttest Design สถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูล คือ t - test Dependent

ผลการศึกษาพบว่า

- 1.ประสิทธิภาพของชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ในแต่ละเรื่องมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80
- 2.ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

CONSTRUCTION OF SKILL DRILLS TO DEVELOP MATHEMATICAL
PROBLEM - SOLVING ABILITY ON " SURFACE AREAS AND VOLUMES " OF
MATHAYOM SUKSA III STUDENTS

AN ABSTRACT
BY
MISS PATHOMPORN BOONLEE

Presented in partial fulfillment of the requirements for the
Master of Education degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University
February 2002

Pathomporn Boonlee. (2002). *Construction of Skill Drills to Develop Mathematical Problem - Solving Ability on " Surface Areas and Volumes " of Mathayom Suksa III Students*. Master Project. M.Ed. (Secondary Education). Bangkok : Graduate School , Srinakharinwirot University. Master Project Advisor : Dr. Chaweewan Sawetamalya.

The purposes of this research were to construct and investigate the efficiency of skill drills to develop mathematical problem - solving ability on " surface areas and volumes " of mathayom suksa III students as of the standardized criterion 80/80 ; and to compare mathematical problem - solving ability before and after the instruction by skill drills.

The subjects were 40 mathayom suksa III students in the second semester of the 2001 academic year at Wat Pra Srimahadhat Secondary Demonstration School , Rajabhat Institute Pranakorn , Bangkokhen District , Bangkok. The experimental group was taught through the instruction by using skill drills to develop mathematical problem - solving ability. The One - Group Pretest - Posttest Design was used in this study. The t -test Dependent was used to analyze data.

The results of this study revealed that :

1. The efficiency of skill drills to develop mathematical problem - solving ability on " surface areas and volumes " in each topic was higher than the criterion 80/80.
2. The mathematical problem - solving ability after the instruction by using skill drills to develop mathematical problem - solving ability was statistically higher than that before the instruction at the .01 level of significance.

อาจารย์ที่ปรึกษา ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร และคณะกรรมการ
สอบได้พิจารณาสารนิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอก การมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์

.....
(อาจารย์ ดร. จีวีวรรณ เศวตมัลย์)

ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

คณะกรรมการสอบ

.....
(อาจารย์ ดร. จีวีวรรณ เศวตมัลย์)

ประธาน

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

กรรมการ

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร. ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ)

กรรมการ

อนุมัติให้รับสารนิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร. คมเพชร ฉัตรศุภกุล)
วันที่...28...เดือน...ตุลาคม...พ.ศ. 2545

ประกาศคุณูปการ

สารนิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี ด้วยความกรุณาในการให้คำปรึกษา ข้อเสนอแนะ แนวคิด ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ อันเป็นประโยชน์ต่อการศึกษายิ่งจาก อาจารย์ ดร. ณวีวรรณ เศวตมัลย์ รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ รองศาสตราจารย์ ดร. ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ สีลาจรัสกุล ที่ได้กรุณาให้ คำปรึกษาและแนะนำ แก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ทำให้ผู้วิจัยสามารถดำเนินการทดลองตามแนวคิด ที่วางไว้ได้เสร็จสมบูรณ์ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณา และขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สมวงษ์ แปลงประสพโชค อาจารย์ ดร. สมเดช บุญประจักษ์ ว่าที่ร้อยตรี วีรยุทธ ด่วงโย ที่กรุณาให้เกียรติเป็นผู้เชี่ยวชาญให้ คำปรึกษา แนะนำ แก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาทดลองครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ พูนเกียรติ ประถมบุตร ผู้อำนวยการ โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ สถาบันราชภัฏพระนคร อาจารย์ อุไรวรรณ ไทรชมภู ผู้ช่วยผู้อำนวยการฝ่ายบริหาร อาจารย์ ฟิลลาภ วงษ์พาณิชย์ ผู้ช่วยผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ คณะอาจารย์ และชอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียน มัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ สถาบันราชภัฏพระนคร ปีการศึกษา 2544 ที่ให้ความอนุเคราะห์ อำนาจความสะดวกและให้ความร่วมมือ ทำให้การทดลองครั้งนี้สำเร็จลงได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณแม่ เฉลิมศรี บุญลี ที่คอยให้กำลังใจ กำลังทรัพย์และคอยให้ ความห่วงใย เอื้ออาทร ช่วยเหลือตลอดมา

ขอบคุณรุ่นพี่ เพื่อนๆ นิสิตปริญญาโท วิชาเอกการมัธยมศึกษาทุกท่านที่คอยให้กำลังใจ และช่วยเหลือในการทำสารนิพนธ์ฉบับนี้จนสำเร็จด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์อันพึงเกิดจากสารนิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของ บิดา มารดา ครูอาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านที่ได้มีส่วนสร้างภูมิปัญญา และพื้นฐานการศึกษา แก่ผู้วิจัย

ปฐมพร บุญลี

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า.....	4
ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า.....	4
ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า.....	4
ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	4
เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	4
ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	5
ตัวแปรที่ศึกษา.....	5
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	5
สมมติฐานในการศึกษาค้นคว้า.....	7
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	8
1 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	9
1.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	9
1.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	10
1.3 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	12
1.4 ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ.....	15
1.5 องค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	15
1.6 กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	19
1.7 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	26
1.8 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	28
1.9 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา.....	30
1.10 สิ่งที่ต้องคำนึงในการแก้ปัญหา.....	31
1.11 การจัดบรรยากาศในห้องเรียนที่ส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา.....	33
1.12 ประโยชน์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	34
1.13 อุปสรรคของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	35

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ)	
1.14 ข้อดีและข้อเสียของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	36
1.15 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	37
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึกทักษะ.....	43
2.1 ความหมายของแบบฝึกทักษะ.....	43
2.2 หลักการทางจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบฝึกทักษะ.....	43
2.3 หลักการสร้างแบบฝึกทักษะ.....	45
2.4 ลักษณะของแบบฝึกทักษะที่ดี.....	45
2.5 การหาประสิทธิภาพของแบบฝึกทักษะ.....	47
2.6 ประโยชน์ของแบบฝึกทักษะ.....	49
2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึกทักษะ.....	50
3 วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	53
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	53
เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง.....	53
ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง.....	54
เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง.....	54
แบบแผนการทดลอง.....	59
วิธีดำเนินการทดลอง.....	59
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	60
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	60
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	63
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	63
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	63
5 สรุป อภิปรายผล และ ข้อเสนอแนะ.....	66
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า.....	66
สมมติฐานในการศึกษาค้นคว้า.....	66

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 (ต่อ) วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	66
1 ประชากร.....	66
2 กลุ่มตัวอย่าง.....	66
3 เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	67
4 เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	67
5 วิธีดำเนินการทดลอง.....	67
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	68
สรุปผลการศึกษาค้นคว้า.....	68
อภิปรายผล.....	68
ข้อสังเกตจากการทดลอง.....	76
ข้อเสนอแนะ.....	76
บรรณานุกรม.....	78
ภาคผนวก.....	91
ภาคผนวก ก.....	92
ภาคผนวก ข.....	95
ภาคผนวก ค.....	100
ภาคผนวก ง.....	111
ภาคผนวก จ.....	120
ภาคผนวก ฉ.....	217
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	220

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	แบบแผนการทดลองแบบ One – Group Pretest – Posttest Design.....	59
2	ผลการวิเคราะห์ประสิทธิภาพชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	64
3	ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง หลังการทดลอง.....	65
4	เนื้อหา จำนวนคาบ และจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละเรื่อง.....	94
5	ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	96
6	ค่า p ค่า q ค่า pq และ ค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	97
7	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ Pretest และ Posttest ของกลุ่มตัวอย่าง.....	98
8	ประสิทธิภาพชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ เรื่องที่ 1.....	101
9	ประสิทธิภาพชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ เรื่องที่ 2.....	102
10	ประสิทธิภาพชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ เรื่องที่ 3.....	103
11	ประสิทธิภาพชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ เรื่องที่ 4.....	104
12	ประสิทธิภาพชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ เรื่องที่ 5.....	105
13	ประสิทธิภาพชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ เรื่องที่ 6.....	106
14	ประสิทธิภาพชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ เรื่องที่ 7.....	107
15	ประสิทธิภาพชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ เรื่องที่ 8.....	108
16	ประสิทธิภาพชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ เรื่องที่ 9.....	109

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
17 ประสิทธิภาพชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องที่ 10.....	110

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 แผนผังของลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาของโพลยา.....	22
2 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง.....	23
3 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตร.....	24

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

ในปัจจุบัน เป็นที่ประจักษ์ชัดว่าประเทศที่มีความก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีทั้งหลายมีฐานะเป็นผู้นำแห่งโลก มีฐานะเศรษฐกิจที่ดี ประชาชนมีความเป็นอยู่ดี และมีความสามารถที่จะช่วยเหลือประเทศอื่นได้ ประเทศที่มีความเจริญต่ำจะถูกเรียกว่าประเทศด้อยพัฒนาหรือล้าหลัง ประเทศเหล่านี้ต้องพึ่งพาอาศัยประเทศอื่นซึ่งทำให้การดำเนินชีวิตของคนเราต้องประสบกับปัญหาอยู่ตลอดเวลา โดยเฉพาะอย่างยิ่งในสังคมปัจจุบันที่มีการเปลี่ยนแปลงไปอย่างรวดเร็ว ทั้งนี้เนื่องมาจากความก้าวหน้าทางวิทยาการและเทคโนโลยีจึงเป็นผลให้ปัญหาต่างๆยิ่งมีความซับซ้อนมากขึ้น ดังนั้นการที่บุคคลจะอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุขนั้นจำเป็นต้องมีความสามารถในการแก้ไขปัญหา เพราะจะช่วยให้งานเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพและเป็นจุดเริ่มต้นให้คนเราแสดงออกในสิ่งที่ตั้งเป้าหมายเป็นประโยชน์และสร้างสรรค์ สามารถที่จะฟันฝ่าอุปสรรคต่างๆได้ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดและทิศทางการพัฒนาประเทศตามแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 8 (พ.ศ.2540 – 2544) ที่ได้สรุปเป็นปรัชญาว่าการพัฒนาประเทศคือการพัฒนาคนและคุณภาพของคนให้เป็นผู้ที่มีปัญญา รู้จักเหตุและผล รู้จักแก้ปัญหาได้อย่างชาญฉลาด รู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงต่างๆที่เกิดขึ้นอย่างรวดเร็ว มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ อีกทั้งยังมุ่งพัฒนาพฤติกรรมทางสังคมที่ตั้งเป้าหมายทั้งในการทำงานและการอยู่ร่วมกันรู้จักช่วยเหลือเกื้อกูลกัน(สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ.2540:12)ซึ่งสิ่งเหล่านี้ควรได้รับการปลูกฝังและฝึกฝนให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน การที่จะพัฒนาผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพเพื่อไปพัฒนาสังคมและพัฒนาโลกนั้น การศึกษาจึงต้องมีบทบาทสำคัญเป็นอย่างยิ่ง (กระทรวงศึกษาธิการ.2533:1) และศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานในทุกสาขาวิชาที่นำไปสู่ความเจริญ ก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์ เศรษฐกิจ และสังคม คือ คณิตศาสตร์ (สมทรง ไชยวัด. 2538:2)

ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 หมวดที่ 4 แนวการจัดการศึกษา มาตราที่ 22 กล่าวไว้ว่า การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพซึ่งเป็นการปฏิรูปการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนสำคัญที่สุด (สำนักนโยบายและพัฒนสถาบันสำนักงานสภาสถาบันราชภัฏ กระทรวงศึกษาธิการ. 2542 : 12) แต่ในช่วงทศวรรษที่ผ่านมาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นยังไม่บรรลุผลสำเร็จตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตร ดังจะเห็นได้จากรายงานการประเมินคุณภาพทางการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2538 (สำนักทดสอบทางการศึกษา

กรมวิชาการ. 2540 : 9 – 11) พบว่า การประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ด้านความรู้ความคิดระดับประเทศมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 33.65 เมื่อเปรียบเทียบกับเกณฑ์การประเมินพบว่าอยู่ในระดับพอใช้ สำหรับผลการประเมินนักเรียนตามระดับคุณภาพ พบว่า มีนักเรียนอยู่ในระดับที่ต้องปรับปรุงสูงถึงร้อยละ 47.33 เมื่อพิจารณาถึงสาเหตุของปัญหา พบว่า มีหลายประการด้วยกัน อาทิเช่น การนำหลักสูตรไปใช้ครูผู้สอนยังไม่เข้าใจความต้องการของหลักสูตร ไม่เข้าใจจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม และยังยึดติดกับการสอนแบบเดิม ไม่สามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับความต้องการของหลักสูตร เนื้อหาในหลักสูตรกว้าง และมีมาก (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2540 : 15) ครูส่วนใหญ่มักจะไม่นิสอนให้เด็กรู้จักคิดแต่กลับให้จดจำข้อเท็จจริงและฝึกให้ท่องจำ เด็กจึงไม่สามารถนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ อันเนื่องมาจากครูสนใจเพียงการสอนและวัดผลประเมินผลโดยเน้นที่ตัวคำตอบหรือผลลัพธ์ของปัญหามากกว่าวิธีการหรือเทคนิคในการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนพบกับปัญหาคณิตศาสตร์ที่มีสถานการณ์ในปัญหาต่างจากที่เคยเรียนจึงไม่ทราบว่าจะแก้ปัญหานั้นได้อย่างไร ดังนั้นจึงถือเป็นหน้าที่สำคัญของครูที่จะต้องหาวิธีการต่าง ๆ มาใช้ในการจัดสภาพการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดคุณภาพสูงสุดทางการศึกษา แต่ส่วนใหญ่การสอนของครูส่วนมากใช้วิธีสอนแบบบรรยาย คือเป็นผู้พูดเพียงผู้เดียว และถามนักเรียนตอบบ้างเป็นครั้งคราว ซึ่งสอดคล้องกับยุพิน พิพิธกุล (2536 : 122 – 123) ได้กล่าวไว้ถึง กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นครูเป็นสำคัญ นักเรียนไม่ค่อยมีโอกาสร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนมากนักนอกจากตอบคำถามของผู้สอนและซักถามเรื่องที่ไม่เข้าใจเท่านั้นจึงเป็นการยากที่ให้นักเรียนทุกคนบรรลุจุดประสงค์ของการเรียนการสอนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ เพราะนักเรียนแต่ละคนมีความแตกต่างระหว่างบุคคล การเรียนรู้ของนักเรียนจะบังเกิดผลหรือล้มเหลว ย่อมขึ้นอยู่กับการจัดการเรียนการสอนเป็นส่วนประกอบสำคัญ เพราะเป็นการจัดประสบการณ์ให้แก่นักเรียน ครูควรใช้เทคนิควิธีต่าง ๆ ที่จะให้นักเรียนได้รู้ถึงปัญหาและความต้องการให้นักเรียน คิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น รู้จักนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (ไพบุลย์ จันทยศ. 2521 : 12 – 14)

จากสภาพปัญหาดังกล่าวการสอนคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการเปลี่ยนแปลงไป เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นในการดำรงชีวิตของทุกคน ทุกวัย และ ทุกสังคม นักการศึกษาทั้งในประเทศและต่างประเทศที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับการพัฒนาหลักสูตรมีความเห็นสอดคล้องกันว่าความสามารถในการคิดแก้ปัญหาควรจะเป็นจุดมุ่งหมายที่สำคัญใน หลักสูตร ดังที่ สาโรช บัวศรี (2518 : 7 – 9) ได้กล่าวไว้ว่า “ ความสามารถทางด้านการคิดแก้ปัญหาควรเป็นจุดหมายปลายทางที่สำคัญของการจัดการศึกษา ” นอกจากนี้ จอห์น ดีวอี้ (Dewey. 1933 : 17 – 21) นักการศึกษาและนักปรัชญาชาวอเมริกัน ก็ได้กล่าวไว้เช่นกันว่า “ ความสามารถแก้ปัญหาต้องเป็นเป้าหมายอันดับแรกของการจัดการศึกษา ” ส่วนเดวิด แทนเนอร์ (Tanner. 1975 : 25) ได้พูดถึงความสามารถแก้ปัญหาในการพัฒนา

หลักสูตรว่า “ ความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างฉลาดและรวดเร็วเป็นความต้องการพื้นฐานที่จะทำให้นักคลประสบความสำเร็จในการดำรงชีวิต “

แบบฝึกทักษะพัฒนาเพื่อความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นนวัตกรรมทางการศึกษาอย่างหนึ่งที่จะตอบสนองความต้องการของนักเรียนที่เป็นวัยรุ่นที่ชอบค้นคว้าหาคำตอบ และกระทำการร่วมกับเพื่อนๆ โดยเริ่มจากที่นักเรียนได้เผชิญปัญหาแล้วตั้งคำถามเพื่อค้นหาคำตอบ โดยการเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม และสรุปข้อมูลที่ได้อย่างสมเหตุสมผล และมีเป้าหมายที่สำคัญ 2 ประการ คือ ให้นักเรียนรู้จักวิธีการคิด และมีทักษะในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันได้ โดยครูเป็นเพียงผู้กระตุ้นให้เกิดปัญหาและคอยเป็นที่ปรึกษาของนักเรียนเหล่านั้น ด้วยกระบวนการนี้จะทำให้ผู้เรียนมีพัฒนาการด้านความสามารถในการแก้ปัญหาและมีความกระตือรือร้น และความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ดียิ่งขึ้น ซึ่งการเรียนรู้ด้วยตนเองนั้น นักเรียนสามารถมียุทธวิธีการแก้ปัญหาได้หลายรูปแบบ เช่น เดาและตรวจสอบ ค้นหาแบบ ทำตาราง ทำย้อนกลับ แผนภาพ ฯลฯ ซึ่งในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สร้างแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองซึ่งจะใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ และ เป็นเครื่องมือที่ช่วยครูดำเนินการสอนไปตามลำดับขั้นตอน ครูคนหนึ่งสามารถสอนนักเรียนได้มากขึ้น ช่วยแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้บ้าง โอกาส ช่วยแก้ปัญหาความแตกต่างระหว่างบุคคล ผู้เรียนจะเรียนไปตามความสามารถของตนเอง นอกจากนี้ในกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์นั้นต้องมุ่งสนองความต้องการ ความสนใจ และ ความสามารถของนักเรียนแต่ละคนเป็นหลักโดยจัดการเรียนการสอนให้ยืดหยุ่นตามเหตุการณ์และสภาพท้องถิ่นทั้งนี้จะต้องยึดผู้เรียนเป็นจุดศูนย์กลาง ให้สอดคล้องกับความสนใจและสภาพชีวิตจริงของผู้เรียนโดยให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติจริงมากที่สุด พร้อมทั้งมีการติดตามแก้ไขข้อบกพร่องของผู้เรียนอย่างต่อเนื่อง (กรมวิชาการ, 2532 : 4) เพราะการได้ฝึกแก้ปัญหาจะช่วยให้นักเรียนรู้จักคิด มีระเบียบขั้นตอนในการคิดรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และ รู้จักตัดสินใจอย่างฉลาด (สิริพร ทิพย์คง, 2536 : 157) ดังนั้นครูควรจัดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาให้กับนักเรียนเพื่อที่นักเรียนจะได้มีความสามารถและความมั่นใจในการแก้ปัญหาเพราะการแก้ปัญหาคือกระบวนการทางสมองขั้นสูง ที่ต้องอาศัยปัจจัยและองค์ประกอบหลายประการ ในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาจำเป็นอย่างยิ่งที่ผู้สอนจะต้องเข้าใจถึงปัจจัยและองค์ประกอบเหล่านั้นและต้องออกแบบและวางแผนการพัฒนาอย่างเป็นระบบจึงจะสามารถพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุเป้าหมายได้

จากเหตุผลดังกล่าวจึงทำให้ผู้วิจัยเกิดแรงจูงใจที่จะใช้แบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนได้ดีขึ้น และเพื่อนำผลที่ได้มาใช้เป็นแนวทางในการปรับปรุงและพัฒนา การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้น่าสนใจและมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อสร้างแบบฝึกทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร
2. เพื่อหาประสิทธิภาพของแบบฝึกทักษะในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 80 / 80
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนการใช้แบบฝึกทักษะและหลังการใช้แบบฝึกทักษะ

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

1. เป็นแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้ดีขึ้น
2. เป็นแนวทางให้ครูคณิตศาสตร์ได้นำแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาไปใช้ในการพัฒนาและปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่จะศึกษาได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมสาธิตฯ สถาบันราชภัฏพระนคร เขตบางเขน กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 จำนวน 3 ห้องเรียน รวมจำนวนประชากรทั้งสิ้น 120 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมสาธิตฯ สถาบันราชภัฏพระนคร เขตบางเขน กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 ซึ่งได้จากการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) โดยมีห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่มจากการจับฉลากมา 1 ห้องเรียนจากจำนวนทั้งหมด 3 ห้องเรียน จำนวน 40 คน

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองเป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ค 012) ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกระทรวงศึกษาธิการ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง ทำการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 ใช้เวลาในการทดลอง 10 คาบ คาบละ 50 นาที และมีการ Pretest 1 คาบก่อนทดลอง และ Posttest อีก 1 คาบหลังทดลอง รวมทั้งหมด 12 คาบ

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ประสิทธิภาพของแบบฝึกทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **แบบฝึกทักษะ** หมายถึง สิ่งที่ผู้สอนมอบหมายให้ผู้เรียนกระทำเพื่อฝึกฝนเนื้อหาต่าง ๆ ที่ได้เรียนไปแล้วให้เกิดความชำนาญมากขึ้น และให้ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

2. **การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง กระบวนการหรือวิธีการ ยุทธวิธี เทคนิคเฉพาะต่าง ๆ ที่ผู้แก้ปัญหามองอาศัยความรู้ มโนคติ การคิดวิเคราะห์ ประสพการณ์ และทักษะพื้นฐานต่าง ๆ ที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้ ตลอดจนการคิดหาแนวทางปฏิบัติ เพื่อให้ปัญหานั้นหมดไปและบรรลุจุดหมายที่ต้องการ

3. **ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ทักษะและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหานักเรียนทั้งปัญหาธรรมดาและปัญหาแปลกใหม่ โดยยึดกระบวนการพัฒนาตามแนวคิดของโพลยา (Polya. 1985 : 6 – 8) มี 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ขั้นที่ 2 วางแผน (Devising a Plan)

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan)

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ (Looking Back)

รายละเอียดขั้นตอนของการแก้ปัญหของโพลยาสรุปได้ดังนี้ (อ้างถึงในฉวีวรรณ เสวตมาลย์. 2540 : 1 – 11)

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

ต้องเข้าใจปัญหา อ่านสถานการณ์ปัญหา เพื่อเก็บหรือจับใจความและความหมายของคำที่ใช้ในโจทย์ ทำความเข้าใจเกี่ยวกับถ้อยคำ และสัญลักษณ์ในปัญหาโดยแยกปัญหาวออกเป็น โจทย์กำหนดอะไรบ้าง มีข้อมูลอะไร ต้องการอะไร และมีเงื่อนไขอะไรบ้าง

ขั้นที่ 2 วางแผน

หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล ที่กำหนดและสิ่งที่ต้องการหา คิดหาเหตุผลเพื่อจะนำมาสรุปสิ่งที่ต้องการและค้นหารูปแบบจาก ปัญหาที่ใกล้เคียงกัน โดยนึกถึงปัญหาที่เกี่ยวข้องที่ง่าย ๆ ปัญหา อาจจะลองดูปัญหาที่คล้าย ๆ กัน ที่คล้ายกันและคิดถึงข้อมูลที่เหมาะสมอื่น ๆ ที่จะนำมาหาสิ่งที่ ต้องการหาได้ ค้นหาทฤษฎี สูตร บทนิยามที่ต้องการนำมาใช้ ถ้ายังหาความสัมพันธ์ไม่พบ ต้องการหาได้ ค้นหาทฤษฎี สูตร บทนิยามที่ต้องการนำมาใช้ ท้ายที่สุดควรจะหาแผนที่จะ ในการแก้ปัญหาและเลือกวิธีคำนวณที่เหมาะสมหรือไม่ก็ต้องมี การลองผิดลองถูก

ขั้นที่ 3 ดำเนินการ

ดำเนินไปตามแผนของท่าน ลงมือปฏิบัติตามแผนที่คิดไว้ ตรวจสอบแต่ละขั้นว่า ขั้นตอน ถูกต้องพิสูจน์ได้ หรือไม่

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

ตรวจสอบคำตอบที่ได้ ตรวจสอบผลที่ได้ผลตามที่ต้องการหรือไม่ สามารถใช้ผลที่ได้ หรือ วิธีการกับปัญหาอื่นๆ บางข้อได้ไหม

ซึ่งผู้วิจัยวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากคะแนนที่ได้ในการ ตอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

4. แบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

หมายถึง แบบฝึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสำหรับให้นักเรียนทำการศึกษาเนื้อหาต่างๆ เกี่ยวกับเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร แก้ปัญหาด้วยตนเองในสถานการณ์ที่สร้างขึ้นในแบบฝึก ทักษะแต่ละชุดด้วยตนเอง เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ และปฏิบัติด้วยตนเองในการแก้ปัญหา แต่ถ้าพบปัญหาที่ไม่เข้าใจระหว่างที่ทำการศึกษแบบฝึกทักษะดังกล่าว นักเรียนสามารถปรึกษา หรือขอคำแนะนำจากครู และเพื่อนได้

แบบฝึกทักษะที่สร้างขึ้นเพื่อใช้ในการทดลองครั้งนี้ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ซึ่งแบ่งออกเป็น 4 ชุด ดังนี้

- ชุดที่ 1 พื้นที่ผิวและปริมาตรของพีระมิด
- ชุดที่ 2 พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกระบอก
- ชุดที่ 3 พื้นที่ผิวและปริมาตรของกรวย
- ชุดที่ 4 พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกลม

แต่ละชุดมีส่วนประกอบดังนี้

คู่มือการใช้แบบฝึกทักษะ	เป็นส่วนประกอบที่อธิบายรายละเอียดการใช้
ชื่อเรื่อง	
คำชี้แจง	อธิบายจุดมุ่งหมายของแบบฝึกทักษะและลักษณะ
จุดประสงค์การเรียนรู้	จุดมุ่งหมายที่ต้องการให้เกิดขึ้นหลังจากนักเรียนทำแบบฝึกทักษะจบลง

เวลาที่ใช้	บอกเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการทำแบบฝึกทักษะ
สื่อ	บอกว่าในแบบฝึกมีวัสดุ - อุปกรณ์อะไรบ้าง
เนื้อหาสาระ	อธิบายความรู้กับนักเรียน
กิจกรรมฝึก	เป็นส่วนที่กำหนดให้นักเรียนได้ปฏิบัติ เพื่อนำไปสู่ จุดมุ่งหมาย
การประเมินผล	เป็นส่วนที่นักเรียนได้ประเมินผลความรู้ความสามารถ ของตนเองจากการทำกิจกรรมฝึกในแต่ละชุดของ แบบฝึกทักษะ

5. ประสิทธิภาพของแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

หมายถึง คุณภาพของแบบฝึกทักษะ เมื่อนำไปสอนแล้วทำให้ผู้เรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ตามเกณฑ์ 80 / 80 ซึ่งมีความหมายดังนี้

80 ตัวแรก หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนในแต่ละชุดของนักเรียนทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

80 ตัวหลัง หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบท้ายชุดแบบฝึกทักษะแต่ละชุดของนักเรียนทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

สมมติฐานในการศึกษาค้นคว้า

1. แบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์มาตรฐาน 80 / 80
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลองใช้แบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนการทดลองใช้แบบฝึกทักษะ

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้มีการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องซึ่งได้นำมาเรียงตามหัวข้อดังนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- 1.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.3 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.4 ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ
- 1.5 องค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.6 กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.7 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.8 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.9 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา
- 1.10 สิ่งที่ควรคำนึงในการแก้ปัญหา
- 1.11 การจัดบรรยากาศในห้องเรียนที่ส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา
- 1.12 ประโยชน์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.13 อุปสรรคของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.14 ข้อดี และ ข้อเสียของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.15 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึกทักษะ

- 2.1 ความหมายของแบบฝึกทักษะ
- 2.2 หลักการทางจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบฝึกทักษะ
- 2.3 หลักการสร้างแบบฝึกทักษะ
- 2.4 ลักษณะของแบบฝึกทักษะที่ดี
- 2.5 การหาประสิทธิภาพของแบบฝึกทักษะ
- 2.6 ประโยชน์ของแบบฝึกทักษะ
- 2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึกทักษะ

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

บรูคเนอร์ (Bruckner.1957 : 301) กล่าวว่า " ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับปริมาณที่นักเรียนไม่สามารถตอบได้ทันทีโดยวิธีที่เคยชิน และสิ่งที่เป็นปัญหาของนักเรียนเมื่อเวลานี้อาจจะไม่ใช่ปัญหาในวันนี้อีกได้ "

ริทแมน, แอนด์เดอร์สัน, ฟิงกรี และ เซินเฟลด์ (Anderson and Pingry : 1973 ; Schoenfeld. 1989) ได้ให้ความหมาย " ปัญหาทางคณิตศาสตร์ " ไว้ว่า

" ปัญหาทางคณิตศาสตร์ " เป็นสถานการณ์ที่เราต้องแก้หรือหาทางออก แต่เรายังหาสิ่งที่เป็นทางออกหรือคำตอบของสถานการณ์ไม่ได้เนื่องจากมีอุปสรรคขัดขวางปัญหาเราอยู่

แอนเดอร์สัน และ ฟิงกรี (Anderson and Pingry. 1973 : 228) กล่าวว่า " ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามหรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบซึ่งผู้ตอบจะทำได้ต้องมีวิธีการที่เหมาะสม ใช้ความรู้ ประสบการณ์และการตัดสินใจ "

อดัมส์ (Adams. 1977 : 176) กล่าวว่า " ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณและคำตอบที่ต้องการจะเกี่ยวข้องกับปริมาณด้วย ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะรวมถึงปัญหาที่เป็นภาษา ปัญหาที่เป็นเรื่องราว และปัญหาที่เป็นคำพูด นอกจากนี้เขาได้กล่าวถึงความแตกต่างระหว่างปัญหากับการทำแบบฝึกหัดไว้ว่า ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะต้องมีการตัดสินใจแล้วลงมือทำ ส่วนการทำแบบฝึกหัดไม่จำเป็นต้องมีการตัดสินใจ

เลสเตอร์ (Lester. 1978) ได้ให้นิยามของปัญหาว่า " ปัญหาเป็นสภาพซึ่งแต่ละบุคคลหรือกลุ่มได้กระทำงานอย่างหนึ่ง ซึ่งไม่มีวิธีการง่ายๆที่จะนำมากำหนดวิธีแก้ปัญหา "

เซินเฟลด์ (Schoenfeld. 1989 : 83 - 103) ได้ให้คำจำกัดความคำว่า " ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แก่นักเรียนว่าเป็นชิ้นงาน (Task) " ซึ่งมีลักษณะดังนี้

- เป็นสิ่งที่นักเรียนให้ความสนใจและประสงค์จะหาข้อยุติ และ
- เป็นสิ่งที่นักเรียนยังไม่มีวิธีทางสำเร็จรูปที่จะได้ข้อยุติหรือแก้หาคำตอบได้

พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน(2525 : 520)กล่าวว่า" ปัญหาหมายถึงข้อสงสัย "

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 62) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1.เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณหรือ จำนวน หรืออธิบายให้เหตุผล

2.เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะความรู้ และประสบการณ์หลายๆอย่าง ประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้

3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา และเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกบุคคลหนึ่งก็ได้

และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

สมเดช บุญประจักษ์ (2543 :1) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่บุคคล หรือกลุ่มบุคคลเผชิญ และต้องการหาคำตอบ ซึ่งยังไม่รู้วิธีทางที่จะได้คำตอบของปัญหาในทันที ต้องใช้ความรู้และวิธีการต่างๆ ที่มีอยู่มาผสมผสานเป็นแนวทางใหม่ในการหาคำตอบของปัญหา

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ สถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ การพิสูจน์ และปัญหาที่ใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งผู้ตอบไม่สามารถตอบได้ทันที ผู้ตอบจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ เพื่อหาวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหา นั้นให้สำเร็จลงได้ ส่วนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ วิธีการ ยุทธวิธี หรือเทคนิคเฉพาะต่างๆ ที่ผู้แก้ปัญหาต้องอาศัยความรู้ ความจำ ความคิดวิเคราะห์ รวมทั้งประสบการณ์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของผู้แก้ปัญหาเอง

1.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เบลล์ (Bell. 1978 : 310) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งพิจารณาแล้วว่าเป็นปัญหาโดยบุคคลผู้หาคำตอบ

บรันคา (Branca. 1980 : 3 - 8) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาไว้ 3 ประการ ได้แก่

1. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Problem Solving as a Goal) ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นเหตุผลหนึ่งที่สำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ดังนั้นในการแก้ปัญหาจึงเป็นอิสระจากคำถามหรือปัญหาเฉพาะเจาะจงใดๆ หรือวิธีการและเนื้อหาสาระใดๆ

2. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นกระบวนการ (Problem Solving as a Process) สิ่งที่สำคัญเมื่อการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ คือ วิธีการ ยุทธวิธีหรือเทคนิคเฉพาะต่างๆ ที่นักเรียนจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาแบบต่างๆ กระบวนการแก้ปัญหาเหล่านี้จึงเป็นสาระสำคัญและเป็นเป้าหมายหลักของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาในฐานะที่เป็นทักษะพื้นฐาน (Problem Solving as a Basic Skill) เมื่อการแก้ปัญหาถูกจัดเป็นทักษะพื้นฐาน การเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงให้ความสำคัญกับลักษณะเฉพาะของโจทย์ปัญหา แบบของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหาต่างๆ ที่ควรใช้ จุดเน้นอยู่ที่สาระสำคัญของการแก้ปัญหาที่ทุกคนต้องเรียนรู้ และการเลือกปัญหาและเทคนิควิธีการแก้ปัญหาเหล่านั้น

ครูลิก และเรย์ (Krulik and Reys. 1980 : 3 – 4) ได้อ้างถึงการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้ คือ

1. การแก้ปัญหาเป็นเป้าหมาย (Problem Solving as a Goal) จะพบคำถามว่าทำไมต้องสอนคณิตศาสตร์ อะไรเป็นเป้าหมายในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นักการศึกษา นักคณิตศาสตร์และบุคคลอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับคำถามเหล่านี้เข้าใจว่า การแก้ปัญหาเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ เมื่อการแก้ปัญหาถูกนำมาพิจารณาว่าเป็นเป้าหมายอันหนึ่ง การแก้ปัญหาจึงเป็นอิสระจากปัญหาเฉพาะ (Specific Problem) กระบวนการและวิธีการ ตลอดจนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ แต่การพิจารณาที่สำคัญ คือ จะต้องคำนึงว่าจะแก้ปัญหายังไง ซึ่งเป็นเหตุผลแรกสำหรับศึกษาคณิตศาสตร์ ข้อพิจารณานี้มีอิทธิพลต่อหลักสูตรทั้งหมด และมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการฝึกปฏิบัติในห้องเรียน

2. การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ (Problem Solving as a Process) การตีความในลักษณะนี้จะเห็นได้ชัดเจนเมื่อนักเรียนตอบปัญหา ตลอดจนกระบวนการ หรือขั้นตอนที่กระทำเพื่อจะได้คำตอบ สิ่งสำคัญที่ควรนำมาพิจารณาก็คือ วิธีการ กระบวนการและกลวิธีที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นสิ่งที่มีความจำเป็นในกระบวนการแก้ปัญหาและเป็นจุดสำคัญของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐาน (Problem Solving as a Basic Skill) การตีความในลักษณะนี้ จะพิจารณาเฉพาะในเนื้อหาที่เป็นโจทย์ปัญหา คำนึงถึงรูปแบบของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหา การพิจารณาถึงการแก้ปัญหาว่า เป็นทักษะพื้นฐาน จึงช่วยในการจัดการเรียนการสอนของครู ซึ่งประกอบด้วย การสอนทักษะ (Skill) มโนคติ (Concept) และการแก้ปัญหา (Problem Solving) ในทุกครั้งของการสอน

โพลยา (Polya. 1980 : 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อจะได้ข้อลงเอย หรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

เคนเนดี้ (Kennedy. 1984 : 81) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการแสดงออกของแต่ละบุคคลในการตอบสนองสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 62) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหา วิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้แก้ปัญหจะต้องใช้ความรู้ ความคิด และ ประสพการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2543 : 1) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหา วิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหจะต้องใช้ความรู้ ความคิด และ ประสพการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการหรือวิธีการ ยุทธวิธีต่างๆที่ผู้แก้ปัญหามองอาศัยความรู้ ความเข้าใจและทักษะการคิดคำนวณ การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ ประสมการณเดิมส่วนตัว และทักษะพื้นฐานต่างๆที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้กับ สถานการณ์ใหม่ ตลอดจนการคิดหาแนวทางปฏิบัติเพื่อให้ปัญหานั้นหมดไปและบรรลุจุดหมายที่ต้องการสอดคล้องกับชีวิตประจำวัน

1.3 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

รัสเซล (Russel. 1961 : 255) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในแบบเรียน และหนังสือทั่วไป

2. ปัญหาที่ไม่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่พบทั่วไปในชีวิตประจำวัน

ครูลิก และ เรย์ (Krulik and Reys. 1980 : 24) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 5 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่เป็นความรู้ความจำ
2. ปัญหาทางพีชคณิต
3. ปัญหาที่เป็นการประยุกต์ใช้
4. ปัญหาที่ให้ค้นหาส่วนที่หายไป
5. ปัญหาที่เป็นสถานการณ์

ชาร์ลส และ เลสเตอร์ (Charles and Lester. 1982 : 6 – 10) ได้พิจารณาจำแนก ประเภทของปัญหา ตามเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill Exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น

2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple Translation Problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบมาก่อน เช่น ปัญหาในหนังสือเรียนต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยค ภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ มักเป็นปัญหาขั้นตอนเดียวที่มุ่งให้เกิดความเข้าใจ มโนคติทางคณิตศาสตร์ และพัฒนาความสามารถในการคิดคำนวณ

3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Complex Translation Problem) คล้ายกับ ปัญหาอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอนหรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ

4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือ แบ่งเป็นขั้นตอนย่อยๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหา เน้น การพัฒนายุทธวิธีต่างๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจ มีการวางแผนแก้ปัญหาและประเมินผลคำตอบ

5. ปัญหาการประยุกต์ (Applied Problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะความรู้ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์ เป็นสำคัญ เช่น การรวบรวม การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ จัดระบบ ประมวลผล และ แปลผลเพื่อ ตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลนั้นๆ ปัญหาการประยุกต์เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้แก้ปัญหา ได้ใช้ทักษะกระบวนการ มโนคติ และผู้แก้ปัญหาเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์

6. ปัญหาปริศนา (Puzzle Problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการ เดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหา ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหา ที่มองได้หลายแง่มุม ปัญหาปริศนามักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ผู้ที่มีทักษะในการ แก้ปัญหาจะแก้ปัญหาลักษณะนี้ได้ดี

โพลยา (Polya.1985 : 123 – 128) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to Find) เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และ เงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove)เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผล ว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สมมุติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

บิทเทอร์ แฮทฟิลด์ และ เอ็ดเวิร์ดส์ (Bitter , Hartfield and Edwards. 1989 : 37) ได้แบ่งปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาปลายเปิด (Open – Ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้ หลายคำตอบปัญหาลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) เป็นปัญหาที่จะได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้าย ของการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลากหลายวิธี

3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided discovery) เป็นปัญหาที่มี ลักษณะร่วมของปัญหา มีคำชี้แนะ (Clues) และคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจไม่ ต้องค้นหาหรือไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

เรย์ส ซูยดัม และ ลินด์ควิสต์ (Reys , Suydum and Lindquist. 1992 : 29) พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problems) เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความ ค้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2. ปัญหาแปลกใหม่ (Nonroutine Problems) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตภัณฑ์อุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524:140) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 5 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่เป็นการค้นหาข้อความจริงหรือข้อสรุปใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยรู้มาก่อน
2. ปัญหาซึ่งมาจากการอภิปรายในชั้นเกี่ยวกับเนื้อหา
3. ปัญหาที่เกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ทฤษฎีบท หรือข้อสรุปที่มีผู้อื่นตั้งไว้
4. ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่าง ๆ มาใช้
5. ปัญหาที่ไม่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์แต่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 62 – 63) กล่าวว่าเมื่อพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาสามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ จำนวน หรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล
2. ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง หรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

และเมื่อพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภทคือ

1. ปัญหาปกติ (routine problems) เป็นปัญหาที่พบในหนังสือเรียนและหนังสือทั่วไป และมีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2. ปัญหาที่ไม่ปกติ (nonroutine problems) เป็นปัญหาที่เน้นกระบวนการคิด และปริศนาต่าง ๆ มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ ปัญหาที่พบในหนังสือเรียน ซึ่งอาจเป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบหรือปัญหาให้พิสูจน์ตามกฏ นิยาม ทฤษฎี และปัญหาที่พบในชีวิตประจำวัน ซึ่งต้องอาศัยยุทธศาสตร์การแก้ปัญหาเข้ามาช่วยแก้ปัญหา เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ จึงจะทำให้การแก้ปัญหานั้นๆ สำเร็จ ลุล่วงไปได้

1.4 ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ

ไคลด์ (Clyde. 1967 : 108) ได้กล่าวว่า “ ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรมีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวัน และสถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหาควรใช้ภาษาหรือบรรยายในลักษณะที่ผู้แก้ปัญหาไม่ประสบการณืมาก ไม่ควรเป็นปัญหาธรรมดาทั่วไป ”

เฟห์ (Fehr. 1972 : 424) ได้กล่าวว่า “ เทคนิคหนึ่งที่จะช่วยในการทำให้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่น่าสนใจ คือ การให้นักเรียนได้ช่วยกันสร้างปัญหาขึ้นมาเอง ”

ครูลิก และ เรย์ (Krulik and Reys. 1980 : 208) ได้กล่าวว่า “ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจควรเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่ค่อยพบในห้องเรียน ซึ่งในการสร้างปัญหาควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานของผู้แก้ปัญหา และความสามารถในการใช้ภาษาของผู้แก้ปัญหา ”

สิริพร ทิพย์คง (2533 : 79) ได้กล่าวว่า ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีควรเป็นดังนี้

1. ภาษาที่ใช้สามารถเข้าใจง่าย ไม่สั้นหรือยาวเกินไป
2. ช่วยกระตุ้นพัฒนาความคิด
3. ไม่ยากหรือง่ายเกินไป สำหรับความสามารถของเด็กในวัยนั้นๆ
4. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้
5. ข้อมูลที่มีอยู่ต้องทันสมัยและเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
6. สามารถใช้การวาดแผนภาพไดอะแกรมหรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา
7. ในการแก้ปัญหานั้นต้องอาศัยประสบการณ์และความรู้ที่เคยเรียนมาแล้ว
8. ก่อให้เกิดการวิเคราะห์แยกแยะปัญหาซึ่งเป็นขบวนการสำคัญในทางความคิด
9. คำตอบที่ได้ควรเป็นคำตอบที่มีเหตุผล ไม่ใช่คำตอบที่ได้จากการจำ

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่าลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจควรมีลักษณะดังนี้

1. เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหาในชีวิตประจำวัน
2. เป็นปัญหาที่ต้องอาศัยความรู้พื้นฐานหลายๆเรื่องประกอบกันในการแก้ปัญหา
3. เป็นปัญหาที่เน้นให้ผู้เรียนคิดหาวิธีการแก้ปัญหามากกว่าเน้นคำตอบสุดท้าย

1.5 องค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya.1980 : 225) ได้กล่าวถึงสิ่งที่สัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นสิ่งที่มีส่วนช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ คือ ความรู้สึกเกี่ยวกับความเป็นไปได้ของปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบ และกลวิธีต่างๆ เช่น การลองผิดลองถูก เป็นต้น

ไคลด์ (Clyde. 1967 : 112) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ดังนี้

1. วุฒิภาวะและประสบการณ์จะช่วยให้แก่นักเรียนแก้ปัญหาได้ดีขึ้น
2. ความสามารถในการอ่าน
3. สถิติปัญญา

จอห์นสัน และ ไรซิง (Johnson. and Rising. 1967 : 107 - 110) กล่าวว่า การแก้ปัญหาควรประกอบด้วย

1. การมองเห็นภาพ ผู้แก้ปัญหาควรมองเห็นปัญหา มีความคิดกว้างไกล และมองเห็นแนวทางการแก้ปัญหา
2. การจินตนาการ ผู้แก้ปัญหาควรรู้จักจินตนาการว่าปัญหานั้นเป็นอย่างไร เพื่อหาแนวทางในการคิดแก้ปัญหา
3. การแก้ปัญหาอย่างมีทักษะ เมื่อมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาก็ลงมือทำอย่างมีระบบ ทำด้วยความชำนาญ มีความรู้สึกท้าทายที่จะแก้ปัญหาแปลกๆใหม่ๆ
4. การวิเคราะห์ ต้องรู้จักวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่กระทำนั้น
5. การสรุป เมื่อกระทำจนเห็นรูปแบบแล้วก็สามารถสรุปได้
6. แรงขับ ถ้าผู้แก้ปัญหาไม่สามารถได้ในทันที จะต้องมีความตั้งใจที่สร้างพลังความคิด ได้แก่ ความสนใจ เจตคติที่ดี อึดโน้ทนัย แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์
7. การยืดหยุ่นผู้แก้ปัญหาต้องไม่ยึดติดรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคยควรยอมรับรูปแบบอื่นๆ และวิธีการใหม่ๆ

8. การโยงความคิดการสัมพันธ์ความคิดเป็นเรื่องจำเป็นอย่างยิ่งในการแก้ปัญหา ออสซูเบล (Ausubel.1968 : 538) กล่าวว่า “ ในการแก้ปัญหาโดยทั่วไปนั้นต้องใช้องค์ประกอบหลายอย่าง เช่น สถิติปัญญา และองค์ประกอบทางการคิด เช่น ความยืดหยุ่นทางการคิด การรวบรวมความคิด ความตั้งใจ “

เฟห์ (Fehr. 1972 : 127) ได้กล่าวโดยสรุปว่า สิ่งที่จะต้องใช้ในการแก้ปัญหาวงคณิตศาสตร์ คือ

1. การรู้จักคาดคะเนคำตอบ รู้ประมาณอย่างคร่าวๆจะสามารถหลีกเลี่ยงจากคำตอบที่คลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงมากได้
2. การตีความคำตอบ เป็นสิ่งสำคัญพอๆกับการหาคำตอบ บางครั้งผลการคำนวณที่ถูกต้อง ไม่เพียงพอที่จะตอบคำถามของปัญหา แต่ต้องดูถึงความเป็นไปได้ของปัญหาประกอบด้วย

ไฮเมอร์ และ ทูบลัด (Heimer and Trueblood. 1977 : 30 – 32) ได้กล่าวว่าองค์ประกอบที่สำคัญบางประการที่มีผลต่อความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาวงคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับภาษาหรือคำพูด สรุปได้ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ
2. ความสามารถในการคำนวณ
3. ความสามารถในการรวบรวมความรู้รอบตัว
4. ความสามารถในการรับรู้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้
5. ความสามารถในการให้เหตุผลสำหรับคำตอบที่ตั้งจุดมุ่งหมายไว้
6. ความสามารถในการเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
7. ความสามารถในการค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป
8. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ซาลิวสกี (Zalewski.1978 : 2804 – A) ได้พบว่า องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มี 5 ประการ คือ

1. ความเข้าใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการจัดกระทำ
3. ความเข้าใจในการอ่าน ศัพท์ การตีความจากกราฟและตาราง
4. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
5. มีทักษะในการคำนวณ

ชาร์ลส และ เลสเตอร์ (Charles and Lester. 1982 : 10 – 12) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของการแก้ปัญหา 3 ด้าน คือ

1. ด้านประสบการณ์ ทั้งที่เป็นสิ่งแวดล้อมและประสบการณ์ส่วนตัว
2. ด้านความรู้สึกล
3. ด้านสติปัญญาและความคิด

เฮดเดนส์ และ สเพียร์ (Heddens and Speer. 1992 : 34 – 35) ได้กล่าวถึงความสามารถของบุคคลในการแก้ปัญหาว่าขึ้นอยู่กับหลายองค์ประกอบ ดังนี้

1. รูปแบบการรับรู้
2. ความสามารถภายในตัวบุคคล
3. เทคนิคการประมวลผลข้อมูล
4. พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
5. ความต้องการที่จะหาคำตอบ
6. ความมั่นใจในความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา

บาร์ดูดี (Baroody. 1993 : 2 – 10) กล่าวถึงองค์ประกอบหลักของการแก้ปัญหา 3 ประการ คือ

1. ด้านความรู้ความคิด (Cognitive factor) ประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับมโนคติ และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

2. ด้านความรู้สึก (Affective factor) เป็นแรงขับในการแก้ปัญหาที่มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่น ความตั้งใจ ความพยายามและความเชื่อของนักเรียน

3. ด้านการสังเคราะห์ความคิด (Metacognitive factor) เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา

ครูลิก และ รูดนิค (Krulik and Rudnick. 1993 : 10 – 11) กล่าวว่า สถานการณ์ปัญหานับว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญ ซึ่งความมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. น่าสนใจและท้าทายความสามารถ
2. ต้องคิดวิเคราะห์และทักษะการสังเกต
3. เตรียมโอกาสสำหรับการอภิปรายและมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างกัน
4. มีความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์และการประยุกต์ใช้
5. นำไปสู่หลักการและ / หรือ การกำหนดรูปทั่วไป
6. มีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายและมีผลลัพธ์มีผลลัพธ์ได้หลายอย่าง

คณะอนุกรรมการการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 141 – 142) ได้กล่าวว่าการที่นักเรียนจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ นักเรียนควรได้รับการฝึกฝนให้มีความรู้ความสามารถพื้นฐานดังต่อไปนี้

1. มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา มีความเข้าใจ มีมโนคติ และทักษะในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นๆ

2. มีความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ และการขยายความ

3. มีความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องในระหว่างข้อมูลที่มีอยู่หาความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับประสบการณ์เก่า

4. มีความสามารถในการแปลงข้อความเป็นสัญลักษณ์ หรือรูปภาพ

5. มีความสามารถในการจัดระบบข้อมูลจัดลำดับขั้นตอน การวิเคราะห์หารูปแบบ และการหาข้อสรุป

นอกจากความรู้พื้นฐานทั้ง 5 ข้อ ดังกล่าวมาแล้ว ยังมีองค์ประกอบในด้านเจตคติที่จะช่วยเป็นพลังที่สำคัญยิ่งในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องมี คือ

6. ความใส่ใจใคร่รู้ มีความกระตือรือร้น อยากรู้ อยากเห็น

7. มีความศรัทธา มีกำลังใจ และมีความอดทนในการคิดแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 64 – 66) ได้เสนอองค์ประกอบที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 5 ประการ คือ

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

2. ทักษะในการแก้ปัญหา

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล
4. แรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด
5. ความยืดหยุ่น

จากข้อคิดเห็นของนักวิจัยที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า องค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มี 7 ประการ คือ

1. ความรู้ ความสามารถในการเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการอ่าน การแปลความ และการตีความหมาย
3. ความสามารถในการวิเคราะห์และแยกแยะหาความสัมพันธ์
4. ความสามารถในการคำนวณ
5. การมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
6. การมีความเชื่อมั่นในตนเอง
7. สติปัญญาและวุฒิภาวะ

และองค์ประกอบที่สำคัญที่ส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา มี

ดังนี้

1. องค์ประกอบเกี่ยวกับตัวผู้แก้ปัญหา เกี่ยวกับ
 - 1.1 ความรู้ความคิดและประสบการณ์
 - 1.2 ระดับสติปัญญาและความสามารถ
 - 1.3 การรับรู้และการสังเคราะห์ความคิด
 - 1.4 ทักษะและความรู้พื้นฐานต่างๆ
 - 1.5 ความรู้สึก ความต้องการที่จะแก้ปัญหา ความเชื่อ เจตคติต่อการแก้ปัญหา
 - 1.6 ความยืดหยุ่นและความมั่นใจในตนเองต่อความสามารถในการแก้ปัญหา
2. องค์ประกอบเกี่ยวกับสภาพแวดล้อม เกี่ยวกับ
 - 2.1 บรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา
 - 2.2 วิธีการพัฒนาที่ส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหา
 - 2.3 มีเวลาพัฒนาอย่างเพียงพอ และต่อเนื่อง
 - 2.4 สถานการณ์ปัญหาที่นำมาเป็นสื่อในการพัฒนา ต้องน่าสนใจและท้าทาย

1.6 กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ไคลด์ (Clyde. 1967 :109 – 112) ได้แบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้น คือ

- ขั้นที่ 1 เข้าใจปัญหา คือ ความรู้เกี่ยวกับคำศัพท์ต่างๆที่ใช้ในปัญหานั้น
- ขั้นที่ 2 การหาสิ่งที่ต้องการใช้หาคำตอบของปัญหา

ขั้นที่ 3 ดูความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆที่จะให้หาคำตอบ และความสัมพันธ์กับคำตอบ มองเห็นว่าต้องใช้การดำเนินการใด จึงจะได้คำตอบ ขั้นนี้ถือว่าเป็นขั้นให้เหตุผลที่แท้จริง นักเรียนที่จะประสบความสำเร็จในขั้นนี้ต้องมีความสามารถ 3 ประการ คือ

1. มองเห็นเงื่อนไขอย่างชัดเจน
2. การวางแผนแก้ปัญหาและให้เหตุผล
3. ตัดสินคำตอบที่มีเหตุผล หรือสมเหตุสมผลเพียงใด

ขั้นที่ 4 การคำนวณ จะต้องมึทักษะพื้นฐานเป็นอย่างดี

กิลฟอร์ด (Guildford. 1971 : 12) กล่าวว่า การแก้ปัญหา มี 5 ขั้นตอน คือ

1. เตรียมการ คือ ค้นหาว่าปัญหาคืออะไร
2. วิเคราะห์ คือ พิจารณาถึงสาเหตุของปัญหา
3. เสนอทางแก้ คือ การหาวิธีการเหมาะสมกับสาเหตุของปัญหามาแก้ไข
4. ตรวจสอบผล คือ พิจารณาผลลัพธ์ว่าตรงตามที่ต้องการหรือไม่

ถ้าไม่ต้องการหาวิธีอื่นจนกว่าจะได้ผลตามที่ต้องการ

5. นำไปประยุกต์ใช้ คือ นำวิธีแก้ปัญหานั้นที่ได้ผลไปใช้กับปัญหาที่คล้ายกันในโอกาสต่อไป

เวียร์ (Weir. 1974 : 17) ได้เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นระบุปัญหา
2. ขั้นวิเคราะห์ปัญหา
3. ขั้นเสนอวิธีการแก้ปัญหา
4. ขั้นตรวจสอบผลลัพธ์

เลสเตอร์ (Lester.1978) ได้จัดขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้ดังนี้ คือ

1. การรู้ถึงปัญหา จะต้องรู้ว่าปัญหาใดบ้าง
2. ความเข้าใจในปัญหาจะต้องทำความเข้าใจในปัญหานั้นอย่างถ่องแท้
3. การวิเคราะห์เป้าหมาย จะต้องวิเคราะห์ดูว่าเป้าหมายนั้นมีอย่างไร
4. การวางแผนเมื่อทราบเป้าหมายแล้วก็วางแผนออกมาว่าจะทำอย่างไร
4. การนำแผนมาใช้ตามขั้นตอน
5. การดำเนินการ ลงมือดำเนินการตามแผน

6. การประเมินและการแก้ไขปัญหา ลงมือทำให้เสร็จแล้วมีการประเมิน เมื่อมีข้อบกพร่องก็ทำการแก้ไข

แวน ดาเลน (Van Dalen. 1979 : 12 – 13) ได้เสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาที่ปัจจุบันถือว่าเป็นวิธีการแสวงหาความรู้ทางวิทยาศาสตร์ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นปัญหา
2. ขั้นทดสอบสมมุติฐาน
3. ขั้นจำกัดขอบเขตของปัญหา
4. ขั้นอนุมานเหตุผลในการแก้ปัญหา
5. ขั้นเสนอแนะการแก้ปัญหา

ครูลิค และ เรยส์ (Krulik and Reys. 1980) กล่าวถึงขั้นตอนการแก้ไขปัญหาวัดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา พิจารณาว่าอะไรที่ไม่รู้ และสิ่งที่โจทย์บอกมีอะไรบ้าง
2. วางแผนในการแก้ไขปัญหา ต้องหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์บอกกับตัว

ไม่ทราบค่า

3. ดำเนินการตามแผนควรตรวจสอบทีละขั้นตอนว่าถูกต้องหรือไม่อย่าทำข้ามขั้น
4. ขั้นตรวจสอบ ตรวจสอบอีกครั้งว่าใช้ข้อมูลหมดหรือยัง ใช้ได้ดีหรือยัง

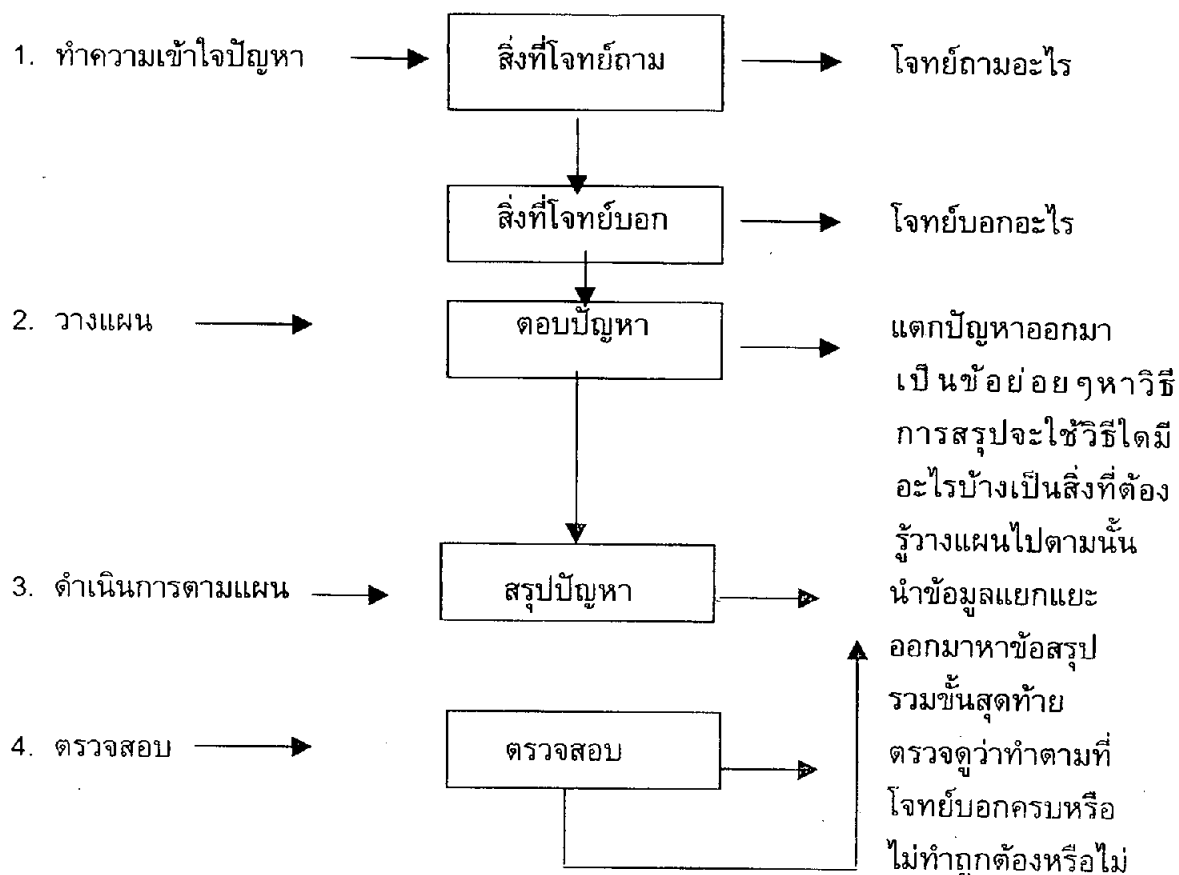
โพลยา (Polya. 1980 : 5 – 40) ได้จัดขั้นตอนการแก้ปัญหาไว้ 4 ประการ คือ

1. ทำความเข้าใจในปัญหา สิ่งแรกที่ต้องทำความเข้าใจ คือ สัญลักษณ์ต่างๆ ในปัญหา ต้องสรุปปัญหาเป็นภาษาของตนเองได้ และสามารถบอกได้ว่าโจทย์ถามหาอะไร

2. วางแผนในการแก้ปัญหา ต้องมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ในปัญหาให้ชัดเจนเสียก่อน สิ่งที่ต้องการหาความสัมพันธ์กับข้อมูลที่ให้มาอย่างไร สิ่งสำคัญที่ต้องทำ คือ นึกบททวนความรู้ที่มีมาว่ามีความรู้ะไรบ้างซึ่งสัมพันธ์กับปัญหา เทคนิคหนึ่งที่จะช่วยได้ คือ การพยายามนึกถึงปัญหาที่เคยแก้มาก่อนซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกัน ในการวางแผนควรวางแผนเป็นขั้นตอน

3. ดำเนินการตามแผน นักเรียนต้องลงมือทำเองตามแผนที่วางไว้ เพื่อที่จะได้คำตอบของปัญหา สิ่งที่จะต้องจำต้องใช้ คือ ทักษะการคำนวณ รู้จักเลือกวิธีการคำนวณที่เหมาะสมมาใช้

4. ขั้นตรวจสอบ เป็นการตรวจวิธีการและคำตอบ เพื่อความแน่ใจว่าถูกต้องสมบูรณ์ โดยดูผลและขบวนการแก้ปัญหา และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าด้วยกัน เพื่อทำความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น



ภาพประกอบ 1 แผนผังของลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาของโพลยา
(Polya. 1980 : 5 – 40)

เบลล์ (Bell. 1981 : 308 - 323) ได้กล่าวถึงลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

- ขั้นที่ 1 แสดงปัญหาในรูปทั่วไป
- ขั้นที่ 2 กล่าวถึงปัญหาอีกครั้งในรูปแบบที่แสดงการแก้ปัญหา
- ขั้นที่ 3 กำหนดสมมุติฐานและวิธีดำเนินการในการแก้ปัญหา
- ขั้นที่ 4 ทดสอบสมมุติฐานและดำเนินการเพื่อแก้ปัญหา

ไบเยอร์ (Beyer. 1985) กล่าวว่า การแก้ปัญหามี 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. ระบุปัญหา (Identify a Problem)
2. วิเคราะห์ปัญหาเพื่อให้เกิดความชัดเจน (Represent the Problem)
2. คิดหายุทธวิธีแก้ปัญหา (Invent a Solution Strategy)
3. แก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีที่เลือก (Carry out the Plan)
4. สรุปผล (Conclude)
5. ตรวจสอบผล (Check the Results)

ดังนี้

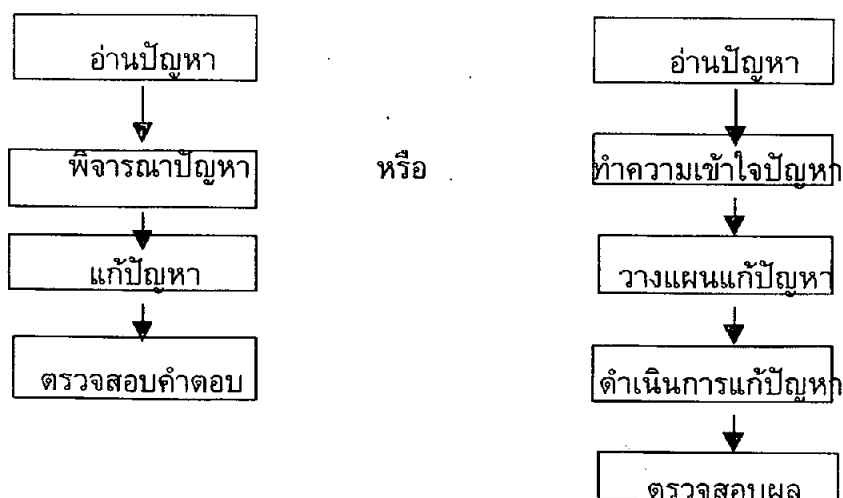
ออสบอร์น (Osborn. 1989 : 1995A) สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์

1. ขั้นค้นหาความจริง (Fact Finding) โดยการใช้คำถาม “ WHO ”
2. ขั้นค้นหาปัญหา (Problem Finding) คือ ระบุนิยามของปัญหา
3. ขั้นค้นหาความคิดในการแก้ปัญหา (Idea Finding) โดยระดมสมองจากสมาชิก
4. ขั้นค้นหาวิธีที่ดีที่สุด (Solution Finding) โดยใช้ตารางประเมินผล
5. ขั้นยอมรับนำไปปฏิบัติ(Acceptance Finding or Implementation)

แบรนส์ฟอร์ด และ สไตน์ (BransFord and Stein. Cited by Bellon and Other. 1992) กล่าวว่า การแก้ปัญหามี 5 ขั้นตอน คือ

1. กำหนดปัญหา (Identify the Problem)
2. นิยามหรือตีความปัญหา (Define the Problem)
3. หาแนวทางหรือยุทธวิธีการแก้ปัญหา (Explore Possible Strategies for Solving Problem
4. ดำเนินการแก้ปัญหาตามยุทธวิธีที่กำหนด (Acts on the Strategies)
5. ตรวจสอบ หรือประเมินการแก้ปัญหา (Look at the Effects of the Efforts)

วิลสัน เฟร์นันเดซ และ ฮาดาเวย์ (Wilson , Fernandez and Hadaway. 1993 : 60 – 62) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหาโดยทั่วไปว่า มักนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นขั้นๆในลักษณะที่เป็นกรอบการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง ดังนี้

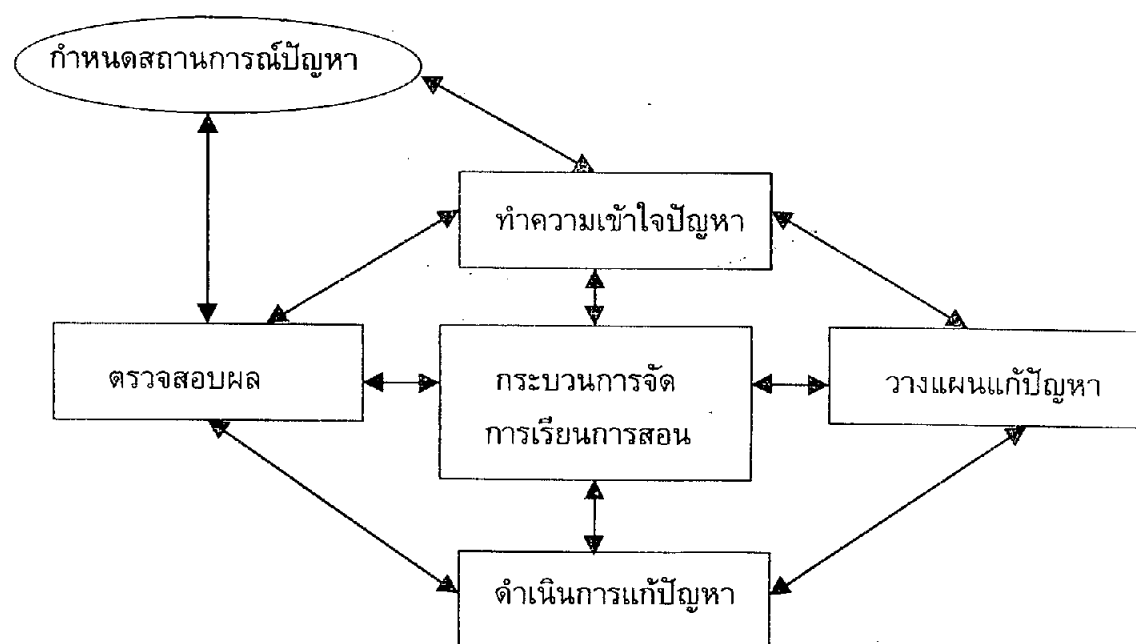


ภาพประกอบ 2 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง
(Wilson , Fernandez and Hadaway. 1993 : 61)

แต่รูปแบบดังกล่าวทำให้ขาดการสืบสวนในการแก้ปัญหา ขาดการช่วยเหลือตนเอง ขาดการวางระบบความคิด และ การวัดผลตนเอง ซึ่งมีข้อบกพร่องดังนี้

1. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการในแนวตรงเสมอ
2. การแก้ปัญหาเป็นดังเช่นชุดของขั้นตอน
3. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ต้องจำต้องฝึกและต้องกระทำซ้ำๆ
4. เป็นการเน้นการได้มาเพียงคำตอบ

จากข้อบกพร่องข้างต้น วิลสัน เฟร์นันเดซ และ ฮาดาเวย์ (Wilson , Fernandez and Hadaway. 1993 : 60 – 62) ได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยาโดยเสนอเป็นกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต(Dynamic) และเป็นวงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 3 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต
(Wilson , Fernandez and Hadaway. 1993 : 62)

อำนวย เลิศขยันดี (2523 : 20) ได้เสนอว่าขั้นตอนของการคิดแก้ปัญหา มีอยู่ 6 ขั้นตอน คือ

1. เมื่อผู้เรียนได้พบกับปัญหาผู้เรียนจะคิดค้นหาสิ่งที่เคยพบเคยเห็นและเกี่ยวข้องกับปัญหา
2. ผู้เรียนจะใช้ผลจากขั้นที่หนึ่งมาสร้างรูปแบบของปัญหาใหม่
4. การจำแนกแยกแยะปัญหา

5. การเลือกใช้ทฤษฎี หลักการ ความคิด และวิธีการที่เหมาะสมกับปัญหา
 6. การใช้ข้อสรุปของวิธีการมาแก้ปัญหาตรวจสอบผลที่ได้รับจากการแก้ปัญหา
- ดุษฎี บริพัตร ณ อยุธยา (2531 : 140 - 142) เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาไว้ 5

ขั้นตอน ดังนี้ คือ

1. ขั้นเก็บข้อมูล เตรียมไว้สำหรับการพิจารณาว่าอะไร คือ ปัญหา
2. ขั้นวิเคราะห์ปัญหา ที่ให้ไว้ในขั้นแรก เพื่อจะได้รู้ว่าอะไรคือ ปัญหาที่แท้จริง
3. ขั้นระดมความคิด เพื่อค้นหาว่ามีวิธีการใดที่จะนำมาใช้แก้ปัญหาได้
4. ขั้นทดสอบ หาหนทางแก้ไข
5. ขั้นยอมรับข้อเสนอนั้น

หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ (2534 : 90) ได้ศึกษากระบวนการแก้ปัญหามาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนการสอน 4 ขั้นตอน คือ

- ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจในปัญหา
- ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา
- ขั้นที่ 3 ดำเนินตามแผน
- ขั้นที่ 4 ตรวจสอบขบวนการและคำตอบ

จากที่นักการศึกษาได้แบ่งขั้นตอนการแก้ปัญหาออกเป็นหลายขั้นตอนนั้นและส่วนใหญ่มักจะแบ่งขั้นตอนออกเป็น 4 ขั้นตอนนั้น พอสรุปได้ว่า ขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวของโพลยา มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา โดยอาศัยทักษะการแปลความหมาย การวิเคราะห์ข้อมูลว่าปัญหาต้องการหาอะไร กำหนดอะไรมาบ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสิ่งที่ไม่เกี่ยวกับปัญหาให้แยกออกจากกัน

2. วางแผนแก้ปัญหา ต้องหาความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ทั้งที่เป็นสิ่งที่กำหนดให้และข้อมูลที่ได้ตามมาจากที่กำหนดให้ หาวิธีการแก้ปัญหาโดยนำกฎเกณฑ์ หลักการ เหตุผล มาประกอบกับข้อมูลแล้วเสนอออกมาในรูปวิธีการ

3. ดำเนินการตามแผน คิดคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้อง ตามแผนที่วางไว้ต้องรู้จักวิธีการคำนวณที่เหมาะสม

4. ตรวจสอบวิธีการและคำตอบ ถ้าไม่พบคำตอบตามเงื่อนไขของปัญหาคงกลับไปวางแผนแก้ปัญหาใหม่ หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้ แต่ไม่สามารถดำเนินการได้ นักเรียนอาจจะกลับไปเริ่มวางแผนใหม่หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่

1.7 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แคโรล และ กรีนส์ (Carroll and Greens. 1972) ได้กล่าวถึงวิธีการในการแก้ปัญหาว่า อาจจะใช้กลวิธีหลายอย่างจึงจะแก้ปัญหาได้ กลวิธีต่าง ๆ มีดังนี้

1. วิธีการคาดคะเนหรือเดา
2. ควรทำให้เป็นอย่างง่าย แล้วค้นหารูปแบบและความสัมพันธ์ เพื่อขยายไปยังเรื่องที่ซับซ้อนต่อไป
3. ใช้การทดลองเพื่อแก้ปัญหา
4. การสร้างแผนภาพ ทำให้เห็นโจทย์เป็นรูปธรรมชัดเจน มองเห็นแนวทางในการคิดได้
5. การทำตารางทำให้เห็นข้อเหมือนหรือแตกต่างได้ชัดเจนนำไปสู่การแก้ปัญหา
6. การเขียนกราฟ ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล

เคนเนดี้ (Kennedy. 1984 : 82 – 83) ได้เสนอยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. การค้นหารูปแบบ (Look for a pattern)
2. การเขียนแผนผังหรือภาพประกอบ (Draw a picture)
3. ทำปัญหาให้ง่ายลง (Make a Simple Problem)
4. สร้างตารางหรือกราฟ (Make a table)
5. การเดาและตรวจสอบ (Guess and check)
6. แจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด (Make an organized list)
7. ใช้หลักเหตุผล (Use Logical Reasoning)
8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ (Work backward)
9. แสดงบทบาทสมมติ (Simulation)
10. แบ่งเป็นปัญหาย่อยๆหรือเปลี่ยนมุมมองปัญหา

แฮทฟิลด์ เอ็ดเวิร์ดส์ และ บิลเทอร์ (Hartfield, Edwards and Bilter. 1993 : 55 – 60) ได้เสนอยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาเช่นเดียวกับของเคนเนดี้ แต่ได้เพิ่มยุทธวิธีอื่นๆอีก เช่น

- การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก
- การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ
- การเทียบเคียงกับปัญหาอื่น
- การเขียนแผนผังขั้นตอนการดำเนินงาน

ในการนำเสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียน สิ่งที่จะต้องตระหนักอยู่เสมอ (Kennedy. 1984 : 82 – 83) คือ

1. ยุทธวิธีทั้งหลายสามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีอยู่อย่างหลากหลาย
2. ยุทธวิธีสามารถประยุกต์ใช้ในแนวทางต่างกัน สำหรับปัญหาที่ต่างกัน
3. การแก้ปัญหาสามารถแก้ได้หลากหลายวิธี ไม่จำเป็นต้องเสมอไปที่จะใช้ยุทธวิธีที่

เฉพาะเจาะจงกับปัญหาที่กำหนด

4. นักเรียนจะไม่บรรลุผลในระดับเดียวกันทั้งหมดในการใช้แต่ละยุทธวิธี

5. กระบวนการเลือกใช้ยุทธวิธีมีความสำคัญพอๆกับความถูกต้องของการแก้ปัญหา เมื่อแก้ปัญหาได้คำตอบไม่ถูกต้อง นักเรียนควรมีโอกาสเลือกและลองใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นๆ

6. นักเรียนทุกคนต้องการโอกาสที่จะเรียนและใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2543 : 10 – 21) ได้กล่าวไว้ว่ายุทธวิธีในการแก้ปัญหา มีดังนี้

1. การหารูปแบบ
2. เขียนแผนผังหรือภาพประกอบ
3. สร้างรูปแบบหรือแบบจำลอง
4. การสร้างตาราง
5. การเดาและตรวจสอบ
6. แจกกรณีที่เป็นไปได้
7. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์
8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ
9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อยๆหรือเปลี่ยนมุมมองของปัญหา

ฉวีวรรณ เศวตมัลย์ (2544 : 55 – 67) ได้กล่าวถึงยุทธวิธีการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

1. การลองผิดลองถูก
2. การใช้อุปกรณ์ ตัวอย่าง หรือ การร่าง
3. การค้นหารูปแบบ
4. การแสดงออกมา
5. การทำรายการ ตาราง หรือแผนภูมิ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544 : 7 – 10) ได้กล่าวถึงยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ
2. ยุทธวิธีเขียนภาพ เขียนแผนภูมิและสร้างแบบจำลอง
3. ยุทธวิธีสร้างตาราง

4. ยุทธวิธีใช้ตัวแปร
5. ยุทธวิธีค้นหารูปแบบ
6. ยุทธวิธีใช้การให้เหตุผลทางตรง
7. ยุทธวิธีย้อนกลับ
8. ยุทธวิธีสร้างปัญหาใหม่ สามารถแยกได้เป็น 3 ลักษณะ คือ
 - 8.1 ยุทธวิธีนี้ถึงปัญหาที่เกี่ยวข้องกัน
 - 8.2 ยุทธวิธีแก้ปัญหายากกว่า
 - 8.3 ยุทธวิธีกำหนดเป้าหมายตรง

1.8 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กาเย่ (Gagne. 1970 : 186 - 187) กล่าวถึงสาระสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. ทักษะทางปัญญา (intellectual skills) หมายถึง ความสามารถในการนำกฎ สูตร ความคิดรวบยอด และ/หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทักษะทางปัญญาจะเป็นความรู้ที่ผู้เรียนเคยเรียนมาก่อน

2. ลักษณะของปัญหา (problem schemata) หมายถึง ข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับสิ่งที่กำหนดให้ได้ ข้อมูลเหล่านี้ได้แก่ คำศัพท์ และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่างๆ

3. การวางแผนหาคำตอบ (planning strategies) หมายถึง ความสามารถในการใช้ทักษะทางปัญญาและลักษณะของปัญหาในการวางแผนแก้ปัญหา การวางแผนหาคำตอบเป็นกลวิธีการคิด (cognitive strategies) อย่างหนึ่ง

4. การตรวจสอบคำตอบ (validating the answer) หมายถึง ความสามารถในการตรวจสอบย้อนเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาตลอดกระบวนการ

ในการสอนคณิตศาสตร์นั้น เมื่อผู้เรียนฝึกทำแบบฝึกหัด ถ้าเป็นเรื่องง่ายและผู้เรียนสามารถทำได้ ก็จะฝึกไปจนเกิดความชำนาญ (skill) และใช้ข้อเท็จจริงหรือหลักการ และความคิดรวบยอดที่ไม่ซับซ้อน อาจจะใช้เพียงข้อเท็จจริงหรือหลักการหรือความคิดรวบยอดเพียงฝึกซ้ำๆจนเกิดทักษะ อย่างไรก็ตามในตัวอย่างแบบฝึกหัดนั้นเมื่อใช้หลายๆข้อเท็จจริง หรือ หลักการ หรือ หลายความคิดรวบยอด นักเรียนก็ไม่สามารถจะทำได้จึงพบ “ ปัญหา ” ว่า จะอย่างไร

เมื่อผู้เรียนพบ “ ปัญหา ” ก็จะเกิดการแก้ปัญหา ก็จะต้องถามต่อไปอีกว่าจะแก้ปัญหาอย่างไร การแก้ปัญหานั้น มี “ กระบวนการแก้ปัญหา ” เมื่อผู้เรียนสามารถดำเนินการตามกระบวนการแก้ปัญหาก็จะแก้ปัญหานั้นได้ เมื่อได้ฝึกการแก้ปัญหาย่อยๆ ก็จะเกิดทักษะการแก้ปัญหา (Problem solving skill)

สิริพร ทิพย์คง (2536 : 157-159) เสนอแนะกิจกรรมเสริมสร้างทักษะการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. เลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียน ซึ่งเป็นโจทย์ที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านี้
2. ทดสอบความรู้พื้นฐานและทบทวนทักษะที่ขาดไปก่อนลงมือสอนการแก้ปัญหา
3. ให้อิสระในการคิดแก่นักเรียน และกระตุ้นให้นักเรียนคิดว่าจะสามารถใช้ความคิดรวบยอด ทักษะและหลักการใดในการแก้ปัญหาโจทย์นั้นๆ
4. สอนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยให้มีแบบฝึกหัดหลายระดับ ทั้ง ยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาเป็นการเสริมกำลังใจให้กับนักเรียน
5. ทดสอบว่านักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหานั้นๆ โดยการถามถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ
6. ฝึกให้นักเรียนรู้จักหาคำตอบโดยการประมาณก่อนการคิดคำนวณ
7. แนะนำให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหาโดยการวาดรูปหรือแผนภาพ
8. ช่วยนักเรียนในการหาข้อมูลจากการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และเทียบเคียงกับโจทย์ที่นักเรียนเคยพบมาก่อน
9. สนับสนุนให้นักเรียนคิดวิธีการแก้ปัญหาโดยวิธีของตนเอง แล้วอภิปรายหาวิธีการที่ถูกต้องเหมาะสม

พรทิพย์ ยาวะประภาษ (2537 : 24) ได้กล่าวว่า ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นครูจำเป็นต้องนำโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ มาใช้เพื่อ

1. สาธิตให้เข้าใจถึงสิ่งจำเป็นในการเรียนคณิตศาสตร์
2. ใช้ในการเริ่มความคิดรวบยอดใหม่ๆ ที่ยังไม่เคยเรียนรู้
3. สรุปหลักการทางคณิตศาสตร์
4. ช่วยให้เกิดความเข้าใจและมองเห็นความสัมพันธ์ ระหว่างการคิดคำนวณวิธีต่าง ๆ
5. ให้มองเห็นปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน
6. เพิ่มพูนประสบการณ์การอ่านของนักเรียนให้ดีขึ้น
7. ทำให้เกิดแรงจูงใจ ความสนใจ และเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

1.9 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

นักการศึกษาได้กล่าวถึงการสอนการแก้ปัญหาไว้ 3 แนวทาง (Schroder and Lester. 1989 : 31 – 33 ; Baroody. 1993 : 2 – 31) ดังนี้

1. การสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนที่เน้นยุทธวิธีการแก้ปัญหาทั่วไป ปกติใช้รูปแบบของโพลยา

2. การสอนการแก้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงและสถานการณ์ที่กำหนด

3. การสอนโดยใช้การแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการประยุกต์ใช้ จะใช้ปัญหาเป็นสื่อในการเรียนรู้แนวคิดใหม่ เชื่อมโยงพัฒนาทักษะและสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาคือความสามารถที่ต้องอาศัยพื้นฐานความรู้ ทักษะและความสามารถหลายด้าน เบลล์ (Bell. 1978 : 311) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคือกิจกรรมที่ดีและเป็นกิจกรรมที่น่าสนใจสำหรับนักเรียน แต่ถ้าการแก้ปัญหามุ่งเน้นที่ความเร็ว ความถูกต้อง รูปแบบ ความเป็นระเบียบและคำตอบที่ถูกต้อง อาจทำให้นักเรียนท้อถอยมีความรู้สึกว่าการแก้ปัญหาคือเรื่องยาก ครูควรให้ออกาสนักเรียนได้คิดอย่างอิสระ ทำให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ และเรียนรู้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ จะช่วยให้เกิดการพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ให้ดีขึ้น

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 66 – 74) ได้เสนอวิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ โดยประยุกต์จากของโพลยา ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา

1.1 การพัฒนาทักษะการอ่าน โดยการวิเคราะห์ความสำคัญ ความเข้าใจในปัญหา เป็นรายบุคคลหรือกลุ่ม

1.2 การใช้กลวิธีเพื่อเพิ่มพูนความเข้าใจ

1.2.1 การเขียน แผนภาพ หรือแบบจำลอง ที่มีความเป็นรูปธรรม

1.2.2 ลดปริมาณที่กำหนดในปัญหาให้น้อยลง เน้นโครงสร้าง

1.2.3 การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา

1.2.4 การเปลี่ยนแปลงสถานการณ์ให้เป็นเรื่องในชีวิตประจำวัน

1.3 การใช้ปัญหาที่ใกล้เคียงกับชีวิตประจำวันมาให้ผู้เรียนฝึกทำความเข้าใจ

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผน

2.1 ไม่บอกวิธีการแก้ปัญหาโดยตรง แต่กระตุ้นให้คำถามนำแล้วให้นักเรียนหาคำตอบเอง จะทำให้เข้าใจยิ่งขึ้น

2.2 ส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดออกมาดังๆ

รวมของปัญหา

2.3 สร้างลักษณะนิสัยของผู้เรียนคิดวางแผนก่อนลงมือทำ ทำให้เห็นภาพ

2.4 จัดปัญหาให้ผู้เรียนฝึกทักษะ ควรเป็นปัญหาที่ท้าทาย ไม่ง่ายหรือยาก

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน

ผู้เรียนต้องตีความ ขยายนำแผนไปปฏิบัติได้

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ

ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็น คือ

4.1 ตั้งแต่เริ่มต้นจนเสร็จกระบวนการ รวมทั้งหายุทธวิธีอื่นในการแก้ปัญหา

4.2 มองไปข้างหน้าเป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหา

4.3 กระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบให้เคยชิน

4.4 ฝึกให้ผู้เรียนคาดคะเนคำตอบ

4.5 ฝึกการตีความหมายของคำตอบ

4.6 สนับสนุนให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดโดยใช้มากกว่า 1 วิธี

4.7 ให้นักเรียนสร้างปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน

1.10 สิ่งที่ควรคำนึงในการแก้ปัญหา

น้อมศรี เดท (2536 : 65 – 72) ได้กล่าวถึงสิ่งที่ควรคำนึงถึงในการแก้ปัญหา

มีดังนี้

1. การวิเคราะห์ปัญหาได้ว่ากำหนดสิ่งใดให้บ้าง ต้องการทราบอะไร
2. เขียนประโยคสัญลักษณ์ได้
3. ใช้สื่อการสอนได้อย่างดี เป็นสิ่งที่เรียนรู้
4. ความสามารถในการอ่าน
5. ทักษะการคำนวณ คือ สามารถ บวก ลบ คูณ หาร ได้ถูกต้อง แม่นยำ รวดเร็ว
6. การประมาณคำตอบ
7. การแก้ปัญหาได้หลายวิธี
8. การเลือกปัญหาที่มีความสำคัญทางคณิตศาสตร์ ใช้สื่อที่เป็นนามธรรม

น่าสนใจ ภาษาเหมาะสม

9. การใช้โจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลไม่ครบ
10. การตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ
11. การอ่านโจทย์ให้ฟัง
12. การพัฒนาทักษะการอ่านโจทย์ปัญหา

กระทรวงศึกษาธิการ (2533 : 11) กล่าวถึงสิ่งที่ครูควรคำนึง มีดังนี้

1. ต้องฝึกทักษะในการคิดคำนวณ
2. ส่งเสริมให้ได้รับความสำเร็จในการแก้ปัญหา
3. โจทย์ปัญหาควรมีลักษณะแตกต่างกัน และสอดคล้องกับชีวิตประจำวัน
4. โจทย์ปัญหาอาจมีวิธีแก้ปัญหาได้หลายวิธี

กรมวิชาการ (2543 : 5 – 8) ได้กล่าวถึงสิ่งที่ควรคำนึงในการแก้ปัญหา มีดังนี้

1. ก่อนที่ครูผู้สอนจะให้นักเรียนเรียนแก้ปัญหา ครูผู้สอนควรให้นักเรียนอ่านสถานการณ์ให้เข้าใจ (สำหรับนักเรียนที่ยังอ่านไม่คล่อง ครูผู้สอนอาจอ่านให้นักเรียนฟัง) แล้วให้นักเรียนพิจารณาว่าสถานการณ์ให้รายละเอียดอะไรบ้าง แล้วจำแนกสถานการณ์ออกเป็น

(1) สิ่งสถานการณ์ให้มา

(2) สิ่งที่ต้องการให้หา

(3) ในสถานการณ์มีการซ่อนเงื่อนไขในการแก้ปัญหาไว้หรือไม่ และนักเรียนสามารถเดาหรือคาดคะเนคำตอบที่เป็นไปได้ ได้หรือไม่

2. วางแผนแก้ปัญหา สถานการณ์ที่กำหนดให้จะมีวิธีแก้ปัญหามากมาย ครูอาจยกตัวอย่างแสดงวิธีการแก้ปัญหาแต่ละวิธีให้นักเรียนดู เพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียน นักเรียนบางคนอาจมีวิธีแก้ปัญหาแตกต่างไปจากที่ครูเสนอแนะก็ได้ ครูไม่ควรยึดติดกับคำตอบเท่านั้น ครูควรดูวิธีการแก้ปัญหานักเรียน ในการสอนทุกครั้งควรมีการสรุป ชี้แนะให้นักเรียนได้พิจารณาวิธีการแก้ปัญหาเพื่อสร้างนิสัยให้นักเรียนคิดวางแผนก่อนลงมือทำ และรู้จักเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่ง่าย สั้น และสะดวกที่สุด

3. แก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ ครูผู้สอนควรให้นักเรียนเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมตามความสามารถของนักเรียนแต่ละคน ครูผู้สอนไม่ควรจะกำหนดว่านักเรียนจะต้องใช้ยุทธวิธีนี้จึงถูกต้องและในบางสถานการณ์อาจใช้หลายยุทธวิธีผสมกันก็ได้ ถ้านักเรียนยังคิดหายุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาไม่ได้ ครูผู้สอนควรให้การเสริมแรงทางบวก เพื่อให้นักเรียนมีกำลังใจในการทำต่อไป

สถานการณ์ที่มีการคิดคำนวณ ถ้านักเรียนวางแผนแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสมชัดเจน ในขั้นลงมือปฏิบัติตามแผนมักจะมีปัญหาอยู่ที่การคิดคำนวณนั้น ซึ่งถ้านักเรียนได้รับการฝึกทักษะมาอย่างพอเพียง ก็จะไม่มีความยุ่งยากสำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบายการให้เหตุผล ครูสามารถสร้างกิจกรรมเพื่อปลูกฝังและฝึกฝนการใช้ความคิด ในการให้เหตุผลของนักเรียน เช่น การสร้างโจทย์ หรือสถานการณ์ที่ต้องการตัดสินใจ ต้องการคำอธิบาย นอกเหนือไปจากโจทย์ปัญหาที่มีคำตอบเป็นปริมาณ

ครูควรฝึกให้นักเรียนตรวจสอบการวางแผนก่อนที่จะลงมือทำตามแผนโดยพิจารณาความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้ว่าเหมาะสมกับการแก้ปัญหาหรือไม่

ไม่ ปัญหาบางปัญหาในชีวิตจริงไม่สามารถนำวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้โดยตรง ครูควรฝึกให้นักเรียนพิจารณาและปรับปรุงวิธีการให้เหมาะสม

4.ตรวจสอบครูผู้สอนส่วนใหญ่จะมองข้ามความสำคัญของการตรวจสอบเนื่องจากการจัดการเรียนการสอนในปัจจุบันมักให้ความสำคัญของคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าการคำนึงถึงกระบวนการในการคิด จึงมีแนวโน้มว่าครูผู้สอนจะหยุดทำการสอนทันทีเมื่อนักเรียนได้ผลลัพธ์แล้ว ครูผู้สอนไม่ควรปล่อยให้สภาพการจัดการเรียนการสอนมีลักษณะดังที่กล่าวนี้ แต่ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มองย้อนกลับไปทบทวนและตรวจสอบขั้นตอนต่างๆ ที่ผ่านมาแล้ว โดยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และพิจารณาว่าน่าจะมีคำตอบอื่น หรือวิธีการคิดอย่างอื่นอีกหรือไม่ โดยครูผู้สอนอาจใช้คำถามเพื่อช่วยให้นักเรียนมองย้อนกลับ หรือตรวจสอบขั้นตอนต่างๆ ในลักษณะต่อไปนี้ เช่น

- วิธีการที่ใช้แก้โจทย์ปัญหาสมเหตุสมผลหรือไม่
- ใช้ข้อมูลทั้งหมดที่โจทย์อ้างถึงครบหรือไม่
- สามารถพิสูจน์ผลลัพธ์ที่ได้ว่า เป็นความจริงหรือไม่
- มีส่วนใดในวิธีการของนักเรียนที่น่าจะปรับให้ง่ายขึ้นบ้าง
- สามารถใช้วิธีการอื่นในการแก้โจทย์ปัญหาข้อเดิมนี้ได้อีกหรือไม่
- วิธีการที่นักเรียนใช้จะสามารถนำไปใช้แก้ปัญห่อื่นๆ ได้บ้างหรือไม่

หลังจากที่ครูให้นักเรียนแก้สถานการณ์ต่างๆ แล้วอาจจะมีการฝึกทักษะในการแก้ปัญหา (มีตัวอย่างให้ในบางสถานการณ์) หรือฝึกการสร้างโจทย์ปัญหา โดยอาศัยสถานการณ์จากสภาพแวดล้อม จากกิจกรรมต่างๆในชีวิตจริง รวมทั้งดัดแปลงจากปัญหาเดิม เพื่อฝึกการมองไปข้างหน้า ความเคยชินจากกระบวนการเหล่านี้ จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่มีความสามารถต่อไป

1.11การจัดบรรยากาศในห้องเรียนที่ส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

คณะกรรมการการศึกษาแห่งรัฐแคลิฟอร์เนีย (California State Department of Education. 1985 : 14) ได้ให้ข้อเสนอแนะสำหรับครูในการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ดังนี้ .

1. ระบุพฤติกรรมในการแก้ปัญหาที่ชัดเจน
2. จัดบรรยากาศในชั้นเรียนให้นักเรียนได้คิดแก้ปัญหาเสมอ
3. ให้โอกาสนักเรียนได้อธิบายแนวคิดแต่ละขั้นตอนแก้ปัญหา
4. มีความเข้าใจว่าแต่ละปัญหามีวิธีแก้หลายวิธี
5. นำเสนอปัญหาที่สัมพันธ์กับชีวิตจริง

สมาคมครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1991 : 57) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมที่จะเอื้อให้เกิดการพัฒนาความสามารถของผู้เรียนไว้ดังนี้

1. เป็นบรรยากาศที่ยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิด วิธีการคิดและความรู้สึกของนักเรียน
2. ใช้เวลาในการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์
3. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ทำงานทั้งส่วนบุคคลและร่วมมือกัน
4. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ลองใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหา และสร้างข้อคาดเดา

5. ให้นักเรียนได้ให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

เรย์ช ชุยดัม และ ลินด์ควิสท์ (Reys , Suydum and Lindquist. 1992 : 30) กล่าวไว้ว่า เวลานั้นว่าเป็นสิ่งสำคัญในการแก้ปัญหา นักเรียนต้องมีเวลาพอในการทำความเข้าใจปัญหา

กอนซาเลส (Gonzales. 1994 : 74) ได้ให้ความคิดเห็นว่า บรรยากาศที่ส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาต้องทำให้นักเรียนรู้สึกสะดวกสบายในการแสดงความคิดเห็นไม่เขັมงวด เอาจริงเอาจังจนเกิดความตึงเครียด มีความรู้สึกเป็นอิสระ ส่งเสริมให้มีการสำรวจ

1.12 ประโยชน์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สุวัฒน์ มุทขเมธา (2522 : 42 – 45) เสาวนีย์ สิกขาบัณฑิต (2528 : 38 – 40) ประภัสสร วงศ์วรรณ (2531 : 56) และบุญทัน อยู่ชุ่มบุญ (2533 : 223) กล่าวว่า ประโยชน์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ส่งเสริมทักษะทางด้านคณิตศาสตร์ให้กับเด็กโดยตรง คือ ให้เรียนจากการสังเกต เพื่อให้ได้มาซึ่งปัญหา
2. ทำให้นักเรียนเกิดความสนใจและตั้งใจเรียน เห็นประโยชน์ของการเรียนรู้
3. ส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหา
4. ส่งเสริมให้เกิดวินัยและความรับผิดชอบในตนเอง และทำงานเป็นกลุ่ม
5. ส่งเสริมความเป็นประชาธิปไตยในเด็กเพื่อช่วยพัฒนาเจตคติของเด็ก
6. นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ได้
7. สร้างความมั่นใจในความสามารถของตนเอง ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น
8. มีความเข้าใจและจำบทเรียนได้ดี
9. ทำให้ผู้เรียนไม่เป็นคนเขื่อง่าย มีเหตุผลก่อนตัดสินใจ
10. ครูสร้างความสนใจให้เด็กเกิดความอยากเรียนขึ้นเอง

สมเดช บุญประจักษ์ (2543 : 27 – 28) กล่าวถึงประโยชน์ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. นักเรียนได้ใช้ภาษาของตนเองแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ก่อนที่จะปรับปรุงไปสู่ภาษาทางเทคนิคที่ใช้ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์
 2. นักเรียนได้ทำงานร่วมกัน เป็นการสนับสนุนให้นักเรียนได้มีโอกาสอภิปรายปัญหา คำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนได้ขยายการรับรู้ทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้แต่ละคนได้ปรับปรุงและเสริมให้เกิดความเข้าใจมากขึ้น
 3. ทำให้นักเรียนได้รู้จักเลือกสถานการณ์ที่เหมาะสมในการวางแผนพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
 4. สร้างประสบการณ์การเรียนรู้ให้เกิดขึ้นกับนักเรียนโดยที่สถานการณ์ปัญหาจะต้องแบ่งปัญหาที่ซับซ้อนออกเป็นปัญหาย่อยๆแล้วนำไปสู่คำตอบของปัญหา
- จากที่กล่าวมาถึงประโยชน์ของการแก้ปัญหาที่สำคัญ คือ ทำให้นักเรียนได้ฝึกคิดและรู้จักวางแผนโดยใช้เหตุผลและทำตามระเบียบวิธีเป็นลำดับขั้นตอนอย่างถูกต้องและเหมาะสม ทำให้นักเรียนมีประสบการณ์ในอันที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

1.13 อุปสรรคของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

บรูคเนอร์ และ กรอสนิคเกิล (Brueckner and Grossnickle. 1957 : 30 – 31) ได้อธิบายถึงอุปสรรคของการแก้ปัญหาของนักเรียน ดังนี้

1. ไม่เข้าใจปัญหาทั้งหมดหรือบางส่วน
2. มีความบกพร่องในการอ่านและทำความเข้าใจ
3. ไม่สามารถคิดคำนวณได้
4. ขาดความเข้าใจในกระบวนการ และวิธีการ
5. ขาดความรู้ในเรื่องความสำคัญ กฎเกณฑ์ สูตร
6. มีความสะเพร่า

วิลสัน เฟร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (Wilson,Fernandez and Hadaway.1993 : 60– 62) กล่าวถึง อุปสรรคของการแก้ปัญหา ดังนี้

1. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาคือกระบวนการในแนวตรงเสมอ
2. การแก้ปัญหาคือเป็นดังเช่นชุดของขั้นตอน
3. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาคือกระบวนการที่ต้องจำ ต้องฝึก และต้องทำซ้ำ
4. เป็นการเน้นการได้มาเพียงคำตอบ

สิริพร ทิพย์คง (2537 : 60 – 62) ได้กล่าวถึงอุปสรรคในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาแล้วไม่เข้าใจ
2. นักเรียนไม่สามารถแสดงวิธีการคิดคำนวณ

3. นักเรียนขาดความรอบคอบในการอ่านโจทย์ปัญหาและการคิด
4. นักเรียนขาดความเข้าใจในกระบวนการทำและการคิด
5. นักเรียนขาดความชัดเจนในการเขียนคำอธิบาย
6. นักเรียนขาดความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่เกี่ยวกับโจทย์
7. นักเรียนขาดความสนใจในโจทย์ปัญหา ไม่มีแรงจูงใจ
8. นักเรียนขาดความสามารถในการวิเคราะห์ให้เห็นความแตกต่างของสิ่งที่สัมพันธ์กับโจทย์ปัญหา
9. นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานที่จะใช้ในการแก้โจทย์ปัญหานั้น
10. นักเรียนขาดการฝึกฝนในการทำแบบฝึกหัดที่เกี่ยวกับโจทย์ปัญหา

สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2540 : 12) ได้กล่าวถึงความยุ่งยากที่นักเรียนต้องประสบ ดังนี้

1. ไม่อ่านปัญหาให้เพียงพอที่จะตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูล
2. ไม่สามารถตัดสินใจได้ว่าข้อมูลที่เกี่ยวข้องในปัญหานั้นๆ คืออะไร
3. ให้ความสนใจกับข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกันกับปัญหา
4. ให้ความสนใจเฉพาะจำนวนหรือปริมาณของปัญหาไม่ให้ความสนใจในเนื้อหา
5. ให้ความสนใจเพียงคำหรือสองคำในปัญหานั้นๆ

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ปัญหาที่ประสบกันมากในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้เนื่องจากนักเรียนขาดความรอบคอบในการอ่านโจทย์ปัญหา การคิดวิเคราะห์ และ การฝึกฝนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1.14 ข้อดี และ ข้อเสียของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จำรัส น้อยแสงสี (2520 : 60) ได้กล่าวถึงข้อดีและข้อเสียของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า

ข้อดี คือ ทำให้นักเรียนมีพฤติกรรมในการเรียนการสอนหลายอย่าง เช่น รู้จักตั้งสมมุติฐาน รู้จักพิสูจน์ให้เหตุผลและสรุปผลพร้อมจะนำไปใช้ ฯลฯ ซึ่งพฤติกรรมเหล่านี้นักเรียนไม่เพียงแต่นั่งฟังครูสาธิต นักเรียนเองอาจจะต้องแสดงพฤติกรรมนั้นๆเอง ทำให้มีความสุขสนุกสนานเพลิดเพลิน

ข้อเสีย คือ ต้องใช้เวลานาน ต้องมีการเตรียมตัวล่วงหน้า เช่น เตรียมอุปกรณ์การสอน ค้นคว้าอ่านหนังสือเพิ่มเติม ซึ่งบางโรงเรียนมีสิ่งเหล่านี้ไม่เพียงพอกับความต้องการ

สมเดช บุญประจักษ์ (2543 : 27 – 29) กล่าวถึงข้อดีและข้อเสียของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า

ข้อดี คือ สามารถช่วยพัฒนาพฤติกรรมการแก้ปัญหของแต่ละบุคคลได้ ฝึกให้นักเรียนได้รู้จักการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ทำให้ช่วย

พัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน และช่วยฝึกให้นักเรียนเป็นคนที่มีเหตุผลการหาคำตอบของปัญหา คิดเอง ทำเอง แก้ปัญหาเองทำให้มีความสุขและสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น

ข้อเสีย คือ โจทย์ที่ยาวมากและต้องคิดสลับซับซ้อนจะทำให้นักเรียนไม่ยากที่จะคิดหาคำตอบหรือแก้ปัญหา นักเรียนบางคนไม่ชอบที่จะฝึกคิดแก้ปัญหาด้วยตนเองเพราะต้องใช้เวลานานซึ่งส่วนใหญ่จะใช้วิธีลอกคนอื่นดีกว่า

จากข้อดีข้อเสียต่าง ๆ นั้นจะเห็นได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะทำให้นักเรียนมีการพัฒนาในหลายๆด้าน เช่น ด้านการคิด การให้เหตุผล การวางแผน การทำงานร่วมกัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน แต่ก็ยังมีข้อเสีย คือ นักเรียนไม่ชอบแก้ปัญหาที่ยากยาวและสลับซับซ้อนมากๆ จึงเป็นหน้าที่ของครูที่ต้องแสวงหาแนวทางเพื่อปรับปรุงแก้ไขพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

1.15 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

สโตนวอเตอร์ (Stonewater. 1956 : 2602 – 2603 – A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหากับความถนัดทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาที่เรียนเทอมแรกของคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมิชิแกน จำนวน 27 คน เมื่อวิเคราะห์ผลโดยการหาค่าสหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน ผลปรากฏว่าความสามารถในการแก้ปัญหากับความถนัดทางคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์ทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

จอห์น (John. 1966 : 994 – 995 - A) ได้ศึกษาผลการเรียนของนักเรียนวิทยาศาสตร์เกรด 8 จากการใช้วิธีการสอนสองวิธีโดยแบ่งเป็นสองกลุ่ม กลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบบรรยายและแบบสาธิตให้มีส่วนร่วมในการทดลอง และทำการบ้านตามที่ครูกำหนดให้ กลุ่มทดลองให้เรียนโดยวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองมีแต่เพียงเอกสารแนะแนวทางนำกิจกรรมที่นักเรียนจะเลือกนำไปปฏิบัติอันก่อให้เกิดความรู้ ข้อเท็จจริง และมีโนภาพด้วยตนเอง ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มทดลองคิดหาเหตุผลแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

มาฮัน (Mahun. 1970 : 309 – 316) ได้ศึกษาผลการสอนของครูสองแบบ คือการสอนแบบบรรยายประกอบอภิปราย และวิธีสอนแบบแก้ปัญหา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 9 จำนวน 4 ห้องเรียน เป็นชาย 48 คน หญิง 21 คน ใช้เกณฑ์ในการคัดเลือก คือระดับสติปัญญา คุณสมบัติของผู้สอนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์อยู่ในระดับใกล้เคียงกัน ใช้เวลาทดลองหนึ่งปี ทำการทดลองความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ ผลก็คือ เด็กชายที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีกว่าเด็กชายที่ได้รับการสอนแบบบรรยายประกอบอภิปราย ส่วนในเด็กหญิงไม่พบความแตกต่าง

เว็บ (Webb. 1975 : 2689 – A) ได้ทำการวิจัยเรื่องการสำรวจกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 40 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถทางความรู้ ความจำ ซึ่งได้แก่ ภาษา แบบการคิด มิติสัมพันธ์ เหตุผลและการแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับสูง

คลาร์คสัน (Clarkson. 1979 : 4101 – A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทักษะการแปลความหมายโจทย์คณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ทำการทดสอบความสามารถในการแปลโจทย์ปัญหาสามแบบ คือ สัญลักษณ์ที่เป็นภาษา สัญลักษณ์ที่เป็นสัญลักษณ์ และ สัญลักษณ์ที่เป็นรูปภาพ พบว่า การแปลความหมายโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสามแบบมีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหา และคนที่มีความสามารถในการแปลความหมายต่างกันจะมีความสามารถในการแก้ปัญหแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และทักษะการแปลความหมายโจทย์เป็นองค์ประกอบที่สำคัญอย่างหนึ่งในการแก้ปัญหา

มูราสกี (Muraski. 1979 : 4104 – A) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้ปัญหากับนักเรียนเกรด 6 พบว่ากลุ่มนักเรียนที่ได้รับการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์จะมีความสามารถในการแก้ปัญหามากกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พุท (Putt. 1979 : 5382 – A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับปัจจัยที่มีผลต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เมื่อมีกระบวนการแก้ปัญหาต่างกัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 5 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนแรกได้รับการสอนกลวิธีในการแก้ปัญหา ห้องเรียนที่สองให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ตรงจากการแก้ปัญหา ที่ไม่ได้รับการสอนในห้องเรียน ใช้เวลาทำการทดลอง 4 สัปดาห์ แล้ววัดผลในการแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า การแก้ปัญหทั้งสองแบบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกัน

ฮอปคินส์ (Hopkins.1985: 2790) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษารูปแบบของห้องเรียนที่ส่งผลต่อทักษะการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบของห้องเรียนที่ส่งผลต่อทักษะการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนจะต้องเป็นห้องเรียนที่มีข่าวสารน่าสนใจ นักเรียนได้อ่านและวิเคราะห์ข่าวอยู่เสมอ มีภาพอุปกรณ์หรือสัญลักษณ์ ที่เคยกล่าวจากข่าวสารนั้นๆ และนักเรียนมีโอกาสแสดงความคิดเห็นของตนเองอย่างอิสระ เมื่อได้พบเห็นสิ่งเหล่านั้น จึงส่งผลต่อทักษะการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน

ฮาร์ท (Hart. 1993 : 169 – 170) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการแก้ปัญหา โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือในกลุ่มย่อย พบว่าองค์ประกอบที่ช่วยให้ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ดี 3 ประการ คือ

1. ความร่วมมือกันในกลุ่ม
2. ความช่วยเหลือกันในกลุ่ม
3. ปทัสถานทางสังคมในกลุ่มย่อย

นอกจากนี้ ฮาร์ท พบว่าองค์ประกอบที่ขัดขวางพฤติกรรมในการแก้ปัญหา 4

ประการ คือ

1. ขาดประสบการณ์ในการแก้ปัญหา
2. มีข้อจำกัดเกี่ยวกับการแก้ปัญหา
3. ขาดการติดตามหรือวางระบบความคิด
4. เชื่อว่าจะไม่สามารถประสบผลสำเร็จ

เรโนลด์ (Reynolds. 1993 : 1274 – A) ได้ศึกษาถึงจินตนาการของนักเรียนเกรด 4 และ 5 กับกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ พบว่า จินตนาการในการทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นหัวใจของการทำความเข้าใจและการแก้ปัญหา

กูยา (Gooya. 1994 : 2865 – A) ได้ศึกษาถึงความเข้าใจในคณิตศาสตร์และความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหา จากการสอนที่เน้นการสังเคราะห์ความคิด (Metacognition based teaching) และการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหากับนักศึกษาระดับปริญญาตรีที่ไม่ใช่สายวิทยาศาสตร์ โดยจัดกิจกรรมในการเรียนเป็น 3 ลักษณะ คือ การเขียนสรุป การใช้กลุ่มย่อยและการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น ซึ่งการเขียนสรุปเป็นช่องทางการสื่อสารระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน การเขียนสรุปช่วยให้ผู้เรียนเกิดความชัดเจนในแนวคิดสำหรับกลุ่มย่อย นักเรียนได้เรียนรู้และติดตามการทำงานของกลุ่ม ได้อภิปรายปัญหากับคนอื่น ๆ และทำงานร่วมกันทำให้เกิดการตัดสินใจที่เหมาะสมการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นทำให้นักเรียนได้พบจุดอ่อนและจุดเด่นของตนเอง การอภิปรายยังช่วยให้นักเรียนได้พิจารณาและตัดสินใจได้ดีขึ้น จากการศึกษาพบว่า การใช้สื่อเสริมและนวัตกรรมต่างๆทำให้นักเรียนเข้าใจถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่างไปจากเดิม ที่เข้าใจว่าเป็นการประยุกต์ใช้กฎ หรือสูตรต่างๆ มาเป็นกระบวนการทำความเข้าใจและการสร้างความรู้ใหม่

เทลเลอร์ (Taylor. 1994 : 633) ได้ศึกษาถึงความเข้าใจในโมเดลและการใช้ยุทธวิธีการสังเคราะห์ความคิด (Metacognition strategies) ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนรู้ที่เป็นการช่วยเหลือกันเชิงสังคม (Socially assisted learning) กับนักเรียนเกรด 4 จำนวน 36 คน โดยกิจกรรมของกลุ่มทดลองที่หนึ่งให้เรียนรู้ที่เป็นการช่วยเหลือกันเชิงสังคม กลุ่มทดลองสองให้เป็นการเรียนแบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD ส่วนกลุ่มที่สามเป็นกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติในแต่ละกลุ่มย่อยของทั้งสามกลุ่ม ประกอบด้วยนักเรียนที่มีความสามารถคละกันกลุ่มละ 4 คน ผลการทดลองพบว่า คะแนนจากการสอบของกลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่มสูงกว่า กลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองที่หนึ่งได้คะแนนการสอบวัดการประยุกต์ใช้ความรู้และการยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาสูงกว่ากลุ่มทดลองที่สอง นอกจากนี้ยังพบว่ากลุ่มที่เป็นการช่วยเหลือ

กันเชิงสังคมมีการวางแผนการแก้ปัญหา และแสดงการได้คำตอบของปัญหาได้ชัดเจนกว่ากลุ่มที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD

ทูกอร์ (Tougaw. 1994 : 2934 – A) ได้ศึกษาถึงผลที่เกิดขึ้นจากการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาที่เป็นแบบเปิดกว้าง (Open approach) ในการสอนคณิตศาสตร์ โดยศึกษาถึงพฤติกรรมในการแก้ปัญหาและเจตคติที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา โดยการแก้ปัญหาแบบเปิดกว้าง หมายถึง การสร้างข้อคาดเดา การสืบค้น การค้นพบ การอภิปราย การพิสูจน์ และการหารูปแบบทั่วไป ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นักเรียนต้องใช้ความรู้ ทักษะ กระบวนการคิดและเจตคติทางบวกเป็นพื้นฐาน ผลการทดลองพบว่านักเรียนที่ผ่านการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาแบบเปิดกว้าง มีเจตคติทางบวกต่อการเรียนและเพศไม่มีความแตกต่างต่อพฤติกรรมในการแก้ปัญหา

งานวิจัยในประเทศ

วรรณดี วรรณศิลป์ (2523 : 62) ได้วิจัยความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหามีความสัมพันธ์ในทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง และนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จรรยา ภูอุดม (2524 : 48 - 54) ได้วิจัยความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามการประเมินครูของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหามีความสัมพันธ์ในทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยทุกวิชาอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนหญิงมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนชาย

อนันต์ จันทร์ทวี (2525 : 1 – 37) ได้ศึกษาแนวคิดแก้ปัญหากับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้แบบทดสอบวัดพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหออกเป็น 4 ด้าน คือ ความรู้ความจำเกี่ยวกับการคำนวณ ความเข้าใจการนำไปใช้ การวิเคราะห์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 225 คน ผลคือ

1. นักเรียนชายเลือกใช้แนวความคิดแก้ปัญหาด้านการวิเคราะห์ที่สูงที่สุดส่วนนักเรียนหญิงเลือกใช้ด้านความรู้ความจำสูงที่สุด และทั้งสองเพศเลือกใช้แนวความคิดแก้ปัญหาด้านการนำไปใช้ต่ำสุด

2. นักเรียนชายและหญิงมีแนวคิดแก้ปัญหาด้านความรู้ความจำ ความเข้าใจการนำไปใช้ ไม่แตกต่างกัน ส่วนด้านวิเคราะห์นั้น นักเรียนชายเลือกมากกว่านักเรียนหญิง

จันทร์เพ็ญ ธนาศุภกรกุล (2526 : 63 – 65) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความคิดสร้างสรรค์ เจตคติต่อคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กันทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

กมล ชื่นทองคำ (2527 : 48 - 54) ได้วิจัยความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านมิติสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา ปีที่ 4 พบว่า ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา มีความสัมพันธ์ในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พรทิพย์ พรหมสาขา ณ สกลนคร (2527 : 61 – 63) ได้ทำการวิจัยถึงผลการสอนที่มีต่อนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดอุดรธานี พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนทั้ง 3 วิธี คือ การสอนแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามคู่มือครู การสอนการแปลความหมายโจทย์ และแก้ปัญหาโดยใช้ตารางวิเคราะห์ และการสอนที่เน้นทักษะการแปลความหมายและการแก้ปัญหาอิสระมีความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

คนธรส (2539 : 45 – 48) ได้ศึกษาการพัฒนาหรือรูปแบบการสอนแบบกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก ลบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนโครงการนำร่องศูนย์พัฒนาอัจฉริยะภาพเด็กและเยาวชน ผลการวิจัย พบว่า รูปแบบการสอนกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากคะแนนการทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน และคะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์สูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ 80 / 80

วิโชติ พงษ์ศิริ (2540 : 68 - 74) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิซึมด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครูพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการใช้กิจกรรมคอนสตรัคติวิซึม กับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วิมล พงษ์ปาลิต (2541 : 1 - 62) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2540 จำนวน 94 คน พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จุฑารัตน์ จันทะนาม (2543 : 66 – 69) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ด้วยตนเองที่ใช้การ์ตูนประกอบสำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่1พบว่า ประสิทธิภาพ ของชุดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองโดยใช้การ์ตูนประกอบ มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80 / 80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหาโดยใช้ชุด การ์ตูนประกอบ กับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ .01

พรรณี เจียมสุบุตร (2543 : 50 – 60) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีจำนวนผู้ตรวจ และ วิธีการตรวจต่างกัน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปี การศึกษา 2542 จำนวน 70 คน พบว่าค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการ แก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการตรวจให้คะแนนด้วยวิธีการวิเคราะห์ แตกต่างกันอย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการ แก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการตรวจให้คะแนนแบบวิธีรวมและวิธีการวิเคราะห์แตกต่าง กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุนันท์ ฉิมวัย (2543 : 54 – 56) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทาง การเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อนันต์ โพธิกุล (2543 : 70 – 82) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทาง การเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการกับการสอนตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ศึกษาเป็น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2542 จำนวน 100 คน พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการ กับการสอน ตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ ความสามารถในการแก้โจทย์ ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากงานวิจัยทั้งต่างประเทศและในประเทศ ที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น พบว่าการเรียนการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น ยังคงเป็นปัญหาที่เกิดขึ้นกับผู้สอนและผู้เรียน ดังนั้น ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้สอน จะต้องรู้จักวิธีในการส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน เพื่อประสิทธิภาพในการเรียนและการทำกิจกรรมต่างๆ ให้บรรลุจุดมุ่งหมายซึ่งผู้วิจัยคิดว่าการใช้

แบบฝึกทักษะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์น่าจะส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาให้ดีขึ้น

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึกทักษะ

2.1 ความหมายของแบบฝึกทักษะ

สกอรัลิ่ง (Schorling. 1963 : 24 – 28) กล่าวว่า การทำแบบฝึกทักษะมีความสำคัญมากต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มีอยู่ 2 ลักษณะ คือ แบบฝึกทักษะเพื่อฝึกฝนทักษะอย่างหนึ่งและแบบฝึกทักษะเพื่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อีกอย่างหนึ่ง ดังนั้นการทำแบบฝึกทักษะจึงช่วยในการสอนคณิตศาสตร์ให้เป็นไปตามความมุ่งหมายที่สำคัญ 2 ประการ คือ การเพิ่มทักษะในการคำนวณและความสามารถในการแก้ปัญหาได้

กู๊ด (Good. 1973 : 224) กล่าวว่า แบบฝึกทักษะ หมายถึง งานหรือการบ้านที่ครูมอบหมายให้นักเรียนทำ เพื่อทบทวนความรู้ที่เรียนไปแล้วและเป็นการฝึกทักษะการใช้กฎหรือสูตรต่างๆที่เรียนไป

สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2540 : 106) กล่าวว่า แบบฝึกทักษะ คือ การจัดประสบการณ์การฝึกหัดเพื่อให้นักเรียนรู้เกิดศึกษาและเรียนรู้ได้ด้วยตนเองและสามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องอย่างหลากหลายและแปลกใหม่

วาสนา สุพัฒน์ (2530 : 11) กล่าวว่า แบบฝึกทักษะ หมายถึง งานหรือกิจกรรมที่ครูมอบหมายให้นักเรียนทำเพื่อทบทวนความรู้ต่างๆที่ได้เรียนไปแล้ว ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเกิดทักษะและเพิ่มทักษะซึ่งสามารถนำไปแก้ปัญหาได้

จากนิยามที่กล่าวมาทั้งหมดนี้ พอสรุปได้ว่า แบบฝึกทักษะ หมายถึง สิ่งที่ผู้สอนมอบหมายให้ผู้เรียนกระทำเพื่อฝึกฝนเนื้อหาต่างๆ ที่ได้เรียนไปแล้วให้เกิดความชำนาญมากขึ้น และให้ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

2.2 หลักการทางจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบฝึกแบบฝึกทักษะ

ริเวอร์ (River. 1968 : 97 – 105) กล่าวถึงลักษณะของแบบฝึกทักษะไว้ดังนี้

1. ต้องมีการฝึกนักเรียนมากพอสมควรในเรื่องหนึ่ง ๆ ก่อนที่จะมีการฝึกเรื่องอื่น ๆ ต่อไป ทั้งนี้ทำขึ้นเพื่อการสอนมิใช่ทำขึ้นเพื่อทำสอบ
2. แต่ละบทควรฝึกโดยใช้แบบประโยคเพียงหนึ่งแบบเท่านั้น
3. ฝึกโครงสร้างใหม่กับสิ่งที่เรียนรู้แล้ว
4. ประโยคที่ฝึกควรเป็นประโยคสั้น ๆ
5. ประโยคและคำศัพท์ควรเป็นแบบที่ใช้พูดกันในชีวิตประจำวันที่นักเรียน

รู้จักดีแล้ว

6. เป็นแบบฝึกทักษะที่นักเรียนใช้ความคิดด้วย
7. แบบฝึกทักษะควมมีหลายๆ เพื่อไม่ให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย
8. ควรฝึกให้นักเรียนสามารถนำสิ่งที่เรียนไปแล้วไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

โรเซนบราวน์ (Rosenbrown. 1969 : 112 - 115) กล่าวว่าในการจัดทำแบบฝึกทักษะนั้น ครูต้องคำนึงถึงความแตกต่างของเด็กส่วนใหญ่ แล้วจัดทำแบบฝึกทักษะไว้ให้มากพอที่เด็กทั้งเก่งและอ่อนจะเลือกทำได้ตามความสามารถ และแบบฝึกทักษะนั้นควรจะมีชัดเจน มีความหมายต่อการนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

รัชนี ศรีไพรวรรณ (2517 : 412 – 413) กล่าวถึงหลักในการจัดทำแบบฝึกทักษะว่า

1. ให้สอดคล้องกับจิตวิทยา และพัฒนาการของเด็ก เป็นไปตามลำดับความยากง่ายเพื่อให้เด็กมีกำลังใจทำ
2. ให้มีจุดมุ่งหมายว่ามุ่งจะฝึกในด้านใด ต้องทำไว้ล่วงหน้าเสมอ
3. ต้องคำนึงถึงความแตกต่างของเด็ก
4. ในแบบฝึกทักษะต้องมีคำชี้แจงง่ายๆ ให้เด็กทำตามคำสั่งได้
5. แบบฝึกทักษะต้องมีความถูกต้อง ครูจะต้องตรวจพิจารณาให้ถี่ถ้วนอย่าให้มีข้อผิดพลาด
6. การให้เด็กทำแบบฝึกทักษะแต่ละครั้งต้องให้เหมาะสมกับเวลาและความสนใจ
7. ควรทำแบบฝึกทักษะหลายๆแบบเพื่อให้เด็กรู้จักกว้างขวางส่งเสริมให้เกิดการคิด

วรนาถ พวงสุวรรณ (2518 : 34 – 37) กล่าวถึงหลักในการสร้างและวางแผนการสร้างแบบฝึกทักษะซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ตั้งวัตถุประสงค์
2. ศึกษาเกี่ยวกับเนื้อหา
3. ขั้นตอนในการสร้างแบบฝึกทักษะ
 - 3.1 ศึกษาปัญหาในการเรียนการสอน
 - 3.2 ศึกษาจิตวิทยาเกี่ยวกับการเรียนการสอนและจิตวิทยาพัฒนาการ
 - 3.3 ศึกษาเนื้อหาวิชา
 - 3.4 ศึกษาลักษณะของแบบฝึกทักษะ
 - 3.5 วางโครงเรื่องและกำหนดรูปแบบของการฝึกให้สัมพันธ์กับโครงเรื่อง
 - 3.6 เลือกเนื้อหาที่เหมาะสมบรรจุในแบบฝึกทักษะให้ครบตามที่กำหนด

สุจิต เพียรชอบ และ สายใจ อินทร์พรรย์ (2522 : 52 – 62) กล่าวว่า การจัดทำแบบฝึกทักษะต้องยึดตามทฤษฎีการเรียนรู้ทางจิตวิทยา ดังนี้

1. กฎการเรียนรู้ของ ธอร์นไคค์ เกี่ยวกับกฎแห่งการฝึกหัด คือ สิ่งใดที่ได้ทำบ่อยๆจะทำได้ดี ถ้านานๆทำทีก็จะเกิดลืมและทำได้ไม่ดี
2. ความแตกต่างระหว่างบุคคล คือ ต้องไม่ยากและไม่ง่ายเกินไป
3. การจูงใจผู้เรียนทำแบบฝึกทักษะจากง่ายไปยากเพื่อดึงดูดความสนใจ
4. ใช้แบบฝึกทักษะสั้นๆเพื่อไม่ให้เบื่อหน่าย

2.3. หลักการสร้างแบบฝึกทักษะ

เพียเจต อังโพร (2529 : 29) ได้กำหนดแนวทางการสร้างไว้ดังนี้

1. ควรสร้างแบบฝึกทักษะให้หลายรูปแบบ
2. คำนึงถึงความยากง่ายของคำที่นำมาฝึก เปลี่ยนรูปแบบบ่อยๆ
3. การฝึกแม้ว่าจะเน้นการคิดคำนวณแต่ก็ควรฝึกทักษะอื่นด้วย
4. เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการสร้างแบบฝึกทักษะ

โรจนา แสงรุ่งรวี (2531 : 20) กล่าวถึง การสร้างแบบฝึกทักษะให้

มีประสิทธิภาพไว้ว่า

1. ครูควรจัดสิ่งแวดล้อมให้สอดคล้องกับจิตวิทยาและพัฒนาการเด็ก
2. มีจุดมุ่งหมายว่าจะฝึกด้านใด ตามลำดับความยากง่าย
3. ความแตกต่างระหว่างบุคคลมีแตกต่างกัน
4. ใช้แบบฝึกง่ายๆสั้นๆ เพื่อให้เด็กเข้าใจง่ายๆไม่เบื่อหน่าย
5. แบบฝึกทักษะ ต้องมีความถูกต้อง อย่ามีข้อผิดพลาด
6. คำนึงถึงเวลาที่เหมาะสมและความสนใจ

2.4 ลักษณะของแบบฝึกทักษะที่ดี

ริเวอร์ (River. 1968 : 97 – 105) กล่าวถึงลักษณะของแบบฝึก

ทักษะไว้ดังนี้

1. ต้องมีการฝึกนักเรียนมากพอในเรื่องหนึ่งๆก่อนจะไปฝึกเรื่องอื่น
2. แต่ละบทควรฝึกโดยใช้แบบฝึกเพียงหนึ่งแบบ
3. ฝึกโครงสร้างใหม่กับสิ่งที่เรียนรู้แล้ว
4. ประโยคที่ฝึกควรสั้นและเข้าใจง่าย
5. โจทย์ควรเป็นสิ่งที่มิในชีวิตประจำวันที่นักเรียนรู้จัก
6. เป็นแบบฝึกทักษะควรมีหลายๆแบบเพื่อไม่ให้นักเรียนเบื่อหน่าย
7. ควรฝึกให้นักเรียนสามารถนำสิ่งที่เรียนไปแล้วไปใช้ในชีวิตประจำวัน

บาร์เน็ต (Barnett. 1969 : 11) กล่าวว่า แบบฝึกทักษะที่ดีควรมี

ข้อเสนอแนะในการใช้คำสั่งหรือตัวอย่างที่ยกมาเป็นข้อความหรือเป็นแบบฝึกทักษะไม่ควรยากเกินไป ถ้าต้องศึกษาด้วยตนเองควรมีหลายรูปแบบ

ศศิธร สุทธิแพทย์ (2517 : 72) ได้ศึกษาพบว่าแบบฝึกทักษะที่นักเรียนสนใจและกระตือรือร้นที่จะทำเป็นแบบฝึกทักษะที่มีลักษณะดังนี้

1. ใช้หลักจิตวิทยา
2. สำนวนภาษาง่าย
3. ให้ความหมายต่อชีวิต
4. คิดได้เร็วและสนุก
5. ปลุกความสนใจ
6. เหมาะกับวัยและความสามารถ
7. อาจศึกษาด้วยตนเองได้

สมชัย ไชยกุล (2526 : 14 – 45) ได้ศึกษาเรื่องการสร้างแบบฝึกทักษะที่ดีไว้ดังนี้

เรียนรู้อะไรบ้าง
เดียว

1. แบบฝึกทักษะควรสร้างขึ้นเพื่อฝึกสิ่งที่จะสอน มิใช่ทดสอบว่านักเรียน
2. แบบฝึกทักษะหนึ่ง ๆ ควรเกี่ยวกับโครงสร้างเฉพาะของสิ่งที่จะสอนเรื่อง
3. สิ่งสำคัญที่จะฝึกควรเป็นสิ่งที่นักเรียนพบเห็นอยู่แล้ว
4. ข้อความที่นำมาฝึกในแต่ละแบบฝึกทักษะไม่ควรให้นักเรียนเกิดความ
5. แบบฝึกทักษะควรเป็นแบบที่กระตุ้นให้เกิดการตอบสนองที่พึง

ยุ่งยากใจ

ปรารถนาเท่านั้น

วิชัย เพ็ชรเรือง (2531 : 77) ได้สรุปหลักในการจัดทำแบบฝึกทักษะว่าควรมีลักษณะ ดังนี้

1. แบบฝึกทักษะต้องมีเอกภาพและความสมบูรณ์ในตัวเอง
2. เกิดจากความต้องการของผู้เรียนและสังคม
3. ครอบคลุมหลายลักษณะวิชาโดยบูรณาการเข้าด้วยกัน
4. ใช้แนวคิดใหม่ในการจัดกิจกรรม
5. สนองความสนใจใคร่รู้และความสามารถของผู้เรียน ให้มีส่วนร่วม

อย่างเต็มที่

6. คำนึงถึงพัฒนาการวุฒิภาวะของผู้เรียน
7. เน้นการแก้ปัญหา
8. ครูและนักเรียนได้มีโอกาสวางแผนงานร่วมกัน
9. แบบฝึกควรเป็นสิ่งที่น่าสนใจ แปลกใหม่

จากที่กล่าวมาจะเห็นว่า แบบฝึกทักษะควรสร้างให้ตรงกับจุดประสงค์ที่ต้องการฝึก มีหลายแบบหลายชนิดให้นักเรียนได้ทำ เพื่อไม่ให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่ายในการเรียน การใช้ถ้อยคำควรเลือกให้เหมาะกับวัยของนักเรียนนอกจากนี้ควรสร้างให้มีลักษณะช่วยท้าทายความรู้ความสามารถของนักเรียน เพื่อฝึกให้นักเรียนรู้จักการแก้ปัญหาและก่อให้เกิดความคิดสร้างสรรค์อีกด้วย

2.5 การหาประสิทธิภาพของแบบฝึกทักษะ

2.5.1 ความจำเป็นที่ต้องทดสอบประสิทธิภาพ

ฉลองชัย สุววัฒนบุรณ (2528 : 213) กล่าวว่า แบบฝึกทักษะที่ผลิตได้นั้นจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องนำไปทดสอบหาประสิทธิภาพเพื่อเป็นหลักประกันได้ว่าเป็นสื่อการสอนที่มีประสิทธิผลในการเรียนการสอน การทดสอบประสิทธิภาพของแบบฝึกทักษะตรงกับภาษาอังกฤษว่า “ Development Testing ” (การตรวจสอบพัฒนาการเพื่อให้งานดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ) หมายถึง การนำแบบฝึกทักษะไปทดลองใช้ (Try Out) เพื่อปรับปรุงแล้วนำไปทดลองสอนจริง (Trial Run) นำผลที่ได้มาปรับปรุงแก้ไขเสร็จแล้วจึงผลิตออกมาเป็นจำนวนมาก

การทดลองใช้ หมายถึง การนำแบบฝึกทักษะที่ผลิตขึ้นเป็นต้นแบบ (Prototype) ไปทดลองใช้ตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ในแต่ละระบบ เพื่อปรับปรุงประสิทธิภาพของแบบฝึกทักษะให้เท่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้

การทดลองสอนจริง หมายถึง การนำแบบฝึกทักษะที่ได้ทดลองใช้และปรับปรุงทุกหน่วยในแต่ละวิชาไปสอนจริง ในชั้นเรียนหรือในสถานการณ์การเรียนที่แท้จริงเป็นเวลา 1 ภาคศึกษาเป็นอย่างน้อย

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2523 : 490 - 491) กล่าวว่าในการผลิตระบบการดำเนินงานทุกประเภทจำเป็นต้องมีการตรวจสอบระบบนั้นเพื่อเป็นประกันว่าจะมีประสิทธิภาพตามที่มุ่งหวัง การทดสอบประสิทธิภาพของแบบฝึกทักษะมีความจำเป็นด้วยเหตุผลหลายประการคือ

1. สำหรับหน่วยงานผลิตแบบฝึกทักษะ เป็นการประกันคุณภาพว่าอยู่ในขั้นสูงเหมาะสมที่จะลงทุนผลิตออกมาเป็นจำนวนมาก

2. สำหรับผู้ใช้แบบฝึกทักษะ แบบฝึกทักษะจะทำหน้าที่สอนโดยที่ช่วยสร้างสภาพการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเปลี่ยนพฤติกรรมตามที่มุ่งหวัง บางครั้งต้องช่วยครูสอน บางครั้งต้องสอนแทนครู (อาทิในโรงเรียนครูคนเดียว) ดังนั้น ก่อนนำแบบฝึกทักษะไปใช้ ครูจึงควรมั่นใจว่าแบบฝึกทักษะนั้นมีประสิทธิภาพในการช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้จริง การทดสอบประสิทธิภาพตามลำดับขั้นจะช่วยให้เราได้แบบฝึกทักษะที่มีคุณค่าทางการสอนจริงตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

3. สำหรับผู้ผลิตชุดแบบฝึกทักษะ การทดสอบประสิทธิภาพจะทำให้ผู้ผลิตมั่นใจได้ว่า เนื้อหาสาระที่บรรจุลงในแบบฝึกทักษะเหมาะสมต่อการเข้าใจ อันจะช่วยให้ผู้ผลิตมีความชำนาญสูงขึ้น เป็นการประหยัดแรงสมอง แรงงาน เวลาและเงินทองในการเตรียมต้นแบบ

2.5.2 วิธีการหาประสิทธิภาพของแบบฝึกทักษะ

ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2523 : 129 – 130) กล่าวถึงการหาประสิทธิภาพของสื่อทำได้ 2 วิธี คือ

1. ประเมินโดยอาศัยเกณฑ์ การประเมินแบบฝึกทักษะนั้น เป็นการตรวจสอบหรือประเมินประสิทธิภาพของแบบฝึกทักษะที่นิยมประเมินจะเป็นชุดแบบฝึกทักษะสำหรับกลุ่มกิจกรรม หรือ แบบฝึกทักษะที่ใช้ในศูนย์การเรียนรู้ โดยใช้เกณฑ์มาตรฐาน 90 / 90 เป็นเกณฑ์การประเมินสำหรับเนื้อหาประเภทความรู้ความจำ และใช้เกณฑ์มาตรฐาน 80 / 80 สำหรับเนื้อหาที่เป็นทักษะ ความหมายของตัวเลขเกณฑ์มาตรฐานดังกล่าว มีความหมายดังนี้
80 ตัวแรก หมายถึง ค่าร้อยละของประสิทธิภาพในด้านกระบวนการของแบบฝึกทักษะ ซึ่งประกอบด้วยผลของการปฏิบัติการกิจต่างๆ เช่น งานและแบบฝึกทักษะของผู้เรียน โดยนำคะแนนที่ได้จากการวัดผลภารกิจทั้งหลาย ทั้งรายบุคคลและรายกลุ่มย่อยทุกชั้นมารวมกัน แล้วคำนวณหาร้อยละเฉลี่ย

80 ตัวหลัง หมายถึง คะแนนจากการทดสอบหลังเรียน (Post – Test) ของผู้เรียนทุกคน นำมาคำนวณหาร้อยละเฉลี่ย ก็จะได้ค่าทั้งสอง เพื่อนำไปเปรียบเทียบกับเกณฑ์มาตรฐานต่อไป

2. ประเมินโดยไม่ต้องตั้งเกณฑ์ไว้ล่วงหน้า เป็นการประเมินประสิทธิภาพของสื่อด้วยการเปรียบเทียบผลการสอบของผู้เรียนภายหลังจากที่เรียนจากสื่อชิ้นนั้นแล้ว (Post – Test) ว่าสูงกว่าผลการสอบก่อนเรียน (Pre – Test) อย่างมีนัยสำคัญหรือไม่ หากผลการเปรียบเทียบพบว่าผู้เรียนได้คะแนนสอบหลังเรียนสูงกว่าคะแนนสอบก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญ ก็แสดงว่า สื่อชิ้นนั้นมีประสิทธิภาพ

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2523 : 494) กล่าวว่า การทดลองหาประสิทธิภาพของสื่อจะต้องนำสื่อไปทดลองใช้ (Try Out) เพื่อปรับปรุงแก้ไขแล้วนำไปทดลองสอนจริง (Trial Run) เพื่อนำผลที่ได้มาปรับปรุงแก้ไขเสร็จแล้วจึงดำเนินการผลิตเป็นจำนวนมากหรือใช้สอนในชั้นเรียนตามปกติได้ การทดสอบมีขั้นตอนดังนี้

1. สำหรับทดลองแบบเดี่ยว (1 : 1) เป็นการทดลอง ครู 1 คน ต่อเด็ก 1 คน ให้ทดลองกับเด็กก่อนเสียก่อน ทำการปรับปรุงแล้วนำไปทดลองกับเด็กปานกลาง และนำไปทดลองกับเด็กเก่ง อย่างไรก็ตามหากเวลาไม่อำนวยและสภาพการณ์ไม่เหมาะสมก็ให้ทดลองกับเด็กอ่อนหรือปานกลาง

2. สำหรับการทดลองแบบกลุ่ม (1 : 10) เป็นการทดลองที่ครู 1 คน ต่อเด็ก 5 - 10 คน โดยให้เด็กคละกันทั้ง เก่ง ปานกลาง อ่อน ห้ามทดลองกับเด็กอ่อน ล้วนหรือเลือกมาทดลองจะต้องมีนักเรียนคละกัน ไม่ควรเลือกห้องเรียนที่มีเด็กเก่งหรืออ่อนล้วน

3. สำหรับการทดลองแบบกลุ่ม (1 : 100) เป็นการทดลองที่ครู 1 คน ต่อเด็ก 30 - 40 คน โดยให้เด็กคละกันทั้ง เก่ง ปานกลาง อ่อน ห้ามทดลองกับเด็กอ่อน ล้วนหรือเลือกมาทดลองจะต้องมีนักเรียนคละกัน ไม่ควรเลือกห้องเรียนที่มีเด็กเก่งหรืออ่อนล้วน

หลังการทดลอง กำหนดหาประสิทธิภาพแล้วปรับปรุงแก้ไข ผลลัพธ์ที่ได้ควรจะใกล้เคียงกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ต่ำกว่าเกณฑ์ได้ไม่เกิน 2.5 %

จากการศึกษาเอกสารเกี่ยวกับการหาประสิทธิภาพสื่อ สรุปได้ว่าการพัฒนาสื่อการเรียนการสอนต้องนำสื่อที่ผลิตไปทดลองหาประสิทธิภาพของสื่อก่อน แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้

2.6 ประโยชน์ของแบบฝึกทักษะ

เพ็ตตี (Petty. 1963 : 469 – 472) ได้กล่าวไว้ดังนี้

1. เป็นส่วนเพิ่มหรือเสริมหนังสือเรียนในการเรียนทักษะเป็นอุปกรณ์ในการสอนที่ช่วยลดภาระของครูได้มาก เพราะจัดขึ้นอย่างเป็นระบบ

2. ช่วยเสริมทักษะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้ดีขึ้น แต่จะต้องอาศัยการส่งเสริมและความเอาใจใส่จากครูผู้สอนด้วย

3. ช่วยในเรื่องความแตกต่างระหว่างบุคคล การให้เด็กทำแบบฝึกทักษะที่เหมาะสมกับความสามารถของเขา จะช่วยให้เด็กประสบผลสำเร็จในด้านจิตใจมากขึ้น

4. แบบฝึกทักษะช่วยเสริมให้ทักษะทางการแก้ปัญหาคงทนโดยกระทำดังนี้

4.1 ฝึกทันทีหลังจากเด็กได้เรียนรู้เรื่องนั้นๆ

4.2 ฝึกซ้ำหลายๆครั้ง

4.3 เน้นเฉพาะเรื่องที่ต้องการฝึก

5. แบบฝึกทักษะจะใช้เป็นเครื่องมือวัดผลการเรียนหลังจากจบบทเรียนในแต่ละครั้ง

6. แบบฝึกทักษะที่จัดทำขึ้นเป็นรูปเล่มที่เด็กสามารถเก็บรักษาไว้ใช้เป็นแนวทางเพื่อทบทวนด้วยตนเองได้ต่อไป

7. แบบฝึกทักษะช่วยให้ครูมองเห็นจุดเด่นหรือปัญหาต่างๆของเด็กได้ชัดเจน ซึ่งจะช่วยให้ครูดำเนินการปรับปรุงแก้ไขปัญหานั้นๆได้ทันทั่วทั้งที่

8. แบบฝึกทักษะที่จัดขึ้นนอกจากที่อยู่ในหนังสือเรียนจะช่วยให้เด็กได้ฝึกฝนได้อย่างเต็มที่

9. แบบฝึกทักษะที่จัดพิมพ์ไว้เรียบร้อยแล้วจะช่วยให้ครูประหยัดทั้งแรงงานและเวลาในการที่ต้องเตรียมสร้างแบบฝึกทักษะอยู่เสมอ ในด้านผู้เรียนก็ไม่ต้องเสียเวลาออกแบบฝึกทักษะจากตำราเรียน ทำให้มีโอกาสดูฝึกฝนทักษะต่าง ๆ มากขึ้น

10. แบบฝึกทักษะช่วยประหยัดค่าใช้จ่าย เพราะการจัดพิมพ์ขึ้นเป็นรูปเล่มที่แน่นอนย่อมลงทุนต่ำกว่าที่จะพิมพ์ลงในกระดาษไขทุกครั้ง และผู้เรียนสามารถบันทึกและมองเห็นความก้าวหน้าของตนเองได้อย่างมีระบบและเป็นระเบียบ

จากเอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึกดังกล่าว สรุปได้ว่า แบบฝึกทักษะเป็นเครื่องมือจำเป็นต่อการฝึกทักษะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และการฝึกแต่ละทักษะนั้นควรมีหลายแบบเพื่อให้นักเรียนจะได้ไม่เบื่อ แบบฝึกทักษะนอกจากจะเป็นเครื่องมือสำคัญต่อการเรียนทักษะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแล้ว ยังมีประโยชน์สำหรับครูในการสอน ทำให้ทราบพัฒนาการทางทักษะนั้นๆ ของเด็ก และเห็นข้อบกพร่องในการเรียน เพื่อจะได้แก้ไขปรับปรุงได้ทันที่ ช่วยให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการเรียนได้ดี

2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึกทักษะ

เนื่องจากผู้วิจัยได้ทำการศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศแล้วไม่มีผู้ทำวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึกทักษะในวิชาคณิตศาสตร์เลย ผู้วิจัยจึงขอนำงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึกทักษะในวิชาภาษาไทยมากล่าวถึงแทน ดังนี้

งานวิจัยในต่างประเทศ

ชเวนดินเจอร์ (Schvendinger. 1977 : 51) ได้ศึกษาผลการเรียนสะกดคำของนักเรียนเกรด 6 จำนวน 503 คน โดยใช้แบบฝึกหัดที่มีรูปภาพเหมือนของจริง แบบเขียนตามคำบอกและแบบทดสอบการเขียนสะกดคำ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกหัดที่มีรูปภาพเหมือนของจริงมีผลสัมฤทธิ์ในการเขียนสะกดคำสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้รูปภาพเหมือนจริง

ลอว์รี่ (Lawrey. 1978 : 817 – A) ได้ศึกษาผลการใช้แบบฝึกหัดกับนักเรียนในระดับที่ 1 ถึงระดับ 3 จำนวน 87 คน ผลการวิจัยพบว่า แบบฝึกหัดเป็นเครื่องมือที่ช่วยนักเรียนในการเรียนรู้โดยนักเรียนที่ได้รับการฝึกโดยใช้แบบฝึกหัด มีคะแนนการทดสอบหลังทำแบบฝึกหัดสูงกว่าคะแนนก่อนทำแบบฝึกหัดนอกจากนี้แบบฝึกหัดช่วยในเรื่องความแตกต่างระหว่างบุคคลเนื่องจากนักเรียนมีความสามารถทางภาษาแตกต่างกัน การนำแบบฝึกหัดมาใช้จึงเป็นการช่วยให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนเพิ่มขึ้น

งานวิจัยในประเทศ

ยุพดี พูลเวชประชาสุข (2525 : 56) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลการเขียนสะกดคำและทัศนคติต่อการเขียนสะกดคำของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้แบบฝึกหัดการเขียนสะกดคำกับการเขียนตามคำบอก ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยการใช้นิยมนิเทศการเขียนสะกดคำ มีผลการเขียนสะกดคำสูงขึ้นกว่านักเรียนที่เรียนโดยการเขียนตามคำบอกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกหัดการเขียนมีทัศนคติต่อการเขียนสะกดคำสูงขึ้นกว่านักเรียนที่เรียนโดยการเขียนตามคำบอกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

มาสวิล รักษ์บ้านเกิด (2526 : 78) ได้ทดลองสอนโดยใช้แบบฝึกการเขียนสะกดคำยากในวิชาภาษาไทยกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้แบบฝึกการเขียนสะกดคำยาก มีผลสัมฤทธิ์ในการสะกดคำยากสูงขึ้นกว่าก่อนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผลสัมฤทธิ์ในการเขียนสะกดคำระหว่างกลุ่มนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้แบบฝึกการเขียนสะกดคำยากกับกลุ่มที่ได้รับการสอนคำตามกิจกรรมใน แผนการสอนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิญา แก้วชื่น (2528 : 40) ได้ศึกษาเปรียบเทียบพัฒนาการทางความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้แบบฝึกเสริมทักษะการคิดที่เป็นการบูรณาการของจริงกับการบูรณาการโครงสร้าง ผลการวิจัยพบว่า พัฒนาการทางความคิดสร้างสรรค์ที่แสดงออกมาโดยใช้ภาษาและรูปภาพของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ของกลุ่มที่ฝึกจากแบบฝึกเสริมทักษะการคิดที่เป็นการบูรณาการโครงสร้างสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นวลใจ หนูมี (2529 : บทคัดย่อ) ได้สร้างแบบฝึกการเขียนสะกดคำยากเพื่อใช้ในการสอนซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนช่องพระนาวิทยา จังหวัดราชบุรี ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนในการเขียนสะกดคำก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ส่วนผลสัมฤทธิ์ของคะแนนในการเขียนสะกดคำยากระหว่างนักเรียนชายและหญิง ไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วลี สุมิพันธ์ (2530 : 68) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการเขียนเรียงความของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนซ่อมเสริมโดยใช้แบบฝึกเสริมทักษะและครูเป็นผู้สอน ผลการวิจัย พบว่า ความสามารถในการเขียนเรียงความของนักเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

โรจนา แสงรุ่งเรือง (2531 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเขียนสะกดคำด้วยการใช้แบบฝึกของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ในการเขียนสะกดคำก่อนและหลังการสอนด้วยการใช้แบบฝึกการเขียนสะกดคำแตกต่างกันในทางที่สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากงานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวกับ แบบฝึกทักษะ สรุปได้ว่า แบบฝึกที่สร้างอย่างมีประสิทธิภาพจะช่วยให้นักเรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ทั้งทางด้านการฟัง การอ่าน การพูด และการเขียนสูงขึ้น ดังนั้นแบบฝึกทักษะที่สร้างขึ้นอย่างเหมาะสมน่าจะช่วยให้นักเรียนมีประสิทธิภาพทางการเรียนสูงขึ้นด้วย และ เป็นแนวทางสำหรับครูที่สนใจจะสร้างแบบฝึกทักษะขึ้นใช้เองภายในโรงเรียนและเพื่อประโยชน์ของการศึกษาของชาติ

บทที่ 3

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาวิจัยตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง
3. ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง
4. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
5. แบบแผนการทดลอง
6. วิธีดำเนินการทดลอง
7. การวิเคราะห์ข้อมูล
8. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากร

เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมสาธิตสถาบันราชภัฏพระนคร เขตบางเขน กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 จำนวน 3 ห้องเรียน รวมทั้งสิ้น 120 คน

1.2 กลุ่มตัวอย่าง

เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมสาธิตสถาบัน ราชภัฏพระนคร เขตบางเขน กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 ซึ่งได้จากการสุ่ม อย่างง่าย (Simple Random Sampling) โดยมีห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่มจากการจับฉลากมา 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน จากจำนวนทั้งหมด 3 ห้องเรียน

2. เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง

เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ค 012) ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกระทรวงศึกษาธิการ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ผู้วิจัยได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 10 คาบดังนี้

- | | |
|-------------------------------------|-------|
| 1. พื้นที่ผิวและปริมาตรของพีระมิด | 4 คาบ |
| 2. พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกระบอก | 2 คาบ |
| 3. พื้นที่ผิวและปริมาตรของกรวย | 2 คาบ |
| 4. พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกลม | 2 คาบ |

และมี Pretest 1 คาบ ก่อนทดลอง และ Posttest 1 คาบ หลังทดลอง

รวมทั้งสิ้น 12 คาบ

3. ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง

ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 โดยกำหนดเวลาทำการทดลองและทดสอบก่อนและหลังเรียน ใช้เวลาในการทดลอง 10 คาบ คาบละ 50 นาที และมี Pretest 1 คาบ ก่อนทดลอง และ Posttest 1 คาบ หลังทดลอง รวมทั้งหมด 12 คาบ

4. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

1. แบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้แบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร
3. แบบทดสอบย่อย
4. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.2 การสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือ

ผู้วิจัยสร้างและหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แยกเป็นรายชื่อ ดังนี้

4.2.1 สร้างแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดำเนินการโดย

ขั้นที่ 1 เตรียมงานด้านวิชาการ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยก่อนลงมือสร้างแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ศึกษาเทคนิคการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
2. ศึกษาหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)
3. วิเคราะห์หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)
4. ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการสร้างแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหา

5. เลือกบทเรียน ผู้วิจัยได้คัดเลือก เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ในการสร้างแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหา และได้แบ่งเนื้อหาออกเป็นชุดได้ทั้งหมด 4 ชุด ดังนี้

ชุดที่ 1	พื้นที่ผิวและปริมาตรของพีระมิด	จำนวน 4 เรื่อง
ชุดที่ 2	พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกระบอก	จำนวน 2 เรื่อง
ชุดที่ 3	พื้นที่ผิวและปริมาตรของกรวย	จำนวน 2 เรื่อง
ชุดที่ 4	พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกลม	จำนวน 2 เรื่อง

ขั้นที่ 2 สร้างแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. กำหนดรูปแบบของแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหา ซึ่งมีองค์ประกอบดังนี้

1.1 คู่มือการใช้แบบฝึกทักษะการแก้ปัญหา เป็นส่วนประกอบที่อธิบายรายละเอียดการใช้แบบฝึกทักษะการแก้ปัญหา

1.2 ชื่อแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหา

1.3 คำชี้แจงอธิบายจุดมุ่งหมายของแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหา และลักษณะของแบบฝึกทักษะ

1.4 จุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นส่วนที่ระบุเป้าหมายที่จะให้เกิดขึ้นภายหลังจากนักเรียนทำแบบฝึกทักษะชุดนั้นจบแล้ว

1.5 เวลาที่ใช้ บอกเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการทำแบบฝึกทักษะ

1.6 สื่อ มีวัสดุ - อุปกรณ์อะไรบ้าง

1.7 เนื้อหาสาระ เป็นส่วนให้ความรู้กับนักเรียน

1.8 กิจกรรม ให้นักเรียนได้ปฏิบัติ นำไปสู่จุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้

1.9 การประเมินผล เป็นแบบทดสอบหลังการใช้แบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาในแต่ละชุด ให้นักเรียนได้ประเมินความรู้ความสามารถในการแก้ปัญหของตนเอง ซึ่งเป็นแบบทดสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาในแต่ละชุด

2. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้

3. กำหนดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ตั้งไว้ โดยยึดกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา

4. นำแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่านคือ ผศ.ดร. สมวงษ์ แปลงประสพโชค อาจารย์ ดร. สมเดช บุญประจักษ์ และ ว่าที่ร้อยตรี วีรยุทธ ด้วงโย เพื่อตรวจสอบเกี่ยวกับรูปแบบของแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหา ความเที่ยงตรงของเนื้อหาความถูกต้องของภาษาและความเหมาะสมของกิจกรรมการเรียนการสอน หลังจากนั้นนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

5. นำแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาพร้อมแผนการสอนที่ได้ปรับปรุงแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ตรวจพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อ

เสนอแนะ เรียบร้อยแล้ว จึงนำไปทดสอบหาคุณภาพและประสิทธิภาพของแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาแก่นักเรียนเพื่อใช้ในการวิจัยครั้งนี้

ขั้นที่ 3 การหาประสิทธิภาพของแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหา

หลังจากผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาที่สร้างขึ้น แล้วผู้วิจัยได้ดำเนินการหาประสิทธิภาพตามลำดับขั้นตอนดังนี้คือ

1. การหาประสิทธิภาพเป็นรายบุคคล (1 : 3)

ผู้วิจัยได้นำแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหา ทั้ง 4 ชุด ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมสาธิตสถาบันราชภัฏพระนคร เขตบางเขน จังหวัดกรุงเทพฯ โดยทดลองกับนักเรียน จำนวน 3 คน ซึ่งมีระดับความรู้ความสามารถทั้ง เก่ง ปานกลาง และอ่อน เพื่อทดสอบดูความเหมาะสมของภาษา กิจกรรม และเวลาที่ใช้ เพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข โดยการสังเกตอย่างใกล้ชิด สัมภาษณ์ผู้เรียน ตลอดจนดูผลงานจากการทำแบบฝึกหัด

2. การหาประสิทธิภาพเป็นกลุ่ม (1 : 10)

ผู้วิจัยได้นำแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาที่ปรับปรุงแก้ไขจากขั้นทดลองเป็นรายบุคคลแล้วนำไปทดลองใช้สอนเป็นกลุ่มกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมสาธิตสถาบันราชภัฏพระนคร เขตบางเขน จังหวัดกรุงเทพฯ โดยทดลองกับนักเรียน จำนวน 5 -10 คน ซึ่งมีระดับความรู้ความสามารถทั้ง เก่ง ปานกลาง และอ่อน เพื่อหาข้อบกพร่องทั้งหมดของแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหา เพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข

3. การดำเนินการทดลองเพื่อหาประสิทธิภาพภาคสนาม (1 : 40)

ผู้วิจัยได้นำแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วตามข้อ 1 และ 2 ไปทำการทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 40 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมสาธิตสถาบันราชภัฏพระนคร เขตบางเขน จังหวัดกรุงเทพฯ แล้วนำผลการเรียนมาวิเคราะห์ เพื่อหาประสิทธิภาพของแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาตามเกณฑ์ 80 / 80

80 ตัวแรก ประเมินจากการทำแบบฝึกระหว่างเรียนในแต่ละชุด โดยนำคะแนนที่ได้มารวมกันทั้งหมดคิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

80 ตัวหลัง ประเมินหลังจากที่นักเรียนเสร็จสิ้นจากการศึกษาแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาในแต่ละชุด โดยพิจารณาผลจากการทำแบบทดสอบท้ายของแต่ละชุด นำคะแนนนักเรียนมารวมกันทั้งหมดคิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

แล้วจึงนำแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาไปใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

4.2.2 การสร้างแผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

1. ศึกษาหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) และคู่มือการสอนคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

2. วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

3. จัดทำแผนการสอนให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

4. นำแผนการสอนที่สร้างเสร็จไปให้ผู้เชี่ยวชาญ ได้แก่ครู-อาจารย์ผู้สอน วิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เคยสอนมาแล้วเป็นเวลาไม่น้อยกว่า 3 ปี จำนวน 3 ท่าน คือ ผศ.ดร. สมวงษ์ แปลงประสพโชค อาจารย์ ดร. สมเดช บุญประจักษ์ และ ว่าที่ร้อยตรี วีรยุทธ ด้วงโย เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมโดยผู้วิจัยเสนอเกณฑ์ไว้ดังนี้

4.1 ความชัดเจนถูกต้องของจุดประสงค์การเรียนรู้

4.2 ความสอดคล้องของเนื้อหากิจกรรมและสื่อการสอน

4.3 ความสอดคล้องในเรื่องของจุดประสงค์การเรียนรู้กับการวัด และประเมินผล

5. นำแผนการสอนที่ผู้เชี่ยวชาญตรวจปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองกับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมสาธิตสถาบันราชภัฏพระนคร เขตบางเขน จังหวัดกรุงเทพฯ ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาข้อบกพร่องในการจัดกิจกรรม การใช้เวลา การใช้สื่อและปริมาณเนื้อหาที่นำมาจัดกิจกรรม เพื่อเป็นแบบแผนการสอนที่สมบูรณ์สำหรับนำไป ทดลองกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

4.2.3 การสร้างแบบทดสอบย่อย

เป็นแบบทดสอบที่ใช้หลังจากการสอนจบในแต่ละชุดของแบบฝึกทักษะ เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 4 ชุด ผู้วิจัยดำเนินการสร้างดังนี้

1. ศึกษาเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร จากหนังสือแบบเรียนและคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. สร้างแบบทดสอบย่อยทั้ง 4 ชุด เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ให้ครอบคลุมเนื้อหาในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้

3. นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นให้ผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์ 3 ท่าน คือ ผศ.ดร. สมวงษ์ แปลงประสพโชค อาจารย์ ดร. สมเดช บุญประจักษ์ และว่าที่ร้อยตรี วีรยุทธ ด้วงโย เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และ ครอบคลุมของคำถาม แล้วนำเสนอต่อท่านอาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์

4. นำแบบทดสอบทั้ง 4 ชุด ที่ได้รับการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมสาธิตสถาบันราชภัฏพระนคร เขต บางเขน จังหวัดกรุงเทพฯ ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในครั้งนี้

4.2.4 การสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นแบบทดสอบชนิด 5 ตัวเลือกทั้งหมด มีขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับทฤษฎีและวิธีสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. ศึกษาเนื้อหาและวัตถุประสงค์การเรียนรู้ จากหนังสือคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

3 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา (Polya. 1985 : 6 – 8) แต่ละสถานการณ์ มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

- 3.1 ขั้นเข้าใจปัญหา
- 3.2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา
- 3.3 ขั้นดำเนินการตามแผน
- 3.4 ขั้นตรวจสอบ

ลักษณะของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบสถานการณ์ซึ่งมีลักษณะเป็นเรื่องใกล้ตัว พบเห็นในชีวิตประจำวัน แบบทดสอบเป็นแบบเลือกตอบ มี 5 ตัวเลือก คำถามมีลักษณะให้นักเรียนนำความรู้เดิมมาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่

4. เกณฑ์ในการตรวจให้คะแนน ให้ข้อย่อยละ 1 คะแนน สำหรับคำตอบที่เป็นไปตามเงื่อนไขหรือแนวโน้มเป็นไปได้ทางคณิตศาสตร์ และตรงประเด็นคำถามโดยข้อที่เลือกตอบถูกได้ 1 คะแนน ข้อที่เลือกตอบผิด ข้อที่ไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ ให้ 0 คะแนน โดยการให้คะแนนแต่ละข้อย่อยจะเป็นอิสระต่อกันและสร้างให้ครอบคลุมเนื้อหาในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้ แล้วนำแบบทดสอบเสนอให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน คือ ผศ.ดร. สมวงษ์ แปลงประสพโชค อาจารย์ ดร. สมเดช บุญประจักษ์ และว่าที่ร้อยตรี วีรยุทธ ด่วงไย เพื่อตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมกับสถานการณ์และภาษาที่ใช้โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับพฤติกรรม (บุญเชิด ภิญโญอนันต์พงศ์. 2527 : 69) และตรวจสอบความสอดคล้องของเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้และความครอบคลุมของคำถาม

5. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมสาธิตสถาบันราชภัฏพระนคร เขตบางเขน จังหวัดกรุงเทพฯ จำนวน 100 คน

6. นำกระดาษคำตอบที่นักเรียนตอบมาตรวจให้คะแนนแบบทดสอบ เพื่อวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ

7. นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์รายข้อ เพื่อหาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27 % ของ จุง เดห์ ฟาน (Fan. 1952 : 6 – 52)

8. เลือกแบบทดสอบเฉพาะข้อที่มีความยากอยู่ระหว่าง 0.30 - 0.76 และมีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.26 – 0.67 โดยคัดเลือกข้อสอบไว้ 5 สถานการณ์ จำนวน 20 ข้อ

9. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกแล้วจำนวน 20 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมสาธิตฯ สถาบันราชภัฏพระนคร เขตบางเขน จังหวัดกรุงเทพฯ จำนวน 100 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างเพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยใช้สูตร KR - 20 (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538 : 197 - 199) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.80

5. การเก็บรวบรวมข้อมูลและแบบแผนการทดลอง

ผู้วิจัยใช้แบบแผนการทดลองแบบ One - Group Pretest - Posttest Design (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538 : 248 – 250) ดังตารางแบบแผนการทดลอง ดังนี้

ตาราง 1 แบบแผนการทดลองแบบ One - Group Pretest - Posttest Design

สอบก่อน	ตัวแปรอิสระ	สอบหลัง
T_1	X	T_2

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

- X แทน การสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- T_1 แทน การสอบก่อนทดลอง
- T_2 แทน การสอบหลังทดลอง

6. วิธีดำเนินการทดลอง

ในการทดลองผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองดังนี้

1. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน (Pretest) โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปทำการทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มทดลอง ใช้เวลา 50 นาที

2. ดำเนินการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้สอนเอง
3. ทำการทดสอบหลังเรียน (Posttest) กับกลุ่มทดลองโดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน
4. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วนำผลที่ได้มาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมุติฐาน

7. การวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำผลการทดลองมาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางการสถิติ ดังนี้

1. สถิติพื้นฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1.1 ค่าเฉลี่ย (Mean) จำนวนจากสูตร (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2540 : 53)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนน

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) จำนวนจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2540 : 103)

$$SD = \sqrt{\frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ SD แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน

X แทน คะแนนแต่ละตัว

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือ

2.1 หาค่าความยาก (P) และหาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิค 27 % จากตารางวิเคราะห์ของ จูเนียร์ ฟาน (Fan. 1952 : 6 – 52)

2.2 หาค่าเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คำนวณจากสูตร KR – 20 ของ คูเดอร์ ริชาร์ดสัน (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538 : 197 – 199)

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S^2} \right]$$

เมื่อ r_{tt} แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

p แทน สัดส่วนของผู้ทำถูกในแต่ละข้อ

q แทน สัดส่วนของผู้ทำผิดในแต่ละข้อ

S^2 แทน ความแปรปรวนของแบบทดสอบทั้งฉบับ

2.3 ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ตามวิธีการของ โรวินเนลลีและแฮมเบิลตัน (Rovinelle and Hambleton) เป็นรายข้อโดยคำนวณจากสูตร (บุญเชิด ภิญโญอนันต์พงศ์. 2527 : 169)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์

$\sum R$ แทน ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญเนื้อหาวิชา

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญเนื้อหาวิชา

สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

3.1 ใช้สูตร (E_1 / E_2) (เสาวนีย์ สิกขาบัณฑิต. 2528 : 295) เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ว่า แบบฝึกทักษะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80 ดังนี้

$$E_1 = \frac{\sum X}{N} \times 100$$

$$E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100$$

เมื่อ	E_1	แทน	ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในแบบฝึกทักษะ คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบฝึกทักษะและการดำเนินกิจกรรมระหว่างเรียน
	E_2	แทน	ประสิทธิภาพของผลลัพธ์คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนและการดำเนินกิจกรรมหลังเรียน
	ΣX	แทน	คะแนนรวมของผู้เรียนจากการกระทำแบบฝึกทักษะหรือการดำเนินกิจกรรม
	ΣF	แทน	คะแนนรวมของผู้เรียนจากการทำแบบทดสอบหลังเรียน
	N	แทน	จำนวนผู้เรียน
	A	แทน	คะแนนเต็มของแบบฝึกทักษะ
	B	แทน	คะแนนเต็มของแบบทดสอบหลังเรียน
	E_1 / E_2	แทน	ประสิทธิภาพของแบบฝึกทักษะ

3.2 สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบสมมติฐานทดสอบความแตกต่างของ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างโดยวัดก่อนการสอนกับหลังการสอนของ โดยคำนวณจากสูตร t - test dependent (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2540 : 248)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าที่ใช้พิจารณา
	D	แทน	ความแตกต่างของคะแนนแต่ละคู่
	n	แทน	จำนวนคู่
	ΣD^2	แทน	ผลรวมของ D แต่ละตัวยกกำลังสอง
	$(\Sigma D)^2$	แทน	ผลรวมของ D ทั้งหมดยกกำลังสอง
	df		$n - 1$

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลจากผลการทดลองและการแปลผล การวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้ใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
$\bar{X}_1$	แทน	คะแนนเฉลี่ยก่อนการทดลอง
$\bar{X}_2$	แทน	คะแนนเฉลี่ยหลังการทดลอง
$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของ D แต่ละตัวยกกำลังสอง
$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมของ D ทั้งหมดยกกำลังสอง
t	แทน	ค่าที่ใช้พิจารณา t ใน t - Distribution

การวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูล ในการทดลองครั้งนี้ผู้วิจัยเสนอตามลำดับขั้นดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์ประสิทธิภาพของชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามเกณฑ์ 80 / 80

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนที่จะได้รับการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะกับหลังการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการวิเคราะห์ประสิทธิภาพของชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ใช้เกณฑ์ E_1 / E_2 เท่ากับ 80 / 80 โดยนำคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบฝึก ไปงานของแต่ละชุด คิดเป็นร้อยละ 80 และคะแนนเฉลี่ยที่นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนในแต่ละชุด คิดเป็นร้อยละ 80 ปรากฏผลในตาราง 2 ดังนี้

ตาราง 2 ผลการวิเคราะห์ประสิทธิภาพชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ลำดับที่	เรื่อง	เกณฑ์ 80 / 80	
		E ₁	E ₂
1	ส่วนต่างๆของพีระมิด	93.33	88.50
2	การหาความยาวส่วนต่างๆของพีระมิด	88.50	84.0
3	พื้นที่ผิวของพีระมิด	87.75	84.0
4	ปริมาตรของพีระมิด	89.0	86.50
5	พื้นที่ผิวของทรงกระบอก	88.0	86.50
6	ปริมาตรของทรงกระบอก	90.50	89.25
7	พื้นที่ผิวของกรวย	88.0	86.75
8	ปริมาตรของกรวย	90.0	89.0
9	พื้นที่ผิวของทรงกลม	89.75	88.75
10	ปริมาตรของทรงกลม	95.0	92.75
	เฉลี่ย	89.98	87.60

จากตาราง 2 แสดงให้เห็นประสิทธิภาพของชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อ 1 แต่เมื่อพิจารณาแต่ละเรื่องแล้วส่วนใหญ่มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

2.ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ t - test Dependent ปรากฏผลในตาราง 3 ดังนี้

ตาราง 3 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง หลังการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\bar{X}_1$	$\bar{X}_2$	S^2	$\sum D^2$	$(\sum D)^2$	t
กลุ่มทดลอง	40	9.43	13.38	18.5	866	24,964	10.03 **

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
 $t_{(0.01 : df 39)} = 2.426$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากตาราง 3 ปรากฏว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แสดงว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลองสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะสูงกว่าก่อนการทดลองสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะที่ระดับความเชื่อมั่น 99 % ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อ 2

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงพัฒนา โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งสามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อสร้างแบบฝึกทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร
2. เพื่อหาประสิทธิภาพของแบบฝึกทักษะในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 80 / 80
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนการใช้แบบฝึกทักษะและหลังการใช้แบบฝึกทักษะ

สมมติฐานในการศึกษาค้นคว้า

1. แบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์มาตรฐาน 80 / 80
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลองใช้แบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนการทดลองใช้แบบฝึกทักษะ

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

1. ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมสาธิตสถาบันราชภัฏพระนคร เขตบางเขน กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 จำนวน 3 ห้องเรียน รวมจำนวนประชากรทั้งสิ้น 120 คน

2. กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนมัธยมสาธิตสถาบันราชภัฏพระนคร เขตบางเขน กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 ซึ่งได้จากการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) โดยมีห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่มจากการจับฉลากมา 1 ห้องเรียนจากจำนวนทั้งหมด 3 ห้องเรียน จำนวน 40 คน

3. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าเป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ค 012) ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกระทรวงศึกษาธิการ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

4. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

4.1 ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นชุดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งได้ผ่านการตรวจแก้ไขในด้านความถูกต้องและความสอดคล้องของขั้นตอนในชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างโดยผู้เชี่ยวชาญ แล้วนำไปหาประสิทธิภาพของชุด พร้อมทั้งปรับปรุงแก้ไขก่อนนำไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่างโดยใช้ เวลา รวม 12 คาบ

4.2 แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเป็นแผนการสอนที่สร้างขึ้นโดยใช้คู่มือครู วิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งได้ผ่านการตรวจแก้ไขในด้านความถูกต้องและความสอดคล้องระหว่างขั้นตอนต่างๆในแผนการสอนของกลุ่มตัวอย่างโดยผู้เชี่ยวชาญแล้วนำไปทดลองโดยใช้เวลา รวม 12 คาบ

4.3 แบบทดสอบย่อยเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 4 ชุด มีทั้งหมด 10 เรื่อง ในแต่ละเรื่องมีข้อสอบ 10 ข้อ

4.4 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยแบบทดสอบเป็นแบบสถานการณ์ปัญหาที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน จำนวน 5 สถานการณ์ และแบบทดสอบเป็นแบบเลือกตอบชนิด 5 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ แล้วนำไปหาค่าความยาก (p) ได้ค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.30 - 0.76 ค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.26 - 0.67 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.80

5. วิธีดำเนินการทดลอง

5.1 สุ่มกลุ่มตัวอย่างมาเป็นกลุ่มทดลอง จำนวน 40 คน

5.2 ทำการทดสอบก่อนเรียน (Pretest) กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.3 ผู้วิจัยดำเนินการทดลองสอนเองโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.4 เมื่อเรียนจบ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร แล้วทำการทดสอบหลังเรียน (Posttest) กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับเดียวกับที่นักเรียนทำการทดสอบก่อนการทดลอง

5.5 นำกระดาษคำตอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาตรวจให้คะแนนเพื่อนำผลไปวิเคราะห์ โดยใช้วิธีการทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐานต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. วิเคราะห์หาประสิทธิภาพของชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ 80/80

2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างระหว่างก่อนการทดลองสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะกับหลังการทดลองสอน โดยใช้วิธีการทางสถิติแบบ $t - test$ Dependent

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

จากผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยสามารถสรุปผลได้ดังนี้

1. ประสิทธิภาพของชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร โดยภาพรวมมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการทดลองสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะสูงกว่าก่อนการทดลองสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผล

จากผลของการทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ก่อนการทดลองสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับหลังการทดลองสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งสามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

1. ประสิทธิภาพของชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ที่ทำการวิจัยและพัฒนาในแต่ละเรื่อง ส่วนใหญ่มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดไว้ 80/80

ประเด็นที่ 1 ภาพรวมของชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นี้มีประสิทธิภาพเท่ากับ 89.98/87.60 ซึ่งเป็นค่าของประสิทธิภาพของกระบวนการ / ประสิทธิภาพ

ของผลลัพธ์แสดงให้เห็นว่าชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพของกระบวนการเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด นั่นคือ นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีคะแนนเฉลี่ยจากการทำกิจกรรมระหว่างเรียน อันได้แก่ การทำแบบฝึก และใบงานของชุดในแต่ละเรื่องโดยเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 89.98 และชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ยังมีประสิทธิภาพของผลลัพธ์เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด กล่าวคือ นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนในแต่ละเรื่องคิดเป็นร้อยละ 87.60 จะเห็นว่าชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นี้ มีประสิทธิภาพสอดคล้องกับเกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ยซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้

ประเด็นที่ 2 ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ชุด ทั้งหมด 10 เรื่อง ผู้วิจัยมีประเด็นอภิปรายเพิ่มเติมเฉพาะแต่ละเรื่องดังนี้

ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่อง ส่วนต่างๆของพีระมิด มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ยเท่ากับ 93.33/88.50 แสดงว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ส่วนต่างๆของพีระมิด มีคะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึก และใบงานระหว่างเรียนได้ถูกต้อง มีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 93.33 และคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบหลังเรียนมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 88.50 ดังนั้นชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์

ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่อง การหาความยาวส่วนต่างๆของพีระมิด มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ยเท่ากับ 88.50/84.0 แสดงว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การหาความยาวส่วนต่างๆของพีระมิด มีคะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึก และใบงานระหว่างเรียนได้ถูกต้องมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 88.50 และคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบหลังเรียนมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 84.0 ดังนั้นชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์

ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่อง พื้นที่ผิวของพีระมิด มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ยเท่ากับ 87.75/84.0 แสดงว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวของพีระมิด มีคะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึก และใบงานระหว่างเรียนได้ถูกต้องมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 87.75 และคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบหลังเรียนมีคะแนน

ปริมาตรของกรวย มีคะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึก และใบงานระหว่างเรียนได้ถูกต้องมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 90.0 และคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบหลังเรียนมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 89.0 ดังนั้นชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์

ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 เรื่อง พื้นที่ผิวของทรงกลม มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ยเท่ากับ 89.75/88.75 แสดงว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวของทรงกลม มีคะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึก และใบงานระหว่างเรียนได้ถูกต้องมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 89.75 และคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบหลังเรียนมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 88.75 ดังนั้นชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์

ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 เรื่อง ปริมาตรของทรงกลม มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ยเท่ากับ 95.0/92.75 แสดงว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ปริมาตรของทรงกลม มีคะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึก และใบงานระหว่างเรียนได้ถูกต้องมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 95.0 และคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบหลังเรียนมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 92.75 ดังนั้นชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์

จากผลการวิจัยเกี่ยวกับชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า ส่วนใหญ่มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ทั้งในภาพรวมและในแต่ละชุดทั้ง 10 เรื่อง ทั้งนี้อาจมีสาเหตุเนื่องมาจากเหตุผลดังต่อไปนี้

1.1 ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้ในการทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ในครั้งนี้มีลักษณะการเขียนในรูปแบบของชุดแบบฝึกทักษะในการแก้ปัญหาโดยวิธีการแก้ปัญหาเป็นไปตามลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาในแต่ละเรื่อง ซึ่งผู้วิจัยได้นำมาจัดให้สัมพันธ์กันอย่างมีระบบ โดยยึดคู่มือครูและแผนการสอนเป็นหลัก ได้ผ่านกระบวนการตรวจสอบ วิเคราะห์ และทดลองใช้มาแล้วจนได้ผลตามเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดไว้ ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงเป็นสิ่งที่มีความสำคัญและประโยชน์ต่อนักเรียนเป็นอย่างมาก เพราะนอกจากจะให้ความรู้แล้วยังฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดแก้ปัญหาเป็นไปตามลำดับขั้นตอน ทำให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้นตอนมากยิ่งขึ้น ส่งผลให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นและสนใจในการเรียน ตั้งใจศึกษาเนื้อหาอย่างสนุกสนาน เพลิดเพลินไม่เบื่อหน่าย

1.2 การใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการเรียนการสอนสนองต่อการเรียนตามความสามารถของแต่ละบุคคล ฝึกให้นักเรียนแต่ละคนได้ใช้ความคิด ความสามารถของตน เปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้เร็วหรือช้าต่างกันขึ้นอยู่กับความสามารถของแต่ละบุคคล นักเรียนที่เรียนเก่งจะเรียนรู้ได้เร็ว ทำกิจกรรมตามที่บทเรียนกำหนดไว้ และอาจใช้เวลาในการศึกษาเนื้อหาเพียงครั้งเดียวก็สามารถทำแบบฝึก ไปงานได้ ส่วนนักเรียนที่เรียนปานกลาง และนักเรียนที่เรียนอ่อนอาจจะต้องศึกษาเนื้อหาหลายครั้ง อีกทั้งชุดแบบฝึกทักษะได้มีบทบาทช่วยในการอธิบายให้เกิดความรู้ ความเข้าใจ พร้อมทั้งครูสามารถดูแลให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิดจนทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ และเมื่อศึกษาบทเรียนไม่เข้าใจในส่วนใดก็สามารถกลับไปทบทวนใหม่ได้ด้วยตนเอง ช่วยให้นักเรียนที่เรียนรู้ได้ช้าสามารถเข้าใจเนื้อหาที่เรียนได้ และนักเรียนมีโอกาสดูศึกษาไปตามลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา อีกทั้งทำให้เกิดมโนภาพจากการเรียนและการฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์ด้วยความสนุกสนานและเพลิดเพลินโดยไม่เบื่อหน่าย เพราะชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแต่ละเรื่องนักเรียนจะรู้คำตอบของตนว่าถูกหรือผิดถ้าคำตอบของเขาไม่ถูกต้องเขาก็จะทราบเหตุผลซึ่งชี้ให้นักเรียนได้ทราบถึงความผิดพลาด ทำให้นักเรียนมีความพอใจที่ได้ทราบผลการเรียนโดยรวดเร็ว อันเป็นผลให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะเรียนเพื่อจะได้พัฒนาผลการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ ตนเองให้ได้ผลดียิ่งขึ้น

1.3 ในการเรียนด้วยชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนแต่ละคนต้องศึกษาบทเรียนของตนเองและลงมือทำกิจกรรมต่างๆด้วยตนเอง จึงไม่มีเวลาไปชุกชนรบกวนผู้อื่น ทำให้นักเรียนแต่ละคนได้เรียนอย่างเต็มที่ อีกทั้งยังเป็นการรักษาระเบียบวินัยภายในห้องเรียน ช่วยลดปัญหาการปกครองชั้นเรียนของครูผู้สอนได้เป็นอย่างดี ส่งเสริมให้บรรยากาศภายในห้องเรียนน่าเรียนมากยิ่งขึ้น

1.4 ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เหล่านี้ได้ผ่านการตรวจสอบและปรับปรุงแก้ไขทั้งทางด้านเนื้อหาสาระ ภาษาที่ใช้เวลาที่ใช้อย่างเหมาะสมแล้ว และผู้วิจัยซึ่งเป็นผู้สอนมีความชำนาญในการใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น อีกสาเหตุหนึ่งก็คือ การเรียนการสอนด้วยชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นี้เป็นวิธีการใหม่ของนักเรียนจึงสร้างความสนใจของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นได้อย่างเต็มที่ประกอบกับนักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันกับเพื่อนจึงทำให้นักเรียนมีความสนใจในการเรียนมากขึ้นจึงทำให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนได้เป็นอย่างดี

ดังนั้นด้วยเหตุผลดังกล่าวชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร นี้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดไว้ และเหมาะสมแก่การนำไปใช้ในการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาการเรียนรู้นักเรียน

ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ จุฬารัตน์ จันทะนาม (2543 : 66) ที่ได้ใช้ชุดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองโดยใช้การตั้งกรอบในการเรียนการสอนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยหาประสิทธิภาพชุดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองโดยใช้การตั้งกรอบ เรื่อง เศษส่วน จำนวน 12 เล่ม ซึ่งแต่ละเล่มได้ประสิทธิภาพตามเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดไว้

2. จากการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่าหลังการสอนนักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อน การสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 2 ที่ตั้งไว้ โดยหลังจากที่ นักเรียนเรียนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนที่นักเรียนเรียนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2533 : 182) ซึ่งได้สร้างชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยชุดการเรียนการสอนดังกล่าวมีพัฒนาในการเรียนรู้สูงขึ้น และ อิทธิพงษ์ ดุสิตพันธ์ (2538 : 76) ได้พัฒนาชุดการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนเรียนด้วยชุดการสอน ดังกล่าว พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงขึ้น และ จุฬารัตน์ จันทะนาม (2543 : 66) ได้พัฒนาชุดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองโดยใช้การตั้งกรอบในการเรียนการสอนของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่านักเรียนที่เรียนด้วยชุดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองโดยใช้การตั้งกรอบ เรื่อง เศษส่วน ดังกล่าว พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงขึ้น

จากผลการศึกษาที่ได้ดังกล่าว อาจมีสาเหตุมาจาก

2.1 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น นักเรียนได้เรียนรู้แนวทางการแก้ปัญหาด้วยเพราะภายในชุดแบบฝึกทักษะนั้นผู้วิจัยได้ใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ไม่ว่าจะเป็นการทำให้นักเรียนได้ระบุปัญหา การหาหนทางในการแก้ปัญหา และรวมไปถึงการสรุปผลด้วยตนเองและนักเรียนสามารถค้นพบองค์ความรู้ด้วยตนเอง ในการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ของโพลยา ตามที่ ฉวีวรรณ เทวตมालย์ (2540 : 1 - 11) สรุปไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา การเรียนการสอนจะเริ่มจากนักเรียนอ่านสถานการณ์ปัญหาเพื่อจับใจความแล้วบอกรายละเอียดทั้งหมดตามความเข้าใจของตัวเอง นักเรียนบอกได้ว่า สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนดให้มีอะไรบ้าง และสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ทราบคืออะไร โดยนักเรียนต้องเขียนรายละเอียดลงไปในงาน แบบฝึก ตามความเข้าใจของนักเรียน

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา การเรียนการสอนจะเริ่มจากการหา ยุทธวิธีมาแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย เช่น การลองผิดลองถูก เขียนแผนภาพประกอบ เขียน สมการหรือประโยคสัญลักษณ์ด้วยตัวของตนเอง โดยที่ครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะ และนักเรียน สามารถศึกษาได้จากชุดชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน การเรียนการสอนจะให้นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้ ในขั้นนี้โดยการคำนวณและแสดงวิธีทำ

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ การเรียนการสอนจะให้นักเรียนตรวจสอบผลที่ได้ ว่าได้ผลตามที่ต้องการหรือไม่ด้วยตัวของตนเอง

ขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้ผ่านการวิจัยแล้วว่าก่อให้เกิด ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นสอดคล้องกับงานวิจัยของ วิโชติ พงษ์ศิริ (2540 : 68 - 74) ได้ ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิซึ่มด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหา กับ การสอนตามคู่มือครูพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหา โดยใช้กิจกรรมคอนสตรัคติวิซึ่ม กับ การสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .05 วิมล พงษ์पालิต (2541 : 1 - 62) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบ แก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอน แบบแก้ปัญหา กับ การสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 จุฑารัตน์ จันทะนาม (2543 : 66 - 69) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองที่ใช้ การ์ตูนประกอบ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า ประสิทธิภาพของชุดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองโดยใช้การ์ตูนประกอบ มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80 / 80 และ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหาโดยใช้ชุดการ์ตูนประกอบ กับ การสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถใน การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 สุนันท์ จิมวัย (2543 : 54 - 56) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและ ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ ได้รับการสอน แบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับ การสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม แตกต่างกันอย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ อนันต์ โพธิกุล (2543 : 70 - 82) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบ

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการกับการสอนตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2542 จำนวน 100 คน พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการ การสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ด้วยเหตุผลดังกล่าวนี้อาจเป็นสาเหตุหนึ่งที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2.2 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการจัดกิจกรรมที่ทำให้ผู้เรียนได้มีโอกาสศึกษาหาความรู้ มีอิสระในการแสดงความคิดเห็น แสวงหาความรู้และตัดสินใจได้ด้วยตนเอง โดยเริ่มจากการศึกษาสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดไว้ในชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วนักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาคิดวางแผนดำเนินการแก้ปัญหาและตรวจสอบคำตอบได้ด้วยตนเอง อีกทั้งในแต่ละขั้นตอนจะมีเฉลยให้กับนักเรียนได้ทราบด้วยการอธิบายข้อความที่เป็นเหตุและผล จึงทำให้นักเรียนในกลุ่มทดลองหลังการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความเข้าใจเนื้อหาที่เรียนมาก มีความกระตือรือร้น อยากรู้ อยากเห็น สนุกกับการเรียน มีเสรีภาพในการปฏิบัติ เกิดความรักในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นการจัดกิจกรรมที่ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียน ได้คิดนำไปปฏิบัติทีละขั้นตอน และทราบผลการกระทำของตนเอง เป็นการจัดโอกาสให้นักเรียนได้ประสบความสำเร็จในการเรียน นอกจากนี้การเรียนหลังการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนกลุ่มทดลองยังเป็นการเรียนที่ยึดนักเรียนเป็นศูนย์กลาง นักเรียนมีโอกาสในการเข้าร่วมกิจกรรมอย่างทั่วถึง มีความรับผิดชอบได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ทำให้เกิดความคิดอย่างกว้างขวาง ส่วนก่อนที่นักเรียนจะได้รับการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่าส่วนใหญ่ครูจะเป็นผู้อธิบายให้นักเรียนฟัง ทำให้นักเรียนไม่กล้าแสดงออกขาดความเชื่อมั่นในความคิด นักเรียนจะรอให้ครูผู้สอนแสดงวิธีทำให้อุปเป็นตัวอย่างแล้วทำแบบฝึกตามแนวตัวอย่าง จึงทำให้นักเรียนไม่มีอิสระหรือมีโอกาสที่จะศึกษาได้ด้วยตนเอง ด้วยเหตุนี้ทำให้หลังจากที่นักเรียนได้รับการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนที่นักเรียนจะได้รับการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อสังเกตจากการทดลอง

1. การเรียนด้วยชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นวิธีการใหม่สำหรับนักเรียน ดังนั้นในช่วงแรกของระยะเวลาการทดลองนักเรียนเกิดความสับสนและไม่เข้าใจในวิธีการศึกษาบทเรียน เนื่องจากนักเรียนยังไม่เคยมีประสบการณ์ในการใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้วิจัยแก้ปัญหาโดยการให้คำแนะนำของการใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนแล้วจึงทำให้การเรียนการสอนดำเนินไปได้อย่างราบรื่น

2. นักเรียนให้ความสนใจ ตั้งใจ และมีความกระตือรือร้นที่จะเรียน พร้อมทั้งให้ความร่วมมือและมีส่วนร่วมในการเรียนการสอนเป็นอย่างดี ซึ่งสามารถสังเกตพฤติกรรมได้จากนักเรียนจะมีความกระตือรือร้นทุกชั่วโมงที่จะมาขอรับชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปอ่าน จึงทำให้ทดลองครั้งนี้เป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้

3. นักเรียนบางคนขาดความรับผิดชอบและขาดความซื่อสัตย์ต่อตนเอง เมื่อได้รับแจกชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ยอมอ่านศึกษาเนื้อหาก่อนและทำแบบฝึกหัดของแต่ละเรื่องโดยเปิดดูเฉลยก่อน ผู้วิจัยได้แก้ปัญหาโดยการให้ความสนใจ และคำแนะนำอธิบายวิธีการเรียนและควบคุมดูแลนักเรียนอย่างใกล้ชิด

4. คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนเก่งและอ่อนแตกต่างกัน กล่าวคือ นักเรียนเก่งคะแนนก่อนเรียนและหลังเรียนที่ได้จะไม่แตกต่างกันมากนัก แต่สำหรับนักเรียนอ่อน คะแนนก่อนเรียนและหลังเรียนที่ได้จะแตกต่างกันมาก คือ ก่อนเรียนจะได้คะแนนน้อย หลังเรียนจะได้คะแนนมาก สาเหตุอาจเป็นเพราะ นักเรียนเก่งจะมีความรู้พื้นฐานเดิมมากพอที่จะชอบทำโจทย์แบบหาคำตอบเลย เพราะจะมองปัญหาในภาพรวมกว้างๆ จะไม่ชอบแยกวิเคราะห์ตีความโจทย์เป็นขั้นตอนก่อนแล้วค่อยมาหาคำตอบ แต่นักเรียนอ่อนมีความรู้พื้นฐานเด็มน้อย ไม่ชอบการตีความโจทย์ จึงชอบใช้แบบฝึกทักษะของครูที่อธิบายเป็นขั้นตอนจากง่ายไปยากแล้วจึงคิดหาคำตอบ ดังนั้นจึงมีผลทำให้นักเรียนอ่อนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคิดขึ้น

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะที่ได้จากการศึกษาค้นคว้า

1. ก่อนทำการเรียนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ควรมีการแนะนำให้นักเรียนเข้าใจในวิธีการเรียนก่อน ว่านักเรียนต้องแก้ปัญหาให้เป็นไปตามลำดับขั้นตอนโดยใช้เวลาพอสมควร ไม่เร่งรีบเกินไป เพราะถ้านักเรียนเกิดความสับสนหรือไม่เข้าใจวิธีการเรียนอาจส่งผลให้นักเรียนไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนได้

2. ครูผู้สอนอาจนำชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้สอนซ่อมเสริมให้กับนักเรียนที่บกพร่องหรือไม่เข้าใจในเรื่องนั้นๆ

3. ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถไปใช้ป็นสื่อช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยนำไปใช้สอนซ่อมเสริม นอกเวลาเรียน หรืออาจให้นักเรียนที่สนใจได้ศึกษาด้วยตนเอง และใช้ในการจัดสอนแทนใน โรงเรียนที่ประสบปัญหาขาดครูคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้บริหารการศึกษาตลอดจนครูผู้สอนควร สนับสนุนให้มีการสร้างชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ใช้เป็นสื่อการเรียนการสอนเพื่อใช้ประโยชน์ในการจัดครูเพื่อสอนแทนครูที่ลาหรือขาด หรือติด ประชุม เพื่อสร้างวินัยในชั้นเรียน และฝึกนิสัยให้นักเรียนมีความซื่อสัตย์ ตลอดจนส่งเสริมให้ นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองนอกเหนือจากการสอนโดยการอธิบาย บรรยายหรือสาธิตของ ครูเท่านั้น

4. ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถไปใช้ป็นสื่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ แต่ปัญหาและ อุปสรรคในการสร้างชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นั้นมีมาก เช่น ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ต้องใช้ ความรู้ ความเข้าใจ ความสามารถและความ พยายามในการสร้างขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาในเรื่องต่างๆให้เป็นไปตามลำดับขั้นตอนการแก้ ปัญหาของโพลยาเพื่อทำให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจและความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องต่างๆได้อย่างมีประสิทธิภาพดังนั้นหน่วยงานที่เกี่ยวข้องกับการผลิตสื่อ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ หรือหมวดคณิตศาสตร์ควรมีการสนับสนุนและร่วมมือกัน เพื่อ สร้างชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้แพร่หลาย

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

1. ควรมีการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆ และระดับชั้น อื่นๆต่อไป โดยเลือกเนื้อหาที่เหมาะสม เพื่อฝึกให้นักเรียนคิดเป็น แก้ปัญหาเป็น ซึ่งเกี่ยวกับ เรื่องที่นักเรียนได้พบเห็นอยู่เป็นประจำหรือเป็นเรื่องที่นักเรียนนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ เพื่อ สามารถเขียนให้เป็นเรื่องราวที่สนุกสนานและน่าอ่านยิ่งขึ้น

2. ควรมีการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการนำการ์ตูนมาใช้ในการสร้างเป็นชุดแบบฝึก ทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับการเรียนการสอนในวิชา คณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆ

3. ควรนำการแก้ปัญหาแบบพลวัตร มาทดลองใช้กับนักเรียนในระดับชั้นมัธยม ศึกษาตอนปลาย เพื่อเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักคิด รู้จักแก้ปัญหาเฉพาะหน้า ตลอดทั้งนำวิธี การไปแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

4. ในการวิจัยครั้งต่อไปควรมีการนำตัวแปรอื่นๆมาศึกษาบ้าง เช่น ความมีวินัย ในตนเอง ความรับผิดชอบ ความภาคภูมิใจในตนเอง เป็นต้น

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กมล ชื่นทองคำ. (2527). ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านมิติสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. อัดสำเนา.
- กรมสามัญศึกษา , หน่วยศึกษานิเทศก์. (2534). คู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการวิชาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ.
- คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. (2540). ร่างแผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 8 (พ.ศ. 2540 – 2544). กรุงเทพฯ : สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ สำนักนายกรัฐมนตรี.
- คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์; ทบวงมหาวิทยาลัย. (2524). ชุดเสริมประสบการณ์สำหรับครูคณิตศาสตร์. อัดสำเนา.
- คนธรส รสหวาน. (2539). การพัฒนารูปแบบการสอนแบบกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหา บวก ลบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนโครงการนำร่องศูนย์พัฒนาอัจฉริยภาพเด็กและเยาวชน. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การศึกษาพิเศษ). กรุงเทพฯ:บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. อัดสำเนา.
- จรรยา ภูอุดม. (2524). ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนตามการประเมินผลของครู. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. อัดสำเนา.
- จันทร์เพ็ญ ธนาสุภกรกุล. (2526). ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ ความคิดสร้างสรรค์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. อัดสำเนา.
- จุฑารัตน์ จันทะนาม. (2543). การพัฒนาชุดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองที่ใช้การ์ดประกอบสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. อัดสำเนา.
- จำรัส น้อยแสงสี. (2520). คู่มือการศึกษาเทคนิคและวิธีสอนของครู กรุงเทพมหานคร. กรุงเทพฯ : ภาควิชาศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

- ฉลองชัย สุวัฒน์บุรณ์. (2528). การเลือกและการใช้สื่อการสอน. กรุงเทพฯ : ภาควิชาเทคโนโลยีการศึกษา มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ฉวีวรรณ เทวตมมัลย์. (2540). “ การแก้ปัญหา , ” เอกสารประกอบการอบรมกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์ : สาขาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์). คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- . (2544). ศิลปะการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์. (2523). นวัตกรรมและเทคโนโลยีทางการศึกษากับการสอนระดับอนุบาล. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- ไชยยศ เรืองสุวรรณ. (2533). เทคโนโลยีทางการศึกษา : หลักการและแนวปฏิบัติ. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์วัฒนาพานิช.
- ดุขฎี บริพัตร ณ อยุธยา. (2531). เด็กปัญญาเลิศ. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ปาณยา.
- ทดสอบทางการศึกษา, สำนัก กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2540). รายงานผลการประเมินคุณภาพทางการศึกษา ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2536. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- นวลโย หนูมี. (2529). การสร้างแบบฝึกการเขียนสะกดคำยากเพื่อใช้ในการสอนซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปรินญาณินพนธ์ : กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. อุดสาเนา.
- น้อมศรี เคท. (2536). “ การสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์, ” หลักและแนวปฏิบัติในโรงเรียนประถมศึกษา. หน้า 65 – 72. กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช.
- บุญเชิด ภิญโญนันต์พงศ์. (2527). การทดลองแบบอิงเกณฑ์ : แนวคิดและวิธีการ. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์โอเดียนสโตร์.
- บุญทัน อยู่ชมบุญ. (2533). หลักการสอน. เชียงราย : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ วิทยาลัยครูเชียงราย.
- ประภัสสร วงศ์วรรณ. (2531). ประมวลการสอนหลักและวิธีสอน. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ วิทยาลัยเทคโนโลยีและอาชีวศึกษา.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537 : พฤศจิกายน – ธันวาคม). “ การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, ” วารสารคณิตศาสตร์. 38(434-435) : 62 - 74.
- พรทิพย์ พรหมสาขา ณ สกลนคร. (2527). ผลการสอนที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปรินญาณินพนธ์ : กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. อุดสาเนา.
- พรทิพย์ เยาวประภาษ. (2537 : มีนาคม – เมษายน). “ เทคนิคการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์, ” วารสารคณิตศาสตร์. หน้า 24.

- พรรณี เจียมสุบุตร. (2543). การเปรียบเทียบความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีจำนวนผู้ตรวจ และ วิธีการตรวจต่างกัน. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. อุดลำนเา.
- เพียงจิต อังโพธิ์. (2529). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเขียนสะกด คำพ้องเสียง ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวังสะพุง จังหวัดเลย. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ไพบุลย์ จันทยศ. (2521 : สิงหาคม). “ พิษของการสอนเรื่อรั้งของครูหลักสูตรใหม่ , ” วิทยาศาสตร์. 29(15) : 12 – 14.
- มาสวิลล จักบ้านเกิด. (2526). การทดลองสอนโดยใช้แบบฝึกการเขียนสะกดคำยากในวิชาภาษาไทยกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. อุดลำนเา.
- ยุพดี พูลเวชประชาสุข. (2525). การเปรียบเทียบผลการเขียนสะกดคำและทัศนคติต่อการเขียนสะกดคำของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้แบบฝึกหัดการเขียนสะกดคำกับการเขียนตามคำบอก. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. อุดลำนเา.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2536). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์พิพิธการพิมพ์.
- รัชณี ศรีไพรวรรณ. (2520 , 20 – 23 มกราคม). “ การสอนเรียงความ , ” ประชากรศึกษา. ราชบัณฑิตยสถาน. (2525). พจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2525. กรุงเทพฯ : อักษรเจริญ.
- โรจนา แสงรุ่งรวี. (2531). ผลสัมฤทธิ์ในการเขียนสะกดคำด้วยการใช้แบบฝึกของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 3 กรุงเทพฯ : ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.
- . (2540). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาสน์.
- วรรณถ พ่วงสุวรรณ. (2518). การสร้างแบบฝึกการผันวรรณยุกต์สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วรรณดี วรรณศิลป์. (2523). ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วาสนา สุพัฒน์. (2530). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนตามคู่มือครูโดยการทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ แบบฝึกหัดอัตนัย กับการทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. อัดสำเนา.

วลี สุมิพันธ์. (2530). การเปรียบเทียบความสามารถในการเขียนเรียงความของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนซ่อมเสริมโดยใช้แบบฝึกเสริมทักษะและครูเป็นผู้สอน. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. อัดสำเนา.

วิชัย เพ็ชรเรือง. (2531). การเปรียบเทียบความสามารถในการอ่านภาษาไทยของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่พูดภาษาถิ่น ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้แบบฝึกซ่อมเสริมกับกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้แบบฝึกซ่อมเสริมทั่วไปของโรงเรียนสุนทรวัฒนา สำนักงานการศึกษา อำเภอมือง จังหวัดชัยภูมิ. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. อัดสำเนา.

วิชาการ, กรม. (2532). รายงานผลการวิจัยข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์การศาสนา.

วิชาการ, กรม ศูนย์พัฒนาหลักสูตร. (2543). “ เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์, ” กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

วิโชติ พงษ์ศิริ. (2540). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ กิจกรรมการเรียนแบบคอนสตรัคติวิซึม ด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. อัดสำเนา.

วิมล พงษ์ปาลิต. (2541). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. อัดสำเนา.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. (2533). รายงานการวิจัยเรื่องโครงการการศึกษาความเป็นไปได้ของแนวการจัดการศึกษาระดับประถมศึกษาและอาชีวศึกษาของไทย ในทศวรรษ 1990. กรุงเทพฯ : กรมวิชาการ.

—————. (2542). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542. กรุงเทพฯ : สำนักนโยบายและพัฒนสถาบัน สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา.

- ศศิธร สุทธิแพทย์. (2517). แบบฝึกหัดสำหรับสอนเรื่องวลีในวิชาภาษาไทยระดับประกาศนียบัตร
วิชาการศึกษา. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย
- สมชัย ไชยกุล. (2526). การสร้างแบบฝึกการออกเสียงคำที่สะกดด้วยแม่กด กน กบ สำหรับ
นักเรียนที่พูดภาษามลายู ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดยะลา. วิทยานิพนธ์
ศศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2543). เอกสารประกอบการอบรมครู และเอกสารประกอบการเรียน
เรื่อง การแก้ปัญหา. กรุงเทพฯ : สถาบันราชภัฏพระนคร.
- สมทรง ไชยวัด. (2538). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยการจัดกลุ่มที่แตกต่างกัน. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การ
มัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์. (2540). เอกสารทางวิชาการ การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน
เอกสารลำดับที่ 33. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี , สถาบัน. (2544). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.
กรุงเทพฯ : ม.ป.พ.
- สาโรช บัวศรี. (2518). “ ปรัชญาการศึกษา ; ” จุดยืนและทิศทางการศึกษาไทย. กรุงเทพฯ
: โรงพิมพ์วัฒนาพานิช.
- ✓สิริพร ทิพย์คง. (2533, 9 กรกฎาคม). เอกสารประกอบคำบรรยายเรื่องการพัฒนาหลักสูตร
คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- . (2536). เอกสารคำสอนวิชา 158522 ทฤษฎีและวิธีสอนวิชาคณิตศาสตร์.
กรุงเทพฯ : ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
(อัดสำเนา).
- . (2537 : กรกฎาคม - สิงหาคม). “ การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชั้น
ประถมศึกษา , ” วารสารคณิตศาสตร์. 38(430 – 431) : 57 – 62.
- สุจริต เพียรชอบ และ สายใจ อินทรมรรย์. (2522). วิธีสอนภาษาไทยระดับมัธยมศึกษา.
กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุนีย์ เหมะประสิทธิ์. (2533). การพัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้
โจทย์ปัญหา : หน่วยงานนิเทศก์ สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดอุบลราชธานี.
ปริญญาณิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. อัดสำเนา.

- สุนันท์ นิมวัย. (2543). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. อุดลำนเา.
- สุวัฒน์ มุทขเมธา. (2522). การเรียนการสอนคนปัจจุบัน. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.
- เสาวนีย์ ลิกขาบัณฑิต. (2528). เทคโนโลยีทางการศึกษา. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า.
- อนันต์ จันทรกวี. (2525). แนวคิดแก้ปัญหา กับผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ เล่มที่ 1. ม.ป.พ.
- อนันต์ โพธิกุล. (2543). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการกับการสอนตามคู่มือครู. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. อุดลำนเา.
- อภิญญา แก้วชื่น. (2528). การเปรียบเทียบพัฒนาการทางความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้แบบฝึกเสริมทักษะการคิดที่เป็นการดูล้อของจริงกับการ์ตูนโครงสร้าง. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (เอกประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. อุดลำนเา.
- อิทธิพงษ์ ดุสิตพันธ์. (2538). การสร้างชุดการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. อุดลำนเา.
- อำนวย เลิศขยันดี. (2523). การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถทางสมองกับความสามารถทางการแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษา. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (เอกคณิตศาสตร์).กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. อุดลำนเา.
- Adam , S. (1977). *Teaching Mathematics*. New York : Harper and Row Publishers.
- Anderson , K.B. and R.E. Pingry. (1973). *Problem – Solving in Mathematics : Its Theory and Practise*. Washington , D.C. : The National Council of Teachers of Mathematics.
- Ausubel , David P. (1968). *Educational Psychology : A Cognitive View*. New York : Holt Rinehart and Winston , Inc.

- Barnett, T.A. (1969). *Teaching Handbook 2*. Middlesex ; Penguin Book Ltd.
- Baroody, Arthur J. (1993). *Problem Solving, Reasoning and Communicating, K – 8, Helping Children Think Mathematically*. New York : Macmillan Publishing Company.
- Bell, Frederick H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics (in Secondary School)*. Dubuque, Iowa : Wm.C. Brown Company Publishers.
- . (1981). *Teaching and Learning Mathematics (in Secondary School)*. Dubuque, Iowa : Wm.C. Brown Company Publishers.
- Bellon, Jerry T, and Others. (1992). *Teaching from a Research Knowledge Base*. New York : Macmillan Publishing Company.
- Beyer, Barry K. (1985 , October). " Critical Thinking. What is it ? , " *Social Education*. 297 – 303.
- . (1991). *Practical Strategies for the Teaching of Thinking*. Boston : Allyn and Bacon , Inc.
- Bitter, Gray G. , Mary M. Hatfield & Noney T. Edwards. (1989). *Mathematics Method for the Elementary and Middle Schools. A Comprehensive Approach*. Boston : Allyn and Bacon , Inc.
- Branca, N.A. (1980). " Problem Solving as a Goal, Process, and Basic Skill , In S. Krulik and R.E. Reys (Eds.) , " *Problem Solving in School Mathematics* ; Yearbook. P. 3 – 8. Reston, VA : NCTM.
- Bruckner, Leo J. and Fast E. Grossnickle. (1957). *How to make Arithmetic Meaningful*. Philadelphia : The John Winston Co.
- California State Department of Education. (1985). *Mathematics Frameworks for California Public School*. Kindergarten Through Grade Twelve. Samento. California.
- Carroll, John B and Greens. (1972). *Teaching Problem Solving*. Dale Seymour Publications.
- Charles, Randall and Frank K. Lester. (1982). *Teaching Problem Solving. What Why & How*. Dale Seymour Publications.
- Clarkson, S.P. (1979 , January). " A Study of the Relationships among Translation and Problem Solving Abilities , " *Dissertation Abstracts International*. 39 (7) : 4101 – A.

- Clyde , Corle G. (1967). *Teaching Mathematics in the Elementary School*. New York : The Ronald Press Company.
- ✓Dewey , John. (1933). *How We Think*. Boston : D.C. Heath and Co..
- Fan , Chung - The. (1952). *Item Analysis Table*. Princeton. New Jersey : Educational Service.
- Fehr , Howard F. (1972). *Teaching Modern Mathematics in the Elementary School*. Philipines : Addison - Wesley Publishing Company.
- Gagne , R.M. (1970). *The Condition of Learning*. New York : CBS College Publishing.
- Gonzales, Nancy A. (1994 , February). " Problem Posing : A Neglected Component In Mathematics Courses for Prospective Elementary and Middle School Teachers ," *School Science and Mathematics*. 94(2) : 78 – 84.
- Good , V Carter. (1973). *Dictionary of Learning*: 3rd ed. , New York : McGraw – Hill Book Company.
- Gooya, Zahra. (1994 , February). " Influences of Metacognition – Based Teaching via Problem Solving on Students " Beliefs about Mathematics and Mathematical Problem – Solving , " *Dissertation Abstracts International*. 54 (8) : 2865 – A.
- Guilford, J.P. (1967). *The Nature of Human Intelligence*. New York : McGraw – Hill.
- . (1971). *Theoanalysis of intelligencè*. New York ; McGraw – Hill.
- Hart , Lynn C. (1993 , March). " Same Factors That Impede or Enhance Performance in Mathematical Problem Solving , " *Journal for Research in Mathematics Education*. 24 (2) : 167 – 171.
- Hatfield, Mary M., Edwards, Noney and Bilter, Gury G. (1993). *Mathematics Methods for the Elementary and Middle Schools*. Boston : Allyn and Bacon, Inc.
- Heddens, James W. and William R. Speer. (1992). *Problem Solving Decision Making and Communicating in Mathematics*. 7th ed. New York : Macmillan Publishing Company.
- Heimer , Raph T. and Cecil R. Trueblood. (1977). *Strategies for Teaching Children Mathematics*. Washington D.C. : Addison - Wesley Publishing Company. Inc.

- Hopkins, M.H. (1985 , March). " A Classroom Model for Diagnosing the Problem Solving of Elementary School Students , " *Dissertation Abstracts International*. 45 : 1790 – A.
- John, K.W. (1966 , October). " A Comparison of Two Methods of Teaching Eighth Grade General Science : Traditional and Structures Problem – Solving , " *Dissertation Abstracts International*. 27(24) : 994 – 995 A.
- Johnson , Donavan A. and Rising Gerald R. (1967). *Guidelines for Teaching Mathematics*. Belmont , California : Wadsworth Publishing Company Inc.
- Kennedy, Leonard M. (1984). *Guiding Children 's Learning of Mathematics*. 4th ed. Belmont, California : Wadsworth Publishing Company.
- Krulik , Stephen and Robert E. Reys. (1980). *Problem Solving in School Mathematics*. Reston , Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics , Inc.
- Krulik , Stephen and Jesse A. Rudnick. (1993). *Reasoning and Problem Solving. A Handbook for Elementary School Teachers*. Boston : Allyn and Bacon, Inc.
- Lawrey , Daniel Ralph. (1978). " Effect of Feedback on Individaulity , " *Dissertation Abstracts*. 36 : 817 – A.
- Lester , J.K. (1977 , November). " Ideas about Problem Solving : A Look at Some Psychological Research , " *Arithmetic Teacher* , 25 : 12 – 15.
- . (1978). *Mathematical Problem Solving in the Elementary School. : Some Education and Psychological Considerations*. Columbus, Ohio : ERIC / SMEAC.
- Mahan, Luther A. (1970, October - December). " Which Extreme Variant of the Problem Solving Method of Teaching Should Be More Characteristic of the Many Teacher Variations of Problem - Solving Teaching ? " *Science Education*. 54 : 309 – 316.
- Muraski, Sue Virginia. (1979 , January). " A Study of Effects of Explicit Reading Instruction on Reading Performance in Mathematics and on Problem Solving Ability of Sixth Grade , " *Dissertation Abstracts International*. 39 (7) : 4104 – A.

- National Council of Teacher of Mathematics. (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston , Virginia : The National Council of Teacher of Mathematics.
- Osborn , Janet L. Kirk. (1989). Gifted and Talented Students in an Alternative Learning Center : Their Numbers and Characteristics. Doctoral Dissertation , Utah State University. *Dissertation Abstracts International*. 49 : 1995A.
- Petty , Green. (1963). " Language Workbooks and Phonics Materials , " *Development Language Skills in the Elementary Schools*. New York : Allyn and Bacon.
- Polya , George. (1980). " On Solving Mathematical Problems in High School, " *Problem Solving in School Mathematics ; 1980 Yearbook*. Virginia : The National Council of Teacher of Mathematics.
- . (1985). *How to Solve It : A New Aspect of Mathematical Method*. New York : Doubleday and Company Garden City.
- Putt, John Lan. (1979 , March). " An Exporatory Investigation of Two Methods of Instruction in Mathematical Problem Solving at the Fifth Grade Level , " *Dissertation Abstracts International*. 39 : 5382 – A.
- Reynolds , Anne Marie. (1993 , October). " Imaging in Children ' s Mathematical Activity (Problem Solving) , " *Dissertation Abstracts International*. 54 (4) : 1274 – A.
- Reys , Robert E. , Marilyn N. Suydum & Mary Montgomery Lindquist. (1992). *Helping Children Learn Mathematics*. 3rd ed. Boston : Allyn and Bacon , Inc.
- River , Willga M. (1968). *Teaching Foreign Language Skills*. The University of Chicago Press.
- Rosenbrown , Peter S. (1969) " Language Instruction and the School , " *Report of the 20th Annual Round Table Meeting on Linguistics and Language Studies*. P. 112 – 115. Washington D.C. , George Town University Press.
- Russell , Person V. (1961). *Essentials of Mathematics*. New York : John Wiley Inc.

- Schoenfeld, A.H. (1989). " Teaching Mathematical thinking and Problem Solving. In L.B. Resnick and L.E. Klover (Eds.) , " *Toward the Thinking Curriculum : Current Cognitive Research*. (Yearbook of the Association for Supervision and Curriculum Development) p. 83 – 103. ASCD.
- Schorling , Raleigh. (1963). *The Teaching of Mathematics*. P. 24 – 28 Michigan , the Ann Arbor Press.
- Schroeder , Thomas L. And Frank K. Lester. (1989). " Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving , " in *New Directions for Elementary School Mathematics. 1989 Yearbook*. Edited by Paul R. Trafton. Reston Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Schvendinger , Josepe C. (1977). Creative and Academic Achievement. *Dissertation Abstracts International*. 51.
- Stonewater, J.K. (1956, September). " Instruction in Problem Solving and Piaget Theory of Cognitive Development , " *Dissertation Abstracts International*. 38 : 2602 – 2603 – A.
- Taylor , Jill. (1994 , August). " Socially Assisted Learning and Mathematical Problem Solving (Vygotskian) , " *Dissertation Abstracts International*. 55 (2) : 2804.
- ✓Tanner , David. (1975). *Curriculum Development*. New York : Mcmillan Company.
- Tougaw, Paul William. (1994 , February). " A Study of the Effect of Using an Open Approach to Teaching Mathematics upon the Mathematical Problem Solving Behaviors of Secondary School Students , " *Dissertation Abstracts International*. 54 (8) : 2934 – A.
- Van Dalen , Deobold B. (1979). *Understanding Educational Research an Introduction*. McGraw - Hill. Inc.
- Webb, N.L. (1975 , November). " An Exploration of Mathematical Problem Solving Process, " *Dissertation Abstracts International*. 36 : 2689 – A.
- Weir , John Joseph. (1974). " Problem Solving in Everybody Problem , " *Science Teacher*. 41 : 16 – 18 : April.
- Wilson, James W., L. Fernandez and Nelda Hadaway. (1993). " Mathematical Problem Solving , " in *Research Ideas for the Classroom, High School*. P. 57 – 58. New York : Macmillan Publishing Company.

Zalewski , Claire Jean. (1978 , July). " An Investigation of Selected Factors Contributing to Success in Solving Mathematical Word Problem," *Dissertation Abstracts International*. 58 : 2804 - A.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

1. จุดประสงค์การเรียนรู้ประจำบท เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร
2. เนื้อหาของบทเรียนและเวลา
3. ตารางเนื้อหา จำนวนคาบ จุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละเรื่อง

คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2/44 รหัสวิชา ค 012

หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร จำนวน 10 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้ประจำบท มีดังนี้

ให้นักเรียนสามารถ

1. หาพื้นที่ผิวและปริมาตรของพีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้อย่างถูกต้อง
2. นำความรู้เกี่ยวกับการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรไปใช้แก้โจทย์ปัญหา

เนื้อหาของบทเรียนและระยะเวลา

- | | |
|--|-------|
| 1. ทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ก่อนใช้ชุดแบบฝึกทักษะ | 1 คาบ |
| 2. ส่วนต่าง ๆ ของพีระมิด | 1 คาบ |
| 3. การหาความยาวของส่วนต่าง ๆ ของพีระมิด | 1 คาบ |
| 4. พื้นที่ผิวของพีระมิด | 1 คาบ |
| 5. ปริมาตรของพีระมิด | 1 คาบ |
| 6. พื้นที่ผิวของทรงกระบอก | 1 คาบ |
| 7. ปริมาตรของทรงกระบอก | 1 คาบ |
| 8. พื้นที่ผิวของกรวย | 1 คาบ |
| 9. ปริมาตรของกรวย | 1 คาบ |
| 10. พื้นที่ผิวของทรงกลม | 1 คาบ |
| 11. ปริมาตรของทรงกลม | 1 คาบ |
| 12. ทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตรหลังใช้ชุดแบบฝึกทักษะ | 1 คาบ |

รวม 12 คาบ

ตาราง 4 เนื้อหา จำนวนคาบ และจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละเรื่อง

เนื้อหา	จำนวนคาบ	จุดประสงค์การเรียนรู้
1. พื้นที่ผิวและปริมาตรของพีระมิด	4	นักเรียนสามารถ 1. บอกส่วนต่างๆของพีระมิดได้ 2. หาความยาวของส่วนต่างๆของพีระมิดได้ 3. หาพื้นที่ผิวและปริมาตรของพีระมิดได้ 4. นำความรู้ที่เกี่ยวข้องกับการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของพีระมิดไปใช้แก้โจทย์ปัญหาในชีวิตประจำวันได้
2. พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกระบอก	2	นักเรียนสามารถ 1.หาพื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกระบอกได้ 2.นำความรู้ที่เกี่ยวข้องกับการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกระบอกไปใช้แก้โจทย์ปัญหาในชีวิตประจำวันได้
3. พื้นที่ผิวและปริมาตรของกรวย	2	นักเรียนสามารถ 1.หาพื้นที่ผิวและปริมาตรของกรวยได้ 2.นำความรู้ที่เกี่ยวข้องกับการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของกรวยไปใช้แก้โจทย์ปัญหาในชีวิตประจำวันได้
4. พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกลม	2	นักเรียนสามารถ 1.หาพื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกลมได้ 2.นำความรู้ที่เกี่ยวข้องกับการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงกลมไปใช้แก้โจทย์ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

ภาคผนวก ข

ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1. ตารางค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ตารางค่า p ค่า q ค่า pq และค่าความเชื่อมั่น r_h ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ Pretest และ Posttest ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 40 คน

ตาราง 5 ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อที่ สถานการณ์ปัญหา		p	r
(1)	1	0.52	0.37
	2	0.41	0.30
	3	0.31	0.26
	4	0.56	0.30
(2)	1	0.52	0.52
	2	0.35	0.56
	3	0.65	0.41
	4	0.37	0.59
(3)	1	0.67	0.44
	2	0.54	0.48
	3	0.57	0.33
	4	0.61	0.56
(4)	1	0.76	0.41
	2	0.54	0.63
	3	0.44	0.67
	4	0.31	0.56
(5)	1	0.30	0.37
	2	0.44	0.52
	3	0.61	0.63
	4	0.61	0.33

ตาราง 6 ค่า p ค่า q ค่า pq และค่าความเชื่อมั่น (r_n) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	p	q	pq	ข้อที่	p	q	pq
1	0.70	0.30	0.21	11	0.58	0.42	0.24
2	0.51	0.49	0.25	12	0.40	0.60	0.24
3	0.26	0.74	0.19	13	0.77	0.23	0.18
4	0.84	0.16	0.13	14	0.56	0.44	0.25
5	0.56	0.44	0.25	15	0.45	0.55	0.25
6	0.30	0.70	0.21	16	0.38	0.62	0.24
7	0.49	0.51	0.25	17	0.28	0.72	0.20
8	0.62	0.38	0.24	18	0.43	0.57	0.26
9	0.68	0.32	0.22	19	0.61	0.39	0.24
10	0.44	0.56	0.25	20	0.65	0.35	0.23

$$\sum pq = 4.53$$

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

$$r_n = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S^2} \right]$$

$$k = 20$$

$$\sum pq = 4.53$$

$$S^2 = 18.5$$

$$r_n = \frac{20}{20-1} \left[1 - \frac{4.53}{18.5} \right]$$

$$r_n = 0.80$$

ตาราง 7 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ Pretest และ Posttest ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน

คะแนนเต็ม 20 คะแนน							
คนที่	ก่อนเรียน Pretest	หลังเรียน Posttest	ผลต่าง	คนที่	ก่อนเรียน Pretest	หลังเรียน Posttest	ผลต่าง
1	11	13	2	21	8	14	6
2	14	15	1	22	12	13	1
3	8	10	2	23	10	12	2
4	4	15	11	24	12	17	5
5	8	13	5	25	13	14	1
6	8	13	5	26	10	12	2
7	8	11	3	27	12	15	3
8	12	15	3	28	9	12	3
9	9	13	4	29	10	14	4
10	9	14	5	30	9	12	3
11	8	14	6	31	7	10	3
12	2	11	9	32	10	13	3
13	4	10	6	33	4	12	8
14	10	16	6	34	12	17	5
15	10	12	2	35	12	13	1
16	12	12	0	36	12	13	1
17	12	16	4	37	10	15	5
18	11	15	4	38	12	16	4
19	10	17	7	39	7	12	5
20	6	14	8	40	10	10	0

สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบสมมติฐานทดสอบความแตกต่างของความสามารถในการแก้ปัญหา

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n\sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}$$

t	แทน	ค่าที่ใช้พิจารณา
D	แทน	ความแตกต่างของคะแนนแต่ละคู่
n	แทน	จำนวนคู่
$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของ D แต่ละตัวยกกำลังสอง
$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมของ D ทั้งหมดมา ยกกำลังสอง

df = n - 1

ดังนั้นจากสูตรจะได้

$\sum D = 158$, $\sum D^2 = 866$, $(\sum D)^2 = 24,964$

$$t = \frac{158}{\sqrt{\frac{40(866) - 24964}{40 - 1}}}$$

$$t = \frac{158}{\sqrt{\frac{9676}{39}}}$$

$$t = \frac{158}{\sqrt{248.10}}$$

$$t = \frac{158}{15.75}$$

t = 10.03

ภาคผนวก ค

ตารางประสิทธิภาพชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่องที่ 1 - เรื่องที่ 10

ตาราง 8 ประสิทธิภาพของชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องที่ 1 ส่วนต่างๆของพีระมิด

คนที่	คะแนนจากการทำ แบบฝึกทักษะ (15 คะแนน)	คะแนนจากการ ทำแบบทดสอบ หลังเรียน (10 คะแนน)	คนที่	คะแนนจากการทำ แบบฝึกทักษะ (15 คะแนน)	คะแนนจากการ ทำแบบทดสอบ หลังเรียน (10 คะแนน)
1	13	7	21	15	8
2	13	10	22	13	9
3	15	9	23	13	10
4	15	8	24	13	9
5	13	9	25	14	9
6	15	8	26	13	7
7	13	7	27	13	10
8	13	8	28	15	10
9	15	9	29	13	9
10	13	8	30	13	10
11	12	9	31	15	10
12	13	10	32	13	8
13	15	10	33	14	10
14	15	9	34	15	7
15	13	6	35	13	10
16	13	9	36	15	9
17	15	9	37	14	9
18	15	9	38	15	8
19	15	8	39	15	10
20	15	10	40	15	10
รวม				560	354

$$E_1 = \frac{\frac{560}{40} \times 100}{15}$$
$$E_1 = 93.33$$

$$E_2 = \frac{\frac{354}{40} \times 100}{10}$$
$$E_2 = 88.5$$

$$E_1 / E_2 = 93.33 / 88.5$$

ตาราง9ประสิทธิภาพของชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องที่ 2 การหาความยาวส่วนต่างๆของพีระมิด

คนที่	คะแนนจากการทำ แบบฝึกทักษะ (10 คะแนน)	คะแนนจากการ ทำแบบทดสอบ หลังเรียน (10 คะแนน)	คนที่	คะแนนจากการทำ แบบฝึกทักษะ (10 คะแนน)	คะแนนจากการ ทำแบบทดสอบ หลังเรียน (10 คะแนน)
1	9	7	21	9	10
2	9	8	22	9	8
3	8	8	23	10	10
4	7	7	24	10	10
5	9	7	25	10	9
6	10	8	26	8	7
7	8	6	27	9	9
8	10	9	28	10	8
9	9	8	29	8	8
10	9	8	30	8	8
11	7	7	31	10	10
12	9	9	32	9	9
13	7	8	33	9	8
14	8	8	34	10	9
15	9	9	35	9	9
16	8	8	36	10	10
17	8	8	37	8	8
18	8	7	38	8	7
19	9	10	39	10	9
20	9	10	40	10	10
รวม				354	336

$$E_1 = \frac{\frac{354}{40} \times 100}{10}$$

$$E_1 = 88.5$$

$$E_2 = \frac{\frac{336}{40} \times 100}{10}$$

$$E_2 = 84$$

$$E_1 / E_2 = 88.5 / 84$$

ตาราง 10 ประสิทธิภาพของชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องที่ 3 พื้นที่ผิวของพีระมิด

คนที่	คะแนนจากการทำ แบบฝึกทักษะ (10 คะแนน)	คะแนนจากการ ทำแบบทดสอบ หลังเรียน (10 คะแนน)	คนที่	คะแนนจากการทำ แบบฝึกทักษะ (10 คะแนน)	คะแนนจากการ ทำแบบทดสอบ หลังเรียน (10 คะแนน)
1	9	7	21	8	8
2	9	10	22	8	10
3	8	10	23	8	9
4	9	7	24	10	8
5	8	7	25	9	8
6	7	8	26	9	9
7	9	7	27	8	7
8	9	8	28	8	8
9	9	8	29	10	8
10	10	9	30	10	10
11	10	8	31	9	9
12	9	8	32	9	9
13	8	8	33	7	8
14	8	9	34	9	7
15	8	8	35	8	8
16	10	9	36	8	8
17	9	8	37	10	9
18	7	8	38	10	10
19	10	10	39	9	8
20	9	9	40	9	9
			รวม	351	336

$$E_1 = \frac{\frac{351}{40} \times 100}{10}$$

$$E_1 = 87.75$$

$$E_2 = \frac{\frac{336}{40} \times 100}{10}$$

$$E_2 = 84$$

$$E_1 / E_2 = 87.75 / 84$$

ตาราง 11 ประสิทธิภาพของชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องที่ 4 ปริมาตรของพีระมิด

คนที่	คะแนนจากการทำ แบบฝึกทักษะ (10 คะแนน)	คะแนนจากการ ทำแบบทดสอบ หลังเรียน (10 คะแนน)	คนที่	คะแนนจากการทำ แบบฝึกทักษะ (10 คะแนน)	คะแนนจากการ ทำแบบทดสอบ หลังเรียน (10 คะแนน)
1	9	8	21	9	8
2	9	10	22	8	9
3	9	10	23	7	8
4	8	7	24	9	9
5	9	10	25	10	9
6	9	8	26	9	9
7	9	7	27	7	7
8	8	9	28	10	10
9	9	9	29	9	8
10	8	8	30	9	8
11	9	8	31	10	10
12	10	9	32	10	9
13	8	8	33	10	9
14	9	10	34	9	8
15	10	9	35	9	9
16	9	8	36	9	9
17	8	7	37	8	10
18	8	7	38	9	8
19	9	10	39	9	9
20	9	9	40	10	9
รวม				356	346

$$E_1 = \frac{\frac{356}{40} \times 100}{10}$$

$$E_1 = 89$$

$$E_2 = \frac{\frac{346}{40} \times 100}{10}$$

$$E_2 = 86.5$$

$$E_1 / E_2 = 89 / 86.5$$

ตาราง 12 ประสิทธิภาพของชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องที่ 5 พื้นที่ผิวของทรงกระบอก

คนที่	คะแนนจากการทำ แบบฝึกทักษะ (10 คะแนน)	คะแนนจากการ ทำแบบทดสอบ หลังเรียน (10 คะแนน)	คนที่	คะแนนจากการทำ แบบฝึกทักษะ (10 คะแนน)	คะแนนจากการ ทำแบบทดสอบ หลังเรียน (10 คะแนน)
1	9	10	21	9	9
2	9	8	22	8	9
3	9	10	23	10	8
4	7	7	24	8	8
5	9	10	25	9	10
6	8	7	26	9	9
7	9	9	27	10	10
8	7	8	28	10	9
9	9	10	29	9	8
10	8	8	30	9	9
11	9	9	31	8	8
12	8	10	32	9	8
13	9	9	33	9	9
14	9	10	34	8	8
15	10	9	35	7	8
16	9	8	36	9	10
17	9	9	37	9	9
18	10	10	38	10	9
19	10	9	39	10	10
20	7	8	40	8	8
			รวม	352	346

$$E_1 = \frac{\frac{352}{40} \times 100}{10}$$

$$E_1 = 88$$

$$E_2 = \frac{\frac{346}{40} \times 100}{10}$$

$$E_2 = 86.5$$

$$E_1 / E_2 = 88 / 86.5$$

ตาราง13ประสิทธิภาพของชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องที่ 6 ปริมาตรของทรงกระบอก

คนที่	คะแนนจากการทำ แบบฝึกทักษะ (10 คะแนน)	คะแนนจากการ ทำแบบทดสอบ หลังเรียน (10 คะแนน)	คนที่	คะแนนจากการทำ แบบฝึกทักษะ (10 คะแนน)	คะแนนจากการ ทำแบบทดสอบ หลังเรียน (10 คะแนน)
1	9	9	21	9	9
2	9	10	22	9	10
3	9	9	23	10	9
4	8	9	24	9	8
5	9	7	25	8	10
6	10	10	26	9	10
7	9	8	27	10	10
8	8	9	28	9	8
9	9	10	29	9	9
10	10	9	30	10	9
11	9	9	31	10	10
12	9	10	32	8	8
13	10	9	33	8	8
14	9	8	34	10	10
15	9	10	35	9	9
16	7	7	36	9	8
17	10	10	37	10	9
18	9	9	38	7	7
19	9	8	39	9	9
20	10	9	40	9	8
			รวม	362	357

$$E_1 = \frac{\frac{362}{40} \times 100}{10}$$
$$E_1 = 90.5$$

$$E_2 = \frac{\frac{357}{40} \times 100}{10}$$
$$E_2 = 89.25$$

$$E_1 / E_2 = 90.5 / 89.25$$

ตาราง 14 ประสิทธิภาพของชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องที่ 7 พื้นที่ผิวของกรวย

คนที่	คะแนนจากการทำ แบบฝึกทักษะ (10 คะแนน)	คะแนนจากการ ทำแบบทดสอบ หลังเรียน (10 คะแนน)	คนที่	คะแนนจากการทำ แบบฝึกทักษะ (10 คะแนน)	คะแนนจากการ ทำแบบทดสอบ หลังเรียน (10 คะแนน)
1	9	9	21	8	8
2	8	9	22	9	8
3	9	8	23	9	7
4	9	7	24	9	8
5	9	9	25	9	9
6	8	8	26	8	9
7	9	8	27	10	10
8	9	8	28	9	9
9	8	8	29	8	9
10	10	8	30	9	8
11	10	9	31	9	7
12	9	9	32	9	9
13	9	10	33	8	10
14	9	10	34	7	8
15	9	8	35	8	10
16	9	9	36	9	9
17	10	10	37	9	9
18	9	8	38	8	10
19	9	8	39	7	10
20	9	9	40	10	8
			รวม	352	347

$$E_1 = \frac{\frac{352}{40} \times 100}{10}$$

$$E_1 = 88$$

$$E_2 = \frac{\frac{347}{40} \times 100}{10}$$

$$E_2 = 86.75$$

$$E_1 / E_2 = 88 / 86.75$$

ตาราง15ประสิทธิภาพของชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องที่ 8 ปริมาตรของกรวย

คนที่	คะแนนจากการทำ แบบฝึกทักษะ (10 คะแนน)	คะแนนจากการ ทำแบบทดสอบ หลังเรียน (10 คะแนน)	คนที่	คะแนนจากการทำ แบบฝึกทักษะ (10 คะแนน)	คะแนนจากการ ทำแบบทดสอบ หลังเรียน (10 คะแนน)
1	10	8	21	8	7
2	9	10	22	9	10
3	9	8	23	9	10
4	8	7	24	9	9
5	9	7	25	9	9
6	9	9	26	10	10
7	9	10	27	10	10
8	9	10	28	9	10
9	8	8	29	9	10
10	10	9	30	9	10
11	9	7	31	10	10
12	9	8	32	8	9
13	9	9	33	8	8
14	9	9	34	10	10
15	8	9	35	10	8
16	9	8	36	9	8
17	9	10	37	8	10
18	9	7	38	9	9
19	8	9	39	9	9
20	9	8	40	10	10
รวม				360	356

$$E_1 = \frac{\frac{360}{40} \times 100}{10}$$

$$E_1 = 90$$

$$E_2 = \frac{\frac{356}{40} \times 100}{10}$$

$$E_2 = 89$$

$$E_1 / E_2 = 90 / 89$$

ตาราง 16 ประสิทธิภาพของชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องที่ 9 พื้นที่ผิวของทรงกลม

คนที่	คะแนนจากการทำ แบบฝึกทักษะ (10 คะแนน)	คะแนนจากการ ทำแบบทดสอบ หลังเรียน (10 คะแนน)	คนที่	คะแนนจากการทำ แบบฝึกทักษะ (10 คะแนน)	คะแนนจากการ ทำแบบทดสอบ หลังเรียน (10 คะแนน)
1	8	9	21	9	8
2	10	9	22	8	8
3	8	8	23	10	10
4	9	10	24	8	9
5	10	10	25	10	9
6	8	7	26	8	10
7	9	8	27	8	7
8	10	9	28	10	10
9	9	8	29	9	9
10	9	9	30	9	9
11	9	9	31	9	10
12	9	9	32	8	9
13	10	10	33	10	10
14	8	8	34	9	8
15	10	10	35	9	10
16	8	7	36	10	9
17	9	9	37	10	9
18	10	9	38	9	10
19	8	9	39	9	3
20	8	9	40	8	7
รวม				359	355

$$E_1 = \frac{\frac{359}{40} \times 100}{10}$$

$$E_1 = 89.75$$

$$E_2 = \frac{\frac{355}{40} \times 100}{10}$$

$$E_2 = 88.75$$

$$E_1 / E_2 = 89.75 / 88.75$$

ตาราง 17 ประสิทธิภาพของชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องที่ 10 ปริมาตรของทรงกลม

คนที่	คะแนนจากการทำ แบบฝึกทักษะ (10คะแนน)	คะแนนจากการ ทำแบบทดสอบ หลังเรียน (10 คะแนน)	คนที่	คะแนนจากการทำ แบบฝึกทักษะ (10 คะแนน)	คะแนนจากการ ทำแบบทดสอบ หลังเรียน (10 คะแนน)
1	8	7	21	9	9
2	8	10	22	10	9
3	10	10	23	9	10
4	7	7	24	10	9
5	10	10	25	10	10
6	10	9	26	10	9
7	9	9	27	10	10
8	10	8	28	10	10
9	10	10	29	8	8
10	8	9	30	10	9
11	9	8	31	10	10
12	10	10	32	8	8
13	10	10	33	10	10
14	10	9	34	10	10
15	10	10	35	10	9
16	10	9	36	10	10
17	10	10	37	9	9
18	8	9	38	10	10
19	10	9	39	10	9
20	10	10	40	10	10
			รวม	380	371

$$E_1 = \frac{\frac{380}{40} \times 100}{10}$$

$$E_1 = 95$$

$$E_2 = \frac{\frac{371}{40} \times 100}{10}$$

$$E_2 = 92.75$$

$$E_1 / E_2 = 95 / 92.75$$

ภาคผนวก ง

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถใน
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง

พื้นที่ผิวและปริมาตร

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา

ทางคณิตศาสตร์

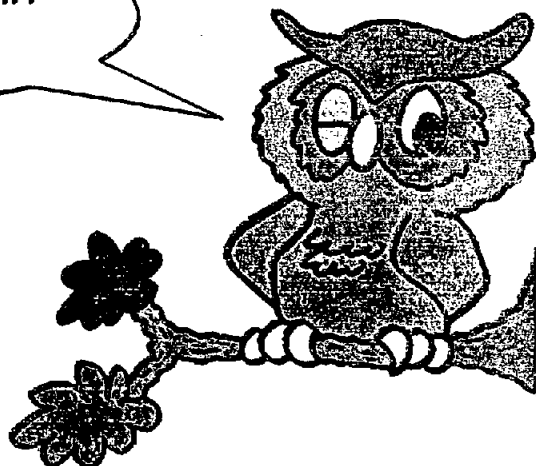
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบนี้ประกอบด้วยสถานการณ์ที่กำหนดให้รวม 5 สถานการณ์โดยแต่ละสถานการณ์มีคำถาม 4 ข้อ ให้เวลาทำ 50 นาที
2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ในข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวในกระดาษคำตอบ
3. ถ้าต้องการเปลี่ยนแปลงคำตอบให้ขีดเส้นทับที่คำตอบเดิม X แล้วทำเครื่องหมายใหม่ในข้อที่ต้องการ
4. ห้ามขีดเขียนหรือทำเครื่องหมายใด ๆ ลงในข้อสอบ
5. เมื่อหมดเวลาให้นักเรียนคืนแบบทดสอบและกระดาษคำตอบ

ต้องตั้งใจและพยายามทำ
ให้ดีที่สุดนะ



สถานการณ์ที่ 1 ในวิชาคณิตศาสตร์ครูเล่าเรื่องพระมิตในอียิปต์ให้นักเรียนฟังว่าเป็น 1 ใน 7 สิ่งมหัศจรรย์ของโลกสร้างไว้เก็บศพของกษัตริย์ซึ่งมีที่เดียวในโลก มีความสวยงาม และมีหลายขนาดครูจึงลองให้นักเรียนหาผลบวกของพื้นที่หน้าทุกหน้าของพระมิตฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีฐานยาวด้านละ 12 เมตร สันยาว 10 เมตร

จุดประสงค์ หาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่เป็นหน้าทุกหน้าของพระมิตได้

- ข้อใดเป็นปัญหาสำคัญของสถานการณ์นี้
 - ผลบวกพื้นที่หน้าทุกหน้าของพระมิตฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นเท่าใด
 - พื้นที่ฐานของพระมิตฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นเท่าใด
 - สูงเอียงของพระมิตฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวเท่าใด
 - สันยาว 10 เมตร และ ฐานยาวด้านละ 12 เมตร
 - ส่วนสูงของพระมิตฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวเท่าใด
- นักเรียนคิดว่าจะแก้ปัญหานี้ในสถานการณ์นี้ได้ต้องทราบอะไรบ้าง
 - สันยาว 10 เมตร และฐานยาวด้านละ 12 เมตร
 - พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่เป็นหน้าแต่ละหน้าของพระมิต
 - สูงเอียงและความยาวฐานของพระมิต
 - ข้อ ข และ ค ถูก
 - ถูกทุกข้อ
- นักเรียนคิดว่าการดำเนินการแก้ปัญหานั้นขั้นตอนใดสำคัญที่สุด
 - หาส่วนสูงของพระมิตโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
 - หาสูงเอียงของพระมิตโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
 - หาพื้นที่ฐานของพระมิตฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสใช้สูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส
 - หาพื้นที่ของสามเหลี่ยมที่เป็นหน้าแต่ละหน้าของพระมิตโดยใช้สูตรการหาพื้นที่แล้วคูณ 4
 - หาพื้นที่ฐานรวมกับพื้นที่ของสามเหลี่ยมที่เป็นหน้าทุกหน้าของพระมิต
- จากการที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหานี้ในสถานการณ์นี้จะได้อะไรคำตอบเท่าใด
 - 336 ตารางเมตร
 - 192 ตารางเมตร
 - 185 ตารางเมตร
 - 157 ตารางเมตร
 - 144 ตารางเมตร



สถานการณ์ที่ 2 พระมิตตรงทำด้วยไม้อันหนึ่งมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว 32 ซม. กว้าง 10 ซม. และมีความสูง 12 ซม. ถ้าต้องการหาสีผิวของพระมิตนี้บริเวณที่หาสีผิวมีพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร

จุดประสงค์ แก้โจทย์ปัญหาพื้นที่ผิวของพระมิตได้

1. ข้อใดเป็นปัญหาสำคัญของสถานการณ์นี้
 - ก. พื้นที่ผิวข้างของพระมิตเป็นเท่าใด
 - ข. พื้นที่ฐานของพระมิตเป็นเท่าใด
 - ค. พื้นที่ผิวที่ต้องหาสีทั้งหมดเท่าใด
 - ง. พระมิตสูง 12 ซม. จะมีสูงเอียงยาวเท่าใด
 - จ. พื้นที่ฐานของพระมิตเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ยาว 32 ซม. กว้าง 10 ซม.
2. นักเรียนคิดว่าจะแก้ปัญหามาในสถานการณ์นี้ได้ต้องทราบอะไรเป็นอันดับแรก
 - ก. พระมิตมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ยาว 32 ซม. กว้าง 10 ซม. และสูง 12 ซม.
 - ข. พื้นที่ผิวทั้งหมดของพระมิตฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า
 - ค. พื้นที่ฐานของพระมิตฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า
 - ง. พื้นที่ผิวข้างของพระมิตฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า
 - จ. สูงเอียงของฐานพระมิตทั้งด้านยาวและด้านกว้าง
3. นักเรียนคิดว่าจะดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างไร
 - ก. หาเส้นของพระมิตโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสแล้วรวมกับพื้นที่ผิวข้างของพระมิต
 - ข. หาสูงเอียงของพระมิตโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสแล้วรวมกับพื้นที่ฐาน
 - ค. หาพื้นที่ฐานของพระมิตรวมกับพื้นที่ผิวข้างของพระมิต
 - ง. หาพื้นที่ฐานของพระมิตลบกับพื้นที่ผิวข้างของพระมิต
 - จ. หาพื้นที่ฐานของพระมิตคูณกับพื้นที่ผิวข้างของพระมิต
4. จากการที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหามาในสถานการณ์นี้จะได้อำตอบเท่าใด
 - ก. 320 ตารางเซนติเมตร
 - ข. 616 ตารางเซนติเมตร
 - ค. 785 ตารางเซนติเมตร
 - ง. 847 ตารางเซนติเมตร
 - จ. 936 ตารางเซนติเมตร

ง่าย ๆ สบายมากมาย



สถานการณ์ที่ 3 วัดแห่งหนึ่งใช้น้ำโดยเฉลี่ยวันละ 3 ลบ.ม. ต้องการสร้างถังเก็บน้ำทรงกระบอก 6 ใบ ที่มีขนาดเท่ากัน เพื่อเก็บน้ำไว้ในฤดูร้อนในช่วงเวลา 88 วัน ถ้าต้องการให้ถังเก็บน้ำมีความสูง 3.5 เมตร จะต้องสร้างถังเก็บน้ำให้มีเส้นผ่านศูนย์กลางภายในยาวเท่าไร

จุดประสงค์ นำความรู้เกี่ยวกับการหาปริมาตรของทรงกระบอกไปใช้แก้โจทย์ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

1. ข้อใดเป็นปัญหาสำคัญของสถานการณ์นี้
 - ก. วัดใช้น้ำเฉลี่ยวันละ 3 ลบ.ม.
 - ข. ถังเก็บน้ำมีเส้นผ่านศูนย์กลางภายในยาวเท่าใด
 - ค. วัดสร้างถังเก็บน้ำทรงกระบอก 6 ใบ
 - ง. ถังเก็บน้ำมีความสูง 3.5 เมตร จะมีรัศมียาวเท่าใด
 - จ. สร้างถังเก็บน้ำทรงกระบอกไว้เก็บน้ำในฤดูร้อน ระยะเวลา 88 วัน
2. นักเรียนคิดว่าจะแก้ปัญหาในสถานการณ์นี้ได้ต้องทราบอะไรบ้าง
 - ก. ความสูงของถังเก็บน้ำ 3.5 เมตร
 - ข. รัศมีของถังเก็บน้ำทรงกระบอก
 - ค. ถังเก็บน้ำทรงกระบอก 1 ใบ เก็บน้ำได้เท่าใด
 - ง. ข้อ ก และ ข ถูก
 - จ. ข้อ ข และ ค ถูก
3. นักเรียนคิดว่าจะดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างไร
 - ก. หารัศมีของถังเก็บน้ำแล้วนำไปคูณ 2
 - ข. หาปริมาตรของถังเก็บน้ำแล้วนำไปหาร 2
 - ค. หาความจุน้ำในถังเก็บน้ำแล้วหารด้วย 6
 - ง. หาปริมาตรของถังเก็บน้ำหารด้วยปริมาตรของน้ำ
 - จ. หาปริมาตรของถังเก็บน้ำหารด้วยความสูงของถัง
4. จากการที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาในสถานการณ์นี้จะได้อะไรมาบ้าง

ก.	2	เมตร
ข.	4	เมตร
ค.	6	เมตร
ง.	8	เมตร
จ.	10	เมตร

คิดออกแล้ว



สถานการณ์ที่ 4 กรวยกลมทำด้วยไม้ภายในกลวง วัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายนอก ได้ 60 ซม. และเส้นผ่านศูนย์กลางภายในได้ 50 ซม. กรวยมีความสูงภายนอก 20 ซม. และความสูงภายใน 18 ซม. จงหาปริมาตรของเนื้อไม้ที่ใช้ทำกรวยกลมนี้ ($\pi = 3.14$)

จุดประสงค์ แก่โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับปริมาตรของกรวยได้

1. ข้อใดเป็นปัญหาสำคัญของสถานการณ์นี้
 - ก. ปริมาตรของเนื้อไม้ที่ใช้ทำกรวยกลมเป็นเท่าใด
 - ข. เส้นผ่านศูนย์กลางภายนอก 60 ซม. สูง 20 ซม.
 - ค. เส้นผ่านศูนย์กลางภายใน 50 ซม. สูง 18 ซม.
 - ง. ปริมาตรของกรวยไม้รวมภายในกลวงเป็นเท่าใด
 - จ. ปริมาตรส่วนที่กลวงภายในกรวยไม้เป็นเท่าใด
2. นักเรียนคิดว่าจะแก้ปัญหาในสถานการณ์นี้ได้ต้องทราบอะไรบ้าง
 - ก. รัศมีภายนอกกรวยไม้
 - ข. รัศมีภายในกรวยไม้
 - ค. ปริมาตรของกรวยไม้รวมภายในกลวงเป็นเท่าใด
 - ง. ปริมาตรส่วนที่กลวงภายในกรวยไม้เป็นเท่าใด
 - จ. ถูกทุกข้อ
3. นักเรียนคิดว่าการดำเนินการแก้ปัญหาขั้นตอนใดสำคัญที่สุด
 - ก. หารัศมีภายนอกของกรวยไม้โดยนำเส้นผ่านศูนย์กลางภายนอกมาหาร 2
 - ข. หารัศมีภายในของกรวยไม้โดยนำเส้นผ่านศูนย์กลางภายในมาหาร 2
 - ค. หาปริมาตรของกรวยไม้รวมภายในกลวงโดยใช้สูตรการหาปริมาตรกรวย
 - ง. หาปริมาตรของส่วนที่กลวงภายในกรวยไม้โดยใช้สูตรการหาปริมาตรกรวย
 - จ. หาปริมาตรของกรวยไม้รวมภายในกลวงนำมาลบกับปริมาตรของส่วนที่กลวงภายใน
4. จากการที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาในสถานการณ์นี้จะได้อำตอบเท่าใด

ก.	5,035	ลูกบาศก์เซนติเมตร
ข.	7,065	ลูกบาศก์เซนติเมตร
ค.	9,425	ลูกบาศก์เซนติเมตร
ง.	11,775	ลูกบาศก์เซนติเมตร
จ.	18,840	ลูกบาศก์เซนติเมตร

โจทย์แบบนี้สบายอยู่แล้ว



สถานการณ์ที่ 5 แท่งตะกั่วรูปสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ ยาว 11 นิ้ว กว้าง 8 นิ้ว หนา 5 นิ้ว นำไปหลอมเป็นลูกป็นกลมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 1 นิ้ว จะหลอมได้ประมาณกี่ลูก
จุดประสงค์ นำความรู้เกี่ยวกับการหาปริมาตรของทรงกลมไปใช้แก้โจทย์ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

1. ข้อใดเป็นปัญหาสำคัญของสถานการณ์นี้
 - ก. แท่งตะกั่วรูปสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ ยาว 11 นิ้ว กว้าง 8 นิ้ว หนา 5 นิ้ว
 - ข. ปริมาตรของแท่งตะกั่วเป็นเท่าใด
 - ค. รัศมีของลูกป็นทรงกลมยาวเท่าใด
 - ง. ปริมาตรของลูกป็นเป็นเท่าใด
 - จ. จะนำแท่งตะกั่วไปหลอมลูกป็นได้กี่ลูก
2. นักเรียนคิดว่าจะแก้ปัญหาในสถานการณ์นี้ได้ต้องทราบอะไรเป็นอันดับแรก
 - ก. รัศมีของลูกป็น
 - ข. ปริมาตรของลูกป็น
 - ค. ปริมาตรของแท่งตะกั่วรูปสี่เหลี่ยมลูกบาศก์
 - ง. เส้นผ่านศูนย์กลางของลูกป็น
 - จ. สูตรการหาปริมาตรของทรงกลม
3. นักเรียนคิดว่าจะดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างไร
 - ก. หาปริมาตรของแท่งตะกั่วรวมกับปริมาตรของลูกป็น
 - ข. หาปริมาตรของแท่งตะกั่วลบกับปริมาตรของลูกป็น
 - ค. หาปริมาตรของแท่งตะกั่วหารกับปริมาตรของลูกป็น
 - ง. หาปริมาตรของแท่งตะกั่วคูณกับปริมาตรของลูกป็น
 - จ. หาปริมาตรโดยใช้สูตรปริมาตรของกรวยและสูตร กว้าง $\times$ ยาว $\times$ สูง
4. จากการที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาในสถานการณ์นี้จะได้อะไรคำตอบเท่าใด

ก.	441	ลูก
ข.	675	ลูก
ค.	705	ลูก
ง.	846	ลูก
จ.	915	ลูก



ในที่สุดเราก็ทำสำเร็จ

**เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร**

สถานการณ์ที่ 1

1. ก
2. จ
3. ง
4. ข

สถานการณ์ที่ 4

1. ก
2. จ
3. จ
4. ข

สถานการณ์ที่ 2

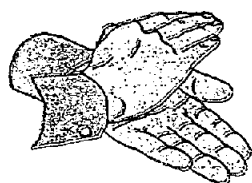
1. ค
2. ก
3. ค
4. จ

สถานการณ์ที่ 5

1. ข
2. ค
3. ค
4. ง

สถานการณ์ที่ 3

1. ข
2. ง
3. ก
4. ข



ขอปรบมือให้กับคนเก่ง
และขอมอบรางวัลให้



ภาคผนวก จ

แผนการสอนของกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถใน
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แผนการสอนที่ 1

วิชาคณิตศาสตร์

รหัส ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง ส่วนต่างๆของพีระมิด

จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที

สาระสำคัญ

1. ทรงสามมิติที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใดๆมียอดแหลมซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน และหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดร่วมกันที่ยอดแหลมนั้นเรียกว่า “ พีระมิด ”
2. พีระมิดตรงที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าจะมีสูงเอียงทุกเส้นยาวเท่ากัน
3. ส่วนสูงของพีระมิดตรงใดๆจะตั้งฉากกับฐานที่จุด ซึ่งอยู่ห่างจากจุดยอดมุมของรูปเหลี่ยมที่เป็นฐานเป็นระยะเท่ากัน

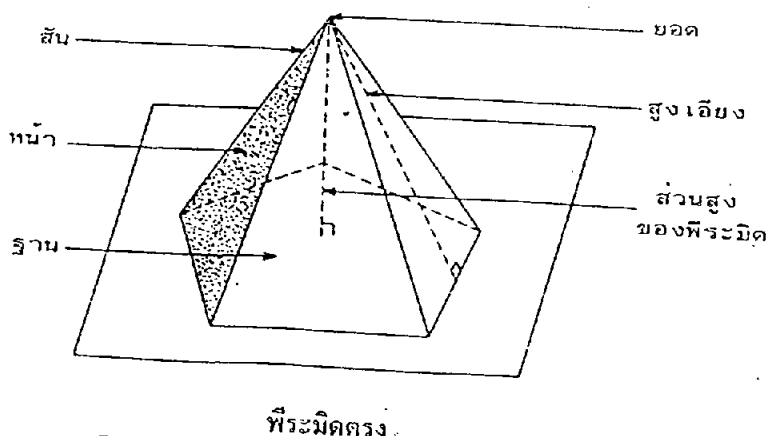
จุดประสงค์การเรียนรู้

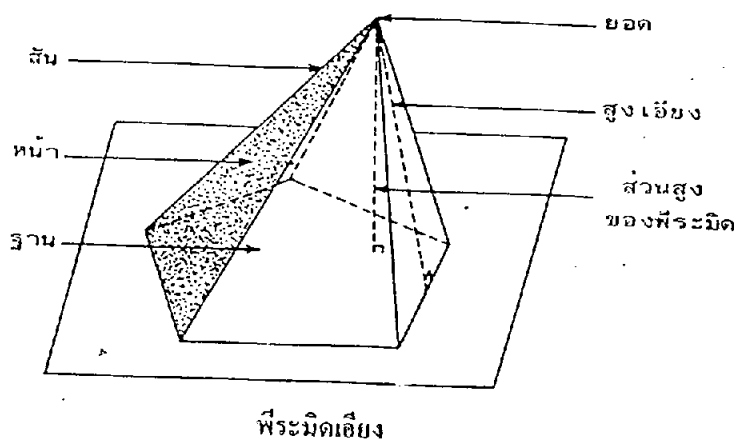
1. บอกส่วนต่างๆของพีระมิดได้อย่างถูกต้อง
2. บอกลักษณะของพีระมิดตรงได้
3. บอกสมบัติของสูงเอียงและส่วนสูงของพีระมิดได้
4. เรียกชื่อพีระมิดที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง

เนื้อหา

ทรงสามมิติที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใดๆมียอดแหลมซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน และหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดร่วมกันที่ยอดแหลมนั้นเรียกว่า “ พีระมิด ”

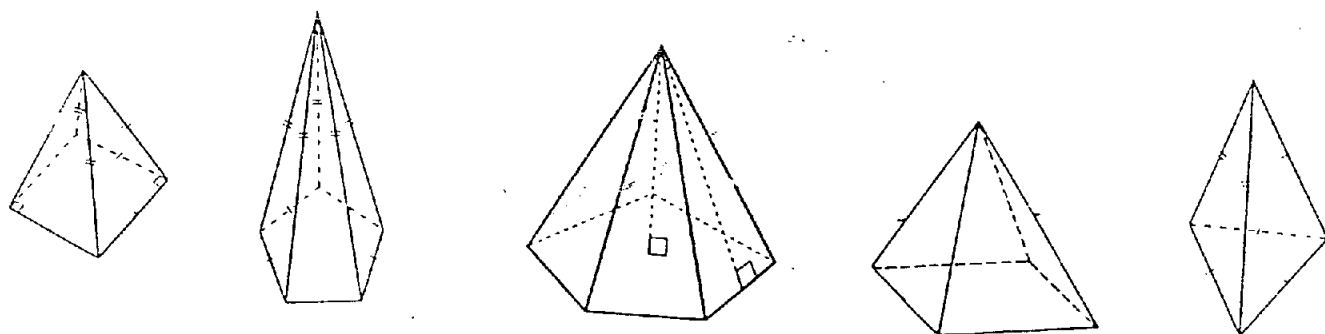
ตัวอย่างที่ 1 จากรูป พีระมิดตรงและพีระมิดเอียง จงบอกส่วนต่างๆของพีระมิด





ตัวอย่างที่ 2

จากรูปพิจารณาพีระมิดฐานรูปเหลี่ยมต่างๆ



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ฐานของพีระมิดเป็นรูปอะไรบ้าง

ตอบ สามเหลี่ยม, สี่เหลี่ยมจัตุรัส, สี่เหลี่ยมผืนผ้า, ห้าเหลี่ยม, หกเหลี่ยม

2. หน้าของพีระมิดแต่ละรูปเป็นรูปอะไร

ตอบ สามเหลี่ยม

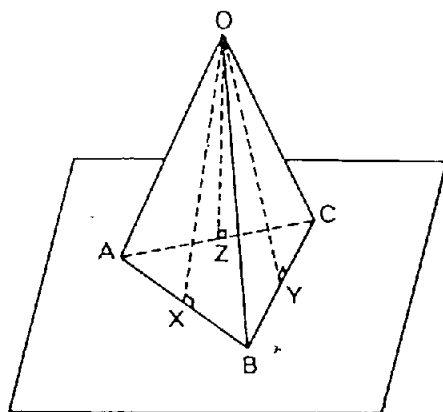
3. หน้าของพีระมิดทุกหน้ามีจุดรวมกันที่ใด

ตอบ จุดยอดของพีระมิด

4. จำนวนหน้าของพีระมิดกับจำนวนด้านของฐานของพีระมิดมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

ตอบ เท่ากัน

ตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนพิจารณาพีระมิดตรงฐานสามเหลี่ยมด้านเท่าต่อไปนี้แล้วตอบคำถาม



กำหนดให้ $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ และ $\overline{OC}$ เป็นเส้นของพีระมิด $\triangle OAB$, $\triangle OBC$ และ $\triangle OAC$ เป็นหน้าของพีระมิดซึ่งมี $\overline{OX}$, $\overline{OY}$ และ $\overline{OZ}$ เป็นส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปตามลำดับ

1. $OA = OB = OC$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ เท่ากันเพราะเป็นเส้นของพีระมิดตรง

2. $AB = BC = CA$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ เท่ากันเพราะ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

3. $\triangle OAB$, $\triangle OBC$ และ $\triangle OCA$ เท่ากันทุกประการหรือไม่เพราะเหตุใด

ตอบ เท่ากันทุกประการเพราะมีด้านยาวเท่ากันสามคู่

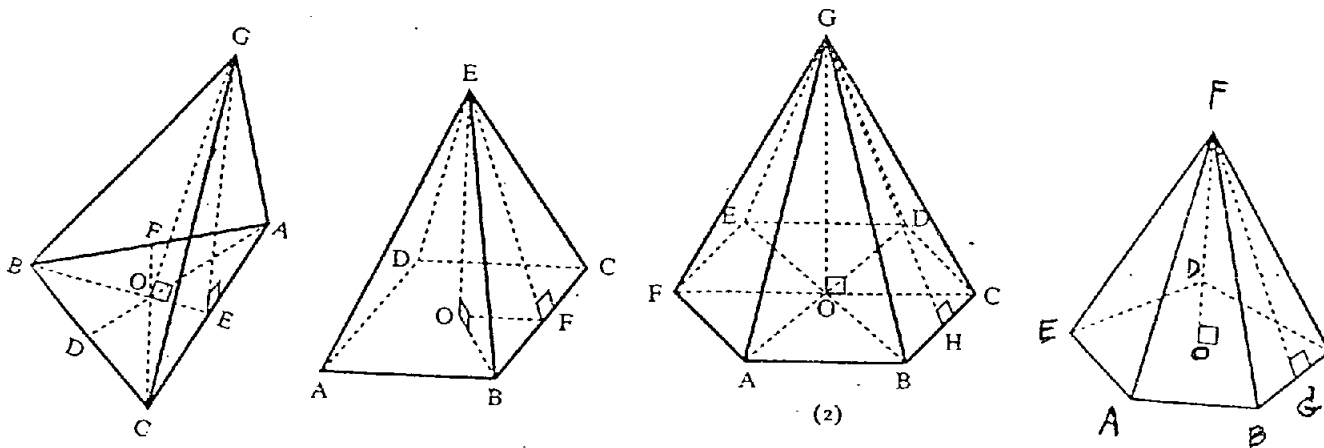
4. หน้าทุกหน้าของพีระมิดมีพื้นที่เท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ เท่ากัน เพราะ ต่างก็เป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ

5. $OX = OY = OZ$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ เท่ากัน เพราะต่างก็เป็นความสูงของรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากันและมีฐานยาวเท่ากัน

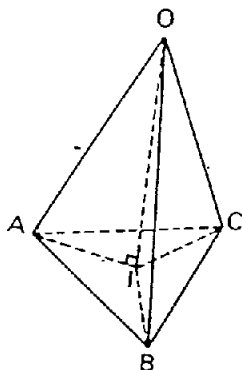
ตัวอย่างที่ 4 จากรูปให้นักเรียนพิจารณาว่าพีระมิดตรงที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าจะมีสูงเอียงทุกเส้นยาวเท่ากันหรือไม่



ตอบ มีสูงเอียงทุกเส้นยาวเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 5

พิจารณาส่วนสูงของพีระมิดตรงฐานสามเหลี่ยมแล้วตอบคำถาม



ให้ $\overline{OI}$ เป็นส่วนสูงของพีระมิด ลาก $\overline{AI}$, $\overline{BI}$ และ $\overline{CI}$ พิจารณา $\triangle OAI$ และ $\triangle OBI$

1. $\widehat{OIA}$ และ $\widehat{OIB}$ มีขนาดเท่าใด

ตอบ ต่างก็มีขนาด 90

2. $\triangle OAI$ และ $\triangle OBI$ เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

ตอบ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

3. $OA^2 = OI^2 + AI^2$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ เท่ากัน โดยทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

4. $OB^2 = OI^2 + BI^2$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ เท่ากัน โดยทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

5. $OA^2 = OB^2$ หรือไม่

ตอบ เท่ากัน เพราะ $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$ เป็นเส้นของพีระมิดตรงซึ่งยาวเท่ากัน

6. $OI^2 + AI^2 = OI^2 + BI^2$ เพราะเหตุใด

ตอบ สมบัติของการเท่ากัน

7. $AI^2 = BI^2$ เพราะเหตุใด

ตอบ สมบัติของการเท่ากัน

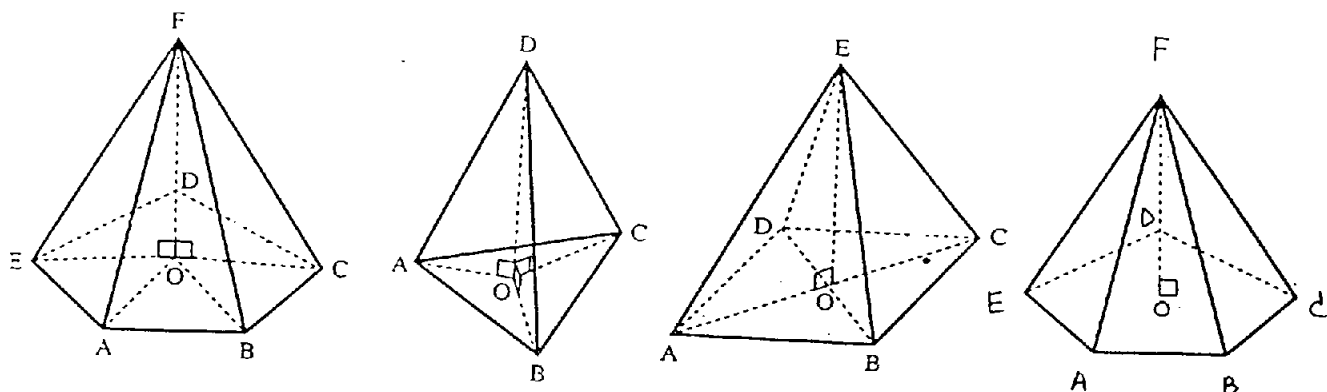
8. $AI = BI$ หรือไม่

ตอบ เท่ากัน

9. $BI = CI$ หรือไม่เพราะเหตุใด

ตอบ เท่ากัน สามารถพิสูจน์ได้เช่นเดียวกับข้อ 8

ตัวอย่างที่ 6 จากรูปให้นักเรียนพิจารณาว่าส่วนสูงของพีระมิตตรงใด ๆ จะตั้งฉากกับฐานที่จุดซึ่งอยู่ห่างจากจุดยอดมุมของรูปเหลี่ยมที่เป็นฐานเป็นระยะเท่ากันหรือไม่



ตอบ ส่วนสูงของพีระมิตตรงใด ๆ จะตั้งฉากกับฐานที่จุดซึ่งอยู่ห่างจากจุดยอดมุมของรูปเหลี่ยมที่เป็นฐานเป็นระยะเท่ากัน

ลักษณะและส่วนต่างๆของพีระมิต

พีระมิตตรง เป็นพีระมิตที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า จะมีสูงเอียงทุกเส้นยาวเท่ากัน สันทุกเส้นยาวเท่ากัน และพื้นที่ทุกหน้าเท่ากัน

ฐานของพีระมิต ซึ่งจะต้องเป็นรูปเหลี่ยม เช่น สามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม ฯลฯ การเรียกชื่อพีระมิตจะเรียกตามลักษณะของฐาน คือ ถ้าฐานเป็นรูปห้าเหลี่ยม จะเรียกพีระมิตนั้นว่า พีระมิตฐานห้าเหลี่ยม

ยอดของพีระมิต เป็นจุดๆหนึ่งที่ไม่ได้อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน

หน้าของพีระมิต เป็นรูปสามเหลี่ยม จำนวนหน้าของพีระมิตเท่ากับจำนวนเหลี่ยมของฐาน และหน้าทุกหน้าจะต้องมีจุดมุมร่วมกันที่ยอดแหลมของพีระมิต

สันของพีระมิต หน้าแต่ละหน้าของพีระมิตจะมีสันเป็นด้านสองด้านของหน้านั้น ซึ่งเป็นด้านประชิดของมุมที่ยอดของพีระมิต

ส่วนสูงของพีระมิตตรงใด ๆ จะลากจากยอดของพีระมิตไปตั้งฉากกับฐานที่จุดซึ่งอยู่ห่างจากจุดยอดมุมของรูปเหลี่ยมที่เป็นฐานเป็นระยะเท่ากัน

สูงเอียงของพีระมิตตรงที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าใด ๆ คือ ความสูงของรูปสามเหลี่ยมซึ่งประกอบเป็นหน้าของพีระมิตนั้นซึ่งมีสูงเอียงยาวเท่ากันทุกเส้น

กิจกรรมการฝึก

ขั้นนำ (5 นาที)

1. ครูให้นักเรียนดูทรงสามมิติต่างๆแล้วช่วยกันบอกชื่อรูปทรงนั้นๆ แล้วให้นักเรียนช่วยกันเลือกทรงสามมิติที่เป็นพีระมิดออกมาจากทรงสามมิติต่างๆที่วางรวมกันไว้เพื่อกระตุ้นความพร้อมก่อนเรียน

2. ครูทบทวนทฤษฎีบทพีทาโกรัสโดยการซักถามนักเรียน

3. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ประกอบคำชี้แจง เพื่อให้นักเรียนได้ใช้เป็นแนวทางในการเรียนรู้ของตนเอง

ขั้นการเรียนรู้การสอน (30 นาที)

1. ครูนำเสนอเกี่ยวกับเรื่องของพีระมิดว่าเป็นหนึ่งในเจ็ดสิ่งมหัศจรรย์ของโลก แล้วให้นักเรียนพิจารณาพีระมิดฐานตรงและเอียงแล้วช่วยกันบอกส่วนต่างๆ พร้อมทั้งบอกความแตกต่างระหว่างพีระมิดตรงและเอียง โดยดูจากแบบจำลองและในรูปชุดแบบฝึกทักษะ (5 นาที)

2. ให้นักเรียนสังเกตพีระมิดฐานต่างๆจากแบบจำลอง แล้วตอบคำถามในชุดแบบฝึกทักษะ เสร็จแล้วนักเรียนช่วยกันสรุปการเรียกชื่อของพีระมิด (5 นาที)

3. ให้นักเรียนช่วยกันศึกษาพีระมิดตรงฐานเหลี่ยมต่างๆจากแบบจำลองแล้วช่วยกันหาความสัมพันธ์ของสัน สูงเอียง และสูงตรง ของพีระมิดตรงฐานเหลี่ยมต่างๆว่าเป็นอย่างไรโดยศึกษาในชุดแบบฝึกทักษะแล้วตอบคำถามเพื่อช่วยกันสรุป (10 นาที)

4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะเพื่อให้นักเรียนฝึกปฏิบัติทุกคนโดยให้นักเรียนแต่ละคนศึกษาด้วยตนเอง แล้วตรวจคำตอบแบบฝึกทักษะให้ถูกต้อง และครูให้ข้อเสนอแนะเพื่อให้นักเรียนนำไปปรับปรุงแก้ไข (10 นาที)

ขั้นสรุป (15 นาที)

1. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปส่วนต่างๆของพีระมิด และความสัมพันธ์ของสัน สูงเอียง และส่วนสูงของพีระมิด (5 นาที)

2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย (10 นาที)

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. ทรงสามมิติต่างๆ เช่น พีระมิด ปริซึม ทรงกลม ทรงกระบอก กรวย ที่ทำด้วยไม้ พลาสติก หรือ กระดาษ

2. พีระมิดที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมต่างๆ และภาพแสดงส่วนต่างๆของพีระมิด

3. แบบฝึกทักษะ เรื่อง ส่วนต่างๆของพีระมิด

การประเมินผล

1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน ความสนใจและความตั้งใจในการเรียน

2. ตรวจสอบจากแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนของนักเรียน

3. คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย เรื่อง ส่วนต่างๆของพีระมิด

แบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความ
สามารถในการแก้ปัญหา

ชุดที่ 1

เรื่อง

พื้นที่ผิวและปริมาตรของพีระมิด

จำนวน 4 คาบ ๗๕ นาที

ชื่อ.....

ชั้น ม.3/..... เลขที่.....

คู่มือการใช้แบบฝึกทักษะ ชุดที่ 1

เรื่อง

พื้นที่ผิวและปริมาตรของพีระมิด

คำชี้แจง

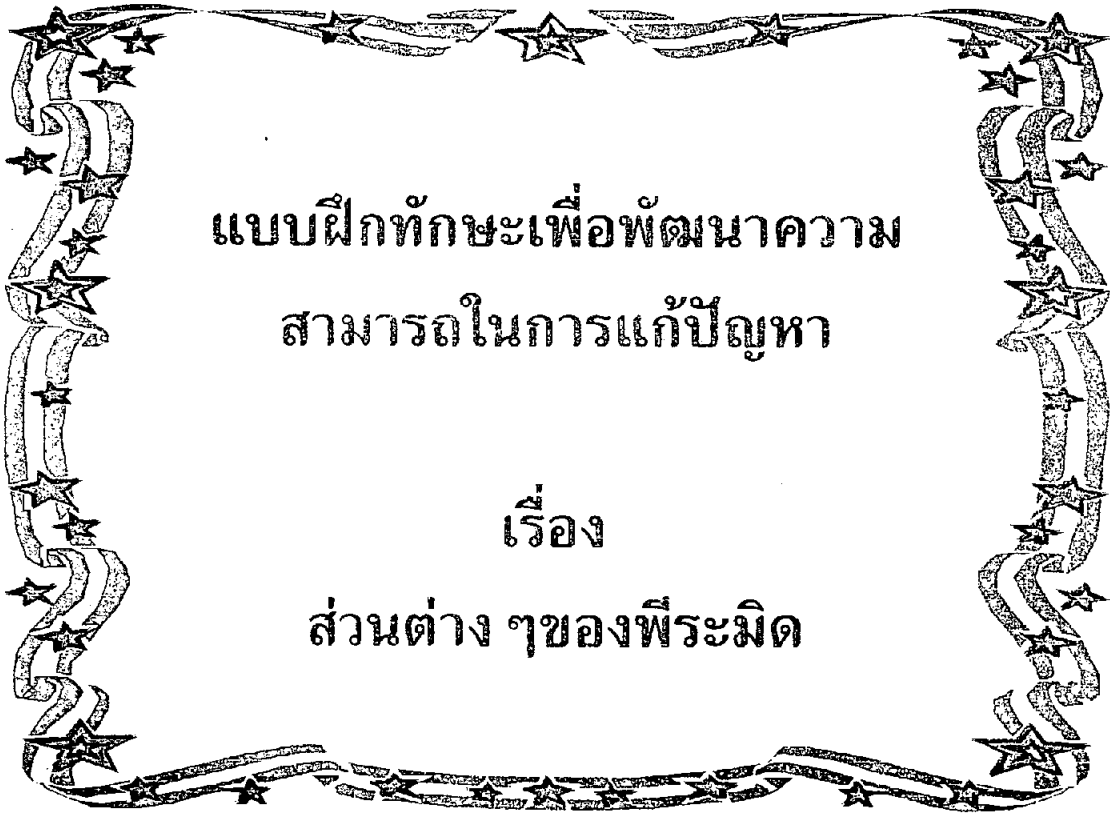
1. แบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 มี 4 เรื่อง คือ
 - เรื่อง ส่วนต่างๆของพีระมิด
 - เรื่อง การหาความยาวของส่วนต่างๆของพีระมิด
 - เรื่อง พื้นที่ผิวของพีระมิด
 - เรื่อง ปริมาตรของพีระมิด
2. ให้นักเรียนศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาในแต่ละเรื่องอย่างละเอียดพร้อมทั้งทำกิจกรรม และฝึกทักษะระหว่างเรียน โดยเติมคำตอบลงได้เลย เมื่อทำเสร็จแล้วนักเรียนสามารถตรวจคำตอบได้จากเฉลยที่อยู่ในด้านหลังชุดแบบฝึกทักษะ ถ้านักเรียนมีข้อสงสัยในขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งในชุดแบบฝึกทักษะนักเรียนสามารถซักถามปัญหานั้น ๆ จากเพื่อนหรือครูผู้สอนได้ตลอดเวลา
3. หลังจากนักเรียนได้ศึกษาชุดแบบฝึกทักษะเสร็จแล้ว ขั้นตอนสุดท้ายของการเรียนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะ ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยหลังจากการปฏิบัติกิจกรรมโดยดำเนินการเช่นเดียวกับการทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน ซึ่งจะแนตรงจุดนี้จะเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียนแต่ละคน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ให้นักเรียนสามารถ

1. หาพื้นที่ผิวและปริมาตรของพีระมิดได้
2. นำความรู้ที่เกี่ยวข้องกับการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้





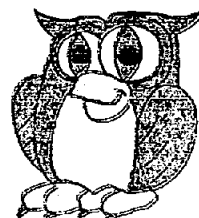
แบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความ
สามารถในการแก้ปัญหา

เรื่อง
ส่วนต่าง ๆ ของพีระมิด



สวัสดีนักเรียนที่
น่ารักทุกคน

ชุดแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาที่จะศึกษาต่อไปนี้
เรียกว่าชุดแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ สร้างขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนได้
ด้วยตนเอง ชุดแบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาจะเป็น
เครื่องช่วยในการเรียน ฉะนั้นผู้เรียนจะต้องตั้งใจ
เรียนและปฏิบัติตามกิจกรรมให้ครบทุกขั้นตอนตามที่
กำหนดไว้จึงจะได้ผลเต็มที่



คู่มือการใช้แบบฝึกทักษะ
ชุดที่ 1
เรื่อง ส่วนต่างๆของพีระมิด



คำชี้แจง

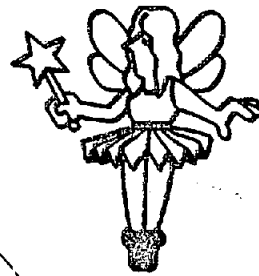
1. ให้นักเรียนทุกคนศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาอย่างละเอียด
2. การศึกษาด้วยตนเองโดยใช้แบบฝึกทักษะจะต้องปฏิบัติตาม ขั้นตอนที่กำหนดให้ อย่างเคร่งครัด และมีความซื่อสัตย์ต่อตนเอง
3. ถ้านักเรียนคนใดสงสัยหรือมีปัญหาที่ไม่เข้าใจ สามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนได้ตลอดเวลา
4. เมื่อทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนจบแล้ว นักเรียนสามารถตรวจคำตอบได้จากเฉลย ซึ่งอยู่ด้านหลังแบบฝึกทักษะ
5. เมื่อนักเรียนศึกษาและทำกิจกรรมจากแบบฝึกทักษะจบแล้วนักเรียนแต่ละคนต้องทำแบบทดสอบย่อย

*** ใช้เวลาในการศึกษา และทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน 30 นาที**

จุดประสงค์การเรียนรู้

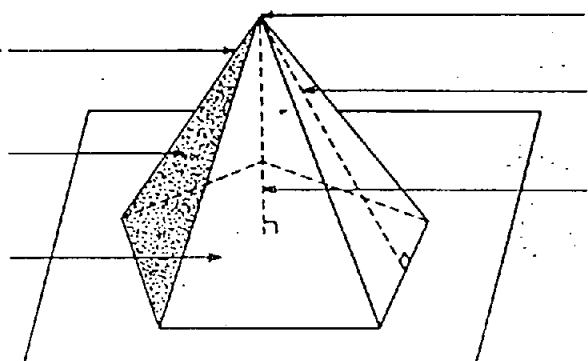
1. บอกส่วนต่างๆของพีระมิดได้อย่างถูกต้อง
2. บอกลักษณะของพีระมิดตรงได้
3. บอกสมบัติของสูงเอียงและส่วนสูงของพีระมิดได้
4. เรียกชื่อพีระมิดที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง

ขอจงพยายามเข้าหน้าอย่าท้อ
สู้ตายนะ
จะประสบผลสำเร็จดังที่หวัง

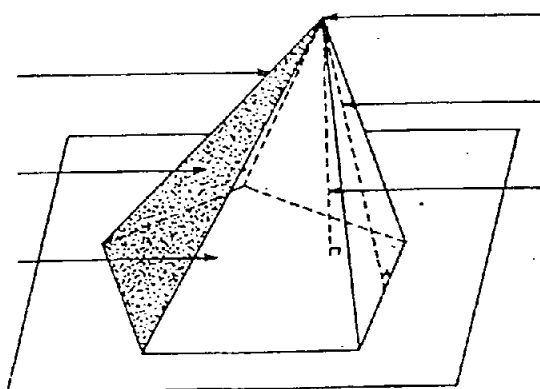




ก่อนเราจะเริ่มเรียนกัน ลองดูรูปพีระมิด
แล้วลองบอกส่วนต่างๆของพีระมิดซิ

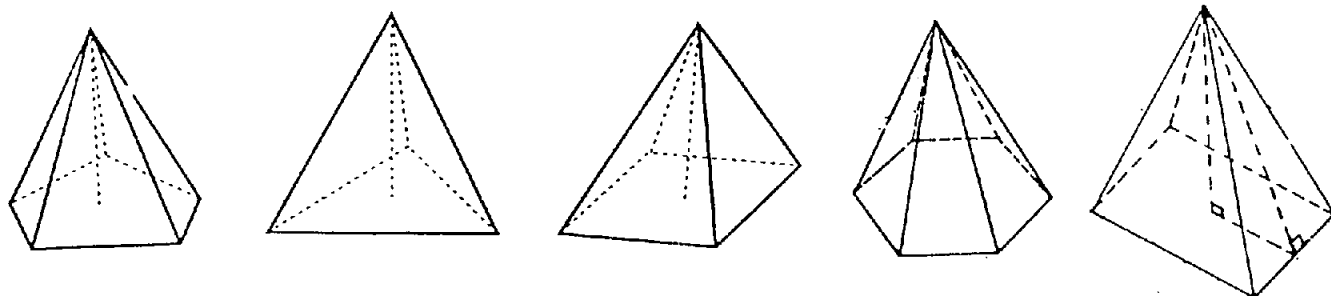


พีระมิดตรง



พีระมิดเอียง

ดูรูปแล้วลองตอบคำถามต่อไปนี้
ถ้าตอบได้หมดเก่งมากเลยนะ



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ฐานของพีระมิดเป็นรูปอะไรบ้าง

ตอบ

2. หน้าของพีระมิดแต่ละรูปเป็นรูปอะไร

ตอบ

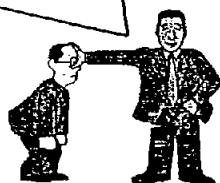
3. หน้าของพีระมิดทุกหน้ามีจุดรวมกันที่ใด

ตอบ

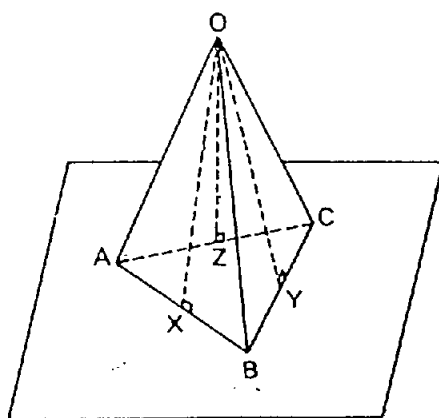
4. จำนวนหน้าของพีระมิดกับจำนวนด้านของฐานของพีระมิดมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

ตอบ

ศึกษาตัวอย่างให้เข้าใจแล้วจะได้ฝึกทำเองนะ



ตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนพิจารณาพีระมิดตรงฐานสามเหลี่ยมด้านเท่าต่อไปนี้แล้วตอบคำถาม



กำหนดให้ $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ และ $\overline{OC}$ เป็นเส้นของพีระมิด $\triangle OAB$, $\triangle OBC$ และ $\triangle OAC$ เป็นหน้าของพีระมิดซึ่งมี OX , OY และ OZ เป็นส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปตามลำดับ

1. $OA = OB = OC$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ เท่ากันเพราะเป็นเส้นของพีระมิดตรง

2. $AB = BC = CA$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ เท่ากันเพราะ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

3. $\triangle OAB$, $\triangle OBC$ และ $\triangle OCA$ เท่ากันทุกประการหรือไม่เพราะเหตุใด

ตอบ เท่ากันทุกประการเพราะมีด้านยาวเท่ากันสามคู่

4. หน้าทุกหน้าของพีระมิดมีพื้นที่เท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ เท่ากัน เพราะ ต่างก็เป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ

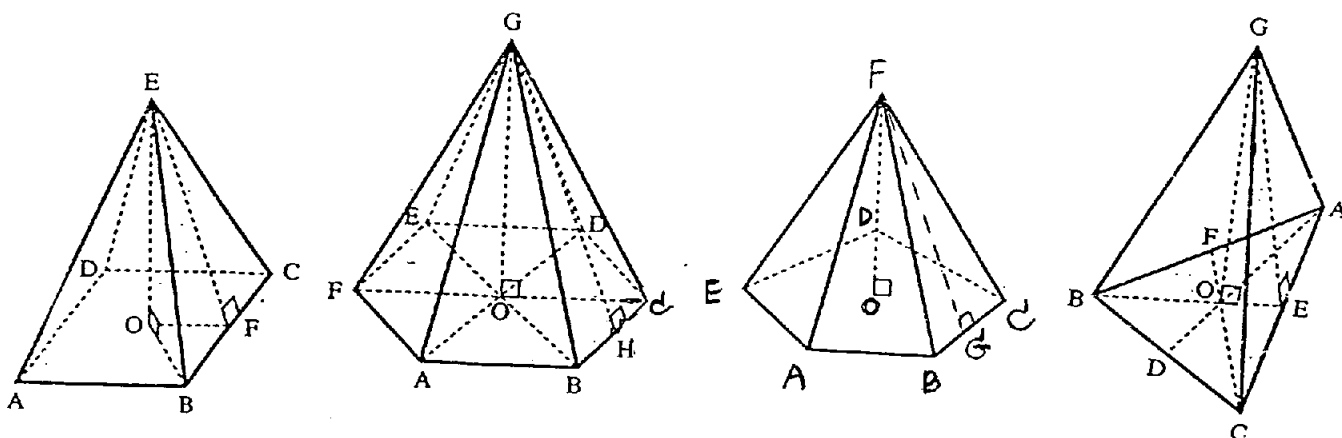
5. $OX = OY = OZ$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ เท่ากัน เพราะต่างก็เป็นความสูงของรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากันและมีฐานยาวเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 2 จากรูปให้นักเรียนพิจารณาว่าพีระมิดตรงที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแต่ละรูปมีเส้นใดเป็นสูงเอียง และจะมีสูงเอียงทุกเส้นยาวเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

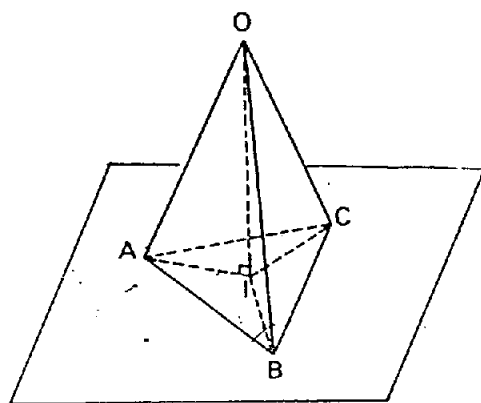


ไม่น่าจะยากต้องลองคิดดู



ตอบ.....

ตัวอย่างที่ 3 พิจารณาส่วนสูงของพีระมิดตรงฐานสามเหลี่ยมแล้วตอบคำถาม



ให้ $\overline{OI}$ เป็นส่วนสูงของพีระมิด ลาก $\overline{AI}$, $\overline{BI}$ และ $\overline{CI}$ พิจารณา $\triangle OAI$ และ $\triangle OBI$

1. $\angle OIA$ และ $\angle OIB$ มีขนาดเท่าใด

ตอบ ต่างก็มีขนาด 90

2. $\triangle OAI$ และ $\triangle OBI$ เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

ตอบ รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

3. $OA^2 = OI^2 + AI^2$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ เท่ากัน โดยทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

4. $OB^2 = OI^2 + BI^2$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ เท่ากัน โดยทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

5. $OA^2 = OB^2$ หรือไม่

ตอบ เท่ากัน เพราะ OA และ OB เป็นเส้นของพีระมิดตรงซึ่งยาวเท่ากัน

6. $OI^2 + AI^2 = OI^2 + BI^2$ เพราะเหตุใด

ตอบ สมบัติของการเท่ากัน

7. $AI^2 = BI^2$ เพราะเหตุใด

ตอบ สมบัติของการเท่ากัน

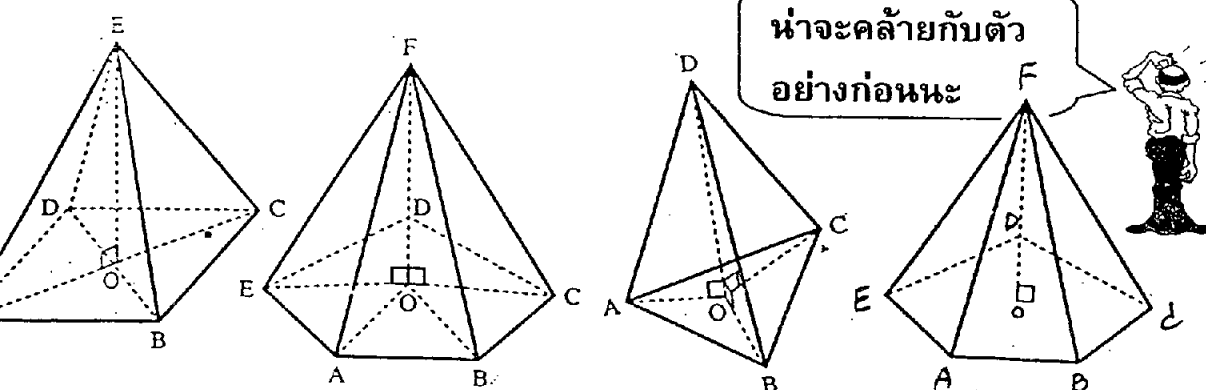
8. $AI = BI$ หรือไม่

ตอบ เท่ากัน

9. $BI = CI$ หรือไม่เพราะเหตุใด

ตอบ เท่ากัน สามารถพิสูจน์ได้เช่นเดียวกับข้อ 8

ตัวอย่างที่ 4 จากรูปให้นักเรียนพิจารณาพีระมิตตรงที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าว่ามีเส้นใดเป็นส่วนสูงของพีระมิตตรงและคิดว่าส่วนสูงของพีระมิตตรงใด ๆ จะตั้งฉากกับฐานที่จุดซึ่งอยู่ห่างจากจุดยอดมุมของรูปเหลี่ยมที่เป็นฐานเป็นระยะเท่ากันหรือไม่



ตอบ.....

เก่งมาก ๆ เลยนะ ลองช่วยกัน
สรุปอีกครั้งนะ



ส่วนต่างๆของพีระมิต

พีระมิตตรง เป็นพีระมิตที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า จะมีสูงเอียงทุกเส้นยาวเท่ากัน สันทุกเส้นยาวเท่ากัน และพื้นที่ทุกหน้าเท่ากัน

ฐานของพีระมิต ซึ่งจะต้องเป็นรูปเหลี่ยม เช่น สามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม ฯลฯ การเรียกชื่อพีระมิตจะเรียกตามลักษณะของฐาน คือ ถ้าฐานเป็นรูปห้าเหลี่ยมจะเรียกพีระมิตนั้นว่า พีระมิตฐานห้าเหลี่ยม

ยอดของพีระมิต เป็นจุด ๆ หนึ่งที่ไม่ได้อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน

หน้าของพีระมิต เป็นรูปสามเหลี่ยม จำนวนหน้าของพีระมิตเท่ากับจำนวนเหลี่ยมของฐาน และหน้าทุกหน้าจะต้องมีจุดมุมร่วมกันที่ยอดแหลมของพีระมิต

สันของพีระมิต หน้าแต่ละหน้าของพีระมิตจะมีสันเป็นด้านสองด้านของหน้านั้น ซึ่งเป็นด้านประชิดของมุมที่ยอดของพีระมิต

ส่วนสูงของพีระมิตตรงใด ๆ จะลากจากยอดของพีระมิตไปตั้งฉากกับฐานที่จุดซึ่งอยู่ห่างจากจุดยอดบนของรูปเหลี่ยมที่เป็นฐานเป็นระยะเท่ากัน

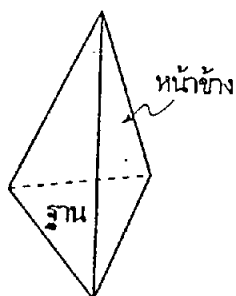
สูงเอียงของพีระมิตตรงที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าใด ๆ คือ ความสูงของรูปสามเหลี่ยมซึ่งประกอบเป็นหน้าของพีระมิตนั้นซึ่งมีสูงเอียงยาวเท่ากันทุกเส้น

แบบฝึกทักษะที่ 1

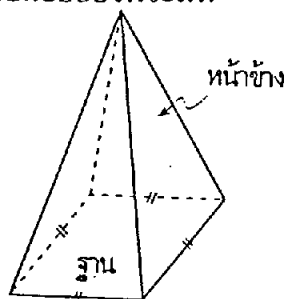
ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

พิจารณารูปพีระมิดที่กำหนดให้แล้วบอกชื่อของพีระมิด

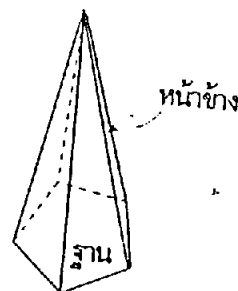
1.



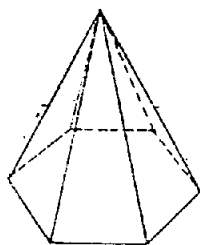
2.



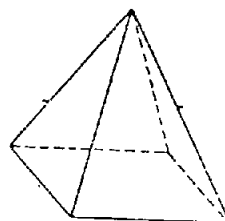
3.



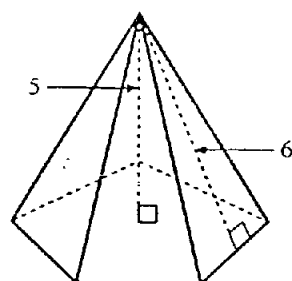
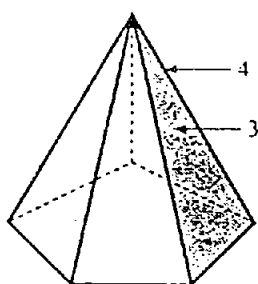
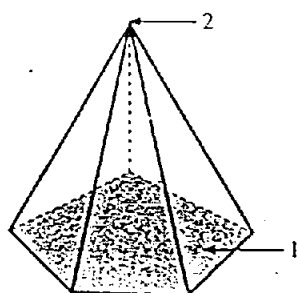
4.



5.



จงบอกส่วนต่าง ๆ ของพีระมิดต่อไปนี้ แล้วอธิบายพอเข้าใจ



- 1.....
- 2.....
- 3.....
- 4.....
- 5.....
- 6.....

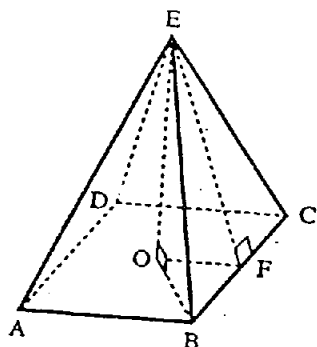


แบบฝึกทักษะที่ 2

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

จากรูปที่กำหนดให้จงบอก สัน สูงตรง และสูงเอียงของพีระมิดฐานต่างๆ

1.



.....

.....

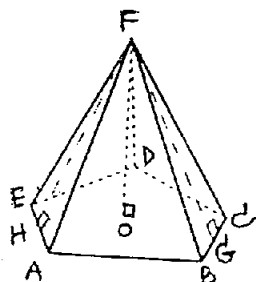
.....

.....

.....

.....

2.



.....

.....

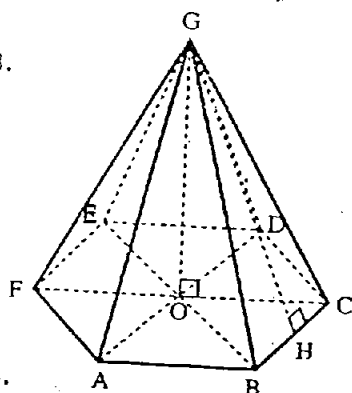
.....

.....

.....

.....

3.



.....

.....

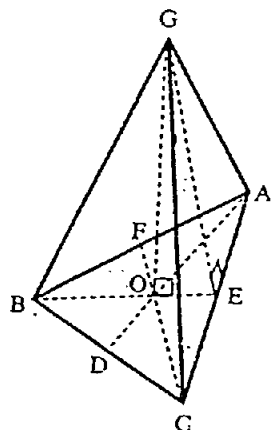
.....

.....

.....

.....

4.



.....

.....

.....

.....

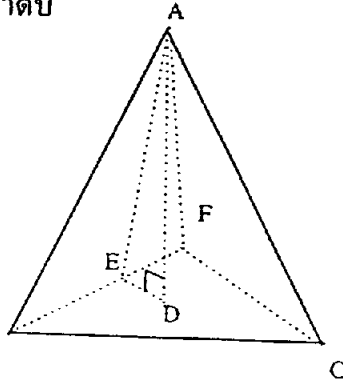
.....

.....

แบบทดสอบย่อย
ชุดที่ 1
เรื่อง ส่วนต่าง ๆ ของพีระมิด

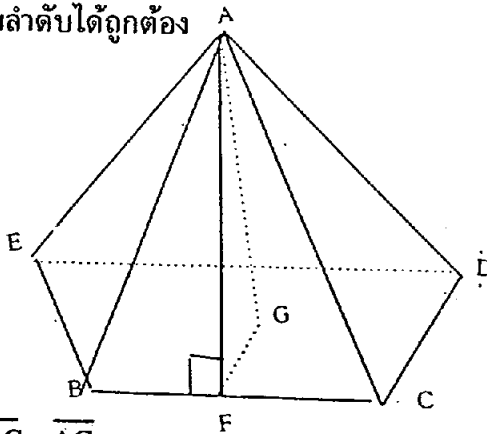
จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. จากรูปข้อใดเป็นสูงเอียง ส่วนสูง และเส้นของพีระมิด ตามลำดับ



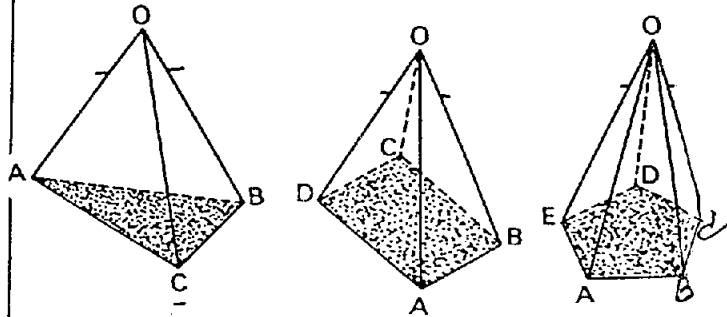
- ก. $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{AB}$
ข. $\overline{AB}$, $\overline{AE}$, $\overline{AD}$
ค. $\overline{AE}$, $\overline{AD}$, $\overline{AB}$
ง. $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$

2. จากรูปข้อใดระบุ เส้น สูงเอียงและส่วนสูงของพีระมิดตามลำดับได้ถูกต้อง



- ก. $\overline{AD}$, $\overline{AC}$, $\overline{AG}$
ข. $\overline{AB}$, $\overline{AF}$, $\overline{AG}$
ค. $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AF}$
ง. $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$

3. จากรูปฐานของพีระมิดทั้งสามเป็นรูปอะไรบ้าง



- ก. สี่เหลี่ยม , ห้าเหลี่ยม , หกเหลี่ยม
ข. สามเหลี่ยม , สี่เหลี่ยม, หกเหลี่ยม
ค. สี่เหลี่ยมจัตุรัส , สามเหลี่ยม , ห้าเหลี่ยม
ง. สามเหลี่ยม , สี่เหลี่ยมผืนผ้า , ห้าเหลี่ยม
4. หน้าของพีระมิดแต่ละรูปเป็นรูปอะไร
- ก. หลายเหลี่ยม
ข. สามเหลี่ยมด้านเท่า
ค. สามเหลี่ยมหน้าจั่ว
ง. สี่เหลี่ยม

ไม่เห็นจะยากเลย สบายมาก



5. พีระมิดแบ่งออกได้เป็นกี่ประเภท
 - ก. 2 ประเภท ค. 4 ประเภท
 - ข. 3 ประเภท ง. 5 ประเภท
6. การเรียกชื่อของพีระมิดจะเรียกชื่อตามอะไร
 - ก. สัน ค. หน้า
 - ข. สูงเอียง ง. ฐาน
7. ข้อใดคือจุด ๆ หนึ่งที่ไม่ได้อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน
 - ก. จุดยอดมุม ค. จุดตั้งฉาก
 - ข. จุดยอดแหลม ง. จุดกึ่งกลางฐาน
8. พีระมิดที่มีสันยาวเท่ากันทุกเส้นตรงกับข้อใด
 - ก. พีระมิดหลายเหลี่ยม
 - ข. พีระมิดเอียง
 - ค. พีระมิดตรง
 - ง. พีระมิดเส้นตรง
9. พีระมิดตรงที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าข้อใดจะยาวไม่เท่ากัน
 - ก. ฐาน
 - ข. สัน
 - ค. สูงตรง
 - ง. สูงเอียง
10. จำนวนด้านของพีระมิดกับจำนวนหน้าของพีระมิดสัมพันธ์กันกันอย่างไร
 - ก. จำนวนหน้ามากกว่าจำนวนด้าน
 - ข. จำนวนหน้าเท่ากับจำนวนด้าน
 - ค. จำนวนหน้าน้อยกว่าจำนวนด้าน
 - ง. จำนวนหน้ามีมากเป็นสองเท่าของจำนวนด้าน



ในที่สุดก็ทำเสร็จแล้วดีใจจังเลย

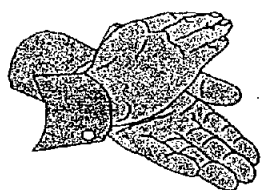
เฉลย
แบบฝึกทักษะที่ 2

- | | | | |
|----|----------|-----|---|
| 1. | สั้น | คือ | $\overline{AE}$, $\overline{BE}$, $\overline{CE}$, $\overline{DE}$ |
| | สูงตรง | คือ | $\overline{EO}$ |
| | สูงเอียง | คือ | $\overline{EF}$ |
| 2. | สั้น | คือ | $\overline{AF}$, $\overline{BF}$, $\overline{CF}$, $\overline{DF}$, $\overline{EF}$ |
| | สูงตรง | คือ | $\overline{FO}$ |
| | สูงเอียง | คือ | $\overline{FG}$, $\overline{FH}$ |
| 3. | สั้น | คือ | $\overline{AG}$, $\overline{BG}$, $\overline{CG}$, $\overline{DG}$, $\overline{EG}$, $\overline{FG}$, |
| | สูงตรง | คือ | $\overline{GO}$ |
| | สูงเอียง | คือ | $\overline{GH}$ |
| 4. | สั้น | คือ | $\overline{AG}$, $\overline{BG}$, $\overline{CG}$ |
| | สูงตรง | คือ | $\overline{GO}$ |
| | สูงเอียง | คือ | $\overline{EG}$ |



เฉลยแบบทดสอบย่อย

1. ค
2. ข
3. ง
4. ค
5. ก
6. ง
7. ข
8. ค
9. ค
10. ข



เย็บมากเลย
ขอปรบมือให้

แผนการสอนที่ 2

วิชาคณิตศาสตร์

รหัส ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การหาความยาวของส่วนต่างๆของพีระมิด

จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที

สาระสำคัญ

1. ทรงสามมิติที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใด ๆ มียอดแหลมซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐานและหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดร่วมกันที่ยอดแหลมนั้นเรียกว่า “ พีระมิด ”
2. พีระมิดตรงที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าจะมีสูงเอียงทุกเส้นยาวเท่ากัน
3. ส่วนสูงของพีระมิดตรงใด ๆ จะตั้งฉากกับฐานที่จุด ซึ่งอยู่ห่างจากจุดยอดมุมของรูปเหลี่ยมที่เป็นฐานเป็นระยะเท่ากัน

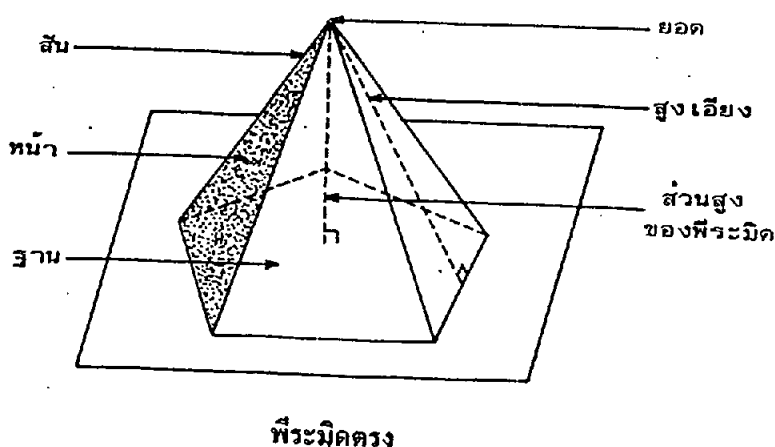
จุดประสงค์การเรียนรู้

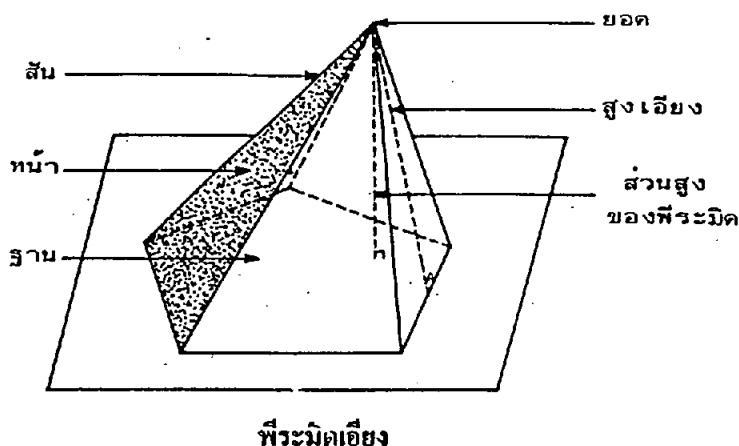
1. หาความยาวของส่วนต่างๆพีระมิดตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้
2. นำความรู้เกี่ยวกับการหาความยาวของส่วนต่างๆพีระมิดไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

เนื้อหา

ทรงสามมิติที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใด ๆ มียอดแหลมซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐานและหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดร่วมกันที่ยอดแหลมนั้นเรียกว่า “ พีระมิด ”

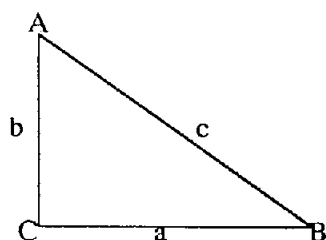
ตัวอย่างที่ 1 จากรูปแสดงพีระมิดตรงและพีระมิดเอียงและบอกส่วนต่างๆของพีระมิด





การที่จะหาความยาวของส่วนต่างๆของพีระมิดได้ ต้องรู้ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส
ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับ
 ผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก



จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสาม
 ของสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ดังนี้

$$c^2 = a^2 + b^2$$

ตัวอย่างที่ 2 พีระมิดฐานรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีด้านยาวด้านละ 12 เซนติเมตร และมีเส้นยาว
 10 เซนติเมตร จะมีสูงเอียงยาวกี่เซนติเมตร

วิธีทำ

1. อ่านปัญหาให้เข้าใจ
2. ปัญหาให้หา

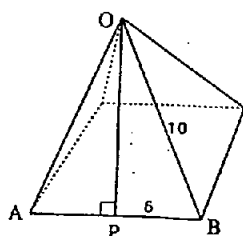
ความยาวของสูงเอียงของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบ

ความยาวของฐานของพีระมิดและความยาวเส้นของพีระมิด

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบมาให้ครบ ลงมือหาคำตอบที่ปัญหาต้องการได้ทันที
5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ



แสดงวิธีทำ

จากรูป $\overline{OP}$ เป็นสูงเอียง

$$\begin{array}{ll} AB &= 12 \quad \text{เซนติเมตร} \\ PB &= \frac{12}{2} = 6 \quad \text{เซนติเมตร} \end{array}$$

สามเหลี่ยม OPB เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้ $OB^2 = OP^2 + PB^2$

$$\begin{aligned} \text{หรือ } OP^2 &= OB^2 - PB^2 \\ &= 10^2 - 6^2 \\ &= 100 - 36 = 64 \end{aligned}$$

$$OP = 8$$

ดังนั้น สูงเอียงของพีระมิดยาว 8 เซนติเมตร

ตอบ สูงเอียงของพีระมิดยาว 8 เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 3 พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีฐานยาวด้านละ 10 เซนติเมตร สูงเอียงยาว 13 เซนติเมตร จงหาความสูงของพีระมิดนี้

วิธีทำ

1. อ่านปัญหาให้เข้าใจ
2. ปัญหาให้หา

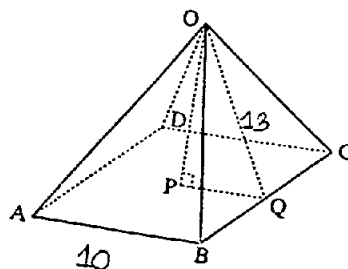
ความสูงของพีระมิด

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบ

ความยาวด้านของฐานและสูงเอียง

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบครบ ลงมือหาคำตอบที่ปัญหาต้องการได้ทันที
5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ



แสดงวิธีทำ

จากรูป $\overline{OP}$ เป็นส่วนสูงของพีระมิด

$\overline{OQ}$ เป็นสูงเอียง ยาว 13 เซนติเมตร

$$AB = 10 \quad \text{เซนติเมตร}$$

$$\begin{array}{ll} \text{ดังนั้น } PQ &= \frac{10}{2} = 5 \quad \text{เซนติเมตร} \end{array}$$

สามเหลี่ยม OPQ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีมุม OPQ เป็นมุมฉาก

ดังนั้น $OQ^2 = OP^2 + PQ^2$

หรือ $OP^2 = OQ^2 - PQ^2$
 $= 13^2 - 5^2$
 $= 169 - 25 = 144$

นั่นคือ $OP = 12$

ตอบ ความสูงของพีระมิตเท่ากับ 12 เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 4 พีระมิตฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีด้านยาวด้านละ 5 เซนติเมตร ถ้าความสูงของพีระมิตนี้เป็น 12 เซนติเมตรแล้ว จงหาความยาวเส้นของพีระมิตนี้

วิธีทำ

1. อ่านปัญหาให้เข้าใจ

2. ปัญหาให้หา

ความยาวเส้นของพีระมิต

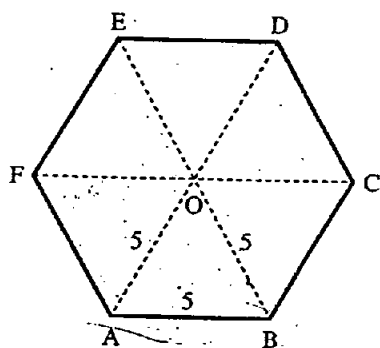
3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบ

ความยาวด้านของฐานและความสูงของพีระมิต

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบครบ ลงมือหาคำตอบที่ปัญหาต้องการได้ทันที

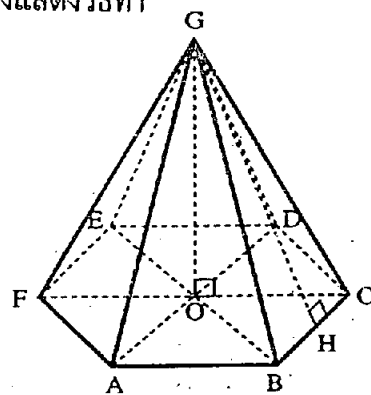
5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ



(1)

แสดงวิธีทำ



(2)

จากรูป (1) แสดงฐานของพีระมิต ซึ่งเป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ABCDEF จุด O ซึ่งเป็นจุดตัดของ $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, และ $\overline{CF}$ จะเป็นจุดซึ่งทำให้

$$AO = BO = CO = DO = EO = FO = 5$$

แสดงว่า O เป็นจุดที่ส่วนสูงของพีระมิตลงมาตั้งฉากกับฐาน จากรูป (2)

จากรูป(2)จะได้ว่า

$$GO = \text{ความสูงของพีระมิต} = 12 \text{ เซนติเมตร}$$

$$OC = \text{ความยาวของฐานของพีระมิต} = 5 \text{ เซนติเมตร}$$

$$GC = \text{ความยาวของเส้นของพีระมิต}$$

ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก GOC จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$\begin{aligned} GC^2 &= GO^2 + OC^2 \\ &= 12^2 + 5^2 \\ &= 144 + 25 \\ &= 169 \end{aligned}$$

นั่นคือ $GC = \sqrt{169} = 13$

ตอบ ความยาวเส้นของพีระมิตเท่ากับ 13 เซนติเมตร

กิจกรรมการฝึก

ชั้นนำ (5 นาที)

1. ครูให้นักเรียนดูรูปจำลองของพีระมิตฐานต่าง ๆ แล้วให้นักเรียนช่วยกันบอกชื่อพีระมิตและบอกส่วนต่างๆของพีระมิต เพื่อกระตุ้นความพร้อมก่อนเรียน
2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ประกอบคำชี้แจง เพื่อให้นักเรียนได้ใช้เป็นแนวทางในการเรียนรู้ของตนเอง

ขั้นการเรียนรู้การสอน (30 นาที)

1. ครูทบทวนทฤษฎีบทพีทาโกรัสและพื้นที่รูปเรขาคณิตต่างๆโดยการซักถามนักเรียน (5 นาที)
2. ครูแจกแบบฝึกทักษะให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างด้วยตนเองโดยมีครูเป็นผู้คอยให้คำแนะนำปรึกษาหากนักเรียนมีข้อสงสัย (10 นาที)
3. ให้นักเรียนทำโจทย์ที่มีในชุดแบบฝึกทักษะเพื่อฝึกปฏิบัติทุกคน (10 นาที)
3. นักเรียนตรวจคำตอบแบบฝึกทักษะให้ถูกต้องและครูให้ข้อเสนอแนะเพื่อให้
นักเรียนนำไปปรับปรุงแก้ไข ถ้านักเรียนไม่เข้าใจก็อธิบายเพิ่มเติม (5 นาที)

ขั้นสรุป (15 นาที)

1. นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อสรุปการคำนวณหาความยาวของส่วนต่างๆของ
พีระมิต (5 นาที)
2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย (10 นาที)

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. โครงเหล็กรูปทรงพีระมิตแสดงสูงเอียงและความสูงของพีระมิต
2. รูปจำลองพีระมิตที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมต่างๆ
3. แบบฝึกทักษะ เรื่อง การหาความยาวของส่วนต่างๆของพีระมิต

การประเมินผล

1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน ความสนใจและความตั้งใจในการเรียน
2. ตรวจสอบจากแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนของนักเรียน
3. คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย เรื่อง การหาความยาวของส่วนต่างๆของพีระมิต

แบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความ
 สามารถในการแก้ปัญหา
 เรื่อง
 การหาความยาวของส่วน
 ต่าง ๆ ของพีระมิด

คู่มือการใช้แบบฝึกทักษะ การหาความยาวส่วนต่างๆของพีระมิด

คำชี้แจง

1. ให้นักเรียนทุกคนศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาอย่างละเอียด
2. การศึกษาด้วยตนเองโดยใช้แบบฝึกทักษะจะต้องปฏิบัติตาม ขั้นตอนที่กำหนดให้ อย่างเคร่งครัด และมีความซื่อสัตย์ต่อตนเอง
3. ถ้านักเรียนคนใดสงสัยหรือมีปัญหาที่ไม่เข้าใจ สามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนได้ตลอดเวลา
4. เมื่อทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนจบแล้ว นักเรียนสามารถตรวจคำตอบได้จากเฉลยซึ่งอยู่ด้านหลังแบบฝึกทักษะ
5. เมื่อนักเรียนศึกษาและทำกิจกรรมจากแบบฝึกทักษะจบแล้วนักเรียนแต่ละคนต้องทำแบบทดสอบย่อย

ใช้เวลาในการศึกษา และทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน 30 นาที

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. หาความยาวของส่วนต่างๆพีระมิตตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้
2. นำความรู้เกี่ยวกับการหาความยาวของส่วนต่างๆพีระมิตไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

เรามาศึกษาแบบฝึกทักษะ
เรื่อง ต่อไปกันดีกว่านะ

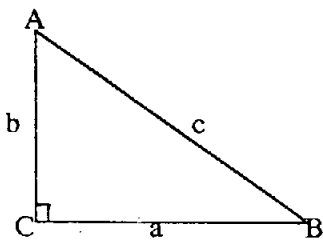


การคำนวณหาความยาวของส่วนต่างๆของพีระมิด เช่น การหาความยาวสัน สูงเอียง ส่วนสูง ความยาวฐาน

การที่จะหาความยาวของส่วนต่างๆของพีระมิดได้ ต้องรู้ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก



จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสาม
ของสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ดังนี้

$$c^2 = a^2 + b^2$$

ตัวอย่างที่ 1 พีระมิดฐานรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีด้านยาวด้านละ 12 เซนติเมตร และมีสันยาว 10 เซนติเมตร จะมีสูงเอียงยาวกี่เซนติเมตร

วิธีทำ

1. อ่านปัญหาให้เข้าใจ
2. ปัญหาให้หา

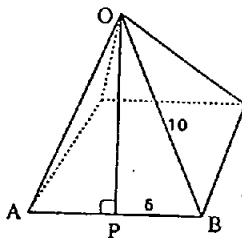
ความยาวของสูงเอียงของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบ

ความยาวของฐานของพีระมิดและความยาวสันของพีระมิด

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบมาให้ครบ ลงมือหาคำตอบที่ปัญหาต้องการได้ทันที
5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ



ต้องขอคิดก่อนนะ



แสดงวิธีทำ

จากรูป $\overline{OP}$ เป็นสูงเอียง

$$AB = 12$$

เซนติเมตร

$$PB = \frac{12}{2} = 6 \text{ เซนติเมตร}$$

สามเหลี่ยม OPB เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้ $OB^2 = OP^2 + PB^2$

$$\begin{aligned} \text{หรือ } OP^2 &= OB^2 - PB^2 \\ &= 10^2 - 6^2 \\ &= 100 - 36 = 64 \end{aligned}$$

$$OP = 8$$

ดังนั้น สูงเอียงของพีระมิดยาว 8 เซนติเมตร

ตอบ สูงเอียงของพีระมิดยาว 8 เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 2 พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีฐานยาวด้านละ 10 เซนติเมตร สูงเอียงยาว 13 เซนติเมตร จงหาความสูงของพีระมิดนี้

วิธีทำ

1. อ่านปัญหาให้เข้าใจ
2. ปัญหาให้หา

ความสูงของพีระมิด

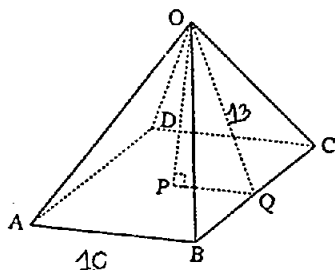
3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบ

ความยาวด้านของฐานและสูงเอียง

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบครบ ลงมือหาคำตอบที่ปัญหาต้องการได้ทันที
5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ

คล้ายตัวอย่างก่อนเลย
ต้องทำให้ได้นะจ๊ะ



แสดงวิธีทำ

จากรูป OP เป็นส่วนสูงของพีระมิด

OQ เป็นสูงเอียง ยาว 13 เซนติเมตร

ดังนั้น

$$\begin{array}{ll} AB &= 10 \quad \text{เซนติเมตร} \\ PQ &= \frac{10}{2} = 5 \quad \text{เซนติเมตร} \end{array}$$

สามเหลี่ยม OPQ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีมุม OPQ เป็นมุมฉาก

ดังนั้น

$$OQ^2 = OP^2 + PQ^2$$

หรือ

$$\begin{aligned} OP^2 &= OQ^2 - PQ^2 \\ &= 13^2 - 5^2 \\ &= 169 - 25 = 144 \end{aligned}$$

นั่นคือ

$$OP = 12$$

ตอบ ความสูงของพีระมิตเท่ากับ 12 เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 3 พีระมิตฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีด้านยาวด้านละ 5 เซนติเมตร ถ้าความสูงของพีระมิตนี้เป็น 12 เซนติเมตรแล้ว จงหาความยาวเส้นของพีระมิตนี้

วิธีทำ

1. อ่านปัญหาให้เข้าใจ
2. ปัญหาให้หา

ความยาวเส้นของพีระมิต

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบ

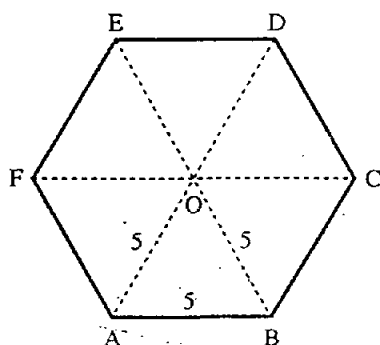
ความยาวด้านของฐานและความสูงของพีระมิต

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบครบ ลงมือหาคำตอบที่ปัญหาต้องการได้ทันที
5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

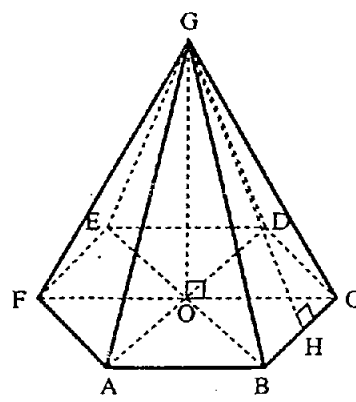
วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ



ไม่น่าจะยากสบายมาก



(1)



(2)

แสดงวิธีทำ

จากรูป (1) แสดงฐานของพีระมิต ซึ่งเป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ABCDEF จุด O ซึ่งเป็นจุดตัดของ $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, และ $\overline{CF}$ จะเป็นจุดซึ่งทำให้

$$AO = BO = CO = DO = EO = FO = 5$$

แสดงว่า O เป็นจุดที่ส่วนสูงของพีระมิตลงมาตั้งฉากกับฐาน จากรูป (2)
จากรูป(2)จะได้ว่า

GO = ความสูงของพีระมิต = 12 เซนติเมตร

OC = ความยาวของฐานของพีระมิต = 5 เซนติเมตร

GC = ความยาวของเส้นของพีระมิต

ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก GOC จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$\begin{aligned} GC^2 &= GO^2 + OC^2 \\ &= 12^2 + 5^2 \\ &= 144 + 25 \\ &= 169 \end{aligned}$$

นั่นคือ $GC = \sqrt{169} = 13$

ตอบ ความยาวเส้นของพีระมิตเท่ากับ 13 เซนติเมตร



หลังจากศึกษาตัวอย่างหลาย ๆ แบบแล้ว
พอจะเข้าใจวิธีการหาความยาวส่วนต่าง ๆ ของ
พีระมิตบ้างแล้วนะต่อไปลองทำแบบฝึกทักษะ
ดูนะเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของตัวเอง

แบบฝึกทักษะที่ 1

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ปัญหา → พระมิตในประเทศอียิปต์เป็นพระมิตตรงฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีขนาดใหญ่ไม่มากนัก มีฐานยาวด้านละ 12 ซม. และพระมิตนี้สูง 8 ซม. นักท่องเที่ยวกลุ่มหนึ่งต้องการหาสูงเอียงและความยาวของสันของพระมิตหลังจากที่ได้เข้าไปชมข้างในแล้ว

วิธีทำ

- 1. อ่านปัญหาให้เข้าใจ
- 2. ปัญหาให้หาอะไร

.....

- 3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง

.....

- 4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 ครบหรือไม่

.....

.....

- 5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ

แสดงวิธีทำ

เข้าใจหรือยังไม่ยากหรอก



แบบฝึกทักษะที่ 2

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ปัญหา จงหาผลบวกของพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่เป็นหน้าทุกหน้าของพีระมิดตรงฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่บรรจุพระศพของฟาโรห์ของอียิปต์องค์หนึ่ง ซึ่งมีฐานยาวด้านละ 10 ซม. และสั้นยาว 15 ซม.

วิธีทำ

1. อ่านปัญหาให้เข้าใจ

2. ปัญหาให้หาอะไร

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 ครบหรือไม่

5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

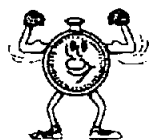
วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ

รูปนี้วาดไม่ยากลองวาดดูนะ



แสดงวิธีทำ

สู่ตายนะ



ต้องพยายามเพื่อความสำเร็จ

แบบทดสอบย่อย

เรื่อง การหาความยาวส่วนต่าง ๆ ของพีระมิด

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีฐานยาวด้านละ 20 ซม. สันยาว 26 ซม. มีสูงเอียงตรงกับข้อใด
ก. 15 ซม. ข. 22 ซม. ค. 24 ซม. ง. 26 ซม.
2. นักเรียนคิดว่าจะหาผลบวกของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมที่เป็นหน้าของพีระมิดฐานห้าเหลี่ยมซึ่งมีฐานยาว 10 ซม. สันยาว 13 ซม. ได้ต้องทราบอะไรบ้าง
ก. สันยาว 13 ซม. ฐานยาวด้านละ 10 ซม.
ข. พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่เป็นหน้าแต่ละหน้าของพีระมิด
ค. สูงเอียงและความยาวฐานของพีระมิด
ง. ถูกทุกข้อ
3. พีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่าซึ่งมีฐานยาวด้านละ 6 ซม. จะหาพื้นที่ฐานของพีระมิดนี้ได้อย่างไร
ก. หาโดยใช้สูตรการหาพื้นที่สามเหลี่ยม
ข. หาสูงเอียงและส่วนสูงของพีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่าแล้วนำมาคูณกัน
ค. หาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
ง. หาสูงเอียงและส่วนสูงของพีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่าแล้วนำมาคูณกัน
4. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีฐานยาวด้านละ 6 นิ้ว สันยาว 5 นิ้ว มีสูงเอียงตรงกับข้อใด
ก. 4 นิ้ว ข. 5 นิ้ว ค. 6 นิ้ว ง. 7 นิ้ว
5. นักเรียนจะหาสูงตรงของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านยาว 18 นิ้ว กว้าง 16 นิ้ว สันยาว 17 นิ้ว ได้ต้องทราบอะไรบ้าง
ก. สัน ส่วนสูง และความยาวฐานของพีระมิด
ข. สูงเอียงและความยาวฐานของพีระมิด
ค. สันและสูงเอียงของพีระมิด
ง. สัน สูงเอียง และความยาวฐานของพีระมิด
6. ข้อใดเป็นเท็จ
ก. สันของพีระมิดตรงต้องยาวเท่ากันทุกเส้น
ข. ฐานของพีระมิดตรงส่วนใหญ่เป็นรูปทรงเรขาคณิตอะไรก็ได้
ค. ผิวข้างของพีระมิดตรงบางรูปเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า
ง. สูงเอียงของพีระมิดตรงในแต่ละรูปยาวเท่ากัน

7. นักเรียนหาสูงเอียงของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีฐานยาวด้านละ 14 ซม. มีเส้นยาว 25 ซม. ได้อย่างไร
- หาพื้นที่ฐานคูณกับเส้นของพีระมิด
 - หาเส้นคูณกับส่วนสูงของพีระมิด
 - หาความยาวฐานคูณเส้นของพีระมิด
 - หาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
8. ความยาวฐานของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีสูงเอียง 24 นิ้ว มีเส้นยาว 26 นิ้ว คือข้อใด
- 10 นิ้ว
 - 15 นิ้ว
 - 18 นิ้ว
 - 20 นิ้ว
9. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีด้านประกอบมุมฉากยาว 8 ซม. และ 6 ซม. มีส่วนสูงของพีระมิดยาว 12 ซม. จะหาเส้นของพีระมิดต้องทราบอะไรเป็นอันดับแรก
- ความยาวฐานของพีระมิด
 - พื้นที่ฐานของพีระมิด
 - สูงเอียงของพีระมิด
 - ส่วนสูงของพีระมิด
10. ข้อใดเป็นจริง
- พีระมิดตรงจะมีสูงเอียงยาวเท่ากันทุกเส้น เมื่อฐานเป็นรูปเหลี่ยมด้านไม่เท่า
 - หน้าของพีระมิดตรงเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใดก็ได้
 - พีระมิดตรงถ้าฐานเป็นรูปเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแล้ว พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านข้างเท่ากันทุกประการ
 - จุดยอดของพีระมิดและจุดยอดของรูปเหลี่ยมของฐานพีระมิดเป็นจุดเดียวกัน



ไม่น่าจะยากสบายมาก

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1

วิธีทำ

1. อ่านปัญหาให้เข้าใจ
2. ปัญหาให้หา

ความยาวสันและสูงเอียงของพีระมิด

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบ

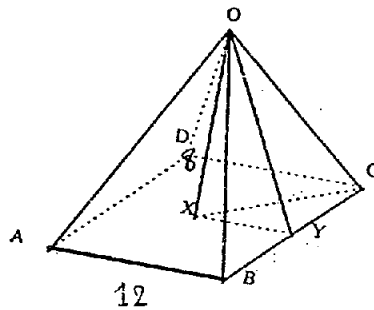
ความยาวด้านของฐานและความสูง

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบครบ ลงมือหาคำตอบที่ปัญหาต้องการได้ทันที
5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ



ข้อนี้ต้องวาดภาพให้ดีๆ นะ



แสดงวิธีทำ

1. หาคความยาวของสูงเอียง

ให้ OX เป็นส่วนสูงของพีระมิดตรง ฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD และ OY เป็นสูงเอียง

เนื่องจาก OBC เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว สูงเอียง OY ตั้งฉากกับ BC ดังนั้น OY แบ่งครึ่ง BC และ BC ยาว 12 เซนติเมตร จะได้

$$YC = \frac{BC}{2} = 6 \text{ เซนติเมตร} \quad OX = 8 \quad \text{และ} \quad XY = 6$$

$$\text{ดังนั้น } OY^2 = OX^2 + XY^2$$

$$OY^2 = 8^2 + 6^2$$

$$= 64 + 36$$

$$= 100$$

$$OY = 10$$

$$\text{ดังนั้น สูงเอียง} = 10 \text{ เซนติเมตร}$$

$$\text{แสดงว่า ความยาวของสูงเอียง} = 10 \text{ เซนติเมตร}$$

ตอบ

2. หาคความยาวสั้นของพีระมิด

เนื่องจาก OYC รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

OC = ความยาวสั้นของพีระมิด

OY = 10 เซนติเมตร

YC = 6 เซนติเมตร

ดังนั้น จากทฤษฎีบทของพีทาโกรัสจะได้ว่า

$$\begin{aligned} OC^2 &= OY^2 + YC^2 \\ &= 10^2 + 6^2 \\ &= 100 + 36 \end{aligned}$$

ดังนั้น $OC^2 = 136$

ดังนั้น $OC = \sqrt{136}$

แสดงว่า ความยาวสั้นของพีระมิด = $\sqrt{136}$ เซนติเมตร

ตอบ

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2

วิธีทำ

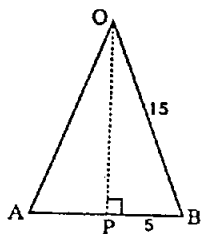
1. อ่านปัญหาให้เข้าใจ
2. ปัญหาให้หา

ผลบวกของพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่เป็นหน้าทุกหน้าของพีระมิด

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบ

ความยาวของฐานของพีระมิดและความยาวด้านของพีระมิดและสูงเอียงของพีระมิด

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบมาไม่ครบ คือ ให้ความยาวของฐานและความยาวด้านของพีระมิดแต่ไม่บอกสูงเอียงของพีระมิด



จากรูปสามเหลี่ยม OAB เป็นหน้าของพีระมิด

OA และ OB เป็นด้านของพีระมิด

ดังนั้น $OA = OB = 15$ เซนติเมตร

$AB = 10$ เซนติเมตร

ดังนั้น $PB = \frac{10}{2} = 5$ เซนติเมตร

สามเหลี่ยม OPB เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\text{จะได้ } OB^2 = OP^2 + PB^2$$

$$\text{หรือ } OP^2 = OB^2 - PB^2$$

$$= 15^2 - 5^2$$

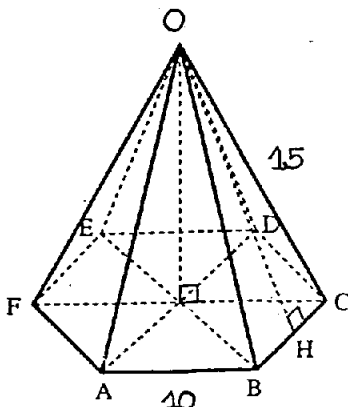
$$= 225 - 25 = 200$$

$$OP = \sqrt{200} = \sqrt{2} \times 100 = 10\sqrt{2} \text{ เซนติเมตร}$$

ดังนั้น สูงเอียงของพีระมิดยาว $10\sqrt{2}$ เซนติเมตร

5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ



ต้องขาคิดก่อนนะ



แสดงวิธีทำ

$$\text{พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม OAB} = \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10\sqrt{2} = \frac{100\sqrt{2}}{2} \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$\text{พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่เป็นหน้าแต่ละหน้าของพีระมิด} = \frac{100\sqrt{2}}{2} \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$\text{ผลบวกของพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่เป็นหน้าทุกหน้า} = \frac{6 \times 100\sqrt{2}}{2}$$

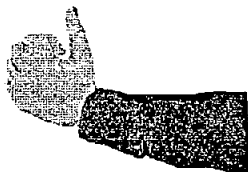
$$= 300\sqrt{2}$$

$$= 424.264 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ตอบ ผลบวกของพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่เป็นหน้าทุกหน้าของพีระมิดฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เท่ากับ 424.264 ตารางเซนติเมตร

เฉลยแบบทดสอบย่อย

1. ค
2. ง
3. ก
4. ก
5. ง
6. ข
7. ง
8. ง
9. ก
- 10.ค



แผนการสอนที่ 3

วิชาคณิตศาสตร์

รหัส ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง พื้นที่ผิวของพีระมิด

จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที

สาระสำคัญ

1. พื้นที่ผิวของหน้าทุกหน้าของพีระมิดรวมกัน เรียกว่า พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดหรือพื้นที่ผิวเอียง

$$2. \text{พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด} = \frac{1}{2} \times \text{เส้นรอบรูปฐาน} \times \text{สูงเอียง}$$

$$\text{หรือ} = \text{จำนวนหน้าของพีระมิด} \times \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูงเอียง}$$

3. พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดรวมกับพื้นที่ฐานของพีระมิด เรียกว่า พื้นที่ผิวของพีระมิด

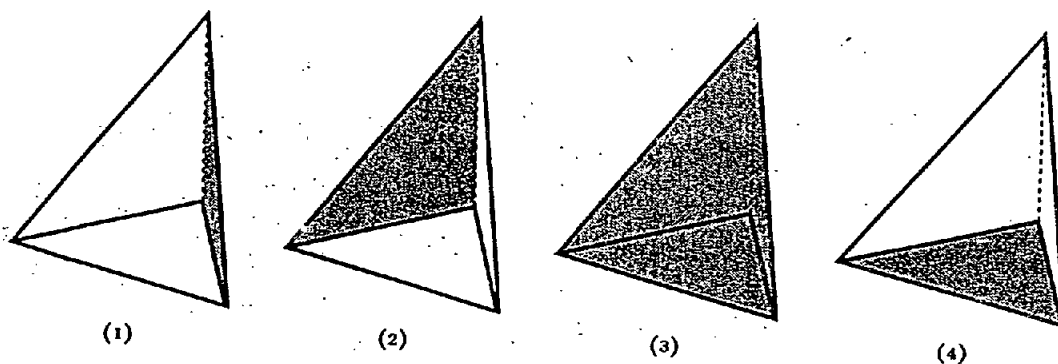
จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายความหมายของพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดและพื้นที่ผิวของพีระมิดได้ถูกต้อง
2. หาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดที่กำหนดให้ได้
3. หาพื้นที่ผิวของพีระมิดที่กำหนดให้ได้
4. นำความรู้ที่เกี่ยวกับการหาพื้นที่ผิวของพีระมิดไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

เนื้อหา

พื้นที่ผิวของพีระมิด

จากรูปแสดงพื้นที่ผิวข้างและพื้นที่ผิวของพีระมิด



ผลบวกของพื้นที่ของบริเวณแรเงาในรูป (1), (2) และ (3) เรียกว่า พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

พื้นที่ของบริเวณที่แรเงาในรูป (4) เรียกว่า พื้นที่ฐานของพีระมิด

ผลบวกของพื้นที่ของบริเวณที่แรเงาในรูป (1), (2), (3) และ (4) เรียกว่า พื้นที่ผิวของพีระมิด

พื้นที่ของรูปเหลี่ยมที่นักเรียนจะพบต่อไปนี้ได้แก่

- พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส = ด้าน x ด้าน
- พื้นที่สี่เหลี่ยมมุมฉาก = กว้าง x ยาว
- พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ x ด้าน²
- พื้นที่สามเหลี่ยมหน้าจั่ว = $\frac{1}{4}b\sqrt{4a^2 - b^2}$

เมื่อ a เป็นความยาวของด้านประกอบมุมยอด

b เป็นความยาวของฐาน

สูตรในการหาพื้นที่ผิวข้างและพื้นที่ผิวของพีระมิด

1. พื้นที่ผิวของหน้าทุกหน้าของพีระมิดรวมกัน เรียกว่า พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดหรือพื้นที่ผิวเอียง คิดได้จากสูตร

$$\text{พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด} = \frac{1}{2} \times \text{เส้นรอบรูปฐาน} \times \text{สูงเอียง}$$

$$\text{หรือ} = \text{จำนวนหน้าของพีระมิด} \times \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูงเอียง}$$

2. พื้นที่ผิวของพีระมิด = พื้นที่ผิวข้าง + พื้นที่ฐาน

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดตรงฐานสามเหลี่ยมด้านเท่าซึ่งมีด้านยาวด้านละ 10 เซนติเมตร สูงเอียงยาว 12 เซนติเมตร

วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจ
2. โจทย์ให้หา

พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดตรงฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า

3. จะหาคำตอบได้ต้องทราบ

ความยาวด้านของพีระมิด และ สูงเอียง

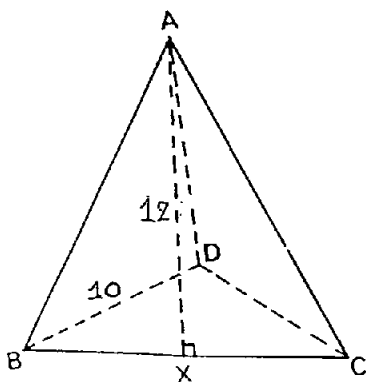
4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบมาให้ครบ ดังนี้

4.1 พีระมิดตรงฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า มีฐานยาวด้านละ 10 เซนติเมตร

4.2 พีระมิดตรงฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า สูงเอียง 12 เซนติเมตร

5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ



แสดงวิธีทำ

พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า = พื้นที่ของสามเหลี่ยม ABC +
พื้นที่ของสามเหลี่ยม ABD + พื้นที่ของสามเหลี่ยม ADC

เนื่องจากหน้าทุกหน้าของพีระมิดนี้ มีฐานยาวเท่ากัน และมีความสูงเท่ากัน

ดังนั้นพื้นที่ของสามเหลี่ยม ABC = พื้นที่ของสามเหลี่ยม ABD = พื้นที่ของสามเหลี่ยม
ADC

จะได้พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด = จำนวนหน้า $\times \frac{1}{2} \times$ ความยาวฐาน $\times$ สูงเอียง

$$= 3 \times \frac{1}{2} \times 10 \times 12$$

$$= 180 \quad \text{ตารางเซนติเมตร}$$

ตอบ 180 ตารางเซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 2 พีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 14 เซนติเมตร พีระมิดสูง 24 เซนติเมตร จะมีพื้นที่ผิวทั้งหมดเท่าไร

วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจ
2. โจทย์ให้หา

พื้นที่ผิวของพีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส

3. จะหาคำตอบได้ต้องทราบ

ความยาวด้านของพีระมิด สูงเอียง และพื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบมาให้ ดังนี้

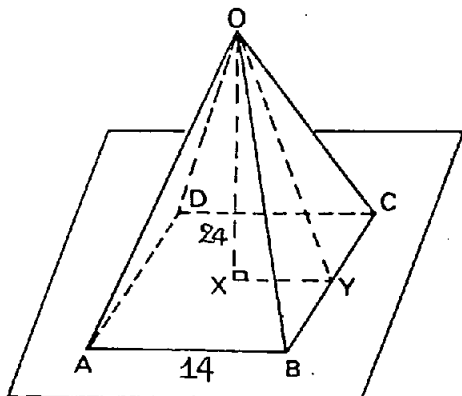
4.1 พีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 14 เซนติเมตร

4.2 พีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสสูง 24 เซนติเมตร

ต้องหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดและสูงเอียงเพิ่มก่อนที่จะหาพื้นที่ผิวของพีระมิด

5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ



แสดงวิธีทำ

เนื่องจากสามเหลี่ยม OXY เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\text{จะได้ } OY^2 = OX^2 + XY^2$$

$$= 24^2 + 7^2$$

$$= 625$$

$$OY = 25$$

เนื่องจากพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีสี่หน้า แต่ละหน้ามีพื้นที่เท่ากัน

$$\text{ดังนั้น พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด} = \frac{1}{2} \times \text{เส้นรอบรูปฐาน} \times \text{สูงเอียง}$$

$$= \frac{1}{2} \times (4 \times 14) \times 25$$

$$= 700 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$= \text{ด้าน} \times \text{ด้าน}$$

$$= 14 \times 14$$

$$= 196 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$= \text{พื้นที่ผิวข้าง} + \text{พื้นที่ฐาน}$$

$$= 700 + 196$$

$$= 896 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ตอบ

896 ตารางเซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ยาวด้านละ 20 นิ้ว และเส้นของพีระมิดยาว 12 นิ้ว

วิธีทำ

4. อ่านโจทย์ให้เข้าใจ

5. โจทย์ให้หา

พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

6. จะหาคำตอบได้ต้องทราบ

ความยาวด้านของพีระมิด และ สูงเอียง

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบมาให้ ดังนี้

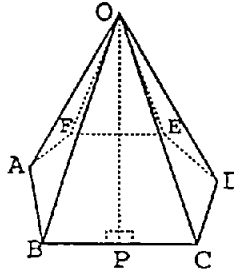
4.3 พีระมิดตรงฐานหกเหลี่ยม ยาวด้านละ 20 นิ้ว

4.4 พีระมิดตรงฐานหกเหลี่ยม มีเส้นยาว 12 นิ้ว

ต้องหาสูงเอียงเพิ่มก่อนที่จะหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ



แสดงวิธีทำ

จากรูป $OB = 12$ นิ้ว

$$BP = \frac{20}{2}$$

$$= 10 \text{ นิ้ว}$$

เนื่องจากสามเหลี่ยม OBP เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\text{จะได้ } OP^2 = OB^2 + BP^2$$

$$= 12^2 - 10^2$$

$$= 144 - 100 = 44$$

$$OP = 2\sqrt{11}$$

พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม

$$= \frac{1}{2} \times \text{ความยาวฐาน} \times \text{สูงเอียง}$$

$$= \frac{1}{2} \times BC \times OP$$

$$= \frac{1}{2} \times 20 \times 2\sqrt{11}$$

$$= 20\sqrt{11} \quad \text{ตารางนิ้ว}$$

ดังนั้น พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

$$= 6 \times 20\sqrt{11}$$

$$= 120\sqrt{11} = 120 \times 3.32$$

$$= 398.4 \quad \text{ตารางนิ้ว}$$

ตอบ

$$398.4 \text{ ตารางนิ้ว}$$

กิจกรรมการฝึก

ชั้นนำ (5 นาที)

1. ครูทบทวนส่วนต่างๆของพระมิตโดยใช้ของจริง โดยให้นักเรียนดู พระมิตตรงที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมต่างๆ และแสดงความสูงและสูงเอียงของพระมิต แล้วให้นักเรียนบอกการหาพื้นที่ฐานของพระมิต เพื่อกระตุ้นความพร้อมก่อนเรียน
2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ประกอบคำชี้แจง เพื่อให้นักเรียนได้ใช้เป็นแนวทางในการเรียนรู้ของตนเอง

ขั้นการเรียนการสอน (30 นาที)

1. ให้นักเรียนพิจารณาพระมิตที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมต่างๆพร้อมทั้งบอกวิธีการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมทุกรูปที่เป็นหน้าของพระมิต และการหาพื้นที่ฐาน แล้วช่วยกันสรุป (5 นาที)
2. ครูแจกแบบฝึกทักษะเพื่อให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำปรึกษาและอธิบายเพิ่มเติม (10 นาที)
3. ให้นักเรียนทำโจทย์แบบฝึกทักษะ เสร็จแล้วตรวจคำตอบแบบฝึกทักษะให้ถูกต้อง โดยครูเป็นผู้ให้ข้อเสนอแนะเพื่อให้นักเรียนนำไปปรับปรุงแก้ไข (15 นาที)

ขั้นสรุป (15 นาที)

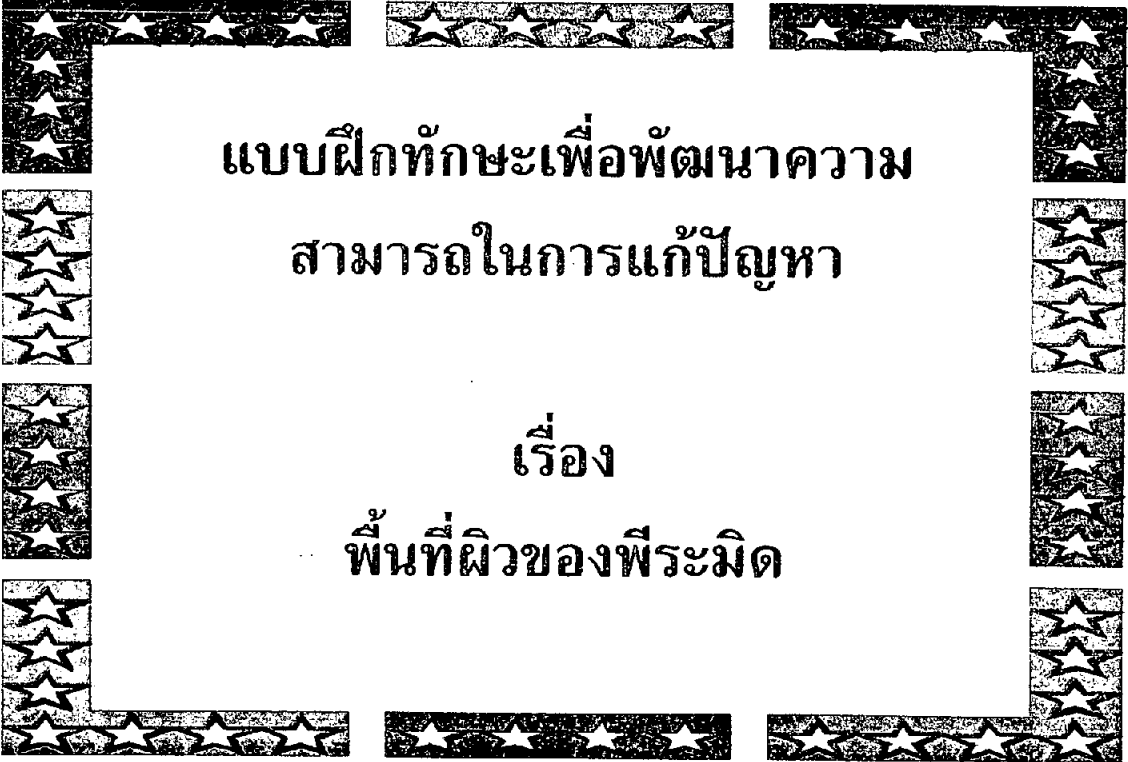
1. นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปวิธีการหาพื้นที่ผิวของพระมิต (5 นาที)
2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย เรื่อง พื้นที่ผิวของพระมิต (10 นาที)

สื่อการเรียนการสอน

1. รูปจำลองพระมิตที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมต่างๆ
2. แบบฝึกทักษะ เรื่อง พื้นที่ผิวของพระมิต

การประเมินผล

1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน ความสนใจและความตั้งใจในการเรียน
2. ตอบคำถามได้อย่างถูกต้องและมีเหตุผล
3. ดูจากผลการตรวจแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนของนักเรียน
4. คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย เรื่อง พื้นที่ผิวของพระมิต



แบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความ
สามารถในการแก้ปัญหา

เรื่อง
พื้นที่ผิวของพีระมิด

คู่มือการใช้แบบฝึกทักษะ เรื่อง พื้นที่ผิวของพีระมิด



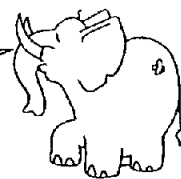
1. ให้นักเรียนทุกคนศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาอย่างละเอียด
2. การศึกษาด้วยตนเองโดยใช้แบบฝึกทักษะจะต้องปฏิบัติตาม ขั้นตอนที่กำหนดให้ อย่างเคร่งครัด และมีความซื่อสัตย์ต่อตนเอง
3. ถ้านักเรียนคนใดสงสัยหรือมีปัญหาที่ไม่เข้าใจ สามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนได้ ตลอดเวลา
4. เมื่อทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนจบแล้ว นักเรียนสามารถตรวจคำตอบได้จากเฉลย ซึ่งอยู่ด้านหลังแบบฝึกทักษะ
5. เมื่อนักเรียนศึกษาและทำกิจกรรมจากแบบฝึกทักษะจบแล้วนักเรียนแต่ละคนต้องทำ แบบทดสอบย่อย

ใช้เวลาในการศึกษา และทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน 30 นาที

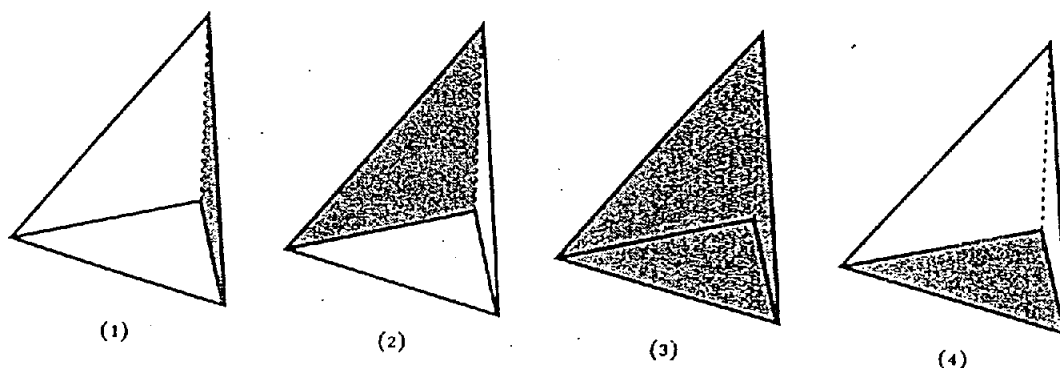
จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายความหมายของพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดและพื้นที่ผิวของพีระมิดได้ ถูกต้อง
2. หาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดที่กำหนดให้ได้
3. หาพื้นที่ผิวของพีระมิดที่กำหนดให้ได้
4. นำความรู้ที่เกี่ยวกับการหาพื้นที่ผิวของพีระมิดไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

สวัสดีจะนักเรียนที่น่ารักทุกคน
เรื่องต่อไปนี้อะยากหรอคะ ลองมาศึกษา
ดูกันดีกว่า



จากรูปแสดงพื้นที่ผิวข้างและพื้นที่ผิวของพีระมิด



ผลบวกของพื้นที่ของบริเวณแรเงาในรูป (1), (2) และ (3) เรียกว่า พื้นที่ผิวข้าง
ของพีระมิด

พื้นที่ของบริเวณที่แรเงาในรูป (4) เรียกว่า พื้นที่ฐานของพีระมิด

ผลบวกของพื้นที่ของบริเวณที่แรเงาในรูป (1), (2), (3) และ (4) เรียกว่า
พื้นที่ผิวของพีระมิด

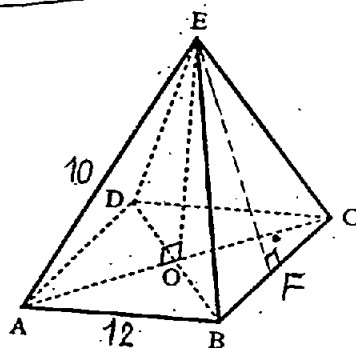
พื้นที่ของรูปเหลี่ยมที่นักเรียนจะพบต่อไปนี้ ได้แก่

- พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส = ด้าน x ด้าน
- พื้นที่สี่เหลี่ยมมุมฉาก = กว้าง x ยาว
- พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ x ด้าน²
- พื้นที่สามเหลี่ยมหน้าจั่ว = $\frac{1}{4}b\sqrt{4a^2 - b^2}$

เมื่อ a เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก
b เป็นความยาวของฐาน



ลองดูรูปต่อไปนี้แล้วตอบคำถามนะ



ตัวอย่างที่ 1 ให้นักเรียนพิจารณารูปของพีระมิดตรง แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

1. พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดเป็นรูป.....
2. พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดหาได้จาก.....
3. หาพื้นที่ 1 หน้าของพีระมิด หาได้โดย.....
4. สูตรการหาพื้นที่สามเหลี่ยม คือ.....
5. จากรูปพีระมิดมีกี่หน้า.....
6. พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดเท่ากับ.....
7. ฐานของพีระมิดเป็นรูปอะไร.....
8. ฐานยาวด้านละเท่าไร.....
9. สูงเอียงยาวเท่าไร.....
10. พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดเป็นเท่าไร.....
11. ถ้าจะหาพื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิด จะต้องเอาพื้นที่ส่วนใดมารวมด้วย.....
12. สูตรในการหาพื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิดเป็นอย่างไร.....

สรุปสูตรในการหาพื้นที่ผิวข้างและพื้นที่ผิวของพีระมิด

1. พื้นที่ผิวของหน้าทุกหน้าของพีระมิดรวมกัน เรียกว่า พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดหรือพื้นที่ผิวเอียง คิดได้จากสูตร

$$\text{พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด} = \frac{1}{2} \times \text{เส้นรอบรูปฐาน} \times \text{สูงเอียง}$$

$$\text{หรือ} = \text{จำนวนหน้าของพีระมิด} \times \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูงเอียง}$$

2. พื้นที่ผิวของพีระมิด = พื้นที่ผิวข้าง + พื้นที่ฐาน

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดตรงฐานสามเหลี่ยมด้านเท่าซึ่งมีด้านยาวด้านละ 10 เซนติเมตร สูงเอียงยาว 12 เซนติเมตร

วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจ

2. โจทย์ให้หา

พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดตรงฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า

3. จะหาคำตอบได้ต้องทราบ

ความยาวด้านของพีระมิด และ สูงเอียง

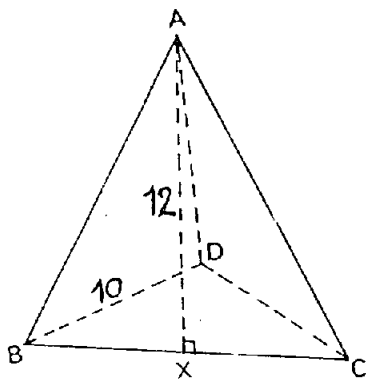
4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบมาให้ครบ ดังนี้

4.1 พีระมิดตรงฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า มีฐานยาวด้านละ 10 เซนติเมตร

4.2 พีระมิดตรงฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า สูงเอียง 12 เซนติเมตร

5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ



เก่งมาก ๆ เลยนะ



แสดงวิธีทำ

พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า = พื้นที่ของสามเหลี่ยม ABC +
พื้นที่ของสามเหลี่ยม ABD + พื้นที่ของสามเหลี่ยม ADC

เนื่องจากหน้าทุกหน้าของพีระมิดนี้ มีฐานยาวเท่ากัน และมีความสูงเท่ากัน

ดังนั้นพื้นที่ของสามเหลี่ยม ABC = พื้นที่ของสามเหลี่ยม ABD = พื้นที่ของสามเหลี่ยม

ADC

จะได้พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด = จำนวนหน้า $\times \frac{1}{2} \times$ ความยาวฐาน $\times$ สูงเอียง

$$= 3 \times \frac{1}{2} \times 10 \times 12$$

$$= 180$$

ตารางเซนติเมตร

ตอบ

180

ตารางเซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 3 พีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 14 เซนติเมตร พีระมิดสูง 24 เซนติเมตร จะมีพื้นที่ผิวทั้งหมดเท่าไร

วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจ

2. โจทย์ให้หา

พื้นที่ผิวของพีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส

3. จะหาคำตอบได้ต้องทราบ

ความยาวด้านของพีระมิด สูงเอียง และพื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบมาให้ ดังนี้

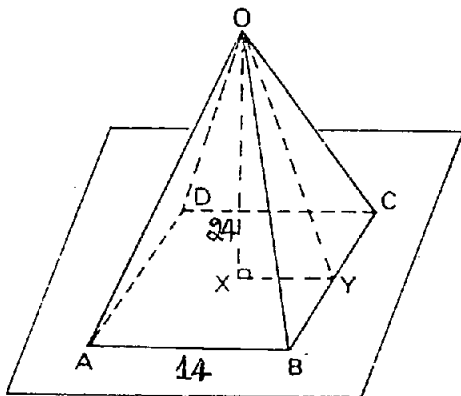
4.1 พีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 14 เซนติเมตร

4.2 พีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส สูง 24 เซนติเมตร

ต้องหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดและสูงเอียงเพิ่มก่อนที่จะหาพื้นที่ผิวของพีระมิด

5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ



คิดอย่างไรดีจ๊ะ



แสดงวิธีทำ

เนื่องจากสามเหลี่ยม OXY เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } OY^2 &= OX^2 + XY^2 \\ &= 24^2 + 7^2 \\ &= 625 \end{aligned}$$

$$OY = 25$$

เนื่องจากพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีสี่หน้า แต่ละหน้ามีพื้นที่เท่ากัน

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด} &= \frac{1}{2} \times \text{เส้นรอบรูปฐาน} \times \text{สูงเอียง} \\ &= \frac{1}{2} \times (4 \times 14) \times 25 \\ &= 700 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ฐานของพีระมิด} &= \text{ด้าน} \times \text{ด้าน} \\
 &= 14 \times 14 \\
 &= 196 \quad \text{ตารางเซนติเมตร} \\
 \text{ดังนั้น พื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิด} &= \text{พื้นที่ผิวข้าง} + \text{พื้นที่ฐาน} \\
 &= 700 + 196 \\
 &= 896 \quad \text{ตารางเซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

ตอบ 896 ตารางเซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 4 จงหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ยาวด้านละ 20 นิ้ว และเส้นของพีระมิดยาว 12 นิ้ว

วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจ
2. โจทย์ให้หา

พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

3. จะหาคำตอบได้ต้องทราบ

ความยาวด้านของพีระมิด และ สูงเอียง

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบมาให้ ดังนี้

4.3 พีระมิดตรงฐานหกเหลี่ยม ยาวด้านละ 20 นิ้ว

4.4 พีระมิดตรงฐานหกเหลี่ยม มีเส้นยาว 12 นิ้ว

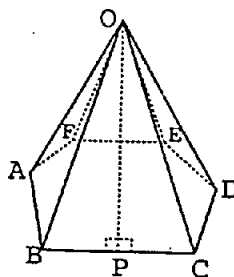
ต้องหาสูงเอียงเพิ่มก่อนที่จะหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ



ไม่เห็นยากเลย



แสดงวิธีทำ

จากรูป $OB = 12$ นิ้ว

$$BP = \frac{20}{2}$$

$$= 10 \text{ นิ้ว}$$

เนื่องจากสามเหลี่ยม OBP เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } OP^2 &= OB^2 + BP^2 \\ &= 12^2 + 10^2 \\ &= 144 + 100 = 244\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}OP &= 2\sqrt{61} \\ \text{พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม} &= \frac{1}{2} \times \text{ความยาวฐาน} \times \text{สูงเอียง}\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \times BC \times OP$$

$$= \frac{1}{2} \times 20 \times 2\sqrt{61}$$

$$= 20\sqrt{61} \quad \text{ตารางนิ้ว}$$

ดังนั้น พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

$$= 6 \times 20\sqrt{61}$$

$$= 120\sqrt{61} = 120 \times 3.32$$

$$= 398.4 \quad \text{ตารางนิ้ว}$$

ตอบ

398.4 ตารางนิ้ว

แบบฝึกทักษะที่ 1

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ปัญหา พระมิตในประเทศอียิปต์ที่หนึ่งใช้เป็นทีเก็บพระศพมเหสีอันเป็นที่รักของฟาโรห์ผู้ยิ่งใหญ่ ซึ่งประสูติพระโอรสแล้วก็สิ้นพระชนม์ เป็นพระมิตตรงฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีฐานยาวด้านละ 18 เมตร กว้าง 10 เมตร และพระมิตสูง 12 เมตร จงหาพื้นที่ผิวข้างของพระมิตนี้

วิธีทำ

1. อ่านปัญหาให้เข้าใจ
2. ปัญหาให้หาอะไร

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 ครบหรือไม่

5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ

รูปนี้วาดไม่ยากลองวาดดูนะ



แสดงวิธีทำ

[The page contains horizontal dashed lines for writing.]



 เก่งมาก ๆ เลย

แบบฝึกทักษะที่ 2

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ปัญหา นักท่องเที่ยวกลุ่มหนึ่งต้องการหาพื้นที่ผิวของพีระมิดในประเทศอียิปต์เป็นพีระมิดตรงฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีขนาดไม่ใหญ่มากนัก มีด้านยาวของฐานยาวด้านละ $6\sqrt{3}$ เมตร และมีความสูงยาว 12 เมตร

วิธีทำ

1. อ่านปัญหาให้เข้าใจ
2. ปัญหาให้หาอะไร

.....

.....

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง

.....

.....

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 ครบหรือไม่

.....

.....

.....

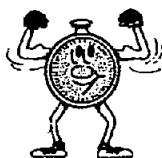
.....

5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ

แสดงวิธีทำ

สุดท้ายนะ



พยายามคิดนะ

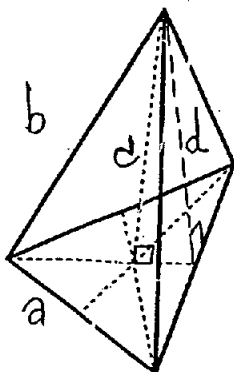


แบบทดสอบย่อย

เรื่อง พื้นที่ผิวของพีระมิด

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. พีระมิดฐานสามเหลี่ยมด้านเท่ามีฐานยาวด้านละ 10 ซม. สูงเอียง 5 ซม. จะหาพื้นที่ผิวข้างได้
ต้องทราบอะไรบ้าง
ก. พื้นที่ฐานและสูงเอียงของพีระมิด
ข. ส่วนสูงและสูงเอียงของพีระมิด
ค. ส่วนสูงและความยาวฐานของพีระมิด
ง. ความยาวฐานและสูงเอียงของพีระมิด
2. การหาพื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีฐานยาว 6 นิ้ว สูง 4 นิ้ว ขั้นตอน
ใดสำคัญที่สุด
ก. หาสูงเอียงของพีระมิดโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
ข. หาพื้นที่ฐานของพีระมิด
ค. หาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิด
ง. หาพื้นที่ฐานของพีระมิดรวมกับพื้นที่ของสามเหลี่ยมที่เป็นหน้าทุกหน้าของพีระมิด
3. พีระมิดตรงฐานหกเหลี่ยมด้านเท่าซึ่งมีฐานยาวด้านละ 5 นิ้ว สูงเอียง 8 นิ้วพื้นที่ผิวข้าง
พีระมิดนี้ตรงกับข้อใด
ก. 150 ตร.นิ้ว ข. 130 ตร.นิ้ว ค. 120 ตร.นิ้ว ง. 110 ตร.นิ้ว
4. จะหาพื้นที่ผิวของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีฐานยาวด้านละ 16 ซม. สูงเอียงยาว 17 ซม.
ได้อย่างไร
ก. หาสูงตรงคูณกับพื้นที่ผิวข้างของพีระมิด
ข. หาพื้นที่ฐานคูณกับพื้นที่ผิวข้างของพีระมิด
ค. หาพื้นที่ฐานรวมกับพื้นที่ผิวข้างของพีระมิด
ง. หาสูงตรงคูณกับพื้นที่ฐานของพีระมิด
5. จากรูปพีระมิดตรงฐานเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดตรงกับข้อใด



ก. $\frac{1}{2} \times 3a \times b$

ข. $\frac{1}{2} \times 3a \times c$

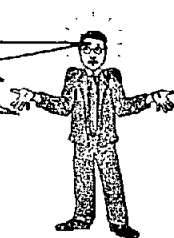
ค. $\frac{1}{2} \times 3a \times d$

ง. $\frac{1}{2} \times a \times d$

6. จะหาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 6 ซม. สูงตรง 4 ซม. ได้ต้องทราบอะไรเป็นอันดับแรก
 - ก. พื้นที่ฐานของพีระมิด
 - ข. สูงเอียงของพีระมิด
 - ค. ความยาวรอบฐานของพีระมิด
 - ง. จำนวนหน้าของพีระมิด
7. พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดตรงฐานเป็นรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ฐานยาวด้านละ 10 ซม. สูงเอียง 6 ซม. มีค่าเท่าใด
 - ก. 510 ตร.ซม.
 - ข. 410 ตร.ซม.
 - ค. 340 ตร.ซม.
 - ง. 150 ตร.ซม.
8. พีระมิดตรงฐานสามเหลี่ยมด้านเท่า มีด้านยาวด้านละ 8 นิ้ว สูงเอียง 10 นิ้ว จะหาพื้นที่ผิวข้างได้อย่างไร
 - ก. หาพื้นที่ของสามเหลี่ยมที่เป็นหน้าทุกหน้าของพีระมิดคูณกับจำนวนหน้าพีระมิด
 - ข. หาสูงตรงคูณกับความยาวรอบฐานของพีระมิด
 - ค. หาพื้นที่ของสามเหลี่ยมที่เป็นหน้าของพีระมิดคูณกับสูงเอียง
 - ง. หาพื้นที่ฐานคูณกับสูงเอียงของพีระมิด

สรุปของพิธีมิตตรงฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแล้วตอบคำถาม 9 - 10

เรียนมาก



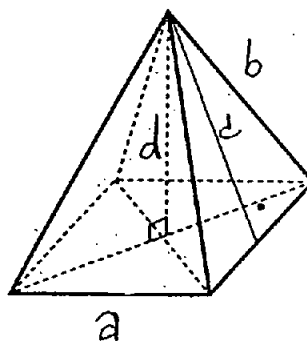
9. d มีค่าตรงกับข้อใด

$$n. \quad d = \sqrt{\frac{4c^2 - a^2}{4}}$$

$$d = \sqrt{\frac{4c^2 + a^2}{4}}$$

د. $d = \sqrt{\frac{2c^2 + a^2}{2}}$

$$d = \sqrt{4c^2 + a^2}$$



- ## 10. สูตรในการหาพื้นที่ฐานตรงกับข้อใด

п. а х а

7. $\frac{1 \times a \times c}{2}$

ဂ. $\frac{1}{2} \times a \times d$

$$4. \quad 2(a + a)$$

$$= (AB \times GF) + (BC \times GE)$$

$$= (18 \times GF) + (10 \times GE)$$

ต่อไปเราจะหา GF และ GE

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก GOF และ GOE จะได้ว่า

$$GF^2 = GO^2 + OF^2 \text{ และ } GE^2 = GO^2 + OE^2$$

$$GF^2 = 12^2 + 5^2 \text{ และ } GE^2 = 12^2 + 9^2$$

$$GF^2 = 144 + 25 \text{ และ } GE^2 = 144 + 81$$

$$GF^2 = 169 \text{ และ } GE^2 = 225$$

$$GF = \sqrt{169} = 13 \text{ และ } GE = \sqrt{225} = 15$$

จะได้ว่า พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด = $(18 \times 13) + (10 \times 12)$

$$= 234 + 120$$

$$= 354$$

ตารางเมตร

ตอบ พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด = 354

ตารางเมตร

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2

วิธีทำ

1. อ่านปัญหาให้เข้าใจ
2. ปัญหาให้หา

พื้นที่ผิวของพีระมิด

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบ

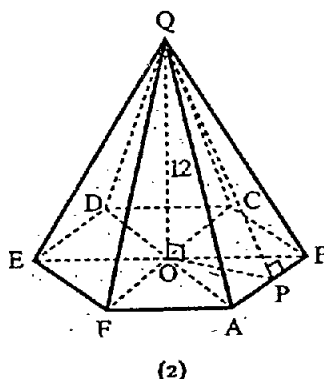
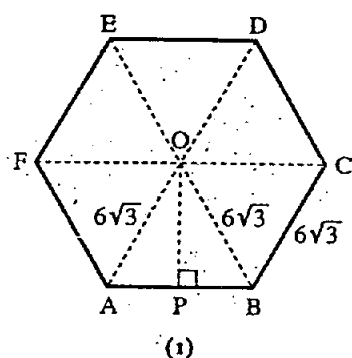
พื้นที่ฐานของพีระมิด และ พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบมาไม่ครบ ทราบความยาวฐานแต่ไม่ทราบสูงเอียง พื้นที่ฐาน และ พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ

ไม่น่าจะยากสบายมาก



แสดงวิธีทำ

1. หาพื้นที่ฐาน

พิจารณารูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ABCDEF ในรูป (1) จะพบว่า สามเหลี่ยม AOB , สามเหลี่ยม BOC , สามเหลี่ยม COD , สามเหลี่ยม DOE , สามเหลี่ยม EOF และ สามเหลี่ยม FOA เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีความยาวของด้านเท่ากัน ดังนั้นรูปสามเหลี่ยมทั้งหกรูปจึงมีพื้นที่เท่ากัน นั่นคือ

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ฐาน} &= \text{พื้นที่รูปหกเหลี่ยม ABCDEF} \\ &= 6 (\text{พื้นที่สามเหลี่ยม AOB}) \end{aligned}$$

เนื่องจากสามเหลี่ยม AOB เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่าซึ่งด้านยาวด้านละ $6\sqrt{3}$ เมตร

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น พื้นที่สามเหลี่ยม AOB} &= \frac{\sqrt{3}}{4} (6\sqrt{3})^2 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} (36 \times 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 27\sqrt{3} && \text{ตารางเมตร} \\
 \text{ดังนั้น พื้นที่ฐานของพีระมิด} &= 6(27\sqrt{3}) \\
 &= 162\sqrt{3} && \text{ตารางเมตร}
 \end{aligned}$$

2. หาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิด

เนื่องจากหน้าแต่ละหน้าของพีระมิดเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีฐานยาวเท่ากัน และมี
ส่วนสูงยาวเท่ากัน ดังนั้น หน้าแต่ละหน้าจึงมีพื้นที่เท่ากัน นั่นคือ

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด} &= 6(\text{พื้นที่สามเหลี่ยม } ABQ) \\
 &= 6\left(\frac{1}{2} \times AB \times PQ\right) \\
 &= 3 \times 6\sqrt{3} \times PQ
 \end{aligned}$$

หา PQ จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก OPQ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 PQ^2 &= PO^2 + QO^2 \\
 &= 9^2 + 12^2 \\
 &= 81 + 144
 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } PQ^2 = 225$$

$$\text{ดังนั้น } PQ = \sqrt{225} = 15$$

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ว่า } \text{พื้นที่ผิวข้างของพีระมิด} &= 3 \times 6\sqrt{3} \times 15 \\
 &= 270\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

ตารางเมตร

$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น } \text{พื้นที่ผิวของพีระมิด} &= 162\sqrt{3} + 270\sqrt{3} \\
 &= 432\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

ตารางเมตร

$$\text{ตอบ } \text{พื้นที่ผิวของพีระมิด} = 432\sqrt{3} \quad \text{ตารางเมตร}$$

เฉลยแบบทดสอบย่อย

1. ง
2. ง
3. ค
4. ค
5. ค
6. ข
7. ง
8. ก
9. ก
- 10.ก



แผนการสอนที่ 4

วิชาคณิตศาสตร์

รหัส ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง ปริมาตรของพีระมิด

จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที

สาระสำคัญ

1. ปริมาตรของพีระมิดเป็นหนึ่งในสามของปริมาตรของปริซึมที่มีพื้นที่ฐานเท่ากันและส่วนสูงยาวเท่ากัน

$$2. \text{ ปริมาตรของพีระมิด} = \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

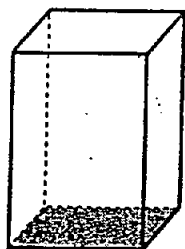
1. บอกสูตรการหาปริมาตรของพีระมิดที่กำหนดให้ได้
2. หาปริมาตรของพีระมิดได้
3. นำความรู้เกี่ยวกับการหาปริมาตรของพีระมิดไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

เนื้อหา

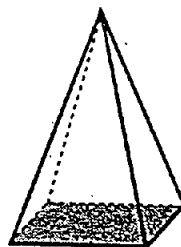
ปริมาตรของพีระมิด

กำหนดปริซึมฐานสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป (1) จะได้ว่า

$$\text{ปริมาตรของปริซึม} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ความสูง}$$



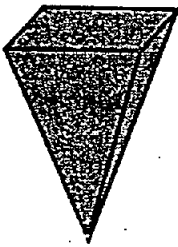
(1)



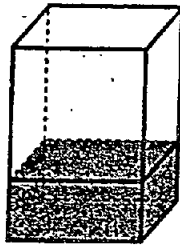
(2)

ถ้ากำหนดพีระมิตที่มีฐานเป็นรูปเดียวกับฐานของปริซึมและมีส่วนสูงยาวเท่ากับ ส่วนสูงของปริซึม ดังรูป (2) แล้ว ปริมาตรของพีระมิตกับของปริซึมมีความสัมพันธ์เช่นไร

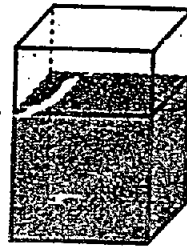
ถ้าเปรียบปริซึมและพีระมิตเป็นภาชนะที่สามารถใส่น้ำได้ ใส่น้ำลงในพีระมิตจน เต็ม ดังรูป (3) แล้วเทน้ำลงในปริซึม จะได้น้ำในปริซึมดังรูป (4) ทำเช่นนี้ครั้งที่สอง จะได้น้ำในปริซึมดังรูป (5) และในครั้งที่สาม จะได้น้ำเต็มปริซึมพอดี ดังรูป (6)



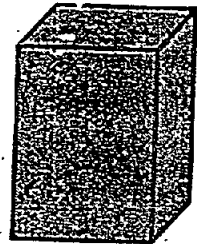
(3)



(4)



(5)



(6)

ผลจากการทดลองนี้ สรุปได้ว่า

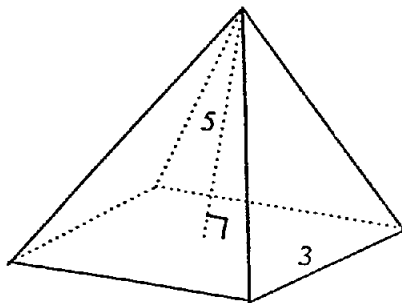
ปริมาตรของปริซึม = 3 เท่าของปริมาตรของพีระมิต

หรือ ปริมาตรของพีระมิต = $\frac{1}{3}$ ของปริมาตรของปริซึม

นั่นคือ ปริมาตรของพีระมิต = $\frac{1}{3}$ x พื้นที่ฐาน x สูง

$$\text{ปริมาตรของพีระมิต} = \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาปริมาตรของพีระมิตตรงฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าดังรูป



4

วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจ
2. โจทย์ให้หา

ปริมาตรของพีระมิตตรงฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า

3. จะหาคำตอบได้ต้องทราบ

พื้นที่ฐาน และ ความสูง

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบไม่ครบ บอกความกว้างและความยาวของฐาน และความสูงของพีระมิต ต้องหาพื้นที่ฐานก่อนจึงจะหาปริมาตรของพีระมิตได้

4.1 พีระมิตตรงฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีความยาว 4 หน่วยและความกว้าง 3 หน่วย

4.2 พีระมิตตรงฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีความสูง 5 หน่วย

5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

แสดงวิธีทำ

พีระมิตสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีด้านกว้าง 3 หน่วย ยาว 4 หน่วย สูง 5 หน่วย

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ฐาน} &= \text{กว้าง} \times \text{ยาว} \\ &= 3 \times 4 \\ &= 12 \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ปริมาตรของพีระมิต} &= \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \frac{1}{3} \times 12 \times 5\end{aligned}$$

$$= 20 \text{ ลูกบาศก์หน่วย}$$

ตอบ

ปริมาตรของพีระมิตรูปนี้ 20 ลูกบาศก์หน่วย

ตัวอย่างที่ 2 พีระมิตตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 30 เซนติเมตร สันของพีระมิตยาว 22.5 เซนติเมตร จะมีปริมาตรเท่าไร

วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจ

2. โจทย์ให้หา

ปริมาตรของพีระมิตตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส

3. จะหาคำตอบได้ต้องทราบ

ความยาวด้านของพีระมิต ความสูง และพื้นที่ฐานของพีระมิต

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบมาให้ ดังนี้

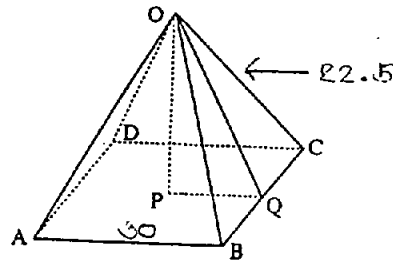
4.1 พีระมิตตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 30 เซนติเมตร

4.2 พีระมิตตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส สันยาว 22.5 เซนติเมตร

ต้องหาพื้นที่ฐานของพีระมิตและความสูงเพิ่มก่อนที่จะหาปริมาตรของพีระมิต

5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ

แสดงวิธีทำ

จากรูป OB เป็นเส้นของพีระมิตยาว 22.5 เซนติเมตร

AB และ BC เป็นด้านของฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาว 30 เซนติเมตร

$$\begin{aligned} PQ &= BQ \\ &= \frac{30}{2} \\ &= 15 \end{aligned}$$

จากรูปสามเหลี่ยม OBQ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\text{จะได้ } OB^2 = OQ^2 + BQ^2$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } OQ^2 &= OB^2 - BQ^2 \\ &= (22.5)^2 - 15^2 \\ &= 506.25 - 225 \\ &= 281.25 \quad \text{เซนติเมตร} \end{aligned}$$

จากรูปสามเหลี่ยม OPQ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\text{จะได้ } OP^2 = OQ^2 - PQ^2$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } OP^2 &= 281.25 - 15^2 \\ OP^2 &= 281.25 - 225 \\ OP &= \sqrt{56.25} \\ &= 7.5 \quad \text{เซนติเมตร} \end{aligned}$$

นั่นคือ ส่วนสูงของพีระมิต

$$\text{ปริมาตรของพีระมิต} = \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$= \frac{1}{3} \times (30 \times 30) \times 7.5$$

$$= 300 \times 7.5$$

$$= 2,250$$

ลูกบาศก์เซนติเมตร

ตอบ

ปริมาตรของพีระมิตรูปนี้ 2,250

ลูกบาศก์เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 3 จงหาปริมาตรของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีฐานยาวด้านละ 30 นิ้ว และสูงเอียงของพีระมิดยาว 25 นิ้ว

วิธีทำ

4. อ่านโจทย์ให้เข้าใจ

5. โจทย์ให้หา

ปริมาตรของพีระมิด

6. จะหาคำตอบได้ต้องทราบ

ความยาวด้านของพีระมิด ความสูง และพื้นที่ฐานของพีระมิด

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบมาให้ ดังนี้

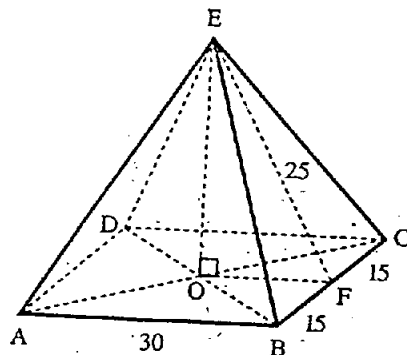
4.3 พีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 30 นิ้ว

4.4 พีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีสูงเอียง 25 นิ้ว

ต้องหาความสูงและพื้นที่ฐานเพิ่มก่อนที่จะหาปริมาตรของพีระมิด

5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ



แสดงวิธีทำ

$$\text{จากรูป } OF = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} (30) = 15$$

$$EF = \text{ความยาวของสูงเอียง} = 25$$

$$EO = \text{ความสูง} = ?$$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก EOF จะได้ว่า

$$\text{จะได้ } EF^2 = EO^2 + FO^2$$

$$EO^2 = EF^2 - FO^2$$

$$EO^2 = 25^2 - 15^2$$

$$= 625 - 225 = 400$$

$$\text{ดังนั้น } EO = 20$$

$$\text{ปริมาตรของพีระมิด} = \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$= \frac{1}{3}x(AB \times BC) \times EO$$

$$= \frac{1}{3}x(30 \times 30) \times 20$$

$$= 6,000$$

ลูกบาศก์นิ้ว

ตอบ

ปริมาตรของพีระมิดรูปนี้ 6,000

ลูกบาศก์นิ้ว

กิจกรรมการฝึก

ขั้นนำ (5 นาที)

1. ครูทบทวนสูตรและการหาปริมาตรของปริซึม
2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ประกอบคำชี้แจง เพื่อให้นักเรียนได้ใช้เป็น

แนวทางในการเรียนรู้ของตนเอง

ขั้นการเรียนการสอน (30 นาที)

1. ให้นักเรียนสังเกตดูปริซึม และพีระมิดที่มีฐานเท่ากันและส่วนสูงเท่ากัน พร้อมทั้งทดลองวัดดูว่าฐานและส่วนสูงเท่ากันจริงหรือไม่แล้วให้ช่วยกันคาดคะเนว่าปริมาตรของปริซึมและพีระมิดคู่นี้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร (5 นาที)

2. ครูให้ตัวแทนนักเรียนออกมาช่วยกันตวงน้ำหรือทรายให้เต็มพีระมิด แล้วเทใส่ลงในปริซึมจนเต็ม ช่วยกันนับว่าจะต้องตวงทรายที่เต็มพีระมิดมาใส่ลงในปริซึมกี่ครั้ง จึงจะได้ทรายเต็มปริซึมพอดี เสร็จแล้วให้นักเรียนช่วยกันสรุปความสัมพันธ์ของพีระมิดและปริซึมที่มีฐานและส่วนสูงเท่ากันว่ามีสูตรในการหาปริมาตรของพีระมิดเป็นอย่างไร (5 นาที)

3. ครูแจกแบบฝึกทักษะให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและอธิบายเพิ่มเติมหากนักเรียนมีข้อสงสัย (10 นาที)

4. ให้นักเรียนทำโจทย์แบบฝึกทักษะ เสร็จแล้วนักเรียนตรวจคำตอบแบบฝึกทักษะให้ถูกต้องและครูให้ข้อเสนอแนะ เพื่อให้นักเรียนนำไปปรับปรุงแก้ไข (10 นาที)

ขั้นสรุป (15 นาที)

1. นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปวิธีการหาปริมาตรของพีระมิด (5 นาที)
2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย เรื่อง ปริมาตรของพีระมิด (10 นาที)

สื่อการเรียนการสอน

1. ปริซึมฐานรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และพีระมิดฐานรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีฐาน และส่วนสูงเท่ากันที่ทำด้วยกระดาษหรือพลาสติก สำหรับตวงทรายหรือน้ำ
2. น้ำหรือทราย
3. แบบฝึกทักษะ เรื่อง ปริมาตรของพีระมิด

การประเมินผล

1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน ความสนใจและความตั้งใจในการเรียน
2. ตอบคำถามได้อย่างถูกต้องและมีเหตุผล
3. ดูจากผลการตรวจแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนของนักเรียน
4. คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย เรื่อง ปริมาตรของพีระมิด

แบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถ
ในการแก้ปัญหา

เรื่อง

ปริมาตรของพีระมิด

คู่มือการใช้แบบฝึกทักษะ เรื่อง ปริมาตรของพีระมิด



คำชี้แจง

1. ให้นักเรียนทุกคนศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาอย่างละเอียด
2. การศึกษาด้วยตนเองโดยใช้แบบฝึกทักษะจะต้องปฏิบัติตาม ขั้นตอนที่กำหนดให้ อย่างเคร่งครัด และมีความซื่อสัตย์ต่อตนเอง
3. ถ้านักเรียนคนใดสงสัยหรือมีปัญหาที่ไม่เข้าใจ สามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนได้ตลอดเวลา
4. เมื่อทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนจบแล้ว นักเรียนสามารถตรวจคำตอบได้จากเฉลย ซึ่งอยู่ด้านหลังแบบฝึกทักษะ
5. เมื่อนักเรียนศึกษาและทำกิจกรรมจากแบบฝึกทักษะจบแล้วนักเรียนแต่ละคนต้องทำแบบทดสอบย่อย

ใช้เวลาในการศึกษา และทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน 30 นาที

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกสูตรการหาปริมาตรของพีระมิดได้
2. หาปริมาตรของพีระมิดได้
3. นำความรู้เกี่ยวกับการหาปริมาตรของพีระมิดไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

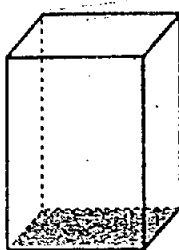
เรื่องต่อไปนี้ไม่ยากเกินความสามารถของ
นักเรียนถ้ามีความขยันและเข้าใจในเนื้อหา
เรามาศึกษาดูกันดีกว่านะ



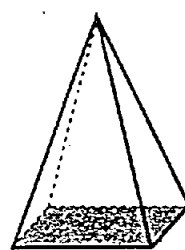
ปริมาตรของพีระมิด

ครูให้นักเรียนสร้างปริซึมฐานสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป (1)

จงพยายามแล้วจะสำเร็จ



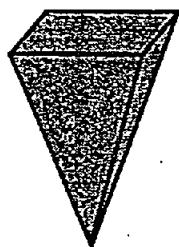
(1)



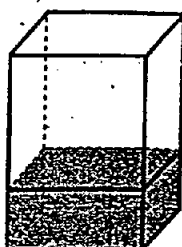
(2)

และสร้างพีระมิดที่มีฐานเป็นรูปเดียวกับฐานของปริซึมและมีส่วนสูงยาวเท่ากับ
ส่วนสูงของปริซึม ดังรูป (2) โดยครูให้นักเรียนนำพีระมิดที่สร้างเสร็จแล้วไปตวงทรายหรือน้ำ
ที่เตรียมไว้ให้เต็มพอดี แล้วเทใส่ปริซึมที่สร้างจนเต็มพอดี

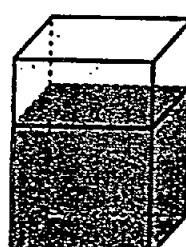
ดังนั้นถ้าเปรียบปริซึมและพีระมิดเป็นภาชนะที่สามารถใส่น้ำหรือทรายได้ ใส่น้ำ
หรือทรายลงในพีระมิดจนเต็ม ดังรูป (3) แล้วเทน้ำหรือทรายลงในปริซึม จะได้น้ำหรือ
ทรายในปริซึมดังรูป (4) ทำเช่นนี้ครั้งที่สอง จะได้น้ำหรือทรายในปริซึมดังรูป (5) และ
ในครั้งที่สาม จะได้น้ำหรือทรายเต็มปริซึมพอดี ดังรูป (6)



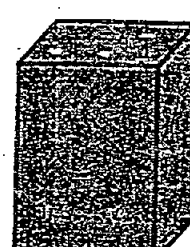
(3)



(4)



(5)



(6)



จากรูปลองตอบคำถามดูนะ

1. ใช้พีระมิตดวงทรายใส่ในปริซึมกี่ครั้งจึงเต็มพอดี

ตอบ.....

2. ปริมาตรของปริซึมเป็นกี่เท่าของปริมาตรของพีระมิต

ตอบ.....

3. ปริมาตรของพีระมิตเป็นกี่เท่าของปริมาตรของปริซึม

ตอบ.....

4. ปริมาตรของพีระมิตและปริมาตรของปริซึมมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

ตอบ.....ปริมาตรของพีระมิต = ...

5. ปริมาตรของปริซึม หาได้จากสูตร

ตอบ.....ปริมาตรของปริซึม = ...

6. ปริมาตรของพีระมิต หาได้จากสูตร

ตอบ.....ปริมาตรของพีระมิต = ...

ผลจากการทดลองนี้ สรุปได้ว่า

ปริมาตรของปริซึม = 3 เท่าของปริมาตรของพีระมิต

หรือ ปริมาตรของพีระมิต = $\frac{1}{3}$ ของปริมาตรของปริซึม

นั่นคือ ปริมาตรของพีระมิต = $\frac{1}{3} \times$ พื้นฐาน $\times$ สูง

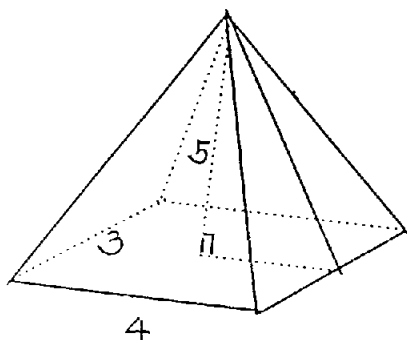
$$\text{ปริมาตรของพีระมิต} = \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$



ต่อไปลองศึกษาตัวอย่างดูนะเสร็จแล้วลอง
ทำแบบฝึกทักษะเพื่อทดสอบความเข้าใจ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาปริมาตรของพีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าดังรูป

ไม่น่าจะยากนะ



วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจ
2. โจทย์ให้หา

ปริมาตรของพีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า

3. จะหาคำตอบได้ต้องทราบ

พื้นที่ฐาน และ ความสูง

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบไม่ครบ บอกความกว้างและความยาวของฐาน และความสูงของพีระมิด ต้องหาพื้นที่ฐานก่อนจึงจะหาปริมาตรของพีระมิดได้

4.1 พีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีความยาว 4 หน่วยและความกว้าง 3 หน่วย

4.2 พีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีความสูง 5 หน่วย

5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

แสดงวิธีทำ

พีระมิดสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีฐานกว้าง 3 หน่วย ยาว 4 หน่วย สูง 5 หน่วย

พื้นที่ฐาน = กว้าง x ยาว

$$= 3 \times 4$$

$$= 12 \text{ ตารางหน่วย}$$

$$\text{ปริมาตรของพีระมิด} = \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$= \frac{1}{3} \times 12 \times 5$$

$$= 20 \text{ ลูกบาศก์หน่วย}$$

ตอบ

ปริมาตรของพีระมิดรูปนี้ 20

ลูกบาศก์หน่วย

ตัวอย่างที่ 2 พีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 30 เซนติเมตร สันของพีระมิดยาว 22.5 เซนติเมตร จะมีปริมาตรเท่าไร

วิธีทำ

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจ
2. โจทย์ให้หา

ปริมาตรของพีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส

3. จะหาคำตอบได้ต้องทราบ

ความยาวด้านของพีระมิด ความสูง และพื้นที่ฐานของพีระมิด

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบมาให้ ดังนี้

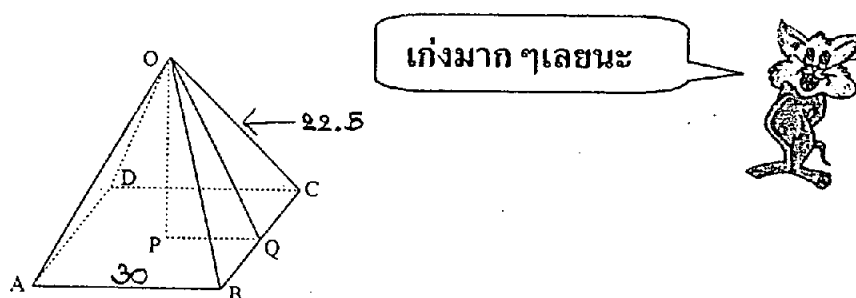
4.1 พีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 30 เซนติเมตร

4.2 พีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส สันยาว 22.5 เซนติเมตร

ต้องหาพื้นที่ฐานของพีระมิดและความสูงเพิ่มก่อนที่จะหาปริมาตรของพีระมิด

5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ



แสดงวิธีทำ

จากรูป OB เป็นสันของพีระมิดยาว 22.5 เซนติเมตร

AB และ BC เป็นด้านของฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาว 30 เซนติเมตร

$$\begin{aligned} PQ &= BQ \\ &= \frac{30}{2} \\ &= 15 \end{aligned}$$

จากรูปสามเหลี่ยม OBQ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\text{จะได้ } OB^2 = OQ^2 + BQ^2$$

$$\text{ดังนั้น } OQ^2 = OB^2 - BQ^2$$

$$= (22.5)^2 - 15^2$$

$$= 506.25 - 225$$

$$= 281.25 \quad \text{เซนติเมตร}$$

จากรูปสามเหลี่ยม OPQ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } OP^2 &= OQ^2 - PQ^2 \\
 \text{ดังนั้น} &= 281.25 - 15^2 \\
 OP^2 &= 281.25 - 225 \\
 OP &= \sqrt{56.25} \\
 &= 7.5 \quad \text{เซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{นั่นคือ ส่วนสูงของพีระมิด} & 7.5 \quad \text{เซนติเมตร} \\
 \text{ปริมาตรของพีระมิด} &= \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\
 &= \frac{1}{3} \times (30 \times 30) \times 7.5 \\
 &= 300 \times 7.5 \\
 &= 2,250 \quad \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

ตอบ ปริมาตรของพีระมิดรูปนี้ 2,250 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 3 จงหาปริมาตรของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีฐานยาวด้านละ 30 นิ้ว และสูงเอียงของพีระมิดยาว 25 นิ้ว

วิธีทำ

4. อ่านโจทย์ให้เข้าใจ
5. โจทย์ให้หา

ปริมาตรของพีระมิด

6. จะหาคำตอบได้ต้องทราบ

ความยาวด้านของพีระมิด ความสูง และพื้นที่ฐานของพีระมิด

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบมาให้ ดังนี้

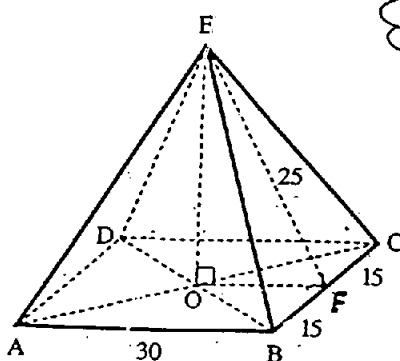
4.3 พีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 30 นิ้ว

4.4 พีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีสูงเอียง 25 นิ้ว

ต้องหาความสูงและพื้นที่ฐานเพิ่มก่อนที่จะหาปริมาตรของพีระมิด

5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ



คิดอย่างไรดีจ๊ะ



แสดงวิธีทำ

$$\text{จากรูป } OF = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}(30) = 15$$

$$EF = \text{ความยาวของสูงเอียง} = 25$$

$$EO = \text{ความสูง} = ?$$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก EOF จะได้ว่า

$$\text{จะได้ } EF^2 = EO^2 + FO^2$$

$$EO^2 = EF^2 - FO^2$$

$$EO^2 = 25^2 - 15^2$$

$$= 625 - 225 = 400$$

$$\text{ดังนั้น } EO = 20$$

$$\text{ปริมาตรของพีระมิด} = \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$= \frac{1}{3} \times (AB \times BC) \times EO$$

$$= \frac{1}{3} \times (30 \times 30) \times 20$$

$$= 6,000$$

ลูกบาศก์นิ้ว

ตอบ

ปริมาตรของพีระมิดรูปนี้ 6,000

ลูกบาศก์นิ้ว



ไม่เห็นยากอย่างที่คิดเลย
มาลองทำแบบฝึกกันดีกว่า

แบบฝึกทักษะที่ 1

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ปัญหา ครูต้องการให้นักเรียนหล่อปูนปลาสเตอร์เป็นพระมิตต์ฐานเป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่า มุมเท่ายาวด้านละ 6 ซม. และสูง 8 ซม. จำนวน 5 อัน จะต้องใช้ปูนปลาสเตอร์ประมาณกี่ ลูกบาศก์เซนติเมตร

วิธีทำ

1. อ่านปัญหาให้เข้าใจ
2. ปัญหาให้หาอะไร

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 ครบหรือไม่

5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

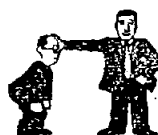
วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ

ลองคิดดูนะ



แสดงวิธีทำ

พยายามเข้านะ



แบบฝึกทักษะที่ 2

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ปัญหา พระมิตในประเทศอียิปต์ที่สวยงามมากแห่งหนึ่งใช้เป็นที่เก็บพระศพมเหสีอันเป็นที่รักของฟาโรห์ผู้ยิ่งใหญ่ เป็นพระมิตตรงฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีฐานยาวด้านละ 8 ซม. กว้าง 6 ซม. และพระมิตสันยาว 13 ซม. จงหาปริมาตรของพระมิตนี้

วิธีทำ

1. อ่านปัญหาให้เข้าใจ
2. ปัญหาให้หอะไร

.....

.....

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบอะไรบ้าง

.....

.....

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบตามข้อ 3 ครบหรือไม่

.....

.....

5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ



รูปนี้วาดไม่ยากลองวาดดูนะ

หอบความรู้มาเต็มพิกัดอย่างนี้
ต้องตอบถูกหมดแน่



แบบทดสอบย่อย
เรื่อง ปริมาตรของพีระมิด

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. ปริมาตรของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า ยาวด้านละ 4 ซม. กว้าง 3 ซม. พีระมิดสูง 3.5 ซม. หาได้อย่างไร
 ก. หาสูงเอียงรวมกับพื้นที่ฐานของพีระมิดแล้วหารด้วยสาม
 ข. หาสูงตรงคูณกับพื้นที่ฐานของพีระมิดแล้วหารด้วยสาม
 ค. หาพื้นที่ฐานคูณกับสูงเอียงของพีระมิดแล้วหารด้วยสอง
 ง. หาสูงตรงคูณกับสูงเอียงของพีระมิดแล้วรวมกับพื้นที่ฐาน
2. พีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีฐานยาว 4 นิ้ว สูง 12 นิ้ว มีปริมาตรคือข้อใด
 ก. 55 ลบ.นิ้ว ข. 60 ลบ.นิ้ว ค. 64 ลบ.นิ้ว ง. 70 ลบ.นิ้ว
3. พีระมิดหินอ่อนฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีฐานยาว ด้านละ 3 นิ้ว สูง 3.5 นิ้ววางอยู่บนแท่งปริซึมหินอ่อนฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส สูง 3 นิ้ว ปริมาตรของหินอ่อนทั้งหมดตรงกับข้อใด
 ก. 35.5 ลบ.นิ้ว ข. 36.5 ลบ.นิ้ว ค. 37.5 ลบ.นิ้ว ง. 38.5 ลบ.นิ้ว
4. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านประกอบมุมฉากยาว 10 ซม. และ 12 ซม. พีระมิด สูง 8 ซม. จะมีปริมาตรเป็นเท่าใดต้องทราบอะไรบ้าง
 ก. ส่วนสูงและความยาวรอบฐานของพีระมิด
 ข. ฐานของพีระมิดและสูงเอียงของพีระมิด
 ค. พื้นที่ฐานและสูงเอียงของพีระมิด
 ง. พื้นที่ฐานและส่วนสูงของพีระมิด
5. ถ้าต้องการหล่อปูนปลาสเตอร์เป็นรูปพีระมิดตันฐานสามเหลี่ยมด้านเท่ายาวด้านละ 12 ซม. และสูง $20\sqrt{3}$ ซม. จะต้องใช้ปูนปลาสเตอร์เท่าใด
 ก. 600 ลบ.ซม. ข. 650 ลบ.ซม. ค. 700 ลบ.ซม. ง. 720 ลบ.ซม.
6. ถ้าจะหาความยาวด้านพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีปริมาตร 600 ลบ.ซม. สูง 8 ซม. ต้องทราบอะไรบ้าง
 ก. พื้นที่ฐาน สูงตรง และ ปริมาตรของพีระมิด
 ข. ความยาวรอบฐาน สูงตรง และ ปริมาตรของพีระมิด
 ค. ปริมาตร สูงตรง และ สูงเอียงของพีระมิด
 ง. ปริมาตร สูงเอียง และ พื้นที่ฐาน

7. ปริมาตรของพีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีด้านยาวยาวด้านละ 32 ซม. กว้าง 10 ซม. และสูง 12 ซม. มีค่าเท่าใด
 ก. 1,000 ลบ.ซม. ข. 1,200 ลบ.ซม. ค. 1,250 ลบ.ซม. ง. 1,280 ลบ.ซม.
8. ความสูงของพีระมิดฐานสามเหลี่ยมซึ่งมีปริมาตร 450 ลบ.ซม. และมีพื้นที่ฐาน 360 ตร.ซม. หาได้อย่างไร
 ก. หาโดยนำปริมาตรคูณสามแล้วหารด้วยพื้นที่ฐาน
 ข. หาสูงเอียงคูณพื้นที่ฐานแล้วหารด้วยสาม
 ค. หาสูงเอียงคูณพื้นที่ฐานแล้วหารด้วยปริมาตร
 ง. หาโดยนำปริมาตรคูณพื้นที่ฐานแล้วหารด้วยสาม
9. ต้องการหาปริมาตรของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีฐานยาวด้านละ 6 ซม. สูงเอียง 5 ซม. ต้องทำอะไรเป็นอันดับแรก
 ก. หาพื้นที่ผิวของพีระมิด
 ข. หาความยาวรอบฐานของพีระมิด
 ค. หาพื้นที่ผิวข้างของพีระมิด
 ง. หาส่วนสูงของพีระมิด
10. ปริมาตรของพีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า 126 ลบ.นิ้ว มีส่วนสูง 7 นิ้ว พื้นที่ฐาน คือข้อใด
 ก. 21 ตร.นิ้ว ข. 42 ตร.นิ้ว ค. 54 ตร.นิ้ว ง. 63 ตร.นิ้ว

ไม่น่าจะยากสบายมาก



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1

วิธีทำ

1. อ่านปัญหาให้เข้าใจ

2. ปัญหาให้หา

ปริมาตรของปูนปลาสเตอร์

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบ

ความยาวด้าน , ความสูง และพื้นที่ฐาน

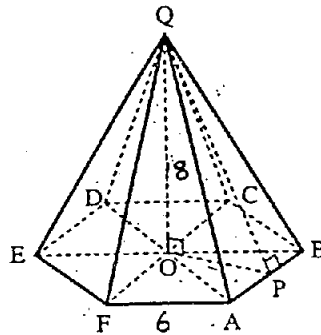
4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบไม่ครบ ต้องหาเพิ่มเติมดังนี้

สิ่งที่กำหนดให้ ฐานยาวด้านละ 6 ซม. และ สูง 8 ซม. สิ่งที่ต้องหาเพิ่มเติม พื้นที่ฐาน

5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ

ข้อนี้ต้องวาดภาพให้ดูนะคะ



แสดงวิธีทำ

พื้นที่หกเหลี่ยมด้านเท่า

$$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{ด้าน})^2$$

พื้นที่หกเหลี่ยมด้านเท่าของพีระมิด

$$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2$$

$$= 54\sqrt{3} \quad \text{ตารางเซนติเมตร}$$

ปริมาตรของพีระมิด

$$= \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$= \frac{1}{3} \times 54\sqrt{3} \times 8$$

$$= 144\sqrt{3} \quad \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

พีระมิดแต่ละอันต้องใช้ปูนปลาสเตอร์

$$144\sqrt{3} \quad \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

พีระมิดทั้ง 5 อัน ต้องใช้ปูนปลาสเตอร์ = 5 x 144√3

$$= 720\sqrt{3}$$

ตอบ

ปริมาตรของพีระมิดรูปนี้

$$720\sqrt{3}$$

ลูกบาศก์เซนติเมตร

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2

วิธีทำ

1. อ่านปัญหาให้เข้าใจ

2. ปัญหาให้หา

ปริมาตรของพีระมิต

3. จะหาคำตอบปัญหาได้ต้องทราบ

ความยาวของฐานของพีระมิตและความสูงของพีระมิต

4. โจทย์กำหนดสิ่งที่ต้องการทราบมาไม่ครบ

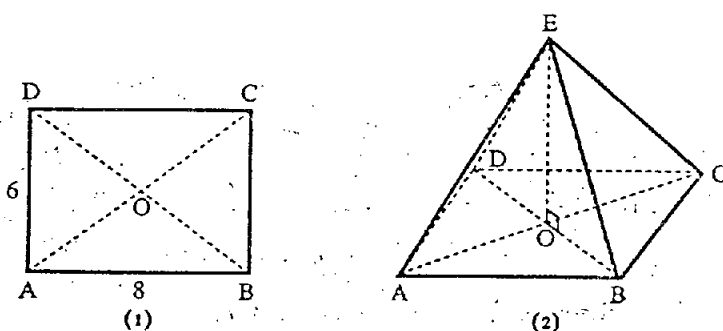
สิ่งที่กำหนดให้ ฐานยาวด้านละ 8 ซม. และกว้าง 6 ซม. สัน 13 ซม.

สิ่งที่ต้องหาเพิ่มเติม พื้นที่ฐาน

5. เสนอแนวคิดแก้ปัญหา

วาดรูปประกอบ แล้วเขียนตัวเลขกำกับด้านแต่ละด้านของรูป พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ

ต้องขอคิดก่อนนะ



แสดงวิธีทำ

จากที่กำหนดให้ จะได้ว่า $AB = 8$ เซนติเมตร

$AD = 6$ เซนติเมตร

$BE = 13$ เซนติเมตร

$DO = \text{ความสูง} = ?$

ในรูป (2) จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก EOB ถ้าเราทราบ BO ก็จะสามารถหา EO ได้

$$\text{จากรูป (1)} \quad BO = \frac{1}{2} BD$$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABD จะได้ว่า

$$BD^2 = AD^2 + AB^2$$

$$= 6^2 + 8^2$$

$$= 36 + 64$$

$$\text{ดังนั้น} \quad ED^2 = 100$$

$$\text{ดังนั้น} \quad ED = \sqrt{100} = 10$$

ดังนั้น

$$BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}(10) = 5$$

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก EOB จะได้ว่า

$$BE^2 = EO^2 + BO^2$$

$$EO^2 = BE^2 + BO^2$$

$$= 13^2 - 5^2$$

$$= 169 - 25$$

ดังนั้น $EO^2 = 144$

ดังนั้น $EO = \sqrt{144} = 12$

ปริมาตรของพีระมิด $= \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$

$$= \frac{1}{3} \times (AB \times BC) \times EO$$

$$= \frac{1}{3} \times (8 \times 6) \times 12$$

$$= 192$$

ลูกบาศก์เซนติเมตร

ลูกบาศก์เซนติเมตร

ตอบ ปริมาตรของพีระมิดรูปนี้ 192

เฉลยแบบทดสอบย่อย

1. ข

2. ค

3. ค

4. ง

5. ง

6. ก

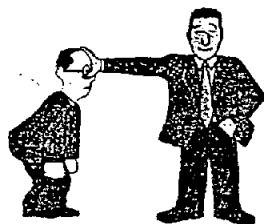
7. ง

8. ก

9. ง

10.ค

เก่งจริงนะตัวแต่เนี้ย



ภาคผนวก จ

ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือในการทดลอง

ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือในการทดลอง

แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ ดร. สมเดช บุญประจักษ์
รองผู้อำนวยการสำนักบัณฑิตวิทยาลัย สถาบันราชภัฏพระนคร
2. ผศ.ดร. สมวงษ์ แปลงประสพโชค
ประธานโปรแกรมบัณฑิตศึกษา สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา สถาบันราชภัฏพระนคร
3. ว่าที่ร้อยตรี วีรยุทธ ด่วงไย
ผู้ช่วยผู้อำนวยการฝ่ายกิจการนักเรียน และหัวหน้าหมวดคณิตศาสตร์ โรงเรียน
มัธยมสาธิตสถาบันราชภัฏพระนคร

แบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ ดร. สมเดช บุญประจักษ์
รองผู้อำนวยการสำนักบัณฑิตวิทยาลัย สถาบันราชภัฏพระนคร
2. ผศ.ดร. สมวงษ์ แปลงประสพโชค
ประธานโปรแกรมบัณฑิตศึกษา สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา สถาบันราชภัฏพระนคร
3. ว่าที่ร้อยตรี วีรยุทธ ด่วงไย
ผู้ช่วยผู้อำนวยการฝ่ายกิจการนักเรียน และหัวหน้าหมวดคณิตศาสตร์ โรงเรียน
มัธยมสาธิตสถาบันราชภัฏพระนคร

แบบทดสอบย่อยและแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ผศ.ดร. สมวงษ์ แปลงประสพโชค
ประธานโปรแกรมบัณฑิตศึกษา สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา สถาบันราชภัฏพระนคร
2. อาจารย์ ดร. สมเดช บุญประจักษ์
รองผู้อำนวยการสำนักบัณฑิตวิทยาลัย สถาบันราชภัฏพระนคร
3. ว่าที่ร้อยตรี วีรยุทธ ด่วงไย
ผู้ช่วยผู้อำนวยการฝ่ายกิจการนักเรียน และหัวหน้าหมวดคณิตศาสตร์ โรงเรียน
มัธยมสาธิตสถาบันราชภัฏพระนคร

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ	นางสาว ปฐมพร บุญลี
วัน เดือน ปีเกิด	6 พฤศจิกายน 2519
สถานที่เกิด	เขตบางเขน กรุงเทพมหานคร
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	บ้านพักอาจารย์ สถาบันราชภัฏพระนคร ถ.แจ้งวัฒนะ เขตบางเขน กรุงเทพมหานคร 10220 โทร 552 - 1337
ตำแหน่งหน้าที่การทำงาน	อาจารย์คณิตศาสตร์
สถานที่ทำงาน	โรงเรียนมัธยมสาธิตฯ สถาบันราชภัฏพระนคร กรุงเทพฯ โทร 521 - 0690 ต่อ 118
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2536	มัธยมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนมัธยมสาธิตฯ สถาบันราชภัฏ พระนคร กรุงเทพฯ
พ.ศ. 2540	กศ.บ. (คณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2545	กศ.ม. (การมัธยมศึกษา สาขาการสอนคณิตศาสตร์) จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ