

แนวทางใหม่ในการหาคำตอบของการใช้พลังงานน้อยที่สุดประยุกต์ใช้กับแขนกลที่ใช้กัน
รถยนต์แบบอัตโนมัติ

ปริญญาานิพนธ์

ของ

สงบ ยอดสง่า

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

สิงหาคม 2551

แนวทางใหม่ในการหาคำตอบของการใช้พลังงานน้อยที่สุดประยุกต์ใช้กับแขนกลที่ใช้กัน
รถยนต์แบบอัตโนมัติ

ปริญญาานิพนธ์

ของ

สงบ ยอดสง่า

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

สิงหาคม 2551

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

แนวทางใหม่ในการหาคำตอบของการใช้พลังงานน้อยที่สุดประยุกต์ใช้กับแขนกลที่ใช้กัน
รถยนต์แบบอัตโนมัติ

บทคัดย่อ
ของ
สงบ ยอดสง่า

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล
สิงหาคม 2551

สงบ ยอดสง่า. (2551). *แนวทางใหม่ในการหาคำตอบของการใช้พลังงานน้อยที่สุดประยุกต์ใช้กับแขนกลที่ใช้กันรถยนต์แบบอัตโนมัติ* ปริญญาานิพนธ์ วศ.ม.(เครื่องกล).กรุงเทพฯ:บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พิชัย อัสภูมิมงคล, พันโท ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทวิวัชร วีระเกล้า.

ปริญญาานิพนธ์นี้มุ่งเน้นวิจัยเพื่อศึกษาพฤติกรรมการเคลื่อนที่ของแขนกลที่ใช้กันรถยนต์แบบอัตโนมัติ ที่มีระดับขั้นความเสรีหนึ่งค่า มีโครงสร้างข้อต่อการเคลื่อนที่แบบหมุน เพื่อหาสมการการเคลื่อนที่โดยใช้ทฤษฎีของระบบหุ่นยนต์ พร้อมเขียนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์ และหาคำตอบของวิธีการเคลื่อนที่ที่ใช้หลักการการใช้พลังงานน้อยที่สุด ซึ่งในการหาวิธีการเคลื่อนที่จะไม่นำ Singularity มาเกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ออกแบบและสร้างแขนกลที่ใช้กันรถยนต์แบบอัตโนมัติหนึ่งชุดเพื่อนำมาใช้ในการวิเคราะห์ทางพลศาสตร์และการออกแบบระบบควบคุม ทดสอบ เก็บข้อมูล และวิเคราะห์ผลการทดสอบ เพื่อหาค่าระยะกระจัดเชิงมุม ความเร็วเชิงมุม ความเร่งเชิงมุม เปรียบเทียบค่าพลังงานที่ใช้ในการยกขึ้น ลง ของแขนกลที่แปรผันไปตามช่วงเวลา ระหว่างค่าที่ได้จากการทดสอบ และค่าที่ได้ทางทฤษฎีจากการประยุกต์ใช้หลักการใช้พลังงานน้อยที่สุด

การแก้ปัญหาการหาค่าความเหมาะสมที่สุดของระบบควบคุม จากการประยุกต์ใช้หลักการการใช้พลังงานน้อยที่สุด ได้ทำการแปลงปัญหาทางออปติไมเซชัน (Optimization) ผ่านทางแคลคูลัสของความแปรปรวนที่มีปัญหาแบบ Two Point Boundary Value Problem (TPBVP) โดยใช้โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นซึ่งสามารถนำมาใช้ในการหาคำตอบที่มีความเหมาะสมที่สุดของการใช้พลังงานน้อยที่สุด เพื่อคำนวณหาความเร็วเชิงมุม ความเร่งเชิงมุม ในการเคลื่อนที่ที่เหมาะสมที่สุดของแขนกลที่ใช้กันรถยนต์แบบอัตโนมัติ จากการวิจัยพบว่าการค้นหาคำตอบจะมีความสะดวกและรวดเร็ว

จากการเปรียบเทียบผลที่ได้จากทั้งสองแบบพบว่าที่เวลา และเงื่อนไขเดียวกันระยะกระจัดเชิงมุม ความเร็วเชิงมุม จากการประยุกต์ใช้หลักการการใช้พลังงานน้อยที่สุดจะมีวิธีการเคลื่อนที่ราบเรียบกว่า และค่าความเร่งเชิงมุมที่จุดหมุนของข้อต่อหรือค่าแรงบิดของมอเตอร์จะมีค่าน้อยกว่าการใช้ทฤษฎีของระบบหุ่นยนต์ ซึ่งในการใช้งานจริงเราสามารถปรับค่าตัวแปรต่างๆเพื่อลดขนาดของมอเตอร์ลงจะทำให้สามารถประหยัดพลังงานได้

A NEW ALGORITHM OF MINIMUM ENERGY SOLUTION : AN APPLICATION FOR
AUTOMATIC BARRIER GATE SYSTEM

AN ABSTRACT

BY

SA-NGOB YODSA-NGA

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Master of Engineering Degree in Mechanical Engineering
at Srinakharinwirot University

August 2008

Sa-ngob Yodsa-nga. (2008). *A New Algorithm of Minimum Energy Solution: An Application for Automatic Barrier Gate System*. Master thesis, M.Eng. (Mechanical Engineering). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Asst Prof. Dr. Pichai Asadamongkon, Lt. Col. Asst Prof. Dr. Tawiwat Veeraklaew.

The focus of this thesis is to study the moving behaviors of the robot-arm application for automatic barrier gate system with 1 degree of freedom level and rotating joint structure; to find motion equations using robotics systems theory together with creating mathematical model for the analysis and finding solutions of the moving direction using minimum energy. In finding the moving direction solution, singularity was excluded.

The researcher had designed and created one set of robot-arm for the automatic barrier gate system. It was used in the dynamic analysis and the design of the control system, testing, collecting data, and analyzing the test results to find angular displacement value, angular velocity, and angular acceleration compared with the power used in raising up and down of the robot-arm which varied over time intervals between the values obtained in the test and those from the application of the algorithm of minimum energy solution.

The solution on the extreme value of the control system from the application of the algorithm of minimum energy solution had transformed the optimization through the calculus of variance with Two Point Boundary Value Problem (TPBVP) using the developed algorithm. This could apply in finding optimal solution of minimum solution for the calculation of angular velocity and angular acceleration of the automatic barrier gate system. The research reveals that finding solutions would be easy and speedy.

The comparisons of both solutions reveal that at the same time and condition, the angular displacement value and angular velocity of the application of the algorithm of minimum energy solution would yield more stable moving direction, and the angular acceleration value at the rotating joint or the motor torque would be less than those using the robotics systems theory. In real practice, values of variables could be adapted to reduce motor size to save energy.

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

แนวทางใหม่ในการหาคำตอบของการใช้พลังงานน้อยที่สุดประยุกต์ใช้กับแขนกลที่ใช้กันรยนต์แบบ
อัตโนมัติ

ของ

สงบ ยอดสง่า

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย สันติวัฒนกุล)

วันที่..... เดือน สิงหาคม พ.ศ. 2551

คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์

..... ประธาน

(ผศ.ดร.พิชัย อัมมมงคล)

..... กรรมการ

(พ.ท.ผศ.ดร.ทวีวัชร วีระเกล้า)

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

..... ประธาน

(พ.อ.ดร.ธีรนนท์ นันทขว้าง)

..... กรรมการ

(ผศ.ดร.พิชัย อัมมมงคล)

..... กรรมการ

(พ.ท.ผศ.ดร.ทวีวัชร วีระเกล้า)

..... กรรมการ

(ผศ.วิจิต บัวแก้ว)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จได้ด้วยความกรุณาเป็นอย่างสูงของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. พิชัย อัมภมมงคล ประธานกรรมการ และ พันโท ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทวิวัชร วีระเกล้า กรรมการควบคุมการทำปริญญานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำให้แนวคิดในการวิเคราะห์ และช่วยแก้ไข ปัญหาต่างๆที่เกิดขึ้น ตลอดจนช่วยกรุณาตรวจแก้ปริญญานิพนธ์จนสมบูรณ์ ผู้วิจัยขอกราบ ขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ วิจิต บัวแก้ว ที่กรุณาให้ข้อเสนอแนะขั้นตอนวิธีการทำ ปริญญานิพนธ์และข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่องานวิจัย รวมทั้งเพื่อนร่วมชั้นโครงการความร่วมมือ หลักสูตรปริญญาโท มศว. และ รร. จปร.สาขาวิศวกรรมเครื่องกล รุ่น 4 ทุกท่านที่ให้ความช่วยเหลือ และเป็นกำลังใจ

ขอขอบพระคุณ ห้างหุ้นส่วนจำกัด ปริซิมาสเตอร์ ที่ให้ความช่วยเหลือในการสร้างแกนกลที่ใช้กัณรยนต์แบบอัตโนมัติเพื่อใช้ในการทดสอบเก็บข้อมูลในการทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้

ขอขอบคุณ คุณพ่อประสิทธิ์ ยอดสง่า คุณอัจฉรา ชัยรัตน์ และ เด็กหญิงกวิสรา ยอดสง่า ที่ให้กำลังใจในทุกๆเรื่องตลอดมา และสุดท้ายนี้ขอส่งความระลึกถึง คุณแม่คำนาง ยอดสง่า ที่ให้การเลี้ยงดูอบรมสั่งสอนและเป็นแรงใจในการดำเนินชีวิตจนทุกวันนี้

สงบบ ยอดสง่า

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	1
ขอบเขตของการวิจัย.....	2
วิธีดำเนินการวิจัย.....	2
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	3
บทปริทัศน์วรรณกรรม.....	3
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	6
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	29
การกำหนดปัญหา (State of the Problem)	29
เงื่อนไขที่จำเป็นในการแก้ปัญหา (Necessary Condition).....	30
ศึกษาการทำงานของแขนกลที่ใช้ก้านรถยนต์แบบอัตโนมัติ.....	33
การแก้ปัญหาโดยวิธีตรง (Direct Method).....	43
วิธีการเคลื่อนที่ของเครื่องก้านรถยนต์แบบอัตโนมัติ.....	44
โครงสร้างของแขนกลที่ใช้ก้านรถยนต์แบบอัตโนมัติ.....	46
4 ผลการทดสอบและวิเคราะห์ผลการทดสอบ.....	52
เก็บข้อมูลและแสดงผลจากการทดสอบแขนกลที่ใช้ก้านรถยนต์แบบอัตโนมัติ.....	53
ประมวลผลและแสดงผลจากการทดสอบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์.....	62
วิเคราะห์ผลการทดสอบ.....	65

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
5 สรุปและวิจารณ์.....	66
สรุปและวิจารณ์ผลการทดสอบ.....	66
ข้อเสนอแนะ.....	66
บรรณานุกรม.....	67
ภาคผนวก.....	70
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	74

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 ขนาดของแขนกลที่ใช้กั้นรถยนต์แบบอัตโนมัติ.....	46
2 เวลาในการยก ขึ้น-ลง ของแขนกล เริ่มต้นที่มุม 0 องศา ถึงมุม 15 องศา.....	53
3 เวลาในการยก ขึ้น-ลง ของแขนกล เริ่มต้นที่มุม 0 องศา ถึงมุม 30 องศา.....	53
4 เวลาในการยก ขึ้น-ลง ของแขนกล เริ่มต้นที่มุม 0 องศา ถึงมุม 45 องศา.....	54
5 เวลาในการยก ขึ้น-ลง ของแขนกล เริ่มต้นที่มุม 0 องศา ถึงมุม 60 องศา.....	54
6 เวลาในการยก ขึ้น-ลง ของแขนกล เริ่มต้นที่มุม 0 องศา ถึงมุม 75 องศา.....	55
7 เวลาในการยก ขึ้น-ลง ของแขนกล เริ่มต้นที่มุม 0 องศา ถึงมุม 90 องศา.....	55
8 เวลาเฉลี่ยในการยก ขึ้น-ลง ของแขนกล เริ่มต้นที่มุม 0 องศา ถึงมุม 90 องศา.....	56

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 แสดงส่วนต่าง ๆ ของหุ่นยนต์เปรียบเทียบกับสรีระของมนุษย์.....	7
2 แสดงสัญลักษณ์ข้อต่อของหุ่นยนต์ที่เคลื่อนที่แบบหมุน (Revolute) และเคลื่อนที่แบบเชิงเส้น (Prismatic).....	8
3 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ชนิดคาร์ทีเซียน.....	9
4 แสดงขอบเขตการทำงานของหุ่นยนต์ชนิดคาร์ทีเซียนหรือหุ่นยนต์ชนิดแกนทรี.....	9
5 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ชนิดทรงกระบอกล.....	10
6 แสดงขอบเขตการทำงานของหุ่นยนต์ชนิดทรงกระบอกล.....	10
7 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ชนิดสเฟียริคอลล.....	11
8 แสดงขอบเขตการทำงานของหุ่นยนต์ชนิดสเฟียริคอลล.....	11
9 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ชนิดอาทิกูเลท.....	12
10 แสดงขอบเขตการทำงานของหุ่นยนต์ชนิดอาทิกูเลท.....	12
11 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ชนิดสกร่า.....	13
12 แสดงขอบเขตการทำงานของหุ่นยนต์ชนิดสกร่า.....	13
13 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ชนิดเซอร์เพนไทน์.....	14
14 แสดงลักษณะของหุ่นยนต์มนุษย์.....	15
15 แสดงลักษณะของหุ่นยนต์แบบขนาน.....	16
16 การกำหนดพารามิเตอร์ของแขนกลแบบ Denavit-Hartenberg.....	18
17 การบวกเพิ่มค่าของฟังก์ชัน $x(t)$ ด้วยค่า $h(t)$ ในกรณีที่ทราบเวลาและจุดสุดท้าย ที่แน่นอน (Fixed end time and end point).....	23
18 การหาโมเมนต์ของแขนกลที่เวลาใดๆ.....	33
19 การกำหนดระยะในการคำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อย.....	34
20 การหาความเร็วในแนวตั้งฉากของแขนกลที่ใช้กัณรยนต์แบบอัตโนมัติ.....	36
21 แสดงแรงที่กระทำกับแขนกลที่ใช้กัณรยนต์แบบอัตโนมัติ.....	37
22 แสดงแรงต้านที่เกิดจากการเสียดสีตรงจุดหมุนแขนกลที่ใช้กัณรยนต์แบบอัตโนมัติ...	41
23 แสดงค่ามุมของแขนกลที่แปรผันไปตามช่วงเวลา.....	44
24 โครงสร้างโดยรวมของแขนกลที่ใช้กัณรยนต์แบบอัตโนมัติ.....	46
25 แสดงแขนของแขนกลที่ใช้กัณรยนต์แบบอัตโนมัติ.....	47

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

26	แสดงส่วนประกอบต่างๆของมอเตอร์.....	47
27	แสดงแผงวงจรควบคุมมอเตอร์.....	48
28	แสดงรายละเอียดของอุปกรณ์วงจรควบคุมมอเตอร์.....	49
29	แผนผังการเขียนโปรแกรมไมโครคอนโทรลเลอร์.....	51
30	กราฟแสดงระยะกระจัดเชิงมุมของแขนกลที่ใช้กัณรถยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาขณะยกแขนขึ้นที่ได้จากการทดสอบ.....	59
31	กราฟแสดงความเร็วเชิงมุมของแขนกลที่ใช้กัณรถยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาขณะยกแขนขึ้นที่ได้จากการทดสอบ.....	59
32	กราฟแสดงค่าความเร่งเชิงมุมของแขนกลที่ใช้กัณรถยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาขณะยกแขนขึ้นที่ได้จากการทดสอบ.....	60
33	กราฟแสดงระยะกระจัดเชิงมุม ของแขนกลที่ใช้กัณรถยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาขณะลดแขนลงที่ได้จากการทดสอบ.....	60
34	กราฟแสดงความเร็วเชิงมุมของแขนกลที่ใช้กัณรถยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาขณะลดแขนลงที่ได้จากการทดสอบ.....	61
35	กราฟแสดงค่าความเร่งเชิงมุมของแขนกลที่ใช้กัณรถยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาขณะลดแขนลงที่ได้จากการทดสอบ.....	61
36	กราฟแสดงระยะกระจัดเชิงมุมของแขนกลที่ใช้กัณรถยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาขณะยกแขนขึ้นที่ได้จากการทดสอบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์.....	62
37	กราฟแสดงความเร็วเชิงมุมของแขนกลที่ใช้กัณรถยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาขณะยกแขนขึ้นที่ได้จากการทดสอบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์.....	62
38	กราฟแสดงค่าความเร่งเชิงมุมของแขนกลที่ใช้กัณรถยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาขณะยกแขนขึ้นที่ได้จากการทดสอบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์.....	63
39	กราฟแสดงระยะกระจัดเชิงมุม ของแขนกลที่ใช้กัณรถยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาขณะลดแขนลงที่ได้จากการทดสอบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์.....	63
40	กราฟแสดงความเร็วเชิงมุมของแขนกลที่ใช้กัณรถยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาขณะลดแขนลงที่ได้จากการทดสอบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์.....	64
41	กราฟแสดงค่าความเร่งเชิงมุมของแขนกลที่ใช้กัณรถยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาขณะลดแขนลงที่ได้จากการทดสอบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์... ..	64
42	แขนกลที่ใช้กัณรถยนต์แบบอัตโนมัติ.....	71

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันแขนกลที่ใช้กันรยนต์แบบอัตโนมัติเป็นอุปกรณ์ในระบบรักษาความปลอดภัยที่ใช้กันอย่างกว้างขวางทั้งในลานจอดรถของสนามบิน ห้างสรรพสินค้า คลังสินค้า โรงแรม โรงงาน และคอนโดมิเนียม เป็นต้น แขนกลที่ใช้กันรยนต์แบบอัตโนมัติถูกนำมาใช้เพื่อเปิด ปิด ให้รยนต์ที่ได้รับอนุญาตเท่านั้นผ่านเข้า ออก เพื่อป้องกันการโจรกรรม

ในขณะที่แขนกลที่ใช้กันรยนต์แบบอัตโนมัติทำงานแบบซ้ำๆ นั้น มวล ความยาวของแขน และความถี่ที่ข้อต่อ มีผลอย่างมากเกี่ยวกับพลังงานที่ใช้ในหนึ่งรอบการทำงานถ้าจำนวนรอบต่อวันที่แขนกลที่ใช้กันรยนต์แบบอัตโนมัติทำงานคูณด้วยพลังงานที่ใช้ในหนึ่งรอบจะได้ค่าที่สูงมาก ผู้วิจัยจึงให้ความสนใจในการหาวิธีแก้ปัญหเพื่อปรับค่าตัวแปรต่างๆ เหล่านี้ให้ได้ผลถึงความเหมาะสมสูงสุดของการใช้พลังงานน้อยที่สุดในขณะที่แขนกลที่ใช้กันรยนต์แบบอัตโนมัติเคลื่อนที่เปิด ปิด ภายในระยะเวลาที่กำหนด ในการพิจารณาระบบจำเป็นต้องสร้างแขนกลที่ใช้กันรยนต์แบบอัตโนมัติขึ้นมาเพื่อใช้ในการทดสอบซึ่งจะต้องมีราคาถูก ทนทาน ซ่อมแซมได้ง่าย และมีประสิทธิภาพเพียงพอที่จะใช้ในการกันรยนต์ ซึ่งเครื่องดังกล่าวมีมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงจำนวนหนึ่งตัวเป็นแหล่งกำลัง ตำแหน่งและความเร็วของแขนกลจะถูกควบคุมด้วยชุดควบคุมมอเตอร์ โปรแกรมการทำงานของมอเตอร์จะถูกโปรแกรมเก็บไว้ในไมโครคอนโทรลเลอร์และพร้อมที่จะถูกเรียกใช้ได้ทันที การทำงานของแขนกลจะทำงานโดยการกดสวิตช์เปิด ปิด โดยวิธีนี้ ลานจอดรถยนต์ซึ่งมีอยู่เป็นจำนวนหลายพันแห่งจะสามารถเพิ่มประสิทธิภาพ ลดการใช้พลังงาน เพิ่มความเร็วในการทำงาน และมีความปลอดภัยจากการโจรกรรม

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

- 1.2.1 เพื่อศึกษาพฤติกรรมเคลื่อนที่ของแขนกลเดี่ยวที่มีหนึ่งระดับชั้นความเสรี (1 DOF)
- 1.2.2 เพื่อศึกษาสมการการเคลื่อนที่ (Close-Form) โดยใช้ทฤษฎีของระบบหุ่นยนต์
- 1.2.3 เพื่อศึกษาและออกแบบแขนกลที่ใช้กันรยนต์แบบอัตโนมัติ
- 1.2.4 เพื่อหาคำตอบของ Trajectory Planning ที่ใช้หลักการของการใช้พลังงานน้อยที่สุด

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

- 1.3.1 ศึกษาเฉพาะแขนงที่ใช้กัณรยนต์แบบอัตโนมัติเท่านั้น
- 1.3.2 ออกแบบและสร้างแขนงที่ใช้กัณรยนต์แบบอัตโนมัติหนึ่งชุดเพื่อนำมาประยุกต์ใช้ในการทดสอบ
- 1.3.3 เปรียบเทียบประสิทธิภาพ ความเร็ว และความแข็งแกร่งของแขนงที่ใช้กัณรยนต์แบบอัตโนมัติ ที่แปรผันไปตามช่วงเวลา ระหว่างค่าที่ได้จากการทดสอบ และค่าที่ได้จากการประยุกต์ใช้หลักการของการใช้พลังงานน้อยที่สุด
- 1.3.4 ในการหา Trajectory Planning จะไม่นำ Singularity มาเกี่ยวข้อง

1.4 วิธีดำเนินการวิจัย

- 1.4.1 ศึกษาและรวบรวมผลการวิจัยและทฤษฎีต่างๆที่เกี่ยวข้องของหลักการการใช้พลังงานน้อยที่สุดในการเคลื่อนที่ของแขนง และการควบคุมการเคลื่อนที่จากรายงานการวิจัย วารสาร หนังสือ และ Website ที่เกี่ยวข้อง
- 1.4.2 ศึกษาการทำงานของแขนงที่ใช้กัณรยนต์แบบอัตโนมัติพร้อมเขียนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์
- 1.4.3 ออกแบบและสร้างแขนงที่ใช้กัณรยนต์แบบอัตโนมัติเพื่อนำมาใช้ในการวิเคราะห์ทางพลศาสตร์และการออกแบบระบบควบคุม
- 1.4.4 ทดสอบการควบคุมและเก็บข้อมูลวิเคราะห์ผลการทดสอบ
- 1.4.5 ทำการแก้ไขข้อบกพร่องของแขนง และทำการทดสอบซ้ำ
- 1.4.6 ทำการประเมินผลการวิจัยจากการทดสอบ
- 1.4.7 สรุปผลการวิจัย และทำรายงานการวิจัย

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับการวิจัย

- 1.5.1 เป็นแนวทางสนับสนุนการผลิตแขนงที่ใช้กัณรยนต์แบบอัตโนมัติที่สามารถนำไปใช้งานจริงได้
- 1.5.2 ได้รับระบบควบคุมที่สามารถกำหนดตำแหน่งการหมุนของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงโดยใช้พลังงานน้อยที่สุดและหยุดในตำแหน่งที่กำหนดอย่างแม่นยำ
- 1.5.3 ได้รับต้นแบบเพื่อนำไปใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาทางด้านการศึกษาและการวิจัยระบบควบคุมหุ่นยนต์ต่อไปในอนาคต

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 บทปริทัศน์วรรณกรรม (Literature Review)

มีงานวิจัยของผู้คนที่ได้ทำมาก่อนที่มีลักษณะใกล้เคียงและเกี่ยวข้องกับการศึกษาวิจัยในครั้งนี้ดังต่อไปนี้

Sunil K. Agrawal; & T. Veerakleaw (1998) Desinng Robots for Optimal Performance During Repetitive Motion, IEEE Transaction on Robotics and Automation, No.14 Vol.5 pp.771-777. ในขณะที่หุ่นยนต์กำลังถูกใช้งานอย่างแพร่หลายในโรงงานอุตสาหกรรม ระบบหุ่นยนต์เองก็ถูกคาดหวังในการทำงานแบบซ้ำๆ และสามารถปรับตัวได้ในสถานการณ์ที่แตกต่างของรูปแบบการผลิต ค่าตัวแปรต่างๆ อาทิเช่น มวล ความยาว มีผลอย่างมากเกี่ยวกับพลังงานที่ใช้ในหนึ่งรอบการทำงานถ้าจำนวนรอบต่อวันที่หุ่นยนต์ทำงานคูณด้วยพลังงานที่ใช้ในหนึ่งรอบจะได้ค่าที่สูงมาก ในบทความนี้ได้นำเสนอถึงวิธีการในการหาค่าตัวแปรต่างๆ ให้ได้ผลของความเหมาะสมสูงสุดระหว่างการเคลื่อนที่จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งในระยะเวลาที่กำหนด วิธีการที่นำเสนอจะไม่มีตัวแปรที่ชื่อตัวคุณลากรางจ์ และยังแสดงให้เห็นว่าวิธีการนี้สามารถนำมาใช้คำนวณหาคำตอบได้อย่างรวดเร็วมาก ทำให้ได้ผลที่ดีอีกประการหนึ่งคือ ค่าตัวแปรของระบบหุ่นยนต์จะสามารถถูกปรับเปลี่ยนได้ในขณะที่หุ่นยนต์กำลังเคลื่อนที่

ทวิวัชร วีระแก้ว (2000) ทำการศึกษาการพัฒนาทางด้านทฤษฎีของการหาค่าความเหมาะสมสูงสุดและวิธีการในการหาคำตอบแบบใหม่ (Extensions of Optimization Theory and Computational Approaches for Higher-Order Dynamic Systems) เป็นการใช้ทฤษฎีระบบเชิงเส้น (Linear Systems) และไม่ใช่เชิงเส้น (Nonlinear Systems) เขียนให้อยู่ในรูปแบบแคโนนิคอล (Canonocal Forms) ซึ่งมีประโยชน์มากเมื่อเปรียบเทียบรูปแบบของลำดับที่หนึ่ง (First-Order Form) โดยสมการลำดับที่สูงกว่าเป็นเงื่อนไขบังคับของระบบสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น (General Nonlinear Constraints) นอกจากนี้การควบคุมแบบย้อนกลับที่ต่อเนื่องเป็นเส้นตรง (Linear Continuous Feedback Control) ใช้อธิบายระบบลำดับที่สูงกว่า (Higher Order Systems) แนวความคิดที่ใกล้เคียงกับ Extremals และความแปรปรวนที่สอง (Second Variation) โดยสภาวะที่เพียงพอ (Suffcient Condition) จะต้องสามารถแสดงเป็นคำตอบต่อเนื่องที่บอกค่าต่ำสุด (Minimum Trajectories) ได้โดยสภาวะที่เหมาะสมที่สุด (Optimality Conditions) สำหรับระบบลำดับที่สูงกว่า อธิบายได้สองแบบคือ แคลคูลัสความแปรปรวน (Variation Calculus) ของลำดับที่สูงกว่าถูกขยายในคอสฟังก์ชันนอล (Cost Functional) และทฤษฎีของ Hamilton-Jacobi เป็นทฤษฎีที่ใช้หลักการของ

พอนทรียาเกิน (Pontryagin's Principle) ต่อจากนั้นผลลัพธ์ที่ได้จากสองวิธีนี้ถูกพิสูจน์โดยผ่านโปรแกรมการคำนวณของแคลคูลัสความแปรปรวน โดยทฤษฎีรูปแบบของลำดับที่หนึ่ง สภาวะเหล่านี้ถูกใช้เพื่อการแก้ปัญหาระบบการคำนวณเพื่อให้เข้าใจระบบลำดับที่สูงกว่า โปรแกรมถูกพัฒนาให้ใช้เป็นเครื่องมือตรวจสอบความถูกต้อง (Benchmark Computations) ระหว่างระบบลำดับที่สูงกว่าและทฤษฎีรูปแบบของลำดับที่หนึ่ง โปรแกรมใช้การวิเคราะห์ทั้งวิธีตรง วิธีอ้อม และใช้วิธีคอลโลเคชัน (Collocation Method) ร่วมกับการเขียนโปรแกรมไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear Programming Solver)

Sunil K. Agrawal, T. Veerakleaw; & B.C. Fabien (2001) New Computational Framework for Trajectory Optimization of Higher – Order Dynamic Systems, AIAA Journal of Guidance Control and Dynamic Vol.24 No.2 pp.228 - 236 งานวิจัยนี้ใช้ทฤษฎีของระบบวิเคราะห์ปัญหาของการหาค่าต่ำสุดและสูงสุดซึ่งเป็นที่ยอมรับแล้วว่า ระบบการเคลื่อนที่ที่อยู่ในรูปอนุพันธ์อันดับสูงมีข้อได้เปรียบเป็นอย่างมากในเรื่องของการคำนวณเมื่อเปรียบเทียบกับระบบเคลื่อนที่ที่อยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งโดยเฉพาะสมการการเคลื่อนที่ทางด้านวิศวกรรมเครื่องกลจะอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์อันดับที่สองเสมอ อันเนื่องมาจากการใช้กฎข้อที่สองของนิวตัน ในบทความฉบับนี้ได้นำเสนอข้อมูลเปรียบเทียบอย่างชัดเจนในการคำนวณระหว่างสมการการเคลื่อนที่ที่อยู่ในรูปสมการอันดับสูง และสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่ง การที่จะเปรียบเทียบได้นั้นผู้วิจัยได้สร้างซอฟต์แวร์ขึ้นมาด้วยวิธีทางตรง และทางอ้อม เพื่อสามารถยืนยันได้ว่าไม่ว่าสมการการเคลื่อนที่ที่อยู่ในรูปแบบใดก็สามารถที่จะใช้โปรแกรมเดียวกันหาคำตอบเพื่อใช้ในการเปรียบเทียบ

ทวิวัชร วีระเกล้า; และ ปเสฐฐา สารลักษณ์ (2548) ศึกษาการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้พลังงานน้อยที่สุดกับการใช้ความนิ่มนวลที่สุดในระบบพลศาสตร์ (The Comparison of Using Minimum Energy and Minimum Jerk in Dynamic Systems) เป็นการนำเสนอปัญหาในการหาค่าความเหมาะสมสูงสุดของระบบพลศาสตร์ในรูปแบบของความต้องการความนิ่มนวลของระบบตลอดการทำงาน ซึ่งโดยทั่วไปแล้วในการกำหนดฟังก์ชันของค่าความเหมาะสมสูงสุดของระบบพลศาสตร์นั้นนิยมใช้ พลังงาน เวลา ความเร็ว และระยะขจัด แต่ในงานวิจัยนี้ได้เน้นที่ความนิ่มนวลของระบบเนื่องจากเป็นที่ทราบกันดีว่าในการทำงานของระบบพลศาสตร์นั้นความนิ่มนวลเป็นที่ต้องการในหลายระดับด้วยกัน เช่นความนิ่มนวลในการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ จากการวิจัยสรุปได้ว่าคำตอบที่ได้มีความใกล้เคียงกับการใช้พลังงานน้อยที่สุดเป็นฟังก์ชันของค่าความเหมาะสมสูงสุดซึ่งจะมีผลดีในการวิเคราะห์ทางตัวเลขและนำผลลัพธ์ที่ได้ไปใช้งานได้อย่างเหมาะสม กล่าวคือ ได้ทั้งความนิ่มนวลและประหยัดพลังงาน

สุวิมล เสนีวงศ์ ณ อยุธยา (2548) ศึกษาเกี่ยวกับโครงสร้างผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติที่ใช้การออกแบบจากทฤษฎีของระบบหุ่นยนต์โดยอาศัยกลไกการทำงานของแขนกลสองตำแหน่งซึ่งเคลื่อนที่ทั้งแบบหมุนและแบบเชิงเส้นเพื่อได้สมการการเคลื่อนที่ของผ้าคลุมรถยนต์อัตโนมัติซึ่งอธิบายโดยสมการออยเลอร์-ลากรางจ์ เพื่อนำค่าแรงบิดและแรงภายนอกของโมเมนต์มาวิเคราะห์การทำงานของแขนกลทำให้ทราบค่าที่เหมาะสมที่สุดที่มอเตอร์ สามารถทำงานได้โดยการพัฒนาโปรแกรมทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดทางระบบพลศาสตร์โดยทั่วไปจำเป็นต้องกำหนดเป้าหมายที่ต้องการให้ระบบเสียก่อนและรวบรวมเงื่อนไขต่างๆของระบบในสถานะ หรือ ณ เวลาที่สนใจ เช่นเวลาเริ่มต้น และเวลาสุดท้าย เพื่อนำมาพิจารณาร่วมกันในการหาคำตอบ ซึ่งวิธีการหาคำตอบสามารถทำได้หลายวิธีขึ้นอยู่กับรูปแบบของปัญหาว่าจะเหมาะสมวิธีใด แต่โดยทั่วไปจะนำหลักทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดมาใช้ร่วมกับปัญหาของโปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น แต่เนื่องจากปัญหาเป็นแบบพารามิเตอร์ที่ขึ้นกับเวลาจึงต้องทำการแปลงปัญหาทางออปติไมเซชันผ่านวิธีทางแคลคูลัสของความแปรปรวน ซึ่งเป็นวิธีอันทำให้ปัญหาถูกแปลงจากปัญหาทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดทางระบบพลศาสตร์เป็นปัญหาทางการควบคุมที่ได้ผลสูงสุดของระบบสถิติศาสตร์โดยจากการทดสอบโปรแกรมที่ได้มีความแม่นยำและความรวดเร็วในการหาคำตอบ ซึ่งสามารถจำลองโครงสร้างการทำงานเพื่อเป็นแนวทางในการออกแบบของจริงต่อไป

ทวิวัชร วีระแก้ว (2004) ทำการศึกษาปัญหาเรื่องความเหมาะสมสูงสุดของการใช้เวลาน้อยที่สุดของการเคลื่อนที่เป็นแบบเชิงเส้น (The Minimum Time Problem of Linear Dynamic Optimization) โดยใช้วิธีการพิจารณาหลายวิธีในการที่จะช่วยให้การวิเคราะห์ตามหลักการระเบียบวิธีเชิงตัวเลขโดยตรงได้สะดวกยิ่งขึ้นขึ้นอยู่กับคุณลักษณะของปัญหาเรื่องการใช้เวลาน้อยที่สุด (Minimum Time Problem) นั้นด้วยแนวคิดหนึ่งก็คือการพิจารณาปัญหาการใช้เวลาที่น้อยที่สุดมีความเหมือนกับปัญหาการใช้พลังงานสูงสุดที่ไม่คำนึงถึงเวลาสุดท้าย (Maximum Energy with Free Final Time Problem) ในเอกสารทางวิชาการฉบับนี้จะได้อธิบายถึงรายละเอียดความเหมือนกัน ระหว่างปัญหาทั้งสองข้อ คือปัญหาพลังงานสูงสุดที่ไม่คำนึงถึงเวลาสุดท้ายและปัญหาเวลาที่น้อยที่สุดสำหรับระบบที่เป็นเชิงเส้นแต่การพิจารณาโดยวิธีการใช้พลังงานสูงสุดที่ไม่คำนึงถึงเวลาสุดท้ายมีข้อดีกว่าหลายประการในตอนท้ายสุดได้มีการเปรียบเทียบผลการทดลองของทั้งสองปัญหาโดยวิธีระเบียบเชิงตัวเลขทั้งวิธีตรงและวิธีอ้อม ทำให้เกิดความชัดเจนยิ่งขึ้น

จากการที่ได้นำเสนองานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งหมดนั้นพบว่าได้มีการศึกษาถึงระบบการเคลื่อนที่ได้ผลมาพอสมควรทำให้เกิดแนวทางการทำการวิจัยใหม่ๆเกิดขึ้นซึ่งในการศึกษาเรื่อง “แนวทางใหม่ในการหาคำตอบของการใช้พลังงานน้อยที่สุดประยุกต์ใช้กับแขนกลที่ใช้กันรถแบบอัตโนมัติ” นั้นมีความจำเป็นที่จะต้องมีส่วนที่กล่าวถึงปัญหาการเคลื่อนที่ (Problem Statement) โดยใช้ทฤษฎี

และหลักการมาทำการกำหนดฟังก์ชันหรือพฤติกรรมของปัญหาจากนั้นก็สร้างแขนกลที่ใช้กันรยยนต์แบบอัตโนมัติมาเป็นเครื่องมือในการทดสอบ แล้ววิเคราะห์ผลการทดสอบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประยุกต์ใช้หลักการใช้พลังงานน้อยที่สุดต่อไป

2.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.2.1 หุ่นยนต์ (Robot)

ปัจจุบันเทคโนโลยีของหุ่นยนต์นั้นได้เจริญก้าวหน้าไปมาก ต่างจากในอดีตที่หุ่นยนต์จะถูกนำไปใช้ในงานอุตสาหกรรมเป็นส่วนใหญ่ แต่ปัจจุบันมีการนำมาใช้แพร่หลายมากขึ้น ไม่ว่าจะเป็นหุ่นยนต์ที่ใช้ในทางการแพทย์ หุ่นยนต์สำหรับงานสำรวจ หุ่นยนต์ที่ใช้งานในอวกาศ หรือแม้แต่หุ่นยนต์ที่ถูกสร้างขึ้นเพื่อเป็นเครื่องเล่นของมนุษย์ จนกระทั่งปัจจุบันนี้ได้มีการพัฒนาให้หุ่นยนต์นั้นมีลักษณะที่คล้ายมนุษย์ เพื่อให้อาศัยอยู่ร่วมกันกับมนุษย์ให้ได้ในชีวิตประจำวัน

การศึกษาระบบของหุ่นยนต์นั้นเป็นองค์ความรู้ในทางวิศวกรรมที่เกี่ยวข้องกับศาสตร์วิชาการความรู้ในหลายๆแขนงวิชาไม่ว่าจะเป็นทางด้านวิศวกรรมไฟฟ้า, เครื่องกล, อุตสาหการ หรือวิทยาการคอมพิวเตอร์ และคณิตศาสตร์ประยุกต์ เป็นต้น หุ่นยนต์แขนกลอย่างง่ายที่ยังคงมีการประยุกต์ใช้กันอย่างแพร่หลายก็คือหุ่นยนต์แบบแขนกลเดี่ยวที่มีหนึ่งระดับขั้นความเร็ว เช่น ที่ปัดน้ำฝน กระจกรถยนต์ จานรับสัญญาณดาวเทียม เป็นต้น ในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอการประยุกต์หุ่นยนต์แขนกลเดี่ยวมาประยุกต์ใช้กับแขนกลที่ใช้กันรยยนต์แบบอัตโนมัติ

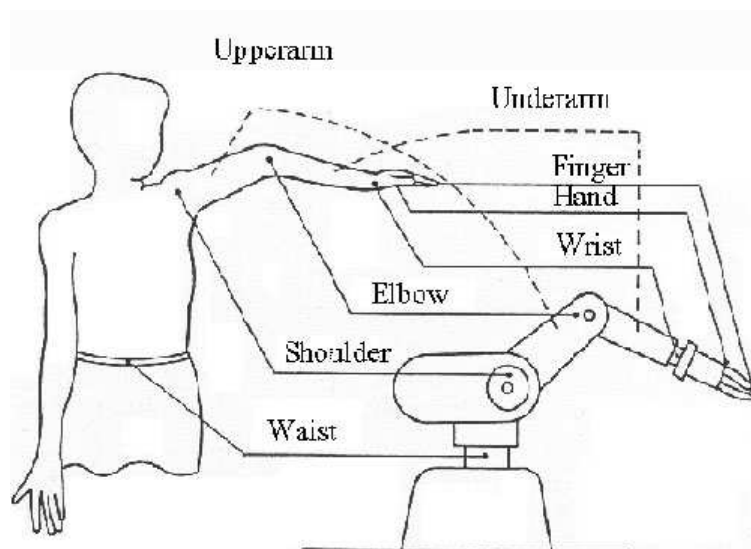
2.2.2 นิยามของหุ่นยนต์ (Robotics definition)

คำว่าหุ่นยนต์ (Robot) นั้นเป็นคำศัพท์ที่ถูกบัญญัติขึ้นมาโดยนักแต่งนิยายชาวเชคคาเรล คาเป็ค (Karel Kapek) เรื่อง R.U.R (Rossum's Universal Robots) ในปี ค.ศ. 1920 ซึ่งหมายถึงคนงาน คำจำกัดความของหุ่นยนต์ตามมาตรฐาน ISO 8373 คือ "An automatic machine and semi automatics machine, reprogrammable, multipurpose, manipulator programmable in three or more axes which may be either fixed in place or mobile for use in industrial automation application" หรือในความหมายในภาษาไทย หุ่นยนต์ คือเครื่องจักรกลชนิดหนึ่งที่มีลักษณะทำงานแบบอัตโนมัติหรือกึ่งอัตโนมัติ สามารถเขียนโปรแกรมใหม่ให้ทำงานได้อย่างใดอย่างหนึ่ง หรือหลายอย่างได้ จะต้องสามารถโปรแกรมให้เคลื่อนที่ได้อย่างน้อย 3 แกน หรือมากกว่า หุ่นยนต์อาจจะยึดอยู่กับที่หรือย้ายตำแหน่ง (Mobile) เพื่อใช้ในงานอุตสาหกรรม

2.2.3 หุ่นยนต์อุตสาหกรรม (Industrial Robot)

สมาคมอุตสาหกรรมหุ่นยนต์แห่งอเมริกา RIA (The Robot Institute of America) ได้ให้คำจำกัดความของหุ่นยนต์ที่ใช้ในอุตสาหกรรม ซึ่งเป็นที่ยอมรับกันในที่ประชุมระดับนานาชาติ ของ

บริษัทอุตสาหกรรมที่ใช้หุ่นยนต์ 11 แห่ง เมื่อปี ค.ศ.1981 (พ.ศ.2524) เอาไว้ว่า "An industrial robot is a reprogrammable, multifunctional manipulator designed to move materials, part, tools or specialized devices through variable programmed motions for the performance of a variety of tasks." หรือในความหมายในภาษาไทย หุ่นยนต์อุตสาหกรรม คือ "เครื่องจักรกลที่สามารถทำการโปรแกรมใหม่ได้หลายครั้ง สามารถทำงานได้หลาย ๆ หน้าที่ ซึ่งได้รับการออกแบบมาเพื่อให้สามารถหยิบ จับ เคลื่อนย้าย วัสดุ อุปกรณ์ เครื่องมือ หรืออุปกรณ์พิเศษต่างๆ โดยการตั้งโปรแกรมเพื่อควบคุมการเคลื่อนที่ให้ทำงานได้ตามต้องการ จุดประสงค์ในการประดิษฐ์หุ่นยนต์ก็เพื่อให้มีความสามารถในการทำงานแทนมนุษย์ซึ่งต่อมาก็ได้มีการประดิษฐ์หุ่นยนต์เพื่อใช้ในงานอุตสาหกรรมเพื่อผลิตสินค้าแข่งกับเวลาและลดต้นทุนการผลิต การทำงานของหุ่นยนต์อุตสาหกรรมจะเลียนแบบร่างกายของมนุษย์โดยจะเลียนแบบเฉพาะส่วนของร่างกายที่นำไปใช้ประโยชน์ในอุตสาหกรรมเท่านั้น นั่นคือช่วงแขนของมนุษย์



ภาพประกอบ 1 แสดงส่วนต่าง ๆ ของหุ่นยนต์เปรียบเทียบกับสรีระของมนุษย์

ที่มา : สัมพันธ์ แห่ลงป่าหมื่น. (2551). *ประเภทของหุ่นยนต์อุตสาหกรรม*

2.2.4 ประเภทของหุ่นยนต์ (Industrial Robot Type)

ประเภทของหุ่นยนต์ สามารถแบ่งแยกได้หลากหลายรูปแบบตามแต่ลักษณะเฉพาะของการทำงาน ซึ่งมักแบ่งแยกตามลักษณะโครงสร้างและส่วนประกอบของหุ่นยนต์ตามแต่การใช้งาน สามารถแบ่งออกเป็นสองประเภทใหญ่ ๆ ดังนี้

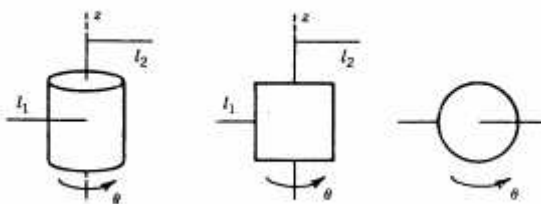
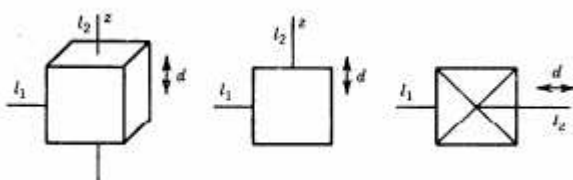
ประเภทแรก คือหุ่นยนต์ชนิดที่ติดตั้งอยู่กับที่ (Fixed Robot) สามารถเคลื่อนไหวไปมาแต่ไม่สามารถเคลื่อนที่ได้ ได้แก่ แขนกลของหุ่นยนต์ที่ใช้ในงานด้านอุตสาหกรรมต่าง ๆ เช่น งานด้าน

อุตสาหกรรมการผลิตรถยนต์ หุ่นยนต์ที่ใช้ผ่าตัดในงานด้านการแพทย์ หุ่นยนต์ประเภทนี้จะมีลักษณะโครงสร้างที่ใหญ่โตเทอะทะและมีน้ำหนักมาก ใช้พลังงานให้สามารถเคลื่อนไหวได้จากแหล่งจ่ายพลังงานภายนอก และมีการกำหนดขอบเขตการเคลื่อนไหวของหุ่นยนต์เอาไว้ ทำให้หุ่นยนต์สามารถเคลื่อนไหวไปมาได้เฉพาะที่ที่กำหนดเอาไว้เท่านั้น

ประเภทที่สอง คือหุ่นยนต์ชนิดที่เคลื่อนที่ได้ (Mobile Robot) หมายถึงหุ่นยนต์ที่สามารถเคลื่อนย้ายตัวเองจากตำแหน่งหนึ่งไปยังอีกตำแหน่งหนึ่งได้อย่างอิสระ หรือมีการเคลื่อนที่ไปมาในสถานที่ต่าง ๆ เช่น หุ่นยนต์ที่ใช้ในการสำรวจดวงจันทร์ขององค์การนาซ่า หุ่นยนต์สำรวจใต้ภิภพหรือ หุ่นยนต์ที่ใช้ในการขนถ่ายสินค้า ซึ่งหุ่นยนต์ที่สามารถเคลื่อนไหวได้นี้ ถูกออกแบบลักษณะของโครงสร้างให้มีขนาดเล็กและมีระบบเคลื่อนทำให้สามารถเคลื่อนที่ไปมา รวมทั้งมีแหล่งจ่ายพลังสำรองภายในโครงสร้างของหุ่นยนต์เอง

2.2.5. ชนิดของหุ่นยนต์ (Type of Robot)

โดยทั่วไปการแบ่งชนิดของหุ่นยนต์จะแบ่งตามลักษณะรูปทรงของพื้นที่ทำงาน (Envelope Geometric) ซึ่งการทำงานของข้อต่อ (Joint) ของหุ่นยนต์ หรือแขนกลแต่ละชนิดจะแตกต่างกันออกไป ซึ่งสามารถแบ่งออกเป็น 2 ชนิดดังนี้

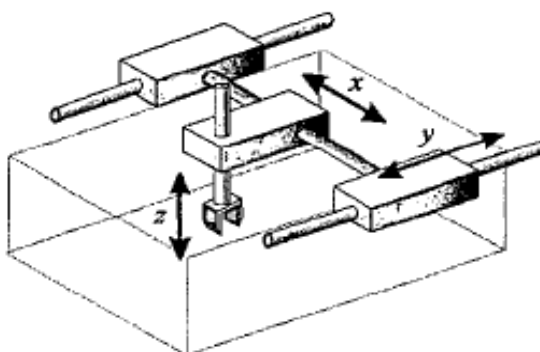
ชนิด	สัญลักษณ์	หมายเหตุ
Revolute (R)		เป็นการหมุนรอบแกน (Rotary)
Prismatic (P)		การเคลื่อนที่เชิงเส้น (Linear motion)

ภาพประกอบ 2 แสดงสัญลักษณ์ข้อต่อของหุ่นยนต์เคลื่อนที่แบบหมุน (Revolute) และเคลื่อนที่แบบเชิงเส้น (Prismatic)

ที่มา : Mark W. Spong; & M. Vidyasagar. (1989). *Robot Dynamics and Control*

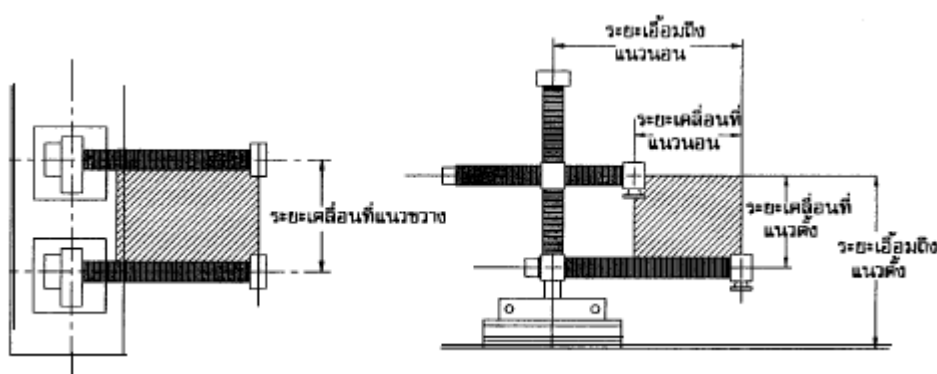
2.2.5.1 หุ่นยนต์ชนิดคาร์ทีเซียน (Cartesian Robot)

หุ่นยนต์แบบคาร์ทีเซียน คือ หุ่นยนต์ที่เคลื่อนที่เป็นเส้นตรงตามแนวแกน x-y-z ลักษณะการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์แบบนี้จะอยู่ในปริมาตรรูปสี่เหลี่ยม แกนทั้ง 3 ของหุ่นยนต์จะเคลื่อนที่เป็นแบบเชิงเส้น (Prismatic) ถ้าโครงสร้างมีลักษณะคล้ายเครนเหนือศีรษะ (Overhead Crane) จะเรียกว่าเป็นหุ่นยนต์ชนิดแกนทรี (Gantry Robot) แต่ถ้าหุ่นยนต์ไม่มีขาตั้งหรือขาเป็นแบบอื่นเรียกว่า ชนิดคาร์ทีเซียน (Cartesian Robot)



ภาพประกอบ 3 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ชนิดคาร์ทีเซียน

ที่มา : T. Bojko.(2004). *Educational Cartesian Robot Based on Linear Drives*



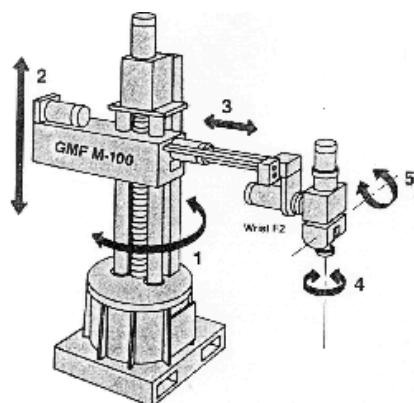
ภาพประกอบ 4 แสดงขอบเขตการทำงานของหุ่นยนต์ชนิดคาร์ทีเซียนหรือหุ่นยนต์ชนิดแกนทรี

ที่มา : สุทิน ชาญณรงค์. (2537). *การศึกษาจลศาสตร์ พลศาสตร์และการควบคุมหุ่นยนต์แบบกลไก 6 องศาอิสระ*

การประยุกต์ใช้งาน เนื่องจากโครงสร้างมีความแข็งแรงตลอดแนวการเคลื่อนที่ ดังนั้นจึงเหมาะกับงานเคลื่อนย้ายของหนักมากๆ เช่น เครนเหนือศีรษะในโรงงานอุตสาหกรรมที่ใช้สำหรับโหลดชิ้นงานเข้าเครื่องจักร จัดเก็บชิ้นงาน งานประกอบที่ไม่ต้องการเข้าถึงในลักษณะที่มีมุมหมุน เป็นต้น

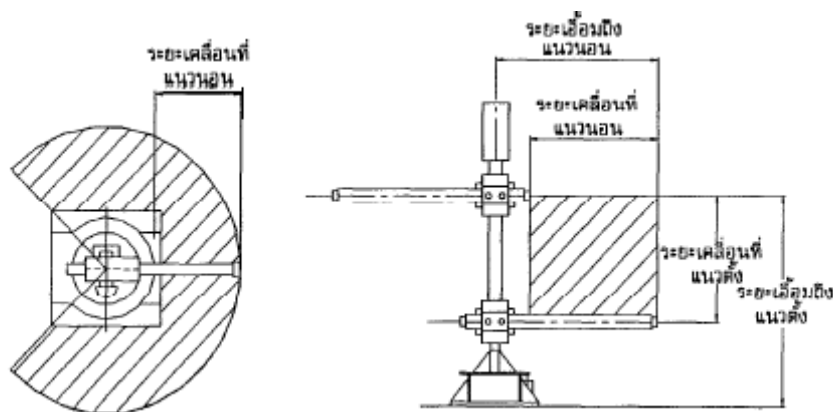
2.2.5.2 หุ่นยนต์ชนิดทรงกระบอ (Cylindrical Manipulator)

หุ่นยนต์แบบทรงกระบอ คือ หุ่นยนต์ที่ตำแหน่งของการทำงานถูกควบคุมด้วยความยาวของรัศมี ความสูง และองศา จัดเป็นข้อต่อแบบโครงข้อหมุน และแบบแกนเลื่อน ปริมาตรในการเคลื่อนที่จะเป็นรูปทรงกระบอ หุ่นยนต์ประเภทนี้จะมีแกนที่ 2 (ไหล่) และแกนที่ 3 (ข้อศอก) เป็นการเคลื่อนที่เชิงเส้น (prismatic) ส่วนแกนที่ 1 (เอว) จะเป็นแบบหมุน (revolute) ทำให้การเคลื่อนที่ได้พื้นที่การทำงานเป็นรูปทรงกระบอ



ภาพประกอบ 5 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ชนิดทรงกระบอ

ที่มา : Mark W. Spong; & M. Vidyasagar. (1989). *Robot Dynamics and Control*



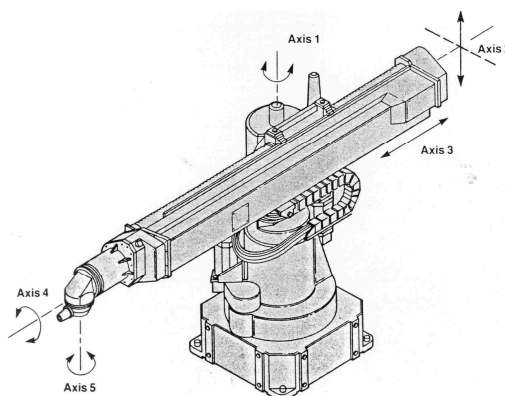
ภาพประกอบ 6 แสดงขอบเขตการทำงานของหุ่นยนต์ชนิดทรงกระบอ

ที่มา : สุทิน ชาญณรงค์. (2537). *การศึกษาจลศาสตร์ พลศาสตร์และการควบคุมหุ่นยนต์แบบกลไก 6 องศาอิสระ*

การประยุกต์ใช้งาน โดยทั่วไปจะใช้ในการหยิบยกชิ้นงาน (Pick-and-Place) หรือป้อนชิ้นงานเข้าเครื่องจักร เพราะสามารถเคลื่อนที่เข้าออกบริเวณที่เป็นช่องโพรงเล็ก ๆ ได้สะดวก

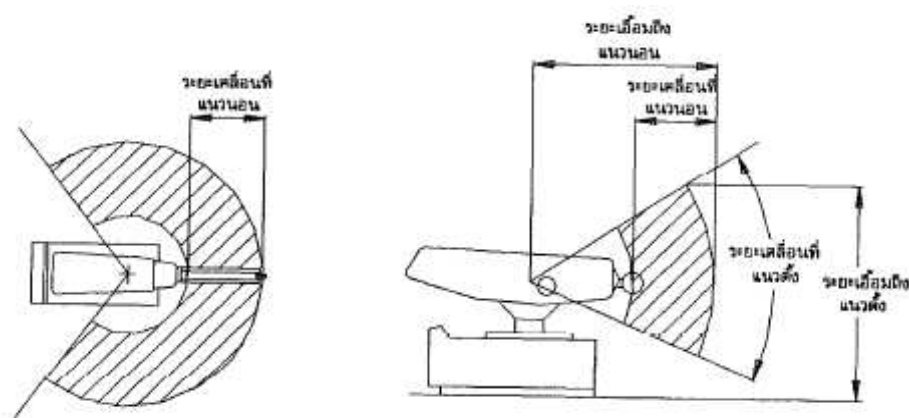
2.2.5.3 หุ่นยนต์ชนิดสเฟียริคอล (Spherical Robot or Polar)

หุ่นยนต์แบบทรงกลม คือ หุ่นยนต์ที่มีแกนหมุนสองแกนและมีแกนเลื่อนหนึ่งแกน ดังนั้นปริมาตรการทำงานที่สามารถเคลื่อนที่ไปได้จะเป็นรูปทรงกลม มีสองแกนที่เคลื่อนในลักษณะการหมุน (Revolute Joint) คือ แกนที่ 1 (เอว) และแกนที่ 2 (ไหล่) ส่วนแกนที่ 3 (ข้อศอก) จะเป็นลักษณะของการเคลื่อนที่แนวเส้นตรง



ภาพประกอบ 7 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ชนิดสเฟียริคอล

ที่มา : Mark W. Spong; & M. Vidyasagar. (1989). *Robot Dynamics and Control*



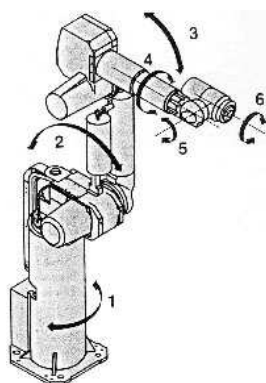
ภาพประกอบ 8 แสดงขอบเขตการทำงานของหุ่นยนต์ชนิดชนิดสเฟียริคอล

ที่มา : สุทิน ชาญณรงค์. (2537). *การศึกษาจลศาสตร์ พลศาสตร์และการควบคุมหุ่นยนต์แบบกลไก 6 องศาอิสระ*

การประยุกต์ใช้งานของหุ่นยนต์ชนิดชนิดสเฟียริคอล ใช้ในงานที่มีการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง (Vertical) เพียงเล็กน้อย เช่นการโหลดชิ้นงานเข้าออกจากเครื่องปั๊ม (Press) หรืออาจจะใช้งานเชื่อมแบบจุด (Spot Welding)

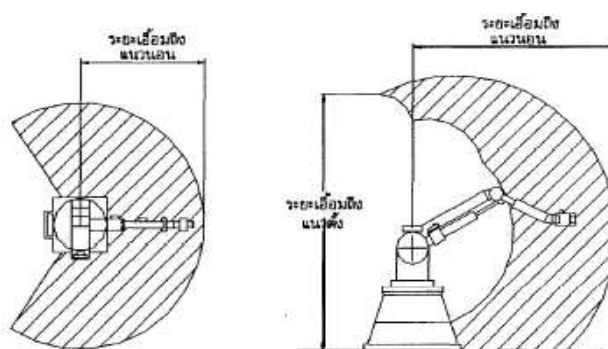
2.2.5.4 หุ่นยนต์ชนิดอาทิกุเลท (Articulated Arm (Revolute))

หุ่นยนต์ชนิดอาทิกุเลท คือหุ่นยนต์ที่ตำแหน่งการเคลื่อนที่ถูกกำหนดด้วยข้อต่อแบบโครงข้อหมุนสามข้อต่อ ทำให้สามารถเคลื่อนไหวได้ในหลายระนาบแต่ก็ยากในการเขียนโปรแกรมควบคุม ทุกแกนการเคลื่อนที่จะเป็นแบบหมุน (Revolute) รูปแบบการเคลื่อนที่จะคล้ายกับแขนคน ซึ่งจะประกอบด้วยช่วงเอว ท่อนแขนบน ท่อนแขนล่าง ข้อมือ การเคลื่อนที่ทำให้ได้พื้นที่การทำงาน



ภาพประกอบ 9 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ชนิดอาทิกุเลท

ที่มา : Mark W. Spong; & M. Vidyasagar. (1989). *Robot Dynamics and Control*



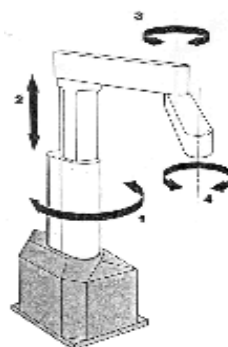
ภาพประกอบ 10 แสดงขอบเขตการทำงานของหุ่นยนต์ชนิดอาทิกุเลท

ที่มา : สุทิน ชาญณรงค์. (2537). *การศึกษาจลศาสตร์ พลศาสตร์และการควบคุมหุ่นยนต์แบบกลไก 6 องศาอิสระ*

การประยุกต์ใช้งาน หุ่นยนต์ชนิดนี้สามารถใช้งานได้กว้างขวางเพราะสามารถเข้าถึงตำแหน่งต่าง ๆ ได้ดี เช่นงานเชื่อมแบบจุด (Spot Welding) งานเชื่อมแนว (Path Welding) งานยกของ งานตัดงานทากาว และงานที่มีการเคลื่อนที่ยาก ๆ เช่น งานพ่นสี ฯลฯ

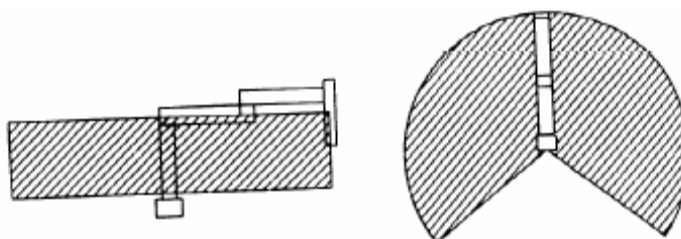
2.2.5.5 หุ่นยนต์ชนิดสการ์ว (SCARA Robot)

หุ่นยนต์แบบสการ์ว (SCARA : Selective Compliance Articulated Robot Arm) คือหุ่นยนต์ที่ผสมผสานข้อดีของหุ่นยนต์แบบทรงกระบอกร่วมกับแบบอาร์ทีคิวเลทประกอบด้วยข้อต่อแบบโครงข้อหมุน 2 ข้อต่อ และแบบแกนเลื่อน 1 ข้อต่อ หุ่นยนต์ SCARA จะมีลักษณะแกนที่ 1 (เอว) และแกนที่ 3 (ข้อศอก) หมุนรอบแกนแนวตั้ง และแกนที่ 2 จะเป็นลักษณะการเคลื่อนที่ขึ้นลง (Prismatic) หุ่นยนต์ SCARA จะเคลื่อนที่ได้รวดเร็วในแนวระนาบ และมีความแม่นยำสูง



ภาพประกอบ 11 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ชนิดสการ์ว

ที่มา : Mark W. Spong; & M. Vidyasagar. (1989). *Robot Dynamics and Control*



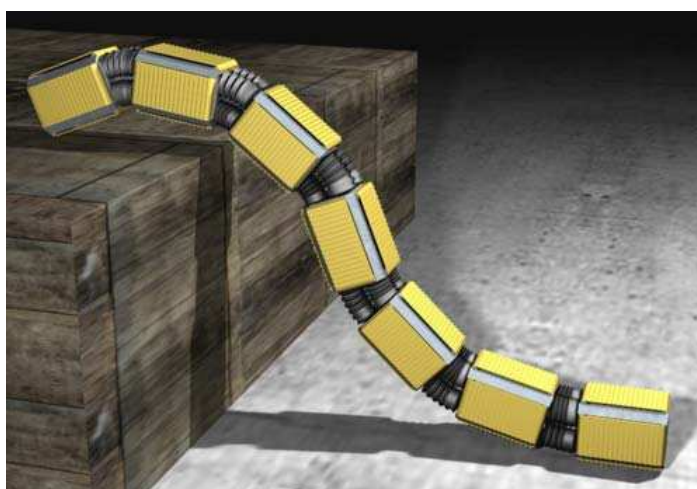
ภาพประกอบ 12 แสดงขอบเขตการทำงานของหุ่นยนต์ชนิดสการ์ว

ที่มา : Mark W. Spong; & M. Vidyasagar. (1989). *Robot Dynamics and Control*

การประยุกต์ใช้งาน เนื่องจากการเคลื่อนที่ในแนวระนาบและขึ้นลงได้รวดเร็วจึงเหมาะกับการประกอบชิ้นส่วนทางอิเล็กทรอนิกส์ซึ่งต้องการความรวดเร็วและการเคลื่อนที่ที่ไม่ต้องการการหมุนมากนักแต่จะไม่เหมาะกับการประกอบชิ้นส่วนทางกล (Mechanical Part) ซึ่งส่วนใหญ่การประกอบจะอาศัยการหมุน (Rotation) ในลักษณะมุมต่างๆ นอกจากนี้หุ่นยนต์แบบสการ์วยังเหมาะกับการตรวจสอบ (Inspection) และงานบรรจุภัณฑ์ (Packaging)

2.2.5.6 หุ่นยนต์เซอร์เพนไทน์ (Serpentine Robot)

หุ่นยนต์เซอร์เพนไทน์ (Serpentine Robot) การเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์นี้ มีลักษณะคล้ายการเคลื่อนที่ของงู ที่มีรูปแบบการเคลื่อนที่คล้ายกับฟังก์ชันของซายน์ (Serpentine Curve) โดยเรียกการเคลื่อนที่นี้ว่า การเคลื่อนที่แบบเซอร์เพนไทน์ ซึ่งการเคลื่อนที่นี้เกิดจากความสัมพันธ์ของแรงในกล้ามเนื้อของงู และแรงเสียดทานที่กระทำกับตัวงู คือแรงเสียดทานของงูในแนวตั้งฉากกับลำตัวต้องมากกว่าแรงเสียดทานในแนวสัมผัสกับลำตัว เพื่อที่จะยอมให้ผลของแรงภายในกล้ามเนื้อทั้งหมดสามารถเอาชนะแรงเสียดทานในแนวลำตัวของงู ทำให้เกิดการเคลื่อนที่ที่เกิดขึ้นในทิศทางนั้น



ภาพประกอบ 13 แสดงลักษณะการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ชนิดเซอร์เพนไทน์

ที่มา : Johann Borenstein, Grzegorz Granosik; & Malik Hansen. (2005). *The OmniTread Serpentine Robot Design and Field Performance*

การประยุกต์ใช้งาน ในงานสำรวจสถานที่ที่ซับซ้อนและเป็นอันตรายต่อมนุษย์ เช่น โรงงานไฟฟ้านิวเคลียร์ พื้นที่ที่มีสารเคมีหรือกัมมันตภาพรังสี และพื้นที่ที่สลับซับซ้อนยากแก่การเข้าถึง

2.2.5.7 หุ่นยนต์มนุษย์ (Humanoid Robots)

หุ่นยนต์มนุษย์ (Humanoid Robots) คือ หุ่นยนต์ที่ถูกสร้างขึ้นมาเลียนแบบมนุษย์ นั่นคือ สามารถ พูด เดิน มองเห็น คิดวิเคราะห์และตัดสินใจได้ด้วยตัวหุ่นยนต์เอง

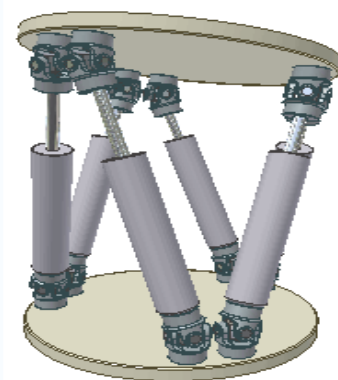


ภาพประกอบ 14 แสดงลักษณะของหุ่นยนต์มนุษย์

ที่มา : <http://world.honda.com/ASIMO>

2.2.5.8 หุ่นยนต์แบบขนาน (Parallel Robot)

หุ่นยนต์แบบขนาน (Parallel Robot) คือหุ่นยนต์ที่มีหลายขาและวางไว้ในแนวขนานกันมีส่วนของข้อต่อที่เป็นแบบแอ็กทีฟและพาสซีฟรองรับน้ำหนักในแนวขนานได้มากด้วยความแม่นยำ ความเที่ยงตรงและความเร็วสูงแต่น้ำหนักเบา พบได้ในเครื่องจำลองการขับเครื่องบิน ราคาสูง และเครื่องกัดขึ้นงาน เป็นต้น



ภาพประกอบ 15 แสดงลักษณะของหุ่นยนต์แบบขนาน

ที่มา : http://en.wikipedia.org/wiki/Stewart_platform

2.2.6 ทฤษฎีของระบบหุ่นยนต์

แขนกลเป็นส่วนประกอบที่สำคัญของหุ่นยนต์ซึ่งถูกออกแบบมาให้สามารถเคลื่อนย้ายวัตถุจากส่วนปลายไปยังตำแหน่งที่ต้องการโดยอาศัยโครงสร้างของท่อนแขนประกอบกับข้อต่อต่างๆ ลักษณะโครงสร้างของข้อต่อจะแตกต่างกันไปตามการใช้งาน หุ่นยนต์ประกอบไปด้วยชิ้นต่อโยงที่ต่อโยงกันเข้าด้วยจุดต่อที่เป็น Open kinematics chain จุดต่อจะเป็นแบบจุดหมุน (Revolute joint) และจุดต่อเลื่อน (Prismatic) จำนวนจุดต่อมารวมกันเป็นจำนวนองศาความอิสระ (Degree of freedom) ซึ่งจำนวนองศาความอิสระนี้เป็นสิ่งหนึ่งที่ใช้จำแนกชนิดของหุ่นยนต์เช่น หุ่นยนต์ 5 องศาความอิสระจะมีจำนวนองศาความอิสระเท่ากับ 6 เป็นต้น นอกจากนี้ยังใช้การจัดลำดับชิ้นต่อโยงเป็นการระบุชนิดของหุ่นยนต์เช่น หุ่นยนต์ RRP (SGARA) มีชิ้นต่อโยงเป็นจุดหมุน และจุดต่อเลื่อน (RRP ย่อมาจาก Revolute, Revolute, Prismatic) เป็นต้น บริเวณพื้นที่ที่หุ่นยนต์ทำงานเรียกว่า Workspace

2.2.6.1 พลศาสตร์การเคลื่อนที่ของระบบหุ่นยนต์ (Kinematics)

พลศาสตร์การเคลื่อนที่ของระบบหุ่นยนต์ เป็นสิ่งสำคัญเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับหุ่นยนต์ เพราะเป็นตัวควบคุมการเคลื่อนไหวของหุ่นยนต์ทั้งในส่วนองศาตำแหน่ง ความเร็ว และความเร่ง โดยเราจะใช้วิธีการของ Denavit-Hartenberg มาทำการกำหนดระบบพิกัดของแต่ละแขน และข้อต่อแบบฟอร์เวิร์ดคิเนเมติกส์ เราใช้พิกัด คาร์ทีเซียน (Cartesian) ในการระบุตำแหน่งและความเร็วของมือจับ (End Effector) และใช้สมการออยเลอร์-ลากรางจ์ ในการหาสมการการเคลื่อนที่ โดยใช้สมการอนุพันธ์อันดับสอง

2.2.6.1.1 ฟอว์เวิร์ดคิเนเมติกส์ (Forward kinematics)

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงระบบสมการปัญหาของระบบพลศาสตร์สำหรับหุ่นยนต์ที่เรียกว่าปัญหาฟอว์เวิร์ดคิเนเมติกส์ (Forward Kinematics) ซึ่งหมายถึง การที่เรากำหนดตัวแปรของจุดต่อ (Joint Variables) ต่าง ๆ แล้วทำการคำนวณหาตำแหน่งและการหมุนของมือจับ (End-Effector) ตัวแปรของจุดต่อนี้หมายถึงมุมระหว่างข้อต่อ (Link) ในกรณีที่เป็นการหมุน (Revolute or Rotation Joint) และเป็นระยะยืดหดของข้อต่อในกรณีที่เป็นการเลื่อน-เข้าออก ปัญหาฟอว์เวิร์ดคิเนเมติกส์นี้จะมีคามหมายตรงข้ามกับปัญหา อินเวิร์ดคิเนเมติกส์ คือ เมื่อเรารู้ตำแหน่งและการหมุนของ End-Effector แล้วจึงทำการหาตำแหน่งของข้อต่อแต่ละตัว

สมมติว่าแขนกลมีจำนวนข้อต่อเท่ากับ $n + 1$ จึงพิจารณาจาก 0 ถึง n โดยข้อต่อแรกเป็น 0 พิจารณาที่ข้อต่อจาก 1 ไปจนถึง n และข้อต่อ i -th เชื่อมกับข้อต่อ i และ $i-1$ โดยที่ข้อต่อ i -th เปลี่ยนแปลงตาม q_i ซึ่ง q_i ก็คือองศาของการหมุนในกรณีของข้อต่อแบบหมุนหรือข้อต่อเคลื่อนที่แบบเชิงเส้นโดยที่เฟรมพื้นฐานคือ เฟรม 0 ต่อมาเราเลือกเฟรม 1 ที่ผ่านเฟรม n โดย

ที่เฟรม i อยู่ประจำที่ลิงค์ i ดังนั้นพิกัดของแต่ละจุดบนลิงค์ i คือ ค่าคงที่เมื่อแสดงในพิกัด i -th ของหุ่นยนต์ที่กำลังเคลื่อนที่

ให้ A_i คือโฮโมจีเนียสเมตริกซ์ (Homogenous matrix) ที่เปลี่ยนรูปพิกัดเฟรม จาก i ไปจนถึงเฟรม $i-1$ โดยที่เมตริกซ์ A_i เปลี่ยนแปลงตามการเปลี่ยนแปลงของหุ่นยนต์ และ ขึ้นกับ q_1 ด้วย สามารถเขียนได้ในรูป

$$A_i = A_i(q_1) \quad (2.1)$$

โฮโมจีเนียสเมตริกซ์ที่เปลี่ยนรูปพิกัดจากเฟรม j ไปจนถึงเฟรม i เรียกว่า ทราานฟอร์มเมชันเมตริกซ์ T_j^i หรือ สามารถพิจารณาได้สามแบบคือ

$$\begin{aligned} T_j^i &= A_{i+1}A_{i+2}.....A_{j-1}A_j & \text{ถ้า } i < j \\ T_j^i &= I & \text{ถ้า } i = j \\ T_j^i &= (T_j^i)^{-1} & \text{ถ้า } i > j \end{aligned} \quad (2.2)$$

และแต่ละโฮโมจีเนียสทราานฟอร์มเมชันเมตริกซ์ A_i เขียนได้ว่า

$$A_i = \begin{bmatrix} R_{i-1}^i & d_{i-1}^i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

ดังนั้น

$$T_i^j = A_{i+1}...A_i = \begin{bmatrix} R_{i-1}^i & d_{i-1}^i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

โดยที่เมตริกซ์ ${}^jR_i$ แสดงการหมุนของเฟรม j ที่สัมพันธ์กับเฟรม i

$$R_i^j = R_i^{i+1}...R_{j-1}^i \quad (2.5)$$

และเวกเตอร์ d_i^j ถูกแทนในตำแหน่งของเวกเตอร์ที่มีแหล่งกำเนิดจากเฟรม j ที่เกี่ยวข้องกับเฟรม i

$$d_i^j = d_i^{i-1}...R_i^{j-1}d_{j-1}^j \quad (2.6)$$

โดยใช้การพิจารณาจาก Denavit Hartenberg parameter หรือ D-H parameter แต่ละทราานฟอร์มเมชันเมตริกซ์ สามารถเขียนได้เป็น

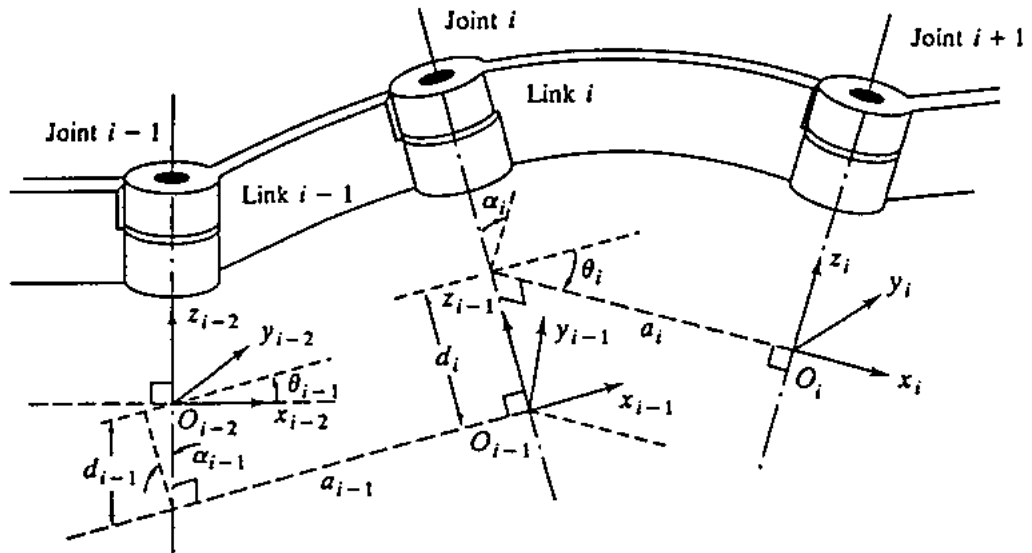
$$A_i = Rot_{z, \theta_i} Trans_{x, d_i} Trans_{x, a_i-1} Rot_{x, \alpha_{i-1}}$$

$$A_i = T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 \\ 0 & \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_i = T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i)\cos(\alpha_{i-1}) & \sin(\theta_i)\sin(\alpha_{i-1}) & a_{i-1}\cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i)\cos(\alpha_{i-1}) & -\cos(\theta_i)\sin(\alpha_{i-1}) & a_{i-1}\sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_{i-1}) & \cos(\alpha_{i-1}) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

การกำหนดพารามิเตอร์ของแขนกลแบบ Denavit-Hartenberg (D-H Parameters)

สมมติว่าแขนกลแต่ละท่อนต่อกันผ่านข้อต่อในรูปแบบใดๆ ดังภาพประกอบ 16 เราจะใช้วิธีการของ Denavit-Hartenberg มาทำการกำหนดระบบพิกัดของแต่ละแขนและข้อต่อดังขั้นตอนต่อไปนี้



ภาพประกอบ 16 การกำหนดพารามิเตอร์ของแขนกลแบบ Denavit-Hartenberg

ขั้นตอนการหาความสัมพันธ์ D-H Parameter

- กำหนดแกนหมุนของข้อต่อทั้งหมดให้เป็นแกน z โดยเริ่มจาก z_0 ไปจนถึง z_{n-1}
- ตั้งเฟรมเริ่มต้น โดยกำหนดให้เป็นเฟรมแรก ณ ตำแหน่งใดๆบนแกน z_0 ส่วนแกนที่เหลือคือ x_0, y_0 นั้นให้เป็นไปตามกฎของมือขวา กำหนดให้ $i = 1, \dots, n-1$ สำหรับขั้นตอนที่ 3 ถึง 5
- กำหนดจุด o_i เป็นจุดเริ่มต้น เส้นที่เป็นเส้นลากผ่านจุดตัดที่ตั้งฉากระหว่าง o_i และ z_{i-1} โดยที่ o_i จะเป็นจุดที่อยู่บริเวณจุดตัด ถ้า z_i และ z_{i-1} ขนานกัน จุด o_i จะอยู่ที่จุดหมุน i ถ้าเส้นแกน z_i และ z_{i-1} ตัดกับจุด o_i จะอยู่ตงบริเวณที่จุดตัดนั้น
- ตั้งแกน x_i ขึ้นมาให้มีทิศทางตามเส้นแนวแกนที่เป็นจุดตัด z_i และ z_{i-1} ในหัวข้อที่ 3. ที่จุด o_i หรือมีทิศทางที่ตั้งฉากกับระนาบ $z_i - z_{i-1}$ ถ้า z_i และ z_{i-1} เป็นเส้นตัดกัน
- แกน y_i นั้นให้เป็นไปตามกฎมือขวาของเฟรม
- ตั้งเฟรมของ End – Effector เป็นพิกัด o_n, x_n, y_n, z_n โดยสมมติว่า จุดต่อหมายเลข $n-th$ เป็นจุดต่อหมุน กำหนด $kn = a$ มีทิศทางตามแนวแกน z_{i-1} ตั้งจุดเริ่มต้น o_n บริเวณใดก็ได้ตามแกน z_n โดยที่ควรที่จะกำหนดที่จุดกึ่งกลางของมือจับ (Gripper or Tip Tools) จากนั้นตั้งแกน $j_n = s$ ในทิศทางตามแนวของมือจับ และ $i_n = n$ ให้เป็นไปตามกฎของมือขวา ($s \times n$)
- กำหนดตัวแปรที่จุดต่อต่าง ๆ (Joint Variable : α, a, d, θ) ดังนี้
 - a_{i-1} = ระยะตามแนวแกน x_i จากจุด o_i ถึงจุดตัด ของเส้นแกน x_i และ z_{i-1}
 - d_i = ระยะตามแนวแกน a_{i-1} จากจุด o_{i-1} ถึงจุดตัด ของเส้นแกน x_i และ z_{i-1}
 - α_{i-1} = มุมระหว่าง z_{i-1} และ z_i ที่มองจากหัวลูกศร x_i เข้าไป
 - θ_i = มุมระหว่าง x_{i-1} และ x_i ที่มองจากหัวลูกศร z_i เข้าไป
- ใช้ข้อมูลจาก ข้อ 1-7 ในการสร้าง Homogeneous Transformation Matrices A_i
- เขียนรูปแบบของทรานส์ฟอร์มเมชันเมตริกซ์ $T_n^0 = A_1 \dots A_n$

2.2.7 แรง และโมเมนตัม (Forces and Moment)

2.2.7.1 แรงการเคลื่อนที่เชิงเส้น (Linear Momentum)

แรงการเคลื่อนที่เชิงเส้นของวัตถุแข็งเกร็งกำหนดให้ดังสมการ

$$P(t) = \int_{m(t)} \dot{r} dm = \int_{v(t)} \rho \dot{r} dV \quad (2.8)$$

เมื่อ ρ คือ ความหนาแน่นของมวลต่อหน่วยปริมาตร

$V(t)$ คือ ปริมาตรของวัตถุที่เวลา t ใดๆ

$\dot{r}$ คือ ความเร็ว

2.2.7.2 โมเมนตัมของแรงการเคลื่อนที่ (Moment of Momentum)

โมเมนตัมของแรงการเคลื่อนที่ของวัตถุแข็งเกร็งจะเป็นดังสมการ

$$H_A(t) = \int_{v(t)} \rho (r_O - r_A) * (\dot{r}_O - \dot{r}_A) dV \quad (2.9)$$

2.2.7.3 เมตริกซ์ความเฉื่อย (Inertia Matrix)

เมื่อมีแรงมากระทำให้วัตถุแข็งเกร็งเคลื่อนที่มวลของมันเองจะทำหน้าที่เป็นตัวต้านทานการเคลื่อนที่ซึ่งเรียกว่า โมเมนตัมความเฉื่อย หรือ เมตริกซ์ความเฉื่อย (Inertia matrix) พิจารณาวัตถุแข็งเกร็งที่มีความหนาแน่น ρ ต่อหน่วยปริมาตรที่มีรูปทรงสี่เหลี่ยม โดยอ้างอิงพิกัดคาร์ทีเซียน 0xyz ดังนั้นเราจะหาโมเมนตัมความเฉื่อยดังนี้

$$I_{xx} = \int_V (y^2 + z^2) \rho dV$$

$$I_{yy} = \int_V (x^2 + z^2) \rho dV$$

$$I_{zz} = \int_V (x^2 + y^2) \rho dV$$

จะได้โมเมนตัมความเฉื่อย

$$I_{xy} = -\int_V xy \rho dV = I_{yx}$$

$$I_{xz} = -\int_V xz \rho dV = I_{zx}$$

$$I_{yz} = -\int_V yz\rho dV = I_{zy}$$

ในการแก้ปัญหาโมเมนต์ความเฉื่อยจะต้องอาศัยคุณสมบัติของเมตริกซ์เพื่อสะดวกในการแก้ปัญหา และสามารถวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดขึ้นในระบบกลศาสตร์ได้ โดยผลคูณของโมเมนต์ความเฉื่อยของแกนกลรอบจุด O แสดงได้ดังสมการ

$$I_o = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

2.2.8 กฎการเคลื่อนที่ของออยเลอร์ (Euler's Laws of Motion)

กฎข้อที่ 1 ของออยเลอร์เกี่ยวกับแรงการเคลื่อนที่เชิงเส้น (Linear Momentum)

$$F(t) = \frac{dP}{dt}(t) \quad (2.11)$$

เมื่อ $F(t)$ คือ แรงภายนอกที่กระทำกับวัตถุแข็งเกร็ง
ซึ่งสามารถอธิบายได้ว่า

$$F(t) = ma_G(t) \quad (2.12)$$

m คือ มวลของวัตถุ

$a_G(t)$ คือ ความเร่งของวัตถุที่จุดศูนย์กลางของมวล

กฎข้อที่ 2 ของออยเลอร์เกี่ยวกับโมเมนต์ของแรงการเคลื่อนที่ของวัตถุแข็งเกร็งจะเป็นดังสมการ

$$M_o(t) = \frac{dH_o}{dt}(t) \quad (2.13)$$

เมื่อ O คือ จุดยึดแน่น

$M_o(t)$ คือ ผลลัพธ์โมเมนต์ของแรงภายนอกที่กระทำกับวัตถุแข็งเกร็งที่จุด O

$H_o(t)$ คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุแข็งเกร็งที่จุด O

ดังนั้นตามกฎการเคลื่อนที่ของออยเลอร์ การเคลื่อนที่ของมวลที่จุดศูนย์กลางของวัตถุคือ

$$M_G(t) = \frac{dH_G}{dt}(t) \quad (2.14)$$

กำหนดให้ M_i เป็นโมเมนต์ที่จุดต่อใดๆ และ r_{oi} เป็นเวกเตอร์ตำแหน่งจาก O ถึงแนวแรงที่กระทำกับข้อต่อ F_i ดังนั้น r_{oi} จะกำหนดได้ดังสมการ

$$r_{oi} = r_G + r_{i/G} \quad (2.15)$$

เมื่อ r_G คือ เวกเตอร์ตำแหน่งของ G

$r_{i/G}$ คือ เวกเตอร์จากจุด G ถึงแนวแรงที่กระทำกับข้อต่อ F_i

2.2.9 แคลคูลัสของความแปรปรวน (Calculus of Variations)

แคลคูลัสของความแปรปรวน นั้นใช้ประโยชน์เพื่อการพัฒนาทฤษฎีความเหมาะสมสูงสุดของระบบทางพลศาสตร์ (Optimization of Dynamic Systems) หลักการพื้นฐานก็คือ ฟังก์ชันนอล (Functional); $J[x]$

$$J[x] = \int_{t_0}^t F(t, x, \dot{x}) dt \quad (2.16)$$

โดยที่ฟังก์ชันนอลอาจจะขึ้นอยู่กับหลายๆฟังก์ชันที่ต่อเนื่องกันได้ดังนี้

$$J[x_1, x_2, \dots, x_n] = \int_{t_0}^t F(t, x_1, x_2, \dots, x_n, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_n) dt \quad (2.17)$$

จุดมุ่งหมายของแคลคูลัสของความแปรปรวน คือการหาค่าของเงื่อนไขที่จำเป็น (Necessary Condition) สำหรับเอ็กทรีมา (Extrema) ของฟังก์ชันนอล ลำดับถัดไปจะกล่าวถึงฟังก์ชันนอลของตัวแปรเดียวและฟังก์ชันนอลของหลายตัวแปรซึ่งฟังก์ชันนอลแต่ละชนิดจะมีวิธีแบ่งการพิจารณาออกได้เป็น 3 กรณีคือ

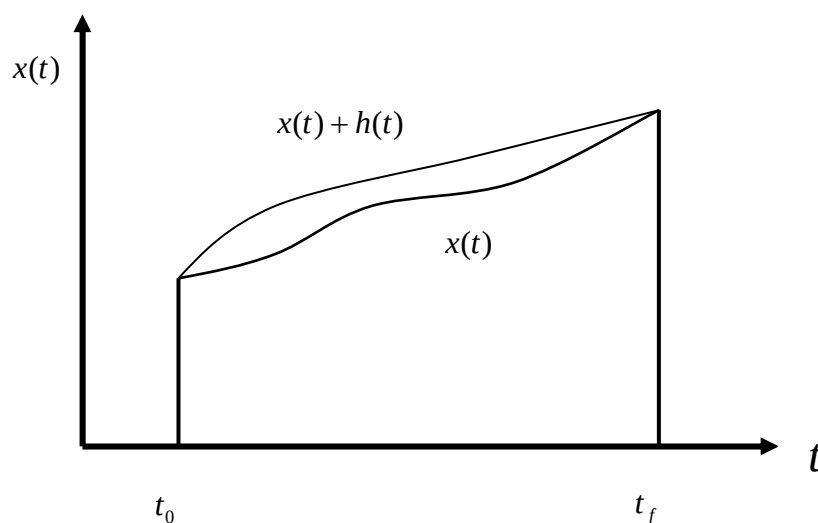
- (1) การทราบเวลาและจุดสุดท้ายที่แน่นอน (Fixed End Time and End Point)
- (2) การทราบเวลาสุดท้ายแต่ไม่ทราบจุดสุดท้าย (Fixed End Time, Variable end Point)
- (3) การที่ไม่กำหนดเวลาสุดท้ายและจุดสุดท้าย (Variable End Time and Variable End Point)

ในงานวิจัยนี้จะใช้วิธีการในกรณี (1) ในการแก้ปัญหา

2.2.9.1 ฟังก์ชันนอลของฟังก์ชันเดียว กรณี การที่ทราบเวลา และจุดสุดท้ายที่แน่นอน (Functionals of a Single Function : Fixed End Time and End Point)

กำหนดให้ฟังก์ชัน $f(t, x, \dot{x})$ เป็นฟังก์ชันที่มีความต่อเนื่องของอนุพันธ์ย่อยอันดับหนึ่งและอันดับสอง จำนวนทั้งหมดที่ต่อเนื่องและฟังก์ชันที่มีอนุพันธ์ในช่วงเวลา $t_0 \leq t \leq t_f$ ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition) ที่ $x(t_0) = x_0, x(t_f) = x_f$ ที่ต้องการหาค่าของฟังก์ชัน $x(t)$ ที่ซึ่งค่าเอ็กซ์ตรีไมซ์ของฟังก์ชันนอล $J[x] = \int_{t_0}^{t_f} F(t, x, \dot{x}) dt$ ซึ่งสามารถหาคำตอบได้โดยมีกระบวนการดังนี้

กำหนดให้ $x(t)$ เป็นฟังก์ชันเป้าประสงค์เอ็กซ์ตรีไมซ์ $J[x]$ ถ้าทำการบวกเพิ่มค่าของฟังก์ชัน $x(t)$ ด้วยค่า $h(t)$ ดังภาพประกอบ 17 ดังนั้นในลำดับที่ยังคงสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขต $h(t_0) = h(t_f) = 0$ การเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันนอล ΔJ คือ



ภาพประกอบ 17 การบวกเพิ่มค่าของฟังก์ชัน $x(t)$ ด้วยค่า $h(t)$ ในกรณีที่ทราบเวลาและจุดสุดท้ายที่แน่นอน (Fixed End Time and End Point)

$$\begin{aligned} \Delta J &= J[x + h] - J[x] \\ &= \int_{t_0}^{t_f} [F(t, x + h, \dot{x} + \dot{h}) - F(t, x, \dot{x})] dt \end{aligned} \quad (2.18)$$

จากการกระจายอนุกรมเทเลอร์และตัดพจน์(เทอร์ม)ที่มีอันดับสูงทิ้งไปจะได้ว่า

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{\partial F}{\partial x} h + \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \dot{h} \right) dt \quad (2.19)$$

เมื่อ δJ คือการประมาณค่าของ ΔJ เมื่อตัดเทอมที่มีอันดับสูงทิ้งไป การอินทิเกรตเทอมที่สองในสมการ ($\delta J = \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \dot{h} \right) dt$) โดยวิธีอินทิเกรตที่ละส่วน (Integral by Parts) เราจะได้ว่า

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right) h dt + \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} h \right) \Big|_{t_f} - \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} h \right) \Big|_{t_0} \quad (2.20)$$

เงื่อนไขที่จำเป็น (Necessary Condition) ที่สอดคล้องสำหรับค่าเอ็กทรีมัมนั้นก็คือ $\delta J = 0$ สำหรับทุกค่า $h(t)$. ที่ยอมรับได้ ปัญหาคือ $h(t_0) = h(t_f) = 0$ ดังนั้น เทอมขอบเขต $\left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} h \right) \Big|_{t_f} - \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} h \right) \Big|_{t_0}$ จึงหมดหายไป เราจะสมมติว่าฟังก์ชัน F มีอนุพันธ์ที่มีความต่อเนื่องสองอนุพันธ์ หมายถึงเทอรัม $\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}}$ เป็นเทอมที่ต่อเนื่อง คุณสมบัติความต่อเนื่องของการอินทิเกรตแสดงให้เห็นว่า $\delta J = 0$ ซึ่งหมายความว่า

$$\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} = 0 \quad (2.21)$$

สมการที่ 6 เรียกว่า สมการของออยเลอร์ (Euler's Equation) ซึ่งคำตอบต้องสอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์พร้อมด้วยเงื่อนไขขอบเขต $x(t_0) = x_0, x(t_f) = x_f$ ซึ่งจะมีรูปแบบของ F ย่อยๆอยู่สามรูปแบบที่นำไปสู่คำตอบที่เป็นลักษณะเฉพาะคือ

F ไม่ขึ้นอยู่กับ X ซึ่งรูปแบบพิเศษนี้ ฟังก์ชันนอลจะเป็น $J[x] = \int_{t_0}^t F(t, \dot{x}) dt$ สมการ

ออยเลอร์จะลดรูปเป็น $\frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} = 0$, และ $\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} = C$ เมื่อ C คือค่าคงที่

F ไม่ขึ้นอยู่กับ t รูปแบบพิเศษนี้ฟังก์ชันนอลจะเป็น $F(x, \dot{x})$ เพื่อให้เข้าใจได้ง่ายขึ้น

สามารถทำการพิสูจน์ได้ว่า $\frac{d}{dt} (F - \dot{x} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}}) = 0$ นั้นลดรูปเงื่อนไขของสมการออยเลอร์ ดังเช่นผลเฉลย

ของ $x(t)$ ต้องสอดคล้องกับการอินทิเกรต $F - \dot{x} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} = C$ เมื่อ C คือค่าคงที่

F ไม่ขึ้นอยู่กับ $\dot{x}$ รูปแบบพิเศษ F นี้จะมีรูปแบบเป็น $F(t, x)$ สมการเงื่อนไขออยเลอร์จะ

ลดรูปเป็น $\frac{\partial F}{\partial x} = 0$

2.2.10 ไดนามิกส์ ออพติไมเซชัน (Dynamic Optimization :

Basic Result)

ระบบควบคุมทางวิศวกรรมส่วนใหญ่เป็นระบบที่ขึ้นอยู่กับเวลา โดยทั่วไปจะอยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ที่ได้มาจากกฎหลักการพื้นฐานของฟิสิกส์ เช่น การเคลื่อนที่ของยานยนต์สามารถหาได้โดยกฎของกลศาสตร์ การถ่ายเทความร้อนจากห้องสู่บรรยากาศภายนอกสามารถหาได้ด้วยกฎของเทอร์โมไดนามิกส์ ระบบที่กล่าวถึงเรียกโดยรวมว่า ระบบพลศาสตร์ ซึ่งเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์คือ

$$\dot{x}_i = f_i(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m, t), i = 1, \dots, n \quad (2.22)$$

เมื่อ t คือเวลา, x_i คือตัวแปรสถานะ(State Variable) ของระบบดังเช่น พิกัดแกนเอเรไลซ์ โคออดิเนต u_i ตัวแปรควบคุมป้อนเข้า (Control Input) f_i คือ ฟังก์ชันทั่วไปที่ไม่เป็นเชิงเส้นของตัวแปรสถานะ x_i และตัวแปรควบคุมป้อนเข้า u_i หากทำการกำหนดค่าให้กับคอนโทรลอินพุต (Control Inputs) $u_1(t), \dots, u_m(t)$ เป็นเงื่อนไขเริ่มต้น (Initial Condition) เราก็จะสามารถทำการคำนวณวิถี (Trajectory) ของตัวแปรสถานะหรือสเตตวารีเอเบิล (State Variables) $x_i(t)$ ได้ด้วยวิธีอนาลิติกหรือวิธีเชิงตัวเลข (Analytical or Numerical) ได้เช่นการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง (Rectilinear) ของอนุภาค (Particle) หนึ่งหน่วยมวลภายใต้แรงกระทำภายนอกที่ป้อนให้ สามารถเขียนอธิบายได้ด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ (Differential Equation) เป็น $\ddot{x} = u$ เมื่อ x คือ ตำแหน่งของอนุภาคและ u คือแรงกระทำ จะเห็นได้ว่าเป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง (Second-Order Differential Equation) แต่สามารถทำการแปลงให้เป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง (First-Order Differential Equation) ดังสมการ (2.22) ได้ นั่นคือให้ $\dot{x}_1 = x_2$ และ $\dot{x}_2 = u$ สำหรับระบบทางวิศวกรรมที่แสดงได้ด้วยสมการ (2.22) นั้น โดยปกติแล้วจะต้องมีการกำหนดสถานะเริ่มต้นเสมอ (Initial State) จากนั้นก็ทำการเลือกช่วงเวลาให้กับคอนโทรลอินพุต (Control Inputs) $u_1(t), \dots, u_m(t)$ เพื่อให้หาค่าฟังก์ชัน (Objective Function) เป็นค่าน้อยสุดหรือมากที่สุด ปัญหาไดนามิกส์จะเรียกฟังก์ชันวัตถุประสงค์หรือฟังก์ชัน (Objective Function) ว่าคอสฟังก์ชันนอล (Cost Functional) และเขียนเป็นสมการดังนี้

$$J = \Phi(t, x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m)_{t_f} + \int_{t_0}^{t_f} L(t, x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) dt \quad (2.23)$$

เมื่อ t_0 คือเวลาเริ่มต้น, t_f คือเวลาสุดท้าย ส่วนคอสฟังก์ชันนอล (Cost Functional) ประกอบไปด้วยสองส่วน ส่วนแรกคือ $\Phi(t, x_1, \dots, x_n)$ ซึ่งจะขึ้นอยู่กับเวลาสุดท้าย (Final Time) และสภาวะสุดท้าย (Final State) ของระบบ ส่วนที่สองคือ $\int_{t_0}^{t_f} L(t, x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) dt$ เป็นส่วนที่ขึ้นอยู่กับเวลาที่ผ่านไป (Time History) ของตัวแปรสถานะ (State Variables) และตัวแปรควบคุม (Control Variables) โดยที่ Φ และ L คือฟังก์ชันที่ไม่เป็นเชิงเส้นหรือนอนลิเนียร์ฟังก์ชัน (Nonlinear Functions) ของตัวแปรสถานะ (State Variables) และตัวแปรควบคุมหรือคอนโทรลวารีเอเบิล (Control Variables) และเป็นความสัมพันธ์กันทางฟิสิกส์ไปสู่ปัญหาทางวิศวกรรมศาสตร์ที่จะศึกษาต่อไป

การแก้ปัญหาคือการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดทางพลศาสตร์หรือไดนามิกออปติไมซ์เซชัน (Dynamic optimization) นั้นนอกจากจะอาศัยพื้นฐานความรู้จาก สถิติออปติไมซ์เซชัน (Static optimization) แล้วยังจะต้องใช้ความรู้และความเข้าใจทางด้านแคลคูลัสของความแปรปรวน (Calculus of variations) เป็นอย่างมากอีกด้วย ปัญหาของการหาเวลาที่ผ่านไปของตัวแปรควบคุม ป้อนเข้าที่สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับของสมการที่ (2.23) สามารถหาคำตอบได้จากวิธีแคลคูลัสของความแปรปรวน

ระบบทางพลศาสตร์ (Dynamic) ทางด้านวิศวกรรมนั้นแบ่งออกได้เป็นสองลักษณะด้วยกันตามระดับขั้นความเสรี (Degree of Freedom) นั่นก็คือ ระบบขั้นความเสรีเดี่ยว (Single-stage systems) และระบบหลายระดับขั้นความเสรี (Multistage Systems) ส่วนด้านวิธีการหาคำตอบของปัญหาไดนามิกออปติไมซ์เซชัน (Dynamic Optimization) นั้นแบ่งได้เป็นสองลักษณะใหญ่ๆ ด้วยกัน คือ วิธีตรงหรือวิธีไดเรกต์ (Direct Methods) และวิธีอ้อมหรือวิธีอินไดเรกต์ (Indirect Methods) ซึ่งวิธีตรง (Direct Methods) จะให้ผลคำตอบที่หยาบมากกว่าแต่ก็มีความซับซ้อนน้อยกว่าวิธีอ้อม (Indirect Methods)

2.2.10.1 ปัญหาที่กำหนดสถานะสุดท้าย (Final state are prescribed)

ปัญหาที่กล่าวถึงในตอนนี้เป็นไปตามสาระสำคัญดังนี้ (i) ระบบพลศาสตร์ที่อธิบายดังสมการที่ (2.22) (ii) คอสฟังก์ชันนอลสำหรับค่าที่น้อยที่สุดกำหนดโดยสมการที่ (2.23) (iii) เวลาเริ่มต้นและเวลาสุดท้ายกำหนดไว้ตายตัว และ (iv) ต้องระบุสถานะเริ่มต้น (Initial States) $x_1(t_0), \dots, x_n(t_0)$ ตัวอย่างเช่น การเปิด ปิด ของแขนกลที่ใช้กันรถยนต์แบบอัตโนมัติ และกำหนดเวลาเปิด ปิด ในแต่ละรอบการทำงาน โดยกำหนดเป้าประสงค์ในเรื่องการใช้พลังงานน้อยที่สุด

ต่อไปเราจะมาพิจารณาปัญหาสามประเภทในตอนนี้คือ (a) ปัญหาที่กำหนดสถานะสุดท้าย $x_1(t_f), \dots, x_n(t_f)$ (b) ปัญหาที่สถานะสุดท้าย $x_1(t_f), \dots, x_n(t_f)$ ถูกบังคับให้อยู่ในแนวของพื้นผิวที่กำหนด (c) ตัวแปรควบคุม (Control Variables) และตัวแปรสถานะ (State Variables) สอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับที่มีความสัมพันธ์กับทุกช่วงเวลา

ปัญหาที่มีการกำหนดเวลาและจุดสุดท้ายไว้ตายตัว เทอม $\Phi(t, x_1, \dots, x_n)$ ในสมการ จะคงที่และไม่มีผลเกี่ยวข้องใดๆกับการหาความเหมาะสมที่สุดหรือออปติไมซ์เซชัน (Optimization) เทอม $\Phi(t, x_1, \dots, x_n)$ จะถูกตัดทิ้งไปในสมการที่ (2.23) ซึ่งเราจะได้ฟังก์ชันนอลใหม่ (Functional) เป็น

$$J'[x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m] = \int_{t_0}^{t_f} L'(t, x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) dt \quad (2.24)$$

เมื่อ

$$L'(t, x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) = L(t, x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) + \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) [f_i(t, x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) - \dot{x}_i] \quad (2.25)$$

เมื่อ $\lambda_i(t)$ คือลากรางจ์มัลติพลายเออร์ (Lagrange Multipliers) ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันเป็นดังนี้

$$\begin{aligned} \delta J' = & \int_{t_0}^{t_f} \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial L'}{\partial x_j} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L'}{\partial \dot{x}_j} \right) h_{x_j} dt + \int_{t_0}^{t_f} \sum_{k=1}^m \left(\frac{\partial L'}{\partial u_k} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L'}{\partial \dot{u}_k} \right) h_{u_k} dt \\ & + \sum_{k=1}^m \left(\frac{\partial L'}{\partial \dot{u}_k} h_{u_k} \Big|_{t_f} - \frac{\partial L'}{\partial \dot{u}_k} h_{u_k} \Big|_{t_0} \right) + \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial L'}{\partial \dot{x}_j} h_{x_j} \Big|_{t_f} - \frac{\partial L'}{\partial \dot{x}_j} h_{x_j} \Big|_{t_0} \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

แต่ถ้ามีการกำหนดสถานะสุดท้ายไว้ตายตัวแล้วที่ t_0 และ t_f , $h_{x_j} \Big|_{t_f} = h_{x_j} \Big|_{t_0} = 0$ ทำให้เราเขียนเทอมต่างๆ ของสมการ (2.26) แยกส่วนย่อยได้เป็น

$$\begin{aligned} \frac{\partial L'}{\partial x_j} &= \frac{\partial L}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial x_j}, \quad \frac{\partial L'}{\partial \dot{x}_j} = -\lambda_j, \\ \frac{\partial L'}{\partial u_k} &= \frac{\partial L}{\partial u_k} + \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial u_k}, \quad \frac{\partial L'}{\partial \dot{u}_k} = 0 \end{aligned} \quad (2.27)$$

เมื่อทำการเปลี่ยนแปลงค่าของ h_{x_j} และ h_{u_k} , $\delta J' = 0$ ถ้า

$$\frac{\partial L'}{\partial x_j} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L'}{\partial \dot{x}_j} = 0 \quad \text{และ} \quad \frac{\partial L'}{\partial u_k} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L'}{\partial \dot{u}_k} = 0 \quad \text{สำหรับ } j = 1, \dots, n \quad \text{และ } k = 1, \dots, m \quad \text{ด้วยการแทน}$$

สมการ (2.26) กลับเข้าไปในสมการดังกล่าวทำให้เราได้เงื่อนไขที่จำเป็นหรือเนccessary conditions (Necessary Conditions) เป็น

$$\dot{\lambda}_j = -\frac{\partial L}{\partial x_j} - \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial x_j}, j=1, \dots, n \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_k} + \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial u_k} = 0, k=1, \dots, m \quad (2.29)$$

ผลเฉลยของสถานะ (States) $x_j(t)$, ลากรานจ์มัลติพลายเออร์ (Lagrange Multipliers) $\lambda_j(t)$ (บางครั้งเรียกว่าโคสเตต (Costates)) และตัวแปรควบคุมป้อนเข้าหรือคอนโทรลอินพุต (Control Inputs) $u_k(t)$ สามารถหาค่าได้โดยการใช้สมการสถานะหรือสเตทอีควชัน (State Equations) คือสมการ (2.22) จำนวน n สมการ สมการโคสเตตหรือสมการสถานะร่วม (Costate Equations) คือสมการ (2.28) จำนวน n สมการ และ สมการแอดดิชันนอลอีควชัน (Additional Optimality Equations) คือสมการ (2.29) จำนวน m สมการ ทำให้มีสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง (First Order Different Equations) อยู่จำนวน $2n$ สมการ และมีสมการสามัญ (Ordinary Equations) จำนวน m สมการ ในการหาผลเฉลยนี้มีความจำเป็นต้องมีการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Conditions) จำนวน $2n$ เงื่อนไข และต้องกำหนดสถานะที่เวลา t_0 และ t_f ด้วย ซึ่ง สมการเชิงอนุพันธ์ (Different Equations) ที่มีการระบุเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Conditions) ที่เวลาต่างกันสองเวลาแบบนี้จะมีการเรียกชื่อว่าปัญหาเงื่อนไขขอบเขตสองจุด (TPBVP: Two Point Boundary Value Problems) ส่วน $H = L + \sum_{i=1}^n \lambda_i f_i$ เรียกว่าฮามิลโตเนียนของระบบ (Hamiltonian of System)

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำตามขั้นตอนดังนี้

- 1 การกำหนดปัญหา (Problem Statement)
- 2 กำหนดเงื่อนไขที่จำเป็นในการแก้ปัญหา (Necessary Condition)
- 3 ศึกษาการทำงานของแขนกลที่ใช้กั้นรถยนต์แบบอัตโนมัติพร้อมเขียนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์
- 4 ออกแบบและสร้างแขนกลที่ใช้กั้นรถยนต์แบบอัตโนมัติเพื่อนำมาใช้ในการวิเคราะห์ทางพลศาสตร์และการออกแบบระบบควบคุม

3.1 การกำหนดปัญหา (Problem statement)

งานวิจัยนี้ใช้หลักการของการใช้พลังงานน้อยที่สุดประยุกต์ใช้กับแขนกลที่ใช้กั้นรถยนต์แบบอัตโนมัติ (A New Algorithm of Minimum Energy Solution: An Application for Automatic Barrier Gate System) ซึ่งปัญหาของระบบพลศาสตร์สามารถอธิบายโดยการใช้สมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งดังนี้

$$\dot{x}_i = f_i(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m, t), i = 1, \dots, n \quad (3.1)$$

เมื่อ t คือเวลา x_i คือตัวแปรสถานะ (State Variable) ของระบบดังเช่น พิกัดแกนเอเรไลซ์ โคออดิเนต u_i ตัวแปรควบคุมป้อนเข้า (Control Input) f_i คือ ฟังก์ชันทั่วไปที่ไม่เป็นเชิงเส้นของตัวแปรสถานะ x_i และตัวแปรควบคุมป้อนเข้า u_i หากทำการกำหนดค่าให้กับคอนโทรลอินพุต (Control Inputs) $u_1(t), \dots, u_m(t)$ เป็นเงื่อนไขเริ่มต้น (Initial Condition) เราก็จะสามารถทำการคำนวณวิถี (Trajectory) ของตัวแปรสถานะ หรือ สเตทวาริเอเบิล (State Variables) $x_i(t)$ ได้ด้วยวิธีอนาไลติก หรือวิธีเชิงตัวเลข (Analytical or Numerical) ได้ ตัวอย่างเช่นการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง (Rectilinear) ของอนุภาค (Particle) หนึ่งหน่วยมวลภายใต้แรงกระทำภายนอกที่ป้อนให้ สามารถเขียนอธิบายได้ด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ (Differential Equation) เป็น $\ddot{x} = u$ เมื่อ x คือตำแหน่งของอนุภาคและ u คือแรงกระทำ จะเห็นได้ว่าเป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง (Second-Order Differential Equation) แต่สามารถทำการแปลงให้เป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง (First-Order Differential Equation) ได้ ดังสมการ (3.1) นั่นคือให้ $\dot{x}_1 = x_2$ และ $\dot{x}_2 = u$

ฟังก์ชันของค่าความเหมาะสมสูงสุดของปัญหาการใช้พลังงานน้อยที่สุดเขียนอยู่ในรูปดังนี้

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^m u_i^2 dt \quad (3.2)$$

3.2 เงื่อนไขที่จำเป็นในการแก้ปัญหา (Necessary Condition)

งานวิจัยนี้ใช้หลักการของแคลคูลัสของความแปรปรวน (Calculus of Variations) หาเงื่อนไขของค่าต่ำที่สุดและสูงที่สุดซึ่งเป็นวิธีอ้อมของปัญหาทางการหาค่าเหมาะสมที่สุดสำหรับระบบควบคุมในระบบทางพลศาสตร์ขึ้นอยู่กับ การตั้งสมมุติฐานเกี่ยวกับสมรรถนะเงื่อนไขและข้อจำกัดทางกายภาพหรือปลายทางของระยะทางการทำงานให้ฟังก์ชันนอลเป็นฟังก์ชันพื้นฐานซึ่งสมการที่สามารถครอบคลุมปัญหาทั้งหมดคือ

$$J = \phi(t, x_1, \dots, x_n)_{t_f} + \int_{t_0}^{t_f} L(t, x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) dt \quad (3.3)$$

ซึ่ง

$$\phi(t, x_1, \dots, x_n)_{t_f} \quad (3.4)$$

จะขึ้นอยู่กับเวลาสุดท้าย (Final Time) และสถานะสุดท้าย (Final States) ของระบบ และ

$$\int_{t_i}^{t_f} L(t, x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) dt \quad (3.5)$$

เป็นส่วนที่ขึ้นอยู่กับเวลาที่ผ่านไป (Time History) ของสเตตและคอนโทรลวารีเอเบิล (State and Control Variables)

ในการหาค่าความเหมาะสมของฟังก์ชันในระบบพลศาสตร์ได้เพิ่มตัวคูณลากรางจ์ (Lagrange Multipliers) เข้าไปในคอสฟังก์ชันนอล (Cost Functional) จะได้สมการดังนี้

$$J'(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) = \int_{t_i}^{t_f} L'(t, x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) dt \quad (3.6)$$

ซึ่ง

$$L'(t, x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) = L + \sum_{i=1}^n \lambda_i(f_i) \quad (3.7)$$

โดยที่ $\lambda_i(t)$ คือตัวคูณลากรางจ์ (Lagrange Multipliers) ดังนั้น สมการ (3.6) เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$J'(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) = \int_{t_i}^{t_f} [L(t, x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) + \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) [\dot{x}_i - f_i(t, x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m)]] dt \quad (3.8)$$

ในงานวิจัยนี้ใช้กรณีที่มีเวลาและตำแหน่งที่แน่นอน (Fixed End Time and End Points) ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่กำหนดเวลาเริ่มต้น t_0 และเวลาสุดท้าย t_f รวมทั้งค่าของฟังก์ชัน $x(t_0)$ และ $x(t_f)$ ไว้แล้ว ความสามารถในการแบ่งแยกกันของฟังก์ชัน (Differentiable Functions) เป็นไปตามสภาวะขอบเขตของ $x(t_0) = x_0, x(t_f) = x_f, u(t_0) = u_0$ และ $u(t_f) = u_f$ โดยเวลาที่ใช้จะอยู่ระหว่าง $t_i \leq t \leq t_f$

ให้ฟังก์ชัน $L(t, x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m, \dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n)$ แสดงฟังก์ชันนอลได้ว่า

$$J[x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m] = \int_{t_0}^{t_f} L(t, x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m, \dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n) dt \quad (3.9)$$

ถ้าให้ $x(t_0)$ ถูกเพิ่มค่าขึ้นโดย $h_{xj}(t_0)$, $u(t_0)$ ถูกเพิ่มค่าขึ้นโดย $h_{uk}(t_0)$ แต่ยังคงอยู่ในเงื่อนไขขอบเขต ทำให้ $h_{xj}(t_0) = h_{xj}(t_f) = h_{uk}(t_0) = h_{uk}(t_f) = 0$ ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงในฟังก์ชันนอล ΔJ เป็น

$$\Delta J = J[x_1 + h_{x1}, \dots, x_n + h_{xj}, u_1 + h_{u1}, \dots, u_m + h_{uk}] - J[x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m] \quad (3.10)$$

$$= \int_{t_i}^{t_f} \left[L \left(t, x_1 + h_{x1}, \dots, x_n + h_{xj}, \dot{x}_1 + \dot{h}_{x1}, \dots, \dot{x}_n + \dot{h}_{xj}, u_1 + h_{u1}, \dots, u_m + h_{uk}, \dot{u}_1 + \dot{h}_{u1}, \dots, \dot{u}_m + \dot{h}_{uk} \right) - L(t, x_1, \dots, x_n, \dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n, u_1, \dots, u_m, \dot{u}_1, \dots, \dot{u}_m) \right] dt \quad (3.11)$$

และเมื่อใช้อนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor's Series) กระจายสมการและตัดเทอมที่มีดีกรีตั้งแต่สองขึ้นไป (Higher Order Terms) ที่ทิ้ง จะได้ว่า

$$\delta J' = \int_{t_i}^{t_f} \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial L'}{\partial x_j} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L'}{\partial \dot{x}_j} \right) h_{xj} dt + \int_{t_i}^{t_f} \sum_{k=1}^m \left(\frac{\partial L'}{\partial u_k} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L'}{\partial \dot{u}_k} \right) h_{uk} dt$$

$$+\sum_{k=1}^m(\frac{\partial L'}{\partial \dot{u}_k}h_{uk}|_{t_f}-\frac{\partial L'}{\partial \dot{u}_k}h_{uk}|_{t_i})+\sum_{j=1}^m(\frac{\partial L'}{\partial \dot{x}_j}h_{xj}|_{t_f}-\frac{\partial L'}{\partial \dot{x}_j}h_{xj}|_{t_i}) \quad (3.12)$$

ในการพิจารณากำหนดสภาวะสุดท้ายไว้ที่ $h_{xj}|_{t_f}=h_{xj}|_{t_i}=0$ ทำให้เราเขียนเทอมต่างๆ ของ สมการ (3.12) แยกส่วนย่อยได้เป็น

$$\frac{\partial L'}{\partial x_j}-\frac{d}{dt}\frac{\partial L'}{\partial \dot{x}_j}=0 \quad (3.13)$$

และ

$$\frac{\partial L'}{\partial u_k}-\frac{d}{dt}\frac{\partial L'}{\partial \dot{u}_k}=0 \quad (3.14)$$

สำหรับ $j=1,...,n$ และ $k=1,...,m$

สมการ (3.13) และ (3.14) เป็นเนคเซสเซอร์รีคอนดิชัน (Necessary Conditions) ที่จะนำไปแก้ปัญหาร่วมกับตัวคูณลากรางค์ (Lagrange Multipliers) $\lambda_j(t)$ และ Control Inputs $u_k(t)$ เราสามารถหาความสัมพันธ์ของตัวแปรที่ไม่ทราบค่าของเนคเซสเซอร์รีคอนดิชัน (Necessary Conditions) ได้หลายทาง

สำหรับ

$$\dot{x}_i = f_i(x_1,...,x_n,u_1,...,u_m,t), \quad i=1,...,n \quad (3.15)$$

เนคเซสเซอร์รีคอนดิชัน (Necessary Conditions) ของสมการ (3.15)

$$\dot{\lambda}_j = -\frac{\partial L}{\partial x_j}-\sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial x_j}, \quad j=1,...,n \quad (3.16)$$

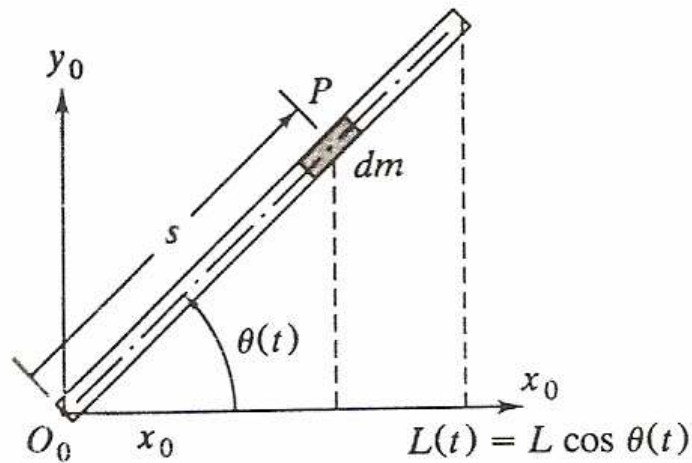
$$\frac{\partial L}{\partial u_k}+\sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial u_k}=0, \quad k=1,...,m \quad (3.17)$$

จากเนคเซสเซอร์รีคอนดิชัน (Necessary Conditions) ที่อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ และ สมการพีชคณิต (Differential and Algebraic Equations) ที่มีการระบุเงื่อนไขขอบเขตที่เวลาต่างกัน สองเวลาแบบนี้ จะมีการเรียกชื่อว่าปัญหาเงื่อนไขขอบเขตสองจุด (TPBVP : Two Point Boundary Value Problem)

3.3 ศึกษาการทำงานของแขนกลที่ใช้ก้านรถยนต์แบบอัตโนมัติพร้อมเขียนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

3.3.1 โมเมนต์การเคลื่อนที่เชิงเส้น (Linear Momentum)

พิจารณาแขนกลที่ใช้ก้านรถยนต์แบบอัตโนมัติที่มีความยาวของแขน L หมุนรอบจุด O มีความเร็วเชิงมุม $\omega = \dot{\theta}(t)$ ความหนาแน่นของมวลต่อหน่วยความยาวคือ ρ



ภาพประกอบ 18 การหาโมเมนต์ของแขนกลที่เวลาใดๆ

ทำการอินทิเกรตพื้นที่ x_0 จากจุด O ถึง $L(t)$ เราจะได้

$$s = \frac{x_0}{\cos \theta(t)} \quad (3.18)$$

$$ds = \frac{dx_0}{\cos \theta(t)} \quad (3.19)$$

จะได้ความเร็วของจุด P ที่ระยะ s จาก O ดังสมการ

$$v_0(t) = s \dot{\theta}(t) \left(-\sin \theta(t) \hat{i}_0 + \cos \theta(t) \hat{j}_0 \right) \quad (3.20)$$

โมเมนต์ของแขนกลที่มีความยาว L หาได้จาก

$$P(t) = \int_0^{L \cos \theta(t)} \rho \frac{x_0}{\cos \theta(t)} \dot{\theta}(t) \left(-\sin \theta(t) \hat{i}_0 + \cos \theta(t) \hat{j}_0 \right) \frac{dx_0}{\cos \theta(t)} \quad (3.21)$$

$$= \frac{\rho \dot{\theta}(t)}{\cos^2 \theta(t)} \left(-\sin \theta(t) \hat{i}_0 + \cos \theta(t) \hat{j}_0 \right) \int_0^{L \cos \theta(t)} x_0 dx_0 \quad (3.22)$$

$$= (\rho L) \frac{1}{2} L \dot{\theta}(t) \left(-\sin \theta(t) \hat{i}_0 + \cos \theta(t) \hat{j}_0 \right) \quad (3.23)$$

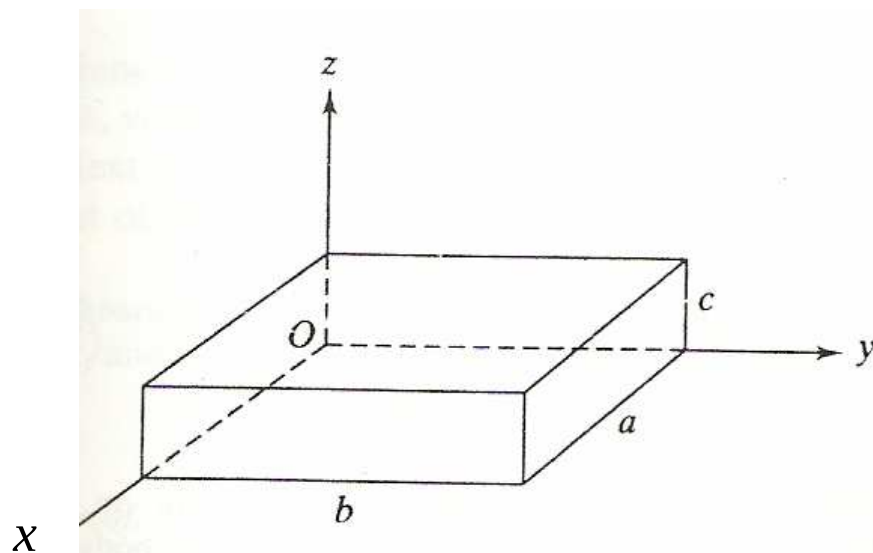
$$= m v_G(t) \quad (3.24)$$

เมื่อ m คือ มวลของแขนกล

v_G คือ ความเร็วของแขนกลที่จุดศูนย์กลางของมวล

3.3.2 โมเมนต์ความเฉื่อย (Moment of Inertia ; I)

เมื่อมีแรงมากระทำทำให้วัตถุแข็งเกร็งเคลื่อนที่มวลของมันเองจะทำหน้าที่เป็นตัวต้านทานการเคลื่อนที่ซึ่งเรียกว่าโมเมนต์ความเฉื่อย หรือเมตริกซ์ความเฉื่อย (Inertia Matrix) พิจารณาโมเมนต์ความเฉื่อยตามภาพ



ภาพประกอบ 19 การกำหนดระยะในการคำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อย

พิจารณาความยาวด้าน a, b และ c เราจะได้

$$\begin{aligned}
 I_{xx} &= \int_0^c \int_0^b \int_0^a (y^2 + z^2) \rho dV \\
 &= a\rho \int_0^c \int_0^b (y^2 + z^2) dy dz \\
 &= a\rho \int_0^c \left(\frac{1}{3} b^3 + z^2 b \right) dz \\
 &= a\rho \int_0^c \left(\frac{1}{3} b^3 + z^2 b \right) dz \\
 &= a\rho \left[\frac{1}{3} b^3 c + \frac{1}{3} c^3 b \right] \\
 &= abc\rho \frac{1}{3} [b^2 + c^2] \\
 &= \frac{1}{3} m(b^2 + c^2)
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

ในทำนองเดียวกัน

$$I_{yy} = \frac{1}{3} m(a^2 + c^2) \text{ และ } I_{zz} = \frac{1}{3} m(a^2 + b^2)$$

ผลคูณของโมเมนต์ความเฉื่อยจะได้

$$\begin{aligned}
 I_{xy} &= -\int_0^a \int_0^b \int_0^c xy\rho dx dy dz \\
 &= -\int_0^a \int_0^b \frac{1}{2} a^2 y\rho dy dz \\
 &= -\int_0^a \frac{1}{2} a^2 \frac{1}{2} b^2 \rho dz \\
 &= -\frac{1}{4} (abc\rho) ab = -\frac{1}{4} mab
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

ในทำนองเดียวกัน

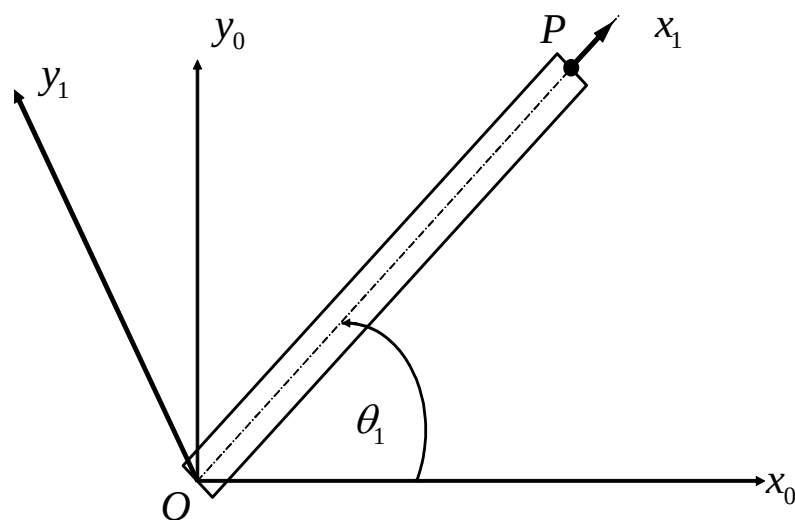
$$I_{xx} = -\frac{1}{4}mac \quad \text{และ} \quad I_{yz} = -\frac{1}{4}mbc$$

ในการแก้ปัญหาโมเมนต์ความเฉื่อยจะต้องอาศัยคุณสมบัติของเมตริกซ์เพื่อสะดวกในการแก้ปัญหา และสามารถวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดขึ้นในระบบกลศาสตร์ได้ โดยค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของแกนกลรอบจุด O แสดงได้ดังสมการ

$$I_o = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}m(b^2 + c^2) & -\frac{1}{4}mab & -\frac{1}{4}mac \\ -\frac{1}{4}mba & \frac{1}{3}m(a^2 + c^2) & -\frac{1}{4}mbc \\ -\frac{1}{4}mca & -\frac{1}{4}mcb & \frac{1}{3}m(a^2 + b^2) \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

3.3.3 สมการการเคลื่อนที่ของแกนกลที่ใช้กั้นรถยนต์แบบอัตโนมัติ (An Automatic Barrier Gate System Equations of Motion)

พิจารณาของแกนกลที่ใช้กั้นรถยนต์แบบอัตโนมัติ มีก้อนมวล m ความยาวของแกนกล L เริ่มต้นเคลื่อนที่ที่เวลา $t = 0$ ที่มุม $\theta_1 = \pi/2$ เมื่อจุด P เคลื่อนที่ในทิศทางลงโดยมีความเร็ว v จนกระทั่งมุม $\theta_1 = \pi/4$



ภาพประกอบ 20 การหาความเร็วในแนวตั้งฉากของแกนกลที่ใช้กั้นรถยนต์แบบอัตโนมัติ

หาความเร็วของจุด P ได้โดย

$$\begin{aligned} v_p(t) &= L \dot{\theta}_1(t) \hat{j}_1(t) = L \dot{\theta}_1(t) \left(-\sin \theta_1(t) \hat{i}_0 + \cos \theta_1(t) \hat{j}_0 \right) \\ &= v \hat{i}_0 + v_y(t) \hat{j}_0 \end{aligned}$$

ผลที่สุดก็คือ

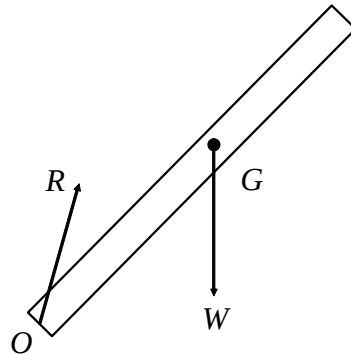
$$-L \dot{\theta}_1(t) \sin \theta_1(t) = v$$

จากการอินทิเกรตจะได้

$$L \cos \theta_1(t) = vt + c$$

เงื่อนไขเริ่มต้นที่เวลา $t = 0$ ที่มุม $\theta_1(t) = \pi/2$ โดยกำหนดให้ $c = 0$

$$\theta_1(t) = \text{Arc cos } \frac{v}{L} t \quad (3.28)$$



ภาพประกอบ 21 แสดงแรงที่กระทำกับแขนกลที่ใช้กัณรยนต์แบบอัตรโนมิติ

$$R = R_x \hat{i}_0 + R_y \hat{j}_0$$

$$W = mgi_0$$

$$M_O = r_G * W$$

$$= \frac{L}{2} \left(\cos \theta_1(t) \hat{i}_0 + \sin \theta_1(t) \hat{j}_0 \right) * \left(mg \hat{i}_0 \right)$$

$$= -mg \frac{L}{2} \sin \theta_1 \hat{k}_0$$

สำหรับจุดศูนย์กลางของการเคลื่อนที่ จะได้

$$\alpha(t) = \ddot{\theta}_1(t) \hat{k}_0$$

และ

$$a_G(t) = \frac{L}{2} \left(-\dot{\theta}_1^2(t) \hat{i}_1(t) + \ddot{\theta}_1(t) \hat{j}_1(t) \right)$$

$$= -\frac{L}{2} \left[\dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1 + \ddot{\theta}_1 \sin \theta_1 \right] \hat{i}_0 + \frac{L}{2} \left[-\dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 + \ddot{\theta}_1 \cos \theta_1 \right] \hat{j}_0$$

การเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมรอบจุด O

$$\dot{H}_O(t) = I_O \alpha(t) = \frac{1}{3} mL^2 \ddot{\theta}(t) \hat{k}_0$$

จากกฎการเคลื่อนที่ของฮอยเลอร์

$$R + W = ma_G$$

$$M_O = \dot{H}_O$$

ผลลัพธ์ของสมการ

$$R_x = -mg - m \frac{L}{2} \left(\dot{\theta}_1^2(t) \cos \theta_1(t) + \ddot{\theta}_1(t) \sin \theta_1(t) \right)$$

$$R_y = m \frac{L}{2} \left(-\dot{\theta}_1^2(t) \sin \theta_1(t) + \ddot{\theta}_1(t) \cos \theta_1(t) \right) - mg \frac{L}{2} \sin \theta_1(t) = \frac{1}{3} mL^2 \ddot{\theta}_1(t)$$

สุดท้ายจะได้

$$\ddot{\theta}_1 + \frac{3g}{2L} \sin \theta_1 = 0$$

การเคลื่อนที่ของแขนกลที่มีเงื่อนไขเริ่มต้น $\theta_1(0) = \pi/2$ และ $\dot{\theta}_1(0) = -v/L$ จากการอินทิเกรตสมการข้างบนจะได้

$$\dot{\theta}_1^2(t) = \left(\frac{v}{L}\right)^2 + \frac{3g}{L} \cos \theta_1 = 0$$

แรงภายนอกที่กระทำกับแขนกลจะเป็นดังสมการ

$$F^a = F^a(t) \hat{i}_0 \quad (3.29)$$

ประยุกต์ใช้กฎข้อที่สองของออยเลอร์

$$F^a(t)L \sin \theta_1(t) - W \frac{L}{2} \sin \theta_1(t) = \frac{1}{3} mL^2 \ddot{\theta}_1(t)$$

จากการหาอนุพันธ์อันดับสองจะได้

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_1(t) &= -\dot{\theta}_1^2(t) \cot \theta_1(t) = -\left(\frac{v}{L}\right)^2 \frac{1}{\sin^2 \theta_1(t)} \cot \theta_1(t) \\ &= -\left(\frac{v}{L}\right)^2 \frac{\cos \theta_1(t)}{\sin^3 \theta_1(t)} \end{aligned}$$

แรงที่กระทำกับแขนกล

$$\begin{aligned} F^a(t) &= \frac{1}{L \sin \theta_1} \left[\frac{1}{2} mgL \sin \theta_1 + \frac{1}{3} mL^2 \left(-\left(\frac{v}{L}\right)^2 \frac{\cos \theta_1}{\sin^3 \theta_1} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} mg - \frac{1}{3} \frac{mv^2}{L} \frac{\cos \theta_1}{\sin^4 \theta_1} \end{aligned}$$

หาโมเมนต์ที่กระทำกับแกนกลจะได้

$$M^a(t) = M^a(t) \hat{k}_0$$

ใช้กฎข้อที่สองของออยเลอร์จะได้

$$M^a(t) - mg \frac{L}{2} \sin \theta_1(t) = \frac{1}{3} mL^2 \ddot{\theta}_1(t)$$

ใช้ $\ddot{\theta}_1$ แทนในเทอมของ θ_1 จะได้

$$M^a(t) = \frac{1}{2} mgL \sin \theta_1 - \frac{1}{3} mv^2 \frac{\cos \theta_1}{\sin^3 \theta_1}$$

พิจารณาแกนกลเมื่อมีแรงโน้มถ่วงเข้ามาเกี่ยวข้อง

จากกฎการเคลื่อนที่ของออยเลอร์

$$R + W = ma_G$$

$$(R_{x1} + mg \cos \theta_1) \hat{i}_1 + (R_{y1} - mg \sin \theta_1) \hat{j}_1 = m \frac{L}{2} \left(-\dot{\theta}_1^2 \hat{i}_1 + \ddot{\theta}_1 \hat{j}_1 \right)$$

จาก

$$M_O = \dot{H}_O$$

$$-mg \frac{L}{2} \sin \theta_1 = \frac{1}{3} mL^2 \ddot{\theta}_1$$

เงื่อนไขเริ่มต้น $\theta_1(0) = \pi/2$ และ $\dot{\theta}_1(0) = 0$

จะได้

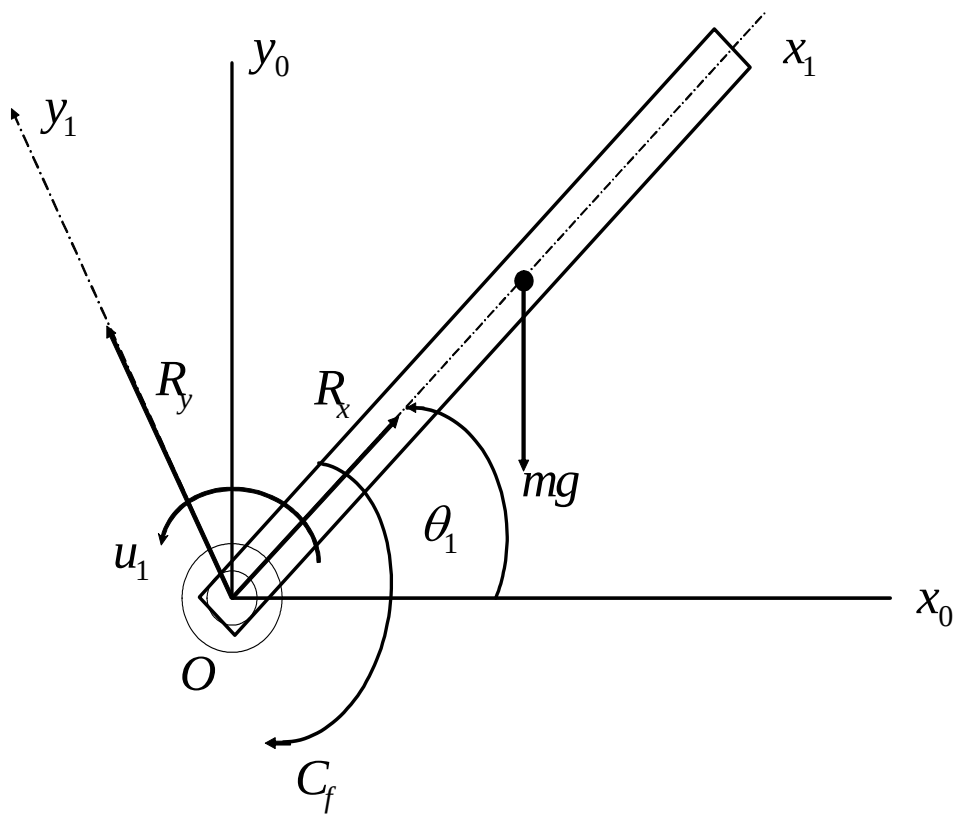
$$\dot{\theta}_1^2 = \frac{3g}{L} \cos \theta_1 \quad (3.30)$$

ดังนั้นแรงที่กระทำกับแกนกล

$$R_{x1} = -mg \cos \theta_1 - m \frac{L}{2} \left(\frac{3g}{L} \cos \theta_1 \right) = -\frac{5}{2} mg \cos \theta_1$$

$$R_{y1} = mg \sin \theta_1 - m \frac{L}{2} \left(\frac{3g}{2L} \sin \theta_1 \right) = \frac{1}{4} mg \sin \theta_1$$

สมการการเคลื่อนที่เป็นการแสดงคุณสมบัติที่สำคัญของระบบเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ในการศึกษานี้จะ
ใช้การอธิบายโดยใช้สมการของ ออยเลอร์-ลากรางจ์ ซึ่งต้องพิจารณาทั้งพลังงานศักย์และพลังงาน
จลน์



ภาพประกอบ 22 แสดงแรงต้านที่เกิดจากการเสียดสีตรงจุดหมุนแขนกลที่ใช้กัณรยยนต์แบบอัตโนมัติ

พิจารณาระบบพลศาสตร์ของแขนกลที่ใช้กัณรยยนต์แบบอัตโนมัติ แขนกลมีมวล m

ความยาวของแขนกล L ดังภาพ

กำหนดให้

u_1 เป็นส่วนที่เป็นส่วนป้อนเข้า (Actuator Input) ที่ฐาน

R_x เป็นตัวป้องกันความผิดพลาดตามสัดส่วนของแรงคู่ควบในแนวรัศมี

C_f เป็นค่าแรงเสียดทานเป็น และมีขนาดเป็น $C_f = \mu \varepsilon |R_x|$

และ

R_y คือ ส่วนประกอบของแรงปฏิกิริยาในแนวรัศมีที่จุดรองรับ O

μ คือ สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างปลอกและแกนดุมหมุน

c คือ รัศมีของข้อต่อจุดหมุน

ระบบมี 1 องศาอิสระ เราจะพิจารณาเฉพาะมุม $\theta_1, \dot{\theta}_1$ และ $\ddot{\theta}_1$ ที่เป็นบวก และ $0 \leq \theta_1 \leq \frac{\pi}{2}$
ขั้นแรกเราใช้กฎของออยเลอร์ เรืองลีเนียร์โมเมนต์เพื่อหาความเร่งของจุดศูนย์กลางของมวลจะได้

$$a_G = -\frac{L}{2} \dot{\theta}_1^2 \hat{i}_1 + \frac{L}{2} \ddot{\theta}_1 \hat{j}_1$$

และ

$$(R_x + mg \cos \theta_1) \hat{i}_1 + (R_y - mg \sin \theta_1) \hat{j}_1 = m \left(-\frac{L}{2} \dot{\theta}_1^2 \hat{i}_1 + \frac{L}{2} \ddot{\theta}_1 \hat{j}_1 \right)$$

ซึ่ง

$$R_x = -mg \cos \theta_1 - m \frac{L}{2} \dot{\theta}_1^2$$

ผลลัพธ์ที่ได้

$$u_1 - C_f - mg \frac{L}{2} \sin \theta_1 = I_o \ddot{\theta}_1$$

จะได้สมการการเคลื่อนที่ของระบบเป็น

$$\frac{1}{3} mL^2 \ddot{\theta}_1 + \mu \epsilon m \frac{L}{2} \dot{\theta}_1^2 + \left(mg \frac{L}{2} \sin(\theta_1) + \mu \epsilon mg \cos(\theta_1) \right) = u_1 \quad (3.31)$$

3.4 การแก้ปัญหาโดยวิธีตรง (Direct Method)

ในงานวิจัยนี้จะพิจารณาการแก้ปัญหาการใช้พลังงานน้อยที่สุดกรณี การที่ทราบเวลาและจุดสุดท้ายที่แน่นอน (Functionals of a Single Function : Fixed End Time and End Point) จากสมการการเคลื่อนที่ของระบบจะได้

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3}mL^2\ddot{\theta}_1 + \mu\epsilon m \frac{L}{2}\dot{\theta}_1^2 \\ & + \left(mg \frac{L}{2} \sin(\theta_1) + \mu\epsilon mg \cos(\theta_1) \right) \\ & = u_1 \end{aligned} \quad (3.32)$$

เมื่อ L คือความยาวของชิ้นต่อนึง m คือมวลของชิ้นต่อนึงกับจุดศูนย์กลางมวลที่เป็นระยะทาง $L/2$ g คือ ค่าคงที่ความโน้มถ่วงของโลก และ u_1 คือตัวขับเคลื่อนที่ป้อนเข้าระบบ ในการควบคุมระบบได้ทำการกำหนดขอบเขตของเงื่อนไขเริ่มต้นบน θ_1 และ $\dot{\theta}_1$ ที่เวลาเริ่มต้น t_0 โดยที่ระบุจุดเป้าหมายไว้ที่ t_f ขณะค่าคอสมอสสูงสุดคือ $J = \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^m u_i^2 dt$ วิธีการเคลื่อนที่ที่จะต้องเป็นไปตามเงื่อนไขบังคับ $-400 \leq u_1 \leq 400$ ในระหว่างการเคลื่อนที่ค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่ใช้ในแบบจำลองของระบบแขนกลมีหน่วยเป็นMKS.คือ $L = 3.0, m = 1.0, g = 9.8, \mu = 0.3$ และ $\epsilon = 0.01$ ระบบที่เป็นสมการอนุพันธ์อันดับสองสามารถนำมาเขียนในรูปแบบ ปริภูมิ-สเตรท (State Space) คือ

$$\dot{\theta}_1 = \theta_2 \quad (3.33)$$

$$\dot{\theta}_2 = -\mu\epsilon \frac{3}{2L} \dot{\theta}_1^2 - \left(mg \frac{3}{2L} \sin \theta_1 + \mu\epsilon \frac{3}{L^2} g \cos(\theta_1) \right) + u_1 \quad (3.34)$$

แทนค่าพารามิเตอร์ $L = 3.0, m = 1.0, g = 9.8, \mu = 0.3$, และ $\epsilon = 0.01$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_2 = & -(0.0015) \dot{\theta}_1^2 \\ & - ((4.9) \sin \theta_1 + (0.083) \cos(\theta_1)) + u_1 \end{aligned} \quad (3.35)$$

โดยมีเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition) คือ $\dot{\theta}_1(0) = 0$, $\dot{\theta}_1(t_f) = \pi / 2$

3.5 วิธีการเคลื่อนที่ของแขนกลที่ใช้กันรยยนต์แบบอัตโนมัติ (Trajectory Planning)

เรากำหนดเวลาที่จุดเริ่มต้น t_0 ของข้อต่อ i - th

ดังนั้นเราจะได้เวลาที่จุดเริ่มต้น t_0

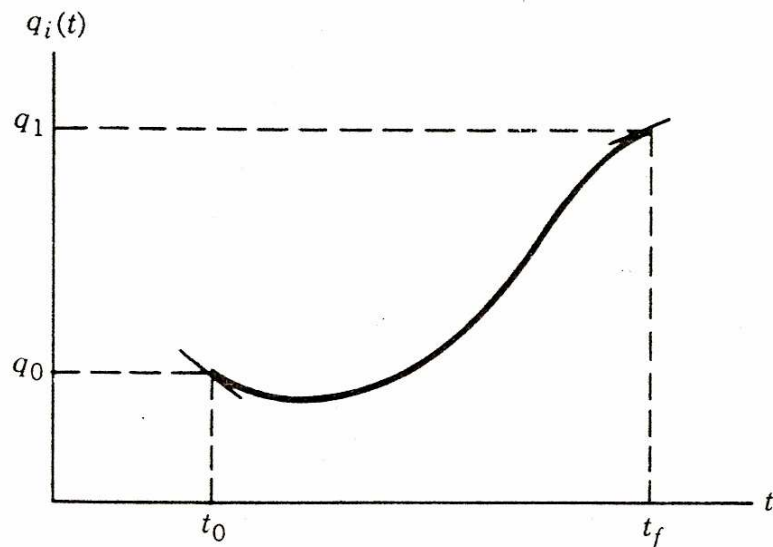
$$q_i(t_0) = q_0 \quad (3.36)$$

$$\dot{q}_i(t_0) = \dot{q}_0$$

และเวลาที่จุดสุดท้าย t_f

$$q_i(t_f) = q_1 \quad (3.37)$$

$$\dot{q}_i(t_f) = \dot{q}_1$$



ภาพประกอบ 23 แสดงค่ามุมของแขนกลที่แปรผันไปตามช่วงเวลา

จากสมการที่ (3.36) และ (3.37) จัดให้อยู่ในรูปของสมการพหุนามเมียดจะได้

$$q_i^d = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (3.38)$$

ทำการดิฟเฟอเรนเชียลสมการ (3.38) จะได้ความเร็วเชิงมุมของแขนกลดังสมการ

$$\dot{q}_i^d = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 \quad (3.39)$$

รวมสมการ (3.38) และ (3.39) จะได้สี่สมการและสี่ตัวแปร

$$q_0 = a_0 + a_1 t_0 + a_2 t_0^2 + a_3 t_0^3 \quad (3.40)$$

$$\dot{q}_0 = a_1 + 2a_2 t_0 + 3a_3 t_0^2 \quad (3.41)$$

$$q_1 = a_0 + a_1 t_f + a_2 t_f^2 + a_3 t_f^3 \quad (3.42)$$

$$\dot{q}_1 = a_1 + 2a_2 t_f + 3a_3 t_f^2 \quad (3.43)$$

รวมสี่สมการให้อยู่ในรูปเมตริกซ์จะได้

$$\begin{bmatrix} 1 & t_0 & t_0^2 & t_0^3 \\ 0 & 1 & 2t_0 & 3t_0^2 \\ 1 & t_f & t_f^2 & t_f^3 \\ 0 & 1 & 2t_f & 3t_f^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 \\ \dot{q}_0 \\ q_1 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

รูปแบบในการแก้ปัญหาโดยทั่วไป เมื่อ $t_0 = 0$ จะได้

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & t_f & t_f^2 & t_f^3 \\ 0 & 1 & 2t_f & 3t_f^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 \\ \dot{q}_0 \\ q_1 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

จากสมการ (3.45) จะได้

$$a_0 = q_0 \quad ; \quad a_1 = \dot{q}_0 \quad (3.46)$$

เราจะหา a_2 และ a_3 ได้จากสมการ

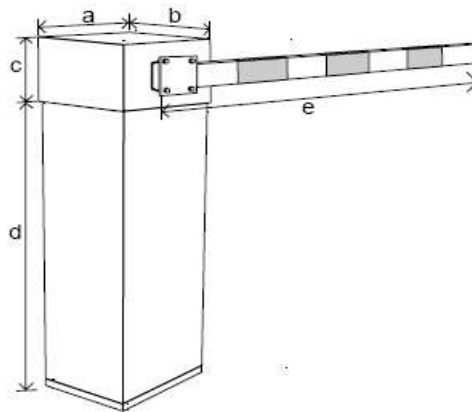
$$a_2 = \frac{3(q_1 - q_0) - (2\dot{q}_0 + \dot{q}_1)t_f}{t_f^2} \quad (3.47)$$

$$a_3 = \frac{2(q_0 - q_1) + (\dot{q}_0 + \dot{q}_1)t_f}{t_f^3} \quad (3.48)$$

3.6 โครงสร้างของแขนกลที่ใช้กันรยยนต์แบบอัตโนมัติ

3.6.1 การออกแบบขนาดของแขนกลที่ใช้กันรยยนต์แบบอัตโนมัติ

แขนกลที่ใช้กันรยยนต์แบบอัตโนมัติมีลักษณะโครงสร้างหลักเป็นแบบกลไก 1 ก้านต่อ (One Arm link) ซึ่งสามารถเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูงมี 1 แกนหมุนโดยที่แกนหมุนทำงานด้วยความเร็วเชิงมุมสูงสุดประมาณ 6 วินาทีต่อรอบการทำงาน



ภาพประกอบ 24 โครงสร้างโดยรวมของแขนกลที่ใช้กันรยยนต์แบบอัตโนมัติ

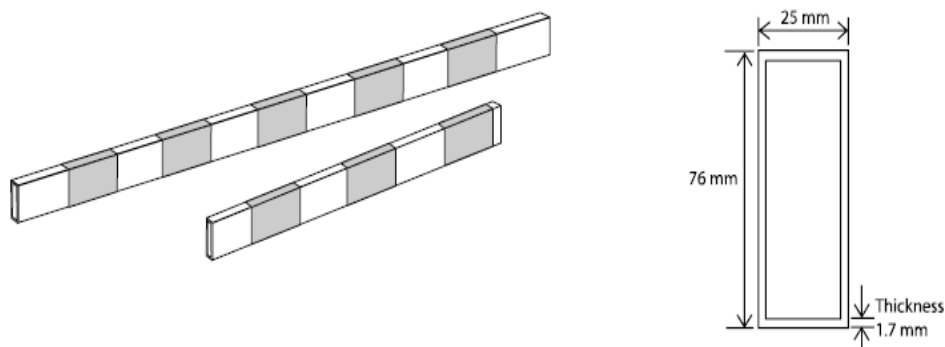
การออกแบบและสร้างแขนกลได้พิจารณาเลือกวัสดุที่ราคาถูก หาง่ายมีน้ำหนักเบา ในส่วนที่เป็นฐานจะใช้เหล็กแผ่นเจาะรูเพื่อยึดให้แขนกลอยู่กับที่เนื่องจากต้องรับน้ำหนักและเมื่อมีการเหวี่ยง ระบบกลไกของแขนกลจะมีแกนหมุนอยู่ 1 แกน คือ ระหว่างฐาน และแขนกันซึ่งทำหน้าที่กันรยยนต์

ตาราง 1 แสดงขนาดของแขนกลที่ใช้กันรยยนต์แบบอัตโนมัติ

ระยะ	ขนาดกำหนด (มม.)
a	335
b	270
c	200
d	880
e	3000

3.6.2 การออกแบบแขนของแขนกลที่ใช้กันรยยนต์แบบอัตโนมัติ

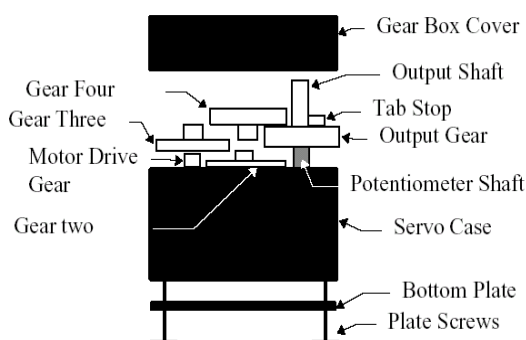
แขนของแขนกลที่ใช้กันรยยนต์แบบอัตโนมัติทำจากอลูมิเนียมมีขนาด กว้าง 25 มิลลิเมตร สูง 76 มิลลิเมตร ยาว 1 เมตร ทาสีสะท้อนแสงสีขาวสลับกับสีแดง และเคลือบด้วยอีพ็อกซีเพื่อเคลือบกันสนิม



ภาพประกอบ 25 แสดงแขนของแขนกลที่ใช้กันรยยนต์แบบอัตโนมัติ

3.6.3 การออกแบบระบบขับเคลื่อนของแขนกลที่ใช้กันรยยนต์แบบอัตโนมัติ

ในการออกแบบระบบขับเคลื่อนของแขนกลที่ใช้กันรยยนต์แบบอัตโนมัติเลือกใช้มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง (DC motor) ที่ถูกประกอบรวมกับ ชุดเกียร์ และ ส่วนควบคุม ต่างๆ ไว้ในโมดูลเดียวกัน โดยมอเตอร์ชนิดนี้จะมีสายต่อใช้งานเพียง 3 เส้นเท่านั้น คือ VCC,GND และสายสัญญาณควบคุม (Control Line) ซึ่งสามารถควบคุมให้มอเตอร์หมุนซ้าย หรือ ขวาได้จากสายสัญญาณเพียงเส้นเดียวโดยสัญญาณที่ใช้ควบคุมนี้จะเป็นสัญญาณ พัลส์วิดมอด (PWM) แบบ TTL Level ระดับแรงดันที่จ่ายให้มอเตอร์นี้จะอยู่ในช่วงประมาณ 4 ถึง 6 โวลท์ ข้อดีของมอเตอร์ชนิดนี้ก็คือ จะมีขนาดเล็กน้ำหนักเบา ให้แรงบิดสูง กินพลังงานน้อย แต่มอเตอร์นี้จะถูกกำหนดให้หมุนได้แค่เพียงช่วง 0-90° เท่านั้น มอเตอร์กระแสตรงกินกำลังไฟฟ้า 100 วัตต์ ให้แรงบิด 60 นิวตัน.เมตร ในการขับเคลื่อนและมีการใช้ชุดเฟืองทดเพื่อทดรอบมอเตอร์โดยเป็นการทดรอบแบบเพิ่มแรงบิด

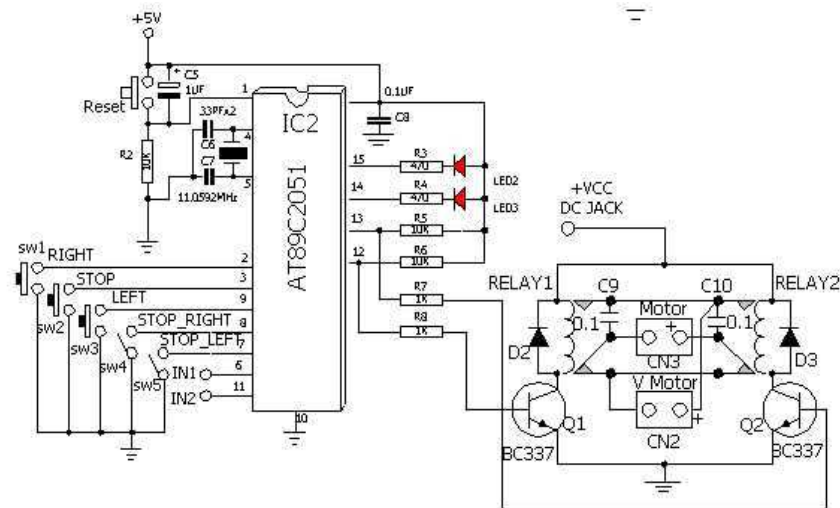


ภาพประกอบ 26 แสดงส่วนประกอบต่างๆของมอเตอร์

3.6.4 การออกแบบระบบควบคุมเครื่องกั้นรถยนต์แบบอัตโนมัติ (Automatic Barrier Gate Control System)

3.6.4.1 แผงวงจรควบคุมมอเตอร์

แผงวงจรควบคุมจะทำหน้าที่ในการรับคำสั่งตำแหน่งและค่าเกณฑ์การควบคุมจากไมโครคอนโทรลเลอร์ที่ได้โปรแกรมไว้แล้ว นอกจากนี้บอร์ดควบคุมยังทำหน้าที่เป็นตัวขับมอเตอร์อีกด้วย โดยบอร์ดควบคุมที่ประกอบเสร็จแล้วแสดงดังภาพ



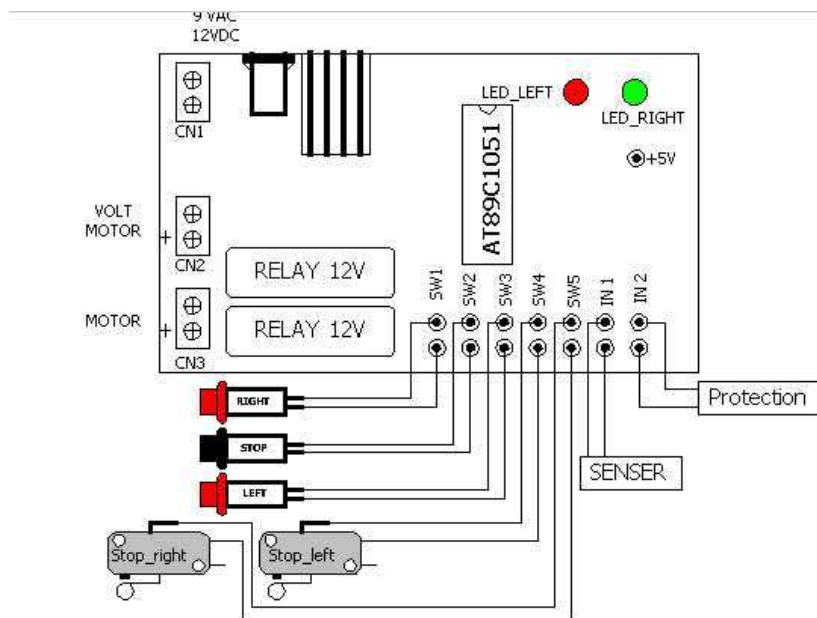
ภาพประกอบ 27 แสดงแผงวงจรควบคุมมอเตอร์

ที่มา : อดิศักดิ์ ชินะวงค์ (2551).บอร์ดควบคุมมอเตอร์แบบกระแสดตรง

จากวงจรควบคุมแหล่งจ่ายไฟได้มาจากอแดปเตอร์หรือหม้อแปลง AC 9 โวลต์ หรือ DC12 โวลต์ โดยผ่านวงจรไดโอดแบบบริดจ์เรกติไฟเออร์เพื่อจัดหัวของอแดปเตอร์ที่ต่อเข้ากับ IC1 เบอร์ LM7805 เพื่อให้มีแรงดันเอาต์พุตคงที่ 5 โวลต์เป็นไฟเลี้ยงให้กับวงจรโดยมีแอลอีดี 1 เป็นตัวแสดงสถานะการทำงาน ส่วนคอนเดนเซอร์ C1,C2,C3,C4 ทำหน้าที่กรองกระแส และแรงดันขนาดประมาณ 12 โวลต์ อีกส่วนหนึ่งจะนำไปป้อนให้กับรีเลย์

ไอซี 2 เป็นไอซีไมโครคอนโทรลเลอร์เบอร์ AT89C1051 ของ ATMEL ได้มีการโปรแกรมข้อมูลที่เป็นขั้นตอนการทำงานไว้ภายในแล้ว C5, R2 และ SW6 จะเป็นส่วนของการรีเซ็ต และ C6, C7, X1 เป็นการสร้างสัญญาณนาฬิกาให้กับไอซี ซึ่งส่วนของ IC2 จะทำหน้าที่ควบคุมและสั่งงานในส่วนของการโปรแกรมทั้งหมด โดยเริ่มจากการทำการตรวจสอบการกดสวิตช์ที่ 1, 2, 3, 4, และ 5 ที่สวิตช์ 1 (ขวา) จะเป็นการสั่งงานให้มอเตอร์หมุนไปทางขวามือ และที่สวิตช์ 3 (ซ้าย) จะเป็นการสั่งงานให้มอเตอร์หมุนไปทางซ้ายมือ โดยจะมีแอลอีดี 2 แสดงทิศทางการหมุนไปทางซ้ายมือ และแอลอีดี 3 แสดง

ทิศทางการหมุนไปทางขวามือ หลังจากที่เราเลือกทิศทางของมอเตอร์แล้วรีเลย์ 1 และ รีเลย์ 2 จะสลับการทำงาน เพื่อทำการกลับขั้วของกระแสไฟฟ้าที่ป้อนให้กับมอเตอร์ ตามทิศทางการหมุนที่เราเลือกไว้ สวิตช์ 2 จะเป็นการสั่งให้มอเตอร์หยุดหมุน และแอลอีดีแสดงทิศทางการหมุนจะดับทั้งคู่ ส่วนสวิตช์ 4 และ 5 เป็นลิมิตสวิตช์ทำหน้าที่กำหนดจุดสิ้นสุดที่จะให้มอเตอร์หมุนไปทางซ้ายหรือขวา โดยกำหนดเป็นเงื่อนไขหากทำการกดสวิตช์ 1 (ขวา) แล้ว หลังจากมอเตอร์หมุน และมีการกดที่สวิตช์ 4 (หยุด_ขวา) ค้างไว้จะทำให้มอเตอร์หยุดหมุนหลังจากนั้นหากทำการกดสวิตช์ 1 (ขวา) อีกครั้ง จะไม่สามารถทำให้มอเตอร์หมุนไปทางขวาได้แต่จะสามารถกดสั่งงานสวิตช์ 3 (ซ้าย) ได้เพียงอย่างเดียวจนกว่าสวิตช์ลิมิตของสวิตช์ 4 (หยุด_ขวา) จะเปิดวงจรจึงจะสั่งงานสวิตช์ 1 (ขวา) ได้อีกครั้ง ส่วนของสวิตช์ 2 และสวิตช์ 5 (หยุด_ซ้าย) ก็มีหลักการในการทำงานเดียวกันที่จุดต่อ IN1 สามารถนำไปต่อกับชุดเซนเซอร์เพื่อดัดแปลงใช้ในงานอื่นๆได้



ภาพประกอบ 28 แสดงรายละเอียดของอุปกรณ์วงจรควบคุมมอเตอร์
ที่มา : อดิศักดิ์ ชินะวงศ์ (2551). *บอร์ดควบคุมมอเตอร์แบบกระแสตรง*

3.6.4.2 ไมโครคอนโทรลเลอร์

ไมโครคอนโทรลเลอร์เป็นอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ชนิดหนึ่งที่มีความสามารถในการใช้เป็นอุปกรณ์ควบคุมที่สามารถโปรแกรมได้ซึ่งในปัจจุบันมีการใช้งานกันอย่างแพร่หลายเนื่องจากใช้งานง่ายและสามารถประยุกต์ใช้งานได้อย่างหลากหลาย

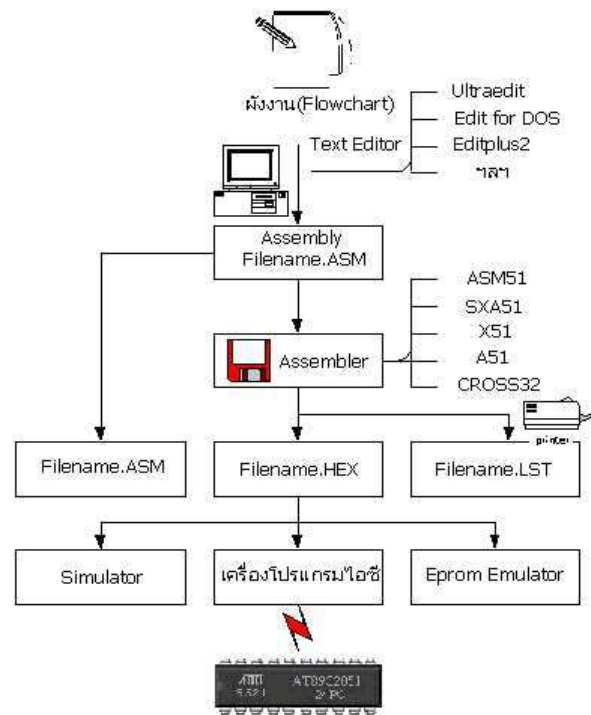
ส่วนประกอบของไมโครคอนโทรลเลอร์

- 1 หน่วยประมวลผล (Central Processor Unit) เป็นส่วนที่ตัดสินใจเกี่ยวกับการทำงานต่างๆ
- 2 หน่วยความจำ (Memory) เป็นตัวที่จะเก็บข้อมูลต่างๆที่ต้องใช้ในไมโครคอนโทรลเลอร์ไม่ว่าจะเป็นหน่วยความจำโปรแกรมหรือหน่วยความจำข้อมูล โดยหน่วยความจำที่ใช้ได้แก่ ROM, EPROM, EEPROM, RAM รวมทั้งหน่วยความจำแบบ FLASH
- 3 พอร์ตสัญญาณเข้าและสัญญาณออก (Input & Output Port) เป็นส่วนที่ใช้ติดต่อกับอุปกรณ์ภายนอก
- 4 คุณสมบัติอื่นๆ ไมโครคอนโทรลเลอร์จะมีฟังก์ชันพิเศษเพิ่มเติม เช่น Timer Counter, Analog to Digital Converter, PWM, Analog Comparator, UART/USART สามารถทำงานได้กว้างขวาง และใช้อุปกรณ์ต่อร่วมกับภายนอกน้อยมาก และสามารถประมวลคำสั่งได้ใน 1 Clock สำหรับงานวิจัยนี้จะใช้ไมโครคอนโทรลเลอร์ AT89C1051 ด้วยเหตุผลในการใช้อุปกรณ์ที่ต่อรวมในวงจรน้อยชิ้น ราคาถูกหาแหล่งข้อมูลได้ง่ายมีการพัฒนาประสิทธิภาพในการประมวลผลเทียบเท่าไมโครโปรเซสเซอร์ขนาด 8 บิต หรือ 16 บิต

3.6.4.3 การเขียนโปรแกรมไมโครคอนโทรลเลอร์

เป็นการเขียนโปรแกรมเพื่อรับค่าตำแหน่งอ้างอิง (Reference) จากคอมพิวเตอร์และข้อมูลป้อนกลับจาก Potentiometer ซึ่งต่อกับเพลาของมอเตอร์และนำค่าทั้งสองมาประมวลผลเพื่อให้ได้สัญญาณควบคุม เพื่อนำไปสร้างสัญญาณ PWM เพื่อขับมอเตอร์ต่อไป แผนผังการทำงานของโปรแกรมแสดงดังภาพประกอบ 29

งานวิจัยนี้เป็นการออกแบบและสร้างระบบควบคุมตำแหน่งของดีซีมอเตอร์โดยใช้ไมโครคอนโทรลเลอร์ AT89C1051 ของ ATMEL โดยความเร็ว และตำแหน่งที่ต้องการจะถูกป้อนเข้าไปให้กับไมโครคอนโทรลเลอร์ทางพอร์ตอนุกรม โดยจะใช้โปรแกรมอินเตอร์เฟส (Visual Basic) เป็นตัวติดต่อรับส่งค่า และในการควบคุมให้มอเตอร์หมุนตามความเร็ว และไปยังตำแหน่งที่ต้องการนั้นจะผ่านวงจรขับมอเตอร์อีกวงจรในการขับมอเตอร์โดยใช้ AT89C1051 ซึ่งจะเป็นตัวสร้าง Pulse Width Modulate ในการขับมอเตอร์ และในส่วนของการตรวจสอบตำแหน่งจะใช้ลิimitsวิตช์ ส่งค่ากลับมายังไมโครคอนโทรลเลอร์ จากนั้นจะส่งค่ามาแสดงยังโปรแกรมอินเตอร์เฟสทางคอมพิวเตอร์



ภาพประกอบ 29 แผนผังการเขียนโปรแกรมไมโครคอนโทรลเลอร์
 ที่มา : อติศักดิ์ ชินะวงศ์ (2551). บอร์ดควบคุมมอเตอร์แบบกระแสดตรง

บทที่ 4

ผลการทดสอบและวิเคราะห์ผลการทดสอบ

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยนำเสนอผลงาน ดังนี้

1. เก็บข้อมูลและแสดงผลจากการทดสอบแขนกลที่ใช้ก้านรถยนต์แบบอัตโนมัติ
2. ประมวลผลและแสดงผลการทดสอบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์จากสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลที่ใช้ก้านรถยนต์แบบอัตโนมัติ
3. วิเคราะห์ผลจากการทดสอบ

ในงานวิจัยครั้งนี้ได้แบ่งการทำงานออกเป็น 2 ส่วน คือ ทางด้านการทดสอบซึ่งได้มีการสร้างแขนกลที่ใช้ก้านรถยนต์แบบอัตโนมัติเพื่อใช้ในการทดสอบเก็บข้อมูลของมุมยกขึ้น ลง ของแขนกลที่แปรผันไปตามช่วงเวลา แล้วนำข้อมูลที่ได้มาแสดงผลระยะกระจัด ความเร็ว และความเร่งเชิงมุม ในรูปของกราฟ อีกส่วนหนึ่งคือ การประมวลผลด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์โดยอาศัยข้อมูลจากสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลจากทฤษฎีของระบบหุ่นยนต์ ประยุกต์ใช้กับหลักการของการใช้พลังงานน้อยที่สุด ซึ่งในการทดสอบนี้ได้ใช้โปรแกรม MATLAB VERSION 5.3 ในการศึกษาเนื่องจากเป็นโปรแกรมที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาคำนวณเชิงตัวเลข และกราฟฟิคที่แสดงผลที่ง่ายต่อการใช้งาน และมีความรวดเร็วในการแสดงผลลัพธ์ โดยผู้วิจัยมีหน้าที่ป้อนข้อมูลเกี่ยวกับแขนกลที่ใช้ก้านรถยนต์แบบอัตโนมัติที่ต้องการจะศึกษา 4 ข้อมูลด้วยกันคือ เวลาในการยก ค่ามุมในการยกขึ้น ลง ความยาว และน้ำหนักของแขนกลที่ทำการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบค่าระยะกระจัด ความเร็ว และความเร่งเชิงมุม ของแขนกลที่แปรผันไปตามช่วงเวลาหลังจากนั้นโปรแกรมจะทำการคำนวณค่าความเหมาะสมสูงสุดแล้วแสดงผลออกมา เพื่อทำการวิเคราะห์ผลการทดสอบต่อไป

4.1 เก็บข้อมูลและแสดงผลจากการทดสอบแขนกลที่ใช้กันรยยนต์แบบอัตโนมัติ

4.1.1 ข้อมูลจากการทดสอบของแขนกลที่ใช้กันรยยนต์แบบอัตโนมัติ

ตาราง 2 แสดงเวลาในการยก ขึ้น-ลง ของแขนกล เริ่มต้นที่มุม 0 องศา ถึงมุม 15 องศา

ครั้งที่ยก	เวลายกขึ้น (วินาที)	เวลายกลง (วินาที)
1	1.0	1.0
2	1.0	1.0
3	1.1	1.0
4	1.1	1.1
5	1.0	1.0
6	1.0	1.0
7	1.0	1.0
8	1.0	1.0
9	1.0	1.0
10	1.0	1.0
ค่าเฉลี่ย	1.02	1.01

ตาราง 3 แสดงเวลาในการยก ขึ้น-ลง ของแขนกล เริ่มต้นที่มุม 0 องศา ถึงมุม 30 องศา

ครั้งที่ยก	เวลายกขึ้น (วินาที)	เวลายกลง (วินาที)
1	1.5	1.3
2	1.5	1.4
3	1.6	1.3
4	1.6	1.4
5	1.6	1.4
6	1.6	1.3
7	1.6	1.3
8	1.6	1.4
9	1.5	1.4
10	1.5	1.4
ค่าเฉลี่ย	1.56	1.36

ตาราง 4 แสดงเวลาในการยก ขึ้น-ลง ของแขนกล เริ่มต้นที่มุม 0 องศา ถึงมุม 45 องศา

ครั้งที่ยก	เวลายกขึ้น (วินาที)	เวลายกลง (วินาที)
1	2.0	2.1
2	1.9	2.1
3	2.0	2.0
4	2.0	2.1
5	2.0	2.1
6	2.0	2.3
7	2.0	2.3
8	1.9	2.3
9	2.0	2.2
10	2.0	2.2
ค่าเฉลี่ย	1.98	2.17

ตาราง 5 แสดงเวลาในการยก ขึ้น-ลง ของแขนกล เริ่มต้นที่มุม 0 องศา ถึงมุม 60 องศา

ครั้งที่ยก	เวลายกขึ้น (วินาที)	เวลายกลง (วินาที)
1	2.2	2.8
2	2.3	2.8
3	2.3	2.7
4	2.3	2.7
5	2.3	2.7
6	2.3	2.7
7	2.2	2.7
8	2.2	2.7
9	2.3	2.7
10	2.3	2.7
ค่าเฉลี่ย	2.27	2.72

ตาราง 6 แสดงเวลาในการยก ขึ้น-ลง ของแขนกล เริ่มต้นที่มุม 0 องศา ถึงมุม 75 องศา

ครั้งที่ยก	เวลายกขึ้น (วินาที)	เวลายกลง (วินาที)
1	2.8	3.0
2	2.7	3.0
3	2.8	3.1
4	2.7	3.1
5	2.7	3.0
6	2.7	3.1
7	2.7	3.1
8	2.7	3.1
9	2.7	3.1
10	2.7	3.1
ค่าเฉลี่ย	2.72	3.07

ตาราง 7 แสดงเวลาในการยก ขึ้น-ลง ของแขนกล เริ่มต้นที่มุม 0 องศา ถึงมุม 90 องศา

ครั้งที่ยก	เวลายกขึ้น (วินาที)	เวลายกลง (วินาที)
1	3.0	3.3
2	2.9	3.2
3	3.0	3.3
4	2.9	3.3
5	2.9	3.3
6	3.0	3.3
7	3.0	3.4
8	3.0	3.2
9	3.0	3.3
10	3.0	3.3
ค่าเฉลี่ย	2.97	3.29

ตาราง 8 แสดงเวลาเฉลี่ยในการยก ขึ้น-ลง ของแขนกล เริ่มต้นที่มุม 0 องศา ถึงมุม 90 องศา

มุมยก	เวลาเฉลี่ยยกขึ้น (วินาที)	เวลาเฉลี่ยยกลง (วินาที)
0	0	0
15	1.02	1.01
30	1.56	1.36
45	1.98	2.17
60	2.27	2.72
75	2.72	3.07
90	2.97	3.29

หาวิธีการเคลื่อนที่ของแขนกลที่ใช้กันรถแบบอัตโนมัติ (Trajectory Planning) ที่เวลา t ใดๆ จากผลการทดสอบเก็บข้อมูล เวลาเฉลี่ยในการยกขึ้นของแขนกลตามมุมยกขึ้น ลง ที่แปรผันไปตามช่วงเวลาจะเป็นดังนี้

$$\theta(t) = 0 = t_0 = 0 \quad \text{วินาที}$$

$$\theta(t) = \frac{\pi}{12} = t_1 = 1.02 \quad \text{วินาที}$$

$$\theta(t) = \frac{\pi}{6} = t_2 = 1.56 \quad \text{วินาที}$$

$$\theta(t) = \frac{\pi}{4} = t_3 = 1.98 \quad \text{วินาที}$$

$$\theta(t) = \frac{\pi}{3} = t_4 = 2.27 \quad \text{วินาที}$$

$$\theta(t) = \frac{5\pi}{12} = t_5 = 2.72 \quad \text{วินาที}$$

$$\theta(t) = \frac{\pi}{2} = t_6 = 2.97 \quad \text{วินาที}$$

ทำการประมาณค่าในช่วงด้วยพหุนามกำลัง n (n^{th} Degree Polynomial Interpolation) รูปแบบทั่วไปสำหรับพหุนามดีกรี n คือ

$$\theta(0) = 0 = a_0$$

$$\theta(1.02) = \frac{\pi}{12} = a_0 + a_1(1.02) + a_2(1.02)^2 + a_3(1.02)^3 + a_4(1.02)^4 + a_5(1.02)^5 + a_6(1.02)^6$$

$$\theta(1.56) = \frac{\pi}{6} = a_0 + a_1(1.56) + a_2(1.56)^2 + a_3(1.56)^3 + a_4(1.56)^4 + a_5(1.56)^5 + a_6(1.56)^6$$

$$\theta(1.98) = \frac{\pi}{4} = a_0 + a_1(1.98) + a_2(1.98)^2 + a_3(1.98)^3 + a_4(1.98)^4 + a_5(1.98)^5 + a_6(1.98)^6$$

$$\theta(2.27) = \frac{\pi}{3} = a_0 + a_1(2.27) + a_2(2.27)^2 + a_3(2.27)^3 + a_4(2.27)^4 + a_5(2.27)^5 + a_6(2.27)^6$$

$$\theta(2.72) = \frac{5\pi}{12} = a_0 + a_1(2.72) + a_2(2.72)^2 + a_3(2.72)^3 + a_4(2.72)^4 + a_5(2.72)^5 + a_6(2.72)^6$$

$$\theta(2.97) = \frac{\pi}{2} = a_0 + a_1(2.97) + a_2(2.97)^2 + a_3(2.97)^3 + a_4(2.97)^4 + a_5(2.97)^5 + a_6(2.97)^6$$

จากนั้นนำมาแก้ระบบสมการโดยใช้เมทริกซ์เพื่อหาค่า $a_0, a_1, a_2, \dots, a_6$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1.02 & 1.02^2 & 1.02^3 & 1.02^4 & 1.02^5 & 1.02^6 \\ 1 & 1.56 & 1.56^2 & 1.56^3 & 1.56^4 & 1.56^5 & 1.56^6 \\ 1 & 1.98 & 1.98^2 & 1.98^3 & 1.98^4 & 1.98^5 & 1.98^6 \\ 1 & 2.27 & 2.27^2 & 2.27^3 & 2.27^4 & 2.27^5 & 2.27^6 \\ 1 & 2.72 & 2.72^2 & 2.72^3 & 2.72^4 & 2.72^5 & 2.72^6 \\ 1 & 2.97 & 2.97^2 & 2.97^3 & 2.97^4 & 2.97^5 & 2.97^6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \pi/12 \\ \pi/6 \\ \pi/4 \\ \pi/3 \\ 5\pi/12 \\ \pi/2 \end{bmatrix}$$

ทำการแก้ระบบสมการจะได้ค่า $a_0, a_1, a_2, \dots, a_6$ ดังนี้

$$a_0 = 0$$

$$a_1 = -9.4669$$

$$a_2 = 27.4125$$

$$a_3 = -29.7838$$

$$a_4 = 15.6709$$

$$a_5 = -3.9859$$

$$a_6 = 0.3933$$

นำค่า $a_0, a_1, a_2, \dots, a_6$ ที่ได้ไปแทนในสมการพหุนามที่เวลาตามผลการทดสอบเพื่อทำการพล็อตกราฟโดยใช้โปรแกรมแมทแล็บ จากสมการดังต่อไปนี้

หาระยะกระจัดเชิงมุมที่จุดเริ่มต้นของแกนกลที่ใช้กัณรถยนต์แบบอัตโนมัติจากสมการ

$$\theta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 + a_6 t^6$$

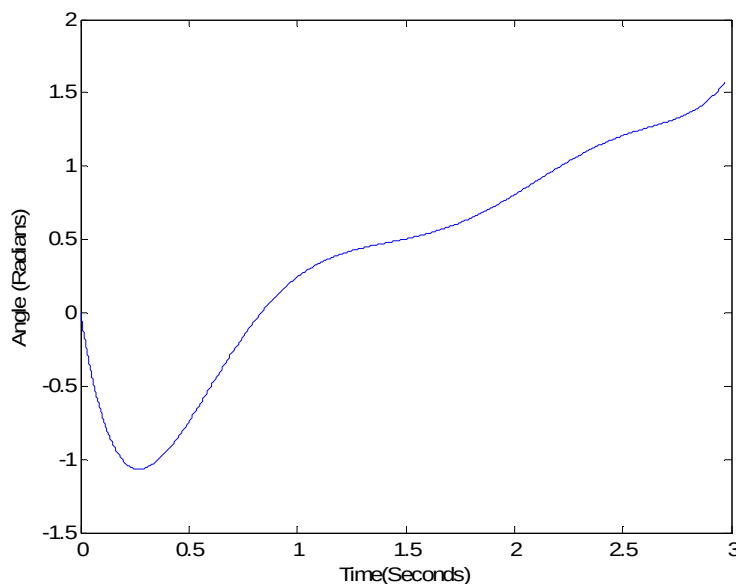
หาความเร็วเชิงมุมที่จุดเริ่มต้นของแกนกลที่ใช้กัณรถยนต์แบบอัตโนมัติจากสมการ

$$\dot{\theta}(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2 + 4a_4 t^3 + 5a_5 t^4 + 6a_6 t^5$$

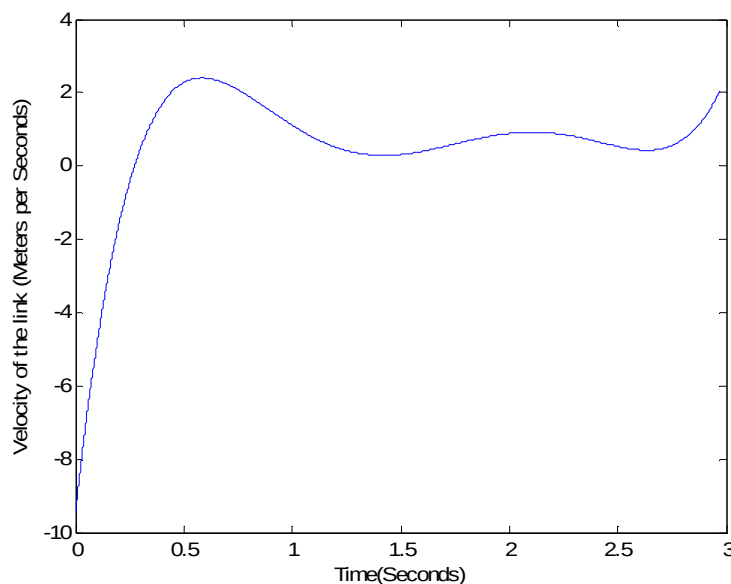
หาความเร่งเชิงมุมที่จุดเริ่มต้นของแกนกลที่ใช้กัณรถยนต์แบบอัตโนมัติจากสมการ

$$\ddot{\theta}(t) = 2a_2 + 6a_3 t + 12a_4 t^2 + 20a_5 t^3 + 30a_6 t^4$$

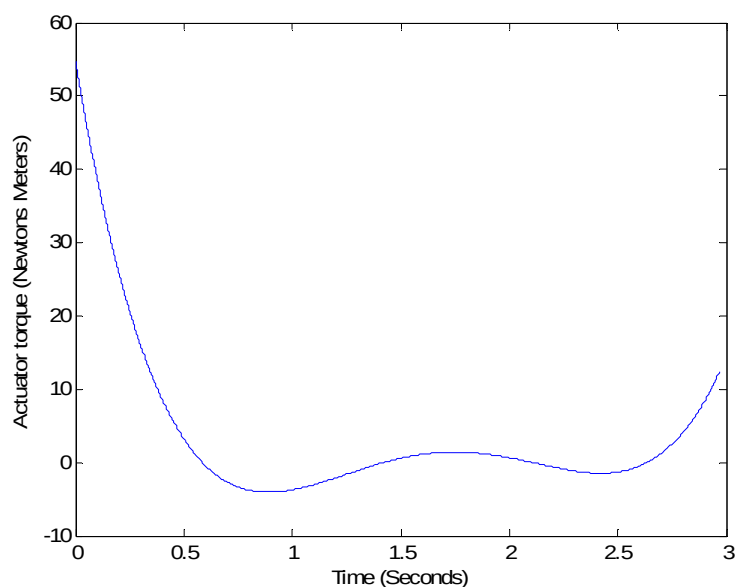
4.1.2 กราฟแสดงระยะกระจัดเชิงมุม ความเร็วเชิงมุม และความเร่งเชิงมุม ในการยกขึ้นของแขนกลที่ใช้ก้านรถยนต์แบบอัตโนมัติที่ได้จากการทดสอบ



ภาพประกอบ 30 กราฟแสดงระยะกระจัดเชิงมุมของแขนกลที่ใช้ก้านรถยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาขณะยกแขนขึ้นที่ได้จากการทดสอบ

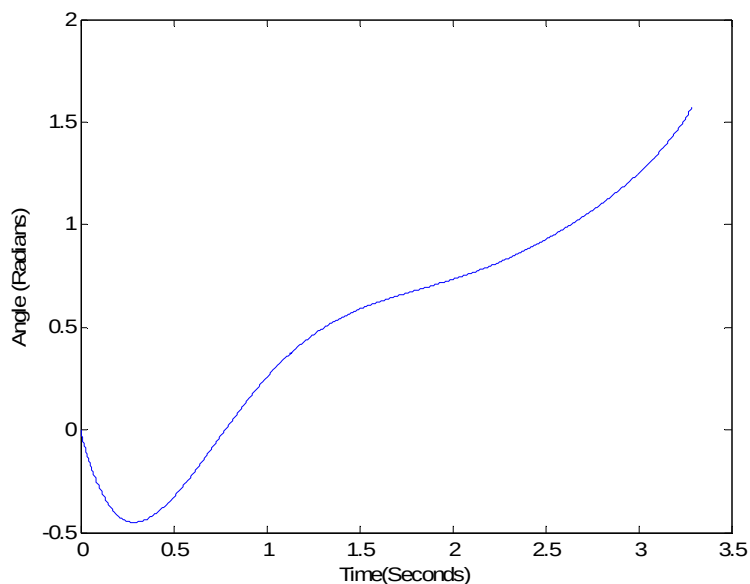


ภาพประกอบ 31 กราฟแสดงความเร็วเชิงมุมของแขนกลที่ใช้ก้านรถยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาขณะยกแขนขึ้นที่ได้จากการทดสอบ

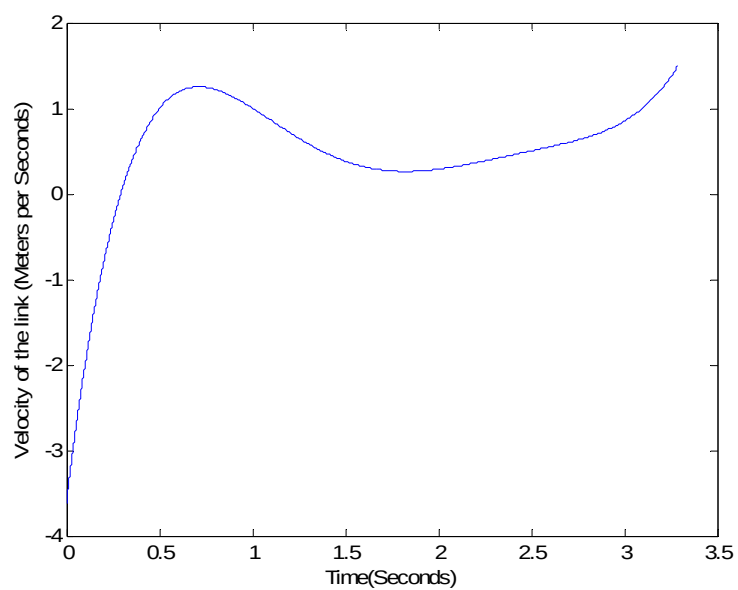


ภาพประกอบ 32 กราฟแสดงค่าความเร่งเชิงมุมของแขนกลที่ใช้กัณรยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาขณะยกแขนขึ้นที่ได้จากการทดสอบ

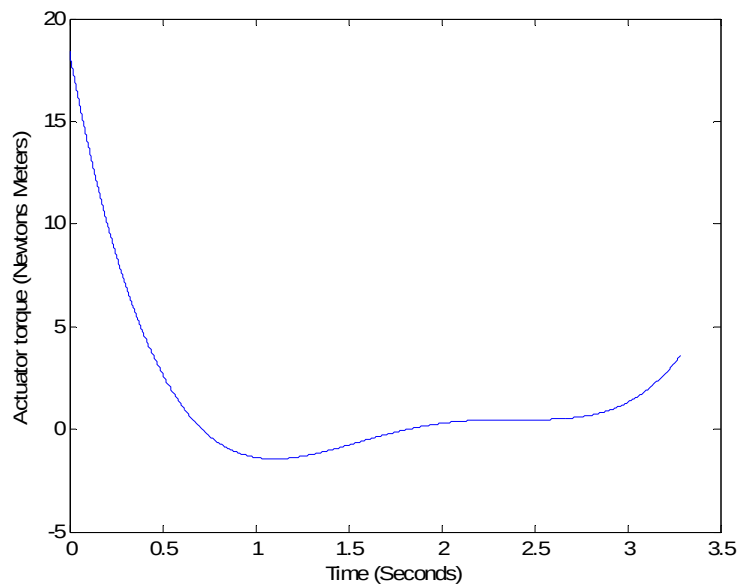
4.1.3 กราฟแสดงระยะกระจัดเชิงมุม ความเร็วเชิงมุม และความเร่งเชิงมุม ในการลดลงของแขนกลที่ใช้กัณรยนต์แบบอัตโนมัติที่ได้จากการทดสอบ



ภาพประกอบ 33 กราฟแสดงระยะกระจัดเชิงมุม ของแขนกลที่ใช้กัณรยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาขณะลดแขนลงที่ได้จากการทดสอบ



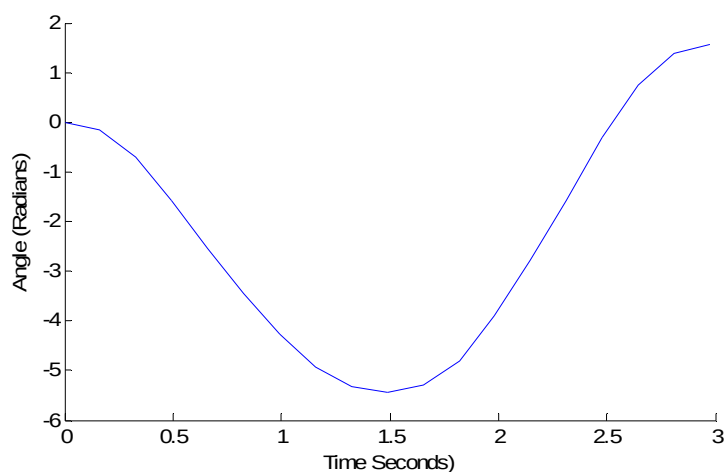
ภาพประกอบ 34 กราฟแสดงความเร็วเชิงมุม ของแขนกลที่ใช้กั๊นรยยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับ
เวลาขณะลดแขนลงที่ได้จากการทดสอบ



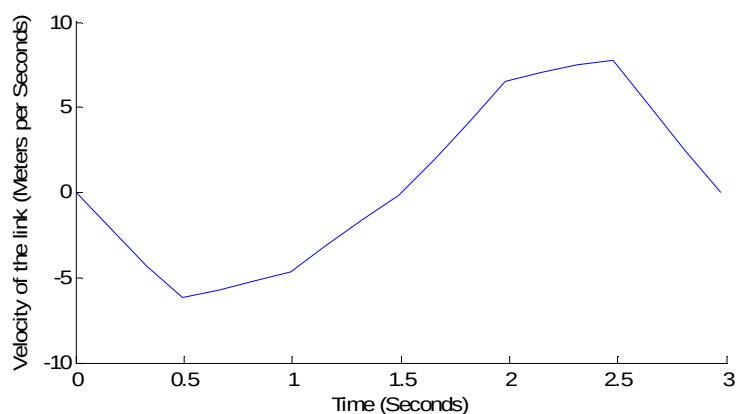
ภาพประกอบ 35 กราฟแสดงค่าความเร่งเชิงมุม ของแขนกลที่ใช้กั๊นรยยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับ
เวลาขณะลดแขนลงที่ได้จากการทดสอบ

4.2 ประมวลผลและแสดงผลการทดสอบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์จากสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลที่ใช้ก้านรถยนต์แบบอัตโนมัติ

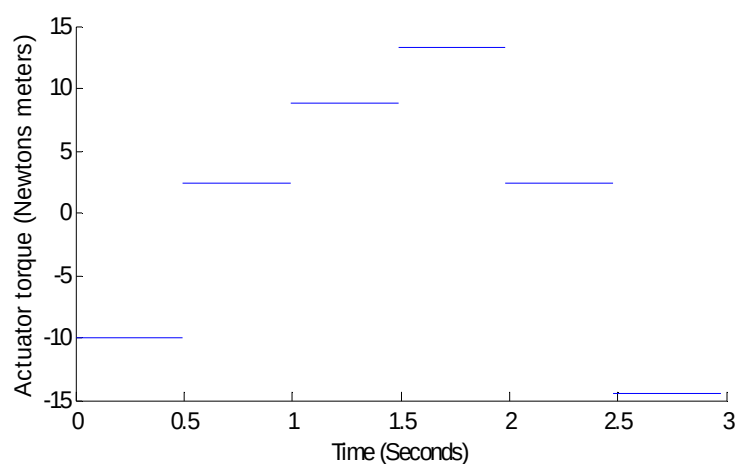
4.2.1 กราฟแสดงระยะกระจัดเชิงมุม ความเร็วเชิงมุม และความเร่งเชิงมุม ในการยกขึ้นของแขนกลที่ใช้ก้านรถยนต์แบบอัตโนมัติที่ได้จากการทดสอบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์



ภาพประกอบ 36 กราฟแสดงระยะกระจัดเชิงมุม ของแขนกลที่ใช้ก้านรถยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาขณะยกแขนขึ้นที่ได้จากการทดสอบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์

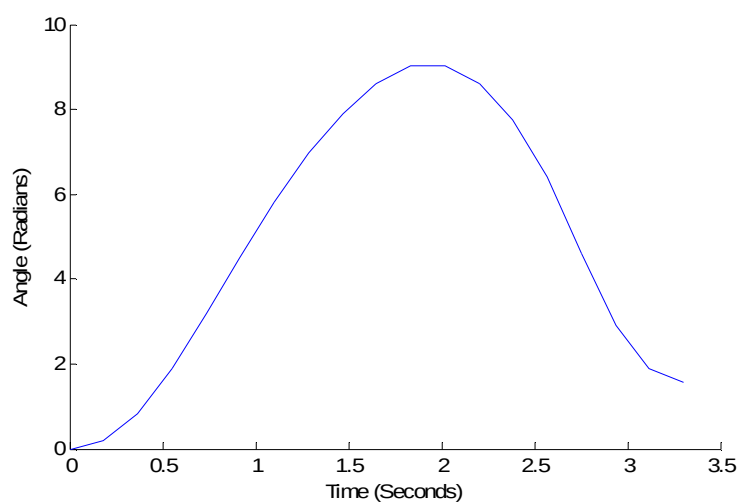


ภาพประกอบ 37 กราฟแสดงความเร็วเชิงมุม ของแขนกลที่ใช้ก้านรถยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาขณะยกแขนขึ้นที่ได้จากการทดสอบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์

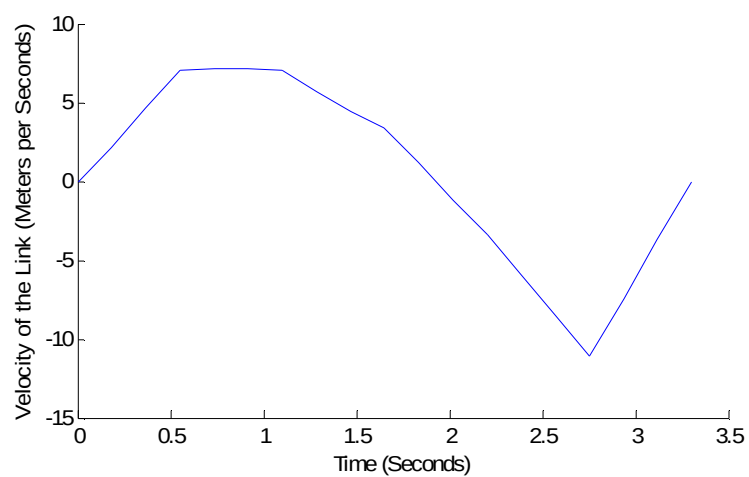


ภาพประกอบ 38 กราฟแสดงค่าความเร่งเชิงมุม ของแขนกลที่ใช้ก้านรถยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาขณะยกแขนขึ้นที่ได้จากการทดสอบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์

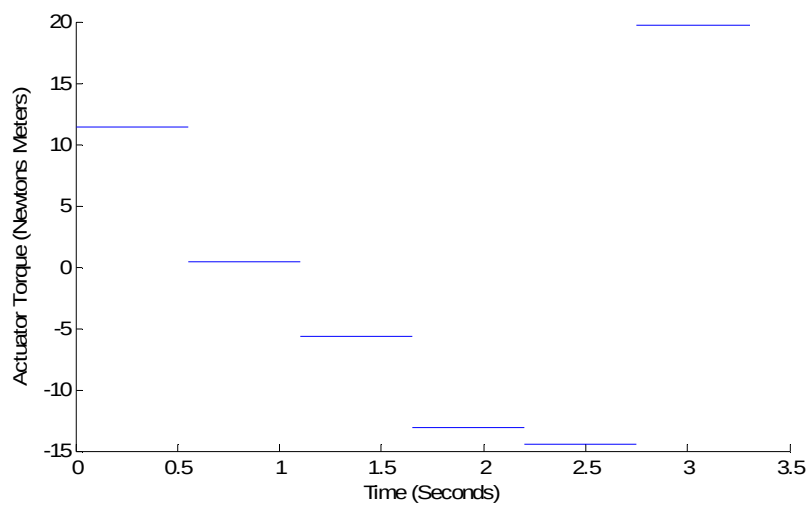
4.2.2 กราฟแสดงระยะกระจัดเชิงมุม ความเร็วเชิงมุม และความเร่งเชิงมุม ในการลดลงของแขนกลที่ใช้ก้านรถยนต์แบบอัตโนมัติที่ได้จากการทดสอบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์



ภาพประกอบ 39 กราฟแสดงระยะกระจัดเชิงมุม ของแขนกลที่ใช้ก้านรถยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาขณะลดแขนลงที่ได้จากการทดสอบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์



ภาพประกอบ 40 กราฟแสดงความเร็วเชิงมุม ของแขนกลที่ใช้กัณรณนตแบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับ เวลาขณะลดแขนลงที่ได้จากการทดสอบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์



ภาพประกอบ 41 กราฟแสดงค่าความเร่งเชิงมุม ของแขนกลที่ใช้กัณรณนตแบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับ เวลาขณะลดแขนลงที่ได้จากการทดสอบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์

4.3 วิเคราะห์ผลการทดสอบ

จากภาพประกอบ 30 ถึง 35 ซึ่งเป็นข้อมูลที่ได้จากการทดสอบทำให้ทราบค่า ระยะกระจัดเชิงมุม ความเร็วเชิงมุม และความเร่งเชิงมุม ของแขนกลที่ใช้กัณรยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาต่างๆ จะเห็นว่าเวลาในการยกขึ้นจากมุม 0 ถึง 90 องศา ใช้เวลาเฉลี่ย 2.97 วินาที และเวลาในการยกลง 3.29 วินาที ความเร็วสูงสุดในการยกขึ้นและลดลง 2.2 เมตรต่อวินาที ที่เวลา 0.7 วินาที และหยุดนิ่งทันทีทันใดโดยไม่มีการลดความเร็วลงก่อนหยุดนิ่ง ค่าความเร่งเชิงมุมหรือแรงบิดสูงสุดของมอเตอร์ในการยกขึ้น 53 นิวตันเมตร และลดลง 18 นิวตันเมตร

จากภาพประกอบ 36 ถึง 41 ซึ่งเป็นการแสดงผลการทดสอบจากการประยุกต์ใช้หลักการใช้พลังงานน้อยที่สุด และประมวลผลด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ซึ่งพัฒนาโดย พ.ท. ผ.ศ. ดร.ทวิวัชร วีระแก้ว ทำให้ทราบค่า ระยะกระจัดเชิงมุม ความเร็วเชิงมุม และความเร่งเชิงมุม ของแขนกลที่ใช้กัณรยนต์แบบอัตโนมัติเปรียบเทียบกับเวลาต่างๆ จะเห็นว่าเวลาในการยกขึ้นจากมุม 0 ถึง 90 องศา ใช้เวลา 3.0 วินาที และเวลาในการยกลง 3.0 วินาที ความเร็วสูงสุดในการยกขึ้นคือ 7 เมตรต่อวินาที ที่เวลา 2.7 วินาที แล้วค่อยลดความเร็วลงเป็น 0 ที่เวลา 3.0 วินาที ความเร็วสูงสุดในการลดลงคือ 7 เมตรต่อวินาที ที่เวลา 0.5 วินาที แล้วค่อยลดความเร็วลงเป็น 0 ที่เวลา 3.0 วินาที ค่าความเร่งเชิงมุมหรือแรงบิดสูงสุดของมอเตอร์ในการยกขึ้น 12.5 นิวตันเมตร และลดลง 17 นิวตันเมตร

บทที่ 5

สรุปและวิจารณ์ผลการทดสอบ

5.1 สรุปและวิจารณ์ผลการทดสอบ

การหาสมการการเคลื่อนที่ของแขนกลที่ใช้กันรถยนต์แบบอัตโนมัติด้วยทฤษฎีของระบบหุ่นยนต์เป็นการศึกษาโครงสร้างของข้อต่อการเคลื่อนที่แบบหมุนที่มีระดับชั้นความเสรีหนึ่งค่าแก้ปัญหาโดยใช้สมการของออยเลอร์-ลากรางจ์ ซึ่งคำนึงถึงโมเมนต์ความเฉื่อย พลังงานจลน์ และพลังงานศักย์ เพื่อวิเคราะห์หาค่าระยะกระจัดเชิงมุม ความเร็วเชิงมุม ความเร่งเชิงมุม เพื่อหาแรงบิดของมอเตอร์ที่จุดหมุนของข้อต่อ ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการสร้างและวิเคราะห์การทำงานของแขนกลที่ใช้กันรถยนต์แบบอัตโนมัติได้ ในการทดสอบ ค่าความเร็วเชิงมุม ความเร่งเชิงมุม ที่จุดเริ่มต้น $\theta_0(t_0) = 0$ องศา มีแนวโน้มคงที่จนถึงจุดสุดท้าย $\theta_f(t_f) = 90$ องศา ซึ่งทำให้สิ้นเปลืองพลังงานในการหมุนของข้อต่อแขนกลมาก

จากการประยุกต์ใช้หลักการของการใช้พลังงานน้อยที่สุด และประมวลผลด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ จะเห็นว่าที่จุดเริ่มต้น $\theta_0(t_0) = 0$ องศา จนถึงจุดสุดท้าย $\theta_f(t_f) = 90$ องศา ค่าความเร็วและความเร่งเชิงมุม มีค่าเพิ่มขึ้นจนถึงสูงสุด และลดลงจนถึงจุดสุดท้าย $\theta_f(t_f) = 90$ องศา ทำให้สิ้นเปลืองพลังงานในการหมุนของข้อต่อแขนกลสิ้นเปลืองน้อยกว่า

จากการเปรียบเทียบผลที่ได้จากทั้งสองแบบพบว่าที่เวลา และเงื่อนไขเดียวกันการประยุกต์ใช้หลักการของการใช้พลังงานน้อยที่สุด เปรียบเทียบกับการใช้ทฤษฎีของระบบหุ่นยนต์ พบว่าสามารถลดค่าความเร่งเชิงมุมซึ่งนำไปสู่การลดขนาดของมอเตอร์ได้ ซึ่งจากการทดสอบใช้ต้องใช้มอเตอร์ที่มีแรงบิด 53 นิวตันเมตร แต่จากการประยุกต์ใช้หลักการของการใช้พลังงานน้อยที่สุดสามารถใช้มอเตอร์ขนาด 17 นิวตันเมตร ทำให้สามารถประหยัดพลังงานได้

5.2 ข้อเสนอแนะ

5.2.1 เพื่อให้การทำงานของแขนกลที่ใช้กันรถยนต์แบบอัตโนมัติทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ควรจะใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยในการออกแบบ วิเคราะห์โครงสร้าง และการทำงาน เพื่อหาข้อบกพร่องและทำการปรับปรุงก่อนการสร้างเครื่องต้นแบบ

5.2.2 หากต้องการให้แขนกลที่ใช้กันรถยนต์แบบอัตโนมัติเป็นไปตามความต้องการของผู้ใช้มากที่สุด ก็สามารถเปลี่ยนปัญหาเงื่อนไขบังคับตามความเหมาะสมของปัญหาได้

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- มนัส สังวรศิลป์; และ วรรัตน์ ภัทรอมรกุล. (2543). *คู่มือ MATLAB ฉบับสมบูรณ์*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์อินโฟเพรส.
- สุธรรม ศรีเกษม; เมธิทร์ ทองชัยกุล; และ สง่า ศรีศุภปรีดา. (2545). *MATLAB เพื่อการแก้ปัญหาทางวิศวกรรม*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรังสิต.
- ธัญชัย ลีภักดีปรีดา. (2543). *การหาค่าเหมาะสมที่สุด: หลักการพื้นฐานและขั้นตอนวิธีการ*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.
- Agrawal, SK.; & Fabien, BC. (1999). *Optimization of Dynamic Systems*. Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Bock, HG. (1978). *Numerical Solution of Nonlinear Multipoint Boundary Value Problems with Application to Optimal Control*. ZAMM. P. 58.
- Chapra, S.; & Canale, R. (2002). *Numerical Methods for Engineers*. McGraw-Hill Inc.
- Craig, JJ. (1986). *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*. Addison-Wesley Publishing Company.
- Fabien, BC.; Agrawal, SK.; & Veeraklaew, T. (1998). Direct and Indirect Optimization of Linear Time-Invariant Dynamic Systems Using Transformations. *Optimal Control Applications and Methods*. Vol. 19, pp.393-410.
- Kane, TR.; & Levinson, DA. (1985). *Dynamics: Theory and Applications*. McGraw-Hill Inc.
- Kirk, DE. (1970). *Optimal Control Theory: An Introduction*, Prentice Hall Electrical Engineering Series, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Mark, WS. (1989). *Robot Dynamics and Control*. University of Illinois at Urbana-Champaign.
- Pirosopa, P.; et al. (2005). *A Study on the Comparison between Minimum Jerk and Minimum Energy of Dynamic Systems*. Proceedings of the 2005 International Conference on Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation, and International Conference Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce.
- Saneewong Na Ayuttaya S. (2005). *The Development of Program for Designing the Structure of Automatic Car Cloth Cover*. Dissertation, M.Eng. (Mechanical Engineering). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Photocopied.

Spong, MW.; & Vidyasagar, M. (1986). *Robot Dynamics and Control*, John Wiley and Sons.

Veeraklaew, T. (2000). *Extensions of Optimization Theory and New Computational Approaches for Higher-Order Dynamic Systems*. Dissertation, Ph.D. (Mechanical Engineering). Delaware: The University of Delaware. Photocopied.

Veeraklaew, T.; & Salaluk, P. (2005). *The Comparison of Using Minimum Energy and Minimum Jerk in Dynamic Systems*. The 19th Conference of Mechanical Engineering Network of Thailand.

Ying, SJ. (1997). *Advanced Dynamics*, University of South Florida, AIAA Education Series.

ภาคผนวก



ภาพประกอบ 42 แชนกัลที่ใช้กันรถยนต์แบบอัตโนมัติ

อภิธานศัพท์

Continuous derivatives	อนุพันธ์ต่อเนื่อง
Continuous time	เวลาต่อเนื่อง
Dynamic optimization problem	ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดของระบบควบคุมทางพลศาสตร์
Differential equation	สมการเชิงอนุพันธ์
Direct method	วิธีตรง
Dynamics constraints	ขอบเขตทางพลศาสตร์
Dynamic equation	สมการทางพลศาสตร์
Dynamic system	ระบบพลศาสตร์
Displacement	การเคลื่อนที่
Equality constraints	เงื่อนไขบังคับที่เป็นสมการ
Extremize	คำตอบที่เหมาะสมที่สุด
Extremum	ค่าเหมาะสมสูงสุด
Final time	เวลาสุดท้าย
First order condition	เงื่อนไขอันดับหนึ่ง
First-order forms	รูปแบบของลำดับที่หนึ่ง
Independent variable	ตัวแปรอิสระ
Inequality constraints	เงื่อนไขบังคับที่เป็นอสมการ
Initial condition	เงื่อนไขเริ่มต้น
Initial time	เวลาเริ่มต้น
Interval	ช่วงเวลา
Initial guess	ค่าเริ่มต้น
Indirect method	วิธีอ้อม
Jacobian matrix	จาโคเบียนเมตริกซ์
Lagrange method	วิธีของลากรางจ์
Lagrange multipliers	ตัวคูณลากรางจ์
Linear dynamics	พลศาสตร์ที่เป็นเชิงเส้น
Maximum trajectories	คำตอบต่อเนื่องที่บอกค่าสูงสุด

Minimum trajectories	คำตอบต่อเนื่องที่บอกค่าต่ำสุด
Minimum principle	หลักการหาค่าที่ต่ำที่สุด
Mobile robot	หุ่นยนต์ชนิดที่เคลื่อนที่ได้
Necessary condition	เงื่อนไขของค่าต่ำสุดและสูงสุด
Nonlinear dynamics	พลศาสตร์ที่ไม่เป็นเชิงเส้น
Nonlinear programming	โปรแกรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น
Nonlinear systems	ระบบไม่ใช่เชิงเส้น
Numerical method	วิธีการเชิงตัวเลข
Time derivative	อนุพันธ์ของเวลา
Objective	เป้าหมายที่ต้องการ
Objective function	ฟังก์ชันเป้าหมายที่ต้องการ
Optimality conditions	สถานะที่เหมาะสมที่สุด
Sufficient condition	สถานะที่เพียงพอ
Second variation	ความแปรปรวนที่สอง
State equation	สมการแสดงสถานะ

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นายสงบ ยอดสง่า
วันเดือนปีเกิด	6 พฤษภาคม 2512
สถานที่เกิด	อำเภอหนองเรือ จังหวัดขอนแก่น
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	12/6 ม.2 ต.เสม็ด อ.เมืองชลบุรี จ.ชลบุรี 20000
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	หุ้นส่วนผู้จัดการ
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	ห้างหุ้นส่วนจำกัด ปริซิมาสเตอร์ 12/6 ม.2 ต.เสม็ด อ.เมืองชลบุรี จ.ชลบุรี 20000

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2531	ประกาศนียบัตรวิชาชีพ สาขาช่างกลโรงงาน จากวิทยาลัยเทคนิคขอนแก่น
พ.ศ. 2533	ประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สาขาช่างเครื่องกล จากสถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยาเขตขอนแก่น
พ.ศ. 2539	การศึกษาระดับบัณฑิต(อุตสาหกรรมศาสตรบัณฑิต) วิศวกรรมเครื่องกล จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2551	การศึกษาระดับบัณฑิต(วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต) วิศวกรรมเครื่องกล จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ