

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผล
เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ปริญญานิพนธ์
ของ
ปิยวรรณ ตีระกิตติธนา

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
เมษายน 2548

กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผล
เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

บทคัดย่อ
ของ
ปิยวรรณ ตีระกิตติธนา

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2548

ปิยวรรณ ตีระกิตติธนา. (2548). *กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. ปรินทิพนิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: อาจารย์สุวรรณา คล้ายกระแสน, ผู้ช่วยศาสตราจารย์วิวรรณ งามสันติกุล.

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พร้อมทั้งศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากการใช้ กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิด

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนศรีทธาสมุทร อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรสงคราม โดยการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน รวม 45 คน ผู้วิจัยใช้เวลาทำการทดลองทั้งสิ้น 27 ชั่วโมง ตามแบบแผนการทดลองแบบ one-group pretest-posttest design วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบ t (t-Test for Dependent Samples) และการทดสอบสัดส่วนประชากรโดยการทดสอบ Z (Z-Test for Population Proportion)

ผลการศึกษาพบว่า

1. ความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการใช้กิจกรรมสูงกว่าก่อนการใช้กิจกรรม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

INSTRUCTIONAL ACTIVITIES WITH EMPHASIS ON COMMUNICATIVE APPROACH TO
ENHANCE REASONING ON TRIANGLE CONGRUENCES AT
MATHAYOM SUKSA 2

AN ABSTRACT
BY
PIYAVUN TIRAGITTITANA

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree in Mathematics
at Srinakharinwirot University

May 2005

Piyavun Tiragittitana. (2005). Instructional Activities with Emphasis on Communicative Approach to Enhance Reasoning on Triangle Congruences at Mathayom Suksa 2. Master thesis, M.Ed. (Mathematics). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Mrs. Suwanna Claikrasae, Asst. Prof. Raweewan Ngamsuntikul.

The purpose of this research was to held the instructional activities with emphasis on communicative approach to enhance reasoning on triangle congruences at mathayom suksa 2 students and to study the capacity in reasoning of mathayom suksa 2 students from the activities

The subjects of this study consisted of mathyom suksa 2 students in the first semester of the academic year 2004 at Sutthasamut school in Samutsongkram province. Using a cluster sampling approach, 45 mathayom suksa 2 students were selected as subjects who were taught by the researcher over 27 one-hour teaching periods. The one-group pretest-posttest design was used in this study while the data were statistically analyzed by using t test for dependent samples and Z test for population proportion.

The finding reveals the following:

1. The t-test for dependent sample showed that the subjects gained significantly in terms of reasoning abilities from learning through this activities at the .01 level.
2. The number of subjects who scored more than 50% on the final test was more than 50% of the total subjects at the .01 level of significance.

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผล
เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ปริญญานิพนธ์
ของ
ปิยวรรณ ตีระกิตติธนา

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2548
ลิขสิทธิ์เป็นของ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผล
เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ของ

นางสาวปิยวรรณ ตีระกิตติธนา

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เพ็ญสิริ จีระเดชากุล)

วันที่ เดือน พ.ศ. 2548

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

..... ประธาน

(อาจารย์สุวรรณา คล้ายกระแสน)

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์รวีวรรณ งามสันติกุล)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุภาพร ศรีบุรินทร์)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(อาจารย์เมตต์ แยมวงษ์)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี ด้วยความอนุเคราะห์จากอาจารย์สุวรรณา คล้ายกระแสน ประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์วิวรรณ งามสันติกุล ที่ได้กรุณาให้ความช่วยเหลือ ให้คำปรึกษา แนะนำ และตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างดียิ่งมาโดยตลอด ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์สุภาพร ศรีบุรินทร์ และอาจารย์เมตตา แยมวงษ์ เป็นอย่างสูงที่ได้เสียสละเวลาร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่า โดยกรุณาให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมจนทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้มีความชัดเจนและสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์สุภาพร ศรีบุรินทร์, อาจารย์ ดร. วรณวิภา สุทธิเกียรติ และอาจารย์สุเมตตา ฉิมพาลี ที่กรุณารับเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจแก้เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย รวมทั้งให้ความช่วยเหลือ แนะนำ ให้ข้อคิดเห็นและช่วยแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ในการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณท่านผู้อำนวยการโรงเรียนศรีทธาสมุทร ผู้ช่วยผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ ตลอดจนคณะครูทุกท่านที่กรุณาให้ความสะดวก สนับสนุนและช่วยเหลือในการทดลองเก็บข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยจนสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อ คุณแม่ และเพื่อนนิสิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ทุกท่านที่ให้ความช่วยเหลือและให้กำลังใจมาโดยตลอด

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดา ตลอดจนครูอาจารย์และผู้มีพระคุณทุกท่าน

ปิยวรรณ ตีระกิตติธนา

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ เป็นระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่าง ถัดถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม (กระทรวงศึกษาธิการ. 2544 : 1)

วิชาคณิตศาสตร์มีคุณลักษณะที่สำคัญอยู่ 2 ประการคือ ประการแรกคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ เกี่ยวข้องกับความคิดของมนุษย์ที่สามารถพิสูจน์ได้อย่างมีเหตุผล ช่วยให้ผู้เรียนเป็นผู้ที่มีเหตุผล ใฝ่หา ความรู้ คิดค้นสิ่งแปลกใหม่ มีระเบียบ ดังนั้นวิชาคณิตศาสตร์จึงเป็นพื้นฐานของความเจริญในด้านต่าง ๆ ประการที่สอง วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรมค่อนข้างสูง ดังนั้นมนุษย์จึงสร้างสัญลักษณ์ แทนความคิดนั้น ๆ และสร้างกฎเกณฑ์ในการนำสัญลักษณ์นั้นมาใช้เพื่อสื่อความหมายให้ตรงกัน เป็นภาษา ที่กำหนดขึ้นด้วยภาษาเฉพาะ รัดกุมและสื่อความหมายได้ถูกต้องชัดเจน เป็นภาษาที่ประกอบด้วยตัวเลข ตัวอักษรและสัญลักษณ์ เป็นภาษาสากลที่ทุกชาติทุกภาษาที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์จะเข้าใจได้ตรงกัน เช่น $A + 2 = 9$ ทุกคนที่เข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ จะอ่านประโยคสัญลักษณ์นี้ได้และเข้าใจความหมายได้ตรงกัน (บุญทัน อยู่ชมบุญ. 2529 ; อ้างอิงมาจาก Brandt. 1980 : 10)

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้กำหนดคุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 3 ให้มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่ความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่ หลากหลายและใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม สามารถให้เหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และ นำเสนอ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยง คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2544 : 1,5)

การให้เหตุผลเป็นเป้าหมายที่สำคัญประการหนึ่งในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะการให้ เหตุผลเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เราไม่สามารถดำเนินการทาง คณิตศาสตร์โดยปราศจากการให้เหตุผล การแสดงเหตุผลที่ดีมีคุณค่ามากกว่าการที่ผู้เรียนหาคำตอบที่ ถูกต้องได้ (NCTM. 1989 : 6,29,81) ในการพัฒนาการคิดและความสามารถในการให้เหตุผล ควรเริ่มจาก การส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดอย่างมีเหตุผลจากกิจกรรมที่ผสมผสานการคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไปโดย การฝึกคิดวิเคราะห์ หาความสัมพันธ์ของแนวคิดและสรุปแนวคิดจากสถานการณ์ที่กำหนด ซึ่งผู้เรียนจะได้ แสดงพฤติกรรมการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกต ได้อธิบายแลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจง เหตุผลกัน (สสวท. 2544 : 6)

แนวคิดเกี่ยวกับการสอนให้ผู้เรียนเกิดความสามารถในด้านการให้เหตุผล เป็นสิ่งที่นักการศึกษา ทั้งหลายให้ความสำคัญ และเห็นความจำเป็นในการที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดอย่างมีเหตุผลอัน จะส่งผลต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เน้นการให้เหตุผล การคิดคำนวณแต่ละ ขั้นตอนจะต้องมีเหตุผลอยู่ในตัวมันเอง (ประยูร อาษานาม. 2537 : 17) ดังนั้นก่อนที่จะสอนการให้ เหตุผลเราต้องรู้ว่าการเกิดทักษะการคิดจะประกอบด้วยเหตุผลบางประการ ทุกสิ่งที่ บุคคลกระทำเป็นผลสรุปจากกระบวนการของเหตุผล ฉะนั้นการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลจะต้องเป็น

เป้าหมายแรกของครูทุกคน ต้องใช้โอกาสทุกสถานการณ์ในชั้นเรียนสนับสนุนการให้เหตุผลเพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถด้านเหตุผลและการแก้ปัญหา ซึ่งการสอนที่มุ่งเน้นเฉพาะเนื้อหาสาระวิชาโดยละเลยการปลูกฝังทักษะการคิดให้กับผู้เรียนนั้น ถึงแม้ว่านักเรียนจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงในระดับใดก็ตามแต่ลักษณะการคิดของนักเรียนจะเป็นการคิดตามกฎเกณฑ์หรือภายใต้กรอบคำจำกัดความหรือเนื้อหาวิชาที่เรียนมาเท่านั้น เมื่อสำเร็จการศึกษาไปแล้ว ผู้เรียนไม่สามารถนำความรู้ที่ได้รับไปใช้ในสถานการณ์จริงที่แตกต่างไปจากที่ได้พบในโรงเรียน ซึ่งจำเป็นต้องใช้ความสามารถในด้านการคิด การใช้เหตุผลและการสื่อสารมาประยุกต์ใช้

วิธีหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนมีเหตุผล คือให้นักเรียนได้มีการสื่อสารแนวความคิดโดยใช้คำพูดที่ง่ายและสั้นส่งผ่านหรือถ่ายทอดความคิด ความรู้ เนื้อหาสาระ ประสบการณ์ ทักษะ ฯลฯ จากบุคคลหนึ่งไปสู่อีกบุคคลหนึ่ง โดยการอธิบายหรือให้เหตุผลซึ่งเป็นการแสดงความคิดของตนเองและเขียนเพื่อให้เกิดความชัดเจนในการคิด กิจกรรมการเรียนการสอนจึงควรให้มีการสื่อสารเพื่อแลกเปลี่ยนแนวความคิดที่หลากหลาย นักเรียนจะได้รู้วิธีการเรียนรู้จากเพื่อน ได้เห็นแบบแผนและวิธีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ วิธีการสื่อสารแนวความคิดที่มีประสิทธิภาพวิธีหนึ่งคือการให้นักเรียนเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งลินด์ควิสต์ (Lindquist, 1989 : 629 - 630) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือในการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการใช้ภาษาในการพูดเพื่ออธิบายแนวคิด ในขณะที่เดียวกันก็เรียนรู้การรับฟังแนวคิดของคนอื่นด้วย ทั้งจากการพูดและการฟังจะทำให้เข้าใจคณิตศาสตร์และเห็นว่าคณิตศาสตร์นั้นมีความหมาย เป็นการส่งเสริมการทำงานและรับผิดชอบร่วมกัน เกิดการเรียนรู้ทักษะทางสังคมที่พึงประสงค์ นอกจากนี้สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 3) ได้กล่าวว่า หากได้มีการใช้การเรียนแบบร่วมมืออย่างต่อเนื่องในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยฝึกให้นักเรียนทำงานและแก้ปัญหาร่วมกันจะสามารถพัฒนาผู้เรียนให้เกิดศักยภาพทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการได้ นอกจากนี้การเรียนแบบร่วมมือยังเป็นการส่งเสริมพัฒนาการทางสังคมที่สอดคล้องกับวัยของนักเรียนอีกด้วย

วิชาเรขาคณิตเป็นวิชาที่ศึกษาเกี่ยวกับสมบัติของรูป ได้แก่ ขนาด รูปร่าง (สิริวรรณ ตั้งจิตพัฒนกุล, 2542 : 62) ซึ่งในปัจจุบันปัญหาสำหรับนักเรียนที่เรียนเรขาคณิตคือนักเรียนไม่สามารถพิสูจน์ได้เอง เพราะนักเรียนไม่รู้ว่าจะเริ่มต้นพิสูจน์อย่างไร ไม่สามารถโยงสิ่งที่มียอยู่แล้วหรือสิ่งที่ทราบแล้วมาช่วยในการพิสูจน์ (กรรณิกา คล่องกิจกุล, 2537 : 2) ด้วยเหตุนี้จึงทำให้นักเรียนส่วนใหญ่มีทัศนคติว่าการเรียนเรขาคณิตคือการท่องจำทฤษฎีบท ต้องจำการพิสูจน์ของแต่ละทฤษฎีบทและจำการพิสูจน์ของแบบฝึกหัดแต่ละข้อเพื่อเตรียมตัวสอบ ถ้าข้อสอบออกตรงกับทฤษฎีบทหรือแบบฝึกหัด นักเรียนที่ท่องจำได้จะทำข้อสอบได้ มีนักเรียนส่วนน้อยที่สามารถพิสูจน์แบบฝึกหัดที่ยังไม่เคยเห็นได้ (อำไพ ยมาภัย, 2527 : 121) นอกจากนั้นในการเรียนเรขาคณิตผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการใช้เหตุผลหรือรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล ผู้สอนจึงควรปลูกฝังการคิดอย่างมีเหตุผลควบคู่กับการให้ความรู้ตามเนื้อหาวิชา จึงจะช่วยให้ผู้เรียนมีพัฒนาการตามเป้าหมาย

ดังนั้นเพื่อให้ผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ได้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ผู้วิจัยจึงสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดผสมผสานกับการเรียนแบบร่วมมือ เพื่อฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผลโดยใช้เนื้อหาเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม เพราะธรรมชาติของเนื้อหาเรื่องนี้เริ่มมีการใช้เหตุผลในการพิสูจน์ ซึ่งจะช่วยเพิ่มความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลและความเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรมสำหรับนักเรียนได้

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิด

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. ได้แนวทางในการจัดการเรียนรู้การสอนเรขาคณิต ที่เพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลในระดับชั้นอื่น ๆ

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีธราสมุทร อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรสงคราม ซึ่งโรงเรียนจัดนักเรียนเข้าชั้นเรียน แบบละความสามารถทางด้านการเรียน ด้วยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยทุกรายวิชา จำนวน 9 ห้องเรียน รวม 405 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนศรีธราสมุทร อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรสงคราม โดยการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน รวม 45 คน จากนักเรียนจำนวน 9 ห้องเรียน

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ คือ กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม
2. ตัวแปรตาม คือ คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล

ขอบเขตของเนื้อหาวิชา

การวิจัยครั้งนี้ใช้ขอบเขตของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาระดับพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 โดยผู้วิจัยสอนเนื้อหาทั้งหมด ดังนี้

ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

มโนคติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม	2 ชั่วโมง
เงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ	1 ชั่วโมง
รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน	3 ชั่วโมง

รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม – ด้าน – มุม	3 ชั่วโมง
รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม – มุม – ด้าน	2 ชั่วโมง
รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	1 ชั่วโมง
รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – ด้าน – ด้าน	3 ชั่วโมง
ทบทวนเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม	2 ชั่วโมง

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ คือในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2547 โดยใช้เวลาในการทดลองทั้งสิ้น 27 ชั่วโมง ดังนี้

1. การทดสอบก่อนการทดลอง 2 ชั่วโมง ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลก่อนการทดลอง ซึ่งเป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นทดสอบกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ใช้เวลาทดสอบ 2 ชั่วโมง
2. การสัมภาษณ์ก่อนการทดลอง 3 ชั่วโมง ผู้วิจัยนำแบบสัมภาษณ์การให้เหตุผลก่อนการทดลอง สัมภาษณ์นักเรียนที่ละคนนอกเวลาเรียนปกติ โดยให้นักเรียนสุ่มทำเพียง 1 ข้อจากจำนวน 5 ข้อและใช้เวลาคนละ 4 นาที
3. การทดลองสอน 17 ชั่วโมง ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในชั่วโมงเรียนปกติ โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิด ในเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมที่ ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้ระยะเวลาในการสอนทั้งสิ้น 17 ชั่วโมง
4. การทดสอบหลังการทดลอง 2 ชั่วโมง เมื่อสิ้นสุดการสอน ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลหลังการทดลองที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นซึ่งเป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ใช้เวลาทดสอบ 2 ชั่วโมง
5. การสัมภาษณ์หลังการทดลอง 3 ชั่วโมง ผู้วิจัยนำแบบสัมภาษณ์การให้เหตุผลหลังการทดลอง สัมภาษณ์นักเรียนที่ละคนนอกเวลาเรียนปกติ โดยให้นักเรียนสุ่มทำเพียง 1 ข้อจากจำนวน 5 ข้อและใช้เวลาคนละ 4 นาที

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง การแสดงออกของผู้เรียนทางด้านการพูด การเขียน เพื่ออธิบายหรือแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับคนอื่น หรือเขียนบรรยายสิ่งที่ตนเองเรียนรู้หรือมีความเข้าใจ โดยอ้างอิงความรู้ ข้อมูลหรือข้อเท็จจริงทางเรขาคณิต แล้วสรุปสิ่งเหล่านั้นหรือเหตุการณ์นั้นๆ
2. กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง กิจกรรมในชั้นเรียนโดยใช้รูปแบบการเรียนแบบร่วมมือ เพื่อให้ผู้เรียนได้แสดงออกทั้งด้านการพูดและการเขียน เพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผล
3. รูปแบบการเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง รูปแบบการจัดการเรียนที่แบ่งผู้เรียนเป็นคู่และเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 - 5 คน ที่มีระดับความสามารถแตกต่างกัน คือความสามารถสูง 1 คน ความสามารถปานกลาง 2 คน ความสามารถอ่อน 1 คน เพื่อให้มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น อภิปรายและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน

ได้อย่างทั่วถึง เมื่อเริ่มต้นกิจกรรมผู้สอนจะทบทวนความรู้พื้นฐานและแจกใบกิจกรรมให้ผู้เรียนซึ่งจัดเป็นคู่ แลกเปลี่ยนความคิดเห็น หลังจากนั้นให้ผู้เรียนเข้ากลุ่มกลุ่มละ 4 – 5 คนเพื่ออภิปรายคำตอบร่วมกัน เมื่อได้คำตอบที่เห็นพ้องกันแล้วผู้สอนจึงสุ่มเรียกบางกลุ่มให้ส่งผู้แทนออกไปนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน และให้ผู้เรียนที่เหลือในห้องร่วมกันอภิปรายและซักถามข้อสงสัย

4. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง แบบทดสอบที่ให้ผู้เรียนระบุเหตุผลที่ใช้อ้างอิงหรือพิสูจน์ข้อความเกี่ยวกับเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้สร้างขึ้น มี 2 ฉบับคือ ฉบับก่อนการทดลองและฉบับหลังการทดลอง แต่ละฉบับเป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ซึ่งทั้ง 2 ฉบับเป็นแบบทดสอบแบบคู่ขนาน

5. แบบสัมภาษณ์วัดความสามารถในการให้เหตุผล เป็นแบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับการให้เหตุผล ในเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม โดยให้นักเรียนอธิบายเหตุผลหรือแสดงแนวคิดในการหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้ มีทั้งหมด 2 ฉบับ ฉบับละ 5 ข้อ ใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง 1 ฉบับ และหลังการทดลองอีก 1 ฉบับ โดยแบบสัมภาษณ์การให้เหตุผลฉบับหลังการทดลองเป็นแบบสัมภาษณ์คู่ขนาน ซึ่งการสัมภาษณ์จะสัมภาษณ์นักเรียนทีละคนนอกเวลาเรียนปกติ และให้เลือกทำเพียง 1 ข้อ ใช้เวลาคนละ 4 นาที

6. คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง คะแนนของนักเรียนที่ได้รับจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถในการให้เหตุผล

7. เกณฑ์ หมายถึง ร้อยละ 50 ของคะแนนรวม กล่าวคือ ถ้าผู้เรียนได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผล ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนรวม ถือว่าผู้นั้นสอบผ่านเกณฑ์ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2534 : 28)

สมมติฐานการวิจัย

1. คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

2. จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย โดยจะนำเสนอตามลำดับดังนี้

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารแนวความคิด
3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ
4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดและการให้เหตุผล

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 (กระทรวงศึกษาธิการ. 2544 : 1) ได้เน้นการจัดการศึกษาโดยกำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ ในการพัฒนาผู้เรียนตามระดับพัฒนาการของผู้เรียนเป็น 4 ช่วงชั้น คือช่วงชั้นที่ 1 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 – 3 ช่วงชั้นที่ 2 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 – 6 ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3 ช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 และกำหนดสาระการเรียนรู้ที่เป็นสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ประกอบด้วยเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

สาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

- สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ
- สาระที่ 2 การวัด
- สาระที่ 3 เรขาคณิต
- สาระที่ 4 พีชคณิต
- สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น
- สาระที่ 6 ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์

สำหรับช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3 หลักสูตรมุ่งเน้นการศึกษาเพื่อสำรวจตรวจสอบความสามารถ และความถนัดของตนเอง สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่กำหนดไว้ เป็นมาตรฐานที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ส่วนเรื่องความเท่ากันทุกประการ และทักษะการให้เหตุผล จัดอยู่ในสาระที่ 3 และสาระที่ 6 ตามลำดับ ดังรายละเอียดดังนี้

สาระที่ 3 : เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 : อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. อธิบายลักษณะและสมบัติของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้
2. สร้างรูปเรขาคณิตอย่างง่าย โดยไม่เน้นการพิสูจน์ได้
3. วิเคราะห์ลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติจากภาพสองมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2 : ใช้การนึกภาพ ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต ในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. เข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และนำไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้
2. เข้าใจเกี่ยวกับการแปลง (Transformation) ทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้
3. บอกภาพที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนรูปต้นแบบ และสามารถอธิบายวิธีการที่จะได้ภาพที่ปรากฏเมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพนั้นให้

สาระที่ 6 : ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาได้
2. ใช้ความรู้ ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 6.2 : มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. สามารถแสดงเหตุผล โดยการอ้างอิงความรู้ ข้อมูลหรือข้อเท็จจริงหรือสร้างแผนภาพ

มาตรฐาน ค 6.3 : มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อสารความหมายทางคณิตศาสตร์

และการนำเสนอ

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม

มาตรฐาน ค 6.4 : มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. เชื่อมโยงความรู้เนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ
2. นำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิต

มาตรฐาน ค 6.5 : มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ดังนั้นจะเห็นว่า เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมเป็นเนื้อหาหนึ่งที่มีความสำคัญ และได้บรรจุอยู่ในมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องหนึ่งของช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1–3) ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ผู้วิจัยจึงมีแนวคิดในการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากัน

ทุกประการของรูปสามเหลี่ยม และมีทักษะในการให้เหตุผลเพื่อให้สอดคล้องและบรรลุผลตามมาตรฐานการเรียนรู้ดังกล่าว

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารแนวความคิด

ความหมายของการสื่อสาร

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการสื่อสาร ไว้ดังนี้

แชนนอนและวีเวอร์ (Shannon & Weaver : 1949) กล่าวว่า คำว่า การสื่อสาร มีความหมายกว้างคลุมไปถึงวิธีการทั้งหมดที่ทำให้จิตใจของบุคคลหนึ่ง กระทั่งจิตใจของอีกคนหนึ่ง วิธีการดังกล่าว เกี่ยวโยงไปถึงสื่อและสารประเภทต่าง ๆ ไม่เฉพาะแต่ภาษาเขียนและภาษาพูดเท่านั้น แต่รวมไปถึงดนตรี ละคร ระบาย และบรรดาพฤติกรรมทั้งหมดของคนเรา ในบางกรณีอาจให้นิยามการสื่อสารที่กว้างขวางกว่านี้ก็ได้ โดยอาจหมายถึงวิธีการที่ทำให้เครื่องกลไกอันหนึ่ง (เช่น เครื่องเรดาร์ สำหรับบอกตำแหน่ง เครื่องบิน) สามารถติดต่อกับเครื่องกลไกอีกอันหนึ่งได้ (เช่น จรวดนำวิถี)

โฮฟแลนด์ และคณะ (Hovland , et al : 1953) ได้ให้ความหมายของการสื่อสารว่า เป็น กระบวนการที่บุคคลหนึ่ง (ผู้ส่งสาร) ส่งสิ่งเร้า (โดยปกติเป็นภาษาพูดหรือเขียน) เพื่อเปลี่ยนพฤติกรรมของบุคคลอื่น ๆ (ผู้รับสาร)

วาสนา จันทรสว่าง และทัศนีย์ อินทรสุขศรี (2532 : 3) ได้ให้ความหมายของการสื่อสารว่า เป็น การติดต่อ สื่อสาร สื่อความหมายระหว่างกันและกันของมนุษย์ในสังคม เพื่อความเข้าใจร่วมกันในการดำรงชีวิตในสังคม

วรพล พรหมิกบุตร (2534 : 17) ได้ให้ความหมายของการสื่อสารว่าเป็นกระบวนการทางสังคม ซึ่งมีลักษณะสำคัญเป็นการปฏิสังสรรค์ด้วยวิธีการต่าง ๆ เพื่อนำข่าวสารเชิงสัญลักษณ์จากสถานที่หนึ่งไปยังอีกสถานที่หนึ่ง ด้วยจุดมุ่งหมายในการสื่อความหมายหรือทำความเข้าใจความหมายร่วมกันระหว่างบุคคลที่เกี่ยวข้อง

มณฑล ไบบัว (2536 : 3) กล่าวว่า การสื่อสารหมายถึง กระบวนการทำความเข้าใจซึ่งกันและกัน บุญศรี ปราบณศักดิ์ และศิริพร จิรวรรณกุล (2538 : 9) ได้สรุปความหมายของการสื่อสารว่า การสื่อสาร คือ กระบวนการแลกเปลี่ยนและร่วมกันรับรู้เรื่องราวข่าวสารต่างๆ โดยมีความเข้าใจร่วมกันต่อสัญลักษณ์ที่แสดงเรื่องราวข่าวสารนั้น ๆ

ทัศนีย์ กระต่ายอินทร์ และสุกิต อนุศาสตร์ (2542 : 3) ได้ให้ความหมายของการสื่อสารว่า หมายถึง กระบวนการถ่ายทอดสารจากผู้ส่งสารผ่านสื่อต่าง ๆ ที่อาจเป็นการพูด การเขียน การแสดง การจัดกิจกรรม ฯลฯ ไปยังผู้รับสาร อย่างมีวัตถุประสงค์ทำให้เกิดการรับรู้ร่วมกัน มีปฏิกิริยาตอบสนองต่อกัน สามารถปรับเปลี่ยนวิธีการให้เหมาะสมกับบริบททางการสื่อสาร เพื่อให้การสื่อสารสัมฤทธิ์ผล

ณรงค์ สมพงษ์ (2543 : 4) ได้ให้ความหมายของการสื่อสารว่า หมายถึง กระบวนการในการส่งหรือแลกเปลี่ยนข่าวสาร ความคิด และทัศนคติจากบุคคลหนึ่งไปสู่อีกบุคคลหนึ่ง

กล่าวโดยสรุป การสื่อสาร หมายถึง การถ่ายทอดเรื่องราวต่าง ๆ จากบุคคลหนึ่งไปยังอีกบุคคลหนึ่ง เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ต้องการร่วมกัน

ความสำคัญของการสื่อสาร

การสื่อสารมีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการดำรงชีวิตอยู่ร่วมกันอย่างมีความสุข ในสถานบันการศึกษา การสื่อสารมีความสำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในโรงเรียน เนื่องจากกระบวนการศึกษาต้องมี

การถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจ ฯลฯ จากบุคคลหนึ่งหรือกลุ่มหนึ่งไปยังอีกบุคคลหนึ่งหรืออีกกลุ่มหนึ่ง เพื่อให้ทุกคนที่เกี่ยวข้องมีความเข้าใจหรือการรับรู้ตามวัตถุประสงค์ให้มากที่สุดที่จะเป็นไปได้

มณฑล โบบว (2536 : 3 - 4) ได้กล่าวว่าการสื่อสาร มีความสำคัญต่อมนุษย์ 5 ประการ คือ

1. ความสำคัญต่อสังคม มนุษย์รวมตัวกันเป็นกลุ่มสังคมได้ตั้งแต่สังคมเล็กระดับครอบครัว จนกระทั่งถึงสังคมที่ใหญ่ระดับประเทศ เพราะอาศัยการสื่อสารเป็นพื้นฐาน เมื่อมนุษย์รวมกันอยู่และดำเนินชีวิตร่วมกัน ก็ย่อมมีข้อตกลงในระเบียบ กติกา เพื่อใช้เป็นเกณฑ์ต่างๆ ของสังคม เพื่อให้สังคมนั้นๆ ดำรงอยู่ได้ และมนุษย์ใช้การสื่อสารซึ่งกันและกันเพื่อจะทำความเข้าใจ การที่สังคมมนุษย์ได้รับการพัฒนามาโดยตลอดไม่มีการขาดตอนก็เพราะใช้การสื่อสารเป็นสายใยแห่งการถ่ายทอดประเพณี วัฒนธรรม ความรู้สึกนึกคิดของคนรุ่นหนึ่งไปสู่อีกรุ่นหนึ่ง
2. ความสำคัญต่อชีวิตประจำวัน การสื่อสารมีบทบาทสำคัญยิ่งต่อชีวิตประจำวัน ในวันหนึ่ง ๆ ตลอดเวลาที่เรตื่น เราสื่อสารตลอดเวลา อาจสื่อสารกับตัวเอง สื่อสารกับผู้อื่น ทั้งนี้อาจเป็นคนในครอบครัว ผู้ร่วมงานหรือร่วมกิจกรรมต่าง ๆ ในการดำรงชีวิตต่างก็ต้องการสื่อสารเป็นเครื่องมือทั้งนั้น
3. ความสำคัญต่ออุตสาหกรรมและธุรกิจ การดำเนินอุตสาหกรรมและธุรกิจ ไม่ว่าจะเป็นขั้นตอนในการผลิต การจัดจำหน่าย ต่างก็ต้องอาศัยการสื่อสารทุกขั้นตอน นับตั้งแต่การสื่อสารกันระหว่างบุคคล จนกระทั่งถึงการสื่อสารกับมวลชน เช่น การโฆษณา การประชาสัมพันธ์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในปัจจุบันได้มีการนำเทคโนโลยีใหม่ ๆ มาใช้ในการสื่อสารมากมาย
4. ความสำคัญต่อการปกครอง ในการปกครองไม่จำเป็นว่าการปกครองระดับใดหรือการปกครองระบอบใด ทั้งผู้ปกครองและผู้ถูกปกครอง จะต้องมีข้อตกลงร่วมกันในกฎเกณฑ์หรือระเบียบต่าง ๆ ผู้ปกครองต้องเผยแพร่ข่าวสารเหล่านี้ ให้ผู้ถูกปกครองทราบทั้งทางตรงและทางอ้อม รวมทั้งประชาชนหรือผู้ถูกปกครองก็ต้องสื่อสารเรื่องต่าง ๆ ไปยังผู้ปกครองด้วย ซึ่งเป็นการสื่อสารทั้งแบบจากบนลงสู่ล่าง และแบบจากล่างขึ้นสู่บน
5. ความสำคัญต่อการเมืองระหว่างประเทศ ประเทศต่าง ๆ ต้องมีการติดต่อสื่อสารกันทั้งทางด้าน การเมือง เศรษฐกิจ การทหาร ปัจจุบันเรามองการณ์ที่ทำหน้าที่ติดต่อสื่อสารด้านต่าง ๆ ระหว่างประเทศ และการสื่อสารมวลชนนับวันจะมีบทบาทสำคัญต่อชีวิตของเรามากขึ้นทุกที

ความหมายและความสำคัญของการสื่อสารทางวิชาคณิตศาสตร์

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989 : 214) ได้กล่าวถึงการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า การสื่อสารเป็นความสามารถในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างแนวคิดและสามารถทำความเข้าใจแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิด และได้รับความสามารถที่ต้องการให้เกิดขึ้นในตัวของนักเรียนเกี่ยวกับการสื่อสาร ดังนี้

1. สามารถแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูด การเขียน การสาธิตและการแสดงให้เห็นภาพ
2. สามารถทำความเข้าใจ แปลความหมายและประเมินแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอโดยการเขียน การพูด หรือภาพต่างๆ
3. สามารถใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์แสดงแนวคิด อธิบายความสัมพันธ์และจำลองสถานการณ์

การพูดเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญ และการมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนในชั้นเรียน จะช่วยให้นักเรียนเกิดความรู้ เรียนรู้วิธีคิด และมีความชัดเจนในสิ่งที่คิด ฮอยเลส (Hoyles. 1985 : 206 - 207) กล่าวว่า การให้นักเรียนได้พูดอภิปรายระหว่างนักเรียนกับนักเรียน ทำให้เกิดการผสมผสานความรู้

ได้อย่างดี แต่ละคนสามารถขยายความคิดของกันและกันได้ ซึ่งจะช่วยให้เกิดความชัดเจนในงานหรือกระบวนการทำงาน การเขียนเป็นการสื่อสารที่มีคุณค่าอีกอย่างหนึ่ง ที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดความชัดเจนในแนวคิดเกี่ยวกับเรื่องราวหรือปัญหาที่กล่าวถึงและช่วยในการพัฒนาการรับรู้คณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น การให้นักเรียนเขียนว่าเขาจะจัดการกับปัญหาอย่างไรและสมาชิกในกลุ่มคิดอย่างไรเกี่ยวกับปัญหา นอกจากจะช่วยให้นักเรียน ชัดเจนในความคิดแล้ว ยังทำให้ทราบการคิด และการให้เหตุผลเกี่ยวกับปัญหา (Lappan and Schram. : 1989 : 16) ดังนั้นการเขียนจึงเป็นทักษะการสื่อสารที่นักเรียนควรได้ฝึกอย่างสม่ำเสมอในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะนอกจากจะทำให้ชัดเจนและเข้าใจอย่างลึกซึ้งแล้ว ยังเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียน บางคนที่ไม่ถนัดในการพูดได้แสดงแนวคิดที่เขามีอยู่ โดยการเขียนแนวคิดของตนเอง

การอ่านนับเป็นการสื่อสารที่มีคุณค่ามาก เพราะว่าแหล่งความรู้ที่นักเรียนจะต้องพบส่วนใหญ่จะอยู่ในรูปของหนังสือ เอกสารหรือสิ่งพิมพ์ต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ก็ควรให้นักเรียนได้ฝึกการอ่านและทำความเข้าใจรายละเอียดในบทเรียนด้วยตนเอง จากหนังสือหรือเอกสารต่างๆ ที่เป็นแหล่งข้อมูลความรู้ เป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักการศึกษาค้นคว้า หาข้อสรุปด้วยตนเองมากกว่าจะเป็นเพียงผู้คอยรับความรู้เท่านั้น (Lappan and Schram. 1989 : 17)

การนำเสนอแนวคิด (representing) เป็นการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญอีกอย่างหนึ่ง ที่ควรใช้ในการเรียนทุกระดับ การแสดงแนวคิดจะรวมถึงการแปลงปัญหาหรือแนวคิดไปสู่อีกรูปแบบหนึ่งที่คุ้นเคยหรือเข้าใจง่าย เช่น เขียนแทนด้วยแผนภาพ แผนภูมิหรือกราฟ และในทางกลับกัน ให้มีการแปลแผนภาพ แผนภูมิหรือรูปภาพทางกายภาพไปสู่สัญลักษณ์และประโยคภาษา (NCTM.1989 : 27)

ประเภทของการสื่อสาร

ประมะ สตะเวทิน (2527 : 24 – 26) ได้กล่าวว่า ในการแบ่งประเภทของการสื่อสาร มีเกณฑ์ในการจำแนกประเภทของการสื่อสาร ดังต่อไปนี้

1. การจำแนกประเภทของการสื่อสารโดยถือเกณฑ์จำนวนผู้สื่อสาร แบ่งเป็น

1.1 การสื่อสารภายในตัวบุคคล (Intrapersonal Communication) คือบุคคลเดียวกันนั้นทำหน้าที่เป็นทั้งผู้ส่งสารและรับสาร เช่น การคิด การพูดกับตัวเอง การร้องเพลงคนเดียว การบันทึกประจำวันสำหรับตนเอง

1.2 การสื่อสารระหว่างบุคคล (Interpersonal Communication) คือการที่บุคคล 2 คนขึ้นไปสื่อสารกันเป็นทั้งผู้ส่งสารและผู้รับสารสลับกันไป ประกอบด้วย การสื่อสารวัจนภาษาโดยใช้ภาษา ถ้อยคำ และการสื่อสารอวัจนภาษา โดยใช้ภาษาที่ไม่ใช่ถ้อยคำ

1.3 การสื่อสารกลุ่ม (Group Communication) เป็นการสื่อสารกับคนจำนวนมากซึ่งอยู่ในที่เดียวกันหรือใกล้เคียงกัน เช่น การบรรยายในที่ประชุม การสอนในห้องเรียน การปราศรัย การหาเสียงเลือกตั้ง ฯลฯ

1.4 การสื่อสารองค์การ (Organizational Communication) คือการสื่อสารระหว่างสมาชิกขององค์การหรือหน่วยงาน เช่น การสื่อสารในบริษัท ในหน่วยงานราชการ เป็นต้น

1.5 การสื่อสารมวลชน (Mass Communication) คือการสื่อสารไปยังประชาชนจำนวนมากพร้อมกันหรือในเวลาใกล้เคียงกันโดยประชาชนเป้าหมาย อาจอยู่ห่างไกลกัน อยู่กระจัดกระจายในที่ต่าง ๆ สื่อมวลชนนั้นแบ่งเป็น 4 ประเภท คือ หนังสือพิมพ์ วิทยุ โทรทัศน์และภาพยนตร์

2. การจำแนกประเภทของการสื่อสารโดยถือเกณฑ์การใช้ภาษา แบ่งเป็น

2.1 การสื่อสารโดยภาษาที่ไม่ใช่ถ้อยคำ (Non-Verbal Communication) เรียกว่า อวัจนภาษา คือ การสื่อสารด้วยอากัปกริยาท่าทางหรือสัญลักษณ์ต่างๆ เช่น เวลา เนื้อที่หรือระยะทาง กิริยา สิ่งของ

ร่างกายและปริภาษา ซึ่งหมายถึงสิ่งที่เกิดขึ้นแนบเนื่องกับภาษา เช่น เมื่อสื่อสารโดยการพูด ปริภาษาคือระดับเสียงสูงต่ำ น้ำเสียง การหัวเราะ

2.2 การสื่อสารโดยภาษาที่ใช้ถ้อยคำ (Verbal Communication) เป็นการสื่อสารโดยใช้ภาษาพูด ภาษาเขียน เรียกว่า วจนภาษา

สมชาย วรภิเกษมสกุล (2540 : 71) ได้เสนอรูปแบบของการสื่อสาร (อ้างอิงจากบุรณะ สมชัย. : ม.ป.ป. : 22 ; วรพล พรหมกบุตร. 2534 : 30 ; และวรรณ โสมประยูร. 2537 : 27) ไว้ดังนี้

1. การสื่อสารแบบทางเดียว (One - Way Communication) เป็นกระบวนการสื่อสารที่ไม่เปิดโอกาสให้ผู้รับสาร (ผู้เรียน) ส่งผลย้อนกลับไปยังผู้ส่งสาร (ผู้สอน) หรือตอบโต้ข่าวสารกันอย่างต่อเนื่อง ดังนั้นหากเกิดความเข้าใจคลาดเคลื่อนส่งผลให้ไม่สามารถทำความเข้าใจร่วมกันได้

2. การสื่อสารแบบสองทาง (Two-Way Communication) เป็นกระบวนการสื่อสารที่เปิดโอกาสให้ผู้รับสาร (ผู้เรียน) สามารถส่งผลการตีความหมายของตนย้อนกลับไปยังผู้ส่งสาร (ผู้สอน) ได้ทันที เกิดการตอบสนองซึ่งกันและกัน มีโอกาสตั้งข้อสงสัย ซักถาม หรือโต้แย้ง อภิปรายหาข้อยุติ ผลย้อนกลับ (Feedback) จึงเปลี่ยนเป็นข่าวสารชุดใหม่โดยผู้รับสารจะสลับหน้าที่เป็นผู้ส่งสาร และผู้ส่งสารจะเป็นผู้รับสาร

ในการเรียนการสอน ผู้สอนควรพยายามใช้การสื่อสารแบบสองทางและหลีกเลี่ยงการใช้การสื่อสารแบบทางเดียว เพื่อให้ผู้เรียนได้รับประโยชน์มากที่สุด

แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์

เป้าหมายของการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์คือ มุ่งพัฒนาให้ผู้เรียนมีความรู้ ทักษะ และความสามารถทางคณิตศาสตร์ และใช้ความรู้ ทักษะ และความสามารถเหล่านั้นในการสื่อสารแนวคิดในกิจกรรมที่ต้องใช้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

การพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุตามเป้าหมายดังกล่าว สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989 : 26) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับกิจกรรมการพัฒนาว่า ควรเป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการดำเนินการอย่างเต็มที่ ในกิจกรรมการสืบค้น การสืบเสาะ การพรรณนาและการอธิบายแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมการสื่อสารแนวความคิด โดยการอ่าน การพูดและการแสดงแนวความคิด จัดการเรียนการสอนให้นักเรียนในชั้นได้มีโอกาสปฏิสัมพันธ์ต่อกัน ชี้แจงแนวความคิด อธิบายเหตุผล เพื่อให้ผู้อื่นเห็นด้วยกับความคิดของตนเอง จะเป็นการฝึกทั้งการพูดและการฟัง กิจกรรมดังกล่าวจะช่วยให้นักเรียนได้สร้างความรู้ เรียนรู้ที่จะรับฟังแนวความคิดในลักษณะต่างๆ และทำให้เกิดความชัดเจนในแนวความคิดของตนเอง ดังนั้น การพูด การฟัง การเขียนและการแสดงแนวความคิดในลักษณะต่างๆ จึงเป็นกุญแจสำคัญในการพัฒนาการสื่อสารแนวความคิด

การส่งเสริมให้เกิดการพัฒนาการสื่อสารแนวความคิดอาจทำได้โดยการกำหนดกิจกรรม หรือถามคำถามแล้วให้นักเรียนอธิบายแนวความคิดออกมา เช่น “เกิดอะไรขึ้นเกี่ยวกับสถานการณ์นั้นๆ” “ทำไมคิดว่า... สิ่งเหล่านั้นถูกต้อง” “คำตอบมีความหมายสำหรับสถานการณ์ที่กำหนด” “คิดอย่างไรเกี่ยวกับ...” (Lappan and Schram. 1989 : 29) หรือบางครั้งอาจให้อธิบายกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากจบบทเรียนแล้ว โดยให้นักเรียนเขียนประโยคสั้นๆ เช่น ทำอย่างไร ทำไมทำเช่นนั้น ผลเป็นอย่างไร หรือบางครั้งอาจเขียนถึงประวัติความเป็นมาของเรื่องที่ศึกษาเพราะการเขียนช่วยให้นักเรียนได้สรุปแนวความคิดของตนเอง

โรวานและมอร์โรว์ (วัชร ชันเชื้อ. 2545 : 52 ; อ้างอิงจาก Rowan and Morrow. 1993 : 9-11) ได้เสนอแนะแนวทางในการส่งเสริมการสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. นำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนได้พรรณนาถึงสิ่งที่พบ

2. ใช้เนื้อหา เรื่องราว หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ชิดของนักเรียน เช่น โครงการที่มีกิจกรรม การสืบค้นเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของ คณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ชิดของนักเรียน จะทำให้ใช้การสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นประโยชน์ได้อย่างสมบูรณ์

3. การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิด จะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด และแสดง การตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่ให้โอกาสนักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย และคิดอย่าง สร้างสรรค์ การส่งเสริมการสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ในที่นี้รวมไปถึงการให้นักเรียนได้ตั้งคำถาม ให้กับตนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การค้นพบตามที่เขาสงสัย

4. ให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวความคิด การเขียนสื่อสารแนวความคิดเป็นสิ่งสำคัญและ ควรให้นักเรียนฝึกเขียนแสดงแนวความคิดของตนเอง เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย

5. ใช้กลุ่มแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน (Cooperative and Collaborative Group) การให้ นักเรียนนั่งเป็นแถวและนั่งประจำโต๊ะของตนเอง ไม่ได้ส่งเสริมให้เกิดการอภิปราย การจัดกลุ่มให้นักเรียน ได้ร่วมมือและช่วยเหลือในการเรียนรู้ เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวความคิด อธิบาย แนวความคิดกัน ในกลุ่มเป็นการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรง

6. ใช้การชี้แนะโดยตรงและชี้แนะทางอ้อม (Overt and Covert Clues) การตอบสนองต่อ คำถามของนักเรียน การบริหารและจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนได้ทราบถึงสิ่งที่คาดหวัง และมาตรฐานของการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะได้แสดงแนวความคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล

งานวิจัยที่เกี่ยวกับความสามารถในการสื่อสาร

สมชาย วรกิจเกษมสกุล (2540 : 105) ได้ศึกษาการพัฒนา รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดย การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหาให้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยเน้นให้ผู้เรียนได้ พุดและเขียนแสดงความรู้ ความเข้าใจและให้ความช่วยเหลือเพื่อนในการอธิบายหรือแลกเปลี่ยนความ คิดเห็น และให้ผู้สอนได้ตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการคิดผ่านสื่อประสม ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังการสอนสูงกว่าก่อนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .05

สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 96) ได้ทำการศึกษาการพัฒนา ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ ผลการศึกษาพบว่าศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารแนวความคิดของกลุ่มทดลอง หลังการ ทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของกลุ่ม ทดลองกับกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของ กลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม

เทอร์โลว์ (Thurlow. 1999 : 2620) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และเจตคติ ของนักเรียนระดับ 5 ระหว่างการสอนโดยเน้นการฝึกให้เขียนบทความลงในวารสารกับการสอนตามปกติ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน สำหรับกลุ่ม ทดลองนักเรียนที่มีความสามารถต่ำกว่าค่ามัธยฐานของกลุ่มมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่ำกว่า นักเรียนที่มีความสามารถสูงกว่าค่ามัธยฐานของกลุ่ม และเพศชายมีเจตคติต่ำกว่าเพศหญิง

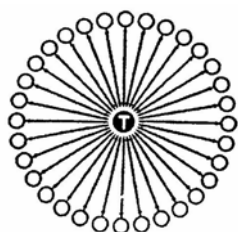
จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่า กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการใช้การสื่อสาร แนวความคิด มีส่วนช่วยให้นักเรียนมีศักยภาพทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ

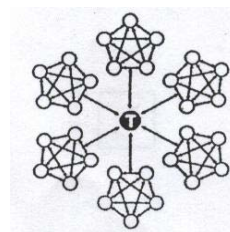
ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือ

สลาบิน (Slavin. 1987 : 8) ได้ให้ความหมายการเรียนแบบร่วมมือไว้ว่า เป็นการสอนแบบหนึ่ง โดยให้นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก (ปกติกลุ่มละประมาณ 4 คน) และการจัดกลุ่มต้องคำนึงถึงความสามารถของนักเรียน หน้าที่ของนักเรียนทุกคนในกลุ่มจะต้องช่วยกันทำงาน รับผิดชอบและช่วยเหลือการเรียนซึ่งกันและกัน

อาทซ์และนิวแมน (Artzt and Newman. 1990 : 448 – 449) ได้ให้ความหมายการเรียนแบบร่วมมือว่าเป็นแนวทางที่จัดให้ผู้เรียนทำการแก้ปัญหาาร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ สมาชิกทุกคนร่วมกันทำงานในกลุ่มเพื่อให้ประสบความสำเร็จหรือบรรลุเป้าหมายร่วมกัน สมาชิกในกลุ่มทุกคนต้องระลึกเสมอว่าเขาเป็นส่วนสำคัญของกลุ่ม ความสำเร็จหรือความล้มเหลวของกลุ่มเป็นความสำเร็จหรือความล้มเหลวของทุกคนในกลุ่ม เพื่อให้บรรลุเป้าหมายสมาชิกทุกคนต้องพูดอธิบายแนวความคิดและช่วยเหลือกันให้เกิดการเรียนรู้ในการแก้ปัญหา ผู้สอนไม่ใช่เป็นแหล่งความรู้ที่คอยป้อนแก่นักเรียน แต่จะมีบทบาทเป็นผู้คอยให้ความช่วยเหลือหรืออำนวยความสะดวกในการจัดหาและชี้แนะแหล่งข้อมูลในการเรียนรู้แก่นักเรียน ตัวนักเรียนเองจะเป็นแหล่งความรู้ซึ่งกันและกันในกระบวนการเรียนรู้ดังแสดงในภาพประกอบ 1



รูปที่ 1 ชั้นเรียนที่ผู้สอนเป็นศูนย์กลาง
การเรียนรู้



รูปที่ 2 ชั้นเรียนที่เป็นการเรียน
แบบร่วมมือ

ภาพประกอบ 1 แผนภาพแสดงลักษณะของการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน

สุรศักดิ์ หลาบมาลา (2531 : 4) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึงวิธีการสอนอีกแบบหนึ่ง ซึ่งกำหนดให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ผลการเรียนรู้ของนักเรียนจะพิจารณาเป็น 2 ตอน ตอนแรกจะพิจารณาค่าเฉลี่ยของทั้งกลุ่ม ตอนที่สองจะพิจารณาคะแนนสอบเป็นรายบุคคล การสอบทั้งสองครั้งนักเรียนต่างคนต่างสอบ แต่เวลาเรียนต้องร่วมมือกัน ดังนั้นนักเรียนเก่งจึงพยายามช่วยนักเรียนอ่อนเพราะจะทำให้คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มดีขึ้น และทางโรงเรียนมีรางวัลเป็นการเสริมแรงให้ด้วยหากค่าเฉลี่ยกลุ่มใดได้เกินเกณฑ์ที่ทางโรงเรียนตั้งไว้

ชาญชัย อาจิณสมจาร (2533 : 19) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง การใช้การสอนเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพื่อว่าผู้เรียนจะได้ทำงานร่วมกันเพื่อให้ได้มาซึ่งการเรียนรู้ของตัวเองและของกลุ่มสูงสุด และภายในกลุ่มผู้เรียนเรียนแบบร่วมแรงร่วมใจ ผู้เรียนจะมีความรับผิดชอบอยู่ 2 ประการคือ เรียนบทเรียนตามกำหนด และให้แน่ใจว่าสมาชิกอื่น ๆ ในกลุ่มก็เรียนเช่นเดียวกัน ผู้เรียนจะค้นหาผลลัพธ์ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อตัวผู้เรียนเองและต่อสมาชิกคนอื่น ๆ ในกลุ่ม

ชูศรี สนิทประชากร (2534 : 48) ได้กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือ เป็นการเรียนที่ไม่เหมือนการเรียนแบบแข่งขัน และการเรียนด้วยตัวเอง เพราะการเรียนแบบร่วมมือเป็นการเรียนการสอนที่มีแนวความคิดว่าผู้สอนจะทำการแนะนำผู้เรียน ให้เขาทำงานร่วมกันจนประสบความสำเร็จตามจุดมุ่งหมายของการเรียนนั้นร่วมกันทุกคน

ปาสัน กงตาล (2535 : 19) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง การจัด การเรียนการสอนแบบหนึ่ง ที่มีลักษณะการจัดการให้ผู้เรียนจับกันเป็นกลุ่มสำหรับทำงานร่วมกันแก้ปัญหา และทำกิจกรรมให้บรรลุวัตถุประสงค์ตามที่ผู้สอนกำหนด โดยที่สมาชิกในกลุ่มตระหนักว่าแต่ละคนเป็นส่วน หนึ่งของกลุ่ม ดังนั้นความสำเร็จหรือความล้มเหลวที่เกิดขึ้นสมาชิกทุกคนในกลุ่มนั้นจะต้องมีความรับผิดชอบ ร่วมกัน สมาชิกจะมีการพูดคุยกันและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน

เปรมจิตต์ ขจรภัยลาร์เซน (2536 : 1) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง วิธีสอนที่จัดสภาพการเรียนการสอนโดยให้ผู้เรียนทำงานด้วยกันเป็นกลุ่มย่อย ผู้เรียนในกลุ่มจะต้องมี ความรับผิดชอบในการเรียนรู้เนื้อหาวิชา และช่วยกันในการเรียนเพื่อบรรลุจุดประสงค์ของกลุ่ม

อารี สันทนต์ (2535 : 33) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การเรียนแบบร่วมมือ เป็นวิธีการเรียนที่ให้นักเรียนทำงานด้วยกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เพื่อให้เกิดผลการเรียนรู้ทั้งทางด้านความรู้และทางด้านจิตใจ ช่วยให้ นักเรียนเห็นคุณค่าในความแตกต่างระหว่างบุคคลของเพื่อน ๆ เคารพความคิดเห็นและความสามารถของ ผู้อื่นที่แตกต่างจากตน ตลอดจนรู้จักช่วยเหลือและสนับสนุนเพื่อน ๆ

กล่าวโดยสรุปว่า การเรียนแบบร่วมมือ คือการที่นักเรียนทำงานร่วมกันในกลุ่มเพื่อให้ตนเองและ สมาชิกในกลุ่มเกิดการเรียนรู้และบรรลุเป้าหมายร่วมกัน โดยช่วยเหลือกันทำงาน แสดงความเห็น การ อธิบาย การทำความเข้าใจและการให้เหตุผลต่าง ๆ ทำให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้ การอยู่ร่วมกันในสังคม ได้ดีขึ้น

องค์ประกอบของการเรียนแบบร่วมมือ

จอห์นสันและจอห์นสัน (ทรงชัย อักษรจิต. 2547 : 13-14 ; อ้างอิงจาก Johnson and Johnson. 1990 : 105 – 107) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือไว้ 5 ประการ คือ

1. การพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันทางบวก (Positive Interdependence)

นักเรียนต้องตระหนักว่างานที่ทำด้วยกันเป็นงานกลุ่ม การทำงานจะบรรลุจุดประสงค์หรือ ประสบความสำเร็จหรือไม่นั้น ขึ้นอยู่กับสมาชิกทุกคนในกลุ่มต้องช่วยเหลือกันทางการเรียนและต้องระลึกว่า ทุกคนต้องพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันเพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ของกลุ่ม ดังนั้นผลงานของกลุ่มคือผลสำเร็จ ของนักเรียนแต่ละคน และเช่นเดียวกันผลงานของนักเรียนแต่ละคนก็เป็นผลสำเร็จของกลุ่มด้วย ซึ่ง ความสำเร็จนี้จะขึ้นอยู่กับความร่วมมือร่วมใจของสมาชิกทุกคน จะไม่มีการยอมรับความสำเร็จหรือ ความสามารถของบุคคลเพียงคนเดียว

2. การติดต่อปฏิสัมพันธ์โดยตรง (Face – to – Face Interaction)

การปฏิสัมพันธ์จะเกิดขึ้นเมื่อทุกคนในกลุ่มช่วยเหลือและให้กำลังใจซึ่งกันและกัน มีการสนับสนุน ผลงานของสมาชิก การอธิบาย ขยายความในบทเรียนที่เรียนมาให้แก่เพื่อนในกลุ่มเข้าใจ การทำความเข้าใจ การสรุปเรื่องและการให้เหตุผลต่าง ๆ ตลอดจนมีการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เพื่อเปิดโอกาสให้สมาชิกได้เสนอแนวความคิดใหม่ ๆ เพื่อเลือกสิ่งที่ดี สิ่งที่ถูกต้องและเหมาะสมที่สุด

3. การรับผิดชอบงานของกลุ่ม (Individual Accountability and Personal Responsibility)

การเรียนแบบร่วมมือให้ความสำคัญเกี่ยวกับความสามารถและความรู้ที่แต่ละคนจะได้รับ กล่าวคือ การเรียนแบบร่วมมือจะสำเร็จเมื่อทุกคนในกลุ่มเข้าใจในบทเรียนตรงกันหรือได้รับความช่วยเหลือ จากเพื่อนในกลุ่มให้เข้าใจในบทเรียนนั้น ดังนั้นเป็นหน้าที่ของแต่ละกลุ่มที่ต้องคอยตรวจสอบดูว่าสมาชิก ทุกคนเข้าใจในบทเรียนหรือไม่และผู้สอนอาจจะทำการทดสอบแต่ละกลุ่มโดยใช้วิธีสุ่มตัวแทนจากแต่ละกลุ่ม

4. ทักษะในความสัมพันธ์กับกลุ่มเล็กและผู้อื่น (Interpersonal and Small Group Skill)

นักเรียนทุกคนต้องสามารถที่จะทำงานร่วมกัน เข้ากันได้ทุกคน และความสามารถทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อยได้ เพื่อให้งานของกลุ่มบรรลุจุดมุ่งหมายและมีประสิทธิภาพ ผู้สอนต้องฝึกให้นักเรียนทำความเข้าใจและไว้วางใจกัน พูดสื่อความหมายกันได้อย่างชัดเจน ยอมรับความคิดเห็นและให้การสนับสนุนซึ่งกันและกัน ตลอดจนช่วยกันแก้ปัญหาของความขัดแย้ง

5. กระบวนการกลุ่ม (Group Processing)

ทุกคนในกลุ่มต้องรู้จักช่วยกันทำงาน อภิปราย ออกความคิดเห็น เมื่องานเสร็จแล้วนักเรียนในกลุ่มสามารถบอกที่มาของผลลัพธ์ได้ สามารถวิเคราะห์การทำงานของกลุ่มและหาวิธีปรับปรุงการทำงานของกลุ่มให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 54 – 55) ได้กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่มุ่งพัฒนาทั้งเจตคติและค่านิยมในตัวของผู้เรียน มีการนำเสนอและแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และแนวความคิดที่หลากหลายระหว่างสมาชิกในกลุ่ม พัฒนาพฤติกรรมในการแก้ปัญหา การคิดวิเคราะห์และการคิดอย่างมีเหตุผล รวมทั้งพัฒนาคุณลักษณะของผู้เรียนให้รู้จักตนเองและเพิ่มคุณค่าของตนเอง ซึ่งกิจกรรมดังกล่าวจะมีผลต่อผู้เรียน 3 ประการ คือ

1. มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาวิชา (Academic Learning)
2. มีทักษะทางสังคม โดยเฉพาะทักษะการทำงานร่วมกัน (Social Skills)
3. รู้จักตนเองและตระหนักในคุณค่าของตนเอง (Self – Esteem)

ประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ

ชูศรี สนิทประชากร (2534 : 46 – 47) กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ ไว้ดังนี้

1. ส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้ที่ดีขึ้นและความรู้แน่นจะคงทนกว่า
2. รู้จักการใช้เหตุผลมากขึ้น มีความเข้าใจในเรื่องนั้นลึกซึ้ง และมีความคิดสร้างสรรค์มากกว่า
3. มีแรงจูงใจทั้งภายในและภายนอก ที่จะเรียนรู้มากขึ้น
4. สนใจการทำงานและลดความไม่เป็นระเบียบวินัยของห้องเรียนลงได้มาก เพราะทุกคนทำงานร่วมกัน

คนทำงานร่วมกัน

5. ได้รับแนวความคิด ความสามารถมาจากเพื่อน
6. มีการยอมรับในความแตกต่างระหว่างเพื่อนในด้านต่าง ๆ เช่น ลักษณะนิสัย เพศ ความสามารถ ระดับของสังคม และลักษณะแตกต่างอื่น ๆ ของเพื่อน ซึ่งเมื่อใช้วิธีการนี้จะช่วยให้เกิดความเข้าใจกันดีขึ้น
7. มีการช่วยเหลือสนับสนุนกันในด้านต่าง ๆ
8. มีสุขภาพจิต การปรับตัว และการทำงานในสภาพที่เป็นธรรมชาติดี ไม่เครียด
9. ใช้ความสามารถของตนเองเต็มที่ที่จะให้กับเพื่อน
10. มีทักษะในด้านสังคมเพิ่มมากขึ้น
11. มีทัศนคติที่ดีมากขึ้นต่อการเรียนวิชานั้นและต่อเพื่อนร่วมชั้น
12. มีทัศนคติที่ดีต่อผู้สอน
13. มีทัศนคติที่ดีต่อโรงเรียน

นอกจากประโยชน์ดังกล่าวแล้ว สิ่งที่เป็นผลพลอยได้จากการใช้การเรียนแบบร่วมมือประการหนึ่งคือการทำให้นักเรียนรู้สึกถึงคุณค่าของตนเองเพิ่มขึ้น ทั้งนี้เพราะว่าผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่ม ซึ่งแต่ละคนมีบทบาทสำคัญต่อความสำเร็จของกลุ่ม เมื่อประสบความสำเร็จในการทำงาน ความ

เข้าใจเนื้อหาวิชาต่าง ๆ ก็ยิ่งเพิ่มความสนใจในการทำกิจกรรมการเรียนรู้มากขึ้น ซึ่งเป็นผลทำให้ผู้เรียนรู้สึกถึงคุณค่าของตนเองในชั้นเรียน ส่วนประสิทธิภาพในด้านการสอนนั้น จะเห็นได้ว่า การเรียนแบบร่วมมือจะก่อให้เกิดบรรยากาศที่ผู้เรียนได้พูดคุยกันซึ่งเป็นการช่วยให้ผู้เรียนและเพื่อนเข้าใจปัญหาชัดเจนขึ้น แม้ว่าไม่สามารถหาคำตอบได้ แต่ระดับความคิดแก้ปัญหาจะมีสูงกว่าการที่ผู้สอนเป็นผู้กำหนดให้ผู้เรียน ข้างเดียว และการที่ผู้เรียนสามารถอธิบายให้เพื่อนฟังก็จะเป็นการยกระดับความเข้าใจให้สูงขึ้นถึงระดับการถ่ายทอดความคิด ซึ่งการเรียบเรียงถ้อยคำอธิบายออกมา จะช่วยปรับความเข้าใจให้ชัดเจนแน่นแฟ้นยิ่งขึ้น (ปาสสัน กงตาล. 2535 : 21)

ถึงแม้ว่าการเรียนแบบร่วมมือจะเป็นวิธีการที่มีประโยชน์และมีคุณค่า แต่ก็อาจจะเกิดปัญหาได้หลายลักษณะ กล่าวคือ (อารี สันทนต์. 2535 : 19)

1. ปัญหาความสัมพันธ์ส่วนตัว (Interpersonal Problem)
2. ปัญหาที่สมาชิกของกลุ่มไม่ทำงานที่รับผิดชอบ
3. สมาชิกของกลุ่มบางคนพูดมากเกินไปและไม่ฟังผู้อื่น

เพราะฉะนั้น ผู้สอนจะต้องสังเกตติดตามการทำงานของกลุ่มอย่างใกล้ชิด และให้ข้อมูลย้อนกลับแก่กลุ่มเพื่อปรับปรุงแก้ไข

สาเหตุที่ทำให้การเรียนแบบร่วมมือได้ผล

จอห์นสันและจอห์นสัน (สุรศักดิ์ หลาบมาลา. 2531 : 5 ; อ้างอิงจาก Johnson and Johnson. 1981 : 45 – 50) ได้กล่าวถึงสาเหตุที่การเรียนแบบร่วมมือได้ผล ไว้ดังนี้

1. ผู้เรียนเก่งที่เข้าใจคำสอนของผู้สอนได้ดีจะเปลี่ยนคำสอนของผู้สอนเป็นภาษาพูดของผู้เรียนเพื่ออธิบายให้เพื่อนเข้าใจได้ดีขึ้น
2. ผู้เรียนที่ทำหน้าที่อธิบายบทเรียนให้เพื่อนฟังจะเข้าใจบทเรียนได้ดีขึ้น
3. การสอนเพื่อนเป็นการสอนแบบตัวต่อตัวทำให้ผู้เรียนได้รับความเอาใจใส่ และมีความสนใจมากขึ้น
4. ผู้เรียนทุกคนต่างก็พยายามช่วยเหลือซึ่งกันและกันเพราะผู้สอนคิดคะแนนเฉลี่ยของทั้งกลุ่ม
5. ผู้เรียนทุกคนเข้าใจดีว่าคะแนนของตนมีส่วนช่วยเพิ่มหรือลดค่าเฉลี่ยของกลุ่ม ดังนั้นทุกคนต้องพยายามอย่างเต็มที่ จะคอยอาศัยเพื่อนอย่างเดียวยังไม่ได้
6. ผู้เรียนทุกคนมีโอกาสฝึกทักษะทางสังคม มีเพื่อนร่วมกลุ่ม และเป็นการเรียนรู้วิธีการทำงานกลุ่ม ซึ่งจะเป็นประโยชน์มากเมื่อเข้าสู่ระบบการทำงานอย่างแท้จริง
7. ผู้เรียนได้มีโอกาสเรียนรู้กระบวนการทำงานกลุ่ม เพราะในการปฏิบัติงานร่วมกันนั้นก็ต้องการบทบาทงานกระบวนการทำงานของกลุ่ม เพื่อให้ประสิทธิภาพการปฏิบัติงานหรือคะแนนของกลุ่มดีขึ้น
8. ผู้เรียนเก่งจะมีบทบาททางสังคมในชั้นมากขึ้น เพราะเขาจะรู้สึกว่าจะเรียนหรือหลบไปท่องหนังสือเฉพาะตนไม่ได้ เขาต้องมีหน้าที่ต่อสังคมด้วย
9. ในการตอบคำถามในห้องเรียนถ้าหากตอบผิดเพื่อนอาจจะหัวเราะ แต่เมื่อทำงานเป็นกลุ่มผู้เรียนจะช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ถ้าหากตอบผิดทั้งกลุ่ม คนอื่น ๆ อาจจะให้ความช่วยเหลือบ้าง ทำให้ผู้เรียนในกลุ่มมีความผูกพันกันมากขึ้น

การเรียนแบบร่วมมือกับการสอนคณิตศาสตร์

เดวิดสัน (กาญจนา สุจินะพงษ์. 2539 : 17 ; อ้างอิงจาก Davidson. 1990 : 4 – 5) ได้กล่าวถึงความเหมาะสมของการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือในวิชาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์จะต้องแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ชักถามปัญหากันอย่างอิสระ อธิบายให้สมาชิกในกลุ่มได้เข้าใจถึงแนวความคิดและมโนคติของตนเองให้กระจ่างชัดขึ้น ตลอดจนได้แสดงความรู้สึกเกี่ยวกับการเรียนรู้ของเขา
 2. การเรียนเป็นกลุ่มย่อยเปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนภายในกลุ่มจะไม่มีการแข่งขันกันในการแก้ปัญหา ซึ่งปฏิสัมพันธ์ในกลุ่มนั้นจะช่วยให้ทุกคนเรียนรู้มโนคติและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้
 3. คณิตศาสตร์แตกต่างไปจากวิชาอื่นในแง่ที่ผู้สอนสามารถประมาณเวลาได้ว่าในการแก้ปัญหาแต่ละข้อควรใช้เวลานานเท่าไร และเป็นการเหมาะสมอย่างยิ่งในการอภิปรายกลุ่มเพื่อหาคำตอบที่พิสูจน์ได้จริง โดยที่นักเรียนสามารถโน้มน้าวเพื่อนให้ยอมรับได้โดยใช้เหตุผลประกอบ
 4. ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละปัญหามีหลายวิธี และนักเรียนก็สามารถอภิปรายถึงข้อดีและข้อเสียของการหาคำตอบนั้นได้
 5. นักเรียนสามารถช่วยเหลือเพื่อนสมาชิกในกลุ่มเกี่ยวกับข้อเท็จจริงพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการคิดคำนวณที่จำเป็น ซึ่งสิ่งเหล่านี้สามารถนำไปใช้ในแง่ที่ตื่นเต้นและท้าทายทางคณิตศาสตร์ได้ เช่น เกม ปริศนา หรือการอภิปรายปัญหา
 6. ในขอบเขตของวิชาคณิตศาสตร์เต็มไปด้วยความคิดที่ท้าทายและตื่นเต้น จะทำให้มีการอภิปรายถึงข้อดีข้อเสีย ผู้ที่เรียนโดยการพูดคุย การฟัง การอธิบายและการคิดร่วมกับผู้อื่นก็สามารถเรียนรู้ได้ดีเช่นเดียวกับการเรียนรู้ด้วยตนเอง
 7. คณิตศาสตร์เปิดโอกาสในการสร้างความคิด ค้นคว้าในสถานการณ์ต่าง ๆ มีการคาดคะเนและการตรวจสอบด้วยข้อมูล การตั้งปัญหาเพื่อกระตุ้นให้สนใจอยากรู้ อยากเห็น และมีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ซึ่งไม่เคยพบเห็นมาก่อน ความพยายามของนักเรียนแต่ละคนในการหาคำตอบจากปัญหาเดียวกันจะทำให้เกิดความก้าวหน้าทีละน้อยและเป็นประสบการณ์ที่มีค่า
- จอห์นสันและจอห์นสัน (ทรงชัย อักษรคิด. 2547 : 16-17 ; อ้างอิงจาก Johnson and Johnson. 1989 : 235 – 237) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือใช้ได้เป็นอย่างดีกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนคิดทางคณิตศาสตร์ เข้าใจการเชื่อมโยงระหว่างมโนคติและกระบวนการ และสามารถที่จะประยุกต์ใช้ความรู้อย่างคล่องแคล่วและมีความหมาย ด้วยเหตุผลดังนี้
1. มโนคติและทักษะทางคณิตศาสตร์สามารถเรียนได้ดีในกระบวนการที่เป็นพลวัต (Dynamic Process) ที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมอย่างเข้มข้น การเรียนคณิตศาสตร์ควรเป็นลักษณะที่ผู้เรียนเป็นผู้กระทำกิจกรรมมากกว่าที่จะเป็นเพียงผู้คอยรับความรู้ การสอนคณิตศาสตร์โดยปกติอยู่บนพื้นฐานที่ว่านักเรียนเป็นผู้คอยดูดซับข้อมูลความรู้จากการฝึกซ้ำและการให้แรงเสริม การมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างเข้มข้นเป็นการท้าทายทางสมองสำหรับนักเรียน และการอยากรู้ อยากเห็นจะช่วยกระตุ้นให้มีการอภิปรายกับคนอื่น
 2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการอาสาซึ่งกันและกัน (Interpersonal Enterprise) การพูดผ่านปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเพื่อน จะช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจอย่างชัดเจนว่าจะแก้ปัญหาให้ถูกต้องได้อย่างไร การอธิบายยุทธวิธีการแก้ปัญหา ให้เหตุผลและวิเคราะห์ปัญหากับเพื่อนจะทำให้เกิดการหยั่งรู้ มีวิธีการให้เหตุผลระดับสูงและเกิดการเรียนรู้ระดับสูงในกลุ่มย่อย นักเรียนมีความสะดวกในการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นมากกว่าการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น
 3. การเรียนเป็นกลุ่มมีโอกาสนในการสร้างความร่วมมือในการสื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพ แต่ในโครงสร้างของการแข่งขันและการเรียนรายบุคคล นักเรียนไม่มีการสื่อสารแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน จะทำให้นักเรียนหลีกเลี่ยงการแลกเปลี่ยน การวิเคราะห์ปัญหาและเลือกยุทธวิธีร่วมกับคนอื่น ในการสื่อสารแลกเปลี่ยนข้อมูลก็จะเป็นไปแบบไม่เต็มใจหรือให้ข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์

4. การเรียนแบบร่วมมือส่งเสริมความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าการแข่งขันและการเรียนแบบรายบุคคล การเรียนแบบร่วมมือส่งเสริมการค้นพบ การเลือกใช้ยุทธวิธี การให้เหตุผลที่มีประสิทธิภาพ การสร้างแนวความคิดใหม่ การถ้อยแถลงยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์และข้อเท็จจริงกับปัญหาย่อย ๆ ไปสู่รายบุคคล (นั่นคือ ถ้อยแถลงจากกลุ่มไปสู่รายบุคคล)

5. การทำงานโดยร่วมมือกันจะทำให้นักเรียนเพิ่มความมั่นใจในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเอง เป็นการสนับสนุนให้เกิดความพยายามในการเรียนรู้โน้มนำ กระบวนการและยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์ นักเรียนที่ทำงานร่วมกันในกลุ่มมีแนวโน้มที่จะชอบและเห็นคุณค่าของแต่ละคน และเห็นความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของคนอื่น มีความสัมพันธ์กันทางบวกระหว่างเพื่อน เกิดการเรียนรู้ในระดับสูง ตระหนักในคุณค่าของตนเอง เกิดการยอมรับความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา

6. การเลือกรายวิชาเรียนและการเลือกอาชีพ เพื่อนมีอิทธิพลสูงต่อนักเรียน หากมีนักเรียนบางคนในชั้นเลือกวิชาเรียนไม่เหมาะสมกับตัวเขา การช่วยเหลือให้เขาได้พัฒนาจะเกิดขึ้นในสถานการณ์การเรียนแบบร่วมมือ นักเรียนมีแนวโน้มที่ชื่นชอบและสนุกกับการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่า และได้รับการกระตุ้นอย่างต่อเนื่องในการเรียน ความสำเร็จที่เกิดจากการทำงานร่วมกันของนักเรียนในการแก้ปัญหาจะทำให้เกิดการเรียนรู้โน้มนำและการวิเคราะห์มากขึ้น ซึ่งจำเป็นในการอธิบาย อธิบายและวางแผนในการเรียนรู้สถานการณ์ใหม่ เป็นการเพิ่มความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การสนับสนุนกัน การช่วยเหลือกัน และการเชื่อมโยงกันภายในกลุ่มแบบร่วมมือ มีผลทางบวกต่อความสัมพันธ์ในกลุ่มต่อเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และความมั่นใจในตนเอง

จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นการเรียนที่ให้นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนแตกต่างกันทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ สมาชิกในกลุ่มมีการพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน มีการติดต่อปฏิสัมพันธ์กันและมีความรับผิดชอบต่องานของกลุ่มร่วมกัน ผู้สอนจะทำหน้าที่เป็นผู้แนะนำ จัดบรรยากาศให้เอื้ออำนวยต่อการเรียนของนักเรียน และสนับสนุนให้นักเรียนมีทักษะทางสังคม การเรียนแบบร่วมมือมีความเหมาะสมที่จะนำมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ถ้ามีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน มีการแก้ปัญหาและอภิปรายเหตุผลร่วมกัน จะส่งเสริมความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าการเรียนแบบรายบุคคล

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

สลาวิน (Slavin. 1980 : 315 – 342) ได้ศึกษางานวิจัยจำนวน 28 เรื่อง ซึ่งเกี่ยวกับการสอนแบบให้ผู้เรียนร่วมมือกันเป็นทีม (Cooperative or Team Learning) ในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา ได้ข้อสรุปดังนี้

1. จากการเปรียบเทียบงานวิจัยระหว่างการเรียนแบบร่วมมือกับการเรียนแบบอื่น ๆ จำนวนทั้งหมด 28 เรื่อง พบว่าการเรียนแบบร่วมมือทำให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าการเรียนแบบอื่น ๆ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติถึง 27 เรื่อง

2. เมื่อนำเทคนิคการเรียนแบบร่วมมือมาใช้ในการเรียนรู้ระดับการท่องจำหรือการคำนวณ ควรให้ผู้เรียนเป็นผู้กระทำหรือปฏิบัติด้วยตนเอง และมีระบบการให้รางวัลที่ชัดเจนสำหรับกลุ่ม

3. เมื่อนำมาใช้ในการเรียนรู้ระดับสูง (เช่น การวิเคราะห์ปัญหาและการใช้วิจารณ์ญาณ) ควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนช่วยตัวเองและมีส่วนร่วมในการตัดสินใจ

4. การเรียนแบบร่วมมือ ช่วยให้ผู้เรียนที่มีเชื้อชาติต่างกันเกิดความเข้าใจกันมากขึ้น

5. สัมพันธภาพระหว่างผู้เรียนที่เรียนรู้แบบร่วมมือในห้องเรียนเป็นไปในทางบวก

6. ในงานวิจัยบางเรื่องพบว่า การเรียนแบบร่วมมือช่วยเพิ่มความภาคภูมิใจในตนเองของผู้เรียน
7. นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยให้ร่วมมือกันในการเรียน รายงานว่าชอบเรียนในระดับที่สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ

นอกจากนี้สลาวิน (Slavin. 1980 : 34 – 53) ได้ศึกษาถึงผลที่เกิดจากการใช้การเรียนแบบร่วมมือในการเรียนการสอนพบว่า นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงประสบการณ์ในการเรียนรู้กับกิจกรรมอื่นและกับเรื่องอื่น ๆ ใช้เวลาในการทำงานและติดตามการเรียนมากขึ้น และสามารถทำงานร่วมกับคนอื่นได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จอห์นสันและคนอื่น ๆ (Johnson and et al. 1981 : 47 – 62) ได้รวบรวมงานวิจัยจำนวน 122 เรื่อง ซึ่งศึกษาเกี่ยวกับการเรียนการสอน 3 แบบ คือแบบให้ผู้เรียนร่วมมือกัน แบบแข่งขัน และแบบให้แต่ละคนช่วยตนเอง เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และผลงานของผู้เรียนที่เกิดจากการเรียน การสอนดังกล่าวพบว่า การเรียนการสอนแบบให้ผู้เรียนร่วมมือกันมีประสิทธิภาพมากกว่าแบบการแข่งขันและแบบให้แต่ละคนช่วยตนเอง

วิลเลียม (Williams. 1989 : 3611 – A) ได้ศึกษาผลการเรียนแบบร่วมมือ โดยใช้การผสมผสานระหว่างเทคนิค STAD (Student Teams Achievement Division) และเทคนิค TGT (Team – Games – Tournament) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาในรัฐอลาบามาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้การผสมผสานเทคนิค STAD และเทคนิค TGT มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

เทลเลอร์ (Taylor. 1989 : 633 – 642) ได้ทำการศึกษาและกล่าวถึงประโยชน์ของการสอนเป็นกลุ่มย่อยว่า การสอนเป็นกลุ่มย่อยเหมาะสำหรับหลักสูตรที่เป็นการแก้ปัญหาที่ต้องเกิดความเข้าใจ เมื่อนักเรียนมีส่วนร่วมในกลุ่มย่อยเขาสามารถทำงานร่วมกันเพื่อแก้ปัญหาที่ยากกว่า ในกลุ่มย่อยนักเรียนมีโอกาสได้แสดงแนวความคิดโดยการพูด จะช่วยให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจในโมโนมิติทางคณิตศาสตร์และในการสอนเป็นกลุ่มย่อยที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งจะเพิ่มศักยภาพในการบรรลุผลสำเร็จในทักษะระดับสูงของนักเรียนทุกคน และยังช่วยลดความไม่ยุติธรรมต่าง ๆ ที่อาจเกิดขึ้น

อดัมส์และแฮมม (Adams and Hamm. 1990 : 33) ได้สรุปผลการวิจัยของการเรียนแบบร่วมมือไว้ดังนี้

1. การเรียนแบบร่วมมือมีผลทางบวกต่อผลสัมฤทธิ์ทางวิชาการ ทั้งในแง่ของการพัฒนาพฤติกรรมเกี่ยวกับการใช้ศัพท์ และความรู้ต่าง ๆ การคิดคำนวณและการแก้ปัญหา
2. การเรียนแบบร่วมมือพัฒนาบุคลิกภาพของบุคคล ทำให้เป็นผู้ที่มีวุฒิภาวะสมบูรณ์ และเกิดความเป็นมิตรที่ดีต่อกันระหว่างนักเรียนที่มีพื้นฐานและความสามารถแตกต่างกัน
3. การเรียนแบบร่วมมือพัฒนาเจตคติที่มีต่อการเรียน ต่อโรงเรียน และเกิดการยอมรับกันในกลุ่มเพื่อน ในฐานะผู้ให้ความช่วยเหลือ ผู้รับความช่วยเหลือ และเกิดการยอมรับนับถือตนเอง

ดูเรนและเชอริงตัน (Duren and Cherington. 1992 : 80 – 83) ได้ทำการวิจัยกับนักเรียนเกรด 7 และเกรด 8 จำนวน 126 คน จาก 4 ห้องเรียน ในรายวิชา Pre – Algebra โดยแบ่งกลุ่มตัวอย่างเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ฝึกแก้ปัญหาโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค 4 คน และกลุ่มที่แก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ซึ่งทั้งสองกลุ่มได้รับการสอนเทคนิคการแก้ปัญหาก่อน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ทำงานร่วมมือกันสามารถจดจำและประยุกต์ใช้ทฤษฎีการแก้ปัญหได้ดีกว่านักเรียนกลุ่มที่ฝึกแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล

นิโคลส์ (Nichols. 1994 : 460 – A) ได้ศึกษาประสิทธิภาพโครงสร้างของการเรียนแบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD (Student Teams Achievement Division) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่เรียน

เราคาดคิด จำนวน 81 คน สุ่มเข้ากลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ และกลุ่มที่สอนตามปกติโดยการบรรยาย ศึกษา 5 ตัวแปร คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน การมุ่งเป้าหมาย ประสิทธิภาพในตนเอง การเห็นคุณค่าของการเรียนรู้จากงาน และการใช้ยุทธวิธีทางการคิด ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มที่ใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่ากลุ่มที่สอนตามปกติโดยการบรรยาย และตัวแปรอื่น ๆ ก็มีผลที่ดีกว่า โดยเฉพาะการใช้ยุทธวิธีทางการคิด สามารถใช้กระบวนการคิดที่ลึกซึ้งกว่า

งานวิจัยในประเทศ

สำหรับในประเทศไทย มีผู้ที่ศึกษาและทำการวิจัยเกี่ยวกับการเรียนรู้แบบร่วมมือในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

ศรไกร รุ่งรอด (2533 : 30) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการให้ความร่วมมือต่อกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD กับการเรียนการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สายหยุด เอียนสี (2533 : 57) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยการสอนแบบพัฒนารายบุคคลซึ่งร่วมทำงานเป็นคณะ (TAI) กับการสอนตามปกติ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

มยุรี สาลิวส์ (2535 : 107) ได้ศึกษาเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD กับการเรียนตามคู่มือครูของ สสวท. พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD มีค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์สูงกว่านักเรียนที่เรียนจากกิจกรรมตามคู่มือครูของ สสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ขวัญใจ บุญฤทธิ์ (2535 : 108) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความมีวินัยในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบ TAI กับการเรียนตามกิจกรรมในคู่มือครูของ สสวท. ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบ TAI มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนตามกิจกรรมในคู่มือครูของ สสวท.

กาญจนา สุจินะพงษ์ (2539 : 35 – 36) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ร่วมผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ร่วมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ร่วมมีความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ โดยมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

รัตนา เจียมบุญ (2540 : 57) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือประกอบการสอนแบบ TGT กับการสอนตามคู่มือครู ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือประกอบการสอนแบบ TGT สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุพัตรา ฤกษ์ปาย (2544 : บทคัดย่อ) ได้เปรียบเทียบผลของการใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและการใช้สัญญาเงื่อนไข เพื่อพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แบ่งกลุ่มทดลองเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 20 คน โดยกลุ่มทดลองที่ 1 ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและ การใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นกลุ่ม และกลุ่มทดลองที่ 2 ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและการใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นรายบุคคล ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนที่ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นกลุ่ม มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นหลังการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. นักเรียนที่ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและการใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นรายบุคคล มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นหลังการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. นักเรียนที่ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและการใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นกลุ่ม มีความคิดสร้างสรรค์เพิ่มขึ้นไม่แตกต่างกันกับนักเรียนที่ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและการใช้สัญญาเงื่อนไขเป็นรายบุคคล

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังกล่าวทั้งหมดข้างต้น จะเห็นได้ว่า การสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนตามปกติ นอกจากนี้งานวิจัยบางเรื่องชี้ให้เห็นว่าการเรียนรู้แบบร่วมมือทำให้นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้มากกว่าด้วย

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดและการให้เหตุผล

ความสำคัญของการให้เหตุผล

เป้าหมายของการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน คือ เป็นผู้ที่มีความรู้และสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989: 5) ได้กำหนดเป้าหมายในการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียนไว้ 5 ประการ คือ

1. เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์
2. มีความมั่นใจในความสามารถของตนเอง
3. สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้
4. สามารถสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ได้
5. สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้

จะเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นเป้าหมายที่สำคัญประการหนึ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากการให้เหตุผล การแสดงเหตุผลที่ดีมีคุณค่ามากกว่าการที่นักเรียนหาคำตอบที่ถูกต้องได้ (NCTM. 1989 : 6 , 29 , 81) ดังนั้น การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นเพราะการให้เหตุผลช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทางสมองนอกจากการจดจำข้อเท็จจริง กฎ และการดำเนินการ การเน้นการให้เหตุผลช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่สามารถให้เหตุผลได้อย่างเป็นระบบและมีความหมาย และทักษะการให้เหตุผลในคณิตศาสตร์ สามารถประยุกต์ไปใช้ในสาขาอื่นๆ ได้ (Baroody. 1993 : 2-59 – 2-60) การเรียนรู้ในสิ่งต่างๆ การแก้ปัญหาในชีวิตจริง หรือในงานอาชีพของบุคคลจะไม่มีใครบอกว่าถูกหรือผิด จะต้องพิจารณาและตัดสินใจด้วยตนเองด้วยเหตุและผล (Lappan and Schram. 1989 : 18) ดังนั้นในการพัฒนาผู้เรียนให้เป็นผู้ที่สามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาได้นั้นต้องพัฒนาให้เขาสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและใช้เหตุผลในการคิดพิจารณาตัดสินใจได้

ความหมายของการให้เหตุผลและประเภทของการให้เหตุผล

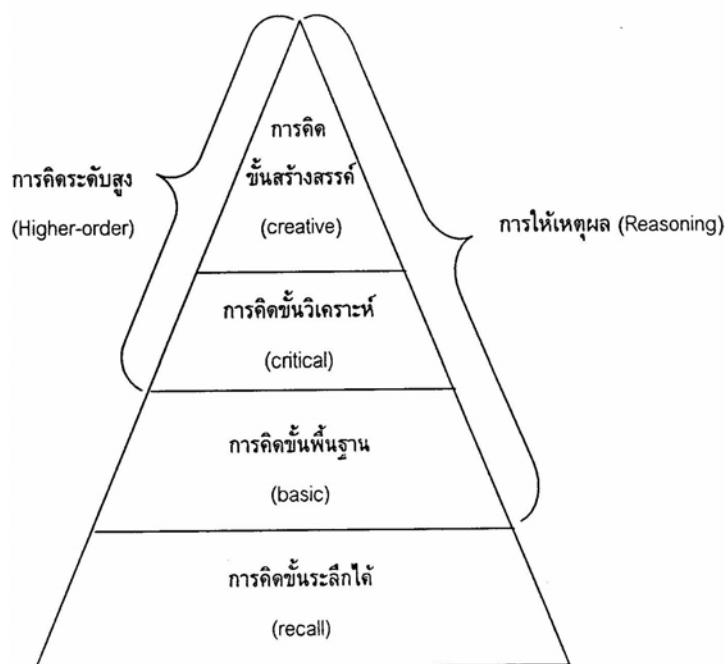
จากความสำคัญของการให้เหตุผลข้างต้นหลักสูตรคณิตศาสตร์จึงกำหนดให้การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนเป็นจุดเน้นหลัก และเป็นเป้าหมายที่สำคัญอันหนึ่งของการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน นักจิตวิทยาและนักการศึกษาพยายามชี้ให้เห็นว่า การให้เหตุผลและการคิดมีส่วนเกี่ยวข้องกันอย่างไร ซึ่งได้มีผู้ให้ความหมายของคำทั้งสองดังนี้

บรูเนอร์ และ ไตรเวอร์ (Bruner and Driver. 1966 : 89) กล่าวว่า การคิดเป็นกระบวนการที่ใช้ในการสร้างความคิดรวบยอดเกี่ยวกับข้อความจริงที่ได้รับ และเป็นกระบวนการที่ใช้ในการแปลความหมายข้อมูล รวมถึงการสรุปอ้างอิง ด้วยการจำแนกรายละเอียด การเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้รับ ตลอดจนเป็นกระบวนการเกี่ยวกับการนำกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ไปประยุกต์ใช้ได้อย่างมีเหตุผลเหมาะสม

กิลฟอร์ด (Guilford. 1967 : 142) ให้ทัศนะว่า การคิดเป็นการค้นหาหลักการ โดยแยกแยะคุณสมบัติของสิ่งต่าง ๆ หรือข้อเท็จจริงที่ได้รับ แล้วทำการวิเคราะห์เพื่อหาข้อสรุปอันเป็นหลักการของข้อความจริง นั้น ๆ รวมทั้งการนำหลักการดังกล่าวไปใช้ในสถานการณ์ที่แตกต่างไปจากเดิม (Generalization) ทัศนะของกิลฟอร์ดนี้สอดคล้องกับการคิดในระดับการสร้างแนวความคิดรวบยอดที่คลุมและคนอื่น ๆ ได้เสนอไว้

เพียเจต์ (Piaget. 1969 : 58) ให้ทัศนะเกี่ยวกับการคิดไว้ว่า การคิด หมายถึงการกระทำสิ่งต่าง ๆ ด้วยปัญญา การคิดของบุคคลเป็นกระบวนการใน 2 ลักษณะ คือเป็นกระบวนการปรับโครงสร้าง โดยการจัดสิ่งเร้าหรือข้อความจริงที่ได้รับให้เข้ากับประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ กับกระบวนการปรับเปลี่ยนโครงสร้าง โดยการปรับประสบการณ์เดิมให้เข้ากับข้อความจริงที่รับรู้ใหม่ บุคคลจะใช้การคิดทั้งสองลักษณะนี้ร่วมกันหรือสลับกัน เพื่อปรับความคิดของตนให้เข้าใจสิ่งเร้ามากที่สุด ผลของการปรับเปลี่ยนการคิดจะช่วยพัฒนาวิธีการคิดของบุคคลจากระดับหนึ่งไปสู่วิธีการคิดอีกระดับหนึ่งที่สูงกว่า

ครูลิคและรูดนิค (สมเจตน์ ไวยาการณ์. 2530 : 36 ; อ้างอิงจาก Krulik and Rudnick . 1993 : 3) ได้กล่าวถึง การคิดว่า หมายถึงความสามารถของนักเรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด ซึ่งนักเรียนต้องสร้างข้อคาดเดา หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผลและอธิบายข้อสรุปและข้อยืนยันนั้นมารวมกันเป็นความรู้ใหม่ โดยแบ่งการคิดออกเป็น 4 ขั้นตอนคือ



ภาพประกอบ 2 ลำดับขั้นของการคิด (Krulik and Rudnick. 1993 : 3)

การคิดในระดับการระลึกได้ (Recall Thinking) เป็นทักษะการคิดที่เกือบเป็นอัตโนมัติ หรือการสะท้อนกลับโดยธรรมชาติ เป็นความสามารถในการระลึกข้อเท็จจริง

การคิดขั้นพื้นฐาน (Basic Thinking) เป็นความเข้าใจความคิดรวบยอด และนำความเข้าใจไปใช้เพื่อแก้ปัญหาและใช้ในชีวิตประจำวัน

การคิดวิเคราะห์หรือคิดอย่างมีวิจารณญาณ (Critical Thinking) เป็นความคิดที่ตรวจสอบเชื่อมโยงและประเมินลักษณะทั้งหมดของการแก้ปัญหา

ความคิดสร้างสรรค์ (Creative Thinking) เป็นการคิดที่ทำให้เกิดผลผลิตที่ซับซ้อน ซึ่งรวมทักษะความคิดในการสังเคราะห์ การสร้างทางเลือกและการนำความคิดไปใช้ ความคิดในระดับนี้เป็นสิ่งประดิษฐ์ที่คิดหรือจินตนาการขึ้นเอง

ครูลึก มองความมีเหตุผลว่าเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่อยู่เหนือกว่าระดับความรู้ (Knowledge) หรือการระลึกได้ (Recall) และความมีเหตุผลดังกล่าวจะเห็นได้ชัดเจนในระดับของการคิดอย่างมีวิจารณญาณ (Critical Thinking) ซึ่งการคิดในระดับนี้ประกอบด้วยทักษะย่อยหลายประการ คือการมุ่งไปยังส่วนต่างๆ ของปัญหาหรือสถานการณ์ที่เผชิญอยู่ การตรวจสอบความถูกต้อง การวิเคราะห์ข้อมูล รวมทั้งการจดจำและเชื่อมโยงข้อมูลที่เพิ่งได้รับการเรียนรู้ ซึ่งจำเป็นต่อการแก้ปัญหาหรือเผชิญปัญหาในชีวิตจริง มีลักษณะเป็นการวิเคราะห์และไตร่ตรองโดยธรรมชาติ จึงน่าจะสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการจัดการศึกษาในระดับสามัญมากที่สุด ผู้มีความคิดอย่างมีวิจารณญาณต้องมีความเข้าใจที่ดี และมีความสามารถในการเลือกชนิดของหลักการที่เหมาะสมต่อการประเมิน มีการปฏิบัติ และตัดสินใจโดยการยึดเหตุผล ตลอดจนต้องมีความเต็มใจที่จะทำการตัดสินใจ ต้องยอมรับและนับถือเหตุผล

ดังนั้นอาจกล่าวสรุปได้ว่า

การคิด หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการเข้าถึงข้อสรุปที่ถูกต้องจากข้อมูลที่ให้ บุคคลจะต้องสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ในสถานการณ์ปัญหา ตรวจสอบและตัดสินใจเลือกแนวทางที่เหมาะสมเพื่อแก้ปัญหาหรือหาข้อสรุป

การให้เหตุผล หมายถึง การแสดงแนวความคิดเกี่ยวกับการสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ จนกระทั่งได้ข้อสรุปตามแนวความคิดนั้น

ผู้สอนจะต้องช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะการให้เหตุผล ซึ่งเป็นพื้นฐานทั่วไป และสามารถนำไปใช้ประยุกต์กับสถานการณ์และเนื้อหาต่าง ๆ ได้

โอตาฟเฟอร์ และ ธอนควิสท์ (O'Daffer and Thornquist. 1993 : 43) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับการคิดทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึงการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจ แนวความคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวความคิด สร้างข้อสรุปหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวความคิดและความสัมพันธ์ของแนวความคิดและแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับแนวความคิดนั้น

นอกจากนี้ กรีนวูด (Greenwood.1993 : 144) ได้กล่าวถึง การคิดทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการเข้าใจรูปแบบ หาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุนิยามผลผลิต และการสร้างยุทธวิธีใหม่ การคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงผลลัพธ์หรือคำตอบ กรีนวูดยังกล่าวย่ำว่า ถ้าสนับสนุนจุดเน้นนี้ให้เกิดขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ ไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาวิชาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและให้เหตุผลในตวันนักเรียนด้วย

สุภนันท์ เสถียรศรี (2536 : 14) กล่าวว่า การคิดมีลักษณะเป็นทั้งกระบวนการและผลผลิตซึ่งมีลักษณะที่ต่อเนื่องกัน แยกออกจากกันโดยเด็ดขาดไม่ได้ แต่อาจนำมาอธิบายต่างกันคือ ในกรณีที่กำลังกล่าวถึงกระบวนการ ก็จะใช้วิธีการคิดหรือทักษะการคิดมาอธิบาย ส่วนในกรณีของผลผลิตก็จะกล่าวถึงคุณภาพการคิด ซึ่งเป็นผลที่เกิดจากการใช้วิธีการคิดมาแก้ปัญหาหรือทำงาน ในการจัดการศึกษานั้นมุ่งให้ผู้เรียนเกิดการคิด ทั้งในลักษณะของกระบวนการหรือวิธีการคิดที่ดี เพื่อให้ได้ผลผลิตของการคิดที่มีคุณภาพ สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาทั้งในเชิงวิชาการและไม่ใช่วิชาการ ตลอดจนสร้างคุณลักษณะประจำตัวให้เป็นไปตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตร

ประเภทของการคิด

กาเย่ (Gagne.1974 : 283) ได้จำแนกประเภทของการคิดไว้ 2 แบบ คือ

1. การคิดอย่างเลื่อนลอยหรือไม่มีทิศทาง คือการคิดจากสิ่งที่ประสบพบเห็นจากประสบการณ์ตรง เรียกอีกอย่างหนึ่งว่าเป็นการคิดต่อเนื่อง (Associative Thinking)

2. การคิดอย่างมีทิศทางหรือมีจุดมุ่งหมาย คือการคิดที่บุคคลเริ่มใช้ความรู้พื้นฐานเพื่อกลั่นกรองการคิดที่เพ้อฝัน การคิดที่เลื่อนลอยไร้ความหมายให้เป็นการคิดที่มีทิศทางขึ้น โดยมุ่งไปสู่จุดหมายหนึ่ง และเป็นการคิดที่มีบทสรุปของการคิดหลังจากที่คิดเสร็จแล้ว ซึ่งจำแนกออกเป็น 2 ลักษณะดังนี้

2.1 การคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (Creative Thinking) คือการคิดในลักษณะที่คิดได้หลายทิศทาง (Divergent Thinking) ไม่ซ้ำกัน หรือเป็นการคิดในลักษณะที่โยงความสัมพันธ์ได้ คือเมื่อระลึกสิ่งใดได้ก็จะเป็นสะพานเชื่อมต่อไปหะลิกถึงสิ่งอื่นๆได้โดยสัมพันธ์กันเป็นลูกโซ่

2.2 การคิดวิเคราะห์วิจารณ์ (Critical Thinking) หรือการคิดอย่างมีเหตุผล (Reasoning Thinking) ซึ่งเป็นการคิดที่ใช้เหตุผลในการแก้ปัญหา โดยพิจารณาถึงสถานการณ์หรือข้อมูลต่าง ๆ ว่ามีข้อเท็จจริงเพียงใดหรือไม่

ความหมายของการคิดอย่างมีเหตุผล

กูต (ณรงค์ พ่วงศรี. 2525 : 10 ; อ้างอิงจาก Good. 1973 : Dictionary of Education) กล่าวว่า การคิดอย่างมีเหตุผล หมายถึงการกระทำหรือกระบวนการทางสมอง ในการลงความคิดเห็นเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงและประสบการณ์ สามารถสรุปผลจากเหตุหรือสมมติฐานได้

คาร์พลัส (สุภาพร บุญหนัก. 2544 : 36 ; อ้างอิงจาก Karplus. 1977 : 169 – 175) ได้อธิบายการคิดอย่างมีเหตุผลของบุคคลในสองลักษณะคือ ขั้นปฏิบัติการด้วยรูปธรรม และขั้นปฏิบัติการด้วยนามธรรม

โอดาฟเฟอร์ (O'Daffer. 1990 : 378) ได้ให้ทรรศนะเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทำนองเดียวกันกับครูลิและรูดนิค คือ มองว่าการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์เช่นกัน และเป็นการคิดที่เกี่ยวกับการสร้างหลักการ การสรุปแนวความคิดที่อ้างอิงหลักการ และการหาความสัมพันธ์ของแนวความคิด นอกจากนั้นโอดาฟเฟอร์เน้นว่าทักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จ ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีอยู่ 2 ประเภทคือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเกี่ยวกับการใช้ข้อมูลในการอธิบายสมบัติหรือโครงสร้างต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และค้นหารูปทั่วไป เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นนิมโนมติ หรืออาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัยเกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้รูปแบบการลงความเห็นที่สมเหตุสมผลในการสรุป จากหลักฐานที่ปรากฏ เป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและ

ตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้ เป็นการให้เหตุผลที่เป็นระบบตรรกะ เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก แล้วจะได้ผลสรุปของกรณีที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์หรือหลักการที่เป็นจริงเสมอ

ส่วนบาร์ดี (Baroody. 1993 : 2- 59) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ว่ามี 3 ประเภท โดยเพิ่มการให้เหตุผลแบบสามัญสำนึก (Intuitive Reasoning) เป็นอีกประเภทหนึ่ง ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (Insight) หรือเกิดจากกลางสังหรณ์ ไม่ได้มีข้อมูลที่เป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ หรือตัดสินใจจากสิ่งที่เห็นได้ไม่ชัดเจน หรือจากความรู้สึกภายใน ส่วนอีก 2 ประเภทคือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัยเช่นเดียวกับของโอคาฟเฟอร์

เมื่อพิจารณาถึงความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทั้ง 3 ประการ บาร์ดี กล่าวว่า ในกระบวนการสืบค้นทางคณิตศาสตร์มักเริ่มด้วยการสรุปจากการให้เหตุผลแบบสามัญสำนึก หรือแบบอุปนัยที่เรียกว่าการสร้างข้อคาดเดา (Conjecture) แล้วตรวจสอบข้อคาดเดาโดยการพิสูจน์ ซึ่งก็คือการให้เหตุผลแบบนิรนัยนั่นเอง

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989 : 29) กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นเรื่องของการให้เหตุผล และได้กล่าวถึงจุดเน้นของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในเกรด 5 - 8 ว่าเน้นการให้เหตุผลที่ให้นักเรียนมีความเข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย ในลักษณะดังต่อไปนี้

1. สามารถทำความเข้าใจและประยุกต์ใช้กระบวนการให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์ การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและให้เหตุผลจากกราฟ
2. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดาและข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
3. ให้เหตุผลในความคิดของตนเอง
4. เห็นความสำคัญของการให้เหตุผลว่าเป็นส่วนสำคัญของคณิตศาสตร์

สำหรับงานวิจัยนี้ เน้นการให้เหตุผลแบบนิรนัย โดยมุ่งให้นักเรียนได้เชื่อมโยงประสบการณ์หรือความรู้เดิมกับข้อมูลใหม่แล้วแสดงแนวความคิด หาความสัมพันธ์ของสิ่งเหล่านี้ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่เป็นข้อค้นพบใหม่ พร้อมทั้งแสดงหรือยืนยันข้อสรุปนั้นอย่างสมเหตุสมผล

แนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลสามารถส่งเสริมได้ดังตัวอย่างผลการทดลองของเลวิน (Levin. 1979 : 174 – 220) ซึ่งได้ทำการทดลองกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เมื่อปี 1979 ที่ประเทศอิสราเอล และพบว่าความสามารถด้านการคิดอย่างมีเหตุผลสามารถส่งเสริมได้ ถ้าจัดประสบการณ์การเรียนรู้หรือวิธีสอนอย่างเหมาะสม มีนักการศึกษาหลายท่านได้ทดลองสร้างรูปแบบหรือโปรแกรมการสอน ซึ่งมีเป้าหมายให้นักเรียนมีทักษะการคิดอย่างมีเหตุผล โดยใช้วิธีการต่างๆ (สมเจตน์ ไวยการณ. 2530 : 20 ; อ้างอิงจาก Nickerson.1984) บางท่านเชื่อว่าการให้นักเรียนเขียนเป็นวิธีที่เหมาะสม เพราะในการเขียนจำเป็นต้องใช้ความสามารถในการแสดงความคิดออกมาให้แจ่มชัดและมีความต่อเนื่อง ซึ่งลักษณะดังกล่าวนี้จำเป็นต้องมีการวางแผน ตลอดจนกำหนดแนวทางปฏิบัติเพื่อนำไปสู่เป้าหมาย โดยมีการแบ่งงานออกเป็น ส่วน ๆ หรือเป็นขั้นตอนที่ต่อเนื่อง ซึ่งเป็นการฝึกทักษะการคิดอย่างมีเหตุผลด้านการวิเคราะห์และสังเคราะห์ บางท่านเชื่อว่าการเรียนรู้เกี่ยวกับการคิด (Thinking about Thinking) จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนากระบวนการคิดของตนเองให้ดีขึ้น เพราะผู้เรียนจะรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตนเอง รู้ว่าตนกำลังคิดอะไร และต้องการอะไร ซึ่งจะเป็นแนวทางที่ช่วยให้ผู้เรียนสามารถควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองในขณะที่ทำการคิด ผู้สอนที่มี

แนวคิดเช่นนี้มุ่งที่จะพัฒนาการคิดของผู้เรียนให้ถึงขีดสูงสุดตามศักยภาพที่ผู้เรียนมีอยู่ โดยให้ผู้เรียนได้ทำการวางแผนการคิดเป็นขั้นตอนเพื่อใช้เป็นกรอบในการตรวจสอบว่าตนเอง มักมีข้อผิดพลาดในขั้นตอนใด

สำหรับกิลฟอร์ด และฮอฟเนอร์ (Guilford and Hoepfner. 1971 : 28-32) ได้ให้ความเห็นว่าการพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผลความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าวนี้ เป็นสิ่งที่จำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำ และเป็นสิ่งที่สามารถฝึกได้โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาวิชาปกติ หรือสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม เนื่องจากความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลเป็นทักษะที่ต้องใช้การฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลาย และควรได้รับการฝึกอย่างต่อเนื่องจากบรรยากาศของชั้นเรียนที่สนับสนุนให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาร่วมกัน ดังนั้นในการส่งเสริมความสามารถในการคิดและการให้เหตุผล ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คัดการณ์ ค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกตรูปแบบชี้แจงเหตุผลของแนวความคิด โดยการอธิบายรูปแบบ แสดงด้วยภาพหรือจำลองแบบและตอบคำถามต่าง ๆ เช่น “ทำไม” “อะไร จะเกิดขึ้นถ้า...” “จงให้ตัวอย่างของ...” “สามารถจะใช้วิธีการอื่นได้หรือไม่ ถ้าการดำเนินการไม่บรรลุผล” คำถามทำนองนี้ล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างข้อคาดเดา การกำหนดรูปแบบ (Modelling) และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์ (Lappan and Schram. 1989 : 14-30)

นอกจากนี้ โรเวนและมอร์โรว์ (สุภาพร บุญหนัก. 2544 : 36 ; อ้างอิงจาก Rowan and Morrow. 1993 : 14-30) ยังได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับบรรยากาศในชั้นเรียนว่า เป็นสิ่งสำคัญมาก ผู้สอนต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้นักเรียนเห็นว่าการให้เหตุผลเป็นสิ่งที่สำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัว ต้องเป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายการแสดงเหตุผลของแนวความคิด ได้กระทำและสรุป พร้อมทั้งยืนยันข้อสรุปของแนวความคิดนั้น ๆ

เลชเชอร์ (Leshner. 1971 : 2487-A) ได้ศึกษาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์กับนักเรียนเกรด 4-7 พบว่าความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ระหว่างชั้นมีความแตกต่างกัน นักเรียนชั้นสูงกว่าจะมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์สูงกว่านักเรียนชั้นที่ต่ำกว่า ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาของพอนแรนด์ (Pallrand. 1979 : 445-451) ที่ศึกษาการเปลี่ยนแปลงจากชั้นการคิดแบบรูปธรรมไปสู่ชั้นการคิดแบบนามธรรม และได้ข้อสรุปที่สำคัญดังนี้

เด็กในช่วงการคิดแบบนามธรรมสามารถคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ได้

ระดับการศึกษาต่างกันทำให้การคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์แตกต่างกัน

การคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์มีความสัมพันธ์กันทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

จากแนวความคิดของนักการศึกษาและงานวิจัยข้างต้น ทำให้ทราบว่าสถาบันการศึกษามีแนวทางการจัดการศึกษา เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนได้หลายรูปแบบ และต้องดำเนินการอย่างต่อเนื่องในทุกสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องด้วย

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดและการคิดอย่างมีเหตุผล

งานวิจัยต่างประเทศ

คูลแมนและแอนเดอร์สัน (สมพร ประยูรภิตติกุล. 2535 : 15 ; อ้างอิงจาก Kuhlman and Anderson อ้างอิงจาก Johnson. 1955 : 411) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดหาเหตุผล สถิติปัญหา และองค์ประกอบด้านภาษาของเด็กเกรด 8 พบว่า ความสัมพันธ์ระหว่างการคิดหาเหตุผลกับสถิติปัญหา เท่ากับ .22 และการคิดหาเหตุผลกับองค์ประกอบด้านภาษา เท่ากับ .52

จาคอบ (สมพร ประยูรจิตติกุล. 2535 : 15 ; อ้างจาก Jacob อ้างจาก Johnson. 1955 : 411) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดหาเหตุผล สถิติปัญหา และองค์ประกอบด้านภาษาของเด็กเกรด 10 พบว่า การคิดหาเหตุผลมีความสัมพันธ์กับสถิติปัญหา เท่ากับ .67 และองค์ประกอบด้านภาษา เท่ากับ .58

มาร์ติน (Martin. 1964 : 2547 – 2548) ได้ศึกษาสมรรถภาพทางสมองด้านการคิดหาเหตุผล ความเข้าใจในการอ่านและความคล่องแคล่วในการคำนวณ ที่มีต่อการแก้ปัญหาโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของเด็กเกรด 4 จำนวน 523 คน พบว่าความสัมพันธ์ระหว่างการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์กับความสามารถทางสมองด้านเหตุผล เท่ากับ .61 กับความเข้าใจในการอ่านเท่ากับ .64 และความคล่องแคล่วในการคิดคำนวณ เท่ากับ .60

เวอร์นอน (Vernon. 1968 : 170 – 171) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบสมรรถภาพสมองด้านต่าง ๆ ระหว่างเพศชายและเพศหญิง พบว่า คะแนนเฉลี่ยของสถิติปัญหาโดยทั่วไปจะไม่แตกต่างกันระหว่างเพศชายและเพศหญิง จากการให้ทำแบบทดสอบหลาย ๆ ฉบับ พบว่า เพศหญิงมักทำคะแนนด้านภาษาและการท่องจำได้มากกว่าเพศชาย ส่วนเพศชายมักทำคะแนนด้านการคำนวณและการใช้เหตุผลได้มากกว่าเพศหญิง

เรย์ (พัชรินทร์ เปรมประเสริฐ. 2542 : 63 ; อ้างอิงจาก Ray. 1979 : 3220 - A) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบอิทธิพลของการใช้คำถามในระดับต่ำกับคำถามในระดับสูง ที่มีต่อความมีเหตุผลในเรื่องที่เป็นนามธรรมและการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายในวิชาเคมี ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ใช้คำถามในระดับสูง สามารถทำข้อสอบในเรื่องของความมีเหตุผลเชิงนามธรรมและการคิดอย่างมีเหตุผล ได้คะแนนสูงกว่าอีกกลุ่มหนึ่งอย่างมีนัยสำคัญ

เลวิน (Levin. 1979 : 174 – 220) ได้ทำการวิจัยเรื่องการสอนที่ทำให้นักเรียนสามารถพัฒนากระบวนการคิดในระดับสูงได้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งเลวินได้สรุปผลการวิจัยของเขาว่า เมื่อโรงเรียนกำหนดเป้าหมายของการจัดการศึกษา วิธีสอน การจัดประสบการณ์การเรียนรู้ และวัสดุอุปกรณ์ที่เหมาะสมแล้ว การฝึกหรือการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดและการใช้เหตุผลนั้น สามารถทำได้กับนักเรียนในทุกระดับ ไม่ว่าจะมีสถิติปัญหาหรือความถนัดทางการเรียนเป็นเช่นไร

วิลเลียม (William. 1981 : 1605 – A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาเปรียบเทียบทัศนคติ ผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ระหว่างการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้กับการสอนแบบเดิมที่ผู้สอนเป็นศูนย์กลาง วิชาประวัติศาสตร์อเมริกา ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่สอนแบบสืบเสาะหาความรู้สูงกว่ากลุ่มที่สอนแบบเดิมที่มีผู้สอนเป็นศูนย์กลาง

ริท (พัชรินทร์ เปรมประเสริฐ. 2542 : 63 ; อ้างอิงจาก Writt. 1987 : 72 - A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลของการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการให้เหตุผล โดยเฉพาะยุทธวิธีแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้นตอนของโพลยาซึ่งได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา โดยใช้ปัญหาเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เป็นเครื่องมือที่ใช้วัดทั้งยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการให้เหตุผลของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลาย ผลการวิจัยพบว่า การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการให้เหตุผล มีความเกี่ยวข้องโดยตรงกับวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งบางส่วนของกระบวนการให้เหตุผล มีความสัมพันธ์กับวิธีการแก้ปัญหาเป็นอย่างมาก ขณะที่อีกส่วนหนึ่งของกระบวนการให้เหตุผลมีความเกี่ยวข้องกับยุทธวิธีการแก้ปัญหา เมื่อพิจารณาถึงสัดส่วนของยุทธวิธีการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้นตอนของโพลยา พบว่า ในกลุ่มนักเรียนที่ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้สำเร็จมีขั้นตอนการตามแผนแตกต่างกัน ส่วนใหญ่นักเรียนที่แก้ปัญหาไม่สำเร็จพบความแตกต่างในขั้นตอนการตามแผน และใช้เวลาส่วนมากในขั้นทำความเข้าใจปัญหาและขั้นวางแผนแก้ปัญหาไม่มีใครใช้ขั้นตอน ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา

งานวิจัยในประเทศ

สวรค์ อ่อนนาค (2511 : 59-60) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนสอบปลายปีวิชาวิทยาศาสตร์กับสมรรถภาพทางสมองด้านเหตุผลและความเชื่อในคติชาวบ้านของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้แบบทดสอบสมรรถภาพสมองด้านเหตุผลสามฉบับคือ แบบทดสอบจัดประเภท อุปมาอุปมัย สรุปความและแบบสอบถามความเชื่อในคติชาวบ้านของนักเรียน รวมทั้งคะแนนสอบปลายปีวิชาวิทยาศาสตร์พบว่า ผลการเรียนรู้วิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนมีความสัมพันธ์กับเหตุผล ความเชื่อในคติชาวบ้านที่มีเหตุผลอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ดวงเดือน ศาสตราจารย์ (2515 : 133 –134) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจในการอ่าน การรับรู้ทางสายตา และแบบการคิดการให้เหตุผลตามหลักการอนุรักษ์ของเพียเจต์ระดับชั้น ป.1 ถึง ป.5 ของเด็กไทยเชื้อชาติไทยและเด็กไทยเชื้อชาติจีน พบว่า ตัวแปรทั้ง 3 มีความสัมพันธ์กันอย่างสูง และพบว่า เด็กไทยเชื้อชาติไทยและเด็กไทยเชื้อชาติจีน มีแบบการคิดให้เหตุผลตามหลักการอนุรักษ์ไม่แตกต่างกัน

สมเจตน์ ไวยาการณ์ (2530 : 93) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษารูปแบบการสอน เพื่อส่งเสริมความสามารถด้านการใช้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการสอนที่สร้างขึ้นสามารถสอนให้ผู้เรียนเกิดพฤติกรรมการคิดตามทัศนะของบลูมและคนอื่น ๆ ได้ทุกระดับพฤติกรรม แต่พฤติกรรมการคิดดังกล่าวต้องการเวลาสอนแตกต่างกัน โดยเฉพาะพฤติกรรมการคิดด้านการสังเคราะห์และการประเมินค่า ต้องการเวลาในการสอน มากกว่าพฤติกรรมการคิดด้านการวิเคราะห์ เมื่อเปรียบเทียบกับการสอนตามปกติแล้วพบว่า รูปแบบการสอนที่สร้างขึ้นช่วยให้ผู้เรียนทุกระดับการเรียนรู้ ทั้งที่มีผลการเรียนดี ปานกลาง และผลการเรียนต่ำ มีความสามารถในการใช้เหตุผลในทุก ๆ ด้านสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ ส่วนการสอนตามปกติช่วยส่งเสริมความสามารถด้านการใช้เหตุผลของผู้เรียนที่มีผลการเรียนระดับปานกลาง เท่านั้น ข้อค้นพบดังกล่าวสรุปได้ว่ารูปแบบการสอนที่สร้างขึ้นเหมาะสมที่จะนำไปใช้ประกอบการสอนในโรงเรียน เพื่อส่งเสริมความสามารถด้านการใช้เหตุผลของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

เชิดศักดิ์ โฆวสินธุ์ (2530 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาการฝึกสมรรถภาพทางสมองเพื่อพัฒนาคุณภาพการคิด ผลการวิจัยพบว่า การฝึกสมรรถภาพทางสมอง ช่วยให้การเรียนรู้หรือคุณภาพการคิดของนักเรียนที่มีสภาพแวดล้อมด้อยกว่า สามารถพัฒนาคุณภาพการคิดให้อยู่ในระดับเดียวกันกับผู้ที่มีสภาพแวดล้อมดีกว่าได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สุดสวาท ชันธมูล (2530 : 274) ได้ศึกษาผลการสอนโจทย์ปัญหา 2 วิธี คือการสอนแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ขั้นตอนชี้แนะความเข้าใจโจทย์ปัญหาตามแนวของสตีฟ และการสอนแก้โจทย์ปัญหาตามแนวคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน แต่ความสามารถในการคิดหาเหตุผลแบบอุปนัยของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุภานันท์ เสถียรศรี (2536 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ การคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้แบบฝึกกิจกรรมการคิดกับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกกิจกรรมการคิดกับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พัชรินทร์ เปรมประเสริฐ (2542 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการคณิตศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการคณิตศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยข้างต้น จะเห็นได้ว่า การสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดและการใช้เหตุผลสามารถทำได้กับนักเรียนในทุกระดับการเรียนรู้ และรูปแบบการสอนที่สร้างขึ้นช่วยให้ให้นักเรียนทุกระดับการเรียนรู้ ทั้งที่มีการเรียนดี ปานกลาง และผลการเรียนต่ำ มีความสามารถด้านการใช้เหตุผลในทุก ๆ ด้านสูงขึ้น ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่มุ่งให้นักเรียนแสดงเหตุผลในการตัดสินใจ เพื่อหาความถูกต้องและข้อสรุป จะสามารถพัฒนาความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล และส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

กล่าวโดยสรุปได้ว่ากิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผล ควรเริ่มจากการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล โดยฝึกการคิด การวิเคราะห์ หาความสัมพันธ์ของแนวความคิดและสรุปแนวความคิดจากสถานการณ์ที่กำหนด โดยฝึกจากบรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการพูดแลกเปลี่ยนแนวความคิด ชี้แจงเหตุผลของแนวความคิด แสดงข้อสรุปของแนวความคิด และยืนยันข้อสรุปของแนวความคิด ในกระบวนการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด

บทที่ 3

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

การวิจัยเกี่ยวกับการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้ความสามารถในการสื่อสารแนวความคิด เพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ได้ดำเนินการตามลำดับขั้นตอนการวิจัยดังต่อไปนี้

1. การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีทธาสมุทร อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรสงคราม ซึ่งโรงเรียนจัดนักเรียนเข้าชั้นเรียน แบบคละความสามารถทางการเรียน ด้วยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยทุกรายวิชา จำนวน 9 ห้องเรียน รวม 405 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนศรีทธาสมุทร อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรสงคราม โดยการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน รวม 45 คน จากนักเรียนจำนวน 9 ห้องเรียน

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาประกอบด้วย

1. กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้และคู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลก่อนและหลังการทดลอง มีทั้งหมด 2 ฉบับ แต่ละฉบับเป็นแบบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ซึ่งทั้งสองฉบับเป็นแบบทดสอบแบบคู่ขนาน
3. แบบสัมภาษณ์การให้เหตุผลก่อนและหลังการทดลอง เป็นแบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับการให้เหตุผลในเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม มีทั้งหมด 2 ฉบับ ฉบับละ 5 ข้อ ซึ่งทั้งสองฉบับเป็นแบบสัมภาษณ์แบบคู่ขนาน

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างเครื่องมือ ดังต่อไปนี้

กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม มีขั้นตอนในการสร้างดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเนื้อหาเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ที่ใช้เรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยศึกษาจากเอกสารหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หนังสือเรียนและเอกสารที่เกี่ยวข้องกับเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

2. ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล

3. ศึกษาวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิด

4. กำหนดเนื้อหา มโนติ และจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้วิจัยกำหนดเนื้อหาที่ใช้ในการสอนทั้งหมด 17 ชั่วโมง ได้แก่

- | | |
|--|-----------|
| 1. มโนติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม | 2 ชั่วโมง |
| 2. เงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ | 1 ชั่วโมง |
| 3. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน | 3 ชั่วโมง |
| 4. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม – ด้าน – มุม | 3 ชั่วโมง |
| 5. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม – มุม – ด้าน | 2 ชั่วโมง |
| 6. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว | 1 ชั่วโมง |
| 7. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – ด้าน – ด้าน | 3 ชั่วโมง |
| 8. ทบทวนเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม | 2 ชั่วโมง |

5. ผู้วิจัยสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้และคู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

5.1 แผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย

5.1.1 จุดประสงค์การเรียนรู้

5.1.2 สาระการเรียนรู้

5.1.3 เนื้อหา

5.1.4 กิจกรรมการเรียนรู้

5.1.5 สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

5.1.6 การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

5.2 คู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนการสอน ประกอบด้วย

5.2.1 หลักการและเหตุผล

5.2.2 เนื้อหาของชุดกิจกรรม

5.2.3 แนวทางการจัดกิจกรรม

6. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและ ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบพิจารณาความถูกต้องและความเหมาะสมของเนื้อหาวิชา

7. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้วไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีทรามสมุทร อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรสงคราม ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 25 คน ซึ่งใช้เวลาในการทดลองทั้งหมด 17 ชั่วโมง เพื่อศึกษาหาข้อบกพร่องทางด้านการใช้ภาษาและเวลาที่ใช้ในการทำกิจกรรม

8. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่แก้ไขหลังการทดลองแล้ว ไปให้คณะกรรมการควบคุมปฏิญาณพันธ์ ตรวจสอบพิจารณาอีกครั้งหนึ่ง แล้วจึงนำไปทดลองใช้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล มีทั้งหมด 2 ฉบับ ซึ่งเป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ฉบับละ 30 ข้อ และแบบอัตนัยฉบับละ 5 ข้อ ใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง 1 ฉบับ และหลังการทดลองอีก 1 ฉบับ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างโดยมีขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผล
2. ศึกษาเนื้อหา มโนคติ และจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง
3. สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล 2 ฉบับ ซึ่งเป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ฉบับละ 40 ข้อ และแบบอัตนัยฉบับละ 15 ข้อ ให้ครอบคลุมตามเนื้อหาและความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม โดยแบ่งเป็นแบบทดสอบก่อนการทดลองและแบบทดสอบหลังการทดลอง ซึ่งทั้งสองฉบับเป็นแบบทดสอบแบบคู่ขนาน

4. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปฏิญาณพันธ์ และผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ 3 ท่านเพื่อตรวจสอบว่าแบบทดสอบที่สร้างขึ้นนั้น สอดคล้องกับเนื้อหา วัดความสามารถในการให้เหตุผลและเป็นแบบทดสอบคู่ขนานหรือไม่ แล้วนำมาหาความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างของแบบทดสอบ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อสอบ (IOC : Index of Objective Congruence) โดยใช้เกณฑ์การพิจารณาดังต่อไปนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์

จากนั้นคัดเลือกแบบทดสอบเฉพาะข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.66 ขึ้นไป โดยคัดเลือกแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ฉบับละ 35 ข้อ และแบบอัตนัย ฉบับละ 10 ข้อ

5. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลที่สร้างขึ้น ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีทรามสมุทร อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรสงคราม ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 25 คนซึ่งเป็นกลุ่มเดียวกับที่ทดลองใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนข้างต้น เพื่อหาข้อบกพร่องเกี่ยวกับเวลาและภาษาที่ใช้

6. นำผลคะแนนจากการทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลหลังการทดลองที่ได้มาหาความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r)

7. คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลชนิดเลือกตอบจำนวน 30 ข้อและแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ โดยเลือกเฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่ายในช่วง 0.20-0.80 และมีค่าอำนาจจำแนก 0.20 ขึ้นไป

8. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลที่ผ่านการคัดเลือกในข้อ 7 มาหาค่าความเชื่อมั่น โดยใช้วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) ปรากฏว่าค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลมีค่าเท่ากับ 0.86

9. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลที่ได้ไปให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาานิพนธ์ตรวจพิจารณาอีกครั้ง ก่อนนำไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

แบบสัมภาษณ์วัดความสามารถในการให้เหตุผล

แบบสัมภาษณ์วัดความสามารถในการให้เหตุผล ประกอบด้วยคำถามให้นักเรียนอธิบายเหตุผลหรือแสดงแนวคิดในการหาคำตอบจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ มีทั้งหมด 2 ฉบับ ฉบับละ 5 ข้อ ใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ก่อนการทดลอง 1 ฉบับ และหลังการทดลองอีก 1 ฉบับ โดยแบบสัมภาษณ์ฉบับหลังการทดลองเป็นแบบสัมภาษณ์คู่ขนาน ซึ่งการสัมภาษณ์จะสัมภาษณ์นักเรียนทีละคน นอกเวลาเรียนปกติ และให้นักเรียนสุ่มตอบเพียง 1 ข้อ โดยผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับการสร้างแบบสัมภาษณ์ จากหนังสือต่อไปนี้

1.1 คู่มือการสอนวิชาการวัดผลการศึกษา ของวรณัฐ ศรีสะอาด

1.2 เครื่องมือวัดทางการศึกษา ของปราณี ทองคำ

1.3 การวัดผลการศึกษา ของสุนันท์ ศลโกสม

2. สร้างแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถในการให้เหตุผล โดยสร้างแบบสัมภาษณ์จำนวน 2 ฉบับ ฉบับละ 8 ข้อ ซึ่งแต่ละฉบับเป็นข้อสอบคู่ขนานกัน โดยสถานการณ์ปัญหาที่ใช้ในการสัมภาษณ์จะครอบคลุมความสามารถในการให้เหตุผล

3. นำแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถในการให้เหตุผลที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาานิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ 3 ท่านเพื่อตรวจสอบว่าแบบสัมภาษณ์ที่สร้างขึ้นสอดคล้องกับเนื้อหาและสามารถวัดความสามารถในการให้เหตุผลและเป็นแบบทดสอบคู่ขนานหรือไม่ จากนั้นคัดเลือกแบบสัมภาษณ์เฉพาะข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.66 ขึ้นไป และนำมาใช้เป็นแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถในการให้เหตุผล 2 ฉบับ ฉบับละ 5 ข้อ

4. นำแบบสัมภาษณ์การให้เหตุผลที่ได้รับการตรวจสอบแล้ว ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเป็นกลุ่มเดียวกับที่ทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล เพื่อหาข้อบกพร่องเกี่ยวกับเวลาและภาษาที่ใช้

5. นำแบบสัมภาษณ์การให้เหตุผลที่ได้จากข้อ 4 ไปให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาานิพนธ์ตรวจพิจารณาอีกครั้ง ก่อนนำไปปรับปรุงแก้ไขและใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลก่อนการทดลอง ซึ่งเป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นทดสอบกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ใช้เวลาทดสอบ 2 ชั่วโมง

2. ผู้วิจัยนำแบบสัมภาษณ์การให้เหตุผลก่อนการทดลองสัมภาษณ์นักเรียนทีละคนนอกเวลาเรียนปกติ โดยให้นักเรียนสุ่มทำเพียง 1 ข้อจากจำนวน 5 ข้อและใช้เวลาคนละ 4 นาที

3. ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในชั่วโมงเรียนปกติ โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิด ในเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้ระยะเวลาในการสอนทั้งสิ้น 17 ชั่วโมง

4. เมื่อสิ้นสุดการสอน ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลหลังการทดลองที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นซึ่งเป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ใช้เวลาทดสอบ 2 ชั่วโมง

5. ผู้วิจัยนำแบบสัมภาษณ์การให้เหตุผลหลังการทดลองสัมภาษณ์นักเรียนที่ละคนนอกเวลาเรียนปกติ โดยให้นักเรียนสุ่มทำเพียง 1 ข้อจากจำนวน 5 ข้อและใช้เวลาคนละ 4 นาที

6. ตรวจสอบผลการทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล ดังนี้

6.1 แบบทดสอบชนิดเลือกตอบ มีเกณฑ์ในการให้คะแนนดังนี้ ข้อที่ตอบถูกต้องให้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิด ไม่ตอบหรือตอบเกิน 1 ตัวเลือก ให้ 0 คะแนน

6.2 แบบทดสอบอัตนัย มีเกณฑ์การให้คะแนนตามแนวของกระทรวงศึกษาธิการคือให้คะแนน 4,3,2,1 หรือ 0 ตามความสามารถในการเขียนตอบ นั่นคือพิจารณาจากรายละเอียดการแสดงวิธีทำและความถูกต้องดังนี้

ตาราง 1 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย

คะแนน / ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการได้อย่างถูกต้อง มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3 ดี	บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการได้อย่างถูกต้อง มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2 พอใช้	บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการไม่ครบ มีความพยายามที่จะเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ แต่ยังไม่ค่อยสมเหตุสมผล
1 ต้องปรับปรุง	บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการไม่ครบ มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจบ้าง
0 ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

7. การให้คะแนนแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถในการให้เหตุผล มีเกณฑ์การให้คะแนนคือ ให้คะแนน 8,7,6,...,0 คะแนน ตามความสามารถในการตอบคำถามและการสร้างรูปดังนี้

ตาราง 2 เกณฑ์การให้คะแนนแบบสัมพัทธ์วัดความสามารถในการให้เหตุผล

การให้คะแนน	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
1	สามารถวาดรูปพร้อมเติมสัญลักษณ์ / เครื่องหมายในรูปทุกครั้งที่ทราบข้อมูลเพิ่มเติม
1	บอกสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการได้อย่างถูกต้อง
1	บอกสิ่งที่ทราบเพิ่มเติมและบอกวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง
5	สามารถอ้างอิงเหตุผลในการพิสูจน์ได้อย่างสมเหตุสมผล (ให้คะแนน 0-5 คะแนนตามความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น)
0	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

8. นำคะแนนความสามารถในการให้เหตุผล ซึ่งมีคะแนนเต็ม 58 คะแนน ประกอบด้วยคะแนนจากแบบทดสอบเลือกตอบ 30 คะแนน แบบทดสอบอัตนัย 20 คะแนนและแบบสัมพัทธ์วัดความสามารถในการให้เหตุผล 8 คะแนน มาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2. ทดสอบสมมติฐานว่าคะแนนความสามารถในการให้เหตุผล หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองหรือไม่ โดยดำเนินการดังนี้

2.1 ทดสอบภาวะแจกแจงปกติของผลต่างของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลก่อนการทดลองและหลังการทดลอง โดยใช้การทดสอบลิลล์ฟอร์ส (Lilliefors Test)

2.2 ถ้าคะแนนจากข้อ 2.1 มีการแจกแจงปกติ เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลก่อนและหลังการทดลอง โดยใช้การทดสอบ t (t Test for Dependent Samples) ถ้าคะแนนจากข้อ 2.1 ไม่มีการแจกแจงปกติ เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลก่อนและหลังการทดลอง โดยใช้การทดสอบลำดับเครื่องหมายวิลโคซอน (Wilcoxon Signed Ranks Test)

3. ทดสอบสมมติฐานว่าจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลผ่านเกณฑ์การประเมินมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบสัดส่วนประชากร ด้วยการทดสอบ Z (Z Test for Population Proportion)

4. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

4.1 ดัชนีความสอดคล้องความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม โดยใช้สูตรของโรวินELLIและแฮมเบิลตัน (Rovinelli and Hambleton)

4.2 ความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล

4.3 ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล ใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัค

4.4 ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

4.5 สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน ได้แก่ การทดสอบลิลีฟอ์ส การทดสอบ t หรือ การทดสอบลำดับเครื่องหมายวิลโคซอน และใช้การทดสอบสัดส่วนประชากร ด้วยการทดสอบ Z (Z Test for Population Proportion)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิด ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลของการศึกษาค้นคว้าดังต่อไปนี้

1. การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของผลต่างของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนก่อนและหลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอर्स

2. การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนก่อนและหลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

3. การศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของผลต่างของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนก่อนและหลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอर्सปรากฏผลดังตาราง 3

ตาราง 3 ผลการทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของผลต่างของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนก่อนและหลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอर्स

คะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)	ค่าสถิติ	p
ผลต่างของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างก่อนและหลังการใช้กิจกรรม	45	0.102	0.733

จากตาราง 3 แสดงให้เห็นว่าผลต่างของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนก่อนและหลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีการแจกแจงปกติที่ระดับนัยสำคัญ .01 ($p > 0.01$)

2. การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนก่อนและหลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ด้วยการทดสอบ t (t Test for Dependent Samples) ปรากฏผลดังตาราง 4

ตาราง 4 การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนก่อนและหลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)	$\bar{X}$	S.D.	$\bar{d}$	$S_{\bar{d}}$	t	p
ก่อนใช้กิจกรรม	45	19.73	4.67	14.29	0.72	19.88**	0.000
หลังใช้กิจกรรม	45	34.02	3.27				

** มีนัยสำคัญที่ระดับ .01

จากตาราง 4 แสดงให้เห็นว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนก่อนและหลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยที่ความสามารถในการให้เหตุผลหลังการใช้กิจกรรมสูงกว่าก่อนการใช้กิจกรรม ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้

3. การศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมโดยใช้การทดสอบสัดส่วนประชากรด้วยการทดสอบ Z ปรากฏผลดังตาราง 5

ตาราง 5 การศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้อีกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป (คน)	ค่าสถิติ Z	ค่าวิกฤต
45	41	5.27**	2.326

** มีนัยสำคัญที่ระดับ .01

จากตาราง 5 แสดงให้เห็นว่าจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของนักเรียนทั้งหมดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้

บทที่ 5

สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิด

สมมติฐานการวิจัย

1. คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง
2. จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนศรีทรศาสตร์ อำเภอมะนัง จังหวัดสมุทรสงคราม โดยการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน รวม 45 คน จากนักเรียนจำนวน 9 ห้องเรียน ซึ่งโรงเรียนจัดนักเรียนเข้าชั้นเรียนแบบคลัสเตอร์ตามความสามารถทางการเรียน

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาประกอบด้วย

1. กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้และคู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลก่อนและหลังการทดลอง มีทั้งหมด 2 ฉบับ แต่ละฉบับเป็นแบบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ซึ่งทั้งสองฉบับเป็นแบบทดสอบแบบคู่ขนาน
3. แบบสัมภาษณ์วัดความสามารถในการให้เหตุผลก่อนและหลังการทดลอง เป็นแบบสัมภาษณ์เกี่ยวกับการให้เหตุผลในเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม มีทั้งหมด 2 ฉบับ ฉบับละ 5 ข้อ ซึ่งทั้งสองฉบับเป็นแบบสัมภาษณ์แบบคู่ขนาน

วิธีดำเนินการทดลอง

1. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลก่อนการทดลอง ซึ่งเป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นทดสอบกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ใช้เวลาทดสอบ 2 ชั่วโมง
2. ผู้วิจัยนำแบบสัมภาษณ์การให้เหตุผลก่อนการทดลองสัมภาษณ์นักเรียนทีละคนนอกเวลาเรียนปกติ โดยให้นักเรียนสุ่มทำเพียง 1 ข้อจากจำนวน 5 ข้อและใช้เวลาคนละ 4 นาที
3. ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในชั่วโมงเรียนปกติ โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิด ในเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้ระยะเวลาในการสอนทั้งสิ้น 17 ชั่วโมง
4. เมื่อสิ้นสุดการสอน ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลหลังการทดลองที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นซึ่งเป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ใช้เวลาทดสอบ 2 ชั่วโมง
5. ผู้วิจัยนำแบบสัมภาษณ์การให้เหตุผลหลังการทดลองสัมภาษณ์นักเรียนทีละคนนอกเวลาเรียนปกติ โดยให้นักเรียนสุ่มทำเพียง 1 ข้อจากจำนวน 5 ข้อและใช้เวลาคนละ 4 นาที
6. ตรวจสอบผลการทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล ดังนี้
 - 6.1 แบบทดสอบชนิดเลือกตอบ มีเกณฑ์ในการให้คะแนนดังนี้ ข้อที่ตอบถูกต้องให้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิด ไม่ตอบหรือตอบเกิน 1 ตัวเลือก ให้ 0 คะแนน
 - 6.2 แบบทดสอบอัตนัย มีเกณฑ์การให้คะแนนคือ ให้คะแนน 4,3,2,1 หรือ 0 ตามความสามารถในการเขียนตอบ แล้วนำผลที่ได้มาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐาน
7. การให้คะแนนแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถในการให้เหตุผล มีเกณฑ์การให้คะแนนคือ ให้คะแนน 8,7,6,...,0 คะแนน ตามความสามารถในการตอบคำถามและการสร้างรูป
8. นำคะแนนความสามารถในการให้เหตุผล ซึ่งมีคะแนนเต็ม 58 คะแนนประกอบด้วยคะแนนจากแบบทดสอบเลือกตอบ 30 คะแนน แบบทดสอบอัตนัย 20 คะแนนและแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถในการให้เหตุผล 8 คะแนน มาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
2. ทดสอบสมมติฐานว่าคะแนนความสามารถในการให้เหตุผล หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองหรือไม่ โดยดำเนินการดังนี้
 - 2.1 ทดสอบภาวะแจกแจงปกติของผลต่างของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลก่อนการทดลองและหลังการทดลอง โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอรัส (Lilliefors Test)
 - 2.2 ถ้าคะแนนจากข้อ 2.1 มีการแจกแจงปกติ เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลก่อนและหลังการทดลอง โดยใช้การทดสอบ t (t Test for Dependent Samples) ถ้าคะแนนจากข้อ 2.1 ไม่มีการแจกแจงปกติ เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลก่อนและหลังการทดลอง โดยใช้การทดสอบลำดับเครื่องหมายวิลโคซอน (Wilcoxon Signed Ranks Test)

3. ทดสอบสมมติฐานว่าจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลผ่านเกณฑ์การประเมินมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบสัดส่วนประชากร ด้วยการทดสอบ Z (Z Test for Population Proportion)

4. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

4.1 ดัชนีความสอดคล้องความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม โดยใช้สูตรของโรวินेलลีและแฮมเบิลตัน (Rovinelli and Hambleton)

4.2 ความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล

4.3 ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล ใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัค

4.4 ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

4.5 สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน ได้แก่ การทดสอบลิลีฟอรัส การทดสอบ t หรือการทดสอบลำดับเครื่องหมายวิลโคซอน และใช้การทดสอบสัดส่วนประชากร ด้วยการทดสอบ Z

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

1. ความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการใช้กิจกรรมสูงกว่าก่อนการใช้กิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้

2. จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้

อภิปรายผล

1. ความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนหลังการทดลองใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิด เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม สูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐาน น่าจะมาจากเหตุผลต่อไปนี้

1.1 เนื่องจากนักเรียนไม่เคยเรียนการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการมาก่อน ดังนั้นการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลก่อนเรียนจึงได้คะแนนน้อยแต่หลังจากการเรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนดังกล่าว นักเรียนจึงทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลหลังเรียนได้คะแนนสูงกว่าก่อนเรียน

1.2 กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีขั้นตอนการเรียนรู้ที่ชัดเจนเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผล ผู้วิจัยทำการสอนตามขั้นตอนโดยใช้การสื่อสารแนวความคิดและวิธีการที่หลากหลาย ทำให้นักเรียนได้ฝึกใช้ความคิด รู้จักพิจารณาข้อมูล รู้จักจัดลำดับความสำคัญ และเลือกหรือไม่เลือกใช้ข้อมูลเพื่อนำมาสร้างข้อสรุป ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของพัชรินทร์ เปรมประเสริฐ (2542 : 89) ที่ว่าในขณะที่ทำการสอนเนื้อหาวิชานั้น ถ้านักเรียนได้รู้จักใช้การคิดอย่างใคร่ครวญ มีการวางแผน

ตลอดจนกำหนดแนวทางปฏิบัติเพื่อนำไปสู่เป้าหมาย โดยมีการแบ่งงานออกเป็นส่วนๆ หรือเป็นขั้นตอนที่ต่อเนื่องจะเป็นการปลูกฝังทักษะการคิดอย่างมีเหตุผล

1.3 กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้เน้นให้นักเรียนมีอิสระในขณะที่ปฏิบัติกิจกรรมร่วมกันเป็นคู่และเป็นกลุ่ม นักเรียนมีการนำเสนอเหตุผลเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ทำให้บรรยากาศไม่ตึงเครียด นักเรียนมีความตั้งใจที่จะทำกิจกรรมและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งจะทำให้ นักเรียนได้ซึมซับเหตุผลของคนอื่นที่ถูกต้องกว่าหรือดีกว่า และอาจมีผลทำให้นักเรียนเรียนรู้ได้ดีขึ้น ซึ่ง สอดคล้องกับงานวิจัยของสมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 96) ที่ศึกษาการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารแนวความคิดของนักเรียนและพบว่า ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลอง หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

1.4 นักเรียนที่ใช้เป็นกลุ่มตัวอย่างในการทดลองครั้งนี้ เป็นนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาที่มี อายุอยู่ระหว่าง 11 – 15 ปี ซึ่งเป็นวัยที่อยู่ในระยะพัฒนาการขั้นที่ 4 (ขั้นปฏิบัติการนามธรรม) ตามทฤษฎี ของเพียเจท์ (สุภานันท์ เสถียรศรี. 2536 : 130) กล่าวว่า เด็กในวัยนี้จะมีพัฒนาการทางด้านความรู้ ความ เข้าใจ และมีความสามารถที่จะคิดอย่างมีเหตุผล สามารถใช้กระบวนการคิดอย่างสลับซับซ้อน จากสิ่งที่เป็น รูปธรรมออกไป โดยนำความคิดที่เป็นประสบการณ์เดิม ความคิดที่เป็นนามธรรมมาใช้เป็นข้อมูลประกอบ ความคิดมากขึ้น

1.5 จากการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนนี้ ผู้วิจัยพบว่านักเรียนที่เรียนปานกลางและอ่อน เปลี่ยนแปลงความคิดที่ว่าตนเองไม่สามารถที่จะอธิบายเหตุผลของตนเองหรือนำเสนอแนวความคิดให้คนอื่น เข้าใจได้ กล่าวคือนักเรียนกล้าแสดงออกได้ดีขึ้น โดยในช่วงแรกที่นักเรียนเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม นักเรียนที่ เรียนอ่อนได้ฟังเพื่อนที่เรียนเก่งอธิบายก่อนและเริ่มมีส่วนร่วมในการอภิปรายทีละน้อย จนทำให้นักเรียนใน กลุ่มทุกคนมีความเข้าใจและสรุปเป็นความรู้ของกลุ่ม ในการสัมภาษณ์ก็เช่นเดียวกันคือก่อนการทดลอง นักเรียนไม่กล้าแสดงความคิดเห็นหรือตั้งคำถามและเหตุผลต่าง ๆ ที่เคยเรียนรู้มาแล้วมาใช้ในการตอบคำถาม แต่การสัมภาษณ์หลังการทดลองพบว่านักเรียนมีความกล้าพูดเพื่ออธิบายเหตุผลและสรุปความรู้ได้อย่าง คล่องแคล่วและมีความมั่นใจในตนเองมากขึ้น เนื่องจากการได้รับความรู้และความคิดที่สมเหตุสมผลซึ่ง กลับกรองจากการทำกิจกรรมกลุ่มมาแล้ว ซึ่งสอดคล้องกับงานทดลองของเลวิน (สุภาพร บุญหนัก. 2544 : 76 ; อ้างอิงจาก Levin. 1979) ที่ได้ทดลองสอนนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่ประเทศอิสราเอล พบว่าความสามารถด้านการคิดอย่างมีเหตุผลสามารถสอนได้ถ้าจัดประสบการณ์การเรียนรู้หรือวิธีสอนอย่าง เหมาะสม

2. จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมมีจำนวนมากกว่า ร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐาน น่าจะ มาจากเหตุผลต่อไปนี้

2.1 กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้ภาษาที่เข้าใจง่ายมีการเรียงลำดับเนื้อหา โดย เริ่มจากการทบทวนความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตแล้วให้นักเรียนเขียนแสดงแนวความคิดเพียงบางส่วน ในช่วงแรก ๆ แล้วเพิ่มมากขึ้นจนกระทั่งสามารถเขียนพิสูจน์จากโจทย์ที่กำหนดให้ได้ครบทุกขั้นตอนใน ช่วงต่อไป

2.2 กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนเรียนรู้โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดเห็นของตนเองอย่างสมเหตุสมผล เมื่อมีข้อสงสัยหรือไม่เข้าใจในเนื้อหา นักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน หรืออาจจะซักถามและขอคำแนะนำคำปรึกษาจากครูผู้สอนที่คอยดูแลอย่างใกล้ชิด ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของสุภาพร บุญหนัก. (2544 : 75) ที่ว่าการเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนในการเรียนอย่างแท้จริงมีส่วนช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหา จึงส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น และสอดคล้องกับงานวิจัยของสุนันท์ แสงงามมงคล (2541 : 33) ที่ว่าการร่วมมือทำงานแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ช่วยเหลือกันในการแก้ปัญหาและสรุปเนื้อหาที่เรียน สิ่งเหล่านี้เป็นการเรียนอย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด

2.3 ในการสอนแต่ละชั่วโมง ผู้วิจัยมีใบกิจกรรมให้นักเรียนได้ปฏิบัติและออกมาเสนอแนะความคิดของแต่ละกลุ่ม ทำให้ผู้วิจัยทราบปัญหาและข้อผิดพลาดพร้อมทั้งชี้แนะแนวทางที่จะแก้ไขปรับปรุง ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของศิริรัตน์ อุปัทมภ์เกื้อกูล (2547 : 53) ที่ว่าการปฏิบัติกิจกรรมทุกชั่วโมงพร้อมทั้งเฉลยใบกิจกรรมในทุกชั่วโมงจะทำให้ผู้วิจัยทราบปัญหาและได้ผลย้อนกลับของนักเรียนในทันที สามารถนำผลที่ได้ไปปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น

2.4 นอกจากกิจกรรมในชั้นเรียนแล้วยังมีแบบฝึกหัดเสริมและแบบฝึกหัดในแบบเรียนที่ต้องทำเป็นการบ้าน เพื่อให้นักเรียนได้ประเมินตนเองว่าเข้าใจในเนื้อหาที่ได้ทำกิจกรรมในชั้นเรียนหรือไม่และสามารถนำไปใช้ในการคิดหาเหตุผลและสร้างข้อสรุปของโจทย์แต่ละข้อได้อย่างสมเหตุสมผลและถูกต้องชัดเจนยิ่งขึ้น

ข้อสังเกต

จากการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการซึ่งพอสรุปได้ ดังนี้

1. ในช่วงแรกๆ ของการทดลองจะมีปัญหามากเนื่องจากนักเรียนไม่คุ้นเคยกับกิจกรรมการเรียนการสอนแบบนี้ ซึ่งให้นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา ตลอดจนไม่สามารถนำความสัมพันธ์มาหาข้อสรุปได้ ทำให้การสอนเป็นไปอย่างล่าช้าและไม่บรรลุตามแผนการสอน แต่พอในคาบต่อๆ ไปนักเรียนเริ่มคุ้นเคยและมีความมั่นใจมากขึ้น ทำให้การปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ เป็นไปอย่างรวดเร็วและเป็นระบบระเบียบมากขึ้น

2. การเรียนที่ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิด มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้ นักเรียนได้ร่วมกันศึกษาหาความรู้และมีความสามารถในการที่จะเป็นทั้งผู้นำและผู้ตามที่ดี ถ้านักเรียนไม่เข้าใจบทบาทหน้าที่ของตนเอง อาจจะทำให้นักเรียนได้รับความล้มเหลวโดยเฉพาะนักเรียนที่เรียนอ่อน ดังนั้นผู้วิจัยต้องอธิบายขั้นตอนการเรียนเป็นกลุ่มและบทบาทหน้าที่ของสมาชิกแต่ละคนให้นักเรียนทราบก่อนเริ่มให้ทำกิจกรรม

3. การแบ่งงานภายในกลุ่มควรมีการหมุนเวียนเพื่อให้นักเรียนเกิดทักษะในการทำงานในบทบาท และหน้าที่ต่างๆ

4. ในช่วงแรก ๆ บางกลุ่มขาดความตั้งใจเรียนและขาดความรับผิดชอบ ขอบคุ้ย ส่งเสียงดัง ผู้วิจัยจึงใช้การควบคุมดูแลด้วยการให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิดและให้คำชมเชยแก่กลุ่มที่ทำงานได้ถูกต้อง นักเรียนจึงเริ่มมีความสุขในการตอบ กล้าซักถาม การได้ช่วยเหลือกันและกันในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ ทำ

ให้เกิดความสัมพันธ์ที่ดีภายในกลุ่ม เกิดการยอมรับทางสังคมระหว่างเพื่อนในกลุ่ม ส่งผลให้นักเรียนมีความเข้าใจและสนใจในการเรียนมากขึ้น

5. ในการนำเสนอผลงานของกลุ่ม ให้นักเรียนกลุ่มอื่นๆ รวมทั้งครูได้แสดงความคิดเห็นเป็นการแลกเปลี่ยนประสบการณ์ ทำให้นักเรียนได้รับความรู้ที่กว้างขวางยิ่งขึ้น และนับเป็นแนวทางการสอนที่เพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลได้อีกทางหนึ่ง

6. การตรวจใบกิจกรรมอย่างสม่ำเสมอทำให้ครูได้ทราบข้อบกพร่องของนักเรียนแต่ละคนและชี้แนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไขได้ทันที

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้

1. ผู้สอนควรชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจถึงวิธีการ หลักการ ขั้นตอนต่างๆ ของการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการกลุ่ม และเสนอแนะถึงบทบาทหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม ตลอดจนแนะนำให้นักเรียนให้หมุนเวียนผลัดเปลี่ยนหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่มด้วย
2. ผู้สอนควรจัดห้องเรียนและสภาพแวดล้อมให้เหมาะสมกับการเรียนรู้ เนื่องจากเป็นการเรียนโดยใช้กระบวนการกลุ่ม ดังนั้นควรจัดห้องเรียนให้สามารถเคลื่อนย้ายจัดกลุ่มได้ตลอดเวลา
3. ผู้สอนควรมีบทบาทในการอำนวยความสะดวกในการจัดกิจกรรม และคอยให้คำแนะนำ ดูแลในระหว่างที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรม กระตุ้นให้นักเรียนได้คิด ได้แสดงเหตุผลและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง
4. ถ้านักเรียนแต่ละห้องมีจำนวนมาก เพื่อให้การสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดได้ผลดีควรมีครูผู้สังเกตการณ์ประมาณ 2 – 3 คน เพื่อช่วยดูแลให้คำปรึกษาได้อย่างทั่วถึง
5. ในการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผล ควรจัดเวลาให้เหมาะสมกับกิจกรรม ซึ่งพบว่าต้องใช้เวลามากกว่าที่หลักสูตรกำหนดไว้เพื่อให้บรรลุจุดประสงค์ในการเรียน
6. ผู้สอนสามารถนำกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ไปดัดแปลงหรือปรับปรุงเพื่อให้สอดคล้องกับเนื้อหาในเรื่องอื่นๆ ตามความเหมาะสม

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรทำการวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิด โดยนำไปใช้กับเนื้อหาอื่นๆ และระดับชั้นอื่น ๆ
2. ควรขยายเวลาฝึกการใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลมากกว่านี้ และควรฝึกอย่างต่อเนื่องเพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการพูดหรือเขียนเพิ่มขึ้น

3. ควรมีการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่นๆ ที่นอกเหนือจากการสื่อสารแนวความคิดและการให้เหตุผลด้วย

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กรรณิกา คล่องกิจกุล. (2537). การศึกษาประสิทธิภาพแบบเรียนที่เน้นการวิเคราะห์กระบวนการคิดเรื่องฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- กาญจนา สุจินะพงษ์. (2539). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ร่วม. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ขวัญใจ บุญฤทธิ์. (2535). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความมีวินัยในตนเอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบ TAI กับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชาญชัย อาจิณสมภาร. (2533, มีนาคม) “การเรียนแบบร่วมมือ,” *ประชากรศึกษา*. 2(4) : 19–21.
- ชูศรี สนิทประชากร. (2534, กรกฎาคม – ธันวาคม) “การเรียนโดยการร่วมมือ,” *จันทร์เกษมสาร*. 2(4) : 46–49.
- เชิดศักดิ์ โฆวาสินธุ์. (2530). การฝึกสมรรถภาพสมองเพื่อพัฒนาคุณภาพการคิด. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- ณรงค์ พวงศรี. (2525). การสร้างแบบทดสอบการคิดอย่างมีเหตุผล. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- ณรงค์ สมพงษ์. (2543). *สื่อสารมวลชนเพื่องานส่งเสริม*. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ดวงเดือน ศาสตรภักดิ์. (2515). การศึกษาเปรียบเทียบเด็กไทยเชื้อชาติไทยกับเด็กไทยเชื้อชาติจีนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจในการอ่าน การรับรู้ทางสายตาและแบบการคิดให้เหตุผลตามหลักการอนุรักษ์ของเพียเจต์ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-5. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- ทัศนีย์ กระต่ายอินทร์ และสุกิต อนุศาสตร์. (2542). “หน่วยที่ 1 การสื่อสาร,” *เอกสารประกอบการเรียนวิชาภาษาไทยเพื่อการสื่อสารและการสืบค้น*. ลพบุรี : ภาควิชาภาษาไทยและบรรณารักษศาสตร์ ศูนย์การพิมพ์สถาบันราชภัฏเทพสตรี.
- ทรงชัย อักษรคิด. (2547). *กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องแบบรูปโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บุญทัน อยู่ชมบุญ. (2529). พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์โอเดียนสโตร์.
- บุญศรี ปราบณศักดิ์ และศิริพร จีรวัฒน์กุล. (2538). *การสื่อสารเพื่อคุณภาพการพยาบาล*. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ประยูร อาษานาม. (2537). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา : หลักสูตรและแนวปฏิบัติ*. กรุงเทพฯ : ประกายพรึก.

- ปรมะ สตะเวทิน. (2527). *หลักนิเทศศาสตร์*. กรุงเทพฯ : รุ่งเรืองสาส์นการพิมพ์.
- ปสาสน์ กงตาล. (2535, กันยายน). "การร่วมมือกันเรียนรู้," *ศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยขอนแก่น*. 15(1-2) : 19-22.
- ปราณี ทองคำ. (2539). *เครื่องมือวัดทางการศึกษา*. ปัตตานี : คณะศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์.
- เปรมจิตต์ ขจรภัยลาร์เซน. (2536). "วิธีสอนแบบการเรียนรู้ร่วมกัน," *เอกสารหมายเลข6*. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พัชรินทร์ เปรมประเสริฐ. (2542). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการคณิตศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครู*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- มณฑล ใบบัว. (2536). *หลักการและทฤษฎีการสื่อสาร*. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.
- มยุรี สาลิวังศ์. (2535). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความภาคภูมิใจในตนเอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ STAD กับกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครูของ สสวท*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- รัตนา เจียมบุญ. (2540). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบร่วมมือประกอบการสอนแบบ TGT กับการสอนตามคู่มือครู*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วรรณุช ศรีสะอาด. (2534). *คู่มือการสอนวิชาความรู้วัดผลการศึกษา*. มหาสารคาม : ภาควิชาพื้นฐานของการศึกษามหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วรพล พรหมกบุตร. (2534). *การสื่อสารสัญลักษณ์ ธรรมชาติ พัฒนาการ ผลกระทบ*. กรุงเทพฯ : อาร์ตไลน์.
- วัชร ชันเชื้อ. (2545). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยใช้กระบวนการกลุ่มเพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสาร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วาสนา จันทร์สว่าง และทัศนีย์ อินทรสุขศรี. (2532). *การสื่อสารเพื่อชีวิต*. กรุงเทพฯ : เจ้าพระยาการพิมพ์.
- ศรไกร รุ่งรอด. (2533). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการให้ความร่วมมือต่อกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ STAD กับกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครูของ สสวท*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศิริรัตน์ อุปถัมภ์เกื้อกุล. (2547). *กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต 2 มิติและ 3 มิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. (2534). *คู่มือการใช้หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)*. กรุงเทพฯ : กรมวิชาการ.
- _____. (2544). *คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : กรมวิชาการ.
- _____. (2544). *การจัดสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : กรมวิชาการ.

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท). (2544). *คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สมเจตน์ ไวยาการณ์. (2530). *รูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถด้านการใช้เหตุผล*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมชาย วรภิเษมสกุล. (2540). *การพัฒนาแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวความคิด เพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหา*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมพร ประยูรจิตติกุล. (2535). *ผลการฝึกสมรรถภาพสมองด้านเหตุผลที่มีต่อความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สวรรณ อ่อนนาค. (2511). *ความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนสอบปลายปีวิชาวิทยาศาสตร์กับสมรรถภาพสมองด้านเหตุผล และความเชื่อในคติชาวบ้าน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สายหยุด เอียนสี. (2533). *การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยการสอนแบบพัฒนารายบุคคลซึ่งร่วมทำงานเป็นคณะกับการสอนปกติ*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สิริวรรณ ตั้งจิตวัฒนะกุล. (2542). *รากฐานเรขาคณิต*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- สุดสวาท ขันธมูล. (2530). *ผลการสอนโจทย์ปัญหา 2 วิธีที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุนันท์ แสงงามมงคล. (2541). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลอการิทึมโดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกันของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุนันท์ ศลโกสม. (2525). *การวัดผลการศึกษา*. กรุงเทพฯ : สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สุพัตรา ฤกษ์บ้าย. (2544). *ผลของการใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและการใช้สัญญาณเงื่อนไขที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนไทยนิยมสงเคราะห์ สำนักงานเขตบางเขน กรุงเทพมหานคร*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (จิตวิทยาการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุนันท์ เสถียรศรี. (2536). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ การคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้แบบฝึกกิจกรรมการคิดกับการสอนตามคู่มือครู*. ปรินญา

- นิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- สุภาพร บุญหนัก. (2544). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ โดยวิธีการแก้ปัญหาเรื่องความเท่ากันทุก
ประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.*
ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร
- สุรศักดิ์ หลาบมาลา. (2531, กุมภาพันธ์). “การเรียนการสอนแบบร่วมมือ,” *วิทยาทจารย์*. 86(2) : 4–8.
- อารี สันทนต์. (2535). *พหุปัญญาและการเรียนแบบร่วมมือ*. กรุงเทพฯ : สมาคมเพื่อการศึกษาเด็ก.
- อำไพ ยมาภัย. (2527). “การศึกษาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาในประเทศไทยในช่วง 20 ปี (พ.ศ. 2503 –
2523),” *รายงานผลการวิเคราะห์หลักสูตรคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์อักษรไทย.
- Adams, Dennis M. and Mary E. Hamm. (1990). *Cooperative Learning : Critical Thinking and
Collaboration Across the Curriculum*. Illinois : Charles C. Thomas Publisher.
- Artzt, Alice F. and Claire M. Newman. (1990). “Cooperative Learning,” *The Mathematics Teacher*.
83(6) : 448-449.
- Baroody, Arthur J. (1993). “Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8, *Helping Children
Think Mathematically*. New York : Mcmillan Publishing Company.
- Brandt, Ron. (1984, September). “Teaching of Thinking , for Thinking , about Thinking.” *Educational
Leadership*. 42(1) : 3.
- Bruner, J.S. and R.R. Driver. (1966). *Studies in Cognitive Growth*. New York : John Wiley and Sons.
- Duren, Phillip E. and April Cherington. (1992, February). “The Effects of Cooperative Group Work
versus Independent Practice on the Learning of Some Problem Solving Strategies,”
School Science and Mathematics. 92(2) : 80–83.
- Gagne, Robert M. and L.J. Briggs. (1974). *Principles of Instructional Design*. New York : Holt, Rinehart
and Winston Inc.
- Greenwood, Jonathan Jay. (1993, November). “On the Nature of Teaching and Assessing ‘Mathematical
Power’ and ‘Mathematical Thinking,’” *Arithmetic Teacher*. 41(3) : 144–152.
- Guilford, J.P. (1967). *The Nature of Human Intelligence*. New York : McGraw-Hill.
- Guilford, J.P. and Hoepfner. (1971). *The Analysis of Intelligence*. New York : McGraw-Hill.
- Hovland, Carl I , et al. (1953). *Communication and Persuasion*. New Haven : Yale University.
- Hoyles, Celia. (1985). “What is the Point of Group Discussion?,” *Educational Studies in Mathematics*.
16(2) : 206–207.
- Johnson, David W , et al.(1981, May). “Effects of Cooperative, Competitive, and Individualistic
Goal Structures on Achievement : A Meta-Analysis,” *Psychological Bulletin*. 89(5) :
47–62.
- Lappan, Glenda and Schram, Pamela W. (1989). “Communication and Reasoning : Critical Dimensions
Sense Making in Mathematics,” *in New Directions for Elementary School Mathematics*. 1989
yearbook. p. 14–30. Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematic, Inc.
- Leshner, Ronald E. (1971, November). “A Study of Logical Thinking in Grades Four through Seven,”
Dissertation Abstracts International. 32(5) : 2487–A.

- Levin, Tamer. (1979). "Instruction Which Enable Students to Develop Higher Mental Process," in *Evaluation in Education*. Vol 3 : 174-220 Choppin B.H. and Postletation (e.d.) Pergamon Press Ltd.
- Lindquist, Mary Montgomery. (1989, May). "Mathematics Content and Small-Group Instruction in Grades Four through Six," *The Elementary School Journal*. 89(5) : 625–632.
- Martin, Mavis Doughtly. (1964). "Reading Comprehension Abstract Verbal Reasoning and Computation as Facators in Arithmetic Problem Solving," *Dissertation Abstracts*. ED. 24 : 2547–2548.
- Nichols, Joey Del. (1994, September). "The Effects of Cooperative Learning on Student Achievement and Motivation in a High School Geometry Class," *Dissertation Abstracts International*. 55(3) : 460–A.
- O' Daffer, Phares G.(1990). "Inductive and Deductive Reasoning," *The Mathematics Teacher*. 93(6) : 378.
- O' Daffer, Phares G. and BruceA. Thornquist. (1993). "Critical Thinking, Mathematical Reasoning and Proof," in *Research Ideas for the Classroom, High School Mathematics*. p.43. New York : Macmillan Publishing Company.
- Pallrand, G.J. (1979). "Transition to Formal Thought," *Journal of Research in Science Teacher*. 16(5) : 445–451.
- Piaget, J and B, Inhelder. (1969). *The Psychology of the Child*. Translated by Helen Weaver. New York : Basic Books.
- Shannon, C. E. and Weaver, W. (1949). *The Mathematical Theory of Communication*.
- Slavin, Robert E. (1987, November). "Cooperative Learning and Cooperative School," *Educational Leadership*. 50(11) : 8–11.
- _____. (1980). "Cooperative Learning," *Review of Education Research*. 50(2) : 34–53.
- Taylor, Ross. (1989). "The Potential of Small-Group Mathematics Instruction in Grades Four through Six," *The Elementary School Journal*. 89(5) : 633–642.
- The National Council of Teachers of Mathematics.(1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia : The National Council of Teacher of Mathematics,Inc.
- _____. (2000). *Principles and Standard for School Mathematics*. Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Thurlow, Deborah Lee. (1999). "The Effects of Journal Writing on Fifth-Grade Subjects Mathematics Attitudes and Achievement," *Dissertation Abstracts International-A*. (CD-ROM). 57(1) : 2620. Available : UMI ; Dissertation Abstracts (July 1996).
- Vernon, Phillip E. (1968). *Intelligence and Attainment Tests*. London : University of London Press Ltd.
- William, James Melford. (1981, October). "A Comparison Study of the Effects of Inquiry and Tradition Teaching Procedures on Student Attitude, Achievement, an Critical Thinking Ability in Eleventh Grade United States History," *Dissertation Abstracts International*. 42(4) : 1605–A.
- Williams, Mary Susan. (1989, June). "The Effect of Cooperative Team Learning on Student Achievement and Student Attitude in the Algebra Classroom," *Dissertation Abstracts International*. 49(12) : 3611–A . Piyavunpan

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ตาราง 5 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
ตอนที่ 1			ตอนที่ 1		
1	0.80	0.38	19	0.80	0.25
2	0.48	0.25	20	0.76	0.25
3	0.80	0.25	21	0.80	0.63
4	0.80	0.38	22	0.68	0.75
5	0.72	0.38	23	0.80	0.38
6	0.68	0.50	24	0.56	0.25
7	0.80	0.38	25	0.80	0.25
8	0.80	0.25	26	0.60	0.50
9	0.76	0.75	27	0.80	0.25
10	0.44	0.25	28	0.72	0.50
11	0.48	0.38	29	0.80	0.38
12	0.68	0.63	30	0.72	0.50
13	0.80	0.38	ตอนที่ 2		
14	0.20	0.25	1	0.42	0.59
15	0.76	0.25	2	0.53	0.73
16	0.44	0.25	3	0.47	0.69
17	0.80	0.25	4	0.53	0.52
18	0.76	0.38	5	0.41	0.54

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลโดยใช้วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) มีค่าเท่ากับ 0.86

ตาราง 6 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลก่อนเรียนและหลังเรียน

เลขที่	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลก่อนเรียน (เต็ม 58 คะแนน)				คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลหลังเรียน (เต็ม 58 คะแนน)			
	เลือกตอบ (30 คะแนน)	อัตนัย (20 คะแนน)	สัมภาษณ์ (8 คะแนน)	รวม	เลือกตอบ (30 คะแนน)	อัตนัย (20 คะแนน)	สัมภาษณ์ (8 คะแนน)	รวม
1	6	2	1	9	13	7	5	25
2	9	2	2	13	17	9	7	33
3	7	4	3	14	15	10	8	33
4	9	3	3	15	17	7	7	31
5	8	3	3	14	17	9	8	34
6	12	3	4	19	16	11	8	35
7	11	6	3	20	19	7	8	34
8	10	2	2	14	13	9	6	28
9	15	4	4	23	19	12	8	39
10	6	6	4	16	19	13	8	40
11	15	6	4	25	18	13	8	39
12	12	3	2	17	15	8	6	29
13	16	4	3	23	19	9	8	36
14	13	3	3	19	19	7	8	34
15	10	2	4	16	18	11	8	37
16	9	5	4	18	18	11	8	37
17	14	7	3	24	16	11	7	34
18	10	4	4	18	17	12	8	37
19	15	7	3	25	17	10	7	34
20	17	7	2	26	18	7	8	33
21	13	5	2	20	16	7	8	31
22	10	6	2	18	17	7	7	31
23	10	5	3	18	15	11	8	34
24	13	5	1	19	14	7	6	27
25	10	1	2	13	17	8	7	32
26	15	6	2	23	17	9	8	34
27	15	3	4	22	17	10	8	35
28	9	4	4	17	17	11	8	36
29	17	5	4	26	17	11	8	36

ตาราง 6 (ต่อ)

เลขที่	คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลก่อนเรียน (เต็ม 58 คะแนน)				คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลหลังเรียน (เต็ม 58 คะแนน)			
	เลือกตอบ (30 คะแนน)	อัตนัย (20 คะแนน)	สัมภาษณ์ (8 คะแนน)	รวม	เลือกตอบ (30 คะแนน)	อัตนัย (20 คะแนน)	สัมภาษณ์ (8 คะแนน)	รวม
30	21	6	2	29	18	8	8	34
31	11	6	2	19	18	8	8	34
32	13	3	2	18	18	9	7	34
33	17	4	3	24	18	10	8	36
34	14	7	2	23	18	9	8	35
35	12	7	2	21	17	10	8	35
36	13	2	4	19	16	12	8	36
37	6	3	2	11	15	10	7	32
38	15	7	4	26	17	12	8	37
39	7	6	4	17	16	13	8	37
40	8	5	4	17	17	13	8	38
41	18	2	3	23	19	10	8	37
42	20	5	2	27	14	10	7	31
43	11	4	4	19	17	9	8	34
44	18	7	2	27	17	11	8	36
45	13	9	2	24	17	5	5	27

การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของผลต่างของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนก่อนและหลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอร์ส (Lilliefors Test) ปรากฏผลดังนี้

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

	diff
N	45
Normal Parameters(a,b)	
Mean	14.29
Std. Deviation	4.822
Most Extreme Differences	
Absolute	.102
Positive	.072
Negative	-.102
Kolmogorov-Smirnov Z	.687
Asymp. Sig. (2-tailed)	.733

a Test distribution is Normal.

b Calculated from data.

เมื่อ diff แทน ผลต่างของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนก่อนและหลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิด

สมมติฐานของการทดสอบ คือ

H_0 : คะแนนที่ได้จากการทดสอบมีการแจกแจงปกติ

H_1 : คะแนนที่ได้จากการทดสอบไม่มีการแจกแจงปกติ

ขอบเขตวิกฤตของการทดสอบ คือ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $p < \alpha$

เมื่อ $p = \text{Asymp. Sig. (2-tailed)}$ และ $\alpha = 0.01$

ได้ผลการทดสอบสมมติฐาน ดังนี้

การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของผลต่างของคะแนนจากการทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนก่อนและหลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอน ที่ระดับนัยสำคัญ .01 พบว่า $p = 0.733$ ซึ่ง $0.733 > 0.01$ ดังนั้นแสดงว่า ยอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ .01 นั่นคือ ผลต่างของคะแนนจากการทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนก่อนและหลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนมีภาวะการแจกแจงปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .01

การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนก่อนและหลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ด้วยการทดสอบ t (t Test for Dependent Samples) ปรากฏผลดังนี้

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	pretest	19.73	45	4.668	.696
	posttest	34.02	45	3.272	.488

Paired Samples Test

		Pair 1
		posttest -pretest
Paired	Mean	14.289
Differences	Std. Deviation	4.822
	Std. Error Mean	.719
	99% Confidence	Interval of the Difference
	Lower	
	Interval of the Difference	Upper
t		19.877
df		44
Sig. (2-tailed)		.000

สมมติฐานของการทดสอบ คือ

$$H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 < \mu_2$$

ขอบเขตวิกฤตของการทดสอบ คือ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $p < \alpha$

$$\text{เมื่อ } p = \frac{\text{Sig. (2-tailed)}}{2} \text{ และ } \alpha = 0.01$$

เนื่องจาก $0.000 < 0.01$ ดังนั้นแสดงว่า ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ .01 นั่นคือ คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนสูงกว่าก่อนการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดของนักเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้ โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผลเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมโดยใช้การทดสอบสัดส่วนประชากรด้วยการทดสอบ Z (Z Test for Population Proportion) ปรากฏผลดังนี้

$$\text{ตัวสถิติทดสอบ คือ } Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sigma_{\hat{p}}}$$

สมมติฐานของการทดสอบ คือ

$$H_0 : p \geq 0.5$$

$$H_1 : p < 0.5$$

ขอบเขตวิกฤตของการทดสอบ คือ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $Z > Z_{\alpha}$

$$\text{จาก } \hat{p} = \frac{41}{45} = 0.911$$

$$\sigma_{\hat{p}}^2 = \frac{p_0(1 - p_0)}{n} = \frac{0.5(1 - 0.5)}{45} = 0.006$$

$$\sigma_{\hat{p}} = 0.078$$

$$Z_{\alpha} = Z_{.01} = 2.326$$

$$\text{ดังนั้น ตัวสถิติทดสอบ } Z = \frac{0.911 - 0.5}{0.078} = 5.27$$

เนื่องจาก $5.27 > 2.326$ ดังนั้นแสดงว่า ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ .01 นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้ เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

**คู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิด
เพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผล เรื่องความเท่ากันทุกประการ
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

หลักการและเหตุผล

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันได้ให้ความสำคัญในเรื่องของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จะเห็นได้จากการปรับปรุงและพัฒนาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งได้กำหนดให้ผู้เรียนมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 5 มาตรฐานการเรียนรู้ ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และการมีความริเริ่มสร้างสรรค์ เพื่อให้ผู้เรียนได้มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์และนำไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น

การจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ จึงควรส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และคิดอย่างมีเหตุผลจากกิจกรรมที่ผสมผสานการคิดกับการให้เหตุผลควบคู่กันไป คือให้ผู้เรียนเริ่มฝึกจากการสื่อสารแนวความคิดโดยใช้คำพูดที่ง่ายถ่ายทอดความคิดของตนเองจนสามารถพูดอธิบายหรือให้เหตุผลและเขียนแสดงความคิดของตนเองเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดกับผู้อื่นได้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้ความสามารถในการสื่อสารแนวความคิดที่มีประสิทธิภาพและจัดการเรียนแบบร่วมมือ โดยฝึกให้นักเรียนทำงานและให้เหตุผลร่วมกันจะสามารถพัฒนาผู้เรียนให้เกิดศักยภาพทางคณิตศาสตร์ที่ ต้องการได้

เนื้อหาของชุดกิจกรรม

ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

มโนคติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม	2	ชั่วโมง
เงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ	1	ชั่วโมง
รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน	3	ชั่วโมง
รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม – ด้าน – มุม	3	ชั่วโมง
รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม – มุม – ด้าน	2	ชั่วโมง
รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	1	ชั่วโมง
รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – ด้าน – ด้าน	3	ชั่วโมง
ทบทวนเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม	2	ชั่วโมง

แนวทางการจัดกิจกรรม

1. ครูให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลก่อนการเรียนการสอน ซึ่งเป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ใช้เวลาทดสอบ 2 ชั่วโมง
2. ครูสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการให้เหตุผลก่อนการเรียนการสอน ซึ่งจะสัมภาษณ์นักเรียนทีละคนนอกเวลาเรียนปกติ โดยให้นักเรียนสุ่มทำเพียง 1 ข้อจากจำนวน 5 ข้อและใช้เวลาคนละ 4 นาที
3. ครูเป็นผู้ดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในชั่วโมงเรียนปกติ โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิด ในเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ใช้ระยะเวลาในการสอนทั้งสิ้น 17 ชั่วโมง
4. เมื่อสิ้นสุดการเรียนการสอน ครูให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลหลังการเรียนการสอน เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ ใช้เวลาทดสอบ 2 ชั่วโมง
5. ครูสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการให้เหตุผลหลังการเรียนการสอน ซึ่งจะสัมภาษณ์นักเรียนทีละคน นอกเวลาเรียนปกติ โดยให้นักเรียนสุ่มทำเพียง 1 ข้อจากจำนวน 5 ข้อและใช้เวลาคนละ 4 นาที

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้น ม. 2

เรื่อง มโนมติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (ตอนที่ 1) เวลา 1 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้ : นักเรียนสามารถ

1. บอกบทนิยามความเท่ากันทุกประการของรูปสองรูปใด ๆ ได้ถูกต้อง
2. บอกบทนิยามความเท่ากันทุกประการของส่วนของเส้นตรงสองเส้นใด ๆ ได้ถูกต้อง
3. บอกบทนิยามความเท่ากันทุกประการของมุมสองมุมใด ๆ ได้ถูกต้อง

สาระการเรียนรู้

1. รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ เคลื่อนที่รูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท
2. ส่วนของเส้นตรงสองเส้นเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ส่วนของเส้นตรงทั้งสองเส้นนั้นยาวเท่ากัน
3. มุมสองมุมเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ มุมทั้งสองมุนั้นมีขนาดเท่ากัน

เนื้อหา

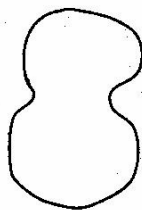
บทนิยาม รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ เคลื่อนที่รูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท



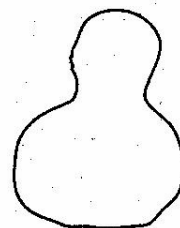
รูป ก



รูป ข



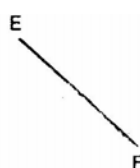
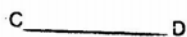
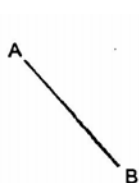
รูป ค



รูป ง.

เมื่อรูป ก และรูป ข เท่ากันทุกประการ จะเขียนแทนด้วย $\text{รูป ก} \cong \text{รูป ข}$ (อ่านว่า รูป ก เท่ากันทุกประการกับรูป ข)

ในกรณีที่รูปที่นำมาเปรียบเทียบกันเป็นส่วนของเส้นตรง 2 เส้น ดังรูปต่อไปนี้



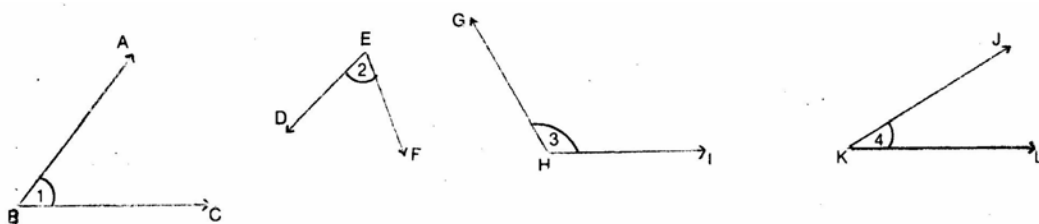
เนื่องจากส่วนของเส้นตรงแต่ละเส้นมีความยาวที่แน่นอนค่าหนึ่ง ดังนั้นเมื่อส่วนของเส้นตรงเท่ากันทุกประการ ตามบทนิยามข้างต้น จึงเป็นผลทำให้ได้ข้อสรุปที่สอดคล้องกับสมบัติของส่วนของเส้นตรง ดังต่อไปนี้

ส่วนของเส้นตรงสองเส้นเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ส่วนของเส้นตรงทั้งสองเส้นนั้นยาวเท่ากัน

เมื่อส่วนของเส้นตรง AB เท่ากันทุกประการกับส่วนของเส้นตรง CD เขียนสัญลักษณ์แทนด้วย $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (อ่านว่า ส่วนของเส้นตรง AB เท่ากันทุกประการกับส่วนของเส้นตรง CD)

ดังนั้น ถ้า $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ จะได้ $m(\overline{AB}) = m(\overline{CD})$ (อ่านว่าขนาดของความยาวของ AB เท่ากับขนาดของความยาวของ CD) หรือเขียนว่า $AB = CD$ และถ้า $AB = CD$ จะได้ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

ในกรณีที่รูปที่นำมาเปรียบเทียบกันเป็นมุม 2 มุม ดังรูปต่อไปนี้



เนื่องจากมุมแต่ละมุมมีขนาดที่แน่นอนค่าหนึ่ง แม้ว่าแขนของมุมจะยาวเท่ากันหรือไม่เท่ากันก็ตาม ดังนั้นเมื่อมุมเท่ากันทุกประการ ตามบทนิยามข้างต้น จึงเป็นผลทำให้ได้ข้อสรุปที่สอดคล้องกับสมบัติของมุม ดังต่อไปนี้

มุมสองมุมเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ มุมทั้งสองมุมนั้นมีขนาดเท่ากัน

เมื่อ มุม ABC เท่ากันทุกประการกับมุม DEF เขียนสัญลักษณ์แทนด้วย $\hat{A}BC \cong \hat{D}EF$ (อ่านว่ามุม ABC เท่ากันทุกประการกับมุม DEF)

เพื่อความสะดวกในการนำไปใช้ เมื่อกล่าวถึงชื่อมุมใดมุมหนึ่ง อาจจะเรียกชื่อมุมโดยใช้อักษรที่เป็นจุดยอดมุมหรือใช้ตัวเลขแทน เช่น $\hat{A}BC$ อาจกล่าวว่า มุม B หรือ $\hat{B}$ หรือ $\hat{1}$

ดังนั้น ถ้า $\hat{A}BC \cong \hat{D}EF$ หรือเขียนแทนด้วย $\hat{B} \cong \hat{E}$ หรือ $\hat{1} \cong \hat{2}$ จะได้

$m(\hat{A}BC) = m(\hat{D}EF)$ (อ่านว่า ขนาดของมุม ABC เท่ากับขนาดของมุม DEF) หรือเขียนแทนด้วย $m(\hat{B}) = m(\hat{E})$ หรือ $m(\hat{1}) = m(\hat{2})$ และถ้า $m(\hat{B}) = m(\hat{E})$ จะได้ $\hat{B} \cong \hat{E}$ หรือ $\hat{1} \cong \hat{2}$

ในกรณีที่กล่าวถึงขนาดของมุม เพื่อความสะดวกในบางครั้งจะไม่ใช่สัญลักษณ์ที่แทน “ขนาด” เช่น ขนาดของ $\hat{1}$ ต้องเขียนว่า $m(\hat{1})$ แต่ในบางครั้งจะเขียนเพียง $\hat{1}$ เป็นต้น

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูแนะนำตนเอง และกล่าวถึงภาพรวมของกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มความสามารถในการให้เหตุผล เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ว่าเป็นกิจกรรมที่จะให้นักเรียนทุกคนได้มีส่วนร่วมในการเสนอแนวความคิด โดยการสังเกต รวบรวม และค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลเพื่อหาข้อสรุป พร้อมทั้ง ให้เหตุผล สนับสนุนหรือคัดค้านข้อสรุปนั้น ซึ่งในแต่ละคาบจะมีการจับคู่เพื่อทำกิจกรรมและ การเข้ากลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยที่แต่ละกลุ่มคณะนักเรียนตามความสามารถและสมาชิกภายในกลุ่มอาจจะไม่ซ้ำกัน นอกจากนั้นบางคาบจะบันทึกเสียงการพูดหรือการอภิปรายของบางกลุ่มเพื่อนำไปวิเคราะห์การสื่อสารของนักเรียนด้วย
2. ครูใช้การถาม – ตอบ ในเรื่องรูปเรขาคณิตชนิดต่าง ๆ ที่เคยเรียนมาแล้วว่ามีอะไรบ้าง และมีลักษณะเป็นอย่างไรเพื่อนำเข้าสู่เรื่องความเท่ากันทุกประการ
3. ให้นักเรียนช่วยกันอภิปรายคำว่า “เท่ากัน” และ “เท่ากันทุกประการ” จนกระทั่งได้ข้อสรุปว่า “เท่ากัน” จะแสดงความสัมพันธ์ว่ามีขนาดเท่ากันหรือค่าเท่ากัน ส่วน “เท่ากันทุกประการ” จะต้องพิจารณาากกว่านั้นคือรูปร่างต้องเหมือนกันและขนาดต้องเท่ากันด้วย แล้วครูจึงกล่าวถึงบทนิยามและสัญลักษณ์ของคำว่า “เท่ากันทุกประการ”
4. ให้นักเรียนจับคู่ทำกิจกรรมที่ 1 ร่วมกันโดยให้ดูรูปภาพของสิ่งของแล้วช่วยกันคิดว่ารูปใดมีรูปร่างเหมือนกัน และมีขนาดของรูปเท่ากัน มีวิธีการตรวจสอบรูปร่างและขนาดของรูปอย่างไร เพื่อให้นักเรียนเริ่มสื่อสารแบบตัวต่อตัวโดยการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและร่วมกันทำกิจกรรม
5. ให้นักเรียนช่วยกันสรุปจากกิจกรรมที่ 1 ผู้เรียนสามารถเลือกวิธีการตรวจสอบว่ารูปสองรูปที่กำหนดให้นั้นมีรูปร่างและขนาดของรูปเท่ากันหรือไม่ ได้หลากหลายวิธี เช่น การใช้กระดาษลอกลายลอกรูปหนึ่งแล้วนำไปซ้อนอีกรูปหนึ่ง การตัดรูปหนึ่งไปซ้อนอีกรูปหนึ่ง การพับกระดาษประกบเข้าหากัน โดยอาศัยความรู้เรื่องแกนสมมาตร หรือทำได้โดยการเลื่อนรูปจากซ้ายไปขวา หรือโดยการหมุนรูป หรือโดยการสะท้อน และวิธีการตรวจสอบอื่น ๆ ซึ่งไม่ว่าจะใช้วิธีใดตรวจสอบก็ตามผู้เรียนจะสังเกตได้ว่าเมื่อเคลื่อนที่รูปหนึ่งไปซ้อนอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี จึงควรกล่าวได้ว่ารูปสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ
6. ให้นักเรียนเข้ากลุ่มปฏิบัติกิจกรรมร่วมกันโดยทำกิจกรรมที่ 2 เพื่อฝึกให้สื่อสารกันในวงกว้างขึ้น

6.1 จากกิจกรรมที่ 2 ข้อ 1.1 – 1.4 นักเรียนควรจะได้ข้อสรุปว่า ถ้าส่วนของเส้นตรงสองเส้นยาวเท่ากัน ส่วนของเส้นตรงสองเส้นนั้นจะเท่ากันทุกประการ และถ้าส่วนของเส้นตรงสองเส้นยาวไม่เท่ากัน ส่วนของเส้นตรงสองเส้นนั้นก็จะไม่เท่ากันทุกประการ

6.2 จากกิจกรรมที่ 2 ข้อ 1.5 – 1.9 นักเรียนควรจะได้ข้อสรุปว่า มุมสองมุมที่มีขนาดเท่ากัน ไม่ว่าแขนของมุมจะยาวเท่ากันหรือไม่ก็ตาม มุมสองมุมนั้นจะเท่ากันทุกประการ และถ้ามุมสองมุมมีขนาดไม่เท่ากัน มุมสองมุมนั้นก็เลยไม่เท่ากันทุกประการ

7. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน หน้า 206 ข้อ 1. – 8. และเพิ่มเติมแบบฝึกหัดเกี่ยวกับมุมตรงดังนี้

- 1) ให้นักเรียนวาดรูป “มุมตรง” มา 1 รูป
- 2) ให้นักเรียนหาขนาดของมุมตรงในข้อ 1)
- 3) ให้นักเรียนสร้างส่วนของเส้นตรง 2 เส้นตัดกัน แล้วพิจารณาว่ามีมุมตรงกี่มุม และอะไรบ้าง

สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

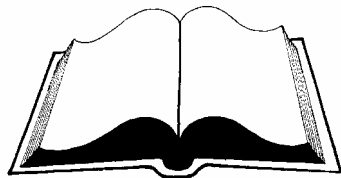
1. กิจกรรมที่ 1
2. กิจกรรมที่ 2
3. กระดาษลอกลาย
4. กระดาษ A4
5. ไมโครแทรกเตอร์

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

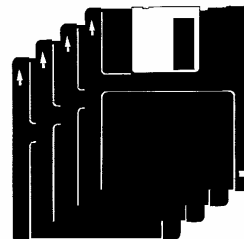
สังเกตการตอบคำถามของนักเรียน , การร่วมมือปราชัย และการนำเสนอ

กิจกรรมที่ 1

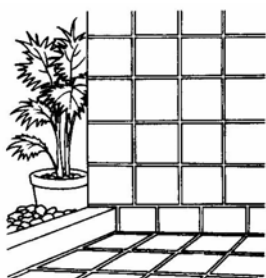
1. กระดาษ



2. แผ่นบันทึกข้อมูล



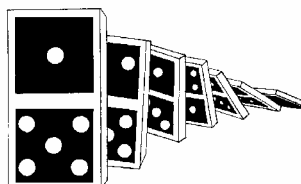
3. กระเบื้อง



4. ใบไม้



5. โดมิโน



6. รองเท้า



ผู้เรียนตอบคำถามต่อไปนี้ จากรูปภาพที่กำหนดให้

1. ให้อธิบายว่ารูปภาพของสิ่งของตามที่ระบุไว้ รูปใด มีรูปร่างเหมือนกัน และมีขนาดของรูปเท่ากัน.....
2. นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบอย่างไร ว่ารูปสองรูปนั้นมีรูปร่างเหมือนกันและขนาดของรูปเท่ากัน.....
3. นักเรียนคิดว่าถ้ารูปสองรูปมีรูปร่างเหมือนกันและขนาดของรูปเท่ากันรูปสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด.....

กิจกรรมที่ 2

1. ให้นักเรียนเข้ากลุ่มกันปฏิบัติกิจกรรมดังต่อไปนี้ (แต่ละคู่ ต้องมีกระดาษ A4 1 แผ่น กระดาษลอกลาย 1 แผ่น) โดยคนหนึ่งทำบนกระดาษ A4 อีกคนหนึ่งทำบนกระดาษลอกลาย ในทุกข้อ เมื่อทำเสร็จแล้วให้ยกรูปบนกระดาษลอกลายไปซ้อนอีกรูปหนึ่งที่อยู่บนกระดาษ A4 แล้วบันทึกผลด้วยว่าทับกันสนิทหรือไม่

1.1 สร้างส่วนของเส้นตรง AB และ CD ให้ยาว 5 เซนติเมตร

บันทึกผล.....

1.2. นักเรียนคนหนึ่งสร้างส่วนของเส้นตรง EF ให้ยาว 12 เซนติเมตร อีกคนหนึ่งสร้างส่วนของเส้นตรง GH ให้ยาว 10 เซนติเมตร

บันทึกผล.....

1.3 สร้างส่วนของเส้นตรง JK และ MN ให้ยาว 7 นิ้ว

บันทึกผล.....

1.4 นักเรียนคนหนึ่งสร้างส่วนของเส้นตรง OP ให้ยาว 6 นิ้ว อีกคนหนึ่งสร้างส่วนของเส้นตรง QR ให้ยาว 3 นิ้ว

บันทึกผล.....

1.5 สร้างมุม BAC และมุม EDF ให้มีขนาด 70 องศา

บันทึกผล.....

1.6 นักเรียนคนหนึ่งสร้างมุม HGI ให้มีขนาด 90 องศา อีกคนหนึ่งสร้างมุม KJL ให้มีขนาด 60 องศา

บันทึกผล.....

1.7. สร้างมุม MON และมุม QPR ให้มีขนาด 100 องศา

บันทึกผล.....

1.8. สร้างมุม TUS และมุม XYZ ให้มีขนาด 45 องศา

บันทึกผล.....

1.9. นักเรียนคนหนึ่งสร้างมุม BIN ให้มีขนาด 35 องศา อีกคนหนึ่งสร้างมุม ANT ให้มีขนาด 80 องศา

บันทึกผล.....

ข้อสรุป 1. ส่วนของเส้นตรงสองเส้นเท่ากันทุกประการ

เมื่อ.....

2. มุมสองมุมเท่ากันทุกประการ

เมื่อ.....

2. ให้นักเรียนยกตัวอย่างของใช้ในชีวิตประจำวันที่ปรากฏอยู่ให้ห้อง แล้วพิจารณาส่วนที่มีความเท่ากันทุกประการ 5 อย่าง พร้อมทั้งอธิบายการตรวจสอบ หรือแสดงเหตุผลประกอบ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

รายวิชาคณิตศาสตร์

ระดับชั้น ม. 2

เรื่อง มโนมติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (ตอนที่ 2) เวลา 1 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้: นักเรียนสามารถ

1. บอกตำแหน่งของมุมตรงข้าม และเหตุผลที่ทำให้มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากันได้ถูกต้อง
2. บอกสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมได้ถูกต้อง
3. บอกชื่อด้านที่มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ เมื่อกำหนดรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการให้ได้อย่างถูกต้อง
4. บอกชื่อมุมที่มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ เมื่อกำหนดรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการให้ได้อย่างถูกต้อง

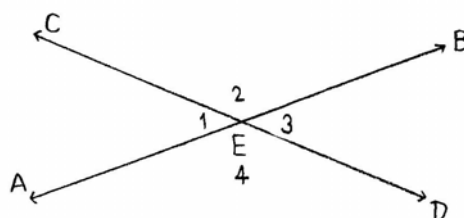
สาระการเรียนรู้

1. ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน แล้วมุมตรงข้ามที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากัน
2. รูปสามเหลี่ยม ABC คือรูปที่ประกอบด้วยส่วนของเส้นตรงสามเส้น $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ และ $\overline{CA}$ เชื่อมต่อจุด A, B และ C ที่ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน
เรียกจุด A, B และ C ว่า **จุดยอด** ของรูปสามเหลี่ยม ABC และเรียก $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ และ $\overline{CA}$ ว่า **ด้าน** ของรูปสามเหลี่ยม ABC
3. รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ เมื่อด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ กล่าวคือมีด้านที่ยาวเท่ากันสามคู่ ด้านต่อด้าน และมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสามคู่ มุมต่อมุม หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ

เนื้อหา

1. มุมตรงข้าม

กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ตัดกันที่จุด E และกำหนดชื่อมุมที่เกิดขึ้นเป็น $\hat{1}$, $\hat{2}$, $\hat{3}$ และ $\hat{4}$ ดังรูป



เรียก $\hat{1}$ กับ $\hat{3}$ ว่าเป็น **มุมตรงข้าม** หรือกล่าวว่า $\hat{1}$ ตรงข้ามกับ $\hat{3}$ (หรือ $\hat{3}$ ตรงข้ามกับ $\hat{1}$) ในทำนองเดียวกัน $\hat{2}$ กับ $\hat{4}$ ก็เป็นมุมตรงข้ามด้วย
สามารถพิสูจน์ได้ว่า ขนาดของมุมตรงข้ามมีความสัมพันธ์กันบางประการดังต่อไปนี้

พิสูจน์ จากรูป $\hat{1} + \hat{2} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมตรง AEB)

และ $\hat{2} + \hat{3} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมตรง CED)

ดังนั้น $\hat{1} + \hat{2} = \hat{2} + \hat{3}$ (ต่างก็เท่ากับ 180°)

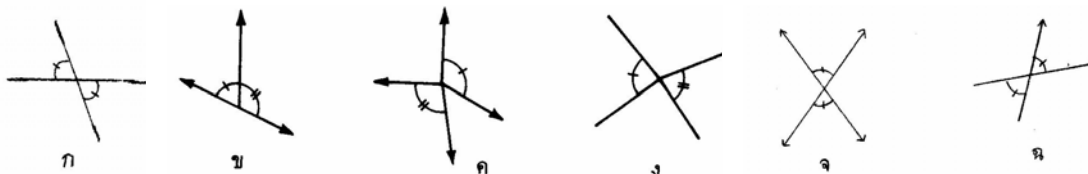
จะได้ $\hat{1} = \hat{3}$ (สมบัติการเท่ากัน)

และโดยการพิสูจน์ทำนองเดียวกัน จะได้ $\hat{2} = \hat{4}$

นั่นคือ

ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน แล้วมุมตรงข้ามที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากัน

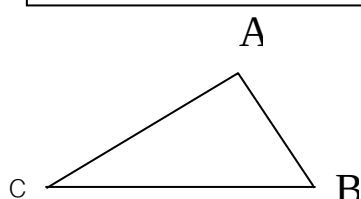
ข้อสังเกต มุมตรงข้ามต้องเกิดจากเส้นตรงสองเส้นตัดกัน หรืออาจจะเกิดจากส่วนของเส้นตรงหรือรังสีสองเส้นตัดกัน เช่น รูป ก , จ และ ฉ เป็นรูปที่มีมุมตรงข้าม



2. รูปสามเหลี่ยม

บทนิยาม รูปสามเหลี่ยม ABC คือรูปที่ประกอบด้วยส่วนของเส้นตรงสามเส้น $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ และ $\overline{CA}$ เชื่อมต่อจุด A, B และ C ที่ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

เรียกจุด A, B และ C ว่า **จุดยอด** ของรูปสามเหลี่ยม ABC และเรียก $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ และ $\overline{CA}$ ว่า **ด้าน** ของรูปสามเหลี่ยม ABC



A, B และ C เป็น **จุดยอด** ของรูปสามเหลี่ยม ABC

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$ และ $\overline{CA}$ เป็น **ด้าน** ของรูปสามเหลี่ยม ABC

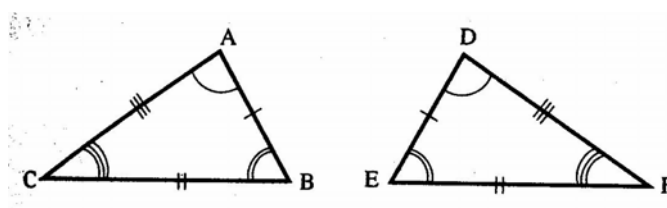
เพื่อความสะดวกในการนำไปใช้ เมื่อกล่าวถึงรูปสามเหลี่ยม จะเขียนแทนด้วย Δ เช่น “รูปสามเหลี่ยม ABC” จะเขียนแทนด้วย “ ΔABC ”

กำหนดให้ ΔABC และ ΔDEF เท่ากันทุกประการ จากบทนิยามของการเท่ากัน ทุกประการของรูปเรขาคณิต 2 รูปใดๆ จะได้ว่า

รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ เมื่อด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ กล่าวคือมีด้านที่ยาวเท่ากันสามคู่ ด้านต่อด้าน และมีมุมที่มีขนาดเท่ากันสามคู่ มุมต่อมุม

หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ

จากรูป



นั่นคือ ในกรณีนี้

$$\hat{A} = \hat{D}$$

$$AB = DE$$

$$\hat{B} = \hat{E}$$

$$BC = EF$$

$$\hat{C} = \hat{F}$$

$$AC = DF$$

ในการเขียนสัญลักษณ์แทนรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ นิยมเขียนตัวอักษรเรียงตามลำดับของมุมหรือด้านที่มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ (หรือกล่าวว่า เรียงตามลำดับของมุมคู่ที่สมนัยกันหรือด้านที่สมนัยกัน) เพื่อประโยชน์ในการอ้างอิงต่อไป เช่นจากตัวอย่างข้างต้น จะได้ว่า $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ จะไม่นิยมเขียนว่า $\triangle ABC \cong \triangle EDF$ หรือ $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ เป็นต้น

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ทบทวนความรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยให้นักเรียนยกตัวอย่างสองรูปใด ๆ , ส่วนของเส้นตรงสองเส้นใด ๆ และมุมสองมุมใด ๆ ทั้งในกรณีที่เท่ากันทุกประการ และไม่เท่ากันทุกประการ
2. ครูนำปัญหาที่พบจากการตรวจการบ้านมาอธิบายให้นักเรียนเข้าใจ และโยงเข้าสู่เรื่องที่จะสอนในคาบนี้
3. ให้นักเรียนจับคู่ปฏิบัติกิจกรรมที่ 3 เพื่อให้นักเรียนแสดงแนวความคิดเป็นขั้น ๆ ก่อนเขียนการพิสูจน์
4. ให้นักเรียนช่วยกันสรุปจากกิจกรรมที่ 3 ข้อ 1 และ 2 ซึ่งจะได้ว่าถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน มุมตรงข้ามจะมีขนาดเท่ากัน
5. ให้นักเรียนแต่ละแถวส่งตัวแทนออกมาวาดรูปสามเหลี่ยม และให้นักเรียนอธิบายคำว่ารูปสามเหลี่ยม
6. ให้นักเรียนเข้ากลุ่มปฏิบัติกิจกรรมที่ 4 กลุ่มละ 4 คนโดยที่สมาชิกภายในกลุ่มไม่ซ้ำกับในคาบก่อน
7. ให้นักเรียนช่วยกันสรุปจากกิจกรรมที่ 4 เพื่อให้ตระหนักว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ
8. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามข้อสงสัย
9. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน หน้า 209 ข้อ 1. และข้อ 2. เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. กิจกรรมที่ 3
2. กิจกรรมที่ 4
3. ไมโครแทรกเตอร์

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สังเกตการตอบคำถามของนักเรียน , การร่วมอภิปราย และการนำเสนอ

กิจกรรมที่ 3

1. กำหนดให้ $\overrightarrow{AB}$ และ $\overleftarrow{CD}$ ตัดกันที่จุด O

วาดรูป

1.1 นักเรียนคิดว่ามุมอะไรบ้างที่เท่ากัน

1.2 มุมคูใดบ้างที่รวมกันได้ 180° 1.

2.

3.

4.

1.3 ผลที่ได้จากข้อ 1.2 บางอย่าง เมื่อนำมาใช้รวมกันจะเกิดอะไรขึ้น

.....

.....

1.4 จากสมบัติการเท่ากันจะได้ 1. = ...

2. = ...

2. ให้นักเรียนช่วยกันสรุปจากการทำกิจกรรมข้างต้น

2.1 กำหนดให้ $\overrightarrow{AB}$ และ $\overleftarrow{CD}$ ตัดกันทำให้เกิดมุมตรงข้าม คู่ คือ

.....

2.2 ความสัมพันธ์ระหว่างมุมคือ = ... และ = ...

นั่นคือ ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกัน

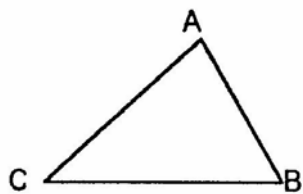
3. ให้นักเรียนเขียนเส้นตรงสองเส้น, ส่วนของเส้นตรงสองส่วนและรังสีสองรังสีตัดกันเป็นคู่ ๆ

พร้อมทั้งบอกว่ามุมคูใดเป็นมุมตรงข้าม และมุมคูใดมีขนาดเท่ากัน

4. ให้นักเรียนยกตัวอย่างมุม 2 มุมที่ไม่ใช่มุมตรงข้าม อย่างน้อย 3 คู่

กิจกรรมที่ 4

1.



รูปสามเหลี่ยม ABC คือ

รูปที่ประกอบด้วยส่วนของเส้นตรงสามเส้น

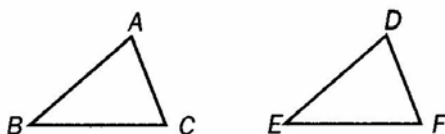
.....

เชื่อมต่อกัน ที่ไม่อยู่บนเส้น

ตรงเดียวกัน เรียกจุด ว่า จุดยอด ของรูปสามเหลี่ยม ABC และเรียก

..... ว่า ด้าน ของรูปสามเหลี่ยม ABC

2.

จากรูป นักเรียนคิดว่า $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ หรือไม่ มีวิธีตรวจสอบอย่างไร

.....

3. เมื่อ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ แล้ว นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่า

3.1 จุดใดที่ทับกันสนิท

3.2 มุมใดที่ทับกันสนิท

3.3 ด้านใดที่ทับกันสนิท

4. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการแล้ว ด้านและมุมของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ กล่าวคือ.....

.....

5. ให้นักเรียนยกตัวอย่างรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ พร้อมบอกส่วนประกอบที่เท่ากันให้ครบทุกกรณี

6. ให้นักเรียนยกตัวอย่างรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่ไม่เท่ากันทุกประการมา 3 คู่ พร้อมทั้งบอกเหตุผลที่ทำให้ไม่เท่ากันทุกประการ อย่างน้อย 1 อย่างในแต่ละคู่

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รายวิชาคณิตศาสตร์

ระดับชั้น ม. 2

เรื่อง เงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ

เวลา 1 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้ : นักเรียนสามารถ

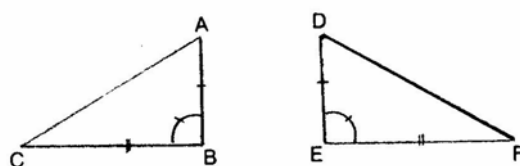
1. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้เท่ากันทุกประการหรือไม่
2. ระบุเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ

สาระการเรียนรู้

1. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ
 2. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองที่มีขนาดเท่ากันยาวเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ
 3. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และมีด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันยาวเท่ากันคู่หนึ่งแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ
 4. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ ด้านต่อด้านแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ
- (กรณีอื่น ๆ จะยังไม่เน้นในระดับนี้)

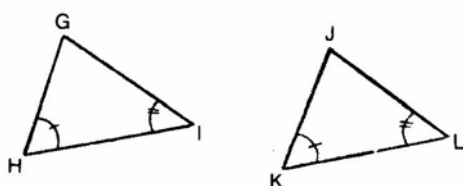
เนื้อหา

1. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ ดังตัวอย่างต่อไปนี้



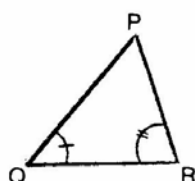
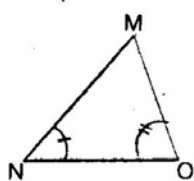
$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$

2. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองที่มีขนาดเท่ากันยาวเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ ดังตัวอย่างต่อไปนี้



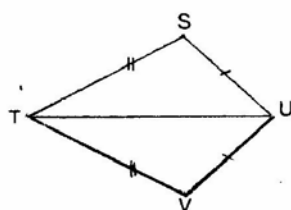
$$\triangle GHI \cong \triangle JKL$$

3. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และมีด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันยาวเท่ากันคู่หนึ่งแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ ดังตัวอย่างต่อไปนี้



$$\triangle MNO \cong \triangle PQR$$

4. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ ด้านต่อด้านแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

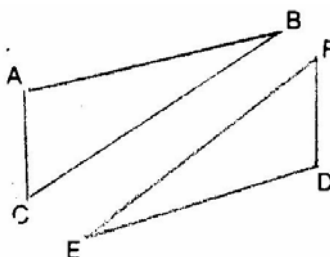


$$\triangle STU \cong \triangle VTU$$

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูนำปัญหาที่พบจากการตรวจการบ้านมาอธิบายให้นักเรียนเข้าใจ และโยงเข้าสู่เรื่องที่จะสอนในคาบนี้

2. ทบทวนความรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูป โดยให้นักเรียนสังเกต $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ ว่ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองเท่ากันทุกประการหรือไม่ เรามีวิธีตรวจสอบอย่างไร และถ้าเท่ากันทุกประการมีด้านและมุมคู่ใดที่มีขนาดเท่ากัน



3. ครูแนะนำว่าเมื่อต้องการทราบว่ารูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้สองรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่ โดยพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปทับกันสนิทหรือไม่นั้น เป็นวิธีการที่ไม่สะดวก เพราะต้องลอกรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งแล้วนำไปซ้อนรูปสามเหลี่ยมอีกรูปหนึ่ง ดังนั้นจึงควรศึกษาว่า ถ้าทราบความสัมพันธ์บางประการของด้านหรือมุมของรูปสามเหลี่ยมทั้งสอง จะช่วยให้สรุปได้หรือไม่ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการได้โดยไม่ต้องลอกรูปไปซ้อนกัน

4. ให้นักเรียนเข้ากลุ่มละ 4 คนปฏิบัติกิจกรรมที่ 5 เพื่อค้นหามีเงื่อนไขใดบ้างที่จะทำให้รูปสามเหลี่ยม 2 รูปเท่ากันทุกประการ (ถ้าพิจารณาว่านักเรียนอาจทำกิจกรรมไม่ทัน ต้องแบ่งงานกันทำ โดยที่แต่ละเงื่อนไขมีกลุ่มที่รับผิดชอบอย่างน้อย 2 กลุ่ม)

5. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมาสรุปผลที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม
6. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ และ
ครูเน้นว่า เงื่อนไขเหล่านี้เป็นข้อตกลงหรือสามารถพิสูจน์ได้ ซึ่งจะให้นักเรียนศึกษาในคาบ
ต่อไป
7. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมสองรูปกรณีที่กำหนดเงื่อนไขให้ 4 อย่าง หรือ 5 อย่าง
ว่าเท่ากันทุกประการหรือไม่ เป็นการบ้าน ซึ่งนักเรียนควรกำหนดเงื่อนไข 4 อย่าง เช่น ด้านยาว
เท่ากัน 3 คู่ และมุมมีขนาดเท่ากัน 1 คู่ เป็นต้น

สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. กิจกรรมที่ 5
2. กระดาษ A 4
3. กระดาษลอกลาย
4. ไมโครแทรกเตอร์ / วงเวียน

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สังเกตการตอบคำถามของนักเรียน , การร่วมอภิปราย และการนำเสนอ

กิจกรรมที่ 5

ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปแต่ละกรณีว่าเท่ากันทุกประการหรือไม่
เมื่อกำหนดเงื่อนไขให้ดังต่อไปนี้ (แต่ละกลุ่ม ต้องมีจำนวนกระดาษ A4 และกระดาษลอกลาย
เท่ากับจำนวนสมาชิกในกลุ่ม)

1. เงื่อนไข 1 อย่าง มี 2 แบบ

1) ด้านยาวเท่ากัน 1 คู่

2) มุมมีขนาดเท่ากัน 1 คู่

2. เงื่อนไข 2 อย่าง มี 3 แบบ

1) ด้านยาวเท่ากันสองคู่

2) ด้านยาวเท่ากันหนึ่งคู่และมุมมีขนาดเท่ากันหนึ่งคู่ (พิจารณาให้ครบทุกกรณี)

3) มุมมีขนาดเท่ากันสองคู่

3. เงื่อนไข 3 อย่าง มี 4 แบบ

1) ด้านยาวเท่ากันสามคู่

2) ด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมมีขนาดเท่ากันหนึ่งคู่ ซึ่งมีได้หลายกรณี

2.1) ด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมที่อยู่ระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน

2.2) ด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมที่อยู่ตรงข้ามกับด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน 1 คู่

(พิจารณาให้ครบทุกกรณี)

3) มุมมีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านยาวเท่ากันหนึ่งคู่ ซึ่งมีได้หลายกรณี

3.1) มุมมีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านที่เป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองนั้นยาวเท่ากัน

3.2) มุมมีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมที่มีขนาดเท่ากันยาวเท่ากัน 1 คู่

(พิจารณาให้ครบทุกกรณี)

4) มุมมีขนาดเท่ากันสามคู่

สรุปเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยม 2 รูป เท่ากันทุกประการ

1.
2.
3.
4.
5.
6.

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

รายวิชาคณิตศาสตร์

ระดับชั้น ม. 2

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน (ตอนที่ 1) เวลา 1 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้ : นักเรียนสามารถ

1. บอกบทนิยามความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน
2. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้านหรือไม่

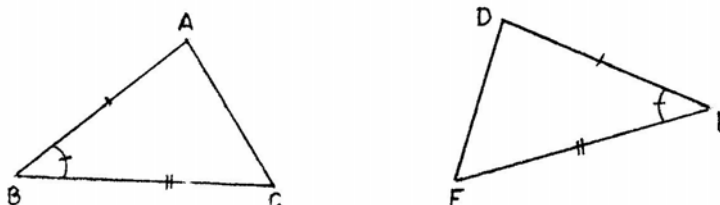
สาระการเรียนรู้

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน (หรือ ด.ม.ด.) กล่าวคือมีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

เนื้อหา

รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน

พิจารณารูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม DEF

ถ้ากำหนดให้ $AB = DE$, $\angle B = \angle E$ และ $BC = EF$ ดังรูป

จะเห็นว่ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปข้างต้นมีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน กรณีนี้ กล่าวว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน และอาจเขียน ด.ม.ด. แทน ด้าน – มุม – ด้าน

ในวิชาเรขาคณิตมีข้อตกลงว่า รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน เป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ นั่นคือสรุปเป็นเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยม 2 รูปเท่ากันทุกประการได้ประการหนึ่ง ดังนี้

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน (หรือ ด.ม.ด.) กล่าวคือมีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูนำปัญหาที่พบจากการตรวจการบ้านมาอธิบายให้นักเรียนเข้าใจ นักเรียนจะพบว่าเมื่อกำหนดเงื่อนไขให้ 4 อย่าง หรือ 5 อย่าง ก็จะทำให้รูปสามเหลี่ยม 2 รูปเท่ากันทุกประการเสมอ แต่ในทางปฏิบัติจะเห็นว่าเงื่อนไขเพียง 3 อย่างก็เพียงพอที่จะบอกได้แล้ว จึงไม่จำเป็นต้องกำหนด 4 หรือ 5 เงื่อนไข
2. ให้นักเรียนระบุเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ พร้อมทั้งออกมาวาดรูปประกอบในแต่ละเงื่อนไข
3. ให้นักเรียนจับคู่ ปฏิบัติกิจกรรมที่ 6
4. ให้นักเรียนช่วยกันสรุปผลที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมที่ 6
5. ให้นักเรียนเข้ากลุ่มปฏิบัติกิจกรรมที่ 7 เพื่อแสดงความสามารถในการวิเคราะห์และค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูล
6. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมาสรุปผลการปฏิบัติกิจกรรม และแสดงแนวความคิดของสมาชิกในกลุ่ม
7. ให้นักเรียนช่วยกันสรุปเงื่อนไขการเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม 2 รูป แบบด้าน – มุม – ด้าน (ด.ม.ด.) โดยครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง
8. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน หน้า 216 ข้อ 1. – 4. เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. กิจกรรมที่ 6
2. กิจกรรมที่ 7
3. ไมโครแทรกเตอร์ / วงเวียน

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สังเกตการตอบคำถามของนักเรียน , การร่วมอภิปราย และการนำเสนอ

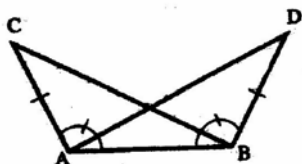
กิจกรรมที่ 6

1. ให้นักเรียนเติมคำ / ข้อความในช่องว่าง

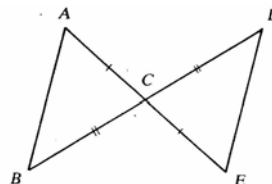
รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีด้านยาวเท่ากัน คู่ และมุมมีขนาดเท่ากัน คู่ โดยที่ตำแหน่งของมุม..... รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการแบบ
ด้าน – มุม – ด้าน

2. จากรูปที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ รูปใดมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน

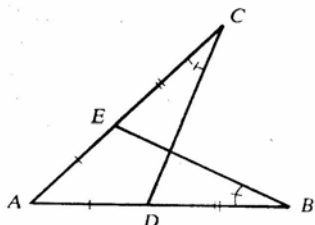
2.1



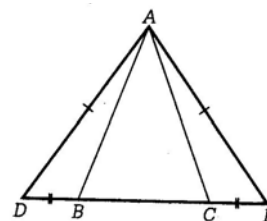
2.2



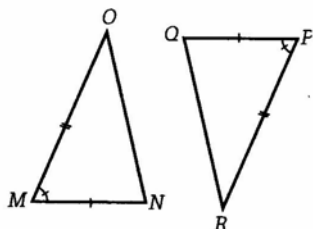
2.3 พิจารณา $\triangle ACD$ และ $\triangle ABE$



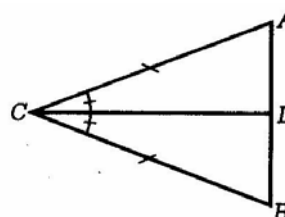
2.4 พิจารณา $\triangle ABD$ และ $\triangle ACE$



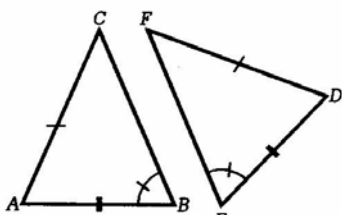
2.5



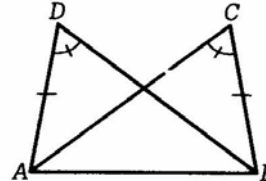
2.6



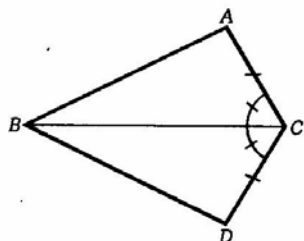
2.7



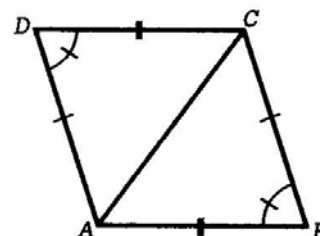
2.8 พิจารณา $\triangle ABD$ และ $\triangle BAC$



2.9



2.10

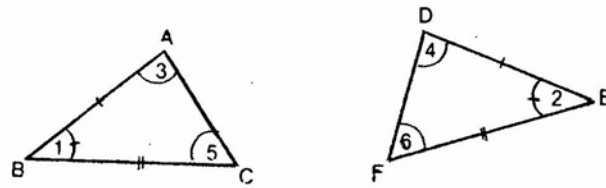


รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน – มุม - ด้าน ได้แก่ข้อ

.....

กิจกรรมที่ 7

1. ให้นักเรียนพิจารณารูปต่อไปนี้ แล้วเติมข้อความในช่องว่าง



สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ

1) = ...

2) = ...

3) = ...

ดังนั้น $\triangle \dots \cong \triangle \dots$ เพราะว่า

.....

2. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยม 2 รูป มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน - มุม - ด้าน และทำกิจกรรมเช่นเดียวกับข้อ 1.

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ

1) = ...

2) = ...

3) = ...

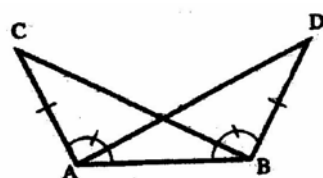
ดังนั้น $\triangle \dots \cong \triangle \dots$ เพราะว่า

.....

2. จากข้อ 2. ในกิจกรรมที่ 6 ให้นักเรียนเลือกกรณีรูปสามเหลี่ยม 2 รูปที่เท่ากันทุกประการ แบบ ด้าน - มุม - ด้าน มาเขียนส่วนประกอบที่ทำให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ เพียง 1 ข้อ

ตัวอย่าง

ข้อ 2.1



$\triangle ABC \cong \triangle BAD$ เพราะว่า

1) $CA = DB$

2) $\hat{CAB} = \hat{DBA}$

3) $AB = AB$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

รายวิชาคณิตศาสตร์

ระดับชั้น ม. 2

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน (ตอนที่ 2) เวลา 1 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้ : นักเรียนสามารถ

นำความรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน ไปใช้แก้ปัญหาได้

สาระการเรียนรู้

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน (หรือ ด.ม.ด.) กล่าวคือมีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

เนื้อหา

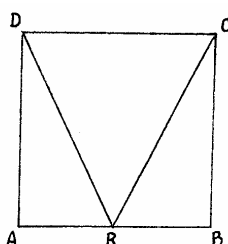
การแก้ปัญหาในโจทย์แต่ละข้อต่อไปนี้ จะต้องกระทำกิจกรรมแต่ละขั้นตอนต่อเนื่องกัน 9 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. อ่านโจทย์ / ปัญหา
2. วาดรูป (และเติมสัญลักษณ์ / เครื่องหมายในรูปทุกครั้งที่ทราบข้อมูลเพิ่มเติม)
3. เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
4. เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา / ให้พิสูจน์
5. พิจารณาว่าจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ข้อมูลอะไรเพิ่มเติมบ้าง
6. พิจารณาว่าถ้าจะแก้ปัญหาได้ ต้องทราบข้อมูลอะไรมาก่อน
7. เขียนเรียบเรียงวิธีทำ / การพิสูจน์
8. ทบทวนสิ่งที่เขียนไว้ว่า มีข้อบกพร่องตอนใดบ้าง
9. พิจารณาว่าจะมีวิธีอื่นที่ง่ายกว่า / เหมาะสมกว่าที่ทำไปแล้วหรือไม่

ถ้าเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมแบบ ด้าน – มุม – ด้าน จะต้องพิจารณาว่ามีด้านที่ยาวเท่ากัน 2 ด้านหรือไม่ และมุมที่อยู่ในระหว่างด้านคู่นั้นมีขนาดเท่ากันหรือไม่ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 1 กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และ R เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ จงหาว่า $DR = CR$ เพราะเหตุใด

วาดรูป



สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 1. ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

2. R เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$

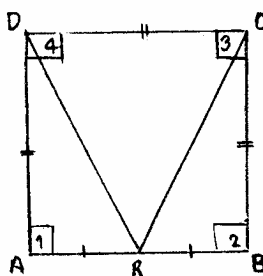
สิ่งที่โจทย์ต้องการ พิจารณาว่า $DR = CR$ เพราะเหตุใด

สิ่งที่ทราบเพิ่มเติม 1. $AB = BC = CD = DA$

2. $\hat{1} = \hat{2} = \hat{3} = \hat{4} = 90^\circ$

3. $AR = BR$

เมื่อเติมสัญลักษณ์ / เครื่องหมายในรูปเดิมแล้วจะได้รูปที่ช่วยในการทำ / พิสูจน์ ดังต่อไปนี้



วิธีการแก้ปัญหา

พิสูจน์ว่า $\triangle ADR \cong \triangle BCR$

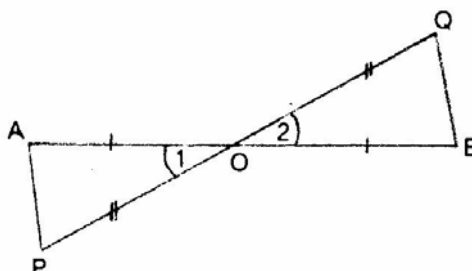
วิธีทำ / พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $AD = BC$	สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
2. $\hat{1} = \hat{2}$	สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
3. $AR = BR$	R เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$
4. $\triangle ADR \cong \triangle BCR$	ด.ม.ด.
5. $DR = CR$	จากข้อ 4.

ดังนั้น $DR = CR$ เพราะว่า $\triangle ADR \cong \triangle BCR$

ตัวอย่าง 2 กำหนดให้ O เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ และ $\overline{PQ}$ จงหาว่า AP เท่ากับ BQ หรือไม่ เพราะเหตุใด

วาดรูป



หมายเหตุ นักเรียนสามารถวาดรูปได้แตกต่างจากนี้

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ O เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ และ $\overline{PQ}$

สิ่งที่โจทย์ต้องการ พิสูจน์ว่า AP เท่ากับ BQ หรือไม่

สิ่งที่ทราบเพิ่มเติม 1. $AO = BO$ 2. $PO = QO$

$$3. \hat{1} = \hat{2}$$

วิธีการแก้ปัญหา พิสูจน์ว่า $\triangle AOP \cong \triangle BOQ$ แล้วจึงจะได้ $AP = BQ$

วิธีทำ / พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $AO = BO$	O เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$
2. $\hat{1} = \hat{2}$	เส้นตรงสองเส้นตัดกันทำให้มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน
3. $PO = QO$	O เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{PQ}$
4. $\triangle AOP \cong \triangle BOQ$	ด.ม.ด.
5. $AP = BQ$	จากข้อ 4.

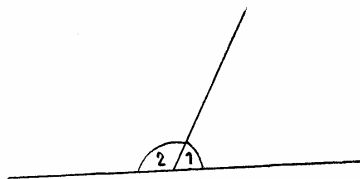
ดังนั้น $AP = BQ$ เพราะว่า $\triangle AOP \cong \triangle BOQ$

กิจกรรมการเรียนรู้

- ครูนำปัญหาที่พบจากการตรวจการบ้านมาอธิบายให้นักเรียนเข้าใจ และโยงเข้าสู่เรื่องที่จะสอนในคาบนี้
- ให้นักเรียนจับคู่ปฏิบัติกิจกรรมที่ 8 เพื่อทบทวนบทนิยามความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน
- ให้นักเรียนช่วยกันทำตัวอย่างที่ 1 โดยครูเป็นผู้แนะนำขั้นตอนในการแก้ปัญหา
- ให้นักเรียนเข้ากลุ่มปฏิบัติกิจกรรมที่ 9 โดยครูจะสุ่มบันทึกเสียง 1 กลุ่มเพื่อฟังการสนทนาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันในกลุ่ม
- ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนที่ยังไม่เคยออกมาหน้าชั้นออกมาสรุปผลของการปฏิบัติกิจกรรมและให้นักเรียนที่เหลือในชั้นเสนอความคิดเห็นเพิ่มเติมและซักถามข้อสงสัย
- ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน หน้า 216 ข้อ 5. – 8. และทำแบบฝึกหัดเสริมดังนี้
 - กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมใด ๆ โดยที่ $\hat{ABC} = 36^\circ$ และ $\hat{BCA} = 58^\circ$ จงหาขนาดของมุมที่เหลือ

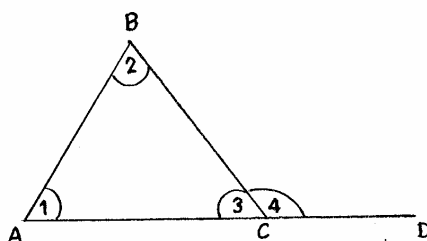
2) ให้อยากตัวอย่างรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดมุมภายในมาให้ 2 มุม แล้วหาขนาดของมุมที่เหลือ

3) จากรูป



ถ้า $\hat{1} = 57^\circ$ แล้วจงหาขนาดของ 2

4) จงพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้ “ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไปแล้วมุมภายนอกของสามเหลี่ยมที่เกิดขึ้นจะเท่ากับผลบวกของมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม” นั่นคือจากรูปให้พิสูจน์ว่า $\hat{4} = \hat{1} + \hat{2}$



สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

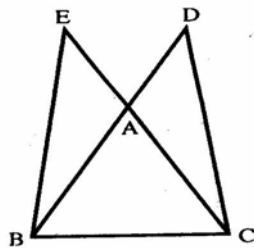
1. กิจกรรมที่ 8
2. กิจกรรมที่ 9
3. ไมโครแทรกเตอร์ / วงเวียน
4. เครื่องบันทึกเสียง

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สังเกตการตอบคำถามของนักเรียน , การร่วมอภิปราย และการนำเสนอ

กิจกรรมที่ 8

จงตอบคำถามเงื่อนไขที่ทำให้รูปสามเหลี่ยม 2 รูป ที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์กันแบบ
ด้าน – มุม – ด้าน



กำหนด	รูปสามเหลี่ยม 2 รูปที่กำหนด	เงื่อนไข
1. $EB = DC$	$\triangle EBC \cong \triangle DCB$	1. 2.
2. $EC = DB$	$\triangle EBC \cong \triangle DCB$	1. 2.
3. $\hat{BEC} = \hat{CDB}$	$\triangle EBC \cong \triangle DCB$	1. 2.
4. $\hat{BEA} = \hat{CDA}$	$\triangle EAB \cong \triangle DAC$	1. 2.
5. $EB = DC$	$\triangle EAB \cong \triangle DAC$	1. 2.
6. $EA = DA$	$\triangle EAB \cong \triangle DAC$	1. 2.

7. จากข้อ 6. ถ้ากำหนดให้ $AB = 5$ เซนติเมตร ดังนั้น $AC = \dots$ เซนติเมตร

8. จากข้อ 6. ถ้ากำหนดให้ $\hat{EBA} = 22^\circ$ แล้วจะทำให้ทราบอะไรได้อีก

.....

กิจกรรมที่ 9

1. กำหนดให้ O เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ และ $\overline{PQ}$ จงหาว่า AP เท่ากับ BQ หรือไม่ เพราะเหตุใด
วาดรูป

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

สิ่งที่โจทย์ต้องการ พิจารณาว่า AP เท่ากับ BQ หรือไม่

สิ่งที่ทราบเพิ่มเติม 1. = ... 2. = ...

3. = ... 4. = ...

วิธีการแก้ปัญหา พิสูจน์ว่า $\triangle \dots \cong \triangle \dots$ แล้วจึงจะได้ $AP = BQ$

วิธีทำ / พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.	O เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$
2.	
3.	O เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{PQ}$
4. . $\triangle \dots \cong \triangle \dots$	
5. $AP = BQ$	จากข้อ 4.

ดังนั้น = ... เพราะว่า $\triangle \dots \cong \triangle \dots$

2. กำหนดให้ $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า จงพิสูจน์ว่า เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทั้งสองเส้นยาวเท่ากัน โดยใช้สมบัติความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม
วาดรูป

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

สิ่งที่ทราบเพิ่มเติม 1. = ... 2. = ...

3. = ... = ... = ... = ...

วิธีการแก้ปัญหา

วิธีทำ / พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	

3. ให้ XYZ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่มี $\overline{YZ}$ เป็นฐาน ถ้า A, B และ C เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{XY}$, $\overline{XZ}$ และ $\overline{YZ}$ ตามลำดับ จงพิสูจน์ว่า $CA = CB$

วาดรูป

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 1.

2.

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

สิ่งที่ทราบเพิ่มเติม 1. = ... 2. = ...

3. = ... 4. = ...

วิธีการแก้ปัญหา

วิธีทำ / พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

รายวิชาคณิตศาสตร์

ระดับชั้น ม. 2

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน (ตอนที่ 3) เวลา 1 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้ : นักเรียนสามารถ

นำความรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน ไปใช้แก้ปัญหาได้

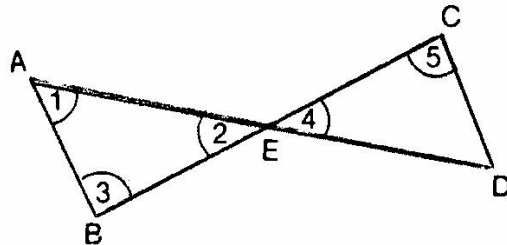
สาระการเรียนรู้

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน (หรือ ด.ม.ด.) กล่าวคือมีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

เนื้อหา

1. กำหนดให้จุด E เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AD}$ กับ $\overline{BC}$ มี $\hat{EAB} = 62^\circ$ และ $\hat{AEB} = 55^\circ$ จงหาขนาดของ $\hat{DCE}$ ถ้าไม่สามารถพิสูจน์ได้ จงยกตัวอย่างค้าน

วาดรูป



สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

1. จุด E เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AD}$ กับ $\overline{BC}$ 2. $\hat{1} = 62^\circ$ 3. $\hat{2} = 55^\circ$

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

หาขนาดของ $\hat{5}$

สิ่งที่ทราบเพิ่มเติม

1. $AE = DE$ 2. $BE = CE$ 3. $\hat{2} = \hat{4}$

วิธีการแก้ปัญหา

ต้องพิสูจน์ว่า $\triangle AEB \cong \triangle DEC$ จึงหาขนาดของ $\hat{5}$ โดยเทียบกับ $\hat{3}$

วิธีทำ / พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $AE = DE$	E เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AD}$
2. $\hat{2} = \hat{4}$	เส้นตรงสองเส้นตัดกันทำให้มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน
3. $BE = CE$	E เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{BC}$
4. $\triangle AEB \cong \triangle DEC$	ด.ม.ด.
5. $\hat{3} = \hat{5}$	จากข้อ 4.
6. $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} = 180^\circ$	ผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม
7. $\hat{3} = 180^\circ - (\hat{1} + \hat{2})$	จากข้อ 6.
8. $\hat{3} = 180^\circ - (62^\circ + 55^\circ) = 63^\circ$	จากข้อ 7. และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
9. $\hat{5} = 63^\circ$	จากข้อ 5. และข้อ 8.

ดังนั้น $\angle DCE = 63^\circ$

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ทบทวนบทนิยามความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบด้าน – มุม – ด้าน
2. ครูนำปัญหาที่พบจากการตรวจการบ้านมาอธิบายให้นักเรียนเข้าใจ และโยงเข้าสู่เรื่องที่จะสอนในคาบนี้
3. ครูนำเครื่องบันทึกเสียงมาเปิดเสียงที่บันทึกไว้คาบที่แล้วให้นักเรียนทั้งห้องฟังการสนทนาบางส่วนและฝึกวิเคราะห์ ว่าประโยคที่ใช้มีความชัดเจน รัดกุม มีเหตุผลเป็นอย่างไร โดยครูเป็นผู้คอยชี้แนะว่าประโยคใดควรได้รับการชมเชย ประโยคใดควรแก้ไขและช่วยแก้ไขให้ถูกต้อง
4. ให้นักเรียนเข้ากลุ่มปฏิบัติกิจกรรมที่ 10 โดยครูจะสุ่มบันทึกเสียง 1 กลุ่มเพื่อฟังการสนทนาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันในกลุ่ม
5. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนที่ยังไม่เคยออกมาหน้าชั้นออกมาสรุปผลของการปฏิบัติกิจกรรมและให้นักเรียนที่เหลือในชั้นเสนอความคิดเห็นและซักถามข้อสงสัย
6. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเสริมต่อไปนี้เป็นคาบ
 - 1) รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เกิดจากการลากเส้นทแยงมุมเส้นหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานจะเท่ากันทุกประการด้วยความสัมพันธ์แบบใด
 - 2) กำหนดให้ $AD = CB$ และ $\angle DAC = \angle BCA$ จงพิสูจน์ว่า $\triangle ADC \cong \triangle CBA$ (วาดรูปได้หลายแบบ)

3) กำหนดให้ $\hat{ABC} = \hat{ABD}$ และ $BC = BD$ จงพิสูจน์ว่า $AC = AD$

สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. กิจกรรมที่ 10
2. ไม้โปรแทรกเตอร์ / วงเวียน
3. เครื่องบันทึกเสียง

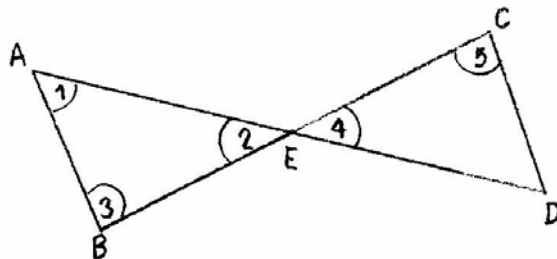
การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สังเกตการตอบคำถามของนักเรียน , การร่วมอภิปราย และการนำเสนอ

กิจกรรมที่ 10

1. กำหนดให้จุด E เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AD}$ กับ $\overline{BC}$ มี $\hat{EAB} = 62^\circ$ และ $\hat{AEB} = 55^\circ$ จงหาขนาดของ $\hat{DCE}$ ถ้าไม่สามารถพิสูจน์ได้ จงยกตัวอย่างค้าน

วาดรูป



สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 1.

2. $\hat{1} = 62^\circ$ 3. $\hat{2} = 55^\circ$

สิ่งที่โจทย์ต้องการ หาขนาดของ $\hat{5}$

สิ่งที่ทราบเพิ่มเติม 1. = ... 2. = ...

3. = ... 4. = ...

วิธีการแก้ปัญหา ต้องพิสูจน์ว่า Δ $\cong$ Δ จึงหาขนาดของ $\hat{5}$ โดยเทียบกับ

วิธีทำ / พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.	E เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AD}$
2.	
3.	E เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{BC}$
4. Δ $\cong$ Δ	
5. $\hat{3} = \hat{5}$	จากข้อ 4.
6. $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} =$	
7. $\hat{3} =$ $-(\hat{1} + \hat{2})$	จากข้อ 6.
8. $\hat{3} =$	
9. $\hat{5} =$	

ดังนั้น $\hat{DCE} =$

2. กำหนดให้ A เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{BF}$ และ $\overline{CE}$ โดยให้ $\hat{ABC} = 21^\circ$ จงหาขนาดของ $\hat{AFE}$ วาดรูป

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 1.
2.
3.

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

สิ่งที่ทราบเพิ่มเติม 1. = ... 2. = ...
3. = ... 4. = ...

วิธีการแก้ปัญหา

วิธีทำ / พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	

ดังนั้น $\hat{AFE} = \dots\dots\dots$

3. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ และ $\overline{OD}$ เป็นรัศมีของวงกลม และให้ $\hat{AOB} = \hat{DOC} = 66^\circ$ จงพิสูจน์ว่า $AB = DC$ และหาขนาดของ $\hat{OCD}$ วาดรูป

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 1.
 2.
 3.
 4.

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

สิ่งที่ทราบเพิ่มเติม 1. = ... 2. = ...
 3. = ... 4. = ...

วิธีการแก้ปัญหา

วิธีทำ / พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	

ดังนั้น $\widehat{OCD} = \dots\dots\dots$

4. กำหนดให้ $PR = QS$, $\widehat{QPR} = \widehat{PQS} = 115^{\circ}$ และ $\widehat{PQR} = 42^{\circ}$ จงพิสูจน์ว่า $\widehat{PRQ} = \widehat{QSP}$ และมีขนาดเท่าใด

วาดรูป

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 1.
 2.

3.

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

สิ่งที่ทราบเพิ่มเติม 1. = ... 2. = ...

3. = ... 4. = ...

วิธีการแก้ปัญหา

วิธีทำ / พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	

ดังนั้น $PRQ = QSP = \dots\dots\dots$

5. ให้นักเรียนตั้งโจทย์ตัวเอง 1 ข้อ โดยต้องพิสูจน์ว่ารูปสามเหลี่ยม 2 รูปเท่ากันทุกประการแบบ
ด้าน – มุม – ด้าน จึงจะแก้ปัญหาคได้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 16

รายวิชาคณิตศาสตร์

ระดับชั้น ม. 2

เรื่อง ทบทวนเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (ตอนที่ 1)

เวลา 1 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้ : นักเรียนสามารถ

นำความรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ
ด้าน – มุม – ด้าน, มุม – ด้าน – มุม, มุม – มุม – ด้าน, ด้าน – ด้าน – ด้าน ไปใช้แก้ปัญหาได้

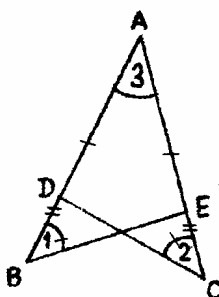
สาระการเรียนรู้

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน, มุม – ด้าน – มุม,
มุม – มุม – ด้าน หรือ ด้าน – ด้าน – ด้าน รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ

เนื้อหา

ตัวอย่าง กำหนดให้ $AD = AE$, $DB = EC$ และ $\hat{A}BE = \hat{A}CD$ จงพิสูจน์ว่า $BE = CD$

วาดรูป



สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 1. $AD = AE$ 2. $DB = EC$

3. $\hat{1} = \hat{2}$

สิ่งที่โจทย์ต้องการ พิสูจน์ว่า $BE = CD$

สิ่งที่ทราบเพิ่มเติม $\hat{3} = \hat{3}$

วิธีการแก้ปัญหา ต้องพิสูจน์ว่า $\triangle ABE \cong \triangle ACD$

วิธีทำ / พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $\hat{1} = \hat{2}$	กำหนดให้
2. $AD = AE$	กำหนดให้
3. $DB = EC$	กำหนดให้
4. $AD + DB = AE + EC$	จากข้อ 2., ข้อ 3. และสมบัติของการเท่ากัน
5. $AB = AC$	จากข้อ 4.

6. $\hat{3} = \hat{3}$	มุมร่วม
7. $\triangle ABE \cong \triangle ACD$	ม.ด.ม. และจากข้อ 1,5,6
8. $BE = CD$	จากข้อ 7.

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ทบทวนบทนิยามความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน, มุม – ด้าน – มุม, มุม – มุม – ด้าน, ด้าน - ด้าน – ด้าน
2. ครูนำเครื่องบันทึกเสียงมาเปิดให้นักเรียนทั้งห้องฟังการสนทนาบางส่วนและฝึกวิเคราะห์ว่าประโยคที่ใช้มีความชัดเจน รัดกุม มีเหตุผลเป็นอย่างไร โดยครูเป็นผู้คอยชี้แนะว่าประโยคใดควรได้รับการชมเชย ประโยคใดควรแก้ไขและช่วยแก้ไขให้ถูกต้อง
3. ให้นักเรียนจับคู่ปฏิบัติกิจกรรมที่ 26
4. ให้นักเรียนช่วยกันสรุปผลที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมที่ 26
5. ให้นักเรียนเข้ากลุ่ม ปฏิบัติกิจกรรมที่ 27 โดยครูจะสุ่มบันทึกเสียง 1 กลุ่มเพื่อฟังการสนทนาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันในกลุ่ม
6. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนที่ยังไม่เคยออกมาหน้าชั้นออกมาสรุปผลของการปฏิบัติกิจกรรมและให้นักเรียนที่เหลือในชั้นเสนอความคิดเห็นและซักถามข้อสงสัย
7. ให้นักเรียนทำการบ้านเสริมดังต่อไปนี้
 - 1) กำหนดให้ $\overline{MO}$ แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{NP}$ ที่ O และ $\hat{MNO} = \hat{MPO}$ จงพิสูจน์ว่า $MN = MP$
 - 2) กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มี $\overline{BC}$ เป็นฐาน ซึ่ง $\overline{AD}$ แบ่งครึ่ง $\hat{BAC}$ และ D อยู่บน $\overline{BC}$ โดยที่ $\overline{DE} \perp \overline{AC}$ ที่ E และ $\overline{DF} \perp \overline{AB}$ ที่ F จงพิสูจน์ว่า $\hat{BDF} = \hat{CDE}$

สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. กิจกรรมที่ 26
2. กิจกรรมที่ 27
3. ไมโครแทรกเตอร์ / วงเวียน
4. เครื่องบันทึกเสียง

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

สังเกตการตอบคำถามของนักเรียน , การร่วมอภิปราย และการนำเสนอ

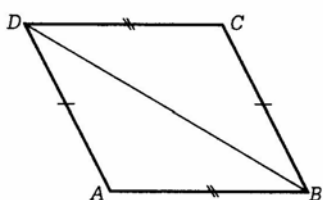
กิจกรรมที่ 26

1. จงให้เหตุผลพร้อมยกตัวอย่างลงในกระดาษ A4

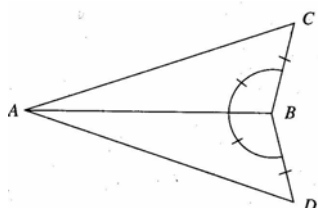
- 1) รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปที่มีด้านยาวเท่ากัน จะเท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด
- 2) รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าสองรูปจะเท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด
- 3) รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วสองรูปมีด้านประกอบมุมยอดยาวเท่ากัน จะเท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด
- 4) รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วสองรูปมีขนาดของมุมยอดเท่ากัน จะเท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด
- 5) รูปวงกลมสองรูปที่มีรัศมียาวเท่ากัน จะเท่ากันทุกประการหรือไม่
- 6) รูปวงกลมสองรูปที่มีความยาวเส้นรอบวงเท่ากัน จะเท่ากันทุกประการหรือไม่
- 7) รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีพื้นที่เท่ากัน จะเท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด
- 8) เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมชนิดใดบ้างที่แบ่งรูปสี่เหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ
- 9) สามเหลี่ยมด้านเท่าทุกรูปที่สร้างบนด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเดียวกันจะเท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด

2. ให้นักเรียนพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปในแต่ละข้อต่อไปนี้เท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด

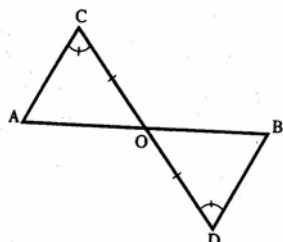
1)



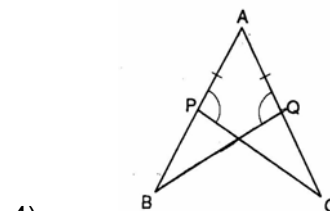
3)



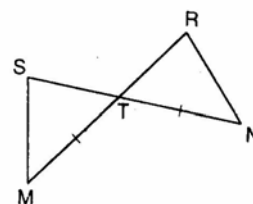
5)



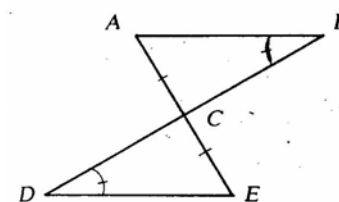
2) พิจารณา $\triangle ABQ$ และ $\triangle ACP$



4)



6)



กิจกรรมที่ 27

1. กำหนดให้ $AD = AE$, $DB = EC$ และ $\hat{A}BE = \hat{A}CD$ จงพิสูจน์ว่า $BE = CD$

วาดรูป

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 1.
2.
3.

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

สิ่งที่ทราบเพิ่มเติม 1. = ... 2. = ...

วิธีการแก้ปัญหา

วิธีทำ / พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	

2. กำหนดให้ PQR เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่มี QR เป็นฐาน และมี A , B , C เป็นจุดกึ่งกลางด้าน PQ , PR และ RQ ตามลำดับ จงอธิบายว่าเพราะเหตุใด $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

วาดรูป

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 1.

2.

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

สิ่งที่ทราบเพิ่มเติม 1. = ... 2. = ...

3. = ... 4. = ...

5. = ... 6. = ...

วิธีการแก้ปัญหา

วิธีทำ / พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	

ดังนั้น เพราะว่า

3. กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยที่ E เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AD}$ จงพิสูจน์ว่า $\triangle BCE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

วาดรูป

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 1.

2.

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

สิ่งที่ทราบเพิ่มเติม 1. = ... 2. = ...

3. = ... 4. = ...

5. = ... 6. = ...

วิธีการแก้ปัญหา

วิธีทำ / พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	

ดังนั้น เพราะว่า

4. กำหนดรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC โดยมี A เป็นมุมยอด จุด D และ E เป็นจุดกึ่งกลางของ AB และ AC ตามลำดับ โดยที่ DC ตัดกับ EB ที่จุด F จงพิสูจน์ว่า

1) $\triangle BDE \cong \triangle CED$

2) $\triangle DEF$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

3) $\triangle BDF \cong \triangle CEF$

วาดรูป

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 1. = ... 2. = ...

3. = ... 4. = ...

สิ่งที่ทราบเพิ่มเติม 1. = ... 2. = ...

3. = ... 4. = ...

5. = ... 6. = ...

สิ่งที่โจทย์ต้องการ 1.

2.

3.

โจทย์ต้องการให้หา 1) $\triangle BDE \cong \triangle CDE$

วิธีทำ / พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	

โจทย์ต้องการให้หา 2) $\triangle DEF$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.	
2.	
3.	

ดังนั้น เพราะว่า

โจทย์ต้องการให้หา 3) $\triangle BDF \cong \triangle CEF$

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 17

รายวิชาคณิตศาสตร์

ระดับชั้น ม. 2

เรื่อง ทบทวนเรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (ตอนที่ 2)

เวลา 1 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้ : นักเรียนสามารถ

นำความรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กัน
แบบ ด้าน – มุม – ด้าน, มุม – ด้าน – มุม, มุม – มุม – ด้าน, ด้าน – ด้าน – ด้าน ไปใช้แก้ปัญหาได้

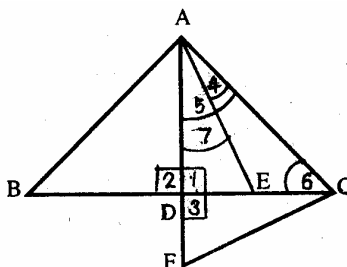
สาระการเรียนรู้

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ สัมพันธ์กันแบบด้าน – มุม – ด้าน, มุม – ด้าน – มุม,
มุม – มุม – ด้าน หรือ ด้าน – ด้าน – ด้าน รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ

เนื้อหา

ตัวอย่าง กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วโดยมี A เป็นมุมยอด ถ้า $\overline{AD}$ แบ่งครึ่ง และ
ตั้งฉากกับ $\overline{BC}$ ที่จุด D และทำให้ $AD = BD$ และ E เป็นจุดบน $\overline{CD}$ ซึ่งทำให้ $DE = DF$ จง
พิสูจน์ว่า 1. $\triangle ADE \cong \triangle CDF$ 2. ถ้า $\hat{CAE} = 25^\circ$ แล้ว จงหาขนาดของ $\hat{EAD}$

วาดรูป



- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้
1. ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วโดยมี A เป็นมุมยอด
 2. $\overline{AD}$ แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{BC}$ ที่จุด D
 3. $AD = BD$
 4. $DE = DF$
 5. $\hat{4} = 25^\circ$

- สิ่งที่โจทย์ต้องการ
1. พิสูจน์ว่า $\triangle ADE \cong \triangle CDF$
 2. หาขนาดของ $\hat{EAD}$

- สิ่งที่ทราบเพิ่มเติม
1. $\hat{1} = \hat{2} = 90^\circ$

วิธีการแก้ปัญหา

พิสูจน์ว่า $\triangle ADE \cong \triangle CDF$

วิธีทำ / พิสูจน์

1. จะต้องพิสูจน์ว่า $\triangle ADE \cong \triangle CDF$

ข้อความ	เหตุผล
1. $AD = BD$	กำหนดให้
2. $\hat{1} = \hat{2}$	$\overline{AD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{BC}$
3. $\hat{2} = \hat{3}$	เป็นมุมตรงข้าม
4. $\hat{1} = \hat{3}$	จากข้อ 2. และข้อ 3.
5. $DE = DF$	กำหนดให้
6. $\triangle ADE \cong \triangle CDF$	ด.ม.ด.

2. หาค่าของ $\hat{EAD}$

ข้อความ	เหตุผล
1. $AD = CD$	จากข้อ 6. ข้างต้น หรือจากสิ่งที่กำหนดให้ ข้อ 2., 3.
2. $\triangle ACD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	จากข้อ 6.
3. $\hat{1} = 90^\circ$	$\overline{AD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{BC}$
4. $\hat{5} = \hat{6} = 45^\circ$	จากข้อ 7. และข้อ 8.
5. $\hat{4} = 25^\circ$	กำหนดให้
6. $\hat{7} = 45^\circ - 25^\circ = 20^\circ$	จากข้อ 9. และข้อ 10.

ดังนั้น $\hat{EAD} = 20^\circ$

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ทบทวนบทนิยามความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน – มุม – ด้าน, มุม – ด้าน – มุม, มุม – มุม – ด้าน, ด้าน – ด้าน – ด้าน
2. ครูนำเครื่องบันทึกเสียงมาเปิดให้นักเรียนทั้งห้องฟังการสนทนาบางส่วนและฝึกวิเคราะห์ว่าประโยคที่ใช้มีความชัดเจน รัดกุม มีเหตุผลเป็นอย่างไร โดยครูเป็นผู้คอยชี้แนะว่าประโยคใดควรได้รับการชมเชย ประโยคใดควรแก้ไขและช่วยแก้ไขให้ถูกต้อง
3. ให้นักเรียนเข้ากลุ่มปฏิบัติการที่ 28 โดยครูจะสุ่มบันทึกเสียง 1 กลุ่มเพื่อฟังการสนทนาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันในกลุ่ม
4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนที่ยังไม่เคยออกมาหน้าชั้นออกมาสรุปลงผลการปฏิบัติกิจกรรมและให้นักเรียนที่เหลือในชั้นเสนอความคิดเห็นและซักถามข้อสงสัย
5. ให้นักเรียนทำการบ้านเสริมดังต่อไปนี้

- 1) กำหนดให้ $\triangle ADE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่มี $\overline{DE}$ เป็นฐาน และ $DB = EC$ ซึ่งจุด B และ C อยู่บน $\overline{DE}$ รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วหรือไม่ เพราะเหตุใด
- 2) $STUV$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ให้ M และ N เป็นจุดบนเส้นทแยงมุม $\overline{TV}$ โดยที่ $\overline{SM}$ ตั้งฉากกับ $\overline{TV}$ ที่จุด M และ $\overline{UN}$ ตั้งฉากกับ $\overline{TV}$ ที่จุด N และ $\hat{S}TM = \hat{U}VN$ จงพิสูจน์ว่า $SM = UN$
- 3) กำหนดให้ $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มี E เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน $\overline{AB}$ และ $\triangle CDE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โดยมีมุมยอดอยู่ที่จุด E จงพิสูจน์ว่า $\triangle ADE \cong \triangle BCE$

สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. กิจกรรมที่ 28
2. ไมโครแทรกเตอร์ / วงเวียน
3. เครื่องบันทึกเสียง

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

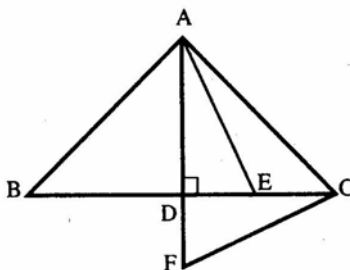
สังเกตการตอบคำถามของนักเรียน , การร่วมอภิปราย และการนำเสนอ

กิจกรรมที่ 28

1. จากรูปกำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โดยมี A เป็นมุมยอด ถ้า $\overline{AD}$ แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ $\overline{BC}$ ที่จุด D และทำให้ $AD = BD$ และ E เป็นจุดบน $\overline{CD}$ ซึ่งทำให้ $DE = DF$

จงพิสูจน์ว่า 1. $\triangle ADE \cong \triangle CDF$ 2. ถ้า $\angle CAE = 25^\circ$ แล้ว จงหาขนาดของ $\angle EAD$

วาดรูป



สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 1.
2.
3. 4.
5.

สิ่งที่โจทย์ต้องการ 1. 2.

สิ่งที่ทราบเพิ่มเติม 1. = ... 2. = ...
3. = ... 4. = ...

วิธีการแก้ปัญหา

1. จะต้องพิสูจน์ว่า $\triangle ADE \cong \triangle CDF$

ข้อความ	เหตุผล
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	

2. หาขนาดของ $\angle EAD$

ข้อความ	เหตุผล
1.	
2.	
3.	

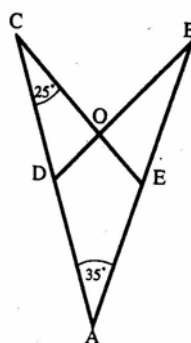
4.	
5.	
6.	

$$\hat{CFD} = \dots\dots$$

2. จากรูปกำหนดให้ $AB = AC$ และ $AD = AE$ ถ้า $\hat{ACE} = 25^\circ$ และ $\hat{EAC} = 35^\circ$ จงหาขนาด

ของ $\hat{COD}$

วาดรูป



สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 1. = ... 2. = ...
3. = ... 4. = ...

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

สิ่งที่ทราบเพิ่มเติม 1. = ... 2. = ...
3. = ... 4. = ...

วิธีการแก้ปัญหา

วิธีทำ / พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	

$$\hat{COD} = \dots\dots\dots$$

3 กำหนดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มีจุด E และ F อยู่บน $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$ ซึ่งทำให้ $\hat{AED} = \hat{CFD}$

ถ้า $\hat{EDF} = 24^\circ$ แล้ว จงหาขนาดของมุม $\hat{ADE}$ และ $\hat{CDF}$

วาดรูป

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 1.
2.
3.

สิ่งที่โจทย์ต้องการ

สิ่งที่ทราบเพิ่มเติม 1. = ... 2. = ...
3. = ... 4. = ...

วิธีการแก้ปัญหา

วิธีทำ / พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	
11.	

$$\hat{ADE} = \dots\dots\dots \text{ และ } \hat{CDF} = \dots\dots\dots$$

ภาคผนวก ข

**แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลก่อนเรียน
เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม**

คำชี้แจง แบบทดสอบมี 2 ตอน

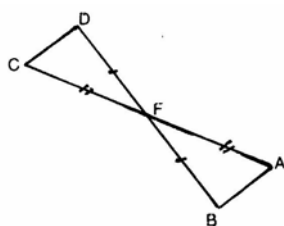
ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที

ตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบให้เขียนแสดงวิธีทำ จำนวน 5 ข้อ ใช้เวลา 60 นาที

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว แล้วทำเครื่องหมาย × ลงในช่อง □ ที่เป็นตัวเลือกในกระดาษคำตอบ

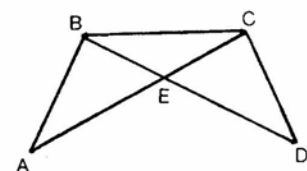
1. ข้อใดเป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการได้ถูกต้อง
 - ก. รูปวงกลมสองรูปที่มีรัศมียาวเท่ากัน จะเท่ากันทุกประการ
 - ข. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสองรูปที่มีพื้นที่เท่ากัน จะเท่ากันทุกประการ
 - ค. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่จะเท่ากันทุกประการ
 - ง. เชือกสองเส้นยาวเท่ากันนำมาทำเป็นรูปสามเหลี่ยม 2 รูป จะได้รูปสามเหลี่ยมเท่ากัน ทุกประการ
2. ถ้าลากเส้นทแยงมุมสองเส้นของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง แล้วจะได้อะไร
 - ก. เส้นทแยงมุมตั้งฉากกัน
 - ข. สามเหลี่ยมสี่รูปเท่ากันทุกประการ
 - ค. เส้นทแยงมุม 2 เส้นยาวเท่ากับเส้นรอบรูป
 - ง. สามเหลี่ยมที่อยู่ตรงข้ามกันจะเท่ากันสองคู่

3. จากรูปกำหนดให้ $BF = DF$ และ $AF = CF$ แล้ว $\triangle BFA$ และ $\triangle DFC$ มีความสัมพันธ์กันแบบใด



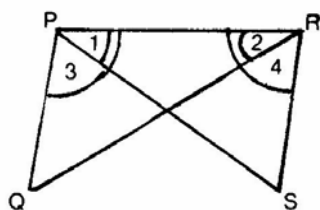
- ก. ด้าน – มุม – ด้าน
- ข. มุม – ด้าน – มุม
- ค. มุม – มุม – ด้าน
- ง. ด้าน – ด้าน – ด้าน

4. จากรูปให้ $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ผลสรุปข้อใดไม่เป็นจริง



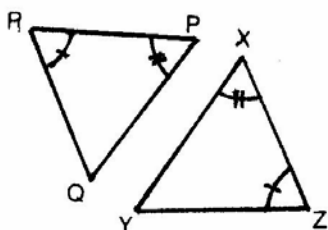
- ก. $\hat{BAC} = \hat{CDB}$
- ข. $\hat{ACB} = \hat{BDC}$
- ค. $AC = DB$
- ง. $AB = DC$

5. จากรูปกำหนดให้ $\hat{1} = \hat{2}$ และ $\hat{3} = \hat{4}$ แล้ว $\triangle PQR$ และ $\triangle RSP$ มีความสัมพันธ์กันแบบใด



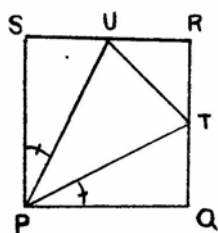
- ก. ด้าน - มุม - ด้าน
- ข. มุม - ด้าน - มุม
- ค. มุม - มุม - ด้าน
- ง. ด้าน - ด้าน - ด้าน

6. จากรูป ถ้า $\triangle PQR \cong \triangle XYZ$ ข้อใดที่ทำให้มีความสัมพันธ์กันแบบมุม - ด้าน - มุม



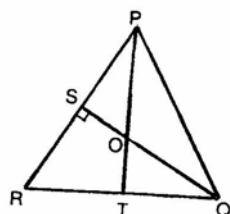
- ก. $PR = XZ$
- ข. $PQ = XY$
- ค. $QR = YZ$
- ง. $\hat{PQR} = \hat{XYZ}$

7. จากรูปกำหนดให้ $\square PQRS$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และ $\hat{SPU} = \hat{QPT}$ แล้ว $\triangle PSU$ และ $\triangle PQT$ มีความสัมพันธ์กันแบบใด



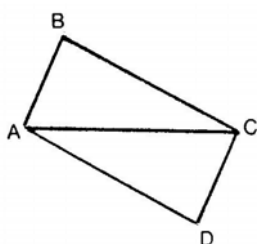
- ก. ด้าน - มุม - ด้าน
- ข. มุม - ด้าน - มุม
- ค. มุม - มุม - ด้าน
- ง. ด้าน - ด้าน - ด้าน

8. จากรูปกำหนดให้ $\triangle POS \cong \triangle QOT$ และ $\overline{QS} \perp \overline{PR}$ ข้อสรุปใดไม่ถูกต้อง



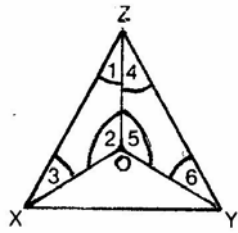
- ก. $\triangle PQO$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
- ข. $\triangle PQT$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
- ค. $\triangle PQR \cong \triangle RQS$
- ง. $\triangle PQT \cong \triangle QPS$

9. จากรูปกำหนดให้ $AB = CD$ และ $AD = BC$ ความสัมพันธ์ข้อใดไม่เป็นจริง



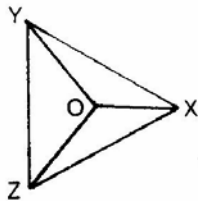
- ก. $\hat{BAD} = \hat{BCD}$
- ข. $\hat{BCA} = \hat{DCA}$
- ค. $\hat{BAC} = \hat{DCA}$
- ง. $\hat{ABC} = \hat{ADC}$

10. จากรูปกำหนดให้ $\triangle XYZ$ และ $\triangle XOZ$ เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่มี $\overline{XY}$ เป็นฐาน ดังนั้น $\triangle XOZ \cong \triangle YOZ$ เพราะเหตุใด



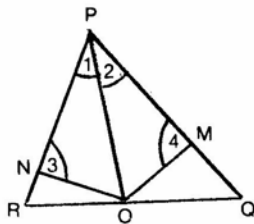
- ก. $XZ = YZ$, $\hat{1} = \hat{4}$, $OZ = OZ$
 ข. $XO = YO$, $\hat{2} = \hat{5}$, $OZ = OZ$
 ค. $XZ = YZ$, $OZ = OZ$, $XO = YO$
 ง. $\hat{1} = \hat{4}$, $XZ = YZ$, $\hat{3} = \hat{6}$

11. จากรูปกำหนดให้ XYZ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า และ OYZ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมุมฉาก ทำให้สรุปได้ว่า $\angle XOY$ มีค่าเท่าไร



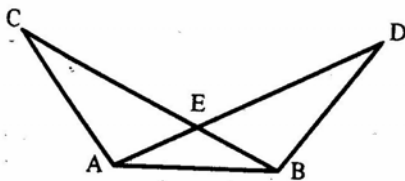
- ก. 105° ข. 115°
 ค. 125° ง. 135°

12. จากรูปกำหนดให้ $\hat{1} = \hat{2}$ และ $\hat{3} = \hat{4}$ แล้ว $\triangle PMO$ และ $\triangle PNO$ มีความสัมพันธ์กันแบบใด



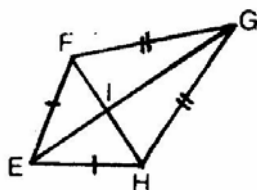
- ก. ด้าน – มุม – ด้าน
 ข. มุม – ด้าน – มุม
 ค. มุม – มุม – ด้าน
 ง. ด้าน – ด้าน – ด้าน

13. จากรูปกำหนดให้ $CA = DB$ และ $CB = DA$ แล้ว $\triangle ABE$ เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่วหรือไม่ เพราะเหตุใด



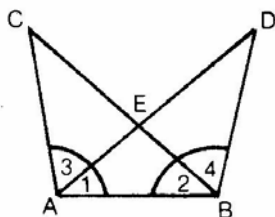
- ก. เป็น เพราะมีด้านเท่ากัน 2 ด้าน ได้แก่ $AE = EB$
 ข. เป็น เพราะมีมุมเท่ากัน 2 มุม ได้แก่ $\angle EAB = \angle EBA$
 ค. ไม่เป็น เพราะไม่มีสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
 ง. ถูกทั้งข้อ ก. และ ข

14. จากรูปกำหนดให้รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว EFGH มี $EF = EH$ และ $FG = HG$ ถ้าจะพิสูจน์ว่า $\overline{FH} \perp \overline{EG}$ จะต้องพิสูจน์รูปสามเหลี่ยมคู่ใดที่เท่ากันทุกประการ



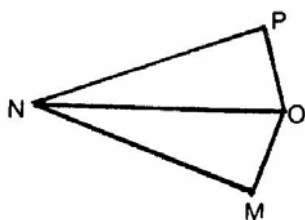
- ก. $\triangle EGH \cong \triangle EGF$
 ข. $\triangle EIF \cong \triangle GIH$
 ค. $\triangle EFH \cong \triangle FGH$
 ง. $\triangle GIH \cong \triangle GIF$

15. จากรูปกำหนดให้ $\hat{DAB} = \hat{CBA}$ และ $\hat{CAD} = \hat{DBC}$ แล้วเหตุผลใดที่ทำให้ $\triangle DAB \cong \triangle CBA$



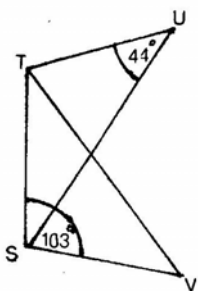
- ก. $AC = AB$
- ข. $ED = EB$
- ค. $EC = CA$
- ง. $AD = BC$

16. จากรูปกำหนดให้ $\overline{NP} \perp \overline{PO}$, $\overline{NM} \perp \overline{MO}$ และ $\overline{ON}$ แบ่งครึ่ง $\hat{POM}$ แล้ว $\triangle PNO$ และ $\triangle MNO$ มีความสัมพันธ์กันแบบใด



- ก. ด้าน - มุม - ด้าน
- ข. มุม - ด้าน - มุม
- ค. มุม - มุม - ด้าน
- ง. ด้าน - ด้าน - ด้าน

17. จากรูปกำหนดให้ $\triangle STU \cong \triangle TSV$ ถ้า $\hat{TSV} = 103^\circ$ และ $\hat{TUS} = 44^\circ$ แล้วสรุปได้ว่า $\hat{UST}$ มีขนาดเท่ากับข้อใด

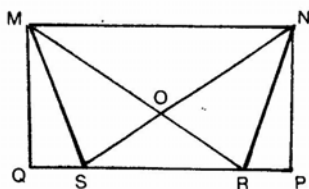


- ก. 23°
- ข. 28°
- ค. 33°
- ง. 35°

18. จากรูปกำหนดให้ $\square MNPQ$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยที่ $\hat{QMR} = \hat{PNS}$ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าผลสรุปข้อใดถูกต้อง

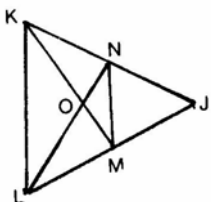
(1) $\triangle MRQ \cong \triangle NSP$

(2) $\triangle MQS \cong \triangle NPR$



- ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง
- ข. ข้อ (1) เป็นจริง ข้อ (2) เป็นเท็จ
- ค. ข้อ (1) เป็นเท็จ ข้อ (2) เป็นจริง
- ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ

19. จากรูปกำหนดให้ $\triangle JKL$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งมี J เป็นมุมยอด ถ้า $\overline{KM}$ และ $\overline{LN}$ แบ่งครึ่ง $\hat{JKL}$ และ $\hat{JLK}$ ตามลำดับ แล้วข้อสรุปใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง



- ก. $\triangle KLN \cong \triangle LKM$
- ข. $\triangle JKM \cong \triangle JLN$

ค. $\triangle JMN \cong \triangle LKM$

ง. $\triangle MNO$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

20. ถ้า $\triangle ADE \cong \triangle CDF$ แล้วผลสรุปข้อใดไม่ถูกต้อง

ก. $DE = DF$

ข. $AE = CF$

ค. $\hat{AED} = \hat{CFD}$

ง. $\hat{ADE} = \hat{DCF}$

21. ถ้า $\triangle ABC \cong \triangle QPR$ โดยมี $\hat{A} = \hat{Q}$ และ $\hat{B} = \hat{P}$ แล้วความสัมพันธ์ข้อใดไม่ถูกต้อง

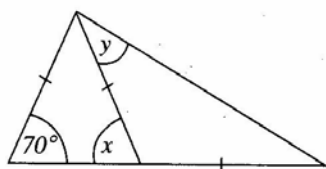
ก. $AC = QR$

ข. $BC = PR$

ค. $AB = QP$

ง. $BC = QR$

22. ผลสรุปจากรูป $x - y$ จะมีค่าเท่าไร



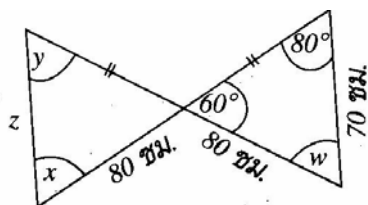
ก. 30°

ข. 35°

ค. 45°

ง. 60°

23. จากรูปที่กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปเท่ากันทุกประการ ผลสรุปข้อใดถูกต้อง



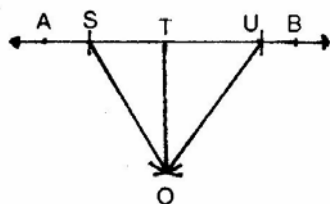
ก. $z = 80$ เซนติเมตร

ข. $w = 50^\circ$

ค. $x = 40^\circ$

ง. $y = 60^\circ$

24. จากรูปกำหนดให้ $ST = UT$ แล้วใช้ S และ U เป็นจุดศูนย์กลางรัศมียาวเท่ากันและยาวมากกว่า SU เขียนส่วนโค้งให้ตัดกันที่จุด O จะทำให้ $\triangle OTS \cong \triangle OTU$ มีความสัมพันธ์กันแบบใด



ก. ด้าน - มุม - ด้าน

ข. มุม - ด้าน - มุม

ค. มุม - มุม - ด้าน

ง. ด้าน - ด้าน - ด้าน

25. ในรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ถ้าลากเส้นแบ่งครึ่งมุมยอดมายังฐานผลสรุปข้อใดเป็นจริง

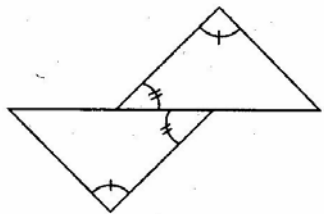
ก. มุมที่ฐานโตกว่ามุมยอด

ข. ตั้งฉากและแบ่งครึ่งฐาน

ค. มุมยอดจะเป็นมุมฉาก

ง. มุมที่ฐานเล็กกว่ามุมยอด

26. จากรูปที่กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมทั้งสองเท่ากันทุกประการหรือไม่ ถ้าเท่ากันจงระบุเงื่อนไขที่ทำให้เท่ากันทุกประการ



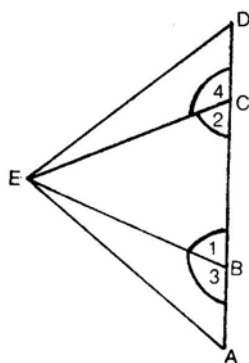
ก. ด้าน – มุม – ด้าน

ข. มุม – ด้าน – มุม

ค. ด้าน – ด้าน – ด้าน

ง. ไม่สามารถสรุปได้ว่าเท่ากันทุกประการ

จากรูปใช้ตอบคำถามข้อ 27 - 30



จากรูปกำหนดให้ $\triangle BCE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และ $AC = DB$ จงพิสูจน์ว่า $\triangle ABE \cong \triangle DCE$

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 1. $\triangle BCE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

2. $AC = DB$

สิ่งที่โจทย์ต้องการ $\triangle ABE \cong \triangle DCE$

สิ่งที่ทราบเพิ่มเติม 1.(1).....

2. $\hat{1} = \hat{2}$

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.(1).....	1. $\triangle BCE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
2. $\hat{1} = \hat{2}$	2. มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
3. $\hat{1} + \hat{3} = 180^\circ$	3. มุมตรงมีขนาด 180°
4. $\hat{2} + \hat{4} = 180^\circ$	4. มุมตรงมีขนาด 180°
5. $\hat{3} = \hat{4}$	5. จากข้อ 2. , 3. และ 4.
6. $AC = DB$	6. กำหนดให้
7. $AC - BC = \dots\dots(2)\dots\dots$	7. จากข้อ 6.
8.(3).....	8. จากข้อ 7.

9. $\triangle ABE \cong \triangle DCE$	9.(4).....
--	-----------------

27. (1) แทนด้วยข้อความใด

ก. $EA = ED$

ข. $EB = EC$

ค. $EA = EB$

ง. $ED = EC$

28. (2) แทนด้วยข้อความใด

ก. $AD - BC$

ข. $AC - AB$

ค. $DB - DC$

ง. $DB - BC$

29. (3) แทนด้วยข้อความใด

ก. $AB = BC$

ข. $AB = CD$

ค. $AC = BC$

ง. $BD = BC$

30. (4) แทนด้วยข้อความใด

ก. ด้าน – มุม – ด้าน

ข. มุม – ด้าน – มุม

ค. มุม – มุม – ด้าน

ง. ด้าน – ด้าน – ด้าน

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนแสดงวิธีคิด หรือวิธีทำในแต่ละข้อ และเขียนเหตุผลประกอบคำตอบให้ชัดเจน

1. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่มี $\overline{BC}$ เป็นฐาน ลาก $\overline{BM}$ และ $\overline{CN}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AC}$ และ $\overline{AB}$ ที่จุด M และ N ตามลำดับ จงพิสูจน์ว่า $\triangle AMB \cong \triangle ANC$

2. กำหนดให้ $\angle QPR = \angle QPS$ และ $PR = QS$ จงพิสูจน์ว่า $\angle PRQ = \angle QSP$

3. กำหนดให้ DEF เป็นรูปสามเหลี่ยม มีจุด M และจุด N อยู่บน $\overline{ED}$ และ $\overline{FD}$ ตามลำดับ โดยที่ $DM = DN$ และ $EM = FN$ จงพิสูจน์ว่า $\triangle MEF \cong \triangle NFE$

4. กำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle DBC$ อยู่บนฐาน $\overline{BC}$ ร่วมกัน โดย $AB = DB$ และ $AC = DC$ จงพิสูจน์ว่า $\angle BAC = \angle BDC$

5. กำหนดให้ $\angle BAE = \angle BAC$ และ $\angle ABE = \angle ABC$ จงพิสูจน์ว่า $\triangle AEC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

**แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลหลังเรียน
เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม**

คำชี้แจง แบบทดสอบมี 2 ตอน

ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ

ตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบให้เขียนแสดงวิธีทำ จำนวน 5 ข้อ

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว แล้วทำเครื่องหมาย × ลงในช่อง □ ที่เป็นตัวเลือกในกระดาษคำตอบ

1. ถ้า $\triangle ADE \cong \triangle CDF$ แล้วผลสรุปข้อใดถูกต้อง

ก. $AE = CD$

ข. $DE = CD$

ค. $\hat{ADE} = \hat{DCF}$

ง. $\hat{AED} = \hat{CFD}$

2. ถ้า $\hat{ABC} = \hat{ACB}$ แล้วข้อใดที่สมเหตุสมผล

ก. $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

ข. $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ค. $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม

ง. ถูกทุกข้อ

3. ข้อใดเป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการได้ถูกต้อง

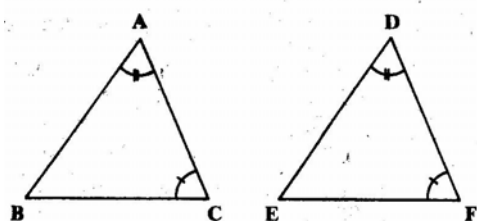
ก. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดมุมเท่ากันสามคู่จะเท่ากันทุกประการ

ข. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสองรูปที่มีพื้นที่เท่ากัน จะเท่ากันทุกประการ

ค. รูปวงกลมสองรูปที่มีรัศมียาวเท่ากัน จะเท่ากันทุกประการ

ง. เชือกสองเส้นยาวเท่ากันนำมาทำเป็นรูปสามเหลี่ยม 2 รูป จะได้รูปสามเหลี่ยมเท่ากันทุกประการ

4. จากรูป ถ้า $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ข้อใดที่ทำให้มีความสัมพันธ์กันแบบมุม - ด้าน - มุม



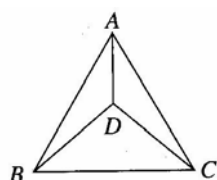
ก. $AC = DF$

ข. $BC = EF$

ค. $AB = DE$

ง. $\hat{ABC} = \hat{DEF}$

5. จากรูปกำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า และ D เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมุมฉาก ทำให้สรุปได้ว่า $\hat{ADB}$ มีค่าเท่าไร



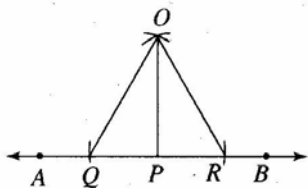
ก. 105°

ข. 115°

ค. 125°

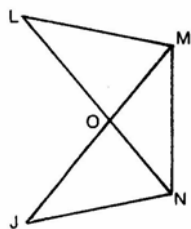
ง. 135°

6. จากรูปกำหนดให้ $QP = RP$ แล้วใช้ Q และ R เป็นจุดศูนย์กลางรัศมียาวเท่ากันและยาวมากกว่า QR เขียนส่วนโค้งให้ตัดกันที่จุด O จะทำให้ $\triangle OPQ \cong \triangle OPR$ มีความสัมพันธ์กันแบบใด



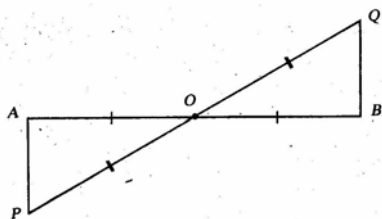
- ก. ด้าน – มุม – ด้าน
ข. มุม – ด้าน – มุม
ค. มุม – มุม – ด้าน
ง. ด้าน – ด้าน – ด้าน

7. กำหนดให้ $\hat{JMN} = \hat{LNM}$ และ $\hat{LMJ} = \hat{LNJ}$ แล้วเหตุผลใดที่ทำให้ $\triangle JMN \cong \triangle LNM$



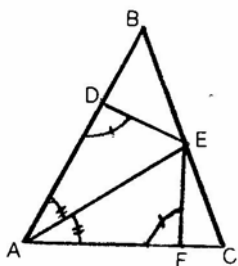
- ก. $OJ = ON$
ข. $ML = MN$
ค. $MJ = NL$
ง. $OL = LM$

8. จากรูปกำหนดให้ $AO = BO$ และ $PO = QO$ แล้ว $\triangle AOP$ และ $\triangle BOQ$ มีความสัมพันธ์กันแบบใด



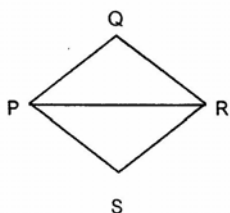
- ก. ด้าน – มุม – ด้าน
ข. มุม – ด้าน – มุม
ค. มุม – มุม – ด้าน
ง. ด้าน – ด้าน – ด้าน

9. จากรูปกำหนดให้ $\hat{FAE} = \hat{DAE}$ และ $\hat{AFE} = \hat{ADE}$ แล้ว $\triangle ADE$ และ $\triangle AFE$ มีความสัมพันธ์กันแบบใด



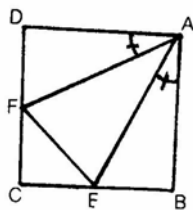
- ก. ด้าน – มุม – ด้าน
ข. มุม – ด้าน – มุม
ค. มุม – มุม – ด้าน
ง. ด้าน – ด้าน – ด้าน

10. กำหนดให้ $PQ = RS$ และ $PS = QR$ ความสัมพันธ์ข้อใดไม่เป็นจริง



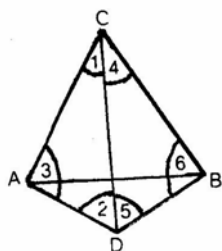
- ก. $\hat{QRP} = \hat{SRP}$
ข. $\hat{PQR} = \hat{PSR}$
ค. $\hat{QPS} = \hat{QRS}$
ง. $\hat{QPR} = \hat{SRP}$

11. จากรูปกำหนดให้ $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และ $\hat{BAE} = \hat{DAF}$ แล้ว $\triangle ABE$ และ $\triangle ADF$ มีความสัมพันธ์กันแบบใด



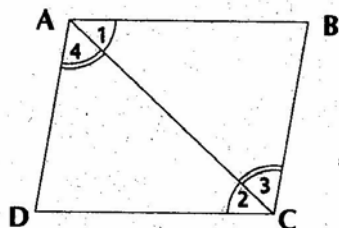
- ก. ด้าน – มุม – ด้าน
ข. มุม – ด้าน – มุม
ค. มุม – มุม – ด้าน
ง. ด้าน – ด้าน – ด้าน

12. จากรูปกำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle ABD$ เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่มี $\overline{AB}$ เป็นฐาน ดังนั้น $\triangle ADC \cong \triangle BDC$ เพราะเหตุใด



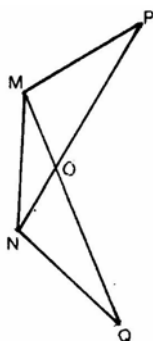
- ก. $AC = BC$, $\hat{ACD} = \hat{BCD}$, $DC = DC$
ข. $AD = BD$, $\hat{ADC} = \hat{BDC}$, $DC = DC$
ค. $\hat{ACD} = \hat{BCD}$, $AC = BC$, $\hat{CAD} = \hat{CBD}$
ง. $AC = BC$, $DC = DC$, $AD = BD$

13. จากรูปกำหนดให้ $\hat{1} = \hat{2}$ และ $\hat{3} = \hat{4}$ แล้ว $\triangle ABC$ และ $\triangle CDA$ มีความสัมพันธ์กัน แบบใด



- ก. ด้าน – มุม – ด้าน
ข. มุม – ด้าน – มุม
ค. มุม – มุม – ด้าน
ง. ด้าน – ด้าน – ด้าน

14. จากรูปกำหนดให้ $PM = QN$ และ $PN = MQ$ แล้ว $\triangle MNO$ เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่วหรือไม่ เพราะเหตุใด



- ก. เป็น เพราะมีมุมเท่ากัน 2 มุม ได้แก่ $\hat{OMN} = \hat{ONM}$
ข. เป็น เพราะมีด้านเท่ากัน 2 ด้าน ได้แก่ $MO = ON$
ค. ไม่เป็น เพราะไม่มีสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
ง. ถูกทั้งข้อ ก. และ ข.

15. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง ถ้าลากเส้นทแยงมุมสองเส้นผลสรุปข้อใดเป็นจริง

- ก. เส้นทแยงมุม 2 เส้นยาวเท่ากับเส้นรอบรูป
ข. สามเหลี่ยมที่อยู่ตรงข้ามกันจะเท่ากันสองคู่
ค. เส้นทแยงมุมตั้งฉากกัน

ง. สามเหลี่ยมสัณฐานเท่ากันทุกประการ

16. ถ้า $\triangle ABC \cong \triangle QPR$ แล้วความสัมพันธ์ข้อใดไม่ถูกต้อง

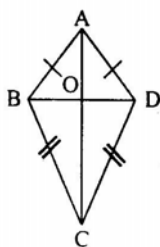
ก. $BC = QR$

ข. $AC = QR$

ค. $AB = QP$

ง. $BC = PR$

17. ถ้าสี่เหลี่ยมรูปว่าว $ABCD$ ซึ่งมี $AB = AD$ และ $BC = DC$ ถ้าจะพิสูจน์ว่า $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ จะต้องพิสูจน์รูปสามเหลี่ยมคู่ใดที่เท่ากันทุกประการ



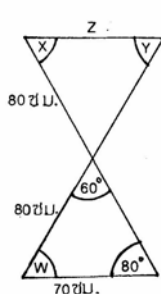
ก. $\triangle ACD \cong \triangle ACB$

ข. $\triangle AOB \cong \triangle COD$

ค. $\triangle ABD \cong \triangle BCD$

ง. $\triangle COD \cong \triangle COB$

18. จากรูปที่กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปเท่ากันทุกประการ ผลสรุปข้อใดถูกต้อง



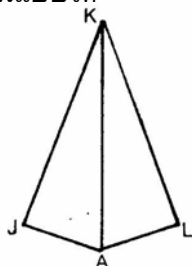
ก. $w = 50^\circ$

ข. $x = 40^\circ$

ค. $y = 60^\circ$

ง. $z = 80$ เซนติเมตร

19. กำหนดให้ $\overline{KL} \perp \overline{LA}$, $\overline{KJ} \perp \overline{JA}$ และ $\overline{AK}$ แบ่งครึ่ง $\angle LAJ$ แล้ว $\triangle LKA$ และ $\triangle JKA$ มีความสัมพันธ์กันแบบใด



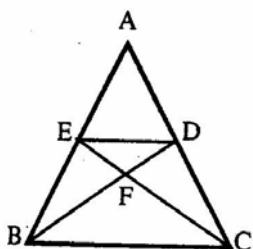
ก. ด้าน – มุม – ด้าน

ข. มุม – ด้าน – มุม

ค. มุม – มุม – ด้าน

ง. ด้าน – ด้าน – ด้าน

20. กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งมี A เป็นมุมยอด ถ้า $\overline{BD}$ และ $\overline{CE}$ แบ่งครึ่ง $\angle ABC$ และ $\angle ACB$ ตามลำดับ แล้วข้อสรุปใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง



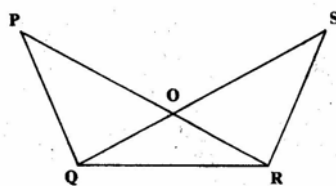
ก. $\triangle ABD \cong \triangle ACE$

ข. $\triangle BCE \cong \triangle CBD$

ค. $\triangle DEF$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ง. $\triangle ADE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้าน

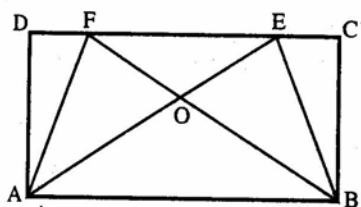
21. จากรูปให้ $\triangle PQR \cong \triangle SRQ$ ผลสรุปข้อใดไม่เป็นจริง



- ก. $PR = SQ$
- ข. $PQ = SR$
- ค. $\hat{QPR} = \hat{RSQ}$
- ง. $\hat{PRQ} = \hat{QSR}$

22. จากรูปกำหนดให้ $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยที่ $\hat{DAE} = \hat{CBF}$ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าผลสรุปข้อใดถูกต้อง

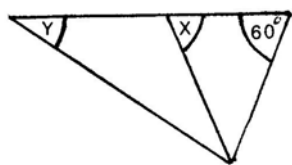
(1) $\triangle AED \cong \triangle BFC$



(2) $\triangle ADF \cong \triangle BCE$

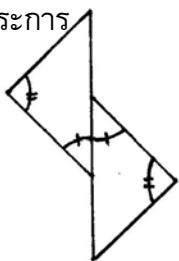
- ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง
- ข. ข้อ (1) เป็นจริง ข้อ (2) เป็นเท็จ
- ค. ข้อ (1) เป็นเท็จ ข้อ (2) เป็นจริง
- ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ

23. ผลสรุปจากรูป $x - y$ จะมีค่าเท่าไร



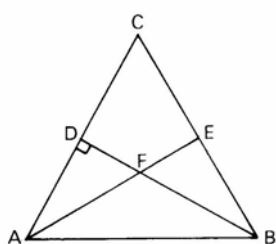
- ก. 30°
- ข. 35°
- ค. 45°
- ง. 60°

24. จากรูปที่กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมทั้งสองเท่ากันทุกประการหรือไม่ ถ้าเท่ากันจงระบุเงื่อนไขที่ทำให้เท่ากันทุกประการ



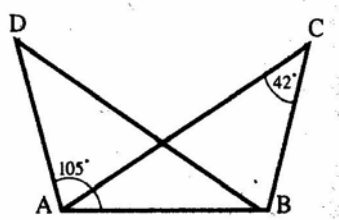
- ก. ด้าน - มุม - ด้าน
- ข. มุม - ด้าน - มุม
- ค. ด้าน - ด้าน - ด้าน
- ง. ไม่สามารถสรุปได้ว่าเท่ากันทุกประการ

25. จากรูปกำหนดให้ $\triangle AFD \cong \triangle BFE$ และ $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ ข้อสรุปใดไม่ถูกต้อง



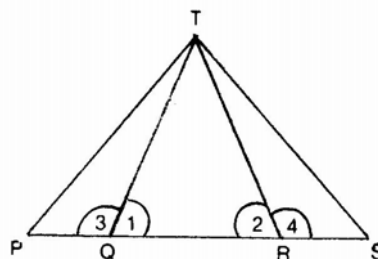
- ก. $\triangle ABD \cong \triangle CBD$
- ข. $\triangle ABE \cong \triangle BAD$
- ค. $\triangle ABF$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
- ง. $\triangle ABE$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

26. จากรูปกำหนดให้ $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ ถ้า $\hat{B}AD = 105^\circ$ และ $\hat{B}CA = 42^\circ$ แล้วสรุปได้ว่า $\hat{C}AB$ มีขนาดเท่ากับข้อใด



- ก. 23°
 ข. 28°
 ค. 33°
 ง. 35°

จากรูปใช้ตอบคำถามข้อ 27 - 30



จากรูปกำหนดให้ $\triangle QRT$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วและ $PR = SQ$ จงพิสูจน์ว่า $\triangle PQT \cong \triangle SRT$

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 1. $\triangle QRT$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

2. $PR = SQ$

สิ่งที่โจทย์ต้องการ $\triangle PQT \cong \triangle SRT$

สิ่งที่ทราบเพิ่มเติม 1.(1).....

2. $\hat{1} = \hat{2}$

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1.(1).....	1. $\triangle QRT$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
2. $\hat{1} = \hat{2}$	2. มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
3. $\hat{1} + \hat{3} = 180^\circ$	3. มุมตรงมีขนาด 180°
4. $\hat{2} + \hat{4} = 180^\circ$	4. มุมตรงมีขนาด 180°
5. $\hat{3} = \hat{4}$	5. จากข้อ 2. , 3. และ 4.
6. $PR = SQ$	6. กำหนดให้
7. $PR - QR = \dots\dots(2)\dots\dots$	7. จากข้อ 6.
8.(3).....	8. จากข้อ 7.
9. $\triangle PQT \cong \triangle SRT$	9.(4).....

27. (1) แทนด้วยข้อความใด

ก. $TS = TR$

ข. $TP = TQ$

ค. $TQ = TR$

ง. $TP = TS$

28. (2) แทนด้วยข้อความใด

ก. $SQ - SR$

ข. $SQ - QR$

ค. $PS - QR$

ง. $PR - PQ$

29. (3) แทนด้วยข้อความใด

ก. $PR = QR$

ข. $PQ = RS$

ค. $QS = QR$

ง. $PQ = QR$

30. (4) แทนด้วยข้อความใด

ก. ด้าน – มุม – ด้าน

ข. มุม – ด้าน – มุม

ค. มุม – มุม – ด้าน

ง. ด้าน – ด้าน – ด้าน

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนแสดงวิธีคิด หรือวิธีทำในแต่ละข้อ และเขียนเหตุผลประกอบคำตอบให้ชัดเจน

1. กำหนดให้ $\hat{BAC} = \hat{ABD}$ และ $AC = BD$ จงพิสูจน์ว่า $\hat{ACB} = \hat{BDA}$

2. กำหนดให้ $\hat{YXO} = \hat{YXZ}$ และ $\hat{XYO} = \hat{XYZ}$ จงพิสูจน์ว่า $\triangle XOZ$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

3. กำหนดให้ $\triangle QRS$ และ $\triangle TRS$ อยู่บนฐาน $\overline{RS}$ ร่วมกัน โดย $QR = TR$ และ $QS = TS$ จงพิสูจน์ว่า $\hat{RQS} = \hat{RTS}$

4. กำหนดให้ XYZ เป็นรูปสามเหลี่ยม มีจุด M และจุด N อยู่บน $\overline{YX}$ และ $\overline{ZX}$ ตามลำดับ โดยที่ $XM = XN$ และ $YM = ZN$ จงพิสูจน์ว่า $\triangle MYZ \cong \triangle NZY$

5. กำหนดให้ XYZ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ที่มี $\overline{YZ}$ เป็นฐาน ลาก $\overline{YM}$ และ $\overline{ZN}$ ตั้งฉากกับ $\overline{XZ}$ และ $\overline{XY}$ ที่จุด M และ N ตามลำดับ จงพิสูจน์ว่า $\triangle XMY \cong \triangle XNZ$

แบบสัมภาษณ์วัดความสามารถในการให้เหตุผลก่อนเรียน

ให้นักเรียนสุ่มเลือกตอบเพียง 1 ข้อ

- กำหนดให้ MNOP เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ถ้า E เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{MN}$ แล้ว ให้นักเรียนอธิบายว่า $\hat{M}EP = \hat{N}EO$ เพราะเหตุใด
- กำหนดให้ MNOP เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า $\overline{NR}$ แบ่งครึ่ง $\hat{N}$ และ $\overline{PQ}$ แบ่งครึ่ง $\hat{P}$ โดยที่ R และ Q เป็นจุดอยู่บน $\overline{MO}$ ให้นักเรียนอธิบายว่า $NR = PQ$ เพราะเหตุใด
- กำหนดให้เป็น XYZ เป็นรูปสามเหลี่ยม ที่มี $ZX = ZY$ ถ้า $\overline{ZN}$ แบ่งครึ่ง $\hat{XZY}$ ให้ M เป็นจุดบน $\overline{ZN}$ โดยที่ $\hat{ZMX} = \hat{ZMY}$ ให้นักเรียนอธิบายว่า $MX = MY$ เพราะเหตุใด
- รูปสามเหลี่ยม XYZ มีจุด M เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{YZ}$ ถ้า $XY = XZ$ แล้วให้นักเรียนอธิบายว่า $\triangle XYM \cong \triangle XZM$ เพราะเหตุใด
- กำหนดให้ $\hat{BAC} = \hat{ABD}$ และ $AC = BD$ ให้นักเรียนอธิบายว่า $\hat{ACB} = \hat{BDA}$ เพราะเหตุใด

แบบสัมภาษณ์วัดความสามารถในการให้เหตุผลหลังเรียน

ให้นักเรียนสุ่มเลือกตอบเพียง 1 ข้อ

- กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ถ้า E เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ แล้ว ให้นักเรียนอธิบายว่า $\hat{A}ED = \hat{B}EC$ เพราะเหตุใด
- กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า $\overline{BF}$ แบ่งครึ่ง $\hat{B}$ และ $\overline{DE}$ แบ่งครึ่ง $\hat{D}$ โดยที่ F และ E เป็นจุดอยู่บน $\overline{AC}$ ให้นักเรียนอธิบายว่า $BF = DE$ เพราะเหตุใด
- กำหนดให้เป็น ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม ที่มี $CA = CB$ ถ้า $\overline{CE}$ แบ่งครึ่ง $\hat{ACB}$ ให้ D เป็นจุดบน $\overline{CE}$ โดยที่ $\hat{CDA} = \hat{CDB}$ ให้นักเรียนอธิบายว่า $DA = DB$ เพราะเหตุใด
- รูปสามเหลี่ยม ABC มีจุด D เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{BC}$ ถ้า $AB = AC$ แล้วให้นักเรียนอธิบายว่า $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ เพราะเหตุใด
- กำหนดให้ $\hat{QPR} = \hat{PQS}$ และ $PR = QS$ ให้นักเรียนอธิบายว่า $\hat{PRQ} = \hat{QSP}$ เพราะเหตุใด