510.77
ป 283 ก
ฉ. 2

การเรียนด้วยตนเองเรื่องสมการและอสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ห้องสมุดบัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ปริญญานิพนธ์

ของ

ประเทศ วิเศษสา

7 พ.ค. 2535

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
กุมภาพันธ์ 2532
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

178356

การเรียนด้วยตนเองเรื่องสมการและอสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

บทคัดย่อ

ของ

ประเทศ วิเศษสา

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
กุมภาพันธ์ 2532

การศึกษาครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างบทเรียนด้วยตนเองและศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการและอสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากบทเรียนด้วยตนเองที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งได้จากการสุ่ม 2 กลุ่ม กลุ่มละ 43 คน จากนักเรียนทั้งหมด 8 กลุ่ม ก่อนการทดลองได้สอบวัดความรู้พื้นฐานของนักเรียนทั้งสองกลุ่มและสอนเสริมจนผ่านเกณฑ์ กลุ่มทดลองเรียนด้วยตนเองจากบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น กลุ่มควบคุมเรียนด้วยวิธีสอนปกติ ใช้เวลาในการสอนกลุ่มละ 10 คาบ ๆ ละ 50 นาที เมื่อสิ้นสุดการทดลองทดสอบนักเรียนทั้งสองกลุ่มด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการทดสอบด้วยสถิติทดสอบ t ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยตนเองและนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

INDIVIDUALIZED INSTRUCTION ON EQUATIONS AND INEQUALITIES FOR M.S. II STUDENTS.

AN ABSTRACT

BY

PRATHED WISESSA

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree
at Srinakharinwirot University
February 1989

An individualized instruction package on equations and inequalities for M.S. 2 students was designed and constructed by the researcher for use in this study. It was the purpose of this study to determine the effectiveness of this package which made use of an individualized instruction approach.

The sample consisted of 2 groups of M.S. 2 students which were randomly selected from 8 groups , 43 students for each group. At the outset both groups were tested on basic knowledge in mathematics in order to determine their readiness. The individualized instruction was employed in the experimental group whereas the traditional method of teaching was used in the control group. The experiment lasted for 10 periods with 50 minutes for each period. An achievement test was then given to both groups at the end of the instruction.

An analysis of the test result, using a t-test, revealed that there was a significant difference between those who learned by individualized instruction approach and traditional method of teaching at the .05 level.

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำตัวนิสิตและคณะกรรมการสอบ ได้พิจารณาปริญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิตของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการที่ปรึกษา

..... ประธาน

..... กรรมการ

คณะกรรมการสอบ

..... ประธาน

..... กรรมการ

..... กรรมการ

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ เพราะความช่วยเหลือและการให้คำแนะนำอย่างดีจาก รองศาสตราจารย์ ดร. ลาวัลย์ พลกล้า รองศาสตราจารย์ บุญมา จาริก และอาจารย์ ละเอียด ปรารถนาดี ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาและขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณ ผู้อำนวยการชุมพล เวียงเพิ่ม ผู้อำนวยการโรงเรียนเมืองกาฬสินธุ์ อำเภอเมือง จังหวัดกาฬสินธุ์ อาจารย์บุญล้วน นาขันโยคี ที่ได้กรุณาสอนกลุ่มควบคุมให้ และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2530 โรงเรียนเมืองกาฬสินธุ์ ที่ให้ความร่วมมืออย่างดีในการทดลอง

ขอขอบคุณ คุณวิริยะ ศิริชานนท์ ที่ให้กำลังใจและให้ความช่วยเหลือจนทำให้งานวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี และขอขอบคุณเพื่อนนิสิตปริญญาโท ปีการศึกษา 2528 ตลอดจนทุกท่านที่ให้คำแนะนำและความช่วยเหลือในการทำปริญญานิพนธ์ครั้งนี้

ขอขอบพระคุณ คุณอำนวย ภูเทพคำ ที่ให้ความกรุณาอุปการะในด้านต่าง ๆ และให้กำลังใจจนทำให้งานวิจัยครั้งนี้สำเร็จด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ใด ๆ อันอาจมีจากปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดา และอาจารย์ทุกท่านที่กรุณาให้ความช่วยเหลืออย่างดียิ่ง

ประเทศ วิเชษสา

สารบาญ

บทที่		หน้า
1	บทนำ	1
	ภูมิหลัง	1
	ความมุ่งหมายของการวิจัย	3
	ความสำคัญของการวิจัย	3
	ขอบเขตของการวิจัย	3
	นิยามศัพท์เฉพาะ	4
	สมมุติฐานของการวิจัย	4
2	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย	5
	ความหมายของการเรียนด้วยตนเอง	5
	จุดมุ่งหมายของการเรียนด้วยตนเอง	6
	ลักษณะของการเรียนด้วยตนเอง	6
	ประเภทของการเรียนด้วยตนเอง	7
	ประโยชน์ของการจัดการเรียนด้วยตนเอง	8
	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความสำคัญของวิธีวิเคราะห์งานที่มีต่อผลการเรียน	9
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนด้วยตนเอง	11
3	วิธีดำเนินการวิจัย	15
	กลุ่มตัวอย่าง	15
	เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	15
	วิธีดำเนินการทดลอง	17
	วิธีรวบรวมและวิเคราะห์ข้อมูล	17
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	19
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	19

5 สรุป อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ 22
ความมุ่งหมายของการวิจัย 22
สมมุติฐานของการวิจัย 22
วิธีดำเนินการวิจัย 22
สรุปผลการวิจัย 23
อภิปรายผล 23
ข้อเสนอแนะ 25
บรรณานุกรม 26
ภาคผนวก 31

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนน	19
2	ค่าสถิติทดสอบ F แสดงการทดสอบการเท่ากันของความแปรปรวนของคะแนน	20
3	ค่าสถิติทดสอบ t สำหรับทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนน	21
4	แสดงความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	33
5	แสดงค่า p ค่า q และค่า pq ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน .	34
6	แสดงคะแนนจากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลอง	36
7	แสดงคะแนนจากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มควบคุม	37
8	แสดงจำนวนครั้งที่นักเรียนถาม	39

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การจัดการศึกษาในระดับมัธยมศึกษามุ่งให้ผู้เรียนคิดเป็น ทำเป็นและแก้ปัญหาเป็น ดังนั้น การจัดการเรียนการสอนควรจะต้องมีรูปแบบที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีลักษณะดังกล่าว จากอดีตจนถึงปัจจุบันการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาส่วนมากเป็นการสอนแบบบรรยาย วิธีเรียนแบบนี้ผู้สอนมีบทบาทสำคัญในห้องเรียน ผู้เรียนเป็นเพียงผู้รับฟังและจดจำคำบรรยายของผู้สอน ผู้เรียนไม่ค่อยมีโอกาสแสดงความคิดเห็นและตัดสินใจด้วยตนเอง ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนน้อย และถ้าไม่สนใจในการศึกษาค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง จะทำให้ผลการเรียนไม่เป็นไปตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้

นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาควรได้รับการฝึกนิสัยใฝ่รู้ ฝึกให้มีความรับผิดชอบและมีความซื่อสัตย์เพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนระดับสูงต่อไป ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนในระดับมัธยมศึกษาจึงควรมีรูปแบบที่เร้าใจให้ผู้เรียนได้เรียนด้วยตนเอง โดยจัดสื่อและสิ่งแวดล้อมที่เหมาะสมให้กับผู้เรียน ซึ่งทำให้ผู้เรียนเรียนรู้ตามความแตกต่างระหว่างบุคคลและเป็นไปตามความสามารถของตนเอง วัชรี บูรณสิงห์ (วัชรี บูรณสิงห์ 2526 : 417) กล่าวว่า ผู้สอนจะประสบผลสำเร็จได้นั้นจะต้องเป็นผู้ยอมรับในความแตกต่างกันของผู้เรียน โดยการจัดประสบการณ์ที่แตกต่างกันให้กับผู้เรียนที่แตกต่างกันในทุก ๆ ด้าน เช่น เป้าประสงค์ของการเรียนการสอน เนื้อหาสาระ ภาษาที่ใช้ อัตราเร็วในการเรียน หนังสือแบบเรียน สื่อการเรียน การมอบหมายงานตลอดจนการวัดผลและประเมินผล

ผู้วิจัยคิดว่าการเรียนการสอนตามแนวคิดนี้น่าจะส่งเสริมได้โดยครูเป็นผู้จัดประสบการณ์และกิจกรรมให้นักเรียนแต่ละคนทำ เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ ฝึกการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ฝึกให้มีความรับผิดชอบ นักเรียนจะเรียนรู้ได้ช้าหรือเร็วขึ้นอยู่กับความสามารถและสติปัญญาของแต่ละบุคคล

วิธีการที่จะฝึกให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง ตามระดับความสามารถของตนวิธีหนึ่งก็คือ

การให้นักเรียนเรียนจากบทเรียนด้วยตนเอง

จากอบส์และคนอื่น ๆ กล่าวว่า บทเรียนด้วยตนเองนั้นวางอยู่บนรากฐานทางจิตวิทยาการศึกษาที่สำคัญดังนี้

1. จัดวางเนื้อหาตามจุดมุ่งหมายที่จะให้ผู้เรียนเรียนรู้
2. เรียงลำดับเนื้อหาเป็นขั้น ๆ ตามลำดับอย่างมีประสิทธิภาพ
3. เสนอเนื้อหาอย่างมีระเบียบเป็นเรื่อง ๆ ไป
4. นักเรียนได้มีส่วนร่วมเป็นอย่างดีด้วยตนเอง
5. นักเรียนมีโอกาสก้าวไปตามความสามารถและความถนัดของตน
6. ให้รู้ผลการกระทำทันที
7. นักเรียนได้เรียนรู้จากจุดบกพร่องหรือเข้าใจผิดได้ (มานพ ชับดิเรก 2519 : 3 อ้างอิงมาจาก Jacobs and others. n.d.)

สุภา ภุชงคกุล กล่าวถึงหลักในการสอนโดยใช้บทเรียนด้วยตนเองไว้ 3 ประการดังนี้

1. อธิบายบทเรียนและให้นักเรียนตอบคำถามเกี่ยวกับบทเรียนนั้นหลาย ๆ ข้อ
2. มีวิธีทำให้นักเรียนทราบว่าคำตอบของตนถูกหรือผิด
3. ให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง และเวลาเรียนสำหรับบทเรียนหนึ่ง ๆ ขึ้นอยู่กับสติปัญญาและความสามารถของนักเรียนแต่ละคน (สุภา ภุชงคกุล 2515 : 162)

บทเรียนด้วยตนเองมีหลายแบบ อาทิเช่น บทเรียนโปรแกรม บทเรียนโมดูล หน่วยการเรียนการสอน ผู้วิจัยต้องการสร้างบทเรียนด้วยตนเองที่มีรูปแบบที่เร้าความสนใจ และอาศัยหลักการวิเคราะห์เนื้อหา และลำดับขั้นพฤติกรรมการเรียน (Learning hierachies) ของกาเย่ แล้วนำมาจัดเป็นบทเรียนให้สอดคล้องกับพฤติกรรมการเรียนนั้น ในแต่ละบทเรียนจะประกอบด้วยจุดประสงค์ คำแนะนำ คำอธิบาย คำถาม วิธีการ แบบฝึกหัด แบบทดสอบและเฉลย

การเรียนจากบทเรียนด้วยตนเองต้องอาศัยทักษะการอ่าน ผู้เรียนต้องเข้าใจภาษา ศัพท์ และมีพื้นความรู้ในเรื่องที่จะเรียนมาบ้างแล้ว ในฐานะที่ผู้วิจัยเคยสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษามาแล้วผู้วิจัยเห็นว่า เนื้อหาเรื่องสมการและอสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 น่าจะนำมาสร้างเป็นบทเรียนด้วยตนเอง เพราะนักเรียนมีพื้นความรู้จากการเรียนการแก้สมการมาแล้วในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นการเรียนเรื่องการแก้สมการที่เอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนศัทยะ ซึ่งมีความซับซ้อนมากขึ้น โดยเฉพาะการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหานั้น ถ้านำมาวิเคราะห์เป็นส่วนย่อย พร้อมทั้งเรียงลำดับและชี้ให้เห็นความสัมพันธ์ของแต่ละส่วนให้เด่นชัดโดยอาศัยแผนภาพ นักเรียนก็น่าจะเรียนรู้ด้วยตนเองได้ ส่วนเนื้อหาเรื่องอสมการนั้นถึงแม้จะเป็นเรื่องใหม่แต่ก็มีหลักการและวิธีการโดยทั่วไปคล้ายกับสมการ

จากที่กล่าวมา ผู้วิจัยจึงมีความประสงค์ที่จะสร้างบทเรียนด้วยตนเองเรื่องสมการและอสมการสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง

<u>ความมุ่งหมายของการวิจัย</u>

1. เพื่อสร้างบทเรียนด้วยตนเองเรื่องสมการและอสมการสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้วยตนเองเรื่องสมการและอสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากบทเรียนด้วยตนเองที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

<u>ความสำคัญของการวิจัย</u>

1. เป็นการพัฒนาการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน
2. เป็นการฝึกนิสัยใฝ่รู้แก่นักเรียน

<u>ขอบเขตของการวิจัย</u>

1. กลุ่มประชากร

กลุ่มประชากรในการศึกษาครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเมืองกาฬสินธุ์ อำเภอเมือง จังหวัดกาฬสินธุ์

2. กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเมืองกาฬสินธุ์ อำเภอเมือง จังหวัดกาฬสินธุ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2530 จำนวน 2 ห้องเรียนซึ่งได้จากการสุ่มอย่างง่าย

จากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งหมด 8 ห้องเรียน

3. เนื้อหา

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ได้แก่ เรื่องสมการและอสมการ ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง

การทดลองครั้งนี้ใช้เวลาทดลองกลุ่มละ 10 คาบ ๆ ละ 50 นาที เป็นเวลา 3 สัปดาห์

5. ตัวแปร

5.1 ตัวแปรต้น คือ การสอนแบบให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง และการสอนแบบปกติ

5.2 ตัวแปรตาม คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการและอสมการ

นิยามศัพท์เฉพาะ

การเรียนด้วยตนเอง เป็นการเรียนที่ผู้สอนจัดการให้ผู้เรียนเรียนจากบทเรียนด้วยตนเองในเวลาเรียนปกติ

บทเรียน หมายถึง บทเรียนด้วยตนเองเรื่องสมการและอสมการที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

นักเรียน หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2530 โรงเรียนเมืองกาฬสินธุ์ อำเภอเมือง จังหวัดกาฬสินธุ์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คะแนนที่ได้จากการสอบโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการและอสมการที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

สมมุติฐานของการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยตนเอง แตกต่างจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนปกติ

บทที่ 2

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย

แนวคิดทางการศึกษาแผนใหม่เน้นในเรื่องการจัดการศึกษาโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual Differences) ความแตกต่างระหว่างบุคคลนี้อาจมีสาเหตุมาจาก กรรมพันธุ์ สิ่งแวดล้อมทางธรรมชาติ วัฒนธรรม ประสบการณ์ ความสามารถหรือความสนใจ สาเหตุเหล่านี้ย่อมทำให้ผู้เรียนมีความสามารถในการเรียนรู้ต่างกัน ฉะนั้นจึงมีผู้คิดวิธีการเรียนการสอนให้เหมาะสมตามความสามารถของแต่ละบุคคล เรียกการเรียนการสอนแบบนี้ว่า การเรียนการสอนแบบเอกัตบุคคล หรือ การเรียนด้วยตนเอง (Individualized Instruction)

ความหมายของการเรียนด้วยตนเอง

พัชรี พลาวงศ์ (พัชรี พลาวงศ์ 2526 : 83) ได้ให้ความหมายของการเรียนด้วยตนเองไว้ว่า การเรียนด้วยตนเอง หมายถึง วิธีเรียนชนิดหนึ่งที่มีโครงสร้าง มีระบบที่สามารถตอบสนองความต้องการของผู้เรียนได้ การเรียนแบบนี้ผู้เรียนมีอิสระในการเลือกเรียนตามเวลา สถานที่ ระยะเวลาในการเรียนแต่ละบท แต่จะต้องอยู่จำกัดภายใต้โครงสร้างของบทเรียนนั้น ๆ เพราะในแต่ละบทเรียนจะมีวิธีเรียนชี้แนะไว้ในคู่มือ (Study Guide)

นอกจากนี้ เพ็ญสุข ภูศรีกุล (เพ็ญสุข ภูศรีกุล 2528 : 17) ให้ความหมายของการเรียนด้วยตนเองไว้ว่า หมายถึง กิจกรรมการเรียนการสอนซึ่งจัดขึ้นโดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนสามารถกำหนดวัตถุประสงค์ในการเรียนรู้ ตลอดจนวิธีการบรรลุถึงจุดประสงค์ด้วยตนเอง กิจกรรมที่จัดขึ้นมุ่งให้ผู้เรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ ครูจะเป็นเพียงผู้แนะนำและจัดเตรียมอุปกรณ์ตลอดจนสถานที่ให้ศึกษาค้นคว้า การที่นักเรียนได้เรียนและทำงานที่ใจรักก่อให้เกิดแรงกระตุ้นในการเรียน นักเรียนจะค่อย ๆ พัฒนา ปรับปรุงแก้ไขตนเอง สามารถศึกษาค้นคว้าและเรียนด้วยตนเองได้ในที่สุด

โดยทั่วไปแล้วการเรียนด้วยตนเองเป็นการประยุกต์ร่วมกันระหว่างเทคนิคและสื่อการสอนให้สอดคล้องกับความแตกต่างระหว่างบุคคล ตัวอย่างของการจัดการเรียนโดยให้เรียนด้วยตนเอง

เช่น การเรียนการสอนแบบโปรแกรม ชุดการเรียนการสอน การจัดตารางเรียนแบบยืดหยุ่น การเรียนการสอนแบบโมดูล การเรียนการสอนแบบ PSI ซึ่งวิธีเรียนเหล่านี้จะช่วยเสริมประสิทธิภาพของการดำเนินการจัดการเรียนการสอนได้อย่างเต็มที่

จุดมุ่งหมายของการเรียนด้วยตนเอง

กาเย่ และบริกส์ (Gagne and Briggs. 1974 : 185 - 187) ได้กล่าวถึงการเรียนด้วยตนเองว่า เป็นหนทางที่ทำให้การสอนบรรลุจุดมุ่งหมายตามความต้องการ (Needs) และให้สอดคล้องกับบุคลิก (Characteristics) ของผู้เรียนแต่ละคนโดยมีจุดมุ่งหมายสำคัญอยู่ 5 ประการคือ

1. เพื่อเป็นแนวทางในการประเมินทักษะเบื้องต้นของผู้เรียน
2. เพื่อช่วยในการค้นหาจุดเริ่มต้นของผู้เรียนแต่ละคนในการจัดลำดับการเรียนตามจุดมุ่งหมาย
3. ช่วยในการจัดวัสดุและสื่อให้เหมาะสมกับการเรียน
4. เพื่อสะดวกต่อการประเมินผลและส่งเสริมความก้าวหน้าทางการเรียนของนักเรียนแต่ละคน
5. เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเรียนตามอัตราความสามารถของตน

ลักษณะของการเรียนด้วยตนเอง

การเรียนด้วยตนเองนั้น ประกอบด้วยประสบการณ์ในการเรียนที่ออกแบบเฉพาะสำหรับนักเรียนแต่ละคน โดยมีรากฐานจากการวิเคราะห์ความสนใจ และความต้องการของแต่ละคน ประสบการณ์ที่กำหนดนั้นจะถูกควบคุมโดยนักเรียนเอง นักเรียนจะจัดการควบคุมเวลาเองตาม

ความสนใจและความสะดวกสบายของนักเรียน ซึ่งในเรื่องนี้ วัชรี บูรณสิงห์ (วัชรี บูรณสิงห์ 2526 : 417 – 418) ได้สรุปวิธีการจัดการศึกษาให้กับนักเรียนตามความแตกต่างระหว่างบุคคลไว้ว่า

1. จัดแผนการเรียนให้เหมาะสมกับระดับความสามารถและความสนใจของนักเรียน เช่น จัดชั้นเร่งรัดสำหรับนักเรียนที่เรียนเก่ง มีตำราที่ใช้เรียนด้วยตนเอง จัดสอนซ่อมเสริม

2. จัดกิจกรรมการเรียนการสอนในห้องเรียน เพื่อสนองความต้องการของผู้เรียน เช่น การมอบหมายงานตามระดับความสามารถหรือผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

3. ใช้สื่อการสอนให้เหมาะสมตามระดับความสามารถของผู้เรียน

4. การประเมินผลควรกำหนดให้เหมาะสมกับรายวิชาและนักเรียนที่เกี่ยวข้อง

<u>ประเภทของการเรียนด้วยตนเอง</u>

การเรียนด้วยตนเองแบ่งออกได้หลายประเภทตามทัศนะของผู้จัดแบ่ง เช่น กาเย่และบริกส์ (Gagne and Briggs. 1984 : 187) ได้แบ่งประเภทการเรียนด้วยตนเองออกเป็น 5 ประเภทคือ

1. แผนการเรียนแบบอิสระ (Independent Study Plan) เป็นการเรียนที่ครูกับนักเรียนตกลงกันในเรื่องของจุดมุ่งหมายของการเรียน แล้วให้ผู้เรียนศึกษาค้นคว้าให้บรรลุจุดมุ่งหมายด้วยตนเอง

2. ศึกษาด้วยการควบคุมตนเอง (Self-Directed Study) จะมีการตกลงในจุดมุ่งหมายเฉพาะกำหนดเอาไว้ แต่วิธีการศึกษานั้นเป็นเรื่องของนักเรียน ครูอาจแนะการอ่านและวัสดุศึกษาไว้ให้แล้วแต่นักเรียนจะใช้หรือไม่ใช้ก็ได้ หากเขาผ่านการทดสอบก็ถือว่าใช้ได้

3. โปรแกรมผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง (Learner-Centered Programs) เป็นโปรแกรมที่จัดขึ้นกว้าง ๆ แล้วเปิดโอกาสให้ผู้เรียนเลือกเรียน โดยมีวิชาแกน วิชาเสริม และวิชาเลือก

4. เรียนตามความเร็วของตน (Self-pacing) เป็นการเรียนที่ผู้เรียน

เรียนตามอัตราความเร็ว หรือความสามารถของตนเอง มีการกำหนดจุดมุ่งหมายไว้ตลอดจนเกณฑ์ต่าง ๆ เอาไว้ทุกคนเหมือนกัน ต่างกันที่เวลาที่ใช้ในการเรียน

5. การเรียนการสอนที่ผู้เรียนกำหนดเอง (Student-Determined Instruction) นักเรียนเลือกจุดมุ่งหมาย วัสดุศึกษา กำหนดเวลาเอง ทดสอบเองและมีเสรีที่จะทิ้งจุดมุ่งหมายใดก็ได้

<u>ประโยชน์ของการจัดการเรียนด้วยตนเอง</u>

การเรียนด้วยตนเองมีประโยชน์หลายประการ วีระ ไทยพานิช (วีระ ไทยพานิช 2529 : 126) ได้กล่าวถึงประโยชน์หรือลักษณะข้อดีของการเรียนด้วยตนเองไว้ดังนี้

1. นักเรียนสามารถเรียนรู้ตามความสามารถของตน
2. เป็นการคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล
3. นักเรียนมีอิสระมากกว่าการสอนแบบปกติ
4. เป็นการจูงใจนักเรียน และนักเรียนจะชอบบรรยากาศในโรงเรียนมากขึ้น
5. ครูมีเวลาที่จะทำงานกับนักเรียนเป็นรายบุคคลเมื่อนักเรียนต้องการ

นอกจากนี้ ไชยยศ เรืองสุวรรณ (ไชยยศ เรืองสุวรรณ 2526 : 188) ยังได้กล่าวถึงประโยชน์ของการสอนแบบเรียนด้วยตนเองไว้หลายประการดังนี้

1. หลักสูตรหรือรายวิชาถูกจัดไว้อย่างมีระเบียบ
2. ระบบการวัดผลประกอบด้วยเครื่องมือวัดระดับความรู้ที่จะเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
3. เอื้อประโยชน์ให้แก่ผู้เรียนอย่างกว้างขวางตามบุคคลิกภาพของผู้เรียน
4. กระบวนการสอนเหมาะสมกับบุคคลากรในหน่วยงาน

การเรียนการสอนแบบเรียนด้วยตนเองมีส่วนเกื้อหนุนสภาพการเรียนรู้ ทำให้การเรียนรู้ของผู้เรียนแต่ละคนเกิดขึ้นอย่างมีประสิทธิภาพดังนี้

1. ผู้เรียนมีโอกาสร่วมกิจกรรมการเรียนตามความสนใจ
2. ผู้เรียนมีโอกาสได้รับข้อมูลย้อนกลับทันที

3. ผู้เรียนได้รับการเสริมแรงตลอดเวลาในระหว่างการเรียน

4. การเรียนการสอนเป็นไปตามขั้นตอนอย่างเหมาะสม

<u>เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความสำคัญของวิธีวิเคราะห์งานที่มีผลต่อการเรียน</u>

กาเย่ (สุวัฒนา อุทับรัตน์ 2526 : 107 – 108 อ้างอิงมาจาก Gagne. n.d.) ได้ลำดับขั้นของการเรียนรู้ไว้ 8 ขั้นดังนี้

1. Signal Learning เป็นการเรียนรู้ที่ง่ายที่สุด เป็นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนไม่สามารถบังคับพฤติกรรมให้เกิดขึ้นได้ มักเป็นปฏิกริยาสะท้อน

2. Stimulus Response Learning เป็นการเรียนรู้ที่เกิดจากการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้ากับการตอบสนอง ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมแบบรู้ตัว สามารถควบคุมพฤติกรรมได้

3. Chaining เป็นการเรียนรู้ที่เกิดจากการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้ากับการตอบสนองที่ติดต่อกันเป็นลูกโซ่

4. Verbal Association เป็นการเรียนรู้เช่นเดียวกับ Chaining แต่มีภาษาเข้ามาเกี่ยวข้อง

5. Discrimination Learning เป็นการเรียนรู้ที่มองเห็นความแตกต่างของสิ่งเร้าต่าง ๆ

6. Concept Learning คือการจัดประเภทของสิ่งเร้าต่าง ๆ โดยการให้ความหมายของสิ่งนั้น ๆ

7. Principle Learning เป็นการเรียนรู้โดยการจับหลักการกว้าง ๆ ของสิ่งต่าง ๆ

8. Problem Solving เป็นการเรียนรู้ที่จะแก้ปัญหาโดยอาศัยประสบการณ์เดิมต่าง ๆ จากการเรียนรู้ทั้ง 7 ประเภทที่กล่าวมาข้างต้น

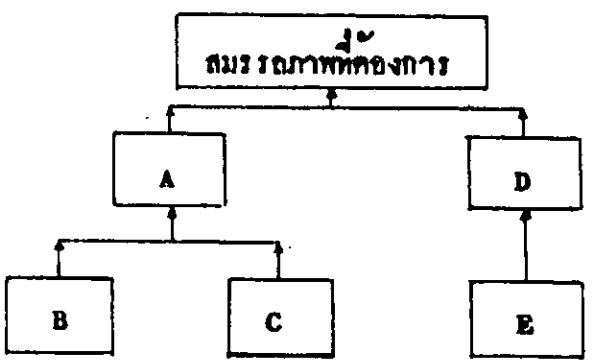
กาเย่ (ลาวัลย์ พลกล้า 2526 : 162 – 163 อ้างอิงมาจาก Gagne. n.d.) เชื่อว่า ผลผลิตปลายทางหรือสิ่งที่นักเรียนเรียนรู้ซึ่งเป็นผลมาจากกระบวนการเรียนมีความสำคัญ เด็กอาจจะเรียนรู้โดยใช้วิธีการใด ๆ ก็ได้ รวมทั้งการเรียนโดยการค้นพบเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ที่

ต้องการ เขาเรียกผลการเรียนรู้ปลายทางว่า สมรรถภาพ (capability) ซึ่งเป็นผลการเรียนเนื้อหาต่าง ๆ การเรียนเพื่อให้เกิดสมรรถภาพที่ปรารถนาครูจะต้องจัดประสบการณ์การเรียนการสอนอย่างเหมาะสม

วิธีการของกาเย่เริ่มจากเมื่อครูกำหนดหัวข้อที่จะเรียนหรือสมรรถภาพที่ต้องการแล้ว สิ่งแรกที่ครูต้องทำคือการวิเคราะห์งาน ว่าประกอบด้วยอะไรบ้าง การวิเคราะห์นี้มี 2 องค์ประกอบ ได้แก่

1. ตัวแปรในการสอน หมายถึง หน้าที่ หรือ องค์ประกอบที่ครูจะต้องทำเพื่อเสนอเนื้อหาใหม่หรือหลักการแก่นักเรียน ซึ่งได้แก่การให้คำจำกัดความของสมรรถภาพที่ต้องการ การเตรียมการ การแนะนำ การคิด

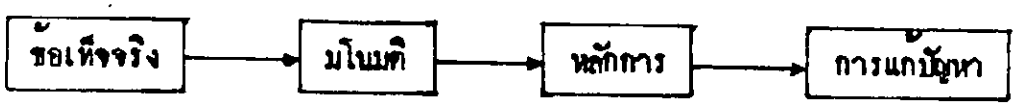
2. ลำดับเนื้อเรื่อง ได้แก่ การจัดลำดับเนื้อหาเพื่อพิจารณาว่าจะสอนเนื้อหาใดก่อนและหลัง การวิเคราะห์เช่นนี้จะทำให้มองเห็นความสัมพันธ์หรือโครงสร้างของสมรรถภาพที่ต้องการว่าประกอบด้วยเนื้อหาย่อยอะไรบ้างและมีลำดับอย่างไร เนื้อหาใดจำเป็นต้องเรียนรู้ก่อนเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนเนื้อหาขั้นต่อไป จากการวิเคราะห์จะเขียนเป็นแผนภูมิได้ดังนี้



จากแผนภูมิการวิเคราะห์สมรรถภาพที่ต้องการ จะเห็นว่านักเรียนทุกคนต้องเรียนเนื้อหา A และD ก่อนที่จะเรียนเนื้อหา A ต้องเรียนเนื้อหา B และ C มาก่อน และก่อนเรียนเนื้อหา D จะต้องเรียนเนื้อหา E มาก่อน การสอนจะเริ่มต้นด้วย B, C, A, E, D หรือ E, D, B, C, A ฯลฯ

ในการสอนครูควรจะทำการสอบนักเรียนเสียก่อนเพื่อให้แน่ใจว่า นักเรียนมีพื้นฐานเพียงพอหรือไม่และควรจะเริ่มต้นสอนนักเรียนแต่ละคนที่ใด การเริ่มควรเริ่มจากจุดที่นักเรียนยังไม่มีความรู้เพียงพอ

ถ้าสมรรถภาพที่ต้องการมีลักษณะเป็นการแก้โจทย์ปัญหาเด็กจะต้องเรียนรู้กฎเกณฑ์หรือข้อเท็จจริงบางประการที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหานั้น เด็กจะต้องก้าวไปตามแนวทางง่าย ๆ ไปสู่ที่สลับซับซ้อน กระบวนการแก้ปัญหาอาจเขียนเป็นแผนภูมิได้ดังภาพข้างล่างนี้



การนำเด็กไปสู่สมรรถภาพที่ต้องการ อาจจะมีหลายขั้นตอนและขึ้นอยู่กับพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน การพิจารณาว่าจะเริ่มที่ขั้นตอนใดก็ขึ้นกับนักเรียนซึ่งมีพื้นฐานต่างกัน และใช้วิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ กัน เด็กบางคนสามารถเรียนโดยการค้นพบ เด็กบางคนอาจต้องใช้วิธีการที่มีโครงสร้างและแนวทางที่ชัดเจน

นอกจากนั้น ลาวัลย์ พลกล้า ยังได้สรุปว่า กาเย่ เรื่องว่าวิธีการใด ๆ มิใช่เรื่องสำคัญตราบเท่าที่สามารถนำนักเรียนเข้าสู่สมรรถภาพที่ต้องการได้ หน้าที่ครูก็คือนำเด็กเข้าสู่งานที่เหมาะสมและต้องให้แน่ใจว่าเด็กมีสมรรถภาพที่ต้องการ

<u>งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนด้วยตนเอง</u>

งานวิจัยที่เกี่ยวกับการเรียนด้วยตนเอง ได้มีผู้สนใจทำการวิจัยกันอย่างกว้างขวาง โดยทำการวิจัยในแง่มุมต่าง ๆ เกี่ยวกับการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ในการเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยตนเอง กับการเรียนปกติ หรือเปรียบเทียบการเรียนด้วยตนเองด้วยสื่อต่าง ๆ กับการเรียนแบบปกติ เช่น เปรียบเทียบการเรียนด้วยตนเองที่เรียนด้วยบทเรียนโปรแกรมหรือบทเรียนสำเร็จรูปด้วยชุดการเรียน ด้วยบทเรียนโมดูล เปรียบเทียบกับการเรียนจากการสอนปกติ รวมทั้งศึกษาตัวแปร

ด้านอื่น ๆ เช่น ทัศนคติ ทักษะการฟัง การอ่าน เป็นต้น เช่นการวิจัยของ เวบบ์ และโฮวาร์ด (Webb and Howard. 1977 :356) ได้ศึกษาผลการเรียนแบบเรียนด้วยตนเอง โดยสุ่มตัวอย่างจากนักเรียนระดับเกรด 6 จาก 52 โรงเรียน ทดลองกับวิชาคณิตศาสตร์และความเข้าใจภาษา ให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง รวมเวลาครึ่งปีการศึกษา พบว่า การเรียนจากแบบเรียนด้วยตนเองได้ผลเป็นที่น่าพอใจของครูและผู้ปกครอง

นอกจากนี้ยังมีการวิจัยเกี่ยวกับการเรียนแบบเรียนด้วยตนเอง ในวิชาคณิตศาสตร์ โดยการเปรียบเทียบการเรียนแบบเรียนด้วยตนเองด้วยบทเรียนโปรแกรม ชุดการเรียน บทเรียนโมดูล กับการเรียนด้วยวิธีสอนแบบปกติ ซึ่งการวิจัยในลักษณะนี้พบว่า มีงานวิจัยที่แสดงให้เห็นว่าการเรียนจากแบบเรียนด้วยตนเอง ด้วยบทเรียนโปรแกรม ด้วยชุดการเรียน ด้วยบทเรียนโมดูล ได้ผลดีกว่าการเรียนด้วยการสอนแบบปกติ อาทิเช่น เสถียร ศิริสถิตย์กุล (เสถียร ศิริสถิตย์กุล 2521 : 36 – 38) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้หน่วยการเรียนการสอนกับการสอนปกติ ผลปรากฏว่า นักศึกษาที่เรียนโดยใช้หน่วยการเรียนการสอนมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่านักศึกษาที่เรียนโดยการสอนปกติอย่างมีนัยสำคัญ นอกจากนั้น มานพ ชัยดิเรก (มานพ ชัยดิเรก 2519 : 43) ได้ทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เซตและความสัมพันธ์ แก่นิสิตชั้นปีที่ 1 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ผลปรากฏว่า นิสิตที่เรียนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านิสิตที่เรียนโดยการสอนปกติอย่างมีนัยสำคัญ ในปีเดียวกันนี้ สุพจน์ ไชยสังข์ (สุพจน์ ไชยสังข์ 2519 : 38) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลการสอนคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นแก่นักศึกษาประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง วิชาเอกคณิตศาสตร์ โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ผลปรากฏว่า นักศึกษาที่เรียนด้วยบทเรียนโปรแกรมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่า นักศึกษาที่เรียนด้วยการสอนปกติอย่างมีนัยสำคัญ นอกจากนี้ เอื้อน ปิ่นเงิน (เอื้อน ปิ่นเงิน 2518 : 34 – 36) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลการสอนคณิตศาสตร์เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องในระดับประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง วิชาเอกคณิตศาสตร์ โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ผลปรากฏว่า นักศึกษาที่เรียนจากบทเรียนโปรแกรมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักศึกษาที่เรียนจากการสอนปกติอย่างมีนัยสำคัญ

นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยในระดับมัธยมศึกษาที่แสดงให้เห็นว่า การเรียนจากแบบเรียนด้วยตนเอง ด้วยบทเรียนโปรแกรม ด้วยชุดการเรียนการสอน ได้ผลดีกว่าการเรียนจากการสอนปกติ อาทิเช่น สุภาลักษณ์ พงษ์สุธรรม (สุภาลักษณ์ พงษ์สุธรรม 2523 : 31 – 35) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เมตริกซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้หน่วยการเรียนการสอนกับการสอนปกติ ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง เมตริกซ์ ของนักเรียนที่เรียนด้วยการเรียนแบบหน่วยการเรียนการสอนสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากการสอนปกติอย่างมีนัยสำคัญ นอกจากนี้ วิวรรธน์ วณิชาภิชาติ (วิวรรธน์ วณิชาภิชาติ 2519 : 21 – 23) ได้ทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เมตริกซ์และดีเทอร์มิแนนท์เบื้องต้นในระดับ ม.ศ.1 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการสอนปกติอย่างมีนัยสำคัญ

งานวิจัยที่แสดงให้เห็นว่า ไม่มีความแตกต่างจากการเรียนด้วยตนเองด้วยบทเรียนโปรแกรม ด้วยชุดการเรียนการสอน ด้วยบทเรียนโมดูล เมื่อเปรียบเทียบกับการสอนปกติ อาทิเช่น วิยดา ศิริเสรีวรรณ (วิยดา ศิริเสรีวรรณ 2518 : 31 – 33) ได้ทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับนักเรียนที่เรียนจากการสอนปกติไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ในปีเดียวกันนี้ ปรีปัดี ฉิมแจ่ม (ปรีปัดี ฉิมแจ่ม 2518 : 22 – 26) ได้ทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ตรรกศาสตร์สัญลักษณ์เบื้องต้นของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนโปรแกรมกับนักเรียนที่เรียนด้วยการสอนปกติไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ สมหวัง หรัพย์เจริญ (สมหวัง หรัพย์เจริญ 2518 : 31 – 34) ได้ทดลองเปรียบเทียบผลการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนโปรแกรมกับนักเรียนที่เรียนโดยการสอนปกติไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ นอกจากนี้ ไพศาล ประทุมชาติ (ไพศาล ประทุมชาติ 2522 : 35 – 38) ได้ศึกษา

ผลการสอนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องการนำเสนอข้อมูล โดยใช้บทเรียนโมดูลกับการสอนปกติ ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยใช้บทเรียนโมดูลกับนักเรียนที่เรียนด้วยการสอนปกติไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ นอกจากนี้ เบญจา โสตรโยม (เบญจา โสตรโยม 2520 : 31 – 34) ได้ทดลองเปรียบเทียบผลการสอนเรื่องสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้หน่วยการเรียนการสอนกับการสอนปกติ ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยใช้หน่วยการเรียนการสอนกับนักเรียนที่เรียกจากการสอนปกติไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ แม้ว่าผลการวิจัยจะไม่แตกต่างกัน แต่ผู้วิจัยสรุปว่านักเรียนที่เรียนด้วยตนเองมีความสนใจและมีทัศนคติที่ดีต่อวิธีการเรียนด้วยตนเองจากสื่อดังกล่าว

จากการประมวลและการวิเคราะห์เอกสาร ตลอดจนงานวิจัยที่ผู้วิจัยค้นคว้าและรวบรวมมานั้น ทำให้ผู้วิจัยได้แนวคิดที่จะเรียนบทเรียนด้วยตนเอง

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มประชากร

กลุ่มประชากรที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเมืองกาฬสินธุ์ อำเภอเมือง จังหวัดกาฬสินธุ์

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2530 โรงเรียนเมืองกาฬสินธุ์ อำเภอเมือง จังหวัดกาฬสินธุ์ จำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งได้จากการสุ่มอย่างง่ายจากนักเรียนทั้งหมด 8 ห้องเรียน แล้วสุ่มเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน กลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 43 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย

1. แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐาน เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความรู้ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมเรื่อง การบวก ลบ คูณและหาร จำนวนศักยะ ทั้งในด้านความหมาย เหตุผลและทักษะในการคิดคำนวณ แบบทดสอบนี้เป็นแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 32 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 50 นาที

2. บทเรียนด้วยตนเอง เป็นบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ตามเนื้อหาเรื่องสมการและอสมการในหลักสูตรวิชา ค 204 คณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งมีวิธีสร้างตามลำดับขั้นต่อไปนี้

2.1 ศึกษาขอบข่ายเนื้อหา เรื่องสมการและอสมการ แล้ววิเคราะห์เนื้อหาออกเป็นเนื้อหาย่อย ๆ จัดเรียงลำดับตามความต่อเนื่องของเนื้อหา แล้วสร้างบทเรียน ซึ่งแต่ละบทเรียนประกอบด้วยสิ่งต่อไปนี้

2.1.1 จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

2.1.2 เนื้อหา

2.1.3 แบบฝึกหัด

2.1.4 แบบทดสอบย่อย

2.1.5 แบบฝึกหัดพิเศษ

2.2 ปรึกษาคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ เพื่อพิจารณาความเหมาะสมของบทเรียน

2.3 นำบทเรียนที่สร้างแล้ว ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนอนุกูลนารี อำเภอเมือง จังหวัดกาฬสินธุ์ และไม่เคยเรียนวิชา ค 204 มาก่อน 8 คน เพื่อปรับปรุงการใช้ภาษา ความเหมาะสมของเนื้อหา และระยะเวลาที่ใช้ในการเรียน

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการและอสมการ เป็นแบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ และแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ การสร้างแบบทดสอบปรนัยมีลำดับขั้นในการสร้างดังนี้

3.1 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการและอสมการ แบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 50 ข้อ โดยสอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

3.2 นำแบบทดสอบไปสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเมืองกาฬสินธุ์ อำเภอเมือง จังหวัดกาฬสินธุ์ จำนวน 149 คน

3.3 วิเคราะห์ข้อสอบรายข้อโดยใช้ข้อมูลจากข้อ 3.2

3.3.1 วิเคราะห์ข้อสอบรายข้อ โดยใช้เทคนิค 27 % กลุ่มสูง กลุ่มต่ำ (ชวาล แพรัตกุล 2520 : 300 – 323)และใช้ตารางสำเร็จรูปของ จุง เตห ฟาน (Fan. 1952 : 1 – 32) เพื่อคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ .20 ถึง .80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป ได้ข้อสอบทั้งหมด 40 ข้อ

3.3.2 หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตร KR-20 ของ คูเดอร์ ริชาร์ดสัน (Thorndike and Hagen. 1979:185)ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบฉบับนี้เท่ากับ .91 (ดูในภาคผนวก)

3.3.3 หาความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของแบบทดสอบ ได้ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดของแบบทดสอบฉบับนี้เท่ากับ 3.02 (ดูในภาคผนวก)

วิธีดำเนินการทดลอง

1. ผู้วิจัยทดสอบความรู้พื้นฐานของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผู้ที่สอบได้ 75 % ขึ้นไปถือว่ามีความรู้เพียงพอที่จะเรียนจากบทเรียนด้วยตนเอง ผู้ที่สอบได้ต่ำกว่า 75 % ผู้วิจัยสอนซ่อมเสริมแล้วทดสอบจนทุกคนผ่านเกณฑ์

2. ผู้วิจัยสอนกลุ่มทดลองโดยให้นักเรียนเรียนด้วยตนเองจากบทเรียนด้วยตนเองที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลา 10 คาบ ๆ ละ 50 นาที ตามแผนการสอนเป็นเวลา 3 สัปดาห์ (ดูในภาคผนวก)

3. อาจารย์หมวดวิชาคณิตศาสตร์โรงเรียนเมืองกาฬสินธุ์ หนึ่งท่านเป็นผู้สอนกลุ่มควบคุม เรื่องสมการและอสมการ โดยใช้วิธีสอนปกติซึ่งผู้สอนสามารถเลือกใช้วิธีสอน วัสดุอุปกรณ์ใด ๆ ก็ได้ ใช้เวลา 10 คาบ ๆ ละ 50 นาที เป็นเวลา 3 สัปดาห์

4. เมื่อเสร็จสิ้นการทดลองแล้วทดสอบกลุ่มตัวอย่างทั้งสอง โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการและอสมการที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลา 50 นาที

วิธีการรวบรวมและการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการรวบรวมและวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. ผู้วิจัยตรวจกระดาษคำตอบของกลุ่มตัวอย่างทั้งสอง โดยให้คะแนนดังนี้

1.1 คำตอบจากแบบทดสอบปรนัย ข้อที่ตอบถูกได้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิดได้ 0 คะแนน

1.2 คำตอบจากแบบทดสอบอัตนัย ถ้านักเรียนแสดงวิธีทำถูกและคำตอบถูกได้ 5 คะแนน ถ้านักเรียนแสดงวิธีทำถูกแต่คำตอบผิดได้ 3 คะแนน ถ้านักเรียนแสดงวิธีทำไม่ถูกแม้ว่าจะตอบถูกได้ 0 คะแนน

2. หาค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนแต่ละกลุ่ม

3. เปรียบเทียบความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองโดยใช้ t-test ก่อนเปรียบเทียบความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทดสอบความแตกต่างของความแปรปรวนของคะแนนของกลุ่มตัวอย่างทั้งสอง

3.1 ถ้าความแปรปรวนของคะแนนไม่แตกต่างกัน คำนวณสถิติทดสอบจากสูตร

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\left\{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right\}}}$$

$$d_f = n_1 + n_2 - 2$$ (Thorndike and Hagen. 1979 : 417)

3.2 ถ้าความแปรปรวนของคะแนนแตกต่างกัน คำนวณสถิติทดสอบจากสูตร

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

$$d_f = \frac{\left[(S_1^2/n_1) + (S_2^2/n_2)\right]^2}{\frac{(S_1/n_1)^2}{n_1 - 1} + \frac{(S_2/n_2)^2}{n_2 - 1}}$$

(Thorndike and Hagen. 1979 : 420)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ได้แก่ คะแนนที่ได้จากการทดสอบกลุ่มทดลองจำนวน 43 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 43 คน ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการและอสมการซึ่งเป็นแบบปรนัยจำนวน 40 ข้อ และแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ ดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลตามขั้นตอนดังนี้

1. ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ได้ผลดังในตาราง 1

ตาราง 1 ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนน

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\bar{X}$	S^2
กลุ่มทดลอง	43	29.35	40.18
กลุ่มควบคุม	43	25.86	39.60

2. ทดสอบการเท่ากันของค่าความแปรปรวนของคะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ได้ผลดังในตาราง 2

ตาราง 2 ค่าสถิติทดสอบ F สำหรับทดสอบการเท่ากันของค่าความแปรปรวนของคะแนน

กลุ่มตัวอย่าง	N	S^2	F
กลุ่มทดลอง	43	40.18	1.01
กลุ่มควบคุม	43	39.60	

$$F^{U}_{.05\ (42\ ,\ 42)} = 1.67$$

$$F^{L}_{.95\ (42\ ,\ 42)} = 0.598$$

จากตาราง 2 จะเห็นว่า $0.598 < 1.01 < 1.67$ แสดงว่าค่าความแปรปรวนของคะแนนกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05

ห้องสมุดมหาวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

3. ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้สถิติทดสอบ t (ดูการคำนวณในภาคผนวก) ได้ผลดังในตาราง 3

ตาราง 3 ค่าสถิติทดสอบ t สำหรับทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนน

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\bar{X}$	S^2	t
กลุ่มทดลอง	43	29.35	40.18	2.56*
กลุ่มควบคุม	43	25.86	39.60	

$$t_{.025\ ,\ 84} = 1.99$$

จากตาราง 3 จะเห็นว่า 2.56 > 1.99 แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยตนเองและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

เนื่องจากค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลองมากกว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม ดังนั้นเราสามารถกล่าวได้ว่านักเรียนที่เรียนด้วยตนเอง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนปกติ

178356

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างบทเรียนด้วยตนเองเรื่องสมการและอสมการสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้วยตนเองเรื่องสมการและอสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

สมมุติฐานของการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยตนเอง แตกต่างจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนปกติ

วิธีดำเนินการวิจัย

1. กลุ่มประชากร กลุ่มประชากรที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเมืองกาฬสินธุ์ อำเภอเมือง จังหวัดกาฬสินธุ์

2. กลุ่มตัวอย่าง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2530 โรงเรียนเมืองกาฬสินธุ์ อำเภอเมือง จังหวัดกาฬสินธุ์ จำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งได้จากการสุ่มอย่างง่ายจากนักเรียนทั้งหมด 8 ห้องเรียน แล้วสุ่มเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน กลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 43 คน

3. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

3.1 แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความรู้ของนักเรียนกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองก่อนเรียน

3.2 บทเรียนด้วยตนเองเรื่องสมการและอสมการที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้สอนกลุ่มทดลอง

3.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการและอสมการเป็นแบบปรนัย

40 ข้อ และแบบอัตนัย 2 ข้อ

4. วิธีดำเนินการทดลอง

4.1 ทดสอบวัดความรู้พื้นฐานของกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองโดยใช้แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลา 50 นาที

4.2 ผู้วิจัยสอนกลุ่มทดลองโดยให้นักเรียนเรียนด้วยตนเองจากบทเรียนด้วยตนเองที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลา 10 คาบ ๆ ละ 50 นาที เป็นเวลา 3 สัปดาห์

4.2 อาจารย์หมวดคณิตศาสตร์โรงเรียนเมืองกาฬสินธุ์หนึ่งท่านเป็นผู้สอนกลุ่มควบคุมเรื่องสมการและอสมการ โดยใช้วิธีสอนปกติซึ่งผู้สอนสามารถเลือกใช้วิธีสอน วัสดุอุปกรณ์ใด ๆ ก็ได้ ใช้เวลา 10 คาบ ๆ ละ 50 นาที เป็นเวลา 3 สัปดาห์

4.4 ทดสอบกลุ่มตัวอย่างทั้งสองโดยใช้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมการและอสมการ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลา 50 นาที

<u>สรุปผลการวิจัย</u>

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยตนเองและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

เนื่องจากค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มทดลองมากกว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มควบคุม ดังนั้นเราสามารถกล่าวได้ว่านักเรียนที่เรียนด้วยตนเองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนปกติ

<u>อภิปรายผล</u>

จากการทดลองสอนเรื่องสมการและอสมการ โดยให้นักเรียนเรียนด้วยตนเองจากบทเรียนด้วยตนเองที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนของนักเรียนในกลุ่มทดลองสูงกว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนของนักเรียนในกลุ่มควบคุม ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

1. การเรียนด้วยตนเอง เป็นวิธีเรียนที่ต่างจากวิธีที่นักเรียนเคยเรียนตามปกติ ฉะนั้น

นักเรียนส่วนมากจึงมีความสนใจและกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น

2. การแบ่งเนื้อหาในบทเรียนเป็นหัวข้อย่อย ทั้งจัดเรียงลำดับเนื้อหาตามวิธีวิเคราะห์เนื้อหา มีผลทำให้นักเรียนเกิดมโนมติและเข้าใจในเนื้อหาทีละหัวข้อย่อยตามลำดับ

3. บทเรียนที่นักเรียนใช้เรียนด้วยตนเองนี้ พิมพ์ตัวอักษรโตกว่าและเว้นระยะระหว่างบรรทัดห่างกว่าตำราเรียนทั่วไป ทั้งมีแผนภาพ แผนภูมิ การ์ตูนและข้อความที่ให้กำลังใจ ลักษณะดังกล่าวมานี้ช่วยให้นักเรียนสนใจติดตามบทเรียนต่อไป

4. ก่อนที่จะเริ่มเรียน ผู้วิจัยได้ชี้แจงเพื่อให้นักเรียนตระหนักถึงความสำคัญและประโยชน์ของการเรียนด้วยตนเอง การเรียนนี้เปิดโอกาสให้นักเรียนใช้ความสามารถในการคิด แก้ปัญหา และได้เรียนตามความสามารถของตน ถ้านักเรียนไม่เข้าใจก็ย้อนกลับไปอ่านใหม่ได้โดยไม่ต้องรบกวนเพื่อนหรือผู้สอน

5. นักเรียนสนใจทำแบบฝึกหัด เพราะเป็นแบบฝึกหัดที่เติมคำตอบทำให้นักเรียนทำได้สะดวกและรวดเร็ว เมื่อนักเรียนทำผิดผู้วิจัยได้อธิบายข้อผิดพลาดจนนักเรียนเข้าใจและทำได้ถูกต้อง

6. ในแต่ละบทเรียนมีแบบทดสอบย่อย ทำให้นักเรียนสามารถประเมินผลการเรียนของตนเองได้ และแก้ไขข้อบกพร่องของตนเองได้ก่อนที่จะเรียนบทเรียนต่อไป

จากการสังเกตของผู้วิจัย ในระหว่างการทดลองพบว่า

1. ในแต่ละคาบมีนักเรียนเรียนไม่ทันตามกำหนดเวลาประมาณคาบละ 3 – 5 คน จากการศึกษาประวัติการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนเหล่านี้พบว่า เป็นนักเรียนที่มีผลการเรียนค่อนข้างต่ำ

2. เมื่อนักเรียนเริ่มเรียนบทเรียนที่ 1 มีนักเรียนถาม 9 คน 21 คำถาม แต่จำนวนนักเรียนที่ถามและจำนวนคำถามลดน้อยลงเมื่อเรียนบทเรียนต่อไป แสดงให้เห็นว่านักเรียนคุ้นเคยกับวิธีการเรียนด้วยตนเอง บทเรียนที่มีนักเรียนถามมากที่สุดคือบทเรียนที่ 3 มีนักเรียนถาม 29 คน และถาม 59 คำถาม ทั้งนี้อาจเป็นเพราะเนื้อหาในบทเรียนที่ 3 คือเรื่องโจทย์สมการซึ่งนักเรียนมีปัญหาเกี่ยวกับการหาประโยคภาษาที่แสดงการเท่ากันจากโจทย์ ส่วนบทเรียนที่นักเรียนถามน้อยที่สุดคือบทเรียนที่ 5 เรื่องคำตอบของอสมการและกราฟแสดงคำตอบ ซึ่งมีคนถาม 2 คน จำนวน 3 คำถาม ทั้งนี้อาจเป็นเพราะเนื้อหาในบทเรียนนี้คล้ายกับเนื้อหาในบทเรียนที่ 1 ซึ่งมีผลทำให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเองได้

โดยไม่ต้องถามครู นอกจากนี้มีนักเรียนที่เรียนโดยไม่ถามจำนวน 14 คน คิดเป็นร้อยละ 32.56 เมื่อศึกษาประวัติการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มนี้พบว่า เป็นนักเรียนที่มีผลการเรียนดี

3. จากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและจำนวนครั้งที่ถาม พอสรุปได้ว่า นักเรียนที่ไม่ถามคำถามหรือถามน้อยครั้ง จะมีผลการเรียนค่อนข้างดีและนักเรียนที่ถามบ่อยครั้งส่วนมากจะได้คะแนนต่ำ แต่ก็มีนักเรียนที่ไม่ถามเลยและได้คะแนนต่ำกว่าร้อยละ 60 จำนวน 3 คน และนักเรียนที่ถามเกิน 10 ครั้ง ได้คะแนนสูงกว่าร้อยละ 60 จำนวน 3 คน

จากการสังเกตในการทดลองพอจะสรุปได้ว่า บทเรียนด้วยตนเองนั้นเหมาะที่จะใช้กับเนื้อหาบางเรื่อง และใช้กับนักเรียนบางกลุ่มที่เรียนค่อนข้างดี มีความพร้อมในการเรียน และควรใช้สลับกับวิธีสอนแบบอื่น นอกจากนั้นอาจใช้สอนซ่อมเสริม

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรฝึกให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง จากบทเรียนด้วยตนเองในบางเรื่องสลับกับการสอนปกติ

1.2 ในการเลือกเนื้อหาที่จะนำมาสร้างบทเรียนด้วยตนเอง ควรจะเป็นเนื้อหาที่ไม่ใช่เรื่องใหม่และไม่ซับซ้อนเกินไป

1.3 การสร้างบทเรียนด้วยตนเอง ควรอาศัยความคิดจากผู้สอนที่มีประสบการณ์และทำงานเป็นกลุ่มและมีการติดตามผลของการใช้บทเรียนเพื่อปรับปรุงอยู่เสมอ

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

2.1 ควรมีการวิจัยเรื่องนี้ซ้ำอีก โดยใช้กลุ่มตัวอย่างจำนวนมากขึ้น

2.2 ควรทำการวิจัยว่าองค์ประกอบอะไรบ้างที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง

2.3 ควรสำรวจเจตคติของนักเรียนที่มีต่อการเรียนด้วยตนเอง

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

ชวาล แพรัตกุล เทคนิคการเขียนข้อสอบ โรงพิมพ์พิทักษ์อักษร 2520, 407 หน้า

ไชยยศ เรืองสุวรรณ เทคโนโลยีทางการศึกษา : หลักการและแนวปฏิบัติ บริษัท สำนักพิมพ์วัฒนาพานิช จำกัด 2526, 301 หน้า

เบ็ญจา โสตรโยม การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนสมการเชิงเส้นตรงหนึ่งตัวแปรโดยใช้หน่วยการเรียนการสอนกับการสอนปกติ ปริญญานิพนธ์ กศ.ม.มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2520, 136 หน้า อัดสำเนา

ปรีดี ฉิมแจ่ม การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง ตรรกศาสตร์สัญลักษณ์เบื้องต้นในระดับชั้น ม.ศ.1 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ปริญญานิพนธ์ กศ.ม.มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2518, 97 หน้า อัดสำเนา

พัชรี พลาวงศ์ "การเรียนด้วยตนเอง" วารสารรามคำแหง 9 (ฉบับพิเศษ"พัฒนาบุคลากร") 82 – 91, กันยายน 2526

ไพศาล ประทุมชาติ การศึกษาเปรียบเทียบผลการสอนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องการนำเสนอข้อมูล โดยใช้บทเรียนโมดูลกับการสอนปกติ ปริญญานิพนธ์ กศ.ม.มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2522, 171 หน้า อัดสำเนา

มานพ ชัยศิเรก การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง เซ็ตและความสัมพันธ์แก่นิสิตชั้นปีที่ 1 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ปริญญานิพนธ์ กศ.ม.มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2519, 62 หน้า อัดสำเนา

ลาวัลย์ พลกล้า "การจัดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์" เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ เล่ม 2 หน่วยที่ 9 มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช 2526, 561 หน้า

วัชรี บูรณสิงห์ "การสอนคณิตศาสตร์ตามความแตกต่างระหว่างบุคคล" เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ เล่ม 2 หน่วยที่ 13 มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช 2526, 561 หน้า

วิยดา ศิริเสรีวรรณ การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2518, 40 หน้า อัดสำเนา

วิวรรธน์ วณิชาภิชาติ การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนคณิตศาสตร์เรื่องเมตริกซ์และดีเทอร์มินนท์ เบื้องต้น ในระดับ ม.ศ.1 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2519, 81 หน้า อัดสำเนา

วีระ ไทยพานิช 57 วิธีสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ 2529, 165 หน้า

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คู่มือการสอนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว 2529, 406 หน้า

_____ แบบเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว 2529, 406 หน้า

สนิท ไกรสินชุ "การสอนเด็กโดยแบ่งกลุ่มตามความสามารถ" วิทยาสาร 24(46) : 32–33, ธันวาคม 2516

สมหวัง หรัพย์เจริญ การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องเซ็ตในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ปริญญานิพนธ์ กศ.ม.มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2518, 96 หน้า อัดสำเนา

สุพจน์ ไชยสังข์ การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นแก่นักศึกษาประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง เอกคณิตศาสตร์ โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ปริญญานิพนธ์ กศ.ม.มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2519, 92 หน้า อัดสำเนา

สุภา ภุชงคกุล "Programmed Instruction" ประมวลบทความเกี่ยวกับนวกรรมและเทคโนโลยีทางการศึกษา โรงพิมพ์คุรุสภา 2515, 242 หน้า

สุภาลักษณ์ พงษ์สุธรรม การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องเมตริกซ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้การเรียนแบบหน่วยการเรียนการสอนกับการสอนปกติ ปริญญานิพนธ์ กศ.ม.มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2523, 198 หน้า อัดสำเนา

สุวัฒนา อุทับรัตน์ "สมรรถภาพของครูคณิตศาสตร์" เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ เล่ม 1 หน่วยที่ 3 มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช 2526, 340 หน้า

เสถียร ศิริสถิตย์กุล การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันโดยใช้หน่วยการเรียนการสอนกับการสอนปกติ ปริญญานิพนธ์ กศ.ม.มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2521, 231 หน้า อัดสำเนา

อรพินท์ เจียระพงษ์ วิธีทางสถิติ : การทดสอบสมมติฐาน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2525, 187 หน้า

เอื้อน ปิ่นเงิน การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ลิมิต และความต่อเนื่องในระดับชั้น ป.กศ.สูง วิชาเอกคณิตศาสตร์ โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ปริญญานิพนธ์ กศ.ม.มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2518, 31 หน้า อัดสำเนา

Asbley, John P. Principles of Intermediate Algebra. Encino, A division of Benzinger Gruce & Clencoe, Inc., 1977 : 438 p.

Beattie, Ian David. "The Effects of Subplementary Programmed Instruction in Mathematics on the Mathematical Attitudes and Abilities of Prospective Teachers," Dissertation Abstracts International. 3343-A, February, 1970.

Conroy, David E. "The Effects of Age and Sex upon a Comparison between Achievement Gains in Programmed Instruction and Conventional Instruction in Remedial Algebra I at Northern Verginia Community College," Dissertation Abstracts International. 32 : 5102-A, March, 1972.

Dolciani, Mary P. and others. Modern School Mathematics Algebra I. New York, Houghton Mifflin Company, 1967. 650 p.

Fan, Chung-teh. Item Analysis Table. Princeton, New Jersey, Educational Testing Service, 1952. 32 p.

Fleming, Frank J. Algebra. New York, Harcourt, Brace & World Inc., 1969. 492 p.

Gagne, Robert M. and Leslie J. Briggs. Principle of Instructional Design. New York, Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1974. 270 p.

Garstens, Helen L. and Jackson Stanley B. Mathematics for Elementary School Teachers. New York, The Macmillan Company, 1967. 500 p.

Hurst, Joseph B. "Competency-Bassed Learning Modules in Elementary Teacher Training : A Comparison of Individualized and Group Instruction for Propling-Inquiry Teaching," Dissertation Abstracts International. 34 : 1752-A October, 1973.

Johnson, Donovan A. The New Mathematics in our School. New York, The Macmillan Company, 1966. 192 p.

Thorndike, Robert Ladd. and Hagen, Elizabeth P. Measurement and Evaluation in Psychology and Education. 4th ed., New Delhi, Wiley Eastern, 1979. 643 p.

Webber, G.C. and Brown, John A. Basic Concept of Mathematics. Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1963. 328 p.

Webb, L. Leon, and Worard, Theresa E. "Individualized Learning : An Achievable Goal for All," Educational Leadership. 34 : 356-360, February, 1977.

Willoughby, Stephen S. Contemporary Teaching in Secondary Math.. New York, John Wiley & Son Inc., 1967. 21 p.

Wooton and Droogan. Intermediate Algebra. alternated ed. Belmont, Wadsworth Publishing Co. Inc., 1968. 336 p.

Wyant, Linsley. and Stakkestad, James. Intermediate Algebra. Menlo Park, Cummings Publishing Company, 1971. 406 p.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
การวิเคราะห์ข้อมูล

ตาราง 4 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ข้อ	p	r	ข้อ	p	r
1	.39	.44	21	.51	.52
2	.73	.26	22	.46	.69
3	.41	.63	23	.38	.30
4	.50	.44	24	.40	.49
5	.47	.23	25	.45	.44
6	.55	.49	26	.47	.35
7	.54	.51	27	.68	.53
8	.48	.72	28	.39	.37
9	.70	.56	29	.54	.45
10	.45	.72	30	.49	.56
11	.49	.56	31	.58	.74
12	.54	.49	32	.47	.67
13	.59	.68	33	.60	.70
14	.48	.58	34	.46	.61
15	.52	.21	35	.49	.42
16	.44	.51	36	.32	.47
17	.31	.39	37	.36	.26
18	.55	.65	38	.56	.84
19	.60	.61	39	.54	.49
20	.66	.58	40	.29	.20

ตาราง 5 แสดงค่า p ค่า q และค่า pq ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ข้อ	p	q	pq	ข้อ	p	q	pq
1	.59	.41	.24	21	.51	.49	.25
2	.73	.27	.20	22	.46	.54	.25
3	.41	.59	.24	23	.38	.62	.23
4	.62	.38	.23	24	.41	.59	.24
5	.46	.54	.25	25	.57	.43	.24
6	.55	.45	.25	26	.59	.41	.24
7	.53	.47	.25	27	.69	.31	.21
8	.48	.52	.25	28	.39	.61	.24
9	.69	.31	.21	29	.55	.45	.25
10	.45	.55	.25	30	.51	.49	.25
11	.51	.49	.25	31	.58	.42	.24
12	.55	.45	.25	32	.48	.52	.25
13	.59	.41	.24	33	.60	.40	.24
14	.48	.52	.25	34	.46	.54	.25
15	.52	.48	.25	35	.49	.51	.25
16	.44	.56	.25	36	.32	.68	.22
17	.31	.69	.21	37	.36	.64	.23
18	.60	.40	.24	38	.56	.44	.25
19	.60	.40	.24	39	.55	.45	.25
20	.66	.34	.22	40	.29	.71	.21

$\Sigma pq = 9.56$

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1}\left\{1 - \frac{\sum pq}{S_x^2}\right\}$$

$$= \frac{149}{148}\left\{1 - \frac{9.56}{(10.03)^2}\right\}$$

$$= \frac{149}{148}(0.9049)$$

$$= 0.9110$$

$$\approx 0.91$$

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง สมการและอสมการ ฉบับนี้มีค่าเท่ากับ 0.91

ตาราง 6 แสดงคะแนนจากการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลอง

เลขที่	คะแนน	เลขที่	คะแนน
1	26	23	36
2	33	24	40
3	36	25	22
4	31	26	21
5	33	27	31
6	36	28	25
7	32	29	24
8	31	30	24
9	30	31	36
10	24	32	29
11	32	33	36
12	40	34	41
13	18	35	17
14	25	36	37
15	25	37	27
16	42	38	33
17	23	39	34
18	29	40	24
19	28	41	28
20	30	42	23
21	23	43	33
22	26		

เลขที่ หมายถึง เลขที่ตามบัญชีเรียกชื่อของโรงเรียน

คะแนน หมายถึง คะแนนที่ได้จากการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ตาราง 7 แสดงคะแนนจากการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มควบคุม

เลขที่	คะแนน	เลขที่	คะแนน
1	35	23	28
2	28	24	22
3	21	25	24
4	28	26	23
5	24	27	30
6	18	28	21
7	18	29	24
8	29	30	32
9	31	31	18
10	22	32	22
11	21	33	27
12	29	34	40
13	38	35	38
14	28	36	38
15	22	37	23
16	26	38	23
17	17	39	23
18	15	40	29
19	25	41	16
20	24	42	33
21	27	43	21
22	19		

เลขที่ หมายถึง เลขที่ตามบัญชีเรียกชื่อของโรงเรียน

คะแนน หมายถึง คะแนนที่ได้จากการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ค่าสถิติทดสอบ t สำหรับเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\left\{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right\}}}$$

$$= \frac{29.35 - 25.86}{\sqrt{\frac{42(40.18) + 42(39.60)}{43 + 43 - 2}\left\{\frac{1}{43} + \frac{1}{43}\right\}}}$$

$$= \frac{3.49}{1.36}$$

$$= 2.56$$

$$t_{.025\ ,\ 84} = 1.99$$

จะเห็นว่า 2.56 > 1.99 แสดงว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ตาราง 8 จำนวนครั้งที่นักเรียนถาม

เลขที่	บทที่ 1 1 คาบ	บทที่ 2 4 คาบ	บทที่ 3 1 คาบ	บทที่ 4 1 คาบ	บทที่ 5 1 คาบ	บทที่ 6 1 คาบ	บทที่ 7 1 คาบ	รวม	คะแนนสอบ
1	-	3	1	-	-	-	-	4	26
2	-	-	-	-	-	-	-	-	33
3	-	-	-	-	-	-	-	-	36
4	-	1	1	-	-	-	-	2	31
5	-	-	-	-	-	-	-	-	33
6	-	-	-	-	-	-	-	-	36
7	-	2	1	-	-	-	-	3	32
8	-	4	1	-	-	1	1	7	31
9	-	2	2	1	-	1	1	7	30
10	1	2	3	1	-	1	-	8	24
11	-	3	1	-	-	-	-	4	32
12	-	-	-	-	-	-	-	-	40
13	2	2	1	-	-	-	-	5	18
14	-	2	1	-	-	-	-	3	25
15	-	2	1	1	-	-	-	4	25
16	-	-	-	-	-	-	-	-	42
17	-	3	2	-	-	-	-	5	23
18	-	4	1	-	-	-	-	5	29
19	-	3	1	-	-	-	-	4	28
20	-	2	2	-	-	1	1	6	30
21	-	2	1	1	1	-	-	5	23
22	1	4	2	-	-	-	-	7	26
23	-	-	-	-	-	-	-	-	36
24	-	-	-	-	-	-	-	-	40
25	-	6	3	-	-	2	1	12	22
26	-	2	2	-	-	-	-	4	21
27	2	7	3	-	-	-	-	12	31
28	2	4	3	-	-	-	-	9	25

ตาราง 8 (ต่อ)

เลขที่	บทที่ 1 1 คาบ	บทที่ 2 4 คาบ	บทที่ 3 1 คาบ	บทที่ 4 1 คาบ	บทที่ 5 1 คาบ	บทที่ 6 1 คาบ	บทที่ 7 1 คาบ	รวม	คะแนนสอบ
29	1	4	3	-	-	-	-	8	24
30	-	-	-	-	-	-	-	-	24
31	-	4	1	-	-	-	-	5	36
32	-	-	-	-	-	-	-	-	29
33	-	-	-	-	-	-	-	-	36
34	-	-	-	-	-	-	-	-	41
35	3	8	4	1	2	2	2	22	17
36	3	6	4	1	-	2	2	18	37
37	-	-	-	-	-	-	-	-	27
38	-	-	-	-	-	-	-	-	33
39	-	6	3	1	-	2	1	13	34
40	3	5	3	1	-	-	-	12	24
41	-	5	3	-	-	-	-	8	28
42	3	6	2	-	-	-	-	11	23
43	-	3	3	-	-	-	-	6	33
รวม	21	107	59	8	3	12	9	219	

เลขที่ หมายถึง เลขที่ตามบัญชีเรียกชื่อของโรงเรียน

คะแนนสอบ หมายถึงคะแนนที่ได้จากการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ภาคผนวก ข

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

เรื่อง สมการและอสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒

คำชี้แจง

๑. แบบทดสอบฉบับนี้ มี ๒ ตอน ตอนที่ ๑ เป็นแบบปรนัยแบบเลือกตอบ ๔๐ ข้อ ตอนที่ ๒ เป็นแบบแสดงวิธีทำ มี ๒ ข้อ เวลา ๖๐ นาที

๒. ตอนที่ ๑ คำถามแต่ละข้อให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกที่สุด เพียงคำตอบเดียว จาก ก , ข , ค หรือ ง แล้วขีดเส้นหนา ๆ ที่ตรงกับตัวอักษรนั้นในกระดาษคำตอบ ดังตัวอย่างการตอบข้อ ข ดังนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
๐๐				

ถ้านักเรียนขีดตอบ แต่ต้องการเปลี่ยนคำตอบใหม่ ก็ให้กากบาทที่บรอยเดิมก่อน ให้ชัดเจน แล้วจึงขีดคำตอบใหม่ ตัวอย่างการเปลี่ยนคำตอบใหม่ จากข้อ ข ไปเป็นข้อ ง. ดังนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
๐๐				

๓. ตอนที่ ๒ ให้นักเรียนทำในกระดาษคำตอบที่แจกให้

๔. ถ้าพบข้อใดยากให้ข้ามไปทำข้ออื่นก่อน เมื่อมีเวลาเหลือจึงค่อยย้อนกลับมาทำข้อที่ข้ามไปใหม่

๕. จงระวังขีดคำตอบให้ตรงกับคำถามเสมอ

๖. ห้ามขีดเขียนข้อความใด ๆ ลงในแบบทดสอบ

ขอให้โชคดีกับการทำข้อสอบ

ตอนที่ ๑

๑. " จำนวนที่มากกว่า x อยู่ ๑ คือ ๒๕ " เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไร

ก. $x > 25 + 1$

ข. $x + 1 > 25$

ค. $x + 1 = 25$

ง. $x + 1 < 25$

๒. $2x - 4 = 5$ เขียนเป็นประโยคภาษาได้อย่างไร

ก. สองเท่าของจำนวนหนึ่งมากกว่า ๔ อยู่ ๕

ข. สองอท่าของจำนวนหนึ่งหักออก ๕ เหลือ ๔

ค. สองเท่าของจำนวนหนึ่งน้อยกว่า ๔ อยู่ ๕

ง. สองเท่าของจำนวนหนึ่งลบด้วย ๔ เหลือ ๕

๓. ข้อใดไม่ใช่สมการ

ก. จำนวนหนึ่งน้อยกว่า ๑๐ อยู่ ๓

ข. จำนวนหนึ่งลบด้วย ๒ ยังมากกว่า ๑๐

ค. เจ็ดมากกว่าจำนวนหนึ่งอยู่ ๕

ง. สองเท่าของจำนวนหนึ่งมากกว่า ๑ อยู่ ๔

๔. ถ้า $A = 3.x$ และ $3.x = B$ แล้ว $A = B$ เป็นไปตามคุณสมบัติข้อใด

ก. คุณสมบัติสมมาตร

ข. คุณสมบัติการคูณ

ค. คุณสมบัติถ่ายทอด

ง. คุณสมบัติการสลับที่

๕. ถ้า $a = b$ แล้ว $a + 1 = b + 1$ เป็นไปตามคุณสมบัติข้อใด

ก. คุณสมบัติสมมาตร

ข. คุณสมบัติการบวก

ค. คุณสมบัติถ่ายทอด

ง. คุณสมบัติการสลับที่

๖. ให้ $x = a$ ดังนั้น $7 - x$ เท่ากับข้อใด

ก. $x - 7$

ข. $a - 7$

ค. $7 - a$

ง. $-(a + 7)$

๗. ถ้า $x - 2 = 1$ แล้ว

$x - 2 + 2 = 1 + \ldots\ldots$

ก. ๑

ข. ๒

ค. −๒

ง. ๓

๘. คำตอบของสมการ $-\frac{3x}{5} = 6$ คือข้อใด

ก. − ๑๐

ข. ๑๐

ค. −๓๐

ง. ๓๐

๙. คำตอบของสมการ $x + 1 = 3$ คือข้อใด

ก. − ๒

ข. ๒

ค. − ๔

ง. ๔

๑๐. คำตอบของสมการ $x - 1 = 3$ ตรงกับคำตอบของสมการในข้อใด

ก. $-x = 4$

ข. $\frac{x}{2} = -2$

ค. $x + 1 = 3$

ง. $x + 1 = 5$

๑๑. คำตอบของสมการ $\frac{x}{4} - 3 = 1$ คือข้อใด

ก. − ๔

ข. − ๑๖

ค. ๑๖

ง. ๔

๑๒. คำตอบของสมการ $\frac{x + 5}{2} = 10$ คือข้อใด

ก. ๒๐

ข. ๑๕

ค. − ๒๐

ง. − ๑๕

๑๓. ข้อใดเป็นคำตอบของสมการ

$\frac{2y}{5} + 10 = 0$

ก. − ๒๕

ข. ๒๕

ค. $-\frac{๒๕}{๒}$

ง. $\frac{๒๕}{๒}$

๑๔. ข้อใดเป็นคำตอบของสมการ

$5t + 4 - 9t = 0$

ก. ๑

ข. − ๑

ค. ๔

ง. − ๔

๑๕. คำตอบของสมการ $\frac{1}{3}(x + 2) = \frac{5}{2}$ คือข้อใด

ก. $-๑\frac{๑}{๒}$

ข. $๕\frac{๑}{๒}$

ค. $๙\frac{๑}{๒}$

ง. $๒\frac{๑}{๒}$

๑๖. คำตอบของสมการ $4y + 2(y + 1) = -10$ คือข้อใด

ก. -๒

ข. ๒

ค. $\frac{๑๑}{๖}$

ง. $-\frac{๑๑}{๖}$

๑๗. คำตอบของสมการ $12 + 3(x-2) = 0$ คือข้อใด

ก. ๔

ข. ๒

ค. -๔

ง. -๒

๑๘. คำตอบของสมการ $3x - 2 = x + 4$ คือข้อใด

ก. ๖

ข. -๖

ค. ๓

ง. -๓

๑๙. คำตอบของสมการ $\frac{3x + 1}{2} = 2$ คือข้อใด

ก. -๑

ข. ๑

ค. -๓

ง. ๓

๒๐. ถ้านำ ๒ ไปบวกกับสี่เท่าของอายุของสุดา จะได้ ๒๖ สมการหาอายุของสุดา คือข้อใด

ก. $4x - 26 = 2$

ข. $4x - 2 = 26$

ค. $4x + 2 = 26$

ง. $4x = 26 + 2$

๒๑. อีก ๕ ปีแดงจะมีอายุเป็นครึ่งหนึ่งของอายุของดำ ปัจจุบันดำอายุ ๑๕ ปี สมการหาอายุของแดง คือข้อใด

ก. $x + 5 = \frac{15}{2}$

ข. $x - 5 = \frac{15}{2}$

ค. $x + \frac{15}{2} = 5$

ง. $2(x-5) = 15$

๒๒. ถ้านำ ๒ ไปบวกกับสามเท่าของอายุของสุนทร จะได้ ๔๒ ปี ปัจจุบันสุนทรอายุกี่ปี

ก. ๔๖

ข. ๔๔

ค. ๓๑

ง. ๓๐

๒๓. ครูมีสมุดจำนวนหนึ่งแจกให้นักเรียนสามในสี่ของสมุดที่มีอยู่ ปรากฏว่าเหลือสมุด ๒๐ เล่ม เดิมครูมีสมุดกี่เล่ม

ก. ๔๐

ข. ๖๐

ค. ๘๐

ง. ๑๒๐

๒๔. ข้อใดแทนประโยคที่ว่า " หนึ่งในสามของ x ไม่น้อยกว่า ๙ "

ก. $\frac{x}{3} > 9$

ข. $\frac{x}{3} \leq 9$

ค. $\frac{x}{3} \neq 9$

ง. $\frac{x}{3} \geq 9$

๒๕. "ฉันมีเงินไม่เกิน ๓๐ บาท " เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไร

ก. $x < 30$

ข. $x > 30$

ค. $x \leq 30$

ง. $x \geq 30$

๒๖. " ครึ่งหนึ่งของจำนวนที่น้อยกว่า x อยู่ ๓ มีค่าไม่น้อยกว่า ๑๐ " เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไร

ก. $\frac{1}{2}(x - 3) \geq 10$

ข. $\frac{1}{2}(x - 3) \leq 10$

ค. $\frac{1}{2}x - 3 \geq 10$

ง. $\frac{1}{2}x - 3 \leq 10$

๒๗. $x - 1 < 5$ เปลี่ยนเป็นประโยคภาษาได้อย่างไร

ก. จำนวนหนึ่งลบด้วย ๑ มีค่าไม่เกิน ๕

ข. จำนวนหนึ่งลบด้วย ๑ มีค่าน้อยกว่า ๕

ค. จำนวนหนึ่งลบด้วย ๑ มีค่าไม่น้อยกว่า ๕

ง. จำนวนหนึ่งลบด้วย ๑ มีค่าเป็น ๕

๒๘. $2(x+1) \geq 9$ เปลี่ยนเป็นประโยคภาษาได้อย่างไร

ก. สองเท่าของจำนวนหนึ่งบวกหนึ่งมีค่าไม่น้อยกว่า ๙

ข. สองเท่าของจำนวนหนึ่งบวกหนึ่งมีค่ามากกว่า ๙

ค. สองเท่าของผลบวกของจำนวนหนึ่งและ ๑ มากกว่า ๙

ง. สองเท่าของผลบวกของจำนวนหนึ่งและ ๑ ไม่น้อยกว่า ๙

๒๙. ข้อใดเป็นอสมการ

ก. จำนวนหนึ่งน้อยกว่า ๓ อยู่ ๑๐

ข. ผลบวกของจำนวนหนึ่งและ ๕ ไม่เกิน ๑๕

ค. เจ็ดมากกว่าจำนวนหนึ่งอยู่ ๕

ง. จำนวนที่น้อยกว่า x อยู่ ๑ คือ ๖

๓๐. ข้อใดถูกต้อง

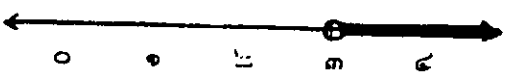
ก. ผลต่างของ a และ ๘ เขียนได้ $a - 8$ เพียงกรณีเดียวเท่านั้น

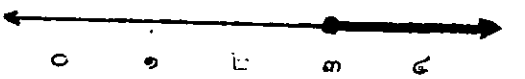
ข. ประโยคสัญลักษณ์ที่ต้องมีตัวแปรเสมอ

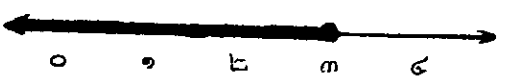
ค. $7x + 21$ เป็นสมการ

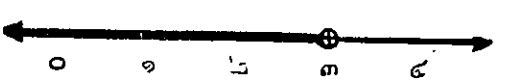
ง. $8m > 1$

๓๑. ข้อใดเป็นกราฟแสดงจำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า ๓

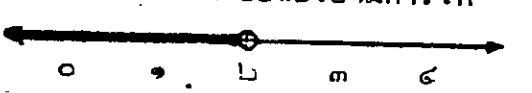
ก. 

ข. 

ค. 

ง. 

๓๒. กราฟต่อไปนี้แสดงคำตอบของอสมการใด



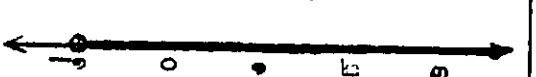
ก. $x < 2$

ข. $x \leq 2$

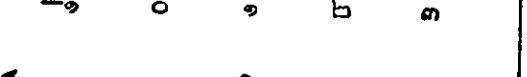
ค. $x > 2$

ง. $x \geq 2$

๓๓. กราฟแสดงคำตอบของอสมการ $5 + x > 6$ คือข้อใด

ก. 

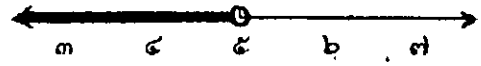
ข.

ค. 

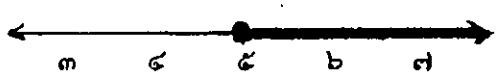
ง.

๓๔. ข้อใดเป็นกราฟแสดงคำตอบของ

$x - 3 \leq 2$

ก. 

ข.

ค. 

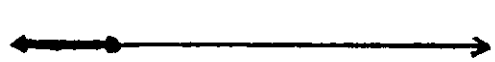
ง.

๓๕. กราฟแสดงคำตอบของอสมการ

$x - \frac{5}{3} \geq 0$ คือข้อใด

ก.

ข.

ค. 

ง.

๓๖. คำตอบของอสมการ $x - \frac{1}{5} \leq 1$ คือข้อใด

ก. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า $\frac{6}{5}$

ข. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า $\frac{7}{5}$

ค. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ $\frac{6}{5}$

ง. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ $\frac{7}{5}$

๓๗. ถ้า $-10 < x + 3$ แล้ว x มีค่าตรงกับข้อใด

ก. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า -๑๓

ข. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า ๑๓

ค. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า -๗

ง. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า ๗

๓๘. คำตอบของอสมการ $x - 3 > 1$ คือข้อใด

ก. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ ๔

ข. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ ๒

ค. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า ๔

ง. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า ๒

๓๙. ซื้อส้มมาจำนวนหนึ่งหลังจากรับประทานไป ๓ ผล เหลือส้มไม่ถึง ๒๐ ผล อสมการหาคำตอบ คือข้อใด

ก. $x + 3 < 20$

ข. $x - 3 < 20$

ค. $x + 3 \leq 20$

ง. $x - 3 \leq 20$

๔๐. แดงมีเงินจำนวนหนึ่งหลังจากซื้อแบบเรียน ๑๐๕ บาท เหลือเงินไม่เกิน ๔๐ บาท แดงมีเงินเท่าไร

ก. อย่างน้อยที่สุด ๑๐๖ บาท

ข. อย่างมากที่สุด ๑๔๕ บาท

ค. น้อยกว่าหรือเท่ากับ ๑๔๕ บาท

ง. ถูกทุกข้อ

ตอนที่ ๒

คำสั่ง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำในกระดาษคำตอบ

๑. จงแก้สมการ $24 + 3(x - 1) = 0$

๒. จงแก้อสมการ $x + 5 \geq 14$ พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบ

ภาคผนวก ค
แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐาน

แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานทางการเรียนคณิตศาสตร์

เรื่อง การบวก ลบ คูณและหารจำนวน**ศัพท์** ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีคำถามทั้งหมด 32 ข้อ เวลา 50 นาที นักเรียนควรรีบทำโดยเร็วให้ครบทุกข้อ

2. คำถามทั้งหมดเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวจาก ก, ข, ค, หรือ ง ที่ให้ไว้ เมื่อเลือกคำตอบใดก็ให้ทึบเส้นหนาๆจนเต็มช่องเล็กๆที่ตรงกับอักษรนั้นในกระดาษคำตอบ ดังตัวอย่างการตอบข้อ ข ดังนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
00		■		

ถ้านักเรียนทึบคำตอบแล้ว แต่ต้องการจะเปลี่ยนคำตอบใหม่ ก็ให้ยางลบหรือยอดินสอเดิมก่อนให้ชัดเจน แล้วจึงค่อยทึบคำตอบใหม่ ตัวอย่างการเปลี่ยนคำตอบใหม่จากข้อ ข เป็นข้อ ง ดังนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
00		⊠		■

3. ถ้าพบข้อใดยากให้เว้นไปทำข้ออื่นก่อน เมื่อมีเวลาเหลือจึงค่อยย้อนกลับมาทำข้อที่เว้นไว้

4. จงระวังทึบคำตอบให้ตรงกับคำถามเสมอ

5. ห้ามขีดเขียนข้อความใดๆลงในแบบทดสอบ

แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐาน

๑. -๗ อ่านว่าอย่างไร

ก. จำนวนตรงข้ามของ -๗

ข. จำนวนตรงข้ามของ ๗

ค. จำนวนตรงข้ามของจำนวนบวก

ง. จำนวนตรงข้ามของจำนวนคู่

๒. $-(-๕)$ อ่านว่าอย่างไร

ก. จำนวนตรงข้ามของจำนวนลบ

ข. จำนวนตรงข้ามของ $-(-๕)$

ค. จำนวนตรงข้ามของ ๕

ง. จำนวนตรงข้ามของ -๕

๓. จำนวนตรงข้ามของ ๕ คือจำนวนใด

ก. -๕

ข. $-(-๕)$

ค. ๕

ง. จำนวนที่อยู่คนละข้างของ ๕

๔. จำนวนตรงข้ามของ -๕ คือจำนวนใด

ก. -๕

ข. ๕

ค. จำนวนคู่

ง. จำนวนบวก

๕. -๑๕ เป็นจำนวนตรงข้ามของจำนวนใด

ก. -๑๕

ข. ๑๕

ค. จำนวนบวก

ง. จำนวนคู่

๖. $-(-๑๐)$ มีค่าเท่าไร

ก. จำนวนลบ

ข. จำนวนบวก

ค. -๑๐

ง. ๑๐

๗. $-(-a)$ มีค่าเท่าไร

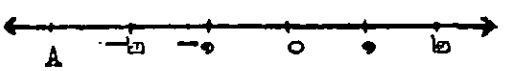
ก. a

ข. $-a$

ค. จำนวนบวก

ง. จำนวนลบ

๘.



จำนวนตรงข้ามของ A คือข้อใด

ก. ๒

ข. ๓

ค. -๒

ง. -๓

๙. ผลลัพธ์ของ ๕ + (−๕) คือข้อใด

ก. −๑๐

ข. ๐

ค. ๑๐

ง. มีผลลัพธ์เป็นจำนวนลบ

๑๐. (−๘) + (−๑๒) มีค่าเท่าไร

ก. ๔

ข. −๔

ค. ๒๐

ง. −๒๐

๑๑. ถ้า (−๔) + (−๕) = x แล้ว x เท่ากับข้อใด

ก. −๙

ข. −๑

ค. ๑

ง. ๙

๑๒. ถ้า (−๑) + q = −๑ แล้ว q มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. −๑

ข. ๕

ค. −๓

ง. ๓

๑๓. ถ้า □ + (−๒๑) = ๙ แล้ว □ เท่ากับจำนวนใด

ก. −๓๐

ข. −๑๒

ค. ๑๒

ง. ๓๐

๑๔. ถ้า □ + ๗ = −๑๓ แล้ว □ เท่ากับจำนวนใด

ก. ๒๐

ข. −๒๐

ค. ๖

ง. −๖

๑๕. ๖ − ๒ มีความหมายตรงกับข้อใด

ก. ๒ − ๖

ข. ๖ − (−๒)

ค. ๖ + (−๒)

ง. −๖ + ๒

๑๖. ๕ − ๓ มีความหมายตรงกับข้อใด

ก. ๓ − ๕

ข. ๕ + (−๓)

ค. ๕ − (−๓)

ง. −๕ + ๓

๑๗. ๓ − ๑๕ มีผลลัพธ์เท่ากับข้อใด

ก. ๓ + (−๑๕)

ข. ๓ + (−๓ + − ๑๒)

ค. (๓ + (−๓)) + (−๑๒)

ง. ถูกทั้ง ก, ข และ ค

๑๘. ๙ − (−๑๒) มีผลลัพธ์เท่ากับข้อใด

ก. ๙ + −(−๑๒)

ข. ๙ + ๑๒

ค. ๒๑

ง. ถูกทั้ง ก, ข และ ค

๑๙. −๕ − ๒๐ มีผลลัพธ์เท่ากับข้อใด

ก. −๑๕

ข. ๑๕

ค. −๒๕

ง. ๒๕

๒๐. −๖ − (−๑๓) มีผลลัพธ์เท่ากับข้อใด

ก. −๑๙

ข. ๑๙

ค. −๗

ง. ๗

๒๑. ๒(๓ + ๒) หมายถึงข้อใด

ก. สองเท่าของสามรวมกับสอง

ข. สองเท่าของสองรวมกับสาม

ค. สองเท่าของผลต่างของสามและสอง

ง. สองเท่าของผลบวกของสามและสอง

๒๒. $\frac{๑}{๒}$ (๑๐ + ๓)หมายถึงข้อใด

ก. ครึ่งหนึ่งของผลบวกของ ๑๐ และ ๓

ข. ครึ่งหนึ่งของ ๑๐ รวมกับ ๓

ค. หนึ่งในสองของ ๑๐ รวมกับ ๓

ง. หนึ่งในสองของ ๓ รวมกับ ๑๐

๒๓. $\frac{๑}{๓}$(๑๕ − ๖) หมายถึงข้อใด

ก. หนึ่งในสามของ ๑๕ ลบด้วย ๖

ข. หนึ่งในสามของ ๖ ลบด้วย ๑๕

ค. หนึ่งในสามของผลบวกของ ๑๕ และ −๖

ง. หนึ่งในสามของผลบวกของ−๑๕ และ ๖

๒๔. $\frac{๒}{๓}$ (๕ + ๘) หมายถึงข้อใด

ก. สองในสามของ ๕ รวมกับ ๘

ข. สองในสามของ ๘ รวมกับ ๕

ค. สองในสามของผลต่างของ ๘ และ ๕

ง. สองในสามของผลบวกของ ๕ และ ๘

๒๕. $\frac{๓}{๕}$((๖x ๕) + ๑๒) หมายถึงข้อใด

ก. สามในห้าของผลบวกของผลคูณของ ๖ กับ ๕ และ ๑๒

ข. สามในห้าของผลคูณของ ๖ กับ ๕ รวมกับ ๑๒

ค. สามในห้าของ ๑๒ รวมกับผลคูณของ ๖ กับ ๕

ง. สามในห้าของผลคูณของ ๖ กับ ๑๒ รวมกับ ๕

๒๖. (๖x ๓)x (−๔) เท่ากับจำนวนใด

ก. − ((๖ x๓)x (−๔))

ข. − (๖ x๓x ๔)

ค. −(−๖) x(๓x ๔)

ง. − (๖ x(−๓))x (๕)

๒๗. ถ้า a = −4, b = −7 และ c = 5 แล้ว −a − (b.c) มีค่าเท่าไร

ก. −๓๑

ข. ๓๑

ค. −๓๔

ง. ๓๔

๒๘. ถ้า a,b เป็นจำนวนใด ๆ ซึ่ง ab < 0 แล้ว a , b เป็นจำนวนชนิดใด

ก. a จะต้องเป็นจำนวนลบเสมอ

ข. a จะต้องเป็นจำนวนบวกเสมอ

ค. a เป็นจำนวนลบและ b เป็นจำนวนลบ

ง. a เป็นจำนวนบวกและ b เป็นจำนวนลบ

๒๙. จาก ตัวหาร x ผลหาร = ตัวตั้ง ถ้า −๓ เป็นตัวหาร ผลหารคือ ๑๕ ตัวตั้งคือข้อใด

ก. −๕

ข. ๕

ค. −๔๕

ง. ๔๕

๓๐. ถ้า a = −2 ,b = 5, c = 6 , d = −4 แล้ว ((a.b) + c) ÷ d มีค่าเท่าใด

ก. ๑

ข. ๔

ค. −๑

ง. −๔

๓๑. ถ้า $y = \frac{x+2}{x+1}$ แล้ว x จะต้องไม่เท่ากับจำนวนใด

ก. ๐

ข. −๑

ค. ๒

ง. −๒

๓๒. ข้อใดเป็นเท็จ

ก. จำนวนบวกหารจำนวนบวกได้จำนวนบวก

ข. จำนวนบวกคูณจำนวนลบได้จำนวนลบ

ค. จำนวนบวกหารจำนวนลบได้จำนวนบวก

ง. จำนวนลบคูณจำนวนลบได้จำนวนบวก

ภาคผนวก ง

แผนการสอนรายคาบเรียน

คาบที่ 1

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้วนักเรียนมีความสามารถดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์
2. เปลี่ยนประโยคสัญลักษณ์เป็นประโยคภาษา
3. บอกได้ว่าจำนวนใดที่กำหนดให้เป็นคำตอบของสมการที่กำหนดให้
4. จำแนกได้ว่าตัวใดในสมการ เป็นตัวแปร ตัวคงที่ สัมประสิทธิ์ของตัวแปร

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูแจกบทเรียนด้วยตนเองบทที่ 1 เรื่องประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์ ให้นักเรียนทุกคน
2. นักเรียนเรียนด้วยตนเองจากบทเรียนที่ครูแจกให้
3. ครูจดบันทึกเวลาที่นักเรียนแต่ละคนใช้ในการเรียนบทเรียน จำนวนครั้งที่นักเรียนถามและเรื่องที่นักเรียนถาม
4. เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนแล้ว ครูทดสอบนักเรียนโดยใช้แบบทดสอบย่อยประจำบทเรียนที่ 1 ถ้านักเรียนผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ถือว่านักเรียนผ่านบทเรียนที่ 1 ได้
5. ถ้านักเรียนไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ให้นักเรียนคนนั้นไปเรียนจากบทเรียนใหม่อีกครั้งแล้วทำการสอบอีกจนนักเรียนผ่านเกณฑ์
6. ครูอธิบายข้อที่ผิดให้นักเรียนแต่ละคนที่ถาม

การประเมินผล

สอบโดยใช้แบบทดสอบย่อยประจำบทเรียนที่ 1

สื่อการสอน

บทเรียนด้วยตนเองบทที่ 1

คาบที่ 2 – 5

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้วนักเรียนมีความสามารถดังนี้

1. ใช้คุณสมบัติของการเท่ากันแก้สมการได้
2. แก้สมการที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องและรวดเร็ว

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูแจกบทเรียนด้วยตนเองบทที่ 2 เรื่องการแก้สมการ ให้นักเรียนทุกคน
2. นักเรียนเรียนด้วยตนเองจากบทเรียนที่ครูแจกให้ทั้งหมด 4 คาบเรียน โดยแต่ละคาบจะมีข่วงบอกการหมดคาบเรียนไว้ในบทเรียนเป็นตัวการ์ตูน
3. ครูจดบันทึกเวลาที่นักเรียนใช้เรียนแต่ละคาบ จำนวนครั้งที่นักเรียนถามและเรื่องที่นักเรียนถาม
4. เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนแล้ว ครูทดสอบนักเรียนโดยใช้แบบทดสอบย่อยประจำบทเรียนที่ 2 ถ้านักเรียนสอบผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ถือว่านักเรียนผ่านบทเรียนที่ 2 ได้
5. ถ้านักเรียนสอบไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ให้นักเรียนไปเรียนจากบทเรียนอีกครั้งแล้วทำการสอบจนนักเรียนผ่านเกณฑ์
6. ครูอธิบายข้อที่ผิดให้นักเรียนแต่ละคนที่ถาม

การประเมินผล

สอบโดยใช้แบบทดสอบย่อยประจำบทเรียนที่ 2

สื่อการสอน

บทเรียนด้วยตนเองบทที่ 2

คาบที่ 6

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้วนักเรียนมีความสามารถดังนี้

1. สร้างสมการจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้
2. หาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้อง

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูแจกบทเรียนด้วยตนเองบทที่ 3 เรื่องโจทย์สมการ ให้นักเรียนทุกคน
2. นักเรียนเรียนด้วยตนเองจากบทเรียนที่ครูแจกให้
3. ครูจดบันทึกเวลาที่นักเรียนใช้ในการเรียน จำนวนครั้งที่นักเรียนถาม และเรื่องที่นักเรียนถาม
4. เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนแล้ว ครูทดสอบความรู้นักเรียนโดยใช้แบบทดสอบย่อยประจำบทเรียนที่ 3 ถ้านักเรียนสอบผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ถือว่านักเรียนผ่านบทเรียนที่ 3 ได้
5. ถ้านักเรียนสอบไม่ผ่านเกณฑ์ ให้นักเรียนไปเรียนจากบทเรียนใหม่แล้วสอบอีกจนนักเรียนผ่านเกณฑ์
6. ครูอธิบายข้อที่ผิดให้นักเรียนแต่ละคนที่ถาม

การประเมินผล

สอบโดยใช้แบบทดสอบย่อยประจำบทเรียน

สื่อการสอน

บทเรียนด้วยตนเองบทที่ 3

คาบที่ 7

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้วนักเรียนมีความสามารถดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์
2. เปลี่ยนประโยคสัญลักษณ์เป็นประโยคภาษา

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูแจกบทเรียนบทที่ 4 เรื่อง ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์(อสมการ) ให้นักเรียนทุกคน
2. นักเรียนเรียนด้วยตนเองจากบทเรียนที่ครูแจกให้
3. ครูจดบันทึกเวลาที่นักเรียนใช้เรียน จำนวนครั้งที่นักเรียนถามและเรื่องที่นักเรียนถาม
4. เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนแล้ว ครูทดสอบความรู้นักเรียนโดยใช้แบบทดสอบย่อยประจำบทเรียนที่ 4 ถ้านักเรียนผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ถือว่านักเรียนผ่านบทเรียนที่ 4
5. ถ้านักเรียนสอบไม่ผ่านเกณฑ์ให้นักเรียนไปเรียนจากบทเรียนอีกครั้งแล้วสอบอีกจนผ่านเกณฑ์
6. ครูอธิบายข้อที่ผิดให้นักเรียนแต่ละคนที่ถาม

การประเมินผล

สอบโดยใช้แบบทดสอบย่อยประจำบทเรียนที่ 4

สื่อการสอน

บทเรียนด้วยตนเองบทที่ 4

ตอนที่ 8

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้วนักเรียนมีความสามารถดังนี้

1. บอกได้ว่าจำนวนใดที่กำหนดให้เป็นคำตอบของอสมการที่กำหนดให้
2. หาคำตอบบางคำตอบของอสมการได้โดยการลองแทนค่าตัวแปร
3. เขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูแจกบทเรียนด้วยตนเองบทที่ 5 เรื่องคำตอบของอสมการและกราฟแสดงคำตอบให้นักเรียนทุกคน
2. นักเรียนเรียนด้วยตนเองจากบทเรียนที่ครูแจกให้
3. ครูจดบันทึกเวลาที่นักเรียนแต่ละคนใช้ในการเรียน จำนวนครั้งที่นักเรียนถามและเรื่องที่นักเรียนถาม
4. เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนแล้ว ครูทดสอบความรู้ของนักเรียนโดยใช้แบบทดสอบย่อยประจำบทเรียนที่ 5 ถ้านักเรียนสอบผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ถือว่านักเรียนผ่านบทเรียนที่ 5 ได้
5. ถ้านักเรียนสอบไม่ผ่านเกณฑ์ ให้นักเรียนไปเรียนจากบทเรียนใหม่อีกครั้งแล้วสอบจนผ่านเกณฑ์
6. ครูอธิบายข้อที่ผิดให้นักเรียนแต่ละคนที่ถาม

การประเมินผล

สอบโดยใช้แบบทดสอบย่อยประจำบทเรียนที่ 5

สื่อการสอน

บทเรียนด้วยตนเองบทที่ 5

คาบที่ 9

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้วนักเรียนมีความสามารถดังนี้

1. บอกได้ว่า
   1.1 ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$
   1.2 ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c > b + c$
2. แก้อสมการที่อยู่ในรูป $x + a < b$, $x + a > b$, $x + a \leq b$ $x + a \geq b$ และ $x + a \neq b$ ได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูแจกบทเรียนด้วยตนเองบทที่ 6 เรื่อง การแก้อสมการ ให้นักเรียนทุกคน
2. นักเรียนเรียนด้วยตนเองจากบทเรียนที่ครูแจกให้
3. ครูจดบันทึกเวลาที่นักเรียนแต่ละคนใช้ในการเรียน จำนวนครั้งที่นักเรียนถามและเรื่องที่นักเรียนถาม
4. เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนแล้วครูทดสอบความรู้ของนักเรียนด้วยแบบทดสอบย่อยประจำบทเรียนที่ 6 ถ้านักเรียนสอบผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ถือว่านักเรียนผ่านบทที่ 6 ได้
5. ถ้านักเรียนสอบไม่ผ่านเกณฑ์ให้นักเรียนไปเรียนจากบทเรียนอีกครั้งแล้วสอบจนผ่านเกณฑ์
6. ครูอธิบายข้อที่ผิดให้นักเรียนแต่ละคนที่ถาม

การประเมินผล

สอบโดยใช้แบบทดสอบย่อยประจำบทเรียนที่ 6

สื่อการสอน

บทเรียนด้วยตนเองบทที่ 6

คาบที่ 10

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้วนักเรียนมีความสามารถดังนี้

1. สร้างอสมการจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้
2. หาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้อย่างถูกต้อง

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูแจกบทเรียนด้วยตนเองบทที่ 7 เรื่อง โจทย์อสมการ ให้นักเรียนทุกคน
2. นักเรียนเรียนด้วยตนเองจากบทเรียนที่ครูแจกให้
3. ครูจดบันทึกเวลาที่นักเรียนแต่ละคนใช้ในการเรียน จำนวนครั้งที่นักเรียนถามและเรื่องที่นักเรียนถาม
4. เมื่อนักเรียนเรียนจบแล้ว ครูทดสอบความรู้นักเรียนโดยใช้แบบทดสอบย่อยประจำบทเรียนที่ 7 ถ้านักเรียนสอบผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ถือว่านักเรียนผ่านบทเรียนที่ 7
5. ถ้านักเรียนสอบไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนด ให้นักเรียนไปศึกษาบทเรียนอีกครั้งแล้วสอบอีกจนผ่านเกณฑ์
6. ครูอธิบายข้อที่ผิดให้นักเรียนแต่ละคนที่ถาม

การประเมินผล

สอบโดยใช้แบบทดสอบย่อยประจำบทเรียนที่ 7

สื่อการสอน

บทเรียนด้วยตนเองบทที่ 7

ภาคผนวก ข
บทเรียนด้วยตนเอง

คำชี้แจงในการใช้บทเรียนด้วยตนเอง

บทเรียนที่นักเรียนจะได้เรียนต่อไปนี้ เรียกว่า บทเรียนด้วยตนเอง มีลักษณะคล้ายกับบทเรียนโดยทั่วไป แต่มีลักษณะพิเศษคือ มีจุดประสงค์ เนื้อเรื่อง แบบฝึกหัด คำแนะนำ คำสั่ง คำอธิบาย พร้อมทั้งเฉลย นักเรียนต้องเรียนด้วยตนเองโดยอาศัยการอ่านและปฏิบัติตามคำสั่ง และคำแนะนำในบทเรียน นักเรียนคงตระหนักดีว่าถ้าเราทำอะไรและประสบผลสำเร็จแล้วเราจะเกิดความภูมิใจ เกิดความมั่นใจ โดยเฉพาะการเรียนแล้วเราจะจดจำเรื่องนั้น ๆ ได้นาน ดังนั้นการเรียนด้วยตนเองครั้งนี้นักเรียนควรพยายามใช้ความสามารถของตนเองอย่างเต็มที่ที่จะเรียนจากบทเรียน ไม่พยายามที่จะถามเพื่อนหรือเปิดดูเฉลยก่อนเรียนจากบทเรียน เพื่อความภูมิใจและยังเป็นการท้าทายความสามารถของนักเรียนเอง

จุดประสงค์ที่ให้นักเรียนเรียนด้วยตนเองครั้งนี้ เพื่อเป็นการทดสอบว่านักเรียนสามารถเรียนด้วยตนเองจากบทเรียนที่ให้ไว้หรือไม่เพียงใด และยังเป็นการฝึกให้นักเรียนได้รู้จักวิธีการเรียนในอนาคตที่นักเรียนจะก้าวไปถึง เพราะต่อไปนักเรียนต้องเรียนด้วยตนเองจาก แบบเรียนหรือตำรามากกว่าที่นักเรียนได้เรียนจากห้องเรียน

ขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องปฏิบัติมีดังนี้

1. เมื่อนักเรียนได้รับบทเรียนแล้วนักเรียนต้องตรวจดูว่า นักเรียนได้รับบทเรียนครบหรือไม่ ในแต่ละบทเรียนประกอบด้วย จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ตัวบทเรียน เฉลย แบบทดสอบย่อยประจำบทเรียน

2. นักเรียนต้องเรียนบทเรียนนั้นด้วยตนเอง โดยปฏิบัติตามคำแนะนำและคำสั่งในแต่ละตอนของบทเรียน นักเรียนสามารถเติมข้อความหรือเครื่องหมายใด ๆ ลงในบทเรียนได้ บทเรียนนี้นักเรียนเก็บไว้ได้เลย

3. เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนแล้ว หมายถึงทำแบบฝึกหัดท้ายบทเสร็จเรียบร้อย นักเรียนสามารถตรวจคำตอบจากเฉลยที่ให้ไว้ในตอนท้ายของแต่ละบทเรียนตามคำแนะนำของการ์ตูน และอย่าลืมว่าบทเรียนแต่ละตอนใช้เวลาในการเรียน 50 นาทีเท่านั้น

4. อนุญาตให้นักเรียนถามได้ เฉพาะกรณีที่มีปัญหาจริง ๆ เท่านั้นเพราะถือว่าเป็นวิธีการเรียน

ที่นักเรียนต้องเรียนบทเรียนที่ให้ไว้ด้วยตนเอง

5. ในบทเรียนที่ 2 นักเรียนจะใช้เวลา 4 คาบเรียนแต่ละตอนจะมีการสรุปบอกการหมดคาบการดูเฉลยนักเรียนก็สามารถดูได้ในตอนท้ายบทเรียนเหมือนบทเรียนที่ 1 ส่วนบทเรียนอื่น ๆ ใช้เวลาในการเรียน 50 นาที

6. เมื่อนักเรียนคิดว่าตนเองมีความสามารถเพียงพอแล้ว นักเรียนต้องไปขอทดสอบความรู้กับครูด้วยแบบทดสอบประจำบทเรียนแต่ละบทเรียน การสอบนั้นไม่ถือว่าเป็นการสอบเพื่อได้หรือตกเก่งหรืออ่อน แต่เป็นการทดสอบความสามารถที่นักเรียนได้เรียนจากบทเรียนแต่ละบทเรียน ถ้านักเรียนสอบได้ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ในแบบทดสอบถือว่านักเรียนมีความสามารถเพียงพอที่จะผ่านบทเรียนนั้น ๆ แต่ถ้านักเรียนยังสอบไม่ผ่านนักเรียนสามารถกลับไปเรียนเพิ่มเติมจากบทเรียนในเรื่องที่นักเรียนยังไม่ผ่านแล้วสอบใหม่อีกได้

7. นักเรียนอย่าลืมว่านักเรียนต้องรักษาเวลาให้ได้ แต่ถ้าจำเป็นจริง ๆ แล้วก็ไม่ควรใช้เวลามากเกินไปและต้องเรียนให้จบภายในวันนั้น ๆ รวมทั้งการสอบจากแบบทดสอบย่อยประจำบทเรียน

(คาบที่ 1)

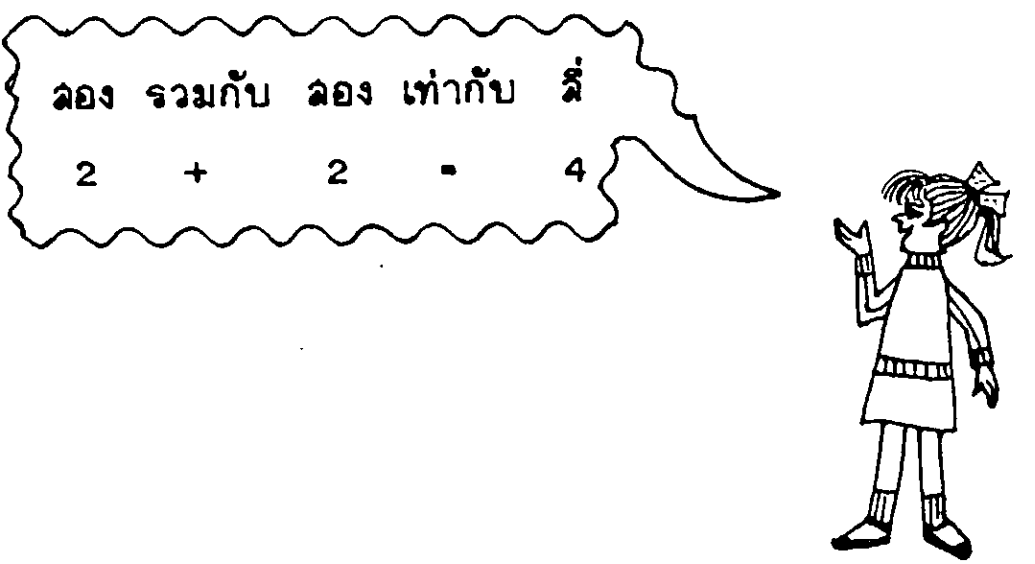
บทเรียนที่ 1

ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้วนักเรียนมีความสามารถดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์
2. เปลี่ยนประโยคสัญลักษณ์เป็นประโยคภาษา
3. บอกได้ว่าจำนวนใดที่กำหนดให้เป็นคำตอบของสมการที่กำหนดให้
4. จำแนกได้ว่าตัวใดในสมการ เป็นตัวแปร ตัวคงที่ หรือ สัมประสิทธิ์ของตัวแปร



ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์

ประโยคภาษาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับจำนวน เราเขียนแทนด้วยประโยคสัญลักษณ์ เพื่อความสะดวกในการคิดคำนวณ

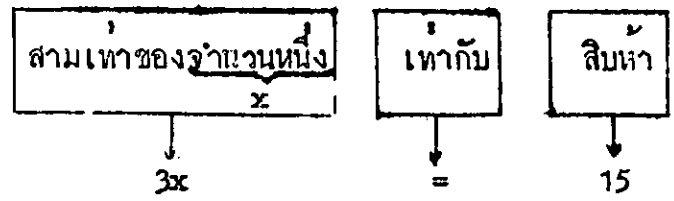
นักเรียนพิจารณาประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์ต่อไปนี้

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
สามบวกสี่เท่ากับเจ็ด	๓ + ๔ = ๗
ห้าลบด้วยสามเท่ากับสอง	๕ − ๓ = ๒
สองเท่าของเจ็ดเท่ากับสิบสี่	๒ × ๗ = ๑๔
ครึ่งหนึ่งของหกเท่ากับสาม	$\frac{๑}{๒}$ (๖) = ๓

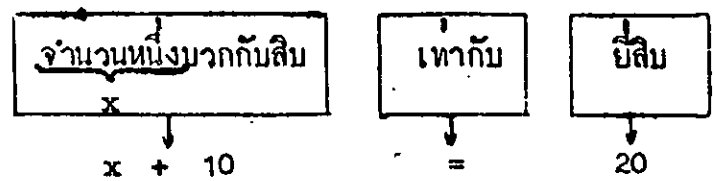
ให้นักเรียนเปลี่ยนประโยคภาษาต่อไปนี้เป็นประโยคสัญลักษณ์

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
๑. แปดบวกสี่เท่ากับสิบสอง	.....
๒. สิบห้าลบด้วยสี่เท่ากับสิบเอ็ด	.....
๓. ห้าเท่าของสามเท่ากับสิบห้า	.....
๔. ครึ่งหนึ่งของสิบสองเท่ากับหก	.....
๕. สองเท่าของสามบวกกับหกเท่ากับสิบสอง	.....
๖. สองในสามของผลบวกของห้าและสิบเท่ากับสิบ	.....

หลักการสำคัญในการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ นักเรียนจะต้องรู้จักใช้สัญลักษณ์แทนส่วนที่กล่าวถึงจำนวน และส่วนที่แสดงความสัมพันธ์ ดังตัวอย่าง



(จำนวน) (ความสัมพันธ์) (จำนวน)



(จำนวน) (ความสัมพันธ์) (จำนวน)

ข้อความต่อไปนี้กล่าวถึงจำนวน แต่ยังไม่ใช่ประโยคให้นักเรียนเปลี่ยนเป็นสัญลักษณ์

ข้อความ	สัญลักษณ์
ตัวอย่าง ผลบวกของ x และ 6	x + 6
๑. สี่เท่าของ y	๑. .....
๒. หนึ่งในห้าของ a	๒. .....
๓. จำนวนซึ่งมากกว่า x อยู่ 1	๓. .....
๔. จำนวนซึ่งน้อยกว่า y อยู่ 2	๔. .....
๕. ห้าเท่าของผลบวกของ x และ 1	๕. .....

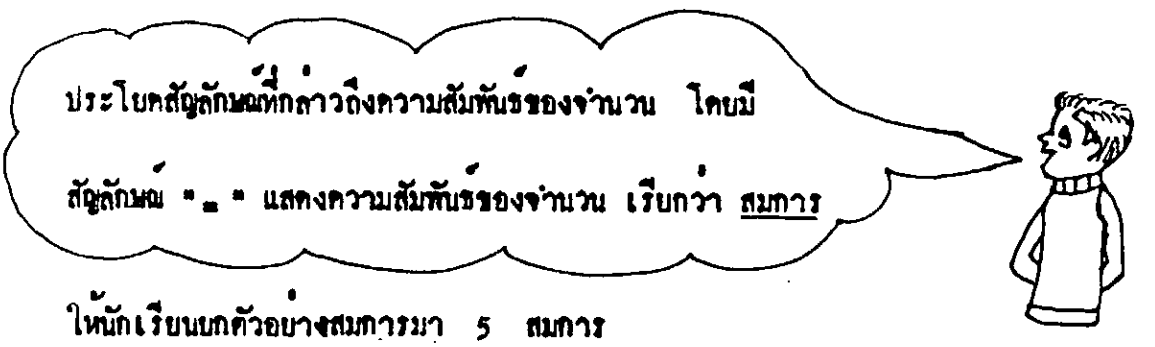
ให้นักเรียนอ่านสัญลักษณ์ต่อไปนี้ โดยอ่านตัวอักษรว่าจำนวนหนึ่ง

	สัญลักษณ์	ข้อความ
ตัวอย่าง	$X + 2$	ผลบวกของจำนวนหนึ่งและสอง
๑.	$X - 5$	๑.
๒.	$\frac{n}{3}$	๒.
๓.	$2X - 4$	๓.
๔.	$\frac{X}{2} + 7$	๔.
๕.	$3(X + 1)$	๕.

ให้นักเรียนเปลี่ยนประโยคต่อไปนี้เป็นประโยคสัญลักษณ์

	ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
ตัวอย่าง	สองเท่าของจำนวนหนึ่งลบด้วยห้าเท่ากับสาม	$2X - 5 = 3$
๑.	สองเท่าของสามลบด้วยหนึ่งเท่ากับห้า	๑.
๒.	ผลบวกของจำนวนหนึ่งและสามเท่ากับเก้า	๒.
๓.	ครึ่งหนึ่งของ X เท่ากับผลบวกของเจ็ดและห้า	๓.
๔.	ห้าเท่าของ Y เท่ากับสิบห้า	๔.
๕.	สองเท่าของผลบวกของ P และ ๑ เท่ากับ ๑๘	๕.
๖.	สามในแปดของ X รวมกับ ๕ เท่ากับศูนย์	๖.

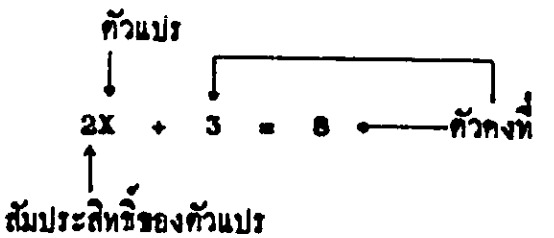
จากตัวอย่างและแบบฝึกหัดที่ผ่านมา นักเรียนจะพบว่าสัญลักษณ์ที่แสดงความสัมพันธ์ในประโยคสัญลักษณ์แต่ละประโยค คือ "=" เราเรียกประโยคสัญลักษณ์ที่มีเครื่องหมาย "=" แสดงความสัมพันธ์ว่า <u>สมการ</u> สรุปได้ว่า



ให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการมา 5 สมการ

จากที่ผ่านมาทั้งหมด นักเรียนคงจะพบว่า สมการนั้นมีทั้งสมการที่มีตัวแปร และไม่มีตัวแปร สมการที่มีตัวแปรประกอบด้วย ตัวแปร สัมประสิทธิ์ของตัวแปร และตัวคงที่

<u>ตัวอย่าง</u>



ให้นักเรียนเติมส่วนประกอบของสมการ ในตารางให้สมบูรณ์

สมการ	ตัวแปร	สัมประสิทธิ์ของตัวแปร	ตัวคงที่
1. X + 3 = 4	.....	.....	.....
2. 2X - 5 = 0	.....	.....	.....
3. 3Y = 15	.....	.....	.....

สมการ	ตัวแปร	สัมประสิทธิ์ของตัวแปร	ตัวคงที่
๔. $\frac{3}{8}X + 5 = 0$	.....	.....	.....
๕. $\frac{X}{2} = 7 + 5$	.....	.....	.....

แบบฝึกหัดที่ ๑.๑

๑. จงเขียนสัญลักษณ์แทนข้อความ หรือประโยคต่อไปนี้

๑. จำนวนที่มากกว่า x อยู่ ๒ ตอบ .....

๒. จำนวนที่น้อยกว่า x อยู่ ๕ ตอบ .....

๓. จำนวนเต็มสามจำนวนเรียงกัน ตอบ .....

๔. จำนวนหนึ่งลบด้วยห้า เท่ากับเจ็ด ตอบ .....

๕. ผลบวกของจำนวนหนึ่งและ ๕ เท่ากับ ๑๐ ตอบ .....

๖. สองเท่าของจำนวนหนึ่ง เท่ากับ ๘ ตอบ .....

๗. สองในสามของผลบวกของ x และ ๑ เท่ากับ ๑๔ ตอบ .....

๘. สองเท่าของ m ลบด้วย ๔ เท่ากับ ๑๒ ตอบ .....

๒. จงเปลี่ยนประโยคต่อไปนี้เป็นประโยคภาษา โดยให้ตัวแปรแทนจำนวนหนึ่ง

๑. $X + 5 = 10$ ตอบ ผลบวกของจำนวนหนึ่งและ ๕ เท่ากับ ๑๐ (ตัวอย่าง)

๒. $X - 1 = 3$ ตอบ .....

๓. $2X + 6 = 23$ ตอบ .....

๔. $\frac{X}{2} - 5 = 7$ ตอบ .....

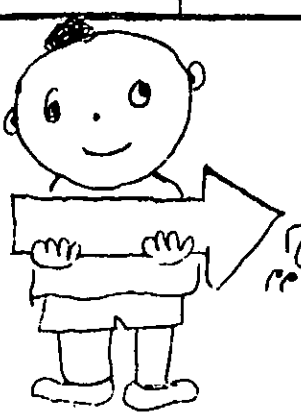
๕. $2Y = 14$ ตอบ .....

๖. $\frac{Y}{3} = 6$ ตอบ .....

๗. $2(X + 1) = 12$ ตอบ .....

๓. ให้นักเรียนเติม **ตัวแปร สัมประสิทธิ์ตัวแปร ตัวคงที่** ในตารางให้สมบูรณ์

	สมการ	ตัวแปร	สัมประสิทธิ์ของตัวแปร	ตัวคงที่
ตัวอย่าง	๑. $X + 3 = 0$	X	๑	๓, ๐
	๒. $a - 5 = 3$	.....	.....	.....
	๓. $3b = 10$	.....	.....	.....
	๔. $\frac{t}{4} = 12$	.....	.....	.....
	๕. $m + \frac{1}{6} = 0$	.....	.....	.....
	๖. $\frac{X}{2} + 1 = 5$	.....	.....	.....
	๗. $\frac{X + 2}{3} = 4$	.....	.....	.....



คำตอบของสมการ

นักเรียนพิจารณาสมการต่อไปนี้

๑. $Y + 5 = 12$

ถ้าแทน Y ด้วย 3 สมการที่ได้คือ $3 + 5 = 12$ ซึ่งเป็นเท็จ

ถ้าแทน Y ด้วย 6 สมการที่ได้คือ $6 + 5 = 12$ ซึ่งเป็นเท็จ

ถ้าแทน Y ด้วย 7 สมการที่ได้คือ $7 + 5 = 12$ ซึ่งเป็นจริง

นักเรียนคงจะตอบได้ว่า ถ้าแทน Y ด้วยจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ ๗ แล้วสมการ

$Y + 5 = 12$ จะเป็นเท็จ

๒. $X - 3 = 6$

ถ้าแทน X ด้วย 7 สมการที่ได้คือ $7 - 3 = 6$ ซึ่งเป็นเท็จ

ถ้าแทน X ด้วย 10 สมการที่ได้คือ $10 - 3 = 6$ ซึ่งเป็นเท็จ

ถ้าแทน X ด้วย 9 สมการที่ได้คือ $9 - 3 = 6$ ซึ่งเป็นจริง

นักเรียนคงจะตอบได้ว่าถ้าแทน X ด้วยจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ ๙ แล้วสมการ

$X - 3 = 6$ จะเป็นเท็จ

๓. $\frac{X}{3} = 4$

ถ้าแทน X ด้วย 12 สมการที่ได้คือ $\frac{12}{3} = 4$ ซึ่งเป็นจริง

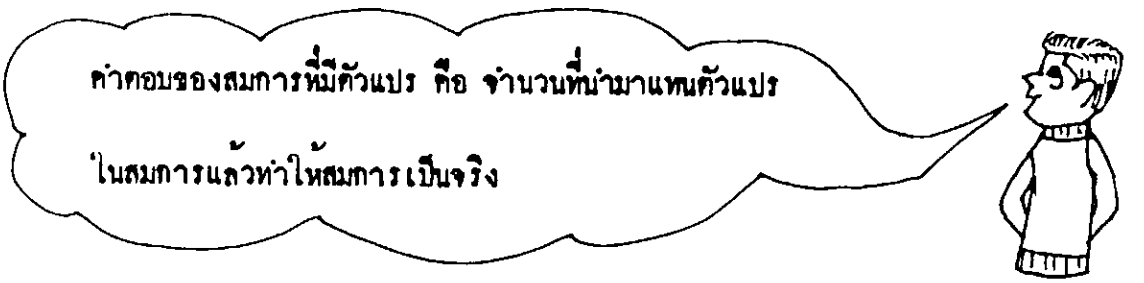
นักเรียนคงจะตอบได้ว่า ถ้าแทน X ด้วยจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ ๑๒ แล้วสมการ

$\frac{X}{3} = 4$ จะเป็นเท็จ

เราเรียก 7 ว่า คำตอบของสมการ $Y + 5 = 12$

9 ว่า คำตอบของสมการ $X - 3 = 6$

12 ว่า คำตอบของสมการ $\frac{X}{3} = 12$ สรุปได้ว่า



การหาคำตอบของสมการ นักเรียนจะต้องหาจำนวนมาแทนตัวแปรแล้วทำให้สมการเป็นจริง นั่นคือนักเรียนจะต้องลองแทนตัวแปรในสมการด้วยจำนวนต่าง ๆ จนได้จำนวนที่ต้องการ

ให้นักเรียนพิจารณาว่า จำนวนในวงเล็บจำนวนใด เป็นคำตอบของสมการที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. $X - 3 = 0$ (0 , 3 , -3) ตอบ .....

2. $2X = 5$ (2 , $\frac{5}{2}$, 5) ตอบ .....

3. $2(X + 1) = 4$ (1 , 2 , 4) ตอบ .....

4. $\frac{X}{3} - 1 = 5$ (12 , 15 , 18) ตอบ .....

5. $\frac{X + 2}{6} = 0$ (-2 , 0 , 2) ตอบ .....

6. $x + 1 = 2X - 7$ (7 , 8 , 9) ตอบ .....

7. $\frac{2}{3}(X - 1) = 2$ ($\frac{2}{3}$, 2 , 4) ตอบ .....

ให้นักเรียนหาคำตอบของสมการต่อไปนี้

๑. $X + 1 = 5$ ตอบ .....

๒. $2X = 9$ ตอบ .....

๓. $\frac{X}{5} = 4$ ตอบ .....

๔. $2(X - 1) = 6$ ตอบ .....

๕. $\frac{X}{3} + 1 = 4$ ตอบ .....

แบบฝึกหัดที่ ๑.๒

๑. จงตรวจดูว่า จำนวนในวงเล็บจำนวนใดเป็นคำตอบของสมการที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ

๑. $z - 7 = 3$ (๑๐ , ๑๑ , ๑๔) ตอบ .....

๒. $a + 1 = -4$ (-๔ , -๕ , -๖) ตอบ .....

๓. $3X = 12$ (๓ , ๔ , ๕) ตอบ .....

๔. $3X - 1 = 2$ (๑ , ๒ , ๓) ตอบ .....

๕. $\frac{X + 3}{2} - 1 = 5$ (๑๐ , ๔ , ๘) ตอบ .....

๒. ให้นักเรียนหาคำตอบของสมการต่อไปนี้

๑. $X + 3 = 0$ ตอบ .....

๒. $z - 5 = 3$ ตอบ .....

๓. $3b = 10$ ตอบ .....

๔. $\frac{t}{4} = 12$ ตอบ .....

๕. $m + \frac{1}{6} = 0$ ตอบ .....

๖. $\frac{X}{2} + 1 = 5$ ตอบ .....

๗. $\frac{X + 2}{3} = 4$ ตอบ .....

เฉลยบทเรียนที่ 1

หน้า 1

1. $8 + 4 = 12$ 2. $15 - 4 = 11$ 3. $5(3) = 15$

4. $\frac{1}{2}(12) = 6$ 5. $2(3)+6 = 12$ 6. $\frac{2}{3}(5 + 10) = 10$

หน้า 2

1. $4y$ 2. $\frac{a}{5}$ 3. $x + 1$

4. $y - 2$ 5. $5(x + 1)$

หน้า 3 ตอนที่ 1

1. จำนวนซึ่งน้อยกว่าจำนวนหนึ่งอยู่ 5
2. หนึ่งในสามของจำนวนหนึ่ง
3. สองเท่าของจำนวนหนึ่งลบด้วยสี่
4. ผลบวกของครึ่งหนึ่งของจำนวนหนึ่งและเจ็ด
5. สามเท่าของผลบวกของจำนวนหนึ่งและหนึ่ง

ตอนที่ 2

1. $2(3)-x = 5$ 2. $x + 3 = 9$ 3. $\frac{x}{2} = 7 + 5$

4. $5y = 15$ 5. $2(p + 1) = 18$ 6. $\frac{3}{8}x + 5 = 0$

หน้า 4

1. $x : 1 : 3,5$

2. $x : 2 : -5,0$ 3. $y : 3 : 15$

หน้า 5

4. $x : \frac{3}{8} : 5,0$ 5. $x : \frac{1}{2} : 7,5$

แบบฝึกหัดที่ 1.1

ข้อ 1

1. $x + 2$ 2. $x - 5$ 3. $x , x+1 , x + 2$

4. $x - 5 = 7$ 5. $x + 5 = 11$ 6. $2x = 8$

7. $\frac{2}{3}(x + 1) = 14$ 8. $2m - 4 = 12$

ข้อ 2

2. จำนวนหนึ่งลบด้วย 1 เท่ากับ 3 2. สองเท่าของจำนวนหนึ่งบวกกับ 6 เท่ากับ 26

หน้า 6

4. ครึ่งหนึ่งของจำนวนหนึ่งลบด้วย 5 เท่ากับ 7
5. สองเท่าของจำนวนหนึ่ง เท่ากับ 14
6. หนึ่งในสามของจำนวนหนึ่ง เท่ากับ 14
6. สองเท่าของผลบวกของจำนวนหนึ่งกับ 1 เท่ากับ 12

ข้อ 3

2. a : 1 :-5,3
3. b : 3 : 10
4. t : $\frac{1}{4}$: 12
5. m : 1 : $\frac{1}{6}$, 0
6. x : $\frac{1}{2}$: 1,5
7. x : $\frac{1}{3}$: $\frac{2}{3}$, 4

หน้า 8

1. 3
2. $\frac{5}{2}$
3. 1
4. 18
5. -2
6. 8
7. 4

หน้า 9

1. 4
2. $\frac{9}{2}$
3. 20
4. 4
5. 9

แบบฝึกหัดที่ 1.2

ข้อ 1

1. 10
2. -5
3. 4
4. 1
5. 9

ข้อ 2

1. -3
2. 8
3. $\frac{10}{3}$

หน้า 10

4. 48
5. $-\frac{1}{6}$
6. 12
7. 10

แบบทดสอบประจำบทเรียนที่ 1

ให้นักเรียนขีดเครื่องหมาย x ทับคำตอบที่ถูกต้องที่สุด (ต้องตอบให้ถูกอย่างน้อย 8 ข้อ)

1. ประโยคภาษาเกิดจากอะไร
   - ก. เกิดจากคำพูด
   - ข. เกิดจากจำนวนเลข
   - ค. เกิดจากการกำหนดตัวแปร
   - ง. เกิดจากสัญลักษณ์ต่าง ๆ
2. เหตุใดจึงเรียกว่าประโยคสัญลักษณ์
   - ก. เพราะใช้เครื่องหมาย +,-,x,÷
   - ข. เพราะใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ แทนคำพูด
   - ค. เพราะใช้สัญลักษณ์ =
   - ง. เพราะใช้ตัวแปรหาค่าที่ต้องการรู้
3. ประโยคสัญลักษณ์ที่เป็นสมการใช้เครื่องหมายใด
   - ก. =
   - ข. ≠
   - ค. <
   - ง. >
4. ข้อใดไม่เป็นประโยคสัญลักษณ์
   - ก. 12 = 10 + 2
   - ข. x = y + 1
   - ค. a - b = 0
   - ง. นก 2 ตัวมี 4 ขา
5. a + 1 = 12 ตรงกับประโยคในข้อใด
   - ก. ผลบวกของจำนวนหนึ่งกับ 1 เท่ากับ 12
   - ข. จำนวนที่มากกว่า a อยู่ 1 คือ 12
   - ค. จำนวนหนึ่งบวกอีก 1 มีค่าเป็น 12
   - ง. ถูกทุกข้อ
6. คำตอบของสมการ x - 3 = 5 คือข้อใด
   - ก. 8
   - ข. 9
   - ค. 10
   - ง. 11
7. 3 เป็นคำตอบของสมการในข้อใด
   - ก. x - 5 = 6
   - ข. a + 1 = 4
   - ค. y + 6 = 8
   - ง. b + 2 = 6
8. 6 ไม่เป็นคำตอบของสมการในข้อใด
   - ก. x - 3 = 3
   - ข. y + 5 = 11
   - ค. x + 4 = 12
   - ง. $\frac{x - 1}{5} = 1$
9. x + 3 = 12 ; x เรียกว่าอะไร
   - ก. ค่าคงที่
   - ข. ตัวแปร
   - ค. สัมประสิทธิ์ของตัวแปร
   - ง. สัญลักษณ์
10. จาก z - 5 = 14 จงบอกสัมประสิทธิ์ของตัวแปรและค่าคงที่
    - ก. 1, −5
    - ข. 1, −5, −19
    - ค. 1, −5, 14
    - ง. 1. −5, 19

(คาบที่ 2 – 5)

บทเรียนที่ ๒

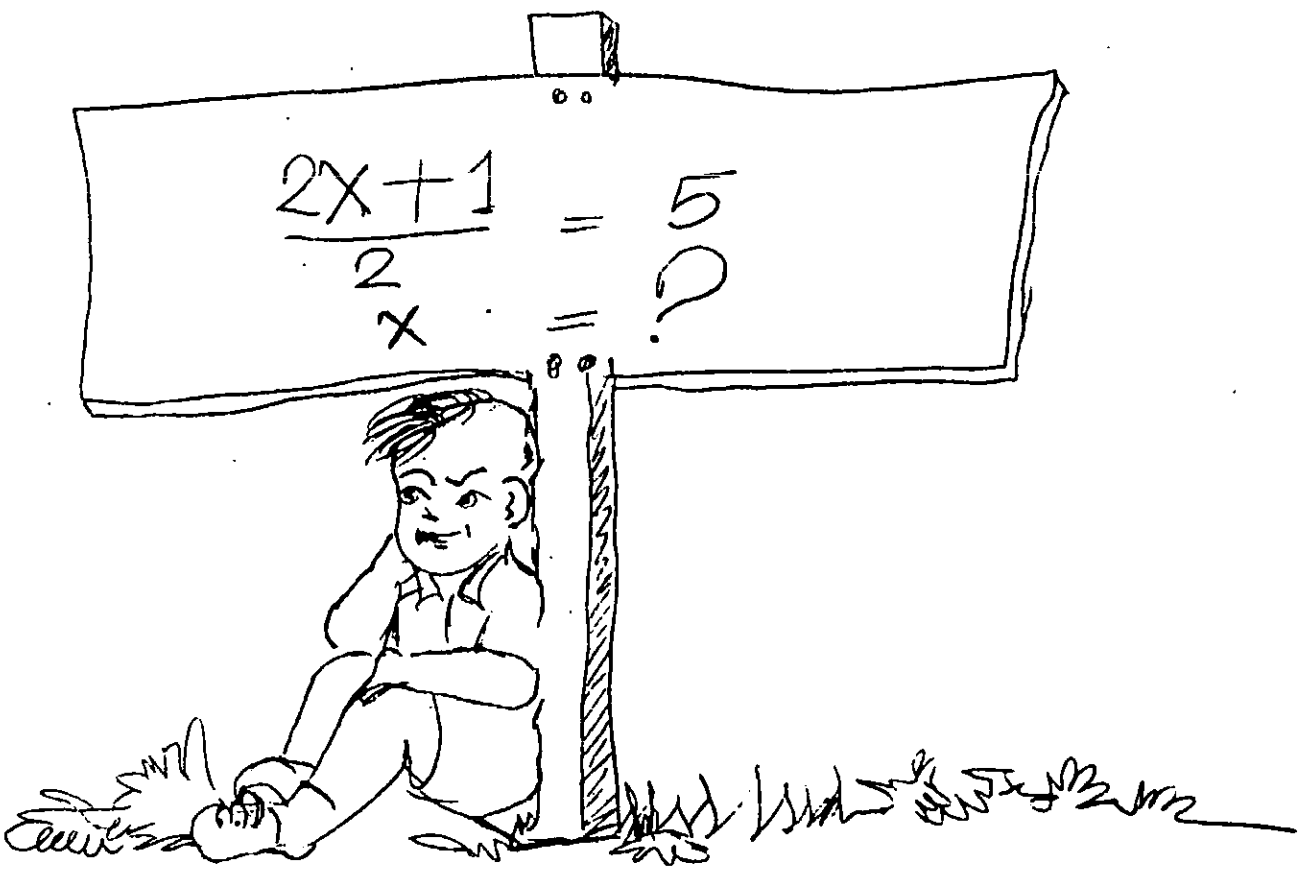
การแก้สมการ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้ว นักเรียนมีความสามารถดังนี้

๑. ใช้คุณสมบัติของการเท่ากันแก้สมการได้

๒. แก้สมการที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องและรวดเร็ว



(ตอนที่ 2)

การแก้สมการ

ถ้าให้นักเรียนหาคำตอบของสมการ โดยการหาจำนวนมาลองแทนตัวแปรในสมการต่อไปนี้

๑. $X + 40 = 184$

๒. $3X = 168$

๓. $\frac{X}{4} = 28$

นักเรียนคงต้องใช้เวลามากที่จะหาจำนวนมาแทนตัวแปร แล้วทำให้สมการเป็นจริง

วิธีการที่นักเรียนจะได้เรียนในบทเรียนนี้ จะช่วยให้นักเรียนหาคำตอบของสมการได้โดยไม่ต้องลองหาจำนวนมาแทนตัวแปร แต่ก่อนอื่นนักเรียนจะต้องศึกษาคุณสมบัติของการเท่ากัน ๔ ข้อ ต่อไปนี้

คุณสมบัติการเท่ากัน

๑. คุณสมบัติสมมาตร

ให้ a และ b แทนจำนวนใด ๆ

ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$

ตัวอย่าง

๑. $x = y$ แล้ว $y = x$

๒. $8 = x$ แล้ว $x = 8$

๓. $5 = 2x$ แล้ว $2x = 5$

๒. คุณสมบัติถ่ายทอด

> ให้ a , b และ c แทนจำนวนใด ๆ
>
> ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$

ตัวอย่าง ๑. ถ้า $x = y$ และ $y = 5$ แล้ว $x = 5$

๒. ถ้า $m + n = k$ และ $k = 12$ แล้ว $m + n = 12$

๓. ถ้า $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{5+2}{10}$ และ $\frac{5+2}{10} = \frac{7}{10}$ แล้ว $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{7}{10}$

แบบฝึกหัดที่ ๒.๑

๑. ให้นักเรียนเติมประโยคให้สมบูรณ์ โดยใช้คุณสมบัติสมมาตร

๑. ถ้า $ax = p$ แล้ว $p =$ .....

๒. ถ้า $d = X + 4$ แล้ว ..... $= d$

๓. ถ้า $a(b - c) = ab - ac$ แล้ว $ab - ac =$.....

๔. ถ้า $(2 + 4)X = 2X + 4X$ แล้ว $2X + 4X =$ .....

๕. ถ้า $c + (-m) = c - m$ แล้ว ..... $= c + (-m)$

๒. ให้นักเรียนเติมคำตอบให้สมบูรณ์ โดยใช้คุณสมบัติถ่ายทอด

๑. ถ้า $x = y$ และ $y = z$ แล้ว $x =$ .....

๒. ถ้า $a + b = x$ และ $x = -7$ แล้ว .....$= -7$

๓. ถ้า $B = 2 + a$ และ $2 + a = 9$ แล้ว $B =$ .....

๔. ถ้า $x = 6y$ และ .... $= 8$ แล้ว $x = 8$

๕. ถ้า $x + x = (1 + 1)x$ และ $(1 + 1)x = 2x$ แล้ว $x + x =$ .....

๖. ถ้า $5x - 7x = (5 - 7)x$ และ $(5 - 7)x = -2x$ แล้ว $5x - 7x =$ .....

๗. ถ้า $9a - 8a = (9 - 8)a$ และ $(9 - 8)a = a$ แล้ว $9a - 8a =$ .....

๘. ถ้า $-3p-7p = (-3-7)p$ และ $(-3-7)p = -10p$ แล้ว ..... = ...

๓. ให้นักเรียนเขียนเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อถูก และ x หน้าข้อผิด

..... ๑. ถ้า $a = 3$ และ $a = b$ แล้ว $b = 3$

..... ๒. ถ้า $x + b = a + 5$ และ $x = 3$ แล้ว $3 = a + 5$

..... ๓. ถ้า $4a = b$ และ $a = c$ แล้ว $4c = b$

..... ๔. ถ้า $\frac{a}{b} = c$ และ $b = 20$ แล้ว $\frac{a}{20} = 20c$

..... ๕. ถ้า $n = \frac{6}{m}$ และ $m = -3$ แล้ว $n = -2$

๔. ให้นักเรียนบอกว่าใช้คุณสมบัติอะไรบ้างในการสรุปแต่ละข้อต่อไปนี้

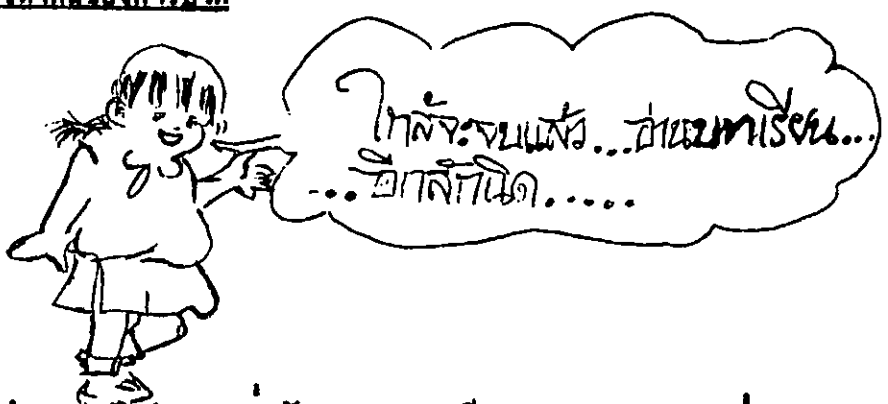
๑. ถ้า $x = 3+2$ และ $3+2 = 5$ แล้ว $x = 5$ ตอบ.....

๒. ถ้า $x = 3$ และ $x = b$ แล้ว $b = 3$ ตอบ.....

๓. ถ้า $ax = b$ และ $c = b$ แล้ว $ax = c$ ตอบ.....

๔. ถ้า $x-3+3 = 2+3$ และ $x-3+3 = x$ แล้ว $x = 2+3$ ตอบ.....

3. คุณสมบัติการเท่ากันของการบวก



กล่าวว่า " ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน นำจำนวนอีกจำนวนมาบวกกับแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลลัพธ์จะเท่ากัน " เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ดังนี้

ให้ a , b และ c แทนจำนวนใด ๆ
ถ้า a = b แล้ว a + c = b + c

ตัวอย่าง ๑. $2.4 = 8$ แล้ว $2.4 + 5 = 8 + 5$

๒. $m = 5$ แล้ว $m + 4 = 5 + 4$

๓. $x + 3 = 12$ แล้ว $x + 3 + (-3) = 12 + (-3)$

๔. $x + \frac{1}{2} = 3$ แล้ว $x + \frac{1}{2} + (-\frac{1}{2}) = 3 + (-\frac{1}{2})$

ข้อสังเกต จากตัวอย่าง ๑ – ๔ นักเรียนจะเห็นว่า จำนวนที่นำมาบวกแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้นอาจจะเป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบ ในกรณีที่บวกด้วยจำนวนลบจะมีความหมายเหมือนกับนำจำนวนมาลบออกจากแต่ละจำนวนที่เท่ากัน ซึ่งยังคงได้ผลลัพธ์เท่ากัน

เช่น ๑. $x + 3 = 12$ แล้ว $x + 3 - 3 = 12 - 3$

๒. $x + 5 = 9$ แล้ว $x + 5 - 5 = 9 - 5$

๓. $x + \frac{1}{2} = 3$ แล้ว $x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 3 - \frac{1}{2}$

๔. **คุณสมบัติการเท่ากันของการคูณ**

กล่าวว่า " ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน นำจำนวนมาคูณแต่ละจำนวนที่เท่ากัน ผลลัพธ์จะเท่ากัน " เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

ให้ a , b และ c แทนจำนวนใด ๆ
ถ้า a = b แล้ว ac = bc

ตัวอย่าง ๑. ถ้า $x = y$ แล้ว $2x = 2y$

๒. ถ้า $\frac{x}{3} = 5$ แล้ว $3.\frac{x}{3} = 3.5$

๓. ถ้า $\frac{x+2}{6} = 4$ แล้ว $6.\frac{(x+2)}{6} = 6.4$

๔. ถ้า $\frac{x-3}{4} = 2$ แล้ว $4.\frac{(x-3)}{4} = 4.2$

๕. ถ้า $3x = y + 1$ แล้ว $\frac{1}{3}.3x = \frac{1}{3}.(y+1)$

๖. ถ้า $c = \frac{a}{d}$ และ $d \neq 0$ แล้ว $d.c = d.\frac{a}{d}$

ข้อสังเกต ในการคูณจำนวนที่เท่ากันแต่ละจำนวน ถ้าคูณด้วยเศษส่วน เช่น

ถ้า $a = b$ แล้ว $\frac{1}{4}.a = \frac{1}{4}.b$ ผลสุดท้ายจะได้ $\frac{a}{4} = \frac{b}{4}$

ซึ่งมีความหมายเช่นเดียวกับการหาร นั่นคือ เราสรุปได้ว่า " ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน นำจำนวนที่ไม่ใช่ศูนย์มาหารแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลลัพธ์เท่ากัน " เช่น

๑. ถ้า $2x = 6$ แล้ว $\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$

๒. ถ้า $3(x+1) = 5$ แล้ว $\frac{3(x+1)}{3} = \frac{5}{3}$

แบบฝึกหัดที่ ๒.๒

๑. ให้นักเรียนเติมข้อความให้สมบูรณ์

๑. ให้ $x = 6$ ดังนั้น $x - 7 =$ .....

๒. ให้ $y = \frac{3}{4}$ ดังนั้น $y + 7 =$ .....

๓. ให้ $x - 4 = \frac{1}{2}$ ดังนั้น $x - 4 + 4 =$ .....

๔. ให้ $x + \frac{3}{2} = 5$ ดังนั้น ..... $= 5 - \frac{3}{2}$

๕. ให้ $x - c = 4$ ดังนั้น $x =$ .....

๖. ให้ $x + b = 3$ ดังนั้น $x =$ .....

๒. ให้นักเรียนเติมข้อความให้สมบูรณ์

๑. ถ้า $x = y$ แล้ว $3x =$ .....

๒. ถ้า $-3x = 6$ แล้ว $\frac{-3x}{-3} =$ .....

๓. ถ้า $b = 5$ แล้ว $(-1)b =$ .....

๔. ถ้า $y = \frac{a}{b}$ และ $b \neq 0$ แล้ว ..... $= a$

๕. ถ้า $4(x + 1) = 12$ แล้ว ..... $= \frac{12}{4}$

๖. ถ้า $\frac{x - 3}{2} = 11$ แล้ว $2.\frac{(x - 3)}{2} =$ .....

๗. ถ้า $\frac{3}{4}(x + 3) = 6$ แล้ว ..... $= \frac{4}{3}(6)$

๘. ถ้า $-\frac{4}{5}x = 20$ แล้ว $-\frac{5}{4}(-\frac{4}{5}x) =$ .....

(ตอนที่ 3)

การแก้สมการ

นักเรียนได้เรียนรู้การหาคำตอบของสมการ โดยการลองแทนค่าตัวแปรด้วยจำนวนต่าง ๆ มาแล้วในบทเรียนที่ 1 วิธีการดังกล่าวไม่สะดวกในการคิดคำนวณ ในบทเรียนนี้เราจะนำคุณสมบัติของการเท่ากัน มาช่วยในการหาคำตอบของสมการ หรือ การแก้สมการ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ $X - 5 = 7$

วิธีทำ	วิธีคิด
จาก $X - 5 = 7$	จากโจทย์
นำ 5 บวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ $X - 5 + 5 = 7 + 5$	ต้องการให้ทางข้ายมือเหลือ X จึงนำ 5 มาบวกทั้งสองข้างของสมการตามคุณสมบัติการเท่ากันของการบวก
$X + (-5 + 5) = 12$	$X - 5 + 5 = X + (-5 + 5), 7 + 5 = 12$
$X + 0 = 12$	$X + (-5 + 5) = X + 0$
$X = 12$	$X + 0 = X$

คำตอบของสมการ $X - 5 = 7$ คือ 12

ตรวจคำตอบ แทน x ด้วย ๑๒ ในสมการ $x - 5 = 7$

จะได้ ๑๒ − ๕ = ๗ ซึ่งเป็นจริง

ตัวอย่างที่ ๒ จงแก้สมการ $x + 3 = 4$

วิธีทำ	วิธีคิด
นำ ๓ มาลบออกทั้งสองข้างของสมการ $x + 3 - 3 = 4 - 3$	ต้องการให้ทางซ้ายมือเหลือ x จึงนำ ๓ มาลบออกทั้งสองข้างตามคุณสมบัติการเท่ากัน
$x + 0 = 1$	$x + 3 - 3 = x + 0$, $4 - 3 = 1$
$x = 1$	$x + 0 = x$

∴ คำตอบของสมการ $x + 3 = 4$ คือ ๑

ตรวจคำตอบ แทน x ด้วย ๑ ในสมการ $x + 3 = 4$

จะได้ ๑ + ๓ = ๔ ซึ่งเป็นจริง

ตัวอย่างที่ ๓ จงแก้สมการ $\frac{x}{3} = 9$

วิธีทำ	วิธีคิด
นำ ๓ มาคูณทั้งสองข้างของสมการ $3.\frac{x}{3} = 3.9$	ต้องการให้ทางซ้ายมือเหลือ x จึงนำ ๓ มาคูณทั้งสองข้างตามคุณสมบัติการเท่ากัน
$1.x = 27$	$3.\frac{x}{3} = 1.x$, $3.9 = 27$
$x = 27$	$1.x = 27$

∴ คำตอบของสมการ $\frac{x}{3} = 9$ คือ ๒๗ ให้นักเรียนตรวจคำตอบเอง

ตัวอย่างที่ ๔ จงแก้สมการ $3X = 27$

วิธีทำ	วิธีคิด
เอา ๓ หารทั้งสองข้างของสมการ $\frac{3X}{3} = \frac{27}{3}$	ต้องการให้ทางซ้ายมือเหลือ X จึงเอา ๓ มาหารทั้งสองข้างตามคุณสมบัติการเท่ากัน
$1.X = 9$	$\frac{3X}{3} = 1.X$, $\frac{27}{3} = 9$
$X = 9$	$1.X = X$

∴ คำตอบของสมการ $3X = 27$ คือ ๙ .

ให้นักเรียนตรวจคำตอบเอง

จากตัวอย่างที่ผ่านมาทั้ง ๔ ตัวอย่าง นักเรียนคงจะสรุปได้ว่า

๑. การแก้สมการต้องทำให้ทางซ้ายมือเหลือตัวแปรที่มีสัมประสิทธิ์เป็น ๑ และได้สมการที่อยู่ในรูป $X = a$ เมื่อ a แทนจำนวนใด ๆ

๒. ถ้าซ้ายมือมีตัวแปรลบด้วยจำนวนใด เราใช้จำนวนนั้นบวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ

๓. ถ้าซ้ายมือมีตัวแปรบวกด้วยจำนวนใด เราใช้จำนวนนั้นลบออกทั้งสองข้างของสมการ

๔. ถ้าซ้ายมือมีตัวแปรคูณด้วยจำนวนใด เราใช้จำนวนนั้นหารทั้งสองข้างของสมการ

๕. ถ้าซ้ายมือมีตัวแปรหารด้วยจำนวนใด เราใช้จำนวนนั้นคูณทั้งสองข้างของสมการ

คำชี้แจง การทำแบบฝึกหัด นักเรียนไม่ต้องเขียนวิธีคิดทางขวามือ เขียนเฉพาะวิธีการทางซ้ายมือเท่านั้น

แบบฝึกหัดที่ ๒.๓

๑. ให้นักเรียนเขียนวิธีการหาคำตอบของสมการต่อไปนี้

สมการ	วิธีการ
๑. $X - 2 = 3$	๑. เอา ๒ บวกทั้งสองข้างของสมการ (ตัวอย่าง)
๒. $X - 3 = 4$	๒. .....
๓. $Y - \frac{4}{5} = 3$	๓. .....
๔. $X + 5 = 12$	๔. .....
๕. $X + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$	๕. .....
๖. $X + 3 = -2$	๖. .....
๗. $\frac{X}{4} = -5$	๗. .....
๘. $-\frac{m}{2} = \frac{3}{4}$	๘. .....
๙. $\frac{X}{16} = \frac{1}{4}$	๙. .....
๑๐. $12X = 39$	๑๐. .....
๑๑. $3Y = -9$	๑๑. .....
๑๒. $-Y = -7$	๑๒. .....

2. จงแก้สมการต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงวิธีตรวจคำตอบ

1.	$X - 2 = 3$		7.	$\frac{X}{4}$	$=$	-5
2.	$X - 3 = 4$		8.	$-\frac{n}{2}$	$=$	$\frac{3}{4}$
3.	$Y - \frac{4}{5} = 3$		9.	$\frac{X}{16}$	$=$	$\frac{1}{4}$
4.	$X + 5 = 12$		10.	$12X$	$=$	39
5.	$X + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$		11.	$3Y$	$=$	-9
6.	$X + 3 = -2$		12.	$-Y$	$=$	-7

(ตาบที่ 4)

ในกรณีที่สมการมีเครื่องหมาย บวก ลบ คูณ หรือ หาร คละกันอยู่ในสมการเดียวกัน นักเรียนจะต้องพิจารณาว่า นักเรียนจะกำจัดตัวคงที่ตัวใดก่อน เพื่อให้ทางซ้ายมือของสมการเหลือตัวแปรที่มีสัมประสิทธิ์เป็น 1

ให้นักเรียนสังเกตข้อแตกต่างของลำดับขั้นในการกำจัดตัวคงที่ วิธีการแก้สมการจากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ ๕ จงแก้สมการ $\frac{X}{4} - 3 = 5$

วิธีทำ	วิธีคิด
เอา ๓ บวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ $\frac{X}{4} - 3 + 3 = 5 + 3$	ต้องการให้ทางซ้ายมือเหลือ พจน์ที่มี X จึง เอา ๓ บวกทั้งสองข้างตามคุณสมบัติการบวก
$\frac{X}{4} = 8$	คุณสมบัติสมมาตร และ ถ่ายทอด (ดูข้างล่าง)
เอา ๔ คูณทั้งสองข้างของสมการ $4.\frac{X}{4} = 4.8$	ต้องการให้สัมประสิทธิ์ของ X เป็น ๑ จึงเอา ๔ คูณทั้งสองข้างตามคุณสมบัติการคูณ
$X = 32$	คุณสมบัติสมมาตร และถ่ายทอด

$\therefore$ คำตอบของสมการ $\frac{X}{4} - 3 = 5$ คือ ๓๒

ให้นักเรียนตรวจคำตอบ

คำอธิบาย จาก $\frac{X}{4} - 3 + 3 = 5 + 3$

จะได้ $\frac{X}{4} - 3 + 3 = \frac{X}{4}$ และ $5 + 3 = 8$

โดยคุณสมบัติสมมาตรจะได้ว่า

$\frac{X}{4} - 3 + 3 = \frac{X}{4}$ แล้ว $\frac{X}{4} = \frac{X}{4} - 3 + 3$

$\therefore \quad \frac{X}{4} = \frac{X}{4} - 3 + 3 = 5 + 3 = 8$

โดยคุณสมบัติถ่ายทอดจะได้ $\frac{X}{4} = 8$

ในทำนองเดียวกัน จาก $4.\frac{X}{4} = 4.8$ จะได้ $X = 32$

ตัวอย่างที่ ๖ จงแก้สมการ $4X + \frac{1}{2} = 1$

วิธีทำ	วิธีคิด
เอา $\frac{๑}{๒}$ ลบออกทั้งสองข้างของสมการ $4X + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}$	ต้องการให้ทางซ้ายมือเหลือพจน์ที่มี X จึง $\frac{๑}{๒}$ ลบทั้งสองข้างตามคุณสมบัติการลบ
$4X = \frac{1}{2}$	คุณสมบัติสมมาตร และถ่ายทอด
เอา $\frac{๑}{๔}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ $\frac{1}{4}.4X = \frac{1}{4}.\frac{1}{2}$	ต้องการให้สัมประสิทธิ์ของ X เป็น ๑ จึง $\frac{๑}{๔}$ คูณทั้งสองข้างตามคุณสมบัติการคูณ
$X = \frac{1}{8}$	คุณสมบัติสมมาตรและถ่ายทอด

∴ คำตอบของสมการ $4X + \frac{1}{2} = 1$ คือ $\frac{๑}{๘}$

ให้นักเรียนตรวจคำตอบ

กำชี้แจง การแก้สมการนักเรียนต้องตระหนักอยู่เสมอว่า แต่ละบรรทัดที่นักเรียนได้มานั้น นักเรียนใช้คุณสมบัติอะไรมาสรุป ในทางปฏิบัติแล้วจะไม่เขียนคำอธิบายไว้ทางขวามือ จะเขียนเฉพาะวิธีการทางซ้ายมือเท่านั้น

ตัวอย่างที่ ๗ จงแก้สมการ $\frac{(-X + 1)}{7} = 3$

วิธีทำ	วิธีคิด
เอา ๗ คูณทั้งสองข้างของสมการ $7.\frac{(-X + 1)}{7} = 7.3$	ต้องการให้ทางซ้ายมือเหลือเฉพาะ $(-X + 1)$ จึงเอา ๗ คูณทั้งสองข้างตามคุณสมบัติการคูณ
$-X + 1 = 21$	

เอา ๑ ลบทั้งสองข้างของสมการ	ต้องการให้ซ้ายมือเหลือเฉพาะ -X จึงเอา
$-X + 1 - 1 = 21 - 1$	๑ ลบทั้งสองข้างตามคุณสมบัติการลบ
$-X = 20$	
เอา −๑ คูณทั้งสองข้างของสมการ	ต้องการให้สัมประสิทธิ์ของ X เป็น ๑
$(-1)(-X) = (-1)(20)$	จึงเอา −๑ คูณทั้งสองข้างตามคุณสมบัติการคูณ
$X = -20$	

∴ คำตอบของสมการ $\frac{(-X + 1)}{7} = 3$ คือ -20

ข้อสังเกต ๑. จากตัวอย่างที่ ๗ สมการ $\frac{(-X + 1)}{7} = 3$ หมายถึง ผลบวกของ -X และ ๑ หารด้วย ๗ เท่ากับ ๓ ดังนั้นเราใช้คุณสมบัติการคูณก่อน

๒. จาก $-X = 20$ เราเอา −๑ คูณหรือหารก็ได้ผลเท่ากัน แต่เราใช้การคูณเพราะจะเห็นได้ชัดเจนกว่า

คำชี้แจง การทำแบบฝึกหัดนักเรียนไม่ต้องเขียนคำอธิบายวิธีคิดทางขวามือ ให้เขียนเฉพาะวิธีการทางซ้ายมือเท่านั้น

แบบฝึกหัดที่ ๒.๔

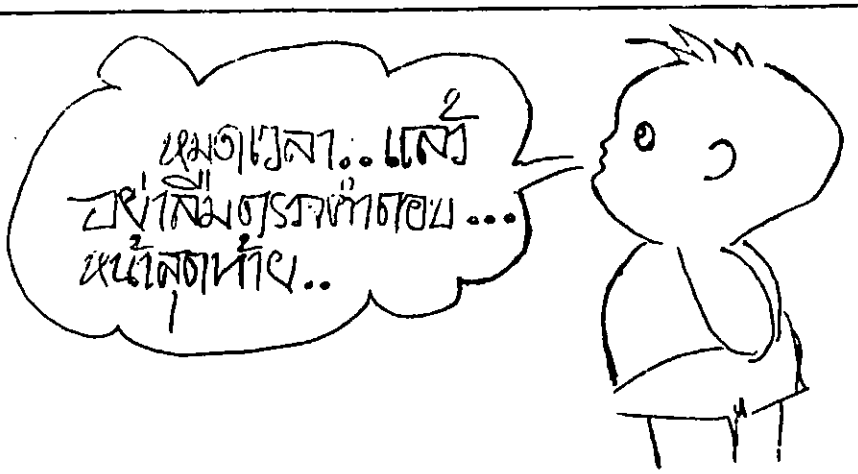
๑. ให้นักเรียนเติมวิธีการแก้สมการในแต่ละข้อต่อไปนี้

สมการ	วิธีการ
๑. $2X + 3 = 13$	๑. เอา ๓ ลบทั้งสองข้างของสมการ (ตัวอย่าง) ๒. เอา ๒ หารทั้งสองข้างของสมการ
๒. $3X - 2 = 12$	1. ..... 2. .....
๓. $-2Y + 5 = 9$	1. ..... 2. .....
๔. $-\frac{X}{4} + \frac{1}{3} = -\frac{3}{5}$	1. ..... 2. .....
๕. $\frac{2}{3}X - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$	1. ..... 2. .....
๖. $\frac{4Y}{5} - 1 = \frac{2}{15}$	1. ..... 2. .....
๗. $\frac{2X}{5} + 10 = 0$	1. ..... 2. .....

๘. $3(2 - X) = 0$	1. ..... 2. .....
๙. $2(Y - 7) = 5$	1. ..... 2. .....
๑๐. $\frac{3 + c}{4} = 3$	1. ..... 2. .....

๒. จงแก้สมการต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงวิธีตรวจคำตอบ

๑. $2X + 3 = 13$	๖. $\frac{4Y}{5} - 1 = \frac{2}{15}$
๒. $3X - 2 = 12$	๗. $\frac{2X}{5} + 10 = 0$
๓. $-2Y + 5 = 9$	๘. $3(2 - X) = 0$
๔. $-\frac{X}{4} + \frac{1}{3} = -\frac{3}{5}$	๙. $2(Y - 7) = 5$
๕. $\frac{2X}{3} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$	๑๐. $\frac{3 + c}{4} = 3$



(คาบที่ 5)

กรณีที่สมการมีเทอมที่มีตัวแปรแยกกันอยู่หลาย**พจน์** นักเรียนจะต้องจัดตัวแปรให้อยู่ในกลุ่มเดียวกัน และตัวคงที่ก็จัดรวมกัน เช่น

$2X + 4X = 6$ จะได้ $(2 + 4)X = 6$

หรือ $6X = 6$

นักเรียนสังเกตการแก้สมการจากตัวอย่างต่อไปนี้

<u>ตัวอย่างที่</u> ๔ จงแก้สมการ $6t + 4t + 3 = 103$

<u>วิธีทำ</u>	<u>วิธีคิด</u>
$6t + 4t + 3 = 103$	จากโจทย์
จะได้ว่า $(6t + 4t) + 3 = 103$	ต้องการรวม**พจน์** ที่มี t
$10t + 3 = 103$	$6t + 4t = 10t$
เอา ๓ ลบทั้งสองข้างของสมการ $10t + 3 - 3 = 103 - 3$	ต้องการให้ทางข้ายมือเหลือเฉพาะ $10t$ จึงเอา ๓ ลบทั้งสองข้างตามคุณสมบัติการลบ
$10t = 100$	$10t + 3 - 3 = 10t$, $103 - 3 = 100$
เอา ๑๐ หารทั้งสองข้างของสมการ $\frac{10t}{10} = \frac{100}{10}$	ต้องการให้สัมประสิทธิ์ของ t เป็น ๑ จึง เอา ๑๐ หารทั้งสองข้างตามคุณสมบัติการหาร
$t = 10$	$\frac{10t}{10} = t$, $\frac{100}{10} = 10$

∴ คำตอบของสมการ $6t + 4t + 3 = 103$ คือ ๑๐

ให้นักเรียนตรวจคำตอบ

คำชี้แจง ตัวแปรที่ปรากฏในสมการเป็นจำนวน เราสามารถนำมา บวก ลบ คูณ หรือหารได้ การหารนักเรียนจะต้องตระหนักเสมอว่า ตัวแปรนั้น ๆ ต้องไม่เท่ากับศูนย์

ตัวอย่างที่ ๙ จงแก้สมการ $4X + 7 = 2X - 1$

วิธีทำ	วิธีคิด
เอา $2X$ ลบทั้งสองข้างของสมการ $4X + 7 - 2X = 2X - 1 - 2X$	ต้องการให้ พจน์ X อยู่ทางซ้ายมือเท่านั้น จึงต้องทำให้ $2X$ ทางขวามือหมดไปโดยเอา $2X$ ลบทั้งสองข้างตามคุณสมบัติการลบ
$(4X - 2X) + 7 = (2X - 2X) - 1$	เปลี่ยนกลุ่มการบวก
$2X + 7 = 0X - 1$	$4X - 2X = 2X$, $2X - 2X = 0X$
$2X + 7 = -1$	$0X - 1 = 0 - 1 = -1$
เอา ๗ ลบทั้งสองข้างของสมการ $2X + 7 - 7 = -1 - 7$	ต้องการให้ทางซ้ายมือเหลือเฉพาะ $2X$ จึงเอา ๗ ลบทั้งสองข้างตามคุณสมบัติการลบ
$2X = -8$	$2X + 7 - 7 = 2X$, $-1 - 7 = -8$
เอา ๒ หารทั้งสองข้างของสมการ $\frac{2X}{2} = \frac{-8}{2}$	ต้องการให้สัมประสิทธิ์ของ X เป็น ๑ จึงเอา ๒ หารทั้งสองข้างตามคุณสมบัติการหาร
$X = -4$	$\frac{2X}{2} = X$, $\frac{-8}{2} = -4$

∴ คำตอบของสมการ $4X + 7 = 2X - 1$ คือ -4

ให้นักเรียนตรวจคำตอบ

ตัวอย่างที่ ๑๐ จงแก้สมการ $x + \frac{2}{3} = \frac{2}{5}x - \frac{1}{3}$

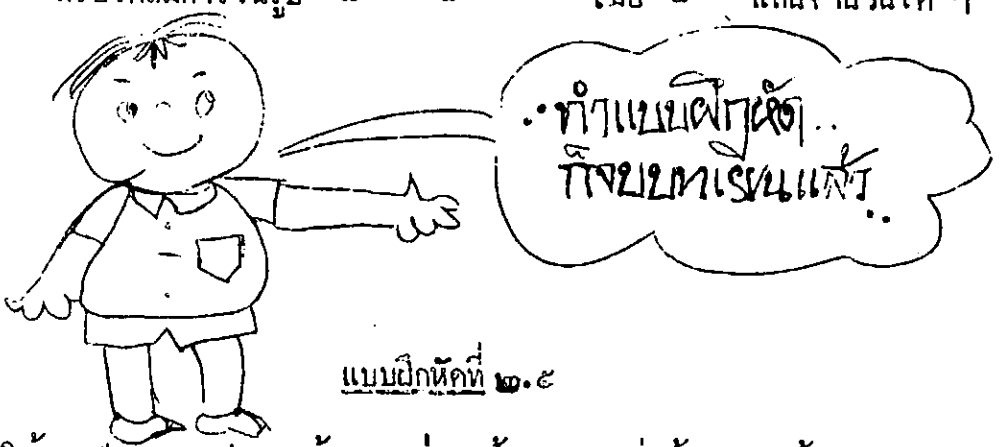
วิธีทำ	วิธีคิด
เอา $-\frac{2}{5}x$ บวกทั้งสองข้างของสมการ $-\frac{2}{5}x + x + \frac{2}{3} = -\frac{2}{5}x + \frac{2}{5}x - \frac{1}{3}$	ต้องการให้ $\frac{2}{5}x$ ทางขวามือหมดไปจึงเอา $-\frac{2}{5}x$ บวกทั้งสองข้างตามคุณสมบัติการบวก
$(-\frac{2}{5} + 1)x + \frac{2}{3} = (-\frac{2}{5} + \frac{2}{5})x - \frac{1}{3}$	คุณสมบัติการแจกแจง
$\frac{3}{5}x + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$	$(-\frac{2}{5} + 1)x = \frac{3}{5}x$, $(-\frac{2}{5} + \frac{2}{5})x = 0$
เอา $\frac{2}{3}$ ลบทั้งสองข้างของสมการ $\frac{3}{5}x + \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{3} - \frac{2}{3}$	ต้องการให้ทางซ้ายมือเหลือเฉพาะ $\frac{3}{5}x$ จึงเอา $\frac{2}{3}$ ลบทั้งสองข้างตามคุณสมบัติการลบ
$\frac{3}{5}x = -1$	$\frac{3}{5}x + \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = \frac{3}{5}x$, $-\frac{1}{3} - \frac{2}{3} = -1$
เอา $\frac{5}{3}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ $\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5}x = \frac{5}{3}(-1)$	ต้องการให้สัมประสิทธิ์ของ x เป็น ๑ จึงเอา $\frac{5}{3}$ คูณทั้งสองข้างตามคุณสมบัติการคูณ
$x = -\frac{5}{3}$	$\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5}x = x$, $\frac{5}{3}(-1) = -\frac{5}{3}$

∴ คำตอบของสมการ $x + \frac{2}{3} = \frac{2}{5}x - \frac{1}{3}$ คือ $-\frac{5}{3}$

ให้นักเรียนตรวจคำตอบ

หมายเหตุ ๑. จากตัวอย่างที่ ๑๐ สมการ $x + \frac{2}{3} = \frac{2}{5}x - \frac{1}{3}$ นักเรียนรวมพจน์ที่มี x โดยการใช้คุณสมบัติการบวก นอกจากนั้นนักเรียนสามารถแก้สมการได้โดยเอา ค.ร.น.ของส่วน (ค.ร.น.ของ ๓ และ ๕) คูณทั้งสองข้างของสมการแล้วดำเนินการตามตัวอย่างที่ ๙

๒. จากตัวอย่างทั้ง ๑๐ ตัวอย่างที่ผ่านมานั้นนักเรียนจะพบว่า การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากัน เพื่อจัดรวม **พจน์**ที่เป็นตัวแปร และตัวคงที่ ไว้คนละข้างของเครื่องหมายเท่ากับ(=) และผลสุดท้ายจะได้สัมประสิทธิ์ของตัวแปรเป็น ๑ หรือได้สมการในรูป X = a เมื่อ a แทนจำนวนใด ๆ



แบบฝึกหัดที่ ๒.๕

๑. ให้นักเรียนเติมวิธีการแก้สมการต่อไปนี้ตามลำดับที่ใช้ในการแก้สมการ

สมการ	วิธีการ
๑. 5X + 2X = -35	๑. รวม 5X กับ 2X (ตัวอย่าง) ๒. เอาสัมประสิทธิ์ของ X หารทั้งสองข้าง
๒. -Y - 3Y = 16	๑. ..... ๒. .....
๓. 5t + 8 - 9t = 12	๑. ..... ๒. ..... ๓. .....

สมการ	วิธีการ
๔. $12X - (3X + 2) = 0$	๑. ..... ๒. ..... ๓. .....
๕. $\frac{X}{3} - \frac{2}{5}X = 5$	๑. ..... ๒. .....
๖. $\frac{2}{3}X + \frac{1}{5} = \frac{X}{3} + 4$	๑. ..... ๒. ..... ๓. .....
๗. $\frac{3}{4} - \frac{t}{3} = 2t - \frac{9}{2}$	๑. ..... ๒. ..... ๓. .....
๘. $3\frac{2}{5}Y - 4 = 2 - \frac{Y}{2}$	๑. ..... ๒. ..... ๓. .....

๒. จงแก้สมการต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงวิธีตรวจคำตอบ

๑. $5X + 2X = -35$

๒. $-Y - 3Y = 16$

๓. $5t + 8 - 9t = 12$

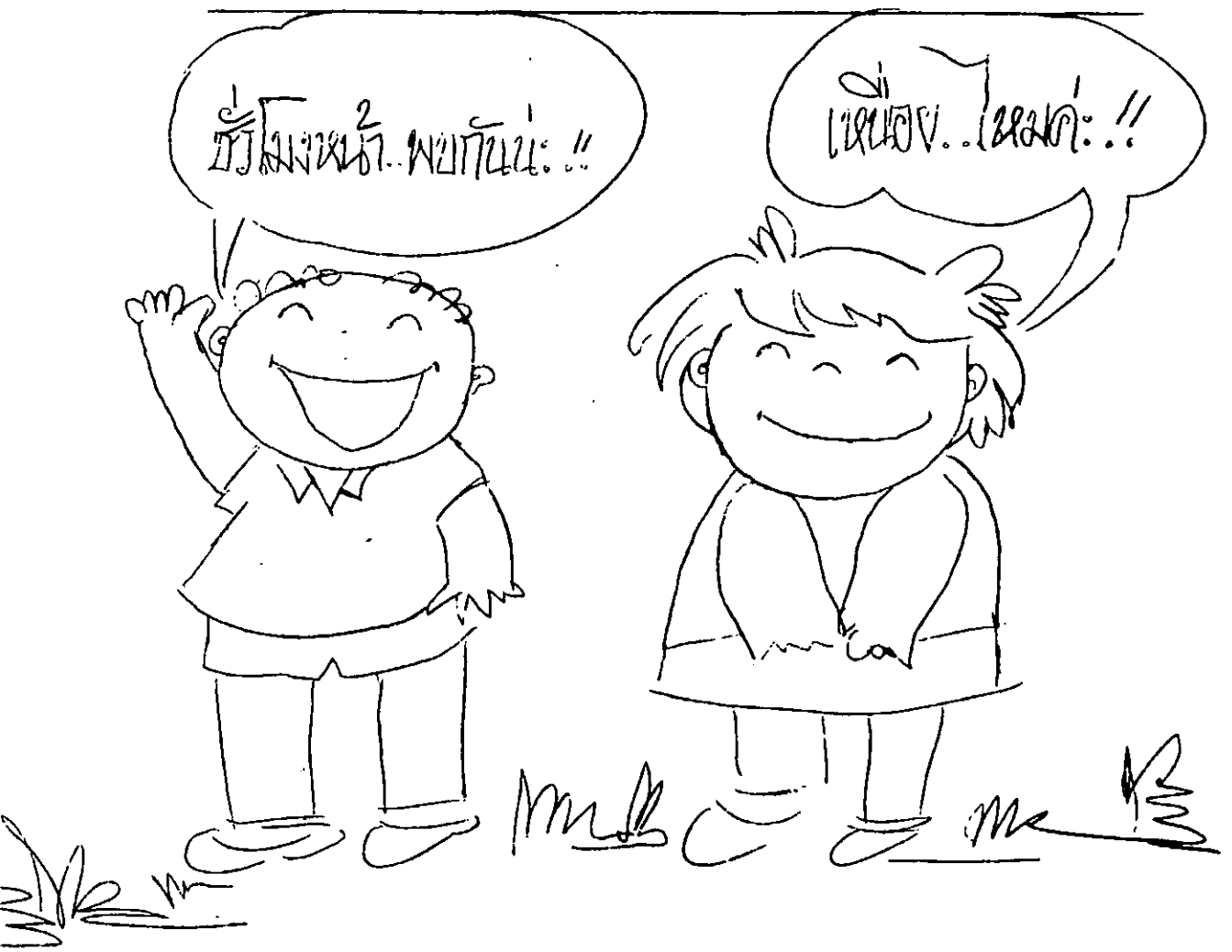
๔. $12X - (3X + 2) = 0$

๕. $\frac{X}{3} - \frac{2}{5}X = 5$

๖. $\frac{2}{3}X + \frac{1}{5} = \frac{X}{3} + 4$

๗. $\frac{3}{4} - \frac{t}{3} = 2t - \frac{9}{2}$

๘. $3\frac{2}{5}Y - 4 = 2 - \frac{Y}{2}$



เฉลยบทเรียนที่ 2

แบบฝึกหัดที่ 2.1

ข้อ 1.

1. ax 2. $x + 4$ 3. $a(b - c)$

4. $(2 + 4)x$ 5. $c - m$

ข้อ 2.

1. z 2. $a + b$

หน้า 3

3. 9 4. $6y$ 5. $2x$

6. $-2x$ 7. a 8. $-10p$

ข้อ 3.

1. √ 2. X 3. √

4. X 5. √

ข้อ 4.

1. ถายทอด 2. สมมาตร , ถายทอด

3. สมมาตร , ถายทอด 4. สมมาตร , ถายทอด

แบบฝึกหัดที่ 2.2

ข้อ 1.

1. $6 - 7$ 2. $\frac{3}{4} - 7$ 3. $\frac{1}{2} - 4$

4. $x + \frac{3}{2} - \frac{3}{2}$ 5. $4 + c$ 6. $3 - b$

ข้อ 2.

1. $3y$ 2. -2 3. -5

4. by 5. $x + 1$ 6. $2(11)$

7. $x + 3$ 8. $-\frac{5}{4}(20)$

แบบฝึกหัดที่ 2.3

ข้อ 1 หน้า 10

2. เอา 3 บวกทั้งสองข้างของสมการ
3. เอา $\frac{4}{5}$ บวกทั้งสองข้างของสมการ
4. เอา 5 ลบทั้งสองข้างของสมการ
5. เอา $\frac{1}{2}$ ลบทั้งสองข้างของสมการ
6. เอา 3 ลบทั้งสองข้างของสมการ
7. เอา 4 คูณทั้งสองข้างของสมการ
8. เอา -2 คูณทั้งสองข้างของสมการ
9. เอา 16 คูณทั้งสองข้างของสมการ
10. เอา 12 หารทั้งสองข้างของสมการ
11. เอา 3 หารทั้งสองข้างของสมการ
12. เอา -1 คูณทั้งสองข้างของสมการ

ข้อ 2 หน้า 11

1. 5
2. 7
3. $\frac{19}{5}$
4. 7
5. $\frac{1}{4}$
6. -5
7. -20
8. $-\frac{2}{3}$
9. 4
10. $\frac{39}{12}$
11. -3
12. 7

แบบฝึกหัดที่ 2.4

ข้อ 1 หน้า 15

2. 1. เอา 2 บวกทั้งสองข้างของสมการ
2. เอา 3 หารทั้งสองข้างของสมการ
3. 1. เอา 5 ลบทั้งสองข้างของสมการ
2. เอา -2 หารทั้งสองข้างของสมการ
4. 1. เอา $\frac{1}{3}$ ลบทั้งสองข้างของสมการ
2. เอา -4 คูณทั้งสองข้างของสมการ
5. 1. เอา $\frac{1}{6}$ บวกทั้งสองข้างของสมการ
2. เอา $\frac{3}{2}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ
6. 1. เอา 1 บวกทั้งสองข้างของสมการ
2. เอา $\frac{5}{4}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ
7. 1. เอา 10 ลบทั้งสองข้างของสมการ
2. เอา $\frac{5}{2}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ

หน้า 16

8. 1. เอา 3 หารทั้งสองข้างของสมการ
2. เอา x บวกทั้งสองข้างของสมการ
9. 1. เอา 2 หารทั้งสองข้างของสมการ
2. เอา 7 บวกทั้งสองข้างของสมการ
10. 1. เอา 4 คูณทั้งสองข้างของสมการ
2. เอา 3 ลบทั้งสองข้างของสมการ

หน้า 16

ข้อ 2

1. 5 2. $\frac{14}{3}$ 3. -2

4. $\frac{56}{15}$ 5. $\frac{3}{2}$ 6. $\frac{17}{12}$

7. -25 8. 2 9. $\frac{19}{2}$

10. 9

แบบฝึกหัดที่ 2.5 หน้า 20

ข้อ 1

2. 1. รวม $-y$ กับ $-3y$

2. เอาสัมประสิทธิ์ของ y หารทั้งสองข้างของสมการ

3. 1. เอา 8 ลบทั้งสองข้างของสมการ

2. รวม $5t$ กับ $-9t$

3. เอาสัมประสิทธิ์ของ t หารทั้งสองข้างของสมการ

หน้า 21

4. 1. ใช้คุณสมบัติการกระจายเอา -1 คูณ $(3x + 2)$

2. รวม $12x$ กับ $-3x$ และเอา 2 ลบทั้งสองข้างของสมการ

3. เอาสัมประสิทธิ์ของ x หารทั้งสองข้างของสมการ

5. 1. รวมสัมประสิทธิ์ของ x

2. เอาส่วนกลับของสัมประสิทธิ์ของ x คูณทั้งสองข้างของสมการ

6. 1. เอา $\frac{1}{5}$ ลบทั้งสองข้างของสมการ

2. เอา $\frac{x}{3}$ ลบทั้งสองข้าง และรวมสัมประสิทธิ์ของ

3. เอาส่วนกลับของสัมประสิทธิ์ของ x คูณทั้งสองข้างของสมการ

7. 1. เอา $\frac{t}{3} + \frac{9}{2}$ บวกทั้งสองข้างของสมการ

2. รวมสัมประสิทธิ์ของ t และรวมทั่วเลข

3. เอาส่วนกลับของสัมประสิทธิ์ของ t คูณทั้งสองข้างของสมการ

หน้า 21 ข้อ

8. 1. เอา $\frac{y}{2} + 4$ บวกทั้งสองข้างของสมการ

2. รวมสัมประสิทธิ์ของ y

3. เอาส่วนกลับของสัมประสิทธิ์ของ y คูณทั้งสองข้างของสมการ

หน้า 22

ข้อ 2

1. -5 2. -4 3. $-\frac{1}{12}$

4. $-\frac{2}{9}$ 5. -75 6. $\frac{57}{5}$

7. $\frac{21}{10}$ 8. $\frac{20}{13}$

ให้นักเรียนขีดเครื่องหมาย x ทับคำตอบที่ถูกต้องที่สุด (ต้องตอบให้ถูกอย่างน้อย 8 ข้อ)

1. $5a - 7 = 8$ จะหาค่า a ได้จาก
   - ก. $(8 + 7) - 5$
   - ข. $(8 - 7) - 5$
   - ค. $(8 + 7) - 5$
   - ง. $(8 - 7) \times 5$

2. $9 - 2x = 1$ ค่า x ที่ได้มีค่าเป็นอะไร
   - ก. เป็นบวก
   - ข. เป็นลบ
   - ค. เป็นบวกและเป็นลบ
   - ง. เป็นบวกหรือลบก็ได้

3. $\frac{x}{3} + 5 = -7$ จะได้ x มีค่าเท่าใด
   - ก. -6
   - ข. 12
   - ค. 36
   - ง. -36

4. ถ้า $0 = 2x - 6$ จะได้ค่า x เท่าใด
   - ก. 0
   - ข. 1
   - ค. 3
   - ง. -3

5. $\frac{x + 3}{2} = 9$ ค่า x เป็นอย่างไร
   - ก. เป็นเศษส่วน
   - ข. เป็นจำนวนเต็มลบ
   - ค. เป็นจำนวนเต็มบวก
   - ง. เป็นเลขยกกำลัง

6. $\frac{1}{2}(a - 3) = 4$; a มีค่าเท่าใด
   - ก. 11
   - ข. -11
   - ค. $\frac{1}{11}$
   - ง. ไม่มีคำตอบที่ถูก

7. $2p + \frac{1}{4} = 2$ ค่าของ p เป็นอย่างไร
   - ก. เป็นเศษส่วน
   - ข. เป็นเลขยกกำลัง
   - ค. เป็นจำนวนเต็ม
   - ง. เป็นจำนวนเต็มบวก

8. $-\frac{5}{6}y - \frac{1}{7} = \frac{4}{7}$ ค่า y เป็นเท่าใด
   - ก. $\frac{6}{7}$
   - ข. $-\frac{6}{7}$
   - ค. $\frac{7}{6}$
   - ง. $-\frac{7}{6}$

9. $2(c - 7) = 4$ จงหาค่าของ c
   - ก. $c = 10$
   - ข. $c = 10 + 1$
   - ค. $c = 10 - 1$
   - ง. $c = \frac{1}{10}$

10. $\frac{a - 7}{2} - 5 = 1$ ค่า a เป็นเท่าใด
    - ก. 11
    - ข. 12
    - ค. 17
    - ง. 19

(คาบที่ 6)

บทเรียนที่ ๓

โจทย์สมการ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้ว นักเรียนมีความสามารถดังนี้

๑. สร้างสมการจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้

๒. หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้อง

โจทย์สมการ

การแก้ปัญหาบางอย่าง เช่น สามเท่าของผลบวกของจำนวนหนึ่งกับ ๗ เท่ากับ ๔๒ จงหาจำนวนนั้น นักเรียนคงต้องใช้เวลามากในการหาคำตอบ นักเรียนสามารถหาคำตอบของปัญหาดังกล่าวได้โดยง่าย ถ้านักเรียนเปลี่ยนข้อความนั้นเป็นสัญลักษณ์ แล้วสร้างสมการตามข้อเท็จจริงจากโจทย์ และแก้สมการตามวิธีการที่เรียนมาในบทเรียนที่ ๒

เพื่อเป็นการทบทวนให้นักเรียนเปลี่ยนประโยคภาษาต่อไปนี้เป็นประโยคสัญลักษณ์

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
๑. ผลบวกของจำนวนหนึ่งและ ๒ เท่ากับ ๑๒	๑. .....
๒. ผลบวกของ x และ ๑ คือ ๕	๒. .....
๓. จำนวนไก่ที่แดงมีลบด้วย ๔ เหลือ ๖	๓. .....
๔. สองเท่าของเงินที่พ่อให้แดงเท่ากับ ๒๐	๔. .....
๕. ครึ่งหนึ่งของผลบวกของ y และ ๑ คือ ๑๖	๕. .....

หลักการสำคัญในการสร้างสมการจากโจทย์ คือ นักเรียนต้องสมมุติสัญลักษณ์แทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ หาประโยคที่แสดงการเท่ากัน คำที่มีความหมายแสดงถึงการเท่ากันมีหลายคำ เช่น เป็น , คือ , ได้ , เหลือ แล้วเปลี่ยนประโยคข้อความเป็นสัญลักษณ์

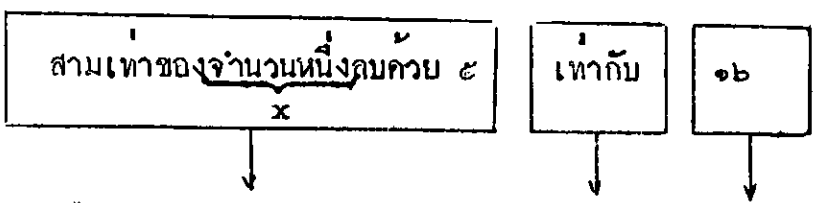
ให้นักเรียนสังเกต การสมมุติสัญลักษณ์ และการสร้างสมการจากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ ๑ สามเท่าของจำนวนหนึ่งลบด้วย ๕ เท่ากับ ๑๖ จงหาจำนวนนั้น

วิธีทำ ๑) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ จำนวน

สมมุติให้จำนวนนั้น คือ x

๒) ประโยคแสดงการเท่ากัน คือ



๓) สมการคือ $3x - 5 = 16$

๔) แก้สมการ

เอา ๕ บวกทั้งสองข้างของสมการ

$$3x - 5 + 5 = 16 + 5$$

$$3x = 21$$

เอา ๓ หารทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{3x}{3} = \frac{21}{3}$$

$$x = 7$$

∴ จำนวนนั้น คือ ๗

๕) ตรวจคำตอบ จาก สามเท่าของจำนวนหนึ่งลบด้วย ๕ เท่ากับ ๑๖

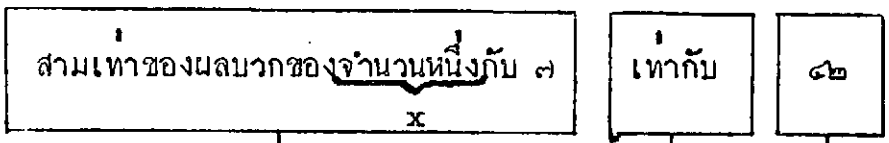
จะได้ ๓ ๗ − ๕ = ๑๖ หรือ ๒๑ − ๕ = ๑๖

ซึ่งเป็นจริง

ตัวอย่างที่ ๒ สามเท่าของผลบวกของจำนวนหนึ่งกับ ๗ เท่ากับ ๔๒ จงหาจำนวนนั้น

วิธีทำ ๑) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ จำนวน

๒) ประโยคแสดงการเท่ากัน คือ x



๓) สมการคือ $3(x + 7) = 42$

๔) การแก้สมการ

เอา ๓ หารทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{3(x+7)}{3} = \frac{42}{3}$$

$$x + 7 = 14$$

เอา ๗ ลบทั้งสองข้างของสมการ

$$x + 7 - 7 = 14 - 7$$

$$x = 7$$

∴ จำนวนนั้น คือ ๗

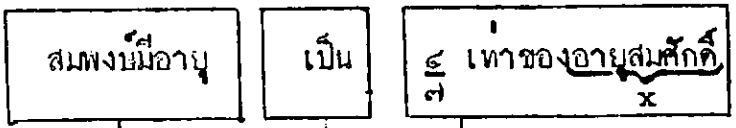
๕) ให้นักเรียนตรวจคำตอบ

ตัวอย่างที่ ๓ สมพงษ์มีอายุเป็น $\frac{๔}{๗}$ เท่าของอายุสมศักดิ์ ถ้าสมพงษ์มีอายุ ๒๔ ปี สมศักดิ์มีอายุกี่ปี

วิธีทำ ๑) โจทย์ต้องการทราบ อายุของสมศักดิ์

สมมุติให้สมศักดิ์มีอายุ x ปี

๒) ประโยคแสดงการเท่ากัน



๓) สมการคือ $28 = \frac{4}{7}x$

หรือ $\frac{4}{7}x = 28$

๔) แก้สมการ เอา $\frac{7}{4}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{7}{4}\cdot\frac{4}{7}x = \frac{7}{4}\cdot 28$$

$$x = 49$$

∴ สมศักดิ์มีอายุ ๔๙ ปี

๕) ให้นักเรียนตรวจคำตอบ

ข้อสังเกต จากตัวอย่างที่ผ่านมา นักเรียนจะพบว่า ลำดับขั้นในการแก้โจทย์ปัญหา สรุปได้ดังนี้

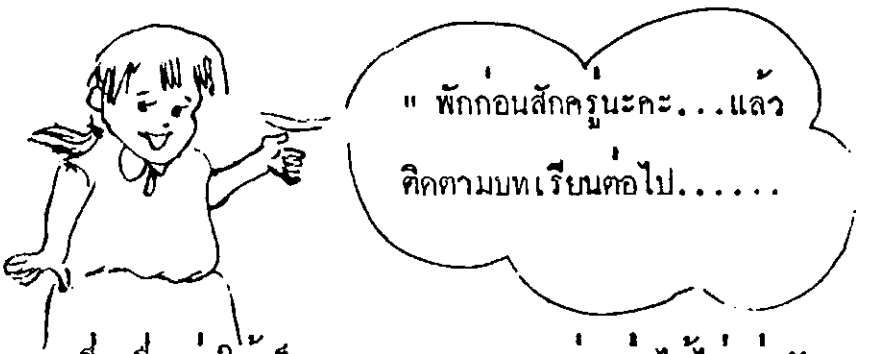
๑. อ่านโจทย์และพิจารณาว่าโจทย์ต้องการทราบอะไร สมมุติตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

๒. หาประโยคแสดงการเท่ากัน

๓. เปลี่ยนประโยคในข้อ ๒ เป็นสัญลักษณ์

๔. แก้สมการ ตามวิธีการที่เรียนมาในบทเรียนที่ ๒

๕. ตรวจคำตอบ และพิจารณาว่าคำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่



ตัวอย่างที่ ๔ ซื้อส้มมาจำนวนหนึ่งเพื่อแบ่งให้เด็ก ๑๕ คน ปรากฏว่าแบ่งได้ไม่เท่ากัน จึงไปซื้อเพิ่มอีก ๑๒ ผล นำส้มมาแบ่งได้คนละ ๕ ผล จงหาจำนวนส้มที่ซื้อมาครั้งแรก

วิธีทำ ๑) โจทย์ต้องการทราบ จำนวนส้มที่ซื้อมาครั้งแรก

สมมุติให้ y แทนจำนวนส้มที่ซื้อมาครั้งแรก

ซื้อส้มเพิ่มอีก ๑๒ ผล ดังนั้น มีส้มทั้งหมด $y + 12$ ผล

๒) แบ่งส้มทั้งหมด ($y + 12$) ให้เด็ก ๑๕ คน ได้ คนละ ๕ ผล

๓) ดังนั้น $\frac{y + 12}{15} = 5$

๔) เอา ๑๕ คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$15 \cdot \frac{(y + 12)}{15} = 15.5$$

$$y + 12 = 75$$

เอา ๑๒ ลบออกทั้งสองข้างของสมการ

$$y + 12 - 12 = 75 - 12$$

$$y = 63$$

∴ ซื้อส้มมาครั้งแรก ๖๓ ผล

ข้อสังเกต ประโยคที่แสดงการเท่ากัน เราต้องอาศัยการพิจารณาข้อเท็จจริงจากโจทย์

ตัวอย่างที่ ๕ ห้าในหกของผลต่างของคะแนนนาย ก และนาย ข มีค่าเท่ากับผลบวกของคะแนนนาย ข และ นาย ค ถ้า นาย ข สอบได้ ๔๐ คะแนน นาย ค สอบได้ ๒๐ คะแนน อยากทราบว่า นาย ก สอบได้กี่คะแนน

วิธีทำ ๑) โจทย์ต้องการทราบ คะแนนของนาย ก

สมมุติให้นาย ก สอบได้ x คะแนน

๒) ห้าในหกของผลต่างของคะแนนนาย ก (x) และนาย ข | เท่ากับ | ผลบวกของคะแนนของนาย ข และนาย ค

๓) ดังนั้น $\frac{5}{6}(x - 40) = 40 + 20$

หรือ $\frac{5}{6}(40 - x) = 40 + 20$

๔) เอา $\frac{6}{5}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ

$\frac{6}{5}\cdot\frac{5}{6}(x - 40) = \frac{6}{5}\cdot 60$

$x - 40 = 72$

เอา ๔๐ บวกทั้งสองข้างของสมการ

$x - 40 + 40 = 72 + 40$

$x = 112$

$\frac{6}{5}\cdot\frac{5}{6}(40 - x) = \frac{6}{5}\cdot 60$

$40 - x = 72$

เอา -๔๐ บวกทั้งสองข้างของสมการ

$-40 + 40 - x = -40 + 72$

$-x = 32$

เอา -๑ คูณทั้งสองข้างของสมการ

$(-1)(-x) = (-1)(32)$

$x = -32$ ซึ่งเป็นเท็จ

∴ นาย ก ได้คะแนน ๑๑๒ กะแนน

๕) ให้นักเรียนตรวจคำตอบ

<u>คำอธิบาย</u> ๑.คะแนนนาย ก เป็นลบไม่ได้ เพราะกะแนนอย่างน้อยที่สุด คือ ๐

๒.คำว่า " ผลต่าง " ของคะแนนนาย ก และนาย ข หมายถึง

กะแนนนาย ก – กะแนนนาย ข หรือ กะแนนนาย ข – กะแนนนาย ก

<u>คำชี้แจง</u> การทำแบบฝึกหัด นักเรียนไม่ต้องเขียนหมายเลขลำดับขั้นในการแก้โจทย์ปัญหา

<u>แบบฝึกหัดที่ ๓</u>

๑. พิมพ์อายุ x ปี จงเขียนสัญลักษณ์แทนกนึ่ง

๑.แก่กว่าพิมพ์ ๕ ปี ๑.....

๒.อ่อนกว่าพิมพ์ ๓ ปี ๒.....

๓.มีอายุเป็นสองเท่าของพิมพ์ ๓.....

๔.มีอายุน้อยกว่า๒เท่าของอายุของพิมพ์อยู่ ๑ ปี ๔.....

๒. เด็กคนหนึ่งแก่กว่าเด็กอีกคนหนึ่ง ๓ ปี ผลบวกของอายุของเด็กทั้งสองคนคือ ๑๗

๑.ถ้าเด็กที่อ่อนกว่ามีอายุ y ปี คนที่แก่กว่ามีอายุกี่ปี ๑.....

๒.จงเขียนสมการเพื่อหาอายุของเด็กทั้งสอง ๒.....

๓. ผลบวกของจำนวนหนึ่งและ ๒ เท่ากับ ๑๒ จงหาจำนวนนั้น

๔. สองเท่าของจำนวนหนึ่งลบด้วย ๕ เท่ากับ ๑๓ จงหาจำนวนนั้น

๕. กึ่งหนึ่งของผลบวกของจำนวนหนึ่งและ ๒ เท่ากับ ๑๗ จงหาจำนวนนั้น

๖. กึ่งหนึ่งของจำนวนหนึ่งรวมกับสองเท่าของจำนวนนั้นเท่ากับ ๒๕ จงหาจำนวนนั้น

๗. สนามเทนนิสมีด้านยาวยาวกว่า ๒เท่าของด้านกว้างอยู่ ๓ เมตร ถ้าด้านยาวยาว ๒๕ เมตร จงหาความยาวด้านกว้าง

๘. ครูมีสมุดจำนวนหนึ่ง แจกให้นักเรียนเนื่องในวันเด็ก $\frac{3}{5}$ ของสมุดที่มีอยู่ ปรากฏว่าเหลือสมุด ๖๐ เล่ม เดิมครูมีสมุดเท่าไร

๙. นายชมมีไก่ ๑๐๐ ตัวเมื่อนำมาเทียบกับไก่ของนายชู ปรากฏว่า สามในห้าของจำนวนไก่ของนายชูมากกว่าจำนวนไก่ของนายชมอยู่ ๒๐ ตัว จงหาจำนวนไก่ของนายชู

๑๐. พ่อนำเงินจำนวนหนึ่งมารวมกับเงิน ๕๐ บาทของแม่ แล้วแบ่งให้ลูก ๕ คนได้คนละ ๑๓ บาท จงหาจำนวนเงินที่พ่อนำมาสมทบ

" ขอยกนิ้วให้นักเรียนที่พยายามตั้งใจศึกษาจนจบบทเรียนที่ ๓ ....อย่าลืมตรวจคำตอบหน้าต่อไปนะครับ.... "

เฉลยบทเรียนที่ 3

หน้า 1

1. $x + 2 = 12$ 2. $x + 1 = 5$ 3. $x - 4 = 6$

4. $2x = 20$ 5. $\frac{1}{2}(y + 1) = 16$

แบบฝึกหัดที่ 3

หน้า 7

ข้อ 1

1. $x + 5$ 2. $x - 3$ 3. $2x$

4. $2x - 1$

ข้อ 2

1. $y + 3$ 2. $y + (y + 3) = 17$

ข้อ 3 10

ข้อ 4 9

หน้า 8

ข้อ 5 32

ข้อ 6 10

ข้อ 7 11

ข้อ 8 150

ข้อ 9 200

ข้อ 10 15

แบบทดสอบประจำบทเรียนที่ 3

ให้นักเรียนเปลี่ยนโจทย์ปัญหาเป็นสมการและหาคำตอบให้ถูกต้อง (ต้องตอบถูกอย่างน้อย 4 ข้อ)

1. สี่เท่าของผลบวกของจำนวนหนึ่งกับ 16 เป็น 80 พอดี จงหาจำนวนนั้น

2. คุณแม่ให้เงินมาลี 30 บาท เมื่อรวมกับครึ่งหนึ่งของเงินที่มาลีมีอยู่ จะได้ 90 บาท มาลีมีเงินเท่าใด

3. สามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งด้านประกอบยาวกว่าฐาน 4 ซม. เอาด้านทั้งสามรวมกันจะยาว 32 ซม. จงหาความยาวฐาน

4. 2 ใน 3 ของส้มกองหนึ่งหลังจากเอาออกไปแล้ว 30 ผล จะเหลืออยู่ 100 ผลพอดี เดิมส้มกองนั้นมีกี่ผล

5. ธงชาติผืนหนึ่งด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 4 ฟุต แต่ถ้าวัดโดยรอบจะยาว 56 ฟุต จงหาขนาดของธงชาติผืนนี้

(คาบที่ 7)

บทเรียนที่ ๔

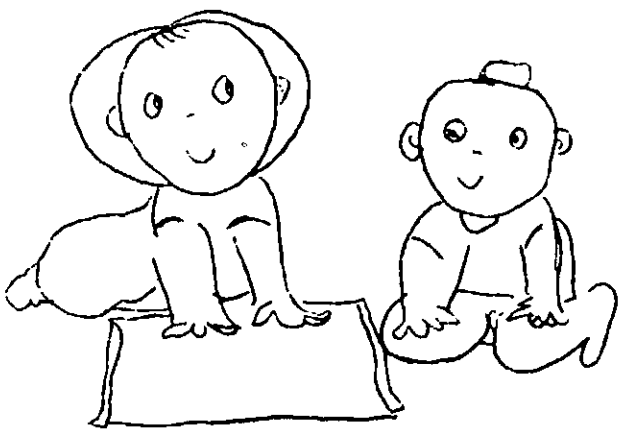
ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์ (อสมการ)

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้ว นักเรียนมีความสามารถดังนี้

๑. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์

๒. เปลี่ยนประโยคสัญลักษณ์เป็นประโยคภาษา



ประโยคภาษา และ ประโยคสัญลักษณ์

นักเรียนได้ศึกษาการเปลี่ยนประโยคภาษาที่แสดงการเท่ากัน เป็นประโยคสัญลักษณ์มาแล้วในบทเรียนที่ ๑ ในบทเรียนนี้นักเรียนจะได้เรียนรู้การเปลี่ยนประโยคภาษาที่แสดงการไม่เท่ากันเป็นประโยคสัญลักษณ์

สัญลักษณ์ที่แสดงการไม่เท่ากัน มีดังนี้

สัญลักษณ์	ความสัมพันธ์
$<$	น้อยกว่า
$>$	มากกว่า
$\neq$	ไม่เท่ากัน หรือ ไม่เท่ากับ
$\leq$	น้อยกว่าหรือเท่ากับ อีกความหมายคือ ไม่เกิน
$\geq$	มากกว่าหรือเท่ากับ อีกความหมายคือ ไม่น้อยกว่า

ให้นักเรียนพิจารณา การเปลี่ยนประโยคภาษาต่อไปนี้ เป็นประโยคสัญลักษณ์

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
๑. หนึ่งน้อยกว่าห้า	$1 < 5$
๒. ลบห้ามากกว่าลบแปด	$-5 > -8$
๓. หกไม่เท่ากับสี่บวกกับสาม	$6 \neq 4 + 3$

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
๔. ผลบวกของสามและห้ามากกว่าเจ็ด	$3 + 5 > 7$
๕. สองเท่าของจำนวนหนึ่งมากกว่ายี่สิบ	$2x > 20$
๖. ผลบวกของจำนวนหนึ่งและสามน้อยกว่าห้า	$x + 3 < 5$
๗. จำนวนหนึ่งลบด้วยหกน้อยกว่าหรือเท่ากับแปด	$x - 6 \leq 8$
๘. จำนวนหนึ่งลบด้วยสิบมากกว่าหรือเท่ากับเก้า	$y - 10 \geq 9$
๙. ผลบวกของจำนวนหนึ่งและห้ามีค่าไม่เกินหก	$t + 5 \leq 6$
๑๐. สองเท่าของจำนวนหนึ่งมีค่าไม่น้อยกว่าสิบเอ็ด	$2x \geq 11$

เราเรียก ประโยคสัญลักษณ์ที่มีสัญลักษณ์แสดงการไม่เท่ากัน ว่า อสมการ

สรุปได้ว่า

> ประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวน
>
> โดยมีสัญลักษณ์ $<$, $>$, $\neq$, $\leq$, $\geq$
>
> แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน เรียกว่า อสมการ

ข้อสังเกต นักเรียนจะพบว่า อสมการในตัวอย่างที่ผ่านมา ข้อ ๑ – ๔ เป็นอสมการที่ไม่มีตัวแปร และ อสมการในข้อ ๕ – ๑๐ เป็นอสมการที่มีตัวแปร

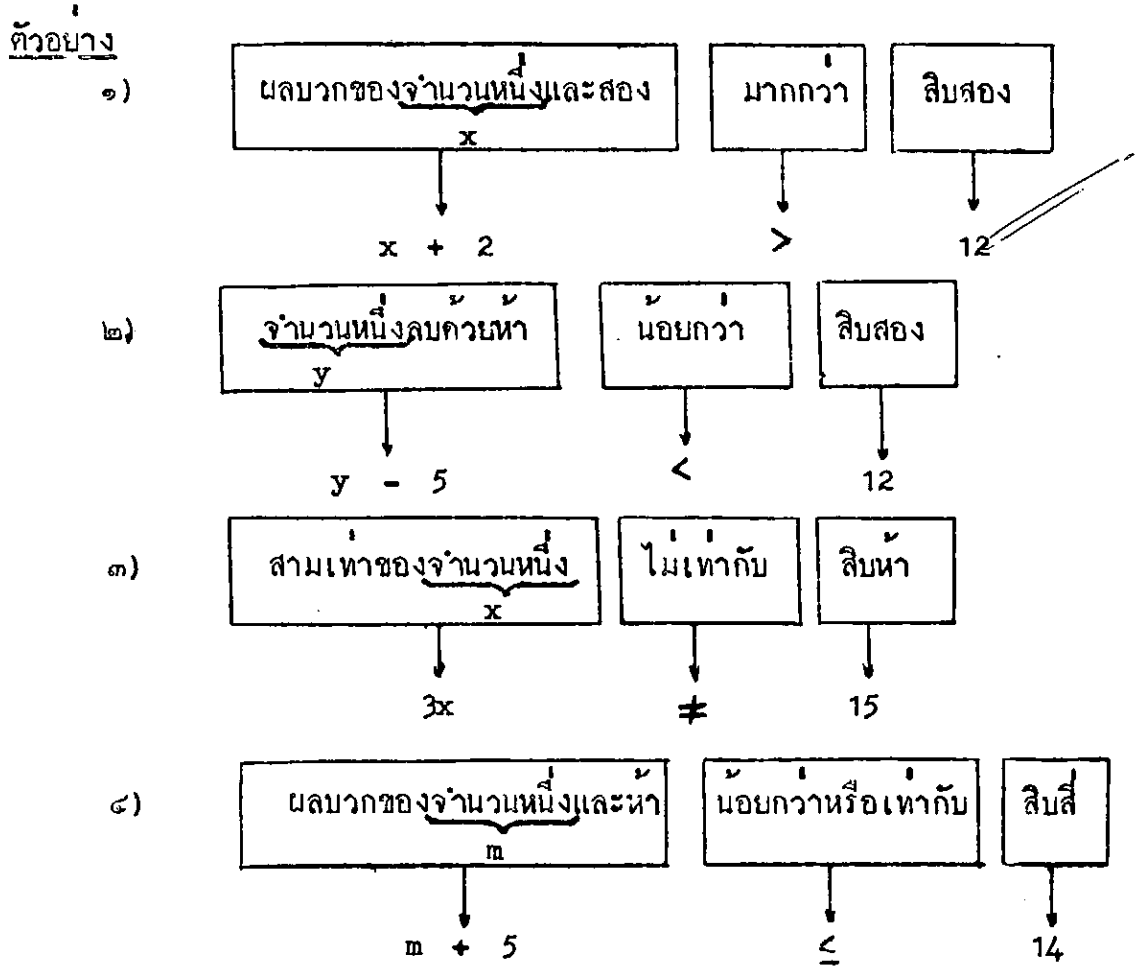
หลักการ เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์

๑. ข้อความที่ไม่ทราบว่าเป็นจำนวนใด ให้แทนด้วยตัวแปร

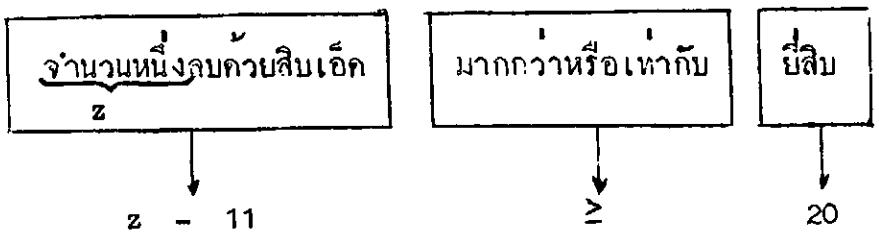
๒. หาข้อความที่แสดงการไม่เท่ากัน ได้แก่ น้อยกว่า มากกว่า ไม่เท่ากับ ไม่เกิน ไม่น้อยกว่า น้อยกว่าหรือเท่ากับ มากกว่าหรือเท่ากับ

๓. เปลี่ยนข้อความอื่น ๆ เป็นสัญลักษณ์

ตัวอย่าง

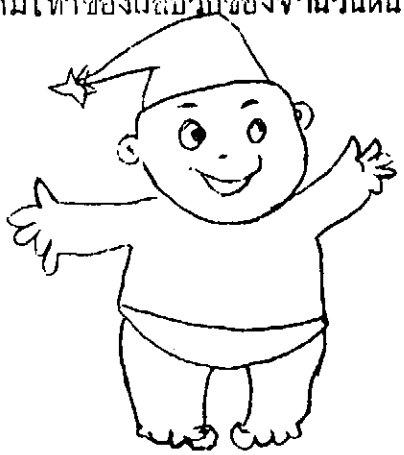


๕)



ให้นักเรียนเปลี่ยนประโยคภาษาต่อไปนี้เป็นประโยคสัญลักษณ์

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
๑. ผลบวกของจำนวนหนึ่งและเก้าน้อยกว่าสิบสาม	1. .....
๒. จำนวนหนึ่งลบด้วยห้ายังมีค่ามากกว่ายี่สิบเอ็ด	2. .....
๓. ผลบวกของจำนวนหนึ่งและสามไม่เท่ากับสิบสอง	3. .....
๔. ผลบวกของจำนวนหนึ่งและสองมากกว่าเก้า	4. .....
๕. สองเท่าของจำนวนหนึ่งลบออกหนึ่งมากกว่าหรือเท่ากับสิบ	5. .....
๖. ครึ่งหนึ่งของจำนวนหนึ่งไม่เกินสอง	6. .....
๗. ห้าเท่าของจำนวนหนึ่งเกินสิบสอง	7. .....
๘. สามเท่าของผลบวกของจำนวนหนึ่งและ ๑ ไม่น้อยกว่า ๑๔	๘. .....



" ขอแสดงความยินดีกับนักเรียนที่พยายาม ตั้งใจศึกษาจนจบบทเรียนที่ ๔ ทำแบบฝึกหัดต่ออีกนิดเดียว.... ก็จบบทเรียนแล้ว "

แบบฝึกหัดที่ ๔

๑. ให้นักเรียนพิจารณาประโยคสัญลักษณ์ต่อไปนี้ แล้วเติมตารางให้สมบูรณ์

ประโยคสัญลักษณ์	อสมการ		ตัวแปร	สัมประสิทธิ์ของตัวแปร	ตัวคงที่
	ใช่	ไม่ใช่			
1. $1 < 6$	✓		-	-	1 , 6
2. $x + 1 > 3$	✓		x	1	1 , 3
3. $x - 2 < 1$					
4. $y + 4 \geq 5$					
5. $m - 2 \leq 6$					
6. $z - \frac{1}{2} \neq 0$					
7. $2x + 3 > 5$					
8. $3x + 1 = 4$					
9. $\frac{x}{2} + 3 \neq 6$					
10. $x - 3 \geq 5$					
11. $3t - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$					
12. $w + \frac{1}{4} \leq 3$					

๒. จงเขียนสัญลักษณ์แทนข้อความ และประโยคต่อไปนี้

๑. ผลบวกของจำนวนหนึ่งกับครึ่งหนึ่งของจำนวนนั้น ๑. .....

๒. จำนวนที่มากกว่า x อยู่ ๒ ๒. .....

๓. จำนวนคู่สามจำนวนเรียงกัน ๓. .....

๔. จำนวนหนึ่งบวกกับเจ็ดน้อยกว่าสาม ๔. .....

๕. สามเท่าของ n ไม่เกิน ๑๔ ๕. .....

๖. หนึ่งในสามของ v ไม่น้อยกว่า ๑๘ ๖. .....

๗. อีก ๔ ปีน้องจะมีอายุเกิน ๑๗ ๗. .....

๘. ห้าเท่าของพื้นที่นาไม่เกิน ๑๖ ไร่ ๘. .....

๓. จงเปลี่ยนประโยคต่อไปนี้เป็นประโยคภาษา ให้ตัวแปร แทน จำนวนหนึ่ง

๑. $x + 21 \neq 0$ ตอบ .....

๒. $2x + 6 \neq 25$ ตอบ .....

๓. $x - 1 > 4$ ตอบ .....

๔. $\frac{x}{2} - 5 \geq 7$ ตอบ .....

๕. $2(x + 1) \leq 20$ ตอบ .....

๖. $x + 3x \neq 64$ ตอบ .....

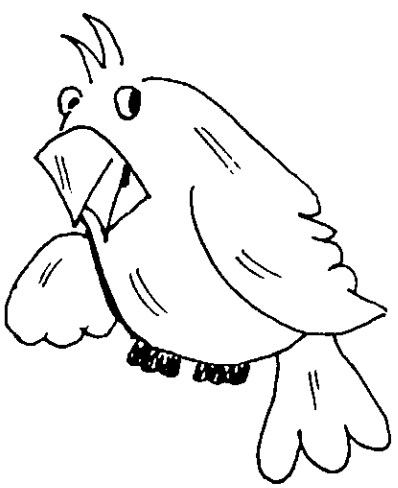
7. $2X > 14$ ตอบ .....

8. $\frac{3}{4}X + 2 \leq 7$ ตอบ .....

" แบบฝึกหัดง่าย ๆ อย่างนี้อีก เราคงทำได้..

..อย่างสบาย ...ถ้าไม่แน่ใจในคำตอบของตัวเอง

ดูเฉลยอยู่หน้าต่อไปจากนี้.."



เฉลยบทเรียนที่ 4

หน้า 4

1. $x + 9 < 13$ 2. $x - 5 > 21$ 3. $x + 1 \neq 12$
4. $x + 2 > 9$ 5. $2x - 1 \geq 10$ 6. $\frac{x}{2} \leq 2$
7. $5x > 12$ 8. $3(x + 1) \geq 14$

แบบฝึกหัดที่ 4

ข้อ 1

1. ใช่ : - : - : 1,6
2. ใช่ : x : 1 : 1,3
3. ใช่ : x : 1 : -2,1
4. ใช่ : y : 1 : 4,5
5. ใช่ : m : 1 : -2,6
6. ใช่ : z : 1 : $-\frac{1}{2}$,0
7. ใช่ : x : 2 : 3,5
8. ไม่ใช่ : x : 3 : 1,4
9. ใช่ : x : $\frac{1}{2}$: 3,6
10. ใช่ : x : 1 : -3,5
11. ไม่ใช่ : t : 3 : $-\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$
12. ใช่ : w : 1 : $\frac{1}{4}$, 3

หน้า 6

ข้อ 2

1. $x + \frac{x}{2}$ 2. $x + 2$ 3. $2x, 2x + 2, 2x + 4$
4. $x + 7 < 3$ 5. $3n \leq 14$ 6. $\frac{1}{3}v \geq 18$
7. $x + 9 > 17$ 8. $5x \leq 16$

ข้อ 3

1. ผลบวกของจำนวนหนึ่งกับ 21 ไม่เท่ากับ 0
2. ผลบวกของสองเท่าของจำนวนหนึ่งกับ 6 ไม่เท่ากับ 25
3. จำนวนหนึ่งลบด้วย 1 มีค่ามากกว่า 4
4. ครึ่งหนึ่งของจำนวนหนึ่งลบด้วย 5 ยังมากกว่าหรือเท่ากับ 7
5. สองเท่าของผลบวกของจำนวนหนึ่งกับหนึ่งไม่เกิน 20

หน้า 6 ต่อ

6. ผลบวกของจำนวนหนึ่งกับสามเท่าของจำนวนนั้นไม่เท่ากับ 64

หน้า 7

7. สองเท่าของจำนวนหนึ่งมากกว่า 14

8. สามในสี่ของจำนวนหนึ่งบวกกับสองไม่เกิน 7

แบบทดสอบประจำบทเรียนที่ 4

ให้นักเรียนขีดเครื่องหมาย x ทับข้อที่ถูกต้องที่สุด (ต้องตอบให้ถูกอย่างน้อย 4 ข้อ)

1. เราเรียกประโยค $p < q - 1$ ว่าอะไร

   ก. สมการ
   ข. อสมการ
   ค. ประโยคภาษา
   ง. ประโยคสัญลักษณ์

2. $a + 10 \neq a + 5$ ตัว a เรียกว่าอะไร

   ก. ตัวแปร
   ข. ค่าคงที่
   ค. สัญลักษณ์
   ง. สัมประสิทธิ์ของตัวแปร

3. "ผลบวกของจำนวนหนึ่งและ 3 น้อยกว่า 11 " เปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ในข้อใด

   ก. $a + 3 < 11$
   ข. $a < 11 + 3$
   ค. $a - 3 < 11$
   ง. $a > 11 - 3$

4. "อีก 10 ปีพ่อจะมีอายุเกิน 40 " เปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไร

   ก. $x + 10 > 40$
   ข. $x - 10 < 40$
   ค. $x + 10 < 40$
   ง. $x - 10 > 40$

5. ประโยค"สามเท่าของผลบวกของจำนวนหนึ่งกับ 1 มีค่าน้อยกว่า 5" เปลี่ยนเป็นสัญลักษณ์ได้ในข้อใด

   ก. $3(x - 1) < 5$
   ข. $3x - 1 < 5$
   ค. $3(x + 1) < 5$
   ง. $3x + 1 < 5$

(ตาบที่ 8)

บทเรียนที่ 5

คำตอบของอสมการและกราฟแสดงคำตอบ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้ว นักเรียนมีความสามารถดังนี้

1. บอกได้ว่าจำนวนใดที่กำหนดให้เป็นคำตอบของอสมการที่กำหนดให้
2. หาคำตอบบางคำตอบของอสมการได้โดยการลองแทนค่าตัวแปร
3. เขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการได้

คำตอบของอสมการ

นักเรียนพิจารณาอสมการต่อไปนี้

๑. $x + 1 < 3$

ถ้าแทน x ด้วย 4 อสมการที่ได้คือ $4 + 1 < 3$ ซึ่งเป็นเท็จ

ถ้าแทน x ด้วย 2 อสมการที่ได้คือ $2 + 1 < 3$ ซึ่งเป็นเท็จ

ถ้าแทน x ด้วย 1 อสมการที่ได้คือ $1 + 1 < 3$ ซึ่งเป็นจริง

ถ้าแทน x ด้วย -1 อสมการที่ได้คือ $(-1) + 1 < 3$ ซึ่งเป็นจริง

ถ้าแทน x ด้วย -3 อสมการที่ได้คือ $(-3) + 1 < 3$ ซึ่งเป็นจริง

นักเรียนคงจะตอบได้ว่า

> ถ้าแทน x ด้วย จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า ๒ แล้ว อสมการ $x + 1 < 3$ จะเป็นจริง

๒. $x - 1 > 4$

ถ้าแทน x ด้วย 3 อสมการที่ได้คือ $3 - 1 > 4$ ซึ่งเป็นเท็จ

ถ้าแทน x ด้วย 5 อสมการที่ได้คือ $5 - 1 > 4$ ซึ่งเป็นเท็จ

ถ้าแทน x ด้วย 6 อสมการที่ได้คือ $6 - 1 > 4$ ซึ่งเป็นจริง

ถ้าแทน x ด้วย 8 อสมการที่ได้คือ $8 - 1 > 4$ ซึ่งเป็นจริง

ถ้าแทน x ด้วย 12 อสมการที่ได้คือ $12 - 1 > 4$ ซึ่งเป็นจริง

นักเรียนคงจะตอบได้ว่า

> ถ้าแทน x ด้วย จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า ๕ แล้วอสมการ $x - 1 > 4$ จะเป็นจริง

๓. $y + 2 \neq 6$

ถ้าแทน y ด้วย 3 อสมการที่ได้คือ $3 + 2 \neq 6$ ซึ่งเป็นจริง

ถ้าแทน y ด้วย 4 อสมการที่ได้คือ $4 + 2 \neq 6$ ซึ่งเป็นเท็จ

ถ้าแทน y ด้วย 5 อสมการที่ได้คือ $5 + 2 \neq 6$ ซึ่งเป็นจริง

ถ้าแทน y ด้วย 7 อสมการที่ได้คือ $7 + 2 \neq 6$ ซึ่งเป็นจริง

ถ้าแทน y ด้วย 9 อสมการที่ได้คือ $9 + 2 \neq 6$ ซึ่งเป็นจริง

นักเรียนคงจะตอบได้ว่า

> ถ้าแทน y ด้วย จำนวนทุกจำนวนที่ไม่เท่ากับ ๔ แล้ว อสมการ $y + 2 \neq 6$ จะเป็นจริง

เราเรียก จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า ๒ ว่า คำตอบของอสมการ $x + 1 < 3$

จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า ๕ ว่า คำตอบของอสมการ $x - 1 > 4$

จำนวนทุกจำนวนที่ไม่เท่ากับ ๔ ว่า คำตอบของอสมการ $y + 2 \neq 6$

สรุปได้ว่า

> คำตอบของอสมการที่มีตัวแปร คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในอสมการแล้วทำให้อสมการเป็นจริง และคำตอบของอสมการจะอยู่ในรูปอสมการ

ข้อสังเกต คำตอบของอสมการจะอยู่ในรูป

๑. $x < a$ หมายถึง จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า a

๒. $x \leq a$ หมายถึง จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ a

๓. $x > a$ หมายถึง จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า a

๔. $x \geq a$ หมายถึง จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ a

๕. $x \neq a$ หมายถึง จำนวนทุกจำนวนที่ไม่เท่ากับ a

ให้นักเรียนพิจารณาว่าจำนวนในวงเล็บจำนวนใดเป็นคำตอบบางคำตอบของอสมการที่กำหนดในแต่ละข้อ

๑. $m + 6 < 13$, (๓ , ๔ , ๖ , ๗ , -๕) ตอบ .....

๒. $x - 5 > 11$, (๖ , ๗ , ๑๔ , ๑๖ , ๑๗) ตอบ .....

๓. $t + 10 \neq 18$, (๖ , ๗ , ๘ , ๙ , ๑๐) ตอบ.....

๔. $2a \leq 6$, (๒ , ๓ , ๔ , ๕ , ๖) ตอบ .....

๕. $\frac{y}{2} \geq 4$, (๘ , ๖ , ๙ , ๑๐ , ๑๒) ตอบ.....

ให้นักเรียนหาคำตอบบางคำตอบของอสมการต่อไปนี้ โดยการลองแทนตัวแปรด้วยจำนวน

๑. $m + 5 < 12$ ตอบ.....

๒. $x - 6 > 11$ ตอบ.....

๓. $t + 10 \neq 18$ ตอบ.....

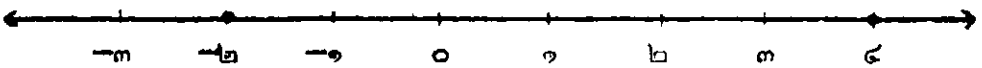
๔. $2a \leq 6$ ตอบ.....

๕. $\frac{y}{2} \geq 4$ ตอบ.....

กราฟแสดงคำตอบ

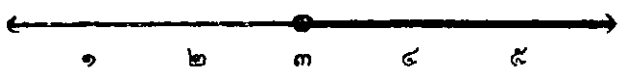
นักเรียนเคยทราบมาแล้วว่า เราใช้เส้นจำนวนแทนจำนวนทุกจำนวน และจุด ๑ จุดบนเส้นจำนวนจะแทนจำนวนได้เพียงจำนวนเดียวเท่านั้น ในทางกลับกันจำนวนหนึ่งจำนวนจะแทนได้ด้วยจุดบนเส้นจำนวนได้เพียงจุดเดียว

ให้นักเรียนพิจารณาเส้นจำนวนต่อไปนี้



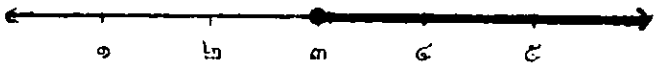
แผนภาพข้างบนเป็นกราฟแสดงจำนวน −๒ และ ๔

นักเรียนทราบว่า คำตอบของอสมการมีหลายคำตอบ หรือกล่าวได้ว่ามีคำตอบมากมาย ซึ่งอยู่ในรูปอสมการ และคงเป็นไปไม่ได้ที่นักเรียนจะเขียนคำตอบทั้งหมดของอสมการนั้น ๆ ในทางคณิตศาสตร์เราจะแสดงจำนวนเหล่านั้นด้วยแผนภาพบนเส้นจำนวน และเรียกแผนภาพนี้ว่า กราฟแสดงคำตอบ ให้นักเรียนสังเกตการเขียนกราฟแสดงอสมการต่อไปนี้



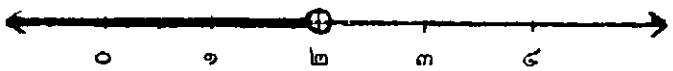
จุดทุกจุดบนเส้นจำนวนที่อยู่ทางขวามือของ ๓ คือกราฟแสดงอสมการ $x > 3$

แผนภาพข้างบน(จุดที่อยู่บนเส้นทึบทางขวามือของ ๓) คือกราฟแสดงอสมการ x 3 เนื่องจาก ๓ ไม่ใช่คำตอบ จึงเขียนวงกลมเล็ก ๆ ล้อมรอบจุดแทน ๓ เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดแทน ๓

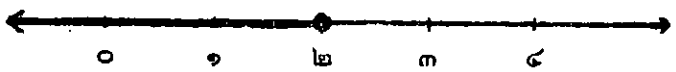


แผนภาพข้างบน (จุดที่อยู่บนเส้นทึบ) คือกราฟแสดงอสมการ $x \geq 3$

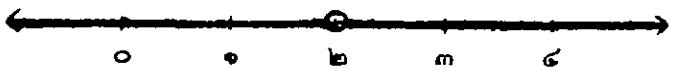
การเขียนวงกลมทึบเล็ก ๆ ทับจุดแทน ๓ เพื่อแสดงว่ากราฟรวมจุดแทน ๓ ด้วย



แผนภาพนี้ คือกราฟแสดงอสมการ $x < 2$



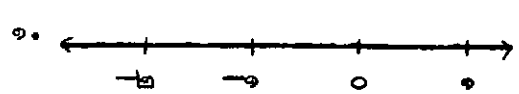
แผนภาพนี้ คือ กราฟแสดงอสมการ $x \leq 2$



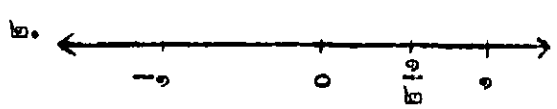
แผนภาพนี้แสดง จำนวนทุกจำนวนที่ไม่เท่ากับ ๒ หรือ กราฟแสดง $x \neq 2$

ให้นักเรียนเขียนกราฟแสดงจำนวนต่อไปนี้

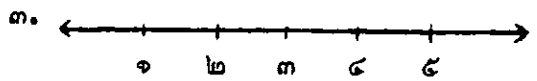
๑. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า -๑

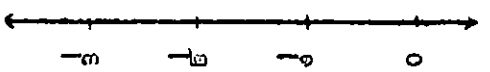


๒. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า $\frac{๑}{๒}$

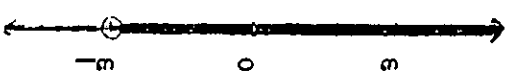


๓. จำนวนทุกจำนวนที่ไม่เท่ากับ ๓

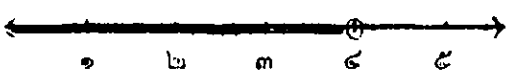


๔. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ −๒ ๔. 

ให้นักเรียนบอกว่ากราฟต่อไปนี้แสดงจำนวนอะไร

๑. 

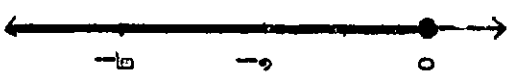
๑. .....

๒. 

๒. .....

๓.

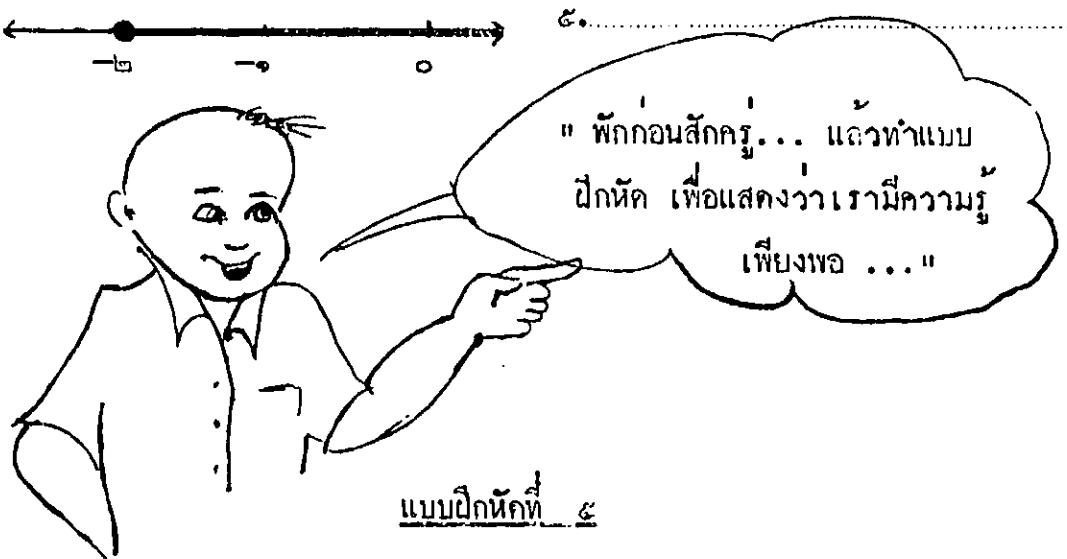
๓. .....

๔. 

๔. .....

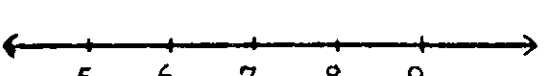
๕.

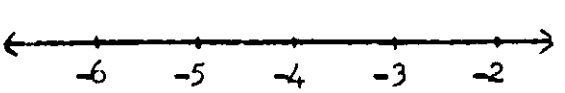
๕. .....



แบบฝึกหัดที่ ๕

๑. ให้นักเรียนเขียนกราฟแสดงอสมการต่อไปนี้

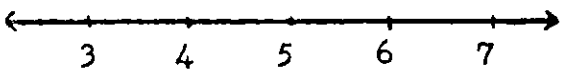
๑. $x < 7$ ๑. 

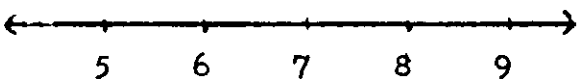
๒. $x > -4$ ๒. 

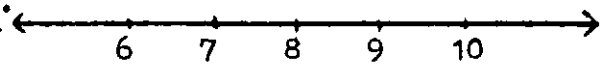
๓. $t - 3 \neq 8$

๔. $m + 2 \leq 9$

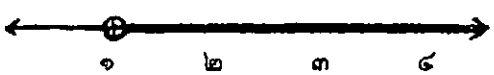
๕. $z - 5 \geq 3$

๓.


๔.


๕.


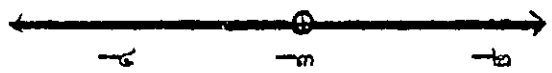
๒. ให้นักเรียนพิจารณาว่า กราฟต่อไปนี้แสดงจำนวนเอะไร

๑.


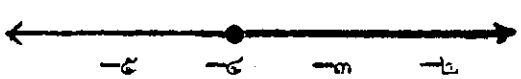
๑. .....

๒.

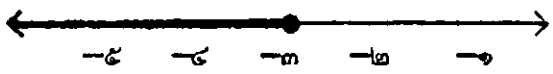
๒. .....

๓.


๓. .....

๔.


๔. .....

๕.


๕. .....

เฉลยบทเรียนที่ 5

หน้า 3

ตอนที่ 1

1. 3,4,6, − 5　　2. 6,7,14　　3. 6,7,9,10

4. 2,3　　5. 8,10,12

ตอนที่ 2

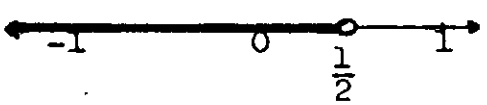
1. ทุกจำนวนที่น้อยกว่า 7　　2. ทุกจำนวนที่มากกว่า 17　　3. ทุกจำนวนที่ไม่เท่ากับ 8

4. ทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 3　　5. ทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 8

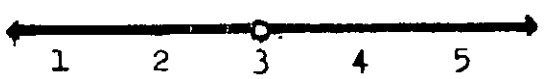
หน้า 5

1.

2.

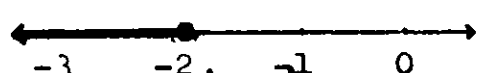


3.



หน้า 6

4.



1. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 3　　2. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า 4

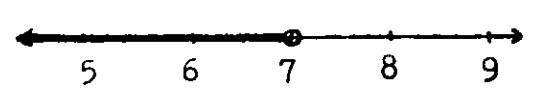
3. จำนวนทุกจำนวนที่ไม่เท่ากับ − 1　　4. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 0

5. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ − 2

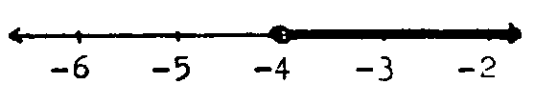
แบบฝึกหัดที่ 5

ข้อ 1

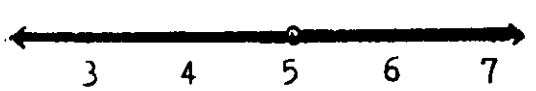
1.



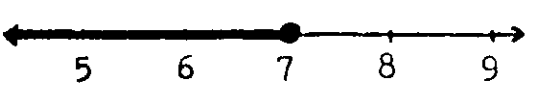
2.



3.



4.



5.

หน้า 7

ข้อ 2

1. $x > 1$
2. $x < 3$
3. $x \neq -3$
4. $x \geq -4$
5. $x \leq -3$

แบบทดสอบประจำบทเรียนที่ 5

ให้นักเรียนขีดเครื่องหมาย x ทับข้อที่ถูกต้องที่สุด (ต้องตอบให้ถูกอย่างน้อย 6 ข้อ)

1. ข้อใดกล่าวถูกต้อง

   ก. คำตอบของอสมการมีหลายคำตอบ

   ข. คำตอบของอสมการอยู่ในรูปอสมการ

   ค. คำตอบของอสมการบอกแน่นอนไม่ได้

   ง. ถูกทุกข้อ

2. 3,4,5 เป็นคำตอบบางคำตอบของอสมการในข้อใด

   ก. $x - 3 < 3$

   ข. $x + 4 > 9$

   ค. $x - 1 < 2$

   ง. $x + 5 > 8$

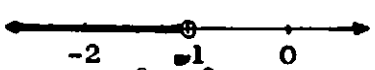
3. 6,7 ไม่เป็นคำตอบของอสมการใด

   ก. $x - 3 > 2$

   ข. $x - 4 < 6$

   ค. $x + 5 > 11$

   ง. $x + 6 < 14$

4. 

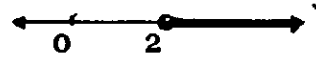
เป็นคำตอบของอสมการในข้อใด

   ก. $x + 3 < 2$

   ข. $x - 1 < 3$

   ค. $x - 5 < 1$

   ง. $x + 7 < 5$

5. 

ไม่เป็นคำตอบของอสมการใด

   ก. $x + 5 > 7$

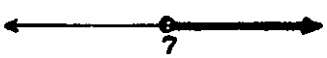
   ข. $x - 7 > 1$

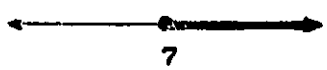
   ค. $x + 6 > 8$

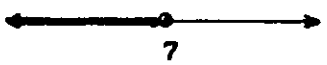
   ง. $x - 9 > -11$

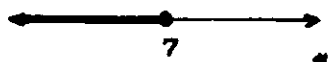
6. ข้อใดเป็นกราฟแสดงคำตอบของอสมการ

   $x - 5 \geq 12$

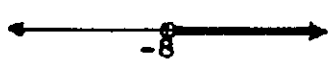
   ก. 

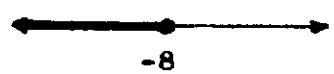
   ข. 

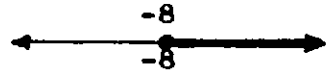
   ค. 

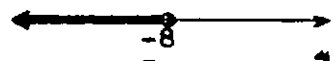
   ง. 

7. คำตอบของ $x + 3 < -5$ คือข้อใด

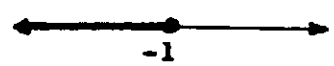
   ก. 

   ข. 

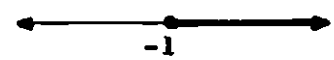
   ค. 

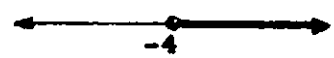
   ง. 

8. คำตอบของ $\frac{y + 3}{2} < 1$ คือข้อใด

   ก. 

   ข.

   ค. 

   ง. 

(คาบที่ 9) บทเรียนที่ ๖

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้ว นักเรียนมีความสามารถดังนี้

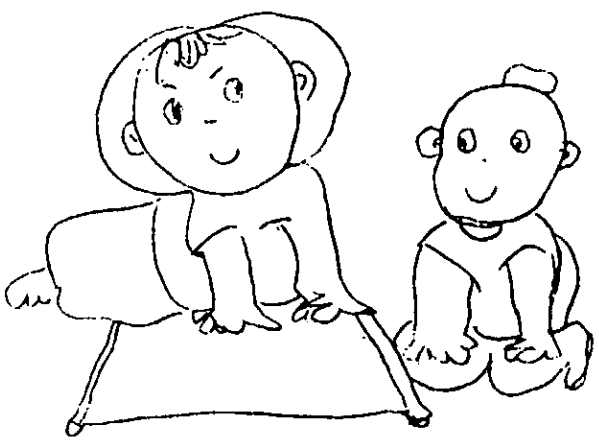
๑. บอกได้ว่า

๑.๑ ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$

๑.๒ ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c > b + c$

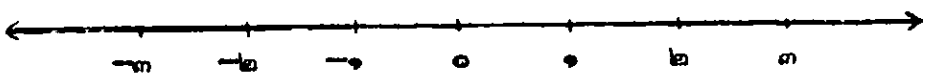
๒. แก้อสมการที่อยู่ในรูป $x + a < b$, $x + a > b$, $x + a \leq b$

$x + a \geq b$ และ $x + a \neq b$ ได้



คุณสมบัติของการไม่เท่ากัน

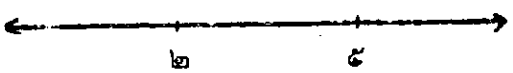
ให้นักเรียนพิจารณาการเปรียบเทียบจำนวน บนเส้นจำนวนต่อไปนี้



จะพบว่า ๑ < ๓ เพราะว่า ๑ อยู่ทางซ้ายของ ๓

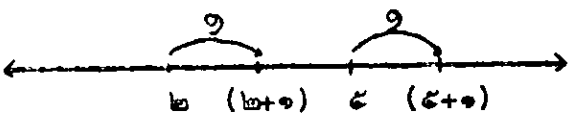
−๓ < ๐ เพราะว่า −๓ อยู่ทางซ้ายของ ๐

−๑ > −๓ เพราะว่า −๑ อยู่ทางขวาของ −๓



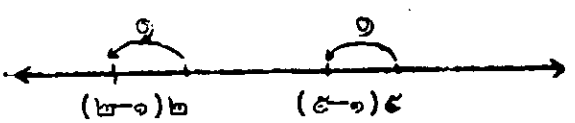
จะเห็นว่า ๒ อยู่ทางซ้ายของ ๕

ดังนั้น ๒ < ๕



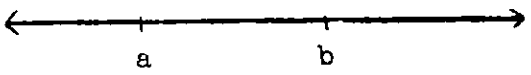
จะเห็นว่า ๒+๑ อยู่ทางซ้ายของ ๕+๑

ดังนั้น ๒+๑ < ๕+๑



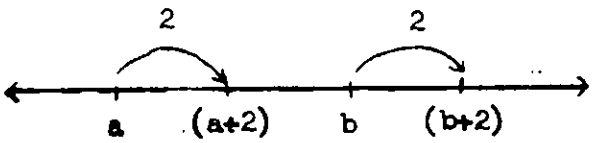
จะเห็นว่า ๒−๑ อยู่ทางซ้ายของ ๕−๑

ดังนั้น ๒−๑ < ๕−๑



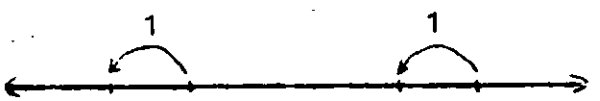
จะเห็นว่า a อยู่ทางซ้ายของ b

ดังนั้น $a < b$



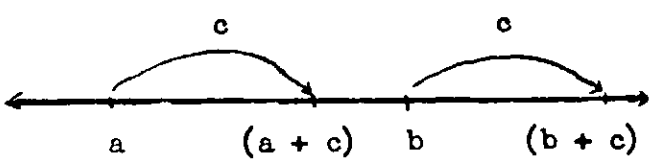
จะเห็นว่า $a + 2$ อยู่ทางซ้ายของ $b + 2$

ดังนั้น $a + 2 < b + 2$



จะเห็นว่า $a - 1$ อยู่ทางซ้ายของ $b - 1$

ดังนั้น $a - 1 < b - 1$

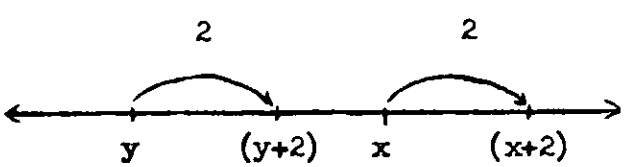


จะเห็นว่า $a + c$ อยู่ทางซ้ายของ $b + c$

ดังนั้น $a + c < b + c$

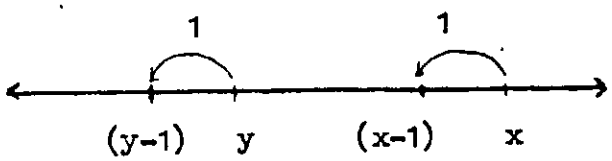
จะเห็นว่า x อยู่ทางขวาของ y

ดังนั้น $x > y$



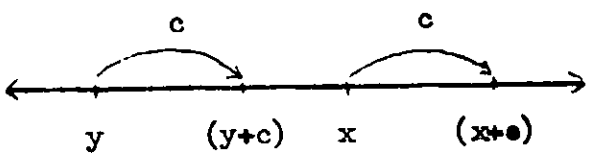
จะเห็นว่า $x + 2$ อยู่ทางขวาของ $y + 2$

ดังนั้น $x + 2 > y + 2$



จะเห็นว่า $x - 1$ อยู่ทางขวาของ $y - 1$

ดังนั้น $x - 1 > y - 1$



จะเห็นว่า $x + c$ อยู่ทางขวาของ $y + c$

ดังนั้น $x + c > y + c$

ดังนั้น สรุปได้ว่า

ให้ a , b และ c แทนจำนวนใด ๆ

ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$

ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c > b + c$

<u>ข้อสังเกต</u> ๑.ในกรณีที่ c เป็น จำนวนลบจะมีความหมายเช่นเดียวกับ เอา c มาลบ ออกทั้งสองข้าง ดังนั้นจะได้ว่า

๑. ถ้า $a < b$ แล้ว $a - c < b - c$

๒. ถ้า $a > b$ แล้ว $a - c > b - c$

๒. ในกรณีที่ $a \leq b$ หรือ $a \geq b$ ให้ c แทนจำนวนใด ๆ

สรุปได้ว่า ๑. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a + c \leq b + c$

๒. ถ้า $a \geq b$ แล้ว $a + c \geq b + c$

ในกรณีที่ c เป็นจำนวนลบ จะมีความหมายเช่นเดียวกันกับเอา

c มาลบออกทั้งสองข้างของอสมการ จะได้ผลลัพธ์เช่นเดียวกัน

กับการบวก เช่น ๑. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a - c \leq b - c$

๒. ถ้า $a \geq b$ แล้ว $a - c \geq b - c$

แบบฝึกหัดที่ ๒.๑

ให้นักเรียนเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

๑. ถ้า $x < y$ แล้ว $x + 3 <$ .....

๒. ถ้า $y < z$ แล้ว ..... $< z + 1$

๓. ถ้า $x \neq y$ แล้ว $x + 5 \neq$ .....

๔. ถ้า $y + 1 < 3$ แล้ว $x + 1 - 1 <$ .....

๕. ถ้า $y - 3 < 4$ แล้ว $y - 3 + 3 <$ .....

๖. ถ้า ..... > 5 แล้ว $x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} > 5 - \frac{1}{2}$

๗. ถ้า $z + \frac{3}{4} > \frac{1}{4}$ แล้ว ..... $> \frac{1}{4} - \frac{3}{4}$

๘. ถ้า $t + 5 \leq$ แล้ว ..... $\leq 4 - 5$

๙. ถ้า $x - \frac{1}{3} \geq 2$ แล้ว ..... $\geq 2 + \frac{1}{3}$

๑๐. ถ้า $y + 4 \neq$ แล้ว ..... $\neq \frac{4}{5} - 4$

การแก้อสมการ

การแก้อสมการ $x + a < b$ คือการทำให้อสมการอยู่ในรูป $x <$? ในกรณีนี้ต้องทำให้ a หมดไป โดยใช้คุณสมบัติการไม่เท่ากัน ซึ่งต้องเอา a มาลบออกทั้งสองข้างของอสมการ

ในกรณีที่ a เป็นจำนวนลบ ก็เช่นเดียวกัน คือ ต้องเอา a บวกทั้งสองข้างของอสมการตามกฎสมบัติการไม่เท่ากัน

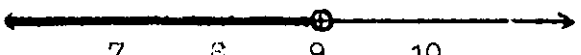
ให้นักเรียนพิจารณา สังเกตการแก้อสมการจากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ ๑ จงแก้อสมการ $x - 2 < 7$

วิธีทำ	วิธีคิด
เอา ๒ บวกทั้งสองข้างของอสมการ	ต้องการให้จำนวนทางซ้ายมือเหลือ x จึง
$x - 2 + 2 < 7 + 2$	เอา ๒ บวกทั้งสองข้างของอสมการ
	ตามกฎสมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน
.....	.....
$x < 9$	$x + 2 - 2 = x$, $7 + 2 = 9$

∴ คำตอบของอสมการ $x - 2 < 7$ คือ $x < 9$ ซึ่งหมายถึง จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า ๙

เขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



ตรวจคำตอบ เมื่อนำจำนวนใด ๆ ที่น้อยกว่า ๙ เช่น $๙\frac{๑}{๒}$ ไปแทน x ในอสมการ $x - 2 < 7$ จะได้ $๙\frac{๑}{๒} - ๒ < ๗$ ซึ่งเป็นจริง

ตัวอย่างที่ ๒ จงแก้อสมการ $x + 7 > 5$

วิธีทำ	วิธีคิด
เอา ๗ ลบออกทั้งสองข้างของอสมการ $x + 7 - 7 > 5 - 7$	ต้องการให้จำนวนทางซ้ายมือเหลือ x จึง เอา ๗ ลบออกทั้งสองข้างของอสมการตามคุณสมบัติการลบ
$x > -2$	$x + 7 - 7 = x$, $5 - 7 = -2$

∴ คำตอบของอสมการ $x + 7 > 5$ คือ $x > -2$ หมายถึง จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า −๒

กราแสดงคำตอบคือ

ให้นักเรียนตรวจคำตอบ

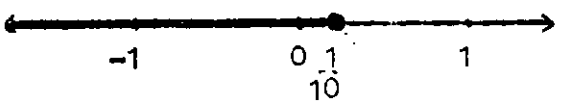
ตัวอย่างที่ ๓ จงแก้อสมการ $x + \frac{1}{2} \leq \frac{3}{5}$

วิธีทำ	วิธีคิด
เอา $\frac{๑}{๒}$ ลบออกทั้งสองข้างของอสมการ $x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \leq \frac{3}{5} - \frac{1}{2}$	ต้องการให้จำนวนทางซ้ายเหลือ x จึง เอา $\frac{๑}{๒}$ ลบทั้งสองข้างตามคุณสมบัติการลบ

$x \leq \frac{1}{10}$ | $x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = x$, $\frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$

∴ คำตอบของอสมการ $x + \frac{1}{2} \leq \frac{3}{5}$ คือ $x \leq \frac{1}{10}$ หมายถึง จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ $\frac{2}{20}$

กราฟแสดงคำตอบคือ



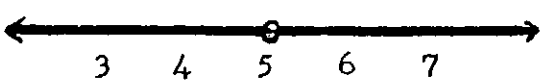
ให้นักเรียนตรวจคำตอบ

ตัวอย่างที่ ๔ จงแก้อสมการ $x - 3 \neq 2$

วิธีทำ	วิธีคิด
เอา ๓ บวกทั้งสองข้างของอสมการ $x - 3 + 3 \neq 2 + 3$	ต้องการให้จำนวนทางซ้ายมือเหลือ x จึงเอา ๓ บวกทั้งสองข้างตามคุณสมบัติการบวก
$x \neq 5$	$x - 3 + 3 = x$ และ $2 + 3 = 5$

∴ คำตอบของอสมการ $x - 3 \neq 2$ คือ $x \neq 5$ หมายถึง จำนวนทุกจำนวนที่ไม่เท่ากับ ๕

กราฟแสดงคำตอบคือ



ให้นักเรียนตรวจคำตอบ

แบบฝึกหัดที่ ๖.๒

๑. ให้นักเรียนเขียนวิธีการแก้อสมการในแต่ละข้อต่อไปนี้

อสมการ	วิธีการ
๑. $x - 4 > -4$	๑. เอา ๔ บวกทั้งสองข้างของอสมการ (ตัวอย่าง)
๒. $-5 + m < -9$	๒. .....
๓. $y - \frac{2}{3} \geq \frac{1}{2}$	๓. .....
๔. $x + 3 > 6$	๔. .....
๕. $-6 < w - 7$	๕. .....
๖. $\frac{3}{5} + u \neq \frac{2}{5}$	๖. .....
๗. $y + \frac{1}{2} \leq -\frac{1}{3}$	๗. .....
๘. $t + 9 \geq \frac{7}{5}$	๘. .....
๙. $11 \neq v + 4$	๙. .....
๑๐. $-10 < y + 3$	๑๐. .....

๒. ให้นักเรียนแก้อสมการต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบ

๑. $x - 4 > -4$

๒. $-5 + m < -9$

๓. $y - \frac{2}{3} \leq \frac{1}{2}$

๔. $x + 3 > 6$

๕. $-6 < w - 7$

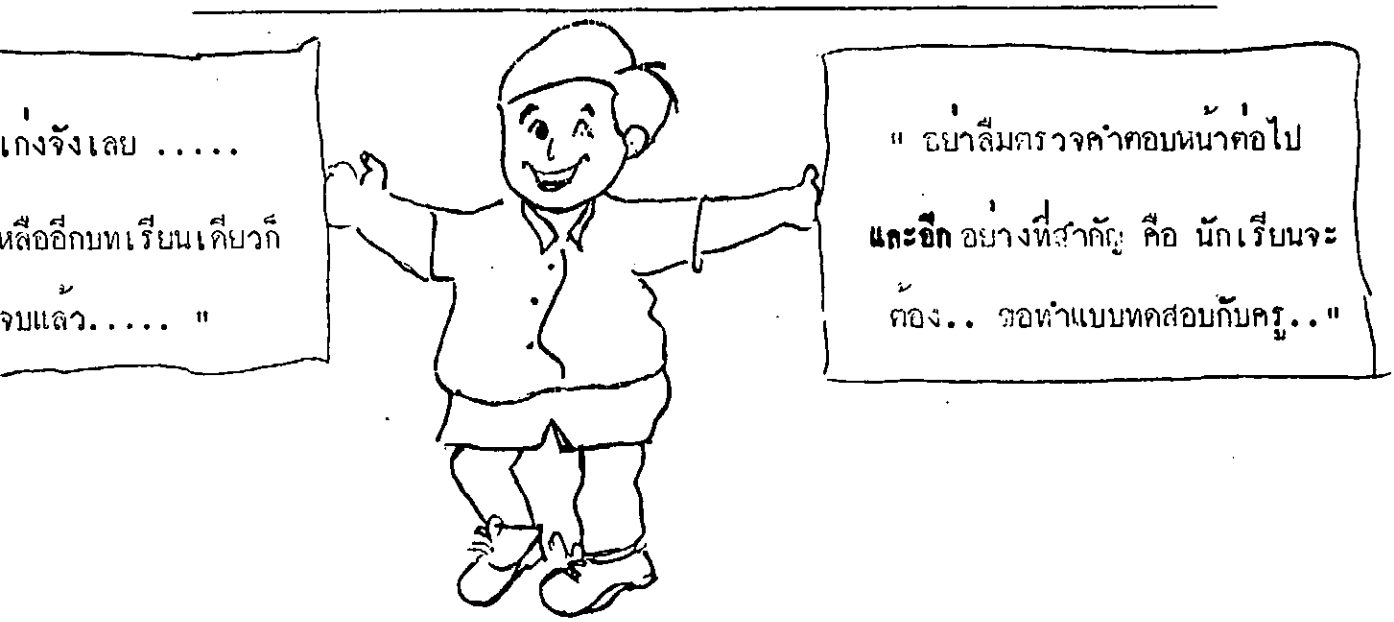
๖. $\frac{3}{5} + u \neq \frac{2}{5}$

๗. $y + \frac{1}{2} \leq -\frac{1}{3}$

๘. $t + 9 \geq \frac{7}{5}$

๙. $11 \neq v + 4$

๑๐. $-10 < y + 3$



เฉลยบทเรียนที่ 6

แบบฝึกหัดที่ 6.1

1. $y + 3$
2. $y + 1$
3. $y + 5$
4. $3 - 1$
5. $4 + 3$
6. $x + \frac{1}{2}$
7. $z + \frac{3}{4} - \frac{3}{4}$
8. $t + 5 - 5$
9. $x - \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$
10. $y + 4 - 4$

แบบฝึกหัดที่ 6.2

ข้อ 1

2. เอา 5 บวกทั้งสองข้างของอสมการ
3. เอา $\frac{2}{3}$ บวกทั้งสองข้างของอสมการ
4. เอา 3 ลบทั้งสองข้างของอสมการ
5. เอา 7 บวกทั้งสองข้างของอสมการ
6. เอา $\frac{3}{5}$ ลบทั้งสองข้างของอสมการ
7. เอา $\frac{1}{2}$ ลบทั้งสองข้างของอสมการ
8. เอา 9 ลบทั้งสองข้างของอสมการ
9. เอา 4 ลบทั้งสองข้างของอสมการ
10. เอา 3 ลบทั้งสองข้างของอสมการ

ข้อ 2 หน้า 9

1. $x > 0$
2. $m < -4$
3. $y \leq \frac{7}{6}$
4. $x > 3$
5. $w > 1$
6. $u \neq -\frac{1}{2}$
7. $y \leq -\frac{5}{6}$
8. $t \geq -\frac{38}{5}$
9. $v \neq 7$
10. $y > -13$

แบบทดสอบประจำบทเรียนที่ 6

ให้นักเรียนวิธีแก้อสมการ พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบ (ต้องตอบถูกอย่างน้อย 4 ข้อ)

1. $2x + 21 < 17$

3. $p + \frac{13}{15} > \frac{3}{5}$

2. $37 - 8x \neq 41$

4. $2y + 2.5 \geq -4$

5. $\frac{4(3x - 4)}{5} \leq 4$

(คาบที่ 10)

บทเรียนที่ ๙

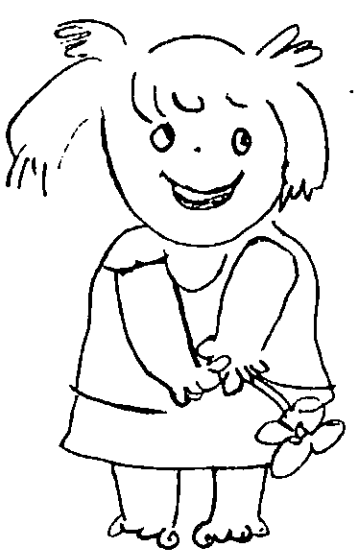
โจทย์อสมการ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้ว นักเรียนมีความสามารถดังนี้

๑. สร้างอสมการจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้

๒. หาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้อย่างถูกต้อง



" หนูขอฝากดอกไม้...ให้กับเพื่อนนักเรียนที่น่ารัก ที่พยายามตั้งใจศึกษา ..หวังว่าบทเรียนนี้ เพื่อน ๆ คงจะรักษาความดีนี้ไว้อีกนะคะ .. "

โจทย์อสมการ

นักเรียนได้ศึกษาวิธีการแก้โจทย์สมการมาแล้วในบทเรียนที่ ๓ ในบทเรียนนี้ นักเรียนจะได้เรียนรู้วิธีการแก้โจทย์อสมการ ซึ่งมีวิธีการคล้ายกับการแก้โจทย์สมการ ดังนี้

๑. พิจารณาว่าโจทย์ต้องการทราบอะไร สมมุติสิ่งนั้นเป็นตัวแปร

๒. จากโจทย์พิจารณาหาประโยคที่แสดงการไม่เท่ากัน

๓. เปลี่ยนประโยคในข้อ ๒ เป็นสัญลักษณ์

๔. แก้อสมการ

๕. ตรวจคำตอบ และพิจารณาว่าคำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่

เพื่อเป็นการทบทวน ให้นักเรียนเปลี่ยนประโยคต่อไปนี้เป็นประโยคสัญลักษณ์

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
๑. จำนวนหนึ่งบวกกับ ๒ ยังน้อยกว่า ๕	๑. .....
๒. ตุ้มมีเงินจำนวนหนึ่ง ซื้อหนังสือไป ๑๐ บาท เหลือเงินมากกว่า ๑๔ บาท	๒. .....
๓. พ่อค้าขายข้าวที่มีอยู่ไป ๖ กระสอบ เหลือข้าวมากกว่า ๑๐ กระสอบ	๓. .....
๔. อีก ๘ ปี นันท์จะมีอายุไม่เกิน ๑๖ ปี	๔. .....

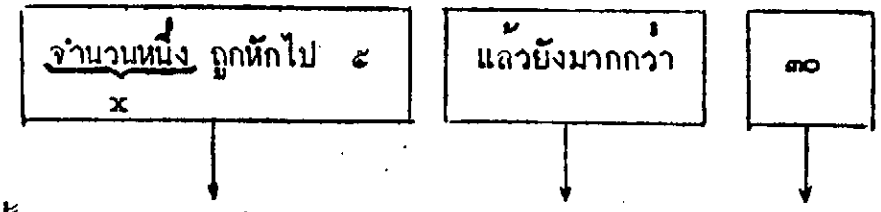
ให้นักเรียนสังเกต และพิจารณาขั้นตอนในการแก้โจทย์อสมการจากตัวอย่างต่อไปนี้

<u>ตัวอย่างที่ ๑</u> จำนวนหนึ่งเมื่อถูกหักไป ๕ แล้วยังมากกว่า ๓๐ จงหาจำนวนนั้น

<u>วิธีทำ</u> ๑) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ จำนวน

สมมุติให้ x แทนจำนวนนั้น

๒)



๓) ดังนั้น $x - 5 > 30$

๔) เอา ๕ บวกทั้งสองข้างของอสมการ

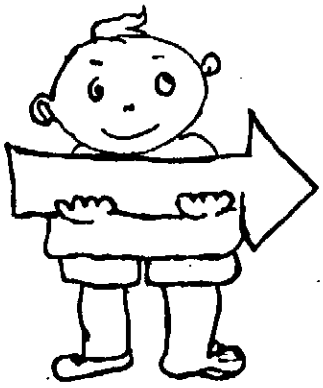
$$x - 5 + 5 > 30 + 5$$

$$x > 35$$

∴ จำนวนนั้น คือ จำนวนที่มากกว่า ๓๕

๕) ตรวจคำตอบ จาก จำนวนหนึ่งถูกหักไป ๕ ยังมากกว่า ๓๕ เลือกจำนวนที่มากกว่า ๓๕ เช่น ๓๖ ไปแทนจำนวนนั้น จะได้ว่า

๓๖ − ๕ > ๓๐ ซึ่งเป็นจริง

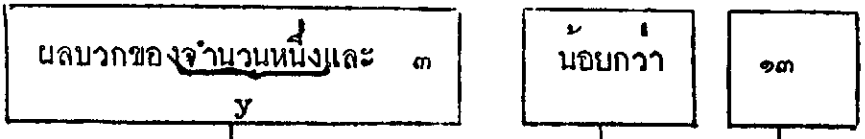


" ติดตามต่อไปได้เลยครับ"

ตัวอย่างที่ ๒ ผลบวกของจำนวนหนึ่งและ ๓ น้อยกว่า ๑๓ จงหาจำนวนนั้น

วิธีทำ ๑) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ จำนวน

สมมุติให้ จำนวนนั้น คือ y

๒) 

๓) ดังนั้น $y + 3 < 13$

๔) เอา ๓ ลบทั้งสองข้างของอสมการ

$$y + 3 - 3 < 13 - 3$$

$$y < 10$$

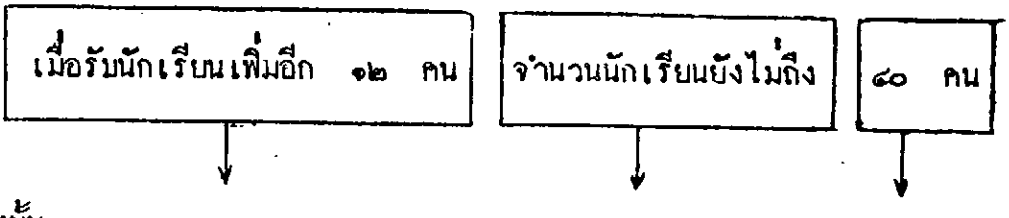
∴ จำนวนนั้นน้อยกว่า ๑๐

๕) ให้นักเรียนตรวจคำตอบ

ตัวอย่างที่ ๓ เมื่อรับนักเรียนเพิ่มอีก ๑๒ คน จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ ยังไม่ถึง ๔๐ คน จงหาจำนวนนักเรียนที่มีอยู่เดิม

วิธีทำ ๑) โจทย์ต้องการทราบ จำนวนนักเรียนที่มีอยู่เดิม

สมมุติให้ เดิมมีนักเรียน a คน

๒) 

๓) ดังนั้น $a + 12 < 40$

๔) เอา ๑๒ ลบทั้งสองข้างของอสมการ

$$a + 12 - 12 < 40 - 12$$

$$a < 28$$

∴ เดิมมีนักเรียนน้อยกว่า ๒๘ คน

๕) ให้นักเรียนตรวจคำตอบ

ตัวอย่างที่ ๔ แดงซื้อเงาะมาจำนวนหนึ่ง หลังจากรับประทานไปแล้ว ๗ ผล เหลือเงาะไม่ถึง ๑๒ ผล จำนวนเงาะที่ซื้อมาเป็นอะไรได้บ้าง

วิธีทำ ๑) โจทย์ต้องการทราบ จำนวนเงาะที่ซื้อมา

สมมุติให้ x แทนจำนวนเงาะที่ซื้อมา

๒) หลังจากรับประทานเงาะไปแล้ว ๗ ผล | เหลือเงาะไม่ถึง | ๑๒ ผล

๓) ดังนั้น $x - 7 < 12$

๔) เอา ๗ บวกทั้งข้างของอสมการ

$$x - 7 + 7 < 12 + 7$$

$$x < 19$$

∴ จำนวนเงาะที่แดงซื้อมาที่เป็นไปได้ คือ ๘, ๙, ๑๐, ..., ๑๗, ๑๘

คำอธิบาย จากตัวอย่างที่ ๔ คำตอบคือ ซื้อเงาะมาน้อยกว่า ๑๙ ผล นั่นคือ ซื้อมาอย่างมากที่สุด ๑๘ ผล แต่จะซื้อมาน้อยกว่า ๘ ผลไม่ได้ เพราะโจทย์บอกว่าหลังจากรับประทานไป ๗ ผล ยังเหลือเงาะอีกไม่เกิน ๑๒ ผล จึงสรุปได้ว่า ซื้อเงาะมาตั้งแต่ ๘ ถึง ๑๘ ผล

" เราใช้ความพยายามมาถึงขั้นนี้แล้ว ต้องได้รับเหรียญทองแน่ ๆ ..... ทำแบบฝึกหัดก่อนดีกว่า... "

แบบฝึกหัดที่ ๗

๑. จำนวนหนึ่งลบด้วยห้ายังมีค่ามากกว่าสิบ จงหาจำนวนนั้น

๒. ผลบวกของจำนวนหนึ่งและ ๓ มีค่ามากกว่า ๑๑ จงหาจำนวนนั้น

๓. จำนวนหนึ่งลบด้วย ๔ น้อยกว่าหรือเท่ากับ ๑๕ จงหาจำนวนนั้น

๔. ผลบวกของจำนวนหนึ่งและ ๒ น้อยกว่า ๑๙ จงหาจำนวนนั้น

๕. จำนวนหนึ่งลบด้วย ๕ มากกว่าหรือเท่ากับ ๒๓ จงหาจำนวนนั้น

๖. นายสดมีรายได้เพิ่มจากเดิม ๗๐๐ บาทแต่น้อยกว่าสุวิทย์ ซึ่งมีรายได้ ๓๒๐๐ บาท สดมีเงินอย่างมากที่สุดเท่าไร

๗. ลิเดีย ซื้อพุทรามาจำนวนหนึ่ง หลังจากรับประทานไปแล้ว ๕ ผล เหลือพุทราไม่ถึง ๑๐ ผล จำนวนพุทราที่ลิเดียซื้อมาเป็นอะไรได้บ้าง

๘. ในการสอบวิชา ค ๒๐๔ คะแนนเต็ม ๘๐ คะแนน ถ้านายปิยพงษ์ทำคะแนนได้เพิ่มจากเดิม ๑๔ คะแนน จะทำให้เขาชนะนายเธียรศักดิ์ ซึ่งสอบได้ ๖๓ คะแนน อยากทราบว่าครั้งนี้ปิยพงษ์สอบได้กี่คะแนน

๙. พิม อ่านหนังสือที่ครูสั่งได้อีก ๑๕ หน้า แต่เมื่อรวมแล้วยังอ่านได้ไม่ถึง ๕๐ หน้า อยากทราบว่าเดิมเขาอ่านได้อย่างมากกี่หน้า

๑๐. จำนวนหนึ่งถูกหักไป $\frac{๑๓}{๒๔}$ แล้วยังมีค่ามากกว่า $\frac{๑๑}{๑๒}$ อยากทราบว่า จำนวนนั้นต้องมากกว่าจำนวนใด

เฉลยบทเรียนที่ 7

หน้า 1

1. $x + 2 < 5$
2. $x - 10 > 14$
3. $x - 6 > 10$
4. $x + 8 \leq 16$

แบบฝึกหัดที่ 7

1. ทุกจำนวนที่มากกว่า 15
2. ทุกจำนวนที่มากกว่า 14
3. ทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 19
4. ทุกจำนวนที่น้อยกว่า 5
5. ทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 28
6. 2499
7. 6,7,8,9,10,11,12,13,14
8. 40
9. 34
10. $\frac{9}{24}$

แบบทดสอบประจำบทเรียนที่ 7

ให้นักเรียนเปลี่ยนโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์และหาคำตอบ (ต้องทำให้ถูกอย่างน้อย 4 ข้อ)

1. เก้าเท่าของผลบวกของจำนวนหนึ่งกับ 15 ยังมีค่าน้อยกว่า 81 จงหาเลขจำนวนนั้น	3. แบ่งครึ่งส้มกองหนึ่งแล้วนับออกอีกกองละ 12 ผลปรากฏว่ามีส้มกองละไม่เท่ากับ 50 ผลเดิมมีส้มเท่าใด
2. ผลคูณของเลขจำนวนหนึ่งกับ 8 หักออก 18 ยังมีค่ามากกว่า 54 จงหาเลขจำนวนนั้น	4. อีก 6 ปีพ่อจะมีอายุน้อยกว่าหรือเท่ากับ 1 ใน 3 ของอายุปัจจุบันอยู่ 10 ปี จงหาอายุพ่อในปัจจุบัน

5. ถ้าปัญญาได้คะแนนคณิตศาสตร์อีก 15 คะแนน 4 ใน 5 ของคะแนนที่ได้ใหม่จะมีค่ามากกว่า 80 เดิมเขาสอบได้มากกว่ากี่คะแนน